



# Modélisation élastoplastique du comportement mécanique des sols. Application à la liquéfaction des sables et à la sollicitation d'expansion de cavité

Adrien Saïtta

## ► To cite this version:

Adrien Saïtta. Modélisation élastoplastique du comportement mécanique des sols. Application à la liquéfaction des sables et à la sollicitation d'expansion de cavité. Mécanique [physics.med-ph]. Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 1994. Français. NNT: . tel-00523272

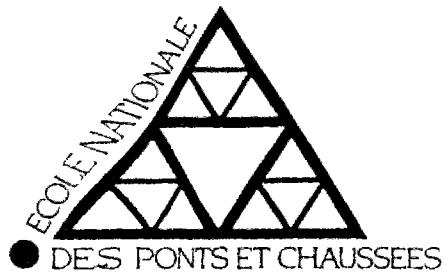
HAL Id: tel-00523272

<https://pastel.archives-ouvertes.fr/tel-00523272>

Submitted on 4 Oct 2010

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



**THESE DE DOCTORAT**

Spécialité : Géotechnique

présentée à  
l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées

par

**Adrien SAÏTTA**

**MODELISATION ELASTOPLASTIQUE DU COMPORTEMENT MECANIQUE  
DES SOLS. APPLICATION A LA LIQUEFACTION DES SABLES ET  
A LA SOLLICITATION D'EXPANSION DE CAVITE**

Centre d'Enseignement et de Recherche en Mécanique des sols  
(CERMES / ENPC-LCPC)

Date de soutenance : Lundi 19 Décembre 1994

Composition du jury :

Président	:	<b>M. Jean-Pierre MAGNAN</b>
Rapporteurs	:	<b>M. Félix DARVE</b> <b>M. Manuel PASTOR</b>
Examinateurs	:	<b>M. Patrick de BUHAN</b> <b>M. Jean CANOU</b> <b>M. François SCHLOSSER</b>
Invité	:	<b>M. Michel MAREC</b>



NS 19846 (4)

X

MODELISATION ELASTOPLASTIQUE DU COMPORTEMENT MECANIQUE  
DES SOLS. APPLICATION A LA LIQUEFACTION DES SABLES ET  
A LA SOLLICITATION D'EXPANSION DE CAVITE

10

E.N.P.C.



INV03401



## REMERCIEMENTS

Que Messieurs Pierre Delage, Louis-Michel Sanche et François Schlosser trouvent ici l'expression de toute ma gratitude pour m'avoir permis d'effectuer ce travail à l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.

Monsieur Jean-Pierre Magnan, professeur à l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, m'a fait l'honneur d'accepter de présider le jury de cette thèse, qu'il me soit permis de le remercier.

Mes remerciements vont également à Monsieur Félix Darve, professeur à l'Institut National Polytechnique de Grenoble, d'avoir bien voulu être rapporteur de ce travail. Outre les discussions intéressantes que nous avons pu avoir, je ne saurai oublier qu'il a joué un rôle prépondérant dans le GRECO Géomatéraux au sein duquel j'ai trouvé un environnement particulièrement favorable à ma recherche.

Monsieur Manuel Pastor, professeur à la Escuela de Ingenieros de Caminos et directeur du groupe Ingneria Computacional au CEDEX de Madrid, a bien voulu être rapporteur de ma thèse. Ses travaux sur la modélisation du comportement des sols constituent le point de départ de mes recherches dans ce domaine et la collaboration entre nous, formalisée au sein du réseau européen ALERT, aura été fructueuse. Je lui adresse mes sincères remerciements.

Qu'il me soit également permis de remercier Monsieur Patrick de Buhan, professeur à l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, d'avoir accepté d'examiner mon travail. Ses conseils m'ont été sans aucun doute bénéfiques.

Je remercie Monsieur Michel Marec, Directeur du Centre d'Etudes des Tunnels (CETu), d'avoir accepté de participer au jury de cette thèse.

Je tiens à remercier Monsieur Jean Canou pour la confiance qu'il m'a accordée durant ces années de thèse, ainsi que Messieurs Luc Dormieux et Karam Sab qui ont été de précieux conseillers scientifiques concernant la modélisation de l'essai pressiométrique.

Je finirai en remerciant Mesdames Christiane Baudry et Sabine Douihech du service de la Documentation pour leur aide efficace, Messieurs Au Tu Dien et Jean-Louis Boudoulec de la Direction Informatique et Télécommunications pour l'organisation informatique de notre centre, ainsi que tous mes collègues du CERMES, en particulier Jean-Claude Dupla pour m'avoir fait profiter de ses connaissances concernant l'expérimentation en laboratoire et Fatiha Bahda pour les discussions que nous avons eues à propos de mes travaux de recherche. Enfin, je n'oublierai pas la bonne humeur et la naturelle sympathie de notre cher et regretté Michael Howat.



## Sommaire

INTRODUCTION GENERALE .....	1
<b>CHAPITRE I - ELEMENTS BIBLIOGRAPHIQUES .....</b>	<b>3</b>
<b>I.1 COMPORTEMENT MECANIQUE DES SABLES .....</b>	<b>4</b>
I.1.1 Comportement mécanique des sables sous sollicitation monotone .....	5
I.1.1.1 Caractérisation d'un sable .....	5
I.1.1.2 Dispositifs expérimentaux .....	5
I.1.1.3 Caractérisation de la rupture .....	10
I.1.1.4 Notion de contractance et de dilatance .....	10
I.1.1.5 Etude plus précise sur le comportement à l'appareil triaxial classique .....	15
I.1.1.5.1 Notion d'état critique et d'état stable .....	15
I.1.1.5.2 Concept de surface d'effondrement .....	15
I.1.1.5.3 Caractérisation de l'état initial - notion de paramètre d'état .....	17
I.1.2 Comportement des sables sous sollicitation cyclique .....	22
I.1.2.1 Principaux types de comportement cyclique observés au triaxial classique .....	22
I.1.2.2 Phénomènes de liquéfaction et de mobilité cyclique .....	22
I.1.3 Conclusion sur la bibliographie concernant le comportement .....	25
<b>I.2 ELEMENTS BIBLIOGRAPHIQUES SUR LA MODELISATION .....</b>	<b>27</b>
I.2.1 Cadres théoriques de modélisation .....	28
I.2.1.1 Elasticité non linéaire .....	28
I.2.1.2 Théorie élastoplastique .....	31
I.2.1.3 Théorie endochronique .....	31
I.2.1.4 Théorie incrémentale .....	33
I.2.2 Elastoplasticité à surface de charge unique .....	33
I.2.2.1 Modèles basés sur la théorie de l'état critique .....	33
I.2.2.2 Influence de la contrainte intermédiaire .....	38
I.2.2.3 Hypothèses particulières .....	38
I.2.3 Elastoplasticité à deux surfaces de charge .....	40
I.2.4 Modélisation élastoplastique du comportement cyclique .....	43
I.2.4.1 Ecrouissage cinématique .....	43
I.2.4.2 Modèles à multisurfaces .....	45
I.2.4.3 Concept de surface frontière (bounding surface) .....	48
I.2.4.4 Elastoplasticité généralisée .....	50
I.2.5 Conclusion sur la bibliographie concernant la modélisation .....	53
<b>CHAPITRE II. FORMULATION D'UN MODELE ADAPTE AU COMPORTEMENT MONOTONE ET CYCLIQUE DES SABLES .....</b>	<b>57</b>
<b>II.1 ECRITURE DE LA LOI DE COMPORTEMENT ELASTOPLASTIQUE DANS LE CAS DU TRIAXIAL CLASSIQUE .....</b>	<b>58</b>
<b>II.2 ELASTICITE .....</b>	<b>62</b>
II.2.1 Elasticité isotrope .....	62
II.2.2 Elasticité anisotrope .....	62
II.2.3 Elasticité anisotrope selon Graham et Houlsby (1983) .....	66

II.2.4 Estimation du degré d'anisotropie initiale du sable d'Hostun.....	68
II.2.5 Anisotropie induite et essai triaxial classique.....	69
<b>II.3 PLASTICITE.....</b>	<b>71</b>
II.3.1 Surface de charge.....	71
II.3.2 Loi d'écoulement.....	74
II.3.3 Loi d'écrouissage.....	76
II.3.4 Modélisation du comportement cyclique.....	79
II.3.4.a Mise en évidence expérimentale du concept de surface frontière .....	79
II.3.4.b Interpolation à l'intérieur de la surface frontière (Zienkiewicz et al., 1985) .....	82
II.3.4.c Interpolation choisie dans la présente étude .....	83
<b>II.4 SIGNIFICATION PHYSIQUE DES PARAMETRES - INTRODUCTION DU CONCEPT DE "SURFACE DE CHARGE D'ETAT" POUR LES SABLES.....</b>	<b>85</b>
II.4.1 Paramètres issus de la théorie de l'état critique.....	85
II.4.2 Introduction du concept de "surface de charge d'état" pour les sables.....	87
II.4.3 Liaison entre $p_f$ et le paramètre (ou indice) d'état.....	87
II.4.4 Paramètre cyclique issu du concept de surface frontière.....	89
II.4.5 Récapitulatif et essais nécessaires à l'identification des paramètres .....	89
<b>II.5 MISE EN OEUVRE DU MODELE.....</b>	<b>92</b>
II.5.1 Description du logiciel.....	92
II.5.2 Différents trajets de chargement simulés par le logiciel.....	95
II.5.3 Implantation d'une nouvelle loi de comportement .....	95
<b>II.6 EXTENSIONS POSSIBLES DU MODELE .....</b>	<b>96</b>
II.6.1 Stabilité de la loi de comportement.....	96
II.6.2 Influence de la direction de chargement .....	96
II.6.3 Anisotropie plastique.....	97
<b>II.7 EVALUATION QUALITATIVE DU MODELE EN MONOTONE .....</b>	<b>99</b>
II.7.1 Prédiction de l'état stable (ou état critique) .....	99
II.7.1.a Simulation d'essais triaxiaux non drainés à indice des vides constant (influence de $\sigma_c$ ) .....	99
II.7.1.b Simulation d'essais triaxiaux drainés à $\sigma_c$ constant (influence de l'indice des vides) .....	103
II.7.2 Prédiction du concept d'effondrement .....	105
II.7.3 Simulation d'essais triaxiaux à paramètre d'état constant:	105
II.7.3.a Essais triaxiaux drainés sur sable lâche : .....	105
II.7.3.b Essais triaxiaux non drainés sur sable dense : .....	108
II.7.3.c Essais triaxiaux drainés sur sable dense:.....	108
II.7.4 Simulation d'essais triaxiaux à contrainte moyenne initiale ( $\sigma_c$ ) constante: .....	108
II.7.4.a Essais triaxiaux drainés: .....	108
II.7.4.b Essais triaxiaux non drainés:.....	110
II.7.5 Prise en compte d'une élasticité isotrope transverse.....	110
II.7.6 Performance du modèle proposé par rapport aux autres modèles .....	113
II.7.6.a Modèle de Nova-Wood (1979) : .....	113
II.7.6.b Modèle de Pastor et al. (1985) : .....	118

<b>II.8 EVALUATION QUANTITATIVE DU MODELE PROPOSE EN CHARGEMENT MONOTONE- CONFRONTATION AUX ESSAIS .....</b>	<b>119</b>
II.8.1 Simulation d'essais non drainés sur sable lâche réalisés par Sladen et al. (1985):.....	119
II.8.2 Simulation d'essais non drainés sur sable lâche et dense (Ishihara, 1993):.....	121
II.8.2.a Essais non drainés à contrainte moyenne initiale ( $\sigma_c$ ) constante:.....	121
II.8.2.b Essais non drainés à indice des vides ( $e_0$ ) constant: .....	124
II.8.2.c Essais à indice d'état ( $I_s$ ) constant: .....	124
<b>II.9 EVALUATION QUALITATIVE DU MODELE EN CYCLIQUE.....</b>	<b>130</b>
II.9.1 Notion de 'surface frontière d'état': .....	130
II.9.2 Choix de la loi d'interpolation: .....	134
<b>II.10 EVALUATION QUANTITATIVE DU MODELE PROPOSE EN CHARGEMENT CYCLIQUE - CONFRONTATION AUX ESSAIS .....</b>	<b>135</b>
II.10.1 Simulation d'essais cycliques non drainés .....	135
II.10.2 Obtention du paramètre cyclique $\gamma$ - démarche inverse.....	136
<b>II.11 CONCLUSION - PERSPECTIVES .....</b>	<b>140</b>
 <b>CHEMINS D'ETUDE</b>	
<b>CHAPITRE III. ETUDE DE LA SOLICITATION D'EXPANSION DE CAVITE .....</b>	<b>142</b>
<b>III.1 UTILISATION DES THEORIES D'EXPANSION DE CAVITE EN MECANIQUE DES SOLS .....</b>	<b>143</b>
<b>III.2 ECRITURE DU PROBLEME DE L'EXPANSION DE CAVITE.....</b>	<b>145</b>
III.2.1 Hypothèses généralement admises.....	145
III.2.2 Formulation locale des équations de la consolidation dans le cas général.....	148
III.2.3 Modélisation de l'expansion de cavité cylindrique .....	151
III.2.4 Intégration de l'équation régissant l'écoulement du fluide interstitiel .....	153
III.2.5 Signification de $w$ .....	155
III.2.6 Equations du problème mécanique .....	155
III.2.7 Analogie avec l'expansion de cavité sphérique .....	156
III.2.8 Cas drainé.....	157
III.2.9 Cas non drainé local .....	157
III.2.10 Cas non drainé global.....	158
<b>III.3 RESOLUTION NUMERIQUE DU PROBLEME D'EVOLUTION .....</b>	<b>161</b>
III.3.1 Discréétisation temporelle.....	161
III.3.2 Calcul de $\Delta_0 u(r)$ .....	162
III.3.3 Discréétisation spatiale .....	163
III.3.4 Résolution du système .....	164
III.3.5 Calcul des autres variables à l'instant $t = t_k$ .....	165
III.3.6 Cas non drainé local .....	166
III.3.7 Ajout de points fictifs.....	166
III.3.8 Méthode des matrices de transfert.....	167
III.3.9 Méthode des éléments finis .....	167
<b>III.4 CHOIX DE LA LOI DE COMPORTEMENT .....</b>	<b>170</b>
III.4.1 Cas élastique.....	170
III.4.1.a cas d'un massif fini parfaitement drainé (cylindre épais): .....	171

III.4.1.b Cas d'un massif infini parfaitement drainé (pressiomètre) .....	173
III.4.1.c Chemin de contraintes suivi en un point de l'échantillon: .....	174
III.4.1.d Dépendance des caractéristiques élastiques par rapport à la contrainte moyenne: .....	175
<b>III.4.2 Comportement élastoplastique .....</b>	<b>177</b>
III.4.2.a Généralisation aux sollicitations tridimensionnelles quelconques .....	178
III.4.2.b Ecriture de la matrice élastoplastique sous sollicitations tridimensionnelles.....	180
III.4.2.c Loi associée : .....	182
III.4.2.d Loi non associée: .....	183
<b>III.5 SIMULATION D'ESSAIS PRESSIOMÉTRIQUES MONOTONES ET CYCLIQUES SUR SOLS A FAIBLE PERMÉABILITE (SOLS FINS) .....</b>	<b>184</b>
III.5.1 Conditions d'essai .....	184
III.5.2 Modèle de Zienkiewicz et al. (1985) - sols fins .....	184
III.5.2.a Partie monotone du modèle.....	184
III.5.2.b Partie cyclique du modèle .....	185
III.5.3 Simulation de la sollicitation pressiométrique - chargement monotone .....	186
III.5.3.a Résultat typique de simulation d'expansion.....	189
III.5.3.b Consolidation en fin d'expansion .....	193
III.5.3.c Influence de la perméabilité k .....	193
III.5.3.d Comparaison avec des résultats expérimentaux .....	197
III.5.4 Simulation de la sollicitation pressiométrique - charges cycliques.....	197
III.5.4.a Influence de la perméabilité .....	200
III.5.4.b Influence du paramètre cyclique $\gamma$ .....	200
III.5.4.c Comparaison avec des résultats expérimentaux .....	204
III.5.5 Perspectives.....	204
<b>III.6 SIMULATIONS D'ESSAIS AU CYLINDRE EPAIS EN CHARGEMENT MONOTONE ET CYCLIQUE SUR DES SABLES .....</b>	<b>206</b>
III.6.1 Conditions d'essais .....	206
III.6.2 Modèle de Pastor et al. (1985, 1990) .....	208
III.6.3 Application à la sollicitation d'expansion monotone .....	210
III.6.4 Application à la sollicitation d'expansion cyclique .....	213
III.6.4.a Etude qualitative .....	213
III.6.4.b Comparaisons théorie-expérience.....	216
III.6.5 Résolution du problème inverse.....	219
III.6.6 Perspectives .....	220
<b>CONCLUSION GENERALE.....</b>	<b>222</b>
<b>REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....</b>	<b>224</b>

## INTRODUCTION GENERALE

La réalisation de grands ouvrages dans le domaine du génie civil (centrales nucléaires, ouvrages off-shore, barrages, etc.) nécessite encore des améliorations dans le domaine des techniques de reconnaissance, de caractérisation, et d'utilisation des propriétés mécaniques des sols, ceci en vue d'augmenter la fiabilité et l'économie des méthodes de dimensionnement actuelles de ces ouvrages. Il est nécessaire pour ceci de travailler dans différentes directions, avec, en particulier, d'une part, l'amélioration des techniques et des méthodes d'interprétation des essais de géotechnique et, d'autre part, l'amélioration des modèles de comportement utilisés pour simuler à partir de codes numériques, le comportement des ouvrages sous divers types de sollicitations mécaniques. Dans le domaine des sollicitations cycliques en particulier (séismes, houle, etc...), il existe encore un besoin important de recherche, autant au niveau des lois de comportement que de la détermination expérimentale de caractéristiques et paramètres appropriées.

Parmi les différents essais utilisés en géotechnique, les essais *in situ* sont particulièrement intéressants dans la mesure où ils permettent de tester le matériau "réel", sur site. Le pressiomètre, en particulier, permet de réaliser des analyses relativement simples basées sur les théories d'expansion de cavité, et constitue en cela un outil attrayant, particulièrement dans sa version autoforeuse, minimisant le remaniement autour de la sonde, et permettant en cela d'accéder à un matériau relativement intact. Les méthodes d'interprétation de cet essai méritent donc d'être encore développées, en particulier dans le domaine des chargements cycliques où cet essai peut trouver de nouvelles applications.

L'étude présentée dans ce mémoire s'inscrit dans ce cadre général et se propose de réfléchir sur les relations existant entre une sollicitation homogène de laboratoire telle que l'essai triaxial, et une sollicitation non homogène telle que l'expansion de cavité cylindrique, le lien entre les deux types de sollicitation étant réalisé via un modèle de comportement. L'étude comprend donc un travail sur les modèles de comportement (améliorations possibles des modèles existants) et sur leur application à la sollicitation homogène (triaxial) et non homogène (expansion de cavité), en montrant l'intérêt pratique d'une démarche consistant à identifier des paramètres et caractéristiques élémentaires d'un sol à partir de la sollicitation non homogène (de type pressiométrique).

Ainsi, le premier chapitre constitue une étude bibliographique destinée à faire le point sur les éléments essentiels concernant la rhéologie des sables et sur les modèles de comportement actuellement utilisés pour modéliser le comportement mécanique de ces matériaux. Dans une première partie (rhéologie), on décrit les principales caractéristiques mécaniques observées sur essais homogènes en laboratoire (appareil triaxial classique, triaxial vrai et cylindre creux en torsion). On met en particulier l'accent sur la notion récente de

paramètre d'état, et sur l'intérêt d'une telle caractérisation de l'état initial pour la prise en compte de l'influence des conditions initiales du matériau sur le comportement. Dans une deuxième partie (modélisation), on s'intéresse aux lois de comportement utilisées actuellement pour décrire le comportement mécanique des sables et l'on décrit les nombreux travaux existant à ce propos. Cette partie s'attache tout particulièrement aux modèles prenant en compte la notion de paramètre d'état en montrant les lacunes existant encore dans ce domaine.

Le deuxième chapitre propose une nouvelle modélisation du comportement mécanique des sables qui s'inscrit entièrement dans le cadre élastoplastique et, dont l'objectif est de prendre en compte le plus simplement possible, avec les outils de l'élastoplasticité, la notion de paramètre d'état et plus généralement l'influence combinée de la contrainte de consolidation initiale et de l'indice des vides initial sur le comportement de type lâche ou dense du sable. L'outil théorique permettant d'y parvenir a été identifié sous le concept de "surface de charge d'état". On montre comment intégrer ce concept à un modèle d'état critique (dérivé du Cam-Clay) et, surtout, comment il peut être adapté à des modélisations existantes prenant en compte l'anisotropie du matériau, ou encore le concept de surface frontière pour les chargements cycliques, et enfin les modèles à multimécanismes.

Le dernier chapitre est consacré à l'étude des expansions de cavités à partir les modèles élastoplastiques généralisés de Zienkiewicz et al. (1985) adapté pour des sols cohérents et de Pastor et al. (1985,1990) approprié pour les sables. Un code de calcul a été développé pour cette étude qui permet, grâce à des temps de calcul très courts, de réaliser des analyses paramétriques relativement rapidement.

Le modèle de Zienkiewicz et al. (1985) est tout d'abord appliqué à la sollicitation pressiométrique monotone et cyclique dans des sols cohérents avec prise en compte du couplage eau-squelette. On étudie l'influence de la perméabilité sur la génération des surpressions interstitielles au cours de l'expansion et sur la dissipation en fin d'expansion (phénomène de consolidation). On montre en particulier l'intérêt de ce modèle ne possédant qu'un seul paramètre cyclique, noté  $\gamma$ , gérant l'accumulation d'irréversibilités au cours des cycles, pour la simulation de l'essai pressiométrique cyclique.

On étudie finalement le cas des sables en mettant en oeuvre dans le code de calcul le modèle de Pastor et al. (1985,1990), et en comparant les simulations obtenues à des essais d'expansion réalisés au cylindre épais par Dupla (1995) dont la sollicitation est proche de la sollicitation pressiométrique. On montre comment, à partir de l'essai pressiométrique cyclique, il est possible d'obtenir par démarche inverse le paramètre cyclique  $\gamma$ , l'objectif étant d'évaluer le potentiel de liquéfaction d'un massif sableux, par comparaison des valeurs obtenues à partir de cet essai avec celles obtenues, pour les mêmes conditions initiales, à l'essai triaxial classique.

## CHAPITRE I - ELEMENTS BIBLIOGRAPHIQUES

La connaissance du comportement d'un sol soumis à des efforts constitue un enjeu important puisqu'elle permet d'estimer les déformations résultant des contraintes appliquées et de prévoir en particulier la rupture du massif. Si on ne s'intéresse qu'à la stabilité de l'ouvrage, une approche du type calcul à la rupture (Salençon 1983) peut être satisfaisante. Cependant dans certains cas, une information supplémentaire sur les déformations est nécessaire pour l'étude de l'ouvrage et l'état ultime que représente la rupture du massif sollicité sera considéré comme le moment où de grandes déformations apparaissent.

Afin d'identifier la loi de comportement d'un sol, des échantillons sont prélevés sur site et on étudie leur comportement à partir d'essais de laboratoire pour lesquels les conditions aux limites sont bien contrôlées et dans lesquels on impose un état de contraintes et de déformations homogènes au matériau durant toute la durée de l'essai. C'est le cas pour l'essai triaxial classique, l'essai triaxial vrai ou dans une certaine mesure le cylindre creux en torsion (dans le repère local) qui sont les plus couramment utilisés. Une fois que le comportement est identifié sur un essai homogène, un modèle peut être développé. Celui-ci peut être généralisé à n'importe quel type de problème grâce aux équations de la mécanique des milieux continus et des outils de résolution numériques tels que les différences finies ou les éléments finis (lorsque le problème n'a pas de solution analytique simple).

En suivant cette démarche, l'étude bibliographique présentée dans ce chapitre, axée sur les sables, se décompose en deux parties successives: la première présente les principaux traits de comportement observés en laboratoire sur essai homogène; la deuxième analyse les modèles de comportement utilisés de nos jours en mécanique des sols. La première partie met en évidence les caractéristiques mécaniques les plus importantes devant être prises en compte lors de l'identification d'une loi de comportement tandis que la deuxième partie tente d'extraire de la littérature les différents moyens théoriques actuellement disponibles pour les modéliser.

## I.1 COMPORTEMENT MECANIQUE DES SABLES

L'étude de la rhéologie des sols s'est considérablement développée avec le perfectionnement des moyens d'essai en laboratoire permettant de suivre des chemins complexes tout en assurant une bonne homogénéité des contraintes et des déformations dans les éprouvettes. Il est alors possible, à partir de ce type d'essai, de déterminer le comportement d'un élément de volume du sol étudié. Ce paragraphe passe en revue les principaux traits du comportement mécanique d'un sable observés à partir de trois appareillages : l'appareil triaxial classique, le vrai triaxial et le cylindre creux en torsion. Les vitesses de chargement sont imposées de telle façon que le temps n'a pas d'influence sur la réponse (sollicitations lentes, pas d'effets visqueux). Les effets dynamiques ne sont pas décrits ici et le comportement cyclique du sable est analysé en équilibre quasi-statique. Cette partie décrit les phénomènes particuliers rencontrés sous certaines conditions de cisaillement du sable. Une attention particulière est attachée aux principaux concepts rhéologiques existant dans la littérature et résultant directement de l'observation expérimentale car ils constituent le point de départ de la construction d'une loi de comportement.

### I.1.1 Comportement mécanique des sables sous sollicitation monotone

#### I.1.1.1 Caractérisation d'un sable

Le comportement mécanique d'un sable sous chargement monotone ou cyclique présente des phénomènes et propriétés très variées. Cela est principalement dû aux nombreux facteurs qui interviennent lorsqu'un sol se déforme sous l'action d'efforts extérieurs. Du point de vue microscopique, la forme et la taille des grains de sable (caractérisés en particulier par leur angularité) ont une influence non négligeable sur le comportement, et la courbe granulométrique du sable donne par ailleurs des informations importantes.

Cependant, les grandeurs mesurées expérimentalement étant d'ordre macroscopique, il est nécessaire de caractériser le matériau à l'aide de variables macroscopiques. On définit ainsi l'indice des vides  $e$  comme étant le rapport entre le volume des vides et le volume des grains. On appelle  $e_{\min}$  et  $e_{\max}$  les indices des vides respectivement minimal et maximal obtenus à partir de procédures standardisées. On définit  $I_D$  l'indice de densité d'un sable de la manière suivante:

$$I_D = \frac{e_{\max} - e}{e_{\max} - e_{\min}}$$

$e$  : indice des vides actuel

ou encore la densité relative  $D_R = I_D \cdot 100(\%)$ . L'état initial est donc caractérisé de la manière suivante:

Si  $I_D = 0,9$ , le sable est très dense

Si  $I_D = 0,7$ , le sable est moyennement dense

Si  $I_D = 0,4$ , le sable est lâche

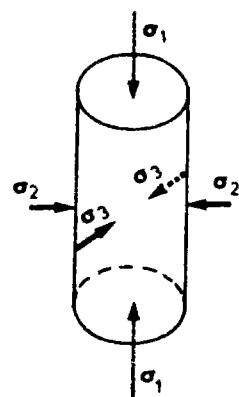
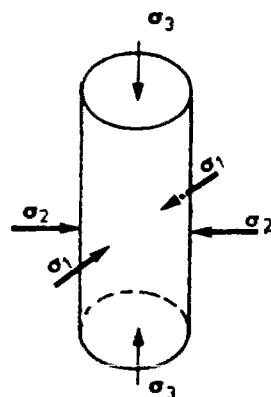
Si  $I_D < 0,1$ , le sable est très lâche

#### I.1.1.2 Dispositifs expérimentaux

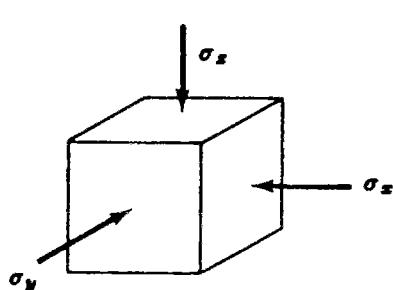
##### a) L'essai triaxial classique

C'est le plus ancien des trois types d'essai présentés ici. Il permet de cisailier un échantillon cylindrique de sol saturé d'eau à partir d'un état initial donné. L'essai classique est

(a)

Compression :  $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$ Extension :  $\sigma_1 = \sigma_2 > \sigma_3$ 

(b)



(c)

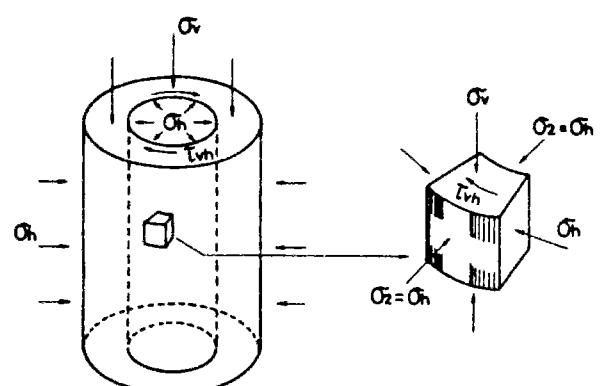
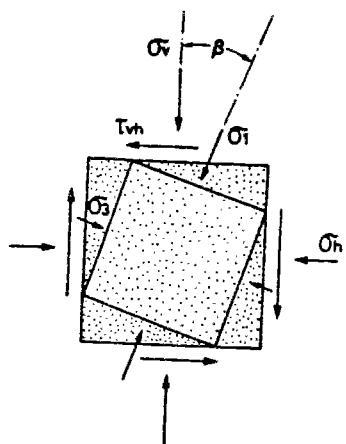


Figure I.1. Schémas de principe : (a) triaxial classique (b) triaxial vrai (c) cylindre creux en torsion.

réalisé en appliquant une force verticale de compression à l'éprouvette soumise à un état de consolidation isotrope et en maintenant la contrainte radiale constante. La sollicitation appliquée est schématisée sur la figure I.1a. Etant donné que deux contraintes principales sont égales et puisqu'il n'y a pas rotation des axes principaux de contrainte et de déformation, un tel essai permet d'étudier uniquement un plan de l'espace des contraintes appelé "plan du triaxial". L'homogénéité de l'éprouvette triaxiale pendant le cisaillement a été étudiée par Desrues et al. (1991) au tomodensitomètre. Ses travaux ont montré en particulier que, pour les sables lâches, l'échantillon reste assez homogène dans la plage des petites déformations. Quatre exemples typiques de résultats obtenus à partir de cet essai et réalisés à déformation contrôlée sont représentés sur la figure I.2. Ces résultats mettent en évidence l'analogie entre la variation de volume de l'éprouvette  $\varepsilon_v$  en condition drainée et la variation de la surpression interstitielle  $u$  dans le cas non drainé pour les mêmes conditions initiales. Il est possible, à partir de l'essai triaxial classique, de réaliser des chemins particuliers tels que les chemins à rapport de cisaillement constants (déviateur  $q$  divisé par la contrainte moyenne  $p$ ), à contrainte moyenne constante ou à déformation axiale constante. Un exemple d'essais non drainés en extension réalisés sur sable moyennement dense est représenté sur la figure I.3 et met en évidence deux comportements différents en compression et en extension pour les mêmes conditions initiales.

#### b) Le triaxial vrai

L'échantillon de sol a cette fois-ci la forme d'un cube dont les côtés opposés sont soumis à des contraintes de même amplitude (figure I.1b). Les trois contraintes orthogonales pouvant être asservies différemment, cet appareil permet d'explorer tout l'espace des contraintes admissibles et en particulier le plan déviatoire, perpendiculaire à la trissectrice. Cet essai permet donc de regarder (contrairement au triaxial classique) l'effet de la contrainte intermédiaire sur le comportement des sols. Il est possible à partir de l'essai triaxial vrai de reproduire des chemins dans le plan du triaxial classique. Lanier et al. (1991) ont ainsi réalisé des chemins radiaux sur le sable d'Hostun RF et ont montré que la loi d'écoulement dépend uniquement, avec une bonne approximation, du rapport de cisaillement.

#### c) Le cylindre creux en torsion

Dans la nature, pour des sollicitations telles que la propagation de la houle sur un fond marin, les contraintes principales subissent une rotation d'axe. Le cylindre creux en torsion permet d'étudier en laboratoire l'influence de cette rotation sur le comportement du sol. Le principe, schématisé sur la figure I.1c, est d'exercer simultanément sur un échantillon cylindrique creux de faible épaisseur (tube mince) une sollicitation de type triaxial classique et une torsion. Si la pression radiale à l'intérieur du cylindre est égale à la pression radiale à

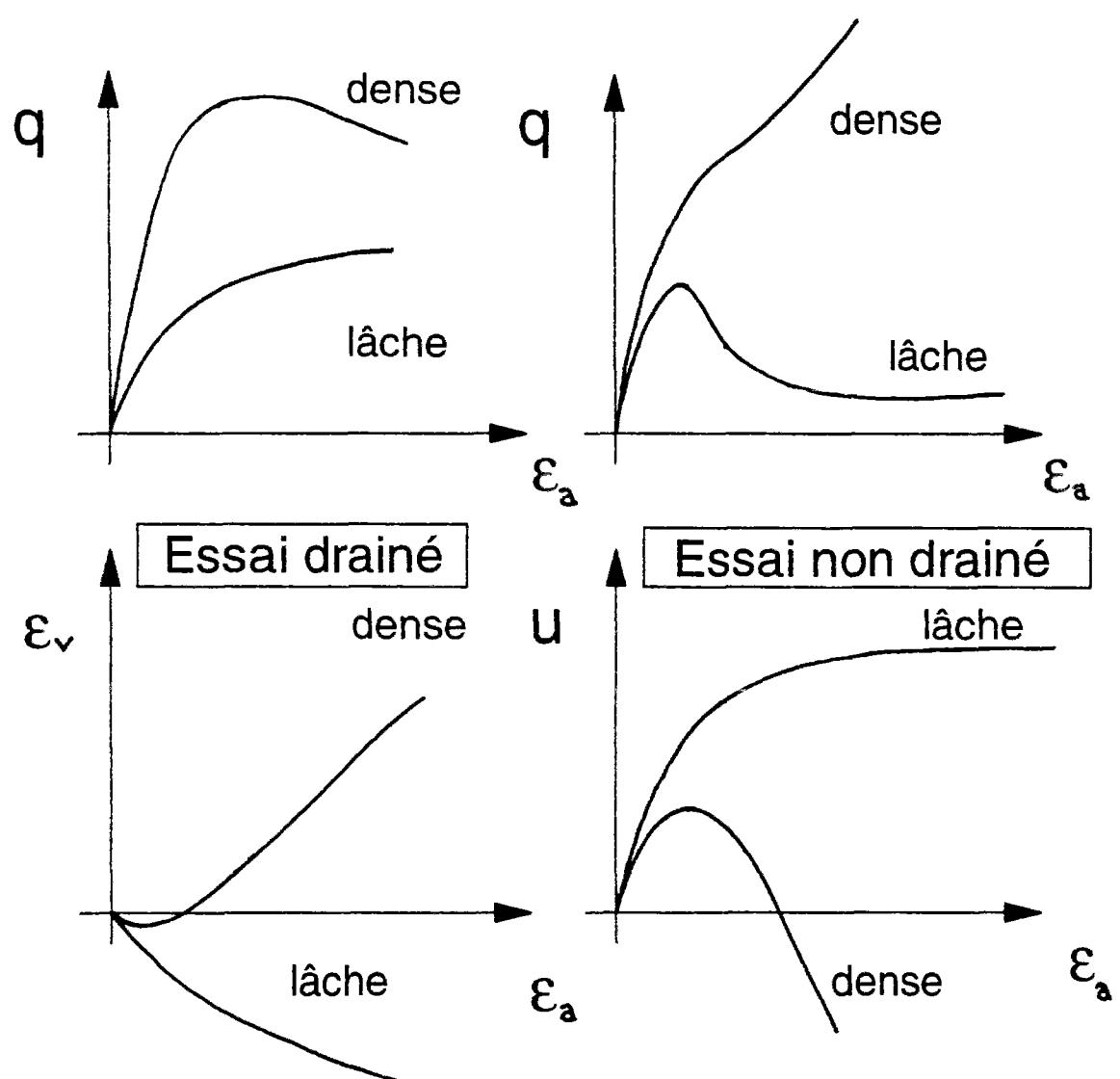


Figure I.2. Résultats typiques à l'appareil triaxial classique.

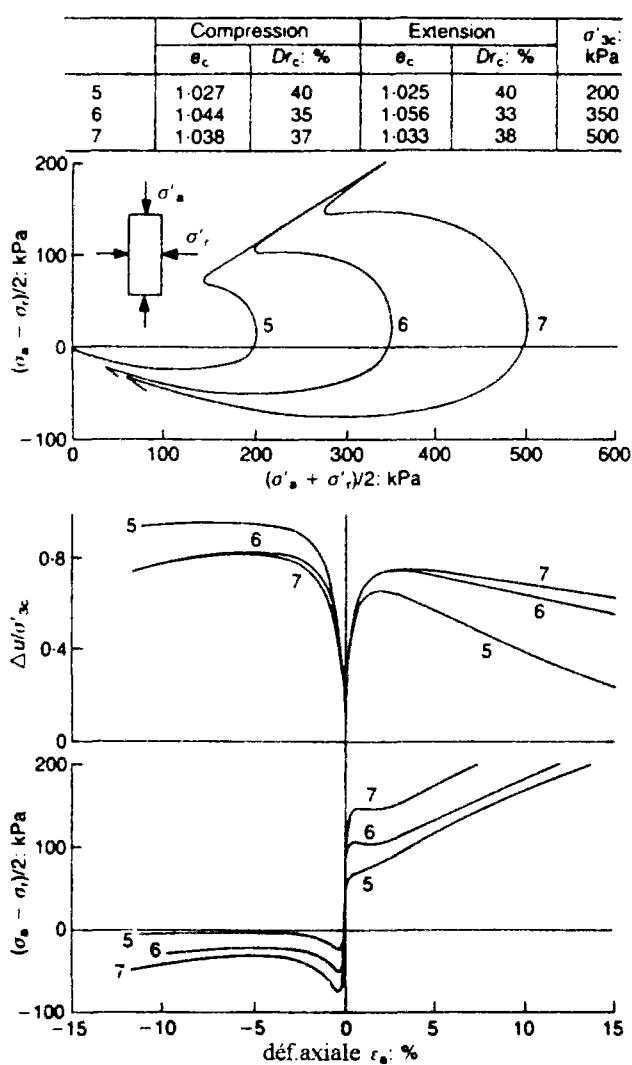


Figure I.3. Essais de compression et d'extension sur un sable moyennement dense (d'après Kuerbis et Vaid, 1989).

l'extérieur du cylindre, l'état de contrainte dans l'échantillon peut être considéré comme homogène dans le repère local durant la sollicitation.

#### *I.1.1.3 Caractérisation de la rupture*

La courbe de résistance au cisaillement réalisée à partir d'un essai de laboratoire montre que les sols possèdent un angle de frottement interne à peu près constant à la rupture. Plusieurs critères ont été proposés pour décrire le comportement ultime du matériau tels que le critère de Mohr-Coulomb dont la trace dans le plan déviatorique est représentée sur la figure I.4a. L'observation expérimentale du mode de rupture des sables est différente selon les conditions initiales. En effet, pour un sable dense, la rupture se caractérise par l'apparition de bandes de cisaillement pour des déformations moyennes supérieures à 4% environ (Desrues et al., 1991). Pour un sable lâche, la déformation globale à ce stade de l'essai est en forme de tonneau et le matériau peut encore être considéré comme homogène.

La figure I.4a montre la forme du critère de rupture obtenue par Yamada et Ishihara avec des chemins de cisaillement radiaux drainés (chemins uniquement dans le plan déviatoire) sur du sable de Fuji River dont la densité relative initiale est de l'ordre de 35% et la compare au critère de Lade et Duncan ainsi qu'au critère de Mohr-Coulomb.

#### *I.1.1.4 Notion de contractance et de dilatance*

##### a) Comportement de type "lâche"

L'essai typique sur sable lâche à partir de l'essai triaxial classique représenté sur la figure I.2 montre un comportement plutôt contractant. En condition non drainée, le chemin de contrainte passe par un pic de résistance pour une déformation axiale inférieure à 1% puis le matériau s'effondre brusquement et le déviateur se stabilise vers une valeur résiduelle non-nulle si le sable n'est pas trop lâche. Sinon, la surpression interstitielle peut atteindre la valeur de la pression de consolidation initiale et la contrainte effective s'annule alors. Les contraintes ne sont plus reprises par le squelette mais entièrement par l'eau et le matériau se comporte comme un liquide, on dit alors qu'il se liquéfie. Un exemple de liquéfaction statique obtenue par Castro (1969) sur sable très lâche est reporté sur la figure I.5. En grandeur nature, Sladen et al. (1985) ont décrit l'effondrement d'une berme lors de sa construction à Nerlek en 1983 en mer de Beaufort au Canada, dont la cause principale proviendrait de la liquéfaction des couches de sable lâches déposées sur le fond marin pour la construction de la berme.

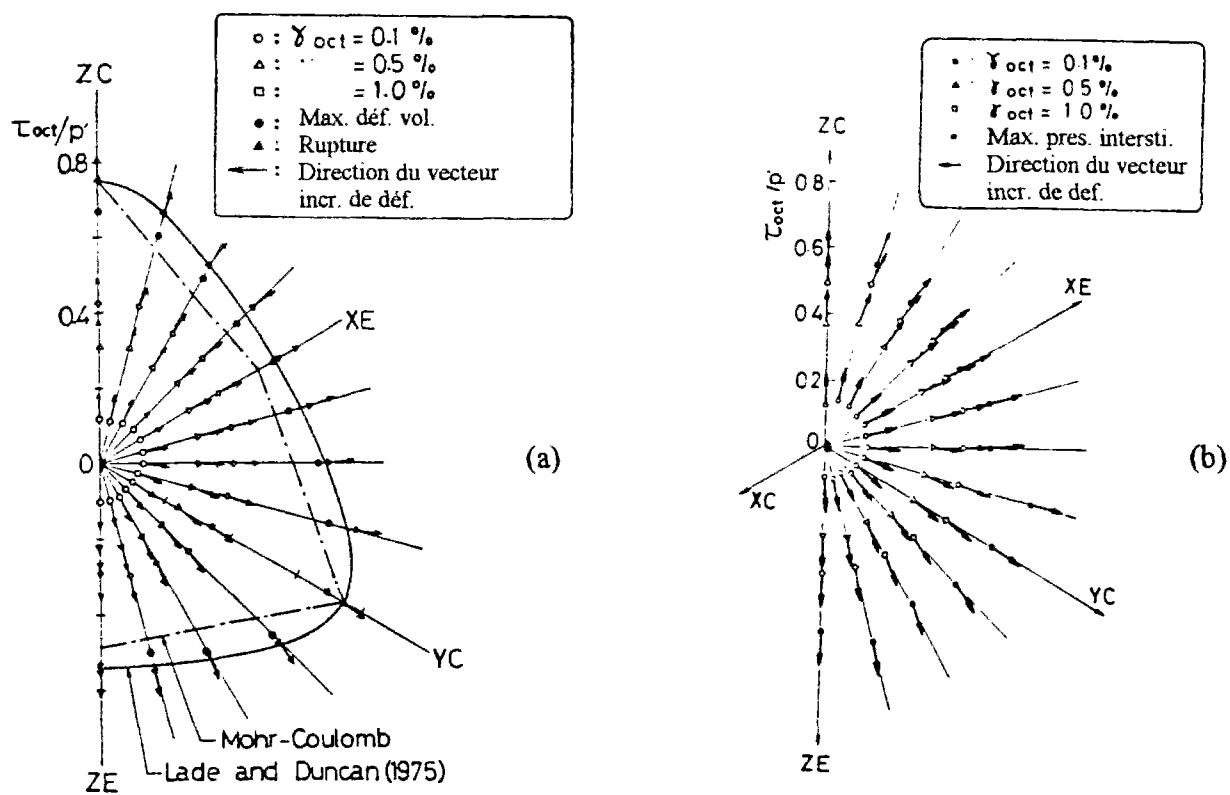


Figure I.4. Essais au vrai triaxial radiaux dans le plan déviatoire sur sable moyennement dense (d'après Yamada et Ishihara, 1979, 1981): (a) essais drainés, (b) essais non drainés.

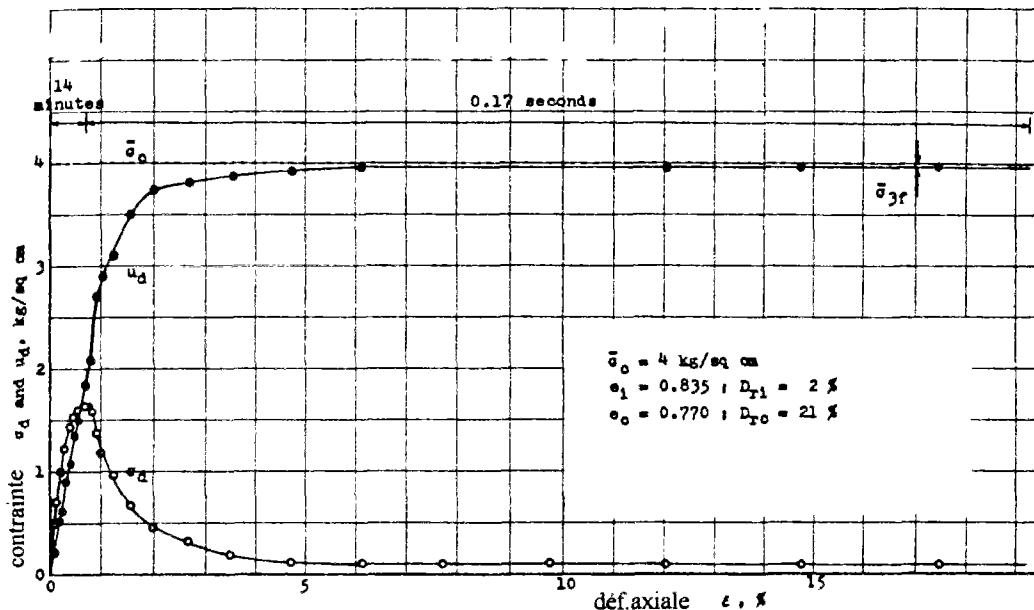


Figure I.5. Essai de liquéfaction statique (d'après Castro, 1969).

Towhata et Ishihara (1985) ont réalisé des essais sur le sable de Toyoura à partir du cylindre creux en torsion, en faisant simultanément varier le cisaillement  $\tau_{vh}$ , la contrainte horizontale  $\sigma_h$  et la contrainte verticale  $\sigma_v$  de manière à garder le déviateur ( $\sigma_1 - \sigma_3$ ) et la pression moyenne constants (figure I.6). Ces auteurs montrent, en s'appuyant sur les résultats de Yamada et Ishihara (1979) (figure I.4b), que la génération de surpression interstitielle enregistrée pour ce type d'essai est principalement due à la rotation des axes principaux. La figure I.6 montre la valeur de la contrainte moyenne effective en fonction de l'angle de rotation  $\beta$ . Entre le point A et  $A_2$ , les auteurs mettent en évidence une génération importante de surpression interstitielle en fonction de  $\beta$ . Cette figure I.6 montre aussi qu'un déchargement de type triaxial (diminution du déviateur) après le point  $A_2$  a pour effet, plutôt inattendu, de liquéfier complètement l'échantillon. Ce résultat expérimental est analogue à celui trouvé par Canou (1989) (figure I.7) sur le sable d'Hostun lâche, même si l'essai de Yamada et Ishihara est réalisé à une densité relative de 45% environ et que cela correspond à un sable moyennement dense.

### b) Comportement de type "dense"

Le comportement d'un sable dense est totalement différent de celui d'un sable lâche et les conditions initiales ont donc une influence prépondérante sur la résistance au cisaillement d'un sable. Luong (1980) a montré que le lieu des points séparant le comportement contractant de celui dilatant dans le cas des sables denses (figure I.8) représente une droite passant par l'origine dans le plan ( $q, p$ ) et dont la pente donne un angle de frottement mobilisé de l'ordre de 27 à 30° pour le sable d'Hostun (d'après Dupla, 1989). Cette droite appelée droite caractéristique (ou ligne de transformation de phase selon Tatsuoka et Ishihara, 1974) sépare l'espace des contraintes admissibles en un secteur subcaractéristique contractant et un secteur surcaractéristique dilatant. Le concept d'état caractéristique a d'ailleurs été validé sur d'autres chemins du plan du triaxial par Luong (1980).

Au triaxial vrai, Yamada et Ishihara (1979, 1981) ont réalisé la même série d'essais en condition drainée et non drainée et la figure I.4 montre les directions des déformations pour un chemin radial. Le plan reporté est équivalent au plan ( $q, p'$ ) d'un essai triaxial classique. L'analogie avec les chemins de contraintes obtenus dans le cas d'un essai triaxial classique non drainé est évidente sauf que, dans ce cas, le chemin de contrainte totale est vertical (contrainte moyenne totale constante). En particulier, la pression interstitielle passe par une valeur maximale montrant que le matériau cesse de contracter et a tendance à dilater à partir de ce point. Il s'agirait donc d'une généralisation de l'état caractéristique en dehors du plan du triaxial et qui demande néanmoins, à l'heure actuelle, à être confirmée. Sur la figure I.4a, ces mêmes auteurs ont reporté les maxima de surpression interstitielle dans le plan déviatoire. La comparaison de ces points avec ceux de la figure I.4b (essais drainés) dont la

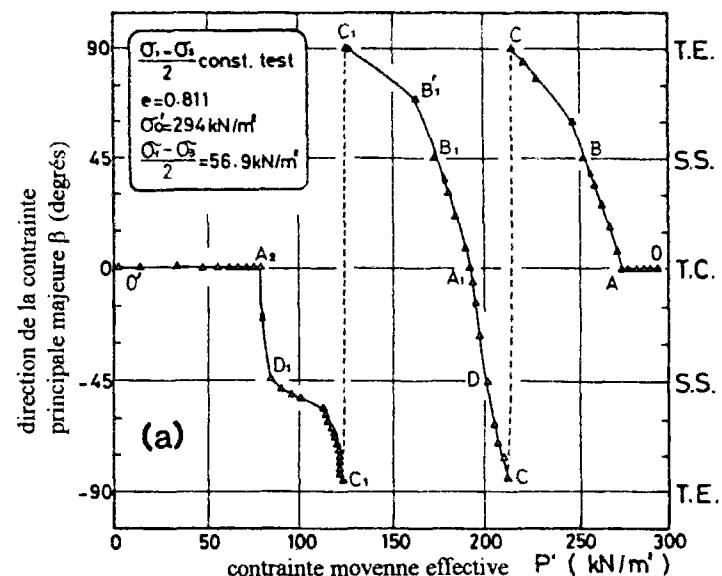
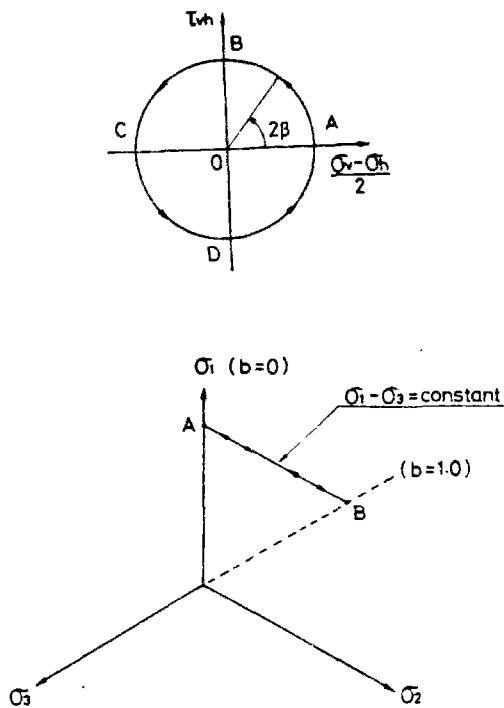


Figure I.6. Influence des rotations d'axes principaux sur le comportement d'un sable en condition non drainée (d'après Towhata et Ishihara, 1985).

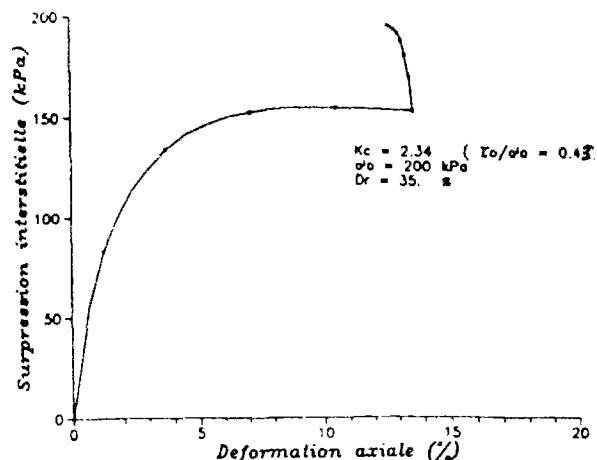
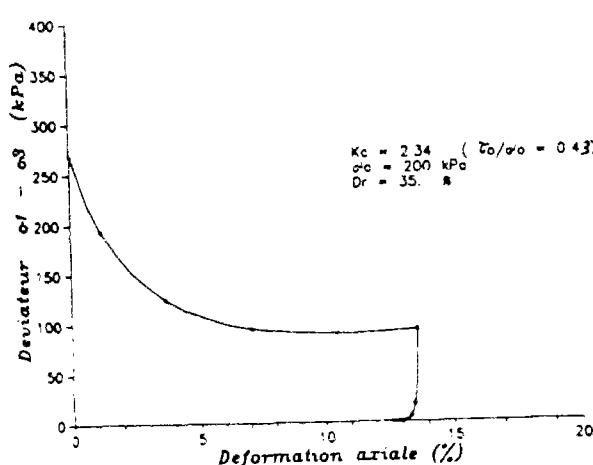


Figure I.7. Décharge après effondrement au triaxial classique non drainé sur sable lâche (d'après Canou, 1989).

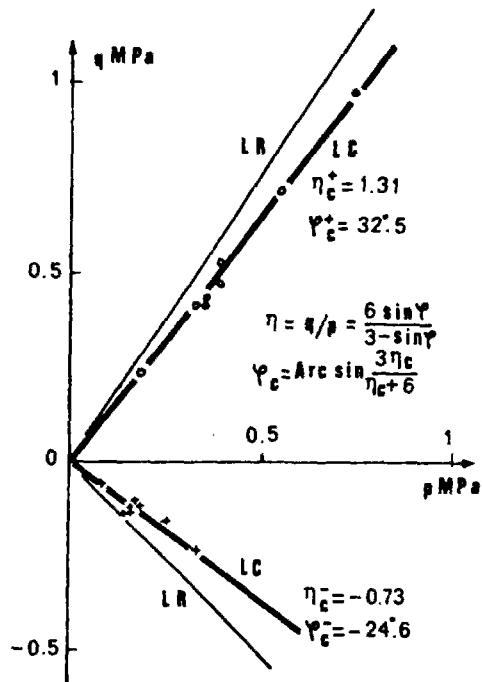


Figure I.8. Ligne d'état caractéristique (d'après Luong, 1980).

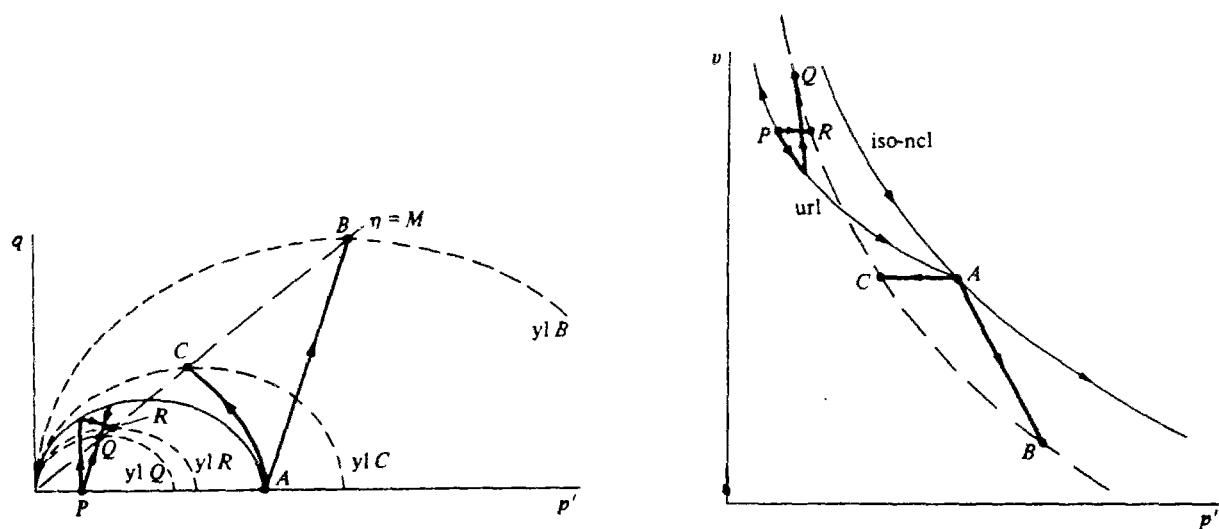


Figure I.9. Chemins en contraintes effectives suivi au cours d'un essai triaxial classique selon la théorie d'état critique dans les plans  $(p', \epsilon_v)$  et  $(p', q)$  (d'après Wood, 1992).

variation de volume est nulle donnent ainsi une idée de la forme de la surface des états caractéristiques projetée sur le plan déviatoire.

### *I.1.1.5 Etude plus précise sur le comportement à l'appareil triaxial classique*

#### *I.1.1.5.1 Notion d'état critique et d'état stable*

Dans le plan du triaxial, Roscoe et al. (1958) ont montré que le taux de déformation volumique de l'échantillon s'annulait à la rupture lors d'un essai drainé (quel que soit l'état initial) réalisé sur une argile et ont proposé un cadre de description dans l'espace  $(e, p', q)$  appelé "théorie de l'état critique". Ces auteurs ont observé expérimentalement que les points d'état critique déterminés à la rupture lors d'essais triaxiaux classiques drainés ou non drainés décrivent une courbe unique dans l'espace  $(e, p', q)$  appelée "ligne d'état critique" dont la projection est une droite dans les plans  $(p', q)$  et  $(e, \ln p')$ . La pente dans ce dernier plan est d'ailleurs identique à celle de la courbe de consolidation vierge de l'argile testée. La figure I.9 montre la conséquence d'un tel concept sur la forme des chemins en contraintes effectives à partir d'essais sur des argiles normalement consolidées et surconsolidées.

Poulos (1981, 1985) définit l' état stable de déformation comme l'état pour lequel, le matériau continue à se déformer à volume, déviateur, contrainte moyenne et vitesse constants et applique plus particulièrement ce concept au cas des sables lâches et très lâches. La différence entre le concept d'état stable et celui de l'état critique vient essentiellement du fait que Poulos n'envisage que les essais pour lesquels la vitesse de déformation est constante. Or, Sladen et al. (1985) ont effectué des essais triaxiaux classiques non drainés sur sable lâche et très lâche, à déformation contrôlée et à contrainte contrôlée, et n'ont pas trouvé de différence significative sur les valeurs des déformations résiduelles. Been et Jefferies (1991) ont montré, sur un nombre important d'essais, que la variation entre la ligne d'état stable et la ligne d'état critique est inférieure à 1%.

#### *I.1.1.5.2 Concept de surface d'effondrement*

Sladen et al. (1985) ont étudié le comportement des sables lâches à partir de l'essai triaxial non drainé et ont remarqué que, pour une même densité relative du sable considéré, les pics d'effondrement des chemins en contraintes effectives d'essais pour différentes contraintes de confinement sont alignés et la droite qui les joint passe par l'état stable (résiduel). Si une autre série d'essais est réalisée pour une densité relative différente, la nouvelle droite formée des pics d'effondrement est parallèle à la première (figure I.10). D'où l'idée

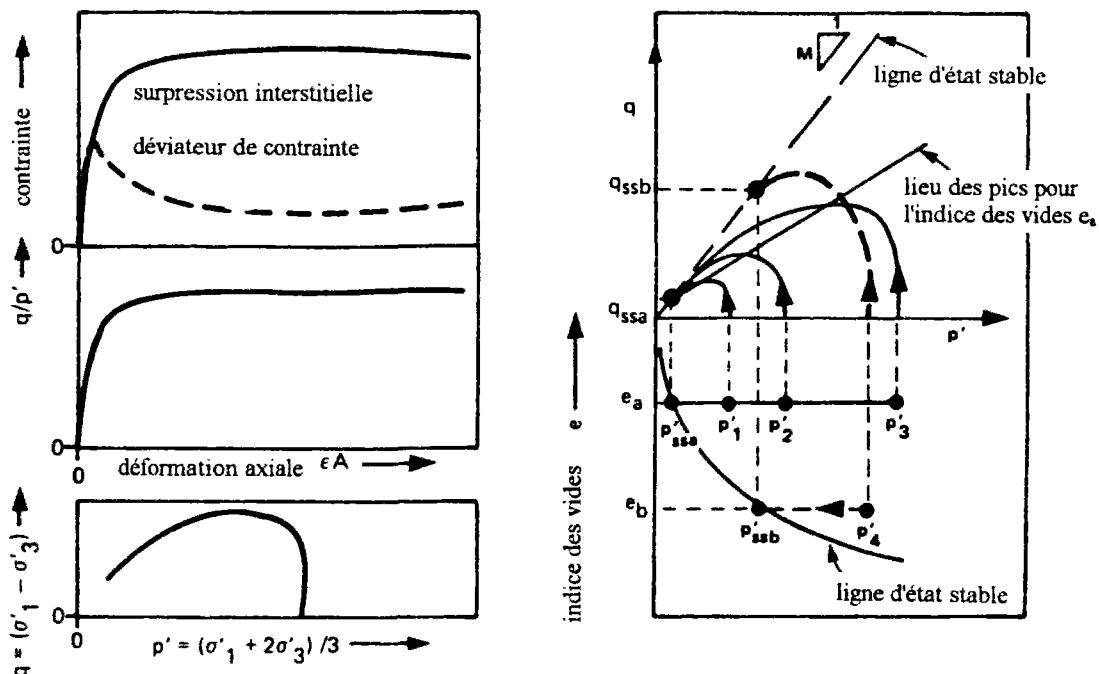


Figure I.10. Schématisation des droites d'effondrement dans le plan ( $q, p'$ ) (d'après Sladen et al., 1985).

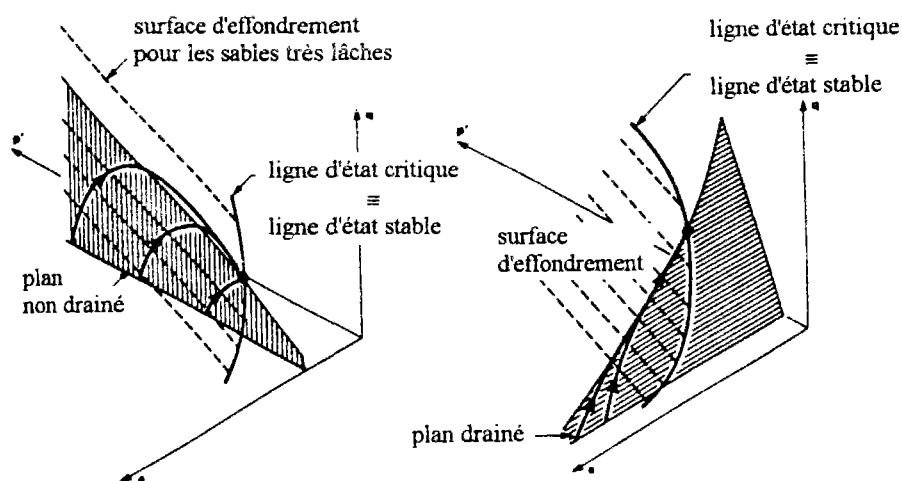


Figure I.11. Surface d'effondrement dans l'espace ( $e, q, p'$ ) (d'après Sladen et al., 1985).

d'introduire une surface dans l'espace ( $e$ ,  $q$ ,  $p'$ ) appelée "surface d'effondrement" représentée sur la figure I.11. Cette surface représente un critère d'effondrement du sable et sépare les comportements stables des comportements instables.

#### I.1.1.5.3 Caractérisation de l'état initial - Notion de paramètre d'état

Considérons une série d'essais à l'appareil triaxial classique pour laquelle l'indice des vides initial varie et la pression de consolidation est identique (figure I.12). Dans le cas d'essais non drainés, au fur et à mesure que la densité augmente, le matériau passe progressivement d'un comportement liquéfiant à un comportement dilatant avec l'apparition de l'état caractéristique. Les essais drainés correspondants montrent qualitativement les mêmes tendances. La densité relative initiale a par conséquent une influence importante sur le comportement du matériau. Si, maintenant, les essais sont réalisés en fixant l'indice des vides initial et en faisant varier la pression de consolidation initiale (figure I.13), on arrive à mettre en évidence simultanément les comportements de type lâche et dense. C'est-à-dire que le comportement d'un sable ne peut pas être décrit uniquement en fonction de l'indice des vides initial mais par l'effet conjugué de celui-ci et de la pression de consolidation initiale. Ces essais rendent compte d'un indice des vides critique pour lequel, en drainé, les variations de volume sont nulles durant tout l'essai. De manière équivalente, au vrai triaxial et pour des essais de cisaillement radiaux constants(dans le plan du déviateur), il existe une inclinaison pour laquelle les déformations sont planes durant tout l'essai.

##### - Paramètre d'état $\Psi$ (Been et Jefferies, 1985):

Comme il a été vu ci-dessus, le comportement d'un sable ne peut être vu uniquement à travers la densité relative initiale et la pression de consolidation initiale joue aussi un rôle important. Been et Jefferies (1985) ont proposé d'introduire, dans le cadre de la théorie d'état critique, la notion de paramètre d'état afin de décrire cette influence combinée à partir d'un seul paramètre. Ce concept (établi en premier par Roscoe et al., 1963) est issu d'une constatation, faite à partir d'essais triaxiaux drainés et non drainés, selon laquelle le comportement d'un sable est qualitativement similaire pour tous les états initiaux (dans le plan ( $e, p'$ )) appartenant à la même ligne de consolidation normale, c'est-à-dire à une droite parallèle à la ligne d'état critique. La figure I.14 montre dans le plan ( $e, \log p'$ ) la définition du paramètre d'état  $\psi$  ainsi que sa relation avec la contrainte moyenne effective. Cette variable correspond à la distance verticale entre l'état initial et la ligne d'état critique dans le plan ( $e, \log p'$ ). Si  $\Psi$  est négatif, le comportement sera plutôt dilatant et la dilatance sera d'autant plus importante que

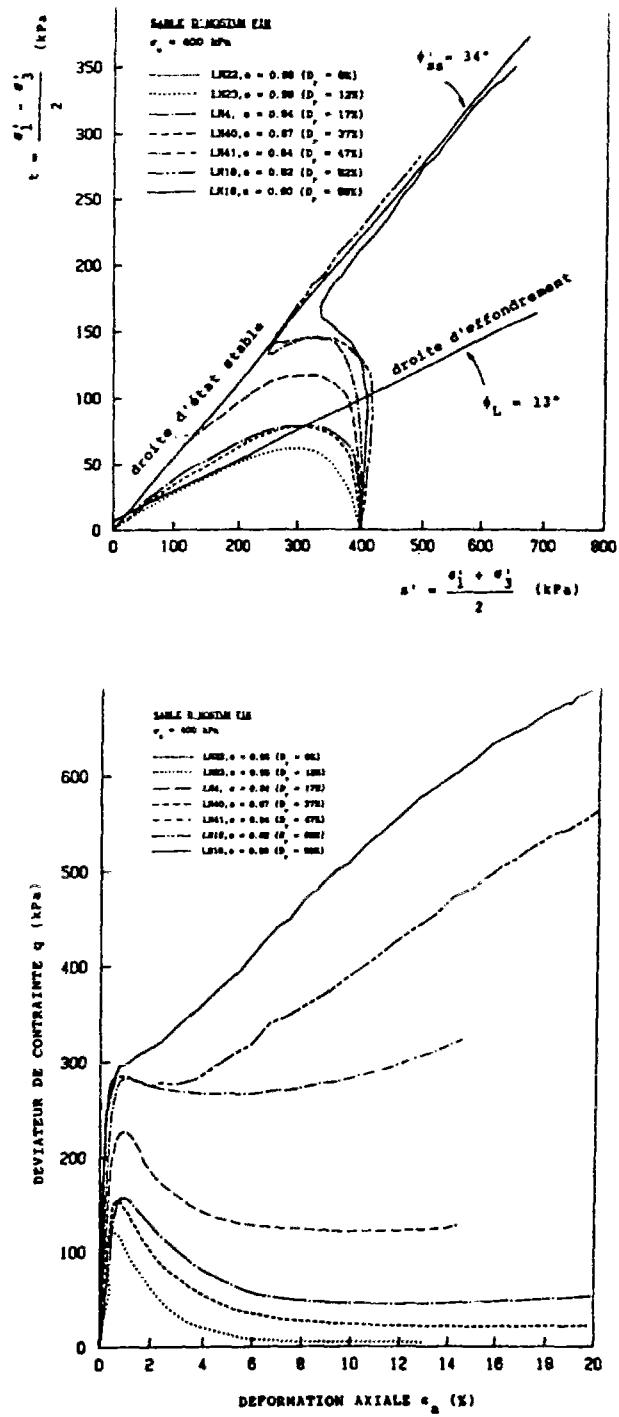
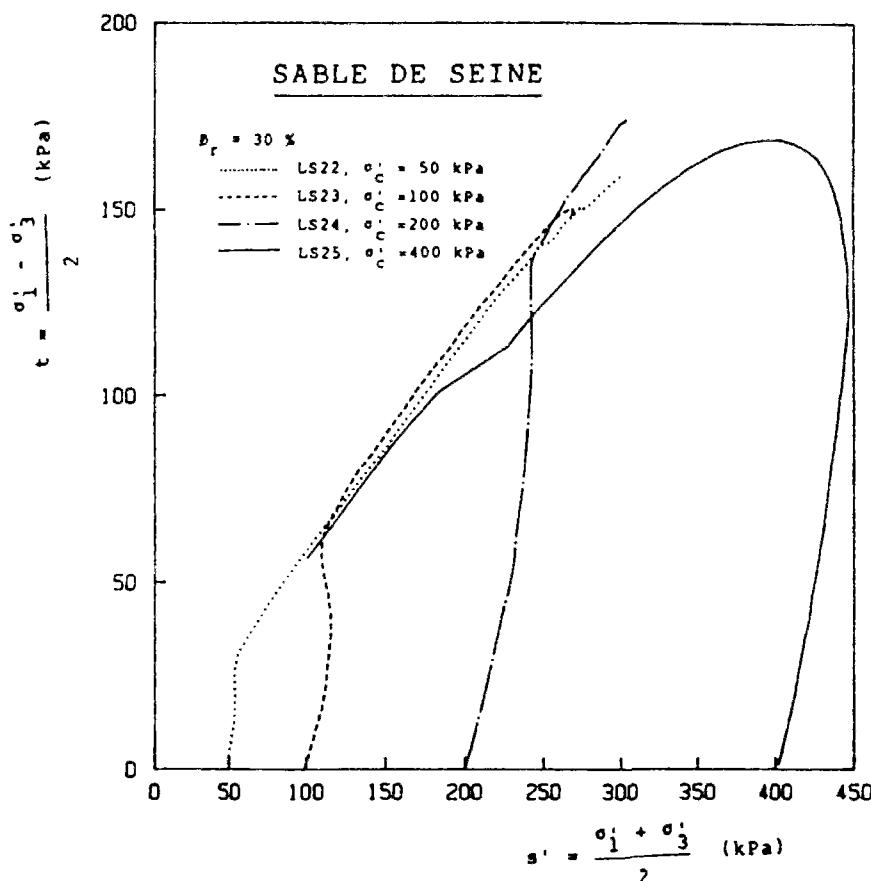


Figure I.12. Influence de l'indice des vides sur le comportement observé en condition non drainée (d'après Canou, 1989).



(a)

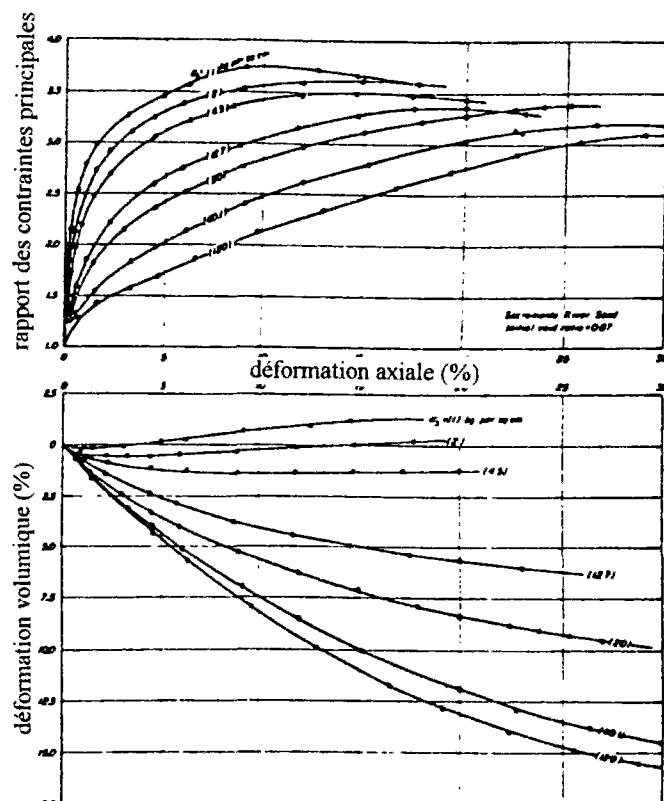
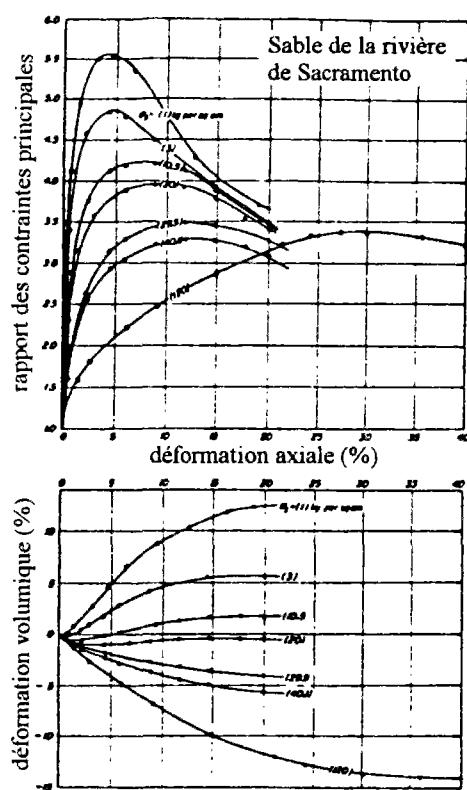


Figure I.13. Influence de la pression de consolidation: (a) essais non drainés (d'après Canou, 1989), (b) essais drainés (d'après Lee et Seed, 1967).

$\psi$  est élevé (en valeur absolue). Si  $\psi$  est positif, le comportement sera celui d'un sable lâche (essentiellement contractant) et la liquéfaction sera possible pour de fortes valeurs du paramètre d'état. Ce paramètre est donc directement une "mesure" du comportement du sable. Sa définition reste à éclaircir en vue d'une généralisation à des sollicitations tridimensionnelles quelconques. En effet, des essais en extension réalisés au triaxial classique par Kuerbis et Vaid (1989) ont montré (figure I.3) que le comportement dilatant ou uniquement contractant du sable dépendait aussi du chemin suivi (compression ou extension dans ce cas). La notion de paramètre d'état reste alors valable si et seulement si la ligne d'état critique est différente en compression et en extension. D'autre part, Been et Jefferies n'envisagent pas le cas où les conditions initiales sont telles que le déviateur n'est pas nul. Le paramètre d'état  $\Psi$  peut s'avérer particulièrement intéressant pour réaliser des corrélations avec les résultats d'un essai in situ tel que le pénétromètre ou le piézocône. De telles corrélations satisfaisantes ont été réalisées par Been and Jefferies (1986) entre le paramètre  $(q_c - p)/p'$  obtenu au pénétromètre et  $\Psi$ , et par Canou (1989) pour le sable d'Hostun RF, entre la surpression interstitielle de fonçage mesurée au mini-piézocône et  $\Psi$ . L'idée ici est de pouvoir remonter à  $\psi$  et donc au comportement élémentaire du sable à partir du résultat de l'essai in situ.

#### - Indice d'état $I_S$ (Ishihara, 1993):

Plus récemment, Ishihara (1993) s'est intéressé à cette notion de paramètre d'état et a analysé une plage plus étendue d'états initiaux pour lesquels la ligne d'état critique n'est plus une droite dans le plan  $(e, \ln p')$  mais présente une courbure de plus en plus prononcée au fur et à mesure que la pression de confinement initiale augmente. Pour différents modes de préparation des éprouvettes, l'auteur reporte les lignes de consolidations normales et constate que celles-ci s'éloignent de l'état critique pour des pressions initiales grandissantes. Il propose de reprendre la définition de  $\Psi$  de façon à davantage détailler la mesure du comportement et plus particulièrement celle des sables lâches. La figure I.15 illustre la définition de  $I_S$ .  $e_0$  représente l'indice des vides initial minimum pour lequel la résistance résiduelle n'est pas nulle lors d'un essai non drainé et déjà introduit par Canou (1991). Ishihara montre dans son article de quelle manière la notion d'indice d'état est compatible avec le concept d'effondrement énoncé ci-dessus. L'auteur propose  $I_S$  pour la reconnaissance du comportement des sables sous petites et moyennes déformations car la ligne de rupture de référence pour le calcul de cet indice est définie en petites et moyennes déformations (ligne QSSL), contrairement au paramètre  $\Psi$ . La valeur de  $I_S$  dépend fortement du mode de préparation du sable (ce qui semble réaliste) car la référence ( $I_S = 0$ ) est prise sur la ligne "IC-line".

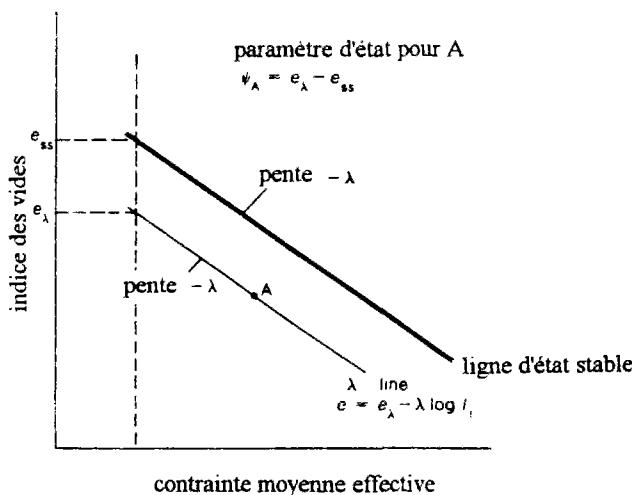


Figure I.14. Définition du paramètre d'état  $\Psi$  (d'après Been et Jefferies, 1985).

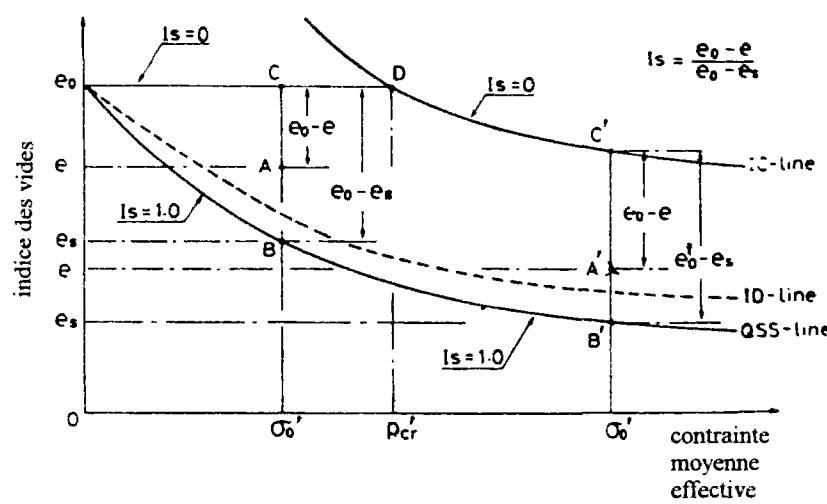


Figure I.15. Définition de l'indice d'état  $I_S$  (d'après Ishihara, 1993).

## I.1.2 Comportement des sables sous sollicitation cyclique

Un sol soumis à des sollicitations cycliques telles que les séismes ou l'effet de la houle sur un fond marin, a tendance à se densifier au cours des cycles. Dans certains cas, lorsque le chargement est rapide (condition non drainée), des grandes déformations peuvent apparaître dans les massifs, dues à une accumulation des surpressions interstitielles au cours des cycles qui se traduit par l'annulation des contraintes effectives en certains points du massif. Afin de mettre en évidence expérimentalement les paramètres influençant le comportement cyclique des sables, des études en laboratoire ont été effectuées à partir des dispositifs expérimentaux décrits précédemment.

### I.1.2.1 Principaux types de comportement cyclique observés au triaxial classique

L'analyse d'un essai triaxial cyclique drainé à amplitude de déviateur contrôlée montre (figure I.16) que le matériau se densifie au cours des cycles jusqu'à s'adapter ou s'accomoder. Cette densification est d'ailleurs d'autant plus grande que le sable est lâche. En condition non drainée, la figure I.17 montre deux essais triaxiaux cycliques typiques à amplitude de déviateur constante pour des densités relatives initiales très différentes. Sur les deux essais, l'accumulation de surpressions interstitielles positives au cours des cycles fait progressivement diminuer la contrainte moyenne effective et le chemin des contraintes effectives migre vers l'origine des axes. Au bout d'un certain nombre de cycles, la contrainte effective finit par s'annuler et de grandes déformations apparaissent. Dans un cas, il s'agit du phénomène de mobilité cyclique des sables denses, et dans l'autre cas, il s'agit de la liquéfaction cyclique vraie des sables lâches.

### I.1.2.2 Phénomènes de liquéfaction et de mobilité cyclique

#### - Mobilité cyclique :

Concernant l'essai sur sable dense, après la traversée de l'état caractéristique, le matériau reprend toujours de la résistance au cisaillement à cause de son comportement dilatant. Ce phénomène est appelé "mobilité cyclique". Lorsqu'on reporte sur un diagramme le rapport de l'amplitude cyclique et la pression de consolidation initiale en fonction du nombre de cycles critique, ces points sont situés sur une courbe unique pour la même

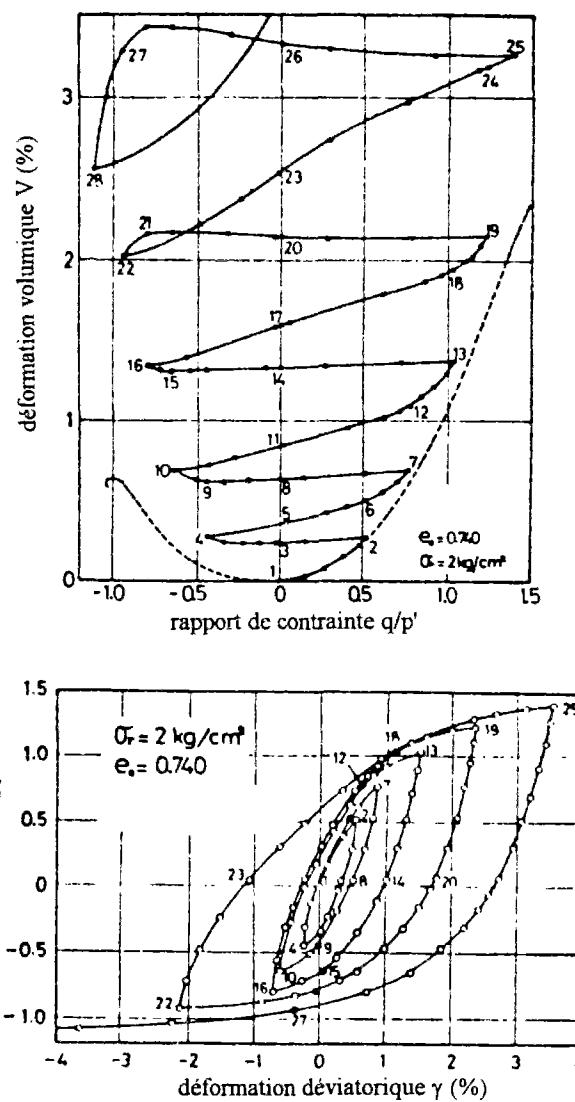
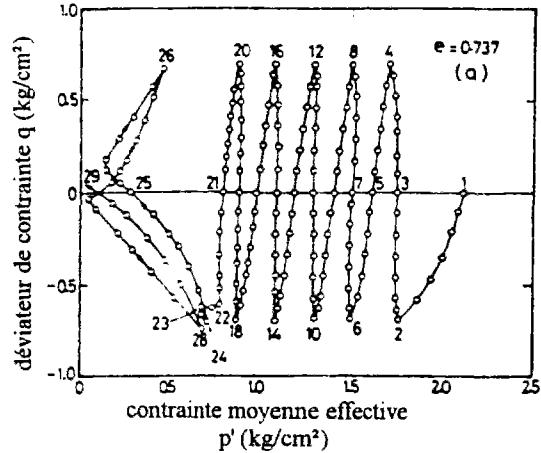


Figure I.16. Essai triaxial classique drainé alterné à contrainte contrôlée (d'après Tatsuoka et al., 1974).



(a)

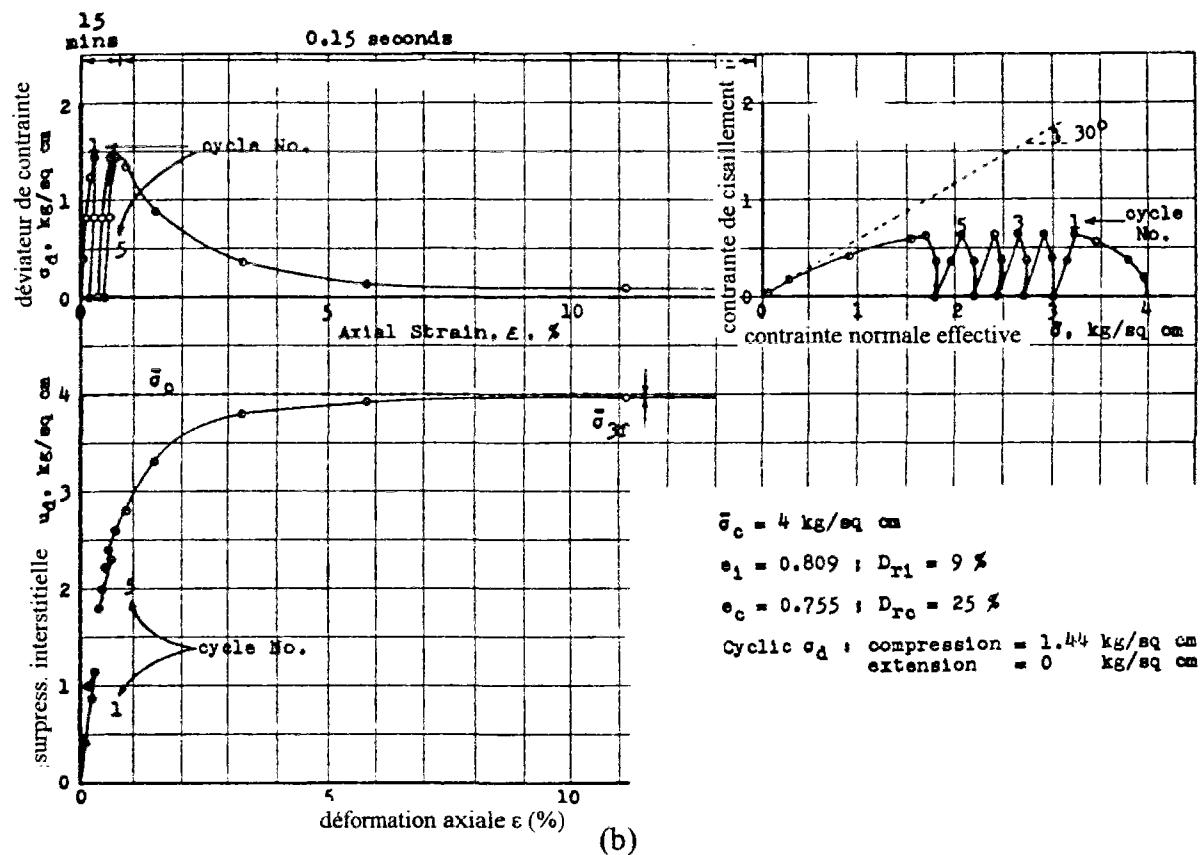
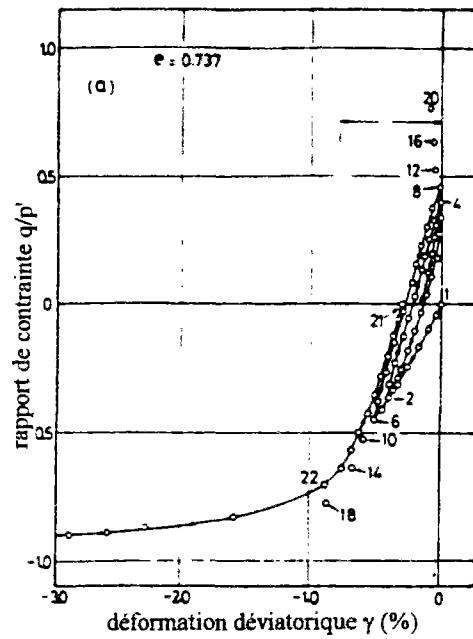


Figure I.17. Essais triaxiaux cycliques non drainés : (a) sable dense (d'après Tatsuoka et al., 1975), (b) sable lâche (d'après Castro, 1969).

densité relative (figure I.18). Ces courbes de résistance au cisaillement cyclique délimitent un domaine dans lequel, en fonction du nombre de cycles, la mobilité cyclique aura lieu. Elles donnent une information importante concernant l'apparition de ce phénomène en fonction du taux de cisaillement cyclique  $\Delta q_{cy}/2\sigma_c$  et du nombre de cycles. Des essais cycliques ont aussi été réalisés par Yamada et Ishihara (1979) au cylindre creux en torsion afin de montrer l'influence des rotations d'axes principaux sur l'apparition de la mobilité cyclique et ces auteurs ont tracé, à partir des données expérimentales, les courbes de résistance au cisaillement cyclique correspondantes.

#### - Liquéfaction vraie

L'essai sur sable lâche reporté sur la figure I.17b montre que la liquéfaction du sable est atteinte au bout d'un certain nombre de cycles (qualifié de cycle « critique »). Ce phénomène a été en particulier la cause de l'affaissement important de certains immeubles lors du tremblement de terre de Niigata en 1964. Le concept d'effondrement énoncé par Sladen et al. (1985) sous sollicitation monotone reste valable dans le cas cyclique comme l'a montré Bahda (1993) (figure I.19).

### I.1.3 Conclusion sur la bibliographie concernant le comportement

L'étude du comportement d'un sable sous cisaillement monotone et cyclique à partir d'essais homogènes en laboratoire montre la variété des comportements observés. Pourtant, ceux-ci doivent être pris en considération les uns par rapport aux autres. Ainsi, par exemple, la dilatance d'un sable est importante à quantifier autant que son degré de contractance. Les concepts rhéologiques décrits ci-dessus aident à construire le canevas liant ces différents aspects du comportement des sables entre eux. La notion d'indice d'état, s'appuyant sur la théorie d'état critique, représente un cadre de description complet sous chargement monotone, dans le sens où elle est compatible avec les autres concepts décrits ci-dessus tels que l'état caractéristique ou le concept d'effondrement. Par ailleurs, il est possible de mesurer directement le potentiel de liquéfaction d'un sable. L'indice d'état  $I_S$ , comme le paramètre d'état  $\Psi$ , constituent à l'heure actuelle la seule approche capable de "mesurer" le comportement d'un sable quelles que soient les conditions initiales. Cette notion est d'autant plus intéressante qu'elle ne fait intervenir qu'un seul paramètre. Bien que ce concept soit restreint pour le moment à l'essai triaxial classique drainé ou non drainé, il doit cependant être pris en compte lors de l'élaboration de nouvelles lois de comportement des matériaux granulaires en vue de leur aptitude à simuler correctement les essais triaxiaux classiques. Pour cela, il est tout d'abord nécessaire d'étudier les modèles de comportement utilisés actuellement dans le cas des sables.

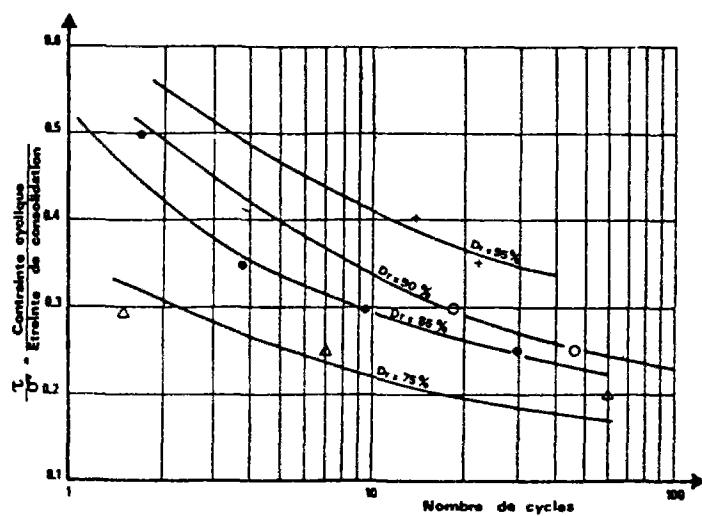


Figure I.18. Courbes de résistance au cisaillement cyclique en fonction de la densité relative (d'après Pecker, 1984).

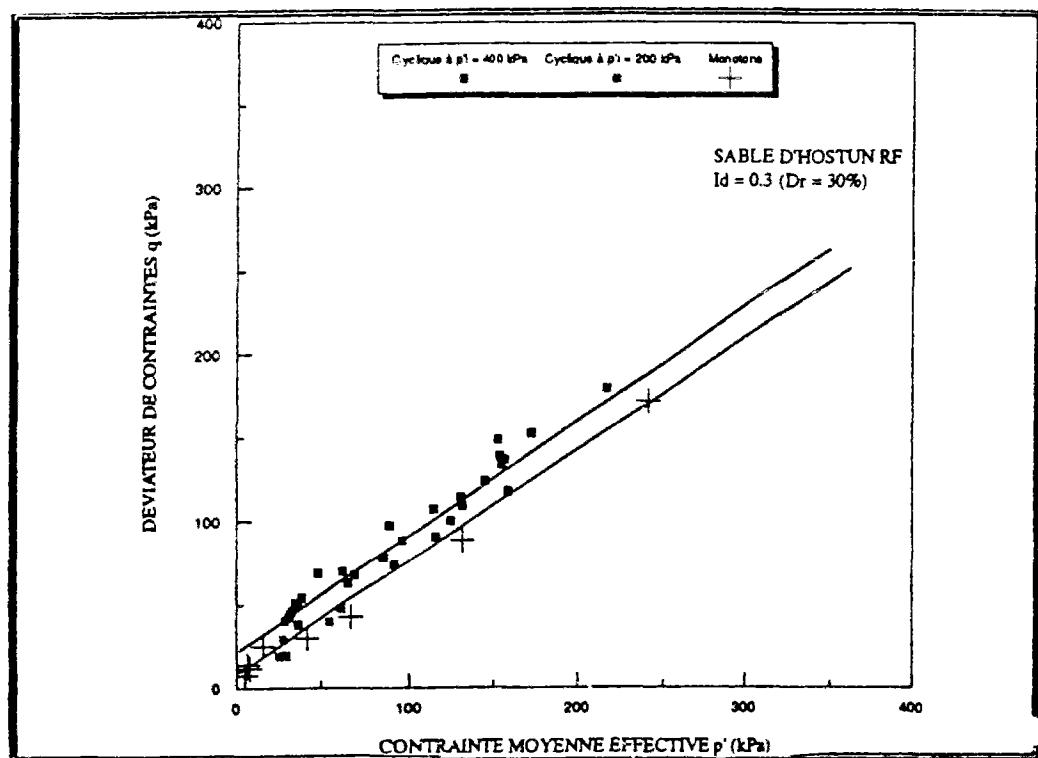


Figure I.19. Droite d'effondrement pour les essais monotones et cycliques (d'après Bahda, 1993).

## I.2 ELEMENTS BIBLIOGRAPHIQUES SUR LA MODELISATION

Proposer une modélisation du comportement mécanique d'un sol suppose que l'on ait fait un choix sur les phénomènes ou les concepts les plus importants que l'on désire prendre en compte et que le modèle est capable de reproduire tout d'abord sur essai homogène. Cela veut dire qu'un modèle dépend de l'application pour lequel il sera utilisé. Il est inutile, par exemple, de tenir compte de la rotation des axes principaux de contrainte ou de déformation lors de l'étude d'une expansion de cavité cylindrique infiniment longue (forage pétroliers,...). Il dépend aussi du matériau que l'on étudie. Ainsi, quoique le comportement des argiles ait des similarités sur certains points avec celui des sables (comme les argiles sensibles et les sables lâches en condition non drainée (Canou, 1989) ou encore les argiles fortement compactées et les sables denses), il existe néanmoins des différences importantes (telles que la cohésion ou la structure microscopique, la courbe de consolidation vierge unique et la notion de surconsolidation pour les argiles...) qui rendent difficile, à l'heure actuelle, une modélisation unifiant le comportement des deux types de sol. Par contre, un modèle doit pouvoir décrire les phénomènes observés sur un même matériau. Par exemple, un modèle approprié aux sables doit reproduire aussi bien le comportement des sables lâches et denses, en condition drainée ou non drainée.

Cette deuxième partie du chapitre se propose de discuter de l'aptitude des modèles actuels de la littérature à simuler le comportement mécanique des sables. Le matériau est supposé isotrope, de façon à restreindre l'étude. Dans le chapitre II, on revient sur l'anisotropie des sables, et l'on montre les effets non négligeables de celle-ci dans le cas de cisaillement monotone et cyclique. Cette bibliographie met plus particulièrement l'accent sur la modélisation des concepts et phénomènes décrits dans la partie précédente et tente de dégager les principales lacunes existant actuellement dans ce domaine.

## I.2.1 Cadres théoriques de modélisation

Ce paragraphe tente de faire le point sur les principaux cadres théoriques à partir desquels les modèles sont construits, en se restreignant à certains types de comportement. On n'aborde pas, en particulier, les comportements de type visqueux (viscoélasticité, viscoplasticité, etc...).

### I.2.1.1 Elasticité non linéaire

#### Elasticité linéaire

Dans le cas où le matériau est supposé avoir un comportement élastique linéaire, la loi de Hooke constitue la manière la plus simple de le décrire. Elle comporte deux paramètres qui sont le module d'Young  $E$  et le coefficient de Poisson  $\nu$ . Expérimentalement, on montre que l'élasticité n'est pas linéaire dans les sols et que le module d'Young dépend essentiellement de la contrainte moyenne effective. Différentes expressions ont été proposées dans la littérature dans le cas où le sol est supposé isotrope, et trois classes de comportement différentes sont généralement distinguées (Loret, 1986, Chen, 1985): l'hypoélasticité, l'élasticité, l'hyperélasticité.

Lorsque l'expression est telle que la loi incrémentale n'est pas intégrable, on parle plutôt de comportement "hypoélastique". Boyce (1980) a montré que, pour ce type de loi, la déformation résiduelle lors d'un trajet en contrainte fermé n'est pas nulle. Elle s'annule si le trajet est effectué en sens inverse, ce qui veut dire qu'elle n'est pas irréversible. C'est le cas de la loi non linéaire proposée par Duncan et Chang (1970) et, plus généralement, les lois pour lesquelles le coefficient de Poisson est constant et le module d'Young varie en fonction de la contrainte moyenne (d'après Loret, 1981). Leur facilité de mise en œuvre dans un code d'éléments finis et les résultats satisfaisants obtenus sur certaines applications concrètes font que de telles formulations sont largement utilisées dans le domaine de la géotechnique.

Si la loi de comportement s'intègre, la relation est de la forme  $\sigma = f(\epsilon)$  et la déformation résultant d'un trajet quelconque de contrainte fermé est évidemment nulle de par la nature même de la relation précédente. Il s'agit donc d'un comportement "élastique" dans le sens où les déformations causées par un chargement quelconque sont réversibles. Cependant, Boyce a montré dans ce cas (ainsi que dans le cas d'un comportement hypoélastique) que de l'énergie pouvait être extraite ou stockée au cours d'un chemin de contraintes fermé.

Afin de s'assurer que la déformation résiduelle au cours d'un cycle en contraintes quelconque fermé est nulle et qu'aucune énergie n'est stockée ou extraite, il suffit que le tenseur des déformations dérive d'un potentiel. Une telle loi de comportement est dite "hyperélastique" et Loret (1985) en a donné une expression.

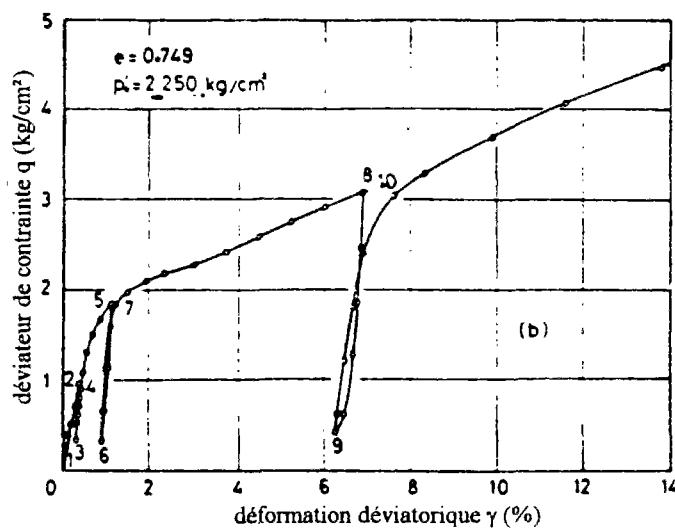
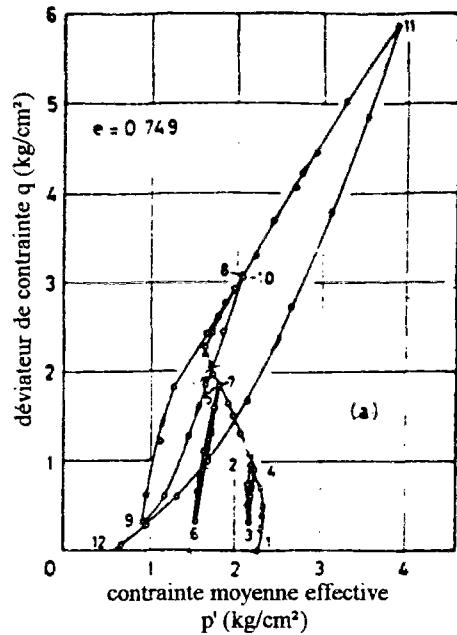


Figure I.20. Essai triaxial non drainé sur sable dense avec phases de décharge-recharge (d'après Tatsuoka et al., 1975).

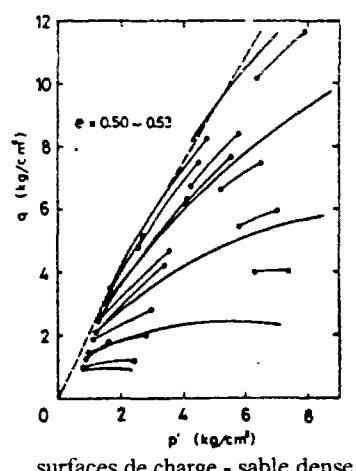
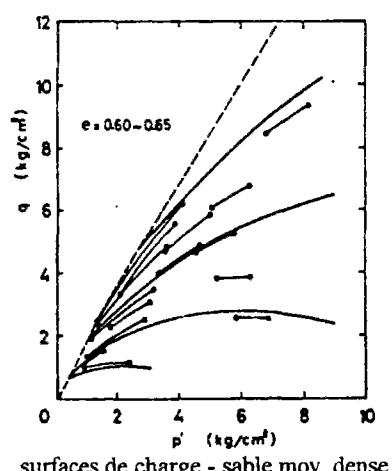
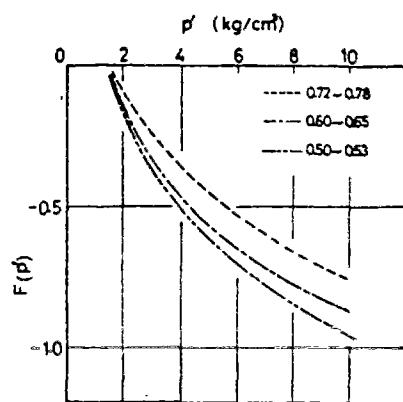
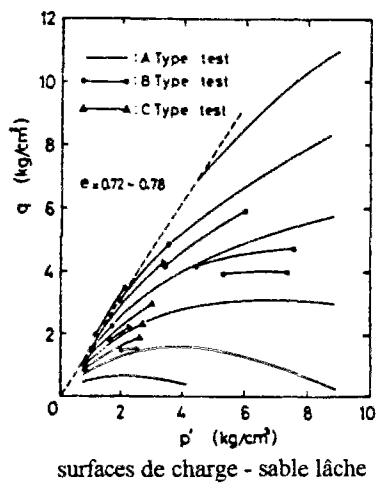
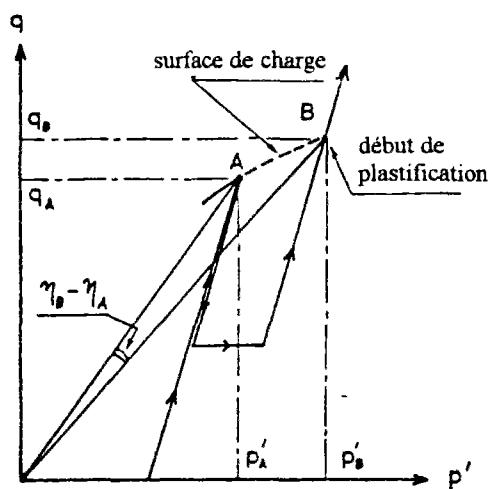


Figure I.21. Détermination des surfaces de charges (d'après Tatsuoka et al., 1974).

### I.2.1.2 Théorie élastoplastique

L'écriture incrémentale d'une loi de comportement nécessite un certain nombre d'hypothèses concernant le type de comportement qu'un sol a tendance à exhiber. Ainsi, la figure I.20 illustre un comportement fortement irréversible puisque, lors d'une charge-décharge, le volume des vides a diminué. L'application d'une seconde charge montre que le matériau a un comportement tout d'abord élastique en première approximation jusqu'au point correspondant au début de la décharge précédente. Lorsque ce point est dépassé, la courbe s'incurve en suivant la pente entamée lors de la première charge comme si la phase de décharge-recharge n'avait pas été effectuée et alors apparaissent les fortes irréversibilités. Ce comportement, semblable à celui des métaux, peut être décrit dans le cadre de l'élastoplasticité avec écrouissage. Cette théorie, utilisée pour la première fois en mécanique des sols par Schofield et al. (1968) pour décrire principalement le comportement d'une argile normalement consolidée grâce à un modèle appelé Cam-Clay, a été considérablement développée depuis et reste aujourd'hui encore un cadre de modélisation fort utilisé pour l'étude du comportement des sols. Plus généralement, la théorie élastoplastique occupe une part importante dans ce domaine. Ainsi sur la trentaine de modèles présentés à l'atelier de Cleveland en 1987, une vingtaine sont basés sur les concepts de l'élastoplasticité.

La théorie de l'élastoplasticité est cependant contraignante dans le sens où elle postule l'existence d'un domaine élastique difficile à mettre en évidence expérimentalement. En effet, la séparation entre le comportement purement élastique et le comportement élastoplastique durant le chargement n'est qu'une idéalisation du comportement car les irréversibilités sont pratiquement toujours présentes même si elles sont négligeables vis-à-vis de l'élasticité dans un domaine de l'espace des contraintes à un instant donné du chargement. Néanmoins, la forme des surfaces de charge délimitant le domaine élastique actuel a été donnée par Poorooshah et al. (1966) et Tatsuoka et Ishihara (1974) à partir d'essais triaxiaux classiques. La figure I.21 montre les chemins de contraintes suivis et les résultats obtenus. Dans le plan déviatorique, Lanier et al. (1991) décrivent (figure I.22) l'aspect et l'évolution, au cours de cycles de charge-décharge, des surfaces de charge grâce à des essais réalisés au vrai triaxial.

### I.2.1.3 Théorie endochronique

Evitant les inconvénients liés à l'utilisation du cadre élastoplastique, certains auteurs ont proposé une autre voie en introduisant la notion de temps intrinsèque pour l'écriture de la loi incrémentale de la même manière que dans la théorie viscoélastique. Il s'agit de la théorie endochronique initiée par Valanis en 1971. Des simulations effectuées par Bazant et al. (1982) sur table vibrante ont montré l'intérêt d'une telle modélisation pour la prévision de la liquéfaction ou la mobilité cyclique d'une couche de sable saturée soumise à une accélération horizontale cyclique. En particulier, l'effet du signal est étudié (figure I.23)

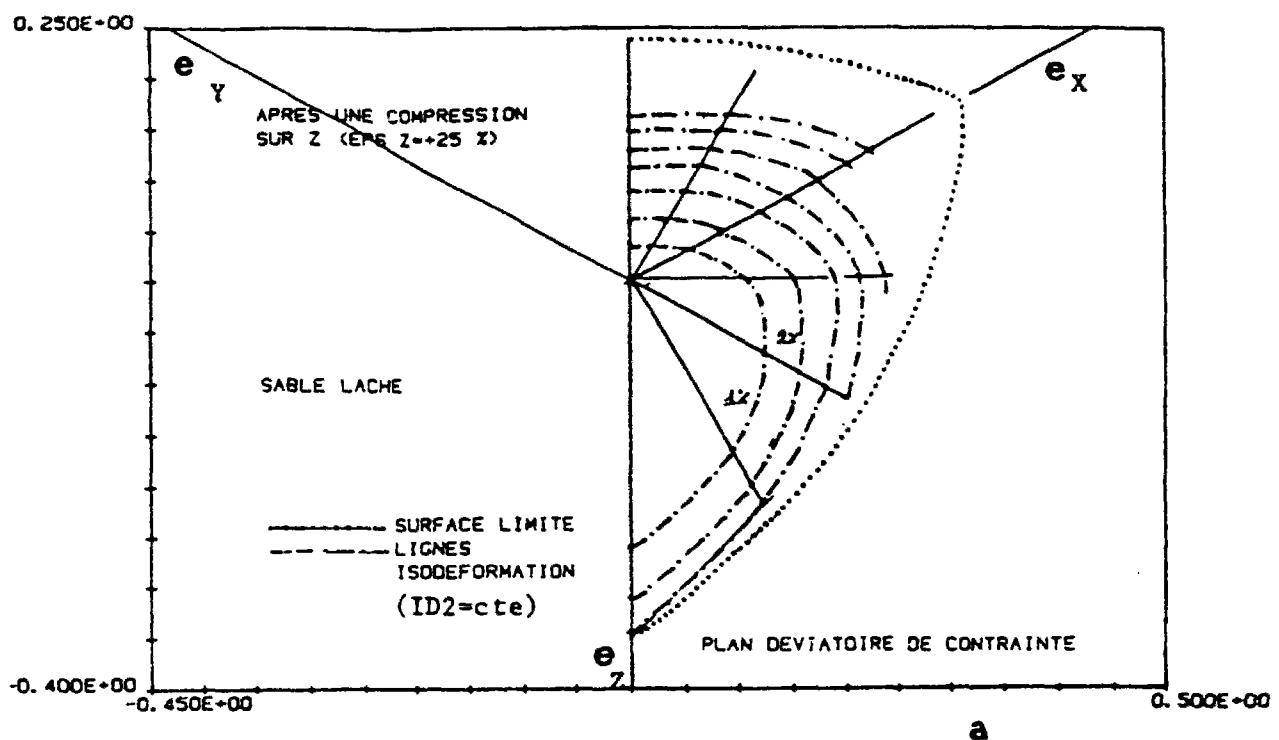


Figure I.22. Evolution des surfaces de charges dans le plan déviatorique (d'après Lanier et al., 1991).

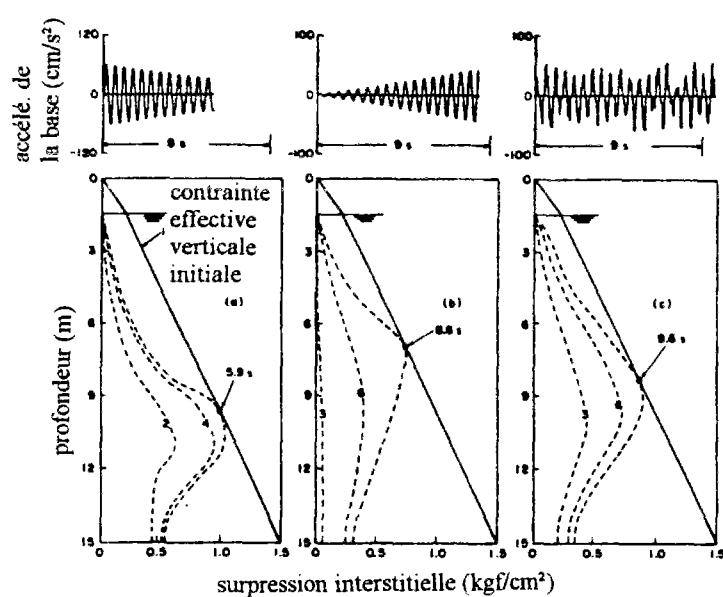


Figure I.23. Influence du signal de sollicitation sur la réponse d'une couche de sable saturée (d'après Bazant et al., 1982).

par les auteurs et les points pour lesquels la pression interstitielle est égale à la contrainte verticale initiale correspond à la profondeur à laquelle la couche de sable liquéfie en premier.

#### *I.2.1.4 Théorie incrémentale*

Toutes les théories décrites précédemment ont en commun la forme incrémentale sous laquelle est écrite la loi de comportement du matériau étudié. Les principales différences résident dans le nombre d'expressions différentes utilisées pour décrire cette loi et la manière de trouver cette expression. Partant de cette constatation, Darve (1987) propose d'englober les théories décrites précédemment sous un même formalisme en considérant l'existence de zones "tensorielles" dans lesquelles une expression particulière de la loi de comportement est déterminée, la continuité devant être assurée au passage de ces différentes zones. Ainsi, l'élasticité compterait une seule zone tensorielle, les modèles à simple surface de charge aurait deux zones distinctes, les modèles à double surface de charge quatre zones. Les lois incrémentales octolinéaires (Darve, 1974) proposent de diviser l'espace en huit zones distinctes, la description à l'intérieur de chacune étant faite par interpolation linéaire connaissant le comportement aux frontières. Ce type de loi a été par la suite généralisé en une infinité de zones tensorielles et a donné lieu à la théorie incrémentalement non linéaire. L'intérêt d'une telle description est, tout d'abord, la simplicité de mise en oeuvre dans des codes d'éléments finis puisqu'elle ne fait pas intervenir de critères comme dans la théorie élastoplastique et, ensuite, la prise en compte de manière réaliste de fortes non linéarités locales. D'autre part, ces lois intègrent directement les propriétés d'anisotropie du matériau. Darve et al. (1992) ont simulé l'essai de liquéfaction statique au triaxial classique à partir d'une loi incrémentalement non linéaire, le résultat présenté sur la figure I.24. Notons enfin que le concept de surface frontière (ou "bounding surface"), décrit plus loin dans ce chapitre, serait aussi, selon ce formalisme, une loi incrémentalement non linéaire avec une infinité de zones tensorielles.

### **I.2.2 Elastoplasticité à surface de charge unique**

#### *I.2.2.1 Modèles basés sur la théorie de l'état critique*

Le concept d'état critique décrit précédemment a été pris en compte par Roscoe et al. (1958) dans le cadre de l'élastoplasticité et a donné lieu au célèbre modèle Cam-Clay. Le Cam-Clay initial a été modifié pour tenir compte des essais triaxiaux de compression et la surface de charge est devenue une ellipse. L'écrouissage est isotrope. Il est positif si l'état initial de l'argile est normalement consolidé. Dans le cas où le degré de surconsolidation est

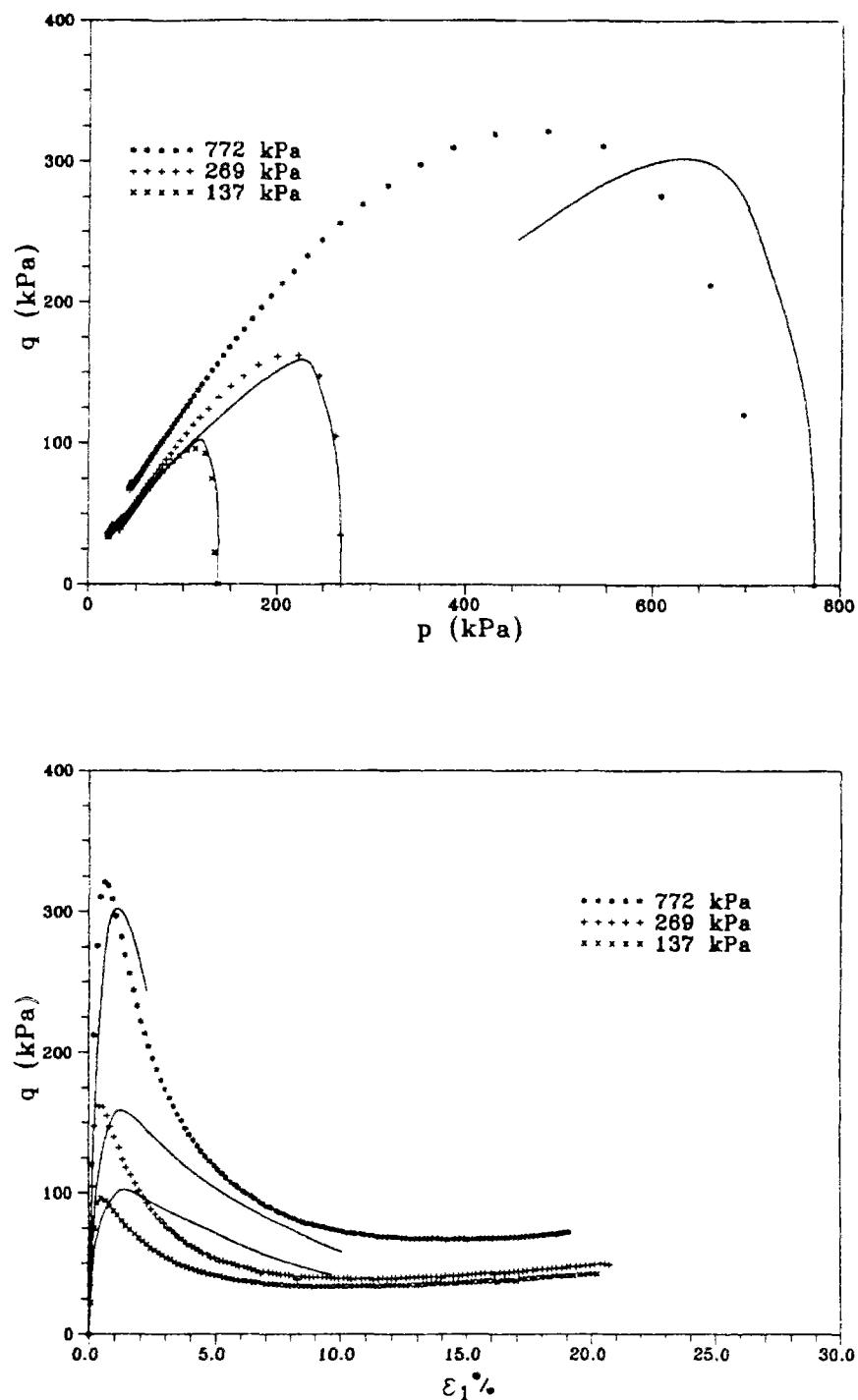


Figure I.24. Simulation du comportement des sables lâches - loi incrémentalement non linéaire (d'après Darve et al., 1992).

élevé, l'écrouissage est négatif et il est alors possible de simuler un radoucissement du matériau avec le rétrécissement de la surface de charge.

Ce n'est que vers la fin des années 1970, après que le concept de ligne de transformation de phase (Tatsuoka et al., 1974) (ou état caractéristique d'après Luong, 1981) ait été bien établi, que les modèles basés sur la théorie de l'état critique ont été élargis de façon à tenir compte de la dilatance des sables denses. Nova et Wood (1979) modifient la surface de charge en tenant compte des résultats expérimentaux obtenus par Tatsuoka et Ishihara (1974) ainsi que Poorooshah et al. (1966) et proposent une nouvelle loi d'écoulement. Le paramètre d'écrouissage dépend de la partie volumique ainsi que de la partie déviatorique des déformations plastiques, ce qui permet de franchir l'état caractéristique au cours d'un même essai avant d'atteindre l'état critique. La figure I.25 montre un essai de liquéfaction statique simulé grâce à ce modèle au cours d'un essai triaxial classique non drainé réalisé par Castro (1969). En 1985, Pastor et al. proposent de prendre une surface de charge continument dérivable et dont la forme est identique à celle du potentiel déduit de la loi d'écoulement du modèle de Nova et Wood. La loi d'écrouissage diffère et fait intervenir la déformation déviatorique plastique cumulée au cours de l'essai. Une simulation à partir de ce modèle de l'essai de liquéfaction statique est présentée sur la figure I.26.

Jefferies (1993) introduit la notion de paramètre d'état dans la modélisation des sables qu'il propose. La surface de charge est proche du Cam-Clay, et la loi d'écoulement est contrôlée par un point image situé sur la ligne d'état critique. La dilatance est contrôlée par un seuil maximum accessible par l'expérience et qui dépend en particulier du paramètre d'état. Une illustration de ce modèle appelé Nor-Sand est présentée sur la figure I.27. La figure I.28 montre des simulations effectuées sur ce même sable mais pour des valeurs différentes du paramètre d'état. On remarquera que ce modèle est capable de prédire, au cours du même essai, un écrouissage positif puis négatif caractérisé par un pic de résistance au cisaillement ce qui n'est pas le cas des autres modèles basés sur la théorie de l'état critique décrits ci-dessus.

Les modèles construits à partir du concept d'état critique ont l'avantage de faire intervenir un minimum de paramètres en regard des phénomènes variés qu'ils sont capables de reproduire. La modélisation restreinte au plan du triaxial peut être généralisée à des sollicitations quelconques en faisant intervenir le troisième invariant de contrainte sous la forme de l'angle de Lode et la mise en oeuvre dans un code d'éléments finis est relativement aisée. Cependant, Wood (1992) conclut à ce propos que cette modélisation convient pour les cas où l'état de contrainte ne reste pas trop longtemps dans le domaine élastique, auquel cas les déplacements seraient sousestimés, et ne dévie pas trop du plan du triaxial sur lequel le modèle a été calibré. Sinon, il faut, selon le même auteur, adapter la modélisation en fonction de l'étude particulière à mener, ou prendre un modèle plus complexe.

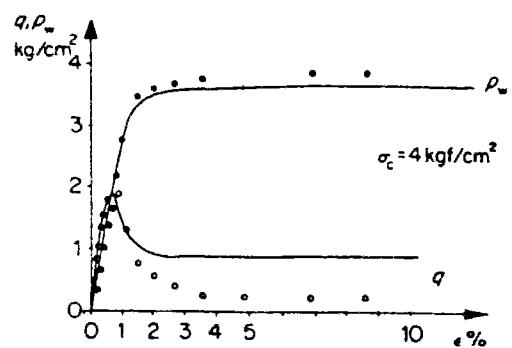


Figure I.25. Simulation de la liquéfaction statique (d'après Nova, 1982).

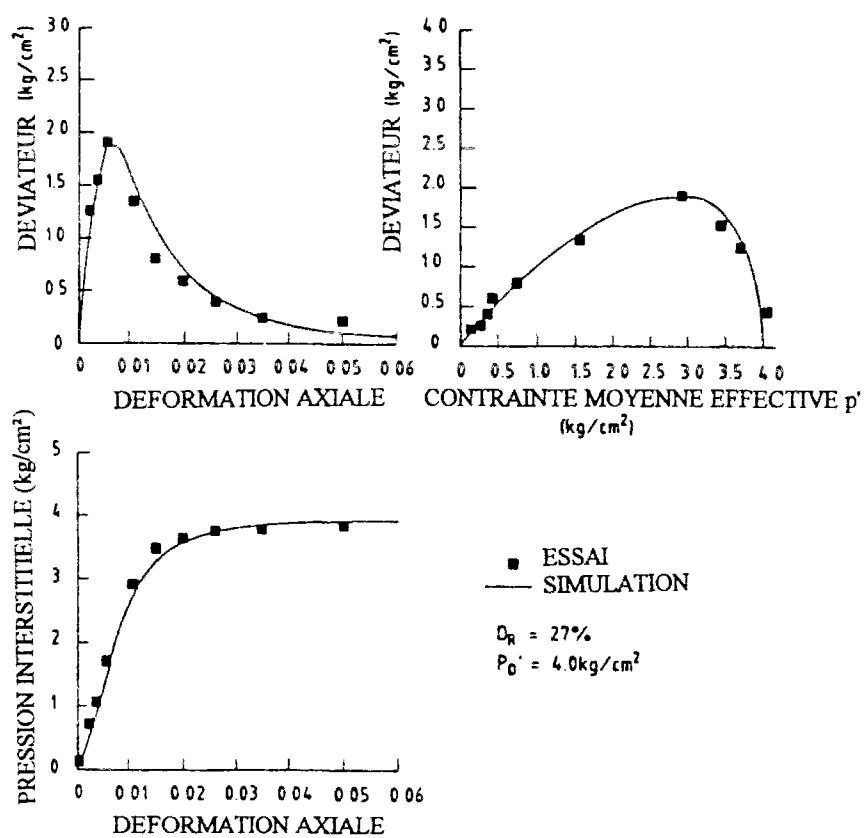


Figure I.26. Simulation de la liquéfaction statique - modèle de Pastor et al. (1985).

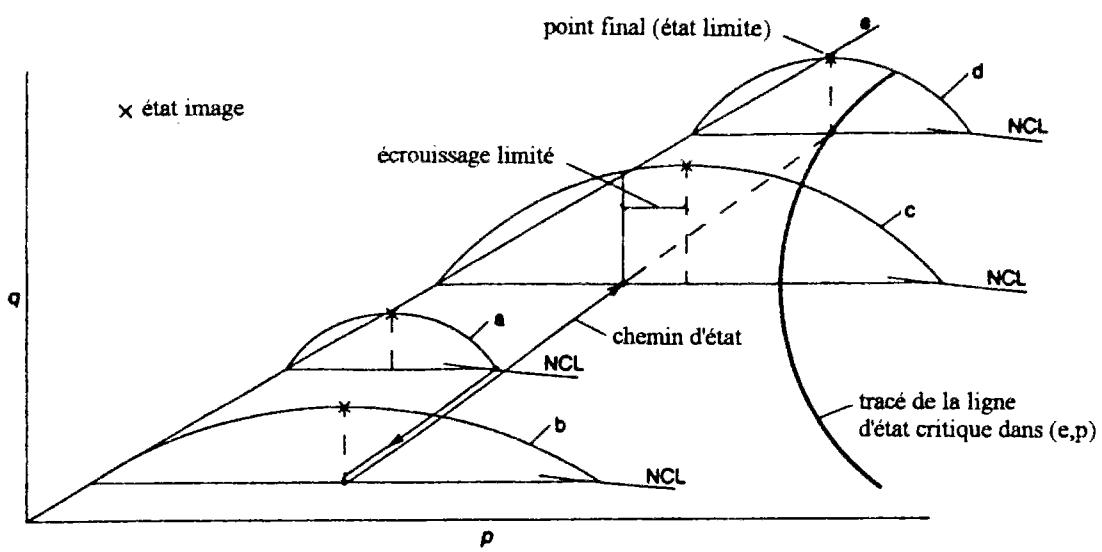


Figure I.27. Mode d'écroutissage selon le modèle Nor-Sand (d'après Jefferies, 1993).

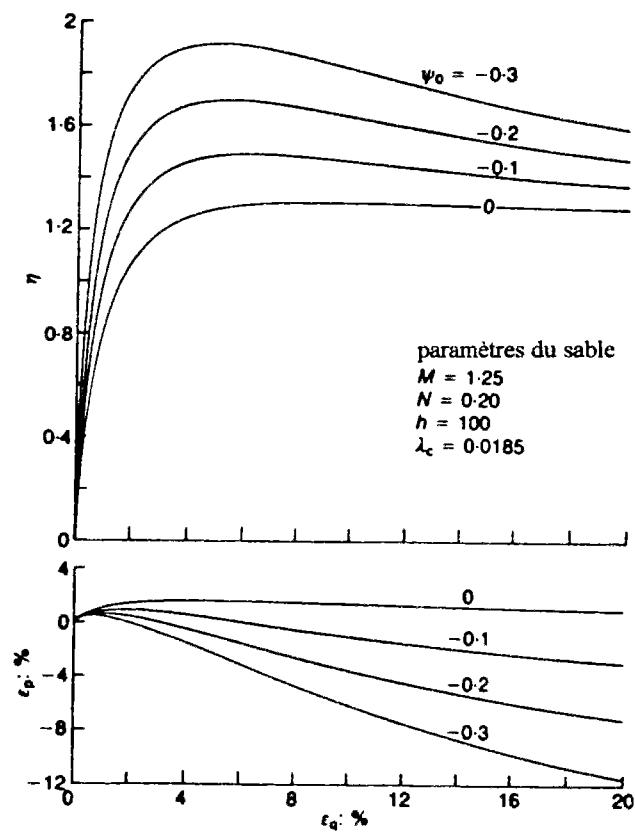


Figure I.28. Simulations en fonction du paramètre d'état  $\Psi$  - modèle Nor-Sand (d'après Jefferies, 1993).

### *I.2.2.2 Influence de la contrainte intermédiaire*

Afin de tenir compte des propriétés des sols dans tout l'espace des contraintes et particulièrement dans le plan déviatorique, il est tentant de définir le critère de rupture, les surfaces de charge et d'écoulement, ainsi que la loi d'écrouissage, en fonction des trois invariants de contraintes et de déformations. Desai (1980) définit les surfaces de charge et d'écoulement comme un polynôme faisant intervenir les trois invariants de contrainte de la manière la plus générale possible et dont les coefficients dépendent du matériau que l'on étudie. Il montre ainsi que la plupart des modèles couramment utilisés (critère de Lade, critère de Matsuoka-Nakai, etc.) s'inscrivent dans ce cadre. Desai et Faruque (1985) proposent ainsi une forme simple pour l'expression de la surface de charge adaptée aux sables dont la forme est reproduite sur la figure I.29.

Dans le même état d'esprit, Nova (1987) combine la démarche des modèles basés sur le concept d'état critique avec le critère de rupture de Matsuoka-Nakai. Parce que ce critère s'écrit simplement en fonction des trois invariants de contrainte et puisqu'il est adapté au comportement des sables, Nova propose d'adopter cette expression pour les surfaces de charge. Les surfaces d'écoulement sont exprimées de façon à faire coïncider le critère de Matsuoka-Nakai avec l'état critique. La loi d'écrouissage permet d'exprimer la contrainte de consolidation normale actuelle comme une fonction linéaire des trois invariants de déformation plastique.

### *I.2.2.3 Hypothèses particulières*

Le cadre de l'élastoplasticité exige la connaissance d'un certain nombre d'informations difficilement accessibles par l'expérience. Nous venons de voir que c'était le cas pour les surfaces de charges. La loi d'écrouissage relie une ou plusieurs variables internes du point de vue thermodynamique à des variables externes. Ces variables internes, dans le cas d'un écrouissage isotrope sont des scalaires. Par exemple, les modèles basés sur l'état critique utilisent la contrainte moyenne effective de consolidation normale à un instant donné comme paramètre d'écrouissage. D'autres auteurs comme Loret (1981) préfèrent relier le travail plastique aux déformations plastiques. Dans tous les cas, et puisqu'il s'agit de variables internes, le choix d'une loi d'écrouissage est souvent fait en fonction de la simplicité de son écriture mathématique. Certains auteurs ont contourné la difficulté en faisant une autre hypothèse qui remplace, dans l'écriture de la matrice de comportement, la loi d'écrouissage.

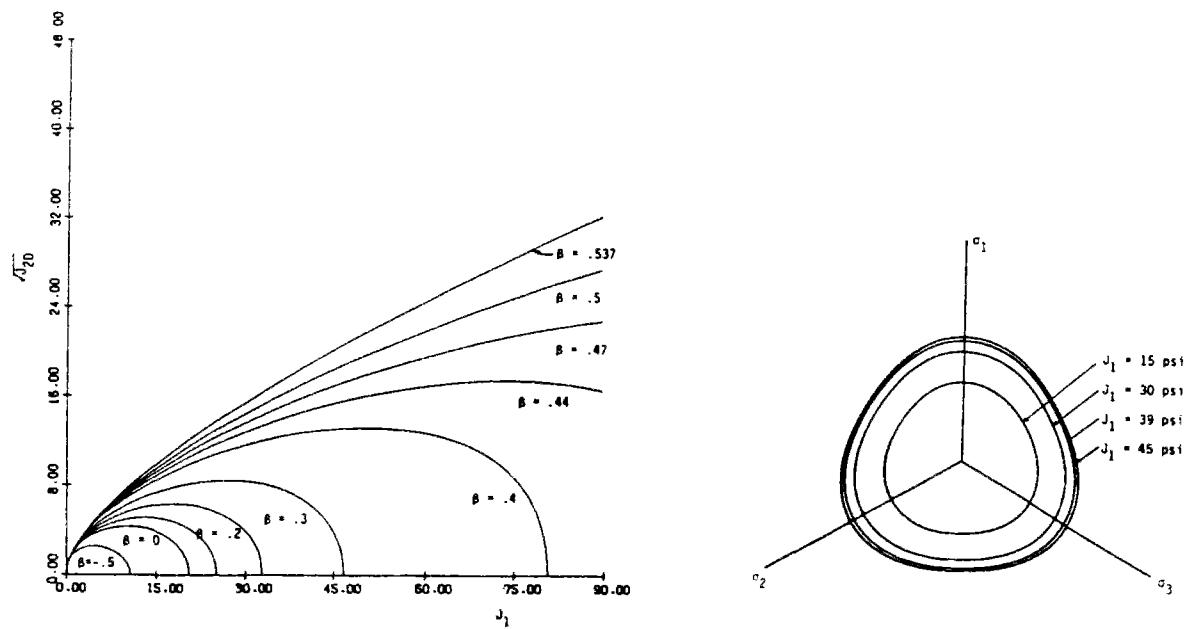


Figure I.29. Surfaces de charge selon Desai et Faruque (1985).

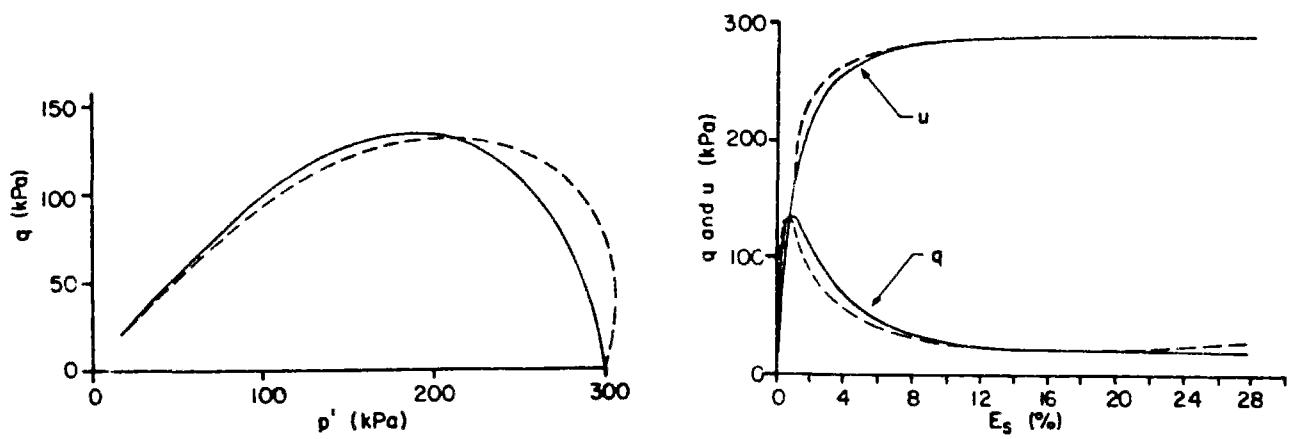


Figure I.30. Simulation d'essais triaxiaux non drainés sur sable lâche - modèle de Sladen et al., 1988).

Afin de reproduire les chemins en contraintes effectives obtenus à l'essai triaxial en conditions non drainées dans le cas des argiles surconsolidées, Pender (1978) en a fait une hypothèse de départ en exprimant mathématiquement l'équation des courbes expérimentales de ces trajets en contraintes effectives. Sladen et al. (1988) ont repris l'idée et l'ont appliquée au cas des sables lâches en vue de prédire le concept d'effondrement. La figure I.30 montre la famille de courbes choisies par Sladen pour reproduire les trajets en contraintes effectives et une simulation de l'essai triaxial sur le sable de Nerlerk lâche en condition non drainée. Cette modélisation a l'inconvénient d'être valable uniquement pour les sables lâches. D'autre part, le passage non drainé - drainé n'est pas évident car les hypothèses portent essentiellement sur le comportement en non drainé du sable. Le modèle permet cependant de simuler entièrement le concept d'effondrement.

Une deuxième possibilité de s'abstenir d'une loi d'écrouissage est d'écrire directement l'expression du module plastique à partir d'observations expérimentales dans le cadre de l'élastoplasticité généralisée décrite en détail ci-après. Pastor et al. (1990) reprennent la modélisation de 1985 dans ce sens et proposent une expression directe de ce module. Les simulations de la figure I.31 montrent une bonne concordance expérience-prédition autant pour les sables très lâches que pour les sables très denses. Si la démarche semble sortir du cadre élastoplastique classique, l'intérêt d'une telle modélisation est de donner une véritable information sur l'expression du module plastique.

### I.2.3 Elastoplasticité à deux surfaces de charge

Dans de nombreux cas réels, la direction du chargement varie considérablement d'un point à l'autre du massif sollicité. Les expériences menées par Tatsuoka et Ishihara (1974) illustrent l'influence de la direction de chargement sur les déformations plastiques engendrées à partir d'essais triaxiaux (figure I.32). Cette influence est d'ailleurs plus marquée pour les sables denses que pour les sables lâches. En effet, concernant les sables lâches, les trajets A,B et C donnent approximativement la même réponse en déformations selon ces auteurs et seul le trajet D diffère des autres. Afin d'en tenir compte dans la modélisation, certains auteurs (Lade, 1977; Vermeer, 1978; Loret, 1981) formulent une modélisation dans le cadre de la théorie des multimécanismes développée par Koiter (1960) dans le cas où ceux-ci sont indépendants. La déformation plastique totale est la somme de deux mécanismes, un appelé déviatorique et l'autre volumique, selon le type de déformation plastique générée.

Un exemple de double surface de charge, le modèle de Vermeer (1978), est reporté sur la figure I.33. Le plan du triaxial est ainsi découpé en quatre zones distinctes selon l'activation de l'un ou l'autre des deux mécanismes. la zone finie pour laquelle les deux mécanismes sont inactifs constitue le domaine élastique actuel. Vermeer propose en outre de prendre pour le

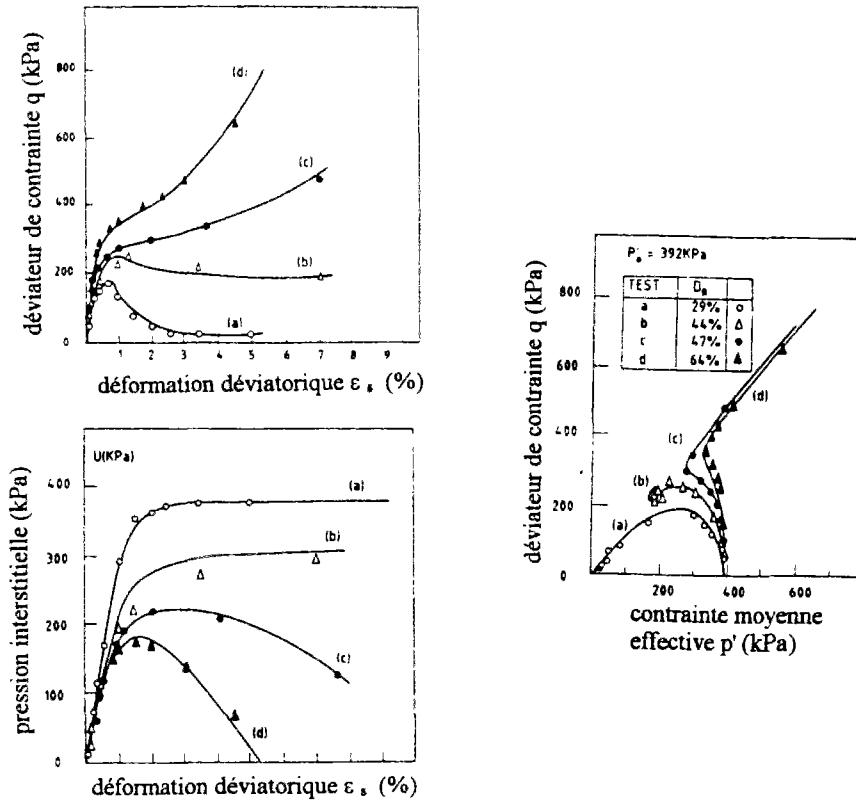


Figure I.31. Simulation d'essais triaxiaux non drainés - modèle de Pastor et al. (1990).

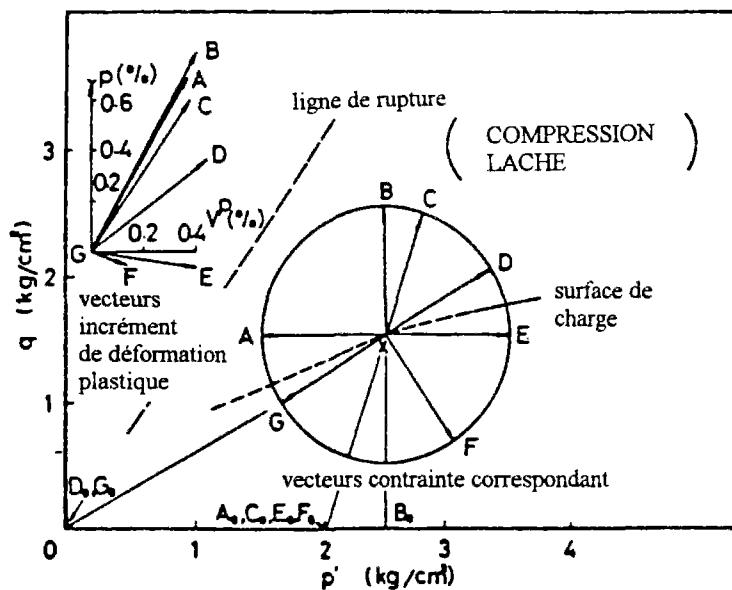


Figure I.32. Influence du trajet de chargement sur les déformations plastiques - sable lâche (d'après Tatsuoka et Ishihara, 1974).

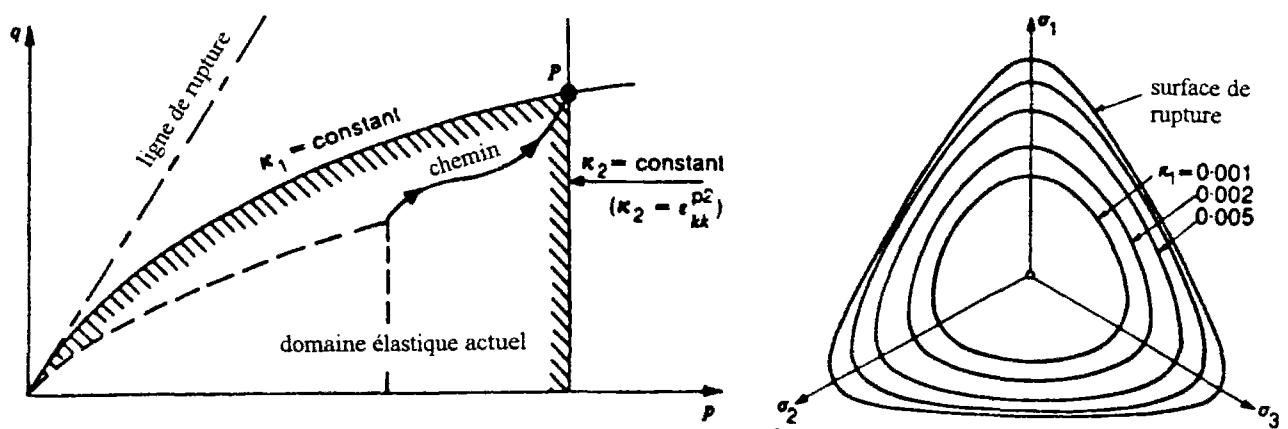


Figure I.33. Domaine élastique - modèle de Vermeer (1978).

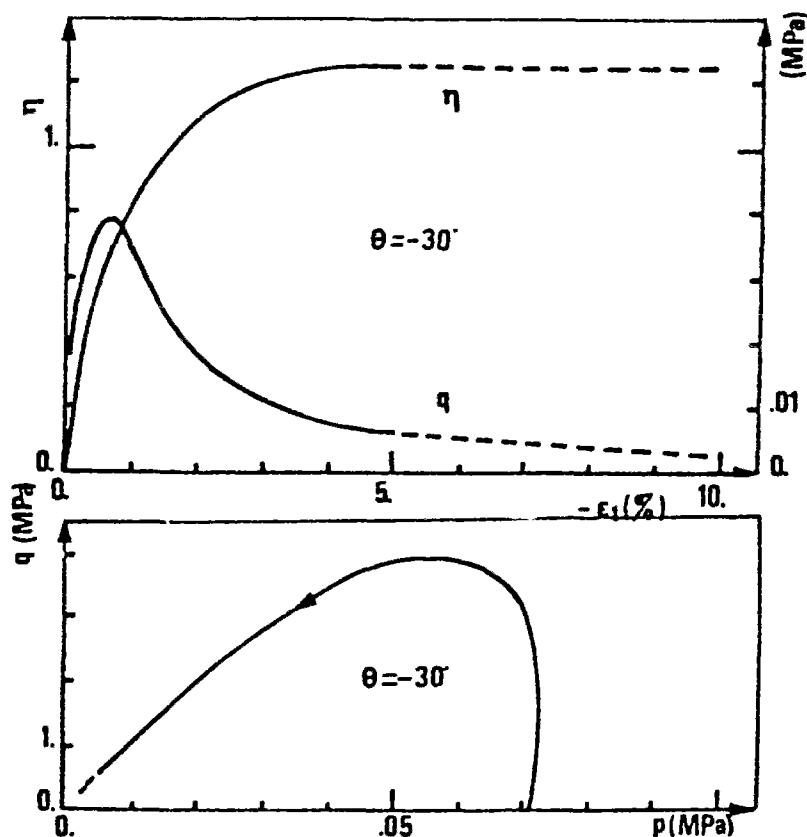


Figure I.34. Simulation de la liquéfaction statique - modèle de Loret (1985).

mécanisme déviatorique, une surface dans l'espace des contraintes telle qu'à la rupture celle-ci s'identifie au critère de Matsuoka et Nakai. On retrouve cette approche dans la modélisation de Lade (1977).

La figure I.34 montre une simulation sur sable lâche au triaxial classique, en condition non drainée, effectuée à partir du modèle de Loret (1981) dont une version a été proposée par l'auteur en 1985 tenant compte des conditions initiales de l'essai.

La description des deux mécanismes a l'inconvénient d'élever le nombre de paramètres du modèle. D'autre part, les mécanismes étant dépendants dans la réalité, il n'est pas aisément de donner un sens physique à un paramètre attaché à l'un d'eux uniquement. Cependant, l'application de tels types de modèles sur des cas réels est convaincante (figure I.35).

## I.2.4 Modélisation élastoplastique du comportement cyclique

Reprendons l'essai triaxial cyclique non drainé réalisé par Castro (figure I.17b) et pour lequel les cycles de chargement sont inscrits entre deux valeurs limites du déviateur. Les modèles élastoplastiques décrits précédemment, dont l'écrouissage est isotrope, ne peuvent reproduire cette augmentation progressive de la surpression intersticielle au cours des cycles et les simulations montreraient une adaptation immédiate dès le premier cycle de chargement. Afin de modéliser correctement le comportement cyclique des sols, un regard sur la littérature existante dans ce domaine montre que plusieurs alternatives sont envisageables.

### I.2.4.1 Ecrouissage cinématique

La manière la plus simple du point de vue de la théorie élastoplastique de reproduire la réponse d'un matériau à une sollicitation cyclique est d'introduire un écrouissage combiné, c'est-à-dire que la surface de charge grandit par homothétie et elle est, de plus, translatée dans l'espace des contraintes. Cambou et Jafari (1988) proposent un modèle à double surface de charge pour lequel le mécanisme déviatorique possède un écrouissage combiné non linéaire. D'autre part, afin de représenter correctement l'état caractéristique, une liaison cinématique est imposée entre les déformations plastiques volumique et déviatorique. La simulation représentée sur la figure I.36 montre l'aptitude d'une telle modélisation à prédire des chemins complexes homogènes. Une version de ce modèle (modèle CJS) a été utilisée en vue de prédire des paramètres de comportement d'un sol à partir de l'essai pressiométrique sous sollicitation monotone.

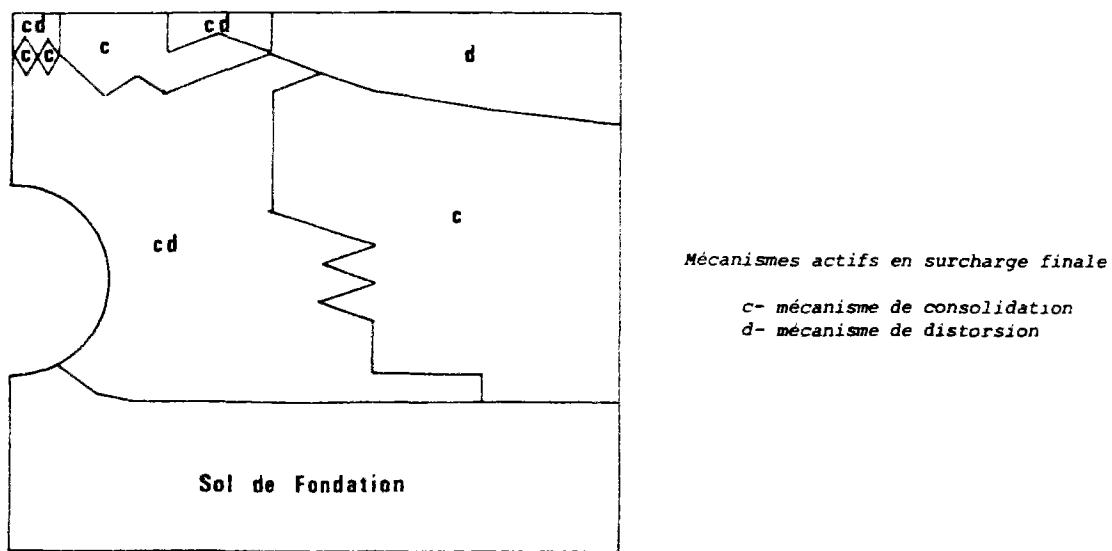


Figure I.35. Application du modèle de Loret à l'étude d'une buse métallique (d'après Loret, 1981).

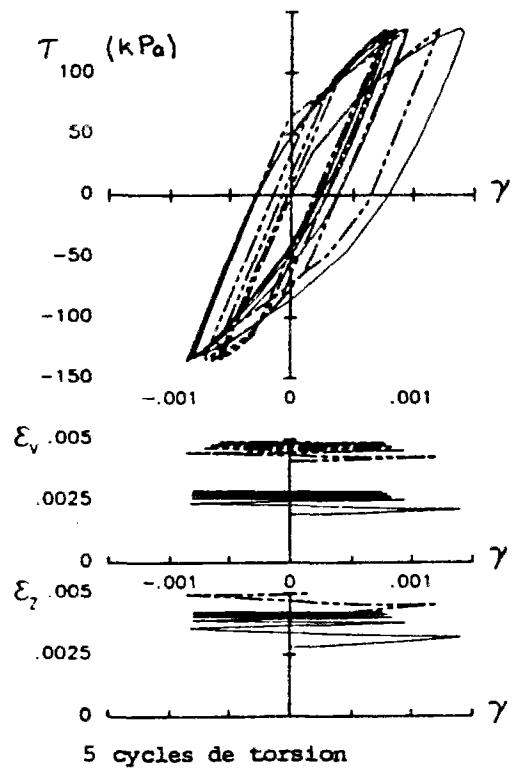


Figure I.36. Simulation d'un essai cyclique au cylindre creux en torsion - modèle de Cambou et Jafari (1988).

D'autres modèles à écrouissage cinématique ont été formulés, notamment celui proposé à partir du modèle Hujeux (1979) par Lassoudière (1984). Cet auteur introduit la notion de variables de mémoire discrètes (figure I.37) dont le but principal, basé sur des observations expérimentales communes à tous les matériaux, est de garder en mémoire les chargements importants survenus au cours de leur histoire car ceux-ci ont une influence prépondérante sur le comportement actuel, au contraire des petits chargements dont les répercussions sont plutôt graduelles en fonction de leur nombre.

L'écrouissage cinématique fait appel à une variable interne qui est un tenseur et non plus un scalaire comme dans le cas de l'écrouissage isotrope. Ce tenseur représente souvent le centre de la surface de charge actuelle, et sa loi d'évolution est par conséquent plus complexe à déterminer. Quoique simple du point de vue conceptuel, l'écriture de la matrice de comportement n'en demeure pas moins compliquée et le nombre de paramètres est élevé. Le cadre de la théorie élastoplastique est cependant parfaitement respecté dans un cadre thermodynamique cohérent.

#### *I.2.4.2 Modèles à multisurfaces*

D'autres auteurs ont orienté leurs travaux en fonction d'une simplification de l'écriture de la loi de comportement, tout en essayant de reproduire les principales caractéristiques des sols sous sollicitation cyclique. Au lieu de considérer une seule surface de charge évoluant grâce à un écrouissage combiné, Mroz (1967) stipule qu'il existe une infinité de surfaces imbriquées les unes dans les autres. Il attribue à ces surfaces un module plastique et modélise ainsi le comportement cyclique des métaux. En considérant schématiquement que les surfaces sont des cercles, la figure I.38 montre la manière dont évoluent ces surfaces. La première surface est le domaine élastique dans lequel se trouve le point actuel dans l'espace des contraintes. Lorsque le point atteint le premier cercle  $f_0$ , il "active" cette surface et la déplace avec lui de la même manière que dans l'écrouissage cinématique et le module plastique  $H_0$  vaut celui qui est attribué aux limites du domaine élastique. La direction de translation du cercle  $f_0$  est dictée par la normale à la surface  $f_1$  d'un point "image". Lorsque le point actuel des contraintes atteint le cercle  $f_1$ , celui-ci est activé et le module plastique vaut alors  $H_1$ . La direction de translation est maintenant donnée par le nouveau point image situé sur le cercle  $f_2$ , et ainsi de suite. Prévost (1981) a utilisé cette approche dans le cas des sols et a montré l'aptitude d'une telle modélisation à simuler des chargements complexes sur des cas réels (figure I.39). De par leur construction, les modèles basés sur le concept de multisurfaces incorporent la notion de mémoire discrète.

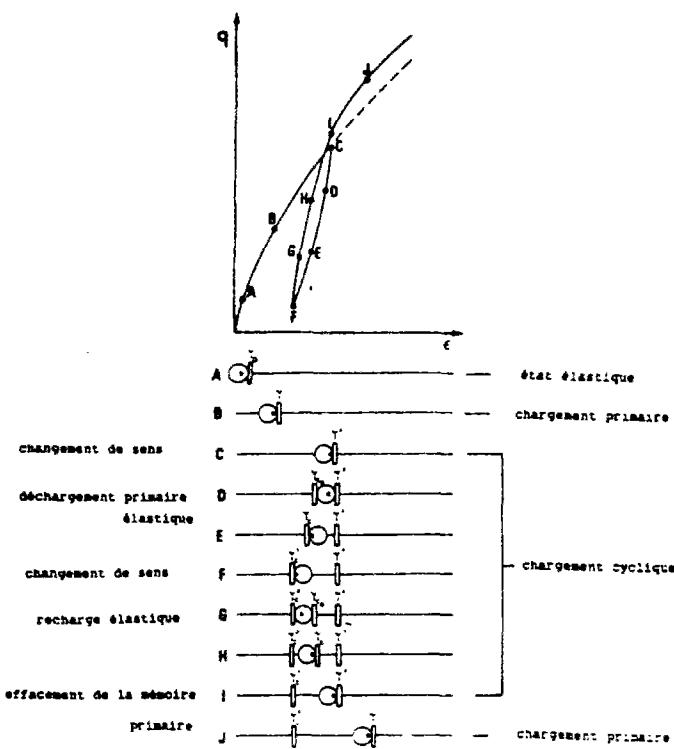


Figure I.37. Fonctionnement de la mémoire discrète (d'après Lassoudière, 1984).

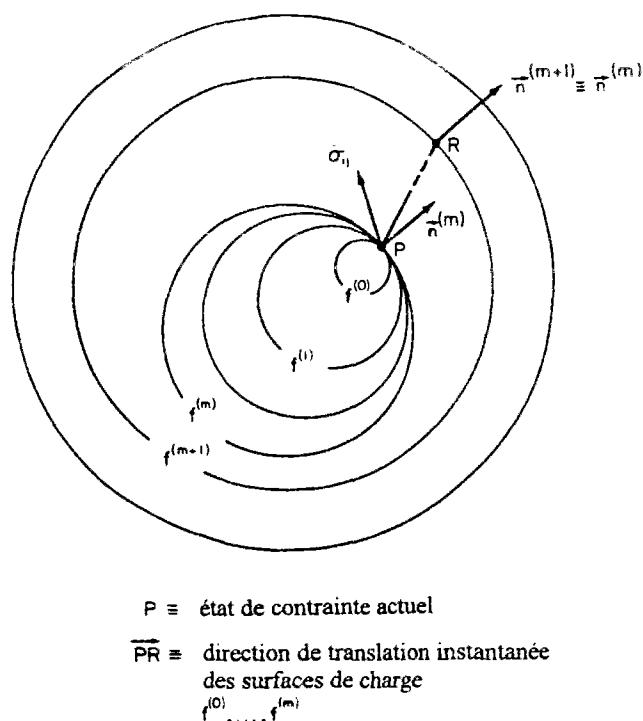


Figure I.38. Détermination de la direction de translation pour les modèles à multisurfaces (d'après Chen, 1985)

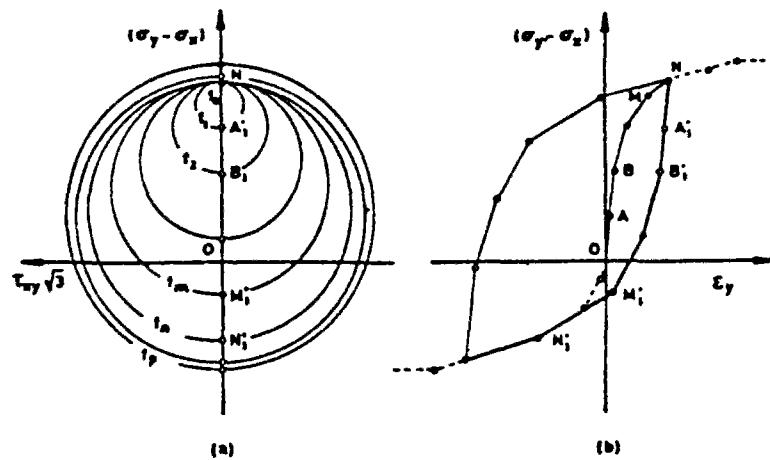


Figure I.39. Simulation d'une boucle d'hystérésis à partir du modèle de Prévost, 1978 (d'après Pecker, 1984).

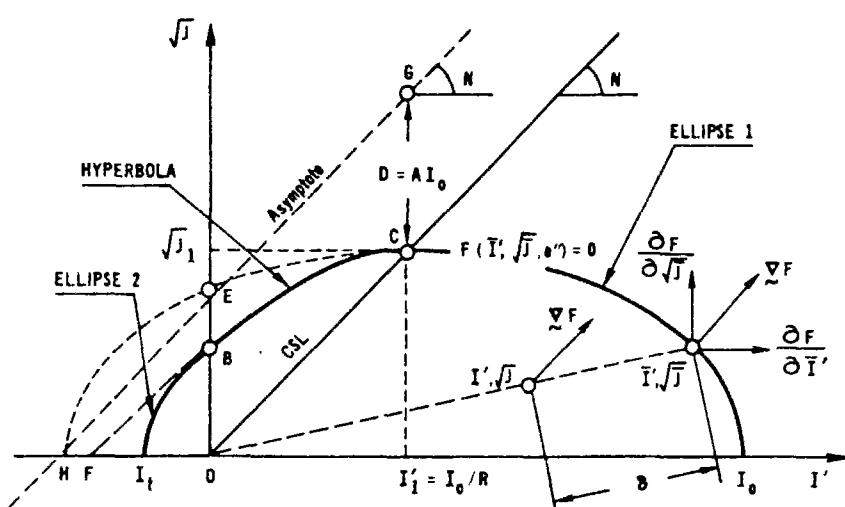


Figure I.40. Surface frontière (d'après Dafalias et Herrmann, 1982).

#### I.2.4.3 Concept de surface frontière (*bounding surface*)

Le module plastique étant constant entre l'activation de deux surfaces dans les modèles à multisurfaces, la réponse est par conséquent linéaire par morceaux. Afin de rendre continue la variation du module plastique, Krieg (1975) ainsi que Dafalias et Popov (1975) ont proposé d'interpoler la valeur du module actuel entre les valeurs attachées à la surface active et la surface sur laquelle se trouve le point image. La règle d'interpolation est une fonction linéaire du rapport entre la distance séparant le point actuel du point image et une distance de référence. La détermination du point image se fait par prolongement radial de la droite partant d'une origine fixée par le modèle qui est l'origine des axes, passant par le point actuel et intersectant la surface frontière (figure I.40). Le modèle proposé par Dafalias et Herrmann (1982) simplifie le raisonnement à l'extrême en proposant de prendre uniquement une surface dite "frontière" à l'intérieur de laquelle se produisent des déformations irréversibles. Le domaine purement élastique peut ne pas exister, ce qui est une réalité expérimentale pour des sollicitations pas trop faibles. Dafalias a proposé dans une version du modèle de se donner un domaine élastique qu'il appelle "nucleus" (dont la limite n'a rien à voir avec une surface de charge), en prenant le module plastique infini dans celui-ci, le principal intérêt étant de pouvoir simuler correctement le comportement des argiles fortement surconsolidées.

La figure I.41 montre une simulation de l'essai triaxial non drainé à différentes amplitudes du déviateur. Elle illustre clairement l'intérêt du concept de surface frontière. En effet, plus la contrainte se rapproche de la surface, et plus les irréversibilités sont fortes. On retrouve ainsi qualitativement la courbe de résistance au cisaillement cyclique décrite dans la section précédente. A partir de ce type d'essai, il est possible de mettre en évidence le fonctionnement de la mémoire discrète pour ce type de modèle. En effet, les déformations irréversibles générées au second cycle dépendent de l'amplitude maximale du premier cycle. Si celle-ci est élevée, la surface frontière a grandi et l'interpolation lors de la deuxième charge génère des déformations irréversibles plus petites en un même point de l'espace des contraintes, ce qui se traduit par des cycles plus ou moins rapprochés.

Mroz et Norris (1982) proposent deux autres possibilités d'intégrer le concept de surface frontière, suivant l'existence du domaine purement élastique (figure I.42). Si le domaine élastique existe, le modèle est alors constitué d'une surface frontière  $F_c$  et d'une surface de charge  $f_0$ . Le point image R a la même normale que le point actuel P. La valeur du module plastique en P est interpolé entre une distance le séparant de R et la distance maximale séparant les deux surfaces. Contrairement à l'expression de Dafalias, l'interpolation n'est pas linéaire en fonction de la distance, mais à une puissance notée  $\gamma$  constituant un paramètre supplémentaire, et dont la valeur gère l'amplitude des déformations irréversibles en un point de la surface frontière et à un instant donnés. Une simulation de l'essai triaxial cyclique non drainé à déviateur contrôlé est présentée sur la figure I.43. Elle reproduit remarquablement bien la

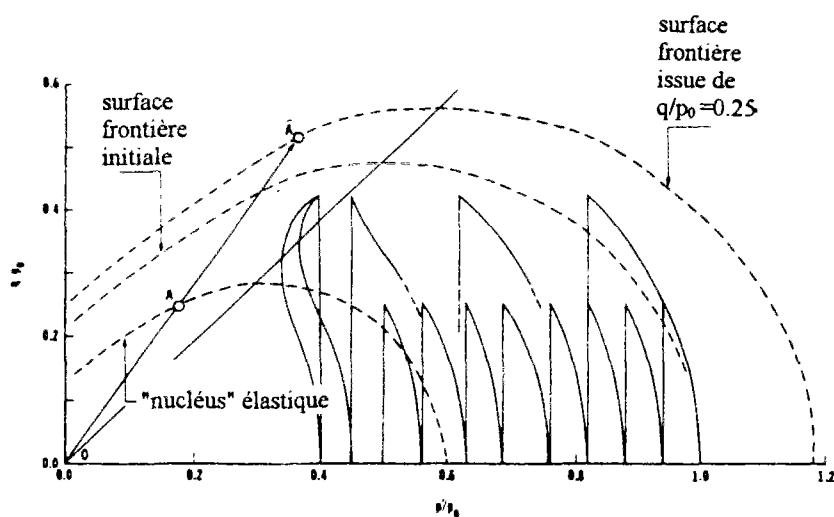
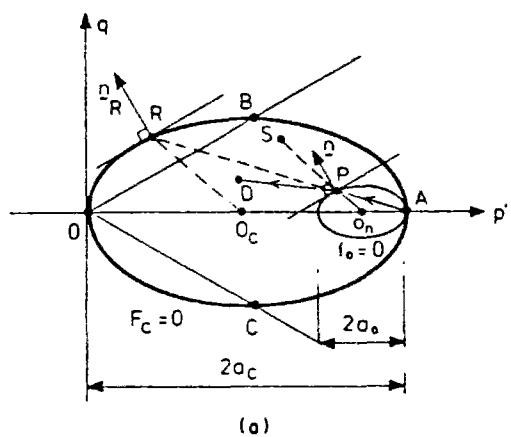


Figure I.41. Simulations d'essais triaxiaux cycliques à différentes amplitudes du déviateur (d'après Dafalias et Herrmann, 1982).



(a)

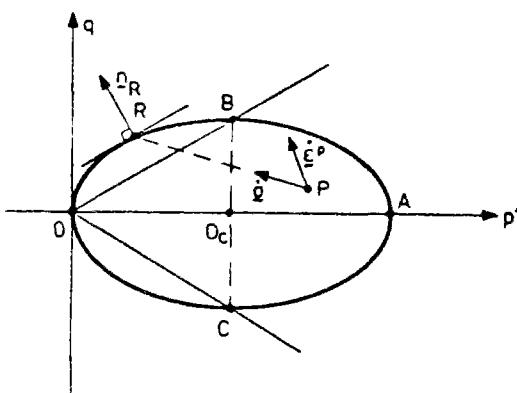


Figure I.42. Types d'interpolations possibles à l'intérieur de la surface frontière (d'après Mroz et Norris, 1982): (a) avec existence d'un domaine élastique, (b) sans domaine élastique.

concentration des cycles observée expérimentalement au milieu d'un essai réalisé à grand nombre de cycles ( $>30$ ) aussi bien pour les sables denses que pour les sables lâches.

Si le domaine élastique n'existe pas, Mroz et Norris (1982) suggèrent de prendre comme point image, l'intersection de la surface frontière avec la direction de l'incrément de contrainte (figure I.42b). L'idée est intéressante car elle constitue une alternative pour les modèles à double surface de charge, avec de plus, l'avantage de modéliser de manière continue l'influence de la direction de chargement sur l'amplitude des déformations plastiques, aussi bien en charge qu'en décharge. Néanmoins, même si la démarche est séduisante, elle reste à valider notamment sur des chemins dont la direction de chargement est constante.

Mac Vay et Taesiri (1985) ont simulé à partir de ce type de modélisation, la densification progressive du sol sous une chaussée due au passage périodique de véhicules et ils ont montré une bonne concordance entre les résultats expérimentaux et les prédictions. Le concept de surface frontière a été appliqué avec succès pour le comportement cyclique du béton (figure I.44) et constitue un cadre de modélisation utilisable pour tous les matériaux à priori.

Le concept de surface frontière nécessite un minimum de paramètres et son intégration dans un code d'éléments finis est aisée. Il peut être incorporé dans tous les modèles décrits plus haut adaptés uniquement aux sollicitations monotones afin de les élargir au domaine cyclique. Tan (1990) a proposé récemment un modèle à double surface de charge utilisant ce concept pour le comportement cyclique et l'a appliqué au cas des fondations off-shore.

#### I.2.4.4 Elastoplasticité généralisée

A partir de tous ces travaux sur la modélisation du comportement cyclique des sols, Zienkiewicz, Pastor et Leung (1985) proposent un cadre général dans lequel tous ces modèles élastoplastiques peuvent être décrits et qu'ils appellent "élastoplasticité généralisée". Ce cadre de description permet en particulier d'unifier sous un même formalisme les modélisations élastoplastiques classiques et particulières comme le concept de surface frontière. Ces mêmes auteurs ont proposé un modèle adapté aux argiles (Zienkiewicz et al. (1985)) et un modèle adapté aux sables (Pastor et al. (1985)).

Le modèle adapté aux argiles combine les propriétés du Cam-Clay modifié avec le concept de surface frontière tel qu'il est décrit par Dafalias et Herrmann (1982) (figure I.45). Le prolongement radial pour la détermination du point image demeure. La loi d'interpolation varie cependant puisque la distance de référence ne fait pas intervenir une variable de mémoire discrète mais, plus simplement, la distance du point actuel par rapport à l'origine des axes. Le calcul du module plastique se fait à partir du point image et, comme Mroz et Norris (1982), l'interpolation fait intervenir le paramètre  $\gamma$  qui est d'ailleurs le seul paramètre attaché au concept de surface frontière, les autres paramètres du modèle étant

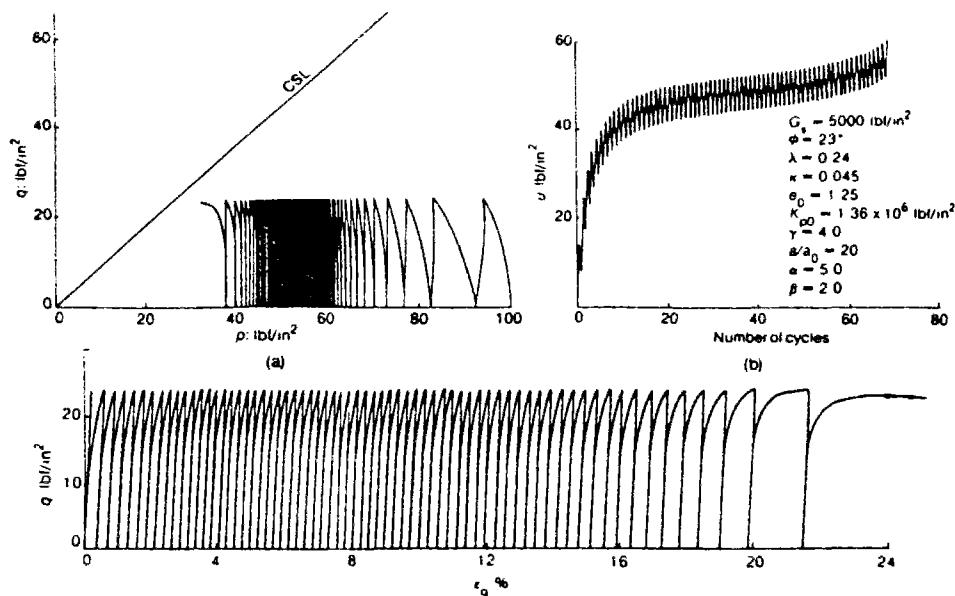


Figure I.43. Simulation d'un essai triaxial cyclique non drainé à amplitude du déviateur constant (d'après Mroz et al., 1981).

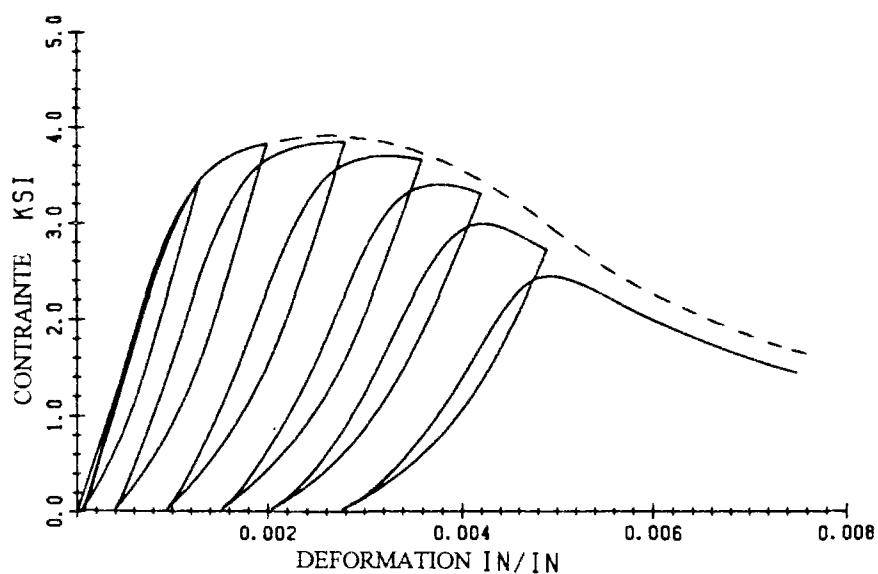


Figure I.44. Simulation du comportement cyclique du béton à partir du concept de surface frontière (d'après Dafalias et Herrmann, 1985).

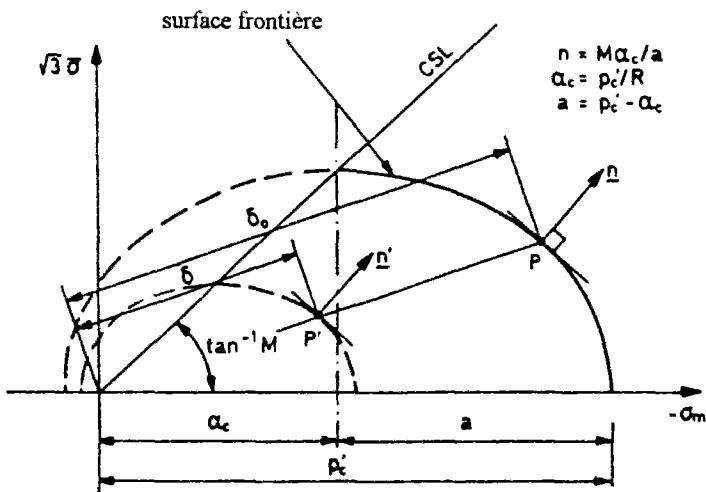


Figure I.45. Surface frontière selon Zienkiewicz et al. (1985).

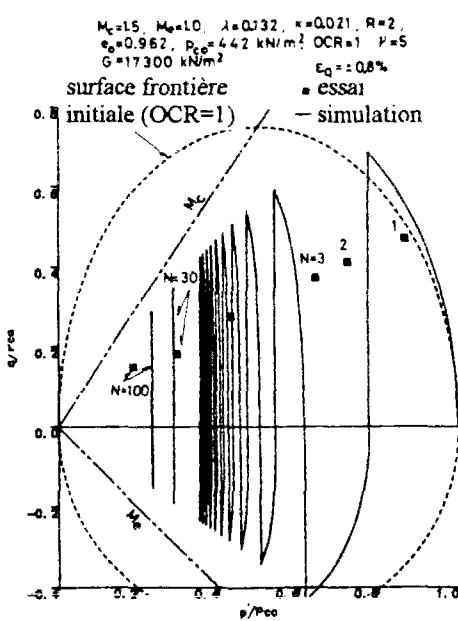


Figure I.46. Simulations d'un essai triaxial monotone et cyclique sur une argile - modèle de Zienkiewicz et al. (1985).

ceux du Cam-Clay modifié. La figure I.46 montre l'aptitude d'un tel modèle ne possédant que 5 paramètres à reproduire le comportement monotone et cyclique des argiles.

Pastor et al. (1985) ont proposé, dans le cadre de l'élastoplasticité généralisée, un modèle adapté aux sables. Comme il a été dit plus haut, l'expression des surfaces de charge dérive de la loi d'écoulement proposée par Nova et Wood, 1979 (figure I.47). Le concept de surface frontière décrit par Zienkiewicz et al. (1985) est entièrement conservé. Ce modèle s'attache particulièrement à reproduire le niveau de plastification important observé expérimentalement pour les sables denses (représenté schématiquement sur la figure I.48 du chemin de contrainte effectif en non drainé dans le plan du triaxial) lors d'une décharge à partir d'un point situé dans le domaine surcaractéristique dilatant, dont la conséquence est le phénomène de mobilité cyclique. Suivant le cadre de l'élastoplasticité généralisée, Pastor et al. (1985) proposent de se donner directement les directions d'écoulement et l'expression du module plastique en décharge en fonction notamment de la valeur du rapport de contrainte  $q/p'$  au moment de la décharge. Cette variable incorpore une mémoire discrète au modèle lors du déchargement et permet ainsi de simuler plus ou moins de plasticité à la décharge suivant l'amplitude de la phase de charge, conformément au schéma de la figure I.48. La figure I.49 montre des simulations triaxiales cycliques à déviateur maximal constant faites à partir de ce modèle. Une version du modèle (Pastor et al., 1990), formulée toujours dans le cadre de l'élastoplasticité généralisée, reprend en partie la modélisation du comportement sous sollicitation monotone, en se donnant directement l'expression du module plastique en charge afin de simuler en particulier le radoucissement observé expérimentalement pour les sables denses et très denses en condition drainée.

## I.2.5 Conclusion sur la bibliographie concernant la modélisation

Cette étude bibliographique montre la diversité des modèles existant dans la littérature pour simuler le comportement mécanique des sables. Les modèles inclus dans le cadre de la théorie élastoplastique peuvent être classés par grandes familles selon les "outils" de modélisation qu'ils utilisent. On entend par "outil" de modélisation, l'interprétation des mécanismes internes de plasticité, par exemple: la théorie d'état critique et la pression de consolidation actuelle comme paramètre d'écrouissage, l'écrouissage cinématique, le concept de surface frontière, l'élastoplasticité généralisée, le concept de multisurfaces, etc...

La notion de paramètre d'état a été modélisée par certains auteurs (Sladen et al., 1988, Jefferies, 1993) mais aucun ne prend véritablement en compte la notion de paramètre d'état dans sa globalité. En effet, le modèle de Sladen et al. (1988) n'est adapté qu'au comportement des sables lâches tandis que celui de Jefferies (1993) seulement au cas drainé, et cette version du modèle n'envisage à l'heure actuelle que le cas rigide parfait avec loi d'écoulement associée. Il est par conséquent nécessaire de définir un nouveau mécanisme de plastification

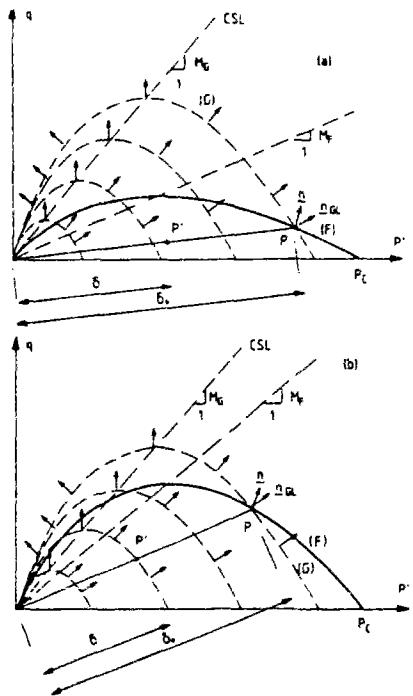


Figure I.47. Surfaces de charge et d'écoulement - modèle de Pastor et al. (1985).

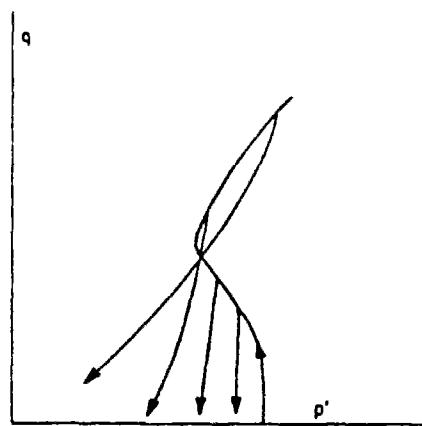


Figure I.48. Trajets de contraintes effectifs suivis lors d'une décharge pour un essai triaxial non drainé (d'après Pastor et al., 1987).

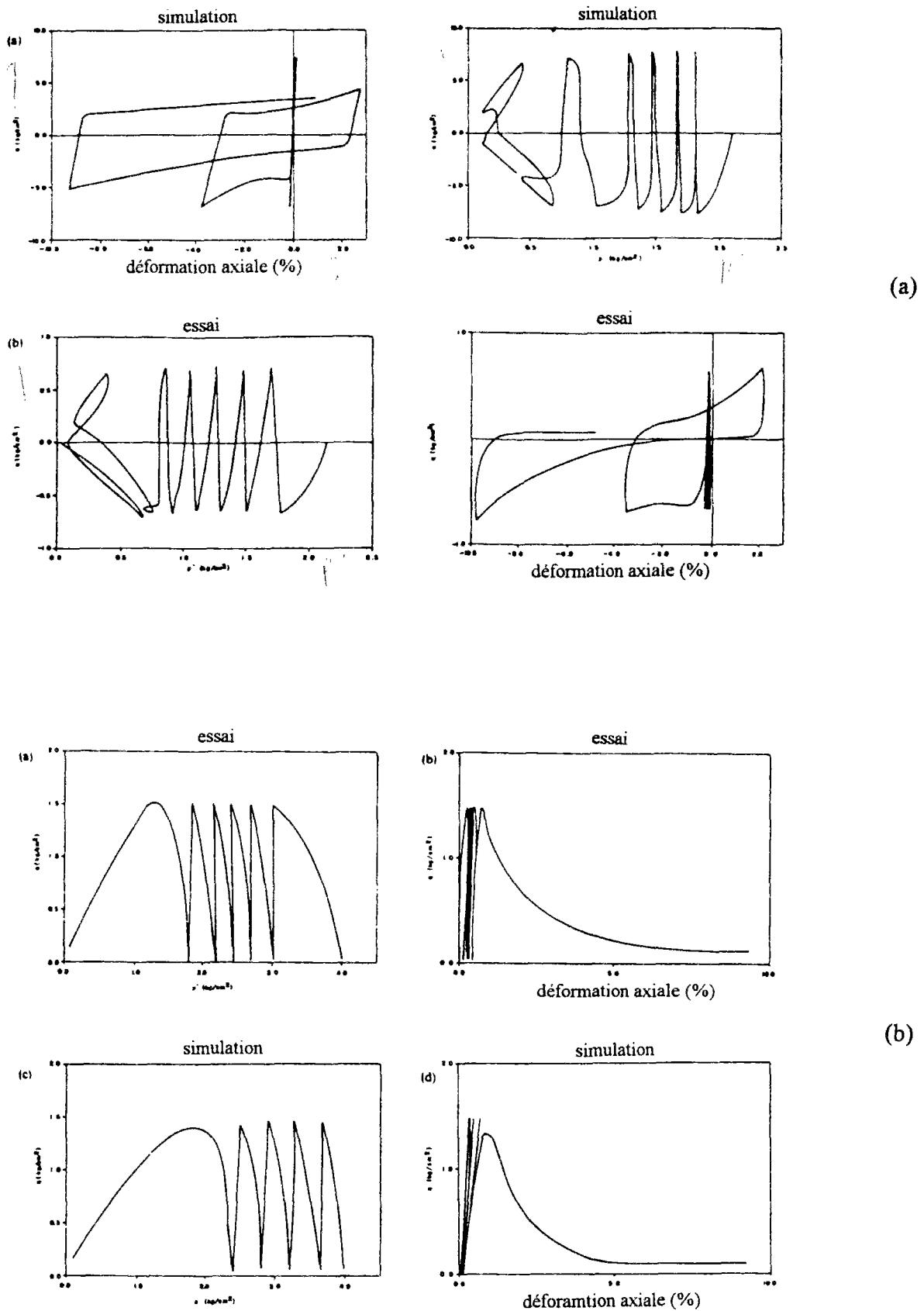


Figure I.49. Simulations d'essais triaxiaux cycliques - modèle de Pastor et al. (1985): (a) mobilité cyclique sur sable dense, (b) liquéfaction cyclique sur sable lâche.

permettant de prendre en compte le paramètre d'état autant dans le cas drainé que dans le cas non drainé, aussi bien pour les sables denses que pour les sables lâches. Cette démarche doit s'inscrire dans le cadre de la théorie d'état critique sur laquelle est fondée la notion de paramètre d'état mais doit pouvoir être transposée au cas par exemple des modèles à double surface de charge. D'autre part, les traits de comportements cycliques décrits plus haut doivent pouvoir être également simulés (phénomènes de mobilité ou liquéfaction cyclique en particulier) à partir des outils de modélisation déjà existants. De la même manière et plus généralement, le fait de mieux simuler l'essai triaxial classique ne doit pas pénaliser pour autant les autres types d'essais.

Enfin, le nombre de paramètres à rajouter dans la modélisation doit être minimum pour conserver un niveau de simplicité suffisant au modèle en vue d'applications pratiques. Le chapitre suivant développe plus en détail ces idées et montre qu'il est possible d'y parvenir tout en respectant le cadre classique de la théorie élastoplastique.

## CHAPITRE II - FORMULATION D'UN MODELE ADAPTE AU COMPORTEMENT MONOTONE ET CYCLIQUE DES SABLES

La modélisation qui est proposée dans ce qui suit s'inscrit entièrement dans le cadre élastoplastique. C'est-à-dire que la formulation de la loi de comportement est faite à partir de l'explicitation de la partie élastique du modèle, de l'expression d'une (ou de plusieurs) surface de charge , de la donnée d'une loi d'écoulement et du choix des paramètres d'écrouissage à partir desquels la loi d'écrouissage est exprimée. Afin de minimiser le nombre de paramètres, et pour simplifier la tâche entreprise, la surface de charge est supposée unique. Le modèle utilise les concepts développés dans le cadre de la théorie de l'état critique, en suivant la démarche du Cam-Clay. La possibilité de simulation du comportement monotone et cyclique des sables et de la liquéfaction statique et cyclique des sables très lâches, déjà reproduits par des modèles tels que celui de Pastor et al. (1985, 1990), est conservée ici.

Par rapport aux modèles actuels, l'originalité de la modélisation développée vient, d'une part, du mode d'introduction dans la modélisation de l'effet combiné de la contrainte de consolidation initiale et de l'indice des vides initial sur le comportement du sable par l'intermédiaire d'un paramètre d'état: paramètre  $\Psi$  (Been et Jefferies, 1985) ou plus récemment l'indice d'état  $I_S$  (Ishihara, 1993). D'autre part, Le concept d'effondrement des sables lâches est automatiquement reproduit grâce notamment au mécanisme d'évolution des surfaces de charge, ce qui constitue un apport supplémentaire en modélisation du comportement des sables.

Le nouveau mécanisme de plasticité décrit dans ce chapitre qui permet de simuler tous ces aspects du comportement des sables est regroupé sous le concept de « surface de charge d'état » pour les sables. Celui-ci n'est lié à aucun paramètre du modèle et est indépendant du mode de construction du reste du modèle. On montre ainsi comment d'autres modèles existant dans la littérature pourraient en bénéficier très simplement sans ajout de paramètre supplémentaire. Ces modèles prendraient en compte davantage de concepts rhéologiques (tel que le concept d'effondrement) et pourraient n'utiliser qu'un seul jeu de paramètres pour décrire le comportement d'un sable en condition lâche, moyennement dense et dense.

## II.1 ECRITURE DE LA LOI DE COMPORTEMENT ELASTOPLASTIQUE DANS LE CAS DU TRIAXIAL CLASSIQUE

En élastoplasticité, la déformation engendrée par un incrément de chargement est décomposée en une partie élastique et une partie plastique :

$$d\epsilon = d\epsilon^e + d\epsilon^p$$

Les parties volumique (notée p) et déviatorique (notée q) du tenseur des contraintes s'écrivent dans le cas du triaxial classique:

$$\begin{cases} q = \sigma_1 - \sigma_3 \\ p = (1/3)(\sigma_1 + 2*\sigma_3) \end{cases}$$

Les variables associées aux quantités q et p sont respectivement :

$$\begin{cases} \epsilon_d = (2/3)(\epsilon_1 - \epsilon_3) \\ \epsilon_v = \epsilon_1 + 2*\epsilon_3 \end{cases}$$

La notation utilisée dans ce chapitre est celle utilisée en mécanique des sols et le signe des contraintes est positif en compression. Dans ce cas, le signe de la déformation volumique  $\epsilon_v$  est l'opposé de la variation de volume relative de l'échantillon et si on désigne par v le volume spécifique de l'éprouvette à un instant donné, on a alors la relation suivante liant un incrément dv de volume spécifique à un incrément de déformation volumique  $d\epsilon_v$  :

$$d\epsilon_v = - (dv / v)$$

soit encore, en faisant intervenir l'indice des vides e à l'instant considéré et en supposant l'incompressibilité des grains:

$$d\epsilon_v = - \left( d\epsilon / 1 + \epsilon \right)$$

Les contraintes effectives ( $p'$  et  $q'$ ) sont déduites des contraintes totales d'après la loi de Terzaghi par :

$$\begin{cases} q = q' \\ p = p' + u \end{cases}$$

$u$  désignant la surpression interstitielle.

La loi de comportement, relative au squelette, relie les contraintes effectives aux déformations. Si le matériau est isotrope, la relation doit être indépendante du trièdre des directions principales de  $\sigma$  et s'exprime par conséquent en fonction des invariants. Puisque l'espace des contraintes est réduit à un plan dans le cas du triaxial classique, seuls deux invariants suffisent à décrire complètement cette loi. Les invariants de contrainte choisis sont  $p'$  et  $q$  et les invariants de déformation associés sont donc  $\epsilon_v$  et  $\epsilon_d$ . D'où la forme générale de la matrice de comportement :

$$\begin{bmatrix} dp' \\ dq \end{bmatrix} = L \cdot \begin{bmatrix} d\epsilon_v \\ d\epsilon_d \end{bmatrix}$$

Soit  $L^e$  la matrice élastique définie comme suit :

$$\begin{bmatrix} dp' \\ dq \end{bmatrix} = L^e \cdot \begin{bmatrix} d\epsilon_v^e \\ d\epsilon_d^e \end{bmatrix}$$

La surface de charge s'écrit de manière générale :  $f(p', q, \alpha^i, p_i) = 0$ , où  $\alpha^i$  et  $p_i$  représentent les paramètres d'écrouissage cinématique et isotrope régissant l'évolution de la surface de charge. Dans le cas où, seul, un écrouissage isotrope est considéré, l'écriture de la fonction de charge se réduit à la forme plus simple :  $f(p', q, p_c) = 0$ , où  $p_c$  est le paramètre (scalaire) lié à l'écrouissage isotrope. Le choix de ce paramètre, ainsi que sa variable interne associée, décrivent le mécanisme interne de plasticité.

La direction d'écoulement est donnée par le vecteur  $(d\varepsilon_v^P, d\varepsilon_d^P)$ :

$$\begin{cases} d\varepsilon_v^P = d\lambda \frac{\partial g}{\partial p'} \\ d\varepsilon_d^P = d\lambda \frac{\partial g}{\partial q} \end{cases} \quad \text{avec } d\lambda \geq 0$$

où  $d\lambda$  désigne le multiplicateur plastique et  $g(p', q)$  est le potentiel d'écoulement. En appliquant la règle de cohérence (l'état de contrainte est et reste sur la surface de charge), on en déduit la valeur du multiplicateur plastique et par conséquent l'expression de la matrice de comportement. Après calculs, on obtient (Loret, 1985) :

$$L = L^e - \frac{1}{H} (L^e \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial g}{\partial p'} \\ \frac{\partial g}{\partial q} \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial p'} & \frac{\partial f}{\partial q} \end{bmatrix} \cdot L^e)$$

Le module plastique  $H$  est fonction de l'écrouissage et détermine l'amplitude des déformations plastiques. Afin de pouvoir l'exprimer, il faut faire une hypothèse restrictive sur la forme de la loi d'écrouissage en supposant que celle-ci est linéaire en fonction des déformations plastiques volumique et déviatorique. On obtient alors l'expression suivante :

$$H = h + \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial p'} & \frac{\partial f}{\partial q} \end{bmatrix} \cdot L^e \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial g}{\partial p'} \\ \frac{\partial g}{\partial q} \end{bmatrix}$$

$$\text{avec } h = - \frac{\partial f}{\partial p_c} \left( \frac{\partial p_c}{\partial \varepsilon_v^P} \frac{\partial g}{\partial p'} + \frac{\partial p_c}{\partial \varepsilon_d^P} \frac{\partial g}{\partial q} \right)$$

Dans certains cas, il peut être intéressant d'inverser la loi de comportement :

$$\begin{bmatrix} d\epsilon_v \\ d\epsilon_d \end{bmatrix} = \mathbf{L}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} dp' \\ dq \end{bmatrix}$$

avec  $\mathbf{L}^{-1} = (\mathbf{L}^e)^{-1} + \frac{1}{h} \begin{bmatrix} \frac{\partial g}{\partial p'} \\ \frac{\partial g}{\partial q} \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial p'} & \frac{\partial f}{\partial q} \end{bmatrix}$

L'essai triaxial peut être réalisé en condition drainée ou non drainée. Si le drainage est ouvert, l'échantillon présente des déformations volumiques et la surpression interstitielle est nulle. En non drainé par contre, les déformations volumiques sont nulles (incompressibilité des grains et du fluide) et la surpression interstitielle varie :

Cas drainé :  $\epsilon_v \neq 0$  et  $u = 0$

Cas non drainé :  $\epsilon_v = 0$  et  $u \neq 0$

La donnée supplémentaire du mode de cisaillement permet de déterminer toutes les variables. Par exemple, pour un essai triaxial classique, la contrainte radiale (pression de confinement  $\sigma_3$ ) est supposée constante, ce qui donne le trajet de contraintes totales :

$$q = 3(p - p_{c0})$$

$p_{c0}$  étant la pression de consolidation initiale appliquée à l'éprouvette avant le cisaillement (notée aussi  $\sigma_c$ ).

## II.2 ELASTICITE

### II.2.1 Elasticité isotrope

Dans le cas où le matériau est supposé isotrope, la loi de Hooke constitue la manière la plus simple de décrire un comportement élastique. Appliquée à la sollicitation triaxiale, la matrice de comportement  $\mathbf{L}^e$  s'écrit :

$$\mathbf{L}^e = \begin{bmatrix} K & 0 \\ 0 & 3G \end{bmatrix}$$

Le module de compression  $K$  et le module de cisaillement  $G$  s'écrivent en fonction du module d'Young  $E$  et du coefficient de Poisson  $\nu$  :

$$\begin{cases} K = \frac{E}{3(1-2\nu)} \\ G = \frac{E}{2(1+\nu)} \end{cases}$$

### II.2.2 Elasticité anisotrope

L'anisotropie des sols a été principalement étudiée dans le cas des argiles. En effet, celles-ci sont formées de plaquettes superposées les unes sur les autres selon des modes de formation bien particuliers, créant ainsi des directions privilégiées. Les observations expérimentales montrent que, bien souvent, les sols sont orthotropes transverses dont l'axe d'orthotropie correspond à la direction du dépôt lors de la formation du sol. On distingue principalement deux types d'anisotropie : l'anisotropie de structure, indépendante du mode de chargement et dépendant principalement de la nature microscopique du sol étudié, et l'anisotropie induite, causée par l'application d'une sollicitation provoquant un réarrangement de la microstructure et modifiant les caractéristiques du comportement dans certaines directions.

Holubec (1968) a étudié les propriétés élastiques du sable dense d'Ottawa en effectuant des essais triaxiaux drainés classiques, à contrainte moyenne constante et à rapport de

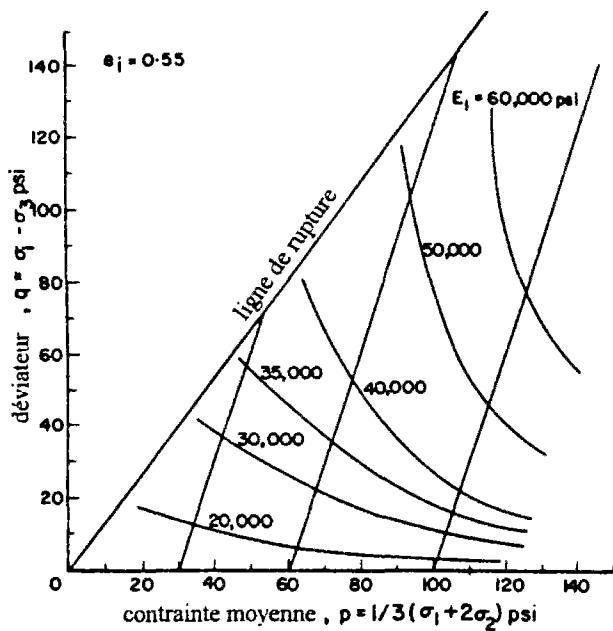


Figure II.1. Anisotropie et essai triaxial classique: Isovaleurs du module d'Young vertical (d'après Holubec, 1968).

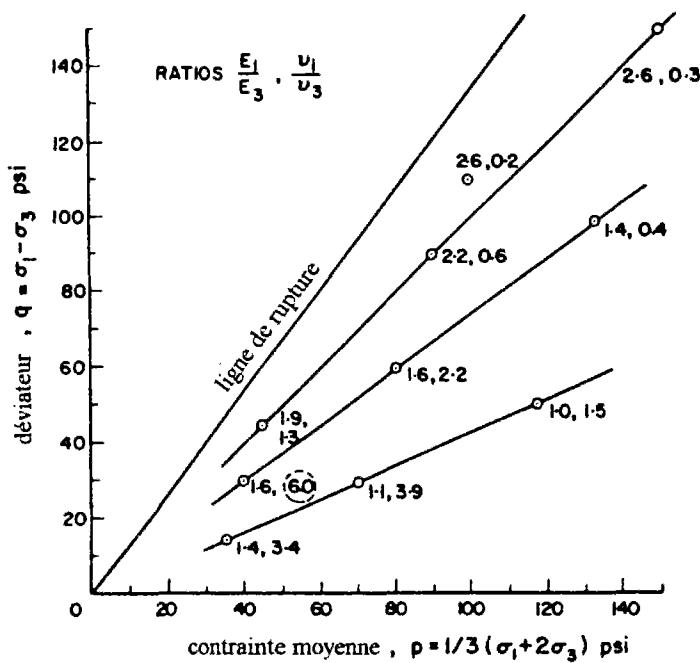


Figure II.2. Anisotropie et essai triaxial classique: Isovaleurs des rapports des modules d'Young et des coefficients de Poisson vertical et horizontal (d'après Holubec, 1968).

contraintes constant (figure II.1). L'étude met en évidence des caractéristiques élastiques de plus en plus différentes entre le plan transversal horizontal et l'axe vertical au fur et à mesure que l'état de contraintes s'éloigne de l'axe hydrostatique et se rapproche de la rupture (figure 2). D'autre part, le même auteur montre que, pour une même densité relative initiale, les propriétés élastiques du sable dépendent uniquement de l'état de contraintes.

L'anisotropie d'un sable a été aussi étudiée par Oda (1972) et Arthur et Menzies (1972). Les résultats sur essai triaxial vrai de Yamada et Ishihara (1979) montrent, contrairement aux travaux d'Holubec, que la rupture (domaine des grandes déformations) n'est pas trop affectée. Ces essais montrent que, dans un plan (horizontal) perpendiculaire à la direction (verticale) de déposition du sable, les caractéristiques élastiques sont identiques, ce qui prouve l'existence d'un plan transversal isotrope. Ainsi, le sable résiste moins dans le plan horizontal que dans l'axe vertical.

L'anisotropie du sable a aussi été mise en évidence grâce à des essais au cylindre épais par Dupla (1995). Dans cette étude, la pression interne est différente de la pression externe (voir schématisation en figure II.33 du chapitre III) et le rapport des rayons extérieur et intérieur varie entre 5 et 10 (d'où l'appellation cylindre creux "épais" à différencier du cylindre creux en torsion). La sollicitation imposée consiste à faire varier la pression ou le volume à l'intérieur de la cavité et se rapprocher ainsi d'une sollicitation pressiométrique. On peut reporter la pression de la cavité en fonction de sa variation de volume et la courbe obtenue permet ainsi d'analyser le comportement du matériau. La sollicitation n'est pas homogène et l'hypothèse d'un comportement élastique isotrope donne (voir chapitre III pour plus de détails) la pente initiale de cette courbe qui vaut environ  $G$  (module de cisaillement) dans l'hypothèse des déformations planes. Les modules ainsi déterminés expérimentalement sont au moins deux fois moins importants que ceux calculés, dans les mêmes conditions initiales, au triaxial classique. Si on suppose que le matériau est orthotrope transverse, le plan transversal étant horizontal, les caractéristiques calculées au cylindre creux sont donc celles du plan transversal. Ceci vient donc confirmer qualitativement l'hypothèse selon laquelle le matériau est anisotrope et les résultats qualitatifs de Yamada et Ishihara (1979).

En condition non drainée, les essais cycliques de Castro (1969) sur sable lâche et très lâche montrent que, lors d'une décharge, la pente suivie par le chemin en contraintes effectives est constante au cours des cycles et sa valeur est la même que la tangente au début du cisaillement. Si on suppose que, lors d'une décharge, une bonne partie du trajet est réversible (cela semble réaliste d'après les essais de Ishihara et al., 1975, figure 20 du chapitre I), la partie élastique du comportement présenterait un couplage volumique et déviatorique. La matrice de comportement élastique  $\mathbf{L}^e$  aurait donc des termes non-diagonaux non nuls. Les essais monotones de Sladen et al. (1985) confirment ces observations car les trajets en contraintes effectives montrent tout d'abord une légère augmentation de la contrainte moyenne

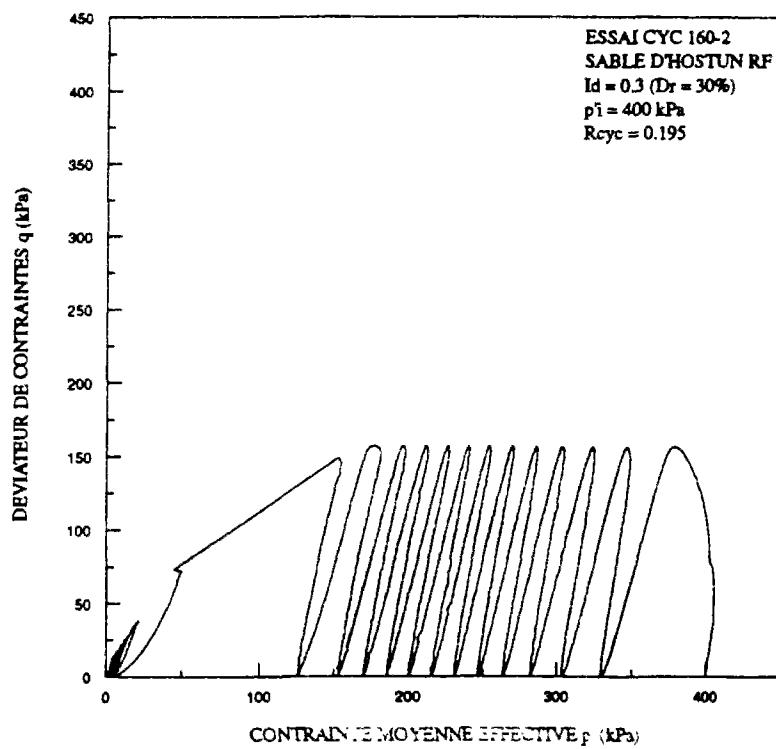


Figure II.3. Essai triaxial cyclique non drainé sur sable d'Hostun lâche (d'après Bahda, 1993).

effective avant de diminuer. La tangente initiale caractérisant la contribution élastique a une倾inacion comprise entre 3 (chemin en contraintes totales) et l'infini (chemin en contraintes effectives dans le cas où les termes non diagonaux de la matrice  $L^e$  sont nuls). Kuerbis et Vaid (1989) (voir chapitre I) montrent qu'en extension, la tangente initiale du chemin en contraintes effectives est identique à celle observée en compression. Les essais réalisés par Bahda (1993) montrent qualitativement les mêmes propriétés sur le sable d'Hostun lâche (la densité relative est de l'ordre de 30%) (figure II.3).

Le couplage entre les parties élastiques volumique et déviatorique peut être interprété physiquement par la présence d'une anisotropie de structure. En effet, la fabrication des éprouvettes de sable (lâche ou dense) est généralement réalisée par compactage ce qui favoriserait une certaine anisotropie de structure. Par exemple, dans l'étude menée par Yamada et Ishihara, l'éprouvette est fabriquée directement dans de l'eau désaérée et le sable se dépose naturellement par gravité, ceci afin d'obtenir des échantillons lâches. Les échantillons denses sont obtenus de manière identique et compactés ensuite. Les éprouvettes testées par Bahda et Normand sont fabriquées par damage humide.

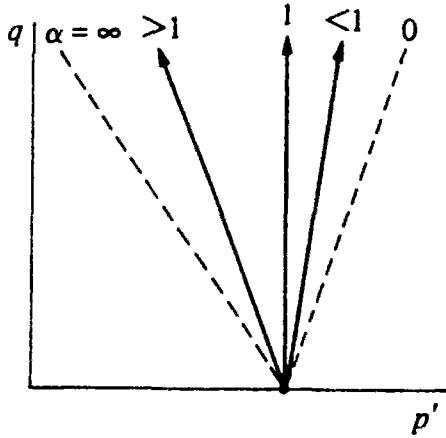


Figure II.4. Pente élastique anisotrope dans  $(q, p')$  pour un essai triaxial classique non drainé d'après le modèle de Graham et Houlsby (1983) (figure d'après Wood, 1992).

### II.2.3 Elasticité anisotrope selon Graham et Houlsby (1983)

La loi de comportement d'un matériau isotrope transverse s'écrit classiquement de la manière suivante en supposant que le plan transverse est horizontal :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} \\ \varepsilon_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/E_v & -\nu_{vv}/E_v & -\nu_{vv}/E_v \\ -\nu_{vv}/E_v & 1/E_h & -\nu_{vh}/E_h \\ -\nu_{vv}/E_v & -\nu_{vh}/E_h & 1/E_h \\ & & (1+\nu_{vh})/E_h \\ & & 1/2G_{vh} \\ & & 1/2G_{vh} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix}$$

$E_v$ ,  $E_h$ ,  $G_{vh}$ ,  $\nu_{vh}$  et  $\nu_{vv}$  sont cinq constantes à déterminer. Graham et Houlsby (1983) ont montré qu'à partir d'un essai triaxial, seulement trois constantes peuvent être déterminées si le matériau est isotrope transverse. D'où l'idée d'exprimer la loi de comportement en ne faisant intervenir que trois paramètres  $E^*$ ,  $\alpha$ ,  $\nu^*$  liés aux précédents par les équations suivantes :

$$\begin{cases} E_v = E^* \\ E_h = \alpha^2 E^* \\ \nu_{vh} = \nu^* \\ \nu_{vv} = \nu^* / \alpha \\ 2 G_{vh} = \alpha E^* / (1+\nu^*) \end{cases}$$

Ces relations découlent de l'hypothèse selon laquelle les caractéristiques mécaniques entre l'axe d'isotropie et le plan transverse sont proportionnelles et leur rapport est lié à un seul paramètre noté  $\alpha$ . On remarque en particulier que  $\alpha^2$  mesure directement le rapport des modules horizontal et vertical. Ainsi :

$$\begin{cases} \alpha > 1 : \text{le sol présente une raideur supérieure horizontalement que verticalement} \\ \alpha = 1 : \text{cas isotrope} \\ \alpha < 1 : \text{le sol présente une raideur inférieure horizontalement que verticalement} \end{cases}$$

En appliquant cette loi de comportement au cas de l'essai triaxial classique, on obtient :

$$\begin{bmatrix} dp' \\ dq \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K^* & J \\ J & 3G^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\varepsilon_v^e \\ d\varepsilon_d^e \end{bmatrix}$$

$$\text{avec : } K^* = \frac{E^*(1-\nu^*+4\alpha\nu^*+2\alpha^2)}{9(1+\nu^*)(1-2\nu^*)}$$

$$G^* = \frac{E^*(2-2\nu^*-4\alpha\nu^*+\alpha^2)}{6(1+\nu^*)(1-2\nu^*)}$$

$$J = \frac{E^*(1-v^*+\alpha v^*-\alpha^2)}{3(1+v^*)(1-2v^*)}$$

Les observations expérimentales rapportées dans le paragraphe précédent à propos de l'élasticité d'un sable en condition non drainée peuvent être interprétées à travers cette loi de comportement. En effet, selon cette loi, le chemin des contraintes effectives dans le plan ( $p', q$ ) n'est plus une droite verticale puisque le terme de couplage  $J$  apparaît. Ce terme est d'ailleurs nul d'après les équations ci-dessus si  $\alpha = 1$ , c'est-à-dire si le matériau est isotrope. La pente élastique vaut dans le cas non drainé :

$$\frac{dq}{dp'} = \frac{3G^*}{J} = \frac{3(2-2v^*-4\alpha v^*+\alpha^2)}{2(1-v^*+\alpha v^*-\alpha^2)}$$

Si  $J < 0$ , la pente est négative et si  $J > 0$ , la pente est positive. On montre en fait que la variation du terme  $J$  est directement liée aux variations de  $\alpha$ . La figure II.4 montre la variation de la direction du chemin des contraintes effectives en fonction des valeurs de  $\alpha$ . Expérimentalement, on montre que pour les essais cycliques sur sable dense (Tatsuoka et al., 1975 et Dormieux, 1985) et sur sable lâche (Castro, 1969 et Bahda, 1993),  $J > 0$  (la pente est positive). C'est-à-dire que le sol résiste plus verticalement que horizontalement d'après ce qui précède. Cette conclusion est en accord, du moins qualitativement, avec les résultats trouvés par Yamada et Ishihara au triaxial vrai et Normand (1992) au cylindre épais.

#### **II.2.4 Estimation du degré d'anisotropie initiale du sable d'Hostun**

Afin d'estimer la valeur du paramètre  $\alpha$  pour le sable d'Hostun, une analyse des phases de décharge des essais cycliques ( $D_R \approx 30\%$ ) a été effectuée d'après les essais non alternés à force contrôlée de Bahda (1993) réalisés pour différentes valeurs de la pression initiale de consolidation (200 kPa et 400 kPa) et plusieurs amplitudes du déviateur  $q$ . Le tableau II.1 ci-dessous récapitule la valeur de la pente du chemin en contraintes effectives en décharge ainsi que la valeur correspondante du rapport  $E_v/E_h$  pour une valeur de  $v^*$  égale à 0.3 .

Essai	$dq/dp'$	$(E_v/E_h)_{v^*=0.3}$
CYC180-1	4	1.9
CYC160-2	3.9	1.9
CYC160-1	4	1.9
CYC140-2	4	1.9
CYC140-3	5.5	1.5
CYC130-1	5	1.7
CYC130-2	5.1	1.7
CYC120-1	3.5	2.2
CYC100-1	4.1	1.9

Tableau II.1. Estimation du rapport  $E_v/E_h$  d'après les essais cycliques sur le sable d'Hostun lâche ( $D_R \approx 30\%$ ) de Bahda (1993).

Si on écarte les deux valeurs extrêmes données par les tests CYC140-3 et CYC120-1, les autres valeurs sont toutes comprises entre 1.7 et 1.9. Par conséquent, vraisemblablement, le rapport des modules vertical et horizontal pour cette série d'essais est de l'ordre de 1.8.

Les essais cycliques pour lesquels apparaît le phénomène de mobilité cyclique (sables denses et moyennement denses) montrent aussi les mêmes tendances. Reprenons la figure I.20 du chapitre I et plus précisément la portion du chemin 5-6-7. La courbe de résistance au cisaillement ( $q, \gamma$ ) montre qu'il s'agit d'un chemin réversible et permet, par conséquent, d'identifier le comportement élastique. Le chemin en contraintes effectives montre une variation de la contrainte moyenne. La pente ( $dq/dp'$ ) dans ce cas vaut environ 6 soit un rapport de modules vertical et horizontal d'environ 1.5 (selon la loi de Graham et Housby et pour  $v^*=0.3$ ).

## II.2.5 Anisotropie induite et essai triaxial classique

Les essais réalisés par Bahda montrent que la pente ( $dq/dp'$ ) au cours des cycles a une valeur constante durant toutes les phases de déchargement jusqu'à l'effondrement du sable. Cette observation montre que les caractéristiques d'anisotropie ne varient pas au cours du test. Reprenons la figure I.20 du chapitre I et le chemin en contraintes effectives. Il est intéressant

de noter qu'au fur et à mesure que le cisaillement augmente, la pente initiale  $dq/dp'$  lors des décharges se radoucit et le chemin en contraintes effectives migre de plus en plus vite vers l'origine des axes ( $p', q$ ). Ce comportement peut être dû à une anisotropie induite telle que le rapport des modules horizontal et vertical grandit avec le cisaillement. D'autre part, en comparant les essais cycliques à déviateur maximal constant et l'essai réalisé par Tatsuoka et al. représenté en figure I.20 du chapitre I, on constate que seul le niveau de cisaillement favorise ce type d'anisotropie induite indépendamment de la contrainte moyenne. Une interprétation possible est que sous l'effet du cisaillement et surtout en phase dilatante (pour les sables denses et moyennement denses), le module vertical augmente assez fortement par rapport au module horizontal. Ce radoucissement de la pente en décharge, visible surtout dans le domaine surcaractéristique, a conduit certains auteurs à penser que lors de la décharge une forte plasticité apparaît immédiatement. Ceci peut être contredit si on suppose que le comportement est anisotrope et on montre en suivant cette démarche que la partie élastique favorise de manière non négligeable l'apparition du phénomène de la mobilité cyclique pour les sables denses ou de la liquéfaction cyclique pour les sables lâches.

## II.3 PLASTICITE

### II.3.1 Surface de charge

Les résultats de Tatsuoka et al. (1974) représentés sur la figure I.21 du chapitre I montrent l'allure générale des surfaces de charge pour un sable lâche ou dense dans le plan du triaxial. Ces mêmes auteurs ont proposé une expression logarithmique reproduite sur la figure II.5 faisant intervenir un paramètre  $m$  gérant la pente de cette courbe au voisinage de la ligne de rupture. Ce paramètre dépend en particulier de la densité relative initiale du sable. Cette expression a été utilisée par la suite en modélisation par Nova et Wood (1979). D'autres formulations ont été proposées dans la littérature pour reproduire des formes de courbes voisines de la précédente. Loret (1981) et Vermeer (1978) ont proposé de prendre comme expression de la surface de charge de distorsion, une équation telle qu'à la rupture, celle-ci se confond avec le critère de rupture. Cette modélisation a une réalité physique et il suffit pour cela de regarder l'évolution des surfaces de charge décrite par Tatsuoka et al. (1974). En particulier, on peut observer que cette famille de courbes a une tangente à l'origine pratiquement constante égale à la pente de rupture.

La modélisation proposée ici est fondée sur l'hypothèse que le mécanisme de plasticité possède une seule surface de charge et afin de reproduire les résultats expérimentaux, il est nécessaire que la surface choisie soit fermée (intersecte l'axe hydrostatique). Le choix d'une plasticité à double potentiel représente une voie intéressante mais qui a l'inconvénient de découpler les propriétés déviatoriques et volumiques alors que les essais montrent qu'un couplage existe la plupart du temps. Afin de tenir compte de la direction de chargement dans la modélisation des phénomènes observés, il convient d'avoir, autant que possible, une approche continue des phénomènes. Ainsi, la notion de surface frontière nous paraît plus réaliste qu'une surface de charge (voir plus loin section sur l'analyse des essais triaxiaux cycliques) et Mroz et al. (1982) montrent comment tenir compte de la direction de chargement en changeant simplement la règle de détermination du point image. L'observation expérimentale d'essais triaxiaux classiques permet de montrer qu'il est possible, avec une assez bonne approximation, de découper l'espace des contraintes en zones dans lesquelles différents traits de comportement sont identifiés (droite d'effondrement, état critique, état caractéristique, etc.). Puisqu'un même sable (donc avec une même structure microscopique) étudié dans différentes conditions

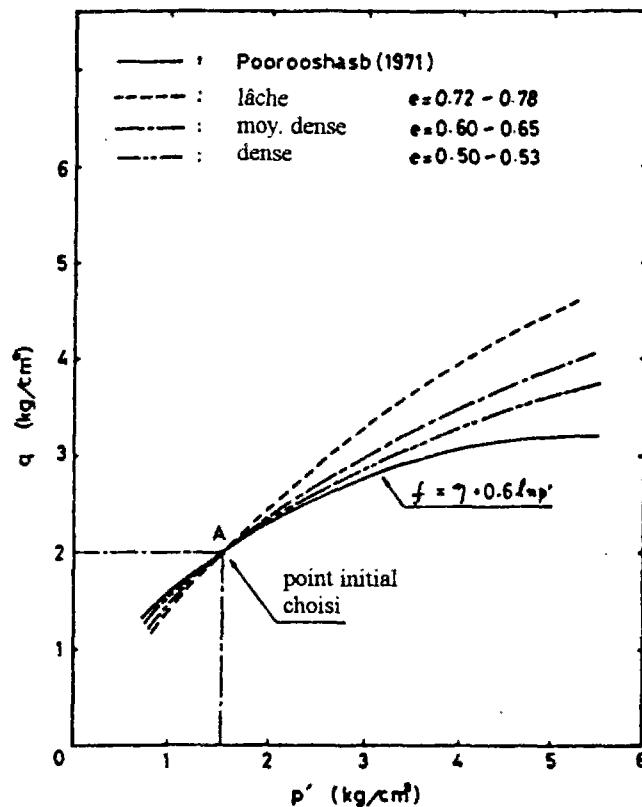


Figure II.5. Expression mathématique des surfaces de charge en fonction de la densité initiale du sable (d'après Tatsuoka et al., 1974).

présente ces différents phénomènes, on peut penser que ceux-ci découlent d'un même mécanisme interne de plasticité. Ainsi, une double surface de charge est, en quelque sorte, une "simplification" de la surface de charge réelle et celle-ci doit donc avoir une forme similaire.

C'est pourquoi, après étude des modèles existants, nous proposons d'utiliser l'expression suivante pour décrire cette surface:

$$\text{si } q \leq M_f p_f : f(q, p', p_c) = p' - p_c \quad \text{pour } p' \geq p_f \\ f(q, p', p_c) = (q/p') - M_f \quad \text{pour } p' \leq p_f$$

$$\text{si } q \geq M_f p_f : f(q, p', p_c) = (p^* - q^*)^3 + (p^* + q^*)^3 - 2 \cdot p_c^* \cdot (p^* - q^*) \cdot (p^* + q^*) \\ \text{avec } p^* = p' - p_f \\ q^* = q/M_f - p_f \\ p_c^* = p_c - p_f$$

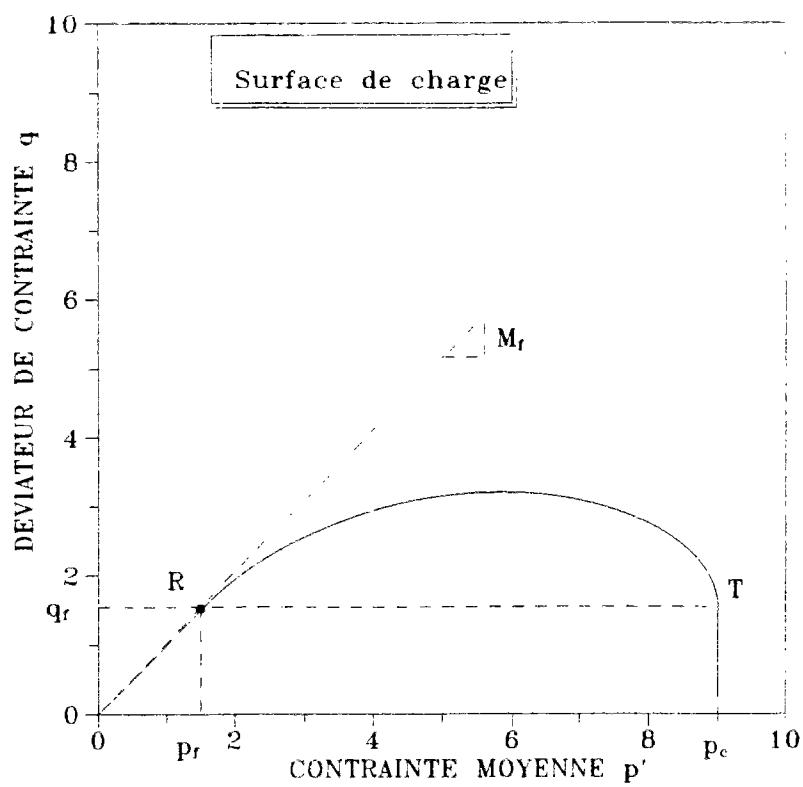


Figure II.6. Représentation de la surface de charge dans le plan du triaxial.

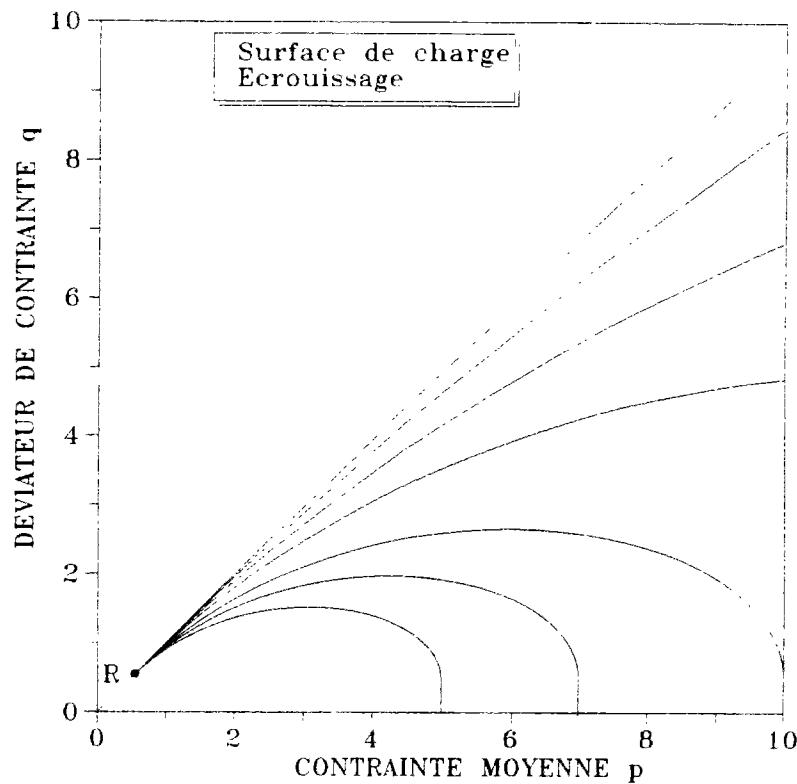


Figure II.7. Evolution de la surface de charge en fonction de l'écrouissage.

Cette surface introduit deux paramètres  $M_f$  et  $p_f$ . Le scalaire  $p_c$  est un paramètre d'écrouissage qui dépend des déformations plastiques de la même manière que dans le modèle Cam-Clay. L'écrouissage envisagé est par conséquent quasi-isotope. La forme de cette surface est représentée sur la figure II.6 pour des valeurs arbitraires. Pour les valeurs de  $p_f = 0$  et  $M_f = 1$  on obtient l'équation cartésienne du "folium de Descartes".

La forme de cette surface de charge présente plusieurs avantages. Tout d'abord, l'expression reste relativement simple ce qui n'est pas négligeable en vue d'une implantation dans un code numérique. D'autre part, les deux tronçons ( $p' > p_f$ ) représentent une surface de distorsion et une surface de consolidation réunies et couplées en une seule de la même manière que dans le modèle de Nova et Wood (1979). L'intérêt cependant, en prenant cette forme, est d'avoir une surface initiale qui dépende d'un point de l'espace des contraintes  $R(q_f, p_f)$ . Nous verrons plus loin le rôle important joué par ce point et la réalité physique qui lui est attribuée. Enfin, on peut montrer que, pour n'importe quelle valeur de  $p_c$ , la courbe est dérivable en tout point. En effet, la tangente de la courbe aux points  $R$  et  $T(q_f, p_c)$  est indépendante du paramètre d'écrouissage et vaut respectivement  $M_f$  et l'infini. En particulier, pour  $p_c$  tendant vers l'infini, la surface est confondue avec la droite  $(q/p') = M_f$ . La figure II.7 montre l'évolution de la surface de charge en fonction de  $p_c$ . Cette évolution est tout à fait en accord avec les résultats de Tatsuoka et al. (1974) (voir figure 21 du chapitre I) et cette tendance est reproduite par certains modèles existants dans la littérature. La forme adoptée ici pour la surface résulte aussi de l'observation expérimentale du comportement non drainé des sables très lâches. En effet, du point de vue de la plasticité, la simulation d'un chemin en contraintes effectives suivi par un sable très lâche à l'essai triaxial classique montre que celui-ci est proche du domaine élastique initial (comportement pratiquement élastoplastique parfait) et donne par conséquent une information sur sa forme.

### II.3.2 Loi d'écoulement

La théorie de la plasticité nécessite la donnée de la direction des déformations pour tout état de contraintes. Dans le cas isotrope, on dit que le matériau suit la loi de normalité si cette direction est identique à celle des contraintes. C'est une hypothèse que Roscoe et al. (1958) ont adopté dans le modèle Cam-Clay. Cependant, les expériences effectuées notamment par Tatsuoka et al. (1974) et Poorooshaab et al. (1966) montrent clairement que les sables ne suivent pas cette règle de normalité. De plus, les déformations produites au cours d'un essai triaxial pour lequel le rapport  $\eta = q/p'$  est constant ont le même vecteur incrément de déformation plastique (Lanier et al., 1991). Si on suppose que le mode de chargement n'affecte pas ce résultat, on peut effectivement affirmer la relation suivante :

$$d = \frac{d\varepsilon_v^p}{d\varepsilon_d^p} = H(\eta)$$

La détermination de la fonction  $H$  peut être directement déduite de l'expérience et la figure II.8 montre les résultats d'essais triaxiaux drainés classiques effectués par Dupla (1989) sur le sable d'Hostun RF dense ou moyennement dense et par Canou (1989) sur le même sable en condition lâche. Les points reportés sur cette figure sont calculés à partir des tangentes des courbes expérimentales  $(q, \varepsilon_a)$  et  $(\varepsilon_v, \varepsilon_a)$  interpolées (afin d'éviter une dispersion trop grande des résultats) et en négligeant d'autre part les contributions élastiques des déformations totales (ce qui est réaliste pour des valeurs de  $\eta$  pas trop petites) soit :

$$\frac{d\varepsilon_v}{d\varepsilon_d} \approx \frac{d\varepsilon_v^p}{d\varepsilon_d^p}$$

On peut remarquer que les points sont tous compris (toutes densités confondues) dans un fuseau assez étroit qui s'incurve pour des rapports de  $\eta$  de plus en plus grands. D'autres auteurs ont tracé ce type de courbe et la figure II.9 reprend deux exemples souvent utilisés dans la littérature pour modéliser le comportement des sables et, qualitativement, on observe les mêmes tendances. La manière la plus simple de modéliser ce type d'écoulement est de choisir la linéarité entre les rapports  $d$  et  $\eta$ . Nova et Wood (1979) ont proposé une telle solution, reprise ensuite par Pastor et al. (1985). Nous proposons par conséquent de prendre la même forme dans la modélisation qui suit, c'est-à-dire qu'on a l'égalité suivante:

$$d = \alpha_g \cdot (M_g - \eta)$$

$M_g$  est un paramètre permettant de simuler l'état caractéristique (pente  $q=M_g \cdot p'$  dans le plan  $(q, p')$ ).  $\alpha_g$  est supposé indépendant des conditions initiales. Sa valeur est généralement comprise entre 1 et 2.

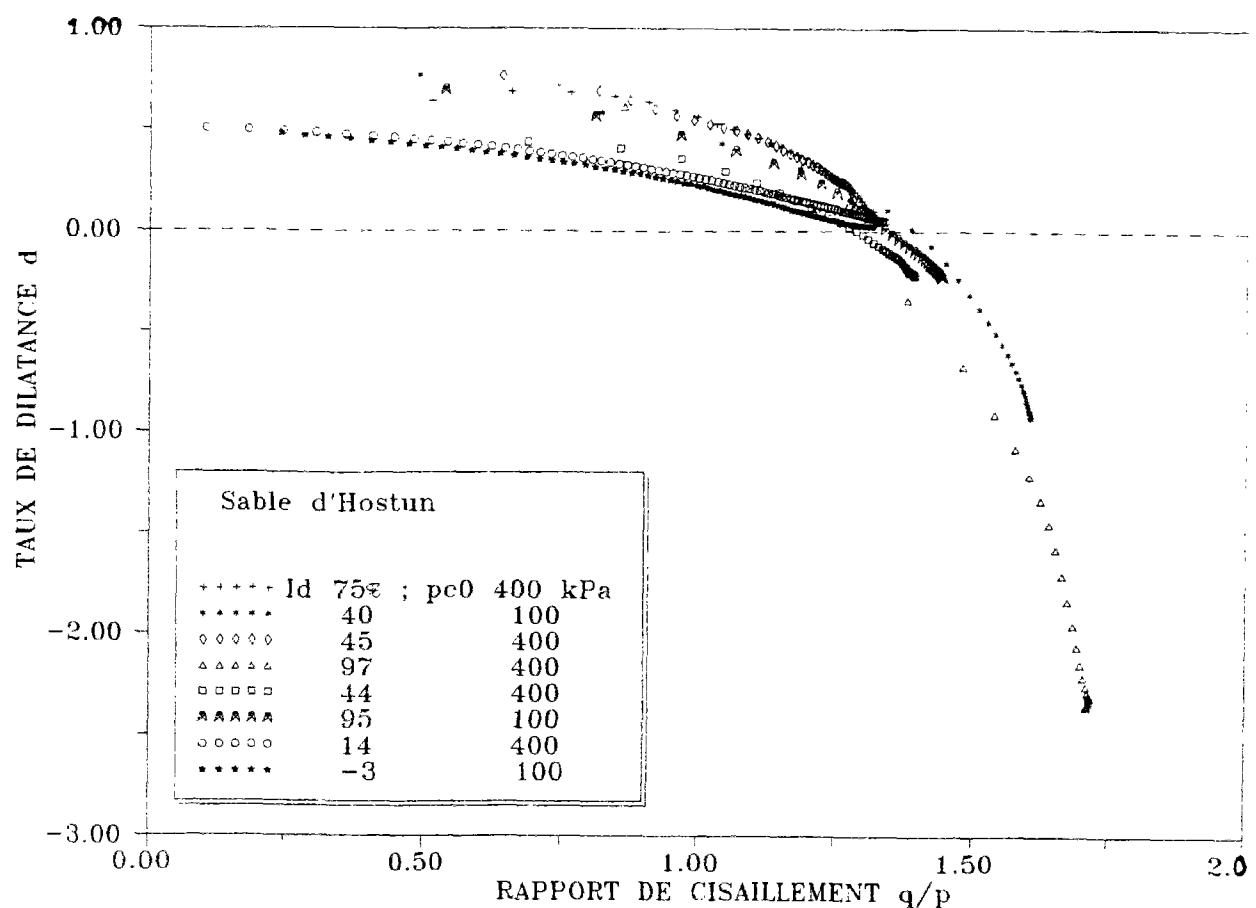


Figure II.8. Courbes ( $d, \eta$ ) obtenues à partir d'essais triaxiaux drainés sur le sable d'Hostun pour différentes conditions initiales (d'après les essais de Dupla, 1989 et Canou, 1989).

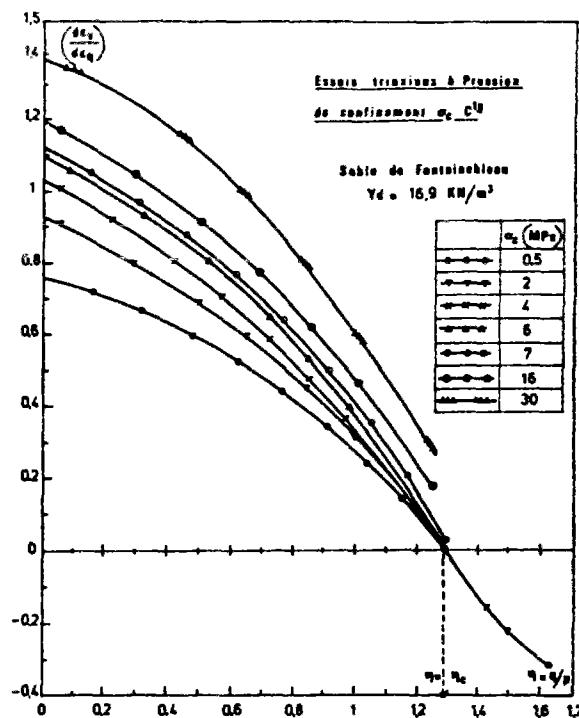


Figure II.9. Courbes ( $d, \eta$ ) obtenues à partir d'essais triaxiaux drainés sur le sable de Fontainebleau (d'après Touati, 1982).

### II.3.3 Loi d'écrouissage

L' identification expérimentale de la loi d'écrouissage est difficile à effectuer puisqu'elle met en jeu la description des mécanismes internes de plasticité. Le choix du (ou des) paramètre(s) d'écrouissage et de la (ou les) variable(s) interne(s) associée(s) n'est pas chose aisée et, bien souvent, il se fait à partir de considérations telles que la simplicité d'écriture mathématique. Si l'écrouissage est supposé isotrope, les variables internes associées aux paramètres d'écrouissage sont généralement la déformation plastique volumique et la déformation plastique déviatorique. Pour un modèle utilisant la théorie des multimécanismes indépendants de Koiter (1960), le rôle joué par la déformation plastique totale est découpé, et la partie volumique est associée à un mécanisme "volumique" alors que la partie déviatorique est la variable interne associée à un mécanisme "déviatorique" indépendant du premier. La déformation plastique totale est alors décomposée en une contribution élastique, une contribution due à la consolidation de l'échantillon et une troisième provenant du cisaillement de celui-ci. Si le modèle utilise une surface de charge unique, l'écrouissage fait intervenir de manière couplée les parties volumique et déviatorique de la déformation plastique en un seul mécanisme, ce qui semble plus réaliste. Dans cette voie, plusieurs lois ont été formulées. Nova et Wood (1979) proposent tout simplement d'étendre la loi d'écrouissage du Cam-Clay (déduite d'observations expérimentales sur les trajets de compression simple et ne faisant intervenir que la partie volumique des déformations plastiques) en ajoutant un terme déviatorique de la manière suivante:

$$\frac{dp_c}{p_c} = \frac{\lambda - \kappa}{1 + e_0} (d\epsilon_v^p + D d\epsilon_d^p)$$

$p_c$  représente la valeur de la contrainte moyenne pour laquelle la surface de charge actuelle intersecte l'axe hydrostatique. En fait, Les simulations effectuées à partir de cette modélisation montrent que le paramètre  $D$  n'est pas constant. Selon Wilde (1977),  $D$  varie en fonction de la déformation déviatorique plastique cumulée  $e^p$ :

$$D = \beta_0 \cdot \beta_1 e^{-\beta_1 \cdot e^p}$$

Pastor et al. (1985) reprennent cette formulation dans le cadre de l'élastoplasticité généralisée. Nova (1982) remarque que ce paramètre dépend aussi des conditions initiales. En effet, plus la valeur du paramètre  $D$  diminue, plus la zone surcaractéristique dilatante rétrécit. A la

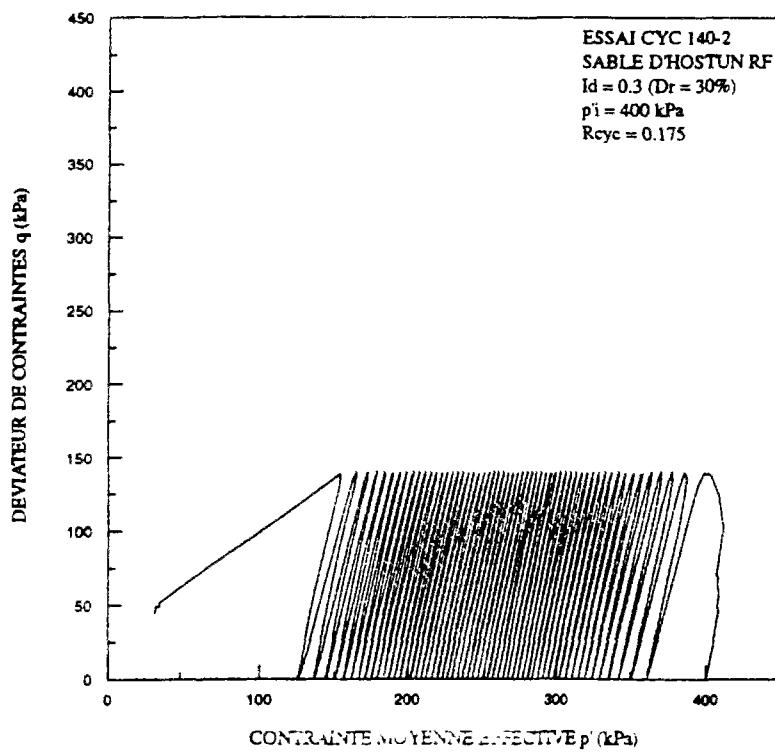


Figure II.10. Chemin en contraintes effectives suivi lors d'un essai triaxial cyclique non drainés sur sable lâche d'Hostun pour une amplitude de déviateur constante (d'après Bahda, 1993).

limite, s'il s'annule, l'état caractéristique est alors confondu avec l'état de rupture (rupture à variation de volume nulle) et le modèle reproduit la théorie de l'état critique. Le matériau dans ce cas est uniquement contractant et Nova (1982) montre ainsi comment simuler le phénomène de liquéfaction statique des sables lâches à partir du modèle proposé. Le fait de prendre  $D=0$  signifie que seule la variation de la déformation volumique plastique intervient dans l'écrouissage. Cela revient à négliger la contribution de la partie déviatorique et cette hypothèse est réaliste en ce qui concerne le comportement des sables lâches (fortement contractants).

Nous reprenons ici cette idée en utilisant les concepts de paramètre d'état  $\Psi$  (Been et Jefferies, 1985) et plus récemment celui d'indice d'état  $I_S$  plus général que  $\Psi$  et proposé par Ishihara (1993). En effet, puisque  $D$  dépend des conditions initiales, cela veut dire qu'il dépend de  $I_S$ . La forme proposée ici est très simple et fait intervenir l'indice d'état de la façon suivante:

$$D = I_S$$

En particulier, pour des pressions initiales de consolidation inférieures à 1 MPa, si  $I_S = 0$ , (valeur de l'indice en dessous de laquelle la liquéfaction totale est observée), la loi d'écrouissage est identique à celle du Cam-Clay. C'est-à-dire que pour les sables très lâches, la loi d'écrouissage est supposée ne faire intervenir que la déformation volumique plastique. Ceci est réaliste puisque le matériau, dans de telles conditions initiales, est fortement contractant et les variations de volume sont alors prépondérantes.

Dans le cas où l'état du matériau est décrit en fonction du paramètre d'état  $\Psi$ , la fonction liant  $D$  à  $\Psi$  doit être translatée de manière à ce que pour un essai de liquéfaction totale,  $D$  soit égal à 0. Plus simplement, Il est proposé ici de prendre la variation suivante pour l'écrouissage:

$$\begin{cases} D=0 \text{ si } \Psi < 0 & (\text{sable lâche}) \\ D=D(\Psi) \text{ si } \Psi > 0 & (\text{sable dense}) \end{cases}$$

La fonction  $D(\Psi)$  est à déterminer à partir d'essais triaxiaux classiques.

### **II.3.4 Modélisation du comportement cyclique**

#### *II.3.4.a Mise en évidence expérimentale du concept de surface frontière*

Le comportement d'un sable soumis à une sollicitation cyclique présente une certaine accumulation d'irréversibilités difficiles à simuler à partir de modèles élastoplastiques à écrouissage isotrope. En effet, il suffit pour le montrer de reprendre un essai triaxial cyclique dont l'amplitude du déviateur oscille entre des valeurs minimale et maximale constantes au cours des cycles. Les modèles à écrouissage isotrope simulent une adaptation immédiate du matériau dès le premier cycle de chargement, ce qui n'est pas réaliste. Plusieurs méthodes ont été exposées en introduction du chapitre précédent qui permettent de représenter, dans un cadre élastoplastique, les phénomènes cycliques observés lors du cisaillement d'un échantillon de sol. L'observation des chemins en contraintes effectives obtenus à partir d'essais triaxiaux cycliques non drainés sur sable lâche et pour des conditions initiales identiques (seul le déviateur maximal diffère) (figure II.10) montre qu'il existe une surface frontière dans laquelle s'inscrivent tous ces chemins en contraintes effectives et qui correspond au chemin

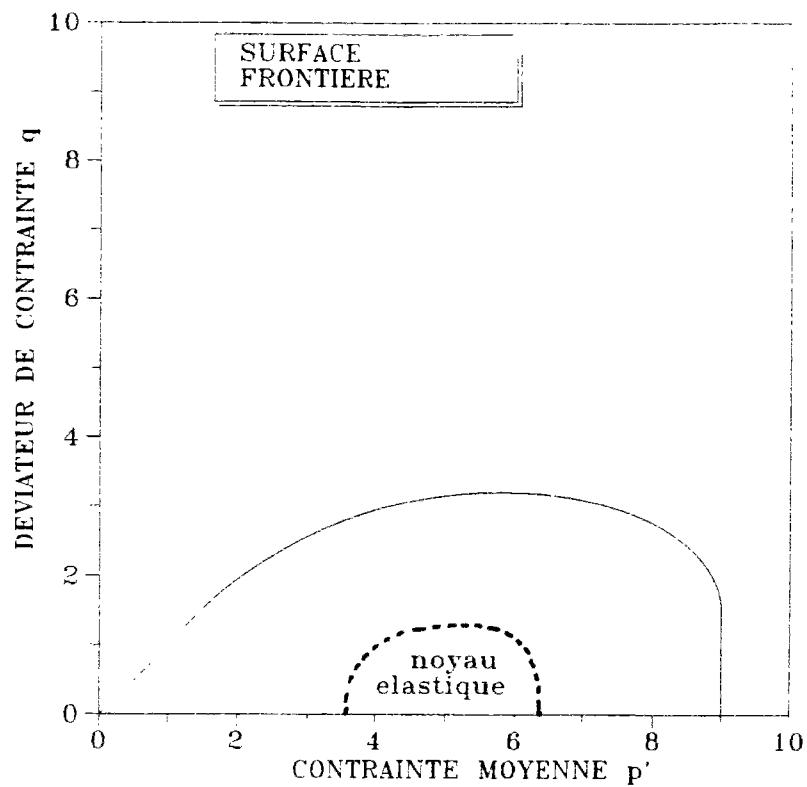


Figure II.11. Schématisation du noyau élastique à l'intérieur de la surface frontière.

pour lequel l'effondrement a eu lieu dès le premier cycle (c'est-à-dire un essai monotone effectué dans les mêmes conditions). A partir de ces mêmes trajets cycliques, on peut mettre en évidence un certain noyau élastique (figure II.11), difficile à délimiter, se trouvant approximativement au centre de la surface frontière. A mesure que le trajet de contrainte se rapproche de cette surface, les irréversibilités augmentent. Ces essais permettent ainsi de prouver que la notion de surface frontière est rattachée à une réalité physique concernant le comportement des sables. De plus, cette évolution des irréversibilités montre que le choix d'une interpolation radiale centrée sur un point proche de l'origine des axes est lui aussi réaliste. La démarche de modélisation adoptée par la suite s'appuie par conséquent sur ces observations expérimentales. Le fait que le concept de surface frontière est relativement simple à implanter dans un code de calcul et nécessite un minimum de paramètres (comparé à un écrouissage cinématique par exemple) rend cette technique de modélisation des phénomènes cycliques d'autant plus attrayante. L'existence d'un noyau purement élastique n'étant pas évidente à partir des résultats expérimentaux, dans l'étude qui suit la plasticité est supposée avoir lieu en tout point de l'espace des contraintes. L'interpolation à l'intérieur de

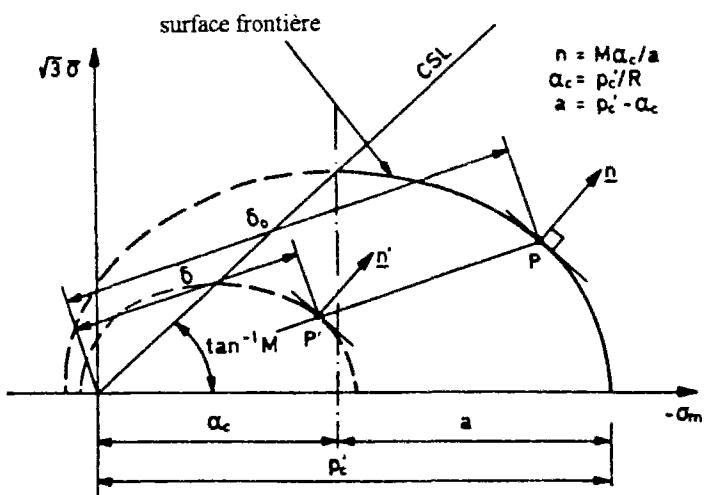


Figure II.12. Schématisation de l'interpolation radiale (d'après Zienkiewicz et al., 1985).

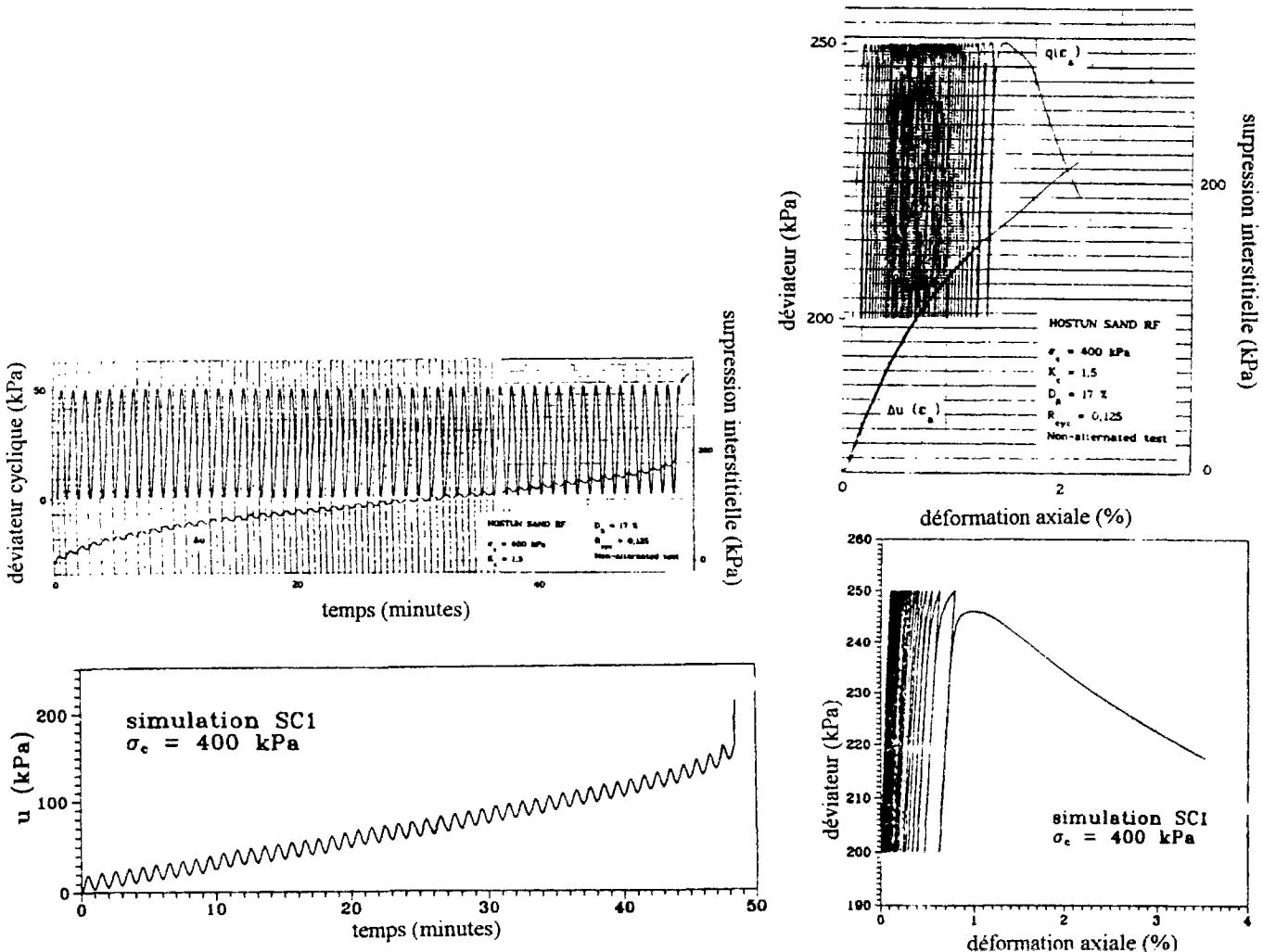


Figure II.13. Simulations triaxiales cycliques - modèle de Pastor et al., 1990 (d'après Saïtta et al., 1992).

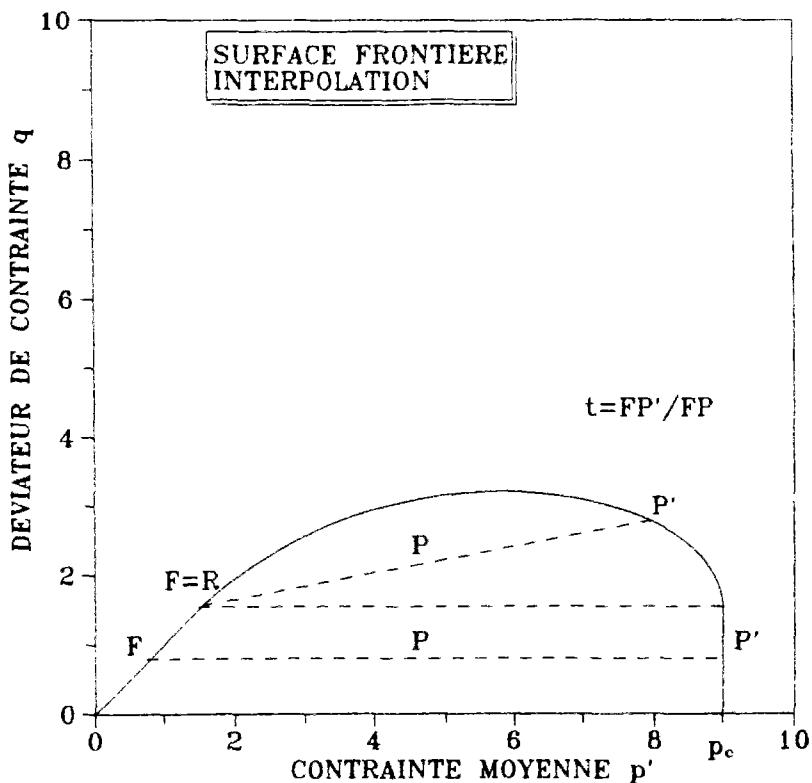


Figure II.14. Schématisation de l'interpolation utilisée dans la présente modélisation.

la surface frontière décrite ci-après est celle proposée initialement par Mroz (1982), puis Zienkiewicz et al. (1985) ainsi que par Pastor et al. (1985).

#### *II.3.4.b Interpolation à l'intérieur de la surface frontière (Zienkiewicz et al., 1985)*

La loi d'interpolation permettant de déterminer l'amplitude des déformations irréversibles à l'intérieur de la surface frontière décrite par Zienkiewicz et al. (1985) fait intervenir l'origine O des axes ( $q, p'$ ) et un point image  $P'$  déterminé par projection radiale du point actuel  $P$  sur la frontière (figure II.12). Le vecteur déformation plastique est tout d'abord calculé sur le projeté  $P'$ . La valeur au point actuel  $P$ , dans le cas de l'essai triaxial classique, est déduite par l'interpolation suivante :

$$\begin{cases} \underline{n}_g(P) = \underline{n}_g(P') \\ H(P) = t^\gamma \cdot H(P') \end{cases} \quad (s1)$$

avec  $H$  : module plastique,

$$t = \left( \frac{OP'}{OP} \right)^{\frac{1}{\gamma}}$$

$$\underline{n}_g = \begin{bmatrix} \frac{\partial g}{\partial p'} \\ \frac{\partial g}{\partial q} \end{bmatrix},$$

$\gamma$  : paramètre constant positif

Le paramètre  $\gamma$  permet de contrôler l'amplitude des déformations plastiques à l'intérieur de la surface frontière et joue par conséquent un rôle important dans la simulation du comportement sous chargement cyclique du matériau étudié. Si  $\gamma$  tend vers l'infini, le module plastique devient très grand, les déformations plastiques générées sont faibles et le comportement tend vers un comportement élastique à l'intérieur de la frontière. Celle-ci devient alors une surface de charge et on rejoint la modélisation élastoplastique classique avec en particulier adaptation immédiate dès le premier cycle de chargement (à déviateur maximal constant). Plus la valeur de  $\gamma$  diminue, plus le niveau de plastification augmente et l'adaptation peut avoir lieu au bout d'un nombre de cycles assez grand. Pour des faibles valeurs de  $\gamma$ , le modèle peut simuler le phénomène de rochet. La figure II.13 montre qualitativement l'influence de ce paramètre sur le comportement cyclique d'un sable à l'essai triaxial classique et les phénomènes prédis par ce type de modélisation. Le modèle utilisé pour ces simulations est celui de Pastor et al. (1990), la décharge étant supposée élastique.

#### II.3.4.c Interpolation choisie dans la présente étude

De façon à simuler correctement la surface d'effondrement dans le cas d'un chargement cyclique, l'interpolation décrite précédemment est modifiée. La recherche du point image est désormais effectuée en faisant intervenir le point  $R(q_f, p_f)$  (représenté sur la figure II.14). Le point d'origine de l'interpolation (noté F) n'est plus l'origine des axes O mais le point  $R(q_f, p_f)$  de la façon suivante :

$$* \text{Si } q < q_f : \quad F(q_0, p_0) / \begin{cases} q_0 = M_f p_0 \\ q_0 = q \end{cases}$$

et

$$P'(q_1, p_1) / \begin{cases} P' \in f \\ q_1 = q \end{cases}$$

$$* \text{Si } q > q_f : \quad F = R(q_f, p_f)$$

et

$$P'(q_1, p_1) / \begin{cases} P' \in f \\ q_1 - M_f p_f = t \cdot (q - M_f p_f) \quad \text{avec } t = \left( \frac{F P'}{F P} \right) \\ p_1 - p_f = t \cdot (p - p_f) \end{cases}$$

Le calcul du module plastique pourrait être repris de la même manière que dans le paragraphe précédent, tout en gardant cette translation pour l'identification du point image. La loi d'interpolation choisie dans la présente étude fait toujours intervenir le paramètre  $\gamma$  mais le calcul du module plastique actuel  $H(P)$  est effectué comme suit :

$$\begin{cases} n_g(P) = n_g(P') \\ H(P) = \frac{1 - \gamma}{1 - \gamma \cdot t} \cdot H(P') \end{cases} \quad (s2)$$

$$\text{avec } t = \left( \frac{F P'}{F P} \right)$$

Il sera intéressant dans ce chapitre de comparer les deux types de calcul du module plastique tout en gardant la même méthode de recherche du point image. Pour cela, nous appellerons ces deux lois d'interpolation par des noms différents comme suit :

Loi d'interpolation «  $\gamma$ -puissance »:

- Recherche du point image en faisant intervenir le point  $R$
- Calcul du module plastique suivant (s1) d'après Zienkiewicz et al. (1985)

Loi d'interpolation «  $\gamma$ -hyperbolique »:

- Recherche du point image en faisant intervenir le point  $R$
- Calcul du module plastique suivant (s2)

## II.4 SIGNIFICATION PHYSIQUE DES PARAMETRES - INTRODUCTION DU CONCEPT DE "SURFACE DE CHARGE D'ETAT" POUR LES SABLES

### II.4.1 Paramètres issus de la théorie de l'état critique

Le présent paragraphe récapitule les paramètres introduits dans la modélisation proposée et donne la signification physique de chacun d'entre eux. La partie élastique comporte deux ou trois paramètres suivant que l'élasticité est supposée isotrope ou orthotrope transverse qui sont  $E$ ,  $\nu$  et  $\alpha$ . Si le matériau est supposé orthotrope transverse,  $E$  représente le module vertical,  $\nu$  le coefficient  $\nu_{vh}$  et  $\alpha$  est directement donné par le rapport des modules  $E_v$  et  $E_h$  (d'après Graham et Housby, 1983). Le paramètre  $E$  peut être remplacé par la donnée du paramètre  $\kappa$  (pente élastique dans le plan  $(e, \ln p)$  pour un essai de compression) en identifiant les modules de compression trouvés dans chaque cas pour ce type d'essai.

$M_g$  représente la pente de l'état caractéristique dans le plan  $(p', q)$  et est supposée être indépendante de l'état initial du matériau (Dupla, 1989).  $\alpha_g$  est lié à la direction d'écoulement et est déterminé dans le plan  $(\eta, \frac{dp}{dq})$ .

$M_f$  représente la pente de rupture du sable dans le plan des invariants de contraintes  $(p', q)$  et est donc directement relié à l'angle de frottement interne  $\phi$ . Dupla (1989) a montré sur le sable d'Hostun que la pente  $M_f$  (c'est-à-dire  $\phi$ ) varie en fonction de la densité. Pour un sable lâche, l'état caractéristique est confondu avec la pente de rupture, tandis que pour un sable dense l'état de rupture grandit et un secteur (de plus en plus grand au fur et à mesure que la densité relative augmente) surcaractéristique dilatant apparaît dans le plan  $(q, p')$ . En fait, d'après les essais d'Ishihara (1993), il semblerait plutôt (et cela est conforme à la notion de paramètre d'état) que les caractéristiques de rupture varient uniquement en fonction du paramètre d'état. Cela peut être pris simplement en compte dans la présente modélisation de la façon suivante : il existe une relation linéaire entre  $I_S$  et  $M_f$  :

$$M_f = M_g + M'_f I_S$$

relation dans laquelle, le paramètre du modèle devient le degré de variation de la pente de rupture  $M'_f$  (constante du matériau) en fonction de l'état initial au lieu de  $M_f$ .

$\lambda$  représente la pente (en valeur absolue) de la ligne d'état critique dans le plan  $(e, \ln p')$ . Dans la théorie de l'état critique, cette pente est supposée constante. Cependant, pour des contraintes de consolidation initiales élevées (au-delà de 1000 kPa), cette ligne est incurvée et la valeur de  $\lambda$  augmente. Dans la modélisation, ce paramètre intervient seulement dans l'écriture de la loi d'écrouissage. L'augmentation du paramètre traduit par conséquent une contractance plus élevée. Le schéma de la figure II.15 montre une manière d'approcher la

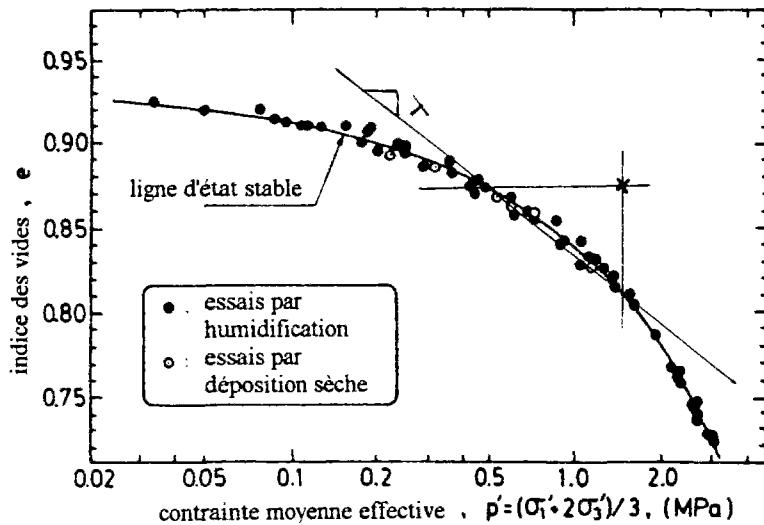


Figure II.15. Détermination d'une valeur moyenne de  $\lambda$  dans le cas où la courbe d'état critique n'est pas une droite en  $(e, \ln(p'))$  pour le sable de Toyoura.

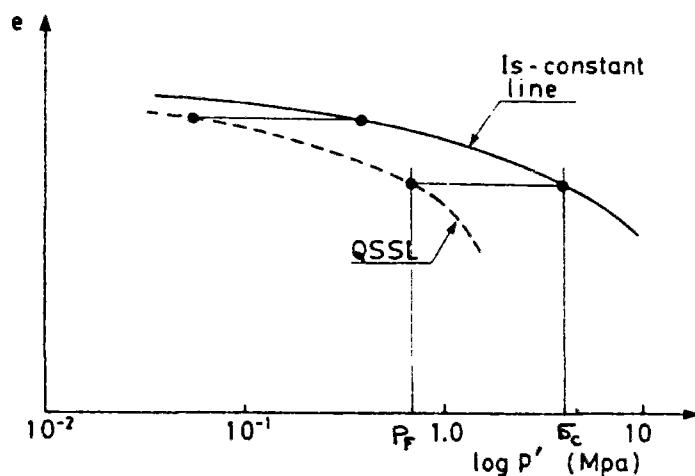


Figure II.16. Relation entre l'indice d'état  $I_s$  et la pression  $p_f$ .

valeur de  $\lambda$  en fonction des conditions initiales dans le cas où la ligne d'état critique est supposée incurvée.

#### **II.4.2 Introduction du concept de "surface de charge d'état" pour les sables**

Dans ce qui suit, la signification physique de  $p_f$  est rattachée à  $I_S$  pour des valeurs inférieures à 0.72 (valeur donnée par Ishihara, 1993) correspondant à un comportement de type sable lâche (uniquement contracatant). On montre dans le paragraphe II.7.1 en simulant des essais triaxiaux non drainés sur sable lâche que  $p_f$  représente en fait la contrainte moyenne effective atteinte de manière asymptotique à l'état résiduel. La donnée de la ligne d'état critique (ligne « QSSL », pour un sable lâche) permet d'établir par conséquent une relation entre l'indice d'état et  $p_f$  (voir la schématisation sur la figure II.16). La surface de charge initiale varie donc en fonction de la valeur de l'indice d'état (figure II.17). Ce fait n'est pas surprenant et tient compte du mode (plus ou moins dense) de mise en place du sable lors de la fabrication de l'éprouvette. C'est-à-dire que contrairement aux argiles non remaniées, il existe une infinité de surfaces de charge initiales suivant la densité initiale après consolidation et avant le début du cisaillement. Cette notion rejoint celle selon laquelle il existe une infinité de lignes de consolidation vierges pour un sable. Cette notion de surface de charge initiale dépendant de l'état initial lui-même est très importante pour la compréhension du comportement d'un matériau granulaire. La modélisation proposée ici tient compte de ces observations expérimentales. L'outil mathématique permettant de modéliser cette liaison entre la surface de charge et l'indice d'état est particulièrement simple puisqu'il suffit de "translater" la surface de charge initiale le long de la ligne de rupture à un point de coordonnées  $R(p_f, M_f, p_f)$  lié directement à l'indice d'état. L'évolution de la surface au cours du cisaillement est gérée par l'écrouissage et cette translation effectuée initialement. Pour cette raison, elle est désormais appelée "surface de charge d'état". Ce concept est général et peut être introduit assez facilement dans d'autres modèles que ceux de la théorie de l'état critique. (voir section II.6).

#### **II.4.3 Liaison entre $p_f$ et le paramètre (ou indice) d'état**

Dans ce qui précède, seul le cas où  $I_S < 0.72$  est envisagé et il est intéressant de regarder ce qui se passe pour des conditions initiales telles que le matériau présente une phase de dilatance ( $I_S > 0.72$ ). En effet, pour ce cas précis, le point F ne correspond plus à la rupture du matériau dans le cas d'un essai triaxial non drainé. Sladen et al. (1985) ont repris la notion

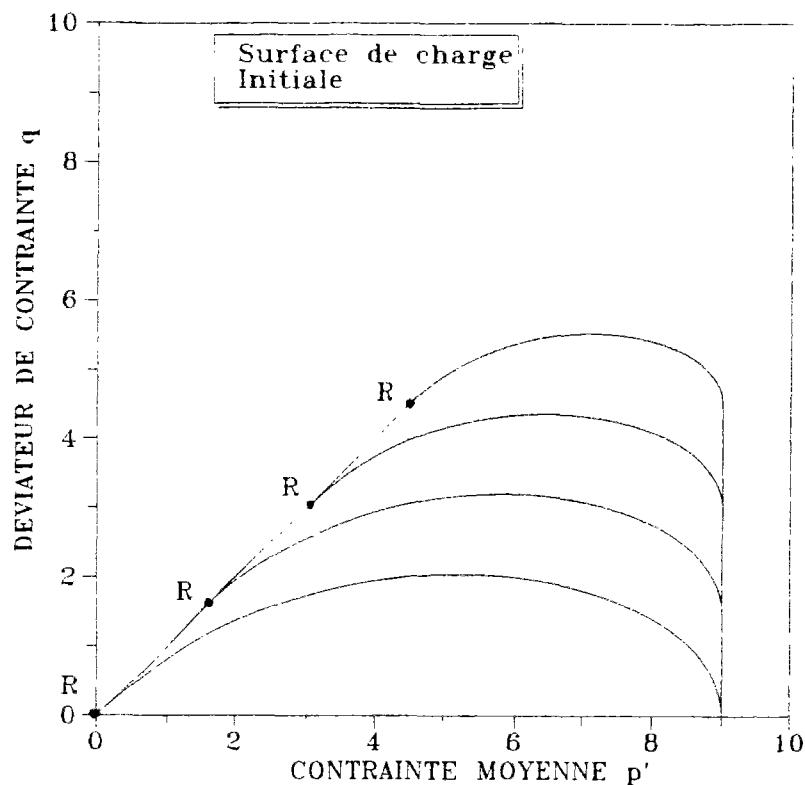


Figure II.17. Influence de l'indice des vides initial sur la surface de charge initiale.

d'indice de fragilité proposée par Bishop (1967) pour évaluer la perte de résistance lors d'un essai triaxial non drainé d'un sable lâche en fonction des conditions initiales. Pour cela, il ont représenté sur un diagramme (figure II.18) la relation entre cet indice et le rapport  $\sigma_c/p_f$  (pression initiale de consolidation divisée par la contrainte moyenne à l'état stable). Ils ont remarqué qu'il existait une relation unique entre ces deux quantités quel que soit le sable étudié. En particulier, la perte de résistance s'annule pour un rapport  $\sigma_c/p_f$  égal à 2, valeur atteinte de manière asymptotique comme le montre la figure II.18. Ce nombre est le même quel que soit le sable étudié. Ishihara (1993) trace le même type de courbe à partir du sable de Toyoura (figure II.19) et remarque de plus que ce nombre de 2 est aussi indépendant du mode

de fabrication de l'éprouvette. C'est pourquoi, selon lui, beaucoup d'auteurs le nomment "nombre magique". Par conséquent, pour cette modélisation, nous considérerons que pour  $I_S > 0.72$ ,  $p_f$  est tel que  $\sigma_c/p_f = 2$ . En résumé,  $p_f$  est relié à  $I_S$  de la manière suivante :

$$\begin{cases} I_S < 0 & : p_f = 0 \\ 0 \leq I_S \leq 0.72 & : p_f = \sigma_c \cdot (I_S / 1.6) \\ I_S > 0.72 & : p_f = \sigma_c / 2 \end{cases} \quad (\text{expression donnée par Ishihara, 1993})$$

Dans le cas où la "mesure" du comportement est donnée par le paramètre d'état  $\Psi$  (Been et Jefferies, 1985), le calcul de  $p_f$  en fonction de  $\Psi$  est directement donné par la définition du paramètre d'état lui-même :

$$\begin{cases} \Psi/\lambda > \ln(2) : p_f = \sigma_c \cdot e^{-\Psi/\lambda} & (\text{sables lâches}) \\ \Psi/\lambda < \ln(2) : p_f = \sigma_c / 2 & (\text{sables denses et moyennement denses}) \end{cases}$$

#### II.4.4 Paramètre cyclique issu du concept de surface frontière

Seul un paramètre cyclique (noté  $\gamma$ ) est introduit dans la modélisation. Ce paramètre est identique à celui introduit par Zienkiewicz et al. (1985) ainsi que Pastor et al. (1985) même si l'interpolation choisie ici est différente. Les valeurs admissibles de ce paramètre sont comprises entre 1 et l'infini pour l'interpolation «  $\gamma$ -puissance » et entre 0 et 1 pour l'interpolation «  $\gamma$ -logarithmique » de par le choix mathématique de la fonction d'interpolation. Plus la valeur de  $\gamma$  est élevée, plus le niveau de plastification à l'intérieur de la surface de charge est important.

#### II.4.5 Récapitulatif et essais nécessaires à l'identification des paramètres

Les paramètres élastiques peuvent être directement déterminés sur les pentes des courbes obtenues dans les trois plans indépendants lors d'un essai triaxial classique. Cependant, afin de mieux les identifier, il est conseillé d'effectuer des décharges durant la première phase du cisaillement. Concernant la partie monotone du modèle, les paramètres plastiques peuvent tous être calés à partir d'essais triaxiaux classiques. Le paramètre cyclique est approché par démarche inverse en effectuant un essai triaxial cyclique. La valeur de  $\gamma$  correspond à celle pour laquelle le trajet suivi est le plus proche de celui obtenu expérimentalement.

Dans le cas de l'élasticité isotrope, le nombre de paramètres est réduit puisqu'il est de 7 :  $\kappa$ ,  $v$ ,  $\lambda$ ,  $M_f$  (ou  $M'_f$ ),  $M_g$ ,  $\alpha_g$ ,  $\gamma$ . D'après la notion même de paramètre d'un modèle,  $I_S$  (ou  $\Psi$ ) n'en est pas un et fait partie des conditions initiales d'essais comme  $e_0$

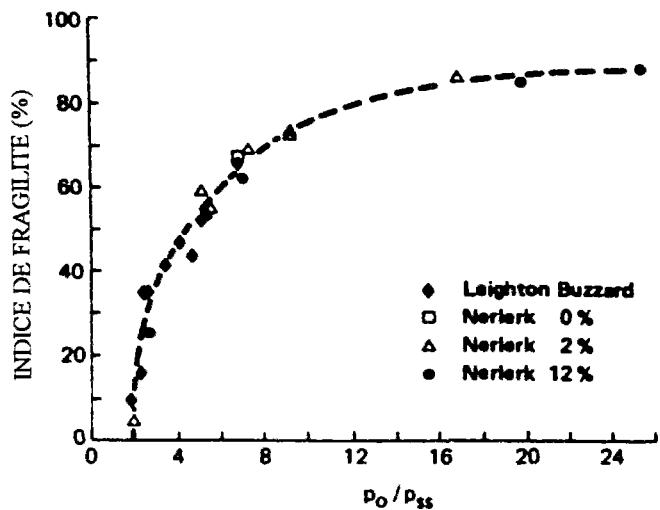


Figure II.18. Evolution du rapport de la pression initiale et de la pression à la rupture en fonction du paramètre d'état (d'après Sladen et al., 1985).

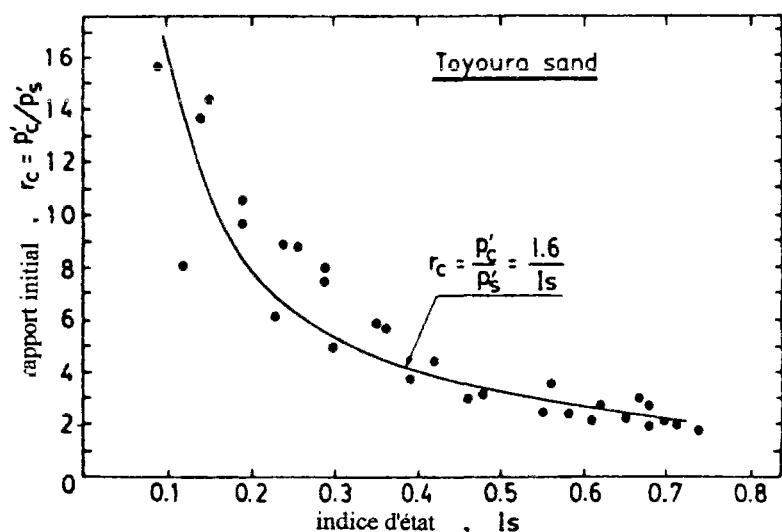


Figure II.19. Evolution du rapport de la pression initiale et de la pression à la rupture en fonction de l'indice d'état (d'après Ishihara, 1993).

ou  $\sigma_c$ . Dans le cas des sollicitations monotones, 6 paramètres seulement sont nécessaires, c'est-à-dire moins que le modèle de Nova-Wood (7 paramètres) et que celui de Pastor et al. (8 paramètres). Il est par conséquent intéressant de pouvoir comparer les domaines d'application et les possibilités de chaque modèle et d'évaluer ainsi les apports de la présente modélisation. En résumé, nous avons :

élasticité isotrope :	$\kappa, \nu$
plasticité:	$\lambda, M_f, M_g, \alpha_g$
cyclique:	$\gamma$
conditions initiales:	$e_0, \sigma_c, I_s$ (ou $\Psi$ )

## **II.5 MISE EN OEUVRE DU MODELE**

Le résultat d'un essai triaxial de révolution est généralement analysé dans quatre plans différents :

- le plan ( $q,p$ ) dans lequel les chemins en contraintes totales et effectives sont représentés,
- le plan ( $q,\epsilon_1$ ) ou ( $q,\epsilon_d$ ) qui représente la courbe de résistance au cisaillement,
- le plan ( $\epsilon_v,\epsilon_1$ ) ou ( $u,\epsilon_1$ ) selon qu'il s'agit d'un essai drainé ou non drainé,
- le plan ( $e,lnp'$ ) permettant de suivre la variation de l'indice des vides au cours de l'essai.

D'autres plans sont aussi utilisés dans la littérature dépendant principalement du chemin de contrainte suivi. Cependant, seuls trois plans sont nécessaires à la description totale de l'essai triaxial. Ainsi, le plan ( $e, lnp'$ ) ne donne aucune information quantitative supplémentaire par rapport aux trois plans précédemment cités. Sa représentation est néanmoins utile afin de mettre en évidence qualitativement des caractéristiques telles que la ligne d'état critique.

Lorsque des modèles sont calés sur des essais triaxiaux, les prédictions doivent donc être représentées dans trois plans différents au moins. La nécessité de créer une interface graphique souple et appliquée à ce type de visualisation est par conséquent évidente. De tels logiciels ont déjà été créés en France tels que VALOIS (Sharour 1987) ou LOIS-LCPC (Mestat, 1991), et permettent pour certains de simuler des essais réalisés au vrai triaxial ou au cylindre creux en torsion, offrant ainsi une grande variété de chargements possibles. Les lois de comportement implantées dans ces codes sont celles qui sont les plus couramment utilisées en mécanique des sols. L'interface graphique réalisée dans la présente étude fonctionne sous micro-ordinateur PC et répond à plusieurs exigences. Il représente un outil nécessaire dans la recherche d'une nouvelle loi de comportement et son ergonomie fait qu'il est aussi utilisé à des fins pédagogiques dans des enseignements spécialisés (DEA, modules expérimentaux) ou lors de l'exploitation de résultats d'essais.

### **II.5.1 Description du logiciel**

Le logiciel permet d'effectuer des simulations à partir d'une loi de comportement donnée et d'afficher le résultat graphique sur quatre plans simultanément, de manière interactive, grâce à un menu déroulant situé en haut de l'écran. Le choix des paramètres du modèle et du chemin de contraintes est fait en restant en mode graphique. L'intérêt d'un tel mode de programmation est de conserver les simulations antérieures et de superposer ces courbes à la nouvelle simulation. Cela permet par exemple d'effectuer plus facilement une analyse paramétrique pour un modèle donné.

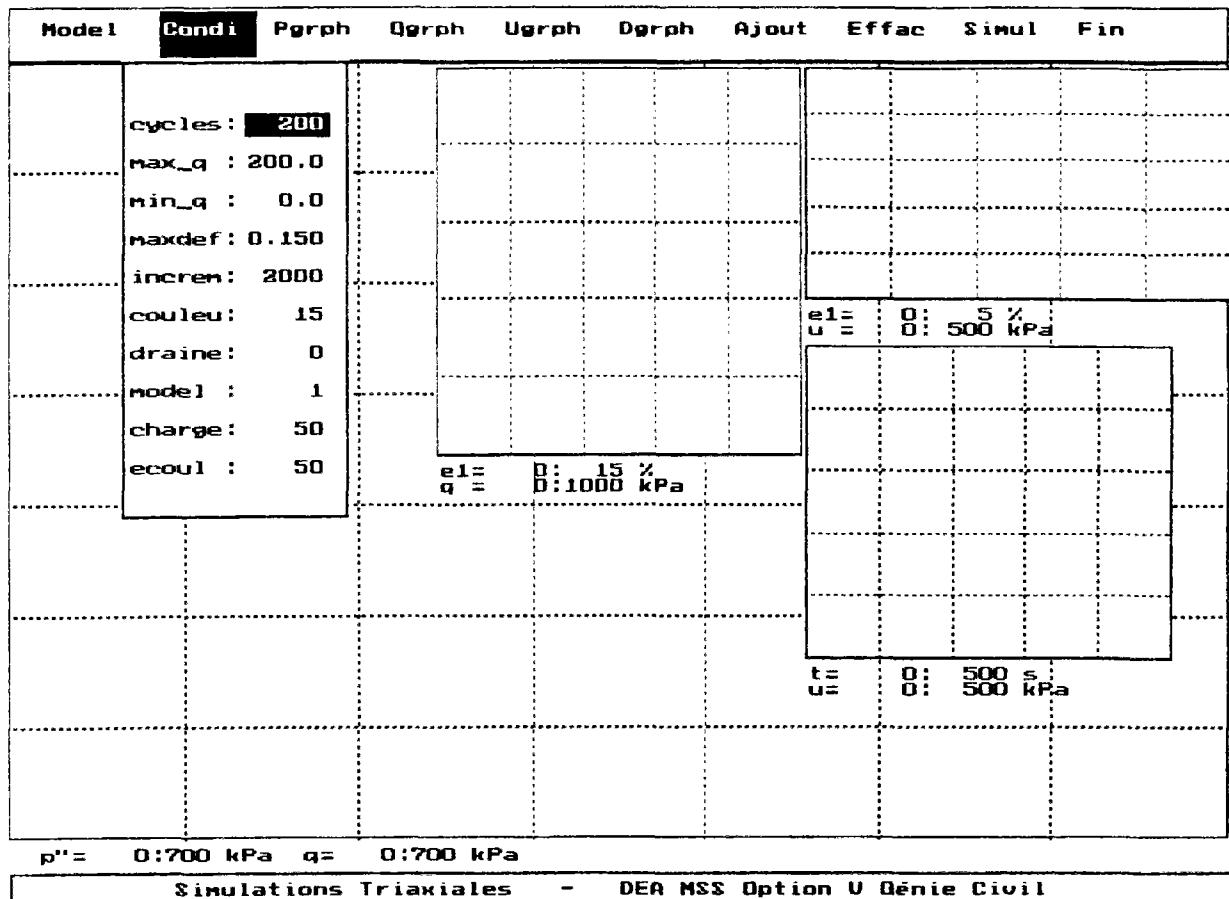


Figure II.20. Interface graphique du logiciel - Disposition à l'écran des fenêtres et du menu déroulant.

La gestion des quatre fenêtres est entièrement interactive et se fait par l'intermédiaire du menu déroulant (une impression de l'écran est représentée sur la figure II.20). On peut ainsi contrôler les échelles, les grilles, la taille et la position de chaque fenêtre à tout moment sans perdre les données et les simulations précédentes.

Le menu permet aussi d'afficher des résultats expérimentaux obtenus à partir d'essais réalisés au triaxial de révolution (menu "Ajout") et de les comparer graphiquement aux simulations. Ainsi, le logiciel peut aussi être utile lors de l'exploitation d'essais triaxiaux.

Une sauvegarde sur disque dur est faite systématiquement pour tous les résultats affichés à l'écran et ceux-ci peuvent être retracés et imprimés à partir des logiciels graphiques disponibles sur PC. De plus, pour l'exploitation immédiate, une impression de l'écran peut être effectuée à tout moment.

La figure II.21 montre une impression de l'écran sur lequel une simulation a été représentée. Comme on peut le voir sur cet exemple, le menu déroulant permet d'afficher, si on le désire, les directions d'écoulement et les surfaces de charge à des instants donnés du cisaillement dont la fréquence est choisie dans le menu "Condi". Le même type de représentation peut être effectué pour un autre mode de chargement et la figure II.22 montre le cas d'un essai drainé.

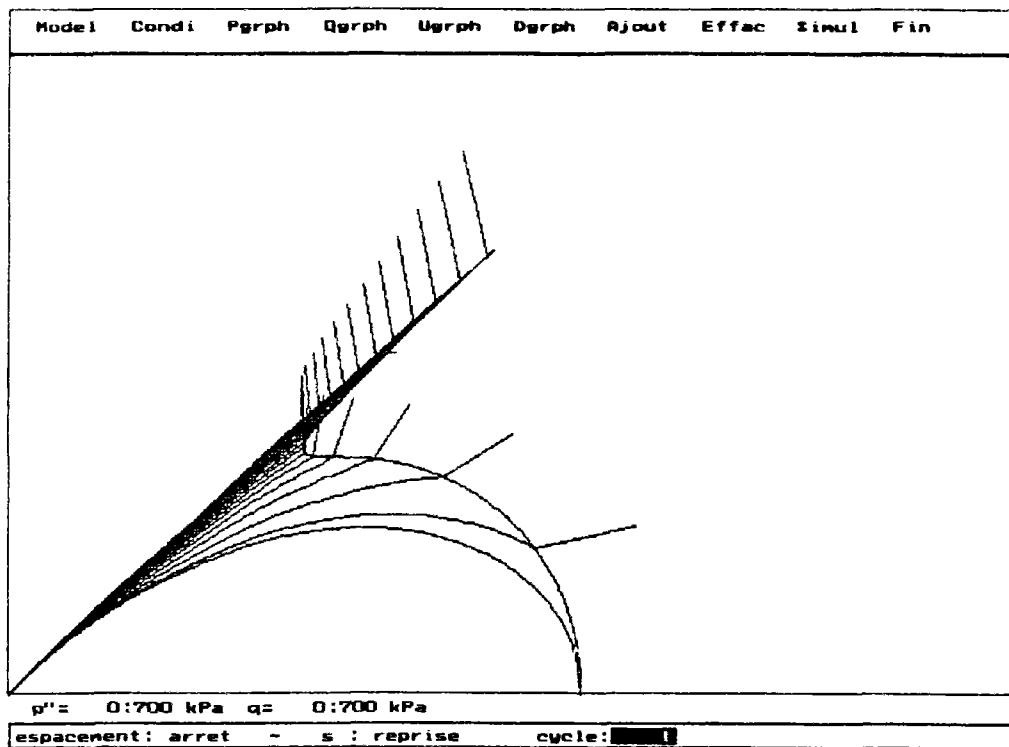


Figure II.21. Représentation de l'évolution des surfaces de charge et d'écoulement dans le cas d'un essai non drainé.

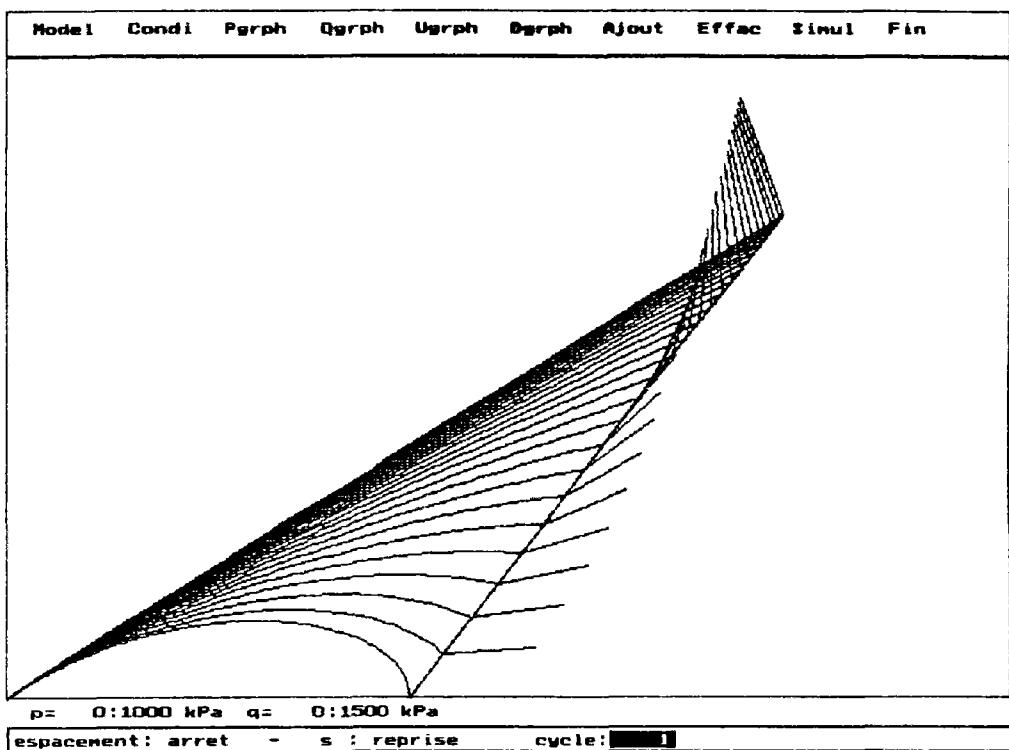


Figure II.22. Représentation de l'évolution des surfaces de charge et d'écoulement dans le cas d'un essai drainé.

## **II.5.2 Différents trajets de chargement simulés par le logiciel**

Tous les chemins de contrainte réalisables à l'essai triaxial classique peuvent être simulés grâce à ce logiciel, en condition drainée ou non drainée, en compression ou en extension, sous chargement monotone ou cyclique (alterné ou non alterné par rapport à l'état initial). Il est d'autre part possible, pour tous ces trajets de chargement, de démarrer avec un déviateur non nul. Le choix des conditions d'essai se fait dans le menu "Condi". Des trajets plus particuliers sont prévus dans le logiciel tels que les essais à contrainte moyenne constante ou les essais à rapport  $\eta=q/p$  constant, de sorte que tous les trajets inclus dans le plan du triaxial (deux contraintes principales sont égales) habituellement utilisés dans la littérature peuvent être simulés et visualisés dans quatre plans différents.

## **II.5.3 Implantation d'une nouvelle loi de comportement**

Les fonctions faisant appel à la structure propre d'une loi de comportement ont été isolées de façon à pouvoir planter une nouvelle loi en changeant le minimum de fonctions. Ainsi, l'ajout d'une nouvelle loi d'écrouissage, d'écoulement, d'interpolation ou d'une nouvelle forme de surface de charge se fait en changeant uniquement la fonction correspondante. L'écriture de la matrice élastoplastique a été faite en supposant que le mécanisme est unique, mais elle peut être étendue à plusieurs mécanismes en changeant le sous programme correspondant. Cependant, cette matrice relie les deux premiers invariants de contrainte aux déformations associées, de sorte que l'influence de la contrainte intermédiaire n'est pas envisagée pour le moment et les trajets de chargements prévus actuellement sont restreints au plan du triaxial. Cela permet d'accélérer les calculs, en particulier pour les chargements cycliques à grand nombre de cycles. Il est ainsi possible de faire rapidement une analyse paramétrique en comportement cyclique.

Les différents modèles actuellement implantés dans le logiciel sont le Cam-Clay modifié, le modèle de Zienkiewicz et al. (1985), le modèle de Nova-Wood (1979), le nouveau modèle présenté ci-dessus incorporant le concept de surface de charge d'état, le modèle de Pastor et al. (1985) et une deuxième version de ce modèle (Pastor et al., 1990).

## **II.6 EXTENSIONS POSSIBLES DU MODELE**

Il est important de situer le domaine de validité d'une nouvelle modélisation et de proposer en conséquence des extensions et évolutions possibles. Un modèle est développé à partir d'observations expérimentales faites sur des essais réalisés en laboratoire, pour la plupart homogènes (c'est-à-dire que l'état de contraintes est supposé être le même dans l'échantillon à tout moment de l'essai). Le modèle présenté ci-dessus est essentiellement basé sur des essais triaxiaux classiques, de sorte que ni l'influence de la contrainte intermédiaire, ni l'effet de la rotation des axes principaux de contrainte ou de déformation ne sont pris en compte actuellement. Ce modèle peut être généralisé à des sollicitations tridimensionnelles quelconques et testé sur des cas réels. Cependant, Wood (1992) précise à propos des modèles d'"état critique" que leurs prédictions s'écartent sensiblement de la réalité en un point du massif à mesure que l'état de contraintes en ce point s'éloigne du plan du triaxial. C'est le cas notamment lors de l'étude des expansions de cavité pour lesquelles une généralisation de la loi à l'aide d'un troisième invariant semble nécessaire. Le chapitre III traite ce cas et la généralisation fait appel à l'angle de Lode pour décrire la loi de comportement dans le plan du déviateur. Tout en restant dans le plan du triaxial, divers phénomènes observés expérimentalement ont été volontairement écartés dans cette modélisation par souci de simplicité. Ce paragraphe tente d'en faire une rapide évaluation dans le but principal de proposer des extensions possibles du présent modèle.

### **II.6.1 Stabilité de la loi de comportement**

On s'intéresse à l'unicité de la loi de comportement et plus précisément dans le cas des sables lâches en condition non drainée en régime d'écrouissage positif lors de la phase de perte de résistance au cisaillement. Dans le cas d'un potentiel non associé, Loret (1981) fournit une condition nécessaire et suffisante d'unicité de la solution en vitesses (ou incrémentale) sous la forme d'une inégalité faisant intervenir tous les termes de la loi élastoplastique. Si le module plastique est inférieur à une certaine valeur dont l'expression est donnée par l'auteur, l'unicité de la solution n'est pas assurée. Cette valeur est d'ailleurs nulle si le potentiel est associé ce qui prouve l'unicité dans ce cas précis.

### **II.6.2 Influence de la direction de chargement**

La direction de chargement n'est pas prise en compte dans ce chapitre bien que les études de Tatsuoka et al. (1974), en particulier, aient montré qu'elle avait une influence non négligeable sur le comportement du matériau. Il est possible d'étendre la modélisation

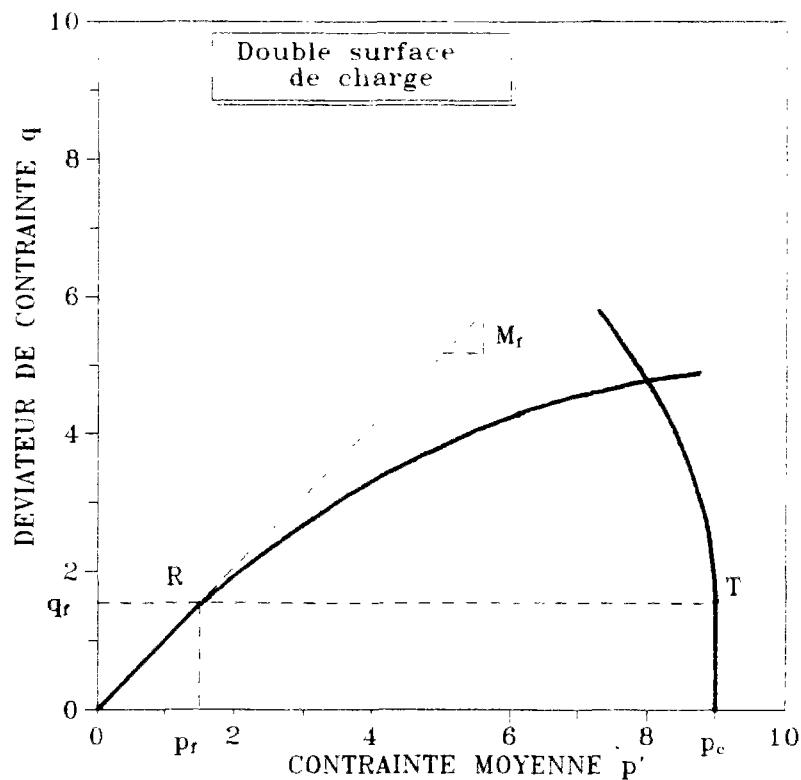


Figure II.23. Schématisation d'une double surface de charge d'état.

Présentée ci-dessus à des modèles à double surface de charge. Il suffit pour cela d'intégrer le concept de surface de charge d'état à un modèle tel que celui de Vermeer (1978). Une telle double surface d'état est représentée sur la figure II.23 et constitue une extension intéressante qu'il conviendra d'explorer. Il n'y a pas d'ajout supplémentaire de paramètres au modèle, et seul le paramètre (ou indice) d'état serait à prendre en compte en supplément comme condition initiale. Les modèles à double surface de charge existants pourraient ainsi bénéficier de ce concept et modéliser correctement l'effet combiné de l'indice des vides initial et la contrainte de consolidation initiale. Le concept d'effondrement serait automatiquement pris en compte et il ne serait plus alors nécessaire de définir des valeurs différentes de certains paramètres du modèle suivant que le comportement est de type lâche, moyennement dense ou dense. Des essais à trajets de chargements différents pourraient être effectués à l'essai triaxial classique pour valider cette nouvelle modélisation.

### II.6.3 Anisotropie plastique

On a montré ci-dessus l'influence non négligeable de l'anisotropie sur le comportement d'un sable. Des essais triaxiaux avec décharges et recharges de faibles amplitudes à différents

points du chemin de contrainte suivi par l'éprouvette sous chargement monotone permettront de mieux identifier la partie élastique du sable et de pouvoir aussi quantifier l'anisotropie induite. Puisque l'élasticité est isotrope transverse, il est nécessaire d'avoir une plasticité qui respecte les mêmes propriétés d'orthotropie. L'anisotropie peut être prise en compte simplement par rotation de la surface de charge autour de l'origine selon un angle de manière analogue au modèle MELANIE (Leroueil, Magnan et Tavenas, 1985). Cela est envisageable en intégrant aussi le concept de surface de charge d'état. Les études menées par Pastor (1990) à propos de l'orthotropie dans les sables pourraient être utilisées ce qui constituerait une approche intéressante de modélisation.

## II.7 EVALUATION QUALITATIVE DU MODELE EN MONOTONE

Avant de réaliser des simulations d'essais de laboratoire réels, il est intéressant d'étudier qualitativement, dans un premier temps, les tendances observées lors de simulations triaxiales à partir du modèle exposé ci-dessus. En particulier, on montre les possibilités qu'offre ce type de modélisation de prise en compte des propriétés rhéologiques incluses dans les notions d'état critique et d'indice d'état ainsi que le concept d'effondrement des sables lâches. Les simulations sont faites à partir d'un sable fictif dont les paramètres sont reportés dans le tableau II.2. On suppose par ailleurs que la ligne d'état critique est une droite dans le plan  $(e, \ln(p'))$  de sorte que le paramètre  $\lambda$  est constant. Ainsi, la notion de paramètre d'état  $\Psi$  défini par Been and Jefferies (1985) reste valide. Cette hypothèse simplificatrice permet, dans un premier temps, de mettre clairement en évidence les tendances de base du modèle. L'utilisation de l'indice d'état  $I_s$  est réservée au paragraphe suivant sachant que toutes les tendances observées dans ce paragraphe restent valables quel que soit le paramètre utilisé ( $\Psi$  ou  $I_s$ ). On suppose enfin que le matériau est isotrope. Le cas isotrope transverse est étudié à la fin de cette étude qualitative et montre en particulier que les propriétés du modèle restent encore valables (reproduction de l'état critique, du concept d'effondrement, etc.).

paramètre	$\nu$	$\kappa$	$\lambda$	$M'_f$	$M_g$	$\alpha_g$
valeur	0.3	0.02	0.06	0.5	1.3	1.5

Tableau II.2. Valeurs des paramètres du modèle utilisées pour simuler un sable fictif.

### II.7.1 Prédiction de l'état stable (ou état critique)

#### II.7.1.a Simulation d'essais triaxiaux non drainés à indice des vides constant (influence de $\sigma_o$ )

Dans le cas des sables, le concept d'état critique (ou d'état stable) postule l'existence d'une courbe dans le diagramme  $(e, p', q)$  représentant le lieu de la rupture en grandes déformations de l'éprouvette testée. Ainsi, des essais triaxiaux classiques non drainés réalisés pour un même indice des vides initial présentent des chemins

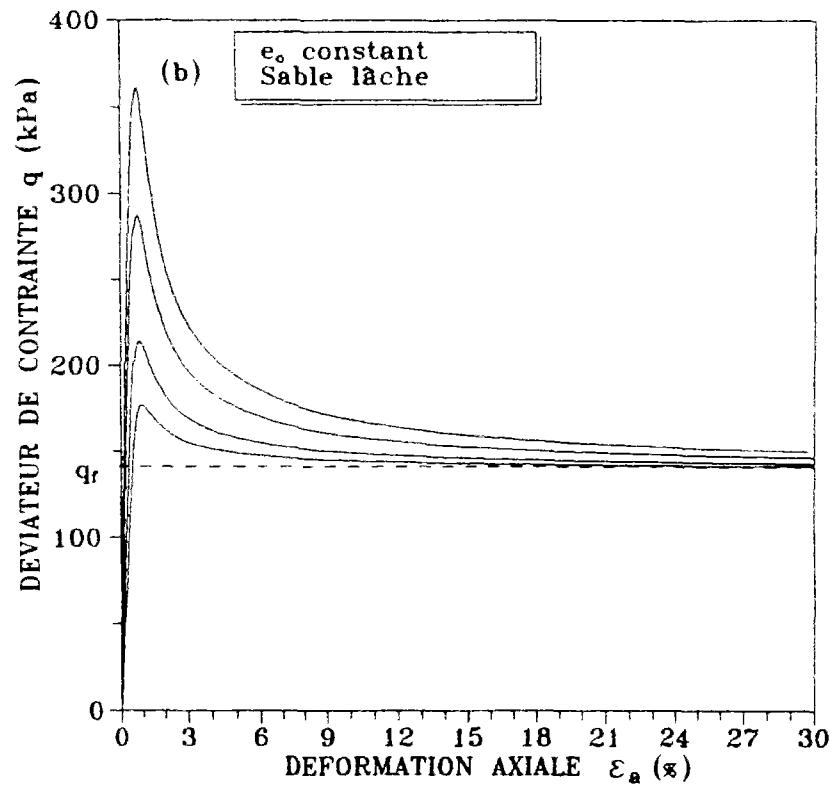
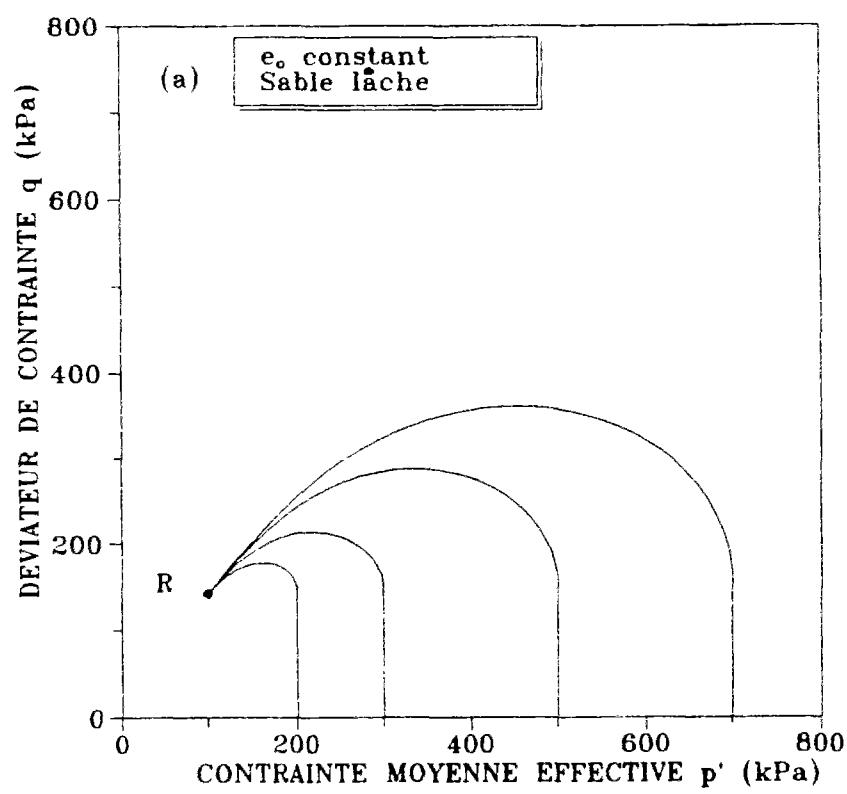


Figure II.24. Influence de la contrainte moyenne initiale lors d'un essai non drainé ( $e_0$  constant): (a) chemins en contraintes effectives, (b) courbes de résistance au cisaillement.

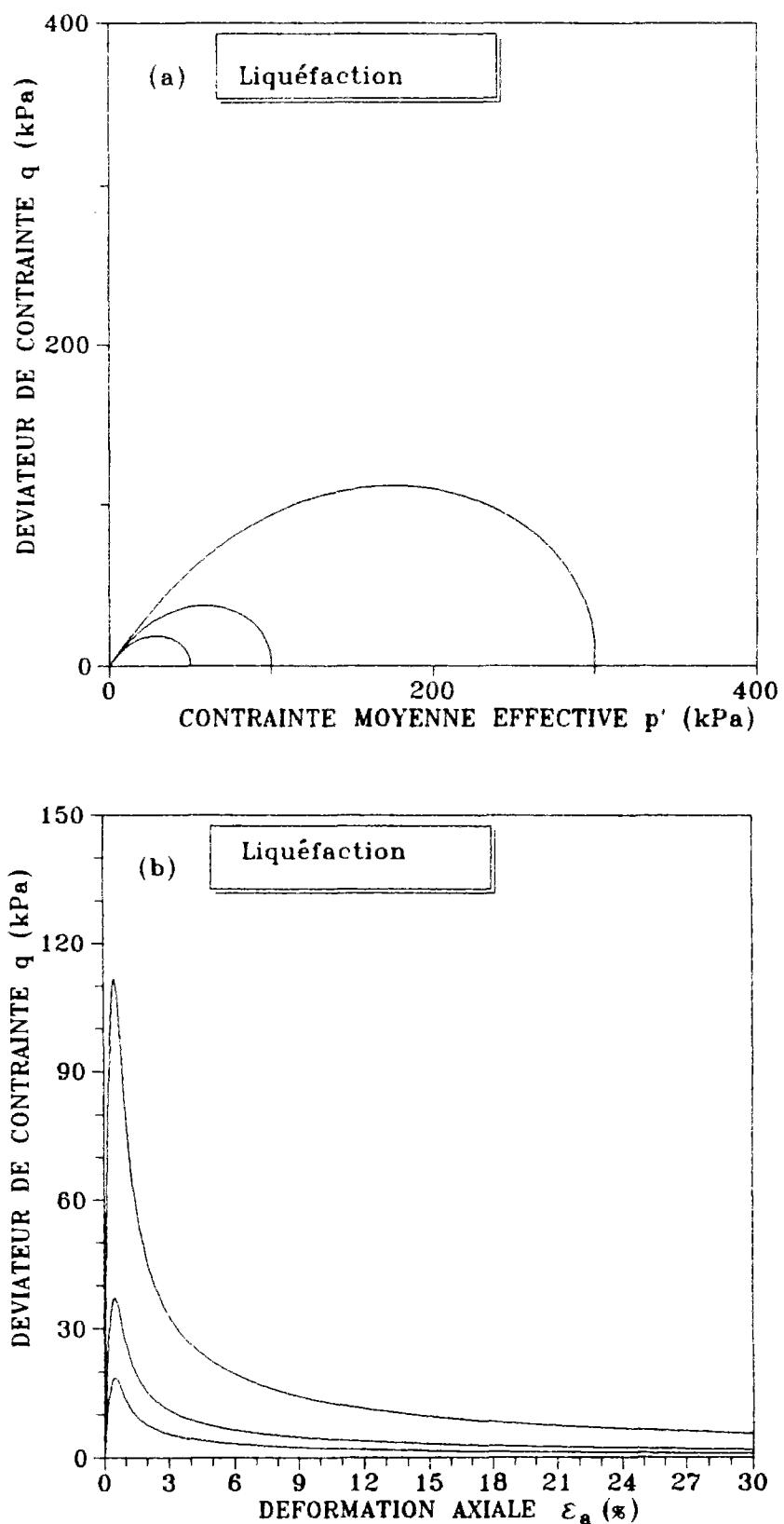


Figure II.25. Simulation de la liquéfaction pour différentes valeurs de la contrainte moyenne initiale:(a) chemins en contraintes effectives,(b) courbes de résistance au cisaillement.

en contraintes effectives qui convergent vers un même point R dans le plan des contraintes ( $p',q$ ). Si la pression de consolidation initiale est suffisamment élevée, on observe une chute de résistance (liquéfaction statique). Si par contre la pression de consolidation est faible, le comportement au voisinage de la rupture est dilatant et le chemin remonte jusqu'au point R. Dans ce dernier cas, il est néanmoins plus difficile de mettre en évidence expérimentalement le point R, l'éprouvette présentant dans ces conditions des fortes hétérogénéités assez rapidement (localisation par création de bandes de cisaillement). Entre les deux cas extrêmes, le matériau s'effondre un peu tout d'abord, puis reprend une certaine résistance avec apparition d'un domaine dilatant en moyennes déformations ( $\epsilon_a=5\text{à}10\%$ ). La figure II.24 montre des simulations pour lesquelles seule la pression de consolidation initiale change et tous les autres paramètres restent constants. Les tendances décrites précédemment sont reproduites par le modèle. On retrouve le point R, particulièrement pour les sables lâches. En effet, dans le cas d'un comportement uniquement contractant, on peut montrer par le calcul que le chemin en contraintes effectives simulé par le modèle converge vers un état résiduel indépendant de la pression de consolidation initiale. Ce point R a pour coordonnées ( $p_f, M_f p_f$ ) dans le plan ( $p',q$ ). La signification physique du paramètre  $p_f$  devient par conséquent évidente : il s'agit de la pression moyenne effective calculée à l'état résiduel lors d'un essai triaxial classique non drainé pour le matériau lâche. En particulier, la simulation d'un essai de liquéfaction statique avec effondrement complet de l'éprouvette (résistance résiduelle nulle) est possible et le paramètre  $p_f$  est alors nul (figure II.25). Ce résultat, du point de vue de la modélisation, est important car il montre qu'il est possible de prévoir, dans un cadre élastoplastique classique, un état de contrainte résiduel constant non-nul indépendant de la pression de consolidation. Il n'est pas utile par exemple, contrairement aux modèles de type Pender (1978) (Sladen et al. (1988)), de se donner le chemin en contraintes effectives. La méthode exposée ici est plus générale dans le sens où, d'une part, elle est valable aussi pour les sables denses et, d'autre part, la propriété reste vraie même pour un chemin différent (chemins à  $p$  constant par exemple). Les modèles basés sur la théorie de l'état critique du type Cam-Clay (Nova et al. (1979), Pastor et al. (1985) pour la partie monotone) utilisent un écrouissage isotrope et les surfaces de charge évoluent par homothétie de centre l'origine des axes O(0,0) dans le plan ( $p',q$ ). On montre ainsi, en développant les formules analytiques pour le cas non drainé, que les chemins en contraintes effectives simulés pour différentes valeurs de  $\sigma_c$  sont eux aussi homothétiques de centre O. Or, l'observation expérimentale semble indiquer que, si les chemins sont bien homothétiques, le centre n'est pas l'origine des axes, mais le point R. Il faut par conséquent adapter l'évolution de la surface de charge, ou au moins la partie concernée (c'est-à-dire  $q > M_p p_f$ ). La modélisation présentée ici propose d'intégrer directement le point R dans la définition de la surface de charge. Cela veut dire que la surface de charge initiale et son évolution dépendent des conditions initiales (concept de "surface de charge d'état" introduit plus haut). Ainsi, le concept de "surface de charge d'état" pour les sables permet de mieux rendre compte de la théorie de

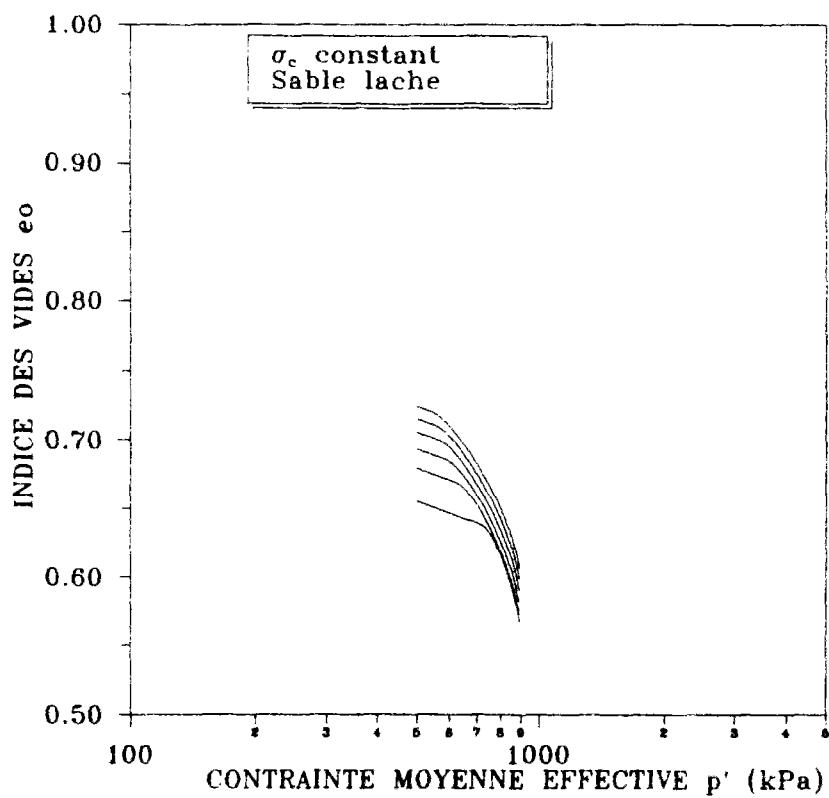


Figure II.26. Simulation d'essais triaxiaux drainés à contrainte moyenne initiale constante.

l'état critique, particulièrement en condition lâche, condition pour laquelle cette théorie est la mieux vérifiée dans le cas d'un matériau granulaire.

#### *II.7.1.b Simulation d'essais triaxiaux drainés à $\sigma_c$ constant (influence de l'indice des vides) :*

L'influence de l'indice des vides est reproduite sur la figure II.26 à partir de simulations fictives d'essais drainés sur sable lâche pour lesquelles tous les paramètres du modèle sont constants sauf  $p_f$  variant de 0 à une valeur proche de  $\sigma_c$ . Les résultats obtenus dans le plan ( $e, \ln p$ ) montrent que, conformément à l'observation expérimentale, plus le sable est lâche ( $e_0$  augmente), plus le comportement est contractant. Lorsque la déformation axiale est voisine de 15%, les trajets se rejoignent sur la ligne d'état critique. Dans le plan ( $p', q$ ), la droite de rupture a pour équation  $q = M_f p_f$ , comme dans le cas non drainé. La droite de rupture dans le plan ( $p, q$ ) est unique et donnée directement par le paramètre  $M_f$ . La superposition des essais non drainés précédents avec les essais drainés dans le plan ( $e, \ln p'$ ) montre que la ligne d'état critique est bien prise en compte.

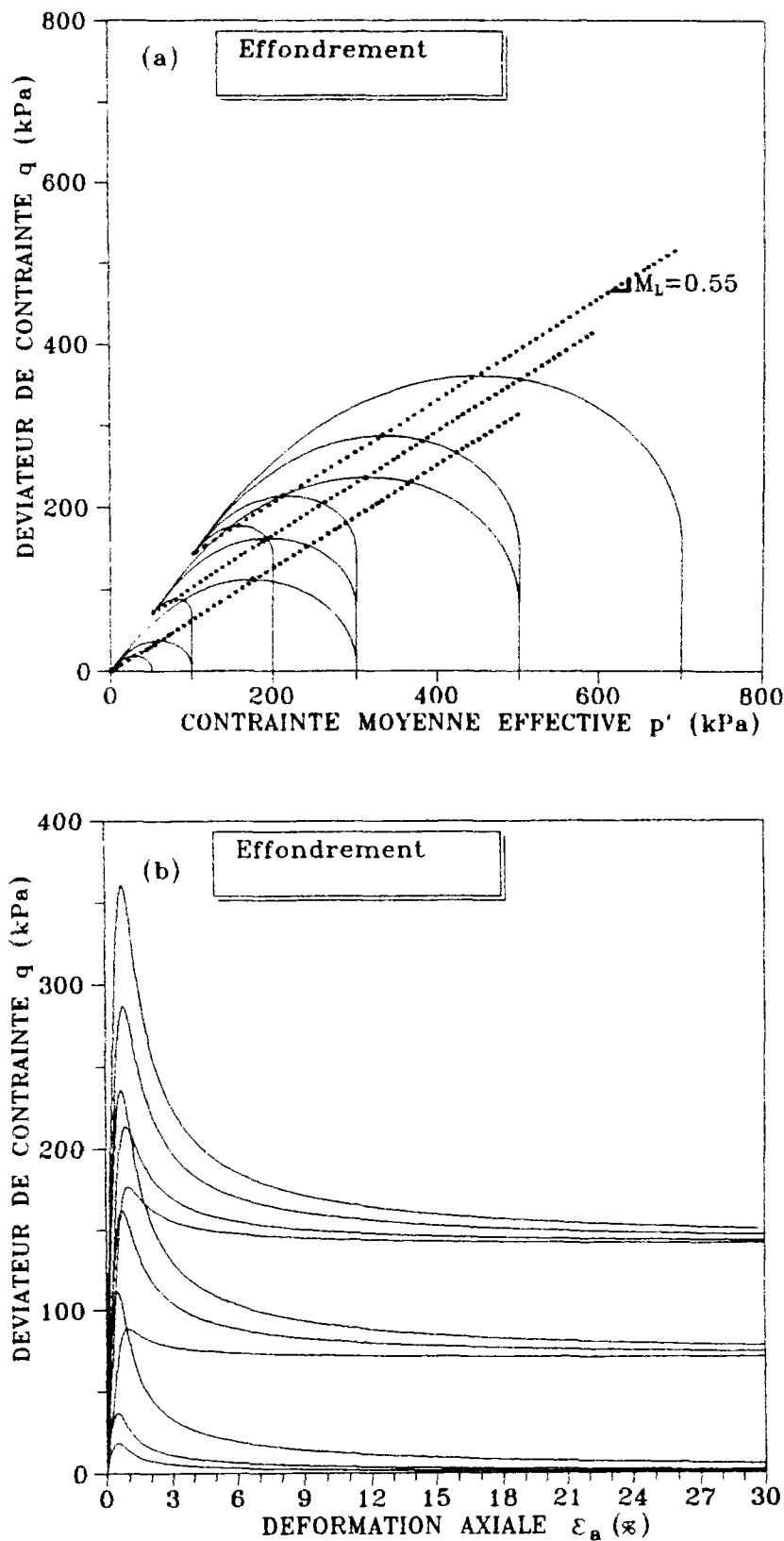


Figure II.27. Prédiction du concept d'effondrement: (a) chemins en contraintes effectives, (b) courbes de résistance au cisaillement.

## II.7.2 Prédiction du concept d'effondrement

Le concept d'effondrement proposé par Sladen et al. (1985) concerne le comportement des sables lâches ( $D_R$  de l'ordre de 20 à 30%) en condition non drainée et permet de mieux caractériser l'initiation de l'effondrement de l'échantillon sous cisaillement (voir chapitre I pour plus de détails). La prise en compte de ce concept, parfaitement réalisée par le modèle, est présentée sur la figure II.27. Le lieu des points d'effondrement est une droite passant par le point d'état stable R. Lorsque la densité varie, le point d'état stable R est translaté sur la droite de rupture (dans le plan  $(p',q)$ ) et la droite d'effondrement est une parallèle à la précédente. La pente  $M_L$  dans ce cas précis vaut 0,55 et correspond bien à l'ordre de grandeur des valeurs trouvées réellement par Sladen et al. (1985), Canou (1989) et Ishihara (1993) sur des sables différents. La prise en compte du concept d'effondrement en non drainé est en fait une prédiction du modèle dans le sens où ce concept n'est relié à aucun paramètre du modèle, ce qui est physiquement compréhensible. En effet, l'effondrement ne se manifeste que pour un essai non drainé (au contraire de l'état caractéristique qui a été vérifié sur plusieurs chemins drainés et non drainés par Luong, 1980), et il est donc attaché à des conditions d'essai bien précises. Il est par conséquent normal, du point de vue de la modélisation, que ce concept soit une conséquence à part entière (ou plutôt une prédiction) de la simulation du comportement des sables lâches lors d'essais triaxiaux non drainés. L'outil de modélisation permettant de simuler entièrement ce concept est encore une fois le concept de "surface de charge d'état" et la valeur de la pente  $M_L$  dépend fortement du choix de la forme de la surface de charge.

## II.7.3 Simulation d'essais triaxiaux à paramètre d'état constant

### II.7.3.a Essais triaxiaux drainés sur sable lâche

Le concept de paramètre d'état est en quelque sorte une "mesure" du comportement du sable. La figure II.28a montre des simulations d'essais drainés pour une valeur constante du paramètre d'état correspondant à un sable lâche. La ligne d'état critique est une droite car on a supposé pour plus de simplicité que le paramètre  $\lambda$  est constant. Le paramètre d'état est constant si le rapport  $\sigma_c/p_f$  est constant. Ainsi, selon cette mesure, des essais triaxiaux réalisés à paramètre d'état constant exhibent le même comportement. Dans le cas des essais drainés, les courbes de variation de volume doivent donc être identiques. La figure II.28c montre que le modèle reproduit effectivement cette propriété.

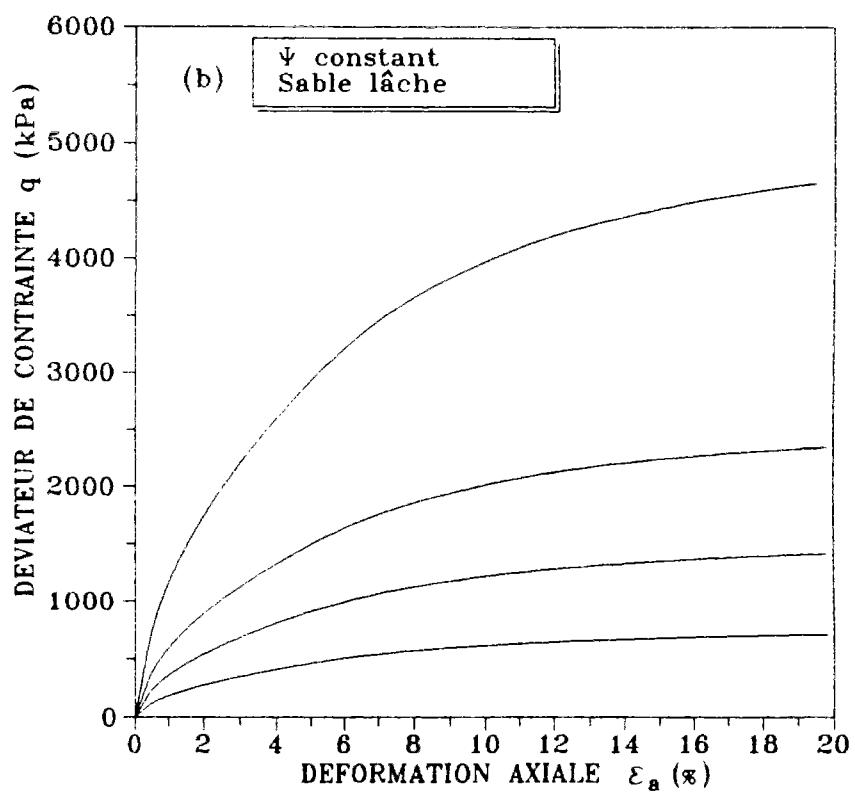
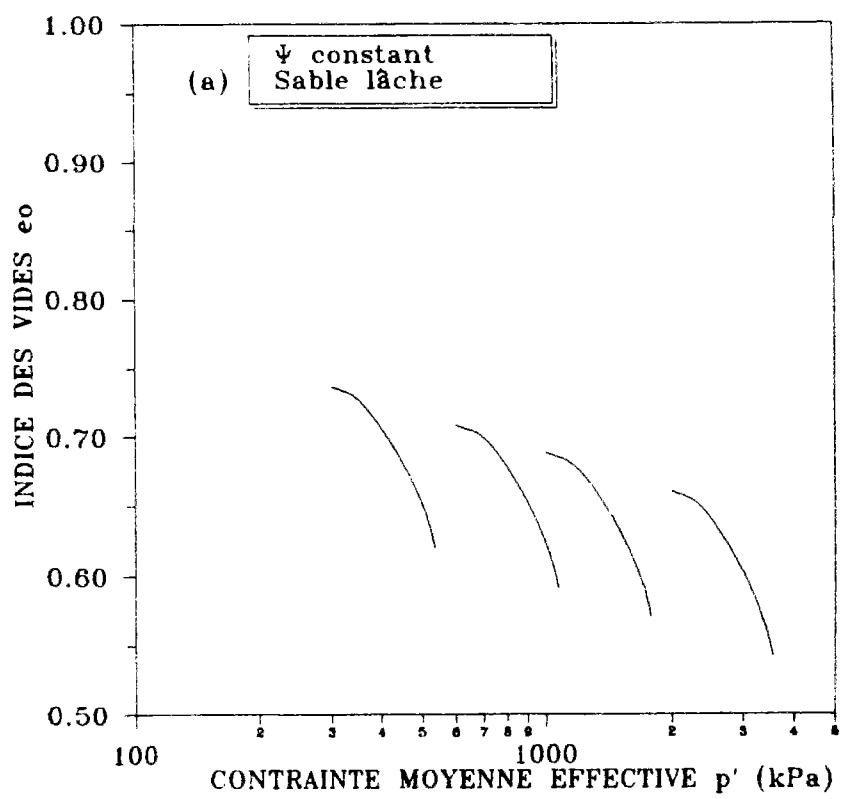


Figure II.28a et b. Simulation d'essais triaxiaux drainés à paramètre d'état constant: (a) plan ( $e_0, p'$ ), (b) plan ( $q, \epsilon_a$ ).

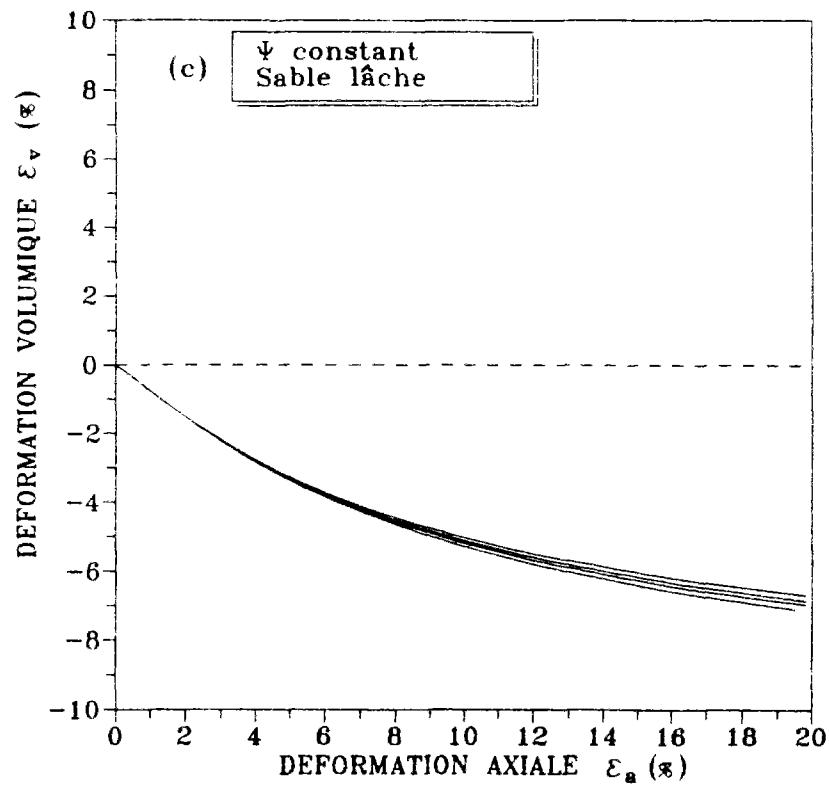


Figure II.28c. Représentation des essais des figures 28a et b dans le plan  $(\varepsilon_v, \varepsilon_a)$ .

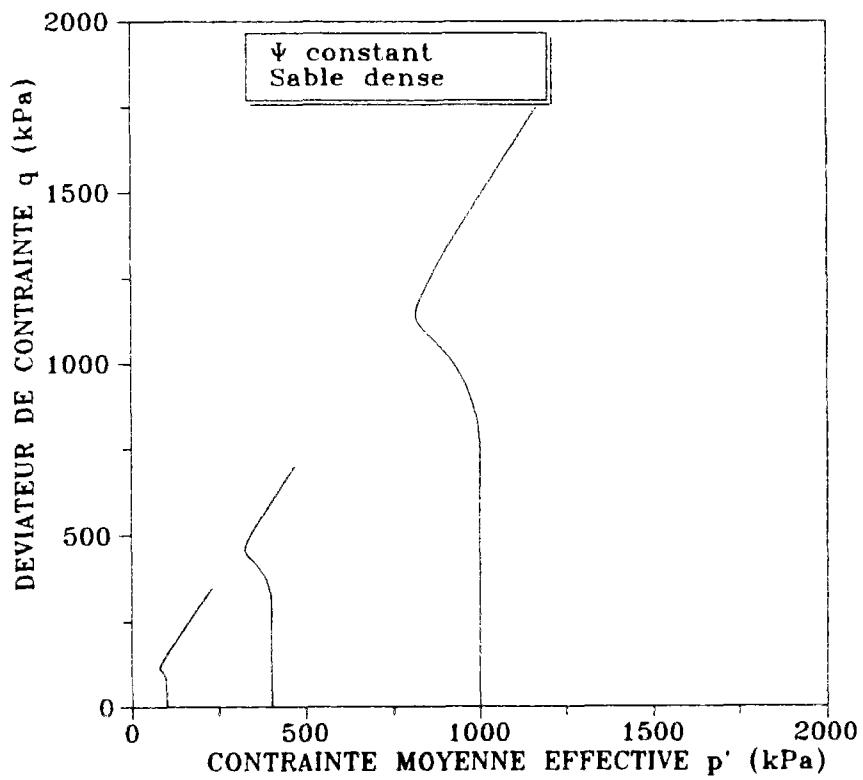


Figure II.29. Simulation d'essais triaxiaux non drainés sur sable dense à paramètre d'état constant.

### *II.7.3.b Essais triaxiaux non drainés sur sable dense*

De la même manière qu'en condition drainée, des simulations d'essais non drainés sur un matériau fictif, réalisées à paramètre d'état constant (représentées sur la figure II.29), montrent que, conformément aux observations expérimentales, le comportement est similaire. Ceci se traduit en particulier par le fait que les chemins de contrainte sont tous homothétiques de centre O(0,0) dans le plan ( $p',q$ ). L'état caractéristique est reproduit dans l'espace des contraintes grâce à la loi d'écoulement, par l'intermédiaire du paramètre  $M_g$ . Concernant la rupture, la modélisation donne une mobilisation de la résistance au cisaillement continûment croissante, ce qui mettrait en défaut la théorie de l'état critique. Or, pour ce type de comportement (dense), l'état critique est atteint expérimentalement pour des grandes déformations axiales (supérieures à 20%). A ce stade de l'essai, la rupture est localisée dans l'échantillon (contrairement à un essai sur sable lâche). Des bandes de cisaillement apparaissent et le milieu ne peut plus être considéré comme continu. Il est donc plus difficile de vérifier expérimentalement la théorie de l'état critique dans ce cas particulier.

### *II.7.3.c Essais triaxiaux drainés sur sable dense*

La simulation de plusieurs essais à paramètre d'état constant montre que la courbe de déformation volumique (figure II.30) obtenue est identique. Ce résultat est encore une fois en accord avec la notion de paramètre d'état. Cette modélisation permet par conséquent d'intégrer complètement l'indice d'état et la notion de "mesure du comportement" qui lui est attachée, autant dans la zone dilatante que dans la zone uniquement contractante. La déformation volumique à la rupture ne cesse de croître ce contredit la théorie de l'état critique. En fait, ce qui a été dit concernant les essais triaxiaux non drainés denses reste encore valable dans ce cas.

## **II.7.4 Simulation d'essais triaxiaux à contrainte moyenne initiale ( $\sigma_c$ ) constante**

### *II.7.4.a Essais triaxiaux drainés*

La figure II.31 montre l'influence du paramètre d'état sur les simulations d'essais triaxiaux drainés lâches et denses. Les tendances qualitatives sont représentées correctement sur toute la plage de densité relative. Plus la densité augmente et plus le matériau a un comportement de type dense. Lorsque le sable est suffisamment dense pour que l'état caractéristique apparaisse, les déformations plastiques déviatoriques sont de plus en plus importantes pour chaque simulation au fur et à mesure que la valeur du paramètre d'état augmente (loi d'écrouissage), et le degré de dilatance du matériau s'accroît par conséquent.

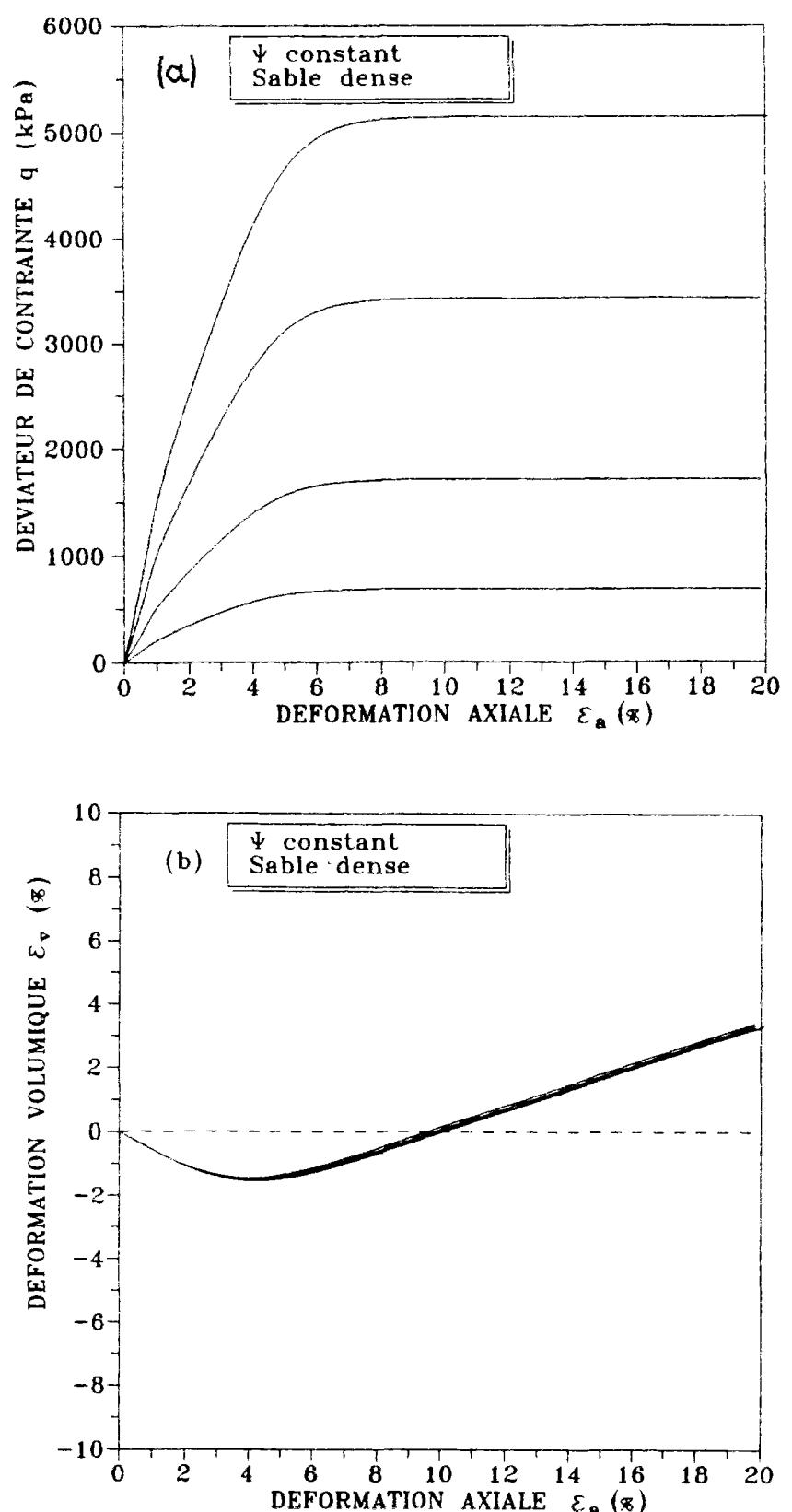


Figure II.30. Simulation d'essais triaxiaux drainés denses à paramètre d'état constant: (a) courbes de résistance au cisaillement; (b) déformations volumiques.

#### *II.7.4.b Essais triaxiaux non drainés*

De la même manière qu'en condition drainée, on a reporté sur la figure II.32 des essais non drainés sur sable dense pour différents niveaux de densité relative initiale. Là-aussi, la prise en compte de l'état initial est directement réalisée.

#### **II.7.5 Prise en compte d'une élasticité orthotrope transverse**

On a vu précédemment que le mode de fabrication des éprouvettes de sable est tel que le matériau testé en laboratoire est en fait orthotrope transverse. Nous allons supposer dans cette section que le matériau possède une élasticité isotrope transverse à trois paramètres selon Graham et Houlsby (1983) et montrer que le modèle de comportement ainsi modifié ne change pas les possibilités de prédiction des phénomènes et concepts présentés ci-dessus dans le cas d'une élasticité isotrope. Le paramètre d'orthotropie  $\alpha$  est pris dans ce cas non plus égal à 1 (cas isotrope) mais 0,8. Le sable fictif est donc supposé présenter des propriétés mécaniques plus faibles horizontalement que verticalement.

La figure II.33 montre la différence observée entre une simulation avec élasticité isotrope ( $\alpha=1$ ) et une simulation avec élasticité isotrope transverse ( $\alpha=0.8$ ) dans le cas d'un sable lâche. La pente initiale du chemin de contraintes effectif pour  $\alpha=0.8$ , contrairement au cas isotrope, est inclinée ce qui découle directement de l'hypothèse d'orthotropie. Ceci confirme l'observation expérimentale selon laquelle tous les essais non drainés sur sables lâches présentent un chemin de contrainte effectif incliné de la même manière au début du cisaillement. C'est-à-dire que dans la réalité, les éprouvettes de sable lâche ont une structure orthotrope. Les essais de Kuerbis et Vaid (1989) (voir figure II.3 du chapitre I) en compression et extension illustrent particulièrement bien ceci.

La figure II.34 montre que, pour des essais non drainés sur sable lâche, la théorie d'état critique est prise en compte même dans le cas où  $\alpha$  est égal à 0,8. La figure II.35 montre que le concept d'effondrement est encore prédit. La valeur calculée de la pente  $M_L$  est cependant légèrement supérieure à celle calculée dans le cas d'une élasticité isotrope. Ceci montrerait que le matériau orthotrope transverse résisterait plus que le matériau isotrope. Cependant, il faut considérer que si le matériau est orthotrope transverse, il est vraisemblable que la plasticité sera aussi orthotrope et la remarque précédente reste à confirmer. Néanmoins, cela permet de montrer la robustesse du concept de "surface de charge d'état" pour les sables. En particulier, le développement d'un modèle élastoplastique orthotrope avec ce concept intégré semble être une voie prometteuse.

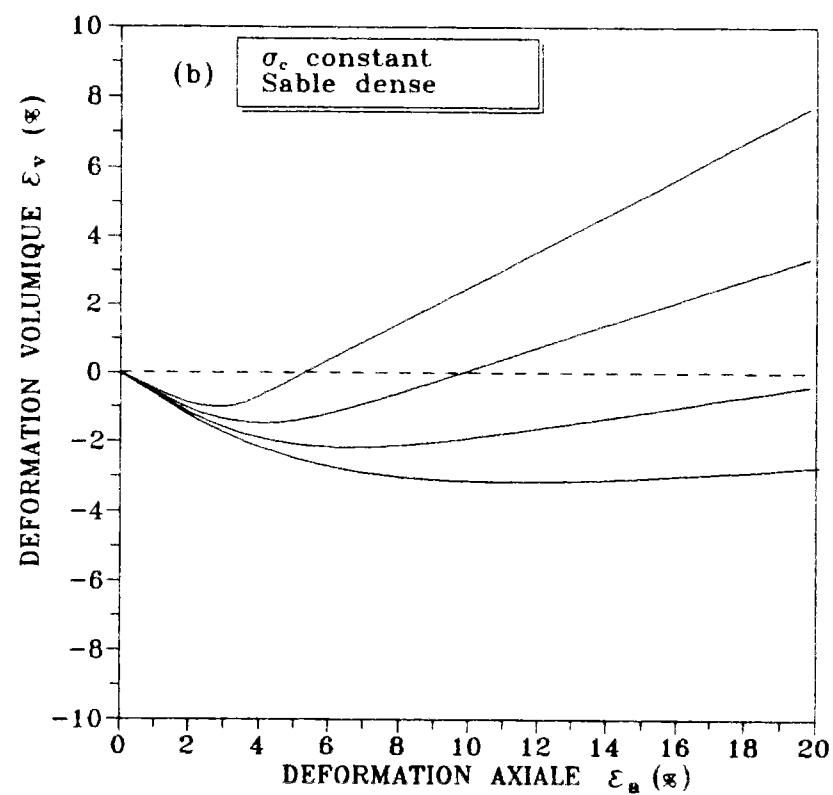
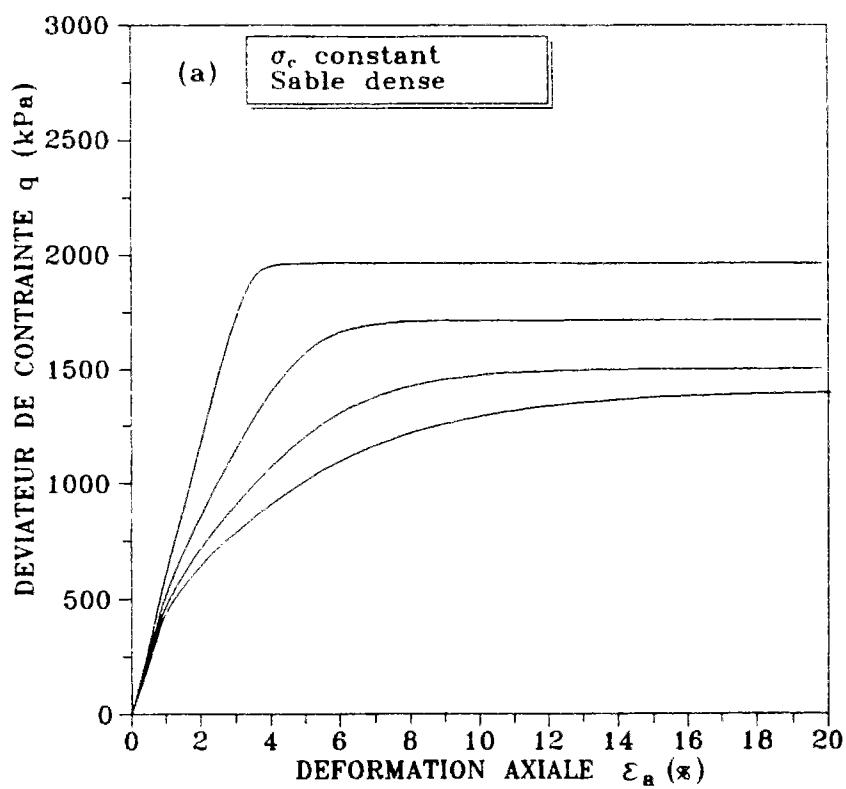


Figure II.31. Simulation d'essais triaxiaux drainés à contrainte moyenne initiale constante: (a) courbes de résistance au cisaillement; (b) courbes de déformation volumique.

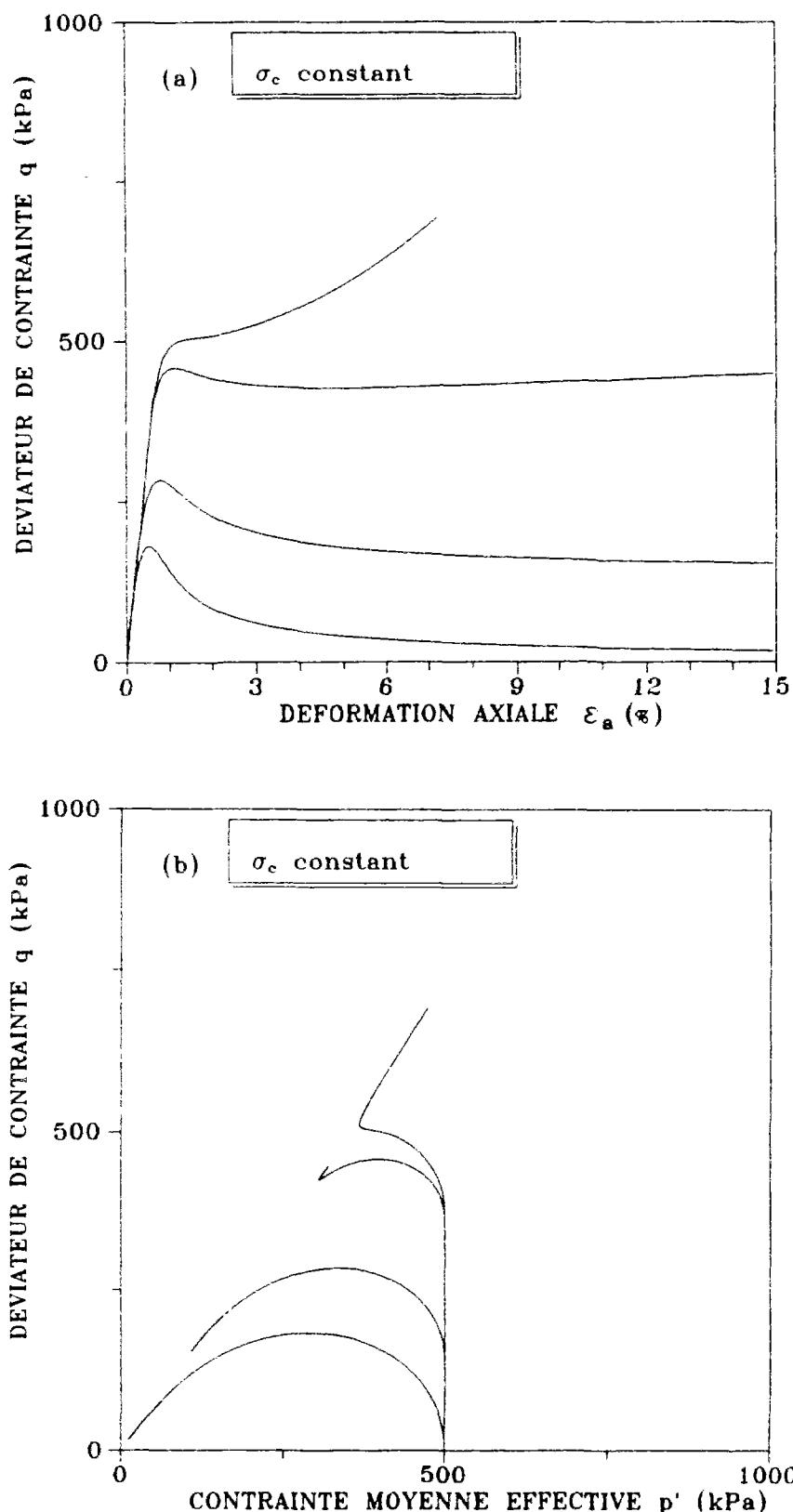


Figure II.32. Simulation d'essais triaxiaux non drainés à contrainte moyenne initiale constante:  
(a) courbes de résistance au cisaillement; (b) chemins en contraintes effectives.

## **II.7.6 Performance du modèle proposé par rapport aux autres modèles**

Le modèle proposé dans cette étude s'inscrit totalement dans le cadre de la théorie de l'état critique et constitue dans ce sens une amélioration des modèles existants et utilisant ce cadre de modélisation. On s'intéresse plus précisément dans ce paragraphe aux mêmes types de modèles développés pour les sables de façon à comparer les possibilités de chacun d'eux en chargement monotone et de mieux mettre en évidence les apports en modélisation du concept de surface de charge d'état.

### *II.7.6.a Modèle de Nova-Wood (1979)*

Ce modèle élastoplastique a permis en particulier de montrer comment la notion d'état caractéristique pouvait être très simplement prise en compte dans un modèle de type état critique, c'est-à-dire dérivant des modèles de type Cam-Clay. La surface de charge (dont la forme est représentée sur la figure II.36) a été construite en tenant compte des résultats expérimentaux de Tatsuoka et al. (1974) et Poorooshasb et al. (1966). Elle est fermée, avec deux équations différentes en fonction du rapport de contraintes  $q/p'$ .

Quoique très simple d'expression mathématique, la surface de charge n'est pas continûment dérivable et une cassure est visible pour des chemins en contraintes effectives correspondant à un sable lâche (Bouheniche, 1992). En effet, pour de telles conditions initiales, le chemin en contraintes effectives correspondant à un essai triaxial classique non drainé étant proche de la surface de charge initiale, les deux courbes sont pratiquement identiques. Le modèle simule une perte de résistance dans le cas d'un sable lâche (en condition non drainée) et le phénomène de liquéfaction totale peut être reproduit en prenant le paramètre D nul. Dans ce cas, le pic d'effondrement correspond dans  $(p',q)$  à la cassure de la courbe représentant le chemin en contraintes effectives. Cependant, dans le cas des sables lâches à très lâches, le déviateur maximal observé expérimentalement en condition non drainée est faible (entre 3 et 4 fois plus petit que la contrainte de consolidation initiale). Or, si l'on suppose que le sable est normalement consolidé, le domaine élastique initial simulé par ce modèle est si grand (quel que soit le jeu de paramètres utilisé) que le chemin en contraintes effectives s'inscrit la plupart du temps à l'intérieur de la surface de charge initiale. La simulation surestime inévitablement la résistance au cisaillement du sable car la surface de charge n'est pas suffisamment "aplatie" en déviateur.

Ce modèle est mieux adapté aux comportement des sables denses, conditions pour lesquelles il reproduit bien les principales tendances observées expérimentalement (Bouheniche, 1992). Le nombre de paramètres est relativement restreint puisqu'il est de 7 et tous ont une signification physique claire, leur détermination pouvant être réalisée de façon aisée.

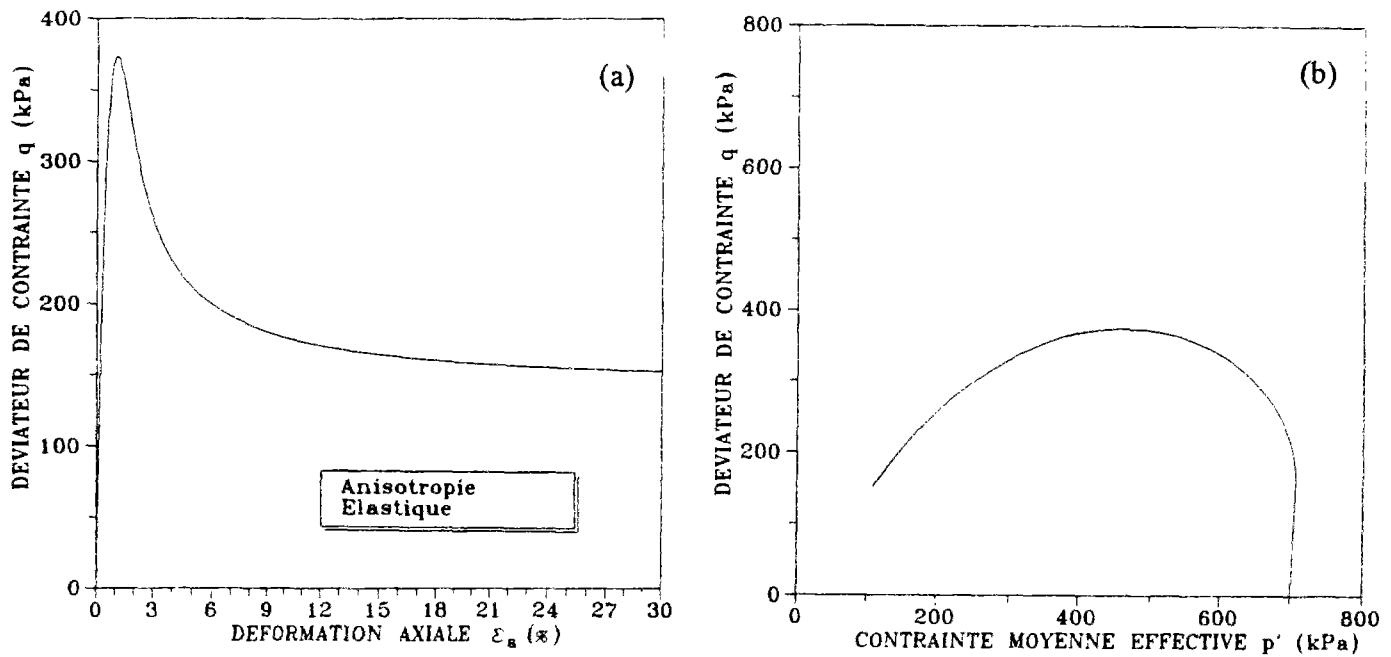


Figure II.33. Simulation d'un essai non drainé sur sable lâche avec prise en compte d'une élasticité isotrope transverse: (a) courbe de résistance au cisaillement; (b) chemin en contraintes effectives.

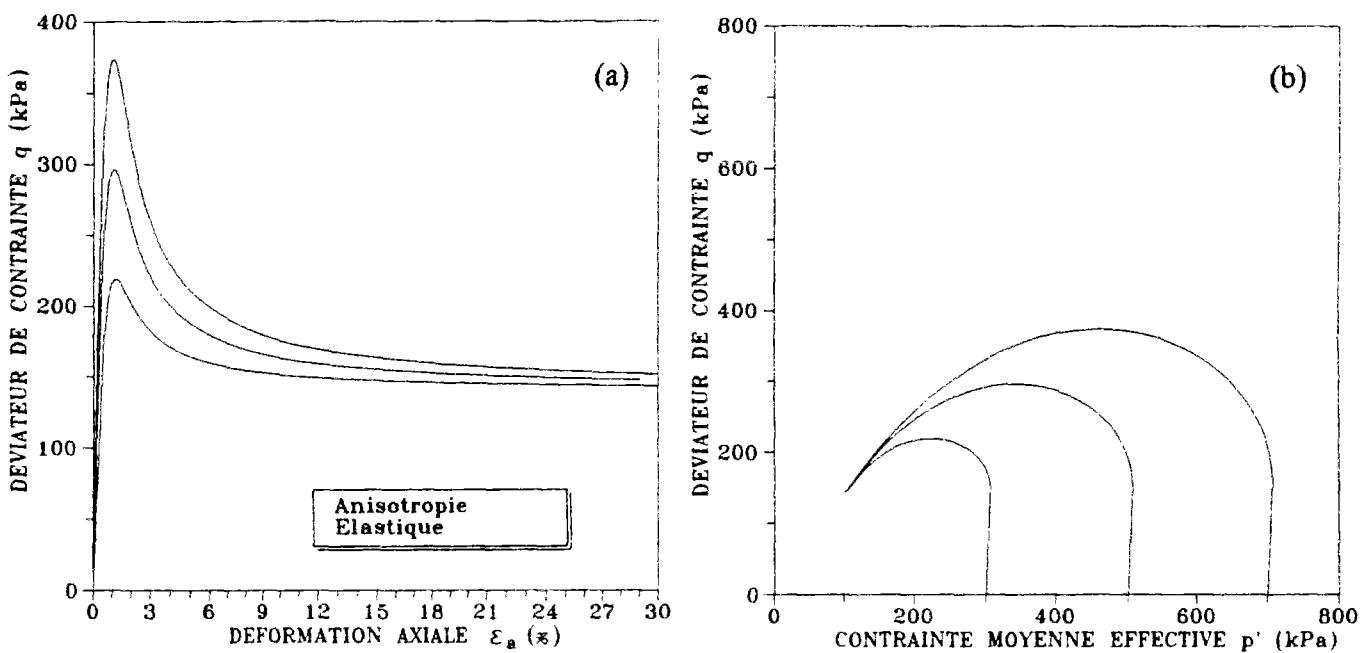


Figure II.34. Simulation de l'état critique à partir d'essais non drainés sur sable lâche avec prise en compte d'une élasticité isotrope transverse: (a) courbes de résistance au cisaillement; (b) chemins en contraintes effectives.

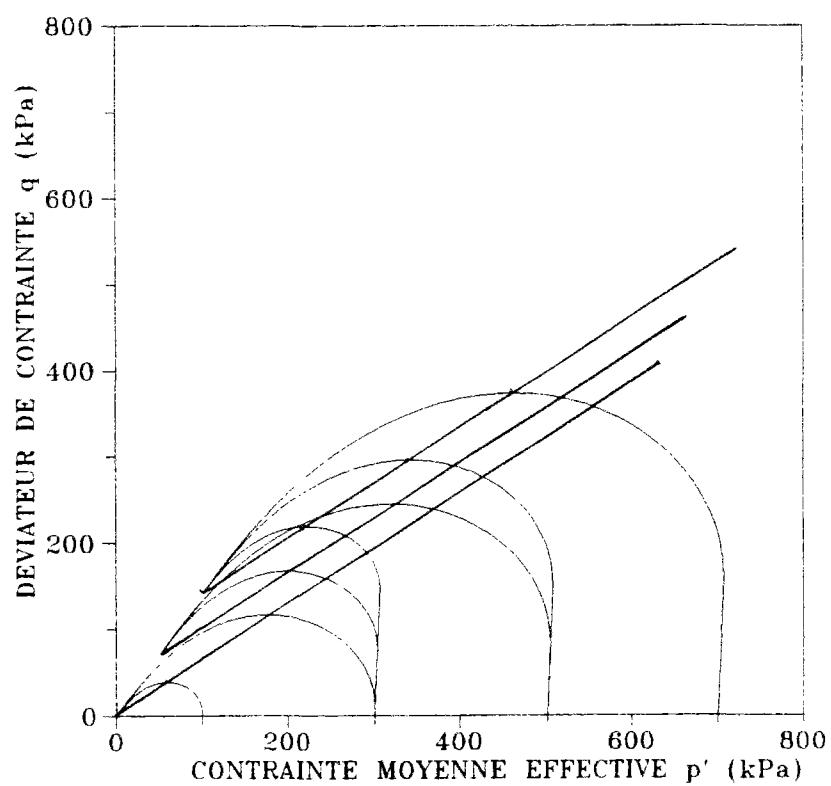
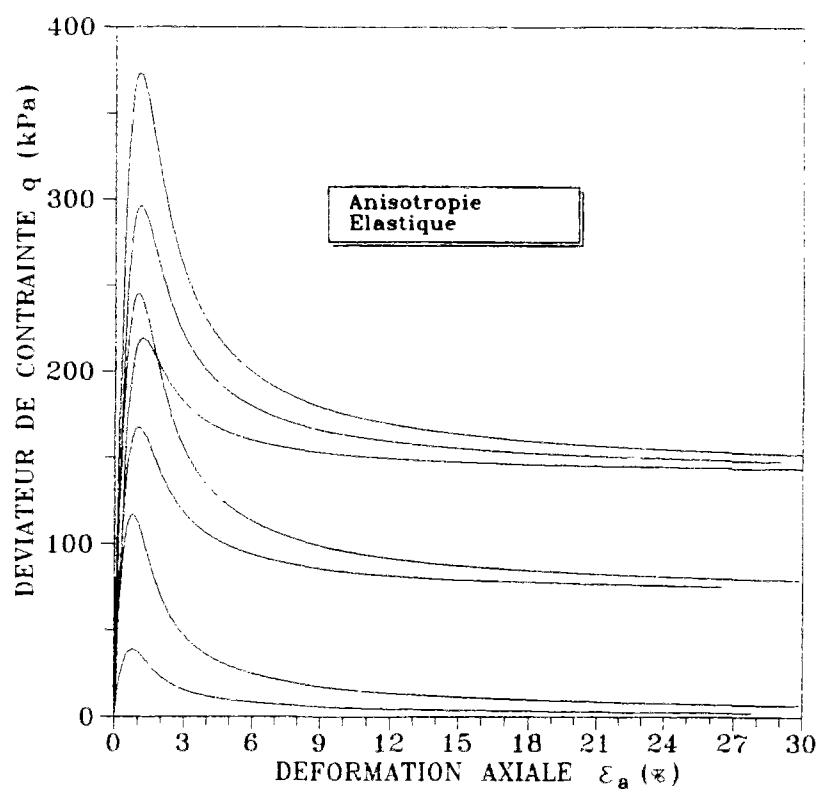


Figure II.35. Simulation du concept d'effondrement avec prise en compte d'une élasticité isotrope transverse: (a) courbes de résistance au cisaillement; (b) chemins en contraintes effectives.

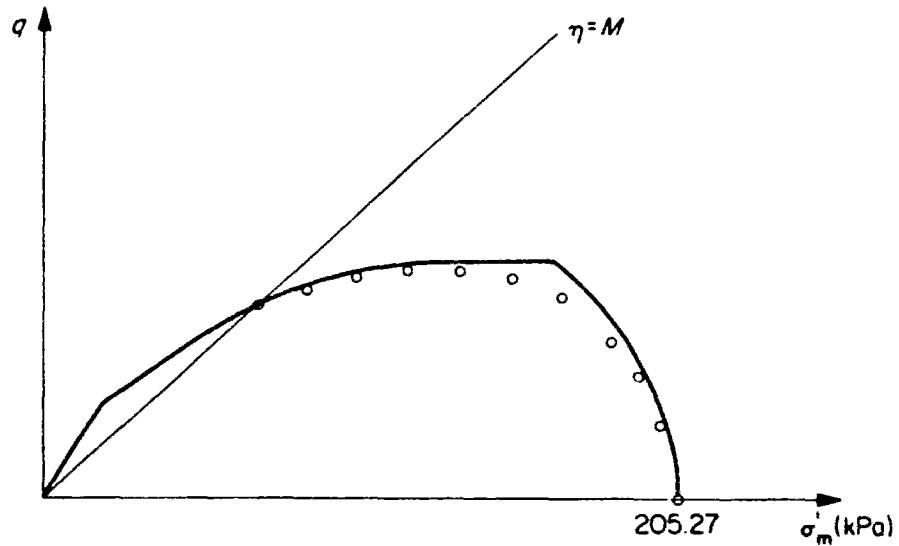


Figure II.36. Allure de la surface de charge dans le modèle de Nova-Wood (1979).

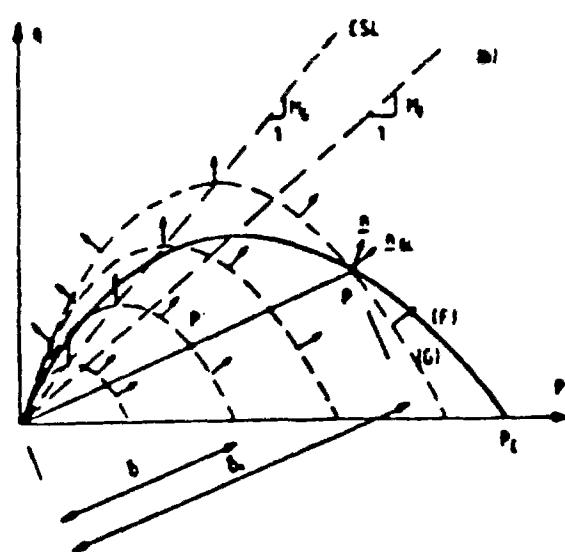
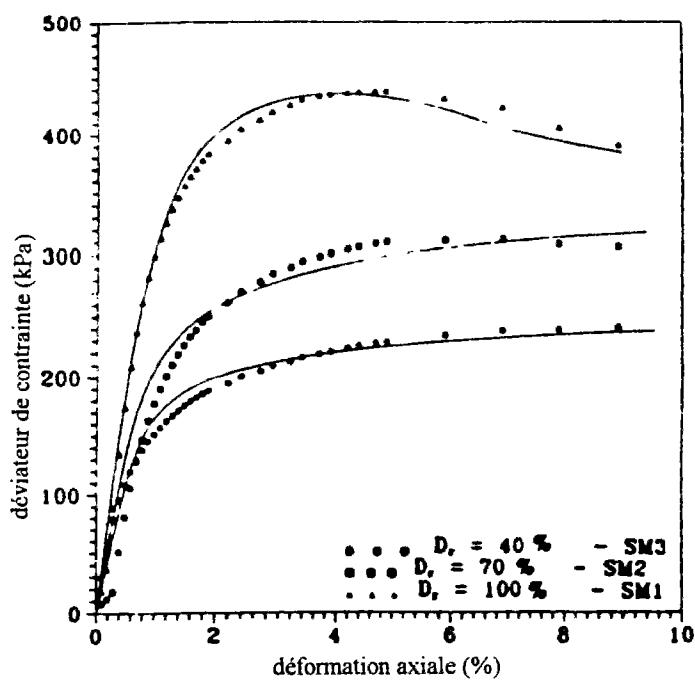
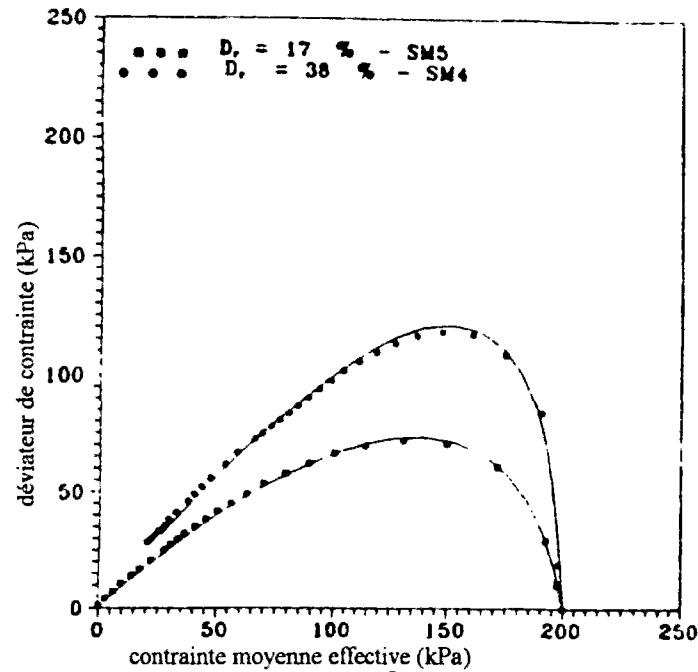


Figure II.37. Allure des surfaces de charge et d'écoulement dans le modèle de Pastor et al. (1985).



drainé dense



non drainé lâche

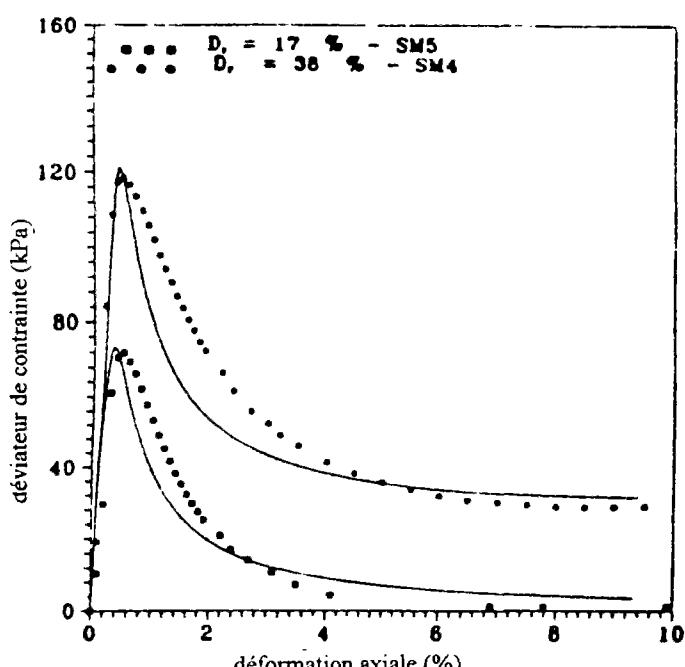
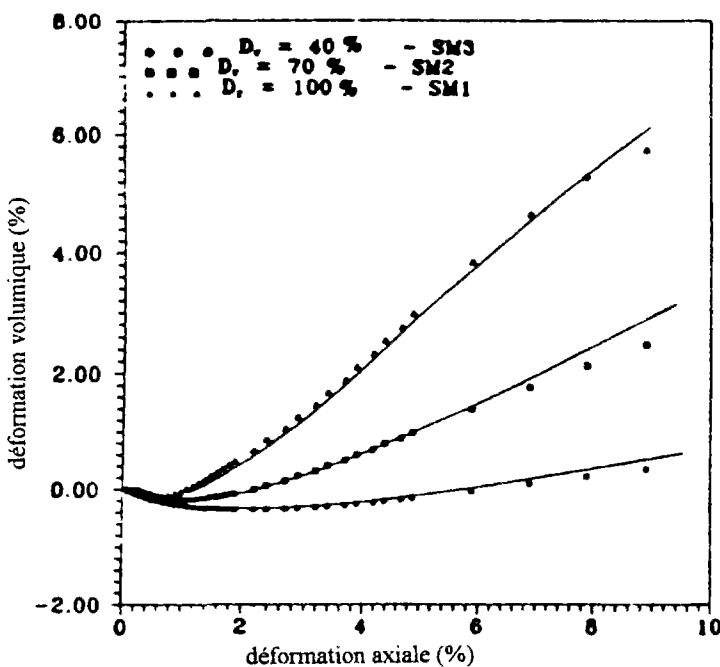


Figure II.38. Comparaisons théorie-expérience (Saïtta et al., 1992) - modèle de Pastor et al. (1990) - essais d'après Dupla (1989) et Bahloul (1990).

L'écriture mathématique de ce modèle est si simple qu'il est possible d'avoir l'expression analytique du chemin suivi dans le cas d'un essai triaxial classique drainé ou non drainé. Les formules sont indiquées par Nova (1982). On peut ainsi remarquer que les chemins simulés en non drainé sont homothétiques par la variation unique de la contrainte de consolidation initiale, en particulier en gardant constant l'indice des vides initial. L'effet combiné de l'indice des vides initial et de la contrainte de consolidation initiale n'est pas cependant pris en compte dans ce modèle et le comportement des sables lâches, moyennement dense et dense est décrit en prenant nécessairement trois jeux de paramètres différents.

#### *II.7.6.b Modèle de Pastor et al. (1985)*

Ce modèle s'inscrit dans le cadre de l'élastoplasticité généralisée (Zienkiewicz et al., 1985) et permet (voir chapitre I plus de détails) de simuler le comportement cyclique des sables, en particulier de reproduire correctement le phénomène de mobilité cyclique des sables denses observé expérimentalement à l'essai triaxial non drainé. Cependant, la description du modèle, pour sa partie monotone, s'inscrit totalement dans le cadre des modèles d'état critique. C'est pourquoi il est intéressant de l'analyser ici sous l'aspect des chargements monotones.

La loi d'écoulement est identique à celle de Nova et Wood (1979), tandis que la surface de charge prend simplement la même forme que le potentiel d'écoulement déduit de l'expression précédente. La forme de cette surface est représentée sur la figure II.37. La même remarque que pour le modèle précédent s'applique en ce qui concerne la simulation d'un essai triaxial classique en condition non drainée sur sable lâche. Le chemin en contraintes effectives est inévitablement surestimé en déviateur si le sable est supposé normalement consolidé au début du cisaillement. Il existe cependant un moyen, pour ce modèle, de remédier à ce problème en supposant que la surface de charge est, dès le départ, une surface frontière et que celle-ci englobe le chemin en contraintes effectives. Cependant, la position initiale de la surface frontière est alors plus difficile à approcher. La figure II.38 montre des comparaisons entre des simulations réalisées à partir d'une version de ce modèle (Pastor et al., 1990) et des essais triaxiaux classiques drainés et non drainés réalisés sur sable d'Hostun (Dupla, 1989 et Bahloul, 1992). En utilisant les outils de l'élastoplasticité généralisée en chargement monotone, il devient alors possible d'obtenir de bons résultats quantitatifs (Saïtta et al., 1992).

Comme pour le modèle précédent, il est possible d'obtenir l'expression analytique des chemins suivis au triaxial classique et, comme précédemment, certains paramètres du modèle doivent varier suivant les conditions initiales auxquelles on s'intéresse (lâche, moyennement dense ou dense).

## II.8 EVALUATION QUANTITATIVE DU MODELE PROPOSE EN CHARGEMENT MONOTONE- CONFRONTATION AUX ESSAIS

On envisage, dans ce paragraphe, de confronter le modèle de comportement proposé ci-dessus avec des essais triaxiaux classiques réalisés en chargement monotone sur des sables de référence. Les paramètres du modèle (en monotone) étant issus pour la plupart de la théorie de l'état critique, ils sont facilement accessibles, et même donnés dans la littérature par les auteurs qui ont réalisé les essais. On suppose d'autre part que le matériau est isotrope.

### II.8.1 Simulation d'essais non drainés sur sable lâche réalisés par Sladen et al. (1985)

Ces essais ont été réalisés à la suite d'un glissement survenu en 1984 lors de la mise en place d'un remblai hydraulique servant à la construction d'une île artificielle sur la mer de Beaufort au Canada. Deux types de sables représentatifs du matériau de remblaiement furent testés en laboratoire (dénommés « Nerlerk 2% » et « Nerlerk 12% » suivant le pourcentage de fines contenu dans le sable) et comparés à un sable de référence (sable de Leighton Buzzard). Cette étude est particulièrement intéressante puisqu'elle a débouché sur une meilleure compréhension des propriétés de liquéfaction statique des sables lâches et très lâches. Sladen et al. (1985) ont proposé une nouvelle approche pour la prévision de ce type de comportement (qui peut être catastrophique sur site) en terme d'effondrement et ils ont introduit ainsi le concept de "surface d'effondrement" (voir chapitre I pour plus de détails à ce sujet). Il est par conséquent important de pouvoir tester la modélisation sur ces essais. Le jeu de paramètres utilisé est reporté dans le tableau II.3. Seul le paramètre  $\alpha_g$  n'a pas été déterminé à partir des données fournies par les auteurs. Cependant, une analyse paramétrique sur  $\alpha_g$  (figure II.39) montre que pour ce cas particulier (simulation de sables lâches à l'essai triaxial classique), l'influence de ce paramètre (dans la plage physiquement admissible) est négligeable sur l'allure du chemin en contraintes effectives. Une valeur moyenne de 1,5 a donc été admise par la suite.

paramètre	$\nu$	$\kappa$	$\lambda$	$M_f$	$M_g$	$\alpha_g$
valeur	0,3	0,02	0,08	1,2	1,2	1,5

Tableau II 3. Valeurs des paramètres du modèle prises pour simuler le sable de Leighton Buzzard.

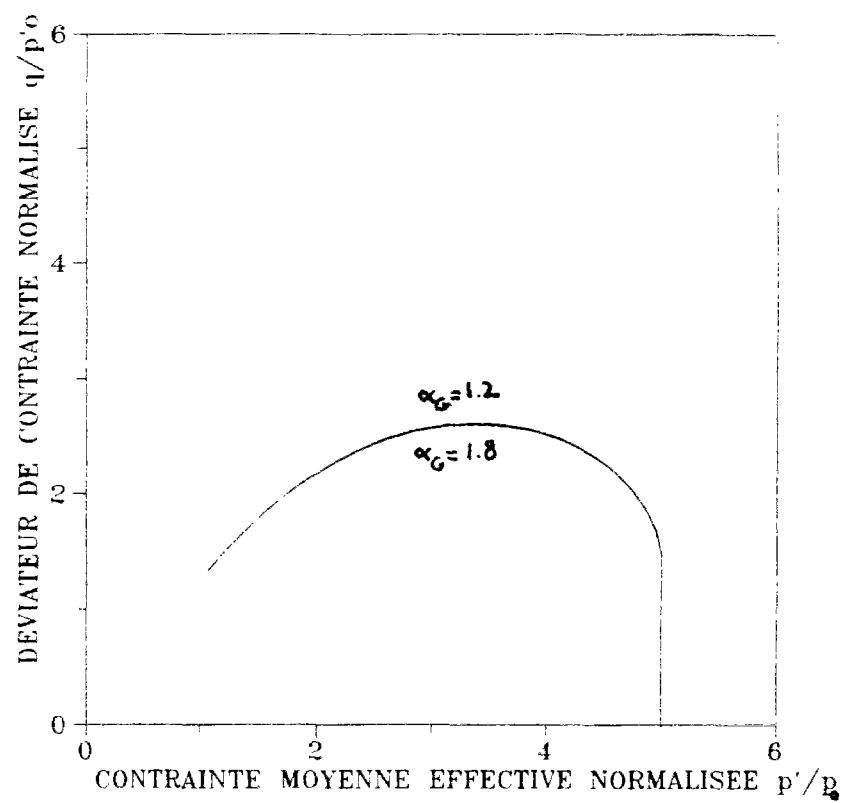


Figure II.39. Influence du paramètre  $\alpha_g$  sur les chemins en contraintes effectives lors d'un essai triaxial non drainé sur sable lâche.

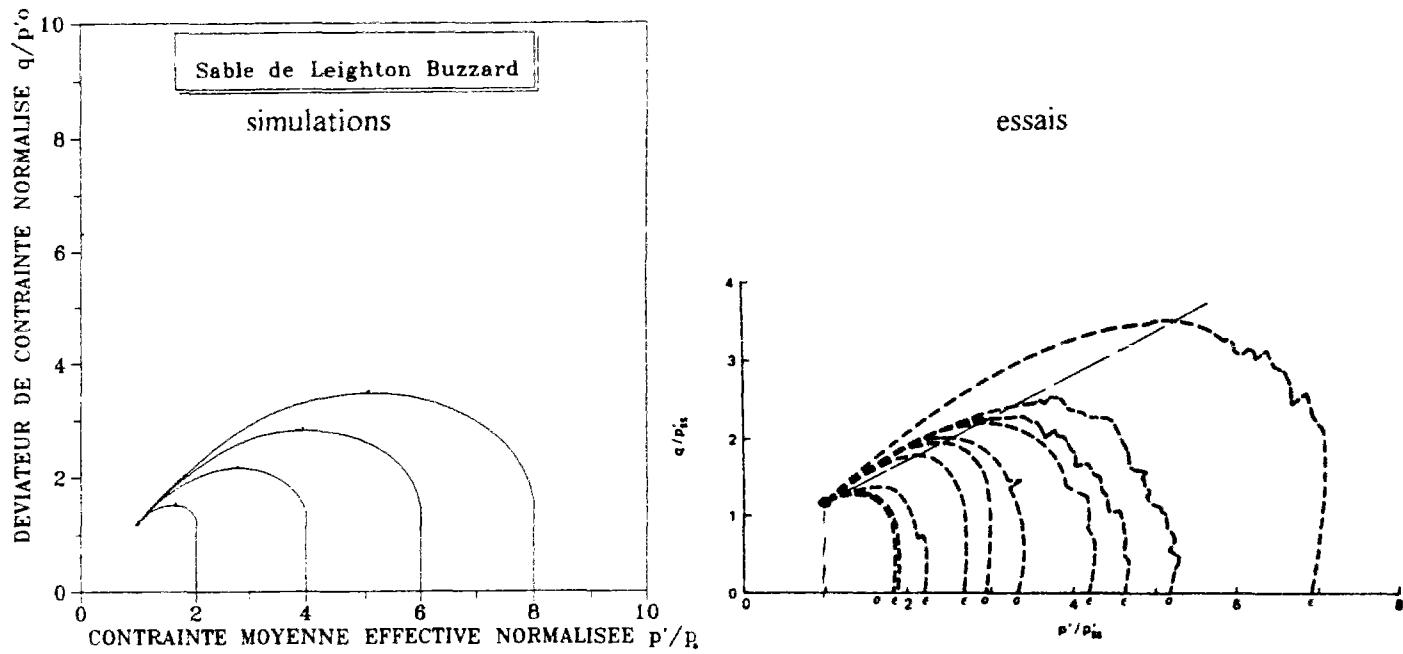


Figure II.40. Simulation d'essais non drainés sur le sable de Leighton Buzzard lâche (essais d'après Sladen et al., 1985).

La figure II.40 montre des simulations effectuées pour des rapports de contrainte ( $p'/\sigma_c$ ) égaux à 2, 4, 6 et 8. Les chemins en contraintes effectives sont assez bien reproduits et le pic en déviateur est proche de la réalité. La droite d'effondrement est elle aussi correctement simulée et la pente  $M_L$  prédicta est égale à 0.57 au lieu de 0.54 effectivement trouvé par Sladen et al. (1985).

## II.8.2 Simulation d'essais non drainés sur sable lâche et dense (Ishihara, 1993)

Ishihara (1993) a proposé de modifier la définition du paramètre d'état  $\Psi$  de façon à mieux caractériser le comportement des sables lâches en petites et moyennes déformations à partir d'essais triaxiaux classiques non drainés réalisés par Verdugo (1992). L'auteur étudie de plus près la ligne d'état critique et propose d'adapter la mesure du comportement en tenant compte du fait que celle-ci n'est plus droite comme supposée par Been and Jefferies (1985), mais courbe dans le plan ( $e, \ln(p')$ ). Il est par conséquent intéressant de simuler ces essais à partir de la modélisation proposée ci-dessus puisqu'ils sont à l'origine de la définition de l'indice d'état  $I_s$ . Les valeurs des paramètres du modèle sont calculées à partir des données fournies par Verdugo (1992) et sont reportées dans le tableau II.4. Les valeurs de la rupture  $M_f$  ont été modulées de façon à rendre plus réalistes les simulations et dépendent de l'état initial (ou encore de l'indice d'état) comme indiqué plus haut lors du choix des valeurs des paramètres. Ainsi, pour le sable de Toyoura, d'après les essais de Verdugo,  $M'_f$  vaut 1/2. C'est-à-dire que  $M_f$  varie entre 1,24 et 1,34 suivant la valeur de  $I_s$ . La valeur de  $\lambda$  est calculée d'après la donnée de la courbe d'état stable (SSL d'après Ishihara, 1993) comme indiqué plus haut et vaut environ 0,06. Les autres paramètres sont reportés dans le tableau II.suivant :

paramètre	$\nu$	$\kappa$	$\lambda$	$M'_f$	$M_g$	$\alpha_g$
valeur	0,3	0,015	0,06	0,5	1,2	1,5

Tableau II.4. Valeurs des paramètres du modèle prises pour simuler le sable de Toyoura.

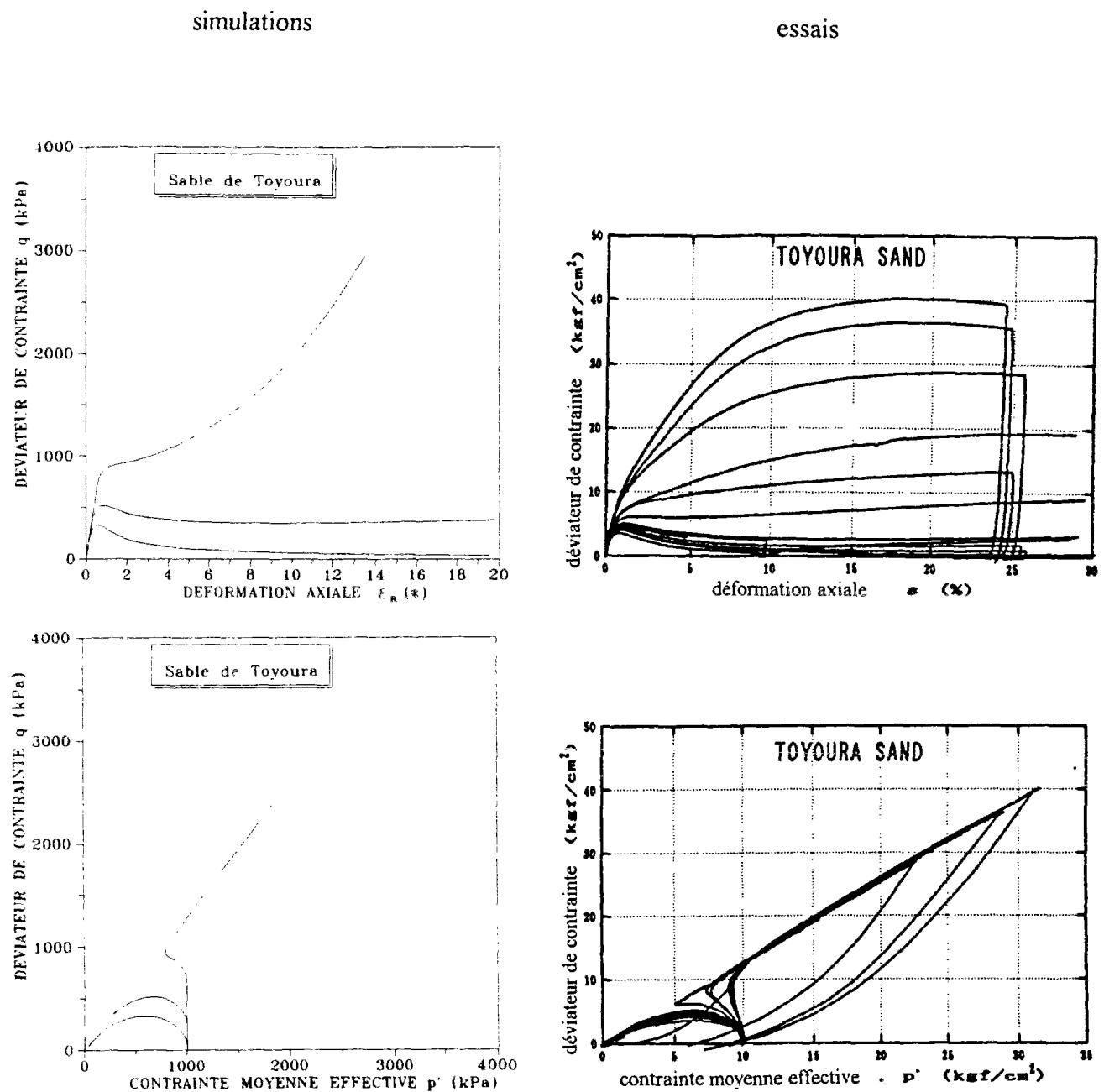
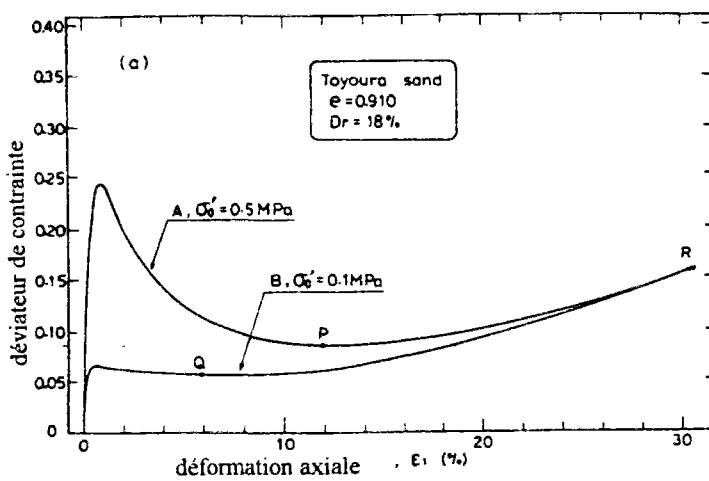


Figure II.41. Simulation d'essais non drainés pour une même contrainte de consolidation (essais d'après Verdugo, 1992): (a) courbes de résistance au cisaillement; (b) chemins en contraintes effectives.

essais



simulations

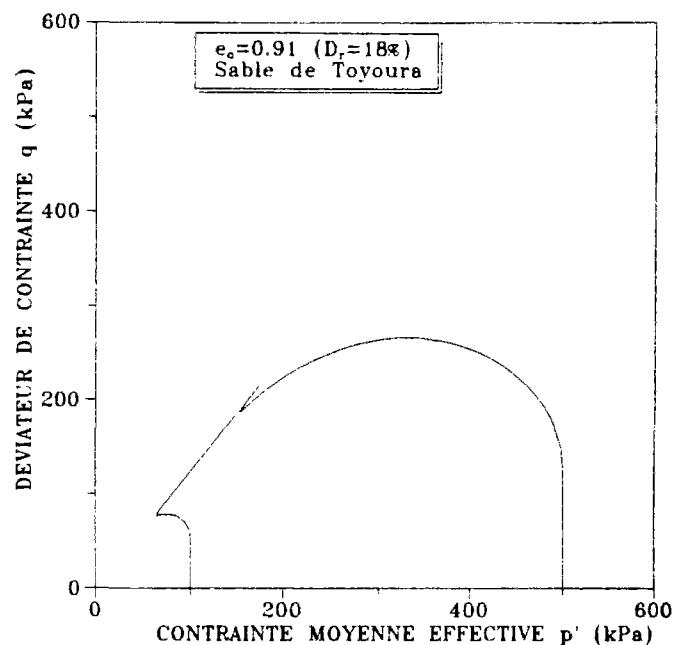
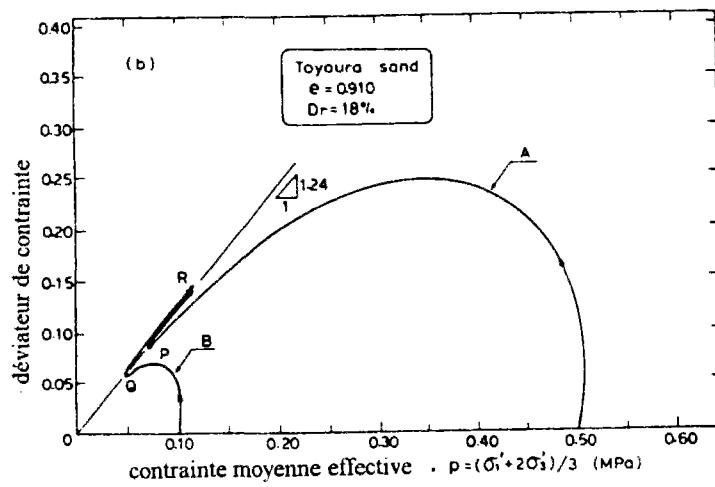
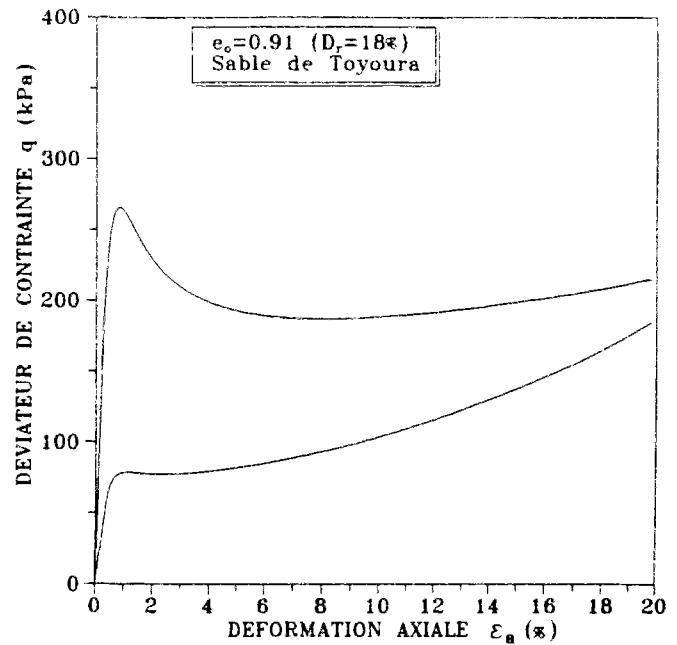


Figure II.42. Simulation d'essais non drainés à indice des vides initial constant : (a) courbes de résistance au cisaillement ; (b) chemin en contraintes effectives (essais d'après Ishihara, 1993).

#### *II.8.2.a Essais non drainés à contrainte moyenne initiale ( $\sigma_c$ ) constante:*

Lorsque l'on modélise le comportement mécanique des sables, l'effet de la contrainte de consolidation est assez peu abordé et fréquemment, les paramètres des modèles prennent des valeurs différentes suivant que le sable est lâche, moyennement dense ou dense. Trois jeux de paramètres différents sont donnés par les auteurs, ce qui en réalité multiplie par trois le nombre de constantes à déterminer. Dans notre cas, le fait de prendre en compte la notion de paramètre d'état dans la modélisation, nous permet de nous affranchir de ce type d'approche et nous permet de rendre à la notion de paramètre sa véritable fonction dans un modèle. En effet, celle-ci ne doit pas dépendre des conditions initiales et doit être intrinsèque au matériau. La figure II.41 représente des essais de Ishihara (1993) à même contrainte initiale de consolidation simulés par le modèle proposé prenant en compte la valeur de l'indice d'état pour chaque essai. Le modèle reproduit bien l'effet de l'indice d'état et l'écrouissage correspond bien en effet à ce qui se passe lors d'un essai non drainé. Les trois essais représentés sur cette figure II.41 ont une densité relative très différente qui va de 7 à 65%. La modélisation permet ainsi de simuler l'effondrement complet, partiel ou inexistant de l'éprouvette par la seule variation de l'indice d'état.

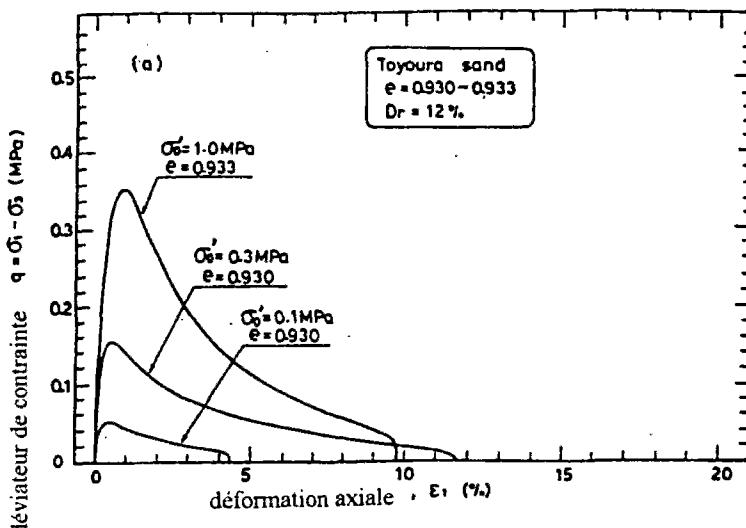
#### *II.8.2.b Essais non drainés à indice des vides ( $e_0$ ) constant:*

La figure II.42 montre qu'il est possible de simuler à la fois le comportement d'un sable lâche et celui d'un sable dense pour un même indice des vides initial. La contrainte de consolidation passe de 100 à 500 kPa. Pour une contrainte de consolidation initiale de 500 kPa, le matériau s'effondre au-delà de 1% et sa perte de résistance est supérieure à 100 kPa. Dans le cas où le matériau est soumis à une contrainte de consolidation initiale de 100 kPa, le matériau ne perd pratiquement pas de résistance au cisaillement et le déviateur continue à augmenter. La phase de dilatance observée pour les deux simulations arrive bien plus tard, pour  $\sigma_c=500$  kPa ( $\epsilon_a=9\%$ ), ce qui reproduit bien les essais d'Ishihara (1993).

#### *II.8.2.c Essais à indice d'état ( $I_s$ ) constant:*

Les figures 43, 44, 45 et 46 montrent des simulations à indice d'état constant à partir des essais réalisés par Verdugo (1992) et d'après Ishihara (1993). Des sables lâches aux sables denses, c'est-à-dire de  $I_s = 0$  à  $I_s = 2$ , les résultats des simulations concordent avec la réalité expérimentale. Pour chaque figure, les chemins en contraintes effectives sont pratiquement homothétiques car l'indice d'état est à peu près identique. Les courbes de résistance au

essais



simulations

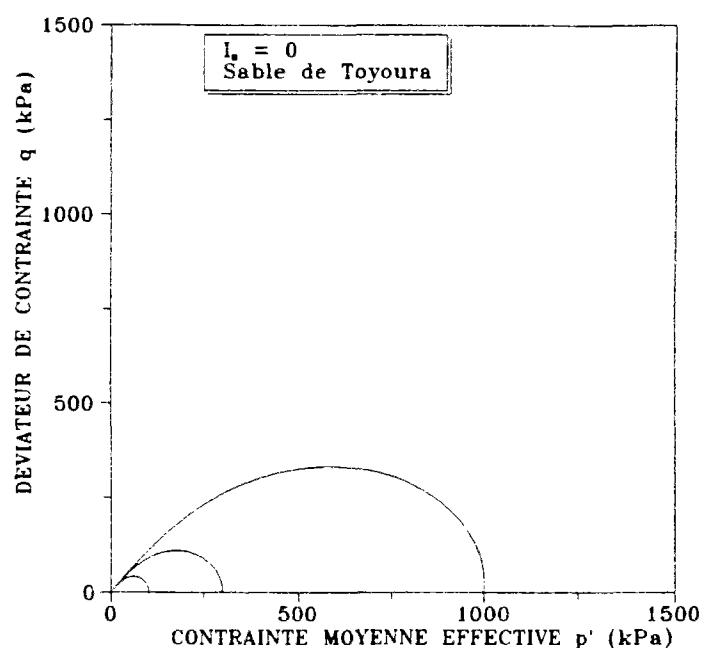
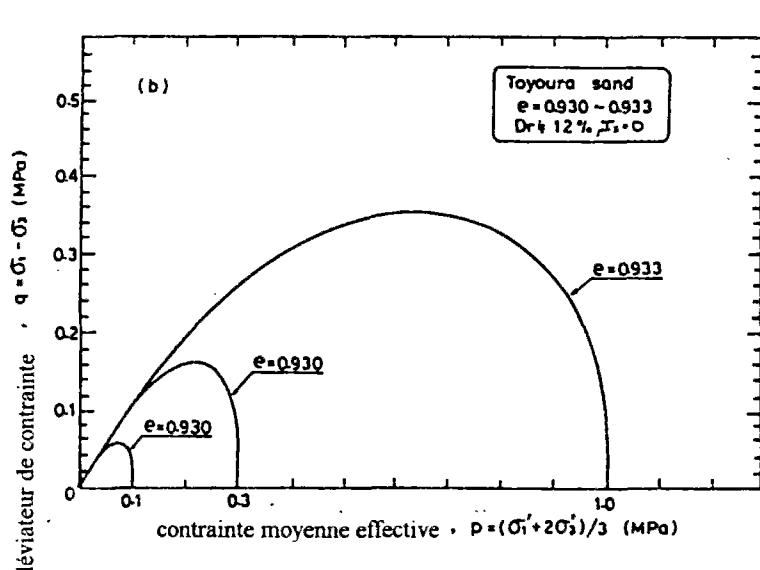
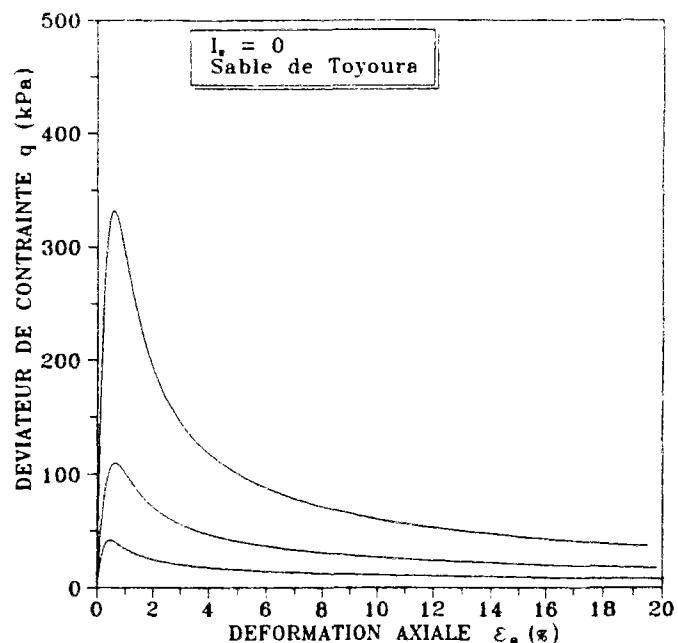
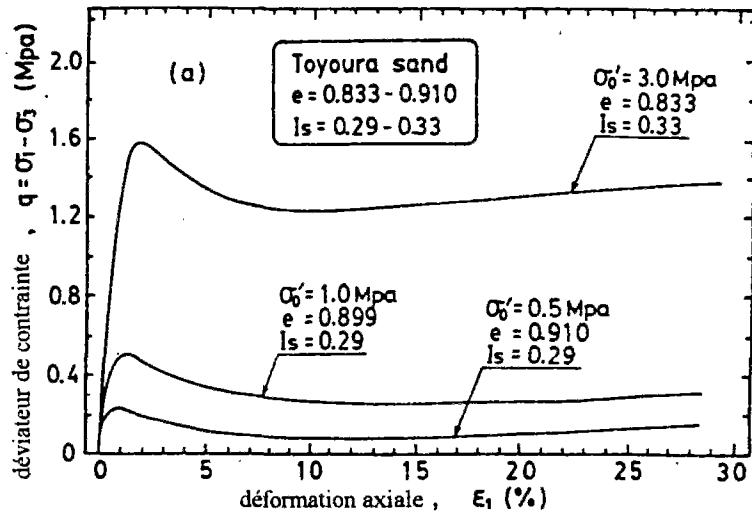


Figure II.43. Simulation d'essais non drainés à indice d'état constant (essais d'après Ishihara, 1993): (a) courbes de résistance au cisaillement; (b) chemin en contraintes effectives.

essais



simulations

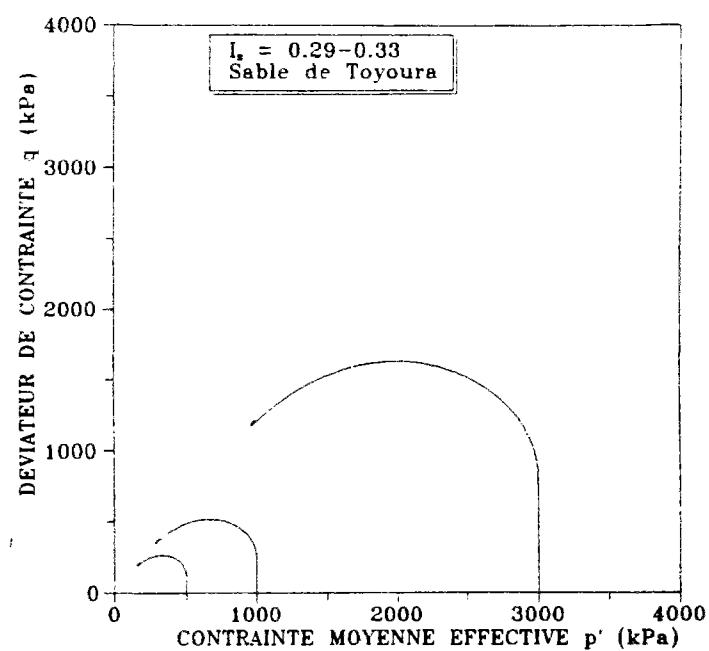
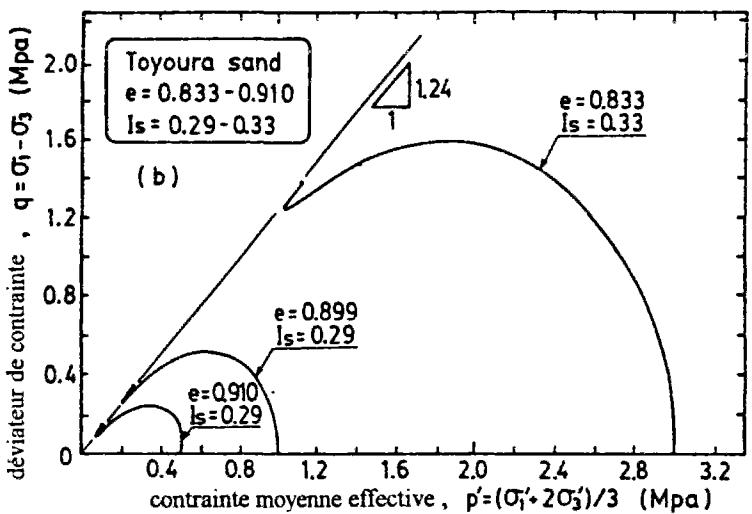
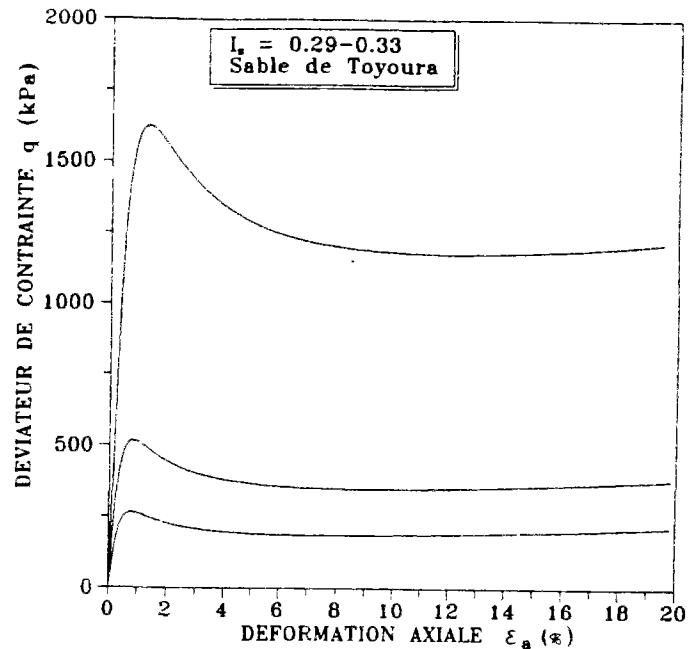
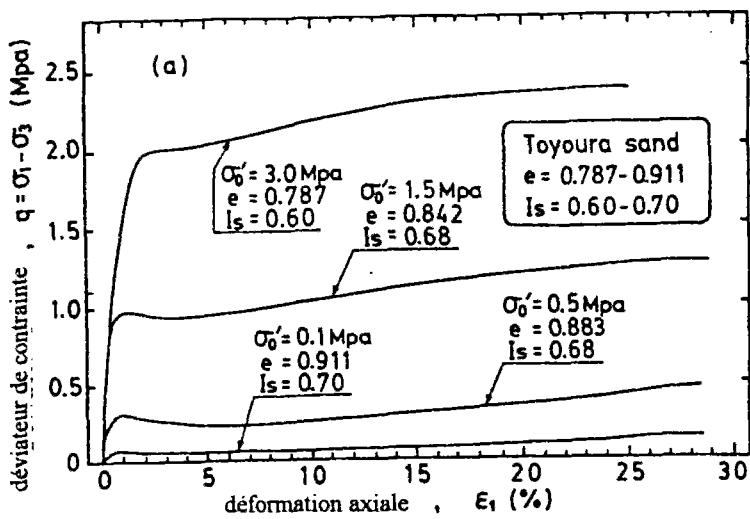


Figure II.44. Simulation d'essais non drainés à indice d'état constant (essais d'après Ishihara, 1993): (a) courbes de résistance au cisaillement; (b) chemin en contraintes effectives.

essais



simulations

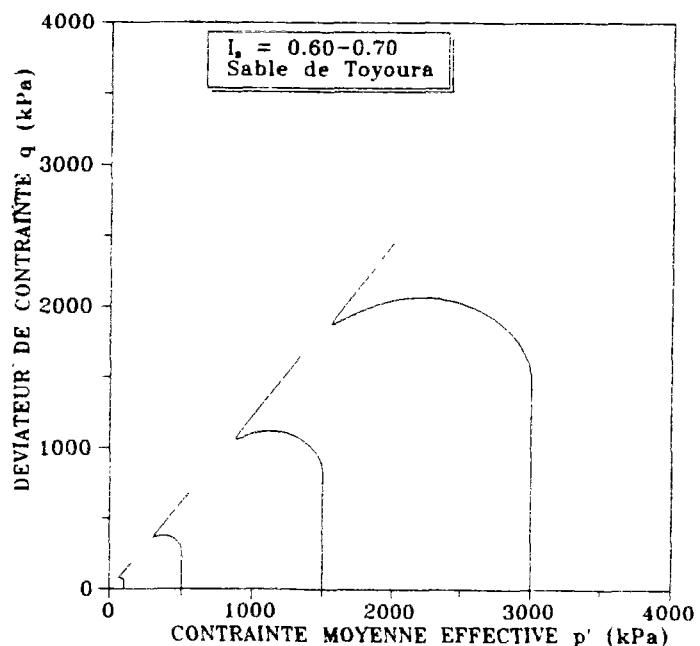
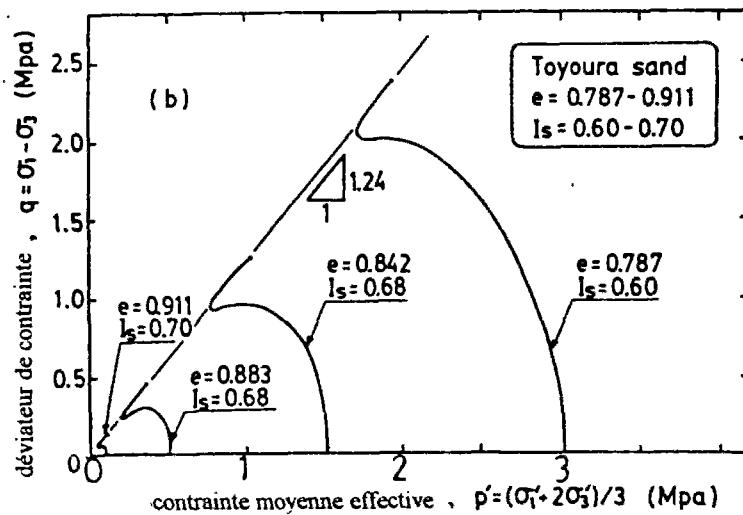
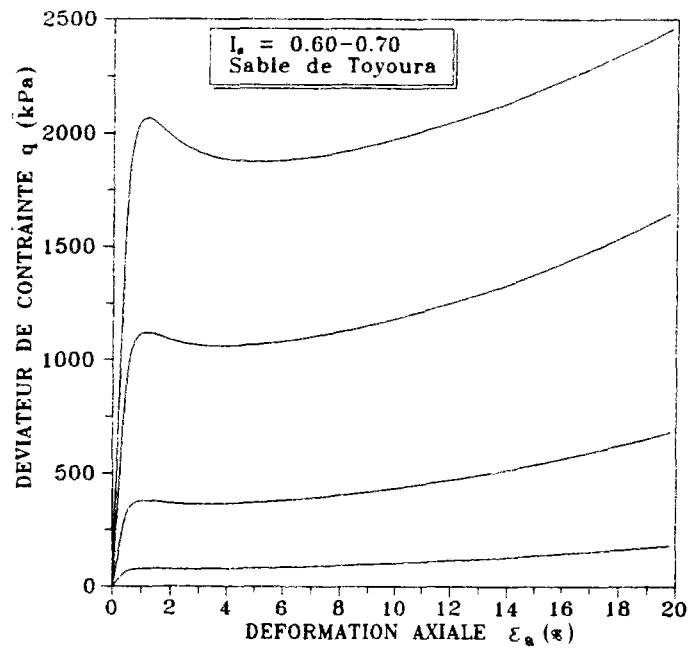
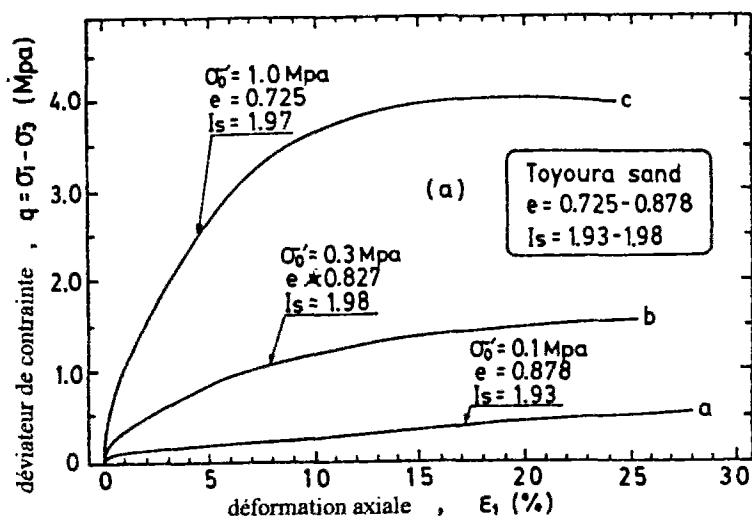


Figure II.45. Simulation d'essais non drainés à indice d'état constant (essais d'après Ishihara, 1993): (a) courbes de résistance au cisaillement; (b) chemin en contraintes effectives.

essais



simulations

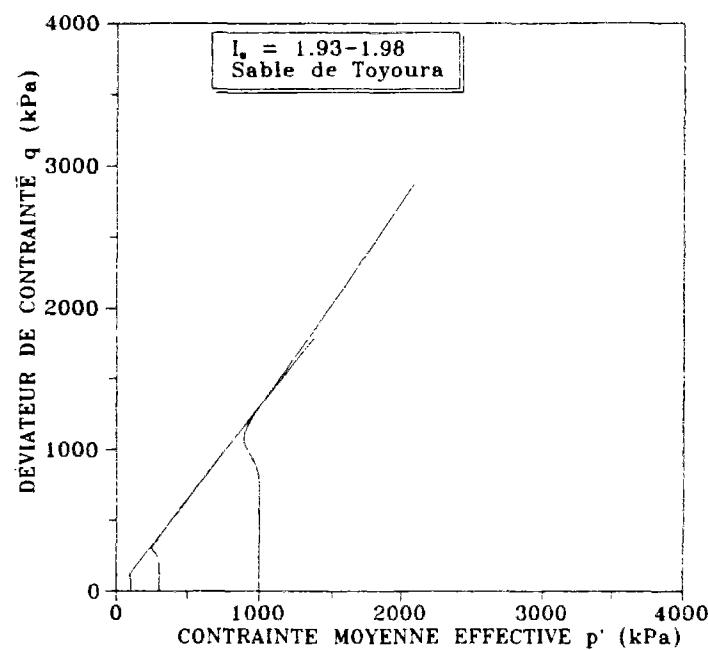
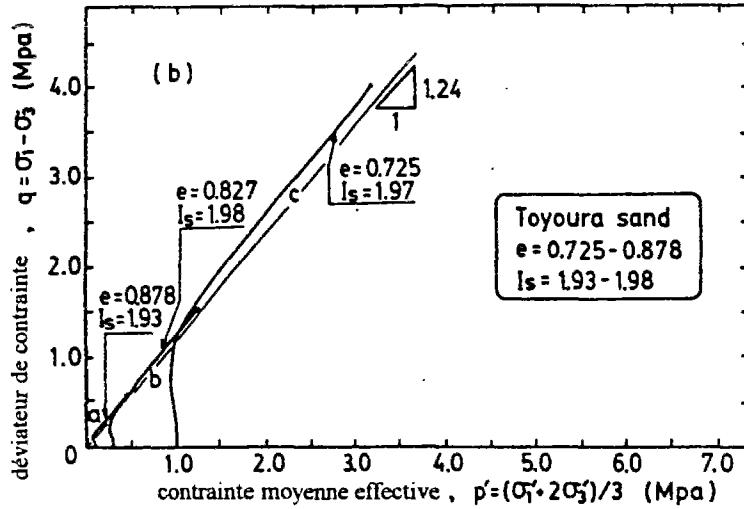
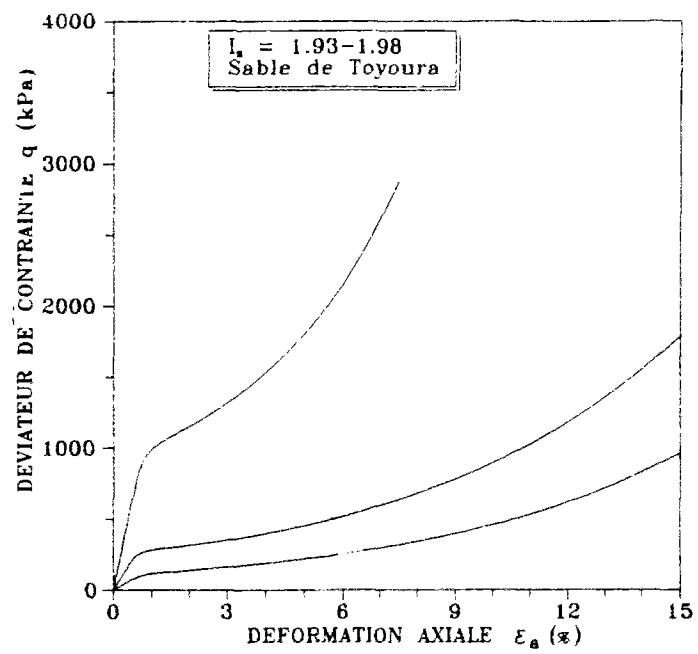


Figure II.46. Simulation d'essais non drainés à indice d'état constant (essais d'après Ishihara, 1993): (a) courbes de résistance au cisaillement; (b) chemin en contraintes effectives.

cisaillement sont bien décrites par le modèle pour les déformations usuelles ( $\epsilon_a < 10\%$ ). Au-delà de ce niveau de déformation, les simulations s'éloignent sensiblement des résultats expérimentaux. Cependant, le modèle est uniquement valable en petites et moyennes déformations de par construction de la loi de comportement, et ne prétend pas fournir un résultat quantitatif valable pour des déformations axiales supérieures à 15%.

## II.9 EVALUATION QUALITATIVE DU MODELE EN CYCLIQUE

On aborde dans ce paragraphe la modélisation du comportement cyclique dans le cadre du concept de surface frontière exposé dans le paragraphe précédent. Il est intéressant, avant de confronter le modèle avec des essais, de comparer qualitativement les deux interpolations décrites en II.3.4.c. Pour cela, le modèle choisi en chargement monotone est celui proposé ci-dessus. La partie élastique est supposée anisotrope, le paramètre  $\alpha$  étant pris égal à 0,8. Cette section met en évidence, d'une part, l'intérêt de la nouvelle interpolation (interpolation «  $\gamma$ -hyperbolique ») par rapport à la loi «  $\gamma$ -puissance ». D'autre part, les simulations effectuées dans ce paragraphe montrent que le concept de surface de charge d'état peut aussi être étendu au comportement cyclique des sables (notion de « surface frontière d'état »).

### II.9.1 Notion de 'surface frontière d'état':

La figure II.47 montre la simulation d'un essai cyclique non alterné non drainé sur sable lâche à amplitude de déviateur constant. La partie monotone du modèle est identique à celle évaluée précédemment sur des sables de référence, sauf l'élasticité qui prise ici anisotrope. La loi d'interpolation choisie dans ce paragraphe est du type «  $\gamma$ -puissance ». Une valeur arbitraire du paramètre  $\gamma$  a été choisie ( $\gamma=3,5$ ) de façon à montrer les tendances. En ce qui concerne le chemin en contraintes effectives, on remarque (conformément aux observations expérimentales) que les cycles se rapprochent tout d'abord (de moins en moins de plastification est cumulée au cours d'un cycle), puis s'écartent (accumulation croissante d'irréversibilités au cours d'un cycle) avant l'effondrement au cycle critique. Cependant la position, au sein de la surface frontière du noyau élastique, semble être décalée vers l'origine par rapport aux observations expérimentales. La simulation d'essais à amplitude de déviateur différentes montre (figure II.48) que les points d'effondrement sont alignés sur une droite qui passe par le point résiduel R. Cela est conforme au concept d'effondrement et vient du fait que l'interpolation radiale choisie par Zienkiewicz et al. (1985) a été modifiée dans notre étude en prenant l'origine plutôt au point  $R(p_f, M_f, p_f)$ . La pente de la droite d'effondrement est identique à celle simulée en monotone, ce qui est conforme aux résultats expérimentaux (Bahda, 1993). D'autre part, le chemin en contraintes effectives, pour des amplitudes du déviateur supérieures à  $M_f, p_f$ , converge après effondrement vers l'état résiduel défini par le point R. Pour les mêmes conditions initiales, cet état résiduel prédit par le modèle est indépendant de l'amplitude du déviateur (figure II.48). Le concept de surface de charge d'état est donc aussi valable en cyclique et la surface est alors nommée "surface frontière d'état".

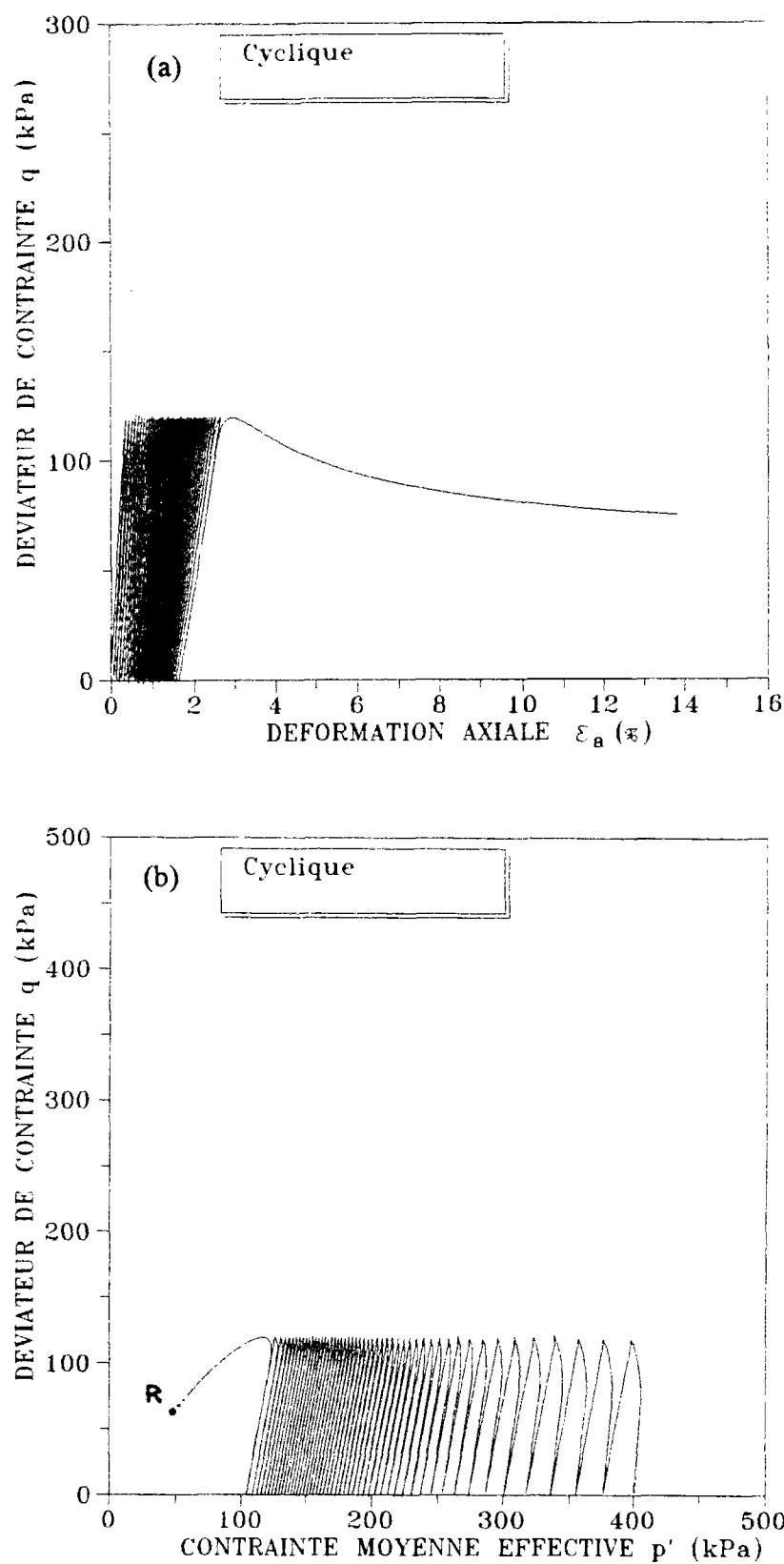


Figure II.47. Simulation d'un essai triaxial cyclique non drainé sur sable lâche suivant la méthode de la surface frontière (interpolation «  $\gamma$ -puissance »): (a) courbe de résistance au cisaillement, (b) chemin en contraintes effectives.

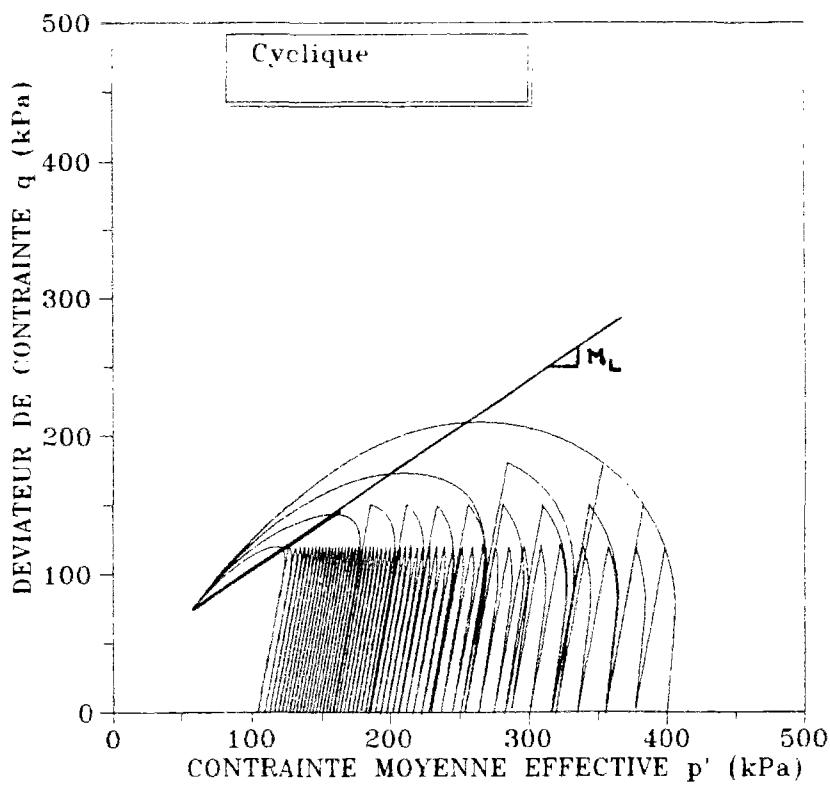


Figure II.48. Simulation du concept d'effondrement en cyclique (interpolation «  $\gamma$ -puissance »).

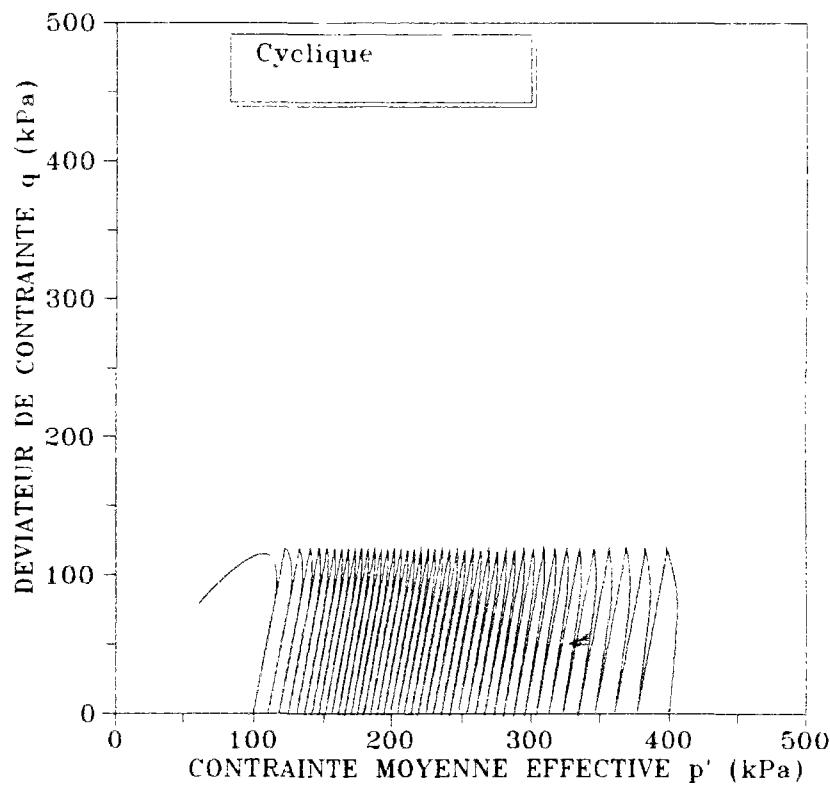


Figure II.49. Simulation d'un essai cyclique sur sable lâche à l'aide du concept de "surface frontière d'état" (interpolation «  $\gamma$ -hyperbolique ») - chemin en contraintes effectives.

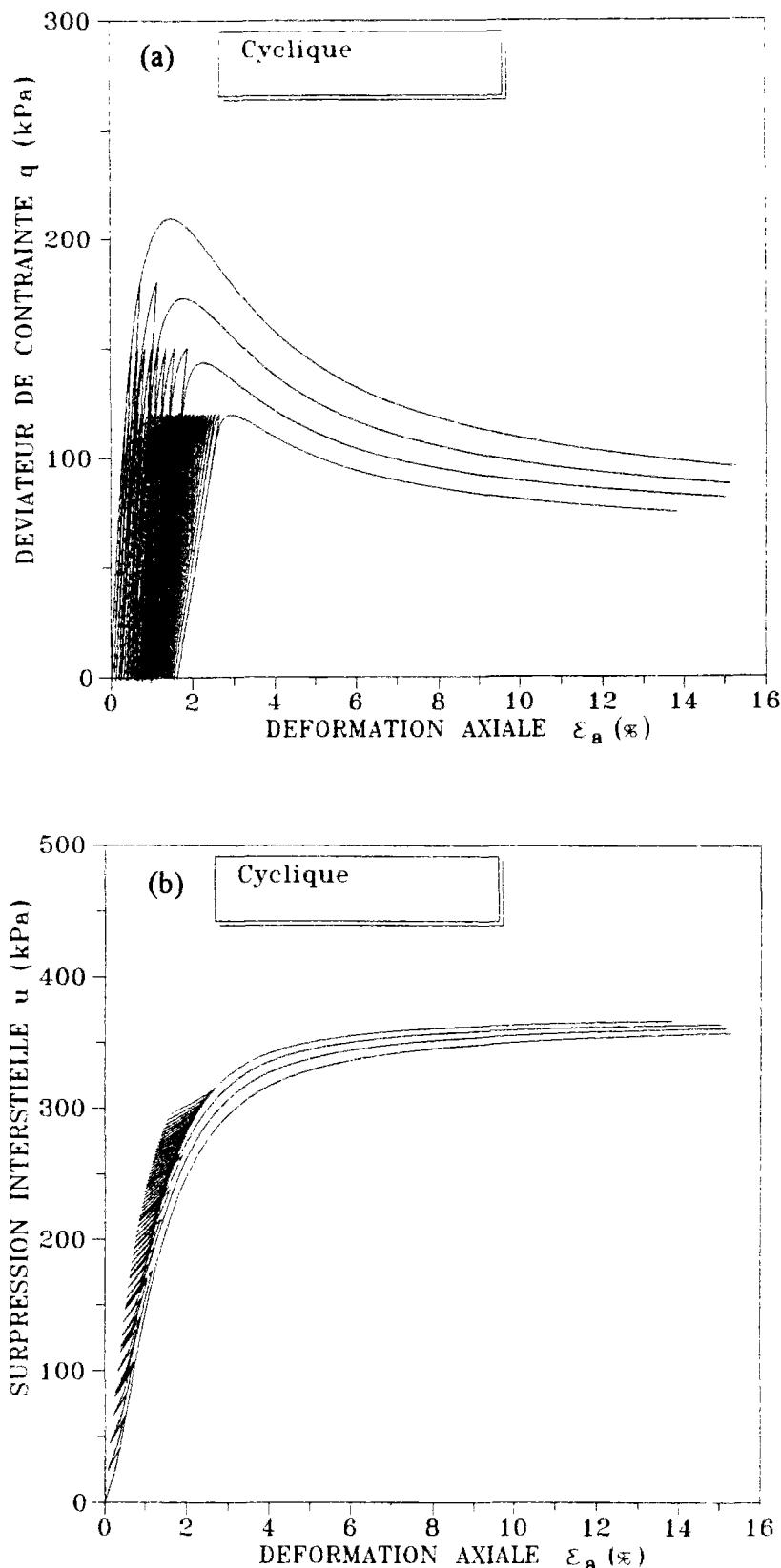


Figure II.50. Simulation d'essais triaxiaux cycliques sur sable lâche à l'aide du concept de "surface frontière d'état" (interpolation «  $\gamma$ -hyperbolique »): (a) courbes de résistance au cisaillement; (b) courbes de génération des surpressions interstitielles.

## II.9.2 Choix de la loi d'interpolation

On reprend dans ce paragraphe les mêmes simulations faites précédemment en changeant uniquement la loi d'interpolation et en adoptant maintenant une loi «  $\gamma$ -hyperbolique ». Les valeurs des paramètres concernant la partie monotone restent identiques. La valeur du paramètre  $\gamma$  a été choisie de façon à reproduire le même nombre de cycles avant effondrement que dans le paragraphe précédent. La figure II.49 montre que, contrairement au cas précédent, la position du noyau élastique est plus réaliste et ceci vient du fait que l'interpolation n'est plus une fonction puissance mais une fonction hyperbolique en  $\gamma$ . La figure II.50 montre des simulations d'essais triaxiaux non drainés sur sable lâche à partir de cette loi d'interpolation, pour les mêmes conditions initiales mais à différentes amplitudes de déviateur, et montre la tendance observée grâce à ce modèle des courbes de résistance au cisaillement et des surpressions interstitielles en fonction de la déformation axiale. Concernant les courbes de résistance au cisaillement, les simulations montrent un décalage en déformation axiale des pics d'effondrement en fonction de l'amplitude du déviateur, ce qui est conforme à la réalité expérimentale. Cependant, de manière qualitative, les portions de courbe simulant le radoucissement après effondrement sont relativement éloignées les unes des autres. En réalité, si on réalise en laboratoire la même série d'essais, les courbes obtenues expérimentalement après effondrement sont pratiquement confondues (Verdugo, 1992). Du point de vue du modèle, on sait que l'état résiduel simulé pour ces quatre essais est le même (concept de surface de charge d'état appliquée au cyclique). Plus la simulation d'un chargement monotone (effondrement dès le premier cycle de chargement) converge rapidement vers cet état résiduel, plus rapprochées seront les portions des autres courbes durant le radoucissement. Ceci dépend principalement du choix des paramètres (partie monotone uniquement) du modèle.

Par conséquent, dans le paragraphe suivant, la loi d'interpolation «  $\gamma$ -hyperbolique » est retenue pour effectuer des simulations sur le sable d'Hostun RF en condition lâche.

## II.10 EVALUATION QUANTITATIVE DU MODELE PROPOSE EN CHARGEMENT CYCLIQUE - CONFRONTATION AUX ESSAIS

### II.10.1 Simulation d'essais cycliques non drainés

La simulation des essais cycliques ne peut être correctement menée, d'après ce qui précède, si l'on ne prend pas en compte un couplage des déformations élastiques volumique et déviatorique. On a montré au paragraphe II.2 la signification réelle d'un tel couplage en liaison avec l'anisotropie du matériau. La loi de comportement élastique adoptée dans ce paragraphe est donc celle décrite plus haut et qui fait intervenir trois paramètres  $E^*$  (ou  $\kappa^*$ ),  $v^*$  et  $\alpha$ . Les valeurs de ces paramètres sont calées à partir d'essais triaxiaux monotones effectués sur le sable d'Hostun RF par Bahda (1992) au CERMES. Il semble évident que la plasticité est elle aussi anisotrope et, de façon à rester cohérent, il faudrait introduire des nouveaux invariants pour une description complète du comportement. Cependant, nous supposerons dans un premier temps que l'écrouissage est isotrope, de telle sorte que tout ce qui a été dit dans les paragraphes précédents concernant la plasticité soit encore valable. La loi de comportement sera écrite en fonction de  $p'$  et  $q$  seulement. Les essais simulés dans ce paragraphe sont des essais triaxiaux classiques non drainés non alternés à amplitude du déviateur contrôlé sur sable lâche réalisés au CERMES (essais d'après Bahda, 1993) dont les conditions initiales sont identiques soit :  $D_R = 30\%$ ,  $\sigma_c = 400 \text{ kPa}$ ,  $I_S = 0,14$  ( $p_f = 35 \text{ kPa}$ ). Le but de ce paragraphe est essentiellement de valider la notion de surface frontière d'état à partir de tels essais. On suppose pour de tels essais, ce qui est réaliste, que la décharge est uniquement élastique. Le tableau II.5 récapitule les valeurs des paramètres utilisés par la suite et calés en chargement monotone:

paramètre	$v^*$	$\kappa^*$	$\lambda$	$M_f$	$M_g$	$\alpha_g$	$\alpha$
valeur	0,3	0,02	0,05	1,3	1,3	1,5	0,75

Tableau II.5. Valeurs des paramètres du modèle (partie monotone uniquement) prises pour simuler le sable d'Hostun RF en comportement cyclique.

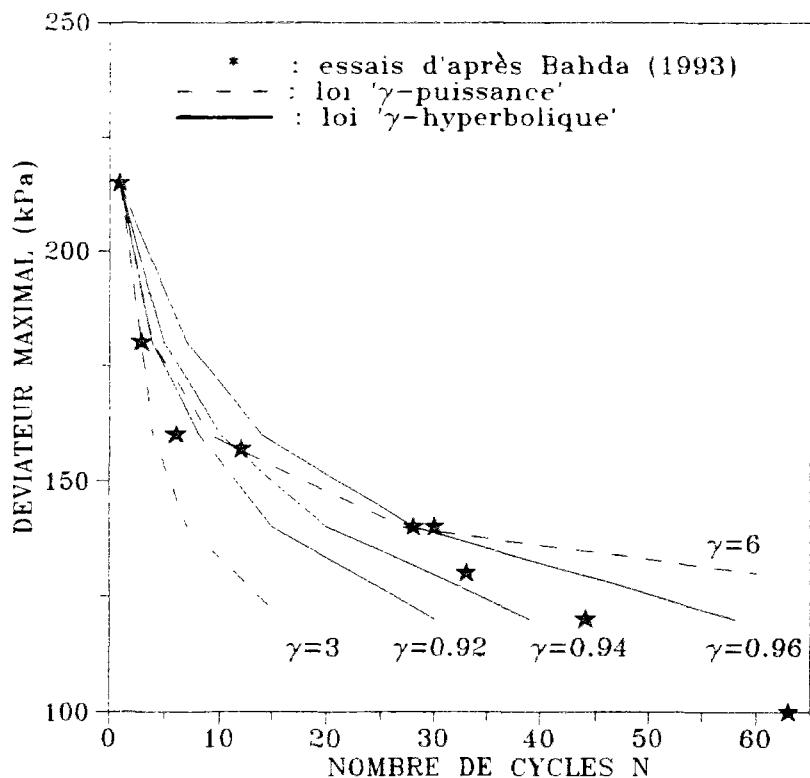


Figure II.51. Simulation de la courbe de résistance au cisaillement cyclique sur sable d'Hostun lâche pour une densité relative de 30 % et une contrainte de confinement de 400 kPa.

### II.10.2 Obtention du paramètre cyclique $\gamma$ - démarche inverse

La détermination du paramètre  $\gamma$  peut être effectuée en calant un essai cyclique à amplitude de déviateur constante. Le nombre de cycles correspondant à l'effondrement de l'échantillon permet alors de retrouver la valeur de  $\gamma$ . Une autre possibilité d'approcher cette valeur est de procéder par démarche inverse sur plusieurs essais cycliques à amplitude de déviateur contrôlé et pour les mêmes conditions initiales. On a reporté sur la figure II.51 les coordonnées (nombre de cycles - amplitude maximale de déviateur) des points d'effondrement cyclique obtenus pour des essais cycliques non drainés non alternés sur sable d'Hostun lâche réalisés à différentes amplitudes maximales du déviateur et pour les mêmes conditions initiales. Cette courbe représente en quelque sorte la résistance au cisaillement cyclique, de manière analogue aux sables denses (phénomène de mobilité cyclique) et délimite une zone pour laquelle le matériau soumis à un chargement cyclique se liquéfie. Sur la même courbe ont été simulées les lignes d'équi- $\gamma$  avec les paramètres du tableau II.5. Ces lignes ayant la même forme que celle trouvée expérimentalement, on peut en déduire que le paramètre  $\gamma$  est le même pour

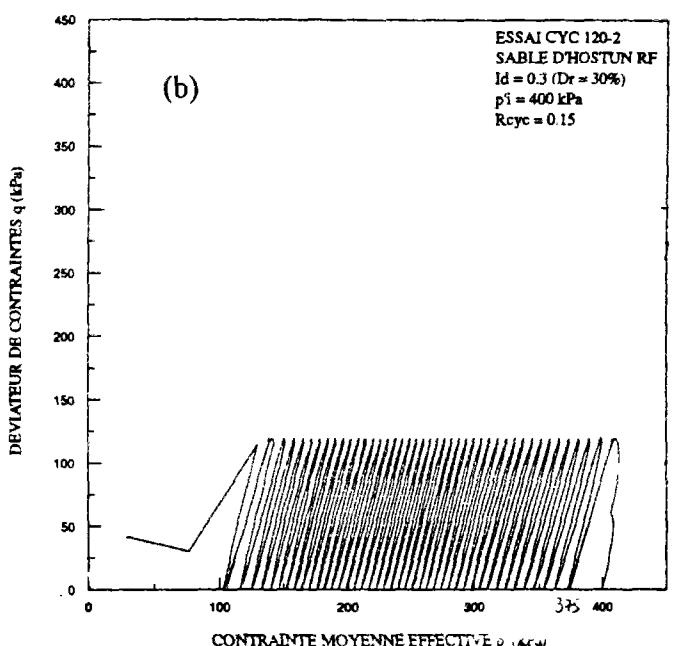
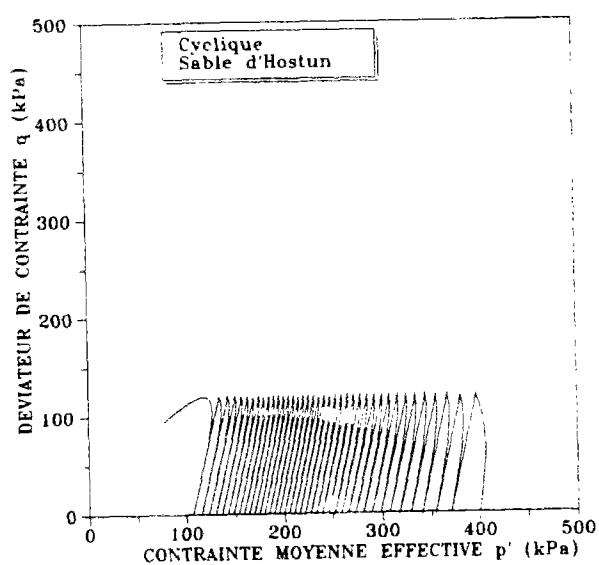
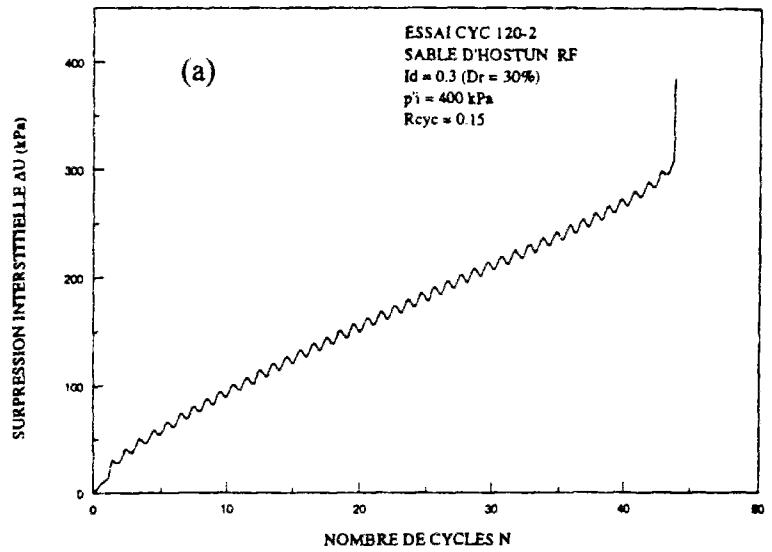
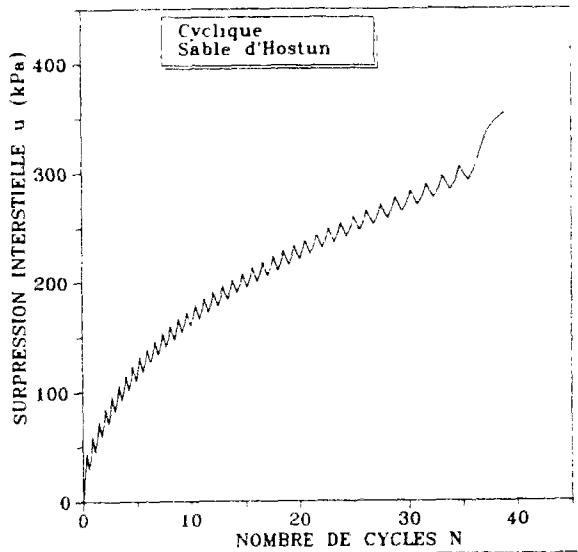


Figure II.52. Simulation d'un essai triaxial cyclique non drainé sur sable d'Hostun lâche (essai d'après Bahda, 1993): (a) accumulation des surpressions interstitielles en fonction du nombre de cycles; (b) chemin en contraintes effectives.

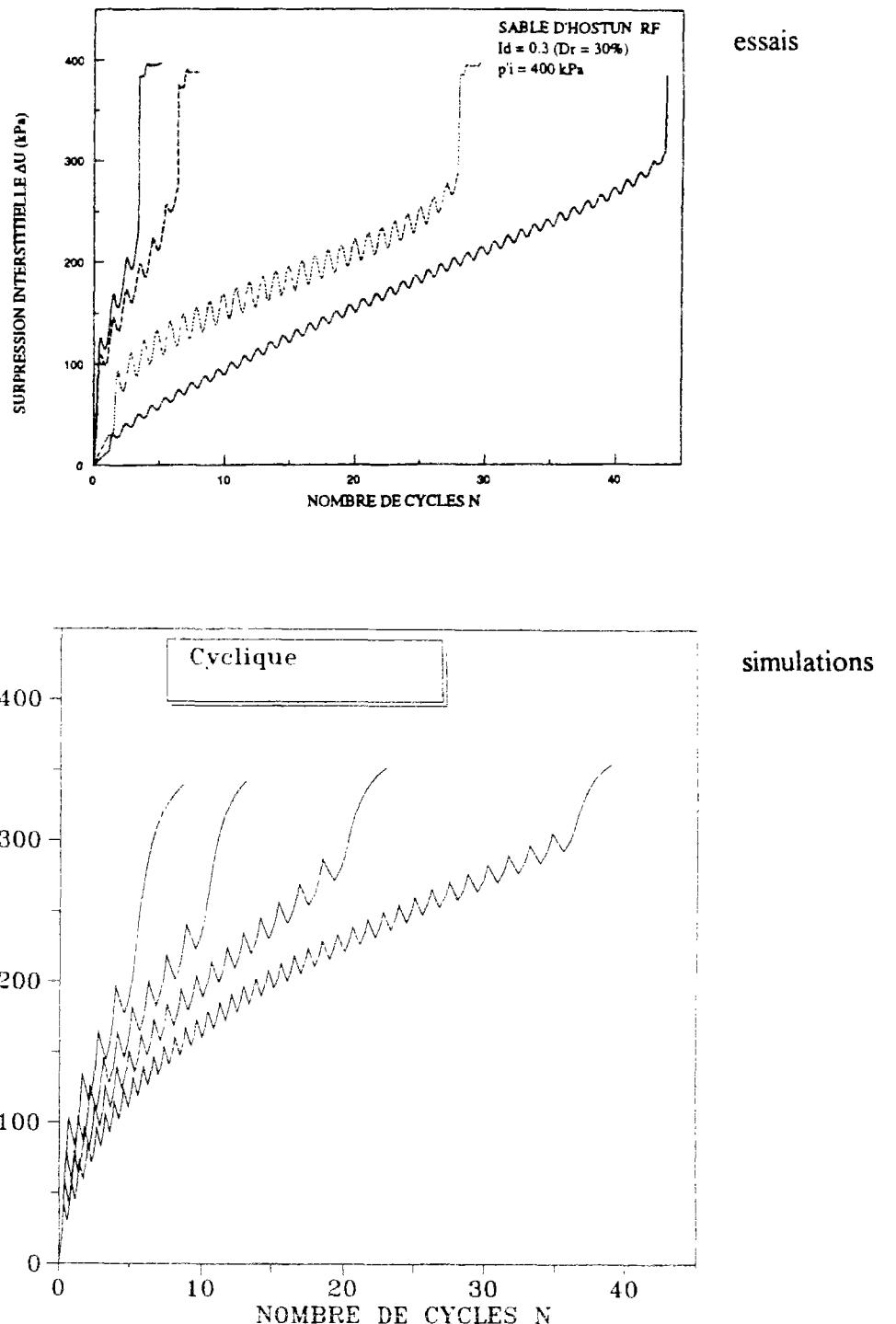


Figure II.53. Simulations d'essais triaxiaux cycliques non alternés non drainés sur le sable lâche d'Hostun RF lâche (essais d'après Bahda, 1993) - accumulation des surpressions interstitielles en fonction du nombre de cycles.

cette série d'essais et sa valeur est de 0,94. En choisissant une fonction d'interpolation en puissance  $\gamma$  plutôt que hyperbolique en  $\gamma$ , les équi- $\gamma$  obtenues sont plus incurvées et ne simulent pas correctement les résultats expérimentaux. Ceci est principalement dû au fait que le noyau élastique simulé dans ce cas est déplacé vers l'origine des axes en  $(p',q)$  comme il a été vu au paragraphe précédent.

La figure II.52 représente la simulation de l'essai triaxial cyclique correspondant au déviateur maximal de 120 kPa. La loi d'interpolation est «  $\gamma$ -hyperbolique » (pour une valeur du paramètre  $\gamma$  égal à 0,94) et le chemin en contraintes effectives est bien simulé à 4 cycles près (39 cycles avant liquéfaction pour la simulation contre 43 pour l'essai). Les accumulations de surpressions interstitielles enregistrées au cours de cet essai triaxial cyclique sont aussi bien simulées par ce modèle et l'effondrement a lieu pour une valeur de 300 kPa environ comme l'essai lui-même.

La figure II.53 montre plusieurs simulations des essais cycliques en prenant 0,94 comme valeur de  $\gamma$ , la loi d'interpolation choisie étant «  $\gamma$ -hyperbolique ». Les accumulations de surpressions interstitielles en fonction du nombre de cycles montrées par les essais sont bien reproduites par le modèle et, l'amplitude maximale du déviateur étant assez élevée, la liquéfaction est atteinte dans tous les cas. Les simulations montrent que le concept de surface frontière proposé initialement par Dafalias (1975, 1982) est très bien adapté à ce type d'essai.

L'étude de la mobilité cyclique pourrait se faire à partir des travaux montrés dans ce chapitre et la notion de surface frontière d'état pourrait être validée de la même manière qu'en condition lâche. Cependant, il faut tenir compte de la forte plastification ayant lieu pour de tels essais à la décharge, provoquant ainsi ce phénomène. Les travaux de Pastor et al. (1985, 1990) dans le cadre de l'élastoplasticité généralisée sont nécessaires dans ce cas et pourront être utilisés.

## II.11 CONCLUSION ET PERSPECTIVES

La théorie élastoplastique, malgré son cadre rigide, permet néanmoins de pouvoir modéliser des traits de comportement très variés observés expérimentalement dans les sables. Concernant la partie élastique, on a vu que l'anisotropie du matériau pouvait être quantifiée à partir d'un essai triaxial classique et que son influence sur le comportement du sable étudié était importante. En particulier, une anisotropie induite a été mise en évidence sur les sables denses au passage de l'état caractéristique. Cette remarque pourra être approfondie par la suite en vue de proposer un modèle isotrope transverse qui tiendrait compte de ces propriétés tout en s'appuyant sur les travaux d'autres auteurs (Pastor, 1990) existant dans la littérature.

L'étude menée dans ce chapitre s'est en particulier appliquée à prendre en compte la notion de paramètre d'état (Been et Jefferies, 1985, Ishihara, 1993) car il existait jusqu'alors une lacune importante dans la modélisation à ce sujet. En partant de la théorie de l'état critique, il a été montré dans ce chapitre qu'il était possible de simuler le comportement d'un sable lâche, moyennement dense et dense avec un même jeu de paramètres et en ne faisant varier que les conditions initiales identifiées par le triplet ( $e_0$ : indice des vides initial,  $\sigma_c$ : contrainte de consolidation initiale,  $\Psi$  ou  $I_s$ : paramètre ou indice d'état). Cette approche permet par conséquent de réduire sensiblement le nombre des constantes du modèle (six en chargement monotone isotrope plus un en chargement cyclique) et donne à la notion de paramètre toute sa valeur intrinsèque. Le mécanisme de plasticité permettant de réaliser ce type de simulation part du principe selon lequel la surface de charge initiale ainsi que son évolution dépendent des conditions initiales et particulièrement du paramètre d'état (ou indice d'état), d'où la dénomination de "surface de charge d'état". Il a été montré dans ce chapitre que le concept de "surface de charge d'état" permet ainsi de simuler correctement l'état critique pour les sables lâches, et le concept d'effondrement énoncé par Sladen et al. (1985) est entièrement prédit. Aucun paramètre supplémentaire n'est introduit dans la modélisation dès lors que la description de l'état initial inclut le paramètre (ou indice) d'état. Des simulations d'essais réalisés sur des sables de référence montrent que le modèle prédit correctement le comportement des sables autant en condition lâche que dense.

Le formalisme mathématique utilisé pour décrire ce mécanisme de plastification est relativement simple et indépendant des autres notions introduites dans le modèle. Ainsi, le fait d'introduire une élasticité anisotrope dans le modèle n'affecte en rien les possibilités de prédiction d'une telle modélisation. Le comportement cyclique a été simulé en introduisant cette notion de surface d'état dans le concept de surface frontière ("bounding surface"). La surface devient alors une "surface frontière d'état". Cela permet en particulier de pouvoir simuler le concept d'effondrement sous chargement cyclique et de réaliser une démarche inverse permettant de déterminer le paramètre cyclique  $\gamma$  à partir d'essais triaxiaux cycliques sur le sable d'Hostun lâche. Une nouvelle loi d'interpolation a été proposée à ce propos («  $\gamma$ -hyperbolique ») plus réaliste du point de vue qualitatif et quantitatif (du moins dans le cas d'un

essai triaxial cyclique non drainé à amplitude de déviateur constant) qu'une loi d'interpolation dans laquelle le calcul du module plastique ferait intervenir une puissance  $\gamma$ .

Ces intégrations du concept de "surface de charge d'état" dans des outils théoriques de l'élastoplasticité laissent penser qu'il est aussi possible de l'intégrer dans divers modèles existants dans la littérature. On a montré la possibilité d'intégrer une surface de charge d'état dans un modèle d'état critique. Il est envisageable que certains modèles à double surface de charge puissent en bénéficier tout en gardant intégralement leur description initiale. Cela permettrait d'étendre le champ d'application de ce concept et de permettre au modèle existant de tenir compte non seulement de l'influence de la direction de chargement mais aussi de l'influence des conditions initiales (incluse dans la notion de paramètre d'état), ceci sans ajout de paramètre supplémentaire (le paramètre d'état faisant partie de la description des conditions initiales). Ainsi, un modèle à double surface de charge pourrait automatiquement simuler le concept d'effondrement et un seul jeu de paramètres serait nécessaire pour décrire tous les types de comportement rencontrés.

Ce paragraphe a montré que la modélisation des chargements cycliques proposée ici est correcte dans le cas des sables lâches. Le phénomène de mobilité cyclique des sables denses ne peut être reproduit actuellement par ce modèle. Cependant, l'intégration de celui-ci dans le cadre de l'élastoplasticité généralisée (Zienkiewicz et al., 1985) permettra de simuler ce phénomène et les travaux de Pastor et al. (1985, 1990) à ce sujet sont tout à fait utiles.

### **CHAPITRE III. ETUDE DE LA SOLLICITATION D'EXPANSION DE CAVITE**

Après avoir étudié le comportement sous sollicitation homogène d'une éprouvette de sable, on envisage de généraliser aux sollicitations tridimensionnelles non homogènes certains modèles étudiés dans le chapitre précédent. En particulier, nous nous intéresserons dans ce qui suit à la modélisation de la sollicitation d'expansion de cavité cylindrique monotone et cyclique avec application à la sollicitation pressiométrique. Les hypothèses concernant la description du problème mécanique sont explicitées dans un premier temps. Le sol est supposé biphasique (matériau saturé). La perméabilité du sol est prise en compte et il est possible de simuler les phénomènes de génération et de dissipation de surpressions interstitielles dans le massif au cours d'une expansion de la sonde pressiométrique. La résolution numérique est effectuée en utilisant la méthode des différences finies. Le code de calcul spécialement écrit pour cette étude est très rapide d'exécution et permet de simuler facilement des chargements cycliques à grand nombre de cycles. Les conditions aux limites dans certains cas peuvent être données en contrainte ou en déplacement dans le logiciel, ce qui permet de simuler l'essai d'expansion de cavité au cylindre épais (Dupla, 1995).

Les modèles de comportement implantés actuellement dans le code de calcul s'inscrivent dans le cadre de l'élastoplasticité généralisée (Zienkiewicz et al., 1985). On aborde dans un premier temps la modélisation de la sollicitation pressiométrique monotone et cyclique dans les sols cohérents et le modèle choisi est celui proposé par Zienkiewicz et al. (1985). La perméabilité du sol est prise en compte dans les calculs et le problème d'évolution est traité. On montre en particulier l'aptitude d'un tel modèle à rendre correctement compte de l'accumulation de surpressions interstitielles générées dans le massif au cours de l'expansion cyclique de la sonde et l'influence du paramètre cyclique  $\gamma$  sur cette accumulation.

Enfin, on envisage dans une dernière partie la modélisation du comportement des sables dans ce type de sollicitation. Le modèle utilisé est alors celui proposé par Pastor et al. (1985, 1990). Des comparaisons sont faites entre des essais au cylindre épais réalisés au CERMES par Dupla (1995) et des simulations effectuées à partir du code de calcul. D'une part cela permet de valider le modèle de Pastor et al. (1990) sur ce type de sollicitation non homogène. Cette étape constitue à notre avis un premier pas indispensable de validation de la loi de comportement avant l'application à des ouvrages réels. D'autre part, on montre comment, à partir de l'essai pressiométrique cyclique, il est possible de remonter, par démarche inverse, à la valeur du paramètre cyclique  $\gamma$  et de contribuer ainsi à l'évaluation du risque de liquéfaction d'un site sableux à partir du pressiomètre.

### **III.1 UTILISATION DES THEORIES D'EXPANSION DE CAVITE EN MECANIQUE DES SOLS**

Il existe de nombreux cas en mécanique des sols pour lesquels, en première approximation, la construction d'un ouvrage peut être ramenée à l'expansion d'une cavité (forages, tunnels, etc.). Les théories d'expansion de cavité sont très souvent utilisées en géotechnique pour modéliser divers problèmes et la littérature s'y rapportant est très fournie. Une analyse des principaux travaux effectués à ce propos a été faite par Normand (1992) et Dupla (1995). Puisque les équations mécaniques sont simples, il est possible d'utiliser une loi de comportement relativement élaborée tout en conservant des formules analytiques ou semi-analytiques. L'étude de Salençon (1966) est un bon exemple de ceci puisque l'auteur parvient à effectuer des calculs analytiques en prenant en compte une loi de comportement élastoplastique (le critère de rupture utilisé est le critère de Mohr-Coulomb) parfaitement plastique, avec un écoulement non associé (le matériau peut être dilatant), en grandes déformations.

L'application de ces théories est aussi très utile en mécanique des sols pour l'interprétation de certains essais. L'essai pressiométrique est, bien sur, l'essai *in situ* le plus proche du point de vue de la sollicitation d'expansion de cavité, puisqu'il s'agit d'un essai d'expansion d'une sonde cylindrique. La figure III.1 montre une représentation schématique du dispositif expérimental. Il s'agit de mettre en place par forage une sonde à une certaine profondeur dans le sol. Cette sonde est reliée à un système permettant d'injecter un volume précis de fluide dans la sonde (eau) et ainsi de la dilater. L'information recueillie est la variation de volume de la cavité en fonction de la pression dans la sonde. La courbe correspondante, appelée « courbe pressiométrique », permet ainsi d'avoir une bonne idée *in situ* de la résistance du massif en un certain point et à une certaine profondeur. Différentes techniques existent pour réaliser l'essai. Le pressiomètre autoforeur (PAF) permet en particulier d'éviter un remaniement trop important du sol au bord de la cavité dû à un forage préalable (décompression du sol au pressiomètre Ménard) (Baguelin et al., 1978).

La figure III.2 montre une courbe typique obtenue au pressiomètre autoforeur (PAF). La tangente initiale à cette courbe permet d'avoir accès aux propriétés élastiques du sol (module de cisaillement  $G$ ). On peut remarquer qu'une pression limite est atteinte au bout d'un certain temps, c'est-à-dire que le massif environnant la sonde a atteint la rupture. Cette propriété peut être retrouvée à partir des théories d'expansion de cavité et Salençon (1966) donne une expression analytique des pressions limites en fonction des paramètres utilisés dans le modèle (cohésion, angle de frottement interne, etc.).

Les théories d'expansion de cavité concernent aussi bien les cavités cylindriques que les cavités sphériques et on montre dans le paragraphe suivant l'analogie

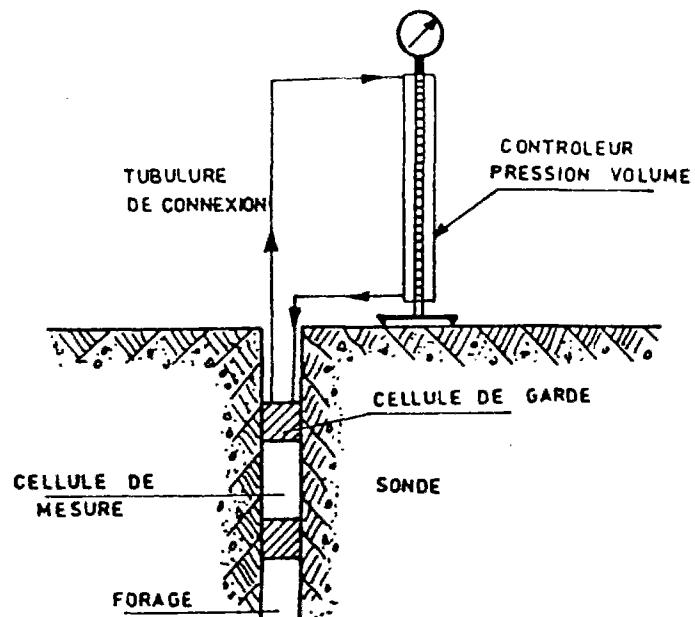


Figure III.1. Schématisation de l'essai pressiométrique classique.

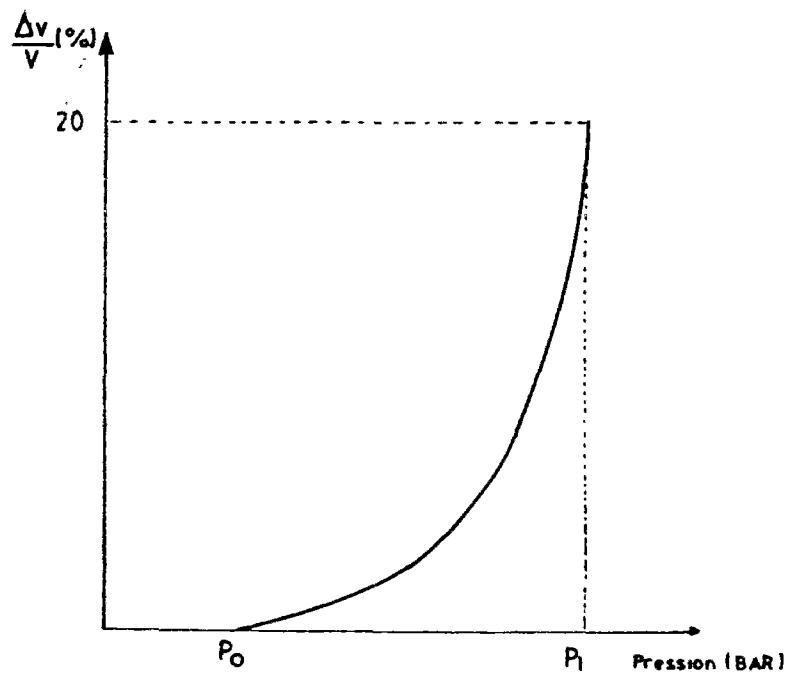


Figure III.2. Courbe pressiométrique typique obtenue au pressiomètre autoforeur.

existant dans les équations entre un problème à symétrie cylindrique et un problème à symétrie sphérique.

Il est possible de réaliser au laboratoire un essai d'expansion de cavité cylindrique à partir du cylindre épais. Les dimensions de l'échantillon testé sont réduites et les conditions aux limites sont bien contrôlées. Une étude théorique plus précise est entreprise à la fin de ce chapitre pour ce qui concerne le sable d'Hostun.

L'utilisation de lois de comportement plus complexes pour simuler l'expansion de cavité et prenant en compte les propriétés rhéologiques observées sous sollicitation homogène en laboratoire a fait l'objet de travaux importants ces dernières années en France. Dans le cas d'un matériau granulaire, on peut noter l'étude de Renoud-Lias (1978) qui utilise une loi incrémentalement non linéaire, celle de Hajal (1984) qui utilise la loi de Hujeux, l'étude de Dormieux (1989) utilisant un modèle viscoélastique équivalent pour déterminer les caractéristiques dynamiques d'un sol à partir de l'essai pressiométrique cyclique, et plus récemment celle de Boubanga (1990) utilisant le modèle CJS. Dans cette dernière étude, l'auteur propose d'identifier directement les paramètres du modèle à partir de la seule donnée de la courbe pressiométrique monotone. Cette identification automatique a été regroupée dans un code de calcul appelé « PRESS'IDENT ». Ce code a été développé uniquement pour le cas pressiométrique et permet ainsi d'effectuer les calculs avec une grande rapidité. Le développement d'un code de calcul propre à ce type de sollicitation, alors qu'il existe actuellement beaucoup de codes d'éléments finis, se justifie dans le sens où la résolution numérique de ce problème mécanique particulier (pour le cas d'un matériau parfaitement drainé) est assez facile à réaliser et que les temps de calculs sont beaucoup plus courts que pour un code d'éléments finis. Il est ainsi possible, à partir de ces codes spécialisés, d'utiliser telle ou telle loi de comportement (ou de la modifier) en analysant l'influence de certains paramètres du modèle. Ceci est vrai dans le cas d'un chargement monotone et l'est encore plus lorsque le modèle peut simuler des sollicitations cycliques. Nous avons d'ailleurs choisi la même démarche pour analyser les modèles élastoplastiques généralisés et les simulations reportées dans ce chapitre sont issues d'un code de calcul spécialement écrit à cette occasion. Le paragraphe suivant donne les principales hypothèses mécaniques retenues pour la modélisation, ainsi que le schéma de résolution numérique adopté.

## III.2 ECRITURE DU PROBLEME DE L'EXPANSION DE CAVITE

### III.2.1 Hypothèses généralement admises

Afin de simplifier la résolution des équations mécaniques, différentes hypothèses doivent être faites, en particulier en ce qui concerne la géométrie du problème. En effet, l'expansion d'une cavité cylindrique possède un axe de symétrie et on est ainsi ramené à un

problème bidimensionnel. En ce qui concerne l'essai pressiométrique, si l'on suppose que le massif est infini horizontalement, l'axe de symétrie est vertical et un calcul aux éléments finis peut être effectué. En particulier, il est alors intéressant de regarder l'influence de l'élancement de la sonde sur la réponse pressiométrique (Nahra, 1985) et de mesurer ainsi l'erreur commise en faisant l'hypothèse supplémentaire que les déformations restent planes (élancement infini). La figure III.3 montre la schématisation de la sollicitation pressiométrique utilisée dans l'étude de Nahra (1985) pour le traitement numérique.

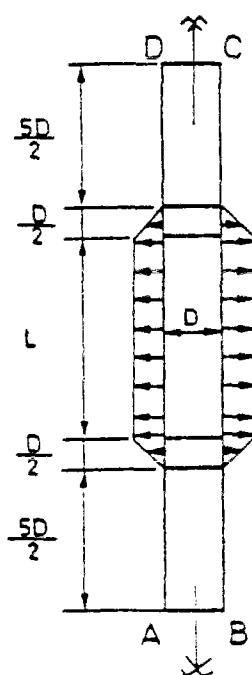


Figure III.3. Schématisation bidimensionnelle de la sollicitation pressiométrique (d'après Nahra, 1985).

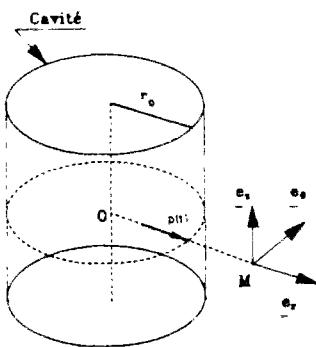


Figure III.4. Schématisation unidimensionnelle de la sollicitation pressiométrique - hypothèse des déformations planes.

Dans le cas du cylindre épais utilisé au CERMES, les conditions aux limites imposées sont telles que le problème est plutôt en contraintes planes. Néanmoins, la mesure expérimentale de la déformation verticale pendant l'essai (Dupla, 1995) montre que celle-ci est très faible, c'est-à-dire que les déformations restent aussi planes. En fait, le problème devient plan dans ce cas précis, et il n'est pas étonnant de voir certains auteurs le traiter en ne faisant intervenir dans les calculs que les composantes radiales et orthoradielles des tenseurs de contraintes et de déformations.

Les problèmes d'expansions de cavité sphérique possèdent une symétrie de révolution et leur étude est par conséquent unidimensionnelle.

L'étude du problème de l'expansion de cavité réalisée ci-dessous prend en compte les symétries du problème et, en ce qui concerne le cas de l'expansion cylindrique, l'hypothèse des déformations planes est retenue, de telle sorte que tous les calculs sont unidimensionnels le long d'un axe radial (voir schématisation figure III.4). Cette simplification permet d'alléger considérablement la résolution numérique et donc les temps de calcul. Le comportement du matériau soumis à des sollicitations cycliques comportant un grand nombre de cycles peut être simulé à partir de ce code de calcul. Les hypothèses faites étant réalistes en ce qui concerne l'essai au cylindre épais, une évaluation des lois de comportement (dont les paramètres peuvent

être identifiés sur essai homogène) peut être entreprise dans ce cas précis. De ce point de vue, ces essais de laboratoire représentent une banque de données fort utile, voire indispensable, pour la simulation du comportement des ouvrages en vraie grandeur.

L'étude sera restreinte au matériau isotrope non visqueux et l'effet de la pesanteur est négligé, c'est-à-dire qu'on ne s'intéresse qu'à une tranche de sol. On fait par la suite l'hypothèse des petits déplacements et des petites perturbations et l'on reste dans la gamme des chargements lents quasi-statiques (pas de prise en compte des effets dynamiques).

### **III.2.2 Formulation locale des équations de la consolidation dans le cas général**

Dans beaucoup de cas concrets en mécanique des sols, il est nécessaire de prendre en compte la présence d'un liquide intersticiel dans le matériau sollicité et de considérer ainsi que celui-ci est biphasique. Si la sollicitation n'est pas trop lente, en fonction de la nature du sol (plutôt argileux ou plutôt sableux) et plus particulièrement de sa perméabilité, un écoulement se produit et une partie de la contrainte totale appliquée est alors reprise par la phase liquide générant localement une surpression interstitielle. Les interactions entre le squelette et la phase liquide ont tout d'abord été étudiées par Terzaghi (1943) qui a proposé tout simplement de soustraire aux contraintes totales, la partie hydrostatique reprise par la phase liquide (principe des contraintes effectives) de la manière suivante :

$$\sigma = \sigma' - p \cdot \mathbf{Id} \quad (1)$$

$p$  désigne la surpression interstitielle, la notation utilisée ici et par la suite étant, contrairement au chapitre précédent, celle des mécaniciens (contraintes comptées négativement en compression). Il semble alors naturel d'attribuer le tenseur  $\sigma'$ , appelé tenseur des contraintes "effectives", uniquement au squelette c'est-à-dire aux contraintes intergranulaires. En fait, il est possible de montrer que la signification physique exacte des contraintes effectives dépend du comportement du squelette (Hujeux, 1979, Coussy, 1992). En particulier, si le squelette est incompressible et si les forces de contact sont ponctuelles, alors la notion de contraintes effectives représente de manière macroscopique la somme des contraintes intergranulaires. Ces hypothèses sur le comportement de la phase solide sont acceptables pour l'étude des sables, mais deviennent peu vraisemblables s'il s'agit d'un matériau argileux ou cimenté.

Une approche théorique possible permettant de décrire un milieu poreux est de considérer, dans le cadre de la théorie des mélanges, que l'élément de volume est représenté

par deux phases (pour un milieu biphasique) et que la conservation de la quantité de mouvement s'applique pour chaque phase, en tenant compte des échanges possibles entre elles. Dans le cas précis d'un milieu poreux, il semble plus juste néanmoins de privilégier la phase solide et de décrire la cinématique de la phase liquide par rapport au squelette. C'est le cas de la formulation proposée par Biot (1941, 1955) basée sur un comportement élastique linéaire. Ces travaux ont été ensuite étendus par Zienkiewicz et al. (1982) au comportement non linéaire, puis par Coussy (1992) en envisageant en particulier le cas des sols où plusieurs phases cohabitent (par exemple les sols non saturés). Hujeux (1979) applique le principe des puissances virtuelles et montre comment on peut se ramener aux équations proposées par Zienkiewicz et al. (1982). Si on désigne par  $\underline{u}$  le vecteur déplacement de la phase solide et  $\underline{\epsilon}$  le tenseur de déformation associé, on a alors:

$$\underline{\epsilon} = \frac{1}{2}(\underline{\text{grad}}(\underline{u}) + {}^t\underline{\text{grad}}(\underline{u})) \quad (2)$$

La loi de comportement du squelette est supposée non linéaire. Les grains étant supposés incompressibles, en l'absence de viscosité et en milieu isotherme, elle relie les incrément de contraintes effectives aux incrément de déformations de la phase solide et fait intervenir un tenseur d'ordre 4, noté  $\mathbf{L}$ , de la manière suivante :

$$d\underline{\sigma}' = \mathbf{L} : d\underline{\epsilon} \quad (3)$$

L'équilibre global d'un élément de volume, d'après les hypothèses, est donné par l'équation:

$$\underline{\text{div}}(\underline{\sigma}) = 0 \quad (4)$$

La conservation de la masse fluide écrite sur un élément de volume fait intervenir la vitesse d'écoulement de la phase liquide par rapport au squelette (notée  $\underline{v}$ ). L'équation traduit le fait que, si le fluide et le squelette sont tous les deux incompressibles, la divergence de la vitesse relative d'écoulement du fluide est égale au taux de la déformation volumique du squelette. Elle s'écrit :

$$\operatorname{div}(\underline{v}) + \operatorname{tr}(\dot{\underline{\varepsilon}}) = 0 \quad (5)$$

Afin de connaître complètement les équations du problème, il reste à identifier la loi d'écoulement de la phase liquide, c'est-à-dire relier la pression interstitielle à la vitesse d'écoulement du fluide. La loi de Darcy, de manière similaire à celle de Fourier en thermique, propose de faire varier linéairement  $\underline{v}$  en fonction du gradient hydraulique. En appelant  $h$  la charge hydraulique et dans le cas où l'écoulement est isotrope, on a alors:

$$\underline{v} = -k \cdot \underline{\operatorname{grad}}(h) \quad (6)$$

Le coefficient de perméabilité  $k$ , dans l'hypothèse des petites déformations, est supposé constant. La charge hydraulique, fonction de  $\underline{v}$ ,  $p$  et la cote  $z$  du point considéré, s'écrit en négligeant le terme où apparaît le carré de la vitesse  $\underline{v}$ :

$$h = \frac{p}{\gamma_w} + z \quad (7)$$

En résumé, à partir des hypothèses admises ci-dessus, le système d'équations régissant le comportement mécanique d'un sol saturé d'eau et prenant en compte le couplage eau-squelette est le suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \underline{\sigma} = \underline{\sigma}' - p \cdot \underline{\operatorname{Id}} \\ \underline{\varepsilon} = \frac{1}{2} (\underline{\operatorname{grad}}(\underline{u}) + \underline{\operatorname{grad}}(\underline{u})^\top) \\ \operatorname{d}\underline{\sigma}' = \underline{L} : \operatorname{d}\underline{\varepsilon} \\ \operatorname{div}(\underline{\sigma}) = 0 \\ \operatorname{div}(\underline{v}) + \operatorname{tr}(\dot{\underline{\varepsilon}}) = 0 \\ \underline{v} = -k \cdot \underline{\operatorname{grad}}(h) \text{ avec } h = \frac{p}{\gamma_w} + z \end{array} \right. \quad (s1)$$

En combinant la loi de conservation de masse fluide et la loi de Darcy, on obtient un système réduit d'équations dans lequel la vitesse relative d'écoulement  $\underline{v}$  et la charge hydraulique  $h$  ont été éliminées.

$$\left\{ \begin{array}{l} d\underline{\sigma}' = \mathbf{L} : d\underline{\varepsilon} \\ \underline{\varepsilon} = \frac{1}{2}(\underline{\text{grad}}(\underline{u}) + {}^t\underline{\text{grad}}(\underline{u})) \\ \underline{\text{div}}(\underline{\sigma}' - p \cdot \underline{\text{Id}}) = \underline{0} \\ \frac{k}{\gamma_w} \Delta p - \text{tr}(\underline{\varepsilon}) = 0 \end{array} \right. \quad (s2)$$

La dernière équation de ce système régit l'écoulement du fluide interstitiel, l'opérateur  $\Delta$  désignant le Laplacien.

### III.2.3 Modélisation de l'expansion de cavité cylindrique

Notation: Par la suite on adopte la notation suivante concernant les dérivées partielles d'ordre «  $\alpha$  » par rapport à une variable «  $x$  » :

$$\hat{\partial}_x^\alpha \equiv \frac{\partial^\alpha(\ )}{\partial x^\alpha} \quad \text{pour } (\alpha = 2, 3, \dots) \quad \text{et} \quad \partial_x \equiv \frac{\partial(\ )}{\partial x}$$

Le problème étant axisymétrique, les quantités seront exprimées en coordonnées polaires. Les déformations étant supposées planes, on ne s'intéresse par conséquent qu'à une tranche de sol, représentée schématiquement en plan sur la figure III.5. On impose une expansion de la cavité, ce qui se traduit par un déplacement radial  $u$  du sol en  $r=r_0$ . L'étude est donc ramenée sur l'axe radial.

Les conditions aux limites varient en fonction du type d'expansion étudié. Dans le cas de la sollicitation pressiométrique, le rayon extérieur  $r_m$  est très grand (massif infini) comparé à celui de la cavité et on a les conditions aux limites suivantes :



$$\left\{ \begin{array}{ll} \forall t: & (\partial_r p)_{r_0} = 0 \quad p_{r_m} = 0 \\ & u_{r_0} = \bar{u} \quad u_{r_m} = 0 \\ t=0, \forall r: & u = 0, p=0, \partial_t u = 0, \partial_t p = 0 \text{ et } \underline{\sigma} = (\sigma_c, \sigma_c, \sigma_c) \end{array} \right. \quad (s3)$$

Elles traduisent en particulier l'imperméabilité de la membrane et la donnée du déplacement radial  $u$  à la cavité à tout instant de l'expansion. A l'instant initial, la cavité est au repos.

Les conditions aux limites imposées par le cylindre épais sont différentes en  $r=r_m$ . En effet, le déplacement à ce rayon n'est plus imposé. Par contre, la contrainte radiale totale est donnée et est égale à la pression de consolidation initiale  $\sigma_c$  :

$$\text{en } r=r_m : (\underline{\sigma} \cdot \underline{e}_r) = (\sigma_c, 0, 0) \text{ à tout instant}$$

L'instant initial dans ce cas est celui pour lequel la cavité a une pression identique à la pression de confinement. L'échantillon est alors soumis à la même pression à  $t=0$  en tout point.

D'après les conditions aux limites et à cause des symétries du problème, les directions principales restent constantes durant tout l'essai et coïncident avec le repère en coordonnées polaires. Les tenseurs d'ordre 2 sont diagonaux. Leur écriture peut être simplifiée et être ramenée à celle de vecteurs dont les coordonnées sont les termes diagonaux. Ainsi, les doubles indices deviennent inutiles et on a :

$$\underline{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{rr} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\theta\theta} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad \text{s'écrit :} \quad \underline{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_\theta \\ \sigma_z \end{bmatrix}$$

$$\underline{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{rr} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{\theta\theta} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} \quad \text{s'écrit :} \quad \underline{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_r \\ \varepsilon_\theta \\ \varepsilon_z \end{bmatrix}$$

La loi de comportement du squelette s'écrit alors :

$$d\underline{\sigma}' = \mathbf{L} : d\underline{\varepsilon} \quad (8)$$

En élastoplasticité, on montre que la matrice de comportement  $\mathbf{L}$  est symétrique lorsque la surface de charge est confondue avec le potentiel plastique (loi associée).

On cherche des champs cinématiquement et statiquement admissibles de la forme :

$$\begin{cases} \underline{u} = u(r,t) \underline{e}_r \\ p = p(r,t) \end{cases} \quad (s4)$$

Les contraintes et les déformations sont alors uniquement fonction du rayon  $r$  et du temps  $t$ . Le problème est unidimensionnel dans l'espace, suivant l'axe radial. Les déformations s'expriment de la manière suivante :

$$\underline{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \partial_r u \\ \frac{u}{r} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

### III.2.4 Intégration de l'équation régissant l'écoulement du fluide interstitiel

En petites déformations et petits déplacements,  $\dot{\varepsilon} = \partial_t \varepsilon$ , et en coordonnées cylindriques l'équation d'écoulement du fluide interstitiel devient :

$$(\partial_r^2 p + \frac{1}{r} \partial_r p) \frac{k}{\gamma_w} = \partial_t (\partial_r u + \frac{u}{r}) \quad (10)$$

On appelle  $w$  la quantité suivante :

$$w = -\frac{k}{\gamma_w} \partial_r p + \partial_t u \quad (11)$$

L'équation précédente s'écrit alors :

$$\partial_t w + \frac{w}{r} = 0 \quad (12)$$

En intégrant, on obtient :

$$w = \frac{A(t)}{r}$$

avec  $A(t)$  fonction uniquement de  $t$ , déterminée grâce aux conditions aux limites. En effet, à tout instant, la condition d'imperméabilité de la membrane à la cavité s'écrit :

$$(\partial_r p)_{r_0} = 0 \quad (13)$$

D'où la détermination de  $A(t)$  :

$$A(t) = r_0 (\partial_t u)_{r_0}$$

Finalement, l'équation d'écoulement s'écrit :

$$\partial_r p = \frac{\gamma_w}{k} \left( \partial_t u - \frac{r_0}{r} (\partial_t u)_{r_0} \right) \quad (14)$$

### III.2.5 Signification de $w$

La quantité  $w$  est la somme de la composante radiale  $v$  de la vitesse relative d'écoulement et de la composante radiale de la vitesse du squelette. Ce terme représente donc la composante radiale de la vitesse du fluide par rapport à un repère fixe. Etant donné la forme des champs admissibles, seule la composante radiale de toutes ces vitesses est non nulle. Celles-ci sont par conséquent toutes colinéaires au vecteur  $\underline{e}_r$  et la vitesse réelle du fluide est donc :

$$\underline{w} = w \underline{e}_r$$

$w$  n'apparaît pas immédiatement dans les équations parce que, conformément à la théorie de Biot, on privilégie la phase solide et la cinématique de la phase liquide est décrite par rapport au squelette. Dans le cas où aucune phase n'est privilégiée (théorie des mélanges), la vitesse  $\underline{w}$  intervient dès le départ et l'intégration de la loi de conservation de masse fluide est directe, sans qu'il y ait à effectuer de changement de variable.

### III.2.6 Equations du problème mécanique

Dans le cas d'une expansion de cavité cylindrique, les équations du système (s2) se réduisent à :

$$\left\{ \begin{array}{l} d\underline{\sigma}' = L : d\underline{\varepsilon} \\ \underline{\varepsilon} = (\partial_r u, \frac{u}{r}, 0) \\ \partial_r p = \frac{\gamma_w}{k} (\partial_t u - \frac{r_0}{r} (\partial_t u)_{r_0}) \\ \partial_r \sigma_r + \frac{\sigma_r' - \sigma_\theta'}{r} = \frac{\gamma_w}{k} (\partial_t u - \frac{r_0}{r} (\partial_t u)_{r_0}) \end{array} \right. \quad (s5)$$

Connaissant la loi de comportement, il est possible de relier les contraintes aux déplacements. En injectant cette relation dans la dernière équation du système précédent, on obtient finalement une équation aux dérivées partielles en déplacement uniquement (inconnue :  $u(r,t)$ ), du second ordre en  $r$  et du premier ordre en  $t$ .

### III.2.7 Analogie avec l'expansion de cavité sphérique

L'étude de l'expansion d'une cavité sphérique peut être traitée de manière similaire en coordonnées sphériques. Les déformations ne sont plus planes, mais on a une symétrie de révolution. Les champs admissibles sont toujours de la forme (s4). Comme précédemment, les directions principales de contraintes et de déformations sont constantes au cours de l'essai, et la notation  $\underline{\sigma}$  et  $\underline{\varepsilon}$  peut être conservée:

$$\underline{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_\theta \\ \sigma_\varphi \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \underline{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_r \\ \varepsilon_\theta \\ \varepsilon_\varphi \end{bmatrix}$$

La symétrie de révolution impose l'égalité entre les deuxièmes et les troisièmes composantes d'un même tenseur, c'est-à-dire:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_\theta = \sigma_\varphi \\ \varepsilon_\theta = \varepsilon_\varphi \end{array} \right.$$

Le système d'équations à résoudre est similaire à (s5):

$$\left\{ \begin{array}{l} d\sigma' = L : d\varepsilon \\ \varepsilon = (\partial_r u, \frac{u}{r}, 0) \\ \partial_r p = \frac{\gamma_w}{k} \left( \partial_t u - \frac{r_0^2}{r^2} (\partial_t u)_{r_0} \right) \\ \partial_r \sigma_r' + 2 \cdot \frac{\sigma_r' - \sigma_\theta'}{r} = \frac{\gamma_w}{k} \left( \partial_t u - \frac{r_0^2}{r^2} (\partial_t u)_{r_0} \right) \end{array} \right. \quad (s6)$$

Ce système est presque identique au précédent. En paramétrant les coefficients constants qui diffèrent dans les équations des systèmes (s5) et (s6), on peut ramener l'étude des deux types d'expansion à une seule.

### III.2.8 Cas drainé

Le cas drainé correspond au cas où la perméabilité est très grande ( $k > 10^{-4}$  m/s) et où l'eau s'écoule très rapidement entre les grains par rapport à la vitesse de la sollicitation imposée. L'équation (14) donne :

$$\partial_r p = 0$$

On retrouve le fait que la surpression interstitielle  $p$  est constante dans tout le massif à tout instant, c'est-à-dire nulle d'après les conditions initiales. Les contraintes effectives sont égales aux contraintes totales et l'eau ne joue pas de rôle mécanique. L'équation d'équilibre s'écrit :

$$\partial_r \sigma_r' + \frac{\sigma_r' - \sigma_\theta'}{r} = 0 \quad (15)$$

Ce problème sera étudié plus en détail par la suite lors de la simulation d'un essai au cylindre épais sur le sable d'Hostun RF.

### III.2.9 Cas non drainé local

On suppose, maintenant, que la perméabilité est très faible ( $k < 10^{-10} \text{ m/s}$ ) et que la vitesse d'expansion est telle que le fluide n'a pas le temps de s'écouler. La seule solution possible d'après l'équation (14) est que:

$$\partial_t u - \frac{r_0}{r} (\partial_r u)_{r_0} = 0$$

soit encore :  $u = (u)_{r_0} \cdot \frac{r_0}{r}$        $(u(r, t=0) = 0 \quad \forall r)$  (16)

On retrouve bien le cas d'une expansion de cavité cylindrique à volume constant en condition non drainée. Les déplacements sont connus à l'intérieur de l'échantillon à tout instant. Cependant, il s'agit ici d'incompressibilité du matériau considéré comme biphasique. Autrement dit, l'hypothèse retenue ici est locale. Le cas non drainé global est différent puisque cette condition signifie que la variation de volume total de l'échantillon est nulle. Cette hypothèse est moins forte que la précédente dans le sens où les variations de volumes localement sont possible. En effet, il suffit qu'à tout instant de l'essai, le matériau soit contractant dans une partie de l'échantillon et dilatant dans l'autre, de telle sorte que la variation de volume globale soit nulle. C'est le cas notamment des sables. On assiste alors à des écoulements locaux au sein de l'éprouvette avec densification de certaines zones (contractantes) et diminution de densité d'autres zones (dilatantes), la densité moyenne restant constante.

### III.2.10 Cas non drainé global

On envisage dans ce paragraphe la possibilité d'interpréter un essai globalement non drainé au cylindre épais sur un sable. La variation du volume total de l'échantillon est nulle (figure III.6) et, en déformations planes, on a une liaison entre le déplacement à la cavité et celui au rayon  $r=r_m$ :

$$(u)_{r_0 \cdot r_0} = (u)_{r_m \cdot r_m}$$

Par ailleurs, étant donné que la perméabilité d'un sable est relativement élevée, on peut supposer que l'écoulement est instantané par rapport à la vitesse de sollicitation. La pression

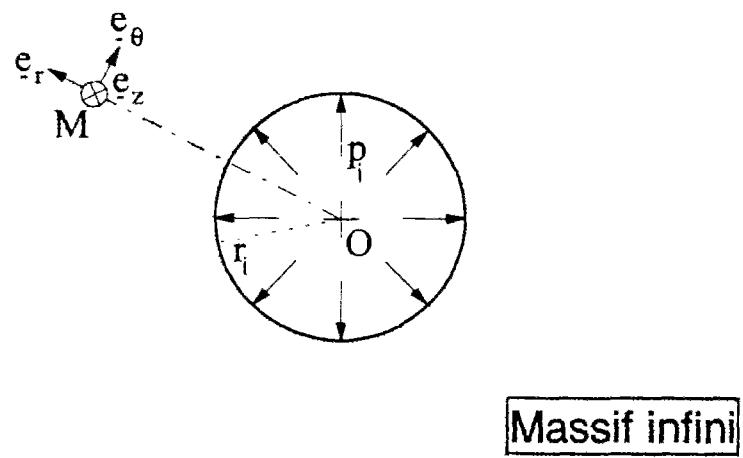


Figure III.5. Schématisation unidimensionnelle de l'expansion pressiométrique.

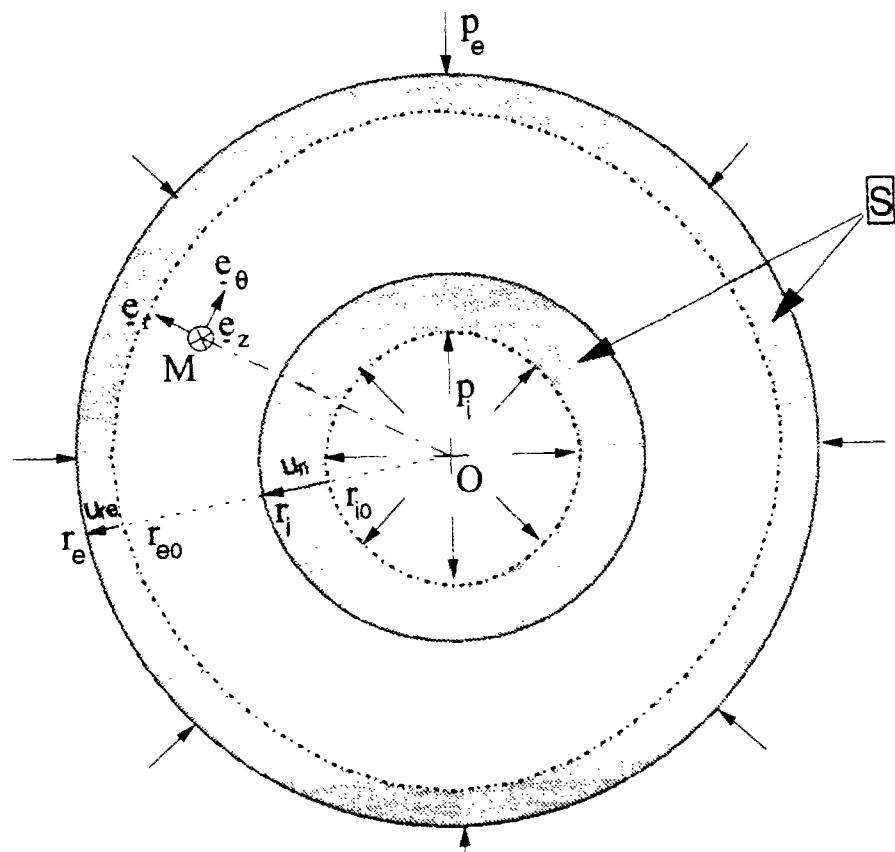
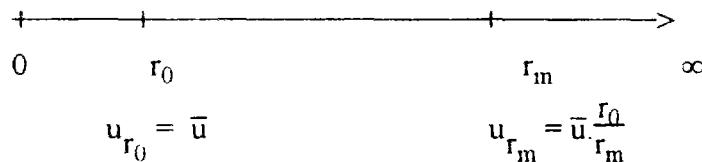


Figure III.6. Représentation de la sollicitation non drainée globale au cylindre épais.

interstitielle est donc constante (pas d'écoulement) dans tout l'échantillon, mais différente à chaque instant de l'essai. Le problème mécanique est donc posé de la manière suivante:

$$\begin{cases} \underline{\sigma} = \underline{\sigma}' - p \underline{\text{Id}} \\ d\underline{\sigma}' = \underline{L} : d\underline{\varepsilon} \\ \partial_r \sigma_r' + \frac{\sigma_r' - \sigma_\theta'}{r} = 0 \end{cases}$$

Les conditions aux limites sont les suivantes :



La loi de comportement, l'équation d'équilibre et les conditions aux limites précédentes donnent la solution du problème en contraintes effectives. La pression interstitielle est alors déterminée au rayon extérieur ( $r=r_m$ ) pour lequel on sait que la contrainte totale radiale doit compenser la contrainte de confinement  $\sigma_c$ :

$$p = -\sigma_c + (\sigma_r')_{r=r_m}$$

La solution de ce problème existe si, à tout instant de la sollicitation, il existe une partie contractante et une partie dilatante dans l'éprouvette, telles que la variation de volume globale s'annule.

### III.3 RESOLUTION NUMERIQUE DU PROBLEME D'EVOLUTION

On se propose dans ce paragraphe, de simuler la sollicitation pressiométrique dans un sol cohérent (de type argile, à faible perméabilité) saturé d'eau, en faisant l'hypothèse des déformations planes. Le problème d'évolution correspondant à résoudre est constitué des équations (s5) et des conditions aux limites (s3).

#### III.3.1 Discrétisation temporelle

L'équation d'équilibre en vitesses s'écrit :

$$\partial_r(\partial_t \sigma_r) + \frac{1}{r}(\partial_t \sigma_r - \partial_t \sigma_\theta) = \frac{\gamma_w}{k} \cdot [\partial_t^2 u - \frac{r_0}{r} (\partial_t^2 u)_{r_0}] \quad (17)$$

La discrétisation temporelle de l'équation précédente sera effectuée à pas constant. On suppose que l'expansion de la cavité est donnée en fonction du temps. On décompose le chargement en petits intervalles  $\Delta t$  constants, et l'on recherche les incrément de déplacements, de contraintes et de pression interstitielle résultants pour chaque pas de temps. La notation suivante est introduite :

$$\begin{aligned} t_k &= t_{k-1} + \Delta t & k > 0, \Delta t \text{ constant} \\ \Delta_k f &= f_k - f_{k-1} & f : \text{scalaire quelconque dépendant de } t \end{aligned}$$

On choisit un schéma de résolution implicite dans le temps. En supposant toutes les variables connues de l'instant initial à l'instant  $t_{k-1}$ , on cherche les valeurs à l'instant  $t_k$ .

Pour simplifier l'écriture des équations, la matrice  $L$  est considérée symétrique. Pour un petit incrément de chargement à la cavité  $\Delta_k u(r_0)$ , la loi de comportement entre les instants  $t_{k-1}$  et  $t_k$  s'écrit alors :

$$\begin{bmatrix} \Delta_k \sigma_r \\ \Delta_k \sigma_\theta \\ \Delta_k \sigma_z \end{bmatrix} = L_k : \begin{bmatrix} \partial_r \Delta_k u \\ \frac{\Delta_k u}{r} \\ 0 \end{bmatrix}$$

avec  $L_k = \begin{bmatrix} L_{rrk} & L_{r\theta k} & L_{rzk} \\ L_{r\theta k} & L_{\theta\theta k} & L_{\theta z k} \\ L_{rzk} & L_{\theta z k} & L_{zzk} \end{bmatrix}$

Les termes  $L_{ijk}$  ne dépendent que de  $r$  à un instant donné.

L'approximation au premier ordre des dérivées partielles par rapport au temps donne l'équation suivante en déplacement:

$$L_{rrk} \cdot \partial_r^2 \Delta_k u + (\partial_r L_{rrk} + \frac{L_{rrk}}{r}) \cdot \partial_r \Delta_k u + (\frac{1}{r} \partial_r L_{r\theta k} - \frac{L_{\theta\theta k}}{r^2} - \frac{\gamma_w}{k \cdot \Delta t}) \cdot \Delta_k u = \frac{\gamma_w}{k \cdot \Delta t} \cdot \Delta_{k-1} u + f(r) \quad (18)$$

La fonction  $f(r)$  représente la contribution du terme  $\frac{\gamma_w}{k} \cdot \frac{r_0}{r} (\partial_t^2 u)_{r_0}$ .

Puisque le déplacement en  $r_0$  est connu, il en est de même de  $(\partial_t^2 u)_{r_0}$ . La fonction  $f(r)$  dépend du signal imposé à la cavité. Elle est continue si  $u(r_0, t)$  est de classe  $C^2$ . L'équation précédente est du second degré à coefficients non constants, et l'inconnue est  $\Delta_k u$  ( $k > 0$ ). Pour la résoudre, il faut se donner le premier terme  $\Delta_0 u(r)$ .

### III.3.2 Calcul de $\Delta_0 u(r)$

A l'instant initial, on suppose que la surpression interstitielle est constante dans toute l'éprouvette, soit:  $(\partial_r p)_{t=0} = 0, \forall r$ . C'est-à-dire :

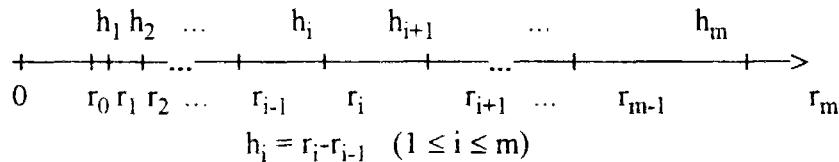
$$(\partial_r u)_{t=0} = \frac{r_0}{r} \cdot [(\partial_r u)_{r_0}]_{t=0}$$

En discrétilisant par rapport au temps, on obtient :

$$\Delta_0 u = \frac{r_0}{r} (\Delta_0 u)_{r_0}$$

### III.3.3 Discrétilisation spatiale

La solution de l'équation (18) peut être approchée par différentes méthodes numériques. Par différences finies centrées à l'ordre 1, il est possible d'utiliser la méthode matricielle. La matrice de rigidité obtenue étant tridiagonale, elle peut être inversée simplement par la méthode à double balayage de Cholesky. L'axe  $e_r$  est discrétilisé en  $m$  intervalles inégaux :



Etant donné la distribution des contraintes et des déformations dans l'échantillon, il est préférable de disposer de davantage de points au voisinage de la cavité. Pour cela, on choisit de prendre une progression géométrique pour les points  $M(r_i, 1 \leq i \leq m)$ . L'approximation des dérivées partielles par différences centrées au 1er ordre dans ce cas donne:

$$(\partial_r g)_{r_i} \approx \frac{g_{i+1} - g_{i-1}}{h_i + h_{i+1}} \quad (1 \leq i \leq m-1)$$

$$(\partial_r^2 g)_{r_i} \approx \frac{h_i g_{i+1} - (h_i + h_{i+1}) g_i + h_{i+1} g_{i-1}}{(1/2) h_i h_{i+1} (h_i + h_{i+1})}$$

avec  $g_i = [g(r)]_{r=r_i}$

En appliquant ces formules à l'équation (18) en  $r=r_i$  ( $1 \leq i \leq m-1$ ), on aboutit à un système linéaire de  $(m-1)$  équations à  $(m+1)$  inconnues ( $\Delta_k u_i$ ,  $0 \leq i \leq m$ ). D'après les conditions aux limites (s3) on connaît les incrément de déplacement en  $r_0$  et  $r_m$ :

$$\begin{cases} \Delta_k u_0 = \Delta_k \bar{u} \\ \Delta_k u_m = 0 \end{cases}$$

On est donc ramené à l'inversion d'un système linéaire d'ordre  $m-1$  dont les inconnues sont les  $(\Delta_k u_i, 1 \leq i \leq m-1) = \Delta \underline{U}$ , de la forme :

$$K : \Delta \underline{U} = \Delta Q$$

$$\text{avec } \Delta Q = (B_i, 1 \leq i \leq m-1)$$

et

$$K = \begin{bmatrix} \beta_1 & \gamma_1 & & & & & \\ \alpha_2 & \beta_2 & \gamma_2 & & & & \\ \dots & \dots & \dots & & & & 0 \\ & & & \alpha_i & \beta_i & \gamma_i & \\ 0 & & & & \dots & \dots & \dots \\ & & & & & \alpha_{m-2} & \beta_{m-2} & \gamma_{m-2} \\ & & & & & & \alpha_{m-1} & \beta_{m-1} \end{bmatrix}$$

### III.3.4 Résolution du système

La matrice  $K$  est tridiagonale. En appliquant la méthode à double balayage de Cholesky, on résout le système par récurrence, directement et sans approximation. Soient  $S_i$  et  $T_i$  tels que :

$$\begin{cases} S_i = -\frac{\gamma_i}{\alpha_i S_{i-1} + \beta_i} \\ T_i = \frac{B_i - \alpha_i T_{i-1}}{\alpha_i S_{i-1} + \beta_i} \end{cases} \quad (1 \leq i \leq m-1)$$

Les conditions initiales de la récurrence sont données par :

$$\begin{cases} S_0 = 0 \\ T_0 = 0 \end{cases}$$

On a alors :

$$\begin{cases} \Delta_k u_{m-1} = T_{m-1} \\ \Delta_k u_i = S_i \cdot \Delta_k u_{i+1} + T_i \quad (1 \leq i \leq m-1) \end{cases}$$

### III.3.5 Calcul des autres variables à l'instant $t = t_k$

Les incrément de déformation du squelette dus aux incrément de déplacements calculés précédemment sont donnés, en approximant par différences finies centrées au premier ordre le tenseur des déformations suivant (9) :

$$\begin{cases} \Delta_k \varepsilon_r = \partial_r \Delta_k u \\ \Delta_k \varepsilon_\theta = \frac{\Delta_k u}{r} \end{cases}$$

Les déformations aux frontières ( $r = r_0$  et  $r = r_m$ ) sont obtenues par différences non centrées au 1er ordre (respectivement à droite et à gauche). Ce calcul introduit une importante erreur sur ces déformations, surtout celle calculée à la cavité. Or, cette valeur est importante pour les

simulations. On voit plus loin qu'il est possible de centrer les formules en ce point, et d'accélérer ainsi la convergence, par ajout de points fictifs.

Les contraintes effectives sont calculées à partir de la loi de comportement du squelette sans approximation supplémentaire.

La surpression interstitielle entre les instants  $t_{k-1}$  et  $t_k$  est calculée grâce à l'équation de conservation de masse fluide (14). Le déplacement imposé à la cavité étant connu à tout instant, en approximant l'équation différentielle par différences finies centrées au 1er ordre, on obtient une liaison entre  $\Delta_k p_{i+1}$  et  $\Delta_k p_{i-1}$ . Sachant que  $\Delta_k p_m = 0$  (d'après les conditions aux limites), on connaît par récurrence la répartition de la surpression interstitielle dans tout l'échantillon à chaque incrément  $\Delta t$ .

### III.3.6 Cas non drainé local

On suppose à nouveau que  $k$  est très petit ( $k < 10^{-15} \text{ m/s}$ ). Il n'y a plus d'écoulement et la loi de Darcy n'est plus applicable. Par contre, d'après (16), on connaît les déplacements du squelette à tous les instants du chargement. L'équation d'équilibre s'écrit toujours :

$$\partial_r \sigma_r' + \frac{1}{r} (\sigma_r' - \sigma_\theta') = \partial_r p$$

Le temps n'intervenant plus dans la relation précédente, on n'a plus affaire à un problème d'évolution. Connaissant  $u(r,t)$ , on en déduit les déformations et les contraintes associées. La surpression interstitielle  $p(r,t)$  est déterminée en utilisant l'équation ci-dessus et la condition à la limite en  $r = r_m$ :  $\Delta p_m = 0$ . La condition d'imperméabilité de la membrane à la cavité est inutile dans ce cas, car on suppose qu'il n'y a pas d'écoulement dans tout le matériau.

### **III.3.7 Ajout de points fictifs**

L'approximation par différences finies centrées permet d'accélérer la convergence de l'algorithme de résolution par rapport aux différences à gauche ou à droite. Cependant, il n'est pas possible de centrer les formules en  $r=r_0$  et  $r=r_m$ . En ces points, la convergence est par conséquent plus lente, et il est préférable de faire appel à une technique numérique dite de points fictifs, utilisée fréquemment dans les problèmes de transfert de chaleur. Le principe est de rajouter un point ( $r_{-1} \leq r_0$ ) et de déterminer son déplacement fictif par différence à droite, ce qui permet de garder les différences centrées au point  $r_0$  et d'avoir le même niveau de convergence pour tous les points du massif.

### **III.3.8 Méthode des matrices de transfert**

Le principe de cette méthode est de supposer que la loi de comportement élastoplastique est constante dans l'intervalle  $[r_i, r_{i+1}]$  ( $0 \leq i \leq m-1$ ). L'équation (18) s'écrit alors, dans cet intervalle :

$$L_{rrk}^i \cdot \partial_r^2 \Delta_k u + \left( \frac{L_{rrk}^i}{r_i} \right) \cdot \partial_r \Delta_k u - \left( \frac{L_{00k}^i}{r_i^2} - \frac{\gamma_w}{k \cdot \Delta t} \right) \cdot \Delta_k u = \frac{\gamma_w}{k \cdot \Delta t} \cdot \Delta_{k-1} u + f(r_i) \quad (r_i \leq r \leq r_{i+1})$$

Si cette équation est intégrable analytiquement, on obtient une solution analytique par morceaux en déplacement. Les  $[2(m+1)]$  constantes d'intégration sont déterminées grâce aux conditions limites et par continuité du déplacement et de la contrainte le long de l'axe radial.

### **III.3.9 Méthode des éléments finis**

La méthode des éléments finis dans le cas d'une expansion de cavité dans un sol parfaitement drainé a été utilisée dès 1970 par Smith. Celui-ci a comparé d'abord les résultats du code de calcul à des solutions analytiques en élasticité et en plasticité parfaite. Le maillage utilisé est représenté sur la figure III.7. Les éléments sont répartis uniformément le long de

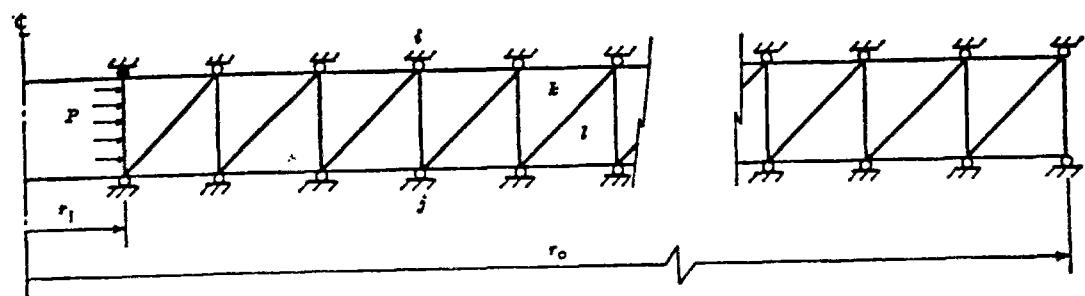


Figure III.7. Maillage utilisé dans l'étude de Smith (1970).

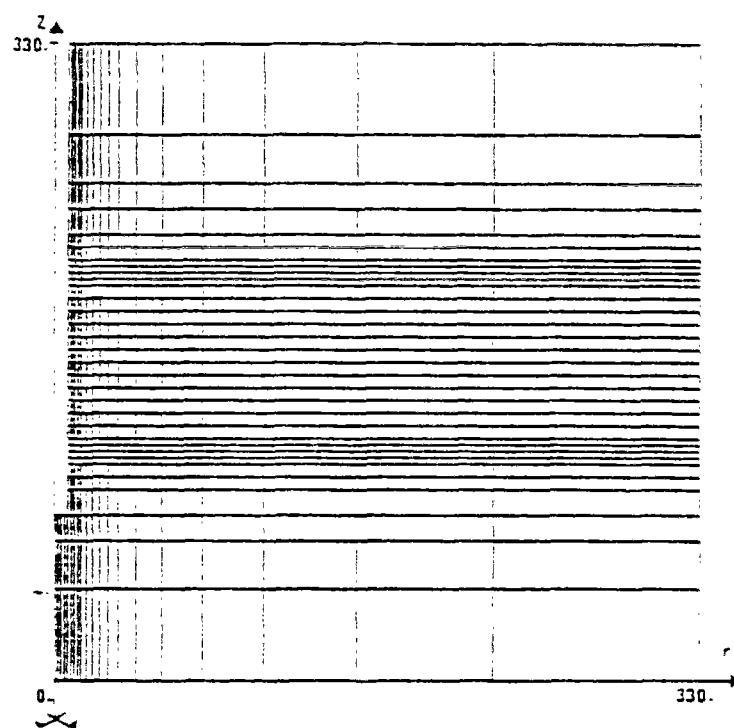


Figure III.8. Maillage utilisé dans l'étude de Nahra (1985).

l'axe radial et ne sont pas adaptés à la distribution des contraintes dans le massif. Smith (1970) montre que, pour un rapport de rayon  $r_m/r_0 = 6$ , il faut environ 400 éléments pour obtenir précisément la solution élastique (figure III.7). Les lois de comportement mises en oeuvre dans le code par l'auteur sont le Cam-Clay pour les sols argileux et la loi de Rowe qui permet d'introduire de la dilatance pour les sols sableux. Nahra (1985) traite le cas de la sollicitation pressiométrique dans un sol cohérent, possédant une perméabilité  $k$  donnée, par éléments finis (code ROSALIE), et propose le maillage représenté sur la figure III.8, composé de 62 quadrilatères et 313 noeuds. Boubanga (1991) précise que les résolutions par différences ou éléments finis ont des temps de traitement similaires dans le cas de la sollicitation pressiométrique. Dans le cadre de notre étude, nous n'avons pas utilisé la méthode des éléments finis. Cependant, afin de vérifier les résultats numériques obtenus, deux schémas de résolutions différents ont été confrontés : matrices de transfert et différences finies. Avant d'effectuer des simulations, il est nécessaire de décrire les choix effectués concernant la loi de comportement du squelette.

## III.4 CHOIX DE LA LOI DE COMPORTEMENT

### III.4.1 Cas élastique

La loi de comportement du squelette considérée dans ce paragraphe est la loi classique de Hooke s'écrivant :

$$\boldsymbol{\sigma} = \lambda \operatorname{tr}(\boldsymbol{\varepsilon}) \mathbf{Id} + 2\mu \boldsymbol{\varepsilon} \quad (19)$$

$\lambda$  et  $\mu$  sont les coefficients de Lamé et sont fonction du module d'Young ( $E$ ) et du coefficient de Poisson ( $\nu$ ) :

$$\begin{cases} \lambda = E \frac{\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \\ \mu = E \frac{1}{2(1+\nu)} \end{cases}$$

La relation inverse s'écrit:

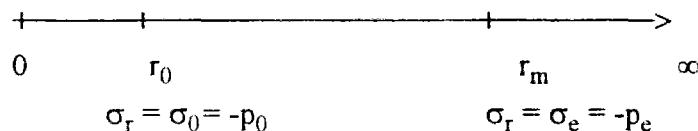
$$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1+\nu}{E} \boldsymbol{\sigma} - \frac{\nu}{E} \operatorname{tr}(\boldsymbol{\sigma}) \mathbf{Id}$$

Les parties sphériques des tenseurs sont reliées par le module de compression  $K$ :

$$\frac{1}{3} \operatorname{tr}(\boldsymbol{\sigma}) = K \operatorname{tr}(\boldsymbol{\varepsilon}) \quad \text{avec} \quad K = \frac{E}{3(1-2\nu)}$$

### III.4.1.a cas d'un massif fini parfaitement drainé (cylindre épais)

On suppose que les pressions à l'intérieur de la cavité ( $p_0$ ) et à l'extérieur de l'échantillon ( $p_e$ ) sont connues à tout instant du chargement. Les conditions aux limites sont donc données en contraintes de la manière suivante :



Dans ce cas, la solution en déplacement est de la forme :

$$u = \frac{1+\nu}{E} [ (1-2\nu)A.r + \frac{B}{r} ]$$

avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} A = \frac{r_o^2 \cdot p_0 - r_m^2 \cdot p_e}{r_m^2 - r_o^2} \\ B = r_o^2 \cdot r_m \cdot \frac{p_0 - p_e}{r_m^2 - r_o^2} \end{array} \right.$$

Les contraintes sont données par les formules :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_r = A - \frac{B}{r^2} \\ \sigma_\theta = A + \frac{B}{r^2} \\ \sigma_z = 2\nu A \end{array} \right.$$

L'essai au cylindre épais est réalisé à partir d'un état initial de contraintes pour lequel les pressions extérieure et intérieure sont égales ( $p_0 = p_e$ ). A partir de cet état initial, la pression à l'intérieur de la cavité augmente de  $\Delta p_0$  tandis que la pression extérieure reste constante. Le problème en variation de contraintes est donc donné par les conditions aux limites suivantes:



La variation du déplacement radial et des contraintes, par rapport à l'état initial, est par conséquent:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta u = \frac{1+\nu}{E} \cdot \frac{r_0^2 \cdot \Delta p_0}{r_m^2 - r_0^2} [ (1-2\nu) \cdot r + \frac{r_m^2}{r} ] \\ \Delta \sigma_r = \frac{r_0^2 \cdot \Delta p_0}{r_m^2 - r_0^2} \cdot (1 - \frac{r_m^2}{r^2}) \\ \Delta \sigma_\theta = \frac{r_0^2 \cdot \Delta p_0}{r_m^2 - r_0^2} \cdot (1 + \frac{r_m^2}{r^2}) \\ \Delta \sigma_z = 2\nu \cdot \frac{r_0^2 \cdot \Delta p_0}{r_m^2 - r_0^2} \end{array} \right. \quad (s7)$$

La variation de la contrainte moyenne est positive, c'est-à-dire que la pression moyenne d'un élément de volume de l'échantillon diminue au cours de la sollicitation. En fait, le matériau supposé élastique a tendance à se décharger en moyenne et à augmenter de volume. La figure III.9 montre la distribution des contraintes pour un rapport de rayon  $r_m/r_0$  égal à 3 et 5. Pour cet exemple, on montre en particulier que la différence avec la solution pressiométrique est minime lorsque le rapport des rayons est au moins égal à 5.

### *III.4.1.b Cas d'un massif infini parfaitement drainé (pressiomètre)*

Les formules précédentes du déplacement radial et des contraintes dans le massif sont toujours valables en faisant tendre  $r_m$  vers l'infini. Les constantes A et B sont obtenues en faisant tendre le rapport  $r_m/r_0$  vers l'infini. On obtient alors la solution classique de Lamé :

$$\begin{cases} A = -p_e \\ B = r_0^2 \cdot (p_0 - p_e) \end{cases}$$

L'essai pressiométrique, comme précédemment, est réalisé dans un massif supposé isotrope, et soumis à un état initial isotrope  $p_e$ . La variation de contrainte et de déplacement dans le massif causée par une augmentation de la pression à la cavité  $\Delta p_0$  est:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta u = \frac{1+v}{E} \left( \frac{r_0^2}{r} \cdot \Delta p_0 \right) \\ \Delta \sigma_r = -\frac{r_0^2}{r^2} \cdot \Delta p_0 \\ \Delta \sigma_\theta = \frac{r_0^2}{r^2} \cdot \Delta p_0 \\ \Delta \sigma_z = 0 \end{array} \right. \quad (s8)$$

On peut remarquer que, dans ce cas, la variation de contrainte moyenne est nulle durant l'expansion de la cavité. Puisqu'on est en élasticité, cela veut dire que le matériau ne change pas de volume.

### *III.4.1.c Chemin de contraintes suivi en un point de l'échantillon*

Il est intéressant de pouvoir décrire le chemin de contraintes suivi par un élément de volume du sol, afin de déterminer les caractéristiques principales de comportement à prendre en compte dans les problèmes d'expansion de cavité, en liaison avec les propriétés rhéologiques du matériau observées sous sollicitations homogènes. Considérant l'état initial isotrope, il est préférable de raisonner en variations de contraintes. Pour simplifier les notations dans ce paragraphe, nous confondrons l'état initial isotrope et l'état au repos du matériau de telle sorte que les incrément de contraintes principales s'écrivent:

$$\Delta\sigma_i \text{ devient } \sigma_i \quad (i = 1, 2 \text{ ou } 3)$$

On introduit les quantités habituellement utilisées en rhéologie des sols de la façon suivante:

$$\sigma_m = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)$$

$$q = \frac{1}{\sqrt{2}} [ (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 ]^{\frac{1}{2}}$$

$$b = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \quad \text{pour } -\sigma_1 > -\sigma_2 > -\sigma_3$$

Les directions principales de contraintes et de déformation restant constantes durant l'essai d'expansion en déformations planes, les résultats des essais triaxiaux classique et "vrai" suffisent à approcher le comportement du matériau soumis à une telle sollicitation. Si le sol est supposé élastique, en reprenant la loi de Hooke (équation 19), pour  $\epsilon_z = 0$ , on trouve immédiatement que  $\sigma_z = v \cdot (\sigma_r + \sigma_\theta)$ . Dans le cas du cylindre épais (d'après les équations s7), on a:

$$\sigma_m = 2 \frac{r_0 \cdot \Delta p_0}{\frac{r^2 - r_0^2}{r_m - r_0}} \cdot (1+v)$$

$$q = \frac{r_0 \cdot \Delta p_0}{\frac{r^2 - r_0^2}{r_m - r_0}} \cdot \sqrt{(1+2v)^2 + \frac{r_m^4}{r^4}}$$

$$b = \left(\frac{1-2v}{2}\right) \cdot \frac{r^2}{r_m^2} + \frac{1}{2}$$

Le rapport  $q/\sigma_m$  ne dépend pas du chargement ( $\Delta p_0$ ), et, pour chaque élément de volume, ce rapport est par conséquent constant. Dans le cas d'un massif infini,  $\sigma_m$  est nul et  $q$  tend vers une valeur finie non nulle. Le chemin suivi dans le plan  $(\sigma_m, q)$  correspond à l'axe du déviateur (en variation de contraintes).

Le cas  $b=0,5$  correspond au cas de la sollicitation pressiométrique ou au cas non drainé pour lequel  $v$  est proche de 0,5. Sinon, les chemins de contrainte suivis dans le plan du déviateur dépendent uniquement de la distance par rapport à la cavité de l'élément de volume considéré et sont compris dans un secteur représenté sur la figure III.10. Comme on pouvait s'y attendre, on remarque que ces chemins sont fortement déviatoires, et il est par conséquent nécessaire d'en tenir compte lors du choix de la loi de comportement.

#### *III.4.1.d Dépendance des caractéristiques élastiques par rapport à la contrainte moyenne:*

Expérimentalement, on montre que le module d'Young  $E$  n'est pas constant durant un essai triaxial classique et qu'il dépend en fait de la contrainte moyenne. Plusieurs formules ont été proposées dans la littérature. Nous nous restreindrons cependant à celle choisie par

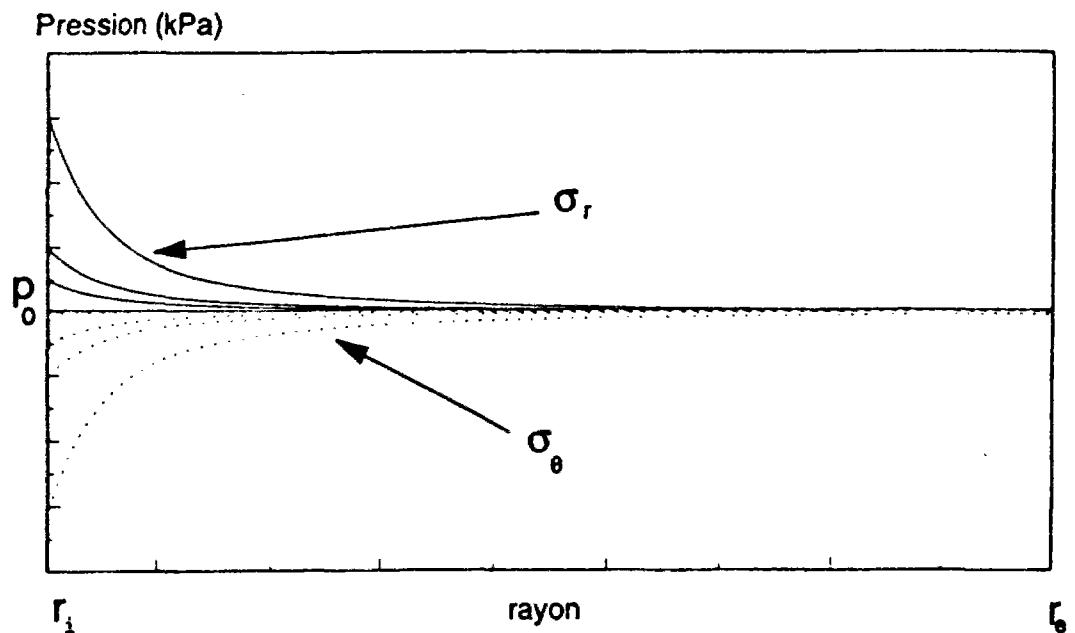


Figure III.9. Distribution des contraintes au cylindre épais - loi élastique linéaire.

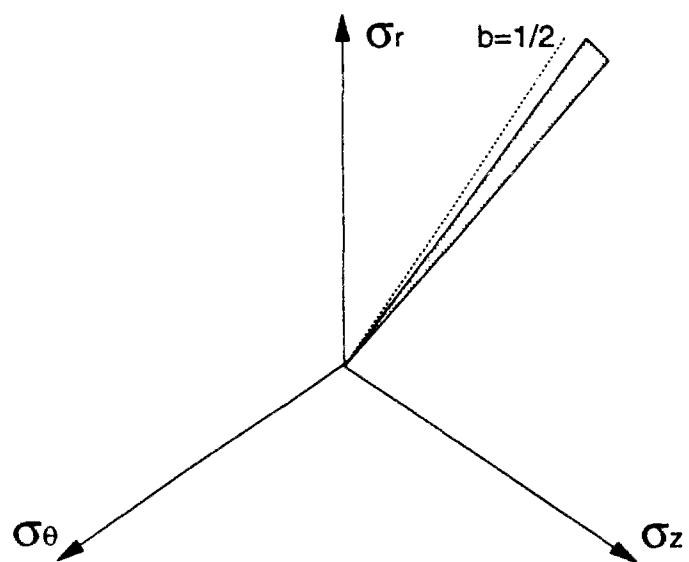


Figure III.10. Secteur dans lequel se trouve le chemin de contraintes suivi par un élément dans le plan déviatoire au cylindre épais.

Zienkiewicz et al. (1985), qui généralise la partie élastique du modèle Cam-clay. En petites déformations, on a:

$$\begin{cases} K = -\frac{1+e_0}{\kappa} \cdot \sigma_m \\ G = \frac{3(1-2v)}{2(1+v)} \cdot K \end{cases}$$

Le coefficient de Poisson  $v$  est supposé constant,  $e_0$  représente l'indice des vides initial du sol étudié,  $G$  est le module de cisaillement et  $\kappa$  désigne le paramètre du Cam-Clay représentant la pente de décharge dans le plan ( $e, \ln p'$ ) lors d'un essai triaxial en compression simple. Ce paramètre est relié à  $c_s$  (obtenu à l'essai oedométrique) de la manière suivante :

$$c_s \approx \kappa \cdot \ln 10 = 2,3 \kappa$$

La relation est approximative car les conditions aux limites des deux essais, quoique très proches, sont néanmoins différentes.

### III.4.2 Comportement élastoplastique

La prise en compte d'un comportement élastoplastique parfait du sol lors d'une expansion de cavité a été étudiée depuis de nombreuses années et des solutions analytiques ont été proposées à ce sujet. Une comparaison des principaux travaux effectués dans ce sens a été faite par Normand (1992). Le sol est très souvent considéré élastique parfaitement plastique. Sachant qu'un sol s'écroule, cette hypothèse surestime les déformations effectivement observées au cours d'un essai. Une autre hypothèse simplificatrice très souvent utilisée dans les calculs concerne l'incompressibilité du matériau. Cette hypothèse est valide dans le cas d'un chargement rapide pour un sol fin, mais elle est moins évidente dans le cas d'une sollicitation lente. Néanmoins, ces approches permettent de calculer des caractéristiques élastiques ( $G$  par exemple) ou de rupture du sol par l'intermédiaire de la pression limite atteinte au cours d'un

essai. D'autres travaux réalisés notamment par Ladanyi (1962,1963), Baguelin et al. (1972) ou Wroth et Windle (1975) ont montré qu'il était possible, à partir de la courbe pressiométrique, et moyennant des hypothèses simplificatrices, de déterminer partiellement la loi de comportement du sol étudié.

Nous nous intéressons dans ce qui suit au trajet de chargement suivi par un élément de sol en considérant un comportement élastoplastique écrouissable. Hajal (1984) a simulé l'essai pressiométrique à l'aide du modèle multimécanismes proposé par Hujeux (1979). L'étude a été menée sur un sable en condition lâche et dense. Elle montre en particulier des comparaisons avec les résultats expérimentaux obtenus par Renoud-Lias (1978). La figure III.11 montre le chemin de contraintes dans le plan du triaxial et dans le plan du déviateur d'un élément de sol situé au bord de la cavité. Selon ce modèle, la phase de plasticité parfaite apparaît rapidement après la phase élastique et la valeur de  $b$  est alors constante, comprise entre 0,3 et 0,35 suivant que le sable est plus ou moins dense.

### *III.4.2.a Généralisation aux sollicitations tridimensionnelles quelconques*

Les lois de comportement étudiées dans le premier chapitre ont été mises en œuvre à partir d'essais triaxiaux classiques. Afin de simuler correctement les essais d'expansions de cavités, la généralisation de ces lois aux sollicitations tridimensionnelles quelconques doit tenir compte de l'effet de la contrainte intermédiaire, et pour cela, faire intervenir un troisième invariant. Introduisons les trois invariants suivants en notation indicelle:

$$\begin{aligned} I_1 &= \sigma_{in} = \frac{1}{3} \operatorname{tr}(\boldsymbol{\sigma}) = \frac{1}{3} \sigma_{ii} \\ I_2 &= \bar{\sigma}^2 = \frac{1}{2} s_{ij}s_{ij} \quad \text{avec } s_{ij} = \sigma_{ij} - \delta_{ij}\sigma_{in} \\ I_3 &= \frac{1}{3} s_{ij}s_{jk}s_{ki} \end{aligned}$$

La première possibilité est de décrire directement la loi en fonction du troisième invariant  $I_3$ . Zienkiewicz et al. (1985) proposent d'écrire les équations de l'élastoplasticité généralisée en fonction de l'angle de Lode  $\theta$  défini par:

$$-\frac{\pi}{6} \leq \theta = \frac{1}{3} \sin^{-1} \left( \frac{-3\sqrt{3}}{2} \frac{I_3}{\sigma^3} \right) \leq \frac{\pi}{6}$$

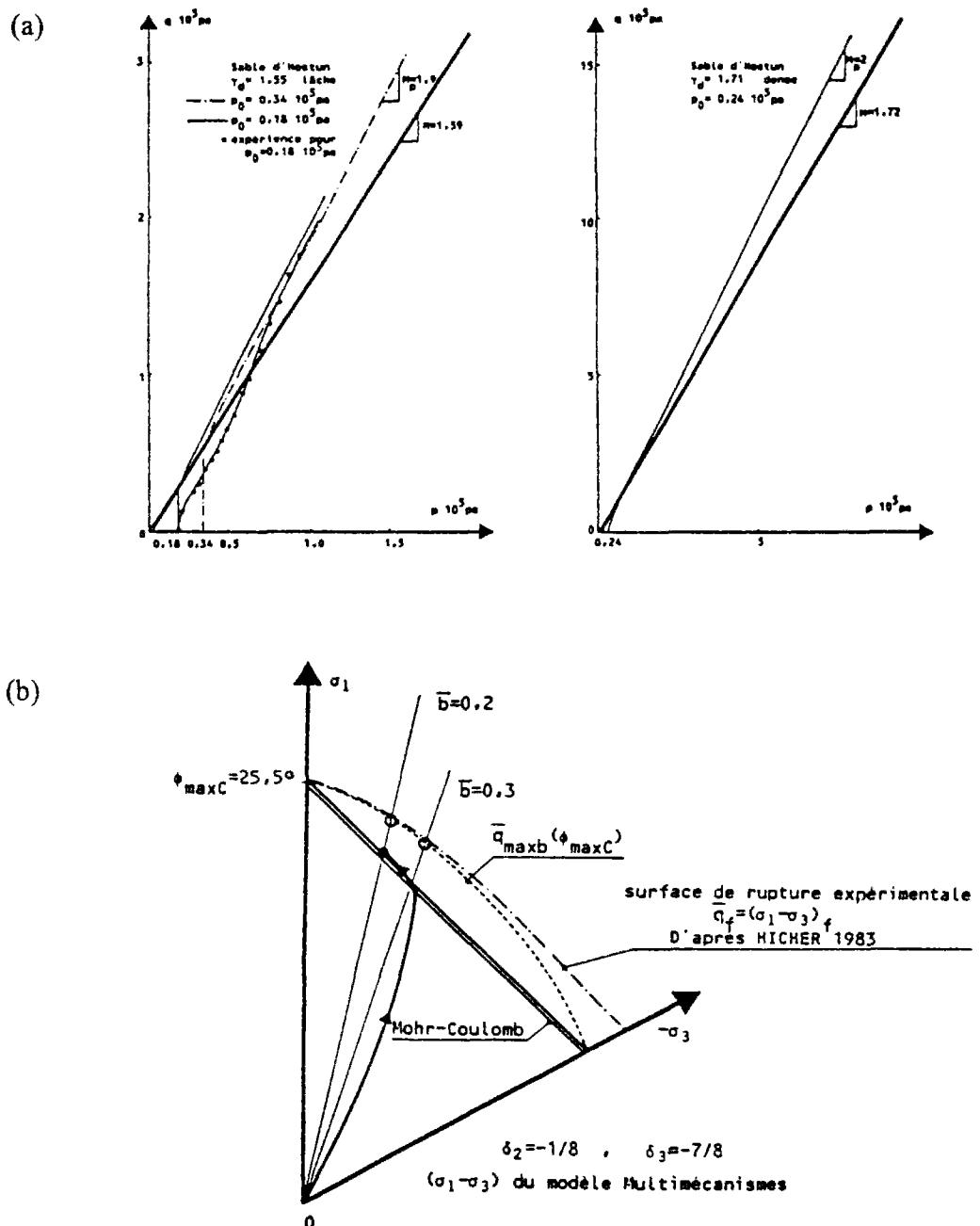


Figure III.11. Chemin de contraintes suivi par un élément de sol autour du pressiomètre - modèle de Hujeux (d'après Hajal, 1984): (a) plan du triaxial, (b) plan déviatoire.

En compression triaxiale, on montre que  $\theta = \pi/6$  et en extension,  $\theta = -\pi/6$ . La figure III.12 montre la signification de cet angle dans le plan du déviateur. Afin de prendre en compte le critère de Mohr-Coulomb obtenu à l'essai triaxial classique, on doit avoir :

$$\begin{cases} M_c = \frac{6 \sin\phi}{3 - \sin\phi}, & \theta = \pi/6 \\ M_e = \frac{6 \sin\phi}{3 + \sin\phi}, & \theta = -\pi/6 \end{cases}$$

D'où une généralisation possible de ce critère :

$$M = \frac{6 \sin\phi}{3 - \sin\phi \sin(3\theta)}$$

La figure III.13 montre une comparaison dans le plan du déviateur entre les différents critères utilisés dans la littérature et la généralisation par l'angle de Lode.

### *III.4.2.b Ecriture de la matrice élastoplastique sous sollicitations tridimensionnelles*

Désignons par  $F(\sigma, p_c) = 0$ , la surface de charge à un instant donné et pour un état de contrainte  $\sigma$  situé sur cette surface,  $p_c$  étant un paramètre d'écrouissage isotrope positif (scalaire). Appelons  $n$  le vecteur unitaire normal à cette surface à cet instant :

$$n = \hat{\sigma}_\sigma F / \|\hat{\sigma}_\sigma F\|$$

Imposons un incrément de contrainte  $\Delta\sigma$ , notons  $\Delta\epsilon^p$  la variation de déformation plastique résultante, on a alors :

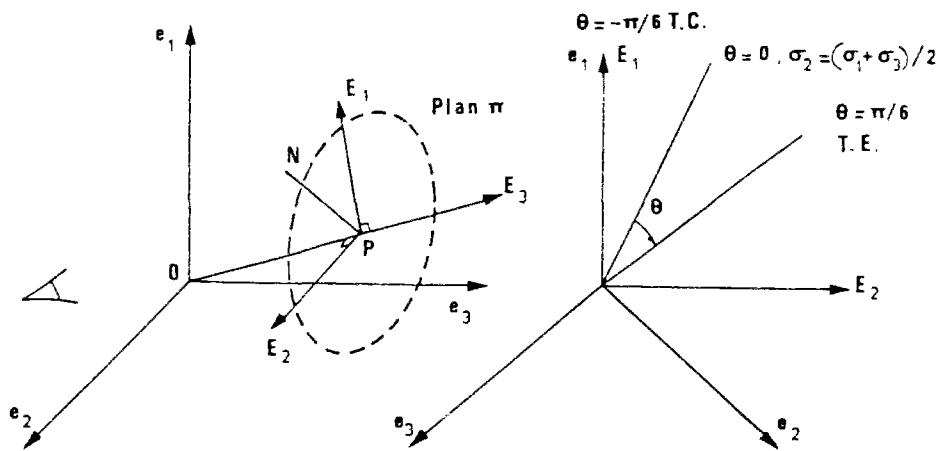


Figure III.12. Définition de l'angle de Lode (d'après Loret, 1987).

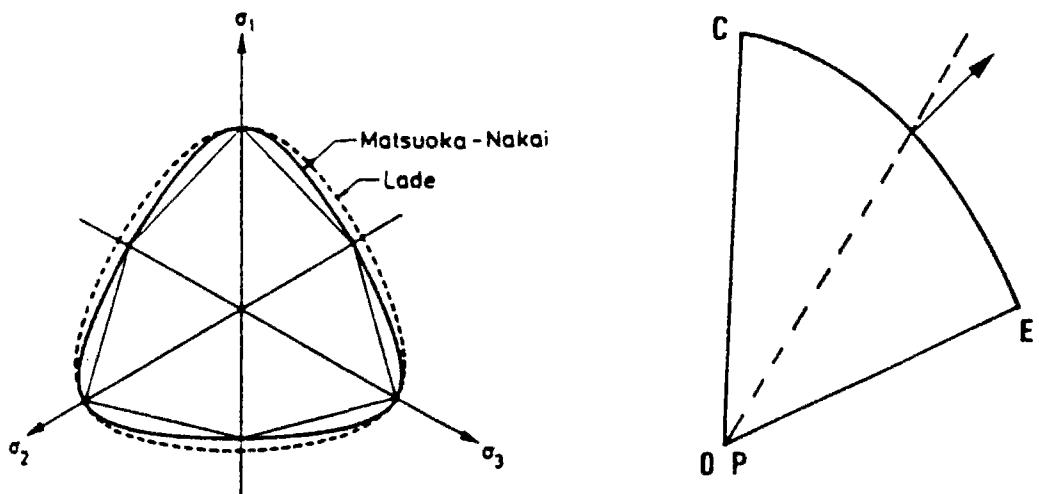


Figure III.13. Comparaison entre les critères de rupture usuels (d'après Tan, 1984) et une fonction définie à partir de l'angle de Lode (d'après Loret, 1987).

si  $\Delta\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} < 0$  :  $\Delta\boldsymbol{\varepsilon}^p = 0$  et  $\Delta p_c = 0$  (évolution uniquement élastique)

si  $\Delta\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} \geq 0$  :  $\Delta\boldsymbol{\varepsilon}^p \geq 0$  et  $\Delta p_c \geq 0$  (évolution élastoplastique)

### III.4.2.c Loi associée

Dans ce cas, la direction d'écoulement est donnée par  $\mathbf{n}$ , et on introduit le multiplicateur plastique  $\Delta\lambda$  représentant l'amplitude des déformations plastiques:

$$\Delta\boldsymbol{\varepsilon}^p = \Delta\lambda \cdot \mathbf{n} \quad (\Delta\lambda \geq 0)$$

Le multiplicateur plastique est déterminé par la règle de consistance. En effet, si le matériau plastifie, l'état de contrainte est et reste sur la surface de charge, ce qui s'écrit :

$$\partial_{\boldsymbol{\sigma}} F \cdot \Delta\boldsymbol{\sigma} + \partial_{p_c} F \cdot \Delta p_c = 0$$

Après calculs, on obtient :

$$\Delta\lambda = \frac{\mathbf{n} \cdot \mathbf{L}^e \cdot \Delta\boldsymbol{\varepsilon}^e}{H + \mathbf{n} \cdot \mathbf{L}^e \cdot \mathbf{n}}$$

$$\text{avec } H \text{ tel que } \partial_{p_c} F \cdot \Delta p_c = -H \cdot \|\partial_{\boldsymbol{\sigma}} F\| \cdot \Delta\lambda$$

$\mathbf{L}^e$  représente le tenseur d'ordre 4 d'élasticité qui relie l'incrément de contrainte à l'incrément de déformation élastique:

$$\Delta\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{L}^e : \Delta\boldsymbol{\varepsilon}^e$$

Le module plastique  $H$  étant positif, on a :

$$\Delta\lambda > 0 \Leftrightarrow n : L^e : \Delta\varepsilon > 0$$

Cette inégalité constitue par conséquent le critère de plasticité adopté par la suite. La loi de comportement élastoplastique s'écrit :

$$\Delta\sigma = \left( L^e - \frac{(L^e : n) \otimes (L^e : n)}{H + n : L^e : n} \right) : \Delta\varepsilon = L^p : \Delta\varepsilon$$

#### *III.4.2.d Loi non associée*

La direction des déformations plastiques est donnée par un potentiel  $G(\sigma, p_c)$  différent de  $F$ . On a alors :

$$\Delta\varepsilon^p = \Delta\lambda \cdot n_G \text{ avec } n_G = \partial_\sigma G / \| \partial_\sigma G \|$$

En développant les calculs comme précédemment, on obtient :

$$\Delta\lambda = \frac{n : L^e : \Delta\varepsilon}{H + n : L^e : n_G}$$

Le module plastique est défini de la même manière que précédemment. La matrice élastoplastique s'écrit dans ce cas :

$$\Delta\sigma = \left( L^e - \frac{(L^e : n_G) \otimes (n : L^e)}{H + n : L^e : n_G} \right) : \Delta\varepsilon = L^p : \Delta\varepsilon$$

### **III.5 SIMULATION D'ESSAIS PRESSIONNIQUES MONOTONES ET CYCLIQUES SUR SOLS A FAIBLE PERMEABILITE (SOLS FINS)**

Nous nous intéressons dans cette partie aux cas des sols fins pour lesquels la perméabilité est assez faible. Le couplage eau-squelette décrit précédemment doit être pris en compte dans les équations pour la simulation des essais pressiométriques cycliques. Le modèle de comportement adopté est celui proposé par Zienkiewicz et al. (1985) et il est présenté ci-dessous pour des sollicitations tridimensionnelles quelconques. En particulier, la modélisation utilisant l'angle de Lode est conservée, de sorte que les caractéristiques du modèle dépendent du troisième invariant des contraintes. Les simulations effectuées, tout d'abord dans le cas monotone, puis dans le cas d'une sollicitation cyclique, mettent l'accent sur l'influence des paramètres  $k$  (perméabilité du sol) et  $\gamma$  (paramètre cyclique du modèle).

#### **III.5.1 Conditions d'essai**

Nous supposerons par la suite que le sol à l'état initial est soumis à une contrainte de consolidation isotrope et qu'il est normalement consolidé. Le massif étudié est supposé homogène et s'étend à l'infini. Les hypothèses précédemment utilisées sont reprises ici, en particulier celle concernant les déformations planes.

Cette étude, réalisée au sein du GRECO-Géomatériaux, figure dans les comptes-rendus annuels de 1990 et 1991 et fait l'objet d'une publication (Saïta et al., 1995).

#### **III.5.2 Modèle de Zienkiewicz et al. (1985) adapté aux sols fins**

##### *III.5.2.a Partie monotone du modèle*

Ce modèle reprend pour les sollicitations monotones les équations du Cam-Clay modifié. L'expression de la surface de charge est donnée par :

$$F = (\sigma_m + \frac{p_c}{R})^2 + 3 \cdot \frac{\bar{\sigma}^2}{n^2} - p_c^2 (1 - \frac{1}{R})^2$$

avec  $R \geq 2$ , cohésion du matériau

$$n = \frac{\left(\frac{2 \cdot \sin\phi}{R-1}\right)}{1 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sin\phi\right) \cdot \left(I_3 / \bar{\sigma}^3\right)}$$

$\phi$ , angle de rupture du matériau obtenu pour un essai triaxial

Le paramètre d'écrouissage est la pression de consolidation  $p_c$ . Le modèle est associé et la loi d'écrouissage est identique à celle du Cam-Clay :

$$\Delta p_c = - p_c \frac{1+e_0}{\lambda-\kappa} \text{tr}(\Delta \varepsilon^p)$$

Le module plastique  $H$  a pour expression :

$$H = \frac{\partial p_c F}{\|\partial \sigma F\|} p_c \frac{1+e_0}{\lambda-\kappa} \text{tr}(n)$$

Le modèle comporte quatre paramètres pour la partie monotone:  $\kappa$ ,  $\nu$ ,  $\lambda$ , et  $\phi$ .

### III.5.2.b Partie cyclique du modèle

Conformément aux conclusions tirées des observations expérimentales à partir d'essais triaxiaux cycliques (voir chapitre précédent), on introduit le concept de surface frontière (Dafalias et al., 1982) afin de rendre compte du comportement cyclique des sols. On adopte par la suite l'interpolation proposée par Zienkiewicz et al. (1985) et Pastor et al. (1985). Comme il a été décrit au chapitre précédent, on autorise une évolution plastique du matériau à l'intérieur de la surface de charge ( $\Delta \varepsilon^p \neq 0$  pour  $F(\sigma, p_c) < 0$ ). Soit  $t$  la valeur telle que  $F(t \sigma, p_c) = 0$ . Alors, on a:  $t = |OP'|/|OP|$  (avec  $P$  le point actuel dans l'espace des contraintes et  $P'$  son point image). Alors  $\sigma'(P') = t \cdot \sigma(P)$ . Puisque  $P'$  est situé sur la surface frontière, on peut

calculer l'incrément de déformation  $\Delta\varepsilon^P$  qui lui est associé, dû à un incrément  $\Delta\sigma$  en P. L'incrément de déformation plastique au point P actuel, situé à l'intérieur de la surface, est alors donné par l'interpolation suivante:

$$\Delta\varepsilon^P = \frac{1}{t^\gamma} \cdot \Delta\varepsilon^{P'}$$

où  $\gamma > 0$  représente un paramètre supplémentaire du modèle. La direction des déformations plastiques en P est donc identique à celle du point image P' correspondant. Pour  $\gamma \rightarrow \infty$ , on retrouve le modèle décrit au II.5.2.a, c'est-à-dire qu'il n'y a pas d'évolution plastique du matériau à l'intérieur de la surface de charge. La nouvelle expression de la matrice élastoplastique est donnée par :

$$\Delta\sigma = (\mathbf{L}^e - \frac{(\mathbf{L}^e \cdot \mathbf{n}') \otimes (\mathbf{L}^e \cdot \mathbf{n}')}{H' t^\gamma + \mathbf{n}' \cdot \mathbf{L}^e \cdot \mathbf{n}'}) : \Delta\varepsilon = \mathbf{L}^{P'} : \Delta\varepsilon$$

Une étude qualitative de ce modèle a été publiée (Saïta et al., 1991) en l'appliquant à la sollicitation pressiométrique cyclique (cas drainé uniquement). On montre en particulier l'intérêt du paramètre  $\gamma$  pour la détermination des caractéristiques cycliques d'un sol à partir d'un essai in-situ.

### III.5.3 Simulation de la sollicitation pressiométrique en chargement monotone

L'étude de l'expansion monotone de cavité cylindrique en utilisant le modèle Cam-Clay modifié a été faite dès 1970 avec les travaux de Smith. Cet auteur envisage seulement le cas où le matériau est parfaitement drainé. La figure III.14 montre la distribution théorique des contraintes dans l'échantillon d'argile testée. Des simulations ont été effectuées à partir des résultats expérimentaux obtenus par Mitchell (1967) (figure III.15). Smith montre que, dans le cas associé, le modèle surestime les déplacements (courbe 1), et utilise une loi non associée pour améliorer les simulations (courbe 2). Dans cette étude, le paramètre M représentant la rupture est pris constant.

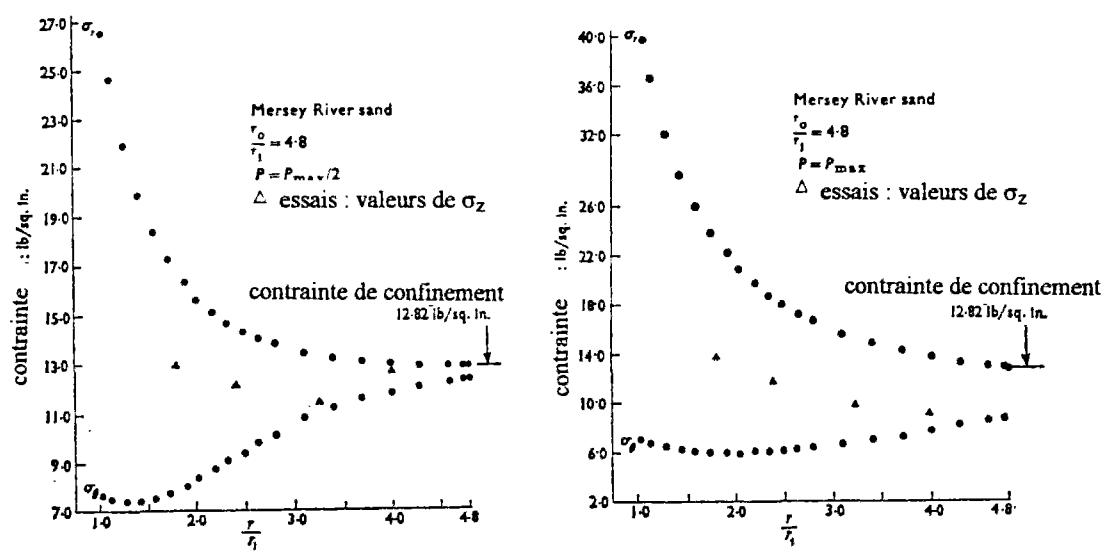
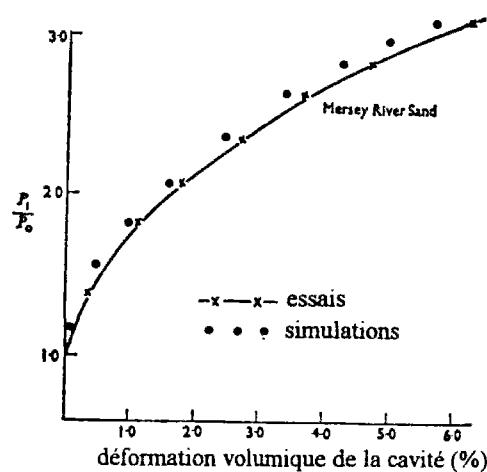


Figure III.14. Simulations d'essais au cylindre épais (d'après Smith, 1970).

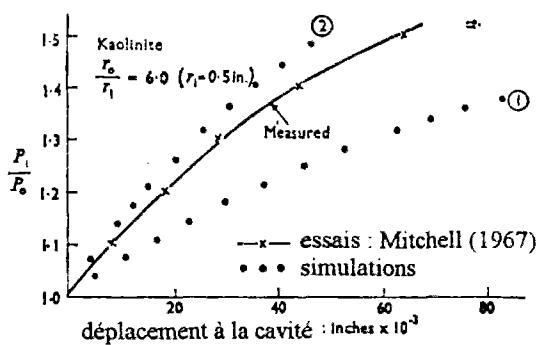


Figure III.15. Comparaison de simulations avec des résultats d'essais au cylindre épais (d'après Smith, 1970).

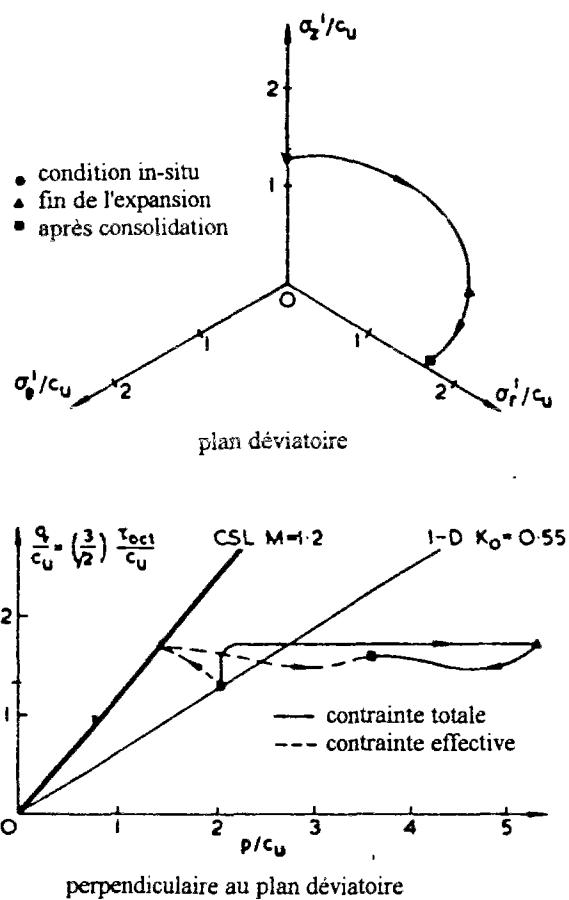


Figure III.16. Chemin de contraintes suivi par un élément de sol situé au bord de la cavité (d'après Carter et al., 1979).

Carter et al. (1979) prennent en compte l'effet de la perméabilité du sol sur la génération de la surpression interstitielle en utilisant le modèle Cam-Clay, et tracent le chemin de contraintes suivi par un élément de sol au bord de la cavité (figure III.16). Ils remarquent en particulier qu'au début de la phase d'expansion, les contraintes effectives moyennes diminuent

On envisage dans ce qui suit le cas d'une expansion de cavité, à partir d'un état initial donné, jusqu'à un certain niveau de déformation volumique de la sonde  $\Delta V/V_0$ . La simulation est réalisée à déformation contrôlée, de manière analogue au mode opératoire utilisé pour l'essai au pressiomètre autoforeur (PAF76). Cependant, le signal imposé à la cavité est supposé sinusoïdal et il est représenté sur la figure III.17. Le tableau III.1 récapitule l'ensemble des paramètres utilisés pour les différentes simulations.

Le sol est supposé initialement normalement consolidé. Pendant toute l'expansion (chargement monotone), l'état des contraintes est situé sur la surface de charge et le paramètre d'interpolation  $\gamma$  n'intervient pas. Ce paramètre n'a donc pas d'influence sur le résultat des simulations en expansion monotone.

### *III.5.3.a Résultat typique de simulation d'expansion*

La figure III.18 montre un résultat typique de simulation d'expansion monotone dans un sol fin. La contrainte radiale totale (pression de sonde) et la surpression interstitielle générée au bord de la cavité dans le massif sont représentées en fonction de la déformation de la cavité. On constate que la surpression interstitielle augmente continûment pendant l'expansion, rendant compte du caractère globalement contractant du sol autour de la sonde. Le coefficient de perméabilité  $k$  utilisé pour cette simulation est égal à  $10^{-7}$  m/s et la surpression interstitielle générée constitue un pourcentage relativement important de la contrainte radiale totale à la cavité.

La figure III.19 montre la distribution de la surpression interstitielle générée dans le massif autour de la sonde en fonction du rayon normalisé  $r/r_0$ , pour différents niveaux de déformation volumique de la sonde. La surpression interstitielle décroît rapidement en fonction du rayon, et la zone d'influence augmente avec la déformation à la cavité. La tangente initiale horizontale au bord de la cavité est imposée par les conditions aux limites et traduit l'imperméabilité de la membrane à la cavité (flux nul). Du point de vue numérique, un point fictif a été placé "à gauche" du point  $r=r_0$ . La convergence en ce point est alors du même ordre que celle des points situés dans le massif, ce qui réduit de cinq à dix fois les temps de traitement, selon la valeur de la perméabilité.

La figure III.20 montre les distributions de contrainte radiale  $\sigma_r$ , orthoradiale  $\sigma_\theta$  et verticale  $\sigma_z$  dans le massif à la cavité en fonction de  $r/r_0$  pour la simulation précédente et pour une déformation volumique de la cavité de 3,25 %. Qualitativement, on

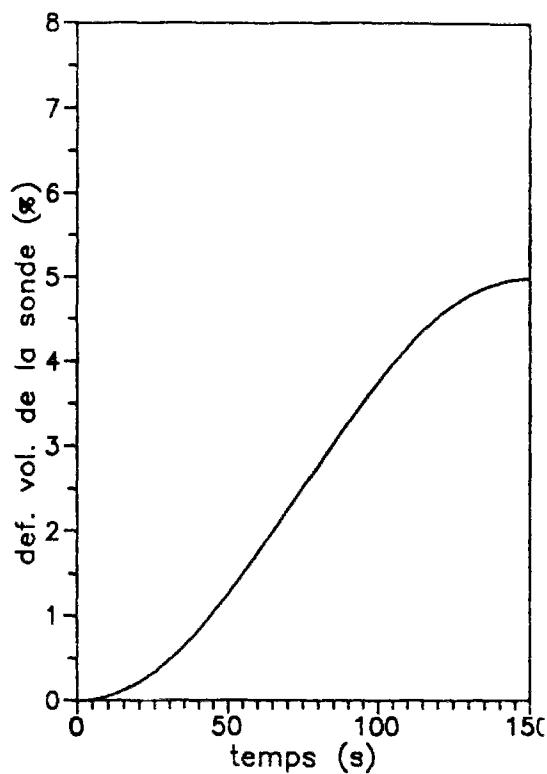


Figure III.17. Expansion monotone de la sonde pressiométrique en fonction du temps-déformation imposée: signal de la sollicitation sinusoïdal.

N° Simul.	$\nu$	$\lambda$	$\kappa$	$\varphi$	$P_{c_0}$	$e_0$	$k(m/s)$	$t_f(s)$	T(s)	Amp.cyc.
SM1								D		
SM2								$2 \cdot 10^{-5}$		
SM3	0.3	0.1	0.02	30°	24kPa	1.5	$2 \cdot 10^{-7}$	150		
SM4								$10^{-9}$		
SM5								ND		
SM6	0.3	0.15	0.02	31°	24kPa	2	$5 \cdot 10^{-8}$	150		
SM7	0.3	0.1	0.02	30°	20kPa	1.5	ND			
SM8								$5 \cdot 10^{-8}$	60	2%
SM9	0.3	0.2	0.04	30°	50kPa	1.1	ND			

Tableau III.1. Caractéristiques principales des simulations réalisées.

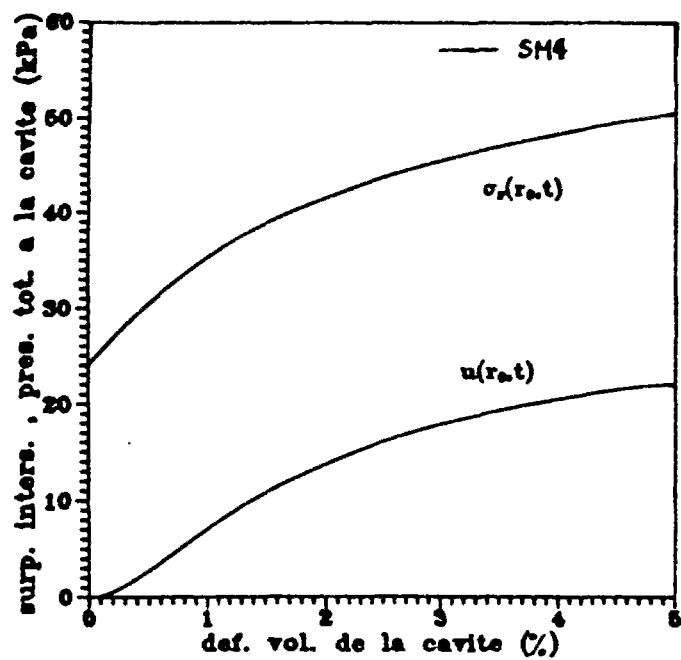


Figure III.18. Simulation typique d'expansion monotone - cas du pressiomètre. Représentation de la pression totale à la cavité et de la surpression interstitielle pour un élément de sol situé à la cavité.

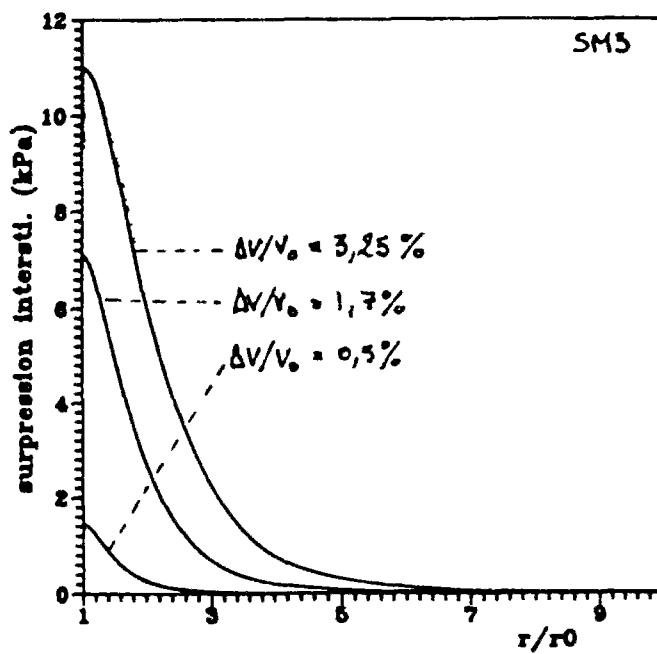


Figure III.19. Distribution des surpressions interstitielles dans le massif à différents stades de l'expansion de la sonde en fonction du rayon normalisé.

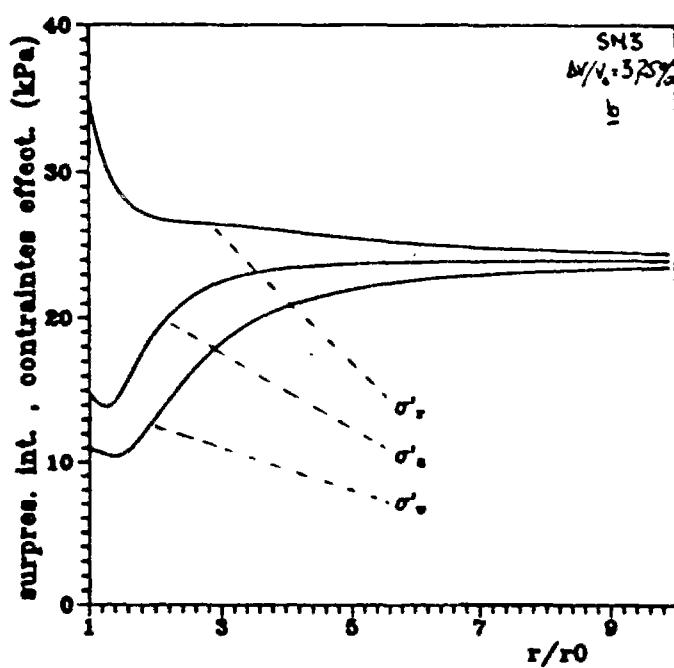
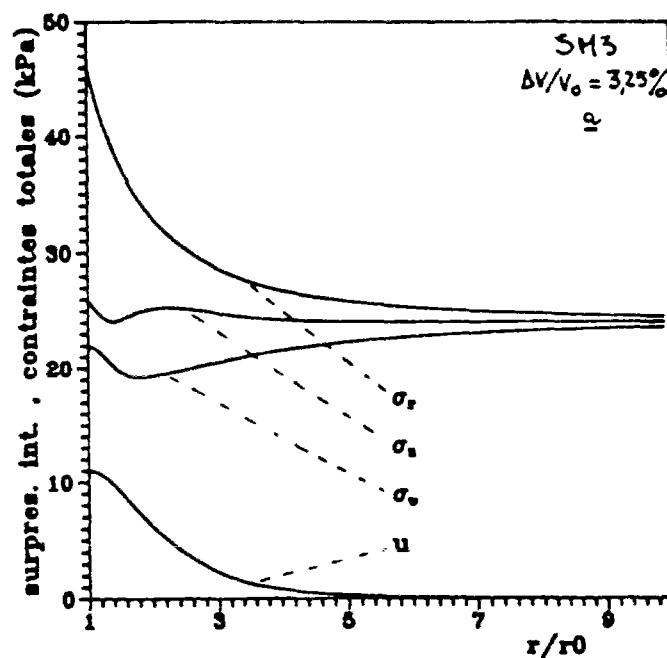


Figure III.20. Distribution des contraintes dans le massif en fonction du rayon normalisé: (a) contraintes totales et surpressions interstitielles; (b) contraintes effectives.

obtient les mêmes variations que celles obtenues par Nahra (1985) sur un sol écrouissable de type Cam-Clay modifié, bien que dans cette dernière étude l'effet de la contrainte intermédiaire ne soit pas pris en compte dans la modélisation. De telles simulations ont déjà été effectuées en 1971 par Smith et Kay. Le troisième invariant n'intervient pas dans la modélisation. Pour palier ce défaut, ces auteurs proposent de prendre une valeur de la pente de rupture  $M^*$  déterminée à partir d'essais en déformations planes.

### *III.5.3.b Consolidation en fin d'expansion*

L'étude de la consolidation radiale des sols fins peut être effectuée en bloquant la déformation de la sonde en fin d'expansion et réaliser ainsi un essai de relaxation. La perméabilité du matériau induit un écoulement de consolidation et une diminution correspondante de la surpression interstitielle au voisinage de la cavité qu'il est intéressant de quantifier. Dans le cas où le squelette est élastique, Randolph et Wroth (1979) montrent qu'il est possible d'obtenir une solution analytique. Carter et al. (1979) envisagent le cas d'un sol écrouissable de type Cam-Clay modifié. L'influence de la contrainte intermédiaire est seulement prise en compte pour le calcul du module de cisaillement  $G$ . Ces auteurs montrent (figure III.21) qu'au cours de la consolidation, la contrainte radiale à la cavité diminue, contrairement à un sol supposé élastique et en accord avec les observations expérimentales. La contrainte radiale effective, quant à elle, a tendance à augmenter au cours de la consolidation. Le même type de consolidation a été simulé à partir du code numérique réalisé dans le cadre de cette étude en bloquant la déformation de la cavité à la fin de l'expansion reportée sur les figures 19 et 20 et dont le signal d'entrée en fonction du temps est représenté sur la figure III.22. La figure III.23 montre le résultat obtenu pour le modèle de Zienkiewicz et al. (1985).

La figure III.24 montre la distribution des surpressions interstitielles autour de la sonde en fonction du rayon normalisé à différents instants durant la dissipation. On peut remarquer que, dans les zones proches de la sonde, on a une diminution continue de la surpression interstitielle (chargement du matériau), mais que, dans les zones plus éloignées, on a d'abord une augmentation de la surpression interstitielle (décharge du matériau) due au phénomène de diffusion, suivie par une décroissance de la surpression (rechargement), jusqu'à annulation de la surpression interstitielle dans tout le massif.

### *III.5.3.c Influence de la perméabilité $k$*

La figure III.25 (a et b) montre l'influence de la perméabilité  $k$  sur les simulations réalisées. On constate (chose qui était prévisible) que la perméabilité a une influence importante sur le niveau de surpression interstitielle générée. La perméabilité a aussi une

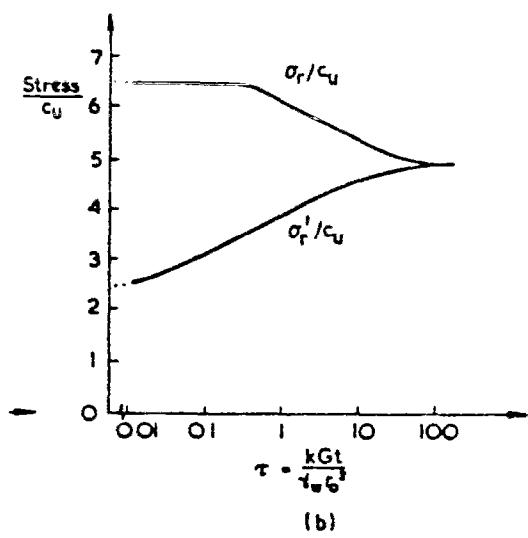
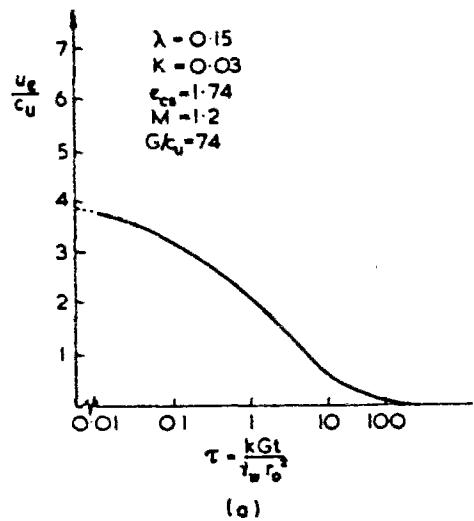


Figure III.21. Variation des contraintes en bord de cavité durant la consolidation (d'après Carter et al., 1979): (a) surpression interstitielle, (b) contraintes radiales totale et effective.

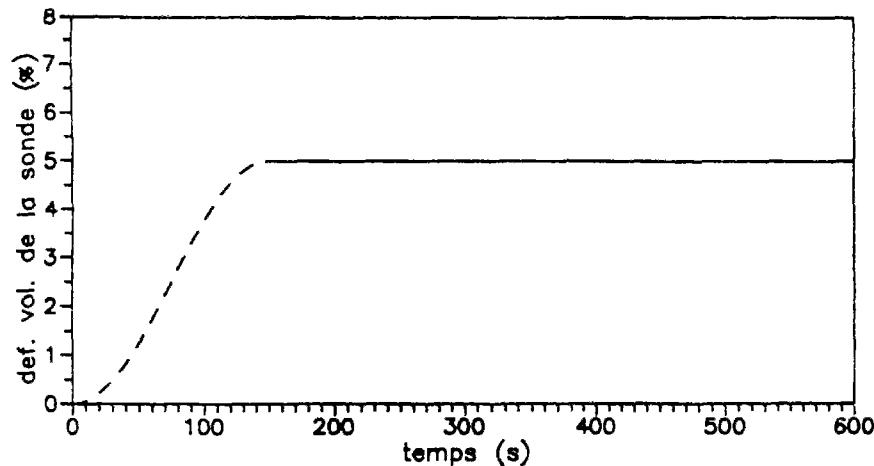


Figure III.22. Expansion de la sonde pressiométrique en fonction du temps au cours de la consolidation (blocage du volume de la sonde après expansion) - essai à déformation imposée.

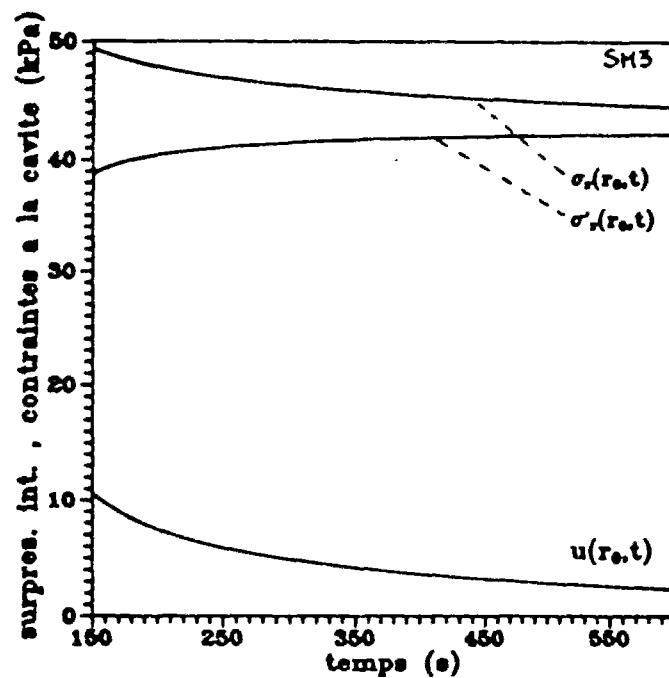


Figure III.23. Courbes de dissipation durant la consolidation pour un élément de sol situé en bord de cavité.

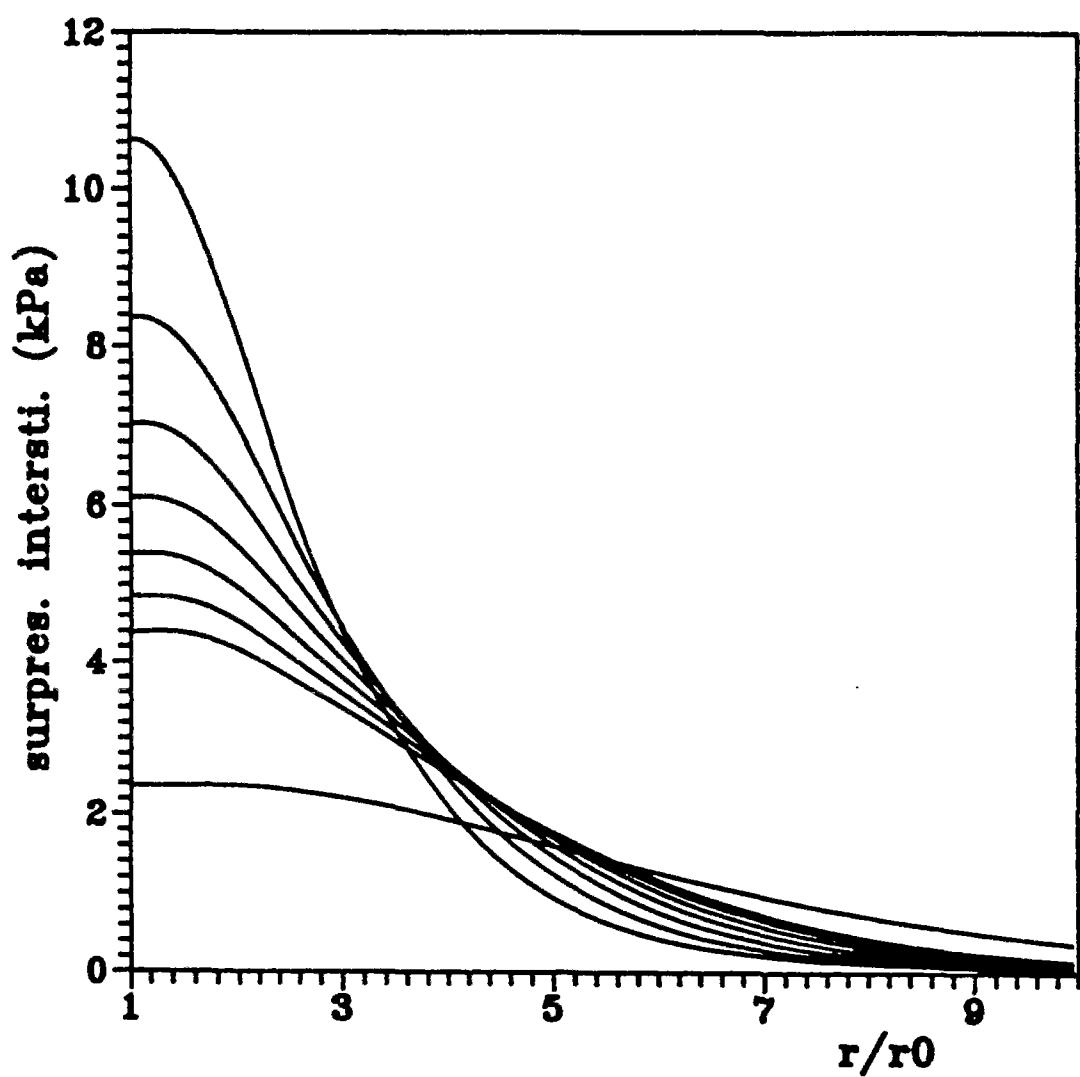


Figure III.24. Distribution des surpressions interstitielles dans le massif à différents instants de la consolidation en fonction du rayon normalisé (intervalles de temps de 30 secondes).

influence, mais moindre, sur la contrainte radiale totale calculée à la cavité (égale à la pression de sonde). On observe en effet une stabilisation plus rapide que pour la surpression interstitielle autour de la valeur limite obtenue pour le cas non drainé parfait. En ce qui concerne les essais de relaxation en fin d'expansion, la figure III.26 montre que la dissipation est d'autant plus rapide que la perméabilité est grande, résultat là aussi prévisible.

### *III.5.3.d Comparaison avec des résultats expérimentaux*

La figure III.27 montre une comparaison effectuée entre la simulation SM6 (voir tableau III.1) et le résultat d'un essai d'expansion réalisé au pressiomètre autoforeur sur le site de Cran en Bretagne par le Laboratoire Régional des Ponts et Chaussées de Saint-Brieuc (résultat fourni par M. Jézéquel). L'essai est réalisé dans l'argile molle de Cran, et les caractéristiques utilisées pour la simulation sont données dans le tableau III.1. On constate que la courbe de pression totale en fonction de la déformation volumique est correctement reproduite par le modèle. En ce qui concerne la surpression interstitielle cependant, l'utilisation d'une valeur de  $k$  représentative de  $10^{-8}$  à  $10^{-9}$  m/s conduit à une surestimation (environ 100%) de la surpression interstitielle effectivement mesurée, une valeur de  $k$  de  $10^{-7}$  m/s conduit par contre à une évaluation correcte de  $\Delta u$ . L'origine d'une telle surestimation de la surpression interstitielle peut provenir du fait que le modèle est associé. D'autre part, la valeur réelle de la perméabilité est généralement plus élevée horizontalement, ce qui pourrait en partie expliquer qu'une valeur de  $k$  de  $10^{-7}$  m/s simule mieux l'essai.

## **III.5.4 Simulation de la sollicitation pressiométrique - chargements cycliques**

La figure III.28 montre le signal de la sollicitation imposée à la cavité lors d'un chargement cyclique non alterné réalisé à déformation contrôlée (amplitude de la déformation  $\Delta V/V_0=2\%$ ). La simulation correspondante est représentée en figure III.29. On remarque l'accumulation, au cours des cycles, de la surpression interstitielle, rendant compte des irréversibilités du matériau, et la diminution correspondante de pression totale dans la sonde, rendant compte du ramollissement du matériau lié à la génération de la surpression interstitielle.

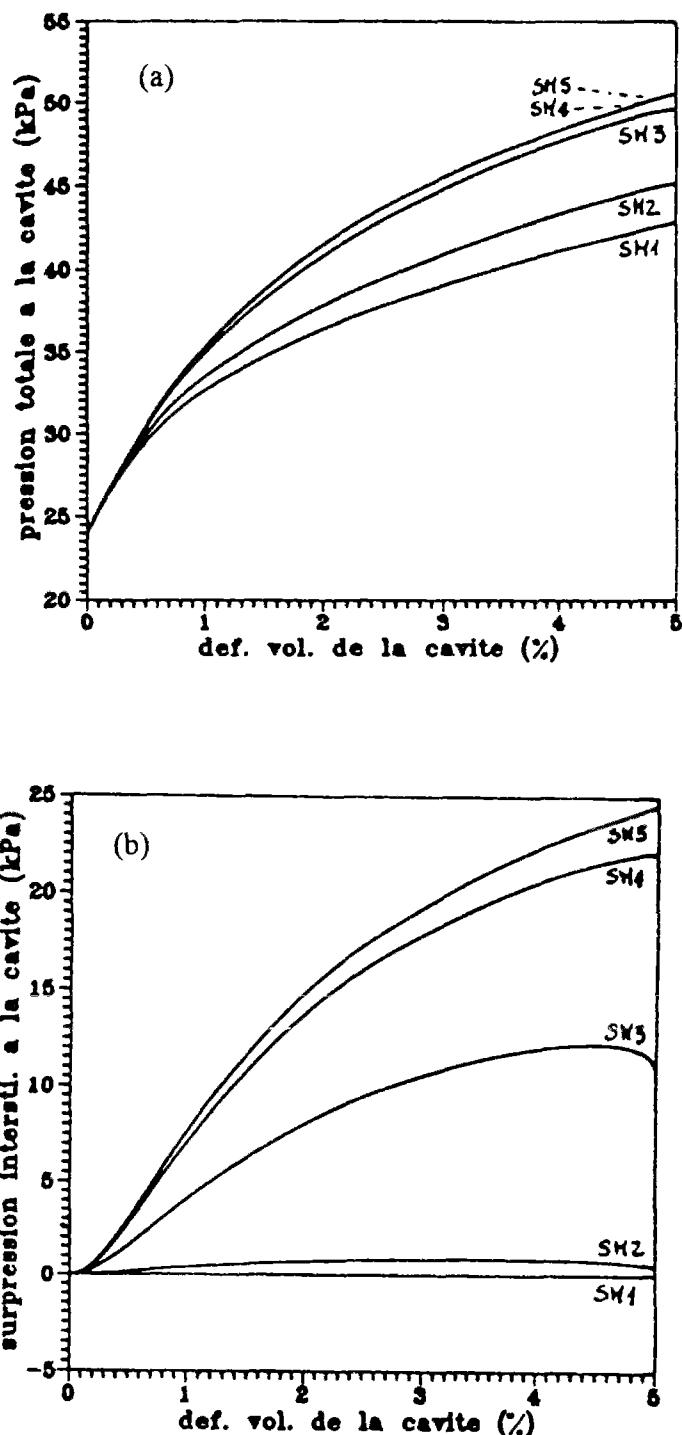


Figure III.25. Influence de la perméabilité au cours de l'expansion de la sonde pressiométrique:  
(a) pression à la cavité, (b) surpressions interstitielles pour un élément de sol situé en bord de cavité.

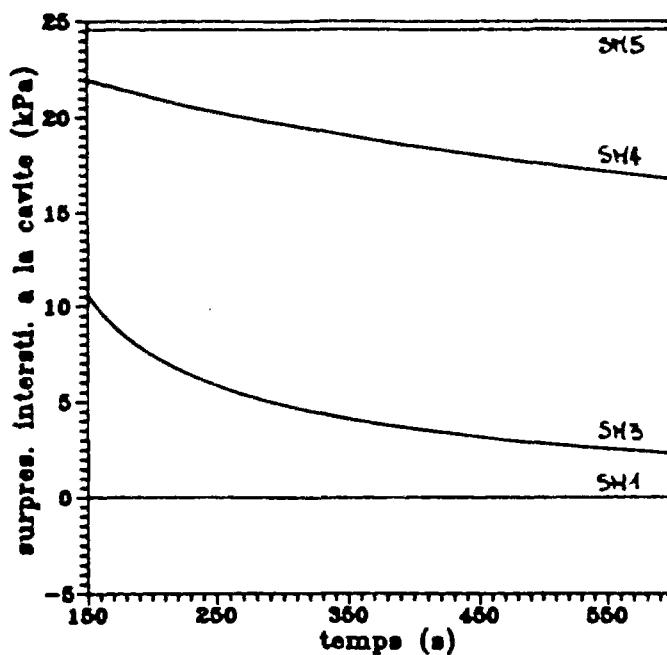


Figure III.26. Influence de la perméabilité sur la dissipation des surpressions interstitielles lors de la consolidation en fin d'expansion.

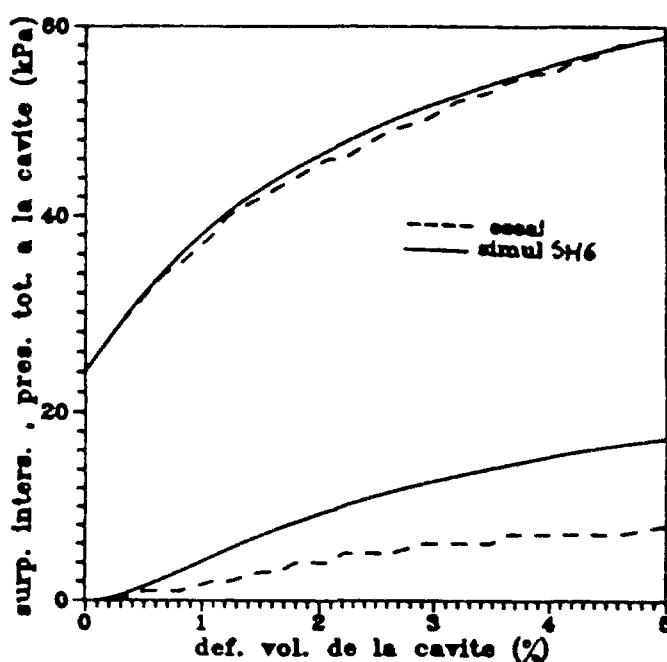


Figure III.27. Simulation d'un essai pressiométrique réalisé sur le site de Cran - modèle de Zienkiewicz et al. (1985).

### *III.5.4.a Influence de la perméabilité*

L'accumulation de la surpression interstitielle au cours des cycles est, là encore, comme sous chargement monotone, fortement liée à la perméabilité du matériau. La figure III.30 montre une comparaison entre les surpressions interstitielles générées pour le cas parfaitement non drainé et pour un sol ayant une perméabilité de  $k=5 \cdot 10^{-8}$  m/s. Dans le cas parfaitement non drainé, on constate une stabilisation de la surpression interstitielle moyenne après un certain nombre de cycles rendant compte d'une adaptation du matériau. Lorsque la perméabilité augmente cependant, le niveau maximum de surpression généré est plus faible, et l'on constate une diminution progressive du niveau moyen de la surpression à partir d'un certain nombre de cycles, rendant compte du phénomène de dissipation, qui devient alors prépondérant par rapport à la génération.

### *III.5.4.b Influence du paramètre cyclique $\gamma$*

La figure III.31 montre l'influence de la valeur de  $\gamma$  sur l'évolution des boucles contrainte-déformation simulées ainsi que l'accumulation des surpressions interstitielles générées. Pour des valeurs élevées de  $\gamma$ , on a une adaptation quasi-immédiate du matériau après le premier cycle. Lorsque  $\gamma$  diminue, on simule de plus en plus d'irréversibilités lors des phases de recharge, qui se traduisent par une accumulation d'autant plus forte de surpressions interstitielles.

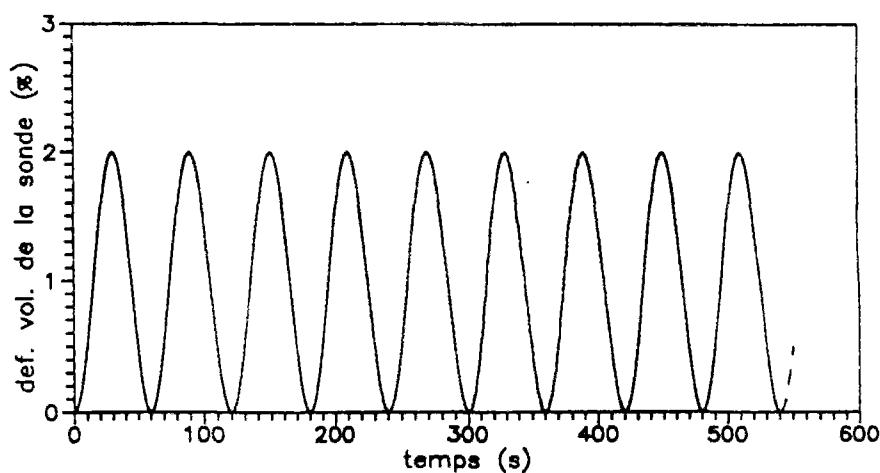


Figure III.28. Signal de sollicitation cyclique imposé à la sonde pressiométrique: essai non alterné à déformation contrôlée.

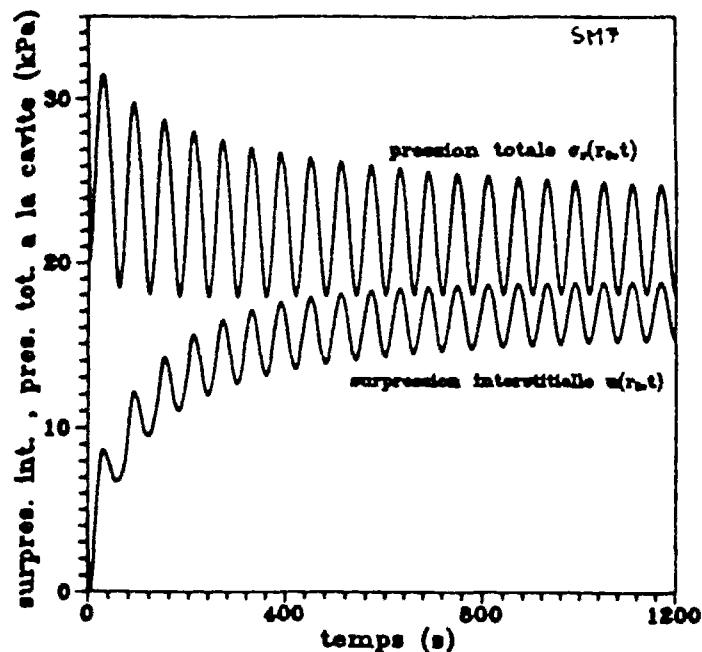


Figure III.29. Simulation de l'essai d'expansion cyclique de la sonde pressiométrique - modèle de Zienkiewicz et al. (1985).

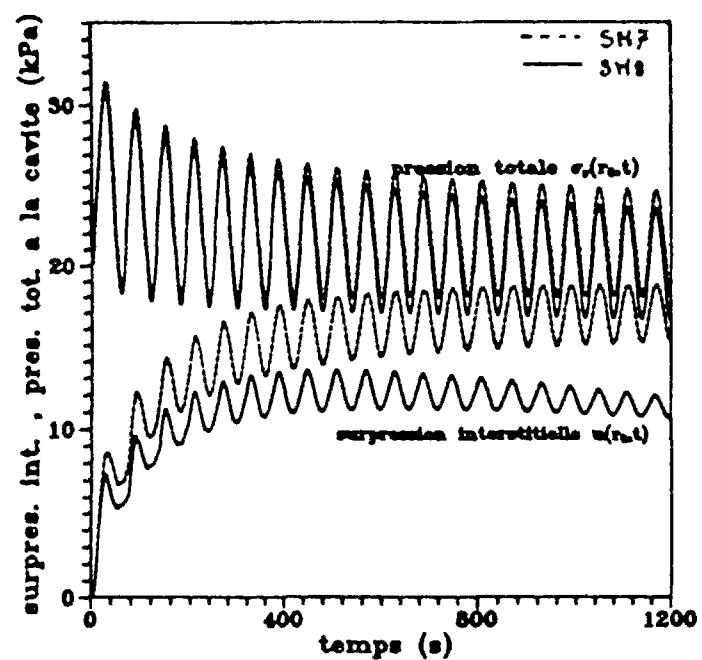


Figure III.30. Influence de la perméabilité sur l'évolution de la contrainte radiale totale et de la surpression interstitielle à la cavité au cours d'une expansion cyclique de la sonde pressiométrique - modèle de Zienkiewicz et al. (1985).

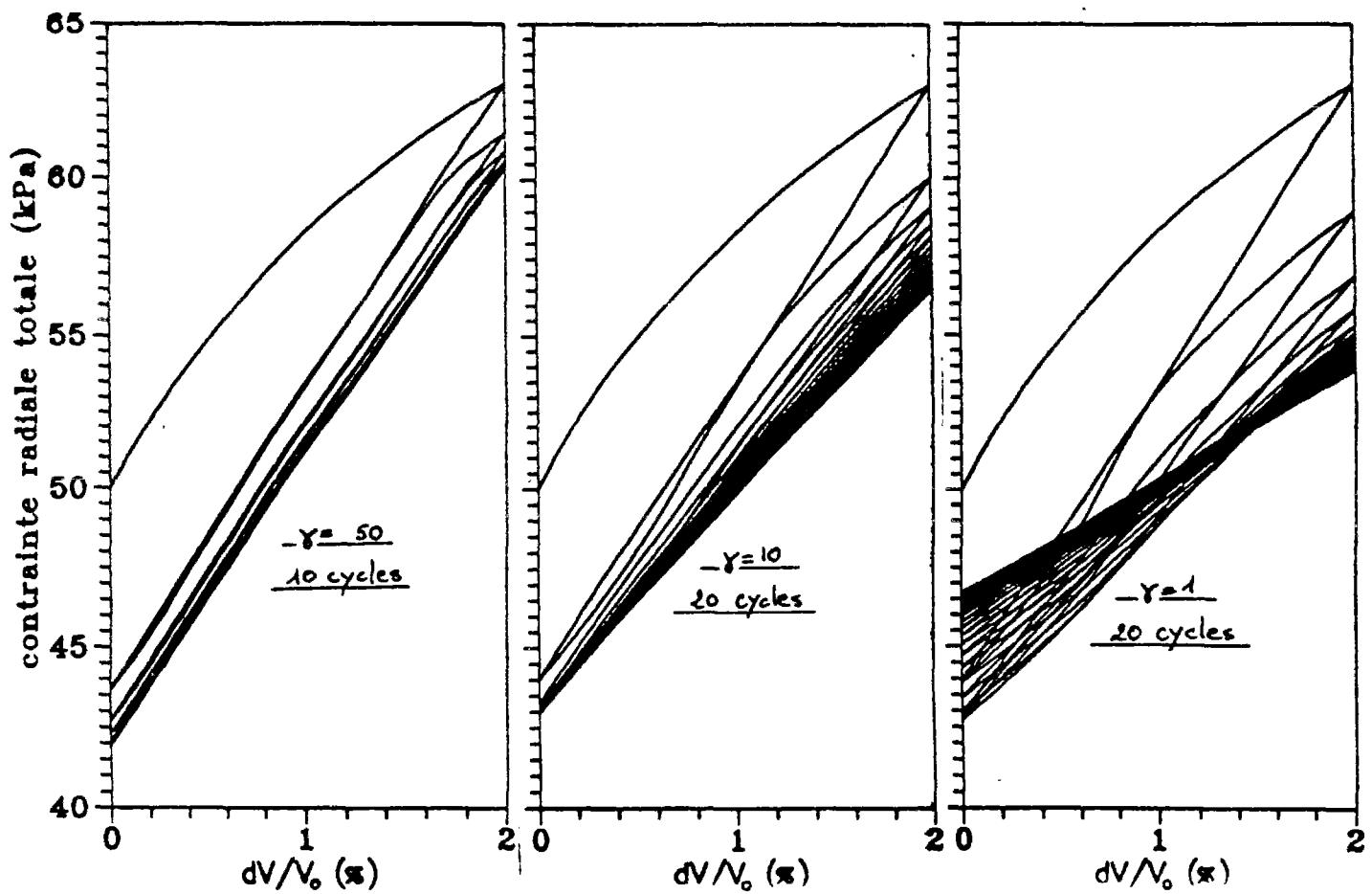


Figure III.31.a. Influence du paramètre  $\gamma$  sur la contrainte radiale totale d'un élément de sol situé à la cavité au cours d'une expansion cyclique de la sonde pressiométrique - modèle de Zienkiewicz et al. (1985).

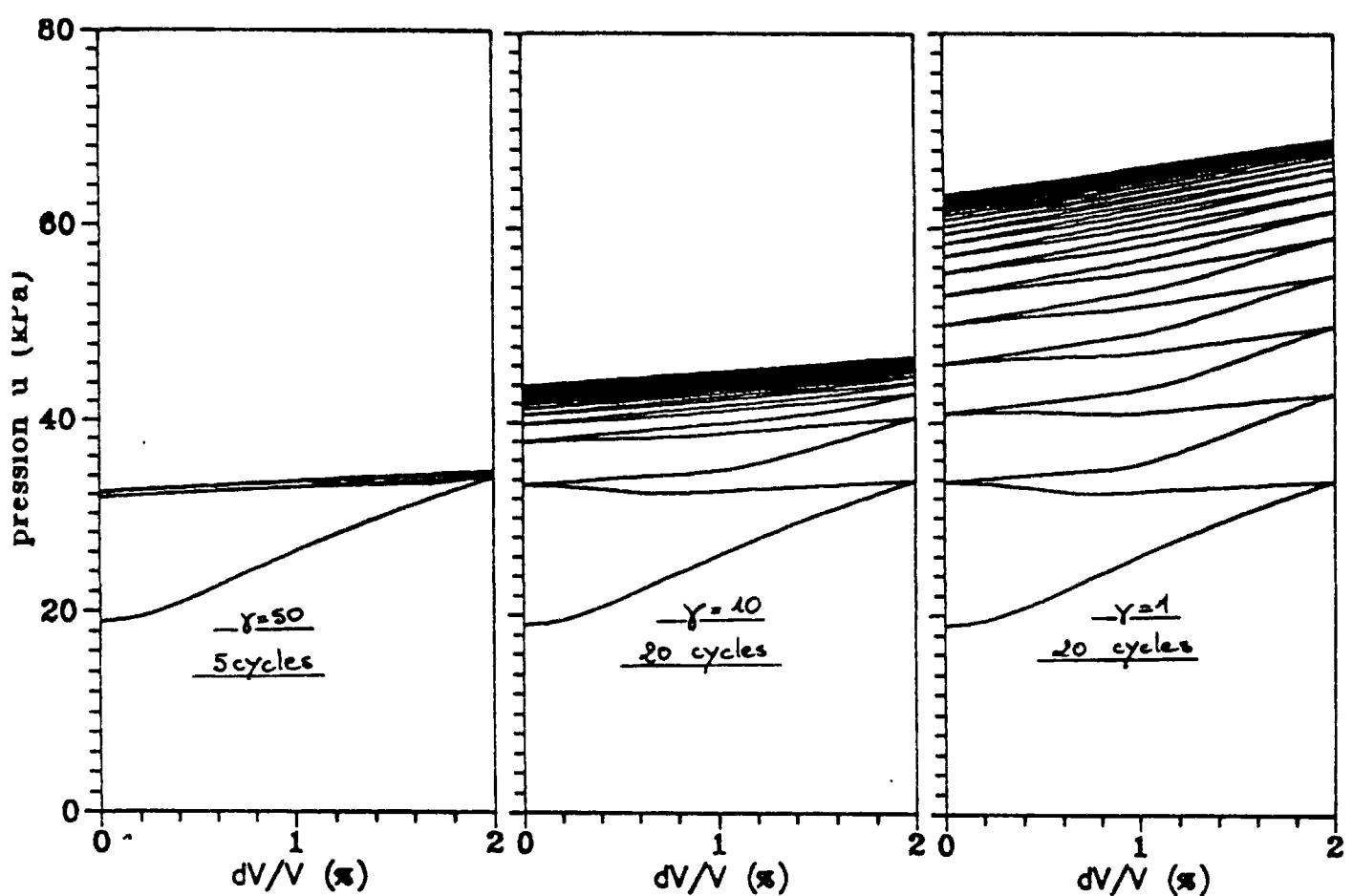


Figure III.31.b. Influence du paramètre  $\gamma$  sur l'accumulation de la surpression interstitielle d'un élément de sol situé à la cavité au cours d'une expansion cyclique de la sonde pressiométrique - modèle de Zienkiewicz et al. (1985).

### *III.5.4.c Comparaison avec des résultats expérimentaux*

La figure III.32 représente un résultat d'essai d'expansion cyclique réalisé au pressiomètre autoforeur (PAF 76) avec mesure de la pression interstitielle dans une argile molle (site de Borgne Canal, Louisiane, d'après Canou, 1984). L'évolution de la surpression interstitielle mesurée au cours des cycles est similaire aux résultats obtenus par les simulations. On observe de plus sur les résultats expérimentaux une augmentation de la surpression interstitielle dès le début des phases de décharge, dont l'origine pourrait être liée (d'après le chapitre II) à l'anisotropie de structure du matériau testé. Les essais cycliques au pressiomètre autoforeur sont généralement réalisés à amplitude constante de la pression de sonde. Les simulations doivent donc tenir compte de ce type de signal. En particulier, la variation de la déformation volumique imposée à la cavité n'est alors pas continûment dérivable par rapport au temps. Par conséquent, afin de simuler correctement les phases de décharge propres à ce type d'essai, il est nécessaire dans ce cas d'adapter l'algorithme initial de résolution du code de calcul.

### **III.5.5 Perspectives**

L'écriture d'un code de calcul prenant en compte la perméabilité du matériau pour étudier le problème de l'expansion avec prise en compte du couplage eau-squelette a permis de rendre compte de l'aptitude du modèle Zienkiewicz et al. (1985) à simuler l'essai pressiométrique cyclique dans un sol argileux. Une analyse plus détaillée devrait être entreprise pour étudier l'influence de paramètres tels que le coefficient des terres au repos  $K_o$  (état de contrainte initial) ou la prise en compte d'une perméabilité moyenne entre la perméabilité verticale et horizontale sur la réponse du modèle. En ce qui concerne les simulations en chargement monotone, on a vu que le modèle simule une génération excessive de surpressions interstitielles à la cavité. Ceci pourrait être résolu en tenant compte des résultats obtenus en laboratoire sur des essais homogènes. Enfin, les essais cycliques réalisés habituellement à amplitude constante de la contrainte radiale pourront être simulés en étendant l'algorithme de résolution du code numérique au cas où la déformation volumique à la cavité n'est pas continûment dérivable par rapport au temps. Ceci constitue une perspective intéressante qui permettrait de retrouver les caractéristiques cycliques *in situ* d'une argile grâce à l'utilisation du pressiomètre (sonde de type autoforeur).

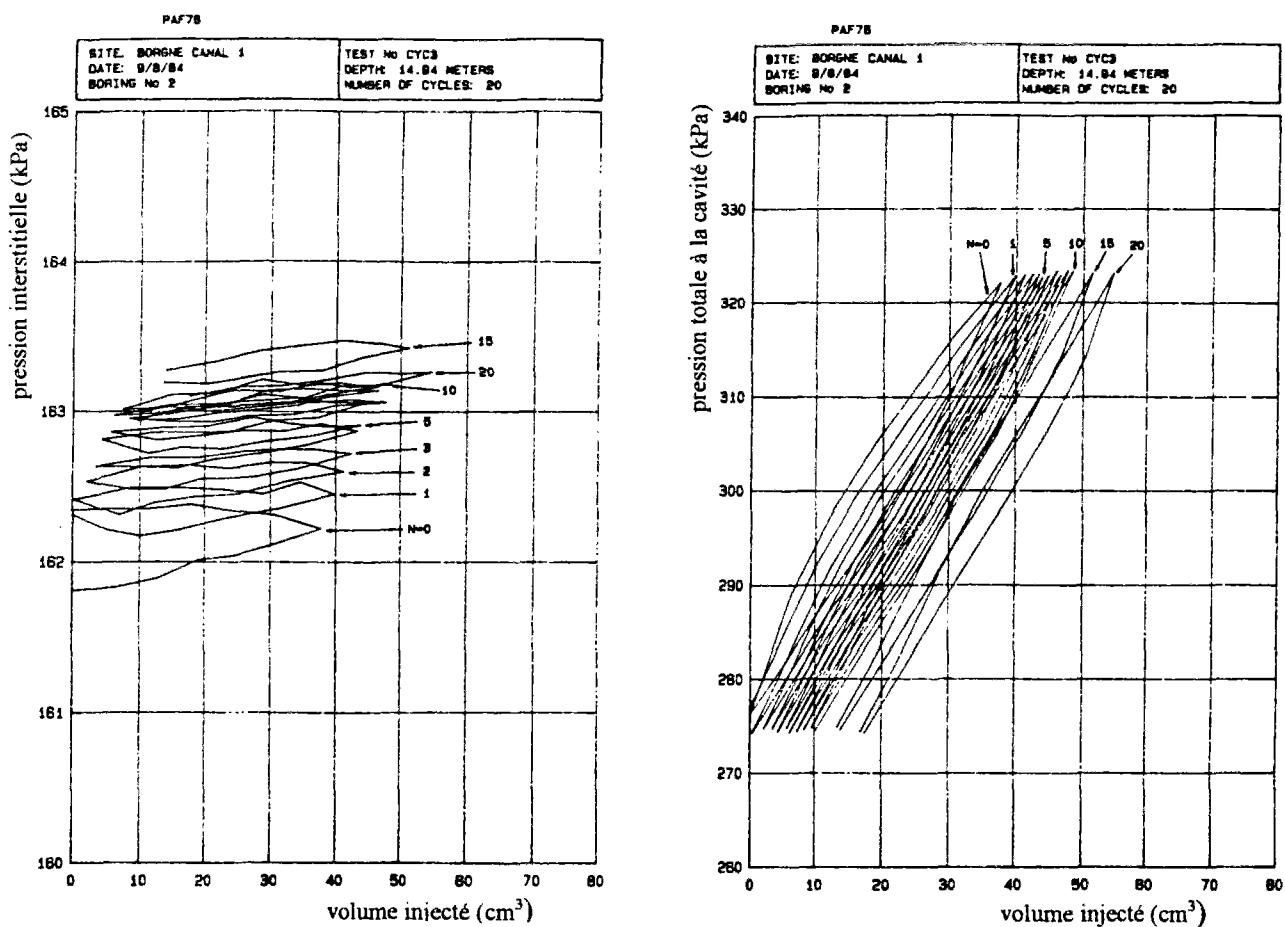


Figure III.32. Essai pressiométrique cyclique à l'autoforeur dans une argile molle (d'après Canou, 1984).

### **III.6 SIMULATIONS D'ESSAIS AU CYLINDRE ÉPAIS EN CHARGEMENT MONOTONE ET CYCLIQUE SUR DES SABLES**

Nous abordons dans cette section la modélisation du phénomène d'expansion de cavité au cylindre épais dans les sables. La dénomination de cylindre épais (Dupla, 1995) a été adoptée afin de différencier cet essai de l'essai au cylindre creux qui est une sollicitation homogène (décrite plus en détail dans le chapitre I) principalement utilisé en torsion. Un programme d'essais au cylindre épais sur sable a été réalisé au CERMES par J.C. Dupla dans le cadre de sa thèse de doctorat menée en parallèle et en relation avec la présente étude (Dupla, 1995). Ces essais nous fournissent donc l'opportunité de tester les modèles de sol étudiés sous ce type de sollicitation.

Le modèle de comportement utilisé ici est celui proposé par Pastor et al. (1985) modifié dans le cadre de l'élastoplasticité généralisée par les auteurs (Pastor et al., 1990). Ce modèle est testé dans un premier temps sur l'essai d'expansion monotone et cyclique au cylindre épais. La comparaison entre les simulations et les résultats expérimentaux sur cette sollicitation non homogène permettent de mettre en valeur la pertinence de la modélisation retenue et de proposer des améliorations possibles.

L'essai au cylindre épais étant très proche de la sollicitation pressiométrique, une démarche inverse est proposée dans une dernière partie du chapitre, l'objectif principal étant de déterminer directement *in situ* le potentiel de liquéfaction d'un sable à partir de l'essai pressiométrique cyclique, via le modèle de Pastor et al. (1985, 1990).

#### **III.6.1 Conditions d'essais**

L'appareillage utilisé est représenté sur la figure III.33. L'échantillon est de forme cylindrique, creux, de hauteur 150 mm, de diamètre extérieur 100 mm et de diamètre intérieur 10 mm. L'échantillon est confiné par une pression d'eau extérieure  $p_e$ . L'essai consiste à augmenter le volume de la cavité, initialement à la pression  $p_i = p_e$ , tout en gardant la pression de confinement  $p_e$  constante. Il peut être réalisé à déformation ou pression de cavité contrôlée. Le drainage au niveau de l'échantillon peut être ouvert (conditions drainées) ou fermé (conditions globalement non drainées).

Les résultats de ce type d'essai sont représentés en termes de pression de la cavité en fonction de la déformation volumique de la cavité et de déformation volumique de l'échantillon en fonction de la déformation volumique de la cavité. Le premier type de courbe est analogue à une courbe pressiométrique. L'hypothèse de déformations planes est bien confirmée dans ce type d'appareillage (Dupla, 1995), et l'on peut supposer que, pour des

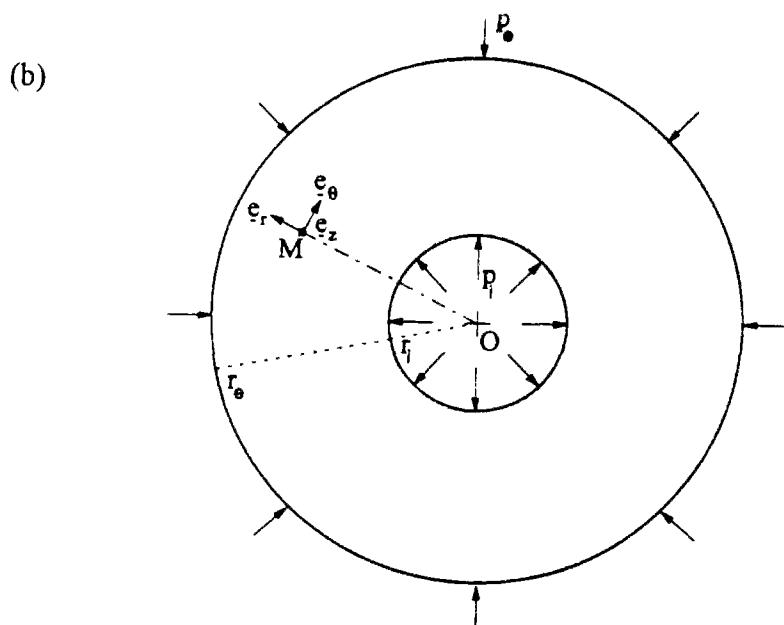
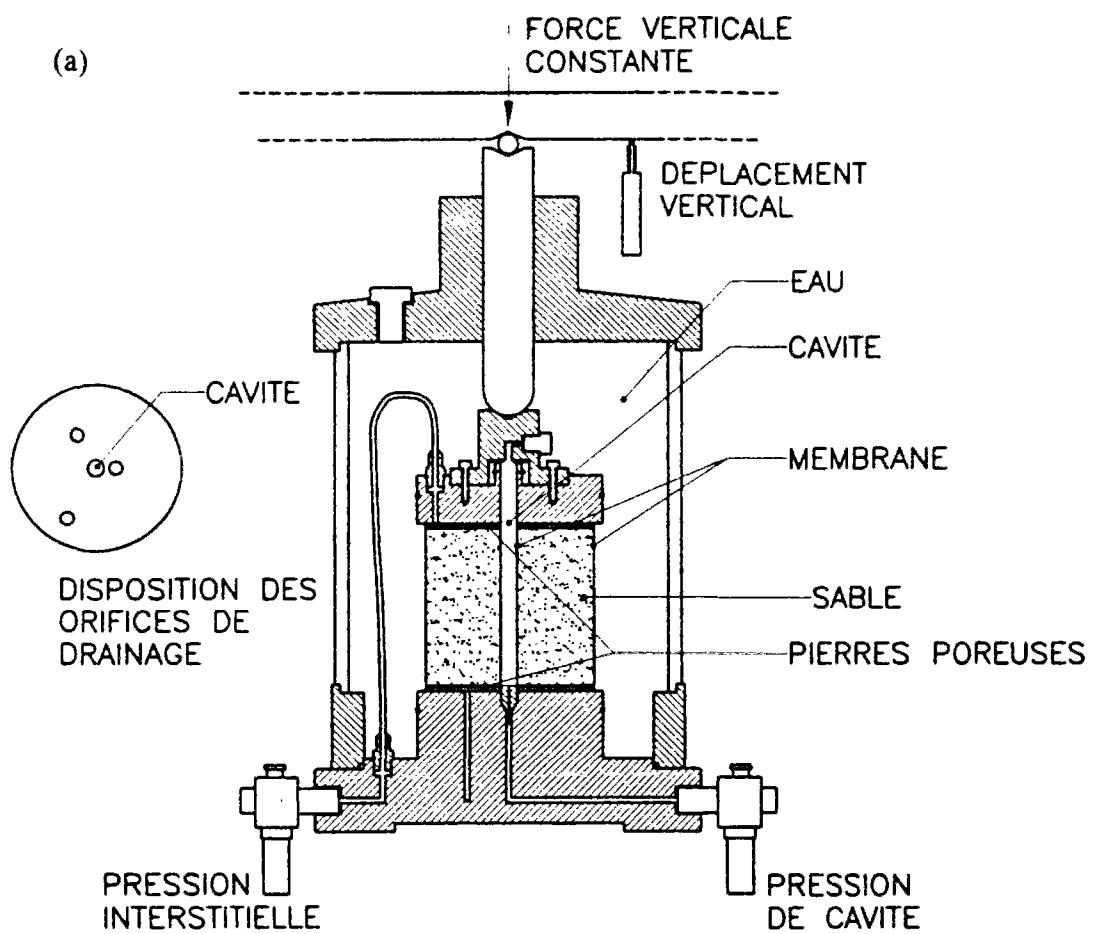


Figure III.33. (a) Schématisation de l'essai au cylindre épais; (b) représentation de la sollicitation (d'après Dupla, 1995).

petites déformations de la cavité, l'essai n'est pas trop perturbé par les conditions aux limites extérieures appliquées à l'éprouvette.

Dans l'étude qui suit, nous ne nous intéresserons qu'à des niveaux de déformations faibles de la cavité, de sorte que l'hypothèse d'un massif infini (sollicitation pressiométrique) soit encore valable (voir Dupla, 1995, pour plus de détails à ce sujet). D'autre part, seuls les essais drainés seront pris en compte par la suite. Pour un matériau granulaire à forte perméabilité, et pour ce type d'essai, la condition de non drainage est globale et non locale. Des surpressions interstitielles sont générées durant un essai non drainé mais elles s'homogénéisent très rapidement, par écoulement local, pendant la sollicitation (perméabilité d'un sable très forte pour des vitesses d'application de la sollicitation très lentes). Le paragraphe III.2.10. montre une possibilité de traiter numériquement ce cas précis de non drainage global.

### III.6.2 Modèle de Pastor et al. (1985, 1990)

Ce modèle de comportement est adapté au comportement des sables et il a été partiellement décrit dans le chapitre II. La généralisation aux sollicitations tridimensionnelles quelconques s'appuie sur les propriétés de l'angle de Lode. L'expression de la surface de charge est modifiée de la façon suivante :

$$F = \bar{\sigma} + \left(1 + \frac{1}{\alpha_F}\right) \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{6 \sin \phi_F}{3 - \sin \phi_F \cdot \sin 3\theta} \cdot \sigma_m \cdot \left[ 1 - \left(-\frac{\sigma_m}{p_c}\right)^{\alpha_F} \right]$$

Les surfaces d'écoulement sont décrites de manière identique avec des paramètres différents cependant :

$$G = \bar{\sigma} + \left(1 + \frac{1}{\alpha_G}\right) \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{6 \sin \phi_G}{3 - \sin \phi_G \cdot \sin 3\theta} \cdot \sigma_m \cdot \left[ 1 - \left(-\frac{\sigma_m}{p_g}\right)^{\alpha_G} \right]$$

Le paramètre d'écrouissage  $p_c$  dépend des parties volumique et déviatorique des déformations et s'écrit :

$$\Delta p_c = - p_c \frac{1+e_0}{\lambda-\kappa} [ \text{tr}(\Delta \varepsilon^p) + \beta_0 \beta_1 e^{-\beta_0 \xi} ]$$

$$\text{avec } \xi = \int \Delta \varepsilon_d^p$$

le scalaire  $\xi$  représente l'accumulation au cours de la sollicitation des déformations plastiques déviatoriques.

La partie décrivant le comportement cyclique des sables est identique à celle proposée par Zienkiewicz et al. (1985) et elle est explicitée dans le paragraphe II.5.2.b. La loi étant non associée, la nouvelle matrice élastoplastique s'écrit par conséquent:

$$\Delta \underline{\sigma} = ( \underline{L}^e - \frac{(\underline{L}^e : \underline{n}'_G) \otimes (\underline{n}' : \underline{L}^e)}{H' f' + \underline{n}' : \underline{L}^e : \underline{n}'_G} ) : \Delta \underline{\varepsilon} = \underline{L}^p : \Delta \underline{\varepsilon}$$

Le modèle de Pastor et al. (1985) prévoit en outre, dans le cadre de l'élastoplasticité généralisée, la possibilité de simuler une décharge plastique, en se donnant directement la valeur du module plastique en décharge (noté  $H_u$ ).

Une version de ce modèle a été donnée par les auteurs (Pastor et al., 1990) dans laquelle ils proposent de modifier uniquement la détermination du module plastique et de se donner, conformément à l'élastoplasticité généralisée, une formule directe en fonction de l'état des contraintes et de déformations dans le massif du point considéré de la façon suivante:

$$H = H_o \cdot (-\sigma_m) \cdot H_f \cdot (H_v + H_s)$$

$$\text{avec } H_f = [ 1 + \bar{\sigma} / [(1 + 1/\alpha) M_f \sigma_m] ] ; \quad M_f = \frac{6 \sin \phi_F}{3 - \sin \phi_F \cdot \sin 3\theta} \cdot \sigma_m \cdot \\ \alpha = \alpha_f = \alpha_g$$

$$H_v = [ 1 + \bar{\sigma} / (M_G \sigma_m) ] ; \quad M_G = \frac{6 \sin \phi_G}{3 - \sin \phi_G \cdot \sin 3\theta} \cdot \sigma_m \cdot \\ H_s = \beta_0 \beta_1 e^{-\beta_0 \xi} ] \quad \xi = \int \Delta \varepsilon_d^p$$

$H_0$  est un paramètre du modèle

Concernant le modèle utilisé dans l'étude qui suit, nous avons choisi la dernière version (Pastor et al., 1990) pour simuler l'essai au cylindre épais sur le sable d'Hostun. On pourra se reporter à Saïtta et al. (1992) pour avoir une étude qualitative de l'essai d'expansion de cavité dans les sables à partir du modèle de Pastor et al. 1990. On montre en particulier dans cette communication l'intérêt du paramètre  $\gamma$  dans le cas d'une expansion de cavité cyclique.

### III.6.3 Application à la sollicitation d'expansion monotone

La figure III.34 montre des simulations d'essais drainés d'expansion de cavité monotone réalisés par Dupla (1995) sur le sable d'Hostun RF. La pression initiale est de 200 kPa et on s'intéresse à l'influence de l'indice de densité initial sur la courbe pression-volume obtenue. Les deux jeux de paramètres utilisés sont reportés dans le tableau ci-dessous (tableau III.2) dans lequel on a rajouté la simulation de l'essai triaxial cyclique effectuée à l'aide de ce modèle sur sable lâche et représentée sur la figure II.13 du chapitre II.

Simulation	$K_{evo}$	$G_{eso}$	$M_f$	$M_g$	$\beta_o$	$\beta_l$	$H_0$	$\alpha$
Z3 (sable lâche) (cyl. épais)	35000	10000	0,3	1,2	3,6	0,15	20	0,5
Z4 (sable dense) (cyl. épais)	30000	20000	0,45	1,2	3,6	0,15	20	0,5
SC1 (sable lâche) (triax. cycl.)	50000	40000	0,35	1,2	3,6	0,15	500	0,5

Tableau III.2. Jeux de paramètres utilisés pour les simulations au cylindre épais et l'essai triaxial cyclique SC1 de la figure II.13 (chapitre II).

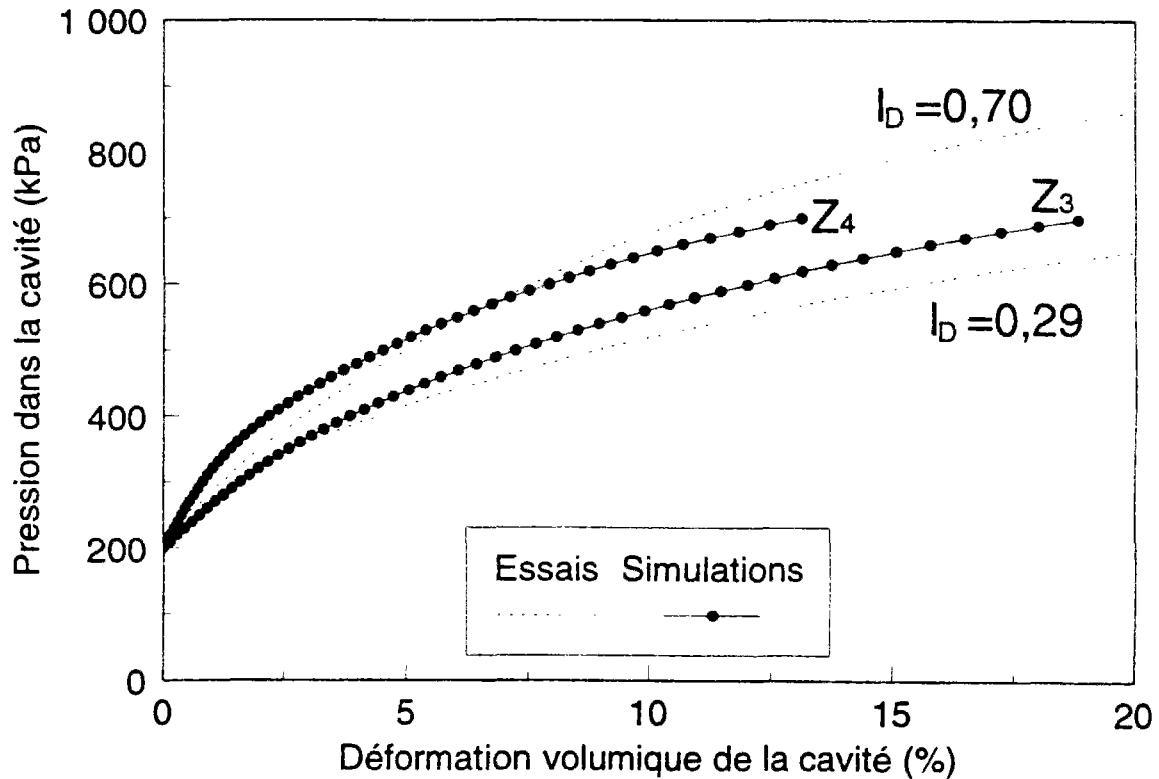


Figure III.34. Simulations d'essais d'expansion drainée monotone au cylindre épais d'après le modèle de Pastor et al. (1990): influence de la densité initiale (essais d'après Dupla, 1995)

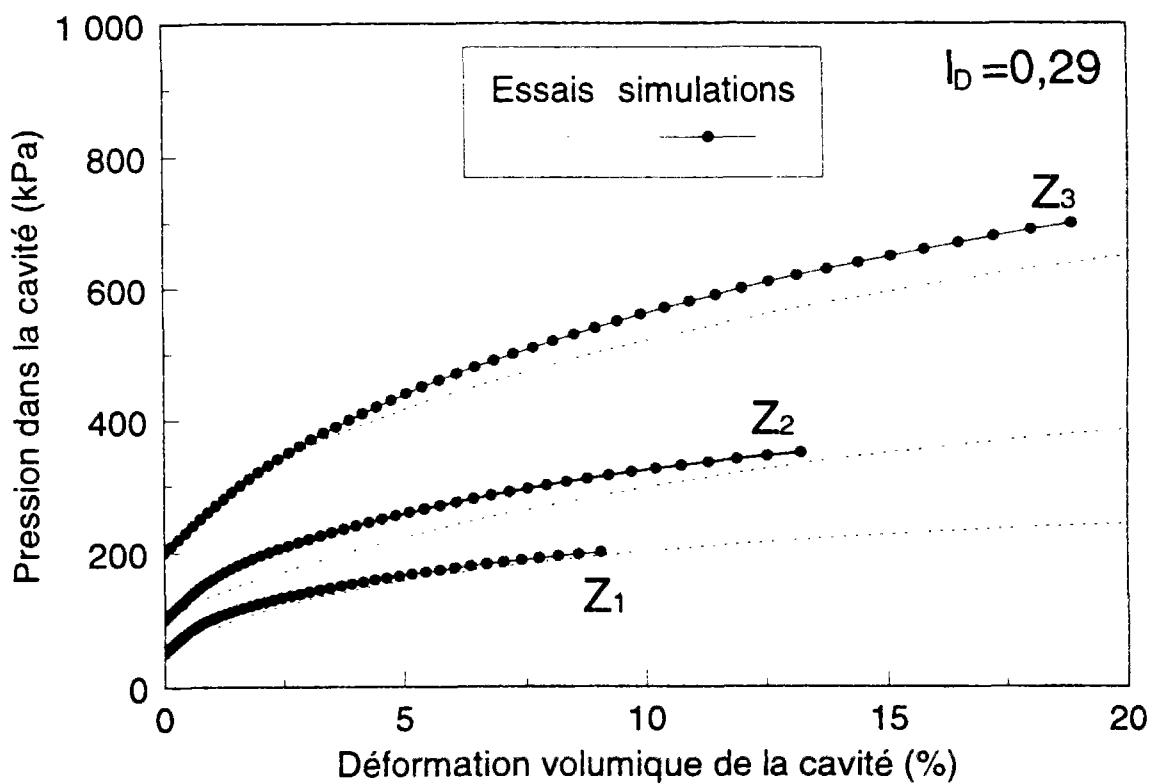


Figure III.35. Simulations d'essais d'expansion drainée monotone au cylindre épais d'après le modèle de Pastor et al. (1990): influence de la pression initiale (essais d'après Dupla, 1995).

La figure III.35 montre l'influence de la pression de consolidation initiale ( $p_c$ ) sur les courbes d'expansion obtenues au cylindre épais. La densité initiale est de 0,3 c'est-à-dire que le jeu de paramètre utilisé pour les trois simulations est identique à la simulation notée Z3. Les simulations obtenues sont assez proches de la réalité expérimentale et montrent des courbes d'expansion quasiment homothétiques, et proportionnelles à la contrainte de consolidation isotrope  $p_c$ .

Il est intéressant de comparer le jeu de paramètres utilisé dans le cas du cylindre épais à celui utilisé dans le cas de l'essai triaxial cyclique, de façon à mettre en évidence les différences observées dans les deux types d'essais. On peut remarquer que seuls les paramètres élastiques et le paramètre plastique  $H_0$  ont été modifiés pour que la courbe d'expansion obtenue expérimentalement soit bien reproduite par le modèle.

Les modules élastiques sont plus faibles principalement à cause de l'anisotropie de structure du matériau. Cette remarque a été développée dans le paragraphe II.2 et les différences de modules élastiques observés dans les deux types d'essais sont attribuées aux caractéristiques mécaniques plus faibles du plan transverse (qui est la direction de sollicitation dans le cas du cylindre épais).

Le paramètre  $H_0$  gère l'amplitude des déformations plastiques simulées par le modèle et sa valeur est par conséquent déterminante. Or, on observe une différence très importante de cette valeur entre les simulations au cylindre épais et l'essai triaxial classique. Les déformations plastiques simulées au cylindre épais sont plus importantes qu'à l'essai triaxial (de l'ordre de 25 fois plus au vu des valeurs de  $H_0$ ). Les causes principales expliquant cette différence notable viennent principalement des hypothèses que notre démarche a nécessitées.

L'anisotropie de structure du matériau est sans doute un facteur très important. En effet, si les modules élastiques sont aussi différents entre l'essai triaxial et l'essai au cylindre épais, il y a certainement aussi une forte anisotropie des caractéristiques de plastification du matériau. Par conséquent, le passage du triaxial classique au cylindre épais nécessite l'élaboration d'un modèle isotrope transverse.

D'autre part, comme il a été vu dans le cas d'un comportement élastique au paragraphe III.4.1, le trajet de contraintes suivi par un échantillon lors d'un essai triaxial classique est très différent du trajet de contraintes suivi par un élément de sol lors d'une expansion de cavité (hypothèses des déformations planes + influence de la contrainte intermédiaire). Or, le modèle a été construit à partir du comportement observé au triaxial classique, et l'influence de la direction de chargement est prise en compte uniquement en faisant intervenir l'angle de Lode (modélisation du passage du plan du triaxial au plan déviatorique).

Afin de remédier à ceci, on pourrait s'intéresser à un modèle tenant compte de la direction du chargement de manière plus globale (modèle à double surface de charge par exemple). Cependant, ce modèle serait bien plus compliqué à mettre en oeuvre pour un résultat qui reste à évaluer.

Une autre solution plus simple du point de vue numérique (et relativement aisée à mettre en oeuvre au laboratoire) est de modifier le trajet de contraintes suivi au triaxial classique de façon à se rapprocher le plus possible (dans le plan du triaxial) de la forme du chemin de contraintes suivi par un élément de sol au cylindre épais. Le modèle prendrait en compte le comportement du sable observé au triaxial classique sur ce type de chemin particulier. Cette approche est intéressante puisque chaque élément de volume au cylindre épais suit approximativement le même trajet (voir paragraphe III.4.1). Elle est cependant restreinte à la sollicitation spécifique d'expansions de cavité. Cela permettrait d'avoir une modélisation parfaitement adaptée au passage triaxial classique-cylindre épais ou encore (puisque il s'agit du même type de sollicitation) triaxial classique-pressiomètre. L'intérêt d'une telle démarche permettrait de mieux atteindre l'objectif fixé dans cette section, c'est-à-dire de pouvoir corrélérer les résultats d'essais classiques de laboratoire avec les résultats obtenus directement in-situ à partir de l'essai pressiométrique.

### **III.6.4 Application à la sollicitation d'expansion cyclique**

Des essais d'expansion de cavité cycliques ont été réalisés au CERMES à partir du même appareillage (voir III.6.1) par Dupla (1995) sur le sable d'Hostun en conditions drainées et non drainées, alternées et non alternées. La figure III.36 montre un essai alterné drainé réalisé à pression de cavité contrôlée ( $\pm 60$  kPa) pour un sable moyennement dense. La courbe d'expansion cyclique montre une augmentation progressive au cours des cycles du volume de la cavité, qui rend compte d'une contractance progressive du sable de manière analogue à ce qui se passe lors d'un essai triaxial cyclique.

Le niveau de déformation atteint au cours de ces essais (inférieur à 4% à la cavité) est faible et le déplacement radial en  $r=r_e$  est quasi-nulle (Dupla, 1995). Les conditions aux limites à prendre en compte sont donc pratiquement celles du pressiomètre en déformations planes (voir III.2.3).

#### *III.6.4.a Etude qualitative*

La figure III.37a montre qualitativement des simulations d'un essai pressiométrique cyclique drainé non alterné à l'aide du modèle de Pastor et al. (1985) pour lesquelles seul le paramètre cyclique  $\gamma$  varie. On met ainsi en évidence l'intérêt de cette modélisation pour simuler le phénomène de rochet ou d'adaptation différée ou immédiate suivant les valeurs de ce paramètre. Les simulations à déformation de cavité contrôlée (figure III.37b) montrent

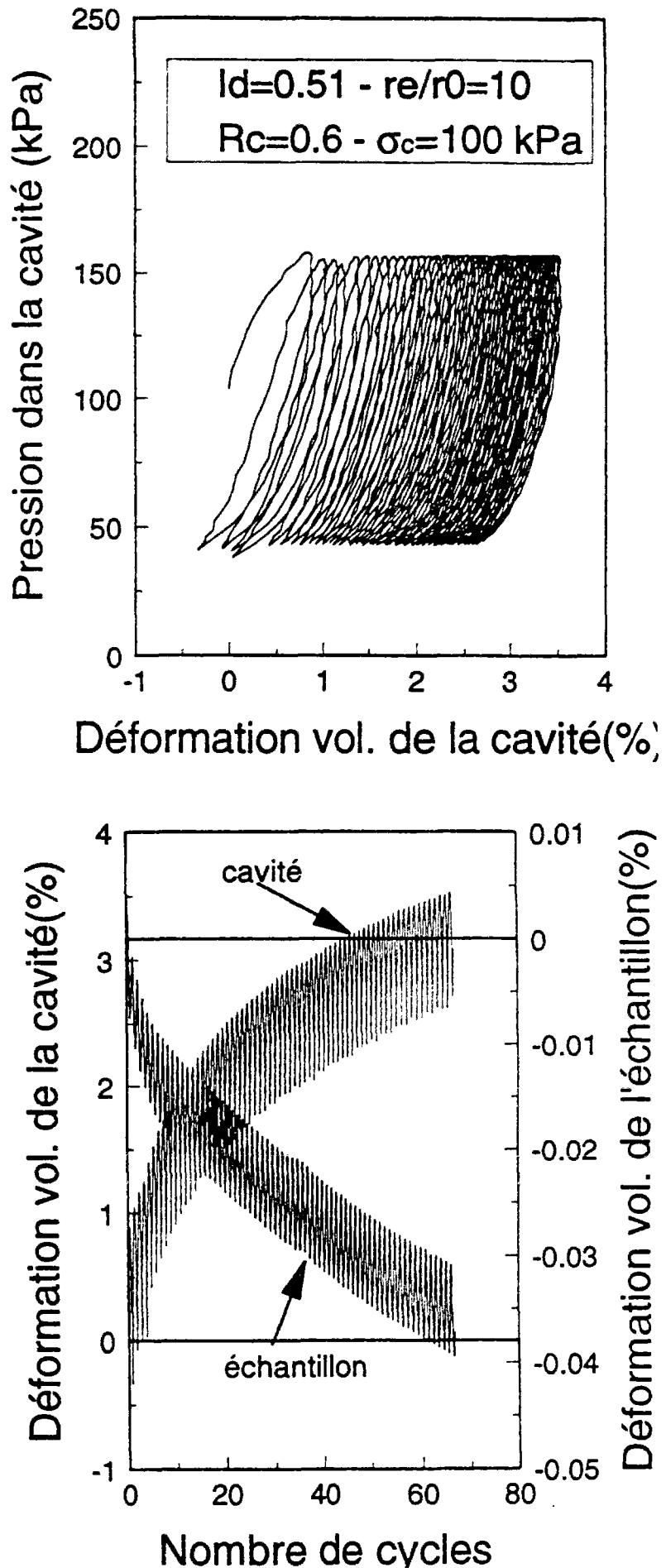


Figure III.36. Essai typique d'expansion cyclique au cylindre épais (essai d'après Dupla, 1995).

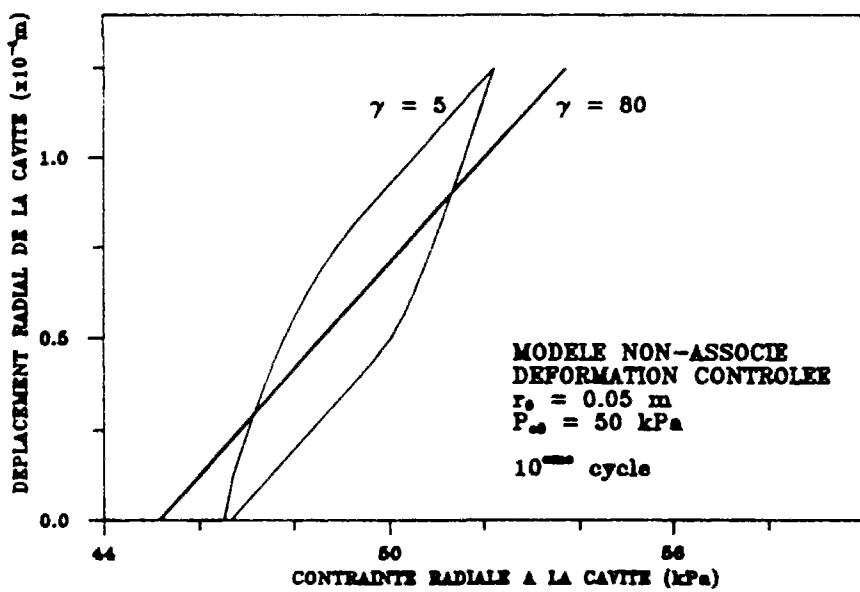
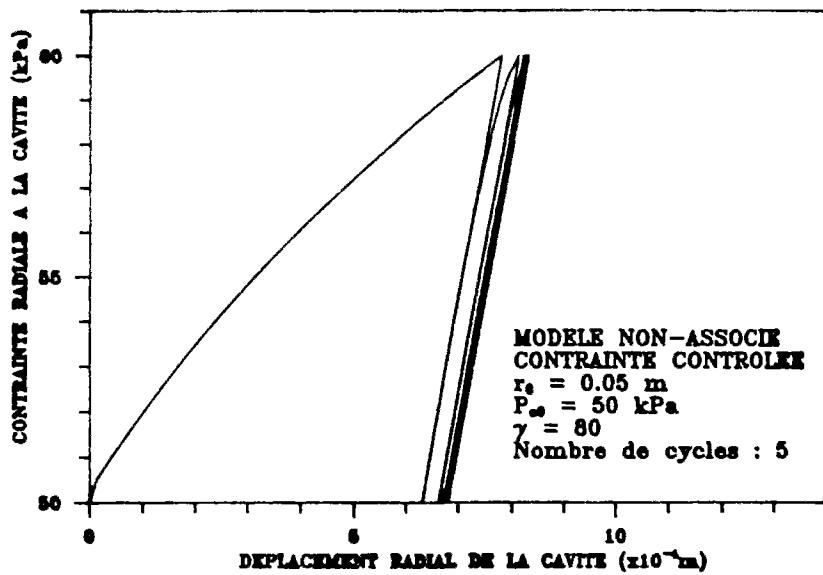
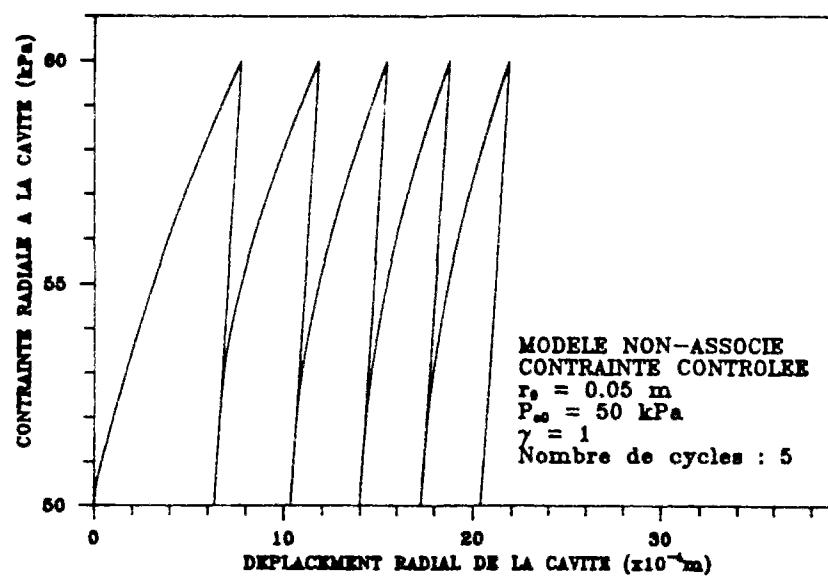


Figure III.37. Simulation d'essais pressiométriques cycliques d'après le modèle de Pastor et al. (1985) - influence du paramètre  $\gamma$ : (a) contrainte contrôlée, (b) déformation contrôlée.

qu'il est aussi possible de simuler (suivant la valeur du paramètre  $\gamma$ ) l'accommodation du matériau au cours des cycles (pour une faible valeur de  $\gamma$ ), de sorte que les principaux types de comportement cyclique observés sont très simplement pris en compte par l'intermédiaire de cette modélisation et grâce à un seul paramètre cyclique ( $\gamma$ ). On trouvera davantage de détails à propos de ces simulations dans la communication de Saïtta et al. (1991). La figure III.38a montre qualitativement l'influence de ce paramètre cyclique sur l'accumulation des irréversibilités au cours des cycles pour un essai alterné drainé. On a reporté sur la figure III.38b la variation de volume d'un élément de sol situé à la cavité. On met ainsi en évidence qualitativement les phases de dilatance prises en compte par ce modèle.

### *III.6.4.b Comparaisons théorie-expérience*

La figure III.39 montre la simulation de deux essais cycliques drainés, non alternés, à pression de cavité contrôlée, ayant les mêmes conditions initiales ( $p_c = 100$  kPa et  $I_D = 0,68$ ) et pour lesquels seule l'amplitude de la pression de cavité varie ( $\pm 60$  kPa et  $\pm 80$  kPa). Sur la figure III.39, sont reportées les enveloppes des maxima de déformation de la cavité obtenus expérimentalement en fonction du nombre de cycles. Sur la figure III.39 sont aussi représentées les mêmes courbes mais simulées à partir du modèle. Les paramètres (concernant la partie monotone) sont identiques à la simulation Z4. La valeur du paramètre  $\gamma$  déduite de ces simulations est de 8 et on montre ainsi que le modèle prend bien en compte ces accumulations d'irréversibilités au cours des cycles d'expansion de la cavité.

Afin de comparer la valeur de  $\gamma$  trouvée précédemment (pour un sable dense) à celle déduite en condition lâche, une simulation d'essais d'expansion cyclique a été faite (reportée sur la figure III.40) pour lesquels seul l'indice de densité varie (même pression de consolidation initiale et même amplitude de pression de cavité). Les paramètres du modèles concernant la partie monotone sont ceux de Z3 pour l'essai le plus lâche et de Z4 pour l'essai le plus dense. La simulation de l'essai dense est identique à la précédente pour la même amplitude de pression de la cavité contrôlée (le paramètre  $\gamma$  vaut par conséquent 8). Concernant l'essai le plus lâche (simulation notée Z8), la valeur de  $\gamma$  simulant le mieux cette accumulation d'irréversibilités est de 2,5. Le paramètre cyclique varie par conséquent en fonction de la densité initiale. Une valeur plus faible pour des conditions de mise en place plus lâches (donc un sable plus contractant) n'est pas étonnante d'après les observations qualitatives effectuées dans le paragraphe précédent.

La forme de ces courbes enveloppes simulées par le modèle sont fortement incurvées et ne correspondent pas à la réalité expérimentale, surtout en ce qui concerne le sable lâche. Cette observation est à relier aux conclusions tirées du le paragraphe II.9. Plus précisément, une loi d'interpolation du type  $\gamma$ -puissance (Pastor et al., 1985) utilisée

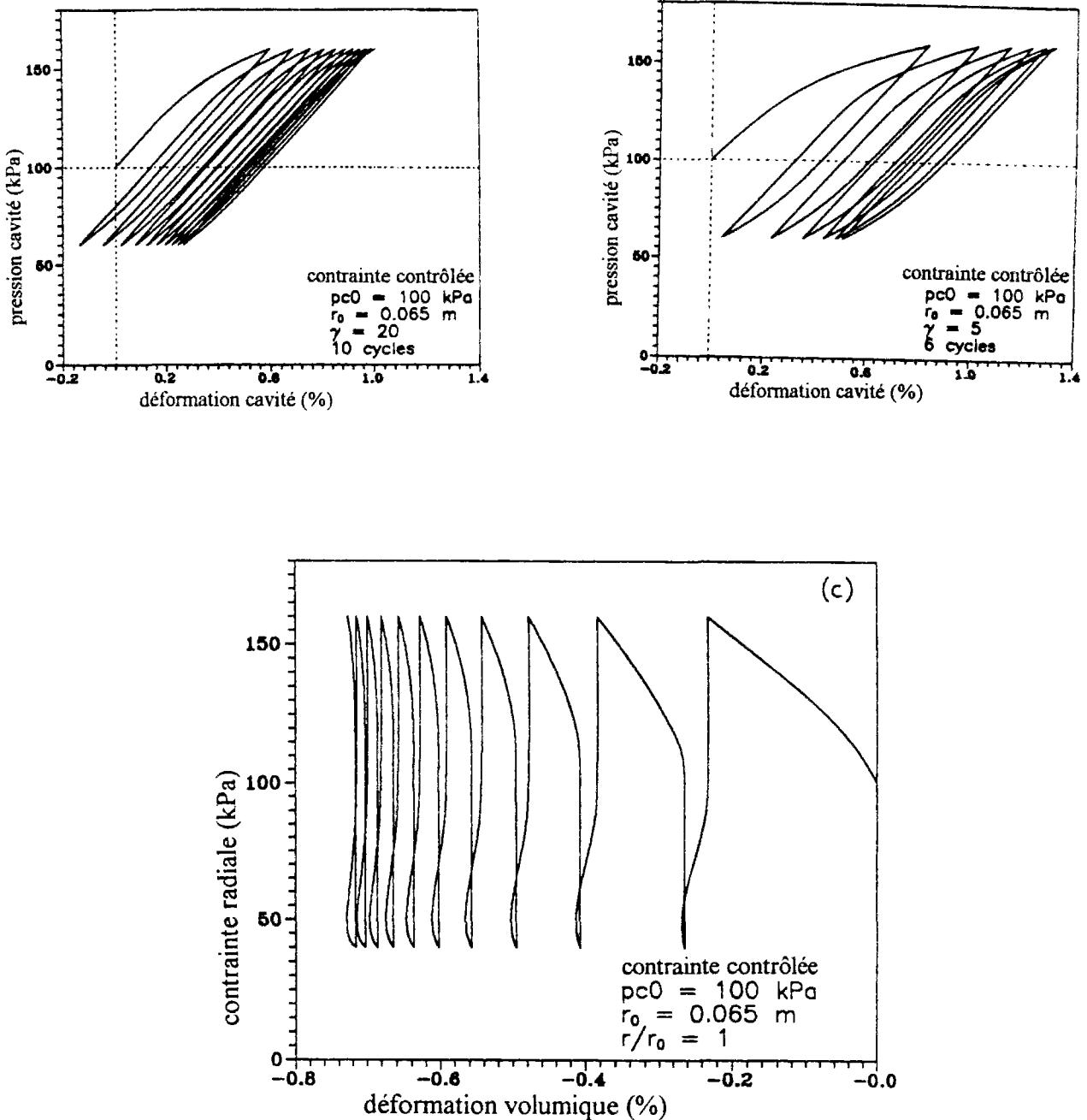


Figure III.38. Simulation d'essais alternés au cylindre épais d'après le modèle de Pastor et al. (1990) - influence du paramètre  $\gamma$ : (a) et (b) courbes d'expansion cyclique ( $\Delta\sigma_c = +50, -40$  kPa), (c) variation de volume d'un élément de sol situé au bord de la cavité ( $\Delta\sigma_c = \pm 60$  kPa).

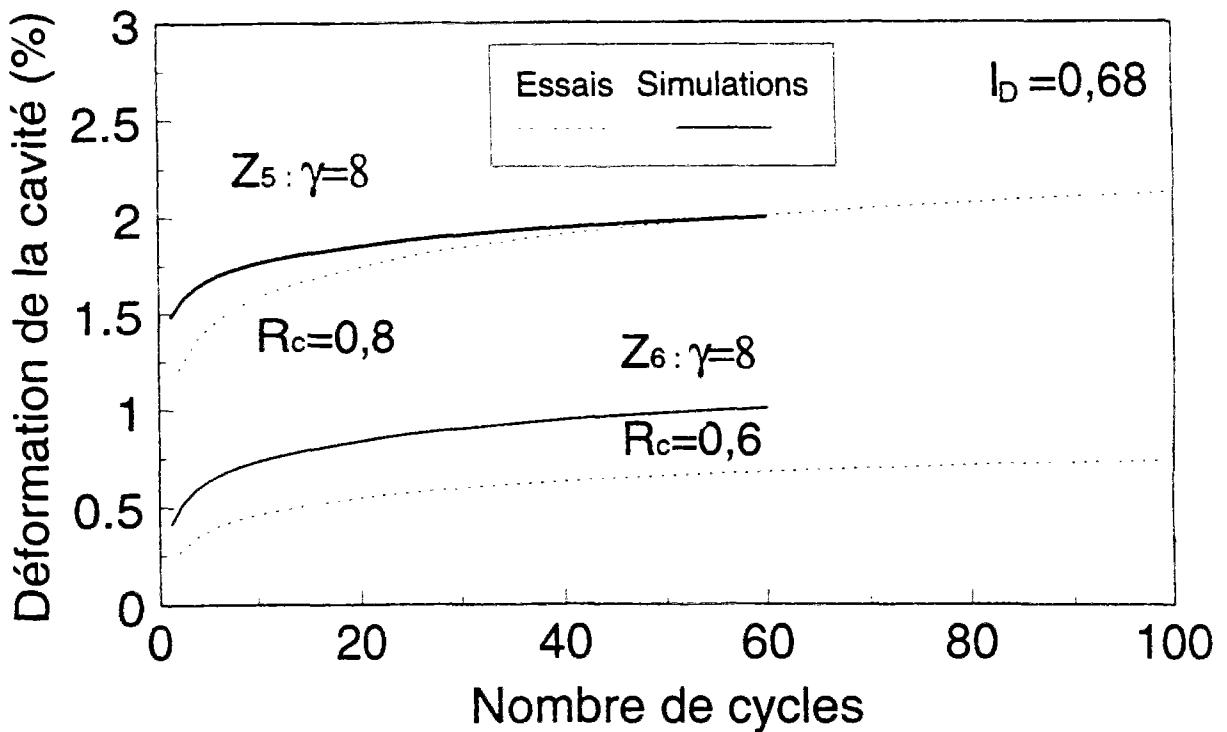


Figure III.39. Simulation des enveloppes des maxima de déformation volumique atteints en fonction du nombre de cycles (modèle de Pastor et al., 1990) - influence du taux de cisaillement cyclique  $R_c = \Delta\sigma_c/p_c$ .

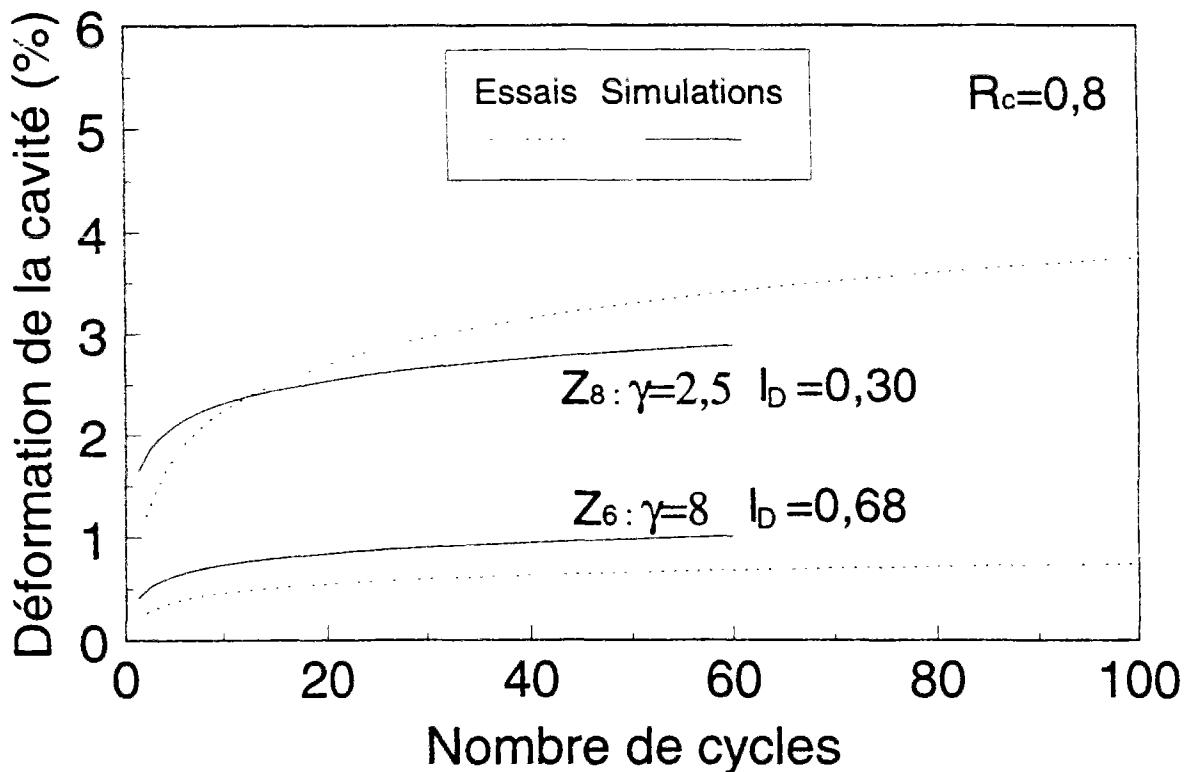


Figure III.40. Simulation des enveloppes des maxima de déformation volumique atteints en fonction du nombre de cycles (modèle de Pastor et al., 1990) - influence de la densité initiale.

dans cette section) donne une accumulation d'irréversibilités trop importante sur les premiers cycles (voir la figure II.51 du chapitre II) par rapport à une loi  $\gamma$ -hyperbolique. Ceci est encore le cas pour les essais au cylindre épais pour lesquels il semble qu'une loi d'interpolation du type  $\gamma$ -hyperbolique soit plus réaliste.

### III.6.5 Résolution du problème inverse

L'un des objectifs de l'étude réalisée dans ce chapitre sur les sables est de parvenir à corrélérer les résultats obtenus à l'essai triaxial cyclique et ceux obtenus au cylindre épais.

Comparons l'essai triaxial cyclique SC1 reporté au paragraphe III.6.3 (représenté sur la figure II.13 du chapitre II) et la simulation d'expansion de cavité cyclique sur sable lâche (simulation Z8 reportée sur la figure III.40). Il s'agit de deux essais cycliques pour lesquels le matériau est dans un état lâche (Indice de densité de 0,17 pour la simulation SC1 et 0,3 pour la simulation Z8). La valeur du paramètre déduite de chaque essai est de 2,8 pour SC1 et 2,5 pour Z8. La valeur de ce paramètre cyclique est donc indépendante de l'essai considéré. Il existe donc une relation entre la valeur du paramètre  $\gamma$  et l'indice de densité initial, relation indépendante du type d'essai (triaxial ou cylindre épais) :

$$\gamma \equiv 10.I_D$$

La variation de  $\gamma$  est approximativement linéaire en fonction de  $I_D$  dans un rapport de 10. C'est-à-dire qu'il est possible, via le modèle de Pastor et al. (1990), de tracer directement la courbe de résistance au cisaillement cyclique (comme tracée sur la figure II.51 du chapitre II) correspondant au paramètre  $\gamma$  déterminé à partir d'un essai au cylindre épais. Cette démarche montre comment déterminer le potentiel de liquéfaction d'un sable lâche grâce à un essai d'expansion de cavité. Ce raisonnement inverse s'appuie sur le fait que le paramètre  $\gamma$  ne dépend que de la densité initiale du matériau, indépendamment du type d'essai.

Le même raisonnement pourrait être fait pour l'essai pressiométrique cyclique qui est aussi un essai d'expansion de cavité. La réalisation d'un essai pressiométrique cyclique sur un site sableux peut permettre, selon cette démarche, en utilisant le modèle de Pastor et al. (1990), de déterminer par démarche inverse le paramètre cyclique  $\gamma$ . Cette valeur permet alors, en suivant la démarche précédente, de déterminer (grâce à la relation ci-dessus) l'indice de densité initial du matériau et de tracer directement sa courbe de résistance au cisaillement cyclique au triaxial classique en utilisant le même modèle. Il est par conséquent possible selon

cette démarche de déterminer le potentiel de liquéfaction d'un site sableux pour en condition lâche.

Afin de se rapprocher encore plus de la sollicitation pressiométrique par rapport à l'essai au cylindre épais, il est possible de réaliser des essais au mini-pressiomètre en chambre d'étalonnage (Dupla, 1995). La démarche inverse proposée ci-dessus pourra alors être testée entre l'essai triaxial et l'essai pressiométrique directement. Les résultats obtenus au cylindre épais sur les sables montrent que cette démarche donne des résultats quantitatifs intéressants permettant de déterminer réellement le potentiel de liquéfaction du sable étudié.

### III.6.6 Perspectives

Cette étude a permis de valider le modèle de Pastor et al. (1985, 1990) sur un essai de laboratoire non homogène, l'essai au cylindre épais. La direction de sollicitation étant horizontale dans ce cas (perpendiculaire au sens de dépôt du sable), il est évident que les propriétés d'anisotropie de structure du sable doivent être prises en compte pour passer de l'essai triaxial classique au cylindre épais, afin de mieux simuler (à partir d'un modèle élastoplastique) les courbes d'expansion monotone. Pastor et al. (1990) proposent une telle modélisation qu'il serait souhaitable de reprendre dans cette étude.

Le trajet de contraintes suivi par un élément de sol au cours de l'essai étant dans le plan déviatorique, l'influence de la contrainte intermédiaire doit être prise en compte dans le modèle. Ceci est fait dans le modèle de Pastor et al. (1985) en faisant intervenir un troisième invariant sous la forme de l'angle de Lode

Par contre, l'influence de la direction de chargement n'a pas été retenue dans cette modélisation. Les essais triaxiaux ont montré qu'elle avait pourtant une influence non négligeable sur le comportement du sable (voir chapitre I). Or, la direction de chargement est très différente entre l'essai triaxial classique et l'essai au cylindre épais. Afin d'y remédier dans la modélisation, il est possible de compliquer le modèle initial (et par conséquent le code de calcul écrit pour cette étude), le résultat restant toutefois à évaluer. Une solution plus simple, mais plus restrictive, serait de modifier le modèle initial en tenant compte cette fois-ci d'un chemin particulier au triaxial classique proche du trajet suivi par un élément de sol au cylindre épais (qui est approximativement le même à tout instant dans tout l'échantillon).

La notion de paramètre d'état pourrait être prise en compte dans la modélisation des essais au cylindre épais en mettant en oeuvre dans le code de calcul écrit ici le modèle formulé dans le chapitre II. Cela permettrait de valider le concept de surface de charge d'état sur un essai non homogène et de rendre les simulations plus réalistes par la prise en compte de

l'influence combinée de l'indice des vides initial et la pression de consolidation initiale, et donc du paramètre d'état  $\psi$  ou de l'indice d'état  $I_s$ .

La simulation d'essais d'expansion cyclique a montré l'intérêt de ce modèle pour ce type de sollicitation. Il semble qu'une loi d'interpolation  $\gamma$ -hyperbolique serait plus appropriée (de la même manière que pour le triaxial classique, chapitre II) qu'une interpolation du type  $\gamma$ -puissance. Une démarche inverse a été entreprise afin d'identifier le paramètre cyclique  $\gamma$  à partir des essais d'expansion de cavité. Elle a permis de mettre en évidence une bonne concordance entre les valeurs obtenues au cylindre épais et celles déterminées au triaxial cyclique (à partir du même modèle). Ce résultat nous permet de faire le passage entre l'essai triaxial classique et le cylindre épais. Concernant les sables lâches, cette démarche permet d'évaluer les caractéristiques de contractance cyclique d'un sable et donc, d'avoir accès à ses caractéristiques de liquéfaction à partir de l'essai pressiométrique cyclique dont la sollicitation est proche de celle du cylindre épais. Des essais au mini-pressiomètre en chambre d'étalonnage devraient confirmer ces résultats.

## CONCLUSION GENERALE

L'étude présentée a permis de dégager plusieurs points importants qui sont récapitulés ci-dessous.

En ce qui concerne la formulation d'une nouvelle loi de comportement adaptée aux sables, on a mis en évidence un nouveau mécanisme de plasticité permettant de prendre en compte dans sa totalité la notion de paramètre d'état (paramètre d'état  $\Psi$  d'après Been et Jefferies, 1985, ou indice d'état  $I_S$  d'après Ishihara, 1993), ce qui n'avait pas été fait auparavant. Le concept permettant d'y parvenir est nommé "concept de surface de charge d'état" parce qu'il est principalement basé sur la définition d'une surface de charge initiale dépendant de l'état initial ( $\psi$  ou  $I_S$ ) du matériau. On montre que ce concept permet de mieux rendre compte de la théorie de l'état critique, en particulier pour les sables lâches pour lesquels, le chemin en contraintes effectives simulé par le modèle lors d'un essai triaxial non drainé aboutit au même état final pour un même indice des vides initial et différentes contraintes de consolidation. Le concept d'effondrement est entièrement prédit grâce au concept de surface de charge d'état, dans le sens où aucun paramètre du modèle n'est attaché à la surface d'effondrement. Des simulations d'essais réalisés par Sladen et al. (1985) sur sable lâche et Ishihara (1993) ont permis de valider cette modélisation en ce qui concerne les essais non drainés. La validation sur le sable d'Hostun RF reste à faire à partir d'essais pour lesquels le paramètre d'état est donné. Ce concept est encore valable si une anisotropie initiale est prise en compte, et il est aussi compatible avec le concept de surface frontière en ce qui concerne les chargements cycliques. Des simulations d'essais triaxiaux cycliques non drainés réalisés sur le sable d'Hostun RF lâche ont permis de valider le modèle et ont montré qu'une loi d'interpolation de type " $\gamma$ -hyperbolique" semble plus appropriée qu'une loi " $\gamma$ -puissance". On montre finalement comment ce concept, intégré dans cette étude à un modèle dont la structure est analogue au Cam-Clay, peut être étendu à des modélisations plus complexes comme les modèles à double surface de charge. Le champ d'application de ce concept pourrait être étendue à des modèles existants et leur permettrait, sans ajout de paramètre supplémentaire, de n'avoir à identifier qu'un seul jeu de paramètres pour simuler le comportement du sable lâche, moyennement dense et dense.

L'application des modèles généralisés (Zienkiewicz et al., 1985, Pastor et al., 1985, 1990) au problème de l'expansion d'une cavité a permis de mettre en valeur l'intérêt du paramètre  $\gamma$  pour la simulation du comportement cyclique des sols. Un code de calcul a été développé dans le cadre de cet étude, prenant en compte les différents aspects décrits ci-dessous.

Pour ce qui concerne l'étude des sols fins, l'effet de la perméabilité a été pris en compte dans les équations et le problème d'évolution a été traité. On a vu, en simulant des essais au pressiomètre autoforeur réalisés sur le site de Cran que le modèle de Zienkiewicz et al. (1985) surestime les surpressions interstitielles. Les principales causes de cette surestimation peuvent être attribuées à une perméabilité horizontale réelle de l'argile mal connue et supérieure aux valeurs prises en compte dans les simulations, ainsi qu'au choix, dans le modèle, d'une loi d'écoulement associée et d'une forme de surface de charge rendant le matériau beaucoup trop compressible.

Concernant l'étude sur des sables, la simulation d'essais au cylindre épais réalisés par Dupla (1995) à partir du modèle de Pastor et al. (1990) montre qu'une plastification bien plus importante a lieu durant l'essai d'expansion par rapport à l'essai triaxial classique.

L'anisotropie initiale du matériau est sans doute une des causes de cette différence observée entre les deux types d'essai et on a été montré comment identifier l'anisotropie élastique à partir de l'essai triaxial classique en utilisant la loi proposée par Graham et Houlby (1983) sur des argiles. Le mode de déposition est tel que les caractéristiques verticales sont au moins deux fois plus élevées que les caractéristiques horizontales. C'est pourquoi, d'ailleurs, l'augmentation anormale de surpressions interstitielles dès la décharge serait plutôt attribuée à cette anisotropie du matériau plutôt qu'à de la plasticité. Des essais triaxiaux classiques non drainés avec des petits cycles de décharge-recharge devraient confirmer la contribution de l'élasticité à la décharge. Ce résultat montre que le passage du triaxial classique au cylindre épais nécessite le développement d'une loi élastoplastique anisotrope. Les travaux effectués par Pastor et al. (1990) dans le cadre de l'élastoplasticité généralisée sont tout à fait indispensables dans ce sens. L'anisotropie n'est sans doute pas la seule cause de cette plastification importante observée durant l'essai au cylindre épais par rapport au triaxial classique. En effet, la direction de chargement suivie au cours de l'essai a aussi son importance dans ce cas.

La simulation d'essais au cylindre épais, proche de la sollicitation pressiométrique, nous a permis de montrer comment obtenir, à partir d'une démarche inverse, la valeur du paramètre  $\gamma$ . On a vu que cette valeur dépend uniquement des conditions initiales et qu'elle est indépendante du type d'essai considéré (essai pressiométrique cyclique ou essai triaxial cyclique). Cela veut dire qu'il est possible d'identifier une valeur du paramètre cyclique  $\gamma$ , par démarche inverse, directement in situ à partir de l'essai pressiométrique cyclique, et en utilisant un modèle élastoplastique généralisé. Cette valeur, utilisée pour simuler les courbes de résistance au cisaillement cyclique obtenues au triaxial classique, permet par conséquent d'obtenir une bonne idée des caractéristiques de liquéfaction d'un matériau sableux sur site. Cette méthode devrait être plus approfondie, en intégrant en particulier le modèle proposé dans cette étude au cadre de l'élastoplasticité généralisée et en le mettant en oeuvre dans le code de calcul permettant de simuler l'essai pressiométrique cyclique.

## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- ARTHUR J.R.F. et MENZIES B.K. (1972). Inherent anisotropy in a sand, *Geotechnique*, Vol.22, N°1, pp.115-128.
- BAGUELIN F., JEZEQUEL J.F. et SHIELDS D.H. (1978). The pressuremeter and foundation engineering, Trans Tech Publications, Clausthal, 617p..
- BAGUELIN F., JEZEQUEL J.F., LEMEE E. et LE MEHAUTE A. (1972). Expansion de sondes cylindriques dans les sols cohérents, *Bull. Liaison des LPC*, N°61, pp.189-202.
- BAHDA F. (1992). Etude des conditions d'initiation de la liquéfaction d'un sable sous chargement cyclique, TFE de l'ENTPE, 76p.
- BAHDA F. (1993). Etude du phénomène de liquéfaction des sables sous chargement cyclique, Mémoire de DEA de l'ENPC, 34p.
- BAHLOUL A. (1990). Etude des propriétés de liquéfaction des sables, Mémoire de DEA de l'ENPC, 34p.
- BAZANT Z.P., ANSAL A.M. et KRIZEK R.J. (1982). Endochronic Model for soils, *Soil Mechanics - Transient and Cyclic Loads*, Pande et O.C. Zienkiewicz Eds, John Wiley & Sons, pp. 375-418.
- BEEN K. et JEFFERIES M.G. (1985). A state parameter for sands, *Geotechnique*, Vol.35, N°2, pp.99-112.
- BEEN K., JEFFERIES M.G. et HACHEY J. (1991). The critical state of sands, *Geotechnique*, Vol.41, N°3, pp.365-381.
- BISHOP A.W. (1967). Progressive failure - with special reference to the mechanism causing it. Panel discussion, Proc. Geotechnical Conference, Oslo, Vol.2, pp.142-150.
- BIOT M.A. (1941). General theory of three-dimensional consolidation, *J. Appl. Phys.*, Vol.12, pp.155-164.
- BIOT M.A. (1955). Theory of elasticity and consolidation for a porous anisotropic solid, *J. Appl. Phys.*, Vol. 26, pp. 182-185.
- BOUBANGA A. (1990). Identification de paramètres de comportement à partir de l'essai pressiométrique, Thèse de doctorat de l'Ecole Centrale de Lyon, 202 p.
- BOUHENICHE D. (1992). Simulation de la liquéfaction des sables à l'essai triaxial homogène à l'aide du modèle élastoplastique de Nova-Wood (1979). TFE de l'ENTPE, 130p.

BOYCE H.R. (1980). A non linear model for the elastic behaviour of granular materials under repeated loading, Proc. of the International Symposium on Soils under Cyclic and Transient loading, Swansea, Vol.1, pp. 285-294.

CAMBOU B. et JAFARI K. (1988). Modèle de comportement des sols non cohérents, Revue Française de Géotechnique, Vol. 44, pp.43-55.

CANOU J. (1984). Calibration and field evaluation of the french sel-boring pressuremeter (PAF76). Master's thesis, Louisiana State University, 418p.

CANOU J. (1989). Contribution à l'étude et à l'évaluation des propriétés de liquéfaction d'un sable, Thèse de doctorat de l'ENPC, 380p.

CARTER J.P., RANDOLPH M.F. et WROTH C.P. (1979). Stress and pore pressure changes in clay during and after the expansion of a cylindrical cavity, Intern. Journ. of Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, Vol.3, N°4, pp.305-322.

CASTRO G. (1969). Liquefaction of sands, Ph.D. Thesis, Harvard.

CHEN W.F. (1985). Constitutive modelling in soil mechanics, Mechanics of Engineering Materials, Desai et Gallagher, John Wiley et Sons eds, pp.91-120.

COUSSY O. (1992). Mécanique des milieux poreux, Editions Technip, 437p.

DAFALIAS Y.F. et HERRMANN L.R. (1982). bounding surface formulation of soil plasticity, Soil Mechanics - Transient and Cyclic Loads, Pande et O.C. Zienkiewicz Eds, John Wiley & Sons, pp. 253-282.

DAFALIAS Y.F. et POPOV E.P. (1975). A model of nonlinearly hardening materials for complex loadings, Acta Mechanica, Vol.21, pp. 173-192.

DARVE F. (1974). Contribution à la détermination de la loi rhéologique incrémentale des sols, Thèse de docteur-ingénieur, Grenoble.

DARVE F. (1987). L'écriture incrémentale des lois rhéologiques et les grandes classes de lois de comportement, Manuel de Rhéologie des Géomatériaux, Presses de l'ENPC, pp. 129-150.

DARVE F. (1987). Les lois incrémentales non linéaires, Manuel de Rhéologie des Géomatériaux, Presses de l'ENPC, pp.215-234.

DARVE F., FLAVIGNY E. et MEGHACHOU M. (1992). Numerical modelling of undrained behaviour of very loose sands by loading paths with sharp bends, Proc. NUMOG IV, Swansea, pp. 85-94.

DESRUES J., MOKNI, M. et MAZEROLLE, F. (1991). Tomodensitométrie et la localisation sur les sables, 10e ESMFE, Florence, pp.61-64.

DESAI et FARUQUE (1985). A generalized basis for modelling plastic behaviour of materials, Mechanics of Engineering Materials, Desai et Gallagher, John Wiley et Sons eds, pp.211-230.

DORMIEUX L. (1985). Etude du chargement d'un sable à l'aide de l'appareil à cylindre creux, Rapport de fin d'études, ENPC.

DORMIEUX L. (1989). Détermination de caractéristiques dynamiques d'un sol à l'aide d'un essai pressiométrique cyclique, Revue Française de Géotechnique, N°46.

DUNCAN J.M. et CHANG C.Y. (1970). Non linear analysis of stress and strain in soils, J. Geotech. Eng. Div. ASCE, Vol.96(SM5). pp.1629-1653.

DUPLA J.C. (1989). Etude d'un concept: l'état caractéristique, rapport de DEA, 76p.

DUPLA J.C. (1995). Application de la sollicitation d'expansion de cavité cylindrique à l'évaluation des risques de liquéfaction d'un sable, thèse de doctorat de l'ENPC, à paraître.

GRAHAM J. et HOULSBY G.T. (1983). Anisotropic elasticity of a natural clay, Geotechnique, Vol.33, N°2, pp.165-180.

HAJAL T. (1984). Modélisation élastoplastique des sols par une loi multimécanismes - application au calcul pressiométrique, Thèse de doctorat de l'Ecole Centrale des Arts et Manufactures, 290p.

HILL R. (1950). The mathematical theory of plasticity, Calrendon Press, Oxford.

HUJEUX J.C.(1979). Calcul numérique de problèmes de consolidation élastoplastique, Thèse de Doctorat de l'Ecole Centrale des Arts et Manufactures de Paris, 250p.

HOLUBEC I. (1968). Elastic behavior of cohesionless soil, J. Geotech. Eng. Div. ASCE, Vol.94(SM6). pp.1215-1231.

ISHIHARA K. (1993). Liquefaction and flow failure during earthquakes, Geotechnique, Vol.43, N°3, pp.315-415.

ISHIHARA K., TATSUOKA F. et YASUDA S. (1975). Undrained deformation and liquefaction of sand under cyclic stresses, Soils and Foundations, Vol.18, N°1, pp. 57-72.

JEFFERIES M.G. (1993). Nor-Sand: a simple critical state model for sand, Geotechnique, Vol.43, N°1, pp.91-103.

KUERBIS R. et VAID Y.P. (1989). Undrained behaviour of clean and silty sands, Proc. 12e ICSMFE, Rio de Janeiro, pp. 91-100.

KOITER W.T. (1960). General theorems for elastoplastic solids. Progress in Solid Mechanics, North Holland pub., Vol. 1, pp. 165-221.

KRIEG R.D. (1975). A practical two-surface plasticity theory, J. Appl. Mech. Trans., ASME, Vol.42, pp. 641-646.

LADE P.V. (1977). Elastoplastic stress strain theory for cohesionless soil with curved yield surface - Intern. Journ. Solids and Structures, Vol.13, pp. 1019-1035.

LADE P.V. et DUNCAN J.M., Elastoplastic stress strain theory for cohesionless soil, J. Geotech. Eng. Div. ASCE, Vol.101(GT10), pp.1037-1053.

LADANYI B. (1963). Etude théorique et expérimentale de l'expansion dans un sol pulvérulent d'une cavité présentant une symétrie sphérique ou cylindrique, Annales des Travaux Publics de Belgique, Vol. 2-4, pp.1-82.

LANIER J., DI PRISCO C. et NOVA R. (1991). Etude expérimentale et analyse théorique de l'anisotropie induite du sable d'Hostun, Revue Française de Géotechnique, N°57, pp.59-74.

LASSOUDIERE F. (1984). Modélisation du comportement des sols sous sollicitation cyclique, Thèse de Doctorat de l'Ecole Centrale des Arts et Manufactures de Paris.

LEE K.L. et SEED H.B. (1967). Drained strength characteristics of sands, J. Geotech. Eng. Div. ASCE, Vol.93(SM6), pp.117-141.

LEROUEIL S., MAGNAN J.P. et TAVENAS F. (1985). Remblais sur argiles molles, Lavoisier, 342p.

LORET B. (1981). Formulation d'une loi de comportement élastoplastique des milieux granulaires, thèse de doctorat de l'ENPC, 213p.

LORET B. (1985). On the choice of elastic parameters for sand, Intern. Journ. of Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, Vol. 9, pp. 285-292.

LORET B. (1986). Problèmes numériques et théorique de la géomécanique, thèse de doctorat d'état de l'université Pierre et Marie Curie (PARIS VI), 331p.

LORET B. (1987). Elastoplasticité à simple potentiel - Application de la théorie des multimécanismes à l'étude du comportement des sols, Manuel de Rhéologie des Géomatériaux, Presses de l'ENPC, pp. 153-214.

LUONG M.P. (1978). Etat caractéristique du sol. C.R. Académie des Sciences, Paris, 287, B, pp. 305-307.

LUONG M.P. (1980). Phénomènes cyliques dans les sols pulvérulents, Revue Française de Géotechnique, 10, pp. 39-53.

MAC VAY A.M. et TAESIRI Y. (1985). Cyclic behavior of pavement base materials, J. Geotech. Eng. Div. ASCE, Vol.111, N°1, pp.1-17

MESTAT P. (1991). Simulation numérique du comportement des sols en sollicitations homogènes - logiciel LOIS-LCPC version 2, Rapport LCPC.

MITCHELL R. (1967). Some applications of the critical state theories of yielding of soil, Ph.D thesis, Université de Cambridge.

MROZ Z. (1967). On the description of anisotropic work-hardening, J. Mech. Phys. Solids, Vol. 15, pp. 163-175.

MROZ Z. et NORRIS V.A. (1982). Elastoplastic and viscoplastic constitutive models for soils with application to cyclic loading, Soil Mechanics - Transient and Cyclic Loads, Pande et O.C. Zienkiewicz Eds, John Wiley & Sons, pp. 173-218.

NAHRA R. (1985). Contributions numériques et analytiques à l'étude de la consolidation autour du pressiomètre, Thèse de doctorat de l'ENPC, 151p.

NORMAND P. (1992). Application des théories d'expansion de cavité à la modélisation de la sollicitation pressiométrique et pénétrométrique, TFE de l'ENTPE, 103p.

NOVA R. (1982). A constitutive model for soil under monotonic and cyclic loading, Soil Mechanics - Transient and Cyclic Loads, Pande et O.C. Zienkiewicz Eds, John Wiley & Sons, pp. 343-374.

NOVA R. et WOOD D.M. (1979). A constitutive model for sand in triaxial compression, Intern. Journ. of Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, Vol. 3, pp. 255-278.

NOVA R. (1987). "Sifonietta classica": an exercise on classical soil modelling, Workshop on Constitutive Equations for Granular Non-Cohesive Soils, Cleveland.

ODA M. (1972). Initial fabrics and their relations to mechanical properties of granular material, Soils and Foundations, Vol.12, N°1, pp.17-36.

PASTOR M., ZIENKIEWICZ O.C. et CHAN A.H.C. (1987). Generalized plasticity model for three-dimensional sand behaviour, Workshop de Cleveland sur les lois de comportement pour les matériaux granulaires, Saada et Bianchini, pp. 535-549.

PASTOR M., ZIENKIEWICZ O.C. et LEUNG K.H. (1985). Simple model for transient soil loading in earthquake analysis II Non-associative models for sands, Intern. Journ. of Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, Vol. 9, pp. 477-498.

PASTOR M., ZIENKIEWICZ O.C. et CHAN A.H.C. (1990). Generalized plasticity and the modelling of soil behaviour, Intern. Journ. of Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, Vol. 14, pp. 151-190.

PECKER A. (1984). Dynamique des sols, Presses de l'ENPC, 260p.

PENDER M.J. (1978). A model for the behaviour of overconsolidated soil, Geotechnique, Vol. 28, pp. 1-25.

POOROOSHAB H.B., HOLUBEC I. et SHERBOURNE A.N. (1966). Yielding and flow of sand in triaxial compression, Canadian Geotechnical Journal, Part 1, Vol.3, n°4, pp. 179-180.

POOROOSHAB H.B., HOLUBEC I. et SHERBOURNE A.N. (1967). Yielding and flow of sand in triaxial compression, Canadian Geotechnical Journal, Part 2, Vol.4, n°4, pp. 376-388.

POULOS S.J. (1981). The steady state of deformation, J. Geotech. Eng. Div. ASCE, Vol.107(GT5), pp.553-562.

POULOS S.J., CASTRO G. et FRANCE J.W. (1985). Liquefaction evaluation procedure, J. Geotech. Eng. Div. ASCE, Vol.111, N°6, pp.772-792.

PREVOST J.H. (1978). Plasticity theory for soil stress behaviour, J. Geotech. Eng. Div. ASCE, Vol.104(GT8), pp.1075-1095.

PREVOST J.H.(1981). Consolidation of anelastic porous media, J. Geotech. Eng. Div. ASCE, Vol.107(EM1), pp.169-186.

PREVOST J.H. et HOEG K. (1975). Effective stress-strain-strength model for soils, J. Geotech. Eng. Div. ASCE, Vol.101(GT3), pp.257-278.

RANDOLPH M.F. et WROTH C.P. (1979). An analytical solution for the consolidation around a driven pile, Intern. Journ. of Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, Vol. 3, pp.217-229.

RENOUD-LIAS B. (1978). Etude du pressiomètre en milieu pulvérulent, Thèse de docteur-ingénieur, Grenoble, 147p.

ROSCOE, K.H. et POOROOOSHAB, H.B. (1963). A fundamental principle of similarity in model tests for earth pressure problems, Proc. 2e Conf. Asia. Mec. Sols, Vol. 1, pp. 134-140.

ROSCOE, K.H., SCHOFIELD, A.N. et WROTH C.A. (1958). On the yielding of soils, Geotechnique, Vol.8, N°1, pp. 22-53.

SAÏTTA A., CANOU J., et DORMIEUX L. (1995). Generalized plasticity and cyclic pressuremeter test modelling, 3e Congrès international sur "Recent advances in Geotechnical Earthquake Engineering and Soil Dynamics", St-Louis (Missouri). à paraître.

SAÏTTA A., CANOU J., DORMIEUX, L. et SAB, K. (1992). Numerical simulation of a cyclic pressuremeter test, 10e Congrès Mondial de Génie Parasismique, Madrid.

SAÏTTA A., CANOU J., DUPLA J.C. et DORMIEUX L. (1992). Application of a generalized elasoplastic constitutive model to the simulation of sand behaviour, Proc. NUMOG IV, Swansea (U.K.), Vol.1, pp.73-83.

SAÏTTA A., CANOU J., DUPLA J.C. et DORMIEUX L. (1990). Modélisation de l'essai pressiométrique cyclique - partie I, comptes-rendus du GRECO Géomatéraux.

SAÏTTA A., CANOU J., DUPLA J.C. et DORMIEUX L. (1991). Modélisation de l'essai pressiométrique cyclique - partie II, comptes-rendus du GRECO Géomatéraux.

SAÏTTA A., CANOU J., SAB K. et DORMIEUX L. (1991). Simulation d'un essai pressiométrique cyclique à l'aide d'une loi élastoplastique généralisée, Proc 10eme ESMFE, Florence, Vol.1, pp.251-254.

SALENCON J. (1966). Expansion quasi-statique d'une cavité à symétrie sphérique ou cylindrique dans un milieu élastoplastique, Annales des Ponts et Chaussées, Vol. III, pp.175-187.

SALENCON J. (1983). Calcul à la rupture et analyse limite, Presses de l'ENPC, 366p.

SCHOFIELD A.N. et WROTH C.P. (1968). Critical state soil mechanics, Mac Graw Hill ed.

SHAHROUR I. (1987). VALOIS: un système automatisé pour la validation des modèles rhéologiques de géomatériaux, Rapport IFP.

SEED H.B. et K.H. LEE (1966). Liquefaction of saturated sands during cyclic loading, J. Geotech. Eng. Div. ASCE, Vol.92(SM2), pp.105-134.

SLADEN J.A., D'HOLLANDER R.D. et KRAHN J. (1985). The liquefaction of sands, a collapse surface approach, Canadian Geotechnical Journal, Vol.22, pp.564-578.

SLADEN J.A. et OSWELL J.M. (1988). The behaviour of very loose sand in the triaxial compression test, Canadian Geotechnical Journal, Vol.26, pp.103-113.

SMITH I.M.(1970). Incremental numerical solution of a simple deformation problem in soil mechanics, Geotechnique, Vol.20, N°4, pp.357-372.

SMITH I.M. et KAY S. (1971). Stress analysis of contractive or dilative soil, J. Geotech. Eng. Div. ASCE, Vol.97(SM7).

TAN C.H. (1990). Développement d'un modèle élastoplastique pour le comportement des matériaux granulaires sous sollicitations non monotones complexes, thèse de doctorat de l'université des sciences et techniques de Lille, 204 p.

TATSUOKA F. et ISHIHARA K. (1974). Yielding of sand in triaxial compression, Soils and foundations, 14, 2, pp. 63-76.

TATSUOKA F. et ISHIHARA K. (1974). Drained deformation of sand under cyclic stresses reversing direction, Soils and Foundations, 14, 3, pp. 51-65.

TATSUOKA, F. et ISHIHARA K. (1975). Undrained deformation and liquefaction of sand under cyclic stresses, Soils and Foundations, Vol.15, N°1, pp.29-44.

TERZAGHI (1943). Theoretical Soil Mechanics, Wiley, New-York.

TOUATI A. (1982). Comportement mécanique des sols pulvérulents sous fortes contraintes, thèse de doctorat de l'ENPC, 201p.

TOWHATA I. et ISHIHARA, K. (1985). Effects of rotation of principal stress directions on cyclic response of sand, Mechanics of Engineering Materials, Desai et Gallagher, John Wiley et Sons eds, pp.319-333.

VALANIS K.C. (1971). A theory of viscoplasticity without a yield surface Part I : General theory Part II : Application to mechanical behaviour of metals, Arch. Mech., Vol.23, pp. 517-551.

VERDUGO R. (1992). Charaterization of sandy soil behavior under large deformation, PhD Thesis, Tokyo, 455p.

VERMEER P.A. (1978). A double hardening model for sand, Geotechnique, Vol. 28, N°4, pp. 413-433.

WILDE P. (1977). Two-invariants dependent model of granular media, Arch. Mech., Vol.29, pp.799-809.

WOOD D.M. (1992). Soil behaviour and critical state soil mechanics, Cambridge University Press, 462p.

WROTH C.P. et WINDLE D. (1975). Analysis of the pressuremeter test allowing for volume change, Geotechnique, Vol. 25, N°3, pp.598-604.

YAMADA Y. et ISHIHARA K. (1979). Anisotropic deformation characteristics of sand under three dimensional stress conditions, Soils and Foundations, Vol. 19, N°2, pp.79-94.

YAMADA Y. et ISHIHARA K. (1981). Undrained deformation characteristics of loose sand under three-dimensional stress conditions, Soils and Foundations, Vol.21, N°1, pp.97-107.

ZIENKIEWICZ O.C. et BETTESS P. (1982). Soils and other saturated media under transient, dynamic conditions; general formulation and the validity of various simplifying assumptions, Soil Mechanics - Transient and Cyclic Loads, Pande et O.C. Zienkiewicz Eds, John Wiley & Sons, pp. 1-16.

ZIENKIEWICZ O.C., LEUNG K.H. et PASTOR M. (1985). Simple model for transient soil loading in earthquake analysis I: Basic model and its application, Intern. Journ. of Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, Vol. 9, pp. 453-476.