

UNIVERSITÉ D'ANTANANARIVO

ÉCOLE SUPÉRIEURE POLYTECHNIQUE D'ANTANANARIVO

DÉPARTEMENT MÉTÉOROLOGIE

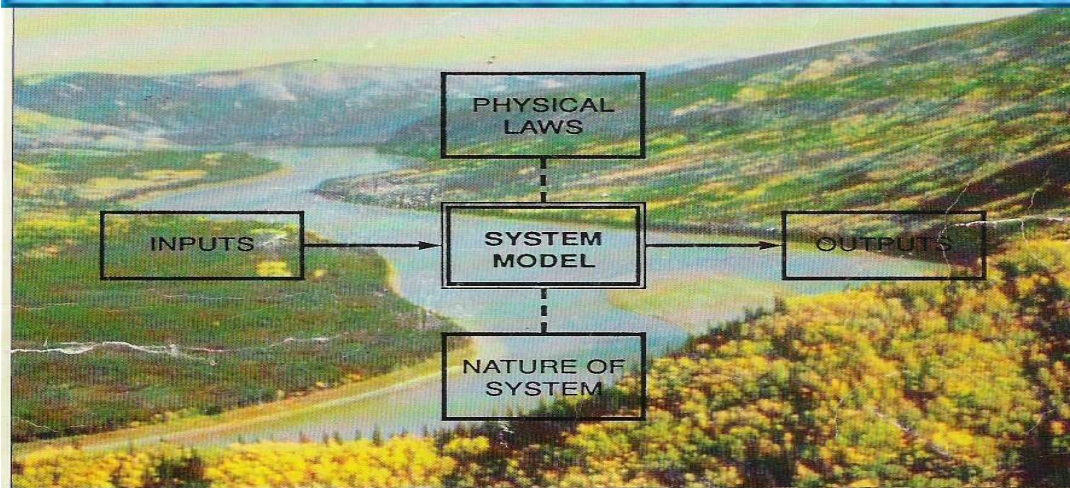


**Mémoire de fin d'études
en vue de l'obtention du Diplôme d'Ingénieur**

Spécialité : Météorologie

Intitulé :

**MODELISATION ET SIMULATION DES CRUES
DANS LE BASSIN SUPERIEUR DE L'IKOPA**



Présenté par :

Monsieur **ANDRIANJAFINITSIKY Nirina Jean Narlys**

Soutenu publiquement le 23 juin 2006

Promotion 2005

UNIVERSITÉ D'ANTANANARIVO

ÉCOLE SUPÉRIEURE POLYTECHNIQUE D'ANTANANARIVO

DÉPARTEMENT MÉTÉOROLOGIE



Mémoire de fin d'études
en vue de l'obtention du Diplôme d'Ingénieur

Spécialité : Météorologie

Intitulé :



Présenté par :

Monsieur **ANDRIANJAFINITSIKY Nirina Jean Narlys**

Soutenu publiquement le 23 juin 2006
Devant la commission d'examen formée de

Président :

Monsieur le Directeur de l'Ecole Supérieure Polytechnique d'Antananarivo

Examineurs :

Madame RAHARIVELOARIMIZA Samuëline, Docteur Ingénieur, Direction Générale de la Météorologie

Monsieur Olivier RAKOTOVAZAHA, Maître de Conférence

Monsieur RAZAFINDRAKOTO Benjamin, Ingénieur, Direction Générale de la Météorologie

Rapporteur :

Monsieur Léon RANDRIANASOLO, Chef de Département de la Filière Météorologie, ESPA.

Remerciements

A l'heure où j'apporte une touche finale à ce travail, je ne cesse de penser à toutes les personnes qui ont permis à sa réalisation. Je souhaite tellement pouvoir exprimer toute ma reconnaissance mais puis-je espérer qu'ils trouveront dans ces quelques lignes ce que je voudrais leur exprimer.

Ainsi :

- Je remercie Monsieur RANDRIANASOLO Léon, Chef du Département de la Météorologie (ESPA), pour la patience qu'il a montrée envers moi, pour la grande liberté qu'il m'a laissée dans mes activités de recherche tout en me donnant des moyens aussi bien scientifiques que matériels afin de mener à terme ce travail.
- Je remercie aussi Madame RAHARIVELOARIMIZA Samuëline, Docteur Ingénieur et Monsieur RAKOTOVAZAH Olivier, Maître de Conférence à l'ESPA, d'avoir accepté d'examiner ce travail et pour tout l'intérêt qu'ils ont porté sur ce mémoire.
- Mes remerciements vont aussi à Monsieur RAZAFINDRAKOTO Benjamin, Ingénieur de la Météorologie, d'avoir accepté de faire parti du jury.
- Je n'oublierai, certainement pas, de remercier, tout le personnel du Service de l'Hydrologie d'Ampankandrianomby, pour avoir mis à ma disposition les données hydrologiques qui, sans elles, ce mémoire n'aurait pu se faire.
- Enfin je remercie chaque membre de ma famille, d'avoir toujours été proche de moi par leur affection.

Table des matières

Remerciements	i
Table des matières	ii
Liste des figures	iv
Liste des tableaux	v
Liste des graphiques	vi
Introduction	viii
I Notions de modélisation mathématique.....	1
1 Modélisation mathématique	2
1.1 Définitions	2
1.2 Quelques éléments de vocabulaire propre à la modélisation	2
1.2.1 Variables indépendantes ou variables d'entrée ou variables de forçage	2
1.2.2 Variables dépendantes ou de sortie	2
1.2.3 Variables d'état	2
1.3 Différentes approches de la modélisation mathématique.....	2
1.3.1 Modèle déterministe	2
1.3.2 Modèle stochastique	2
1.3.3 Modèle à base physique	3
1.3.4 Modèle analytique	3
1.3.5 Modèle empirique	3
1.4 Modèle retenu dans cette étude	3
1.4.1 Spécification.....	3
1.4.2 Organigramme général de la modélisation à base physique	3
Hydraulique des eaux des surfaces.....	5
2.1 Les paramètres essentiels en hydraulique de surface	5
2.1.1 Les paramètres géométriques	5
2.1.2 Les paramètres hydrauliques.....	6
2.2 Les différents régimes d'écoulement	8
2.2.1 Régime permanent.....	8
2.2.2 Régime permanent uniforme	8
2.2.3 Régime transitoire	9
2.3 Les équations de base d'un écoulement	9
2.3.1 Hypothèses de calcul	9
2.3.2 Calculs des écoulements transitoires.....	9
2.3.3 Calculs des autres régimes	13
2.3.4 Cas particuliers	14
II Simulation des crues et exploitation.....	16
3 Simulation des crues.....	17
3.1 Définition	17
3.2 Les différentes étapes de la simulation des crues.....	17
3.2.1 Analyse de l'écoulement entre la section amont et la section aval	17
3.2.2 Analyse du débit maximal observé dans les différentes sections de la rivière ..	17
3.2.3 Adoption des équations de l'écoulement.....	18
3.2.4 Linéarisation des équations de propagation des crues	18

3.2.5	Résolution numérique des équations de propagation des crues	19
3.3	Organigramme de la simulation des crues	22
4	Cas de la propagation des crues dans le bassin supérieur de l'Ikopa	23
4.1	Situation géographique et délimitation de la zone d'étude	23
4.2	Evaluation des paramètres géométriques et hydrauliques du fleuve.....	25
4.2.1	La pente du fond (i).....	25
4.2.2	Le rayon hydraulique $R = S / P$	25
4.3	Simulation des crues.....	25
4.3.1	Analyse de la propagation de crues dans l'Ikopa.....	25
4.4	Choix de l'équation	26
4.5	Linéarisation de l'équation.....	26
4.6	Résolution numérique de l'EDP.....	27
4.6.1	Schéma de résolution en analyse des crues.....	27
4.6.2	Schéma de résolution en prévision à courte échéance	27
4.7	Résultats des simulations et leur présentation.....	29
4.7.1	Critères d'évaluation des résultats obtenus	29
4.7.2	Présentation des résultats obtenus	29
5	Résultats des simulations et utilisation.....	31
5.1	Résultats des simulations et leur utilisation en contexte d'analyse des crues.....	31
5.1.1	Rappels sur le schéma de résolution de l'EDP.....	31
5.1.2	Premiers résultats obtenus.....	31
5.1.3	Amélioration des résultats obtenus	34
5.1.5	Exploitation du modèle en contexte d'analyse des crues.....	40
5.2	Exploitation du modèle en prévision de courte échéance	41
5.2.1	Choix de la méthode de résolution utilisée	41
5.2.2	Exécution du schéma.....	42
5.2.3	Résultats	42
	Conclusion générale	53
	Annexe	54
	Annexe 1	55
	A.1 Programme d'interpolation parabolique des hauteurs.....	55
	A.2 Programme de simulation de crue par le schéma explicite	57
	A.3 Programme de simulation de crue par le schéma de Ceara.....	62
	Bibliographie	65

Liste des figures

Figure 1 : Organigramme du modèle à base physique	4
Figure 2 : Tirant d'eau, largeur au miroir et section mouillée	6
Figure 3: Pression en un point P	7
Figure 4 : Forces appliquées par l'eau sur les parois.	8
Figure 5 : Volumes entrant et sortant d'un domaine élémentaire	10
Figure 6 : Forces extérieures appliquées au domaine D	11
Figure 7: Frottement sur les parois.....	13
Figure 8 : Organigramme de la simulation des crues.....	22
Figure 9 : Géographie du Bassin Supérieur de l'lkopa.	24
Figure 10 : Organigramme du schéma explicite de la résolution de l'EDP	28
Figure 11 : Organigramme du schéma de résolution de Cearà	30

Liste des tableaux

Tableau 1 : Caractéristiques géographiques des sections du Bassin Supérieur du fleuve Ikopa de la zone d'étude. (Source : Fleuves et Rivières à Madagascar.)	23
Tableau 2 : Tableau comparant les débits de pointe à trois sections du fleuve l'Ikopa.	25
Tableau 3 : Quelques valeurs du rapport Q/S . (Source : Service de l'Hydrologie d'Ampandrianomby.)	26
Tableau 4 : Tableau comparant les débits de pointe simulés et les délais de propagation.....	37
Tableau 5 : Coefficients de corrélation entre les débits simulés et les débits mesurés.	37
Tableau 6 : Débit en fonction de la hauteur.	40
Tableau 7 : Composantes des crues d'Ambohimambola.	41
Tableau 8 : Composantes des crues d'Anosizato.	41
Tableau 9 : Comparaison des débits de pointe simulés et les délais de propagation avec les débits mesurés à Ambohimambola.....	51
Tableau 10 : Comparaisons des débits de pointe simulés et les délais de propagation avec les débits mesurés à Anosizato.	51

Liste des graphiques

Graphe 1: Premiers résultats des simulations de la crue de Janvier 2001.....	32
Graphe 2: Premiers résultats des simulations de la crue de Février 2002.....	32
Graphe 3: Premiers résultats des simulations de la crue de Février 2004.....	33
Graphe 4: Premiers résultats des simulations de la crue de Mars2004.	33
Graphe 5: Résultats des simulations de la crue de Janvier 2001 après introduction de l'influence de la hauteur H.....	35
Graphe 6: Résultats des simulations de la crue de Février 2002 après introduction de l'influence de la hauteur H.....	35
Graphe 7: Résultats des simulations de la crue de Février 2004 après introduction de l'influence de la hauteur H.....	36
Graphe 8: Résultats des simulations de la crue de Mars 2004 après introduction de l'influence de la hauteur H.....	36
Graphe 9: Résultats de la simulation de la crue du Février 2002 d'Anosizato après réduction de la valeur du débit de pointe.	38
Graphe 10: Résultats de la simulation de la crue de Février 2004 d'Anosizato après réduction de la valeur du débit de pointe.	39
Graphe 11: Résultats de la simulation de la crue de Mars 2004 d'Anosizato après réduction de	39
Graphe 12 : Délais de propagation des débits de pointe entre Antelomita et les sections à l'aval en fonction de A_1 (crue de Janvier 2001).....	43
Graphe 13 : Différence des débits de pointe des sections à l'aval en fonction de $\varepsilon = A_1 - A_2$ (crue de Janvier 2001)	43
Graphe 14 : Délais de propagation des débits de pointe entre Antelomita et les sections à l'aval en fonction de A_1 (crue de Février 2002).	44
Graphe 15 : Différence des débits de pointe des sections à l'aval en fonction de $\varepsilon = A_1 - A_2$ (crue de Février 2002)	44
Graphe 16 : Délais de propagation des débits de pointe entre Antelomita et les sections à l'aval en fonction de A_1 (crue de Février 2004).....	45
Graphe 17 : Différence des débits de pointe des sections à l'aval en fonction de $\varepsilon = A_1 - A_2$ (crue de Février 2004)	445
Graphe 18 : Délais de propagation des débits de pointe entre Antelomita et les sections à l'aval en fonction de A_1 (crue de Mars 2004).	46
Graphe 19 : Différence des débits de pointe des sections à l'aval en fonction de $\varepsilon = A_1 - A_2$ (crue de Mars 2004)	46
Graphe 20: Résultats de prévision de la crue de Janvier 2001 d'Ambohimambola.....	47
Graphe 21: Résultats de prévision de la crue du Janvier 2001 d'Anosizato.	47
Graphe 22: Résultats de prévision de la crue de Février 2002 d'Ambohimambola.....	48
Graphe 23: Résultats de prévision de la crue de Février 2002 d'Anosizato.	48

Graphe 24: Résultats de prévision de la crue de Février 2004 d'Ambohimambola.....	49
Graphe 25: Résultats de prévision de la crue de Février 2004 d'Anosizato.	49
Graphe 26: Résultats de prévision de la crue de Mars 2004 d'Ambohimambola.	50
Graphe 27 : Résultats de prévision de la crue de Mars 2004 d'Anosizato.....	50

Introduction

Dès la fin du XIX-ème Siècle, en s'inspirant de l'équation dynamique du fluide, Saint Venant a pu écrire celle du mouvement d'un liquide incompressible dans un canal rectangulaire en terme de débit et de paramètres hydrauliques. Son équation est une Equation aux Dérivées Partielles dont la résolution était, à cette époque, presque impossible. En effet, non seulement les calculs sont trop laborieux pour être effectués à la main mais on a besoin aussi d'un grand nombre de mesures.

Il fallait attendre l'avènement des ordinateurs pour lever le premier barrage à la résolution des Equations aux Dérivées Partielles. De nos jours, grâce à la croissance presque exponentielle des vitesses de calculs des ordinateurs, certaines Equations aux Dérivées Partielles passent pour des exercices que l'on effectue sur un simple PC (Personale Computer).

Quant aux problèmes de mesures, particulièrement à Madagascar et en matière de données hydrologiques, on a franchi des grands pas durant ces dix dernières années en passant d'une (1) mesure de hauteur toutes les six (6) heures à une mesure par heure.

Tout ceci nous amène à penser qu'un essai de modélisation mathématique (y compris simulation) des écoulements dans une rivière peut être entrepris et c'est l'objet du présent mémoire dont le titre est " MODÉLISATION MATHÉMATIQUE ET SIMULATION DANS LE BASSIN VERSANT SUPÉRIEUR D'IKOPA" et qui comporte deux parties.

- A la première partie, nous introduisons des brèves notions de modélisations mathématiques afin de situer celle que nous utilisons.
- La deuxième partie sera consacrée à la simulation des crues et des exploitations qu'on pourra en tirer.

Première partie

Notions de modélisation mathématique

Chapitre 1

Modélisation mathématique

1.1 Définitions

Par définition, la modélisation consiste à élaborer un modèle. Le principe est de partir des relations (lois physiques ou relations empiriques) entre différentes grandeurs décrivant un phénomène de la nature.

1.2 Quelques éléments de vocabulaire propre à la modélisation

Afin d'avoir une idée sur les notions introduites ci-dessous, prenons le modèle « Pluie - Débit » qui exprime le débit Q (réponse du Bassin Versant) en fonction des précipitations.

1.2.1 Variables indépendantes ou variables d'entrée ou variables de forçage

Ce sont les données d'entrée du modèle. Dans le cas de notre exemple, il s'agit des mesures de pluie.

1.2.2 Variables dépendantes ou de sortie

Il s'agit des grandeurs calculées à partir des relations entre elles et les variables de sortie. C'est le débit dans le cas de notre exemple.

1.2.3 Variables d'état

Variables permettant de caractériser l'état du système modélisé, qui peuvent être en fonction du temps dans certain cas. Dans notre exemple, il s'agit du taux de saturation des sols et de la pente dans le Bassin Versant.

1.3 Différentes approches de la modélisation mathématique

1.3.1 Modèle déterministe

C'est un modèle qui associe à chaque jeu de variables de forçage, une réalisation unique des variables de sortie pour les mêmes variables d'état.

1.3.2 Modèle stochastique

Dans ce modèle, on admet qu'une au moins des variables d'entrée ou variables d'état est aléatoire. Par voie de conséquence, la ou les variables de sortie sont aussi des variables aléatoires, que des simulations répétées en tirant aléatoirement les valeurs des variables d'entrée permettraient de trouver la distribution des variables de sortie.

1.3.3 Modèle à base physique

C'est un modèle basé uniquement sur des équations de la physique.

1.3.4 Modèle analytique

C'est un modèle pour lequel les relations entre les variables de forçage sont établies par analyse des séries de données mesurées.

1.3.5 Modèle empirique

Dans le cas de modèle empirique, on fixe à priori les fonctions reliant les variables (fonctions polynomiales par exemple) et résultent de nombreuses expériences.

1.4 Modèle retenu dans cette étude

Dans notre étude, nous adoptons le modèle à base physique

1.4.1 Spécification

La modélisation se distingue par l'établissement des lois physiques entre les grandeurs du modèle et la résolution de celles-ci si bien qu'on parle souvent de modélisation physique au lieu de modélisation mathématique.

1.4.2 Organigramme général de la modélisation à base physique

Avant de dresser celui-ci, nous identifions les notions introduites dans la section 2.

1.4.2.1 Identifications des variables d'entrée et variables de sortie

1.4.2.1.1 Variables d'entrée et variables de sortie

Dans la plupart des cas, il n'y a pas de variables d'entrée. En effet, plus souvent, les lois physiques aboutissent à des EDP et la résolution de celles-ci nécessite des conditions aux limites et initiales (Equation aux Dérivées Partielles).

1.4.2.1.2 Variables d'état

Les variables d'état sont les quotients entre les grandeurs et dont la fluctuation dans l'espace et dans le temps sont négligeables. L'opération qui détermine ces variables d'état s'appelle linéarisation du modèle.

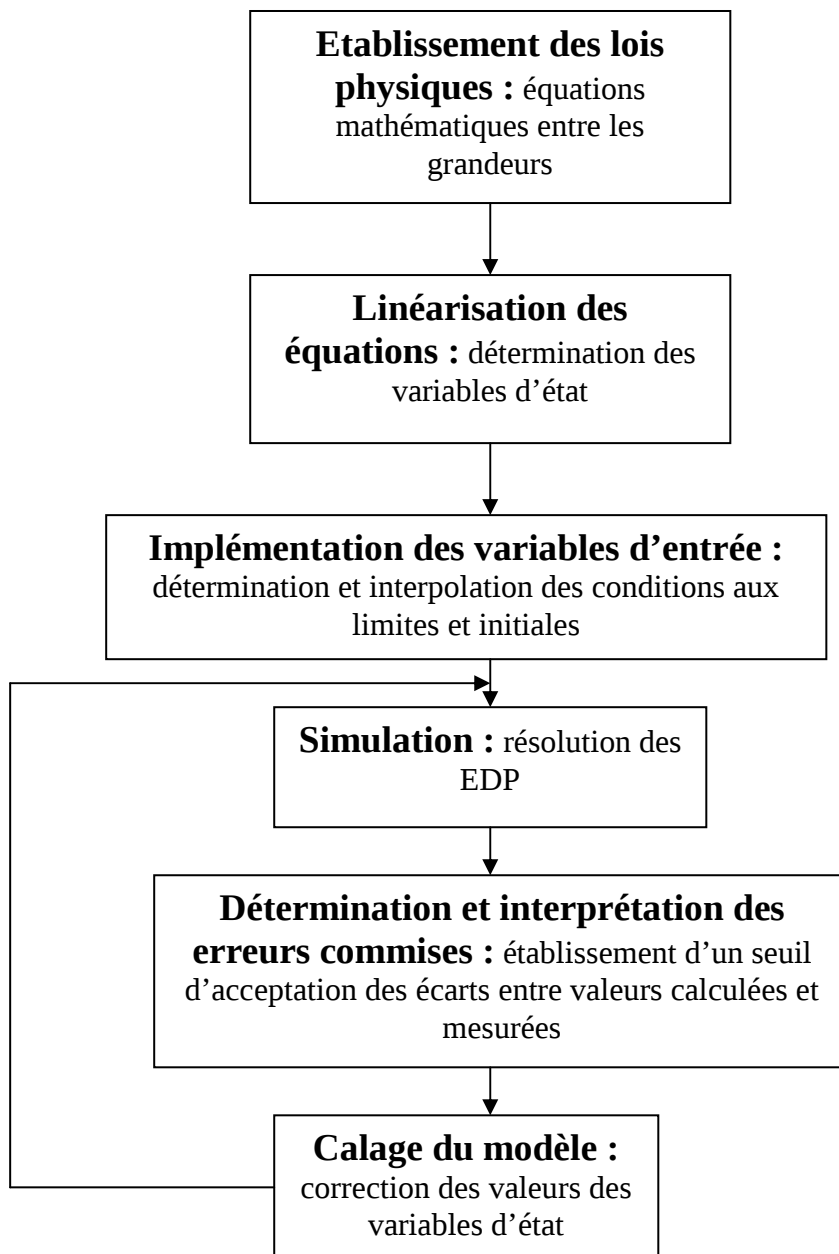


Figure 1 : Organigramme du modèle à base physique

Chapitre 2

Hydraulique des eaux des surfaces

Ce chapitre est consacré à la modélisation des écoulements à la surface libre et des crues. Ce qui nous mène à établir des équations des écoulements dans une rivière.

Remarque préliminaire

Dans cette étude, nous allons nous limiter à un chenal (rivière à lit unique ou canal). Nous n'allons considérer (ou évaluer) les paramètres que suivant une direction donnée qui n'est autre que l'axe de l'écoulement. Par conséquent, tous les paramètres et les variables sont fonctions de l'abscisse et du temps t : nous dirons qu'on a fait une modélisation filiaire (ou à 1 dimension).

2.1 Les paramètres essentiels en hydraulique de surface

2.1.1 Les paramètres géométriques

2.1.1.1 Section mouillée

La section mouillée S est la surface occupée par l'eau en un point d'abscisse x donnée si l'on fait une coupe transversale.

2.1.1.2 Largeur au miroir (L)

Par définition, c'est la distance entre la rive gauche et la rive droite.

2.1.1.3 Tirant d'eau (y)

Le tirant d'eau (y) est la distance entre le fond du canal et de la surface libre de l'eau.

2.1.1.4 Périmètre mouillé (P)

C'est la longueur de paroi en contact avec l'eau (berges et fond).

Tous ces paramètres sont définis sur la figure 2 ci-dessous.

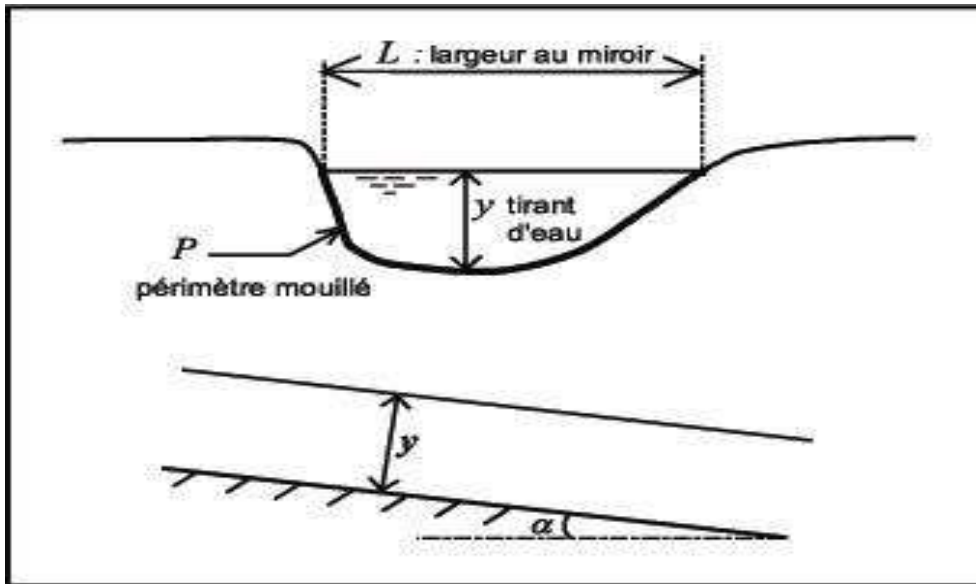


Figure 2 : Tirant d'eau, largeur au miroir et section mouillée

2.1.1.5 Rayon hydraulique R

Le rayon hydraulique R est par définition, le rapport entre la section mouillée et le périmètre mouillé : $R = \frac{S}{P}$

- Ainsi, pour un chenal rectangulaire de longueur L et de largeur y , on a : $R = \frac{Ly}{L + 2y}$
- Si de plus, $L \gg y$ (canal de très grande largeur) : $R \approx y$.

2.1.1.6 Pente du fond i

C'est l'inclinaison de la pente du fond par rapport à l'axe de l'écoulement, représenté par l'équation $i = -\frac{dz}{dx}$

2.1.2 Les paramètres hydrauliques

2.1.2.1 Masse volumique

La masse volumique de l'eau est notée ρ_w et vaut 1000 kg/m^3 dans la cas de l'eau claire sans matières en suspension.

2.1.2.2 Poids volumique (γ_w)

Représenté par $\gamma_w = g \cdot \rho_w$ où $g = 9,81 \text{ kN/m}^3$ est l'accélération de pesanteur.

2.1.2.3 Vitesse en un point de l'écoulement

Par définition, la vitesse (v) en un point de l'écoulement est celle de la particule qui passe en ce point au moment considéré.

2.1.2.4 Vitesse moyenne

La vitesse moyenne $V = Q / S$, c'est-à-dire $V = \frac{\iint v dS}{S}$ où $S = \iint dS$.

2.1.2.5 Pression hydrostatique en un point P

La pression hydrostatique p en un point P situé à une profondeur h de la surface libre est : $p = \gamma_w \cdot h$

2.1.2.6 Charge hydraulique en un point d'un liquide en mouvement

Par définition, la charge en un point P est la valeur $H_P = z_P + \frac{p}{\gamma_w} + \frac{V^2}{2g}$ où z_P est la cote du point P , v sa vitesse instantanée et p la pression hydrostatique en ce point P . En désignant par Δz la différence d'altitude entre le point P et la surface libre, on a : $p = \gamma_w \cdot \Delta z$ (voir figure 2.2) et y_P la distance du point P à la surface libre, i la pente, alors : $y_P = \Delta z \times i = \Delta z \times \cos \alpha$.

Et si α est relativement faible, on a : $\Delta z = y_P$ et $p = \gamma_w \times y_P$.

Ainsi : $H_P = z_P + y_P + \frac{V^2}{2g}$

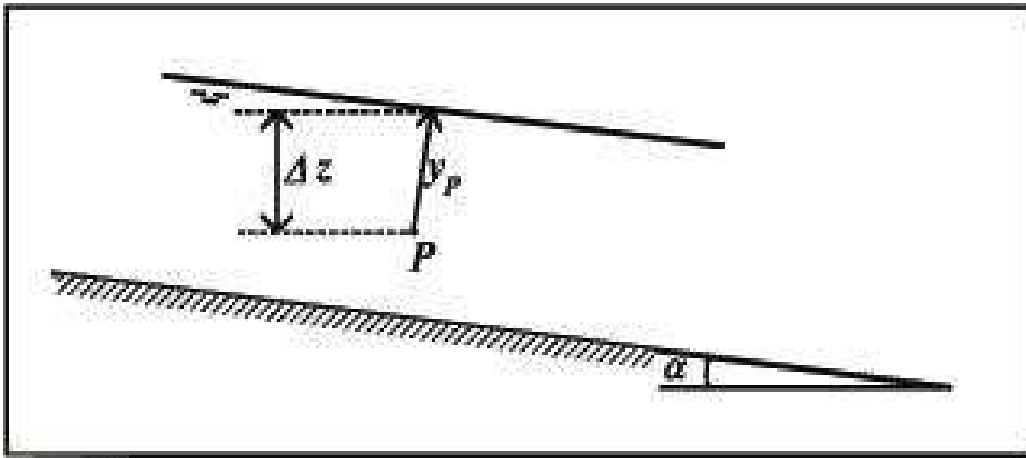


Figure 3: Pression en un point P

2.1.2.7 Charge moyenne dans une section

Elle est obtenue en intégrant $H_P = z_P + y_P + \frac{V^2}{2g}$ dans une section, il vient :

$$H = z_P + y_P + \frac{\beta V^2}{2g}. \text{ Où } \beta = \frac{\iint V^3 dS}{V^3 \cdot S} \text{ mais on remarque que } \beta = 1 \text{ et } H = z_f + y + \frac{V^2}{2g}$$

Avec : z_f = cote du fond, y = tirant d'eau.

2.1.2.8 Poussée sur une paroi du canal

En rapport avec la force de surface de la mécanique des fluides, la poussée sur une paroi de section dS est : $dP = p.dS$ avec $p = \gamma_w.y$

2.1.2.9 Frottement sur une paroi du canal

C'est la force dF exercée par l'eau en mouvement et qui vaut $dF = \tau_0 \times dS$ où τ_0 est la force de frottement par unité de surface. On matérialise dF sur la figure ci-dessous

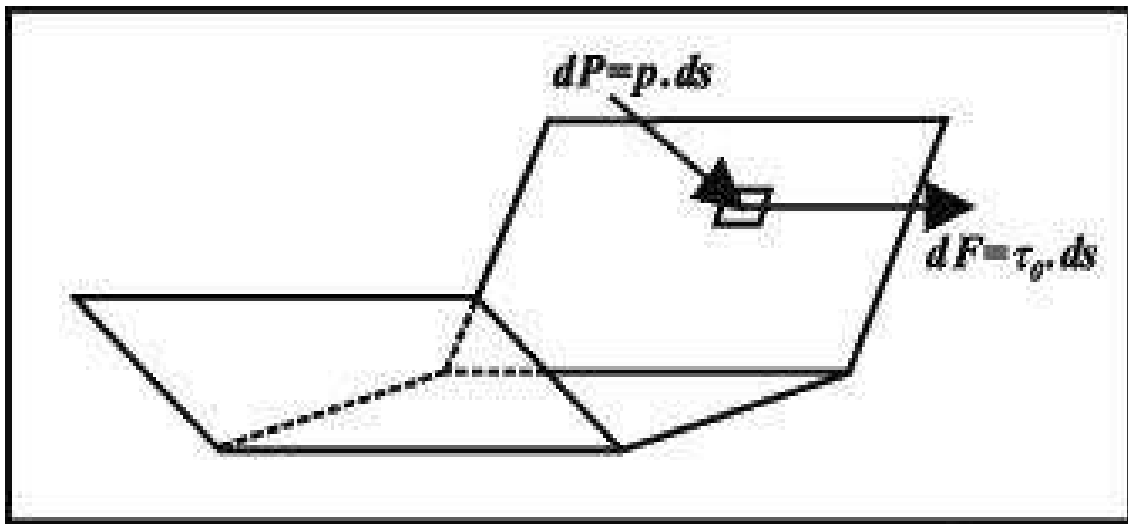


Figure 4 : Forces appliquées par l'eau sur les parois.

2.1.2.10 Perte de charge j

C'est par définition, l'opposée de la variation linéaire de la charge moyenne :

$$j = -\frac{dH}{dx}.$$

2.2 Les différents régimes d'écoulement

2.2.1 Régime permanent

→ Caractérisation

- Le débit Q est constant dans le temps (Q indépendant de t)
- Le tirant d'eau y est aussi indépendant de t .

→ Validation

Ce type de régime ne s'applique qu'à des canaux d'irrigation, ou à des rivières en étiage.

2.2.2 Régime permanent uniforme

→ Caractérisation

Nous classons un régime comme permanent uniforme si :

- la section mouillée S , la pente i , la rugosité sont indépendantes de x et de t ;
- le débit Q indépendant de t ;
- le tirant d'eau y est indépendant de x et de t

→ **Validation**

Ce type de régime ne se rencontre que dans des canaux artificiels ayant une géométrie bien définie et alimentés par une source à débit constant.

2.2.3 Régime transitoire

→ **Caractérisations**

Dans ce type de régime :

- les paramètres géométriques (S, i, K) sont des fonctions de l'abscisse x et du temps t .
- le débit Q et le tirant d'eau y sont fonctions de x et de t ($Q = Q(x, t)$, $y = y(x, t)$)

→ **Validations**

Ce type de régime permet de résoudre presque tous les problèmes rencontrés en hydraulique, en particulier en hydrologie, comme la propagation des crues, le vidage d'un réservoir, etc.

2.3 Les équations de base d'un écoulement

(Equation de la conservation de masse et équation de Barré Saint Venant)

2.3.1 Hypothèses de calcul

Afin de faciliter l'approche, nous supposons que :

- la section mouillée est rectangulaire de longueur L (largeur au miroir) et de largeur y (tirant d'eau) ;
- le liquide (eau) est homogène et pur (ρ_w est constant) ;
- la perte de charge j est calculée par la formule de Manning-Strickler :

$$j = \frac{Q^2}{K^2 \cdot S^2 \cdot R^{4/3}} \text{ que nous établirons ultérieurement (Voir section 3.3.1).}$$

2.3.2 Calculs des écoulements transitoires

2.3.2.1 Equation de la conservation de la masse

Rappelons que le principe de continuité exprime que la variation de la masse de liquide comprise entre deux (2) sections pendant un certain temps est égale à la masse de liquide entrant diminuée de la masse de liquide sortant.

Mais puisqu'on a supposé un liquide homogène et incompressible, alors, il y a aussi « conservation du volume ».

Considérons maintenant deux sections (perpendiculaire à l'axe d'écoulement) d'abscisse x (section en amont) et $x+dx$ (section à l'aval).

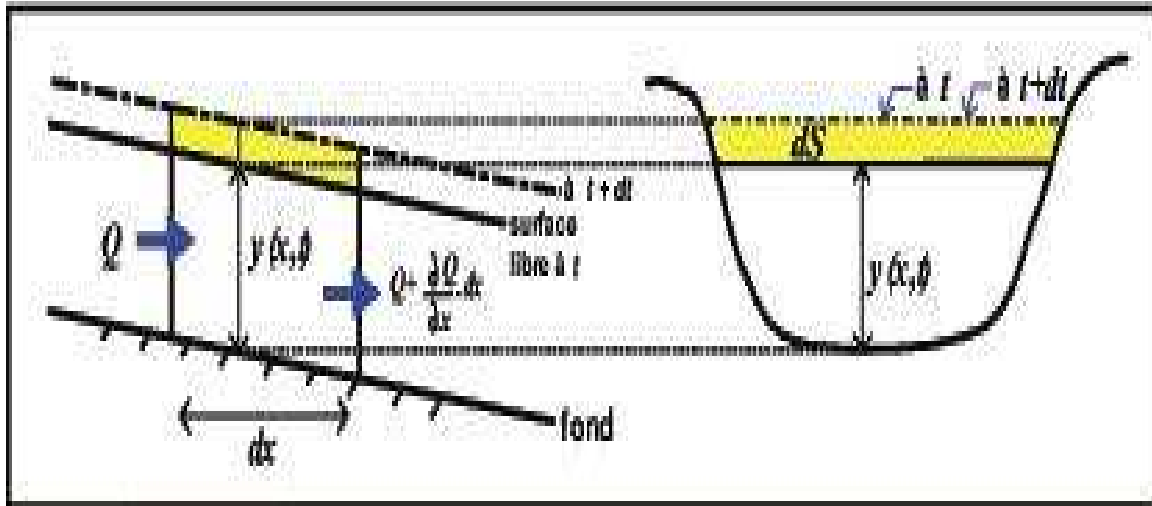


Figure 5 : Volumes entrant et sortant d'un domaine élémentaire

- A l'instant t , le débit entrant est Q , le débit sortant est $Q + \frac{\partial Q}{\partial x} dx$. La différence de volume pendant l'instant dt est : $-\frac{\partial Q}{\partial x} dx \cdot dt$
 - Mais la variation du volume est due au déplacement d'eau entre t et $t+dt$ qui vaut : $dS \cdot dx = \frac{\partial S}{\partial t} dx \cdot dt$
 - D'où l'égalité : $dS \cdot dx = \frac{\partial S}{\partial t} dx \cdot dt = -\frac{\partial Q}{\partial x} dx \cdot dt$
- C'est-à-dire $\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0$ (**Equation de la conservation de masse**)

La figure 6 illustre cette équation.

Remarque

Cette équation a été établie avec l'hypothèse qu'il n'y a pas d'échange latéral. Dans ce cas, on le désigne par $q(m^3/s/m)$, le débit échangé entre l'écoulement principal et les surfaces voisines (les casiers) par unité de longueur de l'écoulement principal. L'équation de la conservation devient : $\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q$

2.3.2.2 Equation de la conservation de la quantité de mouvement

Considérons à nouveau deux (2) sections d'abscisse x et $x+dx$. Elle délimite un volume de liquide D auquel nous appliquons le théorème de la quantité de mouvement. Ce théorème consiste à écrire que la variation de quantité de mouvement $\frac{d\bar{M}}{dt}$ entre x et $x+dx$ est

égale à la somme des forces extérieures ($\sum \bar{F}_e$) appliquées au volume considéré. Il s'agit

d'une égalité vectorielle que nous allons projeter sur l'axe du fond du chenal.

Faisons l'inventaire des forces extérieures appliquées à D :

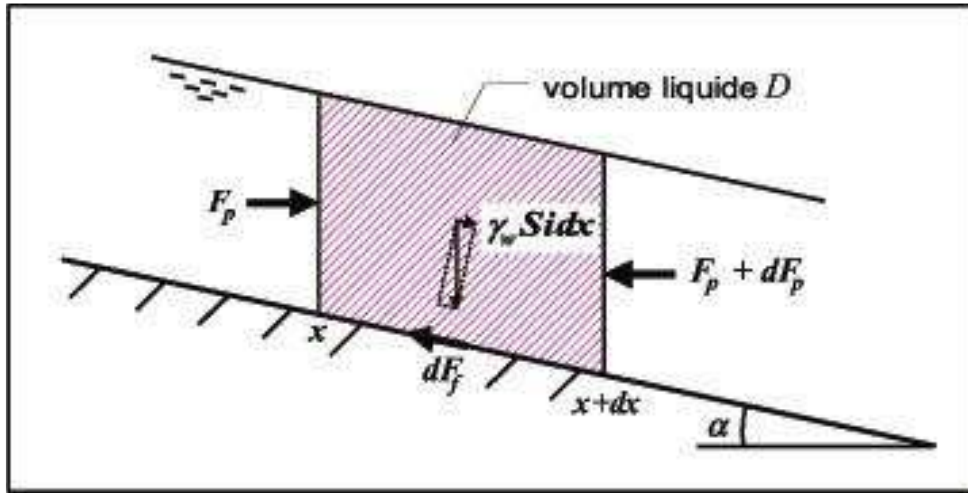


Figure 6 : Forces extérieures appliquées au domaine D

- La force de gravité dont la projection sur l'axe est : $dF_g = \gamma_w \cdot (S \cdot dx) \cdot \sin \alpha = \gamma_w \cdot S \cdot i \cdot dx$.
 - La force de pression appliquée à la section en amont est : $F_p = \gamma_w \cdot S \cdot h_G$, h_G étant la distance verticale du centre de gravité G et le fond du chenal.
 - La force de pression appliquée à la section aval est : $F_p + dF_p$
- La résultante des forces de pression est $-dF_p$ avec $dF_p = \frac{\partial(\gamma_w \cdot S \cdot h_G)}{\partial x} \cdot dx$
- La force de frottement dont la projection est :
 $dF_f = -\tau_0 \cdot P \cdot dx = (-\gamma_w \cdot R \cdot j) \cdot P \cdot dx = -\gamma_w \cdot S \cdot j \cdot dx$ avec j la perte de charge.

Remarque

L'égalité $\tau_0 = -\gamma_w \cdot R \cdot j$ sera établie dans la section 2.3.3.1.2.

Mais puisqu'on a supposé que chaque section est rectangulaire, alors :

$$\begin{cases} S = L \cdot y \\ h_G = \frac{y}{2} \end{cases}$$

Et si de plus, la variation de la largeur L (au miroir) que soit dans le temps que dans l'espace est négligeable, on a :

$$dF_p = \frac{\partial(\gamma_w \cdot S \cdot h_G)}{\partial x} = \gamma_w \cdot \frac{\partial(L \cdot \frac{y^2}{2})}{\partial x} \cdot dx = \gamma_w \cdot L \cdot y \cdot \frac{\partial y}{\partial x} \cdot dx = \gamma_w \cdot S \cdot \frac{\partial y}{\partial x} \cdot dx$$

Finalement : $\sum F_e = dF_g - dF_p + dF_f = \gamma_w \cdot S \cdot i \cdot dx - \gamma_w \cdot S \cdot \frac{\partial y}{\partial x} \cdot dx - \gamma_w \cdot S \cdot j \cdot dx$

C'est-à-dire : $\sum F_e = \gamma_w \cdot S \cdot (i - j - \frac{\partial y}{\partial x}) \cdot dx$

Calculons maintenant la variation de la quantité de mouvement.

Considérons à l'instant t le domaine D délimité par les deux sections distantes de dx et le domaine D' obtenu à l'instant $t+dt$ (voir figure N°6).

La variation dM de la quantité de mouvement lorsque l'on passe de t à $t+dt$ est la somme algébrique de :

- la variation de quantité de mouvement du volume commun à D et D' , soit :

$$\frac{\partial(\rho_w \cdot S \cdot V)}{\partial t} \cdot dt \cdot dx = \rho_w \cdot \left(\frac{\partial Q}{\partial t}\right) \cdot dt \cdot dx.$$

– la quantité de mouvement perdue à l'entrée de D :

$$\rho_w \cdot (V \cdot dt) \cdot S \cdot V = \rho_w \cdot V^2 \cdot S \cdot dt = \rho_w \cdot \left(\frac{Q^2}{S}\right) \cdot dt$$

– la quantité de mouvement gagnée à la sortie de D qui

$$\text{vaut : } \rho_w \cdot \left(\frac{Q^2}{S}\right) \cdot dt + \frac{\partial(\rho_w \cdot \frac{Q^2}{S})}{\partial x} \cdot dx \cdot dt$$

Finalement,

$$dM = \rho_w \left(\frac{\partial Q}{\partial t}\right) dt \cdot dx + \left[\left(\rho_w \cdot \frac{Q^2}{S} \cdot dt + \frac{\partial(Q^2/S)}{\partial x}\right) - \rho_w \cdot \frac{Q^2}{S} \cdot dt \right] = \left(\rho_w \cdot \frac{\partial Q}{\partial t} + \rho_w \cdot \frac{\partial(Q^2/S)}{\partial x} \right) \cdot dt \cdot dx$$

La projection sur l'axe du fond de l'égalité vectorielle $\frac{d\vec{M}}{dt} = \sum \vec{F}_e$ s'écrit :

$$\rho_w \left(\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial(Q^2/S)}{\partial x} \right) \cdot dt \cdot dx = \gamma_w \cdot S \cdot \left(i - j - \frac{\partial y}{\partial x} \right) \cdot dt \cdot dx$$

Mais $\rho_w = \gamma_w / g$, alors :

$$\rho_w \cdot \left(\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial(Q^2/S)}{\partial x} \right) \cdot dx \cdot dt = \gamma_w \cdot S \cdot \left(i - j - \frac{\partial y}{\partial x} \right) \cdot dx \cdot dt$$

(C'est l'équation de Barré Saint Venant)

En résumé, les équations d'un régime transitoire écrites en terme de débit sont :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \\ \frac{1}{g \cdot S} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{1}{g \cdot S} \frac{\partial(Q^2/S)}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial x} - i = -j = -\frac{Q^2}{K^2 \cdot S^2 \cdot R^{3/4}} \end{array} \right.$$

- **Formulation en terme de vitesse moyenne :**

De la relation : $Q = S \times V$, on a :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{\partial(S \cdot V)}{\partial t} = S \cdot \frac{\partial V}{\partial t} + V \cdot \frac{\partial S}{\partial t} \\ \frac{\partial(Q^2/S)}{\partial x} = \frac{\partial(Q \cdot V)}{\partial x} = Q \cdot \frac{\partial V}{\partial x} + V \cdot \frac{\partial Q}{\partial x} \end{array} \right.$$

D'où, par addition membres à membres :

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial(Q^2/V)}{\partial x} = S \cdot \frac{\partial V}{\partial t} + Q \cdot \frac{\partial V}{\partial x} + V \cdot \underbrace{\left(\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} \right)}_{=0} = S \cdot \frac{\partial V}{\partial t} + Q \cdot \frac{\partial V}{\partial x}$$

D'où le système :

$$\begin{cases} \frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial(S.V)}{\partial t} = 0 \\ \frac{1}{g} \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{V}{g} \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial x} - i = -j = -\frac{V^2}{K^2 . R^{4/3}} \end{cases}$$

2.3.3 Calculs des autres régimes

2.3.3.1 Calculs des régimes permanents uniformes

2.3.3.1.1 Traduction mathématique des hypothèses et équations de l'écoulement

Les hypothèses se traduisent par :

$$\begin{cases} \frac{\partial S}{\partial t} = \frac{\partial S}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial Q}{\partial t} = 0 \\ \frac{\partial y}{\partial t} = \frac{\partial y}{\partial x} = 0 \end{cases}$$

L'équation de la conservation de masse devient $\frac{\partial Q}{\partial x} = 0$.

L'équation dynamique prend la forme $i=j$.

Ainsi, le régime permanent uniforme est régi par :

$$\begin{cases} Q = cte \\ i = j \end{cases}$$

2.3.3.1.2 Applications des équations du régime permanent (Formule de Chézy, formule de Manning-Strickler)

Dans le cas d'un régime permanent, les forces qui s'appliquent sur D, domaine limité par deux sections d'abscisses respectives x et x+dx s'équilibrent. On néglige les forces de pression qui s'exercent sur les faces.

Ainsi, le poids du liquide et la force de frottement s'équilibrent : $\vec{F}_g + \vec{F}_f = \vec{0}$

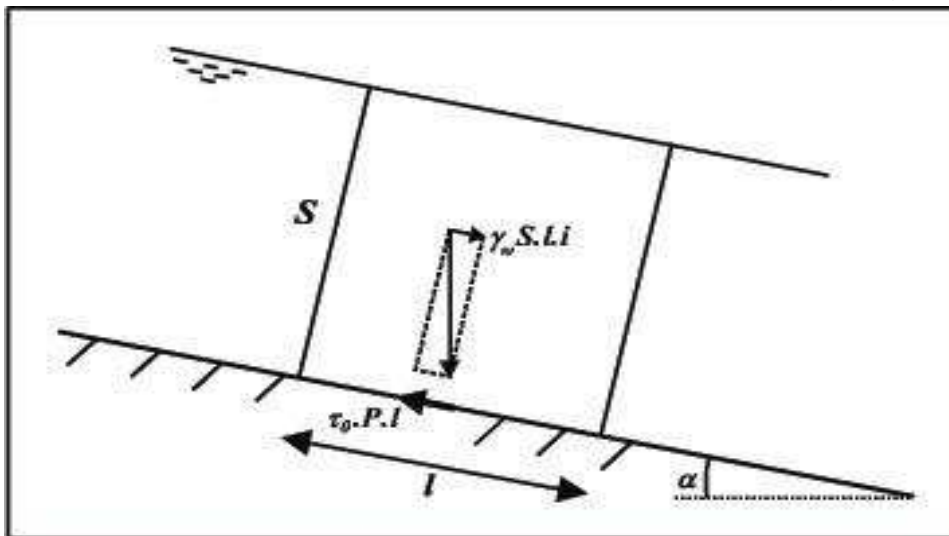


Figure 7: Frottement sur les parois

En projetant cette égalité sur l'axe du fond, on a : $F_f = \tau_0 \cdot P \cdot l = F_g \cdot i = \gamma_w \cdot S \cdot l \cdot i$

C'est-à-dire $\tau_0 = \frac{\gamma_w \cdot S \cdot l \cdot i}{P} = \gamma_w \cdot R \cdot i$, R = rayon hydraulique.

Mais en hydraulique de surface libre, on pose $\tau_0 = \gamma_w \cdot \left(\frac{V}{C}\right)^2$ avec C le coefficient de Chézy

tel que $\left(\frac{V}{C}\right)^2 = R \cdot i$, d'où : $\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{5}{3} \frac{Q}{S} \frac{\partial Q}{\partial x} = 0$ (**Formule de Chézy**)

Le coefficient de Chézy C dépend de la nature des parois et du rayon hydraulique. Pour l'estimer, la formule la plus utilisée est celle de Manning-Strickler : $C = K \cdot R^{1/6}$, avec K = le coefficient de Mannig-Strickler dont on donnera les différentes valeurs dans l'annexe suivant les natures des fonds du canal.

Ainsi, on a **les formules de Manning-Strickler** :
$$\begin{cases} V = K \cdot R^{2/3} \cdot i^{1/2} \\ Q = K \cdot S \cdot R^{2/3} \cdot i^{1/2} \end{cases}$$

Avec :

- $Q = S \times V$
- V : vitesse moyenne
- S : section mouillée
- K : coefficient de rugosité
- R : rayon hydraulique
- P : périmètre mouillé
- I : pente du fond

2.3.3.2 Cas du régime permanent non uniforme

Les hypothèses se traduisent par $\frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{\partial Q}{\partial x} = 0$.

Par conséquent, l'équation de la conservation de la masse et l'équation dynamique se

réduisent au système
$$\begin{cases} Q = cte \\ -\frac{Q^2}{g \cdot S^3} \frac{dS}{dx} + \frac{dy}{dx} = i - j \end{cases}$$

Si de plus, on suppose L constant, on a :

$$dS = L \cdot dy \text{ et } \left(1 - \frac{Q^2 \cdot L}{g \cdot S^3}\right) \frac{dy}{dx} = i - j$$

(C'est l'équation du régime graduellement varié)

2.3.4 Cas particuliers

(Equations de la propagation des crues dans une rivière)

On distingue trois (3) sortes de crues selon les termes négligés dans l'équation dynamique :

2.3.4.1 Onde cinématique

Ceci s'applique aux crues qui se propagent dans une rivière à forte pente. En fait, nous dirons que la pente (i) est forte si les termes d'inertie $\frac{1}{g} \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{V}{g} \frac{\partial V}{\partial x}$ et la variation de profondeur $\frac{\partial y}{\partial x}$ sont négligeables par rapport à i .

Dans ce cas, l'équation dynamique devient : $i=j$ (ce qui revient à considérer que l'évolution du débit est suffisamment lente pour que l'écoulement soit assimilé à une succession d'états où l'écoulement est uniforme) : on dira que l'onde de crue est « cinématique », elle ne s'atténue pas. On a alors : $Q = K.S.R^{2/3}.i^{1/2}$ ($i = j$)

Transformons l'équation de continuité $\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0$.

En un point d'abscisse x_0 donnée, si Q et S ne dépend que de y ,

$$\frac{\partial S}{\partial t} = \left(\frac{\partial S}{\partial Q} \right)_{x_0} \times \frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{\frac{\partial Q}{\partial t}}{\left(\frac{\partial S}{\partial Q} \right)_{x_0}}$$

Ainsi, l'équation de continuité devient : $\frac{\partial Q}{\partial t} + \left(\frac{\partial Q}{\partial S} \right)_{x_0} \cdot \frac{\partial Q}{\partial x} = 0$

$C_c = \left(\frac{\partial Q}{\partial S} \right)_{x_0}$ est la célérité de la propagation de la crue au point d'abscisse x_0 .

Finalement, l'équation de l'onde cinématique est :
$$\begin{cases} \frac{\partial Q}{\partial t} + \left(\frac{\partial Q}{\partial S} \right)_{x_0} \cdot \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \\ Q = K.S.R^{2/3}.i^{1/2} \end{cases}$$

2.3.4.2 Onde diffusive

C'est la propagation de crue dans une rivière à faible pente. On négligera dans l'équation dynamique les termes d'inertie $\left(\frac{1}{g.S} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{1}{g.S} \frac{\partial (Q^2 / S)}{\partial x} \right)$.

Ainsi, le système d'équations qui régit ce type de phénomène est :

$$\begin{cases} \frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial y}{\partial x} - i + \frac{Q^2}{K^2.S^2.R^{4/3}} = 0 \end{cases}$$

Deuxième Partie

Simulation des crues et exploitation

Chapitre 3

Simulation des crues

3.1 Définition

De son sens étymologique, simuler est synonyme de reproduire et d'imiter. Mais en modélisation mathématique, on reproduit les phénomènes de la nature à travers les calculs des grandeurs physiques qui les caractérisent. Ainsi, la simulation consiste à calculer les variables de sortie pour des valeurs des variables d'entrée données.

3.2 Les différentes étapes de la simulation des crues

La simulation des crues se fera en quatre étapes suivantes :

- Analyse de l'écoulement entre la section amont et la section aval lors des crues.
- Détermination des équations de propagation des crues dans la rivière.
- Linéarisation des équations obtenues ou détermination des variables d'état.
- Résolution numérique des EDP (Equation aux Dérivées Partielles) de l'écoulement.

3.2.1 Analyse de l'écoulement entre la section amont et la section aval

Le but de cette section est de justifier l'adoption de l'une des équations de la propagation des crues à savoir celle de l'onde cinématique et l'onde diffusive et s'appuyant sur l'évaluation des grandeurs suivantes :

3.2.2 Analyse des débits de pointe observés dans les différentes sections de la rivière

En partant des débits de pointe mesurés dans les différentes stations hydrologiques de la rivière, nous pouvons conclure, d'après la section 2, que :

- Si la crue se propage sans s'amortir ou si l'amortissement de l'amont à l'aval est négligeable : on a à faire à une onde cinématique. C'est le cas où les débits de pointe observés le long de la rivière sont supérieurs à ceux de l'aval.
- Si au contraire, l'amortissement de la crue est notable, alors, l'équation d'onde diffusive s'impose. C'est le cas où les débits de pointe observés diminuent à mesure que l'on progresse de la section amont à la section aval.

3.2.3 Adoption des équations de l'écoulement

3.2.4 Linéarisation des équations de propagation des crues

Dans les équations des ondes évoquées ci-dessus (voir section II) apparaissent les termes non linéaires suivants : les rapport $5Q/S$ et $Q/2Ly$. Aussi, il est préférable d'évaluer les fluctuations temporelle et spatiale de ces rapports et de choisir les valeurs dans l'une des équations linéaires suivantes :

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + A \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (A > 0, A \text{ constante})$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + A \frac{\partial Q}{\partial x} - \nu \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} = 0 \quad (A > 0 \text{ constante}, \nu \geq 0 \text{ constante})$$

En effet, en supposant que :

- la rivière est de section rectangulaire
- la rivière est de très grande largeur (la profondeur est négligeable devant la largeur).

On a

- la section mouillée $S = L \times y$ (L = largeur au miroir et y le tirant d'eau)
- $P = L + 2y$
- $R = \frac{S}{P} \approx y$

De ces trois relations, on peut procéder à des simplifications des équations des ondes de crue qui feront l'objet des deux sous sections suivantes.

3.2.4.1 Cas des ondes cinématiques

On a

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial Q}{\partial S} = \left(\frac{\partial y}{\partial S} \right) \cdot \frac{\partial Q}{\partial y} = \frac{1}{L} \cdot \frac{\partial Q}{\partial y} \\ Q = K.S.R^{2/3}.i^{1/2} = K.L.y.y^{2/3}.i^{1/2} = K.L.y^{5/3}.i^{1/2} \end{array} \right.$$

D'où

$$\frac{\partial Q}{\partial y} = \frac{5}{3} \cdot K.L.y^{2/3}.i^{1/2} = \frac{5}{3} \frac{Q}{S} = \frac{5}{3} V$$

L'équation devient de l'onde cinématique devient: $\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{5}{3} \frac{Q}{S} \frac{\partial Q}{\partial x} = 0$

En procédant à la linéarisation, cette équation prend la forme $\frac{\partial Q}{\partial t} + A \frac{\partial Q}{\partial x} = 0$ (A constante)

3.2.4.2 Cas des ondes diffusives

On a

$$\begin{cases} \frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial y}{\partial x} = i - j = i - \frac{Q^2}{K^2 \cdot S^2 \cdot R^{4/3}} = i - \frac{Q^2}{K^2 \cdot L^2 \cdot y^{10/3}} \end{cases}$$

En supposant L constant ($\frac{\partial L}{\partial t} = \frac{\partial L}{\partial x} = 0$) et en dérivant la première équation de ce système par rapport à x et en remarquant que $\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial S}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial S}{\partial t} \right)$ (Théorème de Maxwell), il vient :

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{5}{3} \frac{Q}{S} \frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{Q}{2 \cdot L \cdot y} \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} = 0$$

De même, après linéarisation, cette équation devient:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + A \frac{\partial Q}{\partial x} - \nu \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} = 0 \quad (A > 0 \text{ constante}, \nu \geq 0 \text{ constante})$$

3.2.5 Résolution numérique des équations de propagation des crues

(Méthode des différences finies)

3.2.5.1 Rappels sur la méthode des différences finies

Nous allons dans cette section donner un bref rappel de notion des schémas de la méthode des différences finies.

3.2.5.1.1 Principe

Soit $f(x)$ une fonction numérique définie sur un intervalle $[a, b]$. L'intervalle $[a, b]$ est discrétisé en considérant l'ensemble des points $x_0 = a, x_1, \dots, x_i, \dots, x_{N+1} = b$, et la représentation discrète de $f(x)$ est l'ensemble $\{ f(a), f(x_1), \dots, f(x_i), \dots, x_{N+1} = f(b) \}$.

En général, la valeur $f(x_i)$ est notée par f_i . Lorsque $f(x)$ est une solution d'un certain problème mathématique comme les équations aux dérivées partielles, les $f(x_i)$ ne sont pas exactement connues mais sont des résultats d'une certaine approximation et, dans ce cas, $\{ f_i \}$ est une approximation discrète de $f(x)$ et nous notons $f_i \equiv f(x_i)$.

La quantité $(x_{i+1} - x_i)$ est la taille de la grille et nous allons supposer, par

soucis de simplification, que cette taille est constante :

$$\Delta x = (b - a) / (N + 1) \quad x_i = a + i\Delta x, i = 0, \dots, N + 1.$$

La m-ième dérivée de $f(x)$ en un point x_i est approchée en la forme

$$\frac{d^m f(x_i)}{dx^m} \cong \sum_{j=-J_1}^{j=J_2} \alpha_j f_{i+j}$$

où les constantes α_j sont déterminées à l'aide du développement de Taylor et les J_1, J_2 des entiers dépendant du l'ordre m de la dérivée considérée mais aussi du degré de l'approximation.

Par exemple, si nous considérons une approximation utilisant trois valeurs des f_i pour $m=1$, c'est-à-dire, $J_1 + J_2 = 2$, et nous prenons $J_1 = J_2 = 1$, nous obtiendrons en général une approximation de la forme

$$\frac{df(x_i)}{dx} \cong \frac{(1-\alpha) f_{i+1} + 2\alpha f_i - (1+\alpha) f_{i-1}}{2\Delta x}$$

où α est une constante arbitraire qui sert à classer les schémas de résolution des EDP (Equations aux Dérivés Partiels).

→ Différence centrée: $\alpha = 0$

$$\frac{df(x_i)}{dx} \cong \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2\Delta x}$$

→ Différence régressive : $\alpha = 1$

$$\frac{df(x_i)}{dx} \cong \frac{f_i - f_{i-1}}{\Delta x}$$

→ Différence progressive : $\alpha = -1$

$$\frac{df(x_i)}{dx} \cong \frac{f_{i+1} - f_i}{\Delta x}$$

Pour $m = 2$, nous avons la forme la plus utilisée

$$\frac{d^2 f(x_i)}{dx^2} \cong \frac{f_{i+1} - 2f_i + f_{i-1}}{\Delta x^2}$$

3.2.5.1.2 Schéma implicite et schéma explicite

a) Définitions

Considérons maintenant une fonction $u(t, x)$ de deux variables indépendantes. Selon le choix des approximations des dérivées relatives à la deuxième variable, nous pouvons définir le schéma implicite et le schéma explicite.

En prenant $\frac{\partial u}{\partial x}(t_n, x_i) = \frac{u(t_n, x_{i+1}) - u(t_n, x_i)}{h}$, nous aurons un schéma explicite. Si au contraire, nous considérons $\frac{\partial u}{\partial x}(t_{n+1}, x_i) = \frac{u(t_{n+1}, x_{i+1}) - u(t_{n+1}, x_i)}{h}$, nous obtiendrons un schéma implicite.

On fera de même pour les dérivées d'ordre supérieure ou égale à 2 par rapport à x selon que l'on considère un schéma explicite ou implicite.

b) Evaluation des deux schémas de résolution

b.1) Cas du schéma explicite

Considérons par exemple une fonction de deux variables $u(t, x)$ vérifiant une certaine. Si on se propose de résoudre une équation aux dérivées partielles d'ordre 1 en x et en t que la fonction u vérifie, alors la division des intervalles de temps et des intervalles espace sont soumises à la condition suivante : $\frac{\Delta_t}{\Delta_x} \leq \alpha$, la constante α étant comprise entre 0,1 et 0,65

(Δ_t et Δ_x désignant respectivement la longueur des sous-intervalles du temps et celle de l'espace)

Cette condition est appelée condition de stabilité : c'est la condition pour s'assurer que les valeurs ne deviennent infinies quand le temps croît.

Par exemple, si $\alpha = 0,65$ et si on prend $\Delta_x = 10^{-5}$, alors de l'inégalité $\frac{\Delta_t}{\Delta_x} \leq 0,65$, on a $\Delta_t \leq 65 \cdot 10^{-5}$. Ainsi, en prenant $\Delta_t = 65 \cdot 10^{-5}$ et un intervalle de temps de longueur 1, on doit la diviser en $\frac{1}{65 \cdot 10^{-5}} = 1538$ intervalles.

Sur cet exemple, nous voyons l'inconvénient du schéma explicite.

De même, la résolution d'une équation aux dérivées partielles d'ordre supérieure ou égale à 2 par le schéma explicite est assujettie à ces aléas.

Généralement, le fonctionnement d'un schéma explicite est la détermination des valeurs approchées de la fonction inconnue à l'instant $t_{n+1} = t_n + \Delta_t$ à partir de ces valeurs approximatives à l'instant t_n . Ainsi, il y a un grand risque d'erreurs par accumulation.

b.2) Cas du schéma implicite

Généralement, ce schéma est stable. Par conséquent, il nous donne une grande liberté dans le choix de la discrétisation du domaine d'intégration. Mais il est à noter que ce schéma conduit souvent à la résolution d'un système d'équations à plusieurs variables dont le nombre s'accroît avec le nombre de divisions des intervalles de temps et d'espace. Par conséquent, il

est à noter qu'on doit prendre une équation de forme particulière comme la matrice définie positive, la matrice tri diagonale,

3.3 Organigramme de la simulation des crues

L'organigramme suivant représente les démarches que nous adoptons dans le prochain chapitre et résume tous nos propos antérieurs.

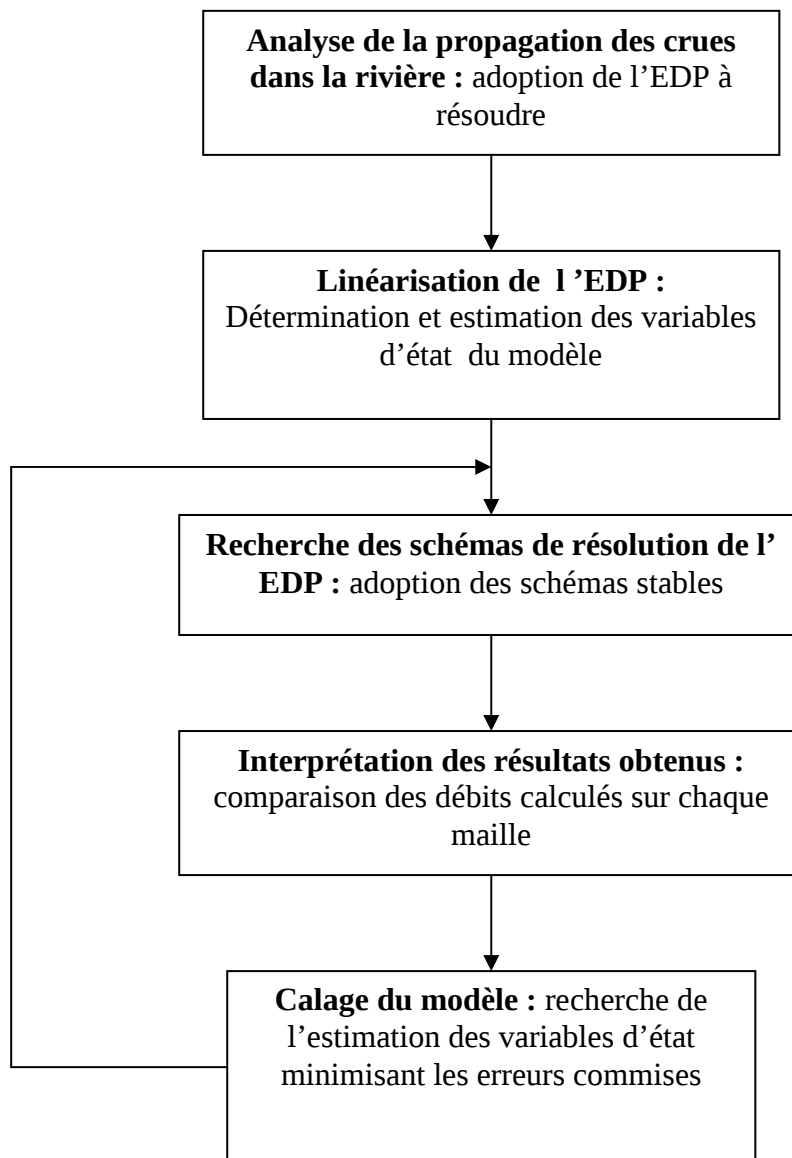


Figure 8 : Organigramme de la simulation des crues

Chapitre 4

Cas de la propagation des crues dans le bassin supérieur de l'Ikopa

4.1 Situation géographique et délimitation de la zone d'étude

Le haut bassin d'Ikopa (ou bassin supérieur d'Ikopa), limité à la station de Bevomanga, présente une superficie de 4290 km² et se trouve à 47°30 Sud de latitude et à 19° Est de longitude (voir figure 9). Notre étude se limite à Ikopa à Antelomita jusqu'à Ikopa à Anosizato en passant par l'Ikopa à Ambohimanambola pour une longueur totale de 40,5km.

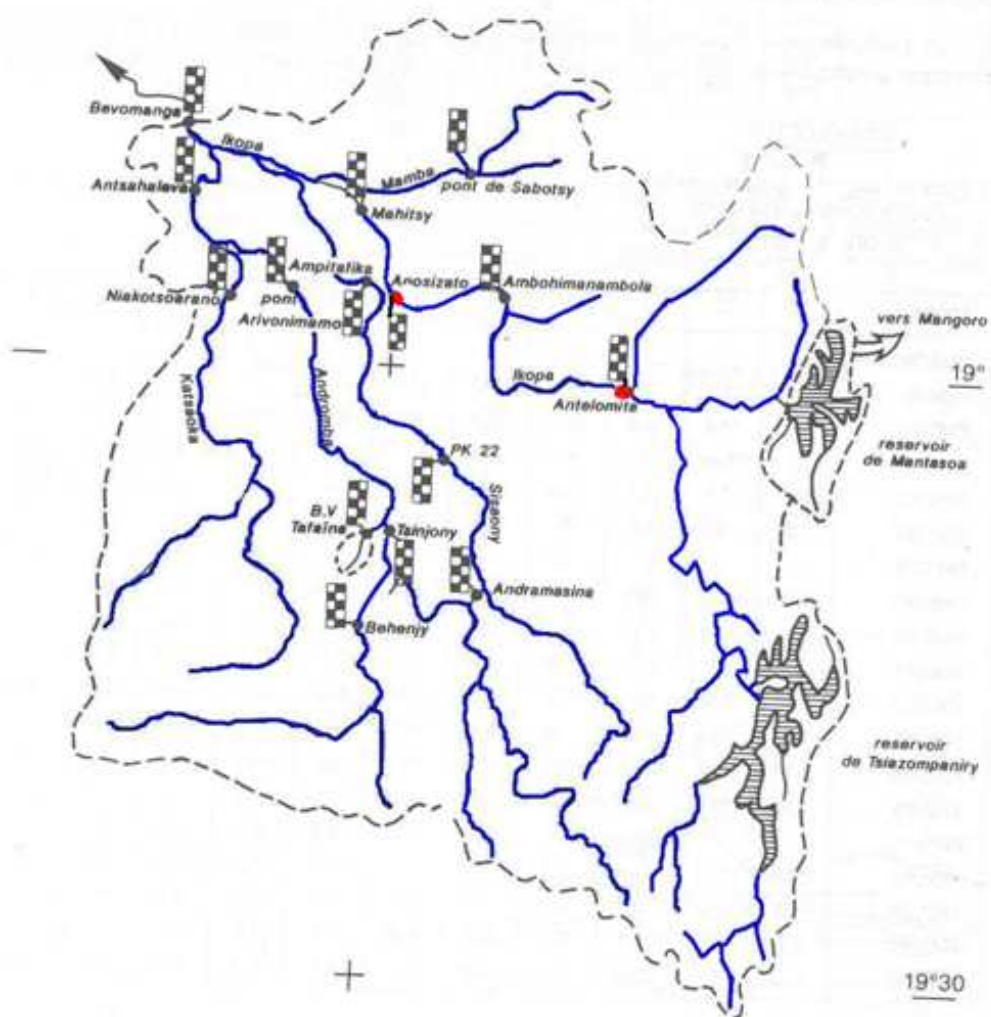
Nous évaluons les paramètres géographiques des différentes stations hydrologiques implantées le long du Bassin Versant que nous résumons dans le tableau ci-dessous

STATION	Distance par rapport à la section en l'amont (km)	Cote en zéro (m)	Surface du Bassin Versant relatif à chaque station (km ²)
Antelomita	0	1306,00	1180
Ambohimanambola	26.2	1254,25	1407
Anosizato	40,5	1248,11	1595

Tableau 1 : Caractéristiques géographiques des sections du Bassin Supérieur du fleuve Ikopa de la zone d'étude. (Source : Fleuves et Rivières à Madagascar.)

D'après ce tableau, nous remarquons que la variation de l'altitude par unité de longueur entre Antelomita et Ambohimanambola (-0.00197519m/m) est nettement supérieure en valeur absolue à celle entre Ambohimanambola et Anosizato qui est de -0,00045543. Par conséquent, cette remarque devrait être prise en compte dans l'explication de la différence de l'écoulement entre Antelomita et Ambohimanambola et celui entre Ambohimanambola et Anosizato lors des crues.

Comme presque dans tous les cas des fleuves de la plaine d'Antanananrivo, l'Ikopa possède une pente relativement faible (de l'ordre de -0,0006 m/m en moyenne).



LEGENDE

-  Station hydrologique
-  Rivière
-  Réservoir d'eau
-  Délimitation de la zone d'étude
-  Limite du haut bassin versant d'IKOPA

Figure 9 : Géographie du Bassin Supérieur de l'Ikopa
(Source: Fleuves et Rivières à Madagascar)

4.2 Evaluation des paramètres géométriques et hydrauliques du fleuve

4.2.1 La pente du fond (i)

D'une manière générale, le fond du fleuve d'Ikopa est assez régulier dans le sens où la valeur absolue de la variation de l'altitude par unité de longueur du fleuve est une bonne approximation de la pente du fond $i = \frac{\partial y}{\partial x}$.

4.2.2 Le rayon hydraulique $R = S / P$

D'une manière générale, le fleuve est de très grande largeur et le rayon hydraulique coïncide avec le tirant d'eau. On a donc $R \approx y$ = hauteur moyenne du fleuve en chaque section du fleuve.

Nous pouvons envisager alors les équations d'un écoulement dans un canal de très grande largeur.

Dans tout ce qui suit, nous allons suivre les étapes de l'organigramme que nous avons adopté dans la section 3.3.

4.3 Simulation des crues

4.3.1 Analyse de la propagation de crues dans l'Ikopa

Nous nous appuyons sur les études des débits maximums observés puisqu'on ne dispose pas des mesures suffisantes de la vitesse moyenne V , de la pente du fond i afin de procéder à une analyse complète nous permettant de justifier les équations que nous adoptons. En effet, dans la section 3.3.4.1 et dans la section 3.3.4.2, nous avons dit que les ondes cinématiques et les ondes diffusives sont obtenues en négligeant les termes d'inertie $\frac{1}{g} \frac{\partial V}{\partial t}$, $\frac{V}{g} \frac{\partial V}{\partial x}$ et la variation du tirant d'eau $\frac{\partial y}{\partial x}$ dans le cas des ondes cinématiques et les termes d'inertie dans le cas des ondes diffusives. Mais nous supposons que cette hypothèse est vraie si les crues se propagent sans amortir dans le cas des ondes cinématiques et le cas contraire pour les ondes diffusives.

Ainsi, partons des observations suivantes.

4.3.1.1 Observations

Crue de	Débit maximal enregistré à Antelomita (m ³ /seconde)	Débit maximal Enregistré à Ambohimanambola (m ³ /seconde)	Débit maximal enregistré à Anosizato (m ³ /seconde)
Janvier 2001	150,87	312,576	254,643
Février 2002	98,6	123,09	114,19
Février 2004	77,1	119,62	116,88
Mars 2004	116,1	121,22	121,31

Tableau 2 : Tableau comparant les débits de pointe à trois sections du fleuve l'Ikopa.
(Source : Service de l'Hydrologie d'Ampandrianomby.)

4.3.1.2 Interprétation des valeurs observées

D'après ce tableau, les crues se propagent dans le fleuve Ikopa sans s'amortir et même en s'amplifiant. Les maximums absolus observés dans la section intermédiaire, c'est-à-dire, d'Ambohimambola. Aussi nous sommes amenés à adopter les équations d'onde cinématique pour l'écoulement entre Antelomita et Anosizato en passant par Ambohimambola.

4.4 Choix de l'équation

Compte tenu des observations ci-dessus et de l'estimation du rayon hydraulique ($R \approx y$) de la section 4.2.2, nous adoptons l'équation des ondes cinématiques dont la forme est

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{5}{3} \frac{Q}{S} \frac{\partial Q}{\partial x} = 0$$

4.5 Linéarisation de l'équation

Lors des crues observées, le tableau suivant montre les valeurs du terme non linéaire de l'équation précédente, à savoir $\frac{5}{3} \frac{Q}{S} = \frac{5}{3} V$.

Date	Débit (m^3/s)	Section mouillée (m^2)	Q/S (m/s)	$5Q/S$ (m/s)
12/01/2001	25	93,8	0,267	0,445
15/01/2001	59,6	138,0	0,412	0,686
17/01/2001	116	168,3	0,639	1,148
29/01/2001	201	239	0,839	1,402
31/01/2001	141,5	205	0,690	1,15

Tableau 3 : Quelques valeurs du rapport Q/S . (Source : Service de l'Hydrologie d'Ampandrianomby.)

Remarquons que toutes ces valeurs proviennent de la même année 2001 à la station qui est Anosizato que la doute sur la conclusion prise peut se poser. Pour lever, cette doute, ces mesures nous permettent de conclure car la pente du fleuve est assez petite (voir section 1) et qui est vraie dans plus presque dans tous les cas des fleuves de la plaine d'Antananarivo et qui a pour conséquence d'uniformiser les vitesses de l'écoulement le long des points du fleuve. Une simple observation des remontées d'eau lors des crues suffit à s'en convaincre qui est la réponse du fleuve aux précipitations.

Ainsi le rapport $\frac{5}{3} \frac{Q}{S}$ joue le rôle de la variable d'état dans le cas de notre modélisation et nous poserons $A = \frac{5}{3} \frac{Q}{S} = 0,525$ pour démarrer notre simulation. Nous justifierons ce choix ultérieurement. Nous avons donc l'équation linéarisée

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + 0,525 \frac{\partial Q}{\partial x} = 0$$

4.6 Résolution numérique de l'EDP (Recherche des schémas stables et consistants.)

Nous adoptons deux (2) schémas de résolution : l'un pour la simulation de crue dont les résultats sont utilisés en analyse des crues et l'autre schéma destiné à la prévision à courte échéance.

4.6.1 Schéma de résolution en analyse des crues

Le schéma explicite que nous adopterons a la structure suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} Q_i^{j+1} = Q_i^j - A \times \frac{\Delta x}{\Delta t} \times (Q_i^j - Q_{i-1}^j) \\ 2 \leq i \leq N_x \\ 1 \leq j \leq N_t - 1 \\ Q_1^j = Q(1, j) = f(j \times \Delta t) \end{array} \right.$$

Remarquons ce schéma vient des approximations des dérivées partielles

$$\frac{\partial Q}{\partial t} \approx \frac{Q_i^{j+1} - Q_i^j}{\Delta t}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial x} \approx \frac{Q_i^j - Q_{i-1}^j}{\Delta x}$$

au point (x_i, t_j) . Ce schéma nous permet aussi de calculer les débits des sections à l'aval à partir des débits de la section en amont.

L'implémentation dans l'ordinateur de ce schéma suit l'algorithme de la figure n°10.

4.6.2 Schéma de résolution en prévision à courte échéance

En contexte de prévision, nous allons adopter le schéma développé par le Département d'Ingénierie Environnementale et Hydraulique de l'Université de Cearà (Brésil) qui a montré une stabilité absolue et qui a la structure suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{Q_{i+1}^{j+1} - Q_{i+1}^j}{\Delta t} = -A \frac{Q_{i+1}^{j+1} - Q_i^{j+1}}{\Delta x} \\ 0 \leq i, j \leq N_x, N_t - 1 \\ Q_i^0 = Q(a + i\Delta_t), Q_0^j = Q(c + j\Delta_t) \end{array} \right.$$

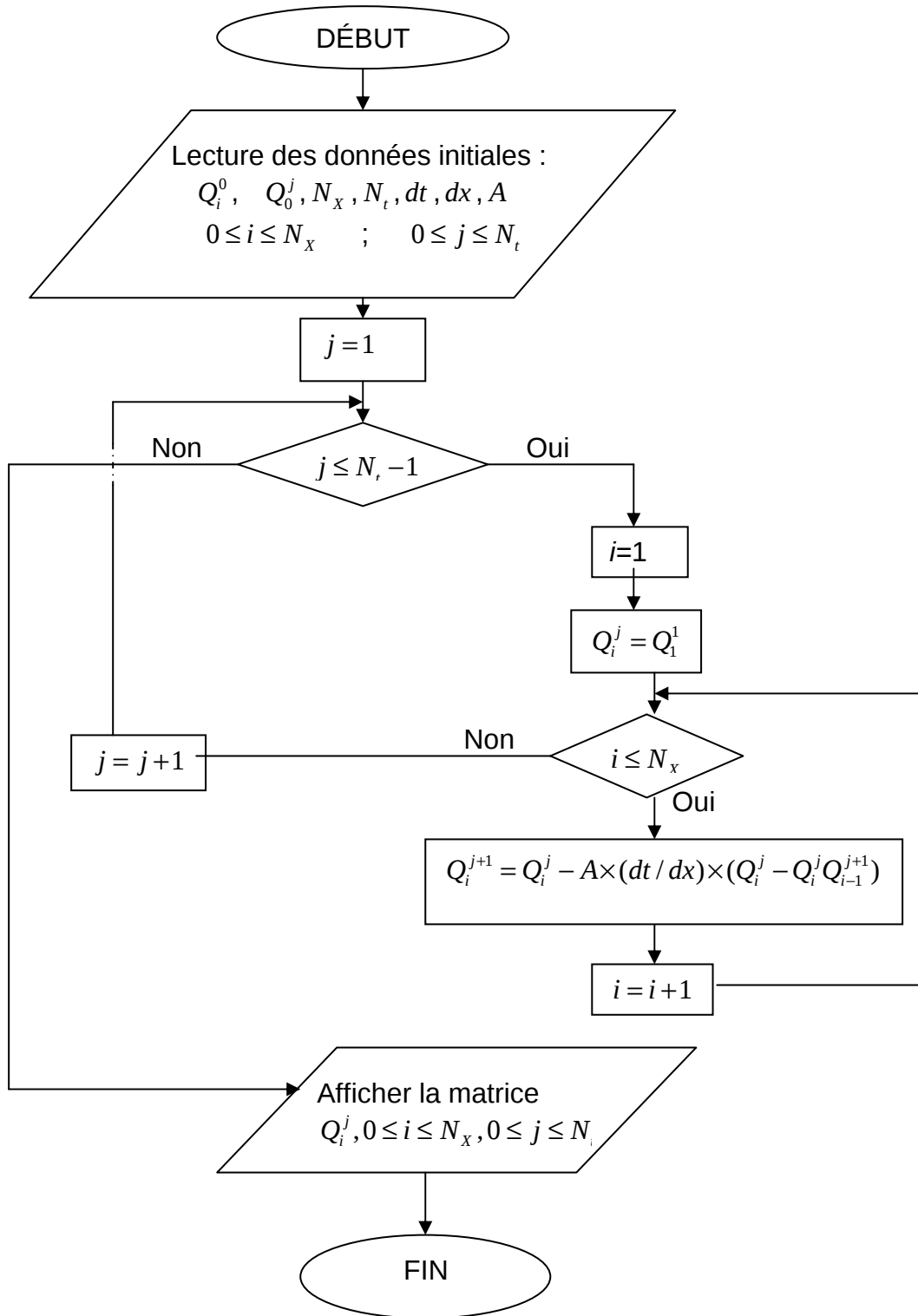


Figure 10 : Organigramme du schéma explicite de la résolution de l'EDP

Rappelons que ce schéma vient des approximations des dérivées partielles

$$\frac{\partial Q}{\partial t} \approx \frac{Q_{i+1}^{j+1} - Q_{i+1}^j}{\Delta t}$$
$$\frac{\partial Q}{\partial x} \approx \frac{Q_{i+1}^{j+1} - Q_i^{j+1}}{\Delta x}$$

au point (x_{i+1}, t_{j+1}) .

Nous avons adopté ce schéma à cause de sa stabilité.

L'implémentation dans l'ordinateur de ce schéma suit l'algorithme de la figure n°11.

4.7 Résultats des simulations et leur présentation

4.7.1 Critères d'évaluation des résultats obtenus

Dans l'évaluation des résultats obtenus, nous prendrons les débits calculés par le Service de l'Hydrologies que nous appellerons « *débits mesurés* » et avec lesquels nous comparons les résultats de notre modèle.

Selon leur utilisation, les critères mesurant les performances de notre modèle sont différents. Ainsi, en contexte d'analyse des crues, la forme des graphes des débits en fonction du temps reflète celle des graphes de la hauteur d'eau H . Par contre, en contexte de prévision de courte échéance (de l'ordre de quelques heures), on s'intéresse aux valeurs des débits de pointe simulés et des délais de propagation.

4.7.2 Présentation des résultats obtenus

Afin de faciliter les interprétations, nous donnerons les résultats sous forme de graphes (graphes des débits en fonction de temps). De plus, nous donnerons des tableaux comparant les valeurs des débits de pointe simulés et les délais de propagation avec les débits mesurés dans le cas échéant.

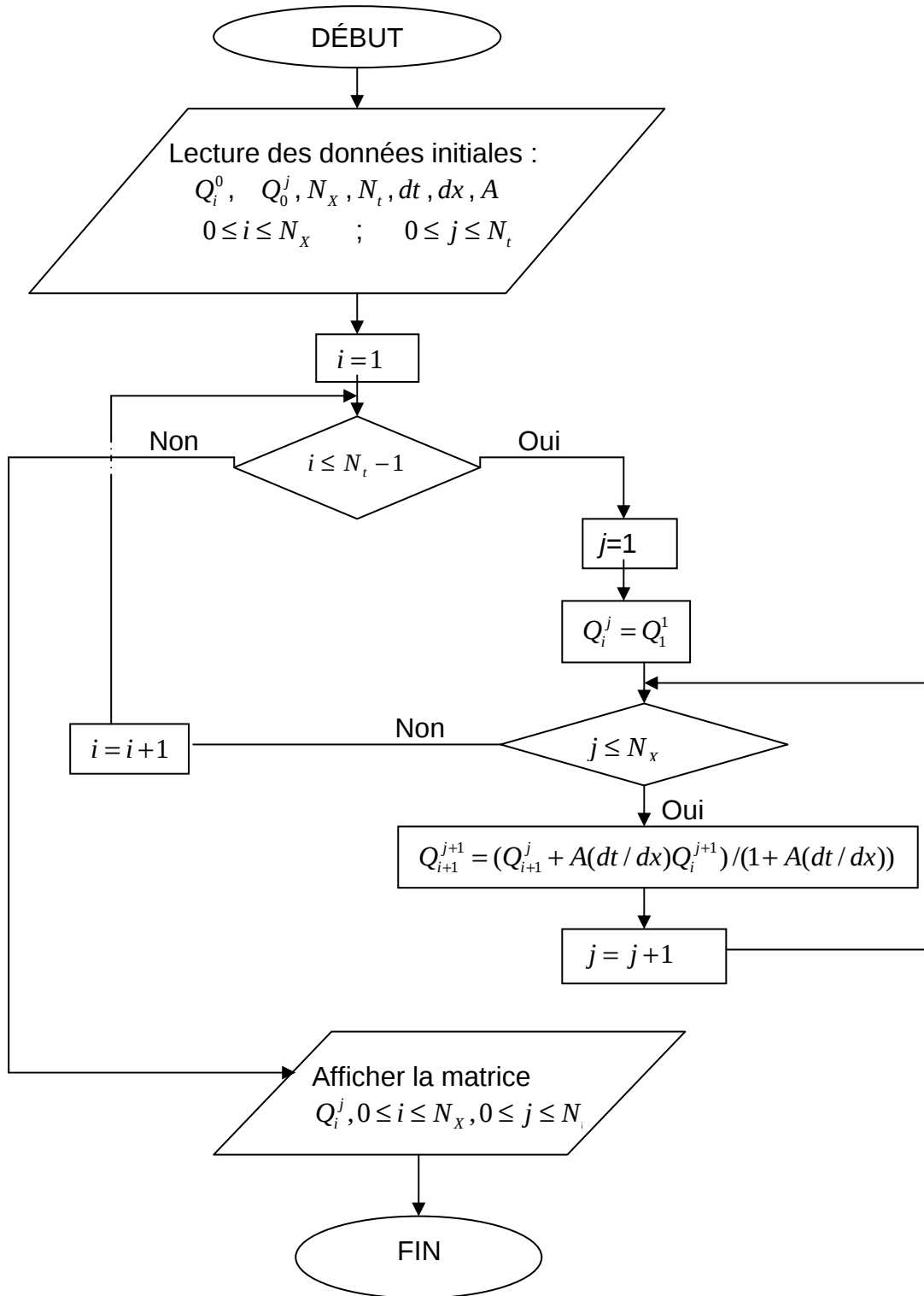


Figure 11 : Organigramme du schéma de résolution de Cearà

Chapitre 5

Résultats des simulations et utilisation

Ce chapitre est certainement le plus important puisqu'il est non seulement la motivation du présent travail, mais aussi, révèle la raison d'être d'un modèle.

5.1 Résultats des simulations et leur utilisation en contexte d'analyse des crues

5.1.1 Rappels sur le schéma de résolution de l'EDP

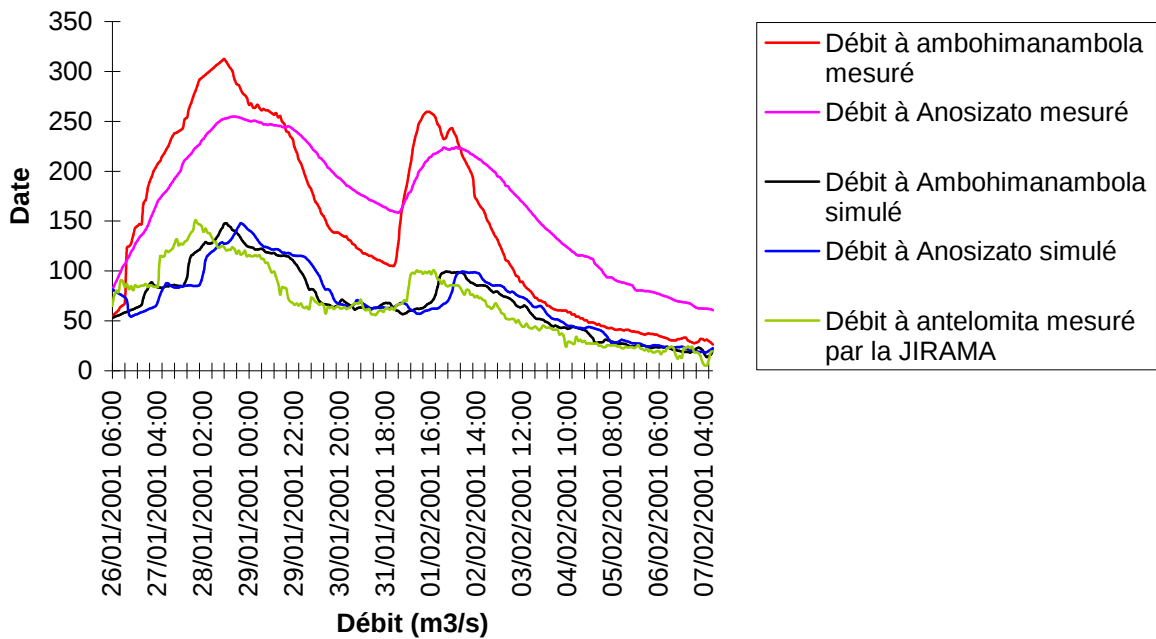
Rappelons qu'en contexte d'analyse des crues, nous utilisons le schéma explicite qui a la structure suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} Q_i^{j+1} = Q_i^j - A \times \frac{\Delta x}{\Delta t} \times (Q_i^j - Q_{i-1}^j) \\ 2 \leq i \leq N_x \\ 1 \leq j \leq N_t - 1 \\ Q_1^j = Q(1, j) = f(j \times \Delta t) \end{array} \right.$$

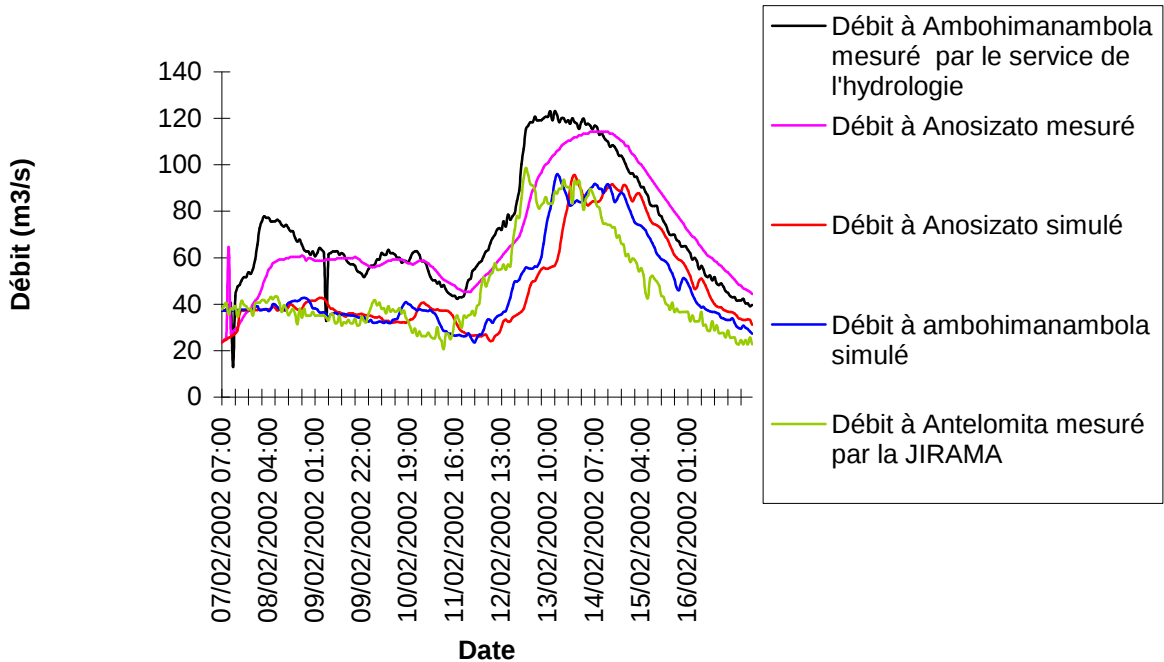
5.1.2 Premiers résultats obtenus

En prenant $A = 0,525$, $\Delta_T = 100s$ et $\Delta_x = 100m$ (on a alors $N_x = 405$), on a les résultats suivants :

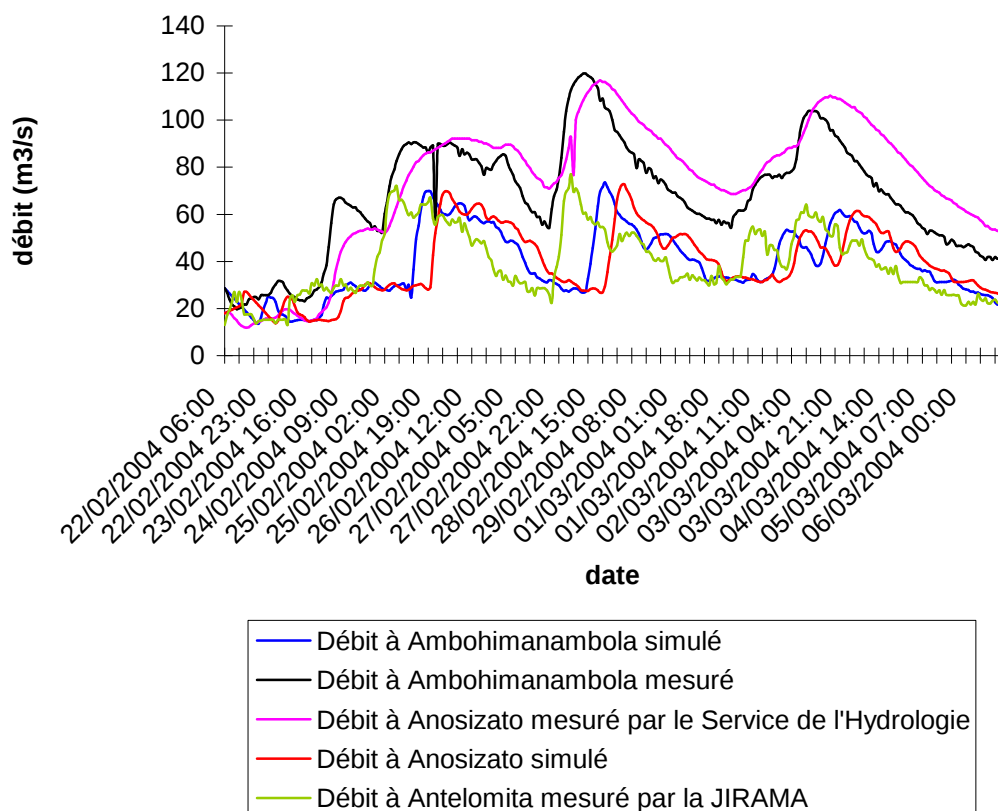
5.1.2.1 Graphes des premiers résultats obtenus



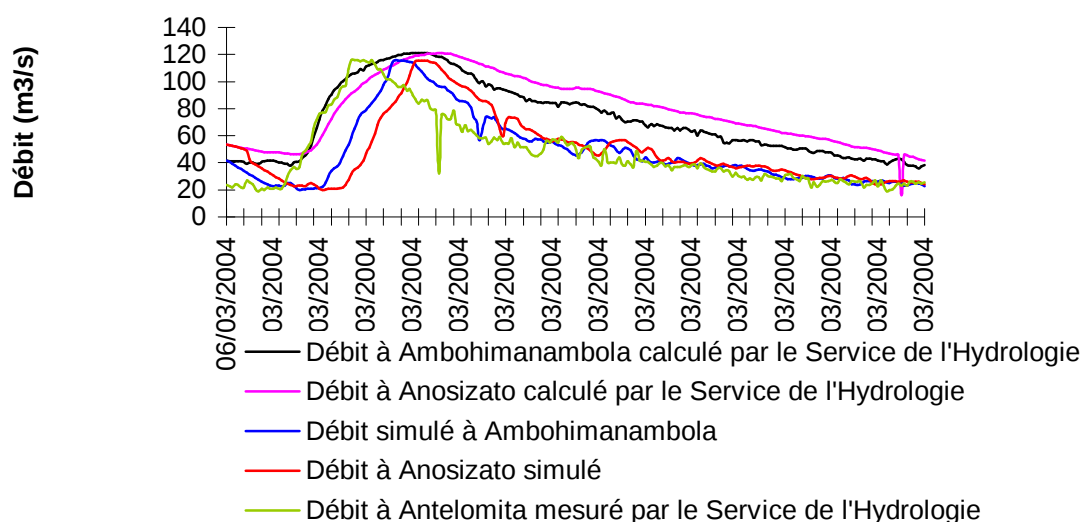
Graphe 1: Premiers résultats des simulations de la crue de Janvier 2001



Graphe 2: Premiers résultats des simulations de la crue de Février 2002



Graph 3: Premiers résultats des simulations de la crue de Février 2004.



Graph 4: Premiers résultats des simulations de la crue de Mars 2004.

5.1.2.2 Evaluation des résultats obtenus

Les résultats que nous avons obtenus sont médiocres en ce sens que les débits simulés aux sections en aval sont les mêmes que ceux de la section en amont, c'est-à-dire, Antelomita.

5.1.3 Amélioration des résultats obtenus

5.1.3.1 Objectifs visés dans l'analyse des crues:

En contexte d'analyse des crues, nous cherchons à :

- déterminer les relations Débit - Hauteur ($Q = Q(H)$)
- donner les composantes des crues

5.1.3.2 Amélioration apportée aux résultats

5.1.3.2.1 Explication de la méthode proposée

Si H est la hauteur d'eau lue à l'échelle limnimétrique et S la section mouillée à une section donnée du fleuve d'une part, nous avons $V = V(H)$. D'autre part, le débit Q est une fonction de S ($Q = Q(S)$), alors $Q = Q(H)$. Comme la pente moyenne du fleuve IKOPA est faible, la variation des hauteurs d'eau traduit un « effet immédiat » de la variation des débits enregistrés et la section mouillée S de telle sorte que le débit Q et la hauteur d'eau H présentent des courbes de variation de la même forme.

Aussi, l'amélioration de notre modèle s'effectue en cinq (5) étapes :

- Exécution du schéma de résolution de l'EDP
- Interpolation parabolique des hauteurs H
- En admettant en premier lieu qu'on a $H = \text{Log}(Q)$, nous allons établir la droite de régression linéaire de H en $\text{Log}(Q_s)$ notée $DS_{/Q_s}$, en premier temps, et qui a pour équation

$$H(Q_s) = \frac{\text{cov}(H, \text{Log}(Q_s))}{\text{var}(\text{Log}(Q_s))} \text{Log}(Q_s) + \overline{H} - \frac{\text{cov}(H, \text{Log}(Q_s))}{\text{var}(\text{Log}(Q_s))} \overline{\text{Log}(Q_s)}$$

Où

- $\text{cov}(H, \text{Log}(Q_s))$ est la covariance du couple $(H, \text{Log}(Q_s))$
- $\text{var}(\text{Log}(Q_s))$ est la variance de $\text{Log}(Q_s)$
- $\overline{H}$ et $\overline{\text{Log}(Q_s)}$ sont respectivement la moyenne des variables H et celle des variables $\text{Log}(Q_s)$

On obtient la correction des valeurs de $\text{Log}(Q_s)$ à partir de cette droite et des valeurs de H et donc de Q_s .

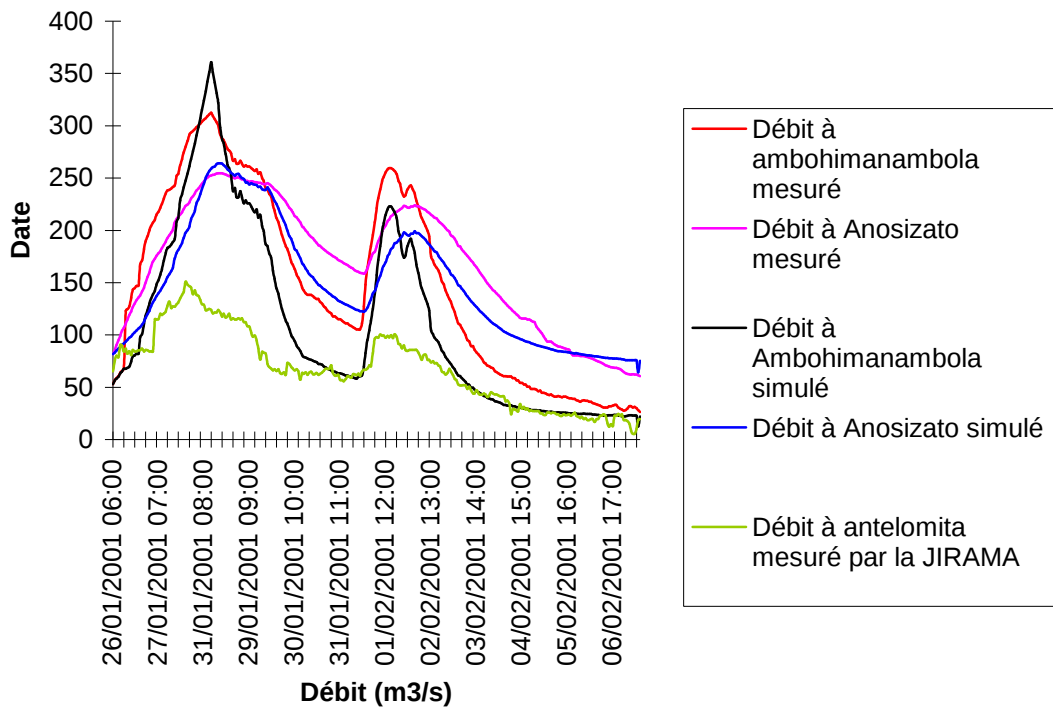
Enfin, on procède à une dernière correction des valeurs de Q_s en introduisant les valeurs obtenues par jaugeage afin d'avoir $Q_s = \exp(H/a)/b + Q_0$.

Remarque

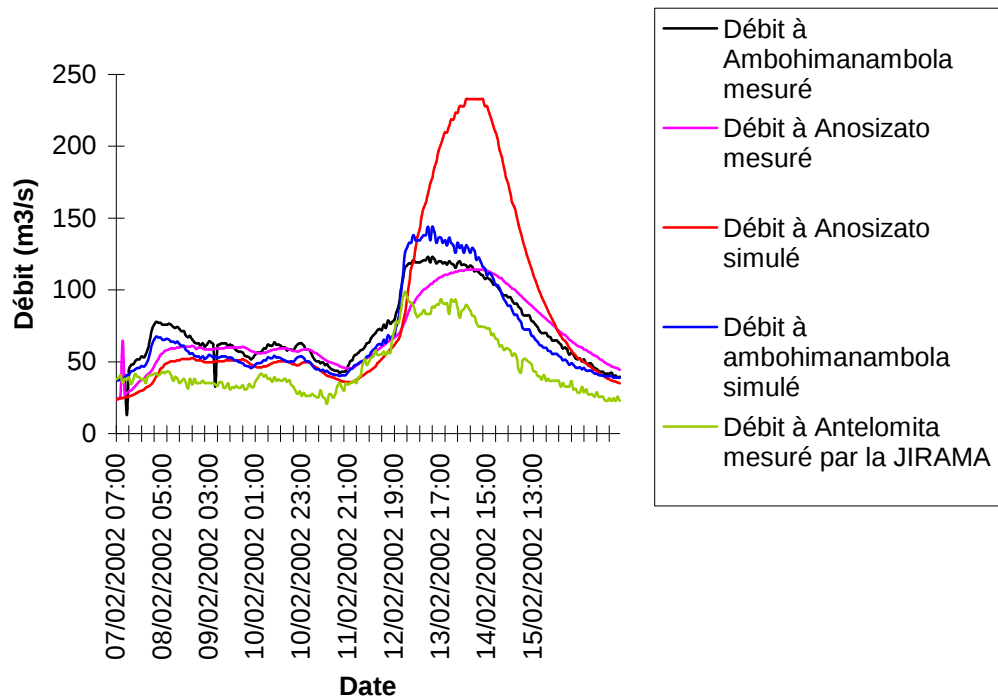
Cette méthode permet de réduire l'influence de la forme de la courbe des débits de crue d'Antelomita et d'obtenir la relation $Q = Q(H)$, expression de Q en fonction de H .

5.1.3.2.2 Résultats obtenus

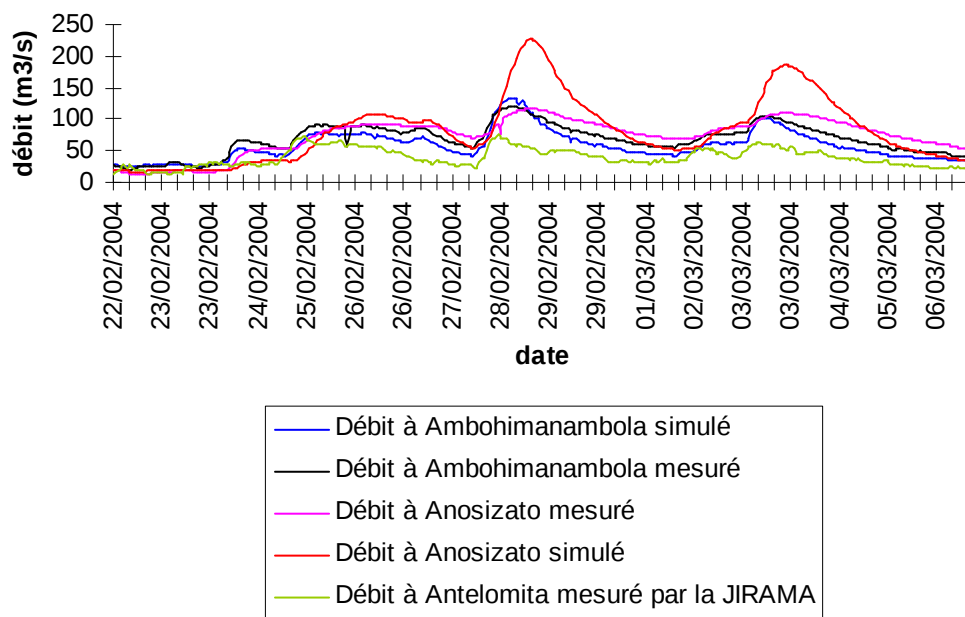
a) Graphes des résultats obtenus



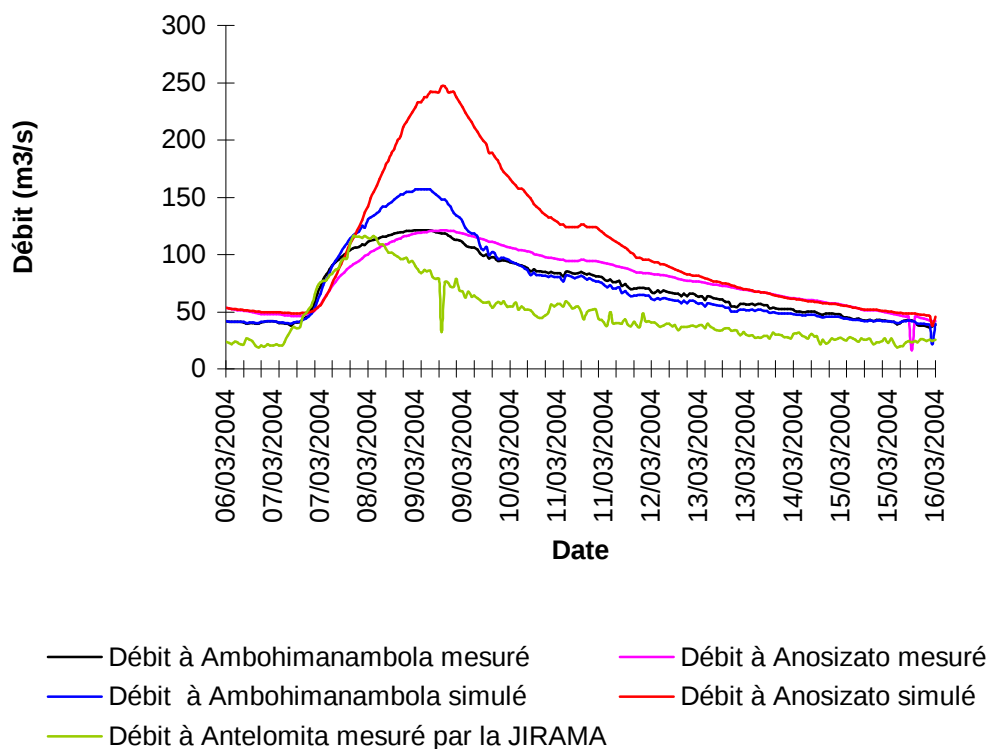
Graphe 5: Résultats des simulations de la crue de Janvier 2001 après introduction de l'influence de la hauteur H.



Graphe 6: Résultats des simulations de la crue de Février 2002 après introduction de l'influence de la hauteur H.



Graph 7: Résultats des simulations de la crue de Février 2004 après introduction de l'influence de la hauteur H .



Graph 8: Résultats des simulations de la crue de Mars 2004 après introduction de l'influence de la hauteur H .

b) Tableau comparant les débits de pointe simulés et les délais de propagation

Crue	Antelomita-Ambohimambola				Antelomita-Anosizato			
	Délai (heures)		Débit max (m ³ /s)		Délai (heures)		Débit max (m ³ /s)	
	mesuré	simulé	mesuré	simulé	mesuré	simulé	mesuré	simulé
Janvier 2001	14	14	312,576	360,954	18	18	254,643	264,122
Février 2002	11	11	123,08	143,88	29	29	114,19	229,293
Février 2004	11	11	119,69	133,891	18	18	116,88	229,93
Mars 2004	21	21	121,22	156,77	30	30	121,31	144,89

Tableau 4 : Tableau comparant les débits de pointe simulés et les délais de propagation

c) Discussions sur les résultats obtenus et interprétations

- En terme de délais de propagation des débits de pointe, le nouveau modèle est indiscutablement le meilleur, ceci est prévisible puisqu'on a tenu compte des variations des hauteurs dans le temps et que les variations des débits et des hauteurs sont presque synchronisées.
- En général, en comparant les quatre figures ci-dessus, les valeurs fournies par notre modèle et les valeurs des débits calculés par le Service de l'hydrologie ne montrent que de faibles écarts. De plus, les valeurs des coefficients de corrélation, données ci-dessous, entre les valeurs des débits de notre modèle et les valeurs données par le Service de l'Hydrologie confirment cette vraisemblance.

Crue de	Ambohimambola		Anosizato	
	Coefficient de corrélation entre les débits donnés par le modèle et les débits donnés par le SH	Nombre de points utilisés	Coefficient de corrélation entre les débits donnés par le modèle et les débits donnés par le SH	Nombre de points utilisés
Janvier 2001	0,90948	291	0,82369	291
Février 2002	0,97820	240	0,96178	240
Février 2004	0,95378	321	0,88480	321
Mars 2004	0,91160	241	0,94997	241

Tableau 5 : Coefficients de corrélation entre les débits simulés et les débits mesurés.

Rappelons que le coefficient de corrélation linéaire R entre deux variables statistiques (X, Y) est donné par :

$$R = \frac{\text{cov}(X, Y)}{\sigma_X \cdot \sigma_Y}$$

Avec : $\text{cov}(X, Y)$ la covariance du couple (X, Y) , σ_X et σ_Y sont respectivement la variance de la variable statistique X et celle de la variable Y

Rappelons aussi que les deux variables X et Y sont fortement corrélées (ou sont vraisemblablement égales) si $|R| \geq 0,87$.

- Notre modèle tend à surestimer les débits de pointe et cette surestimation vient du fait que les hauteurs d'eau que nous avons prises contiennent des valeurs voisines de zéro (notamment dans le cas d'Anosizato) et que la fonction Log tend vers $-\infty$ en s'approchant de 0. Toutefois, les débits de pointe à Ambohimananbola sont acceptables et le débit moyen pendant la crue est très satisfaisant. Aussi, nous ne rectifierons que les débits de pointe à Anosizato, objet de la section suivante.

d) Réduction des valeurs des débits de pointe d'Anosizato

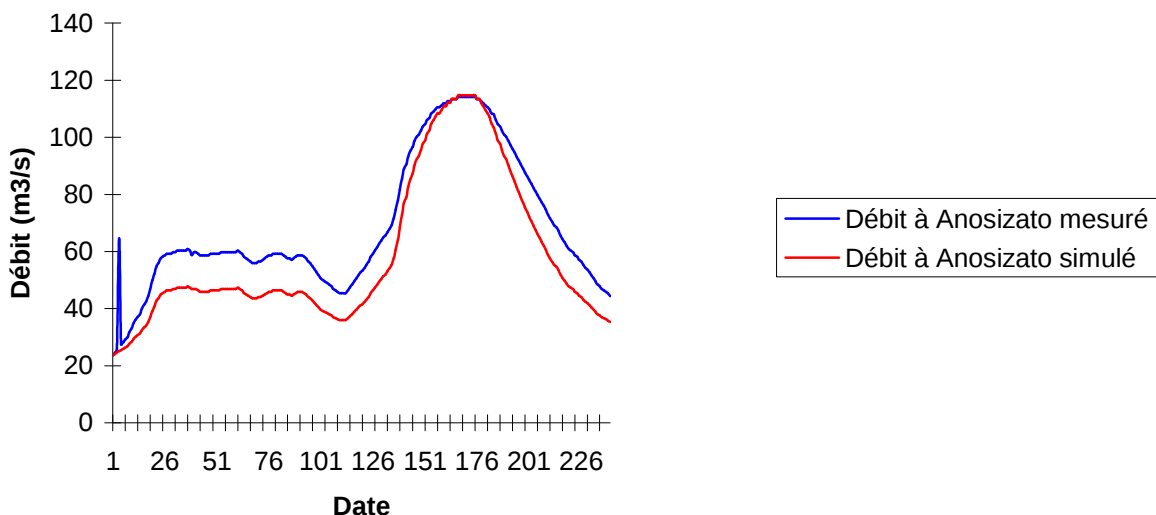
Nous nous proposons de répondre aux deux (2) questions suivantes :

- Comment savoir si les valeurs des débits de pointe simulés d'Anosizato sont trop élevées ?
- Comment réduire ces valeurs ?

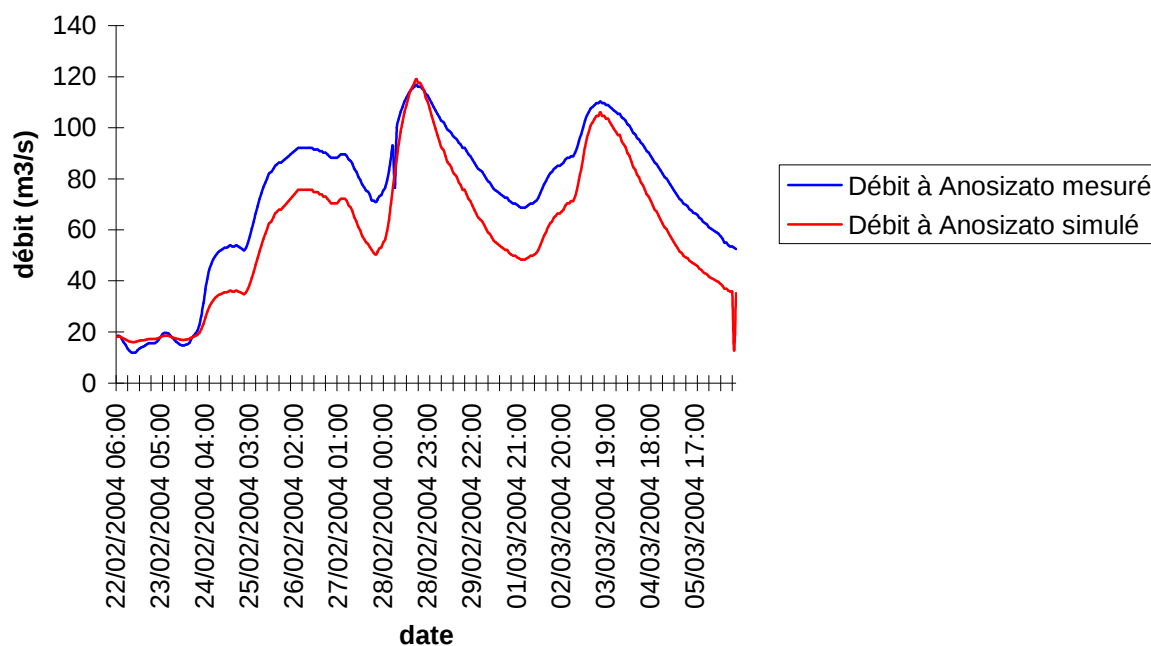
La réponse à la première question est simple. En effet, avec l'affluent Ivovoka qui rejoint Ikopa entre Antelomita et Ambohimananbola et l'affluent de Antanjombato qui, cette fois-ci, constitue une source de dérivation du fleuve principal, on peut dire que les débits de pointe enregistrés à Anosizato ne dépassent guère ceux enregistrés à Ambohimananbola.

Pour traiter la deuxième question, on introduit la hauteur fictive $H_F = H + H_{cor}$ ($1 \leq H_{cor} \leq 2$) et on recommence les étapes de la section 5.1.3.2.1 en remplaçant H par H_F . L'expression du débit simulé aura la forme :

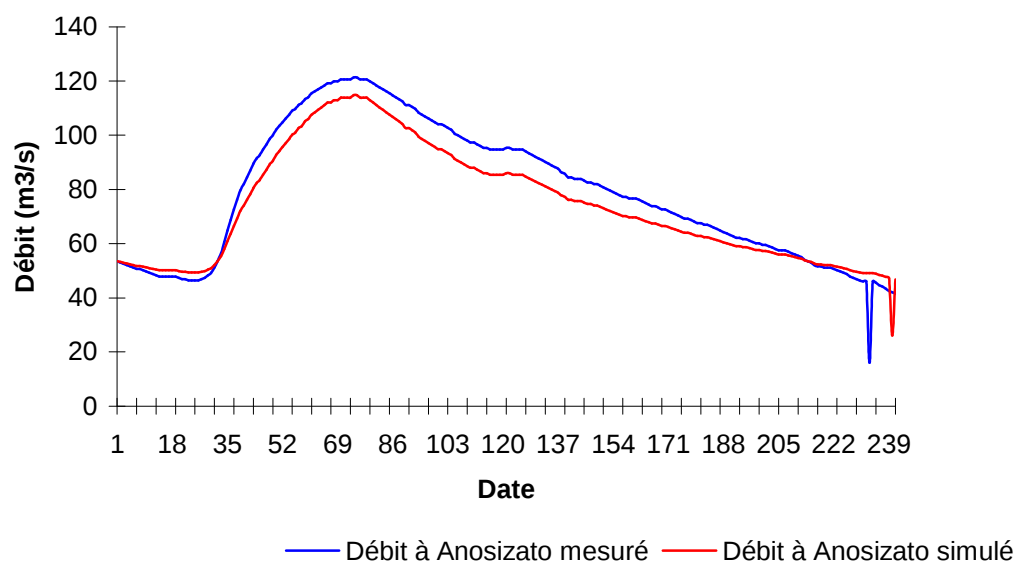
$$Q_{S1} = \exp(H_F / a) / b + Q_0 = \exp((H + H_{cor}) / a) / b + Q_0.$$



Graph 9: Résultats de la simulation de la crue du février 2002 d'Anosizato après réduction de la valeur du débit de pointe.



Graph 10: Résultats de la simulation de la crue de Février 2004 d'Anosizato après réduction de la valeur du débit de pointe.



Graph 11: Résultats de la simulation de la crue de Mars 2004 d'Anosizato après réduction de la valeur des débits de pointe.

En résumé, notre démarche suit l'algorithme suivant : en partant des débits mesurés par la JIRAMA à Antelomita, nous déduisons les premières approximations des débits en aval (tous les 100m) toutes les 100 secondes. Et, avec des hauteurs lues sur l'échelle limnimétrique des stations du fleuve, nous obtenons de bonnes approximations des valeurs de débits en aval (Ambohimambola et Anosizato).

5.1.5 Exploitation du modèle en contexte d'analyse des crues

Remarque préliminaire : Nous utiliserons les résultats de la section 5.1.3.2.2 avec les améliorations apportées à la sous-section 5.1.3.2.2 d).

5.1.5.1 Etablissement des relations Débit-Hauteur ($Q = Q(H)$)

Crue de	Ambohimambola	Anosizato
	Fonction $Q(H)$	Fonction $Q(H)$
Janvier 2001	$Q(H) = \exp(H / 0,755) + 11,447$	$Q(H) = \exp(H / 0,655) + 63,328$
Février 2002	$Q(H) = \exp(H / 0,652) + 16,994$	$Q(H) = \exp((H + 1,35) / 0,798) + 8,961$
Février 2004	$Q(H) = \exp(H / 0,620) + 15,203$	$Q(H) = \exp((H + 1) / 0,695) + 11,793$
Mars 2004	$Q(H) = \exp(H / 0,606) + 20,682$	$Q(H) = \exp((H + 2) / 0,604) + 25,037$

Tableau 6 : Débit en fonction de la hauteur.

5.1.5.2 Utilisation du modèle dans la détermination des composantes des crues

Dans cette section, nous concentrons notre étude sur la détermination des composantes de crues à savoir :

- le début et la fin
- le débit de pointe et la date et l'heure
- le temps de remontée T_m , le temps de base T_b et le temps de descente T_d
- le volume précipité V_p , le volume écoulé V_E et le volume ruisselé V_R
- la pluie totale P_T et la pluie nette P_N
- le coefficient d'écoulement K_E et le coefficient de ruissellement K_R

Pour les définitions de ces composantes, nous adoptons celles qui figurent dans le livre de Dubreuil P.

5.1.5.2.1 Exposition de la méthode utilisée

Nous commençons par procéder à des interpolations des valeurs des débits entre le début et la fin de la crue (interpolation parabolique). Puis, enchaîner avec la recherche de l'équation de la droite reliant le début de la crue et la fin. Avec ces données, par intégrations par tranches de trois points, nous obtiendrons V_E et par intégration de l'équation de la droite entre le début et la fin de la crue, nous aurons le volume de base V_B , donc le volume ruisselé $V_R = V_E - V_B$.

5.1.5.2.2 Résultats

Nous donnerons les résultats sous forme de tableau.

a) Composantes des crues d'Ambohimanambola

Crue	Début	Fin	Débit max. (m3/s)	P_T (mm)	P_N (mm)	V_P (m3)	V_E (m3)	V_R (m3)	K_E (%)	K_R (%)
Janvier 2001	26/01 à 06 :00h	31/01 à 20 :00h	360.954	164	36,2	160398011	77795740	50981603	48,50	31,78
Février 2002	11/02 à 20 :00h	17/02 à 06 :00h	127,440	72,5	16,6	102007505	33004240	23308948	32,35	22,85
Février 2004	27/02 à 20 :00h	01/03 à 23 :00h	133,89	102	19,1	143514008	39527480	26813680	27,54	18,68
Mars 2004	07/03 à 11 :00h	16/03 à 00 :00h	156,77	86	20,1	121002004	58925590	28329971	48,70	23,41

Tableau 7 : Composantes des crues d'Ambohimanambola.

b) Composantes des crues d'Anosizato

Crue	Début	Fin	Débit max. (m3/s)	P_T (mm)	P_N (mm)	V_P (m3)	V_E (m3)	V_R (m3)	K_E (%)	K_R (%)
Janvier 2001	26/01 à 06 :00h	01/02 à 01 :00h	264,2	164	16,6	261580007	89330860	38080419	34,15	14,56
Février 2002	11/02 à 20 :00h	17/02 à 06 :00h	114,7331	20,5	3,2	32697502	15867320	5116777	48,53	15,69
Février 2004	27/02 à 20 :00h	02/03 à 01 :00h	119,158	82	22,2	130790006	56251950	35461010	43,01	27,11
Mars 2004	07/03 à 18 :00h	14/03 à 13 :00h	114,793	82	13,9	130790006	54619750	22099572	41,76	16,90

Tableau 8 : Composantes des crues d'Anosizato.

5.2 Exploitation du modèle en prévision de courte échéance

5.2.1 Choix de la méthode de résolution utilisée

Rappelons que le schéma de résolution que nous avons décidé d'appliquer s'écrit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{Q_{i+1}^{j+1} - Q_{i+1}^j}{\Delta_t} = -A \frac{Q_{i+1}^{j+1} - Q_i^{j+1}}{\Delta_x} \\ 0 \leq i, j \leq N_x, N_t - 1 \\ Q_i^0 = Q(a + i\Delta_t), Q_0^j = Q(c + j\Delta_t) \end{array} \right.$$

Ce qui donne la relation de récurrence $Q_{i+1}^{j+1} = \frac{(Q_{i+1}^j + A \times (dt / dx) \times Q_i^{j+1})}{(1 + A \times (dt / dx))}$

Dans la pratique, nous l'utiliserons sous la forme $Q_{i+1}^{j+1} = \frac{(Q_{i+1}^j + A_1 \times (dt / dx) \times Q_i^{j+1})}{(1 + A_2 \times (dt / dx))}$

avec $\varepsilon = A_1 - A_2 \neq 0$ et qui, comme nous le verrons plus tard, jouera le rôle d'amplificateur de crue ou de réducteur.

5.2.2 Exécution du schéma

La détermination des valeurs de A_1 et de A_2 s'effectue comme suit:

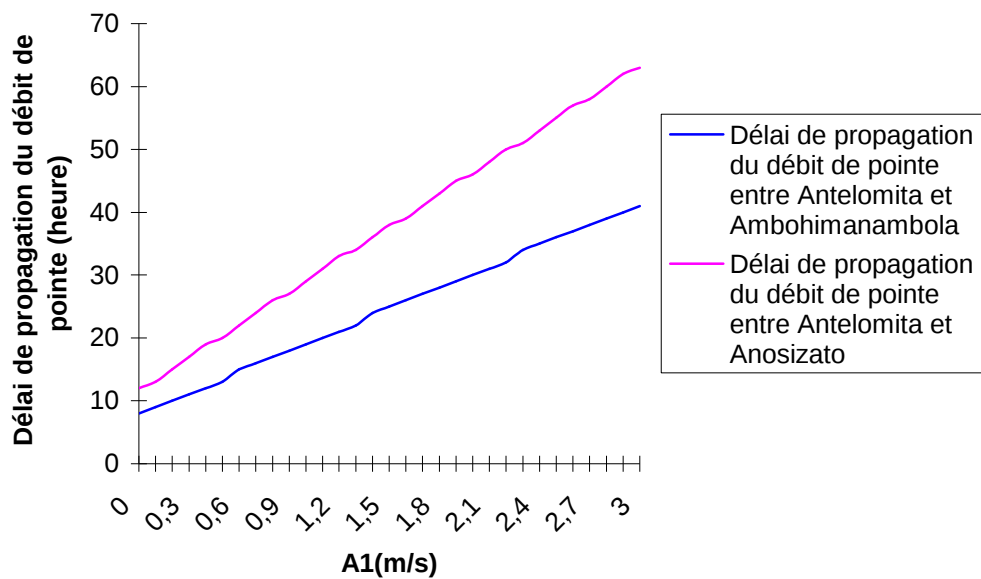
- On pose, dans un premier temps, pour $A_1 = A_2$ et on trace la courbe du délai de propagation du débit de pointe en fonction de A_1 ($0 \leq A_1 \leq 3$).
- A partir de cette courbe, on déduit la valeur de A_1 pour un délai de propagation choisi par interpolation.
- Une fois le délai de propagation de débit de pointe réglé, on trace la courbe de la différence entre le débit de pointe de la section à l'aval (Ambohimambola et Antelomita) en fonction $\varepsilon = A_1 - A_2$ ($0 \leq \varepsilon_c \leq 0.009$).
- Par la suite, on déduit, comme le cas de A_1 , la valeur de ε , donc de $A_2 = A_1 - \varepsilon$, par interpolation, pour une différence des valeurs des débits de pointe choisies.

5.2.3 Résultats

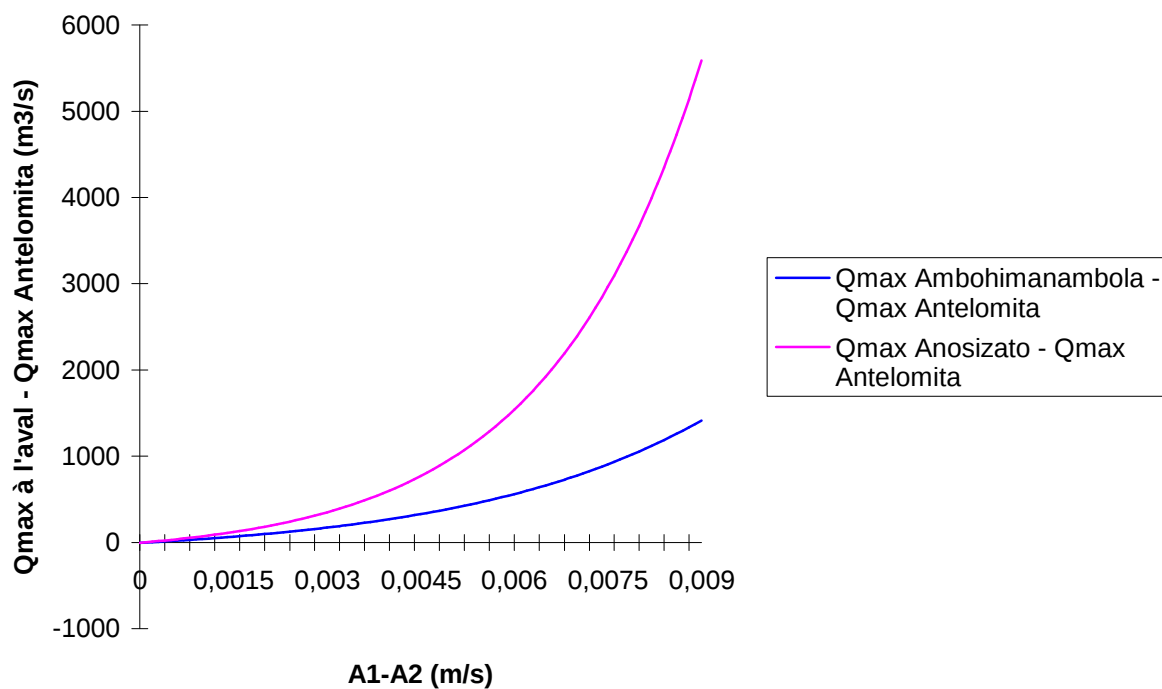
Nous commencerons par donner les graphiques des délais de propagation des débits de pointe en fonction de A_1 et ceux des différences entre les maximums des débits des section à l'aval et d'Antelomita en fonction de $\varepsilon = A_1 - A_2$.

Puis, en guise d'exemple, nous donnerons les valeurs de A_1 et de A_2 qui nous donneront les débits de pointe et les délais de propagation mesurés.

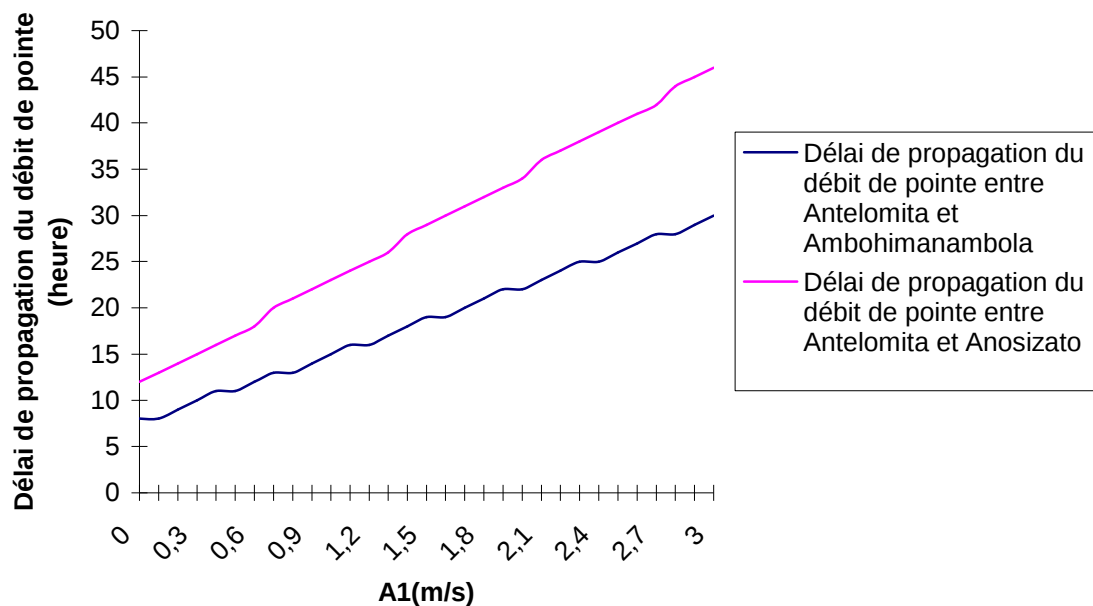
5.2.3.1 Graphes des délais de propagations et des différences des débits de pointes



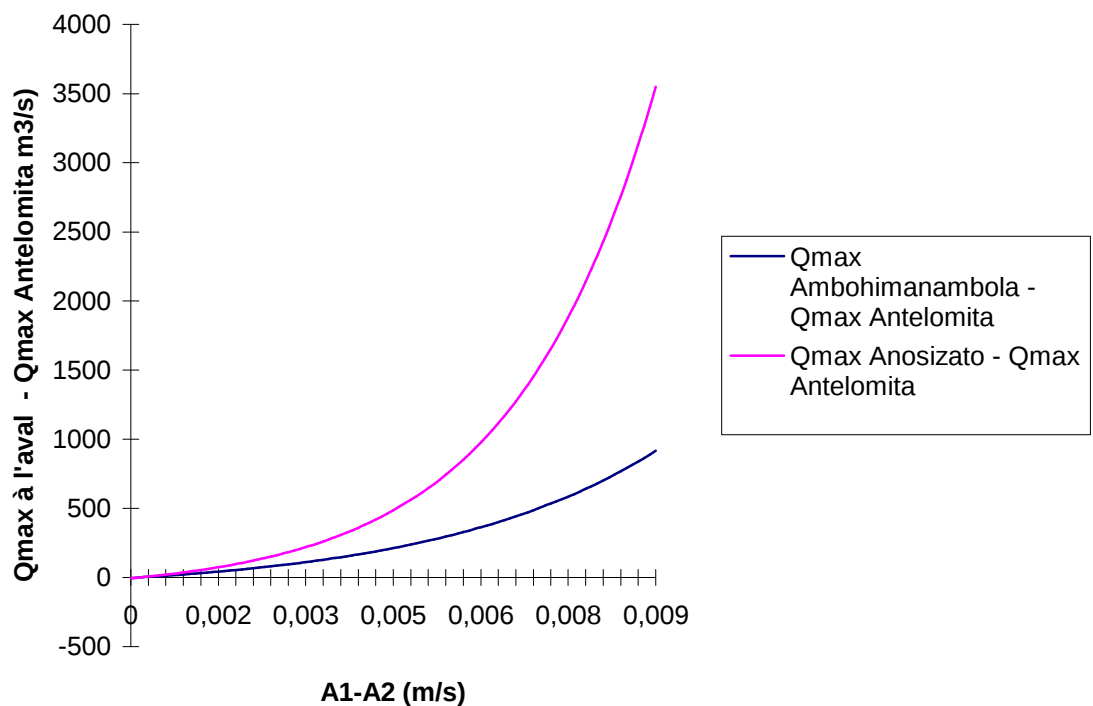
Graph 12 : Délais de propagation des débits de pointe entre Antelomita et les sections à l'aval en fonction de A_1 (crue de Janvier 2001).



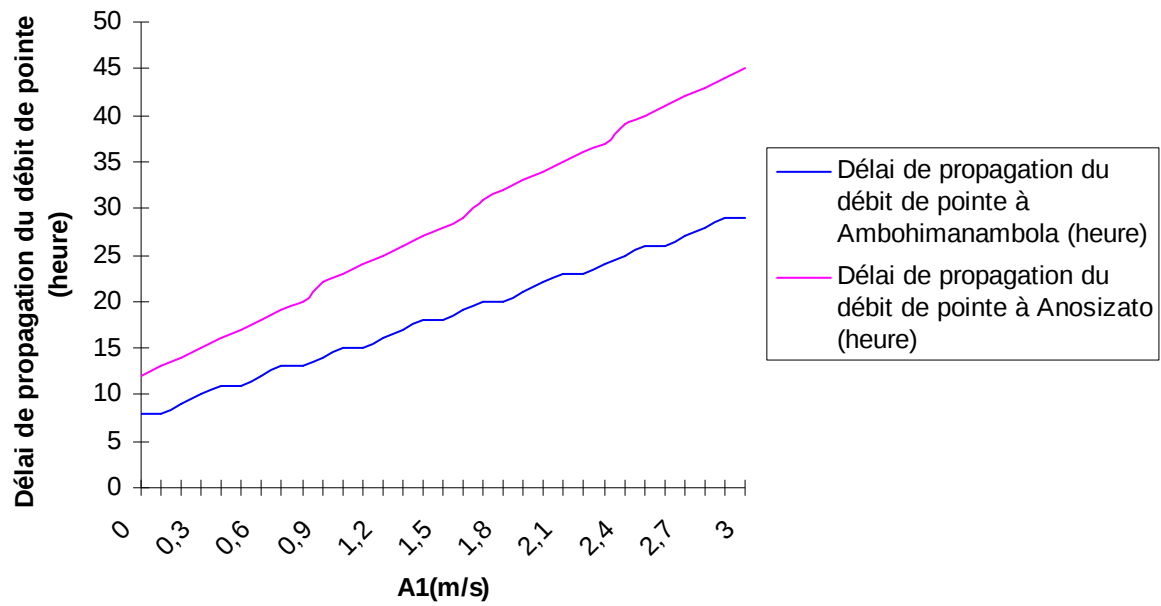
Graph 13 : Différence des débits de pointe des sections à l'aval en fonction de $\varepsilon = A_1 - A_2$ (crue de Janvier 2001)



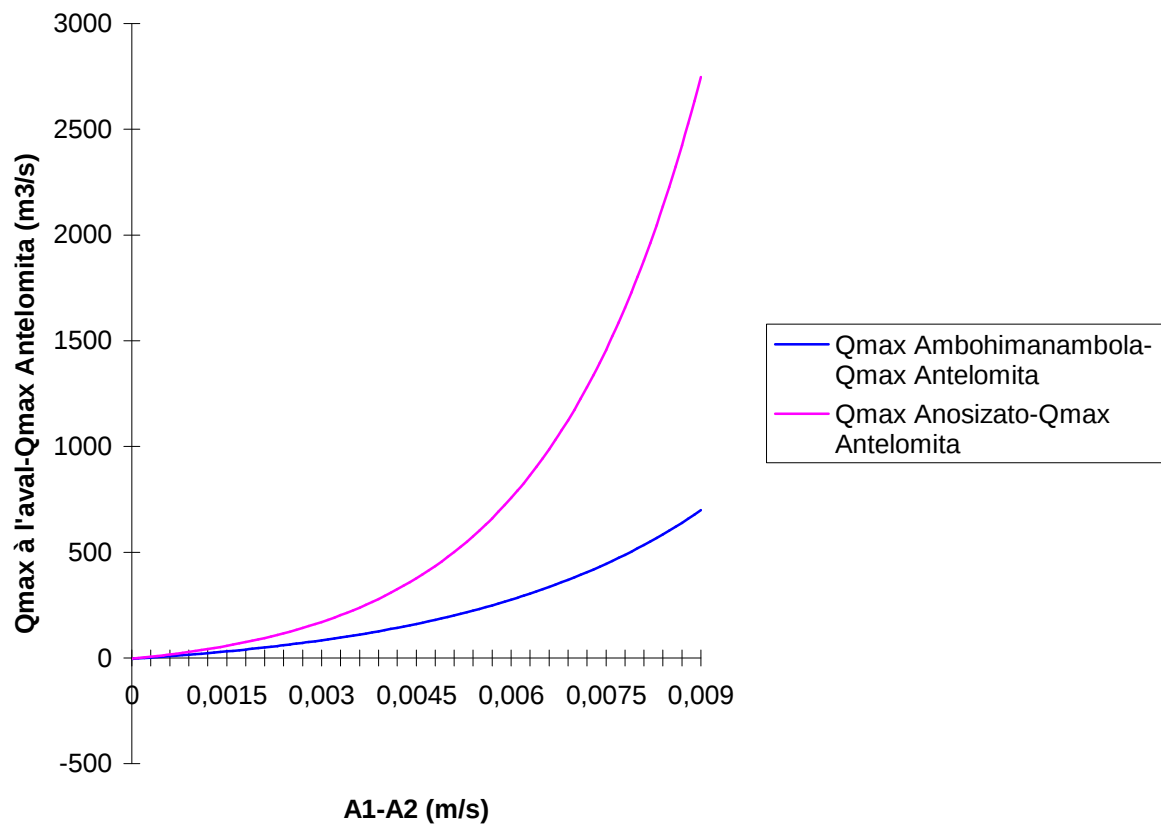
Graphe 14 : Délais de propagation des débits de pointe entre Antelomita et les sections à l'aval en fonction de A_1 (crue de Février 2002).



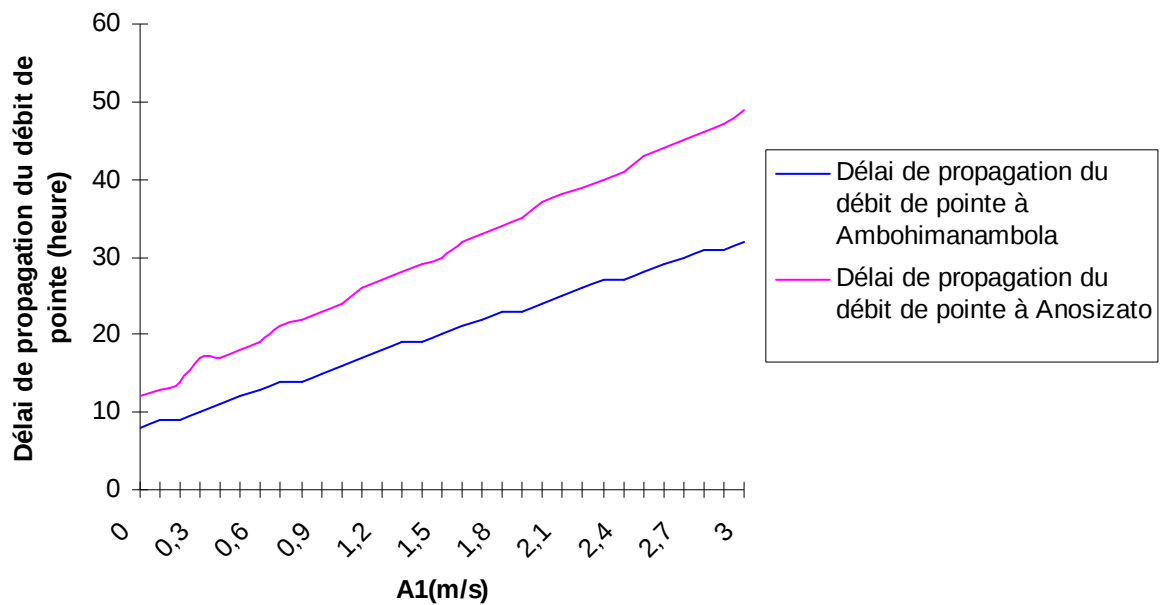
Graphe 15 : Différence des débits de pointe des sections à l'aval en fonction de $\varepsilon = A_1 - A_2$ (crue de Février 2002)



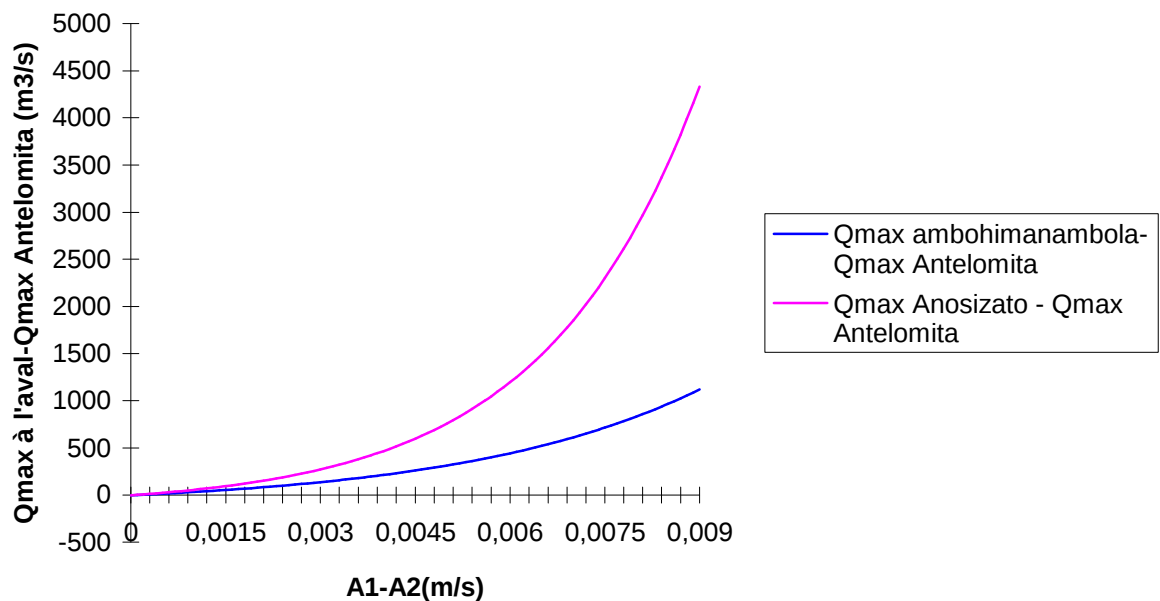
Graph 16 : Délais de propagation des débits de pointe entre Antelomita et les sections à l'aval en fonction de A_1 (crue de Février 2004).



Graph 17 : Différence des débits de pointe des sections à l'aval en fonction de $\varepsilon = A_1 - A_2$ (crue de Février 2004)

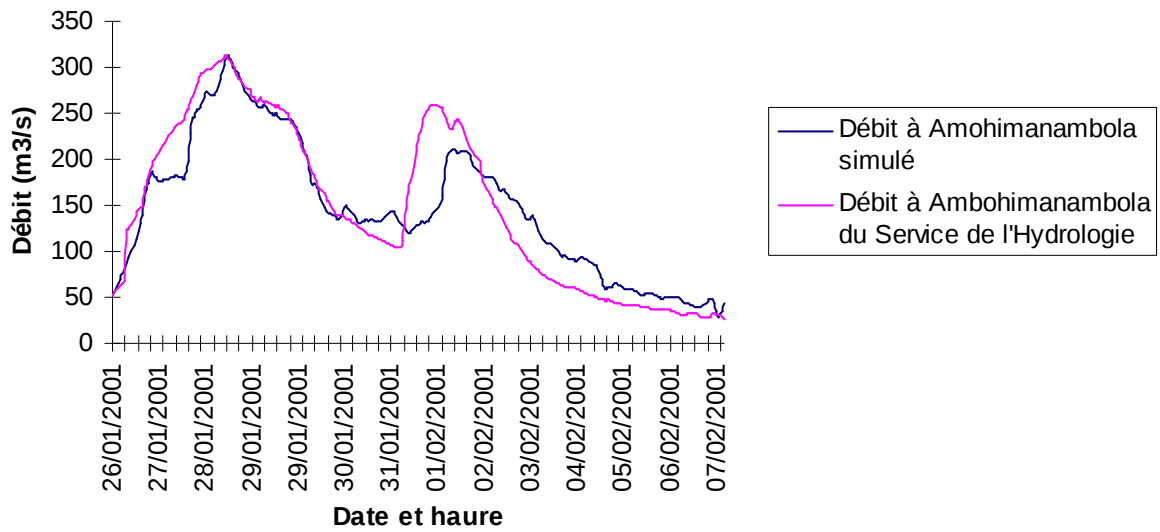


Graph 18 : Délais de propagation des débits de pointe entre Antelomita et les sections à l'aval en fonction de A_1 (crue de Mars 2004).

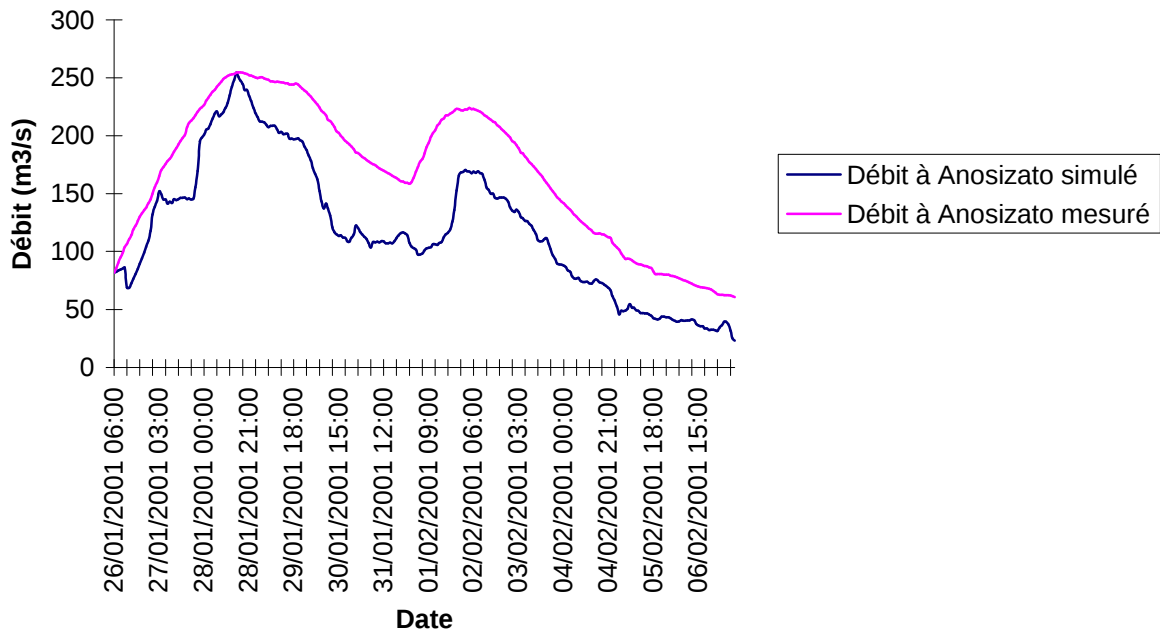


Graph 19 : Différence des débits de pointe des sections à l'aval en fonction de $\varepsilon = A_1 - A_2$ (crue de Mars 2004)

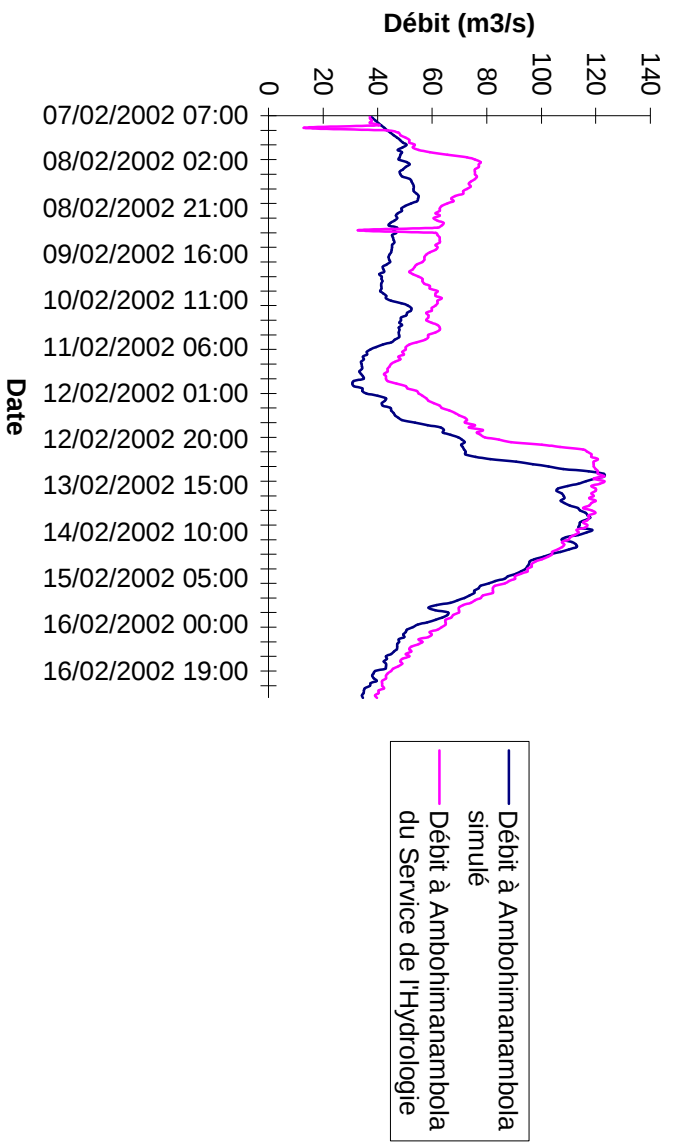
5.2.3.2 Graphes des résultats des simulations



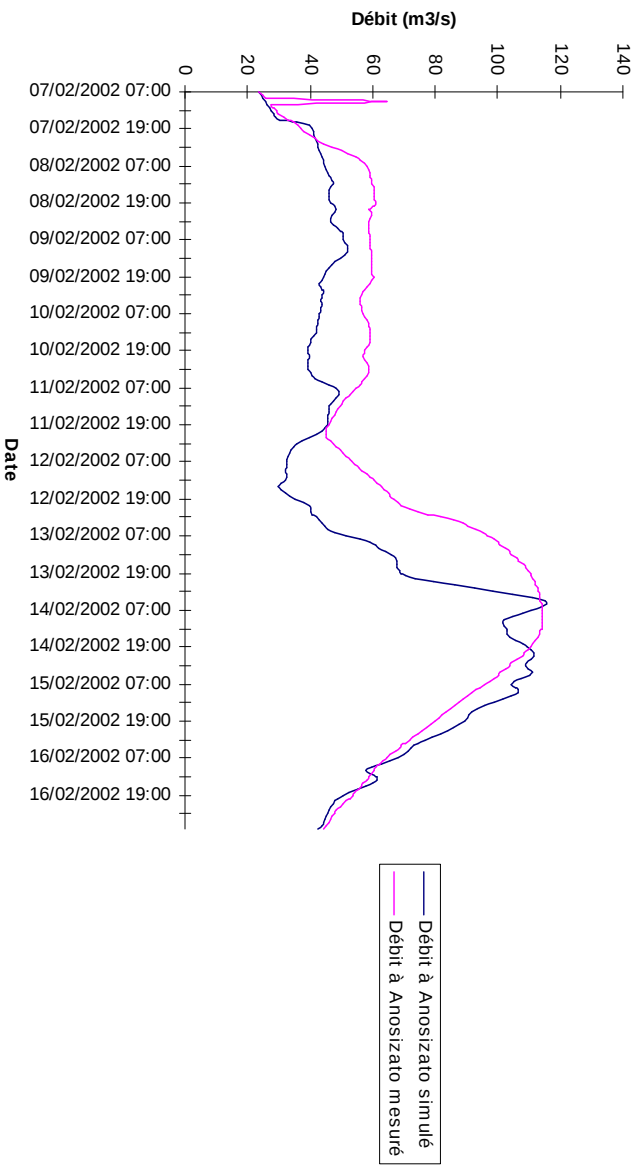
Graph 20: Résultats de prévision de la crue de Janvier 2001 d'Ambohimambola.



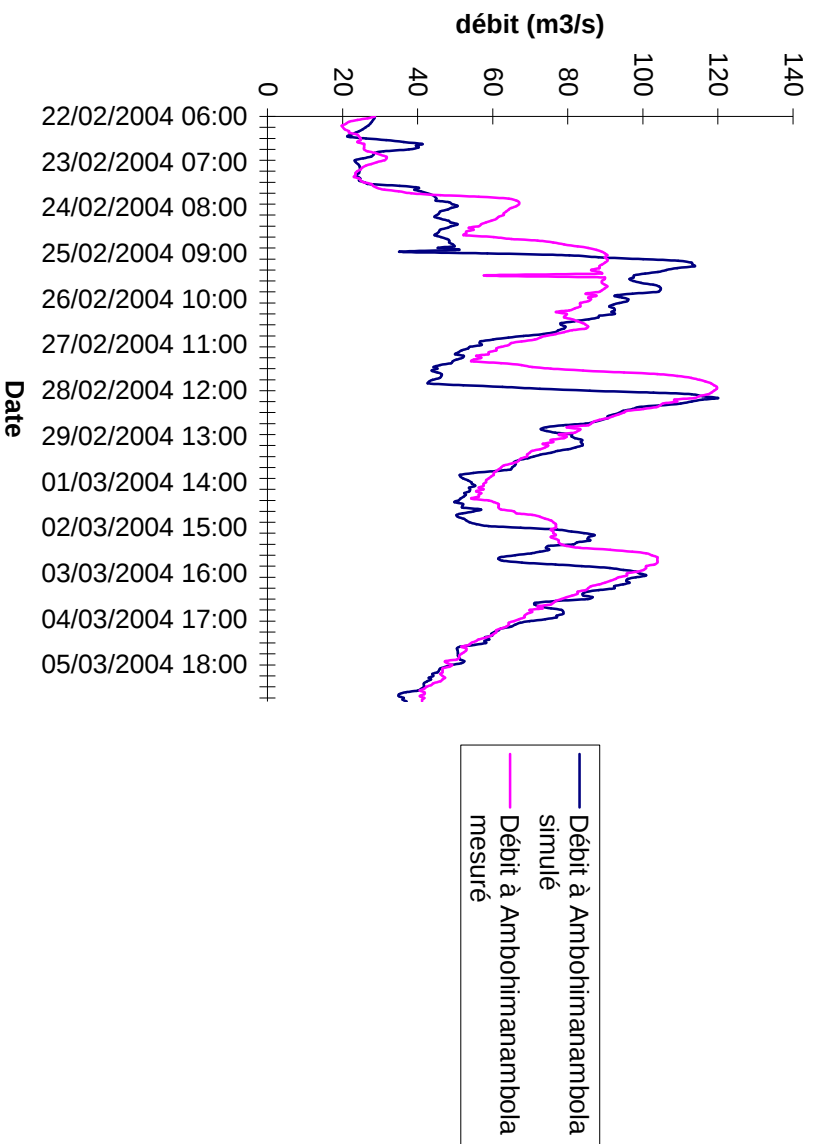
Graph 21: Résultats de prévision de la crue du Janvier 2001 d'Anosizato.



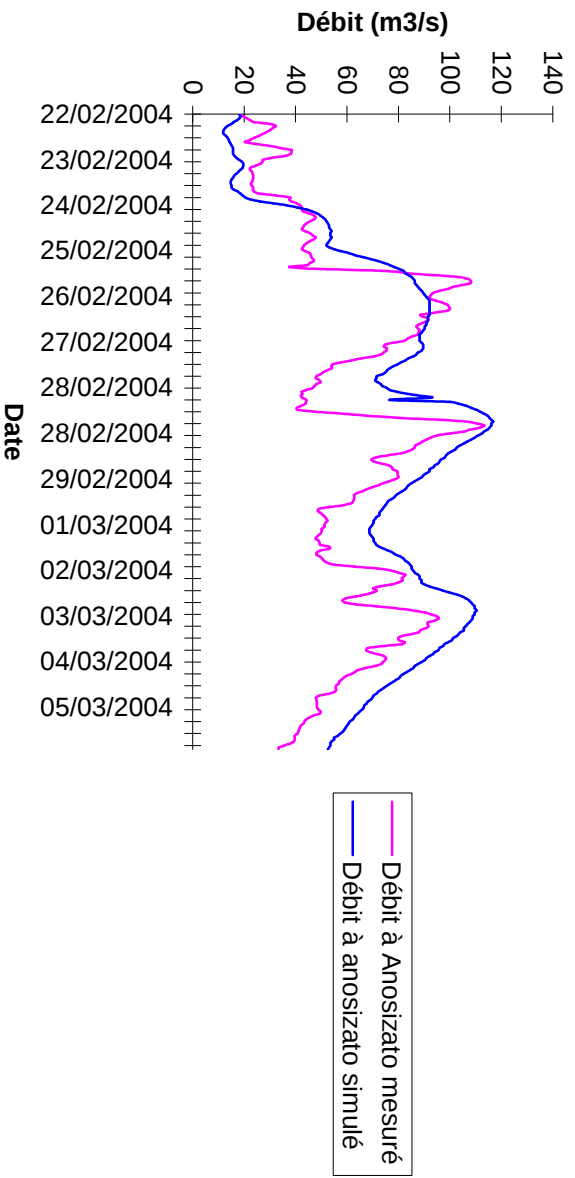
Graph 22: Résultats de prévision de la crue de Février 2002 d'Ambohimanambola.



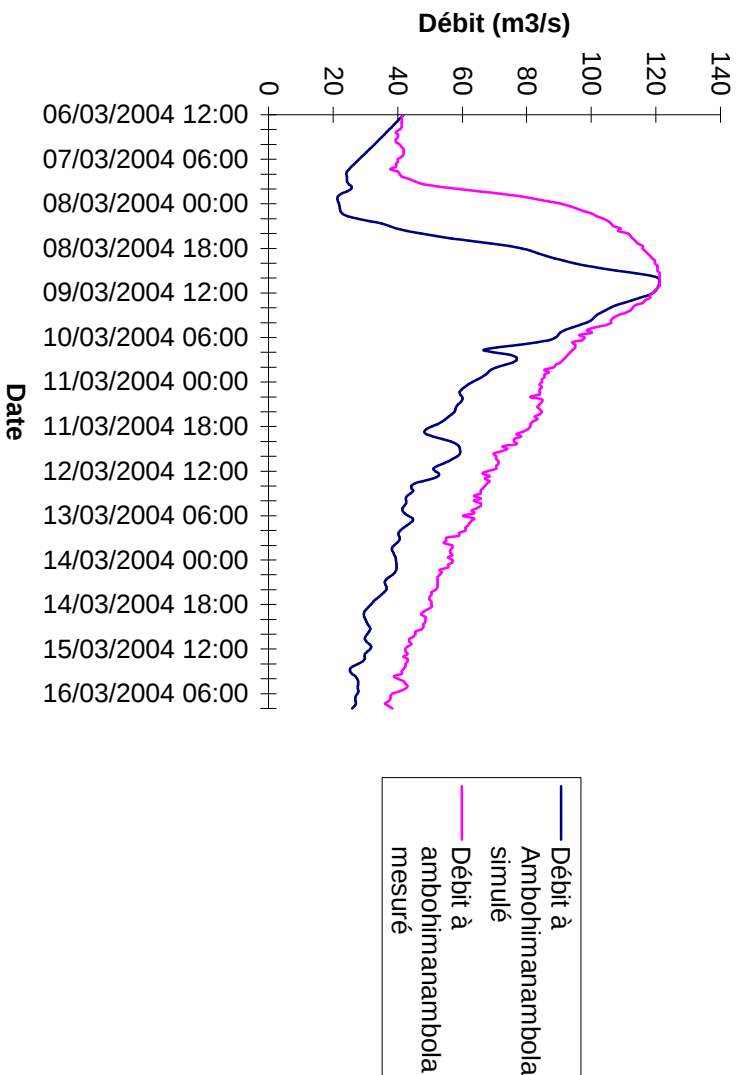
Graph 23: Résultats de prévision de la crue de Février 2002 d'Anosizato.



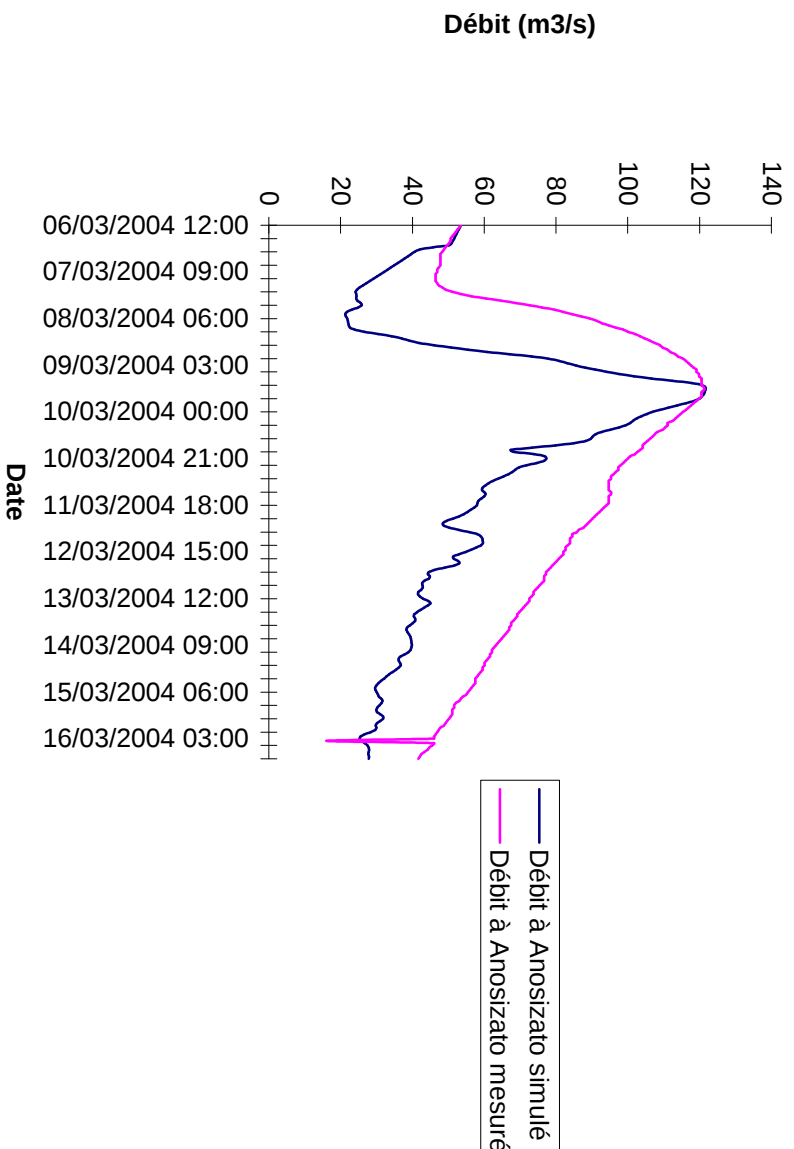
Graph 24: Résultats de prévision de la crue de Février 2004 d'Ambohimanambola.



Graph 25: Résultats de prévision de la crue de Février 2004 d'Anosizato.



Graph 26: Résultats de prévision de la crue de Mars 2004 d'Ambohimanambola.



Graph 27 : Résultats de prévision de la crue de Mars 2004 d'Anosizato.

5.2.3.3 Tableaux montrant les valeurs des débits de pointe simulés et leurs délais de propagation avec les valeurs respectives de A_1 et de A_2

5.2.3.3.1 Cas des crues d'Ambohimambola

Crues de	A_1 (m/s)	A_2 (m/s)	Délai de propagation (heure)		Débit de pointe (m ³ /s)	
			mesuré	simulé	mesuré	simulé
Janvier 2001	0,9	0,89714	14	15	312,576	312,687
Février 2002	0,4	0,39904	13	11	123,09	123,27
Février 2004	0,4	0,39811	11	11	119,69	119,755
Mars 2004	1,6	1,59981	21	21	121,22	121,258

Tableau 9 : Comparaison des débits de pointe simulés et les délais de propagation avec les débits mesurés à Ambohimambola.

5.2.3.3.2 Cas des crues d'Anosizato

Crues de	A_1 (m/s)	A_2 (m/s)	Délai de propagation (heure)		Débit de pointe (m ³ /s)	
			mesuré	simulé	mesuré	Simulé
Janvier 2001	0,45	0,44867	17	18	254,643	254,477
Février 2002	1,5	1,49953	29	29	114,19	114,129
Février 2004	0,6	0,59585	18	18	116,88	116,956
Mars 2004	1,5	1,49988	30	30	121,31	121,339

Tableau 10 : Comparaisons des débits de pointe simulés et les délais de propagation avec les débits mesurés à Anosizato.

5.2.3.3 Discussion sur les résultats obtenus

- Ces résultats nous montrent qu'avec ce schéma, on peut avoir une bonne approximation des valeurs des débits avec des délais de propagation acceptables.
- Tout comme le schéma explicite utilisé en analyse des crues, les résultats obtenus reflètent les formes des graphes des débits de la section amont sauf qu'on peut l'amplifier ou l'atténuer.

5.2.3.4 Conclusions

- Le modèle que nous avons donné est capable de reproduire presque toute scène de crue fictive. Toutefois, notre modèle n'est réellement opérationnel, en tant que modèle de prévision, que si l'on dispose de plus d'informations sur la relation entre le délai de

propagation du débit de pointe et le débit maximum observé à Antelomita (une relation statistique est suffisante). En effet, notre modèle se limite à donner la valeur minimale du délai de propagation du débit de pointe qui correspond à $A_1 = 0$.

- D'autre part, A_1 et A_2 dépendent du délai de propagation et du maximum du débit d'Antelomita. Aussi, un grand nombre de simulations de crue déjà passés par le biais de notre modèle nous donnera, certainement, une information nous permettant de mettre en œuvre notre modèle en tant que modèle de prévision.

Conclusion générale

Le but de cette étude est de modéliser et de simuler des crues qui se propagent dans le Bassin Supérieur de l'Ikopa, situé entre Antelomita et Anosizato. Pour ce faire, nous avons commencé par établir l'équation de Barré Saint Venant qui régit le mouvement d'un liquide dans un canal.

Particulièrement, pour la propagation des crues dans un canal, on peut négliger les termes d'inertie pour avoir l'équation d'onde de crue diffusive ou celle d'onde de crue cinématique.

Pour choisir l'une des équations des ondes de crues évoquées ci-dessus, on procède à des analyses des crues historiques, les analyses étant axées sur les valeurs des débits de pointe des crues enregistrées sur chaque section du fleuve, de l'amont à l'aval.

Notre étude des propagations des crues dans le Bassin Supérieur de l'Ikopa, situé entre Antelomita et Anosizato, a permis de conclure que :

- Les crues se propagent sous forme d'ondes cinématiques.
- En adoptant un schéma explicite de résolution des équations d'onde cinématique, et en faisant une régression log-normale entre les valeurs simulées et les hauteurs d'eau, nous obtenons des résultats satisfaisants que nous pouvons s'appliquer dans les analyses de crues.
- Par contre, en contexte de prévision à courte échéance des crues, nous avons adopté un autre schéma de résolution, capable de réaliser plusieurs scènes de crues fictives.

Annexe

Annexe 1

A.1 Programme d'interpolation parabolique des hauteurs

Nous donnons ci-dessous un exemple du programme d'interpolation parabolique des débits qui est le cas des débits lors de la crue du Janvier 2001.

Program interpolationQAntelo2001

Déclarations des variables

```
real(8)  xb(291,2), xmatrix(867,4), xei(3,3), xei1(3,3), xx(3), xc(3)
real(8)  b1, det, xve(291,2)
integer  xa(291), n1, n2, n3, n4
```

Création des fichiers de sortie

```
open(88, file='D:\crue2001\matrixQante2002.txt', status='unknown')
rewind 88
open(8, file='D:\crue2001\verante2001.txt', status='unknown')
rewind 8
```

Lecture des données

```
OPEN (9, FILE ='D:\crue2001\Qante2001.txt', status='old')
do i=1,291
  READ (9, *) xa(i)
end do
close(9)
do i= 1,291
  xb(i,2)=xa(i)
  xb(i,1)=(i-1)*3600
end do
do i=1,291
  xb(i,2)=xb(i,2)/100
  xve(i,2)=xb(i,2)
enddo
```

Interpolation des hauteurs

```
do i=1,289
  n1=3*(i-1)+1
  n2=n1+2
  n3=i+1
  n4=i+2

  xei(1,1)=xb(i,1)*xb(i,1)
  xei(1,2)=xb(i,1)
  xei(1,3)=1

  xei(2,1)=xb(n2,1)*xb(i+1,1)
  xei(2,2)=xb(n2,1)
```

```

xei(2,3)=1

xei(3,1)=xb(n3,1)*xb(i+2,1)
xei(3,2)=xb(n3,1)
xei(3,3)=1

det=0
det=xei(2,1)*xei(3,2)-xei(3,1)*xei(2,2)
det=det+xei(3,1)*xei(1,2)-xei(1,1)*xei(3,2)
det=det+xei(1,1)*xei(2,2)-xei(2,1)*xei(1,2)

xmatrix(n1,4)=det

b1=xei(1,2)
xei(1,2)=xei(2,1)
xei(2,1)=b1
b1=xei(1,3)
xei(1,3)=xei(3,1)
xei(3,1)=b1
b1=xei(2,3)
xei(2,3)=xei(3,2)
xei(3,2)=b1

do ik=1,3
do jk=1,3
xei1(ik,jk)=xei(ik,jk)
enddo
enddo

xei(1,1)=xei1(2,2)*xei1(3,3)-xei1(3,2)*xei1(2,3)
xei(1,2)=xei1(3,1)*xei1(2,3)-xei1(2,1)*xei1(3,3)
xei(1,3)=xei1(2,1)*xei1(3,2)-xei1(3,1)*xei1(2,2)
xei(2,1)=xei1(3,2)*xei1(1,3)-xei1(1,2)*xei1(3,3)
xei(2,2)=xei1(1,1)*xei1(3,3)-xei1(3,1)*xei1(1,3)
xei(2,3)=xei1(3,1)*xei1(1,2)-xei1(1,1)*xei1(3,2)
xei(3,1)=xei1(1,2)*xei1(2,3)-xei1(2,2)*xei1(1,3)
xei(3,2)=xei1(2,1)*xei1(1,3)-xei1(1,1)*xei1(2,3)
xei(3,3)=xei1(1,1)*xei1(2,2)-xei1(2,1)*xei1(1,2)

do il=1,3
do jl=1,3
n3=n1+il
n3=n3-1
xmatrix(n3,jl)=xei(il,jl)
enddo
enddo

n3=0

do im=1,3
do jm=1,3
xei(im,jm)=0
xei1(im,jm)=0
enddo
enddo

enddo

```

Vérification des résultats

```
do i=1,289
n1=3*(i-1)+1
det=xmatrix(n1,4)
      xc(1)=xb(i,2)
      xc(2)=xb(i+1,2)
      xc(3)=xb(i+2,2)
n1=n1-1

do il=1,3
do j=1,3
xei(il,j)=xmatrix(n1+il,j)
enddo
enddo

xx=matmul(xei,xc)

xve(i,1)=(xx(1)*xb(i,1)*xb(i,1) +xx(2)*xb(i,1)+xx(3))/det

enddo

do i=290,291
xve(i,1)=(xx(1)*xb(i,1)*xb(i,1) +xx(2)*xb(i,1)+xx(3))/det
enddo

do i=1,291
write(8, '(4f13.5)')(xve(i,j),j=1,2)
enddo
```

Affichage de la matrice d'interpolations

```
do i=1,867
write(88, '(4f50.5)')(xmatrix(i,j),j=1,4)
enddo

end
```

A.2 Programme de simulation de crue par le schéma explicite

Program simulationcrue0304

Déclarations des variables

```
real(8) xmtQant(717,4),xxQ(3),xcQ(3),detQ,xmtHambo(717,4)
real(8) mQ,mH,cov,vQ,vH,mQ1,mH1,cov1,vQ1,vH1
real(8) xQante(241),xQambo(241),xHambo(8676)
real(8) x,xiQ(3,3),xsim(8676,405),xver(241,4),xQano(241)
real(8) dx,dt,x1,xHano(8676),xxH(3),xCH(3),xmtHano(717,4)
real(8) detH,detH1,xxH1(3),xCH1(3),xiH(3,3),xiH1(3,3)
real(8) xHamb(241),xHan(241)
integer xQant(241),n1,n2 ,xQamb(241),xQan(241)
integer xHam(241),xHa(241)
```

Création des fichiers de sortie

```
open(1,file='D:\crue0304\versim0304.txt',status='unknown')
rewind 1
open(2,file='D:\crue0304\sarsimAmbo0304.txt',status='unknown')
rewind 2
open(3,file='D:\crue0304\sarsimAno0304.txt',status='unknown')
rewind 3
open(12,file='D:\crue0304\resultAno0304.txt',status='unknown')
rewind 12
```

```
open(13,file='D:\crue0304\resultAmbo0304.txt',status='unknown')
rewind 13
```

Lecture des données

```
open(4,file = 'D:\crue0304\matrixQante0304.txt',status='old')
do i=1,717
read (4, '(4f50.5)')( xmtQant(i,j),j=1,4)
end do
close(4)
```

```
open(5,file = 'D:\crue0304\matrixHAMbo0304.txt',status='old')
do i=1,717
read (5, '(4f50.5)')( xmtHambo(i,j),j=1,4)
end do
close(5)
```

```
open(6,file = 'D:\crue0304\matrixHAno0304.txt',status='old')
do i=1,717
read (6, '(4f50.5)')( xmtHano(i,j),j=1,4)
end do
close(6)
```

```
open(7,file = 'D:\crue0304\Qante0304.txt',status='old')
do i=1,241
read (7, *) xQant(i)
end do
close(7)
do i=1,241
xQante(i)= xQant(i)
xQante(i)=xQante(i)/10
end do
```

```
open (8, file = 'D:\crue0304\hautAmbo0304.txt',status='old')
do i=1,241
read (8, *) xHam(i)
end do
close(8)
do i= 1,321
xHamb(i)=xHam(i)
xHamb(i)=xHamb(i)/100
enddo
```

```
open (9, file = 'D:\crue0304\hautAno0304.txt',status='old')
do i=1,241
read (9, *) xHa(i)
end do
close(9)
do i= 1,241
xHan(i)=xHa(i)
xHan(i)=xHan(i)/100
enddo
```

```
open(10,file='D:\crue0304\Qambo0304.txt',status='old')
do i=1,241
read (10, *) xQamb(i)
enddo
close(10)
do i= 1,241
xQambo(i)=xQamb(i)
xQambo(i)=xQambo(i)/100
```

```

        enddo

open(11, file='D:\crue0204\Qano0204.txt', status='old')
do i=1,321
    read (11, *) xQan(i)
enddo
close(11)
do i= 1,321
    xQano(i)=xQan(i)
    xQano(i)=xQano(i)/100
enddo

```

Calculs des conditions initiales

```

do i=2,405
x1=float(100*i)
if(i.le.262)then
xsim(1,i)=((xQambo(1)-xQante(1))/float(26200))*x1+xQante(1)
elseif(i.gt.262)then
xsim(1,i)=((xQano(1)-xQambo(1))/float(40500))*x1+xQambo(1)
endif
enddo

```

```

do i=1,239
n1=3*(i-1)+1
n2=36*(i-1)+1
detQ=xmtQant(n1,4)

```

```

xcQ(1)=xQante(i)
xcQ(2)=xQante(i+1)
xcQ(3)=xQante(i+2)
n1=n1-1
do ij=1,3
do j=1,3

```

```

xiQ(ij,j)=xmtQant(n1+ij,j)
enddo
enddo

```

```

xxQ=matmul(xiQ,xcQ)
do il=n2,n2+35
x=100*(il-1)
xsim(il,1)=(xxQ(1)*x*x +xxQ(2)*x+xxQ(3))/detQ

```

```

enddo

```

```

enddo

```

```

do i=8641,8676
x=float(100*(i-1)+1)
xsim(i,1)=(xxQ(1)*x*x +xxQ(2)*x+xxQ(3))/detQ
enddo

```

```

do i=1,239
n1=3*(i-1)+1
n2=36*(i-1)+1
deth=xmtHambo(n1,4)
deth1=xmtHano(n1,4)

```

```

xCH(1)=xHamb(i)
xCH(2)=xHamb(i+1)
xCH(3)=xHamb(i+2)

```

```

        xcH1(1)=xHan(i)
        xcH1(2)=xHan(i+1)
        xcH1(3)=xHan(i+2)

        n1=n1-1
        do ij=1,3
            do j=1,3
                xiH(ij,j)=xmtHambo(n1+ij,j)
            xiH1(ij,j)=xmtHano(n1+ij,j)
            enddo
        enddo
        xxH=matmul(xiH,xcH)
        xxH1=matmul(xiH1,xcH1)

        do j=n2,n2+35
            x=float((j-1)*100)
            xHambo(j)=(x*x*xxH(1)+x*xxH(2)+xxH(3))/detH
            xHano(j)=(x*x*xxH1(1)+x*xxH1(2)+xxH1(3))/detH1

        enddo
    enddo
    do i=8641,8676
        x=float(100*(i-1))
        xHambo(i)=(x*x*xxH(1)+x*xxH(2)+xxH(3))/detH
        xHano(i)=(x*x*xxH1(1)+x*xxH1(2)+xxH1(3))/detH1

    enddo

    dx=float(100)
    dt=float(100)

```

Exécution du schéma de résolution

```

do i=1,8675
do j=2,405
xsim(i+1,j)=xsim(i,j)-0.525*(dt/dx)*(xsim(i,j)-xsim(i,j-1))

enddo
enddo

```

Calculs des coefficients de la régression normale entre Q et H

```

mQ=0
mH=0
mQ1=0
mH1=0
do i=1,8676
mQ=mQ+Log(xsim(i,262))
mH=mH+xHambo(i)
mQ1=mQ1+Log(xsim(i,405))
mH1=mH1+xHano(i)
enddo

mQ=mQ/float(8676)
mH=mH/float(8676)
mQ1=mQ1/float(8676)
mH1=mH1/float(8676)

vQ=0
vH=0
cov=0
vQ1=0
vH1=0

```

```

cov1=0

do i=1,8676

    vQ=vQ+(2*Log(xsim(i,262)))/float(8676)-mQ**2
    vH=vH+(xHambo(i)**2)/float(8676)-(mH**2)
    cov=cov+(Log(xsim(i,262))*xHambo(i))/float(8676)-(mQ*mH)

    vQ1=vQ1+(2*Log(xsim(i,405)))/float(8676)-mQ1**2
    vH1=vH1+(xHano(i)**2)/float(8676)-(mH1**2)
    cov1=cov1+(Log(xsim(i,405))*xHano(i))/float(8676)-(mQ1*mH1)

enddo

```

Correction des valeurs de Q

```

do i=1,8676
    xsim(i,262)=exp((xHambo(i)+(cov/vQ)*mQ-mH)/(cov/vQ))
    xsim(i,405)=exp((xHano(i)+(cov1/vQ1)*mQ1-mH1)/(cov1/vQ1))
enddo
x=exp(((cov/vQ)*mQ-mH)/(cov/vQ))
print*,x
x= cov/vQ
print*,x
x=xQambo(1)-xsim(1,262)
print*,x
x1=exp(((cov1/vQ1)*mQ1-mH1)/(cov1/vQ1))
print*,x1
x1= cov1/vQ1
print*,x1
x1=xQano(1)-xsim(1,405)
print*,x1

```

```

do i=1,8676
    xsim(i,262)=xsim(i,262)+x
    xsim(i,405)=xsim(i,405)+x1
enddo

```

```

do i=1,241
    n1=36*(i-1)+1
    xver(i,1)=xQambo(i)
    xver(i,2)=xsim(n1,262)
    xver(i,3)=xQano(i)
    xver(i,4)=xsim(n1,405)
    xQamb(i)=int(1000*xver(i,4))
enddo

```

Affichage des vérifications des résultats

```

do i=1,241
    write(1,'(4f13.5)')(xver(i,j),j=1,4)
enddo

```

Affichage des résultats

```

do i=1,241
    write(2,'(i6)') xQamb(i)
enddo
do i=1,241
    write(12,'(f13.5)')xver(i,4)
enddo
do i=1,241

```

```

write(13, '(f13.5)')xver(i,2)
enddo
end

```

A.3 Programme de simulation de crue par le schéma de Ceara

Program simulationcrue2002

Déclarations des variables

```

real(8) xmtQant(714,4),xxQ(3),xcQ(3),detQ
real(8) xQante(240),xQambo(240),dx,dt
real(8) x,xiQ(3,3),xsim(8640,405),xver(240,4),xQano(240)
integer xQant(240),n1,n2 ,xQamb(240),xQan(240)

```

Création des fichiers de sortie

```

open(1,file='D:\crue2002\Floodforecast\verforecastAmbo2002.txt'
*,status='unknown')
rewind 1
open(2,file='D:\crue2002\Floodforecast\verforecastAno2002.txt'
*,status='unknown')
rewind 2
open(3,file='D:\crue2002\Floodforecast\sariforecastAmbo2002.txt'
*,status='unknown')
rewind 3
open(4,file='D:\crue2002\Floodforecast\sariforecastAno2002.txt'
*,status='unknown')
rewind 4

```

Lecture des données

```

open(5,file='D:\crue2002\matrixQante2002.txt',status='old')
do i=1,714
read (5, '(4f50.5)')( xmtQant(i,j),j=1,4)
end do
close(5)

open(6,file='D:\crue2002\Qbrutante2002.txt',status='old')
do i=1,240
read (6, *) xQant(i)
end do
close(6)
do i=1,240
xQante(i)= xQant(i)
xQante(i)=xQante(i)/10
end do

open(7,file='D:\crue2002\Qbrutambo2002.txt',status='old')
do i=1,240
read (7, *) xQamb(i)
enddo
close(7)
do i= 1,240
xQambo(i)=xQamb(i)
xQambo(i)=xQambo(i)/100
enddo

open(8,file='D:\crue2002\Qbrutano2002.txt',status='old')
do i=1,240
read (8, *) xQan(i)

```

```

    enddo
    close(8)
do i= 1, 240
    xQano(i)=xQan(i)
    xQano(i)=xQano(i)/100
enddo

```

Calculs des conditions initiales

```

do i=2, 405
    x1=float(100*i)
    if(i.le.262)then
        xsim(1,i)=(xQambo(1)-xQante(1))/float(26200))*x1+xQante(1)
    elseif(i.gt.262)then
        xsim(1,i)=(xQano(1)-xQambo(1))/float(40500))*x1+xQambo(1)
    endif
enddo

```

```

do i=1, 238
    n1=3*(i-1)+1
    n2=36*(i-1)+1
    detQ=xmtQant(n1, 4)

```

```

    xcQ(1)=xQante(i)
    xcQ(2)=xQante(i+1)
    xcQ(3)=xQante(i+2)
    n1=n1-1
    do ij=1, 3
        do j=1, 3

```

```

            xiQ(ij, j)=xmtQant(n1+ij, j)
        enddo
    enddo

```

```

    xxQ=matmul(xiQ, xcQ)
    do il=n2, n2+35
        x=100*(il-1)
        xsim(il, 1)=(xxQ(1)*x*x +xxQ(2)*x+xxQ(3))/detQ
    enddo

```

```

enddo

```

```

enddo

```

```

do i=8605, 8640
    x=float(100*(i-1)+1)
    xsim(i, 1)=(xxQ(1)*x*x +xxQ(2)*x+xxQ(3))/detQ
enddo

```

```

dx=float(100)
dt=float(100)

```

Exécution du schéma de résolution

```

do i=1, 8639
do j=1, 404
    xsim(i+1, j+1)=xsim(i, j)+(dt/dx)*xsim(i, j+1)
    xsim(i+1, j+1)=xsim(i+1, j+1)/(1+0.9989*(dt/dx))
c    xsim(i+1, j+1)=xsim(i, j)+1.5*(dt/dx)*xsim(i, j+1)
c    xsim(i+1, j+1)=xsim(i+1, j+1)/(1+1.499*(dt/dx))
enddo
enddo

```

```

do i=1, 240
    n1=36*(i-1)+1

```

```

xver(i,1)=xQambo(i)
xver(i,2)=xsim(n1,262)
xver(i,3)=xQano(i)
xver(i,4)=xsim(n1,405)
xQamb(i)=int(1000*xver(i,2))
xQan(i)=int(1000*xver(i,4))
enddo

```

Affichage des vérifications des résultats

```

do i=1,240
write(1,'(4f13.5)')(xver(i,j),j=1,2)
enddo

```

```

do i=1,240
write(2,'(4f13.5)')(xver(i,j),j=3,4)
enddo

```

Affichage des résultats

```

do i=1,240
write(3,'(i6)') xQamb(i)
enddo

```

```

do i=1,240
write(4,'(i6)') xQan(i)
enddo

```

```

end

```

Bibliographie

- AGUILAR-MARTIN, J. *Modélisation mathématique et simulation des Systèmes de l'environnement*. CNRS, 1982, 207 pages.
- BECKER, A.; SERBAN, P. *Hydrological Models for Water-Resources System Design*. Operational Hydrology Report N°34, WMO, 1990, 80 pages.
- CHAGAS; SOUZA *Solution of Saint Venant's Equation to Study Flood in Rivers through Numerical Methods*. Department of Environmental and Hydraulics Engineering (Brasil), 2005, 5 pages.
- CHAPERON, Pierre *Fleuves et Rivières de Madagascar*. ORSTOM, 1993, 874 pages.
- DEGOUTTE, Gérard *Traité d'Hydraulique de surfaces libres*. Paris, 2003, 52 pages.
- DUBREUIL, Pierre *Initiation à l'analyse hydrologique*. 1973-1974, ORSTOM, 216 pages.
- LABORDES, J.P *Eléments d'hydrologie de surface*. Notes de cours. CNRS, Université de Nice-Sophia Antipolis, 1997, 49 pages.
- PEYRET, Roger *Computational Methods for Fluid Flow*. SPRINGER-Verlag, 1986, 357 pages.

Auteur : ANDRIANJAFINITSIKY Nirina Jean Narlys

Titre : « **Modélisation et simulation des crues dans le Bassin supérieur de l'Ikopa** »

Nombre de pages : 74

Nombre de figures : 11

Nombre de graphiques : 27

Nombre de tableaux : 10

RESUME

Le présent travail est consacré à la modélisation et simulation des crues. Les équations qui régissent la propagation de crue sont obtenues en négligeant des termes dans l'équation de Barré Saint Venant. Aussi, le choix de l'équation de l'onde de crue exige une analyse du débit maximal observé le long de la rivière et en y apportant une justification maximale.

Quant à la simulation de crue, on commence par la linéarisation de l'équation de l'onde de crue qu'on a choisie. Puis, on procède à une résolution numérique de l'équation d'onde par la méthode d'onde par la méthode des différences finies préalablement choisie.

Pour le cas du Bassin Supérieur de l'Ikopa, les crues se propagent sous forme d'onde cinématique. Le schéma explicite et le schéma de Cearà (Brésil) sont utilisés dans la résolution de l'équation d'onde cinématique.

Mots-clés : Crue, inondation, hydrologie, modèle hydrologique, modèle hydraulique, équation de Saint Venant.

Rapporteur : Monsieur RANDRIANASOLO Léon

Adresse de l'auteur : Lot AB-431 Ampitatafika-102- Antananarivo

Téléphone : 033 02 321 59