



Etude de la variabilité micro-échelle des précipitations : Application à la propagation des ondes millimétriques en SATCOM

Louis de Montera

► To cite this version:

Louis de Montera. Etude de la variabilité micro-échelle des précipitations : Application à la propagation des ondes millimétriques en SATCOM. Géophysique [physics.geo-ph]. Université de Versailles-Saint Quentin en Yvelines, 2008. Français. tel-00384050

HAL Id: tel-00384050

<https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00384050>

Submitted on 14 May 2009

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

CENTRE D'ÉTUDE DES ENVIRONNEMENTS TERRESTRE ET PLANÉTAIRES
UNIVERSITÉ DE VERSAILLES SAINT-QUENTIN-EN-YVELINES

THÈSE

Présentée et soutenue publiquement par

Louis de Montera

Le 25 Novembre 2008 à Vélizy-Villacoublay

École doctorale : Matière, milieux réactifs et méthodes de la modélisation (M2RM2)

Titre de la thèse :

***Etude de la variabilité micro-échelle des précipitations :
Application à la propagation des ondes millimétriques en SATCOM***

Directeur de Thèse : Richard Dusséaux, CETP

Encadrement : Laurent Barthès, Cécile Mallet, CETP

Devant le Jury composé de :

Sylvie Thiria	LOCEAN, UVSQ	Président du Jury
Danielle Vanhoenacker	UCL	Rapporteur
Daniel Schertzer	CEREVE, ENPC	Rapporteur
Thierry Marsault	DGA, CELAR	Examineur
Philippe Naveau	LSCE	Examineur
Richard Dusséaux	CETP, UVSQ	Directeur de Thèse
Laurent Barthès	CETP, UVSQ	Co-directeur
Cécile Mallet	CETP, UVSQ	Co-directeur

Remerciements

Je tiens tout d'abord à exprimer ma profonde gratitude à Laurent Barthes et Cécile Mallet qui m'ont encadré de façon remarquable. Je suis très heureux d'avoir pu travailler dans leur équipe et, au-delà de leurs qualités professionnelles, je les remercie particulièrement pour leur grande gentillesse et la confiance qu'ils m'ont accordée.

Je souhaite également remercier Peter Golé pour son amitié et ses conseils bienveillants qui m'ont notamment incité à entreprendre cette thèse. De plus son expérience dans le domaine de la propagation et sa maîtrise de la langue anglaise ont été une aide précieuse.

Je remercie aussi Richard Dusséaux qui a accepté de diriger cette thèse, Hervé de Féraudy qui m'a ouvert les portes de l'école doctorale R2RM2, Thierry Marsault pour le financement de cette thèse (DGA), ainsi que toute l'équipe technique du CELAR pour la partie expérimentale du projet SYRACUSE3.

J'exprime de plus mes sincères remerciements à Daniel Schertzer et à Danielle Vanhoenacker qui ont accepté de rapporter sur ma thèse et à Philippe Naveau et Sylvie Thiria qui ont accepté de faire partie du jury.

Enfin, je souhaite adresser un remerciement plus général aux nombreux chercheurs qui ont contribué au développement des instruments et des modèles sur lesquels s'appuie ce travail. Je pense notamment aux anciens du CETP, Jean-Yves Delahaye, Jacques Lavergnat et Peter Golé, ainsi qu'au groupe de recherche sur les multifractales emmené par Daniel Schertzer et Shaun Lovejoy.

Résumé

Aux fréquences de la bande EHF (20-50 GHz), les gaz, les nuages et surtout la pluie provoquent un affaiblissement du signal entre les stations de télécommunication terrestres et les satellites. Les séries temporelles d'affaiblissement présentent des caractéristiques particulières, tel que des périodes de grande variabilité (hétéroscédasticité) et des queues de distributions épaisses. Leur comportement statistique est similaire à certains cours de bourse ou taux de change, ce qui suggère que des modèles de prédiction originellement développés pour des applications financières pourraient être appropriés. L'analyse statistique des séries temporelles d'affaiblissement conduit à un modèle non-linéaire de type ARIMA-GARCH. Ce modèle permet d'obtenir de meilleures performances de prédiction que les modèles existants, notamment grâce à l'estimation de la variance conditionnelle de l'erreur de prédiction.

Afin de prédire l'affaiblissement sur la liaison montante à partir de celui sur la liaison descendante qui opère à une fréquence différente, un modèle de similitude en fréquence a été ajouté au modèle de prédiction. La séparation des effets (gaz, nuage, pluie) est réalisée par un réseau de neurones, puis chaque composante est transposée à la fréquence voulue grâce à des coefficients de similitude spécifiques. L'incertitude sur ces coefficients de similitude implique une gestion combinée des erreurs de prédiction et des erreurs dues à la similitude.

Le modèle de prédiction avec similitude en fréquence a été développé avec des mesures de l'affaiblissement des balises 20/30 GHz du satellite OLYMPUS et est ensuite testé avec des données récentes de l'expérience SYRACUSE3 20/44 GHz. Les premiers résultats de cette expérience concernant les statistiques à long terme de l'affaiblissement sont ensuite présentés et comparés aux modèles standard de l'ITU.

Afin de mieux comprendre le lien entre l'affaiblissement et ses causes physiques, une approche basée sur les propriétés multifractales de la pluie est ensuite présentée. En effet, l'analogie entre la pluie et la finance peut être étendue, car ces deux phénomènes sont liés à des processus turbulents et possèdent des propriétés d'invariance d'échelle intéressantes. Malheureusement, l'analyse multifractale directe des séries temporelles d'affaiblissement ne donne pas de résultats satisfaisants. L'analyse multifractale est donc appliquée dans un premier temps à des séries temporelles de taux de pluie. Une évaluation de l'effet de l'intermittence pluie-non pluie sur l'analyse multifractale montre qu'elle provoque une cassure

des relations d'invariance d'échelle et peut biaiser considérablement l'estimation des paramètres. L'analyse multifractale est alors réalisée événement par événement, c'est-à-dire avec des séries temporelles ininterrompues. Les résultats montrent que la pluie peut être modélisée par un FIF (Fractionally Integrated Flux) auquel on applique un seuil afin de reproduire l'intermittence pluie-non pluie.

La modélisation multifractale de la pluie est ensuite utilisée afin de simuler une liaison Terre-Satellite et de générer des séries synthétiques d'affaiblissement par la pluie. L'analyse de ces séries simulées permet de mieux comprendre pourquoi l'affaiblissement est difficile à modéliser. En particulier, bien que le champ pluie soit multifractal, les séries temporelles d'affaiblissement ne présentent pas de propriétés d'invariance d'échelle stables et peuvent même présenter un redressement du spectre de puissance aux hautes fréquences. Ces résultats montrent que le redressement du spectre observé empiriquement n'est pas dû uniquement au bruit de scintillation.

Abstract

At the EHF band (20-50 GHz), gases, clouds and especially rain provoke an attenuation of the signal between terrestrial telecommunication stations and satellite. Attenuation time series exhibit interesting characteristics, such as highly volatile periods (heteroscedasticity) and fat tailed distributions. Their statistical behavior is similar to some stock exchange rate, which suggests that prediction models originally developed for financial applications could be appropriate. The statistical analysis of attenuation time series leads to a non linear ARIMA/GARCH model. This model obtains a better forecasting performance than the other existing models, in particular because it estimates the prediction error conditional variance.

In order to predict the uplink attenuation from the downlink attenuation that operates at a different frequency, a frequency scaling model has been added to the prediction model. The separation of the attenuation effects (gas, clouds, rain) is performed by a neural network. Then each component is scaled to the required frequency by means of specific scaling factors. The uncertainty of these scaling factors implies a combined treatment of the prediction error and of the error due to frequency scaling.

The prediction model with frequency scaling, developed with measurements of the 20 and 30 GHz beacons of the OLYMPUS satellite, is then tested with recent data from the SYRACUSE propagation experiments. First results concerning log term attenuation statistics are then presented and compared with standard ITU models.

In order to better understand the link between attenuation and its physical causes, an approach based on rain fractal properties is then presented. Indeed, the analogy between rain and finance can be extended, because both phenomena are linked to turbulent processes, and therefore show interesting scale invariance properties. Unfortunately, the multifractal analysis cannot be applied directly to attenuation time series. In a first step, the multifractal analysis is therefore applied to rain rate time series. An assessment of the effect of rain-no rain intermittency on the multifractal analysis shows that it provokes a break in the scaling and may lead to biased parameters. The multifractal analysis is then performed event by event, i.e. with uninterrupted rain periods. The results show that rain can be modeled by a FIF (Fractionally Integrated Flux) which is thresholded in order to simulate rain-no rain intermittency.

The multifractal model of rain is then used to simulate an Earth-to-satellite link and to generate synthetic rain attenuation time series. The multifractal analysis of these simulated time series permits to understand why the attenuation process is difficult to model. In particular, although rain fields exhibit a multifractal behavior, attenuation time series do not have stable scale invariance properties and a leveling-off of the power spectrum may even be observed at higher frequencies. These results show that spectrum leveling-off observed in the data is not only due to the presence of a scintillation noise.

Table des matières

REMERCIEMENTS	3
RÉSUMÉ	5
ABSTRACT	7
LISTE DES FIGURES	12
LISTE DES TABLEAUX	15
1 INTRODUCTION.....	17
1.1 CONTEXTE.....	17
1.2 CADRE DE L'ÉTUDE	18
1.3 OBJECTIFS DE LA THÈSE	19
1.4 PLAN DE LA THÈSE	20
2 ÉTAT DE L'ART.....	23
2.1 INTRODUCTION.....	23
2.2 MODÈLES DE CALCUL DIRECT DE L'AFFAIBLISSEMENT.....	23
2.2.1 <i>Modèle d'affaiblissement par les gaz</i>	23
2.2.2 <i>Modèle d'affaiblissement par les nuages</i>	27
2.2.3 <i>Modèle d'affaiblissement par la pluie</i>	29
2.3 SÉPARATION DES EFFETS ET SIMILITUDE EN FRÉQUENCE.....	33
2.3.1 <i>Méthode neuronale de séparation des effets CETP</i>	33
2.3.2 <i>Modèles de similitude en fréquence</i>	35
2.4 MODÈLES DE GÉNÉRATEUR DE SÉRIES TEMPORELLES D'AFFAIBLISSEMENT POUR LA SIMULATION.....	37
2.4.1 <i>Modèle basé sur une approche spectrale (ONERA-CNES)</i>	37
2.4.2 <i>Modèle Markovien-Gaussien (German Aerospace Center)</i>	38
2.4.3 <i>Modèle Markovien à N états (ONERA)</i>	40
2.4.4 <i>Modèle 'deux couches' Synthetic Storm Technique (Polytechnique de Milan)</i>	41
2.5 MODÈLES DE PRÉDICTION À COURT TERME DES SÉRIES TEMPORELLES D'AFFAIBLISSEMENT.....	42
2.5.1 <i>Modèle de prédiction par régression linéaire (Polytec. de Milan)</i>	42
2.5.2 <i>Modèle de prédiction ARMA adaptatif (Univ. de Portsmouth)</i>	43
2.5.3 <i>Modèle de prédiction par filtrage Markovien non-linéaire (NASA)</i>	43
2.5.4 <i>Modèle de processus Markovien à deux échantillons (ONERA-DEMR)</i>	45
2.5.6 <i>Modèle de prédiction par réseau de neurone adaptatif ADALINE (Univ. de Glamorgan)</i>	47
2.6 MODÈLES DE PRÉDICTION À MOYEN ET LONG TERME DES SÉRIES TEMPORELLES D'AFFAIBLISSEMENT.....	47
2.6.1 <i>Modèle de canal à partir de données météorologiques (Université de Bath)</i>	47
2.7 CONCLUSIONS	49
3 MODÉLISATION STATISTIQUE DU CANAL DE PROPAGATION.....	51
3.1 INTRODUCTION.....	51
3.2 RAPPELS SUR LA THÉORIE DES SÉRIES TEMPORELLES	52
3.2.1 <i>Notion de stationnarité</i>	52
3.2.2 <i>Définition de la fonction d'autocorrélation</i>	53
3.2.3 <i>Opérateur retard et théorème de Wold</i>	54
3.2.4 <i>Notion de non-stationnarité</i>	57
3.3 LES DONNÉES EXPÉRIMENTALES	58
3.4 SÉPARATION DES SITUATIONS PHYSIQUES	60
3.5 MODÉLISATION LINÉAIRE.....	62
3.5.1 <i>Stationnarisation des séries temporelles</i>	62
3.5.2 <i>Modélisation ARMA des processus différenciés</i>	64
3.5.3 <i>Prédiction à l'horizon h</i>	68
3.5.4 <i>Comparaison des modèles de prédiction</i>	69
3.6 MODÉLISATION NON-LINÉAIRE DES RÉSIDUS.....	71
3.6.1 <i>Analyse des résidus des modèles ARIMA</i>	71

3.6.2	Modélisation GARCH des erreurs.....	73
3.6.3	Estimation des paramètres	74
3.6.4	Validation du modèle.....	75
3.6.5	Prédiction à l'horizon h	77
3.6.6	Prédiction de la marge d'erreur.....	80
3.6.7	Comparaison des modèles.....	80
3.7	UN PROCESSUS À MÉMOIRE LONGUE?.....	82
3.7.1	La mémoire longue.....	82
3.7.2	Le modèle ARFIMA	83
3.7.3	Le modèle FIGARCH.....	84
3.7.4	Prédiction multi-step	86
3.7.5	Estimation du modèle	87
3.7.6	Performances.....	88
3.8	PRÉDICTION AVEC SIMILITUDE EN FRÉQUENCE.....	89
3.8.1	La séparation des effets	89
3.8.2	Similitude en fréquence des composantes.....	90
3.8.3	Prédiction avec similitude en fréquence.....	92
3.8.4	Performances.....	94
3.9	CONCLUSIONS	96
4	L'EXPÉRIENCE SYRACUSE3 : PREMIERS RÉSULTATS	97
4.1	INTRODUCTION.....	97
4.2	LE DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL	97
4.2.1	Le satellite	97
4.2.2	Les stations terrestres.....	98
4.2.3	Le calcul des affaiblissements troposphériques.....	100
4.3	COMPTE RENDU DE L'EXPÉRIENCE	101
4.3.1	Le bruit de mesure	101
4.3.2	Le logiciel de traitement	102
4.3.3	La protection du radome de l'émetteur.....	103
4.3.3	Oscillations à 44 GHz sur ESOPE	107
4.4	ANALYSE DES DONNÉES	108
4.4.1	Les statistiques.....	108
4.4.2	Le coefficient de similitude	109
4.4.2	La prédiction	112
4.5	CONCLUSIONS	118
5	MODÉLISATION MULTIFRACTALE DES PRÉCIPITATIONS.....	121
5.1	INTRODUCTION.....	121
5.2	LES DONNÉES SPECTROPLUVIOMÉTRIQUES.....	122
5.3	LE MODÈLE FRACTIONALLY INTEGRATED FLUX (FIF)	123
5.3.1	Notion d'objet fractal	123
5.3.2	Notion de dimension fractale.....	124
5.3.3	Notion de co-dimension fractale.....	125
5.3.4	Notions de singularité et de multifractale.....	126
5.3.5	Les cascades multiplicatives.....	127
5.3.6	Cascades continues.....	129
5.3.7	Multifractales Universelles.....	130
5.3.8	Multifractales non-stationnaires	131
5.3	TECHNIQUE D'ANALYSE MULTIFRACTALE	132
5.4.1	Analyse spectrale.....	132
5.4.2	Analyse de la fonction de structure.....	134
5.4.3	Invariance d'échelle des moments.....	135
5.4.4	Estimation de α et C_1	135
5.5	ANALYSES DES DONNÉES SPECTROPLUVIOMÉTRIQUES	138
5.5.1	Évènements analysés	138
5.6	L'INTERMITTENCE PLUIE-NON PLUIE	142
5.7	LE MODÈLE THRESHOLDED FIF.....	149
5.8	CONCLUSIONS	153

6 PROBLÈME OUVERT	155
6.1 INTRODUCTION.....	155
6.2 MODÉLISATION SIMPLIFIÉE	155
6.2.1 <i>Champ de pluie 2D</i>	155
6.2.2 <i>Intermittence pluie-non pluie</i>	157
6.2.3 <i>Les champs de pluie 3D</i>	159
6.2.4 <i>La liaison</i>	160
6.3 ANALYSE DES SÉRIES SIMULÉES	161
6.4 INTERPRÉTATION QUALITATIVE.....	164
6.4 CONCLUSIONS	166
7 CONCLUSIONS	169
ANNEXE A : L'INTÉGRATION FRACTIONNAIRE	173
ANNEXE B : EXTRAIT DU LIVRE 'LES ATOMES' DE JEAN PERRIN (1913).....	175
ANNEXE C : SIMULATION DES MULTIFRACTALES	178
RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....	180
PUBLICATIONS SCIENTIFIQUES	189

Liste des figures

Figure 1.1 – Exemple de système de lutte contre l'affaiblissement à marge de puissance fixe de 15 dB.....	19
Figure 1.2 – Exemple de système adaptatif de lutte contre l'affaiblissement. Le coût du système est réduit, ainsi que les périodes où la liaison est coupée (la liaison est coupée lorsque l'affaiblissement atmosphérique dépasse la prédiction).....	20
Figure 2.1 – Affaiblissement linéique des gaz (oxygène et vapeur d'eau) et de l'eau liquide nuageuse (1 g.m^{-3}) en fonction de la fréquence.....	24
Figure 2.2 – Surface efficace d'extinction de goutte d'eau sphérique pour différents rayons en fonction de la fréquence pour $T=10^\circ\text{C}$	30
Figure 2.3 – Surface efficace d'extinction de goutte d'eau ellipsoïdale (T-matrix) pour différents rayons et différentes polarisations, en fonction de la fréquence pour $T=10^\circ\text{C}$	31
Figure 2.4 – Méthode neuronale de séparation des effets à partir de l'affaiblissement total et de données météorologiques.....	34
Figure 2.5 – Séparation neuronale des effets à partir de données SYRACUSE 20 GHz.....	34
Figure 2.6 - principe du modèle ONERA-CNES.....	38
Figure 2.7 – Classification du signal reçu en trois types de segments.....	39
Figure 2.8 – Statistique de $\Pr[A_{t+1} / A_t]$ pour chaque classe de variation de l'affaiblissement.....	40
Figure 2.9 – Modélisation de l'atmosphère en deux couches : une couche de précipitations liquides et une couche de fonte.....	41
Figure 2.10 – Distributions expérimentales de A_{t+T} pour $A_{t-T}=A_t$ et A_t de 0.5 à 3.5dB comparée à la fonction cosinus hyperbolique.....	46
Figure 2.11 – Exemple de prédiction sur une journée pour une liaison Terre-Satellite. L'affaiblissement mesuré correspond à la courbe grise, l'affaiblissement simulé à la courbe rouge.....	48
Figure 3.1 - Affaiblissement de la balise 20 GHz d'Olympus le 30/06/1992.....	59
Figure 3.2 - Contributions normalisées des gaz, des nuages et de la pluie estimées par réseau de neurones (Chap. 2.3) pour la liaison Olympus-Gometz-la-Ville (publié dans Barthes et al., 2006).....	61
Figure 3.3 – Séparation des situations 'calmes' et 'volatiles' : (a) séries d'affaiblissement de 67 événements à caractère pluvieux (A_t), (b) séries des affaiblissements supérieurs à 1.5 dB (A'_t), (c) séries des affaiblissements inférieurs à 1.5 dB (A''_t).....	62
Figure 3.4 – Analyse de la stationnarité et stationnarisation par différentiation. La colonne de gauche correspond à la série des périodes 'volatiles', celle de droite à la série des périodes 'calmes'.....	63
Figure 3.5 – Ecart-type des modèles en fonction de l'affaiblissement pour un horizon de 10s.....	70
Figure 3.6 – Biais des modèles en fonction de l'affaiblissement pour un horizon de 10s.....	70
Figure 3.7 – Analyse des résidus des modèles ARIMA. Les distributions sont comparées à des Gaussiennes de même variance en pointillé. La colonne de gauche correspond à la série des périodes 'volatiles', celle de droite à la série des périodes 'calmes'.....	72
Figure 3.8 – Analyse des résidus normalisés des modèles ARIMA-GARCH. Les distributions sont comparées à des Gaussiennes de même variance en pointillé. La colonne de gauche correspond à la série des périodes 'volatiles', celle de droite à la série des périodes 'calmes'.....	76
Figure 3.9 – Performances des modèles de prédiction en terme de coût/disponibilité calculées à partir des données OLYMPUS 20 GHz.....	82
Figure 3.10 – Autocorrélation des incréments au carré de l'affaiblissement (données OLYMPUS 20 GHz).....	84
Figure 3.11 – Autocorrélation des incréments au carré de l'affaiblissement en graphique log-log (données OLYMPUS 20 GHz).....	85
Figure 3.12 – Performances des modèles de prédiction ARIMA-FIGARCH et ARIMA-GARCH en terme de coût/disponibilité calculées à partir des données OLYMPUS 20 GHz.....	89
Figure 3.13 – Distribution de l'erreur du coefficient de similitude estimé comparé à une distribution Gaussienne centrée de même écart-type.....	91
Figure 3.14 – Performances en terme de coût/disponibilité du modèle RIMA/GARCH avec similitude en fréquence calculées avec les données OLYMPUS-Gometz-la-Ville 20/30 GHz.....	94
Figure 3.15 – Contribution de l'erreur sur le coefficient de similitude et de l'erreur de prédiction de la liaison descendante à l'erreur du système complet (prédiction + similitude).....	95
Figure 4.1 – Le dispositif de l'expérience SYRACUSE3.....	99
Figure 4.2 – La station expérimentale ESOPE.....	99

Figure 4.3 – Puissance reçue par M1 à 20 GHz le 06/07/2008.....	101
Figure 4.4 – Puissance reçue par ESOPE à 20 GHz le 06/07/2008.....	102
Figure 4.5 – Comparaison de l'affaiblissement mesuré à 44 GHz et de l'affaiblissement radiométrique estimé à partir des températures de brillance.....	105
Figure 4.6 – Comparaison de l'affaiblissement mesuré à 44 GHz et de l'affaiblissement estimé par similitude en fréquence de l'affaiblissement mesuré à 20 GHz.	105
Figure 4.7 – Comparaison des distributions cumulatives des affaiblissements mesuré à 44 GHz et de ceux estimés par similitude de l'affaiblissement mesuré à 20 GHz.....	106
Figure 4.8 – Expérience réalisée par ciel clair le 01/06/2007 pour valider l'hypothèse de l'affaiblissement supplémentaire du à l'antenne 'mouillée'.	106
Figure 4.9 – Oscillations observées sur le 44 GHz d'ESOPE.....	107
Figure 4.10 – Statistiques d'affaiblissement à 20 GHz (période du 01/01/2008 au 30/06/2008).....	108
Figure 4.11 – Statistiques d'affaiblissement à 44 GHz (période du 01/01/2008 au 31/06/2008).....	109
Figure 4.12 – Distribution de l'erreur du coefficient de similitude estimé (en noir) comparée à une Gaussienne centrée de même écart-type (en rouge).....	110
Figure 4.13 – Statistiques de l'affaiblissement mesuré à 44 GHz comparé aux statistiques de l'affaiblissement à 44 GHz obtenu par similitude en fréquence de l'affaiblissement à 20 GHz.....	111
Figure 4.14 – Analyse des résidus des modèles ARIMA. Les distributions sont comparées à des Gaussiennes de même variance en pointillé. La colonne de gauche correspond à la série des périodes 'volatiles', celle de droite à la série des périodes 'calmes'. Données SYRACUSE3 20 GHz.	113
Figure 4.15 – Analyse des résidus normalisés des modèles ARIMA-GARCH. Les distributions sont comparées à des Gaussiennes de même variance en pointillé. La colonne de gauche correspond à la série des périodes 'volatiles', celle de droite à la série des périodes 'calmes'. Données SYRACUSE3 20 GHz.	114
Figure 4.16 – Ecart-type des modèles en fonction de l'affaiblissement. Données SYRACUSE3 20 GHz..	115
Figure 4.17 – Performances des modèles de prédiction en terme de coût/disponibilité calculées à partir des données SYRACUSE3 20 GHz.	116
Figure 4.18 – Performances en terme de coût/disponibilité du modèle ARIMA-GARCH avec similitude en fréquence calculées avec les données SYRACUSE3 20/44 GHz pour différents horizons de prédiction.	117
Figure 4.19 – Contribution de l'erreur de prédiction à 20GHz à l'erreur totale pour différents horizons de prédiction (lignes pleines) et contribution de l'erreur de similitude (en pointillés).	117
Figure 5.1 – Méthode du 'box-counting' appliqué à 4 mois de données spectropluviométriques mesurée à Gometz-la-Ville durant l'expérience de propagation OLYMPUS. (publié dans Lavergnat & Golé 1998).....	125
Figure 5.2 – Illustration du principe d'une cascade multiplicative formelle (publié dans Lovejoy et Schertzer, 2006).	128
Figure 5.3 – Evènement de pluie observé à Iowa-city le 12/07/2002. De haut en bas : série du taux de pluie échantillonnée à 1s, spectre de puissance, série du taux de pluie échantillonnée à 30s.	133
Figure 5.4 – Fonction de structure du premier ordre de l'évènement du 12/07/2002.	134
Figure 5.5 – Invariance d'échelle des moments pour l'évènement du 12/07/2002 avec $q=(0, 0.3, 0.6, 0.9, 1.2, 1.5, 1.8)$ (haut) et fonction d'échelle des moments (bas).	136
Figure 5.6 – Invariance d'échelle des moments 'double trace' pour l'évènement du 12/07/2002 avec $\eta=(0, 0.3, 0.6, 0.9, 1.2, 1.5, 1.8)$ et $q=1.5$ (haut) et fonction d'échelle de ces moments (bas).....	137
Figure 5.7 – Spectre de puissance des séries de taux de pluie complètes (les courbes ont été déplacées verticalement, de haut en bas : données SARTA, AMMA et DEVEX).....	143
Figure 5.8 – Fonction de structure du premier ordre des séries de taux de pluie complètes (les courbes ont été déplacées verticalement, de haut en bas : données SARTA, AMMA et DEVEX).....	144
Figure 5.9 – Invariance d'échelle des moments pour la série AMMA (haut) avec $q=(0, 0.3, 0.6, 0.9, 1.2, 1.5, 1.8)$ et fonction d'échelle des moments correspondante (bas).	145
Figure 5.10 – Spectre de puissance (première ligne) et fonction de structure du premier ordre (seconde ligne) d'un processus FIF généré avec ($H=0.53, \alpha=1.7, C_1=0.13$) (première colonne) et du TFIF correspondant en choisissant un seuil tel que $D_f=0.82$ (seconde colonne).....	151
Figure 5.11 – Invariance d'échelle des moments (première ligne) et fonction d'échelle des moments correspondante (seconde ligne) d'un processus FIF généré avec ($H=0.53, \alpha=1.7, C_1=0.13$) (première colonne) et du TFIF correspondant en choisissant un seuil tel que $D_f=0.82$ (seconde colonne).....	152
Figure 6.1 – Champ multifractal FIF 512x512 avec $H=0.53, \alpha=1.7, C_1=0.13$	156
Figure 6.2 – Champ de pluie multifractal TFIF 512x512 avec $H=0.53, \alpha=1.7, C_1=0.13$ et un seuil tel que la dimension fractale du support soit 1.82.	158

Figure 6.3 – Exemple de l'effet de trainée. Image provenant des données brutes de réflectivités d'un radar tirant verticalement (publié dans Tessier et al., 1993)	159
Figure 6.4 – Configuration expérimentale 3D correspondant au simulateur d'affaiblissement.	160
Figure 6.5 – Série synthétique d'affaiblissement par la pluie simulée à partir d'un champ de pluie multifractal ($H=0.53$, $\alpha=1.7$, $C_1=0.13$) avec un support de dimension fractale égale à 1.82 en supposant une liaison d'élévation 30° et un azimut avec le sens du vent de 90°	161
Figure 6.6 – Champ de pluie traversant une liaison Terre-Satellite vu de haut avec un vent soufflant de gauche à droite. Le bas des figures correspond à la position station terrestre et le haut des figures correspond à la position projetée au sol du point où la liaison dépasse l'altitude où la pluie se forme. De gauche à droite : cas (i), (ii) et (iii).	162
Figure 6.7 – Spectre de puissance d'une série d'affaiblissement simulée correspondant au cas (i).	163
Figure 6.8 – analyse des moments en fonction de la résolution pour une série d'affaiblissement simulée correspondant au cas (i).	163
Figure 6.9 – Schéma des intégrations spatiales (en rouge) correspondant à une série temporelle d'affaiblissement pour différentes résolutions de cette dernière. Le nombre de sections 1D du champ de pluie impliquées (flèches bleues) diminue lorsque la résolution de l'affaiblissement diminue. ...	164
Figure 6.10 – Intégration spatiale (en rouge) correspondant à une série temporelle de taux de pluie spectropluviométrique. Quelle que soit la résolution, il n'y a qu'une seule section 1D impliquée (flèche bleue).	165
Figure 6.11 – Spectre de puissance d'une série d'affaiblissement de la balise OLYMPUS 20 GHz incluant un évènement de pluie intense.	166
Figure 6.12 – La tour JP Morgan Chase à Houston après le passage de l'ouragan Ike.....	167

Liste des tableaux

Tableau 1-1. Synthèse des phénomènes à prendre en compte et à modéliser en fonction de l'intervalle de temps de prédiction.	18
Tableau 2.1 – Caractéristiques statistiques de différents types de nuages.	28
Tableau 2.2 – Pourcentage de présence des différents types de nuages en divers points.	29
Tableau 3.1 – Méthode ‘du coin’	66
Tableau 3.2 – Méthode ‘du coin’ appliquée à la série ‘volatile’ différenciée.	66
Tableau 3.3 – Méthode ‘du coin’ appliquée à la série ‘calme’ différenciée.	66
Tableau 5.1 – Présentation des mesures réalisées avec le DBS.	123
Tableau 5.2 – Caractéristiques des événements extrait à partir de la série temporelle SIRT A (Paris).	138
Tableau 5.3 – Caractéristiques des événements extrait à partir de la série temporelle DEVEX (Iowa-city).	139
Tableau 5.4 – Caractéristiques des événements extrait à partir de la série temporelle AMMA (Djouguou).	139
Tableau 5.5 – Moyenne et écart-type des paramètres multifractals estimés à partir de 30 événements différents (10 par expérience).	140
Tableau 5.6 – Synthèse des paramètres multifractals proposés dans la littérature pour les séries temporelles de taux de pluie (tableau publié dans Lilley et al., 2006).	141

1 INTRODUCTION

1.1 Contexte

La saturation du spectre impose une montée en fréquence des futurs systèmes de communication. Or, en bande EHF (Extremely High Frequencies 20-50 GHz), la dégradation du signal par la troposphère est si importante que la technique classique de marge de puissance fixe utilisée jusqu'à présent n'est plus possible, que ce soit d'un point de vue économique ou technique. Des nouvelles techniques de lutte contre l'affaiblissement (FMT – Fade Mitigation Techniques) ont donc été envisagées: contrôle de puissance sur la liaison montante, contrôle de puissance sur la liaison descendante, réduction du débit et changement du codage, diversité spatiale, temporelle ou en fréquence, back-up par connexions terrestres, etc. Le point commun des FMT est que ce sont des méthodes adaptatives qui se déclenchent uniquement lorsque cela est nécessaire. Une description précise de la dynamique du canal de propagation est donc indispensable afin de tenir compte du retard dû à la boucle de contrôle. Ce retard est généralement de l'ordre de quelques secondes, mais peut atteindre quelques minutes dans le cas d'une FMT de diversité. Plusieurs constituants atmosphériques ont un effet sur la propagation des ondes en bande EHF et sont à prendre en compte: affaiblissement par la pluie, affaiblissement par les nuages, affaiblissement par les gaz, scintillations troposphériques, dépolarisation par la glace.

À ces fréquences, la pluie provoque les affaiblissements les plus importants, car la taille des gouttes d'eau est du même ordre que les longueurs d'ondes millimétriques. Or, ce phénomène météorologique est très intermittent, ce qui rend difficile la prédiction de l'affaiblissement lors d'un événement pluvieux. De plus, au-dessus de 20 GHz, les composantes de l'affaiblissement dues aux nuages et aux gaz ne peuvent plus être négligées, bien que leurs variations soient moins rapides et moins importantes. D'autre part, les scintillations ajoutent une composante incohérente au signal, ce qui réduit encore significativement sa prédictibilité à court-terme (la dépolarisation par la glace est un effet secondaire qui ne sera pas abordé dans cette étude). Le tableau 1.1 présente les principaux phénomènes physiques à prendre en compte en fonction de l'intervalle de prédiction souhaité:

Intervalle de prédiction	Principaux phénomènes physiques impliqués
1 s.	Scintillations
10 s.	Affaiblissement par la pluie
1 mn.	Déplacement des cellules de pluie Nuages Gaz Variances des scintillations
1 h.	Déplacement et évolution des cellules de pluie et des conditions météorologiques

Tableau 1-1. Synthèse des phénomènes à prendre en compte et à modéliser en fonction de l'intervalle de temps de prédiction.

1.2 Cadre de l'étude

Le satellite militaire de télécommunication SYRACUSE 3A a été mis sur orbite avec succès le 20/10/2005. Ce satellite est notamment équipé d'un système de communication en bande EHF (44 GHz montant et 20 GHz descendant) ainsi que d'une balise à 20 GHz. L'expérience de propagation SYRACUSE3 (Marsault et al., 2006) a été conçue afin de suppléer à l'échec de la mission STENTOR en 2003. Un contrat de recherche a été signé entre le CELAR (Centre Electronique de l'Armement) et le CETP dans le cadre de cette expérience. Il porte sur la modélisation du canal de propagation Terre-Satellite en bande EHF. La partie théorique, dont l'objectif est la prédiction de l'affaiblissement à un horizon de 10s, fait l'objet de cette thèse. Les données expérimentales SYRACUSE3 n'étant pas encore disponibles lors de l'étude théorique, la modélisation du canal a été réalisée à partir de données du satellite OLYMPUS à 20/30 GHz. Le modèle de prédiction a ensuite été appliqué aux premières données 20/44 GHz de l'expérience SYRACUSE3. Les étapes de prétraitement et de validation des données de la campagne SYRACUSE3 ont également donné lieu à un travail important et sont présentées brièvement au Chapitre 4.

1.3 Objectifs de la thèse

L'objectif principal de la thèse est la mise au point d'un modèle statistique de prédiction à court-terme de l'affaiblissement (horizon de prédiction de l'ordre de 10s.), conformément aux termes du contrat de recherche CETP-CELAR. De plus, le modèle de prédiction doit inclure une similitude en fréquence, afin de prédire l'affaiblissement sur la liaison montante à partir de l'affaiblissement sur la liaison descendante qui opère à une fréquence inférieure.

D'autre part, la pluie étant le principal phénomène impliqué dans l'affaiblissement du signal, cette étude déborde du cadre des télécommunications par satellite et s'inscrit dans une problématique géophysique plus large : la modélisation de la variabilité micro-échelle des précipitations.

Les figures 1.1 et 1.2 illustrent respectivement un système de lutte contre l'affaiblissement traditionnel à marge de puissance fixe et un système à marge adaptative. On voit clairement que l'utilisation d'une FMT permet d'augmenter la disponibilité de la liaison tout en réduisant fortement le coût du système.

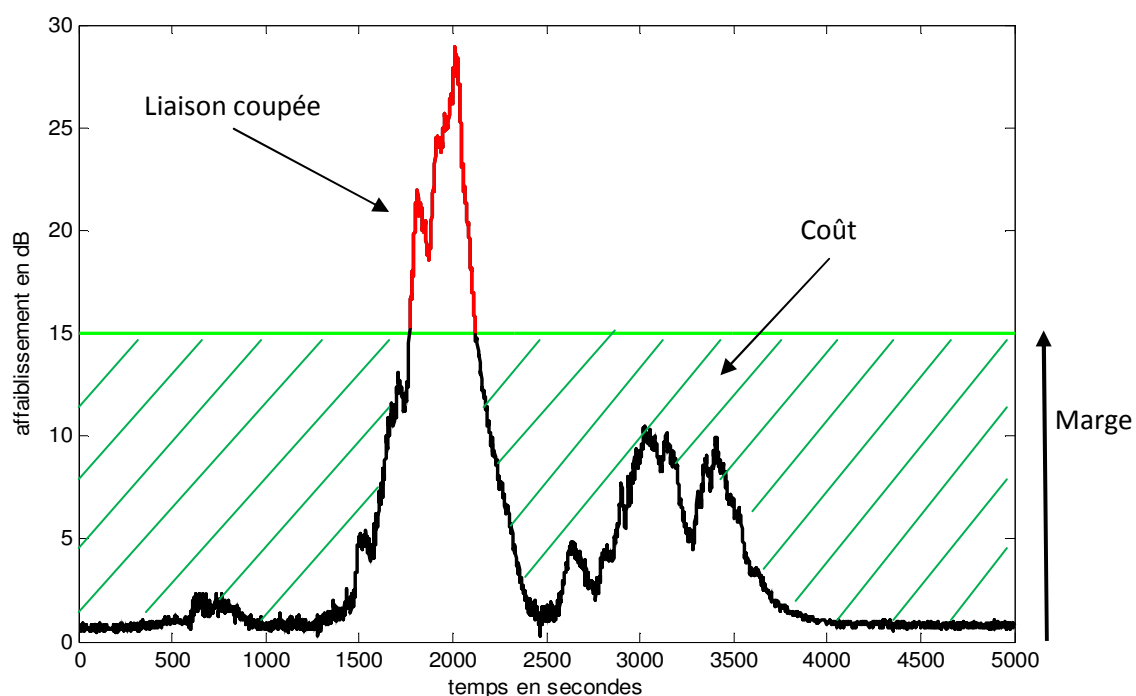


Figure 1.1 – Exemple de système de lutte contre l'affaiblissement à marge de puissance fixe de 15 dB.

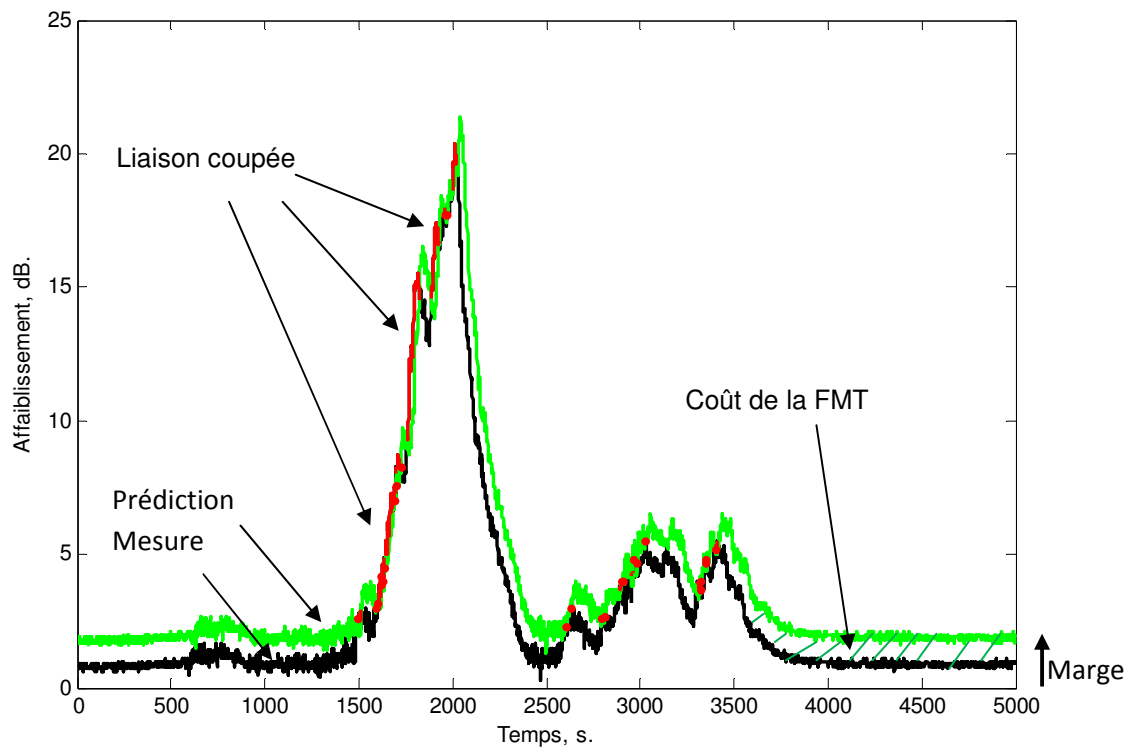


Figure 1.2 – Exemple de système adaptatif de lutte contre l’affaiblissement. Le coût du système est réduit, ainsi que les périodes où la liaison est coupée (la liaison est coupée lorsque l’affaiblissement atmosphérique dépasse la prédiction).

1.4 Plan de la thèse

Un état de l’art est tout d’abord présenté au Chapitre 2. Il inclut les modèles de calcul direct de l’affaiblissement, les modèles de simulateur et de prédiction, ainsi que les modèles de séparation des effets et de similitude en fréquence.

Le troisième chapitre présente une modélisation statistique des séries temporelles d’affaiblissement réalisée à partir de données OLYMPUS. Les modèles utilisés sont inspirés du domaine de la finance. Ce chapitre inclut aussi la description du modèle complet avec similitude en fréquence entre 20 et 30 GHz.

Le quatrième chapitre décrit l’expérience de propagation SYRACUSE3. Les premiers résultats de cette dernière sont présentés et comparés aux modèles ITU (International

Telecommunication Union). Le modèle de prédiction avec similitude en fréquence est ensuite testé avec les données d'affaiblissement SYRACUSE3 à 20 et 44 GHz.

Dans le cinquième chapitre, une approche plus physique est entreprise à travers l'analyse multifractale de séries temporelles de taux de pluie. Un accent est mis sur la modélisation de l'intermittence pluie-non pluie et son impact sur l'analyse multifractale.

Le sixième chapitre présente un simulateur d'affaiblissement par la pluie basé sur les propriétés multifractales de cette dernière. L'analyse des séries simulée permet de mieux comprendre le lien complexe entre l'affaiblissement et ses causes physiques.

Le septième chapitre présente les conclusions de cette étude.

2 ÉTAT DE L'ART

2.1 Introduction

De nombreuses études ont été réalisées ces 20 dernières années concernant la propagation des ondes dans l'atmosphère dans la plage de fréquence 20-50 GHz. Cet état de l'art présente tout d'abord les modèles de calcul direct de l'affaiblissement en fonction des paramètres météorologiques au sol, puis les lois de similitude pour chaque composante de l'affaiblissement. On trouvera aussi une présentation des modèles de simulateur de séries temporelles d'affaiblissement, ainsi que des modèles de prédiction existants. Ce chapitre permet de situer la thèse par rapport aux études précédentes et de justifier l'approche choisie pour aborder le problème. Il présente notamment les modèles de prédiction à court-terme qui seront utilisés lors de la comparaison des performances de prédiction aux chapitres 3 et 4.

2.2 Modèles de calcul direct de l'affaiblissement

2.2.1 Modèle d'affaiblissement par les gaz

L'oxygène et la vapeur d'eau sont les principaux constituants gazeux de l'atmosphère qui provoquent un affaiblissement entre 20 et 50 GHz. À ces fréquences, l'effet de ces gaz reste faible mais ne peut plus être négligé dans certaines situations.

Le calcul de l'affaiblissement par les gaz se fait en plusieurs étapes. Les données météorologiques mesurées au sol permettent tout d'abord d'estimer les profils verticaux de pression, de température et d'humidité. À partir de ces profils, on calcule ensuite l'affaiblissement linéique en fonction de l'altitude, puis on intègre sur la longueur de la liaison. On obtient ainsi l'affaiblissement par les gaz en fonction des données météorologiques au sol et des paramètres de la liaison.

2.2.1.1 L'oxygène

L'affaiblissement par l'oxygène sur les liaisons Terre-Satellite est bien décrit dans la littérature (Liebe, 1989). L'affaiblissement provoqué par ce gaz est faible, mais peut atteindre 1 dB.km^{-1} pour des fréquences proches de 50 GHz (courbe bleue - Fig. 2.1). Cependant, étant donné la constance de la concentration d'oxygène dans l'atmosphère, ce phénomène varie peu temporellement et son influence sur la prédiction de l'affaiblissement à court terme est donc négligeable.

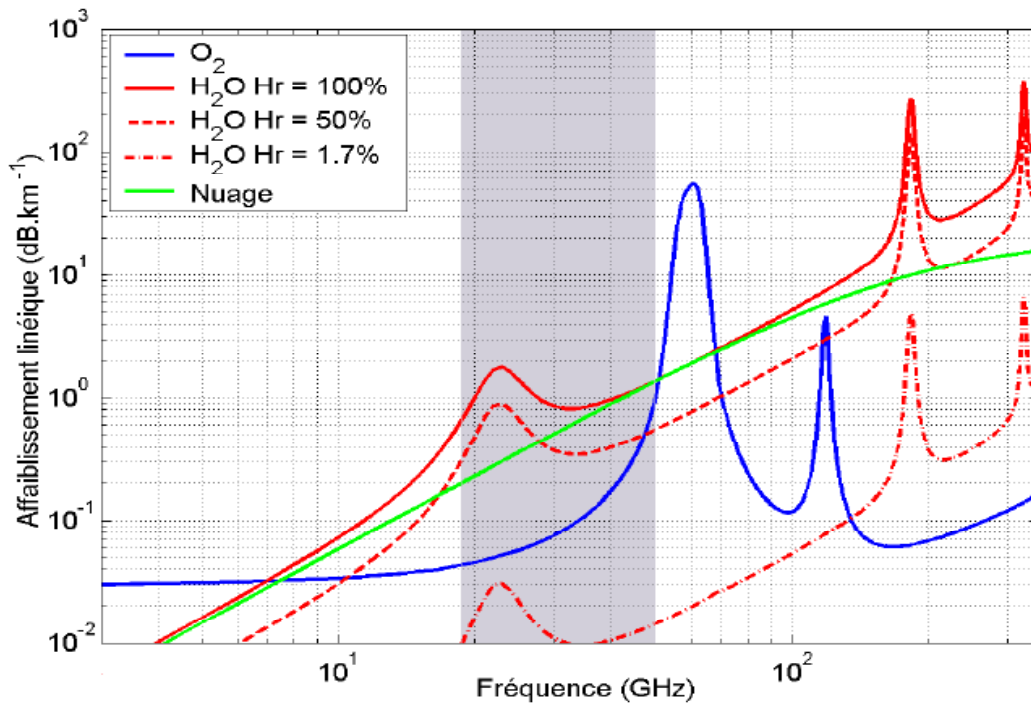


Figure 2.1 – Affaiblissement linéique des gaz (oxygène et vapeur d'eau) et de l'eau liquide nuageuse (1 g.m^{-3}) en fonction de la fréquence.

L'affaiblissement total par l'oxygène $A_{O_2}(f)$ est l'intégrale de l'affaiblissement linéique K_{O_2} le long de la liaison :

$$A_{O_2}(f) = \int_0^h \frac{K_{O_2}(f, z)}{\sin \theta} dz \quad (2.1)$$

Où θ est l'angle d'incidence, h l'altitude maximale à prendre en compte, f la fréquence et z l'altitude. La première étape du calcul consiste à déterminer l'affaiblissement linéique K_{O_2} à une fréquence et une altitude donnée. Pour cela on somme les effets des raies d'absorption du spectre de l'oxygène, plus un terme empirique qui traduit la continuité du spectre :

$$K_{O_2}(f) = 0,182 f \left(\sum_{i=1}^{48} S_i F_i + K_{O_2}'' \right) \quad (2.2)$$

Où K_{O_2}'' est la contribution du spectre continu de l'oxygène, S_i le coefficient d'amplitude de la raie à la fréquence f_i , F_i le facteur de forme de la raie à la fréquence f_i . Les expressions de ces termes sont complexes et ne sont pas présentées ici dans un souci de concision (pour plus de détails, cf. Liebe, 1993).

L'affaiblissement total est obtenu en intégrant l'affaiblissement linéique sur la liaison. Les modèles approchés utilisent les paramètres météorologiques au sol afin d'estimer leurs profils verticaux. Les recommandations ITU (Gibbins, 1986) donnent une approximation de l'affaiblissement total en fonction des paramètres météorologiques au sol et des paramètres de la liaison (angle d'incidence, fréquence) :

$$A_{O_2}(f) = \gamma_f \cdot h_f / \sin \theta \quad (2.3)$$

Où γ_f l'affaiblissement linéique moyen sur le profil à la fréquence f en dB.km⁻¹ et h_f l'altitude maximale équivalente en km à la fréquence f . Le paramètre h_f est fixé à 6 km (ITU) et l'affaiblissement linéique moyen est donné en fonction des paramètres météorologiques au sol par:

$$\gamma_f = \left(\frac{7,23}{f^2 + 0,351 r_p^2 r_t^5} + \frac{7,5}{(f - 57)^2 + 2,44 r_p^2 r_t^5} \right) f^2 r_p^2 r_t^2 \cdot 10^{-3} \quad (2.4)$$

Où f est la fréquence en GHz, P la pression au sol en hPa, T la température au sol en °C, $r_p = P/1013$ et $r_t = 288/(T+273,15)$.

2.2.1.2 La vapeur d'eau

La contribution de la vapeur se calcule de la même manière que l'affaiblissement par l'oxygène et peut atteindre 2 dB.km^{-1} pour 100% d'humidité (courbes rouges - Fig. 2.1). Contrairement à l'oxygène, la diversité des situations météorologiques rend sa variabilité spatiale et temporelle importante. En effet, les profils verticaux de vapeur d'eau sont beaucoup plus approximatifs que ceux de pression et de température utilisés dans le calcul de l'affaiblissement par l'oxygène. L'affaiblissement total par la vapeur d'eau $A_{H_2O}(f)$ s'écrit :

$$A_{H_2O}(f) = \int_0^h \frac{K_{H_2O}(f, z)}{\sin \theta} dz \quad (2.5)$$

Où K_{H_2O} est l'affaiblissement linéique, θ l'angle d'incidence, h l'altitude maximale à prendre en compte, f la fréquence et z l'altitude. De même que pour l'oxygène, on calcule d'abord l'affaiblissement linéique à une fréquence et une altitude donnée:

$$K_{H_2O}(f) = 0,182 f \left(\sum_{i=1}^3 S_i F_i + K_{H_2O}'' \right) \quad (2.6)$$

Où K_{H_2O}'' est la contribution du spectre continu de la vapeur d'eau, S_i le coefficient d'amplitude de la raie à la fréquence f_i , et F_i le facteur de forme de la raie à la fréquence f_i . L'expression exacte est donnée dans Liebe, 1993.

De même que pour l'oxygène, les modèles approchés utilisent ensuite les paramètres météorologiques au sol afin d'estimer des profils verticaux standard qui vont permettre d'obtenir une approximation de l'intégration le long de la liaison. Le modèle ITU (Gibbins, 1986) s'écrit:

$$A_{H_2O}(f) = \gamma_f . h_f / \sin \theta \quad (2.7)$$

Où γ_f est l'affaiblissement linéique moyen sur le profil à la fréquence f en dB.km⁻¹, et h_f l'altitude maximale équivalente à la fréquence f en km. L'affaiblissement linéique moyen est donné par :

$$\gamma_f = \left(\begin{aligned} &3,27.10^{-2}r_t + 1,67.10^{-3} \cdot \frac{r_t^7 \rho_v}{r_p} + 7,7.10^{-4} \sqrt{f} + \frac{3,79}{f^2 + 22,235r_p^2 r_t} \dots \\ &\dots + \frac{11,73r_t}{(f-183,31)^2 + 11,85r_p^2 r_t} + \frac{4,01r_t}{(f-325,153)^2 + 10,44r_p^2 r_t} \end{aligned} \right) f^2 \rho_v r_p^2 r_t^2 .10^{-4} \quad (2.8)$$

Où P est la pression au sol en hPa, T la température au sol en °C, ρ_v la densité en vapeur d'eau en g.m⁻³, $r_p = P/1013$ et $r_t = 288/(T+273,15)$. L'altitude maximale équivalente est donnée par :

$$h_f = h_0 \left(1 + \frac{3}{(f-22,2)^2 + 5} + \frac{5}{(f-183,3)^2 + 6} + \frac{2,5}{(f-325,4)^2 + 4} \right) \quad (2.9)$$

Avec $h_0 = \begin{cases} 1,6 \text{ km en ciel clair} \\ 2,1 \text{ km en condition de pluie} \end{cases}$

Ce modèle approché permet de calculer l'affaiblissement à partir des données météorologiques au sol, mais ne tient cependant pas compte de la grande variabilité des profils verticaux de vapeur d'eau.

2.2.2 Modèle d'affaiblissement par les nuages

Lorsque l'air se refroidit au-delà du point de saturation, la vapeur d'eau se condense pour former des gouttelettes d'eau, ou de glace si la température est inférieure à 0°C. Seules les gouttelettes d'eau liquide ont un impact significatif sur l'affaiblissement aux fréquences qui nous intéressent. Dans les nuages, elles sont de taille inférieure à 100 microns, mais leur concentration est élevée : entre 0,3 et 1g.m⁻³. L'approximation de Rayleigh permet de calculer

l'affaiblissement correspondant en fonction de la fréquence f , de la quantité d'eau liquide nuageuse ELN , et de la température T . L'affaiblissement linéique peut atteindre 4 dB.km^{-1} à 50 GHz (courbe verte - Fig. 2.1). L'affaiblissement linéique par les nuages K_{ELN} est donné par :

$$K_{ELN} = ELN \cdot 1,182 f \frac{4,5}{\varepsilon_2 (\eta^2 + 1)} \quad (2.10)$$

Avec

$$\left\{ \begin{array}{l} \eta = \frac{\varepsilon_1 + 2}{\varepsilon_2} \\ \varepsilon_1 = \frac{185 - 113/\theta}{f^2 \tau^2 + 1} + 4,9 \\ \varepsilon_2 = \frac{(185 - 113/\theta) f \tau}{f^2 \tau^2 + 1} \\ \tau = 4,17 \cdot 10^{-5} \exp(7,13\theta) \\ \theta = \frac{300}{T + 273,15} \text{ où } T \text{ est en } ^\circ\text{C} \end{array} \right.$$

L'intégration sur la liaison est beaucoup plus difficile que pour les gaz, car le profil vertical d'eau liquide nuageuse n'est pas connu en fonction de paramètres mesurés au sol. Les modèles approchés utilisent des modèles statistiques (Tab. 2.1 et 2.2) des types des nuages ainsi que de leur probabilité d'apparition (Dissanayake et al., 2002):

Cloud Type	Vertical Extent (km) H_c	Horizontal Extent (km) L_c	Water Content (g/m^3) ϖ
Cumulonimbus	3.0	4.0	1.0
Cumulus	2.0	3.0	0.6
Nimbostratus	0.8	10.0	1.0
Stratus	0.6	10.0	0.4

Tableau 2.1 – Caractéristiques statistiques de différents types de nuages.

Parameter	Darmstadt	New York
Percentage of Cumulo Nimbus	2.0	2.3
Percentage of Cumulus	4.0	3.0
Percentage of Nimbostratus	12.0	13.5
Percentage of Stratus	37.3	34.5
Percentage of Total Cloud Cover, P_o	63.3	70.5

Tableau 2.2 – Pourcentage de présence des différents types de nuages en divers points.

2.2.3 Modèle d'affaiblissement par la pluie

Le développement de courants induits dans les gouttes d'eau provoque une absorption par effet Joule et une diffusion qui réémet une partie de l'énergie incidente dans toutes les directions. En bande EHF, contrairement aux gouttelettes d'eau des nuages qui ont un rapport diamètre sur longueur d'onde faible (diffusion de Rayleigh), la taille des gouttes de pluie est du même ordre que la longueur d'onde et les phénomènes de diffusion deviennent prépondérants par rapport à l'absorption (diffusion de Mie). L'affaiblissement par la pluie peut atteindre 50 dB à 50 GHz dans les cas extrêmes.

2.2.3.1 Modèle microphysique

La contribution d'une goutte d'eau à l'affaiblissement total dépend de sa surface d'extinction $\sigma(D,f)$ qui est une fonction du diamètre de la goutte D et de la fréquence f . L'affaiblissement total s'obtient donc en sommant les surfaces d'extinction de chaque goutte rencontrée sur la liaison. Cela suppose une connaissance de la composition microphysique de la pluie, c'est-à-dire la densité volumique de goutte de diamètre D le long de la liaison $DSD(D,l)$ (Drop Size Distribution – Distribution de taille de goutte):

$$A_{total}(f) = \int_0^L \int_0^\infty DSD(D,l)\sigma(D,f)dldD \quad (2.11)$$

Le problème du calcul de la surface d'extinction d'une goutte d'eau sphérique a été résolu par Mie (1908) à partir des équations de Maxwell. On remarque que plus le diamètre d'une goutte est élevé plus sa surface d'extinction est importante (Fig. 2.2). Cette dernière augmente aussi très vite avec la fréquence puis se stabilise au-delà du domaine résonnant. On voit que l'affaiblissement devient très problématique pour les systèmes de télécommunication à partir de 18 GHz environ.

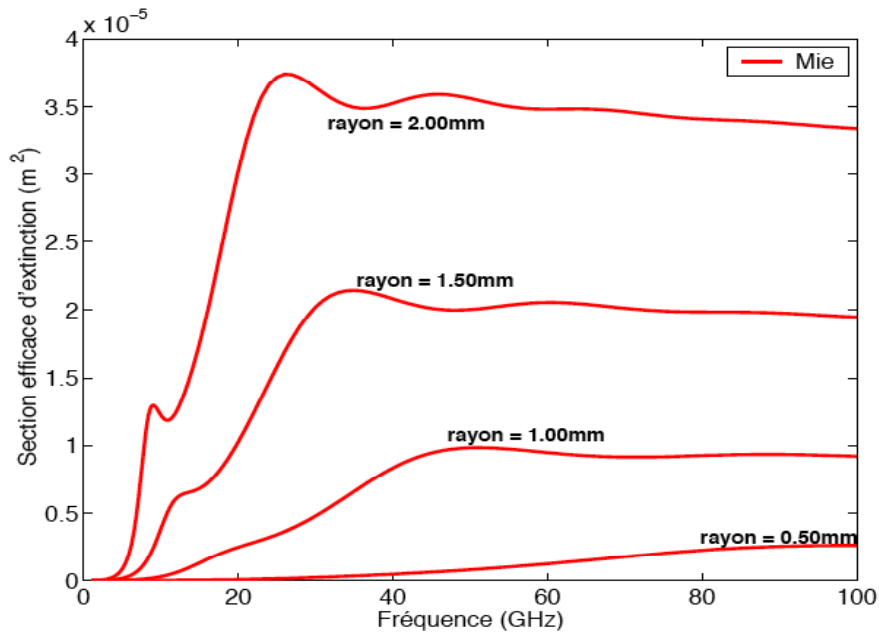


Figure 2.2 – Surface efficace d'extinction de goutte d'eau sphérique pour différents rayons en fonction de la fréquence pour $T=10^\circ\text{C}$.

L'hypothèse d'une forme de goutte sphérique n'est cependant plus adaptée dans le cas des gouttes de diamètre important. Des modèles tel que celui de la 'T-matrix' permettent de prendre en compte des gouttes de forme ellipsoïdales. Les corrections par rapport à la théorie de Mie sont de l'ordre de 10% à 20% (Fig. 2.3) selon la polarisation et l'angle d'incidence

(pour plus d'information sur la 'T-matrix', cf. Peterson & Störn, 1982; Ramm, 1982; Kristensson et al., 1983; Pruppacher & Beard, 1970).

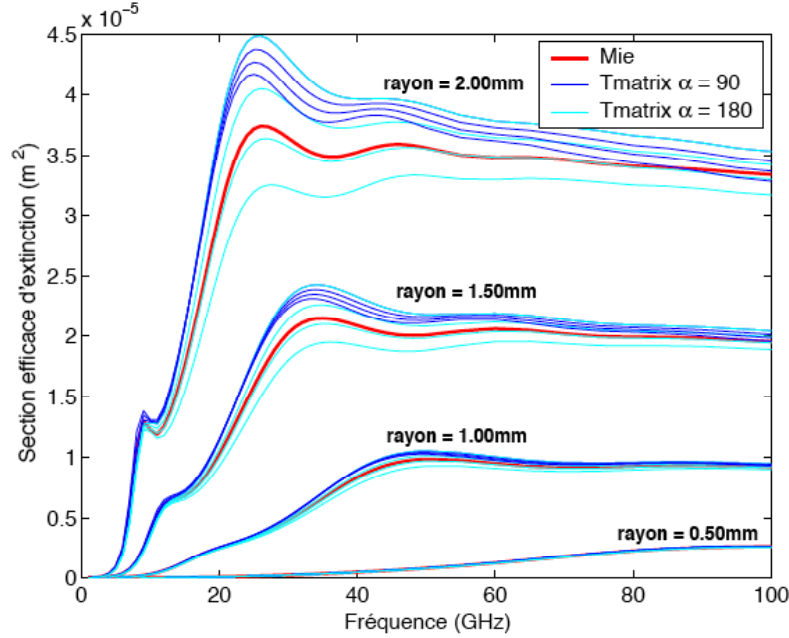


Figure 2.3 – Surface efficace d’extinction de goutte d’eau ellipsoïdale (T-matrix) pour différents rayons et différentes polarisations, en fonction de la fréquence pour $T=10^{\circ}\text{C}$.

2.2.3.2 Modèles d’affaiblissement linéique aR^b

Une connaissance fine de la microphysique de la pluie est essentielle pour modéliser correctement le canal de propagation, cependant, en pratique, seul le taux de pluie au sol est connu. Une solution pour obtenir une estimation de l’affaiblissement linéique est de supposer une DSD standard de type Marshall-Palmer qui dépend du taux de pluie R :

$$DSD_{M-P}(D, R) = 0,16 \cdot 10^8 \exp\left(-\frac{0,82 \cdot 10^4 D}{R^{0,21}}\right) \quad (2.12)$$

On peut alors calculer l’affaiblissement linéique d’une couche homogène:

$$A_{linéique}(R, f) = \int_0^{\infty} DSD(D, R) \sigma(D, f) dD \quad (2.13)$$

La fonction obtenue peut être approximée par une relation du type :

$$A_{linéique} = aR^b \quad (2.14)$$

Les coefficients a et b dépendent alors de la fréquence, de la polarisation, de l'angle d'incidence et du modèle de DSD choisi. Cette approximation a l'intérêt de donner une méthode de calcul simple de l'affaiblissement linéique en fonction du taux de pluie, facilement mesurable. Cependant, elle est approximative, car la DSD réelle peut être très différente de celle de Marshall-Palmer, et car la variabilité de la DSD et du taux de pluie le long de la liaison n'est pas prise en compte. On peut améliorer la restitution de l'affaiblissement en prenant en compte la DSD mesurée au sol par un spectropluviomètre.

2.2.3.3 Modèles de hauteur de pluie pour le calcul de l'affaiblissement total

L'estimation de l'affaiblissement total nécessite la connaissance de la hauteur de pluie h_{pluie} qui permet de calculer la longueur de la liaison en fonction de l'angle d'élévation θ . L'affaiblissement par la pluie sur la liaison est finalement égal à :

$$A_{total} = aR^b (h_{pluie} / \sin \theta) \quad (2.15)$$

Où R est le taux de pluie au sol au niveau de la station de réception. La hauteur de pluie est inconnue en pratique et il faut l'estimer. Malgré sa variabilité importante, elle est en général supposée constante. L'ITU recommande le modèle suivant (en km) :

$$h_{pluie} = \begin{cases} 5 & \varphi < 23^\circ \\ 5 - 0,075(\varphi - 23) & \varphi \geq 23^\circ \end{cases} \quad (2.16)$$

Où φ est la latitude. On obtient ainsi une méthode assez simple permettant d'estimer l'affaiblissement par la pluie en fonction du taux de pluie au sol.

2.3 Séparation des effets et similitude en fréquence

Nous avons vu au chapitre précédent que l'affaiblissement du signal en bande EHF se divise en plusieurs composantes qui ont des causes physiques différentes: les gaz, les nuages et la pluie. Peu d'études ont été réalisées concernant la séparation de ces effets, car aux fréquences des systèmes de communications actuels (<18 GHz), l'affaiblissement des gaz et des nuages reste faible par rapport à celui de la pluie. On assimile donc généralement l'affaiblissement de la pluie et l'affaiblissement total. Cependant, cela n'est plus possible en bande EHF, car plus fréquence augmente (et de surcroît si l'angle d'incidence est faible), moins l'affaiblissement des gaz et des nuages est négligeable. Il peut atteindre jusqu'à 8 dB à 50 GHz dans certaines situations. De plus, ces composantes de l'affaiblissement ont des coefficients de similitude en fréquence différents de celui de l'affaiblissement par la pluie, ce qui justifie d'autant plus la nécessité de les séparer.

2.3.1 Méthode neuronale de séparation des effets CETP

La méthode consiste à utiliser un réseau de neurones de type MLP (Multi Layer Perceptron) (Mallet et al., 2006, Barthes et al., 2006). Ce dernier restitue les contributions normalisées des trois composantes de l'affaiblissement à partir de l'affaiblissement total et de données météorologiques au sol (température, pression, humidité) (Fig. 2.4). La base d'apprentissage est réalisée par simulation. On utilise des modèles de profils verticaux donnés en sortie de modèles météorologiques (ECMWF) pour estimer l'affaiblissement total et ses composantes.

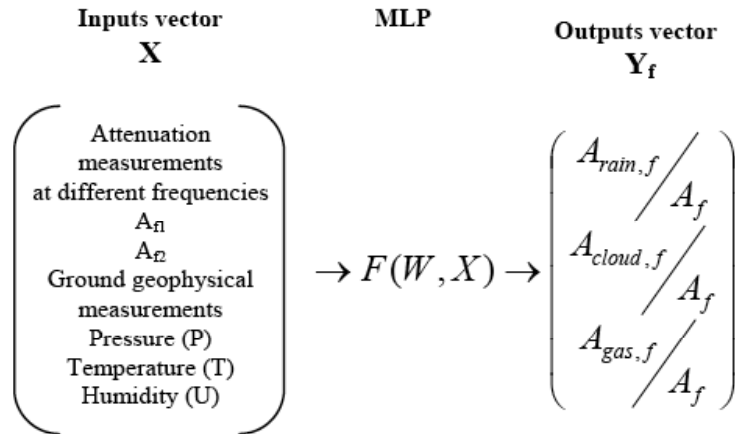


Figure 2.4 – Méthode neuronale de séparation des effets à partir de l’affaiblissement total et de données météorologiques.

Le modèle se caractérise par l’architecture neuronale choisie, ainsi que par les modèles utilisés pour créer la base de données d’apprentissage. Le modèle de Liebe (1989) a été utilisé pour les gaz, celui Rayleigh pour les nuages (Liebe, 1993), et la théorie de Mie (1908) pour la pluie avec des modèles de *DSD* appropriés à la situation météorologique. Ce modèle permet de séparer les effets des différents constituants de l’atmosphère (gaz, nuage, pluie) à partir de l’affaiblissement total et de données météorologiques au sol (Fig. 2.5).

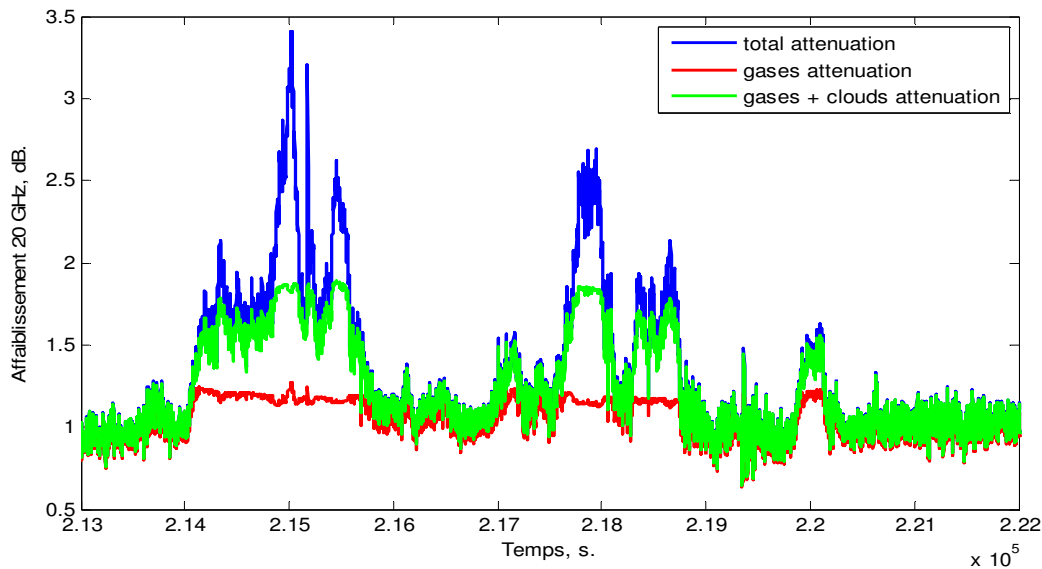


Figure 2.5 – Séparation neuronale des effets à partir de données SYRACUSE 20 GHz

Les performances du réseau de neurones ont été validées statistiquement grâce à des données OLYMPUS couplées à celle d'un spectropluviomètre au sol et à un modèle de hauteur de pluie. L'ajout de paramètres météorologiques au sol en entrée du MLP améliore nettement les performances. Cependant, la variance des erreurs n'a pas pu être estimée, car il n'existe pas d'instrument qui permette de mesurer séparément les différentes composantes de l'affaiblissement lorsqu'il pleut.

2.3.2 Modèles de similitude en fréquence

Le coefficient de similitude en fréquence K_{f_2/f_1} permet d'estimer l'affaiblissement à la fréquence f_2 à partir de l'affaiblissement à la fréquence f_1 . Il est défini par :

$$K_{f_1/f_2} = \frac{A_{f_1}}{A_{f_2}} \quad (2.17)$$

La similitude en fréquence est généralement indispensable dans la mise en œuvre d'un FMT, et notamment dans le cadre d'un contrôle en puissance de la liaison montante. Afin d'économiser l'énergie du satellite, la liaison descendante travaille à une fréquence plus faible que celle de la liaison montante et est donc moins affectée par l'affaiblissement. L'affaiblissement sur la liaison descendante est alors utilisé pour prédire l'affaiblissement sur la liaison montante, ce qui implique une similitude en fréquence.

2.3.2.1 Loi de similitude pour l'affaiblissement par les gaz

Le coefficient de similitude pour les gaz se calcule de la manière suivante :

$$K_{gaz} = \frac{A_{O_2,f_2} + A_{H_2O,f_2}}{A_{O_2,f_1} + A_{H_2O,f_1}} \quad (2.18)$$

Où A_{O_2, f_i} est l'affaiblissement par l'oxygène à la fréquence f_i et A_{H_2O, f_i} l'affaiblissement par la vapeur d'eau à la fréquence f_i . L'équation se simplifie en factorisant par la longueur équivalente de liaison et on se ramène ainsi au rapport des affaiblissements linéiques. Ces derniers ont été définis en fonction des paramètres météorologiques au sol (Eqs. 2.4 et 2.8). Ce coefficient varie de 1.7 à 0.9 respectivement pour 0% et 100% d'humidité avec $f_1=20$ GHz et $f_2=30$ GHz.

2.3.2.2 Loi de similitude pour l'affaiblissement par les nuages

Le coefficient de similitude en fréquence se simplifie ici aussi en éliminant la longueur de liaison équivalente. Le rapport de similitude se ramène au rapport des affaiblissements linéiques (donnés par l'Eq. 2.10). Le coefficient de similitude peut encore se simplifier en éliminant la quantité d'eau liquide nuageuse (ELN), ce qui est particulièrement intéressant, car cette dernière n'est pas connue. Le coefficient de similitude est finalement une constante pour un couple de fréquence donné. Il y a aussi une dépendance en température, mais elle est secondaire.

2.3.2.3 Lois de similitude classiques pour l'affaiblissement par la pluie

Plusieurs modèles de similitude en fréquence existent pour la pluie. Le modèle le plus simple donne K_{pluie} par le rapport des fréquences à la puissance $n=1.72$:

$$K_{pluie} = (f_1 / f_2)^n \quad (2.19)$$

On utilisera cependant dans la suite de l'étude un modèle plus sophistiqué (ITU) faisant intervenir l'affaiblissement à la fréquence la plus basse:

$$K_{pluie} = (\phi(f_1) / \phi(f_2))^{\phi(f_1, f_2, A_{f_1})} \quad (2.20)$$

Avec

$$\begin{cases} \phi(f) = \frac{f^2}{1+10^{-4} f^2} \\ \phi(f1, f2, A_{f1}) = 1 - 112.10^{-5} \sqrt{\frac{\phi(f2)}{\phi(f1)}} \cdot (\phi(f1).A_{f1})^{0.55} \end{cases}$$

L'incertitude sur la *DSD* rend cependant ces modèles approximatifs (pour plus de détails concernant l'influence de la *DSD* sur le coefficient de similitude, cf. Brisseau, 2006).

2.4 Modèles de générateur de séries temporelles d'affaiblissement pour la simulation

Les générateurs de séries temporelles d'affaiblissement ne sont pas directement exploitables dans le cadre de la prédiction à court terme. Cependant, ils nous renseignent sur les caractéristiques et les paramètres qui interviennent dans la modélisation dynamique du canal de propagation.

2.4.1 Modèle basé sur une approche spectrale (ONERA-CNES)

Ce modèle est basé sur le comportement spectral et les statistiques du premier et second ordre de l'affaiblissement (Audoire, 2001 ; Audoire et al., 2001). Les composantes de variations rapides (scintillations) et de variations lentes (pluie, nuages, etc.) sont générées séparément puis corrélées, car, selon les auteurs, l'amplitude des scintillations augmente lorsqu'il pleut. Ce modèle reprend les hypothèses de Maseng & Bakken (1981) :

- La distribution à long terme de l'affaiblissement est log-normale et se caractérise avec deux paramètres, la moyenne m et l'écart-type σ de son logarithme népérien.
- L'affaiblissement par la pluie peut être modélisé par un processus markovien du premier ordre en utilisant la transformation non linéaire suivante :

$$X = \frac{\ln(A) - m}{\sigma} \quad (2.21)$$

- La dynamique du processus est décrit par :

$$\frac{dX}{dt} = -\beta X + \varepsilon \quad (2.22)$$

Où ε est un bruit blanc gaussien.

Les séries temporelles d'affaiblissement par la pluie sont alors générées en filtrant un bruit blanc gaussien, puis en appliquant l'inverse de la transformation non linéaire (Fig. 2.6).

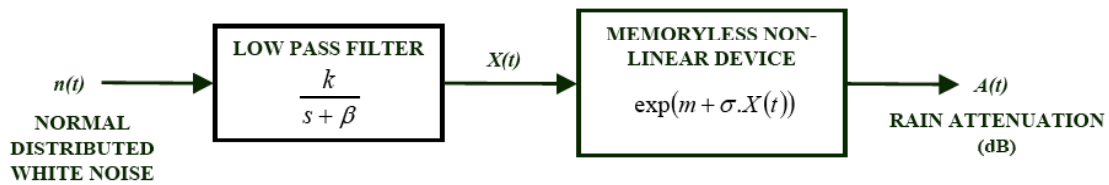


Figure 2.6 - principe du modèle ONERA-CNES

La génération des scintillations est réalisée suivant une approche similaire : un bruit blanc gaussien est traité par un filtre approprié correspondant au comportement dynamique des scintillations (formulation de Mousley & Vilar (1982) basée sur la théorie des turbulences). Enfin, une corrélation entre les deux composantes est introduite.

2.4.2 Modèle Markovien-Gaussien (German Aerospace Center)

Dans ce modèle, un classement des données est réalisé en fonction de deux valeurs successives de l'affaiblissement, notées A_{t-1} et A_t (Fiebig, 2002a, 2002b ; Grábner et al., 2005). Il y a deux critères d'appartenance à une classe : la valeur de l'affaiblissement (0 à 1 dB, 1dB à 2 dB, etc.) et la variation de l'affaiblissement. Trois classes de variations sont

retenues (Fig. 2.7): les périodes où l'affaiblissement est stable (variations inférieures à 1 dB en valeur absolue), les périodes où l'affaiblissement est décroissant (variations inférieures à -1 dB) et les périodes où l'affaiblissement est croissant (variations supérieures à 1 dB).

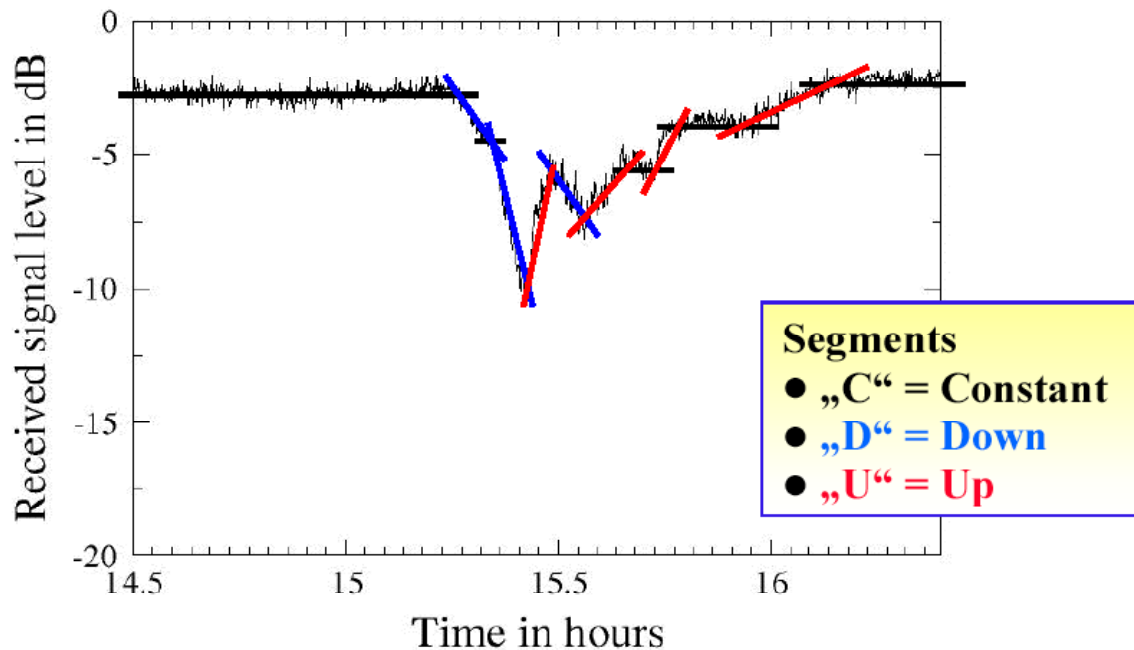


Figure 2.7 – Classification du signal reçu en trois types de segments

Les données ainsi réparties en classes permettent ensuite de calculer les probabilités conditionnelles d'évolution de A_{t+1} en fonction de la classe dans laquelle se trouve A_t , grâce à des valeurs mesurées (ITALSAT 40 GHz). Les résultats montrent que les distributions conditionnelles ont une forme gaussienne (Fig. 2.8). Plus l'affaiblissement augmente, plus l'écart-type augmente. La moyenne de A_{t+1} est légèrement supérieure à A_t si on se trouve dans une classe de variation croissante et inversement. Cette tendance augmente avec la valeur de l'affaiblissement.

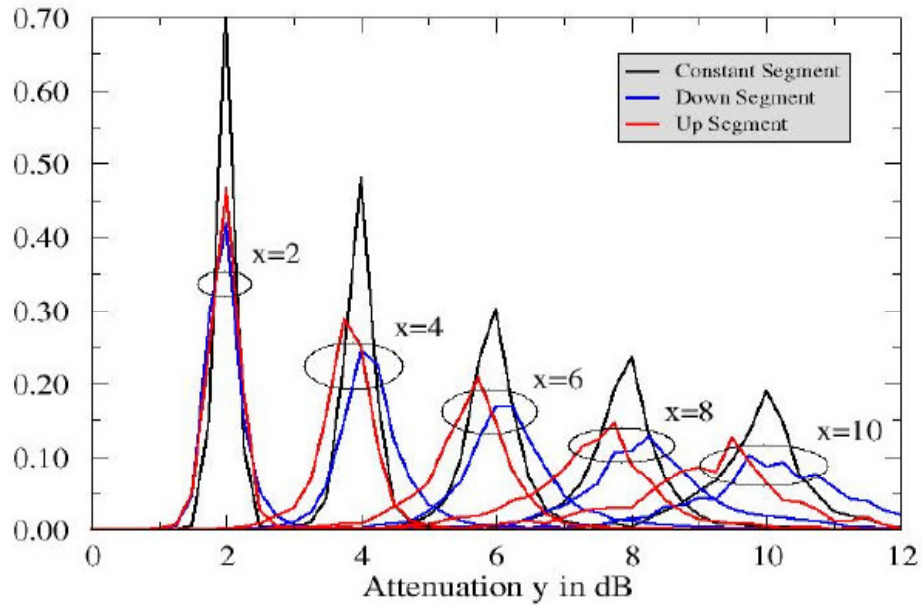


Figure 2.8 – Statistique de $\Pr[A_{t+1} / A_t]$ pour chaque classe de variation de l'affaiblissement.

En résumé, A_{t-1} et A_t permettent de déterminer la classe où l'on se trouve, puis la génération d'une variable aléatoire gaussienne, dont les paramètres statistiques dépendent de la classe, permet de d'obtenir A_{t+1} .

Les principaux paramètres utilisés dans ce simulateur sont les caractéristiques des distributions conditionnelles (moyenne et écart type), qui varient selon la valeur de l'affaiblissement, la variation de l'affaiblissement, la saison et l'alternance jour/nuit. La fréquence d'échantillonnage est choisie égale à 64s. Les paramètres dépendent aussi de la configuration dans laquelle on se place : fréquence de propagation, angle d'élévation, latitude.

2.4.3 Modèle Markovien à N états (ONERA)

Dans ce modèle, les données sont triées en classe selon le niveau de l'affaiblissement (Castanet et al., 2003 ; Fiebig & Lemorton, 2002 ; Héder & Bito, 2006). La matrice de transition de la chaîne de Markov donne les probabilités conditionnelles de transition d'un niveau d'affaiblissement à un autre $\Pr[A_{t+1}=A_t / A_t]$. Cette matrice est calculée grâce à des

données mesurées. Ces distributions sont modélisées par des gaussiennes d'espérance nulle et d'écart-type augmentant avec le niveau de l'affaiblissement. Ce modèle peut par ailleurs être couplé avec une seconde chaîne de Markov qui permet de passer de l'état pluie à l'état sans pluie.

2.4.4 Modèle 'deux couches' Synthetic Storm Technique (Polytechnique de Milan)

L'atmosphère est modélisée en deux couches (Fig. 2.9): la couche de pluie effective (A) et la couche de fonte (B) (Matricciani, 1996; Fontan et al., 2005). L'affaiblissement linéique est calculé le long de la liaison en séparant les effets de ces deux couches.

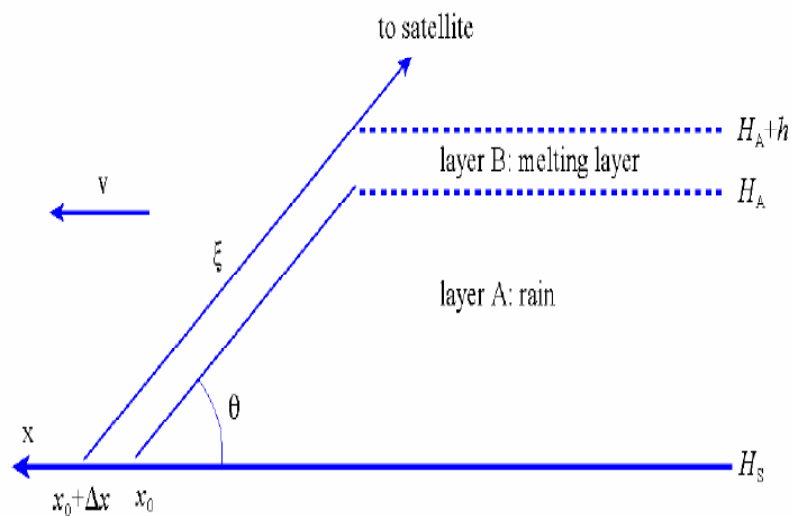


Figure 2.9 – Modélisation de l'atmosphère en deux couches : une couche de précipitations liquides et une couche de fonte.

Pour réaliser le calcul, d'importantes hypothèses sont nécessaires: la hauteur de la couche de pluie est fixée en fonction de la latitude selon le modèle ITU (Eq. 2.9) et la hauteur de la couche de fonte est supposée égale à 400m. Le taux de pluie de la couche A est supposé verticalement homogène et égal au taux de pluie au sol. Le taux de pluie apparent de la

couche B est fixé à 3,134 fois le taux de pluie de la couche A. Le taux de pluie apparent de couche B est sensé modéliser aussi les situations convectives, car dans ce cas il n'y a plus de couche de fonte, mais une hauteur de pluie plus importante. Le modèle prend en compte le mouvement des structures de pluie afin de mieux rendre compte des taux de pluie rencontrés le long de la liaison. Pour cela, on utilise la vitesse moyenne des cellules de pluie (fixée à $v=10$ m/s) qui permet de transformer la série temporelle des taux de pluie en série spatiale le long de la liaison. Ces taux de pluie permettent de calculer les affaiblissements linéiques le long de la liaison en utilisant un modèle standard ITU de type aR^b . Une intégration sur la liaison donne ensuite l'affaiblissement total.

2.5 Modèles de prédiction à court terme des séries temporelles d'affaiblissement

2.5.1 Modèle de prédiction par régression linéaire (Polytec. de Milan)

Les données sont échantillonnées à 1Hz et le modèle consiste à prédire à $t+3s$ (Dossi, 1990). La méthode employée est la régression linéaire sur un nombre déterminé d'échantillons passés. Une marge fixe est ensuite ajoutée à la prédiction afin de tenir compte des scintillations. On fixe un seuil de démarrage à partir duquel l'affaiblissement déclenche la mise en route de la FMT et un seuil de retour à la normale. Le système fonctionne en cycle d'hystérésis. Plusieurs configurations sont testées en fonction du nombre d'échantillons passés utilisés, du seuil de déclenchement et de la marge supplémentaire des scintillations. Les configurations sont comparées selon le nombre de 'dépassement' (l'affaiblissement mesurée dépasse le seuil alors que l'affaiblissement prédit reste en dessous) et selon le nombre de 'fausses alarmes' (l'affaiblissement prédit dépasse le seuil alors que l'affaiblissement mesuré reste en dessous). Ce modèle montre que la prédiction par régression linéaire fonctionne de moins en moins bien si l'on augmente trop le nombre d'échantillons passés utilisés, ce qui indique que les échantillons les plus récents contiennent le plus d'information utile. L'auteur recommande de ne pas dépasser 5 échantillons et signale que la

méthode fonctionne mieux si l'on prend la parallèle à la régression qui passe par le dernier échantillon disponible, car il semble contenir le plus d'information utile pour la prédiction.

2.5.2 Modèle de prédiction ARMA adaptatif (Univ. de Portsmouth)

Ce modèle utilise une modélisation ARMA adaptative (Auto-Regressive Moving average) ainsi qu'une marge variable pour tenir compte des scintillations (Grémont et al., 1999). Le signal est échantillonné à 1Hz. Soit A_t l'affaiblissement et e_t l'erreur du modèle à l'instant t . Le signal est modélisé par:

$$A_t = \sum_{n=1}^3 a_n A_{t-n} + e_t + \sum_{n=1}^3 b_n e_{t-n} \quad (2.23)$$

Les six paramètres du modèle sont calculés en temps réel par un algorithme des moindres carrés récursif étendus (RELS). On additionne ensuite une marge de sécurité aux valeurs prédites qui est proportionnelle à la variance des scintillations. Cette dernière est calculée en temps réel à partir de 60 échantillons passés de l'affaiblissement. Ce modèle est opérationnel et facile à mettre en œuvre dans le cadre d'une FMT. La marge d'erreur adaptative qui prend en compte la variance des scintillations améliore les résultats par rapport à un système à marge d'erreur fixe.

2.5.3 Modèle de prédiction par filtrage Markovien non-linéaire (NASA)

L'affaiblissement est modélisé par un processus markovien décrit par une équation différentielle stochastique du premier ordre (Manning, 1990, 1991). L'extrapolation et l'estimation du signal sont réalisées par algorithme des moindres carrés. L'affaiblissement est tout d'abord mis sous la forme d'une variable logarithmique normalisée en utilisant des informations statistiques sur le long terme (Maseng & Bakken, 1981):

$$X = \frac{\ln(A) - \ln(A_m)}{\sigma_{\ln(A)}} \quad (2.24)$$

Où A_m est l'affaiblissement médian et $\sigma_{\ln(A)}$ l'écart-type du logarithme népérien de l'affaiblissement. La dynamique de cette variable est décrite par l'équation différentielle stochastique suivante :

$$\frac{dX}{dt} = -\gamma X + \sqrt{2\gamma}\varepsilon \quad (2.25)$$

Où ε est un bruit blanc gaussien et γ un paramètre qui dépend des caractéristiques de la liaison (longueur de la liaison, angle d'incidence) et des caractéristiques typiques des cellules de pluie à un endroit donné (taille, vitesse).

L'étape suivante est le filtrage Markovien non linéaire. L'idée est que la valeur 'observée' de $X(t)$ est bruitée (scintillations, mesure..). Il faut donc tout d'abord estimer la valeur réelle de $X(t)$ à partir de la valeur observée. Pour cela, on utilise la valeur de l'écart-type bruit de mesure σ_n et une valeur extrapolée du signal à partir de l'estimation précédente, ce qui fait apparaître une relation de récurrence. On utilise aussi l'écart type de l'erreur de cette extrapolation σ_K :

$$X_{\text{estimé}}(t) = X_{\text{extrapolé}}(t) + f(X_{\text{observé}}(t), \sigma_n, \sigma_K) \quad (2.26)$$

La fonction f est donnée par la solution d'une équation de Stratonovich . L'extrapolation est réalisée à partir de l'estimation précédente $X_{\text{estimé}}(t-1)$. On calcule la probabilité conditionnelle de transition du processus $\Pr[X_{\text{estimé}}(t)/X_{\text{estimé}}(t-1)]$ par la résolution d'une équation de Kolmogorov (aussi appelée équation de Fokker-Planck dans le cadre du mouvement brownien). Le calcul de l'espérance de cette probabilité donne alors la valeur de l'extrapolation recherchée en fonction de l'estimation précédente, soit :

$$X_{\text{extrapolé}}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x. \Pr[X_{\text{estimé}}(t)/X_{\text{estimé}}(t-1)] dx = X_{\text{estimé}}(t-1). \exp(-\gamma) \quad (2.27)$$

On obtient ainsi la relation de récurrence sur les valeurs estimées du signal:

$$X_{\text{estimé}}(t) = X_{\text{estimé}}(t-1) \cdot \exp(-\gamma) + f(X_{\text{observé}}(t), \sigma_n, \sigma_K) \quad (2.28)$$

La prédiction peut alors être réalisée, car la solution de l'équation de Kolmogorov donne la probabilité de transition du processus, ce qui permet de calculer l'espérance de X à $t+n$ en fonction de l'estimateur de X à t . Finalement, on obtient une relation de la forme :

$$X_{\text{prédit}}(t+n) = g(X_{\text{estimé}}(t), n) \quad (2.29)$$

Etant donnée l'importante théorie statistique utilisée par ce modèle, le lecteur est invité à se référer à la bibliographie pour plus d'information.

2.5.4 Modèle de processus Markovien à deux échantillons (ONERA-DEMR)

Ce modèle donne la probabilité conditionnelle de l'affaiblissement à partir de la connaissance de deux échantillons précédents (van de Kamp, 2002a, 2002b, 2003, 2006 ; Bolea-Alamañac et al., 2003). L'étude statistique se base sur des mesures OLYMPUS échantillonnées à 1Hz. Ces données sont tout d'abord filtrées par un passe-bas de fréquence de coupure 0.025Hz (afin d'enlever les scintillations) puis sous-échantillonnées afin d'avoir un échantillon toutes les $T=10s$. La densité de probabilité conditionnelle de A_{t+T} en fonction de A_t et A_{t-T} est ensuite calculée empiriquement. Les résultats suivants sont obtenus:

- L'espérance conditionnelle est :

$$E(A_{t+T}) = A_0 + \alpha(A_t - A_{t-T}) \quad (2.30)$$

- L'écart-type conditionnel augmente avec l'intervalle T et avec les variations de l'affaiblissement. Plus les variations sont fortes, plus l'écart-type est important :

$$\sigma(A_{t+T}) = A_t \sqrt{\beta T} + \gamma |A_t - A_{t-T}| \quad (2.31)$$

- La densité de probabilité conditionnelle de A_{t+T} en fonction A_t et A_{t-T} a un Kurtosis de 5. Elle est modélisée par une distribution ‘hyperbolic secant’:

$$p(A_{t+T}) = \frac{1}{2\sigma(A_{t+T})} \operatorname{sech} \left(\frac{\pi (A_{t+T} - E(A_{t+T}))}{2\sigma(A_{t+T})} \right) \quad (2.32)$$

La prédiction à $T=10s$ est donnée par la formule suivante où P est la disponibilité requise en % de temps :

$$A_{t+T}(P) = E(A_{t+T}) + \frac{2\sigma(A_{t+T})}{\pi} \operatorname{arcsinh} \left(\tan \left(\pi (0,5 - P/100) \right) \right) \quad (2.33)$$

Ce modèle est intéressant, car il permet de choisir la disponibilité ; cependant, il a deux limitations. Tout d’abord, en temps réel, il n’est pas possible de filtrer le signal sans provoquer de retard. D’autre part, la forme de la distribution conditionnelle est approximative pour les affaiblissements forts en raison du manque de données (voir les ‘fits’ de la Fig. 2.10).

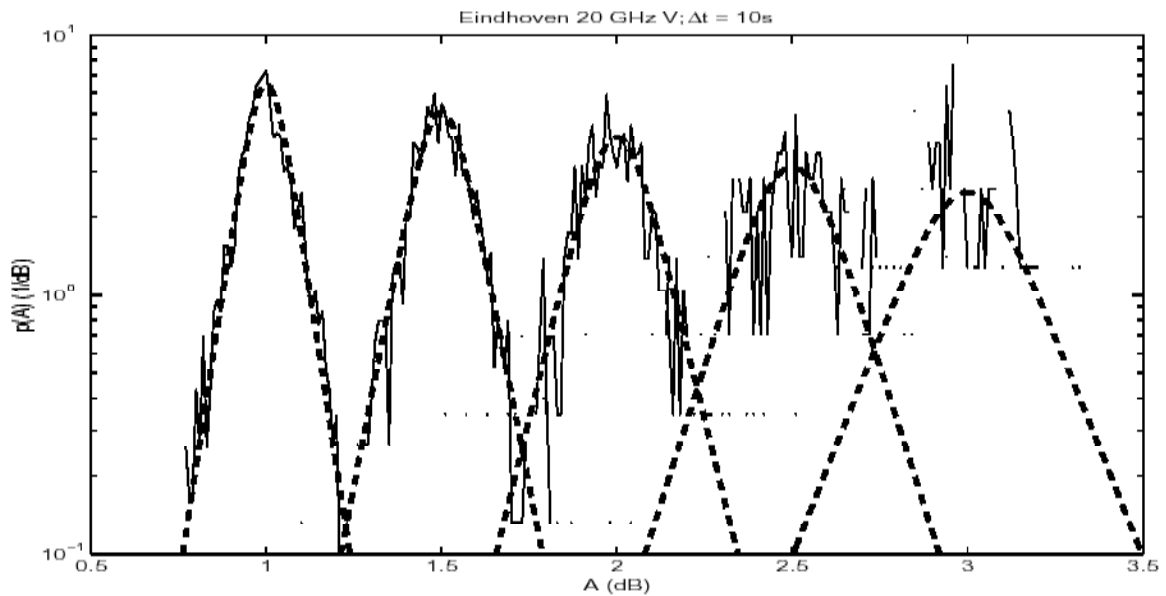


Figure 2.10 – Distributions expérimentales de A_{t+T} pour $A_{t-T}=A_t$ et A_t de 0.5 à 3.5dB comparée à la fonction cosinus hyperbolique.

2.5.6 Modèle de prédiction par réseau de neurone adaptatif ADALINE (Univ. de Glamorgan)

Ce modèle utilise trois échantillons précédents pour prédire l'affaiblissement grâce à un neurone linéaire (Chambers & Otung, 2005). La fréquence d'échantillonnage est de 1Hz. L'affaiblissement futur est donné par la fonction de transfert :

$$A_{t+T} = b + w_0 A_t + w_1 A_{t-T} + w_2 A_{t-2T} \quad (2.34)$$

L'adaptation des paramètres est réalisée en temps réel à partir de l'erreur e_t par un algorithme du gradient récursif. Soit $\mathbf{W}=[w_0, w_1, w_2]$ et $\mathbf{A}_t=[A_t, A_{t-T}, A_{t-2T}]$:

$$\begin{cases} \mathbf{W}_{t+T} = \mathbf{W}_t + 2\mu e_t \mathbf{A}_t \\ b_{t+T} = b_t + 2\mu e_t \end{cases} \quad (2.35)$$

Le paramètre μ est déterminé empiriquement. Il correspond à la vitesse d'apprentissage. S'il est trop élevé, le réseau ne reflète plus la dynamique de la série temporelle mais son comportement local. S'il est trop faible, le réseau ne s'adapte pas assez vite aux changements de comportement du canal. Ce modèle est proche du modèle ARMA adaptatif (Chap. 2.5.2).

2.6 Modèles de prédiction à moyen et long terme des séries temporelles d'affaiblissement

2.6.1 Modèle de canal à partir de données météorologiques (Université de Bath)

Ce modèle permet de créer des cartes de prévision à long terme de l'affaiblissement grâce à l'utilisation d'un large éventail de données météorologiques et de modèles numériques de prévision météorologique (Page et al., 2002; Grémont et al., 2003; Hodges & Watson, 2006a, 2006b). Le modèle se divise en deux parties, un modèle de prévision météorologique et un modèle de calcul de l'affaiblissement. Le modèle numérique de prévision

météorologique méso-échelle est basé sur les lois de conservation de la masse, de la chaleur, du mouvement, de l'eau, des gaz et des autres aérosols. Un premier cadrage des conditions aux limites est réalisé en utilisant les sorties de modèles de prédiction globaux (grille de 0.5°). Les conditions aux limites sont ensuite affinées en intégrant des données mesurées au sol, des données radar (grille de 4km) et des profils verticaux obtenus par radiosondage. Le modèle détecte les endroits où des phénomènes météorologiques de taille inférieure à la grille ont une forte probabilité de se produire et modélise statistiquement leur effet dans les pixels concernés. Le modèle estime ensuite la hauteur de pluie en fonction de l'isotherme 0°C.

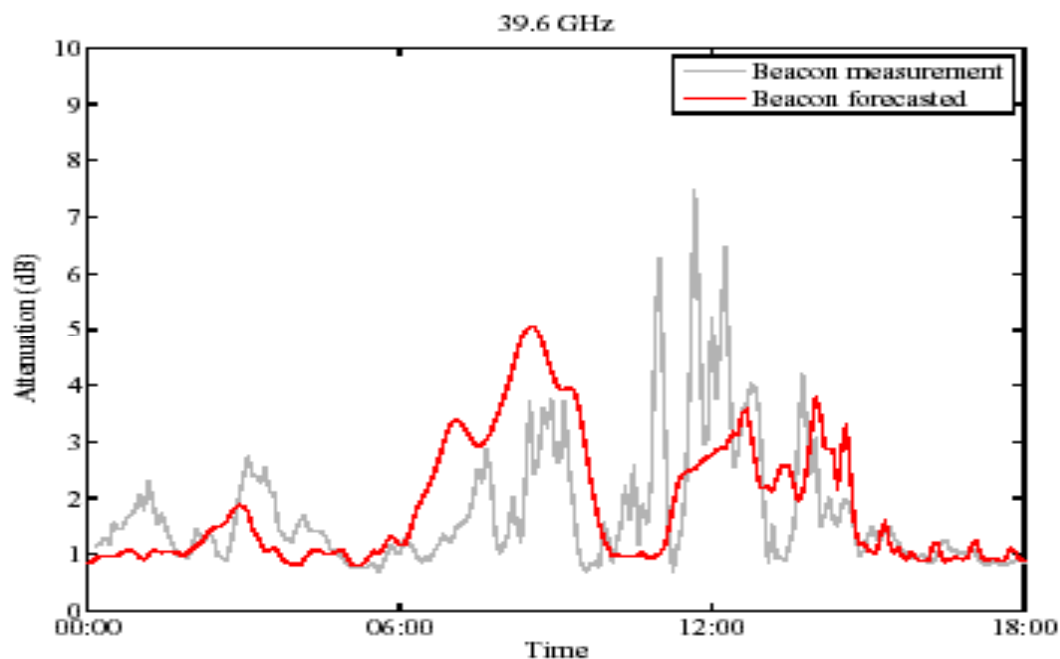


Figure 2.11 – Exemple de prédiction sur une journée pour une liaison Terre-Satellite. L'affaiblissement mesuré correspond à la courbe grise, l'affaiblissement simulé à la courbe rouge.

L'affaiblissement par les gaz et les nuages est alors calculé grâce aux sorties du modèle météorologique et aux modèles de calcul direct présentés au chapitre 2.1. Le taux de pluie est converti en affaiblissement linéique par une transformation classique aR^b , puis l'affaiblissement total est calculé en utilisant la hauteur de pluie. Les phénomènes de pluie étant plus localisés que la résolution du modèle, un bruit gaussien de pente spectrale -20 dB/décade est utilisé pour ajouter des fluctuations haute fréquence à l'affaiblissement par la

pluie. Des scintillations sont de plus introduites par l'ajout d'un bruit gaussien de pente spectrale $-8/3$ modulé par une intensité qui peut se calculer à partir des profils verticaux de pression, de température, d'humidité et de vitesse des vents.

Ce modèle permet de faire des prévisions jusqu'à trois jours avec un intervalle entre échantillon de 5mn. Il est surtout intéressant dans le cadre d'une FMT de diversité (c'est-à-dire un système de changement de satellite ou de station terrestre en fonction de l'affaiblissement). Bien que les résultats soient intéressants, le modèle n'arrive à prédire qu'une partie des événements de pluie et n'est pas très précis concernant leur intensité (Fig. 2.11). De plus, ce modèle a besoin d'une grande puissance de calcul pour fonctionner.

2.7 Conclusions

L'affaiblissement par l'oxygène se calcule facilement en fonction des données météorologiques au sol et varie peu spatialement et temporellement. Les profils verticaux de pression et de température sont bien connus, ce qui donne un calcul précis. L'affaiblissement par la vapeur d'eau peut aussi se calculer, mais les résultats restent approximatifs en raison de l'incertitude des profils verticaux de vapeur d'eau. L'affaiblissement par les gaz ($< 2 \text{ dB.km}^{-1}$) reste faible proportionnellement aux autres effets et les erreurs commises ont peu de conséquences sur l'affaiblissement total.

L'affaiblissement par les nuages est plus important que celui par les gaz. Il peut atteindre 4 dB.km^{-1} à 50 GHz. Les nuages présentent de fortes variations spatio-temporelles et il n'y a pas de mesures disponibles permettant un calcul direct de l'affaiblissement qu'ils provoquent. Cependant on peut utiliser les données statistiques des différents types de nuages afin d'obtenir une estimation de cet affaiblissement.

L'affaiblissement par la pluie est la principale composante de la dégradation du signal. Le calcul direct de l'affaiblissement par la pluie nécessite la connaissance de la *DSD* sur la liaison, ce qui n'est pas possible en pratique. Les modèles simplifiés de type aR^b permettent d'estimer l'affaiblissement par la pluie en fonction du taux de pluie au sol, mais les erreurs peuvent dépasser une dizaine de dB à 50 GHz en raison de la diversité des profils de pluie, de la variabilité de la *DSD* et de l'incertitude sur la longueur du trajet effectivement affecté par la

pluie. Il n'est donc pas possible d'obtenir une estimation précise de l'affaiblissement en fonction des paramètres météorologiques au sol, ce qui justifie l'utilisation de modèles statistiques pour la prédiction à court-terme de l'affaiblissement.

En bande EHF, l'affaiblissement par les gaz et les nuages ne peut plus être négligé et la séparation des effets devient donc indispensable, car chaque composante a son propre coefficient de similitude. La méthode de séparation des effets par réseaux de neurones est la seule proposée dans la littérature. Cette méthode sera utilisée dans les chapitres suivants, car elle donne de bons résultats statistiquement.

Concernant la similitude en fréquence, le coefficient de similitude pour les gaz est lié principalement à l'humidité au sol et celui spécifique aux nuages est une constante. L'affaiblissement par la pluie étant fort, l'estimation correcte du coefficient de similitude spécifique à cette composante de l'affaiblissement est essentielle pour ne pas commettre des erreurs trop importantes. La loi de similitude en fréquence pour la pluie est malheureusement peu précise car elle dépend de la *DSD* sur la liaison, information à laquelle nous n'avons pas accès en pratique.

Enfin, concernant la prédiction de l'affaiblissement, la diversité des modèles de prédiction proposés illustre la difficulté du problème. Les modèles ARMA adaptatif, ONERA-DEMR (appelé simplement ONERA dans la suite), NASA et ADALINE sont adaptés à la prédiction à court-terme et ont été implémentés pour les comparaisons des performances de prédiction réalisées au chapitres 3 et 4. Nous verrons à cette occasion que leurs performances sont proches de celles de la simple persistance, d'où la nécessité de développer un modèle de prédiction plus spécifique et plus performant.

3 MODELISATION STATISTIQUE DU CANAL DE PROPAGATION

3.1 Introduction

Quelle que soit la FMT utilisée, la prédiction de l'affaiblissement quelques secondes en avance est nécessaire en raison du retard provoqué par le changement de configuration du système. Ce problème, ainsi que le besoin de séries temporelles simulées, a conduit au développement de modèles statistiques décrivant l'affaiblissement uniquement en fonction de ses valeurs passées (Chap. 2.5). De plus, l'affaiblissement sur la liaison montante est prédit à partir de l'affaiblissement sur la liaison descendante, ce qui implique une similitude en fréquence.

Cependant, les séries temporelles d'affaiblissement sont des marches quasi-aléatoires et sont donc très peu prédictibles. En effet, lors des événements pluvieux, l'affaiblissement est principalement dû à la pluie qui a des propriétés statistiques liées à celles des turbulences (forte intermittence, non-stationnarité, non-linéarité et invariance d'échelle, cf. Schertzer & Lovejoy, 1987; Lavergnat & Golé, 1998; Peters et al., 2002). De plus, l'affaiblissement inclut plusieurs composantes (gaz, nuages et pluie) qui sont difficiles à séparer et qui ne sont pas nécessairement présentes au même moment, les données sont bruitées à cause des scintillations, l'affaiblissement par la pluie dépend de la *DSD*, et enfin, l'affaiblissement est une mesure intégrée le long de la liaison et dépend donc aussi des variations du segment sur lequel il pleut.

Malgré cela, les séries d'affaiblissement présentent des caractéristiques statistiques intéressantes: elles se comportent de façon similaire à certains cours de bourse ou taux de change. C'est pourquoi l'utilisation de modèles originellement développés dans le cadre de la finance pourrait être appropriée. La prédiction de l'affaiblissement et des cours de bourse sont d'ailleurs des domaines de recherche connexes, car les séries financières ont des propriétés statistiques qui sont aussi proche de celles des processus turbulents (Ghashghaie et al., 1996). Un modèle basé sur un processus ARIMA-GARCH est proposé avec l'algorithme de prédiction multi-step correspondant. Ce modèle est notamment capable de modéliser les

propriétés les plus évidentes des cascades multiplicatives, telles que la distribution non-Gaussienne des incréments et le regroupement des périodes de forte volatilité. De plus, ce type de modèle statistique a déjà permis de modéliser d'autres processus géophysiques liés aux turbulences, tels que la vitesse du vent (Ewing et al., 2005), le débit des rivières (Wang et al., 2005), ainsi que le trafic internet (Zhou et al., 2006). Combiné avec un modèle de similitude en fréquence adapté à la bande EHF, ce modèle permet de prédire un majorant de l'affaiblissement futur sur la liaison montante à partir des valeurs passées de l'affaiblissement sur la liaison descendante. Finalement, afin d'améliorer les performances du modèle en se rapprochant de la modélisation de turbulences, la possibilité d'introduire une mémoire longue dans le modèle de volatilité GARCH est évaluée.

Le plan de ce chapitre est le suivant : rappel sur la théorie des séries temporelles, présentation des données, séparation des situations météorologiques pluie-non pluie, modélisation linéaire du processus, modélisation non linéaire des résidus, et présentation du modèle de prédiction avec similitude en fréquence.

3.2 Rappels sur la théorie des séries temporelles

3.2.1 Notion de stationnarité

La stationnarité joue un rôle central dans la théorie des séries temporelles, car elle remplace l'hypothèse 'identiquement distribué' en statistique. La stationnarité forte se définit par une stabilité en loi du processus :

Définition - Un processus est dit stationnaire au sens fort si, quel que soit n , t et h , on a l'égalité entre les lois jointes :

$$\ell(X_t, \dots, X_{t+n}) = \ell(X_{t+h}, \dots, X_{t+n+h}) \quad (3.1)$$

Où ℓ est l'opérateur qui associe à un ensemble de variables aléatoires leur loi jointe.

Cette définition peut toutefois être affaiblie :

Définition - Un processus X_t est dit stationnaire au second ordre, ou au sens faible, si la moyenne du processus est constante, et si ses autocovariances ne dépendent que de l'intervalle entre les observations :

$$\begin{cases} E(X_t) = \mu & \text{pour tout } t \\ Cov(X_t, X_{t+h}) = \gamma(h) & \text{pour tout } h \text{ et pour tout } t \end{cases} \quad (3.2)$$

Propriété - En particulier, pour $h = 0$, la définition précédente implique que la variance de X_t est constante :

$$V(X_t) = \gamma(0) = \sigma^2 \quad (3.3)$$

3.2.2 Définition de la fonction d'autocorrélation

La fonction d'autocorrélation est un outil très utile pour analyser les caractéristiques d'une série temporelle. Elle est une mesure des relations linéaires entre une variable aléatoire et ses réalisations passées. Cependant, il faut noter que la corrélation est une notion moins forte que l'indépendance : lorsqu'il existe des relations de dépendance non-linéaires, deux variables peuvent ne pas être corrélées, mais elles ne sont pas indépendantes.

Définition - Soit une série stationnaire X_t , pour tout t , on définit sa fonction d'autocovariance par :

$$h \mapsto \gamma_X(h) = Cov(X_t, X_{t-h}) = E(X_t X_{t-h}) - E(X_t)E(X_{t-h}) \quad (3.4)$$

Et sa fonction d'autocorrélation par :

$$h \mapsto \rho(h) = Corr(X_t, X_{t-h}) = \frac{Cov(X_t, X_{t-h})}{\sqrt{V(X_t)} \cdot \sqrt{V(X_{t-h})}} = \frac{\gamma(h)}{\gamma(0)} \quad (3.5)$$

Propriété - $\rho(\cdot)$ prend ses valeurs dans $[-1 ; +1]$ et $\rho(0) = 1$.

Définition - Soit un processus X_t , sa moyenne empirique est donnée par :

$$\overline{X_t} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T X_t \quad (3.6)$$

Sa fonction d'autocovariance empirique est donnée par :

$$\hat{\gamma}(h) = \frac{1}{T-h} \sum_{t=1}^{T-h} (X_t - \overline{X_t}).(X_{t+h} - \overline{X_t}) \quad (3.7)$$

Et sa fonction d'autocorrélation empirique par :

$$\hat{\rho}(h) = \frac{\hat{\gamma}(h)}{\hat{\gamma}(0)} \quad (3.8)$$

Propriété - On peut montrer que pour une série stationnaire, les moments empiriques convergent vers les moments théoriques quand T tend vers l'infini.

3.2.3 Opérateur retard et théorème de Wold

Définition - On appellera L l'opérateur retard ('lag' en anglais) défini par :

$$L : X_t \rightarrow L(X_t) = LX_t = X_{t-1} \quad (3.9)$$

Il est possible de composer l'opérateur retard :

$$L^p = \underbrace{L o L \dots o L}_{p \text{ fois}} \quad \text{où } p \in \mathbb{N} \quad (3.10)$$

avec la convention $L^0 = I$.

Soit A le polynôme $A(z) = a_0 + a_1 z + a_2 z^2 + \dots + a_p z^p$, on notera $A(L)$ l'opérateur $A(L) = a_0 I + a_1 L + a_2 L^2 + \dots + a_p L^p$. La série Y_t définie par $Y_t = A(L)X_t$ vérifie :

$$Y_t = A(L)X_t = \sum_{k=0}^p a_k L^k X_t = \sum_{k=0}^p a_k X_{t-k} \quad (3.11)$$

Un des résultats fondamentaux de la théorie des séries temporelles est la décomposition de Wold (cf. Wei, 2005, p. 217). Elle permet d'interpréter tout processus stationnaire comme la réponse d'un système linéaire à un bruit blanc.

Définition - Un bruit blanc fort est un processus ε_t tel que :

$$\begin{cases} E(\varepsilon_t) = 0 \\ V(\varepsilon_t) = \sigma^2 \text{ pour tout } t \\ \ell(\varepsilon_t) = \ell(\varepsilon_{t-h}) \text{ pour tout } t, h \\ \varepsilon_t \text{ et } \varepsilon_{t-h} \text{ sont indépendants pour tout } t \text{ et pour tout } h \neq 0 \end{cases} \quad (3.12)$$

De même que pour la stationnarité, cette définition peut-être affaiblie.

Définition - Un bruit blanc faible est un processus ε_t tel que :

$$\begin{cases} E(\varepsilon_t) = 0 \\ V(\varepsilon_t) = \sigma^2 \text{ pour tout } t \\ Cov(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-h}) = 0 \text{ pour tout } t \text{ et pour tout } h \neq 0 \end{cases} \quad (3.13)$$

L'hypothèse d'indépendance est en fait réduite ici à la non-corrélation.

Théorème de Wold - Soit X_t un processus stationnaire au second ordre. Alors X_t peut s'écrire :

$$X_t = k_t + \sum_{i=0}^{\infty} \theta_i \varepsilon_{t-i} \quad (3.14)$$

Où :

- (a) k_t est une composante déterministe, usuellement considérée constante.
- (b) ε_t est un bruit blanc faible, avec $EL(\varepsilon_t / X_{t-1}, X_{t-2}, etc.) = 0$.
- (c) Les racines du polynôme $\Theta(L)$ défini par les θ_i sont à l'extérieur du cercle unité.
- (d) $\sum_{i=0}^{\infty} \theta_i^2 < +\infty$ et $\theta_0 = 1$.
- (e) Les coefficients θ_j et le processus ε_t sont uniques.

Remarque 1 - L'opérateur $EL(./.)$ désigne l'espérance linéaire, c'est-à-dire la meilleure approximation d'une variable aléatoire faite avec des fonctions linéaire de son historique. La propriété (b) n'implique d'ailleurs pas que $E(\varepsilon_t / X_{t-1}, X_{t-2}, etc.) = 0$, car l'espérance conditionnelle donne la meilleure approximation d'une variable aléatoire comme fonction de ses réalisations passées sans que cette fonction soit nécessairement linéaire.

Remarque 2 - Si la propriété (c) n'est pas vérifiée, l'inversion du polynôme $\Theta(L)$ donnerait un processus $\Theta^{-1}(L)X_t$ qui ferait intervenir le futur de la série temporelle ou qui ne serait pas de variance finie.

Remarque 3 - L'hypothèse de stationnarité de X_t implique la propriété (d). ε_t est un bruit blanc faible, donc non-corrélé. On peut alors distribuer l'opérateur variance:

$$V(X_t) = V\left(\sum_{i=0}^{\infty} \theta_i \varepsilon_i\right) = \sum_{i=0}^{\infty} \theta_i^2 V(\varepsilon_i) \quad (3.15)$$

De plus, comme la variance de ε_t est constante, on peut écrire :

$$V(X_t) = \sigma^2 \sum_{i=0}^{\infty} \theta_i^2 \quad (3.16)$$

X_t étant par définition stationnaire et donc de variance finie, on retrouve la propriété (d) :

$$V(X_t) < +\infty \Rightarrow \sum_{i=0}^{\infty} \theta_i^2 < +\infty \quad (3.17)$$

3.2.4 Notion de non-stationnarité

Le théorème de Wold n'est applicable que dans le cas d'un processus stationnaire. La 'stationnarisation' des séries temporelles est donc une première étape indispensable à la détermination des modèles linéaires. Plus généralement, l'hypothèse de stationnarité permet de créer un cadre de travail où les outils d'identification et d'estimation des modèles sont valides, tels que l'autocorrélation ou les algorithmes de régression linéaire basés sur des erreurs quadratiques. La non-stationnarité peut-être de source déterministe ou stochastique :

Définition - Un processus X_t est non-stationnaire de type déterministe s'il peut s'écrire :

$$X_t = f(t) + \varepsilon_t \quad (3.18)$$

Où $f(t)$ est une tendance déterministe et ε_t un processus stationnaire centré de variance σ^2 . Dans ce cas, on a :

$$\begin{cases} E(X_t) = f(t) \\ V(X_t) = \sigma^2 \end{cases} \quad (3.19)$$

Un tel processus n'est pas stationnaire car son premier moment n'est pas constant dans le temps.

Définition - Un processus X_t est non-stationnaire de type stochastique lorsqu'il est intégré d'ordre d , c'est-à-dire que le processus ε_t résultant de d différenciations de X_t est stationnaire, soit :

$$X_t \text{ est intégré d'ordre } d \Leftrightarrow \varepsilon_t = (1-L)^d X_t \text{ est stationnaire}$$

Dans le cas d'une marche aléatoire pure ($d = 1$), on a $X_{t+1} = X_t + \varepsilon_{t+1}$, soit en itérant :

$$X_t = X_0 + \sum_{i=1}^t \varepsilon_i \quad (3.20)$$

d'où :

$$\begin{cases} E(X_t) = X_0 \\ V(X_t) = \sigma^2 t \end{cases} \quad (3.21)$$

Dans ce cas, le processus n'est pas stationnaire car sa variance n'est pas constante dans le temps.

3.3 Les données expérimentales

Les données SYRACUSE3 n'étant pas encore disponibles lors du travail de modélisation du canal de propagation, le modèle présenté dans ce chapitre est basée sur des mesures d'affaiblissement des balises 20 et 30 GHz du satellite OLYMPUS. Ces mesures ont été réalisées en France à Gometz-la-Ville près de Paris durant 15 mois, du 25/05/1992 au 09/08/1993, à un angle d'élévation de 30° (Golé et al., 1994, OPEX, 1994). Un incident technique a malheureusement conduit à l'arrêt de la balise 30 GHz le 10/10/1992. Les mesures d'affaiblissement à cette fréquence n'ont donc duré que 5 mois. Ces données ont été moyennées sur des intervalles de 1s, car, au-delà des fréquences de l'ordre de 1Hz, le signal ne contient plus que des scintillations incohérentes. Les températures de brillance du ciel à différentes fréquences ont été mesurées avec un radiomètre installé à proximité de la station de réception. Ces mesures ont permis d'estimer le niveau de référence de l'affaiblissement pendant les périodes de ciel clair. Le niveau de puissance reçue du satellite a ensuite été décalé vers ce niveau de référence afin d'obtenir l'affaiblissement atmosphérique total avec une précision de 0.1 dB à 20 GHz (Mallet & Lavergnat, 1992). Puisque les modèles présentés ici ont été développés pour une application en temps-réel, les données n'ont pas été filtrées. L'expérience de propagation OLYMPUS inclut aussi des mesures de données météorologiques au sol qui seront utilisées lors de la séparation des effets par réseau de neurones et pour l'estimation des coefficients de similitude.

67 évènements présentant un épisode pluvieux ont été sélectionnés afin de réaliser une série temporelle de 550 heures. Cette série inclut au moins 57 heures de pluie (le critère étant que

l'affaiblissement dépasse 1.5 dB). La figure 3.1 montre un exemple d'évènement observé d'affaiblissement à 20 GHz. Après une période de ciel clair, on voit un épisode de pluie intense suivi d'une période de pluie plus faible pendant laquelle la contribution des nuages est certainement importante relativement, puis on observe à nouveau une période de ciel clair.

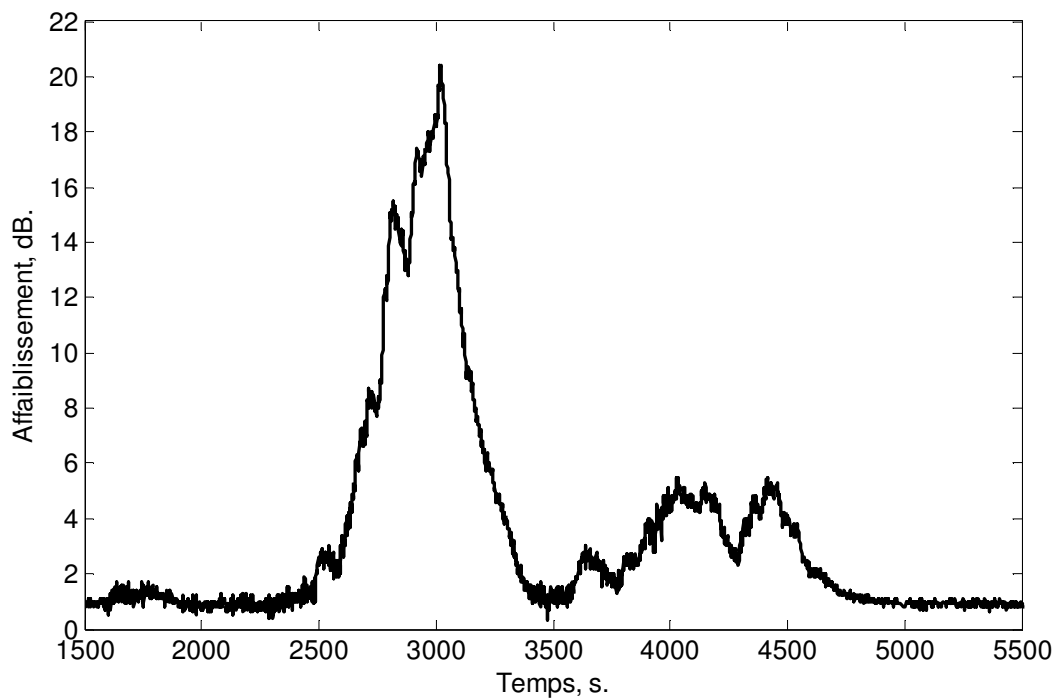


Figure 3.1 - Affaiblissement de la balise 20 GHz d'Olympus le 30/06/1992.

La série temporelle de 550 heures a été divisée en deux moitiés, une base d'apprentissage et une base de validation. Les procédures d'identification des ordres et d'estimation des paramètres ont été réalisées avec la base d'apprentissage. La base de validation a été utilisée pour valider la généralisation du modèle et tester les performances de prédiction.

3.4 Séparation des situations physiques

La première difficulté dans la modélisation de l'affaiblissement provient de l'intermittence pluie-non pluie. Typiquement, le taux de pluie mesuré localement (et moyenné sur 1mn) est différent de 0 seulement 5% du temps. Puisque l'affaiblissement provoqué par la pluie est important et puisque la pluie est un phénomène très intermittent, la volatilité¹ de l'affaiblissement total sera plus forte lorsqu'il pleut. Au contraire, lorsqu'il ne pleut pas, l'affaiblissement est seulement dû aux gaz atmosphériques et aux nuages. Dans ce cas, les variations de l'affaiblissement total seront donc plus faibles. Ainsi, si ces deux situations ne sont pas traitées séparément, les paramètres du modèle seront caractéristiques des périodes sans pluie, qui représentent 95% du temps.

Puisque l'affaiblissement par la pluie est généralement beaucoup plus fort que celui des autres composantes, ce problème peut être résolu en séparant les deux situations météorologiques à l'aide d'un seuil. Un réseau de neurones a été entraîné pour fournir les contributions normalisées de chaque composante physique (cf. Chap. 2.3). Les résultats montrent qu'à 20 GHz et 30° d'angle d'élévation, la pluie donne statistiquement la contribution la plus importante lorsque l'affaiblissement total dépasse 1.5 dB (Fig. 3.2). Le seuil S est donc fixé à cette valeur. Dans la suite, les périodes pendant lesquelles l'affaiblissement est inférieur à 1.5 dB sont appelées 'calmes' et correspondent aux périodes de ciel clair, de passages nuageux et/ou de pluie faible. Les périodes pendant lesquelles l'affaiblissement dépasse 1.5 dB sont appelées 'volatiles' et correspondent aux événements de pluie significatifs.

¹ En finance, la volatilité est la propension d'une série temporelle à varier vers le haut ou vers le bas. Le calcul de la volatilité n'est pas défini a priori, car il dépend de la façon dont on modélise la série temporelle. Dans le cas le plus simple, il peut par exemple être basé sur l'écart-type d'un certain nombre d'échantillons passés. Dans le cas des modèles GARCH étudiés plus loin, il s'agira de la variance conditionnelle du processus. Il faut bien comprendre qu'on ne peut qu'estimer la volatilité, car son calcul nécessite de supposer que le comportement statistique des échantillons futurs est le même que celui des échantillons passés, ce dont on n'est par définition jamais sûr... Sinon il n'y aurait jamais de 'krach' boursier.

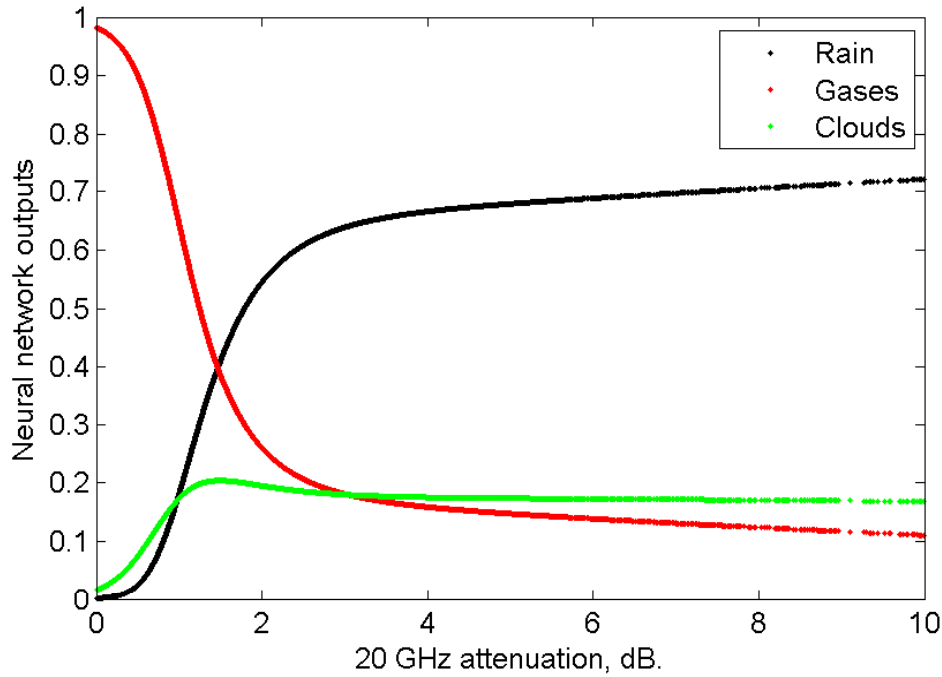


Figure 3.2 - Contributions normalisées des gaz, des nuages et de la pluie estimées par réseau de neurones (Chap. 2.3) pour la liaison Olympus-Gometz-la-Ville (publié dans Barthes et al., 2006).

L'utilisation du seuil S permet de classer la série temporelle des affaiblissements A_t par intervalles de temps. Par collage de ces intervalles, on obtient alors deux séries temporelles A'_t et A''_t qui correspondent respectivement aux situations 'volatiles' et 'calmes'. En raison du faible pourcentage de temps de pluie, la série 'calme' est beaucoup plus longue que la série 'volatile'. On constate sur les figures 3.3.b et 3.3.c que l'opération de seuillage des données OLYMPUS donne bien deux séries temporelles plus cohérentes statistiquement. Cette méthode a cependant un inconvénient : le collage implique nécessairement de relier des périodes de pluie qui peuvent être très éloignées dans le temps, ce qui crée des zones de transition qui n'ont pas de sens physique. On considérera néanmoins que ce problème influence peu la modélisation, car le nombre de point de collage est faible comparé au nombre de points total.

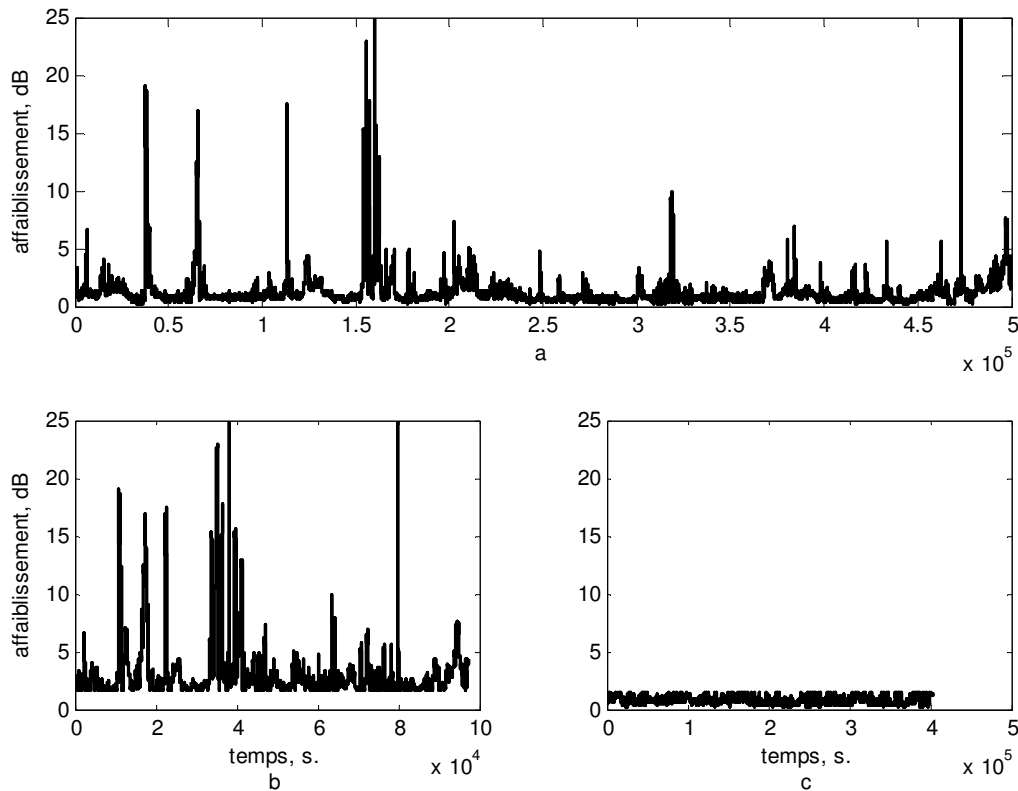


Figure 3.3 – Séparation des situations 'calmes' et 'volatiles' : (a) séries d'affaiblissement de 67 événements à caractère pluvieux (A_t), (b) séries des affaiblissements supérieurs à 1.5 dB (A'_t), (c) séries des affaiblissements inférieurs à 1.5 dB (A''_t).

3.5 Modélisation linéaire

3.5.1 Stationnarisation des séries temporelles

La première étape dans l'étude d'une série temporelle est l'analyse de sa stationnarité. On utilise ici le critère de Box & Jenkins (1976): si l'autocorrélation d'un processus reste proche de 1 pour un grand nombre de retard, le processus est non-stationnaire de type stochastique et doit être différencié. Ce résultat est assez évident pour une marche aléatoire pure :

$$X_{t+1} = X_t + \varepsilon_{t+1} \quad (3.22)$$

Dans ce cas, deux valeurs successives du processus ne diffèrent que d'un incrément ε_t , qui est généralement très faible par rapport au niveau du processus pour t suffisamment grand, car :

$$X_t = X_0 + \sum_{i=1}^t \varepsilon_i \quad (3.23)$$

D'où une autocorrélation proche de 1 qui décroît lentement. C'est aussi le cas des séries temporelles d'affaiblissement qui doivent donc être différenciées (Fig. 3.4, seconde ligne). La figure 3.4 (quatrième ligne) montre aussi qu'une seule différenciation est suffisante, car les autocorrélations des séries différenciées décroissent rapidement vers 0.

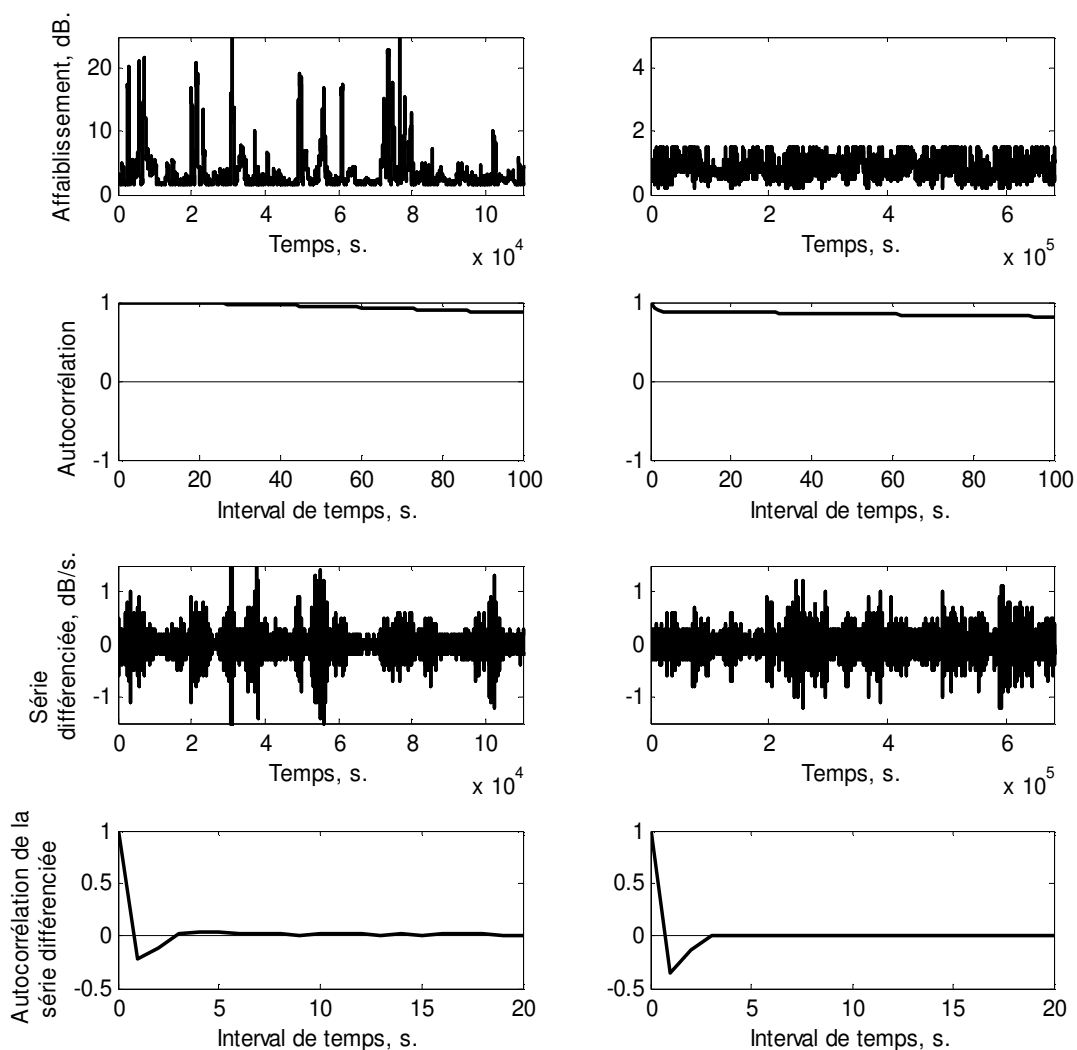


Figure 3.4 – Analyse de la stationnarité et stationnarisation par différenciation. La colonne de gauche correspond à la série des périodes ‘volatiles’, celle de droite à la série des périodes ‘calmes’.

La possibilité d'utiliser un ordre fractionnaire de différentiation a aussi été envisagé. Ce type de processus, appelé ARFIMA (ARMA Fractionnairement Intégré), sera décrit plus en détail au chapitre 3.7. L'autocorrélation d'un tel processus décroît lentement en h^{2d-1} où h est le retard et d l'ordre d'intégration (a priori non entier). Or, il a été trouvé que les autocorrélations des séries différenciées décroissent linéairement avec le retard, ce qui confirme le choix d'un ordre d'intégration entier égal à 1 ($2d-1=1 \Rightarrow d=1$). On considère alors dans la suite de cette étude les séries stationnarisées $\Delta A'_t$ et $\Delta A''_t$:

$$\begin{cases} \Delta A'_t = A'_t - A'_{t-1} \\ \Delta A''_t = A''_t - A''_{t-1} \end{cases} \quad (3.24)$$

3.5.2 Modélisation ARMA des processus différenciés

Définition - On appelle processus ARMA(p, q) (Auto Regressive Moving Average) un processus stationnaire X_t vérifiant une relation du type :

$$X_t = \sum_{i=1}^p \phi_i X_{t-i} + \varepsilon_t + \sum_{j=1}^q \theta_j \varepsilon_{t-j} \quad (3.25)$$

Où les ϕ_i et les θ_i sont des réels, ϕ_p et θ_q sont non nuls, et ε_t est un bruit blanc de variance σ^2 .

L'intérêt de la stationnarisation est que le théorème de Wold (Chap. 3.2.3) garantit que tout processus stationnaire au second ordre peut être modélisé par un processus ARMA où les innovations ε_t sont un bruit blanc faible. En effet, tout processus ARMA peut s'écrire de façon équivalente sous la forme MA(∞) qui correspond à l'équation (3.14) du théorème. En utilisant les polynômes d'opérateur retard, l'équation (3.25) peut aussi s'écrire :

$$\Phi(L)X_t = \Theta(L)\varepsilon_t \text{ où } \begin{cases} \Theta(L) = I + \theta_1 L + \dots + \theta_q L^q & \text{avec } \theta_q \neq 0 \\ \Phi(L) = I - \phi_1 L - \dots - \phi_p L^p & \text{avec } \phi_p \neq 0 \end{cases} \quad (3.26)$$

On supposera de plus que les polynômes Φ et Θ ont uniquement des racines de module strictement supérieur à 1. On peut en effet montrer que s'il y a des racines unitaires, le processus n'est plus stationnaire, et que s'il y a des racines de module strictement inférieur à 1, la décomposition fait intervenir le futur de la série. D'autre part, on rajoute l'hypothèse que Φ et Θ n'ont pas de racine commune, afin de garantir qu'il s'agisse de la forme ARMA minimale en terme de nombre de coefficients.

La procédure de détermination du modèle ARMA comporte deux étapes. Il faut tout d'abord identifier les ordres p et q du modèle, puis ensuite estimer les paramètres $(\phi_1, \dots, \phi_p)$ et $(\theta_1, \dots, \theta_q)$. Pour identifier les ordres p et q minimaux, on peut utiliser la méthode dite 'du coin' qui est basée sur la propriété suivante (cf. Wei, 2005, p. 133):

Propriété - Soit la matrice (i,j) définie à partir des autocorrélations $\rho(h)$ du processus stationnaire X_t , et soit $\Delta(i,j)$ son déterminant:

$$\langle i, j \rangle = \begin{bmatrix} \rho(i) & \rho(i-1) & \rho(i-2) & \dots & \rho(i-j+2) & \rho(i-j+1) \\ \rho(i+1) & \rho(i) & \rho(i-1) & \dots & \rho(i-j+3) & \rho(i-j+2) \\ \rho(i+2) & \rho(i+1) & \rho(i) & \dots & \rho(i-j+4) & \rho(i-j+3) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \rho(i+j-2) & \rho(i+j-3) & \rho(i+j-4) & \dots & \rho(i) & \rho(i-1) \\ \rho(i+j-1) & \rho(i+j-2) & \rho(i+j-3) & \dots & \rho(i+1) & \rho(i) \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

Alors X_t est décrit de façon minimale par un modèle ARMA(p,q) si et seulement si :

$$\begin{cases} \Delta(i, j) = 0 & \text{pour } i \geq q+1 \text{ et } j \geq p+1 \\ \Delta(i, j) \neq 0 & \text{pour } i \leq q \\ \Delta(i, j) \neq 0 & \text{pour } j \leq p \end{cases} \quad (3.28)$$

Autrement dit, le tableau des déterminants $\Delta(i, j)$ aura la forme suivante dans laquelle les termes de $D_{p,q}$, D_p et D_q sont non-nuls :

$i \backslash j$	1	2	...	p	$p+1$	$p+2$	...
1	$\Delta(1,1)$	$\Delta(1,2)$	...	$\Delta(1,p)$	$\Delta(1,p+1)$	$\Delta(1,p+2)$	...
2	$\Delta(2,1)$	$\Delta(2,2)$	...	$\Delta(2,p)$	$\Delta(2,p+1)$	$\Delta(2,p+2)$	...
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$		
q	$\Delta(q,1)$	$\Delta(q,2)$	...	$\Delta(q,p)$	$\Delta(q,p+1)$	$\Delta(q,p+2)$	...
$q+1$	$\Delta(q+1,1)$	$\Delta(q+1,2)$	...	$\Delta(q+1,p)$	0	0	...
$q+2$	$\Delta(q+2,1)$	$\Delta(q+2,2)$		$\Delta(q+2,p)$	0	0	...
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	

soit $\left[\begin{array}{c|c} D_{p,q} & D_p \\ \hline D_q & 0 \end{array} \right]$

Tableau 3.1 – Méthode ‘du coin’.

Pour la série ‘volatile’ différenciée $\Delta A'_t$, on obtient le tableau de déterminants suivant :

	1	p=2	3	4	5	6	7	8
1	-0.2229	0.1525	-0.0235	-0.0173	0.0433	-0.0497	0.0424	-0.0403
q=2	-0.1028	0.0189	0.0036	0.0016	0.0014	0.0009	-0.0003	0.0007
3	0.0376	0.0048	0.0007	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
4	0.0329	-0.0003	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
5	0.0359	0.0002	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
6	0.0342	0.0003	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
7	0.0237	-0.0005	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
8	0.0314	0.0005	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

Tableau 3.2 – Méthode ‘du coin’ appliquée à la série ‘volatile’ différenciée.

On obtient donc un modèle minimal ARMA(2,2). Pour la série ‘calme’ différenciée $\Delta A''_t$, on obtient un modèle minimal ARMA(1,2) :

	p=1	2	3	4	5	6	7	8
1	-0.3780	0.2685	-0.1503	0.0887	-0.0507	0.0294	-0.0174	0.0100
q=2	-0.1256	0.0178	-0.0018	0.0005	-0.0001	-0.0001	0.0001	0.0000
3	0.0054	0.0003	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
4	0.0024	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
5	0.0021	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
6	-0.0004	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
7	-0.0017	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

Tableau 3.3 – Méthode ‘du coin’ appliquée à la série ‘calme’ différenciée.

Les paramètres de ces modèles sont ensuite estimés par un algorithme des moindres carrés (Ljung, 1999). En résumé, la série temporelle d'affaiblissement peut être modélisée par un modèle ARIMA (Auto Regressive Integrated Moving Average) dont les paramètres dépendent d'un seuil S égal à 1.5 dB. Cette modélisation ARIMA 'avec seuil' se traduit par les équations suivantes :

$$\Delta A_t = A_t - A_{t-1} \quad (3.29)$$

$$\begin{cases} \Delta A_t = \phi'_1 \Delta A_{t-1} + \phi'_2 \Delta A_{t-2} + \varepsilon'_t + \theta'_1 \varepsilon'_{t-1} + \theta'_2 \varepsilon'_{t-2} & A_t \geq S \\ \Delta A_t = \phi''_1 \Delta A_{t-1} + \varepsilon''_t + \theta''_1 \varepsilon''_{t-1} + \theta''_2 \varepsilon''_{t-2} & A_t < S \end{cases} \quad (3.30)$$

ε'_t et ε''_t sont les erreurs respectives des prédicteurs ARMA (l'accent circonflexe apposé sur une variable aléatoire signifie ici et dans la suite du texte 'estimé' ou 'prédit') :

$$\begin{cases} \Delta \hat{A}_t = \phi'_1 \Delta A_{t-1} + \phi'_2 \Delta A_{t-2} + \theta'_1 \varepsilon'_{t-1} + \theta'_2 \varepsilon'_{t-2} & A_t \geq S \\ \Delta \hat{A}_t = \phi''_1 \Delta A_{t-1} + \theta''_1 \varepsilon''_{t-1} + \theta''_2 \varepsilon''_{t-2} & A_t < S \end{cases} \quad (3.31)$$

$$\begin{cases} \varepsilon'_t = \Delta A_t - \Delta \hat{A}_t & A_t \geq S \\ \varepsilon''_t = \Delta A_t - \Delta \hat{A}_t & A_t < S \end{cases} \quad (3.32)$$

On obtient les valeurs suivantes pour les paramètres:

$$\begin{cases} \phi'_1 = 1.161 \\ \phi'_2 = -0.2058 \\ \theta'_2 = -1.52 \\ \theta'_2 = 0.5709 \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} \phi''_1 = -0.1077 \\ \theta''_2 = -0.6062 \\ \theta''_2 = -0.242 \end{cases} \quad (3.33)$$

On remarque que ϕ'_1 est proche de 1, ce qui indique que pendant les périodes 'volatiles', la pente de l'affaiblissement a tendance à persister. Au contraire, ϕ''_1 est proche de 0, ce qui

indique que lors des périodes ‘calmes’, la pente à un instant donné a peu d’influence sur la pente aux instants suivants. Cela justifie le fait d’avoir classé la série en deux types de comportements différents. Concernant les erreurs, on voit que θ'_1 et θ''_1 sont de signe négatif, ce qui montre que le modèle essaye de compenser ses erreurs par une variation dans le sens opposé.

Chaque fois que l’affaiblissement passe le seuil S , le modèle doit commuter entre les deux modèles ARIMA spécifiques et une période de transition peut apparaître en raison du caractère récursif de ces derniers. Cet effet peut être évité en utilisant les deux modèles ARIMA en permanence, que la période soit ‘calme’ ou ‘volatile’, le seuil S n’étant utilisé que pour commuter entre les sorties des modèles. Concernant la transition en elle-même, on peut voir sur la figure 3.2 que les contributions normalisées moyennes d’affaiblissement par la pluie et d’affaiblissement par les nuages varient linéairement autour de 1.5 dB. Afin de lisser la transition, les sorties des modèles spécifiques sont pondérées entre 1 et 2 dB. Le poids de la sortie du modèle spécifique aux périodes ‘volatiles’ est égal à 0 lorsque l’affaiblissement est inférieur à 1 dB, puis varie linéairement jusqu’à 1 lorsque l’affaiblissement augmente jusqu’à 2 dB. Le poids de la sortie du modèle spécifique aux périodes ‘calmes’ varie en sens inverse. Cette méthode sera aussi appliquée lors de la modélisation GARCH des erreurs présentée au chapitre 3.6.

3.5.3 Prédiction à l’horizon h

L’affaiblissement étant un processus intégré, la première étape est d’écrire l’affaiblissement au temps $t+h$ en faisant apparaître la série différenciée.

$$A_{t+h} = A_t + \sum_{i=1}^h \Delta A_{t+i} \quad (3.34)$$

La prédiction à l’horizon h est alors :

$$\hat{A}_{t+h} = A_t + \sum_{i=1}^h \Delta \hat{A}_{t+i} \quad (3.35)$$

Les termes différenciés prédits intervenant dans cette équation sont calculés en itérant i fois l'équation (3.31). Cette itération fait intervenir les erreurs futures du modèle qui ne sont pas connues à l'instant de la prédiction. On les remplace donc par leur espérance, qui est nulle. Cela revient en fait à itérer le modèle en supposant qu'il est parfait. Cependant, les deux premières itérations impliquent des erreurs passées, et donc déterministes, qu'il ne faut pas supposer nulles. Pour alléger les écritures, on omet la dépendance en fonction du seuil S , seul le cas $A_t \geq S$ est considéré. L'itération s'écrit :

$$\begin{cases} \Delta \hat{A}_{t+1} = \phi_1 \Delta A_t + \phi_2 \Delta A_{t-1} + \theta_1 \varepsilon_t + \theta_2 \varepsilon_{t-1} \\ \Delta \hat{A}_{t+2} = \phi_1 \Delta \hat{A}_{t+1} + \phi_2 \Delta A_t + \theta_2 \varepsilon_t \\ \Delta \hat{A}_{t+i} = \phi_1 \Delta \hat{A}_{t+i-1} + \phi_2 \Delta \hat{A}_{t+i-2} \quad \text{pour } i > 2 \end{cases} \quad (3.36)$$

3.5.4 Comparaison des modèles de prédiction

Les critères utilisés dans cette comparaison sont le biais et l'écart-type de l'erreur de prédiction des différents modèles pour un horizon de 10s. Les résultats sont présentés en fonction du niveau de l'affaiblissement. Les données utilisées sont celles de la balise OLYMPUS 20 GHz mesurée à Gometz-la-Ville (Chap. 3.2).

Le modèle le plus simple est la persistance qui consiste à supposer que l'affaiblissement reste constant sur l'intervalle de prédiction. Les autres modèles ont été décrits au chapitre 2.5. Le paramètre de vitesse d'apprentissage du modèle ADALINE a été optimisé empiriquement à 10^{-4} . Le paramètre de bruit du modèle NASA a été fixé de même à 0.1 dB. Les paramètres du modèle ONERA à deux échantillons pour cette base de données sont donnés dans Van de Kamp (2002b). Ce modèle est présenté avec un pré-filtrage de fréquence de coupure 0.1 Hz, cependant, ce prétraitement n'est pas adapté à une application temps-réel en raison du retard induit par le déphasage du filtre. Pour cette raison, ce modèle est directement appliqué aux données non filtrées.

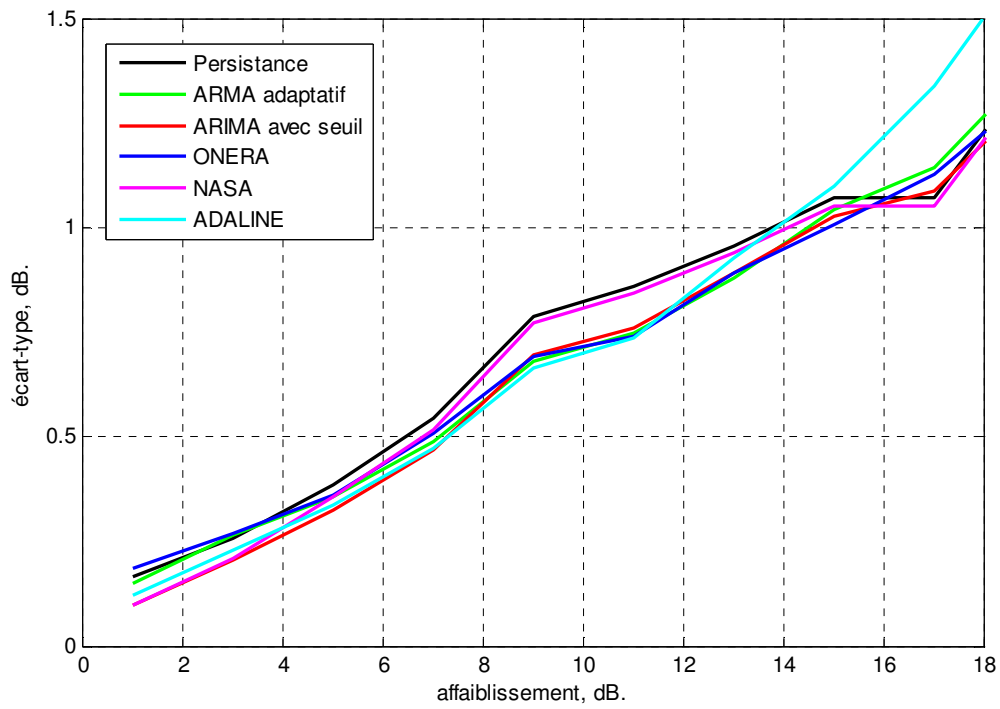


Figure 3.5 – Ecart-type des modèles en fonction de l’affaiblissement pour un horizon de 10s.

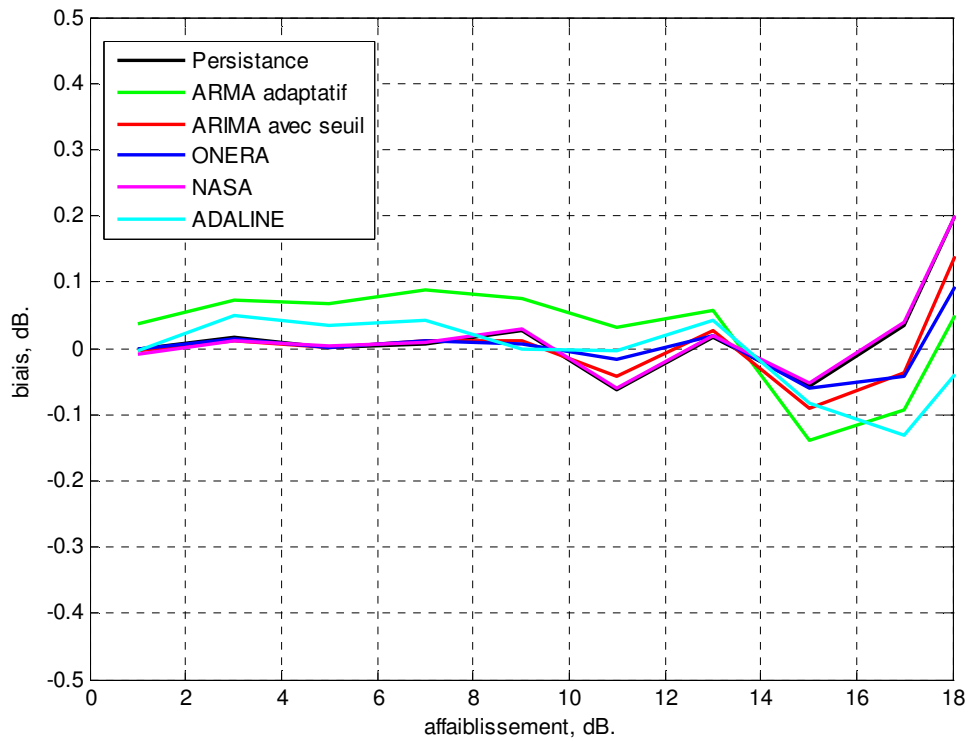


Figure 3.6 – Biais des modèles en fonction de l’affaiblissement pour un horizon de 10s.

Les performances du modèle ARIMA sont comparables à certains modèles existants et il est difficile de dire lequel est le meilleur. Cependant, le pouvoir prédictif des modèles est globalement faible, car leurs performances sont comparables à celles de la simple persistance. Ce résultat était prévisible, en particulier pour le modèle linéaire ARIMA qui utilise par définition l'information contenue dans l'autocorrélation du processus (Th. de Wold, Chap. 3.2.3). Or cette dernière est proche de 0 pour des intervalles de temps de l'ordre de l'horizon de prédiction de 10s (cf. Fig. 3.4 Chap. 3.5.1). Dans la partie suivante, on va donc étudier les résidus du modèle afin de voir s'il ne reste pas de l'information qui n'aurait pas été exploitée, notamment dans des relations de dépendance non-linéaire. Nous verrons que le modèle ARIMA aura alors un avantage important sur les autres modèles, car il garantit justement la non-corrélation de ses résidus.

3.6 Modélisation non-linéaire des résidus

3.6.1 Analyse des résidus des modèles ARIMA

L'analyse des résidus des modèles ARIMA montre que leurs autocorrélations sont nulles (sauf en 0) et donc qu'ils sont bien décorrélés, conformément au théorème de Wold. Cependant, on observe un regroupement des périodes de forte volatilité (Fig. 3.7, première ligne). On suppose ici que la volatilité correspond à la variance conditionnelle du processus. Elle est définie par :

$$\sigma_t^2 = V(X_t / X_{t-1}, X_{t-2}, \dots) \quad (3.37)$$

Elle n'est donc pas constante dans le temps et on parle alors de série temporelle 'hétéroscédastique'.

De plus, on remarque que les distributions des résidus ne sont pas Gaussiennes (Fig. 3.7, seconde ligne). Elles ont des Kurtosis de 12 et de 5 respectivement pour ε'_t et ε''_t . Le Kurtosis d'une distribution est défini par :

$$K = \frac{E\left((X_t - m)^4\right)}{E\left((X_t - m)^2\right)^2} \quad (3.38)$$

Il mesure l'importance des queues de la distribution, c'est-à-dire son degré d'écrasement. Ainsi, plus le Kurtosis est fort, plus les événements extrêmes ont une probabilité importante de se produire. Le Kurtosis d'une Gaussienne sert de référence et est égale à 3.

La figure 3.7 (troisième ligne) montre aussi que les séries temporelles des résidus **au carré** ont une autocorrélation significative. Bien que non-corrélés, les résidus ne sont donc pas indépendants et il reste de l'information utile pour la prédiction.

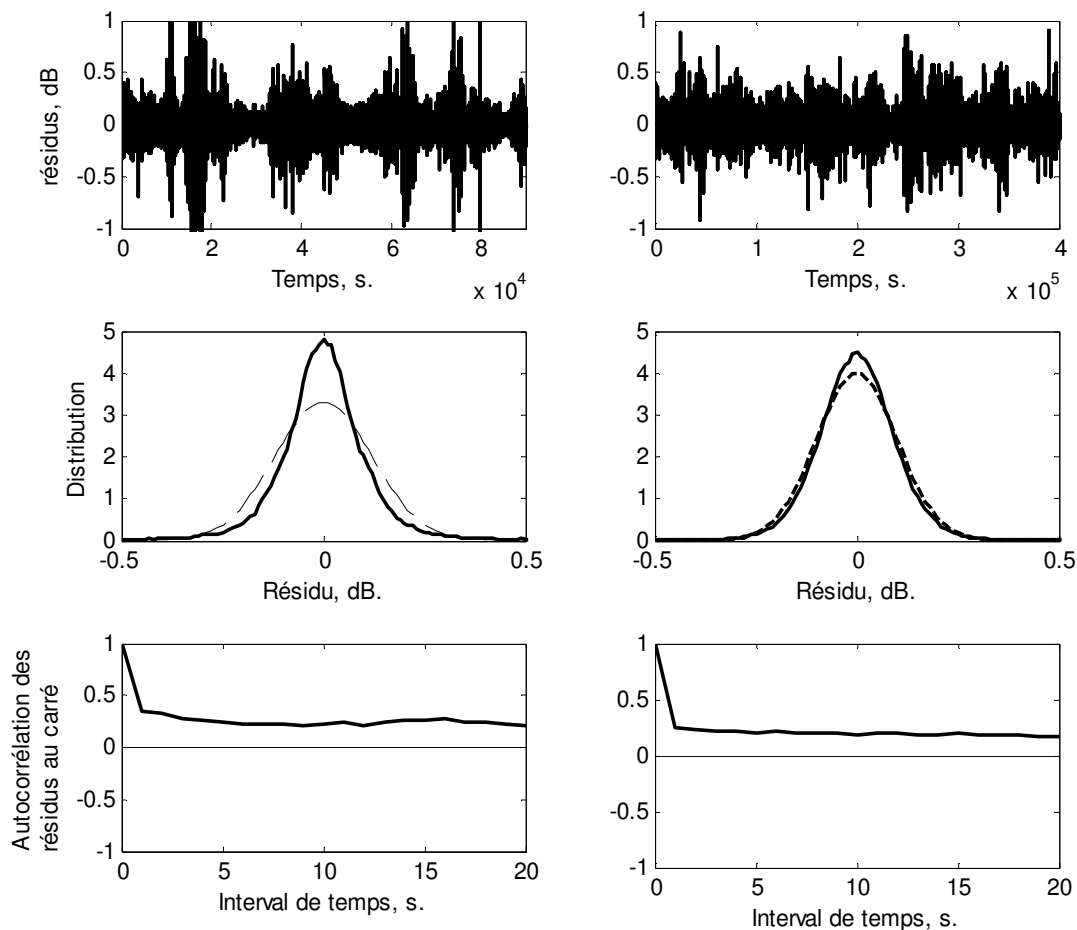


Figure 3.7 – Analyse des résidus des modèles ARIMA. Les distributions sont comparées à des Gaussiennes de même variance en pointillé. La colonne de gauche correspond à la série des périodes ‘volatiles’, celle de droite à la série des périodes ‘calmes’.

3.6.2 Modélisation GARCH des erreurs

La non-corrélation des résidus indique qu'il faut chercher des relations non-linéaires de dépendance afin de modéliser l'hétéroscédasticité. Or, les relations non-linéaires peuvent prendre des formes très diverses, et il est par conséquent difficile de trouver celle qui est adaptée au processus observé. L'idée est de procéder par complexité croissante et donc de commencer par modéliser les séries des résidus au carré qui sont corrélées comme nous venons de le voir. Cette propriété, ainsi que l'hétéroscédasticité et la distribution non Gaussienne des résidus, sont des phénomènes souvent observés en finance et les statisticiens travaillant dans ce domaine ont développé une classe de modèles spécifique. Il s'agit des modèles GARCH (Generalized Auto Regressive Conditional Heteroscedastic) (Engle, 1982 ; Bollerslev, 1986). L'idée est de modéliser la série des résidus au carré par un modèle ARMA où l'innovation μ_t est égale à la volatilité réalisée ε_t^2 moins la variance conditionnelle σ_t^2 . Les ordres sont identifiés de la même manière que précédemment avec la méthode du 'coin' (cf. Chap. 3.5.2). On obtient des modèles GARCH(1,1), que ce soit pour les résidus de la série des périodes 'calmes' ou pour ceux de la série des périodes 'volatiles' :

$$\begin{cases} \varepsilon_t^2 = \omega + (\alpha + \beta)\varepsilon_{t-1}^2 + \mu_t + \beta\mu_{t-1} \\ \mu_t = \varepsilon_t^2 - \sigma_t^2 \end{cases} \quad (3.39)$$

Où ω , α et β sont des paramètres. L'équation (3.39) est équivalente à :

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha\varepsilon_{t-1}^2 + \beta.\sigma_{t-1}^2 \quad (3.40)$$

La variance conditionnelle σ_t^2 du résidu ε_t est donc modélisée par une combinaison linéaire de la volatilité réalisée précédente ε_{t-1}^2 et de la variance conditionnelle précédente σ_{t-1}^2 . On définit ensuite un résidu normalisé η_t qui est le résidu divisé par son écart-type conditionnel:

$$\varepsilon_t = \eta_t.\sigma_t \quad (3.41)$$

Dans ce modèle, la série des résidus normalisés η_t est supposé être un bruit blanc Gaussien de variance 1. Le modèle GARCH permet, à partir d'un bruit blanc Gaussien, de reproduire la corrélation des résidus au carré, et de ce fait le regroupement des périodes de forte volatilité.

On peut aussi montrer qu'un processus GARCH a une distribution dont le Kurtosis est toujours supérieur à 3 :

$$K = 3 + 3 \frac{Var[E_c(\varepsilon_t^2)]}{E(\varepsilon_t^2)^2} = \frac{3[1 - (\alpha + \beta)^2]}{1 - (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha} \quad (3.42)$$

Le modèle complet ARIMA 'à seuil' avec erreurs GARCH est le suivant :

$$\Delta A_t = A_t - A_{t-1} \quad (3.43)$$

$$\begin{cases} \Delta A_t = \phi'_1 \Delta A_{t-1} + \phi'_2 \Delta A_{t-2} + \varepsilon'_t + \theta'_1 \varepsilon'_{t-1} + \theta'_2 \varepsilon'_{t-2} & A_t \geq S \\ \Delta A_t = \phi''_1 \Delta A_{t-1} + \varepsilon''_t + \theta''_1 \varepsilon''_{t-1} + \theta''_2 \varepsilon''_{t-2} & A_t < S \end{cases} \quad (3.44)$$

$$\begin{cases} \varepsilon'_t = \eta'_t \cdot \sigma'_t \\ \varepsilon''_t = \eta''_t \cdot \sigma''_t \end{cases} \quad (3.45)$$

$$\begin{cases} \sigma'^2_t = \omega' + \alpha' \varepsilon'^2_{t-1} + \beta' \cdot \sigma'^2_{t-1} \\ \sigma''^2_t = \omega'' + \alpha'' \varepsilon''^2_{t-1} + \beta'' \cdot \sigma''^2_{t-1} \end{cases} \quad (3.46)$$

3.6.3 Estimation des paramètres

En raison de l'hétéroscédasticité des résidus, l'algorithme des moindres carrés est en fait biaisé. Il faut donc estimer à nouveau les paramètres de modèles ARIMA en tenant compte de la modélisation GARCH des résidus. L'estimation de tous les paramètres du modèle doit donc être conjointe. Plus précisément, les paramètres ARIMA sont initialisés avec un algorithme des moindres carrés et les paramètres GARCH par des valeurs typiques. L'ensemble des paramètres est ensuite raffiné par maximum de vraisemblance (Hamilton, 1994). On suppose ici une distribution Gaussienne des résidus normalisés. Des distributions avec des queues plus épaisses, tel que les distributions de Student-*t* avec divers degrés de liberté, ont été testées mais n'ont pas amélioré les performances du modèle en terme de prédiction. L'hypothèse

d'une distribution Gaussienne a donc été conservée par simplicité. Les valeurs suivantes sont obtenues respectivement pour les paramètres ARIMA et GARCH:

$$\begin{cases} \phi'_1 = 1.1924 \\ \phi'_2 = -0.2309 \\ \theta'_1 = -1.5938 \\ \theta'_2 = 0.6281 \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} \phi''_1 = 0.1659 \\ \theta''_1 = -0.8046 \\ \theta''_2 = -0.1064 \end{cases} \quad (3.47)$$

$$\begin{cases} \omega' = 5.15 \text{ e} - 5 \\ \alpha' = 0.0674 \\ \beta' = 0.9306 \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} \omega'' = 1.2 \text{ e} - 5 \\ \alpha'' = 0.0331 \\ \beta'' = 0.9649 \end{cases} \quad (3.48)$$

On peut remarquer que les paramètres GARCH vérifient $(\alpha' + \beta') \approx 1$ et $(\alpha'' + \beta'') \approx 1$, ce qui indique que le modèle est proche d'un IGARCH (Integrated GARCH) (cf. Eq. (3.39)). Soit v la variance **non-conditionnelle** des résidus, alors $E(\varepsilon_t^2) = E(\sigma_t^2) = v$. En remplaçant dans l'équation du modèle GARCH (Eq. (3.40)), on obtient aisément :

$$v = \frac{\omega}{1 - \alpha - \beta} \quad (3.49)$$

Dans le cas d'un modèle IGARCH, cette variance non-conditionnelle est donc infinie, car $(\alpha + \beta) = 1$. Or, en raison de l'intermittence des phénomènes météorologiques, le processus ε_t^2 n'est intégré que sur de courtes périodes de temps, d'où une variance finie en pratique. De ce fait, il est logique de trouver des valeurs négligeable pour ω' et ω'' .

3.6.4 Validation du modèle

Pour valider le modèle ARIMA-GARCH, il faut vérifier que les autocorrélations des résidus normalisés et des résidus normalisés au carré sont nulles (sauf en 0). Il faut aussi vérifier que les résidus normalisés ont bien des distributions Gaussiennes de variance 1. Cette validation ne garantit pas que le modèle proposé possède les meilleures qualités prédictives possibles. Elle garantit que toute l'information que l'on se propose de modéliser a bien été utilisée. La

validation est réalisée sur la seconde moitié de la base de données qui n'a pas été utilisée pour l'apprentissage afin de vérifier aussi la capacité de généralisation du modèle.

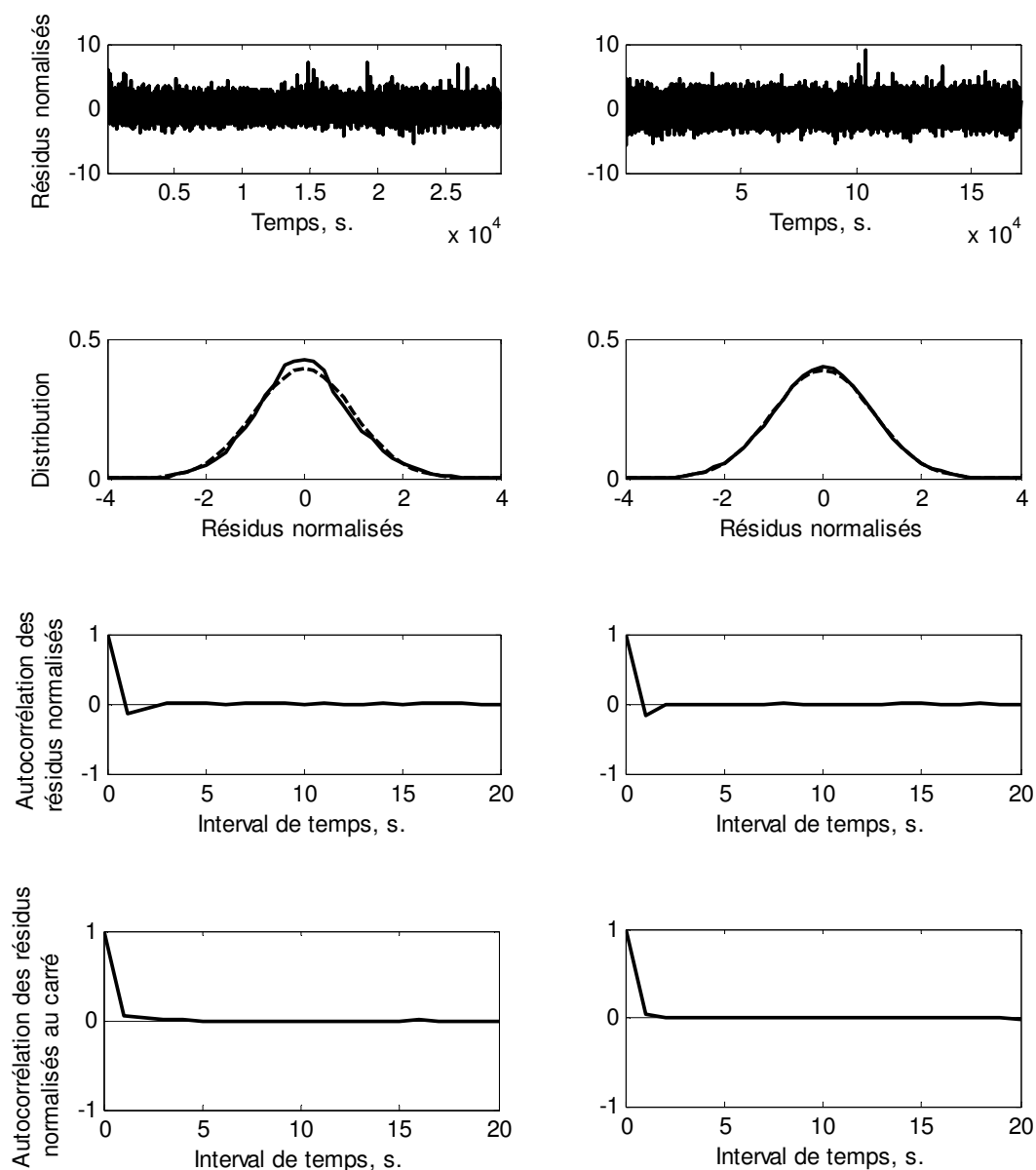


Figure 3.8 – Analyse des résidus normalisés des modèles ARIMA-GARCH. Les distributions sont comparées à des Gaussiennes de même variance en pointillé. La colonne de gauche correspond à la série des périodes ‘volatiles’, celle de droite à la série des périodes ‘calmes’.

On voit sur la figure 3.8 que les autocorrélations sont bien nulles et que les distributions des résidus normalisés sont bien des Gaussiennes. Concernant les variances et les Kurtosis, on trouve :

$$\begin{cases} V(\eta'_t) = 1.02 \\ V(\eta''_t) = 1.008 \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} K' = 4.05 \\ K'' = 3.55 \end{cases} \quad (3.50)$$

Le modèle ARIMA-GARCH est donc un bon candidat pour modéliser les séries temporelles d'affaiblissement.

3.6.5 Prédiction à l'horizon h

La prédiction du niveau de l'affaiblissement est réalisée avec la même méthode que celle présentée au chapitre 3.5.3. En effet, la modélisation GARCH des résidus ne modifie pas cette méthode puisque l'espérance des résidus reste nulle.

Par contre, le modèle GARCH permet de modéliser la variance conditionnelle de l'erreur qui varie alors dans le temps. Dans ce modèle, l'intervalle de confiance associé à la prédiction n'est plus constant et la variance conditionnelle de l'erreur à l'horizon h doit être prédite. Reprenons les équations du chapitre 3.5.3 :

$$A_{t+h} = A_t + \sum_{i=1}^h \Delta A_{t+i} \quad (3.34)$$

$$\hat{A}_{t+h} = A_t + \sum_{i=1}^h \Delta \hat{A}_{t+i} \quad (3.35)$$

Si l'on souhaite obtenir une prédiction de la variance conditionnelle de l'erreur à l'horizon h , il faut itérer l'équation ARMA (Eq. 3.44 Chap. 3.6.2) afin d'obtenir les termes différenciés de l'équation (3.34). Or, contrairement à la prédiction du niveau de l'affaiblissement pour laquelle les erreurs futures étaient supposées nulles, ici elles doivent être conservées, car leur

variance conditionnelle n'est pas nulle. Puisque l'équation (3.44) est linéaire, on peut écrire (on omet la dépendance en fonction du seuil pour simplifier les équations):

$$\Delta A_{t+i} = \Delta \hat{A}_{t+i} + \sum_{j=1}^i \lambda_{i,j} \varepsilon_{t+j} \quad (3.51)$$

Le calcul des coefficients $(\lambda_{i,1}, \dots, \lambda_{i,j})$ est réalisée en itérant l'équation (3.44) en annulant tous les termes déterministes, c'est-à-dire en ne gardant que les erreurs futures qui sont stochastiques. Ce problème revient à chercher le terme général de la suite U_n définie par l'équation de récurrence suivante :

$$\begin{cases} U_1 = \varepsilon_{t+1} \\ U_2 = \phi_1 U_1 + \varepsilon_{t+2} + \theta_1 \varepsilon_{t+1} \\ U_n = \phi_1 U_{n-1} + \phi_2 U_{n-2} + \varepsilon_{t+n} + \theta_1 \varepsilon_{t+n-1} + \theta_2 \varepsilon_{t+n-2} \quad \text{pour } n > 2 \end{cases} \quad (3.52)$$

En raison de la complexité de cette relation de récurrence, les coefficients $(\lambda_{i,1}, \dots, \lambda_{i,j})$ n'ont pas d'expression analytique simple et sont calculés numériquement. Puis en remplaçant l'équation (3.51) dans l'équation (3.34), il vient :

$$A_{t+h} = A_t + \sum_{i=1}^h \Delta \hat{A}_{t+i} + \sum_{i=1}^h \left(\sum_{j=1}^i \lambda_{i,j} \varepsilon_{t+j} \right) \quad (3.53)$$

Puis en utilisant l'équation (3.35) :

$$A_{t+h} = \hat{A}_{t+h} + \sum_{i=1}^h \left(\sum_{j=1}^i \lambda_{i,j} \varepsilon_{t+j} \right) \quad (3.54)$$

L'expression de l'erreur de prédiction à l'horizon h est ainsi obtenue :

$$e_{t+h} = A_{t+h} - \hat{A}_{t+h} = \sum_{i=1}^h \left(\sum_{j=1}^i \lambda_{i,j} \varepsilon_{t+j} \right) = \sum_{j=1}^h \left(\sum_{i=j}^h \lambda_{i,j} \right) \varepsilon_{t+j} \quad (3.55)$$

Et sa variance conditionnelle est (en posant $\mu_j = \sum_{i=j}^h \lambda_{i,j}$):

$$V_c(e_{t+h}) = V_c\left(\sum_{j=1}^h \mu_j \varepsilon_{t+j}\right) \quad (3.56)$$

Puisque les résidus ne sont pas corrélés, l'opérateur de variance conditionnelle peut être distribué (d'où l'intérêt de la modélisation ARIMA, en plus de son pouvoir prédictif!):

$$V_c(e_{t+h}) = \sum_{j=1}^h \mu_j^2 V_c(\varepsilon_{t+j}) \quad (3.57)$$

De plus, par définition, $\sigma_{t+j} \equiv V_c(\varepsilon_{t+j})$, d'où:

$$V_c(e_{t+h}) = \sum_{j=1}^h \mu_j^2 \sigma_{t+j}^2 \quad (3.58)$$

Cependant, les variances conditionnelles des erreurs futures ne sont pas connues à l'instant de la prédiction. Il faut donc les prédire aussi. Pour cela, on itère l'équation du modèle GARCH (Eq. 3.46 Chap. 3.6.2) en remplaçant ε_{t+i}^2 par son espérance, σ_{t+i}^2 :

$$\begin{cases} \sigma_{t+1}^2 = \alpha \varepsilon_t^2 + \beta \sigma_t^2 \\ \hat{\sigma}_{t+j}^2 = \omega + (\alpha + \beta) \hat{\sigma}_{t+j-1}^2 \approx \sigma_{t+1}^2 \quad \text{pour } j > 1 \end{cases} \quad (3.59)$$

En remplaçant dans l'équation (3.58), on obtient finalement la prédiction de la variance conditionnelle de l'erreur de prédiction à l'horizon h :

$$\hat{V}_c(e_{t+h}) = \sigma_{t+1}^2 \cdot \sum_{j=1}^h \mu_j^2 \quad (3.60)$$

3.6.6 Prédiction de la marge d'erreur

Dans le cadre des télécommunications par satellite, l'objectif de la modélisation du canal est d'obtenir un système de FMT qui garantit la disponibilité de la liaison. Puisque la liaison est coupée lorsque l'affaiblissement réel dépasse l'affaiblissement prédit, ce dernier doit inclure non seulement une prédiction du niveau de l'affaiblissement, mais aussi une marge d'erreur qui dépend du niveau de disponibilité requis. C'est justement l'intérêt du modèle GARCH qui permet de prédire en temps réel l'intervalle de confiance de la prédiction. Le majorant prédit de l'affaiblissement à $t+h$, noté $\bar{A}_{t+h}$, est donc égal à la prédiction plus la marge d'erreur :

$$\bar{A}_{t+h}(P) = \hat{A}_{t+h} + \bar{M}_{t+h}(P) \quad (3.61)$$

La marge d'erreur dépend de la disponibilité requise P qui est définie conventionnellement par le pourcentage de temps pendant lequel l'affaiblissement réel ne dépasse pas le majorant prédit. Pour calculer la marge d'erreur, il est nécessaire de connaître la distribution de l'erreur de prédiction à l'horizon h . L'équation (3.55) montre que cette dernière est une combinaison linéaire de résidus. Or, ces derniers sont des variables aléatoires décorrélées, centrées, et conditionnellement Gaussiennes. La distribution conditionnelle de l'erreur de prédiction à l'horizon h est donc aussi une Gaussienne centrée. La marge d'erreur, en fonction de la disponibilité requise, peut donc être calculée en utilisant la fonction d'erreur de Gauss

$$erf(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-z^2} dz :$$

$$\bar{M}_{t+h}(P) = erf^{-1}\left(\frac{2P}{100} - 1\right) \sqrt{2\hat{V}_c(e_{t+h})} \quad (3.62)$$

3.6.7 Comparaison des modèles

L'écart-type de la prédiction n'est pas le critère de comparaison optimal des performances des modèles, car il ne prend pas en compte la marge d'erreur. On définit alors un nouveau critère,

le coût moyen C , en dB, comme la surestimation moyenne de l'affaiblissement réel par le majorant prédit :

$$C(P) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T-h} H(\bar{A}_{t+h}(P) - A_{t+h}) \cdot (\bar{A}_{t+h}(P) - A_{t+h}) \cdot \Delta t \quad (3.63)$$

Où T est la durée de la série temporelle, $H(.)$ la fonction créneau de Heaviside et P la disponibilité. Du point de vue d'une FMT de contrôle en puissance, cette expression permet, pour un niveau de disponibilité donné, d'estimer l'écart entre la puissance nécessaire indiquée par le modèle et la puissance réellement nécessaire. Le coût moyen correspond à l'aire hachurée de la figure 1.2 (Chap. 1) moyenné par le nombre d'échantillons.

Concernant les modèles existants qui ne sont pas dotés d'une marge d'erreur variable, on supposera cette dernière constante. Seuls les modèles ARMA et ONERA à deux échantillons possèdent une marge d'erreur variable. Dans le modèle ONERA, l'erreur a une distribution 'hyperbolic secant' avec un paramètre d'échelle qui dépend du niveau de l'affaiblissement. Dans le modèle ARMA adaptatif, la marge d'erreur est liée à la variance des scintillations qui est estimée sur les 60 premiers échantillons passés.

L'horizon de prédiction est toujours fixé à 10s. Afin de rendre compte des performances des modèles en période de pluie, les modèles sont testés sur la série d'affaiblissement complète OLYMPUS 20 GHz, mais les performances ne sont calculées que sur les périodes 'volatiles'. De plus, certains modèles ont été développés spécifiquement pour les périodes de pluie et seraient désavantagés autrement. Comme précédemment, l'évaluation des performances est réalisée sur une partie de la base de données qui n'a pas été utilisée pour l'apprentissage.

La figure 3.9 montre les performances coût/disponibilité des modèles. On voit qu'au-delà de 99% de disponibilité, le modèle ARIMA-GARCH permet de réduire le coût moyen d'environ 25% par rapport aux autres modèles de prédiction.

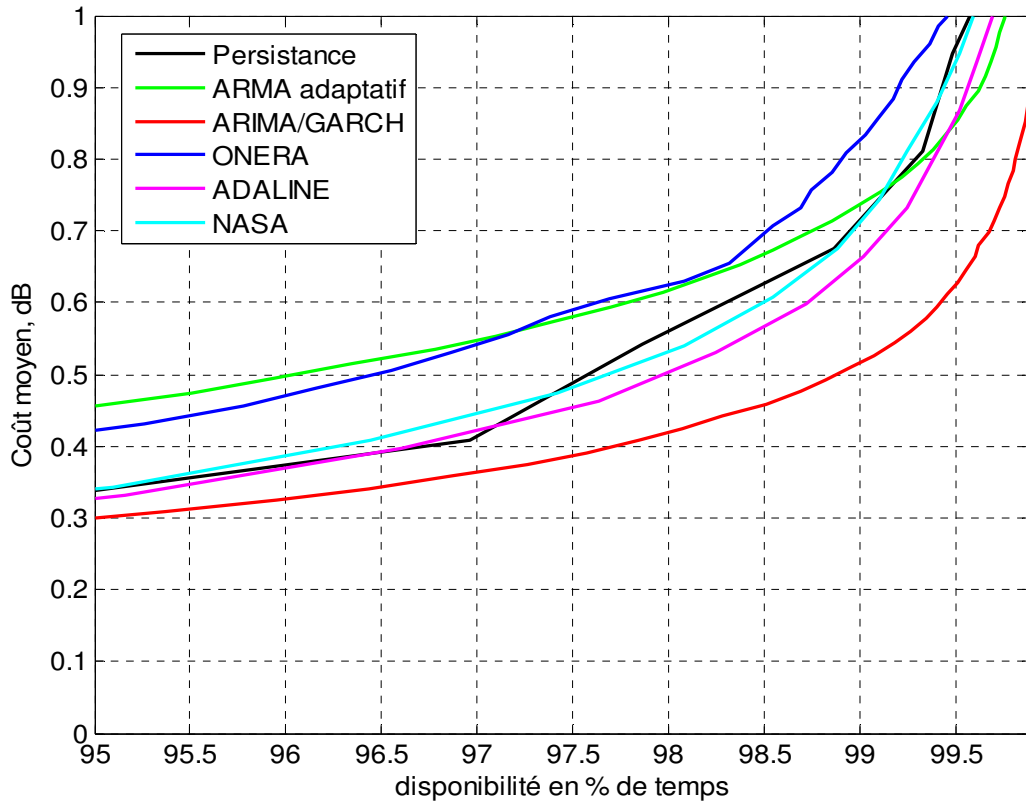


Figure 3.9 – Performances des modèles de prédiction en terme de coût/disponibilité calculées à partir des données OLYMPUS 20 GHz.

3.7 Un processus à mémoire longue?

3.7.1 La mémoire longue

Les processus ARMA sont appelés processus à mémoire courte en raison de la décroissance exponentielle de leur autocorrélation. On peut notamment montrer que pour un processus ARMA stationnaire, l'autocorrélation est bornée :

$$\exists a, b \in \mathbb{R}^+ \text{ tel que } \forall h \in \mathbb{R}^+, |\rho(h)| \leq a.b^h \quad (3.64)$$

Un processus à mémoire longue possède au contraire une autocorrélation qui décroît lentement en loi puissance :

$$\exists a, b \in \mathbb{R}^+ \text{ tel que } \lim_{h \rightarrow +\infty} \frac{\rho(h)}{a.h^{-b}} = 1 \quad (3.65)$$

Historiquement, le premier processus à mémoire longue décrit est le mouvement brownien fractionnaire (Mandelbrot & Van Ness, 1968). Ce processus est caractérisé par un paramètre appelé exposant de Hurst, noté H , permettant de classer les séries temporelles en fonction de leur autocorrélation : mémoire courte ou nulle, mémoire longue et positive (appelé phénomène de persistance), ou anti-persistance. Les séries empiriques étant des processus en temps discret, Mandelbrot & Wallis (1969) ont défini l'analogue du mouvement brownien fractionnaire en temps discret, appelé bruit gaussien fractionnaire.

3.7.2 Le modèle ARFIMA

Une seconde classe de modèles, liés au bruit gaussien fractionnaire, est constituée par les processus ARFIMA (Auto Regressive Fractionally Integrated Moving Average), parfois également appelés FARIMA. Ils constituent une généralisation des processus ARIMA(p, d, q) où l'ordre de différenciation d n'est plus nécessairement entier (la notion d'intégration fractionnaire est détaillée en Annexe A). Le paramètre d caractérise la dépendance à long terme de la série, le comportement de court terme étant modélisé par les composantes autorégressives et moyenne-mobiles. Un processus ARFIMA vérifie donc la même équation qu'un processus ARIMA, mais l'ordre d'intégration n'est pas nécessairement entier :

$$(1-L)^d \Phi(L) X_t = \Theta(L) \varepsilon_t \quad (3.66)$$

Où L est l'opérateur retard et ε_t un bruit blanc Gaussien d'écart-type σ . Dans le cas simple d'un processus ARFIMA($0, d, 0$) (avec $d < 1/2$), l'autocovariance du processus converge vers :

$$\gamma(h) = \sigma^2 \frac{\Gamma(h+d)\Gamma(1-2d)}{\Gamma(h+1-d)\Gamma(d)\Gamma(1-d)} \text{ quand } t \rightarrow +\infty \quad (3.67)$$

Où $\Gamma(.)$ est la fonction gamma. Pour h suffisamment grand, on peut en déduire la vitesse de décroissance asymptotique de l'autocorrélation :

$$\rho(h) \sim h^{2d-1} \quad (3.68)$$

Cette équation montre bien que le processus est à mémoire longue (cf. Eq. (3.65)).

3.7.3 Le modèle FIGARCH

Nous avons vu au chapitre 3.5.1 que le processus de l'affaiblissement n'est pas modélisable par un ARFIMA, car l'ordre d'intégration est entier et égal à 1. Cependant, il est possible que la volatilité présente une mémoire longue, c'est-à-dire que l'autocorrélation des incréments **au carré** décroisse lentement en loi puissance. La figure 3.10 montre cette autocorrélation pour les données OLYMPUS 20 GHz et on observe bien une décroissance lente jusqu'à des retards importants. De plus, la même autocorrélation tracée en échelle logarithmique (Fig. 3.11) semble être une droite pour des retards suffisamment grands, ce qui confirmerait la décroissance en loi puissance.

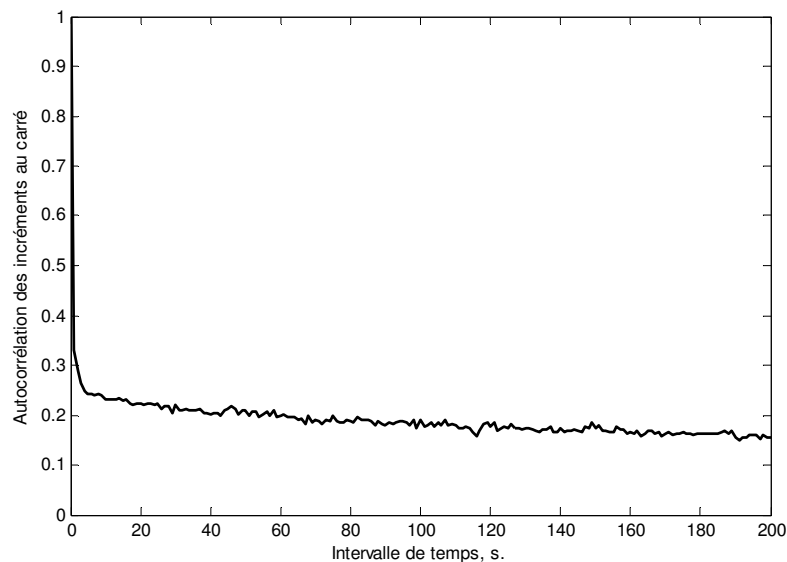


Figure 3.10 – Autocorrélation des incréments au carré de l'affaiblissement (données OLYMPUS 20 GHz).

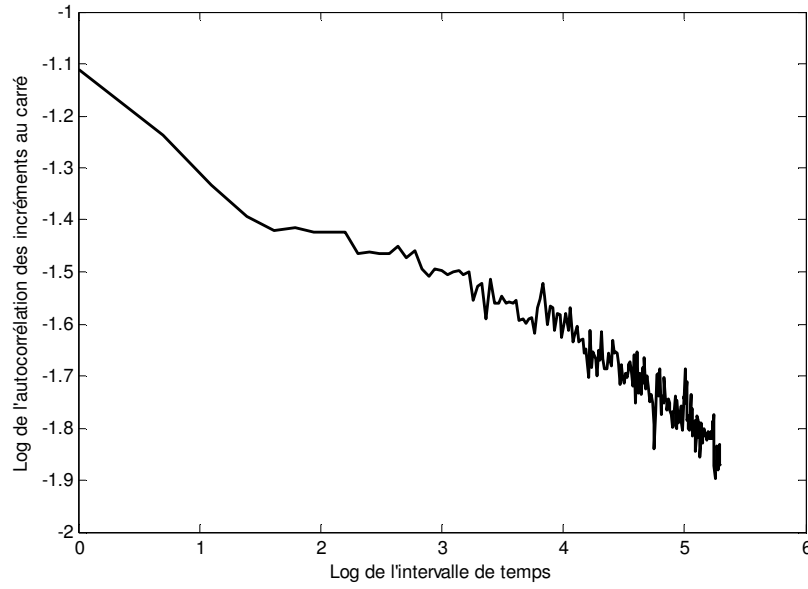


Figure 3.11 – Autocorrélation des incréments au carré de l'affaiblissement en graphique log-log (données OLYMPUS 20 GHz).

Afin d'introduire une volatilité à mémoire longue, on peut utiliser un modèle FIGARCH (Fractionally Integrated GARCH, Baillie et al., 1996). Ce modèle consiste en fait à une modélisation ARFIMA des résidus au carré ε_t^2 où l'innovation est $v_t = \varepsilon_t^2 - \sigma_t^2$. Le modèle FIGARCH est donc défini par l'équation suivante (cf. Eq. (3.66) pour le modèle ARFIMA) :

$$(1-L)^d \Phi(L) \varepsilon_t^2 = \omega + (1-B(L))v_t \quad (3.69)$$

Où $\Phi(L)$ et $B(L)$ sont des polynômes d'opérateurs retard et d l'ordre fractionnaire d'intégration. Cette équation peut être réécrite afin de faire apparaître la dépendance de la variance conditionnelle par rapport à ses valeurs passées et aux valeurs passées des résidus au carré :

$$\sigma_t^2 = \omega + B(L)\sigma_t^2 + (1-B(L) - (1-L)^d \Phi(L)) \varepsilon_t^2 \quad (3.70)$$

En se basant sur la modélisation GARCH(1,1) proposée précédemment, nous allons considérer ici le modèle FIGARCH(1, d ,1) qui consiste à prendre (Lux & Kaizoji, 2004):

$$\begin{cases} B(L) = \beta L \\ \Phi(L) = 1 - \phi L \end{cases} \quad (3.71)$$

L'équation (3.70) devient dans ce cas:

$$\sigma_t^2 = \omega + \beta L \sigma_t^2 + (1 - \beta L - (1 - L)^d (1 - \phi L)) \varepsilon_t^2 \quad (3.72)$$

En développant les polynômes (cf. Eq. (A.5) Annexe A) et en appliquant l'opérateur retard, on obtient :

$$\sigma_t^2 = \omega + \beta \sigma_{t-1}^2 - \beta \varepsilon_{t-1}^2 + \phi \varepsilon_{t-1}^2 + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\Gamma(i-d)}{\Gamma(i+1)\Gamma(-d)} (\varepsilon_{t-i}^2 - \phi \varepsilon_{t-1-i}^2) \quad (3.73)$$

On peut remarquer que l'équation (3.73) se ramène au modèle GARCH en posant $d=0$ et $\phi=\alpha+\beta$. L'intégration fractionnaire introduit une mémoire longue et fait donc intervenir un nombre infini d'échantillons passés. En pratique, on limitera ce nombre à 150 afin de limiter les temps de calcul. Il serait néanmoins intéressant dans le futur de ne pas limiter la mémoire du processus de manière fixe, mais plutôt de manière adaptative, en prenant par exemple le début de l'évènement de pluie dans lequel on se trouve. La mémoire s'adapterait ainsi à l'intermittence du phénomène physique sous-jacent.

3.7.4 Prédiction multi-step

Le modèle FIGARCH est couplé avec un modèle ARIMA comme précédemment. On peut donc reprendre l'expression de l'estimation de la variance de l'erreur de prédiction à $t+h$ (Chap. 3.6.5):

$$\hat{V}_c(e_{t+h}) = \sum_{j=1}^h \mu_j^2 \hat{\sigma}_{t+j}^2 \quad (3.74)$$

Où les paramètres μ_j ne dépendent que des paramètres du modèle ARIMA. L'estimation des variances conditionnelles des résidus $\hat{\sigma}_{t+j}^2$ est cependant modifiée par rapport au modèle ARIMA-GARCH, car le modèle de volatilité est ici différent. La méthode d'estimation reste la même: on itère l'équation (3.73) en remplaçant les résidus au carré ε_{t+j}^2 par l'estimation de leurs variances conditionnelles $\hat{\sigma}_{t+j}^2$. Cela ne concerne bien sûr que les erreurs futures qui sont inconnues au moment de la prédiction. Les erreurs passées sont au contraire connues et ne sont donc pas remplacées, ce qui nous oblige à alourdir les écritures mathématiques en considérant plusieurs cas, selon que les erreurs sont passées ou futures:

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{\sigma}_{t+1}^2 = \omega + \beta \sigma_t^2 - \beta \varepsilon_t^2 + \varphi \varepsilon_t^2 + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\Gamma(i-d)}{\Gamma(i+1)\Gamma(-d)} (\varepsilon_{t-i+1}^2 - \varphi \varepsilon_{t-i}^2) \\ \hat{\sigma}_{t+2}^2 = \omega + \varphi \hat{\sigma}_{t+1}^2 + \frac{\Gamma(1-d)}{\Gamma(2)\Gamma(-d)} (\hat{\sigma}_{t+1}^2 - \varphi \varepsilon_t^2) + \sum_{i=2}^{\infty} \frac{\Gamma(i-d)}{\Gamma(i+1)\Gamma(-d)} (\varepsilon_{t+2-i}^2 - \varphi \varepsilon_{t+1-i}^2) \\ \hat{\sigma}_{t+j}^2 = \omega + \varphi \hat{\sigma}_{t+j-1}^2 + \sum_{i=1}^{j-2} \frac{\Gamma(i-d)}{\Gamma(i+1)\Gamma(-d)} (\hat{\sigma}_{t+j-i}^2 - \varphi \hat{\sigma}_{t+j-i-1}^2) + \frac{\Gamma(j-1-d)}{\Gamma(j)\Gamma(-d)} (\hat{\sigma}_{t+1}^2 - \varphi \varepsilon_{t+j-1-i}^2) \\ \quad \dots + \sum_{i=j}^{\infty} \frac{\Gamma(i-d)}{\Gamma(i+1)\Gamma(-d)} (\varepsilon_{t+j-i}^2 - \varphi \varepsilon_{t+j-i-1}^2) \end{array} \right. \quad (3.75)$$

Ces variances conditionnelles estimées sont ensuite remplacées dans l'équation (3.74) pour obtenir une estimation de la variance de l'erreur de prédiction.

3.7.5 Estimation du modèle

L'estimation des paramètres se fait de la même manière que précédemment pour le modèle ARIMA-GARCH, c'est-à-dire par maximum de vraisemblance. Il y a cependant une difficulté due à l'intermittence pluie-non pluie. Nous savons en effet que la série temporelle d'affaiblissement se comporte différemment lorsqu'il pleut et lorsqu'il ne pleut pas, ce qui nous a conduit à classifier la série en périodes 'calmes' et 'volatiles', puis à les modéliser par des modèles ARIMA spécifiques. Or dans le cas de l'utilisation d'un modèle à mémoire

longue, il n'est pas possible d'isoler les périodes 'volatiles' puis de les mettre bout à bout afin d'estimer des paramètres spécifiques. En effet, cette méthode brise la mémoire longue, car des événements lointains peuvent se retrouver côte à côte. On est donc contraint d'estimer les paramètres sur toute la série temporelle. Cela a l'intérêt d'obtenir une convergence pour l'estimation du paramètre d'intégration fractionnaire d , mais l'inconvénient est que les paramètres ARIMA ne sont plus spécifiques à la situation météorologique pluie ou non pluie. Autrement dit, la modélisation de la volatilité devient à mémoire longue, mais la capacité prédictive du modèle ARIMA est réduite.

Un compromis est d'estimer les paramètres ARIMA-FIGARCH sur toute la série temporelle, puis de remplacer les paramètres ARIMA par ceux obtenus précédemment avec ARIMA-GARCH pour les périodes 'volatiles'. On obtient alors un modèle adapté aux périodes 'volatiles' tout en ayant une volatilité à mémoire longue. Pour les données OLYMPUS 20 GHz on obtient les paramètres suivants (pour les paramètres ARIMA, cf. Chap. 3.6.3) :

$$\begin{cases} \omega = 2e-4 \\ \beta = 0.619 \\ \varphi = 0.378 \\ d = 0.323 \end{cases} \quad (3.76)$$

3.7.6 Performances

Ce chapitre présente les performances de prédiction à 10s du modèle ARIMA-FIGARCH par rapport au modèle ARIMA-GARCH pour les données OLYMPUS 20 GHz. De même que précédemment, les données utilisées pour évaluer les performances sont différentes de celles qui ont servi pour l'apprentissage des modèles. Les performances ont été calculées uniquement sur les périodes 'volatiles' de sorte que les résultats ne sont pas dépendants du pourcentage de périodes 'calmes'.

La figure 3.12 montre les performances respectives des modèles ARIMA-GARCH et ARIMA-FIGARCH. On voit que ce dernier semble être plus performant pour les disponibilités élevées (>98%), ce qui montre que l'utilisation d'une volatilité à mémoire longue est une option pertinente. Cependant, l'amélioration des performances reste peu conséquente (0.02 dB en moyenne pour 99% de disponibilité) et ne justifie pas l'utilisation du

modèle plus complexe ARIMA-FIGARCH par rapport au modèle ARIMA-GARCH. Nous reviendrons au chapitre 6 sur les causes possibles de ce résultat moins bon que ce que l'on aurait pu espérer.

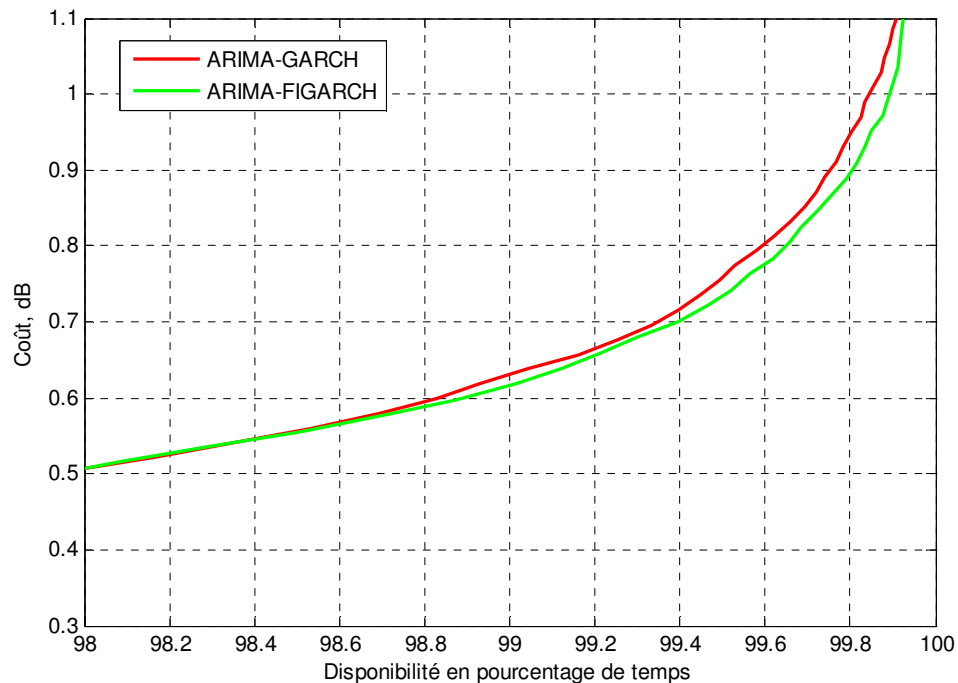


Figure 3.12 – Performances des modèles de prédiction ARIMA-FIGARCH et ARIMA-GARCH en terme de coût/disponibilité calculées à partir des données OLYMPUS 20 GHz.

3.8 Prédiction avec similitude en fréquence

Un modèle de prédiction de l'affaiblissement à la fréquence $F_1=20$ GHz a été développé dans les chapitres précédents. Il s'agit maintenant de prédire l'affaiblissement à la fréquence F_2 (égale à 30 GHz dans le cas du satellite OLYMPUS et à 44 GHz pour SYRACUSE 3A) à partir de l'affaiblissement à la fréquence F_1 .

3.8.1 La séparation des effets

Le problème de la similitude en fréquence n'est pas trivial car au dessus de 20 GHz, l'affaiblissement provoqué par les gaz et les nuages ne peut plus être négligé. Les différentes

composantes de l'affaiblissement total doivent donc être tout d'abord séparées. La similitude en fréquence peut ensuite être réalisée à l'aide de coefficients de similitude spécifiques à chaque composante.

Un réseau de neurones a été développé par le CETP dans le but de séparer les composantes de l'affaiblissement dû aux gaz, aux nuages et à la pluie (présenté au Chap. 2.3.1). Les données en entrée du réseau de neurones sont l'affaiblissement à 20 GHz et les données météorologiques mesurées au sol (pression, température et humidité). La sortie du réseau de neurones fournit une estimation des contributions normalisées de chaque composante à l'affaiblissement total, W_{gaz} , W_{nuages} et W_{pluie} , définies par :

$$\begin{cases} A_{pluie} = W_{pluie} \times A_{total} \\ A_{nuages} = W_{nuages} \times A_{total} \\ A_{gaz} = W_{gaz} \times A_{total} \end{cases} \quad (3.77)$$

3.8.2 Similitude en fréquence des composantes

Le coefficient de similitude est défini par la formule suivante :

$$K = \frac{A(F_2)}{A(F_1)} \quad (3.78)$$

Où $A(F_1)$ est l'affaiblissement sur la liaison descendante et $A(F_2)$ l'affaiblissement sur la liaison montante (avec $F_1=20$ GHz et $F_2=30$ GHz pour les données OLYMPUS). Le coefficient de similitude total peut être écrit en fonction des contributions normalisées des composantes fournies par le réseau de neurones:

$$K = W_{gaz} \cdot K_{gaz} + W_{nuages} \cdot K_{nuages} + W_{pluie} \cdot K_{pluie} \quad (3.79)$$

Où K_{gaz} , K_{nuages} et K_{pluie} sont les coefficients de similitude spécifiques à chaque composante. Ces coefficients sont estimés avec les modèles standards UTI (présentés au chapitre 2.3.2) qui utilisent les paramètres météorologiques mesurés au sol (pression, température, humidité).

L'erreur sur le coefficient de similitude final, notée δ_t , n'est pas négligeable car elle résulte de plusieurs sources d'erreur : l'incertitude sur les contributions des composantes, l'incertitude sur les profils atmosphériques dérivés des données météorologiques au sol et enfin l'incertitude sur le coefficient de similitude de l'affaiblissement par la pluie en raison du manque de connaissance de la DSD le long de la liaison. On a donc :

$$K_t = \hat{K}_t + \delta_t \quad (3.80)$$

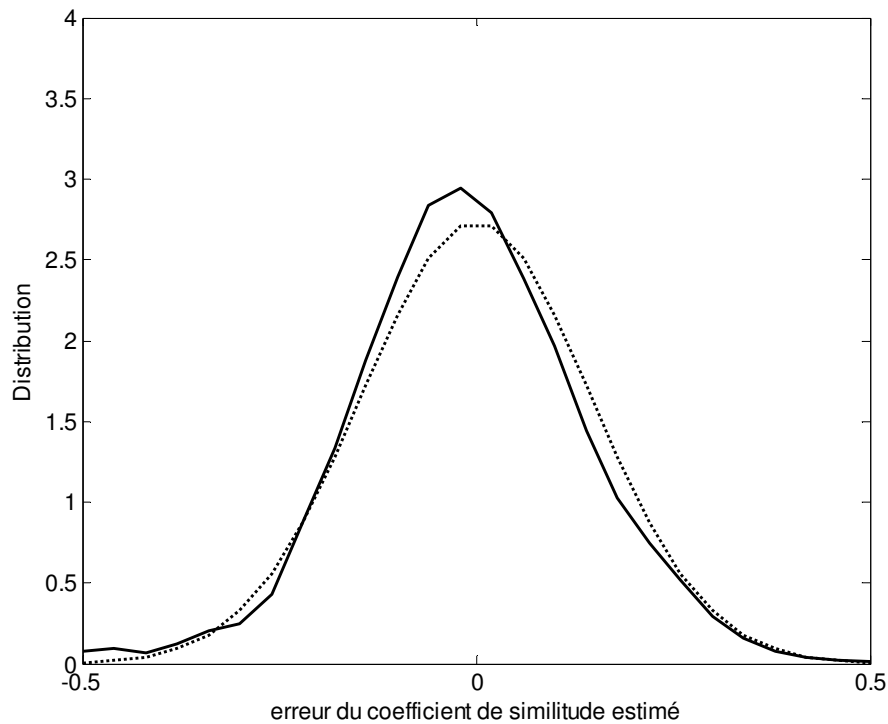


Figure 3.13 – Distribution de l'erreur du coefficient de similitude estimé comparé à une distribution Gaussienne centrée de même écart-type.

La figure 3.13 montre la distribution des erreurs du coefficient de similitude estimé par rapport au coefficient de similitude empirique pour les données OLYMPUS 20/30 GHz. On trouve que cette erreur est proche d'une variable aléatoire centrée et Gaussienne, avec un

écart-type égal à 0.15. On peut de plus vérifier que cet écart-type ne dépend pas du niveau de l'affaiblissement. Avec les fréquences du satellite OLYMPUS, le coefficient de similitude est de l'ordre de 2. La méthode de similitude en fréquence provoque donc une erreur d'environ 7% en moyenne sur l'affaiblissement transposé en fréquence.

3.8.3 Prédiction avec similitude en fréquence

L'algorithme multi-step de prédiction ARIMA-GARCH (Chap. 3.6.5) permet de prédire l'affaiblissement sur la liaison descendante, ainsi que la distribution conditionnelle de l'erreur de prédiction. Cependant, l'étape similitude en fréquence accroît cette erreur en raison de l'incertitude sur le coefficient de similitude estimé. Dans la suite, l'erreur de prédiction de l'affaiblissement sur la liaison descendante sera notée $e_{t+h}(F_1)$ et celle sur la liaison montante $e_{t+h}(F_2)$. En considérant que le coefficient de similitude reste constant sur l'intervalle de prédiction, l'affaiblissement sur la liaison montante est égal à :

$$A_{t+h}(F_2) = K_t \cdot A_{t+h}(F_1) \quad (3.81)$$

Cette équation peut s'écrire en tenant compte des erreurs de prédiction et de similitude :

$$A_{t+h}(F_2) = (\hat{K}_t + \delta_t) \cdot (\hat{A}_{t+h}(F_1) + e_{t+h}(F_1)) \quad (3.82)$$

On peut développer cette équation et enlever le terme d'erreur croisé qui est négligeable :

$$A_{t+h}(F_2) = \hat{K}_t \cdot \hat{A}_{t+h}(F_1) + \hat{A}_{t+h}(F_1) \cdot \delta_t + \hat{K}_t \cdot e_{t+h}(F_1) \quad (3.83)$$

Soit $\hat{A}_{t+h}(F_2)$ la prédiction de l'affaiblissement sur la liaison montante après similitude. On peut écrire :

$$A_{t+h}(F_2) = \hat{A}_{t+h}(F_2) + e_{t+h}(F_2) \quad (3.84)$$

L'identification des parties déterministes et stochastiques des équations (3.83) et (3.84) donne les deux équations suivantes:

$$\hat{A}_{t+h}(F_2) = \hat{K}_t \cdot \hat{A}_{t+h}(F_1) \quad (3.85)$$

$$e_{t+h}(F_2) = \hat{A}_{t+h}(F_1) \cdot \delta_t + \hat{K}_t \cdot e_{t+h}(F_1) \quad (3.86)$$

L'équation (3.86) montre que l'erreur de prédiction de l'affaiblissement après similitude $e_{t+h}(F_2)$ est une combinaison linéaire de l'erreur de prédiction sur la liaison descendante $e_{t+h}(F_1)$ et de l'erreur sur le coefficient de similitude δ_t . Or, ces deux erreurs sont indépendantes, centrées et Gaussiennes, donc $e_{t+h}(F_2)$ est aussi une variable aléatoire centrée et Gaussienne. Puisque les erreurs de prédiction et les erreurs de similitude sont a priori décorrélées, leurs variances sont additives et la variance conditionnelle de l'erreur finale s'écrit :

$$V_c(e_{t+h}(F_2)) = \hat{A}_{t+h}(F_1)^2 \cdot V(\delta_t) + \hat{K}_{t+h}^2 \cdot V_c(e_{t+h}(F_1)) \quad (3.87)$$

Où $V_c(e_{t+h}(F_1))$ est la variance conditionnelle de l'erreur de prédiction sur l'affaiblissement de la liaison descendante (avant similitude) estimée par le modèle ARIMA-GARCH (cf. Chap. 3.6.5). D'autre part, la variance de l'erreur sur le coefficient de similitude $V(\delta_t)$ a été déterminée précédemment (pour la liaison OLYMPUS-Gometz-la-Ville, $V(\delta_t) = 0.15^2$, cf. Chap. 3.8.2). L'erreur totale après similitude $e_{t+h}(F_2)$ étant Gaussienne, on peut utiliser la fonction d'erreur de Gauss erf pour calculer sa fonction de répartition puis déterminer la marge d'erreur, notée $\bar{M}_{t+h}(F_2)$, qu'il faut rajouter à la prédiction pour atteindre la disponibilité requise de la liaison, notée P en pourcentage de temps :

$$\bar{M}_{t+h}(F_2) = erf^{-1}\left(\frac{2P}{100} - 1\right) \sqrt{2V_c(e_{t+h}(F_2))} \quad (3.88)$$

En combinant l'équation (3.88) et l'équation (3.85), on obtient une majoration de l'affaiblissement à $t+h$ sur la liaison montante, qui sera valide au moins P % du temps :

$$\bar{A}_{t+h}(F_2) = \hat{A}_{t+h}(F_2) + \bar{M}_{t+h}(F_2) \quad (3.89)$$

3.8.4 Performances

La figure 3.14 montre les performances du modèle ARIMA-GARCH avec similitude en fréquence. Ces résultats sont présentés en termes de coût/disponibilité et sont calculés à partir des données OLYMPUS-Gometz-la-Ville 20/30 GHz. Afin de rendre les résultats indépendants du pourcentage de ciel clair, comme précédemment, on n'utilise que les périodes 'volatiles' pour calculer les performances.

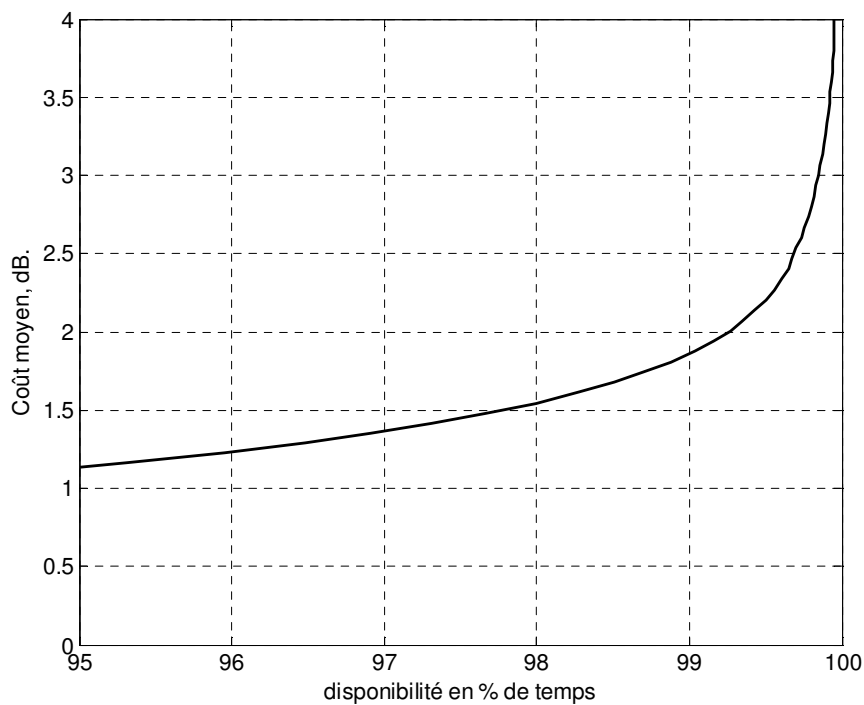


Figure 3.14 – Performances en terme de coût/disponibilité du modèle RIMA/GARCH avec similitude en fréquence calculées avec les données OLYMPUS-Gometz-la-Ville 20/30 GHz.

Il n'a pas été possible de comparer ces résultats avec d'autres modèles qui combinent prédiction de l'affaiblissement et similitude en fréquence, car aucun n'a été trouvé dans la littérature. Cependant, pour un horizon de prédiction fixé à 10s, les résultats montrent que la prédiction ne surestime en moyenne que de 2 dB l'affaiblissement sur la liaison montante pour une disponibilité de 99% pendant les périodes de pluie, ce qui est certainement intéressant pour les concepteurs de FMT.

Dans le but de savoir quelle partie du système est le plus grand contributeur à l'erreur de prédiction totale à 30 GHz, les contributions de la similitude en fréquence et de la prédiction à 20 GHz ont été calculées séparément. Ces contributions correspondent respectivement au premier et au second terme de l'équation (3.86). La figure 3.15 présente la moyenne de la valeur absolue de ces erreurs en fonction de l'affaiblissement à 30 GHz. On voit qu'en dessous de 6 dB, les contributions moyennes sont du même ordre. Cependant au-dessus de cette valeur, la contribution de la similitude en fréquence est plus importante que la contribution de la prédiction à 20 GHz, et l'écart augmente avec le niveau d'affaiblissement. Ainsi, l'amélioration de l'estimation du coefficient de similitude, si cela est possible, permettrait d'améliorer sensiblement les performances du système complet.

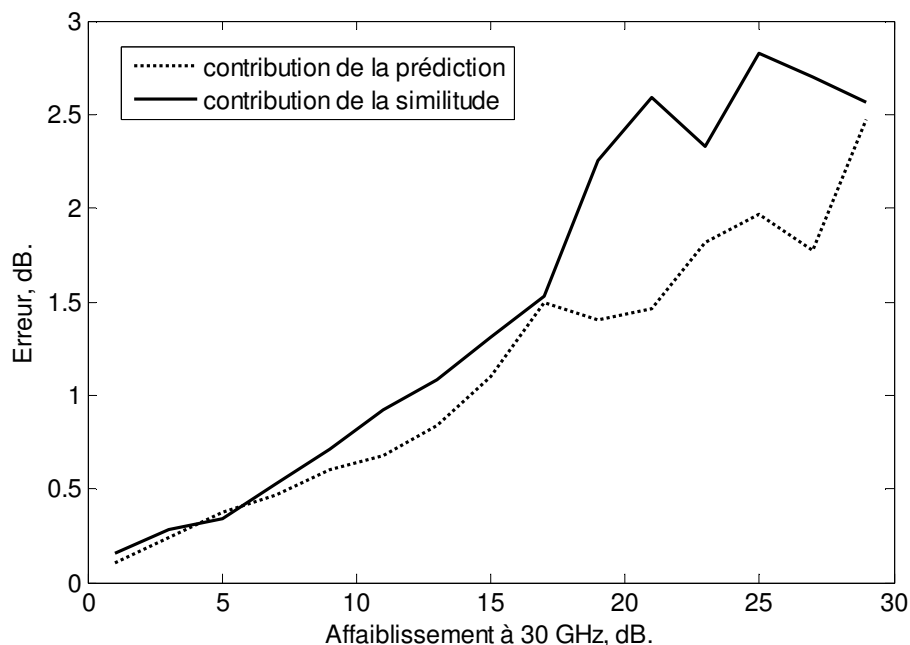


Figure 3.15 – Contribution de l'erreur sur le coefficient de similitude et de l'erreur de prédiction de la liaison descendante à l'erreur du système complet (prédiction + similitude).

3.9 Conclusions

Contrairement à l'idée généralement acceptée que les erreurs de prédiction correspondent à des scintillations dont la variance est relativement constante, cette étude montre que la volatilité des séries temporelles d'affaiblissement peut varier rapidement et doit être prédite. On parle alors de série 'hétéroscédastique', car la variance conditionnelle des incréments du processus n'est pas constante.

Le modèle ARIMA-GARCH, développé dans le domaine de la finance, est adapté à ce type de série temporelle. Ce dernier permet d'obtenir de meilleures performances en termes de coût/disponibilité par rapport aux autres modèles, notamment grâce à la prédiction de la distribution de l'erreur de prédiction.

Le modèle de prédiction a été complété par une méthode de similitude en fréquence afin de simuler le système complet de prédiction de l'affaiblissement sur la liaison montante. Cette méthode procède d'abord à une séparation des composantes physiques de l'affaiblissement puis à une similitude en fréquence avec des coefficients spécifiques à chaque composante. Dans le cas de la liaison 20/30 GHz OLYMPUS-Gometz-la-Ville, l'erreur due à l'incertitude sur le coefficient de similitude est du même ordre que l'erreur de prédiction avant similitude, sauf pour les affaiblissements forts où l'erreur due à la similitude est plus importante.

Au final, pour un horizon de prédiction de 10s, le modèle complet permet d'obtenir une disponibilité de 99% pour une surestimation de l'affaiblissement réel de 2 dB en moyenne. Ce résultat doit cependant être relativisé, car le modèle ne prend pas en compte les limitations techniques des instruments.

Enfin, puisque l'affaiblissement est fortement lié à la pluie et donc aux turbulences, une approche basé sur une volatilité à mémoire longue a été testé (ARIMA-FIGARCH). Les résultats sont encourageants mais ne sont pas assez significatifs pour recommander l'usage de ce modèle plus sophistiqué.

4 L'EXPÉRIENCE SYRACUSE3 : PREMIERS RÉSULTATS

4.1 Introduction

L'objectif de ce chapitre est vérifier que le modèle de prédiction développé avec des données OLYMPUS est aussi valide avec les nouvelles données SYRACUSE3. L'expérience de propagation SYRACUSE3 a débuté à l'été 2006, c'est-à-dire à peu près en même temps que cette thèse. Divers problèmes techniques et logiciels ont dû être résolus, et ce n'est qu'à partir de Novembre 2007 que les mesures ont pu être validées.

À l'heure où est écrit ce mémoire, nous disposons d'un peu plus de 6 mois de données valides, ce qui est suffisant pour réaliser les premières analyses. Le dispositif expérimental SYRACUSE3 est tout d'abord présenté, ainsi que les difficultés techniques auxquelles nous avons dû faire face. Les données sont ensuite analysées afin d'évaluer les statistiques d'affaiblissement, l'erreur d'estimation du coefficient de similitude et les performances du modèle de prédiction ARIMA-GARCH.

4.2 Le dispositif expérimental

4.2.1 Le satellite

SYRACUSE est un programme militaire français de télécommunications sécurisées par satellite mené depuis 1980 par la DGA (Délégation Générale de l'Armement). Le premier satellite de troisième génération, SYRACUSE 3A, a été lancé en Octobre 2005. Ce satellite est positionné sur une orbite géostationnaire à 47° E à la verticale du Kenya. Il comporte un équipement classique en bande SHF (Super High Frequency), un équipement en bande EHF, ainsi qu'une balise de positionnement à 20 GHz. Le système SHF fonctionne à 7-8 GHz et comporte 4 antennes à faisceau étroit et 9 canaux de bande passante 40 MHz. Le système EHF comporte 2 antennes à faisceau étroit et 6 canaux de bande passante 40 MHz. L'ensemble du territoire métropolitain français est couvert par le système EHF. Les signaux montant à 44 GHz sont reçus par des transpondeurs embarqués qui répètent et amplifient le

signal avant de le réémettre à 20 GHz sur la liaison descendante. La liaison à 44 GHz est la plus affectée par l'atténuation troposphérique, c'est pourquoi l'objectif de la modélisation du canal de propagation est de prédire l'affaiblissement à 44 GHz à partir de l'affaiblissement à 20 GHz. D'autre part, pour la même raison, le 44 GHz nécessite plus de puissance à l'émission. La configuration 44 GHz montant et 20 GHz descendant permet donc de limiter l'énergie dépensée par le satellite. De plus, pour des raisons techniques évidentes, il est plus simple de mettre en œuvre la technique de lutte contre l'affaiblissement à partir de la Terre.

4.2.2 Les stations terrestres

La campagne de mesure EHF a été originellement conçue pour le satellite expérimental STENTOR. Cependant, suite à l'échec de cette mission spatiale en 2003, il a été décidé d'utiliser le dispositif EHF opérationnel de SYRACUSE3 à des fins de recherche. Ce dernier comprend trois liaisons terrestres redondantes à 17° d'élévation: la station M1 à proximité de Rennes (site du CELAR), la station M3 à proximité de Chartres et la station M4 à proximité de Carcassonne (Marsault et al., 2006). Ces 3 stations émettent simultanément un signal à 44 GHz et reçoivent chacune 3 signaux descendant à 20 GHz en provenance des transpondeurs du satellite (leur propre signal répété et celui des deux autres stations). Les signaux reçus sont échantillonnés à 1Hz. Chaque station reçoit aussi la balise 20 GHz du satellite (Fig. 4.1).

Ce dispositif est intéressant car il permet de réaliser une grande quantité de mesure. Peu de données ont en effet été collectées en bande EHF (les seules disponibles sont des mesures de la balise 50 GHz du satellite expérimental ITALSAT). Cependant, l'inconvénient est que le matériel opérationnel n'est pas parfaitement adapté à la recherche et ne permet pas toujours de réaliser des mesures de qualité suffisante. Pour cette raison, la station expérimentale ESOPE, initialement prévue pour l'expérience STENTOR, a été incluse dans l'expérience SYRACUSE3. Cette station se trouve à une centaine de mètre de M1 sur le site du CELAR et reçoit la balise du satellite ainsi qu'un des canaux répétés reçu par M1 (le signal est transmis à ESOPE par une fibre optique). L'intérêt de la station ESOPE est qu'elle est dotée d'équipements particuliers (Fig. 4.2): une antenne protégée de la pluie par un auvent et une soufflerie, une mesure de la puissance reçue effectuée à 100 Hz (avec possibilité d'enregistrement) puis moyennée à 1 Hz, un spectropluviomètre bi-faisceau et un radiomètre bi fréquence 21 et 30 GHz pointant vers le satellite.

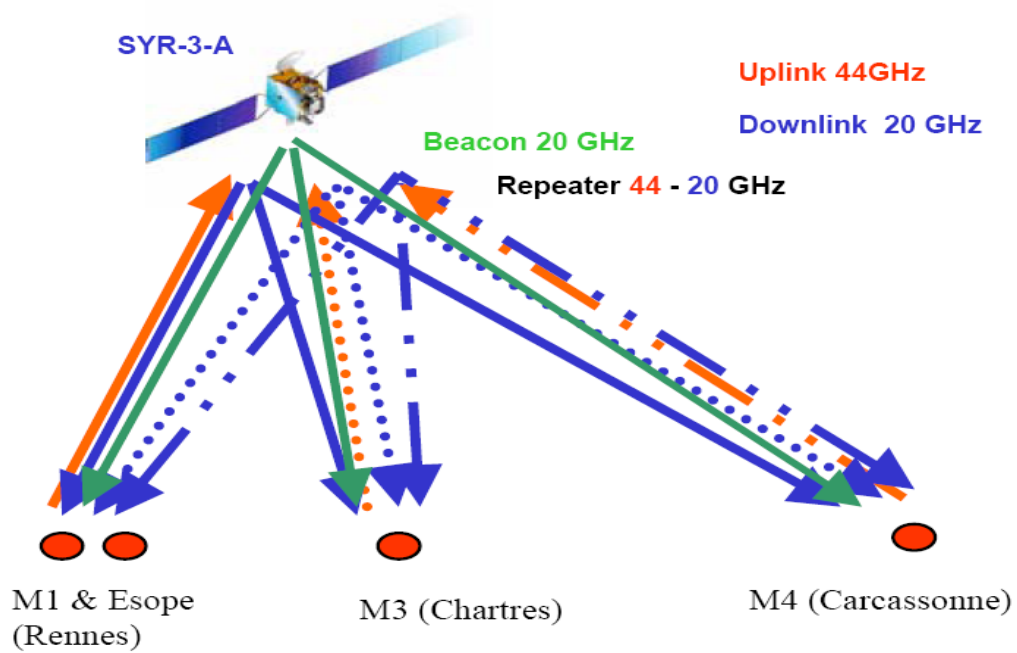


Figure 4.1 – Le dispositif de l'expérience SYRACUSE3.

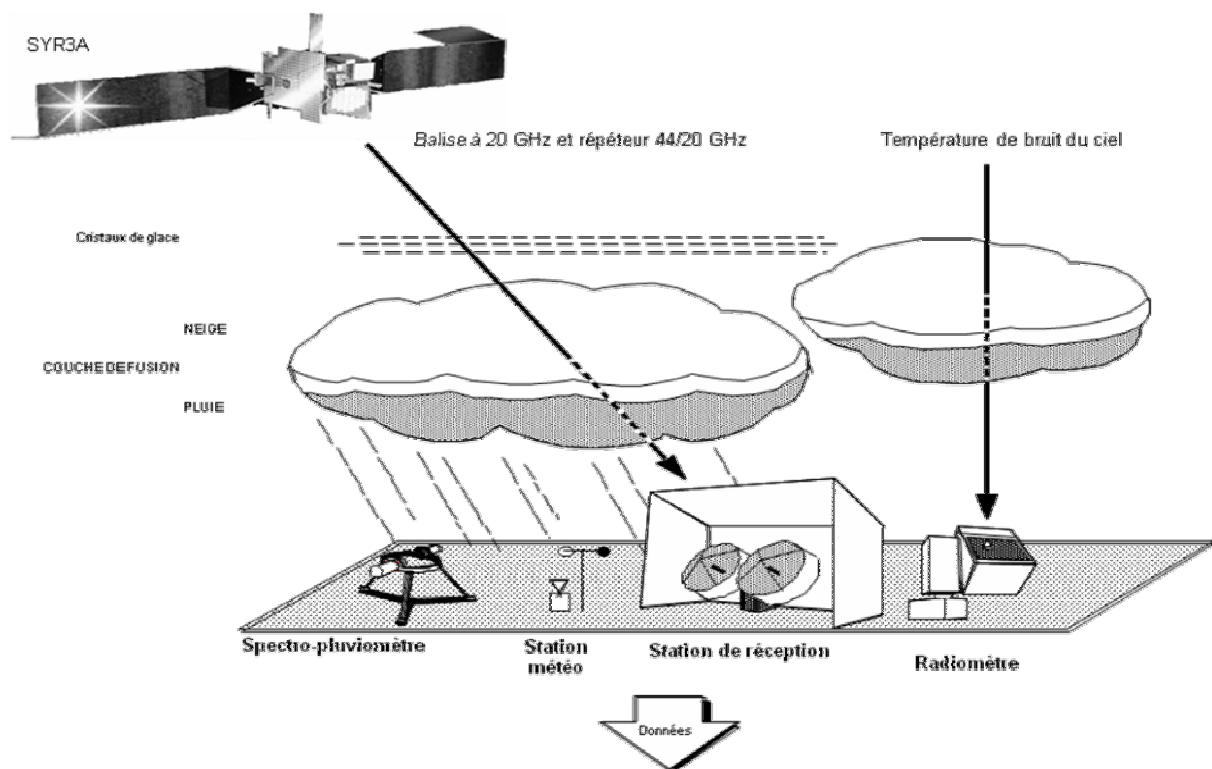


Figure 4.2 – La station expérimentale ESOPE.

4.2.3 Le calcul des affaiblissements troposphériques

En pratique, on ne mesure qu'une puissance reçue, la puissance d'émission du satellite n'étant pas connue avec précision. Il faut donc estimer le niveau de référence 0 dB. Pour ce faire, on utilise les températures de brillance radiométriques qui permettent de restituer l'affaiblissement troposphérique pendant les périodes de ciel clair (Mallet & Lavergnat, 1992) à l'aide un réseau de neurones (Bathes et al., 2003). Lorsqu'il n'y a pas de radiomètre, comme dans le cas des stations M3 et M4, on utilise les données météorologiques de pression, de température et d'humidité, mais cette méthode est moins précise. Il faut de plus séparer l'affaiblissement troposphérique des variations de puissance dues aux instabilités instrumentales. La technique consiste à soustraire cet affaiblissement 'ciel clair' à la puissance reçue. La série temporelle de cette différence, appelé 'template', est lissée puis interpolée pendant les périodes de pluie (on ne peut pas mesurer l'affaiblissement lorsqu'il pleut à partir du sol car le radiomètre sature). On soustrait alors ce 'template' à la puissance reçue, ce qui donne l'affaiblissement troposphérique.

Généralement, le 'template' est une sinusoïde de période 24h qui correspond au '8' décrit par le satellite vu de la Terre, phénomène qui est dû à la non-rotondité de cette dernière. Ce léger changement de position du satellite suffit à faire varier le 'template' de 2 ou 3 dB à 44 GHz au cours de la journée, car cela modifie la position de la station terrestre dans le lobe de l'antenne du satellite. Les variations du 'template' peuvent être aussi dues aux variations de l'alimentation électrique du satellite en raison des fluctuations de température, ou aux repositionnements périodiques qui corrigent les déviations par rapport à l'orbite géostationnaire.

Pour calculer l'affaiblissement à 20 GHz on utilise directement le signal reçu de la balise, mais le cas de l'affaiblissement à 44 GHz est plus délicat. En effet, puisque le signal monte à 44 GHz puis redescend à 20 GHz, les variations de la puissance reçue correspondent à la somme des affaiblissements à 20 et 44 GHz. Il faut donc retrancher la puissance reçue de la balise à 20 GHz avant le recalage de la série temporelle de la puissance reçue avec le 'template'.

4.3 Compte rendu de l'expérience

4.3.1 Le bruit de mesure

Les équipements utilisés pour réaliser les mesures de puissance reçue ne sont pas les mêmes sur la station de recherche ESOPE et sur les autres stations. Sur ESOPE, la mesure est effectuée 100 fois par seconde, puis moyennée sur 1s. Sur les autres stations, l'analyseur de spectre balaye les différents canaux chaque seconde, mais ne réalise des moyennes que sur seulement 50ms. De ce fait, les mesures effectuées sur M1, M3 et M4 sont beaucoup plus affectées par les scintillations. Alors que le bruit est d'environ 0.2 dB pour l'affaiblissement à 20 GHz sur d'ESOPE, il est généralement de 2 dB pour les autres stations (les Fig. 4.3 et 4.4 correspondent respectivement à M1 et ESOPE).

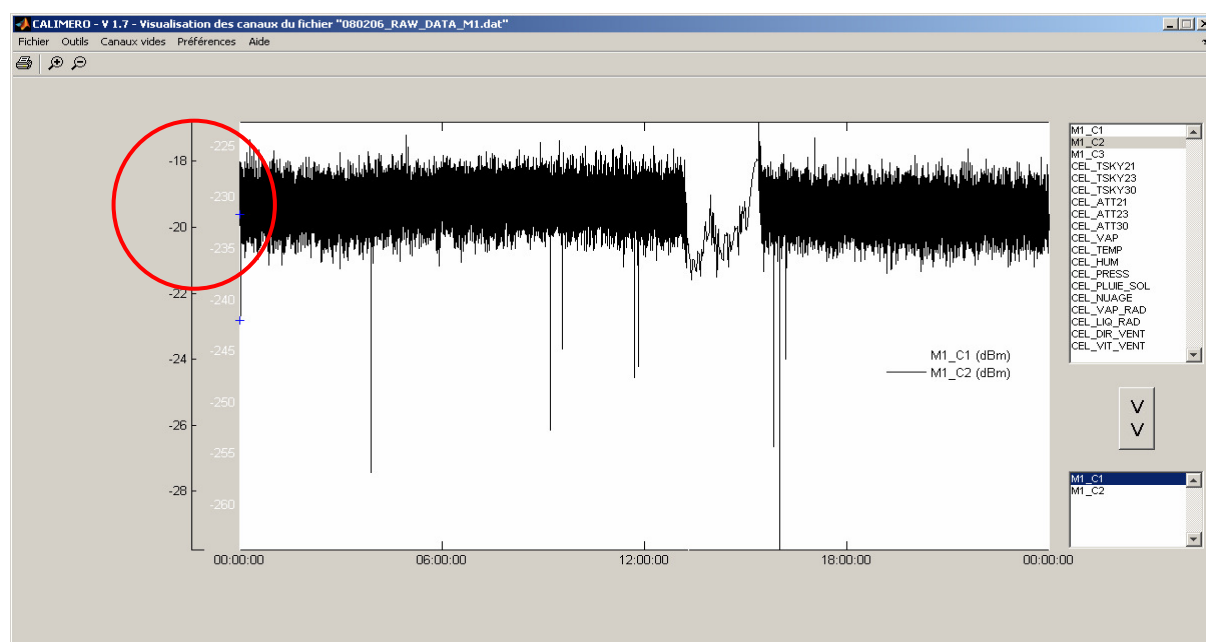


Figure 4.3 – Puissance reçue par M1 à 20 GHz le 06/07/2008.

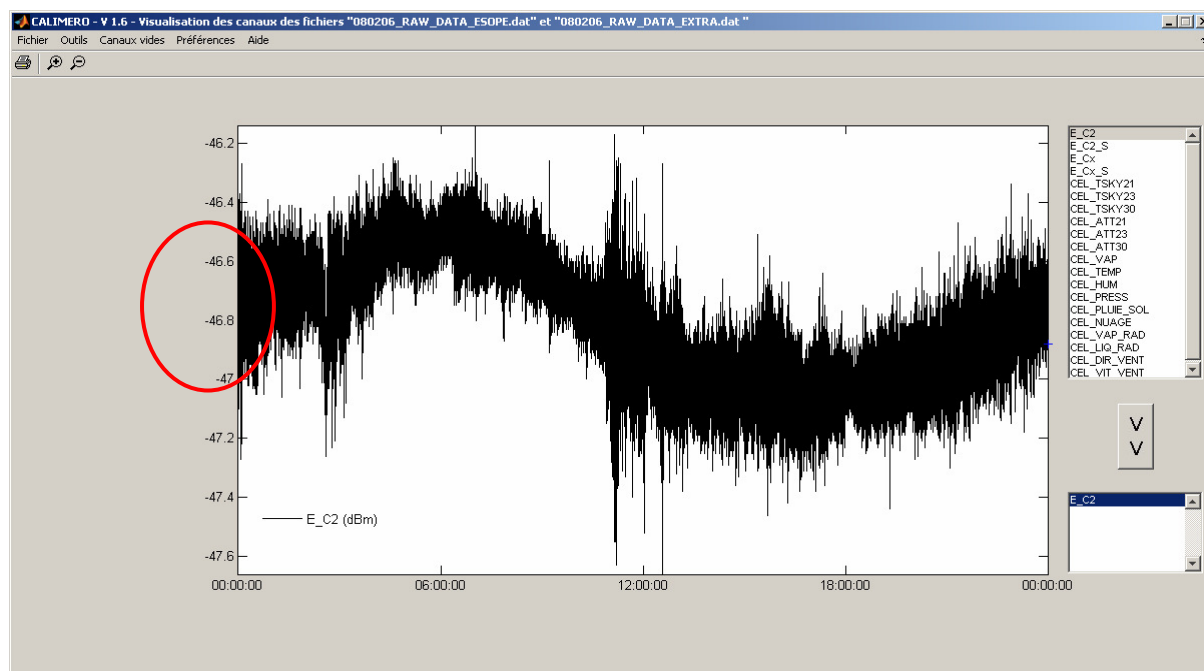


Figure 4.4 – Puissance reçue par ESOPE à 20 GHz le 06/07/2008.

L'analyseur de spectre étant un équipement coûteux, il n'a pas été possible de les remplacer sur M1, M3 et M4. Il a donc été décidé de n'utiliser que les données fournies par ESOPE pour réaliser la modélisation du canal de propagation. De Plus, ESOPE est la seule station équipée d'un radiomètre. Elle bénéficie donc d'une estimation plus précise du niveau de référence de l'affaiblissement. On peut remarquer que ce niveau de référence n'est pas très important pour la prédiction, car cette dernière n'utilise que les variations de l'affaiblissement. Par contre, la référence est très importante pour la similitude en fréquence, car la séparation des effets est basée sur les valeurs de l'affaiblissement 'en absolu'.

4.3.2 Le logiciel de traitement

Le logiciel de traitement CALIMERO a été réalisé par la société IPSIS. Ce logiciel a demandé beaucoup de travail car le nombre de signaux mesurés est très important (liste non exhaustive):

- Plusieurs porteuses sont reçues par plusieurs stations
- Plusieurs stations météorologiques mesurent le taux de pluie, la pression, la température, l'humidité, la vitesse et la direction du vent
- Un spectropluviomètre mesure la vitesse, le diamètre et le temps d'arrivée de toutes les gouttes de pluie traversant la surface de collecte
- Un radiomètre fournit plusieurs températures de brillance
- Météo-France fournit pour chaque site les contenus intégrés en vapeur d'eau et en eau liquide nuageuse et des images radar
- Température et taux d'humidité interne des baies électroniques et autres signaux de contrôle

De plus, ce logiciel permet le traitement des données en plusieurs étapes: création des fichiers journaliers, calcul des affaiblissements de référence et des 'templates', calcul des affaiblissements, visualisation, marquage des données invalides, puis calcul des statistiques.

Malheureusement, la communication a été un peu confuse entre physiciens et informaticiens et le logiciel CALIMERO s'est révélé inutilisable en l'état. Il a fallu reprendre des parties entières du programme ligne par ligne, notamment l'étalonnage avec le 'template' et la propagation des 'flags' marquant les données invalides, manquantes ou douteuses. Puisque les données qui nous intéressent ne concernent que celle de la station ESOPE, ce travail fastidieux n'a été réalisé que pour le traitement des données de cette station. De plus, un module de correction manuelle du 'template' a été développé, car le calcul automatique de ce dernier peut conduire fréquemment à des données mal recalées. Le logiciel ainsi corrigé, et limité à ESOPE, a été appelé RADIMERO en référence au fait que tous les signaux reçus ont été recalés avec précision grâce au radiomètre.

4.3.3 La protection du radome de l'émetteur

Le développement du logiciel de traitement simplifié RADIMERO a permis d'observer les premières données SYRACUSE3. Un problème a été détecté sur le canal opérant à 44 GHz :

après chaque évènement de pluie, l'affaiblissement présentait une décroissance lente de plusieurs heures (Fig. 4.5). Puisque ce problème ne concernait que le 44 GHz, les soupçons se sont focalisés sur la station émettrice M1, car le 20 GHz n'est pas répété par les transpondeurs, mais provient directement de la balise du satellite. La lente décroissance de l'affaiblissement a été ensuite interprétée comme de l'eau séchant sur le radome de l'antenne émettrice qui n'était pas équipée de soufflerie, contrairement à la station de recherche ESOPE. Une étude bibliographique a d'ailleurs confirmé l'existence et les conséquences d'une antenne mouillée dans cette bande de fréquence (Mostafa et al., 2007; Liu et al. 2000).

L'antenne étant mouillée pendant les évènements de pluie, la qualité des données a été mise en doute. Une comparaison avec l'affaiblissement radiométrique pour les faibles taux de pluie a montré un supplément de 3 à 5 dB pour les affaiblissements mesurés à partir de la puissance reçue (Fig. 4.5). Cette différence pouvant être expliquée par la saturation du radiomètre, une étude comparative entre le 44 GHz mesuré et le 44 GHz estimé par similitude en fréquence du 20 GHz a été réalisée. Les résultats sont présentés sur la figure 4.6 pour un évènement de pluie en particulier et sur la figure 4.7 en termes de distributions cumulatives. On observe bien dans les deux cas une différence en moyenne de quelques dB. Afin de vérifier expérimentalement ces résultats (et de convaincre les plus sceptiques), l'antenne de la station M1 a été mouillée artificiellement lors d'une période de ciel clair. L'affaiblissement mesuré lors de cette petite expérience (Fig. 4.8) montre bien une différence de 3-4 dB par rapport à l'affaiblissement ciel clair.

En résumé, lorsqu'il pleut sur la station M1, un affaiblissement supplémentaire de 3-5 dB est observé à 44 GHz. Cet affaiblissement supplémentaire met plusieurs heures à se résorber en fonction du temps de séchage du radome. Cet affaiblissement est difficile à corriger car il n'est pas constant pendant les évènements de pluie. De plus, le temps important de séchage du radome a pour conséquence une incertitude sur le 'template', ce qui augmente l'erreur sur l'affaiblissement atmosphérique à 44 GHz. Il n'a donc pas été possible de valider les mesures d'affaiblissement à cette fréquence avant Octobre 2007, date à laquelle une soufflerie a été installée sur l'antenne M1 (cette modification a pris beaucoup de temps en raison de problèmes administratifs, car M1 est une station militaire opérationnelle...).

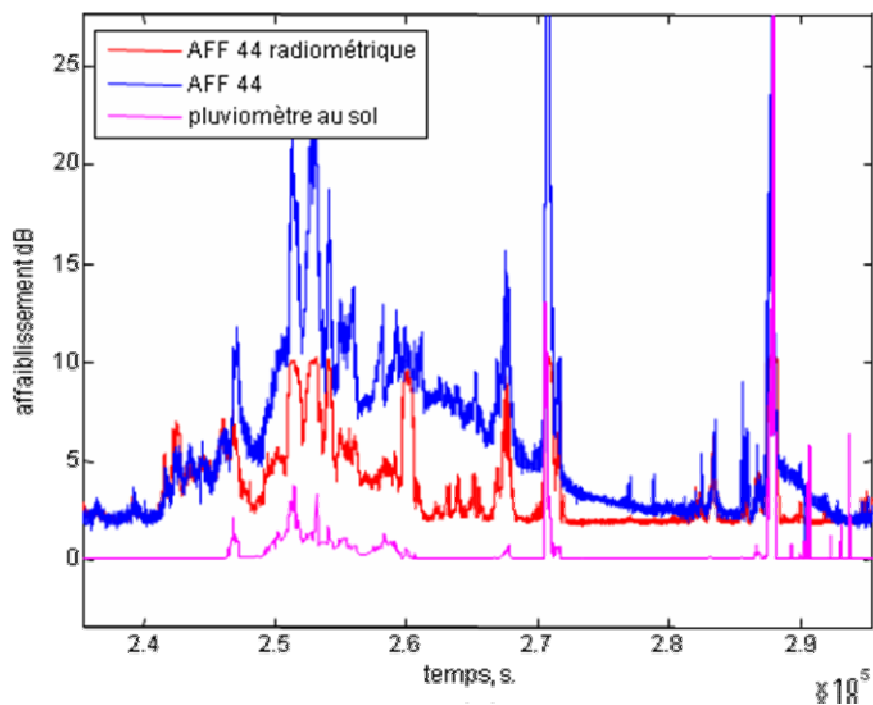


Figure 4.5 – Comparaison de l’affaiblissement mesuré à 44 GHz et de l’affaiblissement radiométrique estimé à partir des températures de brillance.

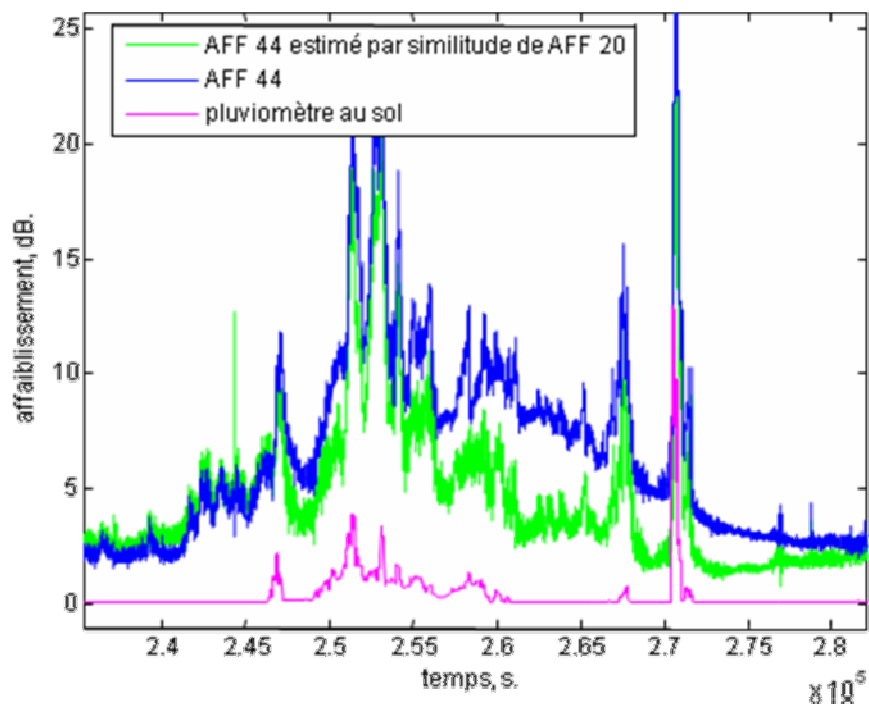


Figure 4.6 – Comparaison de l’affaiblissement mesuré à 44 GHz et de l’affaiblissement estimé par similitude en fréquence de l’affaiblissement mesuré à 20 GHz.

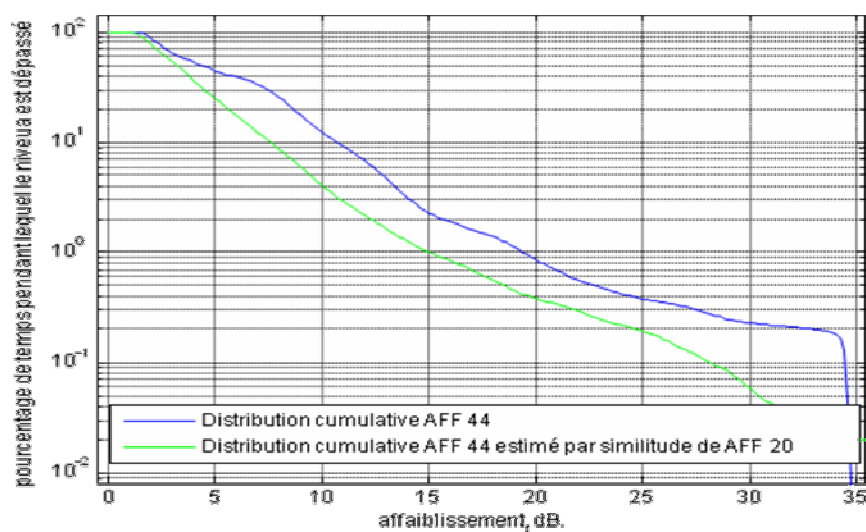


Figure 4.7 – Comparaison des distributions cumulatives des affaiblissements mesuré à 44 GHz et de ceux estimés par similitude de l’affaiblissement mesuré à 20 GHz.

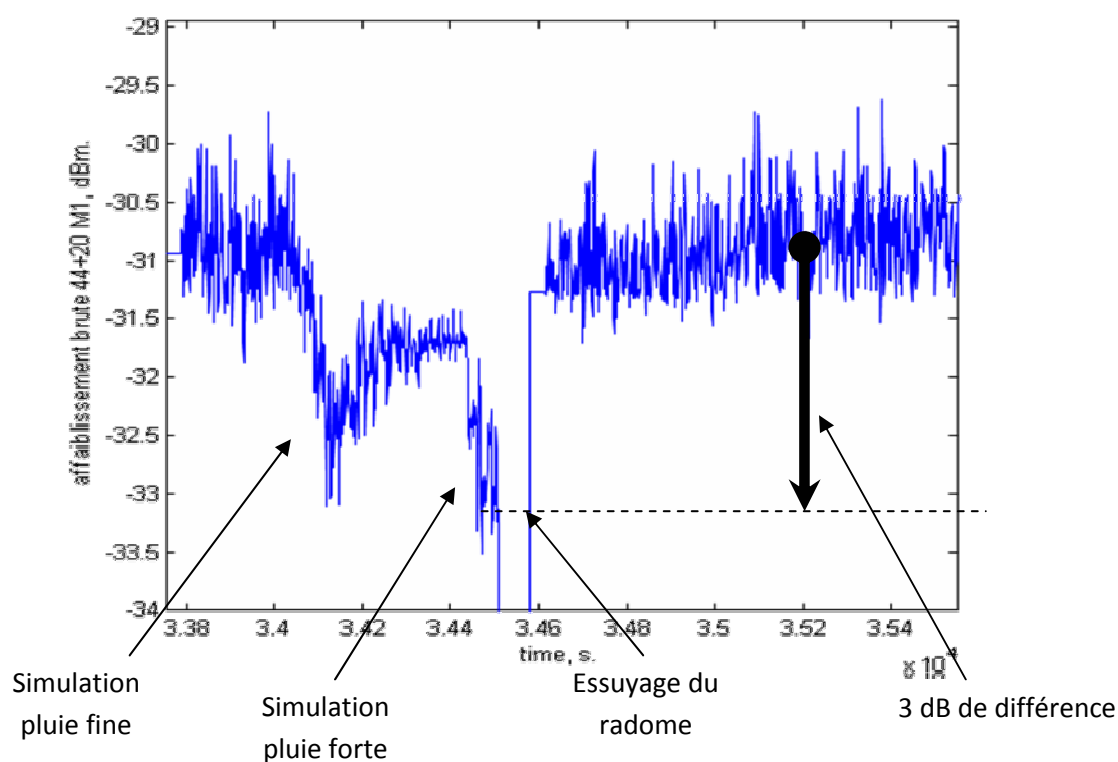


Figure 4.8 – Expérience réalisée par ciel clair le 01/06/2007 pour valider l’hypothèse de l’affaiblissement supplémentaire du à l’antenne ‘mouillée’.

4.3.3 Oscillations à 44 GHz sur ESOPE

Des oscillations d'amplitude 1 dB ont été observées sur les mesures à 44 GHz de la station ESOPE (Fig. 4.9). Ces oscillations se sont avérées impossibles à supprimer par filtrage car leur période et leur forme varient. Contrairement à la balise 20 GHz de SYRACUSE qui est captée directement par ESOPE, le signal répété (44 GHz montant 20 GHz descendant) est en fait capté par M1 puis transféré sur ESOPE par fibre optique. On préfère en effet utiliser la chaîne de traitement d'ESOPE, car celle de M1 provoque un bruit de 2 dB (cf. Chapitre 4.3.1). Par redondance, le signal est tout de même aussi envoyé vers la chaîne de traitement de M1, et dans ce cas, nous avons observé qu'il n'y avait pas d'oscillations (mais les données sont de mauvaise qualité à cause du bruit). Le problème doit donc se situer après M1. La chaîne de traitement utilisée sur ESOPE a été testée en y envoyant le signal de la balise 20 GHz. Là non plus, aucune oscillation n'a été observée, la chaîne de traitement fonctionne donc correctement. Le problème ne peut venir que du transfert par fibre optique de M1 à ESOPE (ou des convertisseurs à ses extrémités). Malheureusement, à l'heure actuelle, il semble que nous n'aurons ni l'autorisation ni le financement pour faire les modifications nécessaires afin de régler ce problème. Les résultats présentés ci-après ont donc été obtenus avec des données affectées par ce problème instrumental.

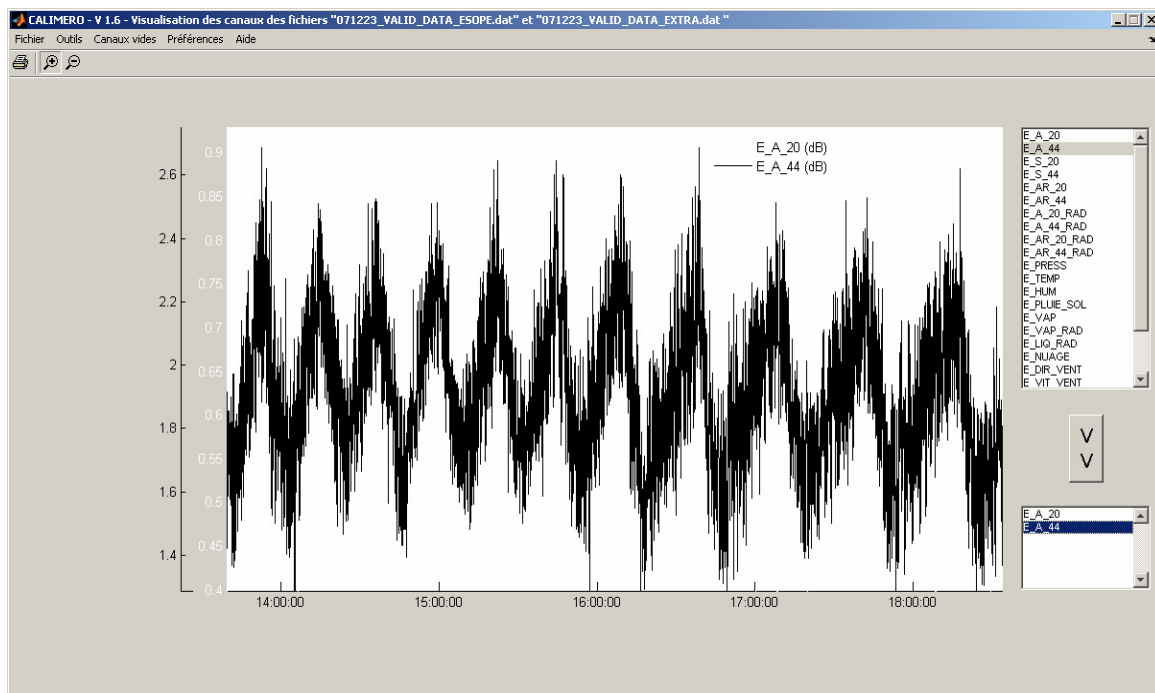


Figure 4.9 – Oscillations observées sur le 44 GHz d'ESOPE.

4.4 Analyse des données

4.4.1 Les statistiques

Les statistiques d'affaiblissement ont été calculées sur 6 mois de données, du 01/01/2008 au 30/06/2008. Les figures 4.10 et 4.11 correspondent respectivement aux affaiblissements à 20 GHz et à 44 GHz. Les courbes rouges représentent le pourcentage de temps pendant lequel une valeur de l'affaiblissement est dépassée. Les courbes vertes sont les pourcentages de temps pendant lesquels l'affaiblissement prend une valeur donnée. Sur la période de 6 mois étudiée, les données valides représentent respectivement 82.7% et 78.9% du temps pour les données 20 et 44 GHz (les périodes invalides sont dues à des problèmes instrumentaux ou à des périodes de saturation).

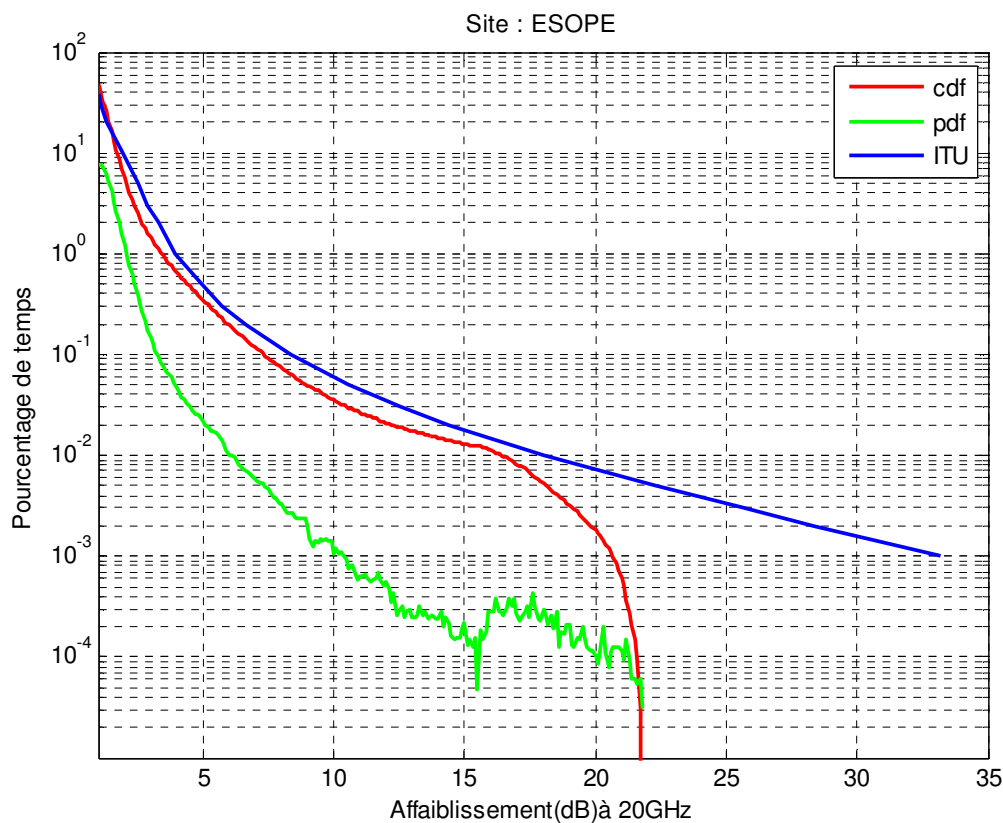


Figure 4.10 – Statistiques d'affaiblissement à 20 GHz (période du 01/01/2008 au 30/06/2008).

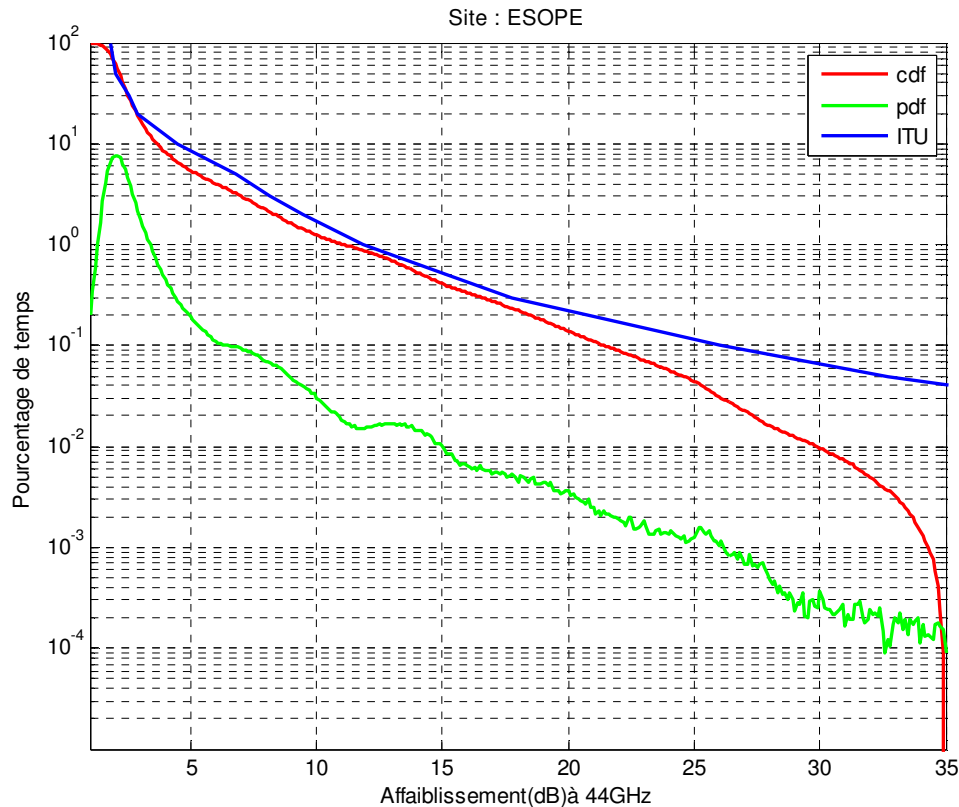


Figure 4.11 – Statistiques d’affaiblissement à 44 GHz (période du 01/01/2008 au 31/06/2008).

La comparaison avec le modèle recommandé par l'ITU (courbes bleues) montre que celui-ci est cohérent par rapport aux statistiques expérimentales (courbes rouges), que ce soit à 20 GHz ou à 44 GHz. Cependant, le modèle ITU surestime légèrement les probabilités de dépassement et pourrait donc être un peu biaisé. Il est cependant difficile de conclure, car la période étudiée n'est que de 6 mois et n'est a priori pas représentative. En particulier, la période de mesure ne concerne que les 6 premiers mois de l'année et n'inclut donc pas l'été et l'automne, périodes pendant lesquelles la probabilité d'observer des événements de pluie intenses est plus importante.

4.4.2 Le coefficient de similitude

Les données SYRACUSE3 permettent d'obtenir le coefficient de similitude empirique qui est le ratio de l'affaiblissement à 44 GHz et de l'affaiblissement à 20 GHz. Dans le cadre de la

prédiction, seul l'affaiblissement à 20 GHz est connu et le coefficient de similitude doit être estimé. La méthode d'estimation utilisée est la même que celle présentée au chapitre 3.8: l'affaiblissement à 20 GHz est décomposé en composantes physiques (gaz, pluie, nuages) par un réseau de neurones, puis chaque composante est transposée en fréquence avec un coefficient de similitude spécifique. Les statistiques ont été calculées avec des données SYRACUSE3 20/44 GHz mesurées entre le 01/01/2008 et le 30/06/2008. La Figure 4.12 présente la distribution de l'erreur entre le coefficient estimé et le coefficient empirique (courbe noire) comparée à une Gaussienne centrée de même écart-type (courbe rouge). L'analyse n'a été réalisée qu'avec des affaiblissements à 20 GHz inférieurs à 10 dB, car pour les valeurs supérieures, l'affaiblissement à 44 GHz est proche de 35 dB et les instruments saturent, ce qui rend impossible le calcul du coefficient de similitude empirique. La valeur de l'écart-type est égale à 0.63. Ce paramètre est notamment utilisé par le modèle de prédiction avec similitude. Lorsqu'il pleut, le coefficient de similitude est d'environ 3.7, ce qui donne une erreur moyenne sur l'affaiblissement de la liaison montante de 17%. On voit que l'erreur est plus importante que pour les affaiblissements 20/30 de l'expérience OLYMPUS, ce qui est logique car l'écart entre les deux fréquences est plus important. Il faut remarquer que cette erreur est légèrement surestimée à cause des oscillations observées sur le 44 GHz (cf. Chap. 4.3.3).

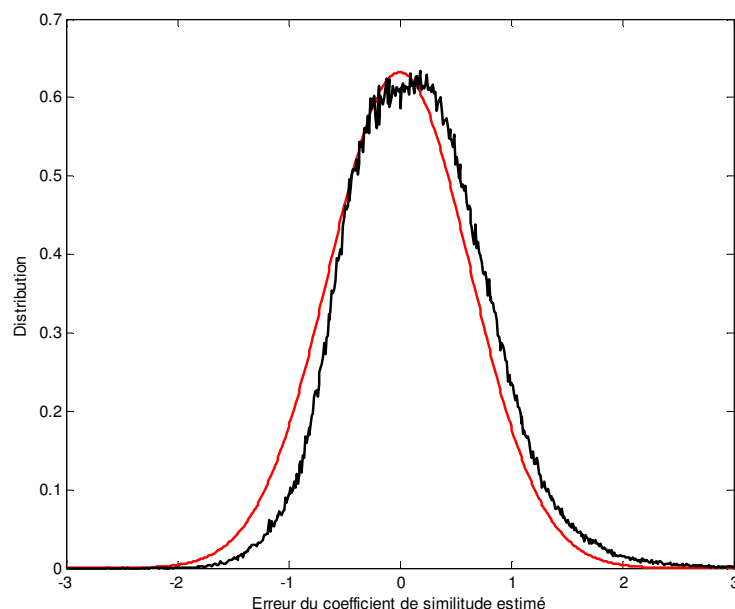


Figure 4.12 – Distribution de l'erreur du coefficient de similitude estimé (en noir) comparée à une Gaussienne centrée de même écart-type (en rouge).

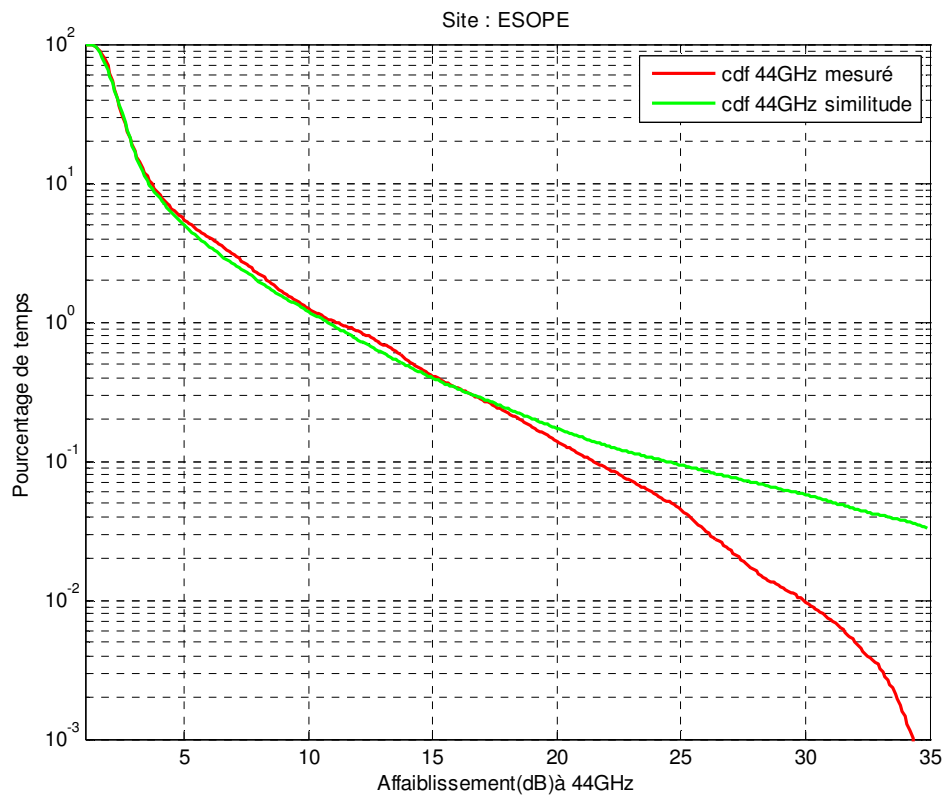


Figure 4.13 – Statistiques de l'affaiblissement mesuré à 44 GHz comparé aux statistiques de l'affaiblissement à 44 GHz obtenu par similitude en fréquence de l'affaiblissement à 20 GHz.

La figure 4.13 montre les distributions cumulatives de l'affaiblissement mesuré à 44 GHz et du même affaiblissement obtenu par similitude de l'affaiblissement à 20 GHz. On voit que la similitude donne de très bons résultats statistiquement. Cela signifie que des statistiques à 44 GHz peuvent être obtenues à partir de mesures à 20 GHz, qui sont beaucoup plus faciles à mettre en œuvre que des mesures à 44 GHz, car de nombreux satellites sont équipés d'une balise à cette fréquence.

Concernant la différence observée au dessus de 20 dB, la raison peut être une saturation progressive des instruments, ou un marquage approximatif des données qui aurait conduit à marquer comme invalides des périodes plus larges que les périodes effectives de saturation à 44 GHz (la saturation se produit à 35 dB).

4.4.2 La prédiction

4.4.2.1 Modélisation ARIMA-GARCH

La modélisation ARIMA-GARCH a été réalisée à partir de l'affaiblissement à 20 GHz mesuré par ESOPE du 01/02/2007 au 01/06/2007. La principale modification du modèle par rapport au chapitre 3 est le seuil qui sépare les situations 'calmes' et 'volatiles'. En effet, dans le cas de la liaison SYRACUSE3A-CELAR, l'angle d'élévation est de 17° alors qu'il était de 30° pour la liaison OLYMPUS-Gometz-la-Ville. La liaison traverse donc une portion plus importante d'atmosphère. Pour une couche atmosphérique d'épaisseur donnée, le trajet est donc 1.7 fois plus long dans le cas de SYRACUSE3A. Il a donc été choisi d'augmenter le seuil S , égal à 1.5 dB pour OLYMPUS, à $1.5 \times 1.7 = 2.5$ dB pour SYRACUSE 3A.

D'autre part, l'estimation des ordres du modèle par la méthode 'du coin' (Chapitre 3.5.2) a montré qu'il faut utiliser un modèle ARIMA(2,1,2)-GARCH(1,1), que la série soit dans une période 'calme' ou une période 'volatile'. Il y a donc une légère différence avec le modèle présenté au chapitre 3 qui utilisait un ARIMA(2,1,1) pour les périodes 'calmes'. Cette différence est négligeable, car le coefficient additionnel ϕ''_2 est très faible. L'estimation des paramètres a donné les résultats suivants:

$$\begin{cases} \phi'_1 = 0.8803 \\ \phi'_2 = -0.2213 \\ \theta'_1 = -1.2224 \\ \theta'_2 = 0.4223 \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} \phi''_1 = 0.3013 \\ \phi''_2 = -0.0162 \\ \theta''_1 = -0.8347 \\ \theta''_2 = -0.0350 \end{cases} \quad (4.1)$$

$$\begin{cases} \omega' = 1.78 \text{ e} - 5 \\ \alpha' = 0.0535 \\ \beta' = 0.9465 \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} \omega'' = 5.2 \text{ e} - 6 \\ \alpha'' = 0.0362 \\ \beta'' = 0.9638 \end{cases} \quad (4.2)$$

On voit que ces paramètres sont proches de ceux obtenus au Chapitre 3.6.3 pour la liaison OLYMPUS-Gometz-la-Ville. La comparaison entre la figure 4.14 et la figure 3.7 montre d'ailleurs que les résidus des modèles ARIMA ont les mêmes propriétés statistiques que ceux obtenus à partir des données OLYMPUS (queues de distribution épaisses et corrélation significative des résidus au carré).

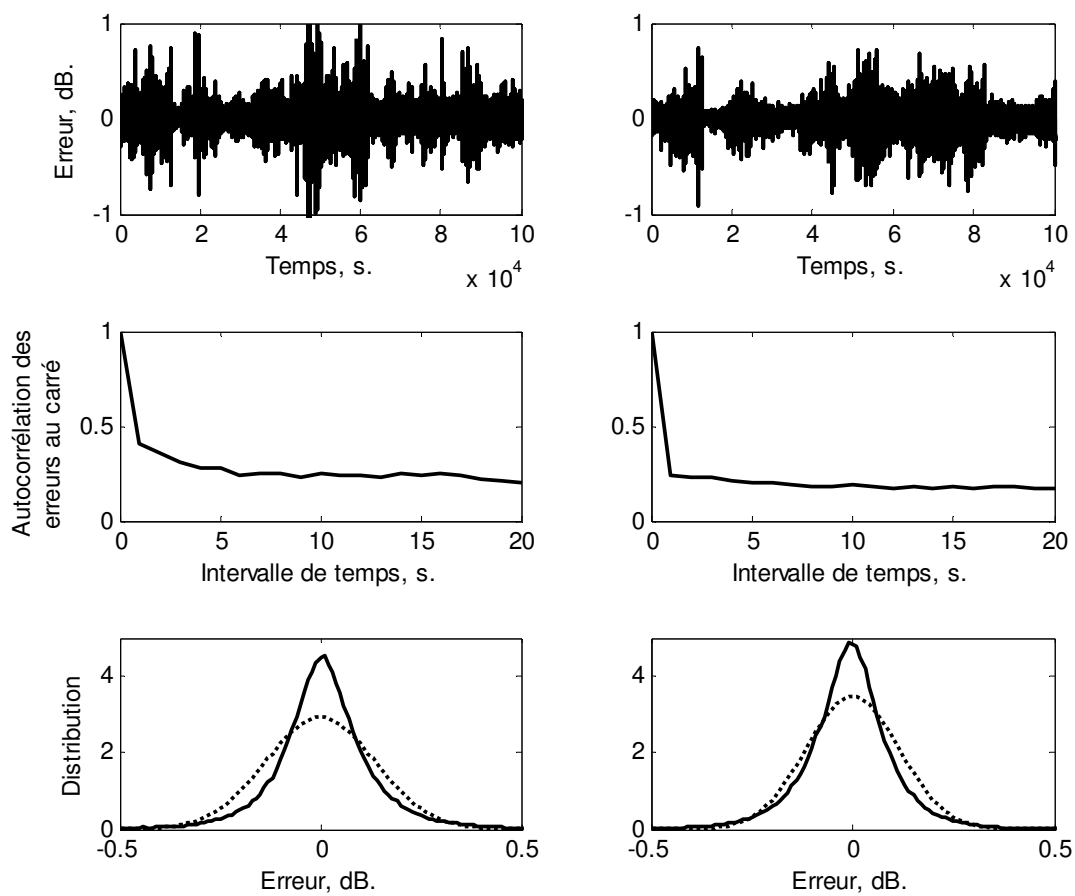


Figure 4.14 – Analyse des résidus des modèles ARIMA. Les distributions sont comparées à des Gaussiennes de même variance en pointillé. La colonne de gauche correspond à la série des périodes ‘volatiles’, celle de droite à la série des périodes ‘calmes’. Données SYRACUSE3 20 GHz.

De plus on peut aussi vérifier sur la figure 4.15 que le modèle est validé, car les erreurs normalisées après la modélisation GARCH sont bien des bruits blancs Gaussiens dont le carré n'est pas corrélé:

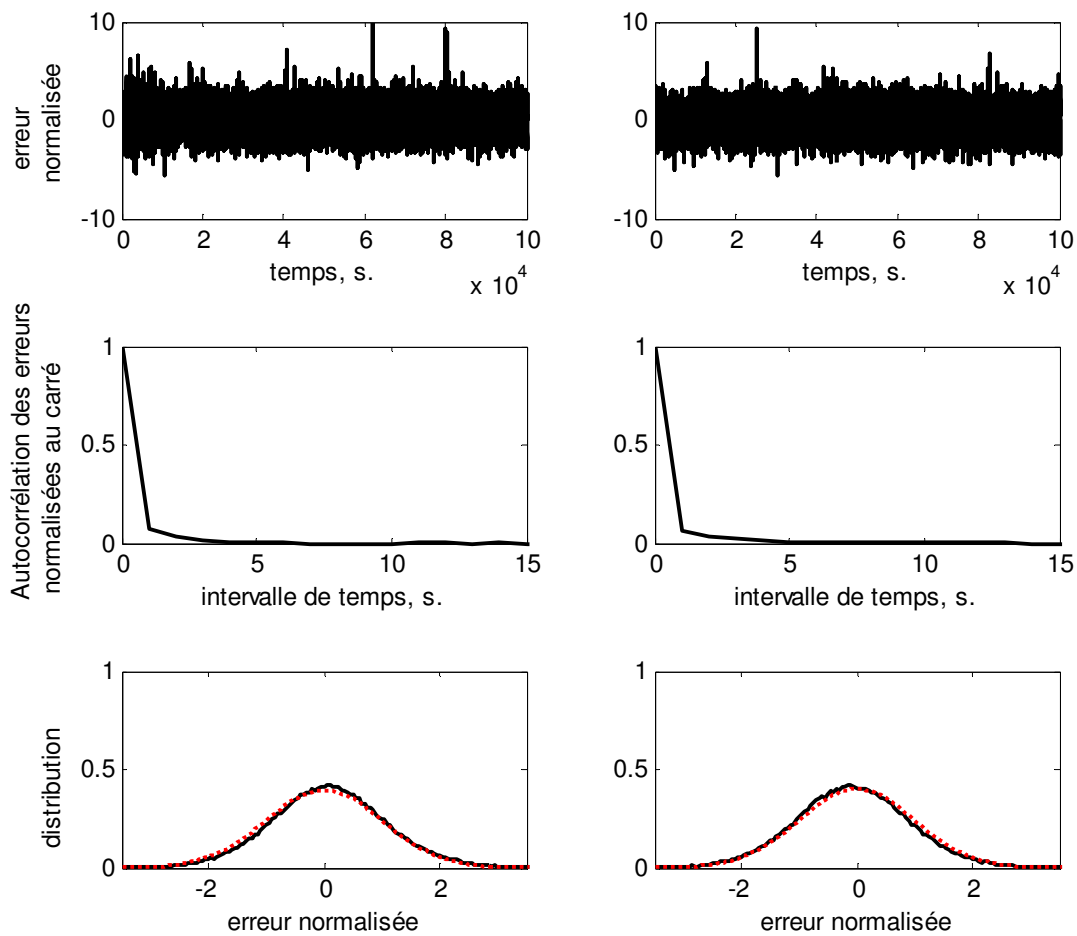


Figure 4.15 – Analyse des résidus normalisés des modèles ARIMA-GARCH. Les distributions sont comparées à des Gaussiennes de même variance en pointillé. La colonne de gauche correspond à la série des périodes ‘volatiles’, celle de droite à la série des périodes ‘calmes’. Données SYRACUSE3 20 GHz.

4.4.2.2 Performances de prédiction à 20 GHz

De même qu'avec les données OLYMPUS, il n'est pas possible de départager les modèles uniquement avec le critère de l'écart-type de l'erreur de prédiction, car leurs performances sont comparables (Fig. 4.16) :

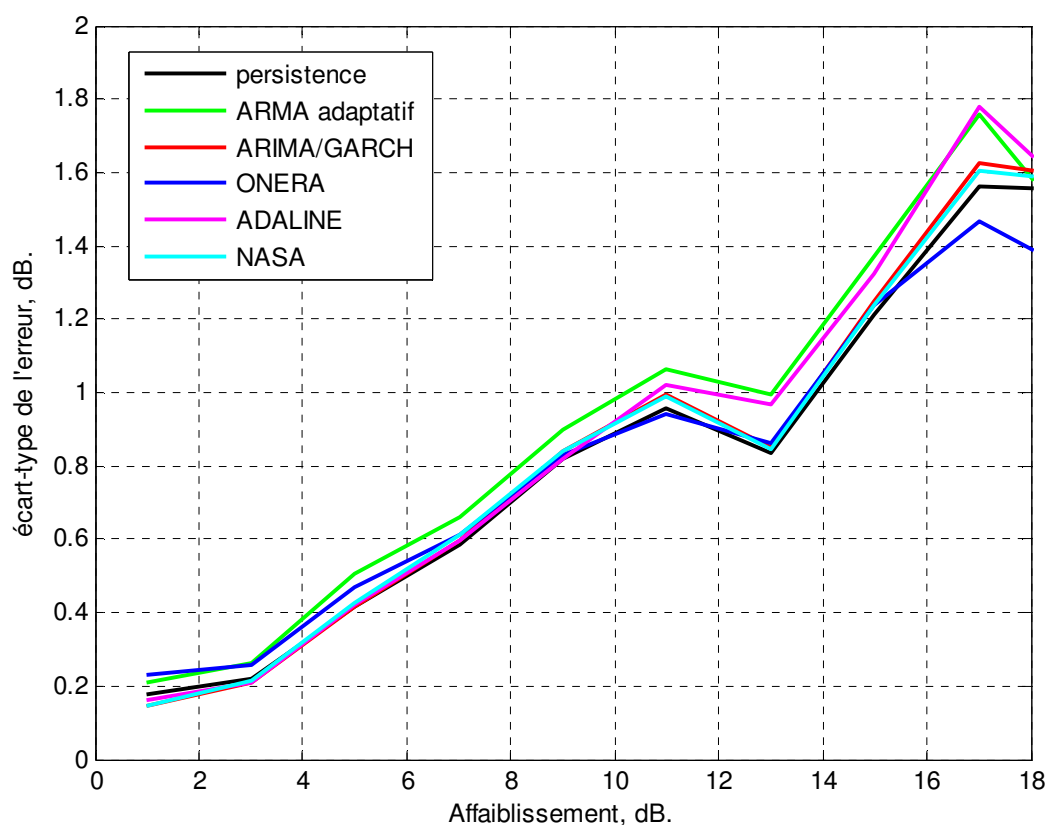


Figure 4.16 – Ecart-type des modèles en fonction de l’affaiblissement. Données SYRACUSE3 20 GHz.

Par contre, en termes de coût/disponibilité, c'est-à-dire en prenant en compte la marge d'erreur associée à la prédiction, on observe une nette amélioration des performances par rapport aux autres modèles de prédiction (Fig. 4.17). Il est d'ailleurs intéressant de remarquer que les performances avec les données SYRACUSE3 sont remarquablement similaires à celle obtenues avec les données OLYMPUS multipliées par 1.7 (cf. Fig. 3.9). Ce chiffre correspond en effet au rapport des portions d'atmosphère traversée par les deux liaisons qui opèrent à des élévations différentes (30° pour OLYMPUS et 17° pour SYRACUSE3). Il faut cependant rester prudent sur cette conclusion, car d'autres facteurs ont pu influencer ce résultat, tel que l'aspect plus stratiforme des précipitations dans le climat océanique breton, ou la période de l'année étudiée qui n'est pas nécessairement représentative.

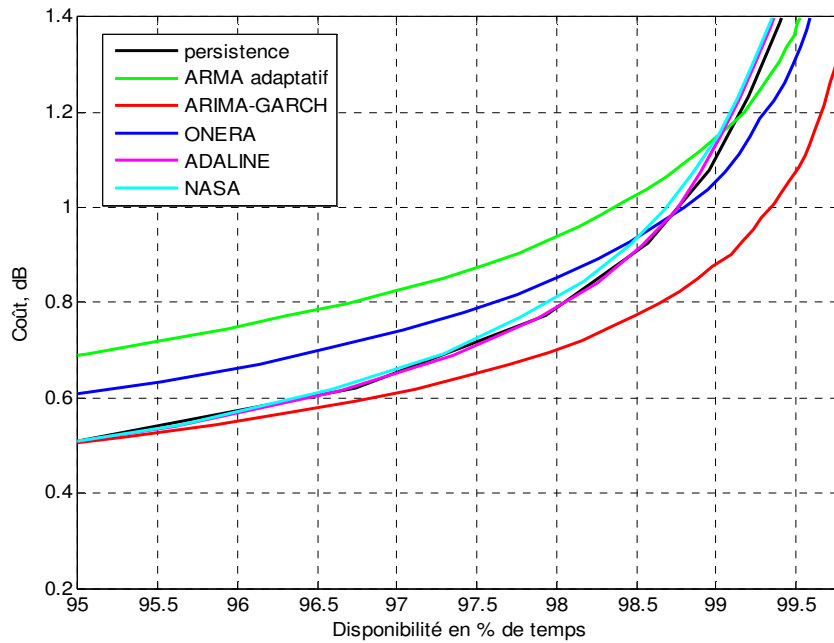


Figure 4.17 – Performances des modèles de prédiction en terme de coût/disponibilité calculées à partir des données SYRACUSE3 20 GHz.

4.4.2.3 Performances de prédiction à 44 GHz

Le modèle de prédiction avec similitude en fréquence a été testé sur des données SYRACUSE3 20/44 GHz mesurées par ESOPE du 01/11/2007 au 15/04/2008. La figure 4.18 montre les performances de prédiction de l'affaiblissement à 44 GHz à partir de l'affaiblissement à 20 GHz pour des horizons de prédiction allant de 5s à 1mn. On voit que ces résultats sont moins bons que ceux obtenus avec les données OLYMPUS 20/30 GHz (cf. Fig. 3.14), ce qui est logique puisque l'erreur de similitude est plus importante dans le cas des données SYRACUSE3 20/44 GHz (car les fréquences sont plus éloignées).

La figure 4.19 montre les contributions moyennes des erreurs de prédiction à 20 GHz en fonction de l'horizon de prédiction, ainsi que la contribution de l'erreur due à la similitude. On voit que l'erreur de similitude est très importante par rapport à l'erreur de prédiction à 20 GHz, notamment lorsque l'horizon de prédiction est faible. Il faut cependant noter que les oscillations présentes sur les données à 44 GHz (Chapitre 4.3.3) augmentent artificiellement l'erreur d'estimation du coefficient de similitude, surtout lorsque l'affaiblissement est faible (on voit d'ailleurs une 'bosse' sur la courbe en pointillé de la figure 4.19).

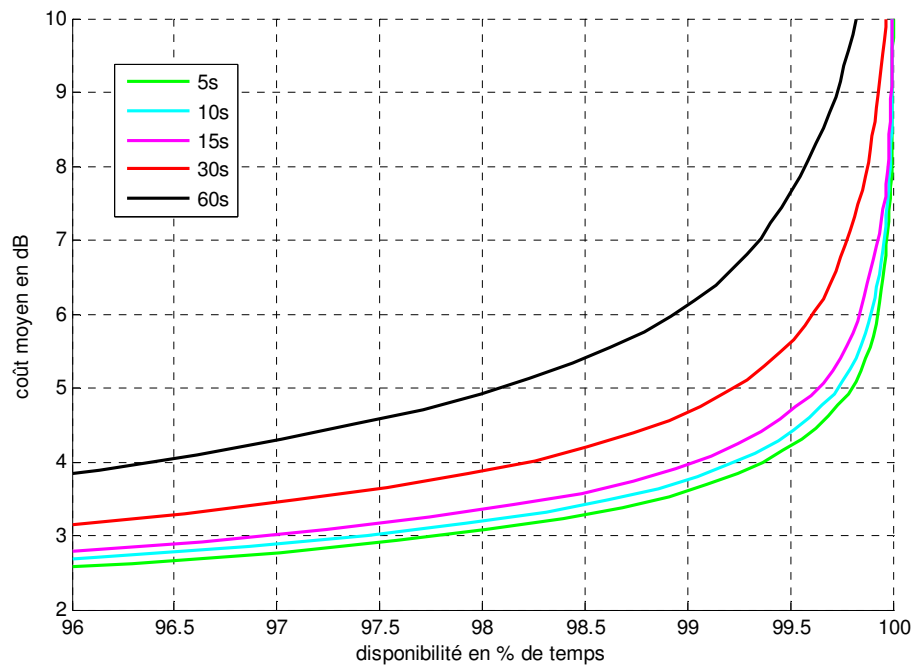


Figure 4.18 – Performances en terme de coût/disponibilité du modèle ARIMA-GARCH avec similitude en fréquence calculées avec les données SYRACUSE3 20/44 GHz pour différents horizons de prédiction.

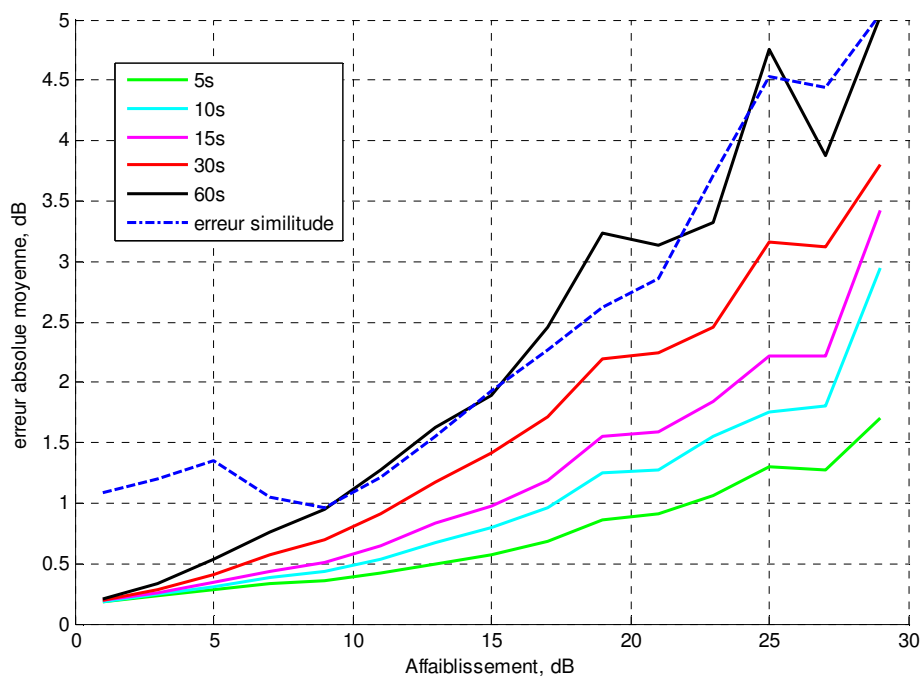


Figure 4.19 – Contribution de l'erreur de prédiction à 20GHz à l'erreur totale pour différents horizons de prédiction (lignes pleines) et contribution de l'erreur de similitude (en pointillés).

4.5 Conclusions

En raison de son originalité et de sa complexité, l'expérience de propagation SYRACUSE3 a été longue à mettre en route. De nombreux détails ont dû être mis au point, que ce soit au niveau des instruments ou du traitement logiciel des données. On retiendra en particulier l'importance de la protection des radomes contre la pluie. Heureusement, la plupart des problèmes rencontrés ont pu être résolus. Les mesures ont été de qualité suffisante à partir de Novembre 2007, ce qui nous a permis d'avoir un peu plus de 6 mois de données pour réaliser les premières analyses.

Les statistiques d'affaiblissement ont été calculées sur la période du 01/01/2008 au 30/06/2008 avec un taux de disponibilité des données de l'ordre de 80%. On observe des différences mineures avec le modèle ITU. Ce dernier semble surestimer légèrement les probabilités de dépassement. Cependant, il n'est pas possible de conclure avec certitude, car la période étudiée n'est pas forcément représentative. Une nouvelle analyse devra être réalisée lorsque qu'au moins un an de données sera disponible. D'autre part, la similitude en fréquence de l'affaiblissement à 20 GHz permet d'obtenir des statistiques proches de celles obtenues en utilisant les mesures à 44 GHz. Cela montre qu'il est possible d'obtenir des statistiques en bande EHF simplement à partir de mesures à 20 GHz.

Concernant le coefficient de similitude 20/44 GHz, ce dernier est environ de 3.7 lorsqu'il pleut avec un écart-type de l'erreur de 0.63. On a donc une incertitude sur l'affaiblissement à 44 GHz estimé de l'ordre de 17%. Cette incertitude est plus importante que celle de l'affaiblissement estimé à 30 GHz à partir des données OLYMPUS 20 GHz qui était de 7% (cf. Chapitre 3.7.2). Bien que cette incertitude soit légèrement surestimée en raison d'oscillations présentes sur les données à 44 GHz, on peut dire que la similitude en fréquence 20/44 GHz est relativement peu précise.

L'analyse des données SYRACUSE3 20 GHz a conduit à un modèle ARIMA-GARCH proche de celui présenté au Chapitre 3, ce qui montre que ce modèle n'est pas spécifique aux données OLYMPUS. De plus, il permet ici aussi d'améliorer significativement les performances de prédiction en termes de coût/disponibilité par rapport aux modèles existants.

Concernant la prédiction avec similitude à un horizon de 10s, le modèle surestime en moyenne de 4 dB l'affaiblissement à 44 GHz pour une disponibilité de 99% pendant les périodes de pluie, soit 99.95% du temps. Ce modèle est le premier en son genre à combiner prédiction et similitude en fréquence. On peut remarquer que la contribution de l'erreur de similitude est environ deux fois plus importante que celle de la prédiction à 20 GHz, ce qui montre que les études futures devront se focaliser sur l'amélioration de l'estimation du coefficient de similitude.

Etant donné les différences importantes entre les expériences OLYMPUS et SYRACUSE3 (localisation, angle d'élévation, fréquence), le fait que le modèle ARIMA-GARCH soit pertinent dans les deux cas montre sa capacité de généralisation. Il serait donc intéressant de développer un modèle ARIMA-GARCH avec les paramètres seraient adaptatifs en temps-réel, ce qui éviterait de constituer une base d'apprentissage pour chaque liaison.

Enfin, il faut préciser que ces résultats ne tiennent pas compte des limitations des instruments ou du système de FMT qui utilise le modèle.

5 MODELISATION MULTIFRACTALE DES PRECIPITATIONS

5.1 Introduction

Dans le chapitre 3, une modélisation statistique des séries temporelles d'affaiblissement a été présentée. Le modèle ARIMA-GARCH, bien que performant, est basé sur une analyse purement statistique des séries d'affaiblissement.

L'idée est ici d'avoir une approche plus physique et de s'intéresser directement aux causes de l'affaiblissement, afin de clarifier le lien entre les phénomènes atmosphériques et l'affaiblissement. La description de tous les phénomènes météorologiques qui provoquent un affaiblissement en bande EHF dépasse largement le cadre de cette thèse, car il faudrait modéliser l'atmosphère entière. On se limitera donc à l'étude du phénomène qui a l'effet le plus limitant pour les communications par satellite : la variabilité micro-échelle des précipitations.

La pluie est un phénomène complexe et très intermittent, qui est donc difficile à modéliser et même à mesurer. Durant les dernières décennies, les avancées dans le domaine des turbulences et des cascades multiplicatives ont permis de développer des nouveaux modèles basés sur l'invariance d'échelle et les multifractales (voir par exemple Veneziano et al. 1996, Over & Gupta 1996, Mazzarella 1999, Deidda 2000). Ces modèles ouvrent la voie à une description plus réaliste de la pluie, car ils prennent en compte le lien fort entre les précipitations et les turbulences de l'atmosphère. Dans cette étude, on se limitera au cadre des Multifractales Universelles et au modèle Fractionally Integrated Flux (FIF) développé par Schertzer & Lovejoy (1987, 1997). Ce modèle a été choisi pour ses bases théoriques solides, et car c'est un attracteur pour tous les processus multiplicatifs liés aux turbulences. Il a déjà été appliqué avec succès à une large variété de phénomènes, tel que la radiance des nuages (Lovejoy & Schertzer 2006), la couleur de l'océan (Lovejoy et al. 2001) ou les cours de bourse (Schmitt et al. 1999).

En ce qui concerne la pluie, ce modèle a été testé avec des données expérimentales tels que des séries de taux de pluie mesurées avec des pluviomètres, des images radar (pour une synthèse, voir Lilley et al. 2006), et plus récemment avec des données satellitaires (Lovejoy et

al. 2008). Ces études ont été réalisées dans le cadre d'applications dans le domaine de l'hydrologie et de la météorologie, avec des échelles spatiales ou temporelles méso-échelle (jour, heure, kilomètre). Or, dans le cadre des télécommunications, une modélisation plus fine est nécessaire (micro-échelle, de l'ordre de quelques secondes temporellement ou de quelques dizaines de mètres spatialement). Cette réduction de l'échelle de travail implique notamment de nouveaux instruments de mesure et a conduit au développement d'un spectropluviomètre bi-faisceau au CETP.

Après une présentation de la théorie des fractales et des multifractales, les données fournies par cet instrument sont analysées afin d'obtenir une modélisation multifractale des séries temporelles de taux de pluie qui soit valide aux échelles qui nous intéressent. Ces données haute résolution permettent notamment de clarifier l'effet de l'intermittence pluie-non pluie sur l'estimation des paramètres du modèle multifractal.

5.2 Les données spectropluviométriques

Les mesures ont été effectuées avec un spectropluviomètre bi-faisceau développé au CETP (Dual-Beam Spectropluviometer – DBS, J.-Y. Delahaye et al. 2006). Le DBS est un instrument plus précis que les OSP classiques (Optical SpectroPluviometer, Hauser et al. 1984), car il comprend deux faisceaux espacés de quelques millimètres et une surface de collecte de 100 cm^2 (contre 50 cm^2 pour les OSP commerciaux). Cet instrument permet de détecter sans ambiguïté les petites gouttes jusqu'à 0.3 mm de diamètre et de limiter les fausses détections dues aux turbulences de l'air en vérifiant que les gouttes passent effectivement à travers les deux faisceaux. En laboratoire, la précision du DBS pour les diamètres est de 1% de biais et 3% d'écart-type. Ces performances ont été vérifiées en extérieur dans une atmosphère turbulente avec des billes de 1 mm . Pour les diamètres inférieurs, la calibration doit se faire à l'intérieur. Grâce aux deux faisceaux, le DBS fournit une mesure précise de la vitesse verticale de chute des gouttes, alors que cette dernière devait être estimée avec la loi d'Atlas (1977) avec l'OSP. Les sorties du DBS sont les diamètres des gouttes, leur vitesse verticale et leur temps d'arrivée en ms. Ces sorties ont tout d'abord été transformées en séries temporelles de taux de pluie échantillonnées à la seconde. Cependant le taux de pluie à 1s n'est pas assez précis, notamment en raison du nombre insuffisant de gouttes collectées durant

ce court intervalle de temps. Nous verrons dans la suite que ces séries temporelles doivent être généralement moyennées sur 30s ou 60s. L'écart-type sur l'estimation du taux de pluie a été estimé à 35% pour le taux de pluie seconde et de 4% pour le taux de pluie minute (Mallet & Barthes 2008, soumis à *J. Atm. Ocean. Tech.*).

La base de données expérimentale (Tab. 5.1) est composée de 3 séries temporelles collectées dans des zones climatiques différentes : Paris (France, climat océanique), Iowa-city (USA, climat continental), Djougou (Bénin, climat tropical avec mousson Africaine).

Expérience	Lieu	Durée	Date
SIRTA	Paris, France	3 mois	Du 01/04/2000 au 30/06/2000
DEVEX	Iowa, USA	4 mois	Du 01/04/2002 au 31/07/2003
AMMA	Djougou, Bénin	2 mois	Du 15/07/2006 au 15/09/2006

Tableau 5.1 – Présentation des mesures réalisées avec le DBS.

5.3 Le modèle *Fractionally Integrated Flux* (FIF)

Cette présentation du modèle FIF est largement inspirée de Schertzer et al., 2002, et de la thèse de José Marcor, 2007. Le lecteur pourra de plus se référer à l'Annexe A qui présente la notion d'intégration fractionnaire.

5.3.1 Notion d'objet fractal

Au XIX^{ème} siècle, la physique reposait essentiellement sur deux piliers : la géométrie Euclidienne et le calcul intégral-différentiel de Leibnitz et Newton. Certains objets mathématiques qui ne rentrent pas dans ce cadre avaient bien été créés, mais ils étaient considérés comme des cas particuliers abstraits ayant peu d'intérêt en pratique (géométrie

Riemannienne, Poussières de Cantor, courbes de Van Koch et de Peano...). Un tournant est amorcé au début du XX^{ème} siècle avec la théorie de la relativité d'Einstein et le livre *Les atomes* de J. Perrin (1913), dans lequel ce dernier émet l'hypothèse que les fonctions régulières (continues et dérivables presque partout) seraient le cas particulier et les fonctions irrégulières le cas général. Un extrait de ce texte est donné en Annexe B.

Ce point de vue aura du mal à s'imposer et il faudra attendre 1974 pour que Mandelbrot élève les 'fractals' au rang de théorie à part entière. De nombreuses définitions ont été proposées pour ces objets et aucune ne fait pour l'instant l'unanimité. On peut dire cependant (Falconer, 2003) qu'un objet fractal possède une structure fine, c'est-à-dire des détails à des échelles arbitrairement petites, et est trop irrégulier pour pouvoir être décrit dans le cadre habituel. Souvent, un objet fractal a une forme d'autosimilarité et peut-être décrit à l'aide de règles simples itératives. L'autosimilarité est le fait que le tout est semblable à ses parties, ou, autrement dit, qu'un changement d'échelle ne modifie pas l'objet observé. L'auto-similarité peut être déterministe mais aussi stochastique, si la règle itérative de construction utilise des variables aléatoires.

On voit qu'avec ces objets extrêmement irréguliers, la méthode de Descartes, qui consiste à décomposer un problème complexe en une somme de problèmes plus simples, ne peut plus être appliquée, car le problème ne se simplifie pas, quelque soit la résolution. On va donc devoir décrire ces objets en prenant en compte toutes les échelles en même temps.

5.3.2 Notion de dimension fractale

On utilise dans cette étude la définition la plus simple de la dimension fractale, dite du 'box-counting' (cf. Falconer 2003 pour les autres définitions possibles). Prenons comme exemple le calcul de la dimension fractale de la pluie. Soit un temps d'observation T que l'on découpe en intervalles de durée Δt . On appelle résolution le nombre de ces intervalles $\lambda = T/\Delta t$. Puis on compte le nombre d'intervalle $n(\lambda)$ pendant lesquels il y a au moins une goutte de pluie. Si ce nombre varie en fonction d'une puissance de la résolution, alors le processus est fractal et l'exposant de la loi puissance est la dimension fractale :

$$n(\lambda) \sim \lambda^{D_f} \quad (5.1)$$

Le signe $\sim$ signifie l'égalité à un facteur constant près, qui peut varier lentement en fonction des corrections logarithmiques. La dimension fractale peut être interprétée comme une mesure de l'occupation de l'espace par l'objet fractal et peut être comparée à la dimension topologique de l'espace, à la différence que la dimension fractale n'est pas nécessairement entière. Dans le cas de la pluie, la méthode du 'box-counting' a été mise en œuvre par Lavergnat & Golé (1998) avec des données spectropluviométriques. La loi d'échelle a pu être observée entre 10^{-2} et 10^5 mn, soit 7 ordres de magnitude (Fig 5.1), et la dimension fractale a été estimée à 0.82.

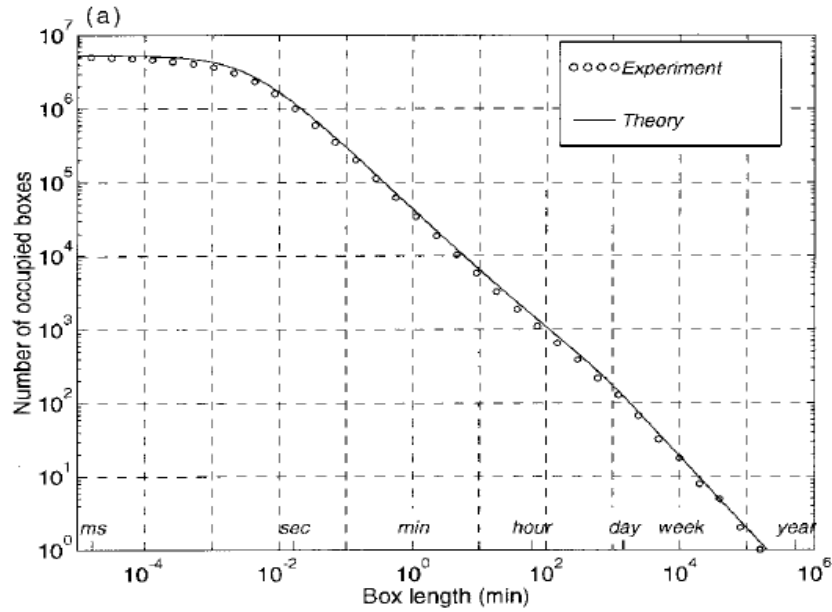


Figure 5.1 – Méthode du 'box-counting' appliqué à 4 mois de données spectropluviométriques mesurée à Gometz-la-Ville durant l'expérience de propagation OLYMPUS. (publié dans Lavergnat & Golé 1998)

5.3.3 Notion de co-dimension fractale

La co-dimension fractale est définie par :

$$c = D - D_f \quad (5.2)$$

Où D est la dimension topologique de l'espace. La co-dimension est un concept intéressant car elle caractérise la probabilité qu'un intervalle choisi au hasard contienne de la pluie :

$$\Pr(\Delta t \text{ contient au moins une goutte}) = \frac{n(\lambda)}{\lambda^D} \sim \lambda^{-c} \quad (5.3)$$

5.3.4 Notions de singularité et de multifractale

La notion de dimension fractale est limitée à l'étude des ensembles et donc au cas des processus binaires. Cette notion n'est donc pas suffisante pour décrire des processus dont l'intensité varie. Le terme multifractal a été introduit par Parisi & Frisch (1985) pour se référer à des processus qui ne peuvent être décrit qu'à l'aide d'un ensemble de dimensions fractales. L'idée est que la dimension fractale dépend du seuil qui définit l'appartenance à l'ensemble considéré. Or, la notion de seuil n'est pas absolue, car elle n'a de sens que si on lui associe une résolution de mesure. Un simple seuil S ne peut donc pas être utilisé pour définir un ensemble fractal. On lui préfère la notion de singularité γ , définie telle que $S = \lambda^\gamma$. La singularité a l'avantage de définir un seuil qui prend en compte la résolution de mesure et qui permet donc de définir un ensemble fractal indépendamment de la résolution. Soit Φ_λ un processus multifractal à la résolution λ , alors, à chaque singularité correspond une dimension fractale particulière :

$$\text{Card}\{\Phi_\lambda \geq \lambda^\gamma\} \sim \lambda^{D_f(\gamma)} \quad (5.4)$$

Cette expression peut-être réécrite en faisant apparaître la co-dimension :

$$\Pr(\Phi_\lambda \geq \lambda^\gamma) \sim \lambda^{-c(\gamma)} \quad (5.5)$$

Où $c(\gamma)$ est appelée fonction co-dimension et est convexe. En utilisant la transformation de Mellin, on peut aussi faire apparaître les moments du processus, ce qui est utile en pratique (Schertzer et al. 2002, section 4.2):

$$\left\langle \Phi_\lambda^q \right\rangle \sim \lambda^{K(q)} \quad (5.6)$$

Où q est l'ordre du moment et où $K(q)$ est appelée fonction d'échelle des moments et est aussi convexe. $K(q)$ et $c(\gamma)$ sont reliées par la transformation de Legendre (Parisi & Frisch, 1985) :

$$K(q) = \max_\gamma \{q\gamma - c(\gamma)\} \Leftrightarrow c(\gamma) = \max_q \{q\gamma - K(q)\} \quad (5.7)$$

Cette relation biunivoque montre que l'on peut associer un moment à chaque singularité et vice-versa :

$$\begin{cases} c(\gamma) = q_\gamma \gamma - K(q_\gamma) \\ K(q) = q\gamma_q - c(\gamma_q) \end{cases} \quad (5.8)$$

Soit :

$$\begin{cases} q = c'(\gamma) \\ \gamma = K'(q) \end{cases} \quad (5.9)$$

La relation biunivoque des singularités et des moments peut se comprendre intuitivement en remarquant que plus l'ordre du moment augmente, plus l'exposant utilisé est fort, et donc plus les valeurs fortes contribuent à ce moment.

5.3.5 Les cascades multiplicatives

En 1922, Richardson propose un modèle phénoménologique pour décrire les turbulences. L'énergie cinétique injectée à une grande échelle est transmise par une hiérarchie de tourbillons de plus en plus petits jusqu'à l'échelle de dissipation où l'énergie est rediffusée dans toutes les directions par l'effet du frottement visqueux. Cette approche a été reprise par Kolmogorov (1941) qui a abouti à la célèbre loi qui porte son nom grâce à des arguments de dimensionnalité (π -théorème) :

$$\Delta v = \varepsilon^{1/3} \Delta x^{1/3} \quad (5.10)$$

L'étude théorique des propriétés des cascades multiplicatives a ensuite été approfondie par Yaglom (1966) et Mandelbrot (1974). Le principe d'une cascade multiplicative (en dimension 1) est de distribuer uniformément une quantité Φ_{λ_0} (aussi appelé 'flux' en référence aux turbulences) sur un intervalle, puis de découper cet intervalle en 2 sous-intervalles auxquels on assigne la valeur originelle de la quantité multipliée par une variable aléatoire dont la distribution ne dépend pas de l'échelle. L'itération de cette opération produit une cascade multiplicative (Fig 5.2).

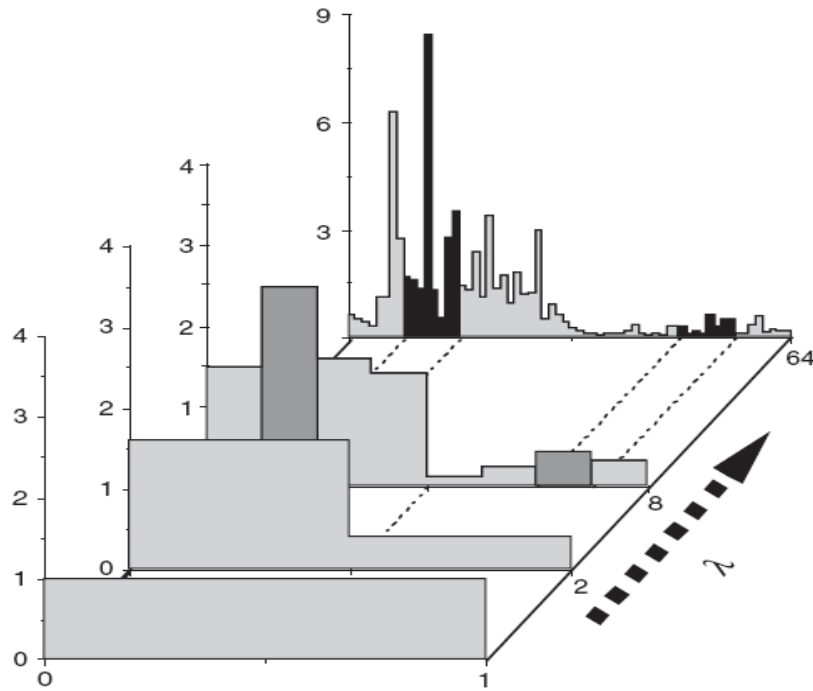


Figure 5.2 – Illustration du principe d'une cascade multiplicative formelle (publié dans Lovejoy et Schertzer, 2006).

Les variables aléatoires sont appelées 'incrément multiplicatifs', noté $\mu\varepsilon$, et sont indépendantes. La quantité Φ_{λ_n} qui correspond à n 'pas multiplicatif' est finalement égale à :

$$\Phi_{\lambda_n} = \Phi_{\lambda_0} \cdot \prod_{i=1}^n \mu\varepsilon_i \quad (5.11)$$

Plus généralement, on note $\mu\mathcal{E}_{\lambda_0/\lambda}$ l'incrément multiplicatif total entre les résolutions λ_0 et λ :

$$\mu\mathcal{E}_{\lambda_0/\lambda} = \frac{\Phi_{\lambda_0}}{\Phi_{\lambda}} \quad (5.12)$$

Dans le cadre des turbulences, une des hypothèses de Kolmogorov est que la dissipation n'intervient qu'à l'échelle la plus fine et donc que le flux d'énergie se conserve au cours du processus en cascade. Une cascade conservative vérifiera donc la propriété suivante :

$$\forall \lambda, \quad \langle \Phi_{\lambda} \rangle = \Phi_{\lambda_0} = M \quad (5.13)$$

Où M est une constante. Puisque les cascades multiplicatives sont générées itérativement par un processus qui ne dépend pas de l'échelle, on s'attend à ce que ces objets aient des propriétés fractales. Nous allons montrer dans le chapitre suivant que ce type de cascade peut être généralisé et qu'il permet de générer des multifractales.

5.3.6 Cascades continues

Les cascades multiplicatives discrètes sont intéressantes à titre d'exemple mais sont peu réalistes, d'une part car le facteur de contraction est alors arbitraire, et d'autre part car la distance 'ultra-métrique' (l'ancêtre commun le plus proche) n'est pas constante pour deux intervalles séparés d'une même distance 'métrique'. On peut cependant obtenir une cascade continue en densifiant la cascade, c'est-à-dire en faisant tendre vers l'infini le nombre de pas multiplicatifs pour passer d'une échelle à une autre, sans modifier l'échelle la plus grande et l'échelle la plus fine. L'incrément multiplicatif entre deux échelles différentes est alors un produit infini de variable aléatoire i.i.d (identiquement et indépendamment distribuées). La distribution de son logarithme converge donc vers une distribution stable par combinaison linéaire selon le théorème Central Limit. La distribution de l'incrément multiplicatif entre deux échelles différentes ne dépend alors que du rapport entre ces deux échelles (cela revient à dire que le champ aléatoire des incréments est auto-similaire). Or, les incréments multiplicatifs sont par définition un (semi-) groupe multiplicatif :

$$\forall \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \mu\mathcal{E}_{\lambda_1/\lambda_3} = \mu\mathcal{E}_{\lambda_1/\lambda_2} \cdot \mu\mathcal{E}_{\lambda_2/\lambda_3} \quad (5.14)$$

Comme $\mu\mathcal{E}_{\lambda_1/\lambda_2}$ et $\mu\mathcal{E}_{\lambda_2/\lambda_3}$ sont indépendants, on a aussi :

$$\left\langle \mu\mathcal{E}_{\lambda_1/\lambda_3}^q \right\rangle = \left\langle \mu\mathcal{E}_{\lambda_1/\lambda_2}^q \right\rangle \left\langle \mu\mathcal{E}_{\lambda_2/\lambda_3}^q \right\rangle \quad (5.15)$$

Les moments sont donc aussi un (semi-) groupe multiplicatif à un paramètre. Ils doivent donc avoir la forme :

$$\left\langle \mu\mathcal{E}_{\lambda_1/\lambda_3}^q \right\rangle \sim \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_3} \right)^{-K(q)} \quad (5.16)$$

Si l'on suppose la cascade conservative, que l'on multiplie les deux côtés de cette égalité par M^q , et que l'on prend $\lambda_1 = \lambda_0$ et $\lambda_3 = \lambda$, on obtient:

$$\forall q, \left\langle \Phi_\lambda^q \right\rangle \sim \lambda^{K(q)} \quad (5.17)$$

Cette expression, identique à l'équation (5.6), montre que les cascades continues conservatives sont bien des multifractales.

5.3.7 Multifractales Universelles

On se limite dans ce chapitre aux cascades conservatives et on prend par simplicité $\Phi_{\lambda_0} = M = 1$, on a alors égalité entre l'incrément multiplicatif et le flux :

$$\Phi_\lambda = \mu\mathcal{E}_{\lambda_0/\lambda} \quad (5.18)$$

On appelle 'générateur' le logarithme du flux $\Gamma_\lambda = \ln(\Phi_\lambda)$. Dans le cas des cascades continues, le générateur tend vers une distribution stable, car c'est une somme de variables aléatoires i.i.d.. Dans le cas général, c'est-à-dire lorsque ces variables ne sont pas nécessairement de

variance finie, l'attracteur stable est une variable α -stable de Lévy (Central Limit généralisé). La distribution de Lévy a les mêmes propriétés de stabilité que la Gaussienne, avec la différence que ses moments d'ordre supérieur à α divergent ($0 \leq \alpha \leq 2$). Le cas particulier $\alpha=2$ correspond à la Gaussienne et dans ce cas tous les moments sont définis.

De plus, la distribution de Lévy doit être extrémale afin que le flux, qui a une distribution exponentielle-Lévy, ait des moments positifs non nuls. La cascade multiplicative provoque d'autre part une corrélation particulière, car la distance entre deux points de la cascade est 'ultra-métrique' (plus proche ancêtre commun). On peut montrer que cela implique que le générateur soit un bruit en ' $1/f$ ' (i.e. son spectre de puissance décroît en f^1). De plus, la conservation du flux implique trivialement $K(1)=0$ (cf. Eq. (5.13) et (5.17)). Toutes ces propriétés permettent de montrer que la fonction d'échelle des moments doit avoir la forme suivante (Schertzer & Lovejoy, 1987, 1997) :

$$K(q) = \frac{C_1}{\alpha-1} (q^\alpha - q) \quad (5.19)$$

Où C_1 est la co-dimension de la singularité qui fournit la contribution la plus importante à la moyenne du processus, et où α correspond au paramètre de la distribution stable de Lévy du générateur. Du point de vue de la cascade, α décrit la vitesse de variation de la co-dimension en fonction de la singularité. Le cas $\alpha=0$ correspondant à une cascade mono-fractal (binaire), et $\alpha=2$ à une cascade log-normale.

5.3.8 Multifractales non-stationnaires

En général, les données géophysiques ne sont pas stationnaires et une intégration fractionnaire supplémentaire est nécessaire. On a donc l'expression suivante, similaire dans sa forme à la loi de Kolmogorov pour les turbulences :

$$|\Delta R(\Delta t)| \approx \Phi_\lambda \Delta t^H \quad (5.20)$$

Où $\Delta R(\Delta t)$ est ici la moyenne de la valeur absolue du gradient calculé sur des intervalles de durée Δt . Le paramètre H est le degré de non-stationnarité, ou plus précisément l'ordre d'intégration fractionnaire : plus H est fort, plus le processus est lisse. Ce type de processus

est appelé Fractionnally Integrated Flux (FIF). En combinant l'équation (5.20) et l'équation (5.17), on obtient la loi d'invariance d'échelle des fonctions de structures du FIF :

$$\left\langle |\Delta R(\Delta t)|^q \right\rangle \sim \lambda^{-\zeta(q)} \quad (5.21)$$

Où $\zeta(q)$ est appelé l'exposant de la fonction de structure d'ordre q et a la forme suivante :

$$\zeta(q) = qH - K(q) \quad (5.22)$$

5.3 Technique d'analyse multifractale

Ce chapitre décrit les outils nécessaires à l'analyse multifractale. Chaque outil est illustré à partir de l'analyse d'un évènement de pluie intense mesuré à Iowa-city le 12/07/2002.

5.4.1 Analyse spectrale

Le spectre de puissance est un outil très utile pour savoir si le processus est invariant d'échelle. Si c'est le cas, le spectre de puissance doit être une droite lorsqu'il est représenté en graphique log-log. Il permet aussi de déterminer si le processus est une cascade conservative stationnaire ou une cascade fractionnairement intégrée non-stationnaire (FIF). En effet, selon le théorème de Wiener-Khintchine, dans le cas d'une cascade stationnaire, la pente du spectre de puissance β est égale à :

$$\beta = 1 - K(2) \quad (5.23)$$

La pente spectrale est alors inférieure à 1, car $K(2)$ est toujours positif (cf. Eq. (5.19)). Dans le cas contraire, si $\beta > 1$, le processus est non-stationnaire et l'on a à faire à une cascade fractionnairement intégrée, dont la pente spectrale théorique est :

$$\beta = 1 + 2H - K(2) \quad (5.24)$$

La figure 5.3 présente le spectre de puissance de l'évènement du 12/07/2002. Par régression linéaire, on estime sa pente spectrale à 1.72, il s'agit donc d'un FIF.

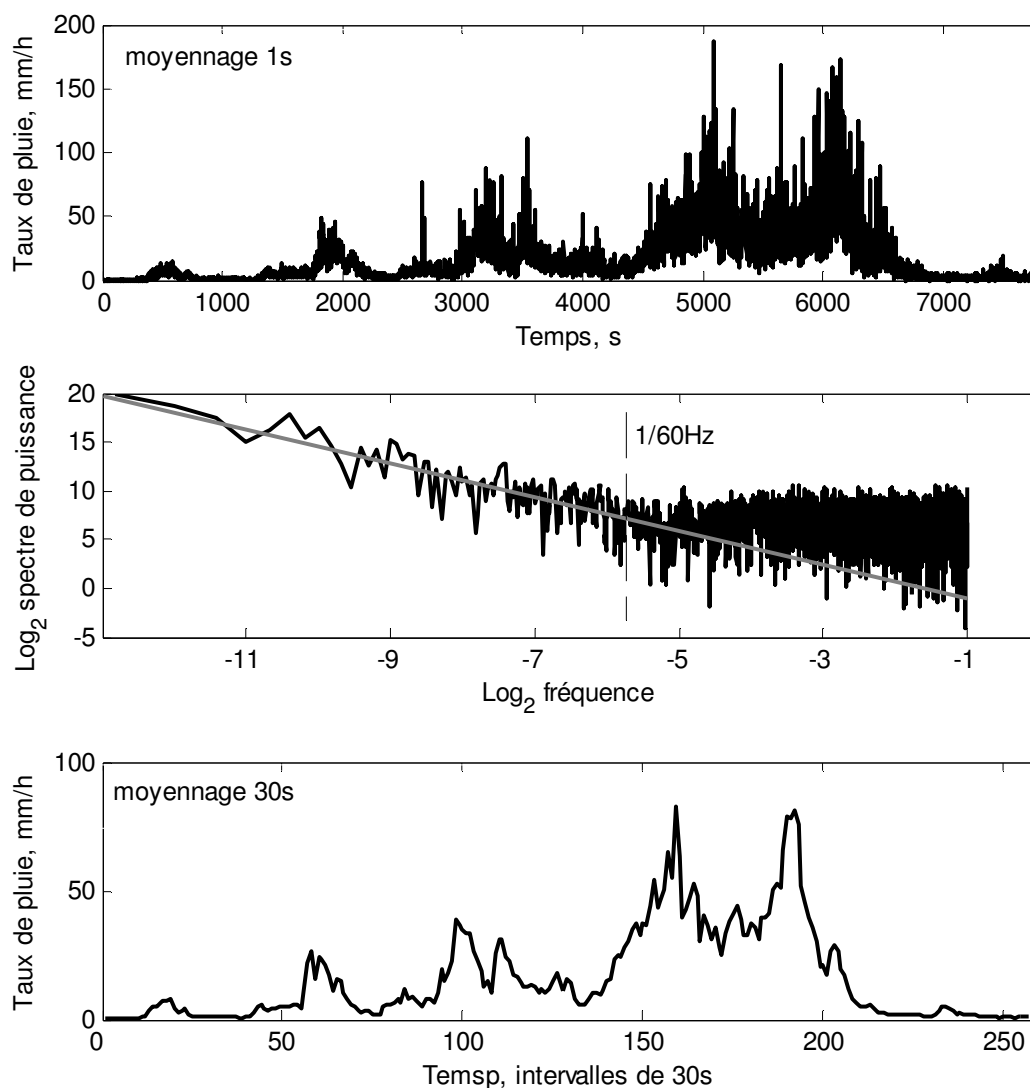


Figure 5.3 – Evènement de pluie observé à Iowa-city le 12/07/2002. De haut en bas : série du taux de pluie échantillonnée à 1s, spectre de puissance, série du taux de pluie échantillonnée à 30s.

Les limites de la zone de fréquence sur lesquelles le spectre est une droite sont aussi importantes. Elles indiquent la plage de fréquence sur laquelle il est pertinent de réaliser une analyse multifractale. Pour l'évènement du 12/07/2002, on voit clairement que le spectre

s'aplatit pour des fréquences supérieures à 1/60 Hz. On moyenne alors la série sur des intervalles de 30s afin de conserver uniquement la partie intéressante du spectre. Ce point est en réalité crucial, car dans le cas d'un FIF, le processus est intégré et l'analyse multifractale est donc réalisée à partir de la série différenciée. Or, le gradient à l'échelle la plus fine n'a pas de sens physique si le processus est noyé dans du bruit.

5.4.2 Analyse de la fonction de structure

Le paramètre H peut être estimé grâce au spectre de puissance et à l'équation (5.24). Cependant, il est difficile en pratique d'estimer la pente spectrale avec suffisamment de précision. Une autre possibilité plus directe est d'utiliser la fonction de structure du premier ordre. L'équation (5.22) montre que $\zeta(1)=H-K(1)$. De plus, l'hypothèse de conservation du flux implique $K(1)=0$. La fonction de structure du premier ordre est donc théoriquement une droite de pente H en graphique log-log en fonction de Δt . Cette méthode permet d'estimer que H est égal à 0.53 pour l'évènement du 12/07/2002 (Fig. 5.4).

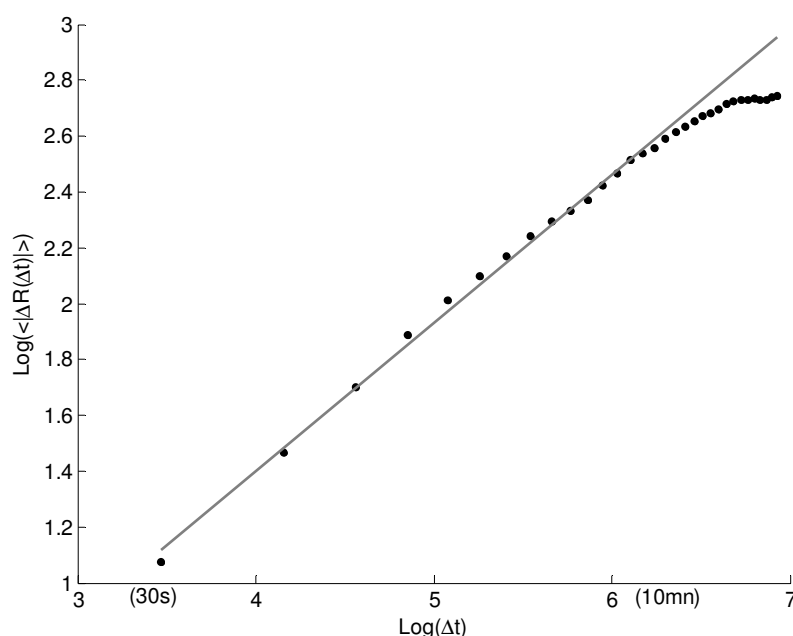


Figure 5.4 – Fonction de structure du premier ordre de l'évènement du 12/07/2002.

5.4.3 Invariance d'échelle des moments

L'analyse des moments du flux à différentes résolutions permet de vérifier leur invariance d'échelle (Eq. (5.17)) et d'estimer les paramètres de la cascade multiplicative (α et C_1). Pour cela, il faut reconstituer la cascade multiplicative, ce qui est réalisé par des moyennes successives par 2 échantillons à partir du flux à la résolution la plus fine (voir Gagnon et al. 2006 pour un exemple d'application sur l'altimétrie). Or théoriquement, il faut réaliser une différentiation d'ordre H pour obtenir le flux à la résolution la plus fine. Puisque $H \approx 0.5$, une approximation numérique appropriée (Lavallée et al. 1993) est de prendre la valeur absolue du gradient, que l'on normalise par simplicité afin d'avoir $M=1$:

$$\frac{\frac{|\Delta R(\Delta t)|}{\Delta t}}{\left\langle \frac{|\Delta R(\Delta t)|}{\Delta t} \right\rangle} \approx \Phi_{\lambda_{\max}} \quad (5.25)$$

À partir des moyennes successives, on peut calculer les moments du flux à différentes résolutions. Selon l'équation (5.17), ces moments doivent former une droite s'ils sont représentés en graphique log-log en fonction de la résolution, et sa pente est égale à $K(q)$. Pour l'évènement du 12/07/2002, on vérifie qu'on observe bien des droites sur la figure 5.5 (haut), ce qui permet d'estimer sa fonction d'échelle des moments (Fig. 5.5, bas).

5.4.4 Estimation de α et C_1

Les paramètres α et C_1 peuvent être estimés directement avec $K(q)$ (cf. Eq. (5.19)). Cependant l'analyse de multifractale synthétique montre que α n'est pas toujours bien estimé. On préfère alors utiliser une méthode plus sophistiquée appelée Double Trace Moment (DTM) (pour plus de détails, voir Lavallée et al. 1993).

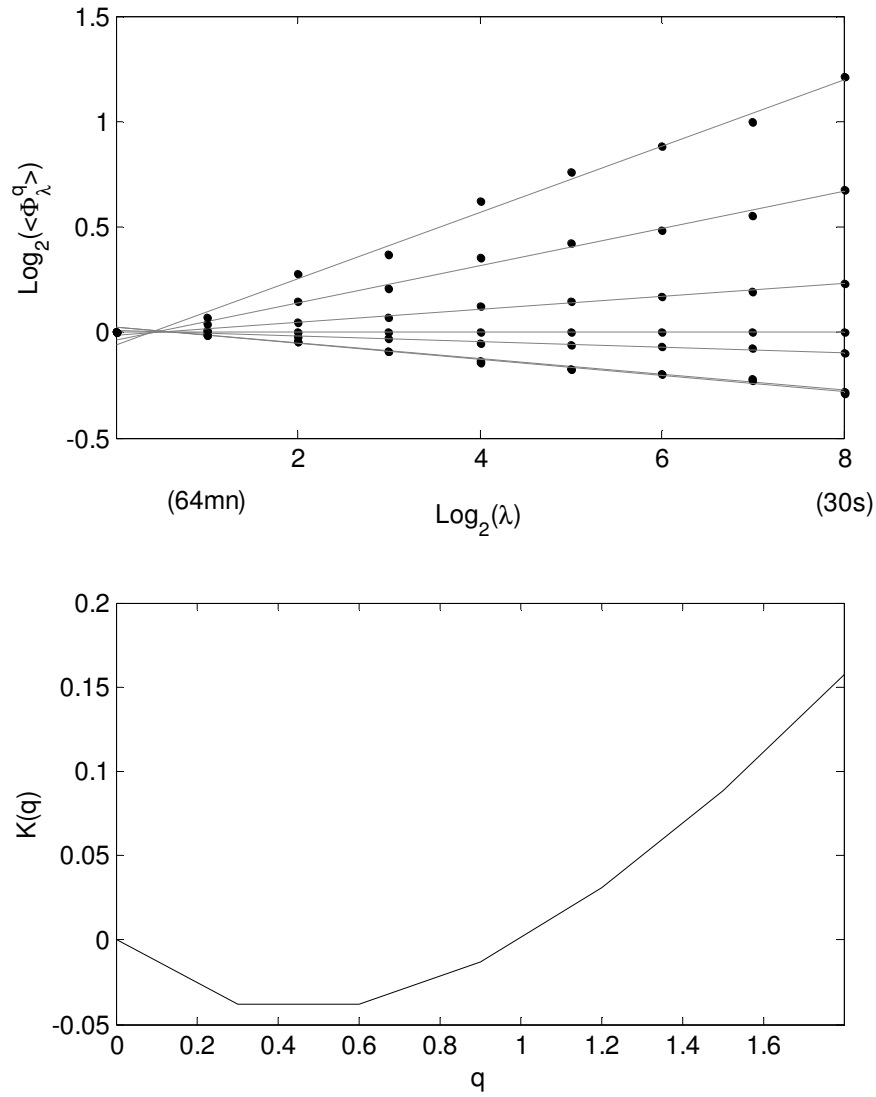


Figure 5.5 – Invariance d’échelle des moments pour l’évènement du 12/07/2002 avec $q=(0, 0.3, 0.6, 0.9, 1.2, 1.5, 1.8)$ (haut) et fonction d’échelle des moments (bas).

Cette méthode consiste à prendre la puissance η du flux à la plus haute résolution et de reconstituer **ensuite** la cascade avec des moyennes successives. Les moments ‘double trace’, noté $M_\lambda(\eta, q)$, sont aussi invariants d’échelle et vérifient:

$$M_\lambda(\eta, q) \sim \lambda^{K(\eta, q)} \quad (5.26)$$

Dans le cadre des Multifractales Universelles, l’exposant $K(\eta, q)$ vérifie l’équation suivante :

$$K(\eta, q) = \eta^\alpha K(q) \quad (5.27)$$

Ainsi, si l'on fixe q (à une valeur différente des cas particuliers 1 et 0) et que l'on trace $K(\eta, q)$ en fonction de η en graphique log-log, on obtient une droite dont la pente est α . On peut ensuite estimer C_1 en utilisant $K(q)$. La figure 5.6 (haut) montre l'invariance d'échelle des moments 'double trace' ainsi que l'exposant $K(\eta, q)$ (bas). Une régression sur la partie linéaire de la courbe permet d'estimer $\alpha=1.69$. La fonction d'échelle des moments classique $K(q)$ (Fig. 5.6, bas) permet ensuite d'estimer $C_1=0.12$.

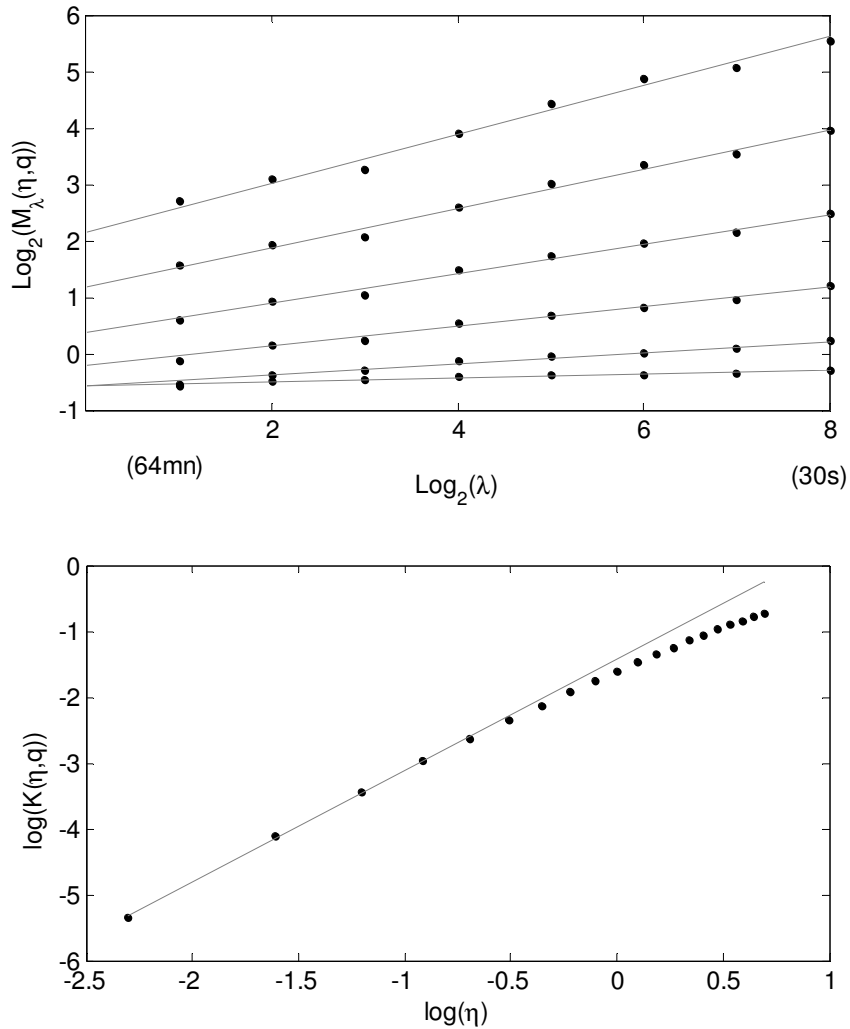


Figure 5.6 – Invariance d'échelle des moments 'double trace' pour l'évènement du 12/07/2002 avec $\eta=(0, 0.3, 0.6, 0.9, 1.2, 1.5, 1.8)$ et $q=1.5$ (haut) et fonction d'échelle de ces moments (bas).

5.5 Analyses des données spectropluviométriques

5.5.1 Évènements analysés

30 évènements de pluie ont été analysés séparément (10 pour chacune des trois séries de taux de pluie). Ces évènements ont été extraits de manière à ce qu'ils soient ininterrompus, c'est-à-dire qu'ils ne contiennent pas de taux de pluie égal à 0. Ces évènements sont en réalité ininterrompus seulement en apparence, car étant donné que le support de la pluie est fractal, si la résolution était augmentée, des périodes sans pluie apparaîtraient. Le problème de l'intermittence pluie-non pluie sera analysé en détails plus loin. Pour chaque évènement, le spectre de puissance a été analysé pour déterminer la résolution la plus fine à laquelle l'invariance d'échelle est encore valide (la fréquence à partir de laquelle le spectre s'aplatit). La plupart des évènements ont ainsi été moyennés sur 60s, d'autres plus intenses ont été moyennés sur 30s ou même 15s. Les principales caractéristiques des évènements sont présentées dans les tableaux 5.2, 5.3, 5.4.

Date	Heure locale	Durée en s.	Temps d'intégration en s.	Taux de pluie moyen en mm/h	Taux de pluie maximum en mm/h
01/04/2000	9:43	16448	64	0.17	1.22
03/04/2000	18:06	4160	64	3.12	9.66
04/04/2000	16:03	8256	64	3.54	11.81
13/04/2000	17:45	2112	64	0.61	3.02
14/04/2000	13:05	16448	64	0.68	2.89
25/05/2000	06:19	2080	32	0.57	4.29
26/05/2000	12:20	2080	32	0.47	1.83
28/05/2000	00:06	8224	32	1.01	4.36
30/05/2000	02:15	65600	64	1.17	15.83
05/06/2000	01:26	16448	64	2.17	7.96

Tableau 5.2 – Caractéristiques des évènements extraits à partir de la série temporelle SIRTa (Paris).

Date	Heure locale	Durée en s.	Temps d'intégration en s.	Taux de pluie moyen en mm/h	Taux de pluie maximum en mm/h
09/05/2002	01:40	8256	64	3.90	16.75
11/05/2002	15:18	8256	64	1.34	7.10
15/05/2002	22:01	4160	64	1.21	4.09
02/06/2002	09:20	8256	64	1.36	5.56
04/06/2002	12:46	2112	64	22.64	91.77
11/06/2002	08:11	8256	64	3.28	29.51
08/07/2002	23:36	1056	32	36.9	107.06
11/07/2002	04:23	8256	64	8.17	47.81
11/07/2002	14:10	8224	32	1.54	6.14
12/07/2002	01:13	8224	32	16.14	83.07

Tableau 5.3 – Caractéristiques des évènements extraits à partir de la série temporelle DEVEX (Iowa-city).

Date	Heure locale	Durée en s.	Temps d'intégration en s.	Taux de pluie moyen en mm/h	Taux de pluie maximum en mm/h
21/07/2006	21:30	4128	16	12.50	95.77
22/07/2006	10:28	2080	32	4.24	15.27
22/07/2006	12:00	4128	32	6.73	23.72
05/08/2006	14:36	2080	16	3.86	14.89
07/08/2006	13:36	4160	32	34.74	114.47
10/08/2008	15:48	4160	32	17.40	61.69
14/08/2006	15:36	2112	16	5.82	31.45
17/08/2006	15:33	16448	64	1.05	6.57
26/08/2006	14:58	8256	16	4.63	58.81
31/08/2006	12:05	8224	16	4.68	27.01

Tableau 5.4 – Caractéristiques des évènements extraits à partir de la série temporelle AMMA (Djougou).

L'aplatissement du spectre aux hautes fréquences pourrait être dû au fait que la résolution de mesure est plus fine que la résolution à laquelle la cascade se termine (l'échelle de dissipation en turbulence). Cependant, cette hypothèse est peu vraisemblable car Lovejoy & Schertzer (2008) ont montré que la pluie et les turbulences se découplent à une échelle de 1m. Puisque la plupart des gouttes tombent à une vitesse supérieure à 1m/s (Gunn & Kinzer, 1949), le taux de pluie devrait être invariant d'échelle jusqu'à des fréquences de l'ordre de 1Hz. Une explication plus réaliste est que lorsque le temps d'intégration est trop court, le nombre de gouttes détectées n'est pas suffisant pour être représentatif du taux de pluie. Une autre explication possible est que les turbulences due à la proximité de la surface de la Terre perturbent le 'scaling' aux hautes fréquences. Cette hypothèse reste à vérifier, mais dans tous les cas, il serait intéressant d'augmenter la surface de collecte du DBS. En pratique, cela n'est pas possible, car l'on aurait des gouttes qui arrivent en même temps, il faudrait donc mettre plusieurs instruments côte à côte... ou trouver une autre technique.

5.5.2 Résultats

Les résultats des analyses multifractales sont présentés dans le tableau 5.5. Les paramètres obtenus sont $H \approx 0.53$, $\alpha \approx 1.7$, $C_1 \approx 0.13$.

Expérience	H	α	C1
SIRTA	0.421 $\pm$ 0.130	1.740 $\pm$ 0.090	0.131 $\pm$ 0.051
DEVEX	0.537 $\pm$ 0.105	1.683 $\pm$ 0.075	0.130 $\pm$ 0.024
AMMA	0.606 $\pm$ 0.092	1.652 $\pm$ 0.087	0.134 $\pm$ 0.021
moyenne	0.521 $\pm$ 0.132	1.691 $\pm$ 0.089	0.132 $\pm$ 0.034

Tableau 5.5 – Moyenne et écart-type des paramètres multifractals estimés à partir de 30 événements différents (10 par expérience).

5.5.3 Interprétation

Le paramètre H est différent de 0. Le processus n'est donc pas stationnaire et correspond à un FIF. Ce résultat est important car il signifie que le taux de pluie n'est pas une cascade multiplicative pure, mais qu'il doit être (fractionnairement) différencié afin de reconstituer la cascade elle-même. On peut remarquer que ce résultat est cohérent avec Harris et al. (1996) qui ont utilisé des données hautes résolution (temps d'intégration de 15s), mais qu'il est en contradiction avec la plupart des autres études qui ont estimé $H=0$ avec des données à plus faible résolution (temps d'intégration de 1 jour, Tessier et al. 1993, 1996, Hubert et al. 1993, Ladoy et al. 1993, Fraedrich & Larnder 1993, ou de l'ordre de 10mn, Lima & Grasman 1999, de Lima, 1998, Hubert et al., 2002). D'autre part, l'écart-type de ce paramètre est important (27% de sa valeur moyenne). On ne peut donc pas dire que H est constant pour tous les événements. Cependant H est difficile à estimer car l'analyse de la fonction de structure est sensible à la taille de la série temporelle, qui est faible ici puisque l'analyse est réalisée événement par événement. La variabilité de H pourrait donc être due au fait que la précision des données est insuffisante et il serait intéressant là aussi de pouvoir augmenter la surface de collecte du DBS.

Table 2 A comparison of various gauge and radar estimates of α and C_1 over various time scales				
Data type	Gauge, daily accumulation	Gauge, daily accumulation	Gauge, daily accumulation	Gauge, daily accumulation
Location	Global network	Reunion Island	Nîmes	Germany
Sample characteristics	1000 stations 1–64 days	1 station, 30 years, scales 1–64 days	1 station, 30 years, scales 1–64 days	1 station, 45 years, scales 1–32 days
α	0.5	0.5	0.5	0.6
C_1	0.6	0.2	0.6	0.5
References	Tessier et al. (1993)	Hubert et al. (1993)	Ladoy et al. (1993)	Fraedrich and Larnder (1993) ^a

Data type	Gauge, 25 stations of daily accumulation	Gauge 164 stations of 6 min and daily accumulations	Gauge, daily accumulation	Gauge, daily accumulation
Location	Doubs basin (France)	All France	New Zealand	Holland, France, Portugal
Sample characteristics	25 years, scale 1–16 days	4 years, scales 6 h to 16 days	15 s resolution, scales 15 s to 14 h	1 min to 1 month resolution
α	0.62 ± 0.05	0.74 ± 0.15	—	0.48–0.67
C_1	0.38 ± 0.02	0.40 ± 0.1	0.04–0.19	0.30–0.51
References	Hubert et al. (2002)	Hubert et al. (2002)	Harris et al. (1996)	De Lima (1998)

Tableau 5.6 – Synthèse des paramètres multifractals proposés dans la littérature pour les séries temporelles de taux de pluie (tableau publié dans Lilley et al., 2006).

Concernant les autres paramètres, on voit que C_1 est faible, ce qui signifie que la variabilité du processus n'est pas très localisée. D'autre part α est proche de 2, donc la cascade est proche du cas limite log-normal. Il est intéressant de remarquer que la variabilité de ces paramètres est faible, alors que les données proviennent de zones climatiques différentes et que les mesures sont très espacées géographiquement et temporellement. Enfin, ces paramètres sont très différents de ceux proposés dans la littérature ($\alpha \approx 0.5-0.7$, $C_1 \approx 0.4-0.6$, cf. Tab. 5.6).

5.6 L'intermittence pluie-non pluie

5.6.1 Problématique

La différence importante entre les paramètres estimés à partir des données spectropluviométriques et ceux proposés dans la littérature pourrait être due au fait que la résolution des données analysées n'est pas la même. Or, le principe même d'un modèle multifractal est d'être invariant lorsque l'on change la résolution. Le comportement de la pluie aux petites échelles est-il alors différent de celui à grande échelle ? L'hypothèse que nous proposons ici est que ce problème serait plutôt dû à des outils d'analyse inadaptés. Il y a en effet une caractéristique du processus qui n'est pas modélisée clairement par le modèle FIF : l'intermittence pluie-non pluie. Cette hypothèse s'appuie sur les travaux de Schmitt et al. (1998) qui ont montré que la méthode DTM est biaisée par une intermittence de ce type. De plus, le fait qu'il n'y ait pas de raison théorique précise justifiant $H=0$ nous incite à étudier la possibilité que cette valeur soit due à un artéfact. Afin d'estimer l'effet possible de l'intermittence pluie-non pluie sur les paramètres multifractals, on peut tout d'abord analyser les séries temporelles complètes (i.e. sans extraire les événements et en conservant les périodes sans pluie).

5.6.2 Analyses des séries temporelles complètes

L'analyse spectrale (Fig. 5.7) montre qu'il y a une invariance d'échelle entre des échelles de l'ordre de 1mn et 1h (respectivement 1/60 Hz et 1/7200 Hz sur la figure) et un aplatissement du spectre aux échelles plus grandes. Sur cette partie du spectre, la pente spectrale est estimée

à 1.76 pour les données AMMA, 1.79 pour les données DEVEX et 1.77 pour les données SIRTA. L'analyse de la fonction de structure du premier ordre (Fig. 5.8) confirme cette analyse, puisque qu'à des échelles supérieures à 1h, on trouve $H=0$, alors que si la régression est réalisée uniquement sur les petites échelles (inférieures à 15mn), on trouve $H=0.53$, $H=0.52$ et $H=0.5$ respectivement pour les données AMMA, DEVEX et SIRTA.

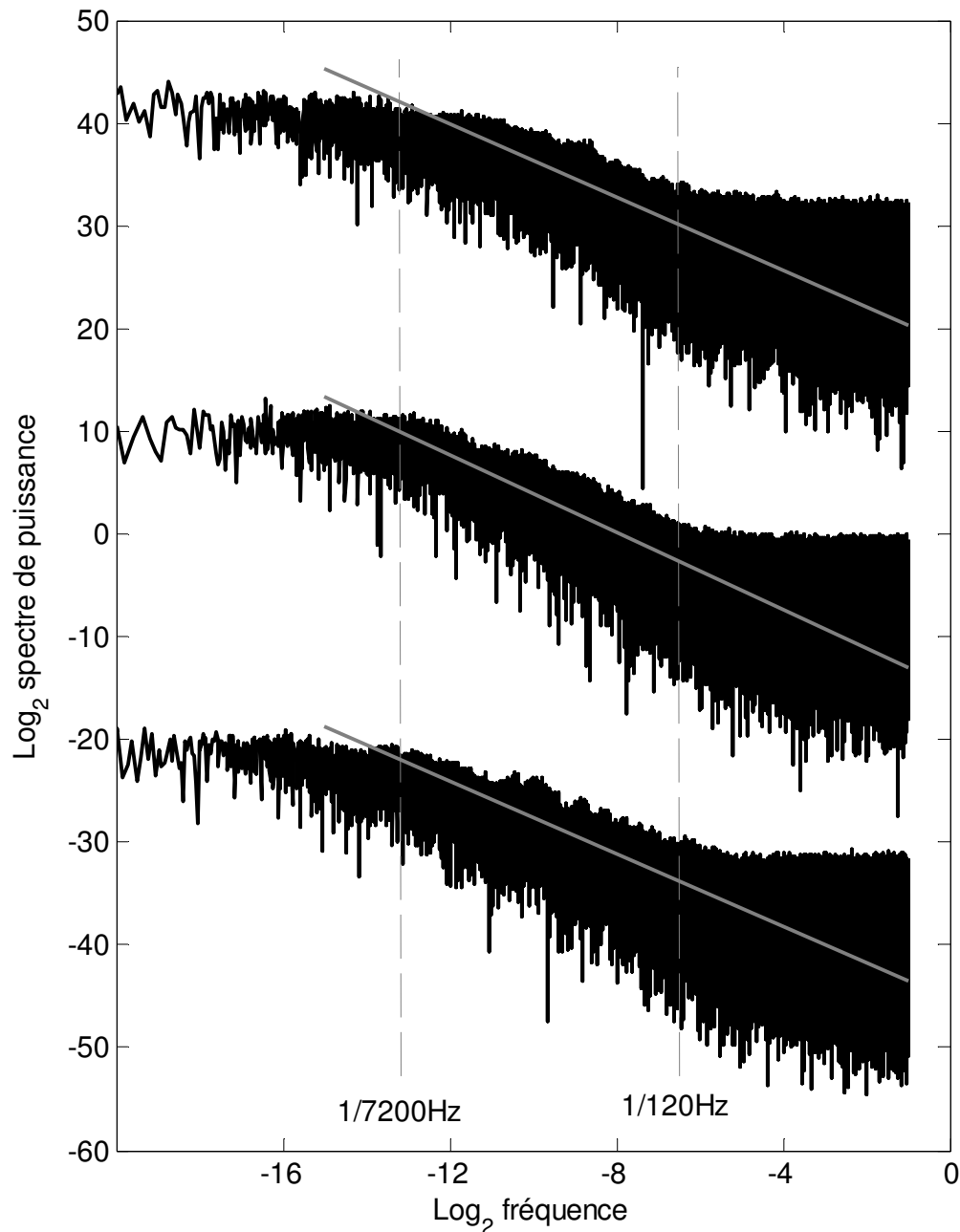


Figure 5.7 – Spectre de puissance des séries de taux de pluie complètes (les courbes ont été déplacées verticalement, de haut en bas : données SIRTA, AMMA et DEVEX).

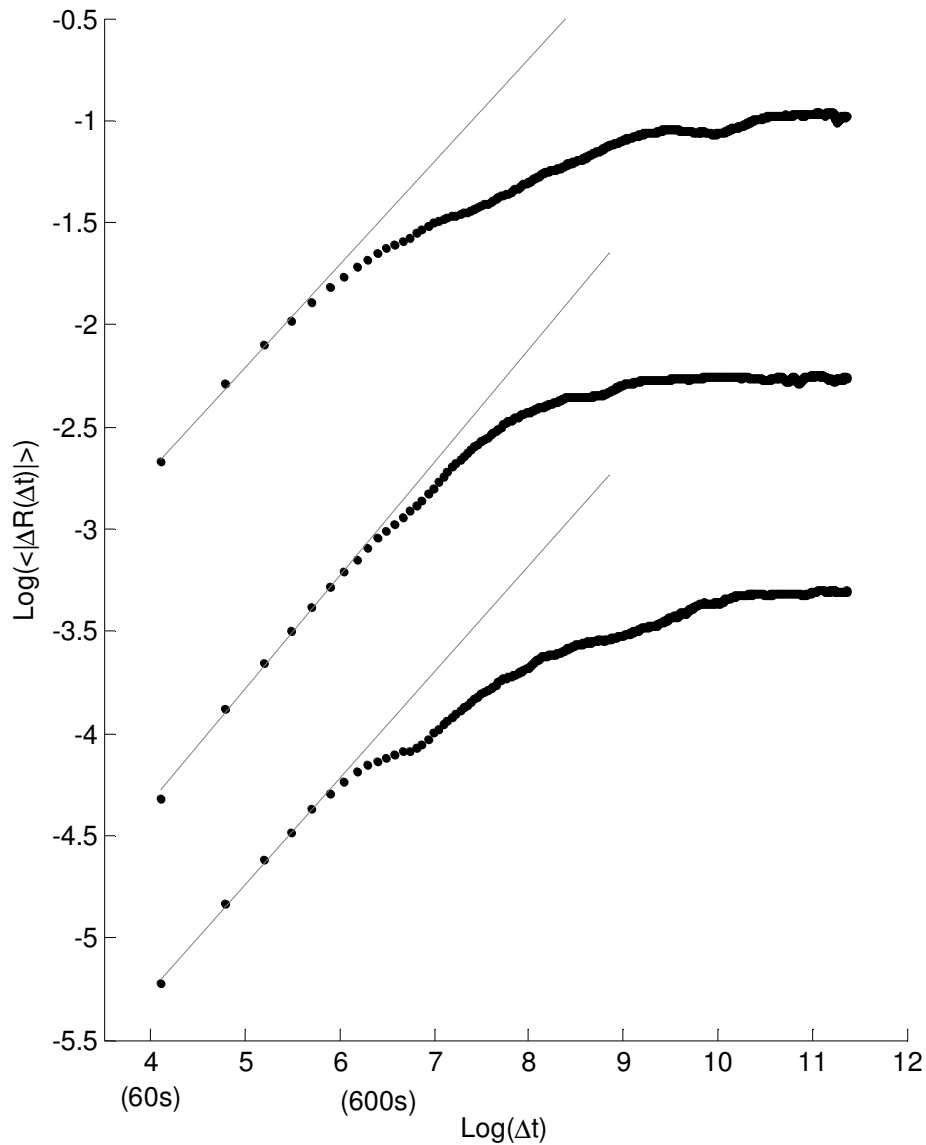


Figure 5.8 – Fonction de structure du premier ordre des séries de taux de pluie complètes (les courbes ont été déplacées verticalement, de haut en bas : données SARTA, AMMA et DEVEX).

La figure 5.9 montre l'invariance d'échelle des moments et la fonction d'échelle des moments pour la série AMMA. On observe ici aussi une cassure de l'invariance d'échelle. Si les régressions sont réalisées uniquement sur des échelles supérieures à 1h, on trouve les paramètres suivant : $\alpha=0.24$, $C_1= 0.63$. Ces paramètres sont proches de ceux proposés dans la littérature pour des séries de taux de pluie à basse résolution. De plus, ce résultat est le même

si l'on considère que le processus est une cascade multiplicative pure (la cascade est reconstituée directement à partir du taux de pluie) ou une cascade fractionnairement intégrée (la cascade est reconstituée à partir du gradient du taux de pluie).

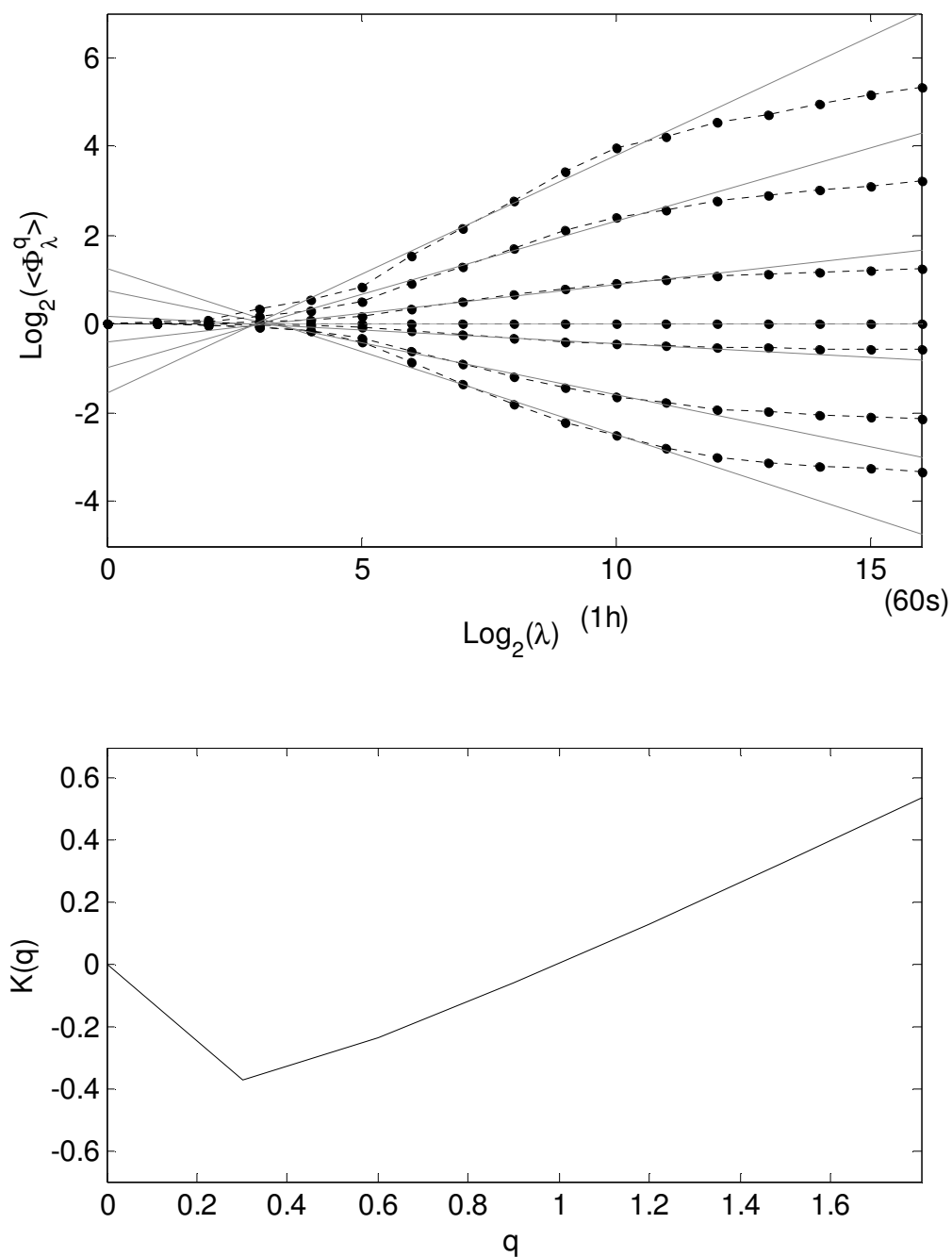


Figure 5.9 – Invariance d'échelle des moments pour la série AMMA (haut) avec $q=(0, 0.3, 0.6, 0.9, 1.2, 1.5, 1.8)$ et fonction d'échelle des moments correspondante (bas).

5.6.3 Estimation de l'effet de l'intermittence pluie-non pluie

Par définition, le modèle FIF ne peut pas produire de périodes pendant lesquelles le taux de pluie est 0, car c'est l'intégration fractionnaire d'une cascade multiplicative dont les incréments multiplicatifs sont strictement positifs. On peut donc se demander si l'analyse de données qui incluent de l'intermittence pluie-non-pluie a une influence sur les paramètres multifractals. Ce chapitre présente une estimation qualitative de cet effet.

On peut comprendre l'effet de l'intermittence pluie-non pluie sur le paramètre H en considérant qu'il existe un intervalle de temps suffisamment long tel que la probabilité qu'il pleuve en $t+\Delta t$ sachant qu'il pleut à l'instant t est très faible. Par exemple s'il pleut à 12h03, il est peu probable qu'il pleuve aussi à 12h03 une semaine plus tard ! Bien sûr, plus le temps d'intégration du taux de pluie est important, plus cet intervalle de temps sera grand. Cela permet d'affirmer qu'au-delà de cet intervalle de temps, la fonction de structure du premier ordre ne dépend plus de H . En effet, dans ce cas :

$$\langle |\Delta R(\Delta t)| \rangle = \langle |R(t + \Delta t) - R(t)| \rangle \approx \langle R(t) \rangle \quad (5.28)$$

Donc pour des intervalles de temps importants, on s'attend à trouver $H=0$, ce qui est cohérent avec l'analyse des séries temporelles complètes réalisé au chapitre précédent.

Concernant les paramètres de la cascade, on peut considérer un cas simplifié afin d'estimer l'effet de l'intermittence pluie-non pluie. Puisque les événements de pluie ont une durée limitée, on peut en effet considérer qu'il existe une échelle à laquelle l'évènement de pluie est réduit à une fonction créneau. La reconstruction de la cascade par moyennes successives revient donc à la dégénérescence de cette fonction créneau, puisque les moyennes sont faites avec des valeurs à 0. Soit $\Theta_{\lambda_{\max}}$ la fonction créneau à la résolution $\lambda_{\max}$ et $\theta_{\lambda_{\max}}$ le niveau du créneau lui-même. Quand $\Theta_{\lambda_{\max}}$ est dégradé à la résolution $\lambda_{\max}/2$ par des moyennes par deux, puisque le créneau est entouré de 0, son niveau tombe à :

$$\theta_{\lambda_{\max}/2} = \theta_{\lambda_{\max}} / 2 \quad (5.29)$$

Cette équation peut être généralisée si elle est répétée n fois :

$$\theta_{\lambda_{\max}/2^n} = \theta_{\lambda_{\max}} / 2^n \quad (5.30)$$

Les moments de la fonction créneau à la résolution $\lambda_{\max}/2^n$ sont facilement calculés, car, quelle que soit la résolution, une seule valeur n'est pas à 0. C'est le niveau du créneau à la puissance q divisé par la résolution :

$$\left\langle \Theta_{\lambda_{\max}/2^n}^q \right\rangle = \frac{(\theta_{\lambda_{\max}} / 2^n)^q}{\lambda_{\max} / 2^n} \quad (5.31)$$

Cette équation peut être réécrite afin de faire apparaître l'invariance d'échelle :

$$\left\langle \Theta_{\lambda_{\max}/2^n}^q \right\rangle = \left(\frac{\theta_{\lambda_{\max}}}{\lambda_{\max}} \right)^q \cdot \left(\frac{\lambda_{\max}}{2^n} \right)^{q-1} \quad (5.32)$$

Puis, en prenant le logarithme et comme $\lambda \equiv \lambda_{\max}/2^n$:

$$\left\langle \Theta_{\lambda}^q \right\rangle \sim \lambda^{q-1} \quad (5.33)$$

Par conséquent, on trouve :

$$K(q) = q - 1 \quad (5.34)$$

Par identification avec la forme théorique de la fonction d'échelle des moments (Eq. (5.19)), on obtient $\alpha=0$ et $C_1=1$. Cet exemple simplifié montre que l'intermittence pluie-non pluie peut provoquer (aux grandes échelles) une invariance d'échelle artificielle et faire tendre α vers 0 et C_1 vers 1. Ce résultat est aussi cohérent avec les résultats de l'analyse des séries temporelles complètes du chapitre précédent.

De plus, la résolution à laquelle la cassure de l'invariance d'échelle se produit peut être estimée approximativement. En effet, supposons qu'il pleut pendant $P\%$ du temps (à la résolution la plus fine). Si aucune moyenne par deux n'est effectuée avec des valeurs à 0, le

nombre d'intervalles doit théoriquement décroître avec le nombre n de moyennes successives :

$$N(n) = \frac{P}{100} \cdot \frac{\lambda_{\max}}{2^n} \quad (5.35)$$

Or, si les périodes de pluie sont réparties sur un support fractal de dimension D_f , Le nombre d'intervalle pendant lesquels il pleut à la résolution la plus fine est égal à :

$$N_{D_f}(0) = k \cdot \lambda_{\max}^{D_f} \quad (5.36)$$

Où k est une constante. Puisqu'il pleut $P\%$ du temps, à la résolution la plus fine on a :

$$N_{D_f}(0) = N(0) = \frac{P}{100} \cdot \lambda_{\max} \quad (5.37)$$

On en déduit :

$$k = \frac{P}{100} \cdot \lambda_{\max}^{1-D_f} \quad (5.38)$$

Donc, en remplaçant l'équation (5.38) dans l'équation (5.36) à l'échelle n , on a :

$$N_{D_f}(n) = \frac{P}{100} \cdot \lambda_{\max}^{1-D_f} \cdot \left(\frac{\lambda_{\max}}{2^n} \right)^{D_f} \quad (5.39)$$

Soit :

$$N_{D_f}(n) = \frac{P}{100} \cdot \frac{\lambda_{\max}}{2^{n \cdot D_f}} \quad (5.40)$$

On peut donc estimer approximativement le nombre de moyennes avec des 0, noté $N_0(n)$, qui sont réalisées à l'échelle n lors de la reconstruction de la cascade en comparant les équations (5.35) et (5.40):

$$N_0(n) = N_{D_f}(n) - N(n) = \frac{P}{100} \cdot \lambda_{\max} \cdot (2^{-nD_f} - 2^{-n}) \quad (5.41)$$

Si l'on considère que l'effet de l'intermittence pluie-non pluie devient majoritaire lorsqu'il y a plus de moyennes avec des 0 que de moyennes entre deux taux de pluie non nuls, la cassure doit se produire à l'échelle n telle que :

$$N_0(n) = N(n) \quad (5.42)$$

Soit :

$$2^{-nD_f} - 2^{-n} = 2^{-n} \quad (5.43)$$

D'où :

$$2^{-nD_f} = 2^{-n+1} \quad (5.44)$$

Et finalement :

$$n = \frac{1}{1-D_f} = \frac{1}{C_f} \quad (5.45)$$

Ce qui donne pour la pluie $n=5$ car $D_f \approx 0.8$. La cassure est donc attendue vers l'échelle $2^5=32\text{mn}$ ($n=0$ correspond ici à l'échelle 1mn). On peut voir que cette valeur correspond à peu près à celle observée sur la figure 5.9.

5.7 Le modèle Thresholded FIF

5.7.1 Simulation de l'intermittence pluie-non pluie

Compte tenu de l'analyse réalisée au chapitre précédent, on pourrait imaginer un modèle basé sur les paramètres multifractals obtenus par l'analyse événement par événement ($H \approx 0.53$, $\alpha \approx 1.7$, $C_1 \approx 0.13$) auquel on ajouterait de l'intermittence pluie-non pluie afin de reproduire la cassure observée lors de l'analyse des séries complètes.

L'idée est tout d'abord de générer un FIF avec ces paramètres, puis de créer l'intermittence pluie-non pluie à l'aide d'un simple seuil, choisi de manière à reproduire la dimension fractale du 'support' de la pluie (0.82, cf. Chap. 5.3.2). Les valeurs en dessous du seuil sont mises à 0 et les valeurs supérieures au seuil sont décalées vers 0 en soustrayant la valeur du seuil. Ce modèle serait appelé TFIF (Thresholded FIF). Il faut remarquer que contrairement aux cascades multiplicatives pures, les valeurs d'un FIF n'ont pas un sens absolu, et il est donc possible de décaler ses valeurs sans modifier l'invariance d'échelle et les paramètres multifractals (cela ne modifie pas le gradient qui correspond à la cascade). Pour une cascade pure, ce n'est pas le cas :

$$\langle \Phi_\lambda^q \rangle \sim \lambda^{K(q)} \quad \nrightarrow \quad \langle (\Phi_\lambda - k)^q \rangle \sim \lambda^{K(q)} \quad (5.46)$$

D'autre part, puisque c'est un processus intégré qui est seuillé, le seuil ne correspond pas à une singularité particulière. C'est-à-dire que l'opération de seuillage ne conserve pas uniquement les singularités fortes. N'importe quelle singularité peut être conservée et n'importe quelle singularité peut être mise à 0. En fait, dans le modèle TFIF, la valeur absolue du gradient correspond à une cascade multiplicative multipliée par un support fractal binaire indépendant.

5.7.2 Analyse de TFIF synthétiques

Dans ce chapitre, on va vérifier que les processus TFIF ont bien les caractéristiques voulues. Des séries temporelles FIF de paramètre ($H=0.53$, $\alpha=1.7$, $C_1=0.13$) sont tout d'abord générées avec la méthode présentée en Annexe C. La longueur de ces séries est fixée à 2^{15} échantillons, ce qui équivaut à trois semaines si l'on considère que l'échelle la plus fine est 1mn (les grandes structures de l'atmosphère ont une durée de vie moyenne de trois semaines). On applique ensuite un seuil afin d'obtenir une dimension fractale du support égale à 0.82. Il est intéressant de remarquer que, d'après les simulations, le seuil qui correspond à cette dimension fractale ne conserve que 5% du FIF, ce qui correspond au pourcentage durant lequel il pleut généralement avec un taux de pluie minute (et qui est observé dans les données expérimentales).

La figure 5.10 montre les spectres de puissance et les fonctions de structure du premier ordre d'une réalisation d'un processus FIF et du TFIF correspondant. L'introduction de l'intermittence pluie-non pluie a bien 'aplati' ces deux courbes aux grandes échelles (basses fréquences).

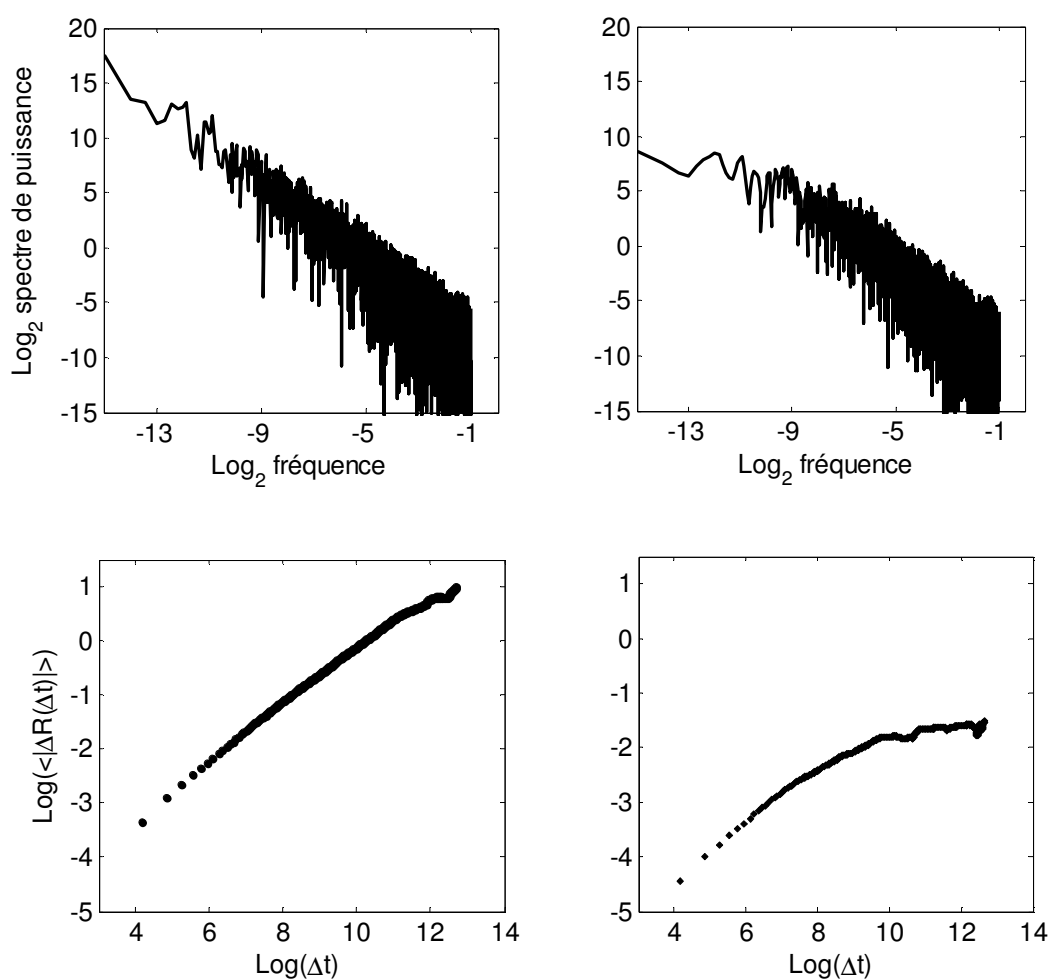


Figure 5.10 – Spectre de puissance (première ligne) et fonction de structure du premier ordre (seconde ligne) d'un processus FIF généré avec ($H=0.53$, $\alpha=1.7$, $C_1=0.13$) (première colonne) et du TFIF correspondant en choisissant un seuil tel que $D_f=0.82$ (seconde colonne).

La figure 5.11 montre ensuite l'invariance d'échelle des moments (calculés après dérivation). On voit que l'effet de l'intermittence pluie-non pluie est bien de provoquer une cassure dans

l'invariance d'échelle des moments et de faire tendre $K(q)$ vers une droite si les régressions sont réalisées uniquement avec les grandes échelles. On trouve $0.1 < \alpha < 0.5$ et $0.4 < C_1 < 0.6$ en fonction de la réalisation.

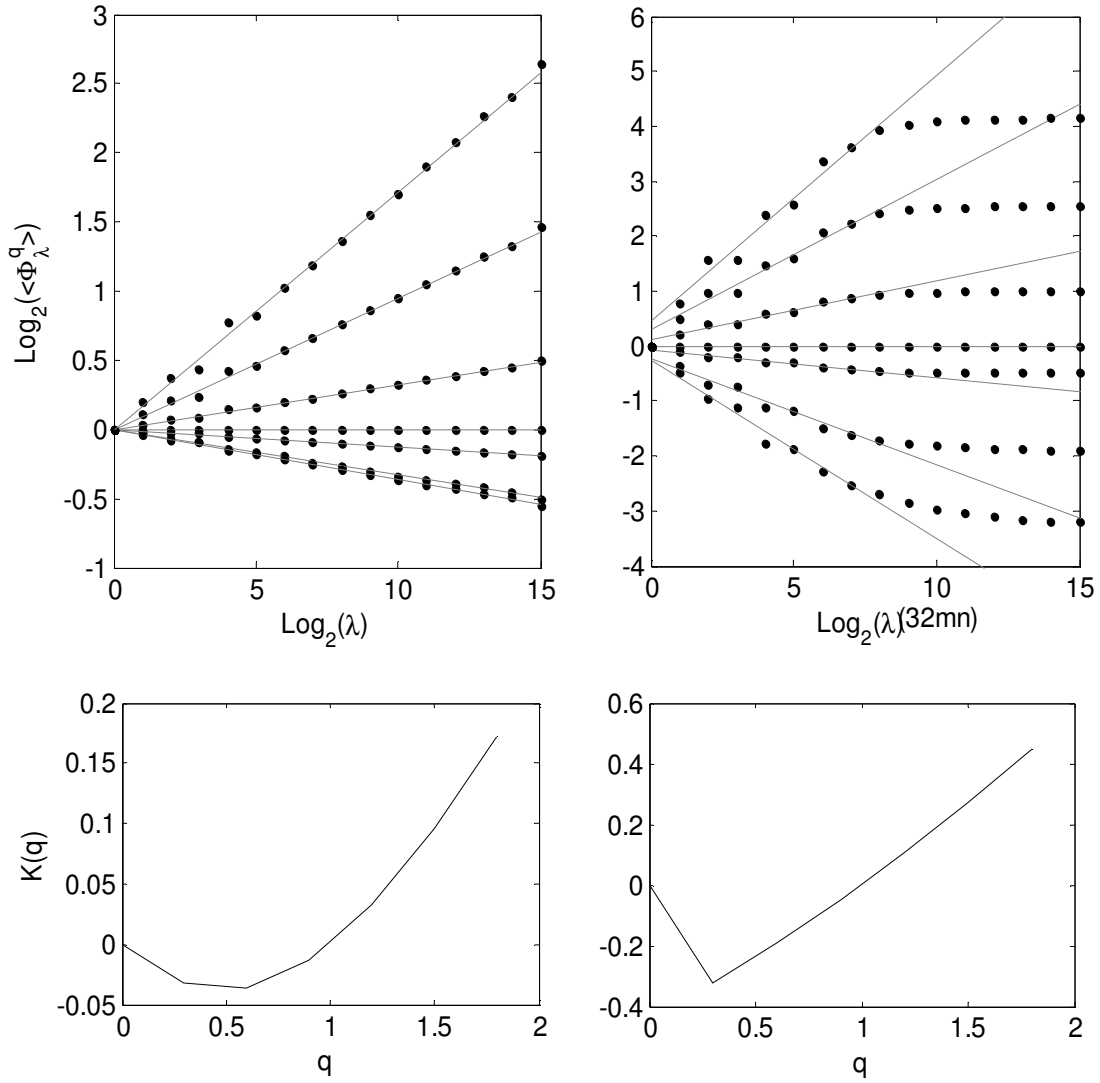


Figure 5.11 – Invariance d'échelle des moments (première ligne) et fonction d'échelle des moments correspondante (seconde ligne) d'un processus FIF généré avec ($H=0.53$, $\alpha=1.7$, $C_1=0.13$) (première colonne) et du TFIF correspondant en choisissant un seuil tel que $D_f=0.82$ (seconde colonne).

5.8 Conclusions

Les données haute résolution collectées par le spectropluviomètre bi-faisceau permettent de réaliser une analyse multifractale événement par événement, c'est-à-dire sur des séries temporelles de taux de pluie qui n'incluent pas d'intermittence pluie-non pluie. Les résultats obtenus sont significativement différent de ceux obtenus à partir de séries longues qui incluent des périodes sans pluie. Ce constat nous a amené à clarifier l'effet de l'intermittence pluie-non pluie sur l'estimation des paramètres multifractals. L'intermittence pluie-non pluie provoque une cassure de l'invariance d'échelle et les outils d'analyse multifractale doivent être adaptés afin de prendre en compte ce phénomène.

D'autre part, un modèle basé sur les paramètres multifractals obtenus événement par événement et sur un seuil permettant de reproduire la dimension fractale du support de la pluie a été proposé afin de modéliser le comportement empirique des séries temporelles de taux de pluie. Ce modèle, appelé TFIF, permet de générer des séries synthétiques de taux de pluie qui reproduisent correctement :

- Les paramètres multifractals estimés événement par événement avec des données haute résolution (1mn)
- Les paramètres multifractals estimés avec des séries à une résolution de l'ordre d'une heure et incluant des périodes sans pluie, que ce soit ceux proposés dans la littérature ou observés à partir des données spectropluviométriques
- La dimension fractale du support de la pluie
- La cassure de l'invariance d'échelle observée vers des échelles de l'ordre d'une heure.

6 PROBLÈME OUVERT

6.1 Introduction

Dans ce chapitre, on s'intéresse au lien entre la modélisation multifractale des précipitations et la prédiction de l'affaiblissement. Ce problème est ouvert et le travail de recherche est actuellement toujours en cours. Les difficultés sont en effet multiples: l'affaiblissement dépend de la longueur du segment sur lequel il pleut, de la DSD , de l'angle d'incidence, de la fréquence ou encore du profil vertical de vent. D'autre part, la modélisation d'un champ de pluie spatio-temporel est un problème en soi, notamment en ce qui concerne l'intermittence, ou l'anisotropie.

L'approche retenue ici est de simplifier le problème, quitte à faire des approximations grossières. Un simulateur a été développé afin de générer des séries d'affaiblissement à partir de champs de pluie multifractals. Les séries simulées sont analysées afin d'évaluer leurs propriétés statistiques et d'invariance d'échelle. Nous verrons que, malgré les approximations utilisées, le comportement des séries d'affaiblissement simulées reste complexe, notamment car l'invariance d'échelle est brisée.

Nous verrons que cette difficulté débouche sur une problématique plus large qui est de comprendre l'effet d'un champ multifractal sur des structures de forme variées pertinentes dans le cadre des activités humaines.

6.2 Modélisation simplifiée

6.2.1 Champ de pluie 2D

Il existe des études intéressantes sur les propriétés spatio-temporelles des précipitations (Marsan et al., 1996; Deidda, 2000; Marcor, 2007). Ces modèles sont notamment basés sur les symétries des équations de Navier-Stokes et sur le modèle Generalized Scale Invariance (GSI), qui consiste en un opérateur matriciel anisotrope de contraction spatio-temporelle.

Cependant, ce sujet de recherche est relativement récent et il n'y a pas de consensus clairement établi. De plus, il déborde largement du cadre de cette thèse. On utilisera donc un modèle plus classique d'atmosphère 'gelée' et isotrope (Taylor, 1938). L'avantage de cette hypothèse est que les mesures temporelles sont alors de simples moyennes des mesures spatiales. Or, étant donné qu'une moyenne correspond à un changement de résolution, cela ne modifie pas les paramètres multifractals. On peut donc utiliser les paramètres estimés à partir de séries temporelles pour simuler des champs de pluie spatiaux. La figure 6.1 montre un exemple de champ de pluie simulé avec les paramètres obtenus au chapitre 5.

Par ailleurs, l'analyse multifractale d'images radar 2D horizontales montre que l'on retrouve bien des paramètres multifractals proches de ceux obtenus avec les séries temporelles (sous réserve de faire attention au problème de l'intermittence pluie-non pluie) : l'analyse des données radar co-localisées avec le spectropluviomètre lors de l'expérience AMMA a donné les valeurs $\alpha=1.7$ et $C_1=0.15$, contre $\alpha=1.65$ et $C_1=0.135$ pour les séries temporelles (cf. Chap. 5) (Verrier, 2008).

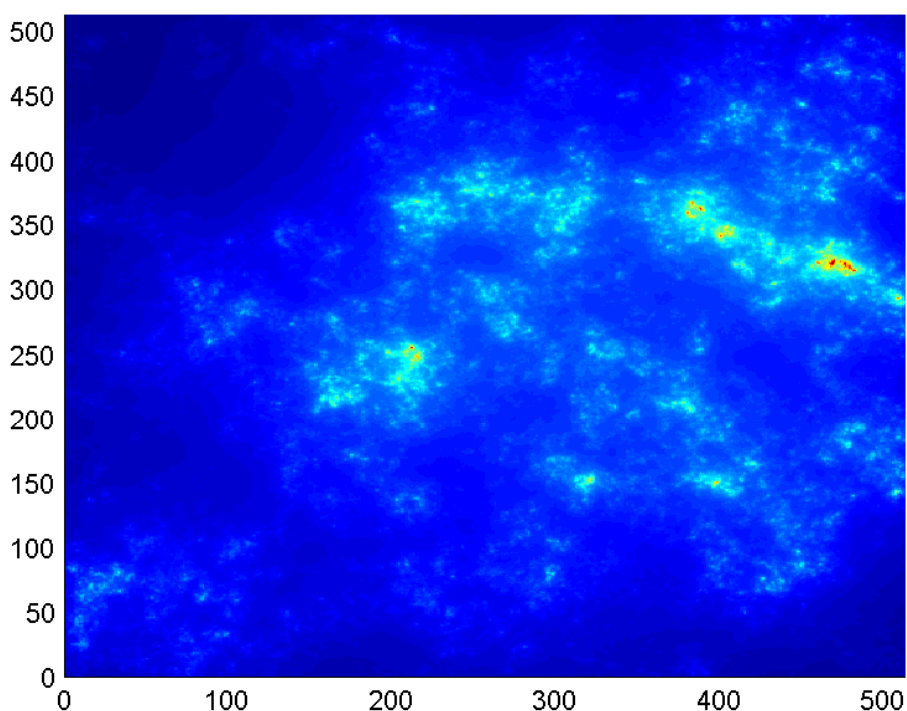


Figure 6.1 – Champ multifractal FIF 512x512 avec $H=0.53$, $\alpha=1.7$, $C_1=0.13$.

6.2.2 Intermittence pluie-non pluie

On peut ensuite utiliser un seuil pour simuler l'intermittence pluie-non pluie et obtenir un processus TFIF en 2D. Le choix de ce seuil n'est pas trivial, car la dimension fractale des champs de pluie (au sens du 'box-counting') est très mal connue, notamment en raison de la mauvaise détection du zéro par les radars et de la variation des volumes sondés en fonction de la distance à l'instrument. Ici aussi, on préfère s'appuyer sur les données spectropluviométriques. Toujours en supposant une atmosphère 'gelée' et isotrope, le passage d'une série temporelle à une série spatiale se fait par un simple coefficient qui correspond à la vitesse du vent. Les séries spatiales ont donc la même dimension fractale que les séries temporelles:

$$N_{pluie} \sim \lambda^{D_f} \quad (6.1)$$

Où N_{pluie} est le nombre d'intervalle dans lesquels il pleut, λ la résolution, et D_f la dimension fractale (égale à 0.82, Lavergnat & Golé, 1998). Or, en pratique, les mesures ne sont pas parfaitement ponctuelles, mais sont réalisées avec une surface de collecte de dimensions non nulles. D'autre part, puisque la pluie est supposée fractale en 2D aussi, par définition, la dimension fractale des sections 1D des champs de pluie ne dépend pas des dimensions de cette surface de collecte. Donc si on considère les sections 1D d'un champ de pluie 2D, on peut affirmer que leur dimension fractale est D_f , **quelque soit la résolution du champ**. Donc, puisqu'un champ de pluie est un ensemble de λ sections 1D qui vérifient l'équation (6.1), alors on a (en supposant λ suffisamment grande afin que N_{pluie} soit à peu près identique quelque soit la section 1D):

$$\forall \lambda, N_{pluie2D} = \lambda \cdot N_{pluie} \quad (6.2)$$

Où $N_{pluie2D}$ est le nombre de pixels du champ où il pleut. Et finalement, en remplaçant avec l'équation. (6.1), on obtient:

$$D_{f2D} = 1 + D_f \quad (6.3)$$

Où D_{f2D} est la dimension fractale du champ de pluie. On peut ainsi adapter le seuil pour obtenir la dimension fractale voulue du champ de pluie, qui doit être égale à 1.82 (Fig. 6.2).

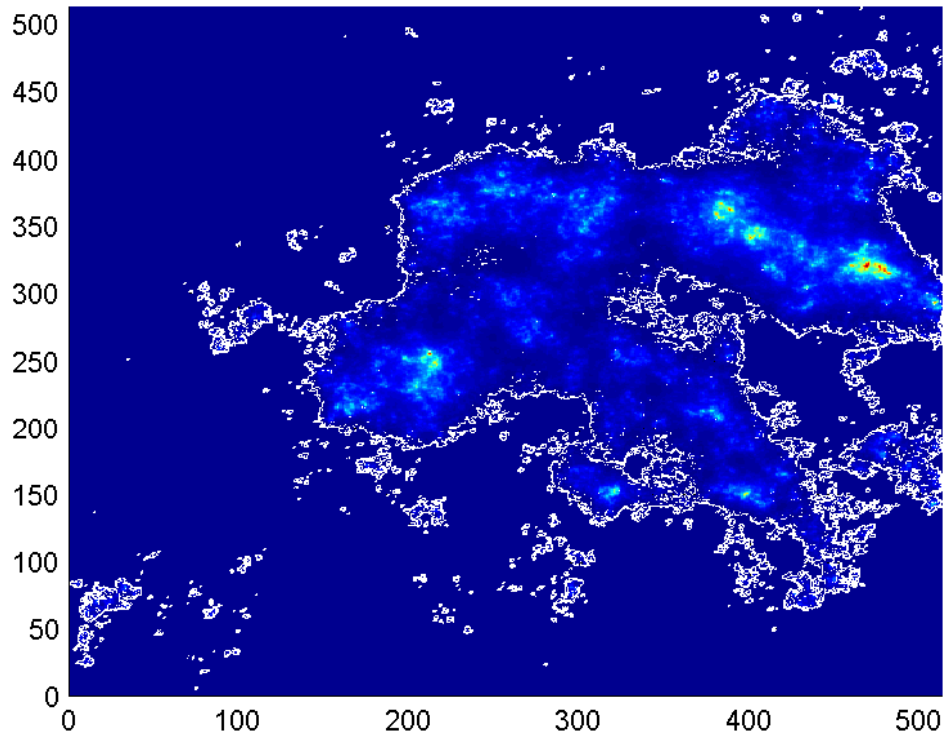


Figure 6.2 – Champ de pluie multifractal TFIF 512x512 avec $H=0.53$, $\alpha=1.7$, $C_1=0.13$ et un seuil tel que la dimension fractale du support soit 1.82.

La dimension des champs de pluie simulés est fixée à 512x512 pixels, ce qui est le maximum techniquement possible en raison de la mémoire vive limitée des ordinateurs dont nous disposons (le calcul nécessite de faire des convolutions et donc des FFT en 2D dans le domaine de Fourier). En considérant que chaque pixel correspond à un carré de 10 m, cela revient à simuler un champ de pluie carré de 5.12 km de côté, ce qui est de l'ordre de la longueur de la liaison entre la station terrestre et le point où elle dépasse la hauteur de pluie. En considérant un vent constant de 10 m.s^{-1} , cela permet simuler des séries temporelles échantillonnées à 1 Hz d'une durée de l'ordre de 10 mn.

6.2.3 Les champs de pluie 3D

Le programme de simulation a été réalisé de telle façon qu'il est possible d'introduire un profil vertical de vent horizontal. Dans ce cas, le champ de pluie est divisé en champs de classes de gouttes selon leurs diamètres. La modélisation nécessite alors une matrice 3D car les petites gouttes, qui mettent plus de temps à tomber que les grosses gouttes, sont poussées plus loin en arrière. Cela crée une 'traînée' et donc une anisotropie (qui est visible sur les images radars verticales, cf. Fig. 6.3). Cependant, étant donné la diversité des situations météorologiques, il est difficile de choisir un profil de vent particulier. On préfère supposer un vent constant en fonction de l'altitude, ce qui revient à dire que les gouttes tombent à la verticale des nuages. La hauteur de pluie est fixée à 3 000 m, ce qui est légèrement supérieur à la position moyenne de l'isotherme 0°C en climat tempéré.

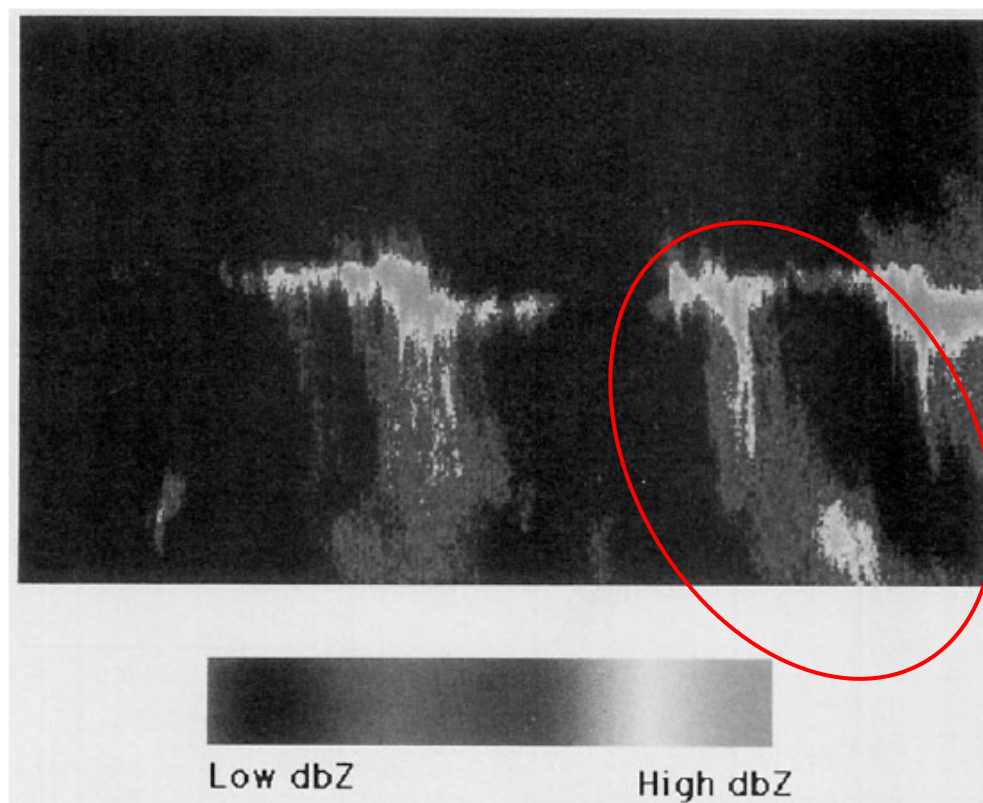


Figure 6.3 – Exemple de l'effet de traînée. Image provenant des données brutes de réflectivités d'un radar tirant verticalement (publié dans Tessier et al., 1993) .

6.2.4 La liaison

Le champ de pluie est tout d'abord converti en affaiblissement linéique en considérant une *DSD* standard de type Marshall-Palmer et une relation du type aR^b (dans le cas de l'utilisation d'un profil de vent, le calcul se fait par classes de gouttes et en fonction de l'altitude). Dans le cas d'une liaison opérant à 20 GHz, le paramètre b est très proche de 1 selon l'ITU ($b=1.07$). Il suffit donc de multiplier le taux de pluie par une constante multiplicative ($a=0.07$). On peut ensuite multiplier les affaiblissements linéiques par la distance parcourue par la liaison dans un pixel, c'est-à-dire $l \cdot \cos(\theta)$, où l est la taille d'un pixel (ici 10m) et θ l'angle d'élévation. On obtient ainsi l'affaiblissement dû à chaque pixel.

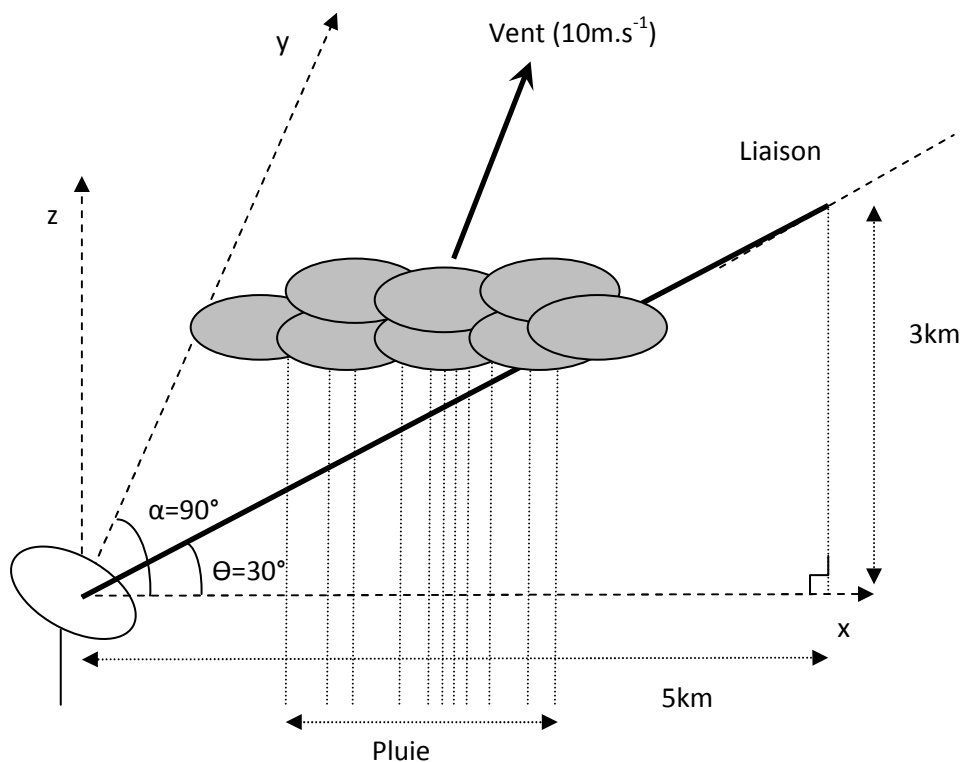


Figure 6.4 – Configuration expérimentale 3D correspondant au simulateur d'affaiblissement.

L'azimut par rapport au sens du vent est fixé à $\alpha=90^\circ$, car le satellite est positionné vers le Sud et car les vents dominants viennent de l'Ouest en France. La figure 6.4 montre la configuration expérimentale correspondante en 3D. Pour obtenir une série d'affaiblissement

par la pluie, il suffit alors de sommer les affaiblissements selon chaque section 1D du champ d'affaiblissement spatial 2D. À une constante multiplicative près, les séries d'affaiblissement correspondent à l'intégration de chaque section 1D d'un champ de pluie 2D. La figure 6.5 montre un exemple de série simulée d'affaiblissement par la pluie.

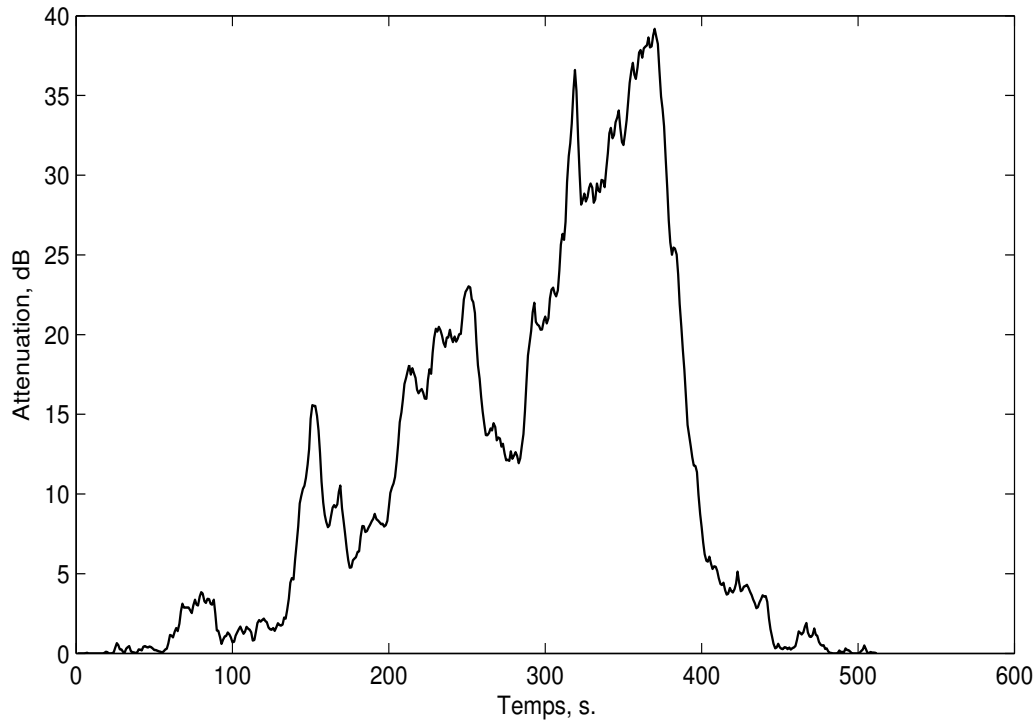


Figure 6.5 – Série synthétique d'affaiblissement par la pluie simulée à partir d'un champ de pluie multifractal ($H=0.53$, $\alpha=1.7$, $C_1=0.13$) avec un support de dimension fractale égale à 1.82 en supposant une liaison d'élévation 30° et un azimut avec le sens du vent de 90° .

6.3 Analyse des séries simulées

Bien que le modèle présenté au chapitre précédent soit déjà très simplifié par rapport à la réalité, l'analyse des processus d'affaiblissement générés par ce dernier n'est pas pour autant un problème simple. En effet, il faut tout d'abord séparer plusieurs cas typiques en raison de l'intermittence pluie-non pluie : (i) soit il pleut sur toute la liaison, (ii) soit l'évènement de pluie passe 'au milieu', c'est-à-dire sans toucher les extrémités de la liaison, (iii) soit il passe

‘à cheval’ sur une extrémité la liaison sans affecter l’autre (Fig. 6.6). Ces cas doivent être séparés car la variabilité de l’affaiblissement peut dépendre non seulement des variations du taux de pluie, mais aussi des variations de la longueur de la liaison affectée par la pluie. Or, dans le cas (i), cette dernière ne varie pas, alors qu’elle varie constamment dans les cas (ii) et (iii). De plus, son influence est plus forte dans le cas (ii) que dans le cas (iii).

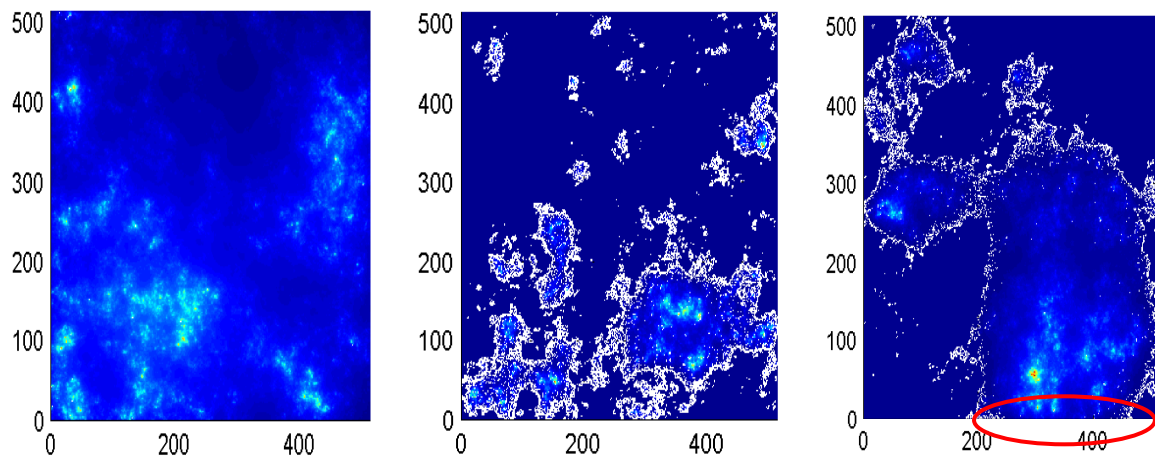


Figure 6.6 – Champ de pluie traversant une liaison Terre-Satellite vu de haut avec un vent soufflant de gauche à droite. Le bas des figures correspond à la position station terrestre et le haut des figures correspond à la position projetée au sol du point où la liaison dépasse l’altitude où la pluie se forme. De gauche à droite : cas (i), (ii) et (iii).

On se contentera ici d’analyser des séries temporelles d’affaiblissement correspondant au cas le plus simple, c’est-à-dire à des situations pendant lesquelles il pleut sur toute la liaison (cas (i)). Concernant les cas (ii) et (iii), il est en effet difficile de dégager un comportement stable en raison de la diversité des situations.

L’analyse de séries d’affaiblissement simulées correspondant au cas (i) montre que la pente du spectre de puissance n’est plus une droite en échelle log-log. On voit que le spectre se redresse petit à petit lorsque l’on se déplace vers les hautes fréquences et il n’y a plus d’invariance d’échelle (Fig. 6.7). Cela pourrait notamment expliquer les résultats mitigés du modèle ARIMA-FIGARCH envisagé au chapitre 3 pour la prédiction des séries d’affaiblissement. Ce modèle suppose en effet une décroissance de l’autocorrélation en loi

puissance, et donc un spectre de puissance égal à une droite en échelle logarithmique (Th. de Wiener-Khintchin). On peut de plus vérifier que l'invariance d'échelle des moments n'est pas observée (Fig. 6.8).

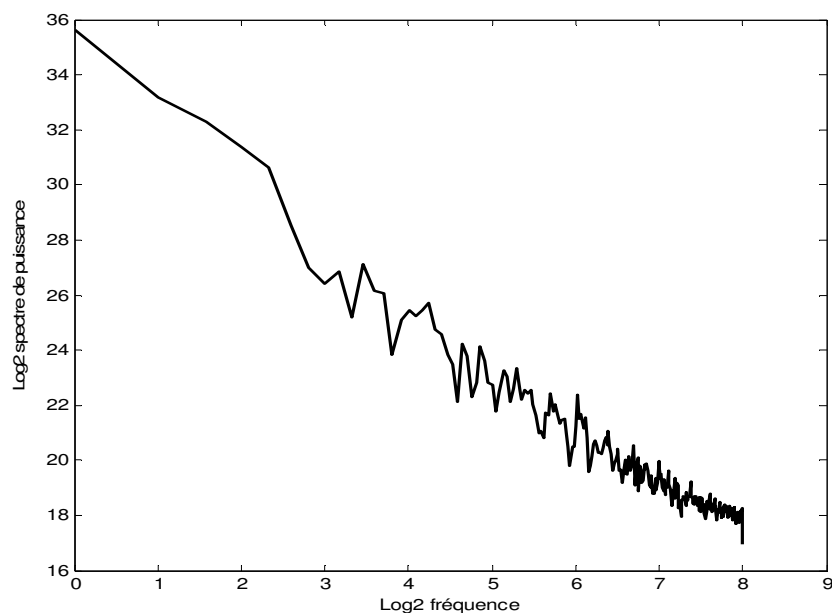


Figure 6.7 – Spectre de puissance d'une série d'affaiblissement simulée correspondant au cas (i).

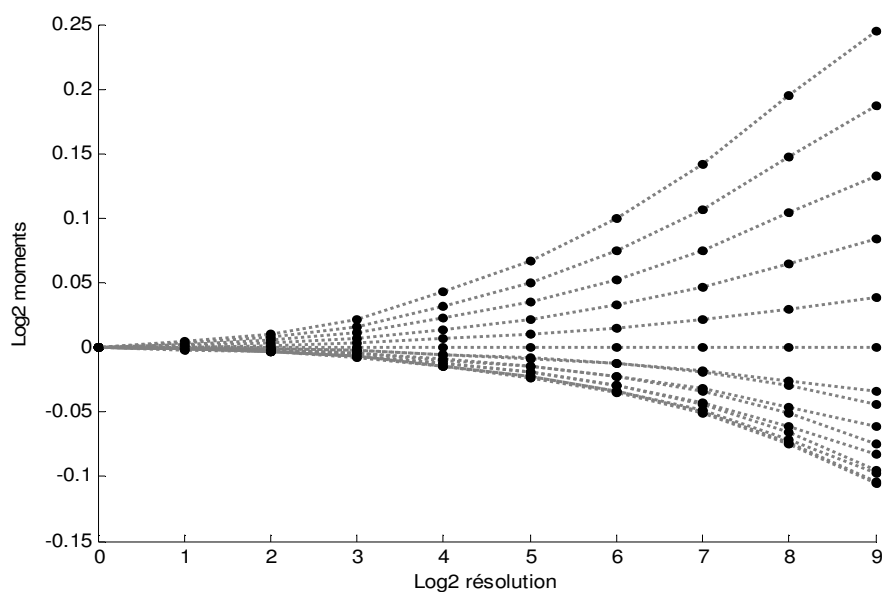


Figure 6.8 – analyse des moments en fonction de la résolution pour une série d'affaiblissement simulée correspondant au cas (i).

6.4 Interprétation qualitative

Un affaiblissement moyenné sur 1s correspond ici à une intégration spatiale sur un rectangle de 5km de long par 10m de large (en supposant un vent constant de 10m/s). Chaque valeur de l'affaiblissement correspond à la somme de 500 pixels du champ de pluie de taille 10mx10m (à une constante multiplicative près). Or, l'azimut entre le vent et la liaison étant de 90°, ces pixels appartiennent à des sections 1D différentes si elles sont prises dans le sens du vent (Fig. 6.9). Plus la résolution de la série d'affaiblissement diminue, moins le nombre de sections 1D impliquées est important, d'où des propriétés statistiques dépendantes de l'échelle considérée.

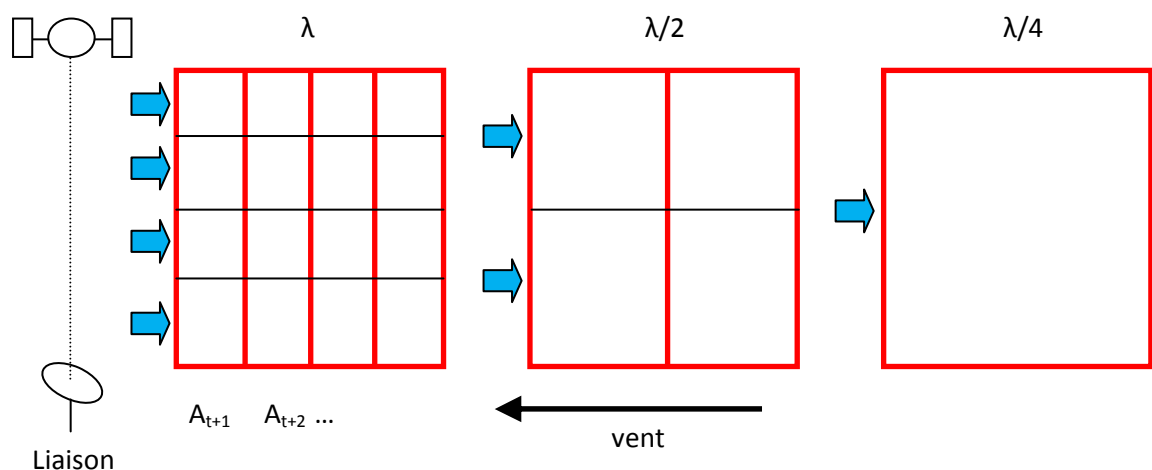


Figure 6.9 – Schéma des intégrations spatiales (en rouge) correspondant à une série temporelle d'affaiblissement pour différentes résolutions de cette dernière. Le nombre de sections 1D du champ de pluie impliquées (flèches bleues) diminue lorsque la résolution de l'affaiblissement diminue.

Lorsque la résolution de l'affaiblissement diminue suffisamment, l'intégration spatiale n'est finalement réalisée plus que sur une seule section 1D du champ de pluie (cas $\lambda/4$ de la Fig. 6.9). À partir de cette résolution, si l'on dégrade encore la résolution de l'affaiblissement, il n'y a toujours qu'une seule section 1D impliquée et l'on retrouve l'invariance d'échelle. Cela

pourrait expliquer pourquoi le spectre se courbe aux hautes fréquences, mais semble droit aux basses fréquences. Afin d'illustrer la situation, lorsque la résolution de l'affaiblissement est suffisamment faible, la situation est équivalente à celle des mesures spectropluviométriques. Sur la figure 6.10, on voit qu'il y a aussi une anisotropie, mais que celle-ci est dans le sens du vent et ne modifie donc pas l'invariance d'échelle. Dans l'hypothèse d'une atmosphère 'gelée', une mesure spectropluviométrique n'est qu'un changement de résolution sur une **seule** section 1D du champ de pluie, ce qui conserve les propriétés multifractales du champ de pluie.

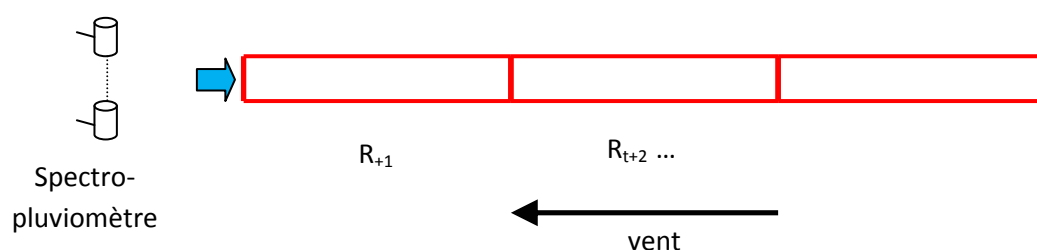


Figure 6.10 – Intégration spatiale (en rouge) correspondant à une série temporelle de taux de pluie spectropluviométrique. Quelle que soit la résolution, il n'y a qu'une seule section 1D impliquée (flèche bleue).

La figure 6.11 montre le spectre de puissance d'un événement d'affaiblissement (données OLYMPUS 20 GHz). Cet événement est relativement fort (maximum 14 dB) et on peut donc supposer qu'il pleut sur toute la liaison et que l'on se trouve dans le cas (i). Le redressement du spectre observé aux hautes fréquences est traditionnellement attribué à la présence d'un bruit de scintillation. Cependant, au regard de l'analyse que nous venons de mener, on peut penser que ce redressement peut aussi en partie être dû à l'intégration anisotrope du champ de pluie multifractal perpendiculairement au sens du vent.

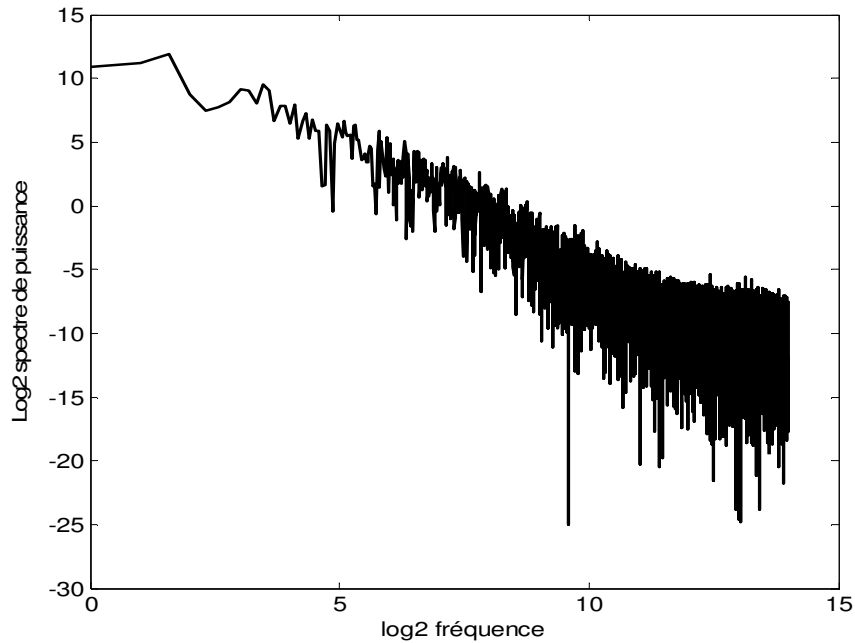


Figure 6.11 – Spectre de puissance d’une série d’affaiblissement de la balise OLYMPUS 20 GHz incluant un évènement de pluie intense.

6.4 Conclusions

Afin de mieux comprendre le lien complexe entre l’affaiblissement et ses causes physiques, Un simulateur de séries d’affaiblissement par la pluie à partir de champs de pluie multifractals a été développé. Malgré les importantes approximations utilisées, les simulations montrent que, bien que le champ de pluie soit multifractal, ce n’est pas nécessairement le cas de l’affaiblissement, car l’intégration spatiale anisotrope perpendiculaire au sens du vent peut briser l’invariance d’échelle aux hautes fréquences. Cela pourrait notamment expliquer les résultats mitigés du modèle ARIMA-FIGARCH présenté au chapitre 3. Cela signifie aussi que le redressement du spectre des séries d’affaiblissement pourrait n’être pas seulement dû au bruit de scintillation.

D’autre part, ce problème correspond à une problématique plus large qui est de comprendre l’effet d’un champ multifractal sur des structures de formes diverses (a priori anisotropes et non fractales). Il y a ici un vide théorique qui limite les applications potentielles des modèles

multifractals. On ne connaît en effet pas précisément les propriétés statistiques d'une multifractale 2D intégrée par section 1D, notamment aux hautes fréquences. Ce problème semble d'ailleurs encore plus complexe lorsque le champ multifractal 2D possède un support fractal.

Le développement de théorèmes mathématiques concernant ce type de processus pourrait avoir des applications dans des domaines très variés, car les structures pertinentes dans le cadre des activités humaines ne sont généralement pas des carrés parfaits qui peuvent correspondre exactement à un pixel du champ multifractal considéré. À titre d'exemple, à l'heure où ces lignes sont écrites, l'œil de l'ouragan Ike passe au dessus de la ville densément peuplée de Houston au Texas, et, par analogie avec le problème fortement anisotrope d'une liaison par satellite, on peut se demander quelles sont les variations de pression auxquelles doit résister un gratte-ciel soumis à de forts vents turbulents (Fig. 6.12).



Figure 6.12 – La tour JP Morgan Chase à Houston après le passage de l'ouragan Ike.

7 CONCLUSIONS

L'objectif principal de cette thèse est la modélisation du canal de propagation Terre-Satellite en bande EHF et en particulier la prédiction de l'affaiblissement quelques seconde en avance. L'analogie entre les propriétés statistiques des séries temporelles d'affaiblissement et celles de certains cours de bourse a conduit à l'utilisation de modèles de prédiction développés dans le domaine de la finance. Cette approche purement statistique a ensuite été suivie d'une approche plus physique visant à mieux comprendre le lien entre l'affaiblissement et la variabilité des précipitations. Etant donné les échelles de temps très courtes pertinentes dans le cadre des télécommunications, les modèles multifractals méso-échelle développés en hydrologie ont du être testés avec des données micro-échelle fournies par un spectropluviomètre. Cela a mis en lumière le problème de l'intermittence pluie-non pluie et a conduit au développement d'un modèle multifractal spécifique. Ce dernier a permis de simuler des séries temporelles d'affaiblissement par la pluie qui sont impossibles à obtenir expérimentalement en raison de la difficulté à mesurer séparément les différentes composantes de l'affaiblissement. Cependant, il est clair que l'utilité d'un tel modèle n'est pas limitée aux télécommunications par satellite et s'inscrit aussi dans une problématique plus large de modélisation des processus géophysiques.

L'état de l'art présenté au chapitre 2 décrit les modèles de calcul direct de l'affaiblissement à partir de données météorologiques, ainsi que les méthodes de séparation des composantes physiques de l'affaiblissement et de similitude en fréquence. Il inclut aussi une brève description des différents modèles existants de simulation et de prédiction de l'affaiblissement. Ce chapitre permet d'avoir une vue d'ensemble des connaissances actuelles du canal de propagation en bande EHF et illustre la difficulté du problème de modélisation de ce dernier.

Le chapitre 3 est dédié à la modélisation des séries d'affaiblissement basée sur la théorie des séries temporelles développée en finance. Le modèle ARIMA-GARCH proposé prend notamment en compte l'hétéroscédasticité des séries d'affaiblissement et permet d'obtenir de ce fait des performances de prédiction meilleures que celles des modèles existants. Ce modèle est couplé avec un modèle de similitude en fréquence afin de fournir une prédiction de

l'affaiblissement sur la liaison montante à partir de l'affaiblissement sur la liaison descendante. Malgré un lien fort entre l'affaiblissement et la pluie, l'utilisation d'un modèle à mémoire longue ARIMA-FIGARCH n'a pas permis d'améliorer significativement les performances.

Le chapitre 4 présente les premiers résultats du travail expérimental réalisé en parallèle au travail théorique à l'occasion de l'expérience de propagation SYRACUSE3. Ces résultats montrent qu'il est possible d'obtenir des statistiques à long terme réalistes de l'affaiblissement à 44 GHz par similitude en fréquence des mesures à 20 GHz. Concernant le modèle de prédiction, il s'adapte facilement à ces nouvelles données et permet là aussi d'obtenir des performances intéressantes. Cependant, il semble qu'une limite de prédictibilité soit atteinte et qu'il soit difficile d'améliorer encore les performances, notamment en raison du bruit de scintillation. À ce stade, les études futures devront se concentrer sur l'estimation du coefficient de similitude qui provoque une erreur importante entre 20 et 44 GHz.

L'analyse multifractale de séries de taux de pluie haute résolution collectées à l'aide d'un spectropluviomètre (Chap. 5) nous a conduit à proposer un nouveau modèle capable de reproduire la variabilité des précipitations aussi bien à l'échelle de quelques secondes que de quelques semaines. Ce modèle, appelé TFIF, inclut une brisure de l'invariance d'échelle provoquée par l'intermittence pluie-non pluie à une échelle de l'ordre d'une heure. L'intermittence pluie-non pluie, dont l'influence a longtemps été sous-évaluée, devrait être mieux prise en compte afin que la modélisation et l'analyse des précipitations soient réellement indépendantes de l'échelle considérée.

Un simulateur de séries d'affaiblissement par la pluie a été développé au chapitre 6 sur la base de ce modèle multifractal des précipitations. Malgré de nombreuses approximations, le lien entre l'affaiblissement et les précipitations reste complexe. Une analyse qualitative des séries simulées montre que l'intégration le long de la liaison brise l'invariance d'échelle aux petites échelles. Le redressement du spectre observé dans les données expérimentales ne serait donc pas uniquement dû qu'aux seules scintillations. Ce travail doit être approfondi afin d'obtenir si possible des théorèmes mathématiques précis. En effet, dans l'optique de développer les applications des multifractales, il serait intéressant d'améliorer nos connaissances sur l'interaction entre les phénomènes géophysiques liés aux turbulences et des structures générées par les activités humaines qui peuvent prendre des formes diverses et non fractales.

En conclusion, cette thèse a été très intéressante à réaliser, car elle a nécessité de combiner des connaissances de domaines aussi divers que les télécommunications, la finance et l'hydrologie. Cela souligne l'universalité des problématiques rencontrées et l'intérêt d'une approche interdisciplinaire.

Annexe A : L'intégration fractionnaire

Le modèle ARFIMA fait appel à une intégration fractionnaire. Soit I l'opérateur d'intégration :

$$(I(f))(x) = \int_0^x f(t)dt \quad (\text{A.1})$$

La formule de Cauchy pour l'itération de l'intégration donne :

$$(I^n(f))(x) = \frac{1}{(n-1)!} \int_0^x (x-t)^{n-1} f(t)dt \quad (\text{A.2})$$

Afin de généraliser cette équation au cas non entier, on utilise la fonction gamma qui étend la factorielle au cas non entier et on obtient :

$$(I^H(f))(x) = \frac{1}{\Gamma(H)} \int_0^x (x-t)^{H-1} f(t)dt \quad (\text{A.3})$$

Dans le cas des séries temporelles, la formule généralisée du binôme donne l'expression de la dérivation fractionnaire d'ordre d :

$$(1-L)^d = 1 + \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^i \frac{d(d-1)\dots(d-i+1)}{i!} L^i \quad (\text{A.4})$$

Où L est l'opérateur retard. Soit :

$$(1-L)^d = 1 + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\Gamma(i-d)}{\Gamma(i+1)\Gamma(-d)} L^i \quad (\text{A.5})$$

La principale différence avec un ordre d'intégration ou de différentiation entier est que le résultat ne dépend plus uniquement du comportement local de la fonction. Une illustration

instructive est le mouvement brownien fractionnaire dans lequel une particule subit une série de chocs avec d'autres particules. Après chaque choc, la nouvelle direction de la particule est aléatoire, mais est corrélée avec la direction qu'elle avait avant le choc. La direction de la particule à un instant donné est donc une somme pondérée de toutes les directions précédentes, plus un bruit aléatoire. Cela introduit notamment une ambiguïté dans la définition de l'opérateur d'intégration fractionnaire, car il dépend des conditions aux limites choisies (ce point est un peu plus détaillé en annexe C). On peut aussi voir l'équation (A.3) comme un produit de convolution et donc comme une multiplication dans l'espace de Fourier par ik^{-H} (à une constante multiplicative près) où k est le nombre d'onde (cf. Schertzer & Lovejoy, 1991, Annexe B.2).

Annexe B : Extrait du livre '*les atomes*' de Jean Perrin (1913)

«... Nous savons tous comment, avant de donner une définition rigoureuse, on fait observer aux débutants qu'ils ont déjà l'idée de la continuité. On trace devant eux une belle courbe bien nette, et on dit, appliquant une règle contre ce contour : « Vous voyez qu'en chaque point il y a une tangente ». Ou encore, pour donner la notion déjà plus abstraite de la vitesse vraie d'un mobile en un point de sa trajectoire, on dira : « Vous sentez bien, n'est-ce pas, que la vitesse moyenne entre deux points voisins de cette trajectoire finit par ne plus varier appréciablement quand ces points se rapprochent indéfiniment l'un de l'autre ». Et beaucoup d'esprits en effet, se souvenant que pour certains mouvements familiers il en paraît bien être ainsi, ne voient pas qu'il y a là de grandes difficultés.

Les mathématiciens, pourtant, ont bien compris le défaut de rigueur de ces considérations dites géométriques, et combien par exemple il est puéril de vouloir démontrer, en traçant une courbe, que toute fonction continue admet une dérivée. Si les fonctions à dérivée sont les plus simples, les plus faciles à traiter, elles sont pourtant l'exception. Ou, si l'on préfère un langage géométrique, les courbes qui n'ont pas de tangente sont la règle, et les courbes bien régulières telles que le cercle, sont des cas fort intéressants mais très particuliers.

Au premier abord, de telles restrictions semblent n'être qu'un exercice intellectuel, ingénieux sans doute, mais en définitive artificiel et stérile, où se trouve poussé jusqu'à la manie le désir d'une rigueur parfaite. Et le plus souvent, ceux auxquels on parle de courbes sans tangentes ou de fonctions sans dérivées commencent par penser qu'évidemment la nature ne présente pas de telles complications, et n'en suggère pas l'idée.

C'est pourtant le contraire qui est vrai, et la logique des mathématiciens les a maintenus plus près du réel que ne faisaient les représentations pratiques employées par les physiciens. C'est ce qu'on peut déjà comprendre en songeant, sans parti pris simplificateur, à certaines données expérimentales.

De telles données se présentent en abondance quand on étudie les colloïdes. Observons, par exemple, un de ces flocons blancs qu'on obtient en salant de l'eau de savon. De loin, son contour peut sembler net, mais sitôt qu'on s'approche un peu, cette netteté s'évanouit. L'oeil ne réussit plus à fixer de tangente en un point : une droite qu'on serait porté à dire telle, au premier abord, paraîtra aussi bien, avec un peu plus d'attention, perpendiculaire ou oblique au contour. Si on prend une loupe, un microscope, l'incertitude reste aussi grande, car chaque fois qu'on augmente le grossissement, on voit apparaître des anfractuosités nouvelles, sans jamais éprouver l'impression nette et reposante que donne, par exemple, une bille d'acier poli. En sorte que, si cette bille donne une image utile de la continuité classique, notre flocon peut tout aussi logiquement suggérer la notion plus générale des fonctions continues sans dérivées.

Et ce qu'il faut bien observer, c'est que l'incertitude sur la position du plan tangent en un point du contour [d'un flocon] n'est pas tout à fait du même ordre que l'incertitude qu'on aurait à trouver la tangente en un point du littoral de la Bretagne, selon qu'on utiliserait pour cela une carte à telle ou telle échelle. Selon l'échelle, la tangente changerait, mais chaque fois on en placerait une. C'est que la carte est un dessin conventionnel, où, par construction même, toute ligne a une tangente. Au contraire, c'est le caractère essentiel de notre flocon (comme au reste du littoral, si au lieu de l'étudier sur une carte on le regardait lui-même de plus ou moins loin), que, à toute échelle, on soupçonne, sans les voir tout à fait bien, des détails qui empêchent absolument de fixer une tangente.

Nous resterons encore dans la réalité expérimentale, si, mettant l'oeil au microscope, nous observons le mouvement brownien qui agite toute petite particule en suspension dans un fluide. Pour fixer une tangente à sa trajectoire, nous devrions trouver une limite au moins approximative à la direction de la droite qui joint les positions de cette particule en deux instants successifs très rapprochés. Or, tant que l'on peut faire l'expérience, cette direction varie follement lorsque l'on fait décroître la durée qui sépare

ces deux instants. En sorte que ce qui est suggéré par cette étude à l'observateur sans préjugé, c'est encore la fonction sans dérivée, et pas du tout la courbe avec tangente.

J'ai d'abord parlé de contour ou de courbe, parce qu'on utilise d'ordinaire des courbes pour donner la notion de continu, pour la représenter. Mais il est logiquement équivalent, et physiquement il est plus général, de rechercher comment varie d'un point à l'autre d'une matière donnée, une propriété quelconque, telle que la densité, ou la couleur. Ici encore, nous allons voir apparaître le même genre de complications.

L'idée classique est bien certainement que l'on peut décomposer un objet quelconque en petites parties pratiquement homogènes. En d'autres termes, on admet que la *différenciation* de la matière contenue dans un certain contour devient de plus en plus faible quand ce contour va en se resserrant de plus en plus.

Or, loin que cette conception soit imposée par l'expérience, j'oserais presque dire qu'elle lui correspond rarement. Mon oeil cherche en vain une petite région « pratiquement homogène », sur ma main, sur la table où j'écris, sur les arbres ou sur le sol que j'aperçois de ma fenêtre. Et si, sans me montrer trop difficile, je délimite une région à peu près homogène, sur un tronc d'arbre par exemple, il suffira de m'approcher pour distinguer sur l'écorce rugueuse les détails que je soupçonnais seulement, et pour, de nouveau, en soupçonner d'autres. Puis, quand mon oeil tout seul deviendra impuissant, la loupe, le microscope, montrant chacune des parties successivement choisies à une échelle sans cesse plus grande, y révéleront de nouveaux détails, et encore de nouveaux, et quand enfin j'aurai atteint la limite actuelle de notre pouvoir, l'image que je fixerai sera bien plus différenciée que ne l'était celle d'abord perçue. On sait bien, en effet, qu'une cellule vivante est loin d'être homogène, qu'on y saisit une organisation complexe de filaments et de granules plongés dans un plasma irrégulier, où l'oeil devine des choses qu'il se fatigue inutilement à vouloir préciser. Ainsi le fragment de matière qu'on pouvait d'abord espérer à peu près homogène, apparaît indéfiniment spongieux, et nous n'avons absolument aucune présomption qu'en allant plus loin on atteindrait enfin « de l'homogène », *ou du moins de la matière où les propriétés varieraient régulièrement d'un point à l'autre.*

Et ce n'est pas seulement la matière vivante qui se trouve ainsi indéfiniment spongieuse, indéfiniment différenciée. Le charbon de bois qu'on eût obtenu en calcinant l'écorce tout à l'heure observée, se fût montré de même indéfiniment caverneux. La terre végétale, la plupart des roches elles-mêmes ne semblent pas facilement décomposables en petites parties homogènes. Et nous ne trouvons guère comme exemples de matières régulièrement continues que des cristaux comme le diamant, des liquides comme l'eau, ou des gaz. En sorte que la notion du continu résulte d'un choix en somme arbitraire de notre attention parmi les données de l'expérience.

Il faut reconnaître au reste qu'on peut souvent, bien qu'une observation un peu attentive fasse ainsi généralement découvrir une structure profondément irrégulière dans l'objet que l'on étudie, représenter très utilement de façon approchée par des fonctions continues les propriétés de cet objet. Bien simplement, quoique le bois soit indéfiniment spongieux, on peut utilement parler de la surface d'une poutre qu'on veut peindre ou du volume déplacé par un radeau. En d'autres termes, à certains grossissements, pour certains procédés d'investigation, le continu régulier peut représenter les phénomènes, un peu comme une feuille d'étain qui enveloppe une éponge, mais qui n'en suit pas vraiment le contour délicat et compliqué.»

Jean Perrin fut le premier *physicien* à affirmer que les fonctions régulières ne sont que des cas particuliers. Il reçut d'ailleurs le Prix Nobel de physique en 1926 pour ses travaux sur les atomes. Cependant, cette possibilité d'un monde fractal avait déjà été entrevue par Selma Lagerlöf en 1906 dans son célèbre ouvrage “*Le merveilleux voyage de Nils Holgersson à travers la Suède*”. Comme chacun sait, ce livre repose sur une expérience de pensée originale: se mettre à la place d'un enfant qui survole la Suède sur le dos d'une oie sauvage. Les

références aux fractales y abondent en effet. Il y bien sûr une des premières scènes dans laquelle Nils décolle pour la première fois. Quand il ose enfin ouvrir les yeux... il ne voit qu'une grande nappe à carreaux. Il comprend petit à petit qu'il s'agit des champs cultivés en contrebas et qu'il est réellement en train de voler! On peut y lire également:

«Le lendemain Nils traversait le Helsingland. Le pays s'étendait, printanier, sous ses yeux ; les pins et les sapins avaient arboré des pousses vert clair, les bouleaux des petits bois de tendres feuilles, l'herbe des prés une verdure nouvelle, et les champs un tapis de jeune blé. C'était un pays accidenté et boisé, mais traversé par une vallée qui s'étendait toute claire, d'où partaient d'autres vallées, les unes étroites et courtes, les autres larges et longues.

“Ce pays, pensa Nils, est vert comme une feuille, et les vallées se ramifient à peu près comme les veines d'une feuille” »

Ou encore:

«Nils aperçut aussi le golfe de Botnie. Près du rivage, il était parsemé d'îles de toutes dimensions et de presqu'îles, mais, au large, l'azur lumineux des flots était pareil à celui d'un ciel d'été.

“La contrée est comparable à la berge d'une rivière après une pluie récente, pensa Nils. Quantité de minuscules cours d'eau y creusent leurs sillons mouvants, puis se réunissent les uns aux autres. Que c'est joli à voir!” »

Selma Lagerlöf reçut aussi un Prix Nobel, mais de littérature. Le roman fut traduit en français et parut à Paris en 1912, soit un an avant que le livre de Jean Perrin ne soit publié... Peut-être l'avait-il lu à ses enfants?

Annexe C : Simulation des multifractales

Les processus FIF sont simulés selon la méthode présentée dans Pecknold et al., 1993. Les principales étapes de l'algorithme sont : (i) génération d'un bruit de loi de Lévy α -stable extrémale, (ii) normalisation appropriée, (iii) intégration fractionnaire d'ordre $1-1/\alpha$ afin de reproduire la corrélation due à la distance 'ultra-métrique' entre deux points de la cascade, (iv) exponentiation, (v) intégration fractionnaire d'ordre H . Le code MATHEMATICA est disponible dans Schertzer et al., 2002. Ce code est écrit pour générer des champs 2D et doit être légèrement modifié pour générer des séries temporelles, car la dimension de l'espace D intervient dans l'algorithme. Voici le code MATLAB correspondant :

```
function [time_series, multi]=generateur(a, C1, H, n, M)
%génération du bruit de lévy
ranE=-log(rand(1,n));
phi=(rand(1,n)-0.5)*pi;
phi0=-(pi/2)*(1-abs(1-a))/a;
levy=sign(a-1)*sin(a*(phi-phi0))./(cos(phi).^(1/a));
levy=levy.*(cos(phi-a*(phi-phi0))./ranE).^((1-a)/a);
%cascade conservative
d(1:n)=-n/2+1:n/2;
tab=1-i*d.^2;
kalpha=real(tab.^(-1/(2*a)));
levy=levy.*((log(n)*C1/(abs(a-1)*n*mean(kalpha.^(a))))^(1/a));
Fx = fft(levy);
Fh = fft(kalpha);
Fy = Fx.*Fh;
gen = ifft(Fy);
multi=exp(gen);
multi=multi/mean(multi);
multi=multi*M;
%cascade non stationnaire
kH=real(tab.^(-(1-H)/2));
Fx2 = fft(multi);
Fh2 = fft(kH);
Fy2 = Fx2.*Fh2;
time_series = ifft(Fy2);
```

En pratique, il est apparu que les séries temporelles générées avec ce code ne sont pas entièrement satisfaisantes, car l'invariance d'échelle est brisée aux hautes fréquences (problèmes apparemment dus à la taille finie des séries). Cependant, une moyenne sur 50 échantillons consécutifs est suffisante pour cette partie du spectre. Cette méthode est grossière car elle augmente énormément le temps de calcul, mais elle est efficace, car l'analyse multifractale des séries ainsi simulées donne bien à nouveau les paramètres attendus. D'autre part, bien que cette moyenne ne modifie pas les paramètres multifractals qui ne dépendent pas

de la résolution par définition, il faut attacher une attention particulière à la moyenne de la valeur absolue du gradient M (définie par l'Eq. (5.13)). En effet, par définition d'une cascade conservative, M ne dépend pas de la résolution. Cependant, dans le cas d'un FIF, cette résolution correspond en fait au Δt sur lequel le gradient est calculé. Or, ici, c'est la résolution du FIF que l'on modifie, c'est-à-dire la résolution des données à partir desquelles on calcule le gradient, ce qui est différent. On peut montrer que l'on a la propriété suivante (Jennane et al., 2001) :

$$\langle |\Delta R_{kn}(\Delta t)| \rangle = k^H \langle |\Delta R_n(\Delta t)| \rangle \quad (\text{C.1})$$

Où n et k sont des entiers et $\Delta R_n(\Delta t)$ est le gradient calculé sur un intervalle de temps Δt à partir du taux de pluie moyenné sur n échantillons. Ainsi, si l'on désire une moyenne M , la série doit être générée tout d'abord avec $M' = M/50^H$ puis moyennée sur 50 échantillons.

Une autre remarque importante est que nous avons utilisé une intégrale fractionnaire symétrique, dite de 'Riemann-Liouville', qui n'est pas réaliste pour les processus temporels et donc causaux :

$$I_{RL}^H f(t) = \frac{1}{\Gamma(H)} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{f(\tau)}{|t-\tau|^{1-H}} d\tau \quad (\text{C.2})$$

Il faudrait normalement utiliser une intégrale fractionnaire causale, dite de 'Liouville' :

$$I_L^H f(t) = \frac{1}{\Gamma(H)} \int_{-\infty}^t \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{1-H}} d\tau \quad (\text{C.3})$$

Mais cela ne modifie pas les conclusions obtenues au Chapitres 5.

Références bibliographiques

- Atlas, D., et C.W. Ulbrich, 1977. Path- and area-integrated rainfall measurement by microwave attenuation in the 1–3 cm band. *J. Appl. Meteor.*, **16**, pp. 1322–1331.
- Audoire, B., 2001. Modélisation fine du canal de propagation Terre – Espace dans les bandes Ka et V. *Mémoire de thèse*, University of Toulouse, France.
- Audoire, B., L. Castanet, F. Christophe, et B. Gremont, 2001. Ka band attenuation time series generator and comparison with OLYMPUS data. *Proc. AIAA, 19th Int. Comm. Satellite Systems Conf.*, Toulouse.
- Baillie, R.T., T. Bollerslev, et H.O. Mikkelsen, 1996. Fractionally integrated generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, **74**, pp. 3–30.
- Barthes L., C. Mallet, et P. Gole, 2003. Neural network model for atmospheric attenuation retrieval between 20 and 50 GHz by means of dual-frequency microwave radiometers. *Radio Sci.*, **38**(5).
- Barthes, L., Mallet C., et Brisseau O., 2006. A neural network model for the separation of atmospheric effects on attenuation: Application to frequency scaling. *Radio Sci.*, **41**(4).
- Bolea-Alamañac, A., M. Bousquet, L. Castanet, et M.M.J.L. Van de Kamp, 2003. Implementation of short-term prediction models in fade mitigation techniques control loops. *COST 272/280 Workshop*, Noordwijk, The Netherlands, PM5-067.
- Bollerslev, T., 1986. Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, **31**, pp. 307–327.
- Box, G.E.P., et J.M. Jenkins, 1976. *Time series analysis: Forecasting and control*. Holden-Day, San Francisco.
- Brisseau, O., 2006. Développement de modèles de similitude en fréquence pour les liaisons Terre-Espace en EHF. *Mémoire de thèse*, Université de Rennes, France.
- Castanet, L., L. Deloues et T. Lemorton, 2003. Channel modelling based on N-state Markov chains for SatCom systems simulation. *ICAP, IEE conf. Pub.*, **49**(1), pp. 119 – 112. Exeter, UK.

- Chambers, A.P., et L.E. Otung, 2005. Neural network approach to short-term fade prediction on satellite links. *Electronics Letters*, **41**(23).
- Deidda, R., 2000. Rainfall downscaling in a space-time multifractal framework. *Water Resour. Res.*, **36**, 1779–1794.
- Delahaye, J.-Y., L. Barthès, P. Golé, J. Lavergnat, et J.P. Vinson, 2006. A dual-beam spectropluviometer concept. *J. Hydrol.*, **328**, 110-120.
- Dissanayake, A., J. Allnutt, et F. Haidara, 2002. A prediction model that combines rain attenuation and other propagation impairments along Earth-Satellite Paths. *Journal of space communication*, **2**.
- Dossi, L., 1990. Real-time prediction of attenuation for applications to fade countermeasures in satellite communications, *Electronics Letters*, **26**(4).
- Engle, R., 1982. Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of UK inflation. *Econometrica*, **50**, pp. 987–1008.
- Ewing, B.T., B.J. Kruse, et J.L. Schroeder, 2005. Time series analysis of wind speed with time-varying turbulence. *Environmetrics*, 17(2), pp. 119-127.
- Falconer, K., 2003. *Fractal Geometry - Mathematical Foundations and Applications*. John Wiley & Sons, 2nd ed., 366 pp.
- Fiebig, U.-C., 2002a. A Time-Series Generator Modelling Rain Fading. *Proc. Open Symposium on Propagation and Remote Sensing, URSI Commission F*, Garmisch-Partenkirchen.
- Fiebig, U.-C., 2002b. A Time-Series Generator Modelling Rain Fading and its Seasonal and Diurnal Variations. *1st International Workshop of COST-Action 280*, Malvern, UK.
- Fiebig, U.-C., et J. Lemorton, 2002. Overview of available channel models for time series generation", *COST Action 280, 1st International Workshop*.
- Fontan, F.P., A. Nunez, A. Valcarce et U.-C. Fiebig, 2005. Converting Simulated Rain rate Series into Attenuation Series Using the Synthetic Storm Technique. *COST 208, 3rd International Workshop*.
- Fraedrich, K., et C. Larnder, 1993. Scaling regimes of composite rainfall time series. *Tellus*, **45A**, 289-298.

- Gagnon, J.S., S. Lovejoy, et D. Schertzer, 2006. Multifractal earth topography. *Nonlin. Proc. Geophys.*, **13**, 541–570.
- Ghashghaie, S., Breymann W., Peinke J., Talkner P., et Dodge Y., 1996. Turbulent cascades in foreign exchange markets. *Nature*, **381**, pp. 767 – 770.
- Gibbins, C.J., 1986. Improved algorithms for the determination of specific attenuation at sea level by dry air and water vapor, in the frequency range 1-350 GHz. *Radio science*, **21**(6), pp. 949-954.
- Golé, P., J. Lavergnat J., A.-M. Ulmer-Moll, et M. Vernet, 1994. Les résultats de l'expérience OLYMPUS. *France Telecom FTR& D*, technical report NT/CETP/001, 1994.
- Grábner, M., U.-C. Fiebig, et V. Kvicera, 2005. Generator of Time Series of Rain Attenuation: Results of Parameter Extraction. *Radioengineering, Proceedings of Czech and Slovak Technical Universities and URSI committees*.
- Grémont, B., M. Philip, P. Galois et S. Bate, 1999. Comparative analysis and Performance of two Predictive Fade Detection Schemes for Ka-band Fade Countermeasures. *IEEE Journal on selected areas in communications*, **17**(2).
- Grémont, B., R.J. Watson, P.A. Watson, et D.D. Hodges, 2003. Modelling and detection of rain attenuation for MF-TDMA satellite networks utilizing fade mitigation techniques. *COST 272 and 280 Satellite Communications – From Fade Mitigation to Service Provision*, ESTEC, The Netherlands.
- Gunn, R., et G.D. Kinzer, 1949. The terminal velocity of fall for water droplets in stagnant air, *J. Meteor.*, **6**, 243–248.
- Hamilton, J.D., 1994. *Time Series Analysis*. Princeton University Press.
- Harris, D., M. Menabde, A. Seed, et G. Austin, 1996. Multifractal characterization of rain fields with a strong orographic influence. *J. Geophys. Res.*, **101**, 26405–26414.
- Hauser, D., P. Amayenc, B. Nutten, et P. Waldteufel, 1984. A new optical instrument for simultaneous measurement of raindrop diameter and fall speed distributions. *J. Atmos. Oceanic Technol.*, **1** 3, 256–269.
- Héder, B., et J. Bito, 2006. Second order statistics of rain attenuation time series generated with N-stat Markov chain model. *EUCAP*, Nice, France.

- Hodges, D.D., et R.J. Watson, 2006a. The application of NWP techniques for the forecasting of attenuation time series at 30/40GHz. *3rd CNES Workshop*, Toulouse, France.
- Hodges, D.D., et R.J. Watson, 2006b. Initial comparisons of forecast attenuation and beacon measurements at 20 and 40 GHz. *EUCAP*, Nice, France.
- Hubert, P., et J.P. Carbonnel, 1989. Dimensions fractales de l'occurrence de pluie en climat Soudano-Sahélien (Fractal dimensions of rain occurrence in Soudano-Sahelian climate). *Hydrologie Continentale*, **4**, 3-10.
- Hubert, P., Y. Tessier, P. Ladoy, S. Lovejoy, D. Schertzer, J.P. Carbonnel, S. Violette, I. Desurosne, et F. Schmitt, 1993. Multifractals and extreme rainfall events. *Geophys. Res. Lett.* **20**, 931–934.
- Hubert, P., A. Biaou, et D. Schertzer, 2002. De la Mésos-Echelle à la Micro-Echelle: Désagrégation/Agrégation Multifractale et Spatio-Temporelle des Précipitations. Report, Armines-EdF.
- Jennane, R., R. Harba, et G. Jacquet, 2001. Méthodes d'analyse du mouvement brownien fractionnaire : théorie et résultats comparatifs (Quality estimation of synthesis methods of fractional Brownian motion). *Trait. Signal*, **18** (5-6), 419-436.
- van de Kamp, M.M.J.L., 2002a. Rain Attenuation as a Markov Process : The Meaning of Two Samples. *COST 280 1st Int. Workshop*, Malvern, UK, PM3017.
- van de Kamp, M.M.J.L., 2002b. Short-term prediction of rain attenuation using two samples. *Electronics Letters*, **38**(23), pp.1476-1477.
- van de Kamp, M.M.J.L., 2003. Rain Attenuation as a Markov Process : How to make an event. *COST 280 2nd Int. Workshop*, Estec, Netherlands, PM3017.
- van de Kamp, M.M.J.L., 2006. The two-sample model: short-term prediction of rain attenuation. *EUCAP*, Nice.
- Kolmogorov, A.N., 1941. Local structure of turbulence in an incompressible liquid for very large Reynolds numbers (English translation: *Proc. Roy. Soc.*, **A434**, 9–17, 1991). *Proc. Acad. Sci. URSS.*, Geophys. Section, **30**, 299–303.
- Krajewski, W.F., A. Kruger, C. Caracciolo, P. Golé, L. Barthes, J.-D. Creutin, J.-Y. Delahaye, E.I. Nikolopoulos, F. Ogden, et J.-P. Vinson, 2006. DEVEX - Disdrometer Evaluation

- Experiment: Basic results and implications for hydrologic studies. *Adv. Water Resour.*, **29**, 311-325.
- Kristensson, G., A.G. Ramm et S. Störn, 1983. Convergence of the T-Matrix approach to scattering theory II, *J. Math. Phys.*, **24**(11), pp. 2619-2631.
- Ladoy, P., F. Schmitt, D. Schertzer, et S. Lovejoy, 1993. Variabilité temporelle des observations pluviométriques à Nîmes. *C.R. Acad. Des. Sci.* 317 (II), 775–782.
- Lavallée, D., S. Lovejoy, D. Schertzer, et P. Ladoy, 1993. Nonlinear variability and landscape topography: analysis and simulation. *Fractals in geography*, L. De Cola and N. Lam (eds.), Prentice-Hall, 171–205.
- Lavergnat, J., et P. Golé, 1998. A stochastic raindrop time distribution model. *J. Appl. Meteor.*, **37**, 805–818.
- Liebe, H.J., 1989. MPM – An Atmospheric Millimeter-wave Propagation Model. *International Journal of Infrared and Millimeter Waves*, **10**(6), pp. 631-650.
- Liebe, H.J., G.A. Hufford, et M.G. Cotton, 1993. Propagation modeling of moist air and suspended water/ice particles below 1000 GHz. *AGARD 52nd Specialists Meeting of Electromagnetic Wave Propagation*, Spain.
- Lilley, M., S. Lovejoy, N. Desaulniers-Soucy, et D. Schertzer, 2006. Multifractal large number of drops limit in rain. *J. Hydrol.*, **328**, 20-37.
- de Lima, M.I.P., 1998. Multifractals and the temporal structure of rainfall, *PhD Thesis*.
- de Lima, M.I.P., and J. Grasman, 1999. Multifractal analysis of 15-min and daily rainfall from a semi-arid region in Portugal. *J. Hydrol.*, **220**, 1–11.
- Liu, G., J.T. Ong, E. Choo, et C.G. Teo, 2000. The effects of wet radome on a short millimetre-wave link in Singapore. *Int. conf. on Comm. Tech.*, pp. 188 - 191.
- Ljung, L., 1999. *System identification - theory for the user*. 2nd edn., Prentice-Hall.
- Lovejoy, S., et D. Schertzer, 2006. Multifractals, cloud radiances and rain, *J. Hydrol.*, **322**, 59-88.
- Lovejoy, S., et D. Schertzer, 2008. Turbulence, rain drops and the $l^{1/2}$ number density law. *New J. Phys.* (in press).

- Lovejoy, S., D. Schertzer, Y. Tessier, et H. Gaonac'h, 2001. Multifractals and resolution independent remote sensing algorithms: the example of ocean colour. *Inter. J. of Remote Sensing*, **22**, 1191-1234.
- Lovejoy, S., D. Schertzer, et V. Allaire, 2008. The remarkable wide range spatial scaling of TRMM precipitation. *Atmos. Res.* (in press), 2008.
- Lux, T., et T. Kaizoji, 2004: Forecasting Volatility and Volume in the Tokyo Stock Market: The Advantage of Long Memory Models. University of Kiel, Working Paper.
- Mallet, C., et J. Lavernat, 1992. Beacon calibration with multifrequency radiometer. *RadioSci.*, 27(5), pp. 661-680.
- Mallet, C., L. Barthès et T. Marsault, 2006. Validation of a neural network model for the separation of atmospheric effects on attenuation. *EUCAP* (ESA SP-626), pp. 1-6.
- Mandelbrot B., et J.W. Van Ness, 1968. Fractional Brownian motions, fractional noises and applications. *SIAM Review*, **10**, pp. 422-437.
- Mandelbrot B., et J.R. Wallis, 1969. Computer experiments with fractional gaussian noises. *Water Resources Research*, **5**, pp. 228-267.
- Mandelbrot, B., 1974. Intermittent turbulence in self-similar cascades: divergence of high moments and dimension of the carrier. *J. Fluid Mech.*, **62**, 331–350.
- Manning, R.M., 1990. A Unified statistical Rain Attenuation Model for Communication Link Fade Predictions and Optimal Stochastic Fade Control Design Using a Location Dependent Rain Statistic Database. *Int. J. Satellite Commun.*, **8**, pp. 11-30.
- Manning, R.M., 1991. A statistical rain attenuation prediction model with application to the Advanced Communication Technology Satellite Project, part III: a stochastic rain fade control algorithm for satellite link power via nonlinear Markov filtering theory. *NASA TM-100243*.
- Marcor, J., 2007. Développement de Techniques de Prévision de Pluie Basées sur les Propriétés Multi-échelles des Données Radar et Satellites. *Mémoire de these*.
- Marsan, D., D. Schertzer, et S. Lovejoy, 1996. Causal Space-Time Multifractal modeling of rain. *J. Geophys. Res.*, **31**(26), p. 26333-26346.

- Marsault, T., J.D. Hermant, F. Bouyer et al., 2006. EHF Propagation Experiment with Syracuse 3 satellite. *EUCAP* (ESA SP-626), p. 357.1, Nice, France.
- Maseng, T., et P.M. Bakken, 1981. A Stochastic Dynamic Model of rain attenuation. *IEEE Trans. Comm.*, **29**, pp. 660-669.
- Matricciani, E., 1996. Physical-mathematical model of the dynamics of rain attenuation based on rain rate time series and a two-layer vertical structure of precipitation. *Radioscience*, **31**(2), pp. 281-295.
- Mazzarella, A., 1999. Multifractal dynamic rainfall processes in Italy. *Theor. Appl. Climatol.*, **63**, 73–78.
- Mie, G., 1908. Contributions to the optics of turbid media, particularly of colloidal metal solutions. *Ann. Physik*, **25**(3), pp. 377-445.
- Mostafa, H., S.I.S. Hassan, J.S. Mandeep, M.F. Ain, et H.A. Khedher, 2007. Study of the Effect of Simulated Rain on the Offset Parabolic Antenna at Ku-Band with Different Elevation Angles. *Int. J. of Ant. and Prop.*, vol. 2007.
- Mousley, T.J., et E. Vilar, 1982. Experimental and theoretical statistics of microwave amplitude scintillations on low elevation Earth-Space paths. *IEEE Trans. Antennas Propag.*, **30**(6), pp.1099-1106.
- Onof, C., P. Northrop, H.S. Wheeler, et V. Isham, 1996. Spatiotemporal storm structure and scaling property analysis for modeling. *J. Geophys. Res.*, **101**, 26415–26425.
- OPEX, 1994. *2nd workshop of the OLYMPUS propagation experimenters*, vol. 1: reference book on attenuation measurement and prediction.
- Over T.M., et V.K. Gupta, 1996. A space–time theory of mesoscale rainfall using random cascades. *J. Geophys. Res.*, **101**, 26319–26331.
- Page, A., R.J. Watson, et P.A. Watson, 2002. Time-series of attenuation on EHF and SHF fixed radio links derived from meteorological forecast and radar data. *IEEE Seminar on Personal Broadband Satellite*.
- Parisi, G., et U. Frisch, 1985. A multifractal model of intermittency. *Turbulence and predictability in geophysical fluid dynamics and climate dynamics*, M. Ghil, R. Benzi and G. Parisi (eds.), 84–88.

- Pathirana, A., S. Herath, et T. Yamada, 2004. Estimating rainfall distributions at high temporal resolutions using a multifractal model. *Hydrol. Earth Syst. Sci.*, **7**(5), 668–679.
- Pecknold, S., S. Lovejoy, D. Schertzer, C. Hooge, et J.F. Malouin, 1993. The simulation of universal multifractals. *Cellular Automata: Prospects in astrophysical applications*, J.M. Perdang and A. Lejeune (eds.), World Scientific, 228-267.
- Perrin, J., 1913. *Les atomes*. Ed. Félix Alcan, Paris.
- Peters, O., C. Hertlein, et K. Christensen, 2002. A complexity view of rainfall. *Phys. Rev. Lett.*, **88**, 018701, 1-4.
- Peterson, B., et S. Störn, 1974. T-Matrix formulation of electromagnetic scattering from multilayered scatters. *Physical Review*, **10**(8), pp. 2670-2684.
- Pruppacher, J.A., et K.V. Beard, 1970. A wind tunnel in investigation of internal circulation and shape of drops falling at terminal velocity in air, *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, pp. 247-256.
- Ramm, A.G., 1982. Convergence of the T-Matrix approach to scattering theory I, *J. Math. Phys.*, **23**(6), pp. 1123-1125.
- Richardson, L.F., 1922. *Weather prediction by numerical process*, Cambridge University Press, republished by Dover, 1965.
- Schertzer, D., et S. Lovejoy, 1987. Physically based rain and cloud modeling by anisotropic, multiplicative turbulent cascades. *J. Geophys. Res.*, **92**, 9692-9714.
- Schertzer, D., et S. Lovejoy, 1991. Nonlinear geodynamical variability: Multiple singularities, universality and observables. In *Scaling, fractals and non-linear variability in geophysics*, D. Schertzer, S. Lovejoy eds., 41-82, Kluwer.
- Schertzer, D., et S. Lovejoy, 1997. Universal Multifractals do Exist! *J. Appl. Meteor.*, **36**, 1296-1303.
- Schertzer, D., S. Lovejoy, et P. Hubert, 2002. An introduction to stochastic multifractal fields. *Mathematical Problems in Environmental Science and Engineering*, A. Ern and L. Weiping (eds.), Series in Contemp. Appl. Math., vol. 4, Higher Education Press, 106-179.

- Schmitt, F., S. Vannitsem, et A. Barbosa, 1998. Modeling of rainfall time series using two-state renewal processes and multifractals. *J. Geophys. Res.*, **103**, 23181–23193.
- Schmitt, F., D. Schertzer, et S. Lovejoy, 1999. Multifractal analysis of foreign exchange data. *Appl. Stoch. Models and Data analysis*, **15**, 29-53.
- Taylor, G.I., 1938. The spectrum of turbulence. *Proc.Roy.Soc.*, A164(919), pp. 476-490.
- Tessier, Y., S. Lovejoy, et D. Schertzer, 1993. Universal multifractals in rain and clouds: theory and observations. *J. Appl. Meteor.*, **32**, 223-250.
- Tessier, Y., S. Lovejoy, P. Hubert, D. Schertzer, et S. Pecknold, 1996. Multifractal analysis and modeling of rainfall and river flows and scaling, causal transfer functions. *J. Geophys. Res.*, **101**, 26427-26440.
- UIT-R série P, Propagation des Ondes Radioélectriques.
- Veneziano, D., R.L. Bras, et J.D. Niemann, 1996. Nonlinearity and self-similarity of rainfall in time and a stochastic model. *J. Geophys. Res.*, **101**, 26371–26392.
- Verrier, S., 2008. Simulation et analyse de champs de pluie via une approche multifractale. *Rapport de stage*, CETP.
- Wang W., P. Van Gelder, J.K. Vrijling et J. Ma, 2005. Testing and modelling autoregressive conditional heteroskedasticity of streamflow processes. *Nonlinear Processes in Geophysics*, **12**, pp. 55–66.
- Wei, W.W.S., 2005. *Time Series Analysis: Univariate and Multivariate Methods*. 2nd edn., Addison Wesley.
- Yaglom, A.M., 1966. The influence on the fluctuation in energy dissipation on the shape of turbulent characteristics in the inertial interval, *Sov. Phys. Dokl.*, **2**, 26–30.
- Zhou B., D. He, et Z. Sun, 2006. Traffic modeling and prediction using ARIMA/GARCH model. *Proc. of 2nd EuroNGI Conference on Next Generation Internet Design and Engineering*, 2006.

Publications scientifiques

Articles de revue internationale à comité de lecture

L. de Montera, L. Barthès, C. Mallet et P. Golé : “The effect of rain-no rain intermittency on the estimation of the Universal Multifractal model parameters”, *J. of Hydrometeorology*, (under revision).

L. de Montera, C. Mallet, L. Barthès et P. Golé : “Short-term prediction of rain attenuation level and volatility in Earth-to-Satellite links at EHF band”, *Nonlin. Processes in Geophys.*, **15**(4), pp.631-643, 2008.

Communications internationales avec actes

T. Marsault, L. de Montera, J.D. Hermant, J.C. Penn, L. Barthes, C. Mallet, et P. Golé : “EHF propagation experiment with Syracuse 3 satellite: first results”, *Proceed. of the European Conference on Antennas and Propagation (EUCAP)*, Edinburgh, UK, November 2007

L. de Montera, C. Mallet, et L. Barthès : “Short-term prediction of rain attenuation using financial time series models”, *Proceed. of the Int. Symposium on Antennas and Propagation (ISAP)*, Niigata, Japan, August 2007.

