

UNIVERSITE D'ANTANANARIVO
Faculté de Droit, d'Economie, de Gestion, et de Sociologie
Département Economie
Option Développement
Promotion sortante
Mémoire de Maîtrise ès sciences Economiques

**EFFICACITE COMPAREE DES
SYSTEMES DE SANTE EN AFRIQUE:
Une application de la méthode DEA**

Encadré par : Monsieur RANDRIAMBOARISON Rado

Présenté par : RASAMISON Miarintsoa Tantely

Date de soutenance : 11 février 2011

Année universitaire : 2009 - 2010

UNIVERSITE D'ANTANANARIVO
Faculté de Droit, d'Economie, de Gestion, et de Sociologie
Département Economie
Option Développement
Promotion sortante
Mémoire de Maîtrise ès sciences Economiques

**EFFICACITE COMPAREE DES
SYSTEMES DE SANTE EN AFRIQUE:
Une application de la méthode DEA**

Encadré par : Monsieur RANDRIAMBOARISON Rado

Présenté par : RASAMISON Miarintsoa Tantely

Date de soutenance : 11 février 2011

Année universitaire : 2009 - 2010

AVANT PROPOS

Pour l'obtention du diplôme de maîtrise en sciences économiques, une présentation de mémoire de fin d'étude est requise aux étudiants de la quatrième année.

Le présent mémoire s'intitule : «Efficacité comparée des systèmes de santé en Afrique: Une application de la méthode DEA »

Nous avons choisi ce thème justement dans le but de faire une étude comparative de l'efficacité technique des systèmes de santé dans le continent Africain.

REMERCIEMENTS

Je tiens d'abord à remercier Dieu de m'avoir soutenu pendant la réalisation de ce mémoire de fin d'étude.

Je témoigne aussi ma profonde reconnaissance à l'égard de Monsieur RANDRIAMBOARISON Rado, mon Professeur encadreur, ainsi qu'à Monsieur RANDRIANALJAONA Tiana Mahefasoa, Le Président du Jury lors de la présentation dudit mémoire.

Je remercie également à tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à l'élaboration de ce mémoire.

Aussi, je remercie vivement tout le corps professoral en Economie à l'Université d'Antananarivo, pour tous les efforts qu'ils ont déployés durant mes années d'études au sein du département ;

Enfin, les mots ne suffiront pas pour exprimer toute ma gratitude envers mes parents, ma copine et mes frères pour leurs soutiens moraux.

LISTE DES ABREVIATIONS

BCC: Banker Charnes Cooper

CCR: Charnes Cooper Rhodes

DEA: Data Envelopment Analysis

DEA-BCC: Data Envelopment Analysis par le modèle de Banker Charnes Cooper

DEA-CCR: Data Envelopment Analysis par le modèle Charnes Cooper Rhodes

DENS : Densité de la population

EAU : Population privée d'accès à des points d'eau

EFF : Efficacité technique

INST : Indice du niveau d'instruction

IPH : Indice de la Pauvreté Humaine

MCO: Moindre Carré Ordinaire

PIB : Produit Intérieur Brut

PNUD : Programme des Nations Unies pour le Développement

LISTE DES TABLEAUX

<u>Tableau 1</u> : Modèles de DEA analysés.....	25
<u>Tableau 2</u> : Scores d'efficacité	27
<u>Tableau 3</u> : Facteurs explicatifs de l'efficacité technique (Modèle Tobit).....	30

SOMMAIRE

INTRODUCTION

PARTIE I : PRESENTATION DE LA METHODE DEA

CHAPITRE I : LA THEORIE DE PRODUCTION

Section 1 : Rappel sur les fonctions de production et des couts

- 1- La fonction de production
- 2- Les fonctions de coûts

Section 2 : LA STRUCTURE DE LA TECHNOLOGIE DE PRODUCTION

- 1- Les inputs
- 2- Les outputs
- 3- La correspondance en inputs
- 4- La correspondance en outputs
- 5- Le graphe

CHAPITRE II : MODELISATION DES FONCTIONS DE PRODUCTION

Section 1 : La méthode DEA

- 1- Les fondements et objectifs

Section 2 : La programmation linéaire de la méthode DEA

- 1- Fondements et objectifs
- 2- Les slacks
- 3- Méthode DEA et rendements d'échelle

CHAPITRE III : FONCTIONS DISTANCE ET EFFICIENCE

Section 1 : Les mesures d'efficacité et la fonction distance de Shephard

- 1- Mesure d'efficacité en input
- 2- Mesure d'efficacité en Output
- 3- La mesure hyperbolique
- 4- La fonction directionnelle
- 5- La fonction distance proportionnelle

Section 2 : MESURE D'EFFICIENCE ET DUALITE

- 1- Fonction de coût, de revenu et de profit
- 2- Fonctions distance de Shephard et Dualité

Section 3 : Mesure de l'efficacité en prix

- 1- Mesures indirectes de l'efficacité et fonction distance de shephard
- 2- Fonction distance directionnelle indirectes
- 3- Fonction de distance en prix
- 4- Qualité et différentiabilités
- 5- Modèle non paramétrique

PARTIE II : APPLICATION DE LA METHODE DEA DANS LE SYSTEME DE SANTE

CHAPITRE I : DONNEES ET VARIABLES

Section 1: Choix des inputs et outputs

Section 2 : Choix de la méthode d'analyse de l'efficacité

CHAPITRE II : RESULTATS

Section 1 : Analyse des scores d'efficacité

Section 2 : Facteurs susceptibles d'influencer l'efficiency technique

CONCLUSION

INTRODUCTION

La santé est désormais considérée par les économistes comme un élément constitutif du capital humain au même titre que l'éducation et l'état nutritionnel. Chaque individu, dispose d'un stock initial de santé, son capital santé qui se déprécie avec l'âge, qui peut être maintenu, voire apprécié en combinant, dans un processus de production individuel des soins de santé, le stock d'éducation et le temps disponible. Nul ne peut nier que la santé est un élément essentiel du bien-être ; il n'est richesse que d'hommes (selon une expression forgée par Jean Bodin en 1577). Un individu bien portant est économiquement plus productif et contribue ainsi à la croissance économique.

Le rôle et l'importance des systèmes de santé dans les succès des résultats de santé obtenus ne sont plus à démontrer. Cependant, quelle explication donner aux différences des systèmes de santé entre divers pays. Ces différences proviennent généralement du type d'institutions de prise en charge de la demande de soins et du mode d'organisation de l'offre de soins. De ce fait, elles peuvent être examinées selon trois catégories d'objectifs : l'efficacité, l'équité et les équilibres macroéconomiques. Ce dernier objectif englobe les objectifs traditionnels de la politique économique : croissance, plein emploi, stabilité des prix... L'efficacité technique peut être approchée par rapport à l'efficacité interne du secteur de la santé, soit les relations entre les ressources sanitaires mis en œuvre d'une part et les résultats de santé obtenus d'autre part. L'objectif d'équité dans la gestion des pouvoirs publics, suppose que dans la mesure du possible, la distribution des revenus soit prise en considération. Or, dans ce domaine, les pauvres n'ont pas accès aux services de santé de base et les soins qu'ils reçoivent sont de piètre qualité. Le concept d'équité s'interprète alors comme le traitement inégal des individus inégaux. La poursuite de l'efficacité crée nécessairement des inégalités ; la société est alors confrontée à un arbitrage entre égalité et efficacité. L'efficacité technique et l'équité apparaissent dans ce cas comme antinomiques, si l'on se réfère à l'optimum de Pareto dénommé aussi efficacité économique. Cet usage est approprié d'un certain point de vue, dans la mesure où l'optimum de Pareto s'intéresse uniquement à l'efficacité dans l'espace des utilités et n'accorde aucune attention aux questions de répartition de l'utilité. Et pourtant, il est clair que la mesure de l'efficacité doit permettre de proposer une amélioration des processus de production, une meilleure qualité de service, mais aussi tendre vers une plus grande équité. Ainsi dit, l'objectif d'efficacité technique a ceci de particulier, qu'il est compatible avec tous les autres objectifs et qu'il est impliqué dans chacun d'eux. Alors qu'un

gestionnaire peut légitimer une inefficacité allocative au nom du critère d'équité, il n'en va pas de même pour l'efficacité technique.

Dans ce devoir, nous nous proposons de comparer les systèmes de santé de quelques pays africains au sud du Sahara, et tentons d'en expliquer les inefficiences. Cette tâche peut être rendue difficile si l'on se réfère, d'une part, à une définition de la santé proposée par l'O.M.S, et qui selon Brunet-Jailly, est inutilisable à toutes fins pratiques: « un état de parfait bien être physique, mental et social, et pas seulement l'absence de maladie ou d'infirmité » ; d'autre part, aux nombreuses mesures de l'état de santé. Et surtout, dans ce dernier cas, si l'on adopte de comparer les indicateurs de santé individuels, tels que les « health utilities index » qui, malheureusement, sont basés plutôt sur des concepts de capacité fonctionnelle, que sur la performance.

Notre analyse comparative des systèmes de santé, est fondée sur un indicateur complexe : celui de l'efficacité technique. Ce concept est lié à la fonction de production qui se définit comme étant la relation technique qui permet d'obtenir l'output maximal pour une combinaison de facteurs de production et une technologie donnée. C'est en quelque sorte, la capacité qu'a chaque pays, de transformer ses « inputs » sanitaires en « output » de santé. Au delà de cette définition, cette fonction se conçoit aussi comme une frontière, comme une norme par rapport à laquelle, est jugée l'efficacité. En d'autres termes, le système de santé d'un pays sera considéré efficace, lorsque sa combinaison d'outputs et d'inputs est située sur la frontière.

Cela étant, ce devoir se compose de deux parties : la première partie consistera à la présentation de la théorie de production, de la méthode DEA, des approches économétriques de bases ;

La deuxième partie sera consacrée à l'application de la méthode DEA sur le système santé en Afrique Subsaharienne.

PARTIE I : PRESENTATION DE LA METHODE DEA

CHAPITRE I : LA THEORIE DE PRODUCTION

Section1 : Rappel sur les fonctions de production et des couts

1. La fonction de production

Dans l'économie de production, les théoriciens ont fait l'hypothèse que toute économie peut être représentée par une seule fonction de production qui ne dépend que du nombre d'heures travaillées noté L, et du stock capital K.

La fonction de production est de la forme : $Y=F(K, L)$ c'est-à-dire de type Cobb-Douglas

Ci-après les hypothèses microéconomiques de la fonction de production généralement utilisées.

- L'hypothèse de monotonie : si $x_2 \geq x_1$, alors $f(x_2) \geq f(x_1)$.

Cette hypothèse signifie qu'une augmentation de la quantité d'intrants ne peut en aucun cas provoquer une diminution de l'output.

Elle signifie, en d'autres termes, toute augmentation d'unité de facteur de production accroît la production du bien final.

- L'élasticité de substitution est non nulle. En effet, on peut toujours substituer du travail par du capital et inversement.
- Les rendements d'échelle sont constants. En effet, doubler à la fois le nombre de machines et de travailleurs permet de doubler exactement la production.

- L'ensemble $V(y) = \{x : f(x) \geq y\}$ est convexe.

Cela signifie que tout élément formé par la moyenne pondérée de deux éléments de $V(y)$ appartient également à $V(y)$. Cela signifie que la fonction de production est quasi-concave.

- Il est impossible de produire un output non nul avec un input nul, ce qui se traduit par $f(0) = 0$.
- L'ensemble $V(y)$ est fermé.

Une fonction de production exprime le processus de production dans une unité industrielle sous la forme d'une relation mathématique entre la quantité de facteurs de production appelé inputs et celle des produits, appelés outputs, qui en résulte. La détermination des liens inputs-outputs est cependant difficile à estimer puisqu'elles dépendent de la stratégie de production que l'entreprise choisie selon la nature de ses objectifs à court ou à long terme.

2. Les fonctions de coûts

Dans son ouvrage, Shephard¹ utilise le théorème de la dualité selon laquelle la fonction de coût contient les mêmes informations que celle de la production. Par conséquent il est possible de déterminer les demandes de facteurs de production ainsi que les phénomènes de substitution et via l'estimation de la fonction de coût sans avoir besoin des informations sur la forme de la fonction de production.

Avec un producteur représentatif, produisant un seul output, il est possible de déduire la demande en input qui permet de maximiser le profit de ce même producteur à partir d'une fonction de coût qui dépend des prix des facteurs de production du niveau de production, du temps traduisant le progrès technique.

¹ Shephard, R.W. (1953), *Cost and Production Functions*, Princeton University Press, Princeton NJ.
Shephard, R.W. (1970), *Theory of Cost and Production Functions*, Princeton University Press

L'objectif principal de toutes entreprises est la recherche du maximum de profit. De ce fait, une meilleure allocation des ressources est un facteur primordial pour l'obtention d'un profit optimum. Par conséquent il est primordial de savoir distinguer les techniques de production les plus efficaces des moins efficaces.

Section 2 : LA STRUCTURE DE LA TECHNOLOGIE DE PRODUCTION

1. Les inputs

On distingue d'une part les inputs ou intrants qui constituent les matières premières de toute entité de production.

Il existe trois principaux types d'inputs dont : le facteur terre, le facteur travail, et le facteur capital. Ce dernier comprend, le capital physique tel que l'immobilier et les matériaux de production. Le capital humain porte sur les connaissances ou encore le capital social et culturel. Dans la plupart des cas, le facteur travail est mesuré par le nombre de personnes employées, le nombre d'heure de travail ou encore le total des salaires.

Les inputs sont dit fixes quand leurs quantités ne peuvent pas être modifiées ; par contre ils sont variables quand leurs quantités sont ajustées librement à chaque circonstance.

2. Les outputs

C'est le produit final, la quantité de biens ou de services produits à partir des facteurs de productions. Il est mesuré par le nombre d'unité produite pendant une année.

En tout, une technologie de production est un processus qui transforme des inputs x en

Output y . Soient : $x = (x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n$ un vecteur d'input et $y = (y_1, \dots, y_m) \in \mathbb{R}^m$ un vecteur d'output.

La correspondance en input, la correspondance en outputs ainsi que le graphe sont trois différentes manières de présenter l'ensemble de production.

3. La correspondance en inputs

Elle consiste en la détermination de plusieurs choix de facteurs de production utilisés pour la production d'une certaine quantité d'outputs.

Elle est définie de la manière suivante : $L(y) = \{x \in \mathbb{R}^n : y \text{ est produit par } x\}$.

4. La correspondance en outputs

Elle consiste en la détermination de l'ensemble des outputs qu'on peut obtenir pour une certaine quantité d'inputs donnée.

Elle est définie de la manière suivante : $P(x) = \{y \in \mathbb{R}^m : y \text{ est produit par } x\}$.

5. Le graphe

Enfin, le graphe de la technologie, noté GR , est défini par l'ensemble des inputs et outputs faisables de la manière suivante :

$$GR = \{(x, y) \in \mathbb{R}^{n+m} : x \text{ peut produire } y\}$$

Les axiomes que doit respecter le graphe de la technologie sont les suivants :

$$GR1 : (0, 0) \in GR, (0, y) \in GR \iff y = 0 \quad GR2 : GR(y) = \{(u, v) \in GR : v \leq y\} \text{ est borné } \iff y \in \mathbb{R}^m$$

+

$$GR3 : \{(x, y) \in GR\} \text{ et } \{(x, y) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \text{ si } (x, -y) \leq (x, -y) \text{ alors } (x, y) \in GR$$

GR4 : GR est fermé

GR5 : GR est convexe

GR6 : Soit θ , si $(x, y) \in GR$, alors $(x, \theta y) \in GR, \forall \theta \in [0, 1]$

GR7 : Soit λ , si $(x, y) \in GR, (\lambda x, y) \in GR, \forall \lambda \geq 1$

Remarque

La modélisation économique se fait à travers les fonctions de productions qui retracent les technologies de production multi-inputs et multi outputs. On peut donc représenter la technologie de production par $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^+$ telle que $GR = \{(x,y) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^+ : y \leq f(x)\}$.

La structure de rendement d'échelle

Les rendements d'échelle caractérisent les conséquences d'un accroissement proportionnel des inputs sur l'output. Cette variation est liée à la relation entre le produit marginal et le produit moyen. En effet, dans ce cas simple où $y = f(x)$, on obtient : $y/y = y/x \cdot PM_x$ et $x/xy/x = PM_x$

CHAPITRE II : MODELISATION DES FONCTIONS DE PRODUCTION

Section 1 : La méthode DEA

Les méthodes MCO et du maximum de vraisemblance sont les deux principales méthodes généralement utilisées pour faire une estimation des paramètres. En effet, ces deux méthodes nous donnent des estimateurs sans biais et efficaces. D'autre part, à côté de ces deux méthodes, la méthode DEA nous permet d'évaluer l'efficacité ou l'efficacité technique.

1. Les fondements et objectifs

La méthode DEA caractérise des technologies de productions multi outputs. Pour m inputs et s outputs, on obtient : $y_1 + y_2 + \dots + y_s$ sur $x_1 + x_2 + \dots + x_m$

Cette méthode peut utiliser un système de pondération variable qui sera optimisé en calculant les scores d'efficacité. Selon Tulkens, le degré d'efficacité mesure l'importance de l'écart par rapport à la frontière, c'est un indicateur de performance productive. En effet, l'efficacité de production permet de situer dans quelle mesure une unité de production est jugée efficace ou non selon sa position par rapport à la frontière de son ensemble de production.

Dans cette étude, on privilégie l'approche non paramétrique dont la présentation complète de l'évolution méthodologique a été faite par (Seiford² et Thrall 1990) et Ali et Seiford (1993), c'est une méthode (Seiford, 1999) fondée sur la théorie microéconomique, qui compare toutes les unités similaires dans une population donnée, en prenant en compte simultanément plusieurs dimensions. Elle détermine la frontière d'efficacité du point de vue de la meilleure pratique et fournit des évaluations composites.

En tout, le modèle DEA répond principalement aux questions suivantes :

² Seiford, L.M. (1990), « Recent development in DEA : the mathematical programming approach to frontier analysis », *Journal of Econometrics*, 46, 7-38

- De combien les ressources peuvent-elles être réduites sans modifier le niveau d'activité ?
- Quelle est la taille optimale d'un point de vente ou d'une agence ?
- Quelle est la meilleure combinaison des ressources employées?

En outre, les méthodes d'efficience permettent aussi de décomposer les sources de l'inefficacité relative d'une entité donnée, mesurée par la distance qui sépare cette entité des "meilleures pratiques, selon qu'elles proviennent :

- d'une mauvaise utilisation des moyens disponibles ou d'une sous-utilisations de certains facteurs,
- d'une mauvaise échelle de production, économies d'échelle inexploitées d'une autre part.
- de décisions inadéquates concernant la structure des facteurs de production en particulier, d'une surreprésentation du facteur capital par rapport au travail, ou l'inverse, compte tenu des prix relatifs de ces facteurs.
- Enfin, concernant la combinaison des produits ou activités (trop ou trop peu de ventes d'un produit ou service par rapport aux autres produits, par exemple, compte tenu des contraintes imposées par l'environnement concurrentiel).

Remarque

La méthode DEA orientée en inputs ou en outputs offre les informations sur les unités efficaces utilisées en pratique; mesure l'efficacité relative des unités de décision homogènes produisant les mêmes outputs avec les mêmes inputs.

Section 2 : La programmation linéaire de la méthode DEA

1. Fondements et objectifs

En 1978, CHARNES, COOPER et RHODES (CCR) ont étendu l'idée de FARELL en liant l'estimation de l'efficience technique avec les frontières de production sous l'hypothèse de rendements d'échelle constants.

Le calcul du score d'efficacité se fait à partir de ce programme :

$$\lambda = \max u_1 y_{1,j} + u_2 y_{2,j} + \dots + u_{sys,j}$$

$$v, u$$

$$\text{sc. } v_1 x_{1,j} + v_2 x_{2,j} + \dots + v_m x_{m,j} = 1$$

$$u_1 y_{1,i} + u_2 y_{2,i} + \dots + u_{sys,i} \leq v_1 x_{1,i} + v_2 x_{2,i} + \dots + v_m x_{m,i}, \quad i = 1, \dots, n$$

$$v \geq 0, u \geq 0.$$

Le dual de ce programme permet d'avoir des interprétations sur le benchmark. Par conséquent, pour une DMU inefficace, les résultats de la méthode DEA indiquent le gain potentiel réalisable en termes d'efficacité technique ainsi que, le référent et proportion dans laquelle il faut s'en inspirer afin de réaliser ce gain et d'atteindre la frontière efficace.

2. Les slacks

Ce sont des variables d'écart qui se présentent sur les inputs ainsi que sur les outputs. La présence de ces slacks indique la présence d'une sorte d'efficacité qui subsiste quand on est sur la frontière de production ou encore quand il n'y a pas d'efficacité technique.

3. Méthode DEA et rendements d'échelle

Les rendements d'échelle non croissants sont spécifiés par la contrainte :/

$$NIRS = (\theta_1, \dots, \theta_l): \theta_i \leq 1, \theta_i \geq 0, i = 1, \dots, l \quad i=1$$

Les rendements d'échelle constants sont spécifiés par la contrainte:

$$NDRS = (\theta_1, \dots, \theta_l): \theta_i \geq 1, \theta_i \geq 0, i = 1, \dots, l \quad i=1$$

CHAPITRE III : FONCTIONS DISTANCE ET EFFICIENCE

Plusieurs travaux se sont succédés dans le temps à la recherche de la notion d'efficacité technique comme celui de Koopmans³ (1951), Debreu⁴ (1951) et Farrell (1957) ... C'est pourquoi diverses méthodes ont été conçues, comme quantification de l'efficacité et de l'inefficacité à partir du vecteur input-output, ainsi que la projection des unités observés vers la frontière de production dans un graphe.

C'est grâce à cette notion d'efficacité qu'on peut évaluer l'ampleur des économies réalisables et celle des améliorations possible de production. Nous allons voir alors, la mesure d'efficience et la fonction distance de Shephard d'abord, puis la mesure hyperbolique, et enfin, la fonction distance directionnelle ainsi que la fonction distance proportionnelle.

Section 1 : Les mesures d'efficience et la fonction distance de Shephard

Quand plusieurs inputs sont utilisés pour produire plusieurs outputs, on utilise la fonction de distance introduite par Shephard. Cette distance mesure la distance (radiale) entre une unité de production observée et la projection radiale de cette unité sur la frontière efficace de l'ensemble de production.

La mesure d'efficacité de Debreu-Farrell est l'inverse de la fonction distance de Shephard

Selon Koopmans (1951), une unité de production est techniquement efficace, s'il est possible d'augmenter l'un quelconque de ses outputs sans réduire au moins un autre output ou augmenter au moins un input ; ou que l'on ne peut réduire l'un quelconque de ses inputs sans accroître au moins un autre input ou diminuer au moins un output.

Ainsi, selon que l'on calcule l'efficacité en faisant varier les inputs, les outputs ou les deux à la fois, les ensembles de référence sont différents. On peut ainsi définir trois notions d'efficacité technique :

³ Koopmans, T.C. (1951), An analysis of production as an efficient combination of activities, dans T.C Koopmans, *Activity Analysis of Production and Allocation*, Cowles commission for research in economics, Monograph 13, New-York : Wiley

⁴ Debreu, G. (1951), « The coefficient of resource utilization », *Econometrica*, {19}, 273-292.

Dupuit, C. (1848), « De la Mesure de l'Utilité des travaux publics », *Annales des Ponts et Chaussées*, 8, 332-375

1. Mesure d'efficience en input

On utilise un scalaire λ afin d'atteindre la frontière de production

Dans la fonction distance de Shephard, la fonction distance en input est défini de la manière suivante :

$$D^i(x, y) = \sup_{\lambda > 0} \{ \lambda : (\frac{x}{\lambda}; y) \in GR \}$$

$$\text{ou } D^i(x, y) = \sup_{\lambda > 0} \{ \lambda : \frac{x}{\lambda} \in L(y) \}$$

On considère ici que si $0 \in L(y)$ alors $D^i(x, y) = +\infty$ et s'il n'existe pas de $\lambda > 0$ alors on suppose que $D^i(x, y) = 0$.

Notons que $D^i(\lambda x, y) = \lambda \cdot D^i(x, y)$ si $\lambda > 0$.

De plus, si nous faisons l'hypothèse de libre disposition faible des inputs, alors une caractérisation complète de la technologie GR est donnée par :

$$GR = \{(x, y) : D^i(x, y) \geq 1\}$$

- Dans la fonction distance de Debreu-Farrell cette fonction distance est définie par :

$$E^i(x, y) = \inf_{\lambda \geq 0} \{ \lambda : (\lambda x, y) \in GR \} = [D^i(x, y)]^{-1}$$

L'objectif c'est d'utiliser le scalaire le plus petit possible afin de réduire au maximum le vecteur d'inputs radialement vers la frontière.

2. Mesure d'efficience en Output

Ici on cherche l'expansion maximale d'un vecteur output par un scalaire θ afin d'atteindre la frontière de production.

- Dans la fonction distance de Shephard, cette mesure s'écrit :

$$D^o(x, y) = \inf\{\theta > 0 : (x; \frac{y}{\theta}) \in GR\}$$

$$\text{ou } D^o(x, y) = \inf\{\theta > 0 : \frac{y}{\theta} \in P(x)\}$$

Supposons que θ n'existe pas tel que $\frac{y}{\theta} \in P(x)$ alors $D^o(x, y) = +\infty$.

Si nous faisons l'hypothèse de libre disposition faible en output, alors nous obtenons une caractérisation complète du GR.

$$GR = \{(x, y) \in \mathbb{R}_+^n \times \mathbb{R}_+^m : D^o(x, y) \leq 1\}$$

- Dans la mesure de Debreu-Farrell, on a :

$$E^0 = \sup_{\theta \geq 0} \{ \theta : (x; \theta y) \in GR \} = [D^0(x, y)]^{-1}$$

Notons que les deux fonctions distance de Shephard sont réciproque à un rendement d'échelle constant alors :

$$D^0(x, y) = \frac{1}{D^i(x, y)}$$

Cette relation devient :

$$E^0(x, y) = [E^i(x, y)]^{-1} \text{ dans la mesure de Debreu-Farrell.}$$

3. La mesure hyperbolique

La mesure hyperbolique modifie en même temps l'input et l'output afin d'atteindre la frontière. Cette mesure est donc définie dans le graphe de technologie.

On peut présenter la mesure hyperbolique comme suit :

$$H(x, y) = \inf \{ \lambda > 0 : (\lambda x; \lambda^{-1} y) \in GR \}$$

Sous l'hypothèse de rendement d'échelle constant, on a :

$$H(x, y) = [E^i(x, y)]^{1/2} = [E^0(x, y)]^{-1/2}$$

Ainsi pour un rendement alpha :

$$H(x, y) = [E^i(x, y)]^{\alpha/\alpha+1} = [E^0(x, y)]^{-1/\alpha+1}$$

Lorsqu'on considère un modèle non paramétrique en rendement variable, la mesure hyperbolique est calculée par le programme suivant :

$$H(x, y) = \inf \lambda$$

$$s. c. \quad \lambda x \geq \sum_{j=1}^l \theta_j x_j$$

$$\frac{1}{\lambda} y \leq \sum_{j=1}^l \theta_j y_j$$

$$\sum_{j=1}^l \theta_j = 1; \theta_j \geq 0; \theta > 0$$

La fonction distance de Debreu-Farrell et hyperbolique peuvent être généralisés par la mesure introduite par Chavas et Cox (1999).

$H.C: \mathbb{R}_+^n \times \mathbb{R}_+^m \rightarrow \mathbb{R} \cup \{+\infty\}$ est défini par :

$$H.C.(x, y, \gamma) = \inf_{\delta} \{(\delta > 0; \delta^{1-\gamma} x; \delta^{-\gamma} y) \in GR\}$$

Le programme non paramétrique de résolution s'écrit :

$$H.C.(x, y) = \inf \lambda$$

$$s.c. \quad \delta^{1-\gamma} x \geq \sum_{j=1}^L \theta_j x_j$$

$$\delta^{-\gamma} y \leq \sum \theta_j y_j$$

4. La fonction directionnelle

Dans la fonction distance directionnelle, on cherche à projeter des vecteurs d'input et/ou d'output vers la frontière de production en fixant une direction donnée.

Si la direction est $g = (h, k)$ alors la fonction distance directionnelle sera :

$$D: \mathbb{R}_+^{n+m} \times \mathbb{R}_+^{n+m} \rightarrow \mathbb{R} \cup \{-\infty; +\infty\}$$

$$D(x, y; h, k) = \sup \{\delta: (x - \delta h; y + \delta k) \in GR\}$$

Si $g = (h, 0)$ et $g = (0, k)$ alors on peut obtenir une version orientée en input et une autre version orientée en output.

La propriété de translation homothéticité semble plus en harmonie avec la fonction distance directionnelle dans le graphe pour une direction $g = (h, k) \in \mathbb{R}_+^{n+m}$ si :

$$(x, y) \in GR \text{ et } \delta \in \mathbb{R} \text{ avec } (x, y) + \delta(h, k) \geq 0 \Rightarrow (x, y) + \delta(h, k) \in GR$$

Dans ce cas, la fonction distance directionnelle satisfait la relation :

$$D(x, y; h, k) = \frac{1}{2} D(x, y; h, 0) = \frac{1}{2} D(x, y; 0, k)$$

$$\text{et } D(x + \delta h, y + \delta k; h, k) = D(x, y; h, k)$$

Le programme linéaire qui permet de calculer la fonction distance directionnelle pour $g = (h, k)$.

$$D(x, y; h, k) = \max \delta$$

$$s.c.: \quad x - \delta h \geq \sum_{j=1}^l \theta_j x_j$$

$$y + \delta h \leq \sum \theta_j y_j$$

$$\sum_{j=1}^l \theta_j = 1; \theta_j \geq 0; \delta \geq 0$$

5. La fonction distance proportionnelle

Il s'agit ici des transformations proportionnelles simultanées des inputs et des outputs, et elle est définie par la fonction ci-après :

$$D^\alpha(x, y) = \max_{\delta \in \mathbb{R}} \{ \delta : ((1 - \delta)x, (1 + \delta)y) \in GR \}$$

α : Traduit la proportionnalité de cette mesure.

Les propriétés fondamentales sont la monotonie, la commensurabilité ou la continuité pour que cette fonction puisse comparer les vecteurs de production.

Cette fonction est la plus adaptée à un rendement d'échelle constant.

Il est à noter que la fonction distance proportionnelle peut être reliée aux mesures d'efficacité de Debreu-Farrell.

Ainsi, la mesure de Debreu-Farrell orientée en input et en output en fonction de la distance proportionnelle sera :

$$E^i(x, y) = \frac{1 - D^\alpha(x, y)}{1 + D^\alpha(x, y)} \quad E^o(x, y) = \frac{1 + D^\alpha(x, y)}{1 - D^\alpha(x, y)}$$

Dans le cas d'une fonction distance proportionnelle en fonction des mesures en input et en output on a :

$$D^\alpha(x, y) = \frac{1 - E^i(x, y)}{1 + E^i(x, y)} \quad D^\alpha(x, y) = \frac{E^o(x, y) - 1}{E^o(x, y) + 1}$$

La programmation linéaire qui permet de calculer la fonction distance proportionnelle est :

$$D_{\alpha, \beta}^\alpha(x, y) = \max \delta$$

$$s.c. \quad x - \delta \alpha . x \geq \sum_j \theta_j x_j$$

$$y - \delta \beta \cdot y \geq \sum_j \theta_j y_j$$

$$\sum_{j=1}^l \theta_j = 1; \theta_j \geq 0; \delta \geq 0$$

Section 2 : MESURE D'EFFICIENCE ET DUALITE

Nous allons maintenant parler des relations des coûts, des revenus, du profit lié à la fonction de production.

1. Fonction de coût , de revenu et de profit

➤ Fonction de coût

Son objet est de déterminer le coût minimal du vecteur input noté C tel que $w = (w_1, \dots, w_n) \in \mathbb{R}_+^n$ le vecteur prix des inputs. On a : $C(w, y) = \inf_x \{w \cdot x : (x, y) \in GR\}$

➤ Fonction de revenu

Il s'agit ici de rechercher le revenu maximum du vecteur output tel que R est le revenu maximum de production et $p = (p_1, \dots, p_n) \in \mathbb{R}_+^n$ le vecteur prix des outputs. On a :

$$R(p, x) = \sup_y \{p \cdot y : (x, y) \in GR\}$$

➤ Fonction de profit

C'est la relation entre les deux fonctions cités ci-dessus :

$$\pi(w, p) = \sup_{(x, y)} \{p \cdot y - w \cdot x : (x, y) \in GR\}$$

Nous allons maintenant établir des relations de dualité entre les mesures d'efficacité productive d'une part, et les fonctions de coût, revenu et profit de l'autre.

2. Fonctions distance de Shephard et Dualité

La théorie de la Dualité a comme objectif d'obtenir les informations nécessaires sur la technologie de production à partir d'une seule fonction. On peut alors combiner la fonction distance de Shephard et la fonction de coût et de revenu.

La demande conditionnelle de facteurs de production sera calculée par la formule suivante :

$$\frac{\partial C(w, y)}{\partial w_i} = x^i(w, y)$$

Concernant la dualité entre la fonction de coût et la fonction distance en input, on obtient la relation :

$$C(w, y) = \inf_x \{w \cdot x : D^i(x, y) = 1\} \text{ et } D^i(x, y) = \inf_{w \geq 0} \{w \cdot x : C(w, y) = 1\}$$

On peut aussi avoir une relation de dualité entre les fonctions de revenu et la fonction distance en output :

$$R(p, x) = \sup_y \{p \cdot y : D^0(x, y) = 1\} \text{ et } D^0(x, y) = \sup_{p \geq 0} \{p \cdot y : R(p, x) = 1\}$$

3. Dualité et fonction distance directionnelle

Si la fonction de dépense : $e: \mathbb{R}_+^n \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+$ est définie par : $e(p, u) = \inf\{p \cdot x : u(x) \geq u\}$ et la fonction de bénéfice $b(g; u; x) = \sup_{\beta} \{\beta \in \mathbb{R} : x - \beta g \in X, u(x - \beta g) \geq u\}$ tel que u : fonction d'utilité

Luenberger⁵(1992) a formulé la dualité de la théorie de consommateur entre la fonction de dépense et la fonction de bénéfice comme suit : $e(p, u) = \inf_x \{p \cdot x - b(g, u, x)p \cdot g\}$ et

$$b(g, u, x) = \inf_{p \geq 0} \{p \cdot x - e(p, u) : p \cdot g = 1\}$$

Dans la théorie de producteur, la dualité se fait entre la fonction de profit et la fonction distance directionnelle.

$$\pi(w, p) = \sup_{(x, y)} \{p \cdot y - w \cdot x + D(x, y; h, k)(pk + wh)\}$$

$$D(x, y; h, k) = \inf_{(w, p) \geq 0} \{\pi(w, p) - (p \cdot y - w \cdot x) : pk + wh = 1\}$$

Le premier résultat à partir de la première équation concerne la fonction de profit à partir de la fonction distance directionnelle et celui de la deuxième équation signifie qu'on peut obtenir la fonction distance directionnelle à partir de la fonction de profit.

⁵ Luenberger, D.G. (1992), « Benefit Function and Duality », *Journal of Mathematical Economics*, 21, 461-481.

Luenberger, D.G. (1995), *Microeconomic Theory*, Boston : McGraw Hill.

Luenberger, D.G. (1996), « Welfare from a Benefit Viewpoint », *Economic Theory*, 7, 445-462.

Le principe ici est de mesurer l'efficacité technique correspondant à la minimisation de l'écart entre le profit et le profit calculé au point observé. On parle donc de l'efficacité globale notée :

$$EG = \frac{\pi(p, w) - (p \cdot y - w \cdot x)}{p \cdot k + w \cdot h} = D(w, y; h, k) + EA \quad EA: \text{efficacité allocative}$$

Il est également possible de donner une interprétation dual des fonctions distances en termes de fonction de coût et de revenu.

La dualité entre la fonction distance et la fonction de coût est :

$$C(w, y) = \inf_x \{w \cdot x - D(x, y; h, o)w \cdot h\} \text{ et } D(x, y; h, k) = \inf_{w \geq 0} \left\{ \frac{w \cdot x - C(w, y)}{w \cdot h} : w \cdot h = 1 \right\}$$

Et pour la dualité entre fonction distance et la fonction de revenu :

$$R(p, x) = \sup_y \{p \cdot y + D(x, y; 0, k)p \cdot k\} \text{ et } D(x, y; 0, k) = \inf_{p \geq 0} \left\{ \frac{R(p, y) - p \cdot y}{p \cdot k} : p \cdot k = 1 \right\}$$

Section 3 : Mesure de l'efficacité en prix

1. Mesures indirectes de l'efficacité et fonction distance de shephard

Les correspondances en input et en output sont définies par les restrictions aux coûts revenus. L'ensemble indirect en input est défini par :

$$IL(P/R) = \{ \chi \in R_+^n : p \cdot y \geq R \} \text{ Avec } R > 0 \text{ et } P \in R_{++}^m$$

Et l'ensemble d'output indirect est défini par :

$$IP(W/C) = \{ y \in \mathfrak{R}_+^m : w \cdot x \leq c \} \text{ Avec } C > 0 \text{ et } w \in \mathfrak{R}_{++}^n$$

Si la technologie est constituée par la fonction de production F, alors sa fonction de production indirecte est formulée par :

$$IF(W/C) = \sup \{ y \in \mathfrak{R}_+^m : y \leq F(\chi), wx \leq C \}$$

Ainsi on appelle fonctions distance indirecte de shephard à correspondance en input:

$$ID_i(x, P/R) = \sup_{\theta > 0} \{ \lambda : x / \lambda \in IL(P/R) \}$$

Et la fonction distance indirecte de Shepherd en output est $ID_n : R_x^m \times R_+^n \Rightarrow \Re U(+\infty)$ définie par : $D_0(y, w, 0) = \inf_{\theta > 0} \{ \theta : y / \theta \in IP(w / c) \}$

Ces deux fonctions distances sont homogènes de degrés -1.

2. Fonction distance directionnelle indirecte

La fonction distance directionnelle en input s'écrit :

$IDD_i : \Re_+^n \times R_+^m \times R_+^n \longrightarrow RU(-\infty + \infty)$ est définie par :

$$IDD_i(x, P / R : h) = \text{Sup} \{ \partial : x - \partial h \in IL(P / R) \}$$

Et de même pour la fonction distance directionnelle en output est :

$IDD_o : \Re_+^m \times \Re_+^n \times \Re_+^n \longrightarrow \Re U(-\infty; \infty)$ est définie par :

$$IDD_o(y, w / c, k) \text{ Sup} \{ \partial : y + \partial k \in IP(w / R) \}$$

Les fonctions de coûts et de revenus sont calculés par la base des correspondances en input et en output.

- La fonction de coût indirect $IC : R_+^m \times R_+^n \longrightarrow R_+ U(+\infty)$ est définie par : $IC(P / R, W) = \text{Inf.} (w / x : x \in ILP / R)$.
- Tandis que la fonction de revenu indirect $IR : R_+^n \times R_+^m \longrightarrow R + U(+\infty)$ est définie par : $JR(w / c, P) = \text{Sup} (P.y, y \in IP(w / c))$.

Comme la fonction distance de Shephard, la relation dualité entre les fonctions indirectes de revenu et de coût et les fonctions distances indirectes est la suivante :

$$\text{En input : } IC(w, p / R) = \inf_x \{ w / x - IDD_0(P / R : h) w.h \}$$

$$IDD_i(x, P / R; h) = \sup_y \{ w.x - IC(w, P / R) : wh = 1 \}$$

$$\text{En output : } IP(P.w / c) = \sup_y \{ P.x - IDD_0(y, w / c, h) P.k \}$$

$$IDD_o(y, W / c, k) = \inf_{x > 0} \{ P.y - IR(P, w / RC) : pk = 1 \}$$

3. Fonction de distance en prix :

Les mesures de croissance des facteurs évaluent les changements de l'ensemble des prix de production par le résidu de Solow.

L'indicateur en prix peut se définir sur l'image de la correspondance duale en output, de ce fait, pour l'adoption d'un choix efficace, la réalisation d'un programme d'optimisation est nécessaire. Pour cela, en utilisant la convexité des ensembles d'output $P(x)$ qui peut être produit à partir d'un input x , la correspondance duale notée P est définie par l'application multivoque $P : R_+^n \longrightarrow \mathfrak{R}_+^m$ définie par : $P^*(x) = \{P \in \mathfrak{R}_+^m ; R(x, p) \leq 1\}$ où $R(x, p)$ est la valeur de la fonction revenu calculée à partir de $p(x)$.

La fonction distance de shephard en prix deviendra alors $D^* : R_+^n \times R_+^m \rightarrow R_+ \cup \{+\infty\}$ qui est définie par : $D_0(x, p) = \inf_{\lambda > 0} \{y : x / \lambda \in P^*(y)\}$, et sa fonction de distance directionnelle sur l'espace des prix est $D : R_+^{n+m} \times R_+^{n+m} \rightarrow R_+ \cup \{+\infty\}$ définie par : $D^*(x, p, o, k) = \inf_{\lambda > 0} \{\lambda : +\lambda k \in P^*(x)\}$ est appelée fonction de distance directionnelle en prix.

4. Qualité et différentiabilités

Chambers⁶, Chung et faire (1998) ont montré que la fonction de distance directionnelle est concave et sous différentiels $\partial_p D(x, p, o, k)$ au point p sur p^* est :

$$\partial_p D(x, p, o, k) = \{y \in R_+^m : D^*(x, p, o, k) - D^*(x, p, o, k) \leq x \cdot p - y \cdot p, \forall p \in R_+^m\}$$

Ce résultat établit l'égalité entre l'ensemble des productions implicites qui réalisent la fonction de distance directionnelle en prix et sous- différentiel.

Nous avons ainsi :

$$-\partial_p D^*(x, p, o, k) = \arg. \min_y \{R^*(x, y) - y \cdot p, y \cdot k = 2\}$$

Si la fonction de distance directionnelle est différentiable en prix

⁶ Chambers, R.G., Chung, Y. et R. Färe (1996), « Benefit and distance functions », *Journal of Economic Theory*, {70}, 407-419.

Chambers, R.G., Chung, Y. et R. Färe (1998), « Profit, directional distance functions, and Nerlovian efficiency », *Journal of Optimization Theory and Applications*, {98}, 351-364

$\partial D_h^*(x_h, p_a, o, k)$ est un singleton pour tout $P_a \in P^*(x, y)$ nous obtenons l'égalité

$$\bar{Y}(p) = \frac{\partial D^*(x, p, o, k)}{\partial p}$$

En plus, il existe un vecteur output unique dans le sous différentiel et dans $y_h(x, p)$. Donc, il est facile avoir que la correspondance des outputs ajoutés reflète les variations marginales de revenu par rapport aux prix. Dans ce cas les efficacités allocatives est globale satisfait les égalités suivantes :

$$\text{Et } \begin{aligned} PAE(x, \bar{y}(x, p), p) &= 0 \\ POE(x, \bar{y}(x, p), p) &= PE(x, p) \end{aligned}$$

Comme dans le cas d'une mesure de l'efficacité en qualité, l'efficacité est caractérisée par une mesure de surplus. Supposons que les prix p_0 se modifient à P_1 et son supposés efficaces en P_1 alors que $D^*(x, p_1, o, k) = 0$

En conséquence, sous l'hypothèse de différentiabilité, nous avons

$$D^*(x, P_1, O, K) - D^*(x, P_0; o, k) = \int_{P_0}^{P_1} \frac{\partial D_p^*(x, p, O, K)}{\partial P} dp$$

Si $\bar{y}(x, p)$ est l'unique élément de sous différentiel, nous avons alors

$$D^*(x, p_0; o, k) = \int_{P_0}^{P_1} \bar{y}(x, p) dp$$

5. Modèle non paramétrique

Supposons que l'on observe de production $[x_j, y_j] j=1, \dots, l$

A chaque période t , GR peut s'écrire par :

$$GR = \left\{ (x, y) \in R_+^{n+m} \mid x \geq \sum_{j=1}^l o_j x_j, y \geq \sum_{j=1}^l o_j y_j \geq 0 \right\}$$

Dans cette situation, la fonction de revenu peut être calculé par :

$$R(p, x) = \sup \{ p, y \mid x \geq \sum_{j=1}^l o_j x_j; y \geq 0 \sum_{j=1}^l o_j y_j, z \geq 0, \theta \geq 0 \}$$

Les facettes de $p(x)$ sont caractérisés par la famille de vecteurs prix $\{P_q\} q=1, \dots, q(x)$

Donc $P(x) = \{y ; \text{Pq. } y \leq R(P_4, x), q = 1, \dots, q(x)\}$

Le poly tope dural $P(x)$ a des sommets qui déterminent les facettes de $p(x)$ et des facettes elles mêmes déterminés par les sommets de $P(x)$.

Il vient alors que :

$$P(x) = \left\{ P \in \mathfrak{R}^m ; r_j y_j \cdot R \leq R(x, r_j y_j), j = 1, \dots, l \right\}$$

Correspondance non paramétrique dans l'espace des prix.

On suppose que sur cette figure, la technologie est déterminée par un ensemble de trois formes $A = \{(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, x_3)\}$

La maximisation qui sous tend le programme de calcul de la fonction de distance directionnelle peut se traduire par une minimisation sur le complémentaire de cet ensemble.

Alors nous tenons :

$$D^*(x, p, 0, 0_2) = \min_j \left\{ \frac{R^*(x, r_j y_j) - r_j y_j \cdot P, j = 1, \dots, t}{r_j y_j \cdot k} \right\}$$

Sur le plan de calcul les $r_j y_j$ qui déterminent la frontière en out put seront obtenus à partir des formes efficientes telles que :

$$D^*(x, p, 0, k) = \text{Sup} \left\{ \partial : x \geq \sum_{j=1}^t \theta_j x_j, y, k \leq \sum_{j=1}^t \theta_j y_j, \theta = 0 \succ 0 \right\}$$

PARTIE II : APPLICATION DE LA METHODE DEA DANS LE SYSTEME DE SANTE

CHAPITRE I : DONNEES ET VARIABLES

Les données utilisées, sont extraites du Cd-rom de la Banque Mondiale (African Development Indicators 2002). Elles couvrent la période 1990-1999, et concernent 35 pays africains au sud du Sahara, choisis en fonction de la disponibilité des informations. Signalons que dans les applications de la méthode DEA dans le domaine de la santé, l'analyse se situe généralement au niveau microéconomique, c'est-à-dire au niveau de l'hôpital. La méthode permet alors d'évaluer la performance d'un hôpital comparativement aux autres. Cette comparaison est parfois faite selon le statut : public, privé sans but lucratif, privé avec but lucratif.

Il arrive aussi, de comparer la pratique des médecins au sein d'un même hôpital selon le nombre d'années exercé. Dans ces études, parmi les facteurs de production (les inputs), on peut citer : le personnel (médecins, infirmiers, autres), le capital (le nombre de lits) et certaines dépenses. Les outputs peuvent être, les journées d'hospitalisation, la durée moyenne de séjour, le nombre de patients guéris, ou les soins dispensés.

Section 1: Choix des inputs et outputs

Notre analyse comparative se situe au niveau des pays. On cherche à construire une frontière de production internationale dans le secteur de la santé. Pour chaque pays, on considère l'ensemble des hôpitaux comme une seule unité de production. Cette façon de procéder, il faut le signaler, présente des difficultés, et a des conséquences. Parce que, d'une part, l'agrégation des données est une procédure complexe ; d'autre part, les mesures d'efficacité technique obtenues à partir de telles données doivent être interprétées avec prudence, car elles dépendent de l'environnement structurel spécifique à chaque pays. D'ailleurs, cette dernière préoccupation sera prise en compte lors de l'analyse des résultats.

Ceci étant, dans le domaine de la santé, le problème de la spécification de la fonction de production tient plus au choix des outputs qu'à celui des inputs. Dans la riche littérature consacrée aux fonctions de production dans ce secteur, on est donc confronté à des unités de

production multi-outputs. Le choix des outputs est donc large. Dans le cas des données agrégées que nous possédons, nous avons choisi comme outputs : l'espérance de vie à la naissance, la mortalité infantile pour mille naissances et le taux de mortalité des moins de cinq ans. En ce qui concerne les inputs, nous distinguons, de façon classique, le facteur travail et le capital. Le travail est mesuré par le nombre de médecins pour 1000 habitants. Le stock de capital est représenté par le nombre de lits pour 1000 habitants. Signalons que la possibilité de choisir différents inputs et outputs nous donne la latitude de réaliser plusieurs études. C'est ainsi, qu'on a aussi choisi un input non conventionnel, les dépenses de santé par tête d'habitant.

Section 2 : Choix de la méthode d'analyse de l'efficacité

Notre analyse est basée sur le modèle avec l'hypothèse des rendements d'échelle variables et l'orientation input. Le choix de la minimisation des inputs semble convenir parce que : premièrement, on considère que, comme dans le cas des services publics, les services rendus par l'état aux citoyens sont supposés exogènes ; deuxièmement, l'utilisation des ressources par les pays étudiés, se fait généralement dans un contexte budgétaire difficile ; et troisièmement, ce choix relève du type de données que nous possédons. Les valeurs des inputs sont plus dispersées que celles des outputs ; elles permettent ainsi de mieux discriminer les scores d'efficacité.

Au niveau du choix des rendements d'échelle, on fait l'hypothèse des rendements d'échelle variables. Cela peut se justifier d'une part, par le fait que, c'est une approche générale et, d'autre part, par la prise en compte du caractère multi-outputs dans le secteur santé. Par ailleurs, un autre argument vient renforcer ce choix. Il s'agit de la nature même des données utilisées : l'utilisation des données agrégées rend difficile, l'identification des inefficacités d'échelle.

CHAPITRE II : RESULTATS

Section 1 : Analyse des scores d'efficacité

Nous utilisons trois combinaisons d'inputs et d'outputs. Dans les deux premiers modèles, ces combinaisons diffèrent uniquement du côté des outputs. Dans le premier modèle, ont été retenus comme outputs, l'espérance de vie à la naissance et le taux de mortalité des moins de cinq ans. Dans le deuxième modèle, seule la mortalité infantile pour mille naissances a été retenue comme output. Quant au troisième modèle, il se singularise par le fait que, comme input, on a choisi les dépenses de santé.

Tableau 1 : Modèles de DEA analysés

	Inputs	Outputs
DEA 1	Nombre de médecins pour mille habitants Nombre de lits d'hôpitaux pour mille habitants	Espérance de vie à la naissance Mortalité de moins de cinq ans
DEA 2	Nombre de médecins pour mille habitants Nombre de lits d'hôpitaux pour mille habitants	Mortalité infantile pour mille naissances
DEA 3	Dépense de santé	Espérance de vie à la naissance

Source : L'auteur

Les scores d'efficacité sont présentés dans le tableau 2.

Le complémentaire par rapport à 1 de chaque score d'efficacité mesure ainsi la réduction proportionnelle des inputs sans réduction des niveaux d'outputs. En d'autres termes, un pays qui obtient un score d'efficacité de 90%, peut réduire de 10% ses inputs sanitaires, tout en maintenant constants les outputs de santé. Au regard du tableau 2, on constate que les scores d'efficacité obtenus varient selon la combinaison inputs/outputs étudiée. Dans les deux modèles à deux inputs, l'efficacité technique se situe autour de 80 %. Elle est par contre plus faible dans le modèle à un seul input, soit 72 %. Dans le premier modèle DEA1, 14 pays sur 35, ont des systèmes de santé efficaces, 7 pays sur 35 dans le modèle DEA2 et seulement 4

pays dans le modèle DEA3. Ces pays déclarés efficaces quant à leur système de santé constituent ainsi la frontière par rapport à laquelle les autres pays se mesurent. On note cependant que seulement deux pays ont des systèmes de santé efficaces quel que soit le type de modèle : il s'agit de deux pays de l'Afrique australe, la Zambie et le Zimbabwe.

Tableau 2 : Scores d'efficacité

PAYS	Modèle 1 (DEA1)		Modèle 2 (DEA2)		Modèle 3 (DEA3)	
	EFFI	RANG	EFFI	RANG	EFFI	RANG
Bénin	1.000	1	0.739	20	0.660	22
Botswana	0.377	35	0.453	32	0.440	33
Burkina Faso	0.834	20	0.799	17	0.796	12
Burundi	0.699	29	0.838	13	0.796	12
Cameroun	0.776	23	0.584	30	0.584	27
R.C.A	0.600	33	0.755	19	0.727	17
Tchad	0.793	22	0.803	16	0.766	15
Comores	1.000	1	0.463	33	0.462	32
R.D.C	0.639	31	0.648	27	0.645	25
Congo	0.609	32	0.675	25	0.675	20
Côtes d'Ivoire	0.715	27	0.869	12	0.842	9
Djibouti	0.725	26	0.827	14	0.827	10
Ethiopie	0.659	30	0.874	11	0.789	14
Gabon	0.818	19	0.637	28	0.637	26
Gambie	0.730	25	0.614	29	0.569	29
Guinée	0.709	28	0.780	18	0.728	18
Guinée Bissau	0.850	18	0.963	10	0.963	6
Kenya	0.499	34	0.579	31	0.576	28
Madagascar	1.000	1	0.712	22	0.682	19
Malawi	0.902	16	1.000	1	1.000	1
Mali	1.000	1	1.000	1	0.911	7
Mauritanie	1.000	1	0.710	23	0.669	21
Maurice	1.000	1	0.154	35	0.145	35
Mozambique	0.805	21	1.000	1	1.000	1
Niger	1.000	1	1.000	1	0.898	8
Nigeria	0.739	24	0.671	26	0.652	24
Rwanda	0.867	17	0.983	9	0.981	5
Sao Tomé	1.000	1	0.384	34	0.380	34
Sénégal	1.000	1	0.725	21	0.550	31
Soudan	1.000	1	0.682	24	0.557	30
Tanzanie	0.931	15	0.995	8	0.800	11
Togo	1.000	1	0.811	15	0.658	23
Ouganda	1.000	1	1.000	1	0.762	16
Zambie	1.000	1	1.000	1	1.000	1
Zimbabwe	1.000	1	1.000	1	1.000	1
Moyenne	0.837		0.764		0.718	

Source : La Banque Mondiale

Section2. Facteurs susceptibles d'influencer l'efficacité technique

Les scores d'efficacité obtenus, ne reflètent pas uniquement les erreurs de gestion imputables aux dirigeants, mais aussi l'environnement structurel propre à chaque pays. Dans ce qui va suivre, on va tenter d'établir une relation entre le niveau de l'efficacité et certaines variables structurelles, de type organisationnel, stratégique et /ou environnemental. Cette démarche est maintenant d'usage courant dans l'analyse de l'efficacité technique et diffère selon l'approche choisie : paramétrique ou non paramétrique. Dans l'approche paramétrique, des spécifications des frontières stochastiques ou déterministes incorporent dans le modèle, outre les inputs conventionnels (travail et capital), les facteurs qui expliquent l'inefficience.

En ce qui concerne l'approche non paramétrique, la réalisation simultanée de l'estimation de la frontière et de l'identification des déterminants de l'efficacité paraît par contre très délicate. On procède généralement en deux temps : dans une première étape, on calcule les scores d'efficacité par la méthode DEA ; dans un deuxième temps, on tente d'expliquer les scores d'efficacité en utilisant soit les moindres carrés ordinaires (MCO), soit un modèle Tobit pour tenir compte du caractère tronqué de la variable endogène entre 0 et 1 (cf. Greene, 2003).

Cela étant dit, une revue de littérature permet de distinguer cinq grandes catégories de facteurs agissant sur l'inefficience :

- les variables économiques. Parmi ces variables, on peut citer en premier, le niveau de développement mesuré par le revenu réel par tête, calculé sur la base de la parité des pouvoirs d'achat. Un revenu élevé devrait conduire à une meilleure efficacité du système de santé. Il faut cependant faire observer que l'influence du revenu sur la santé n'est pas directe. Elle passe par le biais de la consommation de biens affectant la santé (nutrition, hygiène, soins médicaux, éducation). Cette relation empirique peut donc apparaître contrastée si l'on introduit aussi dans la régression les variables qui caractérisent ces biens consommés. Deuxièmement, on retient aussi comme variables économiques, l'ampleur de la pauvreté et des inégalités de revenus. Comme les pauvres ont accès difficilement aux services de santé, on s'attend à une relation positive entre l'inefficience et l'incidence de la pauvreté. De même, il serait légitime de penser, qu'à une répartition inégalitaire des revenus correspondrait un état sanitaire plus défavorable. Cependant, difficiles à quantifier, les notions de pauvreté et d'inégalité souffrent de l'absence de définition rigoureuse, universellement admise. D'ailleurs, il existe un foisonnement d'indicateurs potentiels pour ces deux phénomènes liés. Au niveau de la pauvreté, à défaut d'un indicateur satisfaisant, on utilise soit l'indice de pauvreté humaine (IPH), soit le pourcentage de la main d'œuvre employée dans l'agriculture,

en supposant que la majorité des pauvres vivent en zone rurale. En ce qui concerne les inégalités, la variable explicative pertinente souvent choisie pour mesurer l'inégalité de la distribution des revenus est l'indice de Gini ;

- les variables d'environnement sociosanitaire. L'on suppose qu'il y a un lien entre les risques de maladies infectieuses et la qualité de l'environnement sanitaire. Comme indicateur, on retient souvent, soit le pourcentage de la population ayant accès à une source d'eau salubre, soit celui ayant accès à des services d'assainissement. On s'attend, à une corrélation négative entre ces variables et l'inefficience ;

- l'instruction des parents. L'effet positif de ce facteur, et principalement l'instruction des femmes a été mis en relief par Caldwell (cf. Flegg, 1982). Cet effet passe par une meilleure alimentation des enfants, un recours plus fréquent aux services de santé, et une plus grande attention portée aux conditions d'hygiène. Comme variables pour caractériser l'instruction, on retient soit le taux d'alphabétisation, soit le taux de scolarisation. L'hypothèse la plus probable est cependant qu'à un faible niveau d'alphabétisation ou de scolarisation soit associée une faible efficience ;

- les variables démographiques. Dans la sélection des variables démographiques, on tient parfois compte de la taille du pays. On retient pour ce faire, les variables de population et de densité. La relation attendue entre ces variables et l'inefficience n'est pas a priori identifiable. Pour les pays en développement, et notamment en Afrique, deux autres indicateurs sont utilisés : le pourcentage de la population en dessous de 15 ans et en dessous de 5 ans ; ce dernier est plus pertinent, car la majorité des décès surviennent avant l'âge de cinq ans ; il devrait donc exister une relation positive entre ce pourcentage et l'inefficience ;

- la nature du régime politique. Selon le PNUD (cf. PNUD, Rapport sur le développement humain, 1993), les régimes démocratiques obtiennent des résultats en santé supérieurs aux régimes dictatoriaux.

Ainsi, les scores d'efficacité ont été régressés sur certaines variables caractérisant l'inefficience. Le modèle estimé compte tenu des données disponibles, est le suivant (Tobit):

$$\ln(1/EFF_i) = \alpha_0 + \alpha_1 IPH_i + \alpha_2 EAU_i + \alpha_3 INST_i + \alpha_4 DENS_i + \xi_i$$

EFF= Efficacité technique ;

IPH=Indicateur de la pauvreté humaine (PNUD) ;

EAU=Population privée d'accès à des points d'eau aménagés (en %)

INST=Indice du niveau d'instruction (PNUD) ;

DENS=Densité de la population.

Les résultats selon les modèles de DEA sont donnés dans le tableau 3 :

Tableau 3 : Facteurs explicatifs de l'efficacité technique (Modèle Tobit)

	Modèle 1 (DEA 1)	Modèle 2 (DEA 2)	Modèle 3 (DEA 3)
IPH	- 0.076331 (- 1.5169)	- 0.19393*** (- 3.8182)	- 0.20802*** (- 4.1145)
EAU	- 0.034047 (-0.23926)	0.018964 (1.3866)	0.018635 (1.3857)
INST	- 6.1215** (-2.0593)	- 7.8596*** (- 2.7848)	- 9.2490*** (- 3.3037)
DENS	- 0.0099076 (- 0.51426)	0.0033546* (1.8016)	0.0035947* (1.9381)
CONSTANTE	6.7812*** (2.0656)	12.023*** (3.7200)	13.753*** ⁷ (4.1224)

Source : La banque Mondiale

Au regard du tableau 3, on peut constater que les meilleurs résultats du point de vue de la significativité des coefficients, sont obtenus par les modèles DEA2 et DEA3. Le commentaire qui suit, est donc relatif à ces deux modèles.

- a) En ce qui concerne la variable économique retenue, c'est-à-dire l'indice de pauvreté (IPH), on trouve un résultat surprenant : une relation inverse entre la pauvreté et l'inefficience. Ce résultat un peu contradictoire est aussi obtenu, si l'on remplace l'IPH par le PIB réel par tête. Dans ce dernier cas, on trouve une relation positive entre le PIB et l'inefficience : il est peut être possible de consacrer à la santé des ressources plus importantes tout en obtenant le résultat d'une médiocrité étonnante.
- b) La variable sociosanitaire n'est pas significative, mais a le signe attendu : plus le pourcentage de la population n'ayant pas accès à des points d'eau ménagés est élevé, plus forte est l'efficience.

⁷ ***, **, * coefficients significatifs respectivement au seuil de 1%, 5% et 10%

- c) L'équation confirme le rôle de l'éducation comme facteur déterminant de l'effcience. En effet, quand le degré d'instruction s'élève, l'ineffcience diminue.

- d) En ce qui concerne la variable démographique DENS, on trouve une relation positive entre cette dernière et l'ineffcience. Une forte densité entraîne une augmentation de l'ineffcience.

CONCLUSION

Ce devoir avait pour objectif de comparer l'efficacité technique des systèmes de santé au sein d'un échantillon composé de 35 pays africains au Sud de Sahara en utilisant la méthode DEA et en se basant sur la notion de frontière de production. Les résultats obtenus montrent que l'efficacité technique moyenne varie de 84% à 72% selon la combinaison des inputs et outputs. Les différences constatées dans les scores d'efficacité selon la combinaison choisie d'inputs et d'outputs montrent ainsi la sensibilité de la méthode d'estimation au choix des modèles.

Au-delà de cet aspect purement descriptif, nous avons introduit certains éléments explicatifs des scores d'efficacité en établissant une relation entre le niveau de l'efficacité et certaines variables susceptibles de capter les contraintes structurelles spécifiques à chaque pays.

De ce travail, nous pouvons donc en tirer qu'une meilleure combinaison des inputs et des outputs, permet d'avoir le système le plus efficace, après avoir comparé plusieurs systèmes par la méthode DEA.

BIBLIOGRAPHIE

Badillo, P.-Y., (1999). DEA : de la mesure de la performance à l'éthique, in Badillo P.-Y et Paradi J.C. (Editeurs), *La Méthode DEA, analyse des performances*, *Hermes*

Banker, R.D., Charnes, A., Cooper, W.W., (1984). Some models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis, *Management Science*, 30

Banker, R.D., Conrad, R., Strauss, S R., (1986). A comparative application of data envelopment analysis and translog methods: an illustrative study of hospital production, *Management Science* 32, 30-44

Banque Mondiale. *Rapport sur développement dans le monde. Investir dans la santé.* Banque Mondiale, Washington.

Chambers, R.G., Chung, Y. et R. Färe (1996), « Benefit and distance functions », *Journal of Economic Theory*, {70}, 407-419.

Chambers, R.G., Chung, Y. et R. Färe (1998), « Profit, directional distance functions, and Nerlovian efficiency », *Journal of Optimization Theory and Applications*, {98}, 351-364

Debreu, G. (1951), « The coefficient of resource utilization », *Econometrica*, {19}, 273-292.

Dupuit, C. (1848), « De la Mesure de l'Utilité des travaux publics », *Annales des Ponts et Chaussées*, 8, 332-375

Economie & Prévision (1997). Nouvelles approches micro-économiques de la santé, 129-130, 1997-3/4

Flegg, A.T., (1983). On the determinants of infant mortality in underdeveloped countries. *International Journal of Social Economics* , 10, 5, 38-51.

Koopmans, T.C. (1951), An analysis of production as an efficient combination of activities, dans T.C

Koopmans, *Activity Analysis of Production and Allocation*, Cowles commission for research in economics, Monograph 13, New-York : Wiley

Luenberger, D.G. (1992), « Benefit Function and Duality », *Journal of Mathematical Economics*, 21, 461-481.

Luenberger, D.G. (1995), *Microeconomic Theory*, Boston : McGraw Hill.

Luenberger, D.G. (1996), « Welfare from a Benefit Viewpoint », *Economic Theory*, 7, 445-462.

OMS. Rapport sur la santé dans le monde : pour un système de santé plus performant, Genève.

PNUD. *Rapports sur le développement humain*.

Seiford, L.M. (1990), « Recent development in DEA : the mathematical programming approach to frontier analysis », *Journal of Econometrics*, 46, 7-38

Shephard, R.W. (1953), *Cost and Production Functions*, Princeton University Press, Princeton NJ.

Shephard, R.W. (1970), *Theory of Cost and Production Functions*, Princeton University Press

TABLE DES MATIERES

AVANT PROPOS	
REMERCIEMENTS	
LISTE DES ABREVIATIONS	
INTRODUCTION.....	1
PARTIE I : PRESENTATION DE LA METHODE DEA	3
CHAPITRE I : LA THEORIE DE PRODUCTION	3
Section1 : Rappel sur les fonctions de production et des couts.....	3
1- La fonction de production.....	3
2- Les fonctions de coûts	4
Section 2 : LA STRUCTURE DE LA TECHNOLOGIE DE PRODUCTION	5
1- Les inputs.....	5
2- Les outputs.....	5
3- La correspondance en inputs	6
4- La correspondance en outputs	6
5- Le graphe	6
CHAPITRE II : MODELISATION DES FONCTIONS DE PRODUCTION	8
Section 1 : La méthode DEA.....	8
1- Les fondements et objectifs	8
Section 2 : La programmation linéaire de la méthode DEA	9
1- Fondements et objectifs	9
2- Les slacks.....	10
3- Méthode DEA et rendements d'échelle.....	10
CHAPITRE III : FONCTIONS DISTANCE ET EFFICIENCE	11
Section 1 : Les mesures d'efficacité et la fonction distance de Shephard.....	11
1- Mesure d'efficacité en input	12
2- Mesure d'efficacité en Output	12
3- La mesure hyperbolique.....	13
4- La fonction directionnelle.....	14
5- La fonction distance proportionnelle	15

Section 2 : MESURE D'EFFICIENCE ET DUALITE	16
1- Fonction de coût , de revenu et de profit	16
2- Fonctions distance de Shephard et Dualité	16
Section 3 : Mesure de l'efficacité en prix	19
1- Mesures indirectes de l'efficacités et fonction distance de shephard	19
2- Fonction distance directionnelle indirectes	19
3- Fonction de distance en prix	20
4- Qualité et différentiabilités.....	20
5- Modèle non paramétrique	21
PARTIE II : APPLICATION DE LA METHODE DEA DANS LE SYSTEME DE SANTÉ.....	23
CHAPITRE I : DONNEES ET VARIABLES	23
Section 1: Choix des inputs et outputs	23
Section 2 : Choix de la méthode d'analyse de l'efficacité	24
CHAPITRE II : RESULTATS	25
Section 1 : Analyse des scores d'efficacité	25
Section 2 : Facteurs susceptibles d'influencer l'efficacité technique.....	28
CONCLUSION	32
BIBLIOGRAPHIE	33

Nom : RASAMISON

Prénom : Miarintsoa Onilala Tantely

Titre : « Efficacité comparée des systèmes de santé en Afrique: Une application de la méthode DEA »

Nombre de page : 34

Nombre de tableau : 3

RESUME ANALYTIQUE

Comment expliquer les différences d'état de santé entre les pays ? On répond à cette question, en se basant sur un indicateur complexe : l'efficacité technique. Ce concept est lié à la fonction de production et représente, la capacité qu'a chaque pays de transformer ses « inputs » sanitaires en « outputs de santé ».

Mots clés : efficacité technique, méthode de DEA, système de santé.

Encadreur : Monsieur RANDRIAMBOARISON Rado

Adresse de l'auteur : Lot IVX 34 Bis Ankazomanga Sud