



Mélange à quatre ondes de polaritons dans des microcavités semi-conductrices

Marco Romanelli

► To cite this version:

Marco Romanelli. Mélange à quatre ondes de polaritons dans des microcavités semi-conductrices. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2005. Français. NNT: . tel-00011935

HAL Id: tel-00011935

<https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00011935>

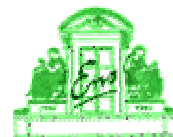
Submitted on 13 Mar 2006

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



LABORATOIRE KASTLER BROSSEL



**THÈSE DE DOCTORAT DE
L'UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE**

Spécialité :
Physique Quantique

Présentée par
Marco ROMANELLI

Pour obtenir le grade de
DOCTEUR de l'Université Pierre et Marie Curie

**Mélange à quatre ondes de polaritons dans des
microcavités semi-conductrices**

Soutenue le 9 décembre 2005 devant le jury composé de :

M. Izo ABRAM		Rapporteur
M. Alberto BRAMATI		Examineur
M. Cristiano CIUTI		Examineur
Mme Elisabeth GIACOBINO		Directeur de thèse
M. Alexey KAVOKIN		Examineur
M. Daniel LE SI DANG		Rapporteur
Mme Agnès MAITRE		Président du jury

Résumé : Ce travail est consacré à l'étude d'effets non-linéaires et quantiques dans des microcavités semi-conductrices. La réponse optique de ces dispositifs est décrite en termes de modes mixtes exciton-photon, les polaritons de cavité.

Nous avons d'abord effectué des expériences dans le régime d'oscillation paramétrique de polaritons, dans la configuration d'"angle magique".

Nous avons ensuite mis en évidence un phénomène d'oscillation de mélange à quatre ondes, sous excitation résonnante par deux faisceaux de pompe contrapropageants. L'étude de la polarisation de l'émission non linéaire permet d'avoir accès à la dynamique de spin des polaritons. La mesure du bruit d'intensité de l'émission montre que le processus de mélange à quatre ondes produit deux populations de polaritons fortement corrélées.

Enfin, nous avons effectué une étude théorique du mélange à quatre ondes, afin de préciser les conditions qui permettraient d'observer des polaritons corrélés quantiquement.

Mots-clés : Microcavités semi-conductrices, Excitons, Régime de couplage fort, Polaritons, Optique non linéaire, Bruit Quantique, Corrélations Quantiques.

Abstract : This work is devoted to the study of non linear and quantum effects in semiconductor microcavities. The optical properties of these devices are described in terms of mixed exciton-photon modes, the cavity polaritons.

First we have performed some experiments in the polariton parametric oscillation regime, in the " magic angle " configuration.

Then we have shown a phenomenon of four wave mixing oscillation, under resonant excitation by two counterpropagating pump beams. The study of the polarization of the non linear emission allows to have access to the polariton spin dynamics. The measurement of the intensity noise of the emission demonstrates that the four wave mixing process generates two strongly correlated polariton populations.

Finally, we have performed a theoretical study of the four wave mixing, in order to precise the conditions which permit to observe quantum correlated polaritons.

Keywords : Semiconductor microcavities, Excitons, Strong coupling regime, Polaritons, Nonlinear optics, Quantum noise, Quantum correlations.

Remerciements

Je tiens à remercier d'abord ma directrice de thèse, Elisabeth Giacobino, pour m'avoir accueilli et m'avoir permis de travailler pendant trois ans dans l'environnement scientifique exceptionnel du Laboratoire Kastler Brossel. Malgré ses fonctions prenantes, Elisabeth a su m'assurer un soutien constant tout au long de ma thèse. Je la remercie pour la confiance qu'elle m'a accordé, et pour sa présence et son encouragement indispensables dans les moments difficiles.

Pendant toute la durée de ma thèse, j'ai pu bénéficier au quotidien de l'encadrement de la part d'Alberto Bramati, qui a été un véritable co-directeur de ce travail. J'ai énormément profité de sa remarquable expérience d'opticien quantique, qui a été indispensable à la réussite des manip. Son aide, ses conseils, son équilibre m'ont été précieux pour ma thèse et pour beaucoup d'autres choses. Je tiens à lui témoigner ma plus grande reconnaissance pour son support.

Je dois beaucoup de remerciements aux thesards qui m'ont précédé et suivi. Augustin Baas m'a introduit à la manip, et a continué à répondre à mes questions et à interagir avec moi de la Suisse. Jean-Philippe Karr a continué à suivre de près l'avancement du travail sur les microcavités. Sa connaissance de la physique de ce système s'est révélée à plusieurs reprises décisive dans les nombreuses discussions que nous avons eu au sujet des résultats expérimentaux. Je le remercie particulièrement pour sa grande disponibilité et son aide au cours de la partie finale de ma thèse. La dernière année de ma thèse a été aussi la première pour Charles Leyder. Charles a montré dès le début un grand enthousiasme, et il n'a pas tardé à maîtriser la manip. Sa présence a été très importante dans cette dernière année ; je le remercie sincèrement et je ne peux que lui souhaiter bon courage !

Je remercie Izo Abram, Cristiano Ciuti, Alexey Kavokin, Daniel Le Si Dang, et Agnès Maître de l'intérêt qu'ils ont montré pour mon travail, en acceptant de faire partie du jury de thèse. Je remercie en particulier Izo Abram et Daniel Le Si Dang pour avoir accepté la tâche de rapporteurs. J'ai eu la chance de discuter à plusieurs

reprises avec *Cristiano Ciuti* et *Alexey Kavokin*, et j'ai été frappé par leur profonde connaissance de la physique des microstructures, qu'ils n'hésitent pas à partager avec un enthousiasme et une générosité exemplaires. Je tiens à remercier chaleureusement *Agnès* pour tout son aide et son encouragement.

Je remercie tous les membres du Service Interuniversitaire des Basses Températures, pour leur efficacité et leur aide indispensable.

Au sein du LKB, j'ai eu la chance de côtoyer des physiciens extraordinaires, et qui savent en plus partager leur savoir. *Michel Pinard* a toujours répondu à mes questions avec une grande disponibilité et patience. J'en profite pour associer à ces remerciements *Aurelien Dantan*, dont j'ai pu apprécier tout le talent de théoricien. Tous les permanents du labo se sont montré très disponibles et prêts à m'aider lorsqu'il le fallait. Je tiens à remercier particulièrement *Claude Fabre*, auquel j'ai souvent posé des questions d'optique quantique ; *Nicolas Treps* et *Thomas Coudreau* pour leur disponibilité et pour les prêts de matériel ; *François Nez* et *François Biraben* pour toutes les choses qu'on peut apprendre en les regardant soigner un titane-saphir ; *Antoine Heidmann*, pour son aide concernant plusieurs problèmes expérimentaux tels que les asservissements et la détection du bruit ; *Bernard Cagnac*, avec qui j'ai eu le privilège de partager un bureau ; *Serge Begon* et *Corinne Poisson* pour les innombrables sauvetages informatiques qu'ils ont effectué avec une disponibilité et un'efficacité sans pair ; *Pascal Travers* et *Christophe Rafailac* pour les pièces mécaniques ; *Jean-Pierre Okpiz* et *Mohammed Boujrad* pour la précieuse assistance électronique avec les hautes-tensions, les boucles de rétroaction, etc., *Catherine Schwob* pour son grand aide quand j'ai commencé mon enseignement ; *Monique Bonnamy* et *Laëtitia Morel* (que serais-je devenu sans vous ? Merci pour tout !) ; *Florence Thibout* pour son aide technique et pour sa gentillesse le jour de mon pot de thèse ; *Annick Métais*, dont l'aide pour le pot a été indispensable. Je voudrais remercier aussi *Isabelle Maurin* et *Jean-Pierre Hermier*, avec qui j'ai pu travailler sur les VCSELs. Merci également à tous les membres du labo que je n'ai pas encore cités et qui n'ont pas manqué de me donner un coup de main au bon moment : *Tristan Briant*, *Pierre-François Cohadon*, *Jean-Michel Courty*, *Nicolas Billy*, *Laurent Hilico*, *Lucile Julien*, *Saïda Guellati*, *Paul Indelicato*, *Eric-Olivier Le Bigot*, *Stéphane Boucard*, *Benoît Gremaud*, *Dominique Delande*, *Astrid Lambrecht*, *Serge Reynaud*, *José Romer*, *Frédéric Bogard*.

Il a été un grand plaisir de partager ces trois ans avec beaucoup d'autres doctorants et post-doctorants : *Jean Cviklinski*, *Antonino Chiummo*, *Francesco Intravaia*, *Martino Trassinelli*, *Riccardo Sapienza*, *Thomas Wellens*, *Sophie Schlessner*, *Julien Le Bars*, *Olivier Sigwarth*, *Fabrizio Villa*, *Pierre Cladé*, *Senem Kilic*, *Brahim Lamine*, *Sanat Avazbaev*, *Thomas Caniard*, *Rémy Herve*, *Dina Attia*, *Gaelle Keller*, *Giuseppe Patera*,

Olivier Arnoult, Olivier Arcizet, Sylvain Gigan, Julien Laurat, Vincent Josse ...il y en a trop ! Merci à tous !

Merci à Luciano et Laura, mes parents, et à ma soeur Marina et mon frère Mauro. Merci à mes amis, Lorenzo, Simone, Cristiana, Pietro, Pierluigi, Marta, et tous les autres. Et un grand merci à Hiromi !

Table des matières

1	Introduction aux microcavités et au bruit quantique	7
A	Microcavité III-V	9
A.1	Le puits quantique	10
A.1.1	Excitons dans un semi-conducteur massif	10
A.1.2	Excitons dans un puits quantique	12
A.2	La cavité optique	14
A.2.1	Miroirs de Bragg	14
A.2.2	Relation de dispersion pour la cavité	17
A.3	Le régime de couplage fort - Les polaritons de cavité	19
A.3.1	Puits quantique dans une cavité optique	19
A.3.2	Hamiltonien linéaire	20
A.3.3	Les polaritons de cavité	20
A.3.4	Influence de la dissipation	22
A.3.5	Relation de dispersion pour les polaritons	23
A.4	Interactions entre polaritons	24
A.4.1	Hamiltonien effectif pour la branche basse de polaritons	25
B	Bruit quantique du champ électromagnétique	28
B.1	Fluctuations quantiques d'un champ libre monomode	28
B.1.1	Le champ électrique en mécanique quantique	28
B.1.2	Champ électrique monomode	29
B.1.3	État cohérent	31
B.1.4	État comprimé	32
B.2	Fluctuations quantiques d'un champ libre multimode	33
B.2.1	Relations de commutation	34
B.2.2	Spectres de bruit et matrices de variances	35
B.2.3	Lien avec les variances	36

	B.2.4	Corrélations entre deux faisceaux	37
B.3		Génération d'états comprimés	39
	B.3.1	Amplification paramétrique dégénérée	39
	B.3.2	Mélange à quatre ondes	40
B.4		Mesures du bruit du champ électromagnétique	43
	B.4.1	Détection homodyne	43
	B.4.2	Détection équilibrée	44
2		Oscillation paramétrique de polaritons	45
A		Introduction	47
B		Dispositif expérimental	51
	B.1	Source laser	51
	B.2	Spectromètre	53
	B.3	Caméra CCD	53
	B.4	Cryostat	54
	B.5	Photodiodes et analyseur de spectre	54
	B.6	Caractéristiques de l'échantillon	56
C		Expériences dans la configuration de l' <i>angle magique</i>	58
	C.1	Observation de l'oscillation paramétrique	58
		C.1.1 Images en champ lointain	59
		C.1.1.1 Champ lointain en régime linéaire. Rôle de la diffusion élastique	59
		C.1.1.2 Champ lointain en régime non linéaire	60
	C.2	Bistabilité dans l'émission du mode signal	63
		C.2.1 Observation expérimentale de la bistabilité	63
		C.2.1.1 Conditions d'observation	63
		C.2.2 Modèle théorique	63
		C.2.2.1 État stationnaire	67
	C.3	Caractère monomode transverse de l'oscillation paramétrique . .	70
		C.3.1 État monomode du champ électromagnétique	71
		C.3.2 Résultats expérimentaux	74
	C.4	Observation du faisceau complémentaire : difficulté des mesures de corrélations	75
		C.4.1 Montage expérimental	75
		C.4.2 Observation du complémentaire	75
		C.4.3 Comment mesurer des corrélations quantiques ?	77
		C.4.3.1 Origine du déséquilibre	77

	C.4.3.2	Effet du déséquilibre sur les corrélations quantiques	78
D	Conclusions		80
3	Expériences de mélange à quatre ondes		81
A	Introduction		81
B	Premiers résultats		85
	B.1	Dispositif expérimental	85
	B.2	Résultats expérimentaux	89
		B.2.1 Mesure de l'intensité émise	89
		B.2.2 Mesures de corrélations d'intensité	89
	B.3	Discussion	94
C	Démonstration directe de l'amplification paramétrique avec un faisceau sonde		96
D	Amélioration de l'expérience		100
	D.1	Inversion de polarisation linéaire	100
		D.1.1 Importance des effets thermiques	101
	D.2	Oscillation du mélange à quatre ondes	102
		D.2.1 Sélection du couple (des couples) des modes qui oscillent	105
	D.3	Discussion : propriétés de spin dans la diffusion paramétrique de polaritons	107
		D.3.1 Dépendance du spin de la diffusion polariton-polariton	107
		D.3.2 Le vecteur de <i>pseudospin</i>	110
		D.3.3 Le champ magnétique fictif : précession de Larmor auto-induite et <i>longitudinal-transverse splitting</i>	111
		D.3.4 Explication qualitative des observations expérimentales	112
	D.4	Mesures de bruit	115
		D.4.1 Procédure expérimentale	115
		D.4.2 Résultats	118
		D.4.2.1 Optimisation des mesures	122
E	Conclusions		123
4	Théorie du mélange à quatre ondes de polaritons		127
A	Hamiltonien du système		128
	A.1	Termes dans le hamiltonien	128
		A.1.1 Effet Kerr	129
		A.1.2 Effet Kerr croisé	129

	A.1.3	Mélange à quatre ondes	130
	A.2	Équations de Heisenberg	130
	A.2.1	Dissipation et fluctuations entrantes	131
	A.2.2	Opérateurs lentement variables	131
B		État stationnaire	133
	B.1	Phases des champs Q_1 et Q_2	134
	B.2	Intensités des champs Q_1 et Q_2	134
	B.3	Dépendance du seuil d'oscillation par rapport au désaccord cavité-exciton	135
C		Etude des fluctuations	138
	C.1	Cas simple	138
	C.1.1	Fluctuations des champs lumineux à l'extérieur de la cavité	140
	C.1.2	Spectre de bruit	140
	C.2	Cas général	142
	C.2.1	Matrice des variances	145
	C.2.2	Résultats numériques	146
D		Conclusions	148
5		Bruit d'intensité dans les VCSELs	149
	A	Introduction	149
	B	Les VCSELs	151
	B.1	Caractéristiques des VCSELs utilisés	154
	B.1.1	Émission de plusieurs modes transverses	155
	C	Corrélations entre modes de polarisation d'un VCSEL	156
	C.1	Reproduction de l'article "Optimal intensity noise reduction in multimode vertical-cavity surface-emitting lasers by polarization-selective attenuation" (<i>Optics Letters</i> 29 (14), 1629 (2004)) . . .	157
	D	Émission monomode d'un VCSEL avec rétroaction optique	161
	D.1	Reproduction de l'article "Demonstration of single mode operation of a vertical-cavity surface-emitting laser (VCSEL) with optical feedback : the intensity noise measurement approach" (à paraître dans <i>J. Opt. Soc. Am. B</i>)	161
	E	Conclusions	182
6		Conclusion	183
		Bibliographie	187

Introduction

Depuis une vingtaine d'années, les technologies de croissance d'hétérostructures semi-conductrices permettent de confiner le mouvement des électrons à deux (puits quantique), une (fil quantique), voire zéro dimensions (boîte quantique). Il est également possible de réaliser une vaste gamme de micro-résonateurs optiques (microcavités planes, micropiliers, micro-sphères ou toroids, cristaux photoniques), de dimensions micro voire nano-métriques, et de facteurs de qualité extrêmement élevées, de plusieurs milliers pour les microcavités jusqu'à plus de 10^9 pour les microsphères [Vahala 03]. Ces nouvelles technologies ont donné naissance à un vaste domaine de recherche : l'étude de l'interaction matière-rayonnement dans de telles structures [Burstein 95, Benisty 99, Weisbuch 00].

Le confinement des électrons et des photons permet non seulement d'augmenter la force de l'interaction matière-rayonnement, mais aussi d'en modifier en profondeur les caractéristiques. L'idée qui est à la base des recherches dans ce domaine a été découverte en 1946 par Purcell, qui a montré que le taux d'émission spontanée d'un atome est modifié lorsqu'on le place dans une cavité [Purcell 46]. L'effet Purcell peut être compris dans le cadre de la théorie quantique de l'interaction matière-rayonnement : le processus d'émission spontanée est dû à l'interaction du niveau excité de l'atome avec les fluctuations de point-zéro du continuum des modes vides du champ électromagnétique. Si l'on modifie la forme de ce continuum (la *densité de modes* par unité de fréquence $\varrho(\omega)$), on peut accélérer ou inhiber l'émission spontanée. Une augmentation d'un facteur 5 du taux d'émission spontanée a été montrée en 1998 par Gérard et al., en utilisant un puits quantique dans un micropilier [Gérard 98]. L'accélération de l'émission spontanée et le contrôle de la direction d'émission présente aujourd'hui un grand intérêt pour produire des sources de photons uniques et indiscernables (si possible à la demande), qui sont essentiels dans plusieurs protocoles d'information quantique [Santori 02, Varoutsis 05].

En généralisant l'intuition de Purcell, il est maintenant acquis que l'on peut modifier l'interaction matière-rayonnement en réalisant des structures appropriées. Les puits quantiques dans des microcavités semi-conductrices, qui sont étudiés dans ce mémoire, représentent un excellent exemple d'une telle démarche.

Considérons d'abord le puits quantique. Il s'agit d'une structure qui réalise le confinement bidimensionnel des excitons, en insérant une couche mince d'un matériau semi-conducteur dans un autre matériau, de bande interdite plus élevée. La réduction de la dimensionalité du système altère en profondeur son couplage avec la lumière. En effet, dans un matériau massif, un état excitonique est couplé à un seul état de radiation, parce que l'invariance translationnelle dans le cristal entraîne la conservation de l'impulsion totale lorsque l'exciton se récombine radiativement [Hopfield 58]. Si la dissipation est faible, le *couplage fort* entre l'exciton et le mode de radiation s'établit, pour former un mode mixte matière-rayonnement, le *polariton*. L'observation de ces polaritons est extrêmement difficile, parce que l'exciton et le mode du champ échangent énergie de façon réversible et l'excitation a une durée de vie en principe infinie : la luminescence est un processus au deuxième ordre et ne peut se produire qu'à cause d'une rupture de symétrie, due par exemple à une interface avec l'air ; de la même façon, l'absorption directe de lumière par les polaritons ne peut avoir lieu, et elle ne se produit que par l'intermédiaire d'autres processus, tels que l'interaction avec les phonons ou les impuretés.

En revanche, dans le puits quantique la situation est complètement différente : seule la composante de l'impulsion dans le plan du puits est conservée, la symétrie dans la direction de croissance étant brisée : en conséquence, les excitons du puits sont couplés à un continuum de modes du champ et acquièrent des temps de vie extrêmement courts [Deveaud 91].

Comme le puits modifie les propriétés des excitons, la microcavité modifie les modes photoniques qui interagissent avec les excitons bidimensionnels du puits. En insérant le puits dans une cavité optique de haute finesse, conçue de façon telle que l'énergie de l'exciton soit résonnante avec le mode optique de la cavité, le couplage fort peut s'établir à nouveau [Weisbuch 92].

On retrouve donc des polaritons, mais il s'agit maintenant de polaritons à deux dimensions, les *polaritons de cavité*. Par rapport au cristal massif, ces polaritons sont couplés au champ lumineux extérieur à la cavité à cause de la transmission des miroirs ; ils peuvent être créés directement par absorption d'un faisceau laser résonnant. Les polaritons de cavité ont des propriétés remarquables : on vient de dire qu'il est possible de les créer facilement ; il convient de rajouter qu'il est facile de les détecter aussi, car la conservation de l'impulsion dans le plan transverse lors de l'émission d'un

photon permet de reconstruire la courbe de dispersion des polaritons à l'aide une détection résolue en angle et en énergie [Houdré 94]. A cause de leur partie photonique, les polaritons ont une dispersion prononcée et une masse effective faible lorsque leur impulsion est petite ; à cause de la partie excitonique, les polaritons ont des interactions non linéaires importantes.

En régime de faible densité, les polaritons sont des bosons ; grâce à leur dispersion, la densité des états de plus basse énergie est faible. Cela permet d'obtenir des facteurs d'occupation élevés pour ces états, qui donnent lieu à des effets de diffusion stimulée. Cette relaxation stimulée vers l'état de plus basse énergie de la branche est le mécanisme physique à la base de la proposition d'un *laser à polaritons* sans inversion de population [Imamoglu 96].

La première observation d'une émission non-linéaire dans les microcavités en régime de couplage fort a été effectué par Dang et al. [Dang 98]. D'autres évidences d'effets non-linéaires ont été montrées peu après dans les références [Senellart 99, Tartakovskii 99, Senellart 00, Tartakovskii 00]. Les expériences de type pompe-sonde résolues en angle menées par Savvidis et al. [Savvidis 00] ont permis de mettre en évidence un mécanisme de *mélange à quatre ondes* de polaritons : lorsque la pompe est incidente à un angle particulier (couramment appelé *angle magique*), la diffusion vers l'état peuplé par la sonde est stimulée et résulte en une amplification géante de cette dernière. L'observation d'un faisceau complémentaire, qui permet de satisfaire la conservation de l'énergie et de l'impulsion pour le processus de mélange à quatre ondes, confirme une telle interprétation [Stevenson 00]. En absence de sonde, un pompage en continu à l'*angle magique* permet d'observer un phénomène d'oscillation paramétrique : un mode signal sort à l'incidence normale, accompagné par un faisceau complémentaire à un angle double par rapport à la pompe.

C'est dans ce contexte qui s'insèrent les efforts du groupe d'optique quantique du laboratoire Kastler Brossel. En effet, depuis le milieu des années 80, il a été montré que les processus nonlinéaires tels que la conversion paramétrique dans un cristal et le mélange à quatre ondes permettent de produire des états non-classiques du champ électromagnétique, appelés *états comprimés*. Ces états présentent des fluctuations inférieures à la limite quantique standard selon une certaine quadrature (au prix d'un excès de bruit sur la quadrature conjuguée). La première réalisation d'un tel état a été effectuée en utilisant la non-linéarité $\chi^{(3)}$ dans une vapeur de sodium [Slusher 85]. Aujourd'hui, les systèmes les plus performants sont les oscillateurs paramétriques optiques, qui ont permis d'obtenir une réduction de bruit de 9.5 dB [Laurat 04].

Depuis quelques années, l'équipe s'intéresse aux interactions non linéaires entre les polaritons, assimilables à des non-linéarités de type $\chi^{(3)}$, dans le but de produire des états comprimés dans ce système. Dans les microcavités, la réduction de bruit intéresse le champ polaritonique, donc non seulement la lumière émise, mais aussi les excitons du puits quantique.

Dans un premier temps, les efforts se sont concentrés sur une configuration de mélange à quatre ondes dégénéré. Une première étape importante a été franchie au cours de la thèse de Gaétan Messin, qui a pu montrer le caractère *cohérent* de l'interaction entre polaritons en mesurant la dépendance en phase des fluctuations de la lumière réfléchie. Les études en configuration dégénérée à l'angle nul ont successivement abouti à la démonstration de la *bistabilité optique* [Baas 04a] et de la compression du bruit du champ réfléchi [Karr 04b].

Ces résultats portent sur un seul mode du champ de polaritons. Il est très intéressant de les étendre à la configuration non dégénérée de type angle magique : dans ce cas le caractère quantique devrait apparaître sur les *corrélations* entre les deux modes signal et complémentaire. L'étude des corrélations quantiques entre deux modes est maintenant de grande actualité : ces corrélations sont au centre des notions d'*intrication* et de *non-localité* qui définissent l'altérité radicale de la physique quantique par rapport à la physique classique ; en outre, elles ont un rôle central dans le domaine de l'information quantique.

Une première étude théorique de la possibilité d'obtenir des polaritons corrélés quantiquement a été effectuée lors de la thèse de Jean-Philippe Karr. L'étude expérimentale de la configuration d'*angle magique* a débuté au cours de la thèse d'Augustin Baas, dans laquelle un cycle de bistabilité dans l'oscillation paramétrique a été observée, et le caractère monomode transverse de l'émission du mode signal a été vérifiée.

Le premier chapitre du manuscrit est consacré à une introduction aux microcavités et à la description quantique du champ électromagnétique.

Dans le deuxième chapitre, je présente l'étude expérimentale de l'émission dans la configuration d'angle magique. Je reviens sur les principaux résultats (bistabilité, caractère monomode) de l'étude de l'émission dans le mode signal. Dans la dernière partie du chapitre, l'observation du faisceau complémentaire est décrite.

Le troisième chapitre forme la partie centrale du manuscrit. Il est consacré à une nouvelle configuration expérimentale, qui consiste à utiliser deux faisceaux de pompe incidents à des angles opposés. L'interaction entre les polaritons créés produit la diffusion vers des états qui ont des vecteurs d'onde opposés et égaux en module aux vecteurs

d'onde des modes de pompe. En outre, la dynamique de spin des polaritons produit une rotation de 90° de la polarisation de la lumière émise. Je montre qu'on a ainsi obtenu une oscillation de mélange à quatre ondes de polaritons, qui produit deux faisceaux conjugués de même intensité, séparables des pompes et de la diffusion élastique à la fois spatialement et en polarisation. Les très fortes corrélations d'intensité mesurées sur les faisceaux montrent qu'on a généré des polaritons corrélés.

Le quatrième chapitre présente l'étude théorique d'un modèle simple du mélange à quatre ondes. Nous effectuons d'abord une étude analytique simplifiée, pour ensuite prendre en compte le modèle complet. Nous étudions notamment l'effet des termes de renormalisation des énergies sur les corrélations entre les modes.

Enfin, le cinquième chapitre est consacré à l'étude des propriétés du bruit d'intensité des lasers à cavité verticale (VCSELs). Ces lasers sont constitué de plusieurs puits quantiques insérés entre deux miroirs de Bragg, et sont alimentés par pompage électrique. Malgré la ressemblance de leur structure avec une microcavité, ils fonctionnent dans un régime complètement différent, parce que le pompage électrique produit un plasma dense où les excitons sont ionisés et ne jouent aucun rôle. Le chapitre résume mon travail sur les anticorrélations des modes de polarisation des VCSELs et sur le contrôle du caractère monomode de l'émission par rétroaction optique.

CHAPITRE 1

Introduction aux microcavités et au bruit quantique

Sommaire

A	Microcavité III-V	9
A.1	Le puits quantique	10
A.2	La cavité optique	14
A.3	Le régime de couplage fort - Les polaritons de cavité	19
A.4	Interactions entre polaritons	24
B	Bruit quantique du champ électromagnétique	28
B.1	Fluctuations quantiques d'un champ libre monomode	28
B.2	Fluctuations quantiques d'un champ libre multimode	33
B.3	Génération d'états comprimés	39
B.4	Mesures du bruit du champ électromagnétique	43

Ce premier chapitre introduit deux sujets : les microcavités semi-conductrices et le bruit quantique.

Les caractéristiques essentielles des microcavités sont présentées dans la première partie, où l'on décrit d'abord les deux éléments fondamentaux d'une telle structure : un puits quantique et une cavité optique. Dans la partie relative au puits, la notion d'*exciton* est introduite. On discute d'abord les propriétés des excitons dans un semi-conducteur massif, pour expliquer successivement comme le confinement bidimensionnel dans le puits modifie ces propriétés. On développe ensuite la notion de *couplage fort*

entre les excitons du puits quantique et les modes optiques de la cavité. Cela permet d'introduire naturellement les *polaritons* en tant que modes propres (découplés) du système constitué par les excitons et les photons couplés, et de construire les propriétés des polaritons à partir de celles des excitons et des modes optiques.

Enfin, on montre comment le cadre que l'on vient d'introduire n'est valable que pour une faible densité d'excitations dans le système. Quand cette hypothèse n'est plus vérifiée, il faut tenir compte des interactions entre les polaritons, qui sont à l'origine de toutes les phénomènes étudiés dans ce travail.

La deuxième partie du chapitre est consacrée au bruit quantique. On se bornera ici à donner les éléments essentiels à la compréhension du matériel présenté dans ce manuscrit, et on discutera dans un cadre très simple les phénomènes d'amplification paramétrique et de mélange à quatre ondes, dont on soulignera l'intérêt pour l'optique quantique. L'amplification paramétrique sera considéré plus en détail dans le contexte des microcavités semi-conductrices dans le deuxième chapitre, tandis que le mélange à quatre ondes des polaritons fera l'objet du troisième et du quatrième chapitre.

A Microcavité III-V

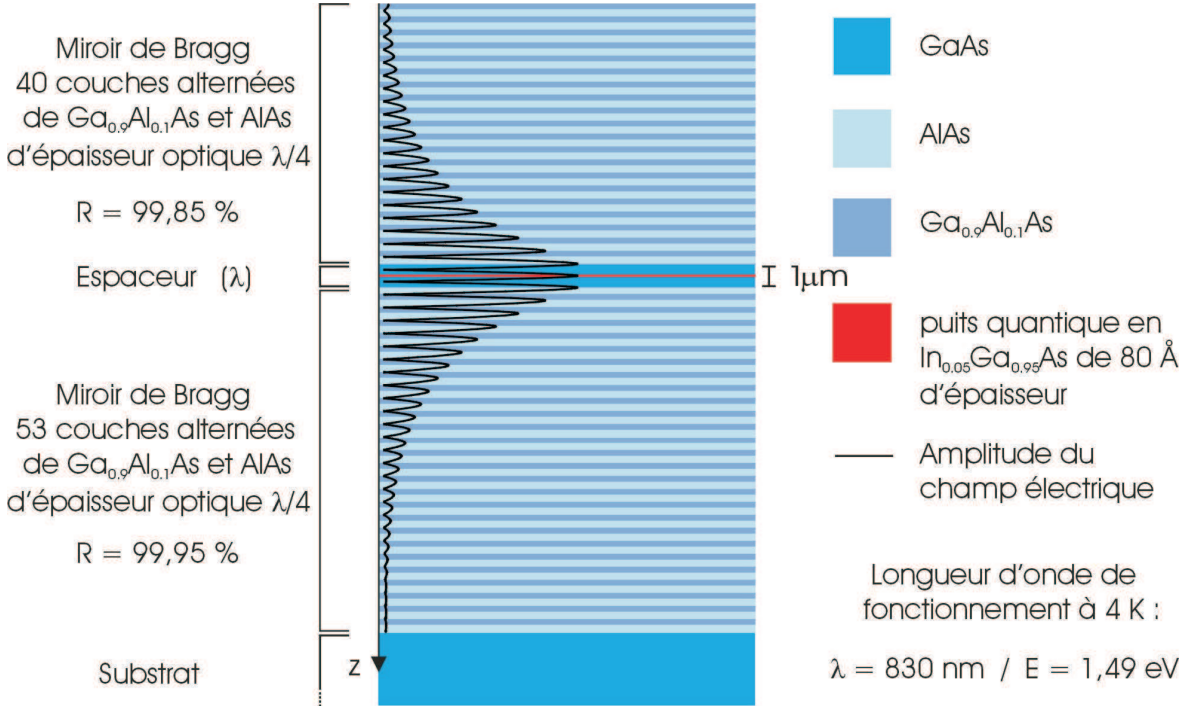


FIG. 1.1 – Section latérale d'une microcavité semi-conductrice typique. Un puits quantique en $\text{In}_{0.05}\text{Ga}_{0.95}\text{As}$ est inséré dans une cavité optique de haute finesse constitué par deux miroirs de Bragg en $\text{AlAs}/\text{Ga}_{0.1}\text{Al}_{0.9}\text{As}$.

La figure 1.1 est un exemple d'une microcavité semi-conductrice. Ces structures sont fabriquées par MBE (*molecular beam epitaxy*) sur des substrats de GaAs [Oesterle 05]. On voit que la plus grande partie de l'épaisseur est due aux *miroirs de Bragg*, qui sont constitués de plusieurs couches alternées $\text{AlAs}/\text{Ga}_{0.1}\text{Al}_{0.9}\text{As}$. La structure multi-couche est nécessaire pour obtenir des forts coefficients de réflexion.

Une couche de GaAs se trouve entre les deux miroirs, et contient un *puits quantique* en $\text{In}_{0.05}\text{Ga}_{0.95}\text{As}$ ayant une épaisseur de 80 Å. Dans la suite, on va examiner les éléments de cette structure.

A.1 Le puits quantique

A.1.1 Excitons dans un semi-conducteur massif

Dans un semi-conducteur massif, il existe une bande d'énergie interdite qui sépare la dernière bande de valence de la bande de conduction (voir figure 1.2). À température nulle, l'état fondamental du cristal est caractérisé par le remplissage complet de la bande de valence, tandis que la bande de conduction est vide. L'absorption d'un photon d'énergie $E > E_{gap}$ entraîne le passage d'un électron de la bande de valence à la bande de conduction. L'absence de l'électron dans la bande de valence peut être décrite comme une particule fictive de charge positive $+e$, le *trou* ; on parle alors de la création d'une *paire électron-trou*. Ce processus se manifeste sous forme d'un continuum dans le spectre d'absorption du matériel, pour des énergies d'excitation supérieures à la différence d'énergie entre les bandes E_{gap} .

Cependant, dans le spectre d'absorption d'un semi-conducteur, on constate aussi la présence de pics d'absorption étroits, pour des énergies $E < E_{gap}$ (voir figure 1.3). Ces résonances discrètes sont la signature d'*états liés* de l'électron et du trou, appelés *excitons*. L'énergie de liaison d'un exciton est donnée par $E_{gap} - E$. Dans le cas du GaAs, l'énergie de liaison de l'exciton est de quelques meV. Étant donné qu'à température ambiante $k_B T \simeq 25$ meV, dans ce matériau les excitons ne sont observables que pour des températures cryogéniques.

Dans le cas des semi-conducteurs, les excitons ont un rayon de Bohr effectif $a_B (\simeq$

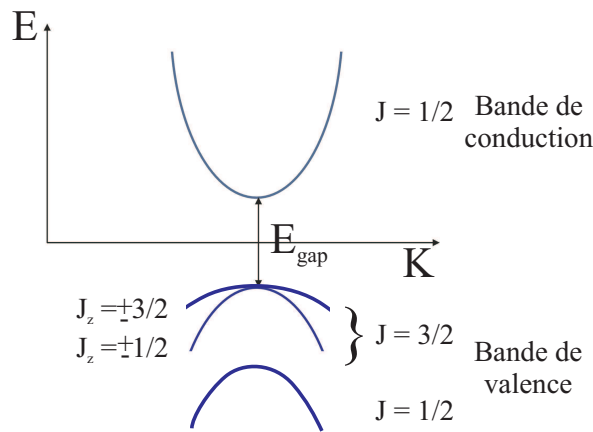


FIG. 1.2 – Représentation schématique des bandes d'énergie d'un semiconducteur massif à bande interdite directe.

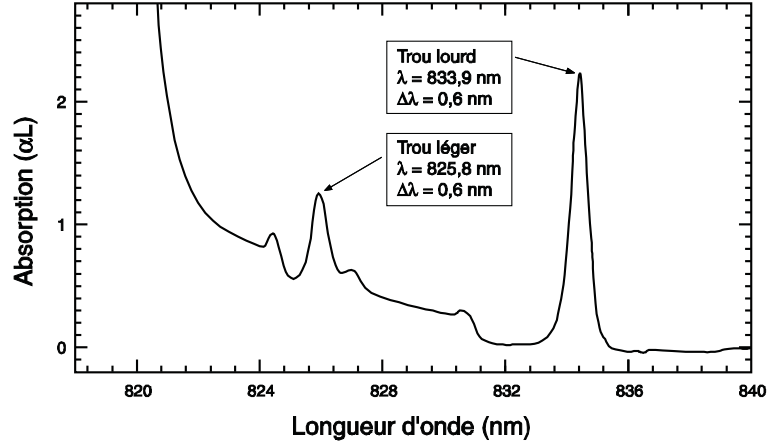


FIG. 1.3 – Spectre d'absorption d'un puits quantique en InGaAs à une température de 4 K.

100 Å) beaucoup plus grande que la maille du cristal ($\simeq 5$ Å), ce qui correspond au fait que l'énergie de liaison est faible. On parle dans ce cas d'excitons de Wannier-Mott. En revanche dans les cristaux moléculaires on trouve des excitons fortement liés (excitons de Frenkel). Les excitons dans un semi-conducteur peuvent être décrits par l'équation suivante (équation de Wannier [Wannier 37]) :

$$H_{exc}\Phi(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}_h) = E\Phi(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}_h) \quad (1.1)$$

où $\mathbf{x}_e$ et $\mathbf{x}_h$ sont les coordonnées de l'électron et du trou respectivement, et $\Phi(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}_h)$ est la fonction d'onde de l'exciton. Le hamiltonien H_{exc} est :

$$H_{exc} = -\frac{\hbar^2}{2m_e}\nabla_e^2 - \frac{\hbar^2}{2m_h}\nabla_h^2 + E_{gap} - \frac{e^2}{\varepsilon|\mathbf{x}_e - \mathbf{x}_h|} \quad (1.2)$$

En introduisant la coordonnée relative $\mathbf{r} = \mathbf{x}_e - \mathbf{x}_h$ et la coordonnée du centre de masse $\mathbf{R} = (m_e\mathbf{x}_e + m_h\mathbf{x}_h)/(m_e + m_h)$, on peut séparer le mouvement du centre de masse et le mouvement relatif en posant :

$$\Phi(\mathbf{x}_e, \mathbf{x}_h) = \varphi_n(\mathbf{r}) \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\mathbf{K}\cdot\mathbf{R}} \quad (1.3)$$

où $\hbar\mathbf{K}$ est l'impulsion du centre de masse. Il en résulte une équation similaire à celle de l'atome d'hydrogène pour le mouvement relatif :

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla_r^2 - \frac{e^2}{\varepsilon r} + E_{b,n}\right)\varphi_n(\mathbf{r}) = 0 \quad (1.4)$$

avec $\mu = m_e m_h / (m_e + m_h)$ la masse réduite. L'énergie totale de l'exciton est donnée par l'expression :

$$E(K, n) = E_{gap} - E_{b,n} + \frac{\hbar^2 K^2}{2M} \quad (1.5)$$

où $M = m_e + m_h$. L'énergie de liaison $E_{b,n}$ est donnée par :

$$E_{b,n} = -\frac{R_y^*}{n^2} \quad n = 1, 2, \dots \quad (1.6)$$

où

$$R_y^* = \frac{\mu}{m_0} \frac{\epsilon_0^2}{\epsilon^2} R_y \quad (1.7)$$

est une constante de Rydberg effective, plus petite que la constante de Rydberg de l'atome d'hydrogène à cause de l'effet d'écrantage de la force de Coulomb (exprimé par le rapport entre la constante diélectrique du vide et celle du milieu) et de la masse réduite μ . Par conséquence, le rayon de Bohr effectif de l'exciton est de l'ordre de 100 Å, ce qui constitue un dipole électrique bien plus important que pour l'atome d'hydrogène.

Par ailleurs, bien que l'analogie avec l'atome d'hydrogène soit souvent utilisée pour discuter les propriétés des excitons, il est important de rappeler deux différences essentielles entre ces systèmes. D'une part, l'état fondamental de l'exciton correspond à la recombinaison de l'électron et du trou et donc à l'annihilation du système, ce qui le rapproche davantage au positronium qu'à l'hydrogène. D'autre part, l'exciton est une excitation collective de tous les électrons de la bande de valence, idéalement délocalisée sur toute la longueur du cristal.

En ce qui concerne les propriétés de *spin*, pour les excitons formés par un électron, de moment angulaire total $J_e = 1/2$, et par un trou de la sous-bande des *trous lourds* (*heavy hole band*), de moment angulaire total $J_{hh} = 3/2$, deux états sont possibles, ayant respectivement $J_{exc} = 2$ et $J_{exc} = 1$. Les états $J_{exc} = 2$ ne sont pas couplés à la lumière par couplage dipolaire, parce que l'état fondamental du cristal est un état $J = 0$. Pour cette raison, ces derniers sont appelés *états noirs*. Les excitons optiquement actifs mis en jeu dans nos expériences ont donc un moment cinétique $J_{exc} = 1$.

A.1.2 Excitons dans un puits quantique

Un puits quantique est une hétérostructure qui permet de confiner le mouvement des porteurs à deux dimensions.

Dans la figure 1.4, on représente schématiquement la structure d'un puits quantique. Un tel dispositif est réalisé par empilement de couches planes semi-conductrices

constituées de matériaux différents. Une couche d'épaisseur typique d'environ $100 \text{ \AA}$ est insérée entre deux couches ayant un *band gap* plus grand. Dans notre échantillon, il s'agit d'une couche de $\text{In}_{0.04}\text{Ga}_{0.96}\text{As}$ d'épaisseur de $80 \text{ \AA}$, entre deux couches de GaAs . Comme résultat, le mouvement des excitons est confiné selon l'axe de croissance de la microcavité (indiqué comme axe z dans la suite), mais il est libre dans le plan du puits. Le confinement entraîne une augmentation de l'interaction coulombienne entre l'électron et le trou, donc de l'énergie de liaison de l'exciton.

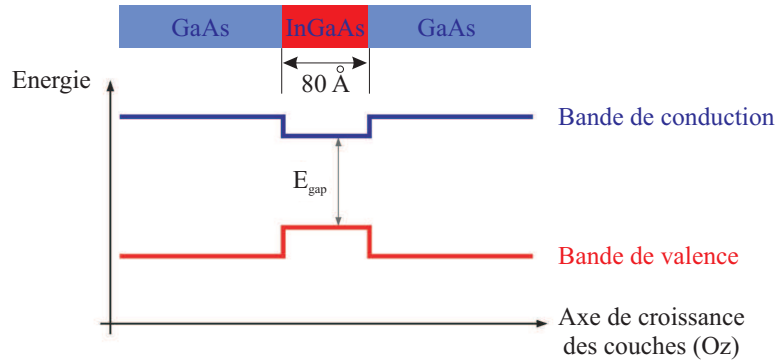


FIG. 1.4 – Représentation schématique de la structure de bandes d'énergie dans un puits quantique.

Une conséquence fondamentale de l'insertion de l'exciton dans un puits quantique est la modification de son couplage avec la lumière. En effet, dans un semi-conducteur massif un exciton optiquement actif ayant un vecteur d'onde $\mathbf{K}$ et une valeur de la projection du spin total $J_z = \pm 1$ dans la direction de $\mathbf{K}$ est couplé à un seul mode du champ de radiation $|\mathbf{K}, \sigma_{\pm}\rangle$, à cause de la conservation de l'impulsion et du moment cinétique dans le processus d'interaction. Comme l'énergie doit aussi être conservée dans le processus d'interaction, seuls les excitons dont l'énergie est égale à celle du mode du champ peuvent relaxer de façon radiative. Cependant, le couplage exciton-photon entraîne une levée de dégénérescence entre les énergies de l'exciton et du photon. Il en résulte que le mode couplé exciton-photon, le *polariton*, est un état stationnaire dans un semi-conducteur massif. Ces polaritons ne peuvent émettre un photon qu'à travers le couplage aux phonons, aux défauts ou aux interfaces du cristal.

La situation est complètement différente pour les excitons dans un puits quantique. Dans ce cas, l'invariance translationnelle selon l'axe z est brisée, et elle ne demeure valable que dans le plan du puits. En conséquence, un exciton qui a une impulsion $K_{\parallel}$ peut se recombiner en émettant un photon qui a la même impulsion transverse $K_{\parallel}$,

mais dont la composante longitudinale de l'impulsion K_z est libre. L'exciton est donc couplé à un continuum de modes et acquiert un temps de vie radiative, calculable avec la règle d'or de Fermi [Andreani 91]. Pour les excitons dans un puits quantique de GaAs de 10 nm d'épaisseur, le temps de vie radiative est d'environ 10 ps [Deveaud 91].

Dans le couplage dipolaire de l'exciton avec le champ électromagnétique, une autre quantité est conservée, le moment cinétique. Quand on excite un puits quantique avec un faisceau laser à l'incidence normale ($K_{\parallel} = 0$), une polarisation circulaire gauche ou droite ($J_z = \pm 1$) crée un exciton dans un état de spin $J_z = \pm 1$. Ceci n'est plus strictement vrai lorsque le faisceau n'est pas à l'incidence normale, parce que dans ce dernier cas la direction de propagation du photon ne coïncide pas avec l'axe de symétrie de révolution du puits. Dans ce cas, une onde lumineuse de polarisation circulaire excite une superposition des états $J_z = +1$ et $J_z = -1$, calculée dans l'annexe de la référence [Cassabois 99].

A.2 La cavité optique

A.2.1 Miroirs de Bragg

Nous en venons maintenant à la description du deuxième constituant essentiel d'une microcavité, c'est-à-dire la cavité optique.

La cavité optique est constituée de miroirs de Bragg (figure 1.1), réalisés par empilement de plusieurs couches diélectriques de deux matériaux d'indice de réfraction différent, n_h et n_b . Les couches ont une épaisseur $\lambda_0/4$, où λ_0 est la longueur d'onde dans le matériau pour laquelle on désire maximiser la réflectivité. Le principe de fonctionnement de ces miroirs est très simple : à la longueur d'onde considérée, les réflexions de Fresnel aux interfaces s'additionnent en phase, et le coefficient de transmission du miroir décroît très rapidement avec le nombre de paires de couches. Le coefficient de réflexion d'un miroir de Bragg peut se calculer avec la méthode des "matrices de transfert" [Savona 98]. Pour les deux miroirs d'une microcavité, on obtient les expressions suivantes (valables à la longueur d'onde de résonance, dans la limite $N_j \gg 1$) :

$$\|r_1\|^2 = 1 - 4 \frac{1}{n_c} \left(\frac{n_b}{n_h} \right)^{2N_1} \quad (1.8)$$

$$\|r_2\|^2 = 1 - 4 \frac{n_b}{n_c} \frac{n_b}{n_{sub}} \left(\frac{n_b}{n_h} \right)^{2N_2} \quad (1.9)$$

où r_1, r_2 sont les coefficients de réflexion (en amplitude) des deux miroirs, N_1, N_2 les nombres de paires de couches des deux miroirs, et n_c et n_{sub} sont les indices de

réfraction de la cavité et du substrat respectivement. Le miroir 1 est en contact avec l'air d'un coté et avec la cavité de l'autre, tandis que le miroir 2 est en contact avec la cavité et le substrat (voir figure 1.1).

Dans les expressions 1.8, 1.9, on voit que l'on peut choisir une réflectivité arbitraire en variant N_1 et N_2 . Les miroirs de Bragg ont d'autres avantages par rapport aux miroirs métalliques : leurs pertes par absorption sont faibles, ils peuvent être facilement réalisés par croissance épitaxiale sur des substrats de semiconducteur, et ils peuvent être diélectriques ou conducteurs selon le dopage du matériau.

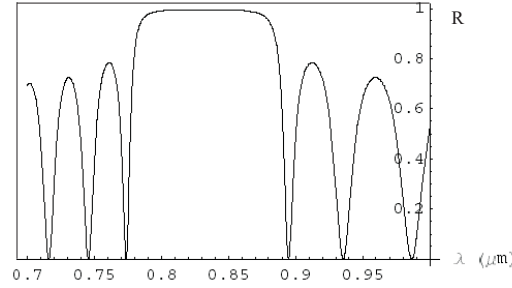


FIG. 1.5 – Réflectivité en fonction de la longueur d'onde d'un miroir de Bragg composé de 20 paires de $Ga_{0.9}Al_{0.1}As/AlAs$.

Dans la figure 1.5, la réflectivité d'un miroir de Bragg est reportée en fonction de la longueur d'onde. On remarque que la réflectivité est très proche de 1 sur une plage de longueur d'onde d'environ 100 nm, appelée couramment *stop-band*. La largeur $\Delta\lambda$ de la stop-band est donné de façon approchée par la formule [Yamamoto 00a] :

$$\Delta\lambda = \frac{2\lambda_{Bragg}\Delta n}{\pi n_{eff}} \quad (1.10)$$

où $\lambda_{Bragg} = 2(l_h n_h + l_b n_b)$, avec l_i l'épaisseur optique d'une couche, $\Delta n = n_h - n_b$, et n_{eff} l'indice de réfraction efficace du miroir. Pour une petite différence d'indice, $n_{eff} = (n_h + n_b)/2$. Pour les échantillons étudiés dans ce travail, $n_h(Ga_{0.9}Al_{0.1}As) = 3.48$, $n_b(AlAs) = 2.95$, $n_c(GaAs) = 3.54$. Au delà de la stop-band, on remarque des fortes oscillations de la réflectivité. Ceci est dû au fait que le miroir de Bragg est une structure résonnante. Lorsque l'on s'éloigne de la longueur d'onde optimale, les réflexions de Fresnel ne sont plus en phase et la réflectivité totale diminue.

Deux miroirs de Bragg parallèles séparés d'une distance $L = p\lambda_0/2$ constituent une cavité Fabry-Perot, dont la réflectivité est présentée en figure 1.6. On observe la

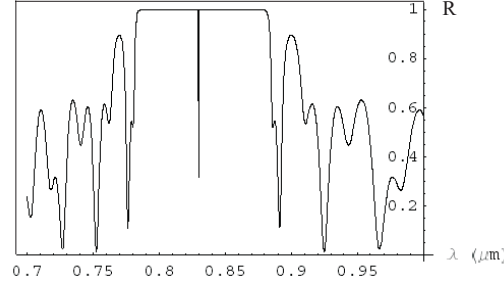


FIG. 1.6 – Réflectivité en fonction de la longueur d'onde d'une microcavité vide.

présence d'un creux étroit au centre de la stop-band, qui correspond à la résonance à la longueur d'onde λ_0 , ainsi que, à nouveau, des oscillations au delà de la stop-band.

De la même façon, la réflectivité présente des oscillations en fonction de l'angle d'incidence de la lumière, c'est-à-dire du vecteur d'onde transverse $k_{\parallel}$.

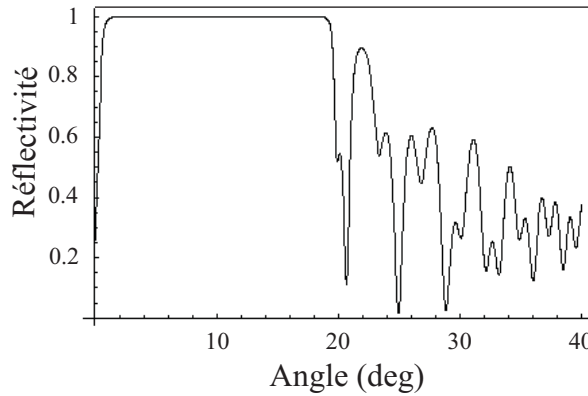


FIG. 1.7 – Réflectivité en fonction de l'angle de propagation à l'intérieur d'une microcavité vide.

Les minima de ces oscillations peuvent être interprétés comme de modes secondaires qui apparaissent pour des angles de propagation intracavité importants. Ces modes ont une largeur beaucoup plus grande que le mode principal, ce qui traduit le fait que le champ confiné dans ces modes s'échappe rapidement à l'extérieur de la cavité. C'est pour cela qu'on parle de *modes de fuite*. Les modes de fuite constituent un canal de pertes relativement important dans les microcavités. L'angle $\theta_{f_{int}}$ à l'intérieur de la cavité auquel le premier mode fuite apparaît est donné par l'expression suivante :

$$\theta_{f_{int}} = \arccos \left[1 + \frac{2 \arcsin \left(\frac{n_h - n_b}{n_h + n_b} \right)}{\pi} \right]^{-1} \quad (1.11)$$

Pour notre échantillon, on trouve $\theta_{f_{int}} \simeq 18^\circ$. Cet angle est légèrement supérieur à l'angle de réflexion totale à l'intérieur de la cavité, c'est pour cela que les modes de fuite dans notre cas peuvent "fuir" seulement du côté du substrat.

Dans une microcavité plane idéale (réflectivité des miroirs égale à 1) le mode résonnant est une onde plane qui se propage perpendiculairement au plan de la cavité. Dans une cavité réelle, où les miroirs sont caractérisés par des réflectivités (en intensité) R_1 et R_2 , la dissipation du champ intracavité à l'extérieur conduit à un mode de cavité ayant une dispersion angulaire $\Delta\theta$ finie, donnée par [Yamamoto 00a] :

$$\Delta\theta = \sqrt{\frac{2\lambda[1 - (R_1 R_2)^{1/2}]}{\pi L (R_1 R_2)^{1/4}}} \quad (1.12)$$

Cela correspond à un rayon efficace r_m du mode de cavité :

$$r_m = \sqrt{\frac{\lambda L (R_1 R_2)^{1/4}}{\pi [1 - (R_1 R_2)^{1/2}]}} \quad (1.13)$$

A.2.2 Relation de dispersion pour la cavité

Le module du vecteur d'onde d'un photon se propageant dans la cavité à l'incidence normale est donné par $\|\mathbf{k}\| = k_z = 2\pi n_c / \lambda_0$. Lorsque le photon se propage à l'intérieur de la cavité avec un angle θ' par rapport à la normale, on a en revanche :

$$\|\mathbf{k}\| = \sqrt{k_{\parallel}^2 + k_z^2} = \sqrt{(k_z \tan \theta')^2 + k_z^2} \quad (1.14)$$

L'angle de propagation à l'intérieur de la cavité θ' est connecté à l'angle de propagation à l'extérieur θ par la loi de la réfraction $\sin \theta = n_c \sin \theta'$. On peut donc définir une relation de dispersion pour les photons se propageant dans la cavité :

$$E(k_{\parallel}) = \sqrt{E_0^2 + \hbar^2 k_{\parallel}^2 c^2 / n_c^2} \quad (1.15)$$

où $E_0 = hc / \lambda_0$ est l'énergie de résonance de la cavité à l'incidence normale. Cette relation permet aussi de définir une masse effective m_{phot} du photon confiné dans la cavité :

$$\frac{1}{m_{phot}} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{d^2 E(k_{\parallel})}{dk_{\parallel}^2}(0) \quad (1.16)$$

On trouve :

$$m_{phot} = \frac{n_c \hbar}{\lambda_0 c} \quad (1.17)$$

qui correspond à une masse 10^{-5} fois plus faible que la masse de l'électron, où encore 10^{-4} fois plus faible que celle de l'exciton. C'est pour cela qu'on pourra souvent négliger la dispersion de l'exciton par rapport à celle du photon.

A.3 Le régime de couplage fort - Les polaritons de cavité

A.3.1 Puits quantique dans une cavité optique

Nous avons déjà discuté l'effet du puits quantique sur le couplage de l'exciton au champ électromagnétique. L'insertion du puits dans une cavité optique modifie encore ce couplage. En effet, le processus d'émission spontanée d'un photon d'énergie $\hbar\omega_0$ dans le vide par un atome excité (ou un exciton) est interprété en physique quantique comme l'amortissement du système par le réservoir constitué par les modes du champ, qui forment un bain continu d'oscillateurs harmoniques. L'énergie du système est dissipée de façon irréversible dans le réservoir. Le processus de dissipation dépend de la structure du réservoir. Notamment, la règle d'or de Fermi permet de calculer le taux d'émission spontanée Γ [Yamamoto 00a] :

$$\Gamma = 2\pi\Omega_{ef}^2 \frac{\rho_0(\omega_0)}{3} \quad (1.18)$$

Dans l'éq.(1.18), $\Omega_{ef} = \frac{D_{ef}E_{vide}(\omega_0)}{\hbar}$ est la *fréquence de Rabi du vide*, qui dépend de l'élément de matrice du dipole électrique entre les états initial et final du système et du champ efficace $E_{vide} = \sqrt{\frac{\hbar\omega_0}{2\epsilon_0 V}}$ d'un mode vide de fréquence ω_0 , où V est le volume de quantifications, et $\rho_0(\omega_0)$ est la *densité des modes* du champ électromagnétique, c'est à dire le nombre de modes disponibles par unité de fréquence. La densité des modes peut être modifiée avec une cavité, en modifiant ainsi les propriétés d'émission du système.

Dans le cas du puits quantique en cavité, la longueur de la cavité est choisie égale à la longueur d'onde du photon émis lorsque l'exciton se recombine. Les modes longitudinaux suivants de la cavité sont complètement hors résonance et ne jouent aucun rôle. Ainsi, le continuum de modes avec lesquels l'exciton interagit dans le cas d'un puits "nu" est remplacé par un mode unique. Le couplage entre l'exciton et le mode de cavité est exprimé par l'énergie Ω_R , qui est proportionnelle à l'intégrale de recouvrement de la fonction d'onde de l'exciton et du mode de cavité, et à la force d'oscillateur par unité de surface [Savona 99].

En réalité, la cavité n'est pas idéale et le mode de cavité est amorti par le couplage au réservoir de modes extracavité, acquérant ainsi une largeur γ_c . L'exciton a aussi une largeur γ_{exc} due au couplage à différents réservoirs (phonons, excitons). Lorsque $\Omega_R \ll \gamma_c, \gamma_{exc}$ le système est en régime de couplage faible. Dans ce régime, l'émission spontanée peut être inhibée où accélérée, et la distribution angulaire de l'émission peut être modifiée [Björk 95]. Néanmoins, l'émission spontanée demeure irréversible. Dans le cas opposé $\Omega_R \gg \gamma_c, \gamma_{exc}$, le photon émis par l'exciton reste dans la cavité pendant un temps suffisamment long pour être réabsorbé. Il y a un échange cohérent d'énergie

entre l'exciton et le mode de cavité, et l'émission spontanée devient réversible, donnant naissance au phénomène des *oscillations de Rabi*.

A.3.2 Hamiltonien linéaire

Pour une faible densité d'excitons ($n_{exc}a_{exc}^2 \ll 1$, où n_{exc} est la densité d'excitons par unité de surface et a_{exc} est le rayon de Bohr bidimensionnel de l'exciton) le système couplé des excitons et des photons peut être décrit par le hamiltonien linéaire suivant :

$$H_{lin} = \sum_{\mathbf{k}} H_{\mathbf{k}} = \sum_{\mathbf{k}} E_{cav}(\mathbf{k}) a_{\mathbf{k}}^{\dagger} a_{\mathbf{k}} + E_{exc}(\mathbf{k}) b_{\mathbf{k}}^{\dagger} b_{\mathbf{k}} + \frac{\Omega_R}{2} (a_{\mathbf{k}}^{\dagger} b_{\mathbf{k}} + b_{\mathbf{k}}^{\dagger} a_{\mathbf{k}}) \quad (1.19)$$

Dans l'éq. 1.19, $a_{\mathbf{k}}, a_{\mathbf{k}}^{\dagger}$ ($b_{\mathbf{k}}, b_{\mathbf{k}}^{\dagger}$) sont les opérateurs de création et annihilation d'un photon (exciton) de vecteur d'onde $\mathbf{k}$. La somme est effectuée sur les vecteurs transverses $k_{\parallel}$, la composante k_z du vecteur d'onde étant fixé par la cavité. Dans toute la suite du manuscrit, on adoptera la même convention $k_{\parallel} = \mathbf{k}$. Le hamiltonien 1.19 décrit un système constitué d'un continuum d'oscillateurs harmoniques $a_{\mathbf{k}}, b_{\mathbf{k}}$. Chaque oscillateur $a_{\mathbf{k}}$ n'interagit qu'avec l'oscillateur $b_{\mathbf{k}}$ de même $\mathbf{k}$, mais est découplé de tous les autres modes. Ce hamiltonien extrêmement simple peut être dérivé du hamiltonien fermionique décrivant le système des électrons et des trous interagissant entre eux et avec le champ électromagnétique, en ayant recours à plusieurs approches théoriques. Ce point est discuté en détail dans les références [Ciuti 03, Tassone 99, Karr 01], qui présentent aussi une bibliographie très complète sur la question. Je me limiterai à rappeler rapidement le principe de cette démarche. Le traitement du problème de l'interaction des électrons et des trous est considérablement simplifié en faisant l'hypothèse que seuls les excitons sont présents dans le système. Dans ce cas, il est avantageux d'appliquer la *transformation d'Usui* [Usui 60], qui permet de passer de l'espace fermionique à un espace bosonique. On obtient un hamiltonien bosonique, constitué d'une somme infinie de termes, qui peut être interprété comme un développement en série en densité d'excitons. Si on ne considère aucune interaction entre les excitons, on obtient l'équation 1.19. En gardant le terme d'ordre 2 en densité d'excitons, on décrit l'interaction à deux corps des excitons, qui est à l'origine des effets non linéaires étudiés dans ce mémoire.

A.3.3 Les polaritons de cavité

Le hamiltonien 1.19 peut être diagonalisé comme suit :

$$H_{lin} = \sum_{\mathbf{k}} E_{-}(\mathbf{k}) p_{\mathbf{k}}^{\dagger} p_{\mathbf{k}} + E_{+}(\mathbf{k}) q_{\mathbf{k}}^{\dagger} q_{\mathbf{k}} \quad (1.20)$$

en introduisant les opérateurs $p_{\mathbf{k}}, q_{\mathbf{k}}$:

$$p_{\mathbf{k}} = -C_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{k}} + X_{\mathbf{k}} b_{\mathbf{k}} \quad (1.21)$$

$$q_{\mathbf{k}} = X_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{k}} + C_{\mathbf{k}} b_{\mathbf{k}} \quad (1.22)$$

Les excitations élémentaires des modes propres $p_{\mathbf{k}}, q_{\mathbf{k}}$ sont appelées *polaritons de cavité* [Kavokin 03]. Les modes propres étant une combinaison linéaire des opérateurs excitoniques et photoniques, les polaritons décrivent des *excitons habillés par la lumière*, de façon tout à fait analogue à l'atome habillé. C'est pour cette raison que dans la littérature il est souvent fait référence aux polaritons comme à des *quasi-particules mixtes matière-rayonnement* [Yamamoto 00b].

Les coefficients $C_{\mathbf{k}}, X_{\mathbf{k}}$ (*coefficients de Hopfield*) sont des nombres réels positifs définis par :

$$C_{\mathbf{k}}^2 = \frac{\Omega_R^2}{2\sqrt{\delta_{\mathbf{k}}^2 + \Omega_R^2} (\delta_{\mathbf{k}} + \sqrt{\delta_{\mathbf{k}}^2 + \Omega_R^2})} \quad (1.23)$$

$$X_{\mathbf{k}}^2 = \frac{\delta_{\mathbf{k}} + \sqrt{\delta_{\mathbf{k}}^2 + \Omega_R^2}}{2\sqrt{\delta_{\mathbf{k}}^2 + \Omega_R^2}} \quad (1.24)$$

où $\delta_{\mathbf{k}} = E_{cav}(\mathbf{k}) - E_{exc}(\mathbf{k})$ est le désaccord cavité - exciton. On vérifie aisément que $C_{\mathbf{k}}^2 + X_{\mathbf{k}}^2 = 1$. $C_{\mathbf{k}}^2$ et $X_{\mathbf{k}}^2$ représentent respectivement la fraction photonique et excitonique d'un mode polariton donné. Quand le désaccord $\delta_{\mathbf{k}} = 0$ on a $C_{\mathbf{k}}^2 = X_{\mathbf{k}}^2 = 1/2$. Les énergies propres du hamiltonien 1.20 sont :

$$E_{-}(\mathbf{k}) = \frac{1}{2} (E_{cav}(\mathbf{k}) + E_{exc}(\mathbf{k}) - \sqrt{\delta_{\mathbf{k}}^2 + \Omega_R^2}) \quad (1.25)$$

$$E_{+}(\mathbf{k}) = \frac{1}{2} (E_{cav}(\mathbf{k}) + E_{exc}(\mathbf{k}) + \sqrt{\delta_{\mathbf{k}}^2 + \Omega_R^2}) \quad (1.26)$$

À dégénérescence entre les énergies de la cavité et de l'exciton non couplés ($\delta_{\mathbf{k}} = 0$), $E_{+}(\mathbf{k}) - E_{-}(\mathbf{k}) = \Omega_R$. Les énergies des modes propres du système sont distantes d'une quantité égale à deux fois l'énergie de couplage entre les oscillateurs. La quantité Ω_R est appelée *Rabi splitting*.

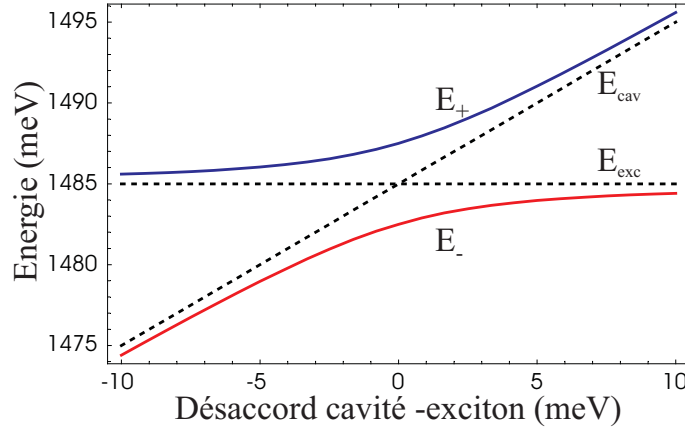


FIG. 1.8 – Énergies de la branche haute et de la branche basse de polaritons en fonction du désaccord $\delta_{\mathbf{k}} = E_{cav}(\mathbf{k}) - E_{exc}(\mathbf{k})$.

A.3.4 Influence de la dissipation

Le hamiltonien 1.19 ne considère pas le couplage de chaque oscillateur avec son réservoir, responsable de la dissipation de l'énergie du système dans l'environnement. Une façon simple de tenir compte des phénomènes de relaxation est d'introduire des énergies complexes $E_{cav}(\mathbf{k}) - i\gamma_{cav}(\mathbf{k})$, $E_{exc}(\mathbf{k}) - i\gamma_{exc}(\mathbf{k})$. On obtient alors les énergies propres (complexes) suivantes pour les polaritons :

$$E_{\pm}(\mathbf{k}) = \frac{E_{cav}(\mathbf{k}) + E_{exc}(\mathbf{k})}{2} - i\frac{\gamma_{cav}(\mathbf{k}) + \gamma_{exc}(\mathbf{k})}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{[\delta_{\mathbf{k}} - i(\gamma_{cav}(\mathbf{k}) - \gamma_{exc}(\mathbf{k}))]^2 + \Omega_R^2} \quad (1.27)$$

La partie réelle de cette expression donne l'énergie des polaritons, tandis que la partie imaginaire correspond à leur taux de relaxation. À désaccord nul on obtient :

$$E_{\pm}(\mathbf{k}) = \frac{E_{cav}(\mathbf{k}) + E_{exc}(\mathbf{k})}{2} - i\frac{\gamma_{cav}(\mathbf{k}) + \gamma_{exc}(\mathbf{k})}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\Omega_R^2 - (\gamma_{cav}(\mathbf{k}) - \gamma_{exc}(\mathbf{k}))^2} \quad (1.28)$$

Dans l'équation 1.28, on voit que les énergies des polaritons diffèrent si $\Omega_R > |\gamma_{cav}(\mathbf{k}) - \gamma_{exc}(\mathbf{k})|$. Cette condition définit le régime de couplage fort. L'effet de la relaxation est de réduire l'écart entre les énergies propres, écart qui correspond à :

$$\Omega'_R = \sqrt{\Omega_R^2 - (\gamma_{cav}(\mathbf{k}) - \gamma_{exc}(\mathbf{k}))^2} \quad (1.29)$$

L'équation 1.27 permet aussi d'obtenir les taux de relaxation des modes polaritons en fonction de $\gamma_{cav}(\mathbf{k})$ et $\gamma_{exc}(\mathbf{k})$:

$$\gamma_{-}(\mathbf{k}) = X_{\mathbf{k}}^2 \gamma_{exc}(\mathbf{k}) + C_{\mathbf{k}}^2 \gamma_{cav}(\mathbf{k}) \quad (1.30)$$

$$\gamma_{+}(\mathbf{k}) = C_{\mathbf{k}}^2 \gamma_{exc}(\mathbf{k}) + X_{\mathbf{k}}^2 \gamma_{cav}(\mathbf{k}) \quad (1.31)$$

Les taux de relaxation sont donc une moyenne pondérée de $\gamma_{cav}(\mathbf{k})$ et $\gamma_{exc}(\mathbf{k})$, les poids étant respectivement la fraction photonique et excitonique des polaritons.

A.3.5 Relation de dispersion pour les polaritons

Les équations 1.25, 1.26 expriment la relation de dispersion des polaritons, c'est à dire la dépendance de leur énergie en fonction de $\mathbf{k}$ dans le plan transverse. Dans la figure 1.9, $E_{\pm}(\mathbf{k})$ sont représentées en fonction du vecteur d'onde. On ne discutera pas la branche haute de polaritons E_{+} , qui ne joue aucun rôle dans tout ce mémoire. En effet, toutes nos expériences sont faites en excitant la branche basse en continu, de façon résonnante. Étant donné l'écart en énergie entre les deux branches (5 meV), nous pouvons négliger complètement la branche haute. Considérons en revanche la forme de la branche basse E_{-} . Quand le vecteur d'onde tend vers zéro, on remarque un fort écart par rapport à la dispersion excitonique. Ceci est une signature du couplage fort. Dans cette région, les excitons sont efficacement "mélangés" aux photons. Comme conséquence, le mode mixte exciton-photon a une masse efficace très faible, et sa dispersion présente une pente importante par rapport à celle de l'exciton. Cela signifie aussi que la densité d'états est faible dans la région où le couplage fort est effectif. Ces deux propriétés ("distorsion" de la relation de dispersion, faible densité d'états) sont à la base des effets surprenants observés dans ce système.

La forme de la dispersion permet de réaliser la condition d'*accord de phase* pour la diffusion paramétrique des polaritons, qui sera discuté en détail dans le chapitre 2. La faible densité d'états a comme conséquence le fait remarquable que les polaritons sont des *bosons fortement dégénérés* pour des densités relativement faibles. Cette dernière propriété est à la base des effets de diffusion stimulée qui conduisent à l'oscillation paramétrique des polaritons, et à la possibilité de la condensation de Bose-Einstein de polaritons [Deng 02, Porras 02, Malpuech 02, Laussy 04, Richard 05, Savona 05a].

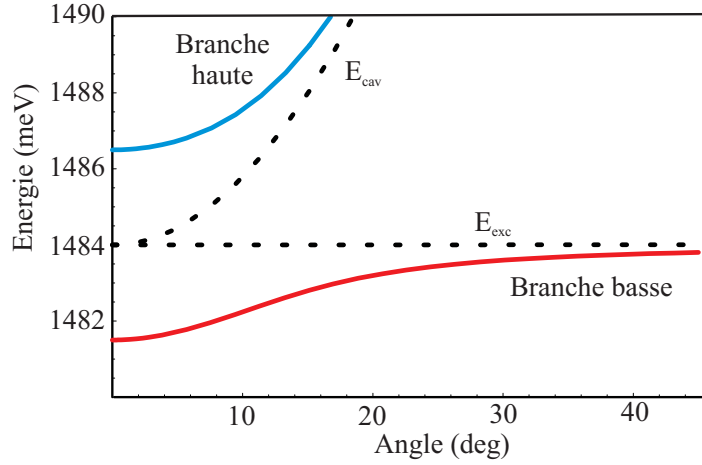


FIG. 1.9 – Relation de dispersion des polaritons.

A.4 Interactions entre polaritons

Dans le cadre du hamiltonien 1.19, toutes les interactions entre les excitons sont négligées. La prise en compte des termes d'ordre 2 en densité excitonique fait apparaître un terme d'interaction effective à deux corps entre les excitons, et un terme de saturation du couplage exciton-photon. L'interaction entre les excitons provient de l'interaction coulombienne entre les électrons et les trous, tandis que la saturation du couplage correspond au phénomène bien connu de la saturation d'une transition optique avec l'intensité d'excitation. Ces termes ont la forme suivante [Rochat 00] :

$$H_{exc-exc} = \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{q}} V_q b_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}^\dagger b_{\mathbf{k}'-\mathbf{q}}^\dagger b_{\mathbf{k}} b_{\mathbf{k}'} \quad (1.32)$$

$$H_{exc-phot}^{sat} = - \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{q}} V_{sat} (a_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}^\dagger b_{\mathbf{k}'-\mathbf{q}}^\dagger b_{\mathbf{k}} b_{\mathbf{k}'} + a_{\mathbf{k}+\mathbf{q}} b_{\mathbf{k}'-\mathbf{q}} b_{\mathbf{k}}^\dagger b_{\mathbf{k}'}^\dagger) \quad (1.33)$$

Dans 1.32, V_q est un potentiel efficace qui est déterminé par le hamiltonien microscopique décrivant l'interaction coulombienne entre les électrons et les trous. Si la condition $qa_{exc} \ll 1$ est vérifiée (a_{exc} étant le rayon de Bohr bidimensionnel de l'exciton), on peut négliger la dépendance en q du potentiel, qui devient simplement :

$$V_q \simeq V_0 = \frac{6e^2 a_{exc}}{\epsilon_0 A} \quad (1.34)$$

où A est l'aire de quantification. Dans 1.33, $V_{sat} = \Omega_R / 2n_{sat}A$, où $n_{sat} = 7/(16\pi a_{exc}^2)$ est la densité de saturation de l'exciton.

A.4.1 Hamiltonien effectif pour la branche basse de polaritons

En inversant les relations 1.21, 1.22, on peut réécrire l'interaction entre les excitons 1.32 et la saturation du couplage exciton-photon 1.33 en termes des opérateurs $p_{\mathbf{k}}, q_{\mathbf{k}}$ des polaritons de branche basse et haute respectivement. À ce stade, on peut introduire une approximation qui permet de simplifier remarquablement le hamiltonien. En effet, dans toutes les expériences que nous avons effectuées la branche basse est excitée de façon résonnante, avec un faisceau laser de pompe dont la largeur spectrale est de l'ordre du MHz. Étant donnée la séparation en énergie entre les deux branches (pour notre échantillon, Ω_R est de 5 meV, ce qui correspond à 1200 GHz), on peut complètement négliger la branche haute $q_{\mathbf{k}}$. Dans cette approximation, l'inversion des équations 1.21, 1.22 donne simplement :

$$b_{\mathbf{k}} = X_{\mathbf{k}} p_{\mathbf{k}} \quad (1.35)$$

$$a_{\mathbf{k}} = -C_{\mathbf{k}} p_{\mathbf{k}} \quad (1.36)$$

Une conséquence importante de l'équation 1.36 est que le champ lumineux contient l'information sur l'amplitude et la phase du champ polaritonique, étant donné que les deux sont liés par une simple constante de proportionnalité. En mesurant le champ lumineux qui sort de la cavité on peut donc remonter aux propriétés du champ des polaritons intracavité¹.

En réécrivant 1.32 et 1.33 en termes des opérateurs polaritoniques et en ne gardant que les termes contenant les opérateurs de branche basse $p_{\mathbf{k}}$, on obtient le hamiltonien effectif suivant :

$$H_{p-p} = \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{q}} V_{\mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{q}}^{PP} p_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}^{\dagger} p_{\mathbf{k}'-\mathbf{q}}^{\dagger} p_{\mathbf{k}} p_{\mathbf{k}'} \quad (1.37)$$

où

$$V_{\mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{q}}^{PP} = [V_0 X_{|\mathbf{k}+\mathbf{q}|} X_{\mathbf{k}'} + 2V_{sat}(C_{|\mathbf{k}+\mathbf{q}|} X_{\mathbf{k}'} + X_{|\mathbf{k}+\mathbf{q}|} C_{\mathbf{k}'})] X_{|\mathbf{k}'-\mathbf{q}|} X_{\mathbf{k}} \quad (1.38)$$

Le terme de saturation peut souvent être négligé, étant plus petit de plus d'un ordre de grandeur par rapport à l'autre terme, sauf dans le cas où le désaccord cavité-exciton est très négatif.

Le hamiltonien non linéaire H_{p-p} décrit une interaction entre quatre modes polaritons, dans laquelle deux polaritons de vecteur d'onde $\mathbf{k}$ et $\mathbf{k}'$ sont annihilés et le couple

¹Il ne faut pas oublier que la relation qui relie le champ à l'extérieur de la cavité à celui à l'intérieur de la cavité n'est pas une simple relation de proportionnalité. Ce point sera discuté dans le chapitre 4.

$\mathbf{k} + \mathbf{q}$ et $\mathbf{k}' - \mathbf{q}$ est créé. Il s'agit donc d'un *mélange à quatre ondes de polaritons*, dont la figure 1.10 donne une illustration. Le hamiltonien qu'on utilisera dans la suite est donc obtenu en rajoutant le hamiltonien d'interaction 1.37 au hamiltonien linéaire de la branche basse :

$$H = H_{lin} + H_{p-p} = \sum_{\mathbf{k}} E_{-}(\mathbf{k}) p_{\mathbf{k}}^{\dagger} p_{\mathbf{k}} + \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{q}} V_{\mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{q}}^{PP} p_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}^{\dagger} p_{\mathbf{k}'-\mathbf{q}}^{\dagger} p_{\mathbf{k}} p_{\mathbf{k}'} \quad (1.39)$$

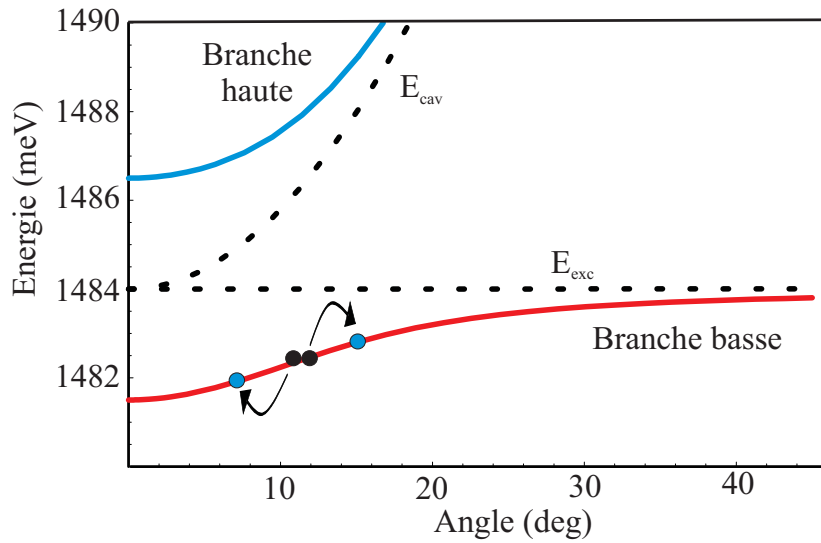


FIG. 1.10 – Représentation du terme d'interaction effective entre polaritons. Les états initiaux sont représentés par des cercles noirs, les états finaux par des cercles bleus.

Il est souvent utile de considérer séparément les termes du hamiltonien 1.37 qui correspondent à la *renormalisation des énergies*.

Rénormalisation des énergies Considérons les termes dans le hamiltonien non-linéaire H_{p-p} 1.37 qui ne font intervenir que deux modes $p_{\mathbf{k}_1}$ et $p_{\mathbf{k}_2}$. Ces termes contiennent le groupe de quatre opérateurs

$$p_{\mathbf{k}_2}^{\dagger} p_{\mathbf{k}_1}^{\dagger} p_{\mathbf{k}_2} p_{\mathbf{k}_1} \quad (1.40)$$

Pour voir l'effet physique de ces termes, écrivons l'évolution de l'opérateur $p_{\mathbf{k}_1}$ sous l'effet des termes de type 1.40, en utilisant la représentation d'Heisenberg

$$i\hbar \frac{d}{dt} p_{\mathbf{k}_1} = [p_{\mathbf{k}_1}, H] \quad (1.41)$$

Le commutateur est proportionnel à

$$p_{\mathbf{k}_2}^\dagger p_{\mathbf{k}_2} p_{\mathbf{k}_1} \quad (1.42)$$

Supposons maintenant que le mode $p_{\mathbf{k}_2}$ soit un mode pompe macroscopiquement peuplé, et remplaçons l'opérateur correspondant par le nombre complexe $\mathcal{P} = \langle p_{\mathbf{k}_2} \rangle$.

L'équation d'évolution pour $p_{\mathbf{k}_1}$ s'écrit alors

$$\frac{d}{dt} p_{\mathbf{k}_1} = -i(\omega_{\mathbf{k}_1} + 2V|\mathcal{P}|^2)p_{\mathbf{k}_1} + \text{autres termes} \quad (1.43)$$

où le terme en $\omega_{\mathbf{k}_1} = E_-(\mathbf{k}_1)/\hbar$ provient de la partie linéaire du hamiltonien. On voit que l'interaction du mode $p_{\mathbf{k}_1}$ avec le mode pompe a pour effet un *déplacement vers le bleu* de l'énergie propre du mode, proportionnel à la densité de polaritons dans le mode pompe.

Si l'on s'intéresse à la dynamique du mode pompe, il faut prendre en compte le fait qu'évidemment la pompe rénormalise aussi sa propre énergie. On peut montrer que dans ce cas la rénormalisation de l'énergie se traduit en un *effet Kerr* [Karr 01]. C'est cet effet qui a permis à notre groupe de démontrer l'existence du phénomène de bistabilité optique et d'observer une réduction du bruit quantique en dessous de la limite quantique standard dans les microcavités [Baas 04a, Karr 04b].

B Bruit quantique du champ électromagnétique

Le but de cette partie est d'introduire les notions sur le bruit quantique indispensables pour la suite. Je rappelle comment les relations d'incertitude d'Heisenberg imposent des fluctuations intrinsèques au champ électromagnétique. Je décris aussi rapidement deux processus bien connus en optique non linéaire et quantique, l'amplification paramétrique et le mélange à quatre ondes, en montrant que ces deux processus permettent de produire des *états comprimés* du champ. Je termine en décrivant les techniques expérimentales qui permettent de mesurer les fluctuations du champ.

B.1 Fluctuations quantiques d'un champ libre monomode

B.1.1 Le champ électrique en mécanique quantique

La quantification canonique du champ électromagnétique est décrite de façon rigoureuse dans la référence [Cohen 87]. Nous allons résumer ici une procédure heuristique, que l'on peut retrouver dans la réf. [Scully 97]. Cette procédure repose sur le fait que le champ peut être décomposé sur une base de fonctions orthonormées, les *modes du champ*, telles que les ondes planes $e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}$. Les coefficients de cette décomposition dépendent en général du temps et jouent le rôle de variables dynamiques. Quand la décomposition est injectée dans les équations de Maxwell, on s'aperçoit que la dynamique de chaque mode est découplée des autres, et que chaque mode obéit à l'équation de l'oscillateur harmonique. Le champ électromagnétique peut donc être assimilé à un ensemble d'oscillateurs harmoniques indépendants. Ceci étant, il est possible de le quantifier en identifiant les variables qui jouent le rôle de coordonnées p et q pour un oscillateur mécanique, et en le remplaçant par des opérateurs satisfaisant la relation de commutation canonique :

$$[\hat{q}, \hat{p}] = i\hbar \quad (1.44)$$

Dans une boîte cubique de volume V , on peut écrire l'opérateur de champ électrique complexe $\widehat{\vec{E}}^{(+)}$ de la façon suivante, en le décomposant sur la base des ondes planes :

$$\widehat{\vec{E}}^{(+)}(\vec{r}) = i \sum_l \vec{\varepsilon}_l \mathcal{E}_l e^{i\vec{k}_l \cdot \vec{r}} \hat{a}_l \quad (1.45)$$

où $\vec{\varepsilon}_l$ est un vecteur de norme unitaire indiquant la polarisation linéaire du champ, et $\mathcal{E}_l = \sqrt{\frac{\hbar\omega_l}{2\epsilon_0 V}}$ correspond au champ électrique d'un photon dans le mode. Le champ

électrique $\widehat{\vec{E}}$ est donné par $\widehat{\vec{E}} = \widehat{\vec{E}}^{(+)} + \widehat{\vec{E}}^{(-)}$, où $\widehat{\vec{E}}^{(-)}$ est l'opérateur hermitique conjugué de $\widehat{\vec{E}}^{(+)}$. Les propriétés quantiques du champ proviennent du commutateur :

$$[\hat{a}_l, \hat{a}_{l'}^\dagger] = \delta_{ll'} \quad (1.46)$$

En représentation d'Heisenberg, l'opérateur champ complexe dépend du temps. Pour un champ libre, on a :

$$\widehat{\vec{E}}^{(+)}(\vec{r}, t) = i \sum_l \vec{\varepsilon}_l \mathcal{E}_l e^{i(\vec{k}_l \cdot \vec{r} - \omega_l t)} \hat{a}_l \quad (1.47)$$

B.1.2 Champ électrique monomode

Si on considère un mode unique en un point donné de l'espace, l'équation 1.47 se réduit à :

$$\hat{E}(t) = \mathcal{E}_0(\hat{a}_\omega e^{-i\omega t} + \hat{a}_\omega^\dagger e^{i\omega t}) = \mathcal{E}_0 \left(\hat{X} \cos \omega t + \hat{Y} \sin \omega t \right) \quad (1.48)$$

Dans la relation précédente, on est revenu à l'analogie avec un oscillateur mécanique en introduisant les opérateurs de *quadrature* du champ

$$\hat{X} = \hat{a}_\omega + \hat{a}_\omega^\dagger, \quad \hat{Y} = i(\hat{a}_\omega^\dagger - \hat{a}_\omega) \quad (1.49)$$

qui jouent le rôle d'opérateurs position et impulsion de l'oscillateur mécanique quantique que l'on peut associer au mode du champ. Les opérateurs de quadrature ne commutent pas

$$[\hat{X}, \hat{Y}] = 2i \quad (1.50)$$

Cela implique que l'on ne peut mesurer avec une précision arbitrairement grande à la fois l'amplitude et la phase d'un faisceau lumineux. Ceci se traduit par une inégalité d'Heisenberg sur le produit des incertitudes des opérateurs de quadrature. L'incertitude, c'est-à-dire la dispersion des résultats de mesure d'un opérateur $\hat{A}$, s'exprime à l'aide de sa variance $\Delta \hat{A}^2 = \langle \hat{A}^2 - \langle \hat{A} \rangle^2 \rangle$. L'inégalité d'Heisenberg découlant de (1.50) s'écrit alors

$$\Delta \hat{X}^2 \Delta \hat{Y}^2 \geq 1 \quad (1.51)$$

Il est possible de donner une représentation graphique de l'état quantique du champ utilisant les quadratures dans le repère de Fresnel (figure 1.11(a)). Classiquement, un

champ de fréquence ω est représenté par un vecteur dans le plan de Fresnel, X et Y étant associés aux parties réelle et imaginaire du champ. Quantiquement, on peut associer au vecteur champ électrique une aire de fluctuations traduisant l'incertitude sur la position de l'extrémité de ce vecteur dans le plan de Fresnel. Les variances représentent alors la taille de ces fluctuations, c'est-à-dire la largeur de la distribution de probabilité de trouver le vecteur représentant le champ en un point donné.

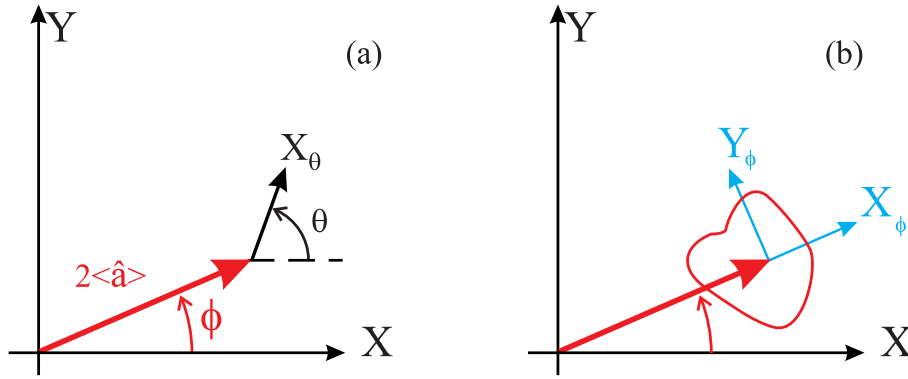


FIG. 1.11 – (a) Représentation classique du champ dans le repère de Fresnel. (b) Fluctuations quantiques de phase et d'intensité.

De manière générale, on définit le couple de quadratures $(\hat{X}_\theta, \hat{Y}_\theta)$ obtenu à partir de $(\hat{X}, \hat{Y})$ par une rotation d'angle θ dans le plan de Fresnel

$$\hat{X}_\theta = \hat{a}_\omega e^{-i\theta} + \hat{a}_\omega^\dagger e^{i\theta} \quad (1.52)$$

$$\hat{Y}_\theta = i(\hat{a}_\omega^\dagger e^{i\theta} - \hat{a}_\omega e^{-i\theta}) \quad (1.53)$$

Ce couple vérifie également la relation de commutation (1.50) et les variances de $\hat{X}_\theta$ et $\hat{Y}_\theta$ satisfont à l'inégalité (1.51). La définition des quadratures est parfaitement arbitraire; elle correspond à un choix de phase dans le repère de Fresnel. Toutefois, parmi tous les couples de quadratures, on définit habituellement les quadratures d'*amplitude* et de *phase* [voir Fig. 1.11(b)] en prenant comme référence la phase du champ moyen $\langle a \rangle = \alpha e^{i\phi}$, de telle sorte que les fluctuations du nombre de photons soient proportionnelles aux fluctuations de la quadrature d'amplitude, et celles de phase aux fluctuations de la quadrature de phase (pour des champs suffisamment intenses, tels que les fluctuations soient petites devant les valeurs moyennes, et puissent être traitées dans une

approximation linéaire)

$$\delta \hat{N} = \delta (\hat{a}_\omega^\dagger \hat{a}_\omega) \simeq |\langle \hat{a}_\omega \rangle| \delta \hat{X}_\phi \quad (1.54)$$

$$\delta \phi \simeq \frac{\delta \hat{Y}_\phi}{2|\langle \hat{a}_\omega \rangle|} \quad (1.55)$$

On a alors l'inégalité usuelle *phase-nombre*

$$\Delta \hat{N} \Delta \phi \geq 1/2 \quad (1.56)$$

B.1.3 État cohérent

L'état fondamental du champ est le vide, c'est-à-dire aucun photon dans le mode. Dans ce cas, il n'y a évidemment aucune possibilité de définir une phase quelconque ; par conséquent toutes les quadratures du vide ont le même statut. Dans l'état vide, les fluctuations sont isotropes dans le repère de Fresnel, et chaque couple de quadratures $(\hat{X}_\theta, \hat{Y}_\theta)$ sature l'inégalité de Heisenberg 1.51. On en déduit que pour le vide,

$$\Delta \hat{X}_\theta^2 = \Delta \hat{Y}_\theta^2 = 1 \quad \forall \theta \quad (1.57)$$

La 1.57 définit une référence naturelle pour le bruit, appelée *bruit quantique standard*. Parmi les états du champ électromagnétique, les *états cohérents* méritent une attention particulière. Les états cohérents $|\alpha\rangle$ sont définis comme les états propres de l'opérateur d'annihilation $\hat{a}$:

$$\hat{a}|\alpha\rangle = \alpha|\alpha\rangle \quad (1.58)$$

Ces états ont les mêmes fluctuations que le vide ; en effet, ils peuvent être obtenu en appliquant l'opérateur de translation $D(\alpha)$ à l'état vide :

$$D(\alpha)|0\rangle = e^{\alpha\hat{a}^\dagger - \alpha^*\hat{a}}|0\rangle \quad (1.59)$$

Graphiquement, l'état cohérent $|\alpha\rangle$ peut être visualisé dans le plan de Fresnel par un vecteur de coordonnées $\alpha = |\alpha|e^{i\varphi}$ auquel sont superposées les fluctuations du vide (fig. 1.12(a)).

Pour chaque quadrature, les fluctuations sont les plus petites autorisées par la mécanique quantique ; elles deviennent négligeables dès que $|\alpha| \gg 1$. Pour cela, on appelle souvent les états cohérents *états quasi classiques*. Du point de vue expérimentale, les états cohérents sont faciles à produire : un laser très au dessus de seuil produit un état cohérent. En outre, n'importe quel état du champ, s'il est fortement atténué (tout en

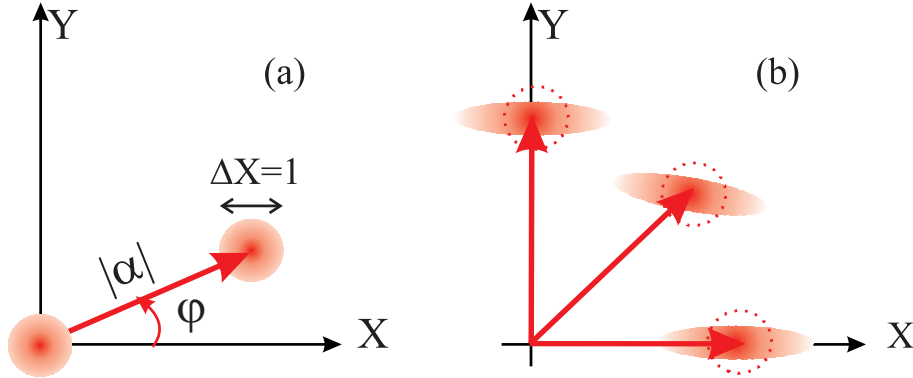


FIG. 1.12 – (a) État cohérent du rayonnement dans le repère de Fresnel. On a représenté également le vide, qui est l'état cohérent d'amplitude nulle. (b) États comprimés pour différentes quadratures.

conservant un grand nombre de photons), se rapproche à un état cohérent. Ceci est dû au fait que, lorsque le champ est atténué (par exemple avec une lame partiellement réfléchissante de transmission $T < 1$), les fluctuations du vide entrant par l'autre porte de la lame viennent s'ajouter aux fluctuations du champ original. Les seuls états qui ne sont pas modifiés par ce phénomène sont évidemment les états cohérents.

Pour un état cohérent, les fluctuations d'intensité ont une statistique poissonnienne :

$$\Delta \hat{N}^2 = \langle \hat{N} \rangle \quad (1.60)$$

où N indique le nombre de photons. Ceci peut être expliqué en supposant que le faisceau est composé de photons dont les instants d'arrivée sur le photodétecteur sont indépendantes et aléatoires, d'où le terme "bruit de grenaille" ("shot noise" en anglais) employé communément pour le bruit quantique standard.

B.1.4 État comprimé

Les *états comprimés* sont des états dont les fluctuations pour une certaine quadrature sont inférieures au bruit quantique standard (fig. 1.12(b)). Pour de tels états, il existe une quadrature θ vérifiant

$$\Delta \hat{X}_\theta^2 < 1 \quad (1.61)$$

Bien entendu, l'inégalité de Heisenberg étant toujours respectée, les fluctuations de la quadrature conjuguée sont supérieures au bruit quantique standard

$$\Delta \hat{Y}_\theta^2 > 1 \quad (1.62)$$

Dans l'ensemble des états comprimés, on peut considérer la classe des états minimaux, où états comprimés idéaux, tels que

$$\Delta \hat{X}_\theta^2 \Delta \hat{Y}_\theta^2 = 1 \quad \forall \theta \quad (1.63)$$

B.2 Fluctuations quantiques d'un champ libre multimode

Le cas idéal d'un champ purement monomode est trop simple pour décrire le champ produit par un laser. On introduit ici la description d'un champ quantique multimode temporel, dont on se servira dans la suite, notamment dans le modèle présentée au chapitre 4.

Comme le champ produit par un laser possède une valeur moyenne non nulle sur une bande étroite de fréquence, mais des fluctuations à toutes les autres fréquences (puisque chaque mode a au moins les fluctuations associées à l'état vide), une description complète de l'état quantique du champ nécessiterait a priori d'englober les modes du champ à toutes les fréquences. En pratique, on se contente de modéliser le champ comme la superposition d'un champ moyen à la fréquence optique ω_L et de fluctuations dont les fréquences sont contenues dans une bande étroite de fréquences autour de ω_L [Fabre 95].

On s'intéresse ici seulement aux aspects temporels du faisceau ; en particulier, on ne prend pas en compte sa structure spatiale et on se limite à considérer une onde d'extension finie sur une section S , dont on néglige les variations d'amplitude dans le plan transverse.

Le champ s'écrit donc en intégrant l'expression 1.48 sur une bande $\Delta\omega$ centrée sur la fréquence ω_L et faible devant cette dernière² :

$$\begin{aligned} \hat{E}(t) &= \int_{\omega_L - \Delta\omega/2}^{\omega_L + \Delta\omega/2} \frac{d\omega}{2\pi} \mathcal{E}_0(\omega) (\hat{a}_\omega e^{-i\omega t} + \hat{a}_\omega^\dagger e^{i\omega t}) \\ &= \int_{\omega_L - \Delta\omega/2}^{\omega_L + \Delta\omega/2} \frac{d\omega}{2\pi} \sqrt{\frac{\hbar\omega}{2\epsilon_0 S c}} (\hat{a}_\omega e^{-i\omega t} + \hat{a}_\omega^\dagger e^{i\omega t}) \end{aligned} \quad (1.64)$$

Comme $\Delta\omega \ll \omega_L$, on peut considérer $\mathcal{E}_0(\omega)$ à peu près constant dans le domaine

²On utilisera les conventions suivantes pour la transformée de Fourier de f et sa transformée inverse

$$f(\omega) = \int dt e^{i\omega t} f(t) \quad \text{et} \quad f(t) = \frac{1}{2\pi} \int d\omega e^{-i\omega t} f(\omega)$$

d'intégration et écrire :

$$\hat{E}(t) \simeq \mathcal{E}_0 \left(\int_{-\Delta\omega/2}^{+\Delta\omega/2} \frac{d\Omega}{2\pi} \hat{a}_{\omega_L+\Omega} e^{-i\Omega t} \right) e^{-i\omega_L t} + c.c. \quad (1.65)$$

avec

$$\mathcal{E}_0 = \sqrt{\frac{\hbar\omega_L}{2\epsilon_0 S c}} \quad ; \quad \Omega = \omega - \omega_L \quad (1.66)$$

La relation (1.65) fait apparaître un opérateur $\hat{A}(t)$, défini par :

$$\hat{A}(t) = \int_{-\Delta\omega/2}^{+\Delta\omega/2} \frac{d\Omega}{2\pi} \hat{a}_{\omega_L+\Omega} e^{-i\Omega t} \quad (1.67)$$

L'opérateur $\hat{A}(t)$ est appelé *opérateur enveloppe* ; dans la description quantique du champ, il joue le rôle de l'enveloppe lentement variable autour de la fréquence optique. Le champ prend alors une forme très similaire à celle d'un champ monomode (1.48)

$$\hat{E}(t) = \mathcal{E}_0 \left(\hat{A}(t) e^{-i\omega_L t} + \hat{A}^\dagger(t) e^{i\omega_L t} \right) \quad (1.68)$$

Avec la convention choisie dans l'équation 1.64 pour $\mathcal{E}_0$, $\langle \hat{A}^\dagger(t) \hat{A}(t) \rangle$ s'interprète comme le flux de photons à travers la section S considérée, et $A(t)$ est homogène à la racine carrée d'une fréquence.

Comme dans le cas du champ monomode, les opérateurs de quadrature se définissent alors à partir de la relation

$$\hat{E}(t) = \mathcal{E}_0 \left(\hat{X}(t) \cos \omega_L t + \hat{Y}(t) \sin \omega_L t \right) \quad (1.69)$$

$$\text{avec} \quad \hat{X}(t) = \hat{A}(t) + \hat{A}^\dagger(t) \quad (1.70)$$

$$\hat{Y}(t) = i(\hat{A}^\dagger(t) - \hat{A}(t)) \quad (1.71)$$

B.2.1 Relations de commutation

Nous avons restreint l'étude à un champ de largeur spectrale $\Delta\omega$, c'est-à-dire un champ dont la fonction d'autocorrélation est non nulle seulement pour des temps inférieurs à $1/\Delta\omega$. Dans la pratique, on considère des fréquences d'analyse petites devant $\Delta\omega$, ce qui autorise à remplacer la fonction d'autocorrélation du champ par une distribution en delta de Dirac. Le commutateur entre les opérateurs enveloppe prend alors la forme :

$$\left[\hat{A}(t), \hat{A}^\dagger(t') \right] = \delta(t - t') \quad (1.72)$$

ou encore, étant données les définitions (1.70-1.71),

$$[\hat{X}(t), \hat{Y}(t')] = 2i \delta(t - t') \quad (1.73)$$

B.2.2 Spectres de bruit et matrices de variances

Considérons une quadrature quelconque $\hat{X}_\theta$

$$\hat{X}_\theta(t) = \hat{A}(t)e^{-i\theta} + \hat{A}^\dagger(t)e^{i\theta} \quad (1.74)$$

La fonction d'autocorrélation de la quadrature $\hat{X}_\theta$ s'écrit :

$$\begin{aligned} \langle \delta \hat{X}_\theta(\Omega) \delta \hat{X}_\theta(\Omega') \rangle &= \langle \delta \hat{A}(\Omega) \delta \hat{A}^\dagger(\Omega') \rangle + \langle \delta \hat{A}^\dagger(\Omega) \delta \hat{A}(\Omega') \rangle \\ &\quad + e^{-2i\theta} \langle \delta \hat{A}(\Omega) \delta \hat{A}(\Omega') \rangle + e^{2i\theta} \langle \delta \hat{A}^\dagger(\Omega) \delta \hat{A}^\dagger(\Omega') \rangle \end{aligned} \quad (1.75)$$

Or, la relation (1.72) implique que

$$[\hat{A}(\Omega), \hat{A}^\dagger(\Omega')] = 2\pi \delta(\Omega + \Omega') \quad (1.76)$$

Les quatre fonctions d'autocorrélation de (1.75) sont donc δ -corrélées en fréquence. Les propriétés de bruit du champ sont complètement caractérisées par la donnée des quatre fonctions de corrélation des opérateurs $\delta \hat{A}(\Omega)$ et $\delta \hat{A}^\dagger(\Omega)$. Celles-ci peuvent être regroupées sous la forme d'une matrice 2×2 , la *matrice de variance* du champ. En dénotant $|\hat{A}(\Omega)\rangle$ le vecteur représentant le champ, et $[\hat{A}(\Omega)|$ son adjoint,

$$|\hat{A}(\Omega)\rangle = \begin{bmatrix} \hat{A}(\Omega) \\ \hat{A}^\dagger(\Omega) \end{bmatrix}, \quad [\hat{A}(\Omega)| = [\hat{A}^\dagger(-\Omega), \hat{A}(-\Omega)| \quad (1.77)$$

la matrice de variance du champ est définie par la relation

$$\langle [\delta \hat{A}(\Omega)] [\delta \hat{A}(\Omega')] | \rangle = 2\pi \delta(\Omega + \Omega') [V(\Omega)] \quad (1.78)$$

Pour une fonction stationnaire f , la fonction d'autocorrélation

$$C(t, t') = \langle f(t) f(t') \rangle - \langle f(t) \rangle \langle f(t') \rangle = \langle \delta f(t) \delta f(t') \rangle \quad (1.79)$$

ne dépend que de la variable $\tau = t - t'$. Dans ce cas, on peut définir le spectre de bruit de f comme la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation

$$S_f(\Omega) = \int d\tau C(\tau) e^{i\Omega\tau} \quad (1.80)$$

la fonction d'autocorrélation en fréquence est reliée au spectre de bruit $S_f(\Omega)$ par la relation suivante (théorème de Wiener-Khinchine) :

$$\langle \delta f(\Omega) \delta f(\Omega') \rangle = 2\pi S_f(\Omega) \delta(\Omega + \Omega') \quad (1.81)$$

Le spectre de bruit d'une quadrature faisant un angle θ dans le repère de Fresnel vaut par conséquent

$$S_{\hat{X}_\theta}(\Omega) = [V(\Omega)]_{1,1} + [V(\Omega)]_{2,2} + 2\text{Re}([V(\Omega)]_{1,2}e^{-2i\theta}) \quad (1.82)$$

Les spectres de bruit des quadratures la moins bruyante et la plus bruyante valent respectivement :

$$S_{\hat{X}_{\theta_{\min}}}(\Omega) = [V(\Omega)]_{1,1} + [V(\Omega)]_{2,2} - 2|[V(\Omega)]_{1,2}| \quad (1.83)$$

$$S_{\hat{X}_{\theta_{\max}}}(\Omega) = [V(\Omega)]_{1,1} + [V(\Omega)]_{2,2} + 2|[V(\Omega)]_{1,2}| \quad (1.84)$$

Pour un champ cohérent, seul le terme $\langle \delta \hat{A}(\Omega) \delta \hat{A}^\dagger(\Omega') \rangle \neq 0$. La matrice de variance s'écrit alors

$$[V(\Omega)]_{\text{cohérent}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (1.85)$$

B.2.3 Lien avec les variances

De la relation (1.73), on obtient le commutateur entre les transformées de Fourier de deux quadratures orthogonales :

$$[\hat{X}(\Omega), \hat{Y}(\Omega')] = 4\pi i \delta(\Omega + \Omega') \quad (1.86)$$

On peut alors montrer que l'inégalité d'Heisenberg (1.51) sur le produit des variances de $\hat{X}$ et $\hat{Y}$ se généralise aux densités spectrales de bruit

$$S_{\hat{X}}(\Omega) S_{\hat{Y}}(\Omega) \geq 1 \quad (1.87)$$

Pour un champ multimode quelconque, la condition de réduction de bruit sous le bruit quantique standard à une fréquence d'analyse Ω est donc qu'il existe un angle θ tel que la densité spectrale de bruit de la quadrature $\hat{X}_\theta$ soit inférieur à 1 :

$$S_{\hat{X}_\theta}(\Omega) < 1 \quad (1.88)$$

En pratique, un analyseur de spectre mesure les fluctuations d'une quadrature autour d'une fréquence d'analyse $\Omega/2\pi$, avec une résolution en fréquence δf petite devant l'échelle des variations de la densité spectrale de bruit. Le signal fourni par l'analyseur de spectre correspond donc à la variance de la quadrature $\hat{X}_\theta$ filtrée par un filtre de bande passante δf autour de $\Omega/2\pi$

$$\Delta \hat{X}_\theta^2 = 2\delta f S_{\hat{X}_\theta}(\Omega) \quad (1.89)$$

Dans ce cas, l'inégalité d'Heisenberg (1.87) s'écrit

$$\Delta \hat{X}_\theta^2 \Delta \hat{Y}_\theta^2 \geq 4(\delta f)^2 \quad (1.90)$$

Le bruit quantique standard mesuré par cette méthode augmente avec la bande passante de la mesure. On voit donc que, pour un champ libre, raisonner sur les variances est équivalent à raisonner en termes de densités spectrales de bruit.

B.2.4 Corrélations entre deux faisceaux

On peut définir la fonction de corrélation de deux observables de façon analogue à la relation 1.79

$$C_{12}(t, t') = \langle f_1(t) f_2(t') \rangle - \langle f_1(t) \rangle \langle f_2(t') \rangle = \langle \delta f_1(t) \delta f_2(t') \rangle \quad (1.91)$$

Dans le cas de deux processus stationnaires, on peut définir un spectre des corrélations

$$S_{12}(\Omega) = \int d\tau C_{12}(\tau) e^{i\Omega\tau} \quad (1.92)$$

Le spectre des corrélations satisfait l'équation suivante, analogue au théorème de Wiener-Khinchine

$$\langle \delta f_1(\Omega) \delta f_2(\Omega') \rangle = 2\pi S_{12}(\Omega) \delta(\Omega + \Omega') \quad (1.93)$$

On définit enfin le spectre des corrélations normalisé

$$C_{12}(\Omega) = \frac{S_{12}(\Omega)}{\sqrt{S_1(\Omega)S_2(\Omega)}} \quad (1.94)$$

où S_1 et S_2 sont les spectres de bruit de f_1 et f_2 . $C_{12}(\Omega)$ est un nombre complexe vérifiant

$$|C_{12}(\Omega)| \leq 1 \quad (1.95)$$

Ces définitions peuvent s'appliquer aux faisceaux lumineux, en remplaçant f_1 et f_2 par deux quadratures quelconque $\hat{X}_{1,\theta}$ et $\hat{X}_{2,\theta}$ des deux faisceaux, où, si l'on s'intéresse aux corrélations d'intensité, par les opérateurs d'intensité $\hat{I}_1 = \hat{A}_1^\dagger \hat{A}_1$ et $\hat{I}_2 = \hat{A}_2^\dagger \hat{A}_2$.

Corrélations quantiques Plusieurs niveaux de corrélations quantiques peuvent être définis, comme la "géméllité", la corrélation QND (*quantum non demolition*), l'intrication, la corrélation de type EPR, et la corrélation de type Bell [Treps 05b]. Nous nous bornerons ici à examiner le critère de geméllité.

On peut montrer que lorsque l'on mesure des spectres de bruit qui sont au-dessus de la limite quantique standard, une description en termes de champs stochastiques classiques est possible. Dans le cas des états comprimés, par contre, une telle description ne peut plus être adoptée. On peut aussi montrer que des éléments passifs et linéaires tels que des lames séparatrices conservent le caractère classique du champ. Ceci étant, le caractère quantique des corrélations entre deux faisceaux est démontré si l'on peut produire un faisceau comprimé à partir de ces deux faisceaux, à l'aide de transformations linéaires.

Le critère de geméllité s'exprime à l'aide de l'inégalité suivante :

$$|C_{class}| \leq \sqrt{(1 - \frac{1}{S_1})(1 - \frac{1}{S_2})} \quad (1.96)$$

où S_1 et S_2 sont les spectres de bruit normalisés des deux faisceaux, et C_{class} représente la valeur maximale des corrélations classiques. Une corrélation plus importante que la valeur définie par le membre droit de l'équation 1.96 est une preuve d'effets quantiques. Lorsque l'un de deux faisceaux est à la limite quantique standard, $|C_{class}| = 0$, et une éventuelle corrélation entre les deux faisceaux est *ipso facto* quantique. Cela correspond au fait que, en recombinaison des faisceaux sur une lame séparatrice, on peut produire un état comprimé. Au contraire, lorsque les faisceaux présentent un fort excès de bruit, $|C_{class}|$ tend vers 1.

B.3 Génération d'états comprimés

La technique plus couramment mise en place pour générer d'états comprimés du champ électromagnétique consiste à utiliser un processus non linéaire. Typiquement, les non-linéarités de type $\chi^{(2)}$ (amplification paramétrique) ou $\chi^{(3)}$ (effet Kerr, mélange à quatre ondes) sont utilisées [Walls 94, Bachor 04]. Nous décrivons ici comment ces deux processus permettent de réduire le bruit d'une quadrature en dessous de la limite quantique standard. On se limite ici à l'approche plus simple possible (on considère un seul mode du champ). L'approche multimode temporel sera développé au chapitre 4.

Nous rappelons aussi qu'il existe une autre méthode, très directe, pour produire des états comprimés. Cette méthode repose sur l'idée que la statistique du processus de pompage d'un laser est transférée aux photons émis : donc, si l'on supprime les fluctuations de la pompe, on peut avoir une statistique sub-poissonnienne de l'intensité émise. Cette méthode est appelée *principe de la pompe régulière* [Golubev 84]. Il trouve application notamment dans les lasers à semiconducteur, où il est facile de contrôler les fluctuations du courant de pompe, et d'obtenir une efficacité quantique (conversion des électrons injectés en photons) élevée [Yamamoto 86].

B.3.1 Amplification paramétrique dégénérée

On considère le hamiltonien suivant pour le mode $\hat{a}$

$$H = \hbar\omega\hat{a}^\dagger\hat{a} + \hbar\xi(\mathcal{P}_0e^{-2i\omega t}\hat{a}^{\dagger 2} + \mathcal{P}_0^*e^{2i\omega t}\hat{a}^2) \quad (1.97)$$

Ce hamiltonien décrit la conversion paramétrique d'un photon de pompe à la fréquence 2ω en deux photons à la fréquence ω dans un cristal ayant une non-linéarité $\chi^{(2)}$. Dans 1.97 le mode pompe est traité classiquement par l'amplitude complexe $\mathcal{P}_0$ oscillant à la fréquence 2ω .

L'équation d'évolution pour l'opérateur lentement variable

$$\tilde{a}(t) = \hat{a}(t)e^{i\omega t} \quad (1.98)$$

est la suivante :

$$\frac{d}{dt}\tilde{a} = -i2\xi\mathcal{P}_0\tilde{a}^\dagger \quad (1.99)$$

En utilisant l'équation hermitique conjuguée de l'éq. 1.99, on arrive facilement à

$$\tilde{a}(t) = \tilde{a}(0) \cosh(|g|t) + \frac{g^*}{|g|}\tilde{a}^\dagger(0) \sinh(|g|t) \quad (1.100)$$

où $g = i2\xi\mathcal{P}_0^*$. En supposant pour simplicité g réel positif, on s'aperçoit que

$$\hat{X}(t) = \frac{1}{2}(\tilde{a}(t) + \tilde{a}^\dagger(t)) = \hat{X}(0)e^{gt} \quad (1.101)$$

$$\hat{Y}(t) = \frac{1}{2}(\tilde{a}(t) - \tilde{a}^\dagger(t)) = \hat{Y}(0)e^{-gt} \quad (1.102)$$

Ces deux équations expriment le fait que la conversion paramétrique produit une *amplification dépendante de la phase* : au cours de l'évolution temporelle la quadrature $\hat{X}$ est amplifiée, tandis que la quadrature orthogonale est désamplifiée. L'état produit par l'interaction satisfait

$$\Delta\hat{X}^2(t) = \Delta\hat{X}^2(0)e^{2gt} \quad \Delta\hat{Y}^2(t) = \Delta\hat{Y}^2(0)e^{-2gt} \quad (1.103)$$

$$\Delta\hat{X}^2(t)\Delta\hat{Y}^2(t) = \Delta\hat{X}^2(0)\Delta\hat{Y}^2(0) = 1 \quad (1.104)$$

Il s'agit donc d'un état comprimé idéal.

B.3.2 Mélange à quatre ondes

Le deuxième type de non-linéarité optique importante dans le cadre de ce mémoire est le mélange à quatre ondes. On considère ici le cas où deux faisceaux pompe contra-propageants P_1 et P_2 illuminent un milieu avec une nonlinéarité de type $\chi^{(3)}$, et donnent naissance à une autre paire de faisceaux contra-propageants $\hat{a}$ et $\hat{b}$ (figure 1.13).

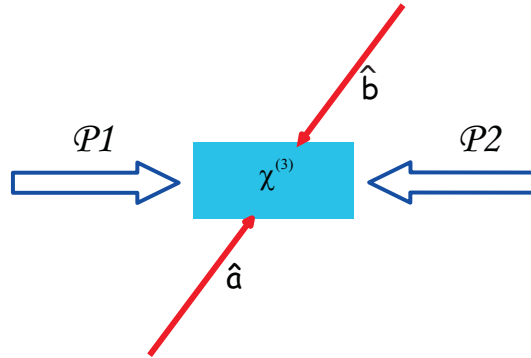


FIG. 1.13 – Représentation schématique d'un processus de mélange à quatre ondes.

Le processus peut être étudié à l'aide de ce hamiltonien :

$$H = \hbar\omega\hat{a}^\dagger\hat{a} + \hbar\omega\hat{b}^\dagger\hat{b} + \hbar g(\mathcal{P}_1\mathcal{P}_2e^{-2i\omega t}\hat{a}^\dagger\hat{b}^\dagger + \mathcal{P}_1^*\mathcal{P}_2^*e^{2i\omega t}\hat{a}\hat{b}) \quad (1.105)$$

où l'on traite classiquement les deux faisceaux pompes. On se restreint ici au cas dégénéré dans lequel les modes $\hat{a}$ et $\hat{b}$ oscillent à la même fréquence ω des faisceaux pompes. Les équations d'évolution pour les opérateurs lentement variables $\tilde{a} = \hat{a}e^{i\omega t}$, $\tilde{b} = \hat{b}e^{i\omega t}$ sont aisément dérivées :

$$\frac{d}{dt}\tilde{a} = -i\kappa\tilde{b}^\dagger \quad (1.106)$$

$$\frac{d}{dt}\tilde{b} = -i\kappa\tilde{a}^\dagger \quad (1.107)$$

où $\kappa = |\kappa|e^{i\varphi} = g\mathcal{P}_1\mathcal{P}_2$. La solution des équations 1.106, 1.107 fournit :

$$\tilde{a}(t) = \tilde{a}(0) \cosh(|\kappa|t) + i\tilde{b}(0)e^{i\varphi} \sinh(|\kappa|t) \quad (1.108)$$

$$\tilde{b}(t) = \tilde{b}(0) \cosh(|\kappa|t) - i\tilde{a}(0)e^{-i\varphi} \sinh(|\kappa|t) \quad (1.109)$$

Pour montrer que ce processus produit bien un état comprimé, on peut définir les opérateurs $\hat{s}, \hat{s}^\dagger$, combinaison linéaire des modes $\hat{a}, \hat{b}$

$$\hat{s}(t) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\tilde{a}(t) + e^{i\delta}\tilde{b}(t)) \quad (1.110)$$

$$\hat{s}^\dagger(t) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\tilde{a}^\dagger(t) + e^{-i\delta}\tilde{b}^\dagger(t)) \quad (1.111)$$

Les opérateurs de quadrature correspondants sont :

$$\hat{X}_s(t) = \frac{1}{2}(\hat{s}(t) + \hat{s}^\dagger(t)) \quad (1.112)$$

$$\hat{Y}_s(t) = \frac{1}{2i}(\hat{s}(t) - \hat{s}^\dagger(t)) \quad (1.113)$$

Un simple calcul montre alors que, en choisissant

$$\delta = \varphi - \pi/2 \quad (1.114)$$

on obtient

$$\hat{X}_s(t) = \frac{1}{2\sqrt{2}}[(\tilde{a}(0) + \tilde{a}^\dagger(0)) - i(\tilde{b}(0)e^{i\varphi} - \tilde{b}^\dagger(0)e^{-i\varphi})]e^{-|\kappa|t} \quad (1.115)$$

On peut en déduire sans difficulté

$$\Delta \hat{X}_s^2(t) = \frac{1}{4} e^{-2|\kappa|t} \quad (1.116)$$

Cette fois aussi, l'état produit est minimal. En principe, la compression que l'on peut obtenir n'a aucune limite. Bien entendu, un traitement plus réaliste devrait prendre en compte la nature quantique du milieu, et en particulier les fluctuations quantiques associées aux pertes, qui limitent la compression de bruit que l'on peut obtenir.

B.4 Mesures du bruit du champ électromagnétique

B.4.1 Détection homodyne

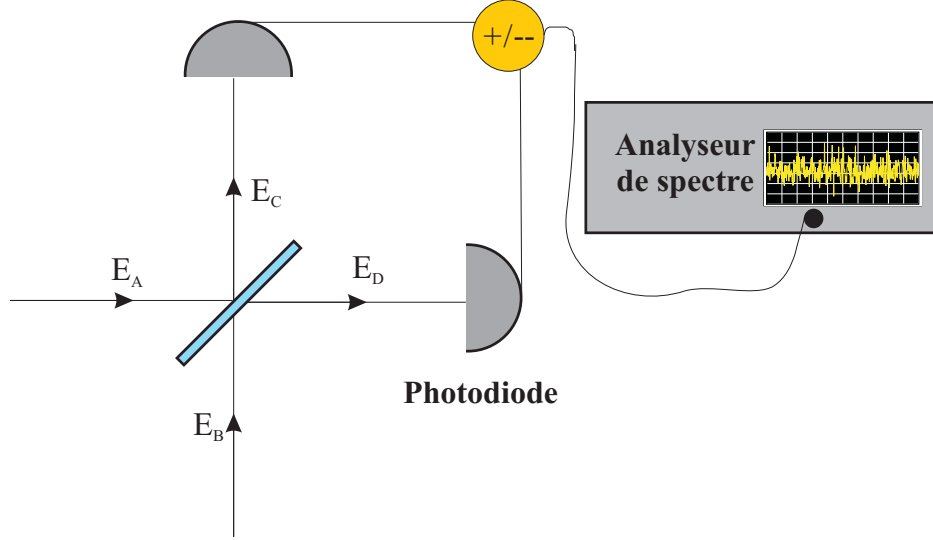


FIG. 1.14 – Représentation d'un dispositif de détection homodyne.

Il est possible de mesurer les fluctuations de toutes les quadratures d'un faisceau à l'aide d'une détection homodyne. Cette technique consiste à mélanger sur une lame séparatrice le champ E_A que l'on veut mesurer avec un champ intense E_B de même fréquence, appelé *oscillateur local* (voir figure 1.14).

L'action de la lame séparatrice sur les champs entrants E_A , E_B est décrite par la transformation unitaire suivante des opérateurs d'annihilation $\hat{a}, \hat{b}$:

$$\hat{c} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{a} - \hat{b}) \quad (1.117)$$

$$\hat{d} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{a} + \hat{b}) \quad (1.118)$$

La différence des intensités mesurées par les photodiodes est donnée par l'expression :

$$\hat{I}_- = \hat{I}_d - \hat{I}_c = \hat{d}^\dagger \hat{d} - \hat{c}^\dagger \hat{c} = \hat{a}^\dagger \hat{b} + \hat{b}^\dagger \hat{a} \quad (1.119)$$

Si l'on assume que le champ entrant par la voie b peut être décrit classiquement (ce qui est le cas pour un état cohérent intense $\beta = |\beta|e^{i\theta}$), on peut remplacer $\hat{b}$ par le nombre complexe β et écrire :

$$\hat{I}_- = |\beta|(\hat{a}e^{-i\theta} + \hat{a}^\dagger e^{i\theta}) \quad (1.120)$$

L'équation 1.120 montre que la différence des intensités est proportionnelle à la quadrature $\hat{X}_\theta$ du champ entrant par la porte a . En faisant varier la phase de l'oscillateur local, on peut mesurer toutes les quadratures du champ.

B.4.2 Détection équilibrée

Lorsque aucun faisceau est envoyé par la porte B de la lame, le faisceau E_A est divisé en deux parties d'intensité égale, qui empruntent les deux voies C et D . On parle en ce cas de détection équilibrée.

Dans cette situation, on peut considérer que c'est le faisceau entrant par la porte A qui sert d'oscillateur local aux fluctuations du vide entrant en B . Il est facile de montrer le spectre de bruit de $\hat{I}_-$ correspond au bruit poissonnien associé à l'intensité incidente I_A . Par contre, le spectre de bruit de la somme des intensités $\hat{I}_+$ donne le spectre de bruit d'amplitude du champ E_A , que l'on mesurerait par détection directe, en envoyant simplement le faisceau sur une photodiode. Ainsi, on a accès simultanément au bruit d'intensité du faisceau et à la limite quantique standard correspondante.

En particulier, pour un faisceau dans un état cohérent, la somme et la différence des intensités ont le même niveau de bruit. Il est intéressant de remarquer que cela signifie que les deux photocourants ne sont pas corrélés. Cette situation est exactement opposée à ce qu'on aurait en physique classique, car les deux faisceaux qui génèrent les photocourants sont deux parties égales du même faisceau ; donc, classiquement leurs fluctuations devraient être *parfaitement corrélées*. L'absence de corrélations signifie que le faisceau ne contient que de fluctuations d'origine quantique.

Oscillation paramétrique de polaritons

Sommaire

A	Introduction	47
B	Dispositif expérimental	51
B.1	Source laser	51
B.2	Spectromètre	53
B.3	Caméra CCD	53
B.4	Cryostat	54
B.5	Photodiodes et analyseur de spectre	54
B.6	Caractéristiques de l'échantillon	56
C	Expériences dans la configuration de l'<i>angle magique</i>	58
C.1	Observation de l'oscillation paramétrique	58
C.2	Bistabilité dans l'émission du mode signal	63
C.3	Caractère monomode transverse de l'oscillation paramétrique	70
C.4	Observation du faisceau complémentaire : difficulté des mesures de corrélations	75
D	Conclusions	80

Dans ce chapitre, je décrirai les expériences d'oscillation paramétrique de polaritons que nous avons effectuées¹. Dans la première partie du chapitre, je présenterai

¹Les résultats sur la bistabilité et sur le caractère monomode de l'oscillation paramétrique ont été obtenus au cours de ma première année de thèse, en collaboration avec Augustin Baas, qui effectuait sa dernière année de thèse. Le lecteur peut trouver une autre présentation de ces résultats dans la thèse d'Augustin [Baas 03] ainsi que dans les références [Baas 04b, Baas 05].

une introduction à la fois "physique" et "historique" à ce processus, en précisant quelles sont les conditions qui permettent de l'observer, et en rappelant les expériences les plus marquantes qui ont précédé et dans une certaine mesure inspiré notre démarche. Dans la deuxième partie, je présenterai l'observation expérimentale de l'oscillation paramétrique de polaritons. Nos expériences ont notamment mis en évidence un comportement bistable dans l'oscillation paramétrique, un phénomène déjà observé dans les oscillateurs paramétriques optiques classiques. Cette observation, ainsi que son interprétation à l'aide d'un modèle théorique emprunté aux OPOs, permet de valider l'analogie entre notre système et un oscillateur paramétrique traditionnel.

Je montrerai ensuite que l'émission non linéaire du mode "signal" est monomode transverse, c'est-à-dire issue d'une population macroscopique de polaritons qui occupent tous le même état dans l'espace des vecteurs d'onde.

La dernière partie de la section est consacrée à la description de l'observation expérimentale du faisceau complémentaire. Cette observation est importante parce qu'elle fournit la preuve irréfutable que le processus qui détermine la relaxation des polaritons est l'interaction paramétrique polariton-polariton. En même temps, il résultera évident que l'observation du faisceau complémentaire est délicate, et en particulier qu'une expérience de mesure d'éventuelles corrélations quantiques entre le mode signal et le mode complémentaire se heurte à des difficultés sévères.

A Introduction

En 2000, l'équipe de Jeremy Baumberg à Southampton a établi sur de solides bases expérimentales l'existence d'un processus très efficace d'amplification paramétrique de polaritons [Savvidis 00].

Les expériences ont été conduites dans une configuration expérimentale du type "pompe-sonde" : la microcavité est excitée par une impulsion laser résonnante avec la branche basse de polaritons, suivie par une impulsion beaucoup plus faible qui vient sonder l'état de plus basse énergie de la branche, à l'incidence normale.

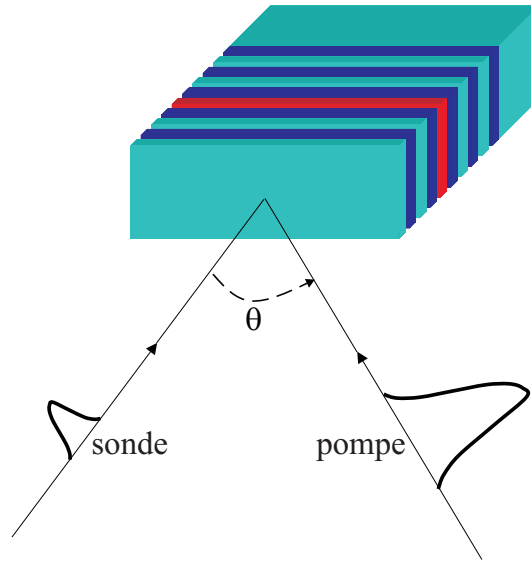


FIG. 2.1 – Schéma de principe de l'expérience d'amplification paramétrique à l'angle magique [Savvidis 00] : une impulsion de pompe est envoyée selon un angle θ par rapport à l'incidence normale, accompagnée par une impulsion de sonde à l'incidence normale. L'intensité de la sonde réfléchie est mesurée en fonction de θ .

La réponse du système à l'excitation est étudiée en variant l'angle d'incidence du faisceau de pompe, ce qui revient à modifier le vecteur d'onde transverse des polaritons créés. Rappelons ici encore une fois que, à cause de l'invariance par translation dans le plan des couches, la composante transverse de l'impulsion est conservée dans l'interaction entre les excitons et les photons. On voit dans l'expérience de Savvidis que cette règle de sélection est cruciale pour l'expérimentateur, parce que elle lui donne accès sélectivement à tous les états de la branche basse de polaritons de façon relativement simple.

Les expériences ont montré que, lorsque le faisceau pompe incide à un angle particulier, souvent désigné comme *angle magique* en littérature, le faisceau sonde réfléchi est amplifié, avec un facteur d'amplification de l'ordre de 100. L'amplification est observée pour des angles qui diffèrent de 1-2 degrés au plus par rapport à l'angle optimal, de 18 degrés environ dans les expériences de Savvidis. Un troisième faisceau formant un angle double par rapport à la pompe est également détectée.

Ces deux éléments ont permis de conclure que le mécanisme physique à la base du phénomène observé est l'interaction polariton-polariton représentée dans la figure 2.2.

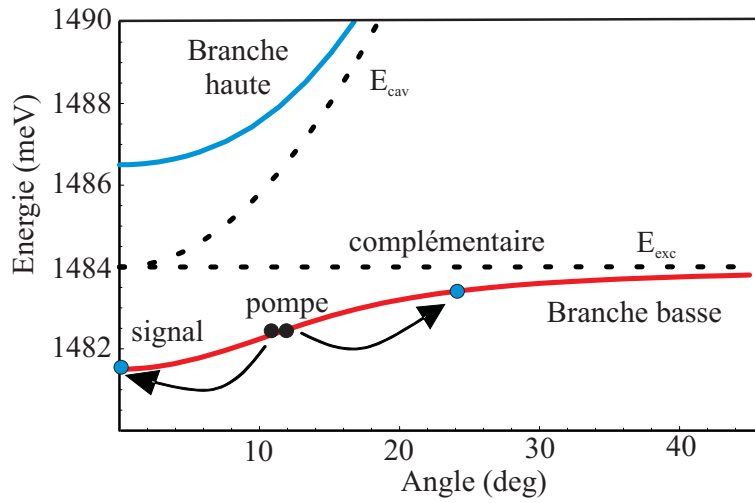


FIG. 2.2 – Représentation du mécanisme physique qui permet l'amplification paramétrique des polaritons dans le mode $\mathbf{k} = 0$. Des polaritons de vecteur d'onde $\mathbf{k}_p$ sont créés par une impulsion de pompe. Lorsque $\mathbf{k}_p$ est tel que la condition d'accord de phase $E(0) + E(2\mathbf{k}_p) = 2E(\mathbf{k}_p)$ est satisfaite, l'injection de quelques polaritons à $\mathbf{k} = 0$ stimule le transfert de polaritons dans les deux modes signal et complémentaire à travers le processus de diffusion $\{\mathbf{k}_p, \mathbf{k}_p\} \Rightarrow \{0, 2\mathbf{k}_p\}$.

L'interaction met en jeu quatre polaritons : deux polaritons dans le mode pompe, de vecteur d'onde $\mathbf{k}_p$ et énergie $E(\mathbf{k}_p)$, sont détruits, tandis que deux polaritons de vecteurs d'onde $0, \mathbf{k}_p$ et énergies $E(0), E(\mathbf{k}_p)$ respectivement sont créés. La description en termes de polaritons est essentielle pour la compréhension de l'expérience. C'est la forme de la courbe de dispersion des polaritons, modifiée par le couplage fort dans la région des petits vecteurs d'onde, qui permet de réaliser la condition d'accord de phase et de conservation de l'énergie, pour le processus en question. Une description théorique basée sur l'interaction entre les excitons "nus" ne saurait pas rendre compte du phénomène, parce que la dispersion parabolique des excitons ne permet en aucun

cas la conservation de l'énergie pour le processus considéré. Également, la relaxation des polaritons de pompe assistée par phonons ne peut expliquer les observations. Il en résulte sans doute que dans certaines conditions la dynamique des polaritons est dominée par une interaction cohérente entre les modes polaritons.

Une autre caractéristique très importante qui résulte des évidences expérimentales est la présence d'effets de stimulation bosonique : c'est la création d'une population dans l'état $\mathbf{k} = \mathbf{0}$ par le faisceau sonde qui stimule la diffusion des polaritons de l'état $\mathbf{k}_p$ vers les états $\mathbf{k} = \mathbf{0}$ et $\mathbf{k} = 2\mathbf{k}_p$.

Peu de temps après les résultats qu'on vient de détailler, des expériences de pompage en continu ont montré que même en l'absence du faisceau sonde la diffusion paramétrique de polaritons peut être suffisamment efficace pour déclencher une oscillation dans les deux modes $\{\mathbf{0}, 2\mathbf{k}_p\}$ [Stevenson 00]. Les analogies avec les oscillateurs paramétriques optiques ont été soulignées dès les premières observations² [Baumberg 00].

L'intérêt pour l'optique quantique d'un processus non linéaire et cohérent d'interaction entre les polaritons apparaît évident. Notre groupe a d'abord consacré ses efforts à l'étude du processus de mélange à quatre ondes dégénéré $\{\mathbf{0}, \mathbf{0}\} \Rightarrow \{\mathbf{0}, \mathbf{0}\}$, dans lequel l'interaction se produit à l'intérieur du même mode, et se traduit en un *effet Kerr* [Karr 01]. Les expériences ont été conduites en excitant l'échantillon à l'incidence normale, en résonance avec l'état de plus faible énergie de la branche basse, et en étudiant la lumière réfléchie par la microcavité. Au cours de sa thèse, Gaétan Messin a pu démontrer la cohérence de l'amplification paramétrique de polaritons dans la géométrie dégénérée, en mesurant par détection homodyne la dépendance du bruit de la lumière réfléchie de la phase [Messin 00, Messin 01]. Dans cette même configuration, la présence de bistabilité optique dispersive typique d'un milieu Kerr a été mise en évidence [Karr 01, Baas 04a]. Enfin, la compression de bruit du champ réfléchi a été obtenue [Baas 03, Karr 04b].

Nous nous sommes ensuite orientés vers l'étude de la configuration à l'angle magique. Dans cette configuration, deux champs polaritoniques signal et complémentaire corrélés quantiquement devraient être générés [Karr 04a].

Nous montrons dans la suite de ce chapitre les résultats expérimentaux obtenus

²Typiquement, dans les oscillateurs paramétriques on a une interaction entre trois ondes guidée par une non linéarité $\chi^{(2)}$. Dans notre cas, la non linéarité est en effet de type $\chi^{(3)}$; cependant, on appellera *oscillation paramétrique* le processus dans lequel seulement trois modes (pompe, signal, et complémentaire) sont impliqués, et on réservera la dénomination de *mélange à quatre ondes* pour le processus décrit aux chapitres 3 et 4, dans lequel on a deux faisceaux de pompe distincts et donc l'interaction a lieu entre (au moins) 4 modes.

dans la configuration de mélange à quatre ondes non dégénéré. D’abord, nous présentons l’observation de l’oscillation paramétrique de polaritons. Ensuite, nous examinons un phénomène de bistabilité optique qui permet d’établir un lien étroit entre notre système et les oscillateurs paramétriques. Enfin, nous mettons en évidence l’émission du complémentaire. Dans cette dernière partie, les difficultés liées à la mesure de corrélations quantiques dans la configuration considérée émergent de façon claire. Nous terminons le chapitre en discutant ces difficultés, ainsi que les stratégies envisageables pour les surmonter.

B Dispositif expérimental

On décrit ici les éléments essentiels du montage expérimental que nous avons utilisé dans les expériences décrites dans la suite.

B.1 Source laser

Les expériences sont effectuées en utilisant comme source laser un titane saphir monomode continu, conçu par François Biraben au Laboratoire Kastler Brossel. Ses caractéristiques principales sont les suivantes : accordabilité dans la plage 820-850 nm, puissance de sortie d'environ 1 W à 830 nm, largeur spectrale de 1 MHz. Le bruit du faisceau laser correspond à celui d'un état cohérent, si l'on choisit une fréquence d'analyse supérieure à 3,5 MHz. Le fonctionnement de ce laser est décrit en détail dans la thèse de Gaétan Messin [Messin 00].

Le milieu amplificateur est un cristal de saphir dopé au titane. Sa courbe d'absorption s'étend de 400 à 600 nm environ, tandis que sa courbe de gain couvre une large plage spectrale, entre 700 et 1100 nm. Le cristal est pompé par un laser à argon ionisé (Innova 300), qui délivre 10 W de puissance optique à 514 nm³.

La cavité laser, représentée dans la figure 2.3, est en anneau, et elle est constituée de six miroirs. Deux miroirs sphériques (M1 et M2 dans le dessin, rayon de courbure de 15 cm), définissent le mode gaussien de l'oscillation laser. Le miroir M1 est traité antireflet sur la face arrière ; il est également traité sur la face sphérique pour avoir une réflectivité maximale dans le proche infrarouge et un coefficient de transmission maximale dans la plage 486-515 nm. On peut ainsi pomper le cristal de titane saphir à travers M1, qui constitue pour le laser de pompe une lentille plan concave. Les autres miroirs sont plans. Le coupleur de sortie est M6, qui a un coefficient de transmission de 4%.

Pour éviter que la lumière circule dans la cavité dans les deux sens (ce qui aurait comme effet la création d'un trou de population, ou *spatial hole burning*, dans le cristal, à cause de l'onde stationnaire), on place dans la cavité un rotateur de Faraday, constitué par un verre de Hoya placé à l'incidence de Brewster dans l'entrefer d'un aimant permanent. Au passage à travers cet élément, la polarisation du faisceau tourne d'un angle d'environ 3°, indépendamment du sens de propagation. Cette rotation est compensée, pour la lumière se propageant dans le sens anti-horaire, par les trois miroirs M4, M5 et M6, qui font effectuer au faisceau une excursion hors du plan du laser. Pour

³Pour la précision, un petit pourcentage de la puissance est émis dans la raie à 488 nm.

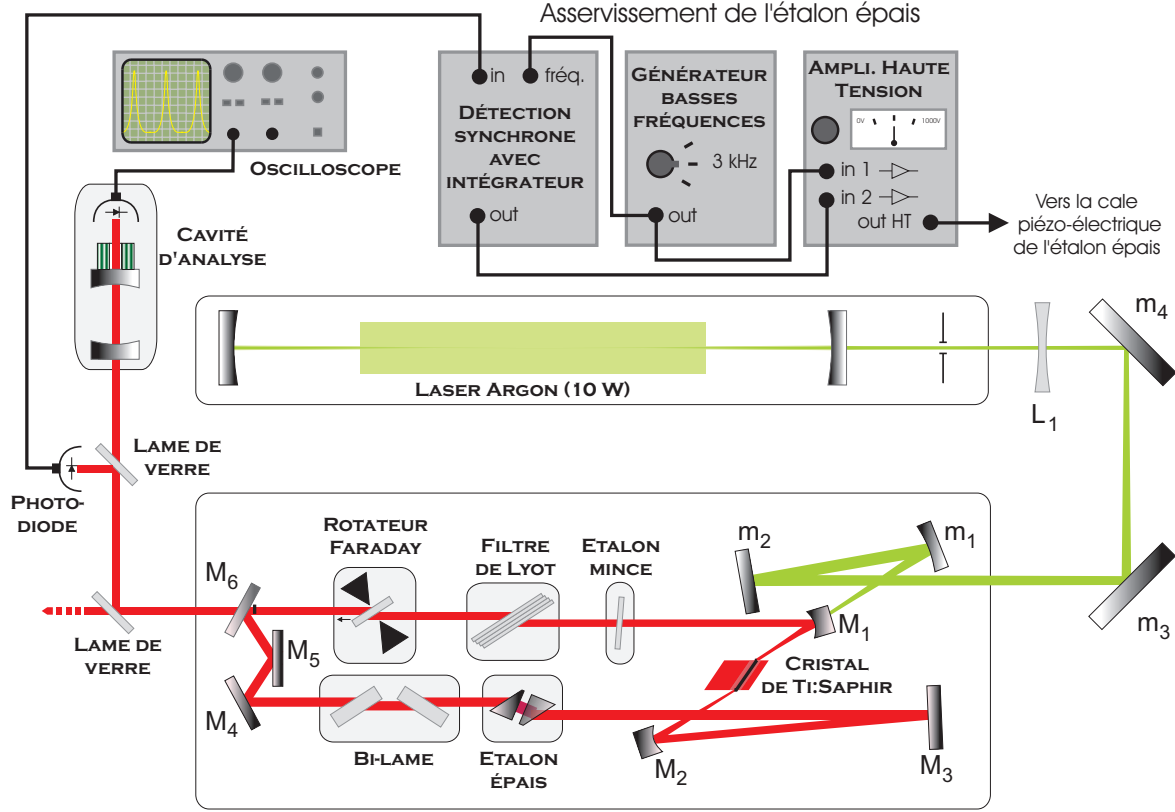


FIG. 2.3 – Laser titane saphir modèle Biraben. Figure empruntée à la référence [Messin 00].

l'autre sens de propagation, les deux rotations s'additionnent. Ceci a pour effet d'introduire des pertes supplémentaires pour ce sens de propagation, à cause des nombreux éléments en cavité placés à l'incidence de Brewster (le cristal, l'étalon épais, le verre de Hoya, et le filtre de Lyot) ; ceci empêche à l'effet laser de se produire dans cette direction. On obtient ainsi un fonctionnement unidirectionnel.

Le fonctionnement monomode est obtenue grâce à trois filtres sélectifs en fréquence. Le *filtre de Lyot*, constitué de quatre lames biréfringentes, a un intervalle spectral libre d'environ 17 THz (soit 36 nm), et une largeur de 200 GHz (4 nm). Ce filtre sélectionne la longueur d'onde du laser, mais il est trop large pour assurer un fonctionnement monomode, qui est obtenu à l'aide d'un étalon épais (filtre de type Fabry-Perot, constitué de deux prismes, d'intervalle spectral libre de 20 GHz et largeur 500 MHz), et d'un étalon mince (une simple lame de silice, qui réalise un filtre Fabry-Perot de faible fi-

nesse grâce aux réflexions multiples aux interfaces). La fréquence du laser est accordé en jouant sur le filtre de Lyot (ce qui cause un saut de mode de l'étalon mince, et une variation de 0,35 nm environ de la longueur d'onde) ou sur l'étalon mince (ce qui cause un saut de mode de l'étalon épais, avec une variation de la longueur d'onde de 0,04 nm). Un ajustement continu sur une plage de 15 GHz est possible en changeant la longueur de la cavité avec le bilame.

Le pic de transmission de l'étalon épais est centré en permanence sur un mode de la cavité grâce à une boucle de rétroaction qui commande une cale piézo-électrique, sur laquelle est monté un des deux prismes de l'étalon épais. Ceci permet de réduire la dérive de la puissance émise, en suivant avec l'étalon épais le mode de la cavité, qui se déplace un peu, à cause de lentes dérives thermiques de la cavité. La conception du laser permet aussi de compenser ces dérives en utilisant une deuxième contre-réaction sur un piézo solidaire avec M3, pour asservir le laser sur une cavité stable de référence : dans nos expériences, cet asservissement ne s'est pas révélé nécessaire. Par contre, il est nécessaire de réduire les fluctuations de l'intensité émise. Ceci est effectué en utilisant un modulateur électro-optique, placé hors cavité, dont la tension est contrôlée par une contre-réaction sur l'intensité du faisceau. Enfin, le profil spatial du faisceau laser est "nettoyé" en couplant le faisceau dans une fibre monomode. À la sortie de la fibre, on obtient un mode avec un profil gaussien.

B.2 Spectromètre

L'analyse spectrale de la lumière émise par la microcavité s'effectue à l'aide d'un spectromètre (*Jobin Yvon HR 1000*). Deux entrées et deux sorties sont présentes, à une distance d'un mètre. L'entrée et la sortie sont équipées de deux fentes identiques, dont on peut régler l'ouverture avec une précision de 10 μm . Pour l'ouverture minimale, de 10 μm également, la résolution spectrale de l'appareil est de 0,02 nm. À la sortie du spectromètre, la lumière est détectée par un tube photomultiplicateur.

B.3 Caméra CCD

Pour détecter des images en champ lointain de l'émission, nous avons utilisé une caméra CCD de la marque *RoperScientific*, du type VERSARRAY XP :1K/TE. Il s'agit d'un détecteur carré 1024×1024 pixels. La taille des pixels est de $13 \mu\text{m} \times 13 \mu\text{m}$. Le détecteur peut être amenée à la température de -70° par refroidissement thermoélectrique forcé air. Ce détecteur présente notamment un courant d'obscurité extrêmement faible (0.001 électrons/pixel/s à -70°).

B.4 Cryostat

Nous utilisons un cryostat à circulation d'hélium du type *Microstat* produit par *Oxford Instruments*. L'échantillon est placé sur un support qui se positionne sur un doigt froid. Le cryostat est fourni de deux fenêtres qui permettent des expériences en réflexion et en transmission avec une ouverture angulaire très élevée ($\pm 45^\circ$). L'échantillon peut être maintenu à une température nominale de 4K pendant plusieurs heures, avec des variations inférieures au pourcent.

Le cryostat est monté sur deux platines de translation *Newport* qui permettent de le déplacer dans les directions horizontale et verticale avec une précision de $10\ \mu\text{m}$. Ceci nous donne la possibilité de changer la position du spot d'excitation sur l'échantillon.

B.5 Photodiodes et analyseur de spectre

Les photodiodes utilisées pour les mesures de bruit sont de type EG&G FND 100. Elles sont utilisées depuis plusieurs années au laboratoire en raison de leurs caractéristiques très favorables pour les mesures de bruit : en premier, leur efficacité quantique à 830 nm, qui est de 88% ; ensuite, un temps de réponse rapide, qui permet d'avoir accès à une large plage en fréquence du spectre des photocourants ; et aussi une tension de polarisation élevée (100 Volts), qui permet d'avoir une intensité lumineuse de saturation aussi élevée. Des montages électroniques, élaborés au laboratoire, permettent de séparer la partie continue du signal de la partie haute fréquence, et de les amplifier de façon convenable. Ces montages sont décrits en détail dans les références [Messin 00, Hadjar 98].

Typiquement, dans les mesures de bruit, on utilise en même temps deux détecteurs, comme je l'ai montré dans le premier chapitre (voir section B.4). Les photocourants sont sommés ou soustraits à l'aide d'un dispositif électronique sommateur-soustracteur [Messin 00]. Il est donc primordial de s'assurer de l'équilibrage des deux photodiodes : leurs réponses aux signaux optiques doivent être le plus possible identiques. La procédure pour s'en assurer est la suivante [Hermier 00].

Il est préférable d'utiliser une source comme une diode laser, dont on peut facilement moduler l'intensité émise à la fréquence de quelque MHz. À l'aide d'une lame $\lambda/2$ et d'un cube polariseur, on envoie la moitié de la lumière émise sur chaque photodiode. Il faut mesurer la puissance optique incidente sur chaque photodiode avec un wattmètre de précision, de manière à vérifier que l'on envoie la même puissance de chaque côté. Cela fait, on peut contrôler si les deux voies DC donnent la même tension en sortie. Cette procédure permet en même temps de s'assurer de l'équilibrage des voies DC, ainsi que de mesurer l'efficacité quantique des détecteurs (la résistance de charge des

photodiodes étant connue). En relevant la tension de sortie pour plusieurs valeurs de la puissance incidente, on peut aussi tester la linéarité de la réponse.

Pour contrôler l'équilibrage des voies HF, il faut déterminer le *taux de réjection* du système. Cela consiste à appliquer une modulation au courant d'alimentation de la diode. À l'analyseur de spectre (Agilent EE4401-B, bande passante 9 kHz - 1.5 GHz), cette modulation apparaît comme un pic à une fréquence donnée. Le taux de réjection est la différence entre les hauteurs du pic de modulation de la somme et de la différence des photocourants. Typiquement, on obtient une réjection de plus de 30 dB sur toute la plage de fréquence d'intérêt (4-30 MHz).

Calibration du bruit quantique standard Dans les expériences présentées dans ce mémoire, nous effectuons en général une détection directe du bruit d'un faisceau, qui nous donne accès au bruit d'intensité. Par rapport à la détection équilibrée ou à la détection homodyne, cette technique présente l'inconvénient qu'elle ne fournit pas le bruit quantique standard de référence. Il est donc nécessaire de comparer le bruit mesuré au bruit d'un autre faisceau de même intensité et au bruit quantique standard. Nous avons étalonné le bruit quantique standard en fonction de la valeur de la voie DC des photodiodes, en envoyant une partie égale du faisceau issu du titane saphir sur chacune des photodiodes.

On effectue les mesures de bruit à une fréquence d'analyse fixe (typiquement 4 MHz). Une courbe typique est présentée en figure 2.4 (a). Les trois courbes affichées représentent le bruit (en amplitude) de la somme et de la différence des photocourants, ainsi que le bruit électronique produit par le système de détection. Pour remonter au spectre de bruit, il suffit de retrancher la contribution du bruit électronique, en soustrayant au carré du bruit en amplitude le carré du bruit électronique.

On vérifie que le bruit d'intensité du titane est bien à la limite quantique standard parce que :

- 1) le niveau de bruit de la somme et de la différence des photocourants est égale (voir figure 2.4 (a)).
- 2) le bruit d'intensité est proportionnel à l'intensité (voir figure 2.4 (b)), ce qui est typique d'un processus poissonnien.

De la courbe en figure 2.4 (b) on peut déduire une *densité spectrale de bruit*/ μW , qui, une fois multipliée par la valeur en μW de la puissance optique incidente, nous fournit le bruit quantique standard correspondant. Le montage électronique réalisé pour les photodiodes permet de mesurer le bruit quantique correspondant à des puissances incidentes extrêmement faibles, de l'ordre de quelque dizaine de μW .

Dans cette procédure, il est essentiel de faire attention à la résolution spectrale que

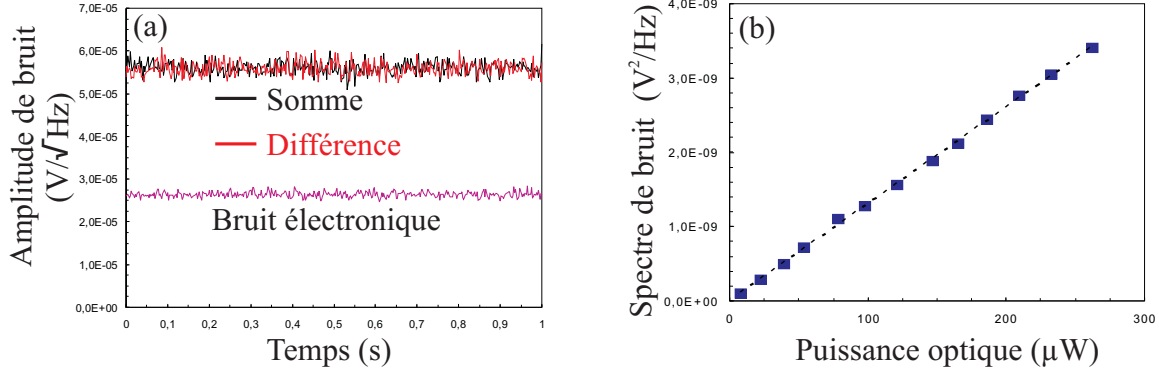


FIG. 2.4 – (a) Bruit (en échelle linéaire) de la somme des photocourants, de leur différence, et bruit électronique. La puissance incidente correspond à $185 \mu\text{W}$. Le bruit est mesuré à une fréquence d'analyse de 4 MHz. (b) Densité spectrale de bruit en fonction de la puissance incidente.

l'on utilise (c'est la fonction *Resolution Bandwidth* de l'analyseur de spectre). Quand on fait une mesure à une fréquence fixe, l'analyseur filtre le signal avec un filtre en créneau centré sur la fréquence d'analyse et dont la largeur correspond à la *Resolution Bandwidth* choisie. Le *shot noise* ayant un spectre plat en fréquence, le niveau de référence mesuré est proportionnel à la largeur de la bande de fréquence sur laquelle on intègre. Il est donc essentiel d'utiliser toujours la même largeur ou de normaliser les mesures à la bande passante choisie, sans quoi la comparaison des niveaux de bruit devient fautive.

B.6 Caractéristiques de l'échantillon

L'échantillon que nous avons utilisé au cours de ce travail a été fourni par Romuald Houdré de l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne [Houdré 00a, Houdré 00b]. Il s'agit d'une cavité de longueur 2λ , contenant trois puits quantiques de $\text{In}_{0.04}\text{Ga}_{0.96}\text{As}$, placés aux maxima du champ intracavité. Les miroirs de Bragg sont du type GaAs/AlAs. Les largeurs de raie de polaritons sont extrêmement faibles ($100\text{-}200 \mu\text{eV}$) [Stanley 98]. Le miroirs de la cavité ne sont pas parfaitement parallèles mais forment un petit angle entre eux. De ce fait, la longueur de la cavité varie en fonction de la position du spot laser d'excitation. En modifiant cette position, on peut donc changer le désaccord entre la résonance excitonique et la résonance de cavité.

Dans la figure 2.5, nous reportons la mesure des positions des résonances de trans-

mission sous faible intensité d'excitation. Les mesures sont effectuées à l'incidence normale, en choisissant une longueur d'onde pour le laser, et ensuite en déplaçant latéralement l'échantillon, jusqu'à trouver la position de la résonance. Cette caractérisation nous permet d'avoir accès à la valeur du Rabi Splitting, que nous avons trouvé être 5.07 meV. En inversant les relations 1.25- 1.26, on peut obtenir les valeurs de l'énergie de la cavité et de l'exciton pour chaque position de l'échantillon, à partir des résonances mesurées ; ceci permet en particulier d'associer à chaque position la valeur du désaccord cavité-exciton correspondante.

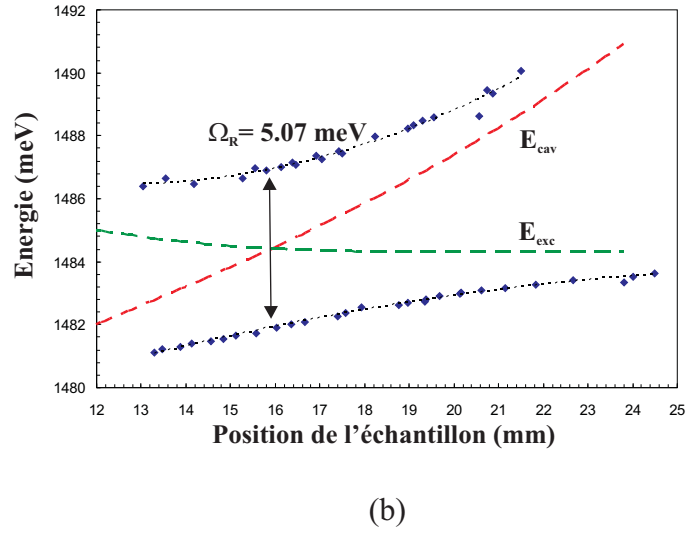
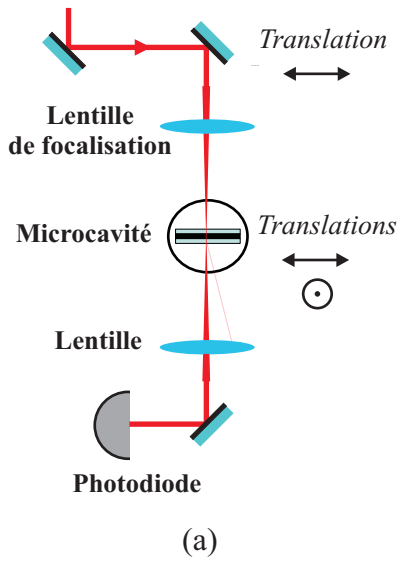


FIG. 2.5 – (a) Montage expérimental pour la mesure de résonances de la microcavité en transmission. (b) Courbe d'anticroisement obtenue.

C Expériences dans la configuration de l'*angle magique*

C.1 Observation de l'oscillation paramétrique

La condition d'accord de phase pour l'oscillation paramétrique de polaritons est :

$$E(\mathbf{k}) + E(2\mathbf{k}_p - \mathbf{k}) = 2E(\mathbf{k}_p) \quad (2.1)$$

Dans 2.1, $\mathbf{k}_p$ est le mode peuplé par excitation laser résonnante, et $\{\mathbf{k}, 2\mathbf{k}_p - \mathbf{k}\}$ est le couple de modes peuplés par la diffusion paramétrique. L'angle "magique" est défini en imposant que le couple de modes dans l'équation 2.1 soit $\{\mathbf{0}, 2\mathbf{k}_p\}$. Il en suit que les paramètres à déterminer pour pouvoir observer l'oscillation paramétrique de polaritons sont deux : le vecteur d'onde $\mathbf{k}_p$ du mode polariton de pompe approprié, ainsi que son énergie. Expérimentalement, cela revient à choisir l'angle d'incidence et la longueur d'onde du faisceau laser d'excitation. Ces deux paramètres sont connus une fois que la relation de dispersion des polaritons a été déterminée. À son tour, la relation de dispersion ne dépend que de deux paramètres, c'est-à-dire l'intensité du couplage fort, quantifiée par le Rabi splitting Ω_R , et le désaccord cavité-exciton. Ayant déterminé Ω_R , ainsi que le désaccord en chaque point de l'échantillon par la mesure des résonances de la microcavité sous faible excitation (voir figure 2.5), nous sommes en mesure de calculer aisément le vecteur d'onde $\mathbf{k}_p$ qui satisfait la relation 2.1, pour un désaccord donné. Il se trouve que pour notre échantillon l'angle "magique" est d'environ 12° , lorsque l'on se place au voisinage du désaccord nul.

En pratique, la condition 2.1 n'est pas très difficile à remplir, à cause de la largeur finie des modes. Une fois que l'oscillation a été obtenue, on peut l'optimiser en minimisant le seuil d'oscillation. Pour cela, la procédure que nous avons adoptée consiste à changer légèrement (0,04 nm) la longueur d'onde du laser, et à réajuster le désaccord en déplaçant l'échantillon. Ceci nous permet de déterminer, pour l'angle d'incidence choisi, le désaccord et l'énergie d'excitation optimales.

Ayant minimisé le seuil, nous pouvons considérer que les trois modes sont résonnants. Si l'on change le désaccord, sans réajuster l'énergie du laser, le système se trouve hors résonance. Néanmoins, l'oscillation est présente pour une large plage de désaccords, mais ses caractéristiques sont modifiées d'une façon importante lorsqu'on s'éloigne de la résonance exacte : le seuil d'oscillation augmente, et l'oscillation manifeste souvent de la bistabilité.

C.1.1 Images en champ lointain

L'oscillation paramétrique peut être facilement observée dans le champ lointain de l'émission. Le champ lointain donne directement accès à la distribution des polaritons dans l'espace des vecteurs d'onde transverses, permettant ainsi de vérifier quels modes polaritons sont peuplés.

C.1.1.1 Champ lointain en régime linéaire. Rôle de la diffusion élastique

En régime linéaire, le champ lointain en transmission est montré dans la figure 2.6(a). On voit que la lumière est émise en forme d'anneau, dont une partie est plus brillante que le reste. Cette partie est due directement à la fraction de la lumière du faisceau pompe qui est transmise, lorsque le faisceau est résonnant avec la microcavité. L'émission en forme d'anneau est due à des processus de diffusion élastique, que l'on indique comme *diffusion résonnante de Rayleigh* [Houdré 00a, Langbein 02, Haacke 97, Hayes 98].

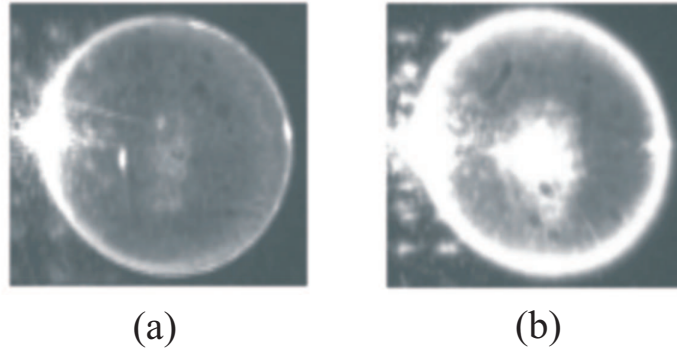


FIG. 2.6 – Champ lointain en régime linéaire (a) et en régime non linéaire (b). L'échantillon est pompé avec un faisceau incident à un angle de 12° , résonnant avec la branche basse. La longueur d'onde du laser est de 836.32 nm (1482.4 meV). Le désaccord entre l'énergie de la cavité et celle de l'exciton est de -1.05 meV (estimé à partir de la courbe d'anticroisement 2.5). La longueur d'onde du signal émis à $\mathbf{k} = 0$ est de 836.86 nm (1481.5 meV).

En effet, dans un puits quantique réel, l'invariance par translation dans le plan du puits ne peut être respectée qu'approximativement. Lors de la fabrication d'un échantillon, des fluctuations dans l'épaisseur des couches ou dans le dopage des matériaux vont forcément se produire. Ces sources d'imperfection sont communément appelées *désordre statique*. Le vecteur d'onde du polariton dans le plan transverse n'est plus strictement conservé, le désordre statique entraînant un couplage aux états de même

énergie mais de vecteur d'onde $\mathbf{k}$ différent. Il en résulte une émission iso-énergétique en forme d'anneau en champ lointain. L'émission due à la diffusion résonnante est cohérente et polarisée.

C.1.1.2 Champ lointain en régime non linéaire En augmentant l'intensité du faisceau de pompe, on observe l'apparition d'un faisceau brillant au centre de l'anneau de diffusion élastique (voir figure 2.6(b)). Sa position indique qu'il est émis à partir de l'état polaritonique $\mathbf{k} = 0$, qui acquiert une population macroscopique. L'analyse spectrale de l'émission non linéaire révèle que l'émission à $\mathbf{k} = 0$ est décalée vers le rouge d'environ 0,5 nm par rapport à l'énergie du mode pompe, comme l'on s'attend à cause de la relation de dispersion des polaritons.

Seuil d'oscillation La mesure de la puissance émise dans le mode $\mathbf{k} = 0$ est reporté dans la figure 2.7, en fonction de la puissance du faisceau laser de pompe. Un effet de seuil est manifeste pour environ 13 mW de pompe. Au delà de cette valeur de l'intensité de pompe, la stimulation bosonique de la diffusion paramétrique vers les modes $\{0, 2\mathbf{k}_p\}$ crée une population macroscopique et cohérente de polaritons dans ces deux modes.

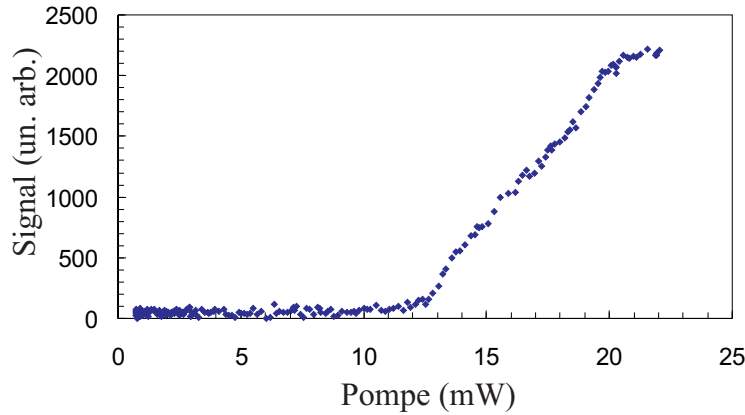


FIG. 2.7 – Puissance émise dans le mode $\mathbf{k} = 0$ en fonction de la puissance du faisceau de pompe. Les paramètres sont les mêmes de la figure 2.6.

Oscillation en conditions non optimales La figure 2.8 montre différentes courbes de seuil, obtenues pour différents désaccords cavité-exciton, c'est-à-dire pour

plusieurs points d'excitation sur la surface de l'échantillon. L'énergie et l'angle d'incidence du laser sont les mêmes pour toutes les courbes. On peut observer la présence de l'oscillation paramétrique pour des points d'excitation séparés d'environ 0,5 mm, ce qui, d'après la courbe d'anticroisement 2.5, correspond à une variation du désaccord cavité-exciton d'environ 0,4 meV. On remarque que lorsque l'on s'éloigne de la position optimale, vers 13,60 mm, le seuil d'oscillation augmente. En plus, la courbe de seuil a une forme qui évoque un saut discontinu, typique des systèmes bistables. En effet, dans certaines conditions on observe de la bistabilité dans l'émission du mode signal. Ceci fera l'objet de la prochaine partie.

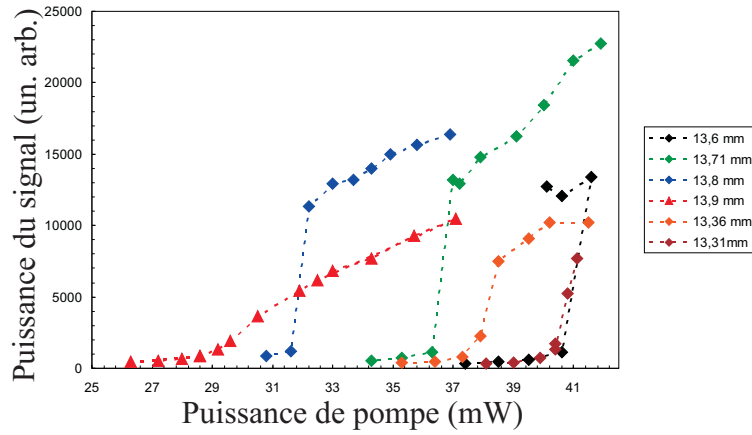


FIG. 2.8 – Courbes de seuil obtenues en variant la position de l'échantillon, c'est-à-dire le désaccord cavité-exciton. L'énergie du laser de pompe est fixée.

Il est intéressant de remarquer que, dans les conditions non optimales, l'émission du faisceau signal acquiert une forme transverse compliquée (voir figure 2.9), et ne se fait plus à $\mathbf{k} = 0$ (voir figure 2.10). Ce dernier résultats n'est pas à priori surprenant, si l'on pense à la condition d'accord de phase 2.1. En effet, lorsque on change le désaccord cavité-exciton, on décale la relation de dispersion aussi. L'angle "magique" n'est plus tel dans les nouvelles conditions, et également le couple $\{\mathbf{0}, 2\mathbf{k}_p\}$ n'est plus résonnante. L'observation de l'oscillation du signal à des angles différents de zéro contraste avec les résultats d'autres groupes, qui trouvent toujours une émission à zéro dans n'importe quelles conditions d'excitations [Butté 03]. Ces observation amenaient à penser qu'en pratique, à cause de la largeur des raies et des pertes plus importantes des modes de vecteur d'onde $\mathbf{k} \neq 0$, le mode $\mathbf{k} = 0$ serait toujours le premier à osciller. Nos observations montrent que, si le système est suffisamment désaccordé par rapport à la

condition

$$E(\mathbf{0}) + E(\mathbf{2k_p}) = 2E(\mathbf{k_p}) \quad (2.2)$$

l'oscillation peut se déclencher dans un mode signal $\mathbf{k} \neq 0$. La différence entre les résultats de nos expériences et ceux qui sont décrits dans la référence [Butté 03] est probablement due au fait que pour notre échantillon les largeurs de raie sont beaucoup plus faibles (plus qu'un facteur 5 par rapport à l'échantillon de la référence [Butté 03]).

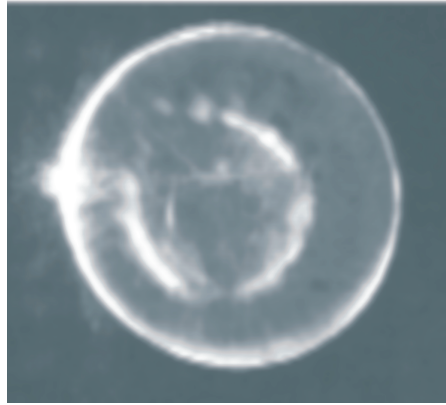


FIG. 2.9 – Champ lointain de l'émission en conditions d'excitation non optimales. L'émission non linéaire constitue un anneau de diamètre égal à environ la moitié du diamètre de l'anneau de diffusion élastique.

C.2 Bistabilité dans l'émission du mode signal

C.2.1 Observation expérimentale de la bistabilité

La bistabilité est un phénomène qui est présent dans de nombreux systèmes optiques non linéaires. Par exemple, la lumière réfléchie par une cavité contenant un milieu non linéaire montre de la bistabilité [Lambrecht 95], ainsi que l'émission de certains lasers à semiconducteur à cavité verticale [Barbay 00]. De manière générale, on parle de bistabilité lorsque, pour certains valeurs des paramètres physiques d'un système, deux états stationnaires sont possibles. Le choix entre les deux états dépend de l'histoire du système, ce qui a pour effet de faire apparaître des cycles d'hystérésis dans la réponse du système à la variation d'un paramètre. Deux exemples de cycles d'hystérésis sont fournis par les figures 2.10, 2.11 où l'on montre l'intensité émise dans le mode signal en variant le désaccord cavité-exciton et l'intensité de pompe respectivement.

C.2.1.1 Conditions d'observation On excite l'échantillon en un point fixé (c'est-à-dire pour un désaccord cavité-exciton fixé). Pour chaque désaccord, il existe une valeur optimale pour l'angle d'excitation, ainsi que pour l'énergie de pompe. En pratique, on se rapproche le plus possible de cette situation optimale en maximisant l'émission non linéaire à $\mathbf{k} = 0$ par de petits ajustements de l'angle d'incidence du faisceau pompe et de l'énergie du laser. Une fois l'émission non linéaire maximisée, on considère que le micro-OPO est parfaitement résonnant.

A ce point-là, on désaccorde légèrement le laser de pompe vers le bleu, de quelques centaines de μeV . Cette opération a pour effet de faire disparaître l'oscillation paramétrique. Pour la retrouver, il faut compenser le désaccord de la pompe en changeant la position de l'échantillon, pour rapprocher à nouveau l'énergie des polaritons à l'énergie du laser. Pour un désaccord suffisant de la pompe, on observe de la bistabilité dans l'oscillation paramétrique. En partant d'un désaccord cavité-exciton $\delta = 0$, on a observé de la bistabilité du signal émis en fonction du désaccord cavité-exciton dans une plage de désaccords ΔE du laser comprise entre -0.14 et -0.42 meV (voir figure 2.10).

En se plaçant à l'intérieur de la région de bistabilité, on observe également un cycle d'hystérésis de la puissance non linéaire en fonction de la puissance de pompe (fig 2.11).

C.2.2 Modèle théorique

La présence de bistabilité dans l'oscillation paramétrique de polaritons peut être expliquée à l'aide d'un modèle classique aisément dérivé du hamiltonien 1.39. Les équations déduites sont analogues à celles qui décrivent la bistabilité dans les oscillateurs

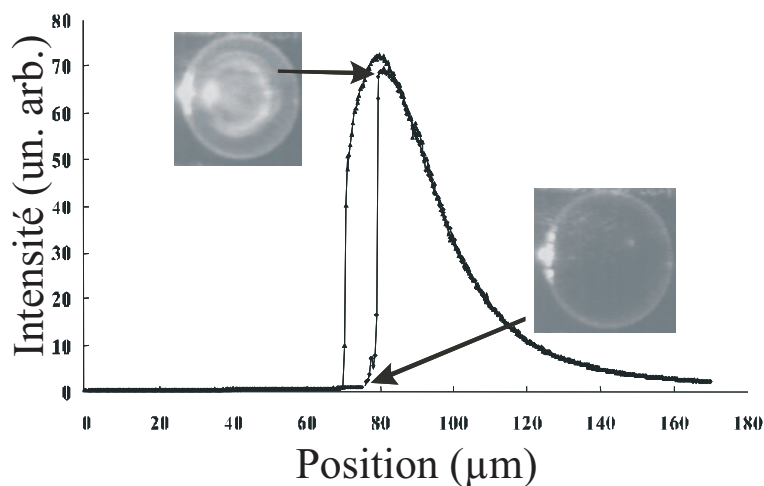


FIG. 2.10 – Cycle d’hystérésis de la puissance non linéaire émise en fonction de la position du faisceau d’excitation. L’intensité de pompe est de $1150\text{W}/\text{cm}^2$, le désaccord de la pompe est $\Delta E = -0.35\text{meV}$. L’image en champ lointain de l’émission non linéaire montre clairement que le vecteur d’onde correspondant n’est plus $\mathbf{k} = 0$. Le signal sort avec un angle d’environ 6° , du même côté que le faisceau pompe, et il est accompagné de son anneau de diffusion élastique.

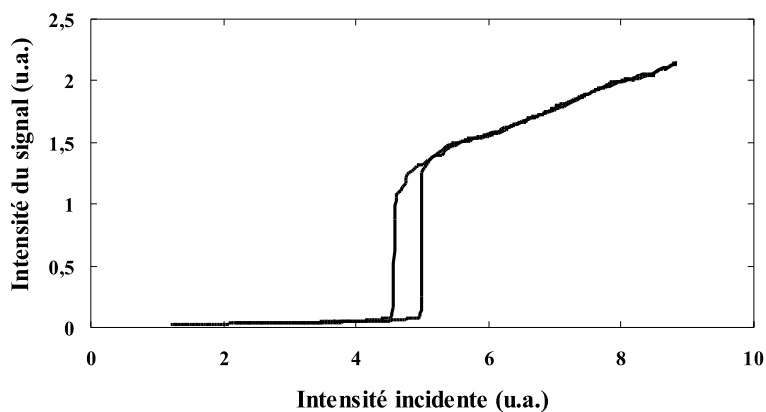


FIG. 2.11 – Cycle d’hystérésis de la puissance non linéaire émise en fonction de la puissance de pompe, pour un désaccord de la pompe $\Delta E = -0.35\text{meV}$.

paramétriques optiques triplement résonnants [Lugiato 88]. Cette similitude permet de faire le lien entre les deux systèmes et de valider ultérieurement l'analogie entre la diffusion paramétrique de polaritons sous excitation résonnante et les OPOs.

Premièrement, on considère que seuls les trois modes $\{\mathbf{k}, \mathbf{k}_p, 2\mathbf{k}_p - \mathbf{k}\}$ sont importants dans la description du système. Parmi tous les termes d'interaction entre polaritons de la partie non linéaire de 1.39, on ne retient que les termes où l'opérateur du mode polariton de pompe $\hat{p}_{\mathbf{k}_p}$ apparaît au moins deux fois. Le hamiltonien non linéaire que nous considérons s'écrit donc ainsi :

$$\begin{aligned} H_{p-p} = & \frac{1}{2} V_{\mathbf{k}_p, \mathbf{k}_p, 0}^{PP} p_{\mathbf{k}_p}^\dagger p_{\mathbf{k}_p}^\dagger p_{\mathbf{k}_p} p_{\mathbf{k}_p} + \\ & 2 V_{\mathbf{k}_p, 2\mathbf{k}_p - \mathbf{k}, 0}^{PP} p_{2\mathbf{k}_p - \mathbf{k}}^\dagger p_{\mathbf{k}_p}^\dagger p_{2\mathbf{k}_p - \mathbf{k}} p_{\mathbf{k}_p} + 2 V_{\mathbf{k}_p, \mathbf{k}, 0}^{PP} p_{\mathbf{k}}^\dagger p_{\mathbf{k}_p}^\dagger p_{\mathbf{k}} p_{\mathbf{k}_p} + \\ & V_{\mathbf{k}_p, \mathbf{k}_p, \mathbf{k}_p - \mathbf{k}}^{PP} (p_{2\mathbf{k}_p - \mathbf{k}}^\dagger p_{\mathbf{k}}^\dagger p_{\mathbf{k}_p} p_{\mathbf{k}_p} + p_{\mathbf{k}_p}^\dagger p_{\mathbf{k}_p}^\dagger p_{2\mathbf{k}_p - \mathbf{k}} p_{\mathbf{k}}) \end{aligned} \quad (2.3)$$

Les deux premières lignes dans l'équation 2.3 décrivent l'effet Kerr dans le mode pompe, ainsi que l'effet Kerr croisé entre le mode pompe et les modes $\mathbf{0}, 2\mathbf{k}_p$. La dernière ligne décrit la diffusion paramétrique entre les trois modes. Les approximations faites sont donc équivalentes à négliger l'effet Kerr des modes $\mathbf{0}, 2\mathbf{k}_p$ (ce qui signifie qu'il sont beaucoup moins peuplés que le mode $\mathbf{k}_p$) ainsi que les interactions avec tous les autres modes.

On écrit les équations de mouvement pour les opérateurs p_i en représentation de Heisenberg :

$$i\hbar \frac{d}{dt} p_i = [p_i, H] \quad (2.4)$$

où H est le hamiltonien 2.3 complété par le hamiltonien linéaire :

$$H = \sum_{\mathbf{k}} E_-(\mathbf{k}) p_{\mathbf{k}}^\dagger p_{\mathbf{k}} + H_{p-p} \quad (2.5)$$

Comme maintenant nous ne nous intéressons pas aux fluctuations et aux corrélations des champs, mais seulement à leur valeurs moyennes, nous pouvons obtenir un modèle classique pour le système en remplaçant simplement les opérateurs par des nombres complexes.

On aboutit ainsi aux équations suivantes :

$$\frac{d}{dt}p_s = -[\gamma_s + i\tilde{E}_{LP}(k_s)]p_s - iE_{int}p_i^*p_p^2 \quad (2.6)$$

$$\frac{d}{dt}p_p = -[\gamma_p + i\tilde{E}_{LP}(k_p)]p_p - 2iE_{int}p_p^*p_s p_i - C_p\sqrt{2\gamma_a}A_p^{in} \quad (2.7)$$

$$\frac{d}{dt}p_i = -[\gamma_i + i\tilde{E}_{LP}(k_i)]p_i - iE_{int}p_s^*p_p^2 \quad (2.8)$$

où l'on a introduit les énergies $\tilde{E}_{LP}(k_j) = E_{LP}(k_j) + 2\alpha_j|p_p|^2$, décalées vers le bleu par rapport aux énergies propres $E_{LP}(k_j)$, à cause de l'effet Kerr croisé du mode pompe (rénormalisation de l'énergie), et où l'on note désormais les modes pompe, signal et idler avec les indices $j = p, s, i$ respectivement. Les autres paramètres sont ainsi définis :

$$\alpha_{s(i)} = 2 \frac{V_{\mathbf{k}_p, \mathbf{k}(2\mathbf{k}_p - \mathbf{k}), 0}^{PP}}{\hbar} \quad (2.9)$$

$$\alpha_p = \frac{V_{\mathbf{k}_p, \mathbf{k}_p, 0}^{PP}}{\hbar} \quad (2.10)$$

$$E_{int} = V_{\mathbf{k}_p, \mathbf{k}_p, \mathbf{k}_p - \mathbf{k}}^{PP} \quad (2.11)$$

On a aussi introduit les coefficients de relaxation γ_j et le champ laser de pompe A_p^{in} pour le mode p_p .

En définissant les quantités normalisées

$$\Delta_j = \frac{\delta_j}{\gamma_j} = \frac{\tilde{E}_{LP}(k_j) - E_j}{\gamma_j} \quad (2.12)$$

$$P_s = \sqrt{2\frac{E_{int}}{\gamma_p}} \sqrt{\frac{\gamma_s}{\gamma_i}} p_s e^{iE_s} \quad (2.13)$$

$$P_i = \sqrt{2\frac{E_{int}}{\gamma_p}} \sqrt{\frac{\gamma_i}{\gamma_s}} p_i e^{iE_i} \quad (2.14)$$

$$P_p = \sqrt{2\frac{\sqrt{\gamma_i\gamma_s}}{E_{int}}} e^{i\pi/4} p_p e^{iE_i} \quad (2.15)$$

$$P_p^{in} = -C_p \frac{1}{\gamma_p} \sqrt{\frac{2\gamma_a E_{int}}{\sqrt{\gamma_i\gamma_s}}} A_p^{in} e^{-i\pi/4} \quad (2.16)$$

on peut réécrire les équations 2.6–2.8 dans la forme suivante :

$$\frac{1}{\gamma_s} \frac{d}{dt} P_s = -[1 + i\Delta_s] P_s + P_i^* P_p^2 \quad (2.17)$$

$$\frac{1}{\gamma_p} \frac{d}{dt} P_p = -[1 + i\Delta_p] P_p - P_p^* P_s P_i + P_p^{in} \quad (2.18)$$

$$\frac{1}{\gamma_i} \frac{d}{dt} P_i = -[1 + i\Delta_i] P_i + P_s^* P_p^2 \quad (2.19)$$

C.2.2.1 État stationnaire L'état stationnaire du système est donné par :

$$0 = -[1 + i\Delta_s] P_s + P_i^* P_p^2 \quad (2.20)$$

$$0 = -[1 + i\Delta_p] P_p - P_p^* P_s P_i + P_p^{in} \quad (2.21)$$

$$0 = -[1 + i\Delta_i] P_i + P_s^* P_p^2 \quad (2.22)$$

La comparaison de ces équations au modèle pour les OPOs triplement résonnants développé dans la référence [Lugiato 88] montre que les deux systèmes d'équations sont presque identiques. Dans notre cas, on trouve le carré de l'amplitude complexe du mode pompe et non l'amplitude complexe tout court, parce que la non linéarité dans notre système est d'ordre trois. Ceci n'a pas de conséquence pour la discussion sur la bistabilité. Une différence à priori plus importante est que dans notre cas les désaccords sont non linéaires, parce que ils dépendent de la population dans le mode pompe, à cause de l'effet Kerr croisé. Cependant, ceci n'affecte pas non plus la comparaison entre les deux systèmes, grâce au fait que, au dessus du seuil d'oscillation paramétrique, la population dans le mode pompe est verrouillée à sa valeur au seuil. Ceci résulte simplement en un décalage constante des désaccords Δ_j par rapport aux équations des OPOs.

Condition d'oscillation En combinant la 2.20 avec la conjuguée de la 2.22 on obtient :

$$P_s \{|P_p|^4 - [1 + \Delta_s \Delta_i + i(\Delta_s - \Delta_i)]\} = 0 \quad (2.23)$$

d'où l'on déduit la *condition d'oscillation* :

$$\Delta_s = \Delta_i \quad (2.24)$$

ainsi que l'intensité du mode de pompe $|P_p|^2 = \sqrt{1 + \Delta^2}$, où l'on note désormais $\Delta_s = \Delta_i \equiv \Delta$.

Les équations 2.20 et 2.22 nous disent alors $|P_s|^2 = |P_i|^2$. De la 2.21, on peut déduire une condition sur les phases des deux modes :

$$\varphi_s + \varphi_i = 0 \quad (2.25)$$

où l'on a comme d'habitude posé $P_j = |P_j|e^{i\varphi_j}$. Par contre, la différence des phases $\varphi_s - \varphi_i$ peut prendre n'importe quel valeur. En choisissant $\varphi_s - \varphi_i = 0$ on a $P_s = P_i$.

Bistabilité Les équations 2.21 et 2.22 se réduisent donc à :

$$|\bar{P}_p^{in}|^2 = (1 + \Delta^2)|\bar{P}_s|^4 + 2(1 - \Delta_p\Delta)|\bar{P}_s|^2 + 1 + \Delta_p^2 \quad (2.26)$$

avec les positions $\bar{P}_p^{in} = P_p^{in}(1 + \Delta^2)^{-1/4}$ et $\bar{P}_s = P_s(1 + \Delta^2)^{-1/4}$. L'équation 2.26 est identique à celle analysée dans les références [Lugiato 88, Fabre 90]. Comme conséquence, la même discussion concernant le domaine de bistabilité est valable. On se limite ici à reporter le résultats de cette discussions.

Si $\Delta_p\Delta < 1$, il y a au plus un état stable pour une valeur donnée de l'intensité entrante. Si $\Delta_p\Delta > 1$, il y a de la bistabilité dans l'intervalle

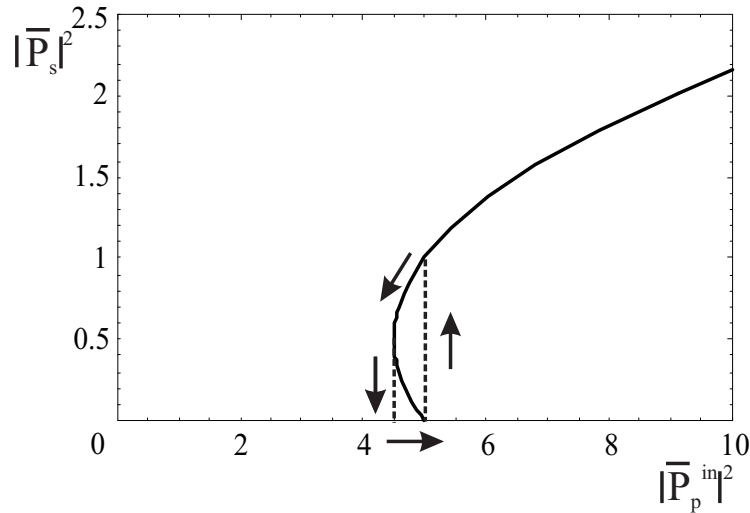


FIG. 2.12 – Puissance non linéaire émise en fonction de la puissance de pompe, calculée en utilisant 2.26. Les paramètres utilisées sont $\Delta_p = 2.05$ et $\Delta = 1.175$.

$$\frac{(\Delta_p + \Delta)^2}{1 + \Delta^2} < |\bar{P}_p^{in}|^2 < 1 + \Delta_p^2 \quad (2.27)$$

Dans la figure 2.12, on reporte la quantité $|\bar{P}_s|^2$ en fonction de $|\bar{P}_p^{in}|^2$, selon l'équation 2.26. La partie de la courbe ayant une pente négative est instable, ce qui est à l'origine du cycle d'hystérésis indiquée en pointillés. En comparant avec la courbe expérimentale 2.11, on voit que l'on obtient un bon accord avec les prévisions de ce modèle.

En outre, ce modèle permet aussi de calculer les vecteurs d'onde des modes signal et complémentaire $\{\mathbf{k}, 2\mathbf{k}_p - \mathbf{k}\}$. Pour ceci, il faut minimiser la population dans le mode pompe $|P_p^{in}|^2 = \sqrt{1 + \Delta^2}(1 + \Delta_p^2)$ en fonction de $\mathbf{k}$. Ce point est décrit en détail dans la thèse d'Augustin Baas [Baas 03]. On retrouve le fait que, quand le système est désaccordé, le signal ne sort plus à l'incidence normale, mais avec un angle de quelques degrés, en accord avec l'expérience.

C.3 Caractère monomode transverse de l'oscillation paramétrique

Dans les descriptions théoriques disponibles dans la littérature de l'oscillateur paramétrique à polaritons, on se borne toujours à une description en termes des trois modes $\mathbf{0}, \mathbf{k}_p, \mathbf{2k}_p$ [Baas 04b, Karr 04a, Whittaker 01, Schwendimann 03, Whittaker 04, Savona 05b]. Cette approximation permet de comprendre de façon satisfaisante les propriétés classiques du système. Cependant, les modes polaritons peuplés par le laser ou par la diffusion paramétrique ne sont pas isolés, mais couplés aux autres modes polaritons, par de processus comme la relaxation assistée par les phonons ou par l'interaction polariton-polariton décrite par le hamiltonien non linéaire H_{p-p} 1.37. En outre, il faut bien remarquer que, lorsque la condition d'accord de phase 2.1 est satisfaite pour le couple $\{\mathbf{0}, \mathbf{2k}_p\}$, une infinité d'autres couples, disposés sur un "huit" dans le plan $\{k_x, k_y\}$ la remplissent aussi [Ciuti 01, Langbein 04]. Dans les premières expériences, on a constaté que l'oscillation se déclenchait toujours dans les modes $\{\mathbf{0}, \mathbf{2k}_p\}$. Ce fait apparaît raisonnable si l'on admet que l'état $\mathbf{k} = 0$ est "favorisé" par rapport aux autres, étant l'état de plus basse énergie; cependant on peut se demander légitimement si les autres états proches du seuil ne jouent vraiment aucun rôle.

Ces questions sont de grande importance pour ce qui concerne les propriétés quantiques du système. En effet, si les modes sous le seuil peuvent être négligés dans une description classique du système, qui s'intéresse aux valeurs moyens des champs, souvent il n'est pas possible de faire la même chose si l'on s'intéresse aux fluctuations des champs. Parfois les modes en dessous du seuil d'oscillation ne contribuent pas au champ moyen, mais ils donnent une contribution essentielle aux fluctuations. Les lasers à semiconducteur en constituent un excellent exemple. Dans la référence [Marin 95], il a été montré que la lumière émise par une diode laser peut avoir des fluctuations d'intensité comprimées en dessous de la limite quantique standard. L'analyse spectrale de l'émission montre que pratiquement toute la puissance optique est concentrée dans un seul mode longitudinal du laser, les modes longitudinaux avoisinantes (modes latéraux) donnant origine à des pics dans le spectre optique de quelques dizaine de dB plus faibles par rapport au mode principal. On serait donc tenté de qualifier l'émission d'un tel dispositif comme monomode. Cependant, si l'on mesure le bruit d'intensité de l'émission après avoir filtré spectralement les modes latéraux à l'aide d'un monochromateur, on constate la présence d'un important excès de bruit. Lorsque l'on augmente la largeur du filtre spectral pour détecter à nouveau les modes latéraux, le bruit diminue de façon graduelle jusqu'à redescendre en dessous de la limite quantique standard. La compression de bruit est donc due aux corrélations entre les fluctuations de nombreux

modes longitudinaux. Il en résulte que, bien que toute la puissance optique soit dans un seul mode, un tel dispositif produit un état (quantique) multimode.

De façon similaire, les lasers à cavité verticale produisent des états dont les fluctuations sont caractérisées par des corrélations spatiales et en polarisation non triviales, comme on le verra dans le dernier chapitre de ce manuscrit.

Cette discussion suggère que, pour déterminer si un faisceau est monomode ou multimode, on ne peut pas se borner à une mesure des valeurs moyennes de certaines grandeurs, mais qu'il est nécessaire de mesurer les fluctuations de ces grandeurs.

Cette section décrit ces mesures sur la lumière émise à $\mathbf{k} = \mathbf{0}$ dans la configuration d'angle magique. Ces mesures permettent de conclure que l'émission non linéaire est monomode transverse, ou de façon équivalente que les polaritons créés par diffusion paramétrique sont tous dans le même mode dans l'espace des vecteurs d'onde. Avant d'aborder la description des résultats expérimentaux, on introduira brièvement la notion rigoureuse d'état monomode.

C.3.1 État monomode du champ électromagnétique

La question de la définition rigoureuse d'un état monomode a été adressée par Claude Fabre et ses collaborateurs (voir les références [Fabre 00, Martinelli 03, Treps 05a]).

Le premier point qu'il faut considérer est que le concept d'état monomode n'est pas relevant si l'on considère un champ classique *exactement déterminé* (c'est-à-dire que l'on ne considère aucune fluctuation, ni d'origine classique ni quantique). Considérons en fait une décomposition du champ sur une base quelconque orthonormale et complète de fonctions $\{u_i(\vec{\varrho}, z)\}$ (les *modes* du champ) :

$$E(\vec{\varrho}, z) = \sum_i \alpha_i u_i(\vec{\varrho}, z) \quad (2.28)$$

Si les coefficients α_i sont fixés⁴ on peut toujours faire un changement de base tel que un seul des α_i soit différent de zéro dans la nouvelle base. Dans cette base, le champ est donc monomode. Le fait d'être monomode ou multimode n'apparaît pas comme intrinsèque au champ, mais dépendant de la base choisie.

Pour un champ quantique, on dit qu'un champ est monomode s'il existe une base $u_i(\vec{\varrho}, z)$ tel que l'état du champ s'écrit de la façon suivante dans cette base :

$$|\psi\rangle = |\psi_0\rangle \otimes |0\rangle \otimes |0\rangle \dots \otimes |0\rangle \quad (2.29)$$

⁴Cette hypothèse signifie que l'on considère une superposition cohérente et non pas une superposition statistique de modes.

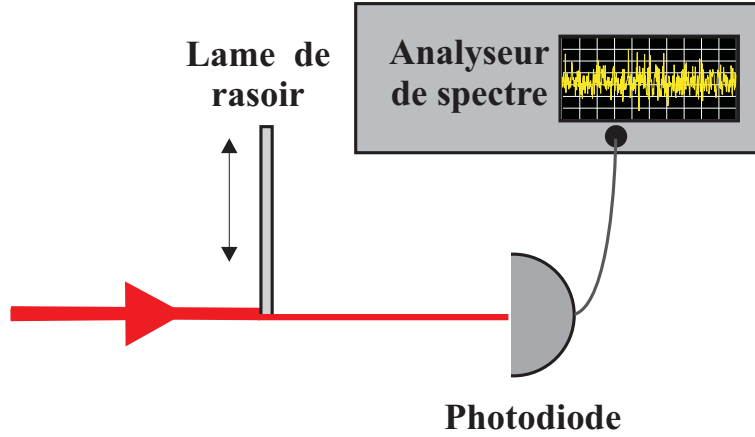


FIG. 2.13 – Mesure partielle de bruit d'intensité permettant de mettre en évidence le caractère multimode du champ.

La propriété clé de la formule 2.29, par rapport à la 2.28 est que elle définit non seulement la variation transverse du champ moyen, mais aussi la distribution transverse des fluctuations. Une fois que la forme spatiale du mode est donné, on peut en déduire la répartition transverse des fluctuations aussi. Ceci n'est pas vrai pour un état multimode, et c'est ça qui permet de faire la différence entre les deux.

Expérimentalement, on peut démontrer qu'un faisceau est multimode par une *mesure partielle* du bruit d'intensité. Par mesure partielle on entend ici une mesure dans laquelle on sélectionne une partie du mode, à l'aide de diaphragmes ou de lames de rasoir par exemple. On peut déduire à partir de la formule 2.29 que *n'importe quelle mesure partielle* du bruit d'intensité d'un faisceau monomode est équivalente à une mesure après une atténuation globale du faisceau [Fabre 00]. Ceci peut se comprendre si l'on considère que pour un faisceau monomode il n'y a aucune corrélation dans le plan transverse ; on peut utiliser l'image que les photons sont distribués dans le profile transverse du mode de façon aléatoire. Considérons donc une mesure du bruit d'intensité de la partie d'un faisceau transmise par une lame de rasoir, dont on fait varier la position (voir figure 2.13). Si le faisceau est monomode, le bruit normalisé à la limite quantique standard suit la relation suivante :

$$S(T) = 1 + Te \quad (2.30)$$

où S est le spectre de bruit (à une fréquence donnée), T est le coefficient de transmission en intensité de la lame de rasoir, et e est un éventuel excès de bruit dans le mode, qui peut être aussi bien positif que négatif (dans le cas d'un faisceau comprimé

en intensité). La relation 2.30 est valable pour n'importe quelle perte linéaire caractérisée par un coefficient T , parce que dans le cas d'un faisceau monomode la forme transverse du mode et la distribution spatiale des pertes n'ont pas d'influence sur le bruit. La relation 2.30 exprime notamment le fait que les pertes ramènent toujours le bruit vers la limite quantique standard, pour n'importe quel état de départ du champ. La relation 2.30 nous donne aussi une méthode pour prouver qu'un champ est multimode : si le bruit ne varie pas de façon linéaire avec T , le champ est dans un état multimode.

Malheureusement, en toute rigueur il n'est pas possible de prouver le contraire, c'est-à-dire que l'état d'un champ est monomode. Par exemple, si on fait une mesure type "lame de rasoir" sur un champ composé de deux modes ayant la même forme transverse (deux modes TEM_{00} orthogonalement polarisés par exemple), on trouvera une variation du bruit qui se conforme à la loi 2.30, parce que, pour chaque position de la lame, les pertes introduites sont égales pour les deux modes. En principe, on devrait tester la 2.30 dans toutes les bases transverses possibles. Il est toutefois possible d'avoir une certitude raisonnable qu'un champ est monomode, en effectuant plusieurs expériences complémentaires. Supposons d'avoir trouvé, à l'aide d'une mesure type lame de rasoir, une variation linéaire du bruit d'intensité. Ceci pourrait être dû à plusieurs modes ayant la même forme spatiale et polarisations différentes. On peut écarter cette possibilité en faisant une mesure qui introduit des pertes sélectives en polarisation, par exemple en faisant passer le faisceau à travers une lame $\lambda/2$ et un cube polariseur et en mesurant le bruit pour toutes les positions de la lame. On trouvera une variation linéaire du bruit seulement s'il y a un seul mode de polarisation. De la même façon, on peut écarter le cas de plusieurs modes ayant la même forme spatiale et fréquences différentes en introduisant des pertes sélectives en fréquence à l'aide d'un monochromateur. Supposons que l'on trouve dans ce cas aussi une variation linéaire du bruit. La seule possibilité que le champ soit multimode est d'avoir des modes dégénérés en fréquence et en polarisation, ayant des formes transverses différentes mais telles qu'en chaque position la lame de rasoir introduit des pertes égales pour chaque mode. Normalement on peut exclure une telle éventualité en prenant en compte les propriétés du système qui émet le champ que l'on analyse (par exemple, s'il s'agit d'un laser, la forme transverse et la fréquence des modes qui peuvent exister est déterminée par les caractéristiques de la cavité), et ainsi déduire le caractère monomode du champ.

Nous terminons cette section en remarquant que les considérations que nous avons développées peuvent être appliquées également à des *champs classiques stochastiques*, c'est-à-dire des champs classiques fluctuants. Comme déjà dit plus haut, ce qui distingue un champ monomode d'un champ multimode est que, pour le premier, la distribution

transverse de l'intensité (la "forme" du mode) détermine la distribution transverse des fluctuations aussi, ce qui n'est pas le cas pour un champ multimode. De ce point de vue, le fait que les fluctuations soient d'origine quantique ou classique n'est pas important, et le concept d'état monomode ou multimode reste le même pour un champ classique aussi.

C.3.2 Résultats expérimentaux

Dans la figure 2.14, on a reporté le bruit d'intensité du faisceau signal, émis à $\mathbf{k} = \mathbf{0}$, en fonction de l'intensité détectée après une lame de rasoir, selon le schéma de la figure 2.13. Le faisceau signal est collimaté par une lentille, et la lame de rasoir est positionnée après la lentille, à une distance égale à la longueur focale. De cette façon, la lame de rasoir effectue un filtrage dans l'espace des vecteurs d'onde transverses $\mathbf{k}$. La mesure est effectuée à une fréquence de 7 MHz. La courbe montre que le bruit varie de façon linéaire avec l'intensité détectée, ce qui est le cas pour un faisceau monomode. On a trouvé le même résultats pour des positions différentes sur l'échantillon. La courbe présentée correspond à un désaccord cavité-exciton $\delta = 1.2 meV$. Comme expliqué dans le paragraphe précédent, la courbe de la figure 2.14 pourrait être due à un état multimode composé de modes ayant la même forme transverse. Dans notre cas, on peut évidemment écarter la possibilité que plusieurs modes longitudinaux de la cavité participent à l'émission. Donc, la courbe en figure 2.14 constitue une forte indication que le faisceau signal est dans un état monomode transverse. Ceci implique à son tour que les polaritons à l'origine de l'émission non linéaire dans le mode signal sont tous dans le même mode transverse, le mode $\mathbf{k} = \mathbf{0}$.

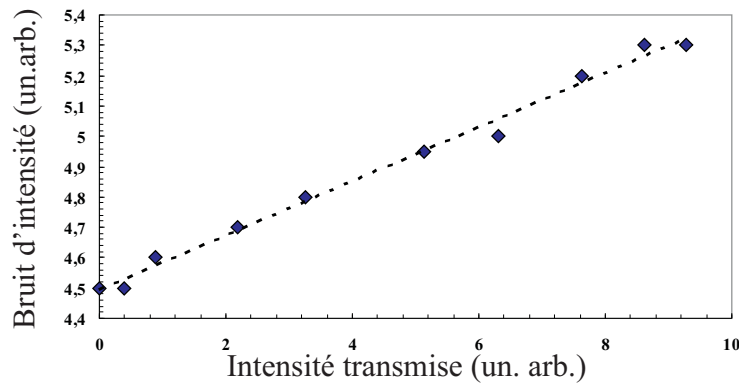


FIG. 2.14 – Bruit d'intensité du faisceau signal en fonction de l'intensité transmise par une lame de rasoir (voir montage expérimental 2.13).

C.4 Observation du faisceau complémentaire : difficulté des mesures de corrélations

Dans la configuration de mélange à quatre ondes dégénéré de type Kerr, notre groupe a pu montrer la compression des fluctuations d'une quadrature du champ réfléchi en dessous de la limite quantique standard [Karr 04b]. Dans la configuration non dégénérée à l'angle magique, on s'attend à observer un phénomène similaire, c'est à dire la corrélation quantique de fluctuations d'intensité des faisceaux signal et complémentaire.

Dans cette section, je décrirai la détection de l'émission du complémentaire. Je montrerai comment la très faible puissance détectée est une preuve de pertes non radiatives importantes pour le mode complémentaire, qui limitent la possibilité d'observer des effets quantiques [Karr 01, Karr 04a].

C.4.1 Montage expérimental

Le montage expérimental que nous avons mis en place pour observer le faisceau complémentaire est représenté dans la figure 2.15. On excite la microcavité à l'angle magique et on se place dans des conditions telles que le signal sorte à $\mathbf{k} = \mathbf{0}$, comme en figure 2.6. On obtient le champ lointain de l'émission en choisissant comme plan d'observation le plan focal d'un *condenseur*, qui récupère la lumière transmise par l'échantillon. En plaçant une caméra CCD (non représentée dans le schéma 2.15) dans ce plan, on obtient une image similaire à celle de la figure 2.6. La position (c'est-à-dire le vecteur d'onde, car on est dans l'espace conjugué) du signal et de la pompe permettent de déduire la position du complémentaire, en imposant la conservation de l'impulsion. On peut ainsi positionner correctement la tête de la fibre multimode dans le plan focal, là où l'on s'attend à trouver le complémentaire. De façon similaire, on peut mesurer la longueur d'onde du signal et de la pompe et en déduire celle du complémentaire en imposant la conservation de l'énergie. Ceci nous permet de régler la longueur d'onde d'analyse du monochromateur. Pour augmenter la sensibilité de la détection, le faisceau pompe est modulé par un hacheur et le signal du photomultiplicateur placé à la sortie du monochromateur est analysé avec une détection synchrone.

C.4.2 Observation du complémentaire

La figure 2.16 montre un spectre de l'émission récupérée par la fibre obtenu avec la méthode décrite au paragraphe précédente. La conservation de l'énergie permet de déduire la longueur d'onde λ_c attendue pour le complémentaire.

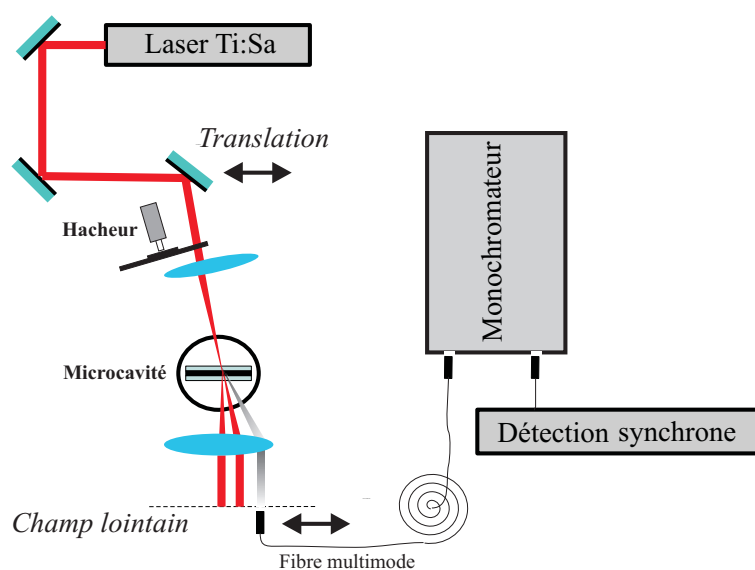


FIG. 2.15 – Montage expérimental pour l’observation du faisceau complémentaire. La microcavité est excitée à l’angle magique, le faisceau excitateur étant modulé par un hacheur. L’émission est collectée par une lentille de courte focale (un *condenseur*) et observée dans le champ lointain par une caméra CCD (non représentée dans le schéma). On collecte l’émission dans le complémentaire avec une fibre multimode, qui est couplée à un monochromateur. La lumière transmise par le spectromètre est détectée par un photomultiplicateur, relié à une détection synchrone.

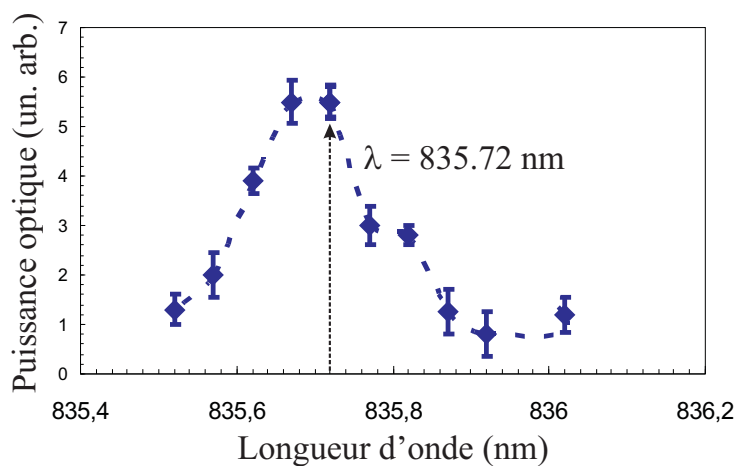


FIG. 2.16 – Spectre de la lumière transmise par la fibre multimode. La conservation de l’énergie prévoit une longueur d’onde $\lambda_c = 835.72 \text{ nm}$ pour le faisceau complémentaire.

La longueur d'onde λ_c prévue pour le complémentaire est

$$\lambda_c = \frac{\lambda_s \lambda_p}{2\lambda_s - \lambda_p} \quad (2.31)$$

Dans le cas présenté en figure 2.16, on a :

$$\begin{cases} \lambda_p = 836.32nm \\ \lambda_s = 836.92nm \end{cases} \Rightarrow \lambda_c = 835.72 nm$$

Le spectre 2.16 apparaît centré sur la longueur d'onde λ_c calculée.

L'observation d'un pic dans l'émission de la microcavité à une énergie *supérieure* à celle de la pompe est importante parce que elle permet de valider l'hypothèse du mécanisme cohérente de mélange à quatre ondes $\{\mathbf{k}_p, \mathbf{k}_p\} \Rightarrow \{\mathbf{0}, 2\mathbf{k}_p\}$ à la base de l'émission non linéaire.

C.4.3 Comment mesurer des corrélations quantiques ?

On peut calibrer la réponse du montage 2.15 en envoyant sur la fibre monomode un faisceau d'intensité connue. Ceci nous permet de déduire le rapport entre les intensités du signal et du complémentaire :

$$\frac{I_s}{I_c} \approx 40dB \quad (2.32)$$

Ce déséquilibre très grand entre les intensités de sortie du signal et du complémentaire constitue un véritable problème pour la mesure des corrélations quantiques.

C.4.3.1 Origine du déséquilibre Dans le cadre du modèle pour l'oscillateur paramétrique de polaritons [Karr 04a, Whittaker 01], on peut calculer le rapport 2.32 :

$$\frac{I_s}{I_c} = \frac{C_s \gamma_i}{C_i \gamma_s} \quad (2.33)$$

Selon la relation 2.33, un certain déséquilibre est inévitable, à cause des différentes fractions photoniques C_j . Cependant, pour les paramètres de notre échantillon, la contribution des fractions photoniques au déséquilibre est seulement d'un facteur 10. Cela signifie que le déséquilibre est due principalement à une très grande différence des largeurs γ_j des modes.

Physiquement, l'énorme largeur du complémentaire par rapport au signal s'explique de la façon suivante, illustrée dans la figure 2.17 : le complémentaire peut relaxer très rapidement vers une très grande quantité de modes avoisinants, parce que il se trouve dans une zone où la courbe de dispersion est presque plate [Tassone 97].

C.4.3.2 Effet du déséquilibre sur les corrélations quantiques D'un point de vue expérimentale, le déséquilibre mesuré entre le signal et le complémentaire complice beaucoup une mesure de corrélations. Le complémentaire est beaucoup trop faible (quelque nW) pour être détecté par une photodiode. En plus, pour l'observer il a été nécessaire de filtrer spectralement la lumière diffusée de la pompe à l'aide du monochromateur, autrement l'émission aux alentours de 835.72 nm serait "noyée" dans la lumière parasite provenant des réflexions multiples du laser (sur les vitres du cryostat par exemple). Cela signifie que la mesure ne peut qu'être faite après le spectromètre. En tenant compte du fait que la transmission du spectromètre est d'environ 10 %, on voit comme cela implique de rajouter des pertes élevées (sans considérer les pertes dues au couplage dans la fibre).

Il est donc clair qu'il faudrait envisager une nouvelle technique de détection. En effet, si la mesure des spectres de bruit des photocourants est sensible aux pertes et n'est donc pas envisageable dans notre cas, la mesure de coïncidences en *régime de comptage de photons* pourrait permettre de s'affranchir du problème des pertes. Cependant, même

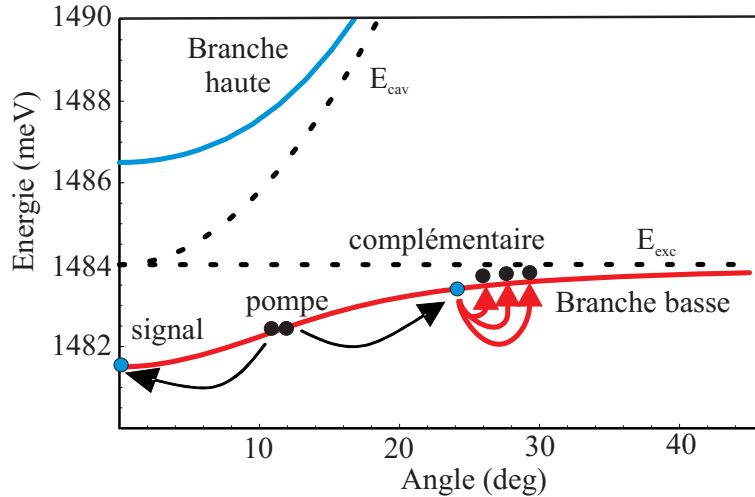


FIG. 2.17 – Schéma qui montre comment le complémentaire peut relaxer très efficacement vers les modes avoisinants, parce qu'il se trouve dans un plateau de la courbe de dispersion.

dans ces conditions il n'est pas sûr que l'on pourrait mettre en évidence des corrélations quantiques, parce qu'il a été montré que ces dernières se dégradent fortement lorsque le déséquilibre devient important [Karr 04a]. La meilleure solution serait d'avoir un échantillon pour lequel le déséquilibre soit moins important : cela pourrait être obtenu avec une cavité de moins bonne finesse, de façon telle que le temps de vie radiatif du complémentaire soit plus court de son temps de relaxation vers les autres modes excitoniques. Évidemment, en même temps il ne faudrait pas trop dégrader la qualité de la cavité, parce qu'une augmentation des largeurs des modes implique des seuils plus élevés pour les effets non linéaires (et, à la limite, l'absence de couplage fort).

D Conclusions

Dans ce chapitre, j'ai présenté l'observation expérimentale d'un phénomène non linéaire, qualifié comme *oscillation paramétrique de polaritons*, pour les nombreuses analogies qui s'imposent avec l'oscillation paramétrique optique "standard". En particulier, on a montré l'existence d'un régime de bistabilité dans l'oscillation du système. Les deux faits remarquables que ce régime ait déjà été observé dans les OPOs traditionnels, et que l'on puisse déduire du hamiltonien décrivant les microcavités un modèle qui rend compte de la bistabilité et qui se trouve être presque identique à celui qui est utilisé pour décrire la bistabilité dans les OPOs, montrent que l'analogie entre les deux systèmes est effective et étendue. Cette analogie est à la base de la possibilité de produire des polaritons corrélés quantiquement, ce qui constitue la motivation principale de ce travail. Les résultats sur la bistabilité corroborent ainsi l'espoir d'atteindre ce but. Ensuite, en mesurant le bruit d'intensité de l'émission, on a pu montrer que les polaritons qui sont à l'origine de l'émission "signal" autour de la direction $\mathbf{k} = \mathbf{0}$ sont tous dans un seul mode transverse. Cette mesure représente une avancée importante par rapport aux résultats précédemment proposés sur la bistabilité. En effet, si l'observation d'un régime de bistabilité permet de confirmer l'analogie avec les OPOs, cela relève toujours des propriétés classiques du système. Est-il correct, si l'on veut estimer les propriétés quantiques du système, de le décrire tout simplement en terme de trois modes, en oubliant toutes les complications supplémentaires ? Le caractère monomode transverse de l'émission "signal" supporte la conclusion que, dans le régime d'oscillation paramétrique, le traitement en termes des modes $\{\mathbf{0}, \mathbf{k}_p, 2\mathbf{k}_p\}$ est bien adapté.

Dans la dernière partie du chapitre, on a présenté l'observation expérimentale du faisceau complémentaire. Cette observation valide une fois de plus le modèle de l'oscillateur paramétrique de polaritons. Cependant, l'extrême déséquilibre entre l'intensité du signal et du complémentaire rend très difficile la mise en évidence des corrélations quantiques entre les deux modes.

En conclusion, les résultats de ce chapitre sont importants car ils montrent que le modèle de l'oscillateur paramétrique de polaritons fournit une description appropriée du système, qui demeure valable même lorsque l'on s'intéresse à des propriétés subtiles comme la distribution des fluctuations dans le plan transverse. Ceci permet de regarder avec confiance les prédictions d'effets quantiques.

Dans la configuration à l'angle magique, les effets quantiques sont masquées par le déséquilibre entre les modes signal et complémentaire. Il s'agit donc d'éliminer ce déséquilibre pour faire ressortir les potentialités du système. Ceci est l'enjeu des chapitres 3 et 4.

CHAPITRE 3

Expériences de mélange à quatre ondes

Sommaire

A	Introduction	81
B	Premiers résultats	85
B.1	Dispositif expérimental	85
B.2	Résultats expérimentaux	89
B.3	Discussion	94
C	Démonstration directe de l'amplification paramétrique avec un faisceau sonde	96
D	Amélioration de l'expérience	100
D.1	Inversion de polarisation linéaire	100
D.2	Oscillation du mélange à quatre ondes	102
D.3	Discussion : propriétés de spin dans la diffusion paramétrique de polaritons	107
D.4	Mesures de bruit	115
E	Conclusions	123

A Introduction

Nous avons discuté au chapitre 2 quelques faits expérimentaux importants dans la perspective de générer des polaritons corrélés quantiquement par mélange à quatre ondes. Notamment, nous avons observé l'oscillation paramétrique de polaritons, et nous

avons mis en évidence un régime de bistabilité optique qui est typique des oscillateurs paramétriques. En troisième lieu, nous avons vu que l'émission non-linéaire autour de la direction $\mathbf{k} = \mathbf{0}$ est monomode transverse.

Par la suite, nous avons mis en évidence que l'émission du mode complémentaire a des caractéristiques qui rendent très problématique la mesure de corrélations quantiques. Rappelons brièvement à nouveau les deux principales raisons physiques de cela : la très faible fraction photonique du complémentaire ($C_{2\mathbf{k}_p}^2 \simeq 0.05$), et, encore plus, la très grande importance de la relaxation non radiative, qui détermine une largeur du mode complémentaire beaucoup plus grande par rapport au mode signal.

Il a été montré théoriquement que les corrélations attendues sont maximales lorsque le signal et le complémentaire sont équilibrés ($\gamma_s = \gamma_c$) [Karr 01, Karr 04a]. Ce chapitre est consacré aux résultats expérimentaux obtenus dans une géométrie d'excitation qui permet de s'affranchir du problème de déséquilibre.

L'idée de base est schématisée dans la figure 3.1. Il s'agit de rajouter un deuxième faisceau laser de pompe de vecteur d'onde $-\mathbf{k}_p$. On s'attend à ce que l'interaction entre les deux modes $\mathbf{k}_p$ et $-\mathbf{k}_p$ produise des paires de polaritons corrélés. Étant donné que l'impulsion totale du couple $\{\mathbf{k}_p, -\mathbf{k}_p\}$ est nulle, l'annihilation d'un polariton dans chaque mode peut générer un couple $\{\mathbf{k}', -\mathbf{k}'\}$ arbitraire, pourvu que les deux polaritons générés aient des impulsions opposées et que l'ensemble du processus conserve l'énergie. Cette dernière condition restreint les états finaux de la diffusion paramétrique au cercle élastique de rayon $|\mathbf{k}| = |\mathbf{k}_p|$. On note que des expériences dans une configuration à deux pompes contrapropageantes¹ ont été menées dans le groupe du Prof. Yamamoto, en excitation non résonnante, à des grands angles. Ces expériences ont fourni une évidence des effets de stimulation bosonique dans les microcavités [Huang 00]. Une expérience plus similaire à notre configuration a été récemment reportée dans la référence [Savasta 05], où l'on s'intéresse toutefois aux non-linéarités générés par chaque pompe, et non pas, comme nous le faisons, aux non-linéarités *croisées*, générées par l'interaction d'une pompe avec l'autre.

On voit tout de suite l'intérêt de cette configuration par rapport à celle de l'angle magique. Ici les deux modes corrélés sont parfaitement symétriques : par "construction", ils ont la même fraction photonique, la même largeur de raie, ainsi que la même énergie. En outre, ils ont la même énergie que les modes de pompe. Ceci pourrait être

¹Les ondes optiques de pompe ne se propagent pas en directions opposées dans l'espace à trois dimensions. En effet, on a $\{\mathbf{k}_{\perp p_1} = -\mathbf{k}_{\perp p_2}, k_{zp_1} = k_{zp_2}\}$. Cependant, dans le monde bidimensionnel des polaritons le mouvement selon z est quantifié et seul le mouvement dans le plan transverse est libre. Souvent nous adopterons le point de vue des polaritons et parlerons, par exemple, de pompes contrapropageantes bien qu'elles ne soient telles que dans le plan transverse.

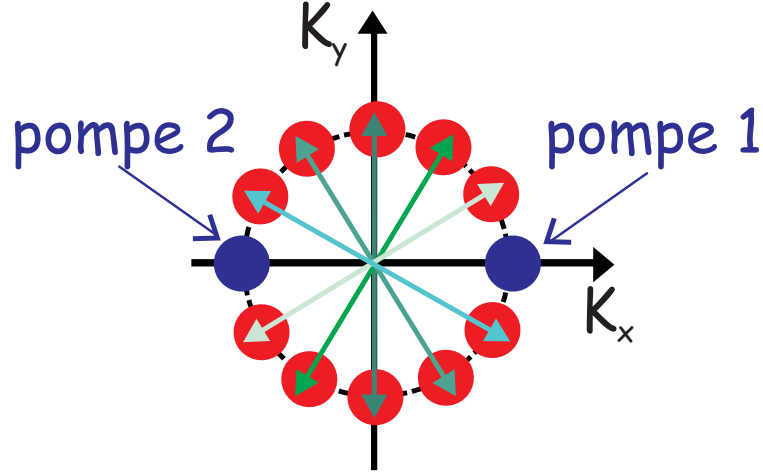


FIG. 3.1 – Représentation schématisée du processus de mélange à quatre ondes dans l'espace des vecteurs d'onde. Les états initiaux pompés par le laser sont en bleu. Ils peuvent diffuser vers n'importe quel couple d'états finaux (en rouge). Les états corrélés qui constituent les couples sont connectés par les flèches colorées. Le fait que chaque couple d'états finaux est sur un diamètre de l'anneau élastique défini par les pompes assure la conservation de l'énergie et de l'impulsion dans le processus.

un avantage considérable pour des futures expériences, permettant de mesurer par détection homodyne toutes les quadratures des modes, comme dans le cas des expériences de mélange à quatre ondes dégénéré à l'angle nul [Messin 01, Karr 04b].

Le problème de cette configuration vient du fait que l'émission non linéaire se superpose à l'émission due à la diffusion Rayleigh (voir figure 2.6, chapitre 2). Si on ne pouvait pas s'affranchir de la lumière émise par diffusion élastique, l'intérêt de cette configuration pour l'optique quantique serait diminué, comme le démontre la première partie de ce chapitre, où l'on décrit les premières mesures effectuées, sans séparer la contribution de la diffusion Rayleigh du reste de l'émission.

La deuxième partie du chapitre porte sur des expériences de type pompe-sonde, que nous avons effectué principalement dans le but d'avoir une preuve directe de l'existence du processus de mélange à quatre ondes décrit ci-dessus.

La troisième partie décrit l'amélioration décisive de l'expérience grâce à l'exploitation des propriétés de spin qui jouent un rôle fondamental dans le processus non linéaire et permettent de séparer en polarisation la diffusion Rayleigh et la diffusion paramétrique. On verra comment l'interaction entre les modes de pompe produit effectivement des états finaux polarisés orthogonalement par rapport aux pompes. Ceci permet de filtrer la diffusion Rayleigh, qui conserve la polarisation. L'élimination de la diffusion

Rayleigh nous permet d’avoir des images beaucoup plus nettes du champ lointain de l’émission, qui confirment de façon irréfutable l’interprétation des non-linéarités observées en termes de mélange à quatre ondes $\{\mathbf{k}_p, -\mathbf{k}_p\} \Rightarrow \{\mathbf{k}', -\mathbf{k}'\}$.

En outre, la nouvelle configuration nous a permis de mettre en évidence l’existence d’un seuil pour le processus, et donc d’observer le régime d’*oscillation de mélange à quatre ondes de polaritons*. Nos résultats peuvent être comparés à des travaux récents, tant expérimentaux que théoriques, sur la dynamique de spin des polaritons [Kavokin 05a, Renucci 05, Shelykh 05]. Je présenterai un aperçu de ces travaux, qui fournissent une interprétation théorique claire des caractéristiques principales de nos résultats.

Enfin, nous avons effectué des mesures du bruit d’intensité de l’émission. La configuration de mélange à quatre ondes choisie se révèle beaucoup mieux adaptée pour ce type de mesure par rapport à la configuration d’oscillation paramétrique à l’angle magique. Nous avons pu mettre en évidence que les fluctuations d’intensité des deux faisceaux conjugués générés par le processus de mélange à quatre ondes sont extrêmement corrélées (le coefficient de corrélation étant de 0.98). Cette mesure démontre pour la première fois que la diffusion paramétrique des polaritons des modes pompe produit deux populations macroscopiques de polaritons corrélées. Nous n’avons pas observé des corrélations quantiques, le bruit de la différence des intensités étant supérieure à la limite quantique standard. Cependant, ces mesures restent à améliorer et constituent une première étape très encourageante vers l’observation des polaritons corrélés quantiquement. On discutera des améliorations possibles dans le quatrième chapitre, où un modèle théorique des expériences est développé.

B Premiers résultats

B.1 Dispositif expérimental

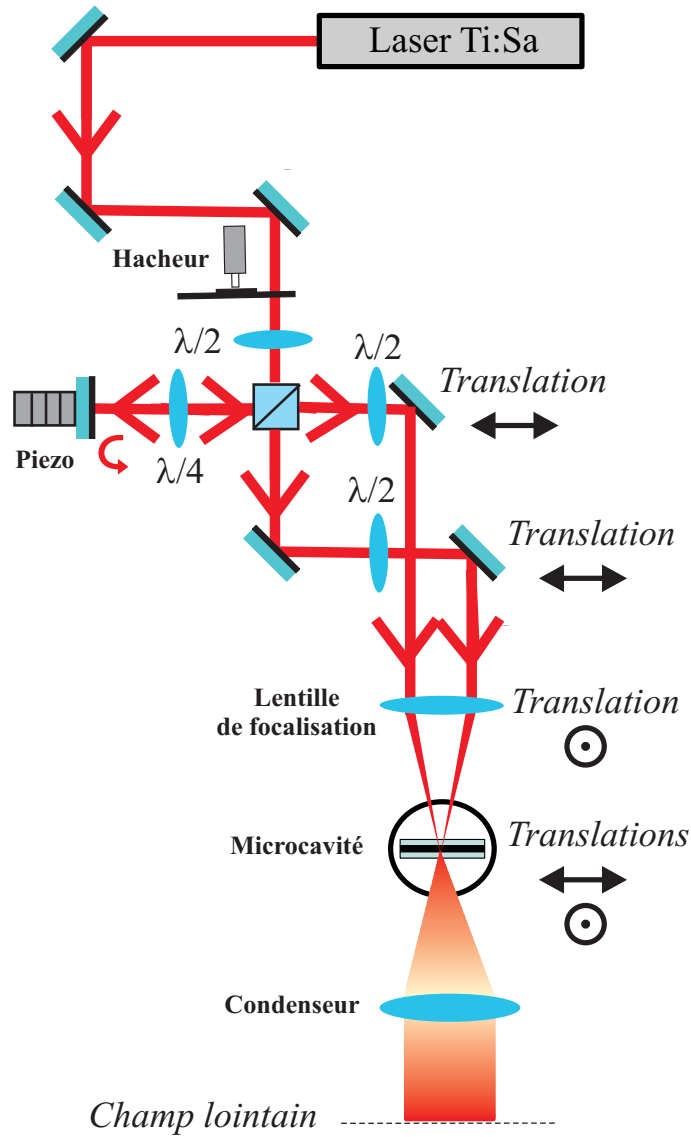


FIG. 3.2 – Montage expérimental pour le double pompage résonnant.

La figure 3.2 montre le montage expérimental mis en place pour réaliser le double pompage résonnant. Il faut pouvoir contrôler la position de chaque faisceau sur l'échantillon ainsi que son angle d'incidence de façon indépendante. Ceci est réalisé à l'aide

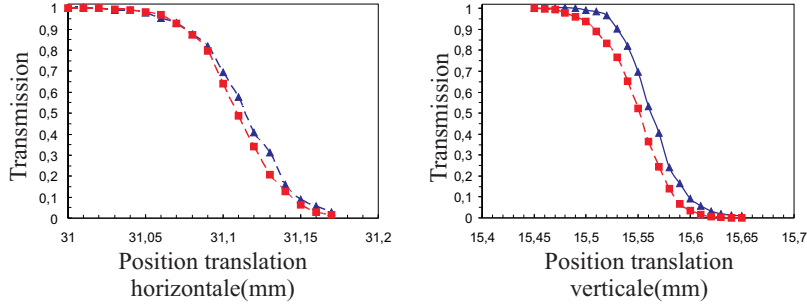


FIG. 3.3 – Profile de l'intensité transmise lorsque le bord de l'échantillon "coupe" le faisceau $\mathbf{k}_p$ (carreaux rouges) et $-\mathbf{k}_p$ (triangles bleus). Gauche : profil latéral. Droite : profil vertical.

de deux translations micro-métriques horizontales qui permettent de déplacer les deux faisceaux par rapport au centre de la lentille de focalisation. Cette opération permet de varier l'angle d'incidence du faisceau, c'est-à-dire la composante k_x du vecteur d'onde, sans affecter, en première approximation, la position du spot d'excitation sur l'échantillon, qui se trouve au foyer de la lentille. Quant à la composante k_y , elle peut être contrôlée avec la translation verticale de la lentille de focalisation. L'échantillon est ensuite translaté pour retrouver le même point d'excitation.

Le point de l'échantillon que l'on excite peut être choisi à l'aide des deux translations, horizontale et verticale, qui déplacent l'ensemble du cryostat et de l'échantillon. Le montage est complété par un hacheur (*duty cycle* de l'ordre du pourcent) pour éviter de réchauffer l'échantillon, et par deux lames demi-onde qui permettent de régler la direction de polarisation linéaire des faisceaux de pompe. L'émission est collectée en transmission par un condenseur et observée en champ lointain.

Positionnement des faisceaux pompe Le positionnement des faisceaux pompe est délicat, parce que il faut que leurs positions sur l'échantillon coïncident pour avoir une interaction efficace. Le rayon du spot d'excitation étant d'environ $25 \mu\text{m}$, il est nécessaire de s'assurer que la distance entre les deux spots soit inférieure à cette quantité. Pour cela on a utilisé le bord même de l'échantillon comme lame opaque. En déplaçant latéralement l'échantillon à l'aide de la translation horizontale, on peut mesurer la position du spot des deux faisceaux, ainsi que son diamètre à la surface de l'échantillon (voir figure 3.3). Il en va de même pour la position des spots selon la direction verticale. Si l'on constate un décalage important entre les deux positions, on peut agir sur l'un de deux miroirs du faisceau $-\mathbf{k}_p$ pour compenser. Ceci affecte le parallélisme de $\mathbf{k}_p$ et

$-\mathbf{k}_p$ avant d'arriver sur la lentille de focalisation, et donc leur angle d'incidence. Il faut donc à nouveau régler le parallélisme en jouant, cette fois-ci, sur les deux miroirs à la fois. À son tour, cette opération décale légèrement le spot qu'on vient de re-superposer. Après un nombre suffisant d'itérations, la procédure permet d'avoir deux faisceaux ayant le même angle d'incidence et convenablement superposés. De cette façon, on a accès directement à la position des faisceaux.

Pour le parallélisme, on interpose un miroir devant la lentille de focalisation et on laisse propager librement les deux faisceaux pompe sur plusieurs mètres, en vérifiant à l'aide d'une carte sensible à l'infrarouge que la distance entre les deux faisceaux ne change pas au cours de la propagation. Un autre test de l'égalité des angles d'incidence est fourni directement par les polaritons : en effet, lorsque les faisceaux arrivent au même endroit sur l'échantillon, ils doivent être résonnants avec le système pour le même désaccord exciton-cavité, si l'angle d'incidence est le même.

Montage de détection On utilise essentiellement deux types de détection. La première consiste à capturer l'image du champ lointain avec une caméra CCD (figure 3.4 (a)) : ceci nous donne une vue globale de la distribution angulaire de l'émission.

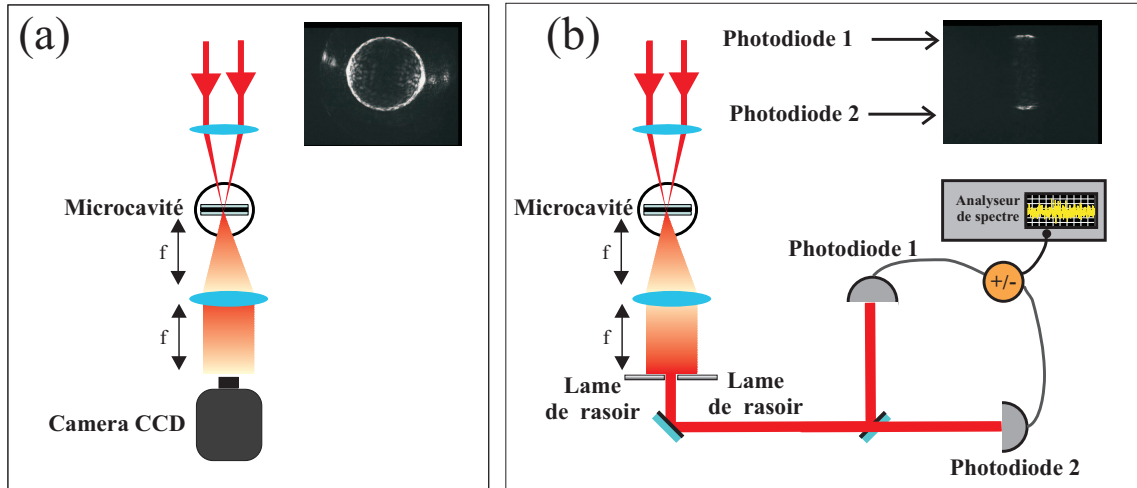


FIG. 3.4 – Montage de détection : (a) images en champ lointain et (b) mesure des spectres de bruits d'une partie de l'émission : le diamètre vertical de l'anneau transmis est sélectionné à l'aide de deux lames opaques ; la partie inférieure de l'émission est renvoyée par un miroir sur la photodiode1, tandis que la partie supérieure se propage librement jusqu'à la photodiode2.

Le deuxième type de détection (figure 3.4 (b)) consiste à sélectionner (en l'occurrence, avec deux lames de rasoir) le diamètre vertical du cercle constitué par l'émission en champ lointain et à mesurer les corrélations entre les fluctuations d'intensité des deux parties de l'émission. Pour ce faire, on envoie chaque partie sélectionnée sur une photodiode, et ensuite on fait la somme et la différence des photocourants avec le circuit sommateur-soustracteur. Le spectre des fluctuations de la somme et de la différence des photocourants est mesuré par un analyseur de spectre (Agilent E4401-B).

B.2 Résultats expérimentaux

Tous les résultats présentés dans cette section sont obtenus en pompant l'échantillon près du désaccord nul entre la cavité et l'exciton, plus précisément pour $\delta = -0.45$ meV. L'angle des faisceaux pompes par rapport à la normale est d'environ 6° : on choisit un angle sensiblement plus petit que l'angle magique ($\simeq 12^\circ$) pour éviter la compétition entre le processus à deux pompes et la diffusion paramétrique à une pompe considérée dans le chapitre précédent. En outre, on choisit de pomper avec des *polarisations linéaires orthogonales* ($\mathbf{k}_p$ est polarisée selon la direction horizontale, $-\mathbf{k}_p$ selon la verticale) pour éviter des effets d'interférence entre les anneaux Rayleigh des pompes.

B.2.1 Mesure de l'intensité émise

Une première mesure que nous avons effectuée consiste simplement à mesurer l'intensité optique émise I_{tot} en présence des deux pompes, et à la comparer à la somme des intensités émises par diffusion Rayleigh $I_{\mathbf{k}_p}$ et $I_{-\mathbf{k}_p}$ lorsque les faisceaux $\mathbf{k}_p$ et $-\mathbf{k}_p$ arrivent séparément sur l'échantillon (voir figure 3.5). On a constaté que I_{tot} est supérieure à la somme $I_{\mathbf{k}_p} + I_{-\mathbf{k}_p}$, ce qui signifie que l'émission sous double pompage résonnant a bien un caractère non-linéaire. On peut donner une estimation sommaire de la contribution du mélange à quatre ondes à l'émission à partir de l'expression²

$$I_{fwm} = I_{tot} - (I_{\mathbf{k}_p} + I_{-\mathbf{k}_p}) \quad (3.1)$$

On voit dans la figure 3.5 que I_{fwm} , évaluée de telle sorte, augmente avec l'intensité de pompe jusqu'à devenir plus importante que la diffusion Rayleigh pour environ 30 mW de pompe (15 mW pour chaque faisceau).

B.2.2 Mesures de corrélations d'intensité

Le processus de diffusion paramétrique $\{\mathbf{k}_p, -\mathbf{k}_p\} \Rightarrow \{\mathbf{k}', -\mathbf{k}'\}$ produit deux polaritons simultanément, de façon similaire à ce qui se vérifie lorsque l'on pompe le système à l'angle magique. On s'attend donc à mesurer des corrélations entre les intensités émises avec des vecteurs d'ondes opposés, c'est-à-dire entre les parties du cercle

²L'équation 3.1 est valable si le mélange à quatre ondes est la seule non-linéarité dans le système, et si l'émission Rayleigh et l'émission non-linéaire sont indépendantes. Ces deux hypothèses ne sont pas forcément vérifiées. Notamment, la deuxième n'est certainement pas vérifiée de façon exacte, parce que, lorsqu'un deuxième faisceau pompe est rajouté, il rénormalise l'énergie de résonance du premier, qui se trouve donc un peu désaccordé par rapport à la configuration précédente.

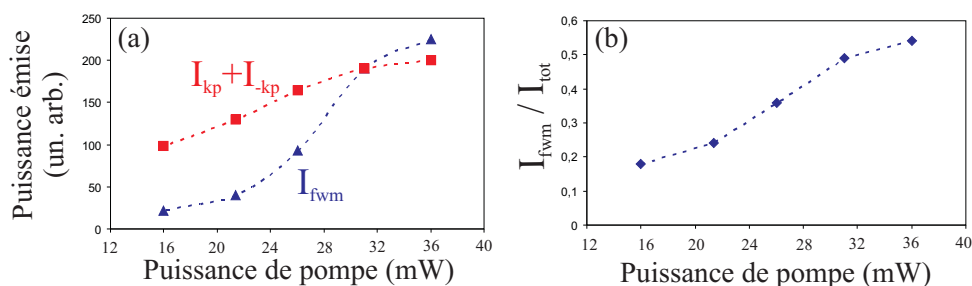


FIG. 3.5 – (a) Carrés rouges : intensité de la diffusion Rayleigh ($I_{\mathbf{k}_p} + I_{-\mathbf{k}_p}$). Triangles bleus : intensité non-linéaire I_{fwm} , définie en 3.1. (b) Fraction non-linéaire de l'émission totale, calculée comme I_{fwm}/I_{tot} .

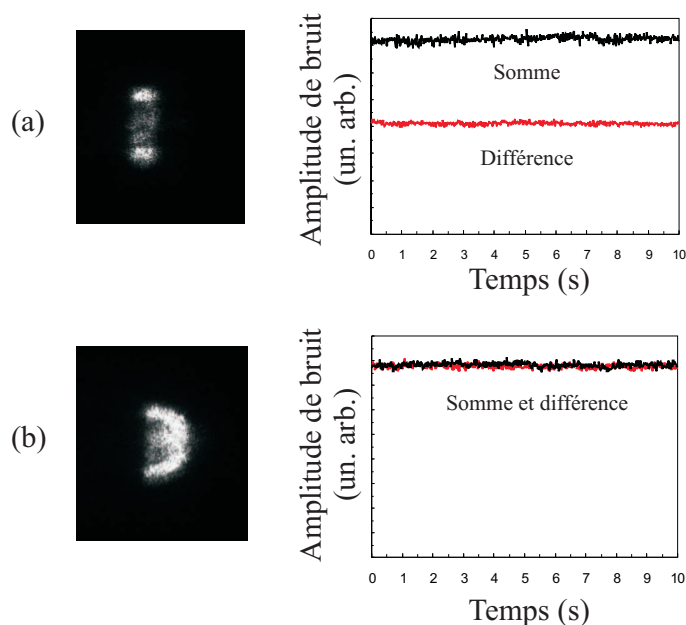


FIG. 3.6 – Bruit de la somme (noir) et de la différence (rouge) des intensités de deux parties de l'émission. (a) Les deux parties se trouvent aux extrémités du diamètre vertical de l'anneau. Le bruit de la différence est plus faible que le bruit de la somme, ce qui montre bien que les intensités sont corrélées.

(b) Les deux parties correspondent à une portion de la moitié de droite de l'anneau, où aucun diamètre complet ne se trouve. Le bruit de la différence est égal au bruit de la somme : dans ce cas, les intensités sont décorrélées.

élastique reliées par un diamètre quelconque (voir figure 3.1). On peut supposer que les corrélations soient plus élevées lorsque le processus non-linéaire est plus important que la diffusion Rayleigh, parce que l'émission générée par cette dernière ne présente pas de corrélations.

Mesures directes des corrélations Dans la figure 3.6, on a reporté les courbes de bruit comme elles se présentent à l'écran de l'analyseur de spectre, pour deux positions différentes des lames opaques. Considérons d'abord la partie (a) de la figure. En sélectionnant le diamètre vertical de l'anneau, on voit que le bruit de la différence des photocourants (trace rouge) est sensiblement plus faible que le bruit de la somme (trace noire).

Dans la partie (b) de la figure, on a décalé les deux lames vers la droite. La lame de gauche intercepte l'anneau en champ lointain de telle façon que dans la lumière transmise aucun diamètre n'existe. En mesurant le bruit de la somme et de la différence des photocourants, on trouve que les deux traces correspondantes sont identiques. Ceci signifie que les intensités de ces deux parties de l'anneau sont décorrélées. Cette mesure donne une indication que le processus de mélange à quatre ondes cherché est bien réel : on observe en effet des corrélations d'intensité, qui sont conformes à la "règle de sélection géométrique" évoquée plus haut.

Spectres de bruit en fonction de l'intensité de pompe Dans la figure 3.7, on présente la mesure des spectres de bruit en fonction de l'intensité des pompes et du coefficient de corrélation (1.94). Le coefficient de corrélation entre les intensités $I_{\mathbf{k}}$ et $I_{-\mathbf{k}}$, détectées par les photodiodes 1 et 2 respectivement, est ainsi défini :

$$C_{\mathbf{k},-\mathbf{k}} = \frac{S_{\mathbf{k},-\mathbf{k}}}{\sqrt{S_{\mathbf{k}} S_{-\mathbf{k}}}} \quad (3.2)$$

avec $S_{\mathbf{k},-\mathbf{k}}$ le spectre des corrélations (1.92) des intensités $I_{\mathbf{k}}$ et $I_{-\mathbf{k}}$, et $S_{\mathbf{k}}$, $S_{-\mathbf{k}}$ les spectres de bruit des faisceaux individuels. Les spectres de bruit de la somme et de la différence des photocourants peuvent s'exprimer en fonction de $S_{\mathbf{k}}$, $S_{-\mathbf{k}}$ et $C_{\mathbf{k},-\mathbf{k}}$:

$$S_+ = S_{\mathbf{k}} + S_{-\mathbf{k}} + 2C_{\mathbf{k},-\mathbf{k}}\sqrt{S_{\mathbf{k}}S_{-\mathbf{k}}} \quad (3.3)$$

$$S_- = S_{\mathbf{k}} + S_{-\mathbf{k}} - 2C_{\mathbf{k},-\mathbf{k}}\sqrt{S_{\mathbf{k}}S_{-\mathbf{k}}} \quad (3.4)$$

$C_{\mathbf{k},-\mathbf{k}}$ peut donc être déterminé à partir du spectre de bruit de la somme et de la différence des photocourants, et des spectres de bruit des faisceaux individuels :

$$C_{\mathbf{k},-\mathbf{k}} = \frac{S_+ - S_-}{4\sqrt{S_{\mathbf{k}}S_{-\mathbf{k}}}} \quad (3.5)$$

Les spectres sont mesurés en sélectionnant le diamètre vertical de l’anneau, comme en figure 3.6 (a). Par commodité, la partie (a) de la figure reproduit la courbe des intensités linéaires et non-linéaires de la figure 3.5 (a), parce que les mesures de bruit sont relatives à ces états stationnaires. La partie (b) montre l’évolution du spectre de bruit de la somme et de la différence avec la puissance de pompe ; la partie (c) reporte l’évolution du coefficient de corrélation. On voit que le bruit de la somme augmente rapidement, tandis que le bruit de la différence reste relativement bas. Donc, l’écart entre les deux augmente et en correspondance les corrélations deviennent plus élevées. Pour 36 mW de pompe, on mesure une corrélation d’environ 0.6.

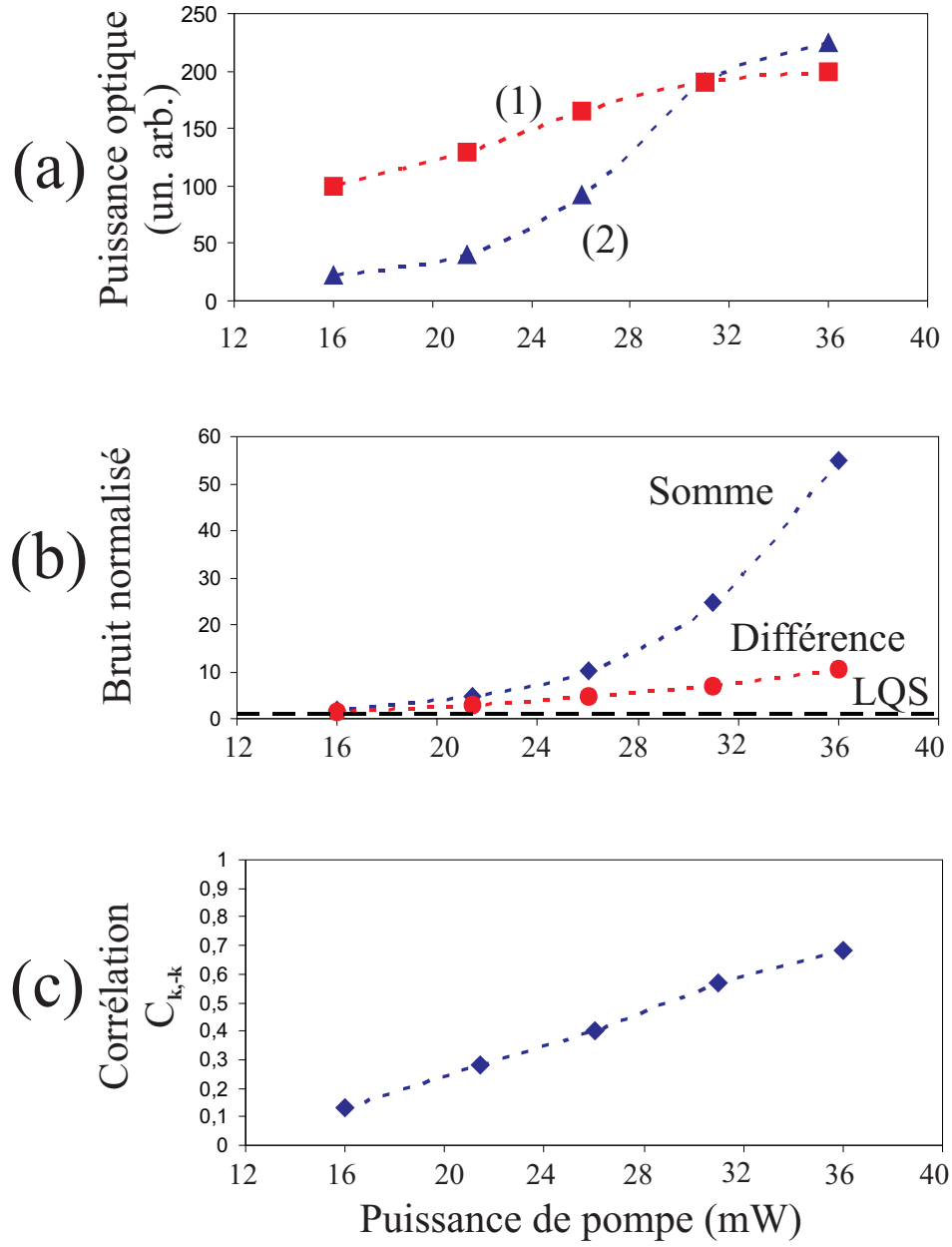


FIG. 3.7 – (a) Intensité linéaire (1) et non-linéaire (2). (b) Spectre de bruit de la somme et de la différence des photocourants. Les spectres sont mesurés à une fréquence d'analyse de 6 MHz et normalisés à la limite quantique standard (LQS, en tirets). (c) Coefficient de corrélation $C_{k,-k}$.

B.3 Discussion

Il faut souligner d'abord que le double pompage résonnant nous a permis de franchir un premier pas important, c'est-à-dire la génération et la mesure de modes polaritons corrélés. A maintes reprises on a remarqué que cela n'est pas du tout évident dans la configuration à une pompe. Le fait que les corrélations sont localisées sur un diamètre indique que l'interprétation des expériences en termes du mélange à quatre ondes $\{\mathbf{k}_p, -\mathbf{k}_p\} \Rightarrow \{\mathbf{k}', -\mathbf{k}'\}$ est correcte. Cependant, plusieurs questions se posent à ce stade.

Premièrement, on note dans la figure 3.7 que, bien que la non-linéarité devienne plus importante que la diffusion Rayleigh et les corrélations augmentent, on s'éloigne de plus en plus du domaine quantique : en effet, le bruit de la différence des intensités augmente légèrement par rapport à la limite quantique standard (figure 3.7 (b)). Ceci contraste avec nos perspectives initiales, fondées sur le raisonnement qui suit. En effet, on s'attendait à avoir des faibles corrélations pour des puissances de pompe faibles, parce que dans ce cas la contribution de la diffusion Rayleigh, qui donne un fond décorrélé à l'émission, est dominante par rapport aux effets non-linéaires. On pouvait toutefois espérer que, pour des puissances incidentes plus élevées, le Rayleigh deviendrait négligeable et le bruit de la différence des faisceaux diminuerait de plus en plus, jusqu'à approcher le domaine quantique. Au contraire, la courbe 3.7 (b) démontre que, au fur et à mesure que les corrélations augmentent, le bruit sur la différence des intensités augmente aussi. Cela conduit à se poser la question : quelle est la cause de l'excès de bruit mesuré ? Notamment, s'agit-il du "fond" dû à la diffusion Rayleigh, ou d'un excès de bruit intrinsèque à la non-linéarité ?

Pour répondre à cette question, nous avons mesuré séparément le bruit d'intensité dû à la diffusion Rayleigh, en excitant l'échantillon avec un seul faisceau de pompe. Il faut remarquer que cette estimation de la contribution apportée par la diffusion Rayleigh au bruit n'est pas très précise, car elle ne tient pas compte de la renormalisation due au deuxième faisceau de pompe, qui déplace la résonance du premier. Cependant, elle fournit une indication du niveau de bruit associé à la diffusion Rayleigh ; notamment, ces mesures suggèrent que la cause de l'excès de bruit observé n'est pas à rechercher dans la diffusion Rayleigh. Nous avons en effet constaté que la diffusion Rayleigh est responsable d'un excès de bruit (normalisé) qui augmente avec l'intensité ; cependant, cette contribution reste assez faible par rapport au niveau de bruit mesuré sur la différence des intensités, dont l'origine est donc à rechercher ailleurs. Cette conclusion est confirmée par les mesures présentées dans la suite de ce chapitre, où l'on sépare la diffusion Rayleigh de l'émission non linéaire.

La deuxième question que l'on se pose est celle de localiser le seuil d'oscillation. On s'attend à avoir un effet de seuil, comme dans le cas de l'oscillation paramétrique de polaritons discutée dans le chapitre 2, mais les courbes de la figure 3.7 (a) ne donnent guère d'indications en ce sens. La puissance non-linéaire émise en fonction de la puissance de pompe ne montre aucune rupture de pente évidente, ce qui serait une signature d'un effet de seuil. On pourrait "voir" le seuil dans les images en champ lointain, en supposant qu'un seul couple atteigne le seuil d'oscillation, pour une intensité de pompe donnée. Dans ce cas, deux taches lumineuses diamétralement opposées devraient être visibles sur l'anneau émis. Cependant, les images en champ lointain de l'émission demeurent toujours qualitativement similaires, et aucune brisure de symétrie de l'anneau n'est observable. Réciproquement, ceci n'implique pas nécessairement que le système est en dessous de seuil. En effet, l'émission peut s'avérer multimode, et l'image en champ lointain peut alors s'interpréter comme une moyenne sur leur compétition dynamique. D'autre part, le seuil devrait être du même ordre de grandeur que celui de l'oscillation paramétrique : avec les valeurs choisies pour les pompes on devrait être largement au-dessus. La puissance optique non-linéaire relativement élevée (quelque centaine de μW) que l'on détecte amène aussi à penser que le seuil a été franchi.

En conclusion, si l'on a obtenu un premier résultat important, la mesure des corrélations d'intensité dans l'émission des polaritons, à ce stade l'interprétation des données expérimentales présente encore quelques points à élucider. Il est aussi clair que la plupart des difficultés auxquelles on doit faire face proviennent du fait que l'émission non-linéaire et la diffusion Rayleigh sont superposées. Elles devraient être résolues en grande partie dans des expériences qui permettent de séparer la lumière émise par diffusion élastique de l'émission non-linéaire. Ces expériences feront l'objet de la troisième partie du chapitre.

C Demonstration directe de l'amplification paramétrique avec un faisceau sonde

Jusqu'ici, la seule preuve dont on dispose pour valider l'interprétation des données en termes du mélange à quatre ondes $\{\mathbf{k}_p, -\mathbf{k}_p\} \Rightarrow \{\mathbf{k}', -\mathbf{k}'\}$ est la mesure des corrélations d'intensité sur le diamètre vertical, et l'absence de corrélations en dehors du diamètre (figure 3.6).

En tenant compte de la présence de phénomènes tels que la renormalisation des énergies et les interférences, dont la contribution est difficile à évaluer et qui rendent l'interprétation des résultats plus compliquée, il est désirable d'avoir d'autres preuves, si possible plus directes, qui confirment notre point de vue.

C'est pour cela que nous avons fait des expériences en rajoutant un troisième faisceau, qui joue le rôle de sonde. Le but est évidemment de briser la symétrie circulaire que le processus de mélange à quatre ondes partage avec la diffusion Rayleigh, et de forcer la génération paramétrique vers un couple privilégié (en l'occurrence celui localisé sur le diamètre vertical de l'anneau), déterminé par la sonde. Pour ce faire, on envoie un

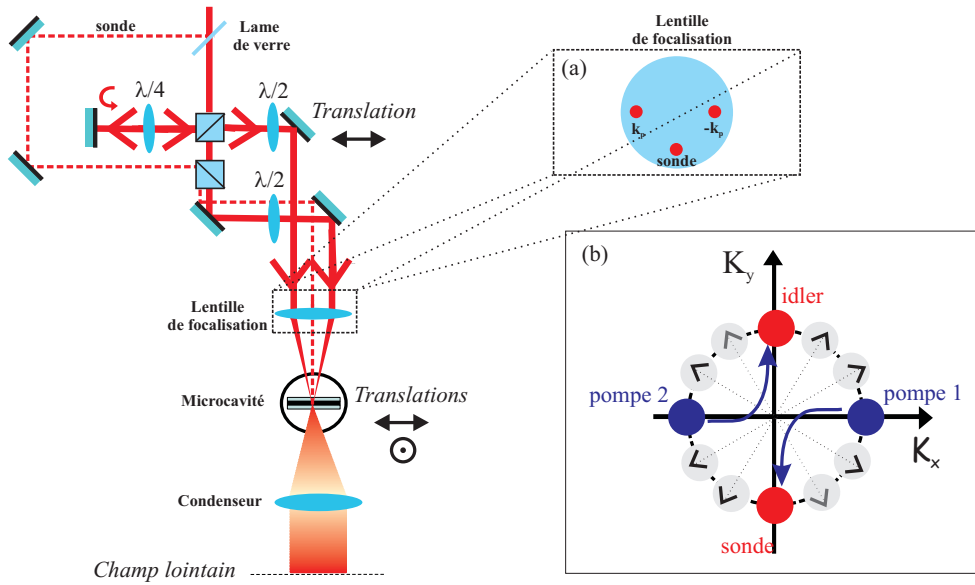


FIG. 3.8 – Montage expérimental d'excitation avec deux pompes et une sonde. (a) Les trois faisceaux arrivent parallèles sur la lentille de focalisation, à la même distance du centre de la lentille, ce qui assure qu'ils ont le même angle d'incidence sur la surface de l'échantillon. (b) Représentation schématique du processus de diffusion étudié.

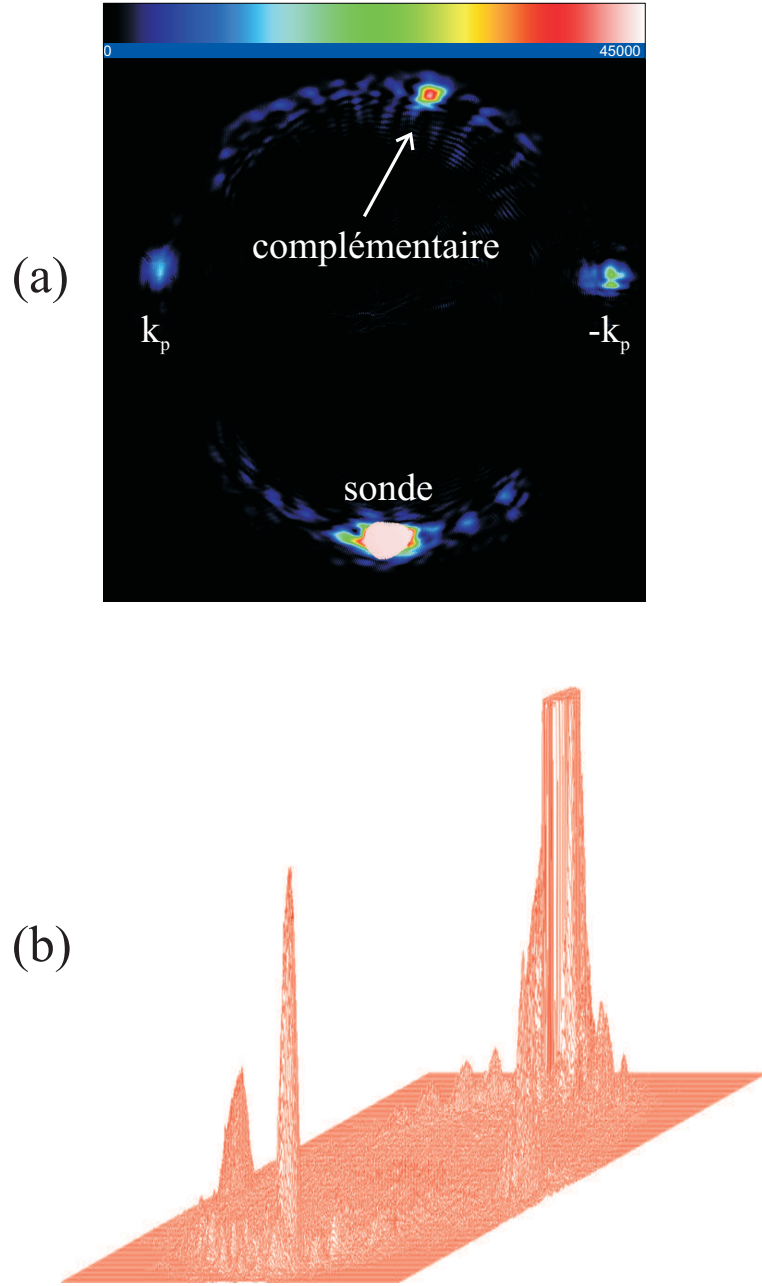


FIG. 3.9 – (a) : Image en champ lointain de l'émission de la microcavité sous excitation résonnante par les deux pompes et la sonde. La puissance de chaque pompe est de 3 mW ; la puissance de la sonde est de $300 \mu\text{W}$. Les pompes transmises sont atténuées par des densités neutres. Sur la partie supérieure de l'image, on observe une quatrième tache lumineuse, qui correspond à un vecteur d'onde opposé à celui de la sonde. Ce résultat est une preuve directe de la diffusion paramétrique $\{\mathbf{k}_p, -\mathbf{k}_p\} \Rightarrow \{\mathbf{k}_s, -\mathbf{k}_s\}$. (b) : Version 3D de (a).

troisième faisceau à l'incidence normale sur la lentille de focalisation, à une distance du centre de la lentille égale à celle des deux faisceaux de pompe (voir figure 3.8(a)). Ceci assure d'avoir le même angle d'incidence pour la sonde. On mesure la position de la sonde sur l'échantillon selon les axes horizontaux et verticaux avec la méthode discutée en B.1, et on contrôle que le point d'incidence de la sonde soit superposé à celui des deux faisceaux de pompe. On en règle aussi l'angle d'incidence en utilisant un miroir placé devant la lentille de focalisation et en laissant propager les trois faisceaux sur plusieurs mètres, en prenant garde au fait que leur distances mutuelles ne se modifient pas au cours de la propagation. La qualité du réglage peut être évaluée en déterminant la position des résonances en transmission des trois faisceaux, lorsque l'échantillon est déplacé horizontalement.

Lorsque le système est excité par les trois faisceaux simultanément, l'émission observée en champ lointain montre trois taches sur l'anneau élastique, et en plus un quatrième spot brillant correspondant à un vecteur d'onde $-\mathbf{k}_s$ opposé à celui de la sonde (voir figure 3.9). Cela signifie qu'une population importante de polaritons est créée dans le mode $-\mathbf{k}_s$, et donc que la présence du faisceau sonde stimule la diffusion vers les états finaux $\{\mathbf{k}_s, -\mathbf{k}_s\}$. L'image 3.9 constitue une preuve directe du mélange à quatre ondes croisé. Lorsque les deux faisceaux de pompe sont présents, la puissance transmise de la sonde est amplifiée d'un facteur 3.

Mesures de bruit Nous avons effectué des mesures des corrélations d'intensité entre la sonde transmise et le complémentaire, de façon analogue aux mesures présentées au paragraphe précédente. Dans ce cas aussi, nous avons constaté que les fluctuations de la sonde et de son complémentaire sont corrélées, comme l'on s'attend. Un exemple de spectre de bruit, tel qu'il est affiché à l'écran de l'analyseur de spectre, est donnée en figure 3.10. L'écart entre le bruit de la somme et de la différence des photocourants indique une corrélation d'environ 0,5, comparable aux valeurs obtenues en absence de sonde. La configuration actuelle permet de définir précisément la partie de l'anneau à sélectionner et à envoyer sur la photodiode, ce qui n'était pas le cas auparavant ; cependant, les résultats obtenus sont analogues. Cela indique que l'imperfection des corrélations n'est pas due à la mauvaise sélection de la lumière envoyée sur les détecteurs.

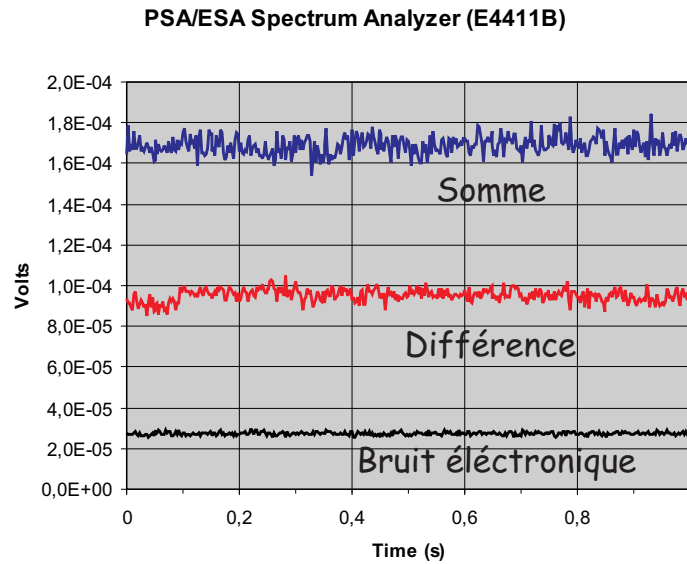


FIG. 3.10 – Bruit d'intensité (en échelle linéaire) de la somme et de la différence des intensités de la sonde transmise et de son complémentaire.

D Amélioration de l'expérience

D.1 Inversion de polarisation linéaire

Nous avons modifié légèrement le montage expérimental, en changeant la polarisation des deux faisceaux de pompe. L'excitation se fait maintenant avec deux faisceaux ayant *la même polarisation linéaire* (en l'occurrence horizontale); la lumière transmise par l'échantillon est ensuite filtrée par un cube polariseur précédé par une lame demi-onde, qui permet d'analyser en polarisation l'émission.

En figure 3.11, on peut voir le champ lointain de l'émission, polarisé respectivement selon l'axe horizontale (comme les pompes) et verticale (orthogonale aux pompes).

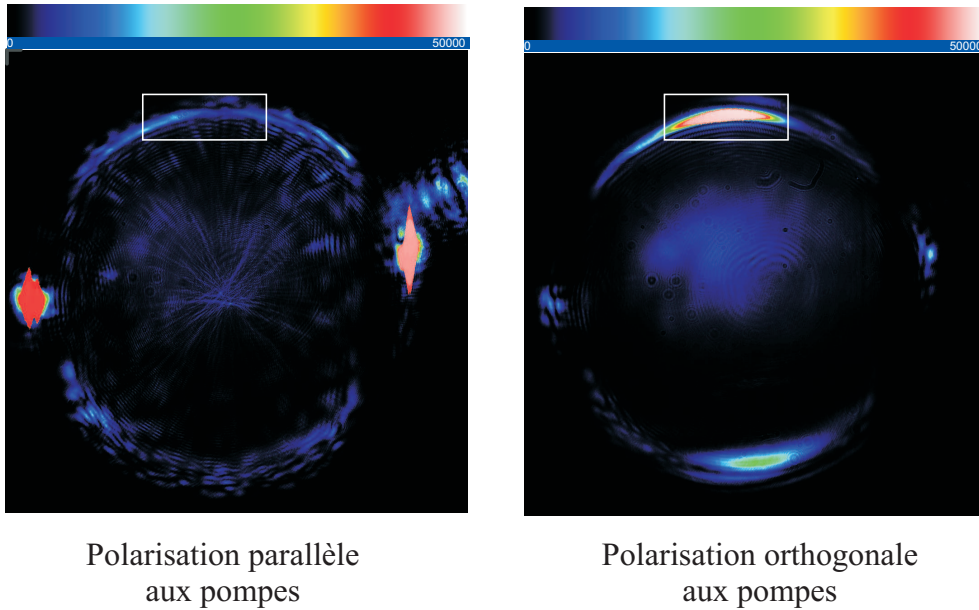


FIG. 3.11 – Images en champ lointain résolues en polarisation. La position de l'échantillon correspond à un désaccord cavité-exciton nul. Le degré de polarisation de la partie de l'émission dans l'encadré est $\rho_{lin} = \frac{I_{\parallel} - I_{\perp}}{I_{\parallel} + I_{\perp}} = -0.6$.

Les deux images montrent deux distributions d'intensité extrêmement différentes. En polarisation horizontale, on observe une distribution caractérisée par une symétrie circulaire et par la présence de *speckle* (ainsi que par nombreuses taches parasites), une signature typique du phénomène de diffusion élastique de Rayleigh. Sur la polarisation verticale, la diffusion élastique ainsi que toute autre diffusion parasite est supprimée, et cela permet de révéler une distribution qui n'est nullement uniforme sur le cercle

élastique, mais qui présente au contraire deux maxima fortement localisés, où la plupart de l'émission se concentre. Ces deux zones sont centrées sur un diamètre du cercle, comme l'on s'attend. Cette image démontre que les états finaux du processus de mélange à quatre ondes produisent une émission polarisée orthogonalement par rapport aux pompes. Ce phénomène est appelé *inversion de polarisation linéaire* dans la littérature [Dasbach 05, Kavokin 05a]. Dans la suite, toutes les images présentées concernent la polarisation orthogonale aux pompes.

D.1.1 Importance des effets thermiques

La figure 3.12 montre que les caractéristiques de l'émission sont modifiées par le temps d'éclairage de l'échantillon. Notamment, on remarque que l'émission présente une symétrie radiale sous excitation continue, tandis qu'elle est caractérisée par la présence de deux taches lumineuses lorsqu'on utilise un hacheur (*duty cycle* 4,5%), qui éclaire l'échantillon pendant une fenêtre d'une milliseconde environ. Cet effet est dû au réchauffement progressif de l'échantillon au cours de l'excitation. Ici, les effets thermiques jouent un rôle intéressant car la différence qualitative entre les deux images en figure 3.12 nous suggère que dans un cas (image de gauche, excitation en continu) on est en dessous du seuil d'oscillation, tandis que dans l'autre (image de droite, excitation avec hacheur) le système a "choisi" un diamètre particulier où l'émission se concentre, une fois le seuil d'oscillation dépassé. Ce fait est mis en évidence dans la section qui suit.

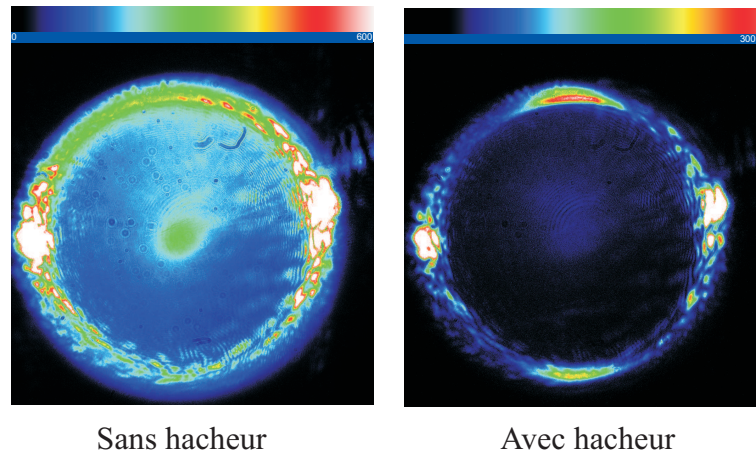


FIG. 3.12 – Champ lointain sous excitation en continu (gauche) et avec un hacheur (*duty cycle* 4,5 %).

D.2 Oscillation du mélange à quatre ondes

On étudie l'évolution de la puissance émise dans la polarisation orthogonale aux pompes, en fonction de la puissance de pompe (figure 3.13). Ces mesures sont effectuées en utilisant un hacheur, comme expliqué dans la section précédente.

La rupture de pente aux alentours de 20 mW de puissance de pompe permet de reconnaître le *seuil d'oscillation* du mélange à quatre ondes. On constate qu'en dessous du seuil l'intensité de l'émission est répartie de façon plus ou moins uniforme sur l'anneau élastique $\mathbf{k} = \mathbf{k}_p$. Lorsque le seuil est franchi, les images en champ lointain montrent comment la symétrie de l'émission est progressivement brisée, l'intensité émise se concentrant en deux taches symétriques par rapport au centre de l'anneau. En termes de polaritons, cela signifie que des états de vecteurs d'onde opposés sont peuplés par le processus de mélange paramétrique.

Les figures 3.14, 3.15 montrent les images en champ lointain de tous les points

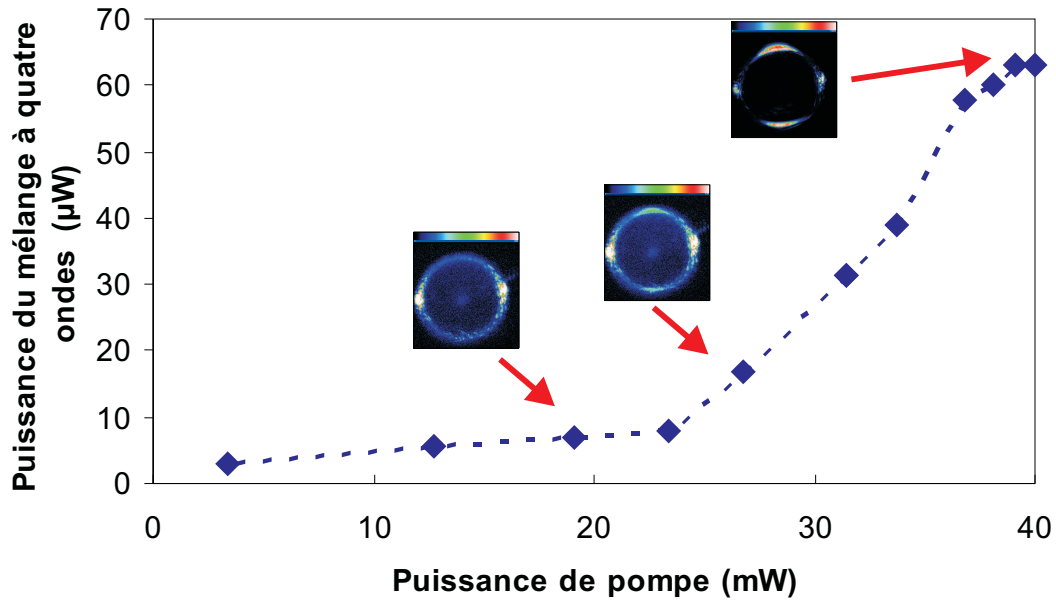


FIG. 3.13 – Puissance émise en fonction de la puissance de pompe. La longueur d'onde du laser est 836,37 nm (1482,35 meV). La position de l'échantillon est 22.47 mm, ce qui correspond à un désaccord cavité-exciton très légèrement positif $\delta = 0.2$ meV.

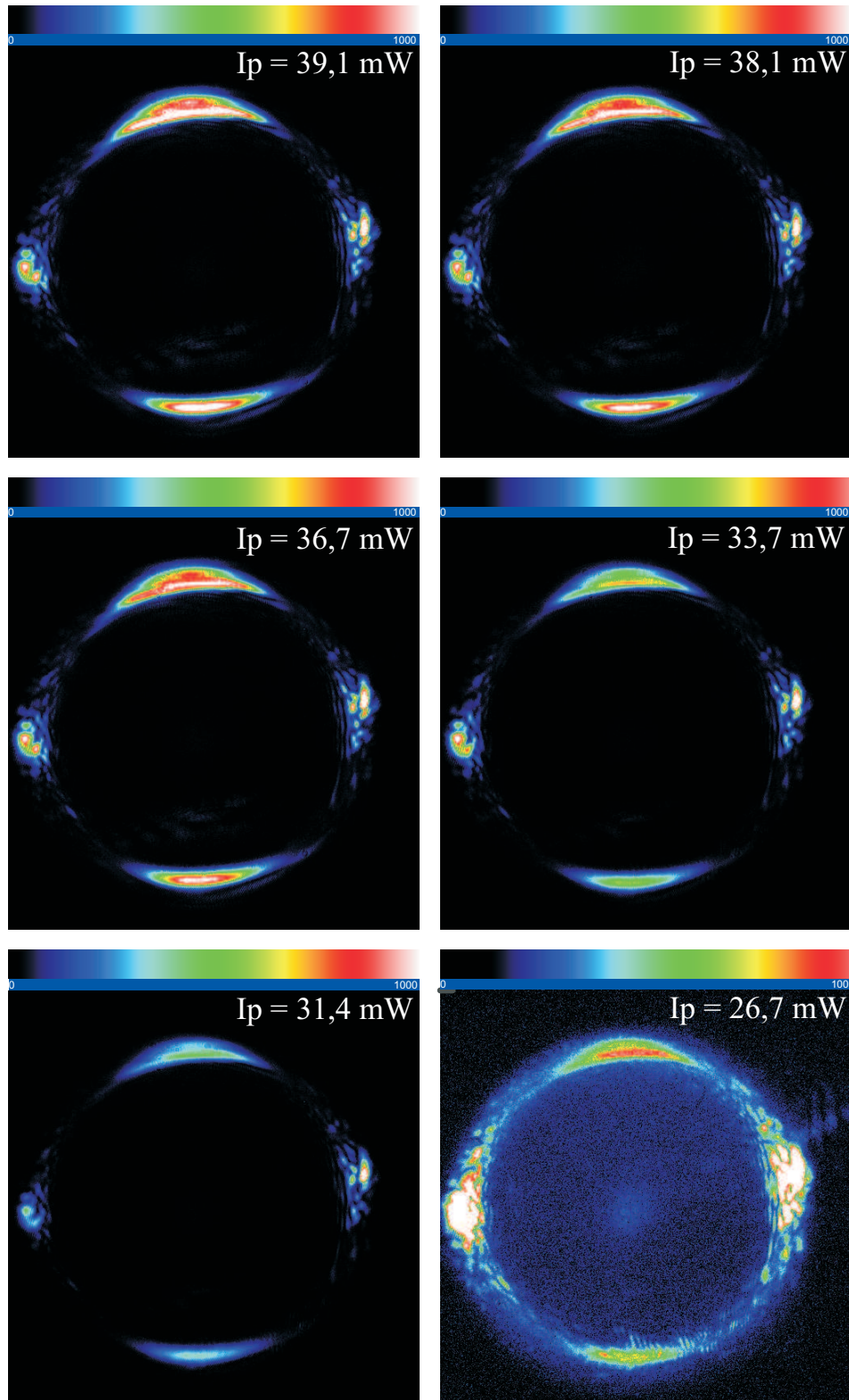


FIG. 3.14 – Émission en champ lointain pour les points expérimentaux de la courbe en figure 3.13. Noter que l'échelle de l'image $I_p = 26,7$ mW est 10 fois plus petite par rapport aux suivantes.

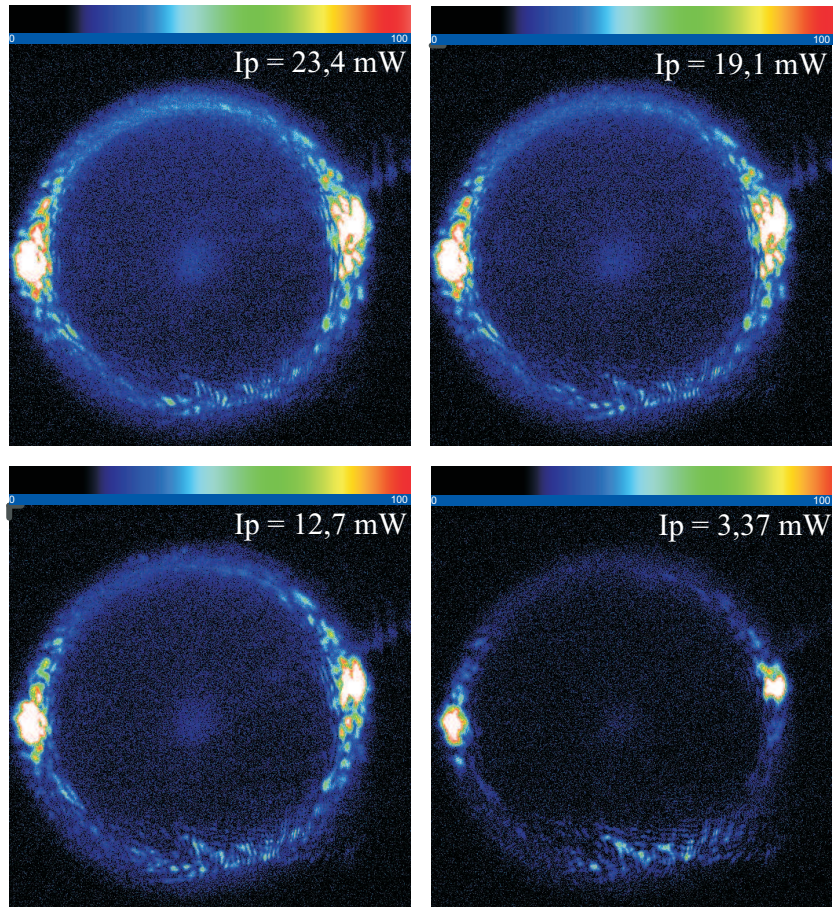


FIG. 3.15 – Émission en champ lointain pour les points expérimentaux de la courbe en figure 3.13 (suite). L'échelle d'intensité est la même que pour l'image prise à $I_p = 26,7$ mW dans la figure précédente.

expérimentaux de la courbe de seuil 3.13. Ces images permettent de suivre en détail la redistribution progressive des polaritons dans l'espace des vecteurs d'onde $\mathbf{k}$ au fur et à mesure que la puissance de pompe est augmentée.

D.2.1 Sélection du couple (des couples) des modes qui oscillent

Les images 3.14, 3.15 apportent une réponse claire aux questions soulevées au paragraphe B.3. En particulier, grâce à l'inversion de polarisation linéaire nous pouvons identifier le seuil d'oscillation du système et suivre la transition vers le régime d'oscillation. On voit que, une fois le seuil dépassé, le système "choisit" un couple de modes parmi ceux qui sont a priori possibles et qui sont distribués uniformément sur le cercle élastique. À ce sujet, il semble prudent de préciser à présent que, si l'on utilise parfois par simplicité les mots "couple de modes" ou bien "couple de faisceaux", il faut toujours garder à l'esprit que la nature de l'état généré par le mélange paramétrique n'a pas été étudiée en détail. Notamment, la question de savoir si et dans quelles conditions il n'y a effectivement que deux modes qui oscillent, reste ouverte.

Ce que l'on peut affirmer est que la zone qui est à l'origine de l'émission non linéaire montre une remarquable stabilité par rapport à l'intensité de pompe. Si l'on compare les images 3.14, 3.15 on voit que la zone de l'anneau à l'origine de l'émission est toujours la même. Ceci n'est pas évident a priori, car il semble raisonnable de supposer que tous les couples sur l'anneau aient le même seuil d'oscillation, auquel cas en changeant les conditions d'excitation on pourrait très bien passer d'un couple à un autre. C'est d'ailleurs ce que l'on observe si l'on change le désaccord cavité-exciton, en déplaçant légèrement l'échantillon (voir figure 3.16). Dans ce cas, l'oscillation a effectivement lieu en deux zones différentes de l'anneau élastique.

La figure 3.16 montre deux images obtenues pour deux positions différentes de l'échantillon. Il est intéressant de constater que les parties lumineuses supérieure et inférieure s'écartent dans des directions opposées par rapport au diamètre vertical : de cette façon, elles correspondent toujours à des vecteurs d'onde opposés, comme l'on s'attend. En outre, on constate dans l'image 3.16(b) la présence de trois zones séparées dans la partie supérieure de l'émission, ainsi que des leurs complémentaires (un peu moins nets) dans la partie inférieure, plus faible. Cette image est une prise unique, avec un temps d'exposition de 20 ms. Les trois "modes" pourraient coexister où bien on pourrait être en présence d'une dynamique temporelle de compétition entre les modes, avec des temps caractéristiques inférieures au temps d'ouverture de l'obturateur de la caméra.

Enfin, on constate qu'il y a parfois un certain déséquilibre (un facteur 1.5 environ)

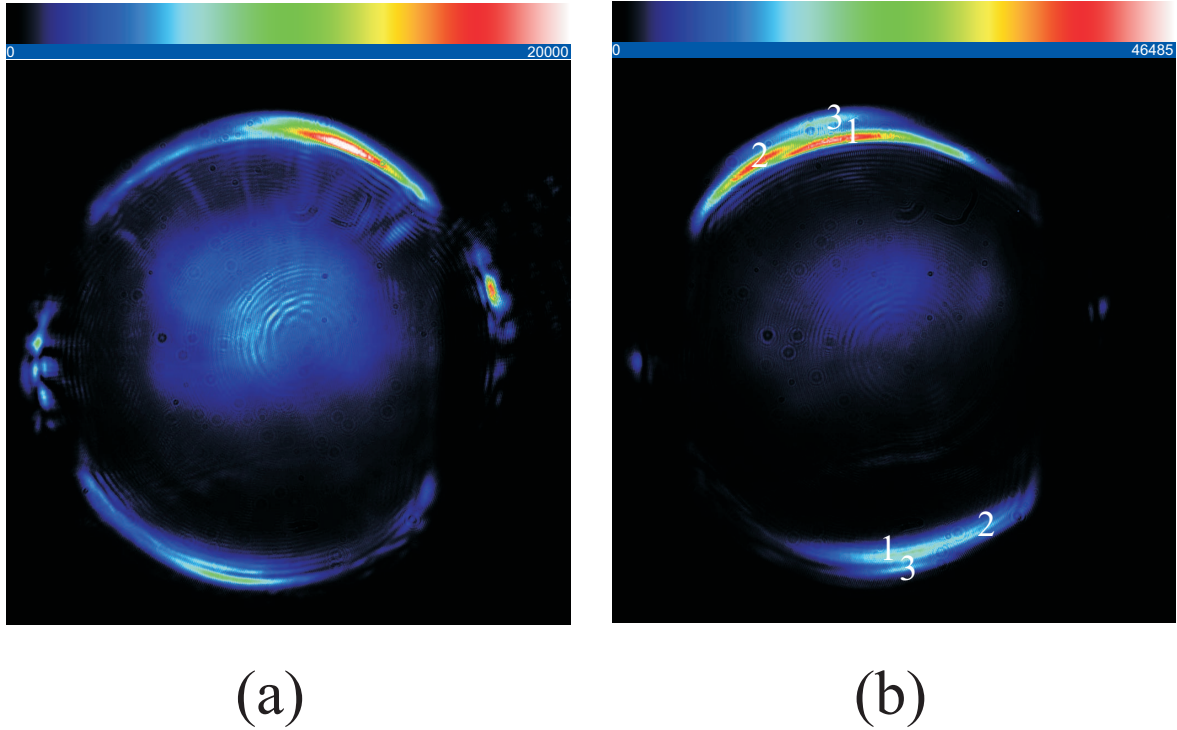


FIG. 3.16 – Émission non linéaire pour deux désaccords cavité-exciton différentes.

entre la partie supérieure et inférieure de l'émission. Notamment, cette dernière est toujours plus faible. L'origine de cet effet reste à éclaircir, mais on peut penser qu'il s'agit d'un phénomène dû à une inhomogénéité de l'échantillon, qui serait responsable d'une absorption et d'une diffusion plus importante pour le faisceau inférieur, au cours de sa propagation dans le miroir arrière et dans le substrat. Il est difficile d'attribuer cette dissymétrie à d'autres effets : par exemple, un éventuel déséquilibre entre la puissance des deux faisceaux de pompe ne peut être invoquée comme explication, car il affecterait de la même façon les intensités émises dans chacun des deux modes. Il est à noter que, si les vecteurs d'onde des pompes ne sont pas parfaitement opposés, ceux des modes conjugués ne le seront pas non plus. Cela produit bien sûr une différence des fractions photoniques des modes et donc de l'intensité émise : cependant, cet effet est trop petit pour expliquer nos observations.

D.3 Discussion : propriétés de spin dans la diffusion paramétrique de polaritons

Les expériences que l'on vient de montrer présentent deux aspects remarquables :

- 1) l'émission non linéaire a une polarisation linéaire *orthogonale* par rapport à celle des pompes ;
- 2) les polaritons diffusent préférentiellement vers les états $(k_x = 0, k_y = k_p)$, $(k_x = 0, k_y = -k_p)$, *localisés sur le diamètre vertical* de l'anneau élastique, alors que tous les diamètres sont à priori équiprobables comme états finaux de la diffusion.

Le but de cette section est de fournir une explication de ces deux points : on illustrera donc les mécanismes physiques qui sont à l'origine de nos observations. Le lecteur est cependant averti qu'on se bornera ici à une discussion *qualitative* des effets observés, dans laquelle on essayera de mettre l'accent sur la physique du problème, et de la présenter de la façon la plus simple et transparente possible. La comparaison quantitative des résultats obtenus avec les prédictions d'un modèle théorique fait l'objet d'une collaboration avec le groupe théorique du LASMEA à Clermont-Ferrand, et sera présentée dans une publication à venir.

La rotation de 90° de la polarisation linéaire peut être expliquée en considérant la dépendance du spin de la diffusion polariton-polariton. En revanche, la localisation des états finaux de la diffusion sur le diamètre verticale est la conséquence du *longitudinal-transverse splitting*, c'est à dire de la séparation en énergie entre les polaritons dont le dipole est respectivement parallèle et perpendiculaire au vecteur d'onde [Kavokin 04].

D.3.1 Dépendance du spin de la diffusion polariton-polariton

La dynamique du spin des polaritons a été très étudiée dans les dernières années. Ces études ont été déclenchées par les expériences menées à Southampton dans l'équipe de Baumberg [Lagoudakis 02], qui ont montré une dynamique de spin compliquée et surprenante, dans un schéma expérimental de type pompe-sonde. Ces résultats ont stimulé de nombreux développements théoriques, effectués principalement par l'équipe de Clermont-Ferrand. Il est maintenant acquis que les phénomènes observés dérivent essentiellement de l'interaction de trois mécanismes qui agissent sur le spin des polaritons : une précession de Larmor auto-induite [Shelykh 04], le *longitudinal-transverse splitting* déjà cité [Kavokin 04], ainsi que la dépendance en spin de l'interaction polariton-polariton [Ciuti 98, Kavokin 05a, Renucci 05]. On peut donner un traitement théorique unifié de ces processus dans le cadre du formalisme du vecteur de *pseudospin* [Dzhioev 97], formalisme qui est présenté dans l'article de revue [Shelykh 05]. Le paragraphe suivant introduira quelques notions relatives au pseudospin ainsi qu'à la

précession de Larmor auto-induite et au *longitudinal-transverse splitting*, afin de comprendre le choix du diamètre verticals pour l'oscillation du mélange à quatre ondes présentée dans la section précédente. Cependant, il n'est pas nécessaire d'avoir recours à cela pour expliquer l'inversion de polarisation linéaire des états finaux du processus de diffusion, celle-ci résultant de la dépendance en spin de l'interaction polariton-polariton.

L'inversion de polarisation linéaire a été observée très récemment dans la configuration de l'oscillation paramétrique de polaritons à une pompe [Kavokin 05a, Renucci 05]. En particulier, la référence [Renucci 05] décrit la mesure du degré de polarisation linéaire $\rho_{lin} = \frac{I_{\leftrightarrow} - I_{\updownarrow}}{I_{\leftrightarrow} + I_{\updownarrow}}$ de l'émission autour de $\mathbf{k} = \mathbf{0}$, en fonction de la puissance de pompe, qui a une polarisation linéaire horizontale $\leftrightarrow$ ($\rho_{lin} = +1$). On observe qu'au dessus du seuil de stimulation, l'émission acquiert un degré de polarisation négatif, jusqu'à $\rho_{lin} = -0.75$; de façon assez intéressante, on montre que ρ_{lin} de l'émission non-linéaire est toujours négatif, même en régime de diffusion spontanée, en dessous de seuil. Pour des faibles intensités, ρ_{lin} sature à la valeur de -0.08 (voir la figure 3.17).

Le degré de polarisation négatif en régime de diffusion spontanée montre que dans

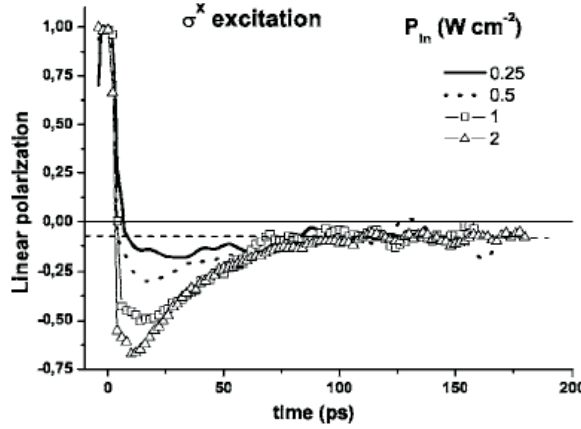


FIG. 10. Linearly polarized excitation σ^x . The incident electric field is in the laser incidence plane. Linear polarization degree of polariton emission for increasing excitation power densities at $\mathbf{k} = \mathbf{0}$ ($\delta=0$). The horizontal dashed line indicates a linear polarization of -0.08 at long time delay.

FIG. 3.17 – Mesure résolue en temps du degré de polarisation ρ_{lin} de l'émission autour de $\mathbf{k} = \mathbf{0}$ en fonction de la puissance de pompe. La polarisation de pompe est linéaire et correspond à $\rho_{lin} = +1$. $\rho_{lin} = -1$ correspond à la polarisation linéaire orthogonale. D'après la référence [Renucci 05].

le système le canal de diffusion $\{\mathbf{k}_p, \leftrightarrow; \mathbf{k}_p, \leftrightarrow\} \Rightarrow \{\mathbf{0}, \updownarrow; 2\mathbf{k}_p, \updownarrow\}$, qui tourne de 90° degrés la polarisation linéaire, est privilégié par rapport au canal $\{\mathbf{k}_p, \leftrightarrow; \mathbf{k}_p, \leftrightarrow\} \Rightarrow \{\mathbf{0}, \leftrightarrow; 2\mathbf{k}_p, \leftrightarrow\}$, qui la préserve. Ce petit déséquilibre est amplifié lorsque la stimulation bosonique, qui dépend de la population de l'état final, se met en place ; ceci produit un basculement presque complète de la polarisation linéaire au dessus du seuil d'oscillation paramétrique.

D.3.2 Le vecteur de *pseudospin*

Il est commode de représenter l'état de spin des polaritons à travers un vecteur tridimensionnel, le *pseudospin*. Cette représentation est en effet de grande généralité : tout système à deux niveaux peut être représenté par un vecteur à trois dimensions, qui peut être vu comme un spin $1/2^3$; de plus, la dynamique du système peut être assimilée à la précession de ce spin autour d'un champ magnétique fictif, dont les trois composantes sont reliées au hamiltonien qui régit l'évolution du système [Cohen 73].

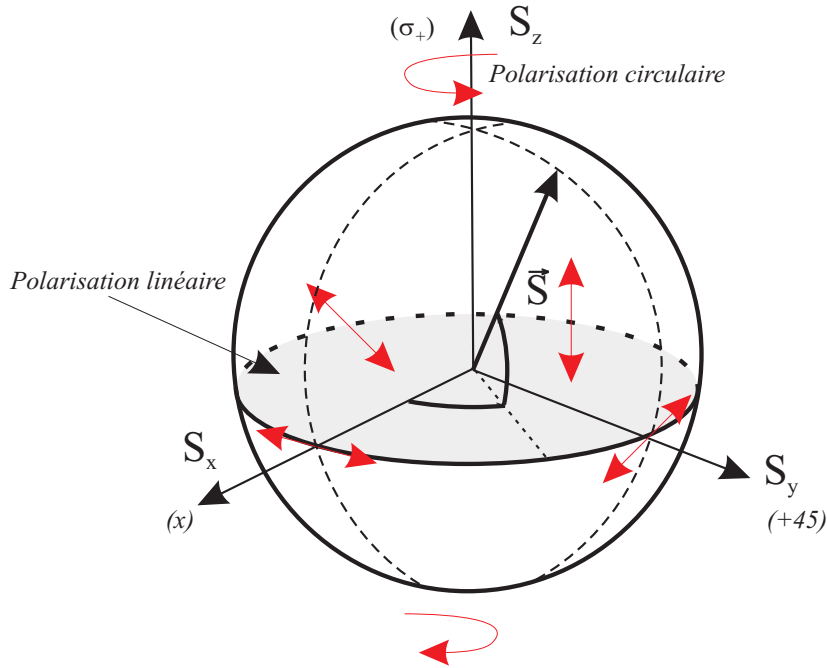


FIG. 3.18 – Représentation du *pseudospin* $\mathbf{S}$ sur la sphère de Poincaré. Les flèches rouges représentent les états de polarisation de la lumière émise.

La matrice densité $\hat{\rho}_{\mathbf{k}}$ du spin des polaritons de vecteur d'onde $\mathbf{k}$ peut s'écrire de la façon suivante en termes du *pseudospin moyen* $\langle \mathbf{S}_{\mathbf{k}} \rangle$:

$$\hat{\rho}_{\mathbf{k}} = \frac{N_{\mathbf{k}}}{2} \mathbb{I} + \langle \mathbf{S}_{\mathbf{k}} \rangle \cdot \boldsymbol{\sigma} \quad (3.6)$$

où $N_{\mathbf{k}}$ est la densité de polaritons, $\mathbb{I}$ la matrice identité, et $\boldsymbol{\sigma}$ est le vecteur des matrices de Pauli. Les polaritons dans les états $|1\rangle$ et $|-1\rangle$ ($J_z = \pm 1$) sont représentés

³Même si les excitons ont spin $\mathbf{J} = 1$, seulement les sous-niveaux $m = \pm 1$ sont actifs optiquement. Les excitons se comportent donc comme un système à deux niveaux et peuvent être assimilés à des spins effectifs $\mathbf{S} = 1/2$ [Dzhioev 97].

par un *pseudospin* parallèle et anti-parallèle respectivement à l'axe z . Les états

$$|X\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|1\rangle + |-1\rangle), \quad |Y\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}i}(|1\rangle - |-1\rangle) \quad (3.7)$$

sont représentés par un *pseudospin* parallèle et anti-parallèle respectivement à l'axe x , tandis que l'orientation parallèle (anti-parallèle) à l'axe y correspond aux états de spin $|X'\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|X\rangle + |Y\rangle)$ ($|Y'\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(-|X\rangle + |Y\rangle)$).

Un état de spin donné de l'exciton correspond à un et un seul état de polarisation de la lumière émise, parce qu'en se recombinant l'exciton transfère son moment cinétique au photon émis. Donc, le *pseudospin* représente aussi l'état de polarisation de la lumière émise. En d'autres termes, du point de vue de la lumière émise le vecteur de *pseudospin* correspond au *vecteur de Stokes*, qui représente l'état de polarisation de la lumière sur la sphère de Poincaré [Huard 97]. Ainsi, lorsque le pseudospin est parallèle (anti-parallèle) à l'axe x , la lumière émise a une polarisation linéaire horizontale (verticale); lorsque il est parallèle (anti-parallèle) à l'axe y , la polarisation est linéaire à $\pm 45^\circ$; enfin, la polarisation est circulaire droite ou gauche quand le pseudospin est selon l'axe z (voir figure 3.18).

Le hamiltonien $H_{\mathbf{k}}$ s'écrit de la façon suivante, dans le formalisme du pseudospin [Shelykh 05] :

$$H_{\mathbf{k}} = E(\mathbf{k}) - g_s \mu_B \mathbf{\Omega}_{\mathbf{k}} \cdot \mathbf{S}_{\mathbf{k}} \quad (3.8)$$

où g_s est le facteur gyro-magnétique du polariton, μ_B le magneton de Bohr, et $\mathbf{\Omega}_{\mathbf{k}}$ est un champ magnétique fictif. L'équation d'évolution qui en résulte pour le pseudospin est la suivante :

$$\frac{d}{dt} \mathbf{S}_{\mathbf{k}} = \frac{g_s \mu_B}{\hbar} \mathbf{S}_{\mathbf{k}} \times \mathbf{\Omega}_{\mathbf{k}} \quad (3.9)$$

L'équation 3.9 décrit la précession du vecteur de pseudospin autour du champ magnétique fictif; cette précession se traduit par une variation au cours du temps de l'état de polarisation de la lumière émise.

D.3.3 Le champ magnétique fictif : précession de Larmor auto-induite et *longitudinal-transverse splitting*

Les trois composantes du vecteur $\mathbf{\Omega}_{\mathbf{k}}$ ont une origine physique différente. La composante selon l'axe z sépare en énergie les états excitoniques $J_z = +1$ et $J_z = -1$: cette composante est nulle dans le régime linéaire, mais elle est différente de zéro lorsque les densités des polaritons $J_z = +1$ et $J_z = -1$ sont différentes. Dans ce cas, le champ

magnétique fictif créé par les polaritons eux-mêmes est responsable de la précession du pseudospin. C'est pour cela que l'on parle dans ce cas d'une *précession de Larmor auto-induite* [Shelykh 04].

Les composantes de $\Omega_{\mathbf{k}}$ dans le plan de couches sont toujours non nulles pour des excitons ayant un vecteur d'onde $\mathbf{k}$ dans ce plan différent de zéro [Tassone 92]. L'éclatement en énergie entre les états excitoniques dont le dipole est parallèle ou orthogonal au vecteur $\mathbf{k}$ est appelé *longitudinal-transverse splitting* dans la littérature. Dans les microcavités, cet éclatement est amplifié par le couplage de l'exciton au mode de la cavité, qui introduit à son tour un éclatement longitudinal-transverse entre les polarisations TM (parallèle au vecteur d'onde) et TE (orthogonale au vecteur d'onde) [Panzarini 99]. Le *longitudinal-transverse splitting* est typiquement de quelques centaines de μeV , et constitue le mécanisme principal de relaxation du spin dans le régime linéaire [Martín 02, Kavokin 04].

D.3.4 Explication qualitative des observations expérimentales

Nous sommes maintenant en position de pouvoir expliquer qualitativement nos observations. Notre configuration expérimentale correspond à la création, à travers les faisceaux pompe, de deux états polaritoniques caractérisés par les vecteurs d'onde $\mathbf{k}_{\mathbf{p}} = (k_p, 0)$ et $-\mathbf{k}_{\mathbf{p}} = (-k_p, 0)$ et de polarisation TM (polarisation dans le plan d'incidence du faisceau laser). Cette polarisation correspond à un vecteur de pseudospin aligné selon l'axe x (voir figure 3.19, où le pseudospin des états initiaux est représenté par des flèches vertes).

Lorsque l'on utilise une polarisation pure TE ou TM, la composante z du champ magnétique fictif est nulle, parce que les populations des états $J_z = +1$ et $J_z = -1$ sont équilibrés. Le champ magnétique fictif est donc contenu dans le plan du puits ; ses composantes sont donnés par [Kavokin 05b] :

$$\Omega_x = \frac{\Omega}{k^2}(k_x^2 - k_y^2), \quad \Omega_y = 2\frac{\Omega}{k^2}k_x k_y, \quad (3.10)$$

ou $\Omega = \frac{\Delta_{LT}}{\hbar}$ est le *longitudinal-transverse splitting*. Le champ magnétique fictif agissant sur un état $\mathbf{k}$ donné est représentée en figure 3.19, pour les états localisés sur un cercle élastique.

Considérons maintenant le processus de diffusion $\{\mathbf{k}_{\mathbf{p}}, -\mathbf{k}_{\mathbf{p}}\} \Rightarrow \{\mathbf{k}', -\mathbf{k}'\}$. Les états finaux du processus sont distribués sur l'anneau élastique. Leur degré de polarisation linéaire est à priori légèrement négatif, d'après la référence [Renucci 05]. Cela équivaut à dire que leur pseudospin est anti-parallèle à l'axe x (voir figure 3.19, où le pseudospin des états finaux du processus de diffusion paramétrique est représenté par de flèches

bleues). Le pseudospin des états finaux commence donc à précesser autour de $\mathbf{\Omega}_{\mathbf{k}}$, et la polarisation des états finaux se modifie. Cependant, ce phénomène ne se produit pas pour les états $(0, \pm k_p)$ sur diamètre vertical du cercle, parce que dans ce cas particulier le pseudospin est parallèle à $\mathbf{\Omega}_{\mathbf{k}}$ (voir figure 3.19).

Il apparaît donc que les états localisés sur le diamètre vertical sont robustes vis à vis de la relaxation de polarisation produite par le champ magnétique fictif. Donc, quand la stimulation bosonique se met en place, ces états vont être privilégiés par rapport aux autres, et le phénomène d'oscillation va se localiser sur le diamètre vertical, comme l'on observe.

Pour résumer, on a présenté dans cette partie quelques éléments concernant la dynamique de spin des polaritons. On a expliqué comment le spin (ou plus précisément le *pseudospin*) des polaritons effectue une précession autour d'un champ magnétique fictif, dont l'origine physique a été indiquée brièvement. Dans le cas particulier de notre configuration expérimentale, cette précession est à l'origine de la sélection du diamètre vertical pour l'oscillation des polaritons, parce que la polarisation des états localisés sur le diamètre ne précesse pas sous l'effet du champ magnétique fictif, contrairement

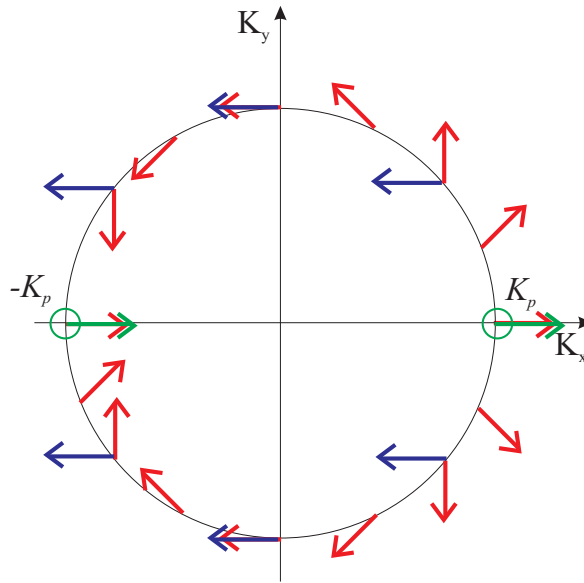


FIG. 3.19 – Les flèches rouges représentent le champ magnétique fictif $\mathbf{\Omega}_{\mathbf{k}}$. À chaque point de l'anneau élastique est attaché le champ magnétique fictif correspondant. Les deux flèches vertes représentent le pseudospin des polaritons créés par les deux faisceaux de pompe. Les flèches bleues représentent le pseudospin des états finaux du processus de diffusion paramétrique $\{\mathbf{k}_p, -\mathbf{k}_p\} \Rightarrow \{\mathbf{k}', -\mathbf{k}'\}$. Voir aussi la référence [Kavokin 05b].

à ce qui se passe pour tous les autres états. L'inversion de polarisation linéaire que nous avons observé est en accord avec les observations expérimentales du groupe du LNMO/INSA de Toulouse [Renucci 05].

D.4 Mesures de bruit

De façon analogue à ce qui avait été fait auparavant, on a mesuré les corrélations d'intensité des deux faisceaux émis avec vecteurs d'onde opposés. Le montage de détection est tout à fait identique à celui décrit au paragraphe B.1 et représenté en figure 3.4 (b) : les parties inférieure et supérieure de l'émission sont envoyées sur deux photodiodes, et les photocourants générés sont sommés et soustraits à l'aide d'un circuit électronique. Les densités spectrales de bruit de la somme et de la différence des photocourants sont mesurées à l'analyseur de spectre.

D.4.1 Procédure expérimentale

Malgré le fait que la durée de l'excitation soit d'une milliseconde, on constate que les effets thermiques sont importants et modifient l'émission au cours de l'excitation. Ces effets se manifestent en particulier lorsque l'on est dans le régime non linéaire, comme on peut le voir dans la figure 3.20, où on reporte la puissance optique détectée par chacun des photodiodes en fonction du temps, pour trois valeurs de la puissance de pompe : 12 mW (a), 16,7 mW (b), et 22 mW (c). Pour la puissance (a) le système est en dessous du seuil d'oscillation, pour la puissance (b) le système passe le seuil au cours de l'excitation, à cause des effets thermiques, et pour la puissance (c), plus

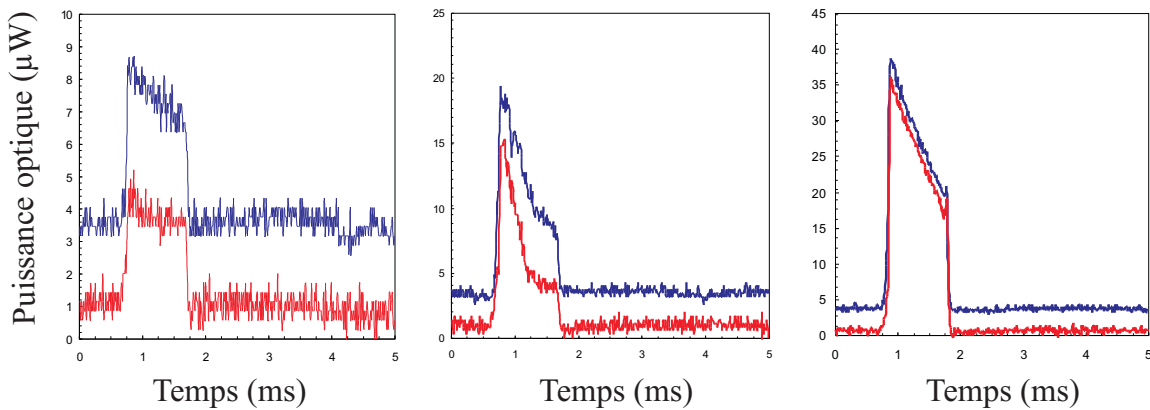


FIG. 3.20 – Variation au cours du temps de la puissance optique émise par la microcavité. Les deux traces représentent la puissance optique détectée par chaque photodiode. Les traces ont été décalées pour faciliter la compréhension. Puissance de pompe : (a) 12 mW, (b) 16,7 mW, (c) 22 mW.

élevée, le système demeure toujours à l'intérieur du régime d'oscillation au cours de l'excitation. (Voir aussi la figure 3.21, qui représente la courbe de seuil de l'oscillation ; les puissances (a), (b) et (c) correspondent respectivement aux points 1, 3 et 4.) Dans les trois cas, la puissance détectée diminue au cours de l'excitation. Toutefois, si dans le cas (a), en dessous de seuil, la puissance émise diminue d'une façon constante dans la fenêtre de transmission du hacheur, dans le cas (b) elle décroît très rapidement dans la première partie de l'excitation, pour s'ajuster ensuite à une valeur presque constante. Le moment où la pente change correspond au seuil. Dans le cas (c) la puissance varie très rapidement pendant toute la fenêtre d'ouverture du hacheur, et à la fin de l'excitation elle est inférieure à la moitié de la valeur initiale.

Pour normaliser les spectres de bruit mesurés, on a donc pris en compte la variation au cours du temps de la puissance émise. Plus précisément, on a acquis en même temps la puissance moyenne, mesurée par la voie DC des photodiodes et enregistrée à l'aide d'un oscilloscope numérique, et le spectre de bruit d'intensité avec l'analyseur de spectre. On se retrouve ainsi avec deux traces synchrones, ayant la même durée tempo-

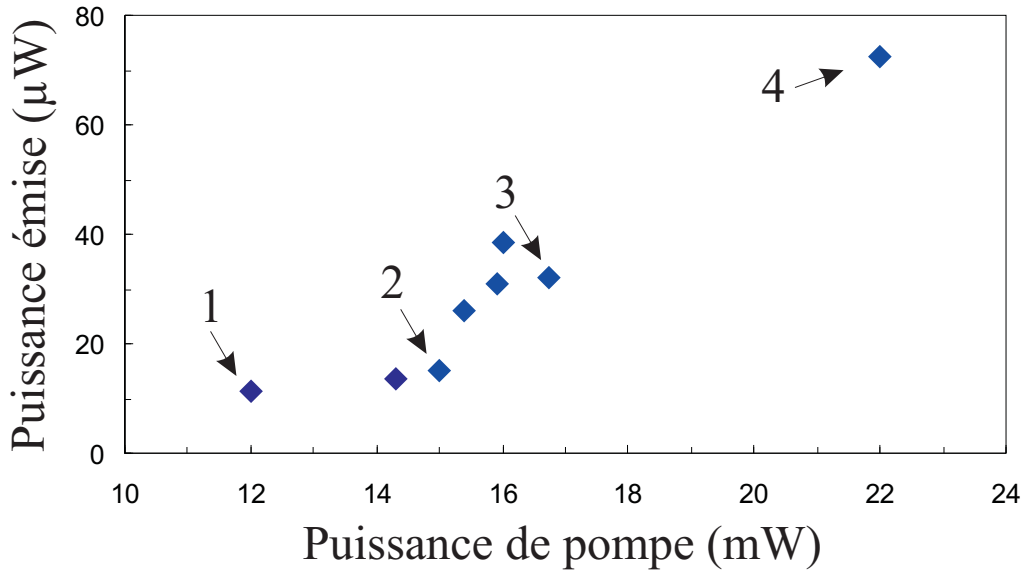


FIG. 3.21 – Puissance émise en fonction de la puissance de pompe. Les points 1-4 correspondent aux spectres de bruit présentés dans la suite. Longueur d'onde du laser 836,33 nm (1482,43 meV). La position de l'échantillon correspond à un désaccord cavité-exciton très légèrement positif $\delta = 0.25$ meV.

relle, qui correspond au temps d'ouverture du hacheur. Toutefois, l'échantillonnage de l'oscilloscope et de l'analyseur étant différentes, il s'avère nécessaire de ré-échantillonner la trace enregistrée par l'oscilloscope, ce qui permet d'obtenir une trace DC ayant le même nombre de points que la trace enregistrée par l'analyseur de spectre. À ce point, on peut normaliser chaque valeur de bruit à la valeur de la puissance moyenne qui lui est associée.

On a effectué les mesures de bruit à une fréquence d'analyse fixe (4.3 MHz), en intégrant sur une bande de largeur 10 kHz autour de la fréquence considérée. Le spectre est mesuré sur une durée temporelle très courte, une milliseconde, ce qui produit une trace un peu bruitée. Nous avons donc effectué une moyenne sur 100 acquisition successives pour obtenir les courbes présentées dans la suite. Nous avons aussi fait une nouvelle calibration du shot noise dans les mêmes conditions (fenêtre temporelle d'une milliseconde pour une acquisition, moyennage sur 100 acquisitions), pour nous assurer de la fiabilité de nos résultats.

D.4.2 Résultats

On a mesuré l'évolution des spectres de bruit d'intensité en fonction de la puissance de pompe. Les points que l'on a examinée sont reportés dans la courbe 3.21. On présente ici les résultats relatifs aux points 1-4, qui sont bien représentatifs du comportement du système. L'évolution avec la puissance de pompe de la distribution des polaritons dans l'espace $\mathbf{k}$ est accessible grâce aux images en champ lointain.

En dessous du seuil d'oscillation Sur la figure 3.22, on montre la puissance émise, les spectres de bruit de la somme et de la différence des photocourants, ainsi que le coefficient de corrélation, pour une puissance de pompe de 12 mW (6 mW pour chaque pompe). On est en dessous du seuil d'oscillation ; la puissance émise varie peu au cours de l'excitation, et le bruit de la somme et de la différence sont presque au même niveau, ce qui montre que dans ces conditions les corrélations d'intensité sont très faibles.

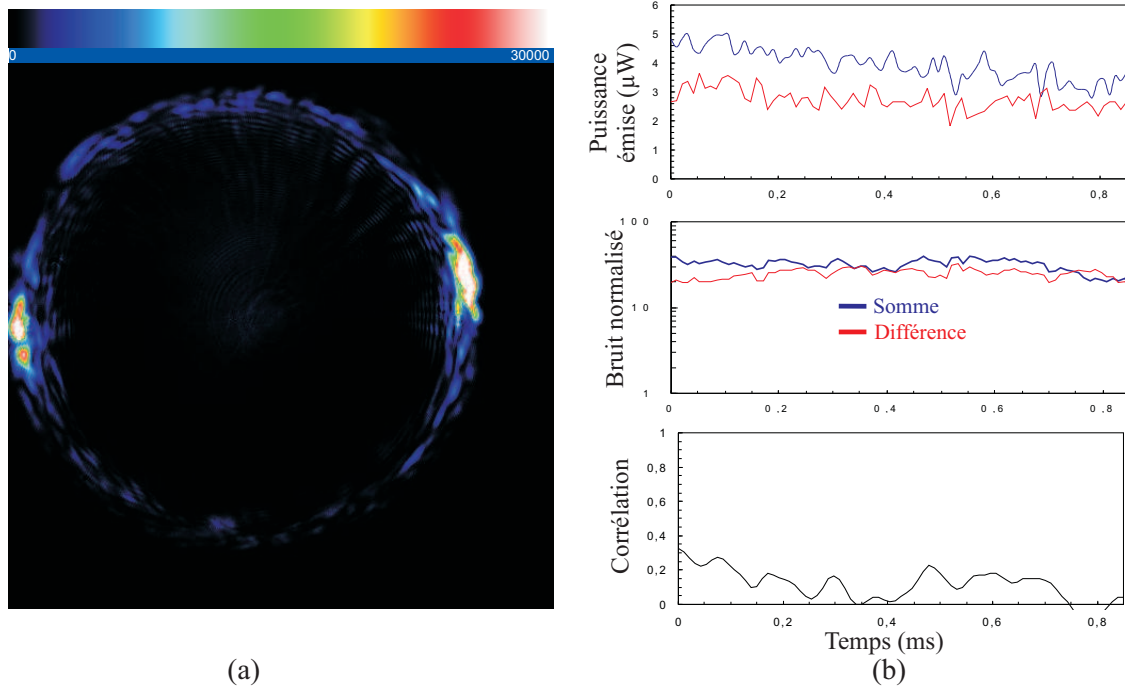


FIG. 3.22 – (a) Image en champ lointain de l'émission. (b) Puissance émise, spectres de bruit de la somme et de la différence des photocourants, coefficient de corrélation. Puissance de pompe $I_p = 12$ mW.

Au seuil d'oscillation Sur la figure 3.23, on montre la puissance émise ainsi que les spectres de bruit de la somme et de la différence des photocourants pour une puissance de pompe de 15 mW (7,5 mW pour chaque pompe). On peut reconnaître sur la courbe 3.23 que l'on se trouve maintenant près du seuil d'oscillation. L'effet de seuil se manifeste notamment dans les courbes de bruit et dans la corrélation : le bruit de la somme des photocourants augmente considérablement, tandis que le bruit de la différence reste plat, ce qui implique des fortes corrélations ($C = 0.85$ à $t = 0$). Les corrélations se dégradent au cours de l'excitation, pour devenir pratiquement nulles en dessous du seuil.

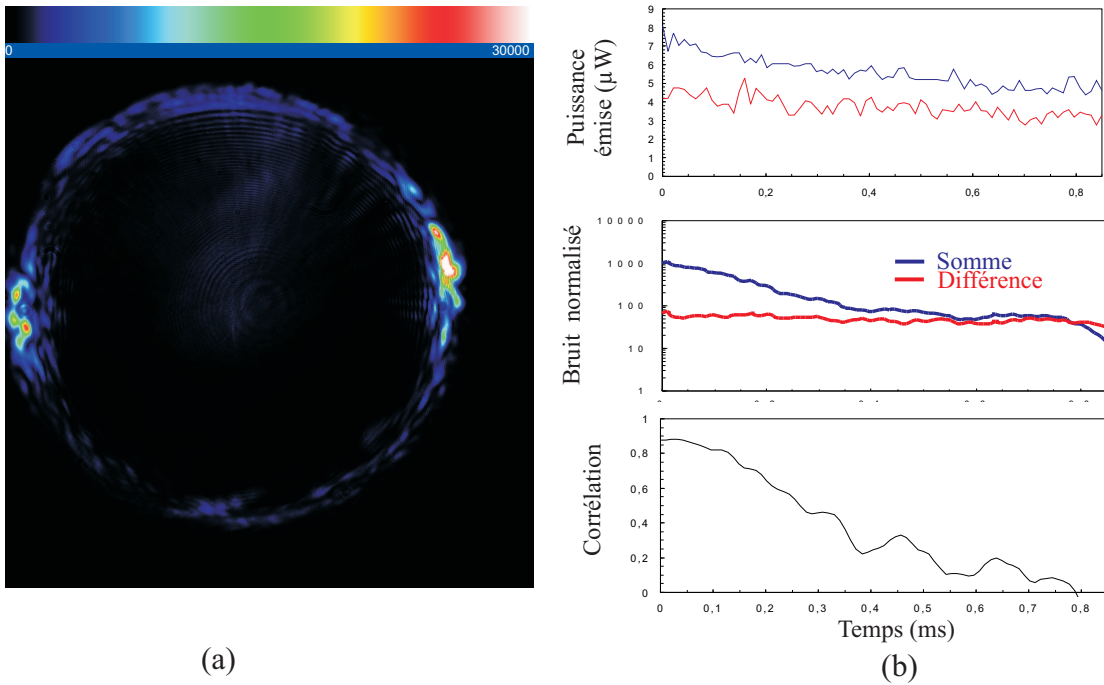


FIG. 3.23 – (a) Image en champ lointain de l'émission. (b) Puissance émise, spectres de bruit de la somme et de la différence des photocourants, coefficient de corrélation. Puissance de pompe $I_p = 15$ mW.

Au dessus du seuil d'oscillation Sur la figure 3.24, on montre la puissance émise ainsi que les spectres de bruit de la somme et de la différence des photocourants pour une puissance de pompe de 16,7 mW (8,35 mW pour chaque pompe), légèrement supérieure à la puissance de seuil. On constate une différence importante par rapport à la courbe précédente, c'est à dire que l'excès de bruit diminue lorsque la puissance non linéaire augmente. Les corrélations restent constantes, ce qui entraîne une diminution du bruit sur la différence des intensités. Cet effet est visible sur le bruit de la différence des faisceaux : on constate que l'excès de bruit (qui vaut environ 120) présent pour $t \simeq 0.6\text{ms}$ diminue quand l'effet non linéaire augmente. L'excès de bruit pour $t \simeq 0\text{ms}$ vaut environ 30, 4 fois plus faible que l'excès de bruit à $t \simeq 0.6\text{ms}$.

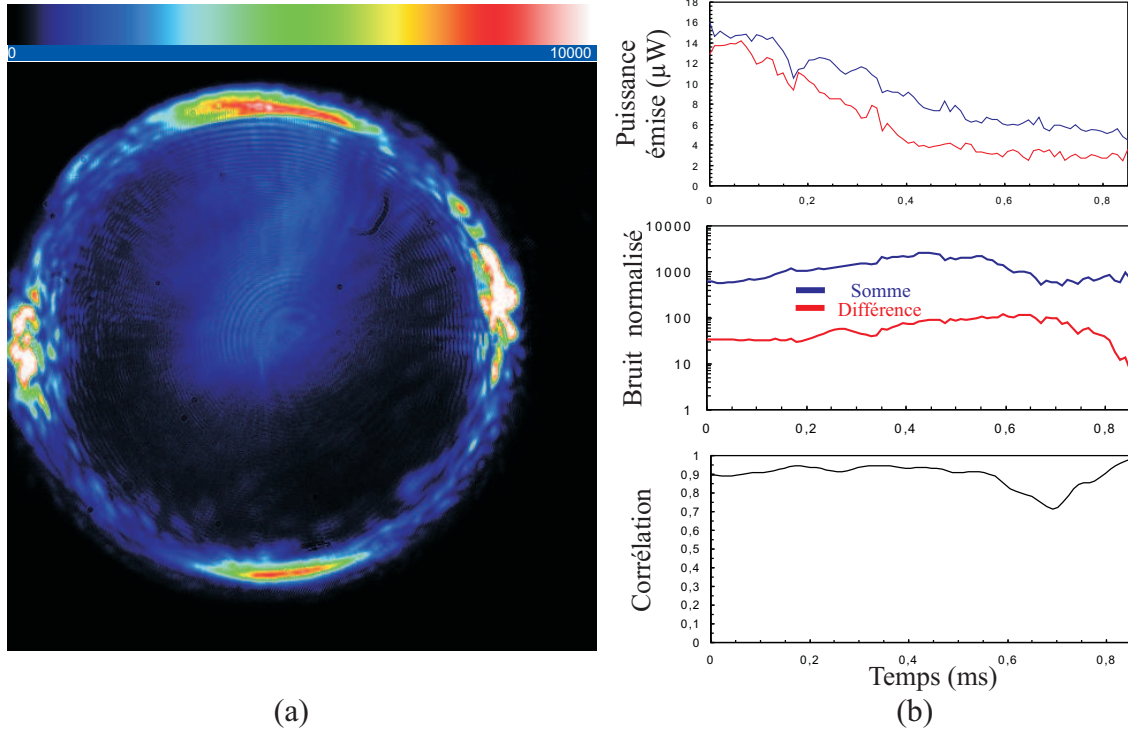


FIG. 3.24 – (a) Puissance émise. (b) Puissance émise, spectres de bruit de la somme et de la différence des photocourants, coefficient de corrélation. Puissance de pompe $I_p = 16,7$ mW.

Très au dessus du seuil d'oscillation Sur la figure 3.25, on montre la puissance émise ainsi que les spectres de bruit de la somme et de la différence des photocourants pour une puissance de pompe de 22 mW (11 mW pour chaque pompe), largement supérieure à la puissance de seuil. Comme dans le cas précédent, l'excès de bruit de la somme est plus faible pour des puissances non linéaires plus importantes. Cependant, les corrélations se dégradent, et le bruit de la différence des intensités reste toujours supérieur à dix fois le bruit quantique standard.

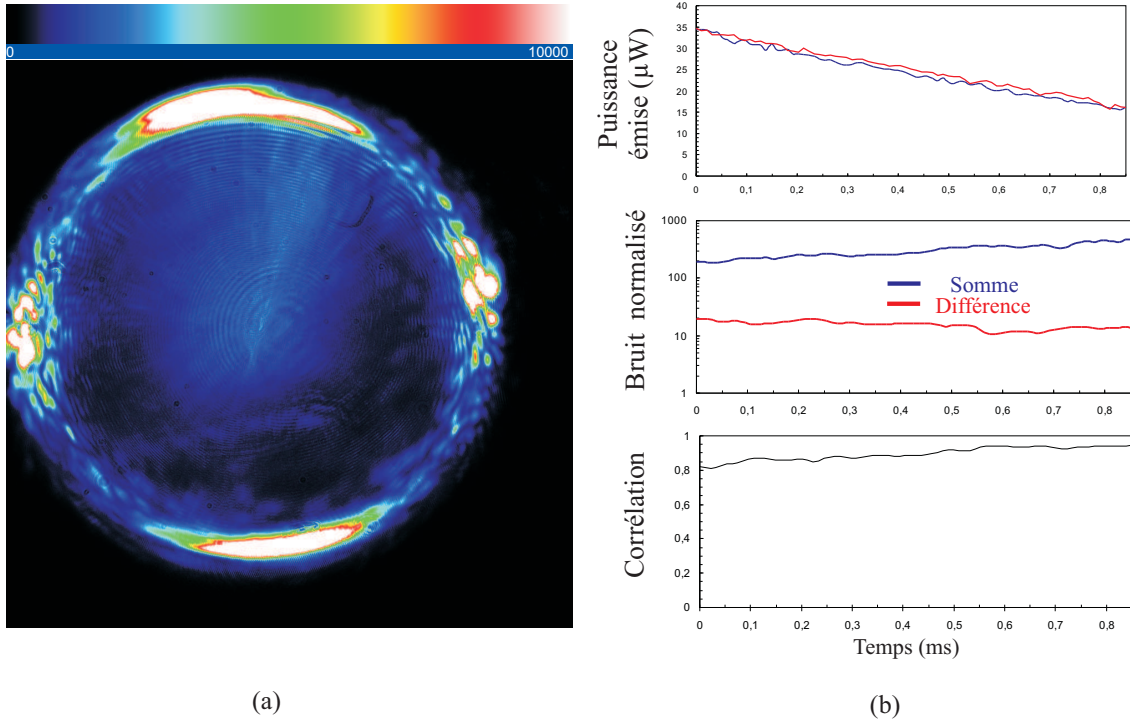


FIG. 3.25 – (a) Puissance émise. (b) Puissance émise, spectres de bruit de la somme et de la différence des photocourants, coefficient de corrélation. Puissance de pompe $I_p = 22$ mW.

D.4.2.1 Optimisation des mesures Comme on l’a déjà indiqué dans ce chapitre, au paragraphe D.2.1, on a parfois constaté que la partie inférieure de l’émission sur l’anneau est moins intense que la partie supérieure. Dans ce cas, même un petit déséquilibre peut augmenter beaucoup le bruit sur la différence des faisceaux, parce que les faisceaux individuels sont très bruités. On peut donc atténuer la partie de l’anneau qui est plus intense, pour la ramener au même niveau de l’autre partie. Ceci permet d’équilibrer le bruit sur les deux voies et de minimiser le bruit de la différence des photocourants⁴. Grâce à cette procédure, on obtient la meilleure valeur de la corrélation $C = 0.98$, reportée en figure 3.26.

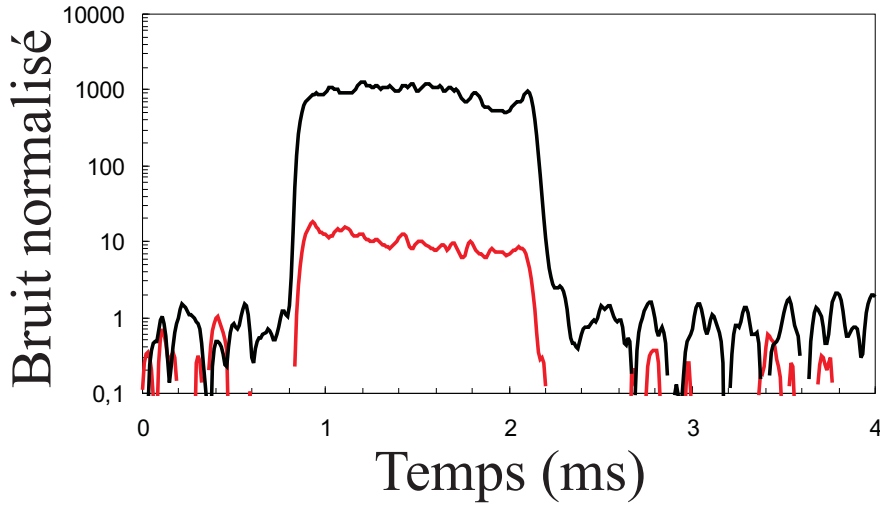


FIG. 3.26 – Bruit de la somme (noir) et de la différence (rouge) des photocourants, après atténuation d’un des deux faisceaux. La mesure est effectuée au dessus de seuil, dans des conditions similaires à celles de la figure 3.24.

⁴La meilleure méthode consiste à mélanger les deux faisceaux sur une lame semi-transparente avec des coefficients de réflexion r et de transmission t tels que le faisceau en sortie $\hat{X}_{out} = r\hat{X}_1 - t\hat{X}_2$ ait le bruit plus faible possible [Trep 05b]. L’atténuation d’un faisceau pour le ramener au niveau de l’autre n’est pas idéale parce que elle permet aux fluctuations du vide d’entrer dans le système. Cet effet n’est pas relevant dans notre cas, mais il devient évidemment très important lorsque l’on se rapproche de la limite quantique standard.

E Conclusions

Dans ce chapitre, j'ai décrit des expériences qui portent sur la diffusion paramétrique de deux modes de pompe contrapropageants vers d'autres modes de même énergie, localisés sur l'anneau élastique de rayon $\mathbf{k}_p$ dans l'espace des vecteurs d'onde.

J'ai indiqué en détail les différentes étapes des expériences, pour illustrer l'avancement progressif de la compréhension du phénomène observé. J'ai donc rappelé les premières indications du phénomène de mélange à quatre ondes recherché, sous forme de la mesure de corrélations d'intensité dans l'émission (section B). Dans la discussion à la fin de cette partie, j'ai cherché à souligner les questions qui se posaient à ce stade, notamment concernant le seuil du processus de mélange à quatre ondes, et la difficulté d'y apporter une réponse.

Ce sont ces difficultés qui nous ont poussé à mettre en place des expériences de type pompe-sonde, qui pouvaient offrir une vérification directe de la diffusion paramétrique entre les deux modes pompe. Cette tentative s'est avérée fructueuse : l'observation en champ lointain d'un pic d'émission provenant d'un état de vecteur d'onde $\mathbf{k}$ opposé à celui de la sonde constitue une illustration dépourvue de toute ambiguïté du processus de diffusion $\{\mathbf{k}_p, -\mathbf{k}_p\} \Rightarrow \{\mathbf{k}', -\mathbf{k}'\}$. Cette expérience nous a offert la "preuve" que l'on cherchait et a donc constitué un véritable avancement dans la compréhension de la physique en jeu.

L'étape suivante est liée à l'étude des effets dus à la polarisation de la lumière incidente. Nous avons mis en évidence que, si les pompes ont une polarisation linéaire TM, les états finaux du processus de diffusion paramétrique sont polarisés TE. De plus, sur le cercle élastique ces états se localisent autour d'un diamètre qui est retourné de 90° par rapport au diamètre qui connecte les deux modes pompe.

Ces résultats sont importants dans le contexte des études sur la dynamique de spin des polaritons. Ils sont en accord avec d'autres résultats très récents obtenus dans la configuration d'angle magique [Renucci 05] et confirment d'une façon spectaculaire la description théorique du modèle de pseudospin [Kavokin 05b, Shelykh 05]. Ce modèle contient les ingrédients qui permettent de comprendre correctement le comportement du système dans nos conditions expérimentales.

La rotation de polarisation des états finaux du mélange à quatre ondes permet d'améliorer considérablement les expériences, parce que on peut se limiter à détecter la polarisation orthogonale aux pompes, se débarrassant du coup de la diffusion Rayleigh et de toute autre source peu maîtrisée de diffusion. Ceci nous a permis notamment

d'identifier très clairement le seuil d'oscillation pour le processus paramétrique de mélange à quatre ondes.

En résumé, la configuration à deux pompes nous a donc permis nombre d'avances très importantes par rapport à la configuration d'angle magique : nous disposons maintenant de deux faisceaux très équilibrés (le rapport entre les intensités émises est 1.5 au plus, à comparer avec le $10^2 - 10^4$ de la configuration à l'angle magique), séparés spatialement, polarisés orthogonalement par rapport aux faisceaux de pompe et à la diffusion de Rayleigh, et à la même énergie des modes de pompe.

La nouvelle configuration nous a permis de mesurer les corrélations entre les fluctuations des deux faisceaux conjugués émis par les états sur le diamètre vertical du cercle. Dans la dernière partie du chapitre, j'ai montré que, comme l'on s'attend, les fluctuations d'intensité des faisceaux sont fortement corrélés, le coefficient de corrélation normalisé pouvant atteindre la valeur de 0.98. Grâce à ces corrélations, le bruit de la différence des intensités se rapproche à la limite quantique standard (voir en particulier la figure 3.24).

Ces premiers résultats constituent une étape importante vers la génération de polaritons corrélés quantiquement.

Le fait que les modes conjugués sont à la même énergie par rapport aux modes de pompe nous offre la possibilité de mesurer toutes les quadratures des champs et non seulement l'intensité, en utilisant une détection homodyne. Dans ce cas, il pourrait résulter avantageux de revenir à la configuration pompe-sonde, pour plusieurs raisons : d'abord, si l'on compare l'image 3.9 aux images 3.14, on s'aperçoit que la zone d'émission dans l'espace $\mathbf{k}$ est beaucoup plus petite et régulière en présence d'une sonde qu'en régime d'oscillation. Cette caractéristique est fondamentale pour une bonne détection homodyne, parce que le mode de l'oscillateur local et le faisceau à mesurer doivent avoir un bon recouvrement spatial, et cela serait beaucoup plus facile à réaliser si la zone d'émission est définie par le spot du faisceau sonde. Le même type d'argument est valable dans le domaine spectral : il faut que le spectre de l'oscillateur local et celui du faisceau à mesurer soient le plus possible identiques. La sonde résulte très avantageuse pour cela, parce qu'elle stimule la diffusion vers des états qui ont exactement la même énergie des modes pompe. En outre, la présence d'une sonde peut verrouiller la phase d'un mode sur la phase du laser d'excitation, et permettre ainsi la mesure des anticorrélations de phases des champs conjugués⁵.

⁵Normalement, la mesure des anticorrélations de phase est très compliquée, à cause de la diffusion de phase des champs. Ce point est discuté dans le chapitre 4.

Enfin, j'estime qu'une approche différente, consistant à utiliser des puissances d'excitation beaucoup plus faibles et à effectuer des mesures de corrélations en régime de comptage de photons, pourrait se révéler très avantageux. Notamment, ce type de mesure aurait le grand avantage de réduire les bruits parasites qui se produisent lorsque l'on injecte un grand nombre de polaritons dans le système, à travers le couplage aux réservoirs excitoniques et phononiques [Karr 01].

Théorie du mélange à quatre ondes de polaritons

Sommaire

A	Hamiltonien du système	128
A.1	Termes dans le hamiltonien	128
A.2	Équations de Heisenberg	130
B	État stationnaire	133
B.1	Phases des champs Q_1 et Q_2	134
B.2	Intensités des champs Q_1 et Q_2	134
B.3	Dépendance du seuil d'oscillation par rapport au désaccord cavité-exciton	135
C	Etude des fluctuations	138
C.1	Cas simple	138
C.2	Cas général	142
D	Conclusions	148

Dans ce chapitre, je développe un modèle théorique pour décrire l'oscillation du mélange à quatre ondes de polaritons, dont l'observation expérimentale a été détaillée au chapitre précédent. Pour étudier les fluctuations des champs, nous utiliserons la méthode des équations de Heisenberg-Langevin. La linéarisation des équations autour d'un point de fonctionnement stable du système nous permettra d'écrire les fluctuations des champs sortants comme une transformation linéaire des fluctuations entrantes dans le système (méthode entrée-sortie).

A Hamiltonien du système

Le point de départ de notre étude est le hamiltonien 1.39 introduit au premier chapitre :

$$H = H_{lin} + H_{p-p} \quad (4.1)$$

où

$$H_{lin} = \sum_k E_-(k) p_k^\dagger p_k \quad (4.2)$$

et

$$H_{p-p} = \frac{1}{2} \sum_{k,k',q} V_{k,k',q}^{PP} p_{k+q}^\dagger p_{k'-q}^\dagger p_k p_{k'} \quad (4.3)$$

Nous nous bornerons à décrire l'interaction entre quatre modes, c'est-à-dire la diffusion paramétrique de deux modes de pompe p_1 et p_2 de vecteurs transverses opposés vers deux autres modes p_3 et p_4 de vecteurs d'onde également opposés. Nous supposons en plus que tous les modes ont la même énergie.

Le processus considéré est représenté schématiquement dans la figure 4.1. Le fait de ne prendre en compte que quatre modes limite le domaine de validité de ce modèle : d'une part, il est évident que cette description ne peut être appropriée qu'au dessus du seuil d'oscillation, parce que l'on suppose la présence de deux états finaux privilégiés sur le cercle élastique ; d'autre part, très au dessus du seuil on ne pourra pas négliger des interactions avec d'autres modes ou des diffusions multiples. En définitive, notre description décrit le système en régime d'oscillation, près du seuil.

Enfin, nous ne prendrons pas en compte la dynamique de spin et l'inversion de polarisation de la lumière émise.

A.1 Termes dans le hamiltonien

Pour dériver les équations qui couplent les quatre modes p_1, p_2, p_3 et p_4 , il faut considérer les termes du hamiltonien 4.3 qui font intervenir ces modes et qui conservent l'énergie. On s'aperçoit que l'on peut distinguer trois types de termes, que nous allons considérer séparément : des termes d'effet Kerr, des termes d'effet Kerr croisé, et des termes de mélange à quatre ondes.

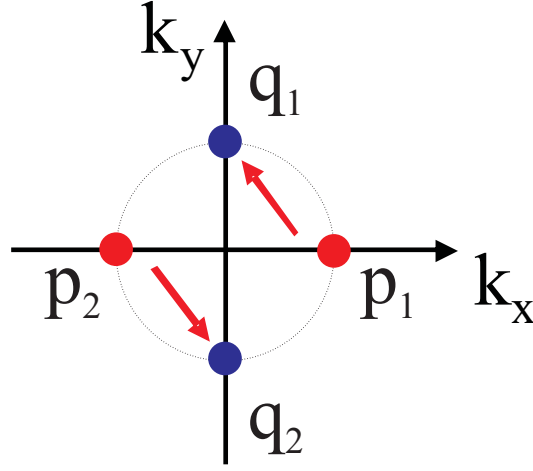


FIG. 4.1 – Représentation schématique du mélange à quatre ondes de polaritons, dans l'espace réciproque des vecteurs d'onde transverses. Les états initiaux sont en rouge, les états finaux en bleu.

A.1.1 Effet Kerr

Les termes décrivant un effet Kerr ne font intervenir qu'un mode. Leur contribution s'écrit ainsi :

$$H_{Kerr} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 V p_i^\dagger p_i^\dagger p_i p_i \quad (4.4)$$

Dans l'équation 4.4, on a posé $V_{k,k',q}^{PP} \equiv V$. Cela est possible dans le cas considéré parce que

$$V_{k,k',q}^{PP} = [V_0 X_{|k+q|} X_{k'} + 2V_{sat}(C_{|k+q|} X_{k'} + X_{|k+q|} C_{k'})] X_{|k'-q|} X_k \quad (4.5)$$

est le même pour tous les termes.

A.1.2 Effet Kerr croisé

Les termes d'effet Kerr croisé contiennent les opérateurs relatifs à deux modes. Ils donnent la contribution suivante :

$$H_{Kerr-croisé} = 2 \sum_{j>i=1}^4 V p_j^\dagger p_i^\dagger p_j p_i \quad (4.6)$$

Le facteur 2 provient du fait que chaque terme apparaît quatre fois dans le hamiltonien non linéaire 4.3. L'effet Kerr croisé est caractérisé par la même constante V que l'effet Kerr "simple". Ceci est dû au fait que V , d'après l'équation 4.5, ne dépend que des modules de k , k' , $k + q$, $k' - q$, qui sont égaux pour tous les termes non-linéaires, car les quatre modes se trouvent sur le cercle élastique (voir figure 4.1).

A.1.3 Mélange à quatre ondes

Les termes qui font intervenir les quatre modes décrivent le processus de mélange à quatre ondes.

Leur contribution au hamiltonien est :

$$H_{mqo} = 2V(p_4^\dagger p_3^\dagger p_2 p_1 + p_2^\dagger p_1^\dagger p_4 p_3) \quad (4.7)$$

A.2 Équations de Heisenberg

Nous pouvons maintenant écrire les équations de mouvement pour les opérateurs p_i en représentation de Heisenberg :

$$i\hbar \frac{d}{dt} p_i = [p_i, H] \quad (4.8)$$

où $H = H_{lin} + H_{Kerr} + H_{Kerr-croisé} + H_{mqo}$.

En écrivant de façon explicite le commutateur, on obtient l'équation suivante pour le mode p_1 :

$$\frac{d}{dt} \hat{p}_1 = \frac{1}{i\hbar} E(p_1) \hat{p}_1 + \frac{1}{i\hbar} V (\hat{N}_{p_1} + 2\hat{N}_{p_2} + 2\hat{N}_{p_3} + 2\hat{N}_{p_4}) \hat{p}_1 + \frac{2V}{i\hbar} \hat{p}_2^\dagger \hat{p}_4 \hat{p}_3 \quad (4.9)$$

où l'on a introduit les opérateurs de population $\hat{N}_{p_i} = \hat{p}_i^\dagger \hat{p}_i$.

Dans le membre droit de l'équation 4.9, le premier terme correspond à l'oscillation du champ à la fréquence $\omega = \frac{E(p_i)}{\hbar}$; le deuxième terme correspond aux effets Kerr dus aux populations des quatre modes ; enfin, le dernier terme décrit le mélange à quatre ondes.

Les autres équations peuvent être obtenues facilement à partir de 4.9 : l'équation pour p_2 s'écrit en échangeant p_1 avec p_2 et en laissant inchangés p_3 et p_4 ; les équations pour les modes p_3 et p_4 sont obtenues avec les correspondances $p_1 \mapsto p_3$, $p_2 \mapsto p_4$.

A.2.1 Dissipation et fluctuations entrantes

Ainsi écrite, l'équation 4.9 décrit une évolution unitaire. Nous allons la compléter en rajoutant un terme qui rend compte de la relaxation des polaritons :

$$- \gamma \hat{p}_1 + \hat{p}_1^{in}(t) \quad (4.10)$$

où γ est la largeur du mode polariton, définie au chapitre 1 comme la moyenne pondérée de la largeur du mode de cavité γ_a et de la largeur de l'exciton γ_b :

$$\gamma = C^2 \gamma_a + X^2 \gamma_b \quad (4.11)$$

La première contribution dans 4.10 représente la dissipation due à la fuite des photons par le miroir de couplage et à la relaxation des excitons. La deuxième contribution exprime les fluctuations entrantes dans le mode polariton à cause de ces deux couplages dissipatifs avec deux réservoirs.

Pour un champ électromagnétique $\hat{a}$ dans une cavité vide, on peut écrire l'équation suivante [Reynaud 89, Karr 01] :

$$\frac{d}{dt} \hat{a} = -\gamma_a \hat{a} + \sqrt{2\gamma_a} A^{in}(t) \quad (4.12)$$

où $A^{in}(t)$ représente le champ entrant, qui peut aussi bien être un champ cohérent produit par un laser ou le champ fluctuant du vide.

Dans le cas du polariton, il est nécessaire de considérer une source de bruit supplémentaire, associée au mode exciton. Une façon simple d'inclure le bruit excitonique consiste à utiliser une équation analogue à la 4.12 pour le mode exciton [Karr 01, Karr 04a]. Ceci nous permet d'écrire l'opérateur des fluctuations entrantes $\hat{p}_1^{in}(t)$ comme combinaison linéaire des opérateurs des fluctuations entrantes dans les modes photon et exciton :

$$\hat{p}_1^{in}(t) = -C \sqrt{2\gamma_a} \hat{A}_1^{in} + X \sqrt{2\gamma_b} \hat{B}_1^{in} \quad (4.13)$$

où $\gamma_a(\gamma_b)$ et $\hat{A}_1^{in}(\hat{B}_1^{in})$ sont le taux de relaxation des photons (excitons) et le champ photonique (excitonique) entrant.

A.2.2 Opérateurs lentement variables

L'étape suivante du calcul consiste à s'affranchir des oscillations à la fréquence optique en introduisant les opérateurs lentement variables $\hat{\tilde{p}}_i = \hat{p}_i e^{i\omega_L t}$, où ω_L est la fréquence du laser d'excitation.

Il est ensuite commode d'utiliser des quantités renormalisées pour les polaritons correspondant aux pompes et aux modes conjugués produits par mélange à quatre ondes

$$\hat{P}_i = \sqrt{\frac{g}{\gamma}} \hat{p}_i \quad (i = 1, 2) \quad (4.14)$$

$$\hat{Q}_i = \sqrt{\frac{g}{\gamma}} \hat{q}_i \quad (i = 3, 4) \quad (4.15)$$

$$g = \frac{2V}{\hbar} \quad (4.16)$$

$$\Delta = \frac{\delta}{\gamma} = \frac{\omega(p_i) - \omega_L}{\gamma} \quad (4.17)$$

$$\hat{P}_i^{in} = -C \sqrt{\frac{2\gamma_a g}{\gamma^2}} \frac{\hat{A}_i^{in}}{\sqrt{\gamma}} + X \sqrt{\frac{2\gamma_b g}{\gamma^2}} \frac{\hat{B}_i^{in}}{\sqrt{\gamma}} \quad (i = 1, 2) \quad (4.18)$$

$$\hat{Q}_i^{in} = -C \sqrt{\frac{2\gamma_a g}{\gamma^2}} \frac{\hat{A}_i^{in}}{\sqrt{\gamma}} + X \sqrt{\frac{2\gamma_b g}{\gamma^2}} \frac{\hat{B}_i^{in}}{\sqrt{\gamma}} \quad (i = 3, 4) \quad (4.19)$$

Nous obtenons finalement le système de quatre équations couplées :

$$\frac{1}{\gamma} \frac{d}{dt} \hat{P}_1 = [-1 - i(\Delta + \frac{\hat{P}_1^\dagger \hat{P}_1}{2} + \hat{P}_2^\dagger \hat{P}_2 + \hat{Q}_1^\dagger \hat{Q}_1 + \hat{Q}_2^\dagger \hat{Q}_2)] \hat{P}_1 - i \hat{P}_2^\dagger \hat{Q}_2 \hat{Q}_1 + \hat{P}_1^{in} \quad (4.20)$$

$$\frac{1}{\gamma} \frac{d}{dt} \hat{P}_2 = [-1 - i(\Delta + \hat{P}_1^\dagger \hat{P}_1 + \frac{\hat{P}_2^\dagger \hat{P}_2}{2} + \hat{Q}_1^\dagger \hat{Q}_1 + \hat{Q}_2^\dagger \hat{Q}_2)] \hat{P}_2 - i \hat{P}_1^\dagger \hat{Q}_2 \hat{Q}_1 + \hat{P}_2^{in} \quad (4.21)$$

$$\frac{1}{\gamma} \frac{d}{dt} \hat{Q}_1 = [-1 - i(\Delta + \hat{P}_1^\dagger \hat{P}_1 + \hat{P}_2^\dagger \hat{P}_2 + \frac{\hat{Q}_1^\dagger \hat{Q}_1}{2} + \hat{Q}_2^\dagger \hat{Q}_2)] \hat{Q}_1 - i \hat{Q}_2^\dagger \hat{P}_2 \hat{P}_1 + \hat{Q}_1^{in} \quad (4.22)$$

$$\frac{1}{\gamma} \frac{d}{dt} \hat{Q}_2 = [-1 - i(\Delta + \hat{P}_1^\dagger \hat{P}_1 + \hat{P}_2^\dagger \hat{P}_2 + \hat{Q}_1^\dagger \hat{Q}_1 + \frac{\hat{Q}_2^\dagger \hat{Q}_2}{2})] \hat{Q}_2 - i \hat{Q}_1^\dagger \hat{P}_2 \hat{P}_1 + \hat{Q}_2^{in} \quad (4.23)$$

Dans les notations introduites, les modes P sont les modes de pompe, et les modes Q sont les modes conjugués sur le diamètre vertical de l'anneau élastique.

Chaque mode est couplé aux trois autres par le processus de diffusion paramétrique. En plus, l'énergie de résonance de chaque mode est renormalisée par les populations de tous les modes.

B État stationnaire

Nous nous proposons d'abord de déterminer l'état stationnaire du système (4.20-4.23), en étudiant les équations pour les valeurs moyennes stationnaires des opérateurs :

$$0 = [-1 - i(\Delta + \frac{\bar{N}_{p_1}}{2} + \bar{N}_{p_2} + \bar{N}_{q_1} + \bar{N}_{q_2})]\bar{P}_1 - i\bar{P}_2^* \bar{Q}_2 \bar{Q}_1 + \bar{P}_1^{in} \quad (4.24)$$

$$0 = [-1 - i(\Delta + \bar{N}_{p_1} + \frac{\bar{N}_{p_2}}{2} + \bar{N}_{q_1} + \bar{N}_{q_2})]\bar{P}_2 - i\bar{P}_1^* \bar{Q}_2 \bar{Q}_1 + \bar{P}_2^{in} \quad (4.25)$$

$$0 = [-1 - i(\Delta + \bar{N}_{p_1} + \bar{N}_{p_2} + \frac{\bar{N}_{q_1}}{2} + \bar{N}_{q_2})]\bar{Q}_1 - i\bar{Q}_2^* \bar{P}_2 \bar{P}_1 \quad (4.26)$$

$$0 = [-1 - i(\Delta + \bar{N}_{p_1} + \bar{N}_{p_2} + \bar{N}_{q_1} + \frac{\bar{N}_{q_2}}{2})]\bar{Q}_2 - i\bar{Q}_1^* \bar{P}_2 \bar{P}_1 \quad (4.27)$$

Nous nous plaçons près du seuil d'oscillation en faisant l'hypothèse

$$\bar{N}_{Q_i} \ll \bar{N}_{P_j} \quad (4.28)$$

De plus, on pose $\bar{N}_{p_1} = \bar{N}_{p_2} \equiv \bar{N}$, ce qui traduit le fait que les intensités des deux pompes sont équilibrées. Ceci nous permet de réécrire l'équation 4.26 et l'équation conjuguée de 4.27 sous la forme suivante :

$$\mathbb{M} \begin{pmatrix} \bar{Q}_1 \\ \bar{Q}_2^* \end{pmatrix} = 0 \quad (4.29)$$

où $\mathbb{M}$ est la matrice 2×2 :

$$\begin{pmatrix} -[1 + i(\Delta + 2\bar{N})] & -i\bar{P}_1 \bar{P}_2 \\ i\bar{P}_1^* \bar{P}_2^* & -[1 - i(\Delta + 2\bar{N})] \end{pmatrix} \quad (4.30)$$

Nous allons maintenant imposer la condition d'oscillation, c'est-à-dire $\bar{Q}_1, \bar{Q}_2 \neq 0$. L'oscillation n'est possible que sous la condition :

$$\det \mathbb{M} = 0 \quad (4.31)$$

qui correspond à

$$1 + (\Delta + 2\bar{N})^2 - \bar{N}^2 = 0 \quad (4.32)$$

Nous supposons pour l'instant que le désaccord de la cavité soit capable de compenser exactement le *blueshift* dû à la population dans les modes de pompe, en réservant

le cas général pour la suite ; cette condition impose $\Delta + 2\bar{N} = 0$. La condition de seuil devient alors $\bar{N} = 1$.

La valeur de seuil du champ intracavité est identique à celle qu'on trouve dans la théorie de l'oscillation paramétrique en configuration d'angle magique [Ciuti 00, Karr 04a]. On remarque que $\bar{N}$ ne dépend pas du champ laser entrant. Nous retrouvons ici un phénomène qui est bien connu dans le cas des oscillateurs paramétriques optiques : une fois le seuil d'oscillation dépassé, l'intensité intracavité du champ pompe reste constante car toute l'énergie injectée par la pompe est transférée vers les modes signal et complémentaire.

B.1 Phases des champs Q_1 et Q_2

Revenant au cas général, la première des équations 4.30 s'écrit

$$[1 + i(\Delta + 2\bar{N})]Q_1 = -i\bar{P}_1\bar{P}_2\bar{Q}_2^* \quad (4.33)$$

En posant

$$\bar{Q}_i = |\bar{Q}_i|e^{i\varphi_i} \quad (4.34)$$

$$\varphi_N = \arctan(\Delta + 2\bar{N}) \quad (4.35)$$

et en choisissant en plus $\bar{P}_1$ et $\bar{P}_2$ réels on trouve la condition suivante sur la somme des phases :

$$\varphi_1 + \varphi_2 = -\varphi_N - \frac{\pi}{2} \quad (4.36)$$

La somme des phases des champs émis est fixée. En revanche, la différence des phases n'est pas fixée par les équations et est libre d'évoluer. Ce phénomène de *diffusion de phase* est typique aussi des OPO [Fabre 89].

B.2 Intensités des champs Q_1 et Q_2

L'équation 4.33 nous dit également :

$$|Q_1| = \frac{\bar{N}}{\sqrt{1 + (\Delta + 2\bar{N})^2}}|Q_2| \quad (4.37)$$

En utilisant l'équation 4.32, on vérifie que

$$|\bar{Q}_1| = |\bar{Q}_2| \quad (4.38)$$

Dépendance de l'intensité des champs de pompe Au seuil d'oscillation ($\bar{N} = 1, |\bar{Q}_1| = |\bar{Q}_2| = 0$) l'équation 4.24 peut s'exprimer ainsi :

$$[1 + i(\Delta + \frac{3}{2})]P_1 = \bar{P}_{1,s}^{in} \quad (4.39)$$

où l'on a introduit le champ de pompe au seuil $\bar{P}_{1,s}^{in}$. Au dessus du seuil, l'équation 4.24 devient donc

$$i\bar{P}_2^* \bar{Q}_1 \bar{Q}_2 = \bar{P}_1^{in} - \bar{P}_{1,s}^{in} \quad (4.40)$$

En passant aux modules, on obtient la dépendance de l'intensité des modes Q_i du taux de pompage :

$$|Q|^2 = |\bar{P}_{1,s}^{in}|(\sigma - 1) = \sqrt{1 + (\Delta + 3/2)^2}(\sigma - 1) \quad (4.41)$$

Le paramètre $\sigma = \sqrt{\frac{|\bar{P}_1^{in}|^2}{|\bar{P}_{1,s}^{in}|^2}} = \sqrt{\frac{\bar{I}_1^{in}}{\bar{I}_{1s}^{in}}}$ représente le taux de pompage par rapport au seuil.

L'équation 4.41 nous permet de préciser l'hypothèse 4.28 $\bar{N}_{Q_i} \ll \bar{N}_{P_j}$ introduite auparavant. Cette hypothèse est vérifiée lorsque $\sigma - 1 \ll 1$, donc lorsque l'on est peu au dessus du seuil d'oscillation.

B.3 Dépendance du seuil d'oscillation par rapport au désaccord cavité-exciton

L'équation 4.39, avec la relation 4.18, nous permet d'écrire l'intensité de seuil I_{seuil} du champ laser à l'extérieur de la cavité :

$$I_{seuil} \simeq \frac{\gamma^3}{2\gamma_a g C^2} = \frac{(C^2 \gamma_a + X^2 \gamma_b)^3}{2\gamma_a X^4 V_0 C^2} \quad (4.42)$$

L'intensité I_{seuil} dépend du rapport entre les largeurs γ_b et γ_a de l'exciton et de la cavité, ainsi que du désaccord cavité-exciton à travers les coefficients de Hopfield C et X .

Sur la figure 4.2, on a reporté la valeur de I_{seuil} en fonction du désaccord cavité-exciton, pour trois différentes valeurs du rapport γ_b/γ_a . On constate que la valeur de l'intensité de seuil augmente rapidement avec la largeur de l'exciton.

En outre, il est intéressant de remarquer que la valeur du désaccord qui permet de minimiser le seuil d'oscillation se révèle extrêmement sensible au rapport entre la largeur excitonique et photonique : si les largeurs sont égales, le seuil le plus faible est obtenu pour un désaccord positif d'environ 2 meV ; si la largeur excitonique est

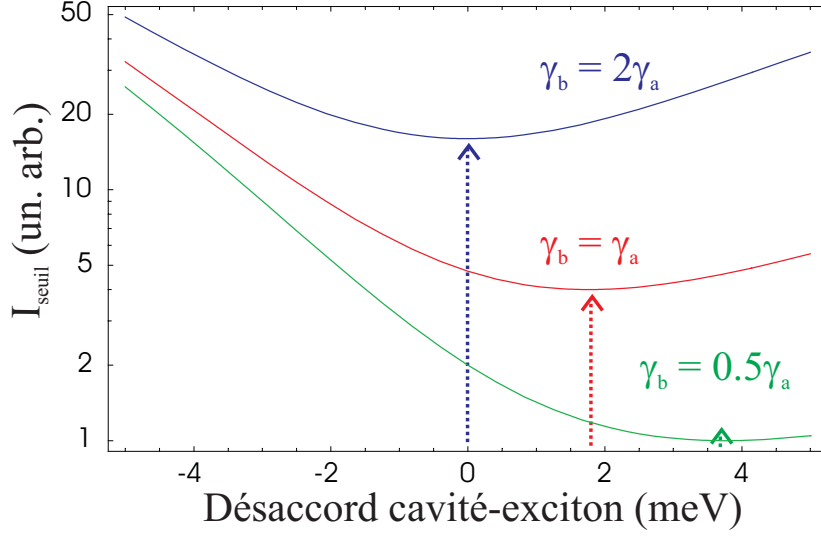


FIG. 4.2 – Intensité de seuil du champ extracavité en fonction du désaccord cavité-exciton, pour trois différents valeurs du rapport entre la largeur de raie de l'exciton et du mode de cavité γ_b/γ_a : 0.5 (courbe verte), 1 (courbe rouge), 2 (courbe bleu).

double de la largeur de cavité, le désaccord optimal est le désaccord nul ; enfin, si la largeur de l'exciton est la moitié de celle de la cavité, le désaccord optimal se situe à 3,75 meV. Cette dépendance peut permettre de connaître d'une façon assez précise le rapport entre les deux largeurs, un paramètre très important parce qu'il détermine la compression maximale qu'on peut observer sur la différence des intensités des modes Q , comme on le verra dans la suite. Ce paramètre n'est pas facile à connaître précisément, car, si la largeur du mode de cavité peut être mesurée en se plaçant à un désaccord très négatif, la mesure de la largeur de l'exciton présente des difficultés. En plus, il est bien connu que la largeur excitonique dépend des conditions d'excitation, comme la puissance de pompe, à cause de l'élargissement collisionnel [Ciuti 98], ou le type de source utilisée pour l'illumination [Stanley 98]. Pour ces raisons, les largeurs mesurées par réflectivité à faible puissance ne sont pas forcément les mêmes dans le régime non-linéaire. Donc, la détermination de γ_b/γ_a à travers le seuil d'oscillation a l'avantage que la mesure de la largeur s'effectue directement dans le régime non linéaire.

En pratique, on constate dans les expériences que le seuil d'oscillation augmente très rapidement lorsque l'on s'éloigne de la condition optimale, surtout lorsque l'on se déplace vers les résonances photoniques. Il est très difficile d'observer des phénomènes d'oscillation sur une large plage de désaccords. Pour les expériences décrites au chapitre 3, le désaccord cavité-exciton est toujours proche de zéro.

Si nous supposons que cette situation correspond au seuil d'oscillation minimal, nous trouvons que pour nos expériences $\gamma_b/\gamma_a \simeq 2$.

C Etude des fluctuations

C.1 Cas simple

Nous passons maintenant à l'étude des fluctuations, en linéarisant les équations 4.20 - 4.23 autour de l'état stationnaire suivant :

$$\bar{P}_1 = \bar{P}_2 = \bar{P}_1^* = \bar{P}_2^* = 1 \quad (4.43)$$

$$\bar{Q}_1 = \mathcal{Q}_0 \sqrt{\sigma - 1} \quad (4.44)$$

$$\bar{Q}_2 = -i \mathcal{Q}_0 \sqrt{\sigma - 1} \quad (4.45)$$

où $\mathcal{Q}_0 = \sqrt[4]{5/4}$.

Cet état stationnaire est obtenu lorsque $\Delta = -2$, $\bar{N} = 1$. Dans ces conditions la renormalisation induite par la population des pompes compense exactement le désaccord du laser, et les champs de pompe sont exactement résonnants. De plus, la phase $\varphi_N = \arctan(\Delta + 2\bar{N})$ 4.35 est nulle, et la phase entre les champs conjuguée est $-\pi/2$, comme dans un OPO. Ceci nous permettra de simplifier les équations pour les fluctuations et d'obtenir une solution analytique.

Nous remplaçons les opérateurs $\hat{P}_i$ par $\bar{P}_i + \delta\hat{P}_i$, et ne gardons que les termes d'ordre 1 en $\delta\hat{P}_i$. Ceci nous permet d'aboutir aux équations suivantes pour les $\delta\hat{Q}_i$:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\gamma} \frac{d}{dt} \delta\hat{Q}_1 &= \mathcal{Q}_0 \sqrt{\sigma - 1} (1 - i) (\delta\hat{P}_1 + \delta\hat{P}_2) - i \mathcal{Q}_0 \sqrt{\sigma - 1} (\delta\hat{P}_1^\dagger + \delta\hat{P}_2^\dagger) \\ &\quad - \delta\hat{Q}_1 - i \delta\hat{Q}_2^\dagger + \delta Q_1^{in} \end{aligned} \quad (4.46)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\gamma} \frac{d}{dt} \delta\hat{Q}_2 &= \mathcal{Q}_0 \sqrt{\sigma - 1} (-1 - i) (\delta\hat{P}_1 + \delta\hat{P}_2) - \mathcal{Q}_0 \sqrt{\sigma - 1} (\delta\hat{P}_1^\dagger + \delta\hat{P}_2^\dagger) \\ &\quad - \delta\hat{Q}_2 - i \delta\hat{Q}_1^\dagger + \delta Q_2^{in} \end{aligned} \quad (4.47)$$

On écrit les équations pour les opérateurs hermitiques

$$\hat{\alpha}_{Q_1} = \delta\hat{Q}_1 + \delta\hat{Q}_1^\dagger \quad (4.48)$$

$$\hat{\beta}_{Q_2} = -i(\delta\hat{Q}_2 - \delta\hat{Q}_2^\dagger) \quad (4.49)$$

$\hat{\alpha}_{Q_1}$ correspond aux fluctuations d'amplitude du mode Q_1 , tandis que $-\hat{\beta}_{Q_2}$ correspond aux fluctuations d'amplitude de Q_2 , car le champ moyen de ce dernier a une phase $-\pi/2$.

Les équations pour les amplitudes s'écrivent :

$$\frac{1}{\gamma} \frac{d}{dt} \hat{\alpha}_{Q_1} = \mathcal{Q}_0 \sqrt{\sigma - 1} (\hat{\alpha}_{P_1} + \hat{\alpha}_{P_2}) - \hat{\alpha}_{Q_1} + \hat{\beta}_{Q_2} + \hat{\alpha}_{Q_1}^{in} \quad (4.50)$$

$$\frac{1}{\gamma} \frac{d}{dt} \hat{\beta}_{Q_2} = -\mathcal{Q}_0 \sqrt{\sigma - 1} (\hat{\alpha}_{P_1} + \hat{\alpha}_{P_2}) - \hat{\beta}_{Q_2} - \hat{\alpha}_{Q_1} + \hat{\beta}_{Q_2}^{in} \quad (4.51)$$

Nous pouvons maintenant introduire l'opérateur $\hat{r}'$, qui correspond à la différence des fluctuations d'amplitude

$$\hat{r}' = \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{\alpha}_{Q_1} + \hat{\beta}_{Q_2}) \quad (4.52)$$

et obéit à l'équation suivante

$$\frac{1}{\gamma} \frac{d}{dt} \hat{r}' = -2\hat{r}' + \hat{r}'_{in} \quad (4.53)$$

où

$$\hat{r}'_{in} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{\alpha}_{Q_1}^{in} + \hat{\beta}_{Q_2}^{in}) \quad (4.54)$$

. On voit que la différence des amplitudes ne dépend pas des fluctuations des champs de pompe. Cette propriété est à la base des effets non-classiques dans les oscillateurs paramétriques optiques. Le résultat ci-dessus montre que cette propriété se généralise au cas d'oscillation paramétrique faisant intervenir des polaritons.

Nous pouvons à ce moment revenir aux opérateurs polaritoniques usuels $\hat{q}_i$, en écrivant une équation pour l'opérateur différence des fluctuations d'amplitude $\hat{r} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{\alpha}_{q_1} + \hat{\beta}_{q_2})$:

$$\frac{d}{dt} \hat{r} = -2\gamma \hat{r} + \hat{r}_{in} \quad (4.55)$$

L'opérateur $\hat{r}_{in}$ dans 4.55, qui décrit les fluctuations entrantes dans le système, est défini ainsi :

$$\hat{r}_{in} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{\alpha}_{q_1}^{in} + \hat{\beta}_{q_2}^{in}) = -C \sqrt{2\gamma_a} \hat{r}_A^{in} + X \sqrt{2\gamma_b} \hat{r}_B^{in} \quad (4.56)$$

Dans 4.56, les contributions photoniques et excitoniques au bruit du système apparaissent à nouveau explicitement.

Passant aux transformées de Fourier :

$$\hat{r}(\Omega) = \frac{1}{2\gamma - i\Omega} \hat{r}_{in}(\Omega) \quad (4.57)$$

C.1.1 Fluctuations des champs lumineux à l'extérieur de la cavité

Le champ lumineux qui sort de la cavité est donné par la relation d'entrée-sortie :

$$\hat{a}^{out} = \sqrt{2\gamma_a} \hat{a} - \hat{a}^{in} \quad (4.58)$$

Grâce à la relation 1.36, qui connecte le champ lumineux intracavité au champ de polaritons, on peut réécrire :

$$\hat{a}^{out} = -C\sqrt{2\gamma_a} \hat{p} - \hat{a}^{in} \quad (4.59)$$

$$\hat{r}_A^{out} = -C\sqrt{2\gamma_a} \hat{r} - \hat{r}_A^{in} \quad (4.60)$$

En insérant 4.56 et 4.57 dans 4.60, on obtient :

$$\hat{r}_A^{out} = \left(\frac{2\gamma_a C^2}{2\gamma - i\Omega} - 1 \right) \hat{r}_A^{in} - \frac{2XC\sqrt{\gamma_a\gamma_b}}{2\gamma - i\Omega} \hat{r}_B^{in} \quad (4.61)$$

C.1.2 Spectre de bruit

Le spectre de bruit de $\hat{r}_A^{out}$ s'écrit :

$$S_r^{out} = \langle \hat{r}_A^{out}(\Omega) \hat{r}_A^{out}(-\Omega) \rangle \quad (4.62)$$

A partir de 4.61, on peut montrer que

$$S_r^{out} = 1 + \frac{4\gamma_a\gamma_b C^2 X^2}{4\gamma^2 + \Omega^2} [\langle \hat{r}_B^{in}(\Omega) \hat{r}_B^{in}(-\Omega) \rangle - 1] - 4 \frac{\gamma_a C^2 \gamma}{4\gamma^2 + \Omega^2} \quad (4.63)$$

Deux contributions de signe opposé influencent le bruit du champ lumineux qui sort de la cavité. Le terme

$$\frac{4\gamma_a\gamma_b C^2 X^2}{4\gamma^2 + \Omega^2} [\langle \hat{r}_B^{in}(\Omega) \hat{r}_B^{in}(-\Omega) \rangle - 1]$$

détermine un excès de bruit sur la différence des intensités des champs lumineux sortants. Cet excès de bruit est proportionnel à

$$[\langle \hat{r}_B^{in}(\Omega) \hat{r}_B^{in}(-\Omega) \rangle - 1]$$

c'est à dire à l'excès de bruit rajouté par les excitons.

Le terme

$$- 4 \frac{\gamma_a C^2 \gamma}{4\gamma^2 + \Omega^2}$$

détermine en revanche une compression de bruit qui est maximale à fréquence nulle et a une largeur spectrale 2γ (voir figure 4.3). Si l'on suppose que les excitons ne rajoutent aucun excès de bruit, le spectre de bruit du champ sortant 4.63 se réécrit ainsi à fréquence nulle :

$$S_r^{out} = 1 - \frac{\gamma_a C^2}{\gamma} \quad (4.64)$$

ou encore :

$$S_r^{out} = 1 - \frac{1}{1 + \frac{\gamma_b X^2}{\gamma_a C^2}} \quad (4.65)$$

L'équation 4.65 montre que la compression de bruit maximale que l'on peut obtenir dépend du rapport entre la largeur de l'exciton et celle du mode de cavité γ_b/γ_a . Si la largeur des excitons est négligeable devant la largeur de la cavité $\gamma_b \ll \gamma_a$, le *squeezing* en sortie est parfait ; dans la situation opposée $\gamma_b \gg \gamma_a$ le *squeezing* est nul. Ce résultat est analogue à ce que l'on obtient pour un oscillateur paramétrique optique, où le *squeezing* dépend du rapport entre les pertes intracavité et la largeur de la cavité [Fabre 89].

En particulier, pour $\gamma_b = 2\gamma_a$, qui semble correspondre à notre situation expérimentale, la compression de bruit maximale que l'on peut obtenir est de 33 % (voir figure 4.3).

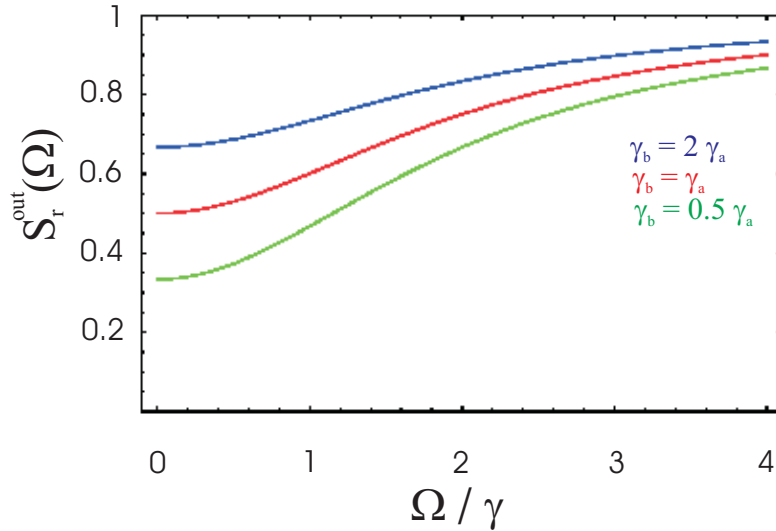


FIG. 4.3 – Spectre de bruit $S_r^{out}(\Omega)$ en fonction de la fréquence, pour trois différents valeurs du rapport entre la largeur de raie de l'exciton et du mode de cavité γ_b/γ_a : 0.5 (courbe verte), 1 (courbe rouge), 2 (courbe bleu).

C.2 Cas général

Dans le paragraphe précédent, nous avons étudié un cas particulier simple, et nous avons montré que la différence des intensités des faisceaux conjugués peut être comprimée, si le bruit rajouté par les excitons n'est pas trop important.

Une simplification importante dans le calcul développé consiste à supposer que les champs de pompe sont exactement résonnants ($\Delta + 2\tilde{N} = 0$). En outre, nous avons fait l'approximation consistante à négliger les effets de renormalisation dus aux champs Q_1, Q_2 . En effet, dans les équations linéarisées nous avons négligé les termes de type

$$|Q_1|^2 \delta Q_1$$

Ces termes sont d'ordre $\sqrt{\sigma - 1}$ par rapport aux termes que nous avons gardé.

Il est alors naturel de se demander si l'effet Kerr que nous n'avons pas considéré pourrait être important. En effet, on sait bien que l'effet Kerr entraîne un déphasage non linéaire du champ, et une rotation de son ellipse de bruit. En conséquence, la quadrature de bruit minimal pour un champ interagissant avec un milieu Kerr n'est en général pas celle d'amplitude [Josse 03].

Le but du calcul que nous développons maintenant est de voir si un effet similaire peut se produire dans notre cas : nous cherchons à voir si, à cause des effets Kerr, les corrélations pourraient être maximales pour des quadratures autres que celles d'amplitude. Cela pourrait en partie expliquer l'excès de bruit sur la différence des intensités constaté expérimentalement.

De la même façon, un effet similaire pourrait se produire lorsque le laser n'est pas exactement résonnant.

Pour répondre à ces questions, nous avons effectué le calcul complet des fluctuations sortantes.

On se propose d'étudier la dynamique des fluctuations autour d'un point de fonctionnement stable du système, que nous déterminerons numériquement. Dans l'hypothèse de petites fluctuations, on linéarise le système 4.20- 4.23, en obtenant

$$\frac{1}{\gamma} \frac{d}{dt} \delta \vec{P} = \mathbb{M} \delta \vec{P} + \delta \vec{P}^{in} \quad (4.66)$$

Le vecteur $\delta \vec{P}$ est ainsi défini :

$$\delta\vec{P} = \begin{pmatrix} \delta\hat{P}_1 \\ \delta\hat{P}_1^\dagger \\ \delta\hat{P}_2 \\ \delta\hat{P}_2^\dagger \\ \delta\hat{Q}_1 \\ \delta\hat{Q}_1^\dagger \\ \delta\hat{Q}_2 \\ \delta\hat{Q}_2^\dagger \end{pmatrix} \quad (4.67)$$

La matrice $\mathbb{M}$ est une matrice constante 8×8 , dont les éléments sont donnés à la page suivante.

analogue à $\delta\vec{P}$, représente les fluctuations entrantes dans le système.

Avant de procéder à l'étude des fluctuations quantiques, il est nécessaire de s'assurer que l'état stationnaire choisi est stable. Ceci est effectué par une analyse classique de stabilité linéaire, consistant à déterminer les valeurs propres de la matrice $\mathbb{M}$, et à vérifier que leur partie réelle est négative.

Ensuite, on peut écrire le système linéaire 4.66 dans le domaine de fréquence par transformée de Fourier :

$$\left(-i\frac{\Omega}{\gamma}\right) \delta\vec{P}(\Omega) = \mathbb{M} \delta\vec{P}(\Omega) + \delta\vec{P}^{in}(\Omega) \quad (4.68)$$

On peut donc exprimer les fluctuations des champs polaritoniques intracavité en fonction des fluctuations entrantes :

$$\delta\vec{P}(\Omega) = \left[-i\frac{\Omega}{\gamma}\mathbb{I} - \mathbb{M}\right]^{-1} \delta\vec{P}^{in}(\Omega) \quad (4.69)$$

À nouveau, on utilise la relation d'entrée-sortie (4.58), ainsi que la relation (1.36) de proportionnalité entre champ polaritonique et photonique $\hat{p} = -C\hat{a}$, pour aboutir à une équation pour les fluctuations des champs sortant de la cavité :

$$\begin{aligned} \delta\vec{A}^{out}(\Omega) &= \sqrt{2\gamma_a} \delta\vec{a}(\Omega) - \delta\vec{A}^{in}(\Omega) = \\ &= -C\sqrt{2\gamma_a} (-i\Omega\mathbb{I} - \gamma\mathbb{M})^{-1} \delta\vec{p}^{in}(\Omega) - \delta\vec{A}^{in}(\Omega) = \\ &\{ -\mathbb{I} + 2\gamma_a C^2 (-i\Omega\mathbb{I} - \gamma\mathbb{M})^{-1} \} \delta\vec{A}^{in} - XC\sqrt{4\gamma_a\gamma_b} (-i\Omega\mathbb{I} - \gamma\mathbb{M})^{-1} \delta\vec{B}^{in} \end{aligned} \quad (4.70)$$

$$\begin{pmatrix}
-1 - i(\Delta + 2(\bar{N}_P + \bar{N}_Q)) & -i\frac{\bar{P}_1^2}{2} & -i\bar{P}_2^* \bar{P}_1 & -i(\bar{P}_1 \bar{P}_2 + \bar{Q}_1 \bar{Q}_2) & -i(\bar{P}_1 \bar{Q}_1^* + \bar{P}_2^* \bar{Q}_2) & -i\bar{P}_1 \bar{Q}_1 & -i(\bar{P}_1 \bar{Q}_2^* + \bar{P}_2^* \bar{Q}_1) & -i\bar{P}_1 \bar{Q}_2 \\
i\frac{(\bar{P}_1^*)^2}{2} & -1 + i(\Delta + 2(\bar{N}_P + \bar{N}_Q)) & i(\bar{P}_1^* \bar{P}_2^* + \bar{Q}_1^* \bar{Q}_2^*) & i\bar{P}_2 \bar{P}_1^* & i\bar{P}_1^* \bar{Q}_1^* & i(\bar{P}_1^* \bar{Q}_1 + \bar{P}_2^* \bar{Q}_2) & i\bar{P}_1^* \bar{Q}_2^* & i(\bar{P}_1^* \bar{Q}_2 + \bar{P}_2 \bar{Q}_1^*) \\
-i\bar{P}_1^* \bar{P}_2 & -i(\bar{P}_1 \bar{P}_2 + \bar{Q}_1 \bar{Q}_2) & -1 - i(\Delta + 2(\bar{N}_P + \bar{N}_Q)) & -i\frac{\bar{P}_2^2}{2} & -i(\bar{P}_2 \bar{Q}_1^* + \bar{P}_1 \bar{Q}_2^*) & -i\bar{P}_2 \bar{Q}_1 & -i(\bar{P}_2 \bar{Q}_2^* + \bar{P}_1^* \bar{Q}_1) & -i\bar{P}_2 \bar{Q}_2 \\
i(\bar{P}_1^* \bar{P}_2^* + \bar{Q}_1^* \bar{Q}_2^*) & i\bar{P}_1 \bar{P}_2^* & i\frac{(\bar{P}_2^*)^2}{2} & -1 + i(\Delta + 2(\bar{N}_P + \bar{N}_Q)) & i\bar{P}_2^* \bar{Q}_1^* & i(\bar{P}_2^* \bar{Q}_1 + \bar{P}_1^* \bar{Q}_2) & i\bar{P}_2^* \bar{Q}_2^* & i(\bar{P}_2^* \bar{Q}_2 + \bar{P}_1 \bar{Q}_1^*) \\
-i(\bar{Q}_1 \bar{P}_1^* + \bar{Q}_2^* \bar{P}_2) & -i\bar{P}_1 \bar{Q}_1 & -i(\bar{Q}_1 \bar{P}_2^* + \bar{Q}_2^* \bar{P}_1) & -i\bar{Q}_1 \bar{P}_2 & -1 - i(\Delta + 2(\bar{N}_P + \bar{N}_Q)) & -i\frac{\bar{Q}_1^2}{2} & -i\bar{Q}_2^* \bar{Q}_1 & -i(\bar{P}_1 \bar{P}_2 + \bar{Q}_1 \bar{Q}_2) \\
i\bar{P}_1^* \bar{Q}_1^* & i(\bar{Q}_1^* \bar{P}_1 + \bar{Q}_2 \bar{P}_2^*) & i\bar{Q}_1^* \bar{P}_2^* & i(\bar{Q}_1^* \bar{P}_2 + \bar{Q}_2 \bar{P}_1^*) & i\frac{(\bar{Q}_1^*)^2}{2} & -1 + i(\Delta + 2(\bar{N}_P + \bar{N}_Q)) & i(\bar{P}_1^* \bar{P}_2^* + \bar{Q}_1^* \bar{Q}_2^*) & i\bar{Q}_2 \bar{Q}_1^* \\
-i(\bar{Q}_2 \bar{P}_1^* + \bar{Q}_1^* \bar{P}_2) & -i\bar{P}_1 \bar{Q}_2 & -i(\bar{Q}_2 \bar{P}_2^* + \bar{Q}_1^* \bar{P}_1) & -i\bar{Q}_2 \bar{P}_2 & -i\bar{Q}_1^* \bar{Q}_2 & -i(\bar{P}_1 \bar{P}_2 + \bar{Q}_1 \bar{Q}_2) & -1 - i(\Delta + 2(\bar{N}_P + \bar{N}_Q)) & -i\frac{\bar{Q}_2^2}{2} \\
i\bar{P}_1^* \bar{Q}_2^* & i(\bar{Q}_2^* \bar{P}_1 + \bar{Q}_1 \bar{P}_2^*) & i\bar{Q}_2^* \bar{P}_2^* & i(\bar{Q}_2^* \bar{P}_2 + \bar{Q}_1 \bar{P}_1^*) & i(\bar{P}_1^* \bar{P}_2^* + \bar{Q}_1^* \bar{Q}_2^*) & i\bar{Q}_1 \bar{Q}_2^* & i\frac{(\bar{Q}_2^*)^2}{2} & -1 + i(\Delta + 2(\bar{N}_P + \bar{N}_Q))
\end{pmatrix}$$

FIG. 4.4 – Matrice $\mathbb{M}$.

C.2.1 Matrice des variances

Les fluctuations de toutes les quadratures des champs sortantes de la cavité peuvent être décrites par la matrice des variances V_A^{out} :

$$V_A^{out} = \delta \vec{A}^{out}(\Omega) [\delta \vec{A}^{out}(\Omega)]^{*T} \quad (4.71)$$

En utilisant 4.70, on trouve :

$$\begin{aligned} V_A^{out} = & [-\mathbb{I} + 2\gamma_a C^2 (-i\Omega\mathbb{I} - \gamma\mathbb{M})^{-1}] V_A^{in} [-\mathbb{I} + 2\gamma_a C^2 (-i\Omega\mathbb{I} - \gamma\mathbb{M})^{-1}]^{*T} + \\ & + 4\gamma_a\gamma_b C^2 X^2 (-i\Omega\mathbb{I} - \gamma\mathbb{M})^{-1} V_B^{in} [(-i\Omega\mathbb{I} - \gamma\mathbb{M})^{-1}]^{*T} \end{aligned} \quad (4.72)$$

Grâce à l'expression 4.72, nous pouvons calculer les fluctuations de toutes les quadratures des champs sortants comme transformations linéaires des fluctuations (excitoniques et photoniques) entrantes. Ceci est l'essence de la méthode entrée-sortie. Dans le cas général, il n'est pas possible d'obtenir des expressions analytiques simples des fluctuations. Nous avons donc effectué des calculs numériques dans des cas correspondant aux situations expérimentales.

C.2.2 Résultats numériques

Pour un état stationnaire stable donné, nous sommes en mesure de calculer la matrice de variance des champs sortants, qui caractérise complètement les fluctuations. Il nous reste à déterminer l'état stationnaire, ce que nous faisons par intégration numérique des équations 4.20- 4.23. Un exemple est montré en figure 4.5. Les populations des modes P et Q se stabilisent sur une valeur stationnaire, dont la stabilité est vérifiée en calculant les valeurs propres de la matrice $\mathbb{M}$ correspondante. Cela fait, nous avons calculé le bruit sur la différence des intensités, en fonction du désaccord Δ (voir figure 4.6).

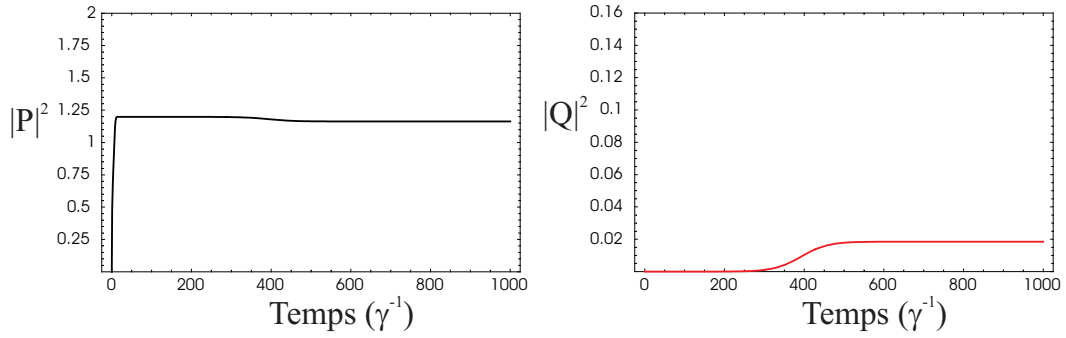


FIG. 4.5 – Intégration numérique des équations 4.20- 4.23. Paramètres : $\Delta = -1.76$; $\bar{P}^{in} = 1.2$; $\gamma_b = \gamma_a$.

Ce calcul reproduit une expérience typique, dans laquelle on mesure le bruit sur la différence des intensités des modes Q , tout en déplaçant latéralement l'échantillon pour rechercher le désaccord optimal.

La figure 4.6 montre que le bruit de la différence des intensités est constant et indépendant de la valeur du désaccord Δ à l'intérieur de la plage qui permet à l'oscillation de se déclencher. La valeur de ce bruit est égale à la valeur minimale obtenue dans le cas particulier $\Delta + 2\bar{N} = 0$, qui a été calculé au paragraphe précédent. Ce résultat généralise le résultat précédent : le bruit sur la différence des intensités est indépendant de la puissance des pompes et du désaccord de la cavité. Nous avons effectué des simulations pour des valeurs de pompe plus élevées, en trouvant toujours ce même résultat.

Bien entendu, cela ne signifie pas que les termes d'effet Kerr n'aient aucun effet. Notamment, l'état stationnaire du système devient très compliqué, et présente sans doute des régions de bistabilité, voire multistabilité ; c'est un point qui demande des études plus approfondies. Cependant, les corrélations entre les modes Q se révèlent

complètement insensibles à ces effets, et demeurent toujours maximales sur la quadrature d'amplitude. Cela confirme l'image de la génération paramétrique comme la création simultanée d'une paire de polaritons : il y a corrélation parfaite sur le nombre de polaritons dans les modes, et donc sur l'intensité des champs sortants.

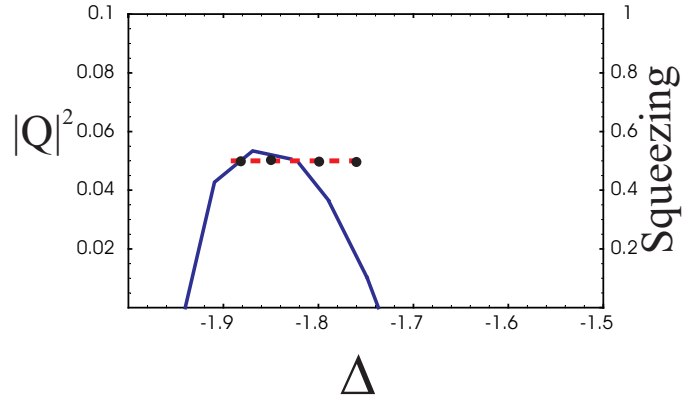


FIG. 4.6 – Population dans les modes Q (courbe bleue) et bruit sur la différence des intensités (points noir, courbe rouge en tirets) en fonction du désaccord Δ . Paramètres : $\bar{P}^{in} = 1.2$; $\gamma_b = \gamma_a$.

D Conclusions

Dans ce chapitre, j'ai examiné un modèle à quatre modes qui décrit les expériences de mélange à quatre ondes de polaritons, inspiré au traitement de l'oscillation paramétrique de polaritons développée dans les références [Ciuti 03, Karr 01, Karr 04a].

Dans le cadre d'un traitement simplifié, j'ai retrouvé des résultats analogues à ceux de la configuration d'angle magique, en ce qui concerne le seuil d'oscillation, les phases des champs conjugués, et la dépendance de l'intensité de pompe.

Concernant les propriétés de bruit, le modèle reproduit les caractéristiques typiques des oscillateurs paramétriques optiques : corrélations sur la différence d'intensité, compression de bruit dépendant du rapport entre la largeur du milieu non linéaire et la largeur du mode de cavité et indépendant du taux de pompage σ .

J'ai ensuite pris en compte les termes dans le modèle qui ne sont pas présentes dans les équations des OPO, c'est à dire les effets Kerr dus aux populations des modes. A priori, ces contributions ne peuvent pas être négligées lorsqu'on étudie les fluctuations ; la question se posait alors de savoir si elles pouvaient déterminer une compression sur une quadrature autre que l'amplitude, et en conséquence un excès de bruit lorsque l'on mesure les corrélations d'intensité.

Pour répondre à cette question, j'ai étudié numériquement le modèle exact, en calculant le bruit sur la différence des intensités des modes conjugués, en fonction du désaccord du laser par rapport à la résonance et de la puissance de pompe. Il se trouve que les effets Kerr et le désaccord affectent fortement l'état stationnaire du système, mais ne jouent aucun rôle vis-à-vis des corrélations, qui demeurent toujours optimales entre les intensités. Ce résultat n'était pas évident à priori et constitue l'intérêt du calcul complet.

Le résultat est aussi très important par rapport aux expériences, parce qu'il indique que l'excès de bruit mesuré est produit par un excès de bruit entrant associé au réservoir excitonique. Cela constitue un autre argument de poids pour passer à des expériences en régime de comptage de photons. Ce type de mesures permettrait d'utiliser une intensité de pompe plus faible, diminuant ainsi le nombre d'excitons présents dans le système, et le bruit qui est leur associé.

Bruit d'intensité dans les VCSELs

Sommaire

A	Introduction	149
B	Les VCSELs	151
B.1	Caractéristiques des VCSELs utilisés	154
C	Corrélations entre modes de polarisation d'un VCSEL . .	156
C.1	Reproduction de l'article "Optimal intensity noise reduction in multimode vertical-cavity surface-emitting lasers by polarization-selective attenuation" (<i>Optics Letters</i> 29 (14), 1629 (2004)) .	157
D	Émission monomode d'un VCSEL avec rétroaction optique	161
D.1	Reproduction de l'article "Demonstration of single mode operation of a vertical-cavity surface-emitting laser (VCSEL) with optical feedback : the intensity noise measurement approach" (à paraître dans <i>J. Opt. Soc. Am. B</i>)	161
E	Conclusions	182

A Introduction

Depuis une dizaine d'années, les laser à semi-conducteur sont étudiés dans le groupe d'optique quantique du laboratoire Kastler Brossel. Ces lasers permettent de produire des états comprimés en intensité d'une façon conceptuellement très simple, en appliquant le *principe de la pompe régulière* [Golubev 84]. Ce principe, proposé par

Golubev et Sokolov en 1984, repose sur la suppression du bruit lié au processus de pompage. En synthèse, si l'on injecte les électrons dans la cavité un par un de façon ordonnée temporairement, cet ordre temporel va se retrouver dans la statistique des photons émis, pourvu que la "conversion" des électrons en photons (ce qu'on appelle l'*efficacité quantique*) soit efficace. Les diodes laser sont des systèmes idéaux pour appliquer ce principe, parce qu'il est facile de réaliser un pompage électrique régulier. De plus, leur efficacité quantique peut atteindre 70%. Des diodes lasers fonctionnant en régime de pompage régulier ont permis d'observer des états comprimés ([Yamamoto 86, Yamamoto 87, Machida 88]).

Des expériences similaires menées au laboratoire ont notamment permis d'observer une forte compression du bruit d'intensité des diodes laser, et de clarifier le rôle crucial des modes longitudinaux en dessous du seuil dans les phénomènes observés [Marin 95]. Ces modes, bien que extrêmement faibles, ont des fluctuations comparables à celles du mode qui est au dessus du seuil. Les fluctuations de chaque mode sont très supérieures à la limite quantique standard, cependant la compression globale de bruit est préservée par les anti-corrélations presque parfaites entre les modes. Si toutefois des mécanismes interviennent à dégrader ces corrélations, la compression obtenue est plus faible, voire nulle.

On a ensuite appliqué le principe de la pompe régulière aux VCSELs. Ces émetteurs sont a priori des bons candidats pour la production d'états comprimés, parce que leur efficacité quantique est assez élevée (elle peut atteindre la valeur de 50%). Une réduction de 15% du bruit d'intensité d'un VCSEL a en effet été obtenue au cours de la thèse d'Alberto Bramati [Bramati 98]. Il est à remarquer que le laser fonctionnait en régime multimode transverse, et que chaque mode était individuellement très bruyant, ce qui met en évidence l'importance des corrélations entre les modes. Depuis, une compression du bruit des VCSELs a également été démontrée au cours de la thèse de Jean-Pierre Hermier [Hermier 00, Hermier 01], à l'aide de la technique de l'injection optique.

Un trait commun de ces travaux est constitué par la reconnaissance du caractère non triviale des fluctuations quantiques dans les lasers à semi-conducteur. Déjà dans la thèse d'Alberto Bramati, il avait été montré expérimentalement que la distribution des fluctuations dans le plan transverse ne reproduit pas tout simplement la distribution de l'intensité moyenne ([Bramati 99, Hermier 99]). En particulier, si l'on "coupe" le faisceau dans le plan transverse avec une lame opaque, on constate un effet amusant : pour certaines positions de la lame, on a une réduction de bruit qui est plus importante qu'un simple effet d'atténuation. La distribution spatiale du bruit d'intensité dans les VCSELs est étudiée en grand détail dans la thèse d'Isabelle Maurin [Maurin 02], où le lecteur trouvera un modèle quantique *ab initio* décrivant un VCSEL avec deux modes

transverses au dessus de seuil.

Un autre aspect subtil concernant le bruit des VCSELs a été élucidé dans la thèse de Jean-Pierre Hermier. Il a été montré que, même dans le cas où un seul mode polarisé linéairement est au dessus du seuil d'oscillation, si l'on étudie le bruit d'intensité le laser ne peut être considéré comme monomode. Cette fois-ci, ce sont les fluctuations du mode de polarisation orthogonale en dessous du seuil qui sont responsables d'une importante augmentation du bruit lorsque le faisceau est transmis par un cube polariseur ([Hermier 02]).

Au cours de ma première année de thèse, j'ai effectué une étude expérimentale des caractéristiques du bruit d'intensité des VCSELs, en m'appuyant sur les résultats précédemment obtenus au laboratoire.

D'abord, je suis revenu sur la question quelque peu intrigante de la réduction de bruit par une simple atténuation du faisceau. J'ai montré comment il est possible d'optimiser cet effet, qui est loin d'être négligeable pour certains VCSELs. Ceci, corroboré par des simples considérations théoriques qui permettent d'interpréter naturellement l'expérience, a fait l'objet d'un article publié dans *Optics Letters*, reproduit dans la suite.

Deuxièmement, je me suis intéressé à la question de l'émission monomode dans un VCSEL. J'ai montré qu'avec la technique de la rétroaction optique sélective en polarisation et fréquence on peut obtenir une émission monomode. Notamment, j'ai démontré le caractère monomode du faisceau en effectuant les "tests" sur le bruit développés au cours des thèses précédentes [Bramati 98, Hermier 00, Maurin 02] et déjà décrits au chapitre 2, paragraphe D. Ces résultats sont présentés dans un article à paraître dans le *Journal of the Optical Society of America*, dont le preprint est ici reproduit.

Avant de décrire ces résultats, un survol des caractéristiques des VCSELs est présenté ; le lecteur trouvera des précisions plus amples dans les références citées plus haut, notamment dans les thèses.

B Les VCSELs

L'acronyme VCSEL signifie en anglais *vertical-cavity surface-emitting laser*, c'est à dire laser à cavité verticale à émission de surface. Cette dénomination marque bien la différence entre la structure d'un VCSEL et d'une diode laser à semiconducteur traditionnelle : en effet la cavité optique du VCSEL est verticale par rapport au substrat sur lequel on effectue la croissance des échantillons, et en conséquence l'émission de lumière se produit vers le haut, à travers la surface (voir figure 5.1), parallèlement

au sens du courant. Ceci contraste bien avec le cas des diodes laser, où les réflexions provoquées par la différence d'indice à l'interface entre le matériel et l'air fournissent la boucle de rétroaction nécessaire à l'oscillation laser. L'émission sort donc par la facette latérale du dispositif (c'est pourquoi l'acronyme anglais correspondant est EEL, pour *edge-emitting laser*).

La comparaison entre ces deux sources est très utile pour comprendre les spécificités des VCSELs ; on va donc la développer davantage.

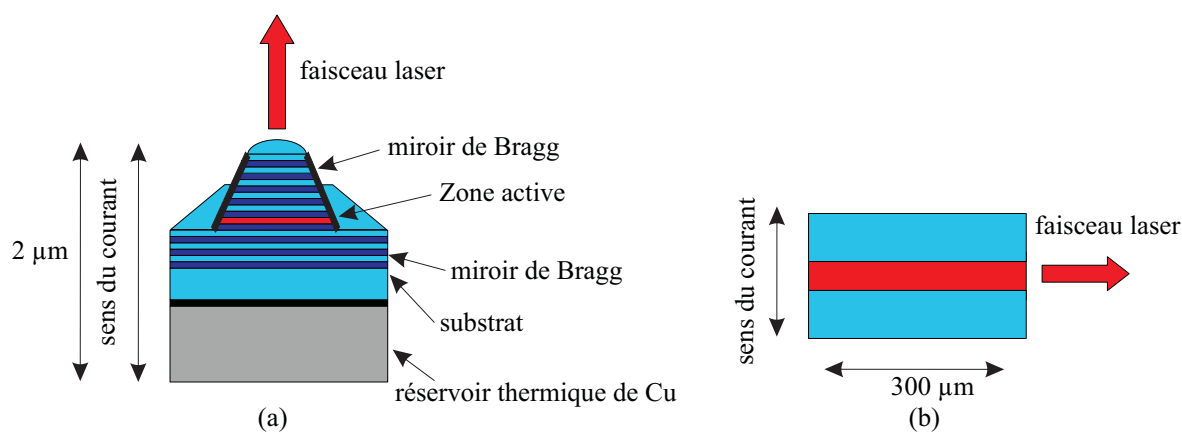


FIG. 5.1 – (a) Structure d'un VCSEL. (b) Structure d'un diode laser traditionnel, à émission latérale.

On vient de voir comme les diodes lasers ne nécessitent pas de coefficients de réflexion très élevés, ce qui constitue un remarquable avantage du point de vue technologique, car il n'est pas nécessaire de déposer des miroirs, si on ne recherche pas de performances poussées. En revanche, comme on le voit dans la figure 5.1, la cavité des VCSELs est constituée par deux miroirs de Bragg hautement réfléchissants. Ceci est dû à la caractéristique essentiel des VCSEL, c'est à dire la *miniaturisation* extrême de leurs dimensions : la cavité optique a une longueur de l'ordre de λ , ce qui rend le gain par passage faible, d'où la nécessité des hautes réflectivités. Les avantages de cette miniaturisation sont nombreux : d'abord, le courant de seuil de ces microlasers est extrêmement faible, inférieur au mA ; ensuite, les petites dimensions rendent possible la modulation du courant d'injection jusqu'à des fréquences de l'ordre de 10 GHz, ce qui est de grande importance en télécommunications. À cela il faut rajouter le fait que l'on peut réaliser en un seul processus de croissance une matrice bidimensionnelle de lasers, grâce à l'émission de surface. Toutes ces caractéristiques rendent ces sources très attirantes pour les applications.

Venons maintenant aux caractéristiques indésirables de ces émetteurs.

En premier lieu, si les VCSELs sont toujours monomodes longitudinaux, ils émettent souvent dans plusieurs modes transverses, jusqu'à des ordres assez élevés. Ceci est dû au fait que les dimensions transverses de la cavité sont plus importantes que sa longueur. C'est l'inverse dans les diodes laser, où la longueur de la cavité permet à des nombreux modes longitudinaux d'être actifs, mais où l'on a jamais des modes transverses autres que le fondamental.

Deuxièmement, la polarisation de la lumière émise peut varier en fonction du courant de pompage. Typiquement, l'émission consiste d'un mode TEM_{00} avec polarisation linéaire près du seuil d'oscillation, mais en augmentant le courant de pompe on peut assister à une grande variété de comportements : par exemple, la polarisation peut tourner soudainement de 90° (on parle dans ce cas de *polarization switching*), ou bien d'autres modes d'ordre plus élevé peuvent osciller dans les deux polarisation linéaires. Parfois, pour une valeur donnée du courant de pompe à l'intérieur d'une plage limitée, on constate aussi des sauts erratiques entre les deux états de polarisation linéaire au cours du temps : ce phénomène de bistabilité est parfois appelé *polarization mode hopping* dans la littérature [Panajotov 04].

Ces instabilités de polarisation tiennent à la haute symétrie circulaire de l'émetteur dans le plan transverse ; par conséquent, il n'existe pas un mécanisme de sélection de polarisation efficace. Encore une fois, la situation est différente par rapport aux diodes, où le champ électrique est toujours polarisé parallèlement à la jonction : cependant, dans ce dernier cas, si la haute asymétrie de l'émetteur dans les deux directions du plan permet de fixer la polarisation de l'émission, elle est aussi à l'origine d'une ellipticité prononcée du faisceau, qui doit être corrigée par des prismes anamorphoseurs si l'on veut, par exemple, avoir un couplage efficace dans une fibre. La qualité spatiale du faisceau émis par les VCSELs est en revanche très bonne.

En résumé, les VCSELs constituent des sources de faible coût, qui émettent un faisceau gaussien, bien adapté au couplage en fibre, et qui permettent des hauts débits de transmission de données, pouvant être modulés à des fréquences élevées.

Pour les applications, il est toutefois préférable une émission polarisée et monomode transverse : plusieurs modes transverses et de polarisation sont en effet une source d'ennui, à cause des fortes corrélations entre leurs fluctuations, qui peuvent fortement dégrader la performance des VCSELs, notamment le rapport signal à bruit, si l'on introduit des pertes différentes pour chaque mode. C'est à ce problème que je me suis attaché dans mon étude du bruit d'intensité des VCSELs.

L'étude des corrélations et de l'effet de pertes différentes pour chaque mode sur le

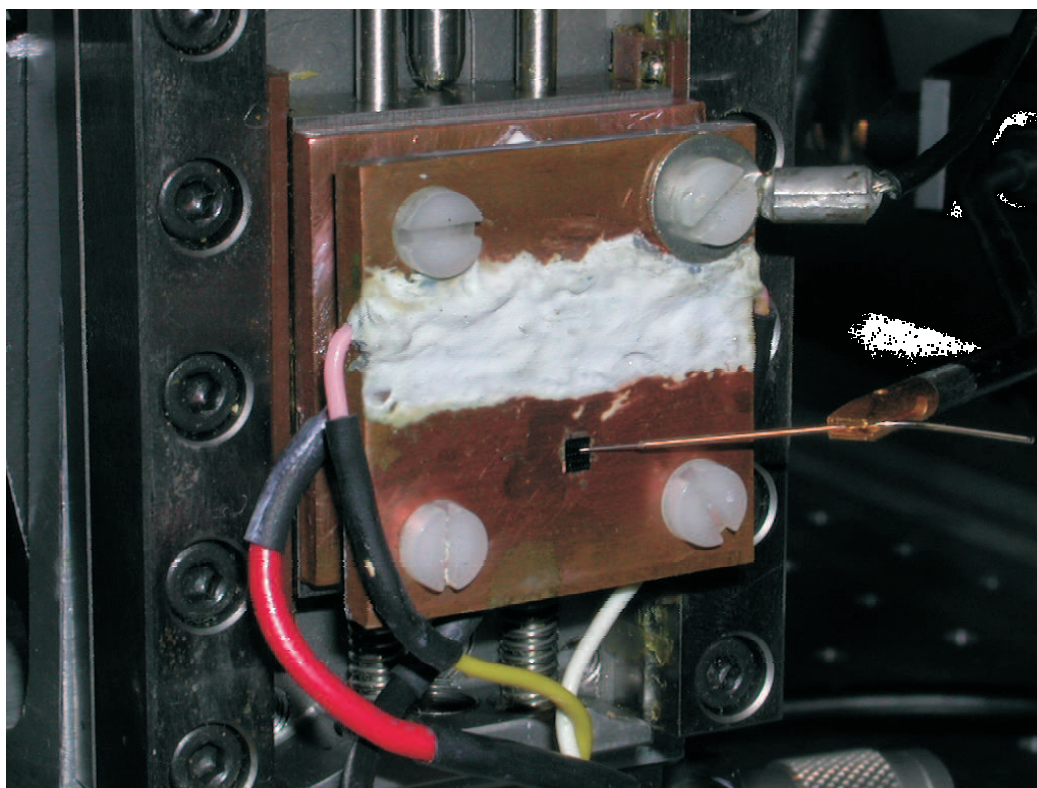


FIG. 5.2 – Photographie d'une plaque contenant 168 VCSELs. La plaque est posée sur un support métallique dont la température est contrôlée par un élément Peltier. On voit aussi l'aiguille à travers laquelle on peut connecter le VCSEL désiré à la source de courant.

bruit total du faisceau fait l'objet de la section C ; la section D montre en revanche qu'avec une simple technique de rétroaction optique on peut s'affranchir du comportement multimode et obtenir une émission véritablement monomode, dont les fluctuations ne sont plus sensibles à des pertes dépendantes de la polarisation ou de la structure transverse du faisceau.

B.1 Caractéristiques des VCSELs utilisés

Nous avons utilisé des VCSELs fabriqués en Allemagne, au Département d'Opto-électronique de l'Université d'Ulm, par le groupe du professeur Ebeling [Ebeling 96]. Nous disposons d'environ 200 microlasers, dont le diamètre de la région active varie entre 3 et 20 μm . Le milieu actif de ces VCSELs est constitué par trois puits quantiques de 8 nm d'épaisseur de GaAs ; les miroirs de Bragg du haut et du bas ont une réflectivité

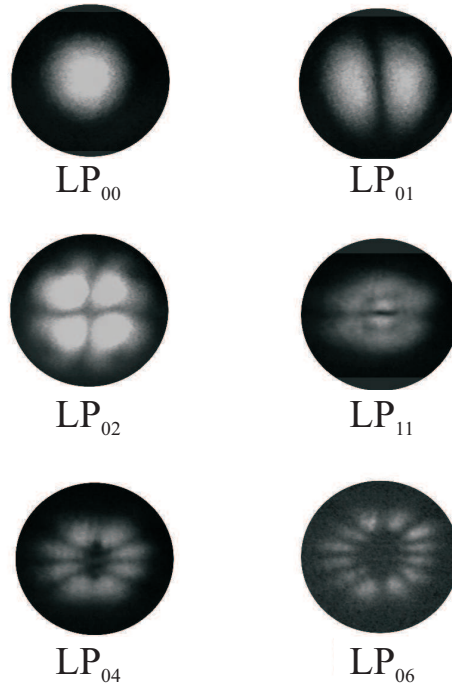


FIG. 5.3 – Modes transverses de Laguerre-Gauss émis par un VCSEL de $16\ \mu\text{m}$ de diamètre pour un courant d'alimentation de 5 fois le seuil.

de 99% et 99,8% respectivement.

La figure 5.2 montre une des plaques fournies par l'université de Ulm, contenant une matrice de 168 lasers. Les VCSELs sont alimentés par une source de courant faible bruit mise à point au laboratoire ; chaque VCSEL dispose d'un contact électrique sur lequel on peut poser une aiguille en tungstène. L'autre contact est assuré par le substrat. Les VCSELs sont aussi stabilisés en température, grâce à un élément Peltier qui assure une dérive inférieure à $0,01\ ^\circ\text{C}/h$.

B.1.1 Émission de plusieurs modes transverses

De façon générale, lorsque l'on fait fonctionner un VCSEL très au dessus du seuil, on observe souvent une émission multimode transverse. Le nombre et l'ordre des modes transverses augmentent avec le diamètre de la région active. À titre d'illustration, nous reportons ici une image des modes émis par un VCSEL dont la région active a un diamètre de $16\ \mu\text{m}$, pompé par un courant égal à 5 fois le courant de seuil (voir

figure 5.3). Les modes sont séparés en fréquence à l'aide d'un monochromateur avant d'être imagés sur une caméra CCD. Leur écart en fréquence peut atteindre 80 GHz.

Pour des détails ultérieurs sur les sources et sur le dispositif expérimental, on peut se référer aux thèses précédentes, par exemple celle d'Isabelle Maurin [Maurin 02].

C Corrélations entre modes de polarisation d'un VCSEL

Au cours de la thèse d'Alberto Bramati, la distribution spatiale du bruit d'intensité des VCSELs a été étudiée [Bramati 99]. La technique employée consistait à atténuer progressivement le faisceau en l'interceptant avec une lame opaque, se déplaçant dans le plan transverse à l'aide d'une translation micro-métrique. Cette technique extrêmement simple permet d'accéder à beaucoup d'informations sur l'émission laser ; notamment elle permet de déterminer dans des cas simples quels sont les modes qui jouent un rôle dans le bruit d'intensité du faisceau.

En général, une variation non triviale du bruit d'intensité en fonction de la position de la lame avait été constatée. Notamment, pour certaines positions de la lame une réduction de bruit qui dépassait le simple effet d'atténuation avait été obtenue. La question de l'optimisation de cette réduction de bruit se posait alors naturellement.

En effet, cela est possible si l'on peut atténuer indépendamment les modes du laser, ce qui est le cas lorsque ils ont des polarisations orthogonales. Dans ce cas, on trouve une atténuation optimale, c'est-à-dire correspondante au bruit le plus faible. Dans la *limite classique* (modes avec un fort excès de bruit et anti-corrélations proches de -1), l'atténuation optimale est obtenue lorsque les excès de bruit absolus sont égaux pour les deux modes de polarisation, ce qui veut dire que les bruits classiques sont équilibrés et se compensent efficacement.

L'atténuation sélective en polarisation peut en principe permettre de descendre en dessous de la limite quantique standard ; en pratique, nous avons constaté qu'elle a un effet importante lorsque les faisceaux ont des forts excès de bruit. Dans ce cas, l'effet de pertes sélectives en polarisation est surprenant, pouvant réduire le niveau du bruit de 7 dB pour de pertes de 4% sur l'intensité totale, comme il est montré dans l'article qui suit.

- C.1** **Reproduction de l'article "Optimal intensity noise reduction in multimode vertical-cavity surface-emitting lasers by polarization-selective attenuation" (*Optics Letters* 29 (14), 1629 (2004))**

July 15, 2004 / Vol. 29, No. 14 / OPTICS LETTERS 1629

Optimal intensity noise reduction in multimode vertical-cavity surface-emitting lasers by polarization-selective attenuation

Marco Romanelli, Elisabeth Giacobino, and Alberto Bramati

Laboratoire Kastler Brossel, Université Pierre et Marie Curie, Case 74, 4 Place Jussieu, F75252 Paris, France

Received December 1, 2003

We study in detail the effect of the anticorrelation of the polarization modes on the total intensity noise of a vertical-cavity surface-emitting laser. We show that small polarization-dependent losses can greatly improve the total intensity noise, and we determine and experimentally demonstrate the conditions necessary for optimal intensity noise reduction. © 2004 Optical Society of America

OCIS codes: 270.2500, 140.5960.

In the past few years it has been shown that polarization effects are crucial in determining the noise properties of vertical-cavity surface-emitting lasers^{1–7} (VCSELs). Often two orthogonal linear polarizations are active, and both exhibit a large excess of intensity noise; however, the intensity noise of the total beam is much lower since the polarizations are strongly anticorrelated. Because of the coexistence of different transverse modes, spatial effects can also be present, both on the average emission^{8,9} and on the spatial distribution of noise.^{10,11} In Refs. 10 and 11 it was shown that, by partially screening with a movable razor blade a beam containing a TEM₀₀ and a TEM₀₁ mode, one could obtain a reduction of the total intensity noise by more than a simple attenuation effect for certain favorable positions of the razor blade. This technique, which is well adapted for studying the spatial distribution of the intensity noise, presents some limitations if one is interested in the best noise reduction: It does not allow one to act independently on each of the modes, and its efficiency actually depends on the transverse spatial distribution of the lasing modes and on the correlation.

In this Letter we implement a novel technique for the general case of a VCSEL simultaneously lasing on two orthogonal polarizations. We show experimentally that by introducing appropriate attenuation on one polarization we can fully exploit the anticorrelations between the two polarizations and reduce the total intensity noise to a minimal value, which depends on the characteristics of the laser. We also develop a simple analysis that allows us to calculate the optimal attenuation and to establish a quantum correlation criterion that links the intensity noise of each polarization to the minimum degree of correlation needed for squeezing.

A schematic of our technique is shown in Fig. 1: The two linear polarizations are separated with a polarizing beam splitter (PBS), then the one with the larger amount of noise, indicated as polarization 2 in Fig. 1, is attenuated with a variable attenuator. The two beams are then again superimposed to reconstruct a single, improved beam. Normalized intensity noise $S(T)$ of the beam, after passing through the polarization-selective attenuation scheme, can be derived with standard techniques of quantum optics, as discussed in Ref. 11, to which we refer the reader

for further details:

$$S(T) = 1 + \frac{qv_1 + T^2v_22TC[q(1+v_1)(1+v_2)]^{1/2}}{q+T} = 1 + E(T), \quad (1)$$

where $q = \langle n_1 \rangle / \langle n_2 \rangle$ is the ratio of the optical power of one polarization to the other ($\langle n_i \rangle$ is the average number of photons in polarization $i = 1, 2$); $v_i = (\langle \delta n_i^2 \rangle / \langle n_i \rangle) - 1$ is the excess noise of polarization $i = 1, 2$ normalized to the shot-noise level; $C = \langle \delta n_1 \delta n_2 \rangle / (\langle \delta n_1^2 \rangle \langle \delta n_2^2 \rangle)^{1/2}$ is the correlation of the two polarizations; and T is the intensity transmission coefficient of the variable attenuator. Equation (1) is normalized to the shot-noise level corresponding to the total transmitted intensity. We point out that our scheme is of general applicability, since it is not influenced by the spatial distribution of the optical power in the two polarizations nor by the number of modes that eventually contribute to the emission.

From Eq. (1) it is clear that, to have intensity squeezing, the following condition must be satisfied:

$$E(T) < 0, \quad (2)$$

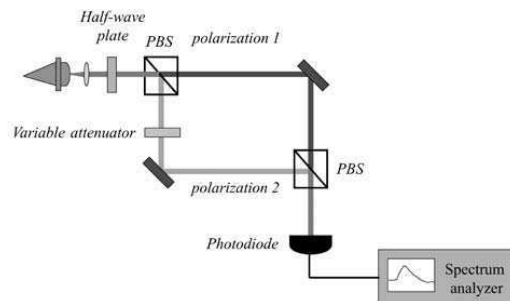


Fig. 1. Experimental setup for polarization-selective attenuation: The two orthogonal linear polarizations are separated with a polarizing beam splitter (PBS) and then superimposed again after suitable attenuation of the polarization exhibiting the higher noise.

1630 OPTICS LETTERS / Vol. 29, No. 14 / July 15, 2004

which is equivalent to the following condition for correlation C :

$$C < -\frac{qv_1 + T^2v_2}{2T[q(1+v_1)(1+v_2)]^{1/2}}. \quad (3)$$

We can easily see from expression (3) that we must have $C < 0$; that is, the two polarizations must be anticorrelated. We can rewrite expression (3) in the following form:

$$C^2 > \frac{(qv_1 - T^2v_2)^2}{4T^2q(1+v_1)(1+v_2)} + \frac{v_1v_2}{(1+v_1)(1+v_2)}. \quad (4)$$

The second term of expression (4) depends on the laser characteristics, whereas the first one can be modified, since it contains transmission T . Thus with our polarization-selective attenuation scheme we can minimize the value of C needed for entering the quantum regime by setting

$$qv_1 = T_{\text{opt}}^2v_2. \quad (5)$$

Equation (5) means that T_{opt} is the value for which the excess noises (the classical noises) coming from the two polarizations gives equal absolute contributions to the noise of the improved beam. This corresponds to the fact that this method allows us to act on only the classical part of the fluctuations: The best that one can do is to make them equal in the two polarizations. However, this fully classical technique does not prevent one from obtaining a squeezed beam if correlations are sufficient. Substituting Eq. (5) into expression (4), we find the following quantum correlation criterion (see also Ref. 12):

$$C^2 > \frac{v_1v_2}{(1+v_1)(1+v_2)}. \quad (6)$$

Expression (6) fixes the minimal value needed for the correlation to have squeezing. This value depends on the noise of the two polarizations: In particular, if one polarization is at the shot noise (for example, $v_1 = 0$), any anticorrelation different from zero is sufficient for the total beam to be squeezed; in the opposite case, when excess noise is strong, $v_i + 1 \sim v_i$, practically perfect anticorrelation is required to enter the quantum regime. These two regimes (quasi-single-mode and ideal two-mode case) were identified as good candidates for squeezing in Ref. 5, in which the role of anticorrelations in two-mode VCSELs was investigated with a semiclassical laser model. It is worth noting that T_{opt} and the value of T for which the noise is minimal are in general different; however, they are coincident in the classical limit $v_1, v_2 \gg 1$, $C \approx -1$, which corresponds to our experimental situation.

In the following we show an experimental application of the polarization-selective attenuation principle discussed above. We used an oxide-confined GaAs/AlGaAs VCSEL provided by the Department of Optoelectronics of the University of Ulm.¹³ The active medium contains three 8-nm-thick GaAs quantum wells, and it has a diameter of 24 μm . Threshold

current I_{th} is 4.3 mA, and the emission wavelength is ~ 830 nm. Both polarizations are active at threshold, and they always coexist at higher pump values. Parameter $q = \langle n_1 \rangle / \langle n_2 \rangle$ is bounded between 1.13 and 1.35 when pump current I is increased from I_{th} to $3I_{\text{th}}$. Experimental results correspond to $I = 2.23I_{\text{th}}$. The device is driven by an ultralow-noise current source and thermally stabilized to within 1 mK. The beam is detected with a photodiode FND-100 (bandwidth of 10 kHz to 30 MHz, detection efficiency of 90%), and the intensity noise, after a suitable low-noise amplifier, is recorded on a spectrum analyzer. The shot-noise calibration is done with a halogen lamp for various incident optical powers. We carefully checked the linear dependence of the calibrated shot-noise signal with the optical power incident on the photodiode. We measured the optical power of both polarizations, and their intensity noise, as well as the intensity noise of the total beam, to determine quantities q , v_1 , v_2 , C in Eq. (1).

To illustrate the potential of our method, we chose a laser that exhibits different intensity noise on the two polarizations (Fig. 2): This allows us to apply polarization-selective attenuation. Inserting the measured values (see caption of Fig. 3) into Eq. (1), we find the curve plotted in Fig. 3. We report normalized intensity noise $S(T)$ of the total beam as a function of transmission T of polarization 2. When $T = 0$, only

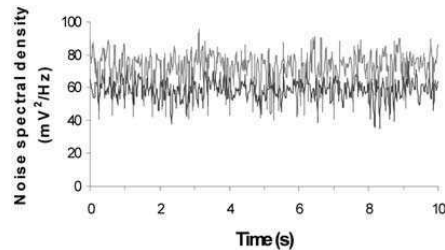


Fig. 2. Absolute intensity noise of polarization 1 (lower trace) and polarization 2 (upper trace). The traces are recorded at a noise frequency of 6 MHz.

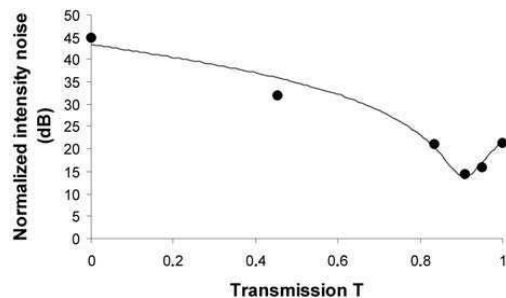


Fig. 3. Solid curve, normalized intensity noise $S(T)$ as a function of intensity transmission T , as calculated from Eq. (1). The measured parameters are $q = 1.162$, $v_1 = 21,519$, $v_2 = 30,512$, and $C = -0.999$. Dots, experimental data. The noise of the unfiltered beam is 21.2 dB. Optimal noise reduction leads to a 14.4-dB noise level for $T_{\text{opt}} = 0.908$.

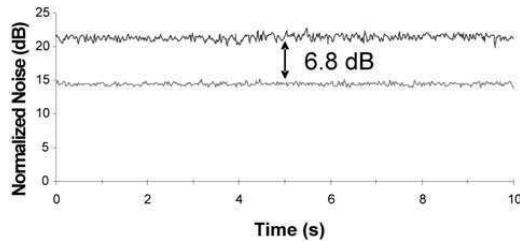


Fig. 4. Normalized intensity noise of the total beam (upper trace) and of the beam after optimal polarization-selective attenuation (lower trace) for $T = T_{\text{opt}} = 0.908$.

polarization 1 is detected, and the intensity noise is more than 40 dB above the shot noise. When $T = 1$, the whole beam is detected, and the intensity noise is 2 orders of magnitude lower thanks to the anticorrelations of the two polarizations. The best condition is reached for $T_{\text{opt}} = 0.908$: In this situation the anticorrelations are fully exploited, balancing the noise contributions of the two polarizations. This results in a strong noise reduction of 7.8 dB with respect to the noise level of the unfiltered beam. Experimental data, also reported in Fig. 3, show good agreement with the predicted values. Figure 4 shows the best noise reduction, achieved for optimal polarization-selective attenuation: We obtained a maximal noise reduction of 6.8 dB with only 4% attenuation of the total intensity, which corresponds to 9% attenuation of polarization 2, which is in excellent agreement with the predicted values of Fig. 3.

To have an idea of the efficiency of polarization-selective attenuation, we can compare the obtained noise reduction with the one that could be obtained by simply removing 4% of power from the beam: This would be only 0.2 dB. Moreover, the optimized beam has almost the same power as the original beam, since 96% of the total intensity is retained. The minimal intensity noise measured after polarization-selective attenuation remains well above the shot-noise level (~ 14 dB). The physical reason for that is clear from expression (6): In fact, both polarizations display huge excess noise (~ 40 dB), and then, to fulfill expression (6), C^2 should be different from 1 and not more than 10^{-4} , an order of magnitude smaller than our measured value ($C = -0.999$).

From expression (6) it is evident that the best case for squeezing is when one polarization has low excess noise. In this case the value needed for C is also low. Such a situation was investigated by Kaiser *et al.*,⁶ who reported the case of a VCSEL with strong suppression of secondary polarization, in which the main polarization displayed only 2 dB of excess noise (the excess noise of the secondary polarization was ~ 20 dB). From expression (6) we deduce that in this case $C \approx -0.6$ is a sufficient value for squeezing: Actually, this

corresponds to the value reported by Kaiser *et al.*,⁶ who observed squeezing on the total intensity.

In conclusion, we have proposed a simple technique that permits one to fully exploit the anticorrelations and reduce the intensity noise to an optimal value in VCSELs. We have experimentally demonstrated 6.8 dB of noise reduction while maintaining 96% of the original beam power. The proposed scheme is extremely general since it does not depend on the number of lasing modes in each polarization, nor is it influenced by the spatial intensity distribution of the modes. We have also given, by simple theoretical derivations, some insight into the proposed method: In particular, we have shown the meaning of optimal transmission T_{opt} , and we have derived a quantum correlation criterion that links the minimum level of correlations needed for squeezing to the intensity noise of each polarization. With respect to this, we have pointed out that the large excess noise in each polarization makes it difficult to approach the quantum regime.

We thank A. Z. Khoury for useful discussions. M. Romanelli acknowledges the European network VCSELs for Information Society Technology Applications (<http://www.physics.ucc.ie/vista2>). A. Bramati's e-mail address is bramati@spectro.jussieu.fr.

References

1. E. Goobar, J. W. Scott, B. Thibeault, G. Robinson, Y. Akulova, and L. A. Coldren, *Appl. Phys. Lett.* **67**, 3697 (1995).
2. M. P. van Exter, M. B. Willemsen, and J. P. Woerdman, *Phys. Rev. A* **58**, 4191 (1998).
3. F. Prati, G. Giacomelli, and F. Marin, *Phys. Rev. A* **62**, 033810 (2000).
4. J.-P. Hermier, A. Bramati, A. Z. Khoury, V. Josse, E. Giacobino, P. Schnitzer, R. Michalzik, and K. J. Ebeling, *IEEE J. Quantum Electron.* **37**, 87 (2001).
5. J.-L. Vey, C. Degen, K. Auen, and W. Elsässer, *Phys. Rev. A* **60**, 3284 (1999).
6. J. Kaiser, C. Degen, and W. Elsässer, *Opt. Lett.* **26**, 1720 (2001).
7. J.-P. Hermier, M. I. Kolobov, I. Maurin, and E. Giacobino, *Phys. Rev. A* **65**, 053825 (2002).
8. K. D. Choquette, D. A. Richie, and R. E. Leibenguth, *Appl. Phys. Lett.* **64**, 2062 (1994).
9. J. E. Epler, S. Gehrsitz, K. H. Gulden, M. Moser, H. C. Sigg, and H. W. Lehmann, *Appl. Phys. Lett.* **69**, 722 (1996).
10. A. Bramati, J.-P. Hermier, A. Z. Khoury, E. Giacobino, P. Schnitzer, R. Michalzik, K. J. Ebeling, J.-Ph. Poizat, and Ph. Grangier, *Opt. Lett.* **24**, 893 (1999).
11. J.-P. Hermier, A. Bramati, A. Z. Khoury, E. Giacobino, J.-Ph. Poizat, T. J. Chang, and Ph. Grangier, *J. Opt. Soc. Am. B* **16**, 2140 (1999).
12. N. Treps and C. Fabre, *Phys. Rev. A* **62**, 033816 (2000).
13. D. Wiedenmann, P. Schnitzer, C. Jung, M. Grabherr, R. Jäger, R. Michalzik, and K. J. Ebeling, *Appl. Phys. Lett.* **73**, 717 (1998).

D Émission monomode d'un VCSEL avec rétroaction optique

La réduction de bruit par atténuation sélective en polarisation présentée au paragraphe précédent peut difficilement être utilisée pour des fins pratiques. Au contraire, elle constitue à bien voir une signature inquiétante de la "faiblesse" des VCSELs vis à vis des pertes : en effet, si des pertes de 4% bien calibrées permettent de diminuer le bruit de 7 dB, il est clair que de pertes non contrôlées, sensibles à la polarisation, peuvent avoir un effet catastrophique sur la performance des VCSELs. Il en est de même pour des pertes sensibles à la structure spatiale du faisceau.

Il est évident que cela pose un gros problème pour toutes applications. Par exemple, si l'on imagine de coupler le faisceau émis par un VCSEL dans une fibre, on ne peut pas éviter d'introduire des pertes sensibles à la polarisation et à la structure spatiale des modes, qui auront des effets néfastes sur les performances obtenues.

Il est donc nécessaire d'obtenir une émission véritablement monomode de ces lasers. Nous avons démontré que cela est possible avec une rétroaction optique sélective en polarisation et en fréquence obtenue introduisant le VCSEL dans une cavité étendue constituée par un réseau de diffraction en configuration de Littman et un cube polariseur. Avec la rétroaction optique, on peut forcer le laser à émettre dans un mode TEM_{00} polarisé linéairement. L'émission ainsi obtenue est insensible aux pertes dépendantes de la polarisation et de la structure transverse du faisceau, dans le sens que ces pertes comportent tout simplement une réduction du bruit classique du faisceau. Les résultats des expériences que nous avons mené sont décrits en détail dans l'article reproduit dans la suite.

D.1 Reproduction de l'article "Demonstration of single mode operation of a vertical-cavity surface-emitting laser (VCSEL) with optical feedback : the intensity noise measurement approach" (à paraître dans *J. Opt. Soc. Am. B*)

**Demonstration of single mode operation of a
vertical-cavity surface-emitting laser (VCSEL)
with optical feedback: the intensity noise
measurement approach**

**Marco Romanelli, Jean-Pierre Hermier, Elisabeth Giacobino and Alberto
Bramati**

Laboratoire Kastler Brossel, Université Pierre et Marie Curie, Ecole Normale

Supérieure et CNRS,

UPMC Case 74, 4 place Jussieu, 75252 Paris Cedex 05, France

We study the effect of polarization and frequency-selective feedback on a two-mode vertical-cavity surface-emitting laser (VCSEL). By investigating the polarization and spatial properties of the intensity noise, we demonstrate single polarization and single transverse mode operation. © 2005 Optical Society of America

OCIS codes: 250.7260, 270.2500

Vertical-cavity surface-emitting lasers (VCSELs)¹ have been the object of many studies in the past few years. These sources have many characteristics that are well suited for applications. They can be operated at an extremely low injection current (< 1 mA), and are easily integrated in two dimensional arrays in a single fabrication process, lowering their cost. Due to the symmetry of the device, the emitted beam

suited for applications. They can be operated at an extremely low injection current (< 1 mA), and are easily integrated in two dimensional arrays in a single fabrication process, lowering their cost. Due to the symmetry of the device, the emitted beam has a circular shape, in contrast with the elliptical profile of edge emitting lasers. This property enables an efficient coupling into optical fibers, which is of great importance for telecom purposes. Another key advantage of these devices for telecommunications applications is the possibility of fast current modulation (~ 10 Gb/sec). Moreover, VCSELs intrinsically operate on a single longitudinal mode, because of their extremely short cavity. However, the circular symmetry of the emitting region and the lack of an efficient mechanism for polarization selection often result in laser emission with two orthogonal linear polarizations. In addition, not only the fundamental TEM_{00} , but also higher-order modes can oscillate²⁻⁴, because of the large transverse dimension of the active region. This results in a complicated polarization and transverse dynamics^{5,6}, with competition and hopping between the lasing modes. In general each mode has a large excess noise. Nevertheless the laser beam exhibits a rather low intensity noise, and even squeezing, since the fluctuations of the various modes are strongly anticorrelated^{7,8}. The complicated underlying dynamics must be taken into account if the beam passes through an element that introduces different losses for each mode. For example, if the beam is coupled to an optical fiber that does not preserve perfectly the polarization or introduces losses that depend on the spatial structure of the modes, the intensity noise at the fiber output can be very large (~ 20 dB or more above the shot noise level). It is clear that such a feature constitutes a limitation for applications, since it would result in a huge increase of the

bit-error-rate in any fiber based communication network. Moreover, even when the steady state emission of a VCSEL has a well defined linear polarization, usually the device cannot be considered single-mode if one is interested in its noise features^{9,10}. Also in this case, the orthogonal linear polarization contributes to the fluctuations and, when the beam passes through a polarizing element, a large augmentation of noise occurs. This is an illustration of the general fact that the multimode behaviour of light can manifest itself in the field fluctuations, but not necessarily in the mean field¹¹. From the above discussion, two general conclusions can be extracted. First, it is of great importance to obtain single polarization and single transverse mode emission from VCSELs. Second, the single mode character of the beam cannot be tested simply considering its steady-state properties (polarization of the beam, optical spectrum): the analysis of polarization fluctuations and of the spatial distribution of noise in the transverse plane is also required^{12–15}.

In this paper, we study the possibility to obtain a single-mode operation by optical feedback into a multimode VCSEL. We report experimental results on two different feedback configurations. First we considered the case of polarization selective feedback, and then the case of feedback that is selective on both polarization and frequency. The main achievement, obtained in the last configuration, is a single polarization, single transverse mode laser beam. Moreover, in order to clearly discriminate between single mode and multimode operation, we present a method that allows us to study the polarization and spatial characteristics of the intensity noise. This method, which constitutes the originality of our approach, is of simple application and allows to unambiguously determine whether the light field is single-mode or not.

The laser that we used in our experiment is an oxide-confined VCSEL provided by Ulm University¹⁶. The diameter of the active region is $12\ \mu\text{m}$. The wavelength is about 815 nm. The device is pumped with a low-noise home-made current generator; the electric contact is made through a micrometric probe tip. A Peltier element allows mK temperature stability. The laser beam is collected and collimated with an antireflection coated objective with large numerical aperture ($\text{NA} = 0.6$). The measured overall transmission is 85%. The setup for polarization selective feedback is shown in fig. 1. A 50/50 non polarizing beam splitter separates the beam in two parts. One part is either sent by a movable mirror to a monochromator for spectral analysis, or detected with a photodiode of high detection efficiency (90%). The photocurrent is amplified by a large bandwidth, low noise electronic amplifier (40 dB gain) and then sent to a spectrum analyzer, for noise measurements. The overall bandwidth of such detection scheme ranges between 1 and 20 MHz. Shot noise calibration is done with an halogen lamp, for various incident optical powers. We carefully checked the linear dependence of the calibrated shot noise signal with the optical power incident on the photodiode. The other part of the beam is coupled to an external cavity (length of about 20 cm), which consists in a half-wavelength plate, a polarizing beam splitter and a mirror. The half-wavelength plate and the polarizing beam splitter allow us to select the polarization of the reflected beam. In front of the mirror we placed a lens (focal length of 50 mm) in order to focus the beam on the mirror. The lens is mounted on a x,y,z micrometric translation stage, that permits to achieve a proper mode matching and an efficient coupling of the reflected beam into the laser cavity as demonstrated by a threshold reduction of about 10%.

The P-I curve of the free-running laser is shown in fig.2. The free-running laser starts to emit on the fundamental gaussian mode, horizontally polarized, for a threshold current of about 0.60 mA. At 1.40 mA the TEM_{01} mode, vertically polarized, switches on. The wavelength separation between the two modes is of about 0.5 nm. In all the measurements shown in the following, we operated the laser at a current $I = 1.60$ mA. Thus, for free-running operation, both TEM_{00} and TEM_{01} modes are above threshold. Our purpose is to achieve by feedback single-mode operation on TEM_{00} mode, which is suitable for applications. We selected the horizontal polarization in the external cavity, lowering the cavity losses of the TEM_{00} mode with respect to the TEM_{01} . We found that the emission on vertical polarization was strongly suppressed (about 30 dB) with respect to the horizontal one. The optical spectra of the free-running laser and of the external-cavity laser are shown in fig. 3, curves (a) and (b) respectively.

The higher wavelength peak corresponds to the TEM_{00} mode, while the lower wavelength peak is due to the presence of the TEM_{01} . From curve (b), we see that the vertically polarized TEM_{01} is suppressed by optical feedback, but that the same transverse mode switches on, on the horizontal polarization.

To state that the orthogonal polarization really plays no role, we measured the intensity noise of the emitted beam after a half wave plate and a polarizing beam splitter, as a function of the angle of rotation of the half wave plate. This tests the single polarization mode character of the beam, since the effect of the half wave plate and of the polarizing beam splitter on the noise is equivalent to a simple attenuation if and only if the vertical polarization does not contribute to the noise¹⁰. It is well

known that the intensity noise of a beam attenuated by a neutral density filter follows the relation:

$$S(T) = 1 + Tv \quad (1)$$

where $S(T)$ is the intensity noise normalized to the shot noise level corresponding to the transmitted intensity, T is the intensity transmission, and v is the normalized excess noise. The normalized noise of the beam decreases linearly with T , approaching 1 (shot noise) in the limit of zero transmission. This relation remains valid for multimode beams as far as losses are equal for each mode. In order to detect the different contributions of the modes to the total noise, it is necessary to introduce losses that are different for each mode. Depending on the different experimental situations, polarization or spatial filtering techniques have to be used. In our case, if the sub-threshold mode, which is orthogonally polarized with respect to the lasing ones, really plays no role, a rotation of the half wave plate is equivalent to an attenuation of the beam; so, the normalized noise should decrease linearly with the transmission T . In general, this is not the case for free-running VCSELs, even when they appear single-mode as far as steady-state intensity is considered¹⁰. Also the emission in the orthogonal polarization contributes to the noise, and since the transmission for each polarization depends on the half wave plate orientation, its rotation results in strong variations of the intensity noise.

In fig. 4, we plot the normalized intensity noise, measured at a frequency of 6 MHz, as a function of intensity transmission T through the half wave plate and the polarizing beam splitter.

For the free-running laser (fig. 4(a)), as T becomes small, the fluctuations of the weak secondary polarization are transmitted by the beam splitter and are responsible of a large increase of the normalized noise. For the external-cavity laser (fig. 4(b)), the normalized noise decreases linearly with T , proving the single-polarization-mode character of the beam.

Hence, with polarized optical feedback we are able to control polarization modes and to achieve a linearly polarized emission. However, since this feedback configuration is not frequency selective, it does not prevent higher-order modes to oscillate on the polarization selected in the external cavity (see the optical spectrum in fig. 2, curve (b)). We should also mention that this configuration is very sensitive to the position of the lens and of the mirror in the external cavity. A slight misalignment, which modifies the feedback strength as well as the transverse mode matching, can indeed produce instabilities¹⁷.

In order to achieve single transverse mode emission, we adopted polarization and frequency-selective feedback using a diffraction grating in the well-known Littman configuration^{18,19}. The setup is shown in fig. 5.

The zeroth-order reflection from a gold coated, 1200-lines/mm grating is sent to the detection part of the setup. First-order reflection is focused by a lens (focal length of 50 mm) on a mirror that reinjects it into the laser cavity. The frequency of the reinjected light is selected by changing the transverse position of the coupling lens. We introduced additional losses on the vertical polarization inserting a polarizing beam splitter in the external cavity. We aligned the external cavity in order to increase the gain of the TEM_{00} mode. As it can be seen from the optical spectrum (curve (c)

in fig. 2), this technique is very efficient. The emission in the TEM_{01} is suppressed, not only for vertical polarization as in the previous configuration, but also for the horizontal one. Only the horizontally polarized TEM_{00} mode is lasing. The measured ratio of the TEM_{00} mode power with respect to the one of the TEM_{01} is of 26 dB. We repeated the noise measurement after passing the beam through a half wave plate and a polarizing beam splitter. We observed a linear decrease of the normalized noise (fig. 6). This proves that the beam is polarized along horizontal direction.

Then we addressed the question of transverse mode control. The measured suppression (26 dB) of the TEM_{01} mode allows to neglect its contribution to the steady-state emission. However, we cannot infer from this observation that TEM_{01} mode does not contribute to the intensity noise of the beam. To answer this question, an useful technique consists in measuring the noise after cutting the transverse profile of the beam with a movable razor blade^{12,13}. If only one transverse mode is present, one will again observe a linear decrease of the normalized noise with the transmission T . If several modes with different spatial distribution contribute to the noise, they are filtered in a different way by the razor blade, and one measures a non trivial variation of the noise as a function of the position of the razor blade. In fig. 7 we show the variation of noise when the beam is cut with a razor blade. We see that the external-cavity laser exhibits a lower noise with respect to the free-running laser, and that its excess noise decreases linearly with the intensity transmission. The beam is single-transverse-mode. The strong noise reduction observed in the extended cavity configuration also suggests that the implementation of the frequency selective feedback is associated to a significant laser linewidth reduction, as reported in literature²¹. It is worth noticing

that the single mode behaviour is more and more difficult to achieve as long as the driving current is increased because other transverse modes switch on. In the Littman configuration we observed single mode output for driving current up to 3 mA i.e. for a laser operating approximately five times above threshold.

As stated before, with our setup we have access to frequencies between 1 and 20 MHz. In this range, we did not observe any dependance of the experimental results on the frequency. One may wonder if the behavior that we observed remains the same at shorter time scales. Indeed, high frequency dynamics due to mode competition and mode hopping has been observed in many studies focused on instabilities induced by optical feedback.

However, when high frequency dynamics is observed, large fluctuations or polarization switchings are often detected also at low frequency^{17,20}. Moreover, in a recent work¹⁸ the effects of the frequency selective feedback have been investigated measuring the optical spectrum and the fast mode dynamics (2 GHz bandwidth): the authors report that for perfect mode matching and alignment of the external cavity no dynamics is observed in the output. This result is complementary to our investigations which state that for a proper alignment of the external cavity no spatial or polarization dependent noise effects are observed. The combination of the two results is a strong indication that the laser is single-mode also at shorter time scales.

To summarize, in this paper we experimentally studied in detail the effect of polarized and frequency-selective optical feedback on the emission of a VCSEL. Our study focuses on the noise properties of the emission, which only permit to unambiguously determine whether single-mode or multi-mode emission is achieved. Our

experiments provide a method to characterize single-mode emission that is general, accurate and easy to implement. In the case under study, we are able to completely suppress one polarization with polarized optical feedback. The disturbing effects, typically observed when the beam emitted by a free-running VCSEL passes through a polarizer, are completely removed. From the point of view of polarization the beam is single-mode. Single transverse mode operation can be obtained by introducing in the external cavity a frequency selective element, i.e., a diffraction grating. In this case, measurements of the intensity noise resolved in polarization and of the spatial distribution of noise in the transverse plane show that a single-polarization, single-transverse mode beam is achieved.

We thank F.Marino for useful suggestions; M. R. acknowledges support from the European network VISTA (<http://www.physics.ucc.ie/Vista2>).

References

1. C. Wilmsen, H. Temkin, and L. A. Coldren, *Vertical-Cavity Surface-Emitting Lasers* (Cambridge University Press, Cambridge, 1999).
2. A. K. Jansen van Doorn, M. P. van Exter, A. M. van der Lee, and J. P. Wolderman, "Coupled-mode description for the polarization state of a vertical-cavity semiconductor laser", *Phys. Rev. A* **55**, 1473-1484 (1997).
3. C. J. Chang-Hasnain, M. Orenstein, A. C. Von Lehmen, L.T. Florez, J. P. Harbison, and N. G. Stoffel, "Transverse mode characteristics of vertical cavity surface-emitting lasers" *Appl. Phys. Lett.* **57**, 218-220 (1990).
4. C. J. Chang-Hasnain, J. P. Harbison, G. Hasnain, A. C. Von Lehmen, L.T. Florez,

- and N. G. Stoffel, "Dynamic, polarization, and transverse mode characteristics of vertical cavity surface emitting lasers" *IEEE J. Quantum Electron.* **27**, 1402-1409 (1991).
5. F. Prati, G. Giacomelli, and F. Marin, "Competition between orthogonally polarized transverse modes in vertical-cavity surface-emitting lasers and its influence on intensity noise", *Phys. Rev. A* **62**, 033810 (2000).
 6. G. Giacomelli, F. Marin, M. Gabrysch, K. H. Gulden, and M. Moser, "Polarization competition and noise properties of VCSELs", *Optics Communications* **146**, 136 (1998).
 7. D. C. Kilper, P. A. Roos, J. L. Carlsten, and K. L. Lear, "Squeezed light generated by a microcavity laser", *Phys. Rev. A* **55**, R3323-R3326 (1997).
 8. J.- P. Hermier, A. Bramati, A. Z. Khoury, V. Josse, E. Giacobino, P. Schnitzer, R. Michalzik, and K. J. Ebeling, "Noise characteristics of oxide-confined vertical-cavity surface-emitting lasers" *IEEE J. Quantum Electron.* **37**, 87-91 (2001).
 9. M. B. Willemsen, M. P. van Exter, and J. P. Woerdman, "Correlated fluctuations in the polarization modes of a vertical-cavity semiconductor laser" *Phys. Rev. A* **60**, 4105-4113 (1999).
 10. J.- P. Hermier, M. I. Kolobov, I. Maurin, and E. Giacobino, "Quantum spin flip model for vertical-cavity surface-emitting lasers" *Phys. Rev. A* **65**, 053825 (2002).
 11. N. Treps, V. Delaubert, A. Maitre, J.M. Courty and C. Fabre, "Quantum noise in multipixel image processing", *Phys. Rev. A* **71**, 013820 (2005).

12. A. Bramati, J.- P. Hermier, A. Z. Khoury, E. Giacobino, P. Schnitzer, R. Michalzik, K. J. Ebeling, J. – Ph. Poizat, and Ph. Grangier, "Spatial distribution of the intensity noise of a vertical-cavity surface-emitting semiconductor laser" *Opt. Lett.* **24**, 893-895 (1999).
13. J.- P. Hermier, A. Bramati, A. Z. Khoury, E. Giacobino, J. – Ph. Poizat, T. J. Chang, and Ph. Grangier, "Spatial quantum noise of semiconductor lasers" *J. Opt. Soc. Am. B* **16**, 2140-2146 (1999).
14. G. Giacomelli and F. Marin, "Statistics of polarization competition in VCSELs", *Quantum Semiclass. Opt.* **10**, 469-476 (1998).
15. F. Marin and G. Giacomelli, "Polarization and transverse mode dynamics of VCSELs", *J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt.* **1**, 128-132 (1999).
16. D. Wiedenmann, P. Schnitzer, C. Jung, M. Grabherr, R. Jager, R. Michalzik, and K. J. Ebeling, "Noise characteristics of 850 nm single-mode vertical cavity surface emitting lasers", *Appl. Phys. Lett.* **73**, 717-719 (1998).
17. G. Giacomelli, F. Marin, and M. Romanelli, "Multi-time-scale dynamics of a laser with polarized optical feedback", *Phys. Rev. A* **67**, 053809 (2003).
18. F. Marino, S. Barland and S. Balle, "Single-mode operation and transverse-mode control in VCSELs induced by frequency-selective feedback", *IEEE Photon. Technol. Lett.* **15**, 789-791 (2003).
19. M. J. Littman and H. J. Metcalf, "Spectrally narrow pulsed dye laser without beam expander", *Appl. Opt.* **17**, 2224-2227 (1978).
20. K. Panajotov, M. Sciamanna, A. Tabaka, P. Mégret, M. Blondel, G. Giacomelli,

- F. Marin, H. Thienpont and I. Veretennicoff, "Residence time distribution and coherence resonance of optical-feedback-induced polarization mode hopping in vertical-cavity surface-emitting lasers", Phys. Rev. A **69**, 011801(R) (2004).
21. Y. C. Chung and Y. H. Lee, "Spectral characteristics of vertical-cavity surface-emitting laser with external optical feedback", IEEE Photon. Technol. Lett. **3**, 597-599 (1991).

Figures

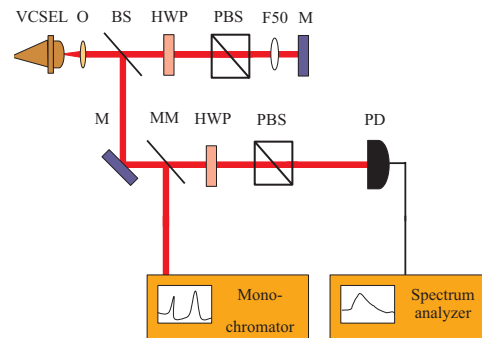


Fig. 1. Experimental setup for polarization selective optical feedback. O: collimation objective. BS: non-polarizing beam splitter. HWP: half wave plate. PBS: polarizing beam splitter. F50: lens (50 mm focal length). M: mirror. MM: movable mirror. PD: photodiode.

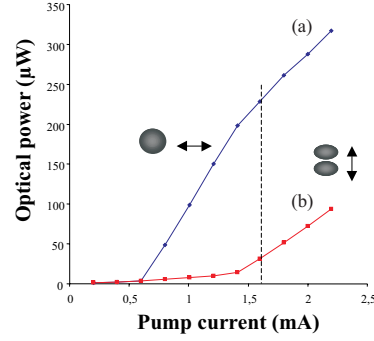


Fig. 2. P-I curve of the free-running laser. Curve (a) refers to the mode TEM_{00} , horizontally polarized. Curve (b) refers to the mode TEM_{01} , vertically polarized. Dashed vertical line indicates the value of the pump current in our experiments.

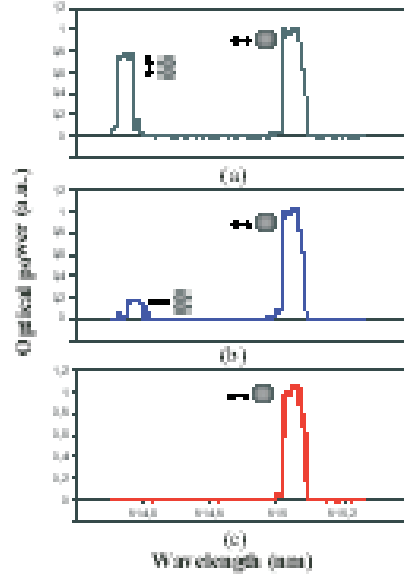


Fig. 3. Optical spectrum of the free-running laser (a), of the laser with polarization selective feedback (b), and with polarization and frequency selective feedback (c). The higher wavelength peak, which corresponds to TEM_{00} , has been normalized in order to easily compare the relative height of the TEM_{01} peak. The arrows indicate the linear polarization direction of the modes. The flat-top shape of the spectra is *not* due to the saturation of the detector, but simply to the step-by-step motor of the monochromator.

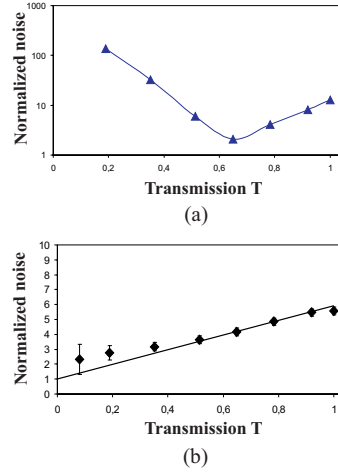


Fig. 4. (a) Normalized intensity noise (logarithmic scale) of the free-running laser as a function of transmission through a half wave plate and a polarizing beam splitter measured at a frequency of 6 MHz. The line is just a guide to the eyes. (b) Normalized intensity noise (linear scale) for the laser with polarized optical feedback measured at a frequency of 6 MHz. Straight line is a linear fit passing through 1 for zero transmission.

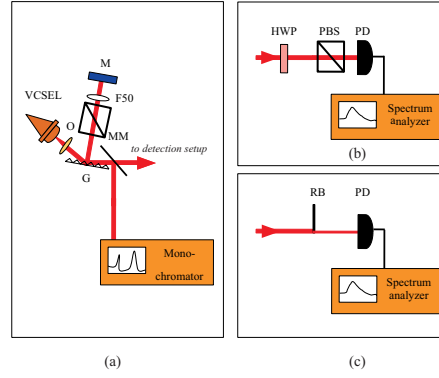


Fig. 5. (a) Experimental setup for polarized frequency-selective feedback. O: collimation objective. G: diffraction grating. HWP: half wave plate. PBS: polarizing beam splitter. F50: lens (50mm focal length). M: mirror. MM: movable mirror. PD: photodiode. (b) Setup for polarization-resolved noise measurements. (c) Setup for spatially-resolved noise measurements with a movable razor blade (RB).

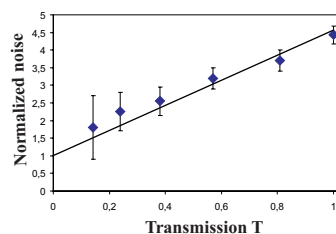


Fig. 6. Normalized intensity noise (measured at a frequency of 6 MHz) of the laser with polarized frequency-selective feedback as a function of transmission from a *HWP* and a *PBS*. The straight line is a linear fit passing through 1 for zero transmission.

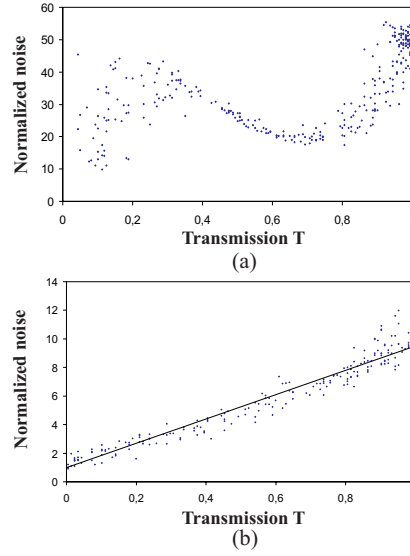


Fig. 7. (a) Normalized intensity noise (measured at a frequency of 6 MHz) for the free-running laser. (b) Normalized intensity noise (measured at a frequency of 6 MHz) of the laser with polarized frequency-selective feedback as a function of transmission when the beam is cut with a razor blade. The straight line is a linear fit passing through 1 for zero transmission.

E Conclusions

Dans ce chapitre, j'ai présenté une étude expérimentale du bruit d'intensité des VCSELs.

D'abord, je me suis intéressé au cas des VCSELs dont l'émission est multimode. Je suis revenu sur le phénomène de réduction de bruit par atténuation du faisceau qui avait été constaté dans les thèses [Bramati 98, Hermier 00]. J'ai montré comment optimiser cette réduction de bruit, qui est obtenue en équilibrant le bruit classique dans les modes de polarisation. Ce phénomène confirme une fois de plus l'extrême sensibilité des VCSELs vis à vis de pertes, qui se traduisent souvent en une augmentation énorme du bruit.

Ensuite, j'ai étudié l'effet d'une rétroaction optique sélective en polarisation et fréquence sur le bruit d'intensité. J'ai montré que, dans des conditions appropriées, l'émission devient véritablement monomode et donc insensible à toute sorte de pertes optiques.

Conclusion

Dans ce manuscrit, j'ai décrit des études, éminemment expérimentales, sur le régime non linéaire dans les microcavités semi-conductrices. L'objectif de ces études était de produire des polaritons corrélés quantiquement, en utilisant le processus cohérent de mélange à quatre ondes de polaritons démontré dans la référence [Savvidis 00].

J'ai montré au chapitre 2 que la configuration usuelle d'angle magique ne se prête pas à la mise en évidence de corrélations quantiques, à cause du fort déséquilibre entre les modes signal et complémentaire. Les pertes non radiatives sont trop importantes pour ce dernier, qui résulte être 40 dB plus faible que le signal.

Pour contourner ce problème, nous avons introduit une configuration différente, qui permet d'éliminer ce déséquilibre. L'idée consiste à créer deux populations de polaritons de vecteur d'onde opposé ; l'interaction entre les polaritons dans les deux modes porte à la diffusion vers deux états finaux localisés sur un diamètre du cercle élastique. Les états finaux ont donc la même composante photonique et la même largeur. J'ai montré que, si l'on utilise une polarisation linéaire pour les pompes, les états finaux se trouvent localisés sur le diamètre orthogonal aux pompes, et leur polarisation est tournée de 90° par rapport à celle de pompes. Cela confirme de façon spectaculaire la théorie développée dans la référence [Shelykh 05] pour la dynamique de spin des polaritons. Dans cette configuration, nous avons démontré l'oscillation du mélange à quatre ondes. Le système produit deux faisceaux équilibrés en intensité, séparés spatialement et en polarisation par rapport aux pompes. Les deux faisceaux ont des fortes corrélations d'intensité (coefficient de corrélation $C = 0.98$). Cependant, le bruit sur la différence des intensités est au dessus de la limite quantique standard, ce qui implique que les corrélations ne sont pas quantiques.

Le chapitre 4 est consacré à l'étude d'un modèle théorique pour le mélange à quatre ondes. L'intérêt de ce calcul par rapport à ceux qui l'ont précédé [Karr 04a] réside dans le fait de considérer non seulement le terme d'interaction paramétrique, mais aussi tous les termes de renormalisation des énergies. Il se trouve que ces contributions modifient en profondeur l'état stationnaire, mais ne changent absolument rien quant aux corrélations maximales entre les faisceaux, qui demeurent toujours des corrélations d'intensité. Cela indique que l'excès de bruit n'est pas dû au fait de mesurer une quadrature qui n'est pas minimale ; cet excès de bruit doit donc être attribué au réservoir excitonique.

C'est le problème du bruit excitonique qu'il faudra affronter dans un futur proche. Ce bruit pourrait être diminué avec de meilleurs échantillons, ayant des largeurs de raie plus faibles. Cela permettrait d'avoir des seuils d'oscillation plus faibles (la population de seuil dans le mode de pompe étant proportionnel au rapport entre la largeur du mode et l'énergie d'interaction γ/g), et donc de réduire le bruit excitonique, qui augmente avec la densité de population [Karr 01]. Dans ce sens, on peut envisager des mesures en dessous du seuil, en régime de comptage de photons, avec une intensité de pompe faible. Ces mesures devraient être possibles dans la configuration de mélange à quatre ondes avec inversion de polarisation, parce que la diffusion Rayleigh est éliminée. Ainsi, on pourrait mettre en évidence l'intrication entre les modes sur le diamètre vertical avec des mesures de type interféromètre de Franson [Franson 89, Ou 90, Kwiat 93].

Une autre possibilité, actuellement à l'étude, est celle d'utiliser des échantillons de type différent [Ciuti 04, Dasbach 05]. En effet, il existe des microcavités quasi-unidimensionnelles, dans lesquelles la branche basse se sépare en plusieurs branches discrètes, à cause du confinement latéral. Dans ces échantillons, la diffusion paramétrique entre plusieurs branches a été démontrée, accompagnée par un phénomène d'inversion de polarisation [Dasbach 05]. Dans ce cas, les deux faisceaux corrélés ont intensités et énergies différentes ; cette configuration se prête donc aussi à des mesures de type comptage de photons.

Il y a quand même une bonne raison d'insister davantage avec les mesures en variables continues, dans la configuration de faisceaux iso-énergétiques et équilibrés, introduite dans cette thèse. Supposons en fait que l'on arrive à mesurer une compression de bruit sur la différence des intensités. On pourrait alors revenir à la configuration avec une sonde : la sonde aurait l'avantage d'imposer sa phase à l'un des faisceaux conjugués, et donc de verrouiller la diffusion de phase intrinsèque au processus paramétrique sur la phase du laser de pompe. Cela permettrait de mesurer les anticorrélations de phase entre les deux champs : on aurait alors l'intrication en variables continues de deux champs de polaritons.

Dans la communauté des microcavités, l'intérêt pour la mise en évidence de phénomènes typiques de l'optique quantique et atomique dans le contexte des polaritons de cavité devient de plus en plus fort [Baas 05, Carusotto 05, Richard 05, Savasta 05]. Ainsi, un mécanisme de *superfluidité* pour les polaritons a fait l'objet d'études récents [Carusotto 04, Ciuti 05]. Il s'agit aussi d'une direction prometteuse pour des expériences futures.

Enfin, en dehors du contexte de l'optique quantique, des études ultérieures sur la dynamique de spin sont envisageables. Nous pensons notamment à la récente proposition d'un *optical spin Hall effect* [Kavokin 05b].

Bibliographie

- [Andreani 91] L. C. Andreani, "Radiative lifetime of free excitons in quantum wells", *Solid State Comm.* **77**, 641 (1991). Cité p. 14
- [Baas 03] Augustin Baas, "Amplification paramétrique et réduction de bruit quantique dans les microcavités semi-conductrices", thèse de doctorat de l'Université Paris VI, Laboratoire Kastler-Brossel (2003). Cité p. 45, 49, 69
- [Baas 04a] A. Baas, J.-Ph. Karr, H. Eleuch, E. Giacobino, "Optical bistability in semiconductor microcavities" *Phys. Rev. A* **69**, 023809 (2004). Cité p. 4, 27, 49
- [Baas 04b] A. Baas, J.-Ph. Karr, M. Romanelli, A. Bramati, E. Giacobino, "Optical bistability in semiconductor microcavities in the nondegenerate parametric oscillation regime : analogy with the optical parametric oscillator" *Phys. Rev. B* **70**, 161307(R) (2004). Cité p. 45, 70
- [Baas 05] A. Baas, J.-Ph. Karr, M. Romanelli, A. Bramati, E. Giacobino, "Quantum degeneracy of microcavity polaritons ", *cond-mat* 0501260 (2005). Cité p. 45, 185
- [Bachor 04] H. A. Bachor, T. C. Ralph, "A guide to experiments in quantum optics", Wiley-VCH, Weinheim, (2004). Cité p. 39
- [Barbay 00] S. Barbay, G. Giacomelli, F. Marin "Stochastic resonance in vertical cavity surface emitting lasers", *Phys. Rev. E* **61**, 157 (2000). Cité p. 63
- [Baumberg 00] J. J. Baumberg, P. G. Savvidis, R. M. Stevenson, A. I. Tartakovskii, M. S. Skolnick, D. M. Whittaker, J. S. Roberts, "Parametric oscillation in a vertical microcavity : a polariton condensate or micro-optical parametric oscillator", *Phys. Rev. B* **62**, R16247 (2000). Cité p. 49
- [Benisty 99] H. Benisty, J. M. Gérard, R. Houdré, J. Rarity, C. Weisbuch (eds.), "Confined photon systems", Springer (1999). Cité p. 1
- [Björk 95] G. Björk, Y. Yamamoto, H. Heitmann, "Spontaneous emission control in semiconductor microcavities", dans *Confined electrons and photons*, E. Burstein et C. Weisbuch editeurs, Plenum Press, New York (1995). Cité p. 19

- [Bramati 98] Alberto Bramati, "Etude du bruit quantique dans les lasers à semi-conducteurs et à solide", thèse de doctorat de l'Université Paris VI, Laboratoire Kastler-Brossel (1998). Cité p. 150, 151, 182
- [Bramati 99] A. Bramati, J.-P. Hermier, A. Z. Khoury, E. Giacobino, P. Schnitzer, R. Michalzik, K. J. Ebeling, J.-Ph. Poizat, P. Grangier, "Spatial distribution of the intensity noise of a vertical-cavity surface-emitting semiconductor laser", *Opt. Lett.* **24**, 893 (1999). Cité p. 150, 156
- [Burstein 95] E. Burstein, C. Weisbuch (eds.), "Confined electrons and photons", Plenum Press, New York (1995). Cité p. 1
- [Butté 03] R. Butté, M. S. Skolnick, D. M. Whittaker, D. Bajoni, J. S. Roberts, "Dependence of stimulated scattering in semiconductor microcavities on pump power, angle, and energy", *Phys. Rev. B* **68**, 115325 (2003). Cité p. 61, 62
- [Carusotto 04] I. Carusotto, C. Ciuti, "Probing Microcavity Polariton Superfluidity through Resonant Rayleigh Scattering", *Phys. Rev. Lett.* **93**, 166401 (2004). Cité p. 185
- [Carusotto 05] I. Carusotto, C. Ciuti, "Spontaneous microcavity-polariton coherence across the parametric threshold : Quantum Monte Carlo studies", *Phys. Rev. B* **72**, 125335 (2005). Cité p. 185
- [Cassabois 99] Guillaume Cassabois, "Relaxation de cohérence dans des hétérostructures de semiconducteurs", thèse de doctorat de l'Université Paris VI, LPMC, Ecole Normale Supérieure (1999). Cité p. 14
- [Ciuti 98] C. Ciuti, V. Savona, C. Piermarocchi, A. Quattropani, P. Schwendimann, "Role of the exchange of carriers in elastic exciton-exciton scattering in quantum wells", *Phys. Rev. B* **58**, 7926 (1998). Cité p. 107
- [Ciuti 98] C. Ciuti, V. Savona, C. Piermarocchi, A. Quattropani, "Threshold behavior in the collision broadening of microcavity polaritons", *Phys. Rev. B* **58**, R10123 (1998). Cité p. 136
- [Ciuti 00] C. Ciuti, P. Schwendimann, B. Deveaud, A. Quattropani, "Theory of the angle-resonant polariton amplifier", *Phys. Rev. B* **62**, R4825 (2000). Cité p. 134
- [Ciuti 01] C. Ciuti, P. Schwendimann, A. Quattropani, "Parametric luminescence of microcavity polaritons", *Phys. Rev. B* **63**, 041603(R) (2001). Cité p. 70
- [Ciuti 03] C. Ciuti, P. Schwendimann, A. Quattropani, "Theory of polariton parametric interactions in semiconductor microcavities", *Semicond. Sci. Technol.* **18**, S279 (2003). Cité p. 20, 148

- [Ciuti 04] C. Ciuti, "Branch-entangled polariton pairs in planar microcavities and photonic wires", *Phys. Rev. B* **69**, 245304 (2004). Cité p. 184
- [Ciuti 05] C. Ciuti, I. Carusotto, "Quantum fluid effects and parametric instabilities in microcavities", *Phys. Stat. Sol.(b)* **242**, 2224 (2005). Cité p. 185
- [Cohen 73] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu, F. Laloë, "Mécanique quantique", chapitre 4, Hermann, Paris (1973). Cité p. 110
- [Cohen 87] C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, G. Grynberg, "Photons et atomes - Introduction à l'électrodynamique quantique", InterEditions et Editions du CNRS, Paris (1987). Cité p. 28
- [Dang 98] L. S. Dang, D. Heger, R. André, F. Boeuf, R. Romestain, "Stimulation of Polariton Photoluminescence in Semiconductor Microcavity", *Phys. Rev. Lett.* **81**, 3920 (1998). Cité p. 3
- [Dasbach 05] G. Dasbach, C. Diederichs, J. Tignon, C. Ciuti, Ph. Roussignol, C. Delalande, M. Bayer, A. Forchel, "Polarization inversion via parametric scattering in quasi-one-dimensional microcavities", *Phys. Rev. B* **71**, 161308(R) (2005). Cité p. 101, 184
- [Deng 02] H. Deng, G. Weihs, C. Santori, J. Bloch, Y. Yamamoto, "Condensation of semiconductor microcavity exciton polaritons", *Science* **298**, 199 (2002). Cité p. 23
- [Deveaud 91] B. Deveaud, F. Clérot, N. Roy, K. Satzke, B. Sermage, D. S. Katzer, "Enhanced radiative recombination of free excitons in GaAs quantum wells", *Phys. Rev. Lett.* **67**, 2355-2358 (1991). Cité p. 2, 14
- [Dzhioev 97] R. I. Dzhioev, H. M. Gibbs, E. L. Ivchenko, G. Khitrova, V. L. Korenek, M. N. Tkachuk, B. P. Zakharchenya, "Determination of interface preference by observation of linear-to-circular polarization conversion under optical orientation of excitons in type-II GaAs/AlAs superlattices", *Phys. Rev. B* **56**, 13405 (1997). Cité p. 107, 110
- [Ebeling 96] K. J. Ebeling, U. Fiedler, R. Michalzik, G. Reiner, B. Weigl, "Squeezing in semiconductor microcavities in the strong coupling regime" *Int. Journ. Electron. Commun.* **50** (5), 396 (1996). Cité p. 154
- [Fabre 89] C. Fabre, E. Giacobino, A. Heidmann, S. Reynaud, "Noise characteristics of a non-degenerate optical parametric oscillator - Application to quantum noise reduction", *J. Phys. France* **50**, 1209 (1989). Cité p. 134, 141

- [Fabre 90] C. Fabre, E. Giacobino, A. Heidmann, L. A. Lugiato, S. Reynaud, M. Vadamino, W. Kaige, "Squeezing in detuned degenerate optical parametric oscillators", *Quant. Opt.* **2**, 159 (1990). Cité p. 68
- [Fabre 95] C. Fabre, "Quantum fluctuations in light beams", dans *Quantum fluctuations*, éditeurs S. Reynaud, E. Giacobino, J. Zinn-Justin, ed. Elsevier Science Publishers B.V., Les Houches, session LXIII (1995). Cité p. 33
- [Fabre 00] C. Fabre, J.-B. Fouet, A. Maître, "Quantum limits in the measurements of very small displacements in optical images", *Opt. Lett.* **25**, 67 (2000). Cité p. 71, 72
- [Franson 89] J. D. Franson, "Bell inequality for position and time", *Phys. Rev. Lett.* **62**, 2205 (1989). Cité p. 184
- [Gérard 98] J. M. Gérard, B. Sermage, B. Gayral, B. Legrand, E. Costard, V. Thierry-Mieg, "Enhanced Spontaneous Emission by Quantum Boxes in a Monolithic Optical Microcavity", *Phys. Rev. Lett.* **81**, 1110 (1998). Cité p. 1
- [Golubev 84] Y. M. Golubev, I. V. Sokolov, "Photon antibunching in a coherent light source and suppression of the photorecording noise", *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **87** (2), 408 (1984) [*Sov. Phys. - JETP* **60** (2), 234 (1984)]. Cité p. 39, 149
- [Haacke 97] S. Haacke, R. A. Taylor, R. Zimmermann, I. Bar-Joseph, B. Deveaud, "Resonant femtosecond emission from quantum well excitons : the role of Rayleigh scattering and luminescence", *Phys. Rev. Lett.* **78**, 2228 (1997). Cité p. 59
- [Hadjar 98] Yacine Hadjar, "Etude du couplage optomécanique dans une cavité optique de grande finesse", thèse de doctorat de l'Université Paris VI, Laboratoire Kastler-Brossel (1998). Cité p. 54
- [Hayes 98] G. R. Hayes, S. Haacke, M. Kauer, R. P. Stanley, R. Houdré, U. Oesterle, B. Deveaud, "Resonant Rayleigh scattering versus incoherent luminescence in semiconductor microcavities", *Phys. Rev. B* **58**, R10175 (1998). Cité p. 59
- [Hermier 99] J.-P. Hermier, A. Bramati, A. Z. Khoury, E. Giacobino, J.-Ph. Poizat, T. J. Chang, P. Grangier, "Spatial quantum noise of semiconductor lasers", *J. Opt. Soc. Am. B* **16**, 2140 (1999). Cité p. 150
- [Hermier 00] Jean-Pierre Hermier, "Etude du bruit quantique dans les microlasers semi-conducteurs à cavité verticale (VCSELs) et les lasers à solide $Nd : YVO_4$ ", thèse de doctorat de l'Université Paris VI, Laboratoire Kastler-Brossel (2000). Cité p. 54, 150, 151, 182
- [Hermier 01] J.-P. Hermier, A. Bramati, A. Z. Khoury, V. Josse, E. Giacobino, P. Schnitzer, R. Michalzik, K. J. Ebeling, "Noise characteristics of oxide-confined

- vertical-cavity surface-emitting lasers", *IEEE J. Quant. Elec.* **37**, 87 (2001). Cité p. 150
- [Hermier 02] J.-P. Hermier, M. Kolobov, I. Maurin, E. Giacobino, "Quantum spin-flip model of vertical-cavity surface-emitting lasers", *Phys. Rev. A* **65**, 053825 (2002). Cité p. 151
- [Hopfield 58] J.J. Hopfield, "Theory of the contribution of excitons to the complex dielectric constant of crystals", *Phys. Rev.* **112**, 1555 (1958). Cité p. 2
- [Houdré 94] R. Houdré, C. Weisbuch, R. P. Stanley, U. Oesterle, P. Pellandini, M. Illegems, "Measurement of Cavity-Polariton Dispersion Curve from Angle-Resolved Photoluminescence Experiments", *Phys. Rev. Lett.* **73**, 2043 (1994). Cité p. 3
- [Houdré 00a] R. Houdré, C. Weisbuch, R. P. Stanley, U. Oesterle, M. Illegems "Coherence effects in light scattering of two-dimensional photonic disordered systems : elastic scattering of cavity polaritons" , *Phys. Rev. B* **61**, R13333 (2000). Cité p. 56, 59
- [Houdré 00b] R. Houdré, C. Weisbuch, R. P. Stanley, U. Oesterle, M. Illegems, "Non-linear emission of semiconductor microcavities in the strong coupling regime", *Phys. Rev. Lett.* **85**, 2793 (2000). Cité p. 56
- [Huang 00] R. Huang, F. Tassone, Y. Yamamoto, "Experimental evidence of stimulated scattering of excitons into microcavity polaritons", *Phys. Rev. B* **61**, R7854 (2000). Cité p. 82
- [Huard 97] S. Huard, "Polarization of light", John Wiley and Sons, New York (1997). Cité p. 111
- [Imamoglu 96] A. Imamoglu, R. J. Ram, S. Pau, Y. Yamamoto, "Nonequilibrium condensates and lasers without inversion : Exciton-polariton lasers", *Phys. Rev. A* **53**, 4250 (1996). Cité p. 3
- [Josse 03] Vincent Josse, "Reduction du bruit de polarisation et intrication quantique en variables continues avec un nuage d'atomes froids", thèse de doctorat de l'Université Paris VI, Laboratoire Kastler-Brossel (2003). Cité p. 142
- [Karr 01] Jean-Philippe Karr, "Effets non linéaires et quantiques dans les microcavités semi-conductrices", thèse de doctorat de l'Université Paris VI, Laboratoire Kastler-Brossel (2001). Cité p. 20, 27, 49, 75, 82, 125, 131, 148, 184
- [Karr 04a] J.-Ph. Karr, A. Baas, E. Giacobino, "Twin polaritons in semiconductor microcavities" , *Phys. Rev. A* **69**, 063807 (2004). Cité p. 49, 70, 75, 77, 79, 82, 131, 134, 148, 184

- [Karr 04b] J.-Ph. Karr, A. Baas, R. Houdré, E. Giacobino, "Squeezing in semiconductor microcavities in the strong coupling regime" *Phys. Rev. A* **69**, 031802(R) (2004). Cité p. 4, 27, 49, 75, 83
- [Kavokin 03] A. Kavokin, G. Malpuech, "Cavity polaritons", Elsevier, Oxford (2003). Cité p. 21
- [Kavokin 04] K. V. Kavokin, I. A. Shelykh, A. V. Kavokin, G. Malpuech, P. Bigenwald, "Quantum theory of spin dynamics of exciton-polaritons in microcavities" *Phys. Rev. Lett.* **92**, 017401 (2004). Cité p. 107, 112
- [Kavokin 05a] K. V. Kavokin, P. Renucci, T. Amand, X. Marie, P. Senellart, J. Bloch, B. Sermage, "Linear polarization inversion : a signature of Coulomb scattering of cavity polaritons with opposite spins", *Phys. Stat. Sol.(c)* **2**, 763 (2005). Cité p. 84, 101, 107, 108
- [Kavokin 05b] A. V. Kavokin, G. Malpuech, M. Glazov, "Optical spin Hall effect" *Phys. Rev. Lett.* **95**, 136601 (2005). Cité p. 112, 113, 123, 185
- [Kwiat 93] P. G. Kwiat, A. M. Steinberg, R. Y. Chiao, "High-visibility interference in a Bell-inequality experiment for energy and time", *Phys. Rev. A* **47**, R2472 (1993). Cité p. 184
- [Lagoudakis 02] P. G. Lagoudakis, P. G. Savvidis, J. J. Baumberg, D. M. Whittaker, P. R. Eastham, M. S. Skolnick, J. S. Roberts, "Stimulated spin dynamics of polaritons in semiconductor microcavities" *Phys. Rev. B* **65**, 161310 (R) (2002). Cité p. 107
- [Lambrecht 95] Astrid Lambrecht, "Atomes froids et fluctuations quantiques", thèse de doctorat de l'Université Paris VI, Laboratoire Kastler-Brossel (1995). Cité p. 63
- [Langbein 02] W. Langbein, J. M. Hvam, "Elastic scattering dynamics of microcavity polaritons : evidence for time-energy uncertainty and polariton localization", *Phys. Rev. Lett.* **88**, 047401 (2002). Cité p. 59
- [Langbein 04] W. Langbein, "Spontaneous parametric scattering of microcavity polaritons in momentum space", *Phys. Rev. B* **70**, 205301 (2004). Cité p. 70
- [Laurat 04] Julien Laurat, "Etats non-classiques et intrication en variables continues à l'aide d'un oscillateur paramétrique optique", thèse de doctorat de l'Université Paris VI, Laboratoire Kastler-Brossel (2004). Cité p. 3
- [Laussy 04] F. P. Laussy, G. Malpuech, A. Kavokin, P. Bigenwald, "Spontaneous Coherence Buildup in a Polariton Laser", *Phys. Rev. Lett.* **93**, 016402 (2004). Cité p. 23

- [Lugiato 88] L. A. Lugiato, C. Oldano, C. Fabre, E. Giacobino, R. J. Horowicz, "Bistability, self-pulsing and chaos in optical parametric oscillators", *Il Nuovo Cimento* **10**, 959 (1988). Cité p. 65, 67, 68
- [Machida 88] S. Machida, Y. Yamamoto, "Ultrabroadband amplitude squeezing in a semiconductor laser", *Phys. Rev. Lett.* **60**, 792 (1988). Cité p. 150
- [Malpuech 02] G. Malpuech, A. Kavokin, A. Di Carlo, J. J. Baumberg, "Polariton lasing by exciton-electron scattering in semiconductor microcavities", *Phys. Rev. B* **65**, 153310 (2002). Cité p. 23
- [Marin 95] F. Marin, A. Bramati, E. Giacobino, "Squeezing and intermode correlations in laser diodes", *Phys. Rev. Lett.* **75**, 4606 (1995). Cité p. 70, 150
- [Martín 02] M. D. Martín, G. Aichmayr, L. Viña, R. André, "Polarization control of the nonlinear emission of semiconductor microcavities", *Phys. Rev. Lett.* **89**, 077402 (2002). Cité p. 112
- [Martinelli 03] M. Martinelli, N. Treps, S. Ducci, S. Gigan, A. Maître, C. Fabre, "Experimental study of the spatial distribution of quantum correlations in a confocal optical parametric oscillator", *Phys. Rev. A* **67**, 023808 (2003). Cité p. 71
- [Maurin 02] Isabelle Maurin, "Etude du bruit quantique dans les lasers à semi-conducteurs (VCSELs et diodes laser)", thèse de doctorat de l'Université Paris VI, Laboratoire Kastler-Brossel (2002). Cité p. 150, 151, 156
- [Messin 00] Gaétan Messin, "Luminescence, bruit et effets non linéaires dans les microcavités semi-conductrices", thèse de doctorat de l'Université Paris VI, Laboratoire Kastler-Brossel (2000). Cité p. 49, 51, 52, 54
- [Messin 01] G. Messin, J.-Phi. Karr, A. Baas, G. Khitrova, R. Houdré, R. P. Stanley, U. Oesterle, E. Giacobino, "Parametric polariton amplification in semiconductor microcavities", *Phys. Rev. Lett.* **87**, 127403 (2001). Cité p. 49, 83
- [Oesterle 05] U. Oesterle, R. P. Stanley, R. Houdré, "MBE growth of high finesse microcavities", *Phys. Stat. Sol. (b)* **242**, 2157 (2005). Cité p. 9
- [Ou 90] Z. Y. Ou, X. Y. Zou, L. J. Wang, L. Mandel, "Observation of nonlocal interference in separated photon channels", *Phys. Rev. Lett.* **65**, 321 (1990). Cité p. 184
- [Panajotov 04] K. Panajotov, M. Sciamanna, A. Tabaka, P. Mégret, M. Blondel, G. Giacomelli, F. Marin, H. Thienpont, I. Veretennicoff, "Residence time distribution and coherence resonance of optical-feedback-induced polarization mode hopping in vertical-cavity surface-emitting lasers", *Phys. Rev. A* **69**, 011801(R) (2004). Cité p. 153

- [Panzarini 99] G. Panzarini, L. C. Andreani, A. Armitage, D. Baxter, M. S. Skolnick, V. N. Astratov, J. S. Roberts, A. V. Kavokin, M. R. Vladimirova, M. A. Kaliteevski, "Exciton-light coupling in single and coupled semiconductor microcavities : polariton dispersion and polarization splitting", *Phys. Rev. B* **59**, 5082 (1999). Cité p. 112
- [Porras 02] D. Porras, C. Ciuti, J. J. Baumberg, C. Tejedor, "Polariton dynamics and Bose-Einstein condensation in semiconductor microcavities", *Phys. Rev. B* **66**, 085304 (2002). Cité p. 23
- [Purcell 46] E. M. Purcell, *Phys. Rev.* **69**, 681 (1946). Cité p. 1
- [Reynaud 89] S. Reynaud, A. Heidmann, "A semiclassical linear input output transformation for quantum fluctuations", *Opt. Comm.* **71**, 209-214 (1989). Cité p. 131
- [Renucci 05] P. Renucci, T. Amand, X. Marie, P. Senellart, J. Bloch, B. Sermage, K. V. Kavokin, "Microcavity polariton spin quantum beats without a magnetic field : a manifestation of Coulomb exchange in dense and polarized polariton systems", *Phys. Rev. B* **72**, 075317 (2005). Cité p. 84, 107, 108, 112, 114, 123
- [Richard 05] M. Richard, J. Kasprzak, R. Romestain, R. André, L. S. Dang, "Spontaneous coherent phase transition of polaritons in CdTe microcavities", *Phys. Rev. Lett.* **94**, 187401 (2005). Cité p. 23, 185
- [Rochat 00] G. Rochat, C. Ciuti, V. Savona, C. Piermarocchi, A. Quattropani, P. Schwendimann, "Excitonic Bloch equations for a two-dimensional system of interacting excitons", *Phys. Rev. B* **61**, 13856 (2000). Cité p. 24
- [Santori 02] C. Santori, D. Fattal, J. Vuckovic, G. S. Solomon, Y. Yamamoto, "Indistinguishable photons from a single-photon device", *Nature* **419**, 594 (2002). Cité p. 1
- [Savasta 05] S. Savasta, O. Di Stefano, V. Savona, W. Langbein, "Quantum complementarity of microcavity polaritons", *Phys. Rev. Lett.* **94**, 246401 (2005). Cité p. 82, 185
- [Savona 98] V. Savona, "Linear optical properties of semiconductor microcavities with embedded quantum wells", dans *Confined photon systems : fundamentals and applications*, H. Benisty, J. M. Gérard, R. Houdré, J. Rarity, C. Weisbuch éditeurs, Springer (1998). Cité p. 14
- [Savona 99] V. Savona, C. Piermarocchi, A. Quattropani, P. Schwendimann, F. Tassone, "Optical properties of microcavity polaritons", *Phase transitions* **68**(1), 169-279 (1999). Cité p. 19

- [Savona 05a] V. Savona, D. Sarchi, "Bose-Einstein condensation of microcavity polaritons", *Phys. Stat. Sol.(b)* **242**, 2290 (2005). Cité p. 23
- [Savona 05b] V. Savona, P. Schwendimann, A. Quattropani, "Onset of coherent photoluminescence in semiconductor microcavities", *Phys. Rev. B* **71**, 125315 (2005). Cité p. 70
- [Savvidis 00] P. G. Savvidis, J. J. Baumberg, R. M. Stevenson, M. S. Skolnick, D. M. Whittaker, J. S. Roberts, "Angle-resonant stimulated polariton amplifier", *Phys. Rev. Lett.* **84**, 1547 (2000). Cité p. 3, 47, 183
- [Schwendimann 03] P. Schwendimann, C. Ciuti, A. Quattropani, "Statistics of polaritons in the nonlinear regime", *Phys. Rev. B* **68**, 165324 (2003). Cité p. 70
- [Scully 97] M. O. Scully, M. S. Zubairy, "Quantum optics", Cambridge University Press (1997). Cité p. 28
- [Senellart 99] P. Senellart, J. Bloch, "Nonlinear Emission of Microcavity Polaritons in the Low Density Regime", *Phys. Rev. Lett.* **82**, 1233 (1999). Cité p. 3
- [Senellart 00] P. Senellart, J. Bloch, B. Sermage, J. Y. Marzin, "Microcavity polariton depopulation as evidence for stimulated scattering", *Phys. Rev. B* **62**, R16263 (2000). Cité p. 3
- [Shelykh 04] I. A. Shelykh, G. Malpuech, K. V. Kavokin, A. V. Kavokin, P. Bigenwald, "Spin dynamics of interacting exciton polaritons in microcavities" *Phys. Rev. B* **70**, 115301 (2004). Cité p. 107, 112
- [Shelykh 05] I. A. Shelykh, A. V. Kavokin, G. Malpuech, "Spin dynamics of exciton polaritons in microcavities" *Phys. Stat. Sol.(b)* **242**, 2271 (2005). Cité p. 84, 107, 111, 123, 183
- [Slusher 85] R. E. Slusher, L. W. Hollberg, B. Yurke, J. C. Mertz, J. F. Valley, "Observation of squeezed states generated by four-wave mixing in an optical cavity", *Phys. Rev. Lett.* **55**, 2409 (1985). Cité p. 3
- [Stanley 98] R. P. Stanley, R. Houdré, U. Oesterle, M. Ilegems, "Photoquenching of excitonic inhomogeneous linewidth in semiconductor microcavities", *Sol. State Comm.* **106**, 485 (1998). Cité p. 56, 136
- [Stevenson 00] R. M. Stevenson, V. N. Astratov, M. S. Skolnick, D. M. Whittaker, M. Emam-Ismaïl, A. I. Tartakovskii, P. G. Savvidis, J. J. Baumberg, J. S. Roberts, "Continuous wave observation of massive polariton redistribution by stimulated scattering in semiconductor microcavities", *Phys. Rev. Lett.* **85**, 3680 (2000). Cité p. 3, 49

- [Tartakovskii 99] A. I. Tartakovskii, V. D. Kulakovskii, D. N. Krizhanovskii, M. S. Skolnick, V. N. Astratov, A. Armitage, J. S. Roberts, "Nonlinearities in emission from the lower polariton branch of semiconductor microcavities", *Phys. Rev. B* **60**, R11293 (1999). Cité p. 3
- [Tartakovskii 00] A. I. Tartakovskii, M. Emam-Ismaïl, R. M. Stevenson, M. S. Skolnick, V. N. Astratov, D. M. Whittaker, J. J. Baumberg, J. S. Roberts, "Relaxation bottleneck and its suppression in semiconductor microcavities", *Phys. Rev. B* **62**, R2283 (2000). Cité p. 3
- [Tassone 92] F. Tassone, F. Bassani, L. C. Andreani, "Quantum-well reflectivity and exciton-polariton dispersion", *Phys. Rev. B* **45**, 6023 (1992). Cité p. 112
- [Tassone 97] F. Tassone, C. Piermarocchi, V. Savona, A. Quattropani, P. Schwendimann, "Bottleneck effects in the relaxation and photoluminescence of microcavity polaritons", *Phys. Rev. B* **56**, 7554 (1997). Cité p. 78
- [Tassone 99] F. Tassone, Y. Yamamoto, "Exciton-exciton scattering dynamics in a semiconductor microcavity and stimulated scattering into polaritons", *Phys. Rev. B* **59**, 10830 (1999). Cité p. 20
- [Trep 05a] N. Trep, V. Delaubert, A. Maitre, J.M. Courty, C. Fabre, "Quantum noise in multipixel image processing", *Phys. Rev. A* **71**, 013820 (2005). Cité p. 71
- [Trep 05b] N. Trep, C. Fabre, "Criteria of quantum correlation in the measurement of continuous variables in optics", *Laser Physics* **15**, 187; *quant-ph* 0407214(2005). Cité p. 38, 122
- [Usui 60] T. Usui, "Excitations in a high density electron gas" *Progr. Theor. Phys.* **23**, 787 (1960). Cité p. 20
- [Vahala 03] K. J. Vahala, "Optical microcavities", *Nature* **424**, 839 (2003). Cité p. 1
- [Varoutsis 05] S. Varoutsis, S. Laurent, P. Kramper, A. Lemaître, I. Sagnes, I. Robert-Philip, I. Abram, "Restoration of photon indistinguishability in the emission of a semiconductor quantum dot", *Phys. Rev. B* **72**, 041303(R) (2005). Cité p. 1
- [Walls 94] D. F. Walls, G. Milburn, "Quantum optics", Springer-Verlag, Berlin (1994). Cité p. 39
- [Wannier 37] G. H. Wannier, "The structure of electronic excitation levels in insulating crystals", *Phys. Rev.* **52**, 191 (1937). Cité p. 11
- [Weisbuch 92] C. Weisbuch, M. Nishioka, A. Ishikawa, Y. Arakawa, "Observation of the coupled exciton-photon mode splitting in a semiconductor quantum microcavity", *Phys. Rev. Lett.* **69**, 3314 (1992). Cité p. 2

- [Weisbuch 00] C. Weisbuch, H. Benisty, R. Houdré, "Overview of fundamentals and applications of electrons, excitons and photons in confined structures", *Journal of Luminescence* **85**, 271(2000). Cité p. 1
- [Whittaker 01] D. M. Whittaker, "Classical treatment of parametric processes in a strong coupling planar microcavity" , *Phys. Rev. B* **63**, 190335 (2001). Cité p. 70, 77
- [Whittaker 04] D. M. Whittaker, "Numerical modelling of the microcavity OPO", *cond-mat/0411511* (2004) Cité p. 70
- [Yamamoto 86] Y. Yamamoto, S. Machida, O. Nilsson, "Amplitude squeezing in a pump-noise-suppressed laser oscillator" *Phys. Rev. A* **34** (5), 4025 (1986). Cité p. 39, 150
- [Yamamoto 87] Y. Yamamoto, S. Machida, "High-impedance suppression of pump fluctuations and amplitude squeezing in semiconductor lasers" *Phys. Rev. A* **35** 5114 (1987). Cité p. 150
- [Yamamoto 00a] Y. Yamamoto, F. Tassone, H. Cao, "Semiconductor cavity quantum electrodynamics", Springer Verlag, New York (2000). Cité p. 15, 17, 19
- [Yamamoto 00b] Y. Yamamoto, "Half-matter, half-light amplifier", *Nature* **405**, 629 (2000). Cité p. 21