

N° d'ordre : 714-2016/EAD-TASI/ED-STII

Année universitaire : 2016



UNIVERSITÉ D'ANTANANARIVO

ÉCOLE SUPÉRIEURE POLYTECHNIQUE D'ANTANANARIVO

ÉCOLE DOCTORALE EN SCIENCES ET TECHNIQUES DE L'INGÉNIEURIE ET DE L'INNOVATION

Equipe d'Accueil doctorale en Télécommunication, Automatique, Signal et Images
Laboratoire de Recherche en Télécommunication, Automatique, Signal et Images

THÈSE de DOCTORAT

pour l'obtention du titre de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ D'ANTANANARIVO

Domaine : Sciences de l'Ingénieur

Thématique : Sciences et techniques de l'Ingénierie et de l'Innovation

Spécialité : Télécommunications

Par : **RASAMIMANANA Nivo Hanitra**

***Titre* : CONTRIBUTION A L'ETUDE D'IMPACT DE LA
MODELISATION DU CANAL SUR LA LOCALISATION D'UN MOBILE-
ETUDE DE CAS D'ANTANANARIVO VILLE**

Soutenu le **02 Mars 2017** à 11h devant la Commission de jury composée de :

***Examineurs* :**

M. ANDRIANAHARISON Yvon, Professeur Titulaire

M. RANDIMBINDRAINIBE Falimanana, Professeur

M. RASTEFANO Elisée, Professeur

***Rapporteurs* :**

M. RATIARISON Adolphe, Professeur Titulaire

M. RAKOTOMIRAHO Soloniaina, Professeur

***Codirecteur de thèse* : M. RANDRIAMITANTSOA Andry Auguste, Maîtres de Conférences**

***Directeur de thèse* : M. RANDRIAMITANTSOA Paul Auguste, Professeur Titulaire**

REMERCIEMENTS

Cette thèse décrit les travaux de recherche qui ont été effectués au Laboratoire de Télécommunication au sein de l'équipe d'Accueil doctorale en « Télécommunication, Automatique, Signal et Images » (T.A.S.I.) de l'École Doctorale Sciences et Techniques de l'Ingénierie et de l'Innovation – Université d'Antananarivo.

J'adresse mes sincères remerciements à :

- Madame RAMIARISON Claudine, Directeur Général de la Recherche au sein du Ministère de l'Enseignement Supérieure et de la Recherche Scientifique ainsi qu'à
- Monsieur RAMANOELINA Panja, Professeur Titulaire, Président de l'Université d'Antananarivo,

J'adresse mes profonds remerciements à Messieurs les membres du jury qui ont accepté d'examiner ce mémoire malgré leurs innombrables occupations :

- M. ANDRIANAHARISON Yvon, Professeur Titulaire, Directeur de l'École Supérieure Polytechnique d'Antananarivo de l'Université d'Antananarivo, Responsable de l'Equipe d'Accueil Doctorale Génie Electrique à l'Ecole Doctorale STII.
- M. RANDIMBINDRAINIBE Falimanana, Professeur à l'École Supérieure Polytechnique d'Antananarivo de l'Université d'Antananarivo, Responsable de l'Equipe d'Accueil Doctorale Sciences Cognitives et Applications à l'Ecole Doctorale STII.
- M. RASTEFANO Élisée, Professeur à l'École Supérieure Polytechnique d'Antananarivo de l'Université d'Antananarivo, Responsable de l'Equipe d'Accueil Doctorale SE-I-MSDE à l'Ecole Doctorale STII.
- M. RATIARISON Adolphe, Professeur Titulaire au Département Physique de la Faculté des Sciences de l'Université d'Antananarivo, Responsable de Laboratoire de Recherche Dynamique de l'Atmosphère, du Climat et des Océans à l'Ecole Doctorale Physique et Applications.

- Monsieur RAKOTOMIRAHO Soloniaina, Professeur à l'Ecole Supérieure Polytechnique d'Antananarivo de l'Université d'Antananarivo, Responsable de Laboratoire de Recherche SE-I-MSDE à l'Ecole Doctorale STII
- Je remercie également, M. RANDRIAMITANTSOA Andry Auguste, Maître de Conférences, Co-directeur de Thèse, et Responsable de Laboratoire de Recherche TASI à l'Ecole Doctorale STII
- Je tiens également à remercier, M. RANDRIAMITANTSOA Paul Auguste, Professeur Titulaire, Directeur de l'École Doctorale Sciences et Techniques de l'Ingénierie et de l'Innovation, pour avoir accepté de diriger cette thèse, pour sa grande disponibilité. Ses conseils et ses commentaires précieux m'ont permis de surmonter les difficultés.

J'adresse un grand merci à tous les Membres de ma famille, qui m'a soutenue durant toutes mes années d'études ainsi qu'à toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce travail.

TABLES DES MATIERES

REMERCIEMENTS	I
TABLES DES MATIERES	III
NOTATIONS	X
INTRODUCTION ET POSITION DU PROBLEME	1
CHAPITRE.1 LA PROPAGATION, LES VARIABLES ALEATOIRES, LE PROCESSUS STOCHASTIQUE, LE SIGNAL DETERMINISTE ET LES BRUITS	4
<i>1.1 Introduction</i>	4
<i>1.2 Base de connaissances sur les canaux de propagation</i>	4
<i>1.3 Variables aléatoires</i>	8
<i>1.3.1 Définition de base de la théorie des probabilités</i>	8
<i>1.3.1.2 Fonction de répartition</i>	9
<i>1.3.1.3 Fonction de densité de probabilité</i>	10
<i>1.3.1.4 Esperance mathématique</i>	10
<i>1.3.1.5 Variance</i>	11
<i>1.3.1.6 Covariance</i>	11
<i>1.3.1.7 Moment</i>	12
<i>1.3.1.8 Théorème de la limite centrale de Lindeberg-Lévy</i>	12
<i>1.3.1.9 Théorème de la limite centrale de Lyapunov</i>	12
<i>1.3.2 Les principales fonctions de densité de probabilité</i>	13
<i>1.3.2.1 Loi Gaussienne (Loi normale)</i>	13
<i>1.3.2.2 Loi normale multidimensionnelle</i>	13
<i>1.3.2.3 Loi de Rayleigh</i>	14
<i>1.3.2.4 Loi de Rice</i>	16
<i>1.3.2.5 Loi log-normale</i>	18
<i>1.3.2.6 Loi de Suzuki</i>	20
<i>1.3.2.7 Loi de Nakagami-m</i>	21
<i>1.3.2.8 Loi de Nakagami-q</i>	24
<i>1.3.2.9 Loi de Weibull</i>	27
<i>1.3.3 Les opérations sur les variables aléatoires.</i>	29
<i>1.3.3.1 Addition de deux variables aléatoires</i>	29
<i>1.3.3.2 Multiplication de deux variables aléatoires</i>	29
<i>1.3.3.3 Quotient de deux variables aléatoires</i>	30
<i>1.3.3.4 Transformation d'une variable aléatoire</i>	30
<i>1.3.3.5 Transformation de n variables aléatoires</i>	30
<i>1.4 Processus Stochastique</i>	31
<i>1.4.1 Définitions</i>	32

1.4.1.1	<i>nième ordre de distribution</i>	32
1.4.1.2	<i>nième ordre de densité</i>	33
1.4.1.3	<i>Valeur complexe d'un processus stochastique</i>	33
1.4.1.4	<i>Vecteur du processus</i>	33
1.4.2	Processus stationnaire	34
1.4.2.1	<i>Processus stationnaire à sens stricte</i>	34
1.4.2.2	<i>Processus stationnaire à sens large</i>	35
1.4.3	Processus ergodique	36
1.4.4	Taux de passage à niveau et la durée moyenne des évanouissements	37
1.4.4.1	<i>Taux passage à niveau</i>	38
1.4.4.2	<i>Durée moyenne des évanouissements</i>	39
1.4.5	Systèmes linéaires aux entrées stochastiques	40
1.4.5.1	<i>Systèmes linéaires invariants dans le temps</i>	40
1.4.5.2	<i>Systèmes linéaires variables dans le temps</i>	41
1.5	Signal déterministe	42
1.5.1	Signal déterministe à temps continue	42
1.5.1.1	<i>Valeur moyenne</i>	43
1.5.1.2	<i>Puissance moyenne</i>	43
1.5.1.3	<i>La fonction d'autocorrélation</i>	43
1.5.1.4	<i>La fonction de corrélation croisée</i>	43
1.5.1.5	<i>La densité spectrale de puissance</i>	43
1.5.1.6	<i>La densité spectrale de puissance croisée</i>	44
1.5.2	Signal déterministe à temps discret	44
1.5.2.1	<i>Valeur moyenne</i>	44
1.5.2.2	<i>Puissance moyenne</i>	45
1.5.2.3	<i>Séquence d'autocorrélation</i>	45
1.5.2.4	<i>Séquence de corrélation croisée</i>	45
1.5.2.5	<i>Densité spectrale de puissance</i>	45
1.5.2.6	<i>Densité spectrale de puissance croisée</i>	46
1.5.2.7	<i>Théorème d'échantillonnage</i>	46
1.6	Les bruits	46
1.6.1	Bruit comme grandeur quantifiable	47
1.6.2	Le bruit comme processus aléatoire	48
1.6.2.1	<i>Bruit indépendant du temps</i>	48
1.6.2.2	<i>Le bruit comme fonction aléatoire du temps</i>	51
1.6.2.3	<i>Analyse harmonique d'un bruit</i>	52
1.7	Conclusion	53
CHAPITRE.2 POSITIONNEMENT		
DANS		
LE		
RESEAU		
SANS		
FIL		54

<i>2.1 Introduction</i>	54
<i>2.2 Méthode de recherche locale</i>	54
2.2.1 Méthode de la plus profonde descente (« Steepest descent »)	55
2.2.2 Méthode de Newton locale ou Newton-Raphson	55
2.2.3 Méthode de Gauss-Newton	56
<i>2.3 Méthodes de base utilisées dans les systèmes de positionnement</i>	58
2.3.1 Estimation du Temps d'Arrivée ou Time of Arrival (TOA) :	58
2.3.2 Estimation de la Différence de Temps d'Arrivée ou Time Difference of Arrival (TDOA)	59
2.3.3 Estimation de la Direction d'arrivée ou Direction of Arrival (DOA)	61
2.3.4 Estimation de la puissance du signal reçue ou RSSI (Received Signal Strength Indicator)	62
2.3.5 Existence ou non de la visibilité directe	63
2.3.6 Positionnement, mobilité et suivi	63
<i>2.4 Modèles de mesure et principes de localisation de source</i>	63
2.4.1 TOA	63
2.4.2 TDOA	65
2.4.3 RSS	67
2.4.4 DOA	69
<i>2.5 Algorithme de localisation d'un mobile</i>	70
2.5.1 NLS	71
2.5.1.1 Positionnement basé sur le TOA	71
2.5.1.2 Positionnement basé sur le TDOA	75
2.5.1.3 Positionnement basé sur le RSS	75
2.5.1.4 Positionnement basé sur le DOA	75
2.5.2 ML	76
2.5.2.1 Positionnement basé sur le TOA	76
2.5.2.2 Positionnement basé sur le TDOA	78
2.5.2.3 Positionnement basé sur le RSS	78
2.5.2.4 Positionnement basé sur le DOA	78
2.5.3 Simulation d'un positionnement basé sur le TOA	78
<i>2.6 Conclusion</i>	84
CHAPITRE.3 DETERMINATION DES PARAMETRES DE MODELISATION DE CANAL IMPORTANT POUR LA LOCALISATION	85
3.1 Introduction	85
3.2 Modélisation de canal à fréquence non sélective.	85

3.2.1 Canaux de Rayleigh et de Rice	86
3.2.1.1 <i>Description théorique d'un système à trajets multiples</i>	86
3.2.1.2 <i>Description formelle des canaux de Rayleigh et de Rice.</i>	91
3.2.1.3 <i>Fonction d'autocorrélation et étalement de spectre d'une enveloppe complexe.</i>	92
3.2.1.4 <i>Fonction d'autocorrélation et étalement de spectre d'une enveloppe</i>	98
3.2.1.5 <i>Fonction d'autocorrélation et étalement de spectre de l'enveloppe carrée</i>	101
3.2.1.6 <i>Fonction de probabilité de densité de l'enveloppe et de la phase</i>	102
3.2.1.7 <i>Fonction de la densité de probabilité de l'enveloppe carrée</i>	105
3.2.1.8 <i>Taux de passage à niveau et la durée moyenne des évanouissements</i>	107
3.3 Modélisation du canal à fréquence sélective	112
3.3.1 Modèle elliptique de Parson et de Bajwa	113
3.3.2 Système de description théorique du canal à fréquence sélective	114
3.3.3 Modélisation du canal stochastique à fréquence sélective	118
3.3.3.1 <i>Fonctions de corrélations</i>	118
3.3.3.2 <i>Les modèles WSSUS de Bello</i>	120
3.3.3.3 <i>Modèle WSS</i>	120
3.3.3.4 <i>Modèle US</i>	122
3.3.3.5 <i>Modèle WSSUS</i>	122
3.4 Conclusion	130
CHAPITRE.4 POSITIONNEMENT BASE SUR LE SIGNAL RECU OU RSSI	131
4.1 Introduction	131
4.2 Fondamentales de la localisation basée sur le RSSI	131
4.3 Source d'erreur de localisation et atténuation	133
4.3.1 Les évanouissements en trajets multiples et les propagations de non visibilité directe	133
4.3.2 Effets d'ombre	133
4.3.3 Biais systématique ou erreur	133
4.4 Les techniques de positionnement utilisant le RSS	134
4.4.1 Les positionnements par distance	134
4.4.1.1 <i>Modèle statistique pour le RSS</i>	134
4.4.1.2 <i>Différentiels basiques de RSS</i>	136
4.4.1.3 <i>Corrélation spatiale de l'effet d'ombre</i>	137
4.4.2 Empreinte digitale de RF	138
4.4.2.1 <i>Phase de formation offline</i>	139
4.4.2.2 <i>Phase de localisation Online</i>	139
4.4.3 Positionnement basé sur la proximité	139
4.4.3.1 <i>Réduction de la dimension par la proximité géographique</i>	139
4.5 Interprétation géométrique de positionnement en RSS et en DRSS	140

4.5.1 RSS basé sur la multilatération	141
4.5.2 Le DRSS basé sur la multilatération	142
4.5.2.1 <i>Géométrie du positionnement relatif de DRSS</i>	143
4.5.2.2 <i>Géométrie du positionnement absolu de DRSS</i>	144
4.5.2.3 <i>Solution géométrique pour la localisation en DRSS</i>	145
4.5.3 Estimateurs de localisation	145
4.5.3.1 <i>Limite théorique pour l'estimateur de localisation par un critère optimal.</i>	145
4.5.3.2 <i>Limite théorique pour l'estimateur de localisation par un critère de CRLB</i>	146
4.5.4 Estimateur en ML	147
4.5.5 Estimateur non linéaire LS	148
4.5.5.1 <i>Optimisation de la méthode en LS</i>	148
4.5.6 Estimateur linéaire LS	150
4.6 Performance de la localisation dans un système sans fil utilisant le RSS	152
4.6.1 Les algorithmes de localisation basées sur le RSS	152
4.6.2 Vue d'ensemble sur les approches	153
4.6.2.1 <i>Méthode de multilatération</i>	154
4.6.2.2 <i>Classification par apprentissage des machines</i>	157
4.6.3 Approches probabilistes	158
4.6.4 Résumé des algorithmes de localisations	159
4.6.5 Amélioration de la robustesse de la localisation	161
4.6.5.1 <i>Calibration de l'infrastructure en temps réel</i>	161
4.6.5.2 <i>L'effet de l'utilisation des plusieurs antennes</i>	162
4.6.5.3 <i>Méthodes statistiques robustes</i>	162
4.6.5.4 <i>Utilisation d'un modèle de régression polynomiale</i>	163
4.7 Impact de l'emplacement et le choix des points de référence sur la précision de la localisation	165
4.7.1 Emplacement des points de référence.	165
4.7.1.1 <i>Impact de l'emplacement des points de référence</i>	168
4.7.2 Recherche heuristique	170
4.7.3 Déploiement en triangle aigue	172
4.7.4 Emplacement des balises de façon adaptative	174
4.7.5 Emplacement optimal via maxL et minL	175
4.7.5.1 <i>Analyse théorique</i>	175
4.7.6 Sélection des points de référence	179
4.7.6.1 <i>Technique de classification commune</i>	181
4.7.6.2 <i>Utilisation de l'entropie par l'information de gain</i>	181
4.7.6.3 <i>Sélection par enveloppe convexe</i>	182

4.7.6.4 <i>Sélection des points de référence de forte densité</i>	183
4.8 Techniques de localisation par empreintes digitales RF	184
4.8.1 Empreintes digitales de RF	186
4.8.2 CDB	187
4.8.2.1 <i>Structure d'un CDB</i>	188
4.8.2.2 <i>Construction d'un CDB- Champs de mesures</i>	188
4.8.2.3 <i>Construction d'un CDB- Modèle de propagation</i>	189
4.8.2.4 <i>Construction d'un CDB avec combinaison des valeurs prédites et mesurées</i>	197
4.8.3 Techniques de réduction de la zone de recherche	197
4.8.3.1 <i>Première étape du filtre d'un CDB</i>	198
4.8.3.2 <i>Deuxième étape du filtre d'un CDB</i>	199
4.8.3.3 <i>Troisième étape du filtre d'un CDB</i>	199
4.8.3.4 <i>Recherche optimisée utilisant le GAs</i>	200
4.8.4 Rapprochement de la forme de l'empreinte digitale de RF	202
4.8.4.1 <i>Distance dans un espace RSS de dimensions N</i>	202
4.8.4.2 <i>Rang de coefficient de corrélation de Spearman</i>	205
4.9 Conclusion	207
CHAPITRE.5 LOCALISATION D'UN MOBILE D'UN RESAU 3G UTILISANT LA PLANIFICATION RESEAU ET LES MESURES DU RNC	208
5.1 Introduction	208
5.2 Architecture générale d'un réseau UMTS	209
5.2.1 Domaine Equipement usager	209
5.2.2 Domaine UTRAN	210
5.2.3 Réseau Cœur ou Core Network(CN)	211
5.3 Présentation d'un Nœud B	212
5.3.1 Structure d'un Nœud B	212
5.3.2 Fonctions de contrôles de Nœud B	214
5.3.3 Exemples d'un Nœud B	214
5.4 Présentation d'un RNC	215
5.4.1 Exemples d'un RNC	216
5.5 Le protocole RRC (Radio Ressource control)	216
5.6 Les paramètres importants utilisés pour le système de localisation	218
5.6.1 Identification de la cellule CID et PSC	218
5.6.2 RSCP, RSSI, Ec/NO	219

<i>5.7 Diagramme du logiciel de la localisation</i>	221
<i>5.8 Collection et traitement des données de mesures à partir du RNC</i>	223
<i>5.9 Résultats et analyses</i>	224
5.9.1 Emplacements des stations de base	224
5.9.2 Emplacements des stations pour l'élaboration du CDB	225
5.9.3 Exemple de conception d'une matrice de points de référence et d'une matrice du point cible	227
5.9.4 Résultats des réductions de zones de recherche	228
5.9.5 Exemple de résultats d'estimation de localisation par la méthode des plus proches voisins	228
5.9.6 Exemple de résultats d'estimation de localisation par méthode de multilatération	231
5.9.7 Fonction de répartition des erreurs	233
<i>5.10 Conclusion</i>	233
CONCLUSION GENERALE	234
ANNEXES	235
<i>ANNEXE 1 : Publications de notoriété nationale et internationale</i>	235
A1.1 Planification radio pour le réseau 3G	235
A1.2 Modèle de positionnement mobile par approche non linéaire de TOA pour une visibilité directe	245
A1.3 Localisation d'un mobile d'un réseau 3G utilisant la planification réseau et les mesures RNC	253
A1.4 Mobile location of UMTS network based on existing network planning software and measurement report from RNC	262
<i>ANNEXE 2 : Transformées de Hilbert</i>	266
BIBLIOGRAPHIE	267
RENSEIGNEMENTS SUR L'AUTEUR	271
RESUME	272
ABSTRACT	272

NOTATIONS

1. Minuscules latines :

c	Vitesse de propagation
c_0	Vitesse de la lumière
c_R	Facteur de Rice
$c_n(t)$	Atténuation de signal
$d_{i,j}$	Distance Euclidienne entre cible et référence
d_l	Distance entre la source et le l ème nœud de base
f_0	Fréquence porteuse
f_c	Fréquence de coupure
f_{max}	Fréquence Doppler maximum
f_n	Fréquence Doppler
f_{sym}	Débit de symbole
h	Réponse impulsionnelle variant dans le temps du canal à trajets multiples
m_μ	Esperance mathématique
n	Vecteur de bruit additif
$n_{DOA,l}$	Bruits de mesure de DOA
$n_{RSS,l}$	Perturbation de distribution Gaussienne
$n_{TOA,l}$	Erreur résultant des perturbations des TOAs
$n_{TDOA,l}$	Erreur résultant des perturbations des TDOA
n_p	Exposant ou gradient de perte de propagation
p_μ	Fonction de densité de probabilité
r	Vecteur de mesure
$r_{HH}(v', \tau)$	Fonction de corrélation temps-fréquence
$r_{RSS,l}$	Mesure de RSSI
$r_{TDOA,l}$	Mesure de la distance TDOA
$r_{TOA,l}$	Mesure de la distance TOA
$r_{\mu_1\mu_2}^c(t_1, t_2)$	Fonction de corrélation croisée
$r_{\mu\mu}(\tau)$	Fonction de corrélation de temps
$s(\tau', f)$	Réponse impulsionnelle variant en Doppler
v	Vitesse de la station mobile

x	Position de la source
$y_{LP}(t)$	Signal reçu passe bas

2. Majuscules latines :

A	Événement
\mathcal{A}	Zone de recherche originale
$B_{\mu_i \mu_i}^{(2)}$	Étalement de Doppler
$B_{\tau'}^{(1)}$	Délai moyen
$B_{\tau'}^{(2)}$	Délai d'étalement
$C_{\mu_1 \mu_2}$	Covariance
\mathbf{C}_{TDOA}	Matrice de covariance de \mathbf{r}_{TDOA}
\mathbf{C}_{TOA}	Matrice de covariance de \mathbf{r}_{TOA}
\mathcal{D}	Zone de recherche réduite
D_n	Distance totale parcourue par le signal émis
\mathbf{F}	Matrice d'empreinte digitale cible
F_{μ}	Fonction de répartition
\mathcal{F}_j	RF empreintes digitales
G_t	Gain de l'antenne
ID_i	Identité de la cellule
$I_n(\cdot), J_n(\cdot)$	Fonction de Bessel de première espèce et d'ordre n
\mathcal{H}	Transformée de Hilbert
H	Matrice Hessienne
H	Fonction de transfert variant dans le temps
K	Intégrale complète elliptique de premier type
$J_{ML,DOA}$	Fonction de coût de ML de DOA
$J_{ML,RSS}$	Fonction de coût de ML de RSSI
$J_{ML,TDOA}$	Fonction de coût de ML de TDOA
$J_{ML,TOA}$	Fonction de coût de ML de TOA
$J_{NLS,DOA}$	Fonction de coût de l'estimateur par NLS, de DOA
$J_{NLS,RSS}$	Fonction de coût de l'estimateur par NLS, de RSSI
$J_{NLS,TDOA}$	Fonction de coût de l'estimateur par NLS, de TDOA
$J_{NLS,TOA}$	Fonction de coût de l'estimateur par NLS, de TOA

J_R	Matrice Jacobenne
K_l	Paramètre affectant la puissance reçue
\mathcal{L}_t	Facteur de perte de l'émetteur
L, L_{ij}	Modèle différentiel log-distance de perte de propagation
L_R	Localisation basée sur le RSS
\mathcal{M}_F	Evanouissement rapide
N	Nombre de chemin de propagation
N_ξ	Taux de passage à niveau de Rice
$\overline{P_L}$	Perte de propagation moyenne
$P_{r,l}$	Puissance moyenne reçue
P_t	Puissance transmise
Q	Événement certain
RSS_i	Niveaux de signal mesurés (RSS) du i ème point de référence
S	Évènement élémentaire
$S_{\tau'}$	Profil de retard de puissance
$S_{\mu\mu}$	Densité spectrale de puissance de Doppler
$S_{i,j}$	Empreinte digitale de référence RF au pixel (i, j)
$\tilde{S}_{\mu_1\mu_2}$	Densité spectrale de puissance croisée
T	Fonction de transfert variant de Doppler
T_C	Cohérence de temps
T_{sym}	Durée du symbole
$T_{\xi-}$	Durée moyenne d'évanouissement de Rice
X_σ	Evanouissement lent

3. Minuscules grecques :

α	Constante de propagation
β	Pénalité
β_w	Facteur de forme de Weibull
σ_μ^2	Variance
τ'	Retard de propagation
τ'_n	Délai de propagation du n ème trajet

v'	Cohérence en largeur de bande.
χ_{LP}	Signal de transmission équivalent passe-bas
ϕ_i	Angle entre la ligne de pallier de la i ème station de base vers le mobile et l'axe des abscisses x
ϕ_n	Déphasage du signal
δ	Fonction de delta de Dirac
ζ	Variable aléatoire suivant la loi de Rayleigh
$\mu, \omega, \zeta, \lambda, X$	Variables aléatoires
ξ	Variable aléatoire suivant la loi de Rice
ϑ	Fonction de densité de probabilité de phase

4. Notations spéciales :

$erf(.)$	Fonction d'erreur
$Q(.,.)$	Fonction Q de Marcum
Var	Variance mathématique

5. Abréviations :

ABP	Area-based Probability
AOA	Angle of Arrival
AuC	Authentication Center
BS	Base Station
CAC	Call Admission Control
CDB	Correlation database
CID	Cell Identity
CN	Core Network
CRLB	Cramer–Rao Lower Bound
CRN	Cognitive Radio Network
CRC	Cyclic Redundancy Check
CS	Circuit Switched
DCH	Dedicated Channel
DOA	Direction of Arrival
DRSS	Difference RSS
DSP	Densité Spectrale de Puissance

EIR	Equipment Identity Register
EIRP	Effective Isotropic Radiated Power
FDD	Frequency Division Duplexing
FDP	Fonction de probabilité
FIM	Fisher Information Matrix
GA	Genetic Analyze
GGSN	Gateway GPRS Support Node
GMSC	Gateway MSC
GPS	Global Positioning System
GSM	Global System Mobile
HLR	Home Location Register
IMEI	International Mobile station Equipment Identity
KNN	k –Nearest Neighbor
LA	Location Area
LLE	Laplacien Eigenmap
LMS	Least Median of Squares
LOS	Line-of-Sight
LS	Least Square
LTE	Long Term Evolution
MDS	Multidimensional Scaling
ML	Maximum Likelihood
MLE	Maximum Likelihood Estimation
MS	Mobile Station
MSC	Mobile-services Switching Center
MSE	Mean Square Error
MSPE	Mean Square Position Error
MVU	Minimum Variance Unbiased
NLOS	Non-line-of-sight
NLS	Nonlinear Least Squares
OH	Okumara Hata
PCA	Principal Component Analysis
P-CPICH	Primary Common Pilot Channel
PS	Packet Switched

PSC	Primary Scrambling Code
RA	Routing Area
RADAR	RADio Detection And Ranging
RAN	Radio Access Network
RB	Radio Bearer
RBS	Radio Base Station
RF	Radio Frequency
RNC	Radio Network Controller
RRC	Radio Ressource Control
RRM	Radio Management Report
RTD	Round Trip Delay
RSCP	Received Signal Code Power
RSS	Received Signal Strength
RSSI	Received Signal Strength Indicator
RX	Reception
SGSN	Serving GPRS Support Node
SNR	Signal to Noise Ration
SRNC	Serving RNC
TDD	Time Division Duplexing
TDOA	Time Difference of Arrival
TE	Terminal Equipment
TOA	Time of Arrival
TTP	Traffic Termination Points
TX	Transmission
UE	User Equipment
UHF	Ultrahigh-Frequency
UICC	UMTS Integrated Circuit Card
UMTS	Universal Mobile Telecommunications System
UP	UMTS Pedestrian
US	Uncorrelated Scattering
USIM	Universel Subscriber Identity Module
UTM	Universal Transverse Mercator
UTRAN	Universel Terrestrial Radio Access Network

VHF	Very High-Frequency
VLR	Visitor Location Register
WCDMA	Wideband Code Division Multiple Access
WSN	Wireless Sensor Networks
WSS	Wide-Sense Stationnary
WSS-US	Wide-Sense Stationnary- Uncorrelated scattering
ZI	Zone d'Incertitude

INTRODUCTION ET POSITION DU PROBLEME

Cette thèse contribue à l'étude de l'impact de la modélisation du canal sur la localisation d'un mobile. Pour obtenir une grande précision de la localisation, il est nécessaire de considérer le canal de transmission du signal sur une grande variété de l'environnement. Le cas d'Antananarivo ville sera illustré comme un exemple d'application.

Problématiques :

- *Le canal radio est sujet à des nombreux phénomènes impactant la transmission du signal entre l'émetteur et le récepteur. Le système de localisation d'un mobile utilise ces paramètres signaux pour déterminer la position de la cible.*
- *Quels sont les impacts de ces paramètres sur la précision de la localisation du mobile ?*

Les objectifs de recherche dans cette thèse sont :

- *De modéliser le canal radio,*
- *De modéliser le système de localisation d'un mobile par différents types d'algorithmes,*
- *D'étudier les impacts de la modélisation du canal sur la performance de la précision de la localisation,*
- *De simuler des cas de la ville d'Antananarivo dans un réseau 3G pour déterminer pratiquement ces impacts.*

Pour assouvir la demande croissante de la télécommunication dans le monde, il a été nécessaire d'employer les services radio. Parmi l'expansion vaste et rapide au cours des dernières décennies, les services par satellite, les aides à la navigation, la télédétection, la télémétrie, audio et vidéo diffusion, des communications de données à haute vitesse, les systèmes de radio mobiles, et d'autres services de radio spéciaux peuvent être adressés.

La propagation radio entre les antennes émetteurs et récepteurs sont soumises à un certain nombre de phénomènes qui devrait être étudié et différencié avec soin pour la conception d'une

liaison radio fiable. L'ingénierie radio est alors nécessaire pour tout type de communication. L'étude de la transmission du signal et la détérioration de la qualité du signal ainsi que les caractéristiques de leur passage à travers ces canaux revêtent d'une très grande importance.

En outre, la localisation est un sujet de recherche qui reçoit une attention croissante à la fois dans le milieu universitaire que dans celui de l'industrie. Auparavant considérées comme des informations vitales pour le suivi des véhicules, la stratégie militaire, les informations de localisation ont été ensuite introduites dans les réseaux de communication sans fil. Contrairement aux solutions dédiées, telles que le système de positionnement global (GPS), qui ont été conçues pour fournir simplement l'information du positionnement, les nouvelles solutions pour les réseaux sans fil sont en mesure de fournir d'autres aspects.

En conséquence, le réseau opérateur, ainsi que le fournisseur de services et l'utilisateur final, peuvent bénéficier de cette capacité de localisation. En effet, alors que l'opérateur du réseau est capable de gérer les ressources de son réseau de manière plus efficace, le fournisseur de services est en mesure d'offrir des services basés sur la localisation pour l'utilisateur final, qui peut profiter pleinement ces services de localisation de manière personnelle.

Cette thèse a pour objectif d'étudier les impacts de la modélisation du canal sur la localisation d'un mobile dans le réseau sans fil. Pour ce faire, nous allons la structurer de la façon suivante :

Chapitre 1 : va faire sortir les théories basiques sur les statistiques. L'objectif principal de ce chapitre est de fournir une plate-forme solide sur laquelle une compréhension plus profonde de canaux radio mobiles et de la localisation peut être développée. Par conséquent, les définitions les plus importantes, les termes ainsi que les formules souvent mentionnées dans les chapitres suivants seront introduits.

Chapitre 2 : offre une brève introduction des techniques de localisation pour en sortir les algorithmes utilisés pour les différents types de localisation. Le chapitre propose la catégorie d'algorithme qui fonctionne directement avec les équations non linéaires obtenues à partir des relations non linéaires entre les sources et les mesures.

Chapitre 3 : introduit la modélisation des canaux à fréquence sélective et non sélective. Les processus de Rayleigh et de Rice sont les modèles de références pour les canaux radio à fréquence non sélective. Le chapitre offre une analyse théorique des évanouissements de canal empiriquement et analytiquement.

Chapitre 4 : offre l'impact proprement dite de la modélisation du canal sur la localisation basée sur le niveau du signal reçu. Il adresse en premier lieu les bases fondamentales de l'estimation de ce type de localisation. Le chapitre offre ensuite les approches couramment utilisées afin d'obtenir une meilleure précision de l'estimation. A la fin, il présente en détail la méthode des empreintes digitales RF pour la localisation par niveau de signal reçu.

Chapitre 5: pour illustration, nous allons utiliser un exemple d'un réseau donné d'Antananarivo ville, en utilisant divers modélisations de canal sur ce réseau 3G. Nous verrons par la suite les impacts de la localisation sur le système.

CHAPITRE.1

LA PROPAGATION, LES VARIABLES ALEATOIRES, LE PROCESSUS STOCHASTIQUE, LE SIGNAL DETERMINISTE ET LES BRUITS

1.1 Introduction

Ce chapitre est utile pour servir de base mathématique aux chapitres suivants. En effet, le chapitre introduit les termes importants qui seront utilisés plus tard dans le contexte de la modélisation du canal sans fil et de la localisation d'un mobile. Le premier objectif est de se familiariser sur les principes fondamentaux de la propagation, des variables aléatoires, des processus stochastiques, du signal déterministe et des bruits.

Le comportement typique d'un signal de propagation d'une communication sans fil est publié sur le journal scientifique local MADA-ETI

- « *Planification radio sur le réseau 3G* », MADA ETI, 2014, vol 1, page 92-101
<http://madarevues.recherches.gov.mg> (annexe A1.1)

1.2 Base de connaissances sur les canaux de propagation

Les trois phénomènes de base de propagation sont : *la réflexion, la diffraction et la diffusion.*

Le phénomène de réflexion se produit lorsqu'une onde plane rencontre un objet de taille A qui est très grande par rapport à la longueur d'onde λ_0 c'est-à-dire $A \gg \lambda_0$. Selon la loi de la réflexion, la direction de l'onde plane incidente et la direction de l'onde plane réfléchi font les mêmes angles α par rapport à la surface.[1.01]

La diffraction se produit lorsqu'une onde plane heurte un objet de la taille A qui est de l'ordre de la longueur d'onde λ_0 c'est-à-dire $A \approx \lambda_0$. Suivant le principe de Huygens, l'interaction d'une onde plane avec un objet diffractant génère des ondes secondaires derrière l'objet.

La diffusion se produit lors d'un incident d'onde plane sur un objet de taille A qui est très faible par rapport à la longueur d'onde λ_0 c'est-à-dire $A \ll \lambda_0$. Un objet diffusant redirige l'énergie de l'onde plane incidente dans de nombreuses directions. Les trois phénomènes de propagation de base sont illustrés dans la Figure (1.1).

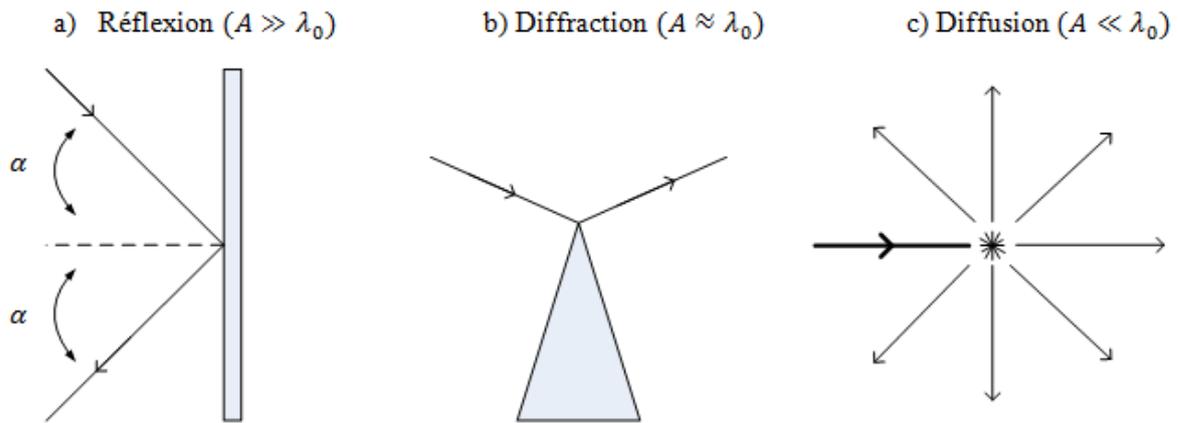


Figure 1.1. (a) Réflexion (b) Diffraction (c) Diffusion

Dans les communications radio mobiles, les ondes électromagnétiques émises ne parviennent pas souvent à l'antenne de réception directe en raison d'obstacles bloquant la ligne de visibilité directe. En fait, les ondes reçues sont une superposition d'ondes provenant de nombreuses directions différentes en raison de la réflexion, de la diffraction, et de la diffusion causées par des bâtiments, des arbres et d'autres obstacles. Cet effet est connu par la propagation en *trajets multiples*.

On suppose dans la suite que la station de base joue le rôle de l'émetteur, tandis que la station mobile est le récepteur. En raison de la propagation en trajets multiples, le signal reçu est composé d'une somme infinie des signaux atténués, retardés, déphasés et répliqués du signal émis, chacun influençant l'autre. La superposition peut être constructive ou destructive.

Une superposition constructive (destructive) des composantes d'ondes reçues correspond à un niveau élevé (faible) du signal reçu. En outre, lors de la transmission des signaux numériques, la forme de l'impulsion transmise peut être déformée et souvent plusieurs impulsions distinctes se produisent au niveau du récepteur. Cet effet est connu sous le nom d'une *dispersion d'impulsion*. La taille de la dispersion d'impulsion dépend de la différence de retard de propagation et les rapports d'amplitude des ondes planes.

S'il y a une visibilité directe totale entre l'émetteur et le récepteur, alors la direction du départ et celle de l'arrivée seront déterminées par la localisation de TX et RX. Mais, à cause des trajets multiples, les propagations se vont dans diverses directions au niveau du Tx, et similairement venant de directions différentes au Rx. Cette dispersion est dite *dispersion angulaire*.

Le canal distorde la caractéristique de la réponse fréquentielle du signal transmis. Cet effet peut bien être négligé dans le système sans fil en bande étroite. Il ne peut l'être dans le système sans fil à large bande, où la dispersion d'impulsion de propagation en trajets multiples provient de l'*interférence inter-symbole*. Les distorsions dues à la propagation en trajets multiples sont

linéaires et doivent être compensées dans les systèmes sans fil à large bande au niveau du récepteur. En plus de la propagation en trajets multiples, nous avons aussi l'effet Doppler qui présente un impact négatif sur la performance du système de la communication mobile. En raison du mouvement de la station mobile, l'effet Doppler provoque un décalage de fréquence de chacune des ondes planes incidentes. L'angle d'arrivée α_n , qui est défini par la direction d'arrivée de n -ième onde incidente et la direction de déplacement de la station mobile, comme indiqué sur la Figure 1.02, détermine la fréquence Doppler ou décalage Doppler du n -ième onde plane suivant la relation :

$$f_n := f_{max} \cos \alpha_n \quad (1-1)$$

Où f_{max} est la fréquence Doppler maximum. La fréquence Doppler maximum f_{max} est en fonction de la vitesse v de la station mobile, de la vitesse de la lumière c_0 , et de la fréquence porteuse f_0 :

$$f_{max} = \frac{v}{c_0} f_0 \quad (1-2)$$

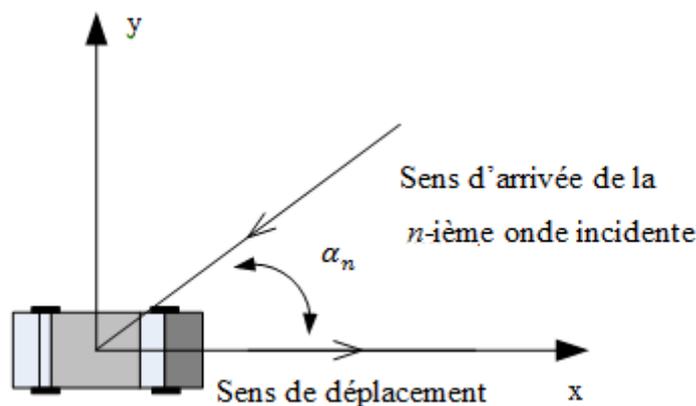


Figure 1.2. Angle d'arrivée α_n de la n -ième onde incidente illustrant l'effet Doppler

A noter que la fréquence Doppler maximum f_{max} augmente linéairement avec la vitesse v de la station mobile et de la fréquence porteuse f_0 .

Le n -ième onde plane subit le décalage Doppler maximum (minimum) lorsque $\alpha_n = 0$ ($\alpha_n = \pm\pi$), c'est-à-dire quand $f_n = f_{max}$ ($f_n = -f_{max}$). La fréquence Doppler est nulle $f_n = 0$ si $\alpha_n = \pi/2$ ou $\alpha_n = 3\pi/2$. A cause de l'effet Doppler, le spectre du signal transmis subit un

étalement de fréquence durant la transmission. Cet effet est appelé *dispersion en fréquence*. La taille de la dispersion en fréquence dépend notamment de la fréquence maximum de Doppler et de l'amplitude des ondes planes reçues. Temporellement, l'effet Doppler implique que la réponse impulsionnelle du canal devient variable dans le temps. On peut facilement montrer que les canaux de propagation mobiles remplissent le principe de superposition et par conséquent, ils sont des systèmes linéaires.

En raison du comportement variant dans le temps de la réponse impulsionnelle, les canaux de propagation mobiles appartiennent généralement à la classe des systèmes linéaires variant dans le temps.

Les trajets multiples combinés avec les mouvements du récepteur et/ou de l'émetteur conduisent à des fluctuations importantes des signaux reçus. Des évanouissements du signal reçu peuvent se produire plusieurs fois par seconde, dépendant de la vitesse de propagation et de la fréquence porteuse. Un exemple typique d'un comportement d'un signal reçu à la station mobile se déplaçant d'une station de base à une autre est montré dans la figure (1.3).

Dans la transmission des données numériques, l'évanouissement des signaux reçus provoque des *séquences d'erreur*. Une séquence d'erreur de longueur t_e est une séquence de symbole t_e dont le premier et le dernier sont erronés. Un intervalle d'évanouissement produit des séquences d'erreur, dont la longueur de la séquence t_e est étroitement liée à la durée de l'intervalle d'évanouissement d'où le terme *durée d'évanouissement*.

Les méthodes classiques de la modélisation du comportement d'évanouissement des canaux radio mobiles sont caractérisées par la modélisation de la liaison de transmission entre une station de base et une station mobile. Avant, l'objectif était de caractériser les propriétés statistiques des canaux principalement à l'égard de la fonction de densité de probabilité (statistiques de premier ordre) de l'enveloppe.

Les caractéristiques temporelles, et par la suite les caractéristiques de fréquence de la station radio mobile, ont été inclus dans la procédure de conception seulement à un degré limité. Les méthodes modernes de modélisation du canal ont pour but de caractériser l'évanouissement de l'enveloppe par rapport aux statistiques de premier ordre de second ordre, incluant le taux de passage à niveau et la durée moyenne des évanouissements.

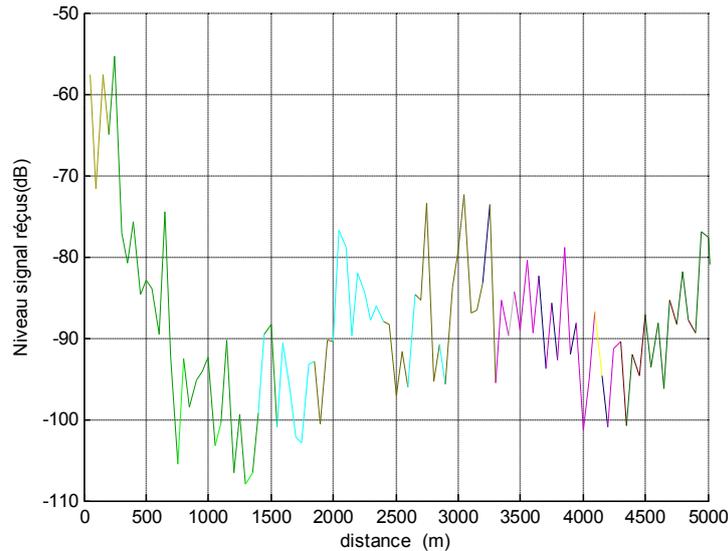


Figure 1.3. Comportement typique d'un signal reçu dans une communication mobile.

1.3 Variables aléatoires

Les variables aléatoires sont d'une importance capitale pour la statistique.

1.3.1 Définition de base de la théorie des probabilités

On appelle une *expérience aléatoire*, une expérience dont l'issue n'est pas connue à l'avance. Nous appellerons *point d'échantillon* s les points qui représentent les résultats d'une expérience aléatoire. Une collection de résultats possibles d'une expérience aléatoire est un *événement* A . L'événement $A = \{s\}$ représentant un élément unique s est un *événement élémentaire*. L'ensemble des résultats possibles au cours des expériences aléatoires données est appelé *espace échantillon* Q . Par conséquent, un point d'échantillon est un élément d'un événement, c'est-à-dire, $s \in A$, et l'événement lui-même est un sous ensemble d'un espace échantillon, c'est-à-dire $A \subset Q$. L'espace échantillon Q est appelé *événement certain*, et l'*ensemble vide*, noté par \emptyset , est l'*événement impossible*. Soit A , une collection d'un sous-ensemble d'espace échantillon Q .

En théorie de probabilité, A est souvent appelé tribu, si et seulement si les conditions suivantes sont satisfaites :

- (i) L'ensemble $\emptyset \in A$
- (ii) Si $A \in A$, alors $Q - A \in A$, c'est-à-dire que si A est un élément de la classe A , alors son complément l'est aussi.

(iii) Si $A_n \in A$ ($n = 1, 2, \dots$), alors $\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n \in A$, c'est-à-dire que si les événements A_n sont des éléments de la classe A , alors leur dénombrable union l'est aussi.

La paire (Q, A) contenant l'espace échantillon Q et un σ -algèbre. A est appelé un *espace mesurable*.

La correspondance $P: A \rightarrow \mathbb{R}$ est appelé *mesure de probabilité* ou tout simplement *probabilité*, si les conditions suivantes sont satisfaites :

- (i) Si $A \in A$, alors $0 \leq P(A) \leq 1$.
- (ii) $P(Q) = 1$.
- (iii) Si $A_n \in A$ ($n = 1, 2, \dots$), avec $\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n \in A$ et $A_n \cap A_k = \emptyset$ pour tout $n \neq k$, alors $P(\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n) = \sum_{n=1}^{\infty} P(A_n)$.

L'espace de probabilité est l'ensemble des triplets (Q, A, P) .

Une *variable aléatoire* $\mu \in Q$ est la correspondance qui assigne à chaque résultat s d'une expérience aléatoire un nombre $\mu(s)$, c'est-à-dire,

$$\mu : Q \rightarrow \mathbb{R}, s \mapsto \mu(s). \quad (1-3)$$

Cette correspondance a une propriété telle que l'ensemble $\{s \mid \mu(s) \leq x\}$ est un événement du σ -algèbre pour tout $x \in \mathbb{R}$, c'est-à-dire que $\{s \mid \mu(s) \leq x\} \in A$. Par conséquent, une variable aléatoire est une fonction des éléments de l'espace échantillon Q .

Pour les probabilités, afin que la variable aléatoire μ soit inférieure ou égale à x , nous utilisons une notation simplifiée :

$$P\{\mu \leq x\} := P(\{s \mid \mu(s) \leq x\}) \quad (1-4)$$

1.3.1.2 Fonction de répartition

La fonction $F_{\mu}(x)$, définie par

$$F_{\mu}: \mathbb{R} \rightarrow [0, 1], x \mapsto F_{\mu}(x) = P\{\mu \leq x\} \quad (1-5)$$

est dite *fonction de répartition* de la variable aléatoire μ . Elle satisfait les propriétés suivantes :

- (i) $F_{\mu}(x)$ est limitée entre $F_{\mu}(-\infty) = 0$ et $F_{\mu}(+\infty) = 1$
- (ii) $F_{\mu}(x)$ est une fonction non-descendante de x , c'est-à-dire si $x_1 \leq x_2$ alors $F_{\mu}(x_1) \leq F_{\mu}(x_2)$.
- (iii) $F_{\mu}(x)$ est continue à droite, c'est-à-dire que $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} F_{\mu}(x + \varepsilon) = F_{\mu}(x)$.
- (iv) La probabilité d'un nombre x est égale à $P\{\mu = x\} = F_{\mu}(x) - \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} F_{\mu}(x + \varepsilon)$.
- (v) La probabilité pour que μ soit comprise entre x_1 et x_2 est donnée par $P\{x_1 \leq \mu \leq x_2\} = F_{\mu}(x_2) - F_{\mu}(x_1)$

1.3.1.3 Fonction de densité de probabilité

La fonction $p_\mu(x)$ définie par :

$$p_\mu : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto p_\mu(x) = \frac{dF_\mu(x)}{dx} \quad (1-6)$$

est dite *fonction de densité de probabilité* de la variable aléatoire μ , on suppose que la fonction de répartition $F_\mu(x)$ est différentiable par rapport à x . La fonction de densité de probabilité satisfait les propriétés suivantes :

- (i) Comme $F_\mu(x)$ est une fonction non-descendante de x , il en résulte que $p_\mu(x)$ est non-négative. En effet $p_\mu(x) = \frac{dF_\mu(x)}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{F_\mu(x+\Delta x) - F_\mu(x)}{\Delta x} \geq 0$ est toujours valable quelque soit x .
- (ii) $F_\mu(x) = \int_{-\infty}^x p_\mu(y) dy$
- (iii) Comme $F_\mu(+\infty) = 1$, selon la propriété précédente on a $\int_{-\infty}^{\infty} p_\mu(x) dx = 1$. Cela veut dire que le domaine de définition de $p_\mu(x)$ est égale à 1.
- (iv) Par ailleurs, nous obtenons $P\{x_1 \leq \mu \leq x_2\} = F_\mu(x_2) - F_\mu(x_1) = \int_{x_1}^{x_2} p_\mu(x) dx$

1.3.1.4 Esperance mathématique

La quantité

$$m_\mu = E\{\mu\} = \int_{-\infty}^{\infty} x p_\mu(x) dx \quad (1-7)$$

est dite *espérance mathématique* (ou *valeur moyenne*) de la variable aléatoire μ , où $E\{\cdot\}$ est l'*opérateur de l'espérance mathématique*.

- (i) L'espérance mathématique d'une constante $a \in \mathbb{R}$ est $E\{a\} = a$
- (ii) L'opérateur de l'espérance mathématique $E\{\cdot\}$ est linéaire, $E\{a\mu\} = aE\{\mu\}$ ($a \in \mathbb{R}$) et $E\{\mu_1 + \mu_2\} = E\{\mu_1\} + E\{\mu_2\}$
- (iii) Si μ_1 et μ_2 sont statistiquement indépendantes, alors $E\{\mu_1 \cdot \mu_2\} = E\{\mu_1\} \cdot E\{\mu_2\}$

Soit $f(\mu)$ une fonction de variable aléatoire μ , alors l'espérance mathématique de $f(\mu)$ peut être déterminée en appliquant la relation fondamentale

$$E\{f(\mu)\} = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) p_\mu(x) dx \quad (1-8)$$

Pour utilisation des deux variables μ_1 et μ_2 on a

$$E\{f(\mu_1, \mu_2)\} = \iint_{-\infty}^{\infty} f(x_1, x_2) p_{\mu_1 \mu_2}(x_1, x_2) dx_1 dx_2 \quad (1-9)$$

1.3.1.5 Variance

La valeur

$$\begin{aligned} \sigma_\mu^2 &= \text{Var}\{\mu\} = E\{(\mu - E\{\mu\})^2\} \\ &= E\{\mu^2\} - (E\{\mu\})^2 \\ &= E\{\mu^2\} - m_\mu^2 \end{aligned} \quad (1-10)$$

est appelée la *variance* de la variable aléatoire μ où $\text{Var}\{\cdot\}$ représente l'*opérateur de variance*. La variance indique de quelle manière la variable aléatoire μ se disperse autour de son espérance mathématique.

- (i) La variance d'une constante $a \in \mathbb{R}$ est zéro, $\text{Var}\{a\} = 0$
- (ii) L'opérateur de variance est non linéaire, $\text{Var}\{a\mu + b\} = \text{Var}\{\mu\}$ ($a, b \in \mathbb{R}$)
- (iii) Si $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_N$ sont des variables aléatoires statistiquement indépendantes, alors on peut écrire $\text{Var}\{\sum_{n=1}^N \mu_n\} = \sum_{n=1}^N \text{Var}\{\mu_n\}$

La constante positive $\sigma_\mu = \sqrt{\text{Var}\{\mu\}} = \sqrt{E\{(\mu - E\{\mu\})^2\}}$ est dite *écart-type*, et représente la valeur de la racine carrée moyenne de la variable aléatoire μ autour de son espérance mathématique.

1.3.1.6 Covariance

La *covariance* de deux variables aléatoires μ_1 et μ_2 est définie par

$$\begin{aligned} C_{\mu_1 \mu_2} &= \text{Cov}\{\mu_1, \mu_2\} = E\{(\mu_1 - E\{\mu_1\})(\mu_2 - E\{\mu_2\})\} \\ &= E\{\mu_1 \mu_2\} - E\{\mu_1\}E\{\mu_2\} \\ &= E\{\mu_1 \mu_2\} - m_{\mu_1} m_{\mu_2} \end{aligned} \quad (1-11)$$

Deux variables aléatoires μ_1 et μ_2 sont dites *non corrélées* si leur covariance $C_{\mu_1 \mu_2}$ est zéro.

$$C_{\mu_1 \mu_2} = 0 \text{ et } E\{\mu_1 \mu_2\} = E\{\mu_1\}E\{\mu_2\} \quad (1-12)$$

Si les deux variables aléatoires μ_1 et μ_2 sont statistiquement indépendantes, alors elles sont non corrélées. L'inverse n'est pas toujours vrai.

1.3.1.7 Moment

Le k -ième moment et le k -ième moment central d'une variable aléatoire μ sont respectivement définis par :

$$E\{\mu^k\} = \int_{-\infty}^{\infty} x^k p_{\mu}(x) dx, \quad k = 0, 1, \dots, \quad (1-13)$$

Et

$$E\{(\mu - E\{\mu\})^k\} = \int_{-\infty}^{\infty} (\mu - E\{\mu\})^k p_{\mu}(x) dx, \quad k = 0, 1, \dots, \quad (1-14)$$

La moyenne et la variance peut être considérées comme le premier et le second ordre moment $E\{\mu\}$ et $E\{\mu^2\}$

1.3.1.8 Théorème de la limite centrale de Lindeberg-Lévy

Soit μ_n ($n = 1, 2, \dots, N$) N variables aléatoires statistiquement indépendantes, et identiquement distribuées, chacune à une espérance mathématique finie $E\{\mu_n\} = m$, et une variance finie $\text{Var}\{\mu_n\} = \sigma_0^2 > 0$. Alors le théorème de la limite centrale de Lindeberg-Lévy énonce que la variable aléatoire normalisée

$$\mu = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=1}^N (\mu_n - m_{\mu_n}) \quad (1-15)$$

est asymptotiquement et normalement distribuée par rapport à la valeur moyenne $E\{\mu\} = 0$, et à la variance $\text{Var}\{\mu\} = \sigma_0^2$

1.3.1.9 Théorème de la limite centrale de Lyapunov

Soit μ_n ($n = 1, 2, \dots, N$) N variables aléatoires statistiquement indépendantes, et identiquement distribuées, chacune à une espérance mathématique finie $E\{\mu_n\} = m_{\mu_n}$, et une variance finie $\text{Var}\{\mu_n\} = \sigma_{\mu_n}^2 > 0$. En outre, soit

$$r_N = \sqrt[3]{\sum_{n=1}^N E\{|\mu_n - m_{\mu_n}|^3\}} \quad \text{et} \quad s_N = \sqrt{\sum_{n=1}^N \sigma_{\mu_n}^2} \quad (1-16)$$

Le théorème de la limite centrale de Lyapunov énonce que si la condition $\lim_{N \rightarrow \infty} r_N / s_N = 0$ est satisfaite alors la variable aléatoire normalisée

$$\mu = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=1}^N (\mu_n - m_{\mu_n}) \quad (1-17)$$

est asymptotiquement et normalement distribuée par rapport à la valeur moyenne $E\{\mu\} = 0$, et à la variance $\text{Var}\{\mu\} = \sigma_{\mu}^2 = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \sigma_{\mu_n}^2$

1.3.2 Les principales fonctions de densité de probabilité

1.3.2.1 Loi Gaussienne (Loi normale)

Une variable aléatoire est dite de type Gaussien si elle suit la fonction de densité de probabilité décrite par l'équation (1-5). On représente généralement une variable aléatoire de type Gaussien μ de la façon suivante : $\mu \sim N(m_\mu, \sigma_\mu^2)$, où m_μ représente la moyenne et σ_μ^2 la variance.

$$p_\mu(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\mu} e^{-\frac{(x-m_\mu)^2}{2\sigma_\mu^2}}, x \in \mathbb{R} \quad (1-18)$$

La fonction de répartition de la loi Gaussienne, est donnée par l'équation (1-19) :

$$F_\mu(x) = \frac{1}{2} \left[1 + \operatorname{erf} \left(\frac{x - m_\mu}{\sqrt{2}\sigma_\mu} \right) \right] \quad (1-19)$$

Où $\operatorname{erf}(\cdot)$ désigne la fonction d'erreur

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-z^2} dz \quad (1-20)$$

La fonction d'erreur est une fonction impaire, c'est-à-dire que $\operatorname{erf}(-x) = -\operatorname{erf}(x)$.

La fonction d'erreur complémentaire est donnée par :

$$\operatorname{erfc}(x) = 1 - \operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^\infty e^{-z^2} dz \quad (1-21)$$

Notons que si μ suit la loi Gaussienne (loi normale) de valeur moyenne zéro alors sa valeur absolue $|\mu|$ suit une loi demi-normale.

1.3.2.2 Loi normale multidimensionnelle

Considérons N valeurs réelles aléatoires suivant la loi normale $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_N$ de valeur moyenne m_{μ_n} ($n = 1, 2, \dots, N$) et de variance $\sigma_{\mu_n}^2$ ($n = 1, 2, \dots, N$). La loi normale multidimensionnelle des variables aléatoires Gaussiennes $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_N$ est définie par :

$$p_{\mu_1 \mu_2 \dots \mu_N}(x_1, x_2, \dots, x_N) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^N \sqrt{\det C_\mu}} e^{-\frac{1}{2}(x - m_\mu)^T C_\mu^{-1} (x - m_\mu)} \quad (1-22)$$

Où T désigne le transposé d'un vecteur (ou d'une matrice). Dans l'expression ci-dessus x et m_μ sont des vecteurs colonnes, qui sont donnés respectivement par :

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_N \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{N \times 1} \quad (1-23)$$

Et

$$m_\mu = \begin{pmatrix} E\{\mu_1\} \\ E\{\mu_2\} \\ \vdots \\ E\{\mu_N\} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_{\mu_1} \\ m_{\mu_2} \\ \vdots \\ m_{\mu_N} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{N \times 1} \quad (1-24)$$

Le $\det C_\mu$ (C_μ^{-1}) est le déterminant (inverse) de la matrice de covariance

$$C_\mu = \begin{pmatrix} C_{\mu_1\mu_1} & C_{\mu_1\mu_2} & \cdots & C_{\mu_1\mu_N} \\ C_{\mu_2\mu_1} & C_{\mu_2\mu_2} & \cdots & C_{\mu_2\mu_N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ C_{\mu_N\mu_1} & C_{\mu_N\mu_2} & \cdots & C_{\mu_N\mu_N} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{N \times N} \quad (1-25)$$

Les éléments de la matrice de covariance C_μ sont donnés par :

$$C_{\mu_i\mu_j} = Cov\{\mu_i, \mu_j\} = E\{(\mu_i - m_{\mu_i})(\mu_j - m_{\mu_j})\}, \quad \forall i, j = 1, 2, \dots, N. \quad (1-26)$$

Si les N variables aléatoires μ_n sont normalement distribuées et sont non corrélées en paires, alors la matrice de covariance C_μ est une matrice diagonale dont les valeurs sont $\sigma_{\mu_n}^2$. Dans ce cas la fonction de densité de probabilité de l'équation (1-22) se décompose en un produit de N loi normales $\mu \sim N(m_\mu, \sigma_\mu^2)$. Ceci implique que les variables aléatoires μ_n sont statistiquement indépendantes pour tout $n = 1, 2, \dots, N$

1.3.2.3 Loi de Rayleigh

Considérons deux variables aléatoires μ_1 et μ_2 qui suivent la loi normale, qui sont statistiquement indépendantes et dont la valeur moyenne est nulle. Chacune a une variance σ_0^2 c'est-à-dire $\mu_1, \mu_2 \sim N(0, \sigma_0^2)$.

Par ailleurs, considérons une nouvelle variable aléatoire dérivant de μ_1 et μ_2 suivant $\zeta = \sqrt{\mu_1^2 + \mu_2^2}$. Alors ζ représente une variable aléatoire qui suit la loi de Rayleigh.

La fonction de densité de probabilité $p_\zeta(x)$ de cette variable aléatoire ζ est donnée par :

$$p_\zeta(x) = \begin{cases} \frac{x}{\sigma_0^2} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_0^2}}, & x \geq 0, \\ 0, & x < 0 \end{cases} \quad (1-27)$$

La fonction de répartition correspondante est :

$$F_{\zeta}(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\frac{x^2}{2\sigma_0^2}}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases} \quad (1-28)$$

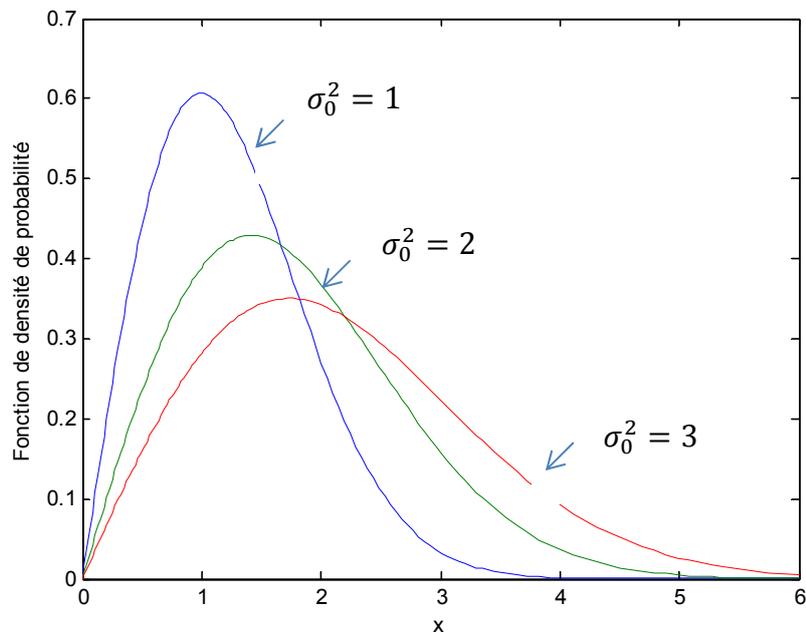


Figure 1.4. Densité spectrale de puissance de la distribution de Rayleigh pour différentes valeurs de σ_0^2

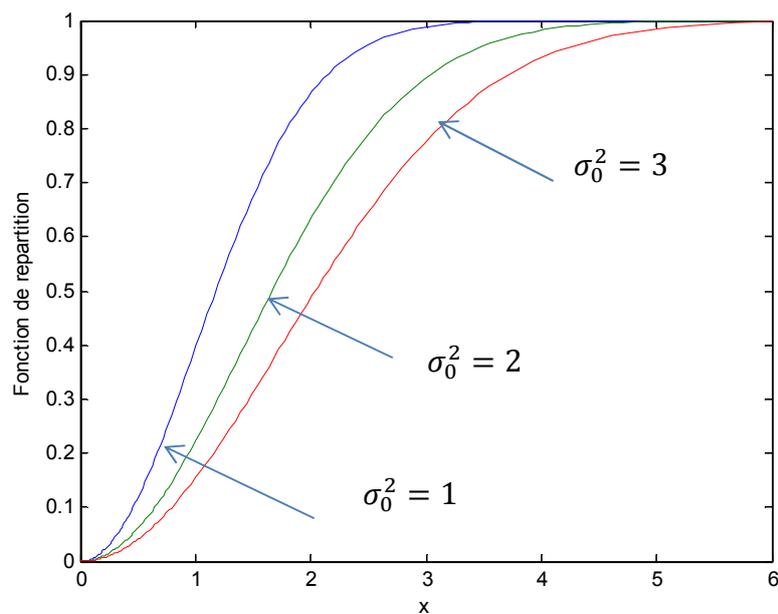


Figure 1.5. Fonction de répartition de la distribution de Rayleigh pour différentes valeurs de σ_0^2

Les variables aléatoires qui suivent la loi de Rayleigh ζ ont une espérance mathématique de la forme :

$$E\{\zeta\} = \sigma_0 \sqrt{\frac{\pi}{2}} \quad (1-29)$$

Et de variance :

$$\text{Var}\{\zeta\} = \sigma_0^2 \left(2 - \frac{\pi}{2}\right) E\{\zeta\} = \sigma_0 \sqrt{\frac{\pi}{2}} \quad (1-30)$$

La loi de Rayleigh et la fonction de répartition correspondante sont respectivement illustrées dans la Figure (1.4) et Figure (1.5)

Dans la modélisation du canal radio, la loi de Rayleigh est souvent utilisée pour caractériser la distribution de l'enveloppe de l'évanouissement s'il n'y a pas de visibilité directe entre le récepteur et l'émetteur.

1.3.2.4 Loi de Rice

Considérons $\mu_1, \mu_2 \sim N(0, \sigma_0^2)$ et $\rho \in \mathbb{R}$. Alors la variable aléatoire définie par $\xi = \sqrt{(\mu_1 + \rho)^2 + \mu_2^2}$ est appelée variable aléatoire qui suit la *loi de Rice*. La fonction de densité de probabilité $p_\xi(x)$ des variables aléatoires qui suivent la loi de Rice est donnée par :

$$p_\xi(x) = \begin{cases} \frac{x}{\sigma_0^2} e^{-\frac{x^2 + \rho^2}{2\sigma_0^2}} I_0\left(\frac{x\rho}{\sigma_0^2}\right), & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}, \quad (1-31)$$

Pour $\rho = 0$ ($c_R = 0$) la loi de Rice $p_\xi(x)$ devient une loi de Rayleigh $p_\zeta(x)$.

La fonction de répartition correspondante définie par $F_\xi(x)$ est donnée par l'expression :

$$F_\xi(x) = \begin{cases} 1 - Q\left(\frac{\rho}{\sigma_0}, \frac{x}{\sigma_0}\right), & x \geq 0, \\ 0, & x < 0, \end{cases} \quad (1-32)$$

Où $Q(\cdot, \cdot)$ est la *fonction Q de Marcum*

$$Q(a, b) = \int_b^\infty z e^{-\frac{z^2+a^2}{2}} I_0(az) dz. \quad (1-33)$$

La fonction Q de Marcum peut s'étendre à des séries infinies donnant :

$$Q(a, b) = e^{-\frac{a^2+b^2}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{a}{b}\right)^n I_n(ab) \quad (1-34)$$

Où :

$$Q(a, b) = 1 - e^{-\frac{a^2+b^2}{2}} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{b}{a}\right)^n I_n(ab) \quad (1-35)$$

Où $I_n(\cdot)$ indique la fonction de Bessel modifiée de premier type et d'ordre n .

Où $I_0(\cdot)$ désigne la fonction de Bessel modifiée de premier type et d'ordre zéro. Un paramètre important caractérisant la loi de Rice $p_\xi(x)$ est le *facteur de Rice* c_R défini par $c_R = \rho^2 / (2\sigma_0^2)$. La loi de Rice est fréquemment utilisée dans la communication mobile pour modéliser statistiquement l'enveloppe de l'évanouissement dont la condition de visibilité directe est satisfaite.

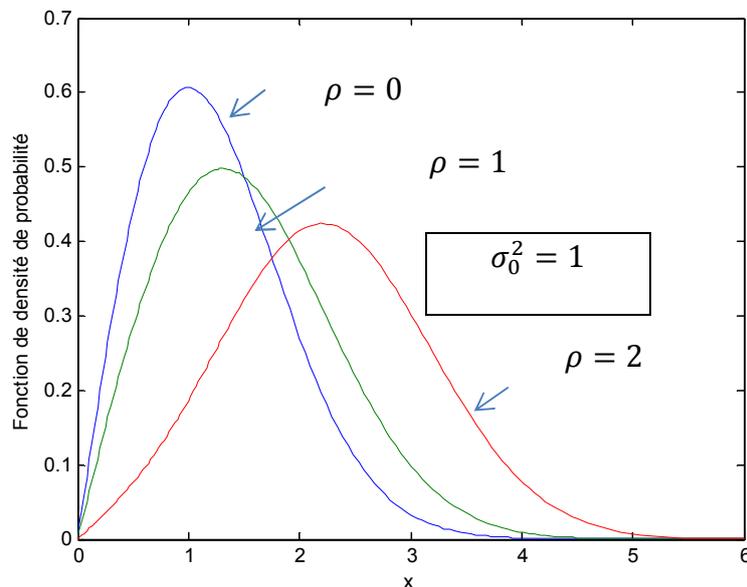


Figure 1.6. Fonction de densité de probabilité de la distribution de Rice pour différentes valeurs de ρ , $\sigma_0^2 = 1$

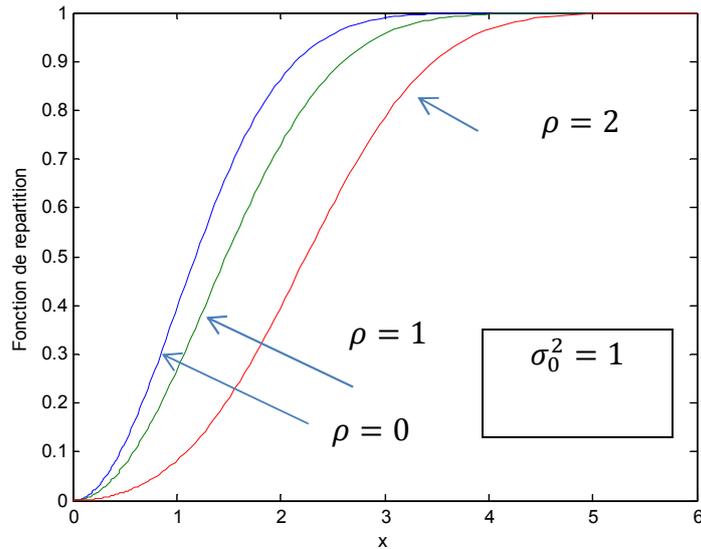


Figure 1.7. Fonction répartition de la distribution de Rice pour différentes valeurs de ρ , $\sigma_0^2 = 1$

1.3.2.5 Loi log-normale

Soit μ une variable aléatoire qui suit la loi normale et dont l'espérance mathématique est m_μ et la variance est σ_μ^2 c'est-à-dire $\mu \sim N(m_\mu, \sigma_\mu^2)$. Alors la variable aléatoire définie par $\lambda = e^\mu$ suit la *loi log-normale*. La fonction de densité de probabilité $p_\lambda(x)$ des variables aléatoires qui suivent la loi log-normale est donnée par :

$$p_\lambda(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\mu x} e^{-\frac{(\ln(x)-m_\mu)^2}{2\sigma_\mu^2}}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0. \end{cases} \quad (1-36)$$

La fonction de répartition correspondante $F_\lambda(x)$ de λ peut être exprimée par une fonction d'erreur telle utilisée dans la relation (1-20)

$$F_\lambda(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{erf} \left[\frac{\ln(x) - m_\mu}{\sqrt{2}\sigma_\mu} \right], & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases} \quad (1-37)$$

L'espérance mathématique est donnée par :

$$E\{\lambda\} = e^{m_\mu + \frac{\sigma_\mu^2}{2}} \quad (1-38)$$

Et la variance est :

$$\text{Var}\{\lambda\} = e^{2m_\mu + \sigma_\mu^2} (e^{\sigma_\mu^2} - 1) \quad (1-39)$$

Les lois log-normales ainsi que les fonctions de répartition correspondantes sont illustrées dans les figures 1.8 et 1.9 respectivement pour différentes valeurs de σ_μ^2 ($m_\mu = 0$).

Dans la modélisation du canal radio, la loi log-normale est un modèle stochastique approprié pour décrire le changement de l'enveloppe dû à l'effet de l'ombre. L'effet de l'ombre apparaît lorsque les trajets de propagation entre l'émetteur et le récepteur sont obscurcis par des grands obstacles tels que les bâtiments élevés et les collines.

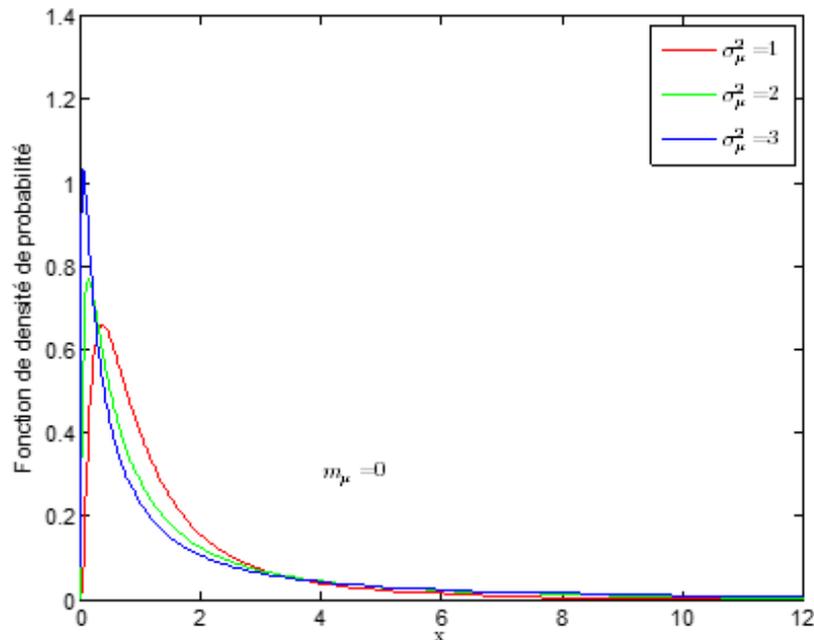


Figure 1.8. Fonction densité de probabilité de la distribution log-normal pour différentes valeurs de σ_μ^2 ($m_\mu = 0$)

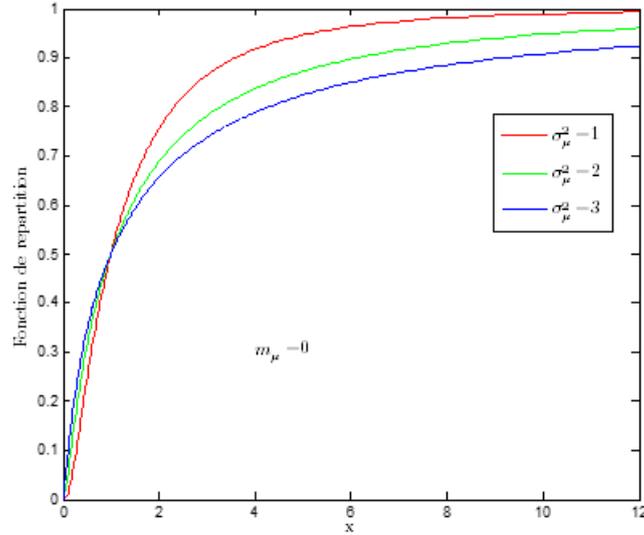


Figure 1.9. Fonction répartition de la distribution log-normal pour différentes valeurs de σ_μ^2 ($m_\mu = 0$)

1.3.2.6 Loi de Suzuki

Soit une variable aléatoire qui suit la loi de Rayleigh ζ dont la fonction de densité de probabilité $p_\zeta(x)$ est donnée par l'équation (1-27) et une variable aléatoire qui suit la loi log-normale λ dont la fonction de densité de probabilité $p_\lambda(x)$ est donnée par l'équation (1-36).

On suppose que ζ et λ sont statistiquement indépendantes. Par ailleurs, soit η une variable aléatoire définie par le produit $\eta = \zeta \cdot \lambda$. La fonction de densité de probabilité $p_\eta(x)$:

$$p_\eta(x) = \begin{cases} \frac{x}{\sqrt{2\pi}\sigma_0^2\sigma_\mu} \int_0^\infty \frac{1}{y^3} e^{-\frac{x^2}{2y^2\sigma_0^2}} e^{-\frac{(\ln y - m_\mu)^2}{2\sigma_\mu^2}} dy, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases} \quad (1-40)$$

est alors nommée *loi de Suzuki*. Les variables aléatoires de Suzuki η ont comme espérance mathématique :

$$E\{\eta\} = \sigma_0 \sqrt{\frac{\pi}{2}} e^{m_\mu + \frac{\sigma_\mu^2}{2}} \quad (1-41)$$

Et de variance

$$\text{Var}\{\eta\} = \sigma_0^2 e^{2m_\mu + \sigma_\mu^2} \left(2e^{\sigma_\mu^2} - \frac{\pi}{2} \right) \quad (1-42)$$

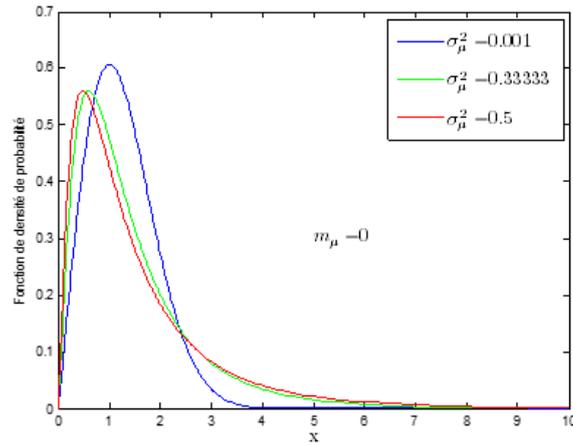


Figure 1.10. Fonction densité de probabilité de la loi de Suzuki pour différentes valeurs de σ_μ^2 ($m_\mu = 0$)

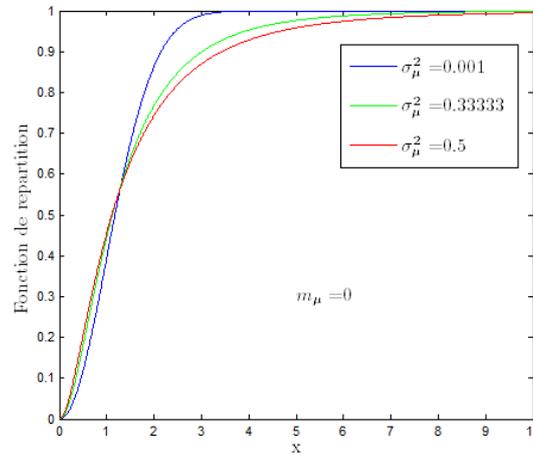


Figure 1.11. Fonction répartition de la distribution de Suzuki pour différentes valeurs de σ_μ^2 ($m_\mu = 0$)

La Figure 1.10 illustre la loi de Suzuki pour différentes valeurs de σ_μ^2 et de σ_0^2 ($m_\mu = 0$). Les graphes des fonctions de répartition correspondantes sont donnés par la figure 1.11. La loi de Suzuki est souvent utilisée dans la communication mobile pour décrire l'évanouissement causé par les effets combinés de propagation à trajets multiples et de l'ombre.

1.3.2.7 Loi de Nakagami-m

Soit une variable aléatoire ω dont la fonction de densité de probabilité est :

$$p_\omega(x) = \begin{cases} \frac{2m^m x^{2m-1} e^{-(m/\Omega)x^2}}{\Gamma(m)\Omega^m}, & m \geq \frac{1}{2}, x \geq 0, \\ 0, & x < 0 \end{cases} \quad (1-43)$$

Alors ω désigne une variable aléatoire qui suit la loi de Nakagami- m , la fonction de densité de probabilité correspondante $p_\omega(x)$ est appelée une loi de Nakagami- m .

Dans l'équation (1-43) le symbole $\Gamma(\cdot)$ représente la fonction gamma qui est par définition d'Euler :

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} z^{x-1} e^{-z} dz, \quad (1-44)$$

Où x est un nombre réel positif. Le paramètre Ω désigne le second moment de la variable aléatoire c'est-à-dire $\Omega = E\{\omega^2\}$, et m est appelé *facteur de forme de la loi de Nakagami*, qui est défini comme une valeur réciproque de la variance normalisée de ω^2 en Ω^2 c'est-à-dire $m = \Omega^2 / E\{(\omega^2 - \Omega)^2\}$.

La fonction de répartition des variables aléatoires ω qui suivent la loi de Nakagami- m est :

$$F_\omega(x) = \begin{cases} \frac{\gamma(m, \frac{m}{\Omega} x^2)}{\Gamma(m)}, & m \geq \frac{1}{2}, x \geq 0 \\ 0, & x < 0. \end{cases} \quad (1-45)$$

Où $\gamma(\cdot, \cdot)$ est la *fonction gamma incomplète*.

$$\gamma(\alpha, x) = \int_0^x z^{\alpha-1} e^{-z} dz, \quad \text{Re}\{\alpha\} > 0. \quad (1-46)$$

Le k ème moment et la variance de ω sont donnés respectivement par :

$$E\{\omega^k\} = \frac{\Gamma\left(m + \frac{k}{2}\right)}{\Gamma(m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{\frac{k}{2}} \quad (1-47)$$

Et

$$\text{Var}\{\omega\} = \Omega \left[1 - \frac{1}{m} \left(\frac{\Gamma\left(m + \frac{1}{2}\right)}{\Gamma(m)} \right)^2 \right] \quad (1-48)$$

A partir de la loi de Nakagami- m nous obtenons, la loi demi-normale si $m = 1/2$ et, la loi de de Rayleigh si $m = 1$. Si le facteur de forme m de Nakagami est comprise entre $1/2 \leq m < 1$, alors l'allure de la loi de Nakagami- m est plus large que celle de la loi de Rayleigh. Dans un autre sens, si $m > 1$, alors l'allure de la loi de Nakagami- m décroît rapidement par rapport à celle de Rayleigh.

A une certaine limite, la loi de m-Nakagami-m est similaire à la loi de Rice si les paramètres de Nakagami-m et ceux de Rice satisfont les relations suivantes :

$$m = \frac{(C_R + 1)^2}{2C_R + 1} \quad (1-49)$$

$$\Omega = \frac{2\sigma_0^2}{1 - \sqrt{1 - m^{-1}}} \quad (1-50)$$

Les variables aléatoires qui suivent la loi de Nakagami-m peuvent être représentées sous forme de variables aléatoires de la loi normale.

Soit $\mu_i (i = 1, 2, \dots, n)$, $n = 2m$ variables aléatoires qui suivent la loi normale, non corrélées et de valeur réelle, chacune a une valeur moyenne nulle et de variance σ_0^2 , alors la variable aléatoire transformée est:

$$\omega = \sqrt{\sum_{i=1}^n \mu_i^2}$$

suit la loi de distribution de Nakagami-m avec les paramètres m et $\Omega = n\sigma_0^2$ pour tout entier $n = 2m \geq 1$.

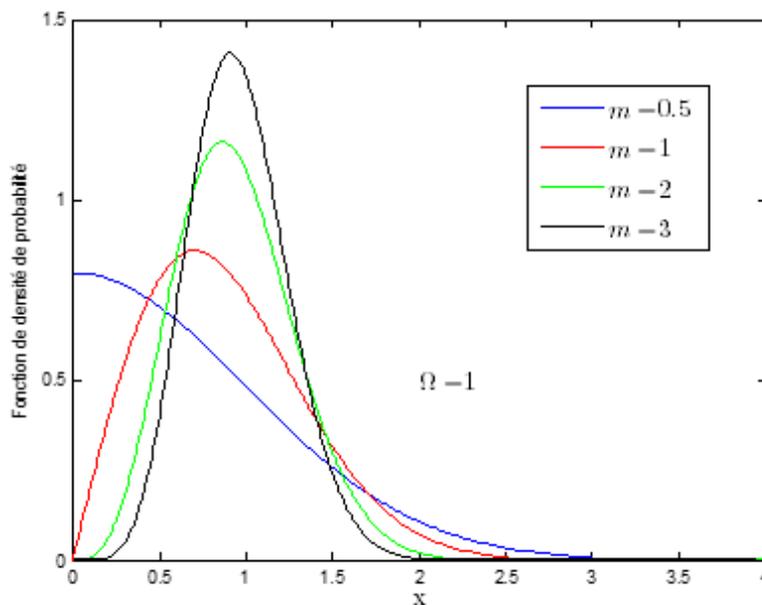


Figure 1.12. Fonction densité de probabilité de la loi de Nakagami-m pour différentes valeurs de $m (\Omega = 1)$.

Nous notons que si $n = 1$ ($m = \frac{1}{2}$), alors $\omega = |\mu_1|$ est une variable aléatoire partiellement Gaussienne. Nous notons aussi que ce modèle inclut le cas de Rayleigh, quand $n = 2$ ($m = 1$). Les figures 1.12 et 1.11 illustrent la loi de distribution de Nakagami-m et les fonctions de répartition correspondante pour différentes valeurs de m ($\Omega = 1$).

Originellement, la loi de distribution de Nakagami-m a été introduite par Minoru Nakagami pour caractériser les effets d'évanouissements rapides dans un canal de longue distance de haute fréquence. Dans la communication mobile, la loi de distribution de Nakagami a été choisie parce qu'elle offre souvent une meilleure convenance aux données mesurées que celle de Rayleigh ou de Rice.

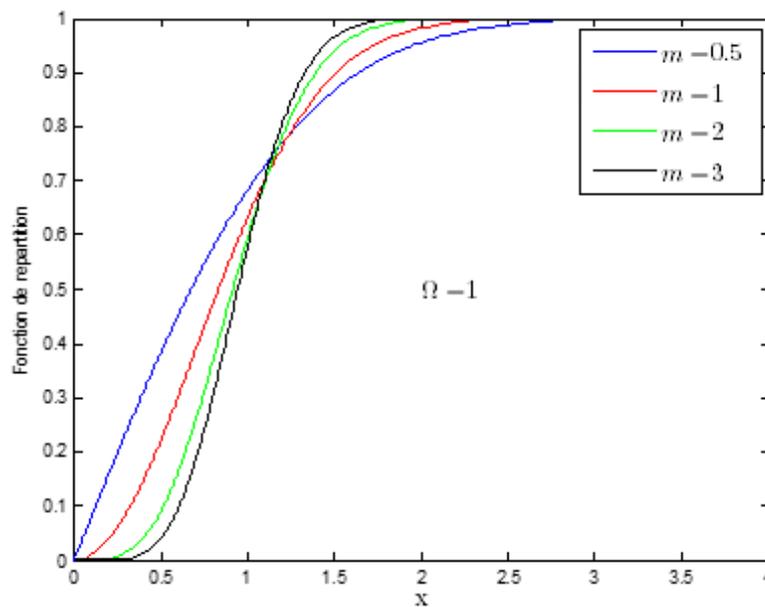


Figure 1.13. Fonction de répartition de la loi de Nakagami-m pour différentes valeurs de m ($\Omega = 1$).

1.3.2.8 Loi de Nakagami-q

Soient μ_1 et μ_2 deux variables aléatoires de valeur moyenne zéro, statistiquement indépendantes, qui suivent la loi de distribution normale et dont la variance est respectivement de σ_1^2 et de σ_2^2 c'est-à-dire que $\mu_i \sim N(0, \sigma_i^2)$, $i = 1, 2$ où les variances σ_1^2 et σ_2^2 sont différentes. Alors la variable aléatoire $X = |\mu_1 + \mu_2| = \sqrt{\mu_1^2 + \mu_2^2}$ suit la loi de distribution de Nakagami-q. La fonction de densité de probabilité correspondante est donnée par :

$$p_X(x) = \frac{1+q^2}{q\Omega_X} x e^{-\frac{(1+q^2)^2}{4q^2\Omega_X} x^2} I_0\left(\frac{1-q^4}{4q^2\Omega_X} x^2\right) \quad (1-51)$$

Le paramètre Ω_X qui définit le second moment de la variable aléatoire X c'est-à-dire que $\Omega_X = E\{X^2\} = \sigma_1^2 + \sigma_2^2$ et q est appelé *facteur modèle de Nakagami- q* . Ce paramètre est défini comme le rapport entre σ_1 et σ_2 c'est-à-dire que $q = \frac{\sigma_2}{\sigma_1}$ ($\sigma_1 \neq 0, 0 \leq q \leq 1$).

La fonction de répartition des variables aléatoires suivant la loi de distribution de Nakagami- q peut être exprimée sous la forme proche de la différence de deux Q-fonctions de Marcum.

$$F_X(x) = Q\left(a(q) \frac{x}{\sqrt{\Omega_X}}, b(q) \frac{x}{\sqrt{\Omega_X}}\right) - Q\left(b(q) \frac{x}{\sqrt{\Omega_X}}, a(q) \frac{x}{\sqrt{\Omega_X}}\right) \quad (1-52)$$

Où :

$$a(q) = \sqrt{\frac{1+q^4}{2q}} \sqrt{\frac{1+q}{1-q}} \quad (1-53)$$

$$b(q) = \sqrt{\frac{1-q^4}{2q}} \sqrt{\frac{1+q}{1-q}} = a(q) \sqrt{\frac{1-q}{1+q}} \quad (1-54)$$

L'écart-type est :

$$E\{X\} = 2\sqrt{\pi\Omega_X} \frac{q^2}{(1+q^2)^4} F\left(\frac{3}{4}, \frac{5}{4}; 1; \left(\frac{1-q^2}{1+q^2}\right)^2\right) \quad (1-55)$$

Et la variance

$$\text{Var}\{X\} = \Omega_X \left[1 - 4\pi \frac{q^4}{(1+q^2)^4} F^2\left(\frac{3}{4}, \frac{5}{4}; 1; \left(\frac{1-q^2}{1+q^2}\right)^2\right) \right] \quad (1-56)$$

Où le symbole $F(\dots; \dots)$ est la fonction hypergeometrique.

A partir de la fonction de distribution Nakagami- q , on peut obtenir une distribution Gaussienne partielle lorsque $q = 0$, et une distribution de Rayleigh lorsque $q = 1$.

Pour $1/2 \leq m \leq 1$, la loi de distribution de Nakagami- m est très proche de celle de Nakagami- q si les paramètres de distribution satisfont les relations suivantes :

$$\Omega = \frac{\Omega_X}{2} \quad (1-57)$$

$$m = \frac{(1+q^2)^2}{(1+q^2)^2 + (1-q^2)^2} \quad (1-58)$$

Les figures (1.14) et (1.15) illustrent la loi de distribution de Nakagami- q et la fonction de répartition correspondante pour des différentes valeurs de facteur de forme Nakagami- q .

La loi de distribution de Nakagami- q est souvent utilisée pour étudier la performance du système de communication mobile sous des conditions d'évanouissement plus sévères qu'en évanouissement de Rayleigh.

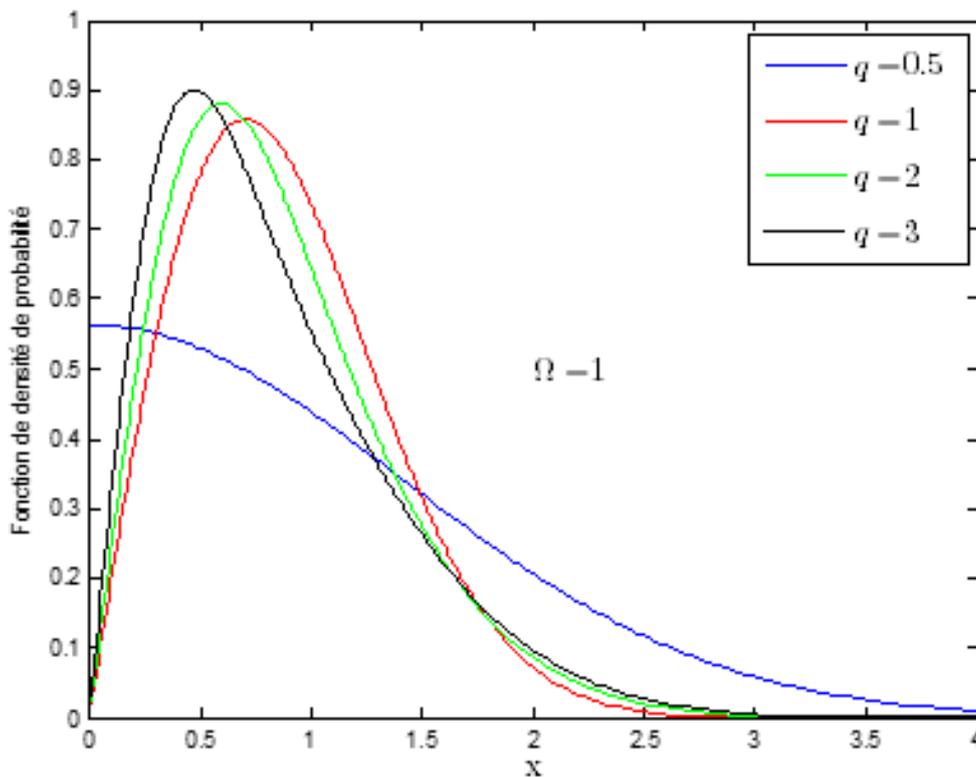


Figure 1.14. Fonction densité de probabilité de la loi de Nakagami- q pour différentes valeurs de q ($\Omega = 1$).

La modélisation du canal suivant Nakagami- q est un modèle empirique, utilisée à l'absence d'une interprétation physique claire.

Cette modélisation est plutôt pratique car elle permet dans certains cas une meilleure adéquation aux mesures des canaux que le modèle de Rayleigh. Le modèle Nakagami- q permet de simuler les canaux de Nakagami- m efficacement si le facteur de forme de Nakagami m est compris entre 0.5 et 1.

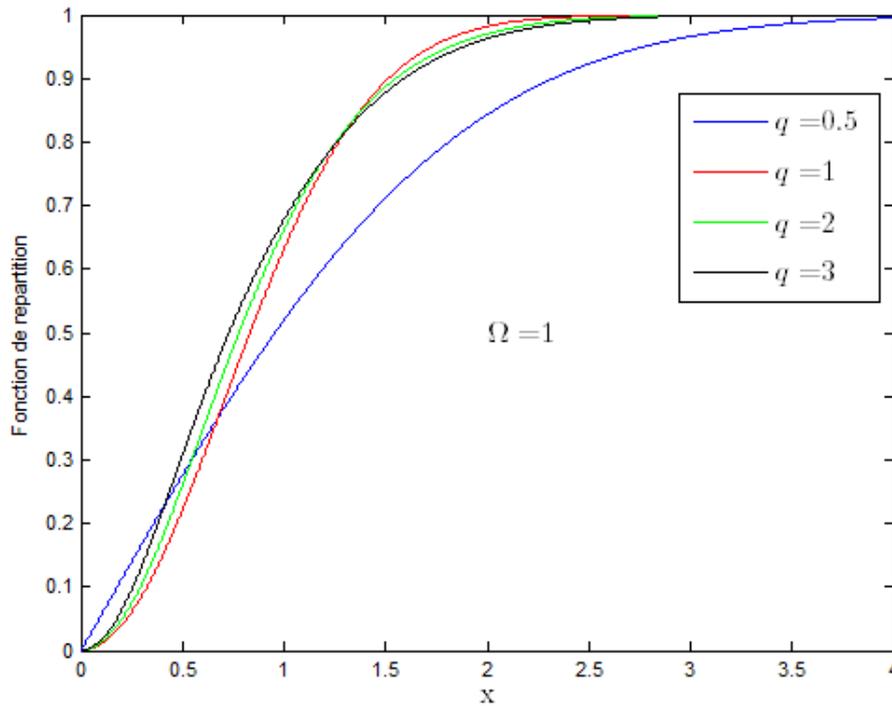


Figure 1.15. Fonction répartition de la loi de Nakagami- q pour différentes valeurs de q ($\Omega = 1$).

1.3.2.9 Loi de Weibull

Soient μ_1 et μ_2 deux variables aléatoires de valeurs moyennes zéro, statistiquement indépendantes et qui suivent la loi de distribution normale de variance σ_0^2 c'est-à-dire que $\mu_1, \mu_2 \sim N(0, \sigma_0^2)$. Alors une variable aléatoire w qui suit la loi de distribution de Weibull est obtenue à partir de transformation $w = |\mu_1 + j\mu_2|^{2/\beta_w} = (\mu_1^2 + \mu_2^2)^{1/\beta_w}$, où β_w est une valeur réelle constante positive. La fonction de densité de probabilité est :

$$p_w(x) = \begin{cases} \frac{\beta_w}{\Omega} x^{\beta_w-1} e^{-x^{\beta_w/\Omega}}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases} \quad (1-59)$$

Où $\Omega = E\{w^{\beta_w}\} = 2\sigma_0^2$. Le paramètre β_w est appelé *facteur de forme de Weibull*. La fonction de répartition est donnée par :

$$F_w(x) = \begin{cases} 1 - e^{-x^{\beta_w/\Omega}}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases} \quad (1-60)$$

La écart-type est :

$$E\{W\} = \Omega^{1/\beta_w} \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta_w}\right) \quad (1-61)$$

Et la variance

$$\text{Var}\{w\} = \Omega^{2/\beta_w} \left[\Gamma\left(1 + \frac{2}{\beta_w}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{\beta_w}\right) \right] \quad (1-62)$$

Où $\Gamma(\cdot)$ est la fonction gamma en (1-44).

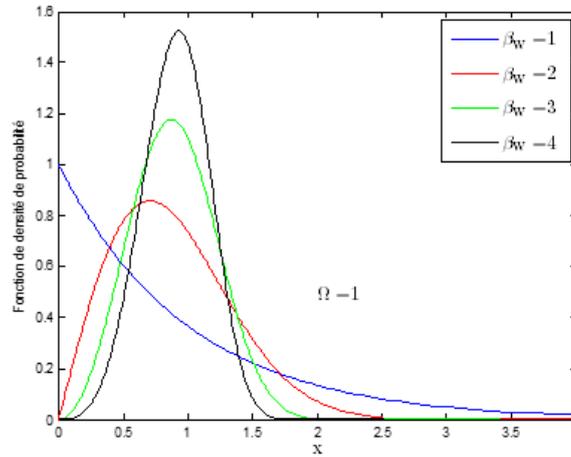


Figure 1.16. Fonction de densité de probabilité de la loi de Weibull pour différentes valeurs de β_w ($\Omega = 1$).

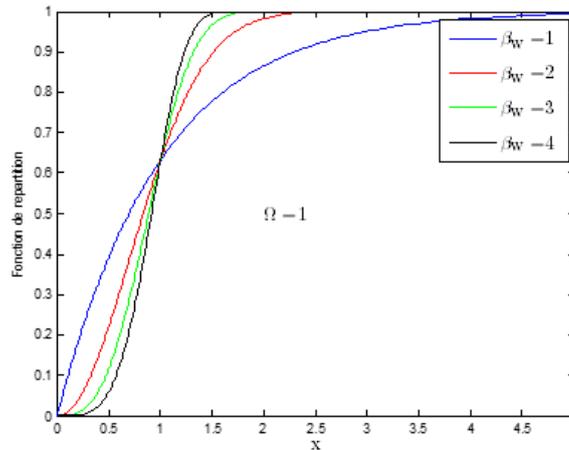


Figure 1.17. Fonction de répartition de la loi de Weibull pour différentes valeurs de β_w ($\Omega = 1$).

A partir de la loi de distribution de Weibull, nous obtenons une distribution exponentielle négative si $\beta_w = 1$ et une distribution de Rayleigh si $\beta_w = 2$. Pour $\beta_w = 3,4$, la distribution de Weibull est proche de la distribution Gaussienne. La loi de distribution de Weibull et la fonction de répartition correspondante sont illustrées aux figures (1.16) et (1.17) pour différent facteur de forme β_w ($\Omega = 1$). Dans la communication mobile, la loi de distribution de Weibull devient de plus en plus attractive car elle présente un bon ajustement aux mesures expérimentales d'évanouissement du canal à la fois en indoor et en outdoor.

1.3.3 Les opérations sur les variables aléatoires.

Dans ce qui suit, nous allons souvent faire usage des caractéristiques fondamentales des variables aléatoires : addition, multiplication, et transformation. Les principes mathématiques y afférents seront examinés brièvement.

1.3.3.1 Addition de deux variables aléatoires

Soit μ_1 et μ_2 deux variables aléatoires, qui sont statistiquement caractérisées par la fonction de densité de probabilité jointe $p_{\mu_1\mu_2}(x_1, x_2)$. La fonction de densité de probabilité de la somme $\mu = \mu_1 + \mu_2$ peut s'obtenir de la manière suivante :

$$\begin{aligned} p_{\mu}(y) &= \int_{-\infty}^{\infty} p_{\mu_1\mu_2}(x_1, y-x_1) dx_1 \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} p_{\mu_1\mu_2}(y-x_2, x_2) dx_2 \end{aligned} \quad (1-63)$$

Si deux variables aléatoires μ_1 et μ_2 sont statistiquement indépendantes, il implique que la fonction de densité de probabilité de μ est donnée par la convolution de la fonction de densité de propagation μ_1 et μ_2 . Donc,

$$\begin{aligned} p_{\mu}(y) &= p_{\mu_1}(y) * p_{\mu_2}(y) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} p_{\mu_1}(x_1) p_{\mu_2}(y-x_1) dx_1 \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} p_{\mu_2}(y-x_1) p_{\mu_1}(x_1) dx_1 \end{aligned} \quad (1-64)$$

« * » désigne l'opérateur de convolution

1.3.3.2 Multiplication de deux variables aléatoires

Soient deux variables aléatoires ζ et λ , qui sont statistiquement décrites par une fonction de densité de probabilité jointe $p_{\zeta\lambda}(x, y)$. Alors la fonction de densité de probabilité de la variable aléatoire $\eta = \zeta \cdot \lambda$ est donnée par la formule suivante :

$$p_{\eta}(z) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{|y|} p_{\zeta\lambda}\left(\frac{z}{y}, y\right) dy \quad (1-65)$$

A partir de cette relation nous obtenons l'expression suivante pour des variables aléatoires statistiquement indépendantes ζ et λ :

$$p_{\eta}(z) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{|y|} p_{\zeta}\left(\frac{z}{y}\right) p_{\lambda}(y) dy \quad (1-66)$$

1.3.3.3 Quotient de deux variables aléatoires

Soient deux variables aléatoires ζ et λ dont la fonction de densité de probabilité jointe est $p_{\zeta\lambda}(x, y)$. Alors la fonction de densité de probabilité de la variable aléatoire $\eta = \zeta/\lambda$ est donnée par la formule suivante :

$$p_{\eta}(z) = \int_{-\infty}^{\infty} |y| p_{\zeta\lambda}(yz, y) dy \quad (1-67)$$

Si les deux variables aléatoires ζ et λ sont statistiquement indépendantes, alors cette expression se simplifie par :

$$p_{\eta}(z) = \int_{-\infty}^{\infty} |y| p_{\zeta}(yz) p_{\lambda}(y) dy \quad (1-68)$$

1.3.3.4 Transformation d'une variable aléatoire

On suppose que μ est une variable aléatoire de fonction de densité de probabilité $p_{\mu}(x)$, et soit $f(\cdot)$ une fonction réelle. Par ailleurs, soit y une valeur particulière de la variable aléatoire transformée $\xi = f(\mu)$. Si l'équation $y = f(x)$ possède $m \geq 1$ racines de valeurs réelles x_1, x_2, \dots, x_m , c'est-à-dire ,

$$y = f(x_1) = f(x_2) = \dots = f(x_m) \quad (1-69)$$

alors la fonction de densité de probabilité $p_{\xi}(y)$ du $\xi = f(\mu)$ peut être exprimée en fonction de $f(\cdot)$ et de la fonction de densité de probabilité $p_{\mu}(x)$ du μ :

$$p_{\xi}(y) = \sum_{v=1}^m \frac{p_{\mu}(x_v)}{|f'(x)|_{x=x_v}} \quad (1-70)$$

Où $f'(x)$ est la dérivée de $f(x)$

1.3.3.5 Transformation de n variables aléatoires

On suppose $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n$ des variables aléatoires, qui sont statistiquement décrites par la fonction de densité de probabilité jointe $p_{\mu_1\mu_2\dots\mu_n}(x_1, x_2, \dots, x_n)$. Par ailleurs on donne les fonctions f_1, f_2, \dots, f_n . Si les systèmes d'équation $f_i(x_1, x_2, \dots, x_n) = y_i (i=1, 2, \dots, n)$ ont des solutions de valeurs réelles $x_{1v}, x_{2v}, \dots, x_{nv}$ ($v = 1, 2, \dots, m$) alors la fonction de densité de probabilité jointe des variables aléatoires $\xi_1 = f_1(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n)$, $\xi_2 = f_2(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n), \dots, \xi_n = f_n(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n)$ peut s'exprimer par :

$$p_{\xi_1\xi_2\dots\xi_n}(y_1, y_2, \dots, y_n) = \sum_{v=1}^m \frac{p_{\mu_1\mu_2\dots\mu_n}(x_{1v}, x_{2v}, \dots, x_{nv})}{|J(x_{1v}, x_{2v}, \dots, x_{nv})|} \quad (1-71)$$

$$\text{Où} \quad J(x_{1\nu}, x_{2\nu}, \dots, x_{n\nu}) = \begin{vmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{vmatrix} \quad (1-72)$$

est le *déterminant Jacobien*

On peut calculer la fonction de densité de probabilité jointe des variables aléatoires $\xi_1 \xi_2 \dots \xi_k$ pour $k < n$ en utilisant la formule (1-71) comme suit :

$$p_{\xi_1 \xi_2 \dots \xi_k}(y_1, y_2, \dots, y_k) \quad (1-73)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} p_{\xi_1 \xi_2 \dots \xi_k}(y_1, y_2, \dots, y_k) dy_{k+1} dy_{k+2} \dots dy_n$$

1.4 Processus Stochastique

Soit (Q, A, P) un espace de probabilité. On associe à chaque résultat particulier $s = s_i \in Q$ d'une expérience aléatoire une fonction temporelle particulière $\mu(t, s_i)$. Par conséquent quelque soit $s_i \in Q$, la fonction $\mu(t, s_i)$ désigne une association de \mathbb{R} à \mathbb{R} ou \mathbb{C}

$$\mu(\cdot, s_i): \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \text{ ou } \mathbb{C}, t \mapsto \mu(t, s_i) \quad (1-74)$$

La fonction temporelle individuelle $\mu(t, s_i)$ est appelée *réalisation* ou *échantillon de fonction*. Un *processus stochastique* $\mu(t, s)$ est une famille (ou un ensemble) d'échantillons de fonction $\mu(t, s_i)$ c'est-à-dire $\mu(t, s) = \{\mu(t, s_i) | s_i \in Q\} = \{\mu(t, s_1), \mu(t, s_2), \dots\}$.

En d'autres termes, à un instant particulier $t = t_0 \in \mathbb{R}$, le processus stochastique $\mu(t_0, s)$ dépend seulement du résultat s et donc égal à une variable aléatoire. Par conséquent quelque soit $t_0 \in \mathbb{R}$, $\mu(t_0, s)$ désigne une association de Q à \mathbb{R} ou \mathbb{C} conformément à ;

$$\mu(t_0, \cdot): Q \mapsto \mathbb{R} \text{ ou } \mathbb{C}, s \mapsto \mu(t_0, s) \quad (1-75)$$

La fonction de densité de probabilité de la variable aléatoire $\mu(t_0, s)$ est déterminée par les occurrences des résultats. [1.02]

Toutefois, un processus stochastique est une fonction à deux variables $t \in \mathbb{R}$ et $s \in Q$ de sorte que la notation correcte est $\mu(t, s)$. Pratiquement on simplifie la notation par $\mu(t)$.

Nous pouvons conclure qu'un processus stochastique $\mu(t)$ peut être interprété par :

- (i) Si t est une variable et s une variable aléatoire, alors $\mu(t)$ représente une famille ou un ensemble d'échantillons de fonctions $\mu(t, s)$.
- (ii) Si t est une variable et $s = s_0$ est une constante, alors $\mu(t) = \mu(t, s_0)$ est une réalisation ou un échantillon de fonction du processus stochastique.

- (iii) Si $t = t_0$ est une constante et s une variable aléatoire, alors $\mu(t_0)$ est aussi une variable aléatoire
- (iv) Si à la fois, $t = t_0$ et $s = s_0$ sont des constantes, alors $\mu(t_0)$ est une valeur réelle (ou valeur complexe)

La figure (1.18) illustre ces déclarations

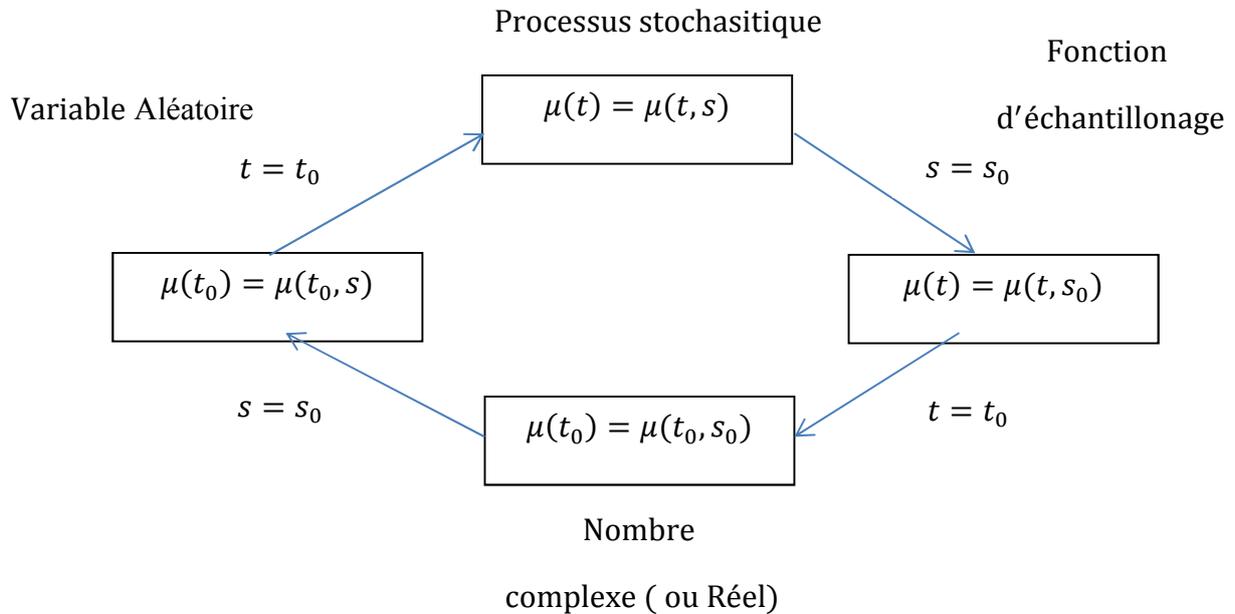


Figure 1.18. Relation entre le processus stochastique, la fonction d'échantillonnage, le variable aléatoire et le nombre complexe (ou Réel)

Soient $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n$ une séquence de n variables aléatoires obtenue par échantillonnage d'un processus stochastique aux instants t_1, t_2, \dots, t_n c'est-à-dire,

$$\mu_1 = \mu(t_1), \mu_2 = \mu(t_2), \dots, \mu_n = \mu(t_n) \quad (1-76)$$

Alors, les propriétés statistiques du processus stochastique $\mu(t)$ sont complètement déterminés par le nième ordre de distribution des variables aléatoires $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n$

1.4.1 Définitions

1.4.1.1 nième ordre de distribution

Le nième ordre de distribution d'un processus stochastique $\mu(t)$ est la distribution jointe des variables aléatoires $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n$

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n ; t_1, t_2, \dots, t_n) = P\{\mu(t_1) \leq x_1, \mu(t_2) \leq x_2, \dots, \mu(t_n) \leq x_n\} \quad (1-77)$$

1.4.1.2 nième ordre de densité

La fonction définie par

$$p(x_1, x_2, \dots, x_n ; t_1, t_2, \dots, t_n) = \frac{\partial^n F(x_1, x_2, \dots, x_n ; t_1, t_2, \dots, t_n)}{\partial x_1 \partial x_2 \dots \partial x_n} \quad (1-78)$$

est dite *nième ordre de densité* du processus $\mu(t)$.

1.4.1.3 Valeur complexe d'un processus stochastique

Soit $\mu_1(t)$ et $\mu_2(t)$ deux valeurs réelles d'un processus stochastique, alors la *valeur complexe du processus stochastique* est définie par la somme :

$$\mu(t) = \mu_1(t) + j\mu_2(t) \quad (1-79)$$

1.4.1.4 Vecteur du processus

Un *vecteur du processus* $\boldsymbol{\mu}(t)$ (ou un processus à n -dimension) est une famille de n processus stochastiques $\mu_1(t), \mu_2(t), \dots, \mu_n(t)$

$$\boldsymbol{\mu}(t) = (\mu_1(t), \mu_2(t), \dots, \mu_n(t)) \quad (1-80)$$

Nous avons vu qu'un processus stochastique $\mu(t)$ peut être interprété comme une variable aléatoire pour des valeurs fixes de $t \in \mathbb{R}$. Cette variable aléatoire peut aussi être décrite par une fonction de répartition $F_\mu(x; t) = P\{\mu(t) \leq x\}$ ou par une fonction de densité de probabilité $p_\mu(x; t) = dF_\mu(x; t)/dx$.

La correspondance de l'écart-type des variables aléatoires aux processus stochastiques conduit à une *fonction de l'écart-type* :

$$m_\mu(t) = E\{\mu(t)\} \quad (1-81)$$

Considérons deux variables aléatoires $\mu_1(t)$ et $\mu_2(t)$, qui sont assignés à un processus stochastique $\mu(t)$ aux instants t_1 et t_2 , alors

$$r_{\mu\mu}(t_1, t_2) = E\{\mu^*(t_1)\mu(t_2)\} \quad (1-82)$$

est appelé *fonction d'autocorrélation* de $\mu(t)$, où l'astérisque * note l'opérateur de conjugaison complexe. Ici, la conjugaison complexe est associée avec la première variable indépendante $r_{\mu\mu}(t_1, t_2)$. A noter particulièrement qu'une fonction d'autocorrélation $r_{\mu\mu}(t_1, t_2)$ en diagonale $t = t_1 = t_2$ est égale à la puissance moyenne de $\mu(t)$ c'est-à-dire :

$$r_{\mu\mu}(t, t) = E\{|\mu(t)|^2\} \geq 0 \quad (1-83)$$

Les données de l'ensemble des densités de probabilité pour l'ensemble des valeurs de t ne suffisent pas a priori pour caractériser complètement la fonction aléatoire $\mu(t)$. En effet, ces densités de probabilité ne disent rien de la probabilité d'avoir une valeur μ_1 à un instant donné t_1 et d'avoir conjointement une valeur μ_2 à un autre instant t_2 . Il est donc nécessaire, pour

caractériser $\mu(t)$, de connaître également les densités de probabilités à deux temps qui donnent des informations supplémentaires concernant le déroulement d'un processus. C'est l'introduction de la fonction d'autocorrélation.

La *fonction de variance* d'une valeur complexe d'un processus stochastique $\mu(t)$ est définie comme suit :

$$\begin{aligned}\sigma_{\mu}^2(t) &= Var\{\mu(t)\} = E\{|\mu(t) - E\{\mu(t)\}|^2\} \\ &= E\{\mu^*(t)\mu(t)\} - E\{\mu^*(t)\}E\{\mu(t)\} \\ &= E\{\mu^*(t)\mu(t)\} - E\{\mu^*(t)\}E\{\mu(t)\} \\ &= r_{\mu\mu}(t, t) - |m_{\mu}(t)|^2\end{aligned}\tag{1-84}$$

Où $r_{\mu\mu}(t, t)$ désigne la fonction d'autocorrélation de la relation (1-82) à l'instant $t_1 = t_2 = t$, et $m_{\mu}(t)$ représente la fonction de variable aléatoire suivant la formule (1-81). L'expression

$$r_{\mu_1\mu_2}(t_1, t_2) = E\{\mu_1^*(t_1)\mu_2(t_2)\}\tag{1-85}$$

introduit la *fonction de corrélation croisée* des processus stochastiques $\mu_1(t)$ et $\mu_2(t)$ aux instants respectivement de t_1 et de t_2 . Finalement,

$$r_{\mu_1\mu_2}^c(t_1, t_2) = r_{\mu_1\mu_2}(t_1, t_2) - m_{\mu_1}^*(t_1)m_{\mu_2}(t_2)\tag{1-86}$$

définit la fonction de corrélation croisée de $\mu_1(t)$ et $\mu_2(t)$. Les processus stochastiques $\mu_1(t)$ et $\mu_2(t)$ sont dits non corrélés si $r_{\mu_1\mu_2}^c(t_1, t_2) = 0$ à tout instant t_1 et t_2

1.4.2 Processus stationnaire

Le processus stationnaire est d'une importance cruciale pour la modélisation de canaux radio mobiles. On distingue souvent des processus stationnaires à sens stricte et ceux à sens large.

1.4.2.1 Processus stationnaire à sens stricte

Un processus stochastique $\mu(t)$ est dit à *sens stricte du processus stationnaire*, si ces propriétés statistiques sont invariants par rapport au décalage de l'origine, c'est-à-dire $\mu(t)$ et $\mu(t + c)$ ont les mêmes statistiques pour toutes les valeurs $c \in \mathbb{R}$. En conséquence, le n ième ordre de densité d'un processus stationnaire à sens stricte doit aussi être invariant dans le temps, c'est-à-dire,

$$p(x_1, x_2, \dots, x_n; t_1, t_2, \dots, t_n) = p(x_1, x_2, \dots, x_n; t_1 + c, t_2 + c, \dots, t_n + c)\tag{1-87}$$

pour toutes les valeurs de $c \in \mathbb{R}$.

Le processus stationnaire à sens stricte a les propriétés suivantes :

- (i) Le premier ordre de densité est indépendant du temps c'est-à-dire,

$$p_{\mu}(x; t) = p_{\mu}(x; t + c) = p_{\mu}(x)\tag{1-88}$$

pour tout t et c

(ii) Le second ordre de densité dépend seulement de la différence temporelle $\tau = t_1 - t_2$ entre deux échantillons c'est-à-dire,

$$p_{\mu_1\mu_2}(x_1, x_2; t_1, t_2) = p_{\mu_1\mu_2}(x_1, x_2; \tau) \quad (1-89)$$

pour tout t_1 et t_2 .

(iii) La première propriété implique que l'écart type de $\mu(t)$ est constante, c'est-à-dire,

$$E\{\mu(t)\} = m_\mu = \text{const.} \quad (1-90)$$

pour tout t

(iv) La seconde propriété implique que la fonction d'autocorrélation de $\mu(t)$ dépend seulement de la différence temporelle $\tau = t_1 - t_2$ c'est-à-dire,

$$r_{\mu_1\mu_2}(t_1, t_2) = r_{\mu\mu}(|t_1 - t_2|) \quad (1-91)$$

Si (1-87) n'est valable que pour $k \leq n$, alors le processus stochastique $\mu(t)$ est dite *stationnaire d'ordre k*

1.4.2.2 Processus stationnaire à sens large

Un processus stochastique $\mu(t)$ est dit *stationnaire à sens large* si et seulement si les deux conditions du (1-90) et (1-91) sont remplies. Dans ce cas, la fonction de l'écart-type $E\{\mu(t)\}$ est indépendante de t et par conséquent se simplifie à l'écart-type m_μ introduite en variables aléatoires. Par ailleurs, la fonction d'autocorrélation $r_{\mu\mu}(t_1, t_2)$ dépend simplement de la différence de temps $t_1 - t_2$. Un processus stationnaire à sens stricte est souvent à sens large, mais un processus stationnaire à sens large n'est pas forcément à sens stricte. Soit $\mu(t)$ un processus stationnaire à sens large, alors il s'en suit à partir des relations (1-82) et (1-91) avec $t_1 = t$ et $t_2 = t + \tau$ pour $\tau > 0$ la relation suivante :

$$r_{\mu\mu}(\tau) = r_{\mu\mu}(t, t + \tau) = E\{\mu^*(t)\mu(t + \tau)\} \quad (1-92)$$

A noter particulièrement que $r_{\mu\mu}(0) = E\{|\mu(t)|^2\}$ représente la *puissance moyenne* de $\mu(t)$. Analogiquement, pour la fonction d'autocorrélation (1-85) des deux processus stationnaires à sens large $\mu_1(t)$ et $\mu_2(t)$, nous obtenons

$$r_{\mu_1\mu_2}(\tau) = E\{\mu_1^*(t)\mu_2(t + \tau)\} = r_{\mu_1\mu_2}^*(-\tau) \quad (1-93)$$

Similairement, la *fonction de croissance croisée* des deux processus stationnaires à sens large $\mu_1(t)$ et $\mu_2(t)$ est égale à :

$$r_{\mu_1\mu_2}^c(\tau) = r_{\mu_1\mu_2}(\tau) - m_{\mu_1}^* m_{\mu_2} \quad (1-94)$$

Si $r_{\mu_1\mu_2}^c(\tau) = 0$ pour tous les valeurs de τ , alors les processus stochastiques $\mu_1(t)$ et $\mu_2(t)$ sont dits *non corrélés*. En supposant que $\mu_1(t)$ et $\mu_2(t)$ sont deux processus stochastiques à

sens large et à valeurs réelles, alors la fonction d'autocorrélation du processus complexe $\mu(t) = \mu_1(t) + j\mu_2(t)$ peut s'obtenir de la façon suivante :

$$\begin{aligned}
r_{\mu\mu}(\tau) &= E\{\mu^*(t)\mu(t+\tau)\} & (1-95) \\
&= E\{(\mu_1(t) - j\mu_2(t))(\mu_1(t+\tau) + j\mu_2(t+\tau))\} \\
&= E\{\mu_1(t)\mu_1(t+\tau)\} + E\{\mu_2(t)\mu_2(t+\tau)\} \\
&\quad + jE\{\mu_1(t)\mu_2(t+\tau)\} - jE\{\mu_2(t)\mu_1(t+\tau)\} \\
&= r_{\mu_1\mu_1}(\tau) + r_{\mu_2\mu_2}(\tau) + j(r_{\mu_1\mu_2}(\tau) - r_{\mu_2\mu_1}(\tau))
\end{aligned}$$

Donc, la fonction d'autocorrélation d'un processus complexe dépend en général de la fonction d'autocorrélation de composant de phase et de la quadrature. C'est aussi bien valable pour la fonction de corrélation croisée.

Soit $\mu(t)$ un processus stationnaire à sens large. La transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation $r_{\mu\mu}(\tau)$ de $\mu(t)$, définie par :

$$S_{\mu\mu}(f) := \int_{-\infty}^{\infty} r_{\mu\mu}(\tau)e^{-j2\pi f\tau} d\tau, \quad f \in \mathbb{R}, \quad (1-96)$$

est appelée *densité spectrale de puissance*. Cette relation entre la densité spectrale de puissance et l'autocorrélation est connue sous le nom de *théorème de Winer-Khinchin*. A partir de la transformée inverse de Fourier de la densité spectrale de puissance $S_{\mu\mu}(f)$, nous obtenons la fonction d'autocorrélation $r_{\mu\mu}(\tau)$ de $\mu(t)$ c'est-à-dire.,

$$r_{\mu\mu}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{\mu\mu}(f)e^{j2\pi f\tau} d\tau, \quad \tau \in \mathbb{R} \quad (1-97)$$

Si $\mu_1(t)$ et $\mu_2(t)$ sont deux processus stochastiques à sens large avec une fonction de corrélation croisée $r_{\mu_1\mu_2}(\tau)$, alors la transformée de Fourier de $r_{\mu_1\mu_2}(\tau)$, définie par :

$$S_{\mu_1\mu_2}(f) := \int_{-\infty}^{\infty} r_{\mu_1\mu_2}(\tau)e^{-j2\pi f\tau} d\tau, \quad f \in \mathbb{R}, \quad (1-98)$$

est appelé *densité spectrale de puissance croisée*. En prenant la relation (1-57) en compte, nous réalisons immédiatement que $S_{\mu_1\mu_2}(f) = S_{\mu_2\mu_1}^*(f)$. Analogiquement, la transformée de Fourier de la fonction de corrélation croisée $r_{\mu_1\mu_2}^c(\tau)$ est appelé *densité spectrale de corrélation croisée de puissance* $S_{\mu_2\mu_1}^c(f)$.

Il est a noté qu'un processus stationnaire ne peut pas exister réellement. Le processus stationnaire est utilisé simplement pour les modèles mathématiques.

1.4.3 Processus ergodique

La description des propriétés statistiques des processus stochastiques, comme l'écart-type ou la fonction d'autocorrélation, est basée sur la moyenne d'ensemble (moyennes statistiques) en prenant compte toutes les fonctions possibles d'échantillons d'un processus stochastique. Dans

la pratique, cependant, on observe et enregistre seulement un nombre fini de fonctions d'échantillons (pour la plupart même, une seule fonction d'un seul échantillon). Néanmoins, afin de déterminer sur les propriétés statistiques du processus stochastique, on se réfère à l'hypothèse ergodique.

L'hypothèse ergodique se repose sur le fait de voir la possibilité d'évaluer un exemple d'échantillon unique de fonction d'un processus stochastique au lieu d'évaluer la moyenne sur l'ensemble d'échantillons de fonction à un ou plusieurs instants spécifiques. L'important est de savoir si l'écart-type et la fonction d'autocorrélation d'un processus stochastique $\mu(t)$ sont égaux aux moyennes temporelles prises arbitrairement à partir d'un exemple d'échantillons $\mu(t, s_i)$.

Suivant les *théorèmes ergodiques*, un processus stochastique $\mu(t)$ est appelé moyenne ergodique si sa valeur moyenne $E\{\mu(t)\} = m_\mu$ est égale à la moyenne temporelle de $\mu(t, s_i)$, c'est-à-dire,

$$m_\mu = \tilde{m}_\mu := \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T \mu(t, s_i) dt, \forall i = 1, 2, \dots \quad (1-99)$$

Analogiquement, un processus stochastique $\mu(t)$ est appelé *autocorrélation ergodique* si sa fonction d'autocorrélation $r_{\mu\mu}(\tau) = E\{\mu^*(t)\mu(t + \tau)\}$ est égale à la fonction temporelle d'autocorrélation de $\mu(t, s_i)$, c'est-à-dire,

$$r_{\mu\mu}(\tau) = \tilde{r}_{\mu\mu}(\tau) := \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T \mu^*(t, s_i) \mu^*(t + \tau, s_i) dt, \quad (1-100)$$

$$\forall i = 1, 2, \dots$$

Un processus stationnaire $\mu(t)$ est dit *ergodique à sens stricte*, si les tous les écart-types, correspondants à tous les exemples de fonctions possibles, sont identiques à leur moyenne temporelle respective prise arbitrairement à partir d'un exemple d'échantillons. Si ces conditions sont seulement remplies pour l'écart-type et la fonction d'autocorrélation, c'est-à-dire seulement pour les relations (1-99) et (1-100), alors le processus stochastique $\mu(t)$ est dit *ergodique à sens large*. Un processus ergodique à sens stricte est toujours stationnaire. L'inverse n'est pas toujours vrai, bien que communément admis.

1.4.4 Taux de passage à niveau et la durée moyenne des évanouissements

A part la fonction de densité de probabilité et la fonction d'autocorrélation, d'autres quantités caractéristiques décrivant les statistiques des évanouissements des canaux mobiles sont importantes, tels le *taux de passage à niveau et la durée moyenne des évanouissements*.

Comme nous le savons, le signal reçu dans les communications radio mobiles subit souvent des fluctuations statistiques lourdes, qui peuvent s'étendre sur une portée allant jusqu'à 30 dB et plus. Dans les communications numériques, une forte baisse du signal reçu mène directement à une augmentation drastique du taux d'erreur binaire. [1.03] [1.04]

Pour l'optimisation des schémas de codage, qui est nécessaire pour la correction d'erreur, il est non seulement important de savoir à quelle fréquence le signal reçu dépasse un seuil donné par unité de temps, mais aussi pour combien de temps en moyenne le signal reste en dessous de ce seuil. Des mesures appropriées pour ces événements se qualifient par le taux passage à niveau et la durée moyenne des évanouissements.

1.4.4.1 Taux passage à niveau

Le *taux passage à niveau*, noté par $N_\zeta(r)$, décrit combien de fois un processus stochastique $\zeta(t)$ dépasse en moyenne un niveau de signal donné r , de bas en haut (ou inversement) en une seconde. Le taux passage à niveau $N_\zeta(r)$ peut être calculé de la façon suivante :

$$N_\zeta(r) = \int_0^\infty x p_{\zeta\dot{\zeta}}(r, \dot{x}) dx, \quad r \geq 0, \quad (1-101)$$

Où $p_{\zeta\dot{\zeta}}(r, \dot{x})$ est la fonction de densité de probabilité jointe des processus $\zeta(t)$ et de son dérivée $\dot{\zeta}(t) = d\zeta(t)/dt$ au même instant t .

Les expressions analytiques du taux de passage à niveau de processus de Rayleigh et de Rice peuvent être facilement calculées. Considérons deux processus aléatoires gaussiens $\mu_1(t)$ et $\mu_2(t)$ à valeurs réelles et de moyenne zéro, présentant des fonctions d'autocorrélations identiques c'est-à-dire $r_{\mu_1\mu_1}(\tau) = r_{\mu_2\mu_2}(\tau)$.

Alors, pour le taux de passage à niveau du processus de Rayleigh résultant $\zeta(t) = \sqrt{\mu_1^2(t) + \mu_2^2(t)}$, nous obtenons les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} N_\zeta(r) &= \sqrt{\frac{\beta}{2\pi}} \cdot \frac{r}{\sigma_0^2} e^{-\frac{r^2}{2\sigma_0^2}} \\ &= \sqrt{\frac{\beta}{2\pi}} \cdot p_\zeta(r), \quad r \geq 0, \end{aligned} \quad (1-102)$$

Où $\sigma_0^2 = r_{\mu_i\mu_i}(0)$ est la puissance moyenne dudit processus aléatoire gaussien $\mu_i(t)$ ($i = 1, 2$).

Ici β , est une notation courte de la courbure négative de la fonction d'autocorrélation $r_{\mu_1\mu_1}(\tau)$ et $r_{\mu_2\mu_2}(\tau)$ à l'origine $\tau = 0$ c'est-à-dire

$$\beta = -\frac{d^2}{d\tau^2}r_{\mu_i\mu_i}(\tau)|_{\tau=0} = -\ddot{r}_{\mu_i\mu_i}(0), \quad i = 1,2 \quad (1-103)$$

Pour le processus de Rice $\xi(t) = \sqrt{(\mu_1(t) + \rho)^2 + \mu_2^2(t)}$, le taux de passage à niveau peut être exprimé par :

$$\begin{aligned} N_{\xi}(r) &= \sqrt{\frac{\beta}{2\pi}} \cdot \frac{r}{\sigma_0^2} e^{-\frac{r^2 + \rho^2}{2\sigma_0^2}} I_0\left(\frac{r\rho}{\sigma_0^2}\right) \\ &= \sqrt{\frac{\beta}{2\pi}} \cdot p_{\xi}(r), \quad r \geq 0 \end{aligned} \quad (1-104)$$

1.4.4.2 Durée moyenne des évanouissements

La *durée moyenne des évanouissements*, notée par $T_{\zeta-}(r)$, est l'écart-type de la longueur d'intervalle de temps durant lequel le processus stochastique $\zeta(t)$ est inférieur à un niveau de signal donné r . La durée moyenne des évanouissements $T_{\zeta-}(r)$ est donnée par :

$$T_{\zeta-}(r) = \frac{F_{\zeta-}(r)}{N_{\zeta}(r)} \quad (1-105)$$

Où $F_{\zeta-}(r)$ est la fonction de répartition du processus stochastique $\zeta(t)$ étant la probabilité que $\zeta(t)$ soit inférieure ou égale au niveau du signal r , c'est-à-dire,

$$F_{\zeta-}(r) = P\{\zeta(t) \leq r\} = \int_0^r p_{\zeta}(x) dx \quad (1-106)$$

Pour le processus de Rayleigh $\zeta(t)$, la durée moyenne des évanouissements est donnée par :

$$T_{\zeta-}(r) = \sqrt{\frac{2\pi}{\beta}} \cdot \frac{\sigma_0^2}{r} \left(e^{\frac{r^2}{2\sigma_0^2}} - 1 \right), \quad r \geq 0 \quad (1-107)$$

Où la quantité β est donnée par l'équation (1-103)

Pour le processus de Rice, nous trouvons, en utilisant la relation (1.31), et en substituant (1-106) et (1-104) dans (1-105) l'expression suivante qui doit être évaluée numériquement :

$$T_{\xi-}(r) = \sqrt{\frac{2\pi}{\beta}} \cdot \frac{e^{\frac{r^2}{2\sigma_0^2}}}{r I_0\left(\frac{r\rho}{\sigma_0^2}\right)} \int_0^r x e^{\frac{x^2}{2\sigma_0^2}} I_0\left(\frac{x\rho}{\sigma_0^2}\right) dx, \quad r \geq 0 \quad (1-108)$$

Analogiquement, l'*intervalle de temps de connexion* $T_{\zeta+}(r)$ peut être introduit.

Cette quantité décrit la valeur moyenne de la longueur d'intervalle de temps durant lequel un processus stochastique $\zeta(t)$ est au-dessus du niveau du signal donné r . Donc :

$$T_{\zeta+}(r) = \frac{F_{\zeta+}(r)}{N_{\zeta}(r)} \quad (1-109)$$

Où $F_{\zeta+}(r)$ est appelé *fonction de répartition complémentaire de $\zeta(t)$* . Cette fonction désigne la probabilité que $\zeta(t)$ est plus grand que r , c'est-à-dire $F_{\zeta+}(r) = P\{\zeta(t) > r\}$. La relation entre la fonction de répartition complémentaire $F_{\zeta+}$ et la fonction de répartition $F_{\zeta-}$ est donnée par :

$$F_{\zeta+}(r) = 1 - F_{\zeta-}(r) \quad (1-110)$$

1.4.5 Systèmes linéaires aux entrées stochastiques

Les systèmes linéaires peuvent être classifiés en deux catégories : les systèmes linéaires invariants dans le temps, et les systèmes linéaires variables dans le temps. Dans plusieurs cas, les systèmes physiques sont modélisés par un système linéaire invariant dans le temps. Dans la modélisation des communications mobiles, toutefois, c'est plus raisonnable de modéliser un canal par un système linéaire à système variable. Dans ce qui suit, nous introduisons à la fois les systèmes linéaires invariants et variables dans le temps, et nous développerons des techniques pour calculer les réponses de ces systèmes aux entrées stochastiques.

1.4.5.1 Systèmes linéaires invariants dans le temps

Considérons un système linéaire dans lequel un processus stochastique en entrée $x(t)$ correspond à un processus stochastique en sortie $y(t)$:

$$y(t) = L\{x(t)\} \quad (1-111)$$

Le système est dit *linéaire invariant dans le temps* s'il satisfait les propriétés suivantes :

(i) Le système est *linéaire*, c'est-à-dire

$$L\{a_1x_1(t) + a_2x_2(t)\} = a_1Lx_1(t) + a_2Lx_2(t) \quad (1-112)$$

Pour les constants a_1 , a_2 , et les processus stochastiques $x_1(t)$ et $x_2(t)$

(ii) Le système est *invariant dans le temps*, c'est-à-dire que si $y(t) = L\{x(t)\}$ alors

$$y(t - t_0) = L\{x(t - t_0)\} \quad (1-113)$$

pour tout $t_0 \in \mathbb{R}$,

Un système linéaire invariant dans le temps est complètement déterminé par sa *réponse impulsive*. La réponse impulsive notée par $h(t)$ est définie par :

$$h(t) := L\{\delta(t)\} \quad (1-114)$$

Où $\{\delta(t)\}$ est la *fonction delta de Dirac*.

La transformée de Fourier de la réponse impulsionnelle est connue sous le nom de *fonction de transfert* :

$$H(f) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t)e^{-j2\pi ft} dt \quad (1-115)$$

Le processus en sortie $y(t)$ d'un système linéaire invariant dans le temps est déterminé par la convolution du processus en entrée $x(t)$ et de la réponse impulsionnelle $h(t)$ du système, c'est-à-dire,

$$y(t) = x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t - \tau)h(\tau)d\tau \quad (1-116)$$

Nous avons ces relations suivantes :

$$r_{xy}(\tau) = r_{xx}(\tau) * h(\tau) \circ \bullet S_{xy}(f) = S_{xx}(f).H(f), \quad (1-117)$$

$$r_{yx}(\tau) = r_{xx}(\tau) * h^*(-\tau) \circ \bullet S_{yx}(f) = S_{xx}(f).H^*(f),$$

$$r_{yy}(\tau) = r_{xx}(\tau) * h(\tau) * h^*(-\tau) \circ \bullet S_{yy}(f) = S_{xx}(f).|H(f)|^2,$$

Où le symbole $\circ \bullet$ désigne la transformée de Fourier.

Avec l'utilisation de transformée de Hilbert, on a les relations suivantes :

$$r_{x\check{x}}(\tau) = \check{r}_{xx}(\tau) \circ \bullet S_{x\check{x}}(f) = -j\text{sgn}(f).S_{xx}(f), \quad (1-118)$$

$$r_{\check{x}\check{x}}(\tau) = -r_{\check{x}x}(\tau) \circ \bullet S_{\check{x}\check{x}}(f) = -S_{\check{x}x}(f)$$

$$r_{\check{x}\check{x}}(\tau) = r_{xx}(\tau) \circ \bullet S_{\check{x}\check{x}}(f) = S_{xx}(f),$$

1.4.5.2 Systèmes linéaires variables dans le temps

S'il n'y a que la première condition de (1-112) qui est satisfaite, alors le système est dit linéaire variant dans le temps. Un système linéaire variant dans le temps est complètement spécifié par sa réponse impulsionnelle variable dans le temps.

Cette dernière, notée par $h(t_0, t)$ est la réponse du système observée à l'instant t à une impulsion delta que le système simule à l'instant t_0 , c'est-à-dire :

$$h(t_0, t) := L\{\delta(t - t_0)\} \quad (1-119)$$

Le processus de sortie $y(t)$ peut être exprimé en fonction du processus en entrée $x(t)$ et de la réponse impulsionnelle $h_0(t_0, t)$:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t_0)h_0(t_0, t)dt_0 \quad (1-120)$$

Pour plus de commodité, nous remplaçons t_0 par $t - \tau'$ et nous obtenons l'équation équivalente

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t - \tau')h(\tau', t)d\tau' \quad (1-121)$$

Où $h(\tau', t) := h_0(t - \tau', t)$.

La réponse impulsionnelle correspondante au $h(\tau', t)$ est la réponse du système observée à l'instant t à l'impulsion delta que le système simule à l'instant $t - \tau'$. La transformée de Fourier de la réponse impulsionnelle à temps variable $h(\tau', t)$ suivant, c'est-à-dire,

$$H(f', t) := \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau', t)e^{-j2\pi f\tau'}d\tau' \quad (1-122)$$

est dite *fonction de transfert à temps variable* du système. Symboliquement on a $h(\tau', t) \leftrightarrow H(f', t)$. Toutes les valeurs physiques réelles doivent suivre la loi de causalité : $h(\tau', t) = 0$ si $\tau' < 0$. Ce qui veut dire que le système ne peut pas répondre avant qu'il ne soit excité. Pour les systèmes à temps variables de causalité linéaire, la limite minimum des intégrales (1-121) et (1-122) peut être nulle.

1.5 Signal déterministe

1.5.1 Signal déterministe à temps continue

Un signal *déterministe à temps continue* est souvent défini dans \mathbb{R} . L'ensemble \mathbb{R} est considéré comme un espace-temps dans lequel les variables t prennent leurs valeurs, c'est-à-dire que $t \in \mathbb{R}$.

Un signal déterministe est décrit par une fonction (une correspondance) telle que chaque valeur de t est définitivement assignée à un nombre réel (ou une valeur complexe). Pour bien

distinguer le signal déterministe du processus stochastique, nous allons placer un tilt sur le symbole du signal déterministe.

Donc, sous un signal déterministe $\tilde{\mu}(t)$, nous avons toujours une correspondance

$$\tilde{\mu}: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \text{ (ou } \mathbb{C}), \quad t \mapsto \tilde{\mu}(t). \quad (1-123)$$

Pour des signaux déterministes, les termes suivants sont très importants.

1.5.1.1 Valeur moyenne

La valeur moyenne pour un signal déterministe $\tilde{\mu}(t)$ est définie par :

$$\tilde{m}_\mu := \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T \tilde{\mu}(t) dt \quad (1-124)$$

1.5.1.2 Puissance moyenne

La *puissance moyenne* d'un signal déterministe $\tilde{\mu}(t)$ est définie par :

$$\tilde{\sigma}_\mu^2 := \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T |\tilde{\mu}(t)|^2 dt \quad (1-125)$$

La puissance d'un signal déterministe est finie.

1.5.1.3 La fonction d'autocorrélation

Soit $\tilde{\mu}(t)$ un signal déterministe. Alors, la *fonction d'autocorrélation* de $\tilde{\mu}(t)$ est définie par

$$\tilde{r}_{\mu\mu}(\tau) := \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T \tilde{\mu}^*(t) \tilde{\mu}(t + \tau) dt, \quad \tau \in \mathbb{R} \quad (1-126)$$

En comparant (2.125) et (2.126), nous réalisons que la valeur de $\tilde{r}_{\mu\mu}(\tau)$ à $\tau = 0$ est identique à la puissance moyenne de $\tilde{\mu}(t)$, donc la relation $\tilde{r}_{\mu\mu}(0) = \tilde{\sigma}_\mu^2$ est toujours maintenue.

1.5.1.4 La fonction de corrélation croisée

Soit $\tilde{\mu}_1(t)$ et $\tilde{\mu}_2(t)$ deux signaux déterministes. Alors la *fonction de corrélation croisée* de $\tilde{\mu}_1(t)$ et $\tilde{\mu}_2(t)$ est définie par :

$$\tilde{r}_{\mu_1\mu_2}(\tau) := \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T \tilde{\mu}_1^*(t) \tilde{\mu}_2(t + \tau) dt, \quad \tau \in \mathbb{R} \quad (1-127)$$

Donc la relation $\tilde{r}_{\mu_1\mu_2}(\tau) = \tilde{r}_{\mu_2\mu_1}^*(-\tau)$ est toujours maintenue.

1.5.1.5 La densité spectrale de puissance

Soit $\tilde{\mu}(t)$ un signal déterministe. Alors la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation $\tilde{r}_{\mu\mu}(\tau)$ définie par :

$$\tilde{S}_{\mu\mu}(f) := \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{r}_{\mu\mu}(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau, \quad f \in \mathbb{R} \quad (1-128)$$

est dite *densité spectrale de puissance* de $\tilde{\mu}(t)$.

A partir de cette puissance $\tilde{S}_{\mu\mu}(f)$, nous obtenons la fonction d'autocorrélation $\tilde{r}_{\mu\mu}(\tau)$ par la transformée inverse de Fourier

$$\tilde{r}_{\mu\mu}(\tau) := \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{S}_{\mu\mu}(f) e^{j2\pi f\tau} df, \quad \tau \in \mathbb{R} \quad (1-129)$$

1.5.1.6 La densité spectrale de puissance croisée

Soit $\tilde{\mu}_1(t)$ et $\tilde{\mu}_2(t)$ deux signaux déterministes. Alors la transformée de Fourier de la fonction de corrélation croisée $\tilde{r}_{\mu_1\mu_2}(\tau)$

$$\tilde{S}_{\mu_1\mu_2}(f) := \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{r}_{\mu_1\mu_2}(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau, \quad f \in \mathbb{R} \quad (1-130)$$

est dite *densité spectrale de puissance croisée*. A partir de (1-130) et de la relation $\tilde{r}_{\mu_1\mu_2}(\tau) = \tilde{r}_{\mu_2\mu_1}^*(-\tau)$, on en déduit que la relation $\tilde{S}_{\mu_1\mu_2}(f) = \tilde{S}_{\mu_2\mu_1}^*(-f)$ est toujours maintenue. Soit $\tilde{v}(t)$ et $\tilde{\mu}(t)$ respectivement, le signal déterministe en entrée et le signal déterministe en sortie d'un système linéaire stable invariant dans le temps, dont la fonction de transfert est $H(f)$, alors la densité spectrale de puissance $\tilde{S}_{\mu\mu}(f)$ du signal en sortie $\tilde{\mu}(t)$ peut être exprimée en fonction de la densité spectrale de puissance $\tilde{S}_{vv}(f)$ du signal en entrée par la relation :

$$\tilde{S}_{\mu\mu}(f) = |H(f)|^2 \tilde{S}_{vv}(f) \quad (1-131)$$

1.5.2 Signal déterministe à temps discret

En faisant des échantillons équidistants sur un signal à temps continu $\tilde{\mu}(t)$ à des intervalles de temps discrets $t_k = kT_S$, où $k \in \mathbb{Z}$ et T_S symbolise l'intervalle d'échantillonnage, nous pouvons obtenir une séquence de nombre $\{\tilde{\mu}(kT_S)\} = \{\dots, \tilde{\mu}(-T_S), \tilde{\mu}(0), \tilde{\mu}(T_S), \dots\}$.

Dans ce qui suit, nous simplifions $\tilde{\mu}(kT_S)$ des signaux à temps discret ou des séquences, par les notations

$$\bar{\mu}[k] := \tilde{\mu}(kT_S) = \tilde{\mu}(t)|_{t=kT_S} \quad (1-132)$$

Il est évident qu'en échantillonnant un signal déterministe à temps continu $\tilde{\mu}(t)$, nous obtenons un signal à temps discret $\bar{\mu}[k]$, qui est aussi déterministe. Sous un signal déterministe à temps discret $\bar{\mu}[k]$, nous avons la correspondance suivante :

$$\bar{\mu}: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z} \text{ (ou } \mathbb{C}), \quad k \mapsto \bar{\mu}[k] \quad (1-133)$$

1.5.2.1 Valeur moyenne

La *valeur moyenne* d'une séquence déterministe $\bar{\mu}[k]$ est définie par

$$\bar{m}_{\mu} := \lim_{K \rightarrow \infty} \frac{1}{2K+1} \sum_{k=-K}^K \bar{\mu}[k] \quad (1-134)$$

1.5.2.2 Puissance moyenne

La *puissance moyenne* d'une séquence déterministe $\bar{\mu}[k]$ est définie par

$$\bar{\sigma}_\mu^2 := \lim_{K \rightarrow \infty} \frac{1}{2K+1} \sum_{k=-K}^K |\bar{\mu}[k]|^2 \quad (1-135)$$

1.5.2.3 Séquence d'autocorrélation

Soit $\bar{\mu}[k]$ une séquence déterministe, alors la *séquence d'autocorrélation* correspondante est :

$$\bar{r}_{\mu\mu}[\kappa] := \lim_{K \rightarrow \infty} \frac{1}{2K+1} \sum_{k=-K}^K \bar{\mu}^*[k] \bar{\mu}[k+\kappa], \quad \kappa \in \mathbb{Z} \quad (1-136)$$

Donc, conformément à la relation (1-135), il s'en suit que $\bar{\sigma}_\mu^2 = \bar{r}_{\mu\mu}[0]$

1.5.2.4 Séquence de corrélation croisée

Soit $\bar{\mu}_1[k]$ et $\bar{\mu}_2[k]$ deux séquences déterministes, alors la *séquence de corrélation croisée* est définie par :

$$\bar{r}_{\mu_1\mu_2}[\kappa] := \lim_{K \rightarrow \infty} \frac{1}{2K+1} \sum_{k=-K}^K \bar{\mu}_1^*[k] \bar{\mu}_2[k+\kappa], \quad \kappa \in \mathbb{Z} \quad (1-137)$$

La relation $\bar{r}_{\mu_1\mu_2}[\kappa] = \bar{r}_{\mu_2\mu_1}^*[-\kappa]$ est toujours maintenue.

1.5.2.5 Densité spectrale de puissance

Soit $\bar{\mu}[k]$ une séquence déterministe, alors la *transformée de Fourier discrète* de la séquence d'autocorrélation $\bar{r}_{\mu\mu}[\kappa]$ définie par :

$$\bar{S}_{\mu\mu}(f) := \sum_{\kappa=-\infty}^{\infty} \bar{r}_{\mu\mu}[\kappa] e^{-j2\pi f T_S \kappa}, \quad f \in \mathbb{R} \quad (1-138)$$

est appelée la *densité spectrale de puissance* de $\bar{\mu}[k]$.

Entre (1-138) et (1-128), la relation :

$$\bar{S}_{\mu\mu}(f) = \frac{1}{T_S} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \tilde{S}_{\mu\mu}(f - m f_S) \quad (1-139)$$

est toujours maintenue, où $f_S = 1/T_S$ est appelée *fréquence d'échantillonnage*.

La transformée de Fourier inverse discrète de la densité spectrale de puissance $\bar{S}_{\mu\mu}(f)$ résulte la séquence d'autocorrélation $\bar{r}_{\mu\mu}[\kappa]$ de $\bar{\mu}[k]$, c'est-à-dire :

$$\bar{r}_{\mu\mu}[\kappa] := \frac{1}{f_s} \int_{-f_s/2}^{f_s/2} \bar{S}_{\mu\mu}(f) e^{j2\pi f T_s \kappa} df, \quad \kappa \in \mathbb{Z} \quad (1-140)$$

1.5.2.6 Densité spectrale de puissance croisée

Soit $\bar{\mu}_1[k]$ et $\bar{\mu}_2[k]$ deux séquences déterministes, alors la transformée de Fourier inverse discrète de la séquence de corrélation croisée $\bar{r}_{\mu_1\mu_2}[\kappa]$ définie par :

$$\bar{S}_{\mu_1\mu_2}(f) := \sum_{\kappa=-\infty}^{\infty} \bar{r}_{\mu_1\mu_2}[\kappa] e^{-j2\pi f T_s \kappa}, \quad f \in \mathbb{R} \quad (1-141)$$

est dite densité spectrale de puissance croisée. A partir de l'équation $\bar{r}_{\mu_1\mu_2}[\kappa] = \bar{r}_{\mu_2\mu_1}^*[-\kappa]$, il s'en suit que $\bar{S}_{\mu_1\mu_2}(f) = \bar{S}_{\mu_2\mu_1}^*(f)$

1.5.2.7 Théorème d'échantillonnage

Soit $\tilde{\mu}(t)$ un signal à temps continu et à bande limitée, avec une fréquence de coupure f_c . Si le signal $\tilde{\mu}(t)$ est échantillonné par une fréquence d'échantillonnage f_s avec :

$$f_s > 2f_c \quad (1-142)$$

Alors $\tilde{\mu}(t)$ est complètement déterminé par les résultats des valeurs d'échantillonnages $\bar{\mu}[k] = \tilde{\mu}(kT_s)$. En particulier, un signal à temps continu $\tilde{\mu}(t)$ peut être reconstruit à partir de la séquence $\bar{\mu}[k]$ grâce à la *formule d'interpolation de Whittaker-Shannon*.

$$\tilde{\mu}(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \bar{\mu}[k] \text{sinc}\left(\pi \frac{t - kT_s}{T_s}\right) \quad (1-143)$$

Où la fonction $\text{sinc}(\cdot)$ indique la *fonction sinc*, définie par $\text{sinc}(x) = \sin(x)/x$

1.6 Les bruits

Dans tout système de mesure on observe des signaux qui viennent se superposer au signal que l'on cherche à mesurer. Il peut s'agir des signaux parfaitement déterministes indépendants du signal à mesurer : on parle alors de signaux parasites. Leur caractère déterministe permet de s'en affranchir : il suffit en effet de mesurer ces signaux en l'absence de signal à mesurer pour

en tenir compte ensuite dans la mesure. Il peut aussi s'agir des signaux non-déterministes. On parle alors de bruits.

On peut distinguer deux types de signaux de ce genre : d'une part les signaux qui sont indépendants du dispositif de mesure et du signal à mesurer et d'autre part les signaux qui sont liés au système de mesure ou au signal à mesurer. [1.05]

Les premiers ne sont rien d'autres que des signaux parasites aléatoires et l'on peut généralement ramener au cas des signaux parasites déterministes en effectuant plusieurs mesures dont on prend la moyenne. Les seconds sont des fluctuations aléatoires intrinsèques à la mesure.

1.6.1 Bruit comme grandeur quantifiable

Un bruit est un signal aléatoire qui vient se combiner à une grandeur à mesurer. En tant que signal, le bruit est donc une grandeur mesurable comme une autre, à ceci près que c'est une quantité aléatoire. Si l'on note b le signal du bruit et A la grandeur physique à mesurer, le signal S délivré lors de la mesure est à priori une fonction quelconque de b et de A :

$$S = f(A, b) \tag{1-144}$$

Cependant, le plus souvent le bruit et le signal à mesurer se superposent en s'ajoutant

$$S = A + b \tag{1-145}$$

On parle alors de *bruit additif*

Dans certains cas, la superposition est réalisée sous la forme d'un produit, on parle alors de *bruit multiplicatif*

$$S = A \cdot b \tag{1-146}$$

Notons qu'il est toujours possible de ramener un bruit multiplicatif à un bruit additif en passant par une échelle logarithmique.

Dans certains cas, le bruit et le signal à mesurer se comportent comme les intensités de champs E_A et de E_b et le signal détecté est alors

$$S = |E_A + E_b|^2 \tag{1-147}$$

Notons, que lorsque le bruit b présente une valeur moyenne non nulle, il est habituel de le décomposer en deux : sa valeur moyenne $\langle b \rangle$ et ces fluctuations $\delta b = b - \langle b \rangle$. La partie non fluctuante de b est généralement considérée comme un « offset » et non comme un bruit, car ce n'est pas cette quantité qui est en général gênante dans les mesures.

Ainsi, lorsque l'on parle de bruit on parle en fait de δb et l'amplitude de bruit fait généralement référence à l'amplitude des fluctuations de b .

1.6.2 Le bruit comme processus aléatoire

Dans ce qui suit le signal de bruit sera simplement une quantité X de nature aléatoire, dépendante ou non du temps.

Nous considérons aussi le cas le plus courant qui est le bruit additif sur une grandeur à mesurer A de nature déterministe. Le signal obtenu lors d'une mesure sera donc $A + X$.

1.6.2.1 Bruit indépendant du temps

Lorsque l'on effectue des mesures ne dépendant pas du temps, un bruit peut être présent sur le signal mesuré. On peut décrire ce bruit par une variable aléatoire X caractérisée par une densité de probabilité $p(x)$.

D'une manière générale, on suppose que le bruit est une quantité de valeur moyenne nulle (on dit aussi « variable aléatoire centrée »). Lorsque ce n'est pas le cas, il est toujours possible de définir une nouvelle variable aléatoire $\delta X = X - m_X$; m_X étant la valeur moyenne de X . La quantité $\langle X \rangle$ devient alors un simple « offset » et l'on distinguera le résultat de la mesure, déterminé par $A + \langle X \rangle + \delta X$, le signal utile A et le bruit δX . En effet, c'est bien δX qui limite la détection des variations de A , c'est donc une quantité que l'on peut considérer comme un bruit.

Nous considérons alors que le bruit décrit une variable aléatoire centrée X , c'est-à-dire que $m_X = 0$.

La variance σ_x^2 est caractérisée par les fluctuations d'un bruit ; on dit parfois que c'est la puissance du bruit. L'écart-type σ_x , parfois également noté X_{rms} caractérise l'amplitude du bruit qui constitue une évaluation de l'erreur émise dans une mesure à cause du bruit.

A partir de la définition de la variance, il est possible de montrer la probabilité pour que $|x|$ dépasse une valeur donnée Δ est bornée :

$$P(|x| > \Delta) < \frac{\sigma_x^2}{\Delta^2} \quad (1-148)$$

Tant que Δ est plus faible que l'écart-type, cette expression n'apporte rien puisqu'une probabilité est toujours inférieure à l'unité. En revanche, lorsque $\Delta = k \cdot \sigma_x$, avec $k > 1$, la probabilité pour $|x|$ de dépasser Δ est inférieure à $1/k^2$. On retiendra en particulier :

$$P(|x| > 3,3 \cdot \sigma_x) < 10\% \quad (1-149)$$

- **Bruit Gaussien**

Soit une somme de n variables aléatoires indépendantes Y_i . Le cas particulier intéressant est celui où les variables Y_i sont centrées et ont toutes la même densité de probabilité $p_y(y)$. En effet, on montre facilement que la variable aléatoire $X = (1/\sqrt{n}) \sum_{i=1}^n Y_i$ a une densité de probabilité $p_x(x)$ qui converge vers une gaussienne lorsque n tend vers l'infini.

On obtient suivant l'équation des sommes des variables

$$\bar{p}_x(\omega) = \left[\bar{p}_y \left(\frac{\omega}{\sqrt{n}} \right) \right]^n \quad (1-150)$$

En utilisant le développement de la fonction caractéristique et en se limitant à l'ordre deux, on arrive à :

$$\bar{p}_x(\omega) = \left[1 - \frac{\omega^2 \sigma_y^2}{2n} + o\left(\frac{\omega^2}{2n}\right) \right]^n \quad (1-151)$$

Finalement en remarquant que $\sigma_y^2 = \sigma_x^2$ et en utilisant

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{a}{n} \right)^n = e^{-a} \quad (1-152)$$

On obtient

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \bar{p}_x(\omega) = \exp\left(-\frac{\omega^2 \sigma_x^2}{2}\right) \quad (1-153)$$

Donc si X est la somme (pondérée par $1/\sqrt{n}$) d'un très grand nombre des variables aléatoires indépendantes et de même densité de probabilité, sa densité est gaussienne, l'on obtient par transformée de Fourier inverse :

$$p_x(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_x^2}} \exp\left[-\frac{x^2}{2\sigma_x^2}\right] \quad (1-154)$$

Ce résultat est en fait plus général : on peut montrer que la somme d'un grand nombre des variables aléatoires quelconques possédant des variantes finies est une variable aléatoire de densité de probabilité gaussienne dite aussi loi normale. C'est le théorème de la limite centrale, parfois appelé loi des grands nombres.

Comme les bruits physiques proviennent très souvent d'un très grand nombre de phénomènes aléatoires microscopiques, il est très fréquent que les bruits rencontrés en physique soient de nature gaussienne. On notera qu'un bruit gaussien est entièrement défini par sa variance.

Pour terminer avec la loi normale, remarquons qu'il est possible de calculer numériquement, pour une densité gaussienne, la probabilité P_u que x soit dans $[-u, +u]$ et la probabilité $1 - P_u$, qu'il soit hors de $[-u, +u]$. Voici quelques valeurs typiques :

Tableau 1.1 Valeurs typiques de P_u

u	$\sigma/2$	$2\sigma/3$	σ	2σ	3σ
P_u	38%	50%	68%	95%	99,7%
$1 - P_u$	62%	50%	32%	5%	0,03%

On retiendra en particulier que $|x| > 3\sigma_x^2$ est pour une densité gaussienne de seulement 0,3% (à comparer aux 10% maximum que peut atteindre une loi quelconque). On traduit généralement ce résultat par :

$$X_{pic-pic} = 6\sigma_x = 6X_{rms} \quad (1-155)$$

Etant donné que les bruits sont souvent gaussiens et donc caractérisés seulement par la variance, il est important de savoir comment s'ajoutent les variances lorsque plusieurs bruits indépendants s'ajoutent. Considérons n variables aléatoires centrées indépendantes Y_i de variance respective $\sigma_{Y_i}^2$. On montre que la variable aléatoire $X = \sum_{i=0}^n a_i Y_i$ est elle-même centrée et a pour variance :

$$\sigma_X^2 = \sum_{i=0}^n a_i^2 \sigma_{Y_i}^2 \quad (1-156)$$

On dit souvent pour traduire ce résultat que les bruits indépendants s'ajoutent quadratiquement. Ce qui signifie que ce sont les variances qui s'ajoutent.

Il est bien connu que le fait de prendre la moyenne sur plusieurs mesures identiques faites dans les mêmes conditions augmente la précision. Mesurer n fois une quantité et en faire la moyenne, revient, en ce qui concerne le bruit, à remplacer la variable aléatoire X par $(1/n) \sum_{i=1}^n X_i$, où les X_i sont les n variables aléatoires indépendantes identiques à X .

En vertu de l'équation (1.156) la variance du bruit qui en résulte est :

$$\sigma^2 = \sum_{i=0}^n \frac{1}{n^2} \sigma_{X_i}^2 = \frac{\sigma_X^2}{n} \quad (1-157)$$

Le calcul de la moyenne diminue donc l'écart type des fluctuations d'un facteur \sqrt{n} .

- **Rapport signal sur bruit**

Nous pouvons introduire la notion de rapport signal sur bruit de manière quantitative : si A est le signal utile et que X est une variable aléatoire centrée représentant le bruit, on appelle rapport signal sur bruit la quantité :

$$\rho = \frac{A}{\sigma_x} \quad (1-158)$$

On voit immédiatement, en vertu de l'équation (1.157), que le fait de moyennner n fois un signal augmente le rapport signal à bruit de \sqrt{n} .

1.6.2.2 Le bruit comme fonction aléatoire du temps

Lorsque le bruit dépend du temps, on le décrit par une fonction aléatoire $X(t)$ à valeurs réelles. C'est, pour chaque valeur de t , une variable aléatoire. Chaque réalisation produit alors une fonction certaine de temps $x_i(t)$. A un instant t_0 donné, la variable aléatoire $X(t_0)$ est donc caractérisée par une densité de probabilité $p_{t_0}(x)$

La fonction d'autocorrélation renseigne sur l'amplitude d'un bruit, comme le faisait la variance dans le cas d'une variable aléatoire. Mais elle renseigne aussi sur la structure temporelle de ce bruit puisqu'elle indique de quelle manière le signal du bruit à un instant t_1 est corrélé au signal de bruit à un autre instant t_2 lors d'une même réalisation d'un processus aléatoire $X(t)$.

On voit qu'un bruit stationnaire gaussien, qui est probablement le cas de figure le plus répandu, est complètement caractérisé par une fonction de temps unique, sa fonction d'autocorrélation $\Gamma_x(t)$.

Dans le cas d'un bruit non forcément gaussien décrit par une fonction aléatoire centrée $X(t)$ stationnaire au sens large, on établit les propriétés suivantes de la fonction d'autocorrélation :

- 1) Si $\Gamma_x(\tau)$ est continue en $\tau = 0$, alors elle est continue partout. En effet, l'inégalité de Schwartz $\langle XY \rangle^2 \leq \langle X \rangle^2 + \langle Y \rangle^2$ et la stationnarité permettent d'établir que $[\Gamma_x(\tau + h) - \Gamma_x(\tau)]^2 \leq 2 \Gamma_x(0)[\Gamma_x(0) - \Gamma_x(h)]$

- 2) $\Gamma_x(0) \geq 0$. Cela découle directement de la définition de Γ_x . Notons que si $\Gamma_x(0)$ s'annule alors $\sigma_X^2 = 0$ à tout instant, ce que l'on traduit généralement en disant que $X = 0$ au sens des moindres carrés.
- 3) $\Gamma_x(-\tau) = \Gamma_x(\tau)$. La fonction d'autocorrélation est paire. Cela découle immédiatement de sa définition
- 4) $|\Gamma_x(\tau)| \leq \Gamma_x(0)$. Cette propriété provient de l'inégalité de Schwartz : $\langle X(t)X(t + \tau) \rangle^2 \leq \langle [X(t)]^2 \rangle \langle [X(t + \tau)]^2 \rangle$.
- 5) Si l'on considère n temps t_1, \dots, t_n et que l'on forme la matrice Γ des corrélations entre ces instants, en posant $\Gamma_{ij} = \Gamma_x(t_j - t_i)$, on montre que Γ est définie positive. C'est-à-dire, pour toute matrice colonne a de longueur n on a ${}^t a \Gamma a \geq 0$. Il suffit, pour le voir, de développer $\langle |\sum_i a_i X(t_i)|^2 \rangle$ qui est une grandeur nécessairement positive.
- 6) $\det(\Gamma) \geq 0$. Ceci se déduit de la propriété précédente en passant dans une base où Γ est diagonale
- 7) Si la fonction aléatoire centrée et stationnaire, $X(t)$ est dérivable, alors sa dérivée $\dot{X}(t)$ est elle-même centrée et stationnaire et sa fonction de corrélation vaut : $\Gamma_{\dot{X}}(\tau) = -\ddot{\Gamma}_X(\tau)$.
- 8) Enfin, dans tous le cas où $X(t)$ est dérivable, on a : $\Gamma_{\dot{X}}(\tau) = \langle X(t)\dot{X}(t + \tau) \rangle$. Comme corollaire, $X(t)$ et $\dot{X}(t)$ sont, au même temps t , des variables aléatoires dé-corrélées : en effet, la partie de $\Gamma_x(\tau)$ entraîne que $\Gamma_{\dot{X}}(0) = 0$.

1.6.2.3 Analyse harmonique d'un bruit

Nous allons dans cette partie, nous intéresser aux propriétés spectrales des bruits et notamment à la densité spectrale de puissance qui caractérise un bruit en fonction des fréquences qu'il porte. Pour les signaux certains, on introduit la notion de puissance instantanée d'un signal réel $x(t)$ en posant: $P(t) = |x(t)|^2$. Lorsque l'énergie du signal $E = \int P(t)dt$ est finie, on peut introduire la densité spectrale d'énergie $|\tilde{x}(\nu)|^2$ en remarquant que le théorème de Parseval permet d'écrire: $E = \int |\tilde{x}(\nu)|^2 d\nu$.

Lorsqu'on a affaire à des signaux dont l'énergie est infinie, il est possible d'introduire la puissance moyenne $\overline{P(t)}$, définie comme valeur moyenne temporelle de $P(t)$ et l'application du théorème de Parseval conduit à une expression de la densité spectrale de puissance donnée par :

$$S(\nu) = \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{|\tilde{x}_T(\nu)|^2}{2T} \quad (1-159)$$

Où $x_T(t)$ est la fonction qui coïncide avec $x(t)$ sur $[-T, +T]$ et vaut zéro ailleurs.

On a alors $\bar{P} = \int S(\nu) d\nu$.

Considérons alors, un bruit représenté par une fonction aléatoire $X(t)$ centrée. Nous supposons de plus que $X(t)$ est stationnaire au sens large. Si $X(t)$ est ergodique, sa variance σ_X^2 est égale à la variance temporelle de n'importe laquelle de ses réalisations s_X^2 . Or, la puissance moyenne d'une réalisation quelconque $x(t)$ de $X(t)$ vaut $\bar{P}_x = \overline{[x(t)]^2}$ et donc, en vertu de la propriété ergodique et compte tenu du fait que $X(t)$ est centrée, on a $\bar{P}_x = \sigma_X^2$.

Pour une fonction aléatoire stationnaire non centrée $X(t)$, on introduit le spectre de puissance des fluctuations de $X(t)$, qui est la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation de $\delta X(t) = X(t) - m_X$. On peut définir la densité spectrale de puissance de $X(t)$ par :

$$S_X(\nu) = S_{\delta X}(\nu) + m_X^2 \delta(\nu) \quad (1-160)$$

Où $\delta(\nu)$ est la distribution de Dirac.

1.7 Conclusion

L'objectif principal de ce chapitre a été de fournir une base solide sur laquelle une compréhension plus profonde des systèmes sans fil peut être construite. Par conséquent, les formules et les définitions importantes des chapitres suivants y sont introduites.

CHAPITRE.2

POSITIONNEMENT DANS LE RESEAU SANS FIL

2.1 Introduction

Le positionnement dans le réseau sans fil est possible en exploitant les caractéristiques de propagation des signaux. Certaines caractéristiques du signal doivent être mesurées, comme la puissance reçue, afin d'estimer la position.

Il est important que les informations mesurées soient reliées physiquement à la position de l'équipement. La relation entre les mesures et la position est toujours corrompue par un composant bruit, et par la complexité du système de positionnement. Pour cela, il est nécessaire d'avoir un modèle mathématique qui soit capable de manipuler les mesures afin d'extraire les coordonnées de position. Des méthodes plus avancées incluent des traitements statistiques des erreurs de mesures.

Ce chapitre décrit en premier lieu les méthodes utilisées pour la recherche locale. En second lieu, les modèles de positionnement basés sur les mesures de TOA (Time of Arrival), TDOA (Time Difference of Arrival), RSS (Received Signal Strength), et de DOA (Direction of Arrival) sont indiqués.

Les points forts de ce chapitre sont publiés sur le Journal Scientifique local MADA-ETI

- « *Modèle de positionnement mobile par approche non linéaire de TOA pour une visibilité directe* », MADA ETI, 2014, vol 2, page 65-72
<http://madarevues.recherches.gov.mg> (annexe A1.2)

2.2 Méthode de recherche locale

La recherche locale est un algorithme d'optimisation visant à résoudre des problèmes d'optimisation difficile. Elle est utilisée sur des problèmes de recherche d'une solution maximisant un critère parmi un ensemble de solutions candidates. Les algorithmes de recherche locale passent d'une solution à une autre dans l'espace des solutions candidates (l'espace de recherche) jusqu'à ce qu'une solution considérée comme optimale soit trouvée ou que le temps imparti soit dépassé. [2.01]

Nous nous intéressons plus particulièrement aux algorithmes de calcul de minimum par les algorithmes de descente. Un algorithme de descente est déterminé par les stratégies de choix des directions de descentes successives, puis par le pas qui sera effectué dans la direction choisie.

2.2.1 Méthode de la plus profonde descente (« Steepest descent »)

L'idée naturelle consiste à suivre la direction de la plus forte descente et à faire un pas qui rende la fonction à se minimiser à la plus petite valeur possible dans cette direction. Cette méthode est appelée méthode de gradient à pas optimal ou encore méthode de la plus profonde descente.

Voici l'algorithme correspondant :

Données : f , x_0 première approximation de la solution cherchée, $\varepsilon > 0$ précision demandée

Sortie : une approximation x^* de la solution : $\nabla f(x) = 0$

1. $k := 0$
2. Tant que le critère d'arrêt n'est pas satisfait,
 - (a) Calculer un pas optimal s_k solution de $\min_{s>0} f(x_k + sd_k)$
 - (b) Recherche linéaire : trouver un pas s_k tel que : $f(x_k + sd_k) < f(x_k)$
 - (c) $x_{k+1} = x_k - s_k \nabla f(x_k)$; $k := k + 1$
3. Retourner x_k

La méthode de la plus profonde descente est une sorte d'idéalisation : d'une part, nous ne savons pas en pratique calculer de façon exacte un point minimum s_k de l'objectif dans une direction donnée et le problème n'est en général pas trivial. D'autre part, la résolution du problème de minimisation unidimensionnel de l'étape 2 (a), même de façon approchée, coûte cher par rapport au temps de calcul.

2.2.2 Méthode de Newton locale ou Newton-Raphson

Pour construire les méthodes de gradient, nous avons remplacé f par son approximation linéaire au voisinage de l'itéré courant. Nous avons vu que ces méthodes ne sont pas très performantes, en partie parce qu'elles ne tiennent pas compte de la courbure (ou de la Hessienne) qui est une information de second ordre.

Supposons que f est de classe C^2 et remplaçons f au voisinage de l'itéré courant x_k par son développement de Taylor de second ordre :

$$\begin{aligned} f(y) \sim q(y) &= f(x_k) + \langle \nabla f(x_k), y - x_k \rangle \\ &+ \frac{1}{2} \langle H[f](x_k)(y - x_k), y - x_k \rangle \end{aligned} \quad (2.1)$$

On choisit alors comme point x_{k+1} le minimum de la quadratique q lorsqu'il existe et est unique, ce qui n'est le cas que si $H[f](x_k)$ est définie positive. Or le minimum de q est réalisé par x_{k+1} solution de : $\nabla q(x_{k+1}) = 0$, soit :

$$\nabla f(x_k) + H[f](x_k)(x_{k+1} - x_k) = 0 \quad (2.2)$$

ou encore, en supposant que $H[f](x_k)$ est définie positive :

$$x_{k+1} = x_k - H[f](x_k)^{-1} \nabla f(x_k) \quad (2.3)$$

La méthode ne doit jamais être appliquée en utilisant une inversion de la matrice Hessienne (qui peut être de très grande taille et mal conditionnée) mais plutôt en utilisant :

$$x_{k+1} = x_k + d_k \quad (2.4)$$

Où d_k est l'unique solution du système linéaire :

$$H[f](x_k) d_k = -\nabla f(x_k) \quad (2.5)$$

d_k est appelée *direction de Newton*

Cette méthode est bien définie si à chaque itération, la matrice hessienne $H[f](x_k)$ est définie positive : ceci est vrai en particulier au voisinage de la solution x^* cherchée si on suppose que $H[f](x^*)$ est définie positive (par continuité de $H[f]$).

Voici l'algorithme correspondant :

Données : $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, x_0 première approximation de la solution cherchée, $\varepsilon > 0$ précision demandée.

Sortie : une approximation x^* de la solution

1. $k := 0$
2. Tant que $\|\nabla f(x_k)\| > \varepsilon$
 - (a) Calculer d_k solution du système : $H[f](x_k) d_k = -\nabla f(x_k)$;
 - (b) $x_{k+1} = x_k + d_k$;
 - (c) $k := k + 1$;
3. Retourner x_k

2.2.3 Méthode de Gauss-Newton

Si maintenant F désigne une application de $\mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$, avec $m > n$, les systèmes d'équations $F(x) = 0$ n'a généralement pas de solution. Le problème de moindres carrés associé à F consiste à chercher x^* tel que :

$$r(x^*) = \min \left\{ r(x) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m F_i(x)^2 = \frac{1}{2} \|F(x)\|_2^2, x \in \mathbb{R}^n \right\} \quad (2.6)$$

De tels problèmes se rencontrent fréquemment dans le cadre de l'identification de paramètre.

Les variables x_i sont les n paramètres d'un modèle physique non linéaire. On effectue $m > n$ mesures, et on cherche les x_i qui permettent d'ajuster au mieux ce modèle. La solution de l'équation (2.6) est caractérisée par $\nabla r(x^*) = 0$.

Pour appliquer la méthode de Newton, on doit résoudre des systèmes de la forme :

$$H_r(x)d = -\nabla r(x) \Leftrightarrow \left(J_F(x)^T J_F(x) + \sum_{i=1}^m F_i(x) H_{F_i}(x) \right) d = -J_F(x)^T F(x) \quad (2.7)$$

Où $J_F(x) = \nabla F(x)^T = [\nabla F_1(x) \dots \nabla F_m(x)]^T$ désigne la matrice Jacobienne de F en x

La matrice Hessienne $H_r(x)$ de $r(x)$ a une expression assez compliquée. Cependant le terme

$\sum_{i=1}^m F_i(x) H_{F_i}(x)$ est tel que lorsque le résidu $\|F(x)\|$ devient petit, c'est-à-dire lorsque l'on se rapproche de la solution, il devient lui-même négligeable.

La méthode de Gauss-Newton consiste à remplacer l'équation (2.7) par :

$$J_F(x)^T J_F(x) d = -J_F(x)^T F(x) \quad (2.8)$$

Une autre façon de voir les choses consiste à remplacer dans l'expression de r , la fonction F par une approximation linéaire au voisinage du point courant x . Autrement dit, on s'intéresse au problème approché :

$$\min_y \tilde{r}(y) = \frac{1}{2} \|F(x) + J_F(x)(y - x)\|^2 \quad (2.9)$$

La solution de ce problème est caractérisée par la relation : $\nabla \tilde{r}(y) = 0$, c'est-à-dire :

$$J_F(x)^T (F(x) + J_F(x)(y - x)) = 0 \quad (2.10)$$

Soit

$$J_F(x)^T J_F(x)(y - x) = -J_F(x)^T F(x) \quad (2.11)$$

Voici donc l'algorithme correspondant :

Données : F fonction différentiable, x_0 point initial, $\varepsilon > 0$ précision demandée

Sortie : une approximation de la solution du problème de moindres carrés :

$$\min_{x \in \mathbb{R}^n} r(x) = \frac{1}{2} F(x)^T F(x) \quad (2.12)$$

1. $k := 0$

2. Tant que,

(a) Calcul d'une direction de recherche : calculer d_{k+1} solution de :

$$J_F(x)^T J_F(x) d = -J_F(x)^T F(x)$$

(b) $x_{k+1} = x_k + d_{k+1}$;

(c) $k := k + 1$;

3. Retourner x_k

2.3 Méthodes de base utilisées dans les systèmes de positionnement

2.3.1 Estimation du Temps d'Arrivée ou Time of Arrival (TOA) :

Le TOA permet d'évaluer la distance et permet ainsi la localisation. Plusieurs nœuds de base coopèrent pour la localisation d'un nœud cible via la triangulation. Les positions de tous les nœuds de base sont normalement connues.

Si ces nœuds sont dynamiques, une technique de positionnement tel que le GPS (Global Positioning System) est utilisée pour permettre aux nœuds de base de localiser leurs positions. En supposant que les positions des nœuds de base sont connues et pour un scénario coplanaire, trois nœuds de bases et trois mesures de TOA sont nécessaires pour localiser un nœud cible (Figure 2.1, Figure 2.2, Figure 2.3).

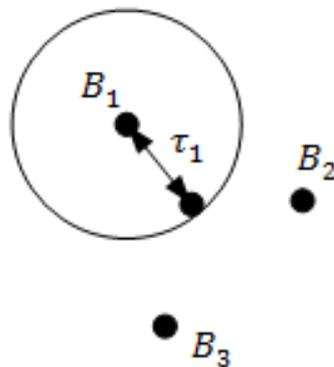


Figure 2.1. Positionnement par TOA d'un seul nœud de base

La figure (2.1) montre que la localisation potentielle de la cible se trouve dans un rayon $R_1 \propto \tau_1$

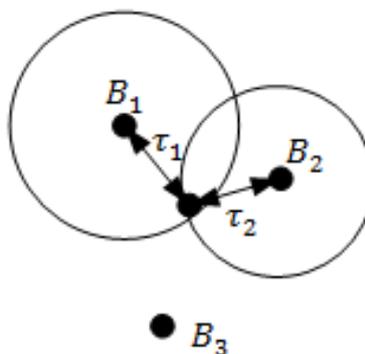


Figure 2.2. Positionnement par TOA par deux nœuds de base

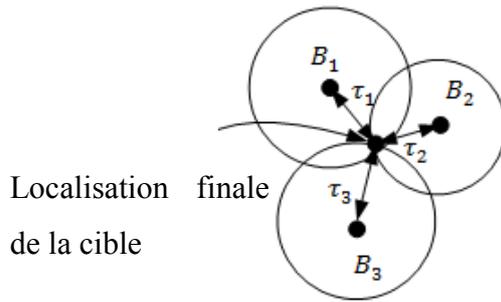


Figure 2.3. Positionnement par TOA par trois nœuds de base

Dans un scénario non-coplanaire, quatre nœuds de base sont nécessaires. En terme de distance, la position du nœud cible est située au centre d'une sphère de rayon R_i du récepteur i , où R_i est directement proportionnel au TOA τ_i . [2.02]

Bien que le TOA semble être une technique robuste, elle présente quelques inconvénients

- Tous les nœuds (nœuds de base et nœuds cibles) doivent être synchronisés de façon précis: une petite erreur de synchronisation peut conduire à une erreur importante dans le calcul de la distance R_i .
- Le signal transmis doit être doté d'un marqueur temporel afin de permettre au nœud de base de déterminer l'instant auquel le signal a été initié par le nœud cible. Cet ajout complexifie le signal transmis et peut entraîner une source d'erreur additionnelle.
- Les positions des nœuds de base doivent être connues, donc des nœuds statiques ou des nœuds dynamiques équipés de GPS doivent être utilisés.

2.3.2 Estimation de la Différence de Temps d'Arrivée ou Time Difference of Arrival (TDOA)

L'estimation de la TDOA nécessite la mesure de la différence en temps entre les signaux arrivant sur deux nœuds de base. Comme pour l'estimation du TOA, cette méthode suppose que les positions des nœuds de base soient connues. La différence de TOA dans les nœuds de bases peut être représentée par une hyperbole. L'hyperbole est le lieu géométrique des points dont la différence des distances aux deux foyers est constante. [2.02]

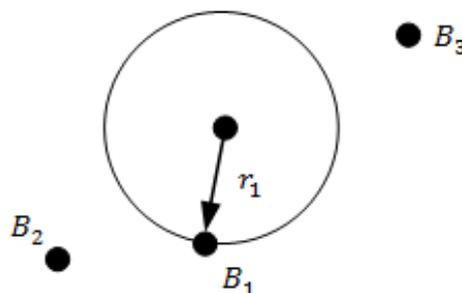


Figure 2.4. Positionnement par TDOA d'un seul nœud de base

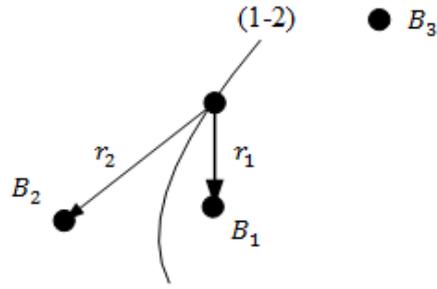


Figure 2.5. Positionnement par TDOA par deux nœuds de base

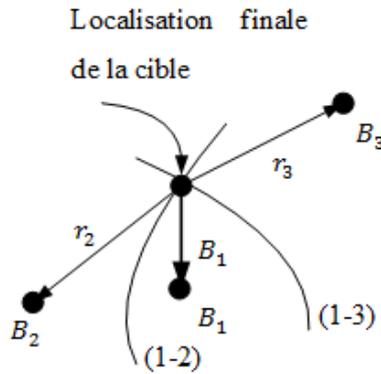


Figure 2.6. Positionnement par TDOA par trois nœuds de base

En supposant que les positions des nœuds de base soient connues, pour un scénario coplanaire, trois nœuds de bases et deux TDOA sont nécessaires pour localiser la source (Figure 2.4, Figure 2.5, Figure 2.6). Le premier nœud de base qui reçoit le signal venant de la cible est considéré comme la station de base de référence. Les mesures de TDOA sont faites en respectant cette station de référence.

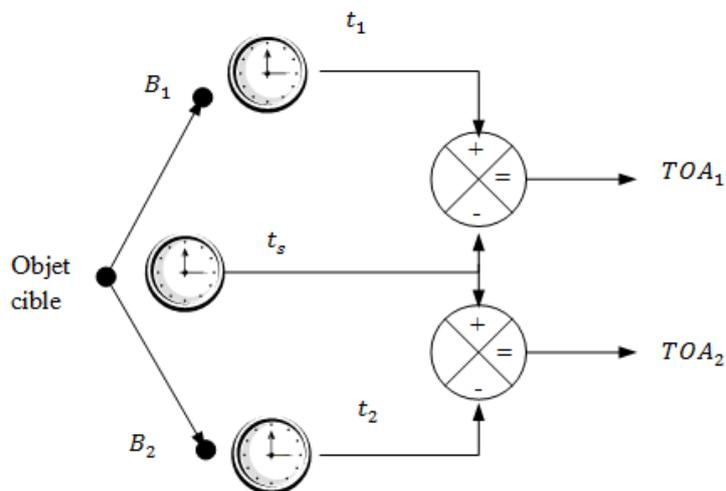


Figure 2.7. Positionnement par TOA d'un seul nœud de base

Le TOA est la durée entre le moment de début (t_s) du signal à l'émetteur (la cible) et le moment (t_i) où le signal émis est reçu au récepteur (nœud de base B_i). La TDOA, quant à elle, est la différence entre les moments (t_i et t_j) de réception du signal respectivement aux deux nœuds de base (B_i et B_j).

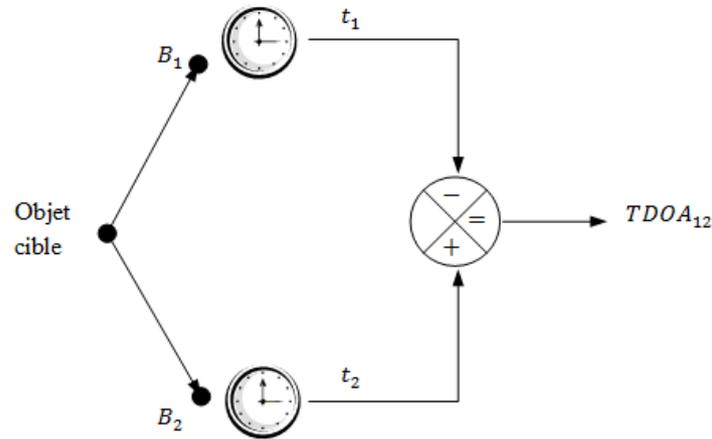


Figure 2.8. Positionnement par TDOA d'un seul nœud de base

La TDOA permet alors de résoudre le premier inconvénient du TOA en enlevant le besoin de synchronisation d'horloge entre la cible et les nœuds de base. Dans la TDOA, chaque nœuds de base reçoivent le même signal transmit par la cible. Donc, tant que les horloges de ces nœuds de base seront synchronisées, l'erreur sur le temps d'arrivée à chaque nœud de base sera la même. Le signal transmis à partir de la cible dans la TDOA n'a pas besoin d'un marqueur temporel car c'est la différence du temps d'arrivée entre deux nœuds de base qui est calculée.

2.3.3 Estimation de la Direction d'arrivée ou Direction of Arrival (DOA)

Le nœud de base détermine l'angle d'arrivée du signal suivant la figure ci-dessous :

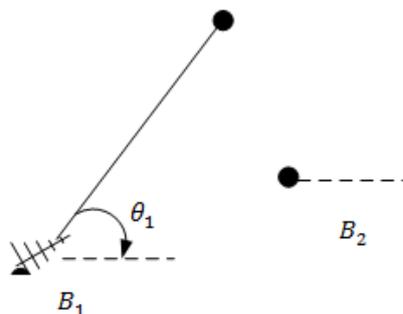


Figure 2.9. Positionnement par DOA d'un seul nœud de base

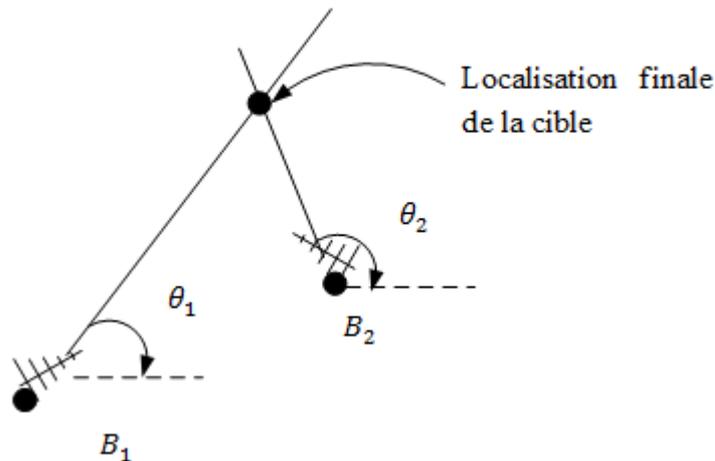


Figure 2.10. Positionnement par DOA de deux nœuds de base

Pour permettre une estimation de la DOA par un nœud de base, il doit être équipé de réseaux d'antennes et chaque réseau d'antennes sera muni d'un composant qui traite le signal original RF (radiofréquence). Pour déterminer le DOA, le lobe principal du réseau d'antennes est dirigé dans la direction où le signal arrivant connaît un pic d'énergie incidente. [2.02]

Comme pour la TOA et TDOA, les positions des nœuds de base doivent être connues. Cependant, à la différence des deux méthodes, pour un scénario coplanaire, on a seulement besoin de deux nœuds de bases et de deux mesures de DOA. Et pour un scénario non-coplanaire, trois nœuds de bases sont nécessaires.

2.3.4 Estimation de la puissance du signal reçue ou RSSI (Received Signal Strength Indicator)

Une autre manière d'estimer une position est de baser le calcul sur la caractéristique physique du canal radio: l'indicateur de puissance du signal reçu (RSSI). Dès que la distance entre deux nœuds augmente, l'atténuation de signal est d'autant plus importante c.-à-d. que le RSSI diminue. Ici, comme pour le TOA, plusieurs nœuds de base collaborent par triangulation pour localiser la cible. En supposant que la puissance de transmission, les caractéristiques du canal de transmission soient connues et pour un scénario coplanaire, trois nœuds de base et trois mesures de RSS sont nécessaires. [2.02]

2.3.5 Existence ou non de la visibilité directe

Comparé au RSSI, les caractéristiques de performance des techniques utilisant les TOA, DOA et TDOA sont très sensibles à l'existence de la visibilité directe ou LOS (line-of-sight). En effet, en absence de visibilité directe ou NLOS (Non-line-of-sight), le TOA, DOA ou TDOA calculé contient des erreurs considérables. Tandis que pour le RSSI, le NLOS entraîne l'effet d'ombre qui affecte la relation puissance distance, mais des techniques de filtres permettent de le réduire. Ainsi, des techniques d'identification, d'atténuation et de localisation du NLOS ont été conçus

2.3.6 Positionnement, mobilité et suivi

La difficulté pour avoir une localisation très précise dans de nombreux environnements sans fil (en plein air ou à l'intérieur) a conduit un certain nombre de chercheurs à utiliser la technique d'estimation des paramètres pour le positionnement et le suivi des mobiles cibles. Ces techniques peuvent être très bénéfiques, par exemple, pour l'amélioration des suivis de position en situation mixte LOS/NLOS.

2.4 Modèles de mesure et principes de localisation de source

Nous avons vu les caractéristiques généralement mesurés pour la localisation d'une source:

- Le Temps d'Arrivée ou Time of Arrival (TOA)
- La Différence de Temps d'Arrivée ou Time Difference of Arrival (TDOA)
- La puissance du signal reçu ou Received signal strength (RSS)
- La Direction d'Arrivée ou Direction of Arrival (DOA)

Tous les modèles qui en découlent, peuvent être généralisés par :

$$r = f(x) + n \quad (2.13)$$

Où r est le vecteur des mesures, x la position de la source à déterminer, $f(x)$ une fonction non linéaire de x et n est un vecteur de bruit additif de moyenne nulle. [2.03] [2.04]

2.4.1 TOA

On obtient la distance entre la source et la cible en multipliant le TOA par la vitesse de propagation. En absence d'erreur de mesure, chaque TOA correspond à un cercle centré sur le récepteur dans un espace à deux dimensions. Comme montré dans le paragraphe 2.3.1, géométriquement, trois cercles(ou plus) déduits de TOAs sans bruit donneront une intersection unique qui est la position de la source. Cependant, les cercles peuvent n'avoir aucune intersection ou des intersections multiples s'il y a des perturbations. On convertit alors les TOAs

bruités en un ensemble d'équations circulaires, à partir desquelles on va déterminer la position de la source selon un critère d'optimisation.

Le modèle de mesure de TOA est formulé comme suit :

Soient $\mathbf{x} = [x \ y]^T$ la position de la source qui est inconnue et $\mathbf{x}_l = [x_l \ y_l]^T$ la position du l ème nœud de base, où $l = 1, 2, \dots, L$ et $L \geq 3$ est le nombre de nœuds de base.

La distance d_l entre la source et le l ème nœud de base est donnée par :

$$d_l = \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_l\|_2 = \sqrt{(x - x_l)^2 + (y - y_l)^2}, \quad l = 1, 2, 3, \dots, L \quad (2.14)$$

On suppose que la cible émet le signal à $t = 0$ et le l ème nœud de base reçoit le signal à $t = t_l$, c'est-à-dire que $\{t_l\}$ sont les TOAs et que la relation entre la distance d_l et t_l est :

$$t_l = \frac{d_l}{c}, \quad l = 1, 2, 3, \dots, L \quad (2.15)$$

Où c est la vitesse de propagation.

En pratique, les TOAs contiennent des erreurs de mesure. En conséquence, la mesure de la distance $r_{TOA,l}$, basée sur la multiplication de t_l par la vitesse de propagation c , est modélisée par :

$$r_{TOA,l} = d_l + n_{TOA,l} = \sqrt{(x - x_l)^2 + (y - y_l)^2} + n_{TOA,l} \quad (2.16)$$

Où $n_{TOA,l}$ est l'erreur dans $r_{TOA,l}$ résultant des perturbations des TOAs.

L'équation (2.16) peut être écrite sous forme de vecteur de la forme suivante :

$$\mathbf{r}_{TOA} = \mathbf{f}_{TOA}(\mathbf{x}) + \mathbf{n}_{TOA} \quad (2.17)$$

Où

$$\mathbf{r}_{TOA} = [r_{TOA,1} \ r_{TOA,2} \ \dots \ r_{TOA,L}]^T \quad (2.18)$$

$$\mathbf{n}_{TOA} = [n_{TOA,1} \ n_{TOA,2} \ \dots \ n_{TOA,L}]^T \quad (2.19)$$

Et

$$\mathbf{f}_{TOA}(\mathbf{x}) = \mathbf{d} = \begin{bmatrix} \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2} \\ \sqrt{(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2} \\ \vdots \\ \sqrt{(x - x_L)^2 + (y - y_L)^2} \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

Ici, $\mathbf{f}_{TOA}(\mathbf{x})$ représente la fonction connue, dont le paramètre est \mathbf{x} . Ce dernier est en fait, un vecteur de distance sans bruit. La détermination de la localisation de la source par les mesures de TOA se fait par l'estimation de \mathbf{x} sachant $\{r_{TOA,l}\}$ ou \mathbf{r}_{TOA} .

Nous supposons que $\{n_{TOA,l}\}$ sont des processus gaussiens non corrélés, de valeur moyenne nulle, de variance $\{\sigma_{TOA,l}^2\}$. Il est à noter que la propriété de la valeur moyenne nulle indique une transmission à visibilité directe. D'après l'équation (2.18), la fonction de densité de probabilité (FDP) de chaque variable aléatoire scalaire $r_{TOA,l}$, notée par $p(r_{TOA,l})$ est de la forme :

$$p(r_{TOA,l}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{TOA,l}^2}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_{TOA,l}^2} (r_{TOA,l} - d_l)^2\right) \quad (2.21)$$

d_l et $\sigma_{TOA,l}^2$ sont respectivement sa valeur moyenne et sa variance. D'une autre manière on peut écrire $r_{TOA,l} \sim N(d_l, \sigma_{TOA,l}^2)$. La fonction de densité de probabilité de \mathbf{r}_{TOA} , notée par $p(\mathbf{r}_{TOA})$, est :

$$p(\mathbf{r}_{TOA}) = \frac{1}{(2\pi)^{L/2} |\mathbf{C}_{TOA}|^{1/2}} \exp\left(-\frac{1}{2} (\mathbf{r}_{TOA} - \mathbf{d})^T \mathbf{C}_{TOA}^{-1} (\mathbf{r}_{TOA} - \mathbf{d})\right) \quad (2.22)$$

Où \mathbf{C}_{TOA} est la matrice de covariance de \mathbf{r}_{TOA} qui correspond à

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_{TOA} &= E\{(\mathbf{r}_{TOA} - \mathbf{d})(\mathbf{r}_{TOA} - \mathbf{d})^T\} \\ &= E\{\mathbf{n}_{TOA}\mathbf{n}_{TOA}^T\} \\ &= \text{diag}(\sigma_{TOA,1}^2, \sigma_{TOA,2}^2, \dots, \sigma_{TOA,L}^2) \end{aligned} \quad (2.23)$$

Dans l'équation (2.23), la troisième égalité suppose que $n_{TOA,l}$ sont non corrélées. En utilisant l'équation (2.23), l'équation (2.21) peut se simplifier par

$$p(\mathbf{r}_{TOA}) = \frac{1}{(2\pi)^{L/2} \prod_{l=1}^L \sigma_{TOA,l}} \exp\left(-\frac{1}{2} \sum_{l=1}^L \frac{(r_{TOA,l} - d_l)^2}{\sigma_{TOA,l}^2}\right) \quad (2.24)$$

D'une autre manière nous pouvons écrire $\mathbf{r}_{TOA} \sim N(\mathbf{d}, \text{diag}(\sigma_{TOA,1}^2, \sigma_{TOA,2}^2, \dots, \sigma_{TOA,L}^2))$

2.4.2 TDOA

Le TDOA est la différence de temps d'arrivée du signal émis aux bornes des capteurs, impliquant la mise en place d'une horloge de synchronisation sur tous les récepteurs. Toutefois, la méthode de TDOA est plus facile à réaliser que celle de TOA qui nécessite en plus que les sources soient bien synchronisées. Ce qui implique une dépense matérielle très élevée.

Similairement au TOA, on obtient la distance entre la source et les deux récepteurs en multipliant le TDOA avec la vitesse de propagation. Comme discuté précédemment dans le paragraphe 2-3-2, géométriquement, chaque TDOA sans bruit définit une hyperbole sur

laquelle la source doit y être liée en deux dimensions, et la localisation finale de la cible est donnée par l'intersection des deux plus petites hyperboles.

En présence de perturbation, nous estimons \mathbf{x} à partir d'un ensemble des équations hyperboliques obtenues par les mesures de TDOA. Mathématiquement, le modèle de mesures de TDOA est formulé comme suit : nous supposons que la mobile émet un signal à un temps inconnu t_0 et la l -ième station de base reçoit le signal à l'instant $t_l, l = 1, 2, \dots, L$, avec $L \geq 3$ est le nombre de stations de base. Il y a $L(L - 1)/2$ TDOAs distincts sur les paires de stations de base possibles, notés par $t_{k,l} = (t_k - t_0) - (t_l - t_0) = t_k - t_l, k, l = 1, 2, \dots, L$ avec $k > l$. Cependant, il y a seulement $(L - 1)$ TDOAs non redondants. En prenant par exemple $L \geq 3$, les TDOAs distincts sont $t_{2,1}, t_{3,1}$ et $t_{3,2}$, et nous pouvons observer que $t_{3,2} = t_{3,1} - t_{2,1}$ est redondant. Pour réduire la complexité, sans toutefois nuire la performance de l'estimation, nous devons mesurer tous les $L(L - 1)/2$ TDOAs et les convertir à $(L - 1)$ TDOAs non redondants pour la localisation de la source. En considérant la première station de base comme référence, les TDOAs non redondants sont $t_{l,1}, l = 2, 3, \dots, L$. De façons similaires aux équations (2.17) et (2.18), les mesures de distances de TDOAs sont modélisées par :

$$r_{TDOA,l} = d_{l,1} + n_{TDOA,l}, l = 2, 3, \dots, L \quad (2.25)$$

Avec

$$d_{l,1} = d_l - d_1 \quad (2.26)$$

Et $n_{TDOA,l}$ est l'erreur dans $r_{TDOA,l}$, proportionnelle aux perturbations dans $t_{l,1}$.

Suivant les équations de (2.14) et (2.18), l'équation (2.25) peut être écrite sous forme de vecteur comme :

$$\mathbf{r}_{TDOA} = \mathbf{f}_{TDOA}(\mathbf{x}) + \mathbf{n}_{TDOA} \quad (2.27)$$

Où :

$$\mathbf{r}_{TDOA} = [r_{TDOA,2} \ r_{TDOA,3} \ \dots \ r_{TDOA,L}]^T \quad (2.28)$$

$$\mathbf{n}_{TDOA} = [n_{TDOA,2} \ n_{TDOA,3} \ \dots \ n_{TDOA,L}]^T \quad (2.29)$$

Et :

$$\mathbf{f}_{TDOA}(\mathbf{x}) = \mathbf{d}_1 = \begin{bmatrix} \sqrt{(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2} - \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2} \\ \sqrt{(x - x_3)^2 + (y - y_3)^2} - \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2} \\ \vdots \\ \sqrt{(x - x_L)^2 + (y - y_L)^2} - \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2} \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

La détermination de la localisation de la source par les mesures de TDOA se fait par l'estimation de \mathbf{x} sachant $\{r_{TDOA,l}\}$ ou \mathbf{r}_{TDOA} .

En supposant que \mathbf{n}_{TDOA} suit une loi de distribution gaussienne de valeur moyenne nulle, la fonction de densité de probabilité de \mathbf{r}_{TDOA} , définie par $p(\mathbf{r}_{TDOA})$, est

$$p(\mathbf{r}_{TDOA}) = \frac{1}{(2\pi)^{(L-1)/2} |\mathbf{C}_{TDOA}|^{1/2}} \exp\left(-\frac{1}{2} (\mathbf{r}_{TDOA} - \mathbf{d}_1)^T \mathbf{d}_{TDOA}^{-1} (\mathbf{r}_{TDOA} - \mathbf{d}_1)\right) \quad (2.31)$$

Où \mathbf{C}_{TDOA} est la matrice de covariance de \mathbf{r}_{TDOA} . Alternativement, nous pouvons écrire $\mathbf{r}_{TDOA} \sim N(\mathbf{d}_1, \mathbf{C}_{TDOA})$. Comme tous les TDOAs sont déterminés à partir de la première station de base, alors $n_{TDOA,l}, l = 2, 3, \dots, L$ sont corrélés. En conséquence, \mathbf{C}_{TDOA} n'est pas une matrice diagonale.

2.4.3 RSS

RSS est la puissance moyenne reçue au capteur de la station de base. On assume que les puissances reçues suivent le modèle de décroissance exponentielle, qui est en fonction de la puissance transmise, la constante de perte de propagation, et la distance entre la source et le capteur. Cette méthode de localisation est plus simple que les méthodes de mesures TOA et de TDOA car la synchronisation à la source et/ou aux capteurs n'est pas nécessaire. Une fois que nous obtenons les distances à partir des mesures de RSS, la localisation de la cible peut être obtenue comme dans le cas de TOA avec l'utilisation d'au moins trois récepteurs.

Le modèle de mesures de RSS est formulé comme suit : en supposant que la puissance transmise est P_t , et à l'absence de bruit, la puissance moyenne reçue au l ème récepteur, notée par $P_{r,l}$, est :

$$P_{r,l} = K_l P_t d_l^{-\alpha} = K_l P_t \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_l\|_2^{-\alpha}, \quad l = 1, 2, \dots, L \quad (2.32)$$

Où K_l rassemble tous les paramètres affectant la puissance reçue, incluant la hauteur et le gain de l'antenne. α est la constante de perte de propagation. Selon la nature de la propagation, α peut varier de 2 à 5. En particulier, lorsque $\alpha = 2$, c'est le cas d'un espace libre. $P_t, K_l, l = 1, 2, \dots, L$ avec $L \geq 3$ et α sont supposés connus. Les expériences sur terrain montrent que les perturbations dans RSS suivent une distribution log-normale. En conséquence, le modèle de perte de propagation en log-normal peut être exprimé par :

$$\ln(P_{r,l}) = \ln(K_l) + \ln(P_t) - \alpha \ln(d_l) + n_{RSS,l}, l = 1, 2, \dots, L \quad (2.33)$$

Où la perturbation $n_{RSS,l}$ est une distribution gaussienne.

Pour simplification, nous supposons que $n_{RSS,l}, l = 1, 2, \dots, L$ sont des processus gaussiens non corrélés, de valeur moyenne nulle, et de variance $\{\sigma_{RSS,l}^2\}$. Soit :

$$r_{RSS,l} = \ln(P_{r,l}) - \ln(K_l) - \ln(P_t) \quad (2.34)$$

Le modèle de signal RSS peut être simplifié par :

$$r_{RSS,l} = -\alpha \ln(d_l) + n_{RSS,l}, l = 1, 2, \dots, L \quad (2.35)$$

La forme vectorielle de l'équation (2.34) est :

$$\mathbf{r}_{RSS} = \mathbf{f}_{RSS}(\mathbf{x}) + \mathbf{n}_{RSS} \quad (2.36)$$

Où :

$$\mathbf{r}_{RSS} = [r_{RSS,1} \ r_{RSS,2} \ \dots \ r_{RSS,L}]^T \quad (2.37)$$

$$\mathbf{n}_{RSS} = [n_{RSS,1} \ n_{RSS,2} \ \dots \ n_{RSS,L}]^T \quad (2.38)$$

Et :

$$\mathbf{f}_{RSS}(\mathbf{x}) = \mathbf{p} = -\alpha \begin{bmatrix} \ln(\sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2}) \\ \ln(\sqrt{(x-x_2)^2 + (y-y_2)^2}) \\ \vdots \\ \ln(\sqrt{(x-x_L)^2 + (y-y_L)^2}) \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

La détermination de la localisation de la source par les mesures de RSS se fait par l'estimation de \mathbf{x} sachant $\{r_{RSS,l}\}$ ou \mathbf{r}_{RSS} . Suivant le développement dans les équations (2.21 à 2.24) la fonction de densité pour \mathbf{r}_{RSS} , notée par $p(\mathbf{r}_{RSS})$, est définie par :

$$\begin{aligned} p(\mathbf{r}_{RSS}) &= \frac{1}{(2\pi)^{L/2} |\mathbf{C}_{RSS}|^{1/2}} \exp\left(-\frac{1}{2} (\mathbf{r}_{RSS} - \mathbf{p})^T \mathbf{r}_{RSS} - \mathbf{p}^{-1} (\mathbf{r}_{RSS} - \mathbf{p})\right) \quad (2.40) \\ &= \frac{1}{(2\pi)^{L/2} \prod_{l=1}^L \sigma_{RSS,l}} \exp\left(-\frac{1}{2} \sum_{l=1}^L \frac{(r_{RSS,l} + \alpha \ln(d_l))^2}{\sigma_{RSS,l}^2}\right) \end{aligned}$$

Où $\mathbf{C}_{RSS} = \text{diag}(\sigma_{RSS,1}^2, \sigma_{RSS,2}^2, \dots, \sigma_{RSS,L}^2)$.

On peut aussi écrire, $\mathbf{r}_{RSS} \sim N(\mathbf{p}, \text{diag}(\sigma_{RSS,1}^2, \sigma_{RSS,2}^2, \dots, \sigma_{RSS,L}^2))$

2.4.4 DOA

Le DOA c'est l'angle d'arrivée à la réception du signal émis. Comme vue dans le paragraphe 2-3-3, à partir de chaque DOA, on peut dessiner la ligne de pallier de la source au récepteur, et l'intersection d'au moins deux de ces lignes nous donne la localisation de la cible. Bien que cette méthode ne nécessite aucune horloge de synchronisation, un réseau d'antennes est toutefois utile sur chaque récepteur (station de base).

Soit ϕ_i , le DOA entre la source et le l ème récepteur, nous avons :

$$\tan(\phi_i) = \frac{y - y_l}{x - x_l}, l = 1, 2, \dots, L \quad (2.41)$$

avec le nombre de stations de base $L \geq 2$. Géométriquement, ϕ_i est l'angle entre la ligne de pallier de la l ème station de base vers le mobile et l'axe des abscisses x . Les mesures de DOA en présence d'erreurs notées par $\{r_{DOA,l}\}$ sont modélisées par :

$$r_{DOA,l} = \phi_l + n_{DOA,l} = \tan^{-1}\left(\frac{y-y_l}{x-x_l}\right) + n_{DOA,l}, l = 1, 2, \dots, L \quad (2.42)$$

Où $\{n_{DOA,l}\}$ sont les bruits de $\{r_{DOA,l}\}$. On suppose que ces bruits sont des processus gaussiens non corrélés, de valeur moyenne nulle, et de variances $\{\sigma_{DOA,l}^2\}$. La forme vectorielle de l'équation (2.42) est :

$$\mathbf{r}_{DOA} = \mathbf{f}_{DOA}(\mathbf{x}) + \mathbf{n}_{DOA} \quad (2.43)$$

Où

$$\mathbf{r}_{DOA} = [r_{DOA,1} \ r_{DOA,2} \ \dots \ r_{DOA,L}]^T \quad (2.44)$$

$$\mathbf{n}_{DOA} = [n_{DOA,1} \ n_{DOA,2} \ \dots \ n_{DOA,L}]^T \quad (2.45)$$

Et

$$\mathbf{f}_{DOA}(\mathbf{x}) = \boldsymbol{\Phi} = \begin{bmatrix} \tan^{-1}\left(\frac{y - y_1}{x - x_1}\right) \\ \tan^{-1}\left(\frac{y - y_2}{x - x_2}\right) \\ \vdots \\ \tan^{-1}\left(\frac{y - y_L}{x - x_L}\right) \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

La détermination de la localisation d'un mobile par les mesures de DOA se fait par l'estimation de \mathbf{x} sachant $r_{DOA,l}, l = 1, 2, \dots, L$ ou \mathbf{r}_{DOA} . Suivant les développements dans les équations (2.21 à 2.24) la fonction de densité pour \mathbf{r}_{DOA} , notée par $p(\mathbf{r}_{DOA})$, est définie par :

$$p(\mathbf{r}_{DOA}) = \frac{1}{(2\pi)^{L/2} |\mathbf{C}_{DOA}|^{1/2}} \exp\left(-\frac{1}{2} (\mathbf{r}_{DOA} - \boldsymbol{\phi})^T \mathbf{C}_{DOA}^{-1} (\mathbf{r}_{DOA} - \boldsymbol{\phi})\right) \quad (2.47)$$

$$= \frac{1}{(2\pi)^{L/2} \prod_{l=1}^L \sigma_{DOA,l}^2} \exp\left(-\frac{1}{2} \sum_{l=1}^L \frac{(r_{DOA,l} - \phi_l)^2}{\sigma_{DOA,l}^2}\right)$$

Où $\mathbf{C}_{DOA} = \text{diag}(\sigma_{DOA,1}^2, \sigma_{DOA,2}^2, \dots, \sigma_{DOA,L}^2)$.

On peut aussi écrire, $\mathbf{r}_{DOA} \sim N(\boldsymbol{\phi}, \text{diag}(\sigma_{DOA,1}^2, \sigma_{DOA,2}^2, \dots, \sigma_{DOA,L}^2))$

2.5 Algorithme de localisation d'un mobile

L'algorithme de localisation présenté dans ce chapitre consiste à résoudre les équations non linéaires obtenues directement à partir des relations non linéaires entre la source et les mesures, en utilisant l'estimateur au moindres carrés non linéaire ou Nonlinear Least Squares (NLS), ou l'estimateur au maximum de vraisemblance ML (Maximum Likelihood). [2.05] [2.06] [2.07]

La méthode non linéaire utilise directement l'équation (2.13) pour trouver x en minimisant les fonctions de coût des moindres carrés ou fonctions de coût des moindres carrés pondérés construites à partir de la fonction d'erreur suivante :

$$e_{non-linéaire} = r - f(\tilde{x}) \quad (2.48)$$

Où $\tilde{x} = [\tilde{x} \ \tilde{y}]^T$ est la variable d'optimisation de x qui correspond à l'estimateur respectivement pour NLS ou pour ML.

La méthode NLS est plus simple et plus pratique si les informations sur les bruits ne sont pas disponibles. D'un autre côté, la méthode ML est considérée comme une méthode pondérée de la version de NLS en utilisant la covariance de bruit. La méthode ML est optimale car il permet d'attendre le CRLB (Cramer–Rao Lower Bound). [2.08]

Le tableau 2.1 donne un résumé des estimateurs étudiés dans ce chapitre.

Tableau 2.1. Comparaison des différents estimateurs de position.

Estimateur	Avantages	Inconvénients
NLS	Haute précision. Les statistiques des bruits ne sont pas utiles	La solution globale ne peut pas être garantie. La complexité devient élevée si la grille de recherche ou la recherche aléatoire est impliquée.
ML	La précision est la plus haute.	La solution globale ne peut être garantie. La complexité devient élevée si la grille ou recherche aléatoire est impliquée. Les statistiques des bruits sont nécessaires.

2.5.1 NLS

L'approche NLS minimise les fonctions de coût des moindres carrés construites directement à partir des équations (2.16), (2.25), (2.34) et (2.42).

2.5.1.1 Positionnement basé sur le TOA

En se basant sur les équations (2.16), et (2.17), la fonction de coût de l'estimateur par NLS, notée par $J_{NLS,TOA}(\tilde{\mathbf{x}})$, est :

$$\begin{aligned}
 J_{NLS,TOA}(\tilde{\mathbf{x}}) &= \sum_{l=1}^L \left(r_{TOA,l} - \sqrt{(\tilde{x} - x_l)^2 + (\tilde{y} - y_l)^2} \right)^2 \\
 &= (\mathbf{r}_{TOA} - \mathbf{f}_{TOA}(\tilde{\mathbf{x}}))^T (\mathbf{r}_{TOA} - \mathbf{f}_{TOA}(\tilde{\mathbf{x}}))
 \end{aligned}
 \tag{2.49}$$

La position estimée par NLS est $\hat{\mathbf{x}}$ correspond à la plus petite valeur de $J_{NLS,TOA}(\hat{\mathbf{x}})$ qui est :

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \min_{\hat{\mathbf{x}}} J_{NLS,TOA}(\hat{\mathbf{x}}) \quad (2.50)$$

Trouver $\hat{\mathbf{x}}$ est assez difficile car il peut y avoir un minimal local autre que le minimal globale dans la surface en 2-D de $J_{NLS,TOA}(\hat{\mathbf{x}})$. Pour résoudre l'équation (2.50) on a alors choisi de faire une recherche locale qui est un algorithme itératif basé sur une position initiale estimée, notée par $\hat{\mathbf{x}}^0$, où 0 se réfère au 0-ième itération. Si $\hat{\mathbf{x}}^0$ est suffisamment proche de \mathbf{x} , alors on peut avoir $\hat{\mathbf{x}}$ avec une procédure itérative.

Nous utilisons alors les méthodes de recherche locales introduites dans la section 2.2 : la méthode de Newton-Raphson, celle de Gauss-Newton, et enfin la méthode de la plus profonde descente (Steepest descent) ou méthode de gradient à pas optimal.

La procédure itérative de Newton-Raphson pour trouver $\hat{\mathbf{x}}$ est :

$$\hat{\mathbf{x}}^{k+1} = \hat{\mathbf{x}}^k - \mathbf{H}^{-1} \left(J_{NLS,TOA}(\hat{\mathbf{x}}^k) \right) \nabla \left(J_{NLS,TOA}(\hat{\mathbf{x}}^k) \right) \quad (2.51)$$

Où $\mathbf{H} \left(J_{NLS,TOA}(\hat{\mathbf{x}}^k) \right)$ et $\nabla \left(J_{NLS,TOA}(\hat{\mathbf{x}}^k) \right)$ sont respectivement les matrices Hessiennes et les vecteurs gradients calculés à la k ième d'itération correspondante à la position estimée $\hat{\mathbf{x}}^k$, ils sont de la forme :

$$\begin{aligned} \mathbf{H} \left(J_{NLS,TOA}(\mathbf{x}) \right) &= \frac{\partial^2 J_{NLS,TOA}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x} \partial \mathbf{x}^T} \quad (2.52) \\ &= \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 J_{NLS,TOA}(\mathbf{x})}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 J_{NLS,TOA}(\mathbf{x})}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial^2 J_{NLS,TOA}(\mathbf{x})}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 J_{NLS,TOA}(\mathbf{x})}{\partial y^2} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Avec

$$\begin{aligned} &\frac{\partial^2 J_{NLS,TOA}(\mathbf{x})}{\partial x^2} \quad (2.53) \\ &= \sum_{l=1}^L 2 \left(\frac{(x - x_l)^2}{(x - x_l)^2 + (y - y_l)^2} \right. \\ &\quad \left. - \frac{(r_{TOA,l} - \sqrt{(x - x_l)^2 + (y - y_l)^2})(y - y_l)^2}{[(x - x_l)^2 + (y - y_l)^2]^{3/2}} \right) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial^2 J_{NLS,TOA}(\mathbf{x})}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 J_{NLS,TOA}(\mathbf{x})}{\partial y \partial x} = \sum_{l=1}^L \frac{2r_{TOA,l}(x-x_l)(y-y_l)}{[(x-x_l)^2 + (y-y_l)^2]^{3/2}} \quad (2.54)$$

Et :

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 J_{NLS,TOA}(\mathbf{x})}{\partial y^2} &= \sum_{l=1}^L 2 \left(\frac{(y-y_l)^2}{(x-x_l)^2 + (y-y_l)^2} \right. \\ &\quad \left. - \frac{(r_{TOA,l} - \sqrt{(x-x_l)^2 + (y-y_l)^2})(x-x_l)^2}{[(x-x_l)^2 + (y-y_l)^2]^{3/2}} \right) \end{aligned} \quad (2.55)$$

Où :

$$\nabla (J_{NLS,TOA}(\mathbf{x})) = \begin{bmatrix} \frac{\partial J_{NLS,TOA}(\mathbf{x})}{\partial x} \\ \frac{\partial J_{NLS,TOA}(\mathbf{x})}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (2.56)$$

$$\begin{aligned} \nabla (J_{NLS,TOA}(\mathbf{x})) &= \begin{bmatrix} \sum_{l=1}^L \frac{(r_{TOA,l} - \sqrt{(x-x_l)^2 + (y-y_l)^2})(x-x_l)}{[(x-x_l)^2 + (y-y_l)^2]^{1/2}} \\ \sum_{l=1}^L \frac{(r_{TOA,l} - \sqrt{(x-x_l)^2 + (y-y_l)^2})(y-y_l)}{[(x-x_l)^2 + (y-y_l)^2]^{1/2}} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Pour la méthode Gauss-Newton, la règle est :

$$\hat{\mathbf{x}}^{k+1} = \hat{\mathbf{x}}^k + \left(\mathbf{G}^T(\mathbf{f}_{TOA}(\hat{\mathbf{x}}^k)) \mathbf{G}(\mathbf{f}_{TOA}(\hat{\mathbf{x}}^k)) \right)^{-1} \mathbf{G}^T(\mathbf{f}_{TOA}(\hat{\mathbf{x}}^k)) (\mathbf{r}_{TOA} - \mathbf{f}_{TOA}(\hat{\mathbf{x}}^k)) \quad (2.57)$$

Où $\mathbf{G}(\mathbf{f}_{TOA}(\hat{\mathbf{x}}^k))$ est la matrice Jacobienne de $\mathbf{f}_{TOA}(\hat{\mathbf{x}}^k)$ calculé à $\hat{\mathbf{x}}^k$.

Nous avons :

$$\mathbf{G}(\mathbf{f}_{TOA}(\hat{\mathbf{x}}^k)) = \begin{bmatrix} \frac{\partial \sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2}}{\partial x} & \frac{\partial \sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2}}{\partial y} \\ \frac{\partial \sqrt{(x-x_2)^2 + (y-y_2)^2}}{\partial x} & \frac{\partial \sqrt{(x-x_2)^2 + (y-y_2)^2}}{\partial y} \\ \vdots & \vdots \\ \frac{\partial \sqrt{(x-x_L)^2 + (y-y_L)^2}}{\partial x} & \frac{\partial \sqrt{(x-x_L)^2 + (y-y_L)^2}}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (2.58)$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{x-x_1}{[(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2]^{1/2}} & \frac{y-y_1}{[(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2]^{1/2}} \\ \frac{x-x_2}{[(x-x_2)^2 + (y-y_2)^2]^{1/2}} & \frac{y-y_2}{[(x-x_2)^2 + (y-y_2)^2]^{1/2}} \\ \vdots & \vdots \\ \frac{x-x_L}{[(x-x_L)^2 + (y-y_L)^2]^{1/2}} & \frac{y-y_L}{[(x-x_L)^2 + (y-y_L)^2]^{1/2}} \end{bmatrix}$$

Finalement, la procédure itérative pour la plus profonde descente est :

$$\hat{\mathbf{x}}^{k+1} = \hat{\mathbf{x}}^k - \mu \nabla (J_{NLS,TOA}(\hat{\mathbf{x}}^k)) \quad (2.59)$$

Où μ est une constante positive, contrôlant la vitesse de la convergence et la stabilité. Généralement, plus μ accroît, plus la vitesse de convergence augmente et vice versa. En pratique, nous devons choisir une valeur suffisante de μ pour assurer la stabilité.

En commençant par $\hat{\mathbf{x}}^0$, la procédure itérative des équations (2.51), (2.57), ou (2.59) prend fin suivant certains critères de terminaison, qui indiquent la convergence. Le choix typique de critère de terminaison inclue le nombre d'itérations et $\|\hat{\mathbf{x}}^{k+1} - \hat{\mathbf{x}}^k\|_2 < \varepsilon$, où ε est une constante positive suffisamment petite.

Les deux méthodes Newton-Raphson et Gauss-Newton fournissent toutes une convergence rapide, mais la matrice inverse est nécessaire et ce dernier n'est simple que si l'on ne tient pas compte de la différentiation du second ordre de $J_{NLS,TOA}(\hat{\mathbf{x}})$. Par contre, la méthode de la plus profonde descente est stable, mais sa vitesse de convergence est moins rapide et peut être considérée comme une forme d'approximation de l'équation (2.51), dont la matrice Hessienne est omise.

2.5.1.2 Positionnement basé sur le TDOA

Similairement, en utilisant les équations (2.25) et (2.27) la fonction de coût du NLS, notée par $J_{NLS,TDOA}(\tilde{\mathbf{x}})$, est :

$$\begin{aligned} J_{NLS,TDOA}(\tilde{\mathbf{x}}) &= \sum_{l=2}^L \left(r_{TDOA,l} - \sqrt{(\tilde{x} - x_l)^2 + (\tilde{y} - y_l)^2} \right. \\ &\quad \left. + \sqrt{(\tilde{x} - x_1)^2 + (\tilde{y} - y_1)^2} \right)^2 \\ &= (\mathbf{r}_{TDOA} - \mathbf{f}_{TDOA}(\tilde{\mathbf{x}}))^T (\mathbf{r}_{TDOA} - \mathbf{f}_{TDOA}(\tilde{\mathbf{x}})) \end{aligned} \quad (2.60)$$

Et l'estimation de la position par NLS est :

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \min_{\tilde{\mathbf{x}}} J_{NLS,TDOA}(\tilde{\mathbf{x}}) \quad (2.61)$$

2.5.1.3 Positionnement basé sur le RSS

En utilisant les équations (2.35) et (2-36) la fonction de coût du NLS, notée par $J_{NLS,RSS}(\tilde{\mathbf{x}})$, est :

$$\begin{aligned} J_{NLS,RSS}(\tilde{\mathbf{x}}) &= \sum_{l=1}^L \left(r_{RSS,l} + \alpha \ln \left(\sqrt{(\tilde{x} - x_l)^2 + (\tilde{y} - y_l)^2} \right) \right)^2 \\ &= (\mathbf{r}_{RSS} - \mathbf{f}_{RSS}(\tilde{\mathbf{x}}))^T (\mathbf{r}_{RSS} - \mathbf{f}_{RSS}(\tilde{\mathbf{x}})) \end{aligned} \quad (2.62)$$

Et l'estimation de la position par NLS est :

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \min_{\tilde{\mathbf{x}}} J_{NLS,RSS}(\tilde{\mathbf{x}}) \quad (2.63)$$

2.5.1.4 Positionnement basé sur le DOA

En utilisant les équations (2.42) et (2.43) la fonction de coût du NLS, noté par $J_{NLS,DOA}(\tilde{\mathbf{x}})$, est :

$$\begin{aligned} J_{NLS,DOA}(\tilde{\mathbf{x}}) &= \sum_{l=1}^L \left(r_{DOA,l} - \tan^{-1} \left(\frac{y - y_l}{x - x_l} \right) \right)^2 \\ &= (\mathbf{r}_{DOA} - \mathbf{f}_{DOA}(\tilde{\mathbf{x}}))^T (\mathbf{r}_{DOA} - \mathbf{f}_{DOA}(\tilde{\mathbf{x}})) \end{aligned} \quad (2.64)$$

Et l'estimation de la position par NLS est :

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \min_{\tilde{\mathbf{x}}} J_{NLS,DOA}(\tilde{\mathbf{x}}) \quad (2.65)$$

2.5.2 ML

En supposant que la distribution d'erreur est connue, l'approche par ML maximise les fonctions de densité de probabilité des mesures TOA, TDOA, RSS et DOA pour obtenir la localisation d'un mobile.

2.5.2.1 Positionnement basé sur le TOA

Pour faciliter la maximisation de l'équation (2.22) on considère sa version logarithmique :

$$\ln(p(\mathbf{r}_{TOA})) = \ln\left(\frac{1}{(2\pi)^{L/2} |\mathbf{C}_{TOA}|^{1/2}}\right) - \frac{1}{2} (\mathbf{r}_{TOA} - \mathbf{d})^T \mathbf{C}_{TOA}^{-1} (\mathbf{r}_{TOA} - \mathbf{d}) \quad (2.66)$$

Comme le premier terme est indépendant de \mathbf{x} , maximiser l'équation (2.66) revient à minimiser le second terme. L'estimation par ML est :

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \min_{\tilde{\mathbf{x}}} (\mathbf{r}_{TOA} - \mathbf{f}_{TOA}(\tilde{\mathbf{x}}))^T \mathbf{C}_{TOA}^{-1} (\mathbf{r}_{TOA} - \mathbf{f}_{TOA}(\tilde{\mathbf{x}})) \quad (2.67)$$

Ou bien

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \min_{\tilde{\mathbf{x}}} J_{ML,TOA}(\tilde{\mathbf{x}}) \quad (2.68)$$

Où $J_{ML,TOA}(\tilde{\mathbf{x}})$ définit la fonction de coût de ML pour le positionnement basé sur le TOA.

$$\begin{aligned} J_{ML,TOA}(\tilde{\mathbf{x}}) &= (\mathbf{r}_{TOA} - \mathbf{f}_{TOA}(\tilde{\mathbf{x}}))^T \mathbf{C}_{TOA}^{-1} (\mathbf{r}_{TOA} - \mathbf{f}_{TOA}(\tilde{\mathbf{x}})) \\ &= \sum_{l=1}^L \frac{(r_{TOA,l} - \sqrt{(\tilde{x} - x_l)^2 + (\tilde{y} - y_l)^2})^2}{\sigma_{TOA,l}^2} \end{aligned} \quad (2.69)$$

En comparant les équations (2.68) et (2.69), (2.51) et (2.52) on observe qu'en présence de bruit gaussien de valeur moyenne nulle, l'estimateur ML généralise l'approche de NLS car c'est une version pondérée de cette dernière. Quand $\sigma_{TOA,l}^2$ est grand, ce qui correspond à un bruit élevé dans $r_{TOA,l}$, un poids de $1/\sigma_{TOA,l}^2$ est utilisé dans le terme $(r_{TOA,l} - \sqrt{(\tilde{x} - x_l)^2 + (\tilde{y} - y_l)^2})^2$. Quand \mathbf{C}_{TOA}^{-1} est proportionnel à la matrice identité ou $\sigma_{TOA,l}^2, l = 1, 2, \dots, L$ sont identiques, l'estimateur ML se résume à l'estimateur NLS.

Pour résoudre l'équation (2.68), nous pouvons suivre les méthodes numériques discutées dans l'approche NLS.

En particulier la procédure de Newton-Raphson de l'équation (2.68) est :

$$\hat{\mathbf{x}}^{k+1} = \hat{\mathbf{x}}^k - \mathbf{H}^{-1} \left(J_{ML,TOA}(\hat{\mathbf{x}}^k) \right) \nabla \left(J_{ML,TOA}(\hat{\mathbf{x}}^k) \right) \quad (2.70)$$

Où

$$\mathbf{H} \left(J_{ML,TOA}(\mathbf{x}) \right) = \frac{\partial^2 J_{ML,TOA}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x} \partial \mathbf{x}^T} \quad (2.71)$$

$$\begin{aligned}
& \left[\mathbf{H} \left(J_{ML,TOA}(\mathbf{x}) \right) \right]_{1,1} & (2.72) \\
& = \sum_{l=1}^L \frac{2}{\sigma_{TOA,l}^2} \left(\frac{(x - x_l)^2}{(x - x_l)^2 + (y - y_l)^2} \right. \\
& \quad \left. - \frac{(r_{TOA,l} - \sqrt{(x - x_l)^2 + (y - y_l)^2})(y - y_l)^2}{[(x - x_l)^2 + (y - y_l)^2]^{3/2}} \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left[\mathbf{H} \left(J_{ML,TOA}(\mathbf{x}) \right) \right]_{1,2} = \left[\mathbf{H} \left(J_{ML,TOA}(\mathbf{x}) \right) \right]_{2,1} & (2.73) \\
& = \sum_{l=1}^L \frac{2r_{TOA,l}(x - x_l)(y - y_l)}{\sigma_{TOA,l}^2 [(x - x_l)^2 + (y - y_l)^2]^{3/2}}
\end{aligned}$$

Et :

$$\begin{aligned}
& \left[\mathbf{H} \left(J_{ML,TOA}(\mathbf{x}) \right) \right]_{2,2} & (2.74) \\
& = \sum_{l=1}^L \frac{2}{\sigma_{TOA,l}^2} \left(\frac{(y - y_l)^2}{(x - x_l)^2 + (y - y_l)^2} \right. \\
& \quad \left. - \frac{(r_{TOA,l} - \sqrt{(x - x_l)^2 + (y - y_l)^2})(x - x_l)^2}{[(x - x_l)^2 + (y - y_l)^2]^{3/2}} \right)
\end{aligned}$$

Alors que :

$$\begin{aligned}
& \nabla \left(J_{ML,TOA}(\mathbf{x}) \right) & (2.75) \\
& = -2 \left[\begin{array}{l} \sum_{l=1}^L \frac{(r_{TOA,l} - \sqrt{(x - x_l)^2 + (y - y_l)^2})(x - x_l)}{\sigma_{TOA,l}^2 [(x - x_l)^2 + (y - y_l)^2]^{1/2}} \\ \sum_{l=1}^L \frac{(r_{TOA,l} - \sqrt{(x - x_l)^2 + (y - y_l)^2})(y - y_l)}{\sigma_{TOA,l}^2 [(x - x_l)^2 + (y - y_l)^2]^{1/2}} \end{array} \right]
\end{aligned}$$

D'un autre côté, les algorithmes correspondants au Gauss-Newton et à la plus profonde descente sont respectivement :

$$\begin{aligned}
\hat{\mathbf{x}}^{k+1} = \hat{\mathbf{x}}^k + \left(\mathbf{G}^T \left(\mathbf{f}_{TOA}(\hat{\mathbf{x}}^k) \right) \mathbf{C}_{TOA}^{-1} \mathbf{G} \left(\mathbf{f}_{TOA}(\hat{\mathbf{x}}^k) \right) \right)^{-1} \mathbf{G}^T \left(\mathbf{f}_{TOA}(\hat{\mathbf{x}}^k) \right) \mathbf{C}_{TOA}^{-1} \left(\mathbf{r}_{TOA} \right. & (2.7) \\
& \quad \left. - \mathbf{f}_{TOA}(\hat{\mathbf{x}}^k) \right)
\end{aligned}$$

Et :

$$\hat{\mathbf{x}}^{k+1} = \hat{\mathbf{x}}^k - \mu \nabla \left(J_{ML,TOA}(\hat{\mathbf{x}}^k) \right) \quad (2.77)$$

2.5.2.2 Positionnement basé sur le TDOA

Similairement en appliquant l'équation (2.31) la fonction de coût de ML pour le positionnement basé sur le TDOA notée par $J_{ML,TDOA}(\tilde{\mathbf{x}})$ est :

$$J_{ML,TDOA}(\tilde{\mathbf{x}}) = (\mathbf{r}_{TDOA} - \mathbf{f}_{TDOA}(\tilde{\mathbf{x}}))^T \mathbf{C}_{TDOA}^{-1} (\mathbf{r}_{TDOA} - \mathbf{f}_{TDOA}(\tilde{\mathbf{x}})) \quad (2.78)$$

Et l'estimation de la position par ML est :

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \min_{\tilde{\mathbf{x}}} J_{ML,TDOA}(\tilde{\mathbf{x}}) \quad (2.79)$$

2.5.2.3 Positionnement basé sur le RSS

De la même façon, en appliquant l'équation (2.40) la fonction de coût de ML pour le positionnement basé sur le RSS notée par $J_{ML,RSS}(\tilde{\mathbf{x}})$ est :

$$J_{ML,RSS}(\tilde{\mathbf{x}}) = (\mathbf{r}_{RSS} - \mathbf{f}_{RSS}(\tilde{\mathbf{x}}))^T \mathbf{C}_{RSS}^{-1} (\mathbf{r}_{RSS} - \mathbf{f}_{RSS}(\tilde{\mathbf{x}})) \quad (2.80)$$

Et l'estimation de la position par ML est :

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \min_{\tilde{\mathbf{x}}} J_{ML,RSS}(\tilde{\mathbf{x}}) \quad (2.81)$$

2.5.2.4 Positionnement basé sur le DOA

De la même manière, en appliquant l'équation (2.47) la fonction de coût de ML pour le positionnement basé sur le DOA notée par $J_{ML,DOA}(\tilde{\mathbf{x}})$ est :

$$J_{ML,DOA}(\tilde{\mathbf{x}}) = (\mathbf{r}_{DOA} - \mathbf{f}_{DOA}(\tilde{\mathbf{x}}))^T \mathbf{C}_{DOA}^{-1} (\mathbf{r}_{DOA} - \mathbf{f}_{DOA}(\tilde{\mathbf{x}})) \quad (2.82)$$

Et l'estimation de la position par ML est :

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \min_{\tilde{\mathbf{x}}} J_{ML,DOA}(\tilde{\mathbf{x}}) \quad (2.83)$$

2.5.3 Simulation d'un positionnement basé sur le TOA

Cette simulation concerne les mesures de TOA. On considère un espace à deux dimensions contenant $L = 4$ récepteurs de coordonnées connues $(0,0)$, $(0,10)$, $(10,0)$ et $(10,10)$, où la position inconnue de la source est $(x,y) = (2,3)$. A noter que la source est localisée entre les bornes des quatre récepteurs.

Nous supposons que la variance d'erreur $\sigma_{TOA,l}^2$ est proportionnelle à d_l^2 , et nous définissons le rapport signal sur bruit (SNR) comme $d_l^2/\sigma_{TOA,l}^2$.

Tableau 2.1. Données en entrées.

Rapport Signal sur bruit	SNR	30 dB
Position de départ pour la recherche locale	$\hat{\mathbf{x}}^0$	$[3 \ 2]^T$
Pas pour méthode de la plus profonde descente	μ	0,1
Nombre d'itérations	k	30

On illustre cet exemple par les figures suivantes :

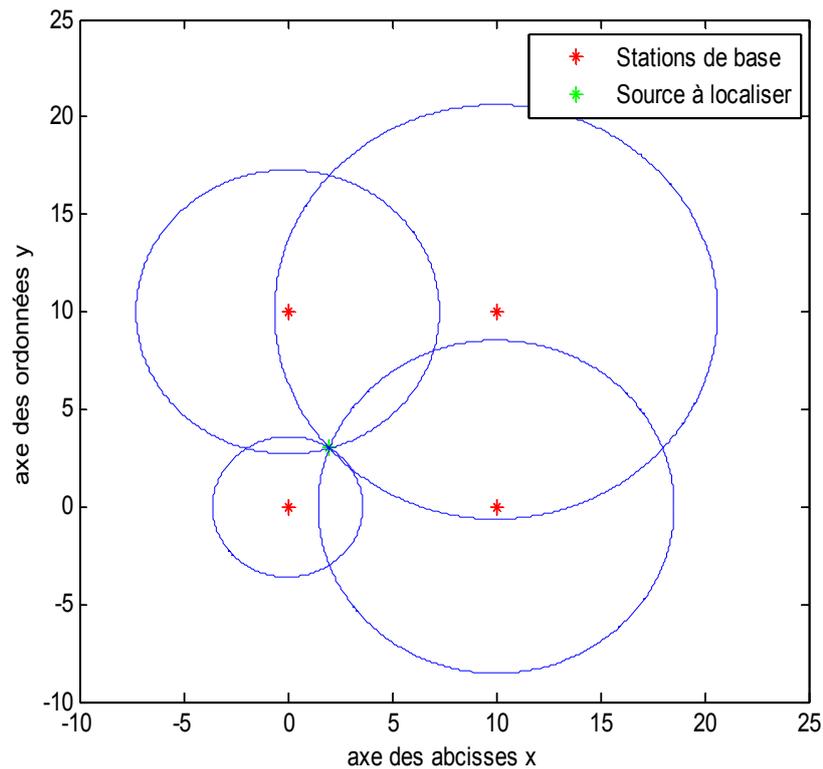


Figure 2.11. Représentation de quatre récepteurs et la source à partir de la distance sans bruit

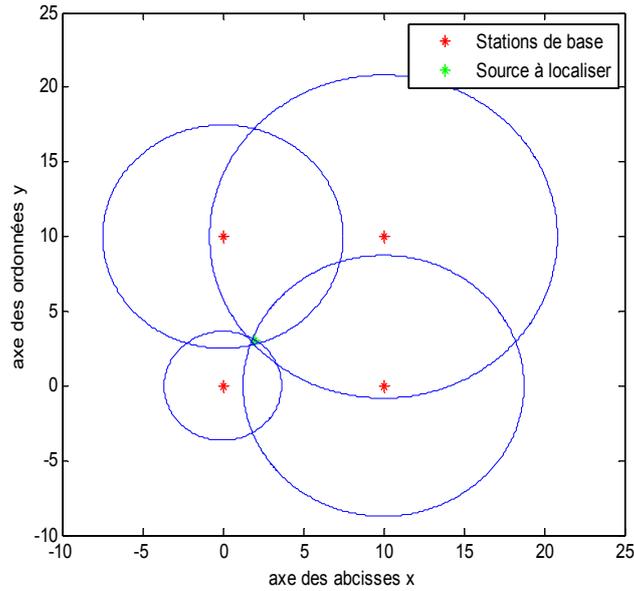


Figure 2.12. Représentation de quatre récepteurs et la source à partir de la distance avec bruit

Résultats :

Les figures (2.13) et (2.14) montrent respectivement l'estimation de x et de y par approche NLS, tandis que les figures (2.15) et (2.16) montrent respectivement l'estimation de x et de y par approche ML, versus le nombre d'itérations. Pour chaque estimateur, toutes les méthodes fournissent la même position à la convergence, mais les procédés de Newton-Raphson et celui de Gauss-Newton convergent plus rapidement par rapport à l'algorithme de la plus profonde descente.

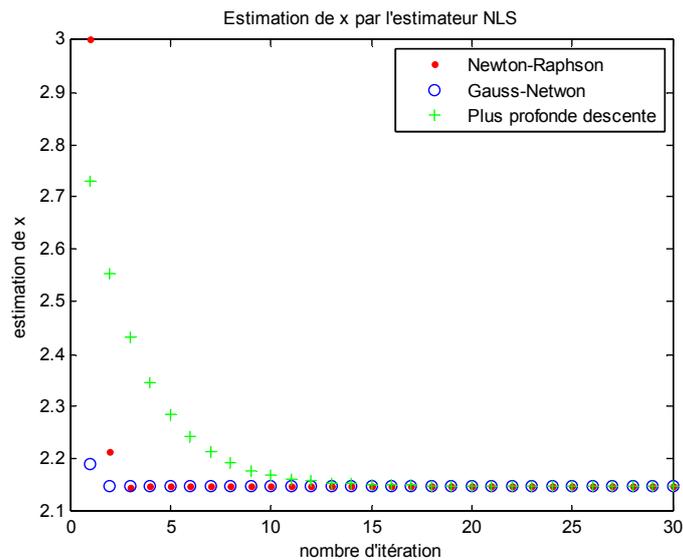


Figure 2.13. Estimation de x suivant le nombre d'itérations par estimateur de NLS

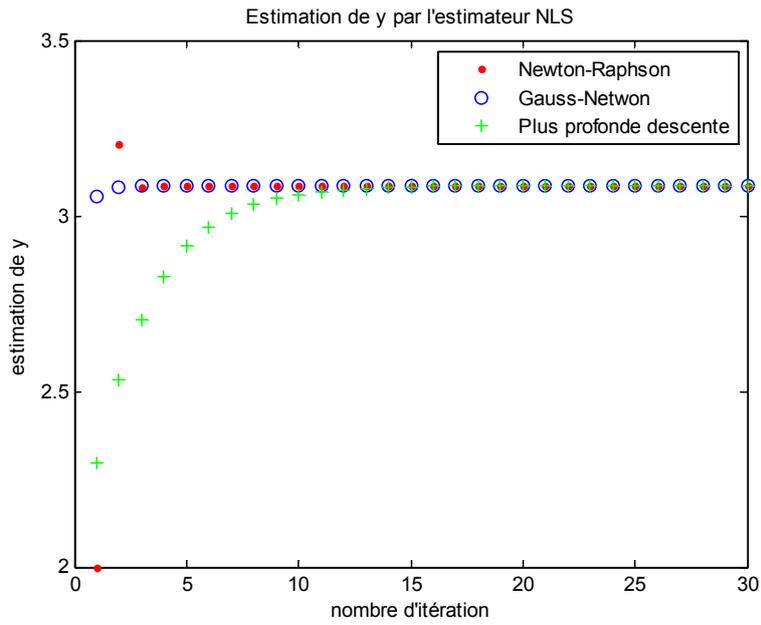


Figure 2.14. Estimation de y suivant le nombre d'itérations par estimateur de NLS

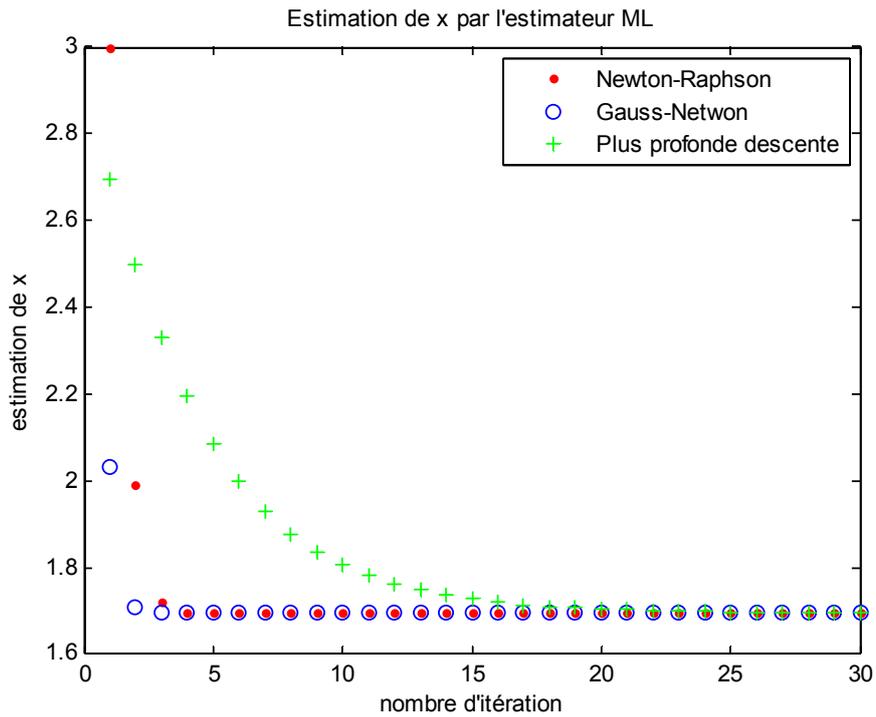


Figure 2.15. Estimation de x suivant le nombre d'itérations par estimateur de ML

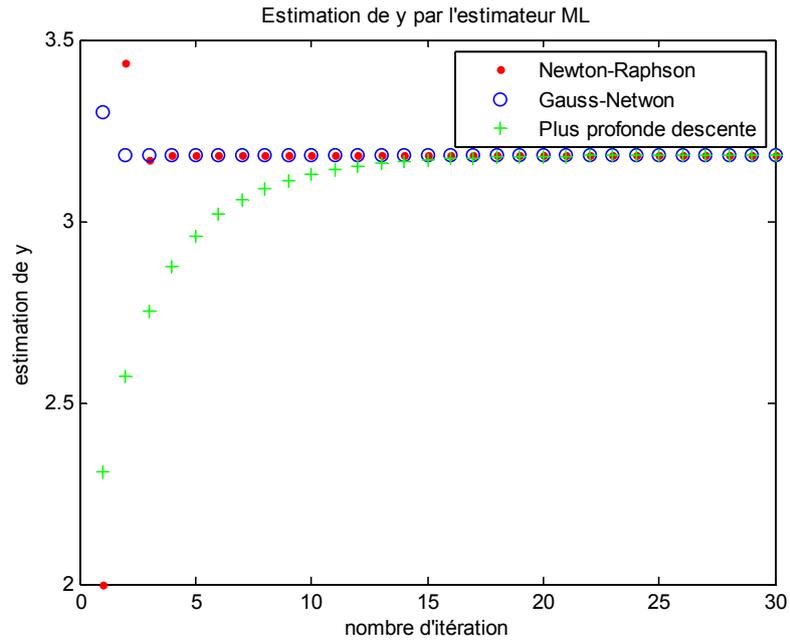


Figure 2.16. Estimation de y suivant le nombre d'itérations par estimateur de ML

Les figures (2.17) et (2.18) représentent respectivement la position estimée de la source suivant les trois approches de NLS et de ML.

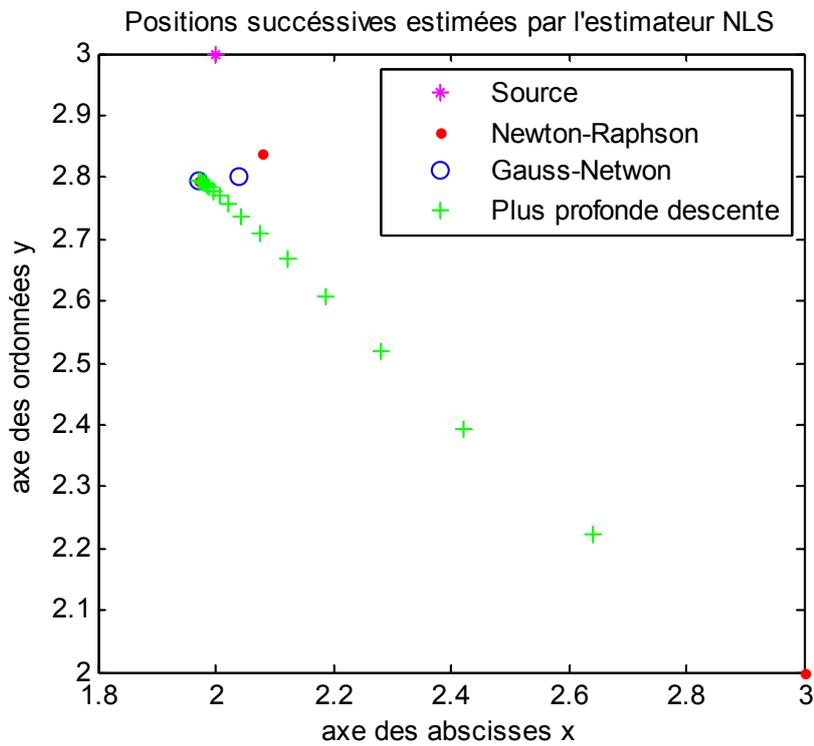


Figure 2.17. Positions successives estimées par l'estimateur NLS

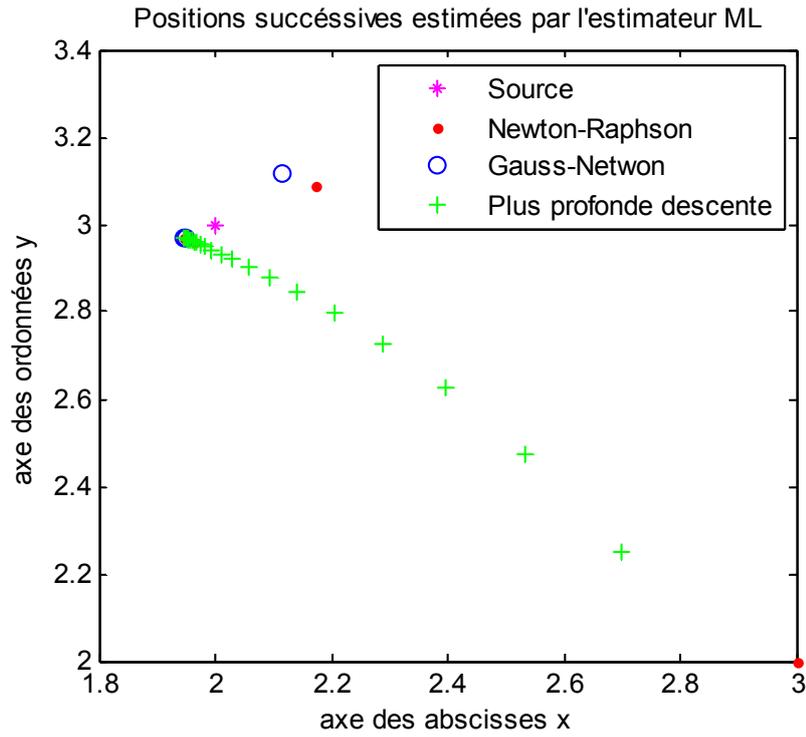


Figure 2.18. Positions successives estimées par l'estimateur ML

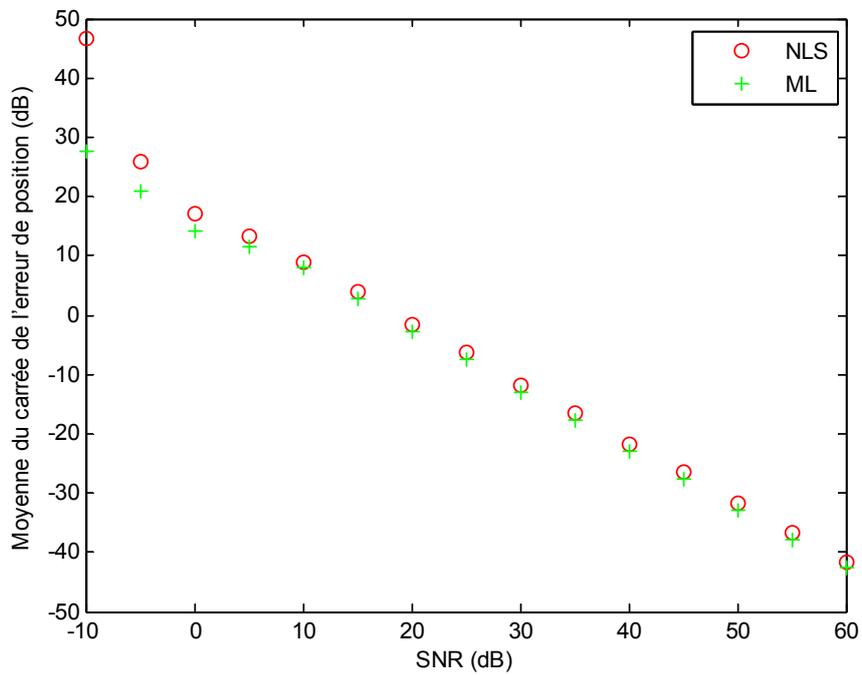


Figure 2.19. Comparaison de la moyenne du carré de l'erreur de position entre les approches NLS et ML pour le positionnement basé sur le TOA

La moyenne du carrée de l'erreur de position ou Mean Square Position Error (MSPE) permet de comparer la performance du NLS à celle du ML suivant la figure (2.19)

L'erreur moyenne de position est définie par $E\{(\hat{x} - x)^2 + (\hat{y} - y)^2\}$ et le calcul sera fait de manière empirique en se basant sur 1000 exécutions indépendantes : $MSPE = \sum_{i=1}^{1000} [(\hat{x}_i - x)^2 + (\hat{y}_i - y)^2] / 1000$ où (\hat{x}_i, \hat{y}_i) indique la position estimée à la i ème exécution. On aura un $SNR \in [-10, 60]$ dB. .

Les estimateurs ML et NLS sont réalisés par la méthode de Newton-Raphson. On constate que l'estimateur ML donne des résultats supérieurs à ceux de l'approche de NLS.

2.6 Conclusion

Pour trouver la position d'un mobile dans les réseaux sans fils, les mesures de TOA, TDOA, RSS, et de DOA permettent de calculer la distance entre les stations de base et le mobile cible. Le TOA nécessite une forte synchronisation entre les différents nœuds de base. Le TDOA permet de pallier à cet inconvénient. Le RSS quant à lui est faiblement sensible à l'absence de la visibilité directe, ce qui n'est pas le cas pour les trois autres mesures. Enfin, le DOA permet de diminuer le nombre de stations de bases nécessaires pour le positionnement.

La performance de la localisation utilisant ces différentes méthodes est en fonction de la modélisation du canal. Si le canal varie, la performance de ces méthodes est hautement affectée. Il est alors primordial de comprendre la modélisation du canal ainsi que leurs comportements statistiques.

CHAPITRE.3

DETERMINATION DES PARAMETRES DE MODELISATION DE CANAL IMPORTANT POUR LA LOCALISATION

3.1 Introduction

Ce chapitre examine les concepts et les modèles de canaux sans fil qui sont importants pour les systèmes de localisation. On étudie les paramètres essentiels utilisés dans les différentes techniques de localisation dans la modélisation de canal à fréquence sélective et non sélective.

3.2 Modélisation de canal à fréquence non sélective.

En milieu dense, comme les villes, les ondes électromagnétiques émises n'arrivent pas principalement à l'antenne du récepteur sur la voie directe. Suite à des multiples réflexions de bâtiments, de la terre, et d'autres obstacles de vaste surface, ainsi que des diffuseurs, comme les arbres, les véhicules et autres objets de grande taille, une multitude d'ondes partielles arrivent à l'antenne du récepteur. Cet effet est connu sous le nom propagation à trajets multiples. [3.01]

Une hypothèse simplificatrice souvent faite est que les différences de retard de propagation entre les composants de signaux dispersés au niveau du récepteur sont négligeables par rapport à la durée de symbole. Nous comprendrons que cette hypothèse nous permet de modéliser le canal comme un canal non sélectif en fréquence, qui est aussi souvent appelé canal à bande étroite. Dans ce cas, les fluctuations du signal reçu peuvent être modélisées par la multiplication du signal transmis par un processus stochastique approprié.

En raison de la propagation à trajets multiples, les ondes partielles reçues se superposent à l'antenne du récepteur. La superposition peut être constructive ou destructive, selon les relations de phase des ondes reçues. Par conséquent, l'intensité du champ électromagnétique reçu, et donc le signal reçu sont deux fonctions fortement fluctuantes par rapport à la position du récepteur ou, dans le cas d'un récepteur mobile, des fonctions fortement fluctuantes par rapport au temps.

En outre, en raison de l'effet Doppler, le mouvement du récepteur conduit à un décalage de fréquence (effet Doppler) des ondes partielles arrivant sur l'antenne. Selon l'angle d'arrivée des ondes partielles, des décalages de Doppler différents se produisent, de sorte qu'à partir de la somme de tous les éléments dispersés, nous obtenons finalement un spectre continu des fréquences Doppler, qui est appelé la densité spectrale de puissance de Doppler

Après plusieurs mesures de l'enveloppe reçue dans les zones urbaines et suburbaines, c'est à dire dans les régions où la composante de visibilité directe est souvent bloquée par des obstacles, le processus de Rayleigh a été suggéré comme un processus stochastique adapté. Dans les zones rurales, toutefois, où la composante de visibilité directe est souvent une partie du signal reçu, il s'est avéré que le processus de Rice est le modèle stochastique plus approprié. En effet, les canaux de Rayleigh et Rice sont les modèles de canaux les plus importants dans les communications mobiles pour plusieurs raisons. Ils peuvent être interprétés physiquement, ils sont relativement faciles à décrire, et ils ont été confirmés par les différentes mesures. En outre, les modèles de canaux de Rayleigh et de Rice donnés avec des propriétés de corrélation peuvent être mis en œuvre dans des logiciels et des matériels de façon très efficace, avec un niveau de précision élevé. Pour cette raison, ils sont largement utilisés dans les études de performance du système.

La validité des modèles de Rayleigh et du Rice est limitée à des zones relativement petites dont les dimensions sont de l'ordre de quelques dizaines de longueurs d'onde, où la moyenne locale de l'enveloppe est à peu près constante. Dans les grandes surfaces, toutefois, la moyenne locale fluctue en raison des effets d'ombre et approximativement suit une distribution log-normale. La connaissance des propriétés statistiques de l'enveloppe du signal reçu est nécessaire pour le développement des systèmes de communication numérique et à la planification des réseaux radio mobiles. Habituellement, les processus de Rayleigh et Rice sont préférés pour la modélisation des évanouissements rapides, tandis que les évanouissements lents sont modélisés par un processus log-normale.

3.2.1 Canaux de Rayleigh et de Rice

3.2.1.1 Description théorique d'un système à trajets multiples

Dans cette section, nous décrivons le processus de Rayleigh et de Rice à partir du modèle géométrique de la Figure (3.1). Cette figure illustre un scénario typique de propagation mobile terrestre. Nous assumons, que la station de base est l'émetteur et la station mobile est le récepteur. La station de base est fixe, tandis que la station mobile est en mouvement avec une vitesse de $v=|\vec{v}|$ dans sa. On suppose aussi que la station mobile est entourée par un local de diffraction, dénoté par S_n ($n = 1, 2, \dots, N$). Les distances entre le terminal et les objets de diffraction sont supposées être larges par rapport à la longueur d'onde, satisfaisant ainsi les conditions de champ lointain. Donc la propagation d'onde peut être décrite par un modèle de propagation plane. Quand une onde plane incidente arrive sur une surface diffractante, l'énergie de l'onde est redistribuée dans toutes les directions, ce qui signifie que certaines énergies sont

éparpillées sur le récepteur. Dépendant de la nature de la surface diffractante, l'onde plane incidente peut expérimenter une atténuation ou un saut de phase. Comme la perte de propagation s'augmente rapidement avec la distance de propagation, nous pouvons négliger la contribution des autres diffractions par rapport à l'énergie totale du signal reçu. Tous les locaux de diffractions sont supposés fixes, de sorte que la station mobile est considérée comme (quasi) stationnaire pendant une courte durée.

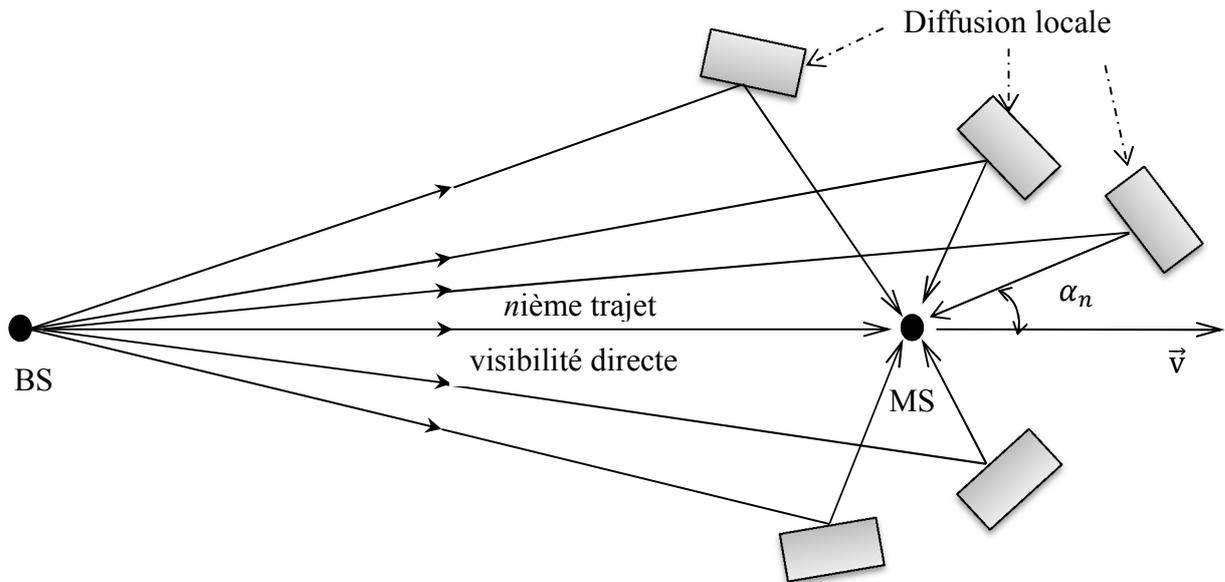


Figure 3.1. Scenario typique de propagation illustrant l'effet de trajets multiples

Le modèle géométrique dans la Figure (3.1) est un modèle adéquat pour décrire les scénarios typiques de propagation dans un milieu urbain et suburbain, où la station de base est souvent élevée, et que les stations mobiles sont entourées par un grand nombre de diffraction. La ligne droite de l'antenne de l'émetteur vers celui du récepteur est appelée, *liaison de visibilité directe*. En fonction de l'environnement de propagation, la visibilité directe est présente ou bloquée par des obstacles tels que les bâtiments et les montagnes.

Pour déterminer les effets de la propagation à trajets multiples sur un signal transmis, nous commençons par le signal transmis à bande passante qui est généralement représenté par :

$$\chi_{BP}(t) = \text{Re}\{\chi_{LP}(t)e^{j2\pi f_0 t}\} \quad (3.1)$$

Où $\chi_{LP}(t)$ représente le signal de transmission équivalent passe-bas et f_0 indique la fréquence porteuse. A partir de la Figure (3.1), transmis nous observons que le signal émis parcourt différentes diffractions avant d'empêcher sur l'antenne du récepteur suivant les différentes directions. Chaque diffraction provoque une atténuation et un déphasage. En outre, en prenant

en compte le fait que chaque chemin est associé à une temporisation, le signal de la bande passante reçu peut être exprimé par :

$$y_{BP}(t) = \text{Re} \left\{ \sum_{n=1}^{N(t)} c_n(t) e^{j\phi_n(t)} \chi_{LP}(t - \tau'_n(t)) e^{j2\pi f_0(t - \tau'_n(t))} \right\} \quad (3.2)$$

Où $N(t)$ est le nombre de chemins de propagation équivalent au nombre de locaux diffractants à l'instant t . Les quantités de valeurs réelles $c_n(t)$ et $\phi_n(t)$ désignent respectivement l'atténuation et le déphasage, qui sont provoqués par l'interaction du signal de transmission avec la n ième diffraction S_n . Le délai de propagation du n ième trajet est noté par $\tau'_n(t)$. A noter que les paramètres des canaux $N(t)$, $c_n(t)$, $\phi_n(t)$ et $\tau'_n(t)$ sont généralement variables dans le temps suite aux changements de structure de l'environnement de propagation. A partir de la relation (3.2), il est évident que le signal reçu à passe bas est donné par :

$$y_{LP}(t) = \sum_{n=1}^{N(t)} c_n(t) e^{j(\phi_n(t) - 2\pi f_0 \tau'_n(t))} \chi_{LP}(t - \tau'_n(t)) \quad (3.3)$$

Ce résultat donne un aperçu des effets de la propagation à trajets multiples. La caractéristique principale d'un canal à trajets multiples est qu'il étend le signal transmis dans le temps, de sorte que la durée du signal reçu est supérieure à celle du signal émis. Cet effet est connu sous le nom de la *dispersion temporelle*.

Par la relation d'entrée-sortie de (3.3), il s'ensuit que la réponse impulsionnelle variable dans le temps du canal à trajets multiples peut être exprimée par la bande de base équivalente :

$$h(\tau', t) = \sum_{n=1}^{N(t)} c_n(t) e^{j(\phi_n(t) - 2\pi f_0 \tau'_n(t))} \delta(\tau' - \tau'_n(t)) \quad (3.4)$$

La réponse impulsionnelle variable dans le temps $h(\tau', t)$ décrit la réponse d'un canal à l'instant t par une impulsion que le canal simule à l'instant $t - \tau'$. Comme le canal à trajets multiples est causale, il s'ensuit que la réponse impulsionnelle variable dans le temps est nulle pour les retards de propagation négatifs, c'est-à-dire que $h(\tau', t) = 0$ si $\tau' < 0$. En raison du nombre incalculable d'environnements de propagations combiné avec la manque de connaissances détaillées sur les paramètres du canal, il est raisonnable de décrire la réponse impulsionnelle variable dans le temps $h(\tau', t)$ d'une manière statistique.

Par conséquent, nous simplifions le modèle du canal (3.4) en limitant sa validité à une petite durée d'observation T_0 . C'est-à-dire que $t \in [t_0, t_0 + T_0]$, où t_0 est le temps de référence, et pouvant être nul en générale. Si T_0 est infiniment petit, alors nous pouvons considérer que le nombre de chemins de propagation $N(t)$, le facteur d'atténuation $c_n(t)$, les phases $\phi_n(t)$,

l'angle d'arrivée $\alpha_n(t)$ et la vitesse du mobile $v(t)$, sont indépendants du temps. Ce qui nous permet d'écrire $N = N(t)$, $c_n = c_n(t)$, $\phi_n = \phi_n(t)$, $\alpha_n = \alpha_n(t)$, et $v = v(t)$.

Nous pouvons représenter le retard de propagation $\tau'_n(t)$ comme une fonction linéaire du temps conformément à :

$$\begin{aligned}\tau'_n(t) &= \tau'_n(t_0) - t \frac{v}{c_0} \cos(\alpha_n) \\ &= \tau'_n(t_0) - t \cdot \frac{f_{max}}{f_0} \\ &= \tau'_n(t_0) - t \cdot \frac{f_n}{f_0}\end{aligned}\quad (3.5)$$

Où c_0 est la vitesse de lumière, f_{max} est la fréquence maximum de Doppler de l'équation (1-2), et f_n désigne la fréquence de Doppler du n ème chemin introduite dans la section (1.1).

En substituant (3.4) et (3.5), en utilisant l'approximation $\delta(\tau' - \tau'_n(t_0) + t f_n / f_0) \approx \delta(\tau' - \tau'_n(t_0))$, et en simplifiant l'écriture de $\tau'_n(t_0)$ en τ'_n , nous avons :

$$h(\tau', t) = \sum_{n=1}^{N(t)} c_n(t) e^{j(2\pi f_n t + \phi_n - 2\pi f_0 \tau'_n)} \delta(\tau' - \tau'_n) \quad (3.6)$$

Le troisième terme de phase dans l'expression ci-dessus peut être réécrit par :

$$2\pi f_0 \tau'_n = \frac{2\pi}{\lambda_0} c_0 \tau'_n = k_0 D_n \quad (3.7)$$

Où λ_0 est la longueur d'onde, $k_0 = 2\pi/\lambda_0$ est le nombre d'onde en espace libre, et $D_n = c_0 \tau'_n$ est la distance totale parcourue par le signal émis à partir de l'antenne de transmission à celle de la réception passant par les locaux de diffraction S_n . Donc nous obtenons :

$$h(\tau', t) = \sum_{n=1}^{N(t)} c_n(t) e^{j(2\pi f_n t + \phi_n - k_0 D_n)} \delta(\tau' - \tau'_n) \quad (3.8)$$

Le changement de phase dans $h(\tau', t)$ est déterminée par trois termes. Le premier terme $2\pi f_n t$ décrit le changement de phase par l'effet Doppler causé par le mouvement du récepteur. Le second terme ϕ_n est le changement de phase causé - avec l'atténuation c_n - par l'interaction du signal transmis avec les locaux de diffractions S_n . Finalement, le troisième terme du changement de phase $k_0 D_n$ dans (3.8) provient de la distance totale parcourue. A noter que la phase $k_0 D_n = 2\pi D_n / \lambda_0$ est de 2π quand D_n atteint λ_0 . En GSM par exemple, la longueur d'onde λ_0 est de l'ordre de 30cm, donc la phase $k_0 D_n$ peut changer considérablement avec les mouvements relativement petits du mobile.

Pour aller plus loin dans la description stochastique du modèle de canal de la relation (3.8), nous présentons diverses variables aléatoires. Ceci peut se faire de plusieurs façons. On suppose que ϕ_n et $\phi'_n = k_0 D_n$ sont des variables aléatoires indépendantes, chacune ayant une distribution uniforme dans l'intervalle 0 à 2π , c'est-à-dire que $\phi_n, \phi'_n \sim U[0, 2\pi]$. La différence de phase $\beta_n = \phi_n - \phi'_n$ du n ème chemin décrit alors une nouvelle variable aléatoire, qui est aussi distribuée uniformément dans l'intervalle $[0, 2\pi]$.

Par conséquent la réponse impulsionnelle prend la forme :

$$h(\tau', t) = \sum_{n=1}^{N(t)} c_n e^{j(2\pi f_n t + \theta_n)} \delta(\tau' - \tau'_n) \quad (3.9)$$

Suivant la relation (1-122), la fonction de transfert variant dans le temps $H(f', t)$ est obtenue en prenant la fonction de transfert de Fourier de $h(\tau', t)$ suivant τ' , qui donne :

$$H(f', t) = \sum_{n=1}^N c_n e^{j[\theta_n + 2\pi(f_n t - f'_t)]} \quad (3.10)$$

A noter que la valeur absolue de la fonction de transfert variable dans le temps du canal $|H(f', t)|$, dépend en général de la fréquence f' . Ce genre de canal est appelé *canal à fréquence sélective*.

Un cas particulier arrive lorsque le retard différentiel de propagation $\tau'_n - \tau'_m$ est infiniment petit par rapport à la durée du symbole T_{sym} , c'est-à-dire que $\max|\tau'_n - \tau'_m| \ll T_{sym}$. Si cette condition est remplie, alors le retard de propagation τ'_n peut être assimilé par $\tau'_0 \approx \tau'_n \forall n = 1, 2, \dots, N$. En conséquence, la réponse impulsionnelle du canal se simplifie par :

$$h(\tau', t) = \mu(t) \cdot \delta(\tau' - \tau'_0) \quad (3.11)$$

Où :

$$\mu(t) = \sum_{n=1}^N c_n e^{j[2\pi f_n t + \theta_n]} \quad (3.12)$$

décrit un processus stochastique complexe qui représente la somme des éléments dispersés. En prenant la transformée de Fourier de $h(\tau', t)$ de l'équation (3.11) suivant la valeur de τ' on a :

$$H(f', t) = \mu(t) \cdot e^{-j2\pi f' \tau'_0} \quad (3.13)$$

qui permet de mieux comprendre les caractéristiques des canaux à trajets multiples. Etant donné que la valeur absolue de la fonction de transfert variable dans le temps du canal $|H(f', t)| = |\mu(t)|$, est indépendante de la fréquence, nous appelons ce type de canal : *canal à fréquence non-sélective*.

Il forme une classe importante du canal dans lequel la relation de l'équation (3.3) peut être simplifiée en utilisant la relation (2.121) comme suit :

$$\begin{aligned}
 y_{LP}(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau', t) x_{LP}(t - \tau') d\tau' \\
 &= \mu(t) \int_0^{\infty} \delta(\tau' - \tau'_0) x_{LP}(t - \tau') d\tau' \\
 &= \mu(t) x_{LP}(t - \tau'_0)
 \end{aligned} \tag{3.14}$$

Ce résultat montre clairement que le signal reçu d'un canal à fréquence non-sélective est donné par une version décalée du signal émis multipliée par un processus stochastique complexe $\mu(t)$. La distribution de ce processus dépend du nombre de trajets N et les hypothèses émises sur le modèle de propagation c_n , f_n , et β_n . Si le nombre de trajets tend vers l'infini, alors nous pouvons invoquer le théorème de la limite centrale, qui statue que :

$$\mu(t) = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{n=1}^N c_n e^{j(2\pi f_n t + \theta_n)} \tag{3.15}$$

est égale à un processus aléatoire gaussien de valeur complexe et de valeur moyenne nulle et de variance $2\sigma_0^2 = \text{Var}\{\mu(t)\} = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{n=1}^N E\{c_n^2\}$.

Quand la station mobile se déplace d'un endroit à un autre, alors la phase $2\pi f_n t$ de l'équation (3.15) change rapidement en fonction du temps. Il est alors évident que la superposition de tous les composants signaux dispersés donne lieu à un canal à trajets multiples caractérisé par un changement rapide de la puissance du signal reçu qui est en fonction de la distance ou du temps. Cet effet est appelé un *évanouissement*.

3.2.1.2 Description formelle des canaux de Rayleigh et de Rice.

Dans la section précédente, nous avons vu que la transmission à bande étroite du signal à travers un canal mobile de fréquence non-sélective résulte une somme de composants dispersés, qui peut être modélisée en une bande de base complexe équivalente par un processus aléatoire gaussien de valeur complexe et de moyenne nulle.

$$\mu(t) = \mu_1(t) + j\mu_2(t) \tag{3.16}$$

Les processus gaussiens de variables réelles $\mu_1(t)$ et $\mu_2(t)$ sont appelés respectivement *composant en phase* et *composant en quadrature de phase*. Habituellement, on assume que $\mu_1(t)$ et $\mu_2(t)$ sont statistiquement non corrélés. Soit $\text{Var}\{\mu_i(t)\} = \sigma_0^2$ pour $i = 1, 2$ les variances respectives des processus $\mu_i(t)$, alors la variance de $\mu(t)$ est donnée par $\text{Var}\{\mu(t)\} = 2\sigma_0^2$.

Dans la suite, le composant en visibilité directe du signal reçu sera décrit par un sinusoïde complexe de la forme :

$$m(t) = m_1(t) + jm_2(t) = \rho e^{j(2\pi f_\rho t + \theta_\rho)} \quad (3.17)$$

Où ρ , f_ρ , θ_ρ indiquent respectivement, l'amplitude, la fréquence de Doppler, et la phase du composant en visibilité directe. On suppose que, ces paramètres sont des constantes. Ce qui veut dire que le composant $m(t)$ en visibilité directe est déterministe. On note qu'à cause de l'effet Doppler, la relation $f_\rho = 0$ est seulement valable si la direction de l'onde dominante en arrivée est orthogonale à la direction de déplacement de la station mobile. Par conséquent l'équation (3.17) devient un composant indépendant du temps :

$$m = m_1 + jm_2 = \rho e^{j\theta_\rho} \quad (3.18)$$

A la réception, au niveau des antennes, nous recevons la superposition de la somme des composants dispersés et du composant en visibilité directe. Sur le modèle choisi ici, la superposition est égale à la somme des composants du (3.16) et du (3.17). Cela fournit le rationnel pour introduire un nouveau processus aléatoire complexe gaussien :

$$\mu_\rho(t) = \mu_{\rho 1}(t) + j\mu_{\rho 2}(t) = \mu(t) + m(t) \quad (3.19)$$

Dont la valeur moyenne variable dans le temps $m(t) = E\{\mu_\rho(t)\}$

Les valeurs absolues de (3.16) et du (3.19) conduisent respectivement aux processus de Rayleigh et de Rice. Pour distinguer ces processus nous noterons le processus de Rayleigh par :

$$\zeta(t) = |\mu(t)| = |\mu_1(t) + j\mu_2(t)| \quad (3.20)$$

Et le processus de Rice par

$$\xi(t) = |\mu_\rho(t)| = |\mu(t) + m(t)| \quad (3.21)$$

3.2.1.3 Fonction d'autocorrélation et étalement de spectre d'une enveloppe complexe.

La forme de la densité spectrale de puissance d'un processus aléatoire gaussien (3.19) est identique à la densité spectrale de puissance de Doppler, qui est déterminée à la fois par la puissance des ondes électromagnétiques venant frapper l'antenne de réception et par la répartition des angles d'arrivée correspondantes. En plus, le diagramme de rayonnement de l'antenne de réception a également une influence décisive sur la forme de la densité spectrale de puissance de Doppler.

Par simplification dans la modélisation du canal, on suppose que la propagation des ondes électromagnétiques se fait sur un plan horizontal à deux dimensions. Par ailleurs, l'hypothèse idéale est que les angles d'arrivée α_n (figure 3.1) soient distribués uniformément dans

l'intervalle 0 à 2π . Pour les antennes omnidirectionnelles, nous pouvons calculer facilement la densité spectrale de puissance (Doppler) $S_{\mu\mu}(f)$ des composants dispersés $\mu(t) = \mu_1(t) + j\mu_2(t)$.

$$S_{\mu\mu}(f) = S_{\mu_1\mu_1}(f) + S_{\mu_2\mu_2}(f) \quad (3.22)$$

Où :

$$S_{\mu_i\mu_i}(f) = \begin{cases} \frac{\sigma_0^2}{\pi f_{max} \sqrt{1 - (f/f_{max})^2}}, & |f| \leq f_{max} \\ 0, & |f| > f_{max} \end{cases} \quad (3.23)$$

Pour $i = 1,2$ et f_{max} désigne la *fréquence maximum de Doppler*. On l'appelle *densité spectrale de puissance de Jakes*.

En principe, les ondes électromagnétiques arrivant aux antennes de réception ont un composant horizontal (azimut) et un composant vertical (élévation). En prenant en compte ces composants on aboutit à un modèle de propagation à trois dimensions. La principale différence entre la densité spectrale de puissance résultant et la relation (3.23) est qu'il n'y a pas de singularité pour $f = \pm f_{max}$.

Considérant la relation (3.23) et (3.24), la fonction $S_{\mu\mu}(f)$ est positive, réelle et impaire. La propriété impaire n'est plus valide, s'il y a des obstructions à l'encontre de la distribution uniforme des angles d'arrivées ou qu'un secteur d'antenne directionnel est utilisé à la réception. Les caractéristiques électromagnétiques des environs peuvent entraîner la dispersion de certaines ondes dont les intensités sont différentes. Dans ce cas, la densité spectrale de puissance d'un processus aléatoire gaussien $S_{\mu\mu}(f)$ de la relation (3.16) est aussi asymétrique. La transformée de Fourier inverse de la densité spectrale de puissance de Jakes $S_{\mu\mu}(f)$ donne la fonction d'autocorrélation suivante :

$$r_{\mu\mu}(\tau) = r_{\mu_1\mu_1}(\tau) + r_{\mu_2\mu_2}(\tau) \quad (3.24)$$

Où

$$r_{\mu_i\mu_i}(\tau) = \sigma_0^2 J_0(2\pi f_{max}\tau), \quad i = 1,2 \quad (3.25)$$

J_0 indique la fonction de Bessel de premier type d'ordre 0.

Pour illustration, la densité spectrale de puissance de Jakes définie par l'équation (3.23) est représentée ensemble avec sa fonction d'autocorrélation correspondante obtenue par la relation (3.25) dans la figure (3.2) et figure (3.3).

La densité spectrale de puissance gaussienne de la forme :

$$S_{\mu_i\mu_i}(f) = \frac{\sigma_0^2}{2} \sqrt{\frac{\ln 2}{\pi}} e^{-\ln 2 \left(\frac{f}{f_c}\right)^2}, \quad i = 1, 2 \quad (3.26)$$

joue aussi un rôle très important, f_c est la fréquence de coupure à 3dB.

Particulièrement, pour des canaux à fréquence sélective, la densité spectrale de puissance de Doppler des échos distants s'écarte fortement de la forme de la densité spectrale de puissance de Jakes. Dans certains cas, la densité spectrale de puissance de Doppler suit la forme gaussienne et est généralement déphasée du plan de la fréquence, parce que les échos distants sont plus dominants dans une certaine direction.

La transformée inverse de Fourier de la densité spectrale de puissance gaussienne dans (3.26) donne la fonction d'autocorrélation suivante :

$$r_{\mu_i\mu_i}(\tau) = \sigma_0^2 e^{-\left(\pi \frac{f_c}{\sqrt{\ln 2}} \tau\right)^2} \quad (3.27)$$

Les figures (3.4) et (3.5) illustrent la densité spectrale de puissance gaussienne de la relation (3.26) et de sa fonction d'autocorrélation correspondante (3.27)

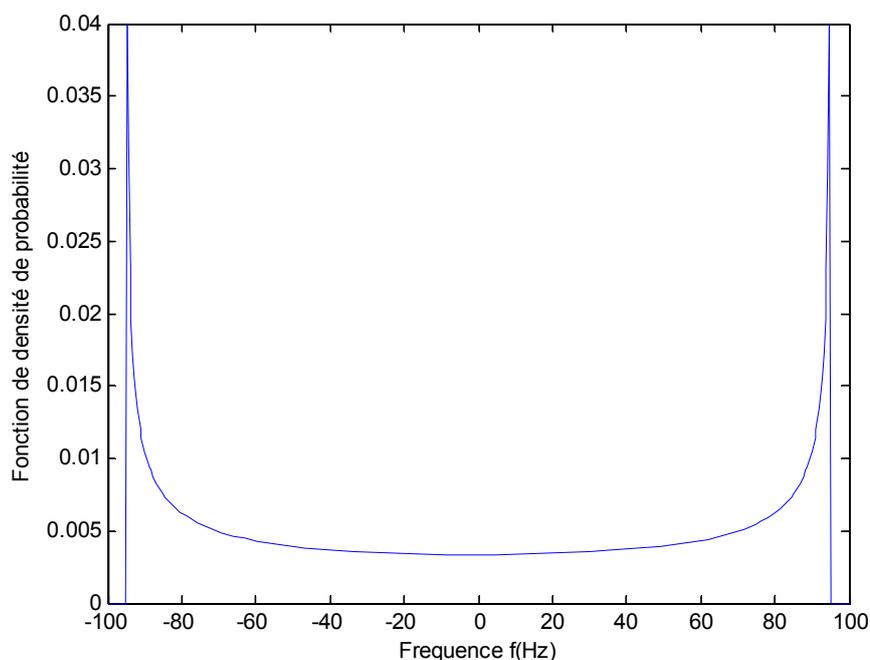


Figure 3.2. Densité spectrale de puissance de Jakes

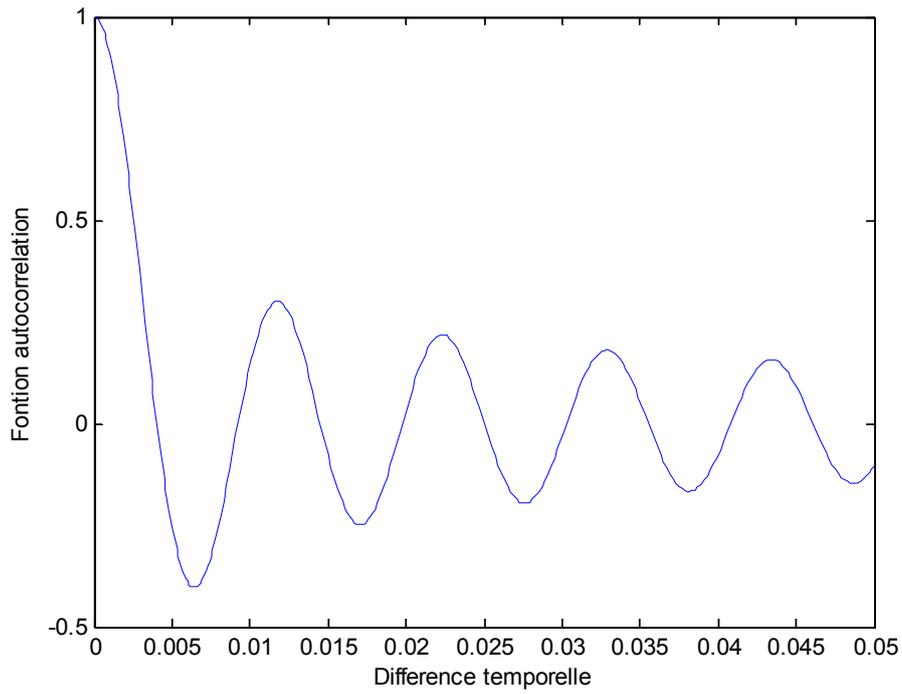


Figure 3.3. Fonction d'autocorrélation de la densité spectrale de puissance de Jakes

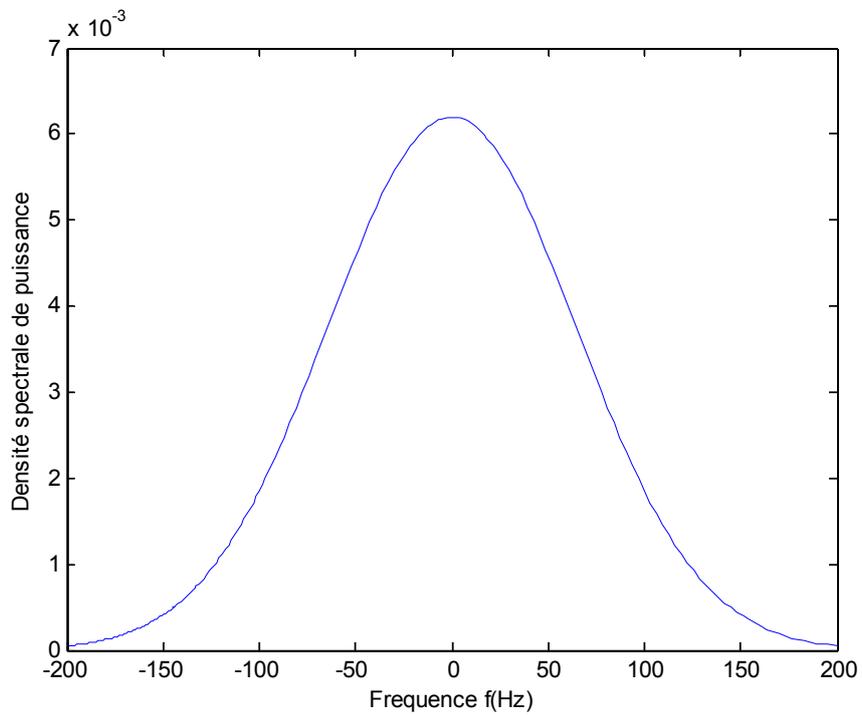


Figure 3.4. Densité spectrale de puissance gaussienne

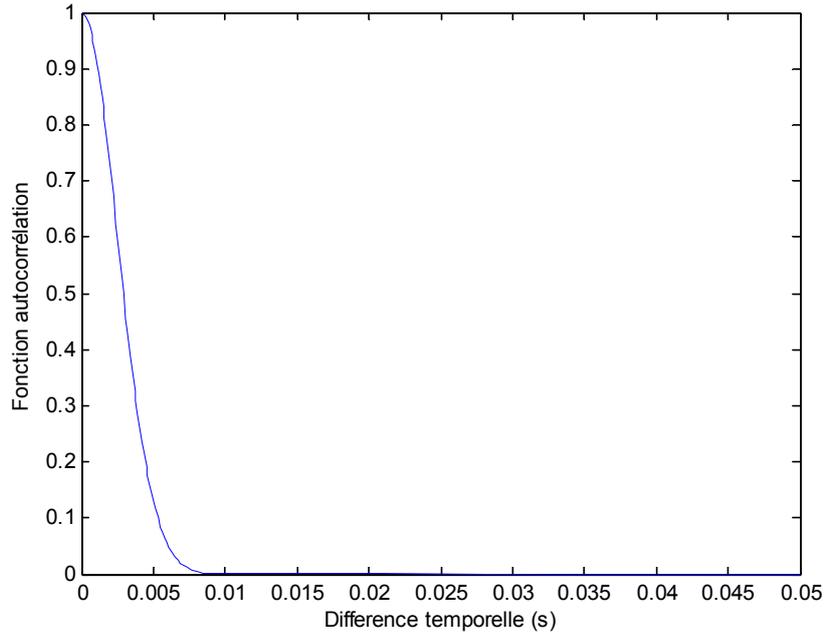


Figure 3.5. Fonction d'autocorrélation de la densité spectrale de puissance gaussienne

Les caractéristiques importantes de la densité spectrale de puissance de Doppler $S_{\mu_i\mu_i}(f)$ sont le *déphasage moyen de Doppler* $B_{\mu_i\mu_i}^{(1)}$ et l'*étalement de Doppler* $B_{\mu_i\mu_i}^{(2)}$. Le déphasage moyen de Doppler (étalement de Doppler) décrit le déphasage moyen de fréquence (étalement de fréquence) que le porteur du signal subisse pendant la transmission à travers les trajets multiples des canaux. Le déphasage moyen de Doppler $B_{\mu_i\mu_i}^{(1)}$ est défini comme le premier moment de $S_{\mu_i\mu_i}(f)$. L'étalement de Doppler $B_{\mu_i\mu_i}^{(2)}$ est la racine carrée du moment central de second ordre de $S_{\mu_i\mu_i}(f)$. Mathématiquement, les deux quantités peuvent s'exprimer par :

$$B_{\mu_i\mu_i}^{(1)} := \frac{\int_{-\infty}^{\infty} f S_{\mu_i\mu_i}(f) df}{\int_{-\infty}^{\infty} S_{\mu_i\mu_i}(f) df} \quad (3.28)$$

Et :

$$B_{\mu_i\mu_i}^{(2)} := \sqrt{\frac{\int_{-\infty}^{\infty} (f - B_{\mu_i\mu_i}^{(1)})^2 S_{\mu_i\mu_i}(f) df}{\int_{-\infty}^{\infty} S_{\mu_i\mu_i}(f) df}} \quad (3.29)$$

Pour $i = 1, 2$. Le déphasage moyen de Doppler $B_{\mu_i\mu_i}^{(1)}$ peut donc être considéré comme une mesure de centre de gravité de la densité spectrale de puissance de Doppler $S_{\mu_i\mu_i}(f)$.

Analogiquement, l'étalement spectral de Doppler $B_{\mu_i\mu_i}^{(2)}$ peut être interprété comme une gamme de fréquence f dans laquelle $S_{\mu_i\mu_i}(f)$ est essentiellement différent de zéro.

En utilisant les techniques de transformée de Fourier, nous obtenons des expressions équivalentes plus faciles à calculer par rapport aux relations (3.28) et (3.29). Ce qui nous permet de calculer le déphasage moyen de Doppler $B_{\mu_i\mu_i}^{(1)}$ et l'étalement spectral de Doppler $B_{\mu_i\mu_i}^{(2)}$ par la fonction d'autocorrélation $r_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ à ses dérivées premières et secondes :

$$B_{\mu_i\mu_i}^{(1)} := \frac{1}{2\pi j} \cdot \frac{\dot{r}_{\mu_i\mu_i}(0)}{r_{\mu_i\mu_i}(0)} \quad (3.30)$$

Et :

$$B_{\mu_i\mu_i}^{(2)} := \frac{1}{2\pi} \sqrt{\left(\frac{\dot{r}_{\mu_i\mu_i}(0)}{r_{\mu_i\mu_i}(0)}\right)^2 - \frac{\ddot{r}_{\mu_i\mu_i}(0)}{r_{\mu_i\mu_i}(0)}} \quad (3.31)$$

Pour $i = 1,2$.

Pour un cas spécial important où les densités spectrales de puissance de Doppler $S_{\mu_1\mu_1}(f)$ et $S_{\mu_2\mu_2}(f)$ sont identiques et symétriques, nous avons $\dot{r}_{\mu_i\mu_i}(0) = 0$ ($i = 1,2$). Alors en utilisant la relation (3.22), nous obtenons les expressions suivantes :

$$B_{\mu\mu}^{(1)} = B_{\mu_i\mu_i}^{(1)} = 0 \text{ et } B_{\mu\mu}^{(2)} = B_{\mu_i\mu_i}^{(2)} = \frac{\sqrt{\beta}}{2\pi\sigma_0} \quad (3.32)$$

Où $\sigma_0^2 = r_{\mu_i\mu_i}(0) \geq 0$ et $\beta = -\ddot{r}_{\mu_i\mu_i}(0) \geq 0$

En particulier, pour la densité spectrale de puissance de Jakes et la densité spectrale de puissance Gaussien, les expressions ci-dessus peuvent être simplifiées par :

$$B_{\mu\mu}^{(1)} = B_{\mu_i\mu_i}^{(1)} = 0 \text{ et } B_{\mu\mu}^{(2)} = B_{\mu_i\mu_i}^{(2)} = \begin{cases} \frac{f_{max}}{\sqrt{2}}, & \text{Jakes DSP} \\ \frac{f_c}{\sqrt{2 \ln 2}}, & \text{DSP Gaussien} \end{cases} \quad (3.33)$$

Pour $i = 1,2$

A partir de ces résultats, nous pouvons conclure que la densité spectrale de puissance de Jakes et la densité spectrale de puissance gaussienne sont identiques si la fréquence de coupure à 3dB f_c et la fréquence maximum de Doppler f_{max} satisfont la relation $f_c = \sqrt{\ln 2} f_{max}$.

L'étalement de spectre de Doppler permet aussi de classifier les canaux en canaux à évanouissements rapides ou en canaux en évanouissements lents. Si l'étalement spectral de Doppler $B_{\mu\mu}^{(2)}$ est plus large que le débit de symbole f_{sym} c'est-à-dire $B_{\mu\mu}^{(2)} \gg f_{sym}$, alors l'enveloppe du canal change rapidement à chaque période de symbole. Ces canaux sont appelés *canaux à évanouissements rapides*.

3.2.1.4 Fonction d'autocorrélation et étalement de spectre d'une enveloppe

La dérivation de la fonction d'autocorrélation de l'enveloppe $\zeta(t) = |\mu(t)|$ d'un processus aléatoire gaussien complexe $\mu_1(t) + j\mu_2(t)$ est un lourd problème. Pour simplification mathématique, on suppose que les processus aléatoires réels et sous-jacents $\mu_1(t)$ et $\mu_2(t)$ sont non corrélés et possèdent une fonction d'autocorrélation identique.

Ce qui signifie que la relation $r_{\mu\mu}(\tau) = r_{\mu_1\mu_1}(\tau) + r_{\mu_2\mu_2}(\tau) = 2r_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ est satisfaite, étant donné que $r_{\mu_1\mu_1}(\tau) = r_{\mu_2\mu_2}(\tau)$ et que $r_{\mu_1\mu_2}(\tau) = r_{\mu_2\mu_1}(\tau) = 0$. La densité spectrale de puissance $S_{\mu\mu}(f)$ de $\mu(t)$ est donc positive, réelle et paire, c'est-à-dire que $S_{\mu\mu}^*(f) = S_{\mu\mu}(f) = S_{\mu\mu}(-f) \geq 0$.

On démontre que la fonction d'autocorrélation de l'enveloppe $\zeta(t)$ peut être exprimée par :

$$\begin{aligned} r_{\zeta\zeta}(\tau) &= E\{\zeta(t)\zeta(t+\tau)\} \\ &= \sigma_0^2 \frac{\pi}{2} F\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}; 1; \frac{r_{\mu_i\mu_i}^{(2)}(\tau)}{\sigma_0^4}\right) \end{aligned} \quad (3.34)$$

Où $F(.,.,.;.)$ indique la fonction hypergéométrique, $\sigma_0^2 = r_{\mu_i\mu_i}(0)$ ($i = 1, 2$). Une approximation de ce résultat peut s'obtenir en utilisant l'expansion des séries de la fonction suivante :

$$F(\alpha, \beta; \gamma; x) = 1 + \frac{\alpha\beta}{\gamma \cdot 1} x + \frac{\alpha(\alpha+1)\beta(\beta+1)}{\gamma(\gamma+1) \cdot 1 \cdot 2} x^2 + \dots \quad (3.35)$$

Pour $\alpha = -1/2$, $\beta = -1/2$, et $\gamma = 1$, les séries convergent très vite, ce qui nous permet de négliger tous les termes en dessus du second ordre. Par conséquent, la fonction d'autocorrélation $r_{\zeta\zeta}(\tau)$ peut approximativement être :

$$r_{\zeta\zeta}(\tau) \approx \sigma_0^2 \frac{\pi}{2} \left(1 + \frac{r_{\mu_i\mu_i}^{(2)}(\tau)}{4\sigma_0^4}\right) \quad (3.36)$$

A partir de cette expression la puissance moyenne de l'enveloppe s'obtient par $r_{\zeta\zeta}(0) \approx \sigma_0^2 5\pi/8$ en considérant que la valeur exacte est de $r_{\zeta\zeta}(0) = \sigma_0^2 \pi F(-1/2, -1/2; 1; 1)/2 = 2\sigma_0^2$. Comme l'erreur relative de la puissance de l'enveloppe est de l'ordre de -1,83%, nous pouvons considérer que la relation (3.36) est une bonne approximation de la fonction d'autocorrélation exacte $r_{\zeta\zeta}(\tau)$ représentée dans (3.34).

La solution exacte de l'enveloppe de la densité spectrale de puissance $S_{\zeta\zeta}(f)$ ne peut être obtenue de la même manière. Toutefois, $S_{\zeta\zeta}(f)$ peut être approximée en calculant la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation $r_{\zeta\zeta}(\tau)$ de (3.36) comme suit :

$$\begin{aligned} S_{\zeta\zeta}(f) &\approx \sigma_0^2 \frac{\pi}{2} \delta(f) + \frac{\pi}{8\sigma_0^2} S_{\mu_i\mu_i}(f) * S_{\mu_i\mu_i}(f) \\ &= \sigma_0^2 \frac{\pi}{2} \delta(f) + \frac{\pi}{8\sigma_0^2} \int_{-\infty}^{\infty} S_{\mu_i\mu_i}(f-v) S_{\mu_i\mu_i}(v) dv \end{aligned} \quad (3.37)$$

A partir de ce résultat et en tenant compte que $S_{\mu_i\mu_i}(f)$ est positive, réelle et paire, nous concluons que $S_{\zeta\zeta}(f)$ est aussi positive, réelle et paire. En utilisant la relation $S_{\mu_i\mu_i}(f) = 0$ si $|f| > f_{max}$, nous pouvons finalement écrire :

$$\begin{aligned} S_{\zeta\zeta}(f) &\approx \sigma_0^2 \frac{\pi}{2} \delta(f) + \frac{\pi}{8\sigma_0^2} \int_{-f_{max}}^{f_{max}-|f|} S_{\mu_i\mu_i}(|f|-v) S_{\mu_i\mu_i}(v) dv, \\ &|f| < 2f_{max} \end{aligned} \quad (3.38)$$

A noter que la largeur de bande de l'enveloppe spectrale $S_{\zeta\zeta}(f)$ est égale à $4f_{max}$. La présence de la fonction delta de Dirac dans l'expression $S_{\zeta\zeta}(f)$ est la conséquence de la valeur moyenne de $\zeta(t)$ (Voir l'équation 1.29). En fait, le facteur devant la fonction delta de Dirac est égal à la racine carrée de la valeur moyenne, c'est-à-dire que $m_{\zeta}^2 = E^2\{\zeta(t)\} = \sigma_0^2 \pi/2$. Pour supprimer l'influence de la moyenne m_{ζ} , on préfère étudier la *fonction d'auto-covariance* de l'enveloppe.

$$\begin{aligned} r_{\zeta\zeta}^c(\tau) &= r_{\zeta\zeta}(\tau) - m_{\zeta}^2 \\ &= \sigma_0^2 \frac{\pi}{2} \left[F\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}; 1; \frac{r_{\mu_i\mu_i}^2(\tau)}{\sigma_0^4}\right) - 1 \right] \\ &\approx \frac{\pi}{8\sigma_0^2} r_{\mu_i\mu_i}^2(\tau), \quad i = 1, 2 \end{aligned} \quad (3.39)$$

Sa transformée de Fourier est connue sous le nom de *spectre d'auto-covariance* $S_{\zeta\zeta}^c(f)$ de l'enveloppe, qui peut être identifiée par le second terme de la relation (3.38) c'est-à-dire que :

$$S_{\zeta\zeta}^c(f) \approx \frac{\pi}{8\sigma_0^2} \int_{-f_{max}}^{f_{max}-|f|} S_{\mu_i\mu_i}(|f|+v) S_{\mu_i\mu_i}(v) dv, \quad |f| < 2f_{max} \quad (3.40)$$

Pour illustration, considérons deux cas de diffractions isotropes à deux dimensions, dont la fonction d'autocorrélation est donnée par la relation (3.25). En substituant (3.25) et (3.39), nous obtenons la fonction d'auto-covariance de la forme

$$r_{\zeta\zeta}^c(\tau) \approx \sigma_0^2 \frac{\pi}{8} J_0^2(2\pi f_{max} \tau) \quad (3.41)$$

En résolvant l'expression (3.40) ou, alternativement, en calculant la transformée de Fourier de $r_{\zeta\zeta}^c(\tau)$ dans la relation (3.41), nous obtenons le spectre d'auto-covariance

$$S_{\zeta\zeta}^c(f) \approx \begin{cases} \frac{\sigma_0^2}{8\pi f_{max}} K \left(\sqrt{1 - \left(\frac{f}{2f_{max}}\right)^2} \right), & |f| < 2f_{max} \\ 0, & |f| > 2f_{max} \end{cases} \quad (3.42)$$

Où K est l'intégrale complète elliptique de premier type

$$\begin{aligned} K &= \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{(1-x^2)(1-k^2x^2)}} dx \\ &= \int_0^{\pi/2} \frac{1}{\sqrt{1-k^2\sin^2\varphi}} d\varphi \end{aligned} \quad (3.43)$$

Comme $K(k)$ a une singularité pour $k = 1$, il s'en suit que $S_{\zeta\zeta}^c(f) \rightarrow \infty$ quand $f \rightarrow 0$

Les résultats approximatifs de la fonction d'auto-covariance $r_{\zeta\zeta}^c(\tau)$ de la relation (3.41) sont illustrés dans la figure (3.6). Pour comparaison, les solutions exactes sont aussi présentées. Pour la fonction d'auto-covariance $r_{\zeta\zeta}^c(\tau)$. Finalement, la solution exacte du spectre d'auto-covariance $S_{\zeta\zeta}^c(f)$ est obtenue en calculant numériquement la transformée de Fourier de $r_{\zeta\zeta}^c(\tau)$ dans (3.39).

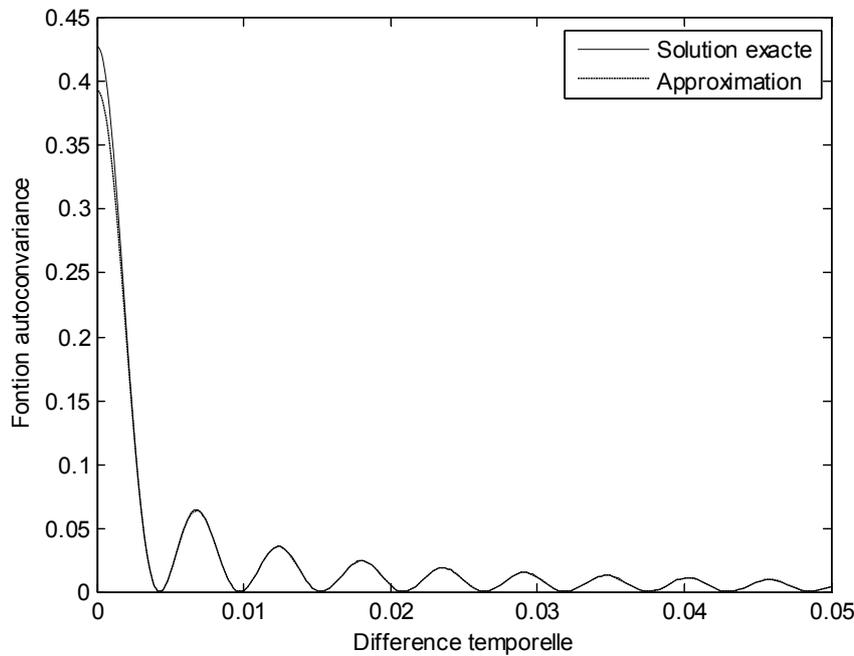


Figure 3.6. Fonction d'auto-covariance de l'enveloppe ($f_{max} = 90\text{Hz}$, $\sigma_0^2 = 1$)

3.2.1.5 Fonction d'autocorrélation et étalement de spectre de l'enveloppe carrée

Le rapport signal sur bruit (SNR) dans les systèmes de communications mobiles est proportionnel à l'enveloppe carrée du signal reçu. Caractériser l'enveloppe carrée nous présente donc de l'intérêt. Dans ce paragraphe, nous dérivons la fonction d'autocorrélation et l'étalement de spectre de l'enveloppe carrée $\zeta^2(t) = |\mu(t)|^2$ pour le cas où $\mu(t)$ est la valeur complexe moyenne zéro des processus aléatoires gaussiens. Nous définissons la fonction d'autocorrélation de l'enveloppe carrée par :

$$r_{\zeta^2\zeta^2}(\tau) = E\{\zeta^2(t)\zeta^2(t+\tau)\} \quad (3.44)$$

Dans cette expression, nous remplaçons $\zeta^2(t) = |\mu(t)|^2 = \mu_1^2(t) + \mu_2^2(t)$ et nous obtenons :

$$\begin{aligned} r_{\zeta^2\zeta^2}(\tau) &= E\{\mu_1^2(t)\mu_1^2(t+\tau) + \mu_2^2(t)\mu_2^2(t+\tau) \\ &\quad + \mu_1^2(t)\mu_2^2(t+\tau) + \mu_2^2(t)\mu_1^2(t+\tau)\} \\ &= r_{\mu_1^2\mu_1^2}(\tau) + r_{\mu_2^2\mu_2^2}(\tau) + r_{\mu_1^2\mu_2^2}(\tau) + r_{\mu_2^2\mu_1^2}(\tau) \end{aligned} \quad (3.45)$$

En utilisant le modèle mathématique d'une valeur moyenne complexe des processus aléatoires gaussiens, nous pouvons déduire que les quatre termes de l'expression ci-dessus peuvent être décrits par :

$$r_{\mu_1^2\mu_1^2}(\tau) = r_{\mu_2^2\mu_2^2}(\tau) = r_{\mu_1\mu_1}^2(0) + 2r_{\mu_1\mu_1}^2(\tau) \quad (3.46)$$

$$r_{\mu_1^2\mu_2^2}(\tau) = r_{\mu_2^2\mu_1^2}(\tau) = r_{\mu_1\mu_1}^2(0) + 2r_{\mu_1\mu_1}^2(\tau) \quad (3.47)$$

En considérant, la relation $\sigma_0^4 = r_{\mu_1\mu_1}^2(0)$, la fonction d'autocorrélation peut être exprimée par :

$$\begin{aligned} r_{\zeta^2\zeta^2}(\tau) &= 4\sigma_0^4 + 4r_{\mu_1\mu_1}^2(\tau) + 4r_{\mu_1\mu_2}^2(\tau) \\ &= 4\sigma_0^4 + |r_{\mu\mu}(\tau)|^2 \end{aligned} \quad (3.48)$$

En prenant la transformée de Fourier de $r_{\zeta^2\zeta^2}(\tau)$ et en appliquant le théorème de convolution

$$r_{\mu\mu}(\tau) \cdot r_{\mu\mu}^*(\tau) \circlearrowright S_{\mu\mu}(f) * S_{\mu\mu}^*(-f) \quad (3.49)$$

Si $S_{\mu\mu}^*(-f) = S_{\mu\mu}(-f)$, on peut présenter le spectre de l'enveloppe carrée sous la forme

$$Sr_{\zeta^2\zeta^2}(f) = 4\sigma_0^4\delta(f) + S_{\mu\mu}(f) * S_{\mu\mu}(-f) \quad (3.50)$$

Pour enlever l'influence de la valeur moyenne $m_{\zeta^2} = E\{\zeta^2(t)\} = 2\sigma_0^2$, nous procédons au calcul de la fonction d'auto-covariance de l'enveloppe carrée :

$$\begin{aligned} r_{\zeta^2\zeta^2}^c(\tau) &= r_{\zeta^2\zeta^2}(\tau) - m_{\zeta^2}^2 \\ &= |r_{\mu\mu}(\tau)|^2 \end{aligned} \quad (3.51)$$

Le spectre d'auto-covariance de l'enveloppe carrée est :

$$S_{\zeta^2\zeta^2}^c(f) = S_{\mu\mu}(f) * S_{\mu\mu}(-f) \quad (3.52)$$

Comme illustration, nous prenons en exemple deux diffractions isotropes à deux dimensions où la fonction d'autocorrélation de $\mu(t)$ est égale à $r_{\mu\mu}(\tau) = 2\sigma_0^2 J_0(2\pi f_{max}\tau)$.

La fonction d'auto-covariance de l'enveloppe carrée se simplifie donc par :

$$r_{\zeta^2\zeta^2}^c(\tau) = 4\sigma_0^4 J_0^2(2\pi f_{max}\tau) \quad (3.53)$$

Et le spectre d'auto-covariance de l'enveloppe carrée devient :

$$S_{\zeta^2\zeta^2}^c(f) = \begin{cases} \frac{4\sigma_0^4}{\pi^2 f_{max}} K\left(\sqrt{1 - \left(\frac{f}{2f_{max}}\right)^2}\right), & |f| < 2f_{max} \\ 0, & |f| > 2f_{max} \end{cases} \quad (3.54)$$

En comparant les relations (3.54) et (3.42), on s'aperçoit que la solution exacte du spectre d'auto-covariance $S_{\zeta^2\zeta^2}^c(f)$ de l'enveloppe carrée se ressemble à la solution approximative du spectre d'auto-covariance d'une simple enveloppe par un facteur multiplicatif.

A part la détermination de la fonction de densité de probabilité de l'enveloppe, de l'enveloppe carrée, et de la phase, nous aborderons aussi dans cette section le taux de passage à niveau et la durée moyenne de l'évanouissement du processus de Rice $\xi(t) = |\mu(t) + m(t)|$ avec un composant de visibilité directe variable dans le temps $m(t)$. En analysant l'influence de la densité spectrale de puissance $S_{\mu\mu}(f)$ du processus variable complexe gaussien $\mu(t)$ sur les propriétés statistiques $\xi(t)$, nous nous limiterons aux densités spectrales de puissance gaussienne et de Jakes.

3.2.1.6 Fonction de probabilité de densité de l'enveloppe et de la phase

La fonction de probabilité de densité du processus de Rice $\xi(t)$, notée par $p_\xi(x)$ est définie par la distribution de Rice :

$$p_\xi(x) = \begin{cases} \frac{x}{\sigma_0^2} e^{-\frac{x^2+\rho^2}{2\sigma_0^2}} I_0\left(\frac{x\rho}{\sigma_0^2}\right), & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases} \quad (3.55)$$

Où $I_0(\cdot)$ désigne la fonction de Bessel modifiée de premier espèce et d'ordre zéro. $\sigma_0^2 = r_{\mu_1\mu_1}(0) = r_{\mu\mu}(0)/2$ désigne la puissance moyenne de la valeur réelle du processus aléatoire gaussien $\mu_i(t)$ $i = (1,2)$. De toute évidence, ni le temps de variation de la moyenne causée par la fréquence de Doppler de la composante en visibilité directe, ni la forme exacte de la densité spectrale de puissance Doppler $S_{\mu\mu}(f)$ n'influencent la fonction de densité de

probabilité $p_\xi(x)$. Cela signifie que la distribution de l'enveloppe $\xi(t)$ ne fournit aucune indication sur la vitesse de l'évanouissement. Seules l'amplitude de la composante en visibilité directe, et la puissance moyenne σ_0^2 de la partie réelle ou de la partie imaginaire de la composante diffractée déterminent le comportement de $p_\xi(x)$.

Il est particulièrement intéressant dans ce contexte de définir le *facteur de Rice*, noté par c_R , qui décrit le rapport de la puissance de la composante en visibilité directe et la somme de puissance de tous les composantes diffractés. Le facteur de Rice est défini par :

$$c_R := \frac{\rho^2}{2\sigma_0^2} \quad (3.56)$$

Si $\rho \rightarrow 0$ c'est-à-dire que $c_R \rightarrow 0$, alors le processus de Rice $\xi(t)$ devient un processus de Rayleigh $\zeta(t)$, dont les variations statistiques du signal sont décrites par la distribution de Rayleigh.

$$p_\zeta(x) = \begin{cases} \frac{x}{\sigma_0^2} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_0^2}} & , \quad x \geq 0 \\ 0 & , \quad x < 0 \end{cases} \quad (3.57)$$

Comme mentionné plus haut, la densité spectrale de puissance de Doppler $S_{\mu\mu}(f)$ n'influence pas la fonction de densité de probabilité du processus variable complexe gaussien en valeur absolue, c'est-à-dire que $\xi(t) = |\mu_\rho(t)|$. Analogiquement, cette déclaration est aussi valable pour la fonction de densité de probabilité de phase $\vartheta(t) = \text{arg}\{\mu_\rho(t)\}$, où $\vartheta(t)$ peut être exprimée à l'aide des relations (3.16), (3.17) et (3.19) comme suit :

$$\vartheta(t) = \arctan \left\{ \frac{\mu_2(t) + \rho \sin(2\pi f_\rho t + \theta_\rho)}{\mu_1(t) + \rho \cos(2\pi f_\rho t + \theta_\rho)} \right\} \quad (3.58)$$

Afin de confirmer cette déclaration, nous allons étudier la fonction de densité de probabilité $p_\vartheta(\theta; t)$ de la phase $\vartheta(t)$ par la relation :

$$p_\vartheta(\theta; t) = \frac{e^{-\frac{\rho^2}{2\sigma_0^2}}}{2\pi} \left\{ 1 + \frac{\rho}{\sigma_0} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \cos(\theta - 2\pi f_\rho t - \theta_\rho) e^{\frac{\rho^2 \cos^2(\theta - 2\pi f_\rho t - \theta_\rho)}{2\sigma_0^2}} \left[1 + \text{erf} \left(\frac{\rho \cos(\theta - 2\pi f_\rho t - \theta_\rho)}{\sigma_0 \sqrt{2}} \right) \right] \right\}, \quad -\pi < \theta \leq \pi \quad (3.59)$$

Où $\text{erf}(\cdot)$ est dite la *fonction d'erreur*.

La dépendance de la fonction de densité de probabilité $p_{\vartheta}(\theta; t)$ par le temps t est due à la fréquence de Doppler f_{ρ} de la composante en visibilité directe $m(t)$. Le processus stochastique $\vartheta(t)$ n'est pas stationnaire au sens stricte, parce la condition (1-88) n'est pas satisfaite.

C'est seulement dans le cas particulier où $f_{\rho} = 0$ ($\rho \neq 0$) que la phase $\vartheta(t)$ est un processus stationnaire à sens stricte. Elle est alors décrite par la fonction de densité de probabilité :

$$p_{\vartheta}(\theta) = \frac{e^{-\frac{\rho^2}{2\sigma_0^2}}}{2\pi} \left\{ 1 + \frac{\rho}{\sigma_0} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \cos(\theta - \theta_{\rho}) e^{\frac{\rho^2 \cos^2(\theta - \theta_{\rho})}{2\sigma_0^2}} \left[1 + \operatorname{erf} \left(\frac{\rho \cos(\theta - \theta_{\rho})}{\sigma_0 \sqrt{2}} \right) \right] \right\}, \quad -\pi < \theta \leq \pi \quad (3.60)$$

Si $\rho \rightarrow 0$, il s'en suit que $\mu_{\rho}(t) \rightarrow \mu(t)$ et $\xi(t) \rightarrow \zeta(t)$ et la relation (3.60) devient une distribution uniforme :

$$p_{\vartheta}(\theta) = \frac{1}{2\pi}, \quad -\pi < \theta \leq \pi \quad (3.61)$$

Pour $\rho \rightarrow \infty$, la fonction de densité de probabilité $p_{\vartheta}(\theta)$ de la relation (3.60) devient $p_{\vartheta}(\theta) = \delta(\theta - \theta_{\rho})$. L'illustration de la fonction de densité de probabilité de phase $p_{\vartheta}(\theta)$ est représenté dans la figure (3.7) pour différentes valeurs de ρ .

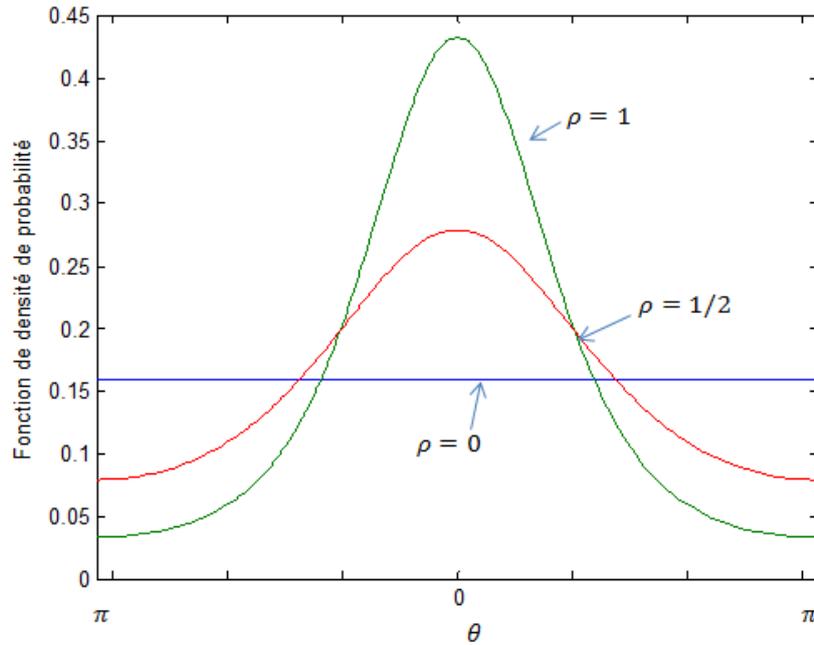


Figure 3.7. Fonction de densité de probabilité de phase $p_{\vartheta}(\theta)$
($f_{\rho} = 0, \theta_{\rho} = 0, \sigma_0^2 = 1$)

3.2.1.7 Fonction de la densité de probabilité de l'enveloppe carrée

La fonction de la densité de probabilité de l'enveloppe carrée du processus de Rice peut facilement être calculée en appliquant la transformation des variables aléatoires. Nous pouvons exprimer la fonction de la densité de probabilité $p_{\xi^2}(x)$ de l'enveloppe carrée $\xi^2(t)$ étant donné que $p_{\xi^2}(x) = p_{\xi}(\sqrt{x})/(2\sqrt{x})$.

En appliquant cette relation avec celle définie par (3.55) nous avons:

$$p_{\xi^2}(x) = \begin{cases} \frac{1}{2\sigma_0^2} e^{-\frac{x+\rho^2}{2\sigma_0^2}} I_0\left(\frac{\sqrt{x}\rho}{\sigma_0}\right), & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases} \quad (3.62)$$

L'enveloppe carrée $\xi^2(t)$ du processus de Rice a comme écart-type :

$$\begin{aligned} E\{\xi^2(t)\} &= E\{|\mu_{\rho}(t)|^2\} \\ &= E\{(\mu_1(t) + m_1(t))^2 + (\mu_2(t) + m_2(t))^2\} \\ &= 2\sigma_0^2 + \rho^2 \end{aligned} \quad (3.63)$$

La variance est:

$$\begin{aligned} \text{Var}\{\xi^2(t)\} &= E\{\xi^4(t)\} - (E\{\xi^2(t)\})^2 \\ &= E\{|\mu_{\rho}(t)|^4\} - (E\{|\mu_{\rho}(t)|^2\})^2 \\ &= 4\sigma_0^2(\sigma_0^2 + \rho^2) \end{aligned} \quad (3.64)$$

Dans la situation de non visibilité directe $\rho \rightarrow 0$, ce qui revient à dire que $\xi^2(t) \rightarrow \zeta^2(t)$, et donc à partir de la relation (3.62) nous obtenons la distribution de l'enveloppe carrée du processus de Rayleigh sous la forme d'une distribution exponentielle à moitié négative.

$$p_{\xi^2}(x) = \begin{cases} \frac{1}{2\sigma_0^2} e^{-\frac{x+\rho^2}{2\sigma_0^2}} I_0\left(\frac{\sqrt{x}\rho}{\sigma_0}\right), & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases} \quad (3.65)$$

Par conséquent, l'enveloppe carrée $\zeta^2(t)$ du processus de Rayleigh suit la distribution exponentielle négative. A partir des relations (3.62) et (3.63), on en déduit la valeur moyenne de l'enveloppe carrée du processus du Rayleigh $E\{\zeta^2(t)\} = 2\sigma_0^2$.

La variance est $\text{Var}\{\zeta^2(t)\} = 4\sigma_0^4$. Les fonctions de densité de probabilité $p_{\xi^2}(x)$ et de $p_{\zeta^2}(x)$ des relations (3.62) et (3.65), sont illustrées respectivement dans les figures (3.8) et (3.9).

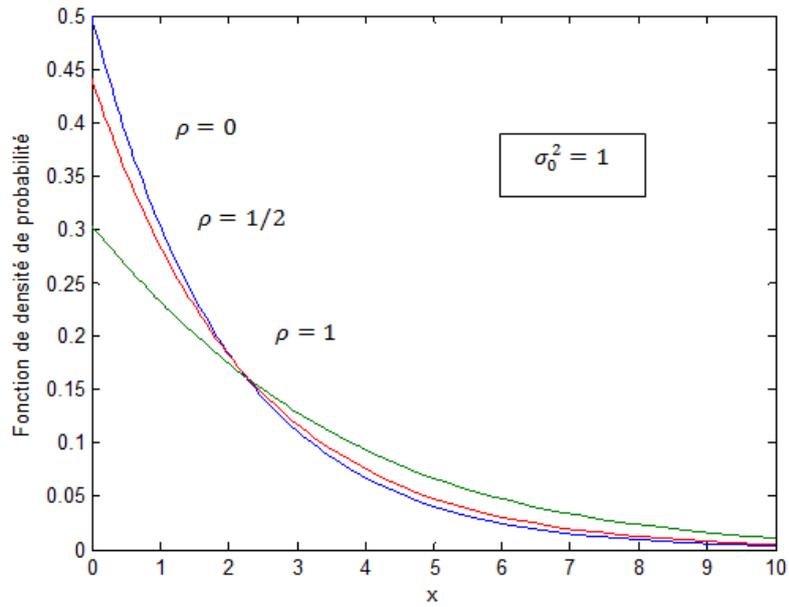


Figure 3.8. Fonction de densité de probabilité de l'enveloppe carrée du processus de Rice

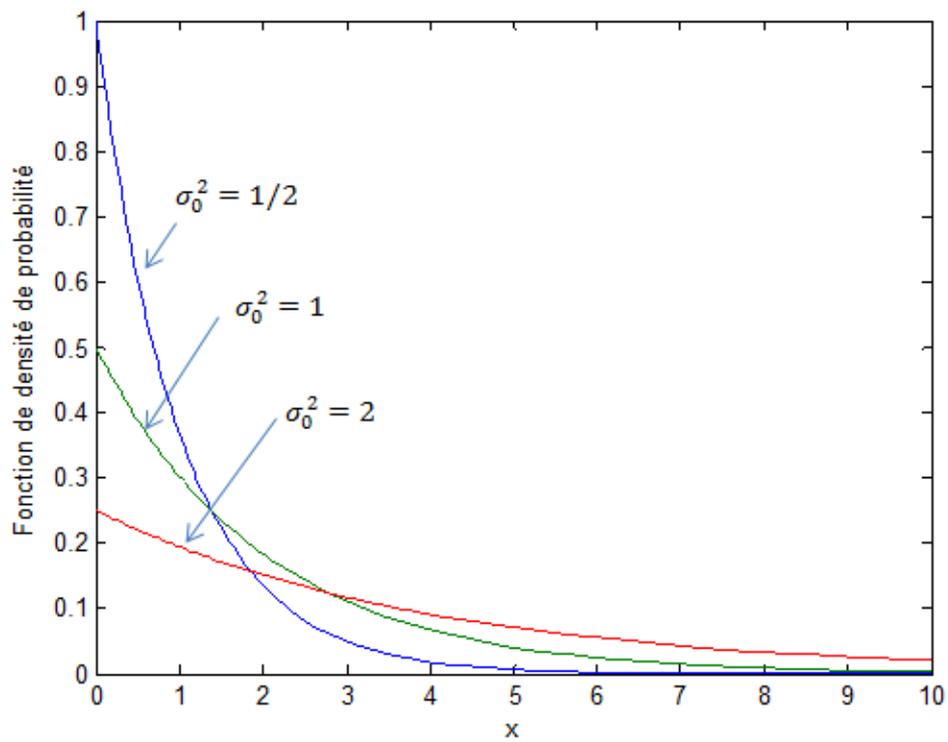


Figure 3.9. Fonction de densité de probabilité de l'enveloppe carrée du processus de Rayleigh

3.2.1.8 Taux de passage à niveau et la durée moyenne des évanouissements

Comme pour d'autres quantités statistiques, nous allons dans ce paragraphe étudier le taux de passage à niveau et la durée moyenne des évanouissements. Nous allons nous intéresser d'abord au processus de Rice $\xi(t)$ introduit par la relation (3.21), sur lequel nous l'imposons comme un modèle de référence. Nous supposons que les processus aléatoires gaussiens $\mu_1(t)$ et $\mu_2(t)$ sont non corrélés et ont une fonction d'autocorrélation identique, c'est-à-dire $r_{\mu_1\mu_2}(\tau) = 0$ et que $r_{\mu_1\mu_1}(\tau) = r_{\mu_2\mu_2}(\tau) \forall \tau$.

Toutefois, en calculant le taux de passage à niveau $N_\xi(r)$ du processus de Rice $\xi(t) = \mu_\rho(t)$, on doit considérer l'existence de corrélation entre la partie imaginaire et la partie réelle du processus complexe aléatoire gaussien $\mu_\rho(t)$ (3.19) à cause du composant temporel de la visibilité directe $m(t)$ introduit dans la relation (3.17).

Le taux de passage à niveau est alors :

$$N_\xi(r) = \frac{r\sqrt{2\beta}}{\pi^{3/2}2\sigma_0^2} e^{-\frac{r^2+\rho^2}{2\sigma_0^2}} \int_0^{\pi/2} \left\{ e^{-(\alpha\rho\sin\theta)} + \sqrt{\pi}\alpha\rho\sin\theta \operatorname{erf}(\alpha\rho\sin\theta) \right\} d\theta, \quad r \geq 0 \quad (3.66)$$

Où les quantités α et β sont données par la relation :

$$\alpha = 2\pi f_p / \sqrt{2\beta} \quad (3.67)$$

Et

$$\beta = \beta_i = -\ddot{r}_{\mu_i\mu_i}(0), \quad i = 1,2 \quad (3.68)$$

En considérant la relation (3.67), nous notons que la fréquence de Doppler f_p de la composant en visibilité directe $m(t)$ présente une influence sur le taux de passage à niveau $N_\xi(r)$. Si $f_p = 0$, ce qui veut dire que $\alpha = 0$, nous avons :

$$N_\xi(r) = \sqrt{\frac{\beta}{2\pi}} \cdot p_\xi(r), \quad r \geq 0 \quad (3.69)$$

La relation (3.69) décrit donc le taux de passage à niveau du processus de Rice de la composante en visibilité directe invariant dans le temps. Quand $\rho \rightarrow 0$, alors $p_\xi(r) \rightarrow p_\zeta(r)$, nous obtenons alors l'équation suivante pour le taux de passage à niveau $N_\zeta(r)$ du processus de Rayleigh $\zeta(t)$

$$N_\zeta(r) = \sqrt{\frac{\beta}{2\pi}} \cdot p_\zeta(r), \quad r \geq 0 \quad (3.70)$$

Pour les processus de Rayleigh et de Rice, les expressions (3.69) et (3.70), respectivement, montrent clairement la relation proportionnelle entre le taux de passage à niveau et la fonction de densité de probabilité correspondante de l'enveloppe. La valeur de ce facteur proportionnel est $\sqrt{\beta/2\pi}$ suivant la relation (3.68), dépendant seulement à l'origine de la courbure négative de la fonction d'autocorrélation de la valeur réelle du processus aléatoire gaussien.

Particulièrement, pour la densité spectrale de puissance de Jakes et pour la densité spectrale de puissance gaussienne, nous obtenons, en utilisant les expressions (3.25), (3.27) et (3.68) les résultats suivants suivant les quantités caractéristiques de β :

$$\beta = \begin{cases} 2(\pi f_{max} \sigma_0)^2, & \text{JAKES DSP} \\ 2(\pi f_c \sigma_0)^2 / \ln 2, & \text{DSP GAUSSIEN} \end{cases} \quad (3.71)$$

Malgré la grande différence entre les formes de la densité spectrale de puissance gaussienne et celle de Jakes, les densités spectrales de puissance de Doppler des deux permettent la modélisation des processus de Rice et de Rayleigh avec des taux de passages à niveau identiques, dans le cas où f_{max} et f_c satisfont la relation $f_c = \sqrt{\ln 2} f_{max}$.

L'influence des paramètres f_ρ et ρ sur le taux de passage à niveau normalisé $N_\xi(r)/f_{max}$ est illustré respectivement dans la figure (3.10) et (3.11). Ainsi, suivant la figure (3.10), une augmentation de la $|f_\rho|$ entraîne une augmentation du taux de passage à niveau $N_\xi(r)$.

En supposant que $r_{\mu_1\mu_1}(0) = r_{\mu_2\mu_2}(0)$ avec $\beta_1 = -\ddot{r}_{\mu_1\mu_1}(0) \neq -\ddot{r}_{\mu_2\mu_2}(0) = \beta_2$, alors le taux de passage à niveau $N_\xi(r)$ du processus de Rice $\xi(t)$ peut être exprimé par :

$$N_\xi(r) = \sqrt{\frac{\beta_1}{2\pi}} \frac{r}{\sigma_0^2} e^{-\frac{r^2 + \rho^2}{2\sigma_0^2}} \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cosh \left[\frac{r\rho}{\sigma_0^2} \cos(\theta - \theta_\rho) \right] \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \theta} d\theta, \quad r \geq 0 \quad (3.72)$$

Où $k = \sqrt{(\beta_1 - \beta_2)/\beta_1}$, $\beta_1 \geq \beta_2$. Dans ce cas, le taux de passage à niveau n'est plus proportionnel à la fonction de densité de probabilité du processus de Rice.

D'un autre côté, on obtient à nouveau la relation de proportionnalité pour les processus de Rayleigh $\zeta(t)$, dont le taux de niveau de passage $N_\zeta(r)$ est obtenu par la relation (3.72) en prenant la limite $\rho \rightarrow 0$:

$$N_\zeta(r) = \sqrt{\frac{\beta_1}{2\pi}} \frac{r}{\sigma_0^2} e^{-\frac{r^2}{2\sigma_0^2}} \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \theta} d\theta, \quad r \geq 0 \quad (3.73)$$

L'intégrale

$$E(\varphi, k) = \int_0^\varphi \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \theta} d\theta \quad (3.74)$$

est définie comme *une intégrale elliptique de second type*. Le paramètre k désigne le module de l'intégrale. Pour $\varphi = \pi/2$, cette intégrale est aussi appelée *intégrale elliptique complète de second type*, lequel on écrit $\mathbf{E}(k) = E\left(\frac{\pi}{2}, k\right)$.

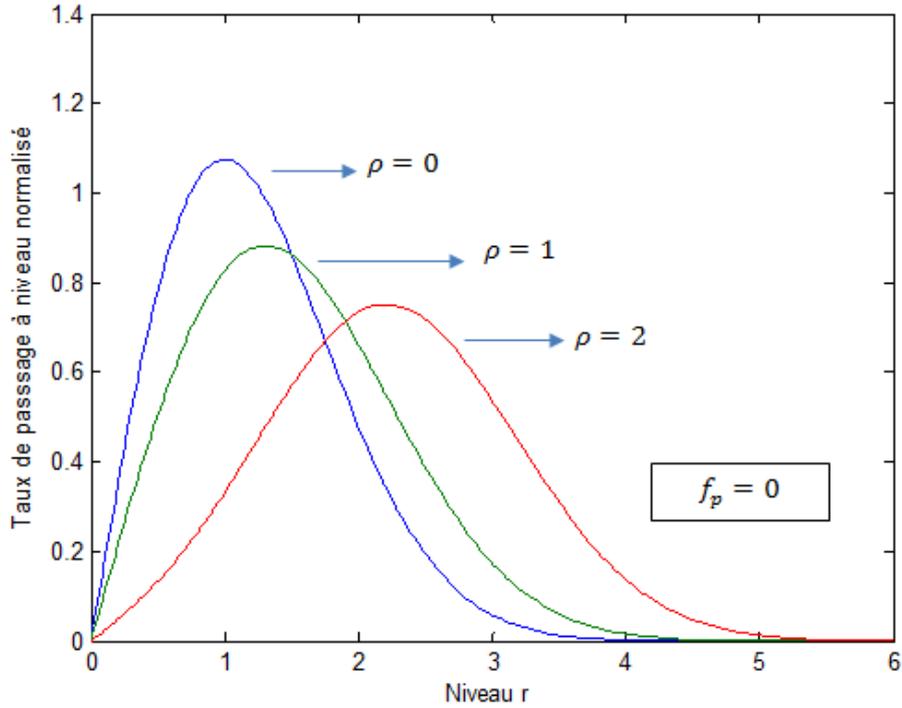


Figure 3.10. Taux de passage à niveau normalisé du processus de Rice suivant la valeur de ρ (JAKE DSP, $f_{max} = 90\text{Hz}$, $\sigma_0^2 = 1$)

En utilisant la relation (3.57), le taux de passage à niveau du processus de Rayleigh peut être présenté par :

$$N_\zeta(r) = \sqrt{\frac{\beta_1}{2\pi}} p_\zeta(r) \cdot \frac{2}{\pi} \mathbf{E}(k), \quad r \geq 0 \quad (3.75)$$

Le module k est toujours $k = \sqrt{(\beta_1 - \beta_2)/\beta_1}$, $\beta_1 \geq \beta_2$. Donc, le taux de passage à niveau du processus est proportionnel à la fonction de densité de probabilité de l'enveloppe, même dans le cas où $\beta_1 \neq \beta_2$. Le facteur proportionnel est déterminé ici non seulement par β_1 , mais aussi par la différence $\beta_1 - \beta_2$.

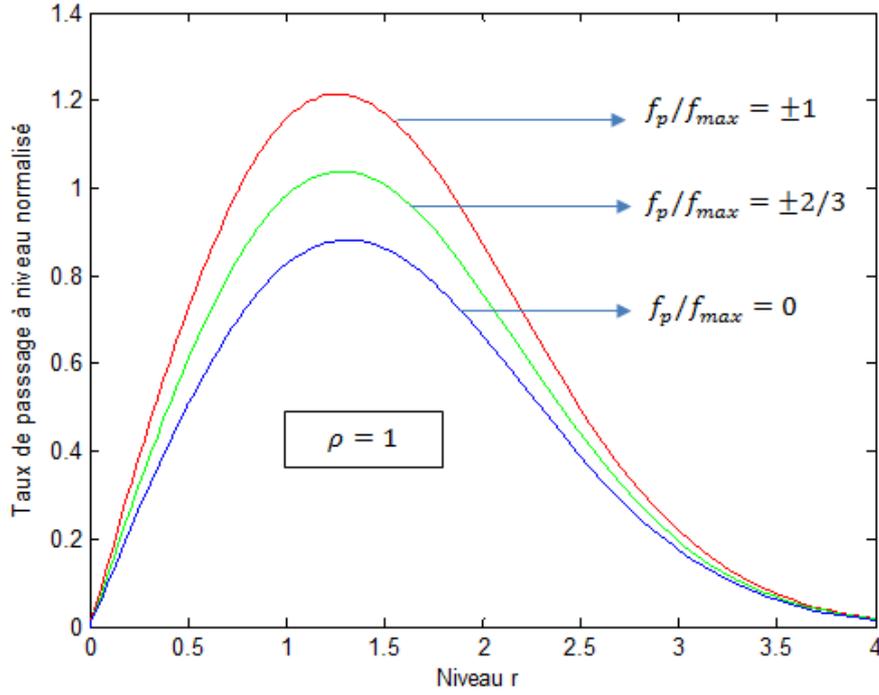


Figure 3.11. Taux de passage à niveau normalisé du processus de Rice suivant la valeur f_p (JAKE DSP, $f_{max} = 90\text{Hz}$, $\sigma_0^2 = 1$)

En outre, nous sommes intéressés sur le taux de passage à niveau $N_\zeta(r)$ dans le cas où l'écart relatif β_1 et β_2 est très petit. Pour investiguer sur ce cas, nous considérons un nombre positif $\varepsilon = \beta_1 - \beta_2 \geq 0$ avec $\varepsilon/\beta_1 \ll 1$, alors :

$$k = \sqrt{\frac{\beta_1 - \beta_2}{\beta_1}} = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\beta_1}} \ll 1 \quad (3.76)$$

Ensuite, nous faisons usage de la relation :

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(k) &= \frac{\pi}{2} F\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}; 1; k^2\right) \\ &= \frac{\pi}{2} \left\{ 1 - \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n-1)}{2^n n!} \right]^2 \frac{k^{2n}}{2n-1} \right\} \end{aligned} \quad (3.77)$$

Où $F(.,.,.;.)$ est la *fonction hypergéométrique*. En utilisant les deux premiers termes du développement en série sur $\mathbf{E}(k)$ ci-dessus, nous obtenons une approximation suivante :

$$\mathbf{E}(k) \approx \frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{k^2}{4} \right) \approx \frac{\pi}{2} \sqrt{1 - \frac{k^2}{2}}, \quad k \ll 1 \quad (3.78)$$

En substituant (3.76) et (3.78) et en prenant en compte la relation (3.75), nous obtenons une approximation du taux de passage à niveau, de la forme :

$$N_{\zeta}(r) \approx \sqrt{\frac{\beta}{2\pi}} \cdot p_{\zeta}(r), \quad r \geq 0 \quad (3.79)$$

qui est invalide dans le cas où la condition $(\beta_1 - \beta_2)/\beta_2 \ll 1$ est atteinte, où la quantité β dans (3.79) est de la forme $\beta = (\beta_1 - \beta_2)/2$. Toutefois, la relation (3.69) garde approximativement sa validité si la déviation relative entre β_1 et β_2 est petite, et si la valeur de $\beta = \beta_1 = \beta_2$ est remplacée par une moyenne arithmétique $\beta = (\beta_1 + \beta_2)/2$.

La durée moyenne de l'évanouissement est la mesure de la durée moyenne du temps d'intervalle durant laquelle l'enveloppe du canal est en dessous du niveau du signal donné r . La durée moyenne de l'évanouissement est définie comme le quotient de la fonction de répartition de l'enveloppe du canal par le taux de passage à niveau. Pour le processus de Rice, et pour le processus de Rayleigh dont $f_{\rho} = 0$, nous obtenons respectivement les expressions suivantes :

$$T_{\xi_{-}}(r) = \frac{F_{\xi_{-}}(r)}{N_{\xi}(r)} = \sqrt{\frac{2\pi}{\beta}} \cdot \frac{e^{\frac{r^2}{2\sigma_0^2}}}{r I_0\left(\frac{r\rho}{\sigma_0^2}\right)} \int_0^r x e^{-\frac{x^2}{2\sigma_0^2}} I_0\left(\frac{x\rho}{\sigma_0^2}\right) dx, \quad r \geq 0, \quad (3.80)$$

Et :

$$T_{\zeta_{-}}(r) = \frac{F_{\zeta_{-}}(r)}{N_{\zeta}(r)} = \sqrt{\frac{2\pi}{\beta}} \cdot \frac{\sigma_0^2}{r} \left(e^{\frac{r^2}{2\sigma_0^2}} - 1 \right), \quad r \geq 0 \quad (3.81)$$

Où $F_{\xi_{-}}(r) = P\{\xi(t) \leq r\}$ et $F_{\zeta_{-}}(r) = P\{\zeta(t) \leq r\}$ représentent respectivement la fonction de répartition des processus de Rice et de Rayleigh.

Dans la modélisation du canal, nous nous intéressons spécialement au comportement de la durée moyenne de l'évanouissement par rapport au niveau bas du signal r . Si on suppose que $r \ll 1$, alors nous pouvons écrire $r\rho/\sigma_0^2 \ll 1$ pour les facteurs modérés de Rice, et par conséquent les expressions $I_0(r\rho/\sigma_0^2)$ et $I_0(x\rho/\sigma_0^2)$ peuvent aussi s'approximer de 1 dans la relation (3.80), tant que le variable indépendant x est défini dans l'intervalle $[0, r]$.

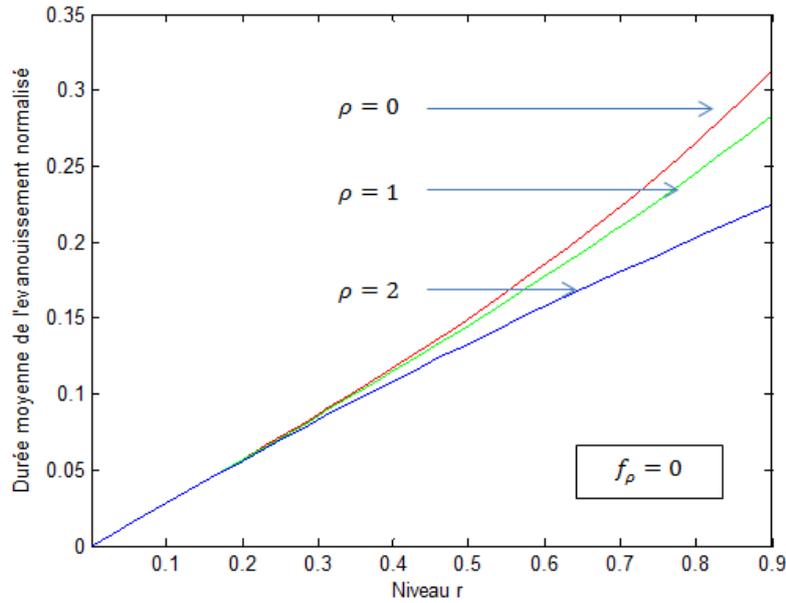


Figure 3.12. Durée moyenne de l'évanouissement normalisée du processus de Rice suivant la valeur de ρ (JAKE DSP, $f_{max} = 90\text{Hz}$, $\sigma_0^2 = 1$)

La relation (3.81) peut être simplifiée, en utilisant la relation $e^x = 1 + x$ ($x \ll 1$) :

$$T_{\xi}(r) \approx T_{\zeta}(r) \approx r \sqrt{\frac{\pi}{2\beta}}, \quad r \ll 1 \quad (3.82)$$

Cette équation est valide si $\frac{r\rho}{\sigma_0^2} \ll 1$. Le résultat ci-dessus montre qu'à un certain niveau bas du signal r , la durée moyenne de l'évanouissement du processus de Rice et de Rayleigh est approximativement proportionnelle à r .

Une illustration des résultats est présentée à la figure (3.12) pour $f_{\rho} = 0$

3.3 Modélisation du canal à fréquence sélective

Le canal mobile est une combinaison de plusieurs trajets de propagations, chacun a sa propre atténuation, sa distorsion en phase, sa dispersion temporelle qui se manifestent par des évanouissements à fréquence sélective. Pour caractériser ce phénomène nous utilisons le retard d'étalement. Ce paramètre est la mesure d'étalement du retard de propagation autour du retard de propagation moyen. En TDMA, cette quantité permet de déterminer le degré d'interférence mobile, qui détermine après si un égaliseur est utile ou non à la réception. En CDMA, le retard d'étalement détermine le nombre de trajets solvables et l'efficacité du récepteur en réseau.

Le canal à fréquence non sélective est caractérisé par le fait que le retard d'étalement des trajets multiples est petit par rapport à la durée du symbole. Les canaux dont le retard d'étalement est de l'ordre ou même plus grand que la durée du symbole représentent un autre classement plus important du canal. Cette classification se nomme canal à fréquence sélective qui est communément appelé canal à large bande. La modélisation stochastique et déterministe de ce canal est consacrée à cette section. [3.02] [3.03]

3.3.1 *Modèle elliptique de Parson et de Bajwa*

Tous les ellipses ont des points focaux communs T_x et R_x . En géométrie une ellipse est un ensemble des tous les points dans un plan qui fait que la somme des distances à partir d'un point quelconque sur l'ellipse par rapport aux deux points focaux T_x et R_x est une constante positive. En se référant à la figure (3.13) cela revient à dire que $T_x - A - R_x$ et $T_x - C - R_x$ ont la même longueur.

Toutefois, les angles d'arrivée respectifs sont différents et, par conséquent, les fréquences de Doppler, causées par le mouvement du récepteur, sont aussi différentes. Le statut opposé est observé pour les trajets multiples $T_x - A - R_x$ et $T_x - B - R_x$, où les longueurs du trajets sont différents tandis que les angles d'arrivées sont égaux, donc les fréquences de Doppler sont égaux.

La longueur de chaque trajet détermine le retard de propagation. Essentiellement, elle détermine aussi la puissance moyenne du signal reçu sur l'antenne de réception. Chaque onde observée sur la zone de diffusion et caractérisée par l -ième ellipse, présente le même *retard de propagation discrète*.

$$\tau'_l = \tau'_0 + l\Delta\tau', \quad l = 0, 1, \dots, L - 1 \quad (3.83)$$

Où τ'_0 est le retard de propagation de la composante en visibilité directe, $\Delta\tau'$ est le retard de propagation infinitésimal, et L représente le nombre de trajets présentant plusieurs retards de propagation. Il est évident que le modèle elliptique s'accroît en précision si L augmente et $\Delta\tau'$ devient plus petit.

A la limite $L \rightarrow \infty$ et $\Delta\tau' \rightarrow 0$, le retard de propagation discret devient un *retard de propagation continu* τ' défini dans l'intervalle $[\tau'_0, \tau'_{max}]$. Ici τ'_{max} caractérise le retard de propagation maximum, dépendant de l'environnement de la propagation.

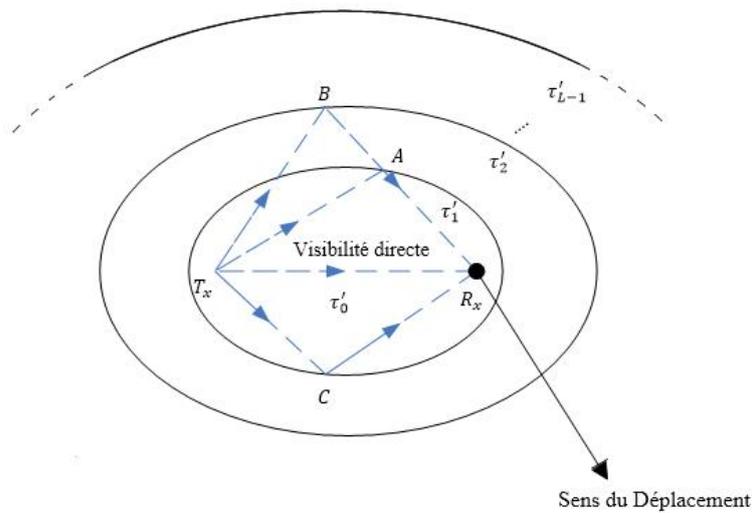


Figure 3.13. Modèle elliptique de Parson et de Bajwa

3.3.2 Système de description théorique du canal à fréquence sélective

Le point de départ pour la dérivée d'un système de fonction se base sur l'hypothèse que le canal peut être modélisé comme un système linéaire variable dans le temps. [3.04] [3.05] [3.06]

Dans un système linéaire variable dans le temps, la réponse impulsionnelle – notée par $h_0(t_0, t)$ - est une fonction de temps t_0 auquel le canal a eu une impulsion $\delta(t - t_0)$. La relation entre l'impulsion $\delta(t - t_0)$ et la réponse impulsionnelle correspondante $h_0(t_0, t)$ peut être représentée par :

$$\delta(t - t_0) \rightarrow h_0(t_0, t) \quad (3.84)$$

Comme chaque canal physique est causal, l'impulsion ne peut pas faire de l'effet avant que celui-ci ne soit appliqué sur le canal. C'est ce que l'on appelle la *loi de causalité*, qui mathématiquement peut être interprétée par :

$$h_0(t_0, t) = 0 \text{ pour } t < t_0 \quad (3.85)$$

En utilisant la réponse impulsionnelle $h_0(t_0, t)$, nous voulons calculer le signal en sortie $y(t)$ pour un signal en entrée arbitraire $x(t)$. Pour ce faire, nous allons représenter $x(t)$ comme une superposition dense de la fonction pondérée Delta du Dirac. En utilisant la propriété de décalage de la fonction delta de Dirac, nous pouvons écrire :

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t_0) \delta(t - t_0) dt_0 \quad (3.86)$$

Alternativement, nous pouvons utiliser l'expression

$$x(t) = \lim_{\Delta t_0 \rightarrow 0} \sum_{t_0} x(t_0) \delta(t - t_0) \Delta t_0 \quad (3.87)$$

Le canal est considéré comme linéaire, donc nous pouvons appliquer le principe de superposition. En conséquence, en utilisant la relation (3-84), la réponse de la somme de l'équation (3-87) peut être écrite par:

$$\sum_{t_0} x(t_0) \delta(t - t_0) \Delta t_0 \rightarrow \sum_{t_0} x(t_0) h_0(t_0, t) \Delta t_0 \quad (3.88)$$

Par conséquent :

$$x(t) \rightarrow y(t) \quad (3.89)$$

Nous obtenons alors le résultat suivant à partir de (3.88) à la limite $\Delta t_0 \rightarrow 0$

$$x(t_0) \delta(t - t_0) dt_0 \rightarrow x(t_0) h_0(t_0, t) dt_0 \quad (3.90)$$

Si nous utilisons maintenant la propriété de causalité fournie par la relation (3.86), le signal en sortie est alors donné par :

$$y(t) = \int_{-\infty}^t x(t_0) h_0(t_0, t) dt_0 \quad (3.91)$$

Ensuite, nous substituons la variable t_0 par le retard de propagation

$$\tau' = t - t_0 \quad (3.92)$$

qui définit le temps écoulé entre l'instant où le canal subit une impulsion et l'instant où la réponse est observée à la sortie du canal.

$$y(t) = \int_0^{\infty} x(t - \tau') h(\tau', t) d\tau' \quad (3.93)$$

Pour simplifier la notation, la réponse impulsionnelle variant dans le temps $h_0(t - \tau', t)$ a été remplacée par $h(\tau', t) := h_0(t - \tau', t)$. Physiquement, la réponse impulsionnelle variant dans le temps peut être interprété comme une réponse du canal à l'instant t de l'impulsion delta du Dirac que simule le canal à l'instant $t - \tau'$. En considérant la relation (3.92) la propriété de causalité de l'équation (3.86) peut s'exprimer par :

$$h(\tau', t) = 0 \text{ pour } \tau' < 0 \quad (3.94)$$

Ce qui veut dire que la réponse impulsionnelle est égale à 0 pour un retard de propagation négatif.

A partir de la relation (3.93), on peut obtenir un modèle de série de retard en ligne (voir figure 3.14) du canal à fréquence sélective, de réponse impulsionnelle variant dans le temps $h(\tau', t)$. A noter que le modèle de série de retard en ligne peut être interprété comme un filtre transversal de coefficient à temps variable.

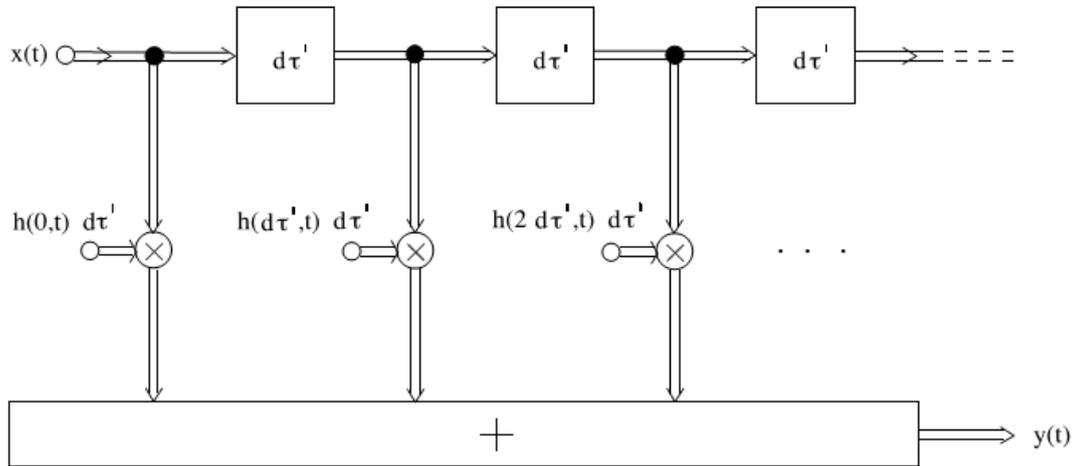


Figure 3.14. Représentation d'un modèle de série de retard en ligne du canal à fréquence sélective de réponse impulsionnelle variant dans le temps

La modélisation du canal de radio mobile utilisant la structure de série de retard en ligne aux coefficients à temps variable donne un aperçu en profondeur des distorsions causées par les composants de diffusions. Par exemple, on reconnaît que le signal au récepteur est composé d'un nombre infini de répliques pondérées et retardées du signal transmis.

Dans la transmission numérique ceci entraîne des interférences entre les symboles reçus adjacents. Cet effet, connu sous le nom de l'interférence inter-symbole, doit être éliminé du récepteur, par exemple en utilisant un égaliseur.

La fonction de transfert variable dans le temps $H(f', t)$ du canal est donnée par la relation (3.95) et est définie par la transformée de Fourier de la réponse impulsionnelle variable dans le temps $h(\tau', t)$ considérant la variable de retard de propagation τ' :

$$H(f', t) = \int_0^{\infty} h(\tau', t) e^{-j2\pi f' \tau'} d\tau' \quad (3.95)$$

Cette relation, peut être symboliquement exprimée par $h(\tau', t) \xrightarrow{\tau' \leftrightarrow f'} H(f', t)$

A noter que $H(f', t)$ qui satisfait la relation $H^*(f', t) = H(-f', t)$ si $h(\tau', t)$ est une fonction à valeur réelle. En utilisant la relation (3.93) et $H(f', t)$, nous pouvons maintenant établir une relation entrée-sortie comme suit :

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f')H(f', t)e^{j2\pi f' t} df' \quad (3.96)$$

Où $X(f')$ est la transformée de Fourier du signal en entrée $x(t)$ lorsque $f = f'$

Pour un cas spécial ou $x(t)$ est une fonction complexe sinusoïdale de la forme :

$$x(t) = Ae^{j2\pi f' t} \quad (3.97)$$

Où A décrit une constante à valeur complexe, nous avons :

$$y(t) = A \int_0^{\infty} h(\tau', t)e^{j2\pi f'(t-\tau')} d\tau' \quad (3.98)$$

En utilisant la relation (3.95) nous pouvons aussi écrire :

$$y(t) = AH(f', t)e^{j2\pi f' t} \quad (3.99)$$

Alors, la réponse du canal dans ce cas peut être représentée par un signal en entrée $x(t)$, donnée par la relation (3.86), pondérée par la fonction de transfert variable dans le temps $H(f', t)$. C'est-à-dire que $y(t) = H(f', t)x(t)$.

Ni la réponse impulsionnelle variable dans le temps $h(\tau', t)$ ni la fonction de transfert correspondante $H(f', t)$, ne permettent d'expliquer le phénomène provoqué par l'effet de Doppler. Pour éliminer cet inconvénient, nous appliquons la transformée de Fourier de $h(\tau', t)$ par rapport au temps t .

Dans ce cas, nous obtenons un système de fonction

$$s(\tau', f) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau', t)e^{-j2\pi f t} dt \quad (3.100)$$

Dit *réponse impulsionnelle variable en Doppler*.

Au lieu d'avoir l'équation (3.100) nous pouvons aussi écrire $h(\tau', t) \stackrel{\tau' \leftrightarrow f'}{\circlearrowleft} s(\tau', f)$. L'expression de la réponse impulsionnelle variant dans le temps $h(\tau', t)$ par la transformée inverse de Fourier $s(\tau', f)$ permet la représentation de (3.93) sous la forme :

$$y(t) = \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x(t - \tau')s(\tau', f)e^{j2\pi f t} df d\tau' \quad (3.101)$$

Cette relation montre que le signal en sortie $y(t)$ peut être représenté par une somme infinie des signaux répliqués, retardés, pondérés, déphasés en Doppler du signal d'entrée $x(t)$. Les signaux retardés durant la phase de transmission entre $[\tau': \tau' + d\tau']$ subissant l'effet Doppler entre $[f: f + df]$ sont pondérés par une partie différentielle $s(\tau', f)df d\tau'$.

La réponse impulsionnelle variant en Doppler $s(\tau', f)$ décrit donc explicitement le comportement dispersif du canal comme une fonction à la fois du retard de propagation τ' et des fréquences de Doppler f . Par conséquent, l'interprétation physique de $s(\tau', f)$ se ramène à un modèle elliptique montré sur la figure (3.13)

Un système de fonction appelé *fonction de transfert variant de Doppler* $T(f', f)$ est alors introduit et est défini par une transformée de Fourier à deux dimensions de la réponse impulsionnelle variant dans le temps $h(\tau', t)$

$$T(f', f) := \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} h(\tau', t) e^{-j2\pi(ft+f'\tau')} d\tau' dt \quad (3.102)$$

Par la relation (3.95) et (3.100) nous pouvons aussi écrire $T(f', f) \stackrel{f \leftrightarrow t}{\sim} H(f', t)$ ou $T(f', f) \stackrel{f' \leftrightarrow \tau'}{\sim} s(\tau', f)$ pour (3.102)

Le calcul de la transformée de Fourier de (3.93) suivant le variable temporel t permet la représentation du spectre $Y(f)$ du signal en sortie $y(t)$:

$$Y(f) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f - f') T(f - f', f') df' \quad (3.103)$$

Finalement, nous échangeons les variables fréquentielles f et f' et nous obtenons

$$Y(f') = \int_{-\infty}^{\infty} X(f' - f) T(f' - f, f) df \quad (3.104)$$

Cette équation nous montre comment la relation entre le spectre du signal en sortie et du signal en entrée peut s'établir en utilisant la fonction de transfert variant de Doppler $T(f', f)$. En utilisant la relation (3.104) on en déduit que le spectre du signal en sortie peut être interprété comme une superposition de nombre infini des signaux répliques, filtrés et en déphasage de Doppler par rapport au signal en entrée.

3.3.3 Modélisation du canal stochastique à fréquence sélective

3.3.3.1 Fonctions de corrélations

Dans la suite, nous considérons le canal comme un système stochastique. Les quatre fonctions $h(\tau', t)$, $H(f', t)$, $T(f', f)$, $s(\tau', f)$ sont alors des fonctions stochastiques. Généralement, ces fonctions peuvent être décrites par les fonctions d'autocorrélations suivantes :

$$r_{hh}(\tau'_1, \tau'_2; t_1, t_2) := E\{(h^*(\tau'_1, t_1)h(\tau'_2, t_2))\} \quad (3.105)$$

$$r_{HH}(f'_1, f'_2; t_1, t_2) := E\{(H^*(f'_1, t_1)H(f'_2, t_2))\} \quad (3.106)$$

$$r_{ss}(\tau'_1, \tau'_2; f_1, f_2) := E\{(s^*(\tau'_1, f_1)s(\tau'_2, f_2))\} \quad (3.107)$$

$$r_{TT}(f'_1, f'_2; f_1, f_2) := E\{(T^*(f'_1, f_1)T(f'_2, f_2))\} \quad (3.108)$$

Comme les systèmes de fonctions sont reliés par la transformée de Fourier, les relations analogues peuvent alors se déduire des fonctions d'autocorrélation. Par exemple la relation entre le (3.105) et (3.106) est :

$$\begin{aligned}
 r_{HH}(f'_1, f'_2; t_1, t_2) &:= E\{(H^*(f'_1, t_1)H(f'_2, t_2))\} \\
 &= E\left\{\int_{-\infty}^{\infty} h^*(\tau'_1, t_1)e^{j2\pi f'_1 \tau'_1} d\tau'_1 \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau'_2, t_2)e^{-j2\pi f'_2 \tau'_2} d\tau'_2\right\} \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E\{h^*(\tau'_1, t_1)h(\tau'_2, t_2)\}e^{j2\pi(f'_1 \tau'_1 - f'_2 \tau'_2)} d\tau'_1 d\tau'_2 \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} r_{hh}(\tau'_1, \tau'_2; t_1, t_2)e^{j2\pi(f'_1 \tau'_1 - f'_2 \tau'_2)} d\tau'_1 d\tau'_2
 \end{aligned}
 \tag{3.109}$$

Finalemnt, nous remplaçons les variables f'_1 par $-f'_1$ sur les deux côtés de la dernière équation, pour montrer que $r_{HH}(-f'_1, f'_2; t_1, t_2)$ est une transformée de Fourier à deux dimensions du $r_{hh}(\tau'_1, \tau'_2; t_1, t_2)$ et aussi en fonction des deux retards de propagation τ'_1 et τ'_2 . Ceci peut être symboliquement représenté par la notation $r_{hh}(\tau'_1, \tau'_2; t_1, t_2) \overset{\tau'_1, \tau'_2}{\longleftrightarrow} \overset{f'_1, f'_2}{r_{HH}(-f'_1, f'_2; t_1, t_2)}$. La relation de la transformée de Fourier du couple 3.105 \leftrightarrow 3.108 peut s'obtenir de la même façon. Enfin, nous trouverons la relation entre les fonctions d'autocorrélation et les systèmes de fonctions stochastiques comme décrite dans la figure (3.15)

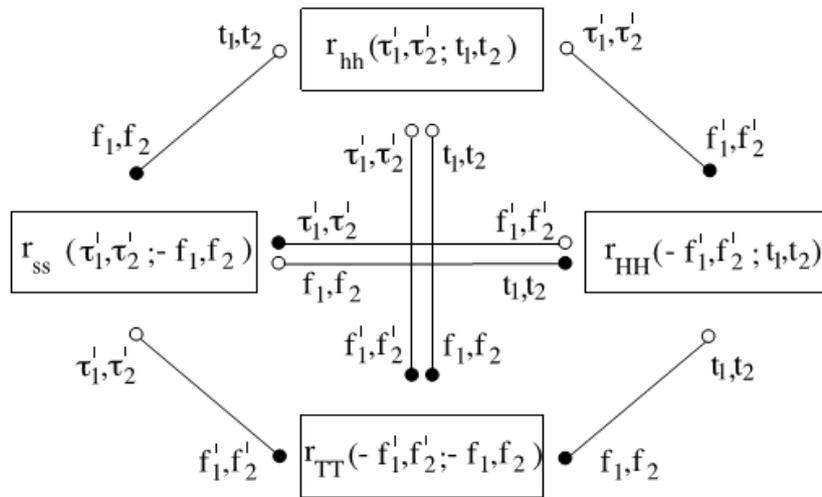


Figure 3.15. Relation de transformée de Fourier entre les fonctions d'autocorrélation et les fonctions stochastiques

Pour décrire la relation entrée-sortie des canaux stochastiques, nous supposons que le signal en entrée est un processus stochastique de fonction d'autocorrélation connue $r_{xx}(t_1, t_2) := E\{x^*(t_1)x(t_2)\}$. [3.07]

Comme la relation (3.93) est aussi bien valide pour un système déterministe qu'un système stochastique, nous pouvons exprimer la fonction d'autocorrélation $r_{yy}(t_1, t_2)$ du signal en sortie en fonction du $r_{xx}(t_1, t_2)$ et du $r_{hh}(\tau'_1, \tau'_2; t_1, t_2)$ comme suit :

$$\begin{aligned}
 r_{yy}(t_1, t_2) &:= E\{y^*(t_1)y(t_2)\} & (3.110) \\
 &= E\left\{\int_0^\infty \int_0^\infty x^*(t_1 - \tau'_1)x(t_2 - \tau'_2)h^*(\tau'_1, t_1)h(\tau'_2, t_2)d\tau'_1 d\tau'_2\right\} \\
 &= \int_0^\infty \int_0^\infty E\{x^*(t_1 - \tau'_1)x(t_2 - \tau'_2)\}E\{h^*(\tau'_1, t_1)h(\tau'_2, t_2)\}d\tau'_1 d\tau'_2 \\
 &= \int_0^\infty \int_0^\infty r_{xx}(t_1 - \tau'_1; t_2 - \tau'_2)r_{hh}(\tau'_1, \tau'_2; t_1, t_2)e^{j2\pi(f'_1\tau'_1 - f'_2\tau'_2)}d\tau'_1 d\tau'_2
 \end{aligned}$$

Dans cette dernière dérivation, nous avons supposé implicitement que la réponse impulsionnelle variant dans le temps $h(\tau, t)$ du canal et du signal en entrée $x(t)$ sont statistiquement indépendant.

Une simplification significative peut être effectuée en supposant que la réponse impulsionnelle variable dans le temps $h(\tau, t)$ est stationnaire dans le sens large par rapport au temps t . On suppose de même que les composants diffusés donnant lieu à des divers retards de propagation sont statistiquement non corrélés. En se basant sur ces hypothèses, Bello introduit les modèles appelé WSSUS (Wide-sense stationary) sur les systèmes linéaires variable dans le temps.

3.3.3.2 Les modèles WSSUS de Bello

Le modèle WSSUS permet une description statistique de la relation entrée – sortie du canal radio mobile. Le canal peut être considéré comme stationnaire à sens large tant que le mobile couvre une distance dix fois de l'ordre de la valeur de la longueur d'onde du signal porteur.

3.3.3.3 Modèle WSS

Un modèle du canal présentant une réponse impulsionnelle stationnaire à sens large est dite *modèle du canal WSS*. En terme plus court, nous utilisons *modèle en WSS*.

Les hypothèses de la stationnarité en sens large conduisent au fait que les fonctions d'autocorrélations (3.105) et (3.106) sont invariantes suivant la translation temporelle. Ce qui revient à dire que les fonctions d'autocorrélation $r_{hh}(\tau'_1, \tau'_2; t_1, t_2)$ et $r_{HH}(-f'_1, f'_2; t_1, t_2)$ dépendent simplement de la différence de temps $\tau := t_2 - t_1$. Avec $t_1 = t$ et $t_2 = t + \tau$.

Pour le modèle WSS nous pouvons donc écrire comme suit :

$$r_{hh}(\tau'_1, \tau'_2; t_1, t_2) = r_{hh}(\tau'_1, \tau'_2; \tau) \quad (3.111)$$

$$r_{HH}(f'_1, f'_2; t, t + \tau) = r_{HH}(f'_1, f'_2; \tau) \quad (3.112)$$

Le comportement restreint de ces deux fonctions d'autocorrélation a certainement des conséquences sur les fonctions d'autocorrélation restantes dans (3.107) et (3.108). Pour clarification, nous regardons la relation en transformée de Fourier entre $r_{hh}(\tau'_1, \tau'_2; t_1, t_2)$ et $r_{ss}(\tau'_1, \tau'_2; f'_1, f'_2)$ qui peut être formulée de la façon suivante en considérant la figure (3.15) :

$$r_{ss}(\tau'_1, \tau'_2; f'_1, f'_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} r_{hh}(\tau'_1, \tau'_2; t_1, t_2) e^{j2\pi(t_1 f'_1 - t_2 f'_2)} dt_1 dt_2 \quad (3.113)$$

La substitution des variables $t_1 \rightarrow t$ et $t_2 \rightarrow t + \tau$ comme dans la relation (3.111) donne :

$$r_{ss}(\tau'_1, \tau'_2; f'_1, f'_2) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j2\pi(f'_2 - f'_1)t} dt \int_{-\infty}^{\infty} r_{hh}(\tau'_1, \tau'_2; \tau) e^{-j2\pi f'_2 \tau} d\tau \quad (3.114)$$

La première intégrale sur la droite de la relation (3.114) peut être assimilée à la fonction Delta de Dirac $\delta(f'_2 - f'_1)$. Par conséquent on peut écrire :

$$r_{ss}(\tau'_1, \tau'_2; f'_1, f'_2) = \delta(f'_2 - f'_1) S_{ss}(\tau'_1, \tau'_2; f'_1) \quad (3.115)$$

Où $S_{ss}(\tau'_1, \tau'_2; f'_1)$ est la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation $r_{hh}(\tau'_1, \tau'_2; \tau)$ par rapport à la variable de séparation temporelle τ . L'hypothèse que la réponse impulsionnelle variant dans le temps $h(\tau', t)$ est stationnaire dans le sens large conduit au fait que les systèmes de fonctions $s(\tau'_1, f'_1)$ et $s(\tau'_2, f'_2)$ sont statistiquement non corrélés si les fréquences de Doppler f'_1 et f'_2 sont différentes.

On peut montrer de la même façon que la relation (3-108) peut être représentée sous la forme :

$$r_{TT}(f'_1, f'_2; f'_1, f'_2) = \delta(f'_2 - f'_1) S_{TT}(f'_1, f'_2; f'_1) \quad (3.116)$$

Où le symbole $S_{TT}(f'_1, f'_2; f'_1)$ dénote la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation $r_{HH}(f'_1, f'_2; \tau)$ par rapport à τ . A partir de la relation (3.116) nous pouvons conclure que les systèmes de fonctions $T(f'_1, f'_1)$ et $T(f'_2, f'_2)$ sont statistiquement non corrélés pour les différentes fréquences de Doppler f'_1 et f'_2 .

3.3.3.4 Modèle US

Une importante seconde classe de la modélisation du canal est obtenue en supposant que les composants diffusés présentant différents retard de propagation sont statistiquement non corrélés. Ces modèles sont appelés *modèles de canaux US* ou *modèle US* (*US : uncorrelated scattering*). La fonction d'autocorrélation $r_{hh}(\tau'_1, \tau'_2; t_1, t_2)$ et $r_{ss}(\tau'_1, \tau'_2; f'_1, f'_2)$ du modèle US peut en premier lieu être décrite comme suit :

$$r_{hh}(\tau'_1, \tau'_2; t_1, t_2) = \delta(\tau'_2 - \tau'_1) S_{hh}(\tau'_1; t_1, t_2) \quad (3.117)$$

$$r_{ss}(\tau'_1, \tau'_2; f'_1, f'_2) = \delta(\tau'_2 - \tau'_1) S_{ss}(\tau'_1; f_1, f_2) \quad (3.118)$$

Le comportement de la fonction d'autocorrélation (3.117) a des conséquences significatives sur le modèle en série du retard en ligne montré sur la figure (3.14). En effet, les coefficients variant dans le temps de ce modèle sont non corrélés résultant de l'hypothèse du modèle US. En pratique, les coefficients du modèle en série de retard en ligne sont réalisés notamment par les processus aléatoires gaussiens colorés. Notons que les processus aléatoires gaussien sont aussi statistiquement indépendants.

Des expressions formelles des fonctions d'autocorrélation des systèmes stochastiques restants $H(f', t)$ et $T(f', f)$ peuvent être déterminées facilement en utilisant les relations illustrées par la figure (3.15). En substituant $f'_1 \rightarrow f'$ et $f'_2 \rightarrow f' + v'$, les équations suivantes peuvent être trouvées :

$$r_{HH}(f', f' + v'; t_1, t_2) = r_{HH}(v'; t_1, t_2) \quad (3.119)$$

$$r_{TT}(f', f' + v'; f_1, f_2) = r_{TT}(v'; f_1, f_2) \quad (3.120)$$

Evidemment, les fonctions d'autocorrélation des systèmes de fonction $H(f', t)$ et $T(f', f)$ dépendent simplement de la différence de fréquence $v' = f'_2 - f'_1$. Comme conséquence de l'hypothèse de US, nous pouvons conclure que les modèles US sont stationnaire aux sens large par rapport à la fréquence f' .

3.3.3.5 Modèle WSSUS

La plus importante classe la modélisation du canal linéaire stochastique variable dans le temps est représentée par un modèle provenant à la fois du modèle WSS et du modèle US. Ces modèles de canal présentant une réponse impulsionnelle stationnaire à sens large et des composants de diffusion non corrélés sont dits des modèles WSSUS. En raison de leur simplicité, ils sont d'une grande importance pratique et sont aujourd'hui utilisés presque exclusivement pour la modélisation des canaux de radiocommunication mobile à fréquence sélective.

Dans l'hypothèse de WSSUS, la fonction d'autocorrélation de la réponse impulsionnelle variant dans le temps $h(\tau', t)$ doit satisfaire les conditions de la relation (3.111) ainsi que celle dans (3.117). Nous pouvons alors écrire :

$$r_{hh}(\tau'_1, \tau'_2; t, t + \tau) = \delta(\tau'_2 - \tau'_1)S_{hh}(\tau'_1, \tau) \quad (3.121)$$

Où $S_{hh}(\tau'_1, \tau)$ est dite *retard de la densité spectrale de puissance croisée*. Avec cette représentation, il est évident que la réponse impulsionnelle variant dans le temps $h(\tau', t)$ du modèle WSSUS montre en premier lieu les propriétés caractéristiques d'un bruit blanc non corrélé par rapport au retard de propagation τ' . D'un autre côté $h(\tau', t)$ est aussi stationnaire à sens large par rapport au temps t . Analogiquement, nous pouvons directement obtenir la fonction d'autocorrélation $T(f', f)$ en combinant les propriétés dans les relations (3.112) et (3.120). Donc pour les modèles WSSUS :

$$r_{TT}(f', f' + v'; f_1, f_2) = \delta(f_2 - f_1)S_{TT}(v', f_1) \quad (3.122)$$

Où $S_{TT}(v', f_1)$ est dite *densité spectrale de puissance croisée de Doppler*.

Ce résultat montre que le système de fonction $T(f', f)$ des modèles WSSUS se comporte comme un bruit blanc non corrélé par rapport à la fréquence de Doppler f , et comme un processus stochastique stationnaire à sens large par rapport à la fréquence f' .

Par conséquent, nous pouvons combiner les relations (3.115) et (3.118) et obtenir la fonction d'autocorrélation de $s(\tau', f)$ sous la forme :

$$r_{ss}(\tau'_1, \tau'_2; f_1, f_2) = \delta(f_2 - f_1)\delta(\tau'_2 - \tau'_1)S(\tau'_1, f_1) \quad (3.123)$$

A partir de ce résultat, nous pouvons conclure que le système de fonction $s(\tau', f)$ des modèles WSSUS a les propriétés caractéristiques d'un bruit blanc non corrélé par rapport à la fois de τ' et de f . $S(\tau'_1, f_1)$ appelée *fonction de diffusion*

Finalement, en combinant (3.112) et (3.119), il s'en suit la relation suivante pour la fonction d'autocorrélation de $H(f', t)$

$$r_{HH}(f', f' + v'; t, t + \tau) = r_{HH}(v', \tau) \quad (3.124)$$

La fonction d'autocorrélation $r_{HH}(v', \tau)$ est dite *fonction de corrélation temps-fréquence*. En utilisant la relation (3.124), il est évident que le système de fonction $H(f', t)$ des modèles WSSUS a les propriétés caractéristiques d'un processus stochastique stationnaire à sens large par rapport à f' et à t .

La figure (3.15) montre les relations universelles entre les fonctions d'autocorrélation des quatre systèmes de fonction. Avec les expressions (3.121) au (3.124), il est maintenant possible de sortir des relations spécifiques valides pour les modèles WSSUS.

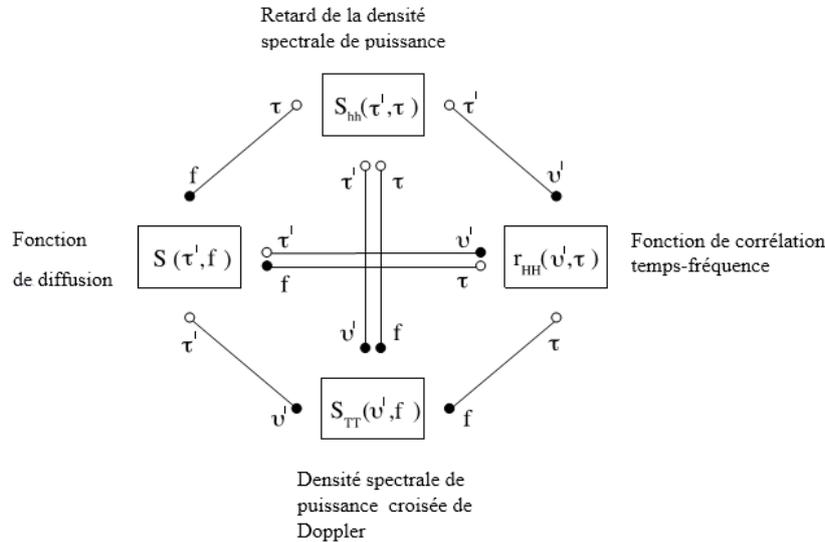


Figure 3.16. Relation en transformée de Fourier des modèles WSSUS

On montre dans la figure (3.16) : les relations entre le retard de la densité spectrale de puissance croisée $S_{hh}(\tau', \tau) = r_{HH}(v', \tau)$, la fonction de corrélation temps-fréquence, la densité spectrale de puissance croisée de Doppler $S_{TT}(v', f)$, et les fonctions de diffusion $S(\tau', f_1)$. Pour simplifier la notation, nous ferons les substitutions suivantes $f_1 \rightarrow f$ et $\tau'_1 \rightarrow \tau$

La figure (3.16) démontre aussi que la connaissance d'une des quatre fonctions représentées est suffisante pour calculer les trois restantes. Par exemple, à partir des fonctions de diffusion $S(\tau', f)$, nous pouvons obtenir directement la densité spectrale de puissance croisée $S_{hh}(\tau', \tau)$ en calculant la transformée inverse de Fourier par rapport à la fréquence Doppler f , c'est-à-dire :

$$S_{hh}(\tau', \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S(\tau', f) e^{j2\pi f\tau} df \quad (3.125)$$

Où $\tau = t_2 - t_1$

- **Retard de la densité spectrale de puissance :**

Le retard de densité spectrale de puissance croisée $S_{hh}(\tau', \tau)$ à l'instant $\tau = 0$ définit le *retard de la densité spectrale de puissance* $S_{\tau'}(\tau')$ communément appelé *profil de retard de puissance*.

Suivant l'équation (3.125) le retard de densité spectrale de puissance $S_{\tau'}(\tau')$ est lié à la fonction de diffusion $S(\tau', f)$ par :

$$S_{\tau'}(\tau') := S_{hh}(\tau', 0) = \int_{-\infty}^{\infty} S(\tau', f) df \quad (3.126)$$

Le retard de densité spectrale de puissance $S_{\tau'}(\tau')$ est une mesure de la puissance moyenne des composants à trajets multiples présentant un retard de propagation τ' dans l'intervalle de temps $[\tau', \tau' + d\tau']$. On peut montrer facilement que $S_{\tau'}(\tau')$ est proportionnel à la fonction de densité de probabilité $p_{\tau'}(\tau')$ présentant un retard de propagation τ' , c'est-à-dire que $p_{\tau'}(\tau') \sim S_{\tau'}(\tau')$. A partir du retard de densité spectrale de puissance $S_{\tau'}(\tau')$, deux quantités caractéristiques importantes peuvent être déduites : le délai moyen et le délai d'étalement.

- **Délai moyen**

Le délai moyen $B_{\tau'}^{(1)}$ est défini par le premier moment du $S_{\tau'}(\tau')$ c'est-à-dire :

$$B_{\tau'}^{(1)} := \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \tau' S_{\tau'}(\tau') d\tau'}{\int_{-\infty}^{\infty} S_{\tau'}(\tau') d\tau'} \quad (3.127)$$

Il peut être interprété comme le centre de gravité du retard de la densité spectrale de puissance $S_{\tau'}(\tau')$. Le délai moyen $B_{\tau'}^{(1)}$ est le retard statistiquement moyen que le signal porteur subisse durant la transmission à travers un canal à évanouissement par trajets multiples.

- **Retard d'étalement**

Le retard d'étalement $B_{\tau'}^{(2)}$ est défini comme la racine carré de moment central du second ordre du $S_{\tau'}(\tau')$ c'est-à-dire :

$$B_{\tau'}^{(2)} := \sqrt{\frac{\int_{-\infty}^{\infty} (\tau' - B_{\tau'}^{(1)})^2 S_{\tau'}(\tau') d\tau'}{\int_{-\infty}^{\infty} S_{\tau'}(\tau') d\tau'}} \quad (3.128)$$

Le retard d'étalement $B_{\tau'}^{(2)}$ nous fournit une mesure de l'écart temporel d'une impulsion passé à travers un canal à évanouissement par trajets multiples.

A partir de la figure (3.16), la densité spectrale de puissance croisé de Doppler $S_{TT}(v', f)$ est la transformée de Fourier des fonctions de diffusions $S(\tau', f)$ par rapport au retard de propagation τ' , c'est-à-dire, la relation :

$$S_{TT}(v', f) = \int_{-\infty}^{\infty} S(\tau', f) e^{-j2\pi v' \tau'} d\tau' \quad (3.129)$$

est encore valable, où $v' = f_2' - f_1'$

- **Densité spectrale de puissance de Doppler**

Pour $v' = 0$, nous avons la densité spectrale de puissance de Doppler $S_{\mu\mu}(f)$ définie par :

$$S_{\mu\mu}(f) := S_{TT}(0, f) = \int_{-\infty}^{\infty} S(\tau', f) d\tau' \quad (3.130)$$

La densité spectrale de puissance de Doppler $S_{\mu\mu}(f)$ est une mesure de la puissance moyenne des composants diffusés caractérisés par la fréquence de Doppler f . Deux quantités caractéristiques importantes peuvent être déduites : le déphasage moyen de Doppler $B_{\mu\mu}^{(1)}$ et l'étalement de Doppler $B_{\mu\mu}^{(2)}$ comme dans la relation (3.111) et (3.112).

Suivant la figure (3.16) la fonction de corrélation temps-fréquence $r_{HH}(v', \tau)$, peut être calculée à partir des fonctions de diffusion $S(\tau', f)$ par :

$$r_{HH}(v', \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S(\tau', f) e^{-j2\pi(v'\tau' - ft)} v'\tau' d\tau' df \quad (3.131)$$

Où $v' = f_2' - f_1'$ et $\tau = t_2 - t_1$.

Alternativement, nous pouvons calculer $r_{HH}(v', \tau)$ en appliquant la transformée de Fourier du $S_{hh}(\tau', \tau)$ par rapport au retard de propagation τ' ou via la transformée de Fourier inverse de $S_{TT}(v', f)$ par rapport à la fréquence de Doppler f .

A partir de la fonction de corrélation temps-fréquence $r_{HH}(v', \tau)$, deux autres fonctions peuvent être déduites. On les appelle *fonction de corrélation fréquentielle* et *fonction de corrélation temporelle*. A partir de chacune de ces fonctions, deux quantités caractéristiques importantes en dérivent: la *cohérence en largeur de bande* et la *cohérence temporelle*.

- **La fonction de corrélation fréquentielle**

La *fonction de corrélation fréquentielle* $r_{\tau'}(v')$ est définie par la fonction de corrélation temps-fréquence $r_{HH}(v', \tau)$ à $\tau = t_2 - t_1 = 0$ c'est-à-dire :

$$\begin{aligned} r_{\tau'}(v') &:= r_{HH}(v', \tau) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S(\tau', f) e^{-j2\pi v'\tau'} d\tau' df \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} S_{\tau'}(\tau') e^{-j2\pi v'\tau'} d\tau' \end{aligned} \quad (3.132)$$

Evidemment, la fonction de corrélation fréquentielle $r_{\tau'}(v')$ est la transformée de Fourier du retard de la densité de propagation $S_{\tau'}(\tau')$. Comme le retard de la densité spectrale de puissance est une fonction de valeur réelle, la fonction de corrélation fréquentielle présente la propriété de symétrie hermitienne, c'est-à-dire $r_{\tau'}(v') = r_{\tau'}^*(-v')$. Par conséquent, comme $S_{\tau'}(\tau') = 0$

pour $\tau' < 0$, les parties imaginaire et réelle de $r_{\tau'}(v')$ sont reliées entre elles par la transformée de Hilbert c'est-à-dire que $\text{Re}\{r_{\tau'}(v')\} = \mathcal{H}\{\text{Im}\{r_{\tau'}(v')\}\}$ où $\mathcal{H}\{\cdot\}$ désigne la transformée de Hilbert. En référence aux équations (3.106) et (3.124) $r_{\tau'}(v')$ peut être calculée alternativement en utilisant la définition de $r_{\tau'}(v') = E\{H^*(f', t)H(f' + v', t)\}$.

Cette définition permet l'interprétation physique suivante : la fonction de corrélation fréquentielle mesure les statistiques des corrélations des fonctions de transfert variables dans le temps $H(f'_1, t)$ et $H(f'_2, t)$ du canal, en fonction de la variable de séparation de fréquence $v' = f'_2 - f'_1$.

- **La cohérence en largeur de bande**

La variable de séparation en fréquence $v' = B_C$ qui remplit la condition

$$|r_{\tau'}(B_C)| = \frac{1}{2} |r_{\tau'}(0)| d\tau' \quad (3.133)$$

est dite cohérence en largeur de bande. C'est une mesure de l'intervalle de fréquence durant laquelle la réponse fréquentielle de canal ne change pas de façon significative.

En se référant à l'équation (3.132), la fonction de corrélation fréquentielle $r_{\tau'}(v')$ et le retard de densité spectrale de puissance $S_{\tau'}(\tau')$ forment la cohérence en largeur de bande B_C . Approximativement le délai d'étalement $B_{\tau'}^{(2)}$ est proportionnel à cette cohérence en largeur de bande, c'est-à-dire que $B_C \approx 1/B_{\tau'}^{(2)}$. Si le rapport entre la largeur de bande du signal et la cohérence en largeur de bande augmente, la complexité de l'équaliseur à la réception est élevée. Un cas spécial apparaît lorsque la cohérence en largeur de bande B_C est largement plus grand que le taux du symbole f_{sym} c'est-à-dire lorsque :

$$B_C \gg f_{sym} \quad (3.134)$$

Ou bien
$$B_{\tau'}^{(2)} \ll T_{sym} \quad (3.135)$$

Où $T_{sym} = 1/f_{sym}$ désigne la durée du symbole. Dans ce cas , l'effet de l'impulsion en dispersion peut être négligeable et la réponse impulsionnelle variant dans le temps $h(\tau', t)$ du canal peut être approximativement représentée par :

$$h(\tau', t) = \delta(\tau'). \mu(t) \quad (3.136)$$

Où $\mu(t)$ est le processus stochastique complexe propre. En utilisant la relation (3.93) le signal en sortie $y(t)$ peut être exprimé par

$$y(t) = \mu(t). x(t) \quad (3.137)$$

Grace à la relation multiplicative entre $\mu(t)$ et $x(t)$, nous parlons de l'évanouissement *multiplicative* dans ce contexte et nous appelons le canal par *un canal multiplicatif* d. En

substituant (3.136) dans (3.95), nous obtenons l'expression suivante sur la fonction de transfert variant dans le temps $H(f', t)$ du canal :

$$H(f', t) = \mu(t) \quad (3.138)$$

Dans ce cas, la fonction de transfert variable dans le temps est évidemment indépendante de la fréquence f' . Le canal est dit alors canal à *fréquence non sélective*, car tous les composants fréquence du signal transmis sont sujets à des variations temporelles.

La modélisation du canal à fréquence non sélective est toujours adéquate si le retard d'étalement $B_{\tau'}^{(2)}$ n'excède pas le 10% à 20% de la durée du symbole T_{sym} . Autrement, le canal est dit à fréquence sélective si les conditions dans la relation (3.135) ne sont pas satisfaites.

- **La fonction de corrélation de temps**

La fonction de corrélation de temps $r_{\mu\mu}(\tau)$ est définie par la fonction de corrélation temps-fréquence $r_{HH}(v', \tau)$ à $v' = f_2' - f_1' = 0$ c'est-à-dire

$$\begin{aligned} r_{\mu\mu}(\tau) &:= r_{HH}(0, \tau) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S(\tau', f) e^{j2\pi f\tau} d\tau' df \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} S_{\mu\mu}(f) e^{j2\pi f\tau} df \end{aligned} \quad (3.139)$$

Cette fonction de corrélation décrit les propriétés de corrélation des composants diffusés en réception comme une fonction de différence de temps $\tau = t_2 - t_1$

- **Cohérence temporelle**

L'intervalle de temps $\tau = T_C$ qui remplit la condition :

$$|r_{\mu\mu}(T_C)| = \frac{1}{2} |r_{\mu\mu}(0)| \quad (3.140)$$

est dite cohérence temporelle

Suivant la relation (3.139), la fonction de corrélation de temps $r_{HH}(0, \tau)$ et la densité spectrale de puissance de Doppler $S_{\mu\mu}(f)$ forment la cohérence temporelle. En conséquence, la cohérence temporelle a la même comportement que l'étalement de Doppler $B_{\mu\mu}^{(2)}$ c'est-à-dire que $T_C \approx 1/B_{\mu\mu}^{(2)}$.

Plus les valeurs de T_C et de T_{sym} sont petites, plus la demande en capacité de suivi d'un estimateur de canal au récepteur est élevée. Si la cohérence temporelle T_C est plus grande par rapport à la durée du symbole T_{sym} :

$$T_C \gg T_{sym} \tag{3.141}$$

Ou bien $B_{\mu\mu}^{(2)} \ll f_{sym}$ (3.142)

alors le changement de l'enveloppe de la phase du canal peut être considéré comme constant durant la période d'un symbole. Dans ce cas nous parlons d'un *évanouissement lent*. Contrairement l'*évanouissement rapide* arrive si la cohérence temporelle T_C est relativement petit par rapport à la durée du symbole T_{sym} , c'est-à-dire quand $T_C < T_{sym}$. Dans ce régime, l'enveloppe et la phase du canal peuvent varier considérablement durant la transmission d'un symbole.

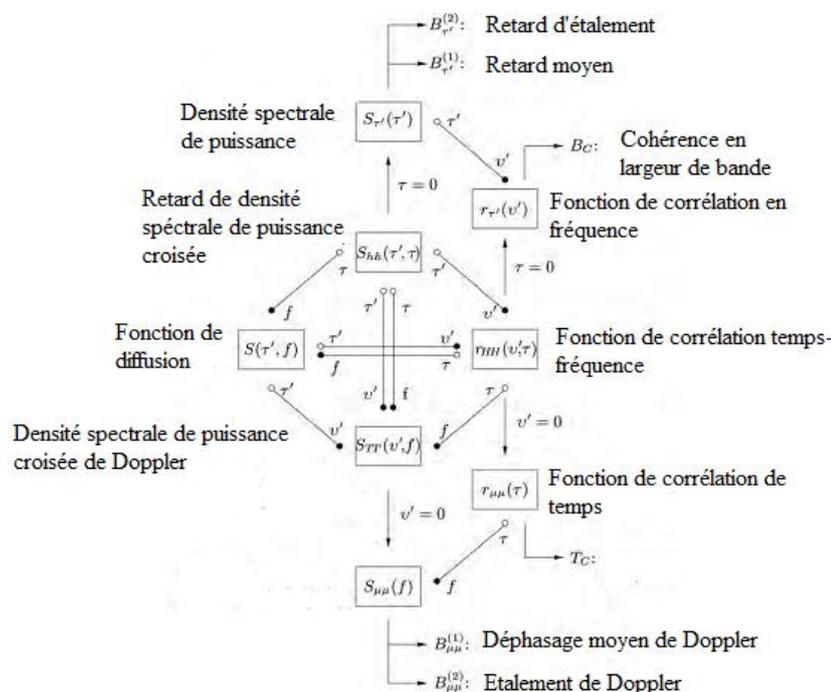


Figure 3.17. Relation entre les fonctions de corrélations, densités spectrales de puissance et les quantités caractéristiques du modèle WSSUS

La figure (3.17) représente la relation entre les fonctions de corrélations et les densités spectrales de puissance du modèle WSSUS. Cette figure nous montre que la connaissance de fonction de diffusion $S(\tau', f)$ est suffisante pour le modèle WSSUS afin de déterminer toutes les fonctions de corrélations et les densités spectrales de puissance, ainsi que les quantités caractéristiques comme le retard d'étalement et l'étalement de Doppler.

3.4 Conclusion

Ce chapitre a présenté les différents types de modélisation du canal radio afin d'identifier les paramètres importants des systèmes sans fils nécessaires à la localisation. Les impacts de la modélisation sont bien visibles pour la localisation basée sur le niveau du signal. Dans le chapitre suivant, nous allons alors voir en détail les méthodes de localisation par RSSI pour en sortir ses dépendances par rapports aux multiples évanouissements et effets d'ombre.

CHAPITRE.4

POSITIONNEMENT BASE SUR LE SIGNAL RECU OU RSSI

4.1 Introduction

Les mesures du signal reçu ou RSS sont omniprésentes dans le système du réseau sans fil. Bien que la localisation basée sur le signal reçu est typiquement moins précise que la localisation basée sur le TOA, cette technique reste plus importante parce qu'elle peut être implémentée avec une petite ou même sans modification du système existant. Le chapitre suivant présente donc les méthodes fondamentales de la localisation par le RSSI. Spécifiquement, deux types de méthodes sont présentés : les techniques de bases, et les méthodes des empreintes digitales.

Ce chapitre présente alors les aspects fondamentaux de l'estimation de la localisation basée sur les mesures du signal reçu (RSS). Nous verrons les techniques essentielles utilisées ainsi que les sources d'erreur engendrées correspondantes. Nous allons introduire dans ce sens, les empreintes digitales de fréquence radio et les méthodes non paramétriques de la proximité, plus particulièrement les méthodes de localisation basée sur la distance utilisant les modèles de propagation radio.

Nous discuterons des interprétations géométriques, les solutions, les précisions des localisations données, et les estimateurs pratiques et optimaux. Nous verrons donc les conséquences corrélées des évanouissements, des effets d'ombre, des nombres des nœuds de référence, et des taux de perte de propagation. [4.01]

4.2 Fondamentales de la localisation basée sur le RSSI

Le procédé de la localisation basée sur les mesures du signal reçu peut être divisé en trois étapes :

- observation du signal,
- extraction des paramètres signal-positionnement, et
- estimation des coordonnées de la localisation.

Spécifiquement, à l'arrivée du signal, un ou plusieurs paramètres de signaux notamment la puissance du signal, le temps d'arrivée, la direction y sont extraits. Ces paramètres sont alors utilisés pour estimer la position cible en exploitant à l'avance les connaissances (statistiques) des données observées.

Comme l'estimation est affectée par les aléas des systèmes environnementaux et des erreurs systématiques durant la phase de localisation, il est indispensable de connaître la source de ces erreurs pour ainsi développer un système de localisation fiable.

Les techniques de localisation basée sur les mesures RSS sont classifiées principalement par :

- Positionnement par distance,
- Empreintes digitales de Radio fréquence, et
- Le positionnement basé sur la proximité.

On donne les points de référence m de coordonnées connues $\mathbf{x}_i = [x_i, y_i]^T$, leurs mesures en RSS sont traduites en distance comme suit $\{\hat{d}_i\}_{i=1}^m$ par rapport au signal source en utilisant le modèle de propagation radio.

Alors, en notant la position inconnue de la cible par $\boldsymbol{\theta} = [x, y]^T$, nous pouvons formuler un problème mathématique basique pour la localisation :

$$\begin{aligned} \hat{d}_i^2 &= \|\boldsymbol{\theta} - \mathbf{x}_i\|^2 \\ &= (x - x_i)^2 + (y - y_i)^2, i = 1, \dots, \end{aligned} \quad (4.1)$$

En résolvant cette ensemble d'équation, ($m \geq 3$), la position (x, y) peut être déterminée.

Il y a deux principaux facteurs qui posent un défi sur la détermination de la localisation :

- la source d'erreur et,
- la recherche d'une solution optimale.

A cause du bruit et d'autres sources d'erreur, d'autres points de référence sont utiles pour une meilleure précision de la localisation. Toutefois, il arrive mainte fois qu'il n'y a pas de solution unique qui satisfait le système. Aussi, l'équation (4.1) n'exploite pas complètement les données disponibles et les informations statistiques. Il est alors préférable de trouver un estimateur de localisation optimale ou pratique pour résoudre ce problème :

$$\text{Minimize } \phi(\boldsymbol{\theta}) \quad (4.2)$$

$$\text{dont } g_i(\boldsymbol{\theta}) \leq 0, i = 1, \dots, l_g \quad (4.3)$$

$$h_j(\boldsymbol{\theta}) = 0, j = 1, \dots, l_h \quad (4.4)$$

où $\boldsymbol{\theta}$ peut induire des paramètres de nuisance en plus des paramètres d'intérêt (x, y) . $\phi(\boldsymbol{\theta})$ est une fonction objective linéaire ou non linéaire incluant les observations de RSS, le modèle du système/signal, et les erreurs statistiques (si connu au préalable). Les contraintes $g_i(\boldsymbol{\theta})$ et

$h_j(\boldsymbol{\theta})$ sont optionnelles mais devront être exploitées pour réduire les zones d'intérêt et pour éviter les erreurs excessives. Les connaissances des mesures de non visibilité directe ou la couverture radio peuvent par exemple être utilisées pour imposer ces contraintes.

L'objectif pour résoudre le problème de l'équation (4.2) est de trouver la solution optimale $\boldsymbol{\theta}^*$, qui est la meilleure localisation, de telle sorte que $\phi(\boldsymbol{\theta}^*) \leq \phi(\boldsymbol{\theta})$ pour tous les points possibles de $\boldsymbol{\theta}$.

4.3 Source d'erreur de localisation et atténuation

La performance de la localisation est fondamentalement limitée par différents biais et erreurs de l'estimation. Les mesures en RSS sont imprévisibles alors il est important de connaître les sources d'erreur pour construire un système de localisation fiable. [4.02] [4.03]

4.3.1 Les évanouissements en trajets multiples et les propagations de non visibilité directe

Les évanouissements en trajets multiples sont les problèmes fondamentaux des environnements sans fil, dégradant considérablement ainsi la fiabilité et la précision du système de localisation. Cette source d'erreur, créant des évanouissements en fréquence sélective ou non sélective, est aléatoire et est imprévisible naturellement.

Elle varie avec la géométrie du nœud, la position du mobile, et les environnantes. Les effets des évanouissements en trajets multiples sont d'une grande préoccupation pour la localisation des systèmes indoor et des zones urbaines, où le trajet de visibilité directe est généralement bloqué et des diffusions importantes existent.

4.3.2 Effets d'ombre

En supposant, que les effets évanouissements en trajets multiples sont moyennés ou diminués, l'enveloppe de la puissance du signal reçu varie lentement suivant la distance. Alors, l'effet d'ombre à grande échelle devient la source d'erreur dominante. Les valeurs de ces effets sur les différentes méthodes de localisation sont corrélées en espace. Dans les systèmes cellulaires, pour réduire ces effets sur la qualité du lien, on utilise la macro-diversité.

4.3.3 Biais systématique ou erreur

En pratique, les systèmes de localisation présentent toujours des erreurs systématiques à cause de l'imperfection des mesures au récepteur, la mauvaise calibration en radio, et les précisions hardware/software.

Même si la plupart des études de localisation ignore ce type d'erreur en raison de son caractère imprévisible et complexe, il peut être préjudiciable à l'estimation de la localisation. Les erreurs systématiques rendent ainsi la moyenne de l'estimateur différente de la valeur réelle. Lorsque les erreurs sont constantes par rapport à la station cible mobile ou statique par rapport au temps, elles ne peuvent pas être éliminées même en répétant les mesures ou en moyennant à un certain nombre d'observations.

Néanmoins, les récents progrès dans les technologies radio et du traitement des signaux numériques ont considérablement réduit leur impact. Ainsi, certaines techniques telles que l'horloge de correction de décalage et les méthodes hybrides de localisation ont été proposées pour résoudre ce problème. Si le rapport signal/bruit est variable dans le temps, une approche bayésienne récursive telle que les filtres de Kalman peut être utilisée.

4.4 Les techniques de positionnement utilisant le RSS

4.4.1 Les positionnements par distance

La puissance du signal ou RSS à travers un canal sans fil change de façon aléatoire et est imprévisible, et donc ne peut être caractérisée que statistiquement. Un modèle statistique du RSS est alors utilisé pour estimer la distance émetteur-récepteur ou la distance d_i , afin de déduire les coordonnées de la localisation.

4.4.1.1 Modèle statistique pour le RSS

Dans le système sans fil, un signal transmis par un équipement mobile traverse différents trajets de longueurs différentes qu'on appelle trajets multiples. Cette propagation radio engendre des distorsions de signal et des évanouissements, qui sont classifiés par la réflexion, la diffraction, la diffusion, et la réfraction.

La perte totale de la puissance du signal est typiquement caractérisée par un produit de trois facteurs, notamment : perte moyenne de propagation, évanouissement lent ou à long terme, et évanouissement rapide ou à court terme. Les deux premiers facteurs sont considérés comme des effets à grande échelle, tandis que l'évanouissement rapide est considéré comme effet à petite échelle.

Considérons un système de m points de référence dont la distance estimée par rapport à la station mobile cible est d_i . Le mobile cible présente un niveau de signal P_r . La puissance reçue

ou RSS (dBm) à la distance émetteur-récepteur d_i pour le i ème point de référence est caractérisée par :

$$P_r(d_i) = P_t - (\overline{PL}(d_i) + \mathcal{M}_{F_i} + X_{\sigma_i}) \quad (4.5)$$

Où P_t (dBm) est la puissance de transmission du mobile et $\overline{PL}(d_i)$ (dB) est la perte de propagation moyenne ou perte de propagation en fonction de la distance d_i .

En général, l'évanouissement rapide \mathcal{M}_F (dB) varie brusquement (de l'ordre de 30 à 40dB) tout au long de la distance pour seulement une fraction d'une longueur d'onde. D'un autre côté, X_σ est l'évanouissement lent, effet d'ombre. Donc, on peut en déduire la distance d_i par la relation entre la puissance reçue $P_r(d_i)$ et le modèle de perte de propagation pour $\overline{PL}(d_i)$. La perte de propagation est typiquement modélisée par $PL(d_0)$, mesurée au point de référence le plus proche $d_0 (< d_i)$ ou à partir d'un modèle empirique.

La relation entre la perte de propagation et la distance peut être mise sous la forme logarithme :

$$PL(d_i)(dB) = \overline{PL}(d_0) + 10n_p \log_{10} \left(\frac{d_i}{d_0} \right) + X_{\sigma_i} \quad (4.6)$$

Où n_p est dite exposant ou gradient de perte de propagation, indiquant que la puissance transmise P_t se décompose moyennement en d^{n_p} . La valeur de n_p varie de deux (pour un espace libre ou un canal à visibilité directe) à cinq pour les trajets à non visibilité directe.

En supposant que l'effet de l'évanouissement rapide est réduit en le moyennant sur la fréquence, en espace et temporellement, alors l'estimateur en localisation utilisant l'équation (4.6) est généralement caractérisé par l'effet d'ombre $X_{\sigma_i} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_s^2)$; il est empiriquement modélisé par une variable aléatoire log-normal de valeur moyenne nulle et de variance σ_s^2 (dB).

Ce variable dépendant de l'environnement est un des facteurs les plus inévitables et influents dans la localisation basée sur le RSSI. La puissance reçue P_r à la distance d_i suit aussi la distribution log-normal de puissance moyenne \overline{P}_r :

$$P_r(d_i)(dBm) \sim \mathcal{N}(\overline{P}_r(d_i), \sigma_s^2) \quad (4.7)$$

Où l'ensemble de la puissance moyenne reçue :

$$\overline{P}_r(d_i)(dBm) = P_r(d_0) - 10n_p(\log_{10}d_i - \log_{10}d_0) \quad (4.8)$$

En équivalence, le RSS simplifié v_i au point de référence i est défini par :

$$\begin{aligned} v_i(\text{dB}) &= P_r(d_0) - P_r(d_i) \\ &= L(d_i) - X_{\sigma_i} \end{aligned} \quad (4.9)$$

Où $L(d_i) = 10n_p(\log_{10}d_i - \log_{10}d_0)$.

A noter que d_i est en fonction de la position cible inconnue (x, y) , nous allons aussi utiliser la notation $L_i(\boldsymbol{\theta})$ suivant le contexte. A cause du terme log-normal de l'effet d'ombre, les observations v_i suivent aussi la distribution log-normal de valeur moyenne L_i et de fonction de densité de probabilité :

$$f_v(v_i; \theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_s} \exp\left(-\frac{(v_i - L_i(\theta))^2}{2\sigma_s^2}\right) \quad (4.10)$$

4.4.1.2 Différentiels basiques de RSS

La puissance du signal reçu $P_r(d_0)$ de l'équation (4.9) est une fonction de deux paramètres l'émetteur-récepteur et des paramètres environnementaux, comme reflété dans l'équation en espace libre de Friis suivant :

$$P_r(d_i) = P_t \frac{G_t \mathcal{L}_t^{-1} G_r \mathcal{L}_r^{-1} \lambda^2}{(4\pi^2)d^2} \quad (4.11)$$

Où G_t et \mathcal{L}_t (ou G_r et \mathcal{L}_r) sont respectivement le gain de l'antenne et le facteur de perte de l'émetteur (ou du récepteur). λ est la longueur d'onde du signal transmis.

Dans un modèle de propagation à visibilité directe, le signal se décompose suivant la loi inverse de carré (c'est-à-dire $n_p = 2$). Pour minimiser l'erreur de la localisation, nous devrions estimer les paramètres du système autant que possible, ce qui nécessite une calibration offline.

Une possibilité pour réduire la nécessité de connaître ces paramètres est de changer les observations en DRSS (Differential RSS) :

$$\begin{aligned} v_{ij}(\text{dB}) &= v_j - v_i \\ &= L(d_i, d_j) + \Delta X_{\sigma_{ij}} \end{aligned} \quad (4.12)$$

Où :

$$L(d_i, d_j) = 10n_p(\log_{10}d_j - \log_{10}d_i) \quad (4.13)$$

Et $L(d_i, d_j)$ ou $L_{ij}(\boldsymbol{\theta})$ est un modèle différentiel log-distance de perte de propagation avec $i, j \in \{1, \dots, m\}$, $i < j$.

On peut noter que tout ou presque des incertitudes de $P_r(d_0)$ y sont enlevées. Aussi, les mesures de RSS dans les points de référence rendent désordonné l'ensemble M de mesures DRSS distinctes et les équations de perte de propagation correspondantes :

$$M = \binom{m}{2} = \frac{m(m-1)}{2} = m-1 + \frac{(m-1)(m-2)}{2} \quad (4.14)$$

Dans laquelle les pair ij et ji sont comptés en une seule fois. Ce qui veut dire que tout l'ensemble de M peut être déterminé par une combinaison linéaire des mesures basiques $m-1$ (ou non redondant).

4.4.1.3 Corrélation spatiale de l'effet d'ombre

Bien que plusieurs systèmes de localisation basée sur le niveau de signal supposent que les composants d'ombre sur deux positions quelconques sont indépendants (c'est-à-dire $\rho_s = 0$), en réalité, la corrélation spatiale de l'ombre est souvent importante à cause du terrain, des obstacles sur les canaux de propagation entre la source et les points de référence.

Les valeurs typiques de ces coefficients de corrélation varient entre 0,2 et 0,8 dans les systèmes indoor et outdoor. Si l'angle de distance entre deux paires de référence augmente, cette corrélation augmente aussi.

Un vecteur de corrélation d'ombre $\mathbf{X}_\sigma = [X_{\sigma_1}, \dots, X_{\sigma_m}]^T$ peut être généré selon la procédure suivante. Premièrement, nous obtenons une matrice de covariance \mathbf{K} de dimension $m \times m$ dont les éléments ij sont donnés par :

$$\mathbf{K}_{ij}(d_{ij}) = \sigma_s^2 \exp\left(-\frac{d_{ij}}{D_c} \ln 2\right) = \begin{cases} \sigma_s^2, & \text{si } d_{ij} = 0 \\ 0, & \text{si } d_{ij} = +\infty \end{cases} \quad (4.15)$$

Où D_c désigne le terme de la distance de corrélation.

L'équation ci-dessus indique que la corrélation spatiale entre deux localisations séparées par une distance d_{ij} décroît exponentiellement avec la constante de la distance de corrélation D_c .

La matrice symétrique non négative \mathbf{K} est alors décomposée en $\mathbf{K} = \mathbf{L}\mathbf{L}^T$ par la factorisation de Cholesky, qui peut être utilisée pour créer $\mathbf{X}_\sigma = \mathbf{L}\mathbf{w}$. Ici $\mathbf{w} = [w_1, \dots, w_m]^T$ est un vecteur de valeur moyenne nulle, de variance unitaire, de variables aléatoires non corrélées.

Dans une situation à grande échelle (comme dans un réseau WSN), la procédure via l'opération matricielle utilisant l'équation (4.9) peut être lourde à calculer et demande beaucoup plus de mémoire. Une autre alternative utilise la matrice de covariance indépendante de la distance (en supposant $\rho_{s_{ij}} = \rho_{s_{ji}}$). A noter que dans ce modèle si ρ_s augmente, la variance totale de l'ombre ΔX_σ dans l'équation (4.12) diminue :

$$\mathbf{K}_{ij} = \begin{cases} \sigma_s^2, & \text{si } i = j \\ \rho_{s_{ij}}\sigma_s^2, & \text{si } i \neq j \end{cases} \quad (4.16)$$

4.4.2 Empreinte digitale de RF

Nous avons discuté que les évanouissements par trajets multiples dégradent les performances du système de localisation de manière significative. C'est surtout visible dans les environnements indoor et urbains où de nombreuses applications de localisation récentes sont ciblées. [4.04] [4.05] [4.06]

L'effet de l'évanouissement est souvent si grande que les techniques de positionnement basées sur TOA / TDOA et AOA rencontrent des difficultés. En outre, la localisation basée sur la distance en RSS présente aussi une variance d'ombre plus grande.

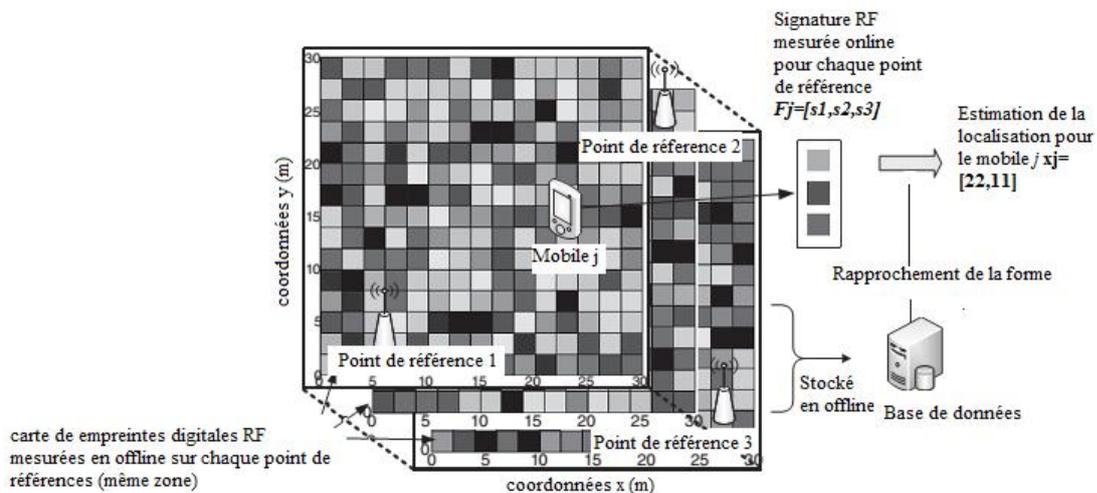


Figure 4.1 Illustration des empreintes digitales RF pour localiser un mobile

Comme illustrée sur la figure 4.1, le processus d'empreinte digitale RF peut être divisé en deux phases : la phase de formation offline et la phase de localisation online.

Dans le problème de localisation dans un environnement à trajets multiples, nous pouvons exploiter la variabilité des trajets multiples pour relier chaque position $z_j = [x_j, y_j]^T$ à sa signature unique \mathcal{F}_j dite *empreinte digitale de fréquence radio RF*. Plus la puissance du signal

varie sur plusieurs localisations, plus les empreintes digitales deviennent plus sélectives emmenant une précision élevée de localisation. La forme la plus simple de la signature de signal \mathcal{F}_j est un vecteur de RSS vus à chaque point de référence. Quand chaque récepteur a la possibilité de fournir son profil de retard, la résolution d'empreinte digitale peut être améliorée.

4.4.2.1 Phase de formation offline

Pour chaque positions $N \{z_j\}_{j=1}^N$ (dans la grille) de la zone d'intérêt, les mesures du signal sont prises pour m points d'observations (ou récepteurs) afin de produire des empreintes digitales correspondantes $\{\mathcal{F}_j\}_{j=1}^N$ où $\mathcal{F}_j = [s_{j1}, \dots, s_{jm}]^T$. Les données s_j peuvent être les valeurs de RSS, le profil de retard en trajets multiples, et/ou l'orientation du corps de l'opérateur. Les empreintes sont alors collectées pour former une « *carte radio* » et sont stockées dans une base de données pour le processus de localisation.

4.4.2.2 Phase de localisation Online

A l'arrivée du signal, la signature du signal reçu $\bar{\mathcal{F}}_i = [\bar{s}_{i1}, \dots, \bar{s}_{im}]^T$ de la station mobile cible i est extraite et est comparée avec la carte radio utilisant une ou plusieurs techniques (par exemple l'utilisation de k -voisins les plus proches, ou les classifications de Bayes). La position du mobile est alors estimée par $\hat{z}_i = [\hat{x}_i, \hat{y}_i]^T$.

4.4.3 Positionnement basé sur la proximité

Dans un réseau ad hoc comme dans les applications sans fil tel que le WSN (Wireless Sensor Networks), la majorité des capteurs, de position inconnue essaie de se localiser entre eux, c'est ce que l'on appelle *positionnement relatif*. La position absolue est alors connue à l'aide d'un certain nombre de nœuds de référence dont les coordonnées sont connues *globalement*. La localisation relative peut être déterminée en utilisant les techniques basées sur les distances.

Le principe de cette approche est que la position relative des nœuds voisins est déterminée par les contraintes de proximité. Si les informations sur le RSS sont disponibles, l'information de la proximité peut être améliorée en tenant compte des distances approximatives des nœuds.

4.4.3.1 Réduction de la dimension par la proximité géographique

Contrairement aux approches traditionnelles comme l'estimation en moindres carrées et en maximum de vraisemblance, à partir desquels les paramètres inconnus d'un certain modèle de données sont optimisés itérativement, les méthodes de réduction de dimension par proximité

géographique estiment les paramètres suivant la fonction de dépendance des données observées sur les mesures.

Le type de dépendance, que ce soit linéaire ou non linéaire, classe les algorithmes de la réduction dimensionnelle. Le MDS (multidimensional scaling) et le PCA (principal component analysis) sont des algorithmes linéaires, tandis que le LLE (locally linear embedding), le HLLE (Hessian-based locally linear embedding) et LE (Laplacien eigenmap) sont développés pour la réduction dimensionnelle non linéaire.

Parmi les différentes méthodes de MDS, le MDS classique est la plus simple pour les données quantitatives (c'est-à-dire pour les mesures de RSS ou données de proximité), offrant une matrice de similarité. Aussi la proximité entre les données sont données par la distance Euclidienne.

L'objectif de l'algorithme est de trouver l'intersection des distances Euclidiennes d_{ij} entre paire de points $z_i = [x_{i1}, \dots, y_{iD}]^T$ et $z_j = [x_{j1}, \dots, y_{jD}]^T$. Ces distances sont alors relatives aux mesures de proximité p_{ij} des données de taille n et de dimension D .

Pour obtenir la relation *linéaire*, une transformation est appliquée afin de mettre en relation d_{ij} et p_{ij} de telle sorte que $d_{ij} = \alpha + \beta p_{ij}$ ou p_{ij} est un élément $n \times n$ de la matrice de proximité

P. On montre que la matrice **P** est doublement centrée et satisfait la relation suivante

$$-\frac{1}{2} \left(p_{ij}^2 - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n p_{ij}^2 - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n p_{ij}^2 + \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n p_{ij}^2 \right) = \sum_{k=1}^D x_{ik} x_{jk} \quad (4.17)$$

En utilisant la décomposition en valeur singulière, la matrice doublement centrée du côté gauche, nommée **G** peut être notée par $\mathbf{G} = \mathbf{L} \Sigma \mathbf{L}^T$ de coordonnées matricielles $\mathbf{X} = \mathbf{L} \Sigma^{1/2}$. En calculant les premières valeurs singulières δ les plus grandes et les vecteurs singuliers correspondants, nous pouvons déterminer les coordonnées des capteurs.

A noter que ces algorithmes de positionnement relatif produisent des coordonnées relatives des capteurs. Pour obtenir une carte absolue des capteurs, nous avons besoin d'exploiter les positions des points de référence pour transformer les positions relatives en absolue, utilisant la translation, la rotation, et/ou la réflexion similairement dans l'équation (4.25).

4.5 Interprétation géométrique de positionnement en RSS et en DRSS

L'objectif de localisation dans le réseau sans fil est de trouver la position inconnue d'un mobile, qui est équivalent à un point sur un plan cartésien à 2-D ou à 3-D. L'interprétation géométrique résout ce problème et facilite le développement d'un nouvel algorithme de localisation. Cette

section présente les interprétations géométriques de positionnement par la distance utilisant le RSS et le DRSS.

4.5.1 RSS basé sur la multilatération

La position d'un mobile peut être déterminée en utilisant un ensemble m de distances estimées. Dans la localisation basée sur les mesures du signal RSS, les distances estimées peuvent être représentées par m cercles de rayons $\{\hat{d}_i\}_{i=1}^m$ dans un espace à deux dimensions (ou une sphère dans un espace à trois dimensions), centrés à chaque de point de référence $\{x_i\}_{i=1}^m$ comme décrits dans l'équation (4.1).

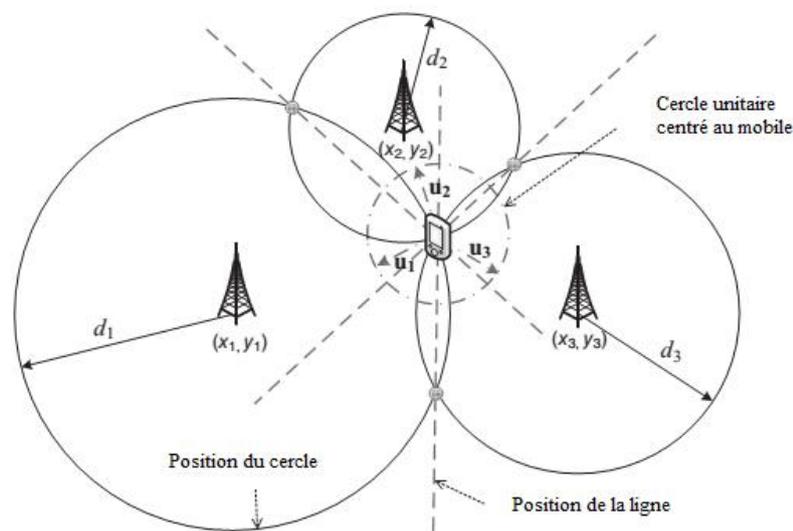


Figure 4.2 Trilatération utilisant les mesures de distances de RSS dans un environnement sans bruit

La circonférence du cercle définit une *incertitude* de la position du mobile (x, y) . Cela veut dire que, dans un système sans bruit, la position est le point d'intersection des cercles comme illustrée dans la figure (4.2). A cause de non linéarité des équations, il est nécessaire d'avoir $m > 3$. Même si cette condition est satisfaite, il n'existe pas de point d'intersection unique à cause des sources d'erreurs (incluant l'effet d'ombre), perturbant l'estimation de la distance du cercle.

Pour le cas de trilatération, considérons un réseau constitué de trois points de référence de coordonnées connues $x_i = [x_i, y_i]$. En se basant sur les mesures bruitées de RSS, on suppose que chaque point de références i estime sa distance d_i par rapport à un équipement mobile

donné. Alors, on peut estimer la position (x, y) en résolvant le système de trois équations non linéaires. On suppose que les cercles se coupent tous entre eux, comme il est décrit dans la figure (4.2), nous pouvons créer deux points d'intersection pour générer la position de ligne sur laquelle le mobile est supposé se localiser.

Dans un cas sans bruit, le mobile sera lié au point d'intersection de la ligne ou des cercles. Une position de ligne qui passe à travers deux points d'intersection d'une paire de cercles, i, j peut être obtenue en prenant la différence entre le cercle de RSS i et d'un autre cercle de RSS j pour $i < j$:

$$(x_j - x_i)x + (y_j - y_i)y = \frac{1}{2} \{ \|x_j\|^2 - \|x_i\|^2 - (\hat{d}_j^2 - \hat{d}_i^2) \} \quad i < j \quad (4.18)$$

Ou :

$$y = - \left(\frac{x_j - x_i}{y_j - y_i} \right) x + \frac{\|x_j\|^2 - \|x_i\|^2 - (\hat{d}_j^2 - \hat{d}_i^2)}{2(y_j - y_i)} \quad i < j \quad (4.19)$$

Pour m cercles (points de référence), nous pouvons seulement utiliser $m - 1$ lignes basiques (ou non redondant) pour former un système d'équations linéaires. Pour une trilatération c'est-à-dire $m = 3$, deux lignes basiques sont utilisées pour produire un système linéaire $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$, où :

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 \end{bmatrix}, \mathbf{b} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \|x_2\|^2 - \|x_1\|^2 - (\hat{d}_2^2 - \hat{d}_1^2) \\ \|x_3\|^2 - \|x_1\|^2 - (\hat{d}_3^2 - \hat{d}_1^2) \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

La position du mobile (x, y) peut être alors estimée par $\mathbf{x} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{b}$

En utilisant l'équation (4.9), l'estimateur de la distance est :

$$\hat{d}_i = d_0 \cdot 10^{\frac{v_i}{5n_p}} \quad (4.21)$$

Qui est en effet un estimateur ML de distance d_i à cause de l'effet d'ombre log-normal ou v_i .

4.5.2 Le DRSS basé sur la multilatération

Il est à rappeler que le DRSS et le TDOA sont générés de la même façon. Alors que le TDOA définit une forme hyperbolique de la position, la représentation géométrique de la position DRSS est quant à lui circulaire.

4.5.2.1 Géométrie du positionnement relatif de DRSS

On suppose que la distance relative $D_{ij} = \|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|$ entre deux points de référence ou capteurs i, j est connue à l'avance. Ici $\{\mathbf{x}_i\}_{i=1}^m$ est le i ème coordonnée *absolue* du vecteur $\mathbf{x}_i = [x_i, y_i]^T$ qui est l'inconnu. Ensuite, le milieu de la liaison entre les paires est considéré comme l'origine des coordonnées du système locale (X, Y) .

Alors, les deux nœuds sont localisés respectivement à $(-\frac{D_{ij}}{2}, 0)$ et $(\frac{D_{ij}}{2}, 0)$ sur l'axe des abscisses. En détectant un signal venant du mobile inconnu ; le système de coordonnées local produit une fonction géométrique $L_{ij}(\boldsymbol{\theta})$ utilisant l'équation (4.13) de la façon suivante :

$$\begin{aligned} L_{ij}(\boldsymbol{\theta}) &= 5n_p \left[\log_{10} \left(\left(X - \frac{D_{ij}}{2} \right)^2 + Y^2 \right) - \log_{10} \left(\left(X + \frac{D_{ij}}{2} \right)^2 + Y^2 \right) \right] \\ &= 5n_p \left[\log_{10} \left(1 - \frac{2D_{ij}X}{\left(X + \frac{D_{ij}}{2} \right)^2 + Y^2} \right) \right] \end{aligned} \quad (4.22)$$

Alors la coordonnée locale y de la source est estimée par :

$$Y = \pm \sqrt{\frac{2D_{ij}X}{1 - h_{ij}} - \left(X + \frac{D_{ij}}{2} \right)^2} \quad (4.23)$$

Où $h_{ij} = 10^{v_{ij}/5n_p}$.

Donc deux nœuds forment un cercle *local* DRSS

$$\left(X + \frac{D_{ij}}{2} \left(\frac{h_{ij} + 1}{h_{ij} - 1} \right) \right)^2 + Y^2 = \frac{h_{ij} D_{ij}^2}{(h_{ij} - 1)^2} \quad (4.24)$$

sur lequel le nœud cible est localisé.

A noter que contrairement dans la localisation basée sur le RSS et TOA, où chaque mesure correspond à un cercle, pour la DRSS c'est une paire de mesure de nœud/capteur qui correspond à un cercle unique.

Avec plus de trois cercles distinctes ($m \geq 4$), la position de la cible peut être estimée. On peut noter à partir de l'équation (4.24) que les observations v_{ij} et les distances relatives D_{ij} sont seulement les informations nécessaires pour le positionnement relatif.

4.5.2.2 Géométrie du positionnement absolu de DRSS

La connaissance du positionnement relatif peut être suffisant pour les scénarios de localisation par exemple dans un réseau WSN, Par contre la connaissance du positionnement absolu est essentiel pour d'autres applications de localisation.

Pour ce faire, nous pouvons transformer le système géométrique local $\mathbf{X} = [X, Y]^T$ de l'équation (4.24) construit par une paire de nœuds voisins en un système géométrique global $\mathbf{x} = [x, y]^T$ par une transformation linéaire. C'est un système de correspondance linéaire de la forme $\mathbf{x}_S = \mathbf{T}^{(k)}\mathbf{X}_S, k = 1, \dots, M$ où :

$$\mathbf{x}_S = \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix}_{3 \times 1}, \mathbf{T}^{(k)} = \begin{pmatrix} c & -s & t_{13} \\ s & c & t_{23} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \mathbf{X}_S = \begin{pmatrix} X \\ Y \\ 1 \end{pmatrix}_{3 \times 1} \quad (4.25)$$

Ici, les éléments de rotation c et s sont $\cos(\varphi_{ij})$ et $\sin(\varphi_{ij})$ où $\varphi_{ij} = \arctan\left(\frac{y_j - y_i}{x_j - x_i}\right)$ est l'angle du vecteur pointant à partir du i ème point de référence vers le j ème point de référence mesuré suivant l'axe des abscisses et dans le sens de l'aiguille d'une montre. Les éléments de translation $t_{13} = \frac{1}{2}(x_i + x_j)$ et de $t_{23} = \frac{1}{2}(y_i + y_j)$ sont les coordonnées x et y du centre des liens connectant une paire ij des points de référence.

Aussi, un ensemble de cercles *globaux* ou absolus de DRSS centrés sur $c_{dk} = [x_{dk}, y_{dk}]^T$ peut être obtenu directement en utilisant les systèmes des équations non linéaires ($M > m \geq 4$)

$$(x - x_{dk})^2 + (y - y_{dk})^2 = r_{dk}^2 \quad (4.26)$$

Où :

$$x_{dk} = \frac{h_{ij}x_i - x_j}{h_{ij} - 1}, \quad y_{dk} = \frac{h_{ij}y_i - y_j}{h_{ij} - 1}, \quad r_{dk} = \frac{\sqrt{h_{ij}} \cdot D_{ij}}{|h_{ij} - 1|} \quad (4.27)$$

La $|\cdot|$ représente la valeur absolue.

Contrairement pour le cercle local de l'équation (4.13), le centre du cercle global est en fonction des coordonnées absolues du nœud. A noter que les rayons et les foyers des cercles sont tous affectés par l'effet d'ombre. Dans un exemple d'un environnement sans bruit avec trois points de référence $m = 3$, nous avons vu l'existence de deux mesures basiques et une mesure redondant. En conséquence, en utilisant l'équation (4.26), nous pouvons créer trois cercles géométriques distincts, mais seuls les deux associés aux mesures basiques sont

indépendants. Le cercle associé à la mesure redondante présente un point d'intersection à la fois avec d'autres cercles et avec les mêmes points auxquels les deux cercles indépendants se croisent. Donc, nous avons besoin d'un quatrième point de référence pour ne pas avoir de solution ambiguë. Malgré le besoin d'une mesure additionnelle, les mesures DRSS augmente la robustesse par rapport aux bruits.

4.5.2.3 Solution géométrique pour la localisation en DRSS

Similairement au cas de RSS, la solution géométrique pour la localisation en DRS peut être obtenue à partir de la différence entre les cercles de DRSS k et les autres cercles l pour $k < l$

Nous avons alors :

$$(x_{d_l} - x_{d_k}) + (y_{d_l} - y_{d_k})y = \frac{1}{2} \{ \|c_{d_l}\|^2 - \|c_{d_k}\|^2 - (r_{d_l}^2 - r_{d_k}^2) \} k < l \quad (4.28)$$

Ce qui nous donne l'estimation de la solution $\mathbf{x} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{b}$ ($m = 4$) où

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} x_{d_2} - x_{d_1} & y_{d_2} - y_{d_1} \\ x_{d_3} - x_{d_1} & y_{d_3} - y_{d_1} \end{bmatrix}, \mathbf{b} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \|c_{d_2}\|^2 - \|c_{d_1}\|^2 - (r_{d_2}^2 - r_{d_1}^2) \\ \|c_{d_3}\|^2 - \|c_{d_1}\|^2 - (r_{d_3}^2 - r_{d_1}^2) \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

Quand les mesures de DRSS sont disponibles, le système peut utiliser l'estimateur LS

4.5.3 Estimateurs de localisation

Dans cette section, nous allons discuter les deux problèmes fondamentaux des estimateurs de localisation :

- déterminer la précision réalisable de localisation et
- chercher des solutions optimales et pratiques.

4.5.3.1 Limite théorique pour l'estimateur de localisation par un critère optimal.

Dans l'estimation de localisation, un critère optimal est nécessaire non seulement pour trouver un estimateur de localisation optimal mais aussi pour prendre en considération les mesures de la performance. Dans le traitement de signal, le critère le plus utilisé est le MSE (Mean square error) ou erreur quadratique moyenne :

$$\begin{aligned} MSE(\hat{\theta}) &= E \{ \|\hat{\theta} - \theta\|^2 \} \\ &= \text{Tr}(C(\hat{\theta}))E \{ \|\hat{\theta} - \theta\|^2 \} \end{aligned} \quad (4.30)$$

Les $\text{Tr}(\cdot)$ et $C(\cdot)$ indiquent respectivement les matrices transposées et les matrices de covariance. Le premier et le second termes représentent respectivement, la *variance* totale et

le *biais*. A noter que le MSE présente les mesures directes et naturelles d'erreur de l'estimation de localisation, parce qu'il mesure l'erreur quadratique moyenne de l'estimateur $\hat{\boldsymbol{\theta}}$.

4.5.3.2 Limite théorique pour l'estimateur de localisation par un critère de CRLB

Nous avons vu que le système de localisation présente plusieurs erreurs qui ne sont pas forcément prévisibles ou être mesurés séparément. Par conséquent, dans la conception d'un système de localisation, il est important de déterminer la précision la plus poussée.

La limite théorique d'un estimateur de localisation non biaisés peut être déterminée par le CRLB. C'est la limite inférieure de la covariance d'un estimateur de localisation non biaisé $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ satisfaisant la relation suivante :

$$C(\hat{\boldsymbol{\theta}}) - F^{-1}(\boldsymbol{\theta}) \geq 0 \quad (4.31)$$

Ici, $F(\boldsymbol{\theta}) = -E[\nabla_{\boldsymbol{\theta}}(\nabla_{\boldsymbol{\theta}} \ln f_v(\mathbf{v}; \boldsymbol{\theta}))^T]$ est l'information matricielle de Fisher donnée par :

$$[F(\boldsymbol{\theta})]_{kl} = -E \left[\frac{\partial^2 \ln f_v(\mathbf{v}; \boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_k \partial \theta_l} \right] \quad (4.32)$$

Où $f_v(\mathbf{v}; \boldsymbol{\theta})$ est la fonction de densité de probabilité jointe des vecteurs des observations \mathbf{v} .

Si certains estimateurs sont non biaisés et atteignent la limite CLRb, ce sera la variance minimum de l'estimateur non biaisé dont la matrice de covariance est $F^{-1}(\boldsymbol{\theta})$ de dimensions $\partial \times \partial$ pour un $\boldsymbol{\theta}$ de dimension ∂ . Nous obtenons alors un CRLB pour l'estimateur de localisation en RSS. Pour simplification mathématique, supposons que les éléments des observations v de l'équation (4.9) sont indépendants et sont distribués de façon identique. Alors, en utilisant l'équation (4.10), nous avons la *fonction log de vraisemblance* $\ln f_v(\mathbf{v}; \boldsymbol{\theta})$ de l'équation (4.32) de telle sorte que :

$$l(\boldsymbol{\theta}) = -\frac{1}{2\sigma_s^2} \sum_{i=1}^m (v_i - L_i(\boldsymbol{\theta}))^2 \quad (4.33)$$

En substituant l'équation (4.32) dans (4.31), nous pouvons avoir l'information matricielle de Fisher par :

$$[F(\boldsymbol{\theta})]_{kl} = \begin{cases} \frac{1}{\sigma_s^2} \sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial L_i(\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_k} \right)^2, & k = 1 \\ \frac{1}{\sigma_s^2} \sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial L_i(\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_k} \frac{\partial L_i(\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_l} \right) & k \neq 1 \end{cases} \quad (4.34)$$

Le FIM et le CRLB de l'estimation de localisation par DRSS peut être déduits de la même manière en considérant la corrélation spatiale.

Comme le CRLB suppose l'absence de biais, il peut mesurer la précision la plus poussée de localisation par le MSE. Particulièrement, à partir de l'équation (4.31), le MSE d'un estimateur non biaisé est limité inférieurement par :

$$\begin{aligned}
 \text{MSE}(\hat{\boldsymbol{\theta}}) &= \text{Tr}(\mathcal{C}(\hat{\boldsymbol{\theta}})) \\
 &\geq [F^{-1}(\boldsymbol{\theta})]_{11} + [F^{-1}(\boldsymbol{\theta})]_{22} \\
 &= \frac{F_{11} + F_{22}}{F_{11}F_{22} - F_{12}^2}
 \end{aligned} \tag{4.35}$$

Dans la dérivation ci-dessus, on a supposé la non présence de biais pour l'estimateur. Toutefois, en pratique, certains estimateurs ML/LS sont biaisés. Dans ce cas, le CLRБ ne va pas fournir la limite inférieure optimale. Pour ce genre d'estimateur, le CLRБ uniforme peut être utilisé à la place du MSE pour la limite inférieure.

4.5.4 Estimateur en ML

Dans le traitement du signal, il est habituel de chercher l'estimateur non biaisé en premier lieu, pour ensuite trouver un estimateur qui présente la moindre variabilité qu'on appelle estimateur MVU (Minimum Variance Unbiased). Toutefois, en pratique, la localisation concerne à la fois la recherche de l'estimateur MVU et celle de l'optimisation de l'outil.

Particulièrement dans le cas où on ne dispose que très peu de données (exemple petit nombre de capteur/points de référence) et/ou le système présente plusieurs erreurs de corrélation de localisation, les divers estimateurs sont inefficaces et biaisés. Toutefois, à partir de ces estimateurs biaisés, on peut former un estimateur MVU.

Suivant l'ensemble de données et les modèles statistiques correspondants, l'approche la plus utilisée est basée sur le principe de ML. Cette approche est très attrayante parce que les estimateurs ML peuvent être toujours identifiés même pour des problèmes d'estimation complexe. Ils sont efficaces et non biaisés *asymptotiquement*. L'estimateur ML défini par $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{ML}$ est celui qui maximise la fonction de vraisemblance ou la fonction \log de vraisemblance équivalente $l(\boldsymbol{\theta})$.

Donc, l'estimateur ML des mesures de RSS peut être identifié en résolvant l'équation $\partial l(\boldsymbol{\theta})/\partial \boldsymbol{\theta} = \mathbf{0}$ où $l(\boldsymbol{\theta})$ est définie par l'équation (4.32). La solution est le maximum de $l(\boldsymbol{\theta})$. Comme ce problème de maximisation est non linéaire et non convexe, nous devons employer

un algorithme itératif pour trouver la solution globale optimale ou pour linéariser l'équation afin d'avoir une solution plus approximative. C'est la même procédure utilisée pour résoudre le problème d'estimation LS non linéaire.

4.5.5 Estimateur non linéaire LS

L'estimateur ML peut être identifié si et seulement si les propriétés statistiques des données observées sont connues. Même si la distribution statistique est connue, nous avons toujours besoin de connaître ou d'estimer les paramètres statistiques correspondants de la distribution. Particulièrement, pour l'estimation de la localisation basée sur le RSS utilisant le modèle statistique comme décrite dans la section 4.3.1, les mesures RSS suivent la distribution gaussienne mais ne sont pas indépendantes et les covariances sont inconnues.

Quand le facteur de corrélation spatiale de l'effet d'ombre (qui ne peut pas être mesuré sur chaque position de la région concernée) est impliqué, la matrice de covariance est non diagonale et de paramètres inconnus. Pratiquement, l'approche LS est largement utilisée sans hypothèse statistique sur les données observées.

Par exemple, dans une localisation basée sur le DRSS, nous pouvons inclure les données redondantes de DRSS dans la technique de LS sans connaître les propriétés statistiques de l'effet d'ombre corrélé. Les approches LS présentent toutefois des limitations dont la plus importante est la non robustesse des *valeurs aberrantes*. Par conséquent, le problème de localisation par LS doit être ramené à l'équation (4-2). Les contraintes peuvent être émises en exploitant les caractéristiques inhérentes de l'environnement et les contraintes du système associées au réseau de connectivité (distance radio), la corrélation spatiale et la géométrie du nœud.

4.5.5.1 Optimisation de la méthode en LS

Etant données les observations DRSS v_{ij} de l'équation (4.12), un estimateur de localisation LS-DRSS détermine un vecteur de paramètre $\boldsymbol{\theta} = [x, y, n_p]^T$, de coordonnées de source et de gradient PLn_p , sujets à quelques contraintes $[l_\theta, \mu_\theta]$ sur $\boldsymbol{\theta}$ de telle sorte que :

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_D = \underset{\boldsymbol{\theta}}{\operatorname{argmin}} \left\{ \phi_D(\boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{2} \sum_{\substack{i,j \in \{1, \dots, m\} \\ i < j}} r_{ij}^2(\boldsymbol{\theta}) \right\} \quad (4.36)$$

Sujet à $l_\theta \leq \boldsymbol{\theta} \leq \mu_\theta$

Où le résiduel est $r_{ij}(\boldsymbol{\theta}) = v_{ij} - L_{ij}(\boldsymbol{\theta})$ et $L_{ij}(\boldsymbol{\theta})$ est le modèle de perte de propagation de DRSS donné par l'équation (4.13). Avec le vecteur résiduel $r_D =$

$[r_{12}, \dots, r_{1m}, r_{23}, \dots, r_{(m-1)m}]^T$, nous avons $\phi_D(\boldsymbol{\theta}) = (1/2)\|r_D(\boldsymbol{\theta})\|^2$. Les indices D et R indiquent respectivement la localisation en DRSS et la localisation en RSS.

Si les équations sont communes au DRSS et au RSS, on omit ces indices. La première dérivée de ϕ_D par rapport à $\boldsymbol{\theta}$ qui est le gradient du champ de vecteur est

$$\begin{aligned}\nabla\phi_D(\boldsymbol{\theta}) &= \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=i+1}^m r_{ij}(\boldsymbol{\theta}) \nabla r_{ij}(\boldsymbol{\theta}) \\ &= \mathbf{J}_D(\boldsymbol{\theta})^T r_D(\boldsymbol{\theta})\end{aligned}\quad (4.37)$$

Où \mathbf{J}_D est une matrice Jacobien de $M \times 3$ du vecteur $\mathbf{L}_D(\boldsymbol{\theta})$:

$$\mathbf{J}_D(\boldsymbol{\theta}) = \left[\frac{\partial L_{ij}(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\theta}_k} \right]_{\substack{i,j \in \{1, \dots, m\}, i < j \\ k=1,2,3}} \quad (4.38)$$

Le ij ème ligne du vecteur \mathbf{J}_{ij} de l'estimateur de localisation en DRSS est donc :

$$\mathbf{J}_{D,ij}(\boldsymbol{\theta}) = \frac{10n_p}{\ln 10} \left[z_{ij,x}, z_{ij,y} - \frac{1}{n_p} \ln \left(\frac{d_j}{d_i} \right) \right]_{\substack{i,j \in \{1, \dots, m\} \\ i < j}} \quad (4.39)$$

Auquel, géométriquement, $z_{ij,x}$ et $z_{ij,y}$ sont les x -éléments et y -éléments du vecteur de différence $\mathbf{z}_{ij,x} = z_{ij,x} \mathbf{e}_x + z_{ij,y} \mathbf{e}_y$

$$z_{ij,x} = \frac{\mu_{j,x}}{d_j} - \frac{\mu_{i,x}}{d_i} \quad \text{et} \quad z_{ij,y} = \frac{\mu_{j,y}}{d_j} - \frac{\mu_{i,y}}{d_i} \quad (4.40)$$

Où :

$$\mu_{i,x} = \frac{x_i - x}{d_i}, \mu_{j,x} = \frac{x_j - x}{d_j}, \mu_{i,y} = \frac{y_i - y}{d_i}, \mu_{j,y} = \frac{y_j - y}{d_j} \quad (4.41)$$

Les vecteurs basiques \mathbf{e}_x et \mathbf{e}_y sont des vecteurs unitaires dans les directions respectivement des axes de x et de y . $\mu_{i,x}$ et $\mu_{i,y}$ sont les x -éléments et y -éléments du vecteur de la position unitaire du i ème point de référence par rapport à la position du cible exprimé par $\boldsymbol{\mu}_i = \mu_{i,x} \mathbf{e}_x + \mu_{i,y} \mathbf{e}_y$. Ce vecteur unitaire géométrique représente la direction de la source vers chaque point de référence comme illustré à la figure 4.2.

Il est à noter que le vecteur de différence z_{ij} est formé par une paire du i ème et du j ème vecteur unitaire dont la position est *inversement* réduite par la longueur du vecteur de position respectivement de d_i et de d_j .

Nous allons voir maintenant la modélisation de LS-RSS. Etant données les observations simplifiées de RSS $\{v_j\}_{j=1}^m$ dans l'équation (4.9), le LS-RSS peut être formé par :

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_R = \underset{\boldsymbol{\theta}}{\operatorname{argmin}} \left\{ \phi_R(\boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^m r_j^2(\boldsymbol{\theta}) \right\} \quad (4.42)$$

Sujet à $l_\theta \leq \boldsymbol{\theta} \leq \mu_\theta$

Où le résiduel est $r_j(\boldsymbol{\theta}) = v_j - L_i(\boldsymbol{\theta})$ et $L_j(\boldsymbol{\theta})$ est le modèle de la perte de propagation de DRSS donné par l'équation (4.9). Avec le vecteur résiduel $\mathbf{r}_R = [r_1, \dots, r_m]^T$, nous avons $\phi_R(\boldsymbol{\theta}) = (1/2)\|\mathbf{r}_R(\boldsymbol{\theta})\|^2$. En mettant $i = 0$ dans les équations du (4.34) au (4.41), les termes associés avec i sont alors supprimés, nous pouvons obtenir les mesures RSS homologues.

Cette modification remplace le vecteur \mathbf{J}_{ij} de l'équation (4.39) par \mathbf{J}_j pour la localisation basée sur le RSS on a :

$$\mathbf{J}_{R,j}(\boldsymbol{\theta}) = -\frac{10n_p}{\ln 10} \left[\frac{\mu_{j,x}}{d_j}, \frac{\mu_{j,y}}{d_j}, -\frac{\ln d_j}{n_p} \right]_{j=1,\dots,m} \quad (4.43)$$

qui forme la matrice Jacobienne $m \times 3 \mathbf{J}_R$ du vecteur log-distance $\mathbf{L}_R(\boldsymbol{\theta})$. Donc, nous pouvons obtenir le gradient du champ de vecteur $\nabla \phi_R(\boldsymbol{\theta})$ par :

$$\nabla \phi_R(\boldsymbol{\theta}) = -\mathbf{J}_R(\boldsymbol{\theta})^T \mathbf{r}_R(\boldsymbol{\theta}) \quad (4.44)$$

4.5.6 Estimateur linéaire LS

L'objectif LS ou la fonction de mérite $\phi(\boldsymbol{\theta})$ formulés dans l'équation (4.37) ou (4.42) sont intrinsèquement non linéaires et non convexes (c'est-à-dire multimodale) par rapport aux paramètres $\boldsymbol{\theta}$. Par conséquent, il n'existe pas de solution aboutissant à la forme la plus proche. Il est alors impératif de résoudre le problème numériquement ; un algorithme numérique va

essayer de trouver la solution optimale de façon itérative, en commençant par une estimation initiale donnée. En raison de la courbure inconnue et de la complexité de la fonction objective, non seulement le nombre d'itérations nécessaires sera grand, mais l'algorithme peut aussi converger vers un minimum local.

Dans le cas où la complexité du calcul et le taux de convergence sont préoccupants, on peut demander de trouver une solution aboutissant à la forme la plus proche par les approches LS linéaires, converties à partir des fonctions non linéaires de LS ϕ .

Il y a deux méthodes de conversion. La première méthode est de linéariser la fonction originale LS directement à un système d'équations linéaires LS. En général, les équations LS sont en fonction soit du modèle statistique RSS/DRSS, soit d'un simple modèle de distance de l'équation (4.1). La seconde méthode est suivant la section 4-4, un système géométrique des équations non linéaires de position (c'est-à-dire des cercles) pouvant être linéarisées en une forme des équations linéaires LS dans l'équation (4.19) ou (4.28).

Pour appliquer l'approche LS par modification directe la fonction $\phi(\boldsymbol{\theta})$, nous avons besoin en premier lieu de linéariser le modèle de perte de propagation $L(\boldsymbol{\theta})$ sur certains points $\bar{\boldsymbol{\theta}}$ de telle sorte que :

$$L(\boldsymbol{\theta}) \approx L(\bar{\boldsymbol{\theta}}) + J(\bar{\boldsymbol{\theta}})(\boldsymbol{\theta} - \bar{\boldsymbol{\theta}}) \quad (4.45)$$

Alors, nous pouvons résoudre les équations normales $\mathbf{J}^T \mathbf{J} \bar{\mathbf{h}} = \mathbf{J}^T \mathbf{r}$, où la taille de pas est de $\bar{\mathbf{h}} = \hat{\boldsymbol{\theta}} - \bar{\boldsymbol{\theta}}$ pour obtenir la solution linéaire LS :

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \bar{\boldsymbol{\theta}} + (J(\boldsymbol{\theta})^T J(\boldsymbol{\theta}))^{-1} J(\boldsymbol{\theta})^T \mathbf{r}(\boldsymbol{\theta}) \Big|_{\boldsymbol{\theta}=\bar{\boldsymbol{\theta}}} \quad (4.46)$$

Cette solution linéaire LS est très simple et facile à calculer. Néanmoins, si le point évalué $\bar{\boldsymbol{\theta}}$ est loin de la valeur minimum globale, le premier ordre d'approximation ne représente pas avec précision la véritable fonction, et aucune autre amélioration ne peut être apportée. A noter que cette solution est équivalente à la première itération de la méthode de Newton-Gauss avec comme point de départ $\boldsymbol{\theta}_0 = \bar{\boldsymbol{\theta}}$. Donc la détermination appropriée de la linéarisation du point $\bar{\boldsymbol{\theta}}$ est crucial pour avoir la performance voulue de l'estimateur linéaire LS.

Une autre approche alternative de LS est d'exploiter la relation géométrique entre les distances estimée décrites dans la section 4-4. Plus précisément, nous formulons le LS linéaire avec le résiduel $\mathbf{r} = \mathbf{b} - \mathbf{A}\boldsymbol{\theta}$ de telle sorte que :

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \underset{\boldsymbol{\theta}}{\operatorname{argmin}} \frac{1}{2} (\mathbf{b} - \mathbf{A}\boldsymbol{\theta})^T (\mathbf{b} - \mathbf{A}\boldsymbol{\theta}) \quad (4.47)$$

Pour le cas de RSS ($m \geq 3$) à partir de l'équation (4.19) nous avons :

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} x_{12} & x_{13} & \dots & x_{1m} \\ y_{12} & y_{13} & \dots & y_{1m} \end{bmatrix}_{2 \times (m-1)}^T, \mathbf{b} = [b_{12} \quad b_{13} \quad \dots \quad b_{1m}]_{1 \times (m-1)}^T \quad (4.48)$$

Où $x_{ij} = x_j - x_i$, $y_{ij} = y_j - y_i$ et $b_{ij} = \frac{1}{2} \{ \|x_j\|^2 - \|x_i\|^2 - (d_j^2 - d_i^2) \}$.

Similairement, pour le cas de DRSS ($m \geq 4$), à partir de l'équation (4.28) nous avons :

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} x_{d12} & x_{d13} & \dots & x_{d1m} & x_{d23} & \dots & x_{d(M-1)M} \\ y_{d12} & y_{d13} & \dots & y_{d1m} & y_{d23} & \dots & y_{d(M-1)M} \end{bmatrix}_{2 \times M C_2}^T, \quad (4.49)$$

$$\mathbf{b} = [b_{12} b_{13} \quad \dots \quad b_{1M} b_{23} \quad \dots \quad b_{(M-1)M}]_{1 \times M C_2}^T$$

Où $x_{dij} = x_{dj} - x_{di}$, $y_{dij} = y_{dj} - y_{di}$ et $b_{ij} = \frac{1}{2} \{ \|c_{dj}\|^2 - \|c_{di}\|^2 - (r_{dj}^2 - r_{di}^2) \}$

Il est simple de trouver l'estimateur LS en utilisant cette solution afin d'obtenir la forme la plus proche par l'équation suivante:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{b} \quad (4.50)$$

Nous notons que dans le cas de DRSS, la dimension de \mathbf{A} augmente rapidement s'il y a des mesures additionnelles.

4.6 Performance de la localisation dans un système sans fil utilisant le RSS

Cette section se focalise sur le positionnement basé sur les mesures du signal reçu. Nous allons dans ce sens voir un aperçu des techniques de localisation de RSS incluant les méthodes de multilatération, les classifications d'apprentissage des machines et les approches par probabilité.

4.6.1 Les algorithmes de localisation basées sur le RSS

Ce système de positionnement consiste à un ensemble de nœuds de référence, placés à des positions connues dans la zone d'intérêt, et d'un équipement sans fil porté par une personne ou attaché à un objet qu'on va localiser. Durant l'opération de la localisation, des signaux radio

multiples sont transmis entre l'équipement sans fil et les divers points de référence. En se basant sur le signal reçu soit sur l'équipement sans fil, soit sur les points de référence, un algorithme de localisation estime la position de l'équipement. Nous définissons par la suite un modèle de localisation générale dont les algorithmes de localisation se basent sur une carte des signaux RSS. Dans un modèle de localisation généralisé, supposons que nous avons un domaine D à deux dimensions, dans lequel nous allons localiser les équipements. Dans le domaine D , un ensemble de points de référence n est disponible pour la localisation.

Un équipement sans fil qui transmet un signal de puissance fixe donc de façon isotropique provoquera un vecteur de n niveaux de signal pouvant être mesurés par les n points de référence. En pratique, ces n niveaux de signal sont moyennés à travers une fenêtre de temps qui est suffisante pour enlever la variabilité statistique. Par conséquent, il y a un vecteur de dimension n correspondant à chaque position dans le domaine D . Ces vecteurs de signal $\mathbf{s} = (s_1, s_2, \dots, s_n)$ résident à la distance R . Cette relation entre les positions du domaine D et les vecteurs de niveaux de signal définit une fonction d'empreinte digitale $F: D \rightarrow R$ qui prend la position réelle (x, y) et le fait correspondre à un niveau de signal \mathbf{s} .

F a des propriétés importantes. Premièrement, en pratique F n'est pas complètement spécifié, par contre un ensemble de positions (x_j, y_j) est utilisé pour mesurer l'ensemble de vecteurs de niveaux de signal correspondant, \mathbf{s}_j . En plus, l'inverse de F est une fonction G qui n'est pas bien définie, il existe des points dans l'espace de dimension n dans lequel réside R et dont l'inverse n'est pas bien défini.

Pourtant c'est précisément, l'inverse G qui nous permet d'établir la localisation. En général, nous aurions un niveau de signal \mathbf{s} auquel il n'y a pas d'inverse explicite (par exemple à cause de la variation des bruits). Au lieu d'utiliser G , qui a un domaine restreint R , nous considérons les plusieurs pseudo-inverses G_{alg} de F dont le domaine est un espace complète de dimension n . Ici la notation G_{alg} indique qu'il y a des choix différents d'*algorithmes*.

4.6.2 Vue d'ensemble sur les approches

Il y a plusieurs manières de classifier les algorithmes de localisation qui utilisent le niveau de signal :

- les méthodes basées sur la distance qui invoquent explicitement le calcul de la distance,
- les méthodes d'empreintes digitales RF qui proviennent des classifications d'apprentissage des machines. Par cette méthode, une carte radio est créée en utilisant

les mesures connues. Ainsi un équipement est localisé en se référant à cette carte via la classification.

Nous allons donner un vue d'ensemble sur les différents techniques de localisation employant les mesures RSS, incluant les méthodes de multilatération, les classifications par apprentissage des machines et les approches par probabilité. Pour les méthodes de multilatération, les mesures RSS sont utilisées pour évaluer les distances entre les équipements sans fil et les points de référence, en se basant sur un modèle de propagation.

Pour la classification par apprentissage des machines, on construit en premier lieu des cartes de niveau de signal sur la région concernée pendant la phase d'apprentissage (Empreinte digitale RF) avec les niveaux de signal des différentes positions connues. On peut déduire la localisation en comparant les signaux RSS en ligne mesurés par rapport au niveau de signal sur la carte préconstruite et en utilisant certains critères d'optimisation.

D'un autre côté, les approches par probabilité sont proposées, où le RSS est traité comme une variable aléatoire pouvant être modélisée par une distribution log-normal sur une position spécifique. Pendant la phase de localisation, la position de l'équipement sans fil cible est estimée par les méthodes probabilistes comme le MLE (Maximum Likelihood Estimation).

4.6.2.1 Méthode de multilatération

La multilatération est la méthode la plus utilisée pour obtenir la localisation d'un équipement sans fil. En estimant la distance entre l'équipement sans fil et les divers points de référence, l'approche de multilatération donne la position de l'équipement cible en se basant sur les méthodes des moindres carrées. En particulier, le RSS est utilisé pour estimer la distance entre un équipement sans fil et un point de référence. A noter qu'il existe plusieurs approches qui traitent les paramètres du modèle de propagation.

Durant la phase de la formation offline, des échantillons de RSS sont collectés aux différents points de référence dont les positions sont connues. Les distances sont calculées à partir de ces points. Les mesures de RSS observées et les distances correspondantes sont alors utilisées pour ajuster le modèle de propagation du signal basé sur la relation signal-distance :

$$P(d)[\text{dBm}] = P(d_0)[\text{dBm}] - 10\gamma \log_{10} \left(\frac{d}{d_0} \right) + \chi_\sigma \quad (4.51)$$

Où $P(d_0)$ représente la puissance reçue de l'équipement sans fil à une distance de référence d_0 , d est la distance entre l'équipement sans fil et le point de référence, γ est l'exposant de perte de propagation et χ_σ est l'effet d'ombre, qui suit la distribution gaussienne de valeur moyenne

nulle et de variation σ . Quand les mesures de RSS et les distances sont données, une régression linéaire est utilisée pour ajuster le modèle de propagation.

Durant la phase d'exécution de la localisation, il y a deux étapes à suivre : *l'évaluation des distances* et *la multilatération*. Dans l'évaluation des distances, les distances entre l'équipement sans fil et les points de références sont calculées à partir des mesures de RSS. Dans l'étape de la multilatération, la localisation de l'équipement sans fil peut être estimée suivant les distances entre l'équipement sans fil et les points de référence et on se base sur les méthodes des moindres carrés. Les deux méthodes les plus utilisées dans l'étape de multilatération sont : les moindres carrés non linéaires et les moindres carrés linéaires.

Moindres carrés non linéaires (NLS): notons par d_i les distances estimées entre l'équipement cible et les points de référence dont les positions sont connues (x_i, y_i) , la position (x, y) de l'équipement sans fil peut être estimée en trouvant (\hat{x}, \hat{y}) satisfaisant la relation suivante :

$$(\hat{x}, \hat{y}) = \arg \min_{x,y} \sum_{i=1}^N \left[\sqrt{(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2} - d_i \right]^2 \quad (4.52)$$

Où N est le nombre de points de référence qui sont choisis pour estimer la position de l'équipement sans fil.

L'objectif du NLS est de minimiser la somme de l'erreur quadratique. Ceci implique quelques recherches techniques itératives, comme la méthode de la plus profonde descente, ou la méthode de Newton pour déterminer la solution. De plus, pour éviter le minimum local, il est nécessaire de relancer l'algorithme utilisant plusieurs points de départ, le calcul sera donc plus complexe.

Moindres carrés linéaires (LLS): les approches linéaires font linéariser les équations en introduisant une contrainte dans la formule et en obtenant une solution plus proche de l'estimation de la localisation.

- Transformation du NLS en LLS

Commençons par $N \geq 2$ équations :

$$\begin{aligned} (x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2 &= d_1^2 \\ (x_2 - x)^2 + (y_2 - y)^2 &= d_2^2 \\ &\vdots \\ (x_N - x)^2 + (y_N - y)^2 &= d_N^2 \end{aligned} \quad (4.53)$$

A noter que \mathbf{A} décrit seulement les coordonnées des points de référence, tandis que \mathbf{b} est représenté à la fois par les distances aux points de repère ainsi que leurs coordonnées. L'estimation de la position d'un équipement utilisant le LLS est $\mathbf{x} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{b}$.

A cause de la soustraction, la solution obtenue à partir de l'équation linéaire (4.57) n'est pas exactement la même que la solution initiale de l'équation (4.52). Le calcul de la solution de l'équation linéaire n'est pas trop compliqué, et la solution obtenue peut servir d'un point de départ pour le NLS.

4.6.2.2 Classification par apprentissage des machines

La recherche de la correspondance d'empreinte digitale peut être classifiée comme une méthode de classification par apprentissage des machines. On peut utiliser la méthode de k ème voisins les plus proches (ou KNN, k –nearest neighbor) pour chercher la position de l'équipement mobile en se basant sur les positions connues les plus proches sur une carte de signal préconstruite.

Donc, dans une méthode de KNN, l'estimation de la localisation de l'équipement sans fil est définie comme étant la localisation moyenne des k ème voisins les plus proches sur une carte de signal. Si $k = 1$, alors l'estimation de la position de l'équipement sans fil lui est simplement assignée.

En particulier, ce genre de processus de localisation incluent deux phases : la phase de l'apprentissage offline, qui est utilisée pour collecter les données de formation afin de construire la carte radio de référence, et la phase de la localisation en ligne, qui est utilisée pour estimer la position de l'équipement sans fil en se basant sur la carte préconstruite.

Durant la phase offline, un mobile émetteur se déplace à des positions connues et émet périodiquement des balises de signal. Les valeurs des mesures de RSS à chaque position connue sont mesurées à l'ensemble des points de référence. L'ensemble des valeurs des mesures de RSS obtenues et les positions collectées correspondantes forment l'empreinte digitale RF qui est de la forme $\{(x_j, y_j), ss_1, ss_2, \dots, ss_N\}$ où (x_j, y_j) avec $j = 1, 2, \dots, m$ sont les localisations des mobiles émetteurs qui se déplacent. Et $ss_i(x_j, y_j)$ avec $i = 1, 2, \dots, N$ sont les mesures de RSS observés au i ème point de référence. Pour atténuer l'effet du bruit, chaque ss_i est définie soit par la valeur moyenne ou soit par la valeur médiane de plusieurs mesures obtenues pendant un intervalle de temps donné.

Durant la phase de la localisation en ligne, la localisation se fait en mesurant les niveaux de signal RSS de l'équipement sans fil cible par rapport à chaque point de référence. L'empreinte

digitale qui est $\{ss'_1, ss'_2, \dots, ss'_N\}$ est comparée à la carte préconstruite. Dans la méthode de la plus proche voisin, celui qui présente un vecteur de niveau de signal le plus proche dans le sens euclidien de la carte est déclaré comme la localisation de l'émetteur.

$$(\hat{x}, \hat{y}) = \arg \min_{x_j, y_j} \sqrt{\sum_{i=1}^N (ss'_i - ss_i(x_j, y_j))^2} \quad (4.58)$$

Les autres versions de cette approche donnent la position moyenne (exemple barycentre) des vecteurs k les plus proches. Par exemple, si $k = 2$, il prend les deux candidats les plus proches et retourne le point médian entre eux. D'autres techniques de classification par apprentissage des machines incluent les réseaux de neurones, les arbres de décision, et le vecteur support de machine.

4.6.3 Approches probabilistes

Nous allons voir maintenant les approches probabilistes, où les mesures de RSS sont traitées comme des variables aléatoires pouvant être modélisées par une distribution log-normale par rapport à sa localisation physique. Une de ces méthodes probabiliste est l'estimation de maximum de vraisemblance (MLE). En supposant que la localisation de l'équipement sans fil est $L_j = (x_j, y_j)$ et que les mesures de RSS observées sont $\mathbf{s} = \{ss'_1, ss'_2, \dots, ss'_N\}$, alors la localisation estimée de l'équipement sans fil cible basée sur le MLE est donnée par :

$$(\hat{x}, \hat{y}) = \arg \max_{L_j} [p(L_j|\mathbf{s})] \quad (4.59)$$

Où $p(L_j|\mathbf{s})$ est la probabilité que l'équipement sans fil soit localisé à l'endroit L_j .

En utilisant les règles de Bayes, l'équation ci-dessus équivaut à trouver la position L_j en maximisant :

$$P(L_j|\mathbf{s}) = \frac{P(\mathbf{s}|L_j) \times P(L_j)}{P(\mathbf{s})} \quad (4.60)$$

Si les informations au préalable de la position de l'équipement sans fil ne sont pas disponibles, nous pouvons supposer que les probabilités pour que l'équipement soit localisé sur des places différentes sont égales. Alors, l'équation (4.60) peut être réécrite par :

$$P(L_j|\mathbf{s}) = c \times P(\mathbf{s}|L_j) \quad (4.61)$$

Où $c = \frac{P(L_j)}{P(\mathbf{s})}$ est une constante

L'équation (4.61) peut encore être simplifiée en supposant que les conditions de mesures à partir de chaque point de référence sont indépendantes.

$$P(\mathbf{s}|L_j) = P(ss'_1|L_j).P(ss'_2|L_j) \dots P(ss'_N|L_j). \quad (4.62)$$

En supposant que les mesures de RSS sur chaque position suivent la distribution log-normale, le vecteur des mesures de RSS correspondant à chaque localisation, qui est $ss_i(x_j, y_j)$, $P(\mathbf{s}|L_j)$ pour chaque L_j peut être calculé. Finalement, le MLE retourne la localisation L_j qui maximise $P(\mathbf{s}|L_j)$.

Au lieu de retourner une seule valeur de position, il peut en sortir une zone de confiance. Par exemple, la méthode de probabilité se basant sur une zone (area-based probability ABP) essaye de trouver une zone délimitée par le niveau de probabilité prédéfini dans lequel l'équipement sans fil pourrait se localiser.

Dans cette approche, la probabilité prédéfinie est appelée seuil de confiance, qui est un paramètre ajustable et représenté par α . La méthode ABP divise en premier lieu toute la région d'intérêt en un ensemble de carreaux. Le vecteur des mesures de RSS de chaque carreau est représenté par le vecteur RSS du centre

Ceci peut s'effectuer en utilisant les méthodes d'interpolation précitées, comme l'interpolation linéaire. Etant donné que l'équipement sans fil doit être localisé dans la zone d'intérêt, qui est $\sum_{j=1}^m P(\mathbf{s}|L_j) = 1$, l'ABP retourne le carreau dont la probabilité est la plus grande par rapport au seuil de confiance α .

4.6.4 Résumé des algorithmes de localisations

Nous allons résumer les approches de localisations en RSS et ces caractéristiques fondamentales dans le tableau ci-dessous. En faisant la comparaison avec les autres méthodes, les approches de multilatération sont sensibles aux bruits des mesures de RSS causés par les biais de l'environnement, par exemple l'effet des trajets multiples.

D'un autre côté, la classification par apprentissage des machines et les approches probabilistes sont robustes vis-à-vis des bruits. Toutefois, elles ont besoin de collecter un grand nombre de données de formation pour construire les profils RSS.

Tableau 4.1 Tableau récapitulatif des algorithmes de localisation par RSS

Approche	Description	Exemple d'algorithme
Multilatération	<p>Deux étapes sont nécessaires : l'évaluation de la distance et la multilatération. Durant la phase d'évaluation de la distance, les distances entre l'équipement sans fil et plusieurs points de référence peuvent être obtenues par les modalités des diverses mesures. Le RSS est une des approches utilisées pour l'évaluation de cette distance. Durant la multilatération, la localisation de l'équipement sans fil peut être estimée suivant les distances qui sont dérivées des méthodes de moindres carrées.</p> <p><u>Avantages</u> : La méthode est simple à utiliser et marche bien dans un espace libre.</p> <p><u>Inconvénients</u> : La méthode est sensible aux variations de RSS, par exemple à l'effet des trajets multiples.</p>	Moindres carrées non linéaires (NLS) et moindres carrées linéaires (LLS)
Classification d'apprentissage de machine	<p>La méthode construit à l'avance une carte radio de la région de localisation durant la phase de formation en utilisant sur les mesures de RSS (c'est-à-dire empreinte digitale RSS). Durant la phase de localisation, en comparant les mesures en ligne de RSS observés et le niveau de signal préconstruit, la localisation peut être déduite.</p> <p><u>Avantages</u> : Cette approche est robuste aux bruits de RSS et les biais de l'environnement</p> <p><u>Inconvénients</u> : La construction de la carte de signal est un travail très intense.</p>	RADAR, les k -voisins les plus proches.

Approches probabilistes	<p>Les mesures de RSS sont traitées comme des variables aléatoires suivant la distribution log-normale. La position de l'équipement sans fil est donnée par la localisation présentant une forte probabilité.</p> <p><u>Avantages</u> : Cette approche est robuste aux bruits de RSS et les biais de l'environnement, si on en connaît à l'avance la distribution des mesures de RSS sur un grand nombre de positions</p> <p><u>Inconvénients</u> : La méthode a besoin de connaître à l'avance la distribution des mesures de RSS.</p>	Estimation maximum vraisemblance.	par de
-------------------------	---	-----------------------------------	--------

4.6.5 Amélioration de la robustesse de la localisation

Nous allons fournir un aperçu des méthodes qui peuvent améliorer la robustesse des résultats de la localisation. Ces méthodes sont soit spécifiques à une catégorie de localisation soit génériques pour tous les algorithmes de la localisation. [4.07] [4.08]

4.6.5.1 Calibration de l'infrastructure en temps réel

Dans un environnement indoor, le signal de propagation radio est affecté par plusieurs facteurs comme l'effet des trajets multiples, la température, les variations de l'humidité, l'ouverture ou fermeture d'une porte, et la mobilité humaine. Le niveau RSS observé à une position donnée sera variable en fonction du temps tant que l'environnement change tout le temps.

Pour surmonter la dégradation de la performance de la localisation par ces changements, il est nécessaire de calibrer les paramètres du système de positionnement : comme les paramètres de propagation et la carte du signal. Toutefois, collecter les valeurs des mesures de RSS observées pour calibrer le système de localisation temporellement est un travail très intense. Par conséquent, il est préférable que le système de localisation soit capable de s'adapter aux changements de l'environnement et de s'auto-configurer en réponse aux dynamismes de l'environnement.

Pour atténuer l'effet du changement de l'environnement : au lieu d'utiliser les mesures du signal entre les équipements sans fil et les points de référence pour la localisation, le système de localisation évolué prend des données additionnelles en entrée les mesures en ligne du niveau de signal entre les points de référence. Ces mesures obtenues entre les points de référence sont utilisées pour détecter les changements de l'environnement et pour créer une correspondance entre les mesures du signal et la distance géographique réelle. Pour créer la correspondance signal-distance, les mesures en ligne de RSS observées et les distances correspondantes entre les points de référence sont utilisées pour ajuster le modèle de propagation.

En plus, les techniques telles que les décompositions tronquées en pseudo inverse des valeurs singulières peuvent être utilisées pour améliorer la robustesse de la correspondance signal-distance. Finalement, le processus de localisation appliquant la correspondance signal-distance, infère la distance géographique de l'équipement sans fil par rapport aux points de référence, et estime sa position via les méthodes de multilatération.

4.6.5.2 L'effet de l'utilisation des plusieurs antennes

Comme mentionné précédemment, l'utilisation de la localisation qui se base sur les mesures de RSS est intéressante par la réutilisation de l'infrastructure sans fil existante. Toutefois, le problème important avec les mesures de RSS est que les évanouissements rapides s'ajoutent au signal de composant de haute fréquence de grande amplitude sur une position donnée.

Donc les mesures de RSS peuvent varier de 5 à 10dB avec un petit (quelques longueurs d'onde) changement sur la localisation. Etant donné que l'effet de l'évanouissement à petite échelle arrive au niveau des plusieurs longueurs d'onde (aux alentours de 12cm à 1,2Ghz) et que la granularité du système de localisation est typiquement plus large (2-3m), l'utilisation des antennes multiples espacées de quelques ordre de longueur d'onde présente une opportunité pour réduire ces effets, tout en gardant le même nombre de points de référence utilisés.

4.6.5.3 Méthodes statistiques robustes

Dans un environnement indoor, les mesures du niveau de signal peuvent être impactées par l'ouverture des portes ou la présence humaine. Ces erreurs de mesures causées par exemple par les comportements involontaires humaines peuvent être sévères et par conséquent dégrader la performance des méthodes de la localisation. D'un autre côté, ces erreurs de mesures peuvent se présenter seulement sur un petit sous-ensemble de points de référence (c'est-à-dire liaison radio spécifique entre l'équipement sans fil et les points de référence est affectée).

L'idée de la méthode robuste statistique est d'utiliser la redondance dans l'infrastructure de localisation ; ce qui veut dire qu'une seule portion de RSS observés sur certains points de référence sont affectés. La stratégie est d'améliorer la robustesse du système de localisation pour ainsi réduire les effets de ces erreurs en tenant compte les avantages des redondances dans le déploiement de l'infrastructure de localisation.

Des outils statistiques sont développés pour rendre robuste les techniques de localisations présentant des erreurs de mesures. En particulier, les méthodes mises au point font usage de la médiane comme une estimation de la moyenne des données agrégées. Par exemple dans certaines méthodes de multilatération au lieu de minimiser la somme de carrées des résidus, la minimisation de la médiane de carrées des résidus est utilisée pour réduire les effets des mesures aberrantes.

Soient d_i les distances entre les équipements sans fil et les points de référence, l'ensemble de la localisation des points de référence (x_i, y_i) et de la localisation estimée de l'équipement (\hat{x}_0, \hat{y}_0) peut être trouvé par les méthodes des moindres carrés (c'est-à-dire l'équation 4.52). Pour arriver à avoir une grande précision sur l'estimation de la localisation présentant des erreurs de mesures, le LMS (least median of squares) peut être utilisé à la place de moindres carrés, la position est alors :

$$(\hat{x}_0, \hat{y}_0) = \arg \min_{(x_0, y_0)} \text{med}_i \left[\sqrt{(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2} - d_i \right]^2 \quad (4.63)$$

Le LMS peut tolérer jusqu'à 50% d'erreurs de mesures sur les N mesures totales. La solution exacte du LMS est prohibitive, toutefois une solution alternative efficace et statistiquement robuste peut être trouvée.

4.6.5.4 Utilisation d'un modèle de régression polynomiale

La propagation radio est affectée par la réflexion, la réfraction, l'effet d'ombre et la diffusion du signal à cause des différents obstacles, ainsi que les mouvements humains. Suivant la connectivité entre l'équipement sans fil et les points de référence, la propagation de signal peut être classifiée suivant la visibilité ou la non visibilité directe. Ces deux scénarios représentent les divers environnements du signal de propagation. Les paramètres de propagation sont alors différents, par exemple l'exposant de perte de propagation et l'évanouissement d'ombre décrit dans l'équation (4.64).

Les données de formation collectionnées dans la zone d'intérêt présentent d'habitude les deux scénarios de la visibilité et de la non visibilité directe, et nous ne pouvons pas différencier de quel scénario provient l'équipement sans fil cible. Donc, dans la phase de formation offline, la théorie modifiée du modèle de propagation log-distance ne peut pas caractériser simultanément la visibilité et la non visibilité directe.

Ce qui provoque des erreurs dans l'estimation de la localisation durant les méthodes de multilatération sur les mesures de RSS. Pour améliorer l'application des méthodes de multilatération des mesures de RSS et pour fournir un complément d'analyse mathématique, un modèle de régression peut être utilisé. Le modèle de régression polynomiale est adapté pour la relation RSS-distance, car les polynômes dominent la théorie d'interpolation et peuvent être évalués facilement.

Soit M le nombre de points de formation, l'ensemble (d_i, RSS_i) est recueilli dans la zone d'intérêt, où d_i représente la distance entre l'équipement sans fil et les points de référence, et RSS_i désigne le niveau de signal RSS observé au point de formation i . Le polynôme de degré n est ajusté suivant un ensemble de données et on obtient des ensembles M d'équations. Le polynôme idéal de degré n devrait satisfaire la condition suivante :

$$\hat{d}_i = a_0 + a_1 \times RSS_i + a_2 \times RSS_i^2 + \dots + a_n \times RSS_i^n \quad (4.64)$$

Où a_j ($j = 0, 1, 2, \dots, n$) sont les coefficients du polynomiale, RSS_i et le RSS, et \hat{d}_i est la distance estimée.

Toutefois, il y a aussi la présence des erreurs d'estimation e_i . Donc nous avons :

$$e_i = (d_i - \hat{d}_i) = (d_i - a_0 - a_1 * RSS_i - \dots - a_n * RSS_i^n) \quad (4.65)$$

Où $i = 1, 2, \dots, M$.

Nous utilisons les approximations de moindres carrées, dans lesquelles les coefficients peuvent être obtenus en minimisant la somme des erreurs quadratiques, donnée par :

$$E(a_0, a_1, \dots, a_n) = \sum_{i=1}^{i=M} (e_i)^2 \quad (4.66)$$

L'équation (4.68) est une fonction des variables a_0, a_1, \dots, a_n , qui minimisent la somme des erreurs quadratiques, nous assimilons ces dérivées partielles à zéro par rapport à a_0, a_1, \dots, a_n . Nous avons alors :

$$\frac{\partial E}{\partial a_j} = \sum_{i=1}^{i=M} -2(RSS_i^j) (d_i - a_0 - a_1 * RSS_i - \dots - a_n * RSS_i^n) = 0 \quad (4.67)$$

Pour chaque $j, j = 0,1,2, \dots, n$, en réarrangeant l'équation (4.69), nous obtenons les équations normales de la forme:

$$\sum_{i=1}^{i=M} RSS_i^j d_i = a_0 \sum_{i=1}^{i=M} RSS_i^j + a_1 \sum_{i=1}^{i=M} RSS_i^{(j+1)} + \dots + a_n \sum_{i=1}^{i=M} RSS_i^{(j+n)} \quad (4.68)$$

Pour chaque $i, i = 0,1,2, \dots, n$.

Les coefficients a_j avec $j = 0,1,2, \dots, n$ peuvent être résolus par la suite par élimination de Gauss de l'équation (4.70).

4.7 Impact de l'emplacement et le choix des points de référence sur la précision de la localisation

L'emplacement et la sélection des points de référence peuvent impacter de façon significative, la précision de la localisation, et par conséquent affecte le déploiement des services de localisation. Donc, en plus du développement des méthodes pour localiser les équipements sans fil, il est aussi important d'investiguer systématiquement sur les impacts de l'emplacement de ces points de référence sur la précision de la localisation.

Cette section traite les problèmes de l'emplacement des points de référence ainsi que leur sélection. Pour l'emplacement des points de référence, l'étude se base sur l'effet de la performance de localisation par rapport à la disposition géométrique des points de référence. Différentes techniques sont discutées, incluant les méthodes de recherche heuristique, déploiement basé sur le triangle, placement des balises de façon adaptive, et solutions d'emplacement optimal via lambda maximum et erreur minimum (maxL-MinE).

En plus, cette section étudie la méthode de sélection la plus intelligente des points de référence pour offrir une meilleure localisation par rapport à tous les points de référence disponibles. Une variété de stratégies est traitée, incluant la technique jointive de clustering, le gain d'information par entropie, la sélection convexe, et la sélection smart en présence d'une forte densité de point de référence.

4.7.1 Emplacement des points de référence.

La grande partie des techniques de localisation est basée sur la disponibilité des points de référence, dont la position est connue, comme les techniques de multilatération. Dans ces techniques de localisation l'emplacement des points de référence impacte la performance de la

localisation. Le but de trouver le bon emplacement des points de référence est de minimiser l'erreur de localisation maximum.

Le tableau résume l'étude de l'emplacement des points de référence.

Tableau 4.2 Etude de l'emplacement des points de référence

Etude	Description de l'approche
Impact de l'emplacement des points de référence.	<p><u>Objectif</u> : Pour étudier la dépendance de l'incertitude de localisation on se base sur plusieurs facteurs, comme le nombre de points de référence et la distance entre eux.</p> <p><u>Approche</u> : Un modèle mathématique est proposé pour faire correspondre l'espace du signal à l'incertitude dans l'espace physique.</p> <p><u>Observation</u> : Si un point de référence est rajouté dans un même endroit, l'incertitude décroît. Toutefois, si la zone de couverture augmente suivant le nombre de points de référence, l'incertitude minimum augmente ou reste stable pour les n valeurs de points de référence et pour quelques emplacements en cours d'exploration.</p>
Recherche Heuristique	<p><u>Objectif</u> : Pour trouver l'emplacement optimal des points de référence par rapport aux erreurs moyennes de localisation dans la zone d'intérêt.</p> <p><u>Approche</u> : Explorer plusieurs techniques de recherche, comme la recherche locale (LS) afin de trouver l'emplacement optimal des points de référence qui minimisent tout l'ensemble d'erreur</p> <p><u>Observation</u> : L'emplacement optimal trouvé par les techniques de recherche n'est pas déterministe. L'erreur de localisation est plutôt faible au plus près des points de référence.</p>
Déploiement en triangle	<p><u>Objectif</u> : Pour trouver le déploiement optimal des points de référence afin de minimiser toute incertitude de l'estimation de la localisation dans la zone d'intérêt lorsqu'il y a trois points de référence.</p>

	<p><u>Approche</u> : On désigne <i>une zone d'incertitude</i> afin de mesurer la performance de localisation, à partir des perturbations de mesure de RSS.</p> <p><u>Observation</u> : Les différents types de triangle ne fournissent pas trop de différence entre les points se trouvant dans le triangle. Le déploiement en triangle équilatéral donne la meilleure performance, et la performance de la localisation des points se trouvant dans le triangle est meilleure que celle se trouvant en dehors</p>
<p>Emplacement des balises de façon adaptative</p>	<p><u>Objectif</u> : Etant donné un champ existant de balises, le but est de déterminer comment placer les balises additionnelles pour un meilleur avantage.</p> <p><u>Approche</u> : Deux stratégies dites, <i>max</i> et <i>grille</i> sont proposées pour améliorer la qualité de la localisation en ajoutant d'autres points de référence.</p> <p><u>Observation</u> : L'algorithme de grille est meilleur que celui du max s'il y a présence de bruit. De plus par rapport au niveau du bruit, la densité de points de référence a plus d'impact dans les algorithmes de l'emplacement des points de référence pour le réseau WSNs.</p>
<p>Emplacement optimal via le maximum lambda et l'erreur minimum.</p>	<p><u>Objectif</u> : Pour trouver l'emplacement optimal des points de référence dans une région régulière bien définie par exemple en indoor afin de minimiser l'erreur maximum de localisation.</p> <p><u>Approche</u> : Une limite supérieure de l'erreur de localisation à partir de l'algorithme des moindres carrés linéaires est dérivée. Un algorithme dite maxL-minE a été développé pour trouver l'emplacement des points de référence qui ont pour objectifs de minimiser l'erreur de la localisation maximum.</p> <p><u>Observation</u> : Pour un petit nombre de points de référence, une simple forme comme les triangles équilatéraux ou les carrés résultent un positionnement de meilleure performance. Pour un grand nombre de points de référence, les formes simples renfermant d'autres (exemple deux triangles équilatéraux emboîtés) résultent un positionnement de meilleure performance</p>

4.7.1.1 Impact de l'emplacement des points de référence

Il y a trois étapes basiques qui sont à suivre pour déterminer la localisation d'un équipement sans fil.

1. L'analyse des plus grandes régressions des mesures RSS observées par rapport aux distances correspondantes est utilisée pour avoir les paramètres du modèle de propagation de signal
2. Les informations d'évaluation de la distance, qui sont dérivées du modèle de propagation et du RSS au niveau de l'équipement sans fil.
3. En appliquant les méthodes d'estimation des moindres carrées, la localisation de l'équipement sans fil peut être estimée en se basant sur les informations de l'évaluation de la distance entre plusieurs points de référence.

Les chercheurs présentent la relation géométrique entre les positions du mobile de l'utilisateur et les points de référence et montrent comment l'erreur de localisation est impactée par le nombre et l'emplacement des points de référence à travers des simulations.

Certains cherchent une incertitude inhérente aux techniques de localisation basées sur le niveau de signal. Ils proposent des modèles mathématiques pour lier l'incertitude dans l'espace du signal à l'incertitude dans l'espace physique. L'analyse établissait des conclusions sur la dépendance de l'incertitude minimum de la localisation sur plusieurs facteurs, comme le nombre de points de référence, la distance entre eux, et la variance du signal.

Soit une zone d'intérêt R dans un plan (x, y) . On considère n points de référence localisés à $(x_i, y_i) \in R, i = 1, 2, \dots, n$. Soit $(x, y) \in R$ un point arbitraire. Le vecteur RSS de coordonnées (x, y) est $\vec{s} = \langle s_1, s_2, \dots, s_n \rangle$. On note alors \vec{s} par $S(x, y)$ et le vecteur moyen du niveau de signal $\langle \bar{s}_1, \bar{s}_2, \dots, \bar{s}_n \rangle$ par $\bar{S}(x, y)$. Le RSS s_i d'un point de référence i est une variable stochastique par l'effet de l'évanouissement à trajets multiples.

Ceci est modélisé en logarithme comme une distribution normale de valeur moyenne \bar{s}_i (en décibel) et de variance σ_i^2

$$S_i = \bar{s}_i + \Delta s_i \quad (4.69)$$

Où $\Delta s_i \sim \mathcal{N}(0, \sigma_i)$.

Soit $M: R \rightarrow \bar{S}$ la correspondance entre la localisation et le niveau de signal moyen. Pour $0 \leq \alpha \leq 1$, la région α est définie $A_\alpha \in R$ par la relation suivante $\int_{A_\alpha} p(s|(x,y))dxdy = \alpha$. La région A_α peut être interprétée comme un ensemble de localisations dans R de telle sorte que la probabilité que le vecteur de niveau de signal observé représente le résultat d'un émetteur localisé dans un certain point de A_α est α . Par conséquent, par le niveau de confiance α la région de l'incertitude peut être calculée.

Soient les coordonnées de localisation (x, y) , le vecteur du niveau de signal mesuré à cette position est une variable normale multivariée. C'est une variable centrée au $\bar{S}(x, y)$. Comme la variation du niveau de signal causé par le changement de position est indiscernable par l'effet d'ombre, une règle de décision va correspondre à un ensemble de localisations dans le voisinage de (x, y) à (x, y) . C'est l'incertitude dans l'estimation de la localisation causée par la variance du signal. On a $\Delta\vec{x} = [\Delta x \Delta y]^T$ le vecteur de changement autour de la localisation (x, y) . Ici v^T désigne le transposé de v . Similairement, on a $\Delta\vec{s} = [\Delta s_1 \Delta s_2 \dots \Delta s_n]^T$ le vecteur de la variation du niveau de signal autour de $S(x, y) = \vec{s}$ alors :

$$\Delta\vec{s} = J\Delta\vec{x} \quad (4.70)$$

Où $J = t_{ij}$ et la correspondance Jacobienne de M à partir de la position à la mesure moyenne du niveau de signal et est une matrice de dimension n avec $t_{i1} = \partial\vec{s}/\partial x$ et $t_{i2} = \partial\vec{s}/\partial y$. A noter que J est une fonction de (x, y) .

Théorème 1 : Soit un niveau de confiance α , la région d'incertitude dans le plan (x, y) est une ellipse de semi-axes :

$$r_{major,minor} = \sqrt{\frac{-2d}{(a+b) \pm \sqrt{(a-b)^2 + c^2}}} \quad (4.71)$$

Où a, b, c et d sont définis comme suit :

$$a = \sum_{i=1}^n \frac{t_{i1}^2}{\sigma_i^2}, b = \sum_{i=1}^n \frac{t_{i2}^2}{\sigma_i^2}, c = \sum_{i=1}^n \frac{2t_{i1}t_{i2}}{\sigma_i^2}, d = R_n^2 \quad (4.72)$$

Dans l'équation ci-dessus, R_n est un facteur d'échelle lié au niveau de confiance α . Cette relation est donnée par

$$\alpha = \frac{\Gamma(n/2, R_n^2)}{\Gamma(n/2)} \quad (4.73)$$

Où $\Gamma(\cdot)$ désigne la *fonction gamma incomplète*. Connaissant α et n , l'équation (4.75) peut être utilisée pour calculer la valeur de R_n .

A partir de l'équation (4.73), l'incertitude est par la suite définie par r_{major} qui est utilisée pour mesurer l'incertitude de localisation. Généralement, à partir d'un certain nombre de points de référence, l'incertitude minimale (c'est-à-dire la meilleure précision de localisation) pouvant être obtenue décroît parce que la distance entre les points de référence décroît. En plus, la relation entre l'incertitude et la distance est linéaire.

L'étude de l'impact du nombre de points de référence sur l'incertitude de localisation considère que les n points de référence sont les sommets d'un ensemble de n polygones réguliers inscrits dans un cercle de la zone d'intérêt. La variation de l'incertitude à travers un tel cercle de rayon fixe est gérée suivant les trois cas suivants :

1. *Cas d'un cercle fixe* : les points de référence sont les sommets d'un polygone inscrit dans un cercle de rayon L . Ceci modélise le cas où d'autres points de référence additionnels sont utilisés sur la même zone.
2. *Cas d'une distance fixe* : les points de référence adjacents d'un polygone régulier sont espacés d'une distance L . Le rayon du cercle auquel le polygone est inscrit croît suivant L .
3. *Cas d'une zone fixée par les points de référence* : les points de référence sont les sommets d'un polygone inscrit dans un cercle de rayon L dont $\pi L_n^2/n$ est une constante.

Dans ce cas le rayon du cercle croît suivant n , et est toutefois proportionnel à \sqrt{n} .

Le deuxième et le troisième cas demandent d'autres points de référence additionnels mais couvrent une zone plus élargie. Si d'autres points de référence sont ajoutés sur une même zone, l'incertitude décroît. Toutefois, si la zone de couverture s'agrandit tout en augmentant le nombre de points de référence, l'incertitude minimum augmente ou reste stable.

4.7.2 Recherche heuristique

Battiti a développé un modèle mathématique sur l'erreur de localisation en se basant sur la variabilité des mesures du niveau de signal. Le modèle proposé vise à trouver l'emplacement optimal des points de référence par rapport à l'erreur de localisation quand il y a trois points de référence déployés dans la zone d'intérêt.

Ce modèle est conçu pour être indépendant des techniques de localisation proprement dites, par conséquent, il est seulement basé sur des hypothèses génériques par rapports aux comportements des algorithmes de localisation utilisés.

Considérons, un environnement plan de deux dimensions, les coordonnées valides sont dans une zone rectangulaire A : $\mathbf{x} \equiv (x, y) \in A = [x_{min}, x_{max}][y_{min}, y_{max}] \subset \mathbb{R}^2$. En supposant

que la localisation réelle de l'équipement sans fil est $\hat{\mathbf{x}}$, la localisation estimée est \mathbf{x} dont la probabilité conditionnelle de distribution $P(\mathbf{x}|\hat{\mathbf{x}})$ peut être représentée par :

$$\forall \hat{\mathbf{x}} \in A \int_A P(\mathbf{x}|\hat{\mathbf{x}})d \hat{\mathbf{x}} = 1 \quad (4.74)$$

Où $0 \leq P(\mathbf{x}|\hat{\mathbf{x}}) \leq 1$. Cette équation indique que la probabilité totale pour que l'équipement sans fil soit localisé dans la zone A est 1.

En définissant la fonction de distance entre les localisations \mathbf{x} et $\hat{\mathbf{x}}$ par $d(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}})$, l'erreur moyenne peut être calculée par :

$$E(\hat{\mathbf{x}}) = \int_A d(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}})P(\hat{\mathbf{x}}|\mathbf{x})d\mathbf{x} \quad (4.75)$$

L'erreur globale attendue dans toute la zone A est obtenue par :

$$E = \frac{1}{\|A\|} \int_A E(\hat{\mathbf{x}})d \hat{\mathbf{x}} \quad (4.76)$$

Où $\|A\|$ représente toute la zone de A .

Pour minimiser la fonction objective, qui est l'erreur globale de localisation sur toute la zone, on estime la probabilité conditionnelle $P(\mathbf{x}|\hat{\mathbf{x}})$. On suppose alors la présence de n points de référence déployés dans la zone d'intérêt A .

Soit $d_{AP_i}(\mathbf{x})$ la distance entre la localisation \mathbf{x} et le i ème point de référence, et soit $\omega_{AP_i}(\mathbf{x})$ la somme des largeurs de tous les obstacles traversés par le trajet joignant le point de référence i et le point \mathbf{x} . Suivant le modèle de propagation, le niveau moyen du signal reçu en position \mathbf{x} à partir de i ème point de référence est :

$$\mu_i(\mathbf{x}) = \beta_0 + \beta_1 \log(d_{AP_i}(\mathbf{x})) + \beta_2 \omega_{AP_i}(\mathbf{x}) \quad (4.77) \quad (4.78)$$

Les paramètres de propagation β_0, β_1 et β_2 peuvent être déterminés par les moindres carrés ajustés aux données expérimentales. Les chapitres précédents discutent en détail les modélisations de canal.

Considérant le niveau du signal en logarithme et suivant la distribution gaussienne d'espérance mathématique μ et d'écart type σ au point de localisation donné, la densité de probabilité du niveau de signal détecté s correspond à :

$$S(s|\mu) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{s-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad (4.79)$$

Comme le signal est mesuré à partir du point de référence i est $\mu_i(x)$, la densité de probabilité que l'équipement sans fil soit localisé au \hat{x} est $S[\mu_i(x)|\mu_i(\hat{x})]$. Si nous considérons que les erreurs de mesures à partir des différents points de référence sont presque indépendantes, les conditions de probabilité $P(x|\hat{x})$ peuvent être représentées par :

$$P(x|\hat{x}) = \frac{\prod_{i=1}^n S[\mu_i(x)|\mu_i(\hat{x})]}{\int_A \prod_{i=1}^n S[\mu_i(\xi)|\mu_i(\hat{x})] d\xi} \quad (4.80)$$

Si les positions des points de référence et les paramètres de propagation de l'équation (4.79) sont connus, l'estimation de l'erreur globale attendue dans la zone A peut être calculée en substituant l'équation ci-dessus dans l'équation (4.77) et (4.78). En plaçant les points de référence sur les différents points de localisation, l'erreur globale de localisation sera modifiée. L'objectif est de trouver l'emplacement des points de référence qui minimise la fonction objective de l'équation (4.78) c'est-à-dire l'erreur de localisation globale.

4.7.3 Déploiement en triangle aigue

Yiming propose le déploiement en triangle aigue, en utilisant seulement trois points de référence dans la localisation par RSS. Les analyses détaillées et les résultats expérimentaux montrent que la meilleure performance de la localisation est obtenue quand le centre de gravité du triangle équilatéral (formé par les trois points de référence) coïncide avec celui du plan expérimental.

Afin de fournir une localisation optimale pour un plan large, il est nécessaire de déployer plus de trois points de référence de façon maillée de telle sorte que chaque position sur le plan est toujours couverte par les trois points de référence voisins.

Pour analyser l'effet du déploiement des points de référence sur la performance, le niveau de RSS mesuré sur une position donnée d'un point de référence devrait être inclus dans :

$$SS \in [SS_{true} \cdot (1 - \delta_s), SS_{true} \cdot (1 + \delta_s)] \quad (4.81)$$

Où SS_{true} est la valeur exacte du niveau de signal à cette position et δ_s est la perturbation maximum des mesures.

Le niveau de mesure de RSS qui est à la position correspondante à une distance r_{true} de l'équipement sans fil vers le point de référence, représente l'incertitude de distance radio correspondante à la perturbation du niveau de signal δ_s . La distance r peut être exprimée par :

$$r \in [r_{true} \cdot (1 - \delta_r), r_{true} \cdot (1 + \delta_r)] \quad (4.82)$$

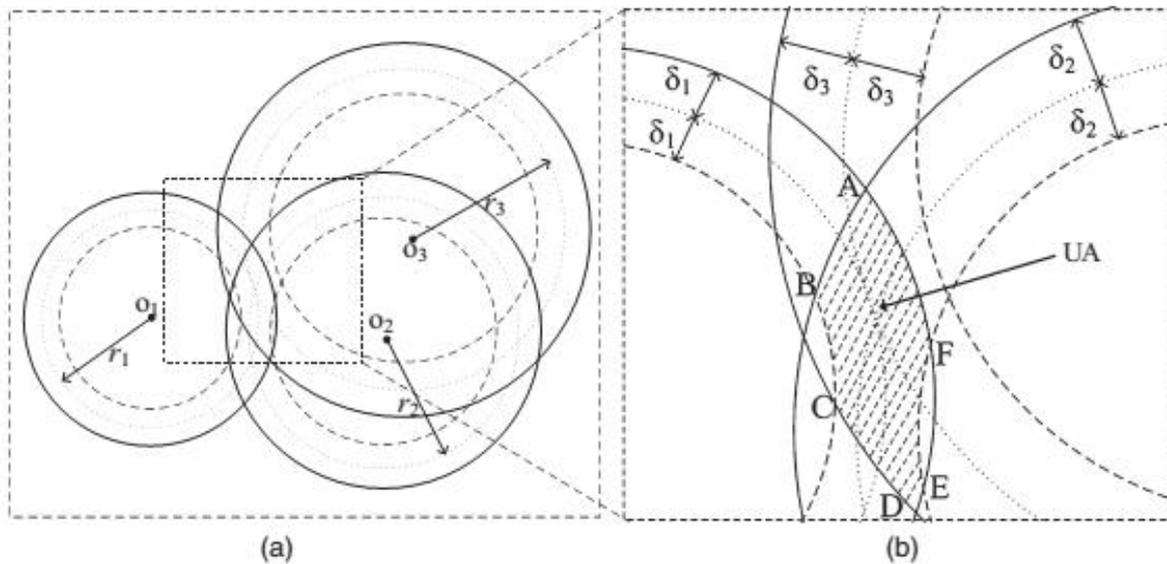


Figure 4.3 Zone d'incertitude

On désigne une *zone d'incertitude (ZI)* une zone pour mesurer la performance de la localisation. La ZI est déterminée par la zone d'intersection de plusieurs régions annulaires qui est centrée à leurs points de référence ainsi montrée à la figure 4.3. La région annulaire des points de référence est définie comme la zone entre la distance $r_{true} \cdot (1 - \delta_r)$ et $r_{true} \cdot (1 + \delta_r)$ du point de référence.

En outre, la *distance moyenne d'incertitude* d_{AUD} est définie comme la distance moyenne de tous les points fixes de la ZI. En supposant que la ZI contient un nombre de points fixes discrets m , et d_{ij} est la distance entre deux points i et j , de la zone ($i, j \in [1, m], i < j$) alors $d_{AUD} = average\{d_{ij}\}$.

Supposons, un plan expérimental de dimension $M \times N$, et la zone d'incertitude ZI. La totalité du plan expérimental peut être divisée en sous-zones. Pour chaque centre, nous vérifions s'il est dans la zone d'incertitude ou non. S'il y a eu au total m points qui se trouvent dans la ZI, nous pouvons calculer la distance de deux points quelconques dans la ZI et nous obtenons

$m(m - 1)/2$ distances d_{ij} , où $i, j \in [1, m], i < j$. La distance moyenne d'incertitude d_{AUD} est alors obtenue par la distance moyenne de tous les points fixes dans la ZI $d_{AUD} = average\{d_{ij}\}$.

4.7.4 Emplacement des balises de façon adaptative

Bulusu a montré l'utilité de l'emplacement empirique des balises dans le système de localisation et a donné une approche généralisée en se basant sur l'exploration et l'instrumentation des conditions de terrain par un mobile humain ou un agent robot.

Les méthodes d'emplacement de balise sont fondamentalement des stratégies fixes, ne prennent pas en compte les conditions environnementales qui ne sont pas prévisibles à l'avance. Il est virtuellement impossible de préconfigurer ce genre de terrain, de prédire les incertitudes de propagation, et de calculer un emplacement idéal de balise qui offre uniformément la qualité voulue de la localisation à travers la zone donnée.

Donc, l'emplacement de balise a besoin de s'adapter aux bruits et aux conditions non prévisibles de l'environnement. L'approche améliore la localisation par l'emplacement des balises de façon empirique. Par adaptation, les recherches tend à améliorer la qualité de localisation en ajustant l'emplacement de balise ou en ajoutant quelques balises au lieu de redéployer complètement toutes les balises.

En particulier, deux stratégies sont proposées pour améliorer la qualité de localisation en ajoutant des points de référence supplémentaires. La première s'appelle *max*, dans lequel les points de référence additionnels sont placés aux positions où les erreurs de localisation sont au maximum. Cette méthode est basée sur l'hypothèse que les points présentant l'erreur de localisation la plus élevée sont corrélés dans l'espace. L'avantage de cet algorithme est qu'il peut être calculé de manière directe. Toutefois, il peut être influencé par les effets de propagation ou par les bruits aléatoires pouvant causer une erreur de localisation très élevée sur ce point, tandis que l'erreur de localisation dans les points proches reste faible.

La deuxième méthode est dite *grille*, dans lequel les points de référence additionnels sont placés aux endroits où l'erreur cumulative de localisation est élevée. Pour calculer l'erreur cumulative de localisation à chaque point, toute la zone est partitionnée en grilles qui se chevauchent. L'erreur cumulative de la localisation est la somme d'erreur de localisation de tous les points des grilles. Cette méthode est basée sur les observations que les points de référence ajoutés affectent ces zones voisines, non seulement au point où il est déployé.

4.7.5 Emplacement optimal via $maxL$ et $minL$

A partir des analyses analytiques on obtient la limite supérieure d'erreur de localisation de l'algorithme des moindres carrés linéaires. Cette limite reflète à la fois l'emplacement des points de référence et les erreurs de mesures à ces points. Les analyses théoriques se basent sur les algorithmes de moindres carrés pour deux raisons. En premier lieu, les moindres carrés sont couramment utilisés dans l'algorithme de multilatération. Deuxièmement, les analyses mathématiques des moindres carrés linéaires résultent des solutions donnant des formes les plus proches.

Par la suite, pour un nombre donné de points de référence, un algorithme $maxL-minE$ a été développé pour trouver l'emplacement des points de référence qui tend à minimiser l'erreur maximum de localisation. Pour un nombre faible points de référence, une forme simple comme des triangles équilatéraux ou des carrés d'emplacement présente une meilleure performance de localisation. Pour un nombre élevé de points de référence, des formes simples renfermant les unes des autres, par exemple, deux triangles équilatéraux sont utiles.

4.7.5.1 Analyse théorique

Soit d_i les distances estimées entre l'équipement sans fil et les divers dont les positions sont connues (x_i, y_i) . La position (x, y) de l'équipement sans fil peut être estimée en trouvant (\hat{x}, \hat{y}) :

$$(\hat{x}, \hat{y}) = \arg \min_{x,y} \sum_{i=1}^N \left[\sqrt{(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2} - d_i \right]^2 \quad (4.83)$$

Où N est le nombre de points de référence.

C'est un problème des moindres carrés non linéaires, qui est d'une grande complexité et difficile à analyser. Il peut être linéarisé en introduisant une contrainte géométrique dans la formulation. En commençant par $N \geq 2$ on a :

$$\begin{aligned} (x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2 &= d_1^2 \\ (x_2 - x)^2 + (y_2 - y)^2 &= d_2^2 \\ &\vdots \\ (x_N - x)^2 + (y_N - y)^2 &= d_N^2 \end{aligned} \quad (4.84)$$

Et en soustrayant la contrainte :

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - x)^2 + (y_i - x)^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N d_i^2 \quad (4.85)$$

Des deux côtés, l'ensemble d'équations linéaires peut être obtenu par :

$$\begin{aligned} & \left(x_1 - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \right) x + \left(y_1 - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i \right) y \\ &= \frac{1}{2} \left[\left(x_1^2 - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^2 \right) + \left(y_1^2 - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i^2 \right) \right. \\ & \quad \left. - \left(d_1^2 - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N d_i^2 \right) \right] \\ & \quad \vdots \end{aligned} \quad (4.86)$$

$$\begin{aligned} & \left(x_N - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \right) x + \left(y_N - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i \right) y \\ &= \frac{1}{2} \left[\left(x_N^2 - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^2 \right) + \left(y_N^2 - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i^2 \right) \right. \\ & \quad \left. - \left(d_N^2 - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N d_i^2 \right) \right] \end{aligned}$$

Par conséquent, l'équation peut être résolu linéairement par $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ avec :

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} x_1 - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i & y_1 - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i \\ \vdots & \vdots \\ x_N - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i & y_N - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i \end{bmatrix} \quad (4.87)$$

Et :

$$\mathbf{b} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \left(x_1^2 - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^2 \right) + \left(y_1^2 - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i^2 \right) - \left(d_1^2 - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N d_i^2 \right) \\ \vdots \\ \left(x_N^2 - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^2 \right) + \left(y_N^2 - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i^2 \right) - \left(d_N^2 - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N d_i^2 \right) \end{bmatrix} \quad (4.88)$$

A noter que \mathbf{A} est seulement décrit par les coordonnées des points de référence, \mathbf{b} représente les distances entre les points de références ensemble avec les coordonnées des points de référence ; et \mathbf{x} est la position estimée de l'équipement sans fil.

L'objectif est de minimiser l'erreur de l'estimation de localisation en introduisant les moindres carrés linéaires. Dans une situation idéale $\mathbf{x} = [x, y]^T$ correspond à :

$$\mathbf{x} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{b} \quad (4.89)$$

Toutefois, les distances estimées sont impactés par les bruits, les biais, et les erreurs de mesures. En exprimant l'erreur de l'estimation de la distance par \mathbf{e} par les termes $\tilde{\mathbf{b}}$ pour les distances estimées et \mathbf{b} les distances réelles, $\tilde{\mathbf{b}} = \mathbf{b} + \mathbf{e}$, le résultat de localisation est :

$$\tilde{\mathbf{x}} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \tilde{\mathbf{b}} \quad (4.90)$$

Nous notons que l'erreur \mathbf{e} est la différence entre \mathbf{b} quand d_i est parfait et quand d_i présente des bruits. L'estimation d'erreur de localisation est alors limitée par :

$$\|\mathbf{x} - \tilde{\mathbf{x}}\| \leq \|\mathbf{A}^+\| \|\mathbf{e}\| \quad (4.91)$$

Où la matrice \mathbf{A}^+ la pseudo-inverse Moore-Penrose de \mathbf{A} . Sous les deux normes :

$$\|\mathbf{A}^+\| = \frac{1}{\gamma_2} \quad (4.92)$$

Où $\gamma_1 \geq \gamma_2$ sont des valeurs singulières de \mathbf{A} . Ce qui veut dire que pour une certaine dimension de l'erreur \mathbf{e} , l'erreur de l'estimation de moindres carrés est étendue par $\frac{1}{\gamma_2}$.

Les valeurs propres de $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$ sont alors les racines carrées des valeurs singulières de \mathbf{A} . Par conséquent, le problème de l'erreur de l'estimation de localisation est limité sur les valeurs propres de $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$ où $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$ est une matrice de la forme :

$$\mathbf{A}^T \mathbf{A} = \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \quad (4.93)$$

Avec :

$$a = \sum_{i=1}^N \left(x_i - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \right)^2 \quad (4.94)$$

$$b = \sum_{i=1}^N \left[\left(x_i - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \right) \left(y_i - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i \right) \right] \quad (4.95)$$

Et :

$$c = \sum_{i=1}^N \left(y_i - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i \right)^2 \quad (4.96)$$

A noter que a, b, c sont en rapport avec seulement les coordonnées de points de référence (x_i, y_i) . Les valeurs propres de $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$ sont les racines de

$$(\lambda)^2 - (a + c)\lambda + (ac - b^2) = 0 \quad (4.97)$$

Donc :

$$\lambda = \frac{(a + c) \pm \sqrt{(a - c)^2 + 4b^2}}{2} \quad (4.98)$$

dont le discriminant $(a - c)^2 + 4b^2$ n'est pas négatif.

Le but est d'avoir un modèle de déploiement des points de référence qui minimise l'erreur globale. Rappelons qu'il y a deux termes dans la partie droite de l'équation (4.92).

L'approche est de choisir x_i et y_i afin d'avoir λ_2 (la plus petite valeur propre) plus proche de λ_1 autant que possible, parce que cela permettrait de minimiser le premier terme de $\|\mathbf{A}^+\|$. Minimiser le second terme se fait par le minima local. Ce minima local est appelé *déploiement optimal*, parce qu'il n'y a plus de déplacement possible d'un point de référence pouvant améliorer l'erreur limite. Minimiser le premier terme $\|\mathbf{A}^+\|$ revient à minimiser $\frac{1}{\sqrt{\lambda_2}}$. La stratégie est de rendre $(a - c)$ et/ou b petite.

Trouver les positions des points de référence pouvant satisfaire peut faire sortir un déploiement optimal. La figure 4.5 montre les modèles pour un déploiement optimal des points de référence utilisant trois ou huit points de référence. Ces modèles sont des carrés, des triangles équilatéraux, ou des placements concentriques de ces formes. Pour un nombre élevé de points de référence, l'extension des formes de même côté, par exemple, un hexagone ne satisfait pas $\lambda_1 \cong \lambda_2$. Par contre, des formes simples qui enferment un autre présentent des solutions optimales.

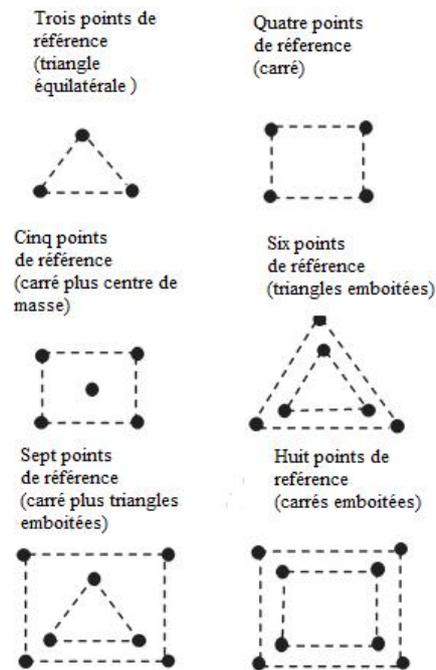


Figure 4.4 Modèles de déploiement optimal des points de référence

4.7.6 Sélection des points de référence

Plusieurs points de référence qui participent au processus de localisation peuvent donner une meilleure précision de localisation en supposant que le niveau de bruit à chaque point est le même. Toutefois, en pratique, le niveau de signal sur les divers points de référence est différent à cause de l'effet des trajets multiples, des diffractions, de la réflexion, de l'effet d'ombre, ainsi que l'effet des positions des points de référence eux-mêmes.

Par exemple dans un environnement indoor, le bruit n'est pas uniformément distribué dans la zone d'intérêt. Le niveau de bruit aux points de référence près de la fenêtre est plus affecté par l'ouverture ou la fermeture de la porte ; par conséquent, les mesures de signal à partir de ces points seront impactées.

Dans cette section, nous verrons les différentes études pour une sélection intelligente des points de référence afin de permettre une meilleure précision de localisation. Nous allons voir en premier lieu la technique de classification commune, qui intuitivement sélectionne les points de référence dont les mesures de RSS observées sont les plus élevées en groupant les positions qui présentent les mêmes niveaux de RSS dans une même classification.

Nous allons voir après des stratégies plus sophistiquées par la sélection des points de référence en se basant sur les informations de gain. Cette technique calcule l'entropie de chaque point de référence et sélectionne ceux qui présentent la plus grande puissance discriminative.

Après, nous allons décrire les deux méthodes de convexes pour la sélection des points de référence afin d'avoir une meilleure localisation des réseaux WSNs. Afin de fournir une quantification empirique sur la limite de précision de localisation en RSS, nous allons voir la sélection des points de référence qui se base sur la qualité des données dans un environnement de forte densité. Le tableau suivant donne un résumé des méthodes de sélection des points de référence qui seront discutées dans cette section.

Tableau 4.3 Méthodes de sélections de points de référence

Méthodes	Description et approche
Technique de classification commune	<p><u>Approche</u> : Il regroupe en premier lieu les points de référence dans une zone d'intérêt. Après il choisit les tops k points de référence présentant des niveaux de signal les plus élevés parmi les points de référence disponibles pour la localisation.</p> <p><u>Observation</u> : La précision de localisation est meilleure par rapport à l'utilisation de tous les points de référence.</p>
Utilisation de l'entropie pour l'information de gain	<p><u>Approche</u> : Les tops k points de référence présentant les valeurs de gain les plus élevées sont sélectionnées pour la localisation</p> <p><u>Observation</u> : La technique surpasse les méthodes traditionnelles de sélection des points de références.</p>
Sélection par enveloppe convexe	<p><u>Approche</u> : Sélectionner l'enveloppe convexe pour localiser les nœuds dans les réseaux WSNs.</p> <p><u>Observation</u> : Dans un réseau de petite densité, une simple enveloppe convexe est plus efficace, tandis que pour un réseau de forte densité une sélection avancée d'enveloppe s'avère nécessaire.</p>
Sélection à partir d'une forte densité de points de référence	<p><u>Approche</u> : Choisir les points de référence de haute qualité parmi les mesures de RSS qui peuvent ajuster au mieux le modèle de propagation.</p> <p><u>Observation</u> : Pour les approches de multilatération, qui utilisent la fonction distance-signal, la qualité des mesures RSS est plus importante par rapport à la quantité des mesures. Le sous-ensemble de points de référence de haute qualité fournit une meilleure performance de localisation</p>

4.7.6.1 Technique de classification commune

La technique de classification commune utilise la distribution de probabilité du niveau de signal pour aborder un canal sans fil bruité, et classe les localisations pour réduire le coût de calcul dans l'établissement de la carte radio.

En particulier, les chercheurs proposent de choisir les tops k points de référence présentant les niveaux de signal les plus élevés parmi les points de référence disponibles pour la localisation. Les raisonnements derrière la sélection des top k points de référence sont :

- Dans une localisation fixe, le niveau de signal d'un point de référence varie avec le temps et;
- Le nombre de points de référence couvrant une localisation varie avec le temps.

Intuitivement, les points de référence qui apparaissent plusieurs fois dans la zone d'intérêt doivent être sélectionnés pour faire la localisation. Parce que la couverture des points de référence varie avec le temps, les tops k points de référence présentant les mesures de RSS les plus élevées sont les préférés étant donné qu'ils couvrent à peu près la même zone à travers le temps.

4.7.6.2 Utilisation de l'entropie par l'information de gain

On considère la possibilité de faire une discrimination des différents points de référence vis-à-vis de la position et par rapport aux différentes valeurs de signal à partir d'un ensemble donné de points de référence.

Supposons qu'une zone d'intérêt est partitionnée en n grilles, et qu'il y a m points de référence en total. Chaque point de référence ($AP_i, 1 \leq i \leq m$) est considéré comme une caractéristique et chaque grille ($G_j, 1 \leq j \leq n$) est décrite par ces m caractéristiques (c'est-à-dire les points de référence). Les valeurs du niveau de signal de chaque grille de tous les points de référence sont mesurées en offline. Le critère InfoGain de la sélection de points de référence est utilisé pour évaluer les puissances discriminatives de chaque point de référence et sélectionne les plus grandes. Particulièrement, la puissance discriminative de AP_i est calculée comme la réduction en entropie suivant :

$$\text{InfoGain}(AP_i) = H(G) - H(G|AP_i) \quad (4.99)$$

Où $H(G) = -\sum_{j=1}^n \Pr(G_j) \log \Pr(G_j)$ est l'entropie des grilles dont les valeurs de AP_j sont connues.

$\Pr(G_j)$ est la probabilité à priori des grilles G_j , qui est modélisée par une distribution uniforme s'il n'y a pas de connaissance au préalable où l'équipement sans fil soit localisé.

$H(G|AP_i) = -\sum_v \sum_{j=1}^n \Pr(G_j, AP_i = v) \log \Pr(G_j|AP_i = v)$ est la condition de l'entropie des grilles, sachant la valeur AP_i de v . Après, l'information du gain de chaque point de référence est calculé, les tops k points de référence des valeurs les plus élevées sont sélectionnés.

4.7.6.3 Sélection par enveloppe convexe

Nous avons deux méthodes : une simple enveloppe convexe et une enveloppe avancée pour sélectionner les points de référence afin d'augmenter la précision de l'estimation de localisation dans un réseau WSN.

Dans ce type de réseau, il y a deux types de nœuds : les nœuds d'auto-localisation et les nœuds simples. Les nœuds d'auto-localisation sont définis comme des nœuds de position précise, les nœuds équipés de GPS. Les nœuds simples sont des nœuds dont il est nécessaire d'estimer leur position en utilisant les informations de localisation des nœuds d'auto-localisation ou ceux d'autres simples nœuds dont la position a déjà été estimée.

On note par S les simples nœuds dont la position réelle est $S_{réel}$ et dont la position estimée est S_{est} . La précision de l'estimation de localisation est définie par une fonction d'erreur de localisation et peut être représentée par :

$$C_{acc} = 1 - \frac{|S_{réel}S_{est}|}{R_{max}} \quad (4.100)$$

Où R_{max} est la distance de transmission maximale théorique d'un nœud et $|\overline{AB}|$ est la distance entre A et B

En se basant sur les définitions, le nœud d'auto-localisation a une précision de localisation 1, tandis qu'un simple nœud a une précision de localisation $0 \leq C_{acc} \leq 1$. Comme la position réelle d'un simple nœud est inconnue, il doit estimer la précision de sa position en utilisant les méthodes existantes. En supposant qu'un simple nœud a comme précision de sa position C_{acc} , l'erreur R_{erreur} est définie comme le rayon maximum de couverture radio d'un nœud qui prend en compte la précision de sa position estimée :

$$R_{erreur} = R_{max} + R_{max} (1 - C_{acc}) \quad (4.101)$$

Par conséquent, pour un nœud d'auto-localisation, $R_{erreur} = R_{max}$ tandis que pour un simple nœud, $R_{max} \leq R_{erreur} \leq 2R_{max}$.

Pour localiser un simple nœud, la méthode de barycentre peut être utilisée en considérant tous les nœuds qui sont au voisinage. Pour améliorer la précision de la localisation, la sélection par enveloppe convexe considère la géométrie des points de référence.

L'idée basique de l'utilisation d'une enveloppe convexe comme critère de sélection se repose sur le choix des points de référence qui sont seulement à la plus grande distance entre eux.

D'une part, la méthode de sélection par simple enveloppe convexe ne considère que la position physique de chaque point de référence et ne prend pas en compte la précision de cette position C_{acc} . D'autre part, la sélection par enveloppe convexe avancée considère à la fois la position physique et la précision C_{acc} de cette dernière.

Le paramètre virtuel V_{acc} de précision est utilisé pour combiner la position physique du point de référence et la précision correspondante :

$$V_{acc}^B = \frac{|\overline{AB}|}{R_{erreur}^A} C_{acc}^B \quad (4.102)$$

Où $|\overline{AB}|$ est la distance entre un simple nœud A et un point de référence B .

Si le paramètre virtuel de précision des nœuds est le même, le nœud qui présente la précision la plus élevée C_{acc} est sélectionné.

4.7.6.4 Sélection des points de référence de forte densité

La méthode propose de sélectionner les points de référence de forte densité en se basant sur la qualité des données de ces points. La qualité des données d'un point de référence définit la façon avec laquelle les mesures de signal des points de référence peuvent correspondre à un modèle de propagation.

Comme, le niveau de signal mesuré à partir des points de référence est utilisé pour la localisation, le modèle RSS-distance de propagation est alors :

$$P(d)[\text{dBm}] = P(d_0)[\text{dBm}] - 10\gamma \log_{10} \left(\frac{d}{d_0} \right) + X_\sigma \quad (4.103)$$

Où $P(d_0)$ représente la puissance de transmission à la distance de référence d_0 ; d est la distance entre les équipements sans fil et le point de référence ; γ est l'exposant de perte de propagation et X_σ est l'effet d'ombre, qui suit la distribution gaussienne, dont la valeur moyenne est nulle et dont l'écart type est de σ .

Durant la phase de formation offline, les échantillons de mesures de RSS sont collectés aux divers endroits de position connue. C'est fait à partir de chaque point de référence contenu dans un environnement de forte densité.

Les distances sont alors calculées à partir des positions connues aux points de référence. Pour certains points de référence, les mesures de RSS observées et les distances correspondantes sont utilisées pour ajuster le modèle de propagation du signal.

La qualité obtenue par ajustement des données est utilisée pour mesurer la qualité des données des points de référence. La qualité obtenue par ajustement est déterminée par le coefficient de détermination R^2 . R^2 est compris entre 0 et 1, la valeur 1 indique un ajustement parfait du modèle, et la valeur plus proche de 0 indique un mauvais ajustement.

La valeur de R^2 de chaque point de référence est calculée en utilisant toutes les mesures de RSS de tous les points de référence tout en se basant sur la méthode de régression linéaire. Sachant la valeur de R^2 de tous les points de référence, les points présentant les valeurs les plus élevées de R^2 par rapport à une limite prédéfinie sont sélectionnés pour le procédé de la localisation.

4.8 Techniques de localisation par empreintes digitales RF

Dans cette section, les principes des méthodes d'empreintes digitales en radio fréquence, aussi connues sous le nom de méthode de corrélation de base de données sont présentées. Même s'il y a différentes façons de construire la base de données, les méthodes utilisent toutes les mêmes éléments de base. Ces éléments sont identifiés et analysés dans cette section. Les différentes alternatives pour monter la base de données des empreintes digitales RF (Correlation database CDBs) sont présentées, ainsi que les avantages et les inconvénients de chacune de ces méthodes. On discute aussi les impacts sur la précision de la localisation.

Les techniques de localisation par empreintes digitales de RF sont des méthodes de positionnement d'une station mobile, qui peuvent être appliquées dans le réseau sans fil. Bien qu'il y ait plusieurs manières d'implémenter ces techniques de localisations, elles sont toutes basées sur les mêmes éléments de base :

- *Empreintes digitales de RF* : c'est un ensemble des paramètres liant le signal et la localisation, qu'on trouve dans le réseau d'accès radio (RAN : radio access network). Chaque empreinte digitale de RF est associée avec une position spécifique. Plus le nombre de paramètres observés par signal est élevé, plus le nombre des empreintes digitales spécifiques augmente et plus la précision de localisation est meilleure.

- *CDB* : les empreintes digitales de RF sont recueillies pour une zone de test donnée, ou bien elles sont générées en utilisant des modèles de simulation, et sont stockées dans une base de données dite CDB. Cette base a accès directement aux serveurs de localisation. Chaque empreinte digitale stockée dans le CDB est associée à une position spécifique.
- *Serveur de localisation* : c'est un élément du réseau qui reçoit les demandes de localisation, consulte les bases de données, et estime la position de la station mobile.
- *Réduction de l'espace de recherche à partir du CDB* : le CDB peut être très immense, et l'analyse des toutes les empreintes digitales qui y sont stockées peut consommer beaucoup de temps. Par conséquent, toutes les techniques de localisation par empreintes digitales de RF utilisent les méthodes de réduction de l'espace de recherche à partir du CDB. Le temps de traitement pour sortir une position fixe sera donc réduit.
- *Rapprochement de la forme* : pour estimer la position d'une station mobile, le serveur de localisation doit comparer l'empreinte digitale RF mesurée par le MS avec un sous-ensemble d'empreintes digitales RF stockées dans le CDB. Cette comparaison ou rapprochement de la forme peut utiliser différentes techniques.

Toutes les techniques de localisation se basant sur l'empreinte digitale se font en deux phases. La première est la phase de formation, où le CDB est construit. La seconde est le test où la phase opérationnelle durant laquelle l'estimation de la position du MS se fait.

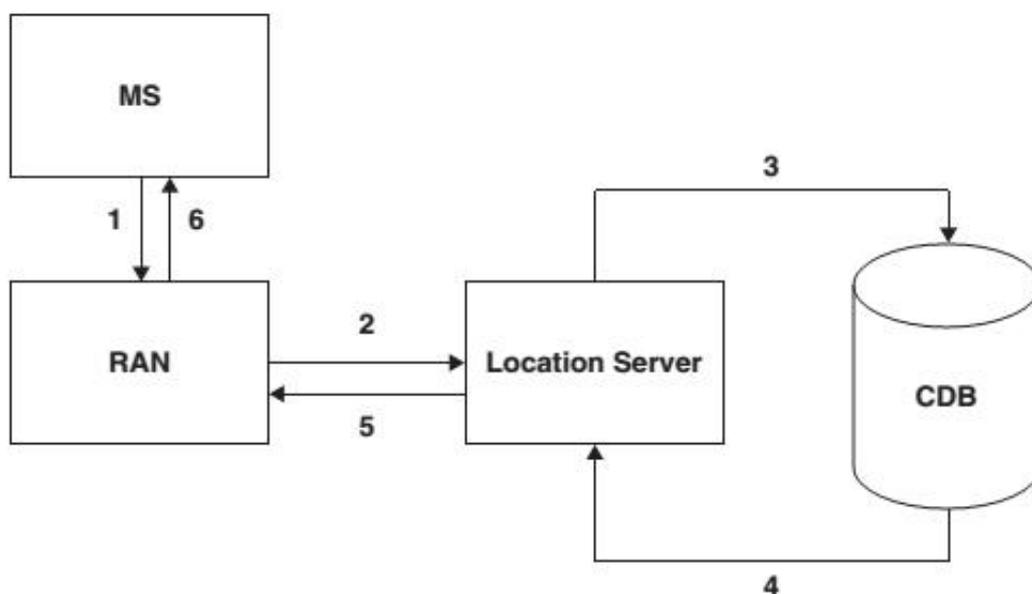


Figure 4.5 Schéma diagramme de localisation par empreintes digitales

Un diagramme simplifié de la solution de localisation par empreinte digitale est présenté à la figure 4.6. Ce diagramme correspond à une demande de position du MS. Dans l'étape 1, le MS envoie une demande de position à un serveur de localisation à travers le RAN. Dans l'étape 2, le RAN communique avec le serveur de localisation, normalement à travers une *passerelle*. Le serveur de localisation reçoit la demande de positionnement avec la mesure de l'empreinte digitale du MS. Dans l'étape 3, le serveur de localisation fait une demande au CDB pour l'étape 4. Dans cette étape les empreintes digitales de RF contenues dans la base de données sont comparées avec celle mesurée par le MS. Le serveur de localisation applique alors l'estimation de localisation ou la fonction de comparaison pour obtenir la position estimée du MS, qui est renvoyée au MS à travers le RAN par l'étape 5 et 6.

4.8.1 Empreintes digitales de RF

Une empreinte digitale de RF est un ensemble de paramètres liant le signal et la localisation mesuré par la station mobile ou les points de référence cellulaires. Tout comme une empreinte digitale humaine, qui donne l'identification unique d'une personne, l'empreinte digitale de RF devrait identifier de manière unique une position géographique. Afin de permettre cette identification unique, le nombre de paramètres de signal dans l'empreinte digitale en RF devrait être assez élevé. Une empreinte digitale de RF peut être classifiée comme une *cible* ou une *référence*. Une empreinte digitale RF cible est une empreinte digitale RF associée à une station mobile qui va être localisée. [4.04]

Les empreintes digitales de RF de référence sont les empreintes collectées durant la phase de formation et sont stockées dans le CDB. Chaque empreinte digitale de RF de référence est associée à des coordonnées géographiques uniques. Idéalement, tous les paramètres utilisés dans l'empreinte digitale cible doivent être présents dans l'empreinte digitale de référence. On va utiliser une matrice d'empreinte digitale cible de dimensions $N_a \times 3$:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} ID_1 & RSS_1 & RTD_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ ID_{N_a} & RSS_{N_a} & RTD_{N_a} \end{bmatrix} \quad (4.104)$$

Où N_a est le nombre de points de référence cellulaires incluant le MS ;

ID_i et RSS_i sont respectivement l'identité de la cellule (Cell id CID) et les niveaux de signal mesurés (RSS) au i ème point de référence.

RTD_i est le *round trip delay* entre le MS et le i ème point de référence.

Les lignes sont ordonnées de façon descendante suivant la valeur de mesures de RSS, donc $RSS_i \geq RSS_j$ si $i \leq j$. Les étapes de quantification de RSS et de RTD, les plages dynamiques, le nombre maximum de points de référence cellules, et le nombre de valeur de RTD sont spécifiques pour chaque type de réseau sans fil. Dans certain réseau, comme le GSM, la valeur de RTD n'est disponible que pour le meilleur serveur, qui est d'habitude le point de référence cellule dont la valeur de mesure de RSS est la plus élevée. Dans les autres réseaux, comme le WIFI, la valeur de RTD n'est pas disponible.

Une large variété des paramètres de signal peut être sélectionnée pour former une empreinte digitale de RF : le RSS, le RTD, et le profil de retard de puissance obtenu par la réponse impulsionnelle du canal, le DOA, etc. Et ces paramètres sont mesurés à partir (ou par) un nombre donné de points de référence cellules.

Idéalement, les paramètres sélectionnés devraient toujours être disponibles dans le réseau. L'utilisation de paramètres qui sont couramment utilisés dans l'appel ou la gestion de session empêche une charge supplémentaire au RAN.

Un autre point bénéfique de cette approche est aussi le fait qu'aucunes modifications-hardware et software- ne sont requises par rapport aux stations mobiles, donc il est possible de localiser un MS quelconque à partir d'une zone de couverture. C'est pourquoi les paramètres les plus utilisés sont le RSS et le RTD.

Le MS mesure périodiquement le canal contrôle du RSS de la cellule concerné afin de permettre la sélection des cellules et le handover. Ces valeurs sont reportées au cœur du réseau à travers des messages spécifiques dites rapports des mesures du réseau.

La valeur du RTD est périodiquement mesurée soit par le MS, soit par le point de référence cellule dans le réseau en utilisant le code de multiplexage par répartition ou multiplexage de répartition temporelle de la couche physique.

4.8.2 CDB

Le CDB est la collection des empreintes digitales de référence. Comme discuté auparavant, chaque point d'empreinte digitale de RF de référence est associé à des coordonnées géographiques uniques. Le CDB est construit durant la phase de formation de l'algorithme de localisation avec l'utilisation de la modélisation de propagation de signal, des mesures, ou de la combinaison de ce deux variantes.

4.8.2.1 Structure d'un CDB

Chaque élément d'un CDB contient une empreinte digitale de RF de référence et un ensemble de coordonnées géographiques. Pour la localisation à trois dimensions, la distribution de ces coordonnées dans la *zone de service* définit la structure du CDB. La zone de service se définit comme la région dans laquelle le service de localisation est offert.

1. *Grille uniforme* : Si le CDB est organisé comme *une grille uniforme*, toutes les coordonnées de références sont régulièrement espacées dans le plan. Une empreinte digitale de RF est associée à des coordonnées de référence. La distance entre les coordonnées de référence définit la résolution du plan. La résolution du plan est reliée à la précision de la localisation. La structure la plus appropriée pour la construction d'un CDB qui utilise le modèle de propagation est la grille uniforme
2. *Liste indexée* : Si le CDB est organisé comme *une liste indexée*, la distribution du plan des coordonnées de référence ne suit pas une forme régulière. Cette structure, est d'habitude adoptée pour une construction d'un CDB utilisant les mesures expérimentales. Par exemple, si le CDB est formé à partir des mesures de drive test sur une route, la forme irrégulière de cette route peut empêcher l'obtention d'empreintes digitales espacées.
Chaque élément dans la liste contient une empreinte digitale de RF et un ensemble de coordonnées géographiques de référence, obtenus soit par exemple par un GPS.

4.8.2.2 Construction d'un CDB- Champs de mesures

Le CDB peut être construit entièrement à partir des champs de mesure. Ceci a d'habitude besoin d'une station mobile, d'un logiciel pour collecter et traiter les mesures des interfaces radio fait par ce MS, d'un GPS récepteur, dans le cas des mesures en outdoor. Le logiciel peut fonctionner sur un laptop ou un ordinateur portable connecté au MS, où dans le MS lui-même. Périodiquement, les paramètres relatifs à la localisation, comme listés dans l'équation (4.105) sont collectés par le logiciel et sont stockés pour des traitements ultérieurs.

Ces paramètres sont soit mesurés par le MS soit par le réseau. Pour l'ensemble de paramètres recueillis, la position exacte de MS est enregistrée par le GPS récepteur connecté aux ordinateurs portables. Pour les mesures indoor, il peut être nécessaire d'utiliser une carte d'aménagement du bâtiment et d'y inscrire la position du référence du MS avec les buildings. Les coordonnées de référence de MS et les paramètres de mesures dépendant de la localisation forment les entrées du CDB.

Les CDB empiriques des champs de mesures, produisent une précision élevée de localisation. Toutefois, il présente un inconvénient majeur, particulièrement dans un réseau métropolitain (MAN : metropolitan area networks). Dans ces réseaux, pour garder les CDBs empiriques à jour, des drives tests devraient se faire à chaque changement d'élément de RAN. Pourtant, ces changements : déploiement d'un nouveau site, changement du modèle d'azimuth et d'inclinaison d'antenne, augmentation ou diminution de puissance de transmission, arrivent souvent.

4.8.2.3 Construction d'un CDB- Modèle de propagation

Les principaux avantages de la construction de CDB à partir d'un modèle de propagation sont la facilité d'utilisation et la mise à jour de la base de données peu coûteuse. Même s'il y a des changements sur les éléments de RAN, il est juste nécessaire de ré-exécuter le modèle de propagation avec les nouveaux paramètres de RAN pour mettre à jour le CDB.

Toutefois, la précision de localisation peut être moins élevée que celle obtenue par les champs de mesure. Cette dégradation peut être minimisée par une calibration propre du modèle de propagation.

Nous avons déjà vu dans les chapitres précédents les différents modèle mathématiques pour la prédiction de propagation radio, et ils peuvent être groupés en deux classes fondamentales : déterministe et empirique. Les modèles de propagation déterministes sont basés sur les techniques de trace de rayon. Ils décrivent les ondes de propagation électromagnétique en utilisant les rayons partant de l'antenne de l'émetteur. Ces rayons sont réfléchis et diffractés par les obstacles. Les modèles de trace de rayon demandent une connaissance très précise de l'environnement et requiert une charge très élevée de calcul, résultant un temps de traitement long.

Les modèles de propagation empiriques sont basés sur les champs de mesure, qui après les analyses statistiques donnent lieu à des équations paramétriques de perte de propagation. Ces paramètres ou coefficient peuvent être ajustés, par certaines limites prédéterminées, pour mieux représenter un environnement de propagation particulier.

Les modèles empiriques sont moins intenses en calcul même s'ils présentent moins de précision par rapport aux modèles de propagation déterministes, ils procurent néanmoins une précision juste par rapport à la précision moyenne de toutes les techniques de localisation par empreintes digitales de RF, notamment pour le positionnement en outdoor.

Le modèle d'Okumara-Hata est un exemple d'une formule empirique pour estimer la perte de propagation à partir des champs de mesures extensifs dans les zones urbaines. Ce modèle est applicable dans les systèmes UHF(ultrahigh-frequency) et le VHF(very high-frequency) sous les conditions suivantes :plage de fréquence 100-1500Mhz, distance 1-20km, hauteur de l'antenne de station de base 20-30m, et hauteur de l'antenne de MS 1-10m. Les modèles d'Okumara-Hata sont largement utilisés dans la planification RF des réseaux cellulaires.

La formule basique de perte de propagation d'Okumara-Hata prend en compte les diffractions à travers les terrains et les buildings. Pour ce faire, la topographie de la zone de service est représentée par une matrice \mathbf{H} , notée comme un modèle d'élévation digitale ou une base de donnée topographique digitale.

Chaque élément de la matrice h_{ij} stocke la hauteur moyenne du terrain à travers $r_H \times r_H \text{ m}^2$ de surface et est référé comme un *pixel*. Les paramètres r_H est la résolution plane de la matrice \mathbf{H} . La matrice \mathbf{H} peut aussi contenir, en plus de la hauteur du terrain, les hauteurs des buildings. Si la région couvre une surface totale de $l \times w \text{ m}^2$, alors \mathbf{H} a $\left[\frac{l}{r_H}\right] \times \left[\frac{w}{r_H}\right]$ éléments (pixel).

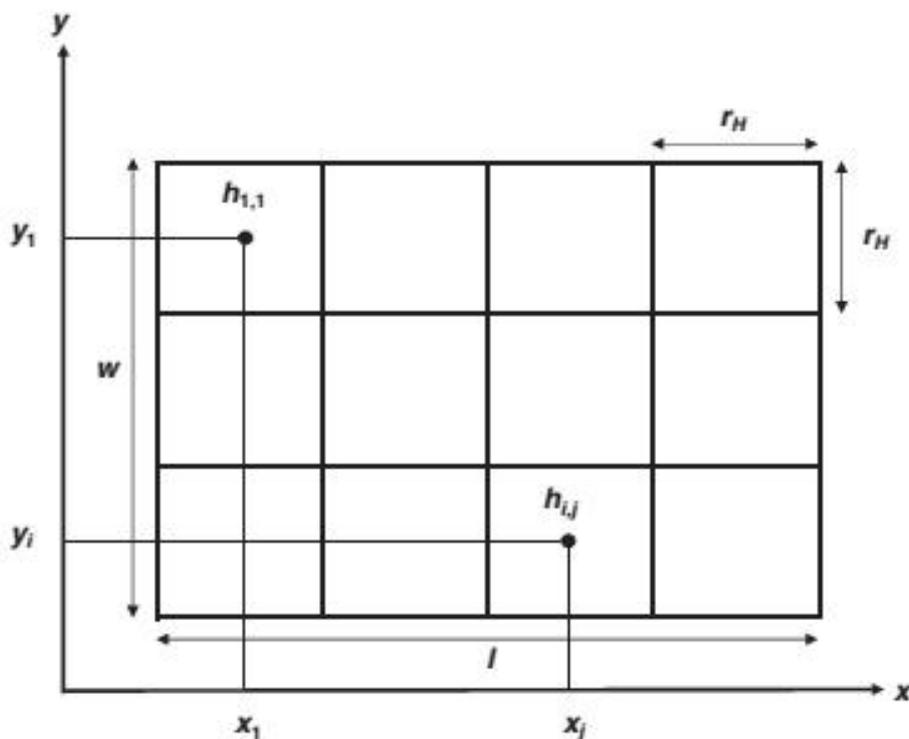


Figure 4.6 Représentation en matrice de la zone de service

Pour représenter la surface de la zone de service sur un plan, divisée par des pixels espacés, il est nécessaire d'appliquer le système de coordonnées géographiques qui utilise une projection cartographique rectangulaire. Le Universal Transverse Mercator (UTM) est un exemple de ce type de système. Si le système utilise UTM et que $h_{1,1}$, le premier élément de \mathbf{H} est placé au coin Nord-Ouest de la zone de service, comme décrit dans la figure 4-6.

Si les coordonnées de UTM $[x_1 y_1]^T$ de $h_{1,1}$ sont connues, alors les coordonnées de $h_{i,j}$ sont données par :

$$\begin{bmatrix} x_j \\ y_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 + r_H(j - 1) \\ y_1 - r_H(i - 1) \end{bmatrix} \quad (4.105)$$

où $i = 1, 2, \dots, \left\lceil \frac{w}{r_H} \right\rceil$ et $j = 1, 2, \dots, \left\lceil \frac{l}{r_H} \right\rceil$

Le profil du terrain- incluant la hauteur des buildings si disponible- entre la même cellule et le pixel (i, j) est obtenu à partir du modèle de l'élévation digitale. La figure 4-7 montre un profil du terrain et la limite de la première zone de Fresnel dans une liaison radio.

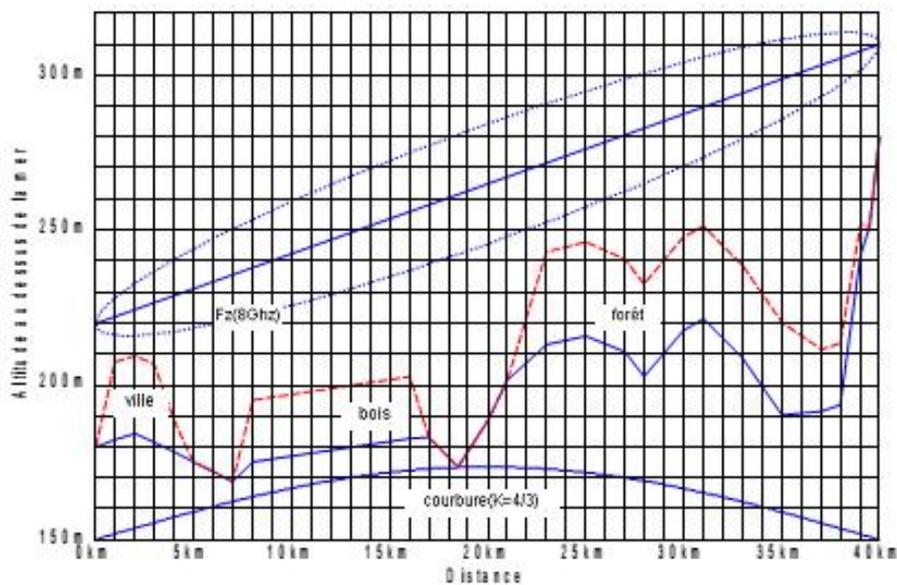


Figure 4.7 Exemple d'un profil du terrain

Après avoir obtenu le profil du terrain, les pertes en diffractions doivent être calculées en utilisant un modèle spécifique, comme Peterson-Epstein, Bullington ou Deygout.

La perte de propagation moyenne d'Okumara-hata en dB entre la k ème cellule de la zone de service et le pixel (i, j) , plus la perte de diffraction additionnelle $u_{i,j,k}$ est donnée par :

$$L_{i,j,k} = c_1 + c_2 \log_{10}(d_{i,j,k}) + c_3 \log_{10}(z_k) + c_4 u_{i,j,k} + c_5 \log_{10}(z_k) \log_{10}(d_{i,j,k}) \quad (4.106)$$

Où z_k est la hauteur effective de l'antenne de la k ème cellule en mètre et $d_{i,j,k}$ est la distance en mètre entre la k ème cellule et le pixel (i, j) .

Le modèle des coefficients $(c_1, c_2, c_3, c_4$ et c_5 dépend de la morphologie de la zone et de la fréquence de transmission. Les valeurs des coefficients sont $c_1 = -12.1, c_2 = -44.9, c_3 = -5.83, c_4 = 0.5$ et $c_5 = 6.55$. Toutes ces valeurs sont des valeurs standards au modèle d'Okumara-Hata dans l'environnement urbain à part la valeur de c_4 , qui est empiriquement définie. Les angles verticale ϕ et horizontale θ entre l'antenne de la k ème cellule et le pixel (i, j) sont calculées à l'aide de la trigonométrie sachant les coordonnées dans l'espace de l'antenne et du pixel. La puissance de transmission du canal control de la k ème cellule est supposée être connue, comme les pertes des connecteurs entre les câbles de l'émetteur et de l'antenne.

Par conséquent, avec ces rayonnements, il est possible d'estimer le EIRP (effective isotropic radiated power) du pixel (i, j) . Cette direction est définie par les angles ϕ et θ . La valeur de mesure de RSS du canal control de la k ème cellule en dBm au pixel (i, j) est donnée par :

$$RSS_{i,j,k} = EIRP_{i,j,k} - L_{i,j,k} \quad (4.107)$$

Où $EIRP_{i,j,k}$ est le EIRP du canal de control de la k ème cellule du pixel (i, j) et $L_{i,j,k}$ est la perte de propagation entre le k ème cellule et le pixel (i, j) donnée par l'équation (4.106).

En considérant l'empreinte digitale de RF décrit dans l'équation (4.105), les valeurs de RTDs devraient aussi être estimées. Les valeurs de référence RTD entre la k ème cellule et le pixel (i, j) peuvent être calculées par :

$$RTD_{i,j,k} = \left\lfloor \frac{2d_{i,j,k}}{cT_s} \right\rfloor \quad (4.108)$$

Où c représente la vitesse de la lumière dans l'espace libre en mètre par seconde, T_s est la période du symbole en seconde, et $d_{i,j,k}$ est la distance en mètre entre la k ème cellule et le pixel (i, j) .

L'équation (4.108) suppose une condition de visibilité directe entre l'antenne de transmission et le pixel, mais qui est rarement le cas, particulièrement dans les zones urbaines denses.

Pour améliorer la précision des valeurs des références RTD, le retard de propagation additionnelle causé par les conditions de non visibilité directe peut être modélisé comme une variable aléatoire.

La conception de l'empreinte digitale de référence RF au pixel (i, j) est complétée après le calcul de $RSS_{i,j,k}$ et de $RTD_{i,j,k}$ pour $k = 1, 2, \dots, N_{i,j}$, où $N_{i,j}$ est le nombre de cellules dont les valeurs prédites des mesures de RSS sont au-dessus du minimum de limite au pixel (i, j) . A noter que $1 \leq N_{i,j} \leq N_c$, où N_c est le nombre total de cellules dans la zone de service.

L'empreinte digitale de référence RF au pixel (i, j) est alors représentée par :

$$\mathbf{S}_{i,j} = \begin{bmatrix} ID_{i,j,1} & RSS_{i,j,1} & RTD_{i,j,1} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ ID_{i,j,N_{i,j}} & RSS_{i,j,N_{i,j}} & RTD_{i,j,N_{i,j}} \end{bmatrix} \quad (4.109)$$

Où $ID_{i,j,k}$ est la cellule ID du k ème cellule.

Les lignes sont ordonnées de façon descendante suivant les mesures de RSS, ce qui veut dire $RSS_{i,j,k'} \geq RSS_{i,j,k''}$ si $k' \leq k''$

La construction du CDB est complète après le calcul des éléments de $S_{i,j}$ pour tous les pixels de la zone de service, qui est $i = 1, 2, \dots, \left\lfloor \frac{w}{r_H} \right\rfloor$ et $j = 1, 2, \dots, \left\lfloor \frac{l}{r_H} \right\rfloor$

La structure du CDB obtenue suit la grille uniforme.

La résolution plane du CDB détermine les précisions attendues des méthodes de localisation. Donc si r_H est plus petite que la précision attendue de la localisation, la grille CDB peut alors être sous-échantillonnée.

La matrice résultant aura comme nombre d'élément $\left\lfloor \frac{l}{r_S} \right\rfloor \times \left\lfloor \frac{w}{r_S} \right\rfloor$, où r_S est la nouvelle résolution plane de CDB.

La figure 4-8 montre un exemple où $r_S = 2r_H$. La nouvelle empreinte digitale de RF $S'_{1,1}$ du premier élément de matrice est obtenue en moyennant les empreintes digitales de RF de référence connues originales de $S_{1,1}$, $S_{1,2}$, $S_{2,1}$ et $S_{2,2}$. Le processus est répété pour tous les pixels, si les coordonnées UTM $[x_1 \ y_1]^T$ de $S'_{1,1}$ sont connues, alors les coordonnées de $S'_{i,j}$ sont :

$$\begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 + r_S(j - 1) \\ y_1 - r_S(i - 1) \end{bmatrix} \quad (4.110)$$

Où $i = 1, 2, \dots, \left\lfloor \frac{w}{r_S} \right\rfloor$ et $j = 1, 2, \dots, \left\lfloor \frac{l}{r_S} \right\rfloor$

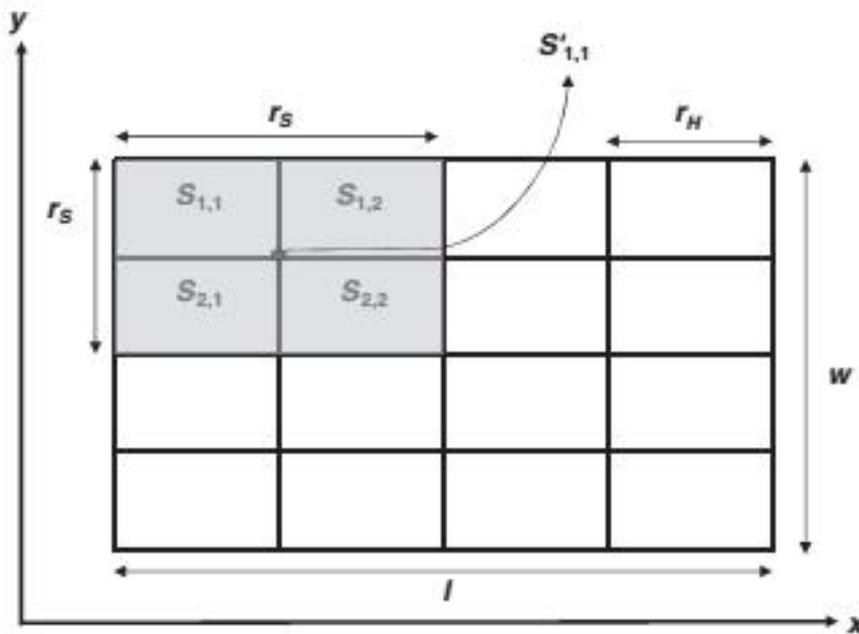


Figure 4.8 CDB en grille uniforme avec sous-échantillonnage

Si la construction du CDB se base sur le modèle de propagation, les champs de mesure peuvent toutefois être utilisés pour ajuster les modèles de propagation empirique. Cette procédure est utilisée pour améliorer la précision de la localisation. A chaque point de mesure, la mesure de RSS de chaque cellule détectée est collectée. Les coordonnées GPS du point de mesures sont enregistrées, permettant d'identifier le CDB pixel de sa localisation, comme montré à la figure 4-8.

La moyenne de la valeur de RSS de chaque cellule doit être calculée pour tous les points de mesures localisés au même pixel. Après, on arrive à compléter la route d'essai et chaque point de mesure est identifié par le 3-uplets (i_n, j_n, \mathbf{M}_n) comme montré à la figure 4-9. Le pair (i_n, j_n) indique le pixel où le n ème point de mesure est localisé. A noter que $1 \leq n \leq N_m$, où N_m est le nombre de points de mesure route de calibration. La matrice \mathbf{M}_n est l'ensemble de mesures RSS collectés au n ème point et est données par :

$$\mathbf{M}_n = \begin{bmatrix} ID_{n,1} & RSS_{n,1} \\ \vdots & \vdots \\ ID_{n,N_n} & RSS_{n,N_n} \end{bmatrix} \quad (4.111)$$

Où $ID_{n,k}$ et $RSS_{n,k}$ sont respectivement les k ème cellules ID et le RSS au n ème point de mesure. A noter que $1 \leq k \leq N_c$, où N_n est le nombre de cellules détectées au n ème point et on a $1 \leq N_n \leq N_c$. Les lignes sont ordonnées de façon descendante suivant la valeur de mesure RSS donc, $RSS_{n,k'} \geq RSS_{n,k''}$ si $k' \leq k''$.

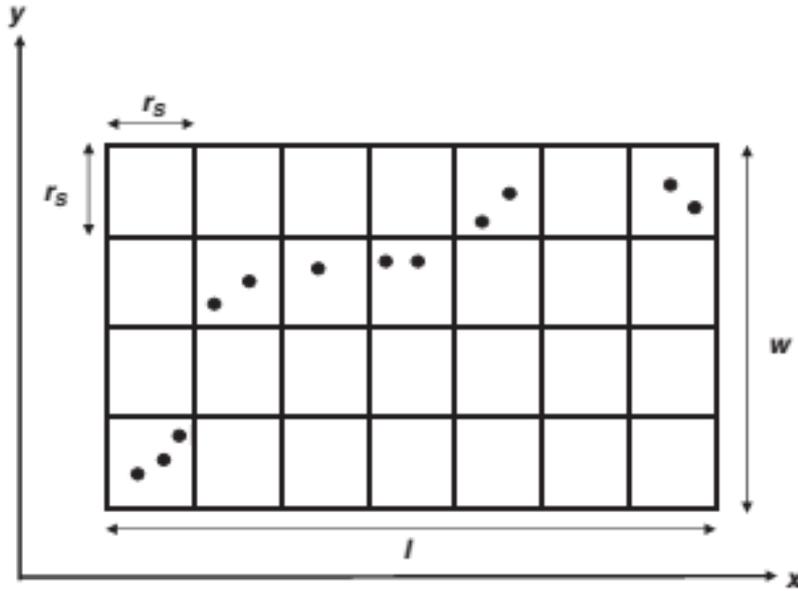


Figure 4.9 Route de calibration

Au n ème point de la route de calibration, la différence entre les valeurs prédites de RSS et les valeurs mesurée de la k ème cellule est donnée par :

$$b_{n,k} = \mathbf{M}_n(k', 2) - \mathbf{S}'_{i,j}(k'', 2) \quad (4.112)$$

Pour

$$\mathbf{M}_n(k', 1) = \mathbf{S}'_{i,j}(k'', 1) = ID_k \quad (4.113)$$

Et

$$(i_n, j_n) = (i, j) \quad (4.114)$$

Où ID_k est la k ème cellule ID.

On observe que k' est l'index de la ligne dans \mathbf{M}_n , dont la cellule ID (les valeurs de la première ligne) est égale à la k ème cellule ID , qui est ID_k . Une observation analogue peut se faire pour k'' et $\mathbf{S}'_{i,j}$. A noter que $1 \leq k' \leq N_n, 1 \leq k'' \leq N_{i,j}, 1 \leq k \leq N_c$, et $1 \leq n \leq N_m$

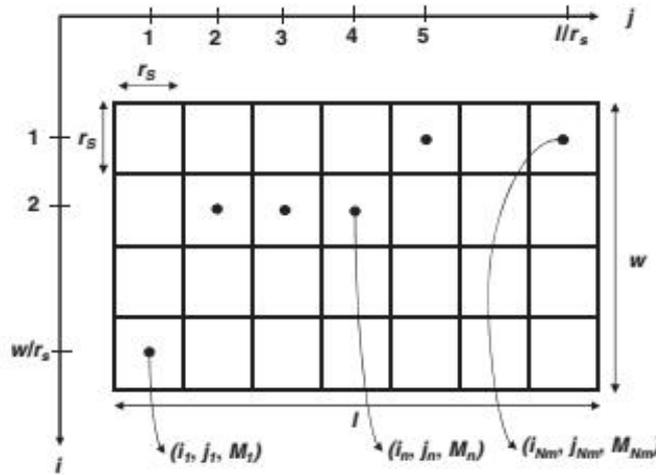


Figure 4.10 Route de calibration après application de la moyenne

En calculant le $b_{n,k}$ de tous les points de la route de calibration où les k cellules ont été détectées, on obtient une matrice \mathbf{B}_k de dimensions $N_{m,k} \times 1$. Le paramètre $N_{m,k}$ fait partie de ces points de calibration. A noter que $1 \leq N_{m,k} \leq N_m$.

La calibration du modèle de propagation se fait par cellule, définissant un facteur de calibration C_k qui devrait être ajouté à la perte de propagation de l'équation (4.107) entre la k ème cellule et le pixel (i, j) dans la zone de service.

Le facteur C_k minimise la somme des carrés des différences entre le k ème RSS mesuré et celui qui est prédit. Le facteur C_k en décibel peut être estimé en utilisant les moindres carrés de la façon suivante:

$$C_k = (\mathbf{V}^T \mathbf{V})^{-1} \mathbf{V}^T \mathbf{B}_k \quad (4.115)$$

Où \mathbf{V} est une matrice unitaire de dimensions $N_{m,k} \times 1$.

4.8.2.4 Construction d'un CDB avec combinaison des valeurs prédites et mesurées

Il est aussi possible d'utiliser à la fois les valeurs prédites et les valeurs mesurées des empreintes digitales de référence pour construire le CDB. Premièrement, le CDB est structuré par une grille uniforme à partir des modèles de propagation. Après, plusieurs mesures sont réalisées pour collectionner les empreintes digitales de référence. Ces points de mesures peuvent être identifiés durant un drive test.

Au niveau des pixels où les points de mesure sont disponibles, les empreintes digitales de référence mesurées remplacent les empreintes digitales prédites. Pour alléger la discontinuité entre les valeurs de RSS mesurées et prédites, quelques formes d'interpolation peuvent être utilisées aux points de mesure. Pour les pixels qui sont très loin des points de mesures, les empreintes digitales de référence prédites sont les seules utilisées.

L'insertion des empreintes digitales de référence mesurées au niveau du CDB devrait augmenter la précision de la localisation de la station mobile, particulièrement sur et aux alentours des pixels où ces empreintes sont disponibles. Toutefois, comme le cas d'un CDB construit totalement à partir des mesures, la mise à jour est aussi un problème pour ce genre de CDB mixte.

Une solution alternative pour mettre à jour un CDB mixte est l'utilisation des *écouteurs passifs*, qui sont des stations mobiles placées à des positions fixes connues. Ces MS font des mesures qui sont ensuite envoyées aux stations de base, permettant une mise à jour automatique de la base de données du CDB. Il est possible d'augmenter la précision de la localisation dans une zone donnée en déployant un nombre assez élevé des écouteurs passifs dans cette zone.

4.8.3 Techniques de réduction de la zone de recherche

Chaque élément du CDB contient une empreinte digitale de RF de référence et un ensemble de coordonnées géographiques. Une *zone de recherche* est l'ensemble des éléments de CDB dont les empreintes digitales de RF de référence sont à comparer aux empreintes digitales de RF cibles. Les coordonnées géographiques de la zone de recherche sont appelées *candidates de la localisation* pour la localisation de la station mobile.

Initialement, la zone de recherche comprend tous les éléments de CDB. Toutefois, il n'est pas faisable de comparer tous les empreintes cibles aux empreintes de référence stockées dans la base de données, car cela entraînerait une charge très élevée de calcul et par conséquent une très longue durée pour sortir la localisation. Il est nécessaire alors d'appliquer quelques

techniques pour réduire la zone de recherche, sans pour autant réduire la précision de la localisation. Deux méthodes de réduction de zone de recherche sont présentées dans cette section : le filtre de CDB et la recherche optimisée par Analyse Génétique GAs (Genetic Analyze).

La *zone de recherche originale* est représentée par un ensemble \mathcal{A} comprenant toute les éléments du CDB. Si le CDB est organisé en grille uniforme et que la zone de service couvre la surface totale de $l \times wm^2$, alors la cardinalité, qui est le nombre d'éléments, de l'ensemble \mathcal{A} est donnée par :

$$\# \mathcal{A} = \left\lceil \frac{1}{r_s} \right\rceil \times \left\lceil \frac{w}{r_s} \right\rceil \quad (4.116)$$

Où r_s est la résolution plane de la base CDB. L'ensemble \mathcal{A} est défini par :

$$\mathcal{A} = \left\{ (x_j, y_i, \mathbf{S}'_{i,j}) \mid i = 1, 2, \dots, \left\lceil \frac{w}{r_s} \right\rceil \text{ et } j = 1, 2, \dots, \left\lceil \frac{1}{r_s} \right\rceil \right\} \quad (4.117)$$

Où $\mathbf{S}'_{i,j}$ est l'empreinte digitale de RF de référence au pixel (i, j) . Les coordonnées géographiques (x_j, y_i) du pixel (i, j) sont données par l'équation (4.110).

L'espace de recherche réduite \mathcal{A} est un sous-ensemble de \mathcal{A} . Le facteur de réduction de la zone de recherche est :

$$\gamma = 1 - \frac{\# \mathcal{D}}{\# \mathcal{A}} \quad (4.118)$$

Où $\# \mathcal{A}$ et $\# \mathcal{D}$ sont respectivement le nombre d'éléments dans la zone originale de recherche (\mathcal{A}) et celui dans la zone de recherche réduite (\mathcal{D}). A noter que $\mathcal{D} \subset \mathcal{A}$.

4.8.3.1 Première étape du filtre d'un CDB

Dans la première étape de filtrage, la zone de recherche \mathcal{A} est réduite aux éléments du CDB venant de la zone des meilleurs serveurs dont les mesures de RSS sont les plus élevées pour l'empreinte digitale cible, on obtient alors :

$$\mathcal{B} = \left\{ (x_j, y_i, \mathbf{S}'_{i,j}) \mid \mathbf{S}'_{i,j} \in \mathcal{A} \text{ et } \mathbf{S}'_{i,j}(1,1) = \mathbf{F}(1,1) \right\} \quad (4.119)$$

Où $\mathbf{S}'_{i,j}(1,1)$ et $\mathbf{F}(1,1)$ sont respectivement la cellule ID du signal plus fort reçu par rapport à l'empreinte digitale de RF de référence et celle de l'empreinte digitale RF cible. L'empreinte

digitale de RF de référence est définie par l'équation (4.109). L'empreinte digitale RF cible est définie par l'équation (4.104).

4.8.3.2 Deuxième étape du filtre d'un CDB

Dans cette deuxième étape, la zone de recherche \mathcal{B} est réduite aux éléments où les meilleurs serveurs des références présentent la même valeur RTD par rapport au meilleur serveur de l'empreinte digitale de RF cible. L'ensemble résultant est représenté par :

$$\mathcal{C} = \{(x_j, y_i, \mathbf{S}'_{i,j}) | \mathbf{S}'_{i,j} \in \mathcal{B} \text{ et } \mathbf{S}'_{i,j}(1,3) = \mathbf{F}(1,3)\} \quad (4.120)$$

Où $\mathbf{S}'_{i,j}(1,3)$ et $\mathbf{F}(1,3)$ sont respectivement les valeurs RTD du meilleur serveur de l'empreinte digitale de RF de référence et de la cible. Cette étape ne se fait pas lorsque les valeurs de RTD ne sont pas disponibles comme dans le cas de Wi-Fi.

4.8.3.3 Troisième étape du filtre d'un CDB

Dans cette troisième étape, la zone de recherche \mathcal{C} est réduite aux éléments où les empreintes digitales de RF de référence contiennent les premières N cellules listées dans l'empreinte digitale de RF cible. Comme les lignes de \mathbf{F} sont ordonnées de façon descendante suivant les valeurs de RSS, ces cellules N sont celles présentant les valeurs de RSS les plus élevées dans \mathbf{F} . L'ensemble de cellules ID N avec les valeurs de RSS les plus élevées dans l'empreinte digitale de RF cible est donné par :

$$I_{T_N} = \{\mathbf{F}(1:N, 1) | N \in [1, N_a]\} \quad (4.121)$$

Où N_a est le nombre de points de référence cellule de \mathbf{F} .

L'ensemble de cellule ID dans l'empreinte digitale de RF de référence au pixel (i, j) est donnée par :

$$I_{R,i,j} = \{\mathbf{S}'_{i,j}(1:N_{i,j}, 1) | \mathbf{S}'_{i,j} \in \mathcal{C}\} \quad (4.122)$$

Où $N_{i,j}$ est le nombre de cellules dans $\mathbf{S}'_{i,j}$.

La cardinalité de l'ensemble $(I_{R,i,j} \cap I_{T_N})$ nous donne le nombre de cellules ID dans l'empreinte digitale de RF de référence du pixel (i, j) qui proviennent des N cellules ID présentant les valeurs de RSS les plus élevées à l'empreinte digitale de RF cible. Dans la troisième étape, la zone de recherche \mathcal{C} est réduite aux éléments dont $\#(I_{R,i,j} \cap I_{T_N}) \geq N$. La zone de recherche réduite obtenue est alors représentée par :

$$\mathcal{D} = \{(x_j, y_i, \mathbf{S}'_{i,j}) | \mathbf{S}'_{i,j} \in \mathcal{C} \text{ et } (I_{R,i,j} \cap I_{T_N}) \geq N \text{ et } N \in [1, N_a]\} \quad (4.123)$$

A noter que $\mathcal{D} \subset \mathcal{C} \subset \mathcal{B} \subset \mathcal{A}$ et $\# \mathcal{D} \ll \# \mathcal{A}$.

4.8.3.4 Recherche optimisée utilisant le GAs

Le GAs est une technique de recherche optimisée basée sur le principe de sélection naturelle et de reproduction génétique, qui devrait converger vers une solution très optimale après avoir évalué un petit sous-ensemble de l'ensemble de la zone de recherche.

Chaque candidate de solution est un individu, représentée par un numéro de séquence dite chromosome. Quand on utilise une représentation binaire, chaque bit du chromosome est considéré comme un gène.

L'ensemble des individus de chaque cycle ou chaque génération est appelé population. Les individus de la population sont modifiés et combinés au moyen d'opérateurs génétiques (croisement, mutation, élitisme) produisant une nouvelle population pour la génération suivante.

Le croisement rassemble des segments de chromosome de deux individus (parents), produisant deux nouveaux individus (croisement des enfants) pour la prochaine génération. La mutation est une modification aléatoire d'un ou plusieurs gènes d'un chromosome. L'élitisme est une technique de clonage du meilleur individu de la génération dans le prochain cycle.

L'aptitude d'un individu est déterminée par une fonction d'évaluation. Les individus les plus aptes ont une probabilité élevée d'être sélectionnés pour la reproduction. Le meilleur individu dans une population est celui qui réalise la plus grande valeur dans la fonction d'évaluation. Ce cycle continue jusqu'à un critère d'arrêt (nombre maximum de génération, l'aptitude du meilleur individu, le temps de traitement,...) est atteint. Le meilleur individu de la dernière génération fournit une solution très optimale au problème.

Pour l'application de la réduction de zone de recherche par GA, chaque individu est un pixel. Chaque pixel a une empreinte digitale de RF de référence, qui est utilisée pour évaluer l'aptitude de l'individu. Les étapes de GAs sont les suivantes :

1. Initialiser la première génération de la population, en sélectionnant de façon aléatoire les individus de l'ensemble \mathcal{B} , comme défini dans l'équation (4.119) ;
2. Evaluer l'aptitude de chaque individu pour la population actuelle, en utilisant une fonction de corrélation ;
3. Créer les chromosomes, convertir les coordonnées des individus en un format binaire ;
4. Appliquer les opérateurs génétiques- croisement, mutation, élitisme- pour créer une nouvelle génération ;
5. Convertir les chromosomes sous format naturel ;
6. Si le critère d'arrêt est atteint, fournir la localisation du MS, par les coordonnées de l'individu le plus apte, sinon retourner à l'étape 2.

Chaque individu a une empreinte digitale de RF de référence. Plus la corrélation entre l'empreinte digitale de RF de référence et cible est grande, plus l'aptitude de cet individu est élevée. L'individu le plus apte d'une génération quelconque est celui qui réalise la corrélation la plus élevée.

Dans un CDB de grille uniforme, la longueur de chaque chromosome crée dans la troisième étape est le nombre de bits nécessaires pour identifier la position d'un pixel, qui est la ligne et la colonne du CDB et est donnée par :

$$\left\lceil \left(\log_2 \left\lceil \frac{l}{r_s} \right\rceil + \log_2 \left\lceil \frac{w}{r_s} \right\rceil \right) \right\rceil \quad (4.124)$$

Où $l \times w$ m² est la surface de la zone de service et r_s et la résolution plane du CDB

Le GA s'arrête lorsqu'une de ces conditions est satisfaite :

- le nombre maximum de génération g_{max} est atteint ;
- l'aptitude du meilleur individu durant les générations α consécutives ne s'améliore pas par une valeur plus grande que ε .

La deuxième condition est une modification du critère d'arrêt commun qui se base sur le nombre de générations : si l'aptitude du meilleur individu atteint le régime permanent, cela veut dire

que l'algorithme atteint son maximum local, et par conséquent il n'est plus nécessaire d'évaluer des nouvelles générations.

La zone de recherche réduite \mathcal{D} contient les coordonnées des empreintes digitales de RF de référence de tous les individus évalués durant toutes les générations. La cardinalité de l'ensemble \mathcal{D} est $\# \mathcal{D} = g \times \tau$, où g est le nombre de générations et τ est le nombre d'individus par génération. A noter que $g \leq g_{max}$ et que $\mathcal{D} \subset \mathcal{B} \subset \mathcal{A}$.

4.8.4 Rapprochement de la forme de l'empreinte digitale de RF

Après l'établissement de l'empreinte digitale, du CDB, de la zone de recherche, et les techniques de réduction de cette zone, il est nécessaire de définir l'état des empreintes digitales de RF de référence par rapport à l'empreinte digitale RF cible. L'idée est de trouver une empreinte digitale de RF de référence dans la zone de recherche ayant la similarité ou la corrélation la plus élevée par rapport à l'empreinte digitale RF cible.

Si la similarité entre l'empreinte digitale de RF cible et celle du référence est évaluée en utilisant les *valeurs absolues de RSS*, elle peut se faire de deux manières :

- calculer la distance entre les espaces de RSS de dimensions N entre l'empreinte digitale de RF cible et celle du référence ou ;
- en utilisant un algorithme de rapprochement de la forme qui se base sur les réseaux de neurones.

Si la corrélation est évaluée suivant les *valeurs relatives de RSS*, elle peut se faire par exemple, en utilisant le *rang de coefficient de corrélation de Spearman*.

La station mobile est supposée être localisée au pixel dont l'empreinte digitale de RF de référence présente la corrélation la plus élevée par rapport à l'empreinte digitale de RF cible. Alternativement, au lieu de sélectionner seulement la meilleure correspondance, il est possible de sélectionner les K meilleures correspondances, dans laquelle la localisation du MS est donnée par une moyenne arithmétique des coordonnées des K . Cette méthode est dite *k-voisins les plus proches*.

4.8.4.1 Distance dans un espace RSS de dimensions N

La définition de la similarité entre les empreintes digitales de RF de référence et celle de la cible peut être considérée comme la détermination de la distance entre ces empreintes dans un espace de RSS de dimensions N .

Chaque dimension correspond à une cellule. La distance entre le k ème dimension est proportionnelle à la différence entre les valeurs de mesure de RSS de référence et celle du cible de la k ème cellule. La figure 4-11 montre un exemple pour $N = 3$. La distance euclidienne entre l’empreinte digitale de RF cible (point noir) et chaque empreinte digitale de RF de référence (point blanc) dans l’espace à trois dimensions de RSS est indiquée par la ligne segment.

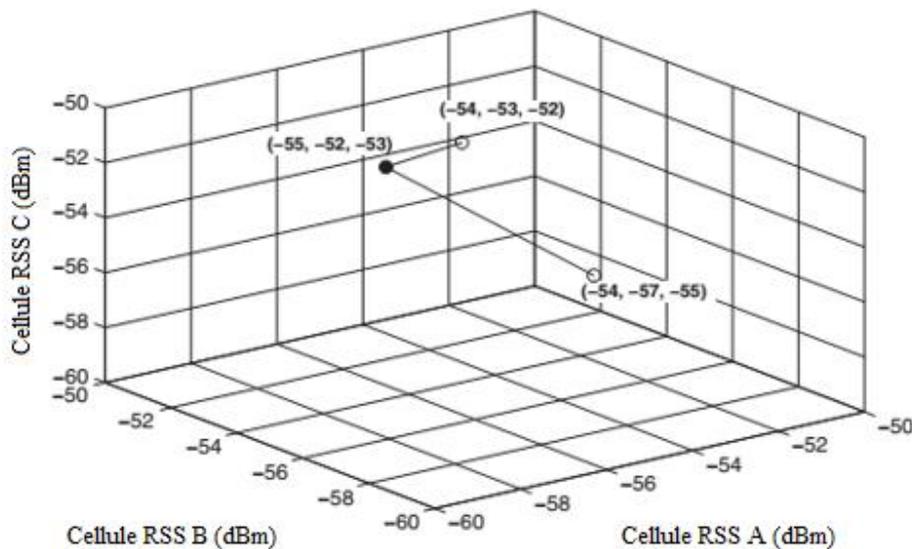


Figure 4.11 Distance Euclidienne entre l’empreinte digitale de RF cible (point noir) et chaque empreinte digitale de RF de référence (point blanc) dans l’espace en trois dimensions

La similarité ou la corrélation entre les empreintes digitales de RF de référence et de la cible est inversement proportionnelle à la distance de dimensions N entre ces empreintes digitales dans l’espace RSS. Cette distance peut être calculée par différentes métriques : la distance Euclidienne, *la somme des différences absolues*, ... L’utilisation de plusieurs mesures pourrait améliorer les valeurs estimées de localisation.

Deux situations sont à considérer lorsqu’on calcule la distance dans un espace RSS de dimensions N : un *cas particulier*, à appliquer particulièrement lorsqu’on utilise un filtre de CDB, et un *cas générique* par l’introduction de terme de pénalité.

Cas particulier : Pour simplifier, on suppose que le CDB est organisé en grille uniforme est que la zone de recherche \mathcal{D} est obtenue suivant un filtre de CDB. On suppose de même que $(i, j, \mathbf{S}'_{i,j}) \in \mathcal{D}$.

La distance Euclidienne entre l'empreinte digitale de RF cible \mathbf{F} et les empreintes digitales de RF de référence $\mathbf{S}'_{i,j}$ dans un espace RSS de dimensions N est donnée par :

$$d_{i,j} = \sqrt{\sum_{k=1}^N \left(\left| \frac{\mathbf{S}'_{i,j}(n_k, 2) - \mathbf{F}(k, 2)}{\delta} \right| \right)^2} \quad (4.125)$$

Où n_k est l'index de la ligne de $\mathbf{S}'_{i,j}$, dont le cellule ID est égale à la cellule ID de la k ème ligne de \mathbf{F} , qui est, $\mathbf{S}'_{i,j}(n_k, 1) = \mathbf{F}(k, 1)$ avec $n_k \in [1, N_{i,j}]$.

Le paramètre $N_{i,j}$ est le nombre des lignes dans $\mathbf{S}'_{i,j}$.

Le paramètre δ représente la mesure RSS du MS inhérente inexacte, et exprimé en décibel.

Dans l'équation (4.125) toute différence entre les valeurs de mesure de RSS de référence et celle de la cible plus petit que δ est considérée comme zéro.

Cas général avec le terme de pénalité : On suppose que le CDB est organisé en grille uniforme et que $(i, j, \mathbf{S}'_{i,j}) \in \mathcal{D}$. Dans ce cas, la distance Euclidienne entre l'empreinte digitale de RF cible \mathbf{F} et les empreintes digitales de RF de référence $\mathbf{S}'_{i,j}$ dans un espace RSS de dimensions N est donnée par :

$$d_{i,j} = \sqrt{\sum_{k=1}^N \left(\left| \frac{\mathbf{S}'_{i,j}(n_k, 2) - \mathbf{F}(m_k, 2)}{\delta} \right| \right)^2} + 2\beta(N_a - N) \quad (4.126)$$

Où n_k et m_k sont respectivement les indexes de la ligne de $\mathbf{S}'_{i,j}$ et \mathbf{F} , dont la cellule ID est égale à la cellule ID du k ème élément dans $I = \mathbf{S}'_{i,j}(:, 1) \cap \mathbf{F}(:, 1)$. A noter que $n_k \in [1, N_{i,j}]$ et que $m_k \in [1, N_a]$.

Le paramètre N_a est le nombre de points de référence cellule de \mathbf{F} . Le paramètre β est la plage dynamique de RSS, et est exprimé en décibel.

Dans l'équation (4.126), le paramètre N nous informe combien de cellule ID qui sont listées dans \mathbf{F} sont aussi listées dans $\mathbf{S}'_{i,j}$; qui est $N \neq I$. Contrairement à l'équation (4.125) ces cellules ID ne sont pas nécessairement celles qui sont les N valeurs les plus élevées de \mathbf{F} .

Pour chaque cellule ID de \mathbf{F} qui est absente de $\mathbf{S}'_{i,j}$, une pénalité 2β est ajoutée. Cette valeur est deux fois la différence entre les valeurs de RSS de référence et de la cible. A noter que quelque soit l'empreinte digitale de RF de référence, si $N = N_a$, les équations (4.125), et (4.126), donnent le même résultat.

Au lieu d'utiliser la distance Euclidienne, la somme des différences absolues est aussi utilisée, alors l'équation (4.127) devient :

$$d_{i,j} = \sum_{k=1}^N \left| \frac{\mathbf{S}'_{i,j}(n_k, 2) - \mathbf{F}(m_k, 2)}{\delta} \right| + 2\beta(N_a - N) \quad (4.127)$$

4.8.4.2 Rang de coefficient de corrélation de Spearman

Le type de fabrication des équipements de station mobile peut affecter les mesures de RSS. Par conséquent en un instant donné dans un même lieu, les divers équipements du MS peuvent donner plusieurs valeurs de RSS pour une même cellule. Si le CDB est construit par les champs de mesures utilisant certains équipements MS, et qu'un autre équipement MS est à localiser, alors il y aura un impact sur la précision de la localisation.

Pour pallier ce problème d'inter-équipement, au lieu d'utiliser les valeurs absolues de RSS dans la fonction de corrélation, on peut utiliser les valeurs relatives de RSS, qu'on qualifie par rang. Le rang des valeurs de mesure de RSS est plus robuste par rapport au problème d'inter-équipement. Ceci se base sur l'hypothèse que la relation entre le niveau de signal en entrée et les mesures de RSS est une fonction monotone croissante.

Pour mieux comprendre, considérons deux équipements de station mobile, MS_1 et MS_2 , placés au même endroit, et deux stations de base, BTS_A et BTS_B . Les signaux venant de ces stations de base atteignent les deux MS avec comme niveau de puissance de signal en entrée s_A et s_B . Les valeurs de RSS données par MS_1 sont RSS_{1A} et RSS_{1B} . Les valeurs de RSS données par MS_2 sont RSS_{2A} et RSS_{2B} .

Si la relation entre les niveaux de puissance de signal en entrée et les mesures de RSS suit une fonction monotone croissante, alors $s_A > s_B$, $RSS_{1A} > RSS_{1B}$ et $RSS_{2A} > RSS_{2B}$. Quand (RSS_{1A}, RSS_{1B}) est différente de (RSS_{2A}, RSS_{2B}) alors le rang des valeurs de RSS de BTS_A et BTS_B reste le même pour les deux équipements.

La similarité entre les différents rangs d'un même ensemble de cellules peut être évaluée par le coefficient de rang de corrélation de Spearman. Ce coefficient est utilisé pour calculer la corrélation entre l'empreinte digitale de RF cible \mathbf{F} et l'empreinte digitale de RF de référence $\mathbf{S}'_{i,j}$. Toutefois ces empreintes n'ont pas nécessairement le même nombre de cellules ni les mêmes cellules. Par conséquent, avant d'appliquer le facteur de corrélation de Spearman, quelques modifications sont nécessaires. Deux matrices \mathbf{V}_F et \mathbf{V}_S de dimensions $N_c \times 2$ sont créées, dont les valeurs initiales sont définies par :

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_F(n, 1) &= \mathbf{V}_S(n, 1) = ID_n \\ \mathbf{V}_F(n, 2) &= \mathbf{V}_S(n, 2) = ID_n \end{aligned} \quad (4.128)$$

Où $n = 1, 2, \dots, N_c$. Le paramètre N_c est le nombre de cellules dans la zone de service et ID_n est la cellule ID de la n ème cellule de cette zone.

La position de chaque cellule dans le rang de RSS de \mathbf{F} devrait être intégrée dans la deuxième colonne de la ligne correspondante de \mathbf{V}_F . Comme les lignes de \mathbf{F} sont ordonnées de façon descendante suivant les mesures de RSS, la position de chaque cellule dans le rang de RSS est l'index de la ligne, définie par :

$$\mathbf{V}_F(n_k, 2) = k \quad (4.129)$$

Où

$$\mathbf{V}_F(n_k, 1) = \mathbf{F}(k, 1), n_k \in [1, N_c] \text{ et } k = 1, 2, \dots, N_c$$

La même procédure devrait s'appliquer pour $\mathbf{S}'_{i,j}$ et \mathbf{V}_S

$$\mathbf{V}_S(n_k, 2) = k \quad (4.130)$$

Où

$$\mathbf{V}_S(n_k, 1) = \mathbf{S}'_{i,j}(k, 1), n_k \in [1, N_c] \text{ et } k = 1, 2, \dots, N_{i,j}$$

Le coefficient de rang de corrélation de Spearman entre l’empreinte digitale de RF cible et l’empreinte digitale de RF de référence au pixel (i, j) est donné par :

$$\rho_{i,j} = \frac{\sum_{n=1}^{N_c} \{(\mathbf{V}_F(n, 2) - \bar{R}_F)(\mathbf{V}_S(n, 2) - \bar{R}_S)\}}{\sqrt{\sum_{n=1}^{N_c} \{(\mathbf{V}_F(n, 2) - \bar{R}_F)^2\} \sum_{n=1}^{N_c} \{(\mathbf{V}_S(n, 2) - \bar{R}_S)^2\}}} \quad (4.131)$$

Où :

$$\bar{R}_F = \frac{1}{N_c} \sum_{n=1}^{N_c} \{\mathbf{V}_F(n, 2)\} \quad (4.132)$$

Et :

$$\bar{R}_S = \frac{1}{N_c} \sum_{n=1}^{N_c} \{\mathbf{V}_S(n, 2)\} \quad (4.133)$$

La distance de Spearman peut alors être définie par :

$$d_{i,j} = 1 - \rho_{i,j} \quad (4.134)$$

Comme $\rho_{i,j}$ varie entre -1 et 1, il est à noter que la distance de Spearman définie dans l’équation (4.134) varie entre 0 et 2.

4.9 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons introduit les aspects fondamentaux de la localisation basée sur le niveau du signal reçu. Notre principal objectif a été de présenter les possibilités ainsi que les limitations de la technique de localisation sur le plan théorique et sur le plan expérimental. Puisque la propagation radio est compliquée par la présence de diffraction, réflexion et diffusion, la robustesse des algorithmes de localisation est vraiment essentielle par rapport à l’environnement étudié.

CHAPITRE.5

LOCALISATION D'UN MOBILE D'UN RESAU 3G UTILISANT LA PLANIFICATION RESEAU ET LES MESURES DU RNC

5.1 Introduction

Des équipements de mesures additionnels peuvent être introduits ainsi que des drives test afin d'améliorer la performance du système de localisation. Toutefois, ceci peut entraîner des coûts élevés supplémentaires. Dans ce chapitre, nous proposons l'utilisation du logiciel de planification réseau existant de l'opérateur ainsi que les mesures du RNC (Radion Network Controler) pour déterminer une estimation de la position du mobile dans le réseau 3G.

Nous allons utiliser la méthode de localisation de RSSI par empreinte digitale RF. Les données des points de références sortiront du logiciel de la planification du réseau, tandis que les données du point cible seront collectées à partir des traces de mesures fournies par le RNC.

Nous allons donc détailler ce processus de localisation et illustrer la méthode utilisée dans une partie de la ville d'Antananarivo. Pour ce faire nous allons présenter en premier lieu l'architecture générale d'un réseau UMTS (*Universal Mobile Telecommunications System*) pour arriver à expliquer à travers les protocoles entre le Nœud B et le RNC la génération des données de mesures.

Nous allons ensuite décrire les paramètres essentiels des mesures utiles à l'estimation du positionnement du mobile. Avant de donner les résultats et analyses de la simulation, nous allons détailler les différentes étapes allant aux collectes des données jusqu' à l'estimation de la localisation proprement dite.

Les points forts de ce chapitre sont publiés sur le Journal Scientifique local MADA-ETI et journal international IJETR

- « *Localisation d'un mobile d'un réseau 3G utilisant la planification réseau et les mesures RNC*», MADA-ETI, ISSN 2220-0673, Vol.2, 2016, page 95-104, www.madarevues.gov.mg (annexe A1.3)
- « *Mobile location of UMTS network based on existing network planning software and measurement report from RNC*», IJETR, ISSN: 2321-0869 (O) 2454-4698 (P), Volume-6, Issue-4, December 2016,page 6-9, www.erpublication.org (annexe A1.4)

5.2 Architecture générale d'un réseau UMTS

Une architecture de référence pour l'UMTS en mode commutation de paquet est donnée par la figure ci-dessous. Il est construit sur une architecture de deuxième génération. [5.01] [5.02]

L'architecture est composée de trois « domaines » :

- Le domaine de l'équipement usager UE (User Equipment),
- Le réseau d'accès radio « universel » UTRAN (Universal Terrestrial Radio Access Network),
- Le réseau cœur CN (Core Network).

Chaque domaine réalise une fonction bien précise dans le réseau, tandis que les points d'échange, notés par Uu et Iu, Iub servent d'interfaces permettant les échanges entre les différentes parties du réseau. [5.03] [5.04]

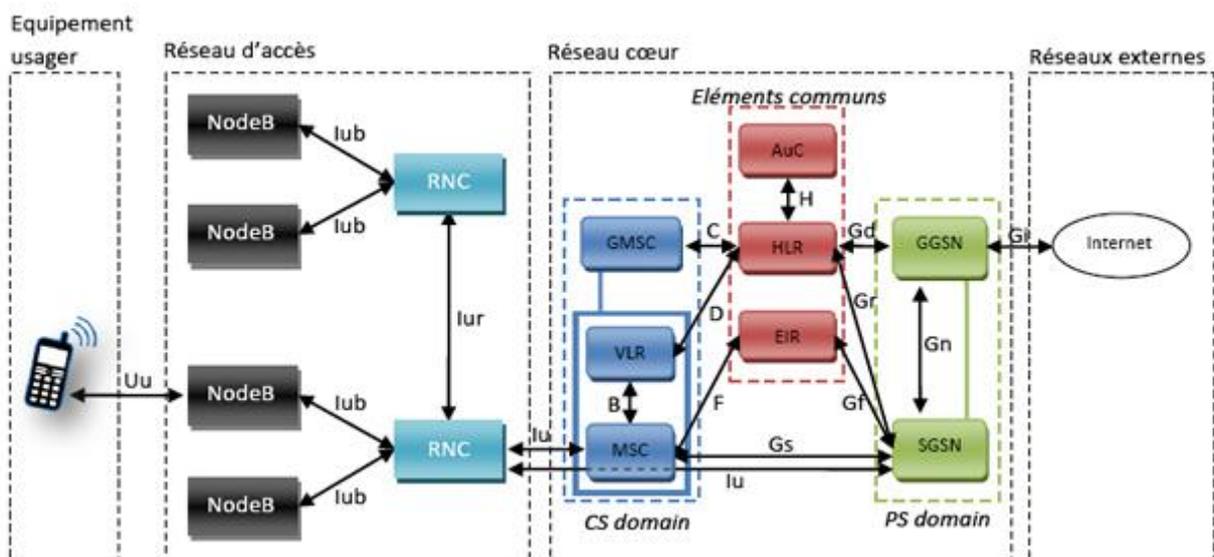


Figure 5.1. Architecture globale du réseau UMTS

5.2.1 Domaine Equipement usager

Le domaine de l'équipement usager (UE) comprend l'ensemble des équipements terminaux. Il comprend à la fois l'équipement terminale et l'USIM (Universal Subscriber Identity Module). Ce domaine permet à l'utilisateur d'accéder à l'infrastructure par l'intermédiaire de l'interface Uu. L'équipement mobile se subdivise en deux parties :

- ❖ l'équipement terminal (TE ou Terminal Equipment) est la partie où les données d'information sont générées en émission ou traitées en réception ;
- ❖ USIM, est une application qui gère les procédures d'authentification et de chiffrement des services auxquels l'abonné a souscrit. L'USIM réside dans une carte à puce appelée UICC (UMTS Integrated Circuit Card).

5.2.2 Domaine UTRAN

L'UTRAN ou UMTS Terrestrial Radio Access Network prend en charge les fonctionnalités radio. Il fournit à l'UE (User Equipment) les ressources radio et les mécanismes nécessaires pour accéder au Core Network (CN). L'UTRAN est constitué de RNC (Radio Network Controller) et du Nœud B qui est comme une station de base.

Le Nœud B assure la transmission et la réception d'informations entre l'UTRAN et un ou plusieurs équipements usagers. Parmi ses fonctions, on peut citer le contrôle de puissance. En effet, la puissance d'émission de l'UE est contrôlée systématiquement pour lui assurer la même qualité de service indépendamment de sa position dans le réseau. Le RNC contrôle et gère les ressources radio (établissement, maintien et libération des canaux radio), effectue le contrôle d'admission CAC (Call Admission Control) et alloue des codes pour des nouveaux liens radio. Il effectue également le contrôle de la charge et de congestion, ainsi que d'autres fonctions liées à la mobilité notamment le handover qui permet à un terminal mobile de se déplacer d'une cellule à une autre.

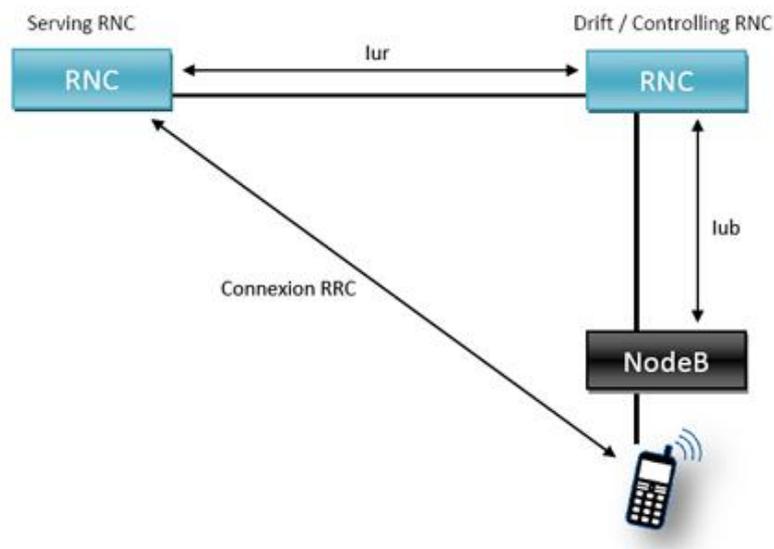


Figure 5.2. Représentation graphique de l'exemple de communication

Lorsqu'une communication est établie par un équipement usager, une connexion de type RRC (Radio Resource Control) est établie entre celui-ci et un RNC du réseau d'accès UTRAN. Dans ce cas de figure, le RNC concerné est appelé SRNC (Serving RNC). Si l'utilisateur se déplace dans le réseau, il est éventuellement amené à changer de cellule en cours de communication. Il est d'ailleurs possible que l'utilisateur change de NodeB vers un autre NodeB ne dépendant plus de son SRNC. Le RNC en charge de ces cellules distantes est appelé « controlling RNC ». Le RNC

distant est appelé « drift RNC » du point de vue RNC. Le « drift RNC » a pour fonction de router les données échangées entre le SRNC et l'équipement usager.

5.2.3 Réseau Cœur ou Core Network(CN)

Le réseau cœur de l'UMTS est composé de trois parties dont deux domaines :

- ❖ Le domaine CS (Circuit Switched) utilisé pour la téléphonie
- ❖ Le domaine PS (Packet Switched) qui permet la commutation de paquets.
- ❖ Les éléments communs aux domaines CS et PS

Ces deux domaines permettent aux équipements usagers de pouvoir gérer simultanément une communication paquets et circuits.

Le groupe des éléments communs est composé de plusieurs modules :

- Le HLR (Home Location Register) représente une base de données des informations de l'utilisateur : l'identité de l'équipement usager, le numéro d'appel de l'utilisateur, les informations relatives aux possibilités de l'abonnement souscrit par l'utilisateur.
- L'AuC (Authentication Center) est en charge de l'authentification de l'abonné, ainsi que du chiffrement de la communication. Si une de ces deux fonctions n'est pas respectée, la communication est rejetée. L'AuC se base sur le HLR afin de récupérer les informations relatives à l'utilisateur et pour ainsi créer une clé d'identification.
- L'EIR (Equipment Identity Register) est en charge de la gestion des vols des équipements usagers. Il est en possession d'une liste des mobiles blacklistés par un numéro unique propre à chaque équipement usager, le numéro IMEI (International Mobile station Equipment Identity).

Le domaine CS est composé de plusieurs modules :

- Le MSC (Mobile-services Switching Center) est en charge d'établir la communication avec l'équipement usager. Il a pour rôle de commuter les données.
- Le GMSC (Gateway MSC) est une passerelle entre le réseau UMTS et le réseau téléphonique commuté PSTN (Public Switched Telephone Network). Si un équipement usager contacte un autre équipement depuis un réseau extérieur au réseau UMTS, la communication passe par le GMSC qui interroge le HLR pour récupérer les informations de l'utilisateur. Ensuite, il route la communication vers le MSC dont dépend l'utilisateur destinataire.
- Le VLR (Visitor Location Register) est une base de données, assez similaire à celle du HLR, attachée à un ou plusieurs MSC. Le VLR garde en mémoire l'identité temporaire de

l'équipement usager dans le but d'empêcher l'interception de l'identité d'un usager. Le VLR est en charge d'enregistrer les usagers dans une zone géographique LA (Location Area).

Le domaine PS est composé de plusieurs modules :

- Le SGSN (Serving GPRS Support Node) est en charge d'enregistrer les usagers dans une zone géographique dans une zone de routage RA (Routing Area)
- Le GGSN (Gateway GPRS Support Node) est une passerelle vers les réseaux à commutation de paquets extérieurs tels que l'Internet.

Dans notre système de localisation, le Nœud B et le RNC sont très importants puisqu'ils vont fournir les données nécessaires de mesures.

5.3 Présentation d'un Nœud B

La station de base ou le Nœud B est localisée entre le Uu et l'interface UMTS Iub. Ses principales tâches sont d'assurer l'implémentation physique de l'interface Uu et, vers le réseau, la mise en œuvre de l'interface Iub en utilisant les piles de protocoles spécifiées. Par rapport à l'interface Uu, le Nœud B implémente les ressources physiques de canal radio et transfère les informations des canaux de transport ou canaux physiques basés sur les arrangements déterminés par le RNC.

5.3.1 Structure d'un Nœud B

Le Nœud B fait partie du système UTRAN, ses tâches fondamentales consistent à recevoir et à transmettre les signaux radio (Rx,Tx), les filtrer et les amplifier, faire une modulation et une démodulation et être l'interface du RAN.

La structure interne d'un Nœud B est spécifique à son fournisseur, mais généralement, elle comprend trois composants comme montrée à la figure (5.3)

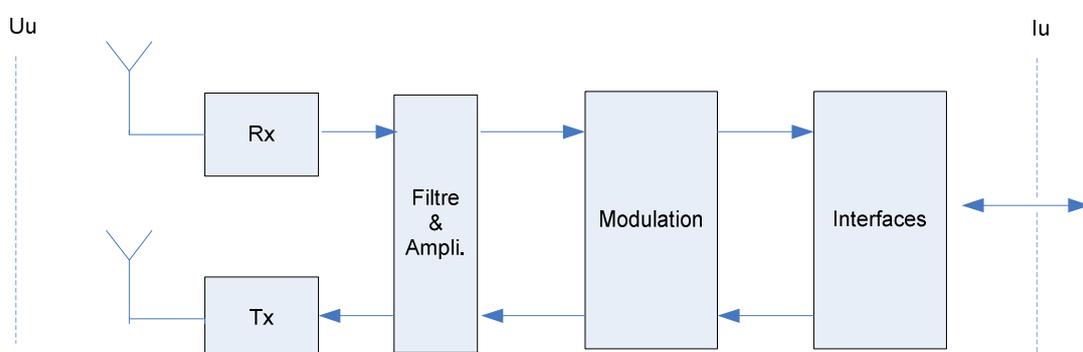


Figure 5.3. La structure de base d'un Nœud B

Sa structure logique, c'est-à-dire le traitement de Nœud B dans le UTRAN est générique. Du point de vue réseau, le Nœud B peut être divisé en plusieurs entités logiques comme montrée à la figure (5.4)

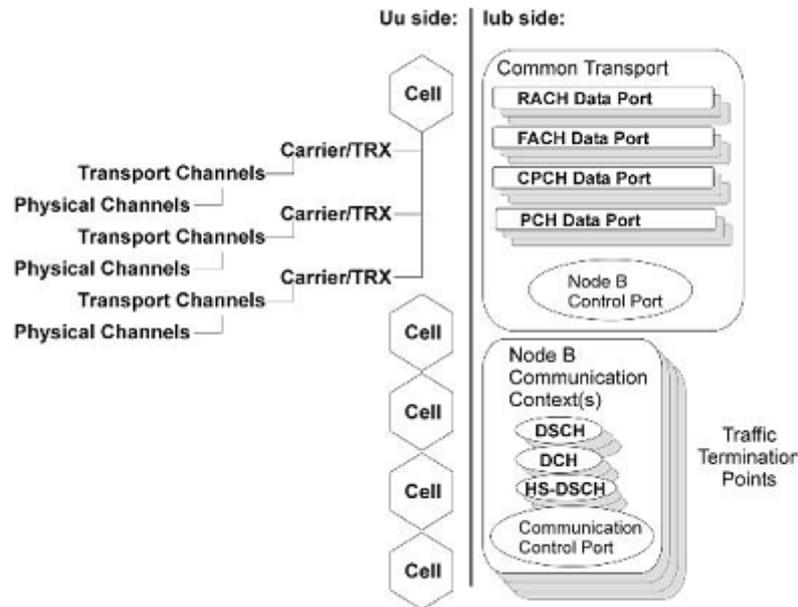


Figure 5.4. Architecture logique d'un Nœud B

Dans la partie Iub, le Nœud B effectue une collection de deux entités : le transport commun ; et un certain nombre de points de terminaisons de trafics (ou TTPs, Traffic Termination Points). Le transport commun représente le transport des canaux qui est commun à tous les mobiles d'une cellule et aussi des canaux utilisés pour l'accès initial. L'entité de transport commun contient aussi le port de control du Nœud B utilisé dans le cadre de l'opération et maintenance.

Un point de terminaison de trafic consiste en un *nombre de contexte de communication du Nœud B*. Ces contextes comprennent tous les ressources dédiées nécessaires quand le mobile est en mode dédié. Par exemple, un contexte de communication de Nœud B peut contenir au moins un canal dédié (DCH- Dedicated Channel).

Du point de vue radio et ses contrôles, le Nœud B se compose de plusieurs entités logiques appelées « cellules ». Une cellule est la plus petite entité du réseau radio ayant son propre numéro d'identification (Cell ID) qui est publiquement visible par le mobile. Quand le réseau radio est configuré, c'est en fait les données des cellules qui sont modifiées. Le terme « secteur » désigne l'occurrence physique de la cellule (c'est-à-dire la couverture radio).

Chaque cellule, à un code de brouillage (scrambling code), et le mobile reconnaît une cellule par deux valeurs : le code de brouillage (lors de l'attachement au réseau) et l'identification de

la cellule. Une cellule peut avoir plusieurs émetteurs-récepteurs TRX dits « carriers ». Le TRX de la cellule délivre l'information de diffusion d'un mobile. Un TRX maintient les canaux physiques à travers l'interface Uu qui transportent les canaux de transport contenant les informations réelles.

5.3.2 Fonctions de contrôles de Nœud B

Même si les fonctions principales d'un Nœud B sont relatives à la transmission et la réception du signal, et aussi aux autres fonctions de traitement de bande de base, il y a toutefois d'autres fonctions de contrôle auxquelles le Nœud B est impliqué. Ces fonctions sont partiellement limitées à l'appui de fonctions telles que l'accomplissement, la collecte et le filtrage des mesures radio pour les relayer au RNC afin que le RAN exécute à son tour ses fonctions de contrôle. D'un autre côté ce sont des fonctions qui ont des rôles centrales, incluant la génération de codes, le contrôle de puissance, et l'opération et maintenance, particulièrement au niveau de l'élément du réseau et au niveau cellule.

5.3.3 Exemples d'un Nœud B

Nous allons présenter ici quelques exemples de Nœud B d'Ericsson.

Le RBS (Radio Base Station) 6601 est un membre de la famille RBS 6000 d'Ericsson. C'est un système pouvant s'appliquer en indoor et en outdoor. Il supporte le GSM, le WCDMA (Wideband Code Division Multiple Access) et le LTE (Long Term Evolution). [5.05] [5.06]



Figure 5.5. RBS 6601, unité principale et unité radio à distance – 3 secteurs

Il peut être utilisé dans un site indoor métropolitain, sur un tour en suburbaine, ou pour un site de couverture routière.

Le RBS 6201, aussi une famille de RBS 6000, est une station de base macro en indoor. Le RBS 6201 peut supporter à la fois le GSM, le WDCMA et le LTE.

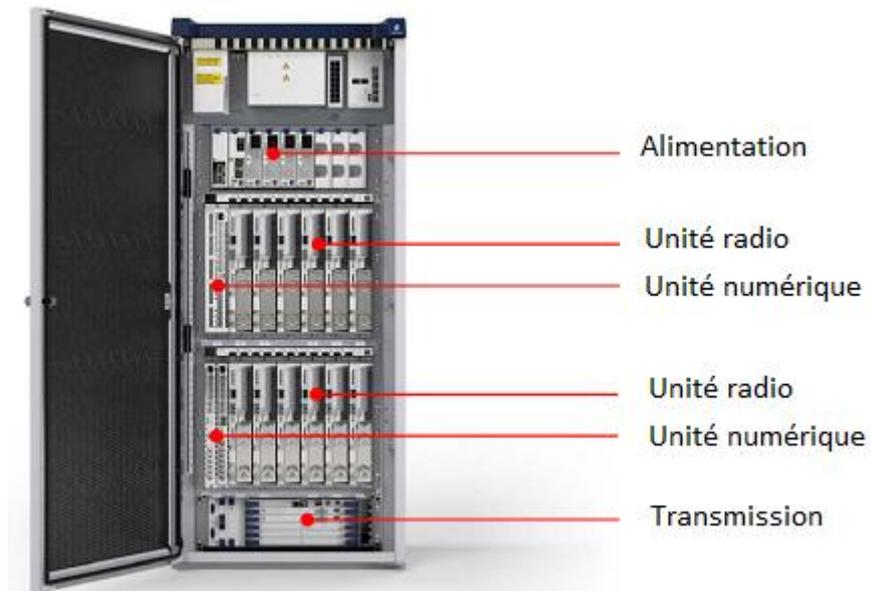


Figure 5.6. Architecture Hardware de RBS 6201

5.4 Présentation d'un RNC

Le RNC est un élément de contrôle et de commutation dans l'UTRAN. Le RNC est localisé entre les interfaces Iub et Iu. Il a aussi une troisième interface dit 'Iur' pour les interconnexions entre les RNCs. L'architecture du RNC est spécifique aux fournisseurs, toutefois, elle présente quelques aspects communs qu'on illustre dans la figure (5.7).

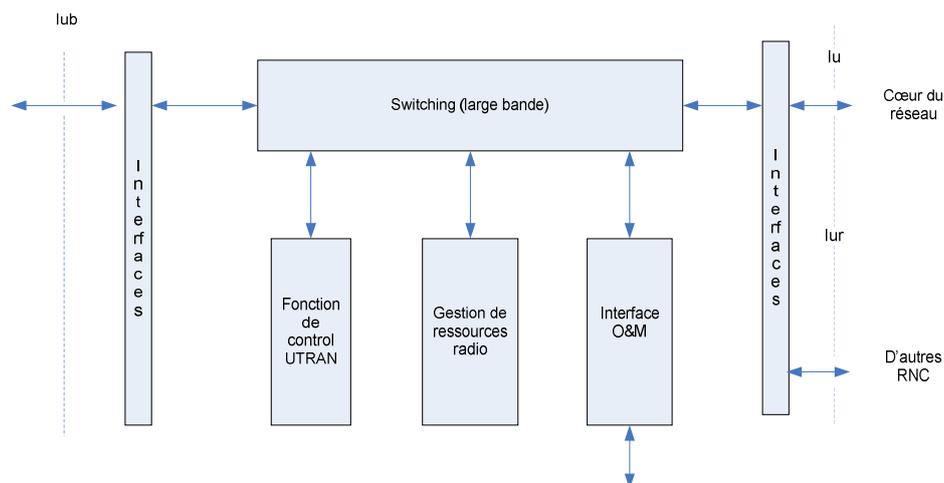


Figure 5.7. Architecture logique basique du RNC

La fonctionnalité totale du RNC peut être classifiée en deux parties : les fonctions de radio ressources management (RRM : Radio Management Report), et les fonctions de contrôles. Le

RRM est une collection d'algorithmes assurant la stabilité du lien radio et la QoS de la connexion radio, en partageant et en gérant efficacement les ressources radio. Les fonctions de contrôles UTRAN comprennent toutes les fonctions relatives à l'établissement, la maintenance et à la libération des porteurs radio (RB - radio bearers), incluant les fonctions de support pour les algorithmes de RRM.

5.4.1 Exemples d'un RNC

Nous allons présenter l'exemple d'un RNC type 3820 d'Ericsson.

Le RNC 3820 se tient dans un cabinet. Un cabinet contient un à trois baies connectées entre elles en maille. Un RNC a une baie principale située au bas du cabinet et la capacité du RNC s'augmente par extension de baies. Le cabinet illustré dans la figure (5.8) présente une configuration d'une baie principale et de deux baies d'extension.



Figure 5.8. RNC 3820

5.5 Le protocole RRC (Radio Ressource control)

Le protocole RRC est une fonction de contrôle importante dans l'UTRAN. Il supporte la fonctionnalité du RRM par la coordination de l'exécution de la demande de contrôle des ressources résultant de la décision de l'algorithme RRM. Le RRC opère entre le mobile et le RNC. Les entités protocoles de RRC utilisent les porteurs de signaux fournis par la couche RLC pour transporter les messages de signalisations.

La fonction majeure du protocole RRC est de contrôler les porteurs radio, les canaux transports et les canaux physiques. Contrôler et reporter les mesures radio sont pris en charges par le protocole RRC. [5.07] [5.08] [5.09]

En général, toutes les mesures sur la qualité de la transmission en liaison descendante à travers l'interface radio sont exécutées par le mobile, et reportées en utilisant les messages de rapport de mesure du RRC. Toutefois, le mobile n'a pas le choix de ce qui doit être mesuré et de ce qui ne l'est pas. Chaque mobile est commandé par le SRNC pour déterminer quels paramètres doivent être mesurés et dans quelle cellule, si les mesures doivent être reportés et comment le faire.

Il existe sept catégories de mesures qui peuvent être activées pour la station mobile. Chaque mesure peut être contrôlée et reportée de façon indépendante.

- *Mesures Intra-fréquence* : ces mesures sont relatives aux cellules fonctionnant sur la même fréquence par rapport à celles des cellules actuellement utilisées. Ces catégories de mesures sont utilisées pour déclencher un ajout ou une suppression d'un handover radio soft ou softer.
- *Mesures inter-fréquence* : ces mesures sont relatives aux cellules d'un UTRAN/opérateur réseau, qui fonctionnent sous différentes fréquences par rapport à celles des cellules actuellement utilisées. Ces catégories de mesures sont utilisées pour déclencher les mesures en mode compressé et aussi pour lancer les procédures de handover hard.
- *Mesures Inter-RAT* : ces mesures sont relatives aux cellules du réseau GSM/GERAN ou du CDMA2000 d'un même ou d'un opérateur réseau différent. Ces catégories de mesures sont utilisées pour handover au réseau GSM/GERAN ou CDMA2000.
- *Mesure des volumes du trafic* : traitent les mesures de la taille du tampon du RLC pour les transmissions des trafics IP en liaison montante. Ces mesures sont utilisées pour déclencher les reconfigurations des porteurs radio.
- *Mesures de la qualité du canal de transport en liaison descendante* : ces mesures sont basées sur le comptage des erreurs CRC (Cyclic redundancy check) pour les blocs de transports envoyés à travers les canaux de la liaison descendante.
- *Mesures internes des mobiles* : principalement, ces catégories de mesures fournissent la puissance de transmission en liaison montante, et la qualité de la cellule en liaison descendante.
- La catégorie sept traite les rapports sur le positionnement du mobile.

A part ces rapports d'événement, il y a aussi beaucoup d'autres valeurs de mesures importantes dans les rapports de mesures de RRC. Il y a le PSC (primary scrambling code), l'identification d'une cellule de UTRAN sur l'interface radio, les valeurs de mesures pour le rapport signal sur bruit (E_c/N_0) et le RSCP (Received signal code power) de la P-CPICH pour chaque cellule voisine. Une autre valeur qui peut être reportée est aussi le RSSI.

5.6 Les paramètres importants utilisés pour le système de localisation

Les données nécessaires à l'établissement du positionnement physique d'une cible sont : le nom des cellules concernées avec leur CID ainsi que leurs coordonnées géographiques, le PSC, la puissance C-CPICH donnant lieu au RSCP, le rapport signal sur bruit, les hauteurs des antennes utilisées, les azimuts correspondants, les nombres de mobiles de références utilisés ainsi que leurs coordonnées géographiques. D'autres données peuvent être ajoutées pour améliorer la précision de l'algorithme de localisation. Toutefois, ces données peuvent être difficiles à fournir. [5.10] [5.11]

5.6.1 Identification de la cellule CID et PSC

Les cellules qu'un mobile monitore sont groupées en trois catégories : [5.12] [5.13]

- Les cellules dans le groupe « *active set* ». Les informations des utilisateurs sont envoyées depuis ces cellules. En mode FDD (Frequency Division Duplexing), les cellules dans l'active set participent aux soft handover. En mode TDD (Time Division Duplexing), l'active set comprend toujours une seule cellule.
- Les cellules qui ne sont pas dans l'active set, mais sont explicitement indiqués à être mesurées par le UTRAN sont dans le groupe de « *monitored set* »
- Les cellules détectées par le mobile, qui ne sont ni dans l'active set ni dans le monitored set sont dans le groupe de « *detected set* ». Ce sont des cellules que le mobile détecte mais qui ne sont pas encore connu du réseau. Les mesures des detected set sont applicables seulement dans le cas des mesures intra-fréquences faites par le mobile.

Durant la phase de recherche de cellule, le mobile détermine de PSC exact utilisé par la cellule. Le PSC est typiquement identifié par corrélation du symbole par symbole à travers le CPICH. Le PSC est compris entre [0,512].

En mode monitored set, il n'y a que le PSC qui est connu. En Active set, le PSC et le CID sont tous les deux fournis.

5.6.2 RSCP, RSSI, E_c/N_0

Le P-CPICH RSCP est la puissance reçue sur un code mesuré du P-CPICH. Le point de référence du P-CPICH RSCP est le connecteur d'antenne du mobile. Si la diversité en Tx est appliquée sur le P-CPICH alors la puissance reçue du code de chaque antenne peut être séparément mesurée et la somme donne la puissance totale reçue sur le P-CPICH. [5.14] [5.15]

Le tableau suivant liste de la correspondance CPICH RSCP.

Tableau 5.1. Tableau de correspondance pour le CPICH RSCP

Valeur reportée	Quantité de valeur mesurée	Unité
CPICH_RSCP_LEV_-05	CPICH RSCP < -120	dBm
CPICH_RSCP_LEV_-04	$-120 \leq \text{CPICH RSCP} < -119$	dBm
CPICH_RSCP_LEV_-03	$-119 \leq \text{CPICH RSCP} < -118$	dBm
...
CPICH_RSCP_LEV_-89	$-27 \leq \text{CPICH RSCP} < -26$	dBm
CPICH_RSCP_LEV_-90	$-27 \leq \text{CPICH RSCP} < -26$	dBm
CPICH_RSCP_LEV_-91	$-27 \leq \text{CPICH RSCP}$	dBm

Le UTRA carrier RSSI est la puissance reçue sur la largeur de bande, incluant les bruits thermiques et les bruits générés par le récepteur. Le point de référence de ces mesures est le connecteur d'antenne du mobile.

Le E_c/N_0 c'est l'énergie reçue par chip divisée par la densité de puissance dans la bande. Les mesures devront se faire sur le P-CPICH. Le point de référence est le connecteur d'antenne du mobile. Si la diversité en Tx est utilisée sur le P-CPICH l'énergie reçue par chip (E_c) de chaque antenne doit être séparément mesurée et la somme donne l'énergie totale de chip par chip sur le P-CPICH, afin de pouvoir calculer le E_c/N_0 .

Le tableau suivant liste de la correspondance UTRA carrier RSSI.

Tableau 5.2. Tableau de correspondance pour le UTRA carrier RSSI

Valeur reportée	Quantité de valeur mesurée	Unité
UTRA_carreir_RSSI_LEV_-00	$UTRA_carreir_RSSI_LEV < -100$	dBm
UTRA_carreir_RSSI_LEV_-01	$-100 \leq UTRA_carreir_RSSI_LEV < -99$	dBm
UTRA_carreir_RSSI_LEV_-02	$-99 \leq UTRA_carreir_RSSI_LEV < -98$	dBm
...
UTRA_carreir_RSSI_LEV_-74	$-27 \leq UTRA_carreir_RSSI_LEV < -26$	dBm
UTRA_carreir_RSSI_LEV_-75	$-26 \leq UTRA_carreir_RSSI_LEV < -25$	dBm
UTRA_carreir_RSSI_LEV_-76	$-25 \leq UTRA_carreir_RSSI_LEV$	dBm

Le tableau suivant liste de la correspondance CPICH_Ec/N0.

Tableau 5.3. Tableau de correspondance pour le CPICH Ec/N0

Valeur reportée	Quantité de valeur mesurée	Unité
CPICH_Ec/N0_-00	$CPICH\ Ec/Io < -24$	dB
CPICH_Ec/N0_-01	$-24 \leq CPICH\ Ec/Io < -23.5$	dB
CPICH_Ec/N0_-02	$-23.5 \leq CPICH\ Ec/Io < -23$	dB
...
CPICH_Ec/N0_-47	$-1 \leq CPICH\ Ec/Io < -0.5$	dB
CPICH_Ec/N0_-48	$-0.5 \leq CPICH\ Ec/Io < 0$	dB
CPICH_Ec/N0_-49	$0 \leq CPICH\ Ec/Io$	dB

Ces trois mesures sont reliées par l'équation ci-dessous ainsi que par la figure (5.9)

$$E_c/N_0 = \frac{P - CPICH\ RSCP}{UTRA\ carrier\ RSSI} \quad (5.1)$$

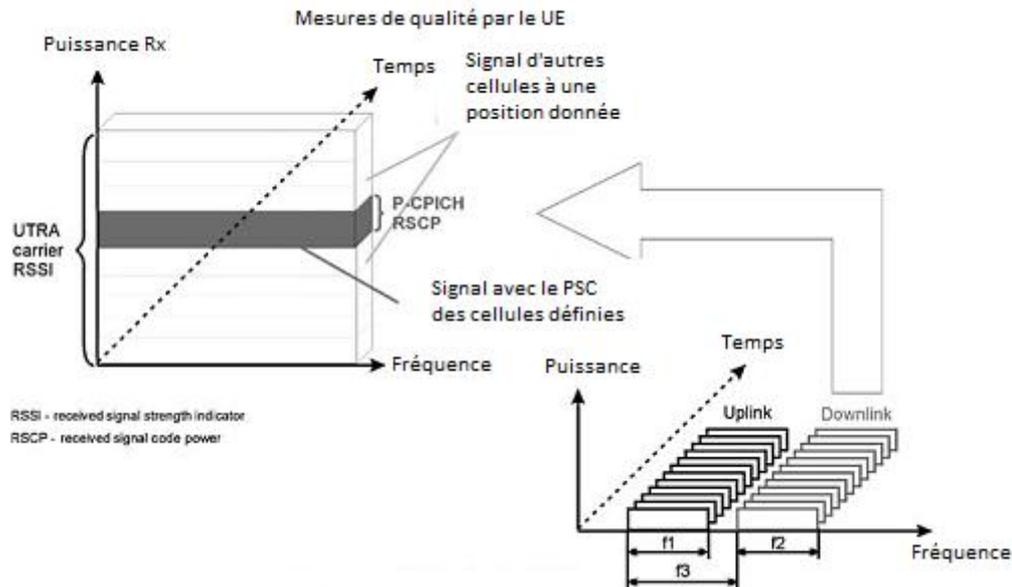


Figure 5.9. Mesures sur le P-CPICH

5.7 Diagramme du logiciel de la localisation

Les données des stations de base sont stockées dans un fichier texte pour être lues et présentées dans le logiciel, ainsi que les données des stations mobiles. Les données des stations de base de ce fichier sont composées entre autres de leurs coordonnées géographiques, des hauteurs et des azimuts de leurs antennes. Les coordonnées GPS seront transformées en coordonnées cartésiennes, une station de base est choisie pour être la référence (0,0).

Le choix de la modélisation du canal s'effectue après. Les choix disponibles sont entre autre :

- Le modèle d'Okumura Hata
- Le modèle de l'UMTS Pedestrian

Avec le modèle de propagation choisi les calculs des pertes de propagation s'en suivent, pour arriver aux calculs de puissance RSSI de chaque utilisateur. Chaque utilisateur aura son best server par rapport à la puissance RSSI calculée. Les utilisateurs servis serviront des points de référence pour le système de localisation. On crée alors le CDB. Les points de références auront

la forme de l'équation (4.109) de la section 4-8. La valeur de RTD pour un utilisateur donné est zéro lorsque la cellule est le best serveur et à -1 dans le cas contraire.

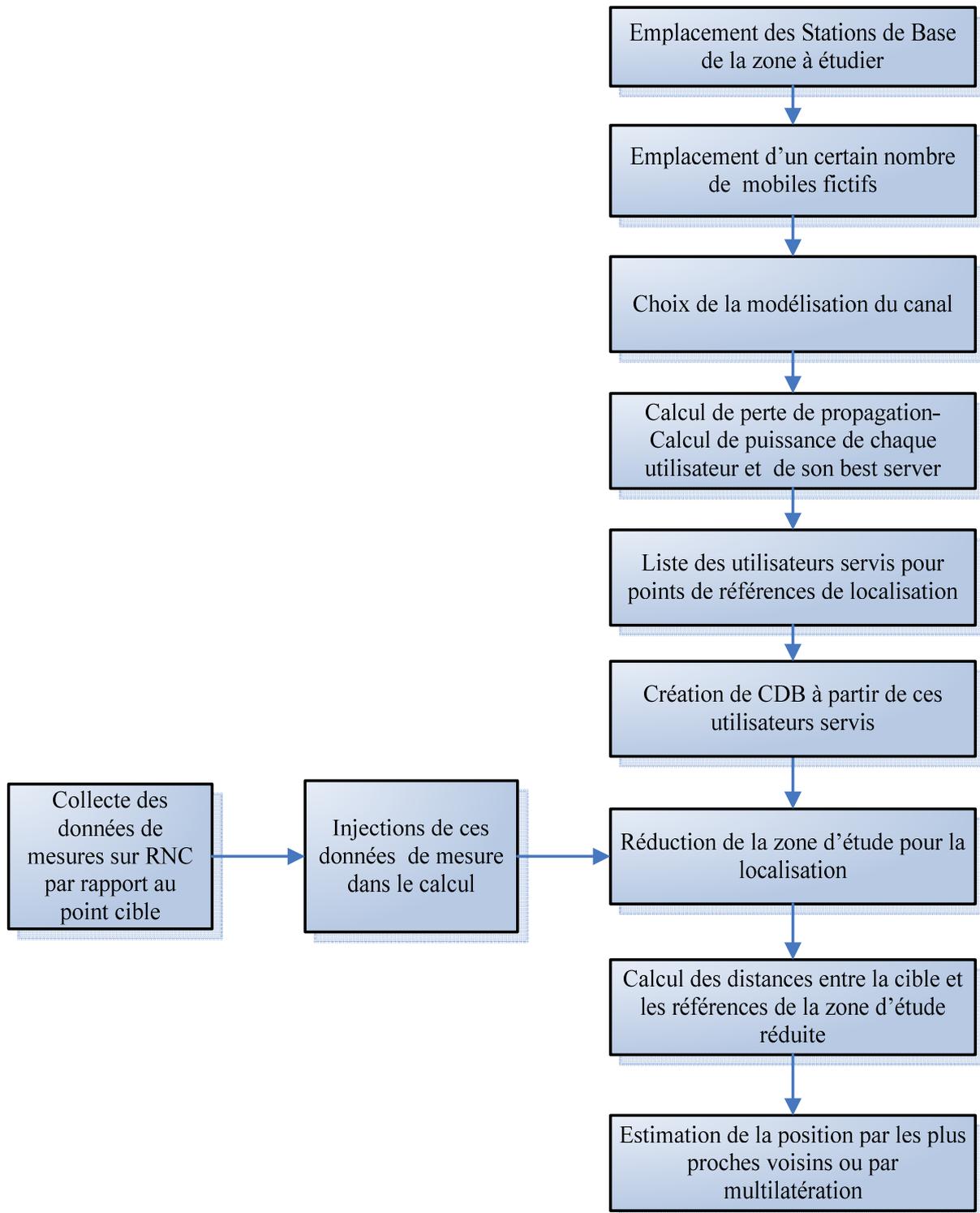


Figure 5.10. Architecture du logiciel utilisé

Les données du point cible comme montrées dans l'équation (4.104) de la même section 4-8 sont insérées dans le mode de calcul pour la localisation. Ces données sont introduites premièrement dans le cadre de la réduction de la zone d'étude. On obtient un facteur de réduction compris entre 0 et 1, plus la valeur est grande plus la zone d'étude est réduite suivant la formule (4.117) du paragraphe 4-8-3. A la sortie on aura une liste diminuée de nombre de points de références.

Les distances euclidiennes entre ces derniers points de référence et le point cible s'établissent. L'estimation de la position du point cible s'obtient par la méthode des voisins les plus proches ou par multilatération. [5.16] [5.17] [5.18]

5.8 Collection et traitement des données de mesures à partir du RNC

Des traces sont lancées au niveau RNC par rapport à l'IMSI (International Mobile subscriber Identity) du point cible. Ces traces font collecter les diverses mesures nécessaires à la localisation. Un fichier log est obtenu en sortie contenant divers évènements de l'IMSI et comprenant les mesures de puissance. [5.19] [5.20]

Le test pour les mesures a été effectué avec un téléphone capable 3G muni d'un GPS pour ainsi vérifier la précision de la simulation. La station mobile et le RNC donne alors des mesures donnant le CID, le RSCP, le Ec/NO de ses cellules en active set et les mesures des autres cellules en monitored set.

Voici un extrait du résultat des traces obtenues

On s'intéresse ici au mesure ID 11(measID=11), contenant les informations des puissances.

```
(RRC) MEASUREMENT
(RRC) measurementReport (CID1=39002) (RNC1=2) (channel=ul-dcch) (measID=8) (UeTxPwr=-17..-16dBm)
(RRC) MEASUREMENT
(RRC) MEASUREMENT
(RRC) measurementReport (CID1=39002) (RNC1=2) (channel=ul-dcch) (measID=8) (UeTxPwr=-15..-14dBm)
(RRC) measurementReport (CID1=39002) (RNC1=2) (channel=ul-dcch) (measID=7)
(RRC) measurementReport (CID1=39002) (RNC1=2) (channel=ul-dcch) (measID=11) (OFF=5) (TM=36351) (PSC=144) (EcNo=-8.5dB) (RSCP=-73dBm)
(RRC) measurementReport (CID1=39002) (RNC1=2) (channel=ul-dcch) (measID=12) (evID=e2f:Quality of the currently used frequency is above
(RRC) measurementReport (CID1=39002) (RNC1=2) (channel=ul-dcch) (measID=13) (evID=e2f:Quality of the currently used frequency is above
(RRC) MEASUREMENT
(RRC) MEASUREMENT
(RRC) MEASUREMENT
(RRC) measurementReport (CID1=39002) (RNC1=2) (channel=ul-dcch) (measID=8) (UeTxPwr=-17..-16dBm)
(RRC) MEASUREMENT
(RRC) MEASUREMENT
(RRC) MEASUREMENT
(RRC) measurementReport (CID1=39002) (RNC1=2) (channel=ul-dcch) (measID=8) (UeTxPwr=-16..-15dBm)
(RRC) measurementReport (CID1=39002) (RNC1=2) (channel=ul-dcch) (measID=11) (OFF=5) (TM=36351) (PSC=144) (EcNo=-8dB) (RSCP=-74dBm) (
(RRC) measurementReport (CID1=39002) (RNC1=2) (channel=ul-dcch) (measID=7)
(RRC) MEASUREMENT
```

Figure 5.11. Extrait des mesures sur RNC sur le protocole RRC

La présence à la fois de CID et de PSC indique que les cellules sont en active set par rapport à l'IMSI de test de mesure. S'il n'y a que le PSC qui apparaît dans une ligne, ces cellules correspondantes sont donc en monitored set (voir section 5.6.1).

Les données présentées sur la figure 5.11 sont difficiles à exploiter, elles sont éparpillées. On utilisera un petit programme pour grouper les informations afin d'avoir une meilleure lecture.

5.9 Résultats et analyses

5.9.1 Emplacements des stations de base

Un champ de test a été effectué sur un réseau UMTS de 2,1 GHz dans une région urbaine de la ville d'Antananarivo. La région fait 6x6 km² avec 51 cellules. Le plan pour représenter la surface a une résolution de 50m.

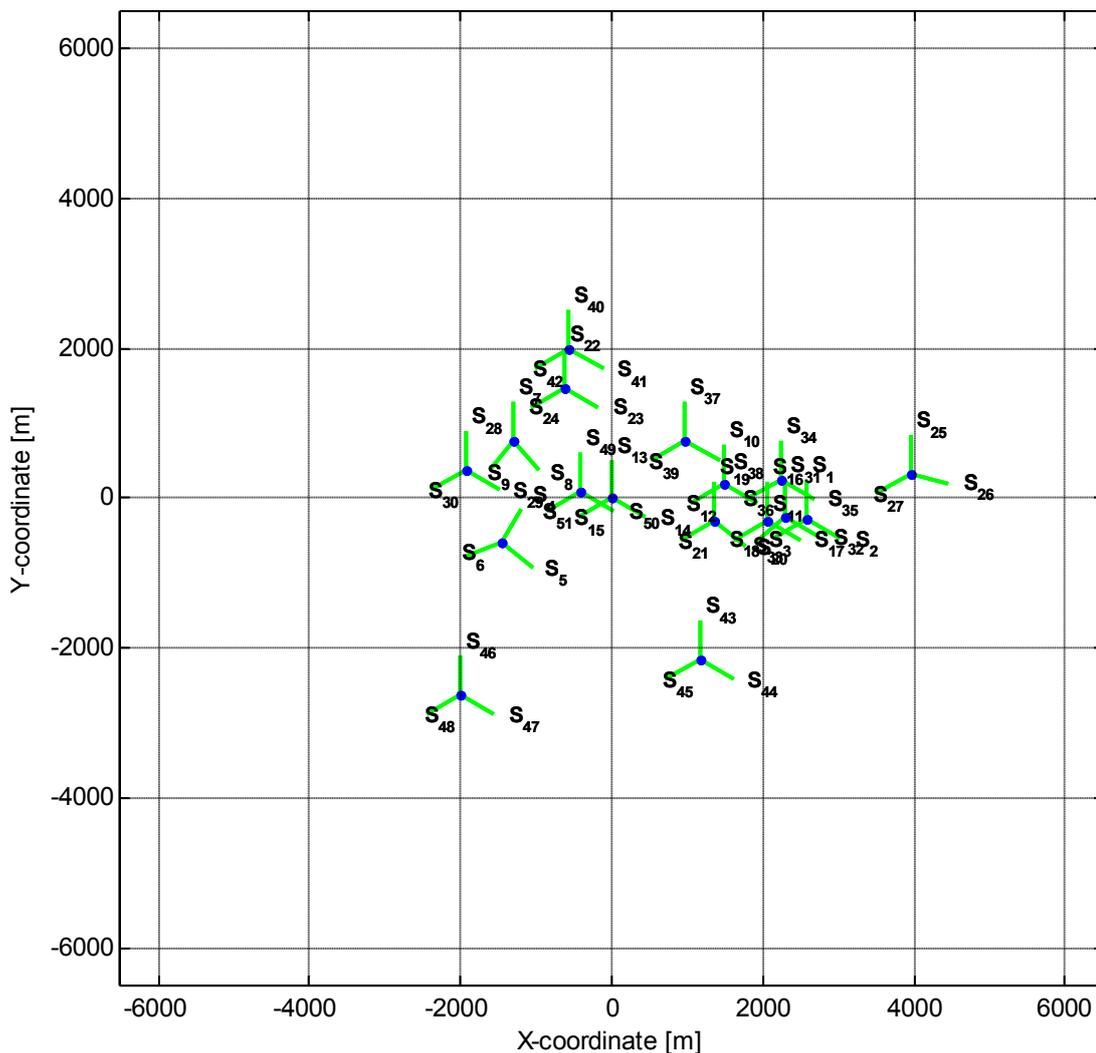


Figure 5.12. Emplacements des 51 stations de base

Le site d'Akorondrano représenté par les secteurs (S_{13}, S_{14}, S_{15}) est choisi comme point de référence (0,0) du plan cartésien.

5.9.2 Emplacements des stations pour l'élaboration du CDB

On a choisi de mettre 2000 utilisateurs fictifs sur le plan. Les positions de ces mobiles sont donc connues pour servir les points de référence. Ces mobiles auront les mêmes paramètres de puissance d'émission maximum de 24dBm et de puissance minimum de -45dBm, et de hauteur et de gain d'antenne respectivement de 1,5m et de 1,5dB.

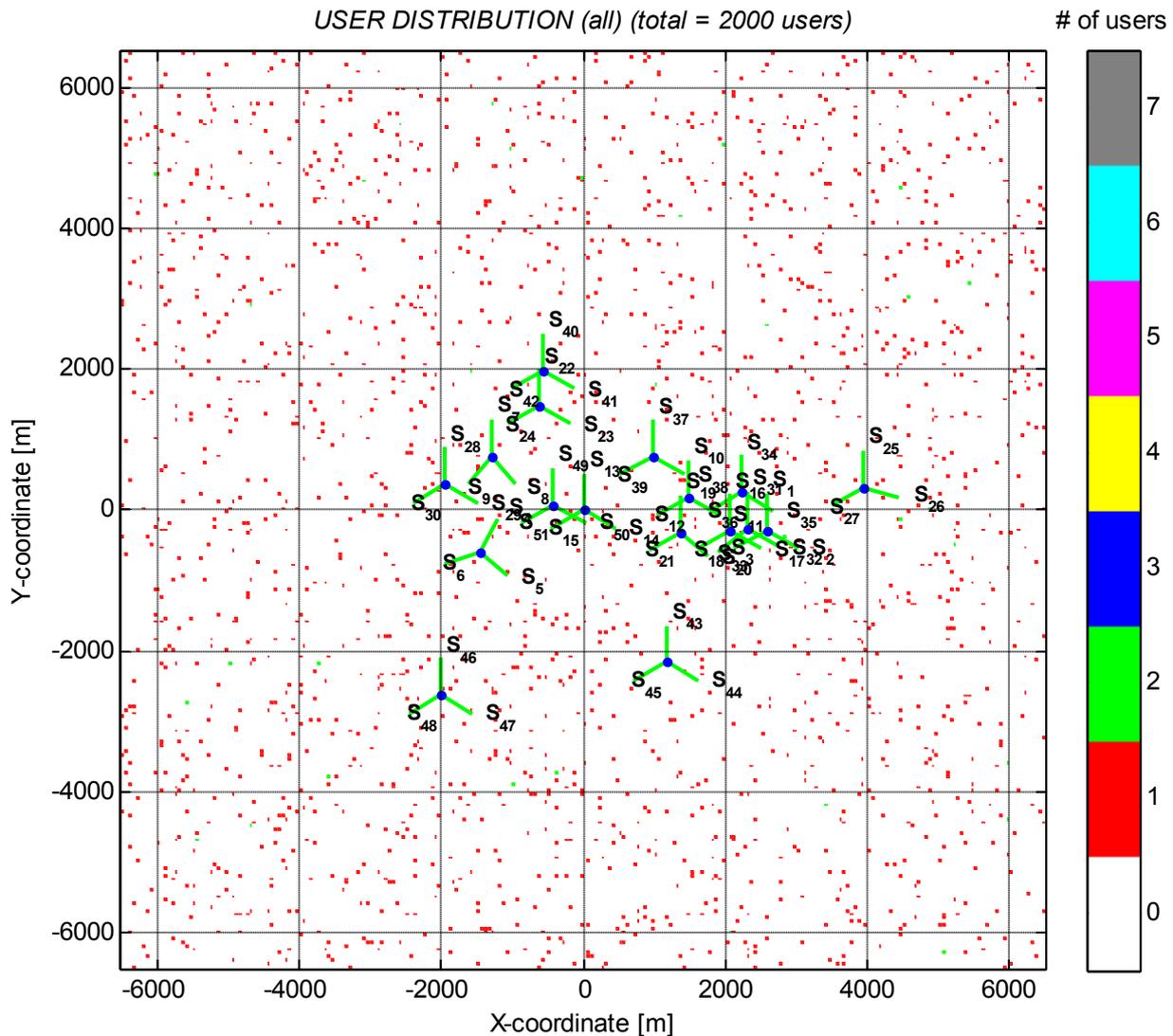


Figure 5.13. Emplacements des mobiles fictifs pour les points de référence

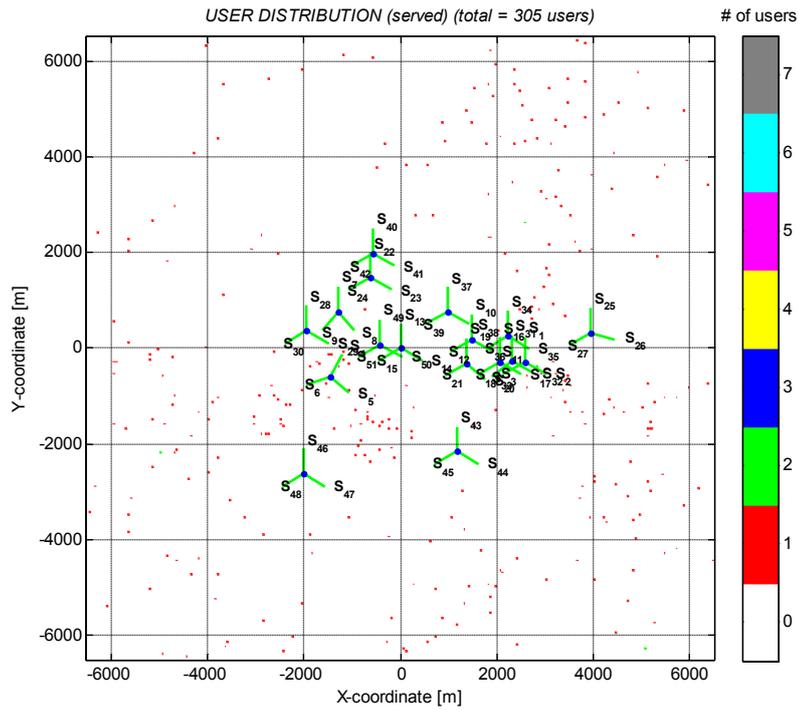


Figure 5.14. Les mobiles de référence pour le modèle d'Okumara Hata

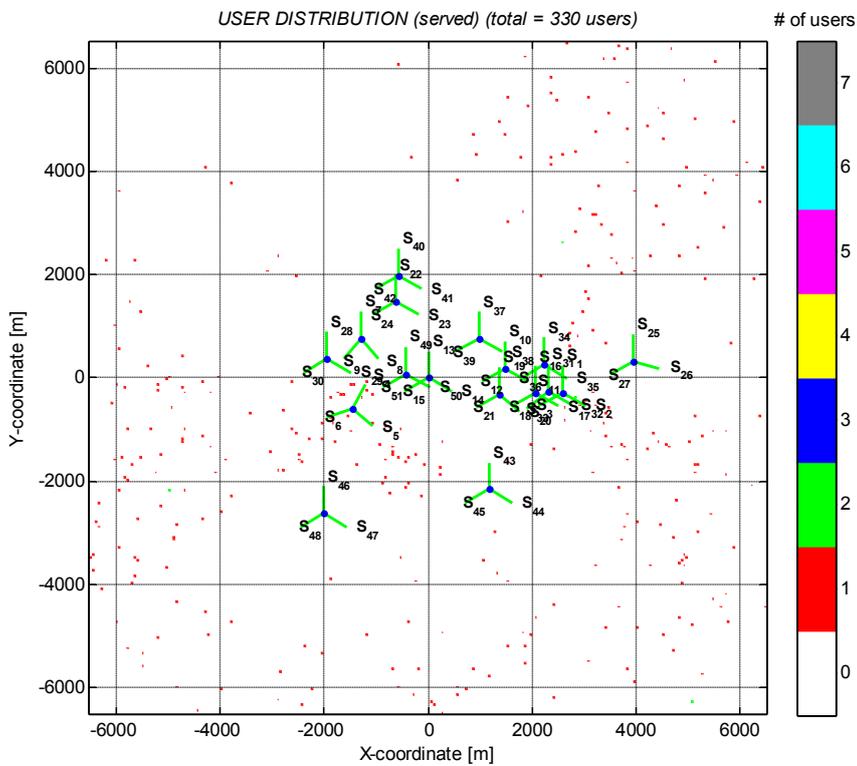


Figure 5.15. Les mobiles de référence pour le modèle de Pedestrian UMTS

Les utilisateurs de référence finaux du modèle d'Okumara Hata sont au nombre de 305 utilisateurs.

Les utilisateurs de références finaux du modèle de Pedestrian UMTS sont au nombre de 330 utilisateurs.

5.9.3 Exemple de conception d'une matrice de points de référence et d'une matrice du point cible

En appliquant les traitements de données par un 'parser', les données utiles pour le point cible sont rassemblées et sont donc plus facile pour la lecture

Voici un exemple, des mesures traitées des test effectués à Akorondrano

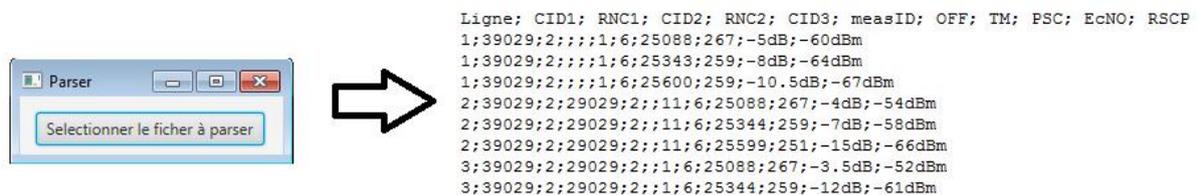


Figure 5.16. Exemples de mesures traitées pour le cas de test à Akorondrano

On a pris les lignes où il y a le plus grande nombre de mesures des cellules.

Pour le cas de test à Akorondrano, la valeur de la matrice pour le point de référence est alors :

$$F_{Ak} = \begin{bmatrix} 50 & -49 & 0 \\ 51 & -51 & 0 \\ 15 & -51,5 & 0 \\ 14 & -51,5 & 0 \\ 13 & -52 & -1 \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

Pour le cas de test à Alarobia, la valeur correspondante est:

$$F_{Al} = \begin{bmatrix} 30 & -69,5 & 0 \\ 9 & -69,5 & 0 \\ 8 & -70 & -1 \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

Pour illustration, nous avons ces valeurs pour un exemple d'élément du CDB de la modélisation par Okumara Hata et de l'UMTS Pedestrian pour les points de référence d'Akorondrano.

$$S177(OH) = \begin{bmatrix} 22 & -57,7977 & 0 \\ 1 & -61,2747 & -1 \\ \dots & \dots & \dots \\ 9 & -105,2404 & -1 \\ 48 & -111,963 & -1 \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

$$S581(UP) = \begin{bmatrix} 1 & -57,7845 & 0 \\ 27 & -62,0353 & -1 \\ \dots & \dots & \dots \\ 48 & -124,3721 & -1 \\ 6 & -130,4506 & -1 \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

5.9.4 Résultats des réductions de zones de recherche

Voici le tableau des facteurs de réduction de la zone de recherche suivant le modèle d'Okumara Hata et de Pedestrian UMTS.

Tableau 5.1. Facteurs de réduction de la zone d'étude suivant le modèle de propagation

Lieu	Okamura Hata	Pedestrian UMTS
Akorondrano	0,9995	0,9995
Alarobia	0,9940	0,9975
Antanimena	0,9980	0,9995
Analakely 2	0,9965	0,9995
Ambondrona	0,9935	0,9990

5.9.5 Exemple de résultats d'estimation de localisation par la méthode des plus proches voisins

Dans la zone d'Akorondrano, la méthode de UMTS Pedestrian donne une localisation complètement éloigné de la position réelle de la cible, bien que le facteur de la zone de réduction soit le même.

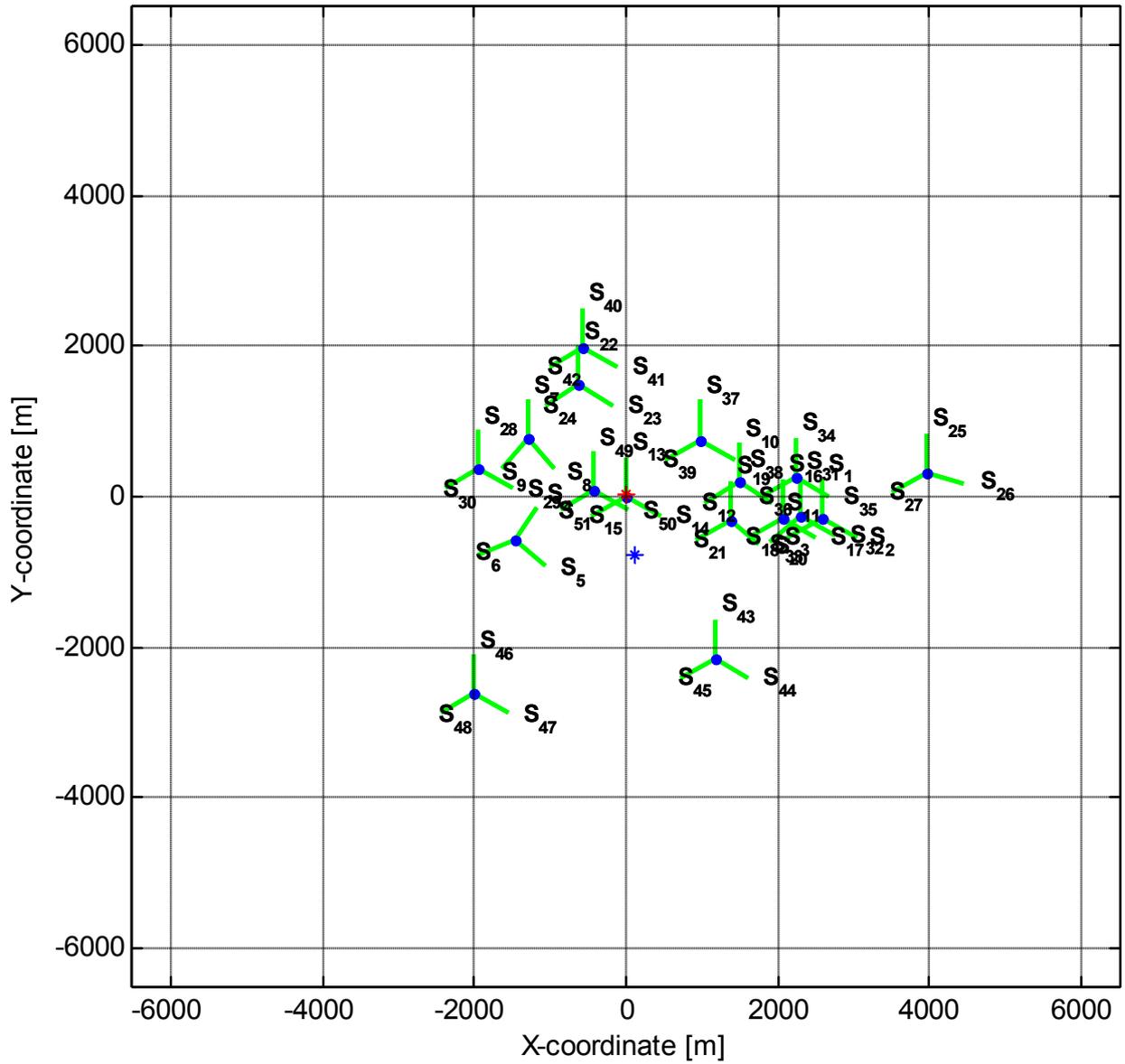


Figure 5.17. Localisation dans la zone d'Akorondrano sur le modèle d'Okamura Hata

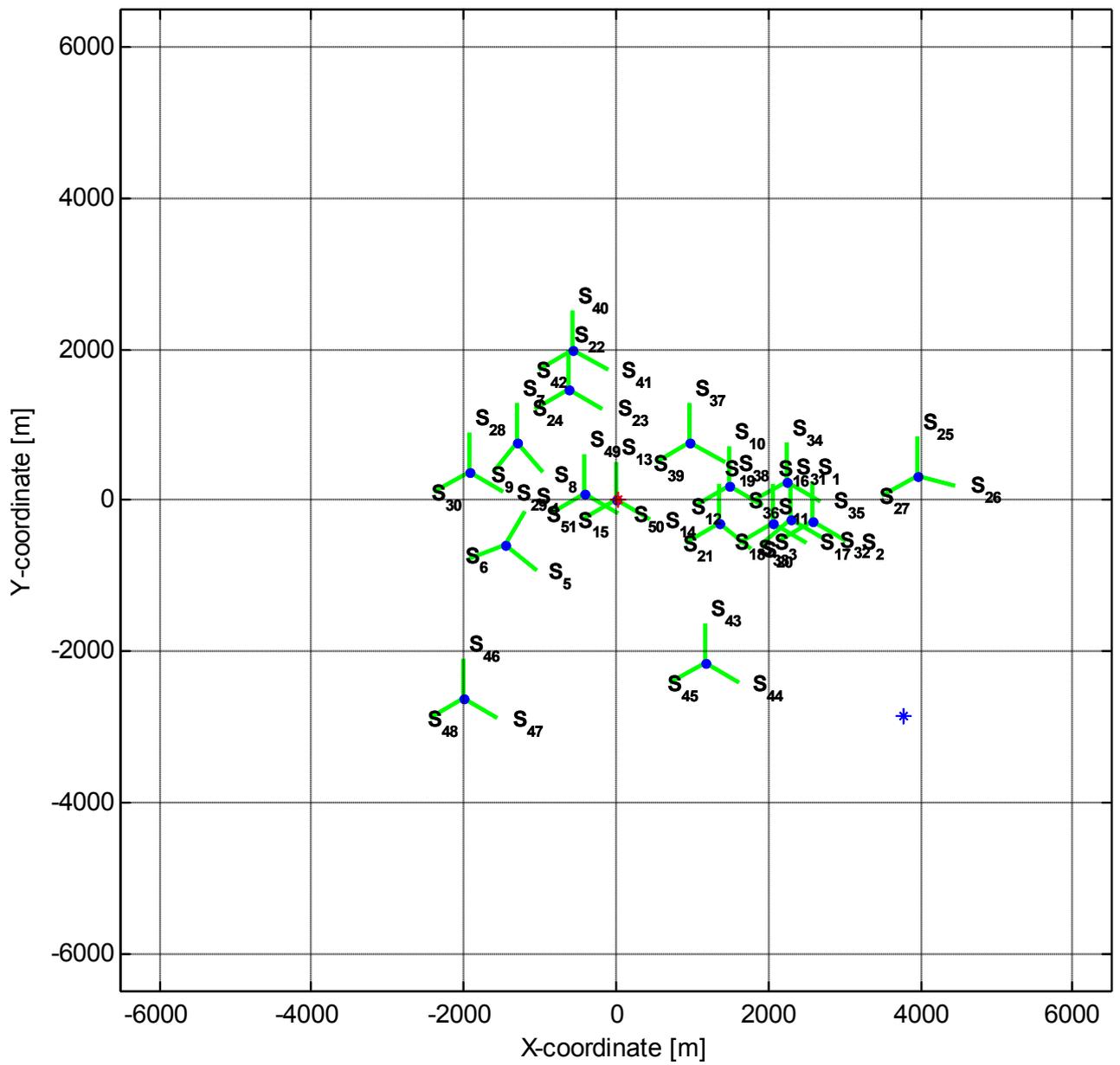


Figure 5.18. Localisation dans la zone d'Alarobia sur le modèle d'Okumara Hata

5.9.6 Exemple de résultats d'estimation de localisation par méthode de multilatération

Dans la zone d'Alarobia, les deux modélisations d'Okumara Hata et d'UMTS Pedestrian donnent à peu près les mêmes distances d'erreurs.

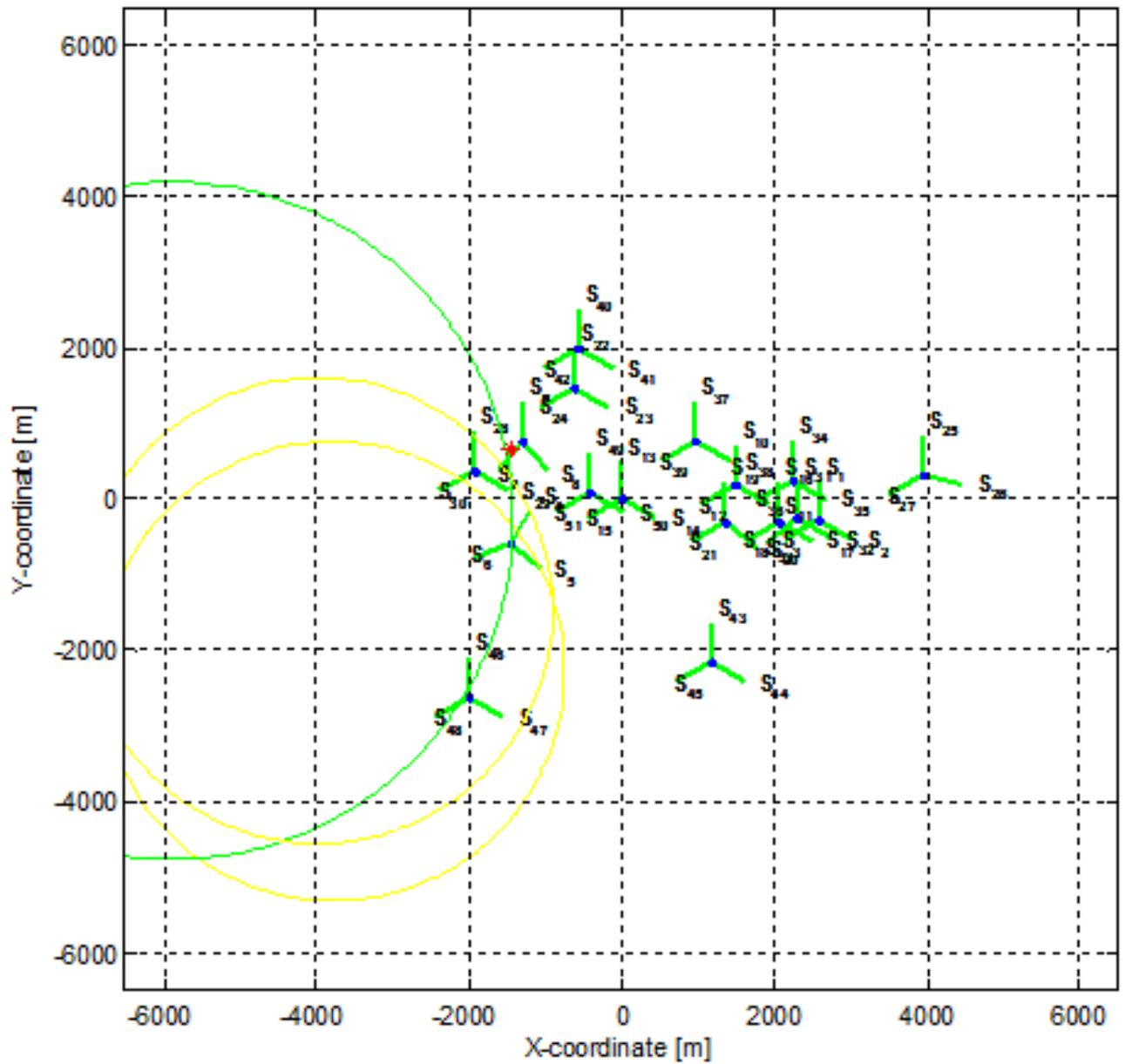


Figure 5.19. Localisation dans la zone d'Alarobia sur un modèle Okumara Hata

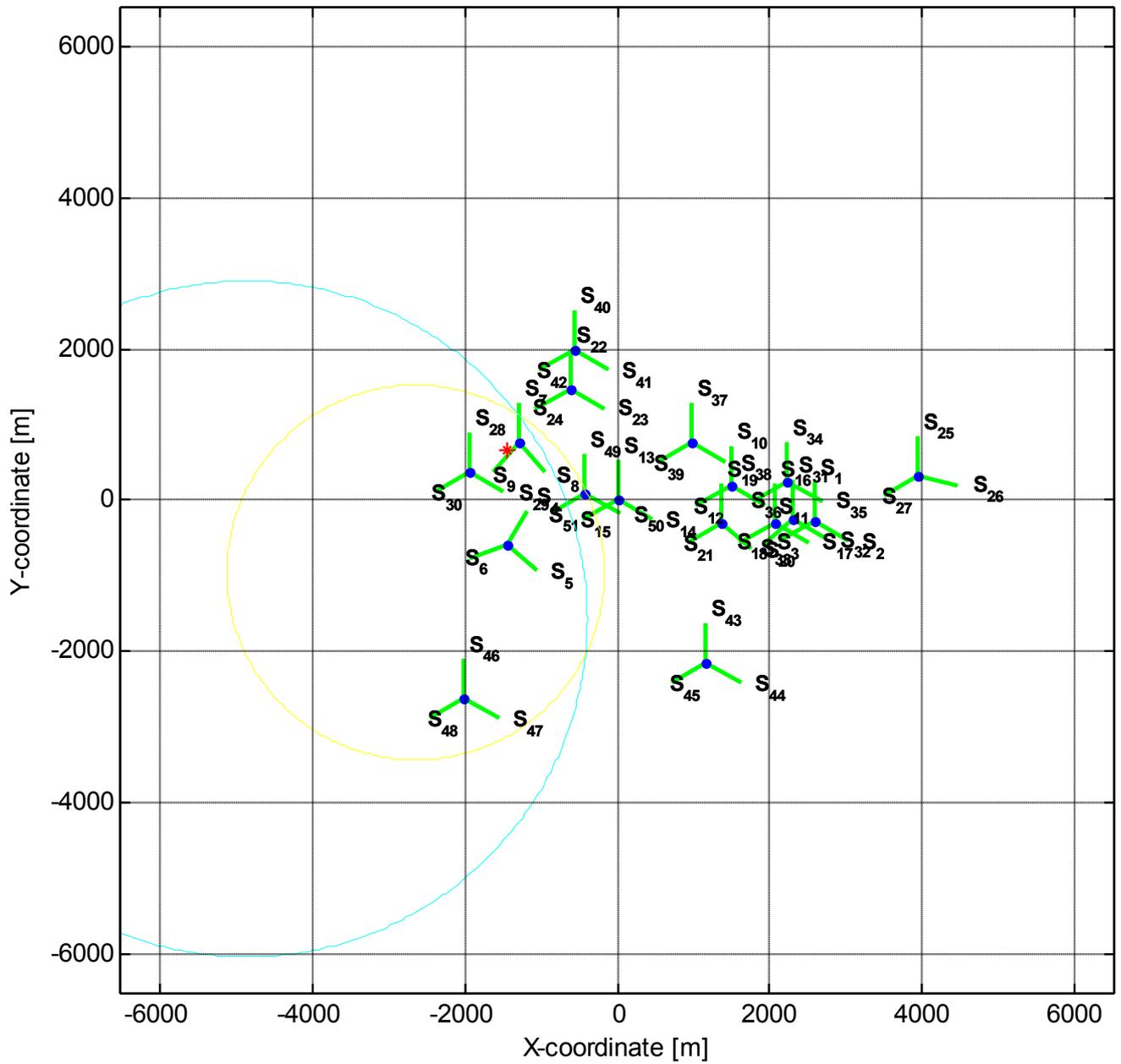


Figure 5.20. Localisation dans la zone d'Alarobia sur un modèle UMTS Pedestrian

5.9.7 Fonction de répartition des erreurs

La médiane d'erreur obtenue pour Okumara Hata est de 341,71 mètres, tandis que celle d'UMTS Pedestrian est de 331,66 mètres.

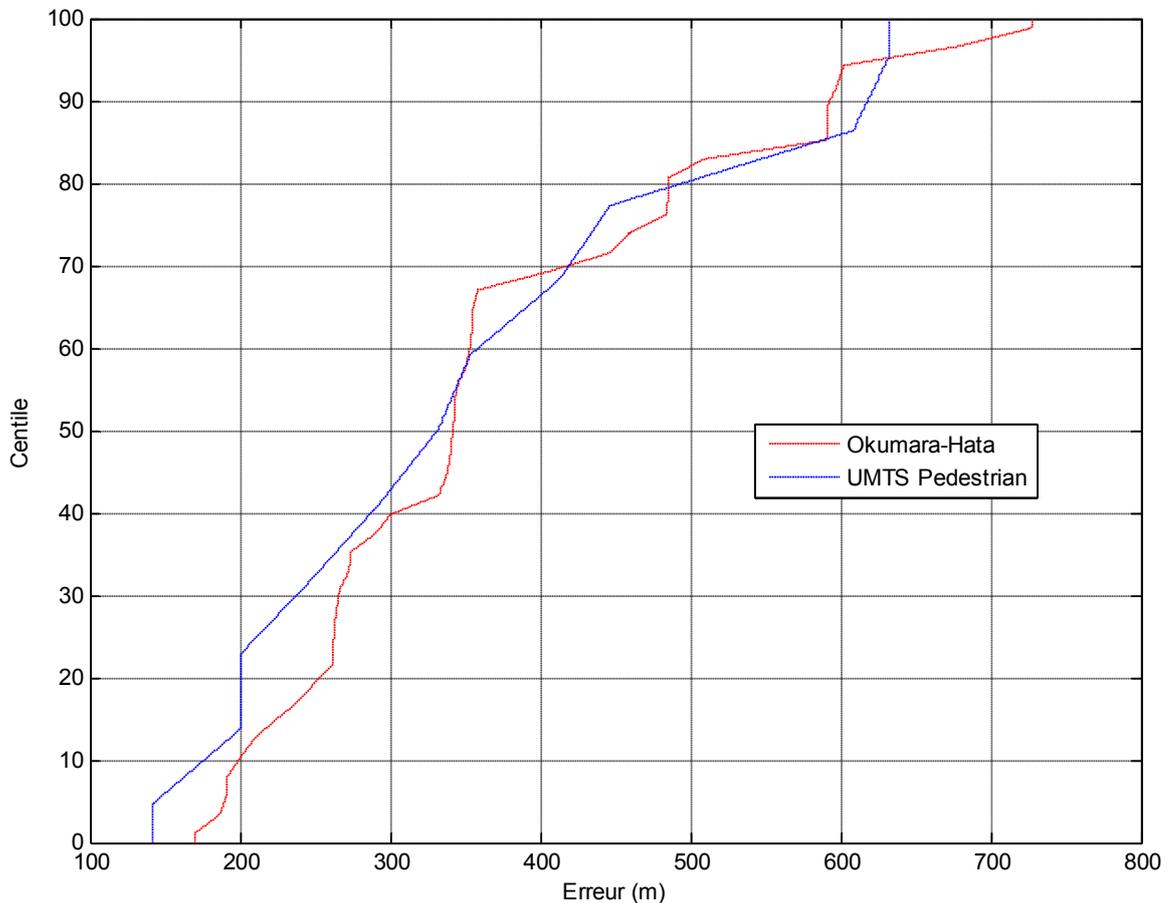


Figure 5.21. Fonction de répartition des erreurs de positionnement pour la zone étudiée d'Antananarivo

5.10 Conclusion

Dans ces exemples, on constate que certaines erreurs sont encore assez élevées en utilisant les mesures pratiques du RNC et les résultats théoriques de la planification réseau, les perspectives envisagées seront alors de trouver les moyens de minimiser ces erreurs. On peut ainsi ajouter quelques valeurs des données de drive test sur quelques zones qui sont difficiles à modéliser.

CONCLUSION GENERALE

Les déterminations de la localisation classique sont basées sur les mesures des positions de points de référence connues. Dans plusieurs applications, on a alors besoin de déterminer la position de plusieurs nœuds. La résolution des emplacements de ces positions de référence impacte la précision de la localisation.

La performance de la localisation utilisant les méthodes en RSS est en fonction de la modélisation du canal. Si le canal varie, la performance de ces méthodes est hautement affectée. Il est alors primordial de comprendre la modélisation du canal ainsi que leurs comportements statistiques. Pour pallier aux problèmes des évanouissements lents et rapides et aussi aux effets d'ombre, plusieurs algorithmes sont proposés.

Les différentes estimations du positionnement du mobile utilisant le logiciel existant de la planification réseau et les mesures du RNC dans un réseau 3G sont les contributions réalisées dans ce travail.

Applications :

La localisation par RSSI utilisant les infrastructures existantes de l'opérateur a de nombreuses applications surtout en qualité de ses moindres coûts. On utilise les résultats entre autre pour localiser et/ou suivi d'une personne donnée dans le cadre judiciaire. Ces informations sont parfois à combiner avec les natures sociales et caractères comportementaux de la personne. Les connaissances des positions des mobiles permettent aussi d'améliorer la performance du réseau en ayant adapté les optimisations adéquates.

Perspectives :

Les différentes recherches réalisées, nous amène vers les perspectives suivantes :

- *Ajouter quelques données pratiques de mesures dans la base des points de référence pour augmenter la précision de la localisation.*
- *Avec l'évolution des technologies mobiles, il est très intéressant d'utiliser les solutions hybrides de positionnement afin d'obtenir une précision optimale de la localisation. Ces méthodes combinatoires sont considérées pour améliorer les valeurs de localisation en terme de latence.*

ANNEXES

ANNEXE 1 : Publications de notoriété nationale et internationale

A1.1 Planification radio pour le réseau 3G

MADA-ETI, ISSN 2220-0673, Vol.1, 2014, www.madarevues.gov.mg

Planification radio pour le réseau 3G

*Ravelomanantsoa N.L.*¹, *Rasamimanana N.H.*², *Randriamitantoa P.A.*³

Ecole Doctorale en Sciences et Techniques de l'Ingénierie et de l'Innovation (ED-STII)
Laboratoire de Recherche en Télécommunication, Automatique, Signal et Images (LR-TASI)
Université d'Antananarivo

BP 1500, Ankatso – Antananarivo 101 – Madagascar

¹*lavelomanatsoa@yahoo.ca*, ²*nivorasami@gmail.com*, ³*rpauguste@gmail.com*

Résumé

La planification, la conception, l'acquisition et le déploiement des sites radio de station de base sont considérés comme des défis majeurs dans le déploiement des réseaux 3G, considérant les opérateurs 3G et les opérateurs 2G existants.

Cet article présente la planification radio pour le 3G ainsi pour sortir quelques optimisation y correspondant. On y présente les étapes de planifications avec les différentes modélisations mathématiques de divers paramètres, et les principes d'optimisation.

Mots clés : 3G, handover, modèle de propagation, UMTS, WCDMA.

Abstract

The planning, design, acquisition, and deployment of radio base station sites are seen as the major challenges in the roll out of 3G networks, considering 3G and 2G operators already existing. This paper presents the radio planning and optimization of 3G. This memory introduces the UMTS technologies, the different steps of radio planning with modelling of some parameters and the optimization principle.

Keywords: 3G, handover, UMTS, WCDMA

1. Introduction

La planification de réseau radio a pour but d'établir et garantir l'efficacité du réseau face à l'évolution de la technologie sans fil et à la montée des nombre des abonnés, face à la création des nouveaux services liés au 3G. Cet article donne des descriptions de la planification de réseau radio et l'optimisation des réseaux UMTS basés sur Frequency Division Duplex (FDD) de la technologie WCDMA (Wideband Code Division Multiple Access).

Dans un premier temps, nous allons déterminer dans les modélisations mathématiques de la technologie d'accès WCDMA. En deuxième temps, on y explique la planification radio avec quelques concepts basiques qui permettent d'avoir un réseau radio plus efficace. Après cela, le processus d'optimisation en radio 3G est élaboré, ainsi qu'une simulation sous Matlab pour illustration. Notre recherche s'appuie sur les ouvrages Radio Network Planning and Optimisation for UMTS [5] et Advanced cellular network planning and optimisation 2g/2.5g/3g evolution to 4g [8].

2. Objectifs et méthodes de la planification

2.1 Objectifs

- Capacité : pour supporter les trafics des abonnés avec une probabilité de blocage et de retard très faible.
- Couverture : pour obtenir la couverture de service sur une surface donnée.
- Qualité: pour établir une relation entre la capacité et la couverture et garder une certaine valeur de QoS
- Coût : pour permettre une implémentation économique du réseau quand le service est établi et pour une extension contrôlée du réseau

2.2 Méthodes

On nécessite trois phases pour la planification. La phase de préparation a pour but de définir les objectifs en couverture et en capacité et l'initialisation des paramètres.

Le dimensionnement permet l'évaluation rapide du nombre et d'équipements nécessaires ainsi que leur capacité respective. Il permet d'avoir aussi l'estimation du trafic offert et l'estimation de la capacité versus couverture.

La dernière phase consiste à la planification détaillée qui conduit à l'estimation détaillée de la couverture et de la capacité et l'analyse de couverture et de capacité itérative

2.3 Dimensionnement

Le dimensionnement d'un réseau radio WCDMA est un processus qui permet d'estimer, à partir des besoins et des exigences de l'opérateur, le nombre

d'équipements nécessaires ainsi que leurs configurations. Les principaux objectifs du dimensionnement sont de définir les bilans de puissance, la couverture, la capacité et d'estimer le nombre de sites, de stations de base, de RNC ainsi que le nombre d'équipements du réseau cœur nécessaire, que ce soit dans le domaine circuit ou dans le domaine paquet.

2.3.1 Portée de la cellule

On applique un modèle de propagation (Okamura Hata ou Walfish-Ikegami)

$$L_p = 138,5 + 35,7 \cdot \log_{10}(r) \quad (1)$$

La couverture d'une cellule en configuration hexagonale est :

$$S = K \cdot r^2 \quad (2)$$

S est la surface de couverture

r est la portée maximale de la cellule

K est une constante.

2.3.2 Charge de la cellule en sens montant

La charge de la cellule en sens montant est définie par :

$$\eta_{UL} = \sum_{k=1}^{K_s} \frac{1}{1 + \frac{W}{p_k \cdot R_k}} \cdot (1 + i) \quad (3)$$

En incluant les effets de sectorisation et les activités de service nous avons

$$\eta_{UL} = \sum_{k=1}^{K_s} \frac{1}{1 + \frac{W}{p_k \cdot R_k}} \cdot v_k \cdot \left(1 + i \cdot \frac{N_s}{\zeta} \right) \quad (4)$$

2.3.3 Charge de la cellule en sens descendant

La charge de la cellule en sens descendant est définie par :

$$\eta DL = \sum_{i=1}^I \left[\frac{\rho_i R_i V_i}{W} \left((1 - \alpha_i) + \sum_{n=1, n \neq m}^N \frac{L_{p_{ni}}}{L_{p_{mi}}} \right) \right]$$

(5)

- $L_{p_{mi}}$ est la perte de liaison à partir de la station de base servante m à la station mobile i ;
- $L_{p_{ni}}$ est la perte à partir d'autre station de base n à la station de mobile i ;
- ρ_i est le E_b / N_0 nécessaire transmis pour le MS i , incluant le gain de combinaison de soft handover et la hausse de puissance moyenne due au contrôle de puissance rapide ;
- N est le nombre de stations de base ;
- I est le nombre de connexions dans un secteur ;
- α_i est le facteur d'orthogonalité qui varie entre 0 et 1 selon les conditions des trajets multiples ($\alpha = 1$: orthogonalité complète)

2.3.4 Sensibilité du récepteur

Les bruits de la station de base à la réception à travers une porteuse WCDMA sont calculés et le rapport signal sur bruit requis à la réception contient le gain de traitement et la perte due aux charges.

La puissance utile S du signal est :

$$S = SNR \cdot N_0 \cdot W \quad (6)$$

$$SNR = \rho \cdot \frac{R}{W(1-\eta)} \quad (7)$$

- $N_0 \cdot W$ est le bruit de fond ;
- R est le débit binaire du service utilisé ;
- ρ est le E_b / N_0 utile pour le service ;
- W est le débit de chip en WCDMA ;
- η est la charge de la cellule.

2.3.5 Dimensionnement du RNC

Le but du dimensionnement du RNC est de déterminer le nombre de RNCs nécessaires pour supporter le trafic. Il existe plusieurs limitations sur la capacité d'un RNC à savoir :

- Nombre maximal de cellule :

$$N_{RNC} = \frac{N_{Cells}}{N_{cells/RNC} \cdot fillrate1} \quad (8)$$

- Nombre maximal de BS :

$$N_{RNC} = \frac{N_{BS}}{N_{BS/RNC} \cdot fillrate2} \quad (9)$$

- Nombre d'interface Iub

$$N_{RNC} = \frac{v_{voice} + v_{dataCS} + v_{dataPS}}{Iub \cdot fillrate3} \cdot N_{subs} \quad (10)$$

- Quantité et le type d'interfaces (ex STM-1, MIC)

2.4 Planification détaillée

La planification détaillée comprend trois phases. Après l'initialisation, le sens montant et le sens descendant des toutes les stations mobiles sont analysés répétitivement. Dans la phase finale, après que les itérations aient pu satisfaire certains critères de convergence, les résultats des analyses

des voies montante et descendante sont post-traités pour des résultats numériques et graphiques différents.

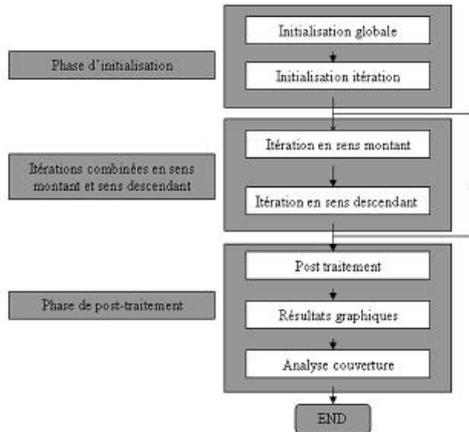


Figure 01 : Planification détaillée

2.4.1 Itération en sens montant

- L'objectif est d'allouer la puissance de transmission d'une MS.

$$TxP_u(k, n) = S_{bs}(k) + PL_{UL}(k, n) \quad (13)$$

- S_{bs} est la sensibilité de BS k en dBm
- $PL_{UL}(k, n)$ est la perte de propagation en sens montant entre la MS n et la BS k

- La meilleure servante BS en sens montant est celle qui minimise l'équation 13
- La boucle s'arrête jusqu'à ce qu'il y a convergence entre la sensibilité de la BS et le niveau de l'interférence
- Les mobiles excédants la puissance limite sont mis hors services ou sont affectés vers une autre porteuse s'il en existe.

La puissance de transmission utile pour une MS est corrigée par la différence de sensibilité du

récepteur entre les services différents. Cette correction se traduit par :

$$TxP_{base} = \min TxP_{MS} + \Delta S \quad (14)$$

Où $\min TxP_{MS}$ est la puissance minimum

$$\Delta S(i) = \ln 2 \log \left(\frac{vUL \left(1 + \frac{W}{vUL \cdot \log 2 \ln(refEbNo) \cdot refR} \right)}{vUL(i) \left(1 + \frac{W}{vUL(i) \cdot \log 2 \ln(msEbNo_{UL}(i)) \cdot msR_{UL}(i)} \right)} \right) \text{Où}$$

- W est la vitesse de chip
- $vUL(i)$ est le facteur d'activité en sens montant de la MS i
- vUL est le facteur d'activité en sens montant pour un service de référence
- $refEbNo$ est le E_b / N_0 d'un service de référence calculé à partir des paramètres $refR$ et $refSpeed$ qui sont les débits des données de référence et la vitesse appliquée pour calculer la sensibilité du service de référence.
- $msEbNo_{UL}(i)$ est le E_b / N_0 de la MS en sens montant
- $msR_{UL}(i)$ est le débit des données de la MS i en sens montant

Toutes les puissances de transmission nécessaires pour le calcul itératif sont obtenues de la façon suivante :

Premièrement, le gain du soft handover dans le sens montant est utilisé pour estimer la puissance à partir de la cellule servante :

$$TxP_{MS} = TxP_{bs} - G_{RxSHO} \quad (15)$$

Où G_{RxSHO} est le gain dû au soft handover.

Deuxièmement, la puissance à partir du calcul d'interférence entre la cellule et les autres cellules est déterminée par :

$$TxP_{MSRaised} = TxP_{bs} + (TxP_{MSRaised} - G_{TxSHO}) \quad (16)$$

Où $TxP_{MSRaised}$ est la hausse moyenne de puissance de transmission due au contrôle rapide de puissance

G_{TxSHO} est la réduction de cette hausse due au gain de soft handover.

Troisièmement, la puissance de transmission incluant la marge d'évanouissement rapide est calculée suivant l'équation 2-38. Cette puissance est utile pour vérifier si la MS possède une puissance suffisante ou s'elle doit être mise hors service :

$$TxP_{MSPeak} = TxP_{bs} + (M - G_{PeakSHO}) \quad (17)$$

Où M est la marge d'évanouissement rapide nécessaire à la périphérie de la cellule pour le contrôle de puissance

$G_{PeakSHO}$ est la réduction de cette marge due au gain de soft handover

2.4.2 Sensitivité de BS et charge de la cellule

$$S_m = P_{noisebs} + 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{1}{vUL \left(1 + \frac{W}{vUL \cdot \log 2 \text{lin}(refEbNo)refR} \right)^{(1-\eta)}} \right) \quad (18)$$

- $P_{noisebs}$ est le bruit de fond du récepteur (dBm) incluant le facteur de bruit N_f
- vUL est l'activité du service,

- $refEbNo$ est le E_b / N_0 nécessaire pour le service de référence
- $refR$ est le débit binaire
- η est la charge en sens montant

Les interférences nécessaires dans le calcul sont :

$$I_{own,m} = \sum_{k, \text{bestserver}(k)=m} \frac{v_k \cdot \log 2 \text{lin}(TxP_{MSk})}{Lp_{k,m}} \quad (19)$$

$$I_{oth,m} = \sum_{k=1, \text{bestserver}(k) \neq m} \frac{v_k \cdot \log 2 \text{lin}(TxP_{MSRaisedk})}{Lp_{k,m}} \quad (20)$$

$$I_{ac,m} = \sum_j \frac{v_j \cdot \max(\log 2 \text{lin}(acF_{tj}), \log 2 \text{lin}(TxP_{MSRaisedk}), \log 2 \text{lin}(acP_{outj}))}{Lp_{j,m}}$$

(21)

2.4.3 Itération en sens descendant

Le but de l'itération en sens descendant c'est d'assigner les puissances de transmission de la BS pour chaque liaison utilisée par une MS jusqu'à ce que tous les MSs reçoivent leur signal avec le rapport interférence porteuse nécessaire (C/I).

$$CI_{target} = \frac{EbNo_{MS}}{W/R} \quad (22)$$

$EbNo_{MS}$ est le E_b / N_0 nécessaire reçu de la MS selon la vitesse du terminal et le service. Le rapport réel $(C/I)_m$ d'une MS m est calculé en utilisant le combinaison de rapport maximal ou Maximal Ratio Combining (MRC) et en sommant les valeurs de C/I pour tous les liens k (k=1, ...,K) utilisés par la MS :

$$\left(\frac{C}{I} \right)_m = \sum_{k=1}^K \frac{P_{km} / Lp_{km}}{(1-\alpha_k) \cdot P_k / Lp_{km} + I_{oth,k} + N_m} \quad (23)$$

- P_k est la puissance totale de transmission de la BS à laquelle une liaison k est établie
- Lp_{km} est la perte de liaison entre la cellule k et la MS m
- $I_{oth,k}$ est l'interférence d'autres cellules
- N_m est le bruit de fond et du récepteur de Ms m

2.4.4 Analyse de couverture

- Couverture en DCH en sens montant

En sens montant, on peut estimer si un MS additionnel utilisant un certain débit binaire et une certaine exigence en E_b / N_0 peut obtenir un service dans une location donnée. En d'autres termes, on va vérifier si la puissance maximale de transmission autorisée de la MS est suffisante pour satisfaire les conditions d'exigences en E_b / N_0 du récepteur BS. La puissance de transmission de la MS est alors à comparer à la puissance maximum autorisée.

$$P_{Tx,MS} = \frac{N_0 \cdot L_p}{v \cdot (1 - \eta) \left(1 + \frac{W}{R \cdot \rho \cdot v} \right)} \quad (24)$$

- N_0 est le bruit de fond
- L_p est la perte de propagation entre la MS et la BS
- R, v, ρ sont respectivement le débit binaire, l'activité de service et l'exigence en E_b / N_0 d'un service donné en sens montant
- W est la vitesse du chip
- η est la charge en sens montant

- Couverture en CPICH primaire

Durant la planification du réseau, la puissance de transmission de P-CPICH doit être le plus faible possible, tout en s'assurant que la meilleure cellule et ses voisines sont synchronisées et que le P-CPICH est suffisamment utilisé pour être une référence de phase pour tous les autres canaux physiques en sens descendant.

Ceci veut dire que 5% à 10% de la puissance totale de BS est utilisé pour le P-CPICH. Pour chaque pixel d'une zone donnée, la valeur de E_c / I_0 est :

$$CPICH_{ecio} = \frac{P_{CPICH} / L_p}{\sum_{i=1}^{numBSs} P_{tx,i} / Lp_i + I_{ACI} + N_0} \quad (25)$$

- P_{CPICH} est la puissance du P-CPICH pour la meilleure servante
- L_p est la perte de liaison de la meilleure servante
- $P_{tx,i}$ est la puissance de transmission totale de la BS i
- Lp_i est la perte de liaison de la BS i
- I_{ACI} est l'interférence de canal adjacent
- N_0 est le bruit thermique de la MS par défaut
- $numBSs$ est le nombre de BSs dans le réseau

2.5 Simulation

2.5.1 Editions des sites

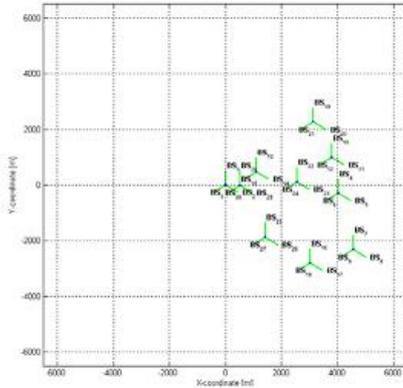


Figure 02 : Exemple de scenario avec 10 BS à trois secteurs

Nous prenons, pour la simulation un exemple d'une ville A avec 10 BS en 3G et un RNC. Les hauteurs des antennes varient de 13m à 35m. La simulation utilise une configuration de station de base à trois secteurs

2.5.2 Paramètres essentiels de la simulation

Paramètre	Valeur
Vitesse du Chip	3,8 Mcps
Puissance de transmission maximale de BS	43 dBm
Puissance de transmission maximale de MS	24 dBm
Puissance de transmission minimale de MS	-45 dBm
Vitesse de MS	50 km/h
Bruit de Fond de BS	5 dB
Bruit de Fond de MS	8 dB
Puissance CPICH	30 dBm
Orthogonalité	50%
Perte de câble	0 dB
Bruit thermique	-174 dBm/Hz
Nombre d'utilisateurs	2000

Figure 03 : Paramètres d'entrées essentiels de la simulation

2.5.3 Distribution des utilisateurs

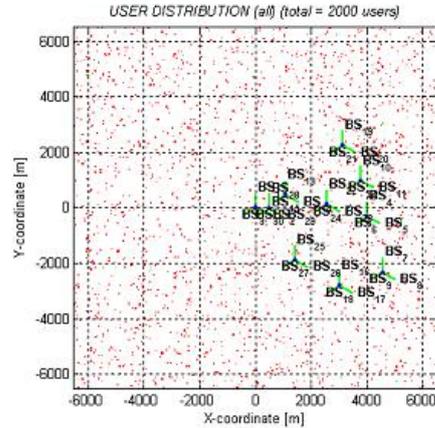


Figure 04 : Exemple de distribution des utilisateurs

On a reparti aléatoirement 2000 utilisateurs. Ils sont représentés par le point rouge.

2.5.4 Distribution des utilisateurs servis

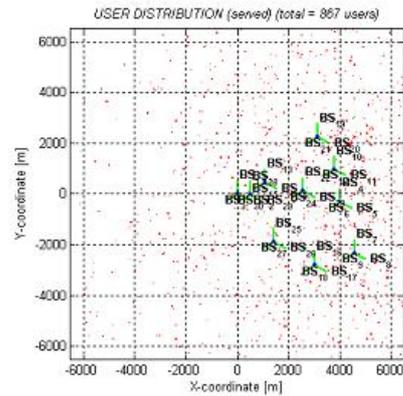


Figure 05 : Distribution des utilisateurs servis par les 10 BS

Après les processus d'itération en sens montant et en sens descendant, nous avons seulement 867 utilisateurs servis. Les restes sont donc mis en hors service. En effet on n'a pas utilisé une autre fréquence pour un changement de porteuse.

2.5.5 Charge de chaque cellule

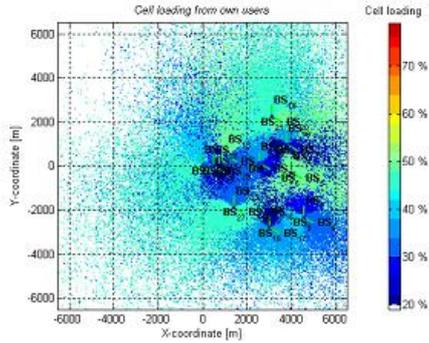


Figure 06 : Charge de la cellule

La charge de chaque cellule est la source de mis en hors service d'un mobile. Le nombre d'utilisateurs servis se réduit jusqu'à ce que la charge de la cellule soit acceptable. La charge est acceptable, si la charge de la cellule de chaque BS ou le total de charge de toutes les BS ne dépasse pas la limite. On voit ici que toutes les cellules sont utilisées à 58% au maximum.

2.5.6 Interférence de toutes les BS

La principale différence entre la prédiction de couverture en WCDMA et en TDMA/FDMA se repose sur l'estimation au préalable de l'interférence en WCDMA. La figure suivante montre l'interférence d'une cellule à d'autres

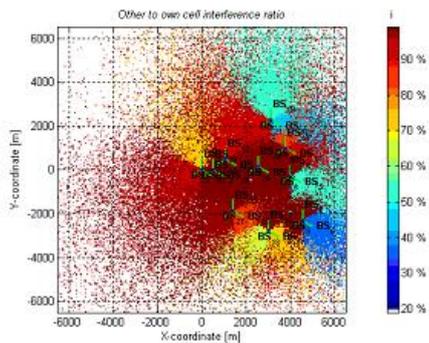


Figure 07 : Interférence d'une cellule à d'autres

2.5.7 Calcul de la puissance du signal reçu par une BS donnée

En outre, on peut prédire la couverture en DCH dans la voie descendante pour une BS donnée. Le service étant à débit de 8 bits/s et la vitesse du mobile étant à 50km/h. La probabilité de couverture posée par l'opérateur est de 95%.

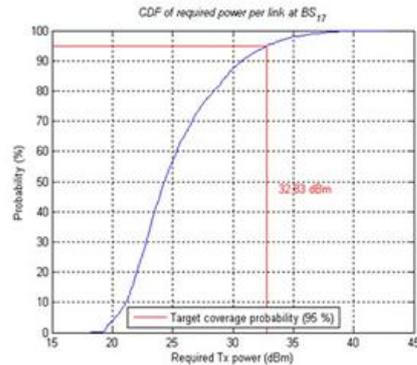


Figure 08 : La puissance de transmission utile pour une probabilité de couverture donnée.

2.5.8 Niveau de puissance CPICH d'un utilisateur se déplaçant d'un point à un autre.

Afin, on peut déterminer le niveau de puissance de CPICH d'un mobile se déplaçant d'un point à un autre. Le changement de couleur indique un handover d'une cellule à une autre.

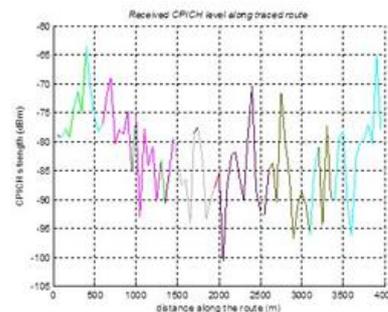


Figure 09 : Le niveau de puissance de CPICH pour un utilisateur se déplaçant d'un site à un autre.

3. Conclusion

La planification est un processus inhérent au cycle de vie d'un réseau de Télécommunication. Il permet de déterminer l'efficacité du réseau.

L'étape initiale de la planification est la phase du dimensionnement, qui permet d'identifier entre autre le nombre d'équipements nécessaires du réseau.

Pour le réseau 3G, les nouveaux paramètres de bilan de liaison sont : les marges de dégradation en interférence, les marges d'évanouissement rapide, l'augmentation de la puissance de transmission et le gain du soft handover.

L'étape suivante consiste à une planification détaillée, c'est-à-dire des initialisations des paramètres et des phases d'itérations en sens montant et en sens descendant. Les itérations en sens montant permettent de déterminer la puissance de transmission des stations mobiles tandis que celles en sens descendant déterminent la puissance de transmission des stations de base. On obtient alors la charge totale d'une cellule, l'accès ou non d'une station mobile au service offert, les interférences et les probabilités de couverture.

4. Références

- [1] M. Assaad, Djamal, "TCP Performance over UMTS-HSDPA Systems", Auerbach Publications: 2007.
- [2] P. Cauwenberge, "Study of soft handover in UMTS", Thèse, DTU: 2003.
- [3] H. Holma, A.Toskala, "HSDPA/HSUPA for UMTS: High Speed Radio Access for Mobile Communications" John Wiley & Sons: 2006.
- [4] H.Kaaranen, A.Ahtiainen, L.Laitinen, S.Naghian, V.Niem, "UMTS Network", John Wiley & Sons: 2005.
- [5] J.Laiho, A.Wacker, "Radio Network Planning and Optimisation for UMTS", John Wiley & Sons: 2006.
- [6] D.Laouin, "Analyse de la capacité/couverture d'un réseau UMTS Application pour le positionnement des sites", sup'com : 2005-2006.
- [7] A.Marsha, "Fundamentals of Cellular Network Planning on-2G-2.5G-3G-Evolution-to-4G", John Wiley & Sons: 2004.
- [8] A.Mishra, "Advanced cellular network planning and optimisation 2g/2.5g/3g .evolution to 4g", John Wiley & Sons: 2007.
- [9] M.Nawrocki, M.Dohler, A.Aghvami, "Understanding UMTS Radio Network Modelling, Planning and Automated Optimisation", John Wiley & Sons: 2006.
- [10] J.Perez, R.Sallent, Agusti R., M.Daz-Guerra, "Radio resource management strategies in UMTS", John Wiley & Sons: 2005.

- [11] H.Ramzi, «*Dimensionnement du réseau d'accès radio UMTS*», Revue des Télécommunications d'Alcatel - 1e trimestre en 2001.
- [12] A.Saadani, «*Méthodes de Simulations Rapides du Lien Radio pour les Systèmes 3G*», Thèse, ENST :2003.
- [13] J.Sandez, M.Thioune, «*UMTS*», Lavoisier :2008
- [14] M.Traii, R.Ghayoula, A.Gharsallah, «*Nouvelle procédure pour la conception d'une matricede Butler 3*4 a un faisceau axial en utilisant que descoupleurs (3dB ; 90°)*», SHETIT : 2007

A1.2 Modèle de positionnement mobile par approche non linéaire de TOA pour une visibilité directe

MADA-ETI, ISSN 2220-0673, Vol.2, 2014, www.madarevues.gov.mg

Modèle de positionnement mobile par approche non linéaire de TOA pour une visibilité directe

Ravelomanantsoa N.L.¹, Rasamimanana N.H.², Randriamitantoa P.A.³

Ecole Doctorale en Sciences et Techniques de l'Ingénierie et de l'Innovation (ED-STII)
Laboratoire de Recherche en Télécommunication, Automatique, Signal et Images (LR-TASI)
Université d'Antananarivo
BP 1500, Ankatso – Antananarivo 101 – Madagascar

¹*ravelomanantsoa@yahoo.ca*, ²*nivorasami@gmail.com*, ³*rpauguste@gmail.com*

Résumé

Cet article présente un modèle de positionnement mobile par les mesures de TOA (Time of Arrival). On travaille sur les équations non linéaires obtenues directement à partir des relations entre la position du mobile et les mesures. On utilise pour cela l'estimateur aux moindres carrés non linéaire ou nonlinear least squares (NLS), et l'estimateur au maximum de vraisemblance ou maximum likelihood (ML) dans un scénario de transmission à visibilité directe.

Mots clés : TOA, positionnement, moindres carrés

Abstract

This paper presents a model of mobile positioning measures TOA (Time of Arrival). We work on nonlinear equations obtained directly from the relationships between the mobile position and measurements. For that we use nonlinear least squares (NLS) and maximum likelihood (ML) estimators in line of sight scenario.

Keywords: TOA, positioning, least square

1. Introduction

Le positionnement dans le réseau sans fil est possible en exploitant les caractéristiques de propagation des signaux. La relation entre les mesures et la position est toujours corrompue par un composant bruit, et par la complexité du système de positionnement. Ainsi, il est nécessaire d'avoir un modèle mathématique qui soit capable de manipuler les mesures afin d'extraire les coordonnées.

2. Description générale du positionnement par estimation du Temps d'arrivée ou Time of Arrival (TOA)

Le TOA d'un signal permet d'évaluer la distance et permet ainsi la localisation. Plusieurs nœuds de base coopèrent pour la localisation d'un nœud cible via la triangulation. Les positions de tous les nœuds de base sont normalement connues. En supposant que les positions des nœuds de base soient connues et pour un scénario coplanaire, trois nœuds de bases et trois mesures de TOA sont nécessaires pour localiser un nœud cible.

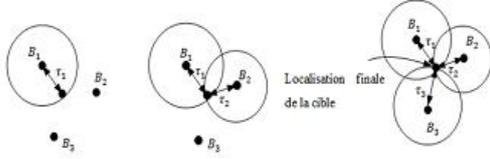


Figure 01 : Positionnement par TOA d'un seul, de deux et de trois nœuds de base

3. Modèle de mesure pour la TOA

Le modèle de mesure est généralisé par l'équation ci-dessous :

$$r = f(x) + n \quad (1.1)$$

Où r est le vecteur des mesures, x la position de la source à déterminer, $f(x)$ une fonction non linéaire de x et n est un vecteur de bruit additif de valeur moyenne nulle.

On obtient la distance entre la source et la cible en multipliant le TOA avec la vitesse de propagation. En absence d'erreur de mesure, chaque TOA correspond à un cercle centré sur le récepteur dans un espace à deux dimensions. Géométriquement, trois cercles(ou plus) déduits de TOAs sans bruit donneront une intersection unique qui est la position de la source. Cependant, les cercles peuvent n'avoir aucune intersection ou des intersections multiples s'il y a des perturbations. On convertit alors les TOAs bruités en un ensemble d'équations circulaires, à partir desquelles on va déterminer la position de la source selon un critère d'optimisation.

Le modèle de mesure de TOA est formulé comme suit :

Soient $\mathbf{x} = [x \ y]^T$ la position de la source qui est inconnue et $\mathbf{x}_l = [x_l \ y_l]^T$ la position du l ème

nœud de base, où $l = 1, 2, \dots, L$ et $L \geq 3$ est le nombre de nœuds de base.

La distance d_l entre la source et le l ème nœud de base est donné par :

$$d_l = \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_l\|_2 \quad (1-2)$$

$$= \sqrt{(x - x_l)^2 + (y - y_l)^2},$$

$$l = 1, 2, 3, \dots, L$$

On suppose que la cible émet le signal à $t = 0$ et le l ème nœud de base reçoit le signal à $t = t_l$, c'est-à-dire que $\{t_l\}$ sont les TOAs et que la relation entre la distance d_l et t_l est :

$$t_l = \frac{d_l}{c}, \quad l = 1, 2, 3, \dots, L \quad (1-3)$$

Où c est la vitesse de propagation.

En pratique, les TOAs contiennent des erreurs de mesure. En conséquence, la mesure de la distance $r_{TOA,l}$, basée sur la multiplication de t_l par la vitesse de propagation c , est modélisée par :

$$r_{TOA,l} = d_l + n_{TOA,l} \quad (1-4)$$

$$= \sqrt{(x - x_l)^2 + (y - y_l)^2} + n_{TOA,l}$$

Où $n_{TOA,l}$ est l'erreur dans $r_{TOA,l}$ résultant des perturbations des TOAs.

L'équation (1.1) peut être écrite sous forme de vecteur comme :

$$\mathbf{r}_{TOA} = \mathbf{f}_{TOA}(\mathbf{x}) + \mathbf{n}_{TOA} \quad (1-5)$$

Où

$$\mathbf{r}_{TOA} = [r_{TOA,1} \ r_{TOA,2} \ \dots \ r_{TOA,L}]^T \quad (1-6)$$

$$\mathbf{n}_{TOA} = [n_{TOA,1} \ n_{TOA,2} \ \dots \ n_{TOA,L}]^T \quad (1-7)$$

Et

$$\mathbf{f}_{TOA}(\mathbf{x}) = \mathbf{d}$$

$$= \begin{bmatrix} \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2} \\ \sqrt{(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2} \\ \vdots \\ \sqrt{(x - x_L)^2 + (y - y_L)^2} \end{bmatrix} \quad (1-8)$$

Ici, $\mathbf{f}_{TOA}(\mathbf{x})$ représente la fonction connue, dont le paramètre est \mathbf{x} . Ce dernier est en fait, un vecteur de distance sans bruit. La détermination de la localisation de a source par les mesures de TOA se fait par l'estimation de \mathbf{x} sachant $\{r_{TOA,l}\}$ ou \mathbf{r}_{TOA} .

Nous supposons que $\{n_{TOA,l}\}$ sont des processus Gaussiens non corrélés, de valeur moyenne nulle qui indique une transmission à visibilité directe, et de variance $\{\sigma_{TOA,l}^2\}$. La fonction de densité de probabilité (FDP) de chaque variable aléatoire scalaire $r_{TOA,l}$, notée par $p(r_{TOA,l})$ est de la forme :

$$p(r_{TOA,l}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{TOA,l}^2}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_{TOA,l}^2}(r_{TOA,l} - d_l)^2\right) \quad (1-9)$$

d_l et $\sigma_{TOA,l}^2$ sont respectivement sa valeur moyenne et sa variance. D'une autre manière on peut écrire $r_{TOA,l} \sim N(d_l, \sigma_{TOA,l}^2)$. La fonction de densité de probabilité de \mathbf{r}_{TOA} , notée par $p(\mathbf{r}_{TOA})$, est

$$p(\mathbf{r}_{TOA}) = \frac{1}{(2\pi)^{L/2} |\mathbf{C}_{TOA}|^{1/2}} \exp\left(-\frac{1}{2}(\mathbf{r}_{TOA} - \mathbf{d})^T \mathbf{C}_{TOA}^{-1} (\mathbf{r}_{TOA} - \mathbf{d})\right) \quad (1-10)$$

Où \mathbf{C}_{TOA} est la matrice de covariance de \mathbf{r}_{TOA} qui correspond à

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_{TOA} &= E\{(\mathbf{r}_{TOA} - \mathbf{d})(\mathbf{r}_{TOA} - \mathbf{d})^T\} \\ &= E\{\mathbf{n}_{TOA} \mathbf{n}_{TOA}^T\} \\ &= \text{diag}(\sigma_{TOA,1}^2, \sigma_{TOA,2}^2, \dots, \sigma_{TOA,L}^2) \end{aligned} \quad (1-11)$$

4. Algorithme de localisation

Les méthodes non linéaires basées sur le TOA essayent de déterminer la localisation de la cible

directement à partir de l'équation (1-4), qui incluent les estimateurs ML et NLS.

4.1 NLS

L'approche NLS minimise les fonctions de coût des moindres carrés construites directement à partir de l'équation (1-4).

En se basant sur les équations (1-4) et (1-5), la fonction de coût du NLS pour une position estimée $\hat{\mathbf{x}} = [\hat{x} \ \hat{y}]^T$, noté par $J_{NLS,TOA}(\hat{\mathbf{x}})$, est :

$$\begin{aligned} J_{NLS,TOA}(\hat{\mathbf{x}}) &= \sum_{l=1}^L (r_{TOA,l} - \sqrt{(\hat{x} - x_l)^2 + (\hat{y} - y_l)^2})^2 \\ &= (\mathbf{r}_{TOA} - \mathbf{f}_{TOA}(\hat{\mathbf{x}}))^T (\mathbf{r}_{TOA} - \mathbf{f}_{TOA}(\hat{\mathbf{x}})) \end{aligned} \quad (1-12)$$

L'estimation de la position par NLS est le vecteur $\hat{\mathbf{x}}$ qui correspond à la plus petite valeur de $J_{NLS,TOA}(\hat{\mathbf{x}})$, soit :

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \min_{\hat{\mathbf{x}}} J_{NLS,TOA}(\hat{\mathbf{x}}) \quad (1-13)$$

Pour trouver $\hat{\mathbf{x}}$, on étudie trois méthodes de recherche locale : la méthode de Newton-Raphson, celle de Gauss-Newton, et enfin la méthode de plus profonde descente (Steepest descent) ou méthode de Gradient à pas optimal.

4.1.1 Algorithme de Newton-Raphson

La procédure itérative de Newton-Raphson pour trouver $\hat{\mathbf{x}}$ est :

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}^{k+1} &= \hat{\mathbf{x}}^k - \mathbf{H}^{-1} (J_{NLS,TOA}(\hat{\mathbf{x}}^k)) \nabla (J_{NLS,TOA}(\hat{\mathbf{x}}^k)) \end{aligned} \quad (1-14)$$

Où $\mathbf{H}(J_{NLS,TOA}(\hat{\mathbf{x}}^k))$ et $\nabla(J_{NLS,TOA}(\hat{\mathbf{x}}^k))$ sont respectivement les matrices Hessiennes et le vecteur gradient correspondants calculés au k ième estimation d'itération, notamment $\hat{\mathbf{x}}^k$, ils sont de la forme :

$$\mathbf{H}(J_{NLS,TOA}(\mathbf{x})) = \frac{\partial^2 J_{NLS,TOA}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x} \partial \mathbf{x}^T} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 J_{NLS,TOA}(\mathbf{x})}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 J_{NLS,TOA}(\mathbf{x})}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial^2 J_{NLS,TOA}(\mathbf{x})}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 J_{NLS,TOA}(\mathbf{x})}{\partial y^2} \end{bmatrix} \quad (1-15)$$

Avec

$$\frac{\partial^2 J_{NLS,TOA}(\mathbf{x})}{\partial x^2} = \sum_{l=1}^L 2 \left(\frac{(x-x_l)^2}{(x-x_l)^2 + (y-y_l)^2} - \frac{(r_{TOA,l} - \sqrt{(x-x_l)^2 + (y-y_l)^2})(y-y_l)^2}{[(x-x_l)^2 + (y-y_l)^2]^{3/2}} \right) \quad (1-16)$$

$$\frac{\partial^2 J_{NLS,TOA}(\mathbf{x})}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 J_{NLS,TOA}(\mathbf{x})}{\partial y \partial x} = \sum_{l=1}^L \frac{2r_{TOA,l}(x-x_l)(y-y_l)}{[(x-x_l)^2 + (y-y_l)^2]^{3/2}} \quad (1-17)$$

Et

$$\frac{\partial^2 J_{NLS,TOA}(\mathbf{x})}{\partial y^2} = \sum_{l=1}^L 2 \left(\frac{(y-y_l)^2}{(x-x_l)^2 + (y-y_l)^2} - \frac{(r_{TOA,l} - \sqrt{(x-x_l)^2 + (y-y_l)^2})(x-x_l)^2}{[(x-x_l)^2 + (y-y_l)^2]^{3/2}} \right) \quad (1-18)$$

Où

$$\nabla(J_{NLS,TOA}(\mathbf{x})) = \begin{bmatrix} \sum_{l=1}^L \frac{(r_{TOA,l} - \sqrt{(x-x_l)^2 + (y-y_l)^2})(x-x_l)}{[(x-x_l)^2 + (y-y_l)^2]^{1/2}} \\ \sum_{l=1}^L \frac{(r_{TOA,l} - \sqrt{(x-x_l)^2 + (y-y_l)^2})(y-y_l)}{[(x-x_l)^2 + (y-y_l)^2]^{1/2}} \end{bmatrix} \quad (1-19)$$

4.1.2 Algorithme de Gauss-Newton

Pour la méthode Gauss-Newton, la règle est :

$$\hat{\mathbf{x}}^{k+1} = \hat{\mathbf{x}}^k + \left(\mathbf{G}^T(\mathbf{f}_{TOA}(\hat{\mathbf{x}}^k)) \mathbf{G}(\mathbf{f}_{TOA}(\hat{\mathbf{x}}^k)) \right)^{-1} \mathbf{G}^T(\mathbf{f}_{TOA}(\hat{\mathbf{x}}^k)) (\mathbf{r}_{TOA} - \mathbf{f}_{TOA}(\hat{\mathbf{x}}^k)) \quad (1-20)$$

Où $\mathbf{G}(\mathbf{f}_{TOA}(\hat{\mathbf{x}}^k))$ est la matrice Jacobienne de $\mathbf{f}_{TOA}(\hat{\mathbf{x}}^k)$ calculé à $\hat{\mathbf{x}}^k$ et a l'expression suivante :

$$\mathbf{G}(\mathbf{f}_{TOA}(\hat{\mathbf{x}}^k)) = \begin{bmatrix} \frac{x-x_1}{[(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2]^{1/2}} & \frac{y-y_1}{[(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2]^{1/2}} \\ \frac{x-x_2}{[(x-x_2)^2 + (y-y_2)^2]^{1/2}} & \frac{y-y_2}{[(x-x_2)^2 + (y-y_2)^2]^{1/2}} \\ \vdots & \vdots \\ \frac{x-x_L}{[(x-x_L)^2 + (y-y_L)^2]^{1/2}} & \frac{y-y_L}{[(x-x_L)^2 + (y-y_L)^2]^{1/2}} \end{bmatrix} \quad (1-21)$$

4.1.2 Algorithme de la plus profonde descente

La procédure itérative pour la plus profonde descente est :

$$\hat{\mathbf{x}}^{k+1} = \hat{\mathbf{x}}^k - \mu \nabla(J_{NLS,TOA}(\hat{\mathbf{x}}^k)) \quad (1-22)$$

Où μ est un constant positif, contrôlant la vitesse de la convergence et la stabilité. Généralement, plus μ accroît, plus la vitesse de convergence augmente et vice versa. En pratique, nous devons choisir une valeur suffisante de μ pour assurer la stabilité.

4.2 ML

En supposant que la distribution d'erreur est connue, l'approche par ML maximise les fonctions de densité de probabilité des mesures TOA, pour obtenir la localisation de la cible.

Pour faciliter la maximisation de l'équation (1-10) on considère sa version logarithmique

L'estimation par ML est :

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \min_{\mathbf{x}} J_{ML,TOA}(\mathbf{x}) \quad (1-23)$$

Où $J_{ML,TOA}(\mathbf{x})$ définit la fonction de coût de ML pour le positionnement basé sur le TOA.

$$J_{ML,TOA}(\mathbf{x}) = \sum_{l=1}^L \frac{(r_{TOA,l} - \sqrt{(\tilde{x} - x_l)^2 + (\tilde{y} - y_l)^2})^2}{\sigma_{TOA,l}^2} \quad (1-24)$$

Pour calculer l'équation (1-23), nous pouvons suivre les méthodes numériques discutées dans l'approche NLS. En particulier la procédure de Newton-Raphson de l'équation est :

$$\hat{\mathbf{x}}^{k+1} = \hat{\mathbf{x}}^k - \mathbf{H}^{-1}(J_{ML,TOA}(\hat{\mathbf{x}}^k)) \nabla(J_{ML,TOA}(\hat{\mathbf{x}}^k)) \quad (1-25)$$

Où

$$\begin{aligned} & \left[\mathbf{H}(J_{ML,TOA}(\mathbf{x})) \right]_{1,1} \\ &= \sum_{l=1}^L \frac{2}{\sigma_{TOA,l}^2} \left(\frac{(x - x_l)^2}{(x - x_l)^2 + (y - y_l)^2} \right. \\ & \quad \left. - \frac{(r_{TOA,l} - \sqrt{(x - x_l)^2 + (y - y_l)^2})(y - y_l)^2}{[(x - x_l)^2 + (y - y_l)^2]^{3/2}} \right) \end{aligned} \quad (1-26)$$

$$\begin{aligned} & \left[\mathbf{H}(J_{ML,TOA}(\mathbf{x})) \right]_{1,2} = \left[\mathbf{H}(J_{ML,TOA}(\mathbf{x})) \right]_{2,1} \\ &= \sum_{l=1}^L \frac{2r_{TOA,l}(x - x_l)(y - y_l)}{\sigma_{TOA,l}^2 [(x - x_l)^2 + (y - y_l)^2]^{3/2}} \end{aligned}$$

(1-27)

Et

$$\begin{aligned} & \left[\mathbf{H}(J_{ML,TOA}(\mathbf{x})) \right]_{2,2} \\ &= \sum_{l=1}^L \frac{2}{\sigma_{TOA,l}^2} \left(\frac{(y - y_l)^2}{(x - x_l)^2 + (y - y_l)^2} \right. \\ & \quad \left. - \frac{(r_{TOA,l} - \sqrt{(x - x_l)^2 + (y - y_l)^2})(x - x_l)^2}{[(x - x_l)^2 + (y - y_l)^2]^{3/2}} \right) \end{aligned} \quad (1-28)$$

Alors que

$$\begin{aligned} & \nabla(J_{ML,TOA}(\mathbf{x})) \\ &= -2 \left[\begin{array}{l} \sum_{l=1}^L \frac{(r_{TOA,l} - \sqrt{(x - x_l)^2 + (y - y_l)^2})(x - x_l)}{\sigma_{TOA,l}^2 [(x - x_l)^2 + (y - y_l)^2]^{1/2}} \\ \sum_{l=1}^L \frac{(r_{TOA,l} - \sqrt{(x - x_l)^2 + (y - y_l)^2})(y - y_l)}{\sigma_{TOA,l}^2 [(x - x_l)^2 + (y - y_l)^2]^{1/2}} \end{array} \right] \end{aligned} \quad (1-29)$$

D'un autre côté,

$$\begin{aligned} & \hat{\mathbf{x}}^{k+1} = \hat{\mathbf{x}}^k \\ & \quad + \left(\mathbf{G}^T(\mathbf{f}_{TOA}(\hat{\mathbf{x}}^k)) \mathbf{C}_{TOA}^{-1} \mathbf{G}(\mathbf{f}_{TOA}(\hat{\mathbf{x}}^k)) \right)^{-1} \\ & \quad \mathbf{G}^T(\mathbf{f}_{TOA}(\hat{\mathbf{x}}^k)) \mathbf{C}_{TOA}^{-1} (\mathbf{r}_{TOA} - \mathbf{f}_{TOA}(\hat{\mathbf{x}}^k)) \end{aligned} \quad (1-30)$$

Et

$$\hat{\mathbf{x}}^{k+1} = \hat{\mathbf{x}}^k - \mu \nabla(J_{ML,TOA}(\hat{\mathbf{x}}^k))$$

les algorithmes respectives correspondants à la procédure de Gauss-Newton et à la plus profonde descente.

4.3 Simulation

On considère un espace à deux dimensions contenant $L = 4$ stations de base de coordonnées connues $(0,0), (0,10), (10,0)$ et $(10,10)$. La position inconnue du mobile est $(x, y) = (2,3)$.

A noter que le mobile est localisé entre les bornes des quatre stations de base. On illustre cet exemple par les figures suivantes :

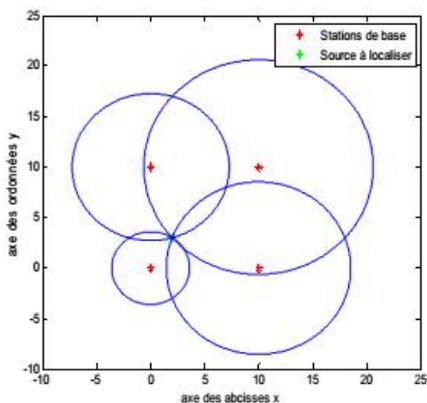


Figure 02 : Représentation de quatre récepteurs et la source à partir de la distance sans bruit

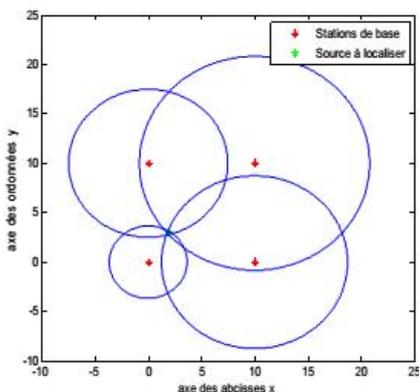


Figure 03 : Représentation de quatre récepteurs et la source à partir de la distance bruitée

Nous supposons que la variance d'erreur $\sigma_{TOA,l}^2$ est proportionnelle à d_l^2 , et nous définissons le rapport signal sur bruit (SNR) comme $d_l^2 / \sigma_{TOA,l}^2$.

Rapport Signal sur bruit	SNR	30 dB
Position de départ pour la recherche locale	$\hat{\mathbf{x}}^0$	$[3 \ 2]^T$
Pas pour méthode de la plus profonde descente	μ	0,1
Nombre d'itérations	k	30

Tableau 01 : Les données en entrées

4.3.1 Résultats

Les figures 04 et 05 montrent respectivement l'estimation de x et de y par approche NLS, tandis que les figures 06 et 07 montrent respectivement l'estimation de x et de y par approche ML, versus le nombre d'itérations.

Pour chaque estimateur, toutes les méthodes fournissent la même position à la convergence, mais les procédés de Netwon-Raphson et celui de Gauss-Newton convergent plus rapidement que l'algorithme de la plus profonde descente.

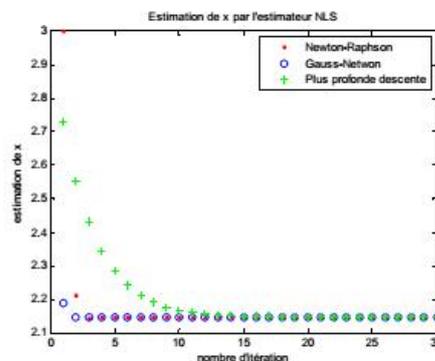


Figure 04 : Estimation de x suivant le nombre d'itérations par estimateur NLS

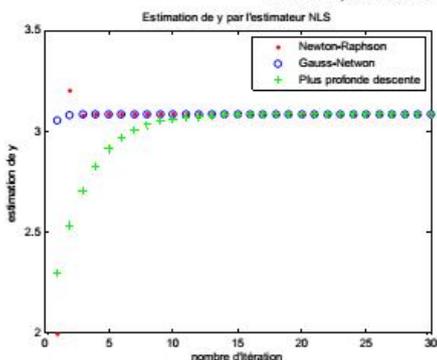


Figure 05 : Estimation de y suivant le nombre d'itérations par estimateur NLS

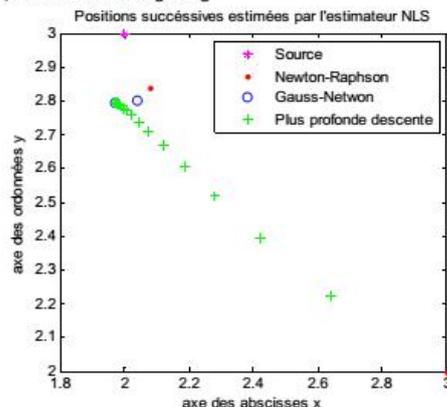


Figure 08 : Positions successives estimées par l'estimateur NLS

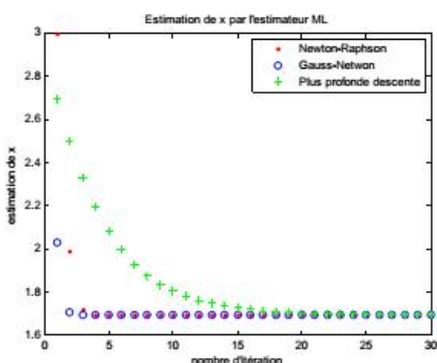


Figure 06 : Estimation de x suivant le nombre d'itérations par estimateur ML

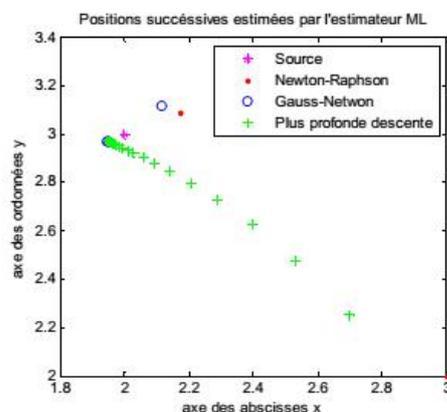


Figure 09 : Positions successives estimées par l'estimateur ML

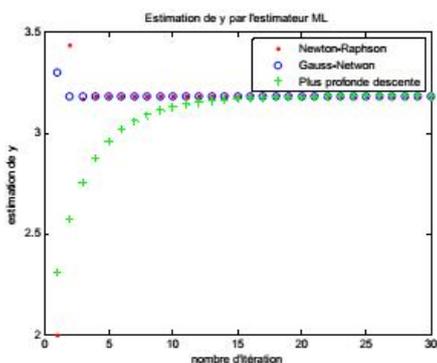


Figure 07 : Estimation de y suivant le nombre d'itérations par estimateur ML

Les figures 08 et 09 représentent respectivement la position estimée de la source suivant les trois approches de NLS et de ML.

5. Conclusion et perspectives

Les algorithmes de Newton-Raphson et de Gauss-Newton convergent rapidement par rapport à l'algorithme de la plus profonde descente. La méthode NLS est plus simple et plus pratique si les informations sur les bruits ne sont pas

disponibles. La méthode ML est considérée comme une méthode pondérée de la version de NLS en utilisant la covariance de bruit.

Cet article est applicable pour la transmission à visibilité directe parce qu'on utilise un bruit Gaussien de moyenne nulle. L'absence de la visibilité directe est un cas à étudier dans un prochain travail car c'est inévitable en pratique. Il existe aussi d'autres approches d'estimation en linéarisant les équations avant de les résoudre.

6. Références

- [1] H. So ,« *Source localization algorithms and analysis*», John Wiley & Sons: 2012
- [2] H. Wymeersch, J.Lien, Z. Chan, «*Cooperative localization in wireless Networks*», Proc IEEE Vol 97 n°2: 2009
- [3] I. Guvenc, C. Chong, «*A survey in TOA based wireless localization and NLOS mitigation techniques*», IEEE Communications Survey and Tutorials, Vol 11 n°3:2007
- [4] J. Figueiras,S.Frattasi, «*Mobile positioning and tracking* », John Wiley & Sons: 2010

A1.3 Localisation d'un mobile d'un réseau 3G utilisant la planification réseau et les mesures RNC

MADA-ETI, ISSN 2220-0673, Vol.2, 2016, www.madarevues.gov.mg

LOCALISATION D'UN MOBILE D'UN RESEAU 3G UTILISANT LA PLANIFICATION RESEAU ET LES MESURES RNC.

Ravelomanantsoa N.L.¹, Rasamimanana N.H.², Randriamitantoa P.A.²

Laboratoire de recherche en Télécommunication, Automatique, Signal et Images (LR-TASI)

Ecole Doctorale en Sciences et Techniques de l'Ingénierie et de l'Innovation

Université d'Antananarivo

BP 1500, Ankatso – Antananarivo 101 – Madagascar

¹*ravelomanantsoa@yahoo.ca*, ²*nivorasami@gmail.com*, ³*rpauguste@gmail.com*

Résumé

Dans un système de radio sans fil, la localisation du mobile est un service important à la fois pour l'opérateur lui-même et pour l'utilisateur final. Il est alors nécessaire d'améliorer la précision de la localisation considérant un rapport qualité prix tolérable. Dans cet article, nous proposons d'utiliser un logiciel existant de planification réseau 3G UMTS et les données de mesures pratiques du RNC (Radio Network Controller) pour obtenir les coordonnées géographiques de localisation par la méthode de RSSI (Received Signal Strength Indicator). Nous allons le mettre en pratique sur une partie de la ville d'Antananarivo, et nous pourrions ainsi mesurer l'impact de la modélisation du canal sur la localisation dans cette zone.

Mot clés : Positionnement, RSSI, propagation

Abstract

In radio mobile system, mobile location is an important service for the operator itself and for the end user. It is necessary then to increase accuracy of location result with respect of quality price ratio. In this paper we propose to use the output of a planning network software and measurement report of RNC in UMTS network to get the location geographical coordinates by RSSI method. We will use application case of part of Antananarivo city, and we will then see the impact of propagation model on the location of UMTS mobile in this area.

Keywords: Positioning, RSSI, propagation

1. Introduction

Le canal radio est sujet à des nombreux phénomènes impactant la transmission du signal entre l'émetteur et le récepteur. Le système de la localisation du mobile par RSSI utilise ces paramètres signaux pour obtenir la position de la cible.

Il est important de déterminer les impacts de ces paramètres sur la précision de la

localisation. Pour ce faire, des équipements de mesures additionnels peuvent être introduits ainsi que des drives-test afin d'améliorer la performance du système de localisation. Toutefois, ceci peut entraîner des coûts élevés supplémentaires.

Dans cet article, nous proposons d'étudier les impacts de la modélisation du canal d'un logiciel de planification réseau UMTS déjà existant sur la localisation par RSSI. Pour ce faire, nous présentons en premier lieu, les fondamentales de la localisation par RSSI, comprenant le calcul du positionnement et les sources d'erreurs correspondantes.

En second lieu, nous allons voir les méthodes de localisation RSSI par empreintes digitales, ainsi que les paramètres importants de mesures utilisées. Avant d'entrer dans l'étude de cas, nous présenterons les différentes étapes nécessaires pour la mise en œuvre de la technique de localisation utilisée.

Enfin, nous allons résumer les conclusions principales de cette étude et de proposer quelques points d'amélioration en perspective.

2. Fondamentales sur la localisation par RSSI

Considérons un système de m points de référence dont la distance estimée par rapport au mobile cible est d_i . Le mobile cible présente un niveau de signal P_r . La

puissance reçue ou RSS (dBm) à la distance émetteur-récepteur d_i pour le i ème point de référence est caractérisée par :

$$P_r(d_i) = P_t - (\overline{PL}(d_i) + \mathcal{M}_{F_i} + X_{\sigma_i}) \quad (01)$$

Où P_t (dBm) est la puissance de transmission de mobile et $\overline{PL}(d_i)$ (dB) est la perte de propagation moyenne ou perte de propagation en fonction de la distance d_i .

En général, l'évanouissement rapide \mathcal{M}_F (dB) varie brusquement (de l'ordre de 30 à 40dB) le long de la distance pour seulement une fraction d'une longueur d'onde.

D'un autre côté, X_σ est l'évanouissement lent, effet de l'ombre. Donc, on peut en déduire la distance d_i par la relation entre la puissance reçue $P_r(d_i)$ et le modèle de perte de propagation pour $\overline{PL}(d_i)$. [1]

3. Méthodes RSSI par empreinte digitale

Les techniques de localisation par empreinte digitale de RF sont classifiées dans les méthodes de positionnement en station mobile (MS), qui peuvent être appliquées dans le réseau sans fil. [2]

Toute technique de localisation se basant sur l'empreinte digitale a deux phases. Le premier est la phase de formation, où le CDB (Correlation Database) est construit. La seconde est le test où la phase opérationnelle durant laquelle l'estimation de la position de MS se fait.

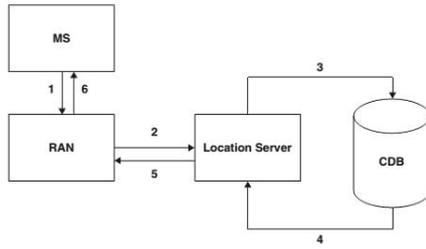


Figure 01 : Localisation par empreintes digitales

3.1 Modèle matriciel du point cible

Pour le point cible, on va utiliser une matrice d'empreinte digitale cible de dimensions $N_a \times 3$:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} ID_1 & RSS_1 & RTD_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ ID_{N_a} & RSS_{N_a} & RTD_{N_a} \end{bmatrix} \quad (02)$$

Où N_a est le nombre de points de référence cellules incluant la station mobile MS ; ID_i et RSS_i sont respectivement l'identité de la cellule (Cell id CID) et les niveaux de signal mesurés (RSS) du i ème point de référence. RTD_i est le *round trip delay* entre le MS et le i ème point de référence.

3.2 Modèle matriciel des points de référence

L'empreinte digitale de référence RF au pixel (i, j) est représenté par :

$$\mathbf{s}_{i,j} = \begin{bmatrix} ID_{i,j,1} & RSS_{i,j,1} & RTD_{i,j,1} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ ID_{i,j,N_{i,j}} & RSS_{i,j,N_{i,j}} & RTD_{i,j,N_{i,j}} \end{bmatrix} \quad (03)$$

Où $ID_{i,j,k}$ est la cellule ID du k ème cellule.

Pour les points de référence et le point cible, les lignes sont ordonnées de façon descendante suivant RSS, ce qui veut dire $RSS_{i,j,k'} \geq RSS_{i,j,k''}$ si $k' \leq k''$

3.3 Réduction de la zone de recherche

Initialement, la zone de recherche comprend tous les éléments de CDB. Toutefois, il n'est pas faisable de comparer tous les empreintes cibles aux empreintes de références stockées dans la base de données, car cela entrainerait une charge très élevée de calcul et par conséquent une très longue durée pour donner la localisation. Il est alors nécessaire d'appliquer quelques techniques pour réduire la zone de recherche.

La zone de recherche originale est représentée par un ensemble \mathcal{A} comprenant toute la base du CDB.

L'espace de recherche réduite \mathcal{A} est un sous-ensemble de \mathcal{A} . Le facteur de réduction de la zone de recherche est :

$$\gamma = 1 - \frac{\# \mathcal{D}}{\# \mathcal{A}} \quad (04)$$

Où $\# \mathcal{A}$ et $\# \mathcal{D}$ sont respectivement le nombre d'éléments dans la zone originale de recherche (\mathcal{A}) et celui dans la zone de recherche réduite (\mathcal{D}). A noter que $\mathcal{D} \subset \mathcal{A}$.

3.4 Calcul de la distance dans un espace RSS

La distance Euclidienne entre l'empreinte digitale de RF cible \mathbf{F} et les empreintes

digitales de RF de référence $\mathbf{S}'_{i,j}$ dans une espace RSS de dimensions N est donnée par :

$$d_{i,j} = \sqrt{\sum_{k=1}^N \left(\frac{|\mathbf{S}'_{i,j}(n_k, 2) - \mathbf{F}(k, 2)|}{\delta} \right)^2} \quad (05)$$

Où n_k est l'index de la ligne de $\mathbf{S}'_{i,j}$, dont le cellule ID est égale à la cellule ID de la k ème ligne de \mathbf{F} , qui est, $\mathbf{S}'_{i,j}(n_k, 1) = \mathbf{F}(k, 1)$ avec $n_k \in [1, N_{i,j}]$. Le paramètre $N_{i,j}$ est le nombre des lignes dans $\mathbf{S}'_{i,j}$. Le paramètre δ représente la mesure RSS du MS inhérente inexacte en décibel.

3.5 Description des paramètres utiles en UMTS

Les mesures de points de référence sortent du logiciel de planification, tandis que les mesures du point cible sortent directement du RNC sur le protocole RRC (Radio Ressource control).

3.5.1 CID, PSC et RTD

Durant la phase de recherche de cellule, le mobile détermine le PSC (Primary Scrambling Code) exact utilisé par la cellule. Le PSC est typiquement identifié par corrélation de symbole par symbole à travers le CPICH. Le PSC est normalement compris entre [0,512]. [3]

En mode monitored set, il n'y a que le PSC qui est connu. Pour déterminer quelles cellules communiquent avec le mobile, il

est nécessaire de faire une correspondance avec leur CID. Ces cellules sont alors en mode active set.

Par la suite, nous allons considérer que le RTD est mis à 0 lorsque la cellule correspondante est en active set, et à -1 lorsque elle n'est qu'en monitored set.

3.5.2 RSSI, RSCP, Ec/No

Le P-CPICH RSCP (Primary Common Pilot Channel Received Signal Code Power) est la puissance reçue sur un code mesuré sur le P-CPICH. [4]

L'UTRA carrier RSSI est la puissance reçue sur la largeur de bande, incluant les bruits thermiques et les bruits générés par le récepteur.

Le E_c/N_0 c'est l'énergie reçu par chip divisé par la densité de puissance dans la bande.

Ces trois mesures sont reliées par l'équation (06) ci-dessous :

$$E_c/N_0 = \frac{P - CPICH RSCP}{UTRA carrier RSSI} \quad (06)$$

Les mesures RSSI sont directement disponibles à partir du logiciel de planification réseau pour les points de références.

Pour le point cible les données obtenues du RNC sont le RSCP et le E_c/N_0 . On utilise alors la formule (06) pour calculer le RSSI correspondante.

4. Description des processus de localisation

La figure (02) décrit le schéma du processus de localisation utilisé.

Les données des stations de base sont stockées dans un fichier texte pour être lues et présentées dans le logiciel, ainsi que les données des stations mobiles.

Les données des stations de base de ce fichier sont composées entre autres de leurs coordonnées géographiques, des hauteurs et des azimuts de leurs antennes.

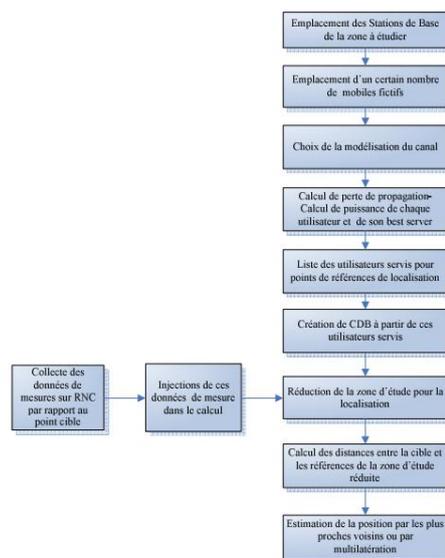


Figure 02 : Etapes du processus de la localisation utilisé

Les coordonnées GPS des stations de base seront transformées en coordonnées

cartésiennes, une station de base est choisie pour être la référence (0,0).

Le choix de la modélisation du canal se fait par la suite. Les choix disponibles sont entre autres le modèle d'Okumara Hata et le UMTS Pedestrian.

Ensuite les calculs des pertes de propagation s'en suivent, pour arriver aux calculs de puissance RSSI de chaque utilisateur.

Chaque utilisateur aura son best server par rapport à la puissance RSSI calculée. Les utilisateurs servis serviront des points de référence pour le système de localisation.

On crée alors le CDB. Les points de références auront la forme comme dans l'équation (03) de la section 3.2.

La valeur de RTD est zéro lorsque la cellule est le best serveur de l'utilisateur donné et -1 dans le cas contraire.

Les données en entrées pour le point cible seront collectées au niveau RNC par lancement des traces correspondant à l'IMSI du point cible.

La station mobile et le RNC donnent alors des mesures relatives au CID, au RSCP, et à l'Ec/NO de ses cellules en active set et les mesures des autres cellules en monitored set.

Le point cible aura donc la forme matricielle comme décrit dans l'équation (02) de la section 3.1.

5. Simulation

Un champ de test a été effectué sur un réseau UMTS de 2,1 GHz dans une région urbaine de la ville d'Antananarivo.

La région fait 6x6 km² avec 51 cellules. Le plan pour représenter la surface a une résolution de 50m.

5.1 Emplacements des stations de bases et stations mobiles de référence.

On a placé 2000 utilisateurs fictifs pour servir de points de référence.

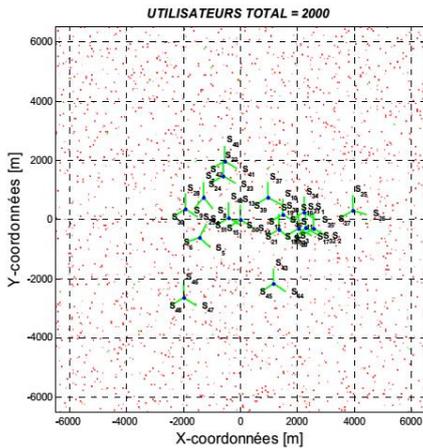


Figure 03 : Emplacements des stations de bases et stations mobiles pour points de références

5.2 Valeurs numériques des matrices des points de référence et point cible

Pour illustration, nous présentons les deux valeurs de point de références suivantes comme exemple parmi le contenu de la base CDB pour une modélisation par Okumara Hata, S117(OH), et pour l'UMTS Pedestrian, S581(UP):

$$S177(OH) = \begin{bmatrix} 22 & -57,7977 & 0 \\ 1 & -61,2747 & -1 \\ \dots & \dots & \dots \\ 9 & -105,2404 & -1 \\ 48 & -111,963 & -1 \end{bmatrix} \quad (07)$$

$$S581(UP) = \begin{bmatrix} 1 & -57,7845 & 0 \\ 27 & -62,0353 & -1 \\ \dots & \dots & \dots \\ 48 & -124,3721 & -1 \\ 6 & -130,4506 & -1 \end{bmatrix} \quad (08)$$

Pour le point cible, les données sont extraites des mesures fournies par le RNC. Les données brutes ne sont pas utilisables d'emblée, il a fallu les traiter pour extraire les mesures utiles comme le CID, le PSC, le RSCP, et le Ec/No (figure 04)

Par la suite, nous allons présenter deux zones d'études qui représentent deux quartiers de la ville d'Antananarivo éloignés l'un de l'autre: Ankorondrano (noté zone Ak) et Alarobia (zone Al)

```
Ligne; CID1; RNC1; CID2; RNC2; CID3; measID; OFF; TM; PSC; EcNo;;;
1;39029;2;;;1;6;25088;267;-5;;;
1;39029;2;;;1;6;25343;259;-8;;;
1;39029;2;;;1;6;25600;259;-10,5;;;
2;39029;2;29029;2;;;11;6;25088;267;-4;;;
2;39029;2;29029;2;;;11;6;25344;259;-7;;;
2;39029;2;29029;2;;;11;6;25599;251;-15;;;
3;39029;2;29029;2;;;1;6;25088;267;-3,5;;;
3;39029;2;29029;2;;;1;6;25344;259;-12;;;
```

Figure 04 : Données traitées de test sur la zone Ak

A partir des mesures obtenues, il faut prendre les lignes où il y a le plus grand nombre de cellules qui interagissent avec le mobile.

Pour le cas des données de la zone Ak, la valeur de la matrice est alors :

$$F_{Ak} = \begin{bmatrix} 50 & -49 & 0 \\ 51 & -51 & 0 \\ 15 & -51,5 & 0 \\ 14 & -51,5 & 0 \\ 13 & -52 & -1 \end{bmatrix} \quad (09)$$

Et pour la zone AI, la valeur de la matrice est :

$$F_{AI} = \begin{bmatrix} 30 & -69,5 & 0 \\ 9 & -69,5 & 0 \\ 8 & -70 & -1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

5.3 Réduction de la zone de recherche

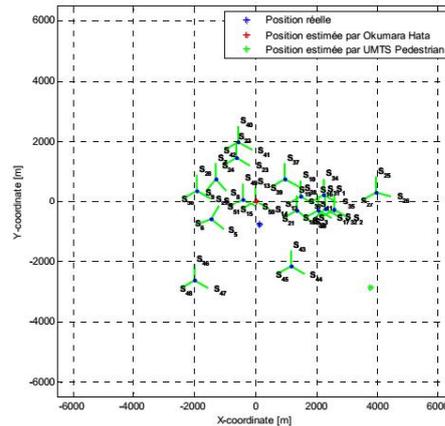
Le tableau suivant donne les facteurs de réduction de la zone de recherche par rapport à la modélisation Okumara Hata et UMTS Pedestrian.

	Facteur de réduction		Mobiles de références	
	OH	UP	OH	UP
Akorondrano	0,9995	0,9995	S1356	S512
Alarobia	0,994	0,9975	S1566, S1398,S1039	S1132, S97

Tableau 01: Facteur de réduction pour les types de modélisation de canal utilisé

5.4 Localisation par le plus proche voisin

La position estimée en bleue représente la modélisation par Okumara Hata. Celle en vert représente la modélisation par UMTS Pedestrian. Dans la zone Ak, la modélisation d'Okumara Hata donne une

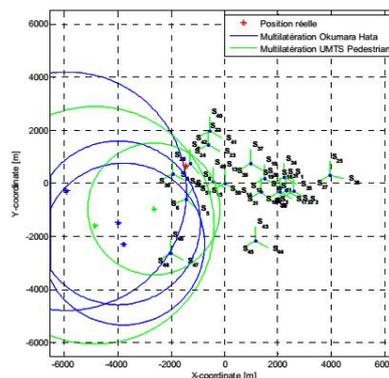


localisation plus proche de la position réelle.

Figure 05 : Positions estimées par méthodes des plus proches voisins

5.5 Localisation par multilatération

Dans la zone AI, les deux modélisations d'Okumara Hata et d'UMTS Pedestrian



donnent à peu près les mêmes distances d'erreurs.

Figure 08 : Positions estimées par méthodes de multilatération

5.6 Fonction de répartitions des erreurs

L'erreur médiane obtenue de la modélisation de canal par Okumara Hata est de 341,71 mètres, tandis que celle de UMTS Pedestrian est de 331,66 mètres.

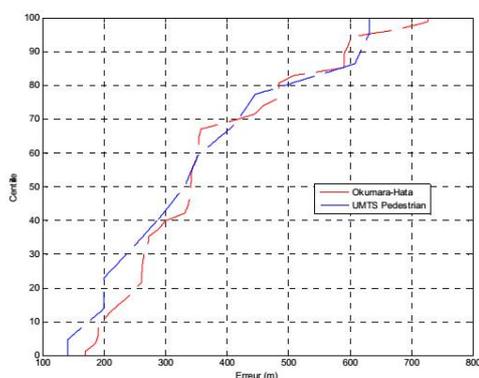


Figure 09 : Répartitions d'erreurs

6. Conclusion et perspectives

Nous avons présenté dans cet article un processus pour déterminer la position d'un mobile dans un réseau 3G en utilisant les mesures simulées par la planification pour avoir des mobiles de références et en utilisant ensuite les mesures du RNC pour évaluer la position à partir de ces mobiles de références.

A travers les exemples évoqués lors de l'étude de cas, on constate que la méthode

donne des résultats dont la précision dépend des modèles de propagation utilisés pour la planification.

Cette technique permet de limiter le coût pour l'acquisition des données de référence en évitant de devoir faire drives test sur toute la zone géographiques à couvrir.

Néanmoins, certaines erreurs de positionnement que nous avons trouvées sont encore assez élevées en utilisant les mesures pratiques du RNC et les résultats théoriques de la planification réseau, les perspectives envisagées seront alors de trouver les moyens de minimiser ces erreurs.

On peut ainsi ajouter quelques valeurs des données de drive test sur quelques zones difficiles à modéliser. De plus, avec l'évolution des technologies mobiles, il serait intéressant d'utiliser des solutions hybrides de positionnement afin d'améliorer encore plus la précision.

7. Références

- [1] J. Lee, R. Buehrer, « *Fundamentals of received signal strength –based position location* », John Wiley & Sons: 2012.
- [2] R.Campos, L. Lovisolo, « *RF fingerprint location technique* », John Wiley & Sons: 2012.
- [3] T.Pereirinha, A.Rodrigues, P. Vieira, « *Geolocation based on*

*Measurements Reports for deployed UMTS
Wireless Networks».*

[4] *Universal Mobile
Telecommunications System (UMTS);
Physical layer; Measurements (FDD)
(3GPP TS 25.215 version 7.1.0 Release 7),
référence ETSI TS 125 215 V7.1.0 (2006-
09).*

[5] H. So ,« *Source location algorithms
and analysis*», John Wiley & Sons: 2012

[6] J.Figueiras,S.Frattasi, «*Mobile
positioning and tracking* », John Wiley &
Sons: 2010.

A1.4 Mobile location of UMTS network based on existing network planning software and measurement report from RNC

International Journal of Engineering and Technical Research (IJETR)
ISSN: 2321-0869 (O) 2454-4698 (P), Volume-6, Issue-4, December 2016

Mobile location of UMTS network based on existing network planning software and measurement report from RNC

Ravelomanantsoa N. Lalaina, Rasamimanana N. Hanitra, Randriamitantoa P. Auguste

Abstract— In radio mobile system, mobile location is an important service for the operator itself and for the end user. It is necessary then to increase accuracy of location result with respect of quality price ratio. In this paper we propose to use the output of planning network software and measurement report of RNC in UMTS network to get the geographical coordinates of mobile, by RSSI method. We will use application case of part of Antananarivo city, and we will see the impact of propagation model on the positioning of UMTS mobile in this area

Index Terms— Positioning, RSSI, propagation.

I. INTRODUCTION

The radio channel is subject to numerous phenomena affecting the transmission of the signal between the transmitter and the receiver. The RSSI mobile location method uses these signal parameters to obtain the position of the target.

It is important to determine the impacts of these parameters on the accuracy of location. For this purpose, additional measure tool or equipment may be required as well as many drive test. However, this entail supplementary high costs.

In this paper, we propose to study the impact of the channel model using existing network planning software on the RSSI location. In first place, we will introduce the fundamentals of RSSI location. Secondly, we will show the RSSI location method by radio frequency fingerprint, and description of essentials parameters to be used in.

Before illustrating by simulation in a part of Antananarivo city, we will presents the flow of the location process used, in view to clarify all steps needed.

Finally, we will summarize the main conclusions of this study and propose some points of improvement in perspective

II. FUNDAMENTALS OF RSSI LOCATION

Let's consider a system with m anchors which the estimated distance to the target point is d_i . The mobile presents signal strength of P_r . The received signal strength

Ravelomanantsoa Niary Lalaina, Telecommunication- Automatic – Signal – Image- Research Laboratory, Doctoral School in Science and Technology of Engineering and Innovation/ University of Antananarivo, Madagascar, Phone: +261341654290

Rasamimanana Nivo Hanitra, Telecommunication- Automatic – Signal – Image- Research Laboratory, /Doctoral School in Science and Technology of Engineering and Innovation/ University of Antananarivo, Madagascar, Phone: +261340016320

Randriamitantoa Paul Auguste, Research Laboratory in Telecommunication, Automatic, Signal and Images/Doctoral School in Science and Technology of Engineering and Innovation/ University of Antananarivo, Madagascar, Phone: +26134 1034258

RSS (dBm) from the i th anchor where the distance d_i is given by:

$$P_r(d_i) = P_t - (\overline{PL}(d_i) + \mathcal{M}_{F_i} + X_{\sigma_i}) \quad (1)$$

where P_t (dBm) is the transmission power of the mobile and $\overline{PL}(d_i)$ (dB) is the mean propagation loss or propagation loss in terms of distance d_i .

Generally, the fast fading \mathcal{M}_F (dB) varies abruptly (30 to 40dB) along the distance only for a fraction of wavelength. In the other hand X_{σ_i} represents, the slow fading and shadowing. We can deduct distance d_i by the relation between received power $P_r(d_i)$ and the propagation loss model for $\overline{PL}(d_i)$ [3]

III. RADIO FREQUENCY FINGERPRINT RSSI LOCATION METHOD

The Radio frequency (RF) fingerprint RSSI location method is classified as mobile positioning, and can be applied to the wireless network. [4]

All the location technique based on the RF fingerprint can be divided into two steps: the training step where database CDB containing all anchors RSSI and coordinates is created, and the test phase or operational phase where the estimation of the mobile positioning is done.

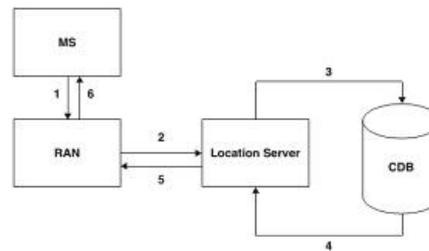


Fig. 1 RF fingerprint RSSI diagramm

A. Matrix model of target

For the target, to be localized we will use matrix of $N_a \times 3$ dimension.

$$F = \begin{bmatrix} ID_1 & RSS_1 & RTD_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ ID_{N_a} & RSS_{N_a} & RTD_{N_a} \end{bmatrix} \quad (2)$$

Where N_a is the number of anchor to be used; ID_i and RSS_i are the cell identity and the received signal strength of the i th anchor; and RTD_i is the round trip delay between the MS and the i th anchor

Mobile location of UMTS network based on existing network planning software and measurement report from RNC

B. Matrix model of the anchor

The RF fingerprint in pixel (i, j) is represented by

$$S_{i,j} = \begin{bmatrix} ID_{i,j,1} & RSS_{i,j,1} & RTD_{i,j,1} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ ID_{i,j,N_{i,j}} & RSS_{i,j,N_{i,j}} & RTD_{i,j,N_{i,j}} \end{bmatrix} \quad (3)$$

Where $ID_{i,j,k}$ is the cell identity of the k th cell. For the anchor and the target matrix, the line are in decreasing order according to the RSS value, it means that $RSS_{i,j,k'} \geq RSS_{i,j,k''}$ if, $k' \leq k''$

C. Search space reduction

Initially, the search space contain all anchors of the CDB elements. However it is difficult to compare the target RF fingerprint to all references RF fingerprints in the database. It will implies a high load of calculation and thus very long time to output the location result. It is then needed to reduce the search space. It will contain three steps.

In the first step, the search space is restricted to the CDB elements within the best server area of the sector with the highest RSS in the target RF.

In the second step, the result search space of first step is restricted to the elements whose best server RTD values are equal to the best server RTD value in the target RF fingerprint.

In the third step, the result search space of second step is restricted to the elements whose reference RF fingerprints contain the first N cells listed in the target RF fingerprint.

If we represents by \mathcal{A} the original search space containing all the CDB elements. We have:

$$\gamma = 1 - \frac{\neq \mathcal{D}}{\neq \mathcal{A}} \quad (4)$$

Where γ is search space reduction factor, $\neq \mathcal{D}$ is the number of element of the reduced search space. $\mathcal{D} \subset \mathcal{A}$.

D. Distance calculation between the target and the anchor selected

The Euclidian distance between the RF fingerprint target \mathbf{F} and the RF fingerprint anchors $\mathbf{S}_{i,j}^t$ in the RSS dimension is given by:

$$d_{i,j} = \sqrt{\sum_{k=1}^N \left(\left| \frac{S_{i,j}^t(n_k, 2) - F(k, 2)}{\delta} \right| \right)^2} \quad (5)$$

Where n_k is the index of the line of $\mathbf{S}_{i,j}^t$ where the CID is the same as the CID of k th line of \mathbf{F} : $S_{i,j}^t(n_k, 1) = F(k, 1)$ with $n_k \in [1, N_{i,j}]$.

The parameter $N_{i,j}$ is the number of line in $\mathbf{S}_{i,j}^t$. The parameter δ represents the mobile inherent RSS measurement inaccuracy in decibel units.

IV. DESCRIPTION OF PARAMETERS MEASURES IN UMTS

Measures related to the anchor come from the existing network planning software, while the measures related to the target come from measurement report of RNC of given user through his IMSI and the RRC protocol

A. CID, PSC and RTD

During the research phase of cell, the mobile determine the exact PSC used by the cell. The PSC is typically identified by the correlation symbol by symbol through CPICH. The PSC value is in $[0, 512]$ [5]

In monitored set, only the PSC is known. To determine which cells are in fact communicating with the mobile, it is necessary to use Cell IDs. When CID is available it means that they are in active set.

In our case, the RTD take the value 0 when the corresponding cell is in the active set and -1 when the cell is in the monitored set.

B. RSSI, RSCP, Ec/No

The P-CPICH RSCP is the received power on one code measured on the P-CPICH RSCP

The UTRA carrier RSSI is the received wide band power, including thermal noise and noise generated in the receiver.

The CPICH Ec/No is the received energy per chip divided by the power density in the band.

These measures are liaised by following equation: [6]

$$Ec/No = \frac{P - CPICH RSCP}{UTRA carrier RSSI} \quad (6)$$

The RSSI measures of anchor are directly available from the network planning software. For the target, the data from the RNC are the RSCP and the Ec/No, and we use the formula (6) to get the related RSSI

V. DESCRIPTION OF LOCATION PROCESS USED

We presents below the diagram of the location process used. The data of base station are stored in text file to be read and inserted to the software, as well as the data of fictional mobile.

The data of the base stations of this file are composed, inter alia, of their geographical coordinates, the heights and the azimuths of their antennas.

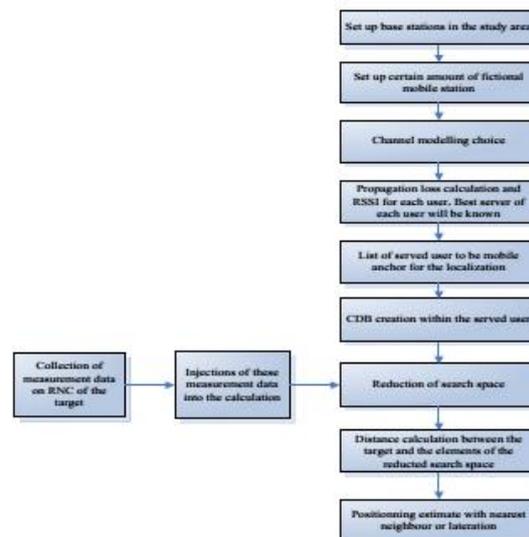


Fig. 2 Diagram of location process

The GPS coordinates of the base stations will be transformed into Cartesian coordinates, a base station is chosen to be the reference (0,0).

Then the calculations of propagation losses follow, to arrive at the calculations of RSSI of each fictional mobile user.

Each user will have their best server according to the level of RSSI calculated. The served user will be mobile anchor for the location system. At this stage the CDB is created. All anchor will have in this way the form of equation (3) of section III.

The input data of the target will be collected from RNC by launching tracing within a specific IMSI of the mobile target.

The RNC will output then the CID, the RSCP and the Ec/No of mobile target in his active cell set and his monitored cell set. The target will have matrix form of equation (2) in the section III.

Getting the form of mobile target and mobile anchor, we follow up with the search space reduction, and then calculation of Euclidian distances between the element of the reduced search area and the target. After, we will get the coordinates of estimated location of the target by the method of nearest neighbors or by lateration.

VI. SIMULATION

Our application case was done on a part of urban area of Antananarivo City, on UMTS network, frequency of 2,1 GHz.

The area is 6x6 km² with 51 cells. The plan used has 50m of resolution

A. Set up base station and mobile station

We have put 2000 fictional users in the first place for the process of getting CDB of mobile reference. The cell of Akorondrano has been chosen to be the original point (0,0).

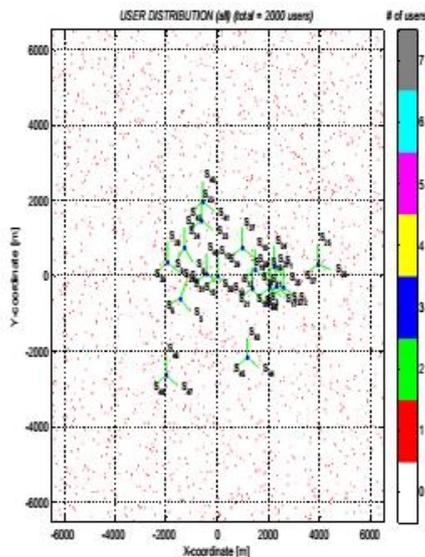


Fig. 3 Set up base station and mobile station

B. Numeric values examples for target matrix and anchors matrix

To illustrate the anchor matrix, let's take examples from the Okumara Hata model and UMTS Pedestrian model used.

$$S_{177}(OH) = \begin{bmatrix} 22 & -57,7977 & 0 \\ 1 & -61,2747 & -1 \\ \dots & \dots & \dots \\ 9 & -105,2404 & -1 \\ 48 & -111,963 & -1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$S_{581}(UP) = \begin{bmatrix} 1 & -57,7845 & 0 \\ 27 & -62,0353 & -1 \\ \dots & \dots & \dots \\ 48 & -124,3721 & -1 \\ 6 & -130,4506 & -1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

For the target point, the data are extracted from the measurements provided by the RNC. The raw data is not usable, so we had to process the data for a more readable form.

For example, for one test done in Akorondrano area, the raw data are like following:

```
Ligne: CID1; RNC1; CID2; RNC2; CIDs; measID; OFF; TM; PSC; EcNo;;;
1;39029;2;;;1;6;25088;267;-5;;;
1;39029;2;;;1;6;25343;259;-8;;;
1;39029;2;;;1;6;25600;259;-10,5;;;
2;39029;2;29029;2;11;6;25088;267;-4;;;
2;39029;2;29029;2;11;6;25344;259;-7;;;
2;39029;2;29029;2;11;6;25599;251;-15;;;
3;39029;2;29029;2;1;6;25088;267;-3,5;;;
3;39029;2;29029;2;1;6;25344;259;-12;;;
```

Fig. 3 Processed test data in Akorondrano area

We take the line where most number of cell are included For Akorondrano case we have:

$$F_{Ak} = \begin{bmatrix} 50 & -49 & 0 \\ 51 & -51 & 0 \\ 15 & -51,5 & 0 \\ 14 & -51,5 & 0 \\ 13 & -52 & -1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

For Alarobia case we have :

$$F_{Al} = \begin{bmatrix} 30 & -69,5 & 0 \\ 9 & -69,5 & 0 \\ 8 & -70 & -1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

C. Search space reduction factor

The following table shows us the search space reduction factor via Okumara Hata (OH) model and UMTS Pedestrian Model (UP)

	Search Space Reduction Factor		Mobile Anchor	
	OH	UP	OH	UP
Akorondrano	0,9995	0,9995	S1356	S512
Alarobia	0,994	0,9975	S1566, S1398, S1039	S1132, S97

Table. 1 Search space reduction by type of channel modelling

D. Location result by nearest neighbor

The blue estimated position represents the channel modelling of Okumara Hata. The green is the UMTS Pedestrian model. In Akorondrano area, modelling of Okumara Hata gives a location closer to the actual position.

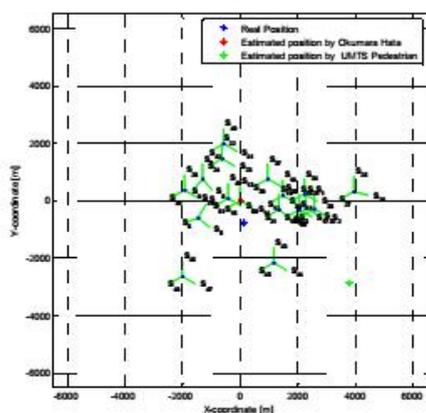


Fig 4 Estimated position by nearest neighbor

E. Location result by lateration method

In the Alarobia area, the two modelling of Okumura Hata and UMTS Pedestrian give roughly the same error distances.

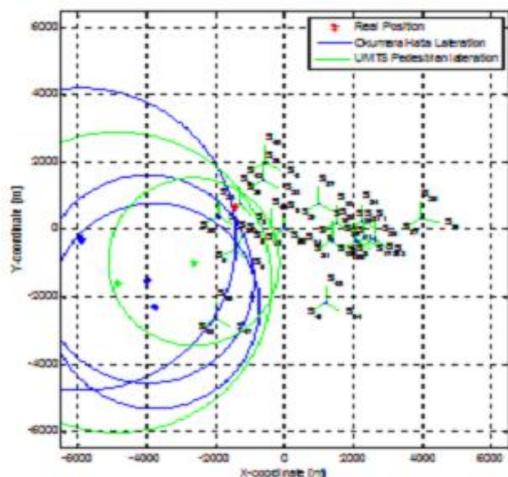


Fig 5 Estimated position by lateration

F. Cumulative distribution function of position errors

The error median obtained for Okumara Hata is 341.71 meters, while that of UMTS Pedestrian is 331.66 meters.

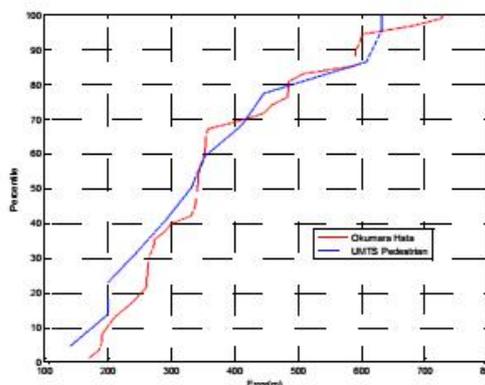


Fig 6 Cumulative distribution of error

VII. CONCLUSION AND PROSPECTS

In these examples, certain errors are still high when we are using RF fingerprint RSSI location method within network planning software and practical measures from RNC. The prospects envisaged will then to find means of minimizing these errors

We can in this way, add some practical values of drive test in the database for the area where modelling channel is more difficult.

With the mobile technology evolution, it is interesting to use combined location method like RSSI-TOA to optimize again the accuracy of the mobile positioning.

REFERENCES

- [1] H. So ,« Source location algorithms and analysis», John Wiley & Sons: 2012
- [2] J.Figueiras,S.Frattasi, «Mobile positioning and tracking », John Wiley & Sons: 2010.
- [3] J. Lee, R. Buehrer, « Fundamentals of received signal strength –based position location», John Wiley & Sons: 2012.
- [4] R.Campos, L. Lovisolo, « RF fingerprint location technique», John Wiley & Sons: 2012.
- [5] T.Pereirinha, A.Rodrigues, P. Vieira, «Geolocation based on Measurements Reports for deployed UMTS Wireless Networks».
- [6] Universal Mobile Telecommunications System (UMTS); Physical layer; Measurements (FDD) (3GPP TS 25.215 version 7.1.0 Release 7), reference ETSI TS 125 215 V7.1.0 (2006-09).

Ravelomanantsoa Niary Lalaina was born in Behenjy, Madagascar, on 1981. He received his M.S degrees in 2010 in Telecommunication at high School Polytechnic of Antananarivo, MADagascar. Currently, he is a Ph.D student at Doctoral School in Science and Technology of Engineering and Innovation.

Rasamimanana Nivo Hanitra was born in Ambohidratrimo, Madagascar, on 1981. She received his M.S degrees in 2010 in Telecommunication at high School Polytechnic of Antananarivo, MADagascar. Currently, she is a Ph.D student at Doctoral School in Science and Technology of Engineering and Innovation.

Randriamantsoa Paul Auguste was born in Madagascar on 1953. He is professor at University of Antananarivo and first responsible of Telecommunication-Automatic-Signal- Image Research Laboratory.

ANNEXE 2 : Transformées de Hilbert

Un système avec une fonction de transfert :

$$\check{H}(f) = -j \operatorname{sgn}(f) = \begin{cases} -j, & f > 0 \\ 0, & f = 0 \\ j, & f < 0 \end{cases} \quad (01)$$

est dite *transformée de Hilbert*. Nous observons que ce système produit un déphasage de $-\pi/2$ pour $f > 0$ et un déphasage de $+\pi/2$ pour $f < 0$. Donc, la transformée de Hilbert convertisse les fonctions sinus en fonction cosinus et vice versa. La transformée inversion de Fourier de la fonction de transfert $\check{H}(f)$ est une réponse impulsionnelle :

$$\check{h}(t) = \frac{1}{\pi t} \quad (02)$$

$\check{h}(t) \neq 0$ pour $t < 0$, ce qui implique que la transformée de Hilbert est un système non causal. Soit $x(t)$ un processus en entrée à valeurs réelles de la transformée de Hilbert dont $E\{x(t)\} = 0$, alors, le processus en sortie :

$$\check{x}(t) = x(t) * \check{h}(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x(t')}{t - t'} dt' \quad (03)$$

est la transformée de Hilbert de $x(t)$. Le calcul de l'intégrale de (03) doit être fait suivant la valeur principale de Cauchy. A noter que $\check{x}(t)$ est la transformée de Hilbert de $x(t)$, nous utilisons aussi les notations $\check{x}(t) = \mathcal{H}\{x(t)\}$, où $\mathcal{H}\{\cdot\}$ est appelé *opérateur de la transformée de Hilbert*. L'opérateur de la transformée de Hilbert appliqué deux fois à une fonction réelle $x(t)$ donne la même fonction en signe opposé c'est-à-dire $\mathcal{H}\{\mathcal{H}\{x(t)\}\} = -x(t)$.

BIBLIOGRAPHIE

- [1.01] M. Pätzold, “*Mobile radio channels*”, John Willey & Sons: 2012.
- [1.02] C.Walck, «*Hand-book on STATISTICAL DISTRIBUTIONS for experimentalists*», Praticle Physics Group, University of Stockholm, 2007.
- [1.03] A.Ghasemi, A.Abedi, F.Ghasemi «*Propagation Engineering in Wireless Communication*»,Springer : 2012.
- [1.04] R.Crane, «*Propagation Handbook for Wireless Communication System Design*», CRC Press: 2003.
- [1.05] S. Robert , “*Planification des réseaux mobiles*”, IICT 2003
- [2.01] A. Jagoe, «*Mobile Location Services: The Definitive Guide* » . Upper Saddle River: Prentice Hall, 2003
- [2.02] H. So ,«*Source localization algorithms and analysis*», John Wiley & Sons: 2012
- [2.03] J. Figueiras,S.Frattasi, «*Mobile positioning and tracking* », John Wiley & Sons: 2010.
- [2.04] M. Vossiek , L. Wiebking , P. Gulden , J. Wieghardt , C. Hoffmann , P. Heide, «*Wireless local positioning* », ”IEEE Microwave Mag. , vol. 4 , no. 4 , pp. 77 – 86 , 2003
- [2.05] K.Cheung , H. So , W. Ma , Y. T. Chan , «*A constrained least squares approach to mobile positioning: algorithms and optimality* » , EURASIP J. Adv. Signal Process, vol. 2006, Article ID20858, pp. 1 – 23, 2006
- [2.06] G. Sun , J. Chen , W. Guo , K. Liu , «*Signal processing techniques in network - aided positioning: a survey of state - of - the - art positioning designs*». IEEE Signal Process. Mag. , vol. 22 , no.4 , pp. 12 – 23 , 2005
- [2.07] P. Chini, G. Giambene, S. Kota, «*A survey on mobile satellite systems* », Int. J. Satell. Commun., vol. 28, pp. 29–57, 2010
- [2.08] S. T. Roweis, L. K. Saul , «*Nonlinear dimensionality reduction by locally linear embedding*», Science , vol. 290 , no. 5500 , pp. 2323 – 2326 , 2005
- [3.01] F. Pérez, P.Marico , “*Modelling the Wireless Propagation Channel*” John Wiley & Sons: 2008.
- [3.02] P.Shankar, «*Fading and Shadowing in Wireless System*»,Springer: 2012
- [3.03] J. Seybold, «*Introduction to RF Propagation* » Hoboken, NJ : John Willey & Sons Inc, 2005

- [3.04] R. Kouyoumjian, P. Pathak , «*High frequency diffraction, focus on ray methods* » 2000 IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium , 3, p. 1638 , 16 – 21 July 2000
- [3.05] N. Youssef, C.-X. Wang, M. Patzold, « *A study on the second order statistics of Nakagami-Hoyt mobile fading channels*», IEEE Trans. Veh. Technol., vol. 54, no. 4, pp. 1259–1265, July 2005
- [3.06] F. Ramos-Alarcon, V. Kontorovich,, M. Lara, « *On the level crossing duration distributions of Nakagami processes*», IEEE Trans. Commun., vol. 57, no. 2, pp. 542–552, Feb. 2009
- [3.07] K. Kleisouris , Y. Chen , J. Yang , , R. P. Martin , «*The impact of using multiple antennas on wireless localization*», Fifth Annual IEEE Communications Society Conference on Sensor, Mesh , Ad Hoc Communications , Networks (SECON), June 2008
- [4.01] J. Lee, R. Buehrer, « *Fundamentals of received signal strength –based position location*», John Wiley & Sons: 2012.
- [4.02] J. Lee, R. Buehrer , «*Location estimation using differential RSS with spatially correlated shadowing* », IEEE Global Commun. Conf. , pp. 4613 – 4618, 2009
- [4.03] N. Patwari ,A. O. Hero, «*Using proximity and quantized RSS for sensor localization in wireless networks* », Proc. ACM Int. Conf. Wirel. Sensor Net. Appl. , pp. 20 – 29, 2003
- [4.04] R. Campos, L. Lovisolo, « *RF fingerprint location technique*», John Wiley & Sons: 2012.
- [4.05] R. Battiti , M. Brunato , A. Villani , «*Statistical Learning Theory for Location Fingerprinting in Wireless lans*». University of Trento, Informatica e Telecomunicazioni, Technical Report DIT - 02 -086 , Oct. 2002
- [4.06] R. Campos, L. Lovisolo , «*Mobile station location using genetic algorithm optimized radio frequency fingerprinting* » ITS 2010 — International Telecommunications Symposium , Manaus, Brazil, September 2010.
- [4.07] H. Wymeersch, J. Lien, Z. Chan, «*Cooperative localization in wireless Networks*», Proc IEEE Vol 97 n°2: 2009
- [4.08] G. Chandrasekaran , M. Ergin , J. Yang , S. Liu , Y. Chen , M. Gruteser , R. Martin , «*Empirical evaluation of the limits on localization using signal strength*», Sensor, Mesh , Ad Hoc Communications and Networks, 2009. SECON ' 09. 6th Annual IEEE Communications Society Conference on , pp. 1 – 9 , 22 – 26 2009

- [4.09] J. J. Caffery, « *Wireless Location in CDMA Cellular Radio Systems* ». Boston : Kluwer Academic Publishers , 2000
- [4.10] V. Zeimpekis , G. Giaglis , and G. Lekakos , « *A taxonomy for indoor and outdoor positioning techniques for mobile location services* » J. ACM SIGecom Exch. , vol. 3 , no. 4 , pp. 19 – 27 , 2003
- [5.01] H.Kaarainen, A.Ahtiainen, L.Laitinen, S.Naghian, V. Niemi, « *UMTS Networks Architecture, Mobility and Services*», John Wiley & Sons: 2005.
- [5.02] K.-C. Chen and J. R. B. de Marca, Eds. « *Mobile WiMAX* », New York Wiley-IEEE Press, 2008
- [5.03] G.Barué, « *Télécommunications et Infrastructures* », Ellipse : Paris, 2003
- [5.04] P.Cauwenberge , “*Study of soft handover in UMTS*”, Thèse, DTU: 2003
- [5.05] « *Product Description for RBS 6601*», Ericsson AB 2008
- [5.06] « *RBS Description RBS 6102*», Ericsson AB 2009-2013
- [5.07] *Universal Mobile Telecommunications System (UMTS); Physical layer; Measurements (FDD) (3GPP TS 25.215 version 7.1.0 Release 7)*, référence ETSI TS 125 215 V7.1.0 (2006-09).
- [5.08] J.Laiho et A.Wacker , « *Radio Network Planning and Optimisation for UMTS*», John Willey & Sons: 2006
- [5.09] J.Perez , R.Sallent, R.Agusti, M.Daz-Guerra, «*Radio resource management strategies in UMTS*», John Wiley & Sons: 2005.
- [5.10] R.Kreher, « *UMTS Performance Measurement, A practical guide to KPIs for the UTRAN environment*», John Wiley & Sons: 2006
- [5.11] D.Laouin , « *Analyse de la capacité/couverture d'un réseau UMTS Application pour le positionnement des sites* »,sup'com : 2005-2006
- [5.12] A.Mirsha , «*Fundamentals of Cellular Network Planning on-2G-2.5G-3G-Evolution-to-4G*», John Willey & Sons: 2004
- [5.13] A.Mishra, «*Advanced cellular network planning and optimisation 2g/2.5g/3g .evolution to 4g*», John Wiley & Sons: 2007
- [5.14] M.Nawrocki., M.Dohler , A.Aghvami, «*Understanding UMTS Radio Network Modelling, Planning and Automated Optimisation*», John Willey & Sons: 2006.
- [5.15] Y. Zhao, «*Standardization of mobile phone positioning for 3g systems*», IEEE Commun. Mag , vol.40 , no. 7 , pp. 108 – 116 , 2002

- [5.16] T.Pereirinha, A.Rodrigues, P. Vieira, «*Geolocation based on Measurements Reports for deployed UMTS Wireless Networks*».
- [5.17] D. Zimmermann , J. Baumann , A. Layh , F. Landstorfer , R. Hoppe , G. Wölfle , «*Database correlation for positioning of mobile terminals in cellular networks using wave propagation models* », IEEE 60th Vehicular Technology Conference, Los Angeles, USA, pp. 4682 – 4686 ,September 2004
- [5.18] European Telecommunications Standard Institute , «*ETSI TS 101724 v8.9.0 (2004 – 06) Digital Telecommunications System (Phase 2+); Location Services (LCS); Functional Description*» Stage 2 (3GPP TS 03.71 version 8.9.0 Release 1999) , 2004
- [5.19] R. S. Campos, L. Lovisolo , «*Location methods for legacy GSM handsets using coverage prediction* » , IEEE 9th Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications , Recife, Brazil, pp. 21 – 25 , July 2008
- [5.20] E. Aarn, S. Holm , «*Tuning of empirical radio propagation models effect of location accuracy* », Wireless Pers. Commun. , vol. 4 , no. 2 – 4 , pp. 267 – 281 , 2004

RENSEIGNEMENTS SUR L'AUTEUR

Nom : RASAMIMANANA
Prénoms : Nivo Hanitra
Tél. : +261 34 00 163 20
E-mail : nivorasami@gmail.com



Thèse : ***CONTRIBUTION A L'ETUDE D'IMPACT DE
LA MODELISATION DU CANAL SUR LA
LOCALISATION D'UN MOBILE
ETUDE DE CAS D'ANTANANARIVO VILLE***

Nombre de pages : 273
Nombre de figures : 86
Nombre de tableaux : 10

Directeur de mémoire : Monsieur RANDRIAMITANTSOA Paul Auguste
Tél. : 0341034258
E-mail : rpauguste@gmail.com

RESUME

Dans un système radio sans fil, la localisation d'un mobile est un service important à la fois pour l'opérateur, et pour l'utilisateur final. Il est alors nécessaire d'améliorer la précision de la localisation considérant un rapport qualité prix tolérable. Les méthodes de localisation utilisent les paramètres radio pour déterminer la position d'un mobile. Dans cette thèse, nous avons proposé d'analyser ces paramètres radio utiles pour la localisation. Nous avons vu les différents modèles de propagation des systèmes de communication sans fil. Nous avons également vu les différentes méthodes de localisation, à savoir TOA, TDOA, DOA et RSSI. A la fin, nous avons proposé d'utiliser un logiciel existant de planification réseau 3G UMTS et les données de mesures pratiques du RNC pour obtenir les coordonnées géographiques de localisation par la méthode de RSSI. Nous avons pu le mettre en pratique sur une partie de la ville d'Antananarivo, et avons ainsi mesuré l'impact de la modélisation du canal sur la localisation dans cette zone.

Mots clés : Affaiblissement, canaux de propagation, effet Doppler, taux passage à niveau, localisation, moindres carrés

ABSTRACT

In radio mobile system, mobile location is an important service for the operator itself and for the end user. It is necessary then to increase accuracy of location result with respect of quality price ratio. The process use the parameter radio to determinate the position of the mobile. In this thesis we propose to analyse radio parameter needed for the localisation. We have seen some modelling wireless propagation channel. We have seen also methods and algorithms of localisation namely the TOA, TDOA, DOA and RSSI. At the end, we propose to use the output of planning network software and measurement report of RNC in UMTS network to get the geographical coordinates of mobile, by RSSI method. We use application case of part of Antananarivo city, and we have seen the impact of propagation model on the positioning of UMTS mobile in this area.

Keywords: Positioning, RSSI, propagation, level crossing rate, least squares