



HAL
open science

Modélisation de la scintillation ionosphérique en zone équatoriale : application à l'inversion des signaux GNSS pour la caractérisation de la turbulence

Aurelien Galmiche

► **To cite this version:**

Aurelien Galmiche. Modélisation de la scintillation ionosphérique en zone équatoriale : application à l'inversion des signaux GNSS pour la caractérisation de la turbulence. Electromagnétisme. Université Paul Sabatier - Toulouse III, 2019. Français. NNT : 2019TOU30053 . tel-02498414

HAL Id: tel-02498414

<https://theses.hal.science/tel-02498414>

Submitted on 4 Mar 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



THÈSE

En vue de l'obtention du DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

Délivré par l'Université Toulouse 3 - Paul Sabatier

Présentée et soutenue par
Aurélien GALMICHE

Le 20 février 2019

**Modélisation de la scintillation ionosphérique en zone équatoriale
: application à l'inversion de signaux GNSS pour la caractérisation
de la turbulence**

Ecole doctorale : **GEET - Génie Electrique Electronique et Télécommunications :
du système au nanosystème**

Spécialité : **Electromagnétisme et Systèmes Haute Fréquence**

Unité de recherche :

LAPLACE - Laboratoire PLAsma et Conversion d'Énergie - CNRS-UPS-INPT

Thèse dirigée par
Laurent FERAL et Vincent FABBRO

Jury

M. Bernard UGUEN, Rapporteur
Mme Danielle VANHOENACKER-JANVIER, Rapporteur
M. Pierre-Louis BLELLY, Examineur
M. Raul ORUS PEREZ, Examineur
M. Laurent FÉRAL, Directeur de thèse
M. Vincent FABBRO, Co-directeur de thèse

REMERCIEMENTS

Je remercie Danielle Vanhoenacker et Bernard Uguen qui ont accepté de rapporter mon manuscrit de thèse, et à en augmenter la justesse et la pertinence. Leurs questions ont été l'occasion d'un échange constructif, même à distance ! Merci également à Pierre-Louis Blelly d'avoir présidé mon jury, et à Raul Orus d'en avoir fait partie.

Je suis particulièrement reconnaissant à Florent Christophe de m'avoir accueilli au sein du DEMR à l'ONERA. A Joël, qui a pris sa succession, je souhaite exprimer mon affection en repensant aux moments partagés et aux discussions avisées qui ont ponctué la fin de mon aventure à l'Office. Toujours à l'ONERA, j'ai une pensée pour des gens géniaux qu'on a la chance de côtoyer : merci à Corinne pour son temps, sa patience et sa disponibilité, à Jean-Paul Nigoul et à l'ensemble de MTG, à Quentin, à Gaël, Pierre, et au reste de la team soccer du mercredi. Du côté des collègues docteurs, ces trois ans n'auraient pas été les mêmes sans Jonathan, Mehdi, Jean-Baptiste, Henri-José et les autres qui ont animé les pauses cafés et autres sessions muscu. Enfin, du côté des collègues futurs docteurs et futurs ingénieurs, je remercie les personnes que j'ai côtoyé et avec qui j'ai partagé trois années : Pierre A., Florian R., Florian M., Charbo, Christophe F., Jean-Pascal, Charles-Antoine, Isabelle, et ceux que j'oublie involontairement ! Merci à mes co-bureaux Aymeric/Flash et Florestan pour les trois ans d'aventure. Enfin, les meilleurs pour la fin : merci du fond du cœur à la charnière de ce travail de thèse, mes co-directeurs Vincent et Laurent. Sur le chemin chaotique du doctorat, leur aide a toujours été présente, précieuse et précise. Avec le recul, je réalise que je n'aurais pas pu souhaiter une meilleure compagnie que la vôtre. Je garderai de ces années en votre compagnie le sentiment d'avoir appris, dans tous les domaines.

A Thales Alenia Space, merci à Guillaume Carrié et à Damien Serant, qui ont largement dépassé leur rôle d'encadrant en se rendant disponibles et réactifs à toutes mes questions. Au CNES, merci à Sébastien.

A mes amis, je tiens à vous dire toute votre importance et mon attachement : Clermontois, Montpelliérains Toulousains, Stockholmois, Enaciens, Touchers, XVistes, ou plusieurs de ces catégories. J'ai une pensée particulière pour une poignée de personnes qui ont rendu ces trois dernières années meilleures ; PC, pour l'éternité, Yaël, pour New York, Montréal, les rencontres et les sourires. Victor, pour les apéros, le rugby, et la vie en commun. Mehdi och Jens, tack så mycket, min vänner.

Ce dernier paragraphe est pour ma famille. En tout premier lieu, pour ma femme, Rose-Anne : merci d'avoir été là dans tous les moments, les beaux comme les moches. Merci de ton soutien constant, de tes encouragements, d'avoir tout fait pour que ça marche, même traversé la rivière. Tiguidou ! Merci à ma géniale nouvelle famille du nouveau-monde, et merci à mon ancienne famille du vieux continent. A mes parents à qui j'ai tout infligé et qui n'ont jamais flanché. A Thibault que j'admire, à Valentin qui ira loin. A mes grands-parents. Mon seul regret est que l'un d'entre eux ne pourra jamais lire ses lignes, mais je lui raconterai plus tard, et il sera fier, j'en suis persuadé. Si à l'époque, à Magnivray, il avait pu s'imaginer...

TABLE DES MATIÈRES

Introduction	1
Chapitre 1 : Phénoménologie de la scintillation ionosphérique en zone équatoriale	5
1.1 Introduction au problème de scintillation ionosphérique	5
1.1.1 Modèle en couches de l'ionosphère	5
1.1.2 Champ magnétique terrestre	7
1.1.3 Impact de l'ionosphère sur la propagation des ondes électromagnétiques	8
1.1.4 Quantification de la scintillation	9
1.1.5 Mesures de scintillation à l'équateur	10
1.2 Spécificités de l'ionosphère équatoriale	13
1.2.1 Facteurs de dynamique plasmique	13
1.2.2 Anomalie équatoriale : déplacement vertical des charges	16
1.2.3 Dérive vers l'est des irrégularités ionosphériques	20
1.2.4 Conclusion	24
1.3 Modélisation statistique du milieu et modélisation de la liaison	24
1.3.1 Modélisation des irrégularités ionosphériques	24
1.3.2 Spectre du milieu	25
1.3.3 Modélisation de la liaison	28
1.4 Conclusion	30
Chapitre 2 : Modélisation électromagnétique de la scintillation ionosphérique	31
2.1 Équation d'Helmholtz en milieu ionosphérique turbulent	31
2.2 Résolution de l'équation d'Helmholtz par méthode numérique	33
2.2.1 Généralités sur la modélisation	33
2.2.2 Modèle numérique PWE-MPS	36
2.3 Résolution de l'équation d'Helmholtz par méthode analytique	37
2.3.1 Calcul analytique des indices de scintillation	39
2.3.2 Calcul des spectres du signal en réception	44
2.4 Comparaison des modèles et lien avec la forte perturbation	47
2.4.1 Limite théorique de la faible perturbation	47
2.4.2 Étude numérique de la forte perturbation	48
2.5 Conclusion	51
Chapitre 3 : Prise en compte des spécificités GNSS sur l'observation de la scintillation ionosphérique	53
3.1 Génération synthétique du signal en amont du récepteur GNSS	53
3.1.1 Structure du signal GNSS	53
3.1.2 Effet Doppler	53
3.1.3 Effets de la scintillation ionosphérique	54

3.2 Modélisation du récepteur GNSS.....	55
3.2.1 Traitements en réception	55
3.2.2 Estimation des paramètres en réception.....	57
3.3 Impact de la chaîne de réception GNSS sur la mesure de scintillation : étude de cas	59
3.3.1 Effets du récepteur sur les spectres d'amplitude et de phase	60
3.3.2 Étude des indices S_4 et σ_ϕ	63
3.4 Conséquences sur l'exploitation des données GNSS.....	64
3.4.1 Variations du gain de l'antenne en fonction de l'élévation du signal	64
3.4.2 Valeur de la fréquence de coupure en fonction des paramètres spectraux	65
3.4.3 Detrending des échantillons d'amplitude.....	66
3.4.4 Fréquences de coupure dues aux boucles de verrouillage.....	67
3.5 Conclusion.....	68
Chapitre 4 : Base de données SAGAIE : présentation et analyse préliminaire	69
4.1 Présentation de la base de données SAGAIE.....	69
4.2 Analyse de l'indice S_4	72
4.2.1 Variabilité temporelle de la scintillation ionosphérique.....	73
4.2.2 Variabilité spatiale de la scintillation ionosphérique.....	79
4.3 Conclusion.....	83
Chapitre 5 : Algorithme d'inversion de données GNSS pour le sondage des irrégularités ionosphériques à l'équateur	85
5.1 Algorithme d'inversion.....	86
5.1.1 Estimation des paramètres sur le spectre de log-amplitude expérimental	86
5.1.2 Pente p_{est} du spectre expérimental	88
5.1.3 Fréquence de coupure	88
5.1.4 Plateau basse fréquence	91
5.1.5 Intégrale du spectre	92
5.1.6 Sélection des paramètres inversés finaux	93
5.2 Mise en œuvre de la méthode d'inversion.....	95
5.2.1 Inversion du spectre d'un évènement synthétique.....	95
5.2.2 Test de validation de l'algorithme d'inversion	98
5.2.3 Inversion d'un spectre de log-amplitude expérimental	101
5.2.4 Limites de l'inversion	102
5.4 Conclusion.....	103
Chapitre 6 : Sondage des irrégularités ionosphériques à l'équateur par signaux GNSS : mise en œuvre sur la base de données SAGAIE	105
6.1 Introduction à l'inversion des données	105
6.1.1 Données 50Hz SAGAIE disponibles	105

6.1.2	Limitation de l'inversion sur les spectres en réception	106
6.1.3	Représentativité des données inversées	107
6.2	Indice de scintillation d'amplitude.....	110
6.3	Indice spectral (p)	114
6.4	Force des irrégularités intégrée en altitude ($C_k L$)	115
6.4.1	Représentation Statistique	115
6.4.2	Comparaison du $C_k L$ inversé au modèle WBMOD	118
6.5	Anisotropie des irrégularités.....	120
6.6	Vitesses de Dérive.....	122
6.8	Conclusion.....	124
	Conclusion	127
	Annexes au chapitre 2	131
	Annexe 2.1 : changement de repère pour le calcul de l'intégrale de la variance de log-amplitude	131
	Annexe 2.2 : calculs analytiques et asymptotiques de l'indice de phase	132
	Annexe 2.3 : calculs analytiques et asymptotiques du spectre de phase	135
	Annexes au chapitre 3	139
	Annexe 3.1 : démonstration de l'écriture de la distance satellite - récepteur comme un polynôme d'ordre 2 du temps	139
	Annexe 3.2 : C/N_0 , SNR (Signal-to-Noise Ratio) et plancher de bruit.....	143
	Annexes au chapitre 5	145
	Annexe 5.1 : description de la géométrie : passage du repère ECEF au repère du LOS.....	145
	A.5.1.1 Détermination des coordonnées de points d'intérêt dans le repère ECEF	145
	A.5.1.2 Détermination des angles STIPEE	148
	Annexe 5.2 : détermination des vitesses relatives dans le repère du LOS.....	156
	A.5.2.1 Calcul de la vitesse V_{IPP}^{LOS}	159
	A.5.2.2 Calcul de V_D^{LOS}	160
	A.5.2.2 Calcul de la vitesse relative de déplacement du milieu projetée sur le plan U, V :	160
	Bibliographie	162

TABLE DES ILLUSTRATIONS

Figure 1.1 – Découpage en couches de l’atmosphère terrestre. Source : education.météoFrance.fr.	5
Figure 1.2 - Couches de l’ionosphère terrestre Source : Montgomery research group.	6
Figure 1.3 – Profil vertical de la densité électronique de l’ionosphère aux latitudes moyennes aux solstices obtenu à partir du modèle IRI-2016 [Bilitza, 2001] [Bilitza et al., 2014].	7
Figure 1.4 - Environnements magnétiques de la terre (à gauche) et de Mars (à droite). Source : NASA.	8
Figure 1.5 - Amplitude (en dB) du signal GPS PRN 31 observé depuis Dakar entre 23h15 et 23h30 en fonction du temps (en secondes, pris à 0 au début de la liaison). La scintillation d’amplitude est visible sur cet échantillon.	9
Figure 1.6 - Scintillation d’amplitude en fonction du mois de l’année et de l’heure locale à l’île d’Ascension (Atlantique). Extrait de [Aarons, 1993].	11
Figure 1.7 – Pourcentage moyen mensuel de scintillation d’amplitude à Suva, Fidji entre 09/78 et 03/83. Extrait de [Buonsanto et al., 1987].	12
Figure 1.8 - Indice S_4 en fonction de l’heure locale pour 3 fréquences GNSS différentes – A) L1, B) L2C, C) L5 - à São José dos Campos, Brésil entre novembre 2014 et mars 2015 à une élévation de 30° minimale. Extrait de [Moraes et al., 2017].	13
Figure 1.9 – Conductivités σ_H , σ_P et σ_{\parallel} en fonction de l’altitude, d’après [Bliley et al., 2007].	15
Figure 1.10 – Ionospheric Electron Content (IEC) intégré entre 300 et 350 km entre 20 et 22h heure locale proche de l’équinoxe de septembre 2006. La longitude est en abscisse ($^\circ$) et la latitude en ordonnées ($^\circ$) $1 \text{ TECu} = 10^{12} \text{ électrons/cm}^2$. L’équateur magnétique est tracé en noir. Extrait de [Lin et al., 2007].	17
Figure 1.11 – Représentation de la montée du plasma équatorial en journée par [Aylan, 2012].	18
Figure 1.12 – Modèles de vents thermosphériques de la couche F en fonction de l’heure locale à Jicamarca, Pérou. Extrait de [Crain et al., 1993].	19
Figure 1.13 – Mesure du mouvement de diffusion du plasma (en rouge) en région équatoriale. En abscisse, la latitude (en degrés) et en ordonnée, l’altitude (en kilomètres). Extrait de [Townsend et al., 1982]	19
Figure 1.14 – Observation moyennée de vitesse de drift verticale à Jicamarca (trait plein) et modélisée (traits pointillés) en fonction de l’heure locale. Le PRE est visible après 18h sur les deux courbes. Extrait de [Crain et al., 1993].	20
Figure 1.15 – Schématisation du fonctionnement en circuit fermé des courants de la couche F avant le coucher du soleil. Extrait de [Rishbeth, 1997].	21
Figure 1.16 - Etablissement de la vitesse de dérive vers l’est dans la couche F à la nuit tombée, fonctionnement en circuit ouvert. Extrait de [Rishbeth, 1971].	22
Figure 1.17 - Vitesse de dérive vers l’est dans la couche F en période de forte et faible activité solaire observées à Jicamarca, Pérou par [Fejer, 1981b].	23
Figure 1.18 - Vitesse de dérive vers l’est modélisée (en pointillées) et observée à Jicamarca (trait plein, période d’observation 1970-1971) durant une période de maximum solaire. D’après [Crain et al., 1993].	23
Figure 1.19 - Fonction de corrélation spatiale des irrégularités ionosphériques à l’équateur dans le plan cartésien.	25
Figure 1.20 - Histogramme de l’indice spectral observé depuis Cayenne pour $S_4 > 0.2$ La légende en italique représente les valeurs de p , et la légende en gras représente les valeurs de q . Extrait de [Béniguel et al., 2011].	27
Figure 1.21 – Fonction cumulative de densité de probabilité de $\log_{10}(C_k L)$ obtenue par le modèle WBMOD au coordonnées (19.1N, 17.4W) sur la crête équatoriale au nord de Dakar à 23h UTC.	27
Figure 1.22 - Trajectoire du signal, altitude et épaisseur de la couche turbulente.	28
Figure 1.23 – Épaisseur de couche traversée et hauteur de couche turbulente sous deux formalismes différents en fonction de l’angle d’élévation.	29
Figure 1.24 - Ratio de deux formalismes de l’épaisseur de couche traversée et de la hauteur de couche turbulente en fonction de l’angle d’élévation.	29
Figure 2.1 – Illustration du repère géomagnétique (A) et du repère du line-of-sight (B).	34
Figure 2.2 - Liens entre les repères du LOS et géomagnétique.	35
Figure 2.3 - Propagation dans le schéma split-step Fourier.	37
Figure 2.4 - Représentation géométrique de la situation et introduction aux grandeurs spatiales d’intégration.	39
Figure 2.5 - Coordonnées cylindriques (r, ϕ, s). O est le récepteur et M est l’irrégularité considérée.	40

Figure 2.6 – Valeurs de l'indice S_4 en fonction du paramètre universel U pour différentes valeurs d'indice spectral dans le cas d'une utilisation avec échelle externe (traits pleins) et sans échelle externe (traits en pointillés). Extrait de [Carrano et al., 2016].	48
Figure 2.7 - S_4 en fonction du paramètre U pour différentes valeurs d'indice spectral. Figure obtenue avec le modèle numérique 3D-PWE/2D-MPS présenté en 2.2.	49
Figure 2.8 - S_4 en fonction de U , pour différents indices spectraux, simulations numériques (traits plein) et formulations analytiques sous hypothèse de Rytov (pointillés)	50
Figure 2.9 - σ_φ en fonction de U , pour différents indices spectraux, simulations numériques (traits plein) et analytiques sous hypothèse de Rytov (pointillés).	51
Figure 3.1 – Séries temporelles de scintillations d'amplitudes (a) et de phases (b) échantillonnées à 1kHz générées par méthode FAS sur deux minutes.	55
Figure 3.2 - Fonction d'autocorrélation GPS L1 C/A.	56
Figure 3.3 - Schéma bloc du modèle de poursuite.	57
Figure 3.4 - A) Représentation de la fonction d'autocorrélation du milieu dans le repère géomagnétique. B) Représentation de la liaison GNSS.	60
Figure 3.5 - Spectres de phase en configuration équatoriale : modélisation théorique avec et sans récepteur GNSS.	61
Figure 3.6 - Spectre de log-amplitude analytique (référence) en rouge et spectre obtenu à partir d'une série temporelle en sortie de récepteur GNSS en noir.	62
Figure 3.7 - Diagramme d'antenne GNSS dans le plan vertical. Source : antenna radiation pattern, ESA.	65
Figure 3.8 - Spectre de log-amplitude détrendé.	67
Figure 4.1 - Position des stations SAGAIE en Afrique de l'Ouest. Carte originale de Google Maps.	69
Figure 4.2 – Position d'une antenne de réception à Ouagadougou (Burkina Faso) [Secretan et al., 2014].	70
Figure 4.3 - Activité solaire : SunSpot Number en fonction de l'année. Source : NASA.	71
Figure 4.4 – Position des stations SAGAIE et de l'équateur magnétique en Afrique. les positions de l'équateur magnétique sont estimés par le code GEOMAG [WMM, 2015].	72
Figure 4.5 – Pourcentage d'occurrence de la mesure d'un indice de scintillation S_4 supérieur à un seuil en fonction du jour de l'année et de l'heure locale à Dakar, Sénégal pour la période d'août 2013 à août 2016. A) seuil de 0.1, B) seuil de 0.3, C) seuil de 0.5.	74
Figure 4.6 – Pourcentage d'occurrence de la mesure d'un indice de scintillation S_4 supérieur à un seuil en fonction du jour de l'année et de l'heure locale à Douala, Cameroun, pour la période d'août 2013 à août 2016. Aa) seuil de 0.1, B) seuil de 0.3, C) seuil de 0.5.	75
Figure 4.7 – Pourcentage d'occurrence de la mesure d'un indice de scintillation S_4 supérieur à un seuil en fonction du jour de l'année et de l'heure locale à Lomé, Togo pour la période d'août 2013 à août 2016. A) seuil de 0.1, B) seuil de 0.3, C) seuil de 0.5.	76
Figure 4.8 – Pourcentage d'occurrence de la mesure d'un indice de scintillation S_4 supérieur à un seuil en fonction du jour de l'année et de l'heure locale à N'Djamena, Tchad pour la période d'août 2013 à août 2016. A) seuil de 0.1, B) seuil de 0.3, C) seuil de 0.5.	77
Figure 4.9 – Pourcentage d'occurrence de la mesure d'un indice de scintillation S_4 supérieur à un seuil en fonction du jour de l'année et de l'heure locale à Ouagadougou, Burkina Faso pour la période d'août 2013 à août 2016. A) seuil de 0.1, B) seuil de 0.3, C) seuil de 0.5.	78
Figure 4.10 - Pourcentage d'occurrence de la mesure d'un indice de scintillation S_4 supérieur à un seuil en fonction de l'heure locale dans les différentes stations de SAGAIE (une courbe par station) pour les mois d'équinoxes (mars, avril, septembre et octobre) entre septembre 2013 et 2016. A) seuil de 0.1, B) seuil de 0.3, C) seuil de 0.5.	79
Figure 4.11 – Évènements pour lesquels $S_4 > 0.5$ en A) et $S_4 > 0.7$ en B) tracés en fonction de la longitude et latitude géographique à l'IPP. Evenements obtenus par le réseau SAGAIE entre 08/2013 et 08/2016.	80
Figure 4.12 – Évènements pour lesquels $S_4 > 0.5$ en A) et $S_4 > 0.7$ en B) tracés en fonction de la longitude et latitude géographique à l'IPP. Evenements obtenus par le réseau SAGAIE durant le mois de mars 2014.	82
Figure 4.13 – Évènements pour lesquels $S_4 > 0.5$ en A) et $S_4 > 0.7$ en B) tracés en fonction de la longitude et latitude géographique à l'IPP. Evenements obtenus par le réseau SAGAIE durant le mois de mars 2016.	83

Figure 5.1 – Spectre de log-amplitude observé à Dakar le 14 mars 2014 à 23h15 (PRN 16). Les paramètres issus du spectre sont reportés sur la figure (f_c , Plateau, p_{est}). Les lignes verticales en pointillés représentent les fréquences caractéristiques. Le gabarit caractéristique est matérialisé par des lignes noires.	87
Figure 5.2 – Spectre de log-amplitude mesuré à Dakar le 01/09/2013 à 00h00 (en bleu). En rouge et en verts, ce même spectre de log-amplitude réhaussé et abaissé d'une demi-décade respectivement. La courbe noire est le spectre inversé à partir du spectre mesuré (indice de confiance IND = 1). Les fréquences de coupure et de plancher de bruit sont symbolisées par les lignes verticales en pointillés noirs.	94
Figure 5.3 – Schéma bloc récapitulatif de la stratégie d'inversion des évènements de scintillation	94
Figure 5.4 – Spectre de log-amplitude synthétique en entrée sur un intervalle de fréquences typique et paramètres du spectre calculés analytiquement.	96
Figure 5.5 – Spectre synthétique en entrée et spectre obtenu en utilisant les résultats de l'inversion réalisée avec les paramètres obtenus analytiquement. Les paramètres en sortie de l'inversion sont reportés sur le graphe.	96
Figure 5.6 - Spectre sthhétique en entrée et spectre obtenu en via les résultats de l'inversion réalisée avec les paramètres estimés sur le spectre d'entrée. Les paramètres en sortie de l'inversion sont reportés sur le graphe.	97
Figure 5.7 – Histogrammes des pourcentages d'erreurs sur les paramètres inversés des 5890 spectres. A) : erreur sur l'indice spectral p . B) : erreur sur le logarithme de la force des irrégularités intégrée en altitude $\log_{10}(C_k L)$. C) : Erreur sur le ratio A_z/A_y représentant l'anisotropie du milieu selon les axes y et z . D) : erreur sur la vitesse de dérive V_{drift} . La moyenne de l'erreur relative est précisée sur chaque graphe.	99
Figure 5.8 – Spectre synthétique (en bleu) et spectre résultant de l'inversion (en noir). Les paramètres liés à l'inversion sont reportés sur le graphe.	100
Figure 5.9 – Histogrammes d'erreur absolue sur l'estimation de la vitesse de dérive de la méthode de [Carrano et al., 2016b] en A). L'histogramme rouge correspond aux données GNSS, l'histogramme hachuré bleu aux données VHF. En B), histogramme d'erreur absolue sur la vitesse de drift obtenu par l'algorithme d'inversion via les 5760 spectres synthétiques.	101
Figure 5.10 - En bleu, spectre mesuré à Dakar sur le PRN 31 le 21/03/2014 entre 00h45 et 01h00. En noir, spectre obtenu en utilisant les résultats de l'inversion du spectre bleu. Les paramètres obtenus par l'algorithme d'inversion sont reportés sur le graphe.	102
Figure 5.11 – Spectre de log-amplitude observé à Dakar le 20/07/2014 à 19h30. La faible scintillation ionosphérique mène à un spectre de scintillation noyé dans le bruit thermique.	103
Figure 6.1 – Spectre de log-amplitude mesuré à Dakar le 20/04/2015 à 23h45 (en bleu) et le spectre synthétique obtenu à partir des paramètres inversés (en noir). Les paramètres inversés sont précisés sur la figure. L'algorithme a conclu à une inversion non réussie (indice de confiance 0).	106
Figure 6.2 – Spectre de log-amplitude mesuré à Dakar le 20/04/2015 à 23h45 (en bleu) et spectre synthétique obtenu à partir des paramètres inversés (en noir). Les paramètres inversés sont précisés sur la figure. L'algorithme a conclu à une inversion non réussie (indice de confiance de 0).	107
Figure 6.3 – Nombre d'évènements observés en fonction de leur indice S_4 (intervalles de 0.025) durant la période de solstice (courbe noire), la période d'équinoxe (courbe rouge) et sur toutes les données (courbe bleue).	108
Figure 6.4 – Nombre d'évènements inversés en fonction de leur S_4 (intervalles de 0.025) durant la période de solstice (courbe noire), la période d'équinoxe (courbe rouge) et sur toutes les données (courbe bleue).	109
Figure 6.5 – Ratio entre le nombre d'évènements inversés et le nombre d'évènements mesurés en fonction de leur S_4 (intervalles de 0.025) durant la période de solstice (courbe noire), la période d'équinoxe (courbe rouge) et sur l'ensemble des données (courbe bleue).	110
Figure 6.6 - Pourcentage d'occurrence de la mesure d'un indice de scintillation S_4 supérieur à un seuil en fonction du jour de l'année et de l'heure locale à Dakar, Sénégal pour la période de juillet 2013 à Mai 2015. A) seuil de 0.1, B) seuil de 0.3, C) seuil de 0.5. Toutes les observations ont satisfait à l'inversion.	111
Figure 6.7 - Pourcentage d'occurrence de la mesure d'un indice de scintillation S_4 supérieur à un seuil en fonction du jour de l'année et de l'heure locale à Lomé, Sénégal pour la période de juillet 2013 à janvier 2017. A) seuil de 0.1, B) seuil de 0.3, C) seuil de 0.5. Toutes les observations ont satisfait à l'inversion.	112
Figure 6.8 – Évènements de scintillation ionosphériques tracés en fonction de la longitude et de la latitude géographique à l'IPP. La couleur représente l'indice de scintillation d'amplitude S_4 . L'équateur magnétique est représenté en pointillés rouges. Les évènements sont obtenus par inversion en période d'équinoxe aux horaires de scintillations (19h-2h). Les positions de Lomé et Dakar sont signalées par des croix blanches.	113

Figure 6.9 – Histogramme de l'indice spectral en périodes d'équinoxes aux horaires de scintillation en A) et en périodes de solstices aux horaires de scintillation en B).	114
Figure 6.10 – Moyenne de l'indice spectral en fonction de l'intervalle de S_4 correspondant (intervalles de 0.05) aux horaires de scintillations. La courbe noire correspond aux périodes de solstices, et la courbe rouge aux périodes d'équinoxes.	115
Figure 6.11 – Les courbes rouges représentent la pdf de $\log_{10}(C_k L)$ en périodes de solstices aux horaires de scintillation au graphe A) et en périodes d'équinoxes aux horaires de scintillation au graphe B). Les courbes noires correspondent à la pdf d'une loi normale de même moyenne et écart-type que les $\log_{10}(C_k L)$ observés sur les deux graphes.	116
Figure 6.12 – Évènements de scintillation ionosphériques tracés en fonction de la longitude et de la latitude géographique à l'IPP. La couleur représente le $\log_{10}(C_k L)$. En pointillés rouges, l'équateur magnétique est représenté. Les événements sont obtenus par inversion en période d'équinoxe aux horaires de scintillations. Les positions de Lomé et Dakar sont signalées par des croix blanches.	116
Figure 6.13 – Moyenne du $\log_{10}(C_k L)$ en fonction de l'intervalle de S_4 correspondant (intervalles de 0.05) aux horaires de scintillations. la courbe noire correspond aux périodes de solstices, et la courbe rouge aux périodes d'équinoxes.	117
Figure 6.14 – Pdf $p(\log_{10}(C_k L) = x)$ issue des valeurs de $C_k L$ inversées à Dakar (courbe pleine rouge), à Lomé (courbe pleine noire), obtenue par le modèle WBMOD à partir des événements observés dans SAGAIE à Dakar (pointillés rouges) et à Lomé (pointillés noirs) lors des équinoxes d'automne aux horaires de scintillations.	118
Figure 6.15 – Pdf conditionnelle $p(\log_{10}(C_k L) = x / \log_{10}(C_k L) > 31)$ issue des valeurs de $C_k L$ inversées à Dakar (courbe pleine rouge), inversées à Lomé (courbe pleine noire), obtenue par le modèle WBMOD à partir des événements observés dans SAGAIE à Dakar (pointillés rouges) et à Lomé (pointillés noirs) lors des équinoxes d'automne.	119
Figure 6.16 – Pdf de A_z en périodes de solstices (courbe noire) et d'équinoxes (courbe rouge) aux horaires de scintillation.	120
Figure 6.17 – Valeur moyenne $\log_{10}(C_k L)$ en fonction de l'intervalle du ratio A_z/A_y correspondant (15 intervalles logarithmique régulier entre 1 et 75) aux horaires de scintillations. La courbe noire correspond aux périodes de solstices, et la courbe rouge aux périodes d'équinoxes.	121
Figure 6.18 – La courbe noire représente la moyenne de la vitesse de dérive en fonction de l'heure locale (un point par quart d'heure). L'échelle d'ordonnées est à gauche de la figure. La courbe bleu représente la moyenne de l'indice S_4 en fonction de l'heure locale (un point par quart d'heure). L'échelle des ordonnées est à droite de la figure. Les données ont été collectées à Dakar, durant les périodes d'équinoxes.	122
Figure 6.19 – La courbe noire représente la moyenne de la vitesse de dérive en fonction de l'heure locale (un point par quart d'heure). L'échelle d'ordonnées est à gauche de la figure. La courbe bleu représente la moyenne de l'indice S_4 en fonction de l'heure locale (un point par quart d'heure). L'échelle des ordonnées est à droite de la figure. Les données ont été collectées à Lomé, durant les périodes d'équinoxes.	123
Figure 6.20 - Vitesse de dérive vers l'est dans la couche F mesurée par radar en période de forte activité solaire (1970-1971) et faible activité solaire (1974-1977) obtenues à Jicamarca, Pérou par [Fejer, 1981b].	124
Figure A.1 - Changement de repère : passage dans le repère principal de l'ellipse.	131
Figure A.2 - Orbite de l'émetteur et distance au récepteur en coupe 2D.	139
Figure A.3 - Trajectoire satellite-récepteur simplifiée.	139
Figure A.4 - Repère ECEF et lien avec les coordonnées latitude, longitude, altitude.	146
Figure A.5 - Repère East-North-Up (ENU) dans le repère ECEF.	147
Figure A.6 - Repère code GEOMAG [WMM2015, NOAA].	149
Figure A.7 - Obtention du repère géomagnétique local (GEO) à partir du repère topocentrique-horizon.	150
Figure A.8 - Repère du LOS et géomagnétique (GEO).	151
Figure A.9 - Plan transverse au LOS temporaire et final.	152
Figure A.10 - Composantes du champ magnétique dans le repère ECEF (en μT). La position de Dakar est marquée par un X.	153
Figure A.11 - Composantes du vecteur directeur du LOS normalisé dans le repère ECEF. La position de Dakar est marquée par un X.	154
Figure A.12 - Composantes du vecteur U du plan transverse au LOS normalisé dans le repère ECEF. La position de Dakar est marquée par un X.	154
Figure A.13 - Composantes du vecteur V du plan transverse au LOS normalisé dans le repère ECEF. La position de Dakar est marquée par un X.	154
Figure A.14 - Angles γ et ψ descriptifs de la géométrie utilisée. La position de Dakar est marquée par un X.	155
Figure A.15 - Mouvement de l'IPP dans différents repères, A) système de coordonnées ECEF, B) système de coordonnées du LOS.	158

LISTE DES TABLEAUX

<i>Tableau 2.1 – Paramètres de simulation équatoriale.</i>	49
<i>Tableau 3.1 – Configuration initiale.</i>	60
<i>Tableau 3.2 - Comparaison de l'indice S_4 estimé dans plusieurs configurations, avant et après receptr.</i>	64
<i>Tableau 3.3 - Comparaison de l'indice σ_ϕ estimé dans plusieurs configurations, avant et après receptr.</i>	64
<i>Tableau 5.1 – Configuration équatoriale test de l'inversion des données ionosphériques.</i>	95
<i>Tableau 5.2 – Paramètres du spectre de log-amplitude synthétique calculés analytiquement et estimés à partir du spectre synthétique.</i>	97
<i>Tableau 5.3 – Paramétrisation des spectres générés pour le test de l'inversion systématique des données.</i>	98

INTRODUCTION

Dans le domaine du positionnement par satellite, l'un des enjeux consiste à fournir une accessibilité continue à l'information de navigation pour l'utilisateur. Par exemple, le contrôle de la position et de la vitesse d'un véhicule en temps réel est essentiel à sa sécurité. À l'heure où le GNSS est de plus en plus utilisé pour des applications critiques telles que la navigation aérienne, l'idée de perdre brutalement l'accès à l'information fournie par les satellites est donc difficilement envisageable. Pourtant, l'accessibilité au signal n'est aujourd'hui pas garantie. En effet, l'ionosphère, qui contient la majorité du plasma de notre atmosphère, est une cause de potentielles coupures imprévues. Cette couche est communément caractérisée par les particules électroniquement chargées qui la composent. Elle se situe entre 100 et 1000 kilomètres d'altitude autour de la terre, bien en-dessous des satellites GNSS en orbite à 20 000 kilomètres au-dessus du globe. Les fluctuations turbulentes de la densité électronique dans l'ionosphère induisent parfois un phénomène particulier : la scintillation. Ce phénomène est particulièrement présent aux latitudes équatoriales. La scintillation ionosphérique provoque, au niveau du récepteur, des variations rapides de l'amplitude et de la phase du signal. Dans le cas de l'utilisation d'un système GNSS, ces perturbations peuvent mener à une indisponibilité provisoire de la liaison. **L'objectif de cette thèse est d'exploiter le signal GNSS reçu pour en déduire divers paramètres descriptifs de la turbulence ionosphérique.** La connaissance de ces paramètres est un prérequis dans la compréhension des phénomènes mis en jeu lors de l'apparition de scintillation ionosphérique. L'objectif final est d'être capable de prévenir l'utilisateur d'une potentielle rupture de la liaison GNSS, permettant de pallier la perte d'information. L'étape de la caractérisation de l'ionosphère turbulente est donc nécessaire pour le développement de systèmes temps réels robustes à la scintillation tels que les systèmes de navigation par satellite.

Les travaux de la littérature concernant la modélisation de la propagation à travers l'ionosphère turbulente, l'impact du récepteur sur le signal ainsi que sur l'inversion des données mesurées sont présentés dans les paragraphes suivants.

[Galiègue, 2015] et [Galiègue *et al.*, 2016] ont modélisé la propagation ionosphérique pour une large gamme de fréquences en 2D et 3D. Leurs travaux ont montré que l'utilisation d'un modèle de propagation 2D pouvait ne pas être satisfaisante à l'équateur. [Galiègue *et al.*, 2016] a proposé une correction des indices de scintillation ionosphérique au biais induit par l'utilisation d'un modèle 2D par rapport au modèle 3D en fonction de la géométrie de la liaison, et des paramètres descriptifs de la turbulence ionosphérique. Ce travail a permis de quantifier l'erreur potentiellement introduite par un schéma réductionnel 2D quant à l'estimation des effets de scintillation ionosphériques. Sous l'hypothèse de faibles perturbations (hypothèse de Rytov), un modèle analytique 3D a permis de lier les paramètres ionosphériques aux observables en réception. En revanche, la limite de validité en forte perturbation de ce modèle est inconnue. De plus, le formalisme analytique 3D n'a pas été utilisé dans l'optique d'une inversion des données GNSS de scintillation.

Par ailleurs, [Van Dierendonck *et al.*, 1993] et [Conker *et al.*, 2003] ont étudié l'influence de la scintillation ionosphérique sur le signal GNSS. Leurs travaux s'axent sur la définition du meilleur filtrage du signal GNSS permettant de s'affranchir des effets parasites liés à ce système, et sur la meilleure estimation des indices de scintillation à partir d'un signal GNSS. Leurs conclusions n'ont toutefois pas été couplées à un modèle analytique de la scintillation ionosphérique pour pouvoir les vérifier, et les adapter à l'inversion de données.

[Fremouw *et al.*, 1984] et [Secan *et al.*, 1995] ont développé un modèle, appelé WideBand MODel, ou WBMOD. Ce modèle est capable de donner en n'importe quel point du globe et pour un certain pourcentage du temps une estimation des paramètres turbulents responsables des effets de scintillation

ionosphérique à une date donnée. Il allie un modèle empirique de description des irrégularités ionosphériques nommé EDIM (issu de l'analyse et de l'inversion partielle de données de scintillation) et un modèle de propagation nommé SCNPROP développé en grande partie à partir des travaux de Rino [Rino, 1979]. WBMOD permet de connaître la distribution spatiale des irrégularités ionosphériques, et leur influence sur le signal. Les données utilisées pour développer le modèle WBMOD à l'équateur proviennent entre autres du satellite Wideband [Fremouw *et al.*, 1984] qui a été exploité depuis Kwajalein (océan Pacifique) et Ancon (Pérou), et du réseau d'observation de L'US Air Force, situé sur l'île d'Ascension (océan Atlantique Sud), à Huancayo (Pérou) et à Manille (Philippines) [Secan *et al.*, 1995]. Ce modèle permet donc d'obtenir les paramètres du milieu et une estimation de la scintillation ionosphérique à partir d'un paramétrage régressé sur des données spécifiques en nombre limité, et relativement anciennes. Par exemple, aucune donnée utilisée pour le développement n'est issue d'Afrique, un continent traversé par l'équateur magnétique sur plus de 5000km. Or, la scintillation est un phénomène très variable spatialement ainsi que d'un jour à l'autre. WBMOD ne permet pas non plus de connaître certains paramètres du milieu tel que l'anisotropie des irrégularités ionosphériques, pourtant essentielle pour la validité des schémas réductionnels 3D/2D.

[Rino, 1979] a développé un modèle de propagation qui a été adapté à l'inversion numérique [Rino *et al.*, 2016], [Carrano *et al.*, 2016]. L'approche est valide dans les régimes de faible et forte perturbation en zone équatoriale, mais il repose sur un formalisme 2D. La recherche des paramètres correspondant à la situation observée a été effectuée via une méthode d'optimisation des moindres carrés. Le développement de l'algorithme d'inversion leur a permis de retrouver des paramètres descriptifs de la turbulence ionosphérique correspondant à une situation observée, et à en obtenir des statistiques, mais le paramétrage estimé est limité, notamment en termes d'anisotropies et de vitesse de déplacement du milieu. De plus, ce travail n'a pas été mené en 3D, les auteurs ayant considéré que l'hypothèse d'une propagation 2D était raisonnable autour de l'équateur magnétique. L'inversion numérique est également un obstacle à un sondage temps réel de l'ionosphère turbulente.

Ainsi, nous pouvons identifier quatre limites aux travaux ayant été décrits ci-dessus : les modèles analytiques de propagation 3D à travers l'ionosphère turbulente, valides dans toutes les configurations, n'ont pas été couplés avec un modèle de récepteur dans l'optique d'une inversion de données systématique. Un modèle moyen du milieu n'est pas suffisant pour la mise en œuvre des applications à forte disponibilité de service. Le caractère numérique de la stratégie d'inversion existante limite une utilisation temps-réel. Enfin, le modèle de propagation dont elle est issue est un modèle 2D, dont la validité est discutable à l'équateur, et dont le formalisme ne permet pas de caractériser tous les paramètres décrivant l'ionosphère turbulente.

Il s'agit par conséquent de proposer une stratégie originale d'inversion systématique de la scintillation ionosphérique mesurée par des systèmes GNSS pour en déduire des paramètres descriptifs de la turbulence ionosphérique 3D en zone équatoriale.

Dans le premier chapitre, les spécificités équatoriales de la scintillation ionosphérique sont investiguées, et une modélisation statistique du milieu est proposée. Les indices classiquement utilisés pour décrire la scintillation ionosphérique sont rappelés. L'anomalie équatoriale génère les irrégularités ionosphériques responsables de la scintillation ; leurs variabilités ainsi que les mécanismes physiques leur donnant naissance sont décrits afin de mieux comprendre le phénomène de scintillation ionosphérique à l'équateur, et donc de pouvoir plus précisément le modéliser. Enfin, la modélisation statistique du milieu turbulent par un spectre de Schkarofsky est proposée. Ce spectre contient plusieurs paramètres qui sont analysés.

Dans le second chapitre la modélisation du phénomène de scintillation ionosphérique par résolution de l'équation d'Helmholtz est conduite numériquement puis analytiquement. Un modèle numérique de type

Parabolic Wave Equation / Multiple Phase Screen (PWE/MPS) qui se prête très bien à la modélisation de la propagation d'ondes en milieu ionosphérique turbulent est étudié. Un modèle analytique est ensuite développé en phase et en amplitude, sachant que ce modèle permet un lien direct entre observables et paramètres ionosphériques. L'équation d'Helmholtz est ici résolue sous l'hypothèse de faible perturbation (ou hypothèse de Rytov). Enfin, l'étude de l'existence des régimes de forte et faible perturbation a été menée par comparaison entre les modèles numériques et analytiques, le régime de faible perturbation étant une formulation asymptotique de la théorie de la forte perturbation. Le but est donc d'évaluer la validité de l'hypothèse de Rytov afin de mettre en évidence la frontière entre les deux régimes sur une étude de cas.

Dans le troisième chapitre, l'objectif est d'étudier l'influence du traitement GNSS sur le signal en réception ayant subi les effets de la scintillation ionosphérique. Afin de se rapprocher du cadre applicatif, il est en effet nécessaire d'évaluer la contribution potentielle du codage PRN et des effets du récepteur sur les données de scintillation. Pour cela, l'étude de la méthode d'obtention des spectres du signal et des indices de scintillation à partir d'un signal GNSS est menée. L'influence de l'architecture du signal et du récepteur GNSS sur l'estimation de la scintillation ionosphérique est donc modélisée. Elle permet d'évaluer l'impact de la chaîne de réception GNSS sur les données de scintillation.

Dans le quatrième chapitre la base de données équatoriale SAGAIE est étudiée. Celle-ci est composée de signaux GNSS collectés en cinq stations d'Afrique subsaharienne autour de l'équateur magnétique pendant plus de trois ans. Le réseau de récepteurs SAGAIE est déployé dans un environnement géographique privilégié pour étudier le phénomène de scintillation ionosphérique. Sa capacité à mettre en évidence les caractéristiques de la scintillation ionosphérique rapportées dans la littérature est mise en évidence. Une étude approfondie de l'indice d'amplitude est également menée afin de connaître les variations de la scintillation ionosphérique en fonction de la saison et de l'heure locale notamment.

L'algorithme d'inversion systématique des données GNSS est décrit dans le cinquième chapitre. La stratégie d'inversion repose sur le modèle de propagation analytique développé sous l'hypothèse de Rytov. Cette stratégie lie analytiquement le spectre du signal en réception aux paramètres du milieu. Elle a pour objectif d'inverser plusieurs paramètres en même temps, et ainsi de n'effectuer que peu d'hypothèses sur l'état du milieu.

Enfin, l'analyse statistique des paramètres descriptifs de la turbulence ionosphérique obtenus après inversion de la base de données SAGAIE est présentée dans le sixième chapitre. Au total, ce sont plus de 130 000 évènements qui sont inversés par l'algorithme. L'étude qui les exploite se positionne avantageusement par rapport à la littérature. Leur analyse permet l'établissement de tendances statistiques sur tous les paramètres inversés. Certaines sont originales, d'autres permettent une comparaison avec la littérature. Ce travail inédit ainsi que les outils originaux utilisés fournissent un socle important à l'étude de la climatologie de l'ionosphère équatoriale à partir de données GNSS.

CHAPITRE 1 : PHÉNOMÉNOLOGIE DE LA SCINTILLATION

IONOSPHERIQUE EN ZONE ÉQUATORIALE

La zone équatoriale de l'ionosphère est le siège de variations importantes de la densité électronique en fonction de l'altitude, de l'heure locale, et de la saison. Dans ce chapitre, ces variations sont étudiées. Le but est de dégager une caractérisation de la scintillation ionosphérique équatoriale, et de proposer une méthode adaptée à sa description et à la modélisation du milieu. La description de l'ionosphère et le phénomène de scintillation sont abordés dans un premier temps. Ensuite, les principaux phénomènes de dynamique plasmique à l'équateur sont étudiés. Enfin, la modélisation de la liaison radioélectrique et la modélisation statistique du milieu sont présentées.

1.1 INTRODUCTION AU PROBLÈME DE SCINTILLATION IONOSPHERIQUE

1.1.1 MODÈLE EN COUCHES DE L'IONOSPHERE

L'ionosphère est la couche de notre atmosphère située entre environ 70 et 1000 km d'altitude, ses frontières n'étant pas précisément définies [Kenneth, 1990]. Cette couche ne rentre cependant pas dans la stratification verticale habituelle de l'atmosphère et pour cause : celle-ci est basée sur les variations de températures en fonction de l'altitude, comme présenté dans la Figure 1.1.

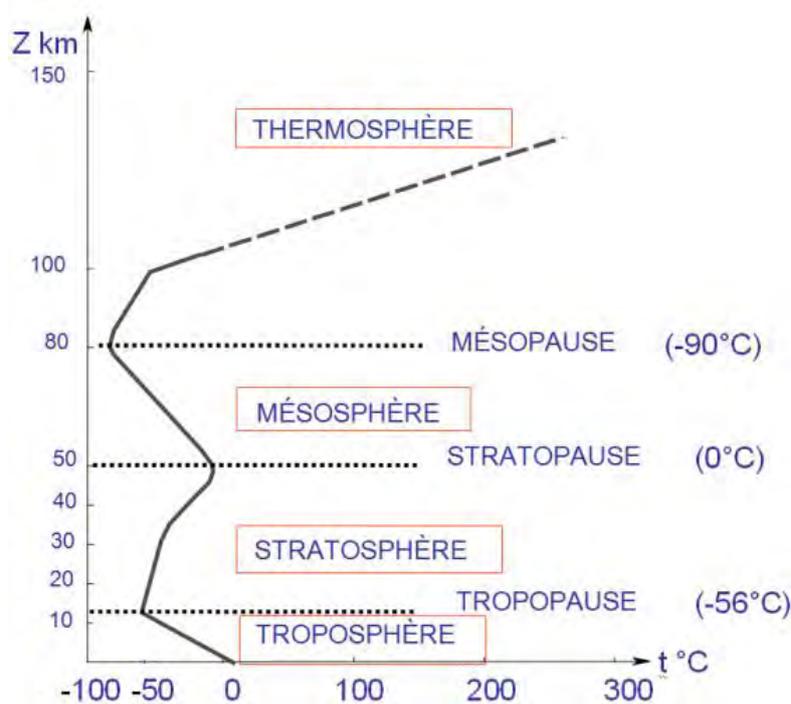


FIGURE 1.1- DÉCOUPAGE EN COUCHES DE L'ATMOSPHERE TERRESTRE.
SOURCE : EDUCATION.MÉTÉOFRANCE.FR.

Or, les frontières de l'ionosphère, de même que son nom, sont données par les éléments qui la composent : des particules chargées. Des ions donc, mais également des électrons libres. Ils sont issus, via l'irradiation par les rayonnements X et ultraviolets du soleil, d'atomes et molécules neutres. Les éléments subissant majoritairement cette dissociation sont les molécules de dioxygène (O_2), de diazote (N_2) ainsi que les atomes d'oxygène (O) [Hunsucker *et al.*, 2003]. Les ions se recombinent ensuite entre eux pour former des molécules ou des atomes neutres (majoritaires) : la structure de la couche est donc fonction de l'équilibre de la réaction chimique. Celui-ci dépend de l'altitude : d'où un classement de l'ionosphère en plusieurs sous-couches comme présenté dans la Figure 1.2.

Ces sous-couches possèdent des caractéristiques particulières. La Figure 1.3 propose des modélisations du profil vertical de densité électronique de l'ionosphère en fonction de l'altitude, de l'activité solaire (l'année 1991 est maximale en terme d'activité solaire, et 2009 est un minimum) et de la période jour-nuit aux latitudes moyennes obtenues grâce au modèle IRI [Bilitza, 2001], [Bilitza *et al.*, 2014].

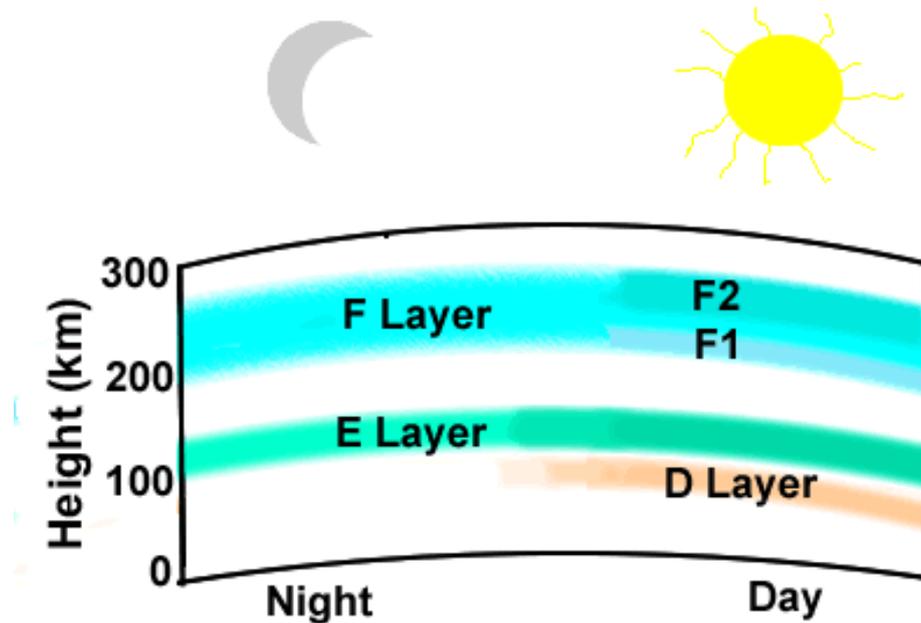


FIGURE 1.2 - COUCHES DE L'IONOSPHERE TERRESTRE.
SOURCE : MONTGOMERY RESEARCH GROUP.

- La couche D est située entre 70 et 90km d'altitude. On y trouve principalement de l'oxyde d'azote (NO), et les ions positifs NO^+ et O^+ ainsi que l'ion négatif O_2^- qui le jour se scinde en $O_2 + e^-$ sous l'effet du soleil. En raison de leur poids, il est possible d'y trouver également des ions lourds [Mushini, 2012].
- La couche E s'étend de 90 à 150km d'altitude, avec un pic d'ionisation entre 100 et 120km. Les éléments chargés majoritairement présents dans la couche sont les ions O_2^+ , N_2^+ et NO^+ [Kenneth, 1990] [Hunsucker *et al.*, 2003]. La source principale d'ionisation de la couche étant l'énergie solaire, la densité électronique diminue fortement du côté nuit, tandis qu'elle peut parfois augmenter de façon « anormale » du côté jour jusqu'à donner naissance au phénomène de couche E sporadique qui est toujours étudié de nos jours [Pignalberi *et al.*, 2014].
- La couche F se situe entre 150km d'altitude et le bas de la plasmasphère, aux alentours de 1000km d'altitude. Elle contient la majorité du plasma ionosphérique. Comme représenté dans la Figure 1.3, sous certaines conditions liées à l'heure locale, le jour de l'année ou la latitude moyenne, cette couche peut potentiellement être scindée en deux couches distinctes : F1 et F2. La couche F1 est particulièrement prononcée de jour, l'été et lors de minimums solaires. Elle a tendance à fusionner avec la couche F2 lors de la nuit, pour donner une couche unique F. La couche F2 est peu sensible aux variations jour-nuit car la pression atmosphérique décroît fortement avec l'altitude dans cette couche. La majorité de la masse se trouve entre 200 et 400km d'altitude [Kenneth, 1990]. Malgré le fait que la couche F soit source de moins d'ionisation, la densité électronique y est importante en raison des réactions entre les atomes d'oxygène (O) et les molécules de diazote (N_2) [Mushini, 2012]. C'est cette région qui donne naissance au phénomène de scintillation, et qui va donc nous intéresser plus particulièrement.
- La plasmasphère est la zone située au-delà de 1000km d'altitude, où l'ionosphère rencontre les couches basses de la magnétosphère. Les ions qui l'occupent sont majoritairement des protons (H^+).

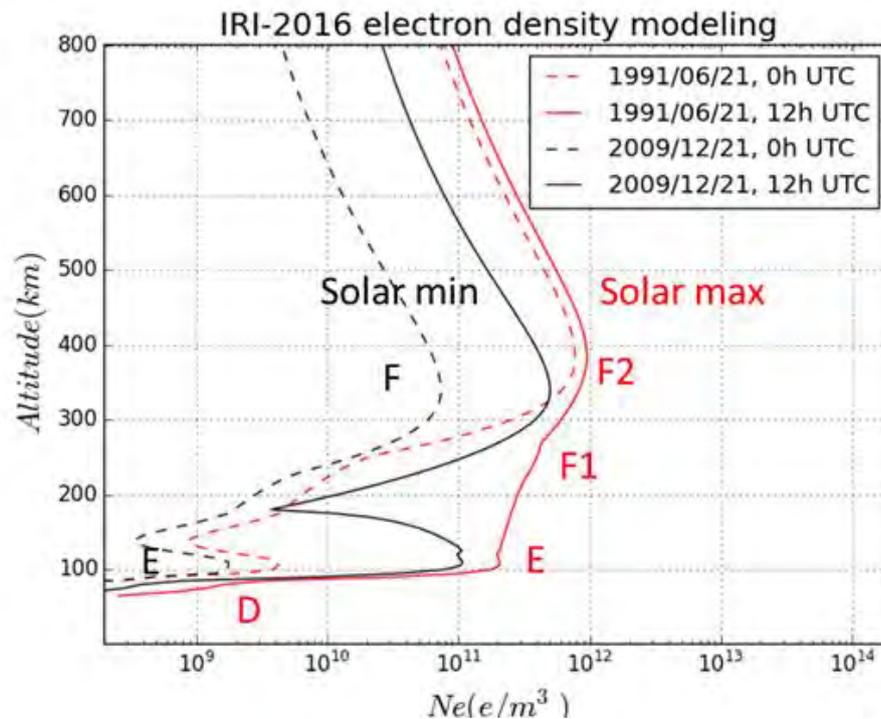


FIGURE 1.3 – PROFIL VERTICAL DE LA DENSITÉ ELECTRONIQUE DE L'IONOSPHERE AUX LATITUDES MOYENNES AUX SOLSTICES OBTENU À PARTIR DU MODÈLE IRI-2016 [BILITZA, 2001] [BILITZA ET AL., 2014].

1.1.2 CHAMP MAGNÉTIQUE TERRESTRE

L'ionosphère équatoriale est soumise au champ magnétique terrestre. L'origine du champ magnétique est un sujet qui est toujours à l'étude. Dans de récentes recherches, [Jacobson *et al.*, 2017] tendent à montrer que son origine remonte à la collision entre la terre et un astre de la taille de Mars il y a 4.5 milliards d'années (hypothèse de l'impact géant, toujours sujette à débat), qui aurait changé les états de la matière sur terre et enclenché un effet dynamo toujours actif, en plus d'expliquer la création de notre satellite, la Lune. Sur Mars, des collisions avec des objets spatiaux de différentes tailles auraient successivement expliqué l'apparition d'un champ magnétique partiel (couvrant l'hémisphère Sud de la planète uniquement), puis sa disparition, laissant la planète rouge aujourd'hui avec un champ magnétique 40 fois inférieur à celui de la Terre [Stanley *et al.*, 2008]. Ce champ n'est plus dû qu'aux minéraux ayant été formés à l'époque où le champ magnétique était existant, et ayant donc été magnétisés à cette époque, comme le montre la Figure 1.4 où les lignes de champ de la Terre et de Mars sont représentées, leur taille est proportionnelle à leur force. Les lignes de champ martiennes ne sont dues qu'à des blocs minéraux donnant un comportement magnétique localisé, réparties majoritairement sur la surface de l'hémisphère Sud de la planète rouge. Sur Terre en revanche, le champ magnétique possède une symétrie de révolution (en première approximation), et ses propriétés diffèrent suivant la localisation, mais s'étendent à l'ensemble de la planète.

L'absence de champ magnétique important sur Mars a par exemple conduit à la fuite de l'atmosphère martienne. La mission MAVEN de la NASA devrait permettre d'en connaître plus sur le sujet dans les années à venir. Quant à Venus, qui possède une composition minérale proche de celle de la Terre, elle n'a tout simplement jamais été magnétisée. Alors que posséder une ionosphère est commun à l'ensemble des planètes du système solaire, la présence d'un champ magnétique comparable à celui de la Terre l'est moins. A l'équateur en particulier, l'angle formé entre les lignes du champ magnétique et la surface terrestre est faible, pouvant même approcher la colinéarité conformément à la Figure 1.4. Ce champ magnétique terrestre est une des composantes de notre ionosphère ; il joue un rôle important sur l'organisation du plasma ionosphérique et sur la scintillation équatoriale en particulier.

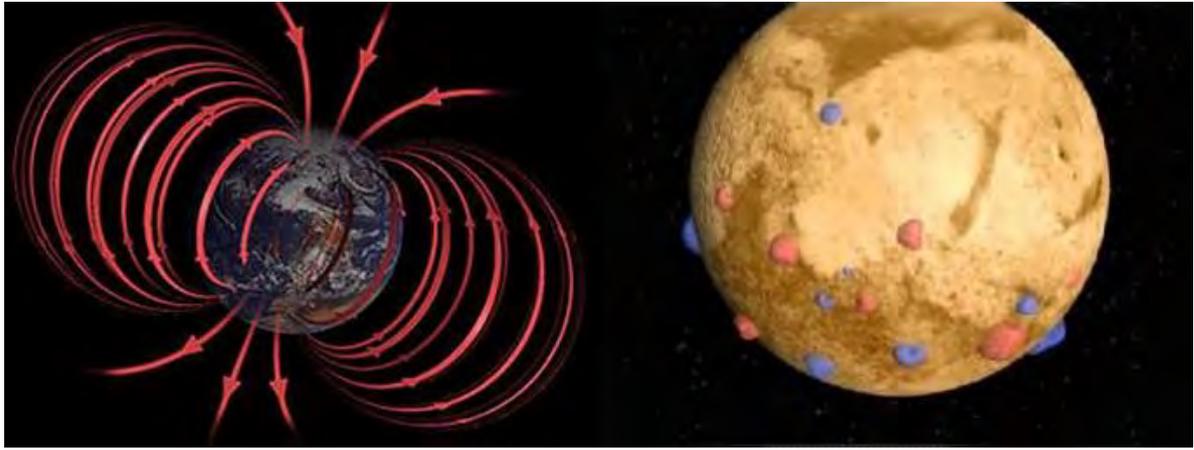


FIGURE 1.4 - ENVIRONNEMENTS MAGNÉTIQUES DE LA TERRE (À GAUCHE) ET DE MARS (À DROITE). SOURCE : NASA.

1.1.3 IMPACT DE L'IONOSPHERE SUR LA PROPAGATION DES ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES

L'ionosphère est un plasma électriquement neutre si elle est considérée dans son ensemble. C'est aussi un milieu turbulent en évolution constante : les recombinaisons font que localement, des zones de plusieurs centaines de kilomètres se détachent comme étant électriquement chargées, de charges positives (ions) ou négatives (électrons), ce qui engendre des modifications locales de l'indice de réfraction. L'effet est bien connu des ingénieurs sur les systèmes GNSS notamment : lorsqu'une onde électromagnétique traverse l'ionosphère, sa propagation est affectée d'un retard lié au phénomène de réfraction, c'est le retard ionosphérique. Ce retard occasionne des imprécisions et erreurs de positionnement importantes aux fréquences micro-ondes. Il est proportionnel à l'indice de réfraction du milieu, lui-même lié à la densité électronique via l'équation d'Appleton-Hartree (ici obtenue par développement limité au premier ordre) selon [Blelly *et al.*, 2007] :

$$n = 1 - \frac{N_e e^2}{8\pi^2 m_e^2 \epsilon_0 f^2}, \quad 1.1$$

où N_e est la densité électronique, en nombre d'électrons par m^3 , e est la charge d'un électron, m_e est sa masse, ϵ_0 est la permittivité diélectrique du vide, et f est la fréquence de l'onde considérée.

Conformément à 1.1, l'indice de réfraction du milieu, et donc le retard ionosphérique, est inversement proportionnel au carré de la fréquence du signal traversant la couche. Une manière d'estimer ce retard est d'utiliser un système bi-fréquence, comme le sont certains systèmes GNSS tels que GPS ou Galileo. Une autre manière de s'en affranchir dans le cas de l'utilisation d'un système monofréquence est de calculer le retard dû à l'ionosphère en différentes stations sols, puis de transmettre cette information via le message de navigation de l'utilisateur, qui connaîtra le retard qui lui est affecté en fonction de sa position. C'est cette correction qui est actuellement utilisée dans le système d'augmentation SBAS (pour Satellite-Based Augmentation System) européen EGNOS. Pour plus de détail sur le calcul du retard ionosphérique, nous envoyons le lecteur à [Mushini, 2012] et [Galiègue, 2015].

Si l'on réduit l'échelle d'observation, il est possible de remarquer dans certaines régions du globe que plusieurs structures spatiales de densités électroniques différentes cohabitent. À l'équateur, elles résultent souvent d'un déséquilibre causé par la transition jour/nuit, et donc de l'arrêt de la photo-ionisation de la couche. Ces structures sont appelées irrégularités ionosphériques. Leurs tailles sont très variables : de l'ordre du mètre à la dizaine de kilomètres. Leur caractère turbulent entraîne des fluctuations rapides de la densité électronique N_e . En différenciant l'équation 1.1, nous obtenons :

$$\Delta n = -\frac{\Delta N_e e^2}{8\pi^2 m_e^2 \epsilon_0 f^2} \quad 1.2$$

Δn et ΔN_e désignant les fluctuations turbulentes de l'indice de réfraction et de la densité électronique, respectivement.

Ainsi, conformément à 1.2, des fluctuations de densité électronique génèrent des fluctuations d'indice de réfraction. En réception, cet effet provoque des variations rapides de la phase et de l'amplitude du signal radioélectrique: c'est le phénomène de scintillation ionosphérique.

1.1.4 QUANTIFICATION DE LA SCINTILLATION

La scintillation ionosphérique a pour la première fois été observée en 1946 [Hey *et al.*, 1946]. À cette époque, les premiers satellites synthétiques commençaient à être observés sur terre, et la communauté pensait que la scintillation était due uniquement au récepteur. Néanmoins, après avoir observé à partir d'un même satellite et simultanément deux signaux en réception sujets à la scintillation à quelques kilomètres de distance l'un de l'autre, alors qu'un troisième récepteur à 200km de là ne l'était pas, on soupçonna une origine atmosphérique à ce phénomène [Smith *et al.*, 1950]. La scintillation ionosphérique a donc pu commencer à être étudiée. Contrairement aux effets de réfraction, la scintillation ne peut pas être corrigée, puis compensée. En effet, ce processus a un effet irréversible sur le signal. Il se traduit généralement par des fluctuations rapides de l'amplitude et de la phase du signal, conformément à la Figure 1.5 où le satellite GPS au PRN 31 est observé depuis Dakar le 12 mars 2014 (période d'équinoxe de printemps) à 23h15. La puissance du signal normalisée à 0dB est tracée en fonction du temps (en secondes).

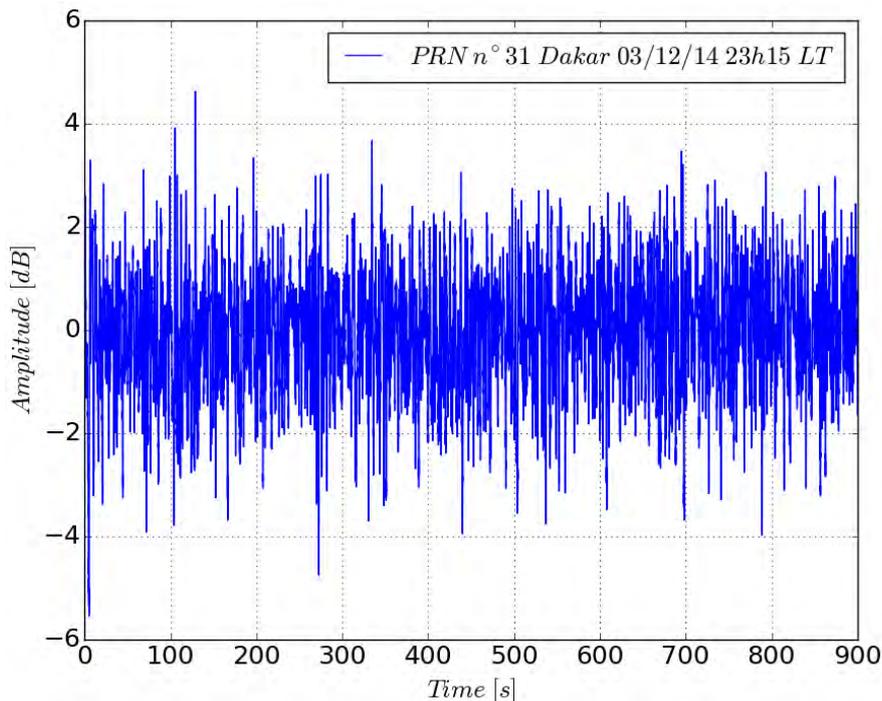


FIGURE 1.5 - AMPLITUDE (EN DB) DU SIGNAL GPS PRN 31 OBSERVÉ DEPUIS DAKAR ENTRE 23H15 ET 23H30 EN FONCTION DU TEMPS (EN SECONDES, PRIS À 0 AU DÉBUT DE LA LIAISON). LA SCINTILLATION D'AMPLITUDE EST VISIBLE SUR CET ÉCHANTILLON.

Sur cette figure, nous observons des fluctuations rapides du signal pouvant aller de +5dB à -5dB en quelques secondes. Celles-ci sont le résultat de multitrajets interférentiels entre l'onde parvenant directement au récepteur et celles arrivant après diffusion turbulente sur les irrégularités ionosphériques [Wheeler, 2003].

La scintillation est donc un reflet des variations rapides de l'indice de réfraction de la couche turbulente de l'ionosphère. Classiquement, son impact sur l'amplitude et la phase du signal en réception est quantifié par deux indices :

- L'indice d'amplitude, noté S_4 , est défini par [Wernik *et al.*, 1974] :

$$S_4 = \sqrt{\frac{\langle SI^2 \rangle - \langle SI \rangle^2}{\langle SI \rangle^2}}, \quad 1.3$$

où SI est l'intensité du signal, et $\langle SI \rangle$ sa valeur moyenne sur une durée fixée dont la valeur n'est pas standardisée. Une majorité d'auteurs ([Van Dierendonck *et al.*, 1993],[Conker *et al.*, 2000], [Mushini, 2012]) utilisent néanmoins une durée de 60 secondes pour effectuer cette moyenne.

D'après [Wheelon, 2003], il est possible d'écrire :

$$S_4^2 = \frac{\langle SI^2 \rangle - \langle SI \rangle^2}{\langle SI \rangle^2} = e^{4\langle \chi^2 \rangle} - 1, \quad 1.4$$

où $\langle \chi^2 \rangle$ est la variance de la log-amplitude χ du signal pour laquelle $\langle \chi \rangle = 0$. La formulation 1.4 est particulièrement intéressante, car dans le cas où la grandeur $\langle \chi^2 \rangle$ est proche de 0, c'est-à-dire dans le cas où la perturbation liée à la scintillation ionosphérique est faible, un développement limité à l'ordre 1 permet d'écrire :

$$S_4^2 \approx 4\langle \chi^2 \rangle. \quad 1.5$$

Cette hypothèse de faible perturbation est discutée au chapitre 2.

- L'indice de phase, noté σ_φ , se définit comme l'écart-type de la phase du signal en réception φ (de moyenne $\langle \varphi \rangle = 0$) soit :

$$\sigma_\varphi = \sqrt{\langle \varphi^2 \rangle - \langle \varphi \rangle^2} = \sqrt{\langle \varphi^2 \rangle}. \quad 1.6$$

Ces indices croissent avec l'intensité de la scintillation ionosphérique. Il est d'usage de dire que la scintillation en bande L est faible dès lors que $S_4 < 0.3$ et $\sigma_\varphi < 0.3$, et que la scintillation est forte dès lors que $S_4 > 0.6$ et $\sigma_\varphi > 0.6$ [Mushini, 2012]. Du point de vue du système GNSS, une scintillation faible n'aura que peu d'impact sur un récepteur, tandis qu'une scintillation forte dégradera fortement la liaison, jusqu'à entraîner un possible décrochage des boucles de poursuite du code et de la porteuse du signal [Kaplan *et al.*, 2005].

Les effets de la scintillation ionosphérique sont sensibles sur les systèmes opérant à des fréquences inférieures à 12GHz [ITU-R, 2012].

1.1.5 MESURES DE SCINTILLATION À L'ÉQUATEUR

La scintillation ionosphérique à l'équateur a été observée et caractérisée dans la littérature. Dans cette partie, une étude de la scintillation ionosphérique équatoriale et de sa variabilité temporelle est présentée aux fréquences GNSS.

[Krishna Moorthy *et al.*, 1978] ont étudié la scintillation d'amplitude à différentes fréquences. Le travail est effectué sur des fréquences inférieures au GNSS, mais il semble que le type de scintillation impactant la bande L débiterait après le coucher du soleil, pour avoir un pic entre 22h et minuit, heure locale. Un pic de scintillation durant les mois d'équinoxes est également observé ainsi qu'une disparition totale de la scintillation lors du solstice d'été.

[Aarons, 1993] met en avant la grande diversité des caractéristiques de la scintillation équatoriale en fonction de la longitude étudiée, et il rapporte que la variabilité saisonnière et horaire de la scintillation d'amplitude n'est pas la même suivant que l'on se place dans le Pacifique central, en Inde ou dans la région de l'Atlantique. Deux figures sont présentées en exemple.

Tout d'abord, la Figure 1.6 représente le pourcentage d'apparition d'une intensité de signal SI supérieure à 15 dB en fonction de l'heure locale et du mois de l'année 1980 et une partie de l'année 1981 à une fréquence de 1.5GHz (bande L). Nous remarquons une absence quasi-totale de scintillation d'amplitude lors du solstice d'été, tandis que la scintillation est toujours présente lors du solstice d'hiver. Elle est fortement marquée aux équinoxes.

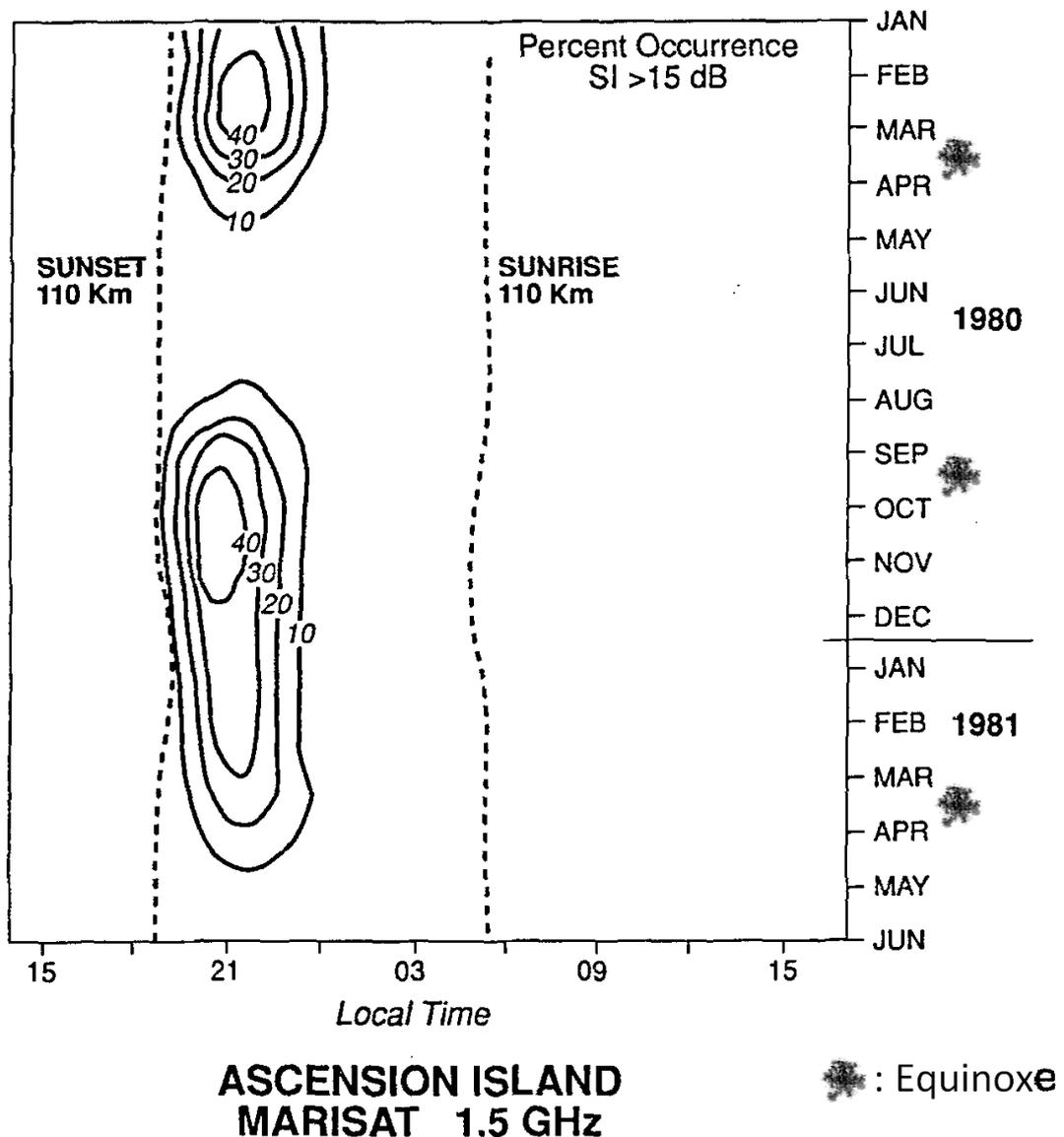


FIGURE 1.6 - SCINTILLATION D'AMPLITUDE EN FONCTION DU MOIS DE L'ANNÉE ET DE L'HEURE LOCALE À L'ILE D'ASCENCION (ATLANTIQUE). EXTRAIT DE [AARONS, 1993]

Ensuite, en Figure 1.7, nous observons le pourcentage moyen mensuel d'apparition de scintillation d'amplitude à 4GHz à Suva, Fidji entre septembre 1978 et mars 1983. Cette fréquence d'étude, légèrement supérieure aux fréquences de la bande L, sous-estime légèrement la scintillation qui se serait produite en bande L. Cette fois, c'est au niveau du solstice d'hiver que la scintillation est complètement absente, tandis que les deux équinoxes sont très marqués, et qu'il existe de la scintillation au solstice d'été. Comparativement avec la Figure 1.6, la variation de longitude (alors que la latitude est assez similaire)

donne donc une variation de l'indice d'amplitude différente en fonction de la saison avec toutefois des similitudes marquées (mois d'équinoxe notamment).

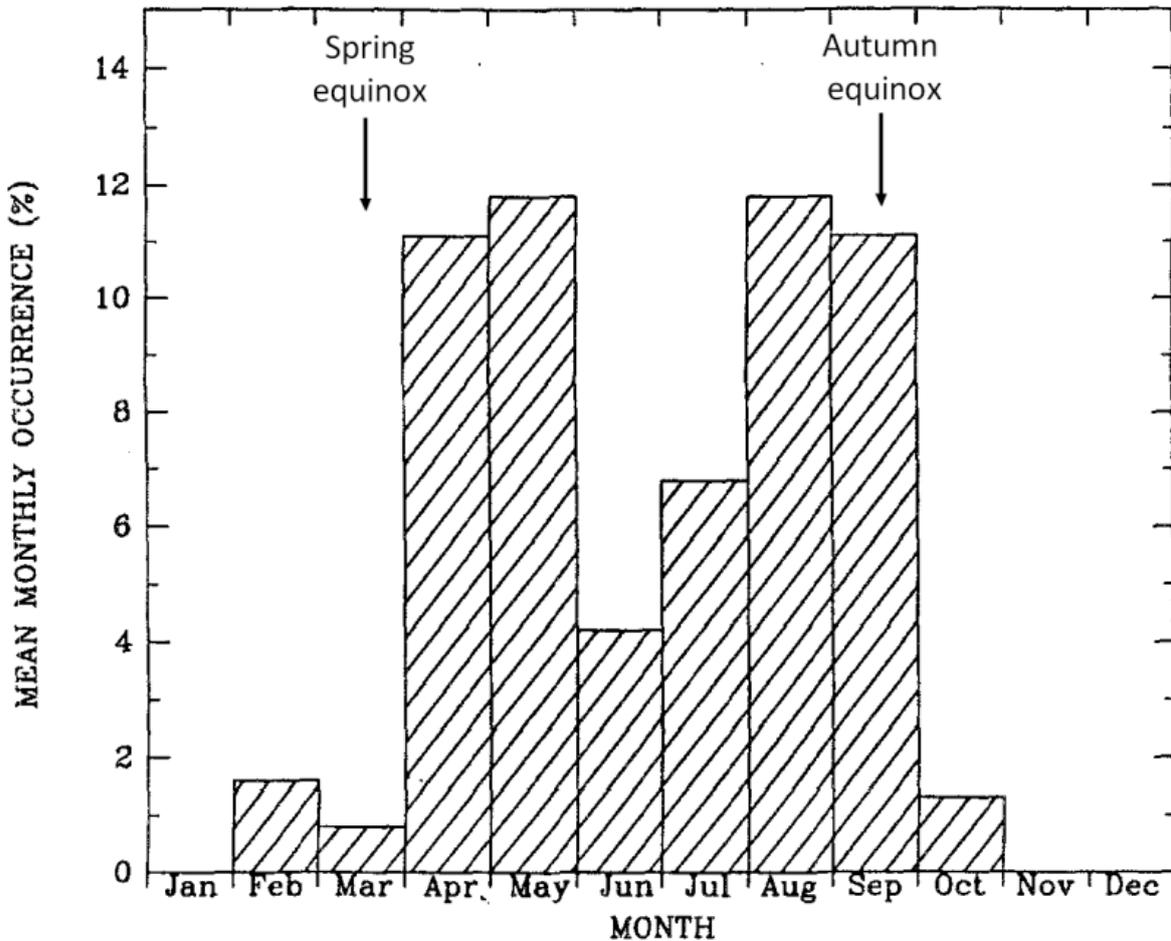


FIGURE 1.7 - POURCENTAGE MOYEN MENSUEL DE SCINTILLATION D'AMPLITUDE À SUVA, FIDJI ENTRE 09/78 ET 03/83. EXTRAIT DE [BUONSANTO ET AL., 1987].

Récemment, des mesures GNSS ont été étudiées par [Moraes *et al.*, 2017] entre le 1^{er} novembre 2014 et le 30 mars 2015, période de forte scintillation au Brésil. L'analyse s'est portée sur 3 fréquences utilisées par le système GPS : L5 (1176.45MHz), L2C (1227.60 MHz), L1 (1575.42 MHz). La Figure 1.8 extraite de [Moraes *et al.*, 2017] montre la variation horaire du S_4 sur cette période, pour $S_4 > 0.3$, et pour une élévation minimale de 30° . La variation du S_4 est cette fois encore comparable aux autres résultats de la littérature, avec sur toutes les fréquences, une croissance après 20h heure locale, un pic entre 22h et 00h heure locale, puis une décroissance.

La scintillation ionosphérique équatoriale semble donc présenter des spécificités : tandis qu'elle est particulièrement présente aux équinoxes, elle semble plus faible ou absente au niveau des solstices. Au niveau de la variation horaire, l'ensemble des événements de scintillations équatoriales mesurés l'ont été entre le coucher du soleil et le milieu de la nuit. La variabilité de la scintillation en longitude est importante et anime toujours la communauté.

Ainsi, il semble important de comprendre les facteurs de dynamiques plasmiques influant sur l'ionosphère entre le coucher du soleil et le milieu de la nuit, dans le but de comprendre les variations spatiales du plasma ionosphérique à l'origine des scintillations ionosphériques. Cette analyse est menée dans la partie 1.2.

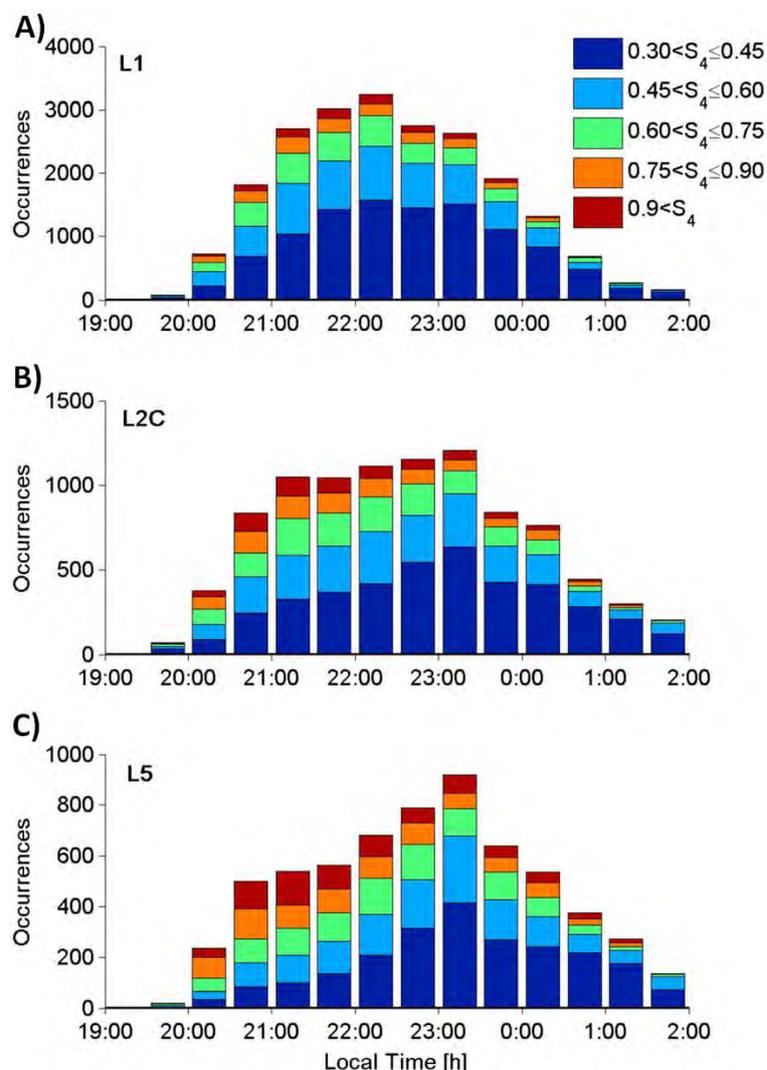


FIGURE 1.8 - INDICE S_4 EN FONCTION DE L'HEURE LOCALE POUR 3 FRÉQUENCES GNSS DIFFÉRENTES - A) L1, B) L2C, C) L5 - À SÃO JOSÉ DOS CAMPOS, BRÉSIL ENTRE NOVEMBRE 2014 ET MARS 2015 À UNE ÉLÉVATION DE 30° MINIMALE. EXTRAIT DE [MORAES ET AL., 2017].

1.2 SPÉCIFICITÉS DE L'IONOSPHERE ÉQUATORIALE

Le plasma ionosphérique à l'équateur est continuellement en mouvement. Le champ magnétique, la conductivité du milieu et les déplacements de particules neutres influent sur les mouvements des particules chargées. L'étude de ces mouvements permet de comprendre l'apparition des phénomènes équatoriaux caractéristiques, et de mieux appréhender l'étude de la scintillation ionosphérique. Cette partie s'attache donc à décrire la dynamique ionosphérique équatoriale des particules chargées.

1.2.1 FACTEURS DE DYNAMIQUE PLASMIQUE

A l'équateur, l'ionosphère est sujette à des mouvements de particules neutres importants. Ils sont dénommés vents neutres ou vents thermosphériques, et ne doivent pas être confondus avec les mouvements de particules chargées, appelés dérive ou « drift ». Nous parlerons donc de vitesse de vent ou de vitesse de dérive suivant que l'on caractérise un mouvement de particules neutres ou de particules chargées.

Le but de cette partie est de comprendre les liens existants entre les vitesses de vents neutres et les vitesses de dérives des particules chargées. En particulier, nous verrons que via un processus physique complexe, le couplage entre vents neutres et champ magnétique terrestre entraîne l'apparition de vitesses de dérive des particules chargées.

Les vents thermosphériques sont observés entre 75 et 200km d'altitude. Ils résultent principalement de gradients de pression importants liés à des différences de température. L'absorption des UV solaires est la forme de chauffage principale de l'ionosphère, mais d'autres sources de chauffage peuvent être citées, telles que les collisions entre particules, et les frictions entre gaz neutre et ions [McDonald *et al.*, 2012]. Les vents varient avec l'altitude, et les modèles développés pour rendre compte de leurs variations sont relatifs à la couche E [Tarpley, 1970] et à la couche F [Herrero *et al.*, 1986]. Dans ces deux couches, les vents sont en effet différents en raison de viscosités moléculaires différentes. C'est à l'intérieur de ces couches que la majorité de la dérive des éléments chargés du plasma a lieu. Si les vents neutres et les dérives des particules chargées (électrons, ions) ne sont pas similaires en terme de variation, d'amplitude et de direction, un couplage existe.

Notons le champ magnétique terrestre \vec{B} et $\underline{\underline{\sigma}}$ le tenseur de conductivité de la couche considérée (E ou F).

La dynamique des particules chargées en fonction du champ magnétique du milieu, des vents thermosphériques et de la conductivité est décrite ci-après. **L'objectif n'est pas d'obtenir un lien analytique entre vent neutre et vitesse de dérive**, mais uniquement de **comprendre qualitativement l'ensemble du processus résultant en l'apparition d'une vitesse de drift du plasma ionosphérique responsable du phénomène de scintillation**.

L'électrodynamique de l'ionosphère est régie par l'équation du mouvement dictant l'évolution temporelle de sa vitesse. Pour les ions (supposés monochargés positivement), cette équation s'écrit [Blelly *et al.*, 2007]:

$$\vec{\nabla} p_i - n_i m_i \vec{g} - n_i e (\vec{E} + \vec{V}_i \times \vec{B}) = n_i m_i \nu_{in} (\vec{U} - \vec{V}_i) + n_i m_i \nu_{ie} (\vec{V}_e - \vec{V}_i), \quad 1.7$$

où $p_i = n_i k_b T_i$, avec p_i la pression cinétique des ions, n_i leur nombre, k_b la constante de Boltzman, T_i leur température, et $\vec{\nabla} p_i$ le gradient de pression cinétique des ions. \vec{g} est l'accélération due à la force de gravité, \vec{E} et \vec{B} sont les champs électriques et magnétiques, e est la charge d'un électron (négative par convention), \vec{V}_i est la vitesse de dérive des ions, m_i est la masse d'un ion, ν_{in} est la fréquence de collision entre les ions et les neutres et ν_{ie} est la fréquence de collision entre les ions et les électrons. \vec{U} est la vitesse de déplacement des particules neutres, ou encore vent neutre ou vent thermosphérique. \vec{V}_e est la vitesse de dérive des électrons.

Pour les électrons, l'équation du mouvement dictant l'évolution temporelle de la vitesse s'écrit :

$$\vec{\nabla} p_e + n_e e (\vec{E} + \vec{V}_e \times \vec{B}) = n_e m_e \nu_{en} (\vec{U} - \vec{V}_e) + n_e m_e \nu_{ei} (\vec{V}_i - \vec{V}_e), \quad 1.8$$

où $p_e = n_e k_b T_e$, avec p_e la pression cinétique des électrons, n_e leur nombre, T_e leur température et $\vec{\nabla} p_e$ le gradient de pression cinétique des électrons. m_e est la masse d'un électron, ν_{en} est la fréquence de collision entre les électrons et les neutres et ν_{ei} est la fréquence de collision entre les ions et les électrons.

Dans l'équation 1.8, la force de gravité est négligée, car la masse d'un électron est près de 10 000 fois inférieure à celle d'un ion.

Ces deux équations peuvent se combiner, et permettre d'écrire la loi d'Ohm généralisée du plasma ionosphérique [Blelly *et al.*, 2007]:

$$\vec{j} = \underline{\underline{\sigma}} \vec{E}. \quad 1.9$$

Dans le repère où le premier axe désigne la direction de $\vec{E} + \vec{U} \times \vec{B}$ perpendiculaire à \vec{B} , et où le troisième axe désigne la direction du champ magnétique \vec{B} , le tenseur de conductivité $\underline{\underline{\sigma}}$ s'écrit :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{pmatrix} \sigma_P & \sigma_H & 0 \\ -\sigma_H & \sigma_P & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{\parallel} \end{pmatrix}. \quad 1.10$$

σ_P est la conductivité de Pedersen, c'est la conductivité du plasma dans la direction du champ électrique qui est également perpendiculaire au champ magnétique. σ_H est la conductivité de Hall, c'est la conductivité du plasma dans la direction perpendiculaire à la fois au champ magnétique et au champ électrique. Enfin, σ_{\parallel} est la conductivité du plasma selon les lignes de champ magnétique.

σ_H , σ_P et σ_{\parallel} dépendent de l'altitude via le rapport entre la gyrofréquence ω de l'espèce considérée (ω_i pour les ions et ω_e pour les électrons) et la fréquence de collision entre l'espèce considérée et les neutres (ν_{in} et ν_{en}). σ_H , σ_P et σ_{\parallel} dépendent également de la quantité de particules chargées présentes, laquelle est fonction de l'altitude. La Figure 1.9 représente la variabilité globale en altitude des trois conductivités σ_H , σ_P et σ_{\parallel} .

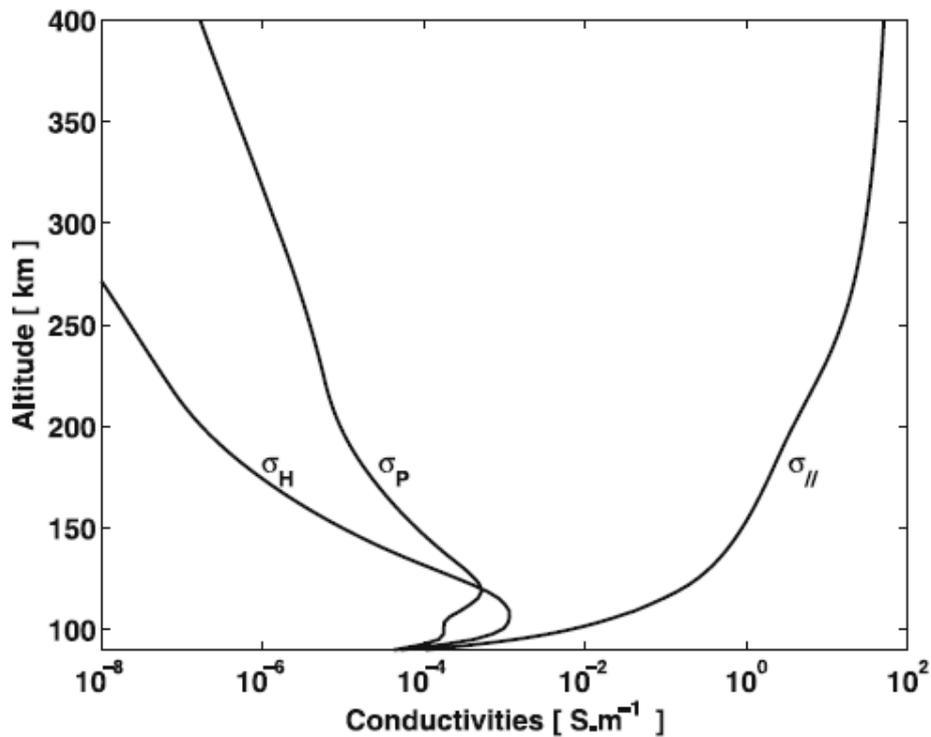


FIGURE 1.9 - CONDUCTIVITES σ_H , σ_P ET σ_{\parallel} EN FONCTION DE L'ALTITUDE, D'APRÈS [BLELLY ET AL., 2007].

D'après la Figure 1.9, nous remarquons que pour toutes les altitudes considérées σ_{\parallel} est supérieure à σ_H et σ_P , ce qui indique que les lignes de champ magnétique sont toujours très conductrices. De plus, trois régions peuvent être distinguées :

- La première est en-deçà de 80km. C'est une région où $\nu_{in} \gg \omega_i$ et $\nu_{en} \gg \omega_e$: les collisions entre particules chargées (électrons et ions) et particules neutres dominent. L'influence du champ magnétique \vec{B} est négligeable devant les forces collisionnelles. La conductivité σ_H est proche de 0, et σ_P est proche de σ_{\parallel} ; le tenseur de conductivité se réduit à un scalaire. Cette zone est peu conductrice, car peu d'espèces chargées s'y trouvent.
- La seconde est entre 90 et 120km. C'est une région où $\nu_{in} \gg \omega_i$ et $\nu_{en} \ll \omega_e$: l'influence de \vec{B} sur les électrons est prépondérante devant les forces collisionnelles. Les électrons ne peuvent pas se déplacer librement à travers les lignes de champ. En revanche, les ions sont toujours dominés par les collisions avec les particules neutres, **et leur mouvement est donc dicté par les vents thermosphériques**. La différence de mouvement entre ions et électrons entraînera l'établissement d'un courant perpendiculaire à \vec{B} dans cette région ; c'est l'équatorial electrojet. Les électrons

contribuent au courant de Hall (associé à σ_H), et les ions contribuent au courant de Pedersen (associé à σ_P). **Ainsi, plus les vents thermosphériques entraînant les ions sont puissants, plus le courant sera fort, et le champ électrique \vec{E} qui y est associé via l'équation 1.9 également.**

- La troisième région est au-delà de 150km, où $v_{in} \ll \omega_i$ et $v_{en} \ll \omega_e$. A cette altitude, le champ magnétique \vec{B} est prépondérant. Les conductivités σ_H et σ_P deviennent négligeables devant σ_{\parallel} . Les particules chargées sont piégées dans les lignes de champ magnétiques. Dans les équations 1.7 et 1.8, les contributions des effets collisionnels (contenus dans le terme de droite des équations) peuvent être négligées. De plus, le champ électrique \vec{E} à cette altitude est équivalent au **champ électrique associé à l'equatorial electrojet**, en raison de la forte conductivité existant le long des lignes de champ magnétiques. Si l'on considère le champ équivalent \vec{E}'_i tel que :

$$\vec{E}'_i = -\frac{\vec{\nabla}p_i}{n_i e} + \frac{m_i}{e} \vec{g} + \vec{E} = -\vec{V}_i \times \vec{B}, \quad 1.11$$

et le champ équivalent \vec{E}'_e tel que :

$$\vec{E}'_e = \frac{\vec{\nabla}p_e}{n_e e} + \vec{E} = -\vec{V}_e \times \vec{B}, \quad 1.12$$

alors une vitesse des particules chargées $\vec{V}_{i,e}$ va s'établir :

$$\vec{V}_{i,e} = \frac{\vec{E}_{i,e} \times \vec{B}}{\|\vec{B}\|^2}. \quad 1.13$$

Cette vitesse est par conséquent orthogonale au champ \vec{B} et au champ $\vec{E}_{i,e}$ et **elle dépend des vents thermosphériques \vec{U} via le champ \vec{E} lié à l'equatorial electrojet.**

Dans cette partie, nous avons pu lier **les vents neutres, ou vents thermosphériques, avec les vitesses de déplacement des particules chargées au-delà de 150 km par des relations physiques.** Qualitativement, il apparaît que **l'amplitude de la vitesse de dérive est proportionnelle à l'amplitude de la vitesse des vents thermosphériques**, et que **la direction de la vitesse de dérive est liée à la direction des vents thermosphériques et du champ magnétique terrestre.** Ces considérations sur la dynamique du plasma ionosphérique vont maintenant être mises en œuvre pour comprendre deux spécificités équatoriales : l'anomalie d'Appleton et la dérive des irrégularités équatoriales.

1.2.2 ANOMALIE ÉQUATORIALE : DÉPLACEMENT VERTICAL DES CHARGES

Un phénomène caractéristique du plasma ionosphérique équatorial est le phénomène d'**anomalie équatoriale** ou **anomalie d'Appleton**. Conformément à [Rastogi, 1966], après avoir mis en évidence en 1927 l'existence d'une couche ionisée en haute atmosphère terrestre aux environs de 300km, Appleton a observé le comportement particulier de la couche en 1935. Au coucher du soleil, une augmentation de densité électronique a lieu des deux côtés de l'équateur géomagnétique. La Figure 1.10 montre la mesure de l'IEC (Ionospheric Electron Content, mesure du nombre d'électrons présents le long d'une ligne de mire entre deux altitudes données) intégré entre 300 et 350km et mesuré entre 20 et 22h heure locale sur l'ensemble de la terre (coucher du soleil en zone équatoriale). Cette mesure est une fraction du TEC (Total Electron Content, mesure du nombre d'électrons présents le long d'une ligne de mire). Ces mesures ont été effectuées proche de l'équinoxe d'automne 2006. L'équateur magnétique est matérialisé en noir. Nous constatons une densité électronique forte des deux côtés de cet équateur, et qui varie avec la longitude. L'anomalie équatoriale est source de scintillation ionosphérique, et elle a été au

cœur de nombreuses études par la communauté scientifique qui a expliqué son origine et mis en évidence les évènements entraînant sa formation [Hanson *et al.*, 1966], [Woodman, 1970], [Mc Donald *et al.*, 2012].

L'objectif de cette partie est de comprendre les caractéristiques de l'anomalie équatoriale, dans le cadre du schéma explicatif proposé en partie 1.2.1.

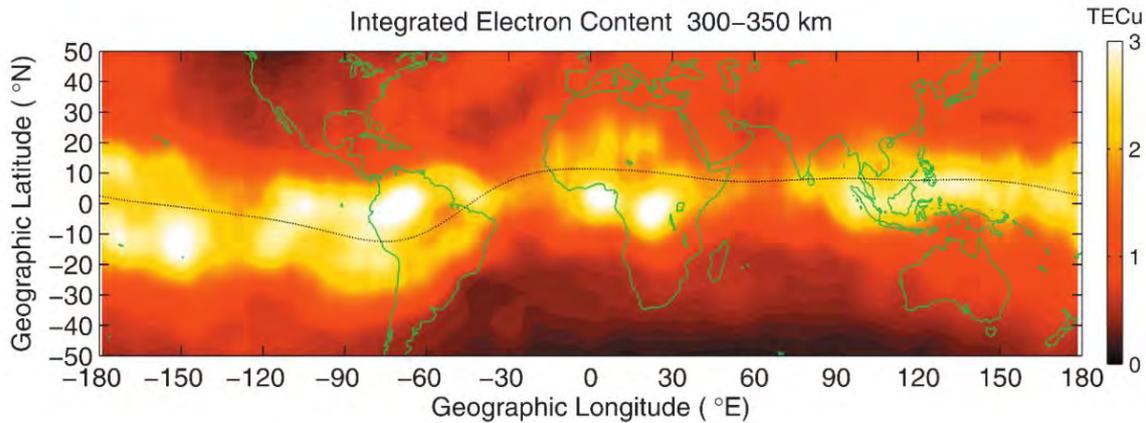


FIGURE 1.10 - IONOSPHERIC ELECTRON CONTENT (IEC) INTÉGRÉ ENTRE 300 ET 350 KM ENTRE 20 ET 22H HEURE LOCALE PROCHE DE L'ÉQUINOXE DE SEPTEMBRE 2006. LA LONGITUDE EST EN ABSCISSE (°) ET LA LATITUDE EN ORDONNÉES (°) 1 TECu = 10^{12} ÉLECTRONS/cm². L'ÉQUATEUR MAGNÉTIQUE EST TRACÉ EN NOIR. EXTRAIT DE [LIN ET AL., 2007].

Dans la couche E, les vents thermosphériques sont orientés vers l'est durant la journée [McDonald *et al.*, 2012]. En raison de la forte conductivité le long des lignes de champ, la couche E impose un champ électrique \vec{E} dirigé vers l'est à l'ensemble de l'ionosphère [McDonald *et al.*, 2012][Fejer, 1981]. **A ces altitudes, les gradients de pression et la gravité sont négligeables** [Blelly *et al.*, 2007]. Ainsi, dans les équations 1.11 et 1.12, les champs électriques équivalents \vec{E}'_i et \vec{E}'_e sont égaux au champ électrique \vec{E} . Considérant la relation 1.13, le mouvement global des particules chargées est donc vertical, comme illustré sur la Figure 1.11 [Aylan, 2012]. Néanmoins, les vitesses de vents thermosphériques sont faibles, ce qui entraîne également des vitesses de dérive faibles. Les particules chargées ne montent pas très haut dans la couche, et subissent une recombinaison. L'apparition de l'anomalie d'Appleton n'est pas observée à ce moment de la journée.

Comme illustré à la Figure 1.3, une grande partie du plasma ionosphérique se trouve dans la couche E durant le jour. Nous avons souligné en partie 1.2.1 que la conductivité est fonction du nombre de particules chargées présentes ; ainsi, la couche E est conductrice principalement par l'effet de la photo-ionisation côté jour, phénomène qui n'existe naturellement plus du côté nuit. Les composantes de la conductivité de la couche E (cf équation 1.10) peuvent en effet être divisées par 50 au coucher du soleil [Abdu *et al.*, 1985]. Cette baisse brutale va entraîner en réaction une augmentation du champ électrique de l'équation 1.9 [Abdu *et al.*, 2002]. **Cette augmentation du champ électrique dirigé vers l'est aura pour effet une augmentation importante de la vitesse de dérive verticale des particules chargées, conformément à l'équation 1.13.**

Cette forte augmentation du champ électrique vers l'est au coucher du soleil est appelée « Pre Reversal Enhancement », ou PRE (durant la nuit, les vents thermosphériques de la couche E passent d'une orientation est à ouest, et il en est de même pour le champ électrique de la couche). Le PRE a pour action de faire dériver une partie importante du plasma de la couche E vers la couche F, à des altitudes où les recombinaisons ne sont plus possibles : **c'est le phénomène d'anomalie équatoriale.**

Les gradients de conductivité de la couche E ne sont cependant pas les seuls responsables de l'apparition du PRE, et donc de l'anomalie équatoriale ; la couche F joue également un rôle majeur. Ainsi, la Figure

1.12 illustre deux modèles de vents thermosphériques de la couche F : un modèle sinusoïdal simple [Crain *et al.*, 1993] (en traits pleins) et un modèle plus complexe développé par [Herrero *et al.*, 1986] (en pointillés). La vitesse vers l'est des vents neutres est tracée en fonction de l'heure locale. Ces modélisations découlent d'observations effectuées à Jicamarca, Pérou. Or, ces vents thermosphériques, dans le référentiel des particules neutres, sont équivalents à un champ électrique. L'interaction entre les champs électriques et magnétiques des couches E et F produira une dérive des particules chargées conformément à l'équation 1.13, i.e. selon la verticale jusqu'à plus de 500km d'altitude [McDonald *et al.*, 2012], [Crain *et al.*, 1993]. A cette altitude, le terme lié à la gravité de l'équation 1.11 n'est plus négligeable devant \vec{E} , et va avoir pour effet de faire glisser les particules chargées le long des lignes de champ magnétiques, ce qui contribue à l'appellation de « fontaine équatoriale ». Ce processus est illustré dans la Figure 1.13, où le mouvement du plasma (en rouge) mesuré en région équatoriale est représenté. La latitude est en abscisse et l'altitude en ordonnées. Les courbes bleues représentent les lignes de champ magnétique, horizontales à l'équateur.

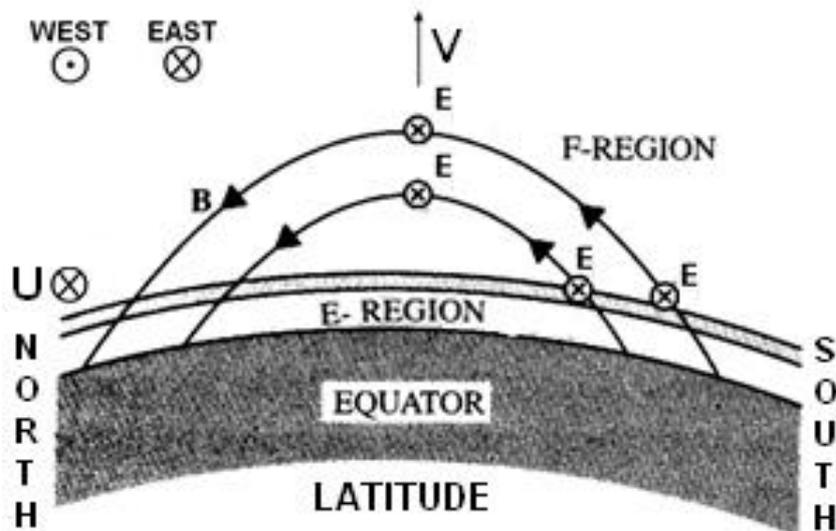


FIGURE 1.11 - REPRÉSENTATION DE LA MONTÉE DU PLASMA ÉQUATORIAL EN JOURNÉE PAR [AYLAN, 2012].

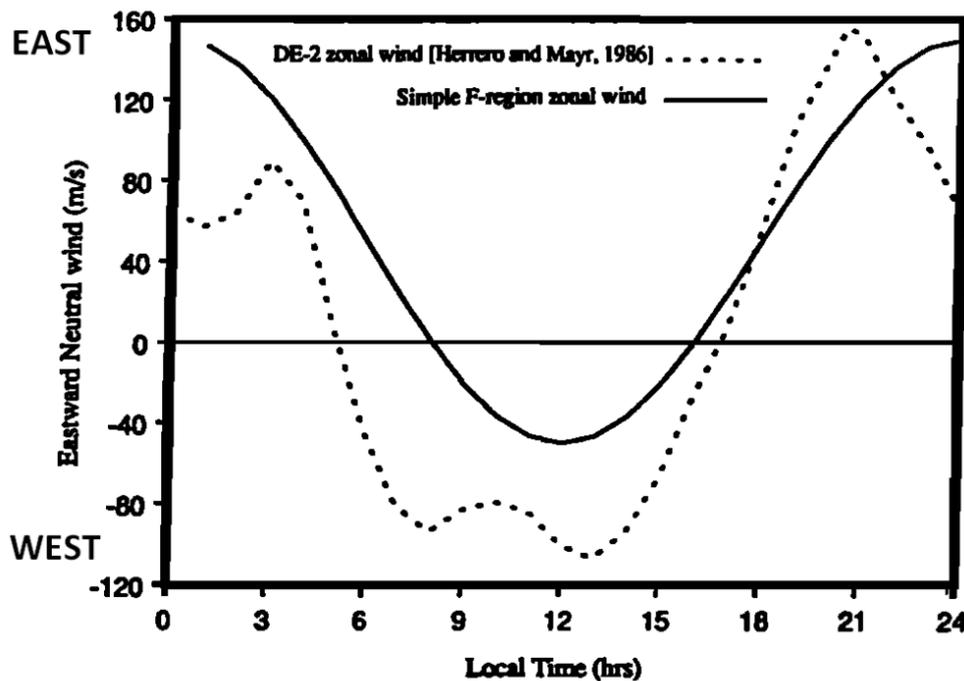


FIGURE 1.12 - MODÈLES DE VENTS THERMOSPHERIQUES DE LA COUCHE F EN FONCTION DE L'HEURE LOCALE À JICAMARCA, PÉROU. EXTRAIT DE [CRAIN ET AL., 1993].

[Hanson *et al.*, 1966] expliquent que le mouvement vertical des particules chargées peut également être expliqué par un processus physico-chimique complexe d'interaction entre les ions et les vents neutres. [Martyn, 1955] rappelle que l'anomalie d'Appleton peut être formée par des vitesses de dérive verticales relativement faibles (de l'ordre de quelques dizaines de mètres par seconde).

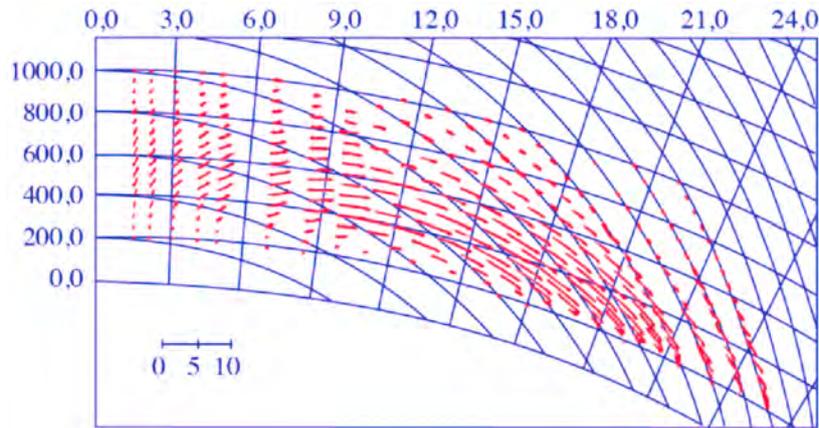


FIGURE 1.13 - MESURE DU MOUVEMENT DE DIFFUSION DU PLASMA (EN ROUGE) EN RÉGION ÉQUATORIALE. EN ABSCSSE, LA LATITUDE (EN DEGRÉS) ET EN ORDONNÉES, L'ALTITUDE (EN KILOMÈTRES). EXTRAIT DE [TOWNSEND ET AL., 1982].

L'apparition de l'anomalie d'Appleton est bien documentée dans la littérature. Plusieurs auteurs tels que [Woodman, 1970], [Fejer, 1981], [Fejer *et al.*, 1991], [Klobuchar *et al.*, 1991] ont pu profiter de l'observatoire de Jicamarca, au Pérou, et de son radar de fréquence centrale 50MHz situé proche de l'équateur géomagnétique, pour étudier le phénomène et le décrire. Les premières détections des vitesses de dérive verticales ont pu être réalisées, et les variations des vitesses verticales de la couche F (y compris de vitesses de PRE) ont été étudiées en fonction de la saison, et en fonction de l'activité solaire notamment. La corrélation avec le cycle solaire semble claire : l'anomalie est plus prononcée dès lors que l'activité solaire est importante. Lorsque l'activité est forte, l'effet de fontaines équatoriales peut être visible entre 5° et 30° au nord et au sud de l'équateur géomagnétique. D'après [Banks *et al.*, 1978], 99% des particules chargées de la couche E montent dans la couche F, et ne se recombinent pas. L'anomalie équatoriale est associée à des mesures de TEC importantes durant les équinoxes, et des minimas sont observés durant le solstice de juin, probablement liés à une configuration solaire particulière et donc un chauffage des couches et des vents neutres particuliers. C'est également la conclusion de [Park *et al.*, 2010] : cette étude a lié les courants de la couche F avec les vitesses de PRE, ce qui est cohérent avec l'explication d'apparition d'un champ électrique \vec{E} via l'établissement du courant équatorial electrojet en couche E dans la partie 1.2.1. Enfin, [Crain *et al.*, 1993] a développé une modélisation itérative prenant en compte les vents thermosphériques dans les couches E et F, le déplacement des charges qui influe directement sur la distribution de courant et donc de champ électrique. Elle permet d'obtenir une distribution de la vitesse verticale en fonction de la journée très proche de l'observation qui a été faite à Jicamarca, et qui est présentée en Figure 1.14. Sur cette figure, l'observation de la vitesse de dérive à Jicamarca est présentée en traits pleins. Le pic correspondant au PRE décrit dans cette partie est particulièrement visible, entre 18h et 20h. Le modèle itératif développé par [Crain *et al.*, 1993] à partir du modèle de vents thermosphériques de [Herrero *et al.*, 1986] (qui a été présenté en Figure 1.12) est en pointillés.

[McDonald *et al.*, 2012] et [Woodman *et al.*, 1976] expliquent que la déplétion de charge au sein de la couche E après le coucher du soleil peut donner naissance à une instabilité de type Taylor-Rayleigh. Cette instabilité très peu chargée électroniquement s'élève en altitude et rencontre alors l'anomalie équatoriale, très densément peuplée électroniquement. Ce mécanisme résulte en la naissance d'irrégularités

équatoriales et de bulles de plasma sous denses. Ce phénomène est également appelé spread-F. Il est responsable de la scintillation équatoriale observée aux fréquences GNSS notamment [Ji *et al.*, 2011].

Plusieurs auteurs ont d'ailleurs lié les vitesses de PRE et l'apparition de scintillation en partant d'un constat simple : plus les vitesses de PRE sont importantes, moins les couches basses seront peuplées électroniquement, propices à l'apparition d'instabilités Taylor-Rayleigh, et donc de spread-F et de scintillation. Ainsi, [Rastogi *et al.*, 1980] trouve une bonne corrélation entre vitesse de dérive verticale et scintillation. De même, [Krishna Moorthy *et al.*, 1978] décrit la scintillation influant en bande L comme étant liée au phénomène de spread-F, avec une absence de scintillation aux mois de Juin-Juillet, cohérent avec ce qui avait été conclu par [Park *et al.*, 2010].

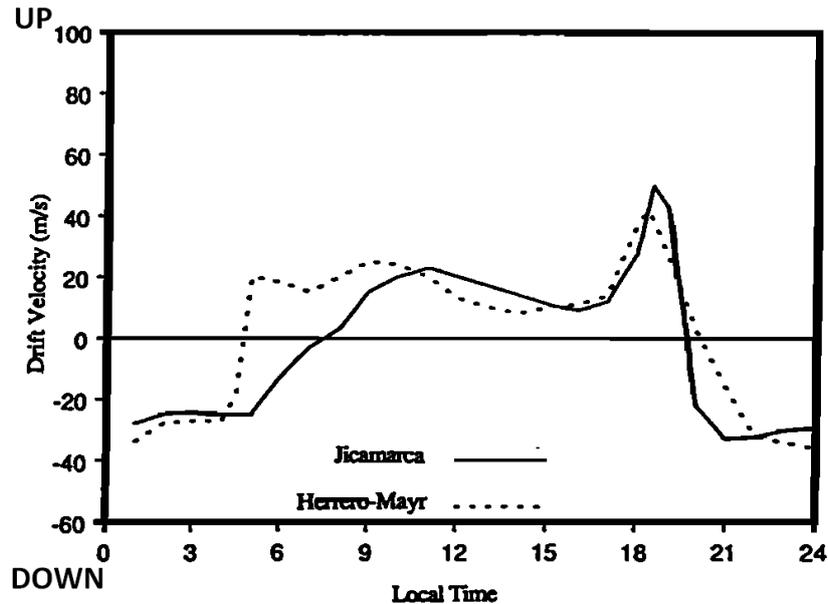


FIGURE 1.14 – OBSERVATION MOYENNÉE DE VITESSE DE DRIFT VERTICALE À JICAMARCA (TRAIT PLEIN) ET MODÉLISÉE (TRAITS POINTILLÉS) EN FONCTION DE L'HEURE LOCALE. LE PRE EST VISIBLE APRÈS 18H SUR LES DEUX COURBES. EXTRAIT DE [CRAIN *ET AL.*, 1993].

Dans cette partie, nous avons pu expliquer l'apparition de l'anomalie équatoriale, phénomène à l'origine de scintillations ionosphériques, à partir du schéma physique qualitatif décrit en partie 1.2.1. En particulier, les vents thermosphériques des couches E et F et les variations de conductivité de la couche E jouent un rôle prépondérant dans son apparition et son importance. Les observations des dérives du plasma ionosphérique sont conformes au schéma physique qualitatif.

Le mouvement des irrégularités responsables de la scintillation en bande L après leur apparition reste à déterminer, car il conditionnera grandement les conditions d'observation du phénomène. C'est l'objet de la partie 1.2.3.

1.2.3 DÉRIVE VERS L'EST DES IRRÉGULARITÉS IONOSPHERIQUES

L'objectif de cette partie est de décrire le mouvement des irrégularités ionosphériques nouvellement formées, responsables de la scintillation, dans le cadre du schéma physique développé en partie 1.2.1.

La journée, les vents neutres de la couche F (cf. Figure 1.12) sont orientés vers l'ouest, puis vers l'est à partir d'environ 17h heure locale. À partir de cette heure, comme nous l'avons décrit en partie 1.2.2 pour la couche E, les vents neutres orientés vers l'est dans les couches E et F sont à l'origine de vitesses de dérives verticales ascendantes importantes des particules chargées. Elles se retrouvent à une altitude

élevée ; des transports de particules chargées le long des lignes de champs existent alors entre les couches F et E, similaires à des courants (à ces altitudes, la conductivité le long des lignes de champ σ_{\parallel} est forte conformément à la Figure 1.9). La couche E étant à ce moment de la journée très conductrice, le circuit est complété par des courants circulants dans cette couche. **Ce fonctionnement complexe est donc similaire à un court-circuit.** Il est schématisé sur la Figure 1.15 extraite de [Rishbeth, 1971].

Dans la Figure 1.15, la lettre L correspond aux endroits où il y a une perte de particules chargées positives (i.e. des ions) et un gain de particules chargées négatives (i.e. des électrons). La lettre G correspond aux endroits où il y a une perte de particules chargées négatives et un gain de particules chargées positives. Ainsi, il y a une perte de charges positives en bas de la couche F et un gain en haut de celle-ci via la vitesse $V_{i\perp}$. Ces charges glissent ensuite le long des lignes de champ magnétique par diffusion ambipolaire jusqu'à la couche E en créant le courant j_{\parallel} . Dans la couche E, il est important de rappeler qu'il existe un mouvement ascendant des charges en journée proche de l'équateur magnétique (il est décrit au début de la partie 1.2.2) : il correspond à la flèche montante de j_{\parallel} dans la figure. Par conséquent, dans la couche E très conductrice, l'établissement d'un courant j_E horizontal suffit pour obtenir un fonctionnement en circuit fermé ; il est schématisé, et correspond à une perte de particules chargées positives au nord et au sud de l'équateur magnétique, et un gain de particules chargées positives proche de l'équateur magnétique.

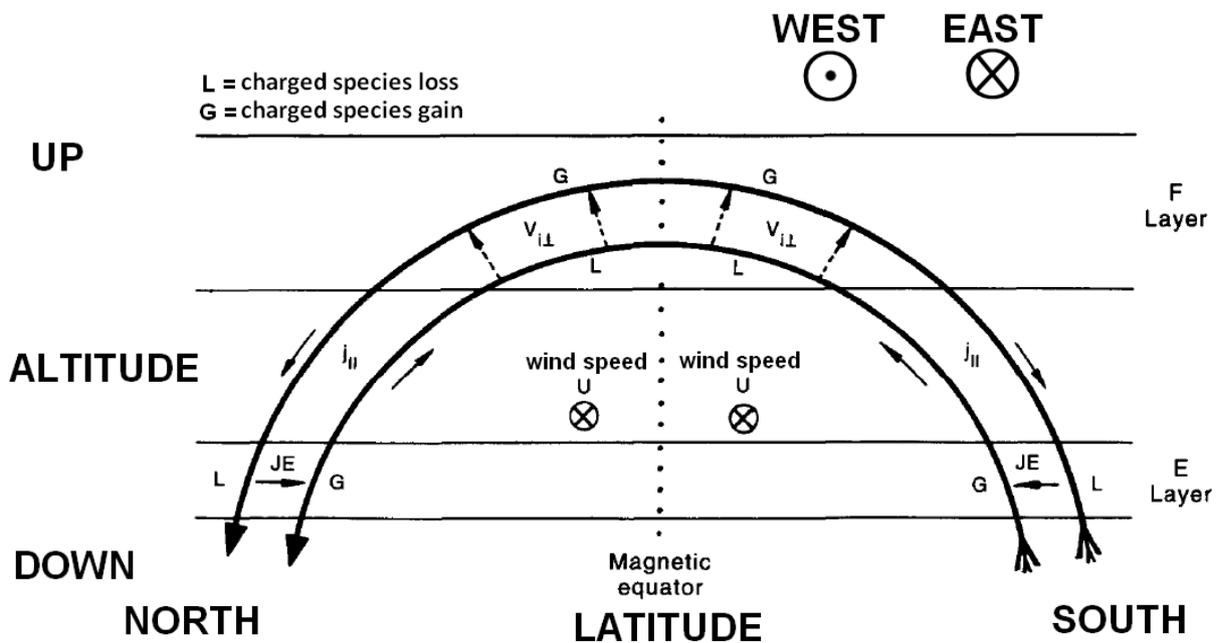


FIGURE 1.15 - SCHÉMATISATION DU FONCTIONNEMENT EN CIRCUIT FERMÉ DES COURANTS DE LA COUCHE F AVANT LE COUCHER DU SOLEIL. EXTRAIT DE [RISHBETH, 1997].

En revanche, la nuit, la conductivité de la couche E baisse, et le courant j_E ne peut plus s'y établir. Le fonctionnement passera d'un circuit fermé à un circuit ouvert. A la lumière des gains et des pertes de particules chargées de la Figure 1.15, des gradients de pressions vont se former dans la couche F. Ces gradients de pression $\vec{\nabla}p_e$ et $\vec{\nabla}p_i$ vont amener à la création du champ électrique équivalent des équations 1.11 et 1.12. $\vec{\nabla}p_e$ et $\vec{\nabla}p_i$ ne sont pas dans le même sens, néanmoins, $\frac{\vec{\nabla}p_e}{n_e e}$ et $-\frac{\vec{\nabla}p_i}{n_i e}$ seront dirigés dans le même sens. Ainsi, les champs électriques \vec{E}'_e et \vec{E}'_i seront comparables, dirigé vers le bas. Ils amèneront à une vitesse de dérive des ions et des électrons similaires selon l'équation 1.13. L'ensemble du plasma est donc advecté d'une vitesse dirigée dans la direction de $\vec{E}'_e \times \vec{B}$. Le fonctionnement en circuit ouvert, et l'apparition des vitesses de drift vers l'est dans la nuit sont schématisés en Figure 1.16, extraite de [Rishbeth, 1971]. Nous y voyons notamment la présence des particules chargées positives (ions, en haut) et négatives (électrons, en bas), à l'origine du champ électrique, et la vitesse de dérive vers l'est en

décolant. Lorsque les vents neutres de la couche F changent de sens ou faiblissent, la dérive du plasma vers l'est faiblit puis disparaît [Rishbeth, 1971]. Or, la Figure 1.12 nous permet de voir que les vents neutres sont maximums vers 02h ; la communauté a précisément observé une décroissance de la vitesse de dérive débutant à cette heure.

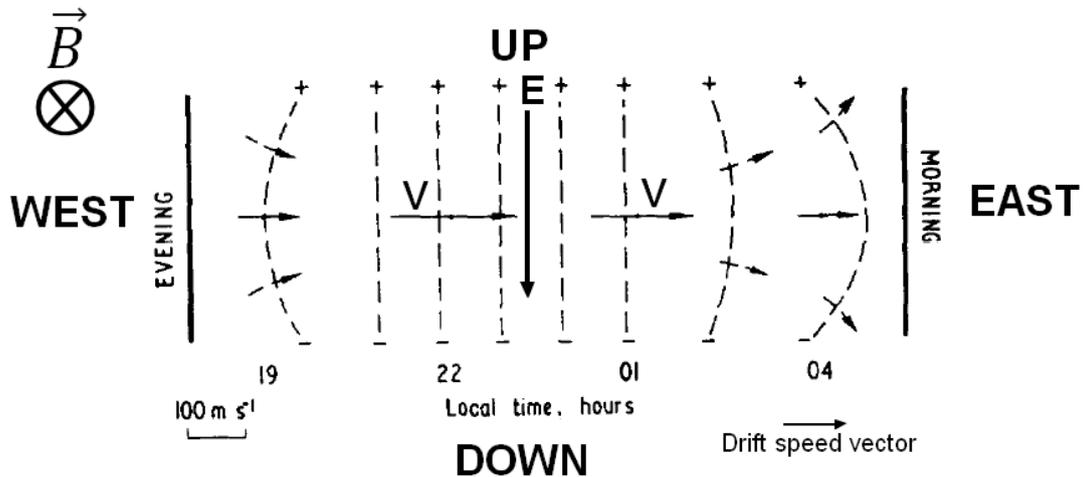


FIGURE 1.16 - ÉTABLISSEMENT DE LA VITESSE DE DÉRIVE VERS L'EST DANS LA COUCHE F À LA NUIT TOMBÉE, FONCTIONNEMENT EN CIRCUIT OUVERT. EXTRAIT DE [RISHBETH, 1971].

En effet, comme pour les vitesses de dérive vers le haut au crépuscule menant à l'anomalie équatoriale, les vitesses de dérive est-ouest ont été grandement observées grâce au radar de Jicamarca, Pérou, en particulier par [Woodman, 1972], [Woodman *et al.*, 1976], [Fejer, 1981b], [Fejer *et al.*, 1991]. Ces observations sont cohérentes avec l'approche qualitative ici proposée. Un résumé qui donne la tendance de ces observations peut être consulté dans [Fejer, 1981b], pour des périodes de maximum et de minimum solaires. La Figure 1.17 en est issue, elle représente les variations de la vitesse de dérive vers l'est observée depuis Jicamarca en fonction de l'heure locale. La courbe correspondant aux années 1970-1971 représente les valeurs moyennes de la vitesse lors du maximum solaire, et la courbe correspondant aux années 1974-1977 représente elle le minimum solaire. Nous observons que la vitesse de dérive vers l'est connaît bien une forte croissance en fin de journée, un pic, puis faiblit de même manière que les vents thermosphériques de la couche F (en Figure 1.12), qui sont des marqueurs du champ électrique dans le référentiel des particules neutres. Même si l'activité solaire a une influence sur la vitesse de dérive vers l'est, elle ne change pas significativement les variations de la vitesse de dérive en fonction de l'heure locale.

De même que pour les variations de vitesse verticale, [Crain *et al.*, 1993] ont modélisé la vitesse de dérive vers l'est en fonction de l'heure locale en utilisant un modèle ionosphérique global et le modèle de vents thermosphériques de [Herrero *et al.*, 1986] et ont comparé cette modélisation à la moyenne des observations effectuées depuis Jicamarca durant les années 1970-1971. Ce travail est similaire à ce qui a été montré en Figure 1.14 pour les vitesses de dérive liées à l'anomalie équatoriale. Le résultat est présenté en Figure 1.18. Même si le niveau de l'amplitude maximale aux alentours de 21h n'a pas pu être retrouvé, l'allure globale est proche de l'observation, ce qui tend à montrer que l'ensemble des effets ont été globalement bien modélisés.

[Abdu *et al.*, 1985] et [Ji *et al.*, 2015] ont mesuré le déplacement des bulles de plasma avec des moyens différents (polarimètres et GNSS respectivement) dans la région équatoriale Brésilienne et à Hong Kong, ce qui revient à suivre les irrégularités ionosphériques. [Abdu *et al.*, 1985] obtient des résultats cohérents avec ceux de [Fejer *et al.*, 1981b], même si les valeurs de dérive vers l'est sont plus importantes. Abdu explique ces différences par une variabilité en latitude et longitude de la vitesse de déplacement des particules chargées (les observations au Brésil et au Pérou peuvent donc donner des résultats différents).

A partir de mesures GNSS pluriannuelles, [Ji *et al.*, 2015] ont mesuré la vitesse de bulles de plasma à Hong Kong. La majorité (75%) des bulles de plasma qu'ils ont détectées possèdent une vitesse de dérive vers l'est entre 50 et 200 m/s. La croissance et la décroissance de la vitesse en fonction de l'heure locale suit le schéma indiqué par la littérature. La majorité des observations de [Ji *et al.*, 2015] a lieu entre 20h et 4h locale. Egalement, les mesures s'étalent de 2001 à 2012 ; beaucoup plus de bulles de plasma ionosphérique ont été détectées en 2001, pic du cycle solaire, qu'en 2012, une année de faible activité solaire. Certaines vitesses (minoritaires, 10%) mesurées sont vers l'ouest : [Rastogi *et al.*, 1980] invoquaient l'arrivée d'un champ magnétique solaire qui serait capable de modifier le champ magnétique terrestre, pour expliquer ces comportements différents de la prédiction.

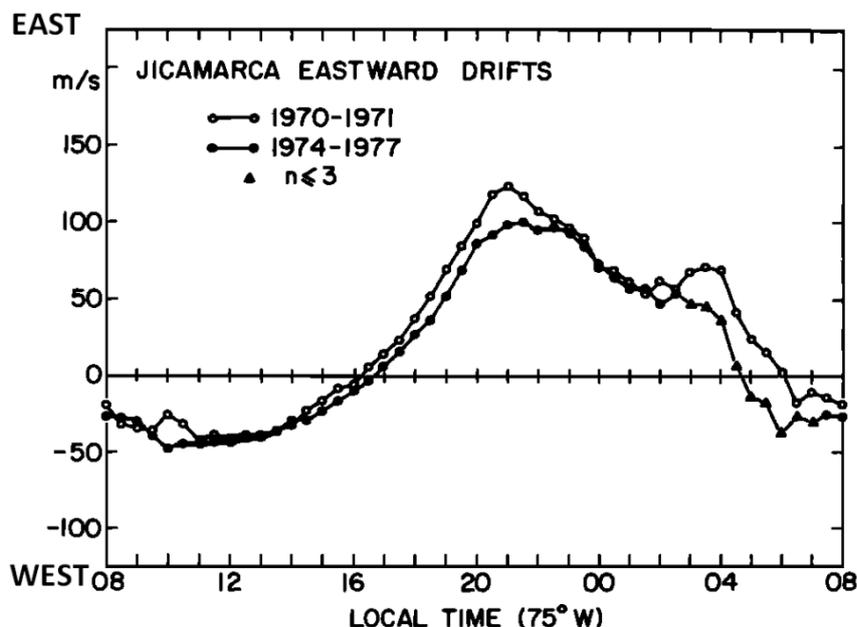


Fig. 1. Daily variation of the average east-west drifts during solar maximum (1970-1971) and solar minimum (1974-1977).

FIGURE 1.17 - VITESSES DE DÉRIVE VERS L'EST DANS LA COUCHE F EN PÉRIODE DE FORTE ET FAIBLE ACTIVITÉ SOLAIRE OBSERVÉES À JICAMARCA, PÉROU PAR [FEJER, 1981B].

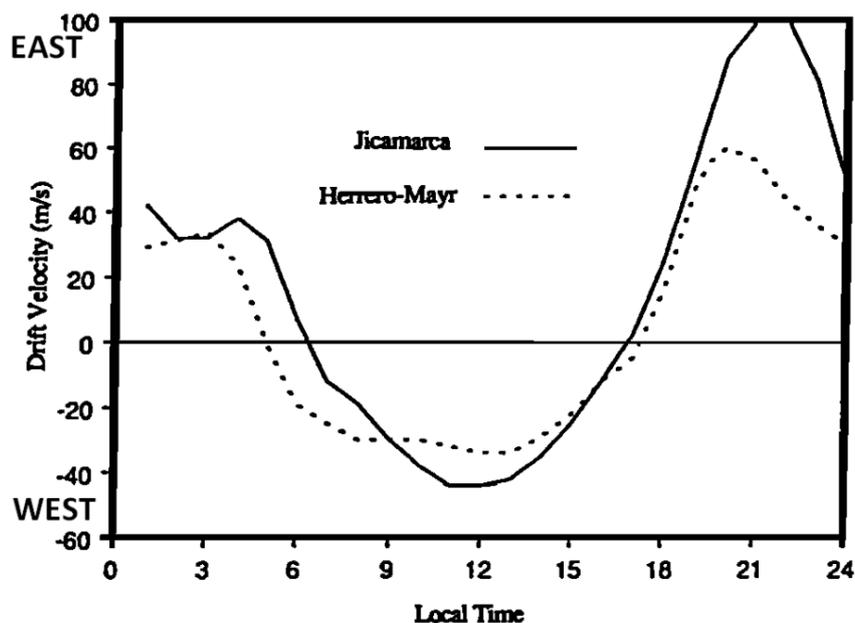


FIGURE 1.18 - VITESSE DE DÉRIVE VERS L'EST MODÉLISÉE (EN POINTILLÉES) ET OBSERVÉE À JICAMARCA (TRAIT PLEIN, PÉRIODE D'OBSERVATION 1970-1971) DURANT UNE PÉRIODE DE MAXIMUM SOLAIRE. D'APRÈS [CRAIN *ET AL.*, 1993].

Se basant sur l'ensemble de ces travaux, différents auteurs utilisent une vitesse zonale (est/ouest) pour décrire le mouvement des irrégularités dans l'étude de la scintillation ionosphérique : c'est notamment le cas de [Forte *et al.*, 2002] et [Carrano *et al.*, 2016b].

Dans cette partie, nous avons analysé la dérive des particules chargées et notamment des irrégularités ionosphériques présentes dans la couche F. A la suite d'un processus physique complexe, elles dérivent vers l'est entre le coucher du soleil et le milieu de la nuit. Leur déplacement est lié aux vents thermosphériques, et les observations de la littérature correspondent à ces conclusions.

1.2.4 CONCLUSION

Dans cette partie, un schéma physique liant les vents thermosphériques, ou vents neutres, à la vitesse de dérive a été présenté. Ce schéma a ensuite été utilisé afin d'expliquer qualitativement la dynamique du plasma ionosphérique équatorial à l'origine de la scintillation. Cette dynamique peut être résumée ainsi : les vents neutres entraînent, via le phénomène de PRE, un appauvrissement de la couche E en particules chargées à la tombée de la nuit. Ces particules sont transportées dans la couche F, où elles ne se recombinaient pas. Cette concentration importante de plasma dans la couche F se nomme anomalie d'Appleton. Les particules dérivent ensuite le long des lignes de champ magnétique dans un mouvement global comparable à celui d'une fontaine. Des instabilités de type Taylor-Rayleigh se créent dans la couche E très pauvre en particules chargées. Elles entraînent la naissance d'irrégularités ionosphériques en couche F. Ces irrégularités de densité électronique vont ensuite dériver vers l'est par un processus physique complexe. Elles sont les principales responsables de la scintillation ionosphérique.

1.3 MODÉLISATION STATISTIQUE DU MILIEU ET MODÉLISATION DE LA LIAISON

1.3.1 MODÉLISATION DES IRRÉGULARITÉS IONOSPHERIQUES

La grande variabilité spatiale et temporelle de l'ionosphère turbulente et en particulier des irrégularités de densité électronique au sein de l'ionosphère a rapidement amené la communauté scientifique à considérer le problème de façon statistique [Ratcliffe, 1956]. En effet, une modélisation déterministe du problème et des différentes échelles de la fluctuation électronique serait coûteuse en ressources. Il est donc usuellement choisi de représenter les irrégularités ionosphériques via leur fonction de corrélation spatiale. En zone équatoriale, les irrégularités ionosphériques sont soumises au champ magnétique terrestre quasi-colinéaire à la moyenne de la surface terrestre, et orienté vers le Nord magnétique. La forme des structures est donc affectée par ce champ magnétique : les irrégularités sont étirées dans la direction du champ [Aarons, 1982], [Hunsucker *et al.*, 2003]. Le formalisme utilisé est similaire à celui développé par [Galiègue, 2015] : l'allongement de la fonction de corrélation de l'irrégularité ionosphérique par le champ magnétique suggère la définition de ratios axiaux d'allongement. Définissons le plan cartésien $(\vec{x}_{GEO}, \vec{y}_{GEO}, \vec{z}_{GEO})$ où \vec{z}_{GEO} représente le Nord magnétique et \vec{y}_{GEO} représente l'Est magnétique. Dans ce plan, la fonction de corrélation des irrégularités ionosphériques est présentée sur la Figure 1.19, dans laquelle l'axe rouge est selon \vec{x}_{GEO} , l'axe vert est selon \vec{y}_{GEO} , et l'axe bleu est selon \vec{z}_{GEO} . Le champ magnétique terrestre \vec{B} est orienté selon \vec{z}_{GEO} . Posons (L_x, L_y, L_z) , l'allongement en mètres de la structure dans les trois directions de l'irrégularité. Les grandeurs A_x, A_y et A_z sont sans unité, et sont définies comme étant les ratios :

$$\begin{cases} A_x = 1 = a = \frac{L_x}{L_x} \\ A_y = \frac{L_y}{L_x} \\ A_z = \frac{L_z}{L_x} \end{cases} . \quad 1.14$$

Aux latitudes faibles, le ratio A_y est proche de l'unité et le ratio A_z peut prendre des valeurs s'échelonnant de 1 à 100 [Rufenach, 1972], [Aarons, 1982], [Goodman, 2005]. Comme évoqué précédemment, ce sont les variations de l'indice de réfraction du milieu, fonction de la densité électronique de ces irrégularités qui sont à l'origine de la scintillation. Ainsi, la fonction de corrélation anisotrope de la densité électronique, ou sa transformée de Fourier (i.e., son spectre) est considérée pour décrire le milieu.

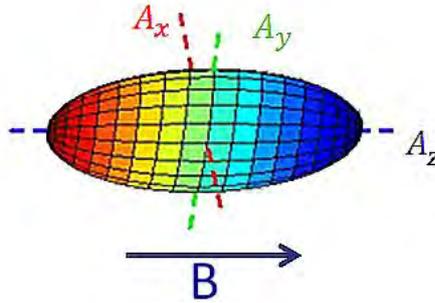


FIGURE 1.19 - FONCTION DE CORRÉLATION SPATIALE DES IRRÉGULARITÉS IONOSPHERIQUES À L'ÉQUATEUR DANS LE PLAN CARTÉSIEN.

1.3.2 SPECTRE DU MILIEU

L'interaction du milieu sur l'onde électromagnétique le traversant s'effectue via son indice de réfraction, comme nous l'avons vu en partie 1.1. En écrivant l'équation 1.2 sous une forme différente, nous obtenons :

$$\Delta n = -\frac{r_e \lambda}{k_0} \Delta N_e, \quad 1.15$$

où $r_e = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e c^2}$ est le rayon électronique, $k_0 = \frac{2\pi}{\lambda}$ est le nombre d'onde dans le vide, et λ est la longueur d'onde du signal.

L'indice n , ainsi que la densité électronique N_e , sont des fonctions stochastiques du temps et de l'espace. En écrivant l'indice n comme une décomposition entre sa moyenne et ses fluctuations turbulentes, nous obtenons :

$$n(\vec{r}, t) = \langle n(\vec{r}, t) \rangle + \Delta n(\vec{r}, t), \quad 1.16$$

où t est l'instant considéré, \vec{r} représente l'endroit d'observation, $\langle n(\vec{r}, t) \rangle$ représente la moyenne spatiale et temporelle de l'indice de réfraction. Ce résultat est une illustration des différents effets de l'ionosphère sur le signal : la moyenne de l'indice de réfraction $\langle n(\vec{r}, t) \rangle$ est responsable du retard ionosphérique et donc de la réfraction large échelle. En revanche, l'écart $\Delta n(\vec{r}, t)$ entre la moyenne et la valeur de l'indice de réfraction est responsable de la scintillation. Sa moyenne est considérée nulle : $\langle \Delta n(\vec{r}, t) \rangle = 0$. Grâce à l'équation 1.15, l'étude statistique de la variation de l'indice de réfraction est équivalente à l'étude de la variation de densité électronique, au facteur multiplicatif $-\frac{r_e \lambda}{k_0}$ près. L'observation est effectuée sur un temps suffisamment court pour que l'ionosphère soit considérée localement homogène statistiquement [Galiègue, 2015]. La fonction de covariance des fluctuations de la densité électronique s'écrit :

$$\langle \Delta N_e(\vec{r}) \Delta N_e(\vec{r}') \rangle = B_{\Delta N_e}(\vec{r} - \vec{r}'). \quad 1.17$$

Nous sommes ici dans le domaine spatial. En introduisant la transformée de Fourier de la grandeur précédente, nous passons dans le domaine spectral, soit donc :

$$B_{\Delta N_e}(\vec{r} - \vec{r}') = \iiint_{-\infty}^{+\infty} d^3K S_{\Delta N_e}(\vec{K}) e^{i\vec{K}(\vec{r} - \vec{r}')}, \quad 1.18$$

où $S_{\Delta N_e}$ est le spectre des fluctuations de densité électronique. En passant à la transformée de Fourier inverse, nous pouvons écrire :

$$S_{\Delta N_e}(\vec{K}) = (2\pi)^{-3} \iiint_{-\infty}^{+\infty} d^3r B_{\Delta N_e}(\vec{r}) e^{-i\vec{K}\vec{r}}, \quad 1.19$$

où \vec{K} représente le vecteur d'ondes.

Une description spectrale des fluctuations de densité électronique conforme à la littérature est alors utilisée. Elle suit la modélisation établie dans [Galiègue, 2015]. Ce spectre a été établi à l'origine par [Shkarofsky, 1968], puis utilisé par [Rino, 1979], [Booker, 1979], et établi dans sa version finale par [Wheeler, 2003]. Il est exprimé par l'équation 1.20 dans le repère $(\vec{x}_{GEO}, \vec{y}_{GEO}, \vec{z}_{GEO})$:

$$S_{\Delta N_e}(K_{x_H}, K_{y_H}, K_{z_H}) = a^{3-p} A_y A_z C_s \left(K_{x_H}^2 + A_y^2 K_{y_H}^2 + A_z^2 K_{z_H}^2 + \frac{K_0^2}{a^2} \right)^{-\frac{p}{2}}. \quad 1.20$$

Les paramètres du spectre sont :

- $K_0 = \frac{2\pi}{L_0}$, où L_0 est la longueur de décorrelation, ou encore échelle externe. Cette grandeur est introduite pour que le spectre $S_{\Delta N_e}$ ne diverge pas lorsque le nombre d'onde tend vers 0. Elle peut être interprétée physiquement comme la plus grande taille d'irrégularité dans la direction \vec{x}_{GEO} influant sur la scintillation ionosphérique (les tailles de cette plus grande irrégularité dans les directions \vec{y}_{GEO} et \vec{z}_{GEO} sont multipliées par les ratios d'anisotropie, soit donc $A_y L_0$ et $A_z L_0$ respectivement). Les tailles typiques de L_0 sont de l'ordre de quelques kilomètres [Galiègue *et al.*, 2016].
- p est dans la littérature dénommé pente du spectre des irrégularités ionosphériques. Ce paramètre est également nommé indice spectral. Ses valeurs s'échelonnent à l'équateur entre 2 et 5 environ. La Figure 1.20 représente un histogramme des valeurs du paramètre p observé à Cayenne, Guyane française durant une semaine par [Béniguel *et al.*, 2011] en présence de scintillation. La légende en italique représente les valeurs de p , et la légende en gras représente les valeurs de q , indice spectral parfois utilisé, qui vérifie $q = p - 1$.
- C_s est la constante de structure des fluctuations de densité électronique. C'est un facteur de normalisation dont l'expression est obtenue par le calcul de la variance des fluctuations de densité électronique. Ce calcul est mené dans [Galiègue, 2015], et aboutit à l'expression :

$$C_s = \sigma_{\Delta N_e}^2 \frac{K_0^{p-3} \Gamma\left(\frac{p}{2}\right)}{\pi^{\frac{3}{2}} \Gamma\left(\frac{p-3}{2}\right)}, \quad 1.21$$

où $\sigma_{\Delta N_e}^2$ est la variance des fluctuations de densité électronique. Ce résultat n'est cependant valable que pour $p > 3$. Dans le cas où $p < 3$, le lien entre C_s et $\sigma_{\Delta N_e}^2$ ne peut pas être obtenu de manière analytique car il n'existe pas de formule simple de calcul des intégrales du spectre de la formule

1.18 ; cependant, le spectre est toujours défini. La variance de densité électronique varie habituellement entre $10^{18} \text{ el}^2.m^{-6}$ et $10^{24} \text{ el}^2.m^{-6}$ [Caouren, 2001], [Galiègue, 2015].

La grandeur C_s représente la force de perturbation des irrégularités ionosphériques sur le signal. Depuis le développement du modèle WBMOD [Secan *et al.*, 1995], le paramètre C_kL est utilisé comme référence en terme de force des irrégularités. Ce paramètre est lié à C_s par l'équation 1.22 :

$$C_kL = \left(\frac{10^3}{2\pi}\right)^p C_sL, \quad 1.22$$

où L est l'épaisseur de la couche turbulente. La fonction de probabilité cumulative de $\log_{10}(C_kL)$ proposée par WBMOD au nord de Dakar dans la région de « crête équatoriale » le 1^{er} octobre à 23h UTC est représentée en Figure 1.21, afin que le lecteur ait une idée des valeurs typiques prises par ce paramètre dans des conditions de forte perturbation, comme cette situation le décrit. Les valeurs de $\log_{10}(C_kL)$ correspondant à de la scintillation de faible intensité en bande L sont de l'ordre de 31. Des valeurs proches de 36 et au-delà sont considérées comme extrêmes.

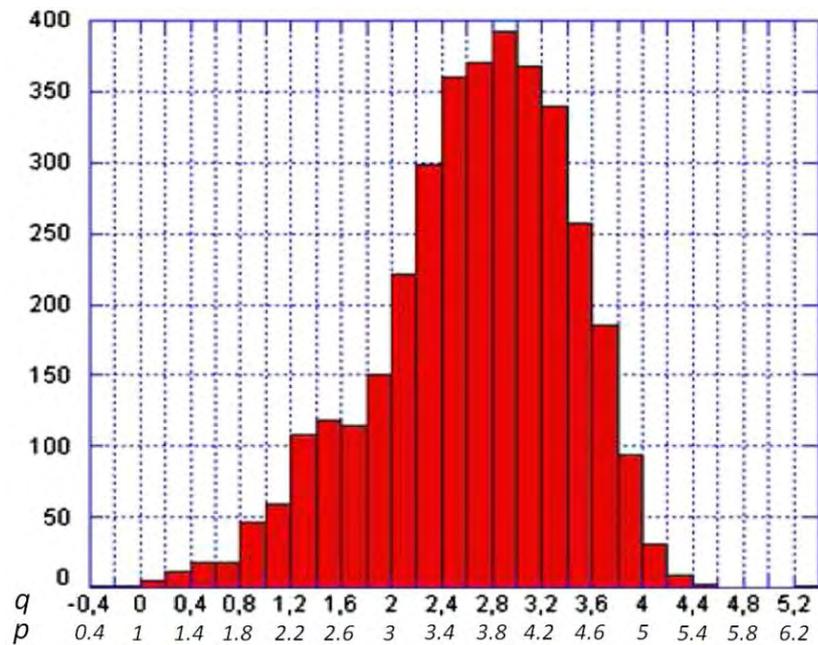


FIGURE 1.20 - HISTOGRAMME DE L'INDICE SPECTRAL OBSERVÉ DEPUIS CAYENNE POUR $S_4 > 0.2$ LA LÉGENDE EN ITALIQUE REPRÉSENTE LES VALEURS DE p , ET LA LÉGENDE EN GRAS REPRÉSENTE LES VALEURS DE q . EXTRAIT DE [BÉNIGUEL *ET AL.*, 2011].

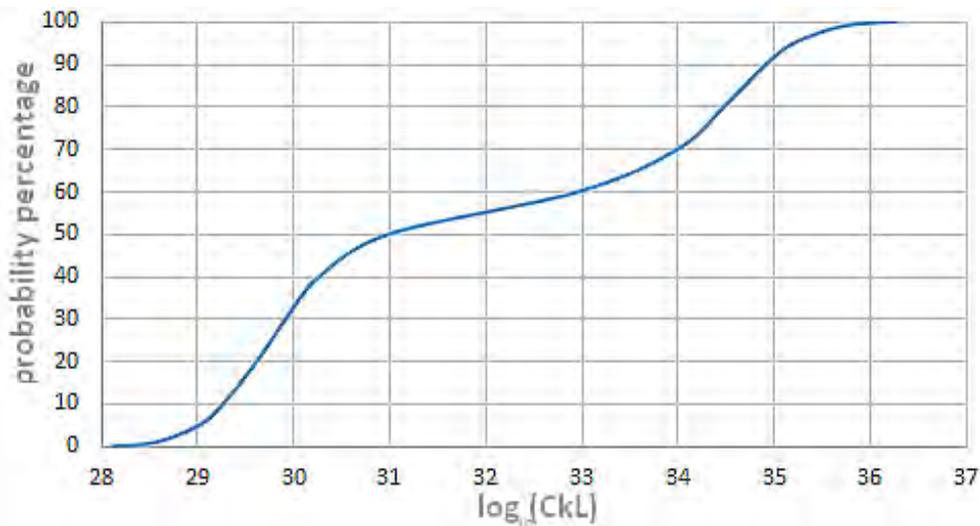


FIGURE 1.21 - FONCTION CUMULATIVE DE DENSITÉ DE PROBABILITÉ DE $\log_{10}(C_kL)$ OBTENUE PAR LE MODÈLE WBMOD AU COORDONNÉES (19.1N, 17.4W) SUR LA CRÊTE ÉQUATORIALE AU NORD DE DAKAR À 23H UTC.

1.3.3 MODÉLISATION DE LA LIAISON

Le trajet parcouru à l'intérieur de la couche ionosphérique, et le trajet parcouru entre le bas de la couche turbulente et le récepteur revêt une importance capitale. En effet, pour un signal GNSS, l'onde électromagnétique incidente sur le milieu turbulent peut être considérée plane. En revanche, dans la couche turbulente et en sortie, cette approximation n'est plus justifiée.

L'épaisseur de la couche turbulente de l'ionosphère est notée ΔH . Les irrégularités étant situées dans la région F de l'ionosphère, une valeur habituellement utilisée pour ΔH dans la littérature est 50km [Galiègue *et al.*, 2016]. L'altitude de cette couche est notée H . Elle est habituellement approximée à 350km [Wang *et al.*, 2017] conformément à la partie 1.1.

La longueur du trajet parcouru dans l'ionosphère peut être approximée par :

$$R_{iono}^{FLAT} = \frac{\Delta H}{\cos(V)} = \Delta H \sec(V). \quad 1.23$$

La longueur du trajet entre le bas de la couche ionosphérique et le récepteur est :

$$L_v^{FLAT} = \frac{H}{\cos(V)} = H \sec(V), \quad 1.24$$

où V est l'angle entre la verticale locale au récepteur et la trajectoire de la liaison, aussi appelé ligne de mire. Cet angle peut également être interprété comme étant égal à $\frac{\pi}{2} - el$, où el est l'élévation du satellite mesurée depuis le récepteur, en radians. La configuration géométrique est représentée en Figure 1.22. Néanmoins, les expressions de R_{iono}^{FLAT} et L_v^{FLAT} présentées en équations 1.23 et 1.24 ne prennent pas en compte la rotondité de la terre.

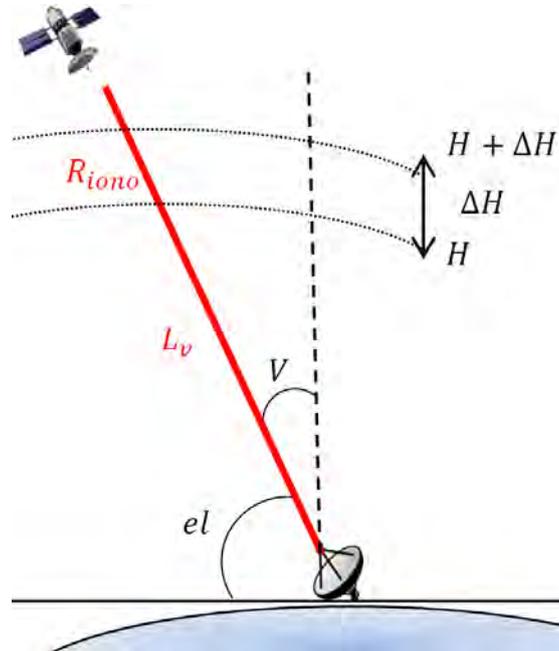


FIGURE 1.22 - TRAJECTOIRE DU SIGNAL, ALTITUDE ET ÉPAISSEUR DE LA COUCHE TURBULENTE.

Des expressions analogues à celles développées en 1.23 et 1.24 mais prenant en compte la rotondité de la Terre ont été développées par [Galiègue, 2015], et sont présentées en 1.25 pour R_{iono} et 1.26 pour L_v :

$$R_{iono} = \sqrt{(R_t + H + \Delta H)^2 - R_t \sin(V)^2} - \sqrt{R_t^2 \cos(V)^2 + H^2 + 2HR_t}, \quad 1.25$$

$$L_v = \sqrt{R_t^2 \cos(V)^2 + H^2 + 2HR_t} - R_t \cos(V), \quad 1.26$$

où R_t est le rayon terrestre. Or, la différence entre R_{iono} et R_{iono}^{FLAT} , L_v et L_v^{FLAT} , peut s'avérer importante à basse élévation. Sur la Figure 1.23 et la Figure 1.24, ces grandeurs sont tracées en fonction de l'angle d'élévation. Pour une élévation de 15° (pire cas d'élévation considéré dans ce manuscrit), la différence numérique obtenue entre les deux formulations est de l'ordre de 70km (soit une erreur de 35%) pour la grandeur R_{iono} et de 250km (soit une erreur de 35%) pour la grandeur L_v . Dès lors que l'élévation est supérieure à 45° , les deux formulations donnent des résultats quasi-identiques (différence inférieure à 5%), même si l'erreur n'est pas nulle ; les expressions R_{iono} et L_v sont donc considérées au vue des différences importantes pour les élévations les plus faibles que nous serons susceptibles de rencontrer.

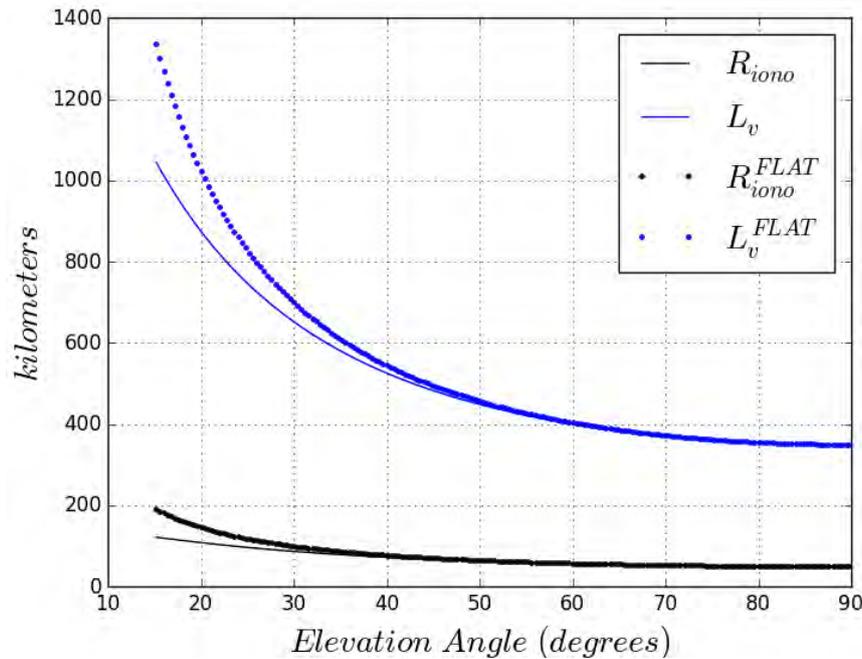


FIGURE 1.23 - EPAISSEUR DE COUCHE TRAVERSÉE ET HAUTEUR DE COUCHE TURBULENTE SOUS DEUX FORMALISMES DIFFÉRENTS EN FONCTION DE L'ANGLE D'ÉLÉVATION.

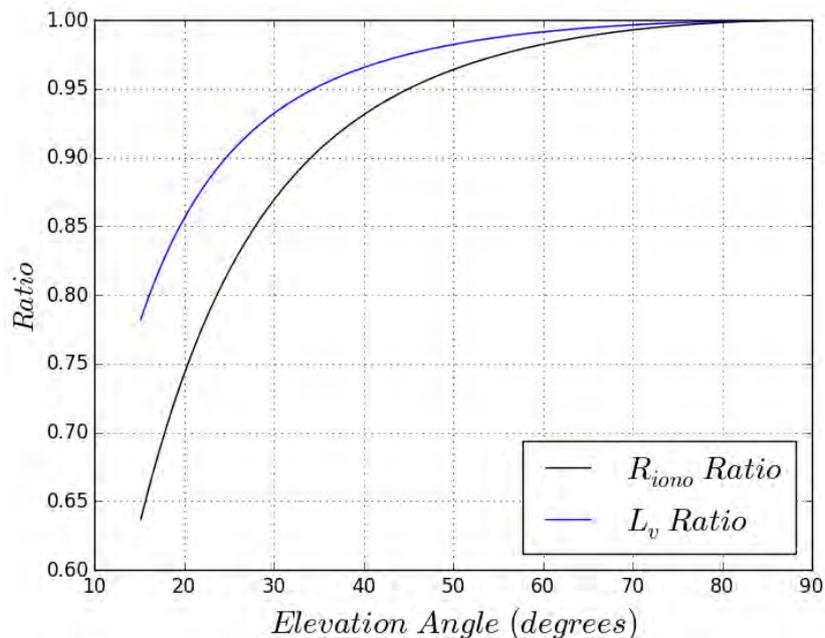


FIGURE 1.24 - RATIO DE DEUX FORMALISMES DE L'EPAISSEUR DE COUCHE TRAVERSÉE ET DE LA HAUTEUR DE COUCHE TURBULENTE EN FONCTION DE L'ANGLE D'ÉLÉVATION.

1.4 CONCLUSION

Dans ce chapitre, les spécificités des phénomènes ionosphériques équatoriaux grandes échelles et petites échelles ont été présentés. Les inhomogénéités turbulentes de la densité électronique entraînent des fluctuations rapides de la phase et de l'amplitude d'un signal en réception, appelées scintillation. La scintillation à l'équateur perturbe une liaison transionosphérique en bande L notamment. Une majorité d'évènements semblent subvenir après le coucher du soleil, durant les mois d'équinoxe.

L'ionosphère équatoriale est sujette à l'anomalie d'Appleton, un renforcement important de la densité électronique de part et d'autre de l'équateur magnétique au coucher du soleil suite à une advection vers le haut des particules chargées du plasma. Des irrégularités de la densité électronique s'y forment alors, avant de dériver vers l'est. Elles sont les principales responsables de la scintillation ionosphérique à l'équateur.

Afin de rendre compte de ces irrégularités turbulentes de l'ionosphère, une modélisation statistique via le spectre des fluctuations de la densité électronique du milieu est ici proposée. Elle sera utilisée dans le calcul des indices et spectres de la scintillation ionosphérique. Les différents paramètres composant ce spectre ont été introduits ; ils seront au cœur de la modélisation de la scintillation ionosphérique.

CHAPITRE 2 : MODÉLISATION ÉLECTROMAGNÉTIQUE DE LA SCINTILLATION IONOSPHERIQUE

L'objectif de ce chapitre est d'établir un modèle analytique de la scintillation ionosphérique subie par un signal micro-onde. Afin de valider ce formalisme, un modèle numérique est proposé. Le milieu est modélisé de façon statistique conformément au chapitre 1. La modélisation de la scintillation ionosphérique s'effectue via la résolution analytique ou numérique de l'équation d'Helmholtz, dans le plasma ionosphérique. Elle permettra d'exprimer le champ électrique en tous points de l'espace. Ces différentes approches peuvent ensuite être comparées pour s'inter-valider sur une gamme de forces de perturbations. Le domaine de validité du modèle analytique est notamment investigué en forte perturbation par comparaison avec le modèle numérique valide tout régime.

2.1 ÉQUATION D'HELMHOLTZ EN MILIEU IONOSPHERIQUE TURBULENT

L'expression du champ électrique en tous points de l'espace est essentielle à la modélisation des effets de la scintillation ionosphérique sur le signal. Quel que soit le type de modélisation utilisé, ou le système de coordonnées dans lequel l'analyse est conduite, la résolution de l'équation de propagation d'Helmholtz permettra d'obtenir les paramètres désirés. L'analyse commence donc dans ce cas par l'écriture des équations de Maxwell (le plasma ionosphérique est considéré comme globalement neutre, nous posons donc la densité électronique globale $\rho_e = 0$) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{div}(\epsilon \vec{e}) = 0 \\ \text{div}(\vec{b}) = 0 \\ \overrightarrow{\text{rot}}(\vec{e}) = -\frac{\partial \vec{b}}{\partial t} \\ \overrightarrow{\text{rot}}(\vec{b}) = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{e}}{\partial t} \end{array} \right. \quad . \quad 2.1$$

Où μ_0 est la perméabilité magnétique du vide, ϵ_0 est la permittivité diélectrique du vide, ϵ est la permittivité du milieu qui peut s'écrire $\epsilon = \epsilon_0 + \Delta\epsilon$ où $\Delta\epsilon$ est dans l'ionosphère très faible devant ϵ_0 , \vec{b} est le champ magnétique, \vec{e} est le champ électrique, \vec{J} est la densité de courant. En combinant les équations de 2.1, nous obtenons :

$$\overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{rot}}(\vec{e})) = -\frac{\partial \overrightarrow{\text{rot}}(\vec{b})}{\partial t} \Leftrightarrow \overrightarrow{\text{grad}}(\text{div}(\vec{e})) - \nabla^2 \vec{e} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{J}}{\partial t} - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{e}}{\partial t^2} \quad . \quad 2.2$$

Et de plus, l'équation de Maxwell-Gauss nous permet d'obtenir les équations :

$$\text{div}(\epsilon \vec{e}) = 0, \quad 2.3$$

$$\Leftrightarrow \epsilon \text{div}(\vec{e}) + \vec{e} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}(\epsilon) = 0, \quad 2.4$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{\text{grad}}(\text{div}(\vec{e})) = -\overrightarrow{\text{grad}}\left(\frac{\vec{e}}{\epsilon} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}(\epsilon)\right), \quad 2.5$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{\text{grad}}(\text{div}(\vec{e})) = -\overrightarrow{\text{grad}}(\vec{e} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}(\ln(\epsilon))). \quad 2.6$$

En réinjectant la formule 2.6 dans le calcul 2.2, il vient :

$$-\overrightarrow{\text{grad}}\left(\vec{e} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}(\ln(\epsilon))\right) - \nabla^2 \vec{e} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{J}}{\partial t} - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{e}}{\partial t^2}. \quad 2.7$$

La densité de courant dans le milieu ionosphérique est notée :

$$\vec{J} = -N_e e \vec{V}, \quad 2.8$$

où N_e est le nombre d'électrons et \vec{V} leur vitesse.

On considère que l'on se trouve en régime harmonique, et donc par conséquent, on peut écrire :

$$\vec{e}(\vec{r}, t) = \vec{E}(\vec{r}) e^{-i\omega t}. \quad 2.9$$

Le principe fondamental de la dynamique (ou deuxième loi de Newton) permet d'écrire :

$$\vec{V} = \frac{e}{im\omega} \vec{e}, \quad 2.10$$

où m est la masse d'un électron, ω est la pulsation. En combinant les équations 2.8 et 2.10, on obtient la densité de courant :

$$\vec{J} = -\frac{N_e e^2}{im\omega} \vec{e}. \quad 2.11$$

En réinjectant ce résultat dans l'équation 2.7:

$$-\overrightarrow{\text{grad}}\left(\vec{e} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}(\ln(\epsilon))\right) - \nabla^2 \vec{e} = -\frac{\mu_0 N_e e^2}{im\omega} \vec{e} - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{e}}{\partial t^2}. \quad 2.12$$

Le terme en $-\overrightarrow{\text{grad}}\left(\vec{e} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}(\ln(\epsilon))\right)$ décrit les effets de dépolarisation, que l'on considère ici comme étant négligeables. On arrive donc à l'équation :

$$-\nabla^2 \vec{e} = -\frac{\mu_0 N_e e^2}{im\omega} \vec{e} - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{e}}{\partial t^2}. \quad 2.13$$

Chaque composante vectorielle du champ \vec{e} satisfait à cette équation ; nous pouvons donc l'écrire sous sa forme scalaire. En injectant à l'équation 2.13 la forme du champ électrique obtenue en 2.9, on obtient :

$$-\nabla^2 E(\vec{r}) e^{-i\omega t} = -\frac{\mu_0 N_e e^2}{m} E(\vec{r}) e^{-i\omega t} + \mu_0 \epsilon_0 \omega^2 E(\vec{r}) e^{-i\omega t}, \quad 2.14$$

$$\Leftrightarrow -\nabla^2 E(\vec{r}) = E(\vec{r}) \left[\mu_0 \epsilon_0 \omega^2 - \frac{\mu_0 N_e e^2}{m} \right], \quad 2.15$$

$$\Leftrightarrow \nabla^2 E(\vec{r}) + k_0^2 E(\vec{r}) \left[1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right] = 0, \quad 2.16$$

$$\text{avec } \omega_p = \sqrt{\frac{N_e e^2}{m \epsilon_0}}.$$

En utilisant l'approximation d'Appleton-Hartree obtenue dans l'équation 1.1, on a :

$$n^2 = \epsilon_r = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}, \quad 2.17$$

d'où l'expression de l'équation de propagation d'Helmholtz:

$$\nabla^2 E(\vec{r}) + k_0^2 \epsilon_r E(\vec{r}) = 0. \quad 2.18$$

Or, nous avons établi une décomposition de l'indice de réfraction dans l'équation 1.16. En utilisant cette relation et en négligeant les effets large échelle, $\langle n(\vec{r}, t) \rangle = 1$, l'équation 2.17 se réécrit donc :

$$n^2 = [1 + \Delta n(\vec{r})]^2, \quad 2.19$$

où $\Delta n(\vec{r})$, qui désigne les fluctuations turbulentes d'indice de réfraction, est très faible devant 1. Il est par conséquent possible d'écrire un développement limité à l'ordre 1 :

$$n^2 = \epsilon_r = 1 + 2\Delta n(\vec{r}), \quad 2.20$$

soit dans notre équation :

$$\nabla^2 E(\vec{r}) + k_0^2 (1 + 2\Delta n(\vec{r})) E(\vec{r}) = 0, \quad 2.21$$

Nous venons ainsi d'établir l'équation d'Helmholtz en milieu ionosphérique turbulent.

2.2 RÉOLUTION DE L'ÉQUATION D'HELMHOLTZ PAR MÉTHODE NUMÉRIQUE

2.2.1 GÉNÉRALITÉS SUR LA MODÉLISATION

2.2.1.1 Réduction dimensionnelle

À l'équateur, la morphologie des irrégularités turbulentes de l'ionosphère à l'équateur a amené la communauté scientifique à régulièrement modéliser ce phénomène physique en 2 dimensions [Beniguel *et al.*, 2011], [Carrano *et al.*, 2016], bien qu'il s'agisse clairement d'un phénomène en 3 dimensions. La raison pour laquelle l'idée d'une réduction dimensionnelle a été envisagée par la communauté à l'équateur est que, comme expliqué au 1.1.2, le champ magnétique terrestre est quasi-colinéaire à la surface de la terre. Or, il n'y a pas de vent solaire à l'équateur, ou autre type de phénomène extérieur capable de modifier l'environnement magnétique. Ainsi, le champ magnétique terrestre implique un allongement important des irrégularités ionosphériques dans sa direction, et donc un milieu très anisotrope. La communauté GNSS se base notamment sur une modélisation de la scintillation via un schéma numérique faisant appel à des écrans de phase, ou MPS pour Multiple Phase Screens [Fremouw *et al.*, 1984], [Deshpande *et al.*, 2014]. Dès lors, la principale motivation de la réduction dimensionnelle est qu'un modèle numérique 2D simplifie et allège les calculs nécessaires à la description de la propagation d'une onde électromagnétique à travers l'ionosphère turbulente. Les écrans de phase sont en effet dans ce cas 1D, et les critères optimaux d'échantillonnage des écrans sont bien moins prohibitifs en terme de temps de calcul que dans le cas d'une propagation 3D, qui nécessitent des écrans de phase 2D [Knepp, 1983]. Néanmoins, les conséquences d'une telle réduction dimensionnelle sur l'étude du phénomène de scintillation doivent être étudiées.

Ainsi, des travaux portant sur la validité de la réduction dimensionnelle dans le cas de la scintillation troposphérique ont été entrepris [Fabbro *et al.*, 2012]. Ceux-ci ont motivé une étude équivalente pour la scintillation ionosphérique [Galiègue, 2015], [Galiègue *et al.*, 2016]. Pour ce faire, des modèles analytiques et numériques de propagation transionosphériques 2D et 3D ont été développés. Ces travaux concluent en une sous-estimation de la scintillation ionosphérique en amplitude lorsqu'un modèle 2D est préféré à un modèle 3D, et à une légère surestimation de la scintillation de phase si la réduction dimensionnelle n'est pas effectuée de manière adéquate. Néanmoins, même dans une configuration où la réduction 3D-2D est effectuée de la meilleure manière possible (i.e., le plan 2D

dans lequel la réduction dimensionnelle est effectuée à partir de l'espace 3D est choisi de manière à minimiser les différences entre modèles 3D et 2D), la validité de la réduction dimensionnelle peut être contestée, car des différences entre modèles existent. [Galiègue *et al.*, 2016] a par exemple montré qu'à l'équateur, la géométrie de la liaison peut entraîner des différences considérables avec les résultats d'un modèle 3D. De plus, la communauté ne s'accorde pas sur une valeur de ratio d'anisotropie A_z . Or, ce paramètre a une influence certaine sur la réduction dimensionnelle ; un ratio d'anisotropie A_z proche de 1 amène [Galiègue *et al.*, 2016] à réfuter la possibilité d'utilisation d'un modèle 2D en raison de sa grande différence avec un modèle 3D, et ce quel que soit la configuration géométrique de la liaison.

L'ensemble de ces considérations est à prendre en compte dans le cadre de ce manuscrit ; l'objectif visé étant la mesure de caractéristiques de l'ionosphère turbulente via les signaux GNSS accessibles sur Terre. Pour cela, des formulations analytiques ont été établies et validées par des formulations numériques. La simplification du problème ne doit en aucun cas nous amener à perdre de la précision, ou à dégrader notre interprétation des données ionosphériques. C'est pourquoi uniquement des modèles de propagation 3D ont été utilisés durant cette thèse. Les calculs, même s'ils peuvent s'avérer plus coûteux en termes de ressources, ne souffrent pas d'approximations liées à la réduction dimensionnelle.

2.2.1.2) Repère du LOS

La majorité des modèles de scintillation ionosphérique tels que SCNPROP (modèle de propagation de WBMOD) [Fremouw *et al.*, 1984], GISM [Beniguel *et al.*, 2011] ou SIGMA [Deshpande *et al.*, 2014] travaillent dans le repère géomagnétique local. Ce repère et sa relation avec la ligne de mire du signal est illustré en A) de la Figure 2.1. Nous y constatons que ce repère lié au milieu est totalement décorrélié du signal dans le cas de l'étude de la propagation. Il est plus compliqué à appréhender qu'un repère directement lié au signal comme c'est le cas du repère de la ligne de mire, plus communément appelé repère du Line-of-Sight (LOS). L'ensemble des calculs de ce manuscrit est mené dans ce repère ($\vec{u}, \vec{v}, \vec{s}$), représenté en B) de la Figure 2.1. Le vecteur \vec{s} est dans la direction du signal et dans le sens de propagation du champ électromagnétique. Les vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont dans le plan orthogonal à \vec{s} . \vec{u} et \vec{v} sont orthogonaux mais leur orientation est à l'appréciation de l'utilisateur.

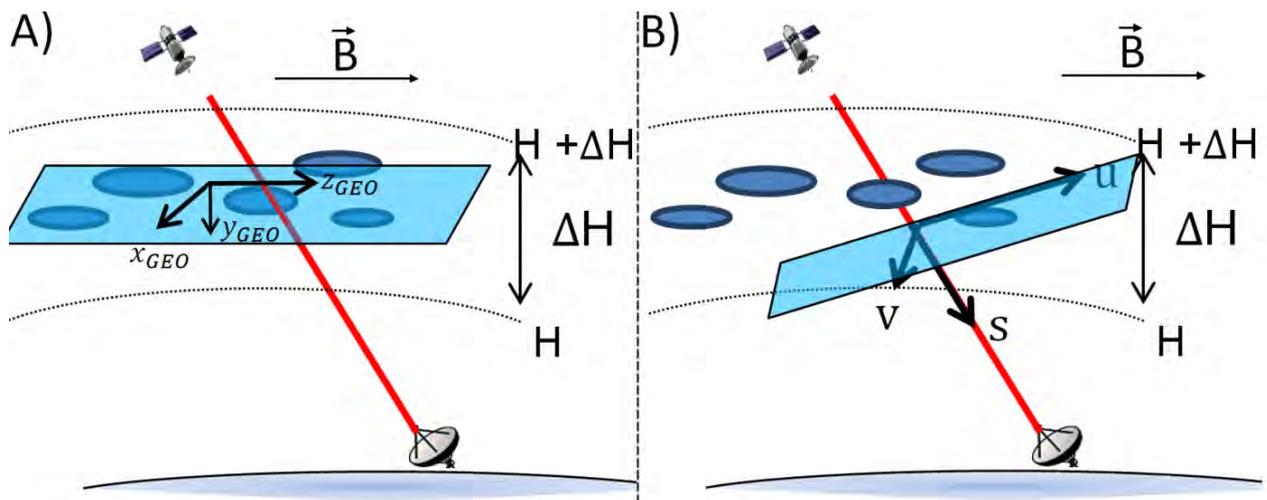


FIGURE 2.1 - ILLUSTRATION DU REPÈRE GÉOMAGNÉTIQUE (A) ET DU REPÈRE DU LINE-OF-SIGHT (B).

Le spectre des irrégularités ionosphériques étant défini dans le repère géomagnétique, la matrice de passage entre le repère du LOS et le repère géomagnétique est nécessaire. Les angles permettant de passer d'un repère à l'autre sont présentés en Figure 2.2 :

- γ est l'angle entre \vec{z}_{GEO} et \vec{s} ,

- ψ est l'angle entre $\overrightarrow{y_{GEO}}$ et la plan formé par les vecteurs (\vec{u}, \vec{v}) ,
- α est l'angle entre \vec{v} et la projection de $\overrightarrow{z_{GEO}}$ sur le plan formé par les vecteurs (\vec{u}, \vec{v}) .

Dans cette géométrie, l'angle α_y s'écrit [Galiègue *et al.*, 2016]:

$$\alpha_y = \alpha + \arccos\left(\frac{\tan(\psi)}{\tan(\gamma)}\right). \quad 2.22$$

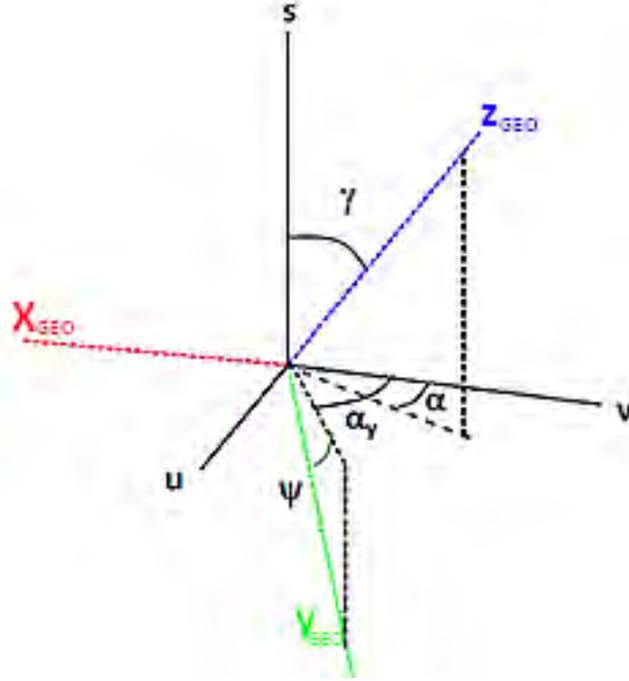


FIGURE 2.2 - LIENS ENTRE LES REPÈRES DU LOS ET GÉOMAGNÉTIQUE.

La matrice de passage entre les repères P vérifie [Galiègue *et al.*, 2016]:

$$\begin{pmatrix} x_{GEO} \\ y_{GEO} \\ z_{GEO} \end{pmatrix} = P \begin{pmatrix} u \\ v \\ s \end{pmatrix}, \quad 2.23$$

où d'après [Galiègue *et al.*, 2016]:

$$P = \begin{pmatrix} \sin(\gamma) \cos(\alpha) \sin(\psi) & -\cos(\gamma) \sin(\alpha_y) \cos(\psi) & \sin(\gamma) \cos(\psi) \sin(\alpha_y) \\ +\cos(\alpha_y) \sin(\psi) \cos(\gamma) & -\sin(\gamma) \sin(\psi) \sin(\alpha) & -\alpha \\ \cos(\psi) \sin(\alpha_y) & \cos(\psi) \cos(\alpha_y) & -\sin(\psi) \\ \sin(\gamma) \sin(\alpha) & \sin(\gamma) \cos(\alpha) & \cos(\gamma) \end{pmatrix}. \quad 2.24$$

L'expression du spectre des irrégularités dans le repère du LOS peut donc s'écrire [Galiègue *et al.*, 2016]:

$$S_{\Delta N_e}(K_u, K_v, K_s = 0) = a^{3-p} A_y A_z C_s \left(A K_u^2 + B K_v^2 + 2C K_u K_v + \frac{K_0^2}{a^2} \right)^{-\frac{p}{2}}, \quad 2.25$$

où :

$$\begin{aligned} A &= (\cos(\psi) \cos(\alpha_y) \cos(\gamma) + \sin(\gamma) \cos(\alpha) \sin(\psi))^2 + A_y^2 \sin(\alpha_y)^2 \cos(\psi)^2 \\ &\quad + A_z^2 \sin(\gamma)^2 \sin(\alpha)^2, \\ B &= (\cos(\psi) \sin(\alpha_y) \cos(\gamma) + \sin(\gamma) \sin(\alpha) \sin(\psi))^2 + A_y^2 \cos(\alpha_y)^2 \cos(\psi)^2 \\ &\quad + A_z^2 \sin(\gamma)^2 \cos(\alpha)^2, \end{aligned} \quad 2.26$$

$$C = -(\cos(\psi) \cos(\alpha_y) \cos(\gamma) + \sin(\gamma) \cos(\alpha) \sin(\psi))(\cos(\psi) \sin(\alpha_y) \cos(\gamma) + \sin(\gamma) \sin(\alpha) \sin(\psi)) + A_y^2 \sin(\alpha_y) \cos(\psi)^2 \cos(\alpha_y) + A_z^2 \sin(\alpha) \sin(\gamma)^2 \cos(\alpha),$$

Dans 2.26, A_z et A_y sont les ratios d'anisotropie selon les axes z_{GEO} et y_{GEO} (respectivement) conformément au chapitre 1.

2.2.2 MODÈLE NUMÉRIQUE PWE-MPS

Le principe du modèle numérique PWE-MPS (Parabolic Wave Equation – Multiple Phase Screens) est de résoudre l'équation parabolique qui est présentée dans cette partie via une méthode itérative Split-Step-Fourier (SSF).

Dans le repère du LOS, l'équation 2.21 devient :

$$\frac{\partial^2 E(u, v, s)}{\partial u^2} + \frac{\partial^2 E(u, v, s)}{\partial v^2} + \frac{\partial^2 E(u, v, s)}{\partial s^2} + k_0^2 (1 + 2\Delta n(u, v, s)) E(u, v, s) = 0. \quad 2.27$$

D'après [Galiègue *et al.*, 2016], cette équation mène dans le cas d'une propagation avant à l'équation pseudo-différentielle :

$$\frac{\partial E}{\partial s} = ik_0 \left[\sqrt{1 + \frac{1}{k_0^2} \left(\frac{\partial^2}{\partial v^2} + \frac{\partial^2}{\partial u^2} \right) + \Delta n(u, v)} \right] E. \quad 2.28$$

L'équation 2.28 est l'équation d'onde parabolique, ou encore Parabolic Wave Equation.

Les solutions de l'équation pseudo-différentielle 2.28 sont de la forme :

$$E(u, v, s + \Delta s) = e^{ik_0 \Delta s \left[\sqrt{1 + \frac{1}{k_0^2} \left(\frac{\partial^2}{\partial v^2} + \frac{\partial^2}{\partial u^2} \right) + \Delta n(u, v)} \right]} E(u, v, s). \quad 2.29$$

En notant $\phi(u, v) = \int_s^{s+\Delta s} \Delta n(u, v, x) dx$, le champ électrique de l'équation 2.29 peut s'écrire [Tappert, 1977] :

$$E(u, v, s + \Delta s) = e^{ik_0 \phi(u, v)} TF^{-1} \left\{ e^{i \sqrt{k_0^2 - K_u^2 - K_v^2} \Delta s} TF[E(u, v, s)] \right\}, \quad 2.30$$

où TF et TF^{-1} désignent les transformées de Fourier 2D dans le plan transverse (u, v) . En partant de l'hypothèse d'une onde plane à l'arrivée sur l'ionosphère, le champ électrique peut donc être estimé pas à pas à travers le milieu perturbé, puis jusqu'à la Terre. Le milieu perturbé est pris en compte via le déphasage aléatoire amené par $\phi(u, v)$, qui est modélisé par un écran de phase 2D afin de respecter la variation en u et en v de ϕ . Entre deux écrans espacés de Δs , la propagation s'effectue dans le vide. Le schéma de propagation est illustré en Figure 2.3 dans le repère du LOS.

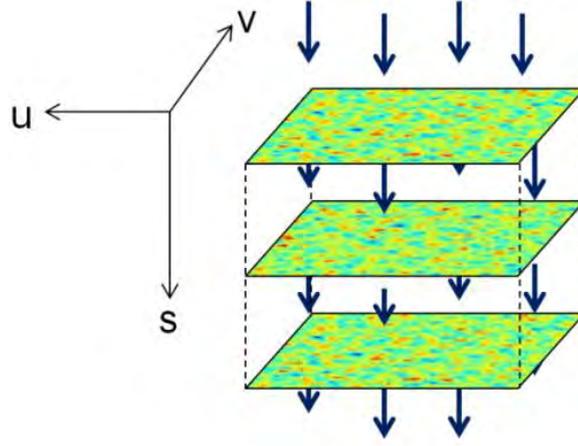


FIGURE 2.3 - PROPAGATION DANS LE SCHÉMA SPLIT-STEP FOURIER.

Les écrans de phase sont générés via le filtrage dans le domaine spectral d'un bruit blanc gaussien par $\sqrt{S_\phi}$, où S_ϕ est le spectre du terme de phase $\phi(u, v)$, lié par transformée de Fourier à sa covariance spatiale de $\phi(u, v)$ [Galiègue, 2015]. $S_\phi(k_u, k_v)$ prend la forme [Galiègue *et al.*, 2016]:

$$S_\phi(K_u, K_v) = 2\pi \left(\frac{r_e \lambda}{k_0} \right)^2 \Delta s S_{\Delta N_e}(K_u, K_v, K_s = 0). \quad 2.31$$

Lors de la génération des écrans de phase, une attention particulière doit être apportée à l'échantillonnage. Des critères ont été formulés par [Knepp, 1983] afin d'assurer que la résolution numérique soit optimale. Ceux-ci sont :

- La taille des écrans doit être supérieure à la coupe de la plus grande irrégularité dans le plan (\vec{u}, \vec{v}) : la projection sur (\vec{u}, \vec{v}) du plus grand côté de l'irrégularité (notée L_c) dicte donc la taille des écrans de phase. Dans ce manuscrit, la taille de l'écran L_{ecran} est prise comme étant : $L_{ecran} = 5L_c$.
- La distance entre deux écrans consécutifs doit être supérieure au double de la projection de la plus grande irrégularité considérée sur l'axe \vec{s} , afin que le milieu soit décorréolé entre deux écrans successifs.
- La différence de phase entre deux points successifs d'un écran de phase doit être inférieure à π . Si N_u est le nombre de points sur un écran, et que l'écart entre deux point d'un écran s'écrit $\frac{L_{ecran}}{N_u}$:

$$\frac{L_{ecran}}{N_u} < \frac{\pi L_0}{\sqrt{2} \sigma_\phi}. \quad 2.32$$

Ce critère est en pratique le plus restrictif, notamment dans le cas où les irrégularités ionosphériques et les ratios d'anisotropie sont importants.

2.3 RÉSOLUTION DE L'ÉQUATION D'HELMHOLTZ PAR MÉTHODE ANALYTIQUE

Le modèle numérique de propagation décrit en partie 2.2 a l'avantage d'être versatile, car aucune hypothèse de force des perturbations n'est posée afin de l'obtenir. En revanche, il est impossible de lier mathématiquement les paramètres d'influence, c'est-à-dire les paramètres ionosphériques, avec les observables en réception (spectres, ou variance et indices d'amplitude et de phase [Rino, 1979], [Aarons, 1982], [Galiègue, 2015]). L'obtention de formules analytiques est donc nécessaire afin d'être en mesure de lier les paramètres physiques du milieu, décrits en partie 1.3 du chapitre 1, et les grandeurs qui peuvent être mesurées sur terre. L'approximation de Rytov a été utilisée dans l'étude de la scintillation ionosphérique de faible perturbation [Rytov, 1937], [Wheelon, 2003], [Galiègue, 2015], [Yeh *et al.*, 1982] : elle permet d'obtenir une solution à l'équation d'Helmholtz dans la mesure où les perturbations seront

confinées à un régime faible. Ce régime et ses frontières sont discutés au chapitre 2.4.2. Sous cette hypothèse, il est donc possible de décomposer le champ électrique conformément à :

$$E(\vec{r}) = E_0(\vec{r})e^{\Psi(\vec{r})}, \quad 2.33$$

où $E_0(\vec{r})$ est le champ électrique au point \vec{r} en l'absence de turbulences, et Ψ est la fonction de perturbation.

Cette fonction de perturbation est une combinaison de termes proportionnels aux puissances croissantes de la fluctuation diélectrique du milieu $\delta\epsilon$ [Wheelon, 2003]. On a donc :

$$\Psi = \psi_1 + \psi_2 + \psi_3 + \dots \quad 2.34$$

En faisant l'hypothèse de la convergence de cette série, la solution de Rytov permet de se limiter à un développement à l'ordre 1. Sous couvert de l'utilisation de la série à l'ordre 1, il est donc possible d'écrire :

$$E(\vec{r}) = E_0(\vec{r})e^{\psi_1(\vec{r})}. \quad 2.35$$

En injectant l'expression du champ ci-dessus dans l'équation de propagation 2.21, la fonction de perturbation au point \vec{R} s'écrit [Wheelon, 2003] :

$$\psi_1(\vec{R}) = -2k_0^2 \iiint_{-\infty}^{+\infty} d^3r G^{3D}(\vec{R}, \vec{r}) \Delta n(\vec{r}) \frac{E_0(\vec{R})}{E_0(\vec{0})}, \quad 2.36$$

où la fonction de Green G^{3D} est définie par :

$$G^{3D}(\vec{R}, \vec{r}) = \frac{e^{ik_0|\vec{R}-\vec{r}|}}{4\pi|\vec{R}-\vec{r}|}. \quad 2.37$$

La géométrie du problème interférentiel adressé ici est rappelée en Figure 2.4, dans un cas de transmission satellite-Terre au zénith. Les liens entre \vec{r} , \vec{R} et $\vec{R} - \vec{r}$ y apparaissent clairement.

La fonction de Green étant une entité complexe, la décomposition en partie réelle et imaginaire permet d'obtenir :

$$G^{3D}(\vec{R}, \vec{r}) \frac{E_0(\vec{R})}{E_0(\vec{0})} = A(\vec{R}, \vec{r}) + iB(\vec{R}, \vec{r}). \quad 2.38$$

En injectant cette décomposition dans l'expression du champ électrique développée à l'équation 2.35, on obtient :

$$E(\vec{R}, t) = E_0(\vec{R}) e^{-2k_0^2 \iiint_{-\infty}^{+\infty} d^3r \Delta n(\vec{R}, \vec{r}) A(\vec{R}, \vec{r})} e^{-2ik_0^2 \iiint_{-\infty}^{+\infty} d^3r \Delta n(\vec{R}, \vec{r}) B(\vec{R}, \vec{r})}. \quad 2.39$$

Séparons désormais la phase et l'amplitude du champ électrique :

$$\begin{cases} \left| \frac{E(\vec{R}, t)}{E_0(\vec{R})} \right| = e^{-2k_0^2 \iiint_{-\infty}^{+\infty} d^3r \Delta n(\vec{R}, \vec{r}) A(\vec{R}, \vec{r})} \\ \arg(E(\vec{R}, t)) = -2ik_0^2 \iiint_{-\infty}^{+\infty} d^3r \Delta n(\vec{R}, \vec{r}) B(\vec{R}, \vec{r}) \end{cases} \quad 2.40$$

Désormais, notons φ la phase du champ électrique, et χ le logarithme népérien de la valeur absolue de l'amplitude du champ électrique normalisé par sa valeur en espace libre :

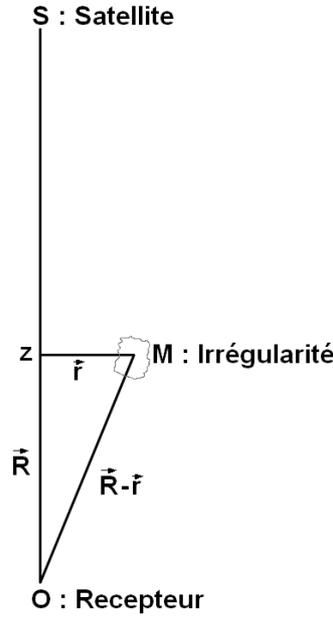


FIGURE 2.4 - REPRÉSENTATION GÉOMÉTRIQUE DE LA SITUATION ET INTRODUCTION AUX GRANDEURS SPATIALES D'INTÉGRATION.

$$\left\{ \begin{array}{l} \ln \left(\left| \frac{E(\vec{R}, t)}{E_0(\vec{R})} \right| \right) = \chi(\vec{R}, t) = -2k_0 \iiint_{-\infty}^{+\infty} d^3r \Delta n(\vec{R}, \vec{r}) A(\vec{R}, \vec{r}) \\ \varphi(\vec{R}, t) = -2k_0^2 \iiint_{-\infty}^{+\infty} d^3r \Delta n(\vec{R}, \vec{r}) B(\vec{R}, \vec{r}) \end{array} \right. \quad 2.41$$

Il est alors possible de remplacer la variation d'indice de réfraction Δn par son expression en fonction de ΔN_e :

$$\left\{ \begin{array}{l} \chi(\vec{R}, t) = 2k_0 r_e \lambda \iiint_{-\infty}^{+\infty} d^3r \Delta N_e(\vec{r}) A(\vec{R}, \vec{r}) \\ \varphi(\vec{R}, t) = 2k_0 r_e \lambda \iiint_{-\infty}^{+\infty} d^3r \Delta N_e(\vec{r}) B(\vec{R}, \vec{r}) \end{array} \right. \quad 2.42$$

Les expressions analytiques de χ , la log-amplitude du signal, et ϕ , la phase du signal obtenue à l'équation 2.42 permettent de calculer les indices et les spectres du signal comme démontré dans la partie suivante.

2.3.1 CALCUL ANALYTIQUE DES INDICES DE SCINTILLATION

La variance de log-amplitude σ_χ^2 est liée à l'indice S_4 couramment utilisé pour caractériser la scintillation ionosphérique [Van Dierendonck *et al*, 1993], [Conker *et al*, 2000]. En faible perturbation notamment, [Wheelon, 2003] a montré que le lien entre ces grandeurs était direct. Le calcul de cette variance est donc conduit ci-dessous, à partir de l'expression analytique de la log-amplitude du signal obtenue à l'équation 2.42. La variance de log-amplitude s'exprime de manière statistique :

$$\sigma_\chi^2 = \langle \chi(\vec{R}, t) \rangle^2 - \langle \chi(\vec{R}, t) \rangle^2, \quad 2.43$$

or, dans le plasma ionosphérique, $\langle \Delta N_e \rangle = 0$ (cette hypothèse a notamment déjà été introduite à l'équation 2.19), ce qui conduira à $\langle \chi(\vec{R}, t) \rangle = 0$, puis $\langle \chi(\vec{R}, t) \rangle^2 = 0$. Par suite :

$$\langle \chi^2 \rangle = (4\pi r_e)^2 \iiint_{-\infty}^{+\infty} d^3r A(\vec{R}, \vec{r}) \iiint_{-\infty}^{+\infty} d^3r' A(\vec{R}, \vec{r}') \langle \Delta N_e(\vec{r}, t) \Delta N_e(\vec{r}', t) \rangle. \quad 2.44$$

Il est possible de transformer l'expression 2.44 en travaillant dans le domaine de Fourier. En introduisant l'expression du spectre des irrégularités ionosphérique, obtenue à l'équation 1.20, nous pouvons écrire :

$$\langle \chi^2 \rangle = (4\pi r_e)^2 \iiint_{-\infty}^{+\infty} d^3K S_{\Delta N_e}(\vec{K}) D(\vec{K}) D(-\vec{K}), \quad 2.45$$

où $D(\vec{K}) = \iiint_{-\infty}^{+\infty} d^3r A(\vec{R}, \vec{r}) e^{i\vec{K} \cdot (\vec{R} - \vec{r})} p(s)$ avec $p(s)$ représentant le domaine d'intégration dans la couche turbulente de l'ionosphère uniquement.

Notons :

$$\Lambda(\vec{K}) = \iiint_{-\infty}^{+\infty} d^3r G(\vec{R}, \vec{r}) \frac{E_0(\vec{R})}{E_0(\vec{0})} e^{i\vec{K} \cdot (\vec{R} - \vec{r})} p(s). \quad 2.46$$

Il est possible de remarquer la propriété suivante :

$$D(\vec{K}) = \frac{1}{2} [\Lambda(\vec{K}) + \Lambda^*(\vec{K})]. \quad 2.47$$

On choisit le champ électromagnétique diffusé dans le sens des s décroissants, sans perdre de généralité. Le champ pourra donc s'écrire :

$$E_0(\vec{R}) = E_0 e^{-iks}, \quad 2.48$$

où E_0 est l'amplitude du champ électrique non perturbé sur l'antenne du récepteur.

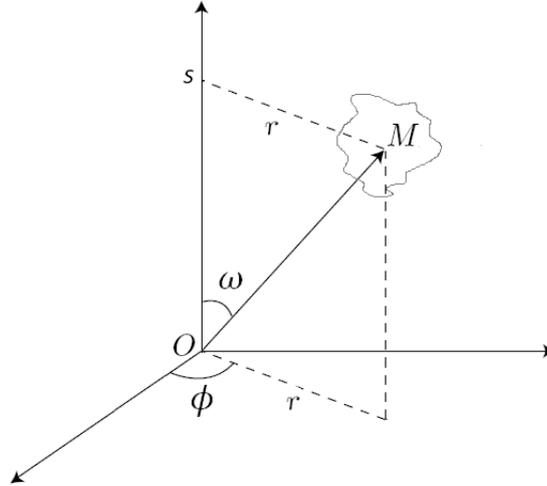


FIGURE 2.5 - COORDONNÉES CYLINDRIQUES (r, ϕ, s) . O EST LE RÉCEPTEUR ET M EST L'IRRÉGULARITÉ CONSIDÉRÉE.

Conformément à la Figure 2.5, un passage en coordonnées cylindriques est nécessaire pour le calcul de l'intégrale de l'équation 2.46. Elle s'écrit par conséquent :

$$\Lambda(\vec{K}) = \int_{L_v}^{L_v + R_{iono}} ds \int_0^{+\infty} r dr \int_0^{2\pi} d\phi \frac{e^{ik_0(s^2 + r^2)^{\frac{1}{2}}} E_0 e^{-ik_0 s}}{4\pi(s^2 + r^2)^{\frac{1}{2}} E_0 e^{i\vec{k}_0 \cdot \vec{0}}} e^{i[rK_r(\cos\phi\cos\omega + \sin\phi\sin\omega) + K_s s]}, \quad 2.49$$

où les angles ω et ϕ sont décrits sur la Figure 2.5 où L_v est la distance entre le bas de la couche turbulente de l'ionosphère et le récepteur le long du LOS, et R_{iono} , la distance du trajet du signal électromagnétique à

l'intérieur de la couche turbulente le long du LOS. Ces grandeurs ont été définies et calculées au chapitre 1, en partie 1.3.3 et dans la Figure 1.22.

En simplifiant l'expression, l'équation suivante est obtenue :

$$\Lambda(\vec{K}) = \int_{L_v}^{L_v+R_{iono}} ds \int_0^{+\infty} r dr \int_0^{2\pi} d\phi \frac{e^{ik_0(s^2+r^2)^{\frac{1}{2}} - ik_0s + i[rK_r(\cos\phi\cos\omega + \sin\phi\sin\omega) + K_s s]}}{4\pi(s^2+r^2)^{\frac{1}{2}}}, \quad 2.50$$

soit

$$\Lambda(\vec{K}) = \int_{L_v}^{L_v+R_{iono}} ds e^{-is(k_0-K_s)} \int_0^{+\infty} dr \frac{e^{ik_0(s^2+r^2)^{\frac{1}{2}}}}{4\pi(s^2+r^2)^{\frac{1}{2}}} r \int_0^{2\pi} d\phi e^{irK_r \cos(\phi-\omega)}, \quad 2.51$$

$$\Leftrightarrow \Lambda(\vec{K}) = \frac{1}{2} \int_{L_v}^{L_v+R_{iono}} ds e^{-is(k_0-K_s)} \int_0^{+\infty} dr \frac{e^{ik_0\sqrt{s^2+r^2}}}{\sqrt{s^2+r^2}} r J_0(rK_r), \quad 2.52$$

avec J_0 , la fonction de Bessel d'ordre 0.

L'hypothèse paraxiale consiste à considérer les irrégularités ionosphériques diffusives vers l'avant proches de l'axe principal de propagation, soit $r \ll s$, d'où $e^{ik_0\sqrt{s^2+r^2}} \approx e^{i(k_0s + \frac{r^2k_0}{2s})}$ dans l'équation 2.52.

De plus, l'intégrale remarquable suivante peut être utilisée [Wheelon, 2003]:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dx x e^{-px^2} J_0(ax) = \frac{1}{2p^2} e^{-\frac{a^2}{4p^2}}. \quad 2.53$$

En utilisant l'équation 2.53 dans l'équation 2.52, nous obtenons :

$$\Lambda(\vec{K}) = \frac{1}{2} \int_{L_v}^{L_v+R_{iono}} dz e^{isK_s} \int_0^{+\infty} dr r \frac{e^{ik_0r^2}}{2z} J_0(rK_r), \quad 2.54$$

soit :

$$\Lambda(\vec{K}) = \frac{i}{2k_0} \int_{L_v}^{L_v+R_{iono}} ds e^{is\left(K_s - \frac{K_r^2}{2k_0}\right)}. \quad 2.55$$

En remplaçant l'expression simplifiée de $\Lambda(\vec{K})$ dans l'expression de $D(\vec{K})$, l'équation 2.56 est obtenue :

$$D(\vec{K}) = \frac{i}{4k_0} \int_{L_v}^{L_v+R_{iono}} ds \left[-e^{-is\left(K_s - \frac{K_r^2}{2k_0}\right)} + e^{is\left(K_s - \frac{K_r^2}{2k_0}\right)} \right], \quad 2.56$$

que l'on peut écrire :

$$D(\vec{K}) = \frac{1}{2k_0} \int_{L_v}^{L_v+R_{iono}} ds e^{isK_s} \sin\left(\frac{sK_r^2}{2k_0}\right). \quad 2.57$$

En substituant désormais l'expression 2.57 dans l'équation 2.45 :

$$\langle \chi^2 \rangle = (\lambda r_e)^2 \iiint_{-\infty}^{+\infty} d^3 K S_{\Delta N_e}(\vec{K}) \int_{L_v}^{L_v+R_{iono}} \int_{L_v}^{L_v+R_{iono}} ds ds' \sin\left(\frac{sK_r^2}{2k_0}\right) \sin\left(\frac{s'K_r^2}{2k_0}\right) e^{iK_s(s-s')}. \quad 2.58$$

En rappelant que [Wheeler, 2003]:

$$\int_a^b dx \int_a^b dx' f(x)g(x')e^{iK(x-x')} = 2\pi\delta(K) \int_a^b dx f(x)g(x). \quad 2.59$$

l'équation 2.58 devient :

$$\langle \chi^2 \rangle = 2\pi\lambda^2 r_e^2 \iiint_{-\infty}^{+\infty} d^3 K S_{\Delta N_e}(\vec{K}) \delta(K_s) \int_{L_v}^{L_v+R_{iono}} ds \sin^2\left(\frac{sK_r^2}{2k_0}\right). \quad 2.60$$

Il est désormais nécessaire de calculer l'intégrale en s de l'équation 2.60. Une identité trigonométrique permet d'obtenir:

$$\int_{L_v}^{L_v+R_{iono}} ds \sin^2\left(\frac{sK_r^2}{2k_0}\right) = \int_{L_v}^{L_v+R_{iono}} ds \frac{1 - \cos\left(\frac{sK_r^2}{2k_0}\right)}{2}, \quad 2.61$$

$$\Leftrightarrow \int_{L_v}^{L_v+R_{iono}} ds \sin^2\left(\frac{sK_r^2}{2k_0}\right) = \left[\frac{s}{2} - \frac{k_0 \sin\left(\frac{sK_r^2}{2k_0}\right)}{2K_r^2} \right]_{L_v}^{L_v+R_{iono}}, \quad 2.62$$

$$\Leftrightarrow \int_{L_v}^{L_v+R_{iono}} ds \sin^2\left(\frac{sK_r^2}{2k_0}\right) = \frac{R_{iono}}{2} - \frac{k_0}{2K_r^2} \left[\sin\left(\frac{(L_v + R_{iono})K_r^2}{2k_0}\right) - \sin\left(\frac{L_v K_r^2}{2k_0}\right) \right] \quad 2.63$$

$$\Leftrightarrow \int_{L_v}^{L_v+R_{iono}} ds \sin^2\left(\frac{sK_r^2}{2k_0}\right) = \frac{R_{iono}}{2} \left[1 - \text{sinc}\left(\frac{R_{iono}K_r^2}{2k_0}\right) \cos\left(\frac{(2L_v + R_{iono})K_r^2}{2k_0}\right) \right] \quad 2.64$$

Posons désormais : $\xi = \frac{R_{iono}}{2L_v}$ et $X = \frac{L_v K_r^2}{k_0}$. En introduisant ξ et X dans l'équation 2.64 :

$$\int_{L_v}^{L_v+R_{iono}} ds \sin^2\left(\frac{sK_r^2}{2k_0}\right) = R_{iono} \frac{1}{2} [1 - \text{sinc}(\xi X) \cos(X(1 + \xi))] \quad 2.65$$

La grandeur $F_\chi(K_r) = \frac{1}{2} [1 - \text{sinc}(\xi X) \cos(X(1 + \xi))]$ peut être assimilée à une fonction de filtrage ; en effet, la multiplication du sinus cardinal par le cosinus dépend du nombre d'onde dans le plan transverse considéré K_r . Ce sont des fonctions oscillantes de K_r .

Par suite, grâce à la définition du Dirac centré sur K_s (cf équation 2.60), il sera possible d'obtenir l'expression de $\langle \chi^2 \rangle$:

$$\langle \chi^2 \rangle = 2\pi\lambda^2 r_e^2 \Delta H \iint_{-\infty}^{+\infty} dK_u dK_v S_{\Delta N_e}(K_u, K_v, 0) F_\chi(K_u, K_v). \quad 2.66$$

L'équation 2.25 donne l'expression du spectre des irrégularités électroniques dans le repère du LOS. En injectant cette expression dans l'équation 2.66, nous obtenons :

$$\langle \chi^2 \rangle = 2\pi r_e^2 \lambda^2 \Delta H a^{3-p} A_y A_z C_s \iint_{-\infty}^{+\infty} dK_u dK_v \left(AK_u^2 + BK_v^2 + 2CK_u K_v + \frac{K_0^2}{a^2} \right)^{-\frac{p}{2}} F_\chi(K_u, K_v). \quad 2.67$$

Les deux intégrales à calculer dans l'équation 2.67 sont à intégrer sur le plan transverse au LOS. Ce calcul est mené en Annexe 2.1 ; il permet d'obtenir l'équation 2.68 (où la fonction de filtrage est remplacée par sa définition) :

$$\langle \chi^2 \rangle = \pi \lambda^2 r_e^2 R_{iono} a^{3-p} A_y A_z C_s \iint_{-\infty}^{+\infty} dK'_u dK'_v \left(A' K'^2_u + B' K'^2_v + \frac{K_0^2}{a^2} \right)^{-\frac{p}{2}} \left[1 - \text{sinc} \left(\frac{R_{iono} (K'^2_u + K'^2_v)}{2k_0} \right) \cos \left(\frac{(2L_v + R_{iono}) (K'^2_u + K'^2_v)}{2k_0} \right) \right], \quad 2.68$$

où A' et B' renvoient au repère principal de l'ellipse conformément à l'annexe 2.1. Or, d'après l'équation 1.22 :

$$C_s = \frac{C_k L}{\left(\frac{10^3}{2\pi} \right)^p \Delta H} \quad 2.69$$

L'expression de la variance de log-amplitude en fonction du $C_k L$ est donc :

$$\langle \chi^2 \rangle = \frac{C_k L \pi \lambda^2 r_e^2 a^{3-p} A_y A_z R_{iono}}{\left(\frac{10^3}{2\pi} \right)^p \Delta H} \iint_{-\infty}^{+\infty} dK'_u dK'_v \left(A' K'^2_u + B' K'^2_v + \frac{K_0^2}{a^2} \right)^{-\frac{p}{2}} \left[1 - \text{sinc} \left(\frac{R_{iono} (K'^2_u + K'^2_v)}{2k_0} \right) \cos \left(\frac{(2L_v + R_{iono}) (K'^2_u + K'^2_v)}{2k_0} \right) \right] \quad 2.70$$

L'équation 2.70 donne la valeur analytique de la variance de log-amplitude du signal. Néanmoins, le calcul de la double intégrale de cette équation est lourd, et plusieurs hypothèses peuvent être effectuées afin de la simplifier :

- Comme indiqué dans [Wheelon, 2003], l'épaisseur de l'ionosphère turbulente responsable des effets de scintillation ΔH est de quelques dizaines de kilomètres, alors que l'altitude de cette couche est de plusieurs centaines de kilomètres. Ainsi, nous effectuons l'hypothèse de couche mince $L_v \gg \frac{R_{iono}}{2}$
- D'après [Galiègue *et al.*, 2016], un changement de variable dans l'expression 2.70 et le fait que $L_v > R_{iono}$ permettent d'argumenter que le terme en cosinus de la fonction de filtrage F_χ dans l'expression 2.70 est prépondérant devant le terme en sinus. La fonction de filtrage peut donc être simplifiée en ne conservant que le terme en cosinus.
- Pour un signal GNSS en bande L, la longueur de Fresnel $L_f = \sqrt{\lambda L_v}$ (λ est défini au chapitre 1) est de l'ordre de la centaine de mètre. L'échelle externe L_0 définie au chapitre 1 est de l'ordre du kilomètre. Ainsi, $L_f \ll L_0$, et donc $K_f = 2\pi/L_f \gg K_0$. Ce résultat signifie que le régime de Fresnel est établi [Fabbro *et al.*, 2012]. Dans ce cas, K_0 peut être négligé dans l'intégrale de l'expression 2.70.

L'ensemble de ces hypothèses est utilisé afin de calculer l'intégrale de l'équation 2.70 et obtenir une forme asymptotique de $\langle \chi^2 \rangle$. L'ensemble des calculs ainsi que les hypothèses peuvent être trouvés dans [Galiègue *et al.*, 2016] et [Galiègue, 2015].

La forme asymptotique de $\langle \chi^2 \rangle$ est notée $\langle \chi^2 \rangle_{ASYM}$ afin de la différencier de la valeur analytique, et s'écrit :

$$\langle \chi^2 \rangle_{ASYM} = \frac{2^{2-p} \pi^{\frac{7-p}{2}} \lambda^{\frac{p}{2}+1} r_e^2 L_v^{\frac{p}{2}-1} A_y A_z C_k L}{\left(\frac{10^3}{2\pi} \right)^p \Delta H} R_{iono} {}_2F_1 \left(\frac{p}{2}, \frac{1}{2}, 1, 1 - \frac{A'}{B'} \right) \frac{B'^{-\frac{p}{2}} \Gamma \left(\frac{3-p}{2} \right)}{\left(\frac{p}{2} - 1 \right) \Gamma \left(\frac{p}{4} \right)}, \quad 2.71$$

où ${}_2F_1$ est la fonction hypergéométrique, et Γ la fonction gamma.

Sous hypothèse de faible perturbation, [Wheelon, 2003] a montré qu'il était possible d'écrire :

$$S_4^2 = 4\langle\chi^2\rangle, \quad 2.72$$

soit, avec les notations asymptotiques développées dans cette partie :

$$S_4 = 2^{2-\frac{p}{2}} \pi^{\frac{7-p}{4}} \lambda^{\frac{p+2}{4}} r_e L_v^{\frac{p-2}{4}} a^{\frac{3-p}{2}} \frac{C_k L R_{iono}}{\left(\frac{10^3}{2\pi}\right)^p \Delta H} A_y A_z {}_2F_1\left(\frac{p}{2}, \frac{1}{2}, 1, 1 - \frac{A'}{B'}\right) \frac{B'^{-\frac{p}{4}} \sqrt{\Gamma\left(\frac{3-p}{2}\right)}}{\sqrt{\left(\frac{p}{2}-1\right) \Gamma\left(\frac{p}{4}\right)}}. \quad 2.73$$

Un calcul similaire peut être effectué pour exprimer l'indice de phase. Il est reporté en Annexe 2.2.

2.3.2 CALCUL DES SPECTRES DU SIGNAL EN RÉCEPTION

En complément des indices S_4 et σ_φ , les spectres de log-amplitude et de phase du signal en réception sont riches d'informations sur le milieu ionosphérique traversé. Ces spectres sont accessibles lors de mesures de signaux GNSS, et peuvent être comparés aux formulations développées analytiquement et asymptotiquement dans cette partie.

Le spectre fréquentiel de la log-amplitude du signal au niveau du récepteur est la transformée de Fourier de la fonction de covariance temporelle de la log-amplitude du signal, c'est-à-dire :

$$W_\chi^{3D}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau \langle \chi(\vec{R}, t) \chi(\vec{R}, t + \tau) \rangle e^{-i\omega\tau}, \quad 2.74$$

où ω est la pulsation considérée.

L'équation 2.42 peut être remplacée dans l'expression 2.74. Nous obtenons :

$$\begin{aligned} & \langle \chi(\vec{R}, t) \chi(\vec{R}, t + \tau) \rangle^{3D} \\ &= (4\pi r_e)^2 \iiint_{-\infty}^{+\infty} d^3r A^{3D}(\vec{R}, \vec{r}) \iiint_{-\infty}^{+\infty} d^3r' A^{3D}(\vec{R}, \vec{r}') \langle \Delta N_e(\vec{r}, t) \Delta N_e(\vec{r}', t + \tau) \rangle^{3D}. \end{aligned} \quad 2.75$$

Sous l'hypothèse de Taylor, selon laquelle le milieu turbulent (i.e. l'ionosphère) est gelé et advecté d'une vitesse $\vec{V} = \begin{pmatrix} V_u \\ V_v \\ V_s \end{pmatrix}$, ici décrite dans le repère du LOS, on a [Galiègue, 2015] :

$$\Delta N_e(\vec{r}', t + \tau) = \Delta N_e(\vec{r}' + \tau\vec{V}, t). \quad 2.76$$

La notion de vitesse du milieu peut paraître abstraite ; en effet, il est important de remarquer que l'on considère dans cette partie une vitesse relative entre le repère du LOS et le milieu turbulent. Ce n'est donc pas, à proprement parler, la vitesse du milieu mais la vitesse relative entre le LOS et les irrégularités ionosphériques. Dans le cas d'un satellite et d'un récepteur fixe uniquement, \vec{V} sera égale en norme à la vitesse de déplacement du milieu dans un référentiel terrestre. Cette notion est fondamentale pour l'étude et la compréhension des spectres du signal en réception. Elle est par conséquent détaillée en annexe 5.2, où le cas pratique d'un système GNSS est abordé (récepteur fixe, satellite en orbite).

Rappelons de plus que : $\langle \Delta N_e(\vec{r}, t) \Delta N_e(\vec{r}', t) \rangle^{3D} = B_{\Delta N_e}(\vec{r}' - \vec{r}) = \iiint_{-\infty}^{+\infty} d^3K S_{\Delta N_e}^{3D}(\vec{K}) e^{i\vec{K}(\vec{r}' - \vec{r})}$ (équation 1.18) soit, dans notre cas :

$$B_{\Delta N_e}(\vec{r}' - \vec{r} + \vec{V}\tau) = \iiint_{-\infty}^{+\infty} d^3K S_{\Delta N_e}^{3D}(\vec{K}) e^{i\vec{K}(\vec{r}' - \vec{r})} e^{i\vec{K}\tau\vec{V}}. \quad 2.77$$

En utilisant les notations établies en partie 2.3.1, nous obtenons :

$$\langle \chi(\vec{R}, t) \chi(\vec{R}, t + \tau) \rangle = (4\pi r_e)^2 \iiint_{-\infty}^{+\infty} d^3K S_{\Delta N_e}^{3D}(\vec{K}) D^{3D}(\vec{K}) D^{3D}(-\vec{K}) e^{i\vec{K}\tau\vec{V}}. \quad 2.78$$

D'après les calculs conduits en partie 2.3.1, et à l'équation 2.78, nous parvenons à l'expression :

$$\langle \chi(\vec{R}, t) \chi(\vec{R}, t + \tau) \rangle = 2\pi\lambda^2 r_e^2 \iiint_{-\infty}^{+\infty} d^3K S_{\Delta N_e}^{3D}(\vec{K}) \delta(K_s) e^{i\vec{K}\tau\vec{V}} \int_{L_v}^{L_v + R_{iono}} ds \sin^2\left(\frac{sK_r^2}{2k_0}\right). \quad 2.79$$

L'intégrale en s de l'équation 2.79 est égale à celle de l'équation 2.61, et a par conséquent été calculée dans la partie 2.3.1. via la définition de la fonction de filtrage F_χ . Injectons dès lors ce résultat dans l'équation 2.79 :

$$\langle \chi(\vec{R}, t) \chi(\vec{R}, t + \tau) \rangle = 2\pi\lambda^2 r_e^2 R_{iono} \iiint_{-\infty}^{+\infty} dK_u dK_v S_{\Delta N_e}^{3D}(K_u, K_v, 0) F_\chi(K_u, K_v) e^{i\tau(K_u V_u + K_v V_v)}. \quad 2.80$$

Insérons désormais l'expression de ce moment d'ordre 2 à laquelle nous sommes parvenus dans l'équation 2.80 dans l'expression du spectre de log-amplitude exprimée dans l'équation 2.74 :

$$W_\chi^{3D}(\omega) = 2\pi\lambda^2 r_e^2 R_{iono} \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau \iiint_{-\infty}^{+\infty} dK_u dK_v S_{\Delta N_e}^{3D}(K_u, K_v, 0) F_\chi(K_u, K_v) e^{i\tau(K_u V_u + K_v V_v - \omega)}. \quad 2.81$$

Remarquons que l'intégrale sur τ peut donner, grâce à la définition du Dirac :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} d\tau e^{i\tau(K_u V_u + K_v V_v - \omega)} = 2\pi\delta(K_u V_u + K_v V_v - \omega), \quad 2.82$$

avec ce résultat dans l'équation 2.81, nous obtenons :

$$W_\chi^{3D}(\omega) = 4\pi^2\lambda^2 r_e^2 \Delta H \iiint_{-\infty}^{+\infty} dK_u dK_v S_{\Delta N_e}^{3D}(K_u, K_v, 0) F_\chi^{3D}(K_u, K_v) \delta(K_u V_u + K_v V_v - \omega). \quad 2.83$$

Posons : $X = K_u V_u + K_v V_v - \omega$, puis fonction de K_u et X , 2.83 devient :

$$W_\chi^{3D}(\omega) = \frac{4\pi^2\lambda^2 r_e^2 \Delta H}{V_v} \iiint_{-\infty}^{+\infty} dK_u dX S_{\Delta N_e}^{3D}\left(K_u, \frac{X + \omega - K_u V_u}{V_v}, 0\right) F_\chi^{3D}\left(K_u, \frac{X + \omega - K_u V_u}{V_v}\right) \delta(X), \quad 2.84$$

$$\Leftrightarrow W_\chi^{3D}(\omega) = \frac{4\pi^2\lambda^2 r_e^2 \Delta H}{V_v} \int_{-\infty}^{+\infty} dK_u S_{\Delta N_e}^{3D}\left(K_u, \frac{\omega - K_u V_u}{V_v}, 0\right) F_\chi^{3D}\left(K_u, \frac{\omega - K_u V_u}{V_v}\right). \quad 2.85$$

Lorsque l'on injecte l'expression du spectre des irrégularités et de la fonction de filtrage décrits aux équations 2.25 et 2.66, nous obtenons au final :

$$\begin{aligned}
W_\chi^{3D}(\omega) &= \frac{2\pi^2 \lambda^2 r_e^2 a^{3-p} A_y A_z C_s R_{iono}}{V_v} \int_{-\infty}^{+\infty} dK_u \left[AK_u^2 + B \left(\frac{\omega - K_u V_u}{V_v} \right)^2 + 2CK_u \left(\frac{\omega - K_u V_u}{V_v} \right) \right. \\
&\quad \left. + \frac{K_0^2}{a^2} \right]^{-\frac{p}{2}} \cdot \left[1 - \operatorname{sinc} \left(\frac{R_{iono} \left(K_u^2 + \left(\frac{\omega - K_u V_u}{V_v} \right)^2 \right)}{2k_0} \right) \cos \left(\frac{(2L_v + R_{iono}) \left(K_u^2 + \left(\frac{\omega - K_u V_u}{V_v} \right)^2 \right)}{2k_0} \right) \right],
\end{aligned} \tag{2.86}$$

et dans le repère principal de l'ellipse, cette expression devient :

$$\begin{aligned}
W_\chi^{3D}(\omega) &= \frac{2\pi^2 \lambda^2 r_e^2 a^{3-p} A_y A_z C_s R_{iono}}{V_v} \int_{-\infty}^{+\infty} dK_u \left[A' K_u'^2 + B' \left(\frac{\omega - K_u' V_u'}{V_v'} \right)^2 \right. \\
&\quad \left. + \frac{K_0^2}{a^2} \right]^{-\frac{p}{2}} \cdot \left[1 - \operatorname{sinc} \left(\frac{R_{iono} \left(K_u'^2 + \left(\frac{\omega - K_u' V_u'}{V_v'} \right)^2 \right)}{2k_0} \right) \cos \left(\frac{(2L_v + R_{iono}) \left(K_u'^2 + \left(\frac{\omega - K_u' V_u'}{V_v'} \right)^2 \right)}{2k_0} \right) \right].
\end{aligned} \tag{2.87}$$

En fonction du $C_k L$, nous obtenons :

$$\begin{aligned}
W_\chi^{3D}(\omega) &= \frac{2\pi^2 \lambda^2 r_e^2 a^{3-p} A_y A_z C_k L R_{iono}}{V_v \left(\frac{10^3}{2\pi} \right)^p \Delta H} \int_{-\infty}^{+\infty} dK_u' \left[A' K_u'^2 + B' \left(\frac{\omega - K_u' V_u'}{V_v'} \right)^2 \right. \\
&\quad \left. + \frac{K_0^2}{a^2} \right]^{-\frac{p}{2}} \cdot \left[1 - \operatorname{sinc} \left(\frac{R_{iono} \left(K_u'^2 + \left(\frac{\omega - K_u' V_u'}{V_v'} \right)^2 \right)}{2k_0} \right) \cos \left(\frac{(2L_v + R_{iono}) \left(K_u'^2 + \left(\frac{\omega - K_u' V_u'}{V_v'} \right)^2 \right)}{2k_0} \right) \right].
\end{aligned} \tag{2.88}$$

Cette expression du spectre valide pour toutes pulsations contient une intégrale. Il est cependant possible d'obtenir les expressions des asymptotes hautes et basses fréquences du spectre de log-amplitude. Pour cela, certaines hypothèses sont établies :

- K_0 est négligée,
- l'hypothèse couche mince est assumée : on suppose que $L_v \gg \frac{R_{iono}}{2}$,
- le cosinus est prédominant dans la fonction de filtrage F_χ .

L'asymptote basse fréquence s'exprime, dans le repère principal de l'ellipse (le détail des calculs peut être consulté dans [Galiègue, 2015]):

$$W_\chi(\omega \rightarrow 0) = \frac{\pi^3 \lambda^2 r_e^2 a^{3-p} A_y A_z C_k L R_{iono} V_w^{p-1}}{\left(\frac{10^3}{2\pi} \right)^p \Delta H \Gamma \left(\frac{p+1}{2} \right) \cos \left(\frac{p-3}{4} \pi \right) (AV_v'^2 + BV_u'^2)^{\frac{p}{2}}} \left(\frac{L_v}{k_0} \right)^{\frac{p-1}{2}}, \tag{2.89}$$

où $V_w = \sqrt{V_u^2 + V_v^2} = \sqrt{V_u'^2 + V_v'^2}$. Puis, l'asymptote haute fréquence s'exprime, dans le repère principal de l'ellipse :

$$W_\chi(\omega \rightarrow +\infty) = \frac{2\pi^2 \sqrt{\pi} \lambda^2 r_e^2 a^{3-p} A_y A_z C_k L R_{iono} \Gamma \left(\frac{p-1}{2} \right)}{\left(\frac{10^3}{2\pi} \right)^p \Delta H \Gamma \left(\frac{p}{2} \right) (AV_v'^2 + BV_u'^2)^{1-\frac{p}{2}} (B'A')^{\frac{p-1}{2}}} \omega^{1-p}. \tag{2.90}$$

De manière analogue au calcul menant à l'indice de phase, les calculs analytiques puis asymptotiques menant au spectre de phase peuvent être retrouvés en Annexe 2.3.

2.4 COMPARAISON DES MODÈLES ET LIEN AVEC LA FORTE PERTURBATION

Le modèle analytique est valide dans le régime de diffusion faible perturbation, alors que le modèle numérique PWE-MPS est lui valide dans les domaines faible et forte perturbation du signal. C'est donc la force des perturbations, et notamment les fortes valeurs de son paramètre $C_k L$ qui vont limiter la validité de l'hypothèse de Rytov, et donc du modèle analytique. L'existence, et la définition de ces domaines peut s'avérer complexe, et a été le sujet de débats dans la littérature ([Rino, 1979], [Pisareva, 1960], [Wheelon, 2003]).

Le domaine de faible perturbation est par définition le domaine dans lequel le modèle analytique est correct. Le modèle numérique étant la référence quelle que soit la force de la perturbation, le domaine de faible perturbation est défini comme étant le domaine dans lequel les modèles analytiques et numériques donnent des résultats similaires. Le domaine de forte perturbation est donc le domaine où le modèle analytique donne un résultat différent du modèle numérique.

Les indices $\langle \chi^2 \rangle$ et σ_φ sont proportionnels aux intégrales des spectres de log-amplitude et de phase respectivement [Conker *et al.*, 2000]. L'étude est donc ici menée sur ces deux indices.

2.4.1 LIMITE THÉORIQUE DE LA FAIBLE PERTURBATION

La définition théorique des domaines est ici présentée, en calculant la limitation de l'hypothèse de Rytov qui définira la frontière entre faible et forte perturbation.

Cette approximation a été développée lors de recherches sur la diffraction de la lumière par des ondes sonores en 1937 par Rytov. Elle a ensuite été appliquée à l'électromagnétisme et à la propagation des ondes en milieu perturbé par [Obukhov, 1953]. C'est cette hypothèse qui est utilisée comme base des formulations théoriques et asymptotiques, développées en faible perturbation dans le cadre de cette thèse (équation 2.33). Le principe est d'écrire le champ électrique comme étant égal au produit du champ électrique non perturbé et de l'exponentielle d'une fonction de perturbation, ainsi que nous l'avons déjà établi en équation 2.33, et rappelé ici :

$$E(r) = E_0(r)e^{\Psi(r)}. \quad 2.91$$

Cette écriture du champ électrique peut donc être remplacée dans l'équation de propagation d'Helmholtz 2.21, qui décrit le champ électrique dans notre problème interférentiel :

$$\nabla^2 E(r) + k^2[1 + \Delta\epsilon(r, t)]E(r) = 0. \quad 2.92$$

D'après [Wheelon, 2003], si le champ électrique E vérifie l'équation 2.92, alors la fonction de perturbation Ψ satisfait à l'équation différentielle partielle non-linéaire :

$$\nabla^2 \Psi(r) + (\nabla \Psi(r))^2 + 2\nabla \psi_0(r) \cdot \nabla (\Psi(r)) + k^2 \delta\epsilon = 0. \quad 2.93$$

Cette équation différentielle comporte, avec $(\nabla \Psi)^2$, **un terme non-linéaire qui selon [Pisareva, 1960] peut permettre de comprendre la limitation de l'approximation de Rytov**. En effet, si l'on néglige ce terme non linéaire, ce qui est régulièrement fait dans la littérature, l'équation différentielle permet d'obtenir le premier ordre de l'approximation de Rytov qui est le plus souvent utilisé pour l'ensemble des applications visées. **[Pisareva, 1960] a donc proposé de trouver un critère limitant de l'hypothèse de Rytov en cherchant à partir de quelle valeur de $\langle \chi^2 \rangle$ et $\langle \phi^2 \rangle$ la partie non-linéaire $(\nabla \Psi)^2$ de**

l'équation différentielle de Rytov deviendrait non-négligeable par rapport aux autres termes de l'équation. Le critère finalement obtenu est :

$$\langle \chi^2 \rangle < 1, \quad 2.94$$

et pas de condition sur la variance de phase. Ce résultat de [Pisareva, 1960] est confortée par des campagnes de mesures ([Gracheva *et al.*, 1970] notamment).

2.4.2 ÉTUDE NUMÉRIQUE DE LA FORTE PERTURBATION

La limite théorique de faible perturbation a été établie en partie 2.4.1. Le domaine de forte perturbation a fait l'objet d'un grand nombre d'études ; récemment, l'étude de [Carrano *et al.*, 2016] a apporté une caractérisation de la forte perturbation. En utilisant les modèles numérique et analytique développés sous hypothèse de Rytov, le but de cette partie est de montrer qu'outre le critère restrictif obtenu en 2.4.1, la frontière entre régime de forte et faible perturbation est extrêmement variable en fonction des paramètres de la configuration étudiée ; le critère ainsi développé dans la partie précédente s'avère en pratique parfois trop restrictif.

Le but de cette étude est également de valider le fonctionnement du modèle numérique dans le domaine de forte perturbation et d'uniformiser les notations et les résultats avec ceux de [Carrano *et al.*, 2016].

2.4.2.1 Validation du modèle numérique en tous domaines

L'étude de [Carrano *et al.*, 2016] présente des calculs de l'indice S_4 en fonction de la force des perturbations, ainsi que des valeurs différentes d'indice spectral p , afin de montrer la sensibilité de S_4 à ces paramètres. Les graphes extraits de l'article sont présentés en Figure 2.6. Les indices spectraux présentés dans cette figure sont par la suite notés p_{CAR} car ils diffèrent de l'indice spectral précédemment défini selon la relation :

$$p_{CAR} = p - 1 = q, \quad 2.95$$

où p_{CAR} est l'indice spectral selon la définition de [Carrano *et al.*, 2016], et p l'indice spectral développé dans notre formalisme.

D'après [Carrano *et al.*, 2016], l'ensemble des simulations menées ne dépendent que de trois paramètres : l'indice spectral, la fréquence de coupure normalisée q_0 entre la pente basse fréquence et la pente haute fréquence, et le paramètre de force de perturbation U^* . Dans notre cas, une échelle externe est utilisée, et une seule pente est paramétrée via le spectre du milieu. Ainsi, pour comparer efficacement nos résultats et ceux de [Carrano *et al.*, 2016], la première pente (basse fréquence) utilisée par [Carrano *et al.*, 2016] doit être nulle.

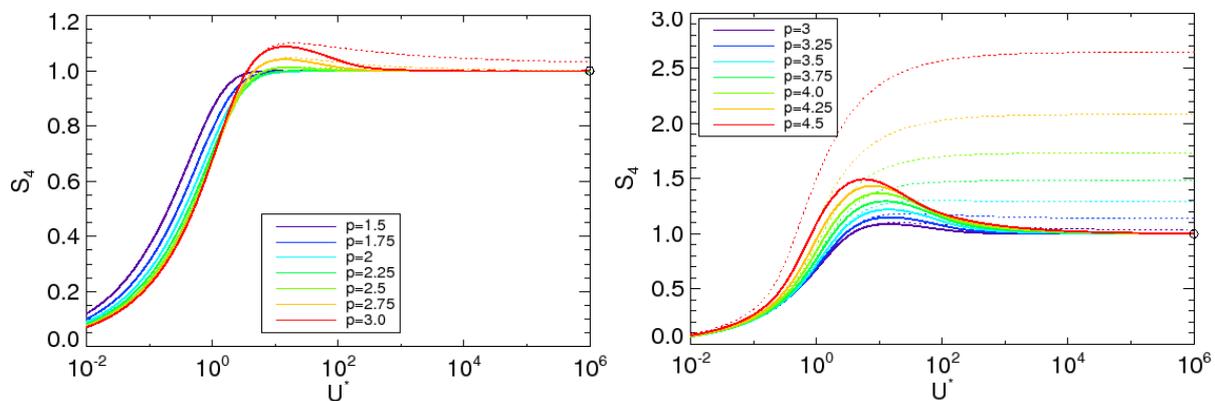


FIGURE 2.6 – VALEURS DE L'INDICE S_4 EN FONCTION DU PARAMÈTRE UNIVERSEL U POUR DIFFÉRENTES VALEURS D'INDICE SPECTRAL DANS LE CAS D'UNE UTILISATION AVEC ÉCHELLE EXTERNE (TRAITS PLEINS) ET SANS ÉCHELLE EXTERNE (TRAITS EN POINTILLÉS) EXTRAIT DE [CARRANO *ET AL.*, 2016].

U^* n'étant pas décrit dans notre formalisme, l'analyse du formalisme de [Carrano *et al.*, 2016] mis en parallèle avec S_ϕ (développé à l'expression 2.31) permet de définir le paramètre U :

$$U = \frac{10^4 2\pi \left(\frac{r_e \lambda}{k_0}\right)^2 a^{3-p} C_k L}{\left(\frac{10^3}{2\pi}\right)^{p+1} \cos(V)} A_y A_z \sqrt{\frac{\pi}{B}} \frac{\Gamma\left(\frac{p-1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{p}{2}\right)} \left(A - \frac{C^2}{B} + \frac{K_0^2}{a^2}\right)^{\frac{1-p}{2}} \left(\frac{L_v}{k_0}\right)^{\frac{p-2}{2}} q_0^{p-1}. \quad 2.96$$

La différence entre U^* et U est due à un facteur de normalisation utilisé par [Carrano *et al.*, 2016] et qui nous est inconnu. Une configuration équivalente à celle de [Carrano *et al.*, 2016] a ensuite été reproduite en utilisant notre formalisme. Nous nous sommes placés dans un cas typique de la littérature, une hauteur de la couche turbulente ionosphérique de 350km , et une épaisseur de la couche turbulente de 50km . Cela correspond à une longueur de Fresnel de $\rho_f = 105.5\text{km}$. Pour la simulation de [Carrano *et al.*, 2016], il a été fixé $\mu_0 = 0.1$ en sachant que $\mu_0 = q_0 \rho_f$ où $q_0 = \frac{2\pi}{L_0}$ est le nombre d'onde de la cassure spectrale, et L_0 l'échelle externe. Cela permet d'obtenir la valeur de l'échelle externe, imposée à $L_0 = 6628\text{m}$. Les autres paramètres tels que l'élévation, qui selon [Carrano *et al.*, 2016] n'ont qu'un impact à travers U sur les résultats, ont été choisis pour correspondre à un cas équatorial typique tel que décrit dans [Galiègue *et al.*, 2016]. Ils sont consignés dans le

Tableau 2.1.

ΔH	H	(A_x, A_y, A_z)	(γ, ψ, V)
50 km	350 km	$(1, 1, 10)$	$(90^\circ, 0^\circ, 0^\circ)$

TABLEAU 2.1 - PARAMÈTRES DE SIMULATION ÉQUATORIALE

La fréquence à laquelle on se place est de 1.5GHz , dans la bande L d'utilisation de systèmes GNSS. La gamme de valeur sur laquelle le paramètre U évolue dans le travail de [Carrano *et al.*, 2016] permet via la correspondance que l'on a effectuée de connaître de façon équivalente dans notre formalisme la gamme de $C_k L$ sur laquelle les simulations doivent être conduites afin d'obtenir l'indice de scintillation S_4 sur une grande gamme de force des perturbations.

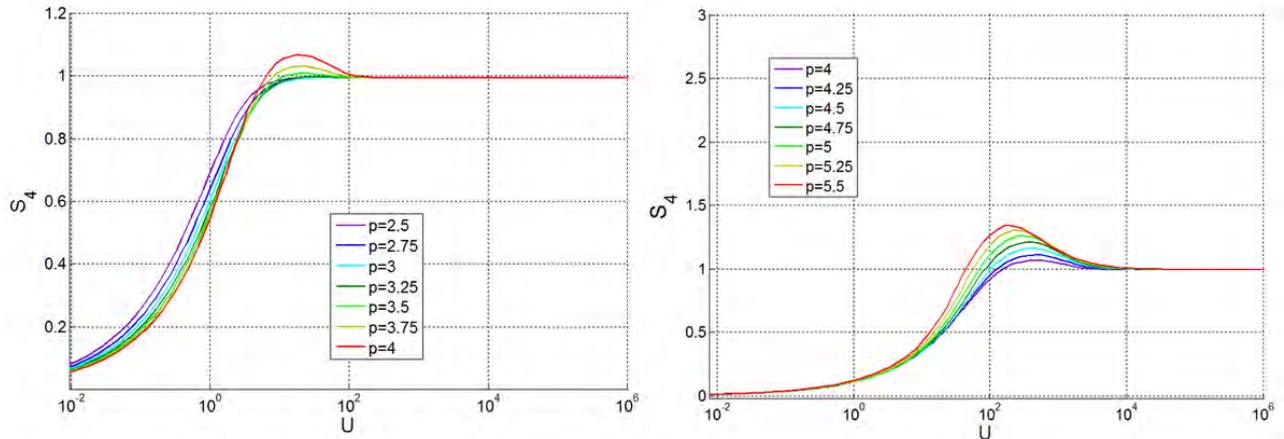


FIGURE 2.7 - S_4 EN FONCTION DU PARAMÈTRE U POUR DIFFÉRENTES VALEURS D'INDICE SPECTRAL. FIGURE OBTENUE AVEC LE MODÈLE NUMÉRIQUE 3D-PWE/2D-MPS PRÉSENTÉ EN 2.2.

La Figure 2.7 est en tout point comparable à la Figure 2.6 ; la différence principale entre les deux figures est la valeur maximale prise par le S_4 avant de tendre vers 1. On constate qu'il est légèrement moins élevé dans la figure générée avec notre modèle numérique, notamment pour la figure de droite (p forts) pour les valeurs de $p = 5.25$ et $p = 5.5$. Ce peut être dû à une meilleure précision des résultats de [Carrano *et al.*, 2016]. En effet, les résultats de la Figure 2.7 ont été obtenus avec des écrans de phase de 2048×2048 points, et en respectant les critères de discrétisation décrits en partie

2.2. Ce type de discrétisation peut être une limite à la description précise de la configuration utilisée pour ces deux valeurs de pentes extremums.

2.4.2.2 Comparaison analytique-numérique en forte perturbation : analyse de la frontière

Les résultats du modèle numérique étant concordants avec la littérature, il est intéressant de comparer sur une gamme importante de force de perturbation, soit U , les indices S_4 et σ_φ obtenus par les modèles analytiques et numériques. Les différences entre les modèles permettront de caractériser le régime de forte perturbation.

Dans la Figure 2.8, le S_4 est tracé en fonction du paramètre U , et dans la Figure 2.9, c'est cette fois l'indice de phase σ_φ qui est tracé en fonction du paramètre U . Les courbes pleines correspondent aux simulations numériques, et les courbes en pointillés correspondent aux formulations analytiques. Chaque courbe correspond à une valeur d'indice spectral différente et typique d'une configuration équatoriale. Afin de ne pas surcharger les figures, moins d'indice spectraux et donc moins de courbes sont considérées qu'à la Figure 2.7. Les autres paramètres relatifs à la configuration équatoriale typique sont considérés qu'à la Figure 2.7. Les autres paramètres relatifs à la configuration équatoriale typique sont listés dans le Tableau 2.1.

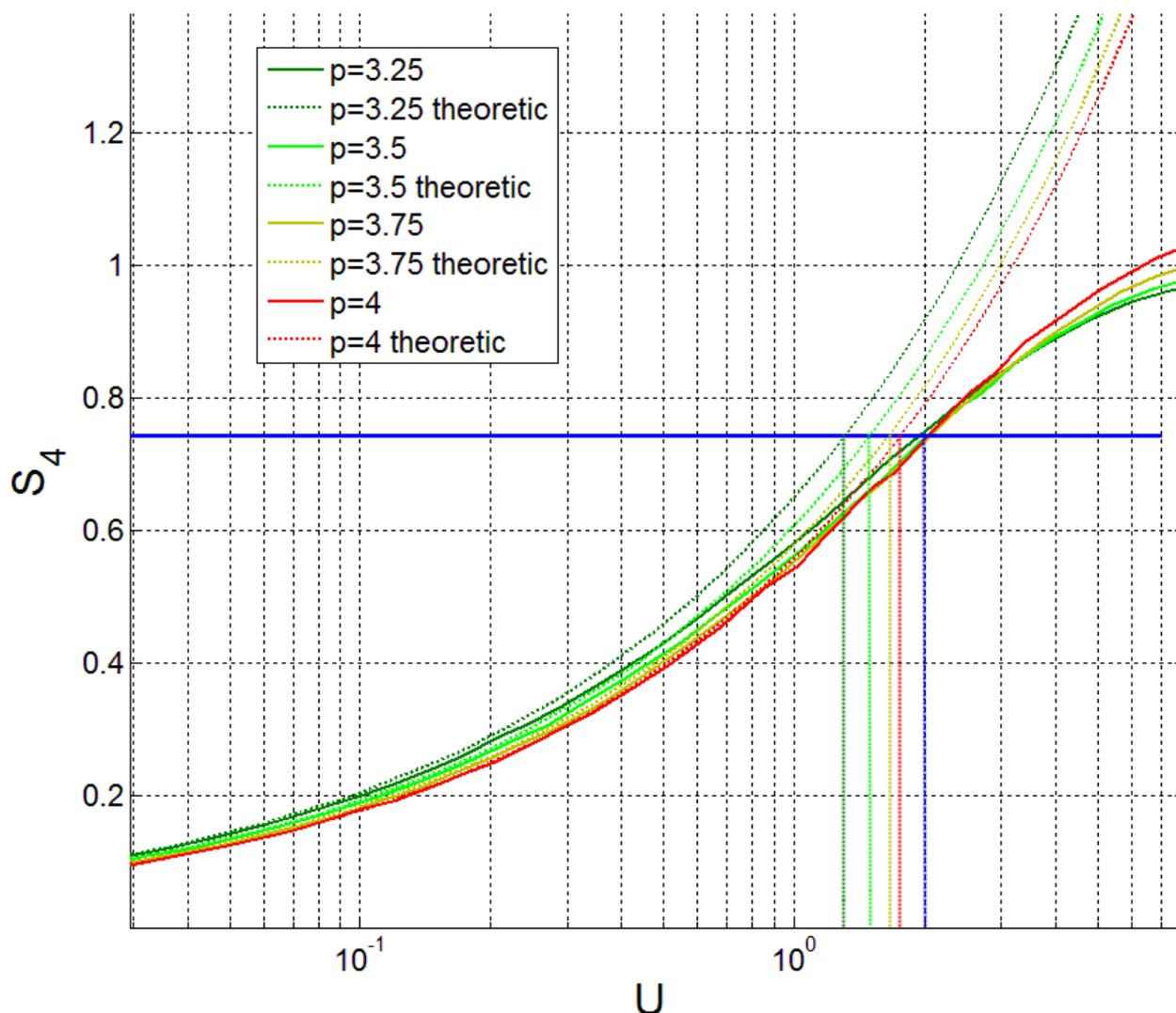


FIGURE 2.8 - S_4 EN FONCTION DE U , POUR DIFFÉRENTS INDICES SPECTRAUX, SIMULATIONS NUMÉRIQUES (TRAITS PLEIN) ET FORMULATIONS ANALYTIQUES SOUS HYPOTHÈSE DE RYTOV (POINTILLÉS).

A la Figure 2.8, nous constatons que l'écart entre les courbes représentant le modèle analytique (pointillés) et les courbes représentant le modèle numérique (courbes en trait plein) croît avec U . Pour une valeur de $S_4=0.75$ (trait horizontal bleu), nous remarquons que l'erreur la plus importante

est celle correspondant à $p = 3.25$; elle correspond à une erreur sur U de 25%. L'erreur est de 15% sur U pour $p = 3.5$ à ce même seuil de $S_4 = 0.75$, de 12% sur U pour $p = 3.75$ et de 10% sur U pour $p = 4$. Ainsi, le modèle faible perturbation possèdera une erreur supérieure à 25% dans le pire cas et supérieure à 10% dans le meilleur cas sur le paramètre U pour $S_4 > 0.75$. Dans le cadre de cette étude, les évènements dont les indices de $S_4 > 0.75$ sont donc considérés comme des évènements de fortes perturbations, et ne pourront par conséquent pas être étudiés via le modèle analytique.

A la Figure 2.9, relative à la variance de phase, nous constatons là aussi que l'écart entre les modèles croît avec le paramètre U . Pour une valeur de $\sigma_\phi = 1.57$ (soit $\pi/2$ radians) (trait horizontal bleu), quelle que soit la valeur de l'indice spectral, l'erreur sur U est de l'ordre de 20%. En effet, l'écart entre la valeur de U obtenue par le modèle numérique et le modèle analytique pour la valeur de $\sigma_\phi = 1.57$ est constant en échelle logarithmique sur la Figure 2.9, et donc le rapport entre les deux grandeurs est constant. Ainsi, dès lors que $\sigma_\phi > 1.57$, l'erreur sur U dépassera 20%. Dans le cadre de cette étude, les évènements dont les indices $\sigma_\phi > 1.57$ seront considérés comme des évènements de fortes perturbations.

Remarquons en outre que les valeurs de U correspondant à l'apparition du régime de forte perturbation varient avec l'indice spectral en Figure 2.9, entre 0.1 et 0.5. Cet ordre de grandeur du paramètre U est différent des valeurs correspondant à l'établissement du régime de fortes perturbations pour le S_4 , variant entre 1 et 2. En phase, le régime de forte perturbation apparaît donc pour des forces de perturbation plus faibles qu'en amplitude. La frontière entre les régimes est donc de nature variable en fonction de l'indice spectral, et diffère en fonction des grandeurs observées (S_4 ou σ_ϕ).

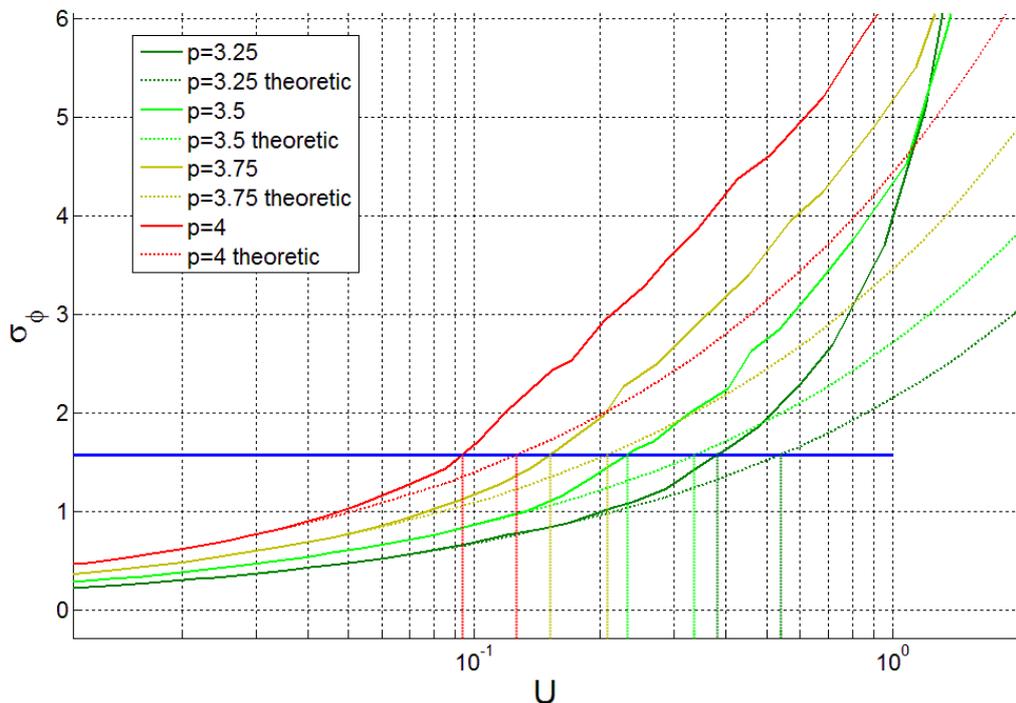


FIGURE 2.9 - σ_ϕ EN FONCTION DE U , POUR DIFFÉRENTS INDICES SPECTRAUX, SIMULATIONS NUMÉRIQUES (TRAITS PLEIN) ET ANALYTIQUES SOUS HYPOTHÈSE DE RYTOV (POINTILLÉS).

2.5 CONCLUSION

Par la résolution de l'équation d'Helmholtz, deux modèles ont été développés pour décrire la scintillation ionosphérique. Le premier est un modèle numérique, basé sur une propagation via écrans de phase

reproduisant le déphasage complexe amené par le milieu ionosphérique turbulent et en lien avec celui –ci par son spectre. Cette modélisation permet d’obtenir une série temporelle d’amplitude et de phase du signal, et donc de calculer les indices de phase et d’amplitude, ainsi que les spectres du signal en réception. Le second modèle est analytique ; à partir d’une paramétrisation du milieu, il fournit les spectres du signal et les indices. Un lien mathématique direct est donc établi entre paramètres d’entrée et de sortie. Néanmoins, ce modèle analytique a été développé sous l’hypothèse de faible perturbation. Celle-ci implique l’existence d’un régime de forte perturbation, où ce modèle ne serait plus valide. Une comparaison entre le modèle numérique et le modèle analytique a donc été menée afin de mieux comprendre cette limite. Celle-ci est variable suivant l’indice spectral du milieu. Elle s’établit plus rapidement en phase qu’en amplitude. En amplitude, une correspondance existe entre les deux modèles jusqu’à environ $S_4 \approx 0.75$. Il s’agit désormais de connaître l’influence d’un récepteur GNSS, ainsi que du codage canal effectué, sur l’observation de la scintillation ionosphérique ; en effet, il est important de séparer les effets parasites de la scintillation sur le signal des autres effets dus au traitement GNSS. Cette modélisation ira de pair avec les résultats de ce chapitre afin de caractériser de manière optimale la scintillation ionosphérique équatoriale.

CHAPITRE 3 : PRISE EN COMPTE DES SPÉCIFICITÉS GNSS SUR L'OBSERVATION DE LA SCINTILLATION IONOSPHERIQUE

La modélisation de la propagation de l'onde électromagnétique à travers une ionosphère turbulente, a été présentée dans le chapitre précédent. Le présent chapitre est dédié à la modélisation du récepteur en entrée duquel nous considérons un signal GNSS en bande L s'étant propagé à travers une ionosphère turbulente. Tout d'abord, la structure du signal GNSS affecté par la scintillation ionosphérique et l'effet Doppler dû au mouvement relatif satellite-récepteur sont rappelés. Ensuite, l'architecture du récepteur GNSS est décrite, ainsi que le post-traitement du signal et le calcul des indices de scintillation en réception. Les effets de la chaîne de réception GNSS sur la mesure des effets de scintillations ionosphériques ($S_4, \sigma_\phi, W_\chi, W_\phi$) sont alors évalués sur des exemples typiques. La modélisation de l'ensemble de la chaîne de réception GNSS est essentielle, elle permettra de parfaitement maîtriser la mesure pour finalement optimiser les algorithmes de post-traitement.

3.1 GÉNÉRATION SYNTHÉTIQUE DU SIGNAL EN AMONT DU RÉCEPTEUR GNSS

3.1.1 STRUCTURE DU SIGNAL GNSS

La modélisation du signal GNSS ici proposée se limite au niveau du bit de navigation. En effet, le codage PRN (Pseudo Random Noise), plus haut en fréquence, n'est pas modélisé car il n'est pas nécessaire pour l'étude des phénomènes de propagation qui restent à des échelles temporelles beaucoup plus faibles. Ainsi, le signal GNSS sera considéré à 1kHz en bande de base, et modulé sur la fréquence porteuse L1 par exemple. Les caractéristiques du signal GPS L1 C/A lui sont attribuées (l'ensemble de ce qui suit pourrait cependant être appliqué à une autre fréquence GNSS comme L2 ou L5 et un autre type de modulation).

3.1.2 EFFET DOPPLER

Le mouvement relatif du satellite et du récepteur occasionne une variation de la fréquence porteuse de l'onde sur le récepteur : c'est l'effet Doppler. Il est pris en compte via un déphasage ajouté au signal. Pour calculer ce déphasage, on raisonne sur quelques minutes de liaison satellite-récepteur. En effet, l'estimation des événements de scintillation n'excède pas quelques minutes d'observation car l'utilisation de l'hypothèse de Taylor introduite dans les chapitres précédents n'a de sens que si le temps d'observation reste faible devant le temps caractéristique de variation du milieu (de l'ordre de l'heure). Dans ces conditions, la distance entre un satellite sur cette trajectoire et un récepteur fixe sur terre peut s'écrire en première approximation comme un polynôme de degré 2 du temps (cf. Annexe 3.1 et [Bao-Yen Tsui, 2000]) et le déphasage correspondant est donné par :

$$\varphi_{mouv} = \frac{2\pi L_1}{c} \left(d_0 + d_1 t + \frac{d_2}{2} t^2 \right), \quad 3.1$$

où les coefficients d_0, d_1 et d_2 sont respectivement la position initiale, la vitesse et l'accélération relative satellite-Terre. La fréquence Doppler du signal est donc (en Hz) :

$$f_{dop} = \frac{L_1}{c} (d_1 + d_2 t). \quad 3.2$$

Pour une géométrie GNSS typique (altitude satellite de 20200 km), on arrive à une valeur maximale de vitesse Doppler $d_1 = 929 \text{ m/s}$, et une valeur minimale de $d_1 = 0 \text{ m/s}$ (en considérant une trajectoire satellite perpendiculaire à l'axe de propagation). Ceci peut donc induire un décalage Doppler en fréquence de $f_{dop} = 4.9 \text{ kHz}$ au maximum [Bao-Yen Tsui, 2000]. Pour l'accélération associée à la distance satellite-récepteur, le même calcul géométrique conduit à une accélération maximale de $d_2 = 0.178 \text{ m/s}^2$, soit

une variation de f_{dop} de 0.936 Hz/s, et à une variation moyenne de f_{dop} de 0.54 Hz/s [Bao-Yen Tsui, 2000].

3.1.3 EFFETS DE LA SCINTILLATION IONOSPHERIQUE

La scintillation ionosphérique associée au signal GNSS a une phase et une amplitude corrélées selon les spectres de phase et d'amplitude (ou de log-amplitude, de manière équivalente) développés au chapitre 2. Les particularités d'utilisation du modèle de propagation, qui génèrent les séries temporelles synthétiques d'amplitude et de phase associées au signal GNSS, sont décrites ci-dessous.

L'approche PWE-MPS décrite au chapitre 2 (en partie 2.2) permet d'obtenir des séries temporelles d'amplitude et de phase de scintillation ionosphérique. Néanmoins, les critères de [Knepp, 1983] régissant la génération d'écrans de phase nécessaires à la description du milieu impliquent un nombre de points prohibitifs pour l'utilisation d'un modèle 3D dans ce contexte. Ainsi, la méthode de génération de séries temporelles utilisée dans cette partie s'appuie sur les expressions analytiques des spectres de scintillation ionosphérique de log-amplitude et de phase obtenue en partie 2.3 du chapitre 2.

Afin d'obtenir une série temporelle $S(t)$ à 1kHz (même cadence que le signal GNSS généré en partie 3.1.1), on génère un bruit blanc gaussien à cette fréquence, que l'on filtre par les spectres de phase ou de log-amplitude [Fabbro *et al.*, 2012] :

$$S(t) = iFFT \left\{ \frac{\sqrt{S_{iono}}}{\sqrt{T_{simu}}} \epsilon_k \right\}, \quad 3.3$$

où $S(t)$ est la série temporelle de log-amplitude $\chi(t)$ ou de phase $\varphi(t)$, T_{simu} est le temps total de simulation, ϵ_k est un vecteur aléatoire (de bruit blanc gaussien) et S_{iono} est le spectre de scintillation ionosphérique de phase ou de log-amplitude analytique obtenu par approximation de Rytov, rappelé ici pour le spectre de log-amplitude 3D :

$$W_{\chi}^{3D}(\omega) = \frac{2\pi^2 \lambda^2 r_e^2 a^{3-p} A_y A_z C_s \Delta H}{V_v} \int_{-\infty}^{+\infty} dK_u \left[AK_u^2 + B \left(\frac{\omega - K_u V_u}{V_v} \right)^2 + 2CK_u \left(\frac{\omega - K_u V_u}{V_v} \right) + \frac{K_0^2}{a^2} \right]^{-\frac{p}{2}} \left[1 - \text{sinc} \left(\frac{\Delta H \left(K_u^2 + \left(\frac{\omega - K_u V_u}{V_v} \right)^2 \right)}{2k_0} \right) \cos \left(\frac{(2z_1 + \Delta H) \left(K_u^2 + \left(\frac{\omega - K_u V_u}{V_v} \right)^2 \right)}{2k_0} \right) \right]. \quad 3.4$$

Dans la suite de ce chapitre, cette technique d'obtention de séries temporelles à partir des spectres analytiques ionosphériques 3D sera nommée white noise Filtering by Analytic Spectrum, et désignée par l'acronyme FAS.

À partir de données d'état de l'ionosphère inhomogène et de la géométrie de la liaison GNSS, notre modèle de simulation de la scintillation ionosphérique analytique 3D est à même de produire des simulations de scintillation d'amplitude, sous forme d'un facteur de propagation (soit l'amplitude relative au cas espace libre, sans unité), et de phase sous forme d'un déphasage en radians (relatif au cas espace libre) à 1kHz.

La Figure 3.1 représente les séries temporelles synthétiques d'amplitude et de phase du signal générées durant 2 minutes affectées par la scintillation ionosphérique (configuration équatoriale typique, équivalente à celle de la partie 2.4 du chapitre 2) à 1kHz. Le graphe a) représente l'amplitude, et le graphe

b) représente la phase. Nous remarquons la corrélation temporelle avec un temps caractéristique plus important pour la phase que pour l'amplitude.

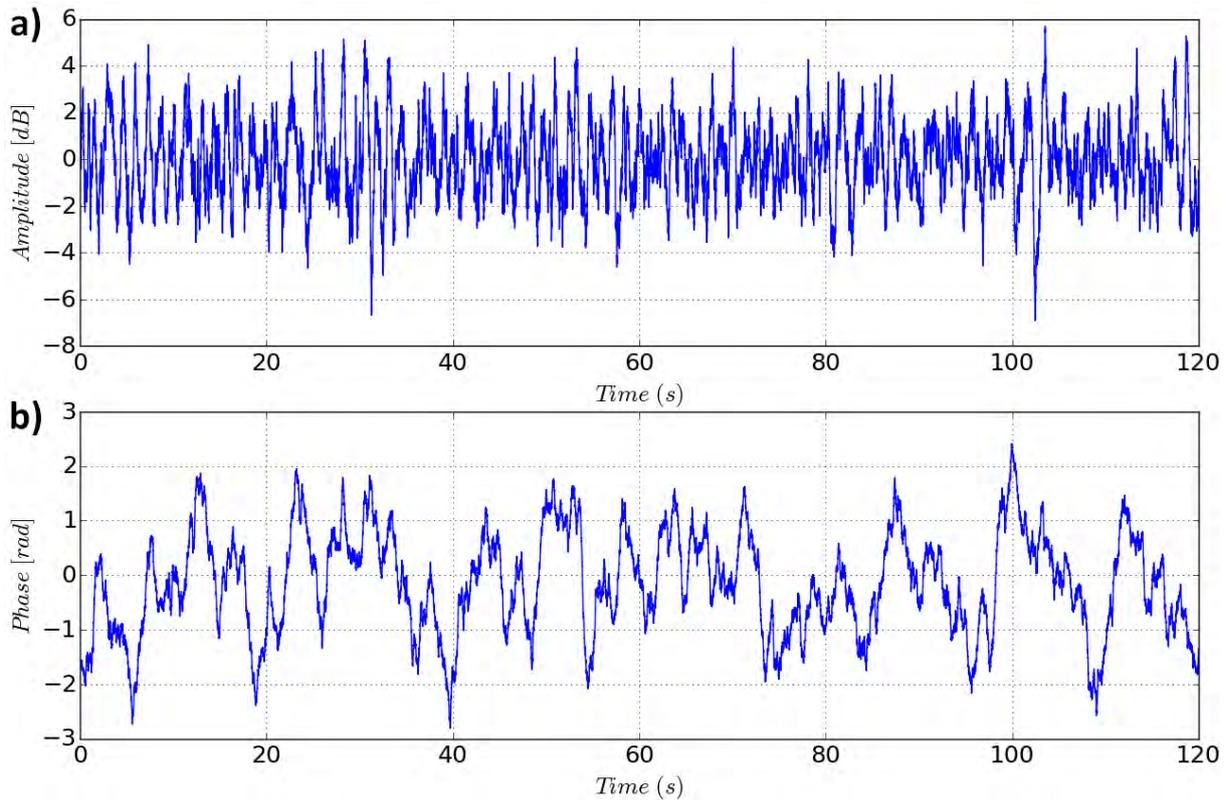


FIGURE 3.1 - SÉRIES TEMPORELLES DE SCINTILLATIONS D'AMPLITUDES (a) ET DE PHASES (b) ÉCHANTILLONNÉES À 1KHZ GÉNÉRÉES PAR MÉTHODE FAS SUR DEUX MINUTES.

3.2 MODÉLISATION DU RÉCEPTEUR GNSS

Les principales étapes de la chaîne de réception d'un signal GNSS intéressantes dans le cadre de cette étude sont expliquées dans cette partie, ainsi que la manière dont elles sont modélisées dans le cas de notre étude. L'estimation des grandeurs de sortie telles que les spectres de phase et de log-amplitude du signal en réception et les indices de scintillation ionosphérique (S_4 et σ_ϕ) est également abordée.

3.2.1 TRAITEMENTS EN RÉCEPTION

3.2.1.1 Acquisition

Pour qu'un récepteur GNSS suive un satellite, il doit effectuer l'étape d'acquisition qui consiste à rechercher le signal en deux dimensions, la première étant le temps. Par exemple, pour un signal de type GPS, la structure est pour chaque satellite un code PRN long de 1023 bits à un taux de 1023 Mbit/s (une période de code est effectuée en 1ms, ce qui donne la taille de la dimension de recherche temporelle du signal). Grâce aux propriétés de corrélation du code PRN, on peut trouver le retard du code en essayant toutes les 1023 valeurs possibles de retard sur une réplique locale que l'on corrèle avec le signal reçu.

La deuxième dimension est la fréquence. La recherche de la fréquence exacte de la porteuse du signal est effectuée (usuellement en GNSS, dans un intervalle de +/- 5 kHz autour de la fréquence centrale conformément à 3.1.2). Ce décalage fréquentiel entre la fréquence porteuse théorique et la fréquence réelle est dû au Doppler qu'a subi le signal reçu, et le Doppler initial est donc le deuxième paramètre que l'on obtient à partir de la phase d'acquisition [Kaplan *et al.*, 2005].

Dans le cadre d'une simulation de réception du signal GNSS, **la phase d'acquisition du signal GNSS sera volontairement omise**. Le Doppler et le retard du code initiaux sont les valeurs fixées au début de la génération du signal introduit en partie 3.1 [Conker *et al.*, 2003].

3.2.1.2 Poursuite

En s'appuyant sur une boucle à verrouillage de retard (Delay-Locked Loop, DLL) et une boucle à verrouillage de phase (Phase-Locked Loop, PLL), on estime et poursuit respectivement le retard du code et la fréquence porteuse du signal. Pour ce faire, on construit un signal local à l'itération i qui possède le retard du code et la fréquence de la porteuse estimée à l'itération $i - 1$, ainsi que deux répliques, à $+ et - 0.5$ chip de code du signal (répliques en retard et en avance de phase). On corrèle ces trois signaux synthétiques avec le signal reçu. La forme de la fonction d'autocorrélation d'un signal utilisant un code PRN tel que ceux utilisés dans les transmissions GNSS est un triangle, valant 1 en 0, et 0 à ± 1 chip de signal et partout ailleurs, comme présenté sur la Figure 3.2.

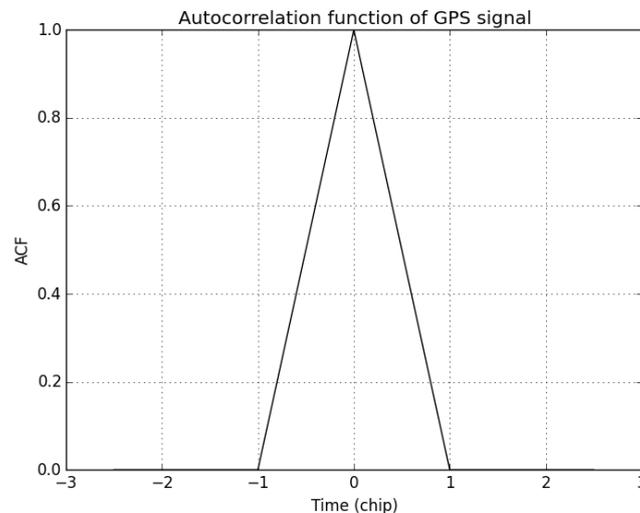


FIGURE 3.2 - FONCTION D'AUTOCORRÉLATION GPS L1 C/A.

La corrélation entre le signal reçu et le signal local doit, si les paramètres du signal tels que la fréquence Doppler, le retard ionosphérique ou les multi-trajets ont été bien estimés et grâce aux propriétés des codes PRN utilisés, donner 1 pour le signal local dit « prompt » et 0.5 pour les répliques en retard et en avance de phase. Sinon, elle donnera une valeur qui permettra aux boucles de poursuite de connaître la dynamique de l'erreur réalisée dans l'estimation du retard du code et de la fréquence porteuse. Cette estimation sera utilisée pour construire les répliques locales du code à l'itération $i + 1$. Dans notre calcul, un bruit blanc gaussien de puissance contrôlée est généré, afin que le rapport C/N_0 de la puissance du signal C à la densité spectrale de bruit N_0 (bruit thermique dans les circuits de réception) soit dans la gamme typique du GNSS : $40 \text{ dB.Hz} \leq C/N_0 \leq 50 \text{ dB.Hz}$.

Les boucles DLL et PLL ont un fonctionnement détaillé dans [Kaplan *et al.*, 2005]. Leurs principaux paramètres sont l'ordre (classiquement 1, 2 ou 3) et la bande passante BP (1 - 20 Hz). Elles se comportent comme des filtres passe bas, de fréquence de coupure inférieure ou égale à BP . La poursuite du signal prise en compte dans cette partie et prenant entrée un signal analogue à celui introduit en partie 3.1 est résumé en Figure 3.3.

Dans le cas du signal GPS L1 C/A qui est abordé dans ce chapitre, une intégration cohérente de la corrélation de la réplique locale du signal et de la mesure est effectuée sur 20 échantillons. Une intégration est effectuée avec la réplique locale du signal en phase, donnant la mesure I et l'autre en quadrature de phase, donnant la mesure Q . L'entrée du schéma bloc étant échantillonnée à 1kHz, les

sorties de la PLL (la fréquence porteuse) et de la DLL (le retard du code), I et Q sont échantillonnés à 50Hz.

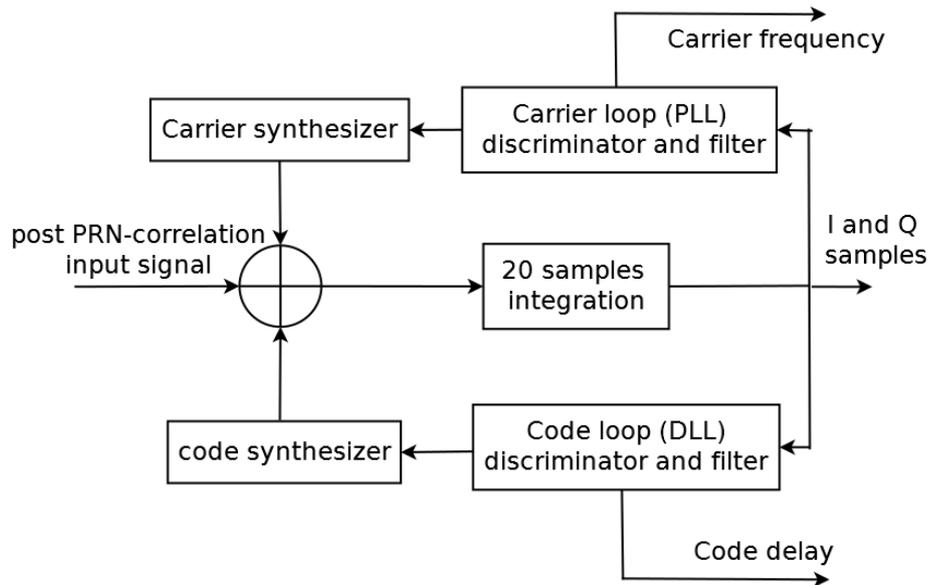


FIGURE 3.3 - SCHÉMA BLOC DU MODÈLE DE POURSUITE.

3.2.2 ESTIMATION DES PARAMÈTRES EN RÉCEPTION

L'estimation de la scintillation en sortie du récepteur grâce aux paramètres fournis par la poursuite du signal GNSS (I , Q , et la fréquence de la porteuse notamment) peut désormais être mise en place. Il y a deux types de sorties estimables dans le cadre de l'étude de la scintillation ionosphérique : les indices de scintillation (de phase σ_ϕ et d'amplitude S_4), et les spectres en réception, de phase et de log-amplitude.

3.2.2.1 Estimation de l'indice d'amplitude

Dans le cas où le temps d'intégration est égal au temps bit, comme c'est le cas pour le signal GPS L1 C/A, l'intensité du signal SI est obtenue par [Niu, 2012] :

$$SI = \frac{I^2 + Q^2}{\langle I^2 + Q^2 \rangle_T}, \quad 3.5$$

T étant la durée sur laquelle la moyenne est effectuée, habituellement égale à 1 seconde. Dans le cas où I et Q sont échantillonnés à 50Hz, cela correspond à une moyenne glissante sur 50 échantillons.

L'indice S_4 brut (qui est fonction de la puissance liée à la scintillation et de celle liée au bruit) est donné par :

$$S_{4 \text{ brut}} = \sqrt{\frac{\langle SI^2 \rangle - \langle SI \rangle^2}{\langle SI \rangle^2}}. \quad 3.6$$

Les moyennes de l'expression 3.6 sont habituellement considérées sur une minute. Dans les cas où un échantillon de SI est obtenu toutes les secondes, cela correspond donc à une moyenne sur 60 échantillons.

[Van Dierendonck *et al.*, 1993] calculent la part de S_4 liée au bruit thermique par une expression largement reprise dans l'étude du phénomène de scintillation ionosphérique à partir de signaux GNSS. L'indice S_4 lié au bruit thermique est ici noté $S_{4 \text{ bruit}}$, et il est fonction du rapport signal à bruit, le S/N_0 de la liaison (cf Annexe 3.2) conformément à :

$$S_{4 \text{ bruit}} = \sqrt{\frac{100}{S/N_0} \left[1 + \frac{500}{19 \cdot S/N_0} \right]}. \quad 3.7$$

L'indice S_4 corrigé du bruit thermique est donc :

$$S_4 = \sqrt{S_{4 \text{ brut}}^2 - S_{4 \text{ bruit}}^2}. \quad 3.8$$

3.2.2.2 Estimation de l'indice de phase

L'indice de phase σ_φ est estimé à partir de la sortie de la PLL, accrochée à la phase du signal, φ_d . Cette grandeur est estimée par comparaison de la phase de la porteuse de la réplique locale du signal à la phase de la porteuse effectivement reçue [Kaplan *et al.*, 2005]. On y retrouve donc l'ensemble des effets subis par la phase de la porteuse durant sa propagation et sa réception,

$$\varphi_d = \varphi_I + \varphi_{mouv}, \quad 3.9$$

où $\varphi_I = \varphi_{iono} + \varphi_b$ avec φ_{iono} le déphasage correspondant à la scintillation ionosphérique et φ_b , la phase due au bruit et φ_{mouv} le déphasage dû à la vitesse relative émetteur-récepteur (qui correspond majoritairement au mouvement du satellite).

Étant donné que l'on est intéressé par le déphasage correspondant à la scintillation ionosphérique, il faut éliminer φ_{mouv} . Or, ce déphasage est causé par la vitesse relative satellite-récepteur et possède exclusivement des composantes basses fréquences. Par filtrage passe-haut, on effectue l'étape de « detrending » de la mesure φ_d , et nous obtenons l'ensemble des composantes hautes fréquences de notre déphasage $\varphi_{iono} + \varphi_b$.

Pour cela, on filtre les données via un filtre de Butterworth passe-haut d'ordre 6, avec une fréquence de coupure de 0.05Hz [Hegarty *et al.*, 1999], [Van Dierendonck *et al.*, 1993], [Niu, 2012]. La grandeur que l'on obtient est $\varphi_{d \text{ DETREND}}$. On calcule donc la variance de phase $\sigma_{\varphi_{brut}}^2$ à partir de $\varphi_{d \text{ DETREND}}$ selon :

$$\sigma_{\varphi_{brut}}^2 = \langle \varphi_{d \text{ DETREND}}^2 \rangle - \langle \varphi_{d \text{ DETREND}} \rangle^2. \quad 3.10$$

Or, de même manière que pour le calcul du S_4 , un bruit thermique est contenu dans $\sigma_{\varphi_{brut}}^2$. Afin de s'en affranchir, on estime la contribution du bruit selon l'approche proposée par [Conker *et al.*, 2000]. Celle-ci suppose que l'amplitude de scintillation suit une loi de Nakagami, une hypothèse largement admise dans la communauté [Wheelon, 2003]. Dans ce cas, l'écriture de la contribution du bruit sur le σ_φ est donnée par :

$$\sigma_{\varphi_{brut}}^2 = \frac{BW_{PLL} m^m}{\left(\frac{c}{N_0}\right)_{\text{lin}} \Gamma(m) \Omega^m} \left(\frac{1}{2} \int_0^\infty x^{m-2} e^{-\frac{m}{\Omega} x} dx + \frac{f_{out}}{4 \cdot C/N_0} \int_0^\infty x^{m-3} e^{-\frac{m}{\Omega} x} dx \right), \quad 3.11$$

où :

BW_{PLL} est la bande passante de la PLL.

f_{out} est la fréquence de sortie des échantillons du récepteur, en Hertz.

$\left(\frac{C}{N_0}\right)_{\text{lin}}$, le ratio de la puissance de la porteuse sur la puissance du bruit par unité de bande passante en sortie, moyenné sur l'ensemble de la durée de la liaison en unité linéaire (soit $\left(\frac{C}{N_0}\right)_{\text{lin}} = 10^{\frac{C/N_0[\text{dB.Hz}]}{10}}$).

m est le paramètre de forme de la loi de Nakagami, et l'on a $m = \frac{E^2[X^2]}{\text{Var}[X^2]}$. Le paramètre X étant dans notre cas l'amplitude de scintillation, on arrive à $m = \frac{1}{S_4^2}$, où le S_4 est estimé sur l'ensemble de la durée de la liaison pour minimiser les erreurs d'estimation.

Ω est le paramètre d'échelle de la loi de Nakagami, et vaut $\Omega = E[X^2] = E[A_s^2]$, où A_s est l'amplitude de la scintillation.

L'indice de phase est finalement obtenu par :

$$\sigma_\varphi = \sqrt{\sigma_{\varphi\text{brut}}^2 - \sigma_{\varphi\text{bruit}}^2} \quad 3.12$$

3.2.2.3 Estimation des spectres

Les spectres de phase et d'amplitude sont estimés à partir des séries temporelles obtenues en sortie du récepteur.

En amplitude, on calcule le périodogramme de $20 \cdot \log_{10}(|s(t)|)$ où $s(t)$ est la sortie du corrélateur en phase (« Prompt »), soit $|s(t)| = |I(t) + iQ(t)|$. En toute rigueur, il s'agit donc plutôt d'un spectre de puissance (ou densité spectrale de puissance) que d'amplitude.

En phase, on calcule le périodogramme de la sortie de la boucle à verrouillage de phase après filtrage passe-haut (« detrended »), soit le périodogramme de $\varphi_d_{\text{DETREND}}$. Comme explicité en partie 3.2.2.2 pour le calcul de l'indice qui lui est relatif, on utilise pour cela un filtre de Butterworth d'ordre 6, avec une fréquence de coupure à 0.05Hz ([Hegarty *et al.*, 1999], [Van Dierendonck *et al.*, 1993], [Niu, 2012]).

On constate que les indices sont liés aux spectres : en effet, l'indice de phase σ_φ peut être calculé à partir de la racine de l'intégrale du spectre de phase soit [Conker *et al.*, 2000] :

$$\sigma_\varphi^2 = \langle \varphi^2 \rangle = 2 \int_0^{+\infty} W_\varphi(\omega) d\omega, \quad 3.13$$

et l'indice S_4 est lié au spectre de log-amplitude de la même manière :

$$S_4 = 2\sqrt{\langle \chi^2 \rangle} = 2 \sqrt{2 \int_0^{+\infty} W_\chi(\omega) d\omega}. \quad 3.14$$

3.3 IMPACT DE LA CHAÎNE DE RÉCEPTION GNSS SUR LA MESURE DE SCINTILLATION : ÉTUDE DE CAS

Nous sommes désormais en mesure d'obtenir les spectres de phase et d'amplitude en sortie de récepteur, et donc de les comparer avec les spectres ionosphériques, afin de comprendre l'influence du récepteur sur les mesures de scintillation ionosphérique. Une configuration équatoriale décrite en Figure 3.4 et dans le Tableau 3.1 est choisie pour servir d'exemple et illustrer l'ensemble des résultats établis. Les paramètres ionosphériques de ce tableau ($a_x, A_y, A_z, C_k L, p, V_u, V_v, L_0$) ont été introduits au chapitre 1, et

les paramètres géométriques ($\gamma, \psi, V, \alpha_z$) ont été introduits au chapitre 2. Cette configuration est propice à l'apparition de scintillations modérées ($S_4 \approx 0.5$). Les irrégularités ionosphériques sont ici supposées très étirées dans la direction du champ magnétique (ratio de 1:1:20). Les autres paramètres ionosphériques correspondent à des valeurs moyennes mesurées sur des cas réels (cf. chapitre 6 pour plus de détails). Un C/N_0 de 40 dB.Hz est considéré : c'est une valeur typiquement basse pour une liaison GNSS, correspondant à une liaison dégradée. La fréquence des sorties du récepteur est de 50Hz, ce qui correspond au signal GPS L1 C/A.

L_0	(a_x, A_y, A_z)	C/N_0	α_z	(γ, ψ, V)	$\log(C_k L)$	p	V_u, V_v
1km	(1,1,20)	40 dB.Hz	0°	(65°, 5°, 40°)	35	4	(50,300) m/s

TABLEAU 3.1 - CONFIGURATION INITIALE.

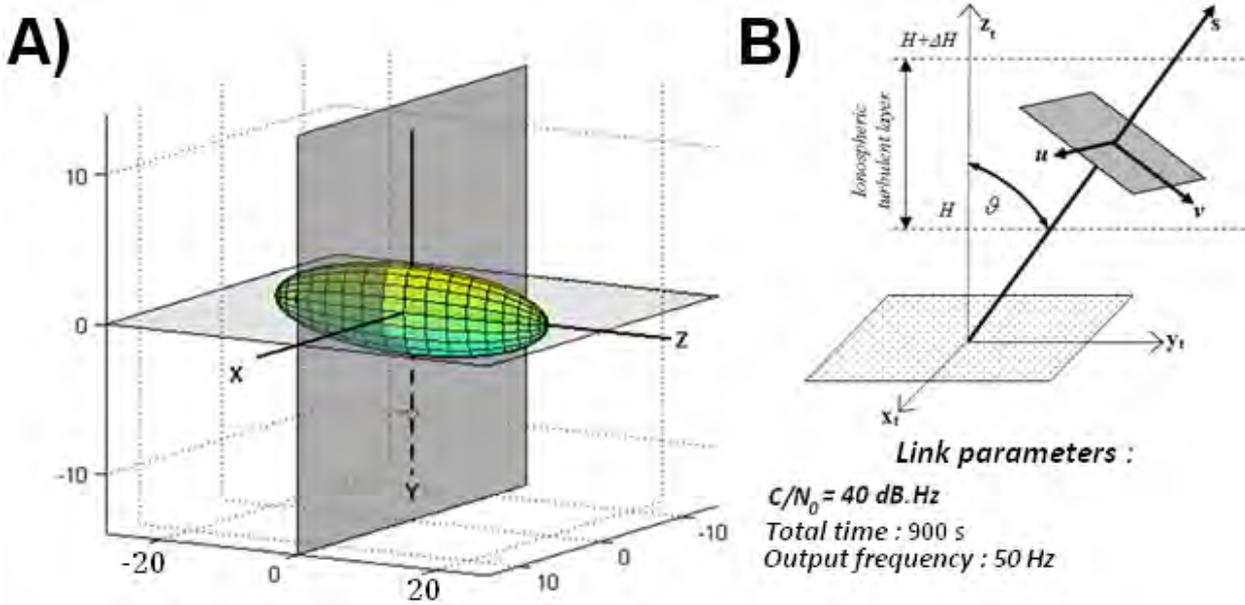


FIGURE 3.4 - A) REPRÉSENTATION DE LA FONCTION D'AUTOCORRÉLATION DU MILIEU DANS LE REPÈRE GÉOMAGNÉTIQUE. B) REPRÉSENTATION DE LA LIAISON GNSS.

Les spectres de phase et de log-amplitude analytiques sont calculés en sortie du modèle de scintillation ionosphérique (sans récepteur), ainsi que les indices S_4 et σ_ϕ . Ils seront pris comme spectres de scintillation de référence. A partir de ces spectres analytiques, le processus FAS est appliqué afin d'obtenir des séries temporelles de scintillation de phase et d'amplitude. Un signal GNSS est généré comme explicité en partie 3.1. Il est ensuite affecté de ces séries temporelles. Le signal finalement obtenu passe dans le récepteur GNSS, où sont effectuées les étapes de poursuite, puis d'estimation des paramètres.

3.3.1 EFFETS DU RÉCEPTEUR SUR LES SPECTRES D'AMPLITUDE ET DE PHASE

Les résultats comparatifs en termes de spectres sont présentés Figure 3.5 pour la phase et Figure 3.6 pour l'amplitude. Sur ces deux figures, les spectres analytiques de propagation transionosphérique (avant le récepteur GNSS) sont en rouge. Les spectres obtenus à partir de la méthode FAS en sortie des récepteurs, avec différents traitements, sont présentés.

Conformément à la Figure 3.5, le spectre de phase en sortie du récepteur (en noir) doit subir un filtrage passe-haut afin de retrouver le gabarit du spectre analytique (courbe rouge) comme explicité en partie 3.2.2.3. Un filtrage passe-haut de Butterworth d'ordre 6 avec une fréquence de coupure à 0.05Hz est donc appliqué (courbe bleue). Néanmoins, la partie en-deçà de la fréquence de coupure est définitivement perdue. On peut voir l'importance de cette perte des fréquences basses en observant la courbe violette, qui est le spectre des échantillons de phase auxquels on a soustrait la phase correspondant au

mouvement du satellite. On observe donc sur cette courbe uniquement l'influence ionosphérique et celle du récepteur, jusqu'à la fréquence d'échantillonnage du récepteur. Cette mesure ne peut être obtenue qu'en simulation, puisqu'elle suppose la connaissance de la phase liée au Doppler satellite-récepteur et donc de leur mouvement relatif. Elle est utilisée ici à des fins de comparaison aux autres courbes, et pour mesurer l'impact du récepteur.

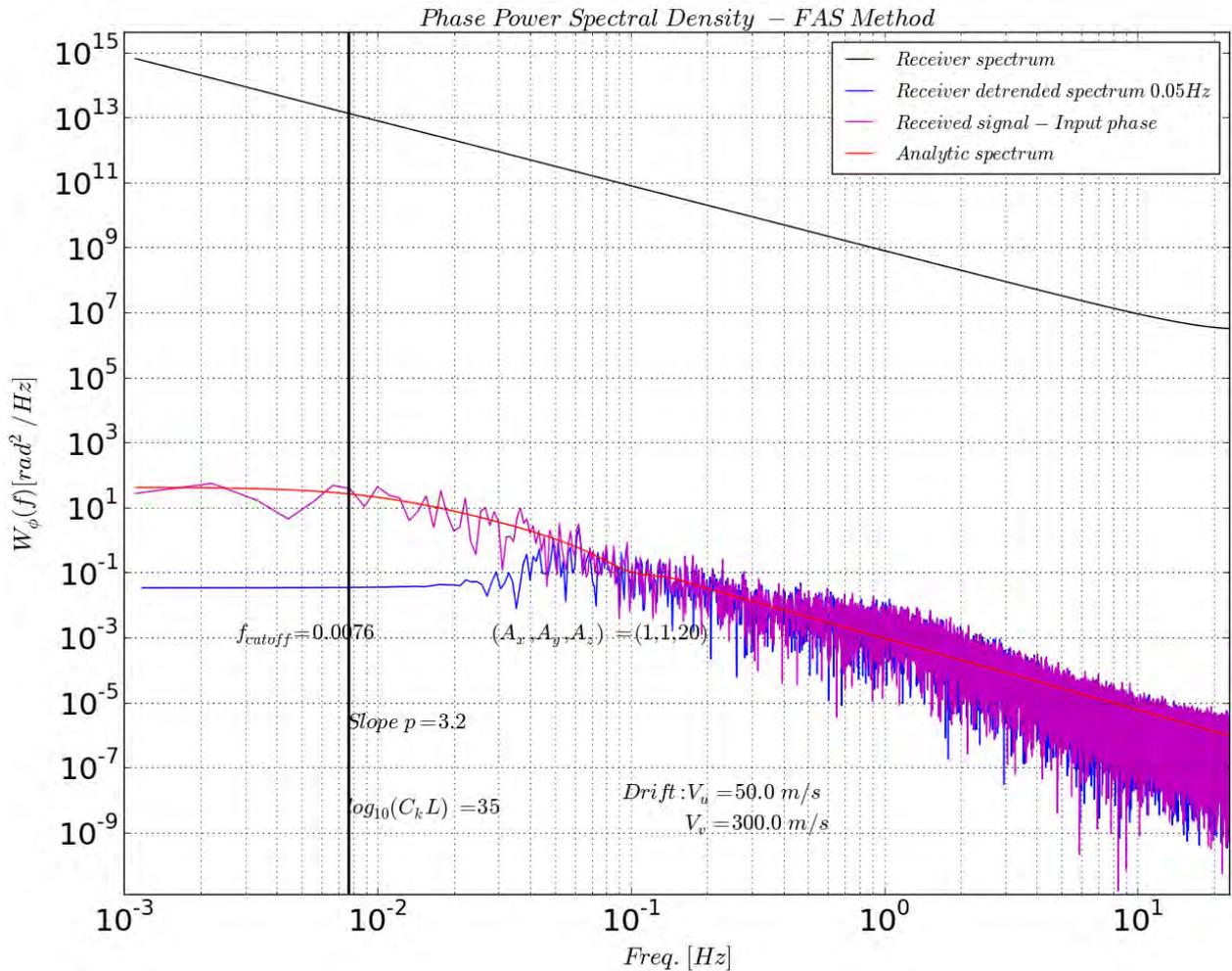


FIGURE 3.5 - SPECTRES DE PHASE EN CONFIGURATION ÉQUATORIALE :
MODÉLISATION THÉORIQUE AVEC ET SANS RÉCEPTEUR GNSS.

Rappelons que les indices ionosphériques sont liés à l'intégrale du spectre. La perte des basses fréquences due au detrending représente pour cette situation 90.5 % de la valeur totale de l'intégrale du spectre de phase analytique : sur cette configuration typique équatoriale, la perte des basses fréquences est donc extrêmement préjudiciable sur l'estimation de σ_ϕ . Un nouvel indice peut être défini, en étant conscient de la nécessité du detrending : $\sigma_{\phi,0.05}$ (cf partie 3.3.2).

Un récepteur recevant un signal réel ne permet bien sûr pas d'avoir accès au mouvement du satellite, ainsi qu'à la dérive de l'oscillateur local. C'est la raison pour laquelle il faut filtrer passe-haut (« detrending ») le signal reçu en utilisant un filtre Butterworth d'ordre 6 afin d'obtenir le spectre de scintillation ionosphérique en phase. **Le filtrage basse fréquence a un fort impact sur le spectre de phase**, comme cela peut être observé.

On remarque également sur ce graphe que les spectres atteignent une fréquence maximum de 25Hz, conformément au théorème de Shannon pour une série temporelle échantillonnée à 50Hz. Un plancher de bruit peut être observé autour de 1Hz, pour les deux spectres en sortie du récepteur (courbes bleue et violette). On constate également l'apparition d'une pente du spectre après ce plancher de bruit ; elle est

due au comportement passe-bas des boucles de poursuite en réception. Puisque son apparition se fait après l'apparition du plancher de bruit, elle sera éliminée par post-traitement et n'a donc pas d'effet sur la partie utile du spectre.

En terme de quantités intégrées, l'intégrale du spectre calculée sur les fréquences supérieures à la fréquence d'apparition du plancher de bruit correspond à moins de 1% de l'intégrale totale du spectre. Le scénario « pire cas » (valeur maximum de l'intégrale du spectre au-delà la fréquence d'apparition du plancher de bruit) correspond à la même configuration qu'étudiée, mais avec une pente plus faible ($p = 2$, pente minimale considérée dans ce manuscrit). Néanmoins, dans ce cas également, l'intégrale du spectre calculée sur les fréquences supérieures à la fréquence d'apparition du plancher de bruit correspond à moins de 1% de l'intégrale totale du spectre.

Sur les cas tests proposés, **le plancher de bruit ne dégrade donc pas l'estimation du spectre aux fréquences énergétiques d'intérêt**. Dans le cas de cette simulation, une valeur de C/N_0 de 40dB.Hz a été utilisée, qui est la limite basse d'une liaison GNSS [Van Dierendonck *et al.*, 1993], et le spectre est néanmoins bien estimé (par rapport au spectre ionosphérique analytique de référence, en rouge). Le cas d'une configuration avec une valeur de C/N_0 plus importante permettrait d'estimer de meilleure manière le spectre, le plancher de bruit apparaissant à une fréquence plus élevée.

On constate Figure 3.6 une bonne correspondance entre le spectre analytique de référence (sans récepteur GNSS, en rouge) et le spectre obtenu par la méthode FAS puis l'étape de réception GNSS (en noir), sans qu'une étape de detrending ne soit nécessaire. Alors que le spectre de phase est fortement affecté par les mouvements du satellite et l'effet Doppler induit, il n'en est rien pour le spectre d'amplitude. On remarque cependant l'apparition d'un plancher de bruit à partir d'environ 8Hz.

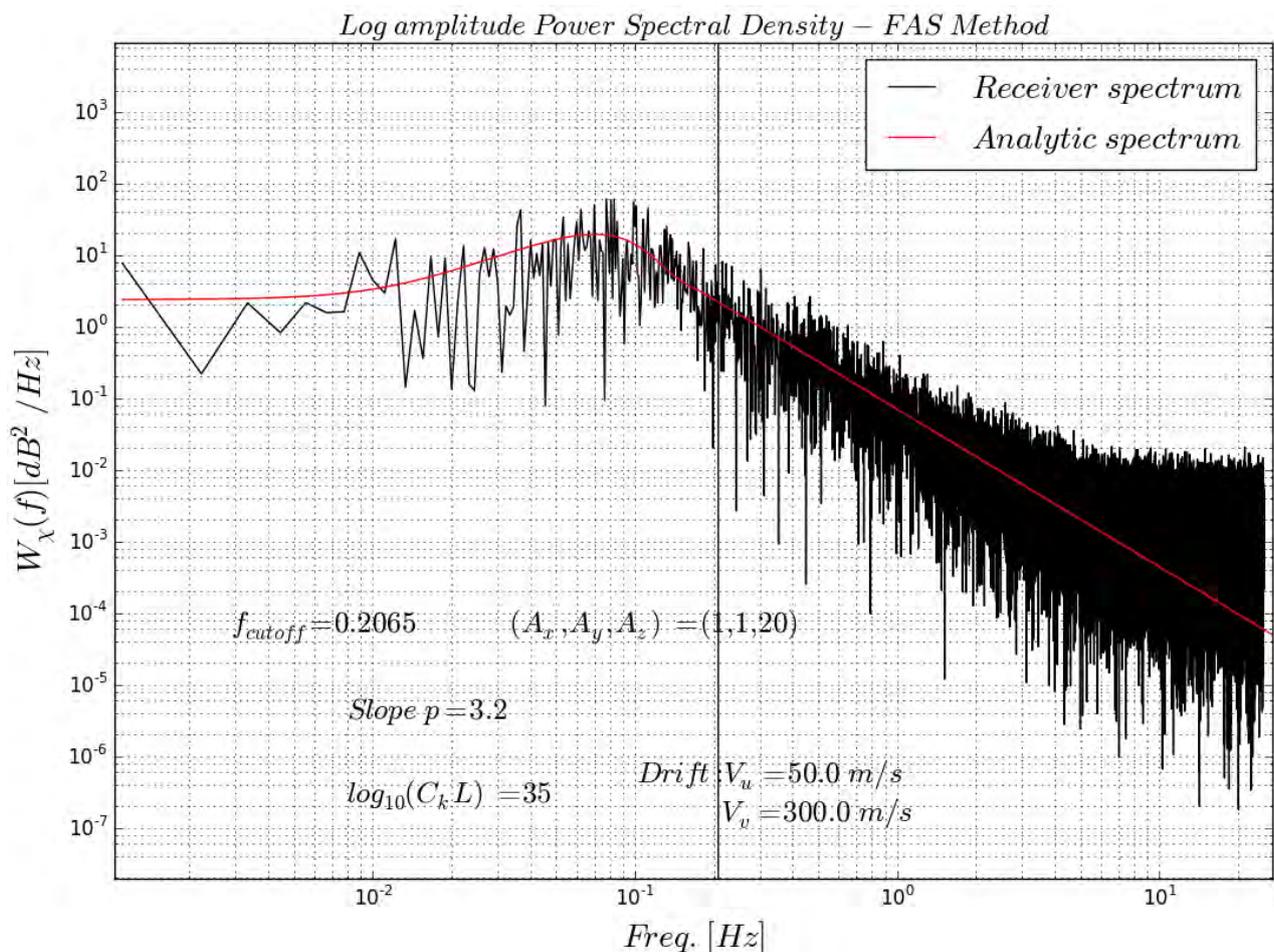


FIGURE 3.6 - SPECTRE DE LOG-AMPLITUDE ANALYTIQUE (RÉFÉRENCE) EN ROUGE ET SPECTRE OBTENU À PARTIR D'UNE SÉRIE TEMPORIELLE EN SORTIE DE RÉCEPTEUR GNSS EN NOIR.

De même manière que pour la phase, dans un scénario « pire cas », l'intégrale sur les fréquences supérieures à la fréquence d'apparition du plancher de bruit correspond à moins de 1% de l'intégrale totale du spectre de log-amplitude théorique. L'estimation du spectre de log-amplitude est donc satisfaisante, dès lors que le plancher de bruit n'est pas pris en compte, ce qui n'entraîne pas de mauvaise estimation du spectre.

3.3.2 ÉTUDE DES INDICES S_4 ET σ_φ

Les indices d'amplitude (S_4) et de phase (σ_φ) ont été calculés en sortie du modèle de scintillation ionosphérique FAS puis en sortie du modèle de récepteur GNSS, et sont présentés en Tableau 3.2 et Tableau 3.3.

Différentes configurations sont proposées, avec des paramètres de couche changeant par rapport à la configuration nominale explicitée Figure 3.4 et Tableau 3.1. Seul un paramètre est modifié par rapport à cette dernière pour chacune des nouvelles configurations proposées. Le paramètre changeant est explicité dans la première colonne du Tableau 3.2 et du Tableau 3.3. L'ensemble des paramétrisations couvre un nombre significatif de configurations typiques à l'équateur : angles d'arrivée, vitesses de déplacement relatives des irrégularités dans le repère du LOS, anisotropie, et $C_k L$ sont des grandeurs dont les différentes configurations couvrent une plage de probabilité d'apparition et de valeurs extrêmes (cf. chapitre 6 pour plus de détails).

S_{4IONO} désigne l'indice théorique d'amplitude calculé avant le récepteur (via le modèle analytique présenté au chapitre 2).

S_{4OUT} désigne l'indice d'amplitude calculé en réception par la méthode présentée en partie 3.2.2.1.

$\sigma_{\varphi 10NO}$ désigne l'écart type de la phase calculé avant le récepteur (via le modèle analytique présenté au chapitre 2).

$\sigma_{\varphi 0.05IN}$ correspond à l'écart type des phases après detrending, avant le récepteur. Il est obtenu par intégration du spectre des phases entre la fréquence de coupure du filtre passe-haut utilisé pour le detrending (soit 0.05Hz), et une fréquence inférieure au minimum entre la fréquence de coupure passe-bas de la PLL (entre 1 et 10Hz, typiquement) et la fréquence d'apparition du plancher de bruit. Dans le cas de notre étude, cette fréquence haute du calcul d'intégrale est fixée à 0.5Hz (en effet, le scénario « pire cas » correspond à un C/N_0 de 40dB.Hz, et une apparition du plancher de bruit au-delà de 0.5Hz). L'indice $\sigma_{\varphi 0.05IN}$, original, peut être utilisé pour caractériser la scintillation en phase et permet de ne pas prendre en compte des effets parasites du récepteur, tels que le detrending ou l'apparition du plancher de bruit. Sa contrepartie après récepteur est $\sigma_{\varphi 0.05OUT}$; il est obtenu à partir des échantillons de phase en réception filtrés par Butterworth avec fréquence de coupure à 0.05Hz conformément à la partie 3.2.2.3.

$\sigma_{\varphi SOUS}$ désigne l'écart type de la phase de la porteuse en réception, à laquelle a été soustraite la phase qui correspond aux mouvements relatifs entre le satellite et le récepteur. Contrairement à $\sigma_{\varphi 0.05IN}$, cet indice est disponible en simulation uniquement, car la position exacte des satellites ainsi que le biais d'horloge sont inconnus du récepteur. Il permet ici de posséder une référence sur les effets du récepteur sur la mesure de phase non affectée par le Doppler.

Considérant l'indice S_4 au Tableau 3.2,, on constate une bonne concordance générale entre les indices estimés avant récepteur S_{4IONO} et leur estimation en sortie de récepteur S_{4OUT} via les méthodes décrites en partie 3.2.2.1. Cette concordance est soulignée par un ratio S_{4IONO} / S_{4OUT} de 1.00. **L'influence du récepteur sur l'estimation de ce paramètre est donc négligeable.**

	$S_{4\ IONO}$	$S_{4\ OUT}$	$S_{4\ OUT}/S_{4\ IONO}$
$p = 4.9$	0.276	0.277	1.00
$A_z = 200$	0.503	0.503	1.00
$(V_u, V_v) = (50, 50)$	0.533	0.534	1.00
$\log(C_k L) = 36$	1.14	1.14	1.00
$(V, \gamma, \psi) = (30^\circ, 50^\circ, 45^\circ)$	0.398	0.399	1.00

TABLEAU 3.2 - COMPARAISON DE L'INDICE S_4 ESTIMÉ DANS PLUSIEURS CONFIGURATIONS, AVANT ET APRÈS RECEPTEUR.

En observant le Tableau 3.3, nous remarquons que l'indice de phase $\sigma_{\varphi\ 0.05\ OUT}$ (calculé à partir des sorties de la PLL filtrées par un filtre passe-haut de Butterworth à l'ordre 6, et de fréquence de coupure 0.05Hz) est sous-estimé s'il est comparé à $\sigma_{\varphi\ IONO}$. La coupure des basses fréquences en est responsable, car le paramètre $\sigma_{\varphi\ SOUS}$ donne lui une valeur très proche du $\sigma_{\varphi\ IONO}$ (ratios de 1.00). Or, entre $\sigma_{\varphi\ SOUS}$ et $\sigma_{\varphi\ 0.05\ OUT}$, la seule différence est le filtrage. En revanche, la concordance entre les deux indices $\sigma_{\varphi\ 0.05\ IN}$ et $\sigma_{\varphi\ 0.05\ OUT}$ est très satisfaisante (différences de 3% dans le pire des scénarios), preuve de la bonne estimation des fréquences situées au-delà de la coupure du filtre. **Le récepteur a un impact négligeable sur ces fréquences. En revanche, les fréquences plus basses corrompues par le Doppler sont définitivement perdues**

	$\sigma_{\varphi\ IONO}$	$\sigma_{\varphi\ 0.05\ IN}$	$\sigma_{\varphi\ 0.05\ OUT}$	$\sigma_{\varphi\ SOUS}$	$\frac{\sigma_{\varphi\ 0.05\ IN}}{\sigma_{\varphi\ 0.05\ OUT}}$	$\frac{\sigma_{\varphi\ SOUS}}{\sigma_{\varphi\ IONO}}$
$p = 4.9$	2.50	0.167	0.172	2.50	1.03	1.00
$A_z = 200$	1.05	0.262	0.265	1.05	1.01	1.00
$(V_u, V_v) = (50, 50)$	0.532	0.250	0.254	0.534	1.02	1.00
$\log(C_k L) = 36$	2.10	0.499	0.499	2.11	1.00	1.00
$(V, \gamma, \psi) = (30^\circ, 50^\circ, 45^\circ)$	0.933	0.234	0.242	0.934	1.03	1.00

TABLEAU 3.3 - COMPARAISON DE L'INDICE σ_{φ} ESTIMÉ DANS PLUSIEURS CONFIGURATIONS, AVANT ET APRÈS RECEPTEUR.

Pour conclure, les effets combinés de la chaîne de réception mis en évidence sur l'observation de la scintillation ionosphérique sont les suivants :

- Une coupure des hautes fréquences due à la sortie 50Hz du récepteur, en phase et en amplitude qui affecte peu ou pas les indices de scintillation ionosphérique. Cette coupure est habituellement précédée d'une coupure des hautes fréquences dues à l'apparition du plancher de bruit (bruit thermique des composants du récepteur).
- Une coupure des basses fréquences à 0.05Hz, due au detrending nécessaire effectué (ici, effectué en phase), qui biaise l'estimation du spectre et de l'indice concerné. La valeur de cette coupure est fixée à 0.05Hz suite aux conclusions comparées de [Van Dierendonck *et al.*, 1993] et [Niu, 2012]. De nouveaux indices, $\sigma_{\varphi\ 0.05\ IN}$ et $\sigma_{\varphi\ 0.05\ OUT}$ sont définis afin de pouvoir caractériser la scintillation de phase disponible en réception malgré la perte des basses fréquences.

3.4 CONSÉQUENCES SUR L'EXPLOITATION DES DONNÉES GNSS

Certains autres aspects de la mesure peuvent avoir une influence sur les spectres et les indices finaux comme le diagramme d'antenne du récepteur, la durée d'observation de la liaison, ou les fréquences de coupure des boucles à verrouillage de retard ou de phase.

3.4.1 VARIATIONS DU GAIN DE L'ANTENNE EN FONCTION DE L'ÉLÉVATION DU SIGNAL

L'angle d'élévation du signal varie durant les 900s considérées ; dans la modélisation du récepteur présentée dans ce chapitre, la variation du gain d'antenne en fonction de l'élévation du signal n'a pas

étudiée. Ci-dessous, une analyse est menée afin d’analyser la potentielle influence de l’élévation sur le gain. Un diagramme d’antenne patch GNSS classique est présenté en Figure 3.7. Les signaux possédant une élévation inférieure à 15° ne seront pas considérés, car trop proches de la ligne d’horizon, et ayant pu subir des multitrajets.

Nous remarquons qu’entre 15° et 67° d’élévation, le gain de l’antenne varie quasi-linéairement entre 0 et 9 dBi, ce qui est donc équivalent à 0.17dBi par degré. Au-delà de 67°, le gain est constant égal à 9 dBi. Or, l’étude d’une base de données telle que SAGAIE (plus de détails en chapitre 4) nous apprend que durant 15 minutes de liaison, la variation maximale d’élévation est de 7.5°, ce qui correspond à une variation maximale de gain de 1.15 dBi, tandis que la moyenne de variation d’élévation est de 3.5°, ce qui correspond à une variation de gain de 0.535 dBi. Ces variations linéaires sur 15 minutes sont donc négligeables comparées aux spectres de log-amplitudes considérés dans cette étude, ayant des écarts d’amplitude de plusieurs dizaines de dB (Figure 3.6).

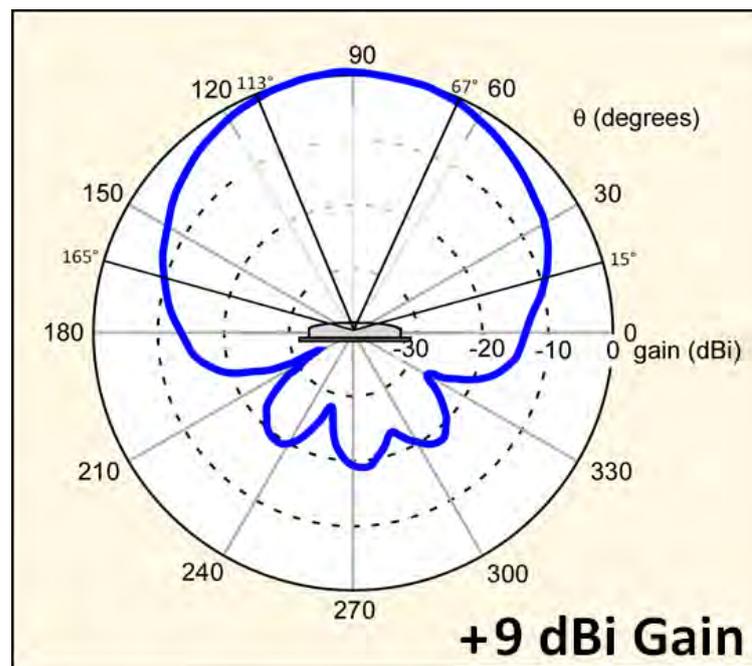


FIGURE 3.7 - DIAGRAMME D’ANTENNE GNSS DANS LE PLAN VERTICAL. SOURCE : ANTENNA RADIATION PATTERN, ESA.

3.4.2 VALEUR DE LA FRÉQUENCE DE COUPURE EN FONCTION DES PARAMÈTRES SPECTRAUX

La limitation de la durée de la liaison, et par conséquent de la mesure des échantillons de phase et de log-amplitude, a un impact sur le spectre en fréquence. La fréquence la plus basse à laquelle le spectre expérimental est calculable est :

$$f_{min} = \frac{1}{T_{max}}, \quad 3.15$$

avec f_{min} , la fréquence minimale, et T_{max} la durée de la liaison.

Or, les paramètres essentiels décrivant les spectres sont le plateau basse fréquence, la fréquence de coupure et la valeur de la pente. Si la valeur de f_{min} est supérieure à la fréquence de coupure, alors ni la valeur du plateau, ni la valeur de la fréquence de coupure ne sont estimables.

Grâce aux formulations théoriques développées dans le régime de faible perturbation, on peut estimer la valeur de la fréquence de coupure en estimant la fréquences du point d’intersection entre les asymptotes hautes et basses fréquences.

Tout d'abord, déterminons la fréquence de coupure du spectre analytique de log-amplitude 3D. En cherchant la fréquence pour laquelle les expressions asymptotiques lorsque la fréquence tend vers 0 (équation 2.89) et l'infini (équation 2.90) sont égales, l'équation suivante est obtenue :

$$\begin{aligned} & \frac{2\pi^2\sqrt{\pi}\lambda^2r_e^2a^{3-p}A_yA_zC_s\Delta H\Gamma\left(\frac{p-1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{p}{2}\right)(AV_v^2 + BV_u^2 - 2CV_uV_v)^{1-\frac{p}{2}}(BA - C^2)^{\frac{p-1}{2}}}f_c^{1-p}(2\pi)^{1-p} \\ &= \frac{-\pi^3\lambda^2r_e^2a^{3-p}A_yA_zC_s\Delta HV_r^{p-1}}{\Gamma\left(\frac{p+1}{2}\right)\cos\left(\frac{p+1}{4}\pi\right)(AV_v^2 + BV_u^2 - 2CV_uV_v)^{\frac{p}{2}}\left(\frac{L_v}{k_0}\right)^{\frac{p-1}{2}}}, \end{aligned} \quad 3.16$$

où f_c est la fréquence de coupure recherchée. En simplifiant cette équation, on peut écrire :

$$f_c = \frac{(AV_v^2 + BV_u^2 - 2CV_uV_v)}{2\pi V_r\sqrt{BA - C^2}} \sqrt{k_0} \left(\frac{\sqrt{\pi}\Gamma\left(\frac{p}{2}\right)}{2\Gamma\left(\frac{p+1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{p-1}{2}\right)\cos\left(\frac{3-p}{4}\pi\right)} \right)^{\frac{1}{1-p}}, \quad 3.17$$

Le même calcul est effectué pour la phase :

$$\begin{aligned} & \frac{4\pi^2\sqrt{\pi}\lambda^2r_e^2\Delta Ha^2A_yA_zC_s\Gamma\left(\frac{p-1}{2}\right)K_0^{1-p}}{\sqrt{AV_v^2 + BV_u^2 - 2CV_uV_v}\Gamma\left(\frac{p}{2}\right)} \\ & - \frac{\pi^3\lambda^2r_e^2a^{3-p}A_yA_zC_s\Delta HV_r^{p-1}}{\Gamma\left(\frac{p+1}{2}\right)\cos\left(\frac{3-p}{4}\pi\right)(AV_v^2 + BV_u^2 - 2CV_uV_v)^{\frac{p}{2}}\left(\frac{L_v}{k_0}\right)^{\frac{p-1}{2}}} \\ &= \frac{2\pi^2\sqrt{\pi}\lambda^2r_e^2\Delta Ha^{3-p}A_yA_zC_s\Gamma\left(\frac{p-1}{2}\right)(2\pi)^{1-p}f_{cPhase}^{1-p}}{\Gamma\left(\frac{p}{2}\right)(AV_v^2 + BV_u^2 - 2CV_uV_v)^{1-\frac{p}{2}}(AB - C^2)^{\frac{p-1}{2}}}, \end{aligned} \quad 3.18$$

où f_{cPhase} est la fréquence de coupure du spectre théorique de phase. Nous pouvons donc exprimer cette grandeur :

$$\begin{aligned} f_{cPhase} &= \frac{1}{2\pi} \left(\frac{2a^{p-1}K_0^{1-p}(AB - C^2)^{\frac{p-1}{2}}}{(AV_v^2 + BV_u^2 - 2CV_uV_v)^{\frac{p-1}{2}}} \right. \\ & \left. - \frac{\sqrt{\pi}\Gamma\left(\frac{p}{2}\right)V_r^{p-1}(AV_v^2 + BV_u^2 - 2CV_uV_v)^{1-p}(AB - C^2)^{\frac{p-1}{2}}\left(\frac{L_v}{k_0}\right)^{\frac{p-1}{2}}}{2\Gamma\left(\frac{p-1}{2}\right)^2\left(\frac{p-1}{2}\right)\cos\left(\frac{3-p}{4}\pi\right)} \right)^{\frac{1}{1-p}}. \end{aligned} \quad 3.19$$

Par conséquent, si l'on a $f_{min} > f_c$ ou $f_{min} > f_{cPhase}$ la durée de la liaison ne sera pas assez importante pour estimer tous les paramètres spectraux ionosphériques en amplitude ou en phase. Dans la pratique, la visualisation de la fréquence de coupure entre f_{min} et f_{max} a été très largement validée par l'observation.

3.4.3 DETRENDING DES ÉCHANTILLONS D'AMPLITUDE

Nous avons vu qu'en amplitude, le detrending n'est pas nécessaire, certains des récepteurs GNSS l'appliquent néanmoins en post-processing. Si le detrending est appliqué en amplitude, de façon analogue à la phase, nous observerons une coupure basse fréquence jusqu'à la fréquence de coupure du filtre passe-haut. Sur notre cas-test présenté au 3.4, une simulation avec detrending en amplitude a été

effectuée afin de constater son impact sur le spectre et donc sur cet indice. Cette simulation est présentée en Figure 3.8.

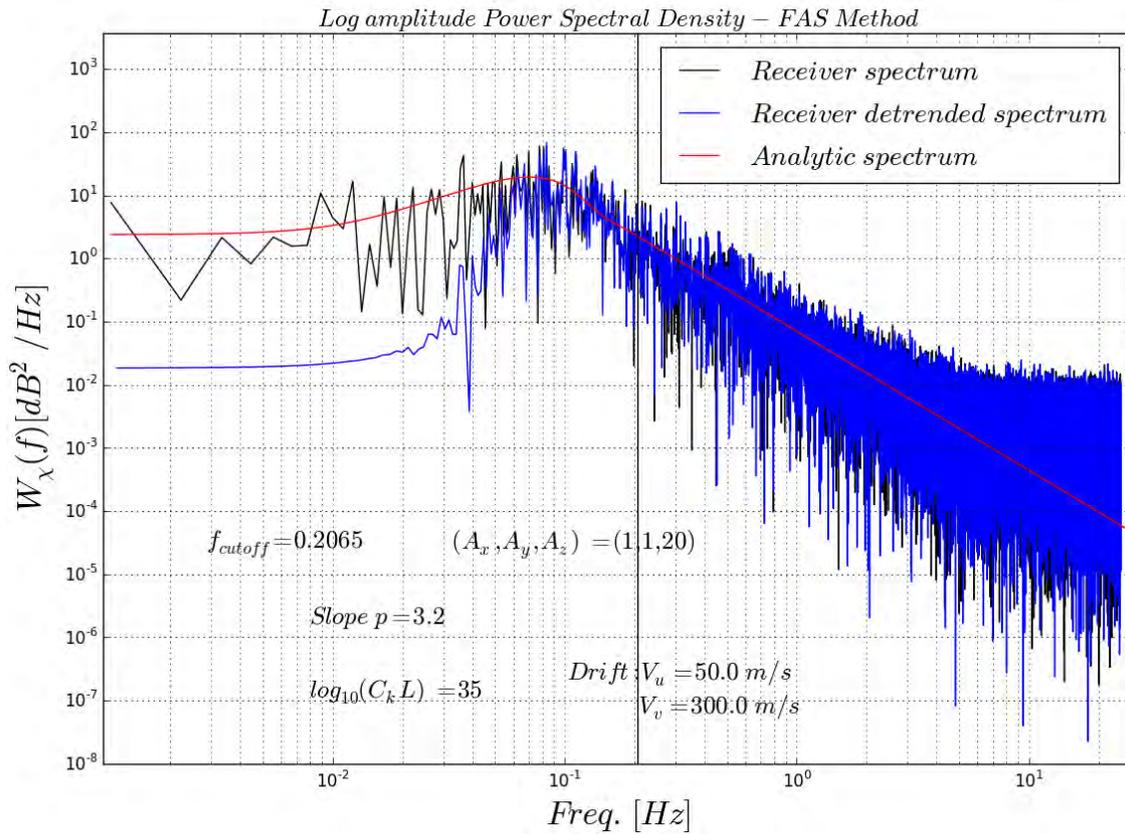


FIGURE 3.8 - SPECTRE DE LOG-AMPLITUDE DÉTENDÉ.

Cette figure est analogue à la Figure 3.6, à l'exception de l'ajout d'un filtrage de Butterworth d'ordre 6 passe-haut et de fréquence de coupure 0.05Hz du spectre de log-amplitude en réception. Son effet principal est de couper les basses fréquences (pourtant énergétiques) du spectre de log-amplitude.

Nous constatons, en termes de quantité intégrée, que la perte représente 31% de la valeur totale de l'intégrale du spectre analytique.

Le detrending résulte donc en une sous-estimation de l'indice d'amplitude S_4 . C'est un phénomène à prendre en compte nécessairement lors de l'utilisation de certains types de récepteurs qui appliquent un detrending systématique aux échantillons d'amplitude collectés.

3.4.4 FRÉQUENCES DE COUPURE DUES AUX BOUCLES DE VERROUILLAGE

Dans la littérature on trouve mention de l'apparition d'une coupure des hautes fréquences du spectre de phases du récepteur [Conker *et al.*, 2003]. Cette fréquence de coupure est liée au fait que les boucles à verrouillage de phase et de retard se comportent comme des filtres passe-bas. Ce filtrage passe-bas du spectre de phase dépend de la bande passante de la boucle à verrouillage de phase, et de l'ordre de celle-ci.

La fonction de transfert de la boucle à verrouillage de phase peut être approximée par [Conker *et al.*, 2003]:

$$T(f) = |1 - H(f)|^2 = \frac{f^{2k}}{f^{2k} + BP^{2k}}, \quad 3.20$$

où k est l'ordre de la boucle (sans unité), habituellement égal à 2 ou 3, et BP est la bande passante de la boucle en Hz.

Les réalisations des séries temporelles de phase obtenues à la sortie du récepteur sont donc la convolution des phases impactées par la scintillation avec ce filtre passe-bas, ce qui dans le domaine de Fourier se traduit par une multiplication. On obtient donc l'expression du spectre des phases brutes en sortie des boucles comme étant :

$$S_{\varphi_{OUT}}(f) = |1 - H(f)|^2 S_{\varphi_d}(f), \quad 3.21$$

où S_{φ_d} est le spectre des phases brutes en entrée du récepteur.

L'influence de la boucle à verrouillage de phase sur les cas tests présentés en 3.3.1 est négligeable, car elle est observée à la suite de l'apparition du plancher de bruit comme argumenté en phase et en amplitude dans cette partie. En revanche, dans un cas où la fréquence f_n serait inférieure à la fréquence d'apparition du plancher de bruit, l'utilisateur devra prêter attention à ne plus considérer les fréquences supérieures à BP comme utiles.

En conclusion, l'utilisateur qui a connaissance de la bande passante de la boucle doit limiter l'analyse des données aux fréquences inférieures au minimum entre la fréquence d'apparition du plancher de bruit et de BP (variant généralement entre 1 et 20Hz).

3.5 CONCLUSION

Ce chapitre a permis d'étudier la structure du signal GNSS, l'influence de la scintillation sur ce signal et le traitement typique effectué en réception afin d'obtenir les observables de la scintillation ionosphérique. Sur le spectre d'amplitude, un plancher dû au bruit thermique des composants dans le récepteur apparaît, en plus d'une limitation basse fréquence liée à la durée d'observation. L'influence du récepteur sur le spectre de log-amplitude est donc faible. Il en est de même pour l'indice S_4 . En revanche, le spectre de phase est affecté par les mêmes effets que le spectre de log-amplitude avec en plus des effets Doppler liés au mouvement relatif satellite-récepteur. Un filtrage passe-haut doit être effectué afin de retrouver l'information de scintillation ionosphérique. Les basses fréquences du spectre de phase, dépendant de la fréquence de coupure utilisée (ou fréquence de « detrending »), sont perdues. L'indice de phase σ_φ est limité en réception, du fait de la perte des basses fréquences. Dans certains cas (rares dans le cadre de notre étude), la bande passante des boucles à verrouillage et le filtre passe-bas associé peut empêcher l'observation du spectre de phase. Les fréquences utiles peuvent donc être limitées par cette fréquence plutôt que par la fréquence d'apparition du plancher de bruit.

CHAPITRE 4 : BASE DE DONNÉES SAGAIE : PRÉSENTATION ET

ANALYSE PRÉLIMINAIRE

La scintillation équatoriale est directement liée aux variations spatio-temporelles rapides de densité électronique dans l'ionosphère. Un réseau de stations GNSS déployé en région équatoriale et mesurant la scintillation ionosphérique est un moyen particulièrement intéressant pour étudier cette dynamique spatio-temporelle du plasma ionosphérique. En effet, la bande L subit un retard de propagation présentant une bonne sensibilité aux variations de l'ionosphère tout en assurant une traversée de l'onde. Ainsi, le réseau SAGAIE (pour Stations ASECNA pour l'Étude de l'Ionosphère Équatoriale) apparaît parfaitement adapté à une analyse de l'ionosphère turbulente en zone équatoriale. Ce chapitre est dédié à la description de cette base de données.

Dans ce chapitre, comme dans le reste du manuscrit, l'ensemble des coordonnées utilisées sont en latitude-longitude géographique, avec pour référence l'équateur géographique et le méridien de Greenwich.

4.1 PRÉSENTATION DE LA BASE DE DONNÉES SAGAIE

Le développement du réseau SAGAIE est financé par le Centre National d'Etudes Spatiales (CNES), et est opéré par Thales Alenia Space (TAS). L'élaboration de la base de données SAGAIE a pour but une meilleure compréhension des conditions ionosphériques dans les régions sub-sahariennes. L'accumulation des données depuis 2013, date de la mise en service du réseau, est désormais considérable et permet aujourd'hui une analyse assez large des conditions ionosphériques possibles. Le but est également de tester la robustesse des algorithmes de traitement GNSS à la scintillation ionosphérique, en particulier les algorithmes embarqués sur les récepteurs aéronautiques couplés aux systèmes SBAS (Satellite-Based Augmentation System). Une étude de la pertinence des modèles ionosphériques moyens sera menée [Secretan *et al.*, 2014] : la comparaison avec les mesures permettra d'évaluer la performance des modèles, en particulier en terme de représentation de la densité électronique.

Le réseau SAGAIE est constitué de 5 stations situées en Afrique de l'Ouest, au sud du Sahara. Elles sont installées dans les aéroports majeurs de la région : Dakar, au Sénégal, Ouagadougou, au Burkina Faso, N'Djamena, au Tchad, Lomé, au Togo, et Douala, au Cameroun. Elles sont représentées géographiquement sur la Figure 4.1.



FIGURE 4.1 - POSITION DES STATIONS SAGAIE EN AFRIQUE DE L'OUEST. CARTE ORIGINALE DE GOOGLE MAPS.

L'utilisation des aéroports de la région permet de prévenir les problèmes d'interruption électrique, et assure une connexion internet suffisante à la réalisation d'observations quasi-temps réel. C'est également un moyen de s'assurer que les récepteurs sont installés dans des pièces équipées de climatisation, et donc à température constante pour un fonctionnement optimal. L'installation des stations a été précédée d'une phase d'étude afin de s'assurer de l'intégrité des données collectées (absence d'effets de propagation non désirables tels que les multitrajets sols notamment). À titre d'exemple, l'implantation de l'antenne sur le toit de la tour de contrôle de l'aéroport de Ouagadougou peut être observée en Figure 4.2 : on constate un environnement très dégagé et propice à la réception de données GNSS.

Les sites SAGAIE ont été comparés aux sites de l'International GNSS Service (IGS), en particulier en ce qui concerne les multitrajets, en se basant sur les mesures GPS bi-fréquences des stations IGS. [Secretan *et al.*, 2014] montrent que les stations SAGAIE se classent parmi les meilleures installations IGS au monde.



FIGURE 4.2 - POSITION D'UNE ANTENNE DE RÉCEPTION À OUAGADOUGOU (BURKINA FASO) [SECRETAN ET AL., 2014].

Les données des stations SAGAIE auxquelles nous avons accès proviennent de deux types de récepteurs :

- un moniteur de scintillation GPS/GLONASS/Galileo multi-fréquences PolaRxS Pro ISM de la société Septentrio basée à Louvain, en Belgique,
- un récepteur GNSS en bande L FlexPak 6 OEM628 triple fréquences de la société Novatel, basée à Calgary, Alberta, Canada.

Les stations de Dakar et de Lomé sont équipées des deux récepteurs, et d'une antenne « choke ring » Septentrio. Les trois autres stations sont uniquement équipées du récepteur Novatel, ainsi que d'antennes Novatel A703.

Les stations du réseau SAGAIE peuvent être contrôlées en temps réel en ligne grâce à un logiciel développé par TAS. Les premières observations des résultats de mesure du réseau SAGAIE par [Secretan *et al.*, 2014] font apparaître une forte dépendance à l'élévation et aux équinoxes des événements de

scintillation pour lesquels $S_4 > 0.5$. Ces résultats semblent confirmer la tendance observée sur l'île d'Ascencion (Figure 1.6 du chapitre 1).

Deux types de données mesurées par SAGAIE seront utilisés dans ce manuscrit :

- les données GNSS post-corrélation 50Hz du signal GPS L1 C/A provenant des récepteurs Septentrio des stations de Dakar et Lomé. Ces données sont disponibles du 10/06/2013 au 07/05/2015 pour Dakar, et du 29/06/2013 au 17/01/2017 pour Lomé,
- les indices S_4 calculés toutes les minutes sur les 5 stations du réseau SAGAIE, du mois d'août 2013 jusqu'au mois d'août 2016, à partir de l'estimateur du C/N_0 (cf partie 4.2 du chapitre 4).

La couverture temporelle des mesures est donc de quatre ans et permet d'investiguer la variabilité des évènements au cours de l'année. En revanche, le cycle solaire durant lequel les observations ont été effectuées est moins intense que les cycles solaires précédents comme l'illustre le paramètre « Sun Spot Number » (SSN) tracé sur la Figure 4.3. D'après les observations de la littérature présentées en chapitre 1, et notamment les travaux de [Fejer, 1981], cet effet est susceptible d'amoinrir le nombre d'évènements de scintillation équatoriale par rapport à un cycle solaire plus important. Il est donc possible que les conclusions de cette étude soient minimisées par rapport à ce qui pourrait être observé lors d'un cycle solaire de plus forte intensité.

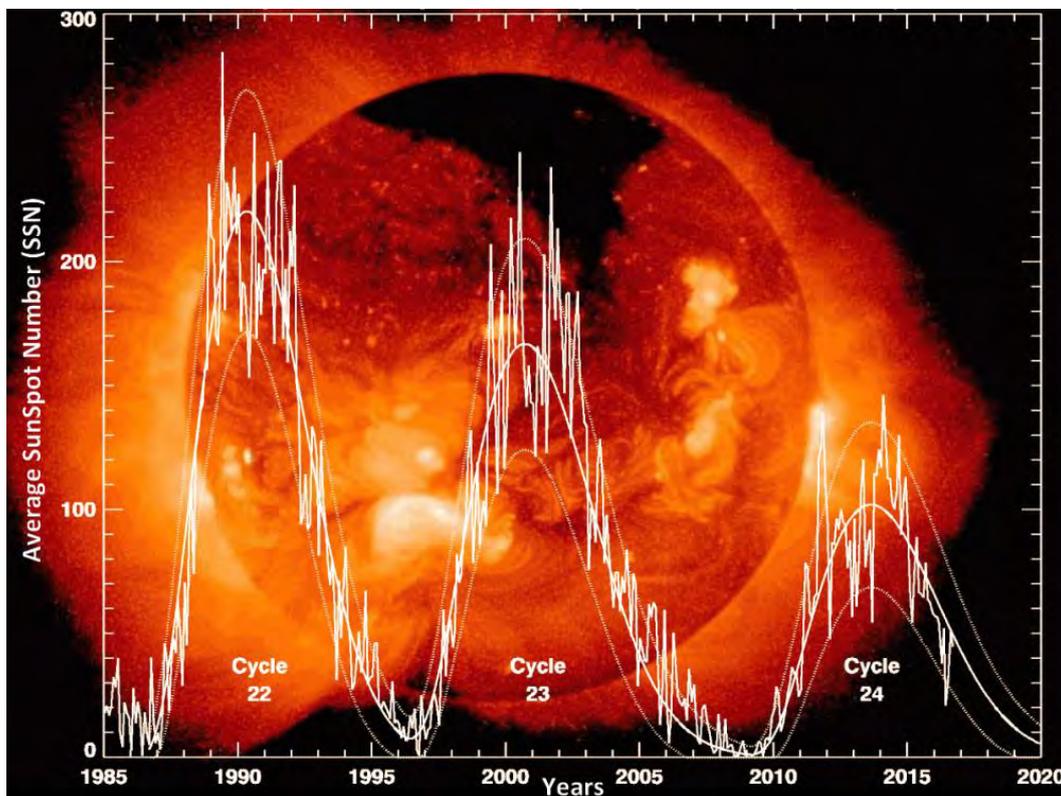


FIGURE 4.3 - ACTIVITÉ SOLAIRE : SUNSPOT NUMBER EN FONCTION DE L'ANNÉE. SOURCE : NASA.

L'équateur géomagnétique, c'est à dire l'ensemble des points pour lesquels les lignes du champ magnétique terrestre sont parfaitement parallèles à la surface de la terre, est représenté en noir sur la Figure 4.4. La position des cinq stations du réseau SAGAIE est également reportée, ainsi que les lignes 20° au nord et 20° au sud de l'équateur magnétique (calculées par rapport au nord magnétique, et pas par rapport au nord géographique). La zone comprise entre ces lignes +/- 20° correspond d'après la littérature ([Banks *et al.*, 1978], [Aarons, 1993]) à la zone privilégiée d'apparition des phénomènes de scintillations équatoriales (cf. chapitre 1). Notons que les stations SAGAIE sont situées de part et d'autre de l'équateur magnétique, elles ont donc une position privilégiée afin d'observer les évènements de scintillation ionosphérique, à la fois au nord et au sud de l'équateur magnétique.

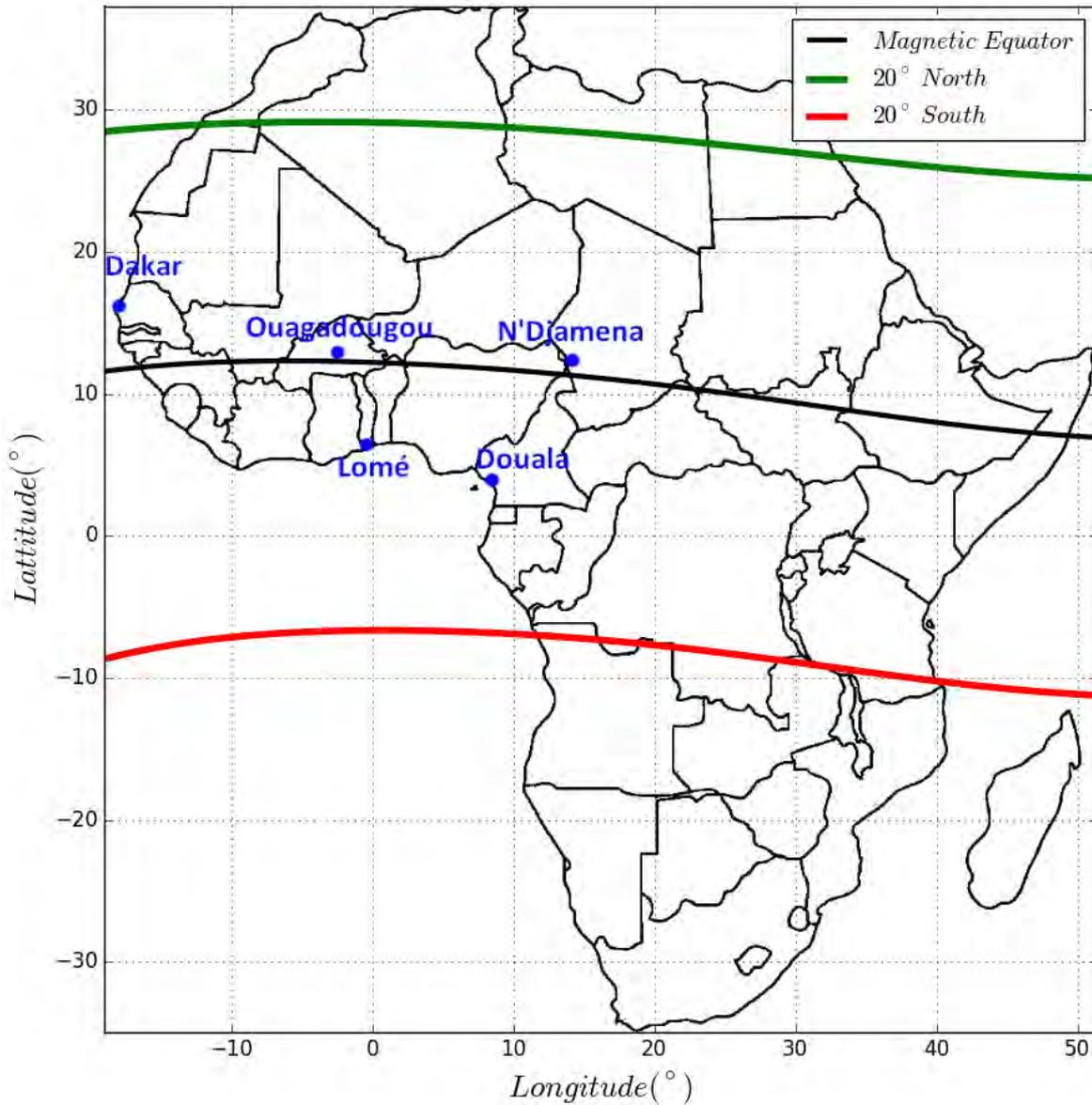


FIGURE 4.4 - POSITION DES STATIONS SAGAIE ET DE L'ÉQUATEUR MAGNÉTIQUE EN AFRIQUE. LES POSITIONS DE L'ÉQUATEUR MAGNÉTIQUE SONT ESTIMÉES PAR LE CODE GEOMAG [WMM2015, NOAA].

4.2 ANALYSE DE L'INDICE S_4

L'indice S_4 obtenu toutes les minutes à partir du C/N_0 des cinq stations SAGAIE est investigué dans cette partie. Cet indice est calculé à partir de l'estimateur de rapport signal à bruit de la manière suivante :

$$S_4 = \sqrt{\frac{\langle (C/N_0)^2 \rangle - \langle C/N_0 \rangle^2}{\langle C/N_0 \rangle^2}}, \quad 4.1$$

où la notation $\langle \rangle$ désigne la moyenne effectuée sur une minute de mesure. Cette expression est équivalente à celle développée à l'équation 1.3 du chapitre 1, dans la mesure où l'on considère que l'intensité lumineuse du signal est donnée par le rapport C/N_0 [Van Dierendonck *et al.*, 1993]. Dans l'expression 4.1, C/N_0 est un vecteur cadencé à 1Hz (calcul du C/N_0 par les algorithmes de calcul GNSS développés par TAS), et la moyenne est effectuée sur une minute. C/N_0 est donc un vecteur de 60 valeurs. Dans le cas où la liaison serait momentanément indisponible, et que le vecteur contiendrait moins de 20 éléments, le calcul de l'indice S_4 est invalidé. Dans le cas d'un fonctionnement nominal, l'indice S_4 est disponible toutes les minutes. Un masque de 30° (c'est-à-dire que seuls les satellites situés à 30° et plus au-dessus de l'horizon sont considérés) est usuellement appliqué lors du traitement des données GNSS

dans le but de s'affranchir d'éventuels multitrajets [Mushini, 2012]. En partie 4.1 nous avons vu que l'environnement local des stations SAGAIE a été étudié pour minimiser ces effets. Les analyses préliminaires menées par TAS ont montré qu'un masque de 15° d'élévation peut suffire pour s'affranchir de ce type de problème ; cela permet à l'étude de gagner en nombre de points disponibles et donc de couverture géographique. Un masque de 15° est donc appliqué pour l'ensemble des études réalisées dans la suite du manuscrit.

4.2.1 VARIABILITÉ TEMPORELLE DE LA SCINTILLATION IONOSPHERIQUE

Les mesures de l'indice S_4 relevées en chaque station sont ici étudiées. De la Figure 4.5 à la Figure 4.9, sont tracées les probabilités que l'indice S_4 soit supérieur à un certain seuil. Ce dernier est choisi à 0.1 en figures indicées A), à 0.3 en figures indicées B) ou enfin à 0.5 en figures indicées C). Chaque évènement n'apparaît qu'une seule fois : le graphe A) se réfère aux évènements où $0.3 > S_4 > 0.1$, le graphe B), aux évènements où $0.5 > S_4 > 0.3$, et le graphe C), $S_4 > 0.5$. Les représentations proposées sont des statistiques d'occurrence d'un niveau de S_4 dépassé en fonction du jour de l'année et de l'heure de la journée. Le jour de l'année est en ordonnées (de 1 à 365) et l'heure locale en abscisses. La couleur dénote la valeur du pourcentage du temps. La Figure 4.5, correspond aux données mesurées à Dakar, Figure 4.6 à Douala, Figure 4.7 à Lomé, Figure 4.8 à N'Djamena, Figure 4.9 à Ouagadougou. Une période de 3 ans est considérée (entre aout 2013 et aout 2016). Les trois seuils de S_4 choisis montrent des gradations dans l'intensité de la scintillation : 0.1 correspond à une scintillation faible, 0.3 dénote une force intermédiaire, et 0.5 est la marque d'une scintillation pouvant impacter considérablement les systèmes GNSS. Le pourcentage d'occurrence est obtenu en considérant chaque jour de l'année civile par quart d'heure ; pour chaque quart d'heure, le nombre de S_4 supérieurs au seuil est divisé par le nombre de S_4 observés durant ce quart d'heure.

Le Tableau 4.1 complète ces figures en donnant le nombre de valeur de S_4 supérieurs aux trois seuils mentionnés pour les différentes stations SAGAIE, entre aout 2013 et aout 2016

	Dakar	Ouagadougou	Lomé	N'Djamena	Douala
$S_4 > 0.1$	1 584 555	2 612 611	2 330 015	2 485 659	2 629 906
$S_4 > 0.3$	98 017	216 075	98 073	99 422	132 489
$S_4 > 0.5$	26 042	19 428	28 938	14 164	37 294
Nombre de S_4 calculés	12 540 948	12 158 328	12 201 576	11 891 485	11 889 376

TABLEAU 4.1 - NOMBRE DE S_4 MESURÉS SUPÉRIEURS AUX TROIS SEUILS EN FONCTION DES 5 STATIONS SAGAIE D'AOÛT 2013 À AOÛT 2016.

Les résultats du chapitre 1 en termes d'occurrence de la scintillation étaient mesurés de manière différente (l'indice S_4 n'était pas utilisé, les variations de l'intensité du signal lui étaient préférées comme en Figure 1.6 du chapitre 1). Néanmoins, quelle que soit la métrique utilisée, l'apparition et la force de la scintillation peut être comparée qualitativement. Les figures présentées ici sont toutes comparables en termes de variations aux figures 1.6, 1.7 et 1.8 : la scintillation ionosphérique apparaît autour de 20h, puis semble s'estomper graduellement après 23h. Les maximums d'occurrence de la scintillation sont observés autour des équinoxes, conformément aux résultats du chapitre 1. Sur les figures issues de SAGAIE, nous notons que l'équinoxe de printemps semble plus intense en termes de scintillation que celui d'automne, notamment à Douala, Lomé et Ouagadougou : les pourcentages d'occurrence de S_4 supérieurs aux trois seuils sont plus marqués.

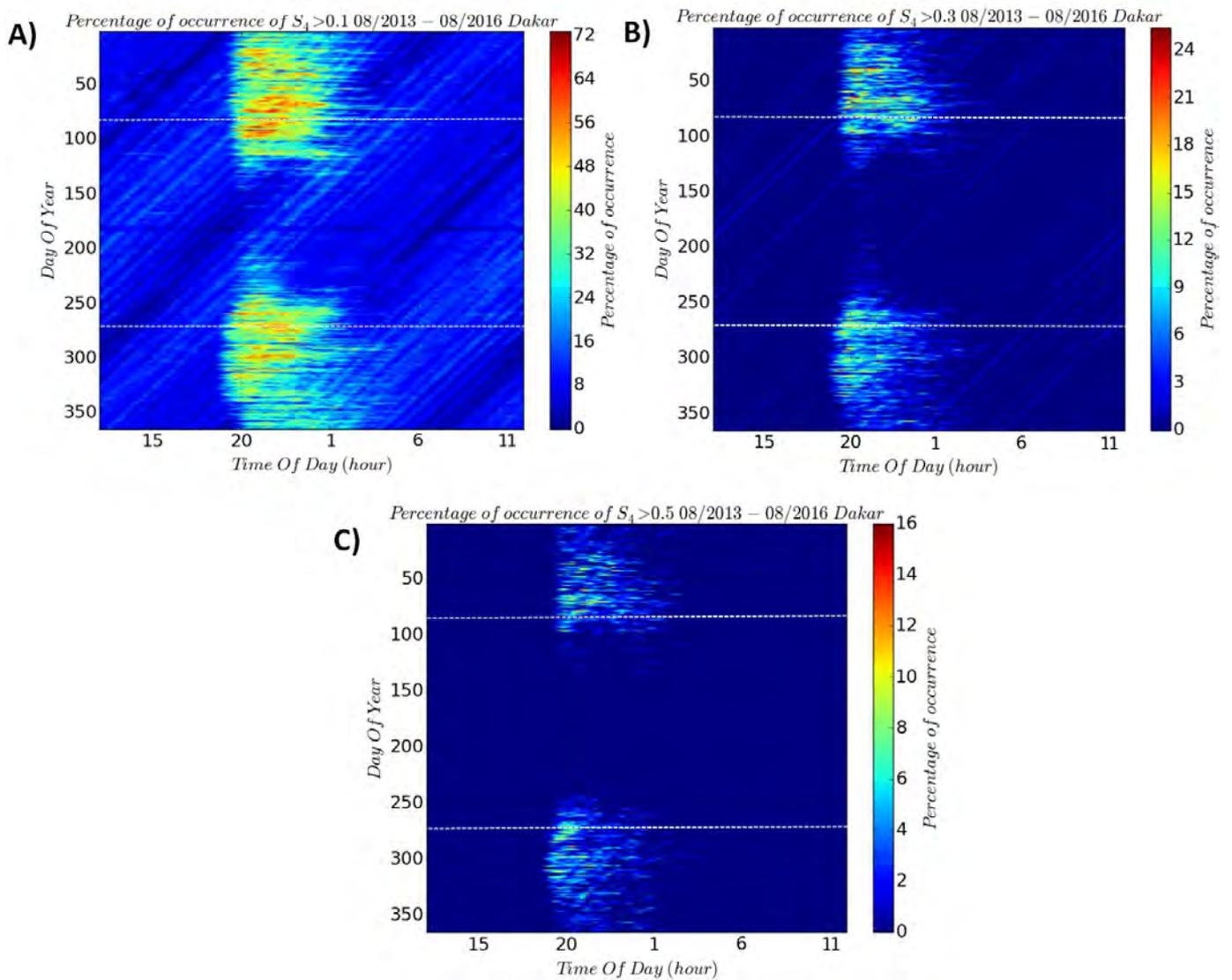


FIGURE 4.5 - POURCENTAGE D'OCCURRENCE DE LA MESURE D'UN INDICE DE SCINTILLATION S_4 SUPÉRIEUR À UN SEUIL EN FONCTION DU JOUR DE L'ANNÉE ET DE L'HEURE LOCALE À DAKAR, SÉNÉGAL POUR LA PÉRIODE D'AOÛT 2013 À AOÛT 2016. A) SEUIL DE 0.1, B) SEUIL DE 0.3, C) SEUIL DE 0.5.

Néanmoins, des différences liées à la longitude et à la latitude de la station semblent apparaître : à N'Djamena en Figure 4.8, et à Douala en Figure 4.6, nous pouvons remarquer notamment en A) et B) que la scintillation ionosphérique apparaît aux alentours de 19h ; elle s'estompe vers 01h à N'Djamena et à 23h à Douala, une différence importante probablement due à la différence de latitude des deux stations. À Dakar en Figure 4.5, la scintillation apparaît plus tard (20h30 environ) et s'estompe à 2h, de même qu'à Ouagadougou en Figure 4.9 où la scintillation apparaît à 20h. À Lomé en Figure 4.7, la scintillation apparaît à 19h30 environ, et s'estompe à 23h30. La différence entre les heures de début et de fin des événements entre les différentes stations peut s'expliquer par les différentes heures locales ; en effet, N'Djamena, Douala, Ouagadougou et Lomé sont sur le même fuseau horaire (UTC+1) malgré le fait que N'Djamena soit près de 15° plus à l'est que Ouagadougou. Dakar est sur un fuseau horaire à l'heure universelle UTC. Il est donc normal que les temps de début et de fin de scintillation soient différents, et rappelons qu'au chapitre 1 a été mis en exergue que le coucher du soleil est un phénomène déclencheur de la scintillation ionosphérique. En revanche, les temps de durée des événements sont eux aussi différents, phénomène sur lequel l'heure locale n'a pas d'impact. Ces conclusions peuvent être retrouvées en Figure 4.10, où les pourcentages d'occurrence de S_4 supérieurs aux trois seuils sont tracés sur les graphes A), B) et C) en fonction de l'heure de la journée. Chaque courbe représente une station, et la période considérée est la période des équinoxes (mois de mars, avril, septembre et octobre) en raison de la forte apparition de la scintillation et donc de la bonne caractérisation du phénomène. En plus des

différences d'heures d'apparition et de durée des phénomènes mentionnés ci-dessus, nous constatons que la station de Douala possède une occurrence de S_4 plus élevée que les autres stations. Or, cette station est la plus éloignée de l'équateur magnétique parmi les cinq stations SAGAIE. Il semble donc que les stations très proches de l'équateur telles que N'Djamena ou Ouagadougou subissent moins de scintillation que les autres entre 19h et 2h environ. Ce sont certainement les caractéristiques géographiques de la scintillation équatoriale qui sont ici mises en évidence. Elles seront abordées en partie 4.2.2.

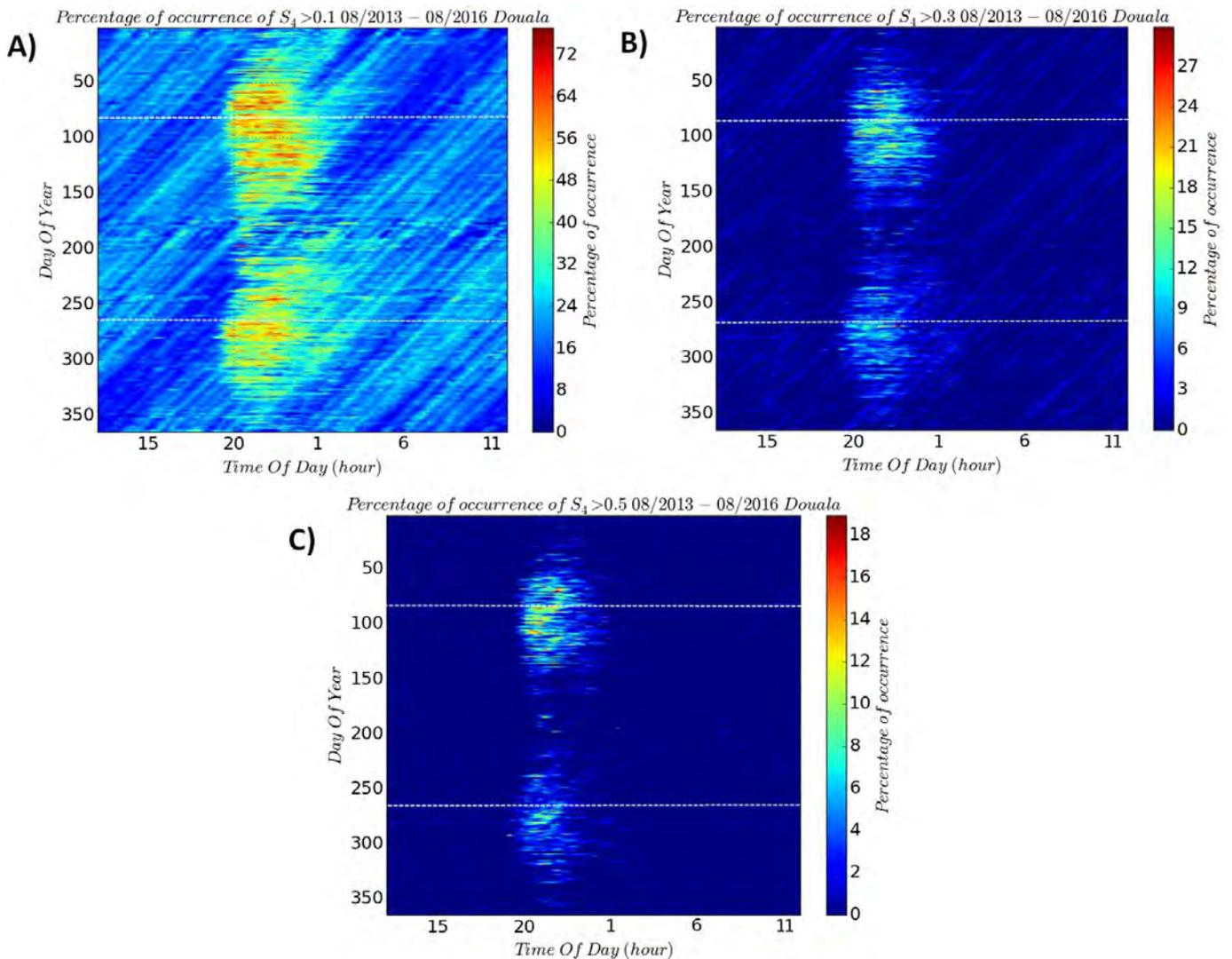


FIGURE 4.6 - POURCENTAGE D'OCCURRENCE DE LA MESURE D'UN INDICE DE SCINTILLATION S_4 SUPÉRIEUR À UN SEUIL EN FONCTION DU JOUR DE L'ANNÉE ET DE L'HEURE LOCALE À DOUALA, CAMEROUN, POUR LA PÉRIODE D'AOÛT 2013 À AOÛT 2016. A) SEUIL DE 0.1, B) SEUIL DE 0.3, C) SEUIL DE 0.5.

En terme d'intensité des évènements, nous constatons qu'à N'Djamena, la scintillation semble moins intense que dans les autres stations, notamment grâce à la comparaison des figures C) de chaque station qui renvoient à l'occurrence de $S_4 > 0.5$. Par ailleurs, les mesures sur plusieurs stations telles que Ouagadougou, Douala et Lomé semblent indiquer que la scintillation est plus intense durant l'équinoxe de printemps que pendant l'équinoxe d'automne, à la fois en terme d'occurrence qu'en terme de durée dans la journée et de nombre de jours impactés. De même, sur la Figure 4.5 à Dakar, les trois graphes indiquent une scintillation importante durant l'hiver (jours 1 à 30, puis 300 à 365), et une absence totale d'évènements durant l'été. Cette tendance est toutefois moins marquée sur les autres stations. Cela peut être dû au fait que Dakar est la station la plus éloignée de l'équateur géographique ; ainsi, l'hiver et l'été y sont plus marqués que pour les autres stations.

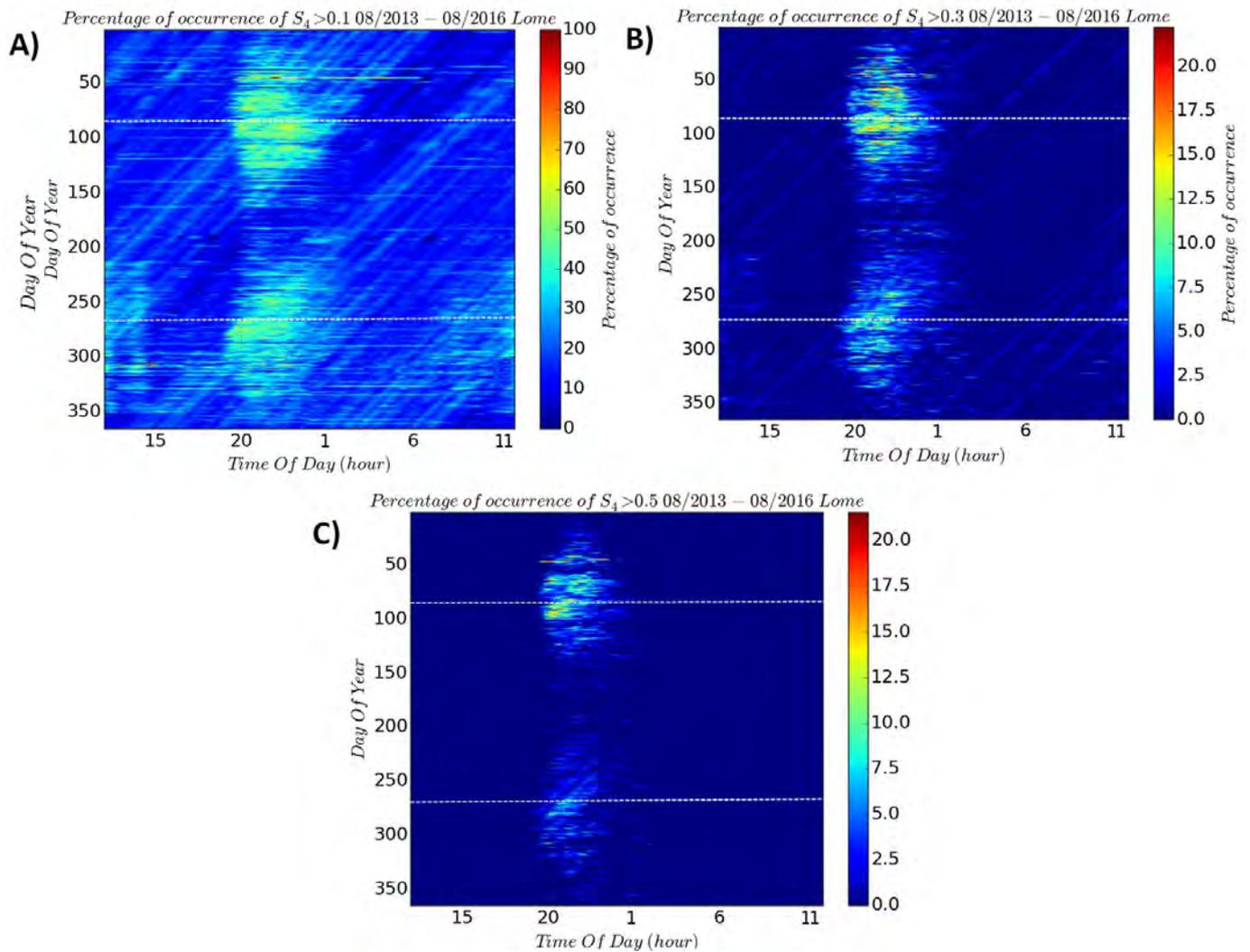


FIGURE 4.7 - POURCENTAGE D'OCCURRENCE DE LA MESURE D'UN INDICE DE SCINTILLATION S_4 SUPÉRIEUR À UN SEUIL EN FONCTION DU JOUR DE L'ANNÉE ET DE L'HEURE LOCALE À LOMÉ, TOGO POUR LA PÉRIODE D'AOUT 2013 À AOUT 2016. A) SEUIL DE 0.1, B) SEUIL DE 0.3, C) SEUIL DE 0.5.

Ces conclusions peuvent être partiellement retrouvées en analysant le Tableau 4.1, qui présente le nombre d'évènements mesurés supérieurs aux trois seuils dans les cinq stations SAGAIE d'aout 2013 à aout 2016. Le nombre de mesures de S_4 effectuées est semblable pour toutes les stations. Les différences sont dues à l'indisponibilité momentanée des stations en raison d'évènements extérieurs (coupure de la liaison internet par exemple). On constate notamment que les stations d'N'Djamena (Figure 4.8) et Ouagadougou (Figure 4.9) sont celles qui comptabilisent le moins de $S_4 > 0.3$ ou de $S_4 > 0.5$, signe que la scintillation y est moins intense qu'au niveau des autres stations. Remarquons qu'elles sont toutes deux très proche de l'équateur magnétique. Douala est la station comptant près de deux fois plus d'évènements pour lesquels $S_4 > 0.5$ comparativement à Ouagadougou ou N'Djamena ; l'observation du graphe C) de la Figure 4.6 confirme clairement des conditions de forte scintillation aux équinoxes plus souvent qu'à Ouagadougou ou N'Djamena. Des évènements de forte scintillation plus marqués qu'à N'Djamena et Ouagadougou sont également observés à Dakar et Lomé. En observant la Figure 4.4, nous remarquons que ces trois stations (Dakar, Lomé et Douala) se trouvent plus éloignées de l'équateur magnétique que les deux autres (Ouagadougou et N'Djamena), donc plus proches des crêtes équatoriales. Ce peut être une des raisons de l'explication d'une observation de scintillation ionosphérique plus intense en ces trois endroits.

Enfin, nous pouvons remarquer les lignes diagonales qui traversent les figures correspondant aux seuils de scintillation les moins élevés (0.1 et 0.3 typiquement). Elles sont particulièrement marquées sur la Figure 4.9, en A), qui correspond à Ouagadougou. La corrélation temporelle de ses lignes est forte ; elles ont toutes une pente équivalente, et une périodicité de près d'une journée sur un an. Elles peuvent correspondre à un satellite particulièrement bas sur l'horizon. En effet, la période de révolution d'un satellite GNSS est de 11h58 minutes, ce qui signifie que chaque jour, le satellite sera au même endroit avec une avance de 4 minutes par rapport au jour précédent. Or, ce gain de 4 minutes durant 365 jours correspond à 24 heures et 20 minutes environ, soit quasiment une journée pour une année entière observée sur les graphes. Ce serait donc toujours le ou les mêmes satellites qui créent ce phénomène.

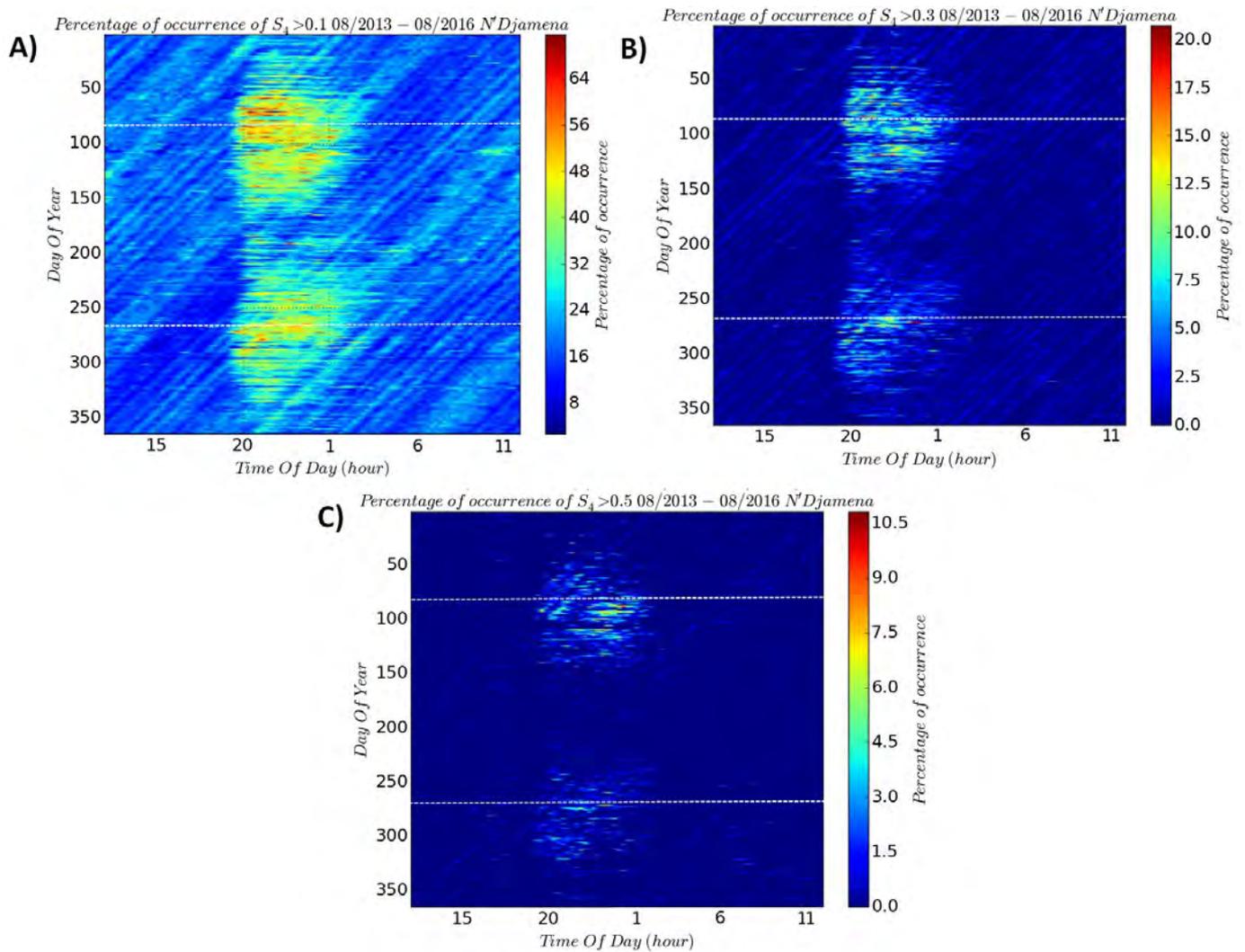


FIGURE 4.8 - POURCENTAGE D'OCCURRENCE DE LA MESURE D'UN INDICE DE SCINTILLATION S_4 SUPÉRIEUR À UN SEUIL EN FONCTION DU JOUR DE L'ANNÉE ET DE L'HEURE LOCALE À N'DJAMENA, TCHAD POUR LA PÉRIODE D'AOÛT 2013 À AOÛT 2016. A) SEUIL DE 0.1, B) SEUIL DE 0.3, C) SEUIL DE 0.5.

Cela contribue à augmenter la probabilité d'un S_4 supérieur à un certain seuil. Néanmoins, ces lignes sont quasi absentes du graphe C), comme à la Figure 4.9, car obtenir un S_4 supérieur à 0.5 lorsque les irrégularités ionosphériques sont très peu présentes est improbable. La contribution de ces satellites est donc principalement marquée sur le graphe A) (pour lequel les $S_4 > 0.1$), car leur impact sur la scintillation est réel, mais limité. Enfin, Ouagadougou est une des stations comptant le plus d'évènements pour lesquels $S_4 > 0.1$ mais peu d'évènements forts ($S_4 > 0.5$) en comparaison avec Dakar, Lomé ou Douala (d'après le Tableau 4.1). Le phénomène décrit ici peut expliquer ce résultat. Par exemple, entre 3h et 18h, Ouagadougou compte 1 315 385 évènements où $S_4 > 0.1$ (51% de ces évènements sont contenus dans la tranche horaire considérée), et 82 892 évènements où $S_4 > 0.3$ (39% de ces évènements).

Comparativement, sur cette même tranche horaire, Dakar compte 627 917 évènements où $S_4 > 0.1$ (39% de ces évènements), et 8 337 évènements où $S_4 > 0.3$ (8.5% de ces évènements).

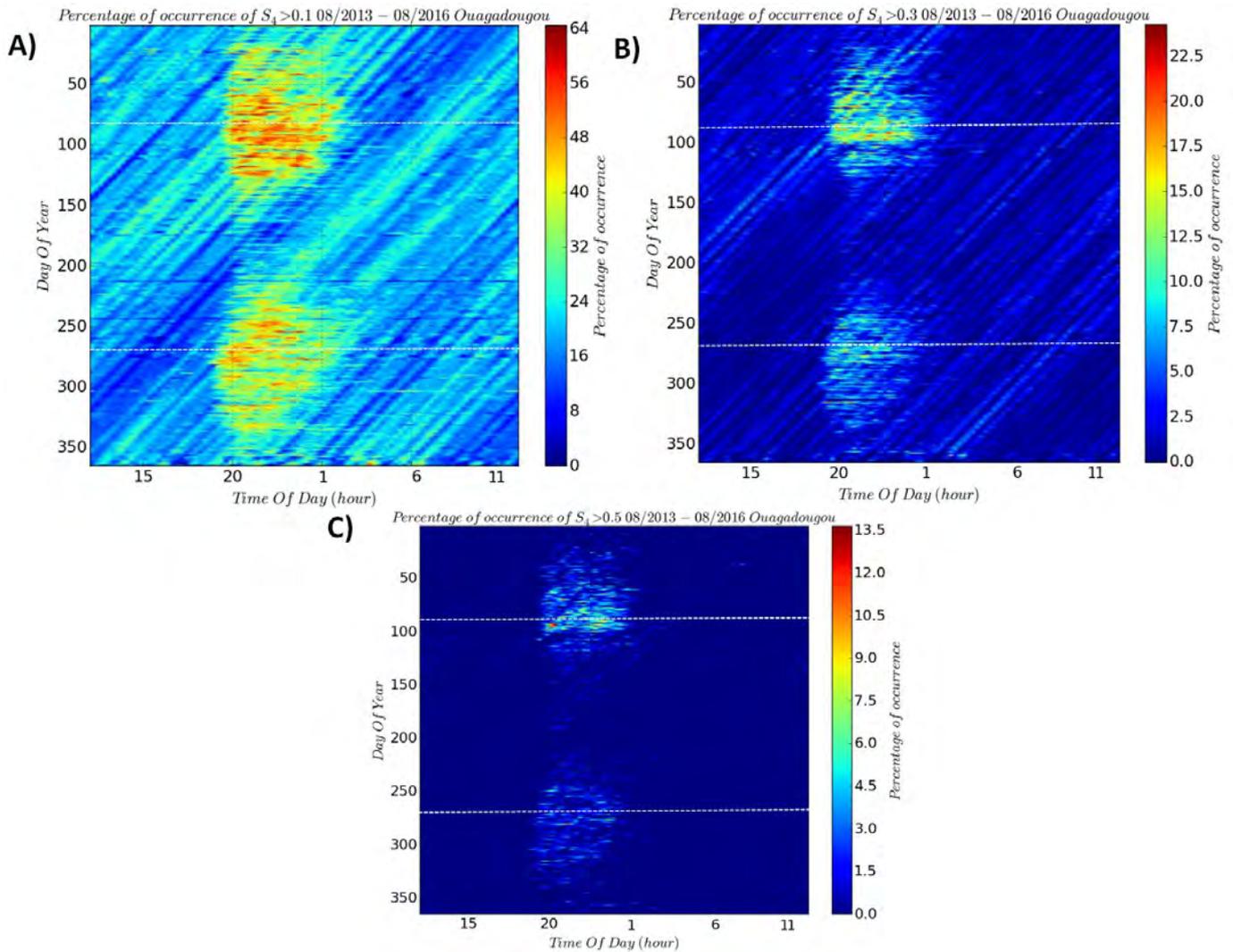


FIGURE 4.9 – POURCENTAGE D'OCCURRENCE DE LA MESURE D'UN INDICE DE SCINTILLATION S_4 SUPÉRIEUR À UN SEUIL EN FONCTION DU JOUR DE L'ANNÉE ET DE L'HEURE LOCALE À OUAGADOUGOU, BURKINA FASO POUR LA PÉRIODE D'AÔÛT 2013 À AÔÛT 2016. A) SEUIL DE 0.1, B) SEUIL DE 0.3, C) SEUIL DE 0.5.

De plus, en utilisant un masque de 30° d'élévation sur la station de Ouagadougou, seulement 21% des évènements où $S_4 > 0.1$ et 1.0% des évènements où $S_4 > 0.3$ sont observés sur la période 3h-18h. A Dakar, avec ce même masque de 30° d'élévation, 21% des évènements où $S_4 > 0.1$ et 4.9% des évènements où $S_4 > 0.3$ sont observés entre 3h et 18h. Ces valeurs comparables entre Dakar et Ouagadougou tendent à confirmer que le nombre important de $S_4 > 0.1$ et $S_4 > 0.3$ observé à Ouagadougou en journée provient de satellites pour lesquels l'élévation est faible, d'où l'origine des lignes diagonales particulièrement marquées sur la Figure 4.9, graphes A) et B). Nous remarquons donc que le nombre significatif d'évènements de scintillation à Ouagadougou n'est pas marqueur d'évènements typiques de scintillation équatoriale.

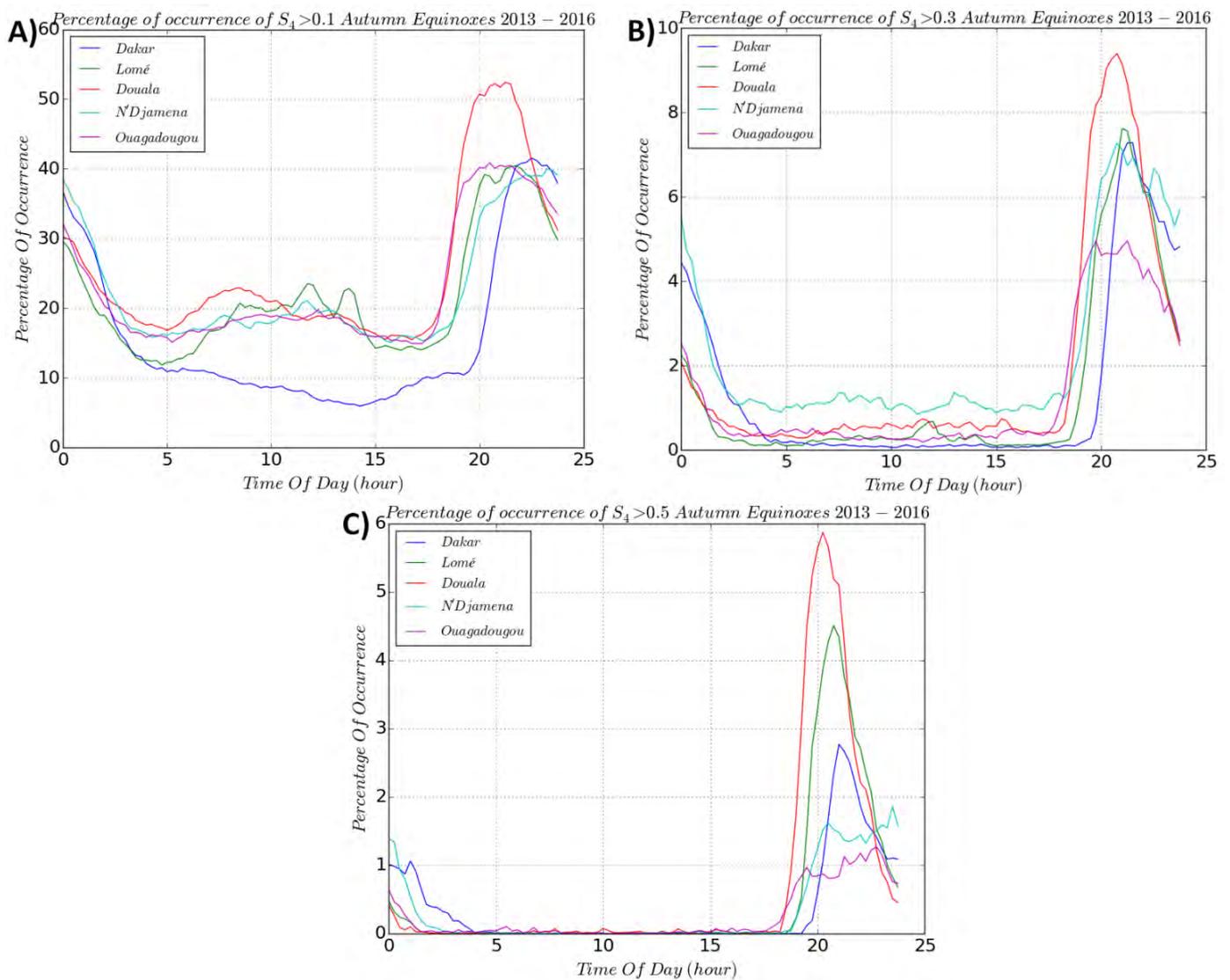


FIGURE 4.10 - POURCENTAGE D'OCCURRENCE DE LA MESURE D'UN INDICE DE SCINTILLATION S_4 SUPÉRIEUR À UN SEUIL EN FONCTION DE L'HEURE LOCALE DANS LES DIFFÉRENTES STATIONS DE SAGAIE (UNE COURBE PAR STATION) POUR LES MOIS D'ÉQUINOXES (MARS, AVRIL, SEPTEMBRE ET OCTOBRE) ENTRE SEPTEMBRE 2013 ET 2016. A) SEUIL DE 0.1, B) SEUIL DE 0.3, C) SEUIL DE 0.5.

4.2.2 VARIABILITÉ SPATIALE DE LA SCINTILLATION IONOSPHERIQUE

En Figure 4.11 sont présentés sur une carte d'Afrique de l'Ouest sub-saharienne les évènements pour lesquels le S_4 mesuré est supérieur à 0.5 en A), et à 0.7 en B) entre aout 2013 et aout 2016. Chaque point représente une mesure de S_4 (une minute d'observation), et la couleur de ce point indique la valeur de S_4 mesurée. Les coordonnées du point sont déterminées par l'Ionospheric Pierce Point (IPP) de la liaison, soit les coordonnées latitude-longitude à 400km d'altitude d'une ligne directe entre la station d'observation et le satellite GNSS considéré.

Sur cette figure, il est possible de remarquer tout d'abord le nombre important d'évènements observés. Plus de 125 000 évènements sont représentés en A) et plus de 25 000 en B). Il n'est pas rare de trouver des évènements pour lesquels $S_4 > 0.5$ proches de l'équateur magnétique (représenté en pointillés rouges), même si la majorité des évènements se trouve au nord et au sud de celui-ci. Cette tendance est encore plus forte en B), où $S_4 > 0.7$. Ces évènements de forte scintillation dénotent la présence de crêtes équatoriales marquées, entre 15° et 20° de latitude nord et entre 5° et -5° de latitude sud. La station de Douala contribue grandement à l'observation des évènements forts ; en effet, c'est la station la plus

éloignée de l'équateur magnétique, et une grande partie des points où $S_4 > 0.7$ en provient sur le graphe B).

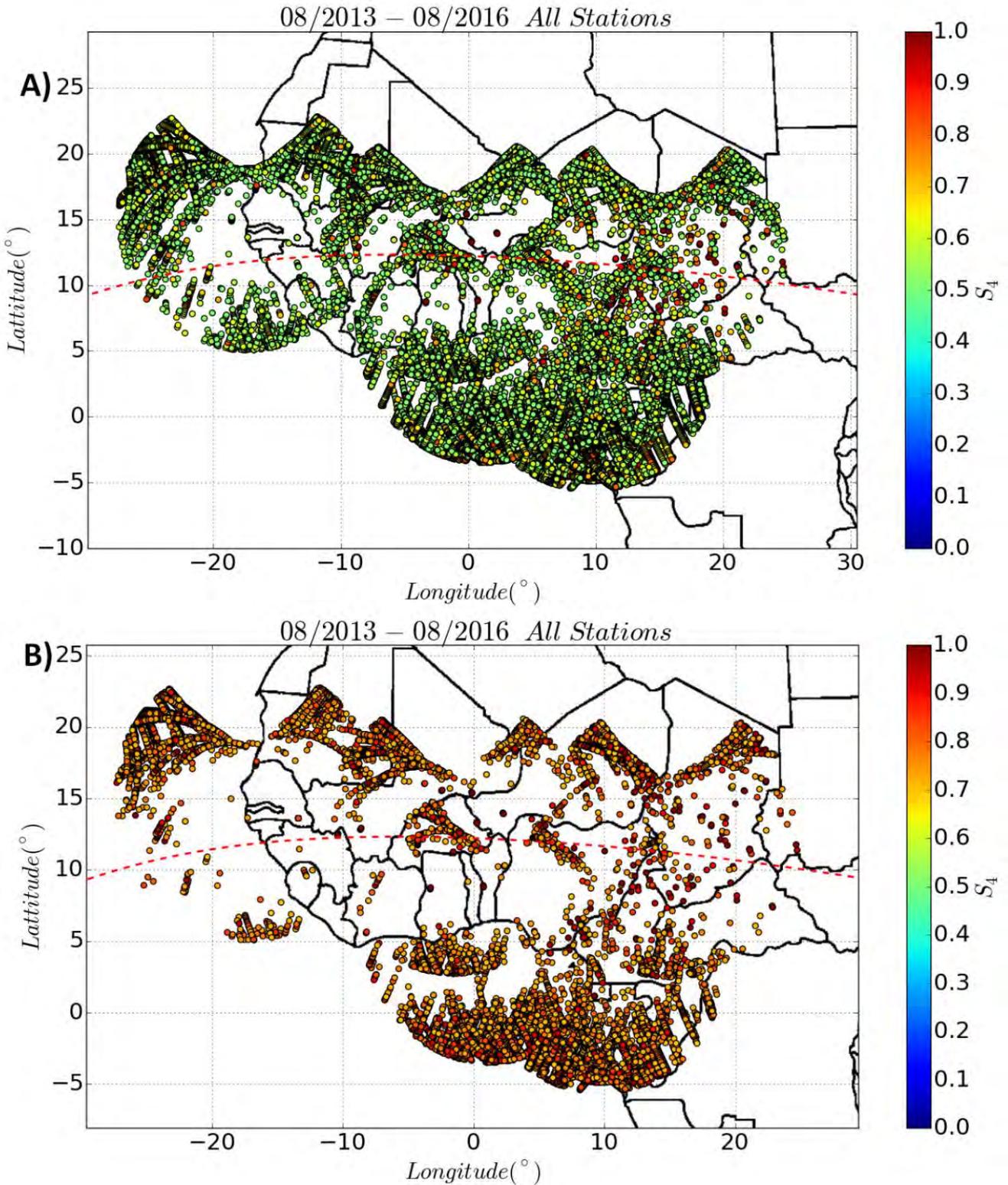


FIGURE 4.11 - ÉVÈNEMENTS POUR LESQUELS $S_4 > 0.5$ EN A) ET $S_4 > 0.7$ EN B) TRACÉS EN FONCTION DE LA LONGITUDE ET LATITUDE GÉOGRAPHIQUE À L'IPP. ÉVÈNEMENTS OBTENUS PAR LE RÉSEAU SAGAIE ENTRE 08/2013 ET 08/2016.

Ces observations issues des mesures GNSS des réseaux SAGAIE sont en accord avec la description du chapitre 1 ; les zones de surdensité de plasma liées au phénomène de fontaines équatoriales sont bien visibles sur la Figure 4.11, grâce à l'apparition de scintillation ionosphérique.

Une décorrélation partielle de la scintillation avec l'élévation peut être observée ; en effet, si l'élévation faible contribue à augmenter la valeur de l'indice S_4 comme le montrent les résultats du chapitre 2 (équation 2.73 notamment), nous ne visualisons pas sur la Figure 4.11.B d'évènements de forte scintillation ($S_4 > 0.7$) directement à l'ouest ou à l'est des stations SAGAIE, preuve que seule l'élévation ne suffit pas à expliquer la scintillation ionosphérique. En Figure 4.11.A cependant, des IPP d'évènements pour lesquels $S_4 > 0.5$ existent, par exemple au niveau de l'équateur magnétique, entre -10° et -20° de longitude. Ceux-ci sont observés depuis Dakar, et donc à l'ouest immédiat de cette station, dans une région qui n'appartient pas aux crêtes équatoriales. Ils sont en minorité par rapport aux points au nord et au sud de Dakar ; preuve que si l'élévation faible joue un rôle dans l'augmentation de la scintillation, la dynamique de la couche ionosphérique est prépondérante dans l'apparition du phénomène.

Un effet important mentionné dans la littérature peut être également observé grâce à SAGAIE : c'est l'effet de l'activité solaire sur la scintillation ionosphérique. D'après la Figure 4.3, 2014 est une année proche du maximum du cycle solaire 24 (ce cycle est lui-même faible par rapport aux cycles précédents) tandis que 2016 est une année particulièrement faible. La Figure 4.12 et la Figure 4.13 représentent sur le même modèle que la Figure 4.11 les évènements observés en mars 2014 et 2016 respectivement pour lesquels l'indice S_4 mesuré était supérieur à 0.5 en A) et 0.7 en B). Il est à noter que d'après les conclusions de 4.2.1, le mois de mars est un mois de forte scintillation pour le réseau SAGAIE. Les mêmes tendances au niveau de l'élévation et du positionnement géographique des IPP que dans la Figure 4.11 peuvent être déduites de l'observation de la Figure 4.12 et de la Figure 4.13. Il est également clair que beaucoup moins d'évènements de forte scintillation sont observés pour mars 2016 que pour mars 2014. D'après le Tableau 4.2, 16 264 évènements où $S_4 > 0.5$ sont observés en mars 2014, et 2 804 en mars 2016, soit un rapport de 5.8. C'est encore plus marqué pour les évènements où $S_4 > 0.7$, avec un rapport de 13.1 favorable à mars 2014. La scintillation ionosphérique et en particulier les évènements susceptibles d'influer sur les signaux GNSS semblent donc très impactés par l'activité solaire. Rappelons que les données SAGAIE ont été acquises à partir de 2013, donc dans un cycle solaire faible. Les résultats durant un cycle solaire important tel que le cycle 22 auraient pu être sensiblement différents, avec un vraisemblable rehaussement du niveau de scintillation ionosphérique.

	08/2013-08/2018	03/2014,03/2015,03/2016	03/2014	03/2016
$S_4 > 0.5$	125 866	29 929	16 264	2 804
$S_4 > 0.7$	25 102	7 254	4 419	337

TABLEAU 4.2 - NOMBRE DE S_4 MESURÉS SUPÉRIEURS À 0.5 ET 0.7 EN FONCTION DES PÉRIODES D'OBSERVATION DANS LES CINQ STATIONS SAGAIE.

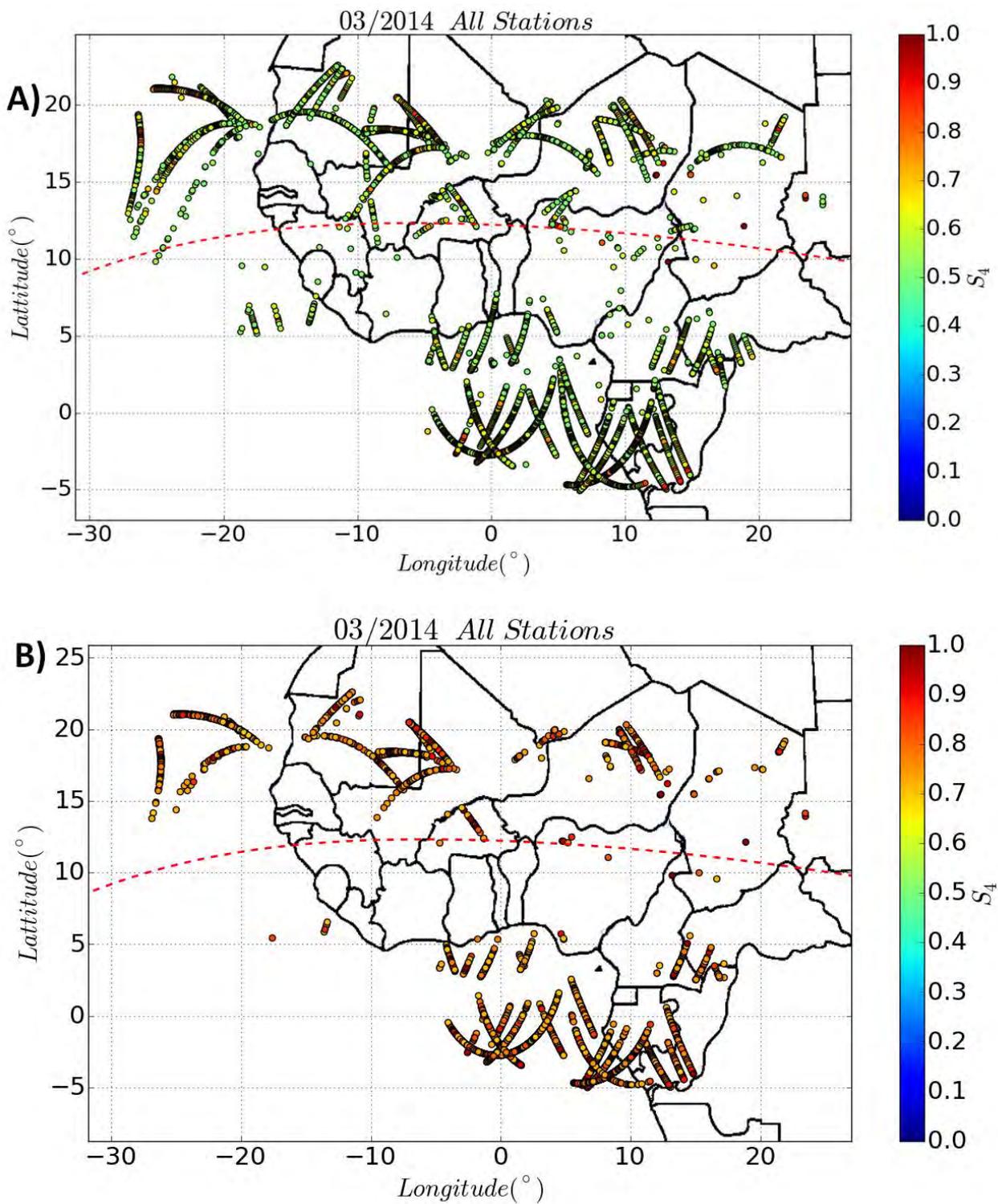


FIGURE 4.12 - ÉVÈNEMENTS POUR LESQUELS $S_4 > 0.5$ EN A) ET $S_4 > 0.7$ EN B) TRACÉS EN FONCTION DE LA LONGITUDE ET LATITUDE GÉOGRAPHIQUE À L'IPP. EVÈNEMENTS OBTENUS PAR LE RÉSEAU SAGAIE DURANT LE MOIS DE MARS 2014.

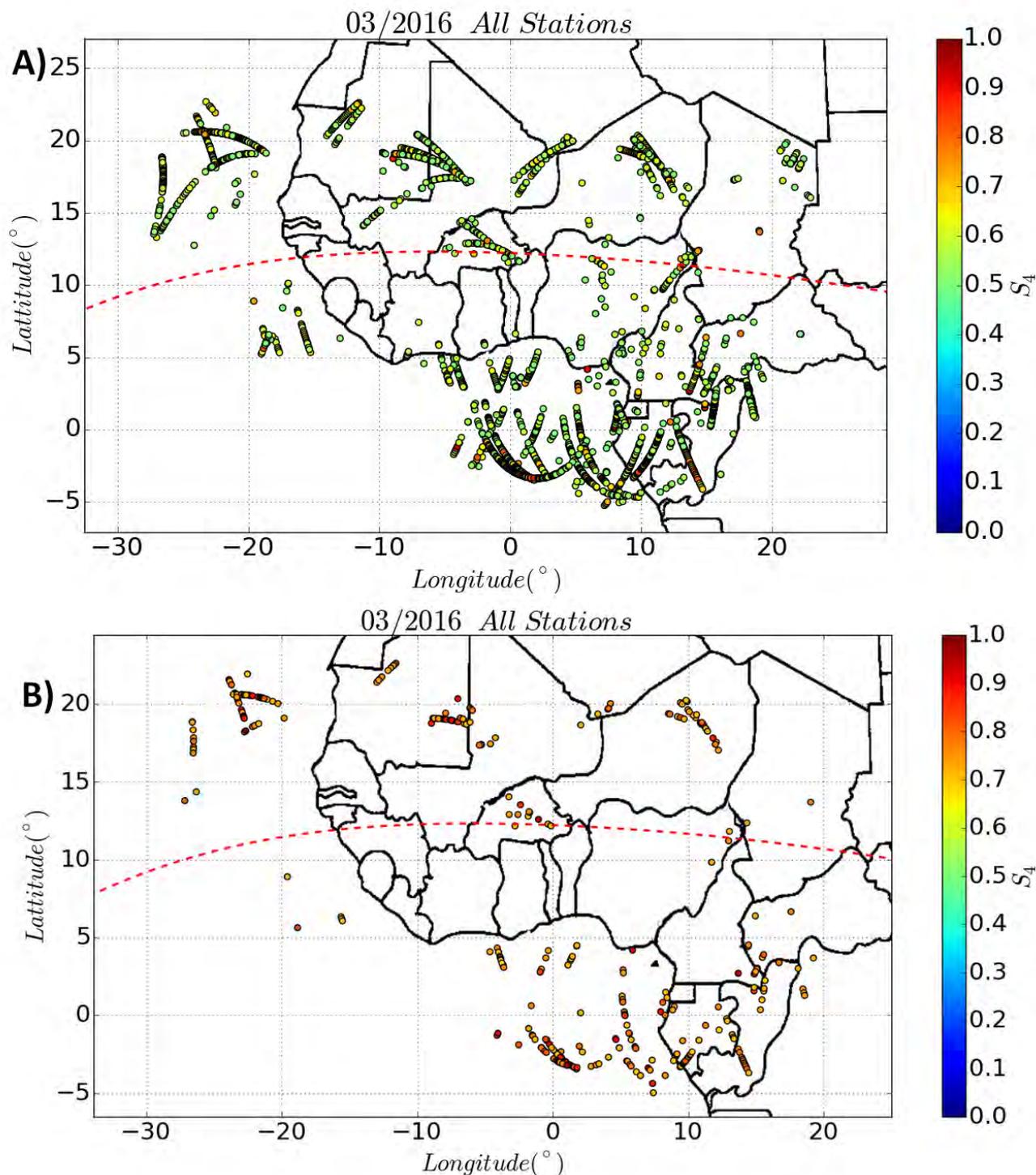


FIGURE 4.13 - ÉVÈNEMENTS POUR LESQUELS $S_4 > 0.5$ EN A) ET $S_4 > 0.7$ EN B) TRACÉS EN FONCTION DE LA LONGITUDE ET LATITUDE GÉOGRAPHIQUE À L'IPP. ÉVÈNEMENTS OBTENUS PAR LE RÉSEAU SAGAIE DURANT LE MOIS DE MARS 2016.

4.3 CONCLUSION

Dans ce chapitre, la base de données SAGAIE a été présentée et ses caractéristiques décrites en détails. L'impact de la scintillation ionosphérique sur l'amplitude du signal GNSS caractérisé par l'indice S_4 a été particulièrement analysé. L'étude de la variabilité temporelle de cet indice indique un cycle d'apparition de la scintillation en fonction de l'heure et du jour de l'année. Ces observations sont comparables à ce qui a été rapporté dans la littérature aux latitudes équatoriales, et sont conformes au chapitre 1. La scintillation ionosphérique est majoritairement observée lors des équinoxes, et absente lors du solstice d'été. Des événements sont également observés durant le solstice d'hiver. En termes de variations horaires, la scintillation apparaît en début de soirée (18-20h suivant les stations) et s'estompe en milieu

de nuit (entre 0h et 2h). La variabilité géographique de la scintillation moyenne dessine des crêtes caractéristiques des phénomènes équatoriaux, notamment en terme de dynamique de plasma (cf chapitre 1). Enfin, l'impact de l'activité solaire a été observé ; SAGAIE couvre une partie d'un faible cycle solaire, les données sont donc majoritairement du domaine de la faible perturbation, ce qui permettra de les mettre en relation avec le modèle analytique du chapitre 2. Ce travail est proposé dans le chapitre suivant. Par ailleurs, il est intéressant de souligner que les conclusions sur la force de la scintillation et sa probabilité d'occurrence pourront être revues à la hausse dans le cas de l'observation d'un cycle solaire fort.

CHAPITRE 5 : ALGORITHME D'INVERSION DE DONNÉES GNSS POUR LE SONDAGE DES IRRÉGULARITÉS IONOSPHERIQUES À L'ÉQUATEUR

Il s'agit ici d'être capable à partir d'un ou plusieurs observables d'un signal GNSS ayant subi la scintillation ionosphérique de retrouver des paramètres d'intérêt décrivant l'ionosphère turbulente dans laquelle le signal s'est propagé. Le formalisme analytique développé au chapitre 2 est la base pour la définition de l'inversion ; c'est à partir de la modélisation du problème direct qui y est proposée que l'algorithme d'inversion va être défini. Une inversion de l'ensemble des paramètres décrivant la géométrie et l'inhomogénéité de la couche ionosphérique turbulente s'est avérée impossible, ce problème amenant trop d'inconnues à inverser. Ainsi pour rendre l'inversion possible, certains paramètres ont dû être fixés. L'état de l'art sur la modélisation de la scintillation ionosphérique ([Galiègue *et al.*, 2016], [Aarons, 1982]) permet d'affecter des valeurs à certains des nombreux paramètres définis au chapitre 2 qui semblent faire consensus. C'est le cas par exemple de la hauteur de la couche ionosphérique (supposée à une altitude de 400km pour le haut de la couche) et de son épaisseur (50km). Ces valeurs constituent des valeurs « canoniques », représentatives des conditions à l'équateur. De même, un des trois ratios d'anisotropie peut être fixé à 1, puisque ces grandeurs sont relatives entre elles. Dans cette étude, ce sera le cas de l'allongement suivant l'axe x , A_x , le système de coordonnées ayant été défini en partie 1.3 du chapitre 1. Enfin, l'échelle externe, c'est-à-dire la taille maximale des irrégularités générant des effets de scintillation ionosphérique est fixée à $L_0 = 1km$ selon l'axe x (axe d'étirement minimal). Ces choix sont naturellement discutables mais sont en accord avec la littérature et s'avèrent nécessaires pour que le processus d'inversion puisse être appliqué [Carrano *et al.*, 2012].

Les paramètres que nous cherchons à inverser à partir des mesures GNSS sont par conséquent :

- la pente du spectre des irrégularités ionosphériques, notée p ,
- la force des irrégularités intégrée en altitude, notée $C_k L$,
- la vitesse de dérive des irrégularités ionosphériques,
- les ratios d'anisotropie A_y et A_z (où A_z est le ratio d'allongement selon l'axe z_{GEO} porté par le champ magnétique terrestre).

L'expression du spectre de log-amplitude du signal en 2.124 n'est pas mathématiquement définie pour $p \geq 5$. Toutefois, conformément à la Figure 1.20, moins de 1.2% des évènements observés ont un indice spectral supérieur à 5. Cette observation est confirmée par [Rino *et al.*, 2016] à partir de mesures effectuées en VHF grâce à la mission SCINDA, et amène à la même conclusion : seule une part très faible des évènements observés ont un indice spectral supérieur à 5. La limite mathématique du modèle analytique semble par conséquent être acceptable en regard de la réalité des observations.

Le chapitre 4, et en particulier la partie 4.2, ont permis de montrer que la scintillation ionosphérique impactant les systèmes GNSS apparaît majoritairement entre 18h et 05h du matin. Ainsi, 99.9% des évènements ayant un indice $S_4 > 0.5$ appartiennent à cette tranche horaire. Conformément aux conclusions de la partie 1.2 du chapitre 1, cette tranche horaire correspond à une apparition marquée de l'anomalie équatoriale, puis des irrégularités sources de scintillation, qui sont donc la cause principale de perturbation sur les systèmes GNSS. Or, conformément au chapitre 1, la vitesse de dérive des irrégularités est normale aux lignes de champ magnétique et dirigée vers l'est à ce moment de la journée. En conséquence la vitesse de dérive recherchée se limitera à sa composante vers l'Est magnétique.

La valeur des ratios d'anisotropie à l'équateur a été discutée et débattue dans la littérature. Le choix d'une valeur unique semble être discutable, mais la tendance ayant fait consensus est que l'allongement selon la direction du champ magnétique A_z est supérieur à A_y [Aarons, 1982]. La condition $A_y < A_z$ sera donc imposée lors de l'inversion.

Il a été noté dans le chapitre 3 que le spectre de phase obtenu à partir d'un signal GNSS doit être filtré afin d'être comparé à un spectre théorique ayant subi de la scintillation. Cela signifie donc la perte d'informations aux basses fréquences, plus énergétiques que les hautes fréquences conformément au gabarit théorique. L'utilisation du spectre de log-amplitude et de la variance de log-amplitude est donc privilégiées pour réaliser l'inversion. En raison du detrending nécessaire en réception et du lien avec le spectre d'amplitude aux hautes fréquences, le spectre de phase ne sera pas considéré dans ce qui suit.

Le modèle analytique ayant été développé en régime de faible perturbation, les événements candidats à l'inversion ne pourront avoir un indice S_4 supérieur à un seuil fixé à 0.75 (conformément aux conclusions établies au chapitre 2, partie 2.3) afin d'éviter d'inverser des événements appartenant au régime de forte perturbation, régime dans lequel le formalisme analytique du chapitre 2 n'est pas valide.

Enfin, la géométrie particulière liée au repère du LOS d'une liaison doit être déterminée pour pouvoir utiliser le formalisme analytique. En effet, les angles γ et ψ qui définissent le repère du LOS par rapport au repère géomagnétique interviennent dans le calcul des coefficients A , B et C . Ils doivent par conséquent être obtenus en fonction des positions satellites / récepteur et d'un modèle de champ magnétique (ici GEOMAG [WMM2015, NOAA]). Ce calcul est détaillé en Annexe 5.1.

5.1 ALGORITHME D'INVERSION

Cinq paramètres doivent donc être obtenus à partir de l'observation du spectre de log-amplitude, et de l'indice S_4 (ou de la variance de log-amplitude) :

- l'indice spectral p ,
- la force de la perturbation $C_k L$,
- l'amplitude de la vitesse de dérive des irrégularités, notée $V_{drift} = X_{V_D}$ (sa direction étant l'est magnétique, conformément à la partie 1.2 du chapitre 1)
- les ratios d'anisotropie A_z et A_y .

5.1.1 ESTIMATION DES PARAMÈTRES SUR LE SPECTRE DE LOG-AMPLITUDE EXPÉRIMENTAL

Sur le spectre de la log-amplitude d'un signal GNSS reçu, plusieurs zones peuvent être identifiées et quatre grandeurs associées peuvent être estimées :

- une zone ayant un comportement monotone, décroissant aux hautes fréquences, permettant d'estimer la pente du spectre, p_{est} (sans unité),
- une fréquence de coupure à la transition entre les deux comportements hautes fréquences et basses fréquences peut être estimée, notée f_c (en Hertz),
- une région plateau observée aux basses fréquences, notée *Plateau*, mesurée en $Neper^2/Hz$ ou en dB^2/Hz . Son gabarit correspond à l'équation 2.89 du chapitre 2. En pratique, elle est obtenue par moyennage des 20 échantillons inférieurs à la fréquence de coupure.
- L'intégrale du spectre mesuré, notée *Integral*

Les trois grandeurs *Plateau*, p_{est} et f_c estimées sont illustrées sur la Figure 5.1. Cette figure représente un spectre de log-amplitude mesuré à Dakar le 14 mars 2014 à 23h15, PRN 16. La fréquence de coupure correspond à la ligne verticale en pointillés noirs à 0.0984Hz. Celle-ci est estimée comme étant la fréquence d'intersection des asymptotes BF et HF (avant l'apparition du plancher de bruit). En particulier, nous constatons un plateau basse fréquence bien marqué en-deçà de la fréquence de coupure, dont la valeur est estimée à 66.9 dB^2/Hz sur la Figure 5.1. Il est matérialisé en noir. La valeur de ce plateau est estimée en moyennant les 20 échantillons inférieurs à la fréquence de coupure. Au-delà de la fréquence de coupure, la pente du spectre, estimée à -2.66, est représentée en noir entre la fréquence de coupure et la fréquence d'apparition du bruit, à 2.16Hz. La pente est estimée par régression linéaire. L'intégrale du

spectre est ensuite estimée numériquement, entre la fréquence minimale observable (ici, $\frac{1}{900}$ Hz du fait de la durée maximale d'observation fixée à 15 minutes, soit 900 secondes) et la fréquence de plancher de bruit.

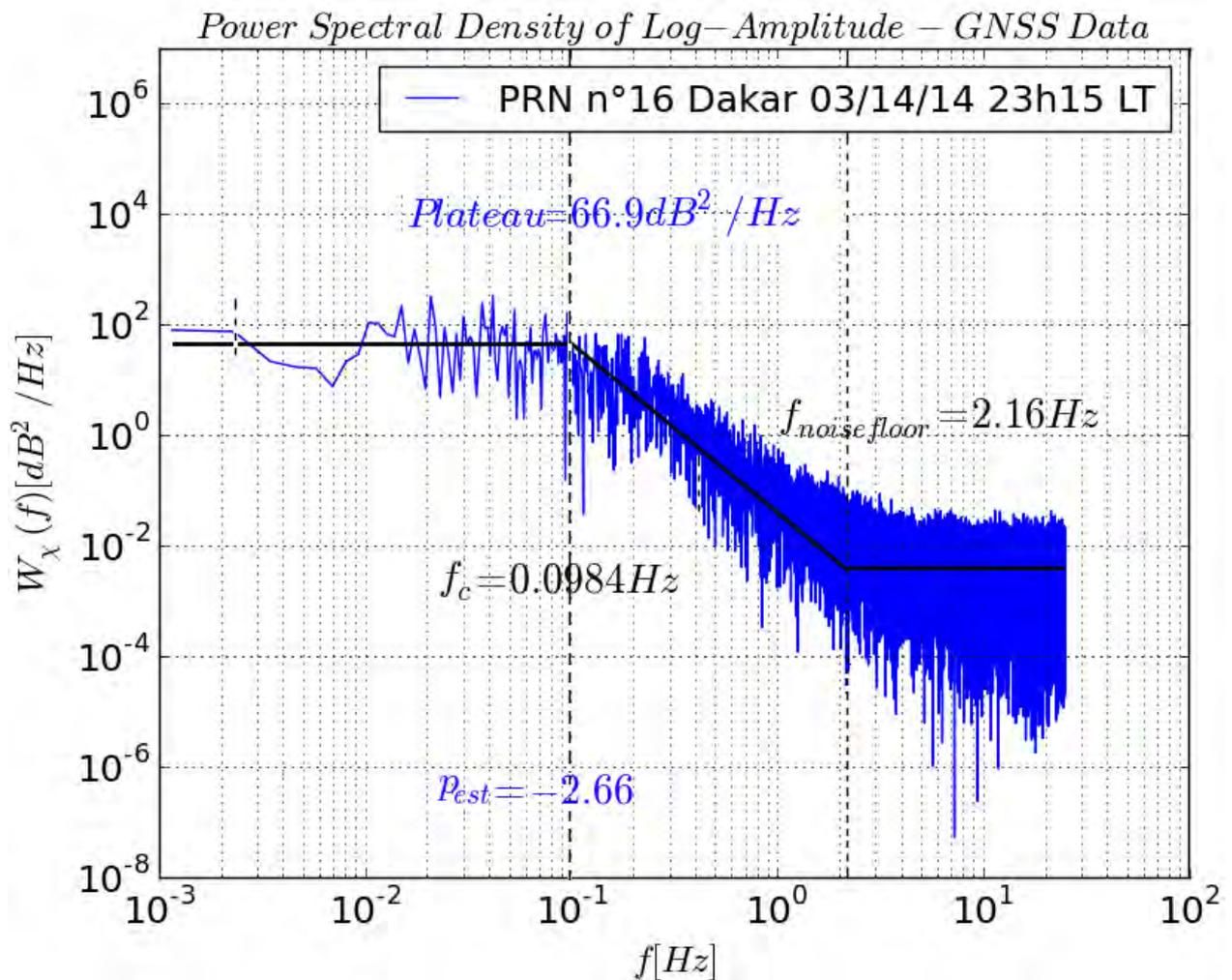


FIGURE 5.1 – SPECTRE DE LOG-AMPLITUDE OBSERVÉ À DAKAR LE 14 MARS 2014 À 23H15 (PRN 16). LES PARAMÈTRES ISSUS DU SPECTRE SONT REPORTÉS SUR LA FIGURE (f_c , $Plateau$, p_{est}). LES LIGNES VERTICALES EN POINTILLÉS REPRÉSENTENT LES FRÉQUENCES CARACTÉRISTIQUES. LE GABARIT CARACTÉRISTIQUE EST MATÉRIALISÉ PAR DES LIGNES NOIRES.

Les expressions asymptotiques du spectre développées aux équations 2.89 et 2.90 permettent de caractériser ces zones dans chaque spectre de log-amplitude d'un signal GNSS ayant subi la scintillation ionosphérique. Sur les spectres expérimentaux, il se peut en revanche que la fréquence de coupure entre les deux pentes soit par exemple masquée par la fréquence d'échantillonnage ou la fréquence la plus basse observée (correspondant au temps d'observation du signal, cf. équation 3.15). Ce cas a été évoqué en partie 3.5.2 du chapitre 3. Dans le cas de la définition de l'algorithme d'inversion, il sera abordé au paragraphe 5.2.3.

Les basses fréquences du spectre peuvent être corrompues en raison d'effets spécifiques de propagation (multi-trajets, interférences, ...). Ainsi, si le comportement du spectre aux basses fréquences ne correspond pas au gabarit analytique, alors les fréquences incriminées ne sont pas considérées dans l'étude. C'est notamment le cas lorsque de fortes variations de l'amplitude du spectre sont détectées, de l'ordre de 100% de la valeur du plateau basse fréquence mesuré. S'il ne reste pas assez de points pour estimer le plateau (i.e. moins de 20 points avant la fréquence de coupure), ou si la fréquence de coupure ne peut pas être estimée, un indice de confiance IND valant -1 est retourné et le spectre expérimental ne sera pas inversé.

5.1.2 PENTE p_{est} DU SPECTRE EXPÉRIMENTAL

Grâce à la relation 2.93, la pente aux hautes fréquences peut être exprimée en fonction de l'indice spectral p :

$$p = 1 - p_{est}. \quad 5.1$$

L'obtention de p_{est} est donc directe sur le spectre mesuré, conditionnée par le domaine spectral de régression (correspondant à la partie utile haute fréquence) qui sera discuté plus loin dans ce chapitre. Le formalisme analytique du chapitre 2 étant valide pour des valeurs d'indices spectraux $2 < p < 5$, seuls ces valeurs de p sont considérées dans le processus d'inversion.

5.1.3 FRÉQUENCE DE COUPURE

Les équations 2.26, A.3 et A.4 de l'Annexe 2.1, permettent de remarquer que dans l'expression de A' et B' , les seules grandeurs inconnues sont les ratios d'anisotropie A_y et A_z , qui font partie des grandeurs à estimer lors de l'inversion. Les autres paramètres apparaissant dans les expressions sont supposés connus car liés à la géométrie. Or, les coefficients A' et B' apparaissent dans les expressions des asymptotes hautes et basses fréquences du spectre de log-amplitude, leur détermination est donc fondamentale. Les domaines de définition des ratios d'anisotropie sont :

$$1 \leq A_y \leq +\infty \quad 5.2$$

pour A_y , et :

$$A_y \leq A_z \leq +\infty \quad 5.3$$

pour A_z .

L'inversion des expressions de A' et B' étant trop complexe pour être effectuée analytiquement, nous proposons ici une solution numérique. Une série de valeurs est choisie et une base de données établie. Ainsi, dans la suite de cette partie, **les équations du spectre de log-amplitude considèrent donc un ensemble de valeurs pour A_z et A_y , appartenant à leurs domaines de définition respectifs. L'ensemble du traitement sera effectué sur toutes ces valeurs de A_z et A_y . A la fin du processus d'inversion, le couple (A_y, A_z) minimisant un critère d'erreur sera sélectionné.**

La détermination de la fréquence de coupure sur le spectre mesuré va permettre d'obtenir une estimation de la vitesse de drift X_{V_D} , conditionnée par la pente estimée en partie 5.1.2 et des diverses valeurs numériques des ratios d'anisotropie A_y et A_z . La démarche proposée est la suivante :

La fréquence de coupure du spectre de log-amplitude a été exprimée en fonction des paramètres ionosphériques par l'équation 3.17, rappelée ici :

$$f_c = \frac{(AV_v^2 + BV_u^2 - 2CV_uV_v)}{2\pi V_w \sqrt{BA - C^2}} \sqrt{\frac{k_0}{L_v}} \left(\frac{\sqrt{\pi} \Gamma\left(\frac{p}{2}\right)}{2 \Gamma\left(\frac{p+1}{2}\right) \Gamma\left(\frac{p-1}{2}\right) \cos\left(\frac{3-p}{4}\pi\right)} \right)^{\frac{1}{1-p}}. \quad 5.4$$

où $V_w, V_v, V_u, A, B, C, k_0$ et L_v ont été introduits au chapitre 2. Or, si l'on se place dans le repère principal de l'ellipse ainsi qu'expliqué en Annexe 2.1, on obtient :

$$f_c = \frac{(A'V_v'^2 + B'V_u'^2)}{2\pi V_w \sqrt{A'B'}} \sqrt{\frac{k_0}{L_v} \left(\frac{\sqrt{\pi} \Gamma\left(\frac{p}{2}\right)}{2 \Gamma\left(\frac{p+1}{2}\right) \Gamma\left(\frac{p-1}{2}\right) \cos\left(\frac{3-p}{4}\pi\right)} \right)^{\frac{1}{1-p}}}, \quad 5.5$$

avec de nouveaux coefficients A' et B' , des vitesses exprimées dans le repère de l'ellipse (cf. Annexe 2.1). Dans l'équation 5.5, les inconnues sont les vitesses relatives V_u' et V_v' .

Les vitesses V_u' et V_v' ont été exprimées en fonction des vitesses de l'IPP (fonctions du déplacement des satellites GNSS), des différents angles descriptifs de la géométrie de la liaison et de la vitesse de dérive du milieu, en Annexe 5.2 aux équations A.146 et A.147. Les expressions de ces deux grandeurs sont rappelées ci-dessous en équation 5.6 et en équation 5.7 :

$$V_u' = X_{V_D} \cos(\psi) \sin(\alpha_y) - \sin(\alpha_y) \cos(\psi) X_{V_{IPP}} - \sin(\gamma) \sin(\alpha_z) Y_{V_{IPP}} - (\sin(\gamma) \cos(\alpha_z) \sin(\psi) + \cos(\alpha_y) \cos(\psi) \cos(\gamma)) Z_{V_{IPP}} \quad 5.6$$

$$V_v' = X_{V_D} \cos(\psi) \cos(\alpha_y) - \cos(\psi) \cos(\alpha_y) X_{V_{IPP}} - \sin(\gamma) \cos(\alpha_z) Y_{V_{IPP}} + (\cos(\psi) \sin(\alpha_y) \cos(\gamma) + \sin(\psi) \sin(\alpha_z) \sin(\gamma)) Z_{V_{IPP}}, \quad 5.7$$

avec $X_{V_{IPP}}, Y_{V_{IPP}}, Z_{V_{IPP}}$, les vitesses de déplacement de l'IPP dans les direction $\overrightarrow{X_{GEO}}, \overrightarrow{Y_{GEO}}$ et $\overrightarrow{Z_{GEO}}$ du repère géomagnétique local, et X_{V_D} la vitesse de dérive suivant $\overrightarrow{X_{GEO}}$ dans le repère géomagnétique. Nous allons donc poser :

$$u'_{V_{IPP}} = \cos(\psi) \sin(\alpha_y) X_{V_{IPP}} + \sin(\gamma) \sin(\alpha_z) Y_{V_{IPP}} + (\sin(\gamma) \cos(\alpha_z) \sin(\psi) + \cos(\alpha_y) \cos(\psi) \cos(\gamma)) Z_{V_{IPP}} \quad 5.8$$

$$v'_{V_{IPP}} = \cos(\psi) \cos(\alpha_y) X_{V_{IPP}} + \sin(\gamma) \cos(\alpha_z) Y_{V_{IPP}} + (-\cos(\psi) \sin(\alpha_y) \cos(\gamma) - \sin(\psi) \sin(\alpha_z) \sin(\gamma)) Z_{V_{IPP}}, \quad 5.9$$

où $u'_{V_{IPP}}$ et $v'_{V_{IPP}}$ correspondent à la projection de la vitesse de l'IPP sur u' et v' respectivement. En introduisant les relations 5.8 et 5.9 dans les équations 5.6 et 5.7, il vient

$$\begin{cases} V_u' = X_{V_D} \sin(\alpha_y) \cos(\psi) - u'_{V_{IPP}} \\ V_v' = X_{V_D} \cos(\alpha_y) \cos(\psi) - v'_{V_{IPP}} \end{cases} \quad 5.10$$

La combinaison des équations 5.10 complétée par l'équation 5.5 permet d'obtenir un système de 3 équations :

$$\begin{cases} X_{V_D} = \frac{V_v' + v'_{V_{IPP}}}{\cos(\psi) \cos(\alpha_y)} \\ V_u' = \tan(\alpha_y) (V_v' + v'_{V_{IPP}}) - u'_{V_{IPP}} \\ f_c = \frac{(A'V_v'^2 + B'V_u'^2)}{2\pi \sqrt{V_u'^2 + V_v'^2} \sqrt{A'B'}} \sqrt{\frac{k_0}{L_v} \left(\frac{\sqrt{\pi} \Gamma\left(\frac{p}{2}\right)}{2 \Gamma\left(\frac{p+1}{2}\right) \Gamma\left(\frac{p-1}{2}\right) \cos\left(\frac{3-p}{4}\pi\right)} \right)^{\frac{1}{1-p}}} \end{cases} \quad 5.11$$

où l'unique inconnue est désormais l'amplitude de la vitesse de dérive dans le repère géomagnétique, X_{V_D} .

En posant $X = \frac{1}{2\pi \sqrt{A'B'}} \sqrt{\frac{k_0}{L_v} \left(\frac{\sqrt{\pi} \Gamma\left(\frac{p}{2}\right)}{2 \Gamma\left(\frac{p+1}{2}\right) \Gamma\left(\frac{p-1}{2}\right) \cos\left(\frac{3-p}{4}\pi\right)} \right)^{\frac{1}{1-p}}}$, le système 5.11 devient :

$$\left\{ \begin{array}{l} X_{V_D} = \frac{V'_v + v'_{V_{IPP}}}{\cos(\psi) \cos(\alpha_y)} \quad 5.12.a \\ V'_u = \tan(\alpha_y) (V'_v + v'_{V_{IPP}}) - u'_{V_{IPP}} \quad 5.12.b \\ f_c = X \frac{(A'V_v'^2 + B'(\tan(\alpha_y) (V'_v + v'_{V_{IPP}}) - u'_{V_{IPP}})^2)}{\sqrt{(\tan(\alpha_y) (V'_v + v'_{V_{IPP}}) - u'_{V_{IPP}})^2 + V_v'^2}} \quad 5.12.c \end{array} \right. \quad 5.12$$

En développant les formes factorisées de 5.12.c, une nouvelle forme 5.13 est obtenue :

$$f_c = X \frac{A'V_v'^2 + B' \left(\begin{array}{l} \tan(\alpha_y)^2 V_v'^2 + u'_{V_{IPP}}{}^2 + \tan(\alpha_y)^2 v'_{V_{IPP}}{}^2 + 2 \tan(\alpha_y)^2 V'_v v'_{V_{IPP}} \\ - 2 \tan(\alpha_y) V'_v u'_{V_{IPP}} - 2 v'_{V_{IPP}} u'_{V_{IPP}} \tan(\alpha_y) \end{array} \right)}{\sqrt{\begin{array}{l} \tan(\alpha_y)^2 V_v'^2 + u'_{V_{IPP}}{}^2 + \tan(\alpha_y)^2 v'_{V_{IPP}}{}^2 + 2 \tan(\alpha_y)^2 V'_v v'_{V_{IPP}} \\ - 2 \tan(\alpha_y) V'_v u'_{V_{IPP}} - 2 v'_{V_{IPP}} u'_{V_{IPP}} \tan(\alpha_y) + V_v'^2 \end{array}}}. \quad 5.13$$

En écrivant le numérateur et le dénominateur de 5.13 comme des polynômes de degré 2 de V'_v sous leur forme factorisée, l'équation 5.14 est obtenue :

$$f_c = X \frac{V_v'^2 (A' + B' \tan(\alpha_y)^2) + V'_v (2B' \tan(\alpha_y)^2 v'_{V_{IPP}} - 2B' \tan(\alpha_y) u'_{V_{IPP}}) + C_v}{\sqrt{V_v'^2 (1 + \tan(\alpha_y)^2) + V'_v (2 \tan(\alpha_y)^2 v'_{V_{IPP}} - 2 \tan(\alpha_y) u'_{V_{IPP}}) + \frac{1}{B'} C_v}} \quad 5.14$$

avec $C_v = B' u'_{V_{IPP}}{}^2 + B' \tan(\alpha_y)^2 v'_{V_{IPP}}{}^2 - 2B' v'_{V_{IPP}} u'_{V_{IPP}} \tan(\alpha_y)$.

Notons par conséquent :

$$f_c = X \frac{\alpha V_v'^2 + \beta V'_v + C_v}{\sqrt{\gamma V_v'^2 + \frac{\beta}{B'} V'_v + \frac{C_v}{B'}}} \quad 5.15$$

avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha = A' + B' \tan(\alpha_y)^2 \\ \beta = 2B' \tan(\alpha_y)^2 v'_{V_{IPP}} - 2B' \tan(\alpha_y) u'_{V_{IPP}} \\ \gamma = 1 + \tan(\alpha_y)^2 \end{array} \right. \quad 5.16$$

Nous pouvons donc réécrire au numérateur un polynôme de degré 4 en V'_v :

$$\frac{f_c^2}{X^2} = \frac{\alpha^2 V_v'^4 + \beta^2 V_v'^2 + C_v^2 + 2V_v'^3 \alpha \beta + 2V_v'^2 \alpha C_v + 2\beta C_v V'_v}{\gamma V_v'^2 + \frac{\beta}{B'} V'_v + \frac{C_v}{B'}}. \quad 5.17$$

Soit donc :

$$\frac{\gamma f_c^2}{X^2} V_v'^2 + \frac{\beta f_c^2}{B' X^2} V'_v + \frac{C_v f_c^2}{B' X^2} = \alpha^2 V_v'^4 + \beta^2 V_v'^2 + C_v^2 + 2V_v'^3 \alpha \beta + 2V_v'^2 \alpha C_v + 2\beta C_v V'_v. \quad 5.18$$

En regroupant les termes aux mêmes exposants de V'_v :

$$-\alpha^2 V_v'^4 - 2\alpha\beta V_v'^3 + \left(\frac{\gamma f_c^2}{X^2} - \beta^2 - 2\alpha C_v \right) V_v'^2 + \left(\frac{\beta f_c^2}{B' X^2} - 2\beta C_v \right) V'_v + \left(\frac{C_v f_c^2}{B' X^2} - C_v^2 \right) = 0. \quad 5.19$$

Notons que les coefficients du polynôme correspondent à une configuration satellitaire donnée.

Un polynôme d'ordre 4 possède potentiellement 4 racines distinctes, et jusqu'à 4 peuvent être réelles. Si une des racines est complexe, elle n'est pas conservée. Pour les racines restantes, les valeurs correspondantes de V_u' et de X_{V_D} sont calculées à partir des équations a et b du système 5.12 :

$$\begin{cases} X_{V_D} = \frac{V_v' + v'_{V_{IPP}}}{\cos(\psi) \cos(\alpha_y)} \\ V_u' = \tan(\alpha_y) (V_v' + v'_{V_{IPP}}) - u'_{V_{IPP}} \end{cases} \quad 5.20$$

Dans le cas où, pour une racine de V_v' , la valeur correspondante de X_{V_D} est inférieure à 0, la racine n'est pas considérée comme solution possible car conformément au chapitre 1, les vitesses de drift du milieu sont positives et orientées vers l'est.

Suite à cette discrimination des vitesses de dérive, entre 0 et 4 racines peuvent être solutions. Si aucune racine ne permet de vérifier les critères de discrimination, alors nous ne pouvons pas procéder à l'inversion de l'évènement considéré. En revanche, si 1, 2, 3 ou 4 racines sont solutions, elles sont toutes conservées comme valeurs candidates et une solution unique sera sélectionnée selon un processus décrit ci-après.

5.1.4 PLATEAU BASSE FRÉQUENCE

Dans cette partie, nous démontrons que la mesure du niveau du plateau basse fréquence permet d'obtenir une expression du paramètre $C_k L$, en fonction de l'indice spectral p , des ratios d'anisotropie A_y , A_z , et des vitesses V_v' , V_u' .

L'expression du spectre de log-amplitude du signal a été obtenue analytiquement en 2.88 et est rappelée ci-dessous :

$$W_{\chi}^{3D}(\omega) = \frac{2\pi^2 \lambda^2 r_e^2 a^{3-p} A_y A_z C_k L R_{iono}}{V_v' \left(\frac{10^3}{2\pi}\right)^p \Delta H} \int_{-\infty}^{+\infty} dK_u' \left[A' K_u'^2 + B' \left(\frac{\omega - K_u' V_u'}{V_v'} \right)^2 + \frac{K_0^2}{a^2} \right]^{-\frac{p}{2}} \left[1 - \text{sinc} \left(\frac{R_{iono} \left(K_u'^2 + \left(\frac{\omega - K_u' V_u'}{V_v'} \right)^2 \right)}{2k_0} \right) \cos \left(\frac{(2L_v + R_{iono}) \left(K_u'^2 + \left(\frac{\omega - K_u' V_u'}{V_v'} \right)^2 \right)}{2k_0} \right) \right] \quad 5.21$$

En inversant cette relation et en utilisant l'expression du $C_k L$, on obtient :

$$C_k L = - \left(\frac{10^3}{2\pi} \right)^p \frac{W_{\chi}^{3D}(\omega) V_v' \Delta H}{2\pi^2 \lambda^2 r_e^2 a^{3-p} A_y A_z R_{iono} I_{K_u}(\omega)} \quad 5.22$$

où l'on a noté :

$$I_{K_u}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} dK_u' \left[A' K_u'^2 + B' \left(\frac{\omega - K_u' V_u'}{V_v'} \right)^2 + \frac{K_0^2}{a^2} \right]^{-\frac{p}{2}} \left[1 - \text{sinc} \left(\frac{R_{iono} \left(K_u'^2 + \left(\frac{\omega - K_u' V_u'}{V_v'} \right)^2 \right)}{2k_0} \right) \cos \left(\frac{(2L_v + R_{iono}) \left(K_u'^2 + \left(\frac{\omega - K_u' V_u'}{V_v'} \right)^2 \right)}{2k_0} \right) \right] \quad 5.23$$

L'intégrale I_{K_u} , peut être évaluée numériquement (elle ne dépend que de grandeurs ayant été estimée précédemment).

Afin d'être robuste aux variations potentielles entre deux points proches en fréquences d'un spectre mesuré, le paramètre $C_k L$ n'est pas calculé comme présenté à l'équation 5.22 en fonction d'une unique valeur de $W_\chi^{3D}(\omega)$ et de $I_{K_{u'}}(\omega)$, mais plutôt via un moyennage de ces grandeurs, sur l'ensemble du plateau basse fréquence :

$$C_k L = - \left(\frac{10^3}{2\pi} \right)^p \frac{\text{Plateau } V_v' \Delta H}{2\pi^2 \lambda^2 r_e^2 a^{3-p} A_y A_z R_{iono} \langle I_{K_{u'}}(\omega) \rangle_{\omega \in D_\omega}}, \quad 5.24$$

où D_ω est l'ensemble des valeurs de ω utilisées pour obtenir le plateau basse fréquence. Les points utilisés pour obtenir la valeur de ce plateau peuvent varier en fonction du comportement du spectre mesuré, comme expliqué en partie 5.1. Le paramètre $C_k L$ est donc estimé sur le plateau basse fréquence, qui paraît moins sujet au bruit, conformément à la Figure 5.1. Une telle utilisation de l'équation 5.24 a été largement vérifiée en pratique lors de l'inversion systématique des données SGAIE conduite dans le chapitre 6.

5.1.5 INTÉGRALE DU SPECTRE

Dans les parties précédentes, nous avons pu obtenir une estimation de p , $C_k L$ et X_{V_D} (et donc de V_v' et V_u') à partir de la mesure du plateau basse fréquence, la fréquence de coupure du spectre et de sa pente haute fréquence. Il est important de noter que ces estimations ont été réalisées pour une série de valeurs de A_y et A_z . Il est désormais nécessaire d'introduire une nouvelle équation afin de déterminer quelles sont les valeurs de A_z et A_y qui seront finalement sélectionnées. Cette équation supplémentaire peut être obtenue par l'introduction de *Integral*, l'intégrale du spectre de log-amplitude.

Grâce à l'expression 2.71, nous connaissons en plus des paramètres obtenus dans la partie ci-dessus l'expression asymptotique de la variance de log-amplitude du signal reçu. Celle-ci est donnée par :

$$\langle \chi^2 \rangle^{3D} = \frac{2^{2-p} \pi^{\frac{7-p}{2}} \lambda^{\frac{p}{2}+1} r_e^2 C_k L L_v^{\frac{p}{2}-1} a^{3-p} A_y A_z \Gamma\left(\frac{3-p}{4}\right) (B')^{-\frac{p}{2}} F_{21}\left(\frac{p}{2}, \frac{1}{2}, 1, 1 - \frac{A'}{B'}\right)}{\cos(V) \left(\frac{10^3}{2\pi}\right)^p \Gamma\left(\frac{p}{4}\right) \left(\frac{p}{2} - 1\right)}. \quad 5.25$$

Le lien avec l'intégrale du spectre de log-amplitude en réception a été établi au chapitre 3, équation 3.14, rappelée ici :

$$Integral = \frac{1}{2} \langle \chi^2 \rangle^{3D}, \quad 5.26$$

où $Integral = \int_0^{+\infty} d\omega W_\chi^{3D}(\omega)$ est l'intégrale du spectre de log-amplitude en réception. En assumant que le spectre mesuré couvre suffisamment les basses et hautes fréquences, l'intégration numérique du spectre mesuré approche raisonnablement l'expression asymptotique 5.26. En effet, l'essentiel de l'intégrale du spectre de log-amplitude provient des fréquences inférieures à f_c . Au-delà, la pente du spectre limite la contribution des hautes fréquences à *Integral*. Cette pente p_{est} est comprise entre $-10\text{dB/décade} < -10p_{est}/\text{décade} < -40\text{dB/décade}$. En effet, les valeurs de p considérées pour l'inversion sont entre 2 et 5, et d'après l'équation 5.1, cela conduit à des valeurs de pentes du spectre considérées entre -1 et -4. Les fréquences au-delà de la fréquence de coupure ne contribuent donc que peu à l'intégrale. En revanche, en-deçà de la fréquence de coupure, un plateau basse fréquence est établi. Cela correspond donc à une valeur quasi-fixe du spectre pour toute fréquence inférieure à la fréquence de coupure. La première décade précédant la fréquence de coupure représente donc dix fois plus de contribution à l'intégrale que celle de la décade la précédant. Par conséquent, si le plateau est bien estimé sur la décade précédant la fréquence de coupure, au minimum 90% de l'intégrale du spectre sera retranscrite. Cette valeur minimale passe à 99% si les deux décades précédant la fréquence de coupure ont été bien retranscrites. En pratique, cette estimation est très satisfaisante.

L'ensemble des étapes a été mené pour plusieurs valeurs de (A_y, A_z) , comme décrit en partie 5.3. (A_y, A_z) peut posséder 4 valeurs de V'_u, V'_v et donc X_{V_D} différentes, ainsi qu'expliqué plus haut. La fonction de coût $f(A_y, A_z, X_{V_D}, C_k L)$ est établie à partir de l'équation 5.26 :

$$f(A_y, A_z, X_{V_D}, C_k L) = \text{Integral} \frac{2^{1-p} \pi^{\frac{7-p}{2}} \lambda^{\frac{p}{2}+1} r_e^2 C_k L L_v^{\frac{p}{2}-1} a^{3-p} A_y A_z \Gamma\left(\frac{3-p}{2}\right) (B')^{-\frac{p}{2}} F_{21}\left(\frac{p}{2}, \frac{1}{2}, 1, 1 - \frac{A'}{B'}\right)}{\cos(V) \left(\frac{10^3}{2\pi}\right)^p \Gamma\left(\frac{p}{4}\right) \left(\frac{p}{2} - 1\right)}. \quad 5.27$$

X_{V_D} n'apparaît pas explicitement dans l'expression 5.27 ; néanmoins, $C_k L$ dans cette expression a été obtenu à l'équation 5.24 par ces grandeurs, et la fonction de coût y est donc directement liée.

Si la fonction de coût excède **15%** de la valeur de l'intégrale du spectre de log-amplitude, *Integral*, la solution $(A_y, A_z, X_{V_D}, C_k L)$ est rejetée ; ainsi, l'ensemble des solutions d'inversion conservées à l'issue de cette étape a permis de s'approcher à un niveau raisonnable, **fixé à 15%**, de l'intégrale du spectre en réception : c'est la confirmation que l'inversion menée est crédible.

Dans le cas où aucune solution de l'inversion ne permet de s'approcher à moins de 15% de l'intégrale du spectre mesuré, le résultat de l'inversion sera la solution permettant de s'approcher le plus possible de l'intégrale du spectre mesuré. Toutefois, l'indice de confiance *IND* lié à l'inversion sera alors de 0.

5.1.6 SÉLECTION DES PARAMÈTRES INVERSÉS FINAUX

L'ultime métrique discriminante utilisée est le calcul de l'erreur quadratique moyenne entre le spectre mesuré, et la réplique synthétique après inversion, en utilisant les paramètres des différents candidats à l'inversion. Ainsi, pour chaque quadruplet $(A_y, A_z, X_{V_D}, C_k L)$ candidat à l'inversion, un spectre synthétique est généré, puis la somme des erreurs sur chaque fréquence entre le spectre inversé et le spectre mesuré est calculée. Le quadruplet $(A_y, A_z, X_{V_D}, C_k L)$ correspondant à la plus faible erreur est le résultat de l'inversion, associé avec l'indice spectral (p) qui avait été déterminé au début du processus d'inversion. Les paramètres choisis sont par conséquent ceux qui permettent de s'approcher au plus près de la mesure.

Néanmoins, dans le cas où le minimum de la somme des erreurs sur chaque fréquence entre le spectre inversé et le spectre mesuré ne permet pas de s'approcher du spectre mesuré, l'indice de confiance *IND* de l'inversion sera de 0. La tolérance choisie ici est d'une demi-décade ; c'est-à-dire que le minimum de la somme des erreurs sur chaque fréquence doit être inférieur à $10^{0.5} N_\omega$, où N_ω est le nombre de fréquences sur lesquelles l'erreur est calculée. L'interprétation graphique de cette limite est représentée en Figure 5.2 : le spectre mesuré, en bleu, est encadré des courbes rouges et vertes, qui correspondent au spectre mesuré rehaussé d'une demi-décade et abaissé d'une demi-décade. Si entre la fréquence de coupure (ligne verticale en pointillés noirs à 0.1 Hz) et la fréquence précédant l'apparition du plancher de bruit (ligne verticale en pointillés noirs à 0.4 Hz), le spectre inversé est en moyenne entre ces deux courbes (rouge et verte), alors la somme des erreurs sur chaque fréquence sera inférieure à $10^{0.5} N_\omega$, et l'inversion sera validée ($IND = 1$). C'est ici le cas pour le spectre noir, résultant de l'inversion. Les courbes verte et noire définissent donc un intervalle de confiance moyen sur l'inversion en cours.

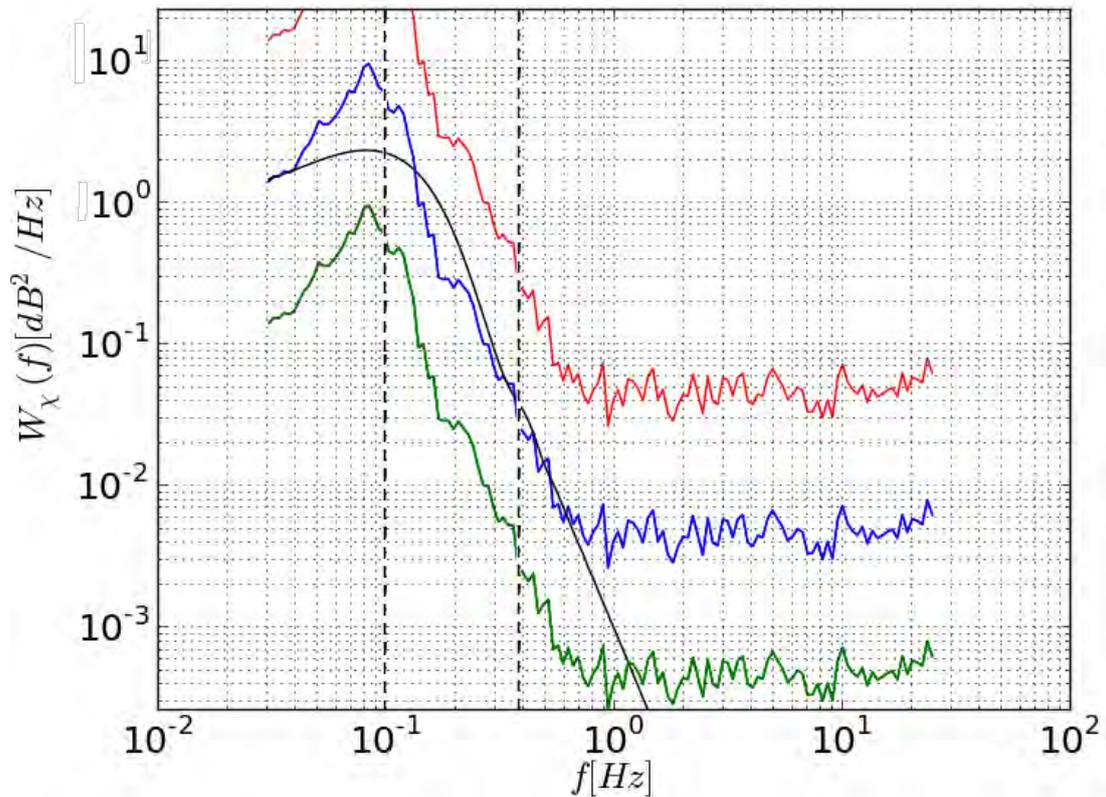


FIGURE 5.2 - SPECTRE DE LOG-AMPLITUDE MESURÉ À DAKAR LE 01/09/2013 À 00H00 (EN BLEU). EN ROUGE ET EN VERTS, CE MÊME SPECTRE DE LOG-AMPLITUDE RÉHAUSSÉ ET ABAISSÉ D'UNE DEMI-DÉCADE RESPECTIVEMENT. LA COURBE NOIRE EST LE SPECTRE INVERSÉ À PARTIR DU SPECTRE MESURÉ (INDICE DE CONFIANCE $IND = 1$). LES FRÉQUENCES DE COUPE ET DE PLANCHER DE BRUIT SONT SYMBOLISÉES PAR LES LIGNES VERTICALES EN POINTILLÉS NOIRS.

Les étapes du processus d'inversion d'un évènement de scintillation ionosphérique équatorial sont résumées dans le schéma-bloc Figure 5.3.

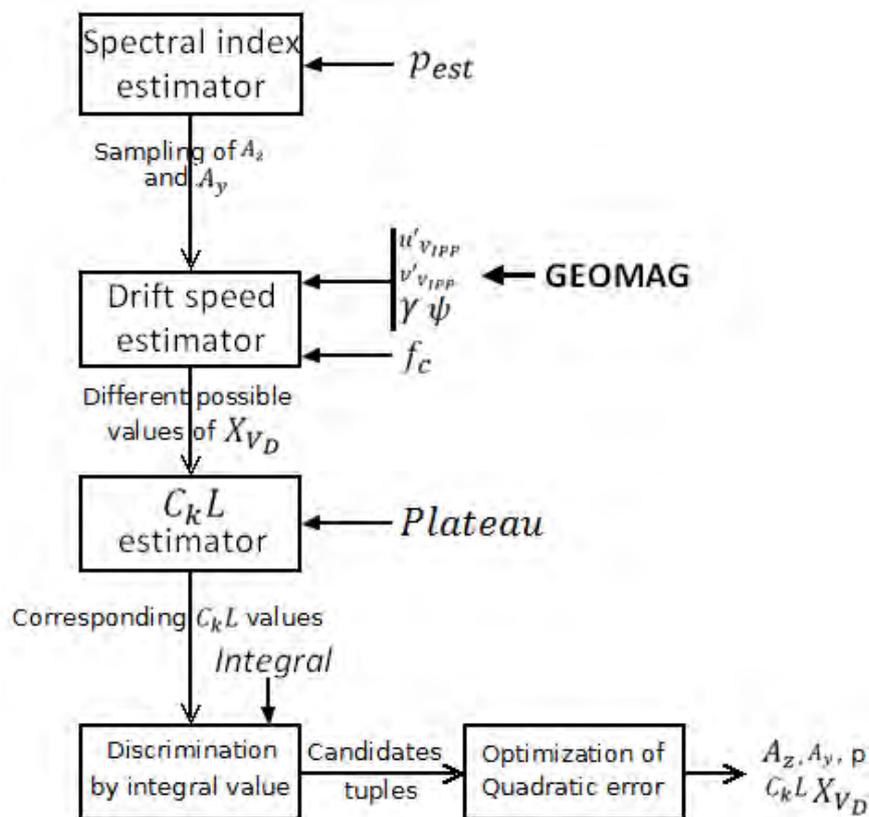


FIGURE 5.3 - SCHÉMA BLOC RÉCAPITULATIF DE LA STRATÉGIE D'INVERSION DES ÉVÈNEMENTS DE SCINTILLATION.

5.2 MISE EN ŒUVRE DE LA MÉTHODE D'INVERSION

Le processus décrit en partie 5.1 est tout d'abord testé en utilisant en entrée un spectre de log-amplitude synthétique obtenu grâce aux formulations du chapitre 2. Avant une utilisation sur des données réelles, l'objectif est de montrer la capacité de l'algorithme d'inversion à retrouver la paramétrisation qui a permis de générer le spectre en entrée, dont l'ensemble des caractéristiques sont connues.

5.2.1 INVERSION DU SPECTRE D'UN ÉVÈNEMENT SYNTHÉTIQUE

5.2.1.1 Paramétrisation analytique

La configuration utilisée pour générer le spectre synthétique correspond à un cas équatorial typique, choisi pour l'obtention de scintillation modérée (pour laquelle l'hypothèse de faible perturbation est valide), et dont les paramètres sont reportés dans le Tableau 5.1. Les troisième et quatrième lignes de ce tableau concernent les différentes vitesses, selon le formalisme de l'Annexe 5.2 ; les liens existants entre eux y sont explicités. Le spectre de log-amplitude correspondant à ce paramétrage est présenté en Figure 5.4.

L_0	(a_x, A_y, A_z)	$C_k L$	ΔH	H	p	(γ, ψ, V)
1km	(1,1,10)	10^{35}	50km	350km	3.5	(60°, 15°, 5°)
X_{V_D}	$X_{V_{IPP}}, Y_{V_{IPP}}, Z_{V_{IPP}}$	$u_{V_{IPP}}, v_{V_{IPP}}$		V'_u, V'_v		
100 m/s	10 m/s, 300 m/s, 20 m/s	15 m/s, 251 m/s		79 m/s, -236 m/s		

TABLEAU 5.1 - CONFIGURATION ÉQUATORIALE TEST DE L'INVERSION DES DONNÉES IONOSPHERIQUES.

Ce spectre est considéré à partir de $\frac{1}{900} \approx 0.00111$ Hz en basse fréquence ce qui correspond à une observation d'une durée de 15 minutes, puis est discrétisé par pas de $\frac{1}{900}$ Hz jusqu'à 8Hz. Au-delà, un plancher de bruit est introduit jusqu'à la fréquence maximum d'utilisation qui est de 25 Hz (les données étant échantillonnées à 50Hz, le théorème de Shannon permet d'obtenir le spectre à une fréquence maximale de 25Hz). Les paramètres présentés sur la Figure 5.4 sont ceux nécessaires au processus d'inversion.

Dans cette partie, **les paramètres d'entrée ($f_c, Plateau, Integral, p_{est}$) sont calculés de manière analytique, et pas par estimation via le spectre mesuré.** En effet, l'objectif de cette sous-partie est de vérifier la validité des formulations obtenues en partie 5.1. Ainsi, en Figure 5.4, f_c est la fréquence de coupure calculée ici de façon exacte grâce à l'équation 3.17 et dont la valeur est représentée par une droite verticale à l'intersection des deux asymptotes haute et basse fréquence, p_{est} est la pente du spectre (ici, exactement égale à $p - 1 = 2.5$), et $Plateau$ est la moyenne des 20 premiers points en fréquence du spectre. $Integral$ est la valeur de l'intégrale du spectre calculée analytiquement par la variance de log-amplitude, donnée en équation 5.26. Une inversion de ce spectre peut donc être effectuée, en utilisant les paramètres exacts (fréquence de coupure, pente et intégrale).

La plage de variations de A_z est choisie de 2 à 200 (par pas de 1 de l'intervalle), en raison de la faible variation au-delà de 200 des paramètres inversés. La plage de variation de A_y est de 1 à A_z , avec une discrétisation de 1.

Les résultats de l'inversion, ainsi que le spectre de log-amplitude correspondant sont présentés en Figure 5.5. Pour comparaison, le spectre de log-amplitude de la Figure 5.4 est également présenté. Le constat de la Figure 5.5 est le suivant : les paramètres du Tableau 5.1 sont **retrouvés sans ambiguïté**. L'indice de confiance de l'inversion est égal à 1, synonyme d'une inversion réussie. L'écart minime qui apparaît entre les deux spectres proches entre 0.01 et 0.02Hz est dû à la **précision au millième** sur les paramètres retrouvés après inversion. Les **deux intégrales des spectres sont en effet**

différentes de seulement 0.11%. La méthodologie d'inversion sur un cas canonique est donc bien validée.

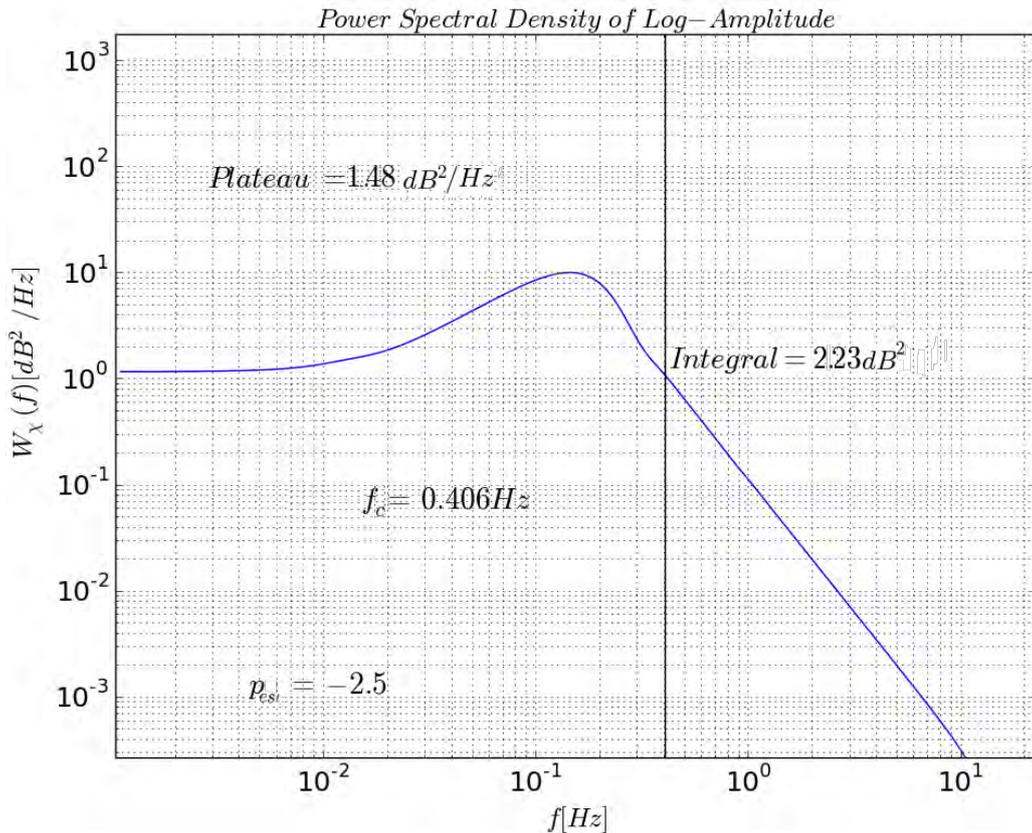


FIGURE 5.4 - SPECTRE DE LOG-AMPLITUDE SYNTHÉTIQUE EN ENTRÉE SUR UN INTERVALLE DE FRÉQUENCES TYPIQUE ET PARAMÈTRES DU SPECTRE CALCULÉS ANALYTIQUEMENT.

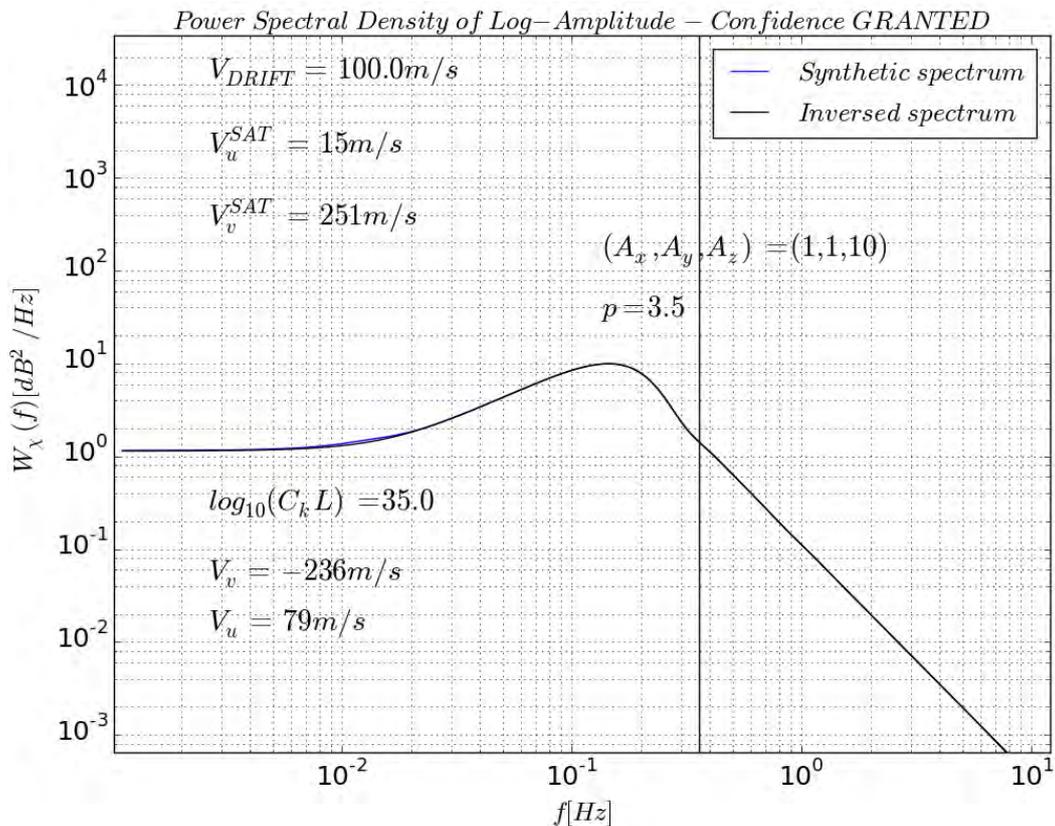


FIGURE 5.5 - SPECTRE SYNTHÉTIQUE EN ENTRÉE ET SPECTRE OBTENU EN UTILISANT LES RÉSULTATS DE L'INVERSION RÉALISÉE AVEC LES PARAMÈTRES OBTENUS ANALYTIQUEMENT. LES PARAMÈTRES EN SORTIE DE L'INVERSION SONT REPORTÉS SUR LE GRAPHE.

5.2.1.2 Paramétrisation par estimation

L'intérêt du processus d'inversion réside principalement dans sa robustesse. Dans cette partie, une inversion similaire à celle effectuée dans la partie précédente est conduite. Le spectre synthétique de la Figure 5.4 est utilisé en entrée de l'inversion. Néanmoins, les paramètres en entrée de l'algorithme d'inversion **ne sont cette fois plus calculés analytiquement mais estimés à partir du spectre mesuré (ici, le spectre synthétique)**. L'objectif de cette partie est encore une fois d'évaluer, sur un exemple, la robustesse de l'algorithme d'inversion. Les paramètres estimés à partir du spectre utilisé en entrée de l'algorithme d'inversion pour ce test sont résumés dans le Tableau 5.2. Les paramètres d'entrée utilisés pour l'inversion de la partie précédente y sont rappelés (ils avaient été calculés analytiquement).

	<i>Plateau</i>	f_c	p_{est}	<i>Integral</i>
Calcul analytique (report de la Figure 5.4)	1.48 dB ² /Hz	0.406 Hz	-2.5	2.23 dB ²
Estimation des paramètres à partir du spectre	1.48 dB ² /Hz	0.360 Hz	-2.52	2.29 dB ²

TABLEAU 5.2 - PARAMÈTRES DU SPECTRE DE LOG-AMPLITUDE SYNTHÉTIQUE CALCULÉS ANALYTIQUEMENT ET ESTIMÉS À PARTIR DU SPECTRE SYNTHÉTIQUE.

En comparant la deuxième et la troisième ligne du Tableau 5.2, nous constatons que la différence de valeur de f_c est de 10% par rapport à la valeur théorique, et la valeur de *Integral* gagne 2.6% par rapport à sa valeur théorique : des différences existent donc, mais elles restent faibles. Celles-ci sont dues à la légère erreur sur l'estimation des paramètres d'entrée de l'algorithme d'inversion.

En considérant les mêmes intervalles de variation de A_y et A_z que précédemment, les résultats de l'inversion, ainsi que les spectres de log-amplitude en entrée et en sortie de l'inversion sont présentés en Figure 5.6.

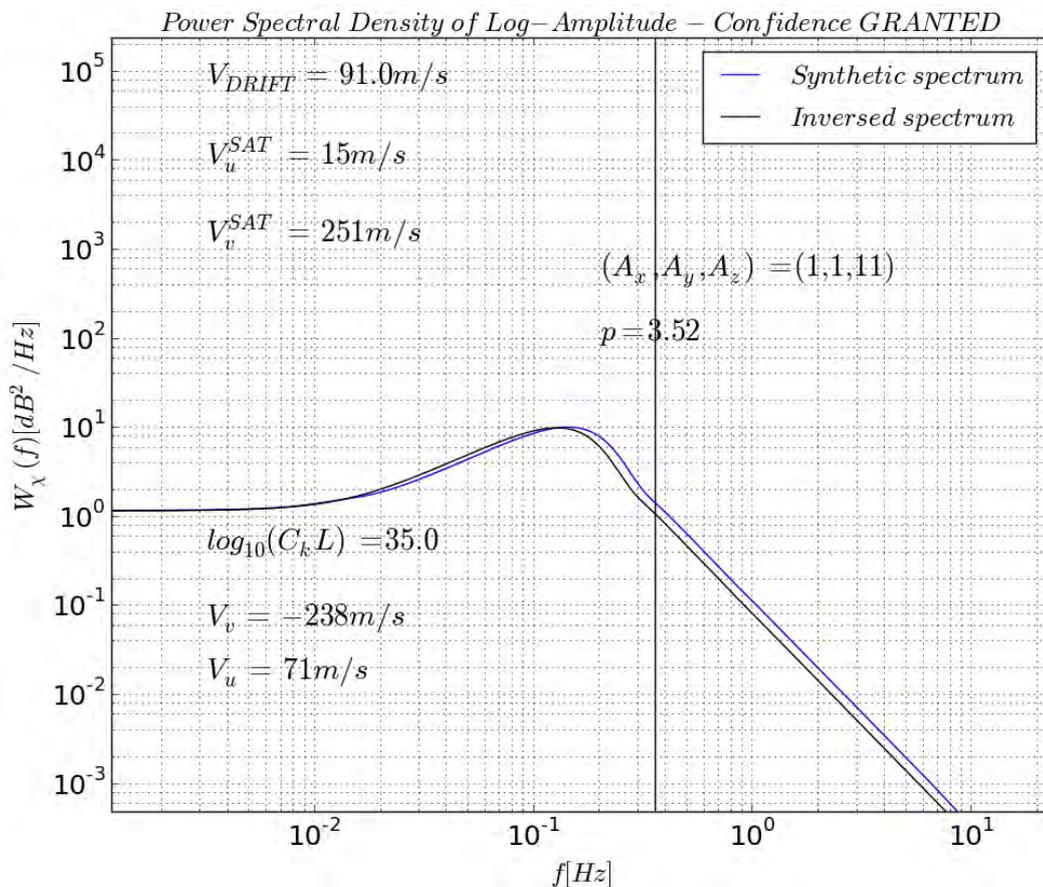


FIGURE 5.6 - SPECTRE SYNTHÉTIQUE EN ENTRÉE ET SPECTRE OBTENU EN VIA LES RÉSULTATS DE L'INVERSION RÉALISÉE AVEC LES PARAMÈTRES ESTIMÉS SUR LE SPECTRE D'ENTRÉE. LES PARAMÈTRES EN SORTIE DE L'INVERSION SONT REPORTÉS SUR LE GRAPHE.

L'indice de confiance IND est ici égal à 1, permettant de vérifier que l'inversion a été conduite de bout en bout, et donc qu'une solution a pu être déterminée. Si le $\log_{10}(C_k L)$ est le même à 10^{-3} près, certains paramètres en sortie sont légèrement différents de ceux du Tableau 5.1. La vitesse de dérive du milieu vers l'est passe de 100 m/s à 91 m/s soit une perte de 9%, alors que l'anisotropie est 10% supérieure (la valeur inversée est de 11, elle est située directement après la valeur de 10 proposée dans la discrétisation par pas de 1 de ce paramètre). Toutefois, les valeurs restent toutes à 90% près des valeurs objectifs : comme il est possible de le visualiser sur la Figure 5.6, les spectres très proches montrent une inversion tout de même concluante.

5.2.2 TEST DE VALIDATION DE L'ALGORITHME D'INVERSION

Dans cette partie, un test de validation de l'algorithme d'inversion sur données synthétiques est mené. Pour ce faire, la combinaison sur une gamme de variation des 5 paramètres d'entrée suivants est considérée :

- le $\log_{10}(C_k L)$ varie entre 31 et 36 par pas de 1, ce qui permet de couvrir l'ensemble des valeurs affectant la scintillation en bande L. Une valeur de $C_k L$ de 36 est par exemple une valeur extrême.
- l'indice spectral p varie de 2.5 à 4.5 par pas de 0.5, ce qui couvre une grande gamme de valeurs observées pour ce paramètre à l'équateur conformément à la Figure 1.20.
- le ratio d'anisotropie A_y varie entre 1 et 4 par pas de 1, et le ratio d'anisotropie A_z varie entre 5 et 20 par pas de 5, puis entre 20 et 60 par pas de 10. Ces variations permettent de décrire des géométries dans les directions x et y allant de la quasi-isotropie ($A_y = 4$ et $A_z = 5$) jusqu'à une anisotropie très marquée ($A_y = 1$ et $A_z = 60$). Ainsi, la capacité de l'algorithme à inverser tout type de géométrie est testée.
- La vitesse de dérive V_{drift} varie entre 30 et 130 par pas de 20. Cet intervalle permet de couvrir l'ensemble des valeurs de vitesse de dérive caractéristiques des phénomènes équatoriaux, comme cela a été abordé en chapitre 1, notamment sur la Figure 1.17.

L'ensemble des paramètres d'entrée considérés sont listés dans le Tableau 5.3. Les paramètres en gras dans ce tableau sont les paramètres variables décrits plus haut. La gamme de variation des paramètres couvre un nombre significatif de configurations caractéristiques de l'ionosphère à l'équateur. Notons également que ces paramètres en gras correspondent aux paramètres inversés par l'algorithme.

L_0	(a_x, A_y, A_z)	ΔH	H	p	(γ, ψ, V)
1km	(1, 2 : 1 : 5 , 5 : 5 : 20 et 20 : 10 : 60)	50km	350km	2.5 : 0.5 : 4.5	(60°, 15°, 5°)
V_{drift}	$X_{V_{IPP}}, Y_{V_{IPP}}, Z_{V_{IPP}}$	H	$\log_{10}(C_k L)$		
30 : 20 : 130m/s	10 m/s, 300 m/s, 20 m/s	350km	31 : 1 : 36		

TABLEAU 5.3 - PARAMÉTRISATION DES SPECTRES GÉNÉRÉS POUR LE TEST DE L'INVERSION SYSTÉMATIQUE DES DONNÉES.

La combinaison des paramètres variables permet de générer 5760 spectres. Ces 5760 spectres sont ensuite systématiquement inversés via l'algorithme décrit en 5.1. 5586 spectres ont pu être inversés, les 174 autres ne satisfaisant pas à la limite de la fonction de coût de l'équation 5.27. Cela peut être dû au fait que certaines combinaisons de paramètres correspondent à une fréquence de coupure trop basse pour être détectée, ou pour que le plateau basse fréquence soit estimé. Les erreurs relatives effectuées sur l'inversion des paramètres de ces spectres sont présentées sous forme d'histogramme du pourcentage d'erreur en Figure 5.7.

Sur le graphe A), l'erreur sur l'indice spectral p est représentée. La moyenne de l'erreur est faible (moins de 1%). C'est un paramètre qui découle quasi-directement de l'observation du spectre, ce qui peut

expliquer sa très bonne estimation. Les faibles erreurs sur ce paramètre s'expliquent par une possible erreur dans l'estimation de la fréquence de coupure, qui aura une influence sur la régression linéaire permettant d'obtenir une estimation de la pente du spectre de log-amplitude. En effet, une partie du spectre n'appartenant pas à la pente peut contribuer à la régression linéaire, et ainsi la corrompre partiellement.

Sur le graphe B), l'erreur sur le logarithme de la force des irrégularités intégrée en altitude $\log_{10}(C_k L)$ est représentée. De même que pour l'indice spectral, nous constatons un paramètre bien estimé (une moyenne de l'erreur inférieure à 1%). L'histogramme montre qu'aucune erreur du $\log_{10}(C_k L)$ n'a excédé 5%. Cela peut s'expliquer par le fait que ce paramètre est lié à la valeur du plateau basse fréquence, qui est habituellement très bien estimé. L'équation 5.24 montre que sa valeur est obtenue via un moyennage de plusieurs points, ce qui renforce également sa robustesse. De plus, deux valeurs de $\log_{10}(C_k L)$ légèrement différentes modifient de manière importante l'allure du spectre de log-amplitude correspondant, ce qui simplifie sa bonne estimation. Enfin, la très bonne estimation du paramètre $C_k L$ dans une gamme de variation importante (les valeurs d'entrée du paramètre $C_k L$ varient de 10^{31} à 10^{36}) est un marqueur du bon fonctionnement global de l'algorithme d'inversion.

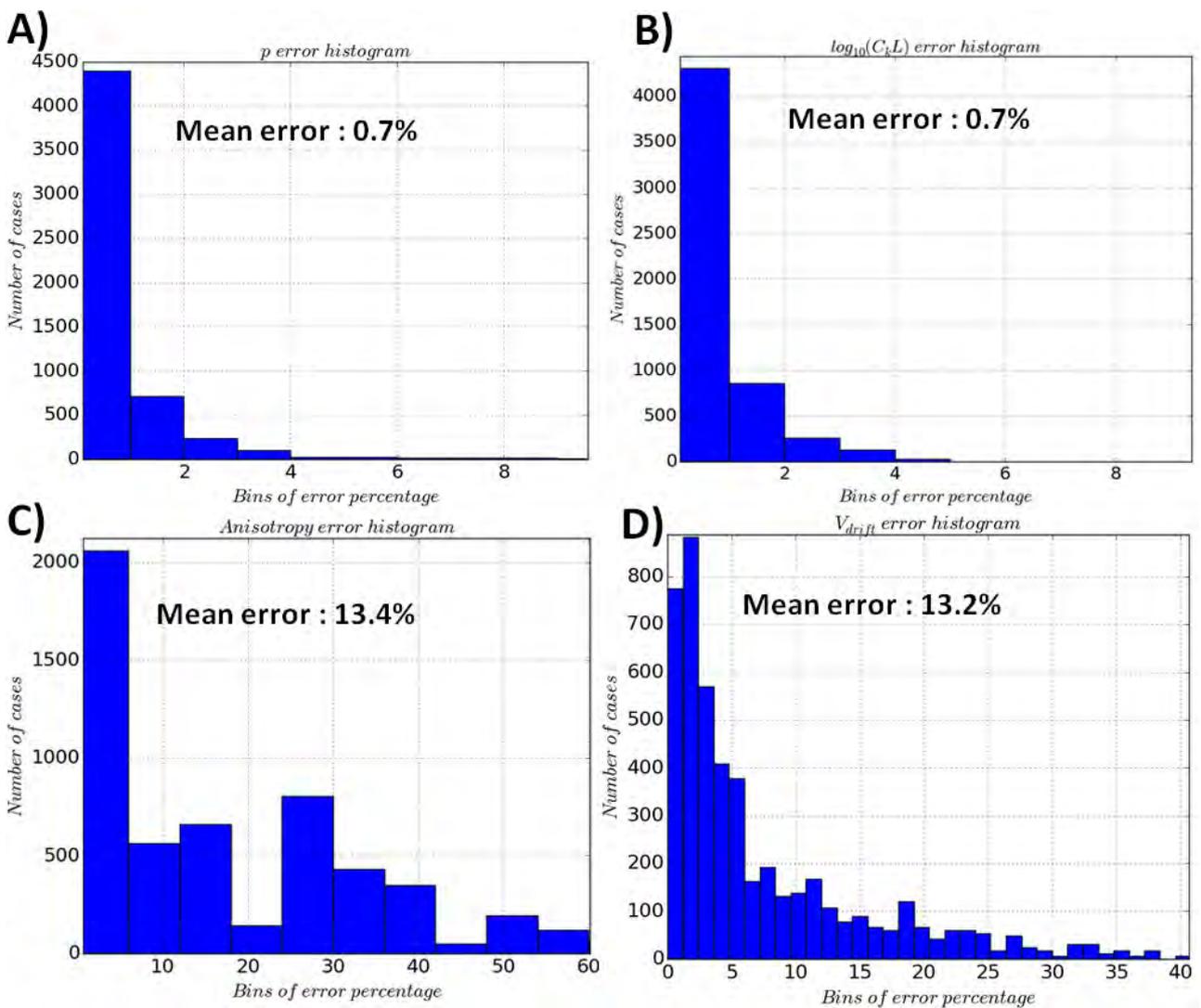


FIGURE 5.7 - HISTOGRAMMES DES POURCENTAGES D'ERREURS SUR LES PARAMÈTRES INVERSÉS DES 5890 SPECTRES. A) : ERREUR SUR L'INDICE SPECTRAL p . B) : ERREUR SUR LE LOGARITHME DE LA FORCE DES IRRÉGULARITÉS INTÉGRÉE EN ALTITUDE $\log_{10}(C_k L)$. C) : ERREUR SUR LE RATIO A_z/A_y REPRÉSENTANT L'ANISOTROPIE DU MILIEU SELON LES AXES y ET z . D) : ERREUR SUR LA VITESSE DE DÉRIVE V_{drift} . LA MOYENNE DE L'ERREUR RELATIVE EST PRÉCISÉE SUR CHAQUE GRAPHE.

Sur le graphe C), l'erreur sur le ratio A_z/A_y représentant l'anisotropie du milieu selon les axes y et z est représentée. L'erreur sur le ratio A_z/A_y est choisie pour caractériser l'anisotropie des turbulences plutôt

que les erreurs sur A_z puis sur A_y car c'est bien le ratio qui donne une information significative sur l'aspect des irrégularités turbulente du milieu. De plus, une valeur du ratio A_z/A_y pour des valeurs de A_z et A_y différentes produit des spectres de log-amplitude sensiblement similaires. Par exemple, en Figure 5.8, l'algorithme d'inversion a conclu à des valeurs de $A_y = 1$ et $A_z = 20$, qui sont différentes de 100% par rapport aux valeurs ayant permis de générer le spectre synthétique ($A_y = 2$ et $A_z = 40$), alors que le rapport des ratios d'anisotropie est le même (20 dans les deux cas). Malgré l'erreur d'estimation de A_z et A_y , les autres paramètres inversés ont été estimés avec une grande précision : $C_k L$ a été estimé à moins de 1% près (10^{32}), tout comme p (3.5). V_{drift} a été estimé à 5% près (63 m/s au lieu de 60 m/s en entrée). De plus, nous remarquons que le spectre noir (issu des paramètres inversés) et le spectre bleu (synthétique) sont similaires. **Cela montre la très faible sensibilité du spectre aux valeurs des ratios A_z et A_y dès lors que le ratio A_z/A_y est le même.** De manière générale, sur le graphe C) de la Figure 5.7, l'erreur sur l'anisotropie du milieu est relativement faible (moyenne de 13.4%), avec une erreur maximale de 60%. Cette erreur est bien plus élevée que celles sur p et $C_k L$, en partie car, comme déjà précisé, les différentes valeurs d'anisotropie ont une influence réduite par rapport au $C_k L$ sur l'allure du spectre de log-amplitude. Ainsi, la sensibilité de l'algorithme aux anisotropies sera moins élevée que la sensibilité au $C_k L$ par exemple.

Sur le graphe D) de la Figure 5.7, l'erreur sur la vitesse de dérive V_{drift} est représentée. La vitesse de dérive du milieu est un paramètre compliqué à estimer, car comme l'anisotropie, son influence sur le spectre est limitée. En effet, elle ne dépend par exemple pas du plateau basse fréquence. Elle est sensible à la fréquence de coupure, qui est un paramètre compliqué à estimer très précisément. C'est pourquoi la moyenne de l'erreur est plus importante que celle des paramètres tels que $C_k L$ et p (13.2%). Les résultats sont néanmoins bons ; l'allure de l'histogramme montre qu'environ 75% des cas ont une erreur inférieure à 5%. L'erreur la plus importante est de l'ordre de 40%. L'algorithme d'inversion est donc capable d'estimer raisonnablement ce paramètre important de la dynamique plasmique.

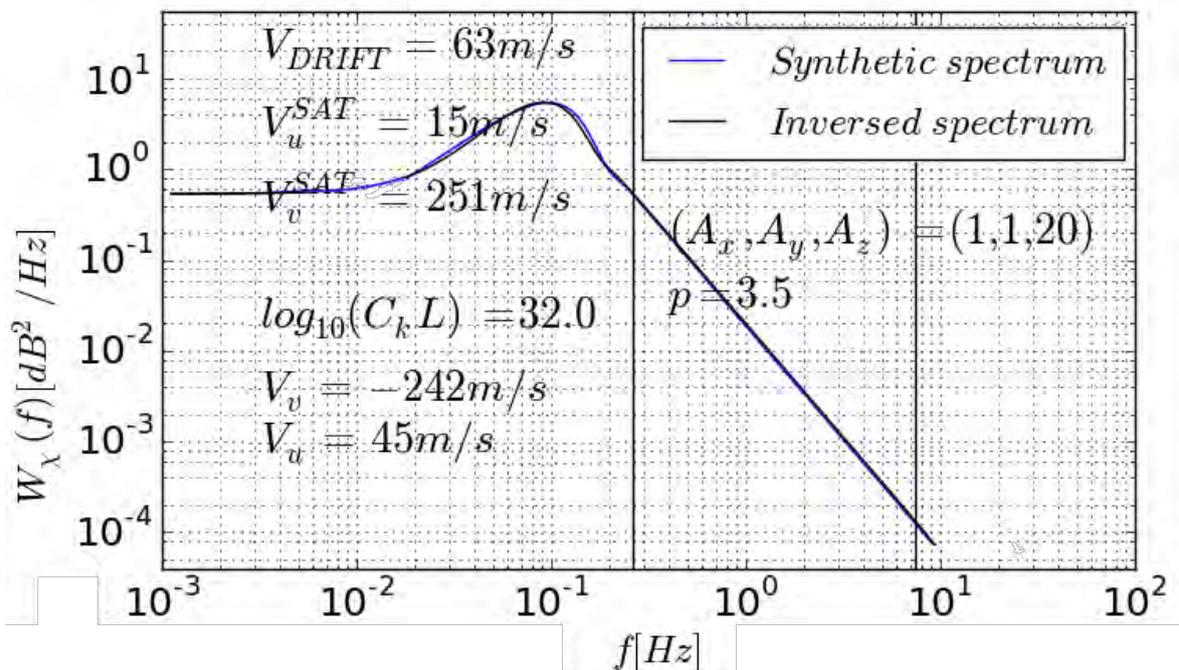


FIGURE 5.8 - SPECTRE SYNTHÉTIQUE (EN BLEU) ET SPECTRE RÉSULTANT DE L'INVERSION (EN NOIR). LES PARAMÈTRES LIÉS À L'INVERSION SONT REPORTÉS SUR LE GRAPHE.

À partir de mesures de S_4 et σ_ϕ d'un unique récepteur GNSS, [Carrano *et al.*, 2016b] obtiennent une estimation de la vitesse de dérive du milieu toute les 60 secondes (en fixant toutefois certains paramètres ionosphériques tels que l'indice spectral ou les ratios d'anisotropie du milieu). De manière concurrente,

une méthode d'estimation dite des récepteurs espacés (spaced-receiver) permet d'obtenir, via un signal VHF en différentes stations, une autre estimation de la vitesse de dérive toutes les 30 secondes. Sur une période de cinq minutes, la valeur médiane de la vitesse de dérive obtenue par la méthode des récepteurs espacés VHF est prise comme référence. Les erreurs par rapport à cette référence sont tracées sous forme d'histogramme en A) de la Figure 5.9. Les mesures proviennent du Cap Vert (au large de Dakar) et ont été acquise durant le mois de septembre 2013. L'histogramme hachuré bleu représente les erreurs sur la vitesse de dérive obtenu par la méthode des récepteurs espacés VHF. C'est par conséquent une mesure de dispersion de l'estimation de la vitesse, par construction (la référence choisie étant obtenue par cette série de mesure). L'histogramme en rouge représente l'erreur d'estimation de la vitesse de dérive par la méthode GNSS. L'écart-type de cette mesure est de de l'ordre de 20 m/s. Le graphe B) représente l'erreur absolue obtenue par l'estimation de la vitesse de dérive par l'algorithme d'inversion ; elle est obtenue à partir des mêmes mesures que le graphe D) de la Figure 5.7. L'écart-type de cet histogramme est de 8.3 m/s. B) se compare avantageusement à l'histogramme rouge de A) ; cela peut s'expliquer par le fait que B) a été obtenu à partir de spectres synthétiques et A) à partir de données réelles, mais également par le fait que l'estimation de A) a été obtenu à partir d'acquisition sur 60 secondes tandis que B) ont été obtenues à partir de 15 minutes de signal synthétique, conférant une meilleure robustesse. Enfin, ainsi que rappelé plus haut, plusieurs paramètres ont été supposés dans le processus d'estimation de vitesse de dérive GNSS par [Carrano *et al.*, 2016b], alors qu'ils ont été inversés pour obtenir la vitesse de dérive à l'origine de B). Au final, nous pouvons constater que l'estimation de la vitesse de dérive par l'algorithme d'inversion systématique montre sa performance en terme d'allure de l'histogramme d'erreur et d'écart-type de l'erreur (plus de 2 fois inférieur à celui de l'histogramme d'erreur rouge des données GNSS du graphe A)).

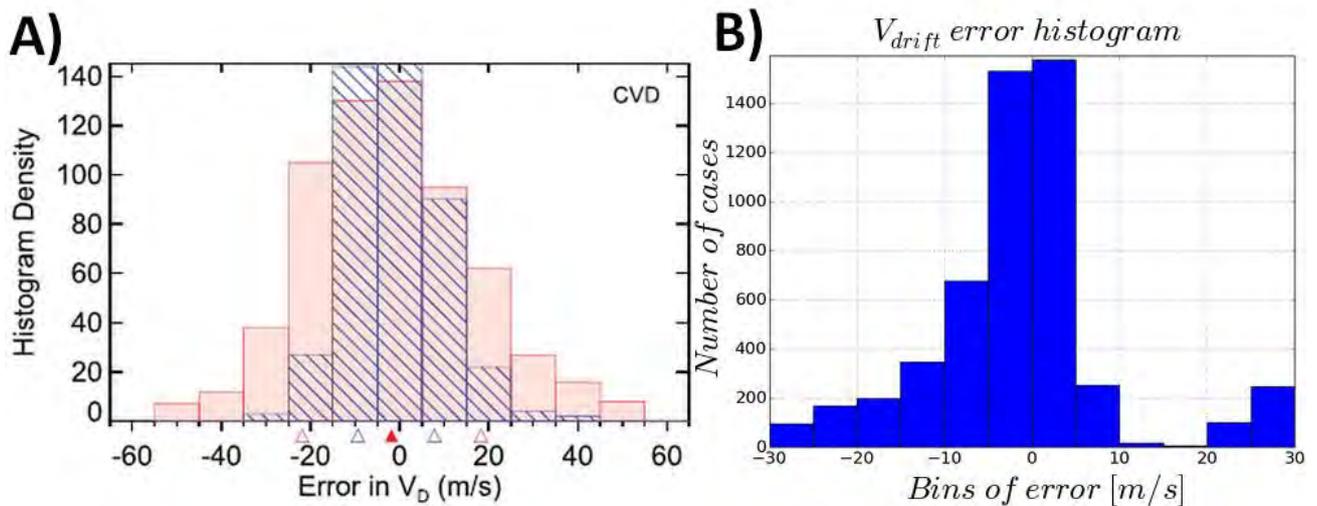


FIGURE 5.9 – HISTOGRAMMES D'ERREUR ABSOLUE SUR L'ESTIMATION DE LA VITESSE DE DÉRIVE DE LA MÉTHODE DE [CARRANO *ET AL.*, 2016B] EN A). L'HISTOGRAMME ROUGE CORRESPOND AUX DONNÉES GNSS, L'HISTOGRAMME HACHURÉ BLEU AUX DONNÉES VHF. EN B), HISTOGRAMME D'ERREUR ABSOLUE SUR LA VITESSE DE DRIFT OBTENU PAR L'ALGORITHME D'INVERSION VIA LES 5760 SPECTRES SYNTHÉTIQUES.

5.2.3 INVERSION D'UN SPECTRE DE LOG-AMPLITUDE EXPÉRIMENTAL

Un exemple d'inversion conduit sur des données expérimentales à 50Hz de SAGAIE est présenté en Figure 5.10. Il provient du satellite 31 ayant subi de la scintillation ionosphérique, en vue à Dakar le 21 mars 2014 entre 00h45 et 01h00. L'inversion a été effectuée sur la même plage de valeurs de A_y et A_z que dans la partie 5.2.1.

Sur cette figure, la droite verticale noire à environ 0.25Hz correspond à la fréquence de coupure estimée sur le spectre mesuré. La seconde droite verticale noire à environ 0.8 Hz correspond à la fréquence maximale d'utilisation du spectre estimée à partir de l'apparition du niveau de bruit. Le calcul de l'erreur

quadratique entre les différents spectres paramétrés par des candidats à l'inversion et le spectre expérimental a été effectué entre la fréquence minimale d'observation et la fréquence d'apparition du plancher de bruit. La fréquence minimale représentée ici (0.04 Hz environ) est supérieure à la fréquence correspondante à l'inverse du temps d'observation comme expliqué au chapitre 3. En effet, le comportement du spectre aux fréquences inférieures à 0.04Hz a été jugé inutilisable en raison de variations importantes, loin du modèle analytique proposé, probablement dues à une non stationnarité statistiques de la turbulence ionosphérique pendant la durée d'acquisition, ou à des effets de propagation (comme décrit en partie 5.1.1). Nous constatons que les spectres présentent une bonne correspondance ; l'inversion peut donc être validée.

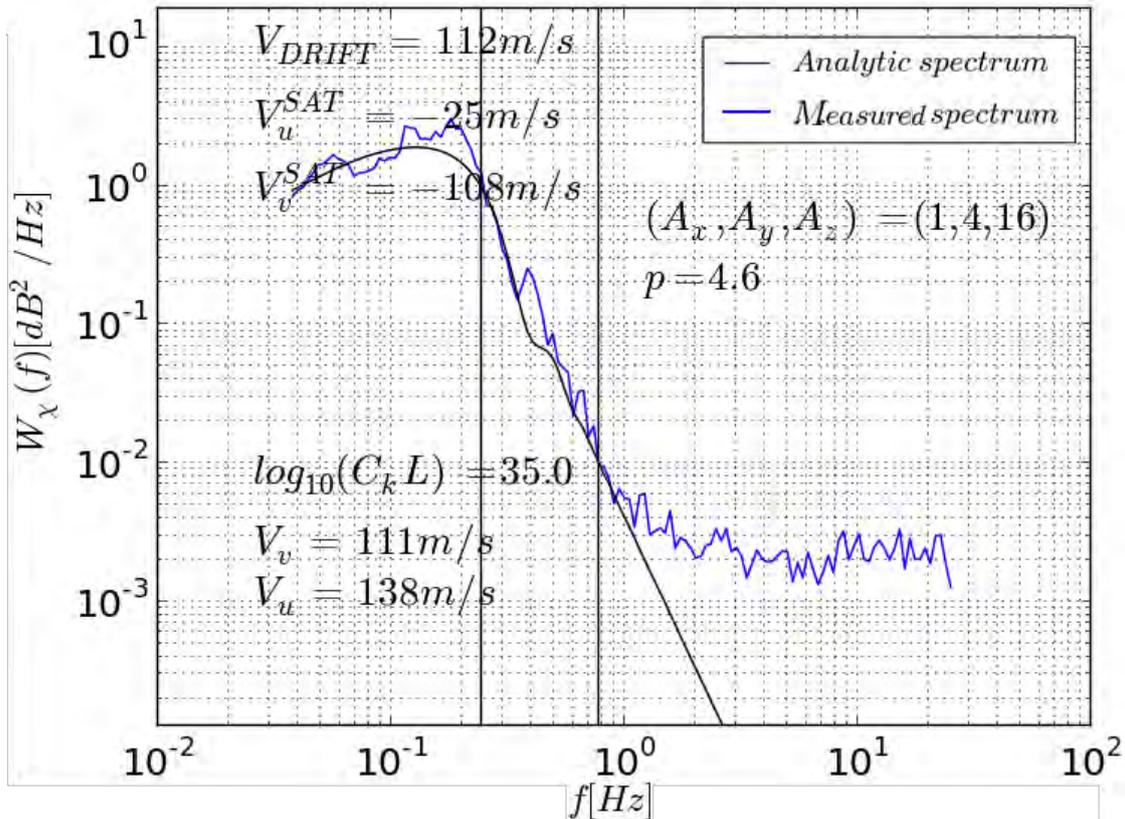


FIGURE 5.10 - EN BLEU, SPECTRE MESURÉ À DAKAR SUR LE PRN 31 LE 21/03/2014 ENTRE 00H45 ET 01H00. EN NOIR, SPECTRE OBTENU EN UTILISANT LES RÉSULTATS DE L'INVERSION DU SPECTRE BLEU. LES PARAMÈTRES OBTENUS PAR L'ALGORITHME D'INVERSION SONT REPORTÉS SUR LE GRAPHE.

5.2.4 LIMITES DE L'INVERSION

Comme discuté en partie 3.5.2, l'observation d'une pente aux hautes fréquences avant le plancher de bruit et d'un comportement aux basses fréquences en plateau est attendue afin de caractériser la fréquence de coupure comme marqueur de la frontière entre les deux régimes. Les signaux GPS L1 C/A de la base de données SAGAIE sont échantillonnés à 50Hz, la fréquence d'observation maximale du spectre est donc de 25Hz (selon le théorème de Shannon). Concernant les basses fréquences, la liaison est considérée durant 15 minutes : cette durée permet d'obtenir une fréquence minimale de $\frac{1}{900} = 0.00111$ Hz et un pas d'échantillonnage de la même valeur ; la gamme de fréquences [0.00111 Hz-25Hz] définit donc la gamme utile pour l'analyse du spectre de log-amplitude mesuré.

En revanche, dans des cas extrêmes où la fréquence de coupure se trouverait en-deçà ou au-dessus des fréquences paliers de l'observation 0.00111Hz et 25Hz, le processus d'inversion ne peut pas être conduit. Ainsi, l'algorithme n'étant pas en mesure de détecter une fréquence de coupure dans l'intervalle de fréquence d'analyse, il retournera un indice de confiance de 0. De même, dans le cas où le spectre de log-amplitude mesuré ne correspond pas au gabarit analytique, l'inversion ne peut pas être conduite

correctement et aucune solution n'est obtenue car le critère d'erreur quadratique moyenne entre le spectre mesuré et le spectre inversé n'est pas satisfait. Ce cas peut se présenter lorsque la scintillation ionosphérique est trop faible devant le bruit de mesure, et que le gabarit du spectre est noyé dans le bruit. En Figure 5.11, nous observons, lors de quelques minutes de réception de signal à 19h30 le 20/07/2014 à Dakar, un spectre de log-amplitude noyé dans le bruit qui ne permet pas de détecter de fréquence de coupure, et donc qui ne peut pas être inversé.

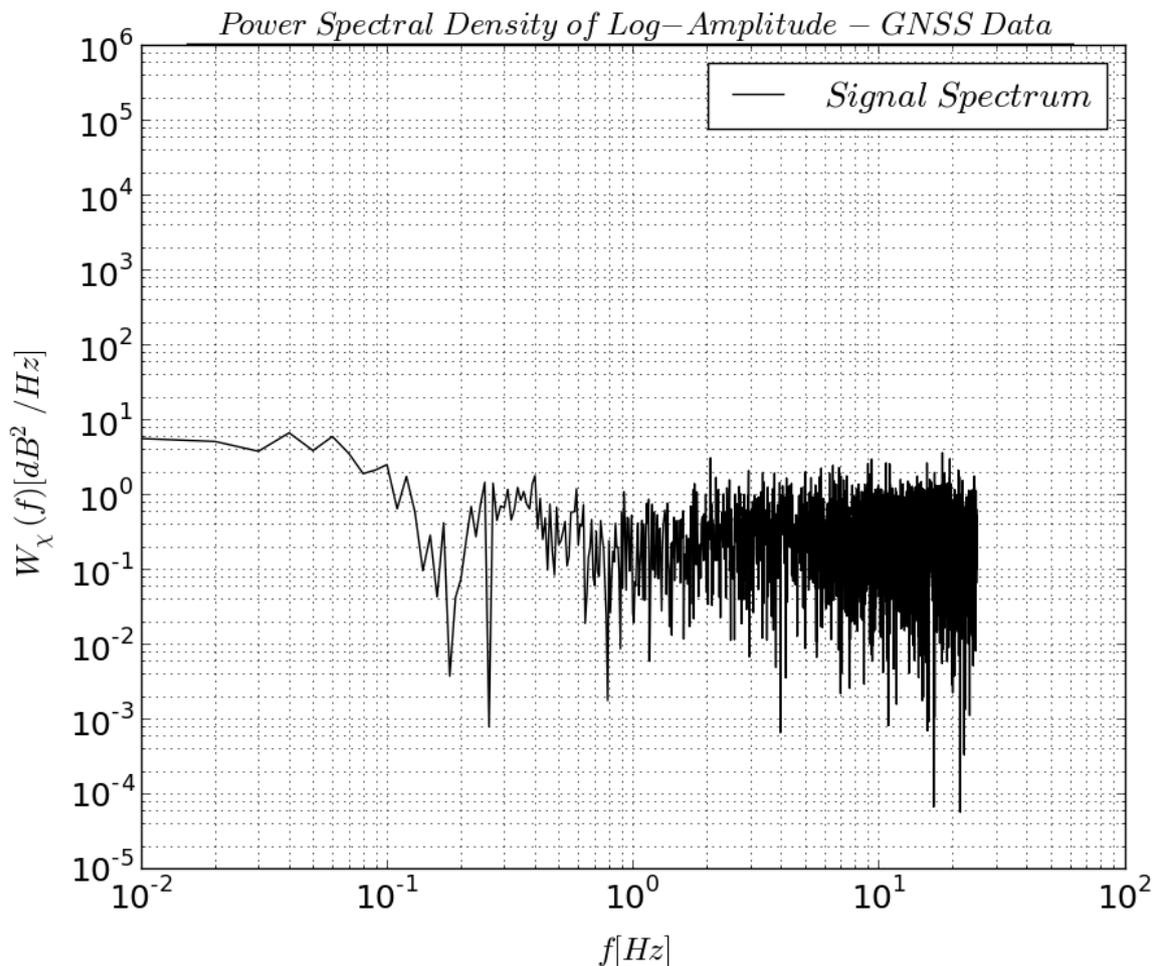


FIGURE 5.11 - SPECTRE DE LOG-AMPLITUDE OBSERVÉ À DAKAR LE 20/07/2014 À 19H30. LA FAIBLE SCINTILLATION IONOSPHERIQUE MÊME À UN SPECTRE DE SCINTILLATION NOYÉ DANS LE BRUIT THERMIQUE.

Une autre limite réside dans les formulations analytiques du chapitre 2, fondatrices de l'algorithme d'inversion des spectres, qui sont développées en régime de faibles perturbations. Ainsi, les événements de forte perturbation ne pourront pas être inversés avec cette technique. D'après l'étude de la partie 2.4 du chapitre 2, les événements pour lesquels $S_4 > 0.75$ ne pourront donc pas être inversés.

Enfin, si les conditions ionosphériques ne correspondent pas aux hypothèses du modèle sous-jacent, comme par exemple si des vitesses de dérive des irrégularités apparaissent non pas vers l'est, mais vers l'ouest, l'algorithme ne permettra pas d'inverser les paramètres du spectre de log-amplitude, et un indice de confiance de 0 sera retourné. Malgré tout, comme cela sera présenté au chapitre 6, le nombre de cas éligible à notre stratégie d'inversion se positionne avantageusement par rapport à l'existant.

5.4 CONCLUSION

Une stratégie d'inversion originale a été mise en place à partir des formulations analytiques et asymptotiques développées sous l'hypothèse de Rytov dans le chapitre 2. A partir de la mesure d'un spectre de log-amplitude en réception, l'algorithme est capable d'obtenir les paramètres du milieu à

l'origine de la scintillation ionosphérique ayant impacté le signal, tels que la force de la turbulence $C_k L$, l'indice spectral p ou encore la vitesse de déplacement du milieu vers l'est, V_{drift} et les ratios d'anisotropie du milieu, (A_y, A_z) . En régime de faibles perturbations, l'algorithme a été testé sur l'inversion d'un spectre de log-amplitude synthétique. Une validation sur un nombre important de spectres synthétiques a montré la robustesse de l'algorithme. Un exemple d'inversion d'un spectre expérimental a également été présenté. La comparaison du spectre obtenu par les formulations analytiques en utilisant les paramètres inversés et du spectre mesuré montre la capacité de l'algorithme à un fonctionnement satisfaisant en présence de spectres bruités par les effets de propagation et le bruit thermique du récepteur. Les limites de l'utilisation de cet algorithme basé sur la théorie analytique du spectre de log-amplitude résident dans la qualité de la mesure du spectre, l'hypothèse de faible perturbation ainsi que les hypothèses établies sur les paramètres non inversés tels que l'épaisseur de la couche ou la vitesse de dérive. L'intérêt du développement d'un tel outil est de pouvoir l'utiliser de façon systématique sur l'ensemble de la base de données SAGAIE lorsque que le signal échantillonné à 50Hz est disponible, puis d'effectuer des analyses statistiques sur les paramètres inversés décrivant le milieu ionosphérique. Cette activité est décrite dans le chapitre suivant.

CHAPITRE 6 : SONDAGE DES IRRÉGULARITÉS IONOSPHERIQUES À L'ÉQUATEUR PAR SIGNAUX GNSS : MISE EN ŒUVRE SUR LA BASE DE DONNÉES SAGAIE

Les signaux GNSS à 50Hz de la base de données SAGAIE présentés dans le chapitre 4 sont ici exploités avec la technique d'inversion décrite dans le chapitre 5 afin d'estimer les paramètres décrivant la turbulence du plasma ionosphérique. Conformément au chapitre 4, la base SAGAIE est constituée de données pluriannuelles couvrant +/-20° en latitude et 30° en longitude. Elle permet d'obtenir une caractérisation intéressante de la scintillation en zone équatoriale. Cependant, tous les événements de scintillation ne sont pas inversés. Il convient donc, en premier lieu, de vérifier que la part d'évènements inversés est représentative de la totalité des données mesurées. L'ensemble des paramètres inversés est ensuite analysé. L'exploration des turbulences du milieu ionosphérique qui en découle permettra de lier certains paramètres descriptifs du milieu turbulent entre eux, et donc à terme de poser les bases d'une climatologie ionosphérique.

6.1 INTRODUCTION À L'INVERSION DES DONNÉES

Le but de cette partie est de quantifier le nombre d'évènements ayant été inversés par rapport à ceux ne l'ayant pas été, faute de convergence de l'algorithme décrit au chapitre 5. Cette analyse préliminaire est fondamentale ; elle présente le calcul de la proportion de données inversées par rapport à l'ensemble de la base de données SAGAIE et permet de vérifier la représentativité de ces données inversées pour la caractérisation du milieu.

6.1.1 DONNÉES 50HZ SAGAIE DISPONIBLES

Comme discuté au chapitre 1 puis confirmé par l'analyse de l'indice S_4 au chapitre 4, les événements de scintillations ionosphériques équatoriales sont observés quasi-exclusivement entre le coucher du soleil (à Dakar, il varie typiquement entre 18h40 et 19h40 heure locale) et la fin de la nuit (entre 4h et 5h). Ainsi, les données qui seront analysées dans cette partie ont été collectées entre 18h et 5h, heures locales. En particulier, une scintillation plus intense et fréquente est observée sur les données entre 19h et 2h, conformément à la figure 1.6 du chapitre 1 et aux figures 4.5 à 4.10 du chapitre 4. 19h correspond à une forte prononciation de l'anomalie d'Appleton, précurseur de la scintillation équatoriale. 2h du matin correspond à la baisse importante de la vitesse de dérive vers l'est comme souligné en Figure 1.17, et à la fin de l'observation de la scintillation intense, conformément à la Figure 1.8. Cet intervalle horaire sera dans la suite dénommé « heures de scintillations ». Il dénote les événements typiques de la scintillation équatoriale qui ont été soulignés en partie 1.2 du chapitre 1.

Les périodes de collecte des données des stations de SAGAIE sont les suivantes :

- Dakar, Sénégal : du 18 juillet 2013 au 7 mai 2015 (1 an et 292 jours),
- Lomé, Togo : du 18 juillet 2013 au 31 décembre 2016 (3 ans et 165 jours).

Les analyses des scintillations équatoriales observées dans la littérature (chapitre 1, partie 1.1) et de la base de données SAGAIE (chapitre 4, partie 4.2) permettent de remarquer que deux périodes distinctes sont à considérer : les périodes d'équinoxes et de solstices. Les événements ayant lieu autour des équinoxes (20 mars au printemps et 22 ou 23 septembre en automne sur la période considérée pour SAGAIE) sont nettement plus nombreux et intenses que ceux ayant lieu autour des solstices (20 ou 21 juin en été et 21 ou 22 décembre en hiver sur la période considérée par SAGAIE). Par conséquent, cette étude différenciera systématiquement les périodes d'équinoxes des périodes de solstices, comme suit :

- périodes d'équinoxes : mois de mars, avril, septembre et octobre,
- périodes de solstices : mois de décembre, janvier, juin, et juillet.

Dans la suite de ce chapitre, toutes les observations se réfèrent à 15 minutes de liaison. Ainsi, tous les spectres expérimentaux de log-amplitude sont issus de séries temporelles expérimentales de 900 secondes (15 minutes), échantillonnées à 50Hz.

6.1.2 LIMITATION DE L'INVERSION SUR LES SPECTRES EN RÉCEPTION

Comme discuté au chapitre 5, dans certains cas l'inversion de données peut ne pas être concluante. L'algorithme d'inversion est basé sur la comparaison du spectre de log-amplitude du signal mesuré avec un gabarit théorique de spectre. Ce gabarit spectral correspond à une région plateau en basses fréquences, une fréquence de coupure f_c , et une décroissance du spectre caractérisée par une pente au-delà de f_c . Par conséquent, **tout type de spectre ne correspondant pas à ce gabarit théorique ne pourra pas être inversé**. Un exemple de spectre ne correspondant pas à ce gabarit est présenté en Figure 6.1 : nous ne constatons pas de fréquence de coupure nette, ni de comportement haute fréquence possédant une pente unique sur le spectre expérimental (en bleu).

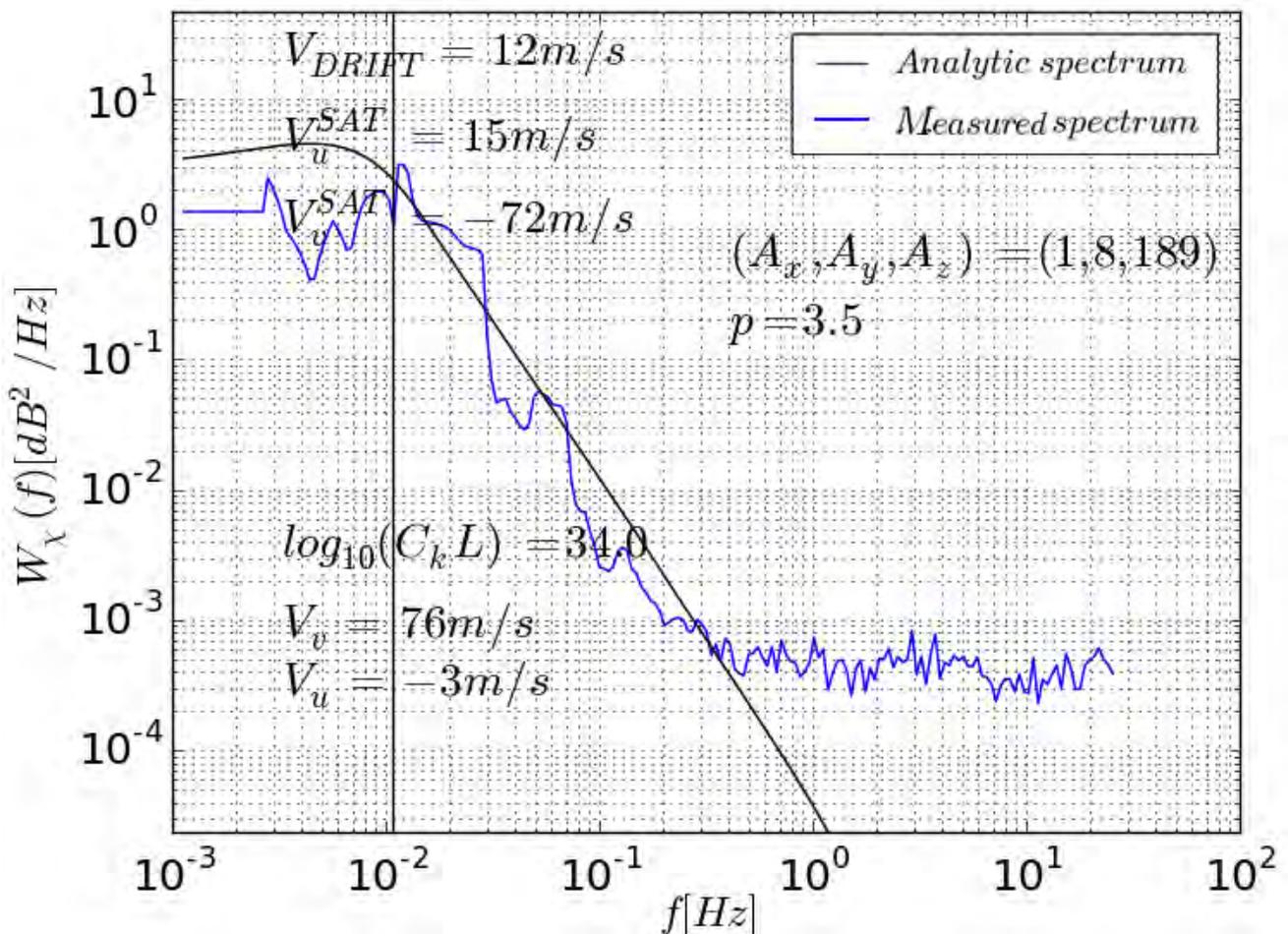


FIGURE 6.1 - SPECTRE DE LOG-AMPLITUDE MESURÉ À DAKAR LE 20/04/2015 À 23H45 (EN BLEU) ET LE SPECTRE SYNTHÉTIQUE OBTENU À PARTIR DES PARAMÈTRES INVERSÉS (EN NOIR). LES PARAMÈTRES INVERSÉS SONT PRÉCISÉS SUR LA FIGURE. L'ALGORITHME A CONCLU À UNE INVERSION NON RÉUSSIE (INDICE DE CONFIANCE 0).

Toutefois, l'algorithme d'inversion a détecté des paramètres d'entrée à l'algorithme d'inversion, tels que la fréquence de coupure (ligne verticale noire). Ceux-ci ne permettent pas d'obtenir un spectre inversé qui suive le spectre mesuré. L'inversion n'a donc pas été réussie. En effet, l'erreur entre l'intégrale mesurée (celle du spectre bleu) et l'intégrale calculée suite à l'inversion est de 40%, ce qui est supérieur aux 15% du seuil de la fonction de coût de l'équation 5.27. L'indice de confiance IND lié à cette inversion

est par conséquent de 0. Plusieurs facteurs peuvent mener à un spectre ne suivant pas le gabarit attendu : une absence de scintillation, des effets de propagation indésirables tels que des multitrajets, ou encore une non-stationnarité statistique d'un évènement de scintillation sur les 15 minutes que dure l'analyse du signal.

Néanmoins, nous pouvons également d'obtenir une inversion non réussie dans le cas où les paramètres principaux de l'inversion sont mal estimés alors que le spectre mesuré correspond au gabarit typique. Sur la Figure 6.2 nous pouvons constater une fréquence de coupure (ligne verticale en pointillés noirs) trop faible par rapport à l'aspect du spectre mesuré, en bleu. Cette mauvaise estimation provient d'une décroissance du spectre avant la fréquence de coupure faible en terme de niveau, mais brutale. Ainsi, le spectre synthétique obtenu grâce aux paramètres inversés est très éloigné du spectre mesuré ; l'inversion n'a pas été réussie sur cet évènement (l'erreur entre l'intégrale mesurée du spectre bleu et l'intégrale calculée suite à l'inversion est de 31%, supérieur aux 15% du seuil de la fonction de coût de l'équation 5.27).

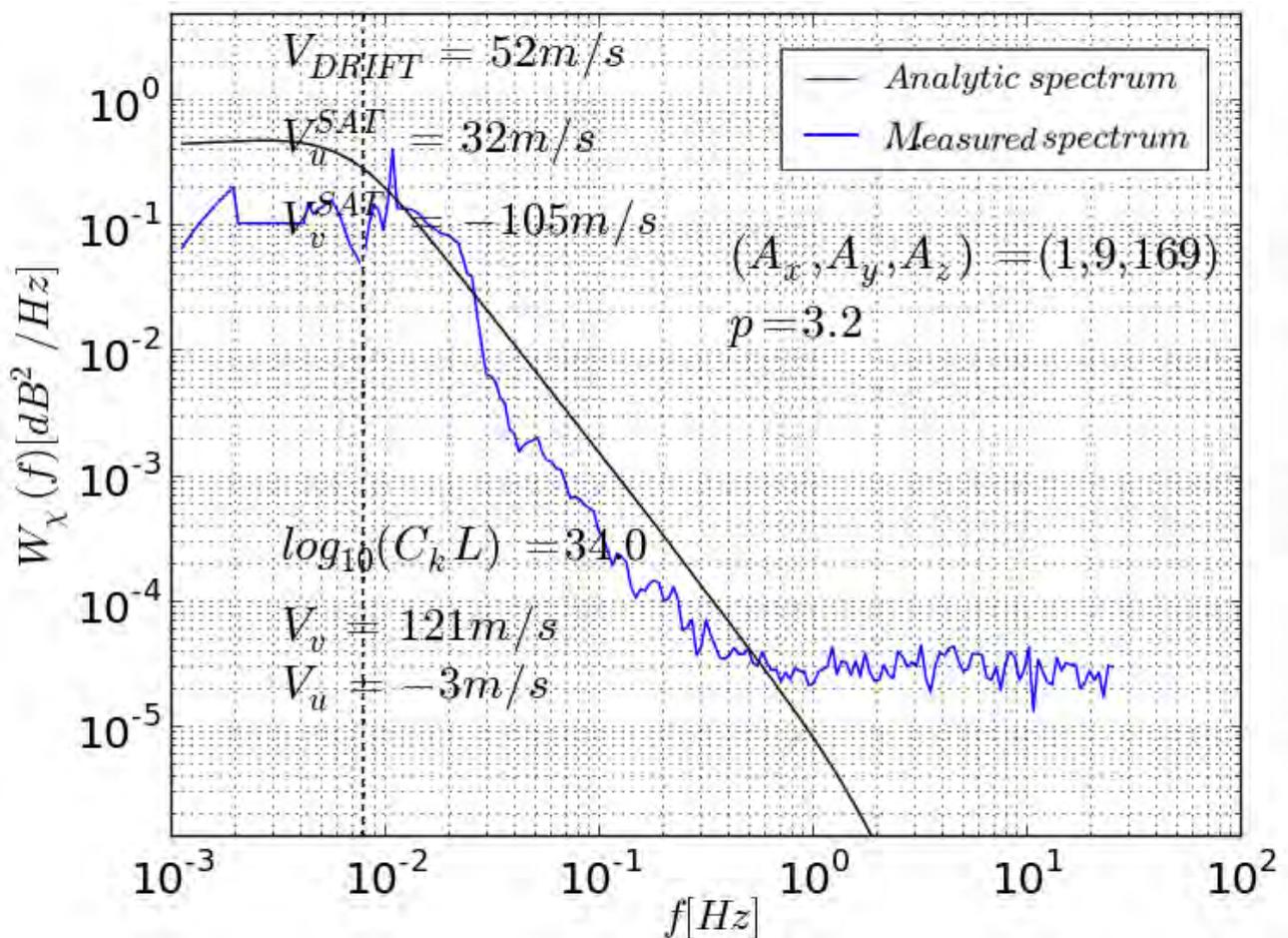


FIGURE 6.2 – SPECTRE DE LOG-AMPLITUDE MESURÉ À DAKAR LE 20/04/2015 À 23H45 (EN BLEU) ET SPECTRE SYNTHÉTIQUE OBTENU À PARTIR DES PARAMÈTRES INVERSÉS (EN NOIR). LES PARAMÈTRES INVERSÉS SONT PRÉCISÉS SUR LA FIGURE. L'ALGORITHME A CONCLU À UNE INVERSION NON RÉUSSIE (INDICE DE CONFIANCE DE 0).

Ces problèmes d'estimation des paramètres d'entrée (plateau basse fréquence, fréquence de coupure, indice spectral, intégrale) de l'algorithme peuvent avoir un autre effet : le polynôme de degré 4 de l'équation 5.19 peut, du fait de leur mauvaise estimation, ne pas avoir de solution réelle positive ; ainsi, c'est l'ensemble de la stratégie d'inversion qui n'a pas de solution dans ces cas spécifiques.

6.1.3 REPRÉSENTATIVITÉ DES DONNÉES INVERSÉES

En Figure 6.3 est représenté le nombre de cas mesurés en fonction de leur valeur d'indice S_4 (intervalles de 0.025 en S_4). La courbe bleue représente l'ensemble de la base de données, la courbe noire correspond

aux périodes de solstices et la courbe rouge aux périodes d'équinoxes. Une échelle logarithmique est utilisée en ordonnées afin de pouvoir analyser sur la même figure les nombres importants de S_4 faibles et les nombres faibles de S_4 forts. Nous pouvons remarquer que ces courbes ont des variations similaires à celles de la Figure 6.4, qui représentent cette fois le nombre d'évènements inversés en fonction de leur indice S_4 (intervalles de 0.025), avec le même code de couleurs que la Figure 6.3. La faisabilité de l'inversion est donc indépendante des valeurs de S_4 , quelle que soit la période considérée (équinoxes, solstices, totalité de la base). En revanche, le nombre de cas mesurés et de cas inversés (quelle que soit la période considérée) diffère significativement.

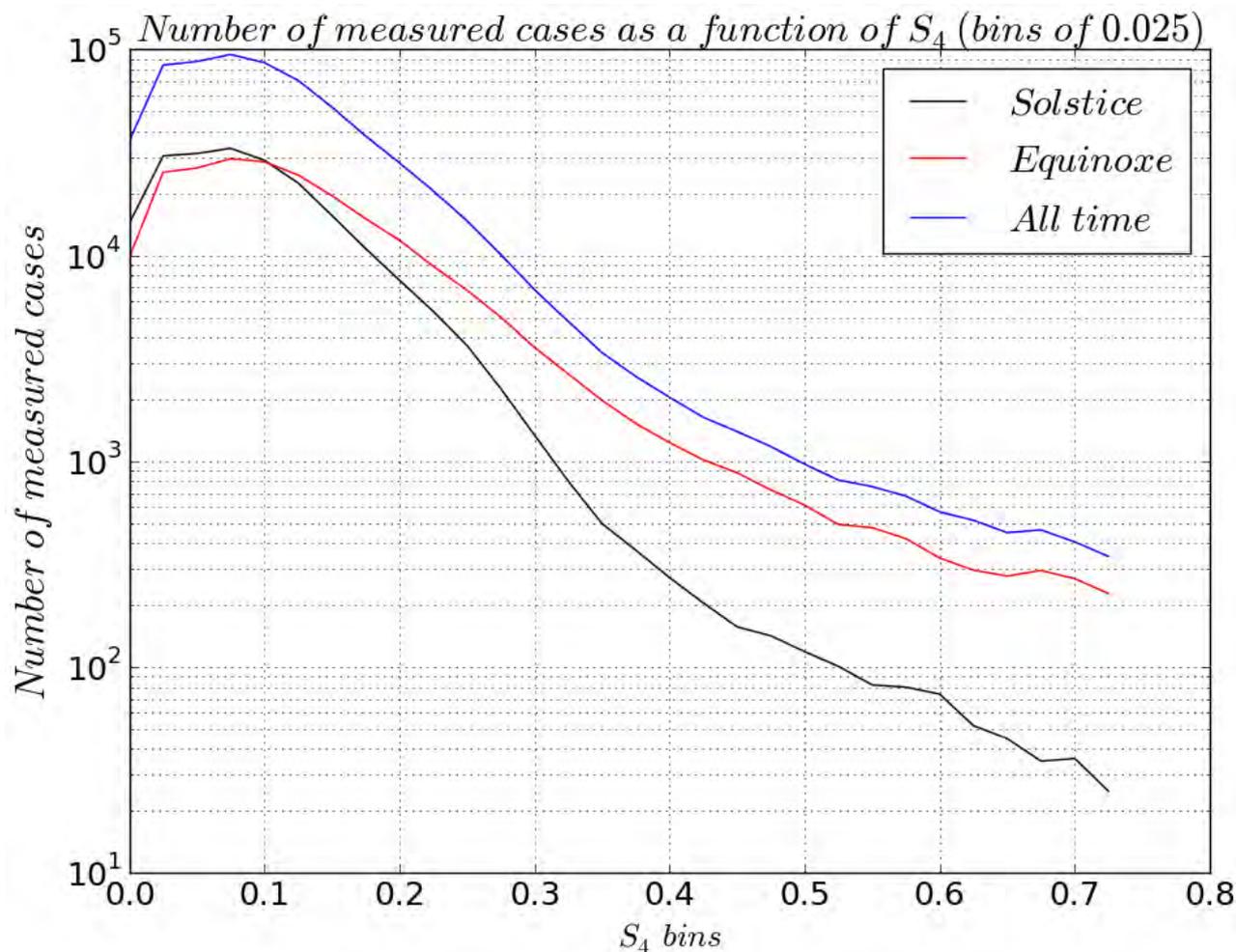


FIGURE 6.3 - NOMBRE D'ÉVÈNEMENTS OBSERVÉS EN FONCTION DE LEUR INDICE S_4 (INTERVALLES DE 0.025) DURANT LA PÉRIODE DE SOLSTICE (COURBE NOIRE), LA PÉRIODE D'ÉQUINOXES (COURBE ROUGE) ET SUR TOUTES LES DONNÉES (COURBE BLEUE).

À la période des équinoxes, 228 441 périodes de 15 minutes ont été observées, et donc autant de spectres de log-amplitude expérimentaux. Parmi ceux-ci, 58 237 ont été inversée avec succès, soit **25%**.

À la période des solstices, 210 098 spectres expérimentaux sur 15 minutes ont été observés, parmi ceux-ci, 33 724 ont été inversés avec succès, soit **16%**.

Sur **l'ensemble de la base de données**, 652 397 spectres expérimentaux ont été mesurés. Parmi ceux-ci, 132 805 ont été inversés avec succès, soit **20.35%** de la base de données. À titre de comparaison, l'analyse de la base de données CHAIN par [Mushini, 2012] a été effectuée sur 400 mesures, observées entre 2009 et 2011, un nombre bien plus faible que ce qui est considéré dans cette étude. [Carrano *et al.*, 2016b] effectuent une campagne de test sur un mois de données uniquement, ce qui correspond à un volume de données également beaucoup plus faible que ce qui est considéré dans ce chapitre.

La Figure 6.5 analyse le rapport entre le nombre de spectres inversés et mesurés en fonction de leur S_4 (intervalles de 0.025), le code couleur est le même que précédemment. Les variations importantes que l'on observe pour $S_4 > 0.4$ pour la courbe correspondant au solstice (la courbe noire) sont principalement dues au fait que moins de 100 cas par intervalle sont considérés pour ces fortes valeurs de S_4 , rares aux périodes de solstices ; les statistiques sont ainsi moins représentatives que les intervalles où plus de cas sont disponibles. Les deux autres courbes montrent une légère croissance entre 20 et 40% du ratio de cas inversés. Cette croissance est liée au fait que lorsque la scintillation est plus prononcée, le spectre de log-amplitude se rapproche du gabarit théorique et peut être mieux inversé que lorsque la scintillation est faible, et que le spectre est noyé dans le bruit thermique du récepteur GNSS.

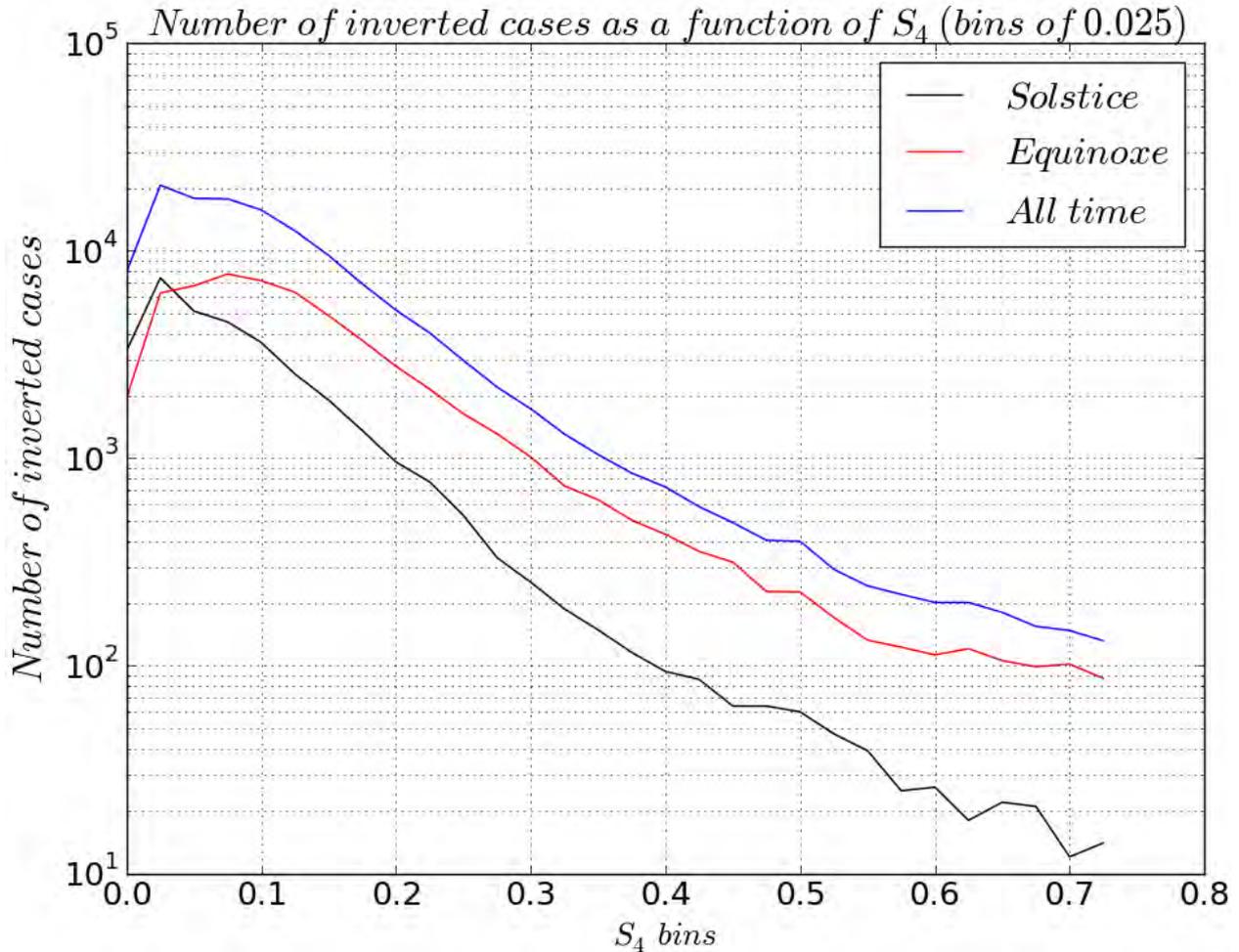


FIGURE 6.4 - NOMBRE D'ÉVÈNEMENTS INVERSÉS EN FONCTION DE LEUR S_4 (INTERVALLES DE 0.025) DURANT LA PÉRIODE DE SOLSTICE (COURBE NOIRE), LA PÉRIODE D'ÉQUINOXES (COURBE ROUGE) ET SUR TOUTES LES DONNÉES (COURBE BLEUE).

En pourcentage, plus de cas ont été inversés lors des équinoxes, où la scintillation est plus souvent présente et plus intense. Le plafond à la période des équinoxes est d'environ 1 cas inversé sur 4 mesurés, lesquels comprennent les cas où la scintillation peut être faible ou absente, même en période d'équinoxe. Pour les $S_4 > 0.4$, qui correspondent à une scintillation moyennement à fortement intense, entre 30% et 40% des cas sont inversés (quelle que soit la période). Nous pouvons également noter que [Knight *et al.*, 1998] observent une baisse de performance de la technologie GPS à partir d'une valeur $S_4 = 0.8$. Ainsi, entre $S_4 = 0.4$ et $S_4 = 0.75$, la performance de l'inversion est donc sensiblement améliorée.

L'étude de la scintillation par inversion des données GNSS menée ici est systématique pour les $S_4 < 0.75$, et 20% des spectres mesurés sont inversés. Ce pourcentage qui peut sembler faible concerne néanmoins un nombre très important de cas par rapport aux études de la littérature. Nous avons notamment vu que cet échantillon des données inversées est représentatif des cas en

vue. Dans la suite de ce chapitre, toutes les données considérées sont celles résultant de l'inversion.

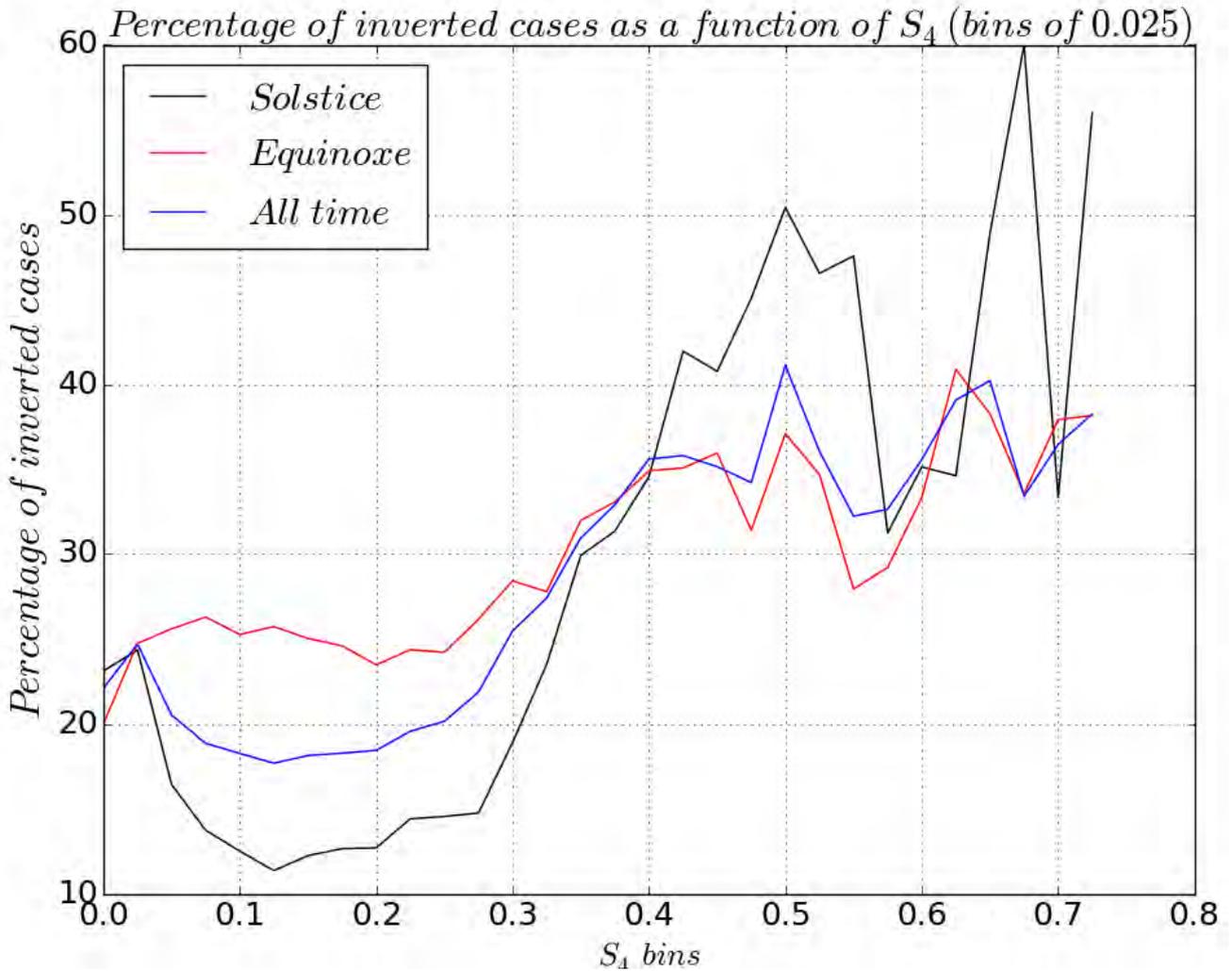


FIGURE 6.5 - RATIO ENTRE LE NOMBRE D'ÉVÈNEMENTS INVERSÉS ET LE NOMBRE D'ÉVÈNEMENTS MESURÉS EN FONCTION DE LEUR S_4 (INTERVALLES DE 0.025) DURANT LA PÉRIODE DE SOLSTICE (COURBE NOIRE), LA PÉRIODE D'ÉQUINOXE (COURBE ROUGE) ET SUR L'ENSEMBLE DES DONNÉES (COURBE BLEUE).

6.2 INDICE DE SCINTILLATION D'AMPLITUDE

Les indices d'amplitude S_4 correspondant aux données GNSS inversées sont analysés dans cette partie. Ces indices sont calculés via l'intégrale du spectre mesuré qui a été inversé, conformément à l'équation 3.14. Chacun de ces indices correspond donc à une mesure de 15 minutes, contrairement aux indices S_4 calculés par TAS sur une minute et qui sont analysés chapitre 4. De la même manière que dans le chapitre 4, la Figure 6.6 et la Figure 6.7 proposent le pourcentage d'occurrence de la mesure d'un indice S_4 supérieur à un seuil (0.1, 0.3 ou 0.5) observé depuis Dakar et Lomé, en fonction du jour de l'année (regroupé en périodes de 5 jours) et de l'heure locale (une mesure toutes les 15 minutes). La résolution temporelle sur l'axe des jours est donc cinq fois plus faible que pour les Figures 4.5 à 4.9 du chapitre 4, où les jours n'ont pas été regroupés, et où les S_4 sont observés chaque minute. De plus, moins d'évènements sont considérés que dans les figures du chapitre 4 ; en effet, pour la Figure 6.6 à Dakar par exemple, dans le cadre de l'inversion, moins de deux ans de données ont été utilisées. Au total, ce sont 90 456 évènements qui sont inversés et utilisés dans cette figure, contre plus de 12 millions de valeurs utilisées pour la figure équivalente dans le chapitre 4.

Les caractéristiques de la scintillation ionosphérique équatoriale sont cependant marquées sur ces deux figures. À Dakar, en Figure 6.6, des caractéristiques similaires à la Figure 4.5 peuvent être remarquées :

20h semble être le début d'une scintillation intense (sur les trois graphes), qui s'achève progressivement dans la nuit. Cette tendance est observée quel que soit le seuil de S_4 considéré. Une baisse importante de l'occurrence de la scintillation ionosphérique est observée aux solstices, avec toutefois une tendance plus nette pour le solstice d'été. La scintillation semble fréquente pour les premiers et les derniers jours de l'année, proches du solstice d'hiver. Cette observation a également été constatée en Figure 4.5. L'influence des satellites d'élévation faible est également observée sur les graphes A) et B) via des lignes obliques, comme c'était le cas au chapitre 4. Néanmoins, ces événements possèdent un spectre de log-amplitude correspondant au gabarit analytique. Ainsi, ils sont peu susceptibles d'être affectés par des multi-trajets, et correspondent plus sûrement à des satellites bas sur l'horizon, comme cela avait été montré pour la station de Ouagadougou au chapitre 4.

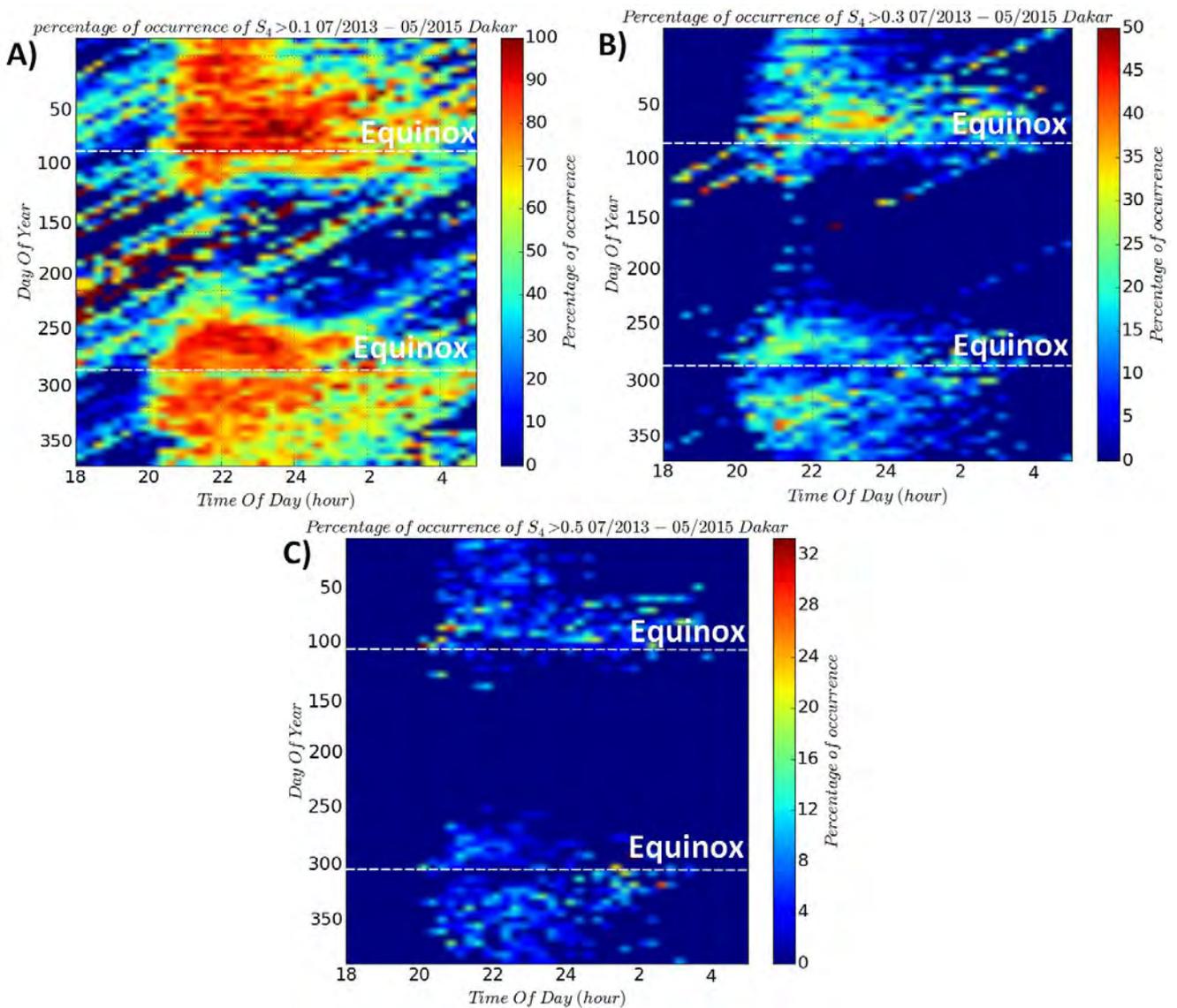


FIGURE 6.6 - POURCENTAGE D'OCCURRENCE DE LA MESURE D'UN INDICE DE SCINTILLATION S_4 SUPÉRIEUR À UN SEUIL EN FONCTION DU JOUR DE L'ANNÉE ET DE L'HEURE LOCALE À DAKAR, SÉNÉGAL POUR LA PÉRIODE DE JUILLET 2013 À MAI 2015.
A) SEUIL DE 0.1, B) SEUIL DE 0.3, C) SEUIL DE 0.5. TOUTES LES OBSERVATIONS ONT SATISFAIT À L'INVERSION.

Sur la Figure 6.7, à Lomé, des caractéristiques similaires à celles observées sur les indices S_4 calculés sur une minute par TAS (cf. Figure 4.7) peuvent être mises en évidence. La scintillation ionosphérique apparaît avant 20h, et s'achève autour de 00h, donc plus tôt qu'à Dakar. Les trois graphes montrent une baisse importante de l'occurrence de la scintillation ionosphérique aux solstices. Néanmoins, contrairement à Dakar, cette baisse est plus importante pour la scintillation moyenne à forte (graphes B et C) que pour la faible scintillation (graphe A) qui reste présente notamment autour du solstice d'hiver. Contrairement à Dakar, la scintillation ionosphérique d'intensité moyenne à forte à Lomé est peu

présente autour du solstice d'hiver. Cette différence rappelle la forte variabilité en longitude et en latitude des caractéristiques de la scintillation ionosphérique [Aarons, 1993]. D'une manière générale, la comparaison des niveaux d'occurrence de la scintillation ionosphérique sur les trois graphes des Figure 6.6 à Dakar et Figure 6.7 à Lomé montrent une scintillation plus intense à Dakar qu'à Lomé. Or, cette conclusion ne peut pas clairement être établie en comparant les Figures 4.5 et 4.7. Elle découle probablement du fait que les données utilisées dans ce chapitre pour caractériser la scintillation à Dakar ont été collectées sur des périodes différentes. Pour Dakar, les données ont été mesurées en fin d'année 2013, en 2014 et au début de 2015, période de maximum du cycle solaire actuel (voir Figure 4.3) tandis qu'en plus de cette période, à Lomé la fin de 2015 et l'année 2016 sont également considérées. Ces années sont dans les parties descendantes et basses du cycle d'activité solaire, et ramènent donc une activité de scintillation moins fréquente et moins intense dans les statistiques.

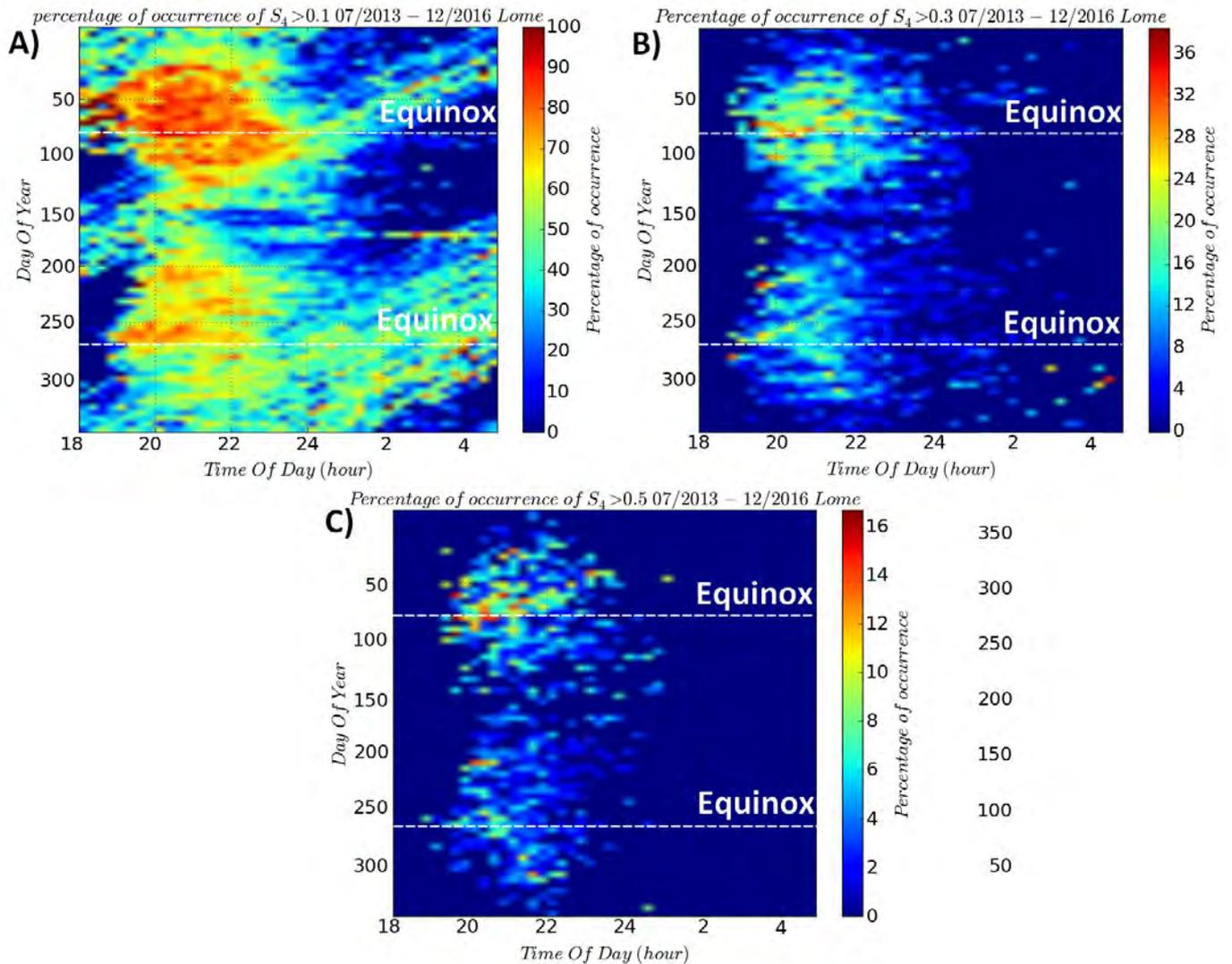


FIGURE 6.7 - POURCENTAGE D'OCCURRENCE DE LA MESURE D'UN INDICE DE SCINTILLATION S_4 SUPÉRIEUR À UN SEUIL EN FONCTION DU JOUR DE L'ANNÉE ET DE L'HEURE LOCALE À LOMÉ, SÉNÉGAL POUR LA PÉRIODE DE JUILLET 2013 À JANVIER 2017. A) SEUIL DE 0.1, B) SEUIL DE 0.3, C) SEUIL DE 0.5. TOUTES LES OBSERVATIONS ONT SATISFAIT À L'INVERSION.

La position spatiale des IPP sur une carte d'Afrique de l'Ouest des évènements de scintillation ionosphérique observés depuis Dakar et Lomé entre 19h et 02h en période d'équinoxe est proposée en Figure 6.8. L'échelle de couleur représente la valeur de l'indice de scintillation S_4 . Sur cette figure, outre les trajectoires des satellites GNSS observés, une tendance se détache clairement : une concentration de S_4 relativement forts est observée au sud de Lomé (coordonnées : 1.2 E, 6.1 N) et au nord de Dakar (coordonnées : 17.3°W, 14.7°N). Ces S_4 forts ne sont pas uniquement la conséquence de la faible élévation de la liaison, dont dépend cet indice. Pour preuve, au nord, à l'ouest ou à l'est de Lomé, les IPP

ont les mêmes élévations qu'au sud, mais leurs S_4 sont moins forts. Les deux zones de S_4 forts mises en évidence se situent à $[18^\circ\text{N} - 22^\circ\text{N}]$ pour la zone observée depuis Dakar et $[2^\circ\text{N}, -2^\circ\text{S}]$ pour la zone observée depuis Lomé. Elles correspondent bien aux régions de crêtes équatoriales, réparties de part et d'autre de l'équateur magnétique. Ces régions sont propices à l'apparition de scintillation équatoriale en raison des mécanismes de dynamique ionosphérique qui y concentrent une bonne partie du plasma conformément à l'effet de fontaine équatoriale expliqué en partie 1.2, au chapitre 1 et mis en évidence en partie 4.2, du chapitre 4.

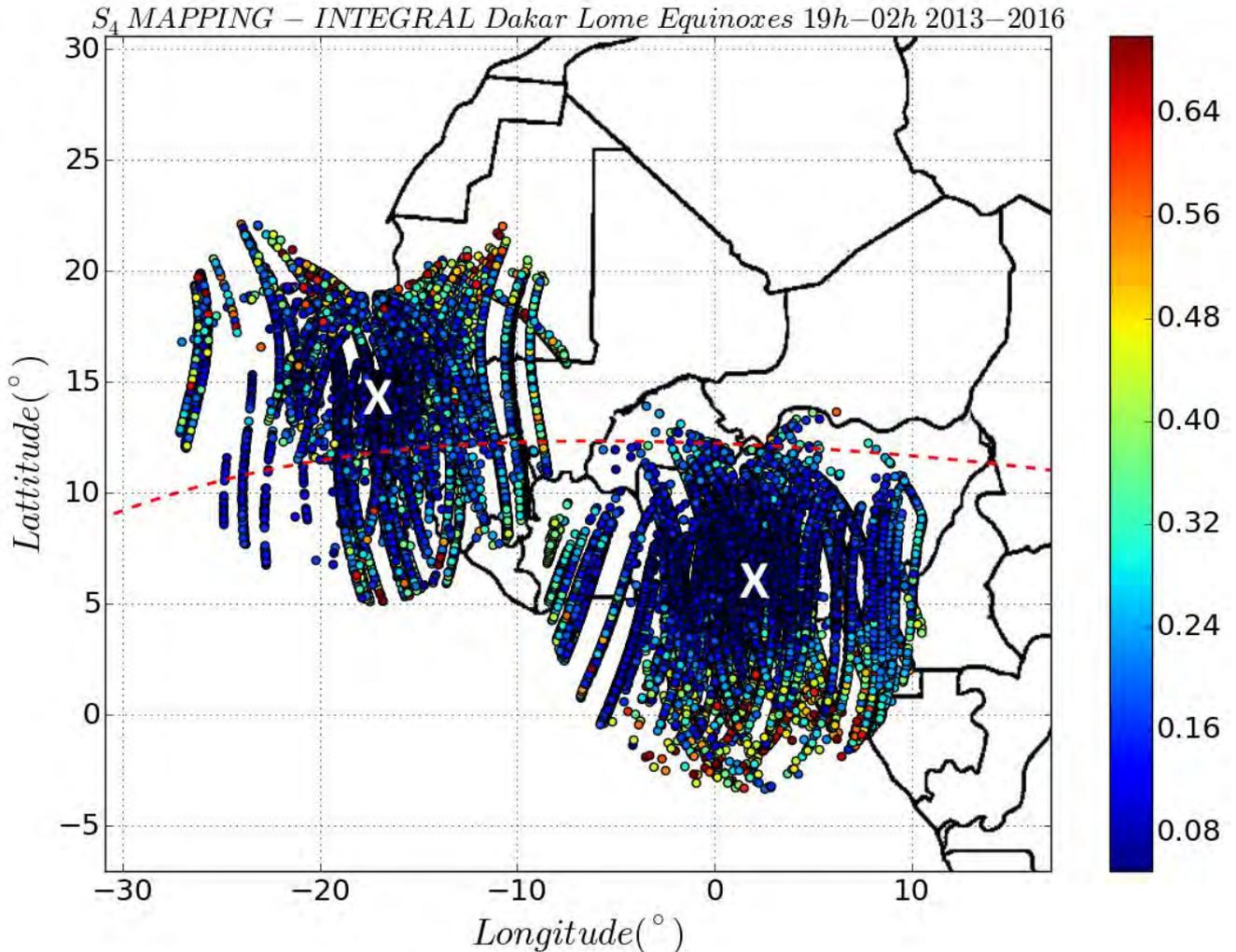


FIGURE 6.8 - ÉVÈNEMENTS DE SCINTILLATION IONOSPHERIQUE TRACÉS EN FONCTION DE LA LONGITUDE ET DE LA LATITUDE GÉOGRAPHIQUE À L'IPP. LA COULEUR REPRÉSENTE L'INDICE DE SCINTILLATION D'AMPLITUDE S_4 . L'ÉQUATEUR MAGNÉTIQUE EST REPRÉSENTÉ EN POINTILLÉS ROUGES. LES ÉVÈNEMENTS SONT OBTENUS PAR INVERSION EN PÉRIODE D'ÉQUINOXE AUX HORAIRES DE SCINTILLATIONS (19H-2H). LES POSITIONS DE LOMÉ ET DAKAR SONT SIGNALÉES PAR DES CROIX BLANCHES.

Dans cette partie, la **représentativité des résultats d'inversion a été étudiée** par l'analyse horaire et annuelle des indices de scintillation inversés. Certaines **caractéristiques de la scintillation ionosphérique ont été retrouvées comme les tendances en période d'équinoxe et de solstice et sont comparables à celles mises en évidence dans le chapitre 4.** L'analyse spatiale des indices S_4 aux équinoxes permet de mettre en évidence la **zone de crêtes équatoriales**.

En conséquence, l'algorithme d'inversion appliqué aux données GNSS collectées à Dakar et à Lomé permet la restitution des indices S_4 mesurés dont la variabilité temporelle (horaire, annuelle) et spatiale (effet de fontaine équatoriale) est conforme à la littérature.

6.3 INDICE SPECTRAL (p)

Dans cette partie, les indices spectraux obtenus par inversion des données SAGAIE sont étudiés.

En Figure 6.9.A, l'histogramme de l'indice spectral p est représenté aux périodes d'équinoxes, aux horaires de scintillations (pour rappel, 19h-2h). En B, l'histogramme de l'indice spectral est proposé, cette fois aux périodes de solstices, aux horaires de scintillations.

Ces deux graphes sont comparables en termes de valeurs à la Figure 1.20 qui donne les indices spectraux observés par [Béniguel *et al.*, 2011] depuis Cayenne. Les indices spectraux supérieurs à 5 ne pouvant être inversés, ceux éventuellement observés ne sont ici pas considérés. Ils correspondent à moins de 1% de l'ensemble de la base de données. En comparant ces deux figures, nous pouvons remarquer que la distribution de p aux équinoxes comporte moins de valeurs faibles qu'aux solstices. Cette tendance est également confirmée par la moyenne de p aux équinoxes, 4.05, supérieure à la moyenne de p aux solstices, 3.93. Les écarts-types sont de 0.544 aux équinoxes et 0.601 aux solstices.

Cette différence peut s'expliquer par le fait qu'il y a une forte hausse des occurrences de p aux équinoxes après 3.5 ; cette croissance est beaucoup plus progressive aux solstices.

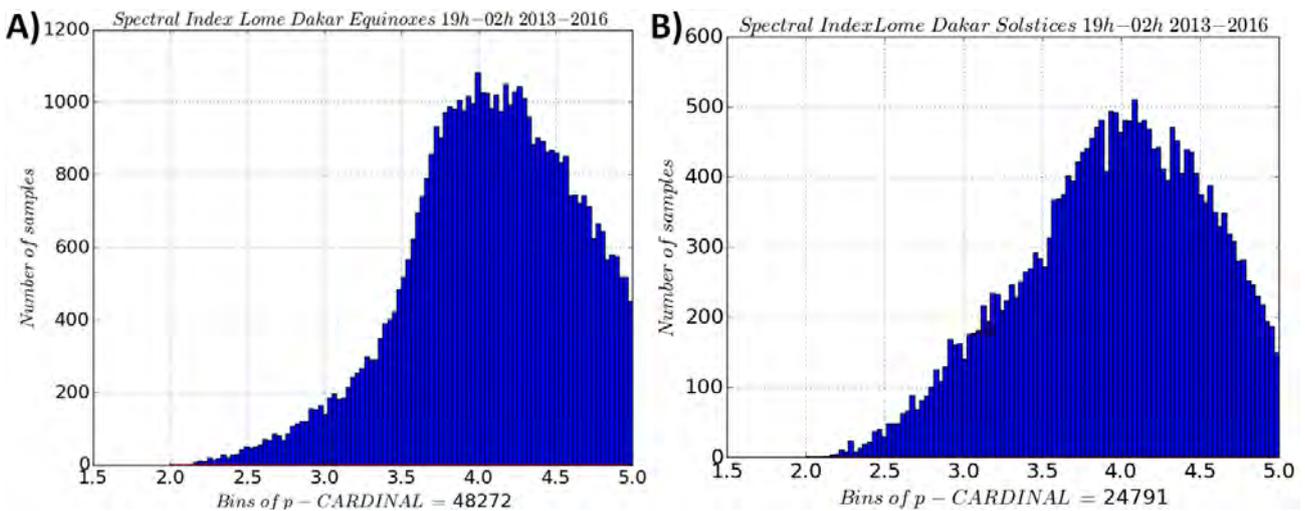


FIGURE 6.9 - HISTOGRAMME DE L'INDICE SPECTRAL EN PÉRIODES D'ÉQUINOXES AUX HORAIRES DE SCINTILLATION EN A) ET EN PÉRIODES DE SOLSTICES AUX HORAIRES DE SCINTILLATION EN B).

Sur la Figure 6.10, l'éventuelle corrélation entre la valeur de l'indice spectral p et de l'indice S_4 est investiguée : la valeur moyenne de l'indice spectral est tracée en fonction d'intervalles de S_4 (pas de 0.05) aux horaires de scintillation. La courbe rouge correspond aux périodes des équinoxes, et la courbe noire aux périodes des solstices. Dans les deux cas, une corrélation claire semble s'établir : l'indice spectral est une fonction croissante de l'indice S_4 de 0 à 0.4. Bien que les variations ne soient pas très importantes (0.8 unité de p au maximum), la tendance se dégage clairement. Une légère baisse est observée entre $S_4 = 0.45$ et $S_4 = 0.7$. Cela peut s'expliquer par le fait que pour de telles valeurs de S_4 , peu de données ont été utilisées, rendant la statistique moins fiable. De plus, dans le régime de forte perturbation (dont l'analyse détaillée n'est pas l'enjeu de cette thèse), la pente du spectre de log-amplitude a tendance à saturer [Tatarskii, 1971] [Jiao *et al.*, 2016]. Elle finit par ne plus être liée à l'indice spectral. Pour les fortes valeurs de S_4 considérées, les prémices d'un phénomène de saturation de la pente du spectre sont peut-être observées. La valeur moyenne de p passe de 4.4 à 4.2 : si ce phénomène est observé, il n'est toutefois pas marqué.

Un lien entre indices spectraux et S_4 a de plus été observé par [Béniguel *et al.*, 2011], en fonction de l'heure locale aux latitudes équatoriales. En particulier, la variation de p est conforme à celle de S_4 . Ce résultat confirme donc la tendance observée par l'inversion des données SAGAIE.

Les histogrammes de l'indice spectral aux équinoxes et aux solstices issus de l'inversion des données SAGAIE nous ont permis de souligner sa dépendance saisonnière. Aux équinoxes, une moyenne légèrement plus élevée (différence de 0.12), et un écart-type plus faible (différence de 0.067) qu'aux solstices est observé. Une conformité dans les variations de S_4 et p été montrée, conformément à la littérature.

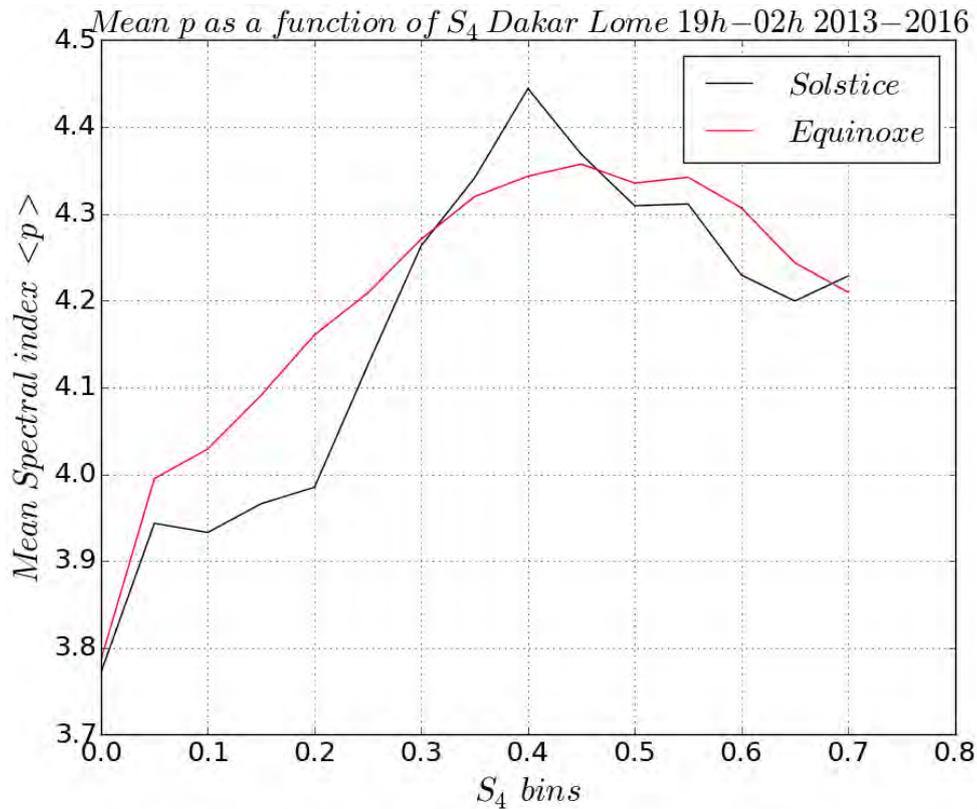


FIGURE 6.10 – MOYENNE DE L'INDICE SPECTRAL EN FONCTION DE L'INTERVALLE DE S_4 CORRESPONDANT (INTERVALLES DE 0.05) AUX HORAIRES DE SCINTILLATIONS. LA COURBE NOIRE CORRESPOND AUX PÉRIODES DE SOLSTICES, ET LA COURBE ROUGE AUX PÉRIODES D'ÉQUINOXES.

6.4 FORCE DES IRRÉGULARITÉS INTÉGRÉE EN ALTITUDE ($C_k L$)

6.4.1 REPRÉSENTATION STATISTIQUE

Le paramètre de force des irrégularités intégrée en altitude $C_k L$ est central dans la description du milieu ; il définit la force de la turbulence et par conséquent l'intensité de la scintillation ionosphérique.

Sur la Figure 6.11 sont représentées en rouge les fonctions de densité de probabilité (pdf) de $\log_{10}(C_k L)$ en période de solstices en A) et en période d'équinoxes en B). Pour les solstices, la moyenne de $\log_{10}(C_k L)$ est de 32.2 et l'écart-type est de 1.05. Pour les équinoxes, la moyenne de $\log_{10}(C_k L)$ est de 32.6, et l'écart-type est de 1.03. Cette différence de moyenne peut s'expliquer par le fait que les événements ayant lieu lors des équinoxes sont plus intenses, comme cela a déjà été noté (partie 6.1 ou chapitre 1 et chapitre 4 par exemple), ce qui correspond à des $C_k L$ plus forts.

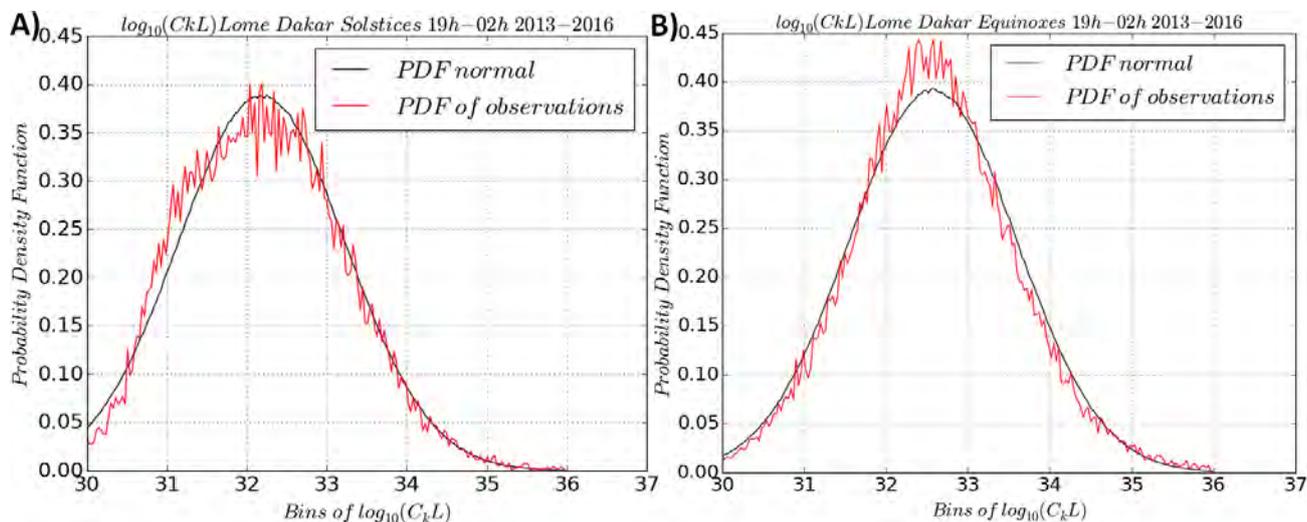


FIGURE 6.11 - LES COURBES ROUGES REPRÉSENTENT LA PDF DE $\log_{10}(C_k L)$ EN PÉRIODE DE SOLSTICES AUX HORAIRES DE SCINTILLATION AU GRAPHE A) ET EN PÉRIODE D'ÉQUINOXES AUX HORAIRES DE SCINTILLATION AU GRAPHE B). LES COURBES NOIRES CORRESPONDENT À LA PDF D'UNE LOI NORMALE DE MÊME MOYENNE ET ÉCART-TYPE QUE LES $\log_{10}(C_k L)$ OBSERVÉS SUR LES DEUX GRAPHES.

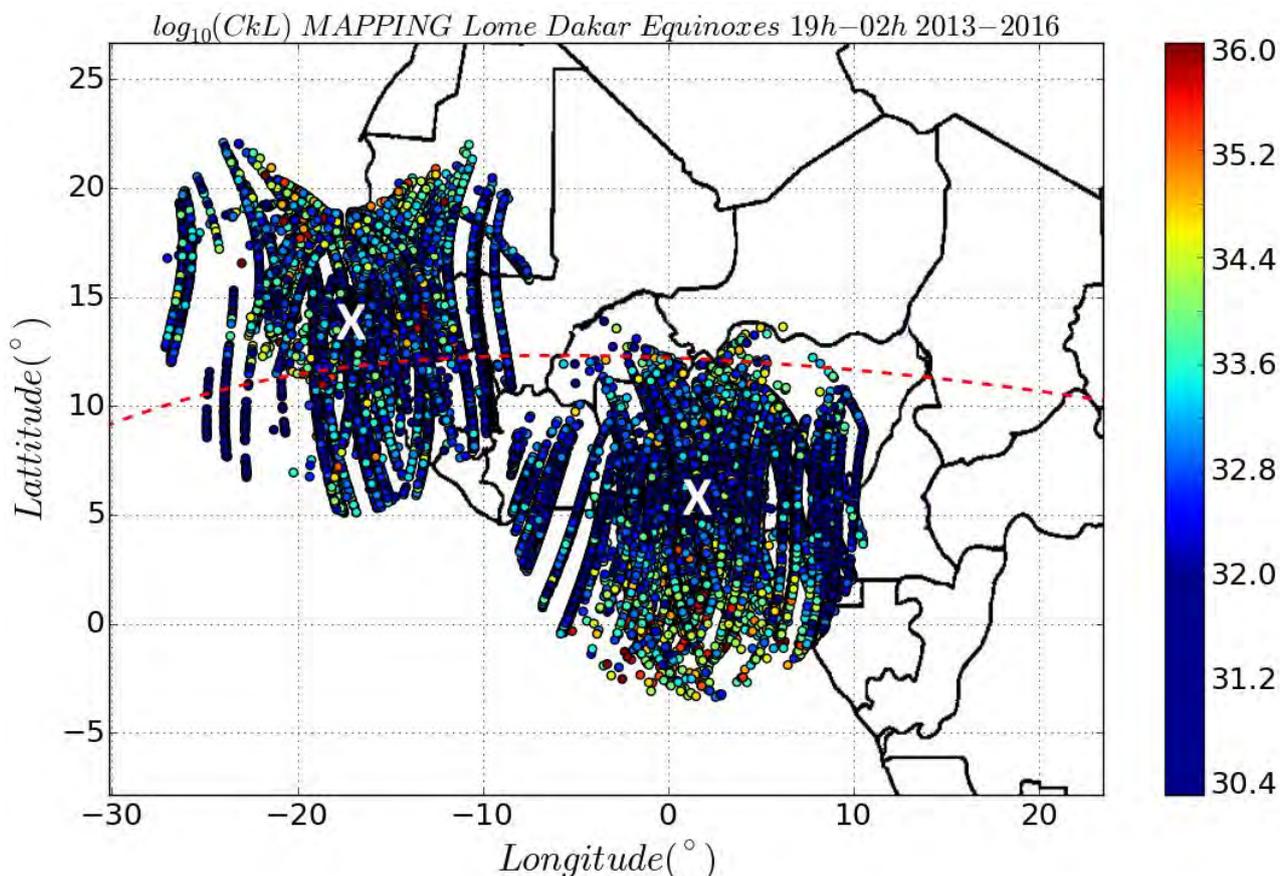


FIGURE 6.12 - ÉVÈNEMENTS DE SCINTILLATION IONOSPHERIQUE TRACÉS EN FONCTION DE LA LONGITUDE ET DE LA LATITUDE GÉOGRAPHIQUE À L'IPP. LA COULEUR REPRÉSENTE LE $\log_{10}(C_k L)$. EN POINTILLÉS ROUGES, L'ÉQUATEUR MAGNÉTIQUE EST REPRÉSENTÉ. LES ÉVÈNEMENTS SONT OBTENUS PAR INVERSION EN PÉRIODE D'ÉQUINOXE AUX HORAIRES DE SCINTILLATIONS. LES POSITIONS DE LOMÉ ET DAKAR SONT SIGNALÉES PAR DES CROIX BLANCHES.

En plus des pdf de $\log_{10}(C_k L)$ observées lors de l'inversion de la base de données SAGAIE, en noir sur la Figure 6.11, la pdf d'une loi normale de même moyenne et écart-type que les $\log_{10}(C_k L)$ est représentée sur les deux graphes. La comparaison visuelle des deux graphes des pdf de $\log_{10}(C_k L)$ observées et des distributions normales régressées montre que le comportement statistique est proche d'un processus normal. Enfin il est intéressant de rappeler que le nombre d'évènements ayant permis d'établir ces distributions est deux fois plus important en période d'équinoxe qu'en période de solstice.

La position spatiale des IPP sur une carte d'Afrique de l'ouest des évènements de scintillation ionosphérique observés depuis Dakar et Lomé entre 19h et 2h en période d'équinoxes est proposé en Figure 6.12. L'échelle de couleur représente la valeur de $\log_{10}(C_k L)$. Cette figure se rapproche de la Figure 6.8. On y aperçoit également les crêtes équatoriales définies au nord de Dakar et au sud de Lomé.

Afin de s'assurer de la cohérence de ce paramètre inversé, la moyenne du paramètre $\log_{10}(C_k L)$ est tracée en fonction d'intervalles de S_4 (intervalles de 0.05) sur la Figure 6.13. La corrélation de $\log_{10}(C_k L)$ avec l'indice S_4 est très bonne aux périodes de solstices comme d'équinoxes. La plage de variation (de 31.5 à 34.5) du $\log_{10}(C_k L)$ est importante. Cela renforce la validité du paramètre $C_k L$ inversé, que ce soit par la cohérence de ce résultat en lien avec la formulation analytique de S_4 développée au chapitre 2 (nous avons montré que $S_4 \propto \sqrt{C_k L}$ à la relation 2.73) ou par un raisonnement plus direct liant intuitivement la force des perturbations avec l'indice de scintillation ionosphérique.

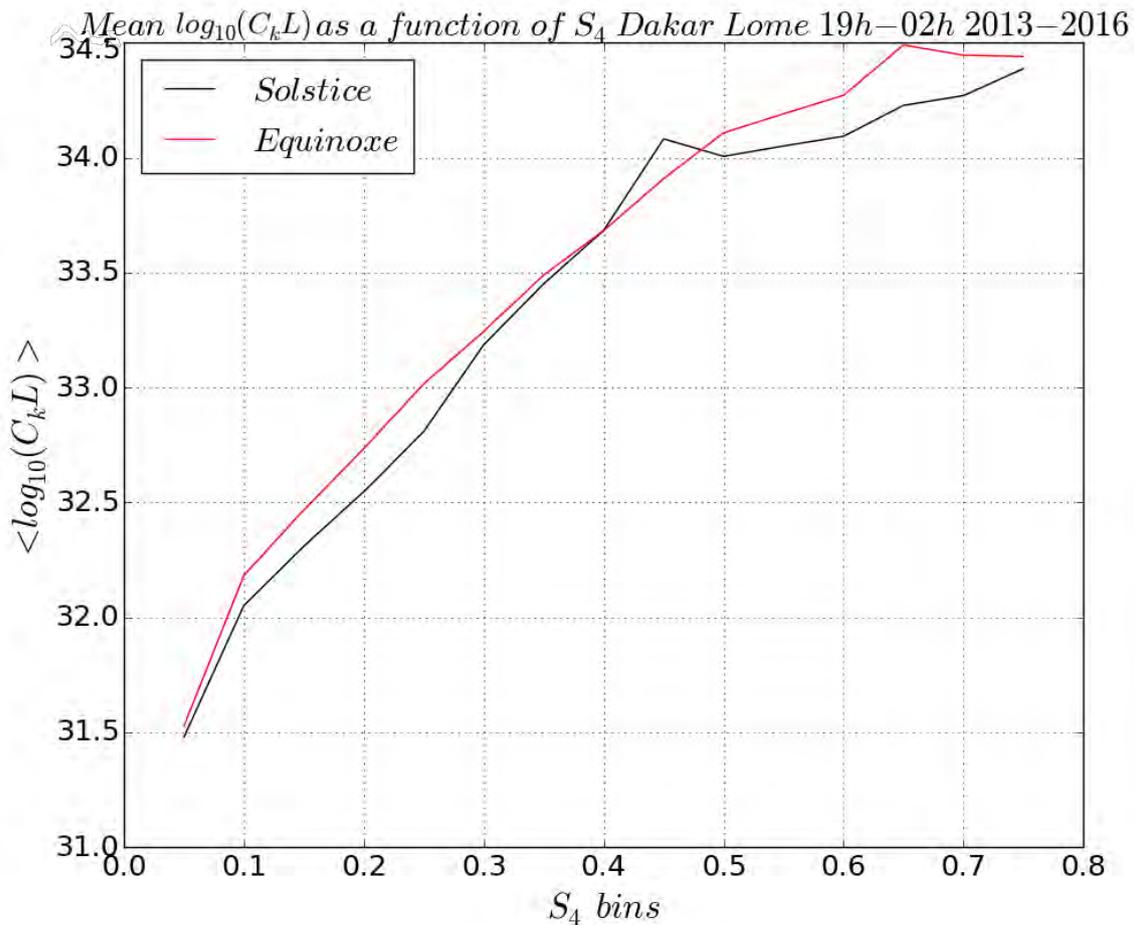


FIGURE 6.13 – MOYENNE DU $\log_{10}(C_k L)$ EN FONCTION DE L'INTERVALLE DE S_4 CORRESPONDANT (INTERVALLES DE 0.05) AUX HORAIRES DE SCINTILLATIONS. LA COURBE NOIRE CORRESPOND AUX PÉRIODES DE SOLSTICES, ET LA COURBE ROUGE AUX PÉRIODES D'ÉQUINOXES.

L'étude des pdf du $\log_{10}(C_k L)$ aux équinoxes et aux solstices a permis de remarquer une dépendance saisonnière du paramètre. La comparaison d'une loi normale avec les pdf de $\log_{10}(C_k L)$ montre une bonne correspondance, et suggère que le paramètre peut être décrit par cette loi statistique. La position des crêtes équatoriales a pu être retrouvée par les variations géographiques de $\log_{10}(C_k L)$. Enfin, afin de renforcer la crédibilité de ce paramètre inversé, un lien clair a été établi entre $\log_{10}(C_k L)$ et S_4 conformément aux relations analytiques développées au chapitre 2.

6.4.2 COMPARAISON DU C_kL INVERSÉ AU MODÈLE WBMOD

Nous allons désormais comparer le paramètre C_kL inversé à partir des données SAGAIE aux tendances données par le modèle global WBMOD. La modélisation du milieu et la modélisation de la propagation transionosphérique sur lesquelles WBMOD repose sont décrits dans [Secan *et al.*, 1995]. Le modèle propose une distribution de probabilité de C_kL à partir des paramètres d'entrée (géométrie de la liaison, activité solaire et jour de l'année notamment). Afin d'obtenir avec le modèle statistique WBMOD des résultats comparables à SAGAIE, toutes les liaisons considérées dans SAGAIE ont été jouées dans celui-ci. La pdf moyenne de $\log_{10}(C_kL)$ est obtenue. Celle-ci peut être comparée à la pdf du paramètre C_kL inversé.

En Figure 6.14, la pdf de $\log_{10}(C_kL)$ est présentée. Les courbes rouges correspondent aux pdf issues de SAGAIE et WBMOD pour Dakar, et les courbes noires correspondent aux pdf issues de SAGAIE et WBMOD pour Lomé. Les courbes pleines correspondent à SAGAIE, et celles en pointillés à WBMOD. Les équinoxes d'automne 2013 et de 2014 ont été considérés pour Dakar, et les équinoxes d'automne 2013, 2014, 2015 et 2016 ont été considérés pour Lomé. Tous les cas correspondent à des horaires de scintillation.

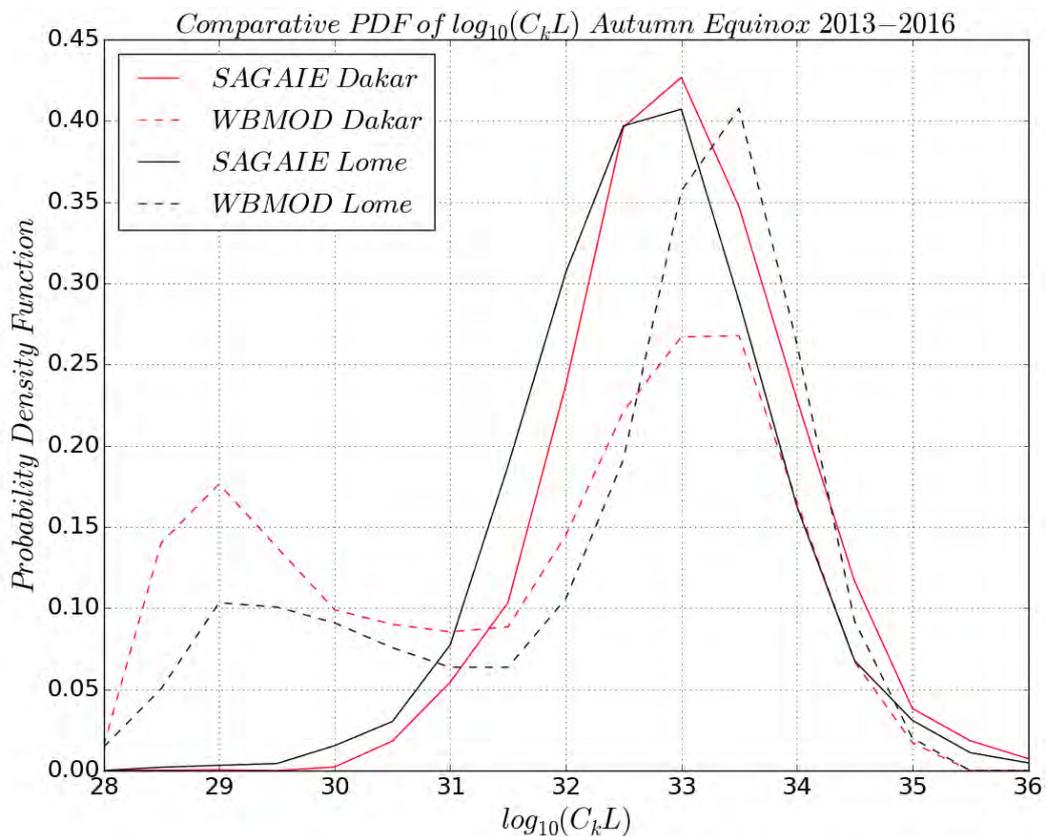


FIGURE 6.14 - PDF $p(\log(C_kL)) = x$ ISSUE DES VALEURS DE C_kL INVERSÉES À DAKAR (COURBE PLEINE ROUGE), À LOMÉ (COURBE PLEINE NOIRE), OBTENUE PAR LE MODÈLE WBMOD À PARTIR DES ÉVÈNEMENTS OBSERVÉS DANS SAGAIE À DAKAR (POINTILLÉS ROUGES) ET À LOMÉ (POINTILLÉS NOIRS) LORS DES ÉQUINOXES D'AUTOMNE AUX HORAIRES DE SCINTILLATIONS.

Sur cette figure, nous remarquons tout d'abord que les pdf obtenues à Dakar et à Lomé sont comparables, mais présentent des spécificités. Ceci est certainement dû au fait que Lomé a été observé en partie en 2015 et 2016, des années de scintillation plus faible, et par conséquent la courbe noire pleine (relative à Lomé et SAGAIE) est légèrement décalée vers les $\log_{10}(C_kL)$ plus faibles par rapport à la courbe rouge pleine (relative à Dakar et SAGAIE). Ensuite, les distributions données par WBMOD possèdent un mode secondaire proche de $\log_{10}(C_kL) = 29$, qui n'apparaît pas sur les données SAGAIE. WBMOD a été en partie régressé sur des données de scintillation en bandes de fréquences plus basses que le GNSS (VHF notamment), sensibles à ces faibles valeurs de $\log_{10}(C_kL)$. La caractérisation de $\log_{10}(C_kL)$ si faibles par signaux GNSS n'est en revanche pas possible. Par conséquent, il est délicat de comparer les courbes

pleines et les courbes en pointillées, puisqu'une partie non négligeable des pdf de WBMOD caractérise un pic à faible $\log_{10}(C_k L)$.

Afin de remédier à ce problème, et puisque seules les valeurs de $\log_{10}(C_k L) > 31$ sont accessibles par inversion GNSS, une solution mathématique est désormais envisagée pour comparer les distributions issues de l'inversion et celles issues de WBMOD. Au lieu de considérer la loi de la variable aléatoire $\log_{10}(C_k L)$, nous allons nous intéresser dans les représentations qui suivent à la pdf conditionnelle $p(\log_{10}(C_k L) = x / \log_{10}(C_k L) > 31)$, obtenue conformément à l'équation 6.1 :

$$p(\log_{10}(C_k L) = x / \log_{10}(C_k L) > 31) = \frac{p(\log_{10}(C_k L) = x)}{\int_{31}^{36} p(\log_{10}(C_k L) = x) dx} \quad 6.1$$

Ce travail est représenté en Figure 6.15. Cette figure est analogue à la Figure 6.14, seul le domaine de définition de la variable $\log_{10}(C_k L)$ a été modifié.

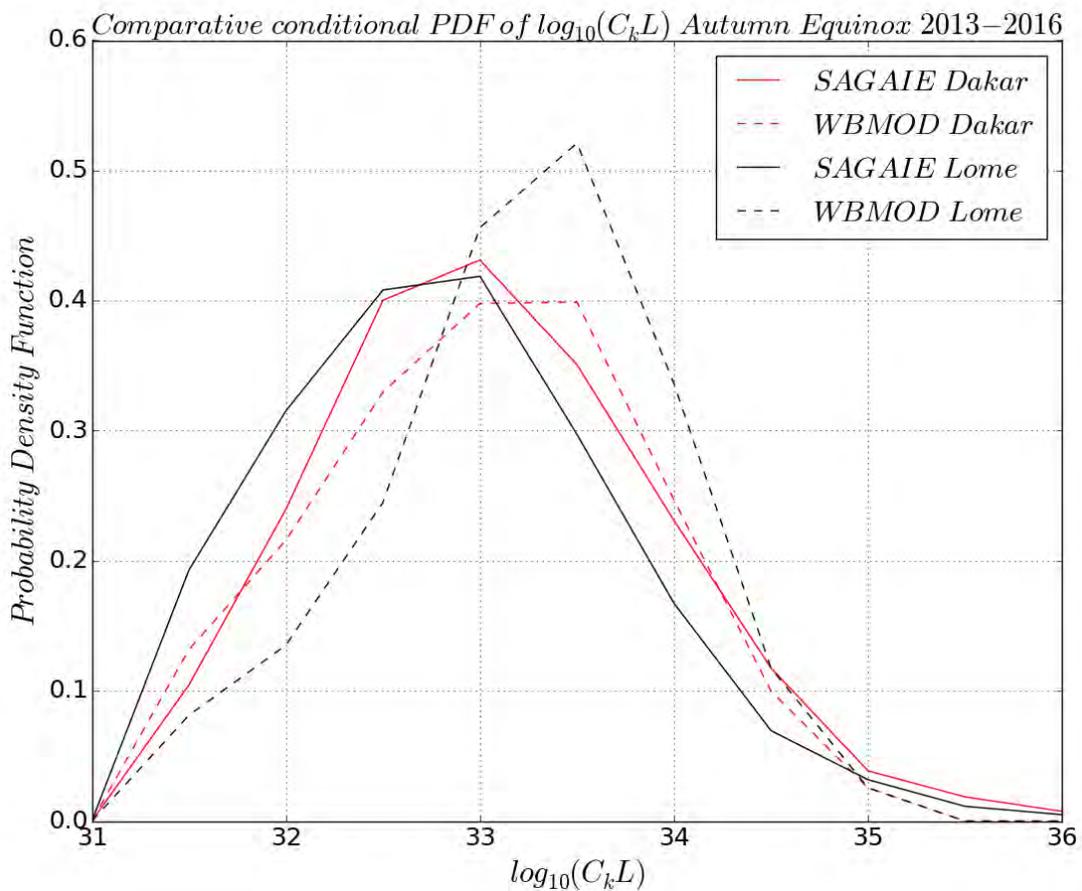


FIGURE 6.15 - PDF CONDITIONNELLE $p(\log(C_k L) = x / \log(C_k L) > 31)$ ISSUE DES VALEURS DE $C_k L$ INVERSÉES À DAKAR (COURBE PLEINE ROUGE), INVERSÉES À LOMÉ (COURBE PLEINE NOIRE), OBTENUE PAR LE MODÈLE WBMOD À PARTIR DES ÉVÈNEMENTS OBSERVÉS DANS SAGAIE À DAKAR (POINTILLÉS ROUGES) ET À LOMÉ (POINTILLÉS NOIRS) LORS DES ÉQUINOXES D'AUTOMNE.

Les deux courbes rouges (relatives à Dakar) sont très similaires. Néanmoins, la courbe en pointillées obtenue par WBMOD possède un mode d'une valeur de 33.2 au lieu de 33 pour SAGAIE. Le faible cycle solaire considéré durant la collecte des données de SAGAIE montre que le modèle WBMOD a légèrement surestimé les valeurs de $C_k L$ mesurées.

La comparaison des courbes noires (relatives à Lomé) amène plusieurs différences : le mode est positionné à une valeur de $\log_{10}(C_k L)$ plus élevée pour WBMOD (pointillés, $\log_{10}(C_k L) \approx 33.5$) que pour SAGAIE (trait plein $\log_{10}(C_k L) \approx 32.7$), et la valeur de la pdf en ce pic est plus forte pour WBMOD que pour SAGAIE. Comme mentionné lors de l'analyse des courbes rouges, ces différences peuvent s'expliquer par le fait que les données obtenues pour Lomé par inversion de SAGAIE ont été collectées, en plus de

2013 et 2014 (pic d'activité du cycle solaire) en 2015 et 2016, années de très faible activité solaire. WBMOD a donc eu tendance à surestimer les valeurs de $C_k L$ mesurées.

Globalement, malgré les différences mineures analysées, la comparaison entre le modèle WBMOD et SAGAIE est satisfaisante sur les domaines de $\log_{10}(C_k L)$ auxquels les récepteurs GNSS sont sensibles. Nous avons vu la très bonne correspondance avec Dakar notamment. Les résultats de WBMOD et de l'inversion de SAGAIE à Lomé sont également comparables.

6.5 ANISOTROPIE DES IRRÉGULARITÉS

Il est difficile de mesurer un paramètre tel que l'anisotropie du milieu dans ses trois directions. Les valeurs caractéristiques de ce paramètre statistique sont encore aujourd'hui incertaines. [Rufenach, 1972] cite à l'équateur un ratio d'irrégularités A_z de 5, qui s'accorde avec la fourchette de valeurs données par [Yeh *et al.*, 1982], de 4 à 8. En revanche [Aarons, 1982] annonce des valeurs pouvant aller de 50 à 100 pour A_z proche de l'équateur. La possible apparition à l'équateur de feuillets plasmiques (i.e. $A_z > 1, A_y > 1, A_x = 1$) est également évoquée. La méthode d'inversion proposée permet d'estimer les paramètres d'anisotropie A_z et A_y , relativement à $A_x = 1$. Ces paramètres inversés sont donc une source d'information originale et particulièrement intéressante par rapport à l'état de l'art.

En Figure 6.16, la pdf de l'anisotropie A_z est présentée aux horaires de scintillation (19h-2h) en périodes de solstices (courbe noire), et en périodes d'équinoxes (courbe rouge). Les abscisses sont en échelle logarithmique. Via l'analyse des données présentées en Figure 6.16, nous avons pu mesurer qu'en période d'équinoxe, $P(A_z > 20) = 0.25$, et en période de solstices, $P(A_z > 20) = 0.33$. Cela signifie donc que près de 25% des évènements possèdent un $A_z \geq 20$ aux équinoxes, ce chiffre monte à 33% aux solstices.

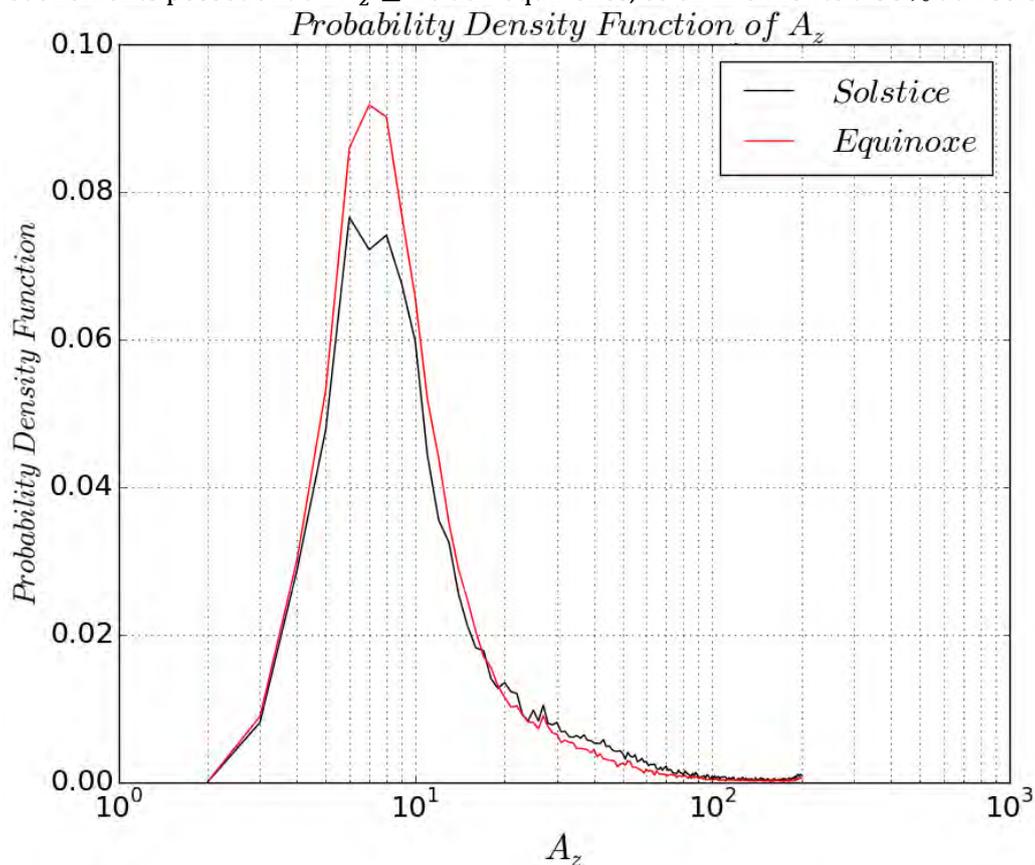


FIGURE 6.16 - PDF DE A_z EN PÉRIODE DE SOLSTICES (NOIRE) ET D'ÉQUINOXES (ROUGE) AUX HORAIRES DE SCINTILLATION.

Les valeurs maximales observées dans les deux cas sont proches de 200, valeur maximale considérée pour A_z lors de l'inversion. 50% des évènements possèdent un $A_z < 10$ dans le cas des périodes d'équinoxes, et 43.5% ont un $A_z < 10$ dans le cas des périodes de solstices. Sur la Figure 6.16, nous

distinguons clairement que le maximum de probabilité des périodes d'équinoxes est plus important que celui des périodes de solstices. En revanche, dès lors que $A_z > 20$, la pdf de A_z aux périodes de solstices est supérieure à sa valeur aux périodes d'équinoxes. L'anisotropie du milieu semble donc posséder une dépendance saisonnière ; la période d'équinoxe est liée à des valeurs d'anisotropie A_z légèrement plus faibles, et la période de solstice à des anisotropies légèrement plus fortes.

La Figure 6.17 représente la valeur moyenne $\langle \log_{10}(C_k L) \rangle$ en fonction d'intervalles de A_z/A_y . Les 15 intervalles de A_z/A_y sont discrétisés logarithmiquement. Le paramètre A_z n'est ici pas utilisé seul, afin de souligner que l'influence du paramètre A_y ne change pas la tendance des résultats entre valeur d'anisotropie du milieu et force de la turbulence. En effet, en inversant simultanément A_z et A_y , la méthode d'inversion permet l'étude de A_z/A_y (cf. partie 5.2.2 du chapitre 5). Ce rapport permet de statuer sur l'anisotropie générale du milieu dans les directions y et z et pas seulement sur l'anisotropie selon un axe. L'intérêt de l'étude du rapport des ratios A_z/A_y par rapport à l'étude de A_y et de A_z a été abordée en partie 5.2.2 du chapitre 5. Sur la Figure 6.17, la courbe noire correspond aux solstices, et la courbe rouge aux équinoxes. Remarquons que l'étude de cette figure en fonction de $\log_{10}(C_k L)$ permet de s'affranchir de la dépendance en élévation des événements qu'une étude en fonction de S_4 aurait induite.

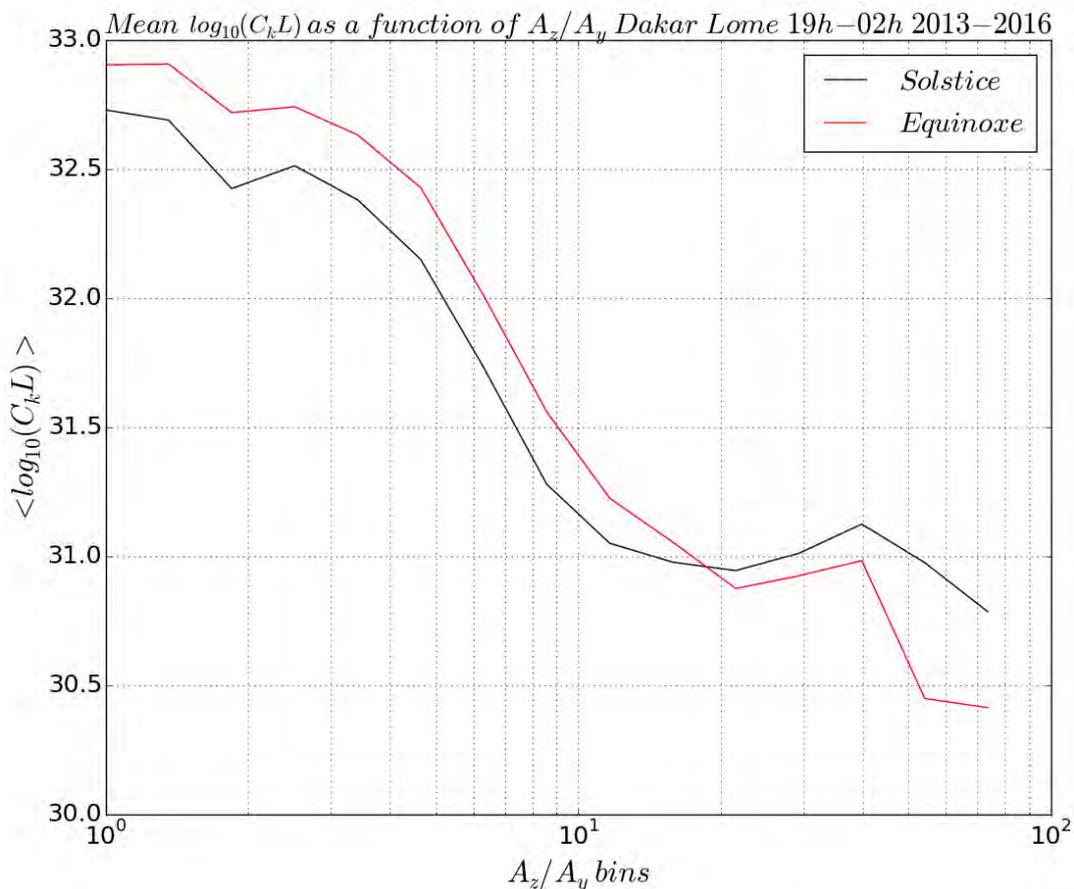


FIGURE 6.17 - VALEUR MOYENNE $\langle \log_{10}(C_k L) \rangle$ EN FONCTION DE L'INTERVALLE DU RATIO A_z/A_y , CORRESPONDANT (15 INTERVALLES LOGARITHMIQUE RÉGULIER ENTRE 1 ET 75) AUX HORAIRES DE SCINTILLATIONS. LA COURBE NOIRE CORRESPOND AUX PÉRIODES DE SOLSTICES, ET LA COURBE ROUGE AUX PÉRIODES D'ÉQUINOXES.

Sur cette figure, nous constatons clairement que **plus la turbulence est forte ($\log_{10}(C_k L)$ fort), plus les irrégularités sont isotropes dans les directions y et z ($A_z/A_y = 1$)**. L'anisotropie augmente ensuite à mesure que la turbulence perd de son intensité jusqu'aux valeurs de $\log_{10}(C_k L)$ proches des minimums inversés. En effet, à la lumière de ce qui a été étudié en partie 1.2 au chapitre 1, les scintillations les plus intenses seront liées à des anomalies équatoriales sévères, et donc à une densité électronique importante composée de particules nouvellement montées en couche F. Une hypothèse est que ces particules

chargées donnent naissance à des irrégularités ionosphériques dont la structuration n'a pas encore subi l'influence du champ magnétique. Le milieu serait moins anisotrope que dans une situation de faible scintillation, où la structure du milieu est moins bouleversée et où l'influence du champ magnétique est dominante. Les ratios d'anisotropie seraient par conséquent plus élevés.

Dans cette partie, la comparaison des histogrammes de l'anisotropie A_z selon la direction du champ magnétique a permis de montrer une dépendance saisonnière du paramètre. De plus, l'étude des ratios A_z/A_y a montré que le milieu tend vers l'isotropie lorsque la force de la turbulence augmente.

6.6 VITESSES DE DÉRIVE

La vitesse de dérive vers l'est des irrégularités est une des sorties de l'algorithme d'inversion. La littérature a permis une caractérisation de cette composante majoritaire de la vitesse de déplacement des charges. Elle a été analysée en partie 1.2 du chapitre 1.

En Figure 6.18, la moyenne de la vitesse de dérive ($\langle V_d \rangle$) en direction de l'est en période d'équinoxe est donnée en fonction de l'heure en courbe noire (échelle à gauche). Un point est représenté par quart d'heure. Le S_4 moyen en fonction de l'heure est également donné en courbe bleue (échelle à droite). Ces résultats sont obtenus en période d'équinoxe, avec les données collectées à Dakar. En Figure 6.19 une figure équivalente est présentée, mais les résultats de Lomé sont utilisés.

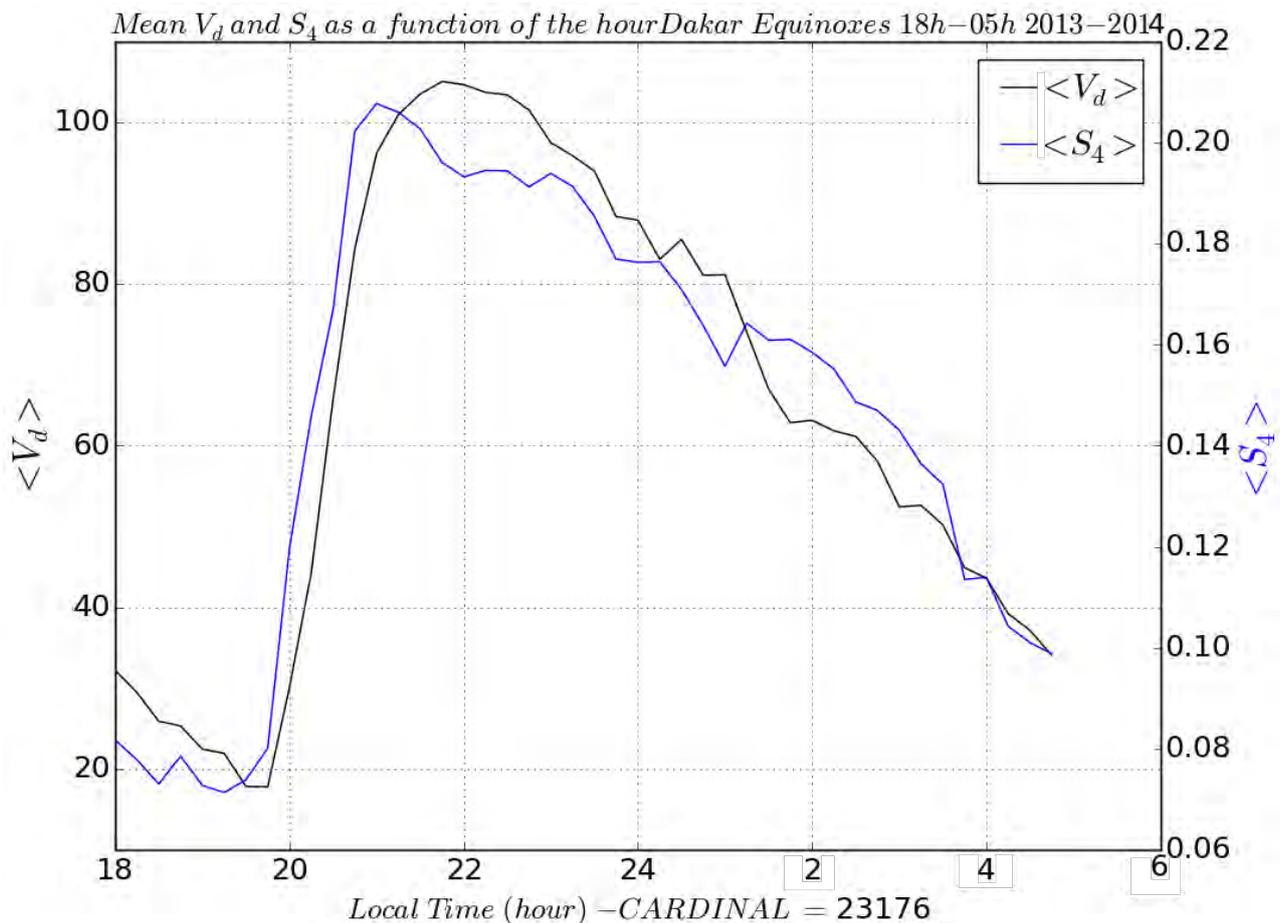


FIGURE 6.18 - LA COURBE NOIRE REPRÉSENTE LA MOYENNE DE LA VITESSE DE DÉRIVE EN FONCTION DE L'HEURE LOCALE (UN POINT PAR QUART D'HEURE). L'ÉCHELLE D'ORDONNÉES EST À GAUCHE DE LA FIGURE. LA COURBE BLEU REPRÉSENTE LA MOYENNE DE L'INDICE S_4 EN FONCTION DE L'HEURE LOCALE (UN POINT PAR QUART D'HEURE). L'ÉCHELLE DES ORDONNÉES EST À DROITE DE LA FIGURE. LES DONNÉES ONT ÉTÉ COLLECTÉES À DAKAR, DURANT LES PÉRIODES D'ÉQUINOXES.

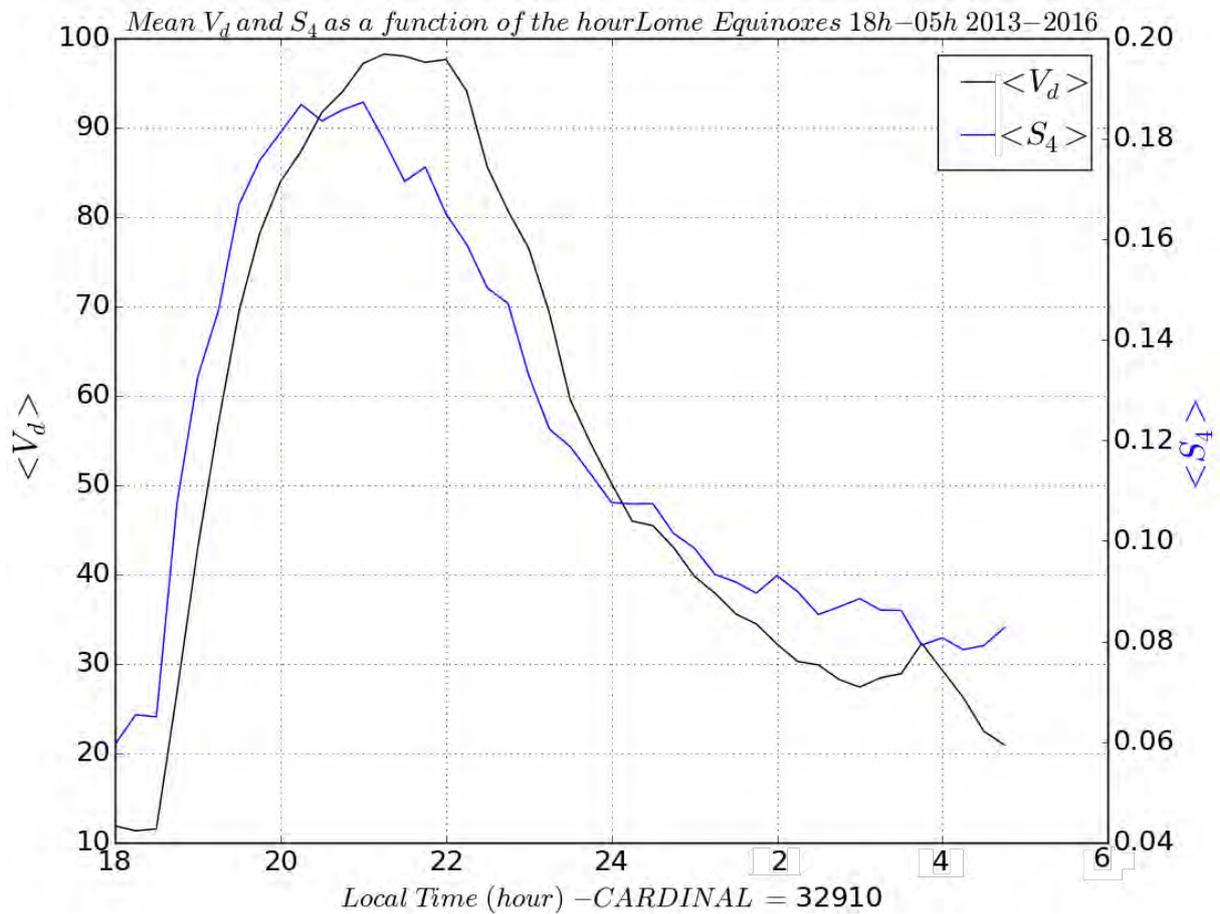


FIGURE 6.19- LA COURBE NOIRE REPRÉSENTE LA MOYENNE DE LA VITESSE DE DÉRIVE EN FONCTION DE L'HEURE LOCALE (UN POINT PAR QUART D'HEURE). L'ÉCHELLE D'ORDONNÉES EST À GAUCHE DE LA FIGURE. LA COURBE BLEU REPRÉSENTE LA MOYENNE DE L'INDICE S_4 EN FONCTION DE L'HEURE LOCALE (UN POINT PAR QUART D'HEURE). L'ÉCHELLE DES ORDONNÉES EST À DROITE DE LA FIGURE. LES DONNÉES ONT ÉTÉ COLLECTÉES À LOMÉ, DURANT LES PÉRIODES D'ÉQUINOXES.

Les positions de Lomé et Dakar dans leurs fuseaux horaires respectifs sont différentes. Afin d'éviter toute ambiguïté, les résultats concernant les deux régions sont donc séparés. Les équinoxes sont ici considérés, car le S_4 y est plus fort, et donc la scintillation est plus intense.

En se concentrant sur les courbes représentant les vitesses de dérive, nous remarquons que **l'heure du début de croissance de la vitesse de dérive à Dakar et à Lomé n'est pas la même** (20h et 19h respectivement). **De même, à Lomé en Figure 6.19, la décroissance de la vitesse de dérive est plus abrupte qu'à Dakar en Figure 6.18, où elle est plus progressive.** D'après [Aarons, 1993], les caractéristiques de la scintillation ionosphérique possèdent une grande variabilité en longitude. De plus, la vitesse de dérive est issue d'un processus physique complexe qui possède une variabilité en latitude, comme étudié en partie 1.2 du chapitre 1. Les différences de longitude et de latitude peuvent ainsi expliquer les écarts observés sur les vitesses de dérives entre Lomé et Dakar.

En revanche, **dans le domaine de croissance, les valeurs maximales et minimales des vitesses de drift et le comportement global (croissance puis décroissance) sont similaires à Lomé et à Dakar. Le même gabarit de variation de la vitesse de drift est donc observé sur les deux stations ;** dans les deux cas, l'évolution temporelle de la vitesse moyenne de dérive $\langle V_d \rangle$ est nette, suggérant une inversion pertinente.

Ces résultats sont à comparer aux Figures 1.15 et 1.16. En effet, dans ces figures, la vitesse de dérive des irrégularités de la couche F a été mesurée par radar, à Jicamarca, au Pérou. Une restriction de la Figure 1.17 à l'intervalle temporel 18h-05h est présentée en Figure 6.20. Les deux courbes correspondent à une

faible et une forte activité solaire ; l'inversion des données SAGAIE rentre plutôt dans le cadre de faible activité solaire, donc à la courbe 1974-1977.

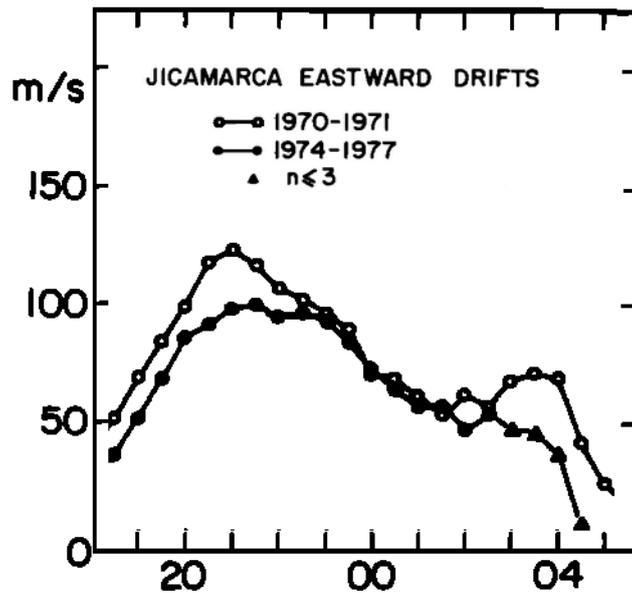


FIGURE 6.20 - VITESSE DE DÉRIVE VERS L'EST DANS LA COUCHE F MESURÉE PAR RADAR EN PÉRIODE DE FORTE ACTIVITÉ SOLAIRE (1970-1971) ET FAIBLE ACTIVITÉ SOLAIRE (1974-1977) OBTENUES À JICAMARCA, PÉROU PAR [FEJER ET AL., 1981B].

Sur la Figure 6.18 et la Figure 6.19 le pic est atteint, après une forte croissance, avant 22h heure locale ; c'est également très proche de 22h pour la courbe correspondant à l'activité solaire faible de la Figure 6.20. S'en suit alors une décroissance plus lente que la croissance, conformément à ce qui est mesuré par radar à Jicamarca, en Figure 6.20. Les ordres de grandeurs sont également comparables, avec un pic moyen de l'ordre de 100 m/s. Enfin, les points de la courbe de la Figure 6.20 entre 3h et 5h, qui semblent les plus éloignés de l'inversion effectuée avec SAGAIE, sont le résultat de la moyenne de moins de 3 mesures [Fejer *et al.*, 1981b]. Leur validité est donc partiellement remise en question par l'auteur. Dans l'ensemble, les résultats de l'inversion des données GNSS menée sur SAGAIE semblent être tout à fait comparables aux observations radar de la littérature. Le gabarit de la vitesse de dérive des irrégularités est retrouvé sans ambiguïté.

La courbe bleue sur la Figure 6.18 et la Figure 6.19 permet un lien visuel direct entre les variations de la vitesse de dérive et les variations du S_4 moyen. Les variations de $\langle S_4 \rangle$ présentées dans ces figures sont typiques, et ont été observées au chapitre 1 en Figure 1.8 et au chapitre 4 dans les Figures 4.5 à 4.10 via les indices S_4 obtenus toutes les minutes notamment. Les variations de $\langle S_4 \rangle$ et $\langle V_d \rangle$ sont similaires, et les pentes sont également proches. Un lien direct entre les variations de l'indice S_4 et la vitesse de dérive peut être établi par ces observations. Pourtant, l'expression analytique 2.73 n'a pas de lien avec la vitesse de dérive du milieu ; **ainsi, ce lien se réfère directement à la physique du milieu, mise en évidence par ces résultats.**

Les variations temporelles ainsi que l'ordre de grandeur de la vitesse de dérive vers l'est des irrégularités ionosphériques issues de l'inversion des données SAGAIE sont comparables aux observations de la littérature. Dans le cadre de l'inversion, la vitesse de drift semble liée avec l'indice S_4 ; l'évolution horaire de ces deux grandeurs est similaire.

6.7 CONCLUSION

Ce chapitre propose une analyse des paramètres inversés de façon systématique sur la base de données SAGAIE par la méthode d'inversion décrite dans le chapitre 5. Les résultats sont à mettre en regard des connaissances de la littérature sur le plasma ionosphérique équatorial. L'originalité des résultats

présentés est la capacité de l'algorithme d'inversion à obtenir simultanément une variété de paramètres. En moyenne une liaison GNSS sur cinq est inversée, pour une période horaire choisie entre 18h et 5h du matin. Au total, plus de 132 000 liaisons ont été inversées, c'est significativement supérieur aux études rapportées dans la littérature [Mushini, 2012], [Carrano *et al.*, 2016b]. Ainsi, nous pouvons remonter à certaines caractéristiques du plasma ionosphérique turbulent lorsque le signal l'a traversé. L'étude de l'indice de scintillation d'amplitude S_4 a démontré la proximité des résultats d'inversion avec la caractérisation de la scintillation équatoriale effectuée à l'aide de scintillateurs industriels. La représentativité du comportement de la scintillation à Dakar et à Lomé par les événements inversés a donc pu être attestée. Les indices spectraux p retrouvés par inversion ont des valeurs variantes entre 2 et 5, et une valeur la plus probable de 4. D'autre part, les indices spectraux montrent une bonne corrélation avec l'indice d'amplitude S_4 . Le $\log_{10}(C_k L)$, logarithme du paramètre de force des irrégularités intégrées en altitude, semble lui suivre une loi normale. La corrélation avec l'indice S_4 apparaît clairement. L'anisotropie du milieu selon les axes y et z est également investiguée. L'anisotropie selon la direction du champ magnétique, rapportée comme étant importante dans la littérature, possède un maximum légèrement inférieur à 10, et des valeurs allant jusqu'à 200. L'anisotropie du milieu semble elle être inversement proportionnelle à la force de la turbulence, $\log_{10}(C_k L)$. Cela semble signifier que plus les turbulences du plasma sont intenses, plus les irrégularités tendent vers l'isotropie. Enfin, les vitesses de dérive du plasma vers l'est inversées sont comparables à celles qui ont été mesurées dans la littérature, notamment par des radars basse fréquence (cf. partie 1.2 du chapitre 1). Une très bonne corrélation a également été observée entre vitesse de dérive et S_4 . Ces résultats permettent d'obtenir de nouvelles connaissances sur les irrégularités turbulentes qui se développent dans l'ionosphère équatoriale.

CONCLUSION

La scintillation ionosphérique se traduit par des fluctuations rapides de l'amplitude et de la phase des signaux radioélectriques susceptibles d'occasionner une coupure de la liaison micro-onde, et limitant de fait la disponibilité du service visé. Ce phénomène est particulièrement marqué à l'équateur pour les signaux GNSS, qui requièrent pourtant une disponibilité de service élevée.

[Fremouw *et al.*, 1984] et [Secan *et al.*, 1995] ont utilisé un modèle de propagation transionosphérique 3D couplé à une description statistique du milieu pour pouvoir prédire les effets de la scintillation ionosphérique en tous points du globe. Néanmoins, les paramètres de la description statistique du milieu ont été modélisés de manière semi-empirique. De plus, l'état du milieu turbulent étant décrit statistiquement, la prédiction est caractérisée en terme de pourcentage d'occurrence.

À partir d'une modélisation 2D de la propagation transionosphérique, [Rino *et al.*, 2016] [Carrano *et al.*, 2016] ont développé un algorithme d'inversion de données de scintillation ionosphérique. Appliqué à des données VHF ou en bande L, ce modèle permet d'obtenir quelques paramètres du milieu, tel que la force de la scintillation ionosphérique. Toutefois, l'approche numérique limite son utilisation dans le cas de systèmes temps réels, et elle ne permet pas de lier directement le signal avec toutes les grandeurs descriptives du milieu.

[Galiègue, 2015] et [Galiègue *et al.*, 2016] a proposé un modèle analytique 3D de la propagation transionosphérique dans le repère du LOS. Toutefois, l'approche nécessite de renseigner diverses grandeurs descriptives de la turbulence ionosphérique, dont la paramétrisation est délicate.

L'objectif de cette thèse est donc d'être capable de caractériser les paramètres décrivant l'ionosphère turbulente en quasi-temps réel. Cette caractérisation repose sur un formalisme analytique, afin d'être utilisable en quasi temps-réel.

Pour répondre à ce besoin, une étude de l'ionosphère et de la manière de la modéliser a été effectuée. En particulier, la dynamique plasmique a été décrite. Une advection des irrégularités ionosphérique vers l'est a pu être mise en évidence à la tombée de la nuit, qui est précisément la période d'apparition de la scintillation ionosphérique à l'équateur. Celle-ci suit un schéma physique qui a été présenté qualitativement dans le premier chapitre. Plusieurs paramètres statistiques du milieu ionosphérique turbulent ont été introduits, tels que l'indice spectral p , la vitesse de drift V_d , la force des irrégularités intégrée en altitude $C_k L$ ou encore les ratios d'anisotropie A_x , A_y et A_z . Ils aident à comprendre l'influence de l'ionosphère sur le signal, mais également à décrire les irrégularités turbulentes de cette couche.

Le modèle analytique de la propagation à travers l'ionosphère turbulente a ensuite été introduit. Ce modèle 3D est basé sur l'approximation de Rytov, et les calculs ont été menés dans le repère de la ligne de mire, ou repère du LOS (Line-of-Sight). Deux grandeurs importantes sont notamment obtenues via la résolution de l'équation d'Helmholtz : l'expression analytique de l'indice de scintillation S_4 ainsi que l'expression du spectre de log-amplitude en réception du signal. Elles dépendent des paramètres du milieu, ainsi que de la géométrie de la liaison Terre-satellite.

La modélisation directe de la propagation est complétée par l'étude de l'influence du récepteur GNSS sur les données de scintillation. Les techniques d'estimation des indices S_4 ou σ_ϕ ont été décrites. Le spectre de log-amplitude a été généré à partir des échantillons I et Q . Le plancher de bruit thermique dû aux composants du récepteur y apparaît. En phase, un filtrage passe-haut ou « detrending » est nécessaire pour retrouver les composantes issues de la scintillation ionosphérique. En effet, il faut éliminer les composantes énergétiques basses fréquences liées au mouvement relatif émetteur-récepteur. La prise en

compte liée aux spécificités du signal GNSS sur le signal de log-amplitude a montré en revanche qu'il est possible de remonter à l'influence directe du milieu sur le signal et donc d'envisager une inversion.

Une stratégie d'inversion systématique permettant de retrouver les caractéristiques turbulentes du milieu ionosphérique a été définie à partir du modèle direct de propagation. Le spectre de log-amplitude en réception est décomposé en plusieurs parties, dont une partie plateau, une coupure et une partie correspondant à une diminution d'énergie lorsque la fréquence croît. Chacune d'entre elle a permis d'obtenir une équation et donc, de manière indirecte, d'obtenir une caractéristique du milieu. L'indice S_4 dans sa forme analytique est lié à l'intégrale du spectre : il permet donc d'obtenir une équation supplémentaire. Cette stratégie liant analytiquement le spectre en réception aux paramètres du milieu est originale. Elle a l'avantage d'inverser plusieurs paramètres en même temps, et ainsi de n'effectuer que peu d'hypothèses sur l'état du milieu. Ceux-ci sont : l'indice spectral p , la force des irrégularités intégrée en altitude $C_k L$, les anisotropies A_z et A_y , et la vitesse de drift du milieu V_d . Sur les exemples présentés, il est montré que l'adéquation entre la forme du spectre mesuré avec le modèle proposé a une influence importante sur la qualité et la possibilité d'inversion d'un évènement de scintillation.

SAGAIE est une base de données GNSS pluriannuelles collectées depuis cinq stations d'Afrique de l'Ouest subsaharienne, de part et d'autre de l'équateur géomagnétique. C'est une bonne base pour pouvoir mesurer et observer la scintillation ionosphérique équatoriale. Suite à la présentation de la base de données, les indices d'amplitude S_4 collectés via des scintillateurs industriels sont analysés. Ils ont été collectés toutes les minutes entre 2013 et 2016. Conformément à la littérature, l'analyse montre des évènements plus fréquents et plus intenses autour des équinoxes qu'en périodes de solstices, où la scintillation ionosphérique est faible. Les évènements apparaissent pour la plupart après 19h, et disparaissent avant 02h. Certaines variations spatiales sont observées entre les stations, soulignant que la scintillation est un évènement très variable, à la fois en longitude et en latitude.

La base de données SAGAIE possède également à Dakar et à Lomé des récepteurs collectant les signaux GNSS à une fréquence de 50Hz. Ceux-ci peuvent être inversés grâce à l'algorithme défini dans cette thèse. En moyenne, sur toute la durée d'observation, c'est environ un évènement sur cinq qui peut être inversé, menant à plus de 130 000 évènements inversés. Les résultats permettent de valider l'algorithme d'inversion ; en effet, le comportement de la vitesse de drift par exemple, ou encore du $C_k L$ issu de l'inversion suivent des tendances qui ont été décrites dans la littérature avec une très grande précision. Le milieu a été étudié. Nous avons remarqué par exemple que les indices spectraux (dont les valeurs des paramètres diffèrent suivant la période de l'année) augmentent avec l'indice S_4 . C'est également le cas du paramètre $C_k L$, dont la distribution de probabilité suit une loi normale, elle aussi de paramètres dépendant de la période considérée. L'anisotropie du milieu possède, elle, une grande plage de variation. Il semble que les irrégularités tendent vers une isotropie lorsque la force de la turbulence est importante. Les variations temporelles de la vitesse de dérive du plasma ionosphérique ont quant à elles été rapprochées de celles de l'indice S_4 . L'étude d'une telle base de données, les outils déployés pour l'obtenir ainsi qu'une partie des résultats sont inédits. Une autre partie de ces résultats comparés à la littérature démontre la pertinence de la méthode d'inversion et sa capacité à être efficace pour le sondage de la turbulence ionosphérique à partir des données GNSS. Son caractère automatique et analytique, et donc lié directement au milieu, lui confère en plus un caractère quasi-temps réel.

Dans le futur, l'algorithme d'inversion pourra être utilisé de manière encore plus intensive. Les variations des paramètres descriptifs du milieu ionosphérique pourront ainsi être connues à travers plusieurs cycles solaires et sur tous les continents de la planète. Cette analyse permettra d'augmenter encore les connaissances de la communauté sur l'ionosphère équatoriale, et proposer des modèles permettant de la décrire avec précision.

L'algorithme d'inversion a été développé sur la base d'une hypothèse valide en zone équatoriale sur l'orientation de la vitesse de dérive du plasma. Les zones polaires sont également sujettes à de la scintillation ionosphérique ; néanmoins, les vents solaires y induisent un changement local des propriétés magnétiques. Une des perspectives de cette thèse est donc de développer l'algorithme analytique d'inversion dans ces régions afin, là aussi, de pouvoir sonder et caractériser le milieu ionosphérique.

Enfin, la scintillation ionosphérique a été étudiée des années 2013 à 2016 grâce au réseau SAGAIE. Or, le cycle d'activité solaire numéro 24 qui correspond à ces années est bien plus faible que les deux précédents cycles observés, et la scintillation ionosphérique est directement liée à l'activité solaire. Malgré les conclusions et les observations mentionnées dans le chapitre 6 notamment, il est fort probable que l'étude qui a été menée durant cette thèse se rapporte à une intensité peu importante de scintillation ionosphérique. Le pic du prochain cycle d'activité solaire aura lieu en 2025. Ce sera l'occasion de collecter et d'analyser une base de données plus riche en scintillations, et d'augmenter notre connaissance du plasma naturel de la Terre : l'ionosphère.

ANNEXES AU CHAPITRE 2

ANNEXE 2.1 : CHANGEMENT DE REPÈRE POUR LE CALCUL DE L'INTÉGRALE DE LA VARIANCE DE LOG-AMPLITUDE

Conformément aux calculs effectués au chapitre 2, la coupe de l'irrégularité traversée par le signal dans le plan transverse au LOS est une ellipse, car comme introduit au 1.3, la fonction d'autocorrélation des irrégularités ionosphériques est un ellipsoïde. Par conséquent pour calculer ces intégrales, un changement de repère va être effectué. Ce nouveau repère désormais considéré possède un axe en commun avec le repère du LOS, mais les deux autres axes u' et v' sont choisis comme étant colinéaires au demi grand-axe et demi petit-axe de l'ellipse résultant de la coupe dans le plan transverse de la fonction d'autocorrélation des irrégularités ionosphériques, représenté en Figure A.1.

Il est ainsi possible de construire la matrice de passage 2D entre ces deux repères :

$$\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\epsilon & -\sin\epsilon \\ \sin\epsilon & \cos\epsilon \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u' \\ v' \end{pmatrix}. \quad \text{A.1}$$

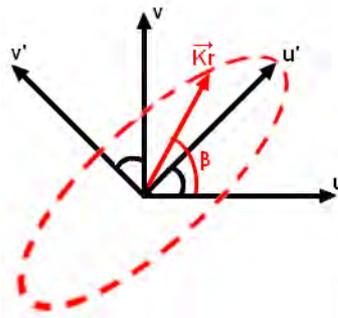


FIGURE A.1 - CHANGEMENT DE REPÈRE : PASSAGE DANS LE REPÈRE PRINCIPAL DE L'ELLIPSE.

L'équation de l'ellipse dans les deux repères s'écrit :

$$AK_u^2 + BK_v^2 + 2CK_uK_v = A'K_u'^2 + B'K_v'^2 + C'K_u'K_v'. \quad \text{A.2}$$

On peut de plus écrire les coefficients A' et B' de la manière suivante (par identification après matrice de passage) :

$$A' = A\cos^2\epsilon + B\sin^2\epsilon + 2C\cos\epsilon\sin\epsilon, \quad \text{A.3}$$

$$B' = A\sin^2\epsilon + B\cos^2\epsilon - 2C\cos\epsilon\sin\epsilon, \quad \text{A.4}$$

et $C' = 0$, puisque le nouveau repère, soit le repère principal de l'ellipse, est situé sur les axes de l'ellipse. L'angle ϵ s'exprime donc en fonction des autres paramètres en exploitant l'équation donnée par C' :

$$C' = -2A\cos\epsilon\sin\epsilon + 2B\cos\epsilon\sin\epsilon + 2\cos^2\epsilon - 2C\sin^2\epsilon = 0, \quad \text{A.5}$$

$$\Leftrightarrow \epsilon = \frac{1}{2} \operatorname{atan} \left(\frac{2C}{A - B} \right). \quad \text{A.6}$$

Les écritures A.3 et A.4 peuvent par conséquent être simplifiées :

$$A' = \left(A + \frac{2C^2}{A-B} \right) - \sin^2 \epsilon \left(A - B + \frac{4C^2}{A-B} \right) \quad \text{A.7}$$

$$B' = \left(B - \frac{2C^2}{A-B} \right) + \sin^2 \epsilon \left(A - B + \frac{4C^2}{A-B} \right) \quad \text{A.8}$$

Dans le cas particulier où $A = B$, les équations A.7 et A.8 ne sont pas définies, l'ellipse est en effet réduite à un cercle, ϵ n'a pas de valeur fixe, et $A' = B' = A = B$.

L'espace balayé par les K_u et les K_v est équivalent à celui balayé par les $K_{u'}$ et $K_{v'}$, il est donc possible de procéder à un changement de variable dans la double intégrale de l'équation 2.67 :

$$\langle \chi^2 \rangle = \pi \lambda^2 r_e^2 \Delta H a^{3-p} A_y A_z C_s \iint_{-\infty}^{+\infty} dK'_u dK'_v \left(A' K_u'^2 + B' K_v'^2 + \frac{K_0^2}{a^2} \right)^{-\frac{p}{2}} F_\chi(K_{u'}, K_{v'}) \quad \text{A.9}$$

ANNEXE 2.2 : CALCULS ANALYTIQUES ET ASYMPTOTIQUES DE L'INDICE DE PHASE

L'écart-type de phase est l'indice classiquement utilisé pour décrire les variations de la phase dans l'ionosphère. La variance de phase est calculée dans cette partie, sur le même modèle que la variance de log-amplitude dans la partie 2.3.1 du chapitre 2. Ainsi, le système 2.42 a permis d'obtenir l'expression de la phase de l'onde électromagnétique perturbée par les irrégularités rencontrées au sein de la couche turbulente de l'ionosphère.

Dans cette expression en particulier, $B(\vec{R}, \vec{r}) = \text{Im} \left(\frac{G(\vec{R}, \vec{r}) E_0(\vec{r})}{E_0(\vec{R})} \right)$ où G est la fonction de Green.

De façon similaire à la log-amplitude dans l'équation 2.43, la variance de phase va donc s'exprimer comme étant :

$$\sigma_\varphi = \langle \varphi^2 \rangle, \quad \text{A.10}$$

car de même manière qu'en 2.3.1, $\langle \varphi \rangle = 0$ car $\langle \Delta N_e \rangle = 0$.

Et en remplaçant φ par sa valeur en fonction de la variation de densité électronique, il est possible d'établir :

$$\langle \varphi^2 \rangle = (4\pi r_e)^2 \iiint_{-\infty}^{+\infty} d^3 r B(\vec{R}, \vec{r}) \iiint_{-\infty}^{+\infty} d^3 r' B(\vec{R}, \vec{r}') \langle \Delta N_e(\vec{r}, t) \Delta N_e(\vec{r}', t) \rangle. \quad \text{A.11}$$

Puisque $\langle \varphi(\vec{R}, t) \rangle$ et $2k_0 r_e \lambda = 4\pi r_e$. En introduisant l'expression du spectre des irrégularités :

$$\langle \varphi^2 \rangle = (4\pi r_e)^2 \iiint_{-\infty}^{+\infty} d^3 K S_{\Delta N_e}(\vec{K}) E(\vec{K}) E(-\vec{K}), \quad \text{A.12}$$

avec

$$E(\vec{K}) = \iiint_{-\infty}^{+\infty} d^3 r B(\vec{R}, \vec{r}) e^{i\vec{K}(\vec{R}-\vec{r})} p(s) \quad \text{A.13}$$

La grandeur Λ a déjà été introduite dans l'expression de la variance de log-amplitude, en équation 2.49, et l'on peut exprimer E en fonction cette quantité :

$$E(\vec{K}) = \frac{1}{2i} [\Lambda(\vec{K}) - \Lambda^*(-\vec{K})], \quad \text{A.14}$$

puis, en remplaçant Λ par sa valeur de l'équation 2.55, nous obtenons :

$$E(\vec{K}) = \frac{1}{2i} \frac{i}{2k_0} \int_{L_v}^{L_v+R_{iono}} ds \left(e^{is\left(K_s - \frac{K_r^2}{2k_0}\right)} + e^{is\left(K_s + \frac{K_r^2}{2k_0}\right)} \right), \quad \text{A.15}$$

$$\Leftrightarrow E(\vec{K}) = \frac{1}{2k_0} \int_{L_v}^{L_v+R_{iono}} ds e^{isK_s} \cos\left(\frac{sK_r^2}{2k_0}\right). \quad \text{A.16}$$

Introduisons désormais l'expression de E dans l'expression de la variance de phase obtenue à l'équation A.12:

$$\langle \varphi^2 \rangle = 2\pi\lambda^2 r_e^2 \iiint_{-\infty}^{+\infty} d^3K S_{\Delta N_e}(\vec{K}) \int_{L_v}^{L_v+R_{iono}} ds e^{isK_s} \cos\left(\frac{sK_r^2}{2k_0}\right) \int_{L_v}^{L_v+R_{iono}} ds' e^{is'K_s} \cos\left(\frac{s'K_r^2}{2k_0}\right) \quad \text{A.17}$$

$$\langle \varphi^2 \rangle = 2\pi\lambda^2 r_e^2 \iiint_{-\infty}^{+\infty} d^3K S_{\Delta N_e}(\vec{K}) \int_{L_v}^{L_v+R_{iono}} ds \int_{L_v}^{L_v+R_{iono}} ds' e^{i(s-s')K_z} \cos\left(\frac{sK_r^2}{2k_0}\right) \cos\left(\frac{s'K_r^2}{2k_0}\right). \quad \text{A.18}$$

Avec l'aide au calcul [Galiègue, 2015]:

$$\int_a^b dx \int_a^b dx' f(x)g(x')e^{iK(x-x')} = 2\pi\delta(K) \int_a^b dx f(x)g(x), \quad \text{A.19}$$

il est possible d'éliminer l'intégrale en s' de l'équation A.18 :

$$\langle \varphi^2 \rangle = 2\pi\lambda^2 r_e^2 \iiint_{-\infty}^{+\infty} d^3K S_{\Delta N_e}(\vec{K}) \delta(K_s) \int_{L_v}^{L_v+R_{iono}} ds \cos^2\left(\frac{sK_r^2}{2k_0}\right). \quad \text{A.20}$$

En utilisant une formule trigonométrique, il sera possible d'écrire :

$$\langle \varphi^2 \rangle = 2\pi\lambda^2 r_e^2 \iiint_{-\infty}^{+\infty} d^3K S_{\Delta N_e}(\vec{K}) \delta(K_s) \int_{L_v}^{L_v+R_{iono}} ds \left(1 - \sin^2\left(\frac{sK_r^2}{2k_0}\right) \right). \quad \text{A.21}$$

L'étape suivante est le calcul de l'intégrale en z de l'équation A.21. Il est possible d'obtenir une forme analytique de cette intégrale :

$$\int_{L_v}^{L_v+R_{iono}} ds \left(1 - \sin^2\left(\frac{sK_r^2}{2k_0}\right) \right) = \frac{2k_0 \sin\left(\frac{K_r^2(L_v+R_{iono})}{k_0}\right)}{4K_r^2} + \frac{R_{iono}}{2} - \frac{2k_0 \sin\left(\frac{K_r^2 L_v}{k_0}\right)}{4K_r^2}, \quad \text{A.22}$$

$$\Leftrightarrow \int_{L_v}^{L_v+R_{iono}} ds \left(1 - \sin^2\left(\frac{sK_r^2}{2k_0}\right) \right) = \frac{k_0 \left(\sin\left(\frac{K_r^2(L_v+R_{iono})}{k_0}\right) - \sin\left(\frac{K_r^2 L_v}{k_0}\right) \right)}{2K_r^2} + \frac{R_{iono}}{2}, \quad \text{A.23}$$

puis, en utilisant une formule trigonométrique :

$$\int_{L_v}^{L_v+R_{iono}} ds \left(1 - \sin^2 \left(\frac{zK_r^2}{2k_0} \right) \right) = \frac{R_{iono}}{2} \left[1 + \text{sinc} \left(\frac{K_r^2 R_{iono}}{2k_0} \right) \cos \left(\frac{K_r^2 (2L_v + R_{iono})}{2k_0} \right) \right]. \quad A.24$$

Nous allons donc par conséquent définir :

$$F_\varphi(K_u, K_v) = \frac{1}{2} \left[1 + \text{sinc}(\xi X) \cos(X(1 + \xi)) \right], \quad A.25$$

Où $\xi = \frac{R_{iono}}{2L_v}$ et $X = \frac{L_v K_r^2}{k_0}$. En substituant les équations A.24 et A.25 dans l'écriture de la variance de phase, nous allons obtenir :

$$\langle \varphi^2 \rangle = 2\pi\lambda^2 r_e^2 R_{iono} \iint_{-\infty}^{+\infty} dK_u dK_v S_{\Delta N_e}(K_u, K_v, 0) F_\varphi(K_u, K_v) \quad A.26$$

De plus, remarquons que $F_\varphi(K_u, K_v) = 1 - F_\chi(K_u, K_v)$, d'où :

$$\langle \varphi^2 \rangle = 2\pi\lambda^2 r_e^2 R_{iono} \iint_{-\infty}^{+\infty} dK_u dK_v S_{\Delta N_e}(K_u, K_v, 0) - \langle \chi^2 \rangle \quad A.27$$

En remplaçant dans cette écriture la valeur $S_{\Delta N_e}(K_u, K_v, 0)$ par la valeur que l'on connaît, calculée en équation 2.25 et utilisée pour le calcul de la variance de log-amplitude :

$$\langle \varphi^2 \rangle = 2\pi\lambda^2 r_e^2 R_{iono} a^{3-p} A_y A_z C_s \iint_{-\infty}^{+\infty} dK_u dK_v \left(AK_u^2 + BK_v^2 + 2CK_u K_v + \frac{K_0^2}{a^2} \right)^{-\frac{p}{2}} - \langle \chi^2 \rangle, \quad A.28$$

soit, en fonction du $C_k L$:

$$\langle \varphi^2 \rangle = \frac{2\pi\lambda^2 r_e^2 a^{3-p} A_y A_z C_k L R_{iono}}{\left(\frac{10^3}{2\pi}\right)^p \Delta H} \iint_{-\infty}^{+\infty} dK_u dK_v \left(AK_u^2 + BK_v^2 + 2CK_u K_v + \frac{K_0^2}{a^2} \right)^{-\frac{p}{2}} - \langle \chi^2 \rangle. \quad A.29$$

Cette forme analytique est l'expression exacte de la variance de phase sous hypothèse de Rytov. Elle possède néanmoins une intégrale double, qui peut être calculée sous quelques hypothèses. Celles-ci ont été établies au 2.3.1. Le calcul détaillé est disponible dans [Galiègue, 2015]. La variance de phase asymptotique est notée $\langle \varphi^2 \rangle_{ASYM}$, afin de la différencier de la variance de phase analytique. L'expression finale est obtenue à l'équation A.30 :

$$\langle \varphi^2 \rangle_{ASYM} = \frac{4\pi^2 \lambda^2 r_e^2 a A_y A_z K_0^{2-p} C_k L R_{iono}}{\left(\frac{10^3}{2\pi}\right)^p \Delta H (p-2) \sqrt{AB - C^2}} - \langle \chi^2 \rangle_{ASYM}. \quad A.30$$

L'indice de phase habituellement utilisé σ_φ peut donc s'écrire dans le formalisme conduit dans de cette partie:

$$\sigma_\varphi = \sqrt{\frac{4\pi^2 \lambda^2 r_e^2 a A_y A_z K_0^{2-p} C_k L R_{iono}}{\left(\frac{10^3}{2\pi}\right)^p \Delta H (p-2) \sqrt{AB - C^2}} - \langle \chi^2 \rangle_{ASYM}}. \quad A.31$$

ANNEXE 2.3 : CALCULS ANALYTIQUES ET ASYMPTOTIQUES DU SPECTRE DE PHASE

De manière analogue à la log-amplitude, le spectre fréquentiel de la phase au niveau du récepteur est la transformée de Fourier de la fonction de covariance temporelle de la phase du signal au même point, c'est-à-dire :

$$W_\varphi(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau \langle \varphi(\vec{R}, t) \varphi(\vec{R}, t + \tau) \rangle^{3D} e^{-i\omega\tau}. \quad A.32$$

En Annexe 2.2., le lien entre la phase et la variation des irrégularités électroniques a été montré à l'équation A.11, et en utilisant le fait que $\langle \Delta N_e \rangle = 0$, le moment d'ordre 2 de la phase s'écrit :

$$\begin{aligned} \langle \varphi(\vec{R}, t) \varphi(\vec{R}, t + \tau) \rangle^{3D} \\ = (4\pi r_e)^2 \iiint_{-\infty}^{+\infty} d^3 r B^{3D}(\vec{R}, \vec{r}) \iiint_{-\infty}^{+\infty} d^3 r' B^{3D}(\vec{R}, \vec{r}') \langle \Delta N_e(\vec{r}, t) \Delta N_e(\vec{r}', t + \tau) \rangle^{3D}. \end{aligned} \quad A.33$$

Sous l'hypothèse de Taylor (déjà utilisée à la partie 2.3.2), le milieu turbulent est gelé et advecté d'une vitesse $\vec{V} = \begin{pmatrix} V_u \\ V_v \\ V_z \end{pmatrix}$, de telle sorte que $\Delta N_e(\vec{r}', t + \tau) = \Delta N_e(\vec{r}' + \tau \vec{V}, t)$. En utilisant la grandeur E , introduite en Annexe 2.2 équation A.16, l'équation A.33 peut s'écrire sous la forme :

$$\langle \varphi(\vec{R}, t) \varphi(\vec{R}, t + \tau) \rangle^{3D} = (4\pi r_e)^2 \iiint_{-\infty}^{+\infty} d^3 K S_{\Delta N_e}^{3D}(\vec{K}) E^{3D}(\vec{K}) E^{3D}(-\vec{K}) e^{i\vec{K}\tau\vec{v}} p(s). \quad A.34$$

D'après les calculs conduits en Annexe 2.2, nous savons que l'équation A.34 est équivalente à l'équation A.35 :

$$\langle \varphi(\vec{R}, t) \varphi(\vec{R}, t + \tau) \rangle^{3D} = 2\pi\lambda^2 r_e^2 \iiint_{-\infty}^{+\infty} d^3 K S_{\Delta N_e}^{3D}(\vec{K}) \delta(K_s) e^{i\vec{K}\tau\vec{v}} \int_{z_1}^{z_1 + \Delta H} ds \cos^2\left(\frac{SK_r^2}{2k_0}\right). \quad A.35$$

L'intégrale en s de l'équation A.35 a déjà été calculée au 2.3.1, et l'on obtient en injectant sa valeur dans cette équation :

$$\langle \varphi(\vec{R}, t) \varphi(\vec{R}, t + \tau) \rangle^{3D} = 2\pi\lambda^2 r_e^2 R_{iono} \iiint_{-\infty}^{+\infty} dK_u dK_v S_{\Delta N_e}^{3D}(K_u, K_v, 0) F_\varphi(K_u, K_v) e^{i\tau(K_u V_u + K_v V_v)} \quad A.36$$

Injectons l'expression de ce moment d'ordre 2 de la phase du signal dans l'expression du spectre phase :

$$\begin{aligned} W_\varphi(\omega) = 2\pi\lambda^2 r_e^2 R_{iono} a^{3-p} A_y A_z C_s \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau \iiint_{-\infty}^{+\infty} dK_u dK_v \left(AK_u^2 + BK_v^2 + 2CK_u K_v \right. \\ \left. + \frac{K_0^2}{a^2} \right)^{\frac{-p}{2}} F_\varphi(K_u, K_v) e^{i\tau(K_u V_u + K_v V_v - \omega)}, \end{aligned} \quad A.37$$

où l'on rappelle que $F_\varphi(K_u, K_v) = 1 - F_\chi(K_u, K_v)$. Si F_φ est ainsi remplacé dans l'équation A.37 :

$$\begin{aligned} W_\varphi(\omega) = 2\pi\lambda^2 r_e^2 R_{iono} a^{3-p} A_y A_z C_s \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau \iiint_{-\infty}^{+\infty} dK_u dK_v \left(AK_u^2 + BK_v^2 + 2CK_u K_v \right. \\ \left. + \frac{K_0^2}{a^2} \right)^{\frac{-p}{2}} e^{i\tau(K_u V_u + K_v V_v - \omega)} - W_\chi(\omega). \end{aligned} \quad A.38$$

La dépendance au spectre de log-amplitude est donc clairement établie. Notons :

$$I = \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau \iint_{-\infty}^{+\infty} dK_u dK_v S_{\Delta N_e}(K_u, K_v, 0) e^{i\tau(K_u V_u + K_v V_v - \omega)}. \quad \text{A.39}$$

L'intégrale sur τ peut donner :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} d\tau e^{i\tau(K_u V_u + K_v V_v - \omega)} = 2\pi \delta(K_u V_u + K_v V_v - \omega). \quad \text{A.40}$$

Grâce à la définition du Dirac. Remplacé dans l'équation A.39, nous obtenons :

$$I = 2\pi \iint_{-\infty}^{+\infty} dK_u dK_v S_{\Delta N_e}(K_u, K_v, 0) \delta(K_u V_u + K_v V_v - \omega). \quad \text{A.41}$$

De manière similaire à la partie 2.3.2.1, posons $X = K_u V_u + K_v V_v - \omega$, on exprime K_v en fonction de K_u et X :

$$K_v = \frac{X + \omega - K_u V_u}{V_v}. \quad \text{A.42}$$

La différentielle de cette grandeur en considérant K_u et ω constants :

$$dK_v = \frac{dX}{V_v}. \quad \text{A.43}$$

En remplaçant K_v et dK_v de l'équation A.41 par leurs expressions A.42 et A.43 :

$$I = \frac{2\pi}{V_v} \iint_{-\infty}^{+\infty} dX dK_u S_{\Delta N_e}\left(K_u, \frac{X + \omega - K_u V_u}{V_v}, 0\right) \delta(X). \quad \text{A.44}$$

D'où, par la définition du Dirac :

$$I = \frac{2\pi}{V_v} \int_{-\infty}^{+\infty} dK_u S_{\Delta N_e}\left(K_u, \frac{\omega - K_u V_u}{V_v}, 0\right). \quad \text{A.45}$$

Notons désormais :

$$J = \int_{-\infty}^{+\infty} dK_u S_{\Delta N_e}\left(K_u, \frac{\omega - K_u V_u}{V_v}, 0\right). \quad \text{A.46}$$

Soit en remplaçant le spectre par son expression :

$$J = a^{3-p} A_y A_z C_s \int_{-\infty}^{+\infty} dK_u \left(AK_u^2 + B \left(\frac{\omega - K_u V_u}{V_v} \right)^2 + \frac{2CK_u(\omega - K_u V_u)}{V_v} + \frac{K_0^2}{a^2} \right)^{-\frac{p}{2}}. \quad \text{A.47}$$

Posons alors :

$$J = a^{3-p} A_y A_z C_s \int_{-\infty}^{+\infty} dK_u (PK_u^2 + QK_u + R)^{-\frac{p}{2}} \quad \text{A.48}$$

où $P = A + B \frac{V_u^2}{V_v^2}$, $Q = \frac{2C\omega}{V_v} - \frac{2B\omega V_u}{V_v^2}$, $R = \frac{B\omega^2}{V_v^2} + \frac{K_0^2}{a^2}$. [Gradshteyn *et al.*, 2007] donne :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{(PK_u^2 + QK_u + R)^{\frac{p}{2}}} = \left(\frac{R}{P} - \frac{Q^2}{4P^2}\right)^{\frac{1-p}{2}} \frac{\Gamma\left(\frac{p-1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{p}{2}\right)} \sqrt{\pi} P^{-\frac{p}{2}}, \quad \text{A.49}$$

et après quelques étapes de calcul, il est possible d'obtenir l'équation A.50 [Galiègue, 2015] :

$$J = a^{3-p} A_y A_z C_s \left(\frac{K_0^2}{a^2 \omega^2} + \frac{AB - C^2}{AV_v^2 + BV_u^2 - 2CV_u V_v} \right)^{\frac{1-p}{2}} \frac{\Gamma\left(\frac{p-1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{p}{2}\right)} \frac{1}{\sqrt{AV_v^2 + BV_u^2 - 2CV_u V_v}} \sqrt{\pi} V_v \omega^{1-p}. \quad \text{A.50}$$

En substituant ensuite J dans l'écriture de I (équation A.45) et I dans l'écriture du spectre (équation A.38) :

$$W_\varphi(\omega) = 4\pi^2 \lambda^2 r_e^2 R_{iono} a^{3-p} A_y A_z C_s \left(\frac{K_0^2}{a^2 \omega^2} + \frac{AB - C^2}{AV_v^2 + BV_u^2 - 2CV_u V_v} \right)^{\frac{1-p}{2}} \frac{\Gamma\left(\frac{p-1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{p}{2}\right)} \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{AV_v^2 + BV_u^2 - 2CV_u V_v}} \omega^{1-p} - W_\chi(\omega). \quad \text{A.51}$$

Dans le repère principal de l'ellipse, cette formulation devient :

$$W_\varphi(\omega) = 4\pi^2 \lambda^2 r_e^2 R_{iono} a^{3-p} A_y A_z C_s \left(\frac{K_0^2}{a^2 \omega^2} + \frac{A'B'}{A'V_{v'}^2 + B'V_{u'}^2} \right)^{\frac{1-p}{2}} \frac{\Gamma\left(\frac{p-1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{p}{2}\right)} \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{AV_v^2 + BV_u^2 - 2CV_u V_v}} \omega^{1-p} - W_\chi(\omega), \quad \text{A.52}$$

et en fonction du $C_k L$:

$$W_\varphi(\omega) = \frac{4\pi^2 \lambda^2 r_e^2 a^{3-p} A_y A_z C_k L R_{iono}}{\left(\frac{10^3}{2\pi}\right)^p \Delta H} \left(\frac{K_0^2}{a^2 \omega^2} + \frac{A'B'}{A'V_{v'}^2 + B'V_{u'}^2} \right)^{\frac{1-p}{2}} \frac{\Gamma\left(\frac{p-1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{p}{2}\right)} \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{AV_v^2 + BV_u^2 - 2CV_u V_v}} \omega^{1-p} - W_\chi(\omega). \quad \text{A.53}$$

Cette forme analytique peut cependant être simplifiée afin d'obtenir une forme asymptotique. Des approximations sont considérées pour des valeurs extrêmes de ω : dans le cas où ω est faible, ou encore ω tend vers 0, le terme en K_0 est considéré comme étant prédominant dans la somme $\frac{K_0^2}{a^2 \omega^2} + \frac{A'B'}{A'V_{v'}^2 + B'V_{u'}^2}$ de l'équation A.53. Il est donc possible d'écrire :

$$W_\varphi(\omega \rightarrow 0) = \frac{4\pi^2 \sqrt{\pi} \lambda^2 r_e^2 a^2 A_y A_z C_k L R_{iono} \Gamma\left(\frac{p-1}{2}\right) K_0^{1-p}}{\left(\frac{10^3}{2\pi}\right)^p \Delta H \sqrt{AV_v^2 + BV_u^2 - 2CV_u V_v} \Gamma\left(\frac{p}{2}\right)} - W_\chi(0). \quad \text{A.54}$$

Dans le cas contraire, où ω tend vers l'infini, le terme en $\frac{K_0^2}{a^2 \omega^2}$ peut être négligé dans la somme $\frac{K_0^2}{a^2 \omega^2} + \frac{A'B'}{A'V_{v'}^2 + B'V_{u'}^2}$ de l'équation A.53. L'équation devient donc :

$$W_\varphi(\omega \rightarrow +\infty) = \frac{4\pi^2 \sqrt{\pi} \lambda^2 r_e^2 a^{3-p} A_y A_z C_k L R_{iono} \Gamma\left(\frac{p-1}{2}\right) \omega^{1-p}}{\left(\frac{10^3}{2\pi}\right)^p \Delta H \Gamma\left(\frac{p}{2}\right) (AV_v^2 + BV_u^2 - 2CV_u V_v)^{1-\frac{p}{2}} (AB - C^2)^{\frac{p-1}{2}}} - W_\chi(\omega \rightarrow +\infty) \quad \text{A.55}$$

Or, nous remarquons que ce calcul conduit à :

$$W_\varphi(\omega \rightarrow +\infty) = W_\chi(\omega \rightarrow +\infty). \quad \text{A.56}$$

ANNEXES AU CHAPITRE 3

ANNEXE 3.1 : DÉMONSTRATION DE L'ÉCRITURE DE LA DISTANCE SATELLITE - RÉCEPTEUR COMME UN POLYNÔME D'ORDRE 2 DU TEMPS

On cherche à déterminer la distance entre un point de l'espace appartenant à un cercle de rayon r (centrée sur le centre de la terre) et un satellite, en orbite sur un cercle de rayon R , comme présenté Figure A.2.

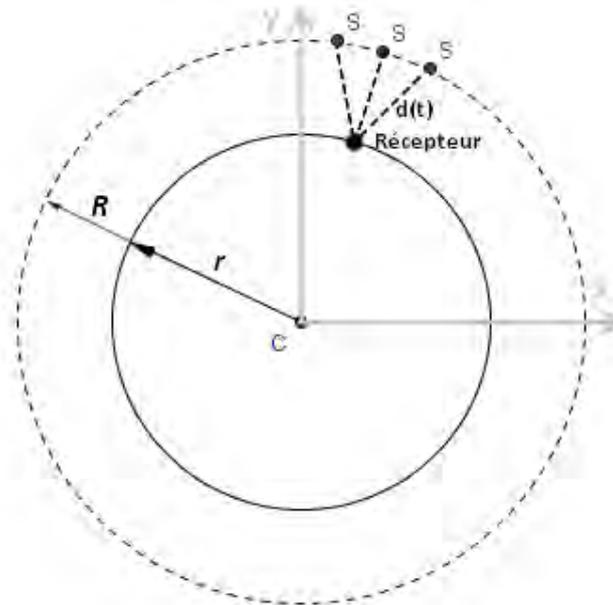


FIGURE A.2 - ORBITE DE L'ÉMETTEUR ET DISTANCE AU RÉCEPTEUR EN COUPE 2D.

Le problème peut être présenté comme en Figure A.3 :

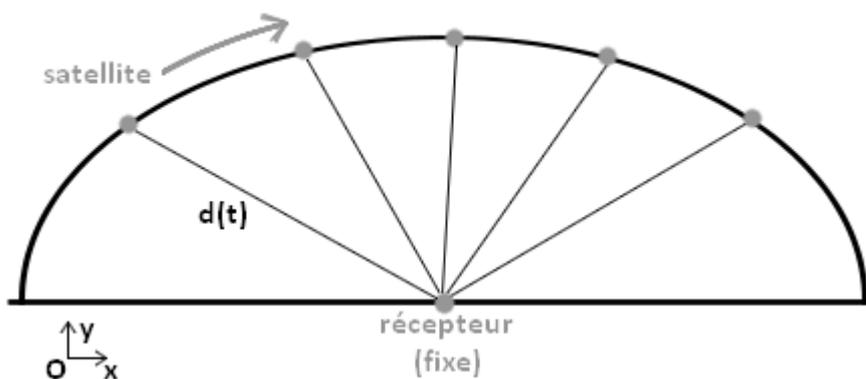


FIGURE A.3 - TRAJECTOIRE SATELLITE-RÉCEPTEUR SIMPLIFIÉE.

Dans cette configuration, la distance entre le récepteur (que l'on considère comme étant l'origine du repère) et le satellite est donnée par :

$$d(t) = \sqrt{x(t)^2 + y(t)^2}, \quad \text{A.57}$$

où $x(t)$ est l'abscisse du satellite à l'instant t , et $y(t)$ son ordonnée.

Or, le satellite GNSS suit (en première approximation) un mouvement parabolique autour du récepteur, dans le référentiel terrestre Galiléen. On peut donc exprimer $y(t)$ sous forme d'un polynôme d'ordre 2 de $x(t)$. De plus, étant donné que le récepteur est à l'origine du repère, et que par conséquent le périégée est atteint en $x(t_{\text{perigee}}) = 0$, le polynôme n'aura pas de coefficient d'ordre 1. On pourra donc écrire :

$$y(t) = ax(t)^2 + c, \quad \text{A.58}$$

où a est homogène à l'inverse d'une distance, et c est homogène à une distance (c'est en réalité l'altitude du satellite, donc la distance récepteur-satellite au périégée).

Par suite, en remplaçant ces valeurs dans le calcul de la distance, on aura :

$$d(t) = \sqrt{(ax(t)^2 + c)^2 + x(t)^2}, \quad \text{A.59}$$

Afin d'éviter la racine, on passe la distance au carré. On obtient donc :

$$d(t)^2 = a^2x(t)^4 + c^2 + (2ca + 1)x(t)^2, \quad \text{A.60}$$

On fait l'hypothèse que sur une courte distance, la vitesse de la trace du satellite sur la terre est constante ; on peut donc exprimer la coordonnée $x(t)$ comme étant un polynôme d'ordre 1 du temps. Soit donc :

$$x(t) = v_0t + d_0. \quad \text{A.61}$$

En introduisant cette dépendance au temps dans la distance, on obtient :

$$d(t)^2 = a^2(v_0t + d_0)^4 + c^2 + (2ca + 1)(v_0t + d_0)^2. \quad \text{A.62}$$

Soit donc :

$$d(t)^2 = a^2(v_0^4t^4 + d_0^4 + 4v_0d_0^2t^3 + 4v_0d_0^3t + 2v_0^2d_0^2t^2) + c^2 + (2ca + 1)(v_0^2t^2 + d_0^2 + 2d_0v_0t). \quad \text{A.63}$$

En développant cette expression, on obtient donc :

$$d(t)^2 = a^2(v_0^4t^4 + d_0^4 + 4v_0d_0^2t^3 + 4v_0d_0^3t + 2v_0^2d_0^2t^2) + c^2 + (2ca + 1)(v_0^2t^2 + d_0^2 + 2d_0v_0t). \quad \text{A.64}$$

Puis :

$$d(t)^2 = a^2v_0^4t^4 + 4a^2v_0^3d_0t^3 + t^2(4a^2d_0^2v_0^2 + 2a^2v_0^2d_0^2 + 2acv_0^2 + v_0^2) + t(4a^2v_0d_0^3 + 4acv_0d_0 + 2d_0v_0) + a^2d_0^4 + c^2 + 2acd_0^2 + d_0^2. \quad \text{A.65}$$

Or, si un processus ϕ s'exprime comme un polynôme d'ordre 2 en fonction du temps : $\phi = \alpha t^2 + \beta t + \gamma$, alors son carré s'exprimera de la façon :

$$\phi(t)^2 = \alpha^2t^4 + 2\beta\alpha t^3 + t^2(\beta^2 + 2\alpha\gamma) + 2\beta\gamma t + \gamma^2. \quad \text{A.66}$$

On peut effectuer l'inversion des paramètres, et ainsi obtenir :

$$\begin{cases} \alpha^2 = a^2 v_0^4 \\ 2\beta\alpha = 4a^2 v_0^3 d_0 \\ \beta^2 + 2\alpha\gamma = 4a^2 d_0^2 v_0^2 + 2a^2 v_0^2 d_0^2 + 2acv_0^2 + v_0^2. \\ 2\beta\gamma = 4a^2 v_0 d_0^3 + 4acv_0 d_0 + 2d_0 v_0 \\ \gamma^2 = a^2 d_0^4 + c^2 + 2acd_0^2 + d_0^2 \end{cases} \quad \text{A.67}$$

L'inversion du système donne, en choisissant les solutions positives :

$$\begin{cases} \alpha = av_0^2 \\ \beta = 2av_0 d_0 \\ \gamma = ad_0^2 + c + \frac{1}{2a} \\ \beta^2 + 2\alpha\gamma = 4a^2 d_0^2 v_0^2 + 2a^2 v_0^2 d_0^2 + 2acv_0^2 + v_0^2 \\ \gamma^2 = a^2 d_0^4 + c^2 + 2acd_0^2 + d_0^2 \end{cases} \quad \text{A.68}$$

Nous possédons désormais l'expression des 3 paramètres de l'équation polynomiale d'ordre 2 que vérifie $d(t)$. Néanmoins, les deux dernières équations vont nous permettre de vérifier ces relations (si les équations sont liées avec les trois premières qui nous ont permis d'exprimer les trois inconnues α, β et γ), ou d'obtenir des relations entre les différents paramètres.

Le calcul du membre de gauche de la 4^{ème} équation de A.68 via les trois premières équations donne :

$$\beta^2 + 2\alpha\gamma = 4a^2 d_0^2 v_0^2 + 2av_0^2 \left(ad_0^2 + c + \frac{1}{2a} \right). \quad \text{A.69}$$

Ce qui est exactement le membre de droite de la 4^{ème} équation de A.68 Cela permet donc de réaliser une vérification de la valeur de nos paramètres mais pas d'obtenir une relation entre eux.

Le terme de gauche de la 5^{ème} équation de A.68 est calculé :

$$\gamma^2 = \left(ad_0^2 + c + \frac{1}{2a} \right)^2. \quad \text{A.70}$$

Lorsque l'on écrit le membre de gauche de la 5^{ème} équation de A.68 on obtient l'équation :

$$a^2 d_0^4 + c^2 + \frac{1}{4a^2} + ac + d_0^2 + 2acd_0^2 = a^2 d_0^4 + c^2 + 2acd_0^2 + d_0^2, \quad \text{A.71}$$

ce qui amène à la relation :

$$a^3 = -\frac{1}{4c}. \quad \text{A.72}$$

Cette relation permet de souligner quelques points :

- Nous avons fixé une vitesse au satellite, ainsi que sa trajectoire (une parabole). Nous avons également fixé les coordonnées de son périégée par le paramètre c , l'altitude du satellite. Par conséquent, il est logique que l'ensemble de sa trajectoire (à savoir, le paramètre a) soit fixé.

- Le paramètre c est strictement positif (altitude du satellite), ce qui amène a à être négatif. Or, la parabole que décrit la trajectoire du satellite dans la Figure A.3 est bien concave ; par conséquent, il est logique que le coefficient de degré 2 soit négatif.

Au final, on remarque bien que l'on peut écrire la distance comme un polynôme de degré 2 du temps :

$$d(t) = av_0^2 t^2 + 2av_0 d_0 t + ad_0^2 + c + \frac{1}{2a},$$

A.73

$$\text{où } a^3 = -\frac{1}{4c}.$$

ANNEXE 3.2 : C/N_0 , SNR (SIGNAL-TO-NOISE RATIO) ET PLANCHER DE BRUIT

D'après [Kaplan *et al.*, 2005], le rapport signal sur bruit (SNR) est habituellement exprimé en décibels (dB). C'est le rapport de la puissance du signal reçu sur la puissance du bruit, dans une bande passante donnée. Il s'exprime donc

$$SNR(dB) = S - N, \quad A.74$$

où S est la puissance du signal exprimée en dBW et N est la puissance du bruit dans une bande passante donnée, exprimée en dBW.

C/N_0 est habituellement exprimé en décibel-Hertz (dB.Hz), c'est le ratio de la puissance de la porteuse sur la densité spectrale de bruit. Ainsi, il s'exprime selon l'expression :

$$C/N_0 (dB.Hz) = C - (N - BW) = C - N_0 = SNR + BW \quad A.75$$

où C est la puissance de la porteuse en Watts, N_0 est la densité de puissance du bruit en dBW.Hz, et BW est la bande-passante d'étude en dB.Hz (c'est habituellement la bande passante équivalente du dernier filtre dans la chaîne RF du récepteur, qui est équivalente à la fréquence d'échantillonnage).

Dans les cas de simulations, un C/N_0 est fixé en entrée, en générant un bruit blanc gaussien d'énergie correspondante. Ainsi, un plancher de bruit apparaît ayant le même niveau d'énergie sur toutes les fréquences lorsque l'on visualise les spectres de phases et d'amplitudes (ou de log-amplitude). Ce plancher de bruit est fonction de la valeur de C/N_0 en entrée. Le SNR, le rapport signal à bruit, peut être obtenu à partir du C/N_0 :

$$SNR(dB) = C/N_0 (dB.Hz) - BW(dB.Hz). \quad A.76$$

La valeur de la fréquence d'échantillonnage est dans notre cas $f_{éch} = 50$ Hz, car l'on se place en post-corrélation, cela induit :

$$SNR(dB) = C/N_0 (dB.Hz) - 10 \log_{10} f_{éch}. \quad A.77$$

Soit pour une fréquence d'échantillonnage de 50Hz :

$$SNR(dB) = C/N_0 (dB.Hz) - 17. \quad A.78$$

ANNEXES AU CHAPITRE 5

ANNEXE 5.1 : DESCRIPTION DE LA GÉOMÉTRIE : PASSAGE DU REPÈRE DU ECEF

AU REPÈRE DU LOS

Dans cette partie, $\overrightarrow{a_b^{LOS}}$ est le vecteur $\overrightarrow{a_b}$ dont les composantes sont données dans le repère associé au LOS. Les coordonnées d'un vecteur sont x_{a_b} , où x est l'axe correspondant à la coordonnée dans le repère considéré, et a_b est le vecteur.

Dans la suite de ce chapitre, ce que l'on définira comme repère du LOS fait référence au repère géométrique orthonormé 3D ayant pour centre le point situé à 400km d'altitude et ayant comme axe de référence la trajectoire du signal, ou encore le vecteur ayant pour direction l'axe formé par le récepteur et le centre du repère.

L'ensemble de la géométrie sur laquelle reposent les formulations analytiques dans le repère du Line-of-Sight (LOS) est déterminée par deux angles γ et ψ , dont la définition est donnée par [Galiègue *et al.*, 2016] à partir du repère géomagnétique local. En plus de définir un repère géomagnétique local, ainsi qu'obtenir les angles γ et ψ , il est également nécessaire de connaître les vitesses relatives de mouvement du milieu par rapport à la liaison satellite-récepteur, et donc au repère du LOS, qui est fixe par rapport à celle-ci. Exprimer clairement ces quantités est donc le but de cette partie.

A.5.1.1 DÉTERMINATION DES COORDONNÉES DE POINTS D'INTÉRÊT DANS LE REPÈRE

ECEF

Afin de déterminer les coordonnées de l'ensemble des vecteurs d'intérêt dans le repère géomagnétique local, puis dans le repère du LOS, il est nécessaire d'exprimer tous les vecteurs dans un repère de référence. En GNSS, le repère ECEF (Earth-Centered Earth-Fixed) est habituellement utilisé. Celui-ci considère la terre via l'ellipsoïde WGS84, l'ellipsoïde de référence utilisé par le système GPS [Escher, 2009]. C'est dans ce repère que l'on se placera, et que l'on définira le repère géomagnétique local, puis le repère du LOS. Il est représenté Figure A.4.

Il est donc nécessaire d'obtenir une fonction permettant de passer des coordonnées latitude, longitude, altitude au repère ECEF, d'une part, et de l'élévation, azimut et altitude mesurée de l'IPP (Ionospheric Pierce Point, le point de percé du signal dans la couche supérieure de l'ionosphère considérée d'altitude constante, 400km) depuis la station de réception au repère ECEF, d'autre part.

Afin de passer des coordonnées latitude, longitude, altitude au repère ECEF, en notant lat la latitude, lon la longitude (tous deux en radians) et alt l'altitude de la station considérée, on obtient les équations A.79, A.80 et A.82 :

$$x_{REC} = \left(\frac{R_{terre}}{\sqrt{\cos(lat)^2 + (1-f)^2 \sin(lat)^2}} + alt \right) \cos(lat) \cos(lon), \quad A.79$$

$$y_{REC} = \left(\frac{R_{terre}}{\sqrt{\cos(lat)^2 + (1-f)^2 \sin(lat)^2}} + alt \right) \cos(lat) \sin(lon), \quad A.80$$

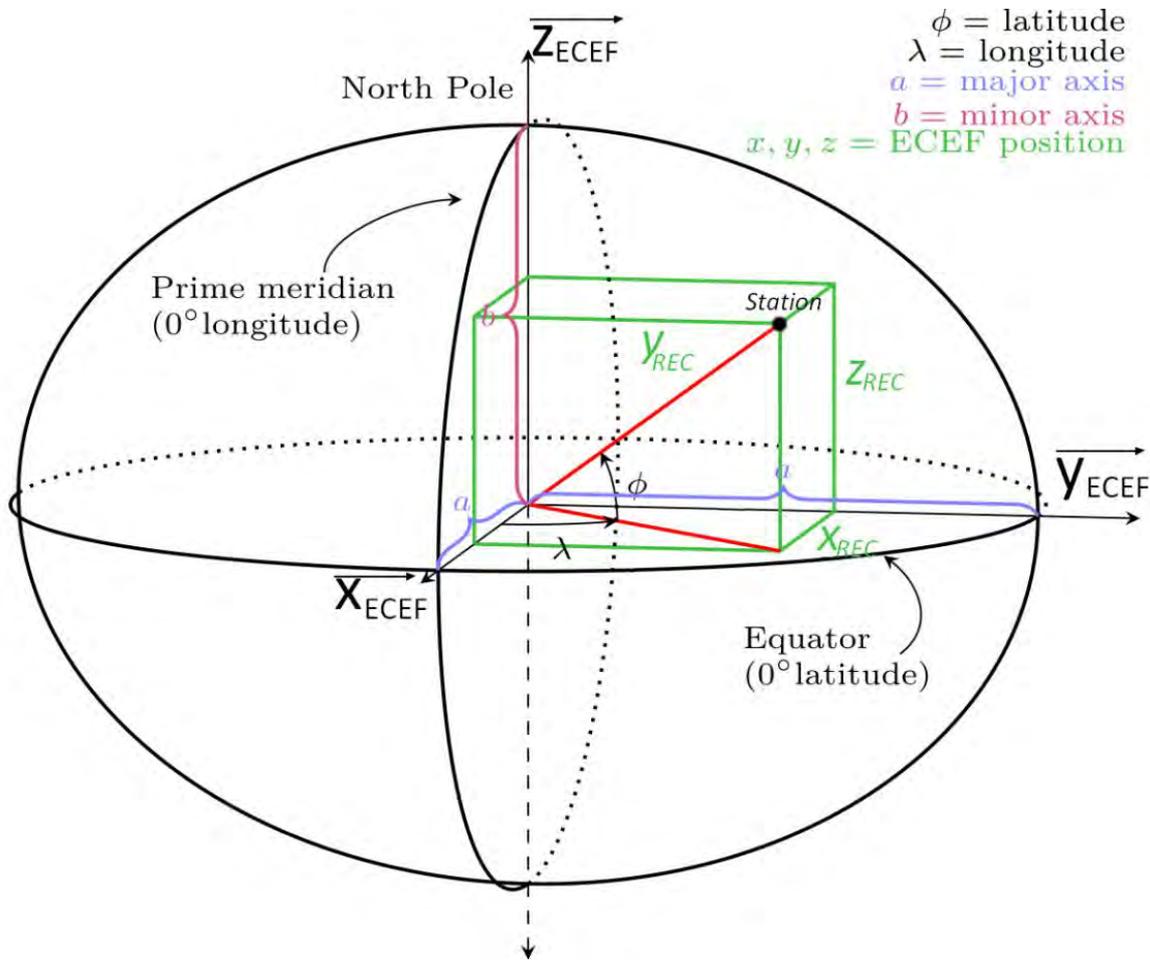


FIGURE A.4 - REPÈRE ECEF ET LIEN AVEC LES COORDONNÉES LATITUDE, LONGITUDE, ALTITUDE.

$$z_{REC} = \left(\frac{R_{terre}(1-f)^2}{\sqrt{\cos(lat)^2 + (1-f)^2 \sin(lat)^2}} + alt \right) \sin(lat), \quad A.81$$

avec $f = \frac{1}{298.257223563}$, le facteur d'aplatissement de WGS84, R_{terre} , le rayon moyen de la Terre en mètres (environ 6378137 m).

La position de l'IPP est donnée par le récepteur GNSS. Elle peut être par ailleurs facilement obtenue dès lors que l'on connaît l'élévation du satellite et son azimut. On considère ici l'élévation comme étant l'angle entre le zénith et la trajectoire du satellite.

En effet, la distance entre l'IPP et la station de réception est donnée par :

$$D_{range} = \frac{alt_{IPP} - alt}{\cos(V)}, \quad A.82$$

où V est l'angle d'incidence de l'IPP mesuré depuis la station de réception en radians (au zénith, l'incidence est de $V = 0^\circ$), alt_{IPP} et alt sont les altitudes de l'IPP et de la station de réception respectivement, en mètres.

Le vecteur entre l'IPP et la station de réception a donc pour norme D_{range} . Dans ce qui suit, Azi est l'azimut de l'IPP mesuré à partir de la station de réception.

Dans un premier temps, la position de l'IPP est exprimée dans le repère topocentrique-horizon (ou repère terrestre), c'est-à-dire un repère local ayant pour centre la station de réception, et comme axes le Nord, l'Est et le zénith. Il est représenté en vert dans la Figure A.5.

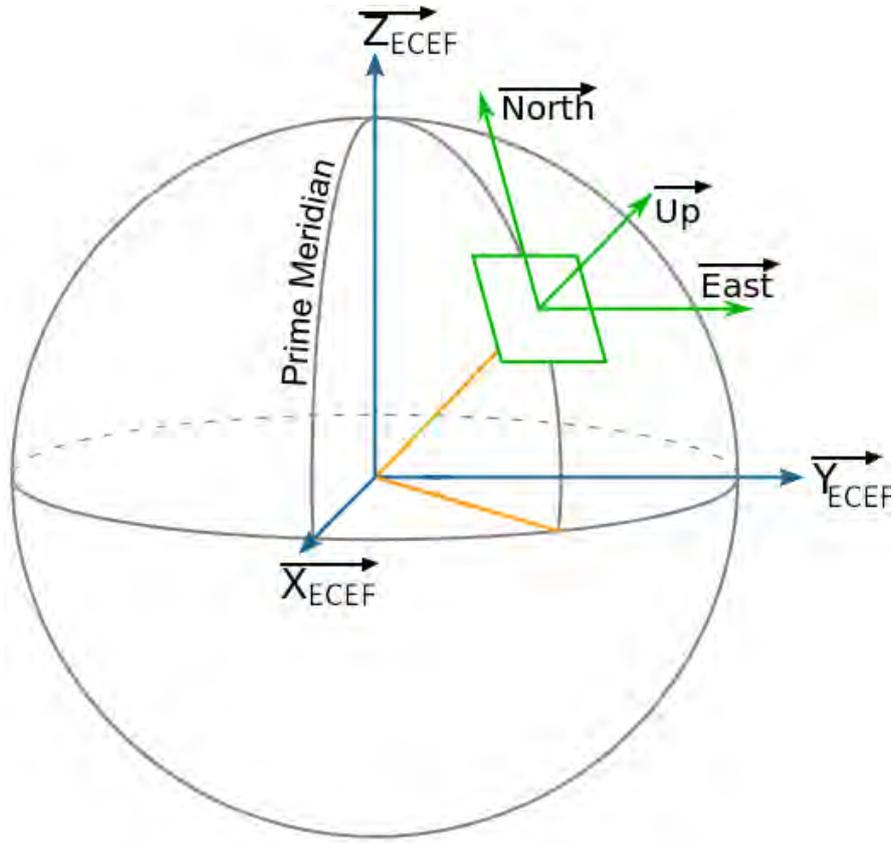


FIGURE A.5 - REPÈRE EAST-NORTH-UP (ENU) DANS LE REPÈRE ECEF.

Dans ce repère cartésien, on exprime les coordonnées de l'IPP (que l'on connaît actuellement via son azimut, son élévation, et sa distance au centre du repère, donc ses coordonnées sphériques). On obtient donc:

$$East_{IPP} = D_{range} \sin(V) \sin(Azi), \quad A.83$$

$$North_{IPP} = D_{range} \sin(V) \cos(Azi), \quad A.84$$

$$Up_{IPP} = D_{range} \cos(V), \quad A.85$$

où $North_{IPP}$, $East_{IPP}$ et Up_{IPP} sont les coordonnées de l'IPP dans le repère topocentrique-horizon ayant pour centre le récepteur.

Par suite, la position de l'IPP dans le repère ECEF est obtenue en effectuant un changement de repère, du repère topocentrique-horizon vers le repère ECEF. Les coordonnées de l'IPP dans le repère ECEF sont :

$$x_{IPP} = -\sin(lon) East_{IPP} - \sin(lat) \cos(lon) North_{IPP} + \cos(lat) \cos(lon) Up_{IPP} + x_{REC} \quad A.86$$

$$y_{IPP} = +\cos(lon) East_{IPP} - \sin(lat) \sin(lon) North_{IPP} + \cos(lat) \sin(lon) Up_{IPP} + y_{REC} \quad A.87$$

$$z_{IPP} = \cos(lat) North_{IPP} + \sin(lat) Up_{IPP} + z_{REC}. \quad A.88$$

La matrice de passage entre le repère ECEF et le repère topocentrique-horizon est donc :

$$P_{T-H \rightarrow ECEF} = \begin{pmatrix} -\sin(lon) & -\sin(lat) \cos(lon) & \cos(lat) \cos(lon) \\ \cos(lon) & -\sin(lat) \sin(lon) & \cos(lat) \sin(lon) \\ 0 & \cos(lat) & \sin(lat) \end{pmatrix}. \quad A.89$$

A.5.1.2 DÉTERMINATION DES ANGLES STIPEE

Le but de cette partie va être d'exprimer le repère géomagnétique local centré sur la station en réception dans le repère du LOS. Tout d'abord, dans le repère $ECEF$, un vecteur colinéaire à la trajectoire du signal, noté \vec{S} , peut être obtenu par :

$$\vec{S} = \begin{pmatrix} x_S \\ y_S \\ z_S \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{REC} - x_{IPP} \\ y_{REC} - y_{IPP} \\ z_{REC} - z_{IPP} \end{pmatrix}. \quad A.90$$

Deux autres vecteurs correspondant aux deux autres axes du repère du LOS sont dans le plan normal au vecteur \vec{S} .

Il convient désormais d'exprimer les composantes du champ magnétique terrestre afin d'obtenir les angles nécessaires à la description du milieu dans notre formalisme.

Le code GEOMAG [WMM2015, NOAA] propose un modèle des différentes composantes du champ magnétique dans le repère topocentrique-horizon, en fonction du jour de l'année. Une représentation des sorties de ce code est donnée en Figure A.6 : les axes \vec{X} , \vec{Y} et \vec{Z} dans cette figure correspondent respectivement aux axes \overrightarrow{North} , \overrightarrow{East} et $-\overrightarrow{Up}$ du repère topocentrique-horizon utilisé précédemment (mais cette fois centré sur l'IPP et non plus sur le récepteur) et de la Figure A.5. Le champ magnétique est selon le vecteur \vec{F} , dont la projection orthogonale sur le plan (X, Y) est le vecteur \vec{H} . Les angles \hat{D} (déclinaison magnétique, angle entre \vec{X} et \vec{H}) et \hat{I} (inclinaison magnétique, angle entre \vec{H} et \vec{F}) sont donnés par GEOMAG, ainsi que les coordonnées de \vec{F} dans le repère $(\vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z})$.

Afin d'obtenir le repère géomagnétique local à l'IPP, nous allons effectuer deux rotations du repère topocentrique-horizon : la première, d'angle \hat{D} , et d'axe \overrightarrow{Up} . Sa matrice de rotation est :

$$Rot_1 = \cos(\hat{D}) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + (1 - \cos(\hat{D})) \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \sin(\hat{D}) \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad A.91$$

soit donc :

$$Rot_1 = \begin{pmatrix} \cos(\hat{D}) & -\sin(\hat{D}) & 0 \\ \sin(\hat{D}) & \cos(\hat{D}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad A.92$$

Après multiplication matricielle, on obtiendra donc les trois vecteurs constituant un nouveau repère topocentrique-horizon, ayant effectué une rotation de \hat{D} :

$$\overrightarrow{East'} = Rot_1 \overrightarrow{East} \quad A.93$$

$$\overrightarrow{North'} = Rot_1 \overrightarrow{North} \quad A.94$$

$$\overrightarrow{Up'} = Rot_1 \overrightarrow{Up}. \quad A.95$$

On va désormais effectuer une rotation d'angle \hat{I} et d'axe $\overrightarrow{East'}$, afin de faire coïncider le champ magnétique avec l'axe \overrightarrow{North} initial. Les coordonnées de $\overrightarrow{East'}$ dans le repère topocentrique-horizon \overrightarrow{East} , \overrightarrow{North} , et \overrightarrow{Up} centré sur l'IPP sont :

$$\overrightarrow{East}^{T.H} = \begin{pmatrix} \cos(\hat{D}) \\ \sin(\hat{D}) \\ 0 \end{pmatrix}. \quad A.96$$

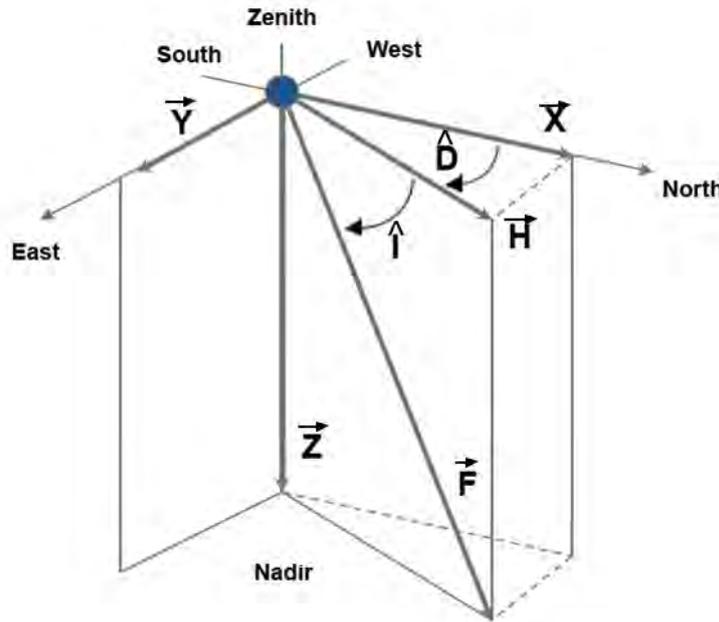


FIGURE A.6 - REPÈRE CODE GEOMAG [WMM2015, NOAA].

La matrice de rotation s'écrit donc :

$$Rot_2 = \cos(\hat{I}) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + (1 - \cos(\hat{I})) \begin{pmatrix} \cos(\hat{D})^2 & \cos(\hat{D}) \sin(\hat{D}) & 0 \\ \cos(\hat{D}) \sin(\hat{D}) & \sin(\hat{D})^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \sin(\hat{I}) \begin{pmatrix} 0 & 0 & \sin(\hat{D}) \\ 0 & 0 & -\cos(\hat{D}) \\ -\sin(\hat{D}) & \cos(\hat{D}) & 0 \end{pmatrix}. \quad A.97$$

Après multiplication des vecteurs du nouveau repère topocentrique-horizon avec cette matrice, on obtiendra donc :

$$\overrightarrow{X_{GEO_{TEMP}}^{LOC}} = Rot_2 \overrightarrow{East} \quad A.98$$

$$\overrightarrow{Y_{GEO_{TEMP}}^{LOC}} = Rot_2 \overrightarrow{North} \quad A.99$$

$$\overrightarrow{Z_{GEO_{TEMP}}^{LOC}} = Rot_2 \overrightarrow{Up}. \quad A.100$$

La matrice de passage entre le repère *ECEF* et le repère topocentrique-horizon utilisée dans cette partie a une forme similaire à la matrice $P_{T-H \rightarrow ECEF}$ utilisée en partie 1, excepté que les grandeurs *lon*, *lat* sont cette fois descriptives de l'IPP et non de la position du récepteur.

Nous pouvons donc exprimer ces vecteurs dans le repère *ECEF* :

$$\overrightarrow{X_{GEO_{TEMP}}^{ECEF}} = P_{T-H \rightarrow ECEF}^T \overrightarrow{X_{GEO}^{LOC}} \quad A.101$$

$$\overrightarrow{Y_{GEO_{TEMP}}^{ECEF}} = P_{T-H \rightarrow ECEF}^T \overrightarrow{Y_{GEO}^{LOC}} \quad A.102$$

$$\overrightarrow{Z_{GEO_{TEMP}}^{ECEF}} = P_{T-H \rightarrow ECEF}^T \overrightarrow{Z_{GEO}^{LOC}} \quad A.103$$

La normalisation de ces vecteurs donne :

$$\overrightarrow{X_{GEO}^{ECEF}} = \frac{\overrightarrow{X_{GEO_{TEMP}}^{ECEF}}}{\|\overrightarrow{X_{GEO_{TEMP}}^{ECEF}}\|} = \begin{pmatrix} x_{X_{GEO}} \\ y_{X_{GEO}} \\ z_{X_{GEO}} \end{pmatrix}, \quad A.104$$

$$\overrightarrow{Y_{GEO}^{ECEF}} = \frac{\overrightarrow{Y_{GEO_{TEMP}}^{ECEF}}}{\|\overrightarrow{Y_{GEO_{TEMP}}^{ECEF}}\|} = \begin{pmatrix} x_{Y_{GEO}} \\ y_{Y_{GEO}} \\ z_{Y_{GEO}} \end{pmatrix}, \quad A.105$$

$$\overrightarrow{Z_{GEO}^{ECEF}} = \frac{\overrightarrow{Z_{GEO_{TEMP}}^{ECEF}}}{\|\overrightarrow{Z_{GEO_{TEMP}}^{ECEF}}\|} = \begin{pmatrix} x_{Z_{GEO}} \\ y_{Z_{GEO}} \\ z_{Z_{GEO}} \end{pmatrix}. \quad A.106$$

La base orthonormée directe $(\overrightarrow{X_{GEO}^{ECEF}}, \overrightarrow{Y_{GEO}^{ECEF}}, \overrightarrow{Z_{GEO}^{ECEF}})$ centrée à l'IPP donne donc le repère géomagnétique local. L'ensemble des rotations menées à partir du repère topocentrique-horizon centré sur l'IPP afin d'obtenir le repère géomagnétique local peut être retrouvé en Figure A.7.

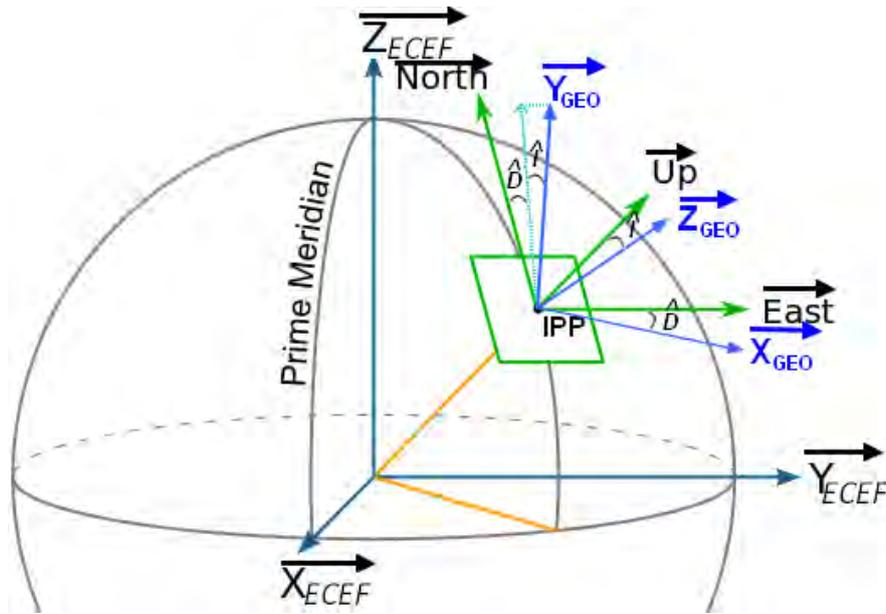


FIGURE A.7 - OBTENTION DU REPÈRE GÉOMAGNÉTIQUE LOCAL (GEO) À PARTIR DU REPÈRE TOPOCENTRIQUE-HORIZON.

Nous sommes donc en mesure de passer du repère *ECEF* au repère géomagnétique (abrégé repère GEO). Pour cela, la matrice de passage s'écrit :

$$P_{ECEF \rightarrow GEO} = \begin{pmatrix} x_{X_{GEO}} & x_{Y_{GEO}} & x_{Z_{GEO}} \\ y_{X_{GEO}} & y_{Y_{GEO}} & y_{Z_{GEO}} \\ z_{X_{GEO}} & z_{Y_{GEO}} & z_{Z_{GEO}} \end{pmatrix}. \quad A.107$$

Par conséquent, nous sommes en mesure d'estimer les angles γ et ψ , puisque l'on possède dans une base commune (repère *ECEF*) les coordonnées des 3 vecteurs du repère géomagnétique et les coordonnées du vecteur \vec{S} décrits dans l'équation A.90, et illustré dans la Figure A.8. Rappelons ici que le champ magnétique est orienté selon l'axe $\overrightarrow{Y_{GEO}}$. γ est l'angle formé entre les vecteurs $\overrightarrow{Y_{GEO}}$ et \vec{S} . On obtient la valeur de cet angle par l'équation A.108:

$$\gamma = \arccos\left(\frac{\vec{S} \cdot \overrightarrow{X_{GEO}}}{\|\vec{S}\|}\right). \quad \text{A.108}$$

ψ est l'angle formé entre $\overrightarrow{X_{GEO}}$ et le projeté orthogonal de $\overrightarrow{X_{GEO}}$ sur le plan normal au vecteur \vec{S} . Afin de pouvoir déterminer le projeté orthogonal de $\overrightarrow{X_{GEO}}$ sur le plan normal au vecteur \vec{S} , il est nécessaire de posséder deux vecteurs du plan normal au vecteur \vec{S} non colinéaires. Nous choisissons de déterminer deux vecteurs, \vec{U} et \vec{V} , orthogonaux et appartenant tous deux au plan normal à \vec{S} comme tracé en Figure A.8.

Afin d'obtenir \vec{U} , la condition à vérifier est : $\vec{S} \cdot \vec{U} = \vec{0}$. En termes de coordonnées, on obtient donc :

$$x_S x_U + y_S y_U + z_S z_U = 0. \quad \text{A.109}$$

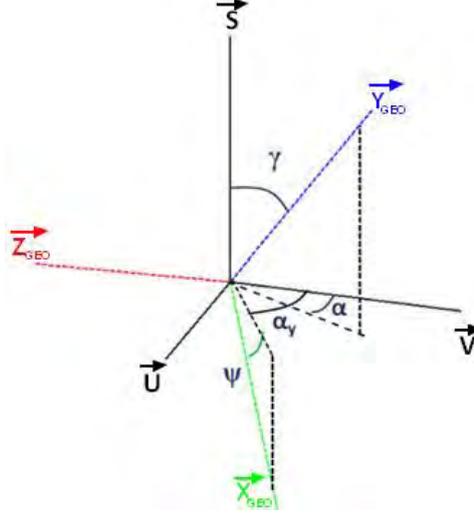


FIGURE A.8 - REPÈRE DU LOS ET GÉOMAGNÉTIQUE (GEO).

On choisit $z_S \neq 0$: on remarque via le produit scalaire, que l'on peut exprimer :

$$z_U = \frac{x_S x_U + y_S y_U}{z_S}. \quad \text{A.110}$$

En supposant $x_U = 1$ et $y_U = 1$, on obtient donc :

$$z_U = \frac{x_S + y_S}{z_S}. \quad \text{A.111}$$

Le vecteur u exprimé dans le repère $ECEF$ sera donc :

$$\overrightarrow{U}^{ECEF} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \frac{x_S + y_S}{z_S} \end{pmatrix}. \quad \text{A.112}$$

et on obtiendra donc le vecteur \vec{V} en effectuant :

$$\vec{V} = \vec{S} \wedge \vec{U}. \quad \text{A.113}$$

Ainsi, le repère $(\vec{U}, \vec{V}, \vec{S})$ sera un repère direct.

La projection de $\overrightarrow{X_{GEO}}$ sur (\vec{U}, \vec{V}) s'écrit :

$$\overrightarrow{P_{X_{GEO}}} = (\overrightarrow{X_{GEO}} \cdot \vec{U})\vec{U} + (\overrightarrow{X_{GEO}} \cdot \vec{V})\vec{V}. \quad \text{A.114}$$

On calcule par suite l'angle entre $\overrightarrow{P_{X_{GEO}}}$ et $\overrightarrow{X_{GEO}}$:

$$\psi = \arccos\left(\frac{\overrightarrow{P_{X_{GEO}}} \cdot \overrightarrow{X_{GEO}}}{\|\overrightarrow{P_{X_{GEO}}}\|}\right). \quad \text{A.115}$$

Les calculs ont ici été menés dans le repère *ECEF*. Néanmoins, la matrice de passage dans le repère du LOS peut être écrite, grâce aux coordonnées des vecteurs \vec{u} , \vec{v} et \vec{s} . Les vecteurs normalisés colinéaires à \vec{u} , \vec{v} et \vec{s} sont définis comme :

$$\overrightarrow{u_{temp}} = \frac{\vec{U}}{\|\vec{U}\|} \quad \text{A.116}$$

$$\overrightarrow{v_{temp}} = \frac{\vec{V}}{\|\vec{V}\|} \quad \text{A.117}$$

$$\vec{s} = \frac{\vec{S}}{\|\vec{S}\|}. \quad \text{A.118}$$

Afin de respecter la géométrie du repère du *LOS* décrite dans le chapitre 1, il est nécessaire de fixer l'angle entre la projection orthogonale de $\overrightarrow{Y_{GEO}}$ sur le plan formé par $(\overrightarrow{u_{temp}}, \overrightarrow{v_{temp}})$ et le vecteur \vec{v} comme étant égal à α_z . Pour ce faire, il est nécessaire d'effectuer pour les vecteurs $\overrightarrow{u_{temp}}$ et $\overrightarrow{v_{temp}}$ une rotation d'angle $\alpha_{diff} = \alpha_z - \alpha_{temp}$, où α_{temp} est l'angle entre la projection orthogonale de $\overrightarrow{Y_{GEO}}$ sur le plan formé par $(\overrightarrow{u_{temp}}, \overrightarrow{v_{temp}})$ et le vecteur $\overrightarrow{v_{temp}}$, comme illustré en Figure A.9.

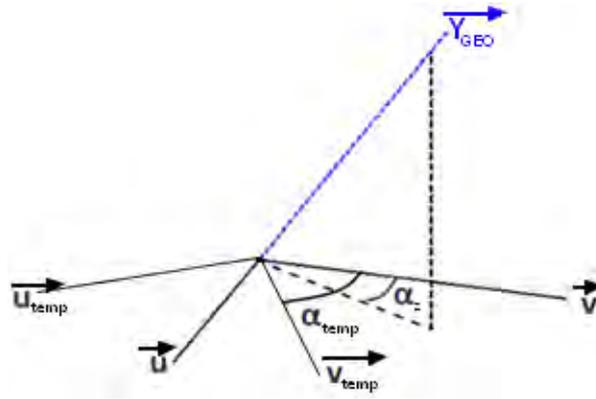


FIGURE A.9 - PLAN TRANSVERSE AU LOS TEMPORAIRE ET FINAL.

Cette rotation a pour axe \vec{s} . Sa matrice dans le repère *ECEF* est :

$$\begin{aligned} Rot_3 = & \cos(\alpha_{diff}) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + (1 - \cos(\alpha_{diff})) \begin{pmatrix} x_s^2 & x_s y_s & x_s z_s \\ x_s y_s & y_s^2 & y_s z_s \\ x_s z_s & y_s z_s & z_s^2 \end{pmatrix} \\ & + \sin(\alpha_{diff}) \begin{pmatrix} 0 & -z_s & y_s \\ z_s & 0 & -x_s \\ -y_s & x_s & 0 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad \text{A.119}$$

On obtiendra donc :

$$\overrightarrow{u^{ECEF}} = Rot_3 \overrightarrow{u_{temp}}, \quad \text{A.120}$$

$$\overrightarrow{v^{ECEF}} = Rot_3 \overrightarrow{v_{temp}}. \quad \text{A.121}$$

$(\vec{u}, \vec{v}, \vec{s})$ forme la base orthonormée directe du LOS. La matrice de passage entre le repère *ECEF* et le LOS est :

$$P_{ECEF \rightarrow LOS} = \begin{pmatrix} x_u & x_v & x_s \\ y_u & y_v & y_s \\ z_u & z_v & z_s \end{pmatrix}. \quad \text{A.122}$$

L'ensemble des calculs peuvent par conséquent être également menés dans le repère du LOS. Ces résultats sont illustrés par les figures présentées ci-dessous :

Sur la Figure A. 10, les trois composantes du champ magnétique terrestre données par le code Geomag dans le repère ECEF sont représentées sur les 3 graphes à l'IPP des liaisons en vue depuis Dakar, Sénégal entre les mois de septembre et octobre 2014. Nous remarquons que la composante Nord est majoritaire sur les liaisons. Plus l'IPP se trouve au nord, plus elle est loin de l'équateur. Le vecteur normalisé colinéaire au champ magnétique étant dirigé vers le nord et colinéaire à la surface de la terre à l'endroit où il est mesuré, les points les plus au nord possèdent logiquement une composante selon $\overrightarrow{x_{ECEF}}$ plus importante en valeur absolue. Cette composante est logiquement négative car le champ magnétique est dirigé de la surface de la terre vers son centre, à l'inverse de $\overrightarrow{x_{ECEF}}$.

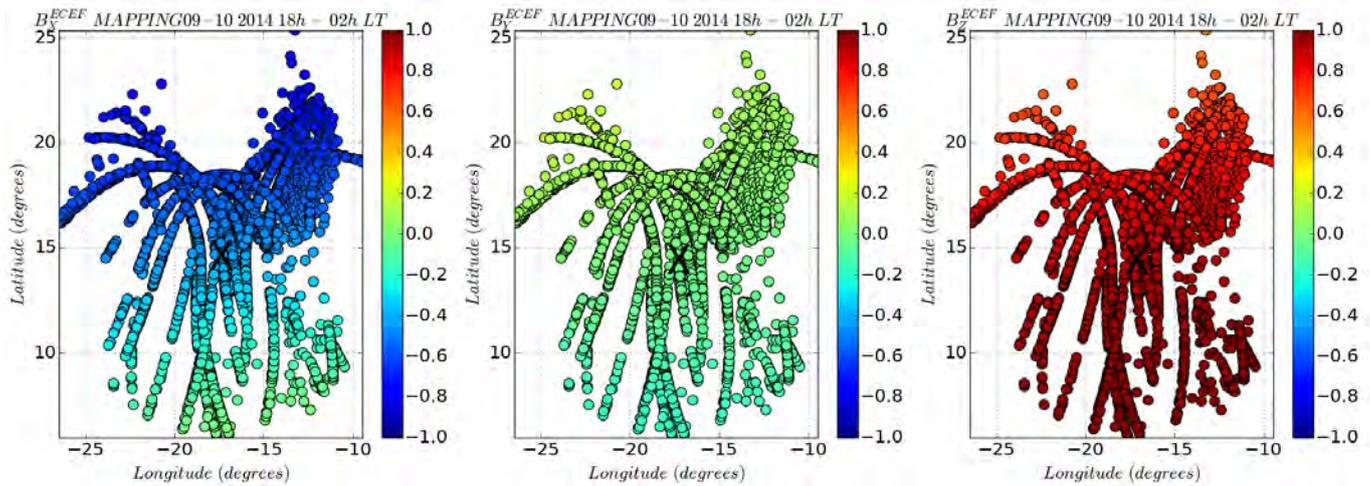


FIGURE A. 10 - COMPOSANTES DU CHAMP MAGNÉTIQUE DANS LE REPÈRE ECEF (EN μT).
LA POSITION DE DAKAR EST MARQUÉE PAR UN X.

Sur la Figure A.11, nous visualisons les trois composantes du vecteur du LOS, calculées dans le repère ECEF et représentées sur les 3 graphes à l'IPP des liaisons en vue depuis Dakar, Sénégal entre les mois de septembre et octobre 2014. On remarque aisément qu'au sud de Dakar (coordonnées (14.69,-17.44)), la composante selon $\overrightarrow{z_{ECEF}}$ est positive (le signal vient du satellite vers la terre), et plus le point de percé est au nord, plus cette composante diminue. Elle est comme attendue quasi nulle au zénith de Dakar (et pas totalement nulle, car Dakar n'est pas sur le méridien principal et à l'équateur), puis elle est négative au nord de Dakar. Au zénith justement, l'essentiel de $\overrightarrow{s_{ECEF}}$ est dans la composante selon $\overrightarrow{x_{ECEF}}$, à la verticale locale. Cette composante augmente à mesure que l'on s'éloigne du zénith, dans toutes les directions de même manière. Elle n'est bien sur jamais positive ; cela signifierait que le signal s'éloigne de la terre. La composante du vecteur du LOS selon $\overrightarrow{y_{ECEF}}$ est similaire à celle selon $\overrightarrow{z_{ECEF}}$, mais dans une autre dimension : pour une IPP à l'est de Dakar, cette composante est négative. Elle augmente lorsque l'on se rapproche de Dakar, vers l'ouest. Au zénith, elle s'approche de zéro, puis augmente à mesure que l'on continue vers l'ouest.

La Figure A. 12 et la Figure A.13 complètent la Figure A.11, ce sont les trois composantes de $\overrightarrow{u_{ECEF}}$ et $\overrightarrow{v_{ECEF}}$, respectivement, dans le repère du LOS. Là aussi, nous constatons une variation linéaire en fonction des directions d'observation.

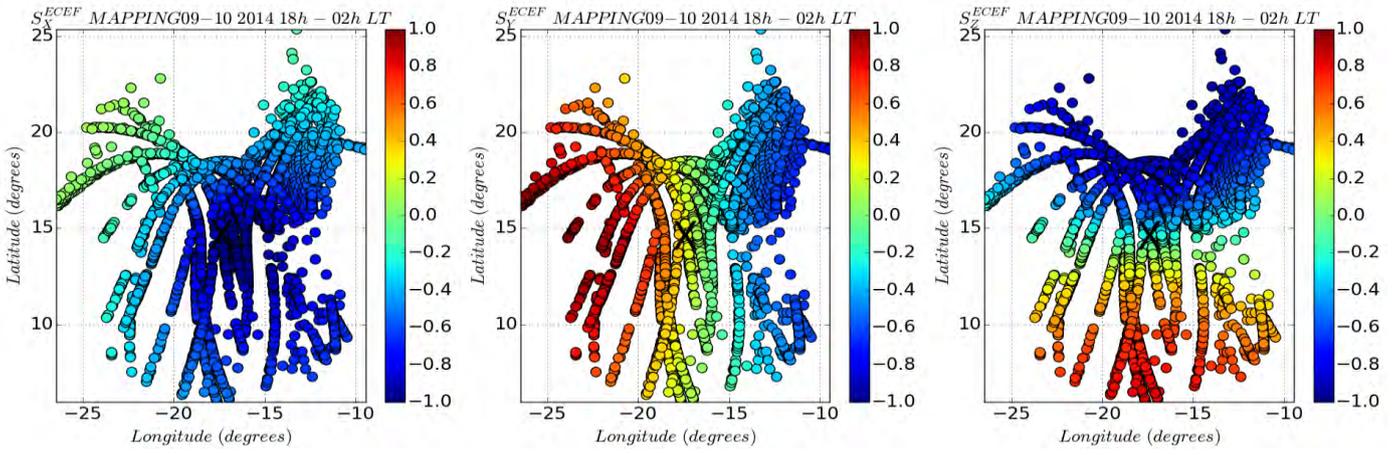


FIGURE A.11 - COMPOSANTES DU VECTEUR DIRECTEUR DU LOS NORMALISÉ DANS LE REPÈRE ECEF. LA POSITION DE DAKAR EST MARQUÉE PAR UN X.

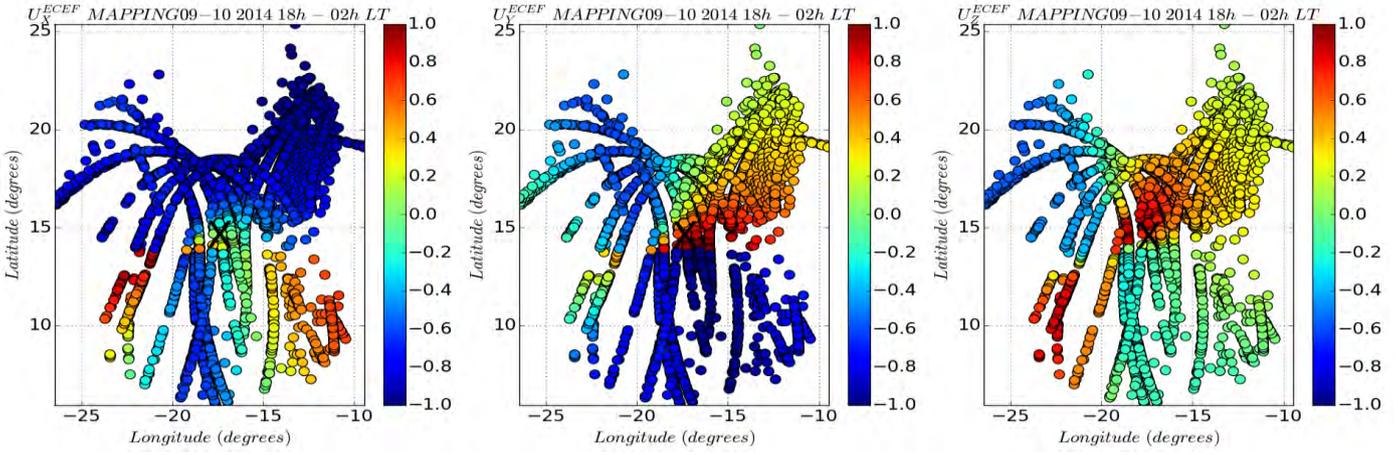


FIGURE A.12 - COMPOSANTES DU VECTEUR U DU PLAN TRANSVERSE AU LOS NORMALISÉ DANS LE REPÈRE ECEF. LA POSITION DE DAKAR EST MARQUÉE PAR UN X.

La Figure A.14 donne les angles γ et ψ aux différentes coordonnées de l'IPP. Les valeurs sont cohérentes avec la théorie : une valeur maximale au zénith pour l'angle γ , associé à une valeur minimale de ψ , puis une variation globale en fonction de la latitude de γ , comme l'est la variation de la composante selon \vec{z}^{ECEF} de \vec{s}^{ECEF} , puis pour γ , une variation selon la longitude, comme l'est la variation d'angle entre le plan formé par $(\vec{u}^{ECEF}, \vec{v}^{ECEF})$ et \vec{X}_{GEO}^{ECEF} .

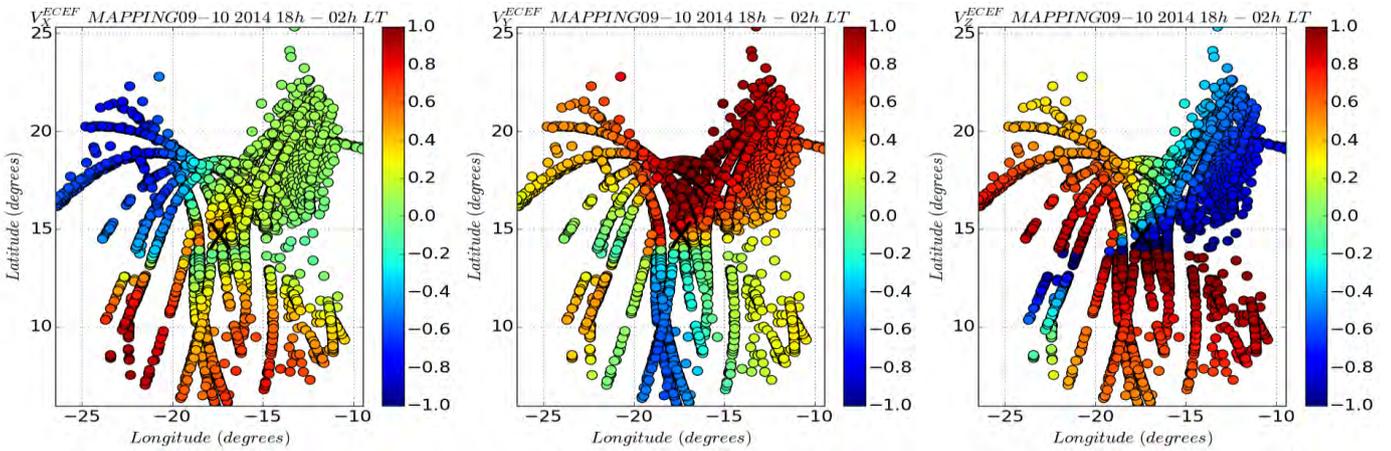


FIGURE A.13 - COMPOSANTES DU VECTEUR V DU PLAN TRANSVERSE AU LOS NORMALISÉ DANS LE REPÈRE ECEF. LA POSITION DE DAKAR EST MARQUÉE PAR UN X.

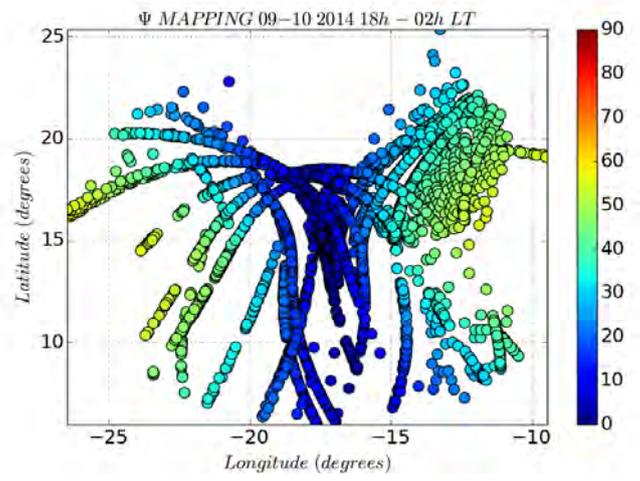
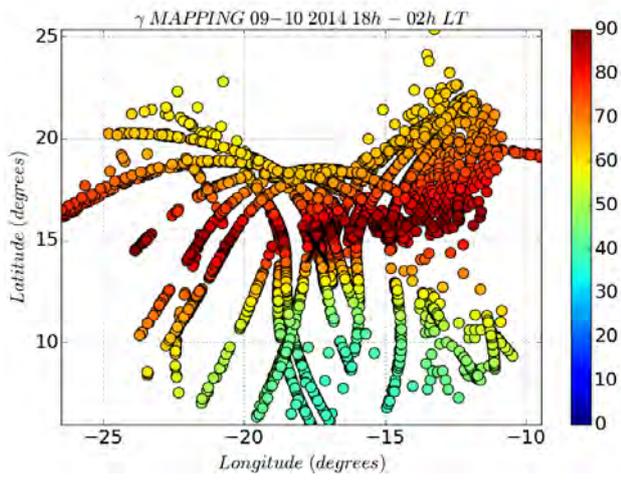


FIGURE A.14 - ANGLES γ ET ψ DESCRIPTIFS DE LA GÉOMÉTRIE UTILISÉE. LA POSITION DE DAKAR EST MARQUÉE PAR UN X.

ANNEXE 5.2 : DÉTERMINATION DES VITESSES RELATIVES DANS LE REPÈRE DU

LOS

La vitesse relative du milieu par rapport au repère du LOS centré sur l'IPP (c'est-à-dire, par rapport au signal lui-même) est un paramètre important de la liaison, car son influence sur les spectres de la scintillation ionosphérique en réception est majeure. En particulier, c'est la vitesse relative du milieu par rapport au repère du LOS projetée sur les axes \vec{u} et \vec{v} qui doit être déterminée. Nous avons en effet montré dans le chapitre I que la mesure est fonction de cette projection de la vitesse relative du milieu. C'est donc elle que nous cherchons à calculer dans cette partie, en fonction de la vitesse absolue (dans un repère terrestre fixe) de déplacement du milieu, et de la vitesse IPP (elle-même fonction du déplacement des satellites GNSS). Notre formalisme électromagnétique étant développé dans le repère du LOS, c'est pourquoi nous travaillons dans ce repère.

Il est rappelé que l'hypothèse de Taylor d'un milieu gelé et advecté d'une vitesse est considérée ici : c'est-à-dire que durant une liaison considérée, on estime que le milieu n'évolue pas et qu'il se déplace à une vitesse constante.

Il est supposé que la distance et les angles fixant la géométrie sont constants durant la liaison (R_{iono}, γ, ψ sont donc considérés constants pendant la durée d'observation de la liaison). En effet, les variations entre le début et la fin de la liaison atteignent au maximum 5° pour les angles γ et ψ .

Deux sources de vitesses relatives du milieu par rapport au repère du LOS sont identifiées, comme évoqué plus haut :

- La première est la vitesse de déplacement du milieu, c'est-à-dire la vitesse de déplacement de l'ionosphère relativement à un repère dans lequel le récepteur est fixe : c'est le cas par exemple du repère *ECEF* (la rotation de la terre n'est donc pas considérée dans ce repère). Cette vitesse de drift peut donc être par la suite projetée dans le repère du LOS.
- La seconde est la vitesse de l'IPP. Cette vitesse est due au déplacement des satellites, qui peut être estimé comme un déplacement du milieu à IPP fixe, suivant le repère considéré (*ECEF* ou LOS).

Les repères *ECEF* et du *LOS* sont des référentiels clairement non Galiléens (ils ne prennent pas en compte la rotation de la terre). Dans le cadre de cette partie, on néglige la force de Coriolis et la force d'entraînement subie par le satellite devant son poids ; on estime que sur une faible distance, elles n'ont pas d'impact sur son mouvement.

L'IPP est calculée à une altitude fixe (400km). Le mouvement de l'IPP est considéré comme rectiligne uniforme (on néglige ici la rotondité de la terre car la liaison est considérée sur une courte période de temps). On considère par conséquent que le repère du LOS est en translation dans le repère *ECEF* : la vitesse d'entraînement est donc la vitesse du centre du repère local (repère du LOS) dans le repère fixe (*ECEF*).

Sur la Figure A.15, il est rappelé le principe du changement de repère, et de vitesse d'entraînement. En haut, l'observation schématisée dans le repère *ECEF* fixe montre la trajectoire de l'IPP et du satellite à différents instants. En bas, la même situation est cette fois vue du point de vue du repère du LOS fixe. On constate par conséquent un mouvement du milieu aux différents instants, avec une liaison satellite-récepteur fixe. La vitesse d'entraînement est donc la vitesse du milieu vue par l'IPP lors du mouvement.

La formule de Varignon appliquée aux vitesses dans le repère *ECEF* sera donc :

$$\overrightarrow{V_{absolue}} = \overrightarrow{V_{entrainement}} + \overrightarrow{V_{relative}}, \quad \text{A.123}$$

où :

$\overrightarrow{V_{absolue}}$ est la vitesse du milieu dans le référentiel fixe (ici, *ECEF*),

$\overrightarrow{V_{entrainement}}$ est la vitesse de l'IPP dans le repère *ECEF*,

$\overrightarrow{V_{relative}}$ est la vitesse du milieu dans un référentiel dont les axes sont colinéaires à ceux du repère *ECEF*, et dont le mouvement du centre est le même que celui du repère du LOS. Néanmoins, la matrice de passage entre ce repère et le repère du LOS est la même que la matrice de passage entre le repère *ECEF* et le repère du *LOS*, étant donné que les rotations sont les mêmes. On aura donc :

$$\overrightarrow{V_{milieu}^{LOS}} = P_{ECEF \rightarrow LOS}^T \overrightarrow{V_{relative}} \quad \text{A.124}$$

L'objectif est ici de déterminer $\overrightarrow{V_{milieu}^{LOS}}$, avant de déterminer sa projection sur les axes \vec{u} et \vec{v} du LOS.

Or, on remarque que $\overrightarrow{V_{relative}} = \overrightarrow{V_{absolue}} - \overrightarrow{V_{entrainement}}$, donc par conséquent :

$$\overrightarrow{V_{milieu}^{LOS}} = P_{ECEF \rightarrow LOS}^T (\overrightarrow{V_{absolue}} - \overrightarrow{V_{entrainement}}) \quad \text{A.125}$$

On pose donc :

$$\overrightarrow{V_{IPP}^{LOS}} = P_{ECEF \rightarrow LOS}^T \overrightarrow{V_{entrainement}}, \quad \text{A.126}$$

et

$$\overrightarrow{V_D^{LOS}} = P_{ECEF \rightarrow LOS}^T \overrightarrow{V_{absolue}}. \quad \text{A.127}$$

Le calcul de $\overrightarrow{V_{IPP}^{LOS}}$ est mené, ainsi que le calcul de $\overrightarrow{V_D^{LOS}} \cdot \overrightarrow{V_{milieu}^{LOS}}$ est ensuite obtenue, puis la projection de $\overrightarrow{v_{milieu}^{LOS}}$ dans le plan (\vec{u}, \vec{v}) normal au LOS.

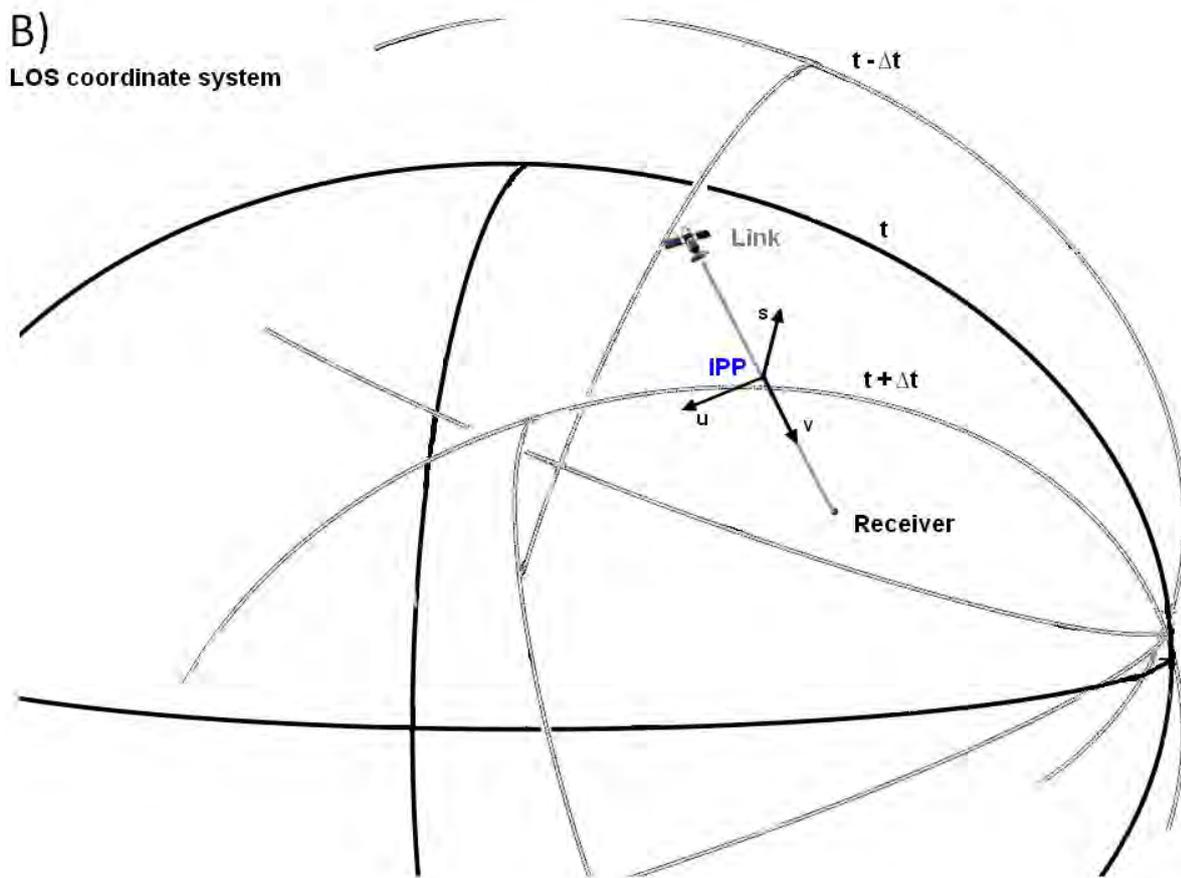
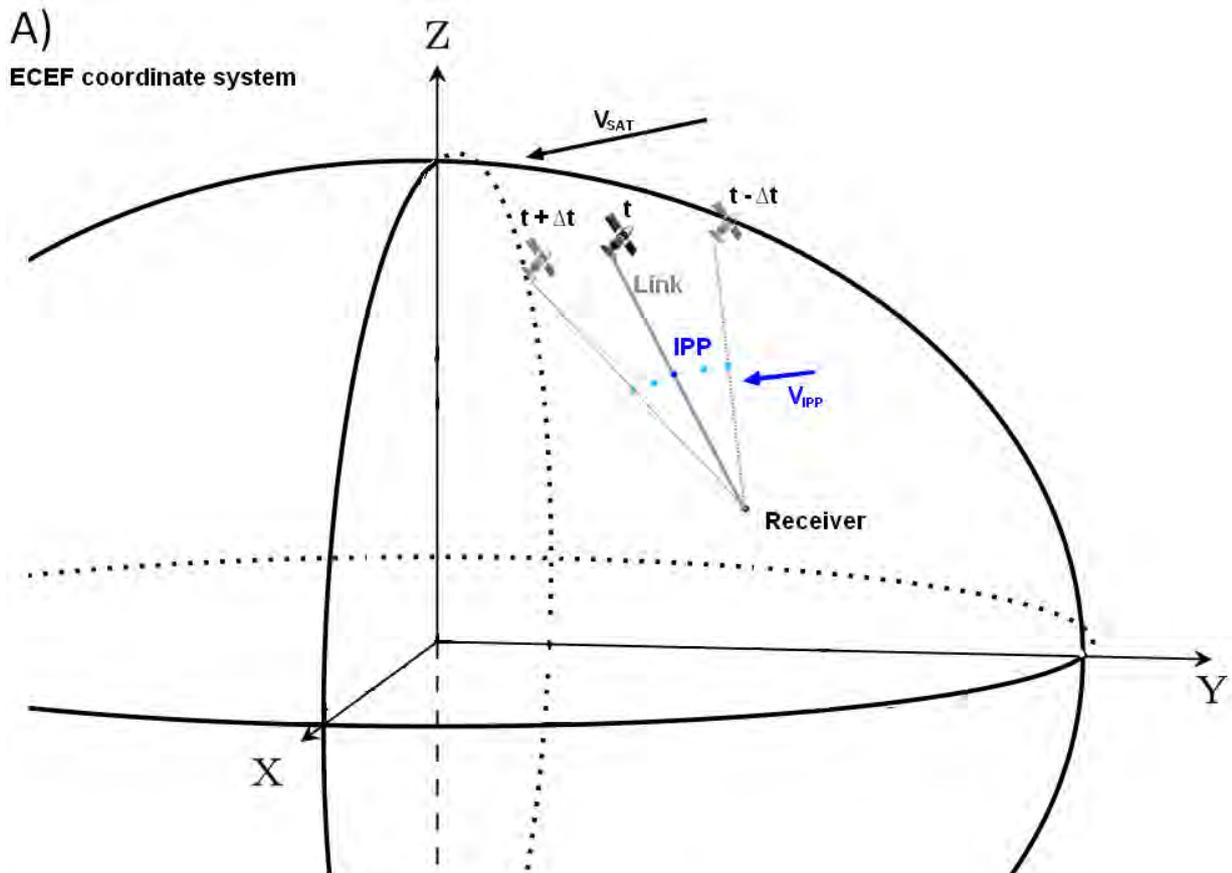


FIGURE A.15 - MOUVEMENT DE L'IPP DANS DIFFERENTS REPÈRES A) SYSTÈME DE COORDONNÉES ECEF, B) SYSTÈME DE COORDONNÉES DU LOS.

A.5.2.1 CALCUL DE LA VITESSE $\overrightarrow{V_{IPP}^{LOS}}$

Celle-ci correspond au mouvement de l'IPP dans le repère ECEF, exprimée dans le repère du LOS. La position de l'IPP toutes les 0.1 seconde étant connue, sa vitesse moyenne durant la liaison peut être obtenue et projetée sur les axes du repère *ECEF*, comme effectué en partie 1. On note donc :

$$\overrightarrow{V_{IPP}^{ECEF}} = \begin{pmatrix} x_{V_{IPP}} \\ y_{V_{IPP}} \\ z_{V_{IPP}} \end{pmatrix}. \quad A.128$$

Dans le repère du LOS, cette vitesse s'exprime :

$$\overrightarrow{V_{IPP}^{LOS}} = P_{ECEF \rightarrow LOS}^T \overrightarrow{V_{IPP}^{ECEF}} = \begin{pmatrix} x_u & y_u & z_u \\ x_v & y_v & z_v \\ x_s & y_s & z_s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{V_{IPP}} \\ y_{V_{IPP}} \\ z_{V_{IPP}} \end{pmatrix}, \quad A.129$$

soit donc :

$$\overrightarrow{V_{IPP}^{LOS}} = \begin{pmatrix} x_u x_{V_{IPP}} + y_u y_{V_{IPP}} + z_u z_{V_{IPP}} \\ x_v x_{V_{IPP}} + y_v y_{V_{IPP}} + z_v z_{V_{IPP}} \\ x_s x_{V_{IPP}} + y_s y_{V_{IPP}} + z_s z_{V_{IPP}} \end{pmatrix}. \quad A.130$$

Si l'on souhaite exprimer cette quantité en fonction des angles γ et ψ et de la géométrie développée, nous pouvons également exprimer le vecteur $\overrightarrow{V_{IPP}}$ dans le repère géomagnétique local :

$$\overrightarrow{V_{IPP}^{GEO}} = P_{ECEF \rightarrow GEO}^T \overrightarrow{V_{IPP}^{ECEF}}. \quad A.131$$

Afin de ne pas surcharger les écritures, nous noterons :

$$\overrightarrow{V_{IPP}^{GEO}} = \begin{pmatrix} X_{V_{IPP}} \\ Y_{V_{IPP}} \\ Z_{V_{IPP}} \end{pmatrix}. \quad A.132$$

La matrice de passage entre le repère géomagnétique et le repère du LOS a été décrite par [Galiègue *et al.*, 2016], et est rappelée :

$$P_{GEO \rightarrow LOS} = \begin{vmatrix} \sin(\alpha_y) \cos(\psi) & \cos(\psi) \cos(\alpha_y) & -\sin(\psi) \\ \sin(\gamma) \sin(\alpha_z) & \sin(\gamma) \cos(\alpha_z) & \cos(\gamma) \\ \sin(\gamma) \cos(\alpha_z) \sin(\psi) + \cos(\alpha_y) \cos(\psi) \cos(\gamma) & -\cos(\psi) \sin(\alpha_y) \cos(\gamma) - \sin(\psi) \sin(\alpha_z) \sin(\gamma) & \cos(\psi) \sin(\gamma) \sin(\alpha_y - \alpha_z) \end{vmatrix} \quad A.133$$

et par conséquent :

$$P_{GEO \rightarrow LOS}^T = \begin{pmatrix} \sin(\alpha_y) \cos(\psi) & \sin(\gamma) \sin(\alpha_z) & \sin(\gamma) \cos(\alpha_z) \sin(\psi) + \cos(\alpha_y) \cos(\psi) \cos(\gamma) \\ \cos(\psi) \cos(\alpha_y) & \sin(\gamma) \cos(\alpha_z) & -\cos(\psi) \sin(\alpha_y) \cos(\gamma) - \sin(\psi) \sin(\alpha_z) \sin(\gamma) \\ -\sin(\psi) & \cos(\gamma) & \cos(\psi) \sin(\gamma) \sin(\alpha_y - \alpha_z) \end{pmatrix}. \quad A.134$$

Dans le repère du LOS, les coordonnées de la vitesse de l'IPP seront donc :

$$\overrightarrow{V_{IPP}^{LOS}} = P_{GEO \rightarrow LOS}^T \overrightarrow{V_{IPP}^{GEO}}. \quad A.135$$

Notons :

$$\overrightarrow{V_{IPP}^{LOS}} = \begin{pmatrix} u_{V_{IPP}} \\ v_{V_{IPP}} \\ s_{V_{IPP}} \end{pmatrix}, \quad \text{A.136}$$

où :

$$u_{V_{IPP}} = \cos(\psi) \sin(\alpha_y) X_{V_{IPP}} + \sin(\gamma) \sin(\alpha_z) Y_{V_{IPP}} + (\sin(\gamma) \cos(\alpha_z) \sin(\psi) + \cos(\alpha_y) \cos(\psi) \cos(\gamma)) Z_{V_{IPP}}, \quad \text{A.137}$$

$$v_{V_{IPP}} = \cos(\psi) \cos(\alpha_y) X_{V_{IPP}} + \sin(\gamma) \cos(\alpha_z) Y_{V_{IPP}} + (-\cos(\psi) \sin(\alpha_y) \cos(\gamma) - \sin(\psi) \sin(\alpha_z) \sin(\gamma)) Z_{V_{IPP}}, \quad \text{A.138}$$

$$s_{V_{IPP}} = -\sin(\psi) X_{V_{IPP}} + \cos(\gamma) Y_{V_{IPP}} + (\cos(\psi) \sin(\gamma) \sin(\alpha_y - \alpha_z)) Z_{V_{IPP}}. \quad \text{A.139}$$

A.5.2.2 CALCUL DE $\overrightarrow{V_D^{LOS}}$

Lors de l'apparition de scintillation équatoriale, la vitesse de drift de l'ionosphère possède une unique composante algébrique vers l'est magnétique [McDonald *et al.*, 2012]. Par conséquent, on estime que la vitesse de drift du milieu a une unique composante selon $\overrightarrow{X_{GEO}}$. On estime cette vitesse de drift comme :

$$\overrightarrow{V_D^{GEO}} = X_{V_D} \cdot \overrightarrow{X_{GEO}}. \quad \text{A.140}$$

Dans le repère *ECEF*, cette vitesse s'exprime par :

$$\overrightarrow{V_D^{ECEF}} = P_{GEO \rightarrow LOS}^T \overrightarrow{V_D^{GEO}}. \quad \text{A.141}$$

Soit donc, après le produit matriciel :

$$\overrightarrow{V_D^{LOS}} = \begin{pmatrix} X_{V_D} \sin(\alpha_y) \cos(\psi) \\ X_{V_D} \cos(\psi) \cos(\alpha_y) \\ -X_{V_D} \sin(\psi) \end{pmatrix}. \quad \text{A.142}$$

A.5.2.2 CALCUL DE LA VITESSE RELATIVE DE DÉPLACEMENT DU MILIEU PROJÉTÉE SUR LE PLAN (U, V) :

Dans le repère du LOS, la vitesse relative du milieu s'exprime :

$$\overrightarrow{V_{milieu}^{LOS}} = \overrightarrow{V_D^{LOS}} - \overrightarrow{V_{IPP}^{LOS}}. \quad \text{A.143}$$

La vitesse relative du milieu dans le repère du LOS s'exprime donc :

$$\overrightarrow{V_{milieu}^{LOS}} = \begin{pmatrix} u_{V_{milieu}} \\ v_{V_{milieu}} \\ s_{V_{milieu}} \end{pmatrix}, \quad \text{A.144}$$

où :

$$u_{V_{milieu}} = X_{V_D} \sin(\alpha_y) \cos(\psi) - \cos(\psi) \sin(\alpha_y) X_{V_{IPP}} - \sin(\gamma) \sin(\alpha_z) Y_{V_{IPP}} - (\sin(\gamma) \cos(\alpha_z) \sin(\psi) + \cos(\alpha_y) \cos(\psi) \cos(\gamma)) Z_{V_{IPP}}, \quad \text{A.145}$$

$$v_{V_{milieu}} = X_{V_D} \cos(\psi) \cos(\alpha_y) - \cos(\psi) \cos(\alpha_y) X_{V_{IPP}} - \sin(\gamma) \cos(\alpha_z) Y_{V_{IPP}} + (\cos(\psi) \sin(\alpha_y) \cos(\gamma) + \sin(\psi) \sin(\alpha_z) \sin(\gamma)) Z_{V_{IPP}}, \quad \text{A.146}$$

$$s_{V_{milieu}} = -X_{V_D} \sin(\psi) + \sin(\psi) X_{V_{IPP}} - \cos(\gamma) Y_{V_{IPP}} - (\cos(\psi) \sin(\gamma) \sin(\alpha_y - \alpha_z)) Z_{V_{IPP}}. \quad \text{A.147}$$

La projection de la vitesse relative sur le plan (\vec{u}, \vec{v}) , et donc les vitesses considérées dans le calcul spectral sont les équations A.95 et A.96 où X_{V_D} est l'unique composante de la vitesse de drift du milieu (composante selon l'axe X_{GEO}). $X_{V_{IPP}}$, $Y_{V_{IPP}}$, $Z_{V_{IPP}}$ sont les composantes de la vitesse de l'IPP dans le repère géomagnétique.

Dans le chapitre 5, les vitesses $u_{V_{milieu}}$ et $v_{V_{milieu}}$ seront dénommées respectivement V_u' et V_v' afin de correspondre aux notations du chapitre 2. Dans le cadre de cette annexe, et pour plus de clarté dans la démonstration du calcul des vitesses, d'autres notations ont été choisies.

BIBLIOGRAPHIE

- [Aarons, 1982] : Aarons, J., 1982, Global morphology of ionospheric scintillations, Proc. IEEE, 70(4), 360–378
- [Aarons, 1993] : Aarons, J., 1993, The longitudinal morphology of equatorial F-layer irregularities relevant to their occurrence, Space science reviews, vol.63, issue 3-4, pp 209-243
- [Abdu *et al.*, 1985] : Abdu, M. A., Kantor, I. J., Batista, I. S., de Paula, E. R., 1985, East-west plasma bubble irregularity motion determined from spaced VHF polarimeters : implications on velocity shear in the zonal F region bulk plasma motion, Radio Science, vol.20,no1, pp 111-122
- [Abdu *et al.*, 2002] : Abdu, M. A., Denardini, C. M., Sobral, J. H. A., Batista, I. S., Muralikrishna, P., de Paula, E. R., 2002, Equatorial electrojet irregularities investigations using a 50 MHz back-scatter radar and a digisonde at São Luis : some initial results, Journal of atmospheric and solar-terrestrial physics, vol.64, pp 1425-1434
- [Aylan, 2012] : Aylan, A., 2012, introduction to ionosphere , presentation for the Atmospheric Physics Laboratory, University College of London
- [Banks *et al.*, 1978] : Banks, P. M., Yasuhara, F., 1978, Electric fields and conductivity in the nighttime E-region : a new magnetosphere-ionosphere-atmosphere coupling effect, geophysical research letters, vol.5, no12
- [Bao-Yen Tsui, 2000] : Bao-Yen Tsui, J., 2000, Fundamentals of Global Positioning System Receivers : A Software Approach, John Wiley & Sons, Inc.
- [Béniguel *et al.*, 2011] : Béniguel, Y., Hamel, P., 2011, A global ionosphere scintillation propagation model for equatorial regions, J. Space Weather Space Clim., 1,A04
- [Blelly *et al.*, 2007] : Blelly, P.-L., Alcaydé, D., 2007, Ionosphere, in Kamide, Y., Chian, A., 2007, Handbook of the Solar-Terrestrial Environment, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, pp. 189-220.
- [Bilitza, 2001] : Bilitza, D., 2001, International Reference Ionosphere 2000, Radio Science, Vol 36, no 2, pp 261-275
- [Bilitza *et al.*, 2014] : Bilitza, D., Altadill, D., Zhang, Y., Mertens, C., Truhlik V., Richards, P., McKinnell, L.-A., Reinisch, B., 2014, The International Reference Ionosphere 2012 – a mode of international collaboration, J. Space Weather Space Clim., 4, A07.
- [Booker, 1979] : Booker, H.G., 1979, The role of acoustic gravity waves in the generation of spread-F and ionospheric scintillation, Journal of Atmos. And Terrestrial Research, vol. 41, pp. 501-515
- [Buonsanto *et al.*, 1987] : Buonsanto, M. J., Northcott, R. L., Wright, R. W. H., 1987, Rapid fluctuations in ionospheric Faraday rotation angle and 4 GHz amplitude scintillation observed at Suva, Fiji, *Annales Geophysicae*, 5A(1), 39-46.
- [Caouren, 2001] : Caouren, N., 2001, Modélisation et prédiction des phénomènes de scintillation perturbateurs des liaisons radioélectriques par satellite, thèse de l'université de Rennes 1
- [Carrano *et al.*, 2012] : Carrano, C. S., Groves, K. M., McNeil, W. J., Doherty, P. H., 2012, Scintillation characteristics across the GPS frequency band, Proceedings of the 25th International Technical Meeting of The Satellite Division of the Institute of Navigation (ION GNSS 2012), Nashville, TN, pp. 1972- 1989.

- [Carrano *et al.*, 2016] : Carrano, C. S., Rino, C. L., 2016, A theory of scintillation for two-component power law irregularity spectra : overview and numerical results , Radio Sci., 51
- [Carrano *et al.*, 2016b] : Carrano, C. S., Groves, K. M., Rino, C. L., Doherty, P. H., 2016, A technique for inferring zonal irregularity drift from single-station GNSS measurements of intensity (S_4) and phase (σ_ϕ) scintillations, Radio Sci., 51, 1263–1277
- [Conker *et al.*, 2000] : Conker, R. S., El-Arini, M. B., Hegarty, C. J., and Hsiao, T., 2000, Modeling the effects of ionospheric scintillation on GPS/WAAS availability, Rep. MP00W179, The MITRE Corp., McLean, Va.,
- [Conker *et al.*, 2003] : Conker, R. S., M. B. El-Arini, C. J. Hegarty, and T. Hsiao, 2003, Modeling the effects of ionospheric scintillation on GPS/Satellite-Based Augmentation System availability, Radio Sci., 38(1), 1001,
- [Crain *et al.*, 1993] : Crain, D. J., Heelis, R. A., Bailey, G. J., Richmond, A. D., 1993, Low-latitude plasma drifts from a simulation of the global atmospheric dynamo, Journal of geophysical research, vol.98, noA4, pp 6039-6046
- [Deshpande *et al.*, 2014] : Deshpande, K. B., Bust, G. S., Clauer, C. R., Rino, C. L., Carrano, C. S., 2014, Satellite-beacon Ionospheric-scintillation Global Model of the upper Atmosphere (SIGMA) I: High latitude sensitivity study of the model parameters, J. Geophys. Res. Space Physics, 119, 4026–4043
- [Escher, 2009] : Escher, A-C., 2009, Integration du GPS Avec les Systemes de Navigation Inertielle, Editions Techniques Ingénieurs
- [Fabbro *et al.*, 2012] : Fabbro, V., and Féral, L., 2012, Comparison of 2D and 3D electromagnetic approaches to predict tropospheric turbulence effects in clear sky conditions, IEEE Trans. Antenn. Propag., 60, 4398–4407
- [Fejer, 1981] : Fejer, B. G., 1981, The equatorial ionospheric electric fields. A review., Journal of atmospheric and terrestrial physics, vol.43, no5/6, pp 377-386
- [Fejer *et al.*, 1981b] : Fejer, B. G., Farley, D. T., Gonzalez, C. A., Woodman, R. F., Calderon, C., 1981, F region east-west drifts at Jicamarca, Journal of geophysical research, vol.86, noA1, pp 215-218
- [Fejer *et al.*, 1991] : Fejer, B. G., de Paula, E. R., Gonzalez, S. A., Woodman, R. F., 1991, Average vertical and zonal F region plasma drifts over Jicamarca , Journal of geophysical research, vol.96, no A8, pp 13901-13906
- [Fremouw *et al.*, 1984] : Fremouw, E. J., Secan, J. A., 1984 Modeling and scientific application of scintillation results, Radio Sci., 19, 687-0694
- [Forte *et al.*, 2002] : Forte, B., Radicella, S. M., 2002, Problems in data treatment for ionospheric scintillation measurements, Radio science, vol.37, no6, 1096
- [Galiègue, 2015] : Galiègue, H., 2015, Modélisation des effets des scintillations ionosphériques sur la propagation des ondes électromagnétiques en bandes L aux latitudes polaires, thèse de l'université de Toulouse 3 Paul Sabatier
- [Galiègue *et al.*, 2016] : Galiègue, H., Féral, L., and Fabbro, V., 2016, Validity of 2-D electromagnetic approaches to estimate log-amplitude and phase variances due to 3-D ionospheric irregularities, J. Geophys. Res. Space Physics, 121
- [Goodman, 2005] : Goodman, J.M., 2005, Space weather & telecommunication, Springer Science+Business Media, Inc.

- [Gracheva *et al.*, 1970] : Gracheva, M. E., Gurvich, A. S., Kallistratova, M. A., 1970, Dispersion of « strong » atmospheric fluctuation in the intensity of laser radiation, *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii radiofizika*, 13, no1, 40-42
- [Gradshteyn *et al.*, 2007] : Gradshteyn, I. S., Ryzhik I. M., 2007, Table of integrals, series, and product, Ed. Alan Jeffrey and Daniel Zwillinger, seventh edition
- [Hanson *et al.*, 1966] : Hanson, W. B., Moffett, R. J., 1966, Ionization transport effects in the equatorial F region, *Journal of geophysical research*, vol71, no23
- [Hegarty *et al.*, 1999] : Hegarty, C., M. B. El-Arini, T. Kim, and Ericson, S., 1999, Scintillation modeling for GPS/WAAS receivers, in 1999 National Technical Meeting Proceedings, Vision 2010: Present and Future, pp. 799–808, Inst. of Navig., Fairfax, Va.
- [Herrero *et al.*, 1986] : Herrero, F. A., Mayr, H. G., 1986, Tidal decomposition of zonal neutral and ion flows in the earth's upper equatorial thermosphere, *Geophysical research letters*, vol. 13, no.4, pp 359-362
- [Hey *et al.*, 1946] : Hey, J.S., Parsons, S.J. and Phillips, J.W. 1946, Fluctuations in cosmic radiation at radiofrequencies, *Nature*, 158, 247
- [Hunsucker *et al.*, 2003] : Hunsucker, R. D., Hargreaves, J. K., 2003, The high-latitude ionosphere and its effects on radio propagation, Cambridge University Press, New York, NY, USA
- [ITU-R, 2012] : ITU recommendation, Ionospheric propagation data and prediction methods required for the design of satellite services and systems, P series radiowave propagation, 2012.
- [Jacobson *et al.*, 2017] : Jacobson, S. A., Rubie, D. C., Hernlund, J., Morbidelli, A., Nakajima, M., 2017, Formation, stratification, and mixing of the cores of Earth and Venus, *Earth and Planetary Science Letters*.
- [Ji *et al.*, 2011] : Ji, S., Chen, W., Ding, X., Zhao, C., 2011, Equatorial ionospheric zonal drift by monitoring local GPS reference networks, *Journal of geophysical research*, vol.116, noA08310
- [Ji *et al.*, 2015] : Ji, S., Chen, W., Weng, D., Wang, Z., 2015, Characteristics of equatorial plasma bubble zonal drift velocity and tilt based on Hiong Kong GPS CORS network : from 2001 to 2012, *Journal of geophysical research space physics*, vol. 120, pp 7021-7029
- [Jiao *et al.*, 2016] : Jiao, Y., Xu, D., Morton, Y., Rino, C., 2016, Equatorial amplitude scintillation spectrum analysis and fading characteristics on GPS signals, *ION GNSS+*.
- [Kaplan *et al.*, 2005] : Kaplan, E. D., Hegarty, C., 2005, Understanding GPS: principles and applications. Artech House, 2nd edition.
- [Kenneth, 1990] : Kenneth, D., 1990, Ionospheric Radio, IEE Electromagnetic Wave Series, 31, Peter Peregrinus Ltd.
- [Klobuchar *et al.*, 1991] : Klobuchar, J. A., Anderson, D. N., Doherty, P. H., 1991, Model studies of the latitudinal extent of the equatorial anomaly during equinoctial conditions, *Radio Science*, vol.26, no4, pp 1025-1047
- [Knepp, 1983] : Knepp, D. L., 1983, Multiple phase-screen calculation of the temporal behavior of stochastic waves, *proc. IEEE*, vol. 71, n°6.
- [Knight *et al.*, 1998] : Knight, M. F., Finn, A., 1998, The effect of ionospheric scintillations on GPS, *Proceedings of the Institute of Navigation GPS-98*, pp 673-685, Inst of Navig., Alexandria, Va.

- [Krishna Moorthy *et al.*, 1978] : Krishna Moorthy, K., Raghava Reddi, C., Krishna Murthy, B. V., 1978, Night-time ionospheric scintillations at the magnetic equator, *Journal of atmospheric and terrestrial physics*, vol.41, pp 123-134
- [Lin *et al.*, 2007] : Lin, C.H., Wang, W., Hagan, M.E., Hsiao, C.C., Immel, T. J., Hsu, M.L., Liu, J.Y., Paxton, L.J., Fang, T.W., Liu, C.H., 2007, Plausible effect of atmospheric tides on the equatorial ionosphere observed by the FORMOSAT-3/COSMIC: three-dimensional electron density structures, *Geophysical research letters*, vol. 34
- [Martyn, 1955] : Martyn, D. F., 1955, Theory of height and ionization density changes at the maximum of a Chapman-like region, taking account of ion production, decay, diffusion and total drift, *Proceedings Cambridge Conference, Physical Society, London*, pp. 254-259
- [McDonald *et al.*, 2012] : McDonald, S., Drob, P., Emmert, J., Englert, C., Siskind, D., Huba, J., Krall, J., Basu, S., 2012, The importance of thermospheric winds for ionospheric modeling, *AIM*
- [Moraes *et al.*, 2017] : Moraes, A. O., Costa, E., Abdu, M. A., Rodrigues, F. S., de Paula, E. R., Oliveira, K. and Perrellan, W. J., 2017, The variability of low-latitude ionospheric amplitude and phase scintillation detected by a triple-frequency GPS receiver, *Radio Sci.*, 52, 439-460.
- [Mushini, 2012] : Mushini, S. C., 2012, Characteristics of scintillating GPS signals at high latitudes during solar minima, PhD thesis from University of New Brunswick
- [Niu, 2012] : Niu, F., 2014, Performances of GPS signal observables detrending methods for ionosphere scintillation studies, Master thesis of the Miami University, Department of Electrical and Computer Engineering
- [Obukhov, 1953] : Obukhov, A. M., 1953, On the influence of weak inhomogeneities in the atmosphere on the propagation of sound and radiation, *Ibid. geophys series no2*, pp 155-165
- [Park *et al.*, 2010] : Park, J., Lühr, H., Fejer, B. G., Min, K. W., 2010, Duskside F-region dynamo currents : its relationship with prereversal enhancement of vertical plasma drift, *Ann. Geophys.*, 28, 2097-2101
- [Pignalberi *et al.*, 2014] : Pignalberi, A., Pezzopane, M., and Zuccheretti, E., 2014, Sporadic E layer at mid-latitudes: average properties and influence of atmospheric tides, *Ann. Geophys.*, 32, 1427-1440
- [Pisareva, 1960] : Pisareva, V. V., 1960, Limits of applicability of the method of "smooth" perturbations in the problem of radiation propagation through a medium containing inhomogeneities, *Akusticheskii Zhurnal*, vol.6, no1, pp 87-91
- [Rastogi, 1966] : Rastogi, R. G., 1966, The equatorial anomaly in the F₂ region of the ionosphere, *IETE Journal of Research*, 12:4, 245-256.
- [Rastogi *et al.*, 1980] : Rastogi, R. G., Aarons, J., 1980, Nighttime ionospheric radio scintillations and vertical drifts at the magnetic equator, *Journal of atmospheric and terrestrial physics*, vol.42, 583-591
- [Ratcliffe, 1956] : Ratcliffe, J. A., 1956, Some aspects of diffraction theory and their application to the ionosphere, *Rep. Prop. Phys.*, vol. 19, pp188-267
- [Rino, 1979] : Rino, C. L., 1979, A power law phase screen model of ionospheric scintillation, 1. Weak scatter, *Radio Science*, vol. 14, n°6, pp. 1135-1143.
- [Rino *et al.*, 2016] : Rino, C. L., Carrano, C. S., Groves, K. M., Roddy, P. A., 2016, A characterization of intermediate-scale spread F structure from four years of high-resolution C/NOFS satellite data, *Radio Sci.*, 51.

- [Rishbeth, 1971] : Rishbeth, H., 1971, Polarization fields produced by winds in the equatorial F-region, *Planet. Space Sci.*, vol.19, pp 357-369
- [Rishbeth, 1997] : Rishbeth, H., 1997, The ionospheric E-layer and F-layer dynamos – a tutorial review, *Journal of Atmos and Solar-terrestrial physics*, vol.59, no 15, pp 1873-1880
- [Rufenach, 1972] : Rufenach, C. L., 1972, Power law wave number spectrum deduced from ionospheric scintillations observations, *J. Geophys. Res.*, 77, 4761-4772
- [Rytov, 1937] : Rytov, S.M., 1937 : Diffraction of light by ultrasonic waves, *Izvest, Akad, Nauk SSSR, Ser. Fiz.* 2, 223-259
- [Secretan *et al.*, 2014] : Secretan, H., Rougerie, S., Ries, L., Monnerat, M., Giraud, J., Kameni, R., 2014, SAGAIE a GNSS network for investigating ionospheric behavior in sub-saharan regions , *InsideGNSS* pp 46-58, issue september/october 2014.
- [Secan *et al.*, 1995] : Secan, J. A., Bussey, R. M., Fremouw, E. J., and Basu, S., 1995, An improved model of equatorial scintillation, *Radio Sci.*, 30, 607-617
- [Shkarofsky, 1968] : Shkarofsky, I. P., 1968, Generalized turbulence space-correlation and wave-number spectrum-function pairs, *Can. J. Phys.*, 46(19), 2133–2153.
- [Smith *et al.*, 1950] : Smith, F.G., Little, G.C. and Lovell, A. C. B., 1950, Origin of the fluctuations in the intensity of radio waves from galactic sources, *Nature*, 165, 422-424
- [Stanley *et al.*, 2008] : Stanley, S., Elkins-Tanton, L., Zuber, M. T., Parmentier, E. M., Mars' paleomagnetic field as the result of a single-hemisphere dynamo, *Science* 321, 1822.
- [Tappert, 1977] : Tappert, F. D., 1977, The parabolic approximation method, in wave propagation and underwater acoustics, vol. 70, edited by J. B. Keller and J. S. Papadalos, pp. 224–287, Springer, New York.
- [Tarpley, 1970] : Tarpley, J. D., 1970, The ionospheric wind dynamo : II solar tides, *Planet. Space Sci.*, vol 18, pp 1091 to 1103.
- [Tatarskii, 1971] : Tatarskii V. I., 1971, The effects of the turbulent atmosphere on wave propagation, Israel program for scientific translations
- [Townsend *et al.*, 1982] : Townsend, R.E., Cannata, R.W., Prochaska, R.D., Rattray, G.E., Holbrook, J.C., 1982, Source book of the solar-geophysical environment, Defense Technical Information Center
- [Van Dierendonck *et al.*, 1993]: Van Dierendonck, A. J., Klobuchar, J., Quyen, H., 1993, Ionospheric Scintillation Monitoring Using Commercial Single Frequency C/A Code Receivers, Proceedings of the 6th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GPS 1993), Salt Lake City, UT, pp. 1333-1342.
- [Wang *et al.*, 2017] : Wang, J., Morton, Y. T., 2017, A comparative study of ionospheric irregularity drift velocity derived from a GNSS receiver array and Poker Flat incoherent scatter radar measurements during high-latitude ionospheric scintillation, *J. Geophys. Res. Space Physics*, 122,6858–6881.
- [Wernik *et al.*, 1974] : Wernik, A. W., and Liu, C. H., 1974, Ionospheric irregularities causing scintillation of GHz frequency radio signals, *J. Atmos. Terr. Phys.*, 36, 871–879.
- [Wheelon, 2003] : Wheelon, A.D., 2003, Electromagnetic scintillation II. Weak scattering, Cambridge University Press.

[WMM2015, NOAA] : World Magnetic Model, 2015, <https://www.ngdc.noaa.gov/geomag/WMM/>

[Woodman, 1970] : Woodman, R. F., 1970, Vertical drift velocities and east-west electric fields at the magnetic equator, *Journal of geophysical research, space physics*, vol.75, no31

[Woodman, 1972] : Woodman, R. F., 1972, East-west ionospheric drift at the magnetic equator, *Space research XII – Akademie verlag*

[Woodman *et al.*, 1976] : Woodman, R. F., La Hoz, C., 1976, Radar observations of F region equatorial irregularities, *Journal of geophysical research*, vol.81, no31

[Yeh *et al.*, 1982] : Yeh, K. C., and C. H. Liu, 1982, Radio wave scintillations in the ionosphere, *Proc. IEEE*, 70(4), 324–360.

Modélisation de la scintillation ionosphérique en zone équatoriale : application à l'inversion de signaux GNSS pour la caractérisation de la turbulence

L'ionosphère est un milieu ionisé dont les variations spatiales et temporelles de densité électronique perturbent la propagation des ondes électromagnétiques. En particulier, la nature turbulente du plasma ionosphérique conduit à des fluctuations rapides de l'amplitude et de la phase des signaux radioélectriques : c'est le phénomène de scintillation ionosphérique dont les effets sont particulièrement sensibles aux latitudes équatoriales sur les systèmes ayant un besoin accru de précision, de disponibilité et d'intégrité de la mesure, tel que les systèmes de localisation GNSS. L'objectif de cette thèse est justement d'exploiter de façon opportune les effets de la scintillation ionosphérique sur le signal pour proposer un sondage des caractéristiques de l'ionosphère turbulente par inversion des mesures GNSS.

Dans un premier temps, les spécificités de la dynamique du plasma ionosphérique équatorial responsable des effets de scintillation sont rappelées. Ensuite, à partir d'une description spectrale des fluctuations turbulentes de densité électronique, une modélisation analytique puis numérique de la propagation transionosphérique sont proposées. Celles-ci sont complétées par la prise en compte du récepteur GNSS, finalisant la modélisation du problème direct. À ce stade, un algorithme d'inversion original des données GNSS est proposé. Son application intensive à la base de données SAGAIE collectée en Afrique équatoriale démontre alors la capacité de l'approche inverse à restituer divers paramètres descriptifs de la turbulence ionosphérique.

Mots-clés : scintillation, ionosphère équatoriale, GNSS, SAGAIE, base de données, inversion, propagation milieu turbulent, modélisation analytique

Modelization of the ionospheric scintillation in the equatorial area, application to GNSS signal inversion in L-band to characterize the turbulence

The ionosphere is an ionized medium, into which the spatio-temporal electronic density variations disrupt the electromagnetic waves propagation. The turbulent ionospheric plasma is in particular linked to rapid amplitude and phase fluctuations of the radio electric signals: this is the ionospheric scintillation phenomenon. Especially around the equatorial latitudes, systems needing great accuracy, availability and measurement integrity are particularly sensitive to its effects. This is the case of the positioning systems using the GNSS technology. The aim of this thesis is to exploit insightly the ionospheric scintillation effects on the signal in order to propose a turbulent ionosphere's characteristics sounding through GNSS measurements inversion.

At first, the specificities of the ionosphere's plasma dynamics accounting for the scintillation effects are reminded. Then, from a spectral description of the electronic density's turbulent fluctuations, an analytic and a numeric model of the transionospheric propagation are introduced. They are completed by considering the GNSS receiver. This step finalizes the direct problem's modelization. A new GNSS data inversion algorithm is then come up with. Its intensive application to the SAGAIE database (collected in equatorial Africa) shows the invers approach's capacity to return various parameters describing the ionospheric turbulences.

keywords : scintillation, equatorial ionosphere, GNSS, SAGAIE, database, inversion, propagation in turbulent medium, analytical modelization