

THÈSE de DOCTORAT de l'UNIVERSITÉ PARIS 6

Spécialité : Physique Quantique

présentée par

Gwendal Fève

pour obtenir le grade de DOCTEUR de l'UNIVERSITÉ PARIS 6

**Quantification du courant alternatif :
la boîte quantique comme source
d'électrons uniques subnanoseconde**

Soutenue le 24 Novembre 2006
devant le jury composé de :

M.	Markus Büttiker		Rapporteur
M.	Michel Devoret		Rapporteur
M.	Christian Glattli		Directeur de thèse
M.	Bernard Plaçais		Co-directeur de thèse
M.	Jean-Michel Raimond		Président
M.	Marc Sanquer		Examineur

Remerciements

En tout premier lieu, je tiens à remercier le département de physique et en particulier ses directeurs successifs Michel Voos et Jean-Michel Raimond pour m’avoir proposé un poste d’agrégé préparateur qui m’a permis de coupler mon travail de thèse à des activités d’enseignement très enrichissantes.

J’ai trouvé au laboratoire Pierre Aigrain un encadrement exceptionnel et une atmosphère extrêmement agréable. Mes remerciements s’adressent donc naturellement d’abord à son directeur Claude Delalande qui n’hésite pas à mouiller le maillot pour améliorer les conditions de travail au laboratoire ou, plus littéralement, floqué du numéro 10 sur les terrains de football pour assurer sa cohésion.

Je remercie également Markus Büttiker et Michel Devoret qui ont accepté d’être rapporteurs de cette thèse et sont venus de loin pour participer à la soutenance, ainsi que les autres membres du jury, Marc Sanquer et Jean-Michel Raimond, venus respectivement de presque aussi loin et d’un peu plus près.

J’ai eu la chance de bénéficier de l’encadrement très riche des trois permanents du groupe de physique mésoscopique Christian Glattli, Bernard Plaçais et Jean-Marc Berroir. Ils ont su me faire profiter pleinement de leur expérience, m’enseigner les vertus du travail d’équipe en préservant une ambiance très chaleureuse. Un grand merci à eux trois.

J’ai travaillé avec Julien Gabelli et Adrien Mahé, ils ont largement contribué aux résultats de ma thèse. Ils ont surtout été successivement les compagnons de mon quotidien scientifique, nous avons vécu trois années de concubinage inoubliables.

Plus largement, je remercie toute la mezzanine de la P13, sa promiscuité jamais pesante, sa bonne humeur ”presque” permanente, j’ai nommé Bertrand Bourlon, Gao Bo, Julien Chaste, Lorenz Hermann, Chéryl Feuillet-Palma, Thomas Delattre auxquels j’associe Adrian Bachtold et Takis Kontos assimilés ”mezzanine” pour leur temps de présence ainsi que Nicolas Regnault et Thierry Jolicoeur pour la petite touche théorique.

Les échantillons (devrais-je dire l’Échantillon?) de cette thèse ont été conçus au LPN, Laboratoire de Photonique et Nanostructure. Je peux garantir leur qualité et leur robustesse à tous les (mauvais) traitements, merci à Yong Jin.

Merci à Olivier Andrieu, Willy Daney de Marcillac, David Darson, Anne Denis, Philippe Pace, Pascal Morfin, Laurent Réa, Martial Nicolas pour leur aide et leur soutien indéfectible durant ma thèse.

Merci à Anne Matignon et Fabienne Renia pour leur gentillesse et leur aide.

J’adresse des remerciements émus à mon premier de cordée Manuel Aranzana, il m’a conduit vers les sommets californiens dans son style imité mais jamais égalé. Cependant, il a du effectuer sa dernière ascension en solitaire, la traversée de la manche reste une entreprise hors de ma portée.

Enfin, je tiens à remercier mes parents à qui je dois tout ainsi que toute ma famille, je leur dois tout, sans oublier ma chère et tendre Delphine, je lui dois tout (mes amis aussi, je dois bien leur devoir un peu).

Table des matières

1	Transport quantique et quantification de la charge	11
1.1	Introduction	12
1.2	Transport quantique dans les gaz bidimensionnels d'électrons	12
1.2.1	Contact Ponctuel Quantique et quantification de la conductance . . .	13
1.2.2	Effet Hall Quantique Entier	15
1.3	Dispositifs à un électron	18
1.3.1	La boîte à électrons	20
1.3.2	Le transistor à électron unique	23
1.3.3	Pompes à électrons	26
1.3.4	Conclusion : la boîte quantique à électrons comme injecteur de charges	28
2	Description du dispositif expérimental	31
2.1	Introduction	32
2.2	Description des échantillons	32
2.3	Chaîne de mesure hyperfréquence	33
2.3.1	Chaîne d'excitation	33
2.3.2	Chaîne de détection	36
2.4	Détection du courant hyperfréquence	38
2.4.1	Mesure de la première harmonique du courant	38
2.4.2	Mesure du courant dans le domaine temporel	41
3	Mesures hyperfréquences d'une capacité mésoscopique : régime linéaire	45
3.1	Introduction	46
3.2	Théorie du circuit RC mésoscopique sans interactions	49
3.2.1	Conductance de la capacité mésoscopique	50
3.2.2	Modèle de densité d'états dans la boîte	54
3.3	Résultats expérimentaux	59
3.3.1	Discussion qualitative des résultats	59
3.3.2	Calibration	61
3.3.3	Mesures quantitatives, $R_q = h/2e^2$	64
3.3.4	Confrontation au modèle à différentes fréquences	65
3.3.5	Blocage de Coulomb	68
3.3.6	Mesures à champ magnétique nul	70
3.4	Conclusion	71
4	Régime non-linéaire de la capacité mésoscopique (théorie)	73
4.1	Introduction	74
4.2	Théorie de diffusion du régime non-linéaire	77
4.2.1	Expression du courant $\hat{I}(t)$ dans le conducteur	78

4.2.2	Calcul de la première harmonique du courant pour une excitation en créneau	80
4.2.3	Développement basse fréquence	81
4.2.4	Cas d'un créneau de valeur moyenne non nulle	83
4.3	Modèle simple de densité d'états et régime non-linéaire	83
4.3.1	Partie imaginaire du courant dans la limite capacitive	84
4.3.2	Partie réelle du courant dans la limite capacitive	88
4.3.3	Courant dans les régimes intermédiaire et résistif	89
4.4	Conclusion	92
5	Mise en évidence expérimentale de la quantification du courant alternatif	95
5.1	Introduction	96
5.2	Mesure de la première harmonique du courant I_ω	97
5.2.1	Observation de la quantification du courant	98
5.2.2	Calibration des plateaux de courant, $I_\omega = 2ef$	103
5.2.3	Étude de la partie réelle du courant	106
5.2.4	Modélisation théorique des résultats	108
5.2.5	Calibration de la phase absolue du signal	110
5.2.6	Mesure du temps de sortie par effet tunnel	113
5.2.7	Représentation du courant en niveaux de couleurs	116
5.3	Mesures résolues en temps	120
5.3.1	Forme théorique du courant à 16 harmoniques impaires	120
5.3.2	Injection d'électrons dans le domaine temporel	121
5.3.3	Confrontation des mesures à l'ajustement exponentiel	123
5.4	Interprétation qualitative des variations du temps de sortie par les interactions	128
5.4.1	Déviations de la partie réelle pour $R_q^{nl}C_q^{nl}\omega \ll 1$	128
5.4.2	Modèle de boîte à deux niveaux	129
5.4.3	Inclusion ad hoc des interactions dans le régime non-linéaire	131
5.5	Conclusion	133
A	Mesures de Hall effectuées sur les échantillons	139
B	Calcul de la conductance hyperfréquence du circuit RC quantique	143
C	Calcul des harmoniques supérieures	147

Introduction

Mon travail de thèse a porté sur la réalisation d'une source d'électrons uniques, analogue aux sources de photons uniques de l'optique. Cette source permet l'injection contrôlée d'électrons dans un circuit quantique avec une fréquence de répétition de l'ordre du GHz et un temps caractéristique d'injection de l'ordre de la centaine de picosecondes.

Ce dispositif est une boîte quantique à électrons réalisée dans un gaz d'électrons bidimensionnel. La boîte de taille submicronique est couplée à un réservoir électronique par l'intermédiaire d'un contact ponctuel qui permet de régler précisément la transmission des ondes électroniques de la boîte au réservoir. La boîte est également couplée capacitivement à une grille métallique reliée à une source de tension hyperfréquence qui permet de modifier le potentiel de la boîte à des fréquences de l'ordre du GHz . Ce système a déjà permis dans le régime des faibles excitations de caractériser la dynamique de transfert de charges d'une capacité mésoscopique dans le régime linéaire pour lequel la charge transférée n'est pas quantifiée. Ce travail a fait l'objet de la thèse de mon prédécesseur Julien Gabelli [1] qui a montré que la cohérence quantique affectait remarquablement la dynamique de relaxation de charges [2, 3]. Ces travaux ont permis de mettre en évidence une nouvelle quantification de la résistance de relaxation de charge $R_q = \frac{h}{2e^2}$ prédite théoriquement il y a une dizaine d'années [4, 5]. L'étude du régime non linéaire permet de caractériser la dynamique de transfert de charge lorsqu'il est quantifié. En effet, le nombre d'électrons contenus dans la boîte est directement contrôlé par la tension de grille. Grâce aux effets conjugués de confinement quantique et de blocage de Coulomb, les électrons peuvent être transférés un par un de la boîte au réservoir. En modifiant brutalement le potentiel par une excitation en forme de créneau, on peut injecter une charge unique avec une résolution temporelle de l'ordre de la centaine de picosecondes. Lorsque le potentiel est ramené à sa valeur initiale, une charge est absorbée par la boîte. Nous avons ainsi mis en évidence la quantification de la charge transférée en observant la quantification du courant *alternatif* en unité de $I = 2ef$ où f est la fréquence à laquelle le potentiel de la boîte est modulé. Cette valeur du courant traduit l'absorption et l'émission d'une charge toutes les périodes. Par la mesure de la phase du courant, on accède au temps moyen d'émission de la charge encore appelé temps d'injection. En modifiant le couplage de la boîte au réservoir, nous avons mesuré la dynamique d'injection dans une large gamme temporelle de la centaine de picosecondes à une dizaine de nanosecondes.

Le contrôle d'une charge unique dans un conducteur offre la perspective d'une électronique numérique dont la quantité élémentaire d'information ou bit serait codée par la plus petite quantité manipulable dans un circuit électronique : un unique électron. Un tel bit offre l'avantage de ne pouvoir être détérioré ou détruit. En effet, la conservation de la charge électrique du circuit assure la propagation de l'information sans pertes. Notre source permet alors de tester dans un dispositif modèle les principes d'une électronique numérique qui pourrait être l'électronique de demain puisque les conducteurs moléculaires [6] ou les nanotubes de carbone [7] de taille nanométrique permettent le transfert de charges quantifiées dans un conducteur à température ambiante.

Dans un conducteur quantique, une telle source permet également d'envisager une électronique quantique mettant à profit la superposition d'états des bits quantiques ou qbits. En régime d'Effet Hall Quantique, on peut facilement contrôler le déplacement de la charge émise le long des bords de l'échantillon, le transport est alors unidimensionnel. Le long des ces états de bord, la cohérence de phase est préservée sur des distances de l'ordre de la centaine de micromètres c'est à dire sur des durées de quelques nanosecondes. L'injection d'une charge unique dans le conducteur quantique est donc parfaitement résolue temporellement à l'échelle du temps de cohérence de phase ce qui permet d'envisager des manipulations co-

hérentes d'une charge unique le long de son parcours dans le conducteur. On parle de qbit volant car les manipulations sont effectuées par l'action de grilles statiques et c'est l'électron par son déplacement dans le conducteur qui va effectuer les différentes opérations de logique quantique. Le transport d'une charge unique dans un conducteur quantique est très analogue à la propagation d'un photon unique. On a d'ailleurs déjà transposé quelques composants de l'optique comme par exemple la lame séparatrice. En effet, le contact ponctuel quantique permet, par l'application d'un potentiel statique sur des grilles métalliques déposées en surface de l'échantillon de transmettre ou de réfléchir un électron avec une probabilité $\frac{1}{2}$. L'électron est alors placé dans une superposition d'états que l'on peut mettre en évidence par le phénomène d'interférences. Il est également facile d'opérer un déphasage contrôlé de la fonction d'onde. En appliquant à nouveau un potentiel statique sur une grille, on peut légèrement déformer le trajet de l'électron et modifier ainsi la phase accumulée le long de son parcours. De manière générale, dans un gaz d'électrons bidimensionnel en régime d'Effet Hall Quantique, on peut agir aisément sur le mouvement des charges tout en préservant la cohérence quantique. Il reste maintenant à étudier les possibilités d'intrication de deux électrons (ou de deux qbits), on pourra alors réaliser, par exemple, une expérience de violation des inégalités de Bell [8].

En plus des applications pour l'information quantique, on pourra utiliser une telle source pour réaliser des expériences fondamentales de physique quantique impliquant une ou deux charges élémentaires. Tout d'abord, il sera nécessaire de vérifier le caractère non classique de notre source en mesurant les fluctuations de la charge émise c'est à dire le bruit de la source. Les fluctuations de particules non corrélées servent de référence aux mesures de bruit. On parle dans ce cas de bruit de grenaille ou bruit poissonnien. Lorsque les particules ont tendance à se regrouper (phénomène de bunching), les corrélations sont positives et on parle de bruit superpoissonnien. Pour une source d'électrons (ou de photons) uniques, les particules sont régulièrement espacées temporellement, les corrélations sont négatives et le bruit est qualifié de sous-poissonnien. L'expérience dédiée à la mesure des corrélations entre particules est l'expérience d'Hanbury-Brown et Twiss (HBT) qui consiste à mesurer les corrélations entre deux faisceaux de particules issus de la transmission et de la réflexion d'un faisceau source en sortie d'une lame séparatrice. De telles expériences ont été réalisées sur le courant électronique généré dans un conducteur quantique [9, 10], elles ont révélé le caractère sous-poissonnien des fluctuations de charge. Ceci est lié à la statistique de Fermi qui tend à espacer régulièrement les charges par le principe de Pauli. Toutefois, une telle source ne peut être utilisée pour manipuler une charge de manière contrôlée. Une expérience de type HBT impliquant un seul électron peut être réalisée à l'aide de notre dispositif. Ceci permettrait de caractériser le bruit quantique d'injection lié aux fluctuations quantiques de charge de la boîte. A l'aide de deux sources d'électrons uniques, on pourra ensuite réaliser la collision de deux électrons sur une lame séparatrice et observer les corrélations négatives attendues en sortie de la lame si les deux électrons arrivent en même temps. En déphasant légèrement les deux charges, on devrait observer la suppression des corrélations entre électrons lorsqu'ils sont séparés d'une distance plus grande que la dimension du paquet d'onde électronique. Cette dimension est d'ailleurs un paramètre que l'on peut modifier expérimentalement en modifiant le couplage de la boîte au conducteur. Ces expériences fondamentales mesurant les corrélations entre deux charges élémentaires feront l'objet du travail de thèse de mon successeur Adrien Mahé.

Nous avons vu que la source d'électrons uniques permettait d'imaginer des expériences mettant en évidence la cohérence quantique d'une charge unique. Dans le premier chapitre, je reviendrai donc sur quelques manifestations de la cohérence sur le transport électronique dans les gaz bidimensionnels d'électrons. Ceci nous permettra d'introduire le contact ponctuel quantique qui est la brique de base de l'injecteur de charges et le régime d'Effet Hall

Quantique qui préserve la cohérence de phase sur de longues distances. Je décrirai ensuite dans ce chapitre les systèmes permettant, grâce au blocage de Coulomb ou au confinement quantique, le transfert de charges quantifiées. Je décrirai alors notre dispositif plus en détail et le comparerai à ceux déjà existant.

Le contrôle du transfert de charges sur des temps courts et l'observation de la cohérence quantique dans un conducteur nécessite de combiner les techniques de mesure hyperfréquence et les très basses températures de quelques dizaines de milliKelvins atteintes dans un réfrigérateur à dilution. Dans un deuxième chapitre, je procéderai alors à la description du dispositif expérimental en insistant particulièrement sur les techniques de mesure du courant hyperfréquence généré dans l'échantillon mésoscopique.

Dans un troisième chapitre je décrirai la dynamique de charges dans la capacité mésoscopique dans le régime linéaire. Dans ce régime, le temps de relaxation RC est relié par la capacité à la densité d'états de la boîte tandis que la résistance est constante, indépendante de la transmission et égale au demi quantum de résistance $\frac{h}{2e^2}$. Je présenterai une étude détaillée de ce régime permettant d'observer une nouvelle quantification de la résistance de relaxation de charges en insistant sur les points auxquels j'ai contribué au début de ma thèse.

Le quatrième chapitre de ce manuscrit est consacré à la description théorique du transport non linéaire dans une capacité mésoscopique. Ce modèle que j'ai développé durant ma thèse permet de rendre compte du transfert de charges quantifiées lorsque le potentiel est modulé par une excitation en créneaux.

Enfin, le cinquième chapitre constitue le corps de mon travail de thèse. Il présente l'observation de la quantification du courant alternatif et son évolution avec les différents paramètres accessibles expérimentalement (potentiel de la boîte, transmission du contact ponctuel). La mesure de la phase du courant permet la détermination du temps de sortie et sa variation avec la transmission de la boîte a été caractérisée dans une gamme temporelle allant d'une centaine de picosecondes à une dizaine de nanosecondes. Les résultats expérimentaux seront confrontés au modèle théorique présenté dans le chapitre précédent. On pourra alors constater un excellent accord entre les prédictions théoriques et les données expérimentales démontrant que la simplicité de notre dispositif d'injection en permet une très bonne compréhension.

Chapitre 1

Transport quantique et quantification de la charge

1.1 Introduction

L'objet de ma thèse est la réalisation d'une source d'électrons uniques permettant le contrôle ultime du courant : l'injection d'une charge élémentaire dans un circuit électronique à intervalles réguliers. Il est alors possible d'envisager la réalisation d'opérations de logique quantique où l'information élémentaire ou bit quantique est codée par la présence ou l'absence d'une charge unique. La manipulation quantique d'une unique charge dans un circuit électronique nécessite donc un dispositif permettant d'observer la quantification de la charge et préservant la cohérence de phase sur des temps longs (ou de manière équivalente, de longues distances). Notre dispositif, dont l'élément central est une boîte quantique réalisée dans un gaz bidimensionnel d'électrons, permet de profiter des grandes longueurs de cohérence de phase atteintes à basse température en régime d'Effet Hall Quantique et de la quantification de la charge d'une boîte.

Dans la première section de ce chapitre, je décrirai quelques manifestations du caractère quantique du transport électronique dans les gaz bidimensionnels. Nous verrons à travers l'étude du contact ponctuel quantique permettant d'observer la quantification de la conductance en unités de $\frac{e^2}{h}$ que les effets quantiques n'interviennent pas comme des corrections au transport électronique mais constituent l'effet dominant. J'introduirai alors quelques notions concernant le transport en régime d'Effet Hall Quantique et je montrerai qu'il s'agit du régime privilégié pour la manipulation cohérente de charges uniques.

Dans une deuxième section, je montrerai que le confinement quantique et les interactions entre électrons permettent de préserver la quantification de la charge d'une boîte lorsqu'elle est couplée à un circuit électronique. Il est alors possible de réaliser des dispositifs contrôlant le transfert de charges dans une boîte une par une. Je décrirai ces systèmes qualifiés de dispositifs à un électron développés depuis une quinzaine d'années d'abord dans les métaux puis dans les semiconducteurs. Nous verrons alors que notre boîte à électrons quantique permet de réaliser une version extrêmement simple d'injecteur de charges.

1.2 Transport quantique dans les gaz bidimensionnels d'électrons

Je vais présenter ici quelques notions fondamentales sur le transport quantique en régime continu dans les gaz bidimensionnels d'électrons obtenus dans les hétérostructures GaAs/AlGaAs. A l'interface entre les deux semiconducteurs, on peut piéger les électrons dans un plan ce qui permet :

- de les manipuler aisément en déposant des grilles à une centaine de nanomètres de la surface du gaz permettant de modifier localement la densité électronique par effet de champ.
- d'obtenir à basse température un libre parcours moyen et une longueur de cohérence de phase de l'ordre de la dizaine de microns pour les échantillons très purs. On peut alors étudier le transport de charges dans le régime balistique cohérent pour lequel les propriétés ondulatoires des électrons deviennent primordiales.

Les grilles métalliques déposées en surface de l'échantillon permettent de contrôler les dimensions du circuit à l'échelle de la longueur d'onde de Fermi de l'ordre d'une cinquantaine de nanomètres dans les gaz bidimensionnels. En réglant finement la largeur du circuit, on peut contrôler le nombre de modes électroniques transmis. C'est le principe du contact ponctuel quantique qui permet d'observer la quantification de la conductance.

1.2.1 Contact Ponctuel Quantique et quantification de la conductance

D'après la formule de Landauer [11–13], la mesure du courant entre les deux contacts d'un conducteur quantique balistique est une mesure directe de la transmission des ondes électroniques dans le circuit. Pour un conducteur bidimensionnel de longueur L et de largeur w , la conductance est donnée par :

$$G = \frac{e^2}{h} \sum_{\sigma} \sum_n D_{n,\sigma} \quad (1.1)$$

Les indices σ et n désignent respectivement le spin des électrons et les différents modes transverses de la fonction d'onde électronique résultant du confinement suivant la largeur w . $D_{n,\sigma}$ est la valeur de la transmission du mode n de spin σ . Si les deux espèces de spin sont dégénérées, les conductances associées aux deux spins s'ajoutent, on a alors :

$$G = \frac{2e^2}{h} \sum_n D_n \quad (1.2)$$

La conductance est donc une mesure du nombre de modes transmis en unités de $\frac{2e^2}{h}$ si les spins sont dégénérés et $\frac{e^2}{h}$ si cette dégénérescence est levée. On peut parvenir simplement à ce résultat dans le cas d'un mode parfaitement transmis. Le conducteur peut alors être considéré comme unidimensionnel. Lorsque l'on applique un potentiel statique eV à l'extrémité gauche du conducteur, les électrons dont l'énergie est comprise entre 0 et eV s'écoulent sans diffusion (puisque le conducteur est balistique) vers l'extrémité droite. Ce sont, à température nulle, les seuls électrons contribuant au courant. On obtient alors facilement l'expression du courant en comptant le nombre de charges traversant une section du conducteur dans un temps δt .

$$I = e \frac{\rho(\epsilon_f)}{L} eV v(\epsilon_f) \quad (1.3)$$

$$(1.4)$$

$\rho(\epsilon_f)$ est la densité d'états à l'énergie de Fermi, on la suppose constante dans la gamme $0 \rightarrow eV$, et $v(\epsilon_f)$ est la vitesse de Fermi. Pour un conducteur unidimensionnel dégénéré en spin, $\rho(\epsilon_f) = \frac{2L}{h v(\epsilon_f)}$. On obtient alors ;

$$G = \frac{2e^2}{h} \quad (1.5)$$

Ceci permet de définir le quantum de conductance $\frac{e^2}{h}$.

Si l'on peut contrôler graduellement le nombre de modes transverses (encore appelés canaux) transmis, on s'attend à observer des plateaux de conductance de valeur $\frac{2e^2}{h}$ pour un conducteur dégénéré, $\frac{e^2}{h}$ dans le cas contraire.

Cette quantification de la conductance a été observée pour la première fois dans les gaz d'électrons à l'aide de contacts ponctuels quantiques [14, 15]. Le contact ponctuel permet, à l'aide de deux grilles déposées de part et d'autre du gaz d'électrons, voir figure 1.1, de contrôler la largeur du gaz par l'application de tensions négatives qui repoussent les électrons. On peut ainsi varier très précisément la largeur de cette constriction jusqu'à repousser complètement les électrons. Le courant circulant dans l'échantillon est alors nul, ce régime est qualifié de régime pincé. Lorsque la largeur est égale à la moitié de la longueur d'onde de Fermi, un seul

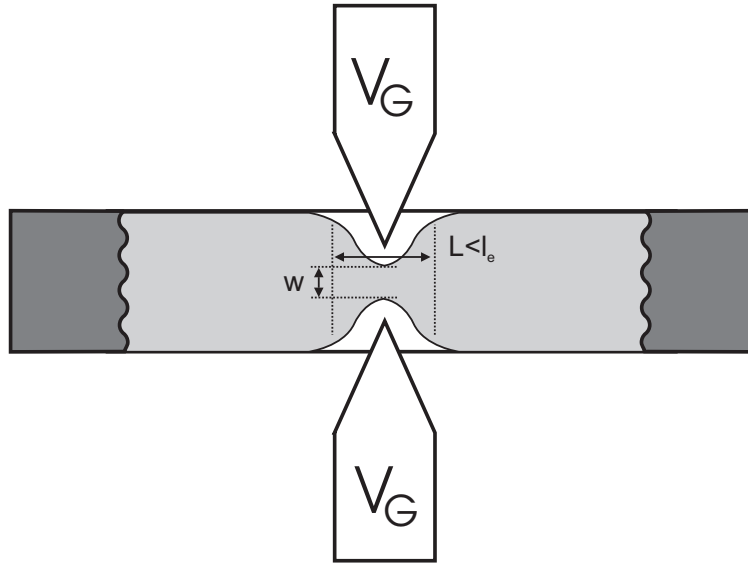


FIG. 1.1 – Schéma d'un contact ponctuel quantique. La tension négative V_G appliquée aux deux grilles situées de part et d'autre du gaz d'électrons permet de contrôler la largeur w d'une constriction de longueur L plus petite que le libre parcours moyen l_e . Dans ce cas le transport est balistique dans la constriction et la conductance est directement proportionnelle aux nombres de modes transverses transmis dans le guide d'ondes de largeur w .

mode transverse peut exister dans la constriction, on passe à deux modes pour une largeur égale à la longueur d'onde et ainsi de suite. Le CPQ se comporte donc comme un guide d'onde électronique de largeur réglable.

On a tracé sur la figure 1.2 la conductance d'un tel dispositif mesurée dans notre laboratoire lorsque l'on varie la tension V_G appliquée aux grilles du CPQ. Partant du régime pincé de conductance nulle pour les tensions très négatives, on observe des plateaux de conductance de valeur $\frac{2e^2}{h}$ lorsque l'on augmente progressivement la largeur de la constriction en augmentant la tension V_G (les mesures ont été effectuées à champ magnétique nul, les deux espèces de spin sont dégénérées).

Comme nous le verrons par la suite, le contact ponctuel est une des briques élémentaires de notre source d'électrons uniques puisqu'il permet pour les tensions de grille très négatives, d'isoler une portion du conducteur du reste du circuit. On peut alors régler finement la transmission des charges par effet tunnel d'un côté à l'autre en modifiant légèrement la tension de grille. Si la portion isolée du conducteur est de petite taille, on définit ainsi une boîte quantique pour laquelle les effets de confinement sont importants. Nous y reviendrons en section 1.3.

Le contact ponctuel permet aussi de réaliser une manipulation quantique élémentaire de la fonction d'onde. Lorsque la tension de grille est réglée de manière à transmettre le premier mode avec une probabilité $\frac{1}{2}$, on peut réaliser une superposition cohérente des états transmis et réfléchis que l'on peut mettre en évidence par le phénomène d'interférences quantiques (voir figure 1.5 et texte correspondant). Le CPQ agit alors comme une lame semi-réfléchissante électronique. Le régime privilégié pour observer ces effets liés à la cohérence de phase est le régime d'Effet Hall Quantique car il permet de préserver cette cohérence sur plusieurs centaines de micromètres. C'est ce régime que je vais brièvement décrire dans le paragraphe

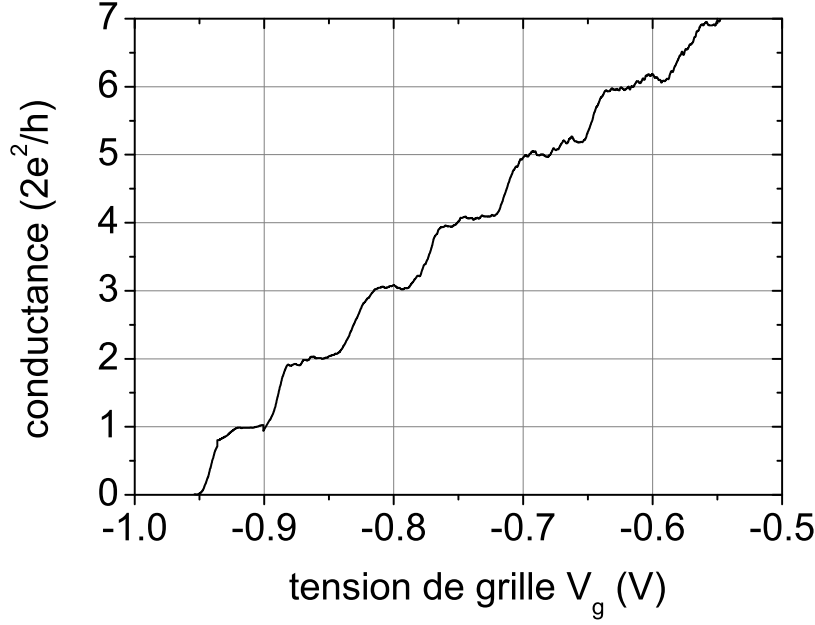


FIG. 1.2 – Conductance d’un contact ponctuel quantique mesurée dans notre laboratoire en fonction de la tension V_G appliquée aux grilles. La mesure est effectuée à champ magnétique nul, on observe donc des plateaux successifs de valeur $2\frac{e^2}{h}$ car les modes transverses sont dégénérés en spin.

suivant.

1.2.2 Effet Hall Quantique Entier

En appliquant un champ magnétique fort perpendiculaire au plan du gaz bidimensionnel, on entre dans le régime d’Effet Hall Quantique [16,17] qui modifie profondément le transport électronique. Sous l’action d’un champ magnétique, les électrons viennent peupler des niveaux de Landau équidistants de $\hbar\omega_c$ où $\omega_c = \frac{eB}{m^*}$ est la pulsation cyclotron. On peut comprendre qualitativement le transport électronique en régime d’Effet Hall Quantique en revenant au mouvement cyclotron classique d’un électron dans un champ magnétique.

- au centre de l’échantillon, les électrons décrivent un mouvement de rotation sur les orbites cyclotron (voir figure 1.3), le rayon cyclotron (et par conséquent l’énergie cinétique) dépend du niveau de Landau occupé. Ces états ne permettent pas le transport du courant d’une extrémité à l’autre de l’échantillon.
- sur les bords de l’échantillon, le mouvement classique des électrons décrit une cycloïde. Les électrons se déplacent par rebonds successifs à chaque fois qu’ils se heurtent à la barrière de potentiel infinie définissant le bord de l’échantillon (voir figure 1.3). Ces états de bord sont les seuls permettant le transport du courant, le transport est unidimensionnel et chiral.

Le nombre de modes occupés est égal au nombre de niveaux de Landau remplis à l’énergie de Fermi. Ce nombre est appelé facteur de remplissage $\nu = N \frac{\Phi_0}{\Phi}$, où N est le nombre d’électrons, $\Phi_0 = \frac{h}{e}$ est le quantum de flux et $\Phi = B.S$ est le flux du champ magnétique au travers de l’échantillon. A densité d’électrons constante, le facteur de remplissage dépend

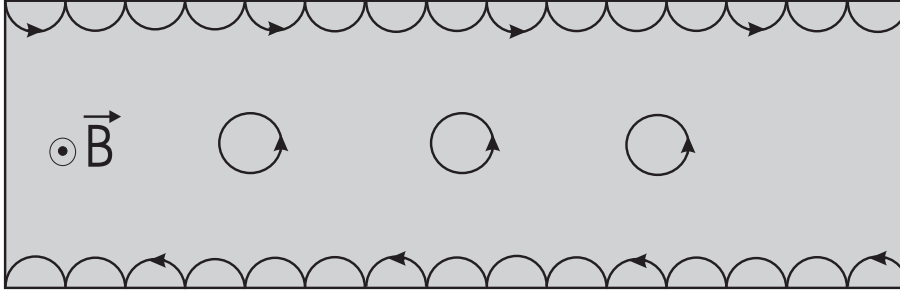


FIG. 1.3 – Interprétation classique du transport en régime d’Effet Hall Quantique. Sous l’action du champ magnétique, les électrons décrivent des orbites cyclotron. Au centre de l’échantillon, les électrons n’ont pas de mouvement d’ensemble et ne participent pas au courant. Sur les bords, le potentiel de confinement permet aux électrons de rebondir sur les parois et permettent le transport du courant d’un côté à l’autre de l’échantillon. En raison de la chiralité imposée par le champ magnétique, les électrons localisés sur les bords opposés se déplacent en sens inverse.

donc du champ magnétique. Les valeurs entières du facteur de remplissage correspondent à l’Effet Hall Quantique Entier. La localisation des états électronique transportant le courant sur les bords permet alors de contrôler très exactement leur trajectoire et de les manipuler plus facilement.

Les propriétés les plus remarquables du transport électronique en régime d’Effet Hall Quantique proviennent de la chiralité imposée par le champ magnétique. En effet, les électrons se propageant dans deux directions opposées sont situées de part et d’autre de l’échantillon (voir figure 1.3). Cette séparation a deux conséquences :

- elle supprime la rétrodiffusion des électrons, la résistivité longitudinale est donc considérablement diminuée.
- si on applique une différence de potentiel eV entre les deux extrémités de l’échantillon, les électrons se propageant de la gauche vers la droite n’ont pas le même potentiel chimique que les électrons se propageant dans l’autre sens. Puisqu’ils sont spatialement séparés en régime d’effet Hall Quantique, on mesure une différence de potentiel transverse $V_H = V$ entre les deux bords de l’échantillon.

En conséquence, lorsque la valeur du champ magnétique correspond à un facteur de remplissage entier (Effet Hall Quantique entier), la résistance longitudinale s’annule et la résistance transverse (ou encore résistance Hall) est inversement proportionnelle au nombre de niveaux de Landau occupés : $R_H = \frac{h}{\nu e^2}$ (on ne trouve pas de facteur 2 ici car la dégénérescence de spin est levée pour des facteurs de remplissage $\nu \leq 20$). On peut mesurer la variation de la résistance transverse et longitudinale d’un gaz d’électrons en fonction du champ magnétique en utilisant un dispositif appelé croix de Hall représenté sur la figure 1.4.

Lorsque l’on connecte une source de courant entre le drain et la source de la croix de Hall, on peut mesurer la résistance longitudinale en mesurant la différence de potentiel entre les contacts 1 et 2 et la résistance Hall entre les contacts 1 et 3. Ces mesures permettent de mesurer la densité et la mobilité d’un gaz d’électrons. De telles mesures de caractérisation ont été effectuées sur le gaz d’électrons utilisé dans ce manuscrit. Elles sont décrites en annexe A. On peut y observer les oscillations de la résistance longitudinale (oscillations de Shubnikov-De Haas) qui s’annule pour ν entier et les plateaux de la résistance Hall de valeur $\frac{h}{e^2\nu}$.

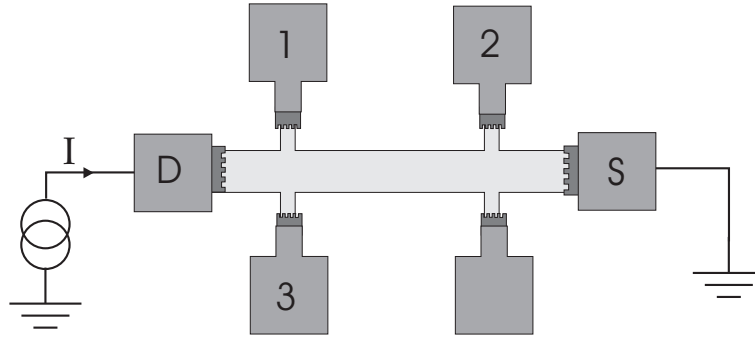


FIG. 1.4 – Représentation schématique d’une croix de Hall. Lorsque l’on impose le courant I entre les contacts de drain D et de source S , on peut mesurer la résistance longitudinale R_{xx} liée à la différence de potentiel entre les contacts 1 et 2, $R_{xx} = \frac{V_1 - V_2}{I}$ ainsi que la résistance Hall, $R_{xy} = \frac{V_1 - V_3}{I}$.

L’Effet Hall Quantique entier permet, par la suppression de la rétrodiffusion des ondes électroniques, d’augmenter considérablement le libre parcours moyen et la longueur de cohérence de phase qui peuvent alors atteindre plusieurs centaines de microns. Le temps de cohérence de phase correspondant est de quelques nanosecondes. Si l’on parvient à injecter une unique charge sur un temps subnanoseconde, on peut ensuite effectuer des manipulations cohérentes et effectuer des opérations de logique quantique sur une charge unique.

Des chercheurs du Weizmann Institute for Science [18] ont effectué une expérience illustrant la grande cohérence de phase des ondes électroniques dans le régime d’Effet Hall Quantique. Ils ont réalisé un interféromètre de Mach-Zehnder dans un gaz bidimensionnel d’électrons pour un facteur de remplissage $\nu = 1$ (le système est alors purement unidimensionnel, un seul état de bord transporte le courant). Une description schématique de l’interféromètre est représentée sur la figure 1.5 a), ainsi qu’une image réalisée au microscope électronique, figure 1.5 c). Les lames séparatrices sont réalisées à l’aide de contacts ponctuels quantiques réglés à transmission $\frac{1}{2}$. Les ondes électroniques sont donc transmises vers un des bras de l’interféromètre ou réfléchies vers l’autre avec des probabilités égales. Après des trajets distincts d’une dizaine de microns, les deux bras sont recombinaés à l’aide d’un autre contact ponctuel. Comme on peut l’observer sur la figure 1.5 b), la mesure du courant sur une des sorties exhibe des oscillations très prononcées lorsque l’on varie le déphasage entre les deux voies. Le déphasage peut être occasionné par l’application de tensions négatives sur une grille située à une centaine de nanomètres au dessus du gaz (grilles MG1 et MG2 sur la figure 1.5 a)), le trajet des électrons est alors modifié, de même que la phase accumulée. On peut obtenir le même résultat par la dérive naturelle du champ magnétique au cours du temps qui varie le flux Aharonov-Bohm entre les deux trajets. Les effets d’interférences quantiques se manifestent donc toujours de manière très spectaculaire après des trajets d’une dizaine de microns dans un gaz bidimensionnel d’électrons.

L’Effet Hall Quantique permet donc d’augmenter la longueur de cohérence de phase électronique et de bien contrôler le trajet des électrons dans un circuit le long des bords. C’est donc le régime idéal pour la manipulation cohérente des charges électroniques uniques.

Nous avons vu dans cette section quelques manifestations de la nature quantique du transport électronique dans les gaz bidimensionnels. Je vais maintenant décrire les principes

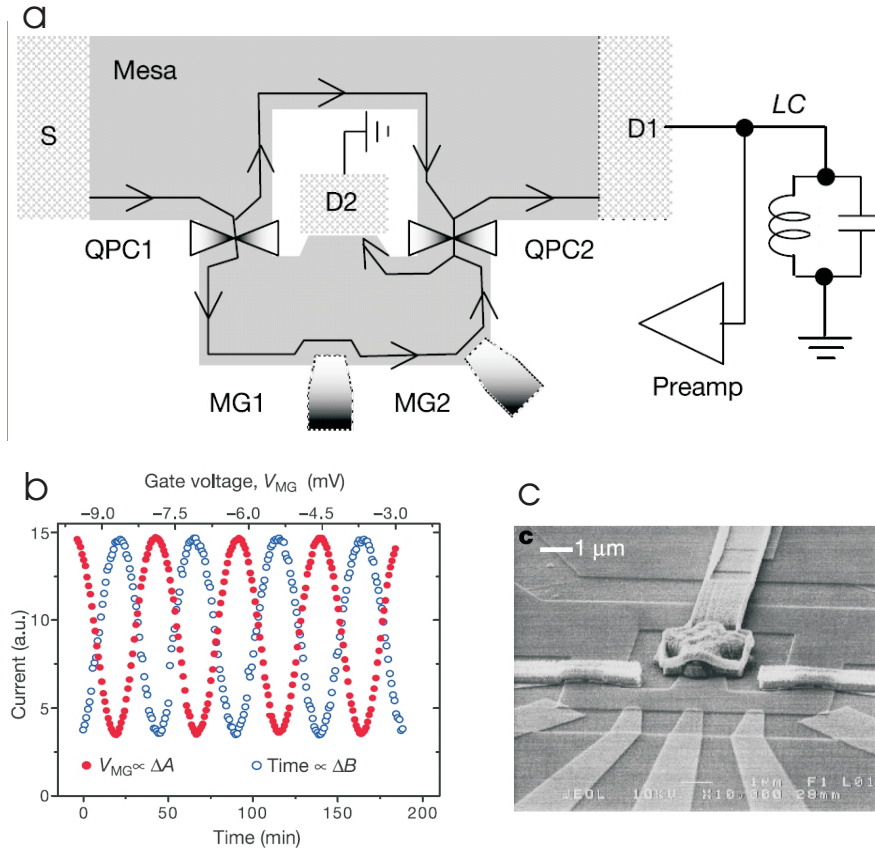


FIG. 1.5 – a) Représentation schématique des trajets des électrons dans l’interféromètre de Mach-Zehnder réalisé dans un gaz d’électrons. La source S est connectée à une source de courant, en régime d’Effet Hall Quantique, les électrons suivent alors les bords de l’échantillon vers les contacts D_1 et D_2 . Les contacts ponctuels réglés à transmission $D = \frac{1}{2}$ jouent le rôle de lames semi-réfléchissantes. b) Oscillations du courant mesuré sur le contact D_1 en fonction de la tension de grille V_{MG1} en bleu et du temps ou du champ magnétique en rouge (le champ magnétique dérive lentement au cours du temps). Je ne détaille pas ici la méthode de mesure du courant à l’aide d’un circuit LC résonnant. c) Image de l’échantillon réalisée au microscope électronique.

gouvernant la manipulation de charges uniques et présenter notre dispositif qui permet l’injection contrôlée d’un électron dans un canal de bord de l’Effet Hall Quantique.

1.3 Dispositifs à un électron

Si la manipulation d’un unique électron est facile à réaliser dans le vide [19], le contrôle du courant électrique à l’échelle de la charge élémentaire dans la matière est plus difficile. Les électrons se comportent alors comme un fluide et le caractère discret de la charge est très difficile à mettre en évidence. Si l’on considère une capacité C portant une charge q reliée à la différence de potentiel U entre les deux armatures : $U = \frac{q}{C}$. Cette charge q varie continûment avec la différence de potentiel U et peut être une fraction ϵ arbitrairement petite de la charge élémentaire. En effet, soit S la surface de l’armature de la capacité, un déplacement δ de l’ensemble du fluide électronique par rapport à sa position d’équilibre génère une charge $q = \rho S \delta e = \epsilon e$ sur l’armature, où ρ est la densité d’électrons. Le courant électronique ne ré-

vèle pas naturellement la nature discrète des porteurs de charge dans un circuit électronique.

Afin d'observer la granularité de la charge, il est nécessaire d'utiliser un dispositif ne reposant pas sur le transfert continu de charge mais sur le transfert discret. Une jonction tunnel constituée d'une petite région isolante de quelques nanomètres (voir figure 1.6 a)) séparant deux parties conductrices d'un circuit permet le transfert d'électrons un par un par effet tunnel. Si l'on applique une différence de potentiel V aux bornes de cette jonction, le courant $I = \frac{V}{R}$ est constitué du transfert de charges discrètes se produisant en moyenne tous les $\frac{R\epsilon}{V}$ (R est la résistance de la barrière reliée à la transmission des ondes électroniques qui dépend elle même de la longueur de la région isolante). On peut observer sur la figure 1.6 la

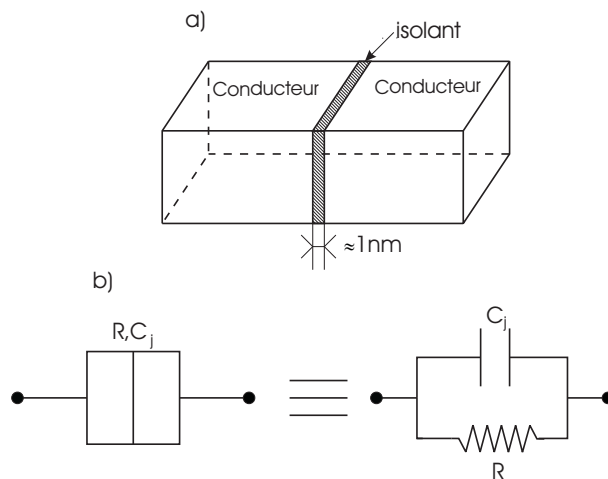


FIG. 1.6 – a) Jonction tunnel. b) Schéma électrique équivalent.

représentation schématique d'une telle jonction constituée d'une résistance tunnel en parallèle d'une capacité C_j . En effet, cette jonction est analogue aux deux plaques d'un condensateur admettant un courant de fuite par effet tunnel. De telles barrières ont permis de mettre en évidence la granularité de la charge en mesurant le bruit de grenaille du courant [20] (voir aussi la revue [21]). Toutefois, les processus tunnel interviennent de manière aléatoire, il est impossible avec une simple barrière de réaliser le transfert *contrôlé* d'un nombre quantifié de charges.

Si l'on considère un conducteur isolé, la charge totale portée par ce conducteur est quantifiée. Si l'on cherche à extraire des charges une par une de ce conducteur pour réaliser une source de charges quantifiées, il est nécessaire de coupler très faiblement ce conducteur au reste d'un circuit électronique. A l'équilibre à la température T , le reste du circuit se comporte comme un réservoir dont les fluctuations thermiques de charge tendent à supprimer la quantification de la charge. Deux effets vont permettre de rendre cette quantification robuste aux fluctuations :

- le confinement quantique qui oblige à payer une énergie Δ égale à l'écart entre niveaux pour ajouter une charge dans le conducteur. On parle alors de blocage de Pauli car ce coût énergétique est lié à l'impossibilité d'entasser les électrons dans un même état.
- les interactions entre électrons qui obligent à payer l'énergie électrostatique ou encore énergie de Coulomb $E_c = \frac{e^2}{C}$. On parle de blocage de Coulomb.

En raison de ces deux effets, l'énergie $\Delta^* = \Delta + \frac{e^2}{C}$ nécessaire pour ajouter ou soustraire une charge de la boîte peut excéder les fluctuations thermiques de charge déterminées par

$k_B T$. On appelle cette énergie l'énergie d'addition de la boîte. Afin de maximiser les effets de blocage de Pauli et de blocage de Coulomb, il est nécessaire d'utiliser des conducteurs de très petite taille. On parle de boîtes quantiques dans les dispositifs semiconducteurs pour lesquels l'écart entre niveaux Δ joue un rôle important. On parle de boîtes ou îlots métalliques dans les métaux pour lesquels seul le blocage de Coulomb intervient.

Je vais décrire dans cette section les premiers dispositifs à un électron développés depuis une quinzaine d'années qui ont permis de mettre en évidence la quantification de la charge dans les circuits électroniques et générer un courant quantifié d'une charge à intervalles réguliers, cette description est très largement inspirée de la référence [22].

Je présenterai tout d'abord le plus simple des dispositifs permettant le transfert de charges quantifiées, la boîte à électrons constituée d'un îlot couplé au reste du circuit par une seule jonction tunnel. Ce dispositif modèle à une jonction ne permet pas la circulation d'un *courant continu ou basse fréquence*, des dispositifs plus complexes ont donc été étudiés expérimentalement. Je présenterai le dispositif le plus simple permettant la circulation d'un courant continu, il est constitué d'un îlot couplé au reste du circuit par deux barrières tunnel, il est dénommé transistor à électron unique (SET en anglais) et constitue le meilleur électromètre existant actuellement. Son équivalent dans les gaz bidimensionnels d'électrons est la boîte quantique. Afin de réaliser une source de *courant continu* permettant le transfert contrôlé de charges discrètes à intervalles réguliers, il faut encore complexifier le système et considérer des dispositifs à deux îlots et trois barrières tunnel, appelés pompes à électron. Elles feront l'objet de la troisième partie de cette section. Enfin, je présenterai notre système injecteur de charges, la boîte quantique à électrons.

1.3.1 La boîte à électrons

La boîte à électrons est constituée (voir figure 1.7) d'un îlot (ou boîte) pouvant transférer des charges au reste du circuit par une barrière tunnel et couplé électrostatiquement par une capacité C à une source de tension U qui permet de varier le potentiel de la boîte. Cette

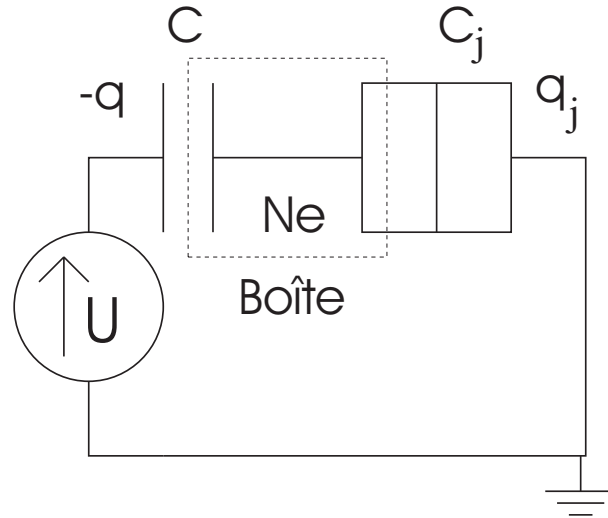


FIG. 1.7 – Boîte à électrons. La boîte est couplée à la masse par une jonction de capacité C_j portant la charge q_j et à une source de tension U par une capacité C de charge q . La charge totale de la boîte $q - q_j$ est un nombre entier d'électrons N .

capacité C étant complètement isolante, l'îlot ne peut être traversé par un courant continu, on peut donc faire le schéma électrostatique équivalent suivant du circuit (figure 1.7). Les charges q et q_j peuvent prendre des valeurs arbitraires. En revanche, puisque l'îlot est très faiblement couplé au reste du circuit par la jonction tunnel, la charge totale en excès sur l'îlot égale à la différence $q - q_j$ est un multiple entier de la charge élémentaire, $q - q_j = Ne$. L'énergie électrostatique des deux condensateurs connectés à une source de tension U est donnée par :

$$E(N) = \frac{(Ne - CU)^2}{2C_\Sigma} \quad (1.6)$$

où on a omis des termes indépendants de N . $C_\Sigma = C + C_j$ est la capacité totale de l'îlot.

Afin de déterminer le nombre d'électrons N en excès sur l'îlot, il faut minimiser le grand potentiel thermodynamique :

$$\Omega(N) = \sum_{i=1}^{N_0+N} \epsilon_i + E(N) - (N_0 + N)E_f \quad (1.7)$$

E_f est l'énergie de Fermi du réservoir et ϵ_i est l'énergie du i^{me} niveau dans la boîte. N_0 est le nombre d'électrons dans la boîte à tension de grille $U = 0$. Selon la valeur de la tension de grille U une ou deux valeurs de N minimisent le potentiel. Pour une seule valeur de N minimisant le potentiel, la charge est stable et le transfert de charges de la boîte au réservoir est interdite. Lorsque deux valeurs consécutives le minimisent, on peut varier la charge de la boîte et transférer des charges de la boîte au réservoir. Cette situation se produit lorsque $\Omega(N) = \Omega(N - 1)$, la charge de la boîte peut alors varier entre $N - 1$ et N . Cette condition impose pour la tension U_N vérifiant cette condition :

$$\epsilon_{N_0+N} + (N - \frac{1}{2}) \frac{e^2}{C_\Sigma} - \frac{C}{C_\Sigma} e U_N = E_f \quad (1.8)$$

Afin de transférer une nouvelle charge à la boîte, il faut varier la tension U de U_N à U_{N+1} vérifiant :

$$\epsilon_{N_0+N+1} + (N + \frac{1}{2}) \frac{e^2}{C_\Sigma} - \frac{C}{C_\Sigma} e U_{N+1} = E_f \quad (1.9)$$

L'écart en tension de grille entre ces deux états est alors de :

$$e(U_{N+1} - U_N) = \frac{C_\Sigma}{C} (\epsilon_{N_0+N+1} - \epsilon_{N_0+N}) + \frac{e^2}{C} \quad (1.10)$$

En introduisant l'écart entre niveaux $\Delta = \epsilon_{N_0+N+1} - \epsilon_{N_0+N}$, on obtient :

$$U_{N+1} - U_N = \frac{e}{C} (1 + \frac{\Delta}{e^2/C_\Sigma}) = \frac{C_\Sigma}{C} \frac{e}{C_\mu} \quad (1.11)$$

où on a introduit la capacité électrochimique de la boîte C_μ définie par : $\frac{e^2}{C_\mu} = \Delta + \frac{e^2}{C_\Sigma}$. La capacité électrochimique C_μ résulte de l'addition en série de la capacité géométrique C_Σ et d'une capacité reliée à la densité d'états dans la boîte que nous appellerons capacité quantique $C_q = \frac{e^2}{\Delta}$. Dans les systèmes métalliques, la capacité quantique est infinie et elle ne joue aucun rôle. Dans les systèmes semiconducteurs en revanche, sa contribution est essentielle.

En partant d'une charge en excès nulle à tension de grille U nulle, on peut transférer un quantum de charge du réservoir à la boîte et passer ainsi de $N - 1$ à N chaque fois que la tension de grille U est égale à :

$$U_N = (N - \frac{1}{2}) \frac{C_\Sigma}{C} \frac{e}{C_\mu} \quad (1.12)$$

Entre ces valeurs, la charge de la boîte est stable. On a représenté sur la figure 1.8 l'évolution

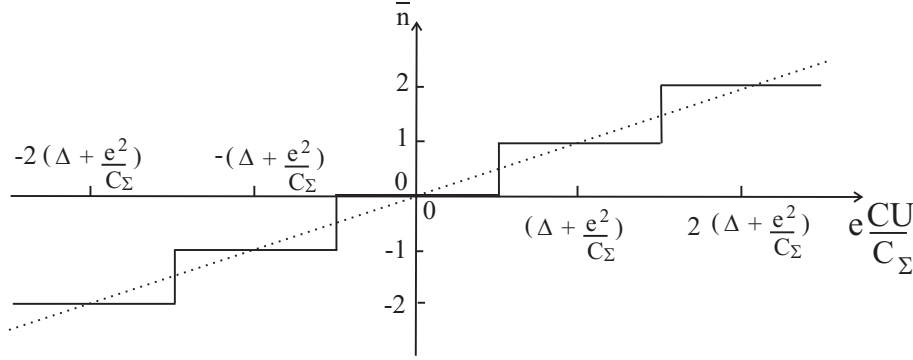


FIG. 1.8 – Configuration de charge sur l'îlot la plus stable. Pour $U = N \frac{C_\Sigma}{C} \frac{e}{C_\mu}$, la charge de l'îlot est fixe et ne fluctue pas. Pour $U = (N - \frac{1}{2}) \frac{C_\Sigma}{C} \frac{e}{C_\mu}$, la charge de la boîte fluctue entre deux valeurs.

de la charge moyenne de l'îlot lorsque l'on varie la tension U . La charge décrit des paliers successifs de charge quantifiée.

Lorsque la charge est fixe, par exemple $N = 0$ pour $U = 0$, les conditions permettant de rajouter ou soustraire une charge sont données par :

$$\epsilon_{N+1} + \frac{e^2}{2C} = E_f + \frac{C}{C_\Sigma} eU \quad (1.13)$$

$$\epsilon_{N-1} - \frac{e^2}{2C} = E_f + \frac{C}{C_\Sigma} eU \quad (1.14)$$

Il faut donc varier le potentiel électrochimique de $\pm \frac{1}{2}(\Delta + \frac{e^2}{C})$ pour ajouter ou soustraire une charge au lieu de $\frac{\Delta}{2}$ pour un système sans blocage de Coulomb. L'énergie de Coulomb ouvre un gap de valeur $\frac{e^2}{C}$ au niveau de l'énergie de Fermi (voir figure 1.9).

Le coût énergétique $\Delta^* = \Delta + \frac{e^2}{C}$ nécessaire pour passer de $N - 1$ charges à N charges est appelé énergie d'addition. C'est ce gap égal à l'énergie d'addition qui protège la quantification de la charge des fluctuations thermiques. Ces effets ne subsistent donc que lorsque $k_B T \ll \Delta^*$. Dans le cas contraire, on retrouve une variation linéaire de la charge de l'îlot avec la tension U (courbe en pointillés de la figure 1.8).

La boîte à électron est le dispositif le plus simple permettant de contrôler le transfert de charges vers le réservoir électrons par électrons. Toutefois, étant couplé capacitivement, il ne permet pas le transport du courant *continu*.

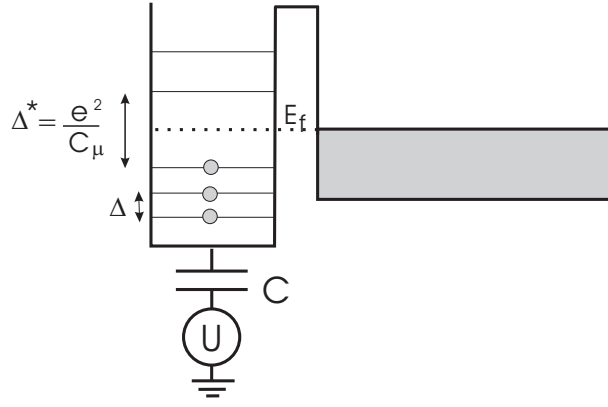


FIG. 1.9 – Boîte à électrons couplée à un réservoir en configuration bloquée. La tension U permet de modifier le potentiel de la boîte. Les interactions ouvrent un gap d'énergie $\frac{e^2}{C}$ à l'énergie de Fermi. Il faut alors modifier le potentiel chimique de $\pm(\Delta + \frac{e^2}{C})$ pour ajouter ou soustraire une charge.

1.3.2 Le transistor à électron unique

Le dispositif le plus simple permettant la circulation d'un courant continu au travers de l'îlot est représenté sur la figure 1.10, il est constitué de deux barrières tunnel entre lesquelles on applique une différence de potentiel V permettant la circulation du courant.

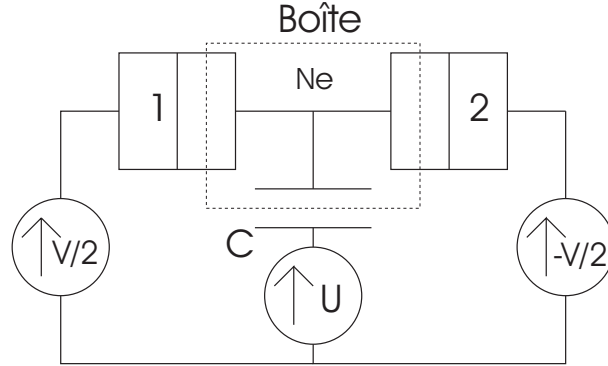


FIG. 1.10 – Schéma d'un transistor à électron unique. On applique une différence de potentiel V entre les deux jonctions tandis que la tension U permet, en modifiant le potentiel de la boîte de passer d'un état bloqué à un état passant.

Nous supposons que la tension appliquée est très faible : $\frac{e^2}{C_\Sigma} \gg eV \rightarrow 0$. Par ailleurs, l'îlot est couplé électrostatiquement par une capacité C à une source de tension U qui permet de modifier le potentiel de la boîte. Si N charges en excès sont présentes sur l'îlot, la circulation du courant peut se faire suivant deux procédés.

- un électron peut traverser la jonction 1 et entrer dans la boîte puis quitter la boîte par la jonction 2. On a alors la séquence $N \rightarrow N + 1 \rightarrow N$.
- un électron peut quitter la boîte par la jonction 2 puis un électron entre dans la boîte par la jonction 1. On a alors la séquence $N \rightarrow N - 1 \rightarrow N$.

Pour obtenir un courant non nul, il faut donc que les états à N et $N + 1$ (ou $N - 1$) charges soient équiprobables. Ceci se produit pour $U_N = (N - \frac{1}{2}) \frac{C_\Sigma}{C} \frac{e}{C_\mu}$. En dehors de ces

valeurs (lorsque la charge de l'îlot est fixe), le transfert des électrons est bloqué et le courant est nul.

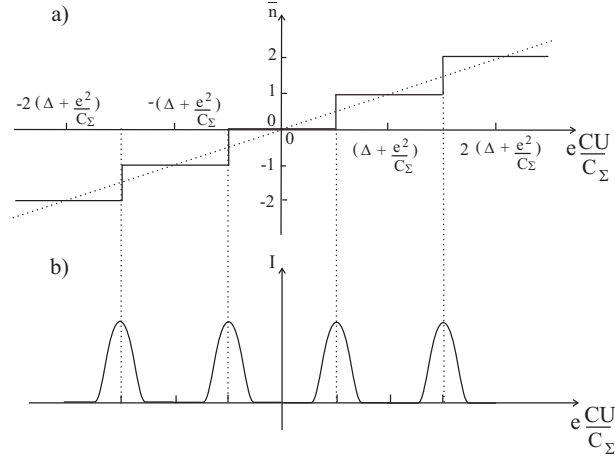


FIG. 1.11 – a) Charge moyenne de la boîte en fonction de la tension de grille U . b) Évolution du courant dans la boîte en fonction de la tension de grille U .

On a tracé sur la figure 1.11 l'évolution de la charge moyenne et du courant en fonction de la tension de grille U . On observe une alternance de pics de courant non nul pour $U = (N - \frac{1}{2}) \frac{C_\Sigma}{C} \frac{e}{C_\mu}$ et de vallées de courant nul pour $U = N \frac{C_\Sigma}{C} \frac{e}{C_\mu}$. La périodicité entre pics de courant correspond à une variation du potentiel chimique égale à l'énergie d'addition Δ^* .

Grâce à ces dispositifs, la quantification de la charge est visible par la mesure de la conductance du système. La seule contrainte est de limiter les fluctuations thermiques de charge : $k_B T \ll \frac{e^2}{C_\Sigma}$. Cette condition est d'autant plus facile à satisfaire que l'îlot est de petite taille. Pour des échantillons métalliques ou semiconducteurs obtenus par les méthodes de nanofabrication modernes, on peut obtenir des capacités de q 100 attoFarad pour des tailles typiques de quelques centaines de nanomètres. Pour les échantillons étudiés dans cette thèse, les capacités en jeu s'ont de l'ordre du femtoFarad et les énergies de charge correspondantes de l'ordre du Kelvin. L'observation de la quantification de la charge nécessite donc l'obtention de très basses températures à l'aide de réfrigérateurs à dilution. Les premières observations nettes liées à l'impossibilité d'ajouter ou de soustraire une charge d'un îlot ont été réalisées en 1987 [23, 24] dans des jonctions métalliques d'Aluminium à la température de 1K. Les premières prédictions théoriques ont été réalisées dans le même temps [25] et ces effets de blocage de transfert de charges ont été baptisées blocage de Coulomb.

Dans les systèmes métalliques, l'écart entre niveaux est nul et les effets de cohérence de phase de la fonction d'onde ne jouent aucun rôle (si on exclue les systèmes supraconducteurs [26, 27] pour lesquels la phase de la fonction d'onde supraconductrice joue un rôle prépondérant). Dans ce cas, il n'y a pas de corrélations entre l'entrée d'une charge dans la boîte et la sortie d'une charge. On parle d'effet tunnel séquentiel.

On peut réaliser l'analogie de l'îlot métallique isolé dans un gaz bidimensionnel d'électrons en plaçant deux contacts ponctuels en série. On peut alors réaliser une boîte quantique (voir figure 1.12). Si les deux contacts sont pincés, la boîte est isolée du reste du circuit et les électrons occupent des niveaux d'énergie discrets. Pour une boîte de taille submicronique, l'écart entre niveaux Δ est de l'ordre de 100 μeV largement supérieur aux températures de

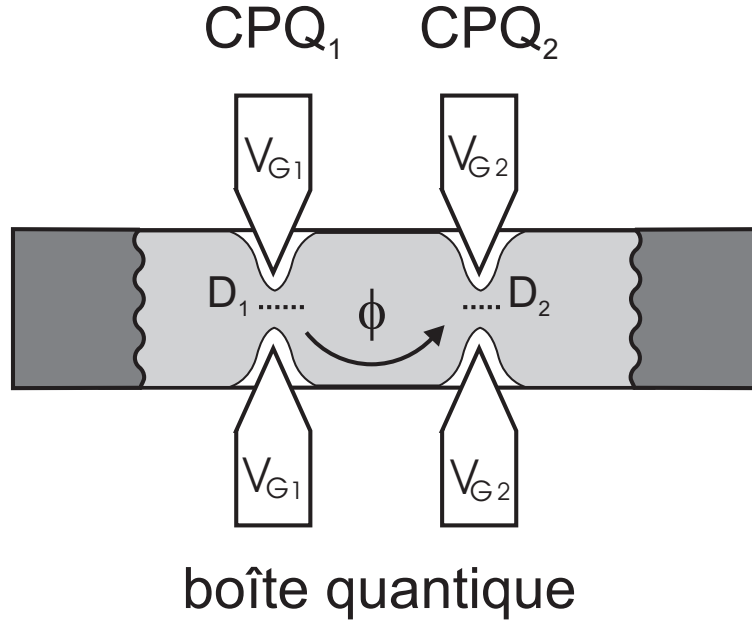


FIG. 1.12 – Représentation schématique d’une boîte quantique dans un gaz bidimensionnel d’électrons. Les deux contacts ponctuels permettent d’isoler la partie centrale du gaz d’électrons des deux contacts définissant ainsi une boîte dont la taille peut être inférieure au micron. En modifiant les tensions de grille V_{G1} et V_{G2} , on peut régler finement le couplage de la boîte aux deux contacts.

quelques dizaines de milliKelvins accessibles dans un réfrigérateur à dilution. Ce spectre discret intervient donc dans le transport électronique et sa contribution à l’énergie d’addition ne peut être négligée. Tout se passe comme si la capacité totale C_μ de la boîte résultait de deux capacités en série : la capacité géométrique C_Σ habituelle et la capacité quantique $C_q = \frac{e^2}{\Delta}$. La première observation de la quantification de la charge d’une boîte quantique a été réalisée en 1990 [28]. L’action conjuguée des effets de blocage de Coulomb et de confinement quantique sur la conductance a ensuite fait l’objet de nombreuses études expérimentales [29–32] et théoriques [33–35]. Le spectre de niveaux discrets se traduit par exemple dans le transport non linéaire ou dans les effets de cotunneling inélastique [36]. Lorsque la transmission n’est pas trop basse, dans la situation résonnante où le transport se fait par un unique niveau d’énergie, la cohérence de phase est préservée entre l’entrée et la sortie de l’électron de la boîte ce qui se traduit par une augmentation de la conductance [37–39]. On parle alors de régime cohérent par opposition au régime séquentiel observé dans les dispositifs métalliques ou à plus basse transmission.

Un intérêt très important des dispositifs de type SET est, comme on peut le voir sur la figure 1.11, de passer d’un état de conductance nulle à un état de conductance élevée pour des variations de la tension de grille U correspondant à une fraction de la charge élémentaire sur la capacité C . Ce sont donc d’excellents détecteurs de charge (les meilleurs électromètres existant actuellement [40, 41]). Ils permettent la détection d’une charge unique en temps réel avec une résolution temporelle de l’ordre de la microseconde [42]. Un électron parvient à contrôler le transport d’un courant dans l’échantillon pouvant aller jusqu’à 10^9 électrons par seconde. Le transport des charges dans l’îlot en régime passant est toujours aléatoire. Si l’on considère la séquence $N \rightarrow N + 1 \rightarrow N$ traduisant le transfert d’une charge de l’électrode de gauche vers l’électrode de droite. La réalisation d’une source d’électrons contrôlée nécessiterait

d'être capable de conserver la $N + 1^{\text{e}}$ charge dans la boîte pendant une durée arbitraire avant de la relâcher vers l'électrode de droite à un instant voulu. Dans le régime de blocage de Coulomb, l'état $N + 1$ est inaccessible tandis que lorsque le blocage est levé, il est impossible de garder les charges sur l'îlot. Ce dispositif repose bien sur la quantification de la charge mais il ne permet pas la réalisation d'une source d'électrons uniques, en particulier, le courant est bruyant.

1.3.3 Pompes à électrons

Pour réaliser une telle source, il suffit de placer deux boîtes en série. On peut alors conserver un électron dans la première pour une durée arbitraire. Si le premier îlot est dans une configuration passante, une charge quitte l'électrode de gauche par effet tunnel. Mais si l'îlot de droite est en régime de blocage de Coulomb, la charge reste piégée sur le premier îlot. Par le bon enchaînement des variations des tensions U_1 et U_2 , on peut assurer le transfert contrôlé d'un électron de l'électrode de gauche vers l'électrode de droite. On peut alors répéter ce processus avec une fréquence d'horloge f et réaliser une source injectant de manière contrôlée un électron par période : $I = ef$. Un tel dispositif constitué de deux îlots et trois

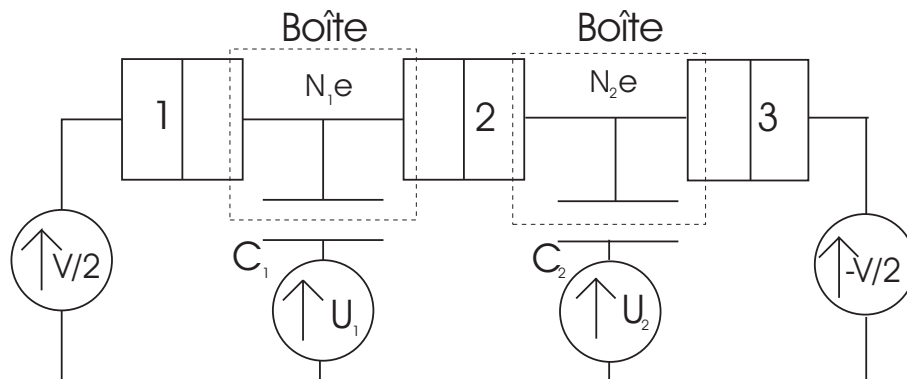


FIG. 1.13 – Circuit équivalent d'une pompe à électrons. Elle est constituée de deux jonctions dont on peut contrôler la charge par les tensions U_1 et U_2 .

jonctions est représenté en figure 1.13, il est appelé pompe à électrons. Le fonctionnement de la pompe à électron est en fait un peu plus complexe que la brève description faite plus haut. S'il paraît clair qu'un tel dispositif permet de conserver une charge sur le premier îlot pendant une durée déterminée, il n'est pas évident qu'il existe une combinaison des tensions U_1 et U_2 permettant de réaliser le transfert d'une unique charge par cycle sans événements parasites. On peut s'en convaincre en étudiant le diagramme de stabilité de ce dispositif (voir figure 1.14a)), c'est à dire la valeur des charges N_1 et N_2 sur les deux îlots qui minimisent l'énergie du système en fonction des valeurs des tensions de grille. C'est l'analogue de la figure 1.8 pour un dispositif à deux îlots et deux tensions de grille de contrôle.

On peut observer sur la figure 1.14 a) une structure en nids d'abeille. Dans chaque hexagone, la charge de chaque îlot est fixe et ne fluctue pas, les deux chiffres représentés désignent les valeurs de N_1 et N_2 .

Ainsi, si on varie les tensions U_1 et U_2 de manière à entourer le point triple P (voir figure 1.14 a)), on peut passer cycliquement de l'état initial $(0,0)$, sans charge sur les îlots, vers les états $(1,0)$ et $(0,1)$ présentant une charge en excès puis à nouveau vers l'état $(0,0)$ et ainsi de suite. Au cours de ce cycle, une charge a été transférée de l'électrode de gauche

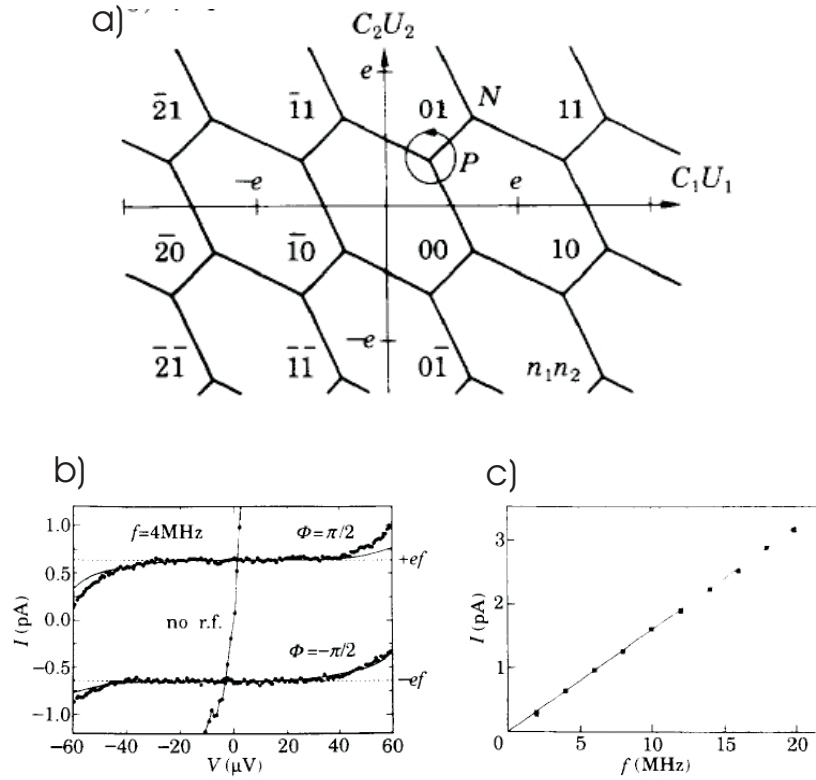


FIG. 1.14 – a) Diagramme de stabilité de la pompe à électrons précisant le couple (N_1, N_2) de charges des deux boîtes en fonction des tensions U_1 et U_2 . Au sein de chaque hexagone des deux îlots est fixe. Sur une ligne, deux états de charge sont dégénérés et trois pour les points (comme P par exemple). b) Courant circulant dans les îlots en fonction de la tension drain source appliquée. Lorsque les grilles U_1 et U_2 sont modulées par une tension radiofréquence, on mesure un courant continu $I = ef$ indépendant de V dans une large gamme. On peut changer le signe du courant en changeant le déphasage entre les tensions U_1 et U_2 de $\frac{\pi}{2}$ à $-\frac{\pi}{2}$. c) Évolution du courant continu en fonction de la fréquence de la tension radiofréquence appliquée aux grilles entre 0 et 20 MHz. La pente e observée confirme l'injection d'une charge par période $I = ef$.

vers l'électrode de droite. On peut obtenir un tel cycle en appliquant des tensions U_1 et U_2 radiofréquences déphasées de $\frac{\pi}{2}$. Sur la figure 1.14 b), extraite de la ref. [43], on a représenté le courant obtenu par Pothier et al. pour une excitation radiofréquence des grilles à $f = 4\text{ MHz}$. On obtient un courant $I = ef$ indépendant de la tension de drain V dans une large gamme. On peut inverser le sens du courant en inversant le déphasage entre les deux tensions radiofréquence. Sur la figure 1.14 c) extraite de la même référence, on représenté l'évolution du courant de pompe avec la fréquence d'excitation entre 0 et 20 MHz. La pente e mesurée confirme l'injection d'exactlyement une charge par période.

Une écluse à électrons a été réalisée par le même groupe [44], elle permet le transfert contrôlé d'une charge commandé par une seule tension radiofréquence mais dans un dispositif plus complexe à quatre jonctions. Un même dispositif a été développé en même temps dans un gaz bidimensionnel d'électrons GaAs/AlGaAs [45].

Afin de limiter les fluctuations quantiques de charge qui dégradent la précision du trans-

fert de charges par cycle, on peut réaliser des circuits plus complexes constitués d'un plus grand nombre de jonctions tunnel. Un dispositif à 7 jonctions a ainsi permis de réduire le nombre d'erreurs à 15 pour 10^9 électrons transférés [46], on peut ainsi atteindre des précisions permettant des applications métrologiques [47] pour ces dispositifs. Toutefois, plus le nombre de jonctions est important, plus le réglage des différents paramètres du dispositif est délicat.

On peut aussi observer le caractère discret du transport de charge dans ces dispositifs sans avoir recours au principe de la pompe. Un groupe de l'université de Chalmers [48] a récemment mis en évidence le caractère discret du courant en polarisant en courant un réseau de 50 jonctions de très faible capacité couplées résistivement [49] à un transistor à électrons uniques. En raison du blocage de Coulomb, les électrons passent un par un d'un îlot à l'autre par effet tunnel. Ils sont alors ordonnés temporellement avec un intervalle de $\tau = \frac{e}{I}$. Le passage des charges une par une avec une fréquence caractéristique $\frac{I}{e}$ est ensuite détecté en temps réel par la variation du potentiel du SET qu'il entraîne. On peut ainsi mesurer un courant en comptant directement le passage des charges une par une jusqu'à des valeurs de la centaine de femtoampères soit $f \approx 1 \text{ MHz}$. Une expérience très similaire avait été réalisée un peu avant dans un gaz bidimensionnel d'électrons [50]. A l'aide d'un transistor à électrons uniques réalisé dans le gaz d'électrons, Fujisawa et al. ont pu résoudre le courant tunnel dans une boîte quantique couplée électrostatiquement au RF-SET en comptant le passage des charges, une par une, par effet tunnel résonnant dans la boîte. Toutefois, cette première expérience a été réalisée avec une résolution temporelle moindre, de l'ordre de la milliseconde.

Pour finir, il est important de mentionner que les dispositifs les plus rapides permettant actuellement de réaliser le transfert de charges quantifiés ont été réalisés par l'application d'onde acoustiques à la surface d'un gaz bidimensionnel d'électrons (SAW). Elles permettent de cadencer le transfert d'une charge unique à des fréquences de 2.5 GHz [51, 52]. Je ne détaille pas leur principe de fonctionnement car il est assez différent de celui des pompes ou du dispositif que nous avons utilisé

1.3.4 Conclusion : la boîte quantique à électrons comme injecteur de charges

Le dispositif que nous avons étudié pour réaliser l'injection de charges quantifiées dans un circuit électronique est le dispositif le plus simple possible : la boîte à électrons. Elle a été réalisée dans un gaz bidimensionnel. A l'aide d'un contact ponctuel quantique, on isole une petite portion de taille micrométrique du gaz bidimensionnel du reste du circuit définissant ainsi une boîte quantique. Cette boîte est couplée capacitivement à l'autre côté du circuit électronique (voir figure 1.15).

Comme nous l'avons vu précédemment en section 1.3.1, ce dispositif modèle ne permet pas la mesure des courants continus. Il est revanche très adapté à l'étude du transport hyperfréquence lorsque la tension appliquée à la grille est modulée à une fréquence de l'ordre du GHz. On peut alors étudier la dynamique du transfert de charges entre la boîte et le réservoir. Si les effets de cohérence quantique ont été abondamment étudiés dans le transport continu dans les boîtes quantiques, l'étude de leurs effets sur la dynamique du transfert de charges est très récente. Cette dynamique est régie par la capacité quantique [53, 54] déjà introduite et par la résistance de relaxation de charge [2–5] dont la première détermination pour un conducteur monomode a été effectuée durant la thèse de mon prédécesseur J. Gabelli [1]. Je reviendrai dans le chapitre 3 sur ma contribution à cette mesure.

Grâce aux effets de confinement et de blocage de Coulomb, notre dispositif permet, lorsque

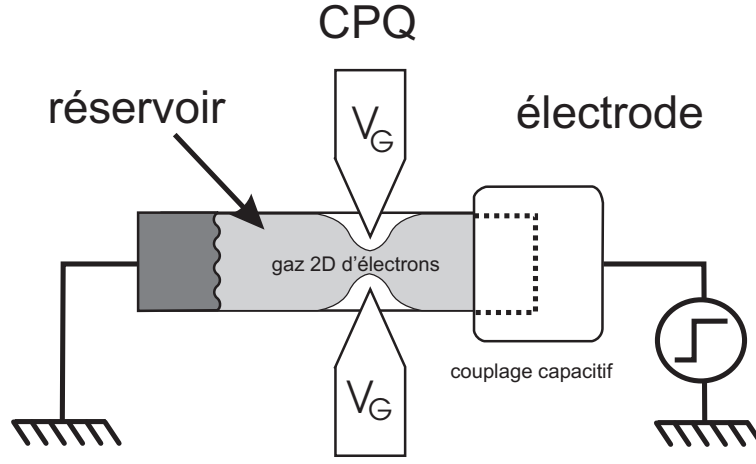


FIG. 1.15 – Schéma d’une boîte quantique à électrons dans un gaz bidimensionnel. La boîte est couplée par une barrière tunnel à un réservoir électronique. La transmission de la barrière est réglable par la tension V_G du contact ponctuel. La boîte est couplée capacitivement à une électrode métallique dont le potentiel permet de contrôler le nombre de charges.

l’on varie brusquement le potentiel de la boîte, d’injecter une unique charge vers le réservoir. Le principe de l’injection d’électrons est schématisé sur la figure 2.2, si la charge de la boîte est initialement stable sans charge en excès ($U = 0$ cf section 1.3.1), il faut appliquer une tension $\frac{C_\Sigma}{C} \frac{e}{2C_\mu}$ pour pouvoir transférer une charge de la boîte au réservoir. Si on applique brusquement un échelon de tension de valeur supérieure à $\frac{C_\Sigma}{C} \frac{e}{2C_\mu}$ et inférieure à $\frac{3}{2} \frac{C_\Sigma}{C} \frac{e}{2C_\mu}$ (voir figure 1.8), une charge unique est injecté à un instant contrôlé. L’étude de ce dispositif comme injecteur de charge est effectuée au chapitre 4 de ce manuscrit, sa caractérisation expérimentale par l’observation de la quantification de la charge émise et la dynamique d’injection est effectuée dans le chapitre 5.

Ce dispositif a le mérite d’être extrêmement simple, il se prête donc à une modélisation aisée et nécessite peu de réglages. Nous avons pu le faire fonctionner à des fréquences de l’ordre du GHz plus rapides que les dispositifs de type pompe (mais moins rapide que les ondes acoustiques de surface). Nous avons résolu la dynamique d’injection sur des temps typiques très courts de l’ordre de la centaine de picosecondes. Ce temps, inférieur au temps de cohérence de phase ouvre la perspective de futures manipulations cohérentes de charges uniques.

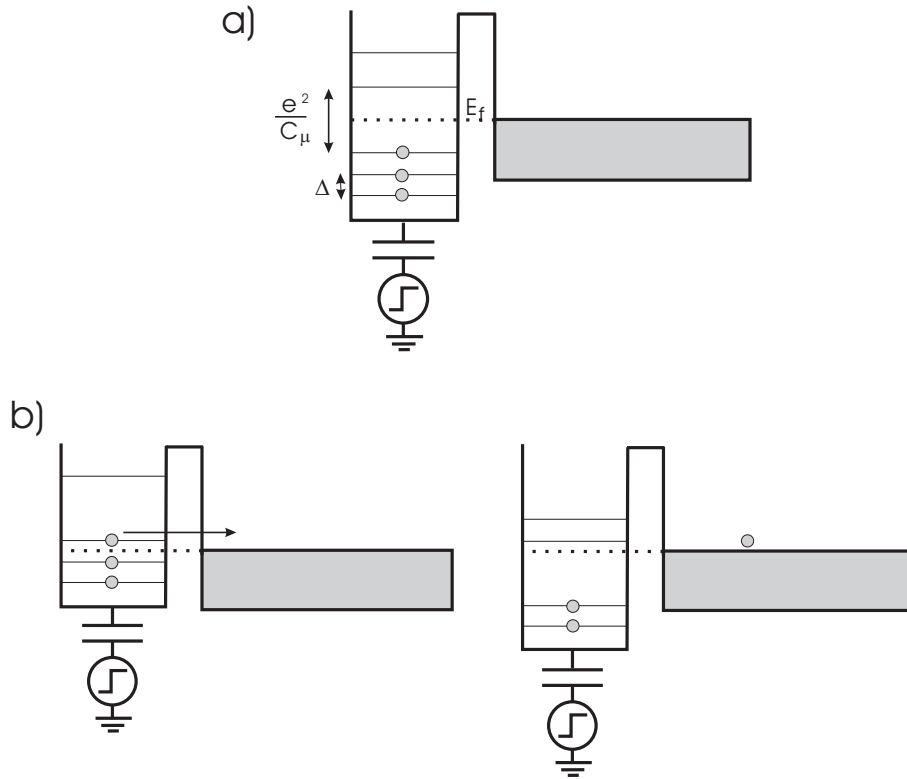


FIG. 1.16 – a) État initial de la boîte à l'équilibre, la charge est stable. b) État de la boîte après modification brutale du potentiel. Un niveau électronique est placé au dessus du niveau de Fermi et l'électron peut s'échapper par effet tunnel. En raison des interactions, le potentiel décroît brutalement après sortie de l'électron interdisant ainsi l'échappement d'une autre charge.

Chapitre 2

Description du dispositif expérimental

2.1 Introduction

Ce chapitre est consacré à l'étude du dispositif expérimental ayant permis de caractériser le transport hyperfréquence dans une capacité mésoscopique dans les régimes linéaire et non-linéaire. Afin d'observer les effets liés à la cohérence quantique, il est nécessaire d'étudier des circuits plus petits que la longueur de cohérence de phase électronique l_ϕ . Depuis une vingtaine d'années, les échantillons réalisés à partir de gaz bidimensionnels d'électrons de très haute mobilité ont permis de mettre en évidence, lorsqu'ils sont placés à très basse température, de nombreuses manifestations de la cohérence quantique dans le transport électronique. En particulier, pour des températures de l'ordre de quelques dizaines de milliKelvins obtenues à l'aide d'un réfrigérateur à dilution, la taille caractéristique l de l'ordre du micron de nos échantillons permet de satisfaire le critère de cohérence quantique : $l \ll l_\phi$.

Ces échantillons ont été fabriqués au Laboratoire de Photonique et Nanostructures (LPN), en particulier Bernard Etienne et Yong Jin. Je n'exposerai pas dans cette thèse les techniques de fabrication de ces échantillons, je ne ferai que donner leurs caractéristiques dans la première section de ce chapitre.

Si les effets de la cohérence sur le transport sont connus depuis longtemps, leur incidence sur la dynamique électronique n'est étudiée que depuis quelques années. L'étude de cette dynamique dans le domaine subnanoseconde nécessite de combiner les techniques de mesures hyperfréquences aux ultra-basses températures nécessaires pour maintenir la cohérence quantique. Les difficultés liées à l'implémentation d'une chaîne hyperfréquence dans un réfrigérateur à dilution ont été détaillées dans la thèse de mon prédécesseur J. Gabelli, je ne les rappellerai donc pas ici. Je décrirai rapidement la chaîne de mesure hyperfréquence dans la deuxième section en insistant sur les modifications spécifiques au régime non-linéaire qui y ont été apportées. Enfin, dans la troisième section, je détaillerai les techniques de détection du courant hyperfréquence qui ont été elles aussi modifiées en partie.

2.2 Description des échantillons

Les échantillons mésoscopiques étudiés sont réalisés à partir d'un gaz bidimensionnel d'électrons de très haute mobilité dans une hétérojonction à modulation de dopage GaAs/AlGaAs. Des mesures effectuées à l'aide d'une croix de Hall ont permis de déterminer les caractéristiques de ce gaz, elles sont détaillées en annexe A. La densité électronique n_e et la mobilité μ sont égales à : $n_e = 1.3 \times 10^{11} \text{cm}^{-2}$ et $\mu = 2.6 \times 10^6 \text{cm}^2 \text{V}^{-1} \text{s}^{-1}$. En particulier, on peut constater dans cette annexe d'après les oscillations de Shubnikov-De Haas à faible champ magnétique que la dégénérescence de spin est levée entre 300 et 400 mT. La plupart des mesures que je présenterai dans ce manuscrit ont été effectuées en champ magnétique fort ($B \approx 1.3 \text{T}$), dans ces conditions on est en régime d'effet Hall quantique avec un facteur de remplissage $\nu = 4$ et la dégénérescence de spin est levée.

Une représentation schématique des échantillons est donnée sur la figure 2.1 a). Ils sont constitués d'un seul contact ohmique (partie gauche) relié au gaz bidimensionnel. Par gravure chimique, on définit la géométrie du gaz bidimensionnel : sa largeur diminue progressivement pour prendre à son extrémité la forme d'une boîte de dimension caractéristique de l'ordre du micron. Les deux grilles latérales permettent de définir un contact ponctuel quantique (CPQ). La tension V_G appliquée aux grilles permet de régler le couplage de la boîte quantique au contact ohmique encore appelé réservoir. Enfin, la dernière grille métallique (partie droite du schéma) située juste au dessus de la boîte est en influence capacitive directe avec

celle-ci définissant une capacité géométrique C . Une tension continue V_{dc} appliquée à cette grille permet de modifier le potentiel électrostatique de la boîte. Je vais présenter dans ce manuscrit des résultats obtenus sur deux échantillons de tailles différentes que nous noterons E_1 et E_3 dont les dimensions sont résumées dans le tableau suivant (seul l'échantillon E_3 a été étudié dans le régime non-linéaire). On peut estimer à partir de ces dimensions un ordre de

	$a(\mu\text{m})$	$b(\mu\text{m})$	$c(\mu\text{m})$
E1	1.5	1	0.3
E3	1	1	0.3

grandeur de la capacité C comprise entre 1 et $2fF$ pour les deux échantillons (les dimensions exactes de la boîte ne sont pas connues car la gravure du gaz d'électrons tend à diminuer ces dimensions). Elle ne contribue que partiellement à la capacité électrostatique totale de la boîte C_Σ de l'ordre de quelques femtoFarads.

L'objet des expériences réalisées sur ces échantillons est de mesurer le temps de transfert de charges entre la boîte et le réservoir lorsque l'on applique une tension hyperfréquence V_{exc} à la grille de la capacité C . Nous étudierons le courant hyperfréquence circulant dans l'échantillon en réponse à différents types d'excitations :

- sinusoïdale de faible amplitude dans l'étude du régime linéaire
- en créneau de forte amplitude dans l'étude du régime non-linéaire caractérisé par un transfert de charges quantifiées

Afin d'apporter des excitations hyperfréquences à la grille de la capacité, et de mesurer le courant circulant dans l'échantillon, la grille et le contact ohmique sont reliés par microsoudures à deux lignes coplanaires d'impédance caractéristique 50Ω (comme on peut le voir sur la photographie 2.1 b)) lithographiées sur un substrat Teflon Alumine *Rogers* TMM10. La grille du CPQ est reliée par microsoudure à une ligne destinée aux polarisations continues. Le substrat est fixé dans un porte échantillon (voir figure 2.1 c)) dans un boîtier assurant un blindage aux hyperfréquences. Des connecteurs coudés SMP permettent de renvoyer la propagation des ondes hyperfréquences d'un plan horizontal nécessaire au régime d'effet Hall quantique au plan vertical du réfrigérateur à dilution le long duquel courent les câbles coaxiaux. En effet, dans le régime d'effet Hall quantique, l'échantillon doit être placé dans un plan perpendiculaire au champ magnétique qui est appliqué suivant l'axe vertical. Ces connecteurs permettent de relier la grille de la capacité et le réservoir à la chaîne d'excitation et à la chaîne de détection installées dans le réfrigérateur. Je vais maintenant procéder à la description de ces deux chaînes.

2.3 Chaîne de mesure hyperfréquence

La chaîne de mesure hyperfréquence est constituée de deux parties distinctes :

- la chaîne d'excitation qui conduit les signaux hyperfréquence générés par la source située à l'extérieur du cryostat jusqu'à l'échantillon.
- la chaîne de détection qui permet d'amplifier le courant circulant dans l'échantillon.

Je présenterai successivement ces deux parties.

2.3.1 Chaîne d'excitation

La chaîne d'excitation dans son ensemble est décrite sur la figure 2.2 a). Elle est très semblable à celle utilisée par mon prédécesseur [1] mais diffère par deux points : la source hyperfréquence utilisée et le choix des atténuateurs.

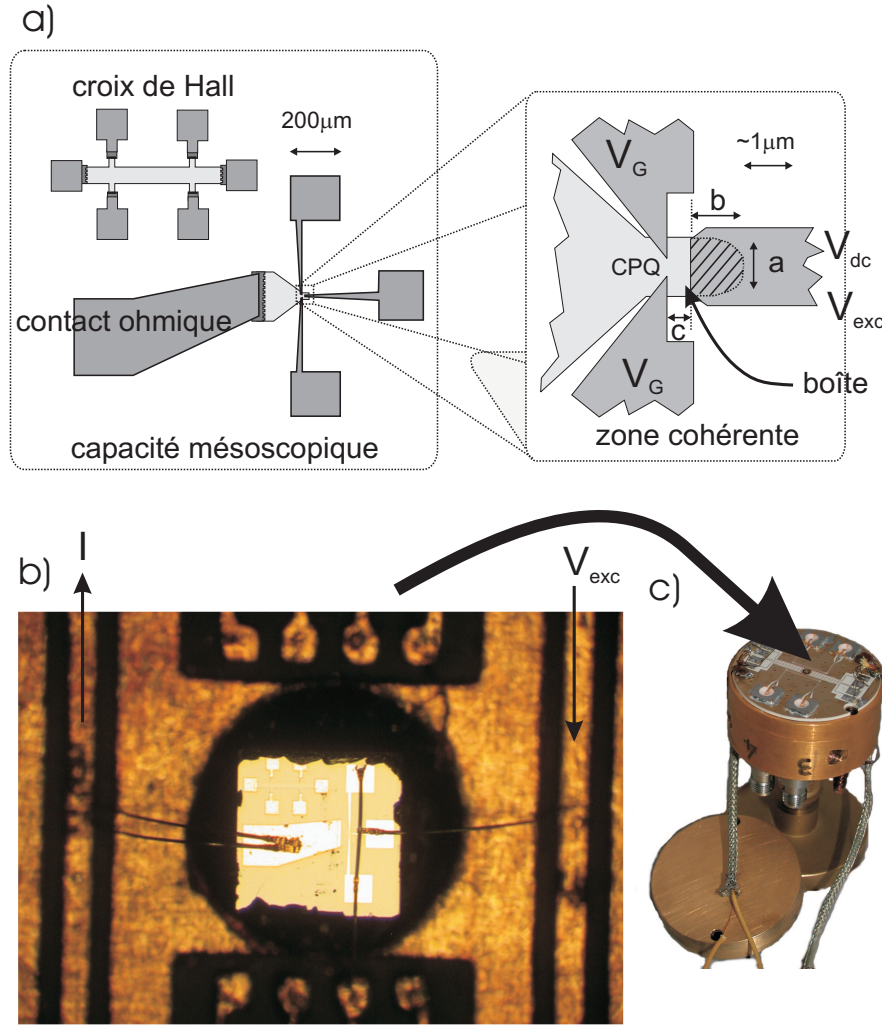


FIG. 2.1 – a) Description de l'échantillon mésoscopique, la partie agrandie correspond à la zone cohérente déterminant les propriétés quantiques du circuit. b) Photographie de l'échantillon mésoscopique relié par microsoudures aux lignes hyperfréquence. c) Porte échantillon reliant les ligne coplanaires aux câbles coaxiaux des chaînes d'excitation et de détection.

Afin de contrôler l'injection d'un électron dans le circuit dans le régime non-linéaire, on va chercher à modifier le potentiel de la boîte le plus rapidement possible en appliquant un échelon de tension de temps de montée très rapide. On utilise un générateur de signaux hyperfréquence *Agilent 81134A* de temps de montée de $80ps$ qui nous permettra d'appliquer des créneaux d'amplitude variable de 0 à $2V$ pic-pic et de fréquence $f = 180$ et $515 MHz$. Une partie des mesures a été effectuée à $1.5 GHz$, dans ce cas, les créneaux sont déformés par le temps de montée du générateur. Les mesures réalisées à cette fréquence ont donc porté sur le régime linéaire pour lesquelles le contenu en harmoniques de la source n'a pas d'importance.

La deuxième modification concerne l'atténuation de la chaîne. Afin de ne pas perturber le fonctionnement du réfrigérateur à dilution, il est nécessaire de répartir des atténuateurs thermalisés aux différents étages du réfrigérateur (voir figure 2.2 a)). En effet, sans atténuation, l'échantillon serait directement connecté à un corps noir à la température de $300K$ rayonnant dans une large bande de fréquences de quelques dizaines de GHz . L'atténuation permet de

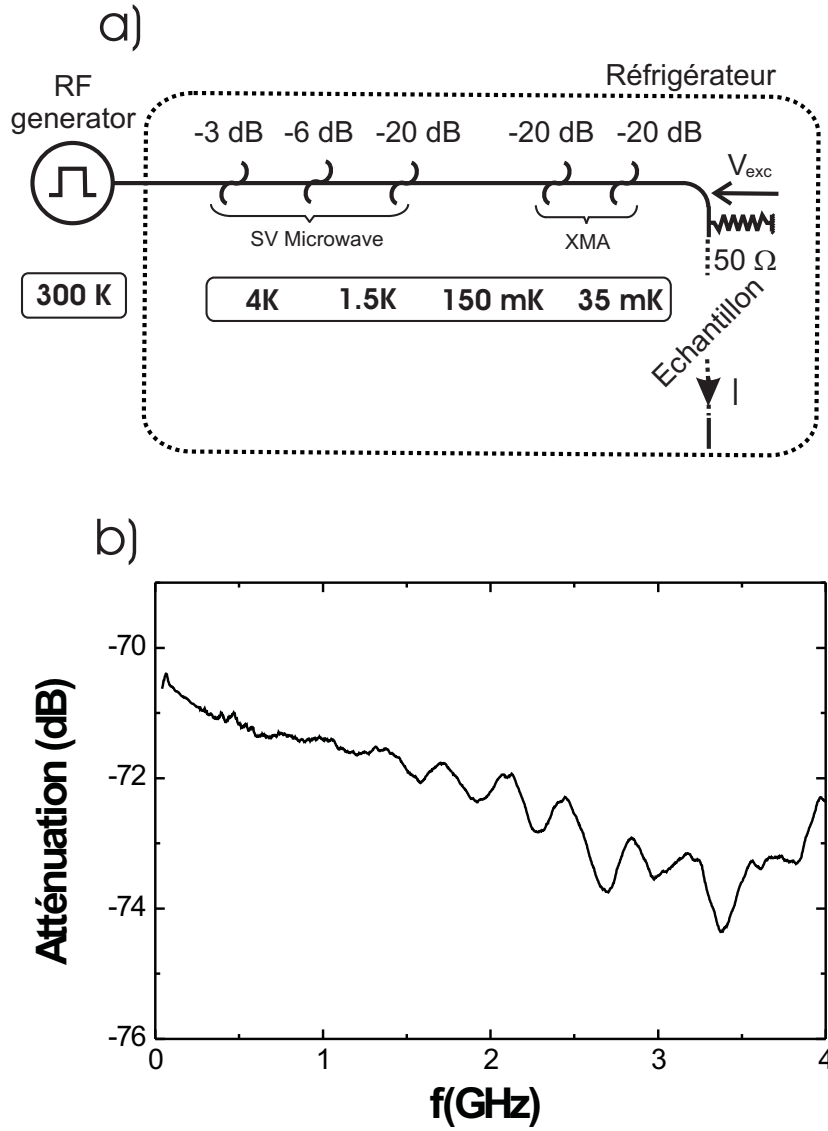


FIG. 2.2 – a) Représentation schématique de la chaîne d'excitation hyperfréquence. b) Atténuation de la chaîne d'excitation mesurée à température ambiante.

thermaliser progressivement le rayonnement électromagnétique à la température du réfrigérateur. Dans le régime linéaire, l'excitation se fait à fréquence fixe, il n'est donc pas nécessaire que l'atténuation soit indépendante de la fréquence. Dans le régime non-linéaire, on applique des tensions en créneau. Afin que la chaîne ne déforme pas le signal d'excitation, il est indispensable que l'atténuation (et donc la bande passante) soit uniforme dans une large gamme. Il est en effet nécessaire que le plus grand nombre possible d'harmoniques du signal soit propagé avec la même atténuation (en module et phase). La réalisation d'une chaîne d'excitation de large bande passante est compliquée par l'utilisation des très basses températures. En effet, la plupart des composants utilisés sont développés dans le commerce pour une utilisation dans des conditions standard. Les propriétés de la plupart des atténuateurs commerciaux sont modifiées à basse température car les matériaux qui les composent deviennent supraconducteurs pour des températures de l'ordre de quelques centaines de milliKelvins (c'est

le cas des atténuateurs 40 GHz SV Microwave SF0915-6200 répartis entre 300K et 1K). Dans ces conditions, l'impédance caractéristique des atténuateurs dévie notablement de 50 Ω et la bande passante présente de nombreuses résonances qui ne nuisent pas au principe de mesure à fréquence fixe mais sont rédhibitoires dans le cas d'une excitation en créneau. Pour les températures inférieures à 1K, on a placé des atténuateurs 20 GHz XMA 2082 composés d'un alliage de Ni-Cr non supraconducteur à basse température (voir figure 2.2 a)) Dans son ensemble, la chaîne d'excitation peut être considérée comme un générateur de tension puisque l'échantillon est placé en parallèle d'une impédance de 50 Ω constituée de deux atténuateurs de 20 dB (Weinschel 84-20 40 GHz) en série (non supraconducteurs à température de base du réfrigérateur). L'impédance de l'échantillon varie en fonction des divers paramètres expérimentaux (tensions de grille, tension d'excitation). Toutefois, elle est toujours largement supérieure à 50 Ω ($\approx 100k\Omega$ pour une capacité de 1fF à 1GHz). La tension incidente ne dépend donc pas de l'impédance de l'échantillon. La dépendance de l'atténuation en fonction de la fréquence a été mesurée à 300K dans la bande 0 – 4GHz. On peut voir sur la figure 2.2 b) que l'atténuation augmente régulièrement avec la fréquence (variation de $\approx 3dB$ entre 0 et 4 GHz) principalement en raison de l'effet de peau. On observe aussi une modulation sinusoïdale de l'atténuation à partir de 1.5GHz traduisant des réflexions multiples du signal liées à une désadaptation de la ligne. Toutefois, l'amplitude de ces oscillations n'est que de 1dB environ, elle n'affecte donc pas beaucoup la forme du signal.

2.3.2 Chaîne de détection

La chaîne de détection est schématisée dans son ensemble sur la figure 2.3 a). Le té de polarisation situé directement après l'échantillon permet de séparer la partie basse fréquence (de 0 à 650 MHz) de la partie haute fréquence du courant (au dessus de 1.25 GHz). Sur les deux chaînes, on a placé des amplificateurs cryogéniques ultra bas bruit Miteq AMFK-2F-001-020 (gain de 33 dB) indispensables pour mesurer les très faibles niveaux de courant de l'ordre de la dizaine de picoampères. La température de bruit de 12K permet une mesure des courants typiques de quelques dizaines de picoampères avec un rapport signal sur bruit de 5 en une seconde. Avant l'amplificateur cryogénique situé sur la voie haute fréquence, on a placé deux isolateurs Pamtech PC-1218-5G aux températures de $\approx 1K$ et $\approx 200mK$. Ces isolateurs laissent passer le courant de l'échantillon mésoscopique vers l'amplificateur dans la bande 1.2 à 2 GHz tandis que le bruit en courant généré par l'amplificateur en direction de l'échantillon est absorbé dans une résistance 50 Ω intégrée à l'isolateur. Cette résistance rayonne son bruit thermique en direction de l'échantillon, c'est pourquoi le dernier isolateur est placé à un étage de température proche de la température de base du réfrigérateur. Le bruit en courant généré par les amplificateurs croît avec la fréquence, il est donc indispensable de placer les isolateurs sur la ligne haute fréquence mais ils ne sont pas nécessaires sur la ligne basse fréquence grâce au filtre passe bas du té de polarisation. On dispose donc en définitive (voir figure 2.3 b)) de deux chaînes de détection de bandes passantes respectives 50 – 650 MHz et 1.25 – 2 GHz (la coupure basse de $\approx 50MHz$ est liée aux amplificateurs cryogéniques. Les oscillations du gain de la ligne de détection basse fréquence sont sans doute dues au té de polarisation (elles disparaissent si on le retire). Elle sont liées à des réflexions multiples du signal qui se traduisent dans le domaine temporel par l'apparition d'un écho comme nous le verrons par la suite en section 2.4.2. L'utilisation de ces deux chaînes va nous permettre, comme nous allons le détailler dans la section suivante, d'effectuer trois types de mesures différentes sur notre échantillon :

Sur la ligne haute-fréquence et dans le régime linéaire :

- a) la mesure de la première harmonique du courant en réponse à une excitation en

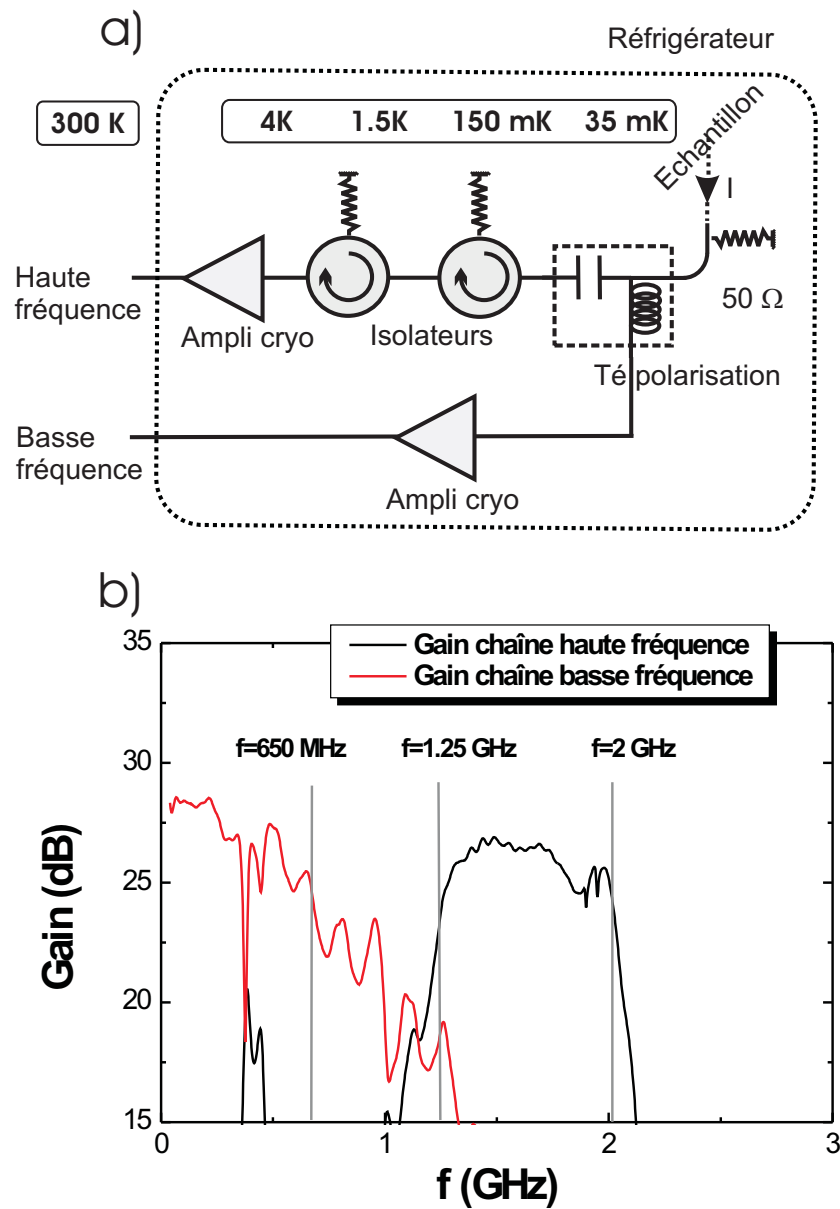


FIG. 2.3 – a) Représentation schématique de la chaîne de détection hyperfréquence. b) Gain des chaînes de détection basse fréquence et haute fréquence.

créneau à $1.5GHz$ (dans le régime linéaire, le contenu en harmoniques du signal d'excitation n'a pas d'importance).

Sur la ligne basse-fréquence et dans le régime non-linéaire :

- b) la mesure de la première harmonique du courant en réponse à une excitation en créneau aux fréquences de 180 et $515MHz$.
- c) la réponse temporelle en bande large (qq $10MHz$ - $1GHz$) de l'échantillon en réponse à une excitation en créneau à la fréquence de $31MHz$. Nous verrons dans la section suivante comment on contourne les limites de la bande passante limitée à $50 - 650MHz$ afin d'extraire des informations dans une bande plus large.

Ces trois types de mesures permettront de caractériser la dynamique de relaxation de charge d'une capacité mésoscopique dans une large gamme temporelle de quelques dizaines de picosecondes à une dizaine de nanosecondes. Il faut distinguer dans ces trois méthodes les mesures harmoniques qui se focalisent sur l'étude de la composante fondamentale du courant et permettent d'en caractériser l'amplitude et la phase (méthodes a) et b)) des mesures large bande qui permettent de mesurer directement l'évolution temporelle du courant sur des durées de l'ordre de la nanoseconde (méthode c)). Je vais maintenant décrire plus longuement ces deux techniques de mesure du courant.

2.4 Détection du courant hyperfréquence

2.4.1 Mesure de la première harmonique du courant

Le principe de mesure de la première harmonique du courant est très proche de celui d'une détection synchrone. Il est schématisé sur la figure 2.4.

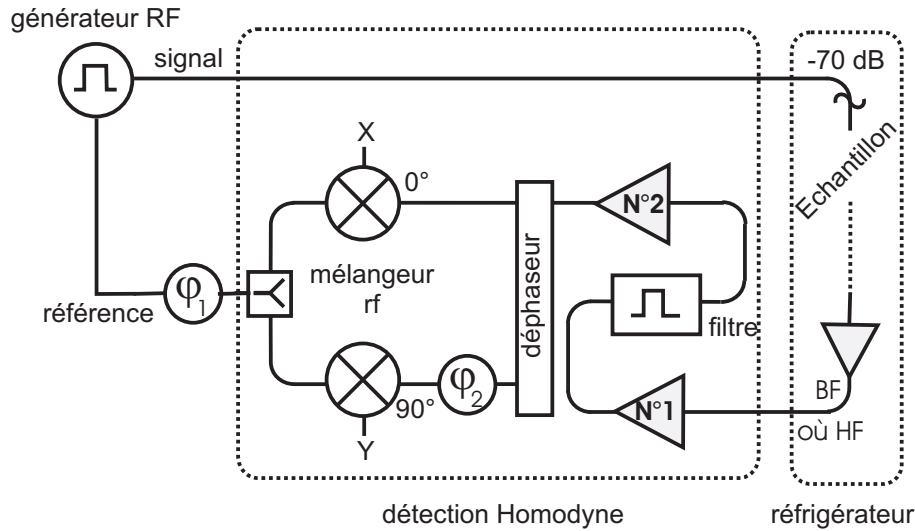


FIG. 2.4 – Schéma de la détection homodyne du courant.

Le générateur de signaux hyperfréquence dispose de deux sources indépendantes, l'une sert de référence tandis que l'autre est injectée dans la ligne d'excitation de l'échantillon. La référence est répartie sur deux voies distinctes à l'aide d'un diviseur de puissance $-6dB$ *Pico-second Pulse Labs* large bande puis connectée à l'entrée d'un mélangeur *Miteq DM052LA2* de

bande passante $500\text{MHz} - 2\text{GHz}$. Ces deux voies permettront de mesurer les composantes du signal en phase et hors phase avec la référence. Afin d'extraire ces deux composantes, le signal issu des chaînes de détection (haute fréquence pour les mesures à 1.5GHz et basse fréquence pour les mesures à 180 et 515MHz) est connecté à l'entrée d'un déphaseur *Astrolab* qui permet d'obtenir en sortie deux quadratures du signal (déphasées de $\frac{\pi}{2}$). Ces deux quadratures sont ensuite connectées à l'autre entrée des mélangeurs dont la sortie basse fréquence permet de mesurer, après un filtre passe-bas, les produits X et Y de la référence $R(t) = R \cos(\omega t)$ avec les deux quadratures du signal $S(t) = S \cos(\omega t + \varphi)$:

$$X = \overline{R \cos(\omega t) S \cos(\omega t + \varphi)} = \frac{RS}{2} \cos(\varphi) \quad (2.1)$$

$$Y = \overline{R \cos(\omega t) S \sin(\omega t + \varphi)} = \frac{RS}{2} \sin(\varphi) \quad (2.2)$$

Les quantités X et Y sont ensuite enregistrées à l'aide de multimètres *Keithley 2000*. Le module $\sqrt{X^2 + Y^2} = \frac{RS}{2}$ est proportionnel au module du courant circulant dans l'échantillon. Toutefois, il est impossible de connaître précisément le facteur de proportionnalité car il dépend du gain des lignes de détection qui n'est pas connu à basse température. Le rapport $\frac{Y}{X} = \tan \varphi$ permet une mesure de la différence de phase entre le signal en sortie du déphaseur et la référence. Elle est reliée à la phase absolue du courant circulant dans l'échantillon :

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_0 + \varphi_I \quad (2.3)$$

φ_I est la phase absolue du courant circulant dans l'échantillon, φ_0 est la phase accumulée par le signal entre l'échantillon et le déphaseur et φ_1 est la différence de phase *réglable* entre les deux voies du générateur hyperfréquence (voir figure 2.4). Les modules et phase du signal mesuré, bien que reliés aux module et phase du courant dans le conducteur mésoscopique, n'en permettent pas une détermination directe. Nous verrons dans les chapitres 3 et 5 consacrés à la description des mesures les méthodes de calibration permettant leur détermination.

Le bon fonctionnement de cette méthode nécessite un déphasage exactement égal à $\frac{\pi}{2}$ entre les deux quadratures du courant mesurées. Cette exactitude repose sur un déphasage exactement égal à $\frac{\pi}{2}$ lors du passage dans le déphaseur ainsi que sur un ajustement précis des longueurs des deux branches de la détection synchrone. Cet ajustement est très difficile à faire car la variation de phase dans le déphaseur dépend de la fréquence du signal étudié. On ajoute donc un déphasage réglable φ_2 (voir figure 2.4) à l'aide d'une longueur réglable de câble sur la voie Y. Pour régler ce déphasage, on diminue la tension V_G de manière à supprimer le courant circulant dans le conducteur mésoscopique. On détecte alors un signal parasite presque purement capacitif (inévitables dans le domaine hyperfréquence) environ cent fois plus important que le signal provenant de l'échantillon (voir figure 2.5)¹. Notre générateur de signaux permettant de varier la phase φ_1 de la référence en gardant la phase du signal fixe, on peut ajuster finement le déphasage φ_2 en faisant en sorte que les courbes $X(\varphi_1)$ et $Y(\varphi_1)$ décrivent des sinusoides déphasées de $\frac{\pi}{2}$ exactement. On a représenté sur la figure 2.6 ces courbes $X(\varphi_1)$ et $Y(\varphi_1)$ obtenues pour $f = 1.5\text{GHz}$ après réglage de la phase φ_2 . On a tracé sur la même figure l'ajustement de ces courbes réalisé par la fonction $G \sin(\varphi_1 - \varphi)$. La variation de gain entre les deux voies est inférieure à 2% et le déphasage entre les deux voies est de $90.2 \pm 0.2^\circ$.

¹Ce signal parasite très important permet d'effectuer facilement les réglages de la détection synchrone sans avoir à intégrer le bruit des amplificateurs sur des temps longs. Il faut ensuite soustraire ce signal parasite pour la mesure du courant circulant dans l'échantillon mésoscopique

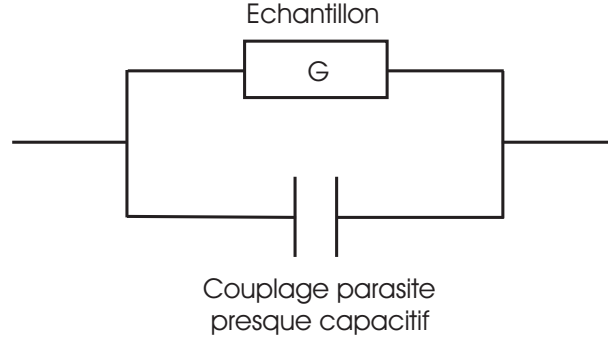


FIG. 2.5 – Schéma du circuit équivalent à l'échantillon mésoscopique et au couplage parasite. Ce dernier est bien décrit par une capacité jusqu'aux fréquences d'une centaine de MHz . Pour les tensions V_G très négatives, la conductance G de l'échantillon s'annule. On mesure alors précisément le parasite que l'on soustrait ensuite systématiquement aux mesures du signal.

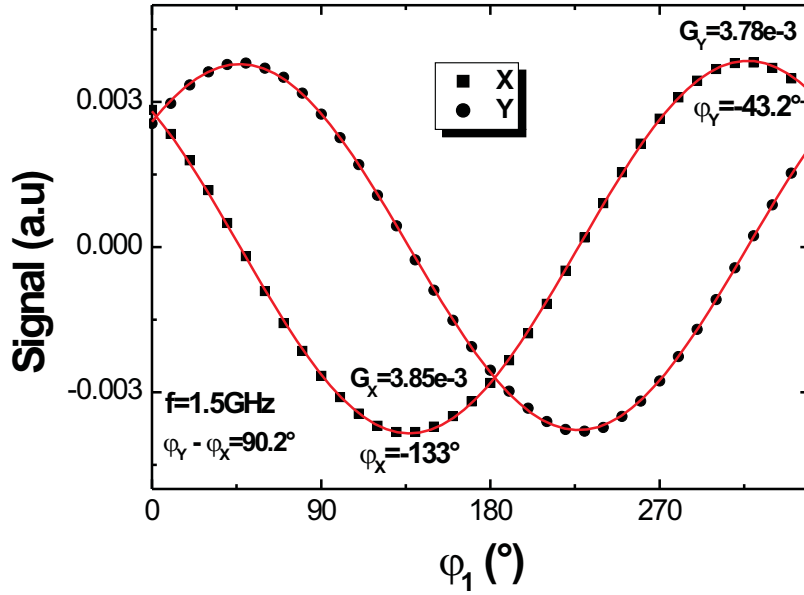


FIG. 2.6 – Variation des composantes $X(\phi_1)$ et $Y(\phi_1)$ du signal parasite avec la différence de phase ϕ_1 entre le signal et la référence pour $f = 1.5GHz$.

Pour $f = 180\text{MHz}$, la situation est un peu plus complexe. Le déphaseur ainsi que les mélangeurs ne fonctionnent pas de manière optimale à cette fréquence. On utilise deux mélangeurs *Anzac MDC-161* et *MDC-149* adaptés à cette gamme (nous verrons que la différence entre les deux mélangeurs entraîne une différence dans les gains des deux voies). Le déphaseur est remplacé par un diviseur de puissance -6dB , le déphasage est ensuite réalisé en ajoutant une longueur d'environ un mètre sur une des voies. Enfin, à 180MHz les mélangeurs *Anzac* sont suffisamment large bande pour admettre une partie de la troisième harmonique à 540MHz . Afin de ne mesurer que la première harmonique du courant, on place un filtre passe bas *Minicircuits BLP-450* de fréquence de coupure 450MHz avant le diviseur de puissance. On obtient alors bien sur la figure 2.7 une variation sinusoïdale pour $X(\varphi_1)$ et $Y(\varphi_1)$. Le déphasage n'est pas ici de 90° exactement ($\varphi_X - \varphi_Y = 88.7 \pm 0.1^\circ$) et le gain des deux voies est différent ($G_X = 1.45$ et $G_Y = 1.01$). Toutefois, ces valeurs étant mesurées précisément, il suffit de corriger les données expérimentales mesurées en conséquence.

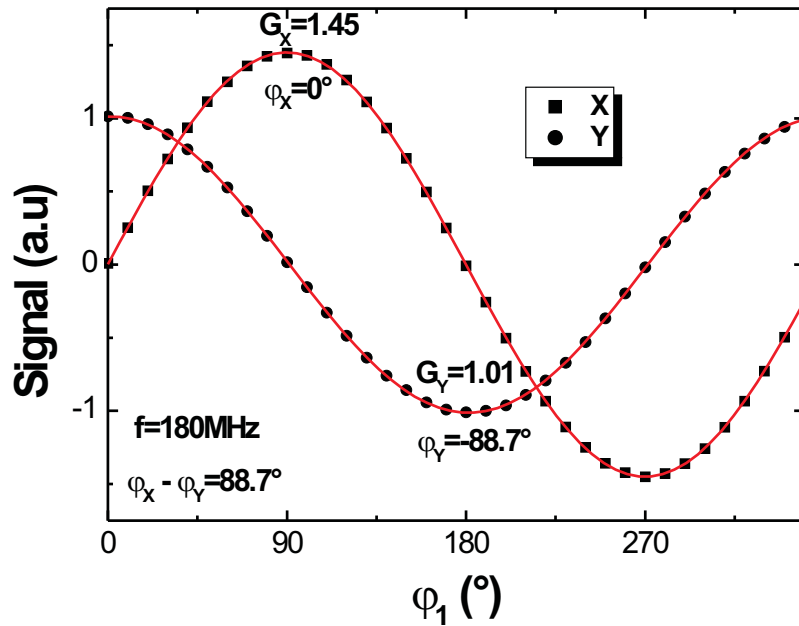


FIG. 2.7 – Variation des composantes $X(\varphi_1)$ et $Y(\varphi_1)$ du signal parasite avec la différence de phase φ_1 entre le signal et la référence pour $f = 180\text{MHz}$.

Cette méthode permet de mesurer avec une grande précision l'amplitude et la phase de la première harmonique du courant mais elle nous prive de toutes les informations contenues dans les autres harmoniques qui permettent d'extraire la dépendance temporelle du courant.

2.4.2 Mesure du courant dans le domaine temporel

Les mesures dans le domaine temporel sont réalisées à l'aide d'une carte d'acquisition et de moyennage rapide *Acquiris AP240*. On peut, à l'aide de cette carte effectuer l'acquisition d'un signal hyperfréquence dans une bande passante de 1GHz avec une fréquence d'échantillonnage de 2Gsample/s (c'est à dire un pas temporel de 500ps). Afin de mesurer la dépendance temporelle du signal dans une large gamme, on applique un créneau d'excitation de fréquence

relativement basse $f = 31.25\text{MHz}$. Ceci permet de mesurer 32 harmoniques du courant. Cette carte étant dotée d'une profondeur mémoire de 2Megapoints , on peut acquérir 1ms de signal en un coup soit environ 30000 périodes du signal d'excitation. Malheureusement, ce temps est insuffisant pour extraire le signal du bruit. Il est donc nécessaire de moyennner un grand nombre de ces traces. Pour un oscilloscope rapide, cette opération de moyennage est extrêmement coûteuse en temps car l'oscilloscope perd plus de 90% du temps en temps morts. En revanche la carte de moyennage rapide réalise cette opération en temps réel. En pratique, nous avons enregistré des runs de 262144 points (soit 4096 périodes c'est à dire environ $10\mu\text{s}$) que nous avons moyennés 65536 fois. La durée totale du signal acquise d'environ 8s est suffisante pour sortir le signal du bruit. Le remarquable avantage de cette carte est qu'elle effectue toutes ces opérations en à peine plus de 8s . Cette opération de moyennage sur les temps longs nécessite de disposer d'une horloge d'échantillonnage synchrone avec le signal d'excitation. En effet, si ces deux horloges se déphasent, le processus de moyennage dégrade considérablement le signal. On utilise donc la même horloge pour commander l'échantillonnage de la carte et le signal d'excitation de l'échantillon, il s'agit de l'horloge de notre générateur de signaux hyperfréquence. Ceci explique la valeur de la fréquence d'excitation $f = 31.25\text{MHz} = \frac{2\text{GHz}}{64}$.

Comme pour les mesures d'une seule harmonique du courant (section précédente 2.4.1), nous allons utiliser le signal hyperfréquence parasite pour améliorer les réglages. Lorsque la tension V_G est suffisamment négative, seul le signal parasite est enregistré. Nous avons supposé que le signal parasite était purement capacitif (voir figure 2.5), le courant en réponse à une excitation en créneau devrait donc avoir la forme de deux pics de Dirac symétriques par rapport à l'origine et distants de la demi-période. On a représenté sur la figure 2.8 le signal d'excitation (graphe a)), ainsi que le courant parasite moyenné environ 100 fois (graphe b)) mesuré lorsque V_G est très négative. Pour $t = 0$ et $t = 16\text{ns}$, à chaque demi-période, on observe bien deux pics de courant positifs et négatifs correspondant aux deux alternances du créneau d'excitation. Sur les temps courts après ces deux pics, le courant change brutalement de signe. Ceci correspond à un effet de filtre passe-haut tendant à annuler la moyenne du signal sur les temps longs. Un pic de courant de valeur positive est donc compensé par une valeur négative du courant. On observe aussi sur le graphe b) deux échos successifs du pic principal distants d'environ 6ns . Cette valeur est compatible avec la périodicité des oscillations du gain de la chaîne basse fréquence mesurée à température ambiante (figure 2.3 b)). Ces deux déformations du signal liées aux imperfections de la bande passante de la chaîne de détection sont visibles (figure 2.8 c)) sur la série de Fourier $\tilde{I}(\omega)$ du signal temporel $I(t)$. Les premières harmoniques ont une valeur plus faible liée au filtre passe-haut, les oscillations des harmoniques suivantes avec la fréquence reflètent le phénomène d'écho. On peut aussi constater que toutes les harmoniques paires sont quasiment nulles, le signal parasite est donc antisymétrique. Puisque le courant attendu est constitué de deux pics de Dirac antisymétriques par rapport à la demi-période, on va supposer que la transformée de Fourier en module et phase du courant parasite est une mesure de la réponse impulsionnelle de la chaîne de détection. Pour les tensions de grille V_G moins négatives, le courant total mesuré est la somme du courant parasite et du courant circulant dans l'échantillon mésoscopique (voir figure 2.5). On soustrait alors le parasite pour obtenir le signal. Afin d'atténuer les imperfections de la bande passante, notamment l'effet de filtre passe haut et les échos, on effectue la déconvolution du signal en divisant les coefficients de la série de Fourier du signal par ceux de la série de Fourier du parasite. Nous verrons au chapitre 5 dans l'étude de l'injection de charges uniques dans le domaine temporel que cette procédure permet en effet de faire disparaître les échos et de considérablement diminuer l'influence du filtre passe-haut. Appliqué au signal parasite lui-même, il reconstitue évidemment un double pic de Dirac (figure 2.8 d)). Cette méthode présente le seul désavantage de ne pas permettre la mesure des

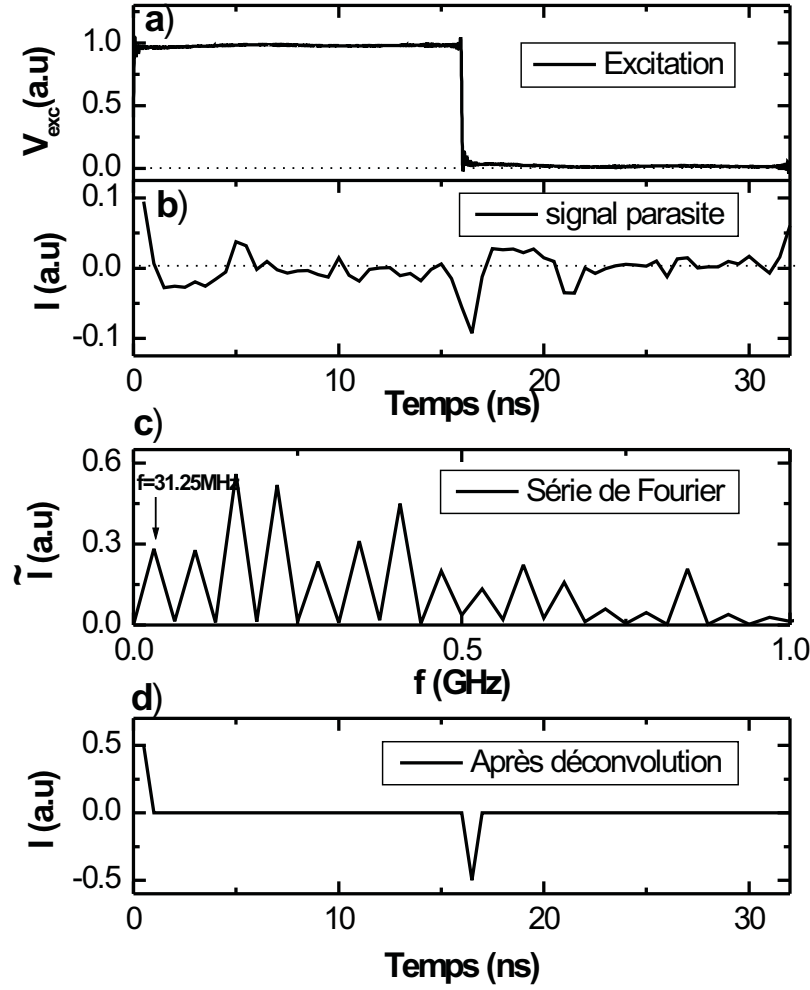


FIG. 2.8 – a) Évolution temporelle du signal d’excitation en forme de créneau à la fréquence de 31.25MHz . b) Évolution temporelle du signal parasite mesurée pour les tensions de grille très négatives. c) Module des coefficients de la série de Fourier du signal parasite. d) Évolution temporelle du signal parasite après déconvolution par la réponse impulsionnelle du système. C’est l’évolution attendue pour un couplage parasite capacitif.

harmoniques paires du courant. En effet, nous ne mesurons pas la vraie réponse impulsionnelle du système mais une réponse antisymétrique par rapport à la demi-période. Les harmoniques paires de la fonction de réponse sont donc nulles et on ne peut connaître le gain de la chaîne de détection pour ces harmoniques. On ne pourra donc pas mesurer les différences entre les deux alternances du signal d’excitation.

Chapitre 3

Mesures hyperfréquences d'une capacité mésoscopique : régime linéaire

3.1 Introduction

L'intérêt des mesures hyperfréquences réside dans l'obtention de nouvelles informations liées aux temps caractéristiques de la dynamique du transport électronique quantique. La réponse linéaire d'un conducteur mésoscopique à une excitation hyperfréquence de pulsation ω est caractérisée par la conductance $G(\omega)$. La différence majeure avec les mesures basse fréquence provient du caractère complexe de G caractérisée maintenant par son module mais aussi par sa phase. Nous étudierons plus particulièrement la tangente de la phase définie par le rapport de la partie réelle de la conductance sur la partie imaginaire : $\tan \varphi = \text{Re}(G)/\text{Im}(G)$. En effet, dans la limite des basses fréquences, elle est directement proportionnelle au temps caractéristique de la dynamique électronique τ . Dans un développement basse fréquence de la phase, on peut ainsi écrire $\tan \varphi \approx \varphi \approx \omega\tau$. Pour un conducteur balistique cohérent, τ est directement relié au temps de transit de l'électron dans le conducteur mésoscopique. Pour des circuits microniques et des vitesses de Fermi usuelles, ces temps caractéristiques sont de l'ordre de $\approx 10\text{ps}$ ($10\mu\text{m}/v_F \approx 10^{-5}\text{m.s}^{-1}$). Pour obtenir un déphasage mesurable, $\varphi = 0.1\text{rad} \approx 5^\circ$, compte tenu de la résolution de phase d'un degré typique des hautes fréquences, il est indispensable de sonder le circuit à des fréquences f de l'ordre du GHz, dans le domaine hyperfréquence. La mesure de l'amplitude mais surtout de la phase de la conductance nous renseignera donc sur le temps caractéristique de la dynamique quantique électronique.

Description du système étudié

Cette dynamique se manifestera très généralement dans le régime hyperfréquence pour tous les circuits mésoscopiques de gaz bidimensionnels d'électrons (dans les THz pour des systèmes de plus petite taille comme les molécules). Toutefois, l'essentiel de mon travail de thèse (et celui de Julien Gabelli) s'est focalisé sur l'étude d'un circuit modèle, la capacité mésoscopique, ou circuit RC quantique en référence à ses composants équivalents. Ce circuit permet l'étude du temps caractéristique de relaxation de charge d'une boîte quantique. La capacité mésoscopique est constituée, pour l'une de ses armatures, d'un îlot d'un gaz d'électrons bidimensionnel (boîte quantique) tandis que l'autre armature (classique) est constituée d'une grille métallique en regard du gaz. Les dimensions caractéristiques de cette boîte sont de l'ordre du micron, le temps de parcours d'un électron dans la boîte est donc dans le domaine de la dizaine de picosecondes soit des fréquences de l'ordre du GHz . La boîte quantique est reliée à un réservoir électronique par l'intermédiaire d'un contact ponctuel quantique (CPQ) qui joue le rôle d'une résistance. Une représentation d'artiste de l'échantillon, dont je remercie l'auteur David Darson, est donnée sur la figure 3.1. Nous mesurons le courant de pulsation ω en réponse à une tension d'excitation V_{exc} appliquée entre la grille et le réservoir. Il s'agit donc de la mesure de la conductance complexe $G(\omega)$ du système. A la température de base du réfrigérateur à dilution d'environ 40mK , le circuit dans son ensemble est quantiquement cohérent, il faut donc considérer l'effet des interférences des ondes électroniques sur l'ensemble du circuit. Les mesures que je présenterai dans ce chapitre ont été effectuées en champ magnétique fort ($B \approx 1.3\text{T}$) pour lequel la dégénérescence de spin est levée. Dans ce régime, les électrons de conduction occupent des états chiraux localisés aux bords de l'échantillon appelés états de bord. On s'intéressera au cas où un seul de ces états est transmis du réservoir vers la boîte. Dans ces conditions, le conducteur est unidimensionnel, cohérent et non dégénéré, j'emploierai les termes de conducteur cohérent monomode ou à un canal.

Nous disposons de deux manières d'agir sur les propriétés de transport de la capacité mésoscopique. La première nous permet, sous l'action d'une tension négative appliquée aux deux grilles du CPQ, de contrôler la transmission D de ce CPQ (si t est l'amplitude de

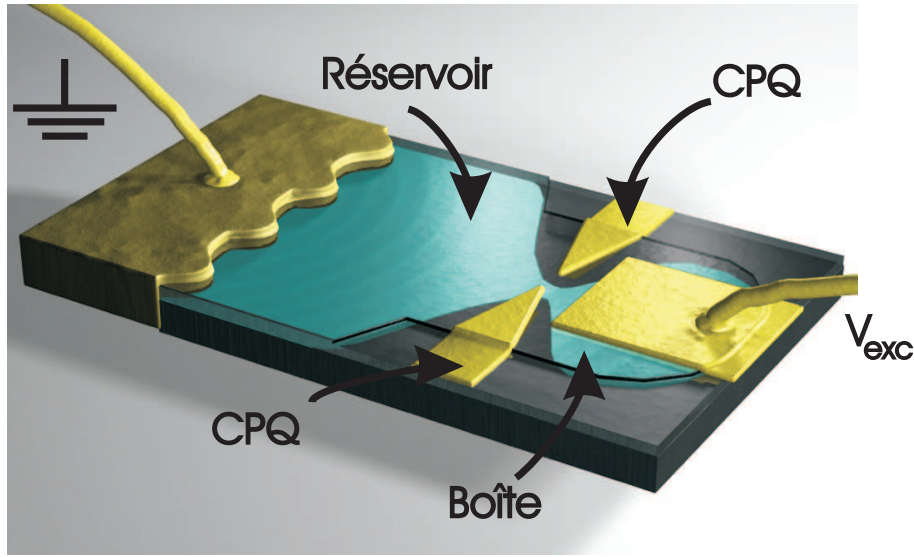


FIG. 3.1 – Représentation d'artiste de la capacité mésoscopique. Le gaz électronique est représenté en bleu et les grilles métalliques en couleur or. Le contact ohmique est lui aussi représenté en couleur or (à gauche de la figure) mais sa surface est un peu plus sombre et présente plus de rugosités.

probabilité d'une onde électronique d'être transmise du réservoir vers la boîte, la transmission est définie par $D = |t|^2$). La deuxième nous permet, sous l'action d'une tension continue V_{dc} appliquée (en plus de la tension hyperfréquence V_{exc}) à la grille de la boîte, de contrôler le potentiel électrochimique de la boîte et de modifier ainsi le nombre de charges qu'elle contient. Nous verrons ensuite que la tension V_G du contact ponctuel, en plus de modifier la transmission, agit elle aussi sur le potentiel chimique, avec toutefois une sensibilité moindre.

Régime linéaire et échelles d'énergie

On peut étudier la dynamique quantique électronique de la capacité mésoscopique dans deux régimes distincts, le régime linéaire et le régime non-linéaire, la conductance, rapport du courant à la tension d'excitation n'étant bien définie (c'est à dire indépendamment de la tension d'excitation) que dans le régime linéaire. Ces deux régimes diffèrent évidemment par l'amplitude de la tension d'excitation. Plus précisément, on parle de régime linéaire lorsque la tension d'excitation est très largement inférieure à la température : $eV_{exc} \ll k_B T$ ¹ (par opposition, le régime non-linéaire est obtenu pour $eV_{exc} \gg k_B T$). Dans notre cas, les très basses températures utilisées ($\approx 40mK$) sont largement inférieures aux échelles d'énergie du système étudié. En ce qui concerne la capacité mésoscopique, nous verrons par la suite qu'il s'agit de l'écart Δ entre niveaux de la boîte quantique et de l'énergie de charge $E_c = e^2/C$ ², énergie électrostatique liée à la capacité géométrique C . La somme de ces deux énergies permet de définir la capacité électrochimique de la boîte C_μ par : $e^2/C_\mu = \Delta + e^2/C$. Cette énergie aussi appelée énergie d'addition correspond à l'énergie nécessaire pour ajouter une charge dans la boîte, elle est liée à la fois aux effets de confinement quantique et aux interactions entre électrons. Afin d'en obtenir une notation plus condensée, on la notera aussi $\frac{e^2}{C_\mu} = \Delta^*$. Elle

¹Rigoureusement, le régime linéaire est défini par $eV_{exc} \ll \hbar\omega$ dans le domaine hyperfréquence. Toutefois, on aura toujours $\hbar\omega < k_B T$ et on n'observera des déviations au régime linéaire que lorsque $eV_{exc} \approx k_B T$.

²On a en fait $E_c = \frac{e^2}{C_\Sigma}$ où C_Σ est la capacité géométrique totale de la boîte. Pour simplifier, on supposera dans ce chapitre que toute la capacité provient de la capacité C entre la boîte et la grille située au dessus.

dépend de la géométrie de la boîte et varie donc en fonction de l'échantillon. Pour les boîtes que nous avons étudiées, la capacité C_μ est de l'ordre du femtoFarad et l'énergie correspondante de l'ordre du Kelvin, soit nettement supérieure à la température. On peut ainsi donner une autre interprétation du régime linéaire, $eV_{exc} \ll k_B T \ll e^2/C_\mu$. La charge moyenne q transférée à la boîte quantique par période d'excitation est donnée par : $q = C_\mu V_{exc} \ll e$. Le courant dans le régime linéaire est donc constitué d'une fraction de charge par période : $I \ll ef \approx 100 pA$ pour $f = 1 GHz$. Mesurée sur 50 Ohms, impédance caractéristique des lignes hyperfréquence, la tension équivalente doit être très largement inférieure au nV pour rester dans le régime linéaire. Par opposition, le régime non-linéaire prendra tout son intérêt lorsque les tensions d'excitation seront du même ordre de grandeur que les énergies caractéristiques. La charge transférée à la boîte et le courant correspondant seront donc de l'ordre d'une charge par période $I \approx ef$ (ou plutôt $I \approx 2ef$ comme nous le verrons par la suite). Dans ce chapitre, je présenterai l'étude de la capacité mésoscopique dans le régime linéaire. Cette étude a constitué le travail de thèse de mon prédécesseur, Julien Gabelli. Je présenterai donc des résultats qu'il a obtenus mais auxquels j'ai contribué en insistant sur ma contribution. J'y ajouterai aussi des mesures complémentaires que j'ai effectuées et qui viennent confirmer les résultats que nous avons déjà obtenus [2, 3].

Prédictions théoriques sur la capacité mésoscopique

Dans le régime linéaire, les déphasages $\tan \varphi = \omega \tau$ (liés au temps de transit électronique) peuvent être pris en compte dans une description électrocinétique du circuit. L'étude du régime basse fréquence a montré il y a une vingtaine d'année [14, 15] que la résistance R_q d'un circuit quantique était reliée à la transmission D des ondes électroniques par la formule de Landauer $R_q = \frac{h}{De^2}$. Le régime hyperfréquence d'un conducteur quantique est beaucoup plus riche puisque l'on accède directement au temps de transit des électrons dans le circuit par la mesure de la phase. Cette richesse est explicite dans une description électrocinétique. Le domaine des basses fréquences est décrit par une résistance quantifiée, le domaine hyperfréquence nécessite l'introduction de résistances, capacités et inductances quantiques.

Tout ce travail de modélisation des circuits électroniques cohérents par une électrocinétique équivalente a été effectué par M. Büttiker et al. [55] dans le cadre d'une théorie de diffusion qui néglige les interactions. En particulier, M. Büttiker et al. ont fourni des prédictions remarquables sur le circuit modèle que constitue la capacité mésoscopique lorsque la cohérence de phase des ondes électroniques est maintenue sur la totalité du circuit et que le réservoir est à température nulle. Je résumerai ici les résultats obtenus lorsqu'un seul mode non dégénéré est transmis du réservoir vers la boîte.

De manière surprenante, la résistance du circuit est constante, indépendante de la transmission et égale au demi-quantum de conductance ($h/2e^2$). La capacité est constituée de l'addition en série de la capacité géométrique classique de la boîte et d'une capacité quantique reliée à la densité d'états dans la boîte. La capacité électrochimique équivalente C_μ est donc bien définie par $e^2/C_\mu = \Delta + e^2/C$. La densité d'états et donc la capacité totale dépendent de la transmission du contact ponctuel.

Ce résultat remarquable est relié à la cohérence quantique des ondes électroniques sur l'ensemble du circuit. En particulier, dans ce cadre, on ne peut pas dissocier les deux éléments du circuit (résistance et capacité) et calculer la conductance équivalente par leur association en série. Ainsi l'étude du contact ponctuel quantique seul fait elle apparaître une résistance qui varie avec la transmission suivant la formule de Landauer, $R = h/De^2$. Ces prédictions

théoriques mettent donc en évidence une violation des lois de Kirchhoff classiques pour les conducteurs mésoscopiques étudiés à haute fréquence.

A plus haute température, Büttiker et al. prédisent un retour aux lois d'addition classiques des conducteurs avec une résistance variant avec la transmission suivant la formule de Landauer. Nous verrons par la suite que l'on peut explorer à température fixe le régime complètement cohérent et le régime d'addition classique des résistances en variant la transmission du contact ponctuel. En effet, l'effet de la température $k_B T$ est à comparer à l'échelle de variation de la densité d'états ou largeur des niveaux $\hbar\gamma$.

- pour $\hbar\gamma \gg k_B T$ qualifié de régime cohérent, la cohérence de phase entre l'entrée et la sortie de l'électron de la boîte est maintenue. La cohérence de phase est donc préservée sur l'ensemble du circuit ce qui conduit à la violation des lois de Kirchhoff.
- Pour $\hbar\gamma \ll k_B T$ qualifié de régime séquentiel, la dispersion en énergie $k_B T$ de la source électronique est telle que le temps de cohérence de la source est plus court que le temps de résidence de l'électron dans la boîte. L'entrée et la sortie de l'électron sont donc deux événements indépendants, sans relation de phase (d'où le terme de régime séquentiel). La cohérence de phase n'étant plus maintenue sur l'ensemble du circuit, on retrouve l'addition indépendante de la résistance et de la capacité.

La largeur des niveaux électroniques γ mesure le couplage entre la boîte quantique et le réservoir. On la contrôle donc directement en modifiant la transmission c'est à dire la tension de grille du CPQ. En agissant sur cette tension, on pourra à température fixe explorer les deux régimes présentés précédemment.

Dans ce chapitre, je présenterai tout d'abord de manière un peu plus détaillée les prédictions théoriques de M. Büttiker en développant un modèle unidimensionnel sans interactions permettant de calculer la densité d'états dans la boîte et sa dépendance avec la transmission du contact ponctuel. Je présenterai ensuite les résultats expérimentaux obtenus par Julien Gabelli et moi même. Ces résultats confirment la violation des lois de Kirchhoff dans le régime cohérent ainsi que la quantification de la résistance de relaxation de charge en $h/2e^2$. Ces résultats seront confrontés à un modèle théorique simple, en essayant de décrire l'ensemble des résultats obtenus pour différentes fréquences par un seul modèle avec un seul paramètre ajustable. Enfin, je présenterai une légère modification du modèle permettant d'inclure les interactions. On verra que tant que $k_B T \ll \Delta$, le modèle en interactions diffère très peu du modèle sans interaction.

3.2 Théorie du circuit RC mésoscopique sans interactions

Je vais tout d'abord présenter de manière succincte la description du transport hyperfréquence dans les conducteurs mésoscopiques développée par M. Büttiker. Ce calcul est basé sur une théorie de diffusion cohérente sans interaction des ondes électroniques dans le circuit. On peut remarquer que cette théorie prend en compte l'action de la capacité géométrique C de la boîte dans le calcul de la conductance totale du circuit mais néglige les interactions entre électrons dans la boîte. Pourtant l'énergie de charge $E_c = e^2/C$ présente dès que $C \leq qg fF$ est responsable du phénomène de blocage de Coulomb qui sera donc complètement négligé dans ce cadre. Le calcul de la conductance dans cette théorie de diffusion effectué en annexe B nous montrera que toute l'information sur le circuit est contenue dans la matrice de diffusion S qui donne l'amplitude de probabilité de diffusion d'un électron d'un réservoir vers un autre. Dans le cas d'un conducteur monomode à un seul réservoir, cette matrice de diffusion est un scalaire de module unité : $S = e^{i\Theta}$ (un électron émis par le réservoir y retourne avec une probabilité un). Le circuit électronique équivalent (résistance et capacité) peut ensuite être

exprimé en fonction de cette matrice de diffusion ou plus simplement de la densité d'états dans la boîte qui s'exprime simplement en fonction de cette dernière. Il faut donc ensuite modéliser la diffusion des ondes électroniques dans le circuit afin de calculer la densité d'états et sa dépendance avec les différents paramètres de contrôle de l'expérimentateur. C'est ce que je présenterai dans une seconde partie.

3.2.1 Conductance de la capacité mésoscopique

Il s'agit de déterminer le courant I circulant dans le conducteur quantique en réponse à une tension sinusoïdale V_{exc} de pulsation ω appliquée à l'armature métallique de la grille, c'est à dire calculer la conductance totale $G(\omega)$ du circuit. Le potentiel du contact (ou réservoir) est pris pour référence de potentiel ($V = 0$) tandis que le potentiel interne de la boîte est supposé uniforme et sera noté U (voir figure 3.2 a)). Sa valeur devra être déterminée de manière auto-cohérente.

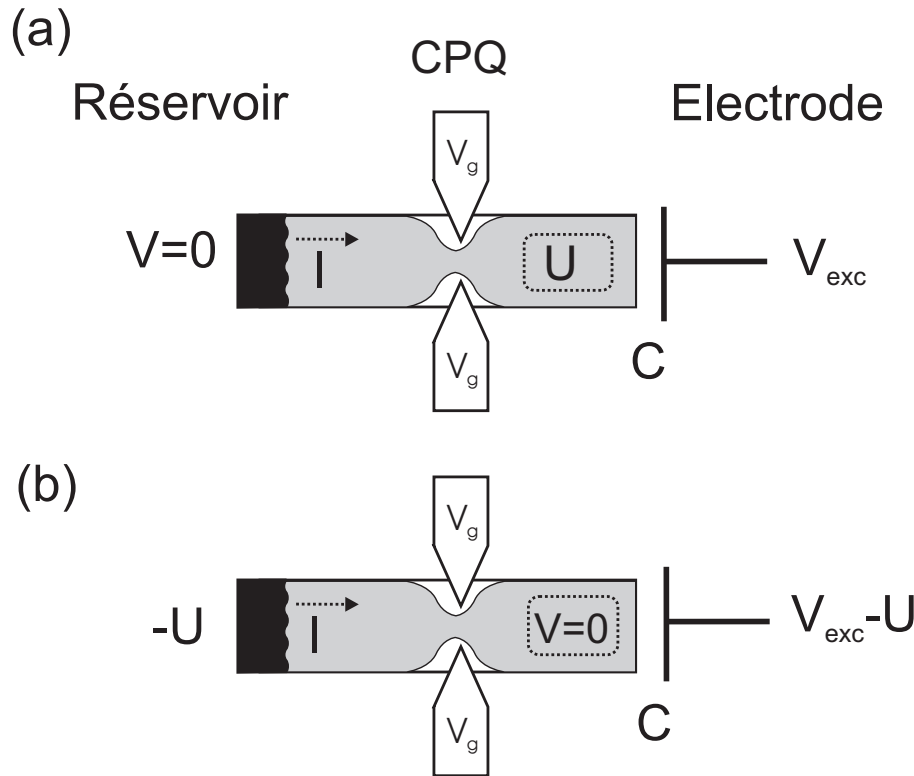


FIG. 3.2 – a) Modélisation du transport dynamique à travers la capacité mésoscopique correspondant à la situation expérimentale. On applique une différence de potentiel V_{exc} entre la grille et le réservoir pris pour référence ($V = 0$). Le potentiel interne U de la boîte est supposé uniforme. b) Modélisation équivalente lorsque tous les potentiels sont déplacés en bloc de U permettant de ramener le potentiel interne de la boîte à la référence.

Il faut ici distinguer la conductance totale du circuit $G(\omega)$ de la conductance $g(\omega)$ de la partie purement quantique du circuit. Cette dernière relie le courant à la pulsation ω en réponse à une différence entre le réservoir et le potentiel interne de la boîte. Le calcul de la conductance totale du circuit se décompose donc en deux étapes.

Dans une première étape, on calcule la conductance du gaz bidimensionnel $g(\omega)$ lorsque le potentiel du réservoir est modulé par une perturbation sinusoïdale d'amplitude V et le potentiel interne de la boîte est fixé à 0. Cette situation est différente de la situation réelle pour laquelle le potentiel du réservoir fixé à 0 et potentiel interne de la boîte égal à U . Toutefois, la conductance ne doit pas dépendre d'un décalage global des potentiels de U (voir figure 3.2 b)). Ce calcul de la conductance peut donc s'appliquer à notre situation. Il a été effectué dans un cadre très général dans les références [55, 56]. Il est exposé dans une version simplifiée adaptée à notre situation expérimentale (conducteur monomode à un seul réservoir) en annexe B. J'y ferai à nouveau référence dans le chapitre suivant (régime non-linéaire) puisqu'il suffit de le modifier légèrement pour obtenir le courant dans le régime des fortes excitations. Le résultat de ce calcul est le suivant (voir équation B.10) :

$$g(\omega) = \frac{e^2}{h} \int d\epsilon [1 - S^*(\epsilon)S(\epsilon + \hbar\omega)] \frac{f(\epsilon) - f(\epsilon + \hbar\omega)}{\hbar\omega} \quad (3.1)$$

$$I(\omega) = -g(\omega)U \quad (3.2)$$

f est la distribution de Fermi, elle détermine la distribution en énergie des électrons injectés par le réservoir. Elle dépend donc de la température T et de l'énergie de Fermi ϵ_f du réservoir.

Dans une seconde étape, il nous faut calculer de manière auto-cohérente la chute de potentiel $V_{exc} - U$ entre la boîte et l'armature métallique en utilisant la conservation du courant et ainsi exprimer le courant en fonction de V_{exc} uniquement, c'est à dire obtenir la conductance totale du circuit. Le courant de déplacement entre la boîte et l'armature métallique de la grille est relié à la différence de potentiel $V_{exc} - U$ par la capacité géométrique³ :

$$I(\omega) = i\omega C(V_{exc} - U) \quad (3.3)$$

La conservation du courant permet alors de calculer le potentiel de la boîte ainsi que le courant exprimé en fonction de V_{exc} uniquement.

$$U = \frac{i\omega C}{i\omega C - g(\omega)} V_{exc} \quad (3.4)$$

$$I = -\frac{i\omega C g(\omega)}{i\omega C - g(\omega)} V_{exc} \quad (3.5)$$

$$G(\omega) = -\frac{I}{V_{exc}} = \frac{i\omega C g(\omega)}{i\omega C - g(\omega)} \quad (3.6)$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{g(\omega)} + \frac{1}{-i\omega C}} \quad (3.7)$$

On voit que la conductance totale se présente comme l'association en série de la conductance de la capacité géométrique et de celle du gaz bidimensionnel. Toutes les informations sur la dynamique quantique électronique sont contenues dans g et plus particulièrement d'après l'équation 3.1, dans la matrice de diffusion $S(\epsilon)$. Nous allons voir comment il est possible, à partir de cette matrice de diffusion, de revenir à une description du circuit en terme de résistance et capacité.

³Dans l'annexe B, on a adopté la convention suivante pour la conductance $g(\omega)$ en réponse à une excitation $V_{exc} \cos \omega t$: $I(t) = g(\omega) \frac{V_{exc}}{2} e^{-i\omega t} + g(-\omega) \frac{V_{exc}}{2} e^{i\omega t}$. Avec cette définition, la conductance d'une capacité C est donnée par $-i\omega C$.

Circuit électronique équivalent

Pour obtenir une description du circuit équivalente à l'équation 3.1 en termes de composants électroniques usuels (résistance et capacité dans le cas présent), il faut effectuer un développement basse fréquence ($\hbar\omega \rightarrow 0$) de la conductance mené jusqu'au second ordre.

$$g(\omega) = \frac{e^2}{h} \int d\epsilon [1 - S^*(\epsilon)S(\epsilon + \hbar\omega)] \frac{f(\epsilon) - f(\epsilon + \hbar\omega)}{\hbar\omega} \quad (3.8)$$

$$= \frac{e^2}{h} \int d\epsilon \left[S^* \frac{dS}{d\epsilon} \hbar\omega + (S^* \frac{dS}{d\epsilon})^2 \frac{(\hbar\omega)^2}{2} \right] \frac{df}{d\epsilon} \quad (3.9)$$

On peut modifier cette expression, tout d'abord en introduisant la densité d'états $N(\epsilon)$ dans la boîte qui est reliée à la matrice de diffusion par :

$$N(\epsilon) = \frac{1}{2i\pi} S^*(\epsilon) \frac{dS}{d\epsilon}(\epsilon) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\Theta}{d\epsilon} \quad (3.10)$$

Ensuite, en mettant plus en évidence l'analogie avec le développement basse fréquence d'un circuit RC :

$$g(\omega) = \int d\epsilon \left[-i\omega e^2 N(\epsilon) + \frac{h}{2e^2} (e^2 N(\epsilon))^2 \omega^2 \right] \left(-\frac{df}{d\epsilon} \right) \quad (3.11)$$

$$= -i\omega e^2 \int d\epsilon N(\epsilon) \left(-\frac{df}{d\epsilon} \right) + \frac{h}{2e^2} \frac{\int d\epsilon N(\epsilon)^2 \left(-\frac{df}{d\epsilon} \right)}{\left[\int d\epsilon N(\epsilon) \left(-\frac{df}{d\epsilon} \right) \right]^2} (\omega e^2 \int d\epsilon N(\epsilon) \left(-\frac{df}{d\epsilon} \right))^2 \quad (3.12)$$

Ceci nous permet d'identifier dans la limite $\omega \rightarrow 0$ la résistance et la capacité quantique du circuit mésoscopique.

$$C_q = e^2 \int d\epsilon N(\epsilon) \left(-\frac{df}{d\epsilon} \right) \quad (3.13)$$

$$R_q = \frac{h}{2e^2} \frac{\int d\epsilon N(\epsilon)^2 \left(-\frac{df}{d\epsilon} \right)}{\left[\int d\epsilon N(\epsilon) \left(-\frac{df}{d\epsilon} \right) \right]^2} \quad (3.14)$$

Dans la limite $\omega \rightarrow 0$, la partie cohérente du circuit est donc équivalente à l'association en série d'une résistance et d'une capacité quantiques reliées à la densité d'états dans la boîte et à la température du réservoir. La conductance G du circuit total résulte, elle, de la mise en série de la résistance R_q , de la capacité C_q ainsi que de la capacité géométrique C entre la boîte quantique et la grille métallique⁴. On définit donc la capacité électrochimique équivalente C_μ par :

$$C_\mu = \frac{C_q C}{C_q + C} \quad (3.15)$$

La capacité quantique et la résistance résultent de la convolution de la densité d'état (ou de son carré) avec la dérivée de la fonction de Fermi dont la largeur typique est fixé par la température $k_B T$. On peut introduire une densité d'états effective lissée par la température que nous noterons $\tilde{N}(\epsilon_f)$:

$$\tilde{N}(\epsilon_f) = \int d\epsilon N(\epsilon) \left(-\frac{df}{d\epsilon}(\epsilon - \epsilon_f) \right) \quad (3.16)$$

$$C_q = e^2 \tilde{N}(\epsilon_f) \quad (3.17)$$

⁴C'est en fait la capacité géométrique totale C_Σ qui intervient. Dans ce modèle simple, on suppose que toute la capacité géométrique provient du couplage C entre la grille et le gaz d'électrons.

où l'on a fait explicitement apparaître la dépendance de la dérivée de la fonction de Fermi dans l'énergie de Fermi ϵ_f . La capacité est donc une mesure de la densité d'états d'autant plus fidèle que la température est basse. Si l'échelle de variation de la densité d'états est largement supérieure à la température, cette convolution est sans effet et on peut considérer que le réservoir est à température nulle. En revanche, lorsque la densité d'états varie rapidement (sur une échelle plus petite que $k_B T$), l'effet de la température devient très important. La densité d'états dans la boîte est constituée de pics que nous supposons régulièrement espacés de Δ en énergie et dont la largeur dépend du couplage de la boîte au réservoir, c'est à dire de la transmission D . La largeur $\hbar\gamma$ de ces niveaux est donc directement réglable par la tension V_G et l'on peut donc sous son action passer du régime de température nulle ou cohérent lorsque les pics sont très larges ($k_B T \ll \hbar\gamma$) au régime de haute température ou séquentiel lorsque les pics sont très étroits ($k_B T \gg \hbar\gamma$).

Limite de température nulle

Dans la limite de température nulle, la dérivée de la fonction de Fermi peut être remplacée par un pic de Dirac centré sur l'énergie de Fermi ϵ_f du réservoir. On obtient alors :

$$C_q = e^2 N(\epsilon_f) \quad (3.18)$$

$$R_q = \frac{h}{2e^2} \quad (3.19)$$

Dans ce régime, la capacité quantique est une mesure directe de la densité d'états de la boîte au niveau de Fermi. Mais plus spectaculairement, la résistance est constante et égale au demi-quantum de résistance $\frac{h}{2e^2}$. Cette résistance reste indépendante de la densité d'état (et donc de la transmission) tant que celle-ci varie lentement à l'échelle de $k_B T$. Dans cette limite, la loi d'association des conducteurs en série est violée puisque la résistance devrait varier suivant la formule de Landauer, $R = \frac{h}{e^2 D}$. On peut aussi remarquer que le temps de relaxation de charge $R_q C_q$ (en négligeant la capacité géométrique C) est directement relié au temps de parcours de l'électron dans la boîte. Ainsi, lorsque la boîte est parfaitement couplée au réservoir, pour $D = 1$, $C_q = e^2 / \Delta$ et on obtient $R_q C_q = h / 2\Delta$. Dans un modèle de boîte unidimensionnelle, adapté au cas d'un conducteur monomode, l'écart entre niveaux s'écrit $\Delta = \frac{\hbar v_f}{2L}$ où v_f est la vitesse de Fermi et L est la longueur de la boîte. On a alors $R_q C_q = \frac{L}{v_f} = \frac{1}{2} \tau_0$ où τ_0 est le temps d'un aller-retour dans la boîte. Le déphasage $\omega\tau = R_q C_q \omega = \frac{1}{2} \omega \tau_0$ est donc directement relié au rapport de la fréquence d'excitation au temps caractéristique de la dynamique électronique. La détermination précise du facteur numérique $\frac{1}{2}$ est très importante puisqu'il résulte directement de la cohérence quantique du circuit. En effet il est relié à la valeur de la résistance de relaxation de charge égale au demi-quantum de résistance pour $D = 1$.

A température finie, un modèle de boîte plus détaillé est nécessaire afin d'évaluer explicitement la densité d'états et sa convolution avec la dérivée de la fonction de Fermi. C'est ce qui sera développé dans la section suivante. On peut toutefois anticiper l'effet de la température. Nous verrons que la dépendance de la capacité quantique avec la densité d'états est lissée mais surtout, la résistance n'est plus constante mais augmente lorsque la densité d'états s'affine à l'échelle de $k_B T$ ($\hbar\gamma \approx k_B T$)

Validité du développement basse fréquence

Nous avons vu que la description du circuit mésoscopique en terme d'une résistance et d'une capacité a été extraite d'un développement basse fréquence de la conductance. De

manière générale, la dépendance en fréquence de tout système linéaire peut être décrite en ajoutant un nombre suffisant de résistances, capacités et inductances. On pourrait obtenir la valeur de tous ces composants en poussant le développement basse-fréquence de la conductance à l'infini. Chaque nouvel ordre du développement nous apporterait la valeur d'un nouveau composant à ajouter au schéma électrique équivalent afin d'affiner notre description du circuit. Toutefois, si on calcule la conductance fournie par l'expression exacte 3.1 et qu'on la compare à l'expression de la conductance approchée par un circuit RC dont les valeurs sont fournies par les expressions 3.13 et 3.14, on obtient des différences minimales, inférieures à notre résolution expérimentale. Par conséquent, on interprétera les mesures expérimentales dans le cadre d'un circuit RC dont la conductance $g(\omega)$ est donnée par :

$$g(\omega) = \frac{-i\omega C_q}{1 - i\omega R_q C_q} \quad (3.20)$$

Cette expression généralise l'utilisation des équations 3.13 et 3.14, fournissant les valeurs des résistance et capacité quantiques, aux domaines $R_q C_q \omega \approx 1$ et $R_q C_q \omega \gg 1$.

Je vais maintenant décrire un modèle simple de diffusion électronique adapté à notre situation expérimentale. Ceci permettra de calculer explicitement la dépendance de la densité d'états (et donc de la résistance et de la capacité) avec les paramètres expérimentaux (température, tensions de grille).

3.2.2 Modèle de densité d'états dans la boîte

Nous supposons, comme précédemment, que le conducteur est unidimensionnel et constitué d'un seul mode non dégénéré. Ce modèle est particulièrement adapté pour décrire le régime d'effet Hall quantique pour lequel la dégénérescence de spin est levée. Dans ce régime, les électrons participant au transport occupent des états confinés aux bords de l'échantillon dénommés états de bord, véritables rails quantiques unidimensionnels.

Un électron émis par le réservoir a une amplitude de probabilité t de rentrer dans la boîte (et r d'être réfléchi dans le réservoir). Une fois dans la boîte, l'électron accumule une phase ϕ en un tour avant d'avoir l'opportunité de sortir avec une amplitude de probabilité t , et ainsi de suite... Le circuit est très semblable à un Fabry-Perot électronique mais à un seul contact, un électron émis par le réservoir finit toujours par y retourner. Le conducteur étant monomode, la matrice de diffusion $S(\epsilon)$ est une pure phase, il s'agit de la différence de phase entre l'onde incidente $|\Psi_i\rangle$ et l'onde réfléchie $|\Psi_r\rangle$. Pour la calculer, il suffit de sommer les amplitudes de tous les processus de réflexion après n tours dans la boîte.

$$|\Psi_r\rangle = (r - t^2 e^{i\phi} - t^2 r^2 e^{2i\phi} - t^2 r^4 e^{3i\phi} + \dots) |\Psi_i\rangle \quad (3.21)$$

$$= (r - t^2 e^{i\phi} \sum_{n=0}^{\infty} (r e^{i\phi})^n) |\Psi_i\rangle \quad (3.22)$$

$$= \frac{r - e^{i\phi}}{1 - r e^{i\phi}} |\Psi_i\rangle \quad (3.23)$$

$$S(\epsilon) = \frac{r - e^{i\phi}}{1 - r e^{i\phi}} = e^{i\Theta} \quad (3.24)$$

Chaque fois que la phase dans la boîte est un multiple de 2π , il y a diffusion résonnante de l'électron dans la boîte. Ceci traduit la présence d'un niveau électronique à cette énergie. En

supposant que l'écart entre niveaux Δ dans la boîte est constant, on obtient la dépendance suivante de la phase avec l'énergie :

$$\phi = 2\pi \frac{\epsilon}{\Delta} \quad (3.25)$$

On peut maintenant calculer la densité d'états dans la boîte $N(\epsilon) = \frac{1}{2i\pi} S^* \frac{dS}{d\epsilon}$:

$$N(\epsilon) = \frac{1}{\Delta} \frac{1 - r^2}{1 - 2r \cos(2\pi \frac{\epsilon}{\Delta}) + r^2} \quad (3.26)$$

Dans la limite de transmission unité ($r = 0$), on retrouve une densité d'états uniforme et égale à $\frac{1}{\Delta}$. En revanche, dans la limite des très faibles transmissions ($r \approx 1$), on obtient une somme de pics lorentziens à l'énergie $\epsilon_n = n\Delta$ et de largeur $\hbar\gamma$ avec $\gamma \approx D\Delta/h$.

$$N(\epsilon) \approx \sum_n \frac{2}{\Delta(1-r)} \frac{1}{1 + (\frac{2\pi(\epsilon - n\Delta)}{\Delta(1-r)})^2} \quad (3.27)$$

$$= \sum_n \frac{2}{\pi \hbar \gamma} \frac{1}{1 + (\frac{\epsilon - n\Delta}{\hbar\gamma/2})^2} \quad (3.28)$$

On passe donc continûment du régime de densité d'états uniforme au régime très piqué lorsque la transmission varie de 1 à 0.

Influence des tensions de grille V_G du CPQ et V_{dc} de la boîte

La tension de grille V_G a deux effets sur le conducteur mésoscopique : le premier est de modifier la transmission de la barrière reliant la boîte au réservoir. Le deuxième est de moduler le potentiel chimique de la boîte par couplage électrostatique. Ces deux effets sont indissociables si bien qu'il est impossible de modifier la transmission de la barrière sans modifier le potentiel chimique. Toutefois, la dépendance de la transmission $D(V_G)$ avec la tension du CPQ est plus lente que la variation de potentiel chimique de sorte que l'on peut distinguer les deux effets. On peut donc mesurer les deux contributions dans une seule trace $G(V_G)$. L'essentiel de nos données expérimentales est donc constitué des mesures de $Re[G(V_G)]$ et $Im[G(V_G)]$.

On supposera conformément au modèle de barrière électrostatique présenté dans la référence [57] que la variation de la transmission avec l'énergie des électrons est donnée par la relation suivante :

$$D(\epsilon) = \frac{1}{1 + e^{-\alpha(\epsilon - \epsilon_0)}} \quad (3.29)$$

où ϵ_0 est l'énergie pour laquelle la transmission est égale à 1/2 et α est un paramètre qui décrit la raideur de la barrière. En supposant que le potentiel électrostatique est une fonction linéaire de la tension de grille appliquée au contact ponctuel, on obtient :

$$D(V_G) = \frac{1}{1 + e^{-\frac{V_G - V_0}{\Delta V}}} \quad (3.30)$$

V_0 qui contrôle la position en V_G de l'ouverture du premier canal et ΔV la largeur de cette ouverture seront déterminés dans le régime non-linéaire (chapitre 5) par l'évolution du temps de sortie d'un électron en fonction de la tension V_G .

La tension V_G agit aussi sur le potentiel de la boîte par couplage électrostatique, on note C_G la capacité entre les grilles du CPQ et la boîte quantique. Ce couplage se traduira dans notre modèle par une dépendance linéaire de l'énergie (ou du déphasage ϕ dans la boîte) avec la tension V_G . De même, on peut appliquer une tension continue V_{dc} à la grille de la capacité qui agira elle aussi sur le potentiel de la boîte avec les mêmes effets (toutefois, le coefficient de couplage sera différent). Cette deuxième grille permet de modifier le potentiel sans changer la transmission.

Limite de température nulle ou régime cohérent

A température nulle, la résistance de relaxation de charge est, comme nous l'avons vu, constante et égale à $h/2e^2$. On peut toutefois tracer maintenant la variation de la capacité quantique égale (à e^2 près) à la densité d'états au niveau de Fermi lorsque l'on varie la tension de grille du contact ponctuel V_G .

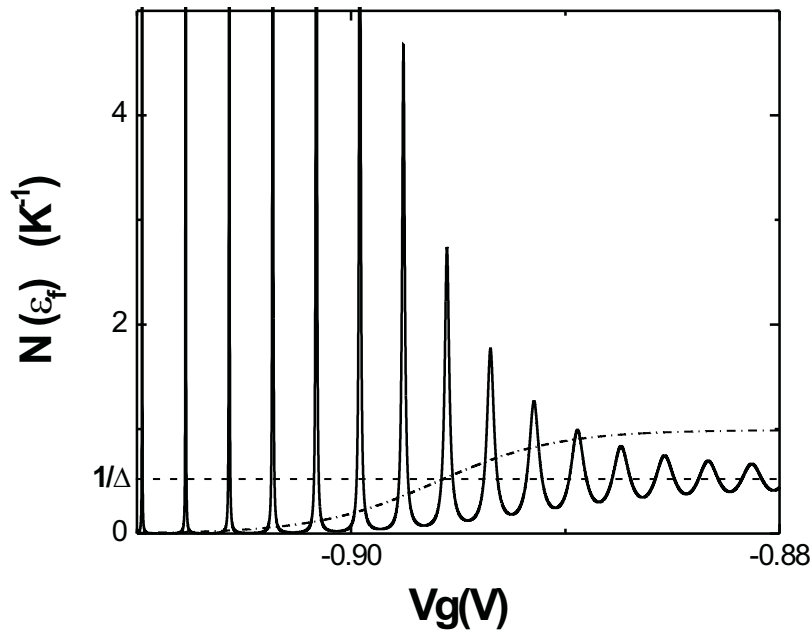


FIG. 3.3 – Évolution de la densité d'états avec la tension V_G à température nulle. La variation de la transmission avec la tension V_G est décrite par l'équation 3.30 avec $V_0 = -896mV$ et $\Delta V = 2.9mV$. Elle est représentée par la courbe en pointillés.

On peut voir sur la figure 3.3 que dans le régime des fortes transmissions, la densité d'états oscille symétriquement par rapport à sa valeur moyenne $1/\Delta$. Lorsque la transmission diminue, on obtient des pics qui s'affinent de plus en plus. La densité d'états n'est pas bornée et les maximums des pics sortent du cadre de la figure.

Circuit équivalent à température finie

Nous avons déjà abordé qualitativement le comportement de la conductance de la capacité mésoscopique dans la limite des hautes températures. Nous pouvons maintenant en présenter

une approche quantitative dans le cadre du modèle de densité d'états présenté précédemment. A température finie, il faut convoluer le densité d'états (ou son carré) avec la dérivée de la fonction de Fermi pour obtenir la valeur de la capacité (ou de la résistance), voir équations 3.13 et 3.14.

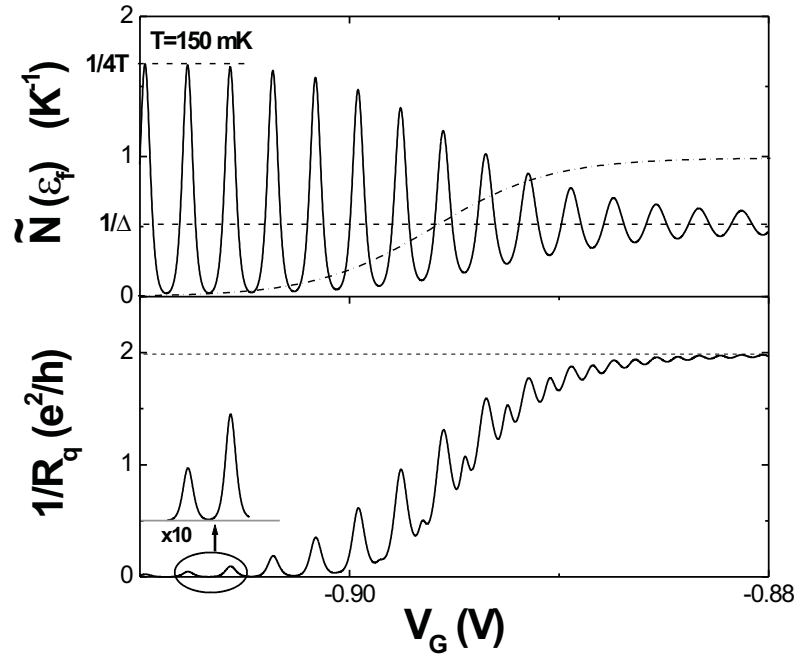


FIG. 3.4 – Évolution de la densité d'états effective et de l'inverse de la résistance avec la tension V_G à température finie $T = 150\text{mK}$. La variation de la transmission avec la tension V_G est décrite par l'équation 3.30 avec $V_0 = -896\text{mV}$ et $\Delta V = 2.9\text{mV}$. Elle est représentée par la courbe en pointillés.

On a représenté sur la figure 3.4 l'évolution de la densité d'états effective $\tilde{N}(\epsilon_f)$ égale à la capacité C_q à e^2 près ainsi que l'inverse de la résistance $\frac{1}{R_q}$ en fonction de la tension de grille V_G pour une température $T = 150\text{mK}$. Pour les fortes transmissions ($V_G > -890\text{mV}$), on n'observe pas de différences liées à la température (voir figures 3.3 et 3.4). Dans ce cas, $\hbar\gamma \gg k_B T$ et la convolution est sans effet, la valeur de R_q est constante et égale à $\frac{\hbar}{2e^2}$. En revanche, pour les transmissions plus faibles, la dépendance en tension de grille de la capacité quantique est lissée. Pour les très faibles transmissions, elle devient bornée sous l'effet de la température. Dans ce régime, même si la transmission diminue, la forme des pics n'est pas modifiée, elle est complètement déterminée par la température. De même, la résistance est profondément modifiée. Elle augmente fortement ($\frac{1}{R_q}$ diminue) lorsque la transmission diminue. Pour les très faibles transmissions, $\frac{1}{R_q}$ présente des pics dont la hauteur est directement proportionnelle à D mais dont la largeur, constante, ne dépend que de la température (partie agrandie dix fois sur la courbe). On est alors dans le régime séquentiel $\hbar\gamma \ll k_B T$ (mais $k_B T \ll \Delta$). Dans cette limite, on peut, lors du calcul de la conductance, assimiler la densité d'états à un seul pic lorentzien à l'énergie ϵ_n au voisinage d'un niveau d'énergie. Ce pic apparaît comme un pic de Dirac à l'échelle de la dérivée de la fonction de

Fermi. On obtient alors :

$$C_q \approx \frac{e^2}{4k_B T ch^2(\frac{\epsilon_n - \epsilon_f}{2k_B T})} \quad (3.31)$$

$$R_q \approx \frac{h}{De^2} \frac{4k_B T}{\Delta} ch^2(\frac{\epsilon_n - \epsilon_f}{2k_B T}) \quad (3.32)$$

$$\frac{1}{R_q} = \frac{D\Delta}{h} \frac{e^2}{4k_B T ch^2(\frac{\epsilon_n - \epsilon_f}{2k_B T})} \quad (3.33)$$

Le maximum de la densité d'états, $e^2/4k_B T$, a une dépendance en $1/T$ caractéristique de l'effet tunnel résonnant dans le régime séquentiel ($\hbar\gamma \ll k_B T \ll \Delta$). Dans ce régime, la forme de C_q et $\frac{1}{R_q}$ ne dépend que de la température. Leur dépendance caractéristique en $ch^2(\frac{\epsilon_n - \epsilon_f}{2k_B T})$ nous permettra par la suite, connaissant la température, de calibrer le système. C'est ce que nous verrons dans la partie expérimentale de ce chapitre. Si on néglige la capacité géométrique C , le temps de relaxation de charge dans ce régime est égal à $R_q C_q = h/D\Delta = 1/\gamma$, temps de fuite de l'électron de la boîte par effet tunnel. Aux trop basses transmissions, l'électron n'a plus le temps d'entrer ou sortir de la boîte sur une période d'excitation ce qui se traduit par une divergence de la résistance R_q . La fréquence de coupure du circuit RC est donc donnée par $\omega_c \approx \gamma$. Pour explorer la dynamique de transfert de charges dans une large gamme de transmissions D c'est à dire dans une large gamme temporelle, il est nécessaire de varier la fréquence dans une large bande passante. Les expériences que je vais présenter ont permis d'étudier la réponse du système aux fréquences de $f = 0.180, 0.51$ et 1.5 GHz auxquelles sont reliées les transmissions suivantes à la coupure $R_q C_q \omega = 1$: $D = 0.02, 0.06$ et $D = 0.18$ (avec la valeur de $\Delta = 2.5K$ déterminée par la suite pour l'échantillon E_3).

Inclusion du blocage de Coulomb dans le modèle sans interactions

Nous avons vu que dans ce modèle, la capacité géométrique C intervient seulement dans le calcul de la conductance totale G . En revanche, elle n'influe pas sur le calcul de la densité d'états (et par conséquent celui de la conductance g). Toutefois, cette capacité géométrique est responsable d'un coût énergétique additionnel pour ajouter un électron dans la boîte appelé énergie de charge $E_c = e^2/C$. La différence d'énergie entre deux états de charge dans la boîte (deux états pour lesquels le nombre d'électrons présents dans la boîte diffère d'une unité) est maintenant de $\Delta + e^2/C = e^2/C_\mu = \Delta^*$ au lieu de Δ uniquement dans le modèle sans interactions. Il faut donc augmenter le potentiel électrochimique de Δ^* (et non Δ) à l'aide des tensions V_G ou V_{dc} pour passer d'un pic de conductance à un autre. L'énergie de charge, en plus de modifier la périodicité des pics, peut aussi modifier la forme de la dépendance en énergie de la densité d'états. L'action de l'énergie de charge sur la densité d'états électronique est appelée phénomène de blocage de Coulomb. Toutefois, nous verrons à la fin de ce chapitre que lorsque $k_B T \ll \Delta$, même en prenant en compte les interactions, la forme des pics de conductance garde la forme caractéristique de l'effet tunnel résonnant. On peut alors simplement prendre en compte le phénomène de blocage de Coulomb dans le modèle sans interactions en modifiant la périodicité des pics de conductance de la valeur Δ à Δ^* . Lorsque la température est de l'ordre de l'écart entre niveaux, la situation est plus complexe.

3.3 Résultats expérimentaux

Je vais maintenant présenter les résultats expérimentaux que nous avons obtenus sur deux échantillons E_1 et E_3 . Ces deux échantillons diffèrent par la taille de la boîte quantique (1.5×1 microns pour le premier, 1×1 microns pour le second). En conséquence, les valeurs des capacités électrochimiques de ces deux échantillons sont très différentes : $C_{\mu 1} = 2.3 fF$ et $C_{\mu 3} = 0.75 fF$. Ces deux valeurs ont été déduites de la calibration du système qui sera détaillée un peu plus tard. Les mesures que je vais présenter ont été effectuées en champ magnétique fort $B \approx 1.3 T$. Dans ces conditions, la dégénérescence de spin est levée (voir annexe A). Nous nous focaliserons sur l'ouverture du premier canal de conduction. Nous sommes donc dans la configuration étudiée dans la section précédente du conducteur monomode. Pour ces deux échantillons, nos résultats expérimentaux confirment la valeur de la résistance de $h/2e^2$ à transmission unité. Ces résultats ont été présentés dans la thèse de J.Gabelli et en référence [2]. Je présenterai donc assez rapidement les résultats sur le premier échantillon mesuré par J.Gabelli, et m'attarderai plus sur le second dont j'ai effectué les mesures. En particulier, je discuterai ici des mesures plus récentes et effectuées dans une large gamme de fréquences différentes ($f = 180 MHz, 515 MHz, 1.5 GHz$). Ces mesures ont été effectuées dans des conditions différentes de celles présentées dans la réf. [2] (plusieurs cyclages thermiques, champ magnétique différent), ce qui explique la petite différence de capacité électrochimique entre les deux ($1 fF$ dans les mesures précédentes et $0.75 fF$ pour celles-ci). Enfin, ces mesures plus récentes correspondent à des conditions expérimentales identiques à celles des mesures non-linéaires qui seront discutées dans le chapitre 5 de manière à permettre une analyse complète des données.

Dans cette section, je discuterai d'abord qualitativement les résultats expérimentaux obtenus sur ces deux échantillons. Je discuterai ensuite les méthodes de calibration qui permettent de comparer quantitativement les mesures aux prédictions théoriques et notamment la valeur de la résistance. Enfin, je montrerai sur l'échantillon E_3 comment l'ensemble des mesures effectuées à différentes fréquences peut être interprété dans le cadre du modèle sans interactions avec comme seul paramètre ajustable, la capacité géométrique C . Toutefois, celle-ci joue un faible rôle pour cet échantillon car $C \geq 4C_q$ et C intervient en série avec C_q .

3.3.1 Discussion qualitative des résultats

On peut voir sur la figure 3.5 deux traces caractéristiques des mesures réalisées dans le régime linéaire pour les échantillons E_1 et E_3 . Elle représentent la variation des parties imaginaire (en rouge) et réelle (en noir) de la conductance G lorsque l'on varie la tension V_G à l'ouverture du premier canal de conduction, la transmission varie alors de la valeur de $D = 0$ à l'extrême gauche des graphes à $D = 1$ à l'extrême droite. Elles ont été effectuées aux fréquences $f = 1.085 GHz$ pour E_1 et $f = 1.5 GHz$ pour E_3 . Les deux principales difficultés expérimentales sont d'une part le réglage de la phase absolue du signal qui permet d'identifier les parties réelle et imaginaire de la conductance et, d'autre part, la calibration du module de la conductance. Ces procédures de calibration seront décrites ultérieurement dans ce chapitre. Sur les courbes présentées sur la figure 3.5, ces deux étapes de calibration ont déjà été réalisées, c'est pourquoi elles représentent les parties réelle et imaginaire en unités de e^2/h .

Pour les tensions de grille très négatives (transmission $D \approx 0$), la conductance est essentiellement résistive et tend vers 0. Ceci est la conséquence de la divergence de la résistance. En raison de la finesse des pics de densité d'états dans ce régime, $\omega/\gamma = R_q C_q \omega \gg 1$, le temps de relaxation de charge devient beaucoup plus long que la fréquence d'excitation, la

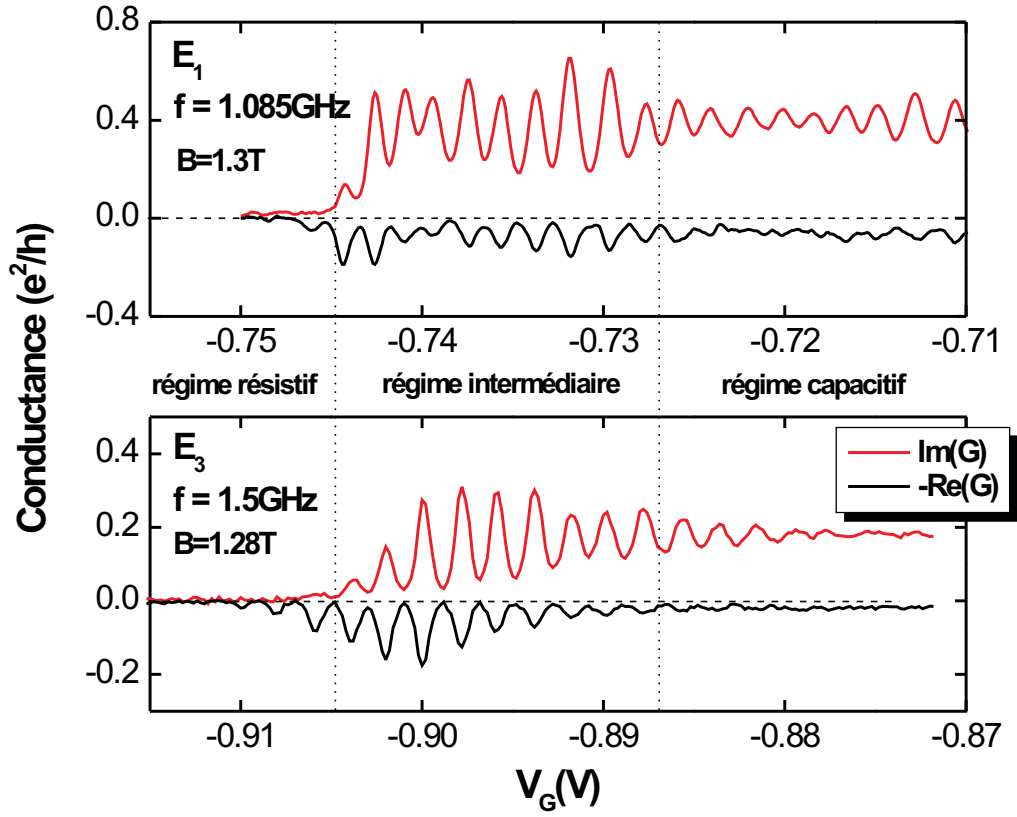


FIG. 3.5 – Évolution des parties imaginaire et réelle de la conductance des échantillons E_1 et E_3 avec la tension V_G .

conductance devient purement réelle dans ce régime. On parlera dans ce cas de régime résistif.

A l’opposé, pour les fortes transmissions obtenues pour des tensions de grille moins négatives, la partie réelle est très faible et la conductance est essentiellement capacitive : $R_q C_q \omega \ll 1$. On parlera de régime capacitif. La capacité oscille de manière symétrique autour de sa valeur asymptotique avec une période $\delta V_G \approx 2mV$, ces oscillations reflètent la modulation de la densité d’états avec le potentiel électrostatique de la boîte. Dans ce régime, la variation de la densité d’états avec l’énergie (ou le potentiel de la boîte) est très atténuée, on est donc dans le régime cohérent $\hbar\gamma \gg k_B T$. C’est le régime intéressant pour mesurer la résistance. On peut immédiatement constater la difficulté de cette mesure puisque aux fréquences du GHz , $\hbar/2e^2 C_\mu \omega \ll 1$. Le signal est donc presque purement imaginaire et c’est la détermination précise de la partie réelle dans ce régime qui permettra de connaître la résistance du circuit.

Enfin, entre ces deux régimes, les oscillations deviennent de plus en plus marquées et les pics de plus en plus fins puisque la transmission diminue. Lorsque l’on atteint $\gamma \approx \omega$, la phase varie rapidement, la partie réelle augmente tandis que la partie imaginaire diminue pour atteindre le régime de conductance nulle. On parlera de régime intermédiaire : $R_q C_q \omega \approx 1$

Les deux régimes extrêmes de très forte ou très faible transmission sont les plus propices à une détermination quantitative des composants équivalents au circuit mésoscopique. Le premier parce qu'il va permettre de confirmer la valeur de la résistance. Le second parce qu'il va permettre la calibration du système. Dans le régime intermédiaire, la variation rapide de la phase permet la mesure de l'évolution du temps de relaxation de charge ($\tan \varphi = \omega \tau$) avec la tension de grille. Elle s'interprète qualitativement par la dépendance de la transmission avec la tension du CPQ, toutefois, sans détermination précise de la transmission, une analyse quantitative est impossible. Nous verrons dans le chapitre 5 que le régime non-linéaire permet une mesure directe de la transmission.

3.3.2 Calibration

Détermination de la capacité électrochimique

A très faible transmission, on entre dans le régime séquentiel $k_B T \gg \hbar \gamma$. Dans ce régime, on a vu que $C_q \omega$ et $1/R_q$ ont une dépendance en énergie et en tension de grille $1/ch^2(\epsilon_f - \epsilon_n)/2k_B T = 1/ch^2(\beta(V_G - V_n)/2T)$, où β caractérise le couplage entre la grille du CPQ et le potentiel chimique de la boîte quantique⁵ : $\frac{\epsilon}{k_B} = \beta V_G$ (on a choisi d'exprimer les énergies en Kelvins sur toute la durée du manuscrit). En mesurant la largeur des pics en fonction de la température, on peut ainsi déterminer la valeur de ce couplage et déduire la valeur de la capacité électrochimique C_μ de la périodicité des pics de conductance ($\beta \delta V_G = e^2/C_\mu$).

Nous avons utilisé deux méthodes distinctes pour les deux échantillons. Pour le premier, nous avons mesuré la variation de la largeur des pics avec la température lorsque l'on agit sur la tension V_G du CPQ. Cette méthode présente l'inconvénient de modifier à la fois le potentiel chimique de la boîte ainsi que la transmission du CPQ. En revanche, pour le deuxième échantillon, on superpose à la tension hyperfréquence appliquée à la grille de la boîte une tension continue à l'aide d'un té de polarisation, on joue ainsi sur la tension V_{dc} . Dans ce cas, seul le potentiel de la boîte est modifié tandis que la transmission reste constante (dans la mesure où elle dépend peu de l'énergie).

Les figures 3.6 a) et c) montrent les variations des hauteur et largeur des pics de $|G|$ des échantillons E_1 et E_3 en fonction de la température dans le régime séquentiel. On voit que l'échantillon E_3 présente des oscillations jusqu'à des températures plus élevées que l'échantillon E_1 . Ceci est lié à la valeur plus faible de la capacité du 2ème échantillon qui correspond à une énergie $\frac{e^2}{C_\mu}$ plus grande et donc à des effets en $\frac{k_B T}{\Delta}$ plus faibles. Pour les deux échantillons, la valeur de la hauteur des pics varie de pic à pic. Dans le premier cas, cela s'explique par la variation de la transmission du CPQ. Dans le deuxième, cette variation confirme que $k_B T \ll \Delta$ et que γ peut légèrement varier d'un niveau électronique à l'autre (dans le régime séquentiel, $\frac{1}{R_q}$ est proportionnel à γ cf. équation 3.33). Sur la même figure, on a reporté les ajustements en somme de pics $1/ch^2(V_G/2L(T))$ avec des hauteurs différentes pour tenir compte de la variation de γ de pic à pic.

On a reporté l'évolution des largeurs des pics $L(T)$ en fonction de la température pour les deux échantillons sur les figures 3.6 b) et d). Dans les deux cas, la dépendance observée

⁵Pour un potentiel V_G appliquée à la grille du CPQ, la variation du potentiel de la boîte est égale à $\frac{C_G}{C_\Sigma} V_G$ rapport de la capacité C_G (entre les grilles du CPQ et la boîte) sur la capacité totale C_Σ . De même, pour un potentiel V_{dc} appliqué à la grille, le potentiel de la boîte varie comme $\frac{C}{C_\Sigma} V_{dc}$. Ne connaissant pas ces rapports, une calibration est nécessaire pour connaître la variation réelle du potentiel de la boîte lorsque l'on applique une tension V_G ou V_{dc} .

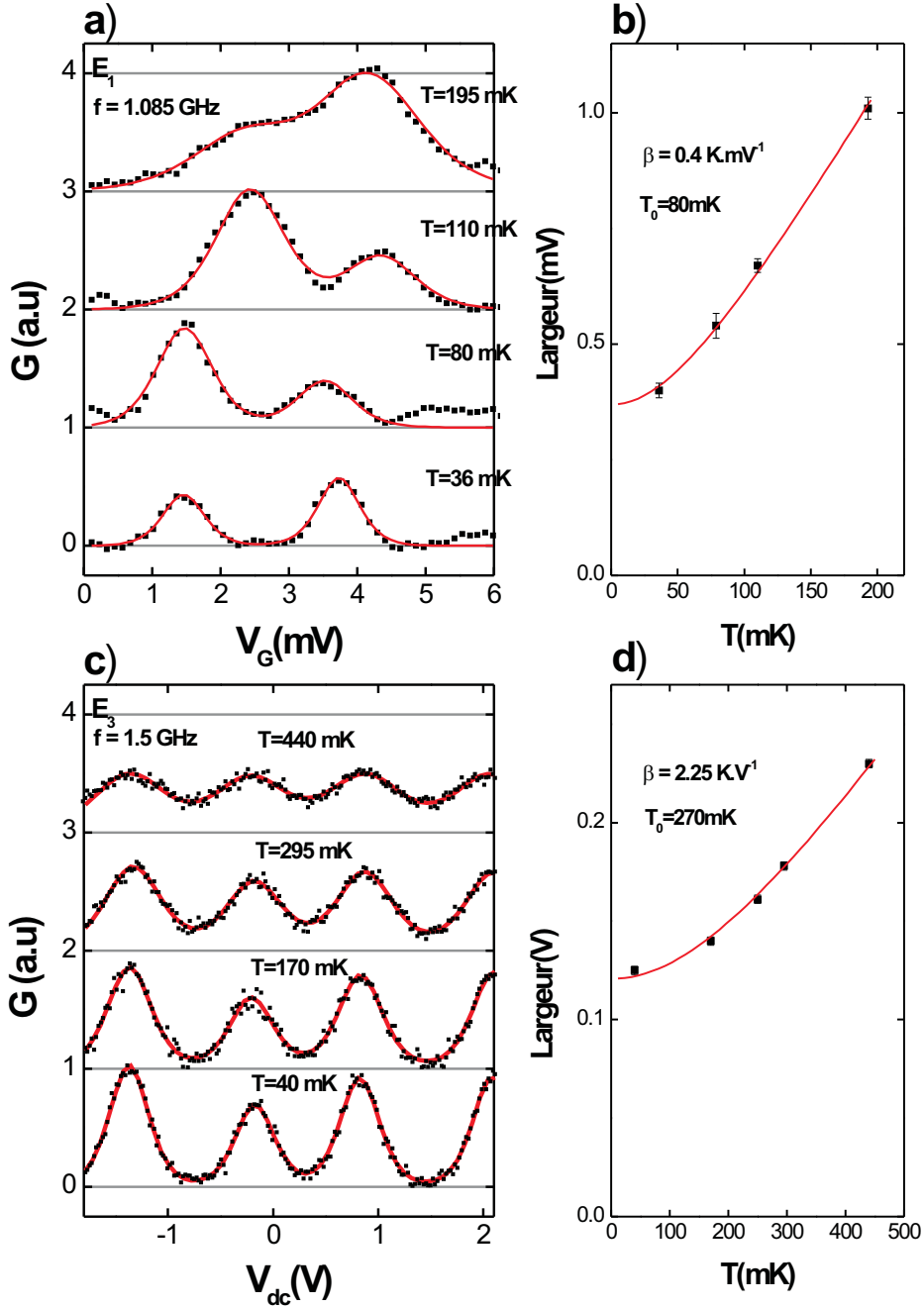


FIG. 3.6 – a) Variation de la conductance de l'échantillon E_1 avec la tension V_G mesurée dans le régime séquentiel pour différentes valeurs de la température. Les courbes rouges correspondent à l'ajustement théorique en $1/ch^2(V_G/2L(T))$ qui permet de déterminer la largeur moyenne des pics à chaque température. b) Variation de la largeur des pics avec la température. La courbe rouge correspond à un ajustement en $\frac{1}{\beta}\sqrt{T^2 + T_0^2}$ permettant de déterminer le couplage β entre la grille et la boîte. c) Variation de la conductance de l'échantillon E_3 avec la tension V_{dc} . La courbe rouge correspond à l'ajustement théorique. d) Variation de la largeur des pics de conductance de l'échantillon E_3 avec la température.

n'est pas linéaire mais plutôt quadratique comme le confirme le bon ajustement des données expérimentales par la fonction $L(T) = \frac{1}{\beta} \sqrt{T^2 + T_0^2}$ sur la figure 3.6, T_0 représente la température électronique apparente de la boîte. La valeur de T_0 déduite de cette méthode est différente de la température de base du réfrigérateur. Ceci est sans doute dû à un bruit de phase gaussien occasionné par les grilles (V_G et V_{dc}) ce qui expliquerait la dépendance quadratique observée. Quoiqu'il en soit, l'ajustement des courbes par cette fonction permet de déterminer le coefficient β et d'en déduire les valeurs des capacités électrochimiques des deux échantillons qui sont résumées dans le tableau suivant.

	E_1	E_3
β	$0.4 \pm 0.03 K mV^{-1}$	$2.25 \pm 0.15 K V^{-1}$
δV_{dc}	$2 \pm 0.02 mV$	$1.15 \pm 0.07 V$
$\frac{e^2}{C_\mu}$	$0.8 \pm 0.08 K$	$2.5 \pm 0.2 K$
C_μ	$2.3 \pm 0.3 fF$	$0.75 \pm 0.07 fF$
T_0	$80 mK \pm 5 mK$	$270 mK \pm 20 mK$

La température électronique apparente déduite de l'ajustement des données pour l'échantillon E_3 est sans doute trop élevée. Deux autres calibrations de la capacité ont été effectuées pour cet échantillon. L'une à champ magnétique nul : $C_\mu(B = 0T) = 0.8 fF$. L'autre pour un champ magnétique très proche, $B = 1.16T$: $C_\mu(B = 1.16T) = 0.75 fF$. Ces deux mesures ont fourni une température électronique apparente $T_0 \approx 200 mK \pm 20 mK$. Je pense donc que la tension d'excitation utilisée pour effectuer les mesures de calibration de la capacité était trop élevée ce qui explique la différence entre $T_0 = 200 mK$ et $T_0 = 270 mK$. La vraie valeur de T_0 pour l'échantillon E_3 paraît donc être $T_0 = 200 mK$. On peut remarquer que le produit $C_\mu k_B T_0$ est approximativement constant entre les deux échantillons. Nous pensons que la température électronique apparente est liée à des fluctuations de charge δQ^2 ou de tension δV^2 de la boîte. En identifiant l'énergie $k_B T_0$ successivement à des fluctuations de charge puis de tension de la boîte, on obtient $C_\mu k_B T_0 = \delta Q^2 = C_\mu^2 \delta V^2 = C t e$. Une valeur constante du produit $C_\mu k_B T_0$ semble indiquer que les deux échantillons sont soumis à la même amplitude de fluctuation de charge δQ^2 et non de potentiel δV^2 de la boîte. On peut remarquer que la périodicité des oscillations de conductance en V_G est la même pour les deux échantillons alors qu'elle est différente lorsque l'on agit sur la tension V_{dc} . Ceci indique qu'une fluctuation δV_G^2 entraîne la même variation de charge pour les échantillons E_1 et E_3 contrairement à une fluctuation δV_{dc}^2 . C'est peut être le signe que les tensions appliquées à la grille du CPQ sont insuffisamment filtrées et sont responsables d'un bruit de phase dans la boîte.

Réglage de la phase

Ici aussi, le procédé employé pour régler la phase est différent pour les deux échantillons. Dans les deux cas toutefois, on utilise des propriétés du système déduites des prédictions théoriques. Pour le premier, la phase est réglée de sorte que la résistance soit la plus constante possible à forte transmission. Dans ce régime, d'après les résultats théoriques décrits précédemment, les oscillations de densité d'états modulent la capacité, mais laissent la résistance constante. On règle donc la phase de manière à reporter ces oscillations sur la capacité uniquement. Cette procédure est détaillée dans la thèse de J. Gabelli [1]. Ce réglage peut atteindre une résolution de l'ordre de 0.1° si la variation de la transmission avec la tension de grille est très lente au voisinage de $D \approx 1$ (toutefois, la précision absolue est limitée à 1° par la dérive du signal parasite). Ceci permet d'obtenir un long train d'oscillations de la capacité qui permet un bon réglage. C'est le cas du premier échantillon mais pas du deuxième.

Pour le deuxième, la phase est réglée à forte excitation et ce réglage sera détaillé dans le chapitre 5. Dans ce cas, l'étude théorique du régime non-linéaire prédit que, lorsque l'on applique une tension hyperfréquence en créniaux d'amplitude égale à e/C_μ , la capacité reste constante, indépendante à la fois de la transmission et du potentiel chimique. Dans ce cas, seule la résistance varie avec le potentiel chimique. On règle donc la phase à cette valeur de la tension d'excitation de façon à maintenir la capacité indépendante de la transmission tandis que la résistance varie. Cette méthode moins précise que la précédente peut toutefois s'appliquer dans un domaine plus large. Cette méthode permet une détermination de la phase avec une incertitude de 1° .

Dans les deux cas, on utilise la constance d'un des composants électroniques équivalents au circuit tandis que l'autre varie lorsque la tension V_G est modifiée. La résistance dans un cas et la capacité dans l'autre.

Une fois ces deux étapes de calibration réalisées, on peut comme sur la figure 3.5 tracer les parties réelle et imaginaire de la conductance en unités de $\frac{e^2}{h}$ et en déduire les valeurs de la capacité et de la résistance du circuit.

3.3.3 Mesures quantitatives, $R_q = h/2e^2$

Pour mesurer la valeur de la capacité et celle de la résistance, il est plus direct de tracer les parties imaginaire et réelle de l'impédance (égales à $1/C\omega$ et R respectivement). On mesure

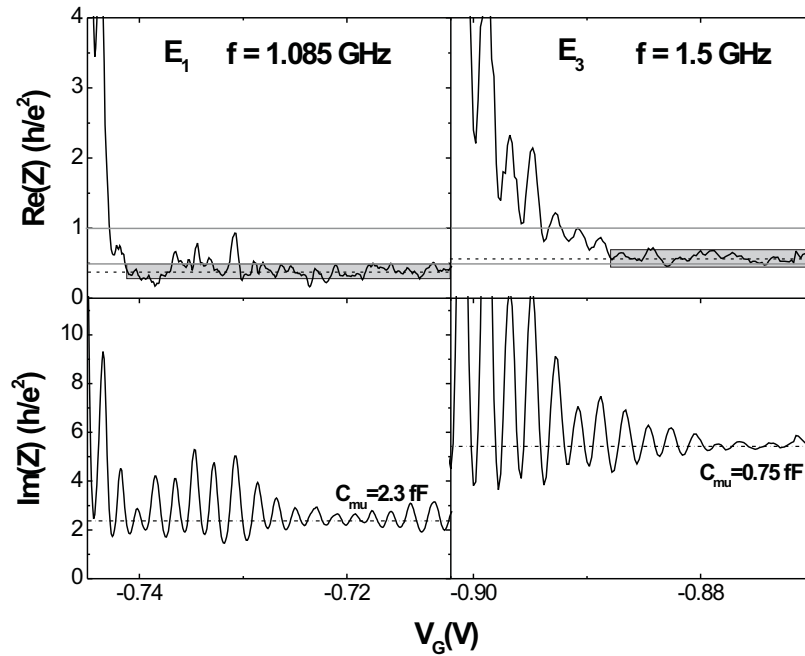


FIG. 3.7 – évolution des parties réelle et imaginaire de l'impédance des échantillons E_1 et E_3 avec la tension V_G . La bande grisée représente l'incertitude sur la mesure de la résistance dans la gamme où elle ne dépend pas de V_G .

d'après la figure 3.7 les valeurs suivantes de la résistance à $D = 1$ pour les échantillons E_1 et

E_3 :

$$R_q = 10.2 \pm 2.5 k\Omega \text{ pour } E_1 \quad (3.34)$$

$$R_q = 14.5 \pm 3 k\Omega \text{ pour } E_3 \quad (3.35)$$

On voit sur la figure 3 et d'après ses valeurs que pour les deux échantillons, la valeur de $\frac{h}{2e^2}$ est compatible avec les barres d'erreur tandis que la valeur de $\frac{h}{e^2}$ est exclue. Cette valeur de $\frac{h}{e^2}$ serait la valeur attendue pour l'association en série incohérente d'un contact ponctuel et d'une capacité dans un conducteur monomode. Ce résultat confirme la non validité des lois usuelles d'addition des conducteurs dites lois de Kirchhoff lorsque la cohérence quantique des ondes électroniques est maintenue entre ces deux composants. De plus, on peut observer que la résistance reste constante dans une petite gamme de transmission puisque, pour les mêmes valeurs de la tension V_G , les oscillations de la capacité sont de plus en plus importantes. Toutefois, très rapidement, pour les transmissions plus basses, la résistance commence à diverger.

3.3.4 Confrontation au modèle à différentes fréquences

Je vais maintenant présenter les mesures sur le deuxième échantillon effectuées aux trois fréquences $f = 0.18, 0.52, 1.5 GHz$ ainsi que les résultats fournis par le modèle de densité d'états présenté précédemment. La quasi-totalité des paramètres de ce modèle sont connus : la fréquence d'excitation est imposée, la périodicité des pics en fonction de la tension V_G est mesurée, la capacité électrochimique C_μ ainsi que la température sont déduites de la calibration. La variation de la transmission avec la tension de grille V_G est simulée par la formule 3.30. Les deux paramètres ΔV et V_0 sont déduits des mesures de temps de sortie des électrons dans les régime non linéaire (voir chapitre suivant). La seule inconnue est la capacité géométrique C qui ne joue toutefois qu'un faible rôle pour cet échantillon. En effet, placée en série de la capacité quantique, elle n'intervient que lorsque celle-ci devient importante, c'est à dire pour les pics de valeur $e^2/(4k_B T)$ (voir figure 3.4). Son effet est d'écarter ces pics puisque la capacité électrochimique $C_\mu = \frac{CC_q}{C+C_q}$ ne peut dépasser la valeur C . La mesure de la hauteur maximale des pics de conductance observés sur la figure 3.5 permet de donner une borne inférieure à la capacité géométrique $C \geq 4C_\mu$. La valeur de C a été fixée à 3.5fF pour les trois fréquences étudiées.

On peut observer sur la figure 3.8 a) qu'une diminution de la fréquence d'excitation décale vers les transmissions plus faibles (tensions V_G plus négatives) la coupure définie par le critère $RC\omega \approx 1$. En effet, cette coupure intervient pour $\gamma \approx \omega$ d'autant plus petit que la fréquence est basse. Pour $f = 1.5 GHz$, on est limité à l'étude des transmissions supérieures à $D = 0.15$ tandis que pour $f = 0.18 GHz$, le signal ne diminue notablement qu'à partir de $D = 0.02$. Pour $D = 0.15$, le signal est encore presque complètement capacitif. Cette courbe illustre la nécessité d'utiliser une large bande passante si l'on désire déterminer les temps de relaxation dans une large gamme temporelle c'est à dire une large gamme de transmissions. Nous verrons dans le chapitre 4 consacré au régime non-linéaire qu'il est intéressant, pour l'injection contrôlée d'électrons, d'étudier le circuit dans un domaine où les effets de quantification de charge dans la boîte sont très marqués, c'est à dire lorsque la boîte est peu couplée au réservoir. Dans ce cas, il est intéressant de sonder la dynamique électronique à très basse transmission et par conséquent à basse fréquence $f = 180 MHz$. Toutefois, la précision sur la mesure des temps courts (transmissions élevées) est moindre à basse fréquence : une incertitude de 2° sur la détermination de la phase entraîne une erreur de 20 ps à 180 MHz et de seulement 2 ps à 1.5 GHz sur la mesure des temps de relaxation. Par conséquent, la mesure

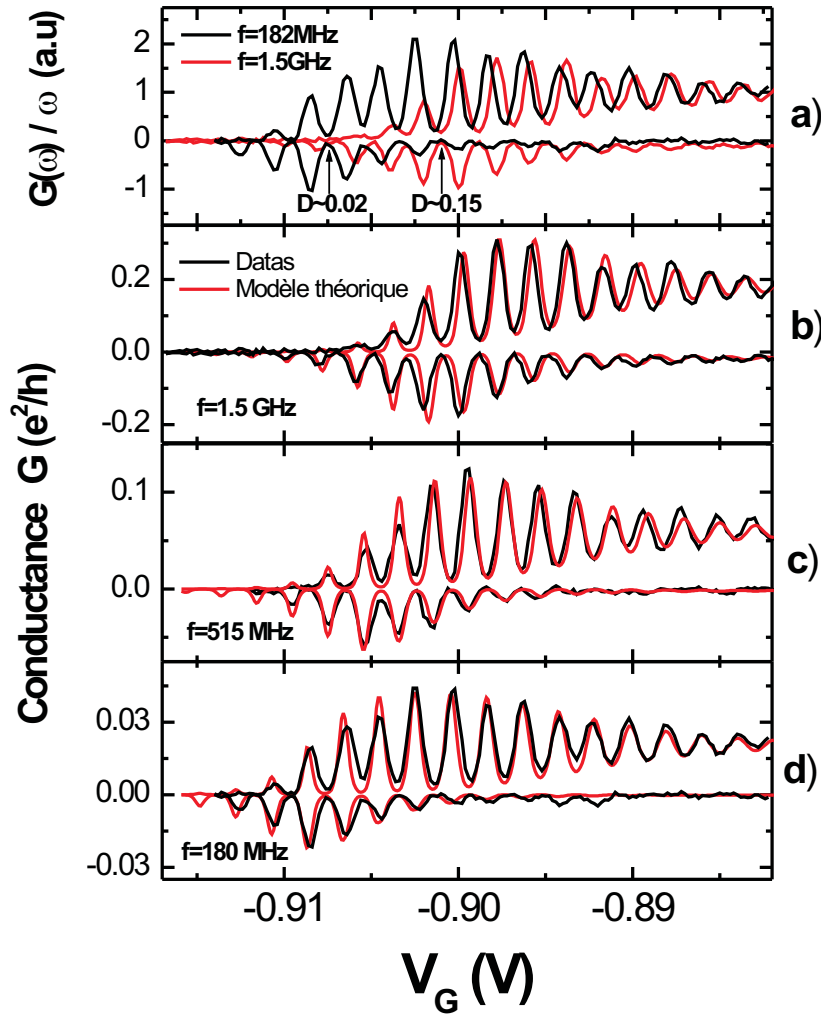


FIG. 3.8 – a) Comparaison des parties imaginaire et réelle de la conductance mesurées pour les deux fréquences $f = 180\text{MHz}$ et $f = 1.5\text{GHz}$. b), c), d) Mesure de la conductance pour $f = 1.5\text{GHz}$, 515MHz et 180MHz (courbes noire) et résultats du modèle théorique (courbes rouge).

de la résistance dans le régime cohérent n'est possible que pour $f = 1.5\text{GHz}$ en raison du rapport $\frac{h}{2e^2}C_\mu\omega$ trop petit à 0.18 et 0.51MHz (respectivement égal à 0.01 et 0.03).

Sur la figure 3.8 b), c), d), on a représenté les données expérimentales (en noir) obtenues pour $f = 1.5$, 0.51 et 0.18GHz ainsi que les courbes déduites du modèle théorique (en rouge). On constate un excellent accord entre les deux courbes bien que le modèle n'inclue pas les interactions. Nous verrons plus tard que dans le régime $k_B T \ll \Delta$ les différences entre les prédictions du modèle en interactions et du modèle sans interactions sont très faibles, surtout si $\Delta > e^2/C$ comme dans notre cas. Ce résultat permet de confirmer notre compréhension du fonctionnement du circuit RC mésoscopique dans une très large gamme de fréquences ($0.18 \rightarrow 1.5\text{GHz}$). Le bon accord entre le modèle théorique et les courbes expérimentales (et en particulier le décalage des courbes en fonction de la fréquence) permet de confirmer

la modélisation correcte de l'évolution de la transmission avec la tension de grille V_G . Nous allons donc maintenant tracer la variation de la résistance en fonction de la transmission en reportant la loi $D(V_G)$ utilisée dans la modélisation théorique.

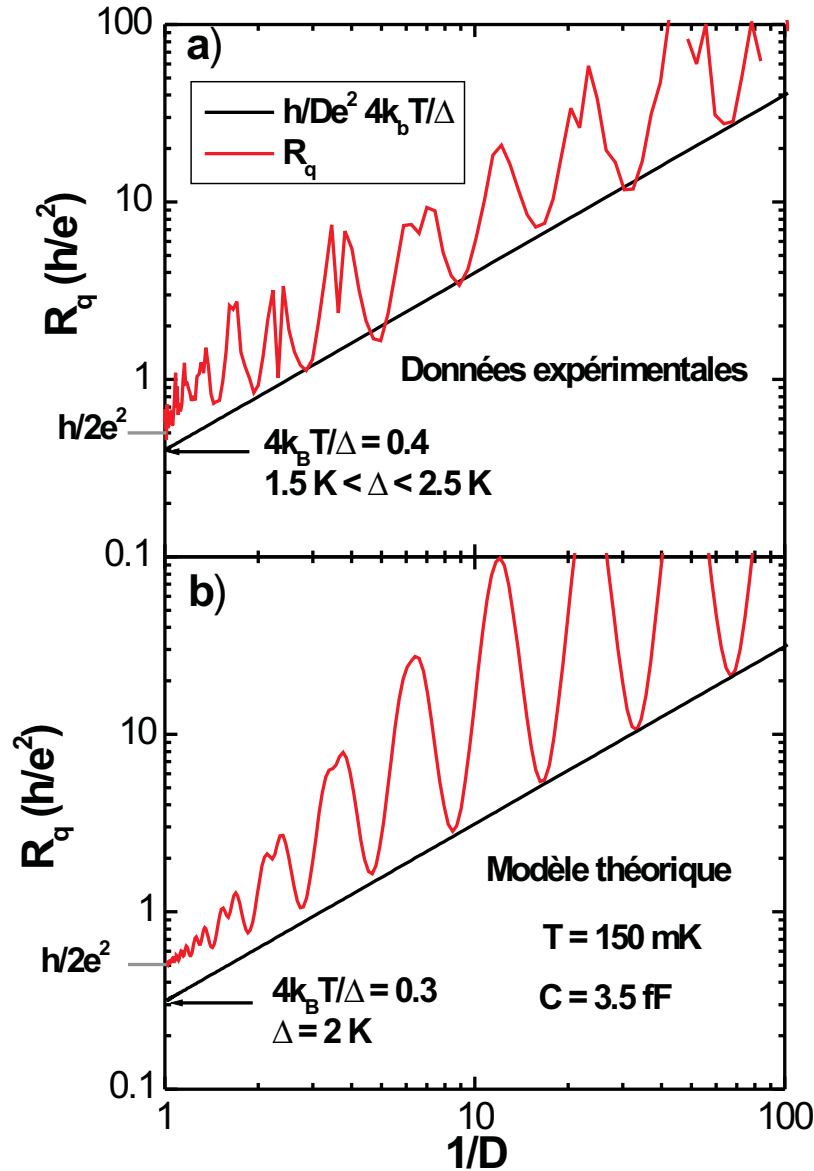


FIG. 3.9 – a) évolution de la résistance mesurée avec la transmission. b) évolution de la conductance calculée avec la transmission pour une température $150 mK$, un écart entre niveaux $\Delta = 2 K$ et une capacité géométrique $C = 3.5 fF$.

Afin d'évaluer le domaine d'application du régime cohérent $k_B T \ll \hbar \gamma$, on a tracé sur la figure 3.9 l'évolution de la résistance mesurée à $1.5 GHz$ (partie supérieure de la figure 3.9) en fonction de $1/D$ en représentation log-log. La loi d'évolution de la transmission avec la tension de grille utilisée ici est identique à celle utilisée pour la modélisation des courbes

expérimentales de la figure 3.8. On voit que la résistance ne garde sa valeur $\frac{h}{2e^2}$ que sur une très faible plage de transmission ($D \geq 0.9$). Ceci est lié à la température électronique trop forte qui ne permet pas d'observer la constance de la résistance sur une gamme plus large. Malgré une température électronique apparente plus faible, c'était aussi le cas pour l'échantillon E_1 car c'est le rapport $\frac{\Delta}{k_B T}$ qui intervient. On a reporté sur la partie inférieure de la figure 3.9 l'évolution de la résistance déterminée d'après le modèle théorique. Pour les transmissions inférieures à 0.3, les résistances mesurée et calculée présentent des oscillations importantes. La résistance mesurée présente des maximums inférieures à la prédiction théorique. Toutefois, ces maximums correspondent à des vallées de conductance presque nulle. Ces maximums sont donc mesurés de manière très imprécise. Pour les basses transmissions, dès que $k_B T \gg \hbar\gamma$, on entre dans le régime séquentiel et la résistance prend alors des valeurs minimales données par $\frac{h}{De^2} \frac{4k_B T}{\Delta}$ (cf équation 3.32) au niveau des pics de conductance. Sur la partie inférieure de la figure, on constate que la droite de pente 1 et d'ordonnée à l'origine de 0.3 passe bien par tous les minimums de résistance pour $D < 0.2$. La valeur de $0.3 = \frac{4k_B T}{\Delta}$ est bien égale à la valeur déduite des paramètres du modèle : $T = 150mK$ et $\Delta = 2K$. De même, les valeurs minimales de la résistance mesurée s'alignent bien sur une droite de pente 1. La valeur de l'ordonnée à l'origine fournit le rapport $\frac{4k_B T}{\Delta} = 0.4$. Pour une température électronique d'environ $200mK \pm 50mK$, on obtient un écart entre niveaux de $\Delta \approx 2K \pm 0.5K$. Cette valeur est cohérente avec la valeur de la capacité électrochimique $C_\mu = 0.75fF$ d'une part et, d'autre part, avec la forte valeur de la capacité géométrique $C \geq 4C_\mu$ nécessaire pour ajuster les données expérimentales au modèle théorique.

3.3.5 Blocage de Coulomb

On peut raffiner la description théorique du circuit RC mésoscopique dans le régime linéaire présentée en section 3.2 en incluant les effets des interactions entre électrons dans la boîte. Nigg et al. ont montré en référence [58], que la résistance R_q et la capacité C_q gardent leurs expressions 3.14 et 3.13 à condition de remplacer la densité d'états du système sans interactions par la densité d'états du système en interaction. Ils ont montré en particulier que pour un conducteur monomode, la résistance gardait sa valeur $R_q = \frac{h}{2e^2}$ à température nulle en présence d'interactions. Dans la référence [58], Nigg et al. calculent numériquement la valeur de la résistance pour différentes valeurs de la transmission dans le cadre d'un modèle de boîte à deux niveaux d'énergie orbitaux pouvant être occupées par deux espèces de spin. Puisque les mesures que je discute ici ont été effectuées en fort champ magnétique, je considérerai dans cette section un modèle de boîte plus simple à deux niveaux orbitaux mais sans dégénérescence de spin. Les différents paramètres de ce modèle sont semblables à ceux du modèle sans interactions. On retrouve la température T , l'écart entre les deux niveaux Δ , l'énergie de charge $E_c = \frac{e^2}{C}$ et le couplage des niveaux orbitaux au réservoir relié à la largeur des niveaux γ . On peut choisir dans le cadre de ce modèle un couplage des deux niveaux au réservoir différent mais pour plus de simplicité, nous choisirons les mêmes valeurs. Ce modèle a déjà été utilisé réf. [34] pour calculer la conductance dans le régime continu d'une boîte quantique reliée à deux réservoirs par deux barrières tunnel. Il permet de calculer la densité d'états du système en interactions dans une large gamme de transmission allant du régime séquentiel $\hbar\gamma \ll k_B T$ à un régime de forte transmission $\hbar\gamma \approx k_B T$. Une description plus détaillée de ce modèle est présentée en section 5.4 de ce manuscrit dans l'étude du régime non-linéaire. Je n'en présenterai donc ici que les résultats sur le calcul de la densité d'états.

On a représenté sur la figure 3.10 a), les densités d'états effectives dans la boîte à l'énergie de Fermi pour une température $T = 0.2K$ en fonction du potentiel chimique dans trois cas différents. Ces trois cas correspondent à la même valeur de capacité électrochimique de $2.5K$

mesurée pour l'échantillon E_3 en champ magnétique fort (voir 3.3.2) ainsi qu'à la même valeur du couplage $\hbar\gamma = 0.02K$ de la boîte au réservoir mais différent par les valeurs de l'écart entre niveaux Δ et l'énergie de charge $\frac{e^2}{C}$. On a donc toujours, $\frac{e^2}{C_\mu} = \Delta + \frac{e^2}{C}$. On a choisi une valeur de $\gamma = 0.02 \ll T$ afin de se situer dans le régime séquentiel où la calibration de la capacité électrochimique est effectuée (section 3.3.2). Le premier niveau est pris pour origine des énergies ($\epsilon = 0$), le deuxième pic de densité d'états est donc obtenu dans tous les cas pour $\epsilon = \frac{e^2}{C_\mu}$. La courbe verte représente le calcul sans interactions avec $\Delta = 2.5K$. Les courbes

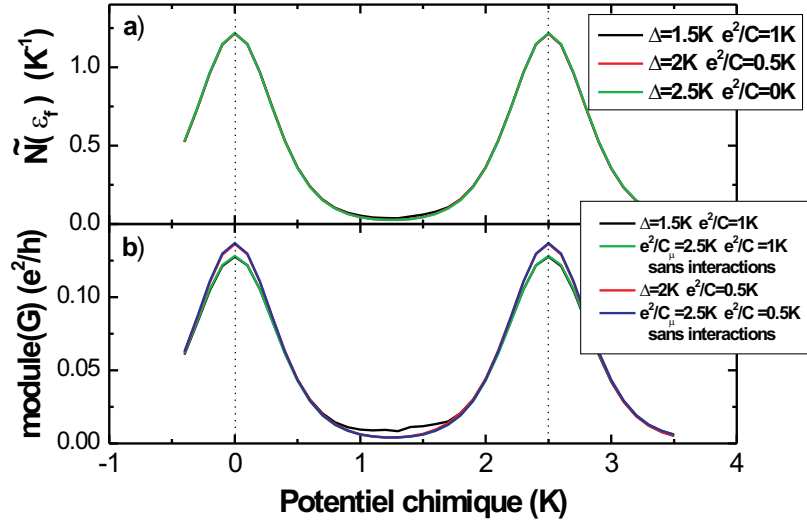


FIG. 3.10 – a) Densité d'états du spectre d'addition à l'énergie de Fermi pour différentes valeurs de l'écart Δ entre niveaux et de la capacité géométrique C . b) Module de la conductance totale $G(\omega)$ du circuit RC pour différentes valeurs de l'écart entre niveaux et de la capacité géométrique.

rouge et noire sont obtenues dans le cadre du modèle incluant les interactions avec $\Delta = 2K$ et $\Delta = 1.5K$. Au niveau d'un pic de conductance, les trois densités d'états sont égales, en effet, tant que $k_B T \ll \Delta$, la forme des pics est caractéristique de l'effet tunnel résonnant. Sur la figure 3.10 b), on a tracé le module de la conductance totale G en unités de $\frac{e^2}{h}$ pour quatre cas distincts. Les courbes vertes et bleues représentent le calcul sans interactions : la densité d'états est calculée pour un écart entre niveaux $\Delta = 2.5K$ et on rajoute l'effet de la capacité géométrique en série de la capacité quantique (cf équation 3.15) dans le calcul de la conductance totale G . La courbe verte (respectivement bleue) est obtenue pour une capacité $C = 1.85fF$ (respectivement $3.7fF$). Les courbes noires et rouges représentent la valeur de la conductance totale obtenue lorsque la densité d'états est calculée en prenant en compte les interactions avec $\Delta = 1.5K$ et $C = 1.85fF$ (courbe noire) et $\Delta = 2K, C = 3.7fF$ (courbe rouge).

On peut observer que les pics de conductance à résonance sont plus petits lorsque l'on augmente la capacité géométrique. En effet, celle-ci est placée en série de la capacité quantique et vient donc écrêter les pics liés à la densité d'états dans la boîte. Cette différence ne provient pas de la prise en compte des interactions dans le calcul de la densité d'états, elle est déjà contenue dans le modèle sans interactions. La prise en compte des interactions dans le calcul de la densité d'états n'affecte donc pas la forme des pics à résonance (tant que $k_B T \ll \Delta$).

En conclusion, tant que $k_B T \ll \Delta$, la forme des pics de conductance n'est pas modifiée près de la résonance. Pour $\Delta = 2K$ et $\frac{e^2}{C} = 0.5K$ (qui est approximativement la valeur de la capacité utilisée pour modéliser les résultats expérimentaux, voir 3.3.4), les différences attendues entre le calcul exact incluant les interactions et le calcul approché qui consiste à remplacer dans le calcul de la densité d'états sans interactions Δ par $\Delta^* = \frac{e^2}{C_\mu}$ sont minimes. Dans ces conditions, cette approche est légitime et il est difficile de voir les effets des interactions sur la densité d'états dans le régime linéaire.

3.3.6 Mesures à champ magnétique nul

Je vais décrire succinctement dans cette section les mesures que nous avons réalisées à champ magnétique nul (en fait, le champ magnétique n'est pas rigoureusement nul mais égal au champ rémanent de l'ordre de quelques dizaines de milliTeslas). A champ magnétique nul, la dégénérescence de spin n'est pas levée, les prédictions théoriques données en section 3.2 pour un conducteur monocanal ne sont donc plus valables. Une théorie sans interactions d'un conducteur à deux canaux prédit une valeur deux fois plus petite pour la résistance de relaxation de charge, $R_q = \frac{h}{4e^2}$. Le rôle joué par les interactions pour un conducteur à deux canaux de spin dégénérés est plus important car cette dégénérescence est levée en raison du surcoût en énergie pour ajouter une charge dans la boîte (énergie de charge E_c). Lorsque l'on modifie le potentiel chimique, les charges rentrent dans la boîte l'une après l'autre et jamais deux par deux. L'étude de la résistance de relaxation de charge en incluant les interactions d'une boîte dégénérée en spin a été effectuée en réf. [58] et on trouve la valeur $\frac{h}{4e^2}$ à forte transmission. La détermination de la résistance de relaxation de charge en champ magnétique nul est toujours en cours d'étude, je n'effectuerai donc dans cette section qu'une discussion qualitative des résultats obtenus.

On peut observer sur la figure 3.11 a) les parties imaginaire et réelle de la conductance en fonction de la tension V_G . Ces courbes sont très similaires aux courbes observées pour $B = 1.28T$ (cf figure 3.5). La principale différence concerne la persistance d'un long train d'oscillations pour les fortes tensions de grille ($V_G \leq -860mV$). Cette caractéristique n'est pas visible à fort champ magnétique (figure 3.5). On peut mesurer, dans le régime séquentiel, l'évolution de la largeur des pics de conductance avec la température (figure 3.11 b)). Ici aussi, on observe une évolution de la largeur avec la température de la forme $L(T) = \frac{1}{\beta} \sqrt{T^2 + T_0^2}$, avec $\beta = 2.2K.V^{-1}$ et $T_0 = 200mK$. On déduit ensuite de l'écart entre pics $\delta V_{dc} = 1.05V$ la valeur de l'énergie d'addition $\frac{e^2}{C_\mu} = 2.3K$ et $C_\mu = 0.8fF$. Cette valeur est très proche de la valeur $0.75fF$ mesurée en champ magnétique fort.

Qualitativement, les mesures réalisées pour $B = 1.28T$ et $B \approx 0T$ sont très similaires. En raison des interactions (blocage de Coulomb), la variation de charge entre deux pics de conductance est également d'une unité pour les champs faibles. Les différences devraient apparaître dans la valeur de la résistance à forte transmission. Des mesures complémentaires sont en cours afin de déterminer la valeur de cette résistance avec une résolution suffisante pour distinguer les deux valeurs de $\frac{h}{4e^2} \approx 6.5k\Omega$ et $\frac{h}{2e^2} \approx 13k\Omega$. De plus, le champ magnétique rémanent ne permet pas, pour les mesures présentées ici, d'assurer la nullité du flux dans la boîte à mieux que quelques quanta de flux. La valeur du champ magnétique sera déterminée précisément à l'aide d'une croix de Hall pour les prochaines expériences.

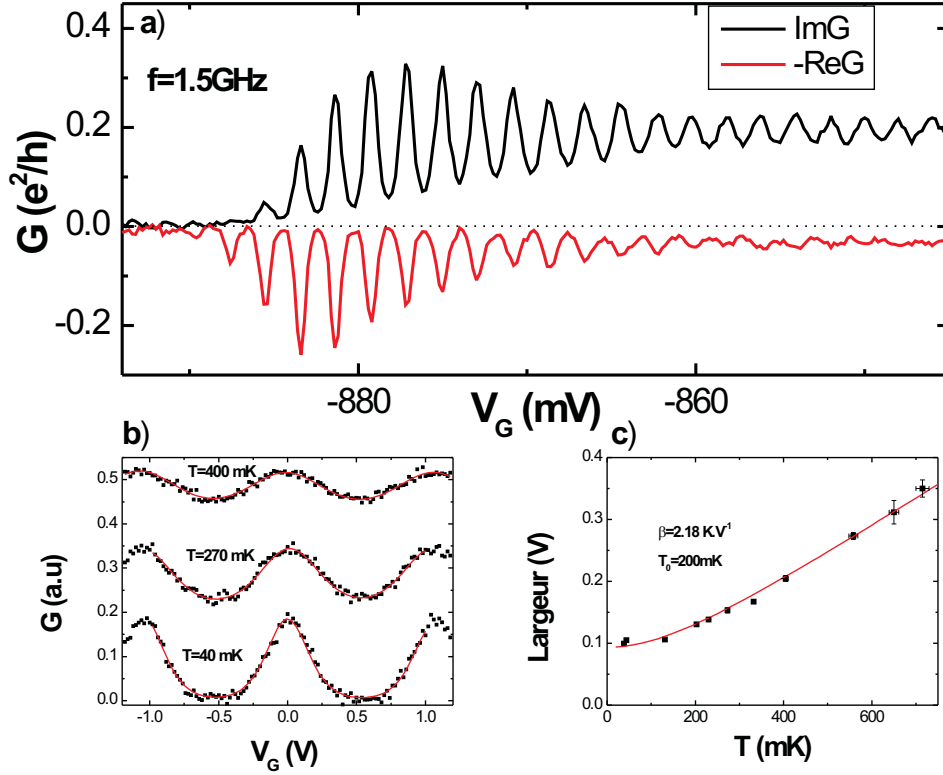


FIG. 3.11 – a) Parties imaginaire et réelle de la conductance de l'échantillon E_3 à champ magnétique faible $B \approx 0T$. b) Variation de la conductance avec la tension V_{dc} mesurée dans le régime séquentiel pour différentes températures. Les courbes rouges correspondent aux ajustements en $1/ch^2(V_G/2L(T))$ dont on extrait la valeur de la largeur des pics. c) évolution de la largeur des pics de conductance avec la température permettant de déterminer le couplage de la grille à la boîte à champ magnétique nul.

3.4 Conclusion

Les mesures effectuées dans le régime linéaire présentées dans cette section ont permis de vérifier la validité des prédictions théoriques sur la dynamique du transfert de charges d'un circuit quantique [5]. La capacité d'un tel circuit fait apparaître une contribution liée à la densité d'états, c'est d'ailleurs la contribution la plus importante des échantillons que nous avons mesurés. De manière plus spectaculaire, la résistance de relaxation de charge d'une capacité mésoscopique monomode est deux fois plus petite que la résistance de Landauer d'un conducteur monomode. Cette résistance est même indépendante de la transmission tant que $k_B T \ll \hbar \gamma$. Pour les températures atteintes expérimentalement et présentées dans cette section, cette gamme de transmission est très faible (de $D = 1$ à $D = 0.9 - 0.8$), il est donc important d'obtenir des températures plus basses afin d'observer la constance de la résistance dans une plus large gamme. Enfin, l'accord observé entre les mesures et un modèle théorique simple est excellent et cet accord se vérifie dans une large gamme de fréquences. Ces mesures réalisées à différentes fréquences permettent de vérifier l'évolution de la fréquence de coupure d'un tel circuit RC quantique avec la transmission du contact ponctuel. En effet, dans le

régime séquentiel $k_B T \gg \hbar \gamma$, la tangente de la phase $\tan \varphi = R_q C_q \omega$ est égale à $\frac{\omega}{\gamma}$. On ne peut donc faire fonctionner un tel circuit à des fréquences plus rapides que γ . Nous allons étudier ce même circuit dans le régime non-linéaire dans les chapitres 4 et 5. Nous verrons que les propriétés quantiques de ce circuit se traduisent par une quantification du courant mesuré traduisant le transfert d'une unique charge par alternance du signal d'excitation lorsque la transmission est basse (c'est à dire lorsque la charge dans la boîte est quantifiée). L'étude dynamique d'une telle boîte quantique force donc l'expérimentateur à un compromis : pour faire fonctionner le système dans un régime de boîte où les effets de quantification de charge sont bien marquées, il faut moduler le système à plus basse fréquence.

Chapitre 4

Régime non-linéaire de la capacité mésoscopique (théorie)

4.1 Introduction

Nous allons étudier dans ce chapitre le domaine des fortes tensions d'excitation V_{exc} . Nous avons appliqué des tensions V_{exc} périodiques (essentiellement en forme de créneaux) à la grille de la capacité de la boîte quantique. Pour simplifier, nous supposons maintenant que la tension d'excitation est appliquée au réservoir afin que la situation expérimentale corresponde à la description théorique (cf. annexe B et section 4.2). Ces deux situations ne diffèrent que par un même déplacement de tous les potentiels. Pour un créneau représenté sur la figure

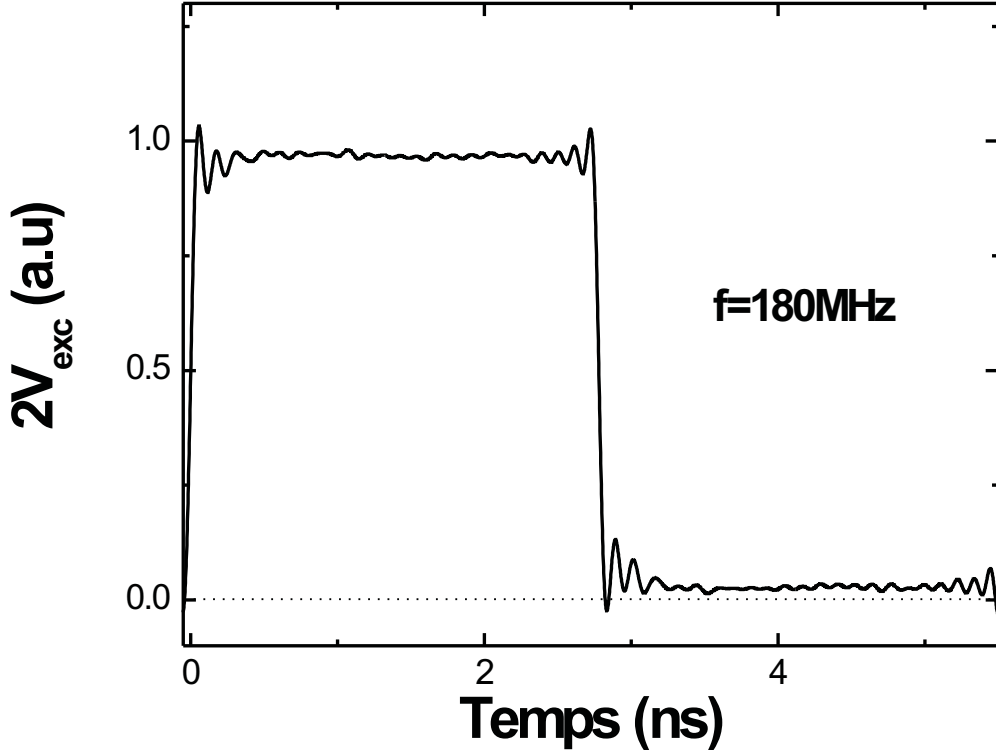


FIG. 4.1 – Évolution temporelle du signal d'excitation en créneau pour $f = 180\text{MHz}$.

4.1, on a successivement éjection d'une charge négative de la boîte vers le réservoir sur la première demi-période (ou alternance), puis absorption de la même charge par la boîte sur la seconde. La charge moyenne transférée sur une période est donc nulle. Nous allons donc discuter dans ce chapitre l'évolution de la charge transférée *par demi-période ou alternance* en fonction de l'amplitude de la tension d'excitation. Dans le régime linéaire étudié précédemment, les tensions d'excitation sont très inférieures aux énergies caractéristiques de la boîte ($eV_{exc} \ll e^2/C_\mu$) et, par conséquent, la charge transférée dans la boîte est très inférieure à la charge électronique ($q \ll e$). En revanche, la caractéristique courant-tension devient non-linéaire pour des tensions d'excitation $eV_{exc} \approx e^2/C_\mu$, c'est à dire lorsque la charge transférée devient proche de la charge électronique (la réponse n'est rigoureusement linéaire que lorsque $eV_{exc} \ll \hbar\omega$ toutefois la première harmonique du courant ne dévie notablement d'une évolution linéaire que pour $eV_{exc} \approx \frac{e^2}{C_\mu}$). Nous verrons dans ce chapitre que cette non-linéarité se traduit à très basse transmission par l'apparition de plateaux correspondant au transfert

d'un nombre entier de charges élémentaires par alternance de la tension d'excitation. A transmission unité $D = 1$, nous verrons que la caractéristique courant-tension est linéaire sur la gamme des tensions d'excitation accessibles, le circuit est donc équivalent à une capacité C_μ constante. Pour une tension d'excitation $V_{exc} = e/C_\mu$, le transfert de charges par alternance moyenné sur un grand nombre de périodes d'excitation est, dans ce cas aussi, exactement égal à une unité. Toutefois, la charge transférée fluctue d'une alternance à l'autre. Lorsque la transmission diminue, les effets de quantification de charge dans la boîte responsables de l'apparition des plateaux de courant permettent le transfert en principe d'un *nombre quantifié de charges à chaque demi-période du signal d'excitation*. Ceci permet donc de réaliser une source à électron unique, analogue des sources à photon unique. Cette source doit permettre d'injecter à un instant contrôlé par l'expérimentateur une charge et une seule dans le circuit électronique étudié. L'étude du régime hyperfréquence non-linéaire, c'est donc l'étude de la dynamique d'une charge électronique quantifiée dans un circuit électronique. Dans notre cas, il s'agit du circuit le plus élémentaire qui soit puisqu'il est constitué d'un simple réservoir. On voit que la démonstration du fonctionnement de cette source passe par deux observations : la mesure de courants quantifiés et l'absence de fluctuations de charges au niveau de ces plateaux de courant. J'ai réalisé dans ma thèse la première partie de cet objectif caractérisant l'évolution de la quantification du courant ainsi que celle du temps d'injection de la charge vers le réservoir en fonction des différents paramètres et notamment de la transmission.

Les effets de quantification de la charge dans la boîte nécessaires à la réalisation de cette source sont d'autant plus marqués que la transmission est plus basse. A température nulle et pour $D \ll 1$, la boîte contient un nombre entier d'électrons, en effet, si la boîte est isolée, le nombre d'électrons qu'elle contient est un bon nombre quantique. Lorsque l'on varie le potentiel chimique de la boîte, la charge varie par paliers successifs d'un électron pour une variation du potentiel de $\Delta^* = e^2/C_\mu$ appelée énergie d'addition. Cette énergie d'addition provient de la quantification de la charge et comprend une partie due aux interactions (énergie de Coulomb e^2/C) et, en raison du principe de Pauli (hors cas de dégénérescence) une partie due au spectre énergétique discret lié au confinement dans la boîte (Δ). Comme on l'a vu dans le chapitre précédent, on retrouve la trace de cette quantification de la charge dans la densité d'états. A basse transmission, elle présente des pics bien séparés distants de $\Delta^* = \Delta + e^2/C$ qui s'estompent lorsque la transmission augmente. A température nulle, le nombre d'électrons que contient la boîte est égal à l'intégrale de la densité d'états du spectre d'addition jusqu'à ϵ_f , énergie de Fermi de la boîte. Lorsque l'on modifie celle-ci, la charge varie par paliers successifs d'une unité pour chaque pic de densité d'états intégré. A température T , il faut convoluer la densité d'états avec la distribution de Fermi, c'est donc la densité d'états apparente notée $\tilde{N}(\epsilon_f)$ déjà introduite dans le chapitre 3, équation 3.16, qui intervient. Sur la figure 4.2 a), on a représenté l'évolution du nombre moyen de charges dans la boîte pour $D = 0.1$ et aux températures de $100mK$, courbe noire, et $200mK$, courbe rouge pour $\Delta = \Delta^* = 1.9K$ (on a pris $\frac{e^2}{C} \rightarrow 0$) lorsque, partant d'un état bloqué (vallée de conductance), on modifie le potentiel de la boîte. On a tracé sur la même courbe les densités d'états effectives à ces deux températures. On voit que la température atténue la quantification de la charge en lissant sa dépendance dans le potentiel chimique. Cette quantification disparaît pour $k_B T \approx \Delta^*$. Sur la figure 4.2 b), on voit que la quantification de la charge disparaît pour $D \approx 1$ et est de plus en plus marquée lorsqu'elle diminue ($D = 0.6$ et $D = 0.1$). L'observation d'une charge quantifiée dans la boîte nécessite donc $k_B T \ll \Delta^*$ et $D \ll 1$.

Nous avons étudié la dynamique de la variation de la charge dans la boîte non pas lorsque l'on modifie progressivement le potentiel électrostatique de la boîte mais lorsque l'on applique une tension alternative en créneau de temps de montée très court et d'amplitude pic-pic $2V_{exc}$

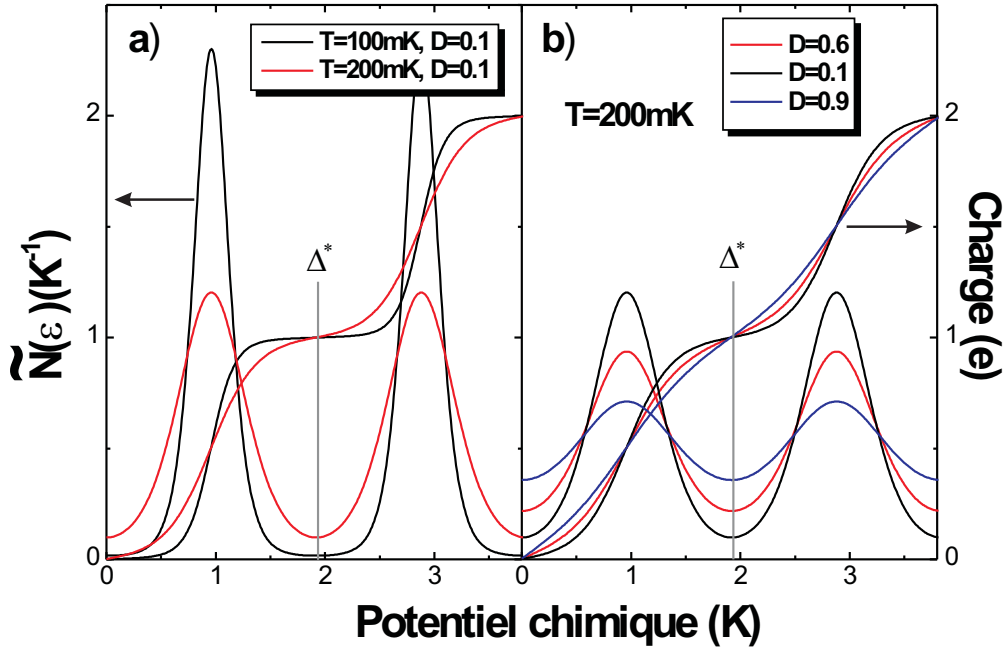


FIG. 4.2 – a) Évolution de la densité d'états effective à l'énergie de Fermi en fonction du potentiel de la boîte pour une transmission $D = 0.1$ et pour deux températures $T = 100mK$ et $T = 200mK$. L'effet de la capacité géométrique a été négligé ($C \rightarrow \infty$) et l'écart entre niveau est de $1.9K$. b) évolution de la charge moyenne dans la boîte avec le potentiel pour trois valeurs de la transmission $D = 0.1, 0.6$ et 0.9 et pour $T = 200mK$.

dans la gamme hyperfréquence. On s'attend alors à observer à basse température et basse transmission, d'après la figure 4.2 une variation de charge nulle (donc un courant nul) si $2eV_{exc} < \frac{\Delta^*}{2}$, et égale à une charge par demi-période tant que $\frac{\Delta^*}{2} < 2eV_{exc} < \frac{3\Delta^*}{2}$ soit un courant alternatif d'amplitude $I = 2ef$ correspondant à l'injection puis l'absorption d'un électron dans une période du signal d'excitation.

Comme nous le verrons dans le chapitre suivant, nous avons mesuré, comme dans le régime linéaire, la partie réelle et la partie imaginaire de la première harmonique du courant en réponse à une excitation en créneau de fréquence $f = 182 MHz$. Pour fixer les idées, on a représenté sur la figure 4.3 l'évolution de la partie imaginaire du courant en fonction de la tension V_G lorsque l'on augmente la tension d'excitation par paliers de $2eV_{exc} = \frac{\Delta^*}{4}$ passant ainsi du régime linéaire au régime non-linéaire. Ces mesures ont été effectuées sur l'échantillon E_3 à champ magnétique fort $B = 1.28T$ (c'est à dire dans les mêmes conditions que les mesures linéaires du chapitre 3.3). On voit sur la figure 4.3 que pour $2eV_{exc} = \frac{\Delta^*}{4}$ on retrouve les traces de conductance observées dans le régime linéaire. Lorsque l'on augmente la tension d'excitation ($2eV_{exc} = \frac{\Delta^*}{2}$ et $\frac{3\Delta^*}{4}$), les pics de conductance s'élargissent progressivement et se décalent en énergie. Les oscillations disparaissent complètement lorsque $2eV_{exc} = \Delta^*$. Pour cette tension d'excitation, la partie imaginaire du courant prend la valeur remarquable $2ef$ qui correspond au courant attendu pour l'injection et l'absorption d'une charge par période d'excitation. Les oscillations de courant reprennent alors pour les tensions d'excitation plus élevées ($2eV_{exc} = \frac{5\Delta^*}{4}$ et $\frac{3\Delta^*}{2}$). Dans ce chapitre, nous allons étudier théoriquement la réponse

de la capacité mésoscopique à une excitation crêteau de forte amplitude afin d'interpréter les données expérimentales de la figure 4.3 et notamment comment elles traduisent l'apparition d'un courant quantifié en unités de $2ef$ pour $2eV_{exc} = \Delta^*$.

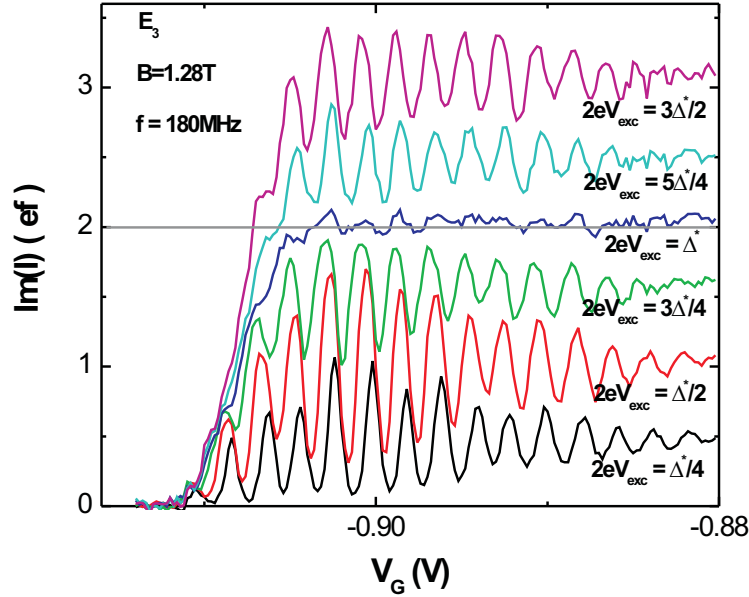


FIG. 4.3 – Évolution de la partie imaginaire de la première harmonique du courant avec la tension V_g mesurée pour $f = 180MHz$ pour différentes valeurs de la tension d'excitation V_{exc} .

Je décrirai tout d'abord comment on peut calculer le courant en réponse à une excitation en crêteau de forte amplitude en modifiant le modèle présenté dans le chapitre précédent de manière à inclure les fortes excitations. Nous verrons que dans le cas d'une excitation en crêteau, les résultats s'interprètent facilement d'après le modèle naïf de variation du potentiel continu présenté ci-dessus. Je présenterai ensuite de manière plus quantitative l'évolution du courant en fonction des différents paramètres sur lesquels l'expérimentateur peut agir (tension hyperfréquence V_{exc} et tensions continues V_G et V_{dc}) à l'aide du modèle de densité d'états dans la boîte présenté dans le chapitre précédent. Nous serons alors à même de modéliser les données expérimentales de la figure 4.3 représentant l'évolution de la partie imaginaire du courant en fonction des tensions V_{exc} et V_G .

4.2 Théorie de diffusion du régime non-linéaire

Nous allons reprendre dans cette section le calcul de l'opérateur courant et de sa valeur moyenne dans le conducteur mésoscopique présenté en annexe B et développé en détail dans la réf. [55], en y apportant certaines modifications permettant d'étudier le régime des fortes excitations.

- la tension d'injection appliquée au réservoir sera une tension en crêteaux d'amplitude $2V_{exc}$ pic-pic et non une tension sinusoïdale.

- nous considérerons des tensions telles que $eV_{exc} \gg \hbar\omega$. Le résultat obtenu sera donc non-linéaire dans la tension d'excitation.
- nous négligerons l'influence de la capacité géométrique : $C \rightarrow \infty$. Nous avons vu dans le chapitre précédent que la capacité géométrique a une très faible influence dans la mesure ou $\Delta \gg e^2/C$. En revanche, cette hypothèse permet, dans le cas non-linéaire, de simplifier beaucoup les calculs. Dans tout ce chapitre l'énergie totale nécessaire à l'apport d'une charge dans la boîte sera assimilée à l'énergie de confinement quantique : $\Delta^* = e^2/C_\mu = \Delta$. Je n'utiliserai donc par la suite que la notation Δ pour désigner l'écart entre pics de la densité d'états. Les effets du blocage de Coulomb ne seront pas pris en compte dans ce modèle (l'énergie de charge est nulle).

Avec une capacité géométrique infinie, il n'y a plus de chute de potentiel entre l'armature métallique de la grille et la boîte quantique. Le potentiel interne de la boîte est donc connu et égal au potentiel de la grille. L'étape de calcul du potentiel interne de façon auto-cohérente est donc inutile. La seule étape du calcul consiste à déterminer le courant dans le gaz bidimensionnel. Par analogie avec le calcul développé en annexe B, on se place dans la situation où c'est le potentiel de la boîte qui est fixé à 0 tandis que le potentiel du réservoir est modulé par une tension en créneaux.

4.2.1 Expression du courant $\hat{I}(t)$ dans le conducteur

Le réservoir à température T peuple avec une distribution $f(\epsilon)$ les états d'énergie ϵ notés $|\Psi_\epsilon\rangle$ décrivant les états émis par le réservoir vers le conducteur mésoscopique. Sous l'action d'une perturbation périodique $V_{exc}(t)$ de période $\mathcal{T}$ et de moyenne nulle, ces états acquièrent une dépendance temporelle supplémentaire : $\xi(t) = e^{-\frac{i}{\hbar} \int_0^t eV_{exc}(\tau) d\tau}$. On note alors $|\Psi'_\epsilon(t)\rangle$ ces états peuplés par la distribution $f(\epsilon)$ en présence de perturbation :

$$|\Psi'_\epsilon(t)\rangle = |\phi_\epsilon^{res}\rangle e^{-ict/\hbar} e^{-\frac{i}{\hbar} \int_0^t eV_{exc}(\tau) d\tau} \quad (4.1)$$

$$= |\phi_\epsilon^{res}\rangle e^{-ict/\hbar} \sum_n c_n e^{-in\omega t}, \quad (4.2)$$

où $|\phi_\epsilon^{res}\rangle$ sont les états propres du réservoir à l'énergie ϵ en l'absence de perturbation et les coefficients c_n sont les coefficients du développement en série de Fourier de la fonction $\xi(t)$. En effet, la fonction $\xi(t)$ est périodique de période $\mathcal{T}$ et admet donc un développement de Fourier.

On suppose que la perturbation extérieure disparaît dans le conducteur mésoscopique, le potentiel y est donc constant. Les états $|\Psi'_\epsilon(t)\rangle$ s'expriment donc dans le canal comme une combinaison linéaire des états non perturbés, soit,

$$|\Psi'_\epsilon(t)\rangle = \sum_{\epsilon'} c_{\epsilon,\epsilon'} |\phi_{\epsilon'}^+\rangle e^{-i\epsilon' t/\hbar} \quad (4.3)$$

Où $|\phi_{\epsilon'}^+\rangle$ est la fonction propre d'un électron incident (d'où le signe +) à l'énergie ϵ' dans le conducteur mésoscopique. On détermine les coefficients $c_{\epsilon,\epsilon'}$ en raccordant les expressions de la fonction d'onde $|\Psi'_\epsilon(t)\rangle$ dans le réservoir et dans le conducteur mésoscopique à chaque énergie $\epsilon + n\hbar\omega$. Afin de satisfaire cette condition de raccord à l'interface entre les deux zones, une onde réfléchie est générée dans le réservoir. Toutefois, dans la limite où $n\hbar\omega \ll \epsilon_f$ (toujours vérifié compte tenu des fréquences utilisées de l'ordre du GHz), on peut négliger l'onde réfléchie à

toutes les énergies $\epsilon + n\hbar\omega$. La fonction d'onde dans le conducteur mésoscopique s'écrit alors :

$$|\Psi'_\epsilon(t)\rangle = \sum_n c_n |\phi_{\epsilon+n\hbar\omega}^+\rangle e^{-i\epsilon t/\hbar} e^{-in\omega t} \quad (4.4)$$

Cette expression nous permet d'exprimer directement l'opérateur $\hat{a}'(\epsilon)$ qui annihile un électron incident dans le canal dans l'état $|\Psi'_\epsilon\rangle$ en fonction des opérateurs $\hat{a}(\epsilon)$ reliés aux états $|\Psi_\epsilon\rangle$ non perturbés. D'après l'équation 4.4 on a :

$$\hat{a}'(\epsilon) = \sum_n \bar{c}_n \hat{a}(\epsilon + n\hbar\omega) \quad (4.5)$$

Il suffit maintenant d'inverser cette relation pour obtenir $\hat{a}(\epsilon)$ en fonction de $\hat{a}'(\epsilon)$:

$$\hat{a}(\epsilon) = \sum_n c_n \hat{a}'(\epsilon - n\hbar\omega) \quad (4.6)$$

On peut maintenant exprimer le courant dans le conducteur $\hat{I}(t)$ en fonction des opérateurs primés :

$$\hat{I}(t) = \frac{e}{h} \int d\epsilon d\epsilon' [\hat{a}^+(\epsilon) \hat{a}(\epsilon') - \hat{b}^+(\epsilon) \hat{b}(\epsilon')] e^{i(\epsilon - \epsilon')t/\hbar} \quad (4.7)$$

$$= \frac{e}{h} \sum_{n,n'} \bar{c}_n c_{n'} \int d\epsilon d\epsilon' A(\epsilon, \epsilon') \hat{a}'^+(\epsilon - n\hbar\omega) \hat{a}'(\epsilon' - n'\hbar\omega) e^{i(\epsilon - \epsilon')t/\hbar} \quad (4.8)$$

Avec $A(\epsilon, \epsilon') = 1 - S^+(\epsilon)S(\epsilon')$. A l'aide de $\langle \hat{a}'^+(\epsilon) \hat{a}'(\epsilon') \rangle = f(\epsilon) \delta(\epsilon - \epsilon')$, on peut calculer la valeur moyenne du courant :

$$\langle \hat{I}(t) \rangle = \frac{e}{h} \sum_{n,n'} \bar{c}_n c_{n'} \int d\epsilon A(\epsilon, \epsilon + (n' - n)\hbar\omega) f(\epsilon - n\hbar\omega) e^{-i(n' - n)\omega t} \quad (4.9)$$

Cette expression fournit les coefficients de Fourier successifs du courant $\langle \hat{I}(t) \rangle = \sum I_{n\omega} e^{-in\omega t}$

$$I_{n\omega} = \frac{e}{h} \sum_{n'} \bar{c}_{n'} c_{n'+n} \int d\epsilon A(\epsilon, \epsilon + n\hbar\omega) f(\epsilon - n'\hbar\omega) \quad (4.10)$$

Comme dans le cas de la réponse linéaire, il n'y a pas de courant continu qui traverse le conducteur : $I_0 = 0$ car $A(\epsilon, \epsilon) = 1 - S^+(\epsilon)S(\epsilon) = 0$.

Même si l'on peut en théorie calculer la dépendance temporelle exacte du courant en calculant tous ses coefficients de Fourier, nous allons nous concentrer sur l'étude de la première harmonique $\hat{I}_\omega$. En effet, la majorité des mesures que nous avons effectuées dans le régime non-linéaire se sont focalisées sur l'étude de cette première harmonique.

$$I_\omega = \frac{e}{h} \sum_n \bar{c}_n c_{n+1} \int d\epsilon A(\epsilon, \epsilon + \hbar\omega) f(\epsilon - n\hbar\omega) \quad (4.11)$$

Cette formule s'applique à une modulation quelconque du potentiel du réservoir. La seule contrainte est d'appliquer une modulation périodique de moyenne nulle. Elle permet donc de traiter diverses formes du signal d'excitation (sinus, créneau...). La différence entre ces diverses formes réside dans le calcul des coefficients de Fourier c_n . Nous nous limiterons par

la suite à l'exemple de l'excitation en créneau car dans ce cas, le calcul de ces coefficients est particulièrement aisé.

4.2.2 Calcul de la première harmonique du courant pour une excitation en créneau

Nous allons maintenant effectuer le calcul des coefficients c_n dans le cas d'une excitation $V_{exc}(t)$ en forme de créneau d'amplitude V_{exc} et de période $\mathcal{T} = 2\pi/\omega$. De plus, nous considérons un créneau symétrique de moyenne nulle. C'est en effet le cas qui permet d'appliquer le plus directement la formule 4.11 du courant. Nous verrons ensuite comment passer d'un créneau de moyenne nulle à un créneau de même amplitude et de moyenne V_{exc} . Nous allons de plus effectuer ce calcul dans le cas des fortes excitations comparées à la pulsation $eV_{exc} \gg \hbar\omega$. Compte tenu des fréquences utilisées de $f = 180MHz$ et $f = 515MHz$, cette condition est remplie dès que $eV_{exc} \gg 9mK$ et $eV_{exc} \gg 25mK$, elle n'est donc pas très restrictive. Je vais maintenant effectuer le calcul des c_n :

$$c_n = \frac{1}{\mathcal{T}} \int_0^{\mathcal{T}} d\tau \xi(\tau) e^{in\omega\tau} \quad (4.12)$$

$$= \frac{1}{\mathcal{T}} \int_0^{\mathcal{T}/2} d\tau e^{-i\frac{eV_{exc}\tau}{\hbar}} e^{in\omega\tau} + \frac{1}{\mathcal{T}} \int_{\mathcal{T}/2}^{\mathcal{T}} d\tau e^{-i\frac{eV_{exc}(\mathcal{T}-\tau)}{\hbar}} e^{in\omega\tau} \quad (4.13)$$

$$= \frac{1}{2i\pi} \frac{(-1)^n e^{-i\frac{eV_{exc}\mathcal{T}}{2\hbar}} - 1}{n - eV_{exc}/(\hbar\omega)} + \frac{1}{2i\pi} \frac{1 - (-1)^n e^{-i\frac{eV_{exc}\mathcal{T}}{2\hbar}}}{n + eV_{exc}/(\hbar\omega)} \quad (4.14)$$

Pour $n > 0$ et $eV_{exc}/\hbar\omega \gg 1$, on peut négliger le deuxième terme antirésonnant et ne garder que le premier terme résonnant.

$$c_n \approx \frac{1}{2i\pi} \frac{e^{-i\frac{eV_{exc}\pi}{\hbar\omega}} - 1}{n - eV_{exc}/(\hbar\omega)} \quad \text{n pair} \quad (4.15)$$

$$= -\frac{1}{2i\pi} \frac{e^{-i\frac{eV_{exc}\pi}{\hbar\omega}} + 1}{n - eV_{exc}/(\hbar\omega)} \quad \text{n impair} \quad (4.16)$$

$$(4.17)$$

On va maintenant supposer, sans perte de généralité, que eV_{exc} est un multiple entier de $\hbar\omega$ et que cet entier est pair : $(eV_{exc}/\hbar\omega) = 2p$. Dans le cas $eV_{exc} \gg \hbar\omega$, le courant n'est pas sensible aux petites variations d'ordre $\hbar\omega/eV_{exc}$ (on peut par ailleurs vérifier que le choix d'un entier pair ou impair ne modifie pas les résultats). Toutefois, cette hypothèse permet de simplifier considérablement les expressions. On obtient alors :

$$c_{2p} = \frac{1}{2} \quad (4.18)$$

$$c_{2p+1} = \frac{-1}{i\pi} \quad (4.19)$$

$$c_{2p-1} = \frac{1}{i\pi} \quad (4.20)$$

$$c_{2p+2k+1} = \frac{-1}{(2k+1)i\pi} \quad (4.21)$$

$$c_{2p-2k-1} = \frac{1}{(2k+1)i\pi} \quad (4.22)$$

$$c_{2k} = 0 \quad (k \neq p) \quad (4.23)$$

$$c_{-n} = c_n \quad (4.24)$$

$c_{2p} = c_{eV_{exc}/\hbar\omega}$ est le seul coefficient à n pair du développement. Les coefficients impairs $c_{2p+2k+1}$ décroissent comme $1/(2k+1)$ lorsque l'on s'éloigne du coefficient central c_{2p} . On peut maintenant effectuer le calcul de la première harmonique du courant d'après l'équation 4.11 en remplaçant les c_n par leurs expressions ci-dessus.

$$I_\omega = \frac{e}{h} \sum_n \bar{c}_n c_{n+1} \int d\epsilon A(\epsilon, \epsilon + \hbar\omega) f(\epsilon - n\hbar\omega) \quad (4.25)$$

$$I_\omega = \frac{e}{2i\pi\hbar} \int d\epsilon A(\epsilon, \epsilon + \hbar\omega) [f(\epsilon + eV_{exc} + \hbar\omega) + f(\epsilon + eV_{exc}) \quad (4.26)$$

$$- f(\epsilon - eV_{exc} + \hbar\omega) - f(\epsilon - eV_{exc})] \quad (4.27)$$

On l'on a gardé que les coefficients non nuls de la somme des $\bar{c}_n c_{n+1}$, c'est à dire $\bar{c}_{2p-1} c_{2p}$ et $\bar{c}_{2p} c_{2p+1}$ ainsi que leurs équivalents pour n négatif.

4.2.3 Développement basse fréquence

Dans le cas linéaire, nous avons obtenu une description plus simple du circuit en terme de résistance et capacité en effectuant un développement basse fréquence valide pour $\omega \ll \gamma$ (où $\hbar\gamma$ est la largeur des pics de densité d'états). Nous allons effectuer ici un développement équivalent afin d'obtenir les expressions simplifiées de la partie imaginaire et de la partie réelle de la première harmonique du courant en fonction de la densité d'états uniquement. Ce développement sera mené comme dans le chapitre précédent au deuxième ordre en ω .

$$I_\omega = \frac{2e^2 V_{exc}}{i\pi\hbar} \int d\epsilon [S^* \frac{dS}{d\epsilon} \hbar\omega + (S^* \frac{dS}{d\epsilon})^2 \frac{(\hbar\omega)^2}{2}] \frac{f(\epsilon - eV_{exc}) - f(\epsilon + eV_{exc})}{2eV_{exc}} \quad (4.28)$$

En introduisant la densité d'états $N(\epsilon) = \frac{1}{2i\pi} S^* \frac{dS}{d\epsilon}$:

$$I_\omega = \frac{i2V_{exc}}{\pi} \int d\epsilon [-i\omega e^2 N(\epsilon) + \frac{\hbar}{2e^2} (e^2 N(\epsilon))^2 \omega^2] \frac{f(\epsilon - eV_{exc}) - f(\epsilon + eV_{exc})}{2eV_{exc}} \quad (4.29)$$

En remarquant que la première harmonique de la tension d'excitation $V_{exc}(t)$ est égale à $V_{exc}^\omega = i2V_{exc}/\pi$, on peut obtenir l'expression de la conductance $G_\omega^{nl} = I_\omega/V_{exc}^\omega$ dans le régime non-linéaire.

$$G_{\omega}^{ml} = \int d\epsilon \left[-i\omega e^2 N(\epsilon) + \frac{h}{2e^2} (e^2 N(\epsilon))^2 \omega^2 \right] \frac{f(\epsilon - eV_{exc}) - f(\epsilon + eV_{exc})}{2eV_{exc}} \quad (4.30)$$

La dérivée de la fonction de Fermi, présente dans le cas linéaire, est ici remplacée par la différence des fonctions de Fermi entre les deux valeurs prises par le potentiel chimique du réservoir lors d'une période du créneau d'excitation. Dans la limite $\hbar\omega \ll eV_{exc} \ll k_B T$, on retrouve la formule de conductance linéaire. En revanche, dans la limite $eV_{exc} \gg k_B T$, on intègre la conductance non plus sur une fonction de largeur $k_B T$ mais sur une porte de largeur $2eV_{exc}$. Expérimentalement, les fréquences d'excitation utilisées étaient de 180 MHz et 515 MHz soit des températures équivalentes de 9 mK et 25 mK . Pour $eV_{exc} \approx k_B T$, avec une température électronique apparente de l'ordre de $\approx 200 \text{ mK}$, on voit que l'on peut dans ces deux cas (surtout pour $f = 180 \text{ MHz}$) obtenir $\hbar\omega \ll eV_{exc} \approx k_B T$. On aura donc à la fois le régime linéaire dans la limite $\hbar\omega \ll eV_{exc} \approx k_B T \ll \Delta$ et le régime non linéaire dans le cas $\hbar\omega \ll k_B T \ll eV_{exc} \approx \Delta$.

Cette expression de la conductance nous permet comme dans le chapitre précédent de définir une capacité non-linéaire $C_q^{nl}(2eV_{exc})$ et une résistance non-linéaire $R_q^{nl}(2eV_{exc})$ qui dépendent de la tension d'excitation :

$$C_q^{nl}(2eV_{exc}) = e^2 \int d\epsilon N(\epsilon) \frac{f(\epsilon - eV_{exc}) - f(\epsilon + eV_{exc})}{2eV_{exc}} \quad (4.31)$$

$$R_q^{nl}(2eV_{exc}) = \frac{h}{2e^2} \frac{\int d\epsilon N(\epsilon)^2 \frac{f(\epsilon - eV_{exc}) - f(\epsilon + eV_{exc})}{2eV_{exc}}}{\left[\int d\epsilon N(\epsilon) \frac{f(\epsilon - eV_{exc}) - f(\epsilon + eV_{exc})}{2eV_{exc}} \right]^2} \quad (4.32)$$

Comme dans le chapitre précédent, nous étendrons l'utilisation du développement basse fréquence hors de son domaine de validité en décrivant le circuit comme un circuit RC non-linéaire :

$$I_{\omega} = \frac{i2V_{exc}}{\pi} \frac{-i\omega C_q^{nl}}{1 - i\omega R_q^{nl} C_q^{nl}} \quad (4.33)$$

La valeur de la capacité est directement reliée à la valeur de l'intégrale de la densité d'états sur la plage $2eV_{exc}$, elle s'interprète donc comme le rapport de la différence de charge entre deux états de la boîte à l'équilibre pour les deux valeurs du potentiel du créneau à l'amplitude de la tension d'excitation $2V_{exc}$:

$$C_q^{nl}(2eV_{exc}) = e^2 \int d\epsilon N(\epsilon) \frac{f(\epsilon - eV_{exc}) - f(\epsilon + eV_{exc})}{2eV_{exc}} \quad (4.34)$$

$$= \frac{q(\epsilon_f + eV_{exc}) - q(\epsilon_f - eV_{exc})}{2V_{exc}} \quad (4.35)$$

La valeur de la résistance est reliée à l'écart type de la densité d'états sur la plage $2eV_{exc}$. Si la densité d'états varie peu sur cette échelle, la capacité et la résistance ne dépendent pas de la plage d'intégration, les propriétés du système sont donc identiques à celles obtenues dans le régime linéaire (en particulier, à transmission $D = 1$ ou la densité d'états est uniforme, on s'attend à obtenir une réponse linéaire). Si au contraire la densité d'états varie à l'échelle de $2eV_{exc}$, on s'attend à obtenir des déviations importantes à la réponse linéaire, en particulier pour $2eV_{exc} \approx \Delta$, écart entre pics de densité d'états.

4.2.4 Cas d'un créneau de valeur moyenne non nulle

Expérimentalement, nous avons étudié une situation légèrement différente. En effet, le créneau d'excitation n'est pas symétrique de valeur moyenne nulle. Nous avons utilisé une tension qui déplace brusquement le potentiel de 0 à $2eV_{exc}$. Il s'agit donc d'un créneau de valeur moyenne V_{exc} . Dans le premier cas, le potentiel est modulé symétriquement par rapport à sa valeur à l'équilibre, dans la deuxième, on part de la valeur sans perturbation et on l'augmente de $2eV_{exc}$. Cette deuxième situation permet de décrire plus simplement l'injection de charges uniques. En effet, si le potentiel initial est situé entre deux niveaux électroniques (vallée de conductance et capacité négligeables dans le régime linéaire), lorsque le potentiel est brutalement augmenté de $2eV_{exc} = \Delta$, le premier niveau électronique occupé par un électron passe au dessus du niveau de Fermi et peut ainsi quitter la boîte pour le réservoir. Dans le cadre de notre modèle, on peut prendre en compte la différence entre un créneau de valeur moyenne V_{exc} et un créneau de valeur moyenne nulle en décalant toutes les énergies de eV_{exc} . On obtient alors les valeurs suivantes pour la capacité et la résistance non-linéaire :

$$C_q^{ml}(2eV_{exc}) = e^2 \int d\epsilon N(\epsilon) \frac{f(\epsilon - 2eV_{exc}) - f(\epsilon)}{2eV_{exc}} \quad (4.36)$$

$$R_q^{ml}(2eV_{exc}) = \frac{h}{2e^2} \frac{\int d\epsilon N(\epsilon)^2 \frac{f(\epsilon - 2eV_{exc}) - f(\epsilon)}{2eV_{exc}}}{\left[\int d\epsilon N(\epsilon) \frac{f(\epsilon - 2eV_{exc}) - f(\epsilon)}{2eV_{exc}} \right]^2} \quad (4.37)$$

Dans le régime non-linéaire comme dans le régime linéaire, la capacité et la résistance s'expriment simplement en fonction de la densité d' tats. On peut obtenir une expression encore plus simple en introduisant la densité d' tats effective $\tilde{N}(\epsilon)$ définie par l'équation 3.16 :

$$C_q^{ml}(2eV_{exc}) = e^2 \int d\epsilon N(\epsilon) \frac{f(\epsilon - 2eV_{exc}) - f(\epsilon)}{2eV_{exc}} \quad (4.38)$$

$$= \frac{e}{2V_{exc}} \int d\epsilon N(\epsilon) \int_{\epsilon}^{\epsilon - 2eV_{exc}} d\epsilon' \left(\frac{df}{d\epsilon}(\epsilon') \right) \quad (4.39)$$

$$= \frac{e}{2V_{exc}} \int_0^{2eV_{exc}} d\epsilon' \int d\epsilon N(\epsilon) \left(-\frac{df}{d\epsilon}(\epsilon - \epsilon') \right) \quad (4.40)$$

$$C_q^{ml}(2eV_{exc}) = e^2 \frac{\int_0^{2eV_{exc}} d\epsilon \tilde{N}(\epsilon)}{2eV_{exc}} \quad (4.41)$$

La capacité est donc égale à l'intégrale entre 0 et $2eV_{exc}$ de la densité d' tats effective. Par la suite, on utilisera fréquemment l'expression 4.41 pour interpréter les variations de la capacité avec la tension d'excitation.

Nous allons maintenant utiliser le modèle de densité d' tats développé en section 3.2.2 pour calculer explicitement l'évolution de la résistance et de la capacité avec la tension d'excitation.

4.3 Modèle simple de densité d' tats et régime non-linéaire

Nous allons maintenant calculer explicitement les parties imaginaire et réelle du courant en utilisant le modèle de densité d' tats que nous avons développé lors de l'étude du régime linéaire. Ceci nous permettra de connaître l'évolution du courant en fonction des trois paramètres sur lequel nous pouvons agir expérimentalement : la tension d'excitation V_{exc} et les

tensions de grille V_G et V_{dc} . On utilisera ici la formule 3.26 pour la densité d'états :

$$N(\epsilon) = \frac{1}{\Delta} \frac{1 - r^2}{1 - 2r \cos(2\pi \frac{\epsilon}{\Delta}) + r^2} \quad (4.42)$$

A l'aide de cette expression, nous allons maintenant calculer explicitement les valeurs de la première harmonique du courant en distinguant, comme dans le chapitre 3, trois limites :

- la limite capacitive ($R_q^{nl} C_q^{nl} \omega \ll 1$) pour laquelle le temps de sortie de l'électron est rapide (très inférieur à la demi-période). Ce régime permet d'observer la quantification du courant en unités de $2ef$.
- le régime intermédiaire ($R_q^{nl} C_q^{nl} \omega \approx 1$) pour laquelle le temps de sortie devient comparable ou plus long que la demi-période. La probabilité de sortie de l'électron de la boîte sur une demi-période devient alors inférieure à 1 et le courant diminue. Pour $2eV_{exc} = \Delta$ nous verrons que $R_q^{nl} C_q^{nl} \omega = 1$ correspond à $\gamma = \frac{D\Delta}{h} = \omega$. Les simulations théoriques que je vais présenter par la suite ont été réalisées avec des chiffres conformes aux données expérimentales, soit $\Delta = 2.5 \text{ K}$ et $f = 180 \text{ MHz}$. La coupure intervient donc pour des transmissions de l'ordre de $D = 0.02$.
- la limite résistive ($R_q^{nl} C_q^{nl} \omega \gg 1$) pour laquelle le temps de sortie est très largement supérieur à la période de la tension d'excitation et le courant tend vers 0. L'étude des deux derniers régimes sera regroupée dans la même section de ce chapitre.

4.3.1 Partie imaginaire du courant dans la limite capacitive

Dans la limite capacitive ($R_q^{nl} C_q^{nl} \omega \ll 1$), le courant est essentiellement imaginaire. Dans ce cas, la partie imaginaire du courant est directement proportionnelle à la capacité : $Im(I_\omega) \approx \frac{2V_{exc}}{\pi} C_q^{nl} \omega$. L'évolution de la partie imaginaire du courant lorsque l'on augmente progressivement la tension d'excitation du créneau partant d'un potentiel à l'équilibre situé entre deux niveaux résonnants (vallée de conductance) est donc reliée à l'intégrale de la densité d'états effective entre 0 et $2eV_{exc}$. On voit que la partie imaginaire du courant dans ce régime est identique à l'évaluation naïve effectuée en début de ce chapitre. On a représenté sur la figure 4.4 a) la partie imaginaire du courant à $f = 180 \text{ MHz}$ en fonction de la tension d'excitation pour trois transmissions ($D = 1, 0.7, 0.15$). Pour les faibles tensions d'excitation correspondant au régime linéaire le courant est d'autant plus faible que la transmission est basse. Ceci correspond à la situation antirésonnante entre deux pics de conductance étudiée dans le chapitre précédent. Le courant reste nul tant que la tension d'excitation $2eV_{exc}$ n'est pas suffisante pour atteindre le premier pic de densité d'états ($2eV_{exc} \leq \frac{\Delta}{2}$, voir figure 4.4 b) représentant la densité d'états effective pour $D = 0.15$). Lorsque l'on atteint ce premier pic, le courant augmente brusquement jusqu'à ce qu'il soit entièrement franchi. On observe alors un plateau qui persiste tant que l'on n'a pas atteint le deuxième pic ($\frac{\Delta}{2} \leq 2eV_{exc} \leq \frac{3\Delta}{2}$). Lorsque $2eV_{exc} = \Delta$, le premier pic est entièrement franchi et l'intégrale de la densité d'états sur $2eV_{exc}$ est égale à 1 et ceci quelle que soit la transmission puisque la densité d'états est périodique. Ainsi les courbes pour les trois transmissions se coupent pour $2eV_{exc} = \Delta$. La capacité est alors égale à $\frac{e^2}{2eV_{exc}} = \frac{e^2}{\Delta} = C_\mu$ et la partie imaginaire du courant à $2V_{exc}\omega C_\mu/\pi = 2ef$. Le courant présente donc des plateaux dont la valeur ne dépend que de la charge électrique et de la fréquence. La valeur précise de $2ef = 2e/T$ traduit le fait qu'une charge sort de la boîte sur une demi-période tandis qu'une charge rentre dans la boîte sur l'autre demi-période. En effet, si on suppose que le temps de sortie de l'électron est très court par rapport à la période (ce qui est le cas dans le régime capacitif), on peut donner la valeur approchée suivante au

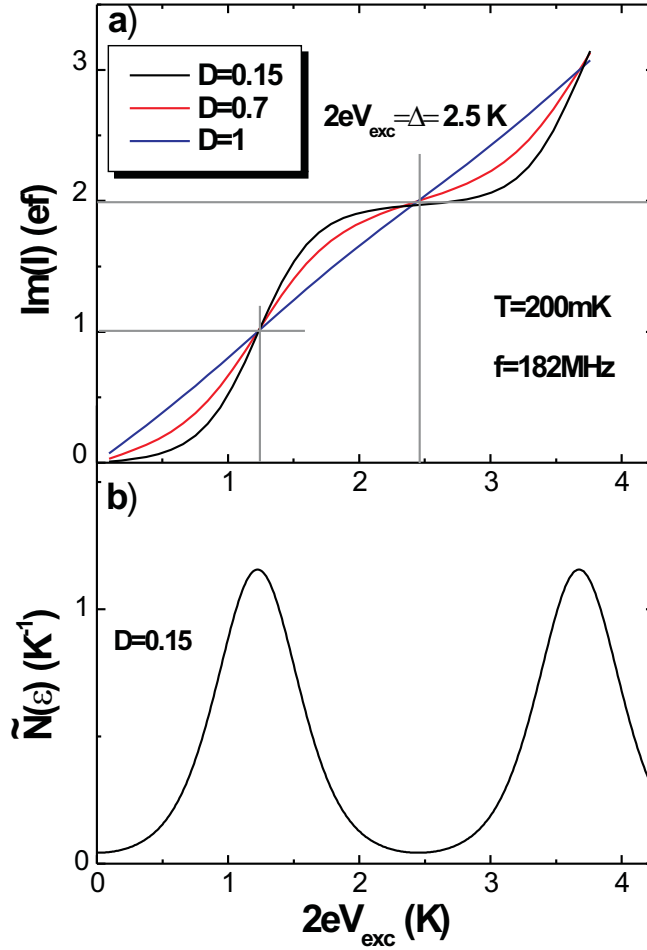


FIG. 4.4 – a) Partie imaginaire du courant en fonction de la tension d'excitation calculée pour trois valeurs de la transmission $D = 0.15, 0.7, 0.9$ à $f = 182\text{MHz}$ et $T = 200\text{mK}$. b) Variation de la densité d'états effective en fonction de l'énergie à la même température pour $D = 0.15$.

courant correspondant à l'absorption puis l'éjection d'un électron de la boîte :

$$I(t) = e \sum_n \left[\delta(t - nT) - \delta(t - (n + \frac{1}{2})T) \right] \quad (4.43)$$

$$I_\omega = \frac{1}{T} \left[\int_0^T d\tau I(\tau) e^{i\omega\tau} \right] \quad (4.44)$$

$$I_\omega = 2ef \quad (4.45)$$

Lorsque la transmission augmente, les niveaux d'énergie s'élargissent, les vallées se combler, et l'augmentation du courant avec la tension d'excitation intervient plus rapidement. La marche est donc de moins en moins marquée. A transmission $D = 1$, la densité d'états est uniforme, l'intégrale de la densité d'états effective sur $2eV_{exc}$ est donc proportionnelle à V_{exc} et la variation du courant avec la tension est linéaire. Cette disparition de la quantification du courant pour les fortes transmissions est le reflet de la perte de la quantification de la charge

dans la boîte. Pour $2eV_{exc} = \Delta$, la première harmonique du courant est égale à $2ef$ quelle que soit la transmission. Le nombre moyen de charges injectées par demi-période est toujours égal à 1. Toutefois la fluctuation du nombre de charges injectées par demi-période dépend de la transmission. Des mesures de bruit complémentaires devraient mettre en évidence cette différence, elles feront l'objet du travail à venir. La réduction des fluctuations de charges est une condition nécessaire pour réaliser une source d'électrons uniques.

Dépendance dans le potentiel continu V_{dc} de la boîte

Nous allons maintenant étudier l'évolution du courant lorsque, à transmission fixée $D = 0.15$, on fait varier le potentiel chimique de la boîte en variant la tension continue V_{dc} de 0 à Δ . On peut observer sur la figure 4.5 deux types de caractéristiques $I(V_{exc})$ différentes selon les valeurs de la tension continue V_{dc} .

Lorsque le potentiel électrostatique est proche d'une vallée de densité d'états, c'est à dire pour $V_{dc} = 0, \frac{\Delta}{5}$ et $\frac{4}{5}\Delta$ (courbes noire, rouge et bleu), la partie imaginaire du courant présente des plateaux de valeur $Im(I) = 2ef$. On peut obtenir les courbes correspondant à $V_{dc} = \frac{\Delta}{5}$ et $\frac{4}{5}\Delta$ de la courbe $V_{dc} = 0$ par une simple translation de $2eV_{exc} = \pm \frac{\Delta}{5}$. En effet, pour $V_{dc} = 0$, le premier niveau électronique peuplé est situé à une distance de $\frac{\Delta}{2}$ du niveau de Fermi, le courant augmente donc brutalement lorsque l'on applique des tensions de l'ordre de $2eV_{exc} = \frac{\Delta}{2}$. Si l'on rapproche (éloigne) le niveau électronique du niveau de Fermi avec une tension $V_{dc} = \frac{\Delta}{5}$ ($\frac{4}{5}\Delta$) il suffit d'appliquer une tension d'excitation plus petite (plus grande) de $2eV_{exc} = \frac{\Delta}{2} - \frac{\Delta}{5}$ ($+\frac{\Delta}{5}$) pour amener le niveau électronique à résonance.

Lorsque le potentiel électrostatique est proche d'un pic de densité d'états, c'est à dire pour $V_{dc} = \frac{\Delta}{2}, \frac{3}{8}\Delta$ et $\frac{5}{8}\Delta$ (courbes verte, magenta et cyan), la partie imaginaire du courant présente des plateaux dont la valeur dépend du potentiel V_{dc} . En particulier, pour $V_{dc} = \frac{\Delta}{2}$ (courbe verte), on observe un plateau à la valeur remarquable de ef . En effet, dans ce cas, un niveau électronique est résonnant à l'énergie de Fermi à l'équilibre. Il est donc occupé par un électron avec une probabilité $\frac{1}{2}$. Une fois sur deux, le niveau est initialement vide et aucun électron n'est injecté. Le courant moyen est donc deux fois moins élevé $\langle I \rangle = ef$. Ceci reflète la perte de quantification de la charge lorsqu'un niveau électronique de la boîte est résonnant. En effet, dans ce cas, les charges de la boîte peuvent librement quitter la boîte pour explorer le réservoir. La charge moyenne dans la boîte à l'équilibre est alors égale $(N + \frac{1}{2})e$. Lorsque l'on modifie légèrement le potentiel V_{dc} autour de la valeur résonnante ($V_{dc} = \frac{3}{8}\Delta$ et $\frac{5}{8}\Delta$), la charge à l'équilibre varie autour de la valeur $\frac{1}{2}$ et on observe des plateaux de valeur arbitraire. Cette variation est très rapide à basse transmission, lorsque les pics de densité d'états sont fins, la valeur du courant pour $2eV_{exc} = \frac{\Delta}{2}$ est très sensible à la valeur du potentiel (et donc à la charge) de la boîte. Le courant varie de $\pm 0.7ef$ lorsque le potentiel varie de $\pm \frac{\Delta}{8}$, soit une variation d'environ 10^8 électrons en une seconde pour une variation de la charge de la grille d'un dixième d'électron. Dans ce régime, la capacité mésoscopique utilisée dans le régime non-linéaire ferait donc un bon détecteur de charges. On peut s'attendre toutefois, à ce que le bruit soit plus important dans ce régime puisque, pour un plateau de courant de valeur ef , une charge est transférée de la boîte au réservoir avec une probabilité $\frac{1}{2}$. On s'attend donc à observer des fluctuations de la charge transférée régie par une statistique binômiale.

On peut remarquer enfin sur la figure 4.5 que pour $2eV_{exc} = \Delta$, toutes les courbes obtenues pour des valeurs différentes de la tension V_{dc} se coupent en $Im(I_\omega) = 2ef$. En effet, la densité d'états étant, à transmission fixe périodique de période Δ , la valeur de son intégrale sur $2eV_{exc} = \Delta$ ne dépend pas du point de départ. En conséquence, la capacité $C_q^{nl}(\Delta)$ est constante et égale à $\frac{e^2}{\Delta} = C_\mu$.

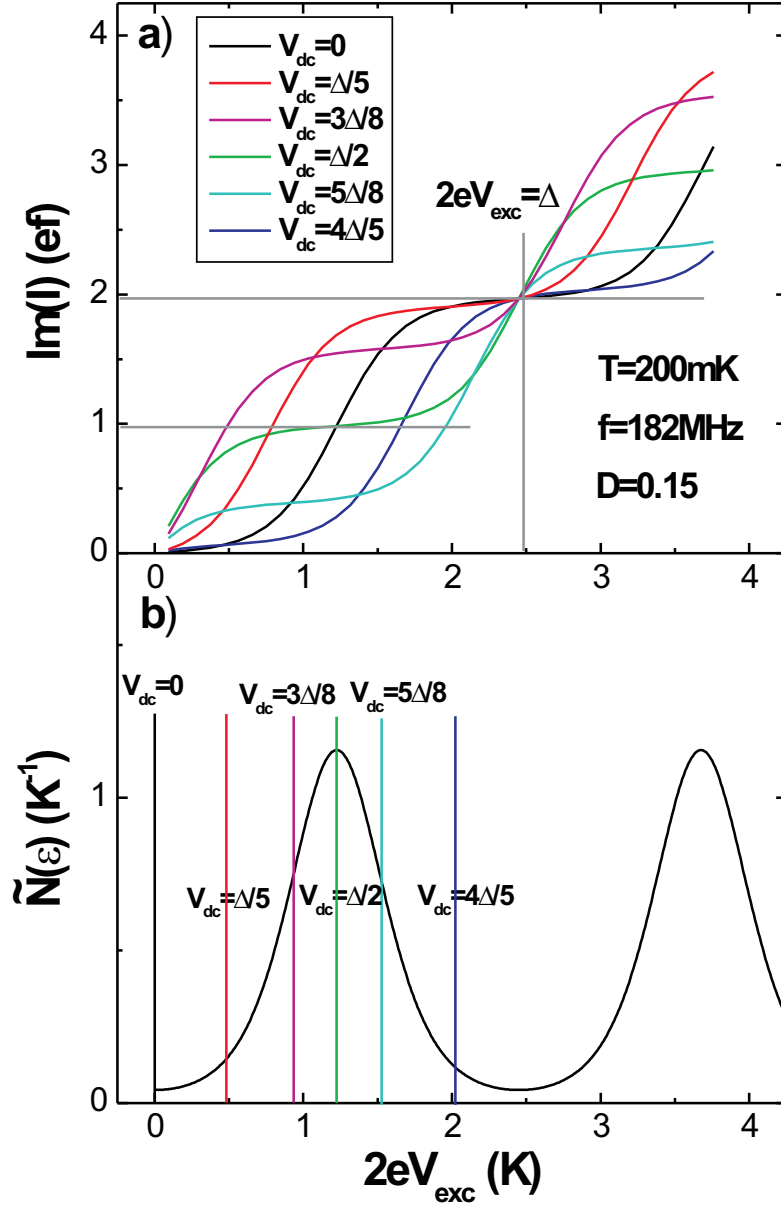


FIG. 4.5 – a) Partie imaginaire du courant en fonction de la tension d’excitation pour différentes valeurs du potentiel électrostatique de la boîte à l’équilibre. b) Densité d’états effective en fonction de l’énergie. L’énergie de Fermi correspondant aux différentes valeurs du potentiel représentées en a) a été tracée de la couleur correspondante.

4.3.2 Partie réelle du courant dans la limite capacitive

Dans la limite capacitive ($R_q^{nl} C_q^{nl} \omega \ll 1$), le courant est essentiellement hors phase et la partie réelle du courant est très faible devant la partie imaginaire. La partie réelle du courant est alors directement proportionnelle à la résistance : $Re(I_\omega) \approx \frac{2V_{exc}}{\pi} R_{qnl} (C_q^{nl} \omega)^2$. Nous allons voir que la résistance contient les informations sur la transmission. Elle est en effet reliée à l'écart type de la densité d'états sur la plage d'intégration $2eV_{exc}$, c'est à dire à la largeur des pics $\hbar\gamma$.

Pour $2eV_{exc} = \Delta$ et $\hbar\gamma \ll 2eV_{exc}$, on peut simplifier le calcul de la résistance (équation 4.37) tout d'abord en étendant les bornes de l'intégrale du carré de la densité d'états jusqu'à l'infini sans en modifier sensiblement la valeur, ensuite en remarquant que pour $2eV_{exc} = \Delta$, $\int d\epsilon N(\epsilon) [f(\epsilon - 2eV_{exc}) - f(\epsilon)] = 1$ puisqu'un pic de densité d'états exactement est intégré. On obtient alors :

$$R_q^{nl}(\Delta) \approx \frac{h}{2e^2} \int_{-\infty}^{\infty} d\epsilon N(\epsilon)^2 \Delta \quad (4.46)$$

$$= \frac{h\Delta}{2e^2} \int_{-\infty}^{\infty} d\epsilon \left(\frac{2}{\pi\hbar\gamma}\right)^2 \frac{1}{(1 + (\frac{\epsilon}{\hbar\gamma/2})^2)^2} \quad (4.47)$$

$$= \frac{h\Delta}{2e^2} \frac{1}{\pi\hbar\gamma} \quad (4.48)$$

$$= \frac{h}{De^2} \quad (4.49)$$

Dans le cas $\hbar\gamma \ll 2eV_{exc} = \Delta$, on retrouve donc la formule de Landauer pour la résistance et, puisque la capacité est égale à C_μ , on est ramené, dans ce régime, à l'addition incohérente de la résistance de Landauer et de la capacité électrochimique. On peut interpréter ce résultat en terme de cohérence temporelle de la source. D'après l'équation 4.37, l'intégrale sur une plage de $2eV_{exc} = \Delta$ correspond à un paquet d'onde de cohérence temporelle $\frac{\hbar}{\Delta} = \frac{L}{v_f}$ égale au temps d'un aller retour dans la boîte dans le cadre d'un modèle de boîte unidimensionnelle. Lorsque le temps de cohérence de phase devient inférieur ou égal au temps d'un aller-retour, tout se passe comme si la boîte se comportait comme un réservoir et on retrouve le régime incohérent. Ceci permet de retrouver les propriétés de transport à deux contacts et en particulier la résistance de Landauer. La partie réelle du courant au centre de la marche permet donc une mesure directe de la transmission (lorsque $\omega \ll \gamma \ll 2eV_{exc}$). De même, la phase fournit directement le rapport du temps de sortie sur la pulsation de la tension d'excitation : $\varphi \approx \tan \varphi = \frac{\omega}{\gamma}$.

Sur la figure 4.6, on a représenté les valeurs de la partie réelle du courant pour $f = 180$ MHz et pour quatre transmissions différentes ($D = 0.15, 0.3, 0.7$ et $D = 1$) dans le régime capacitif. On voit que comme la partie imaginaire, la partie réelle du courant présente des marches. Le potentiel initial de la boîte est fixé dans une vallée de la densité d'états, la marche est donc centrée en $2eV_{exc} = \Delta$. Toutefois, contrairement à la partie imaginaire, la valeur du courant au centre de cette marche dépend de la transmission puisqu'elle est directement proportionnelle à la résistance. Celle-ci augmente quand la transmission diminue traduisant l'augmentation du temps de sortie de l'électron par effet tunnel. Dans le régime capacitif, la partie imaginaire du courant permet donc de mettre en évidence la quantification du transfert de charges entre la boîte et le réservoir tandis que la partie réelle mesure directement le temps de sortie de l'électron.

Dans la limite de transmission égale à 1, la densité d'états est uniforme. Dans cette

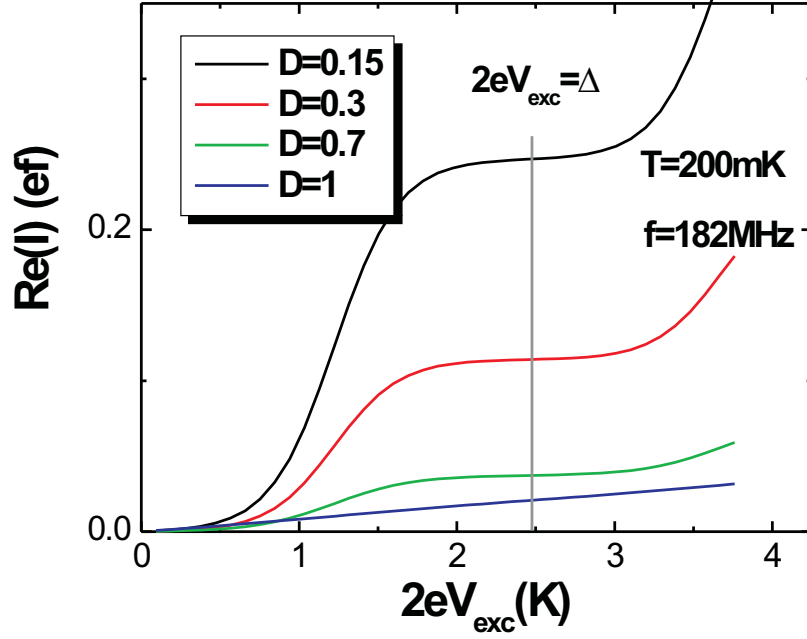


FIG. 4.6 – Partie réelle du courant en fonction de la tension d’excitation pour quatre valeurs de la transmission $D = 1, 0.7, 0.3$ et 0.15 . Le potentiel électrostatique de la boîte à l’équilibre est situé dans une vallée de conductance.

limite, la partie réelle comme la partie imaginaire évoluent de manière linéaire et on retrouve les résultats du chapitre précédent, la résistance prend donc la valeur remarquable $h/2e^2$. Entre le régime de transmission unité et celui des très basses transmissions, c’est à dire pour $\hbar\gamma \approx 2eV_{exc} = \Delta$, la résistance est une fonction de la transmission mais sa dépendance est plus complexe que la formule de Landauer. L’évolution de la résistance $R_q^{nl}(\Delta)$ en fonction de la transmission est tracée sur la figure 4.7 en représentation log-log (courbe rouge). On voit bien ici la transition entre le régime cohérent où l’on retrouve la valeur de $\frac{h}{2e^2}$ et le régime incohérent pour lequel on retrouve la formule de Landauer. Il est donc possible de mesurer dans le régime non-linéaire la valeur $R_q = \frac{h}{2e^2}$ qui traduit une violation des lois de Kirchhoff. Toutefois, contrairement au régime linéaire, dès que $D \neq 1$, la résistance varie. Il n’y a pas de régime de résistance indépendante de la transmission. Pour comparaison, on a tracé sur la figure 4.7 l’évolution de la résistance dans le régime linéaire au niveau des pics de conductance (courbe noire). Bien que la valeur asymptotique de la résistance soit identique, l’évolution avec la transmission est très différente. La résistance est presque constante pour les transmissions inférieures à 0.5 avant de prendre sa valeur asymptotique de $\frac{4k_B T}{\Delta} \frac{h}{De^2}$ pour $\hbar\gamma \ll k_B T$. Les mesures réalisées dans le régime linéaire présentées sur la figure 3.9 ne permettent pas d’observer clairement une résistance indépendante de la transmission car la température est trop élevée (200 mK au lieu de 80 mK).

4.3.3 Courant dans les régimes intermédiaire et résistif

Dans le régime intermédiaire ($R_q^{nl} C_q^{nl} \omega \approx 1$), le développement basse fréquence n’est plus valable. Il faut donc calculer le courant en utilisant la formule 4.26 non approchée. Toutefois, la description du circuit en terme de résistance et de capacité non-linéaire décrites par les

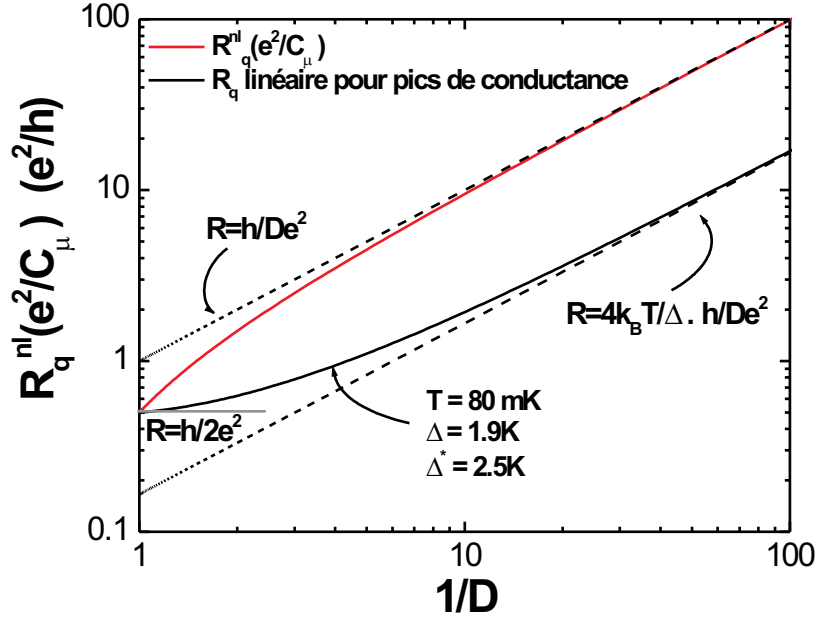


FIG. 4.7 – Variation de la résistance avec la transmission calculée dans le régime non linéaire pour $2eV_{exc} = \Delta$ (courbe rouge). Pour comparaison, on a tracé la valeur de la résistance au niveau des pics de conductance dans le régime linéaire pour une valeur de la température de 80 mK (courbe noire). Les courbes en pointillés correspondent aux valeurs asymptotiques de $\frac{h}{De^2}$ dans le régime non linéaire et $\frac{4k_B T}{\Delta} \frac{h}{De^2}$ dans le régime linéaire. Les échelles sont logarithmiques.

équations 4.36 et 4.37 ne présente que de très faibles différences avec l'expression exacte même lorsque $R_q^{nl} C_q^{nl} \omega \approx 1$. Nous utiliserons donc toujours les expressions 4.36 et 4.37 pour la résistance et la capacité dans ce régime. En particulier, pour $2eV_{exc} = \frac{e^2}{C_\mu}$, la résistance est donnée par la formule de Landauer (le calcul est identique à celui développé en section 4.3.2) et la capacité est constante et égale à C_μ . En revanche, les expressions des parties réelles et imaginaires du courant sont plus compliquées à calculer car elles dépendent à la fois de R_q^{nl} et de C_q^{nl} dans ce régime. Toutes les deux présentent toujours des plateaux centrés sur $2eV_{exc} = e^2/C_\mu$ lorsque le potentiel de la boîte est centré entre deux pics de conductance ($V_{dc} = 0$), mais, pour $R_q^{nl} C_q^{nl} \omega \approx 1$, les plateaux de partie imaginaire du courant n'atteignent plus la valeur $2ef$. En effet, pour $2eV_{exc} = \Delta$, le temps de sortie de l'électron $R_q^{nl} C_q^{nl} = \frac{1}{\gamma}$ devient plus long que la demi-période et l'électron n'a plus le temps de sortir de la boîte. Cette coupure intervient pour $D_c = 0.02$ à $f = 180 \text{ MHz}$ et $\Delta = 2.5 \text{ K}$). Comme on peut le constater sur la figure 4.8, les marches de la partie imaginaire du courant décroissent alors lorsque la transmission diminue pour finalement tendre vers 0 lorsque $R_q^{nl} C_q^{nl} \omega \gg 1$. Les marches de partie réelle, quant à elles, augmentent lorsque la transmission diminue tant que $R_q^{nl} C_q^{nl} \omega = \frac{\omega}{\gamma} < 1$ (voir figure 4.6) pour décroître ensuite et tendre elles aussi vers 0 quand la transmission tend vers 0.

Si la mesure des parties réelle et imaginaire ne renseigne plus directement sur les valeurs de la résistance et de la capacité, la tangente de la phase $\tan \varphi = R_q^{nl} C_q^{nl} \omega$ reste propor-

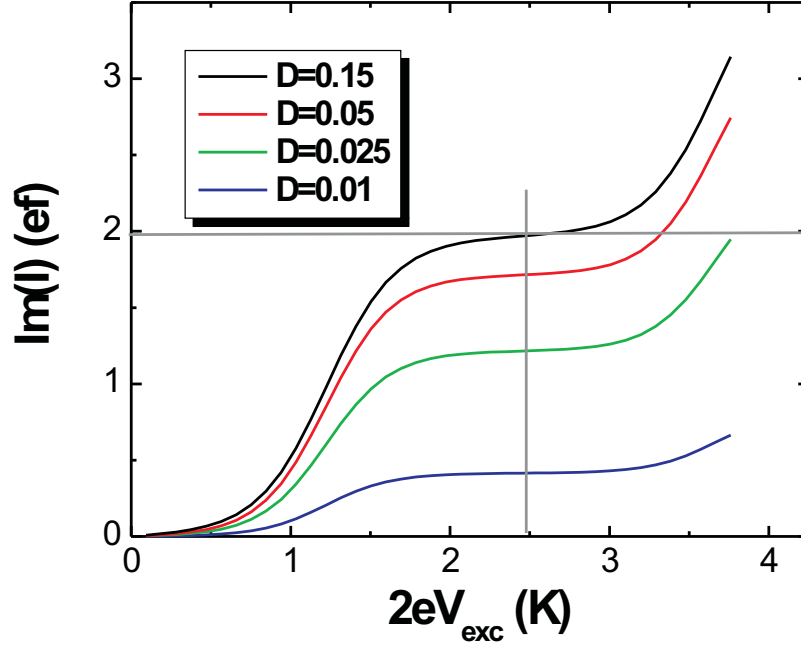


FIG. 4.8 – Variation de la partie imaginaire du courant avec la tension d’excitation pour trois valeurs de la transmission dans le régime intermédiaire $R_q^{nl} C_q^{nl} \omega \approx 1$.

tionnelle à la résistance et à la capacité. Ceci nous permettra pour $2eV_{exc} = \Delta$ de mesurer directement le temps de sortie de l’électron ($\tan \varphi = \frac{\omega}{\gamma}$) et ainsi d’en déduire la valeur de la transmission en fonction de la tension V_G . Nous utiliserons une autre propriété du système lorsque $2eV_{exc} = e^2/C_\mu$ pour calibrer le dispositif expérimental. Nous avons déjà vu que la capacité est constante pour cette valeur de la tension d’excitation. En effet, quelle que soit la transmission ou le potentiel initial de la boîte, la charge varie d’une unité lorsque le potentiel varie de e/C_μ (si l’écart entre niveaux est constant). Ceci se traduisait dans le régime $R_q^{nl} C_q^{nl} \omega \gg 1$ par le fait que toutes les courbes $I(V_{exc})$ tracées pour différentes valeurs du potentiel initial de la boîte se coupaient en un même point $I = 2ef$. A basse transmission, lorsque $R_q^{nl} C_q^{nl} \omega \approx 1$, nous avons vu que ces courbes ne se coupent plus en un même point. Toutefois, on peut observer la trace de cette capacité constante dans un diagramme de Nyquist (partie imaginaire de la conductance en fonction de la partie réelle). Dans ce diagramme, un circuit de capacité constante C_μ et de résistance variable est représenté par un demi-cercle de centre $\frac{C_\mu \omega}{2}$ et de rayon $\frac{C_\mu \omega}{2}$. Si l’on représente la partie imaginaire du courant en fonction de la partie réelle, on obtient un cercle de centre ef et de rayon ef . On a représenté sur la figure 4.9 la partie imaginaire du courant en fonction de la partie réelle pour trois valeurs de la tension d’excitation : $2eV_{exc} = \frac{\Delta}{2}, \Delta, \frac{3\Delta}{2}$. Pour $2eV_{exc} = \frac{\Delta}{2}$, les résultats sont proches de ceux attendus pour le régime linéaire, les oscillations reflètent les oscillations de la densité d’états et donc la variation de la capacité lorsque l’on modifie la tension V_G . Sous l’effet de la variation de la transmission, la phase φ du signal tourne et l’on passe d’un signal presque purement imaginaire pour $D = 1$ à un signal purement réel pour $D = 0$. Pour $2eV_{exc} = \Delta$, le module du signal augmente car la tension d’excitation est plus élevée. On remarque surtout que toutes les oscillations ont disparu et que le signal décrit un demi-cercle

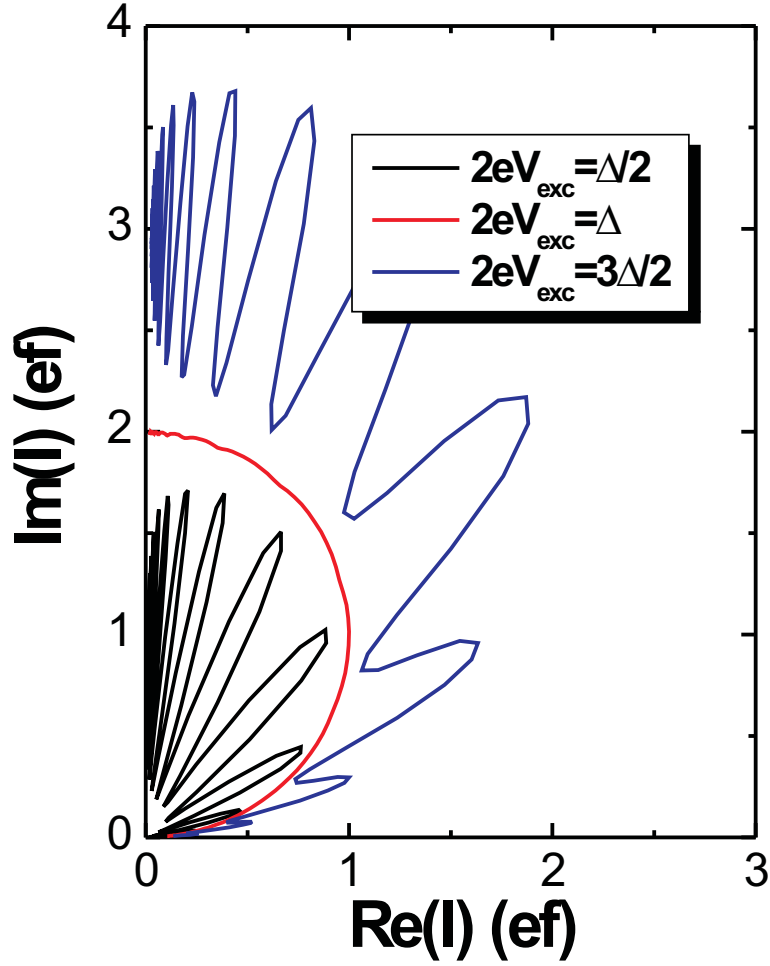


FIG. 4.9 – Diagramme de Nyquist du courant (partie imaginaire en fonction de la partie réelle) pour trois valeurs de la tension d'excitation ($2eV_{exc} = \frac{\Delta}{2}, \Delta, \frac{3\Delta}{2}$).

lorsque la transmission varie. Ceci est la trace de la capacité constante égale à C_μ . Pour $2eV_{exc} = \frac{3\Delta}{2}$, on retrouve des oscillations de capacité et un signal semblable à celui observé pour $2eV_{exc} = \frac{\Delta}{2}$. Ceci nous permettra de régler la phase absolue du signal en ajustant les données expérimentales obtenues pour $2eV_{exc} = \frac{e^2}{C_\mu}$ sur un cercle de capacité constante.

4.4 Conclusion

Nous avons vu dans cette section les principales caractéristiques du régime non-linéaire.

Dans le régime capacitif ($R_q^{nl}C_q^{nl}\omega \ll 1$) :

- la partie imaginaire du courant présente des marches de valeur $2ef$ d'autant plus marquées que la transmission est basse. Pour $2eV_{exc} = \Delta$, toutes les traces $Im(I_\omega)$ se coupent en $2ef$ quelle que soit la valeur de la transmission ou du potentiel de la boîte.

- la partie réelle permet une mesure directe de la transmission car elle est directement proportionnelle à la résistance donnée par la formule de Landauer si $\hbar\gamma \ll \Delta$. Elle permet surtout de déterminer le temps d'émission τ de l'électron de la boîte vers le réservoir, $\tau = R_q^{nl}(\Delta)C_q^{nl}(\Delta)$, ainsi que son évolution avec la transmission.

Dans le régime intermédiaire ($R_q^{nl}C_q^{nl}\omega \approx 1$) :

- les marches de partie imaginaire décroissent en dessous de la valeur de $2ef$. Pour $2eV_{exc} = \Delta$, on retrouve les résultats du régime incohérent. La capacité est constante et égale à C_μ , la résistance dépend de la transmission par la formule de Landauer. Le diagramme de Nyquist du courant obtenu pour cette tension a donc la forme remarquable d'un demi-cercle caractéristique d'un circuit de capacité constante et de résistance variable.

Sur la figure 4.10 a), on a tracé l'évolution calculée de la partie imaginaire du courant en fonction de la tension V_G pour les mêmes valeurs de la tension d'excitation que celles utilisées dans la figure 4.3 représentant les données expérimentales. Pour tracer cette courbe, il faut connaître la loi reliant la transmission D en fonction de la tension V_G . Je détaillerai dans le chapitre suivant comment on déduit cette loi des mesures expérimentales. On peut constater que le modèle théorique décrit qualitativement très bien les mesures expérimentales. Nous sommes maintenant à même de mieux comprendre ces courbes, et en particulier celle obtenue pour $2eV_{exc} = \Delta$. La disparition des oscillations pour cette valeur de la tension traduit la valeur constante de la capacité qui varie à nouveau pour $2eV_{exc} > \Delta$ ou pour $2eV_{exc} < \Delta$. Pour observer les marches de courant, il faudrait tracer des coupes $Im(I)(V_{exc})$ à V_G constant. Tant que la valeur du courant reste égale à $2ef$ nous sommes dans le régime $\omega < \gamma$. La décroissance observée ensuite montre que le temps de sortie devient alors plus long que la demi-période. Sur la figure 4.10 b), on a tracé l'évolution de la partie réelle du courant en fonction de la tension V_G . On remarque ici aussi la disparition des oscillations pour $2eV_{exc} = \Delta$ révélatrice de la valeur constante de la capacité. Pour cette tension d'excitation, à la différence de la partie imaginaire, la partie réelle varie en fonction de la transmission, elle permettra la mesure du temps d'émission de l'électron (en fait on mesure plutôt la tangente de la phase $\tan \phi = R_q^{nl}C_q^{nl}\omega$).

Nous allons décrire de manière plus complète les données expérimentales en régime non-linéaire dans le chapitre suivant. Nous observerons alors plus en détail comment ces mesures se comparent aux prédictions théoriques réalisées dans ce chapitre.

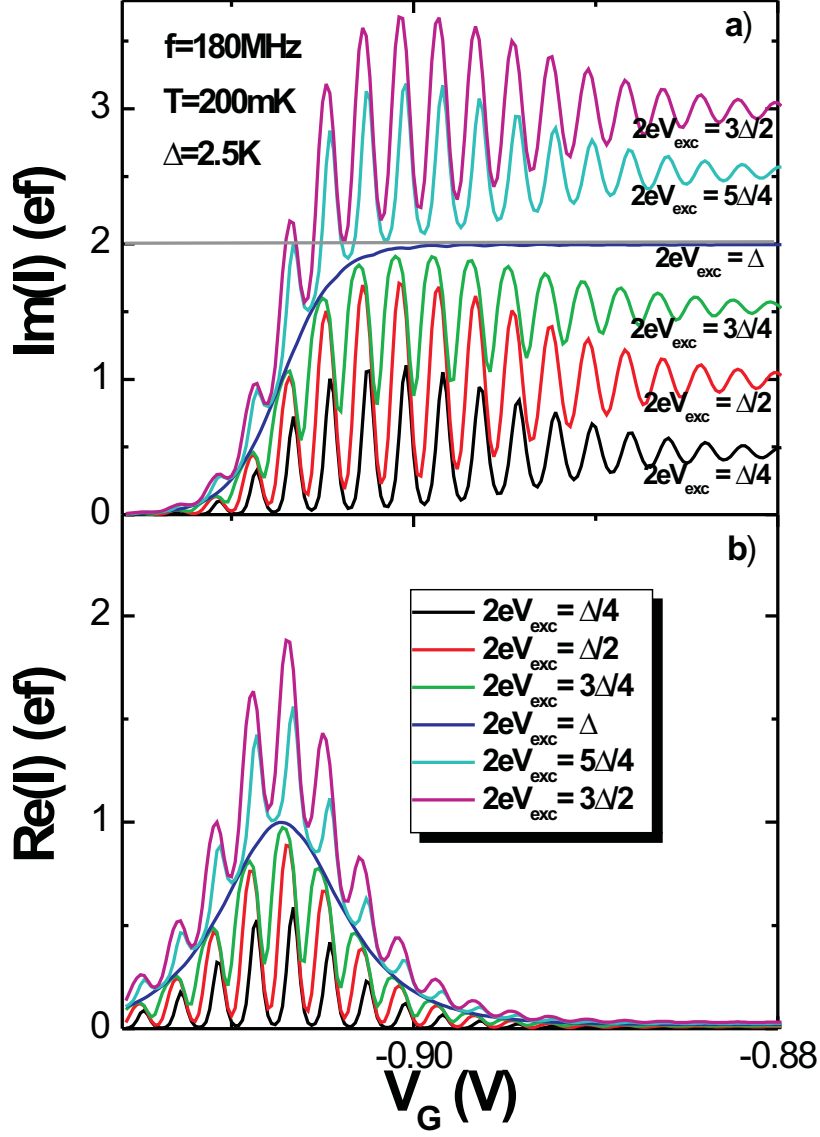


FIG. 4.10 – a) évolution de la partie imaginaire du courant avec la tension V_g calculée pour différentes valeurs de la tension d'excitation. b) idem pour la partie réelle du courant.

Chapitre 5

Mise en évidence expérimentale de la quantification du courant alternatif

5.1 Introduction

Dans ce chapitre, je vais présenter les mesures que nous avons effectuées dans le régime non-linéaire sur l'échantillon E_3 dont les caractéristiques sont décrites en section 2.2. L'étude de la première harmonique du courant alternatif montre une quantification par paliers de $2ef$ qui met en évidence l'injection (suivie de l'absorption) d'un unique électron par période. Nous avons déterminé l'évolution du temps d'éjection de l'électron de la boîte dans une large gamme temporelle de quelques centaines de picosecondes à quelques nanosecondes.

Une partie des mesures a été effectuée dans les mêmes conditions que les mesures linéaires présentées dans le chapitre 3, en particulier pour un champ magnétique identique $B=1.28T$. Nous verrons d'ailleurs dans ce chapitre que les mesures effectuées dans le régime non-linéaire permettent d'effectuer la calibration de la phase utilisée dans le régime linéaire. Je présenterai aussi quelques mesures effectuées sur le même échantillon mais à champ magnétique nul dont le régime linéaire a été brièvement discuté en section 3.3.6 de ce manuscrit. Comme dans le chapitre 3, j'insisterai plus ici sur les mesures réalisées à champ fort car elles correspondent au cadre théorique développé dans le chapitre 4 du conducteur monocanal. Toutefois, à champ magnétique nul et à basse transmission, les effets de blocage de Coulomb lèvent la dégénérescence de spin. On s'attend donc à observer des effets de quantification de la charge et du courant alternatif qualitativement similaires à ceux observés en champ magnétique fort.

Afin d'observer expérimentalement l'injection d'un nombre quantifié de charges, on a appliqué des tensions en créneau d'amplitude pic-pic $2V_{exc}$ et de moyenne V_{exc} . Ces mesures ont été effectuées aux fréquences $f = 180MHz$ et $f = 515MHz$. Quelques mesures ont été réalisées pour $f = 1.5GHz$ afin d'effectuer le réglage de la phase utilisé pour la calibration du régime linéaire à cette fréquence. Toutefois, pour $f = 1.5GHz$, les créneaux générés par notre source sont notablement déformés en raison du temps de montée de l'ordre de $100 ps$. L'interprétation à l'aide de la théorie développée dans le chapitre précédent est donc plus difficile, je ne présenterai donc que les aspects concernant le réglage de la phase pour cette fréquence.

En ce qui concerne la mesure du courant en réponse à cette excitation créneau hyperfréquence, nous avons utilisé deux méthodes distinctes qui ont été présentées dans le chapitre 2 décrivant le dispositif expérimental. J'insisterai plus longuement sur la première méthode qui sera développée dans la première partie de ce chapitre. Cette méthode est similaire à celle utilisée dans le régime linéaire : on ne mesure que la première harmonique du courant en fonction de l'amplitude de la tension créneau et des différents paramètres expérimentaux, la transmission modifiée par V_G et le potentiel chimique à l'équilibre de la boîte réglé par V_{dc} et V_G . Cette situation correspond au cadre des prédictions théoriques développées dans le chapitre précédent.

Dans la deuxième partie de ce chapitre, je présenterai de manière plus succincte un autre type de mesures qui met en évidence le phénomène d'injection de charges uniques de manière plus spectaculaire. Il s'agit de mesures du courant résolues en temps qui contiennent donc un grand nombre d'harmoniques. Ces mesures ont été effectuées à l'aide d'une carte de moyennage rapide (fréquence d'échantillonnage de $2Gsample/s$). Elles permettent de visualiser directement la décroissance exponentielle du courant moyen en réponse à un front d'excitation. La mesure du temps caractéristique τ de cette décroissance permet alors une autre mesure de l'évolution du temps de sortie par effet tunnel de l'électron en fonction de la transmission. Cette technique, complémentaire de la première, permet de sonder la dynamique

sur des temps plus longs. La fréquence d'excitation utilisée est plus basse, $f = 31.25\text{MHz}$. Pour une bande passante de 1GHz , on peut ainsi mesurer 32 harmoniques du courant. En revanche, la résolution temporelle est limitée à 500 picosecondes. Elle est donc moins précise que la mesure d'une seule harmonique à plus haute fréquence dans l'évaluation des temps courts.

Les résultats obtenus à l'aide des ces deux méthodes seront confrontées aux prédictions théoriques développées dans le chapitre 4 ainsi que dans l'annexe C pour les mesures résolues en temps. Dans les deux cas, la théorie a été développée dans le cadre d'un modèle sans interactions, $C \rightarrow \infty$. Comme dans le chapitre 3 consacré au régime linéaire, les données expérimentales seront comparées au modèle en faisant la substitution $\Delta \rightarrow \Delta^* = \frac{e^2}{C_\mu}$. Cette approximation, qui simplifie considérablement l'interprétation des mesures, est justifiée par la forte valeur de C comparée à C_μ déduite du régime linéaire (section 3.3.4). Nous verrons toutefois, que si les mesures s'interprètent bien dans le cadre du modèle sans interactions, certaines déviations à ce modèle sont observées. Dans la dernière section de ce chapitre, je décrirai brièvement comment on peut expliquer qualitativement certaines de ces déviations par les interactions dans la boîte, c'est à dire par l'existence de deux échelles d'énergie distinctes Δ et $\frac{e^2}{C}$.

5.2 Mesure de la première harmonique du courant I_ω

Nous verrons dans une première section que les mesures effectuées aussi bien à champ magnétique fort qu'à champ magnétique nul mettent en évidence la quantification du courant par l'apparition des plateaux de courant pour $2eV_{exc} \approx \Delta^*$ ¹. Je montrerai dans une deuxième section comment la calibration du courant permet de vérifier que la valeur de la première harmonique du courant est de $2ef$. Nous étudierons ensuite les variations de la partie réelle du courant qui, dans le régime capacitif, contient l'information sur le temps de sortie de l'électron par effet tunnel et par conséquent sur la transmission. Ceci nous permettra d'effectuer la modélisation des caractéristiques courant-tension mesurées sans paramètre ajustable. Dans une cinquième section, je décrirai les techniques utilisées pour effectuer le réglage de la phase absolue qui permet d'identifier les parties imaginaire et réelle du courant. Lorsque la phase absolue est réglée, on peut, en suivant l'évolution de la tangente de cette phase avec la tension de grille, effectuer une mesure essentielle de ce manuscrit : la détermination du temps d'injection de la charge électronique quantifiée et sa dépendance en transmission. Enfin, je confronterai les données expérimentales au modèle théorique développé dans le chapitre 4. On peut déduire la loi de variation de la transmission $D(V_G)$ du temps de sortie de l'électron en fonction de la tension du CPQ. Nous en déduirons les paramètres V_0 et ΔV intervenant dans l'expression $D(V_G)$ (voir équation 3.30). Ceci nous permettra de confronter, dans cette dernière section, l'ensemble des mesures, partie imaginaire et partie réelle, effectuées pour les deux fréquences ($f = 180$ et 515MHz) au modèle théorique *sans paramètre ajustable*. En effet, le seul paramètre ajustable utilisé dans l'étude du régime linéaire était la capacité géométrique C qui est négligée ici.

¹On observe un transfert quantifié de charges lorsque l'on varie le potentiel de la boîte de $\frac{\Delta^*}{e}$. Pour une tension $2V_{exc}$ appliquée à la grille, le potentiel de la boîte est modifié de $\frac{C}{C_\Sigma}2V_{exc}$, où C_Σ est la capacité géométrique totale de la boîte. Il faudrait donc appliquer une tension $2V_{exc} = \frac{C_\Sigma}{C}\frac{\Delta^*}{e}$ pour observer les plateaux de courant. Puisque les variations du potentiel de la boîte et les tensions appliquées à la grille ne diffèrent que par un simple coefficient multiplicatif, on prendra ce facteur égal à 1 pour simplifier les discussions dans tout ce manuscrit.

5.2.1 Observation de la quantification du courant

L'observation de marches de courant quantifiées en unité de $2ef$ sur la partie imaginaire n'est possible que dans le régime capacitif, $R_q^{nl}C_q^{nl}\omega \ll 1$. Dans ce régime, le temps de sortie de l'électron est plus court que la demi-période ($\gamma \gg \omega$). La résistance est modérée et le courant est presque purement imaginaire. Je ne présenterai ici que les mesures effectuées pour $f = 180MHz$ car elles permettent d'observer le régime $R_q^{nl}C_q^{nl}\omega \ll 1$ pour des valeurs plus basses de la transmission ($D \gg 0.02$ pour $f = 180MHz$ contre $D \gg 0.06$ pour $f = 515MHz$ et $\Delta = 2.5K$). Le phénomène de quantification du courant paraît donc plus marqué à cette fréquence. Ces mesures seront présentées pour les deux valeurs de champ magnétique $B = 1.28T$ et $B = 0T$. Nous verrons qu'il n'y a pas de différences qualitatives entre les mesures effectuées aux deux valeurs de champ magnétique.

Je présenterai tout d'abord les mesures sur la partie imaginaire du courant en fonction de la tension d'excitation. Ces mesures mettent en évidence la quantification du courant et son évolution avec la transmission ou le potentiel chimique initial de la boîte. Je présenterai ensuite les mesures de la partie réelle. Nous verrons qu'elle présente bien des marches dont la valeur dépend de la transmission et permet ainsi de la mesurer.

Variations de la partie imaginaire du courant en fonction de la tension d'excitation et de la transmission

Sur la figure 5.1, on a tracé l'évolution de la partie imaginaire du courant avec la tension d'excitation pour trois valeurs V_G de la tension du CPQ ($V_G = -880, -893, -901mV$ pour $B = 1.28T$, $V_G = -858, -875.4, -886mV$ pour $B = 0T$). A ces trois valeurs décroissantes de la tension de grille correspondent les valeurs décroissantes de la transmission $D = 1, D = 0.8$ et $D = 0.2$. Les valeurs exactes de la transmission ont été déduites de la mesure de la partie réelle, cette procédure sera détaillée dans la section 5.2.3. Par ailleurs, ces trois valeurs de la tension V_G correspondent à une valeur du potentiel interne de la boîte située exactement entre deux pics de conductance (c'est à dire dans une vallée de conductance).

A ce stade, on ne dispose pas de calibration des axes de courant et de tension. L'axe de courant de la figure 5.1 est donc gradué en unités arbitraires tandis que les tensions sont graduées en unités de $\frac{2V_{exc}}{\delta V_{dc}}$, où δV_{dc} est la périodicité entre pics de conductance observée dans le régime linéaire lorsque l'on varie le potentiel *statique* de la boîte (cf section 3.3.2) tandis que $2V_{exc}$ est la variation *hyperfréquence* de ce potentiel.

On peut faire quatre observations principales sur la forme des caractéristiques courant-tension mesurées pour ces trois transmissions :

- pour $V_G = -880mV$ à $B = 1.28T$ ($V_G = -858mV$ à $B = 0T$) on observe une relation courant-tension linéaire conforme à l'évolution attendue à transmission unité (cf section 4.3.2). Dans ce cas le circuit mésoscopique est équivalent à une capacité et une résistance indépendantes de la tension d'excitation égales à C_μ et $\frac{h}{2e^2}$ (la linéarité de la partie imaginaire permet simplement de vérifier que la capacité C_μ est indépendante de la tension d'excitation pour $D = 1$).
- les courbes obtenues pour les tensions de grille plus négatives ($V_G = -893mV$ et $V_G = -901mV$ pour $B = 1.28T$ et leurs homologues pour $B = 0T$) montrent un comportement non-linéaire par l'apparition de marches d'autant plus prononcées que la tension est négative (ou que la transmission est basse). Cette quantification du cou-

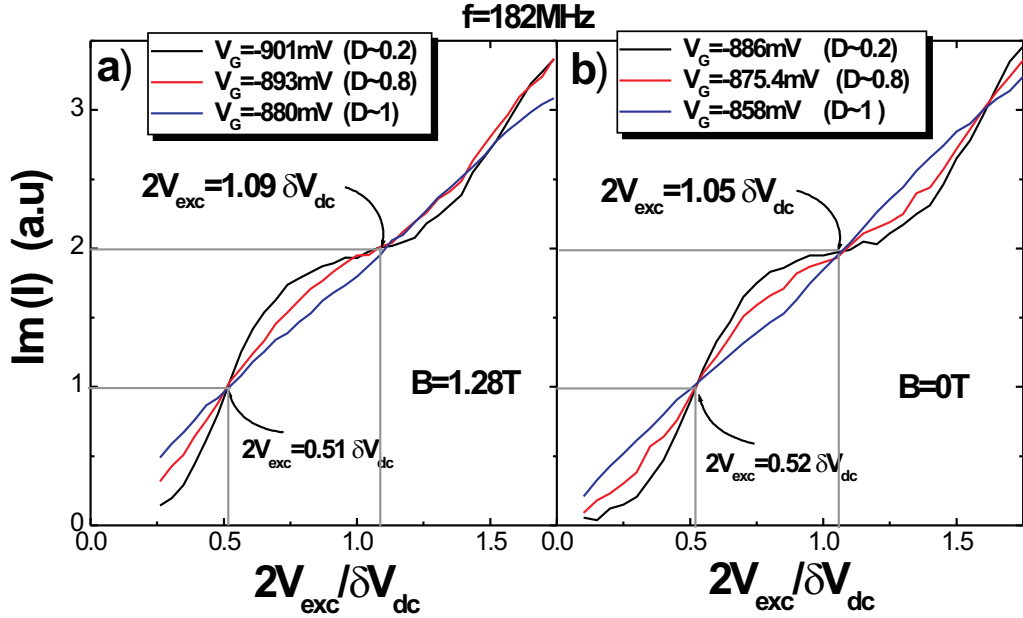


FIG. 5.1 – a) Variation de la partie imaginaire du courant en fonction de la tension d’excitation pour trois valeurs la tension de grille V_G . La tension d’excitation est graduée en unités de la tension statique δV_{dc} séparant deux pics de conductance mesurée en 3.3.2 pour $B = 1.28T$ et en 3.3.6 pour $B = 0T$. Le potentiel à l’équilibre est situé dans une vallée de conductance. La fréquence est égale à $180MHz$ et le champ magnétique à $1.28T$. b) idem à champ magnétique $B \approx 0T$.

rant traduit l’injection (suivie de l’absorption) d’un nombre quantifié d’électrons de la boîte. En anticipant la calibration du courant développée dans une section ultérieure (5.2.2), on a attribué arbitrairement la valeur de $2a.u$ aux plateaux.

- les courbes obtenues pour les trois valeurs de la tension V_G se coupent en deux points : $Im(I) = 2a.u$ pour $2V_{exc} \approx \delta V_{dc}$ ($1.09\delta V_{dc}$ pour $B = 1.28T$ et $1.05\delta V_{dc}$ pour $B = 0T$) et $Im(I) = 1a.u$ pour $2V_{exc} \approx 0.5\delta V_{dc}$. D’après la section 4.3.1, le premier point correspond au point remarquable attendu $2eV_{exc} = \Delta^*$ pour lequel la capacité non-linéaire est indépendante de la transmission et du potentiel interne de la boîte. On devrait donc observer, pour cette tension, la même valeur du courant pour des valeurs du potentiel différentes d’une vallée de conductance, nous y reviendrons dans la section suivante. En revanche, le deuxième point ($2eV_{exc} \approx 0.5\delta V_{dc}$) est caractéristique d’un potentiel initial situé exactement entre deux pics. En effet, dans ce cas et uniquement dans ce cas, lorsque $2eV_{exc} = \frac{\Delta^*}{2}$, l’intégrale de la densité d’états effective est égale à $\frac{1}{2}$ quelle que soit la transmission. Le courant est donc égal à ef , soit la moitié de la valeur $2ef$ attendue au plateau. C’est bien ce que nous observons ici : $Im(I) = 1a.u = 0.5 \times 2a.u$ mesuré au plateau.
- pour $2V_{exc} > \delta V_{dc}$, on observe le début d’un deuxième plateau de courant correspondant à l’injection d’un deuxième électron. Malheureusement, la valeur maximale de la tension d’excitation reportée sur la figure 5.1 de $2V_{exc} \approx 1.7\delta V_{dc}$ correspond à la ten-

sion maximale délivrée par notre source. Elle ne permet pas d'observer complètement le deuxième plateau.

Sur la figure 5.2, on a représenté la partie imaginaire du courant pour des valeurs plus négatives de la tension V_G : $V_G = -907.4$ et $-909.4mV$ pour $B = 1.28T$, $V_G = -892.2mV$ pour $B = 0T$, c'est à dire des transmissions plus basses (leur valeur précise indiquée entre parenthèses a été déduite de la partie réelle cf 5.2.3). Conformément à l'étude du chapitre précédent, section 4.3.3, lorsque la transmission est trop basse, $\gamma \approx \omega$, le temps moyen de sortie de l'électron est plus long que la demi-période. Certaines alternances du signal d'excitation ne donnent donc plus lieu à l'injection d'une charge. On observe alors des marches de courant centrées sur la même valeur de la tension d'excitation $2V_{exc} \approx \delta V_{dc}$ mais de valeur plus petite (courbes cyan et magenta).

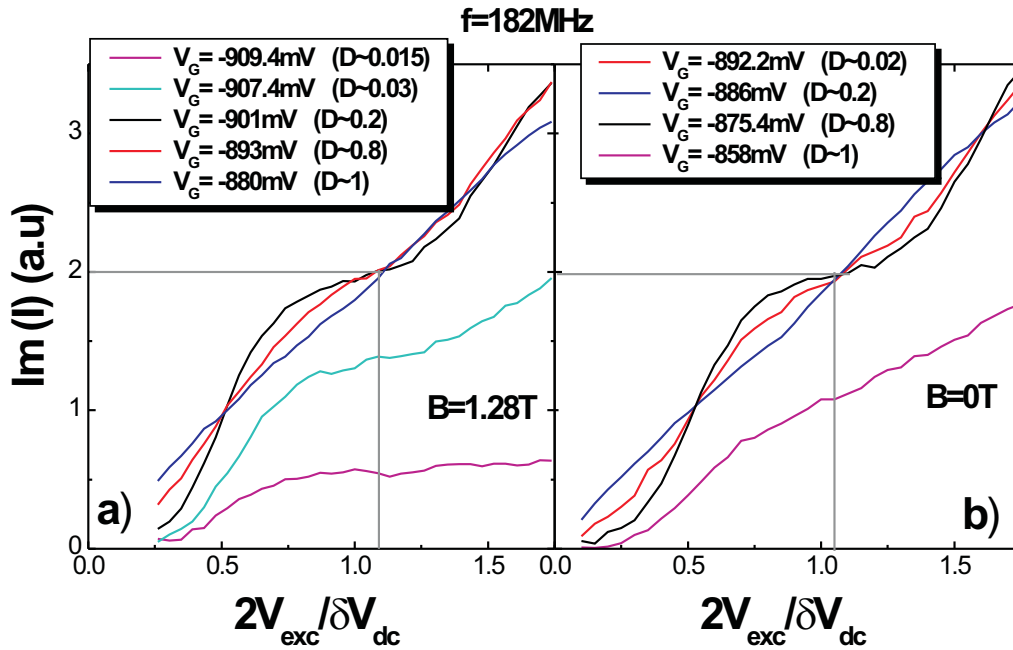


FIG. 5.2 – a) Variation de la partie imaginaire du courant pour des tensions de grille V_G plus négatives par rapport à la figure 5.1 (dans le régime intermédiaire $R_q^{nl} C_q^{nl} \omega \approx 1$) pour $B = 1.28T$. b) idem pour $B \approx 0T$.

On peut dresser un premier bilan des données expérimentales représentées sur les figures 5.1 et 5.2. On a un accord qualitatif entre les données et la description théorique de la section 4.3.1. En particulier, on observe bien le phénomène de quantification du courant. Sur le plan quantitatif, sans mesure absolue du courant, on ne connaît pas, pour l'instant, la valeur de la première harmonique du courant au niveau d'un plateau. Par contre, on peut comparer les tensions hyperfréquences appliquées à la tension *statique* séparant deux pics de conductance, c'est à dire deux pics de densité d'états. Comme nous l'avons vu dans l'étude du régime linéaire, section 3.3.2, l'écart entre pics de densité d'états est égal à l'énergie d'addition $\frac{e^2}{C_\mu} = \Delta^*$. Le point de capacité indépendante de la transmission repéré par l'intersection des

courbes mesurées dans le régime capacitif $\gamma \gg \omega$ est donc obtenu pour $2eV_{exc} \approx \Delta^*$ conformément aux prédictions théoriques. Le plateau de courant correspond donc bien à l'injection puis l'absorption d'un électron de la boîte dans une période. On observe toutefois sur les figures 5.1 et 5.2 un léger écart entre les tensions statique et hyperfréquence correspondant à l'énergie d'addition : $\frac{2V_{exc}}{\delta V_{dc}} = 1.09$ pour $B = 1.28T$ et $\frac{2V_{exc}}{\delta V_{dc}} = 1.05$ pour $B = 0T$. Nous reviendrons sur cet écart lors de la calibration du courant (section 5.2.2) qui s'explique en partie par l'atténuation de la chaîne d'excitation.

Nous allons maintenant vérifier que pour $2eV_{exc} = \Delta^*$, la capacité est non seulement indépendante de la transmission mais aussi du potentiel interne de la boîte. Ceci nous permettra de repérer plus précisément la valeur de la tension d'excitation pour ce point remarquable.

Variation de la partie imaginaire du courant avec le potentiel initial de la boîte

On a représenté sur chaque graphe de la figure 5.3 l'évolution de la partie imaginaire du courant en fonction de la tension d'excitation pour de petites excursions (environ $1mV$) autour d'une valeur centrale de V_G de $-901.5mV$ (figure 5.3 a)), $-891mV$ (figure 5.3 b)) pour $B = 1.28T$, $V_G = -887.6$ (figure 5.3 c)) et $-879.5mV$ (figure 5.3 d)) pour $B = 0T$. Dans ces conditions, les variations de la tension V_G sont si faibles que l'on peut supposer que la transmission ne varie pas ou peu et que seul le potentiel interne est modifié (nous verrons dans la section 5.2.3 comment on détermine les transmissions notées entre parenthèses sur les différents graphes).

On peut observer sur la figure 5.3 que pour $B = 1.28T$ (respectivement $B = 0T$), toutes les courbes obtenues pour différentes transmissions et pour différentes valeurs du potentiel de la boîte *se coupent en un même point* $2V_{exc} = 1.1\delta V_{dc}$ (respectivement $2V_{exc} = 1.06\delta V_{dc}$) et $Im(I) = 2a.u.$. C'est l'information principale contenue sur la figure, elle confirme, dans le régime capacitif ($\gamma \gg \omega$), une prédiction théorique importante développée en section 4.3.1 : *il existe une valeur de la tension d'excitation pour laquelle la capacité est constante, indépendante de la transmission et du potentiel de la boîte*. D'après cette même section, la valeur de la tension correspondante est $2eV_{exc} = \Delta^*$ et la partie imaginaire de la première harmonique du courant correspondant est de $Im(I) = 2ef$. On s'attendrait à observer une capacité constante pour une valeur de la tension d'excitation de $2V_{exc} = \delta V_{dc}$ puisqu'une variation statique de la tension de grille de δV_{dc} modifie le potentiel interne de la boîte de $\frac{\Delta^*}{e}$. C'est presque le cas puisque nous mesurons $2V_{exc} = \delta V_{dc}$ à 10% (respectivement 5%) près pour $B = 1.28T$ (respectivement $B = 0T$). Nous reviendrons dans la prochaine section 5.2.2 sur ces différences.

La dépendance qualitative des caractéristiques courant-tension avec le potentiel interne de la boîte est conforme à la description théorique de la section 4.3.1. Pour discuter cette dépendance, je vais me concentrer sur les courbes obtenues à basse transmission pour $B = 1.28T$, figure 5.3 a) :

- lorsque le potentiel reste fixé dans une vallée de conductance, on observe des marches qui prennent leur valeur maximale de $2a.u.$. Pour deux valeurs V_1 et V_2 légèrement différentes du potentiel interne de la boîte (courbes bleu et cyan), on obtient des courbes $I(V_{exc})$ décalées qui sont presque images l'une de l'autre par translation de $2V_{exc} = V_2 - V_1$. Dans ce cas, la charge à l'équilibre est quantifiée en multiples entiers de la charge électrique et la charge est un bon nombre quantique.
- lorsque le potentiel initial de la boîte est proche d'un pic de densité d'états, on observe des plateaux de valeur inférieure à la valeur maximale : $0 \leq Im(I) \leq 2a.u$ (courbes noire, rouge et verte). Ceci reflète l'absence de quantification de la charge dans la boîte

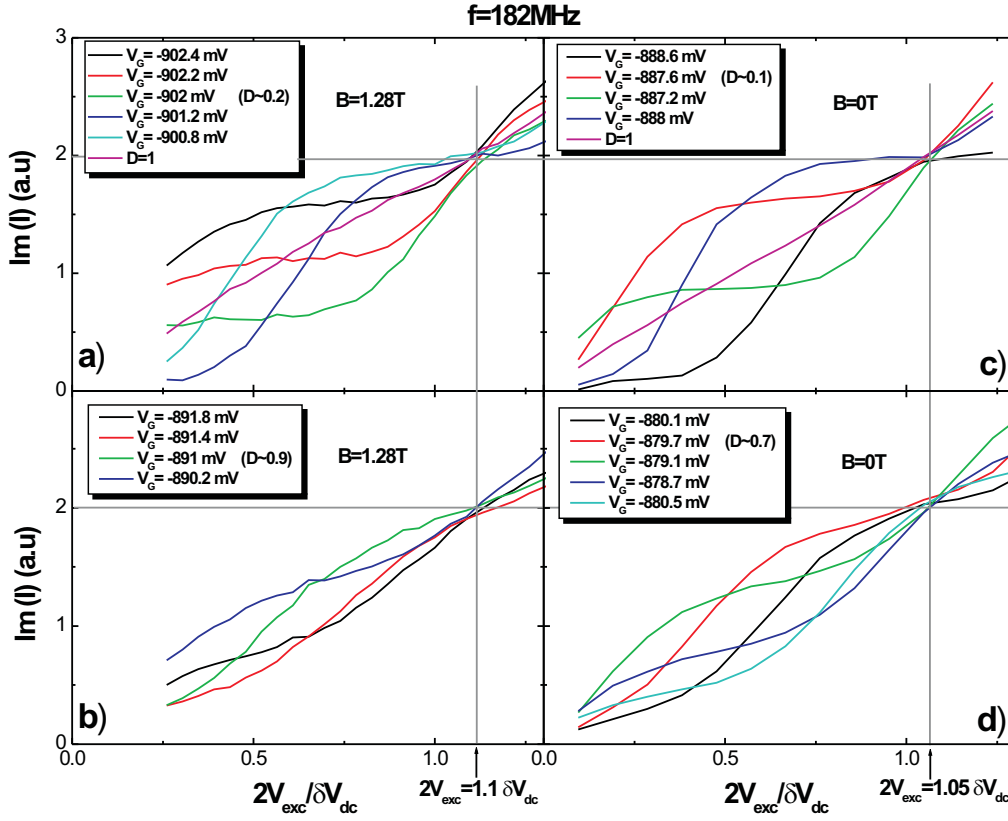


FIG. 5.3 – a), b) Variation de la partie imaginaire du courant en fonction du potentiel électrostatique de la boîte à transmission fixe (on se limite à de petites variations de V_G) pour $B = 1.28T$. b) correspond à une valeur plus élevée de la tension V_G (et donc à une transmission plus grande) que a). c), d) idem pour $B \approx 0T$.

lorsqu'un niveau de la boîte est résonnant à l'énergie de Fermi du réservoir. Dans ce cas, la charge moyenne de la boîte à l'équilibre n'est pas égale à un multiple entier de charges électroniques, la charge de la boîte n'est pas un 'bon' nombre quantique et fluctue au cours du temps. De même, le nombre de charges transférées de la boîte au réservoir au cours d'une alternance de la tension d'excitation n'est pas un nombre entier car pour chaque alternance, la boîte est aléatoirement vide ou pleine. En particulier, lorsque le potentiel est exactement situé sur un pic de conductance, le dernier niveau électronique est peuplé avec une probabilité $\frac{1}{2}$. Une fois sur deux, aucun électron n'est transféré de la boîte au réservoir, on observe alors un plateau à la valeur moitié du courant $I = 1a.u$ (courbe rouge). Pour $\frac{2V_{exc}}{\delta V_{dc}} \approx 0.5$ le courant est très sensible à la valeur du potentiel ($\delta I = 0.6a.u$ pour $\delta V_G = 200\mu V$, c'est à dire une variation de charge d'un dixième d'électron) et pourrait faire un bon détecteur de charges.

- la forte dépendance de la caractéristique courant-tension avec le potentiel interne s'atténue fortement lorsque l'on augmente la transmission (voir figure 5.3 b)), pour $D = 1$, elle n'en dépend plus du tout. Cette diminution de la sensibilité dans le potentiel interne reflète la perte de quantification de la charge dans la boîte occasionnée par les

fluctuations quantiques de charge reliées à l'élargissement des niveaux lorsque la boîte est de plus en plus couplée au réservoir.

Je vais maintenant décrire la calibration des axes de courant et de tension qui permet de déterminer la valeur de la première harmonique du courant pour un plateau.

5.2.2 Calibration des plateaux de courant, $I_\omega = 2ef$

Dans le régime linéaire, nous avons vu que l'étude de l'évolution de la largeur des pics de conductance en fonction de la température dans le régime résistif ($R_q C_q \omega \gg 1$) permettait une détermination de la capacité électrochimique du système $C_\mu = \frac{C_q C}{C_q + C}$ (cf section 3.3.2). Toutefois, la détermination de la capacité n'est pas suffisante pour mesurer le courant si l'on ne connaît pas exactement la tension incidente sur l'échantillon. Dans notre cas, l'atténuation n'est connue qu'à quelques décibels près ce qui est très insuffisant pour une mesure précise du courant. Nous disposons de deux méthodes pour calibrer les mesures.

La première repose sur l'excellent accord qualitatif entre les données expérimentales présentées précédemment en 5.2.1 et les prédictions théoriques développées en section 4.3.1. En particulier, le point remarquable de capacité constante, $2eV_{exc} = \Delta^*$, $Im(I) = 2ef$, que nous avons observé expérimentalement permet de calibrer l'axe de courant en unités de ef et l'axe de tension en Kelvin. En ce qui concerne l'axe de courant, il suffit de remplacer la mention $a.u$ par ef puisque la valeur de $2a.u$ avait été arbitrairement attribuée aux plateaux de courant. Pour l'axe de tension, les mesures de capacité électrochimique ont permis de mesurer Δ^* en Kelvin : pour $B = 1.28T$, $\Delta^* = 2.5K$ et pour $B = 0T$, $\Delta^* = 2.3K$. Cette méthode a le désavantage de ne pas constituer une mesure indépendante du courant au niveau des plateaux.

On peut toutefois essayer de calibrer l'axe de courant de manière indépendante aux prédictions théoriques. Elle repose sur plusieurs observations expérimentales :

- pour $D = 1$, on observe une variation linéaire de la première harmonique du courant avec la tension d'excitation. Par ailleurs, pour $f = 180MHz$, on peut supposer que le signal est purement imaginaire à $D = 1$. En effet, le rapport de la partie réelle sur la partie imaginaire est donné par : $\tan \varphi = \frac{\hbar\omega}{2\Delta} = 0.01$. On effectue donc une erreur de 1% inférieure à la résolution expérimentale en supposant le signal purement capacitif de capacité C_μ pour $D = 1$.
- on peut calculer la réponse d'une capacité C_μ à une excitation créneau $V_{exc}(t)$ d'amplitude pic-pic $2V_{exc}$ et de période $\mathcal{T}$:

$$I(t) = C_\mu \frac{dV_{exc}(t)}{dt} \quad (5.1)$$

$$= 2C_\mu V_{exc} \sum_n [\delta(t - n\mathcal{T}) - \delta(t - (n + 1/2)\mathcal{T})] \quad (5.2)$$

$$I_\omega = 2C_\mu 2V_{exc} f \quad (5.3)$$

- à plus basse transmission, on a mesuré la périodicité δV_{dc} séparant les pics de densité d'états. Elle correspond (voir section 3.3.2) à la tension statique nécessaire à l'ajout d'une charge dans la boîte $\delta V_{dc} = \frac{e}{C_\mu}$ ². On en déduit la valeur du courant lorsque

²Pour une tension V_{dc} appliquée à la grille, la variation du potentiel de la boîte est de $\frac{C}{C_\Sigma} V_{dc}$. La période des pics de conductance correspond donc à des tensions $\delta V_{dc} = \frac{C_\Sigma}{C} \frac{e}{C_\mu}$. Pour simplifier les discussions, on prendra, dans ce chapitre, le facteur multiplicatif $\frac{C}{C_\Sigma}$ égal à 1 comme nous l'avons déjà fait pour les tensions hyperfréquence V_{exc} .

$$2V_{exc} = \delta V_{dc} = e/C_\mu :$$

$$I_\omega = 2C_\mu \frac{e}{C_\mu} f \quad (5.4)$$

$$= 2ef \quad (5.5)$$

Ceci suppose que l'écart entre niveaux Δ et la capacité géométrique C (et par conséquent C_μ) soient indépendants de la tension de grille V_G afin que la valeur de C_μ mesurée à basse transmission soit identique à sa valeur à transmission 1. Nous vérifierons en section 5.2.5 que cette condition est bien vérifiée.

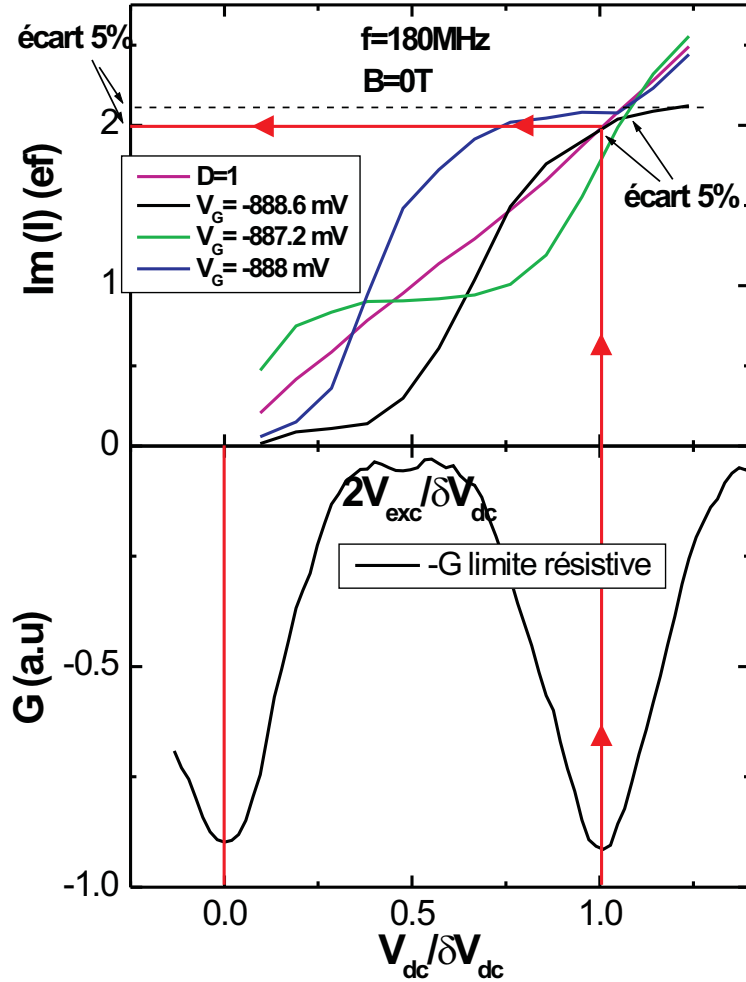


FIG. 5.4 – Description de la procédure de calibration du courant. En bas, la période des pics de conductance mesurée dans le régime linéaire permet de connaître la tension statique à appliquer pour changer le potentiel électrochimique de la boîte de Δ . La valeur de la partie imaginaire du courant à transmission 1 correspondant une tension d'excitation égale est alors de $2ef$ (partie supérieure de la figure). On observe alors une différence de 5% entre cette valeur et les plateaux de courant.

Cette procédure de calibration est résumée sur la figure 5.4. Sur la partie inférieure de la

figure, on a tracé le module de la conductance linéaire en fonction du potentiel statique de la boîte V_{dc} (avec un signe -) mesuré pour $B = 0T$ dans le régime séquentiel pour lequel la largeur des pics est limitée par la température. L'axe des tensions est normé par la période entre pics δV_{dc} , les maximums des deux pics se produisent donc pour $V_{dc} = 0$ et $V_{dc} = 1$. Sur la partie supérieure de la figure, on a tracé les mesures de la première harmonique du courant déjà tracées sur la figure 5.3 c). Cette fois, l'axe de courant est gradué de sorte que la première harmonique du courant pour $D = 1$ prenne la valeur $2ef$ lorsque $2V_{exc} = \delta V_{dc}$ (flèches rouges).

Cette deuxième méthode de calibration ne repose pas sur les prédictions théoriques développées dans l'étude du régime non-linéaire mais uniquement sur les observations expérimentales. On observe d'ailleurs un écart de 5% pour $B = 0T$ (10% pour $B = 1.28T$) entre la valeur des plateaux de courant déduite de cette méthode et la prédiction théorique de $2ef$. Cette différence est liée à l'atténuation de la chaîne d'excitation hyperfréquence. La périodicité des pics de conductance δV_{dc} ainsi que les tensions d'excitation hyperfréquences $2V_{exc}$ sont mesurées en tête de cryostat, avant l'atténuation. Nous avons vu au chapitre 2 consacré à l'étude du dispositif expérimental que l'atténuation dépend de la fréquence, des tensions $2V_{exc}$ et δV_{dc} égales en tête de cryostat sont donc légèrement différentes au niveau de l'échantillon. On peut reporter dans un tableau les valeurs de la tension d'excitation, en unités de δV_{dc} , pour lesquelles on mesure une capacité constante (indépendante de la transmission et du potentiel interne de la boîte) pour les deux fréquences $f = 180MHz$ et $f = 515MHz$.

fréquence (MHz)	$\frac{2V_{exc}}{\delta V_{dc}}$ pour $B = 0T$	$\frac{2V_{exc}}{\delta V_{dc}}$ pour $B = 1.28T$
0	1	1
180	1.05	1.09
515	1.25	1.28

On voit que l'écart entre la tension hyperfréquence nécessaire à l'observation d'une capacité constante et la périodicité en tension statique des pics de conductance s'accroît lorsque l'on augmente la fréquence. On a représenté sur la figure 5.5 a), l'atténuation de la chaîne d'excitation mesurée à température ambiante (cf section 2.3.1) en fonction de la fréquence. Il décroît (l'atténuation augmente) avec la fréquence et on peut mesurer à température ambiante une variation de l'atténuation de $0.4dB$ pour $f = 180MHz$ et de $\approx 0.8dB$ pour $f = 515MHz$ (la valeur de l'atténuation pour $f = 0$ est extrapolée de la variation linéaire du gain à basse fréquence). Sur la figure 5.5 b), on a tracé en noir et rouge les valeurs *mesurées* des tensions d'excitation nécessaires à l'observation d'un point de capacité constante. On a tracé en vert et bleu les mêmes valeurs multipliées par l'atténuation de la chaîne mesurée à température ambiante. Pour $f = 180MHz$, on obtient alors $2V_{exc} = \delta V_{dc}$ à 3% près pour $B = 1.28T$ et $2V_{exc} = \delta V_{dc}$ pour $B = 0T$. Pour $f = 515MHz$ en revanche, on observe malgré tout 15% d'écart. Il ne suffit sans doute pas de comparer les atténuations à $f = 0, 180$ et $515MHz$ car, si l'atténuation dépend de la fréquence, elle affecte différemment les harmoniques du signal d'excitation et modifie la forme du créneau. Le rôle de l'atténuation n'est donc pas seulement de diminuer la tension pic-pic du signal mais aussi de le déformer ce qui est difficile à prendre en compte dans le cadre de la théorie développée dans le chapitre 4. Il faudrait, de plus, mesurer l'atténuation à froid pour tirer des conclusions plus précises.

En conclusion, par la suite, nous utiliserons la confrontation des données expérimentales aux prédictions théoriques afin de repérer précisément le point correspondant à $2eV_{exc} = \Delta^*$ et $Im(I) = 2ef$. L'absence de mesure précise de l'atténuation à froid nous empêche en effet d'avoir une calibration indépendante du courant. Toutefois, la comparaison des tensions hyperfréquence à la tension statique nécessaire à changer la charge d'une unité dans la boîte

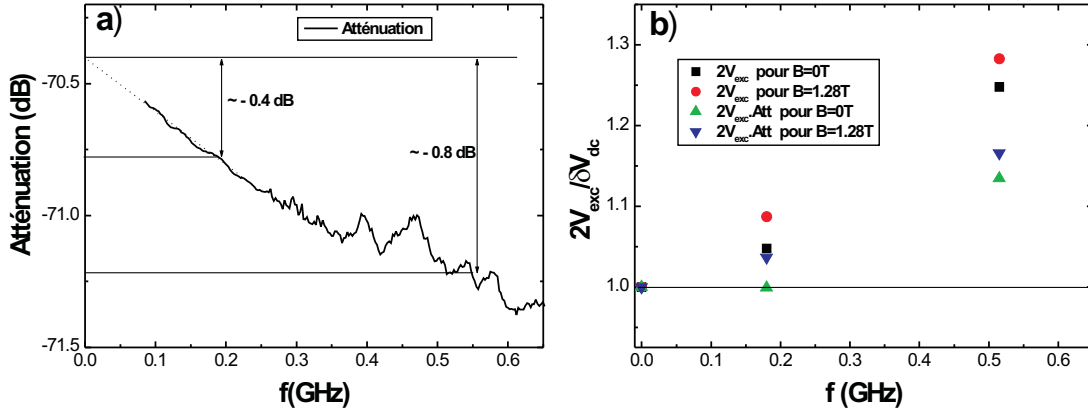


FIG. 5.5 – a) Atténuation de la chaîne d’excitation mesurée à chaud. b) Valeur de la tension d’excitation nécessaire à l’observation du point de capacité constante pour différentes valeurs de la fréquence. sans prendre en compte l’atténuation Les points noirs et rouges représentent les valeurs mesurées de cette tension d’excitation tandis que les points verts et bleus sont obtenus en tenant compte de l’atténuation mesurée à chaud.

permet, lorsque l’on prend en compte l’atténuation mesurée à chaud, d’avoir une très grande confiance dans le processus de calibration utilisé.

Maintenant que la calibration du courant et de la tension d’excitation est effectuée, nous allons pouvoir comparer quantitativement les mesures expérimentales au modèle théorique. Je reviendrai notamment sur les courbes représentées sur la figure 5.3. Toutefois, je vais d’abord présenter les mesures de la partie réelle puisqu’elle permettent la détermination du temps d’éjection de la charge de la boîte par effet tunnel (c’est à dire, dans notre modèle, de la transmission).

5.2.3 Étude de la partie réelle du courant

J’ai présenté jusqu’ici les mesures de la partie imaginaire du courant car elles mettent en évidence le phénomène de quantification du courant dans le régime non-linéaire par l’apparition de plateaux à une valeur de $Im(I) = 2ef$ dans le régime capacitif ($R_q^{nl} C_q^{ml} \omega \ll 1$). L’étude de la partie imaginaire reflète donc directement la quantification de la charge dans la boîte. Dans le régime capacitif, la partie réelle du courant porte les informations sur la phase et donc sur le temps d’injection (ou sur la transmission) car elle est directement proportionnelle à la résistance R_q^{nl} . D’après les prédictions théoriques du chapitre précédent, pour $\gamma \ll \Delta$, $R_q^{nl}(e^2/C_\mu) = h/De^2$. La valeur des marches de la partie réelle du courant fournit donc directement la valeur de la transmission dans cette limite. Sur la figure 5.6 a), c), on a représenté la partie réelle du courant en fonction de la tension d’excitation pour différentes valeurs de la tension de grille du contact ponctuel (et donc de la transmission) pour $B = 1.28T$ et $B = 0T$. Pour ces mesures, la valeur du potentiel chimique de la boîte à l’équilibre est située entre deux niveaux d’énergie, dans une vallée de conductance. On voit bien que la valeur des marches varie de manière très importante avec la tension de grille (et donc la transmission). Puisque la calibration des axes est effectuée, on a pu représenter en traits pleins sur la même

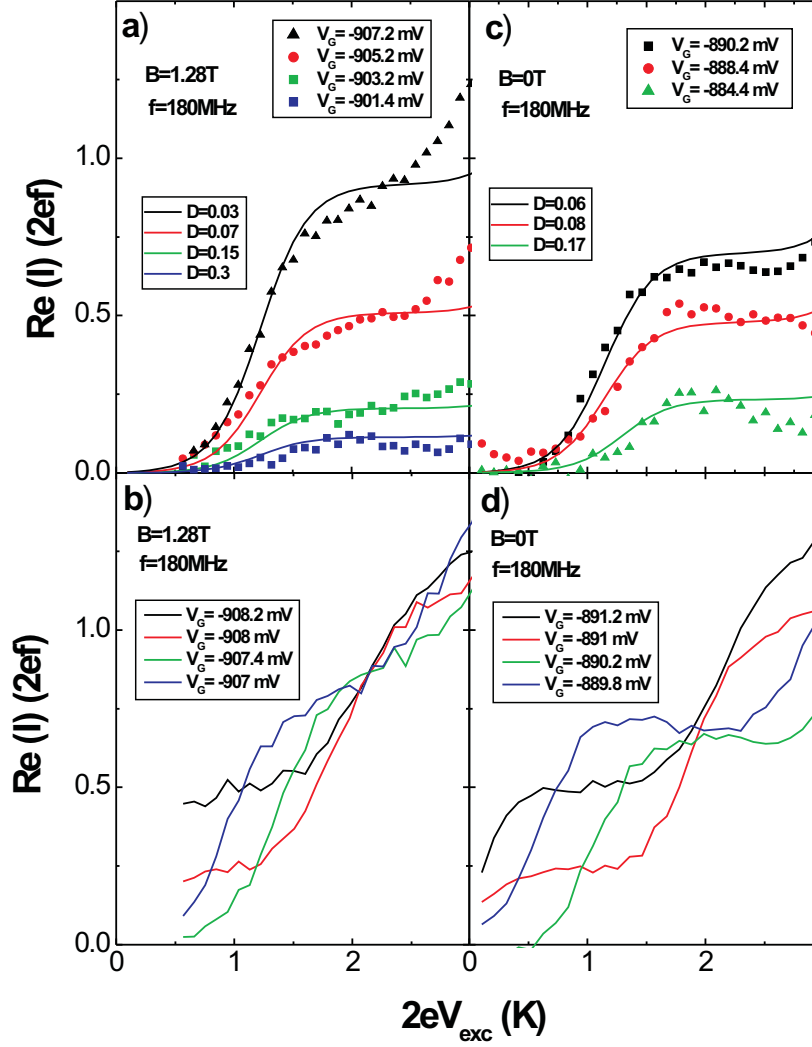


FIG. 5.6 – a) Partie réelle du courant en fonction de la tension d’excitation pour quatre valeurs de la transmission à $B = 1.28T$. Le potentiel de la boîte est fixé dans une vallée de conductance. b) Variation de la partie réelle du courant pour différentes valeurs du potentiel interne de la boîte pour $B = 1.28T$. La transmission est supposée fixe car on se limite à de petites variations de la tension V_G . c), d) Identiques à a), b) pour $B \approx 0T$.

figure les valeurs de partie réelle du courant fournies par le modèle théorique en choisissant une valeur de la transmission reproduisant la même hauteur de marches. L'accord avec les données expérimentales est suffisamment bon pour permettre une détermination précise de la transmission pour $D \leq 0.4$. Pour $B = 1.28T$ (respectivement $B = 0T$), les deux plus petites marches obtenues pour $V_G = -903.2mV$ et $-901.4mV$ sur la figure 5.6 a) (respectivement $V_G = -884mV$ sur la figure 5.6 c)) permettent d'évaluer la valeur $D \approx 0.2$ (respectivement $D \approx 0.1$) de la transmission pour la tension $V_G \approx -902mV$ (respectivement $V_G \approx -887mV$) choisie pour représenter la partie imaginaire du courant sur la figure 5.3 a) (respectivement 5.3 c)). Nous utiliserons ces valeurs par la suite (section 5.2.4) pour comparer les mesures de la partie imaginaire du courant représentées sur la figure 5.3 avec le modèle théorique. Ces valeurs de la transmission $D \approx 0.1$ et $D \approx 0.2$ sont particulièrement intéressantes car elles représentent pour $f = 180 MHz$ et $\Delta = 2.5K$ ($2.3K$ pour $B = 0T$) la valeur limite de la transmission permettant de rester dans le régime capacitif. Pour de transmissions plus basses, la valeur des plateaux de courant commence à dévier notablement de la valeur $2ef$.

On observe toutefois des écarts entre modèle et données dont on peut fournir deux explications possibles. Tout d'abord, pour $D = 0.2$ par exemple, le signal sur la partie réelle est 10 fois plus petit que sur la partie imaginaire. Ensuite, la forte sensibilité des hauteurs de marche avec la transmission rend l'accord avec le modèle plus difficile car il suppose une transmission complètement indépendante de la tension d'excitation.

On a représenté sur la même figure 5.6 b), d), l'évolution des marches de partie réelle lorsque, à transmission fixe, on modifie le potentiel interne de la boîte. Le comportement observé est conforme au comportement attendu (translation puis décalage des marches).

Une fois la mesure de la transmission effectuée, on peut procéder à la modélisation théorique des résultats présentés sur la figure 5.3.

5.2.4 Modélisation théorique des résultats

On a reproduit sur la figure 5.7 (en nuages de point) les données expérimentales de la figure 5.3 ainsi que les courbes correspondant au modèle théorique (en traits pleins). Tous les paramètres du modèle sont mesurés : la température $T = 200mK$ et l'énergie d'addition $\Delta^* = \frac{e^2}{C_\mu}$ sont déduites des mesures de calibration effectuées dans le régime linéaire (section 3.3.2). Les variations de V_G étant très faible, on a choisi pour chaque graphe (a),b)...) la même valeur de la transmission, supposant que pour ces faibles excursions, seul le potentiel interne de la boîte est modifié. Ceci revient à considérer que c'est le potentiel de la grille V_{dc} qui est modifié. Les valeurs les plus basses de la transmission $D = 0.2$ pour $B = 1.28T$ (graphe a)) et $D = 0.1$ pour $B = 0T$ (graphe c)) sont directement déduites de la mesure de la partie réelle (voir section précédente). Ces deux valeurs de la transmission sont particulièrement intéressantes car ce sont les plus petites valeurs permettant d'observer des plateaux de courant à la valeur de $2ef$. Pour les transmissions plus petites, on entre dans le régime intermédiaire et la valeur du courant au niveau des plateaux décroît. Pour les valeurs plus importantes de la transmission $D = 0.7$ et $D = 0.9$ (graphes b) et d)), les marches de la partie imaginaire du courant sont moins raides et la partie réelle est trop faible pour permettre une détermination précise de la transmission, elle est toutefois compatible avec les valeurs $D \approx 0.7$ et $D \approx 0.9$ utilisées. Enfin, les valeurs du potentiel V_{dc} (exprimées en unités de Δ^*) sont choisies en accord avec la tension V_G appliquée. Pour un réglage fin, on s'autorise toutefois à choisir la valeur de V_{dc} qui reproduit le mieux les résultats expérimentaux.

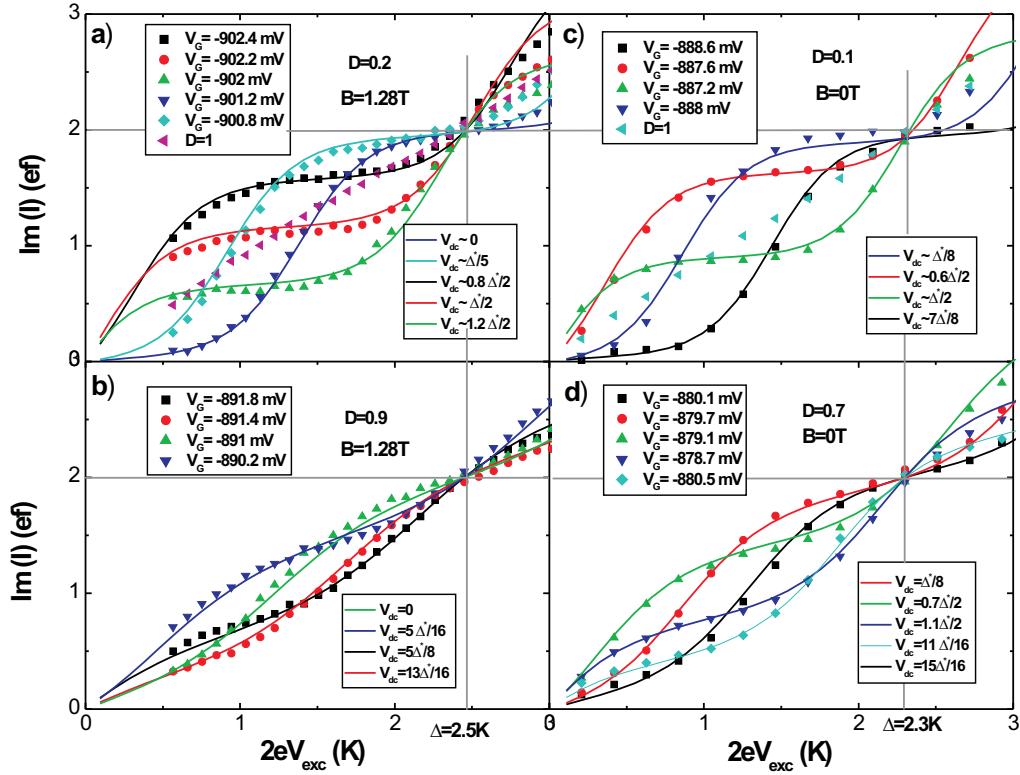


FIG. 5.7 – a) Variation de la partie imaginaire mesurée en nuage de points pour $V_G \approx -902\text{mV}$ en fonction du potentiel de la boîte pour $B = 1.28T$. Les courbes pleines correspondent aux prédictions théoriques sans paramètre ajustable, la transmission est déduite de la figure 5.10. b) Variation de la partie imaginaire du courant mesurée en nuage de points pour $V_G \approx -891\text{mV}$. Les courbes pleines correspondent aux prédictions théoriques, la valeur de la transmission, trop élevée pour être mesurée précisément est compatible avec les mesures de la partie réelle du courant. c), d) Identiques à a), b) pour $B \approx 0T$.

L'accord entre données expérimentales et modèle théorique est excellent. Il est important d'insister ici sur le fait qu'il ne s'agit pas d'un ajustement des données expérimentales avec le modèle théorique mais d'une *superposition* des deux sur une même courbe. La compréhension des mesures de la partie imaginaire du courant dans ce régime capacitif ($R_q^{ml} C_q^{ml} \omega \ll 1$) dans le cadre du modèle sans interactions développé précédemment est donc excellente. L'accord observé ici est bien meilleur que pour la partie réelle du courant (figure 5.6) car, dans le régime capacitif, la transmission n'influe pas sur la valeur des plateaux de courant mais affecte la forme de la caractéristique (voir l'évolution de la quantification des marches lorsque l'on passe de $D = 0.2$ à $D = 0.9$ sur la figure 5.7). La partie réelle est beaucoup plus sensible à de faibles variations de la transmission puisque la valeur du courant sur une marche y est directement proportionnelle.

Pour les tensions $2eV_{exc} > \Delta^*$, on observe des écarts plus importants entre les données expérimentales et le modèle théorique lorsque la transmission est basse (graphes a) et c)). Les non-linéarités correspondant au début d'un deuxième plateau de courant sont moins mar-

quées. Ceci est peut être du à un effet de chauffage électronique qui atténue la quantification du courant liée à l'injection du deuxième électron.

Pour résumer, nous avons vu dans les sections précédentes que nos mesures expérimentales mettent clairement en évidence la quantification du courant en unités de $2ef$. L'accord entre les mesures de la première harmonique de la partie imaginaire du courant et les prédictions du modèle théorique sont même excellentes. Toutefois, nos mesures et leur confrontation avec les prédictions théoriques reposent sur la détermination de la phase absolue du signal φ_0 qui permet d'identifier les parties réelle et imaginaire. Je vais décrire comment on procède à ce réglage dans la section suivante.

5.2.5 Calibration de la phase absolue du signal

La première étape de calibration est le réglage de la phase absolue du signal. Le signal S que nous mesurons est une combinaison linéaire des vraies parties imaginaires et réelles du courant (voir 2.4.1) :

$$Re(S) = \cos(\varphi_0)Re(I) + \sin(\varphi_0)Im(I) \quad (5.6)$$

$$Im(S) = \cos(\varphi_0)Im(I) - \sin(\varphi_0)Re(I) \quad (5.7)$$

où φ_0 est la phase accumulée par le signal entre le conducteur mésoscopique et la détection synchrone située à l'extérieur du réfrigérateur à dilution. Pour effectuer cette calibration, nous allons utiliser les propriétés du signal lorsque $2eV_{exc} = \Delta^*$. Comme nous l'avons vu dans le chapitre 4, pour cette valeur spécifique de la tension d'excitation, on prédit, si Δ^* est constant, une capacité constante, indépendante de la transmission et du potentiel interne de la boîte. Cette propriété a des conséquences remarquables dans les limites $R_q^{nl}C_q^{nl}\omega \ll 1$ et $R_q^{nl}C_q^{nl}\omega \approx 1$. Dans le premier cas, toutes les caractéristiques $Im(I)(V_{exc})$ obtenues pour différentes valeurs du potentiel chimique de la boîte se coupent en un même point : $Im(I) = 2ef$ et $2eV_{exc} = \Delta^*$. Dans le second cas, la partie imaginaire du courant décroît de sorte que $Im(I)(\Delta^*) < 2ef$. Toutefois, on doit retrouver la trace de cette capacité constante en étudiant le diagramme de Nyquist (représentation de la partie imaginaire du courant en fonction de sa partie réelle). Dans cette représentation, un circuit de capacité constante ($= C_\mu$) décrit un demi-cercle de centre ef sur l'axe imaginaire et de rayon ef lorsque la résistance varie. Nous allons maintenant utiliser ces propriétés du système pour en effectuer la calibration en utilisant un minimum d'hypothèses.

Pour $f = 180MHz$, on suppose que le courant est purement imaginaire à transmission $D = 1$. En effet, la phase du signal attendue est extrêmement faible : $R_q^{nl}C_q^{nl}\omega = h/2e^2C_\mu\omega \approx 0.01rad \approx 0.6^\circ$ (on a utilisé la valeur de C_μ de $0.75fF$ mesurée dans le régime linéaire). Même si la résistance était deux fois plus forte, l'erreur commise sur le réglage de la phase en supposant que le signal est purement capacitif à transmission $D = 1$ à cette fréquence serait de l'ordre du degré, c'est à dire, une erreur d'environ 2% sur la mesure de la partie imaginaire de l'ordre de la résolution expérimentale. Cette approximation n'est valable qu'à basse fréquence. En particulier, pour $f = 515 MHz$ et $f = 1.5 GHz$, la phase du signal attendue à transmission 1 est de $\approx 2^\circ$ et $\approx 5.5^\circ$, valeurs supérieures à notre résolution de phase d'environ 1° comme nous allons le voir par la suite.

Une fois ce réglage effectué, nous avons vérifié (cf figure 5.3) que, dans le régime capacitif, toutes les caractéristiques $Im(I) = f(V_{exc})$ obtenues pour différentes valeurs du potentiel et de la transmission se coupent au même point. Ceci se traduit sur la figure 4.3 qui représente la partie imaginaire du courant en fonction de la tension V_G par la disparition des oscillations

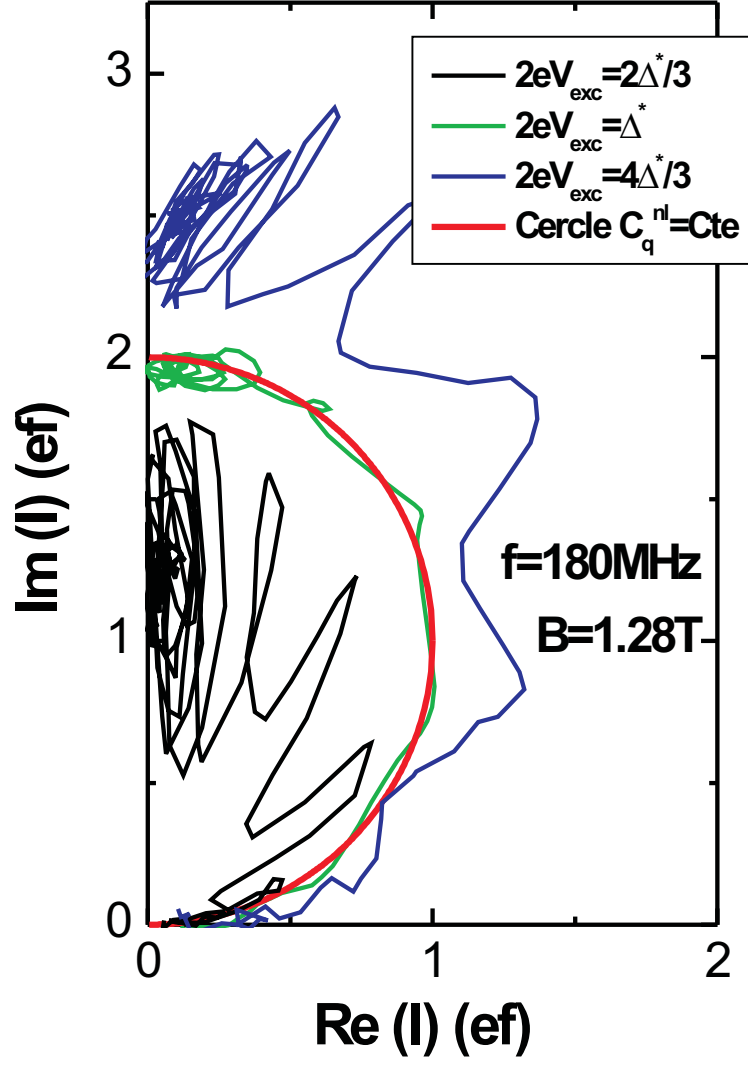


FIG. 5.8 – Diagramme de Nyquist du courant (partie imaginaire en fonction de la partie réelle) pour trois valeurs de la tension d'excitation ($2eV_{\text{exc}} = \frac{2\Delta^*}{3}, \Delta, \frac{4\Delta^*}{3}$). Le cercle rouge correspond au diagramme attendu pour un circuit de capacité constante égale à C_μ et de résistance variable.

de la partie imaginaire du courant pour $2eV_{exc} \approx \Delta^*$ puis leur réapparition pour des tensions supérieures. Le réglage approximatif obtenu en annulant la partie réelle pour $D = 1$ nous permet donc de vérifier la valeur constante de la capacité dans le régime $\gamma \gg \omega$ à 2% près. Expérimentalement, on ne vérifie le caractère constant de la capacité qu'à 10% près en raison de fluctuations de cet ordre observées pour l'écart entre niveaux à $B = 1.28T$. Ce réglage de phase approximatif n'est donc pas un handicap. En conclusion, nous avons donc vérifié que pour $f = 180MHz$ la capacité était constante avec des fluctuations de l'ordre de 10% dans la gamme de transmission $D = 0.2$ à $D = 1$.

Avec le même réglage de phase, on peut représenter sur la figure 5.8, le courant obtenu pour $f = 180MHz$ et $B = 1.28T$ sur un diagramme de Nyquist pour trois valeurs de la tension d'excitation : $2eV_{exc} \approx \frac{2}{3}\Delta^*$, $2eV_{exc} = \Delta^*$, $2eV_{exc} \approx \frac{4}{3}\Delta^*$. Sur ce diagramme, la valeur constante de la capacité est encore plus manifeste puisque pour $2eV_{exc} = \Delta^*$, les données expérimentales tombent sur le cercle attendu, confirmant la capacité constante pour $D = 0 \rightarrow 1$. Le diagramme de Nyquist présente de très grandes similitudes avec celui obtenu dans le chapitre précédent (figure 4.3) dans la description théorique du circuit pour $f = 180MHz$ et $\Delta^* = 2.5K$ et confirme l'excellent accord entre données expérimentales et modélisation théorique.

Le réglage approximatif de la phase obtenu pour $f = 180MHz$ en annulant la partie réelle à $D = 1$ nous a permis de vérifier que la capacité était constante pour $2eV_{exc} = \Delta^*$. Nous allons maintenant supposer que le caractère constant de la capacité se vérifie toujours à plus haute fréquence et l'utiliser pour régler plus précisément la phase pour $f = 515MHz$ et $f = 1.5GHz$. Pour $f = 1.5GHz$, notre source hyperfréquence n'est plus capable de délivrer des crêteaux parfaits en raison du temps de montée de l'ordre de 100 ps. Le principe de ce réglage pourrait donc être remis en cause pour cette fréquence. En fait, on peut montrer par un calcul numérique qu'une excitation non linéaire sinusoïdale permet aussi d'obtenir une capacité C_q^{nl} constante pour une certaine valeur de la tension d'excitation. L'obtention d'une capacité constante n'est pas sensible à la forme exacte du signal d'excitation et repose uniquement sur la périodicité de la densité d'états avec le potentiel chimique (Δ constant).

Sur la figure 5.9 nous avons représenté la partie imaginaire du courant en fonction de la partie réelle pour les trois fréquences $f = 0.18, 0.515, 1.5GHz$. Le bon réglage de phase (figure centrale $\varphi_0 = 0$) permet de faire coïncider les données expérimentales au quart de cercle théorique de capacité constante. Pour $f = 180MHz$ et $f = 515MHz$, il est possible de superposer les données sur un demi-cercle entier, pour $f = 1.5GHz$, cet ajustement n'est possible que sur le demi-cercle supérieur. C'est toutefois suffisant pour effectuer un réglage de phase au degré près. Les deux autres figures représentent ces mêmes données expérimentales déphasées de plus ou moins 2 degrés. En considérant les mesures situées à l'intérieur des carrées rouges, on voit nettement que en moyenne, les données expérimentales sont situées au dessus (pour $\varphi_0 = +2^\circ$) ou au dessous ($\varphi_0 = -2^\circ$) du cercle de capacité constante.

Ceci nous permet de régler la phase pour ces trois fréquences à $\varphi_0 = 0^\circ \pm 1^\circ$.

C'est ce réglage de phase qui constitue l'incertitude la plus grande dans la détermination de la résistance à transmission $D = 1$ dans le régime linéaire. Pour $f = 180MHz$, il n'est pas plus précis que le réglage initial consistant à annuler la partie réelle lorsque $D = 1$, la mesure de la résistance dans cette gamme très basse fréquence est donc entachée de trop d'erreur. En revanche, pour les deux autres fréquences, le réglage est suffisamment précis pour effectuer une mesure de la résistance. En particulier, pour $f = 1.5GHz$, c'est ce réglage qui a permis de déterminer la valeur de $R_q = 14.5 \pm 3k\Omega$ proche de $\frac{h}{2e^2}$ en champ magnétique fort dans le régime linéaire. La barre d'erreur sur l'évaluation de la résistance est essentiellement due à

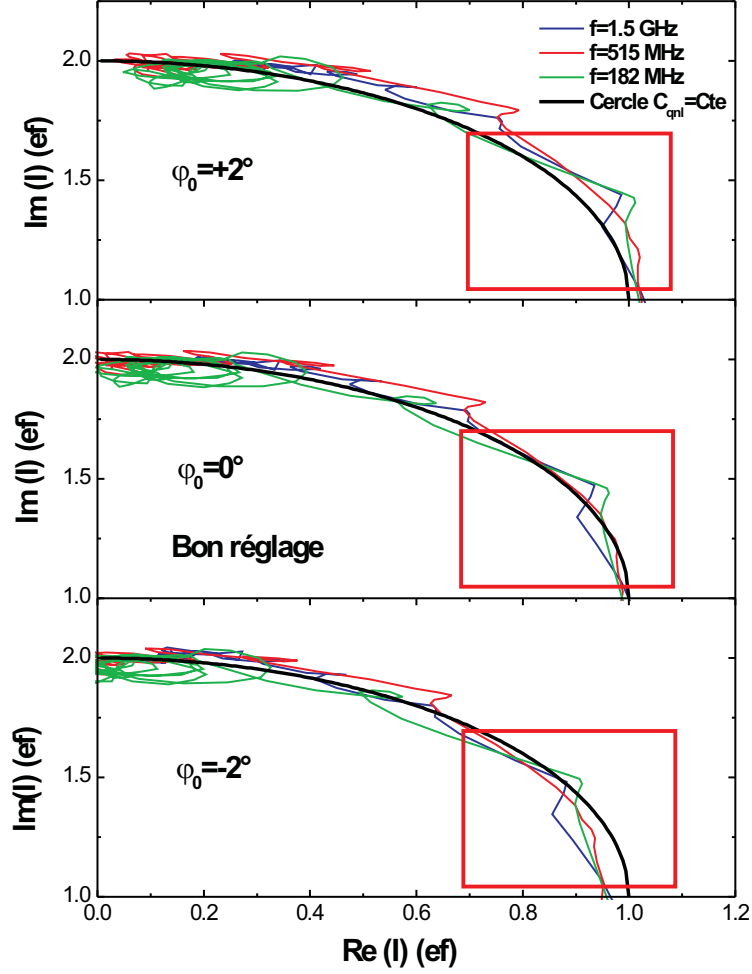


FIG. 5.9 – Représentation du diagramme de Nyquist du courant pour trois réglages de la phase différents et pour $2eV_{exc} = \Delta^*$ aux trois fréquences $f = 1.5, 0.51$ et 0.18 GHz. Le meilleur ajustement par un cercle dans la partie encadrée en rouge permet de déterminer la valeur de $\varphi_0 = 0$ pour ce réglage.

l'incertitude de 1° sur le réglage de la phase. Cette mesure a permis de confirmer les résultats obtenus dans la référence [2].

5.2.6 Mesure du temps de sortie par effet tunnel

Nous avons déjà étudié la partie réelle du courant dans une section précédente 5.2.3. J'y avais mentionné que, dans le régime capacitif, si la partie imaginaire présente des plateaux de valeur $2ef$ indépendante de la transmission traduisant l'injection d'un électron par alternance, la valeur de la partie réelle permet une mesure directe du temps d'injection. Dans ce régime en effet, si $2eV_{exc} = \Delta^*$, la partie réelle est donnée par $Re(I) \approx 2ef R_q^{nl} C_q^{nl} \omega = 2ef R_q^{nl} C_\mu \omega$. En changeant la transmission, on modifie la valeur de R_q^{nl} et donc la valeur du temps de sortie

$R_q^{nl}C_\mu$. Toutefois, dans le régime intermédiaire $R_q^{nl}C_q^{nl}\omega \approx 1$, la partie réelle et la partie imaginaire ont des dépendances non-triviales dans la résistance et la capacité, ni l'une ni l'autre ne permet alors une détermination directe du temps de sortie. Pour obtenir la mesure du temps de sortie dans une large gamme temporelle, il faut étudier la tangente de la phase qui est toujours proportionnelle au temps de sortie de l'électron : $\tan \varphi = \text{Re}(I)/\text{Im}(I) = R_q^{nl}C_\mu\omega$.

On a représenté sur la figure 5.10 l'évolution du temps de sortie $\frac{\tan \varphi}{\omega}$ pour les deux fréquences étudiées $f = 180\text{MHz}$ (courbe verte) et $f = 515\text{MHz}$ (courbe rouge) pour $2eV_{exc} = \Delta^*$.

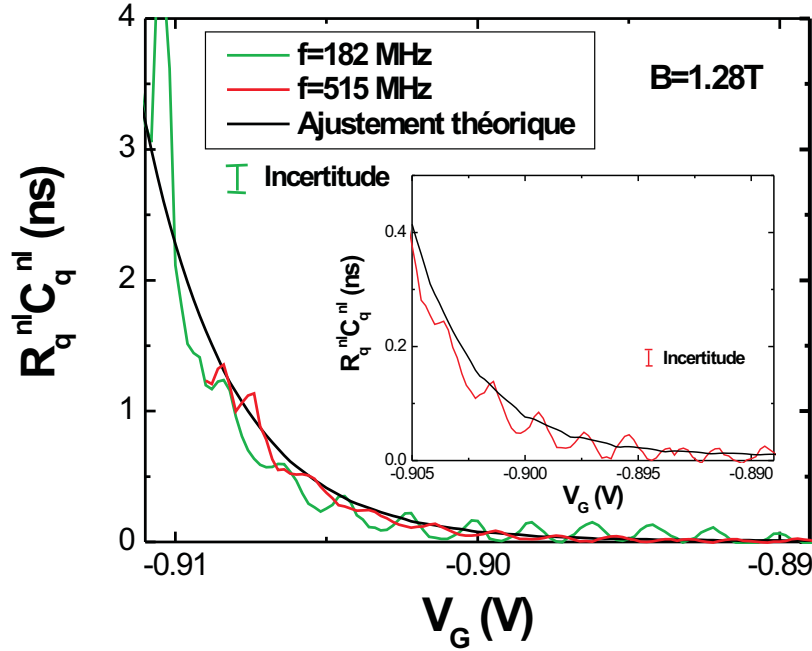


FIG. 5.10 – Mesure du temps de sortie $R_q^{nl}C_q^{nl}$ en fonction de la tension V_G pour les deux fréquences étudiées $f = 180$ et 515 MHz et pour $2eV_{exc} = \Delta^*$. La courbe noire correspond au meilleur ajustement théorique, on en déduit les valeurs de $V_0 = -896\text{mV}$ et $\Delta V = 2.9\text{ mV}$. On a agrandi en insert l'évolution du temps de sortie avec V_G pour les temps courts.

On voit, que les mesures des temps de sortie pour les deux fréquences étudiées sont très proches. Elles permettent une détermination expérimentale directe du temps de sortie d'un électron par effet tunnel d'une boîte quantique dans le domaine subnanoseconde. On mesure ainsi la dynamique de charges uniques dans un large domaine de temps, de quelques dizaines de picosecondes à quelques nanosecondes. Pour les temps les plus courts, c'est la mesure à haute fréquence qui permet la détermination la plus précise. En effet, la précision des mesures réalisées pour $f = 180\text{MHz}$ ne permet pas de mesurer des temps inférieurs à 100 picosecondes en raison de l'incertitude liée au réglage de la phase absolue du signal et du bruit expérimental. En revanche, les mesures effectuées à $f = 515\text{MHz}$ permettent de mesurer des temps plus courts avec une résolution d'une vingtaine de picosecondes. On a représenté en insert de la figure 5.10 un zoom des temps inférieurs à 500ps mesurés pour $f = 515\text{MHz}$. Sur les temps plus longs, ce sont les mesures à plus basse fréquence qui permettent des mesures plus précises car il devient très difficile de mesurer le temps de sortie lorsqu'il est plus long que la

période.

On a utilisé cette mesure du temps de sortie pour déterminer l'évolution de la transmission D avec la tension de grille V_G . On suppose que cette évolution est décrite par l'équation 3.30 présentée au chapitre 3. On ajuste ensuite les mesures expérimentales aux deux fréquences avec le modèle théorique du chapitre 4 en choisissant les paramètres V_0 et ΔV qui reproduisent les mieux les données. On a représenté en noir sur la figure 5.10 la courbe théorique d'évolution du temps de sortie avec V_G pour $V_0 = -896mV$ et $\Delta V = 2.9mV$. L'ajustement des valeurs expérimentales avec ce modèle théorique est raisonnablement bon. Il est difficile d'obtenir mieux avec ce modèle à seulement deux paramètres. Ce sont ces valeurs de V_0 et ΔV déduites de cet ajustement que nous avons utilisé dans la comparaison du modèle théorique aux données expérimentales pour les trois fréquences $f = 180MHz$, $515MHz$, et $f = 1.5GHz$ obtenues dans le régime linéaire (voir figure 3.8).

On observe toutefois sur la figure 5.10 un écart important entre les données expérimentales et le modèle théorique. Des oscillations du temps de sortie de période $\delta V_G \approx 2mV$ identique à la période des pics de conductance mesurée dans le régime linéaire (section 3.3) apparaissent pour les deux fréquences ($f = 180$ et $f = 515MHz$). Ces oscillations sont donc reliées à la variation du potentiel chimique occasionnée par la tension V_G . Comme il a été expérimentalement vérifié que la capacité était constante dans une large gamme de transmissions, ces oscillations traduisent une variation de la résistance. Le modèle présenté dans le chapitre précédent ne contient pas ces oscillations de la résistance qui ne devrait dépendre que de la transmission uniquement et pas du potentiel chimique. Ces oscillations sont extrêmement importantes à basse transmission pour $f = 180MHz$. Toutefois, c'est un régime pour lequel la partie réelle du courant est très faible comparée à la partie imaginaire, l'incertitude sur cette mesure de 100 picosecondes est comparable à l'amplitude des oscillations. Nous allons maintenant étudier les variations de la résistance avec la transmission pour la fréquence $f = 515MHz$ qui permet sa détermination la plus précise.

Variation de la résistance avec la transmission pour $f = 515MHz$

Nous avons observé dans le régime linéaire que la valeur asymptotique pour $D = 1$ de la résistance mesurée pour $B = 1.28T$ et $f = 1.5GHz$ était $h/2e^2$. Dans l'étude théorique du régime non-linéaire, nous avons vu que, là aussi, la valeur de la résistance pour $D = 1$ était de $h/2e^2$ pour tendre vers h/De^2 à plus basse transmission. Une fois déterminée l'évolution de la transmission avec la tension de grille, nous pouvons représenter la variation de la résistance avec D pour $f = 515MHz$ et mesurer sa valeur pour $D = 1$.

On voit sur la figure 5.11, que, à faible transmission, la résistance tend vers la valeur asymptotique h/De^2 . Ceci est normal puisque c'est ainsi que nous avons déterminé la variation de la transmission avec la tension de grille V_G . En revanche, on observe qu'à transmission élevée, la résistance s'éloigne comme attendu de la valeur h/De^2 pour atteindre $R_q^{nl} = 8 \pm 6k\Omega$ à $D=1$, compatible avec $\frac{h}{2e^2}$ mais pas avec $\frac{h}{e^2}$. Cette valeur de la résistance pour $D = 1$ n'est pas liée à la loi de variation de la transmission $D(V_G)$ utilisée. Elle vient confirmer la mesure de $R_q = h/2e^2$ réalisée avec une plus grande sensibilité dans le régime linéaire pour $f = 1.5GHz$. On observe aussi sur cette figure que, comme remarqué précédemment (figure 5.10), la résistance présente des oscillations entre une valeur très proche de $\frac{h}{De^2}$ et une valeur plus faible. Ces oscillations ne trouvent pas d'explication dans le cadre du modèle sans interactions présenté dans le chapitre précédent. Toutefois, par comparaison avec la figure 3.9 présentant l'évolution de la résistance avec la transmission dans le régime linéaire,

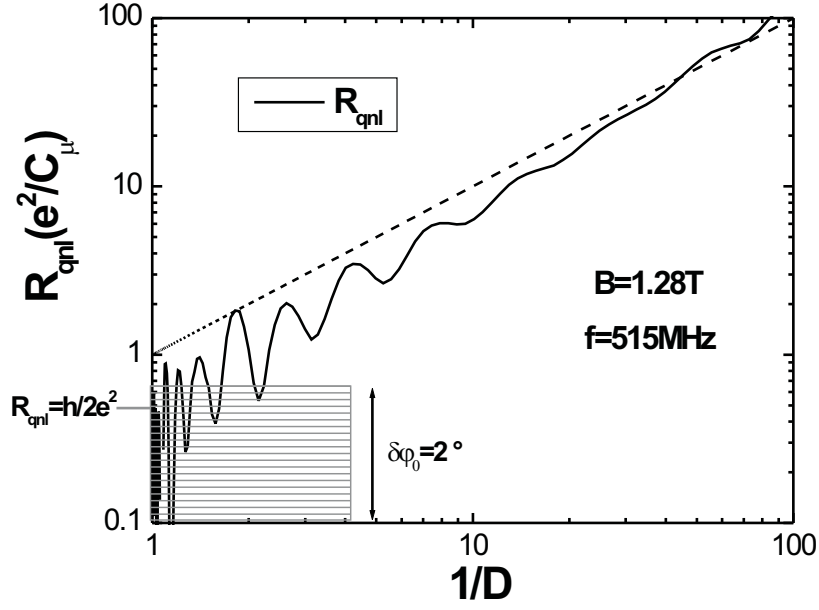


FIG. 5.11 – Variation de la résistance avec la transmission pour $f = 515 \text{ MHz}$ et $2eV_{exc} = \Delta^*$.

les oscillations de la résistance sont beaucoup moins marquées. Je présenterai en section 5.4 une interprétation possible des variations de la résistance avec le potentiel de la boîte en considérant l'effet des interactions.

5.2.7 Représentation du courant en niveaux de couleurs

Je présenterai dans cette partie l'ensemble des mesures expérimentales obtenues dans le domaine non-linéaire (partie imaginaire et réelle du courant pour les fréquences de $f = 180$ et $f = 515 \text{ MHz}$) dans un graphe en deux dimensions (V_G et V_{exc}) où le courant sera représenté en niveaux de couleurs. Ceci permettra de faire apparaître une structure en diamants permettant de visualiser de manière spectaculaire la quantification du courant. Tous les paramètres du modèle théorique étant connus, je comparerai ces mesures au courant calculé d'après ce modèle (sans paramètre ajustable) qui sera représenté de la même manière.

Les paramètres du modèle sont au nombre de 4 :

- l'écart entre niveau Δ . Puisque nous avons négligé la capacité géométrique C dans cette partie, $\Delta = \Delta^* = e^2/C_\mu$. La capacité électrochimique a été déterminée dans le régime linéaire d'après la largeur des pics de conductance : $C_\mu = 0.75 fF$, soit $\Delta = 2.5K$.
- la température T est aussi déterminée d'après les mesures de largeur des pics de conductance. D'après les trois mesures de calibration effectuées sur l'échantillon E_3 à $B = 1.28T$, $B = 1.16T$ et $B = 0T$, on a mesuré une température électronique de $T = 200mK$.
- le couplage β entre la grille V_G et la boîte : $\epsilon = \beta V_G$. Il est déterminé d'après la périodicité des pics de conductance $G(V_G)$: $\beta = 1.2K.mV^{-1}$ (les énergies sont données en Kelvins).

- l'évolution de la transmission avec la tension de grille V_G . Elle est décrite par l'équation 3.30 avec $V_0 = -896mV$ et $\Delta V = 2.9mV$ déterminés d'après la dépendance du temps de sortie en tension de grille.

On a représenté sur la figure 5.12 la partie imaginaire du courant en fonction de la tension V_G et de la tension d'excitation exprimée en Kelvins. On a tracé pour chaque fréquence les données expérimentales suivies de la modélisation théorique à la même fréquence. On remarque des structures en forme de diamant qui découpent le graphe en trois zones distinctes. Les zones bleues représentent des zones de très faible courant $Im(I) \approx 0$ pour lesquelles la charge injectée par demi-période est nulle. Les diamants blancs représentent les zones où la charge injectée est égale à une unité : $Im(I) \approx 2ef$. Enfin dans les zones rouges, deux charges sont injectées par demi-période : $Im(I) \approx 4ef$. Cette quantification de la charge est d'autant plus marquée que la transmission est faible. On voit que la loi de variation de la transmission $D(V_G)$ déduite de la mesure des temps de sortie rend bien compte de la coupure $\omega \approx \gamma$ obtenue pour les tensions V_G trop négatives pour les deux fréquences $f = 180$ et $515MHz$ ainsi que du brouillage des plateaux de courant à forte transmission (ou fortes valeurs de la tension de grille). Par la comparaison des données expérimentales à $f = 180MHz$ et $f = 515MHz$ on constate les avantages et les inconvénients à faire fonctionner le dispositif à plus haute fréquence. Pour $f = 515MHz$, le courant est plus important. Toutefois, la coupure $\omega \approx \gamma$ ne permet pas d'observer les diamants les plus prononcés et la quantification de la charge est moins marquée.

On a représenté sur la figure 5.13 la partie réelle du courant ainsi que sa modélisation théorique pour les deux fréquences utilisées. On retrouve la structure en diamants présente sur la partie imaginaire. Toutefois, on ne distingue pas trois zones distinctes car la valeur de la partie réelle au centre d'un diamant varie avec la tension de grille V_G . On observe un excellent accord qualitatif entre données expérimentales et modèle théorique pour les deux fréquences même si, comme nous l'avons vu dans les sections précédentes, une étude plus fine révèle des désaccords.

En conclusion, l'étude de la première harmonique du courant a permis de mettre en évidence la quantification du courant de manière spectaculaire (cf. figure 5.12) ainsi que de déterminer le temps d'injection de la charge par la mesure de la phase. L'ensemble de ces mesures est bien compris dans le cadre de l'approche théorique présentée au chapitre 4. Toutefois, ces mesures ont l'important désavantage de perdre une grande partie du contenu harmonique du courant (toutes les harmoniques supérieures). Je vais maintenant présenter des mesures du courant résolues en temps qui permettront de compléter notre compréhension de l'injection de charges quantifiées.

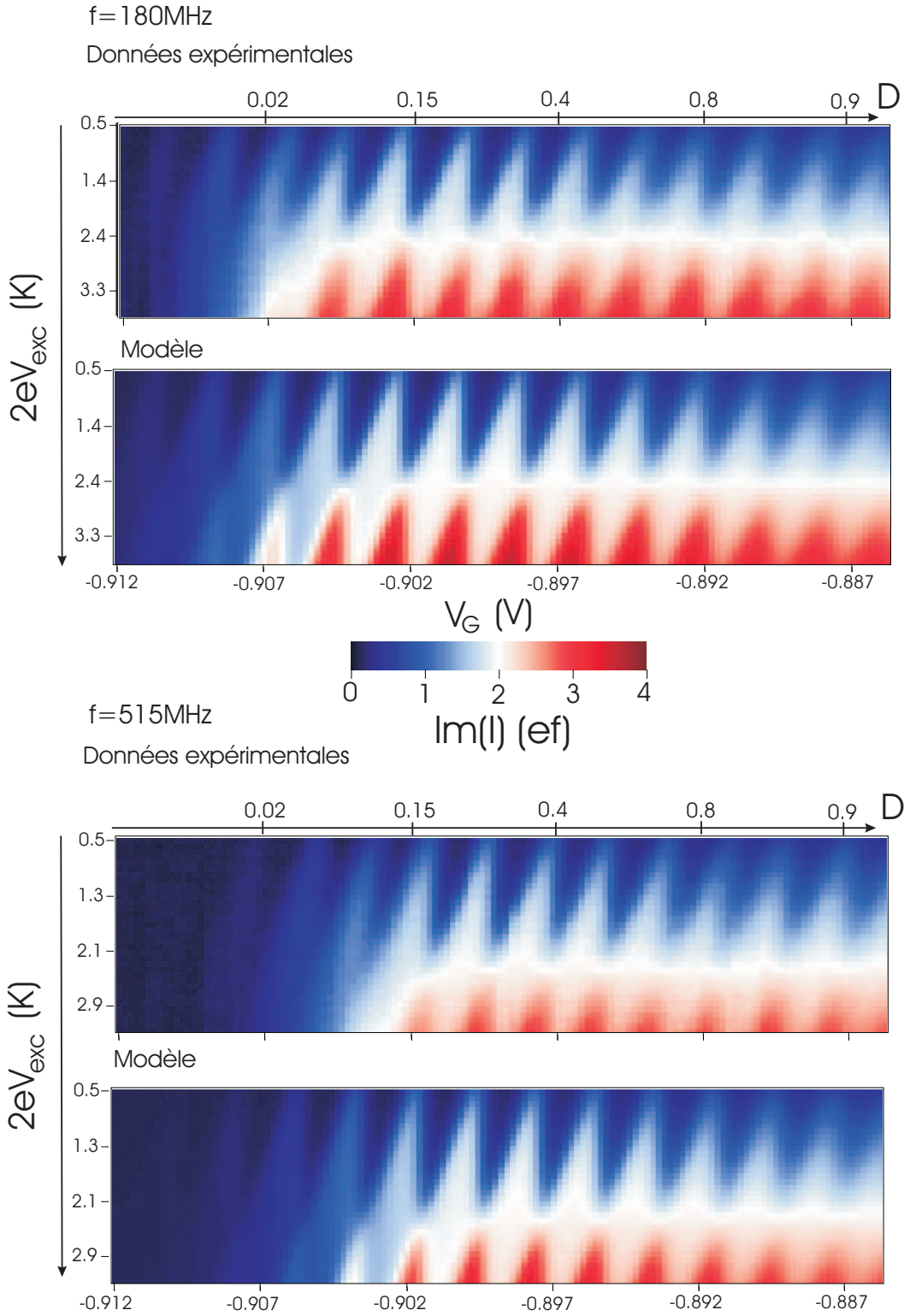


FIG. 5.12 – Représentation de la partie imaginaire du courant en niveaux de couleurs pour $f = 180 \text{ MHz}$ et $f = 515 \text{ MHz}$. L'axe horizontal correspond à la tension V_G et l'axe vertical à la tension d'excitation $2eV_{exc}$. On a représenté pour chaque fréquence la partie imaginaire du courant mesurée et calculée d'après le modèle théorique. Au dessus de chaque figure, on placé une échelle estimant la transmission D déduite de la mesure du temps de sortie (figure 5.10).

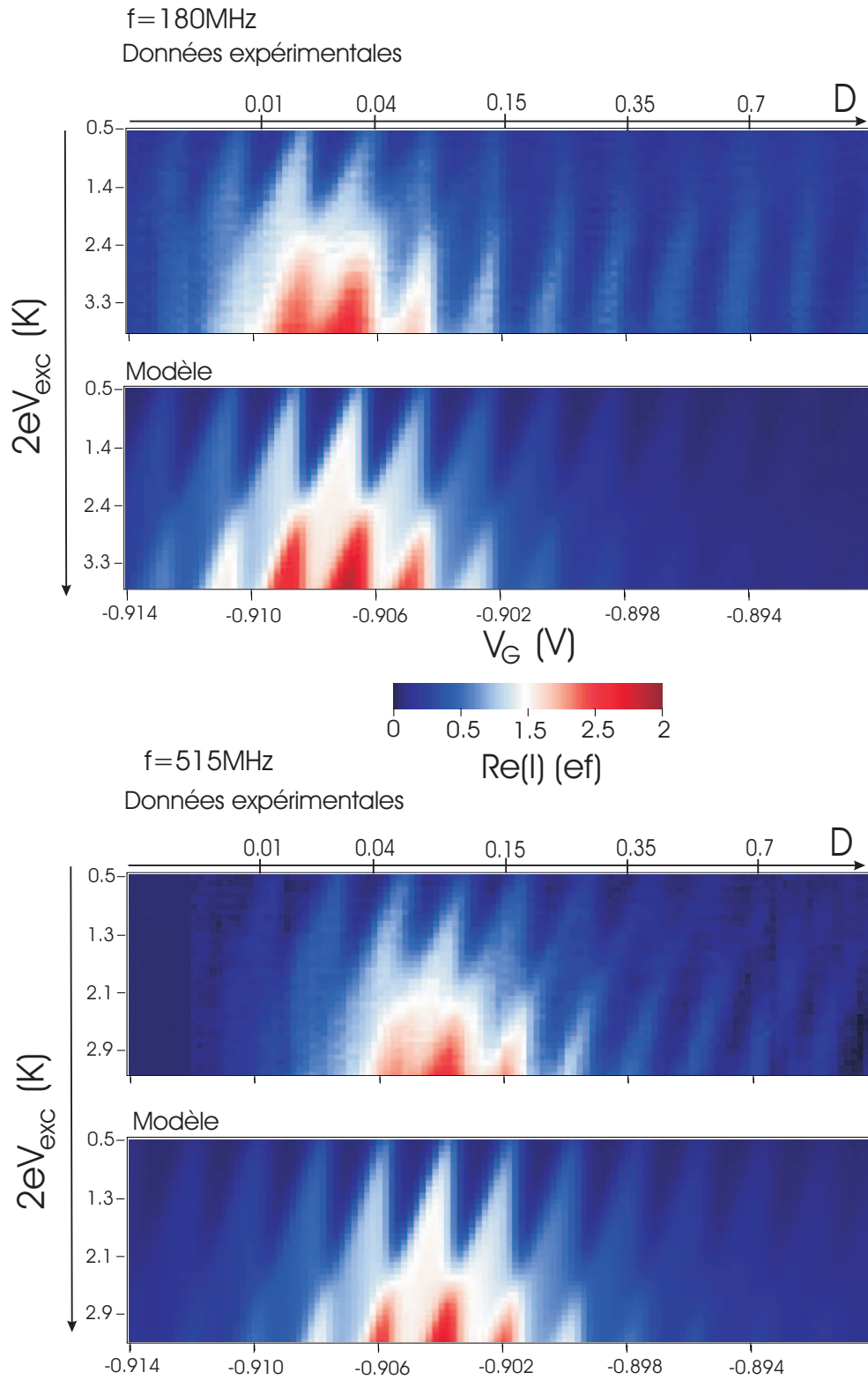


FIG. 5.13 – Représentation de la partie réelle du courant en niveaux de couleurs pour $f = 180 \text{ MHz}$ et $f = 515 \text{ MHz}$. L'axe horizontal correspond à la tension V_G et l'axe vertical à la tension d'excitation $2eV_{exc}$. On a représenté pour chaque fréquence la partie réelle du courant mesurée et calculée d'après le modèle théorique. Au dessus de chaque figure, on placé une échelle estimant la transmission D déduite de la mesure du temps de sortie (figure 5.10).

5.3 Mesures résolues en temps

Je vais présenter dans cette section des mesures réalisées à plus basse fréquence : $f = 31.25\text{MHz}$. Elles ont été effectuées à l'aide d'une carte d'acquisition et de moyennage rapide dont la fréquence d'échantillonnage de 2GHz a permis de mesurer 32 harmoniques du courant (toutefois, nous avons vu en section 2.4.2 que notre dispositif ne permettait de mesurer que les 16 harmoniques impaires). Cette carte permet d'acquérir et de moyennner le courant monoélectronique sur plusieurs secondes en temps réel. On peut ainsi moyennner environ 10^8 périodes du courant. Les procédures de moyennage et de traitement du signal (soustraction du signal parasite, déconvolution ...) sont décrites en section 2.4.2 de ce manuscrit. Cette méthode nous permet de mesurer le courant directement dans le domaine temporel et d'ainsi déterminer le temps de sortie de l'électron sur des temps plus longs (quelques nanosecondes) que les mesures de la première harmonique du courant présentées dans la section précédente 5.2. Dans l'annexe C, nous montrons que, dans le régime $\hbar\gamma \ll \Delta$ auquel nous nous limiterons dans cette section, la dépendance temporelle du courant $I(t)$ est donnée par une exponentielle décroissante sur un temps τ donné par $\tau = \frac{1}{\gamma} = \frac{\hbar}{D\Delta}$:

$$I(t) = \gamma e e^{-\gamma t} \text{ pour } t \in [0, \frac{T}{2}] \quad (5.8)$$

$$= -\gamma e e^{-\gamma t - T/2} \text{ pour } t \in [\frac{T}{2}, T] \quad (5.9)$$

$$(5.10)$$

Nous avons aussi pu observer dans cette annexe que le calcul des 128 premières harmoniques impaires du courant était suffisant pour retranscrire l'évolution temporelle exacte du courant pour des temps τ supérieurs à 500 picosecondes (résolution de la carte). Qu'en est-il lorsque le nombre d'harmoniques est limité à 16 ? Nous étudierons donc tout d'abord, d'après les calculs développés dans l'annexe C, comment le nombre d'harmoniques affecte la forme de la dépendance temporelle du courant. Je présenterai ensuite les données expérimentales mesurées sur l'échantillon E_3 à $B = 1.28T$. Ces mesures seront comparées aux mesures à une harmonique aux fréquences $f = 180\text{MHz}$ et $f = 515\text{MHz}$.

5.3.1 Forme théorique du courant à 16 harmoniques impaires

On peut effectuer des calculs analogues à ceux effectués en annexe C en limitant le nombre d'harmoniques calculées à 16, conformément à la situation expérimentale. On a représenté le résultat de ce calcul comparé au calcul à 128 harmoniques sur la figure 5.14, pour une fréquence fondamentale de $f = 31.25\text{MHz}$ identique à celle utilisée expérimentalement. La tension d'excitation est égale à l'énergie d'addition : $2eV_{exc} = \Delta^*$ et le temps de sortie $\tau = \frac{1}{\gamma}$ est fixé à 1 et 4ns . On est donc bien dans le régime $\hbar\gamma \ll \Delta$. Dans ce cas, conformément aux calculs de l'annexe C, on peut vérifier que les courbes obtenues pour 128 harmoniques ont une forme caractéristique de décroissance exponentielle sur des temps de 1 et 4ns . En revanche, les courbes obtenues pour 16 harmoniques en diffèrent notablement. Pour 16 harmoniques (soit une bande passante de 1GHz), le pas temporel est de 500ps . On ne peut donc pas reproduire le front de montée infiniment raide attendu pour $t = 0$. On observe donc un retard à la montée sur les courbes à 16 harmoniques. Elle se rapprochent ensuite des courbes en décroissance exponentielle et ce d'autant mieux que le temps de décroissance est long.

Sur la figure 5.15, nous avons représenté les courbes à 16 harmoniques ainsi que leur ajustement en décroissance exponentielle réalisé en excluant le premier point. On voit que la détermination des temps de sortie par un ajustement exponentiel reste correcte pour les

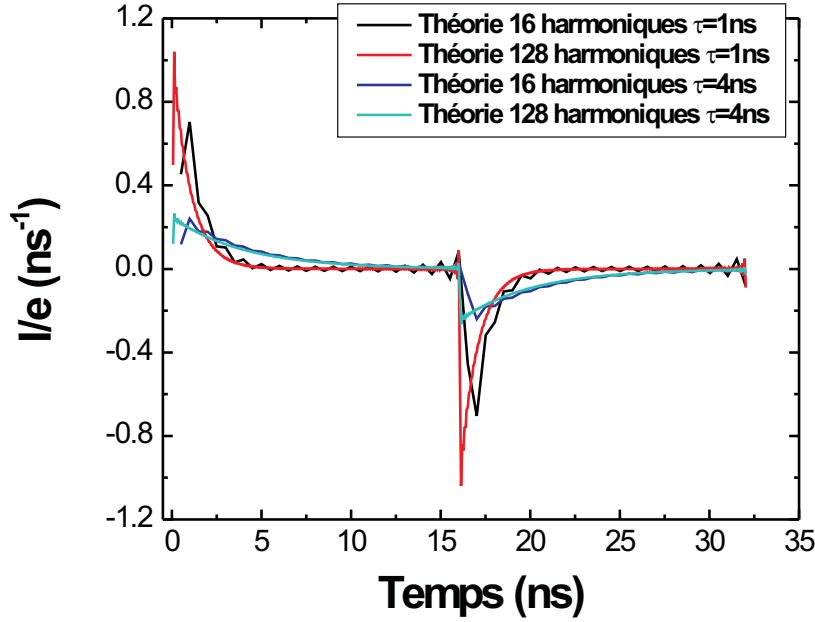


FIG. 5.14 – Variation temporelle du courant calculée pour deux valeurs du temps de sortie et lorsque $2eV_{exc} = \Delta^*$. On a représenté sur la même figure l'évolution du courant lorsque 128 et 16 harmoniques sont calculées. Nous n'avons accès expérimentalement qu'à 16 harmoniques impaires du courant lorsque la fréquence d'excitation est de 31.25 MHz .

temps longs ($\tau = 4 \text{ ns}$, courbe bleue). Pour les temps plus courts, l'erreur devient plus importante. Ainsi l'ajustement fournit-il une décroissance sur 0.85 ns au lieu de 1 ns attendue (courbe noire). Pour les temps inférieurs à la nanoseconde, l'erreur est de l'ordre de 250 ps et l'ajustement devient impossible en dessous de 500 ps , résolution temporelle de notre dispositif. En conclusion, la résolution temporelle de 500 ps , ou, de manière équivalente le nombre d'harmoniques impaires limité à 16 déforme notablement la dépendance temporelle du courant, surtout pour les temps inférieurs à la nanoseconde. Toutefois, la détermination des temps de sortie par un ajustement en décroissance exponentielle reste correct pour les temps supérieurs à 500 ps avec une erreur de l'ordre de 200 ps . C'est la méthode que nous utiliserons pour déterminer le temps de sortie à partir des données expérimentales.

5.3.2 Injection d'électrons dans le domaine temporel

Je vais maintenant présenter les données expérimentales obtenues dans les mêmes conditions que les mesures à une harmonique réalisées à $B = 1.28T$. Nous pourrions donc comparer directement les deux méthodes. On a appliqué à toutes les données le procédé de déconvolution décrit en section 2.4.2 afin de corriger en partie les imperfections de la chaîne de détection. Les données sont représentées sur la figure 5.16 sous la forme d'un graphe bidimensionnel pour lequel le courant est représenté en niveaux de couleurs. L'axe vertical correspond à l'écoulement du temps (du haut vers le bas) tandis que l'axe horizontal représente les tensions de grille de $V_G = -902 \text{ mV}$ à $V_G = -914 \text{ mV}$, c'est à dire le domaine des très faibles transmissions ou, de manière équivalente, des temps longs. On a effectué ces mesures dans le domaine temporel pour trois valeurs de la tension d'excitation : $2eV_{exc} \approx \frac{\Delta^*}{4}$, $\frac{3\Delta^*}{5}$ et Δ^* .

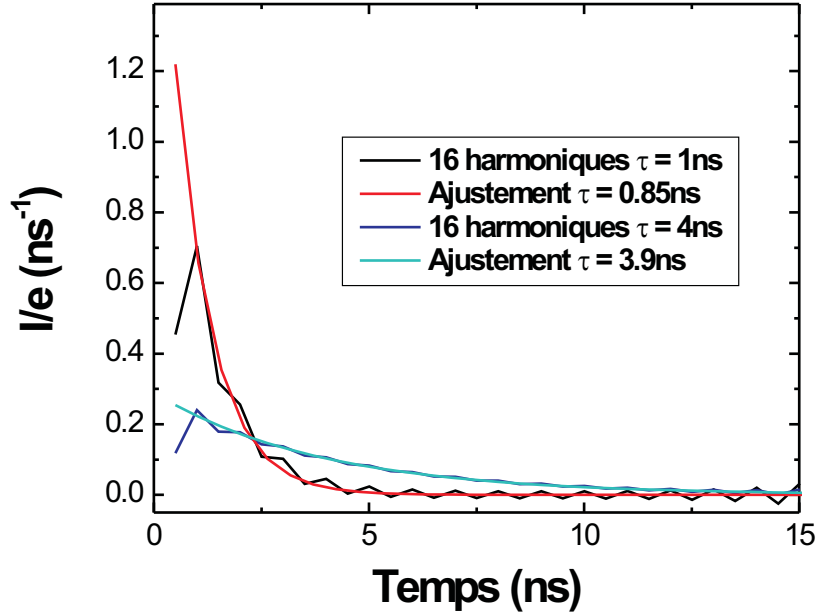


FIG. 5.15 – Calcul du courant à 16 harmoniques pour $2eV_{exc} = \Delta^*$ et pour deux valeurs du temps de sortie. Les ajustements en dépendance exponentielle de ces deux courbes fournissent une valeur très proche du temps de sortie.

Les unités de courant sont arbitraires, les zones de fort courant sont représentées en rouge tandis que les zones de courant nul sont représentées en cyan. Sur toutes les courbes, on peut distinguer des zones de fort courants (de signes opposés) localisées à $t = 0$ et $t = 16ns$, soit distantes d'une demi-période. Ces zones correspondent à l'injection d'un électron pour $t = 0$ suivie de l'injection d'un trou (ou absorption d'un électron) pour $t = 16ns$. Si l'on étudie la dépendance en tension de grille pour $2eV_{exc} = \frac{\Delta^*}{4}$, on observe pour $t = 0$ une alternance de zones de fort courant et de zones de courant nul sur une périodicité de $2mV$. Il s'agit de l'alternance des zones de conductance nulle et des zones de conductance élevée que l'on a mesurée dans le régime linéaire (pour $2eV_{exc} = \frac{\Delta^*}{4}$, la réponse est presque linéaire). Lorsque l'on augmente la tension d'excitation, $2eV_{exc} = \frac{3\Delta^*}{5}$, les zones de conductance nulle diminuent. Elles disparaissent complètement pour $2eV_{exc} = \Delta^*$. En effet, pour cette valeur de la tension d'excitation, nous avons déjà vu que quelque soit la valeur du potentiel de la boîte et de la transmission (tant que $\omega \ll \gamma$), une charge et un trou sont injectés par période d'excitation.

Sur l'axe temporel, on peut mesurer directement le temps de sortie de l'électron (et du trou). Pour les fortes tensions de grille, partie droite de la courbe, le temps de sortie de l'électron est infiniment court à l'échelle de la résolution temporelle de la carte de $500ps$. La sortie de l'électron se fait sur un point. Lorsque la tension de grille diminue, la valeur des maximums de courant diminue et la dépendance temporelle s'élargit reflétant la variation du temps de sortie de l'électron avec la tension de grille V_G (c'est à dire la transmission). On peut voir de manière plus directe l'élargissement de la dépendance temporelle du courant en traçant des coupes à tension V_G fixe de la figure 5.16 pour $2eV_{exc} = \Delta^*$. C'est ce que l'on a tracé sur la figure 5.17. Pour $V_G = -902.2mV$ (courbe noire), l'injection de l'électron a lieu sur un temps infiniment rapide, elle à la forme d'un pic de Dirac car elle est limitée par la

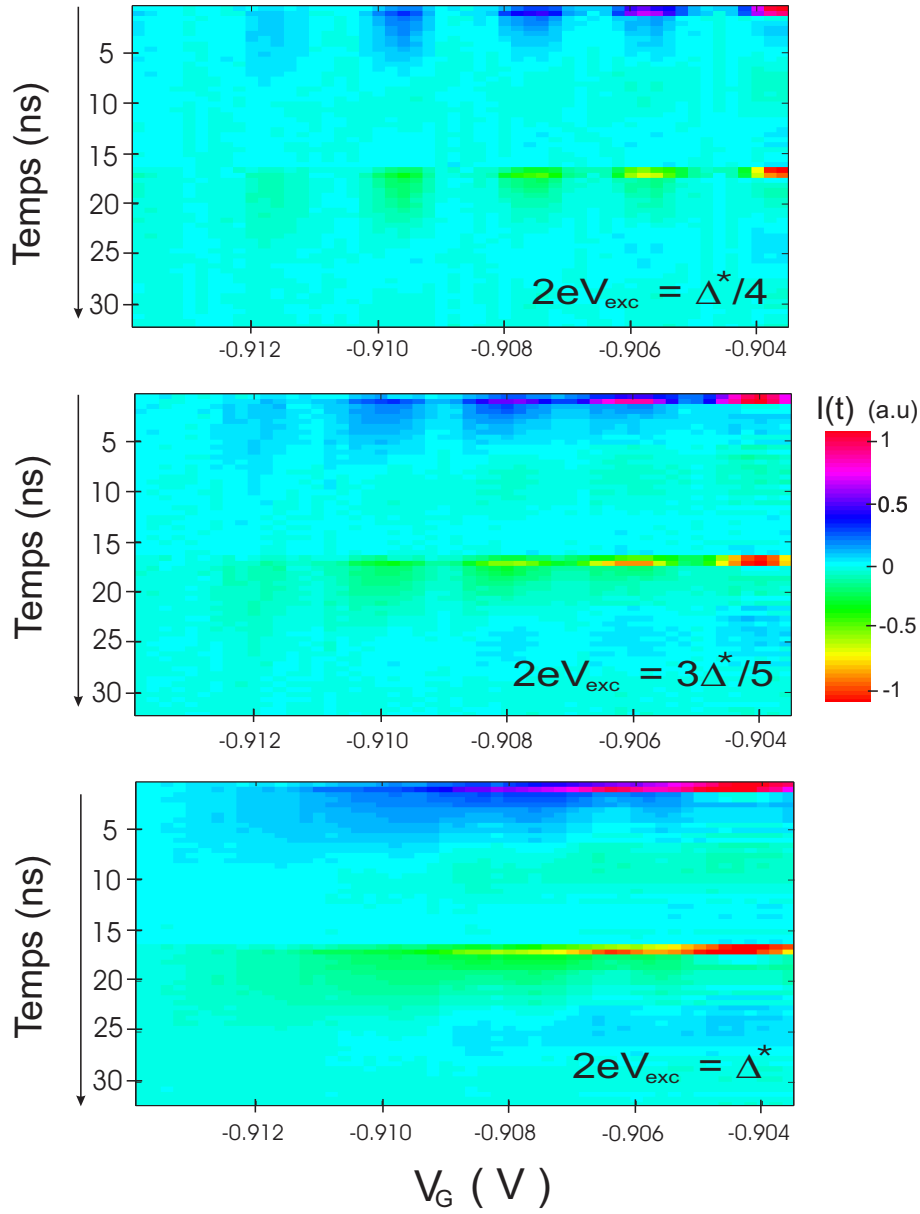


FIG. 5.16 – Représentation de la dépendance temporelle du courant en niveau de couleurs pour trois valeurs de la tension d’excitation $2eV_{exc} = \frac{1}{4}\Delta^*$, $\frac{3}{5}\Delta^*$ et Δ^* . L’axe vertical correspond au temps et l’axe horizontal à la tension de grille V_G .

résolution temporelle de la carte. Dans ce régime, on ne peut que borner le temps de sortie : $\tau \leq 500ps$. Lorsque la transmission diminue ($V_G = -907, -909.2$ et $-911.2mV$, courbes rouge, bleu et cyan), l’amplitude du pic diminue et le pic s’élargit. Ces courbes illustrent directement l’augmentation du temps de sortie avec la tension V_G . Pour ces trois dernières tensions, la décroissance se fait sur plusieurs points et on peut extraire le temps de sortie de l’ajustement par une courbe exponentielle décrit dans la section précédente.

5.3.3 Confrontation des mesures à l’ajustement exponentiel

Toutes les mesures pour $V_G \leq -905mV$ peuvent être ajustées par la décroissance exponentielle présentée précédemment. Sur la figure 5.18, on a représenté les résultats de cet ajustement.

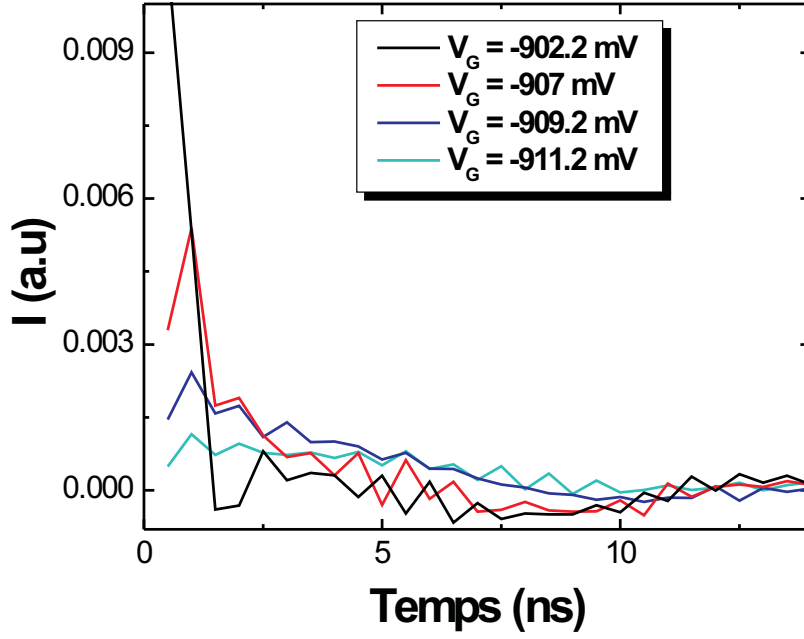


FIG. 5.17 – Mesure de la dépendance temporelle du courant pour $2eV_{exc} = \Delta^*$ pour quatre valeurs différentes de la tension V_G . Les unités de courant sont arbitraires.

tement pour les tensions de grille $V_G = -907, -909.6mV$ et $V_G = -911.2mV$. L'ajustement par une décroissance exponentielle permet de déterminer le temps de sortie dans une large gamme temporelle de $500ps$ à $6ns$ avec une incertitude de l'ordre de $\pm 150ps$ pour les temps courts ($\approx 1ns$) et de $\pm 500ps$ pour les temps plus longs ($\approx 5ns$). On peut alors comparer sur la figure 5.19 les données expérimentales aux calculs théoriques à 16 harmoniques. Les trois temps de sortie utilisés sont légèrement différents de ceux mesurés : $1ns$ au lieu de 0.9 ± 0.15 , $3.5ns$ pour $3.6 \pm 0.4ns$ et enfin $5.5ns$ au lieu de $5.1 \pm 0.6ns$, ils sont cependant tous compatibles avec les barres d'erreur. Pour les mesures réalisées dans le domaine temporel comme pour les mesures à une harmonique, on ne mesure pas le courant absolu. Pour comparer les mesures aux calculs théoriques, on applique le même facteur de dilatation à toutes les mesures représentées sur la figure 5.18. Ce facteur est choisi de manière à faire coïncider les maximums du courant mesurés à $V_G = -907mV$ et calculés pour $\tau = 1ns$. On observe un très bon accord entre la description théorique et les mesures sur les temps courts ($< 10ns$). Sur les temps plus longs ($t \approx 10ns$), les données expérimentales sont systématiquement situées en dessous du calcul théorique. Ceci est sans doute liée à une imperfection dans la procédure de déconvolution utilisée (décrite dans le chapitre 2.4.2). Un des objectifs de cette procédure était de corriger la coupure basse de la bande passante du système. En effet, ce filtre passe-haut de fréquence de coupure f_c tend à compenser toute valeur positive du signal par des valeurs négatives afin d'annuler le signal sur les temps de l'ordre de $1/f_c$. Même si la déconvolution permet d'atténuer considérablement cet effet, la bande passante du signal corrigé présente visiblement encore des accidents sur les temps de l'ordre de $10ns$, c'est à dire les fréquences inférieures à $100MHz$.

Le fait que l'on puisse faire coïncider toutes les données avec les courbes théoriques en appliquant le même facteur de normalisation montre que la variation de charge sur une demi-

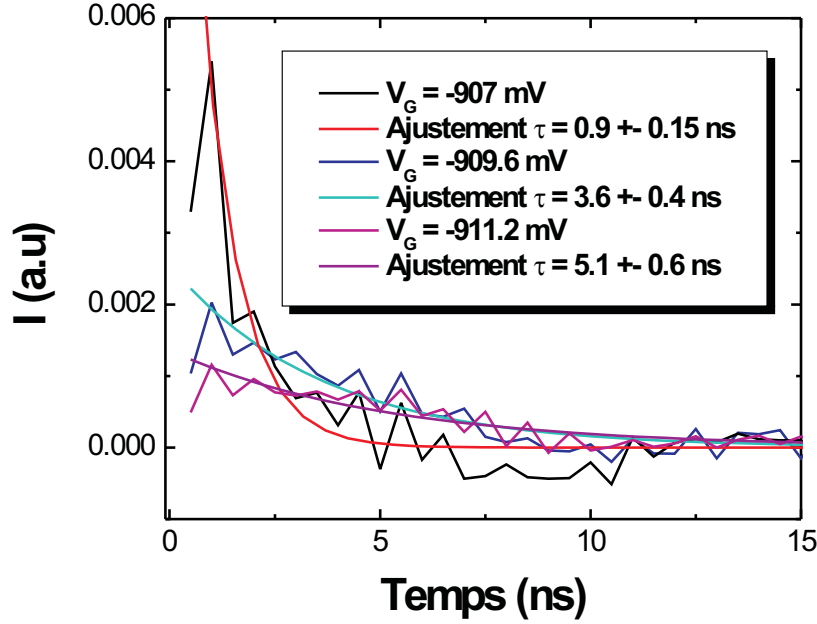


FIG. 5.18 – Ajustement exponentiel du courant mesuré pour trois valeurs de la tension de grille V_G . Les unités de courant sont arbitraires.

période est la même pour les trois valeurs de la tension de grille étudiées. En effet, la forme théorique du courant est donnée par :

$$I(t) = \frac{e}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} \text{ pour } t \in [0, T/2] \quad (5.11)$$

$$\frac{I(t)}{e} = \frac{1}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (5.12)$$

D'après cette expression, le facteur de normalisation est proportionnel au nombre d'électrons injectés par demi-période. On retrouve ici le résultat obtenu dans les mesures à une harmonique, pour $2eV_{exc} = \Delta^*$ et si $\omega < \gamma$, un électron est transféré par demi-période indépendamment de la transmission et du potentiel de la boîte. En l'absence de calibration du courant pour ces mesures, nous ne pouvons que vérifier que la charge transférée est constante.

On peut enfin tracer sur la figure 5.20 l'évolution du temps de sortie en fonction de la tension V_G (c'est à dire de la transmission) pour $2eV_{exc} = \Delta^*$, et la comparer à la même mesure effectuée à $f = 180MHz$ et $f = 515MHz$. On voit que la courbe obtenue dans le domaine temporel présente elle aussi une modulation liée à la variation du potentiel de la boîte. Nous y reviendrons en section 5.4 en proposant une interprétation qualitative de ces variations.

Pour les temps courts (inférieurs à $500ps$), seules les mesures effectuées à $515MHz$ (et dans un moindre degré à $180MHz$) permettent une détermination du temps de sortie. Pour les temps plus longs, les temps obtenus par les différentes méthodes sont assez proches et presque toujours compatibles avec les barres d'erreur sur l'évaluation des temps de sortie (représentées par des barres verticales de la même couleur que les courbes correspondantes).

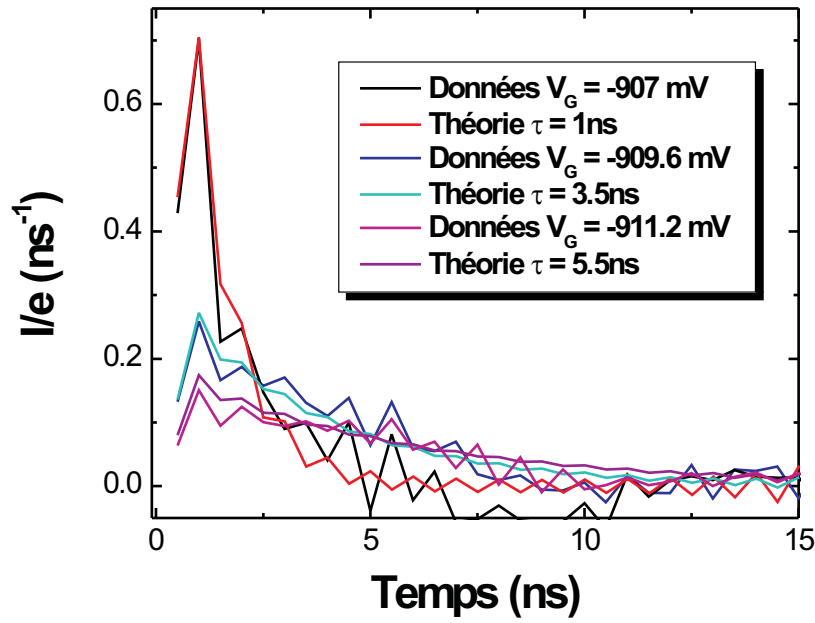


FIG. 5.19 – Comparaison du courant mesuré pour trois valeurs de la tension de grille avec le calcul théorique de 16 harmoniques du courant. La valeur du temps de sortie utilisée pour la calcul est compatible aux incertitudes près avec la valeur déterminée par l’ajustement exponentiel. Les unités de courant ne sont plus arbitraires (mais en ns^{-1}), on a appliqué le même facteur de dilatation à toutes les courbes expérimentales pour les comparer aux courbes théoriques.

Ces barres d’erreurs sont liées à l’incertitude lors de la procédure d’ajustement par une exponentielle décroissante pour les mesures réalisées dans le domaine temporel. Elles sont liées à l’incertitude sur la phase du signal ainsi qu’au bruit expérimental pour les mesures effectuées à $180MHz$. Toutefois, pour certaines valeurs de la tension V_G , la différence entre les deux courbes n’est pas compatible avec les barres d’erreur. L’écart peut néanmoins s’expliquer par la modulation du temps de sortie avec le potentiel électrostatique de la boîte. En effet, même si ces mesures ont été réalisées dans les mêmes conditions expérimentales, elles n’ont pas été effectuées en même temps. Au cours du temps, les charges environnant la boîte peuvent se modifier, entraînant des variations du potentiel de la boîte. C’est ce qui s’est produit pour les deux mesures de temps de sortie réalisées à $f = 180MHz$ et $f = 31MHz$. On peut observer sur la figure que les modulations du temps de sortie sont fortement déphasées. Dans certains cas, à un minimum du temps de sortie observé pour $f = 180MHz$ correspond un maximum pour $f = 31MHz$ (pour $V_G = -907.8mV$ par exemple). Par conséquent, l’écart entre les deux courbes est parfois artificiellement augmenté (ou diminué) par ce déphasage. Afin de mieux comparer les deux courbes, on a tracé sur la même figure l’évolution des temps de sortie en lissant la dépendance dans le potentiel électrostatique de la boîte. Dans ce cas, l’écart entre les deux courbes reste compatible avec les barres d’erreur expérimentales. Toutefois, pour les temps longs, la courbe obtenue pour $f = 31MHz$ est systématiquement située $500ps$ environ au dessus de la mesure à $f = 180MHz$. On peut donc penser qu’il subsiste une erreur systématique dans la mesure de l’une de ces courbes. On remarque aussi sur cette figure que dans la limite des temps longs, $V_G < -909mV$ le modèle de dépendance de la transmission

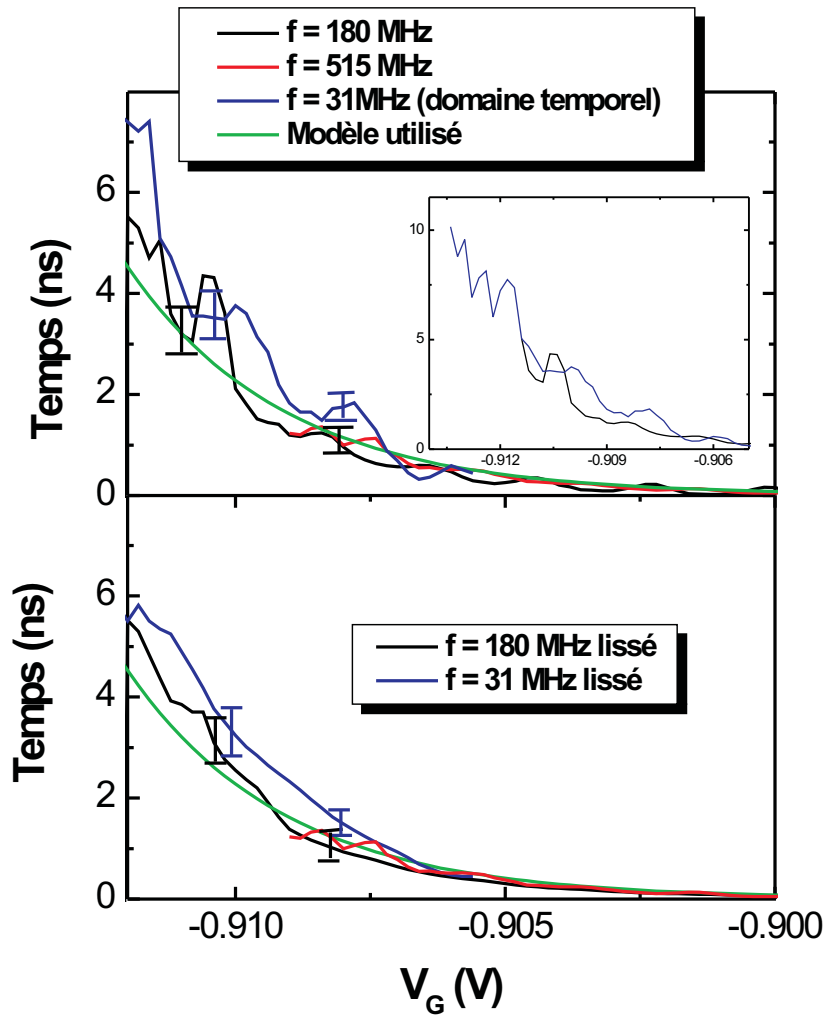


FIG. 5.20 – a) Évolution du temps de sortie avec la tension V_G lorsque $2eV_{exc} = \Delta^*$ pour les trois mesures utilisées : dans le domaine temporel en bleu, pour $f = 180\text{ MHz}$ en noir et $f = 515\text{ MHz}$ en rouge. La courbe verte représente l’ajustement théorique obtenu pour $V_0 = -896\text{ mV}$ et $\Delta V = 2.9\text{ mV}$. On a représenté en insert l’évolution du temps de sortie pour les temps plus longs. b) évolution du temps de sortie avec la tension V_G après lissage des courbes mesurées dans le domaine temporel et pour $f = 180\text{ MHz}$ afin d’éliminer la variation du temps de sortie avec le potentiel de la boîte.

avec V_G n’est plus correct. En effet, les mesures réalisées à 180 et 31 MHz montrent une augmentation du temps de sortie plus rapide que celle prévue par le modèle. Toutefois, cette déviation intervenant pour les temps très longs, pour lesquels le signal est faible à 180 et 515 MHz , elle n’a pas beaucoup d’influence sur la modélisation des données expérimentales effectuée dans ce chapitre et les précédents.

5.4 Interprétation qualitative des variations du temps de sortie par les interactions

Les mesures de la première harmonique du courant ainsi que les mesures en temps réel présentent un bon accord avec le modèle théorique n'incluant pas les interactions. Cet accord est même excellent si l'on considère la partie imaginaire dans le régime capacitif (voir figure 5.7). En revanche, la partie réelle présente des déviations au modèle utilisé dans ce même régime. Ces déviations se traduisent notamment sur la figure 5.11 par des oscillations de la résistance avec le potentiel lorsque $2eV_{exc} = \Delta^*$, où, de manière équivalente, par une modulation du temps de sortie (voir figure 5.10). Pour $R_q^{nl}C_q^{nl}\omega \ll 1$ la partie imaginaire est une mesure de la charge transférée par alternance du réservoir à la boîte tandis que la partie réelle est une mesure du temps de sortie de cette charge. Il semble donc que le modèle utilisé rende bien compte de la quantification de la charge transférée, il ne peut cependant pas expliquer les modulations du temps de sortie observées (figure 5.10). Je vais proposer dans cette section une interprétation qualitative de ces déviations en prenant en compte les interactions dans la boîte (blocage de Coulomb) comme nous l'avons déjà fait dans le régime linéaire en section 3.3.5. Je reviendrai donc tout d'abord sur les déviations observées sur la partie réelle du courant dans le régime capacitif pour $f = 515 MHz$ (j'utiliserai ici les mesures à plus haute fréquence car elle permettent une détermination plus précise de la partie réelle dans ce régime). Je présenterai ensuite de manière plus détaillée qu'en section 3.3.5 le calcul de la densité d'états du spectre d'addition dans la boîte lorsque l'on prend en compte les interactions dans un modèle à deux niveaux électroniques. Enfin, nous verrons qu'en modifiant de manière ad hoc les équations 3.13 et 3.14 permettant le calcul de la capacité et de la résistance (et donc du temps de sortie), on parvient à rendre compte qualitativement des effets observés.

5.4.1 Déviations de la partie réelle pour $R_q^{nl}C_q^{nl}\omega \ll 1$

On a représenté sur la figure 5.21 la mesure de la partie imaginaire du courant et de la partie réelle (agrandie d'un facteur 5) pour trois valeurs de la tension de grille $V_G = -898.4$, -898 et $-897.6 mV$. La partie imaginaire présente les marches déjà observées pour $I = 2ef$ et $2eV_{exc} = \Delta^*$. En raison de la forte valeur de la transmission pour ces tensions de grille, la quantification du courant n'est pas très marquée. Les courbes décrivant la partie réelle sont plus intéressantes. Elle présente les marches attendues lorsque la tension nécessaire à l'injection d'un électron est appliquée. Toutefois, la partie réelle diminue ensuite pour les tensions d'excitation plus élevées traduisant donc une diminution du temps de sortie de l'électron. Cette diminution du temps de sortie se translate vers les tensions d'excitation plus basses lorsque l'on change le potentiel de la boîte de $V_G = -898.4 mV$ à $V_G = -898 mV$. Pour $V_G = -897.6 mV$, on observe cette diminution brutale au niveau du deuxième plateau de courant correspondant à l'injection du deuxième électron ($2eV_{exc} \geq 3K$). Comme nous allons le voir maintenant, l'inclusion des interactions permet une interprétation qualitative de la variation du temps de sortie observée. Lorsque l'on prend en compte l'énergie de Coulomb $\frac{e^2}{C}$, il faut varier le potentiel de la boîte de $\Delta^* = \Delta + \frac{e^2}{C}$ pour transférer exactement une charge. Toutefois, pour $2eV_{exc} = \Delta^*$, la charge sortante peut provenir de plusieurs niveaux électroniques. Dans ce cas, la charge moyenne transférée ne dépend pas du nombre de niveaux électroniques sans interactions placées au dessus de l'énergie de Fermi tandis que le temps de sortie en dépend. En effet, si deux niveaux du spectre sans interactions sont au dessus de l'énergie de Fermi, deux canaux sont disponibles pour l'échappement de la charge et on s'attend à observer un temps de sortie deux fois plus petit. Je vais maintenant présenter le modèle de boîte à deux niveaux qui va nous permettre de calculer la densité d'états du spectre

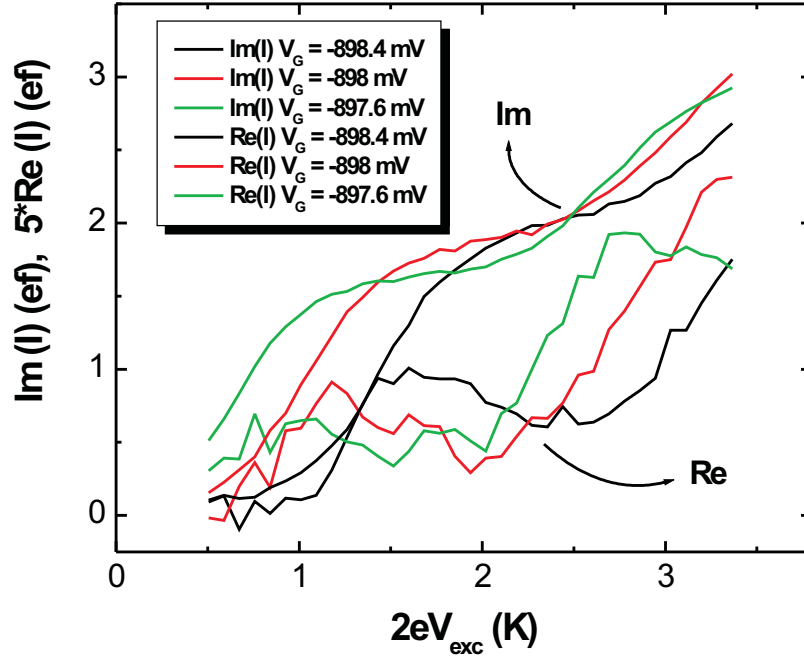


FIG. 5.21 – Parties imaginaire et réelle (agrandie d'un facteur 5) de la première harmonique du courant mesurées pour $f = 515 \text{ MHz}$ et $B = 1.28 \text{ T}$ pour trois valeurs de la tension de grille ($V_G = -897.6, -898$ et -898.4 mV). Pour ces valeurs de la tension de grille, la partie réelle du courant est environ dix fois plus petite que la partie imaginaire. On observe une décroissance des marches de la partie réelle pour $2eV_{exc} \approx 2.5 \text{ K}$ pour la courbe noire et $2eV_{exc} \approx 2 \text{ K}$ pour la courbe rouge. Pour la courbe verte, cette décroissance se manifeste au niveau du deuxième plateau : $2eV_{exc} > 3 \text{ K}$.

d'addition de la boîte.

5.4.2 Modèle de boîte à deux niveaux

Nous allons rapidement résumer ici le modèle de boîte présenté en réf. [34]. On considère deux niveaux d'énergie $\epsilon_1 = 0$ et $\epsilon_2 = \Delta$ si bien que la boîte peut contenir zéro, une ou deux charges. Les interactions ajoutent un surcoût énergétique $U = \frac{e^2}{C}$ pour ajouter la deuxième charge. Cette boîte est couplée à un réservoir électronique de potentiel chimique μ . On suppose que le couplage γ entre la boîte et le réservoir est identique pour les deux niveaux. Nous allons calculer dans le cadre de ce modèle la densité d'états pour ajouter un électron dans la boîte dans les niveaux ϵ_1 et ϵ_2 . Lorsque l'on prend en compte les interactions, cette densité d'états dépend de l'occupation de ces niveaux et donc du potentiel électrochimique μ de la boîte, nous la noterons donc $N^{int}(\epsilon, \mu)$. Elle se calcule à partir des fonctions de Green retardées $G^R(\epsilon)$ des deux niveaux électroniques. On a, par exemple, pour le premier niveau :

$$G_1^R(\epsilon) = \frac{1 - \langle n_2 \rangle}{\epsilon - \epsilon_1 - \Sigma_1^S} + \frac{\langle n_2 \rangle}{\epsilon - \epsilon_1 - U - \Sigma_1^D} \quad (5.13)$$

La fonction de Green retardée a deux contributions de pôles ϵ_1 et $\epsilon_1 + U$ dont les poids respectifs dépendent de l'occupation du deuxième niveau $\langle n_2 \rangle$. S'il est inoccupé, la seule contribution non nulle est à $\epsilon_1 = 0$, les interactions ne jouent alors aucun rôle. S'il est occupé, les interactions interviennent et décalent le pôle vers l'énergie $\epsilon_1 + U$. Les énergies propres Σ_1^S et Σ_1^D contiennent l'information sur la largeur des pics de la fonction d'onde retardée par leur partie imaginaire et le décalage des pôles par leur partie réelle. Elles dépendent à la fois du couplage γ et des interactions U . Je n'en détaillerai pas le calcul ici.

On a donc vu que le calcul des occupations des niveaux et des fonctions de Green doit donc se faire de manière auto-cohérente. Une fois ce calcul effectué, il est intéressant de tracer la fonction spectrale habituellement notée $A(\epsilon, \mu) = -2(\text{Im}(G_1^R) + \text{Im}(G_2^R))$. Cette fonction permet de calculer le nombre de charges présentes dans la boîte à l'équilibre au potentiel μ par $\langle n \rangle = \int d\epsilon A(\epsilon, \mu) f(\epsilon - \mu)$. Elle s'assimile donc à la densité d'états $N^{int}(\epsilon, \mu)$ introduite précédemment. Pour calculer cette fonction, on a choisi des valeurs des différents paramètres compatibles avec la situation expérimentale : $\Delta = 1.5 \text{ K}$, $U = \frac{e^2}{C} = 1 \text{ K}$ soit $\frac{e^2}{C\mu} = 2.5 \text{ K}$, $T = 200 \text{ mK}$ et $\hbar\gamma = 200 \text{ mK}$. La valeur de Δ est légèrement plus faible mais néanmoins très proche de la valeur de 2 K utilisée en section 3.3.4 pour modéliser les résultats expérimentaux dans le régime linéaire. Enfin, la valeur de $\hbar\gamma = 200 \text{ mK}$ est compatible avec la hauteur des marches de la partie réelle observée sur la figure 5.21.

La densité d'états calculée dans ce modèle dépend du potentiel chimique puisque les nombres d'occupation des deux niveaux électroniques en dépendent. On a tracé sur la figure 5.22 la densité d'états pour ajouter une charge dans la boîte lorsque le potentiel chimique μ est égal à -1 K , 0 K et 1 K . Pour un potentiel chimique de -1 K , aucune charge n'est pré-

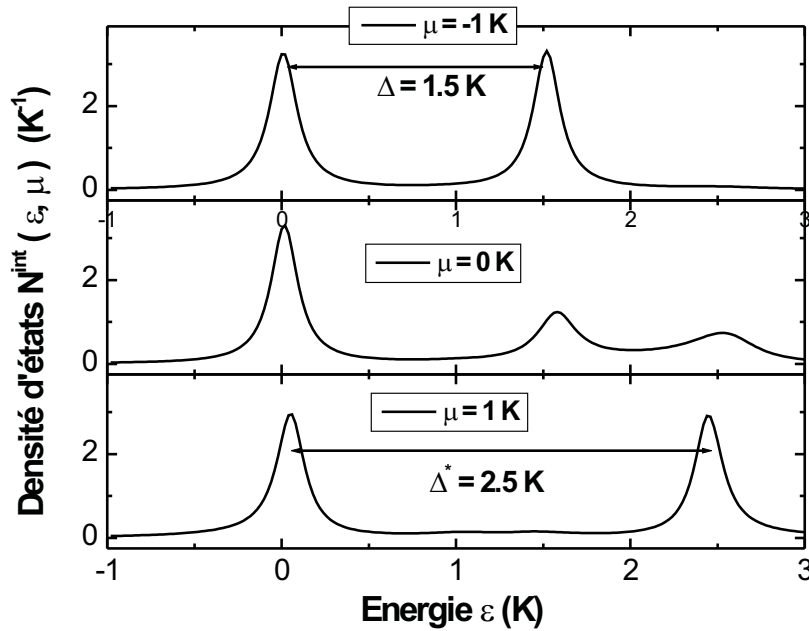


FIG. 5.22 – Valeur de la fonction spectrale $A(\epsilon)$ des deux niveaux électroniques de la boîte pour trois valeurs du potentiel chimique μ (ou de manière équivalente du potentiel de la boîte V). Cette fonction s'interprète comme la densité d'états $N^{int}(\epsilon, \mu)$ car le nombre de charges à l'équilibre pour une valeur μ du potentiel est donné par $\int d\epsilon A(\epsilon, \mu) f(\epsilon - \mu)$.

sente dans la boîte, on peut alors en ajouter une en occupant les deux niveaux électroniques

$\epsilon_1 = 0K$ et $\epsilon_2 = \Delta = 1.5K$, les interactions ne jouent alors aucun rôle. Pour $\mu = 0K$, le premier niveau est partiellement rempli, le pic de densité d'états correspondant au deuxième niveau est alors partiellement décalé de l'énergie de charge U . Enfin pour $\mu = 1K$, le premier niveau est complètement occupé, le deuxième pic de la densité d'états apparaît alors pour une énergie de $\epsilon_2 + U = \frac{e^2}{C_\mu}$. Conformément à l'effet attendu des interactions, il faut augmenter le potentiel de la boîte de $\frac{e^2}{C_\mu}$ pour passer d'une à deux charges dans la boîte. Nous allons maintenant voir comment on peut exprimer de manière ad hoc la résistance et la capacité du circuit en fonction de cette densité d'états afin de décrire les effets attendus des interactions sur la première harmonique du courant.

5.4.3 Inclusion ad hoc des interactions dans le régime non-linéaire

Pour prendre en compte les interactions dans le calcul de la première harmonique, nous allons modifier les équations 3.13 et 3.14 afin de retranscrire les effets observés sur la figure 5.21 :

- la partie imaginaire du courant est identique au calcul sans interaction si l'on effectue la substitution $\Delta \rightarrow \Delta^*$.
- la partie réelle du courant (et donc le temps de sortie) décroît lorsque plusieurs niveaux électroniques peuvent contribuer à la sortie d'une charge.

La variation de la charge est liée à la valeur de la capacité. Dans le modèle sans interactions, on a (equation 3.13) :

$$C_q^{ml}(2eV_{exc}) = e^2 \int d\epsilon N(\epsilon) \frac{f(\epsilon - 2eV_{exc}) - f(\epsilon)}{2eV_{exc}} = \frac{q(\epsilon_f + 2eV_{exc}) - q(\epsilon_f)}{2V_{exc}} \quad (5.14)$$

$q(\epsilon_f + 2eV_{exc})$ (respectivement $q(\epsilon_f)$) est la charge présente à l'équilibre dans la boîte pour une valeur du potentiel de $V = 2V_{exc}$ (respectivement $V = 0$). La capacité est donc liée à la variation de charge entre les deux valeurs du potentiel lors d'une alternance du créneau d'excitation. On peut alors généraliser cette expression en incluant les effets des interactions en conservant cette définition de la capacité liée à la différence de charge entre les deux valeurs du potentiel :

$$C_q^{ml\ int}(2eV_{exc}) = e^2 \int d\epsilon \frac{N^{int}(\epsilon, eV = 2eV_{exc})f(\epsilon - 2eV_{exc}) - N^{int}(\epsilon, eV = 0)f(\epsilon)}{2eV_{exc}} \quad (5.15)$$

Si la capacité mesure la charge transférée, la résistance est directement reliée au temps de sortie de la charge. Si l'on varie brusquement le potentiel de la boîte de $2eV_{exc}$, le temps de sortie dépend du nombre de niveaux sans interactions qui peuvent contribuer à l'éjection de la charge dans la gamme $0 - 2eV_{exc}$ au dessus du potentiel chimique initial de la boîte. Nous allons donc supposer que la résistance est reliée à l'intégrale du carré de la densité d'états en interaction pour la valeur du potentiel à l'équilibre $N^{int}(\epsilon, eV = 0)$.

$$R_q^{nl\ int}(2eV_{exc}) = \frac{h}{2e^2} \frac{\int d\epsilon N^{int}(\epsilon, eV = 0)^2 \frac{f(\epsilon - 2eV_{exc}) - f(\epsilon)}{2eV_{exc}}}{\left[\int d\epsilon N^{int}(\epsilon, eV = 0) \frac{f(\epsilon - 2eV_{exc}) - f(\epsilon)}{2eV_{exc}} \right]^2} \quad (5.16)$$

Avec cette définition, la résistance compte le nombre de canaux disponibles dans la gamme d'énergie $0 - 2eV_{exc}$ au dessus de l'énergie de Fermi de la boîte en l'absence de perturbation. Ainsi, d'après la figure 5.22, pour une valeur du potentiel de la boîte à l'équilibre égale

à $-1K$, on s'attend à observer une variation de la résistance (et donc du temps de sortie) lorsque $2eV_{exc} = 1 + 1.5 = 2.5K$. L'électron sortant de la boîte peut provenir des deux niveaux électroniques. En revanche, la charge transférée reste égale à une charge élémentaire et l'injection du deuxième électron intervient pour $2eV_{exc} = 1 + 2.5 = 3.5K$.

On a tracé sur la figure 5.23 les parties imaginaire et réelle du courant (agrandie d'un facteur 5) calculées pour trois valeurs du potentiel électrochimique d'après les formules 5.15 et 5.16 et en utilisant la densité d'états représentée sur la figure 5.22. Les courbes représentant

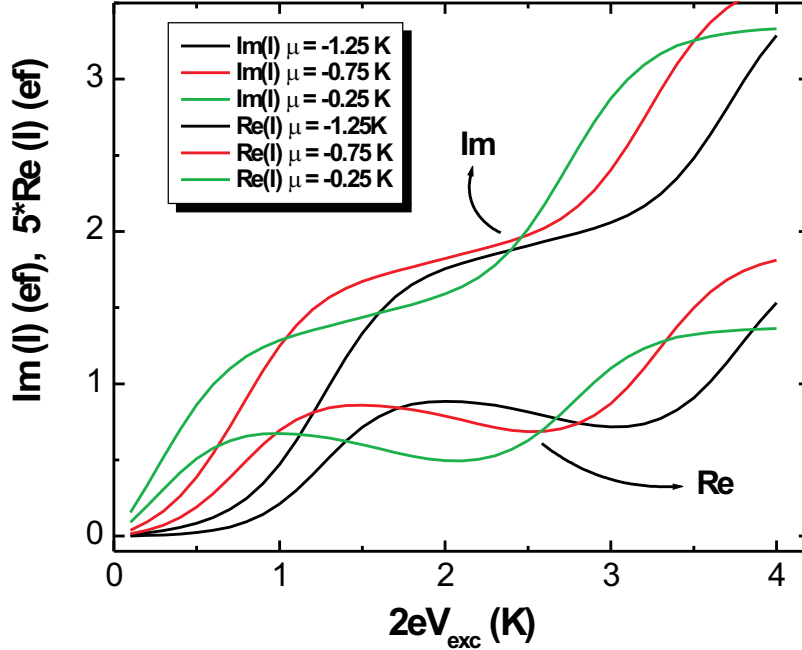


FIG. 5.23 – Parties imaginaire et réelle (agrandie d'un facteur 5) du courant calculées d'après les formules 5.15 et 5.16 à $f = 515 \text{ MHz}$ et pour trois valeurs du potentiel de la boîte. L'écart Δ entre niveaux est de $1.5 K$, l'énergie de charge E_c est égale à $1K$ et le couplage $\hbar\gamma$ vaut $200 mK$. On observe sur la partie réelle une décroissance du plateau lorsque le deuxième niveau électronique contribue au calcul de la résistance.

la partie imaginaire du courant sont très semblables à celles obtenues dans le cadre de la théorie sans interactions. Le point correspondant à l'injection d'une charge par alternance pour toutes les valeurs du potentiel de la boîte est obtenu pour une valeur de la tension d'excitation $2eV_{exc} = \Delta^* = \frac{e^2}{C_\mu}$ qui correspond à l'énergie nécessaire pour changer la charge de la boîte d'une unité. L'évolution de la partie réelle du courant est plus intéressante. On observe des marches correspondant à l'injection du premier électron. Contrairement à la situation sans interactions, ces marches décroissent lorsque l'on atteint le deuxième niveau électronique traduisant une diminution du temps de sortie à charge transférée constante. La dépendance de la partie réelle du courant obtenue pour trois valeurs du potentiel de la boîte permet d'obtenir un accord qualitatif avec les données expérimentales de la figure 5.21 et de proposer une interprétation des modulations du temps de sortie. Toutefois, une théorie capable de prédire la valeur du courant dans le régime non linéaire reste à faire afin de comparer plus quantitativement les prédictions d'un tel modèle aux données expérimentales.

5.5 Conclusion

Nous avons mis en évidence dans cette section la quantification du courant en réponse à une excitation en créneau de forte amplitude. Elle traduit l'injection et l'absorption d'une charge par période d'excitation. Cette section nous a permis de mettre en évidence les principales caractéristiques de l'évolution non linéaire du courant :

- dans le régime capacitif $R_q^{nl}C_q^{nl}\omega \ll 1$, c'est à dire pour $\omega \ll \gamma$, le temps de sortie de la charge est plus court que la période d'excitation. La partie imaginaire du courant reflète la quantification de la charge transmise par l'apparition de plateaux à la valeur $2ef$ d'autant plus marqués que la transmission est faible. La partie réelle du courant, beaucoup plus petite que la partie imaginaire, permet une mesure directe du temps de sortie de la charge.
- dans le régime intermédiaire $R_q^{nl}C_q^{nl}\omega \ll 1$, c'est à dire $\omega \approx \gamma$, le temps de sortie est comparable à la demi-période et la charge moyenne transférée par alternance du créneau devient plus petite que 1. Ceci se traduit par une décroissance de la partie imaginaire du courant et une augmentation de la partie réelle.

En anticipant sur les prochaines expériences ayant pour vocation la mesure du bruit de notre source à électron unique, on peut identifier deux origines aux fluctuations de la charge transférée. Lorsque la transmission est trop élevée, la quantification de la charge dans la boîte disparaît et on peut penser que les événements à deux ou zéro charges transférées contribuent aussi au courant. On a donc intérêt à diminuer la transmission pour réduire le bruit de charge transférée. Pour les transmissions trop basses, le temps de sortie est comparable à la période et la charge n'a pas le temps de sortir sur certaines alternances, la charge moyenne transférée diminue et les fluctuations de charge augmentent. Il existe donc sans doute un choix optimal de la transmission et ce choix dépend de la fréquence à laquelle on veut faire fonctionner la source. Les mesures de bruit complémentaires permettront de confirmer ou d'infirmer cette discussion préliminaire sur les fluctuations de charge de cette source.

Conclusion

Dans ce manuscrit, j'ai présenté l'étude de la dynamique de transfert de charges entre une capacité mésoscopique cohérente et un réservoir électronique.

Notre dispositif expérimental permet de mesurer le courant circulant dans l'échantillon mésoscopique en réponse à une excitation hyperfréquence de l'ordre du GHz appliquée à la grille de la capacité. La source hyperfréquence utilisée permet d'étudier la réponse du conducteur quantique à une excitation sinusoïdale ou à une variation brutale du potentiel de la boîte par une tension en forme de créneaux. Nous disposons alors de deux méthodes de mesure du courant :

- la mesure de la première harmonique du courant en amplitude et en phase. La mesure précise à 1° près du déphasage entre le courant et l'excitation permet de mesurer le temps caractéristique de relaxation de charge avec une résolution temporelle de quelques picosecondes pour une fréquence d'excitation de $1.5 GHz$.
- la mesure des 16 premières harmoniques impaires du courant à l'aide d'une carte d'acquisition et de moyennage rapide qui nous permet résoudre temporellement la relaxation de charge avec une résolution de $500 ps$.

Dans le régime des faibles excitations sinusoïdales $eV_{exc} \ll \hbar\omega \ll k_B T$, pour lesquelles la variation de charge de la boîte par période est très inférieure à la charge élémentaire, on peut explorer le régime linéaire du transport hyperfréquence d'une capacité quantique. Mon prédécesseur J.Gabelli a ainsi pu démontrer une nouvelle quantification de la résistance de relaxation de charge d'un conducteur quantique monomode $R_q = \frac{h}{2e^2}$ en très bon accord avec des prédictions théoriques réalisées il y a une dizaine d'années. Les mesures présentées dans ce manuscrit permettent de vérifier notre compréhension de la relaxation de charge de la capacité mésoscopique dans une large gamme de fréquences et de vérifier un excellent accord avec un modèle théorique n'incluant pas les interactions.

Mon travail de thèse a essentiellement porté sur le régime des fortes excitations ou régime non linéaire pour lequel on applique des tensions en forme de créneau d'amplitude pic-pic comparable à l'énergie d'addition $2eV_{exc} \approx \Delta^*$. J'ai procédé à l'étude expérimentale de l'injection de charges uniques dans le régime non-linéaire. Ces mesures ont été confrontées à un modèle théorique n'incluant pas les interactions que j'ai développé durant ma thèse.

Nous avons mis en évidence dans ce régime la quantification du courant alternatif en mesurant la première harmonique du courant qui présente des plateaux $I_\omega = 2ef$ pour $2eV_{exc} = \Delta^*$. Pour cette valeur de la tension d'excitation :

- la capacité non linéaire est constante et égale à $C_\mu = \frac{e^2}{\Delta^*}$.
- dans le régime où les niveaux électroniques sont bien définis, $\hbar\gamma \ll \Delta$, la résistance non linéaire est donnée par la formule de Landauer $R_q^{nl} = \frac{h}{De^2}$.
- le temps de sortie ou temps d'injection de la charge est donné par $R_q^{nl} C_q^{nl} = \frac{1}{\gamma} = \frac{h}{D\Delta}$.

Nous avons caractérisé l'évolution de la quantification du courant avec la transmission :

- pour $D = 1$, les marches de courant disparaissent et on retrouve une caractéristique linéaire.
- tant que $R_q^{nl} C_q^{nl} \omega \ll 1$, c'est à dire $D \gg \frac{\hbar\omega}{\Delta}$ (si on néglige la capacité géométrique $C \rightarrow \infty$), on observe des marches de courant de valeur $2ef$ d'autant plus marquées que la transmission est basse.
- pour $R_q^{nl} C_q^{nl} \omega \approx 1$, c'est à dire $D \approx \frac{\hbar\omega}{\Delta}$, la valeur des plateaux de courant décroît en dessous de $2ef$ car la charge n'a plus le temps de sortir de la boîte.

Il y a donc un compromis entre faire fonctionner cette source d'électrons uniques avec un taux de répétition élevé et avoir une transmission suffisamment basse pour réduire les fluctuations quantiques de charge. Cet équilibre est atteint pour $R_q^{nl} C_q^{ml} \omega = 1$ c'est à dire pour $D = \frac{\hbar \omega}{\Delta}$. On peut donc faire fonctionner un tel dispositif d'autant plus rapidement qu'il est de petite taille (et que, par conséquent, l'écart entre niveaux est grand). Nous avons observé la quantification du courant pour une boîte dont l'écart entre niveaux est $2.5 K$ (en négligeant la capacité géométrique) à des fréquences $f = 180 MHz$ et $515 MHz$. La transmission pour $R_q^{nl} C_q^{ml} \omega = 1$ est alors $D = 0.02$ et $D = 0.06$.

Nous avons mesuré le temps d'injection de la charge et son évolution avec la transmission et le potentiel chimique de la boîte à l'aide de deux méthodes distinctes :

- la mesure de la phase de la première harmonique du courant pour des excitations à $f = 180$ et $515 MHz$.
- la mesure du temps de décroissance exponentielle du courant par une mesure dans le domaine temporel pour une excitation de fréquence $f = 32 MHz$.

Ces méthodes ont permis de mesurer le temps de sortie dans une large gamme temporelle de 100 picosecondes à une dizaine de nanosecondes, c'est à dire des transmissions variant de $D = 0.002$ à $D = 0.2$ (on mesure le temps de sortie sur des durées plus courtes mais la quantification du courant n'est alors plus très marquée). Dans le domaine des temps longs, on parvient à déterminer directement le temps d'échappement de la charge dans le régime $\hbar \gamma \ll k_B T$. Dans le domaine des temps courts, on parvient à injecter la charge sur une durée largement inférieure au temps de cohérence de phase.

L'ensemble de nos données a été confronté à une modélisation théorique que j'ai développée durant ma thèse dans la prolongation des travaux déjà réalisés sur le régime linéaire. L'accord observé avec cette théorie ne prenant pas en compte les interactions est très bon. Toutefois, on observe des déviations à cette modélisation notamment dans la mesure du temps d'injection de la charge qui présente des oscillations avec le potentiel chimique de la boîte. Ces oscillations peuvent s'interpréter qualitativement en tenant compte des interactions. Cependant, une théorie plus complète incluant les interactions et la capacité géométrique de la boîte reste à faire.

L'objectif de ma thèse était la réalisation d'une source d'électrons uniques pouvant fonctionner à des fréquences de l'ordre du GHz avec un temps d'injection subnanoseconde. Nous avons mis en évidence que la charge moyenne injectée était quantifiée pour des temps d'échappement supérieurs à une centaine de picosecondes. Toutefois, avant de qualifier une telle source de source d'électrons uniques, il faut vérifier le caractère subpoissonnien des fluctuations de la charge émise. Mon successeur A.Mahé travaille sur la réalisation d'une expérience Hanbury-Brown et Twiss à un électron qui permettra de caractériser le bruit de charge de la source. On pourra alors envisager la réalisation d'une collision entre deux charges élémentaires sur un contact ponctuel et mesurer les corrélations (ou plutôt anticorrélations) des charges transmises et réfléchies dans le domaine temporel.

Enfin, comme tous les dispositifs reposant sur la quantification de la charge, notre système devrait permettre à la fois l'injection contrôlée de charges et la détection de charges sur des temps courts. La sensibilité de notre système n'a été que très peu discutée dans ce manuscrit et, dans ce domaine aussi, la mesure des fluctuations de charge permettra de connaître les performances d'un tel dispositif utilisé comme électromètre.

Annexe A

Mesures de Hall effectuées sur les échantillons

Je vais présenter dans cette annexe des mesures réalisées sur une barre de Hall adjacente au circuit RC mésoscopique. Les mesures Shubnikov-De Haas (résistance longitudinale R_{XX}) permettent d'obtenir la densité électronique n_e grâce à sa relation avec le facteur de remplissage : $\nu = n_e \frac{h}{eB_\nu}$ où B_ν est l'ensemble des valeurs du champ pour lesquelles R_{XX} est minimale. On peut voir sur la figure A.1 les minimums de la résistance longitudinale pour ν pair. La dégénérescence de spin n'est levée qu'à partir de $\nu = 17$. L'ajustement des minimums permet de mesurer la densité de porteurs :

$$n_e = 1.3 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$$

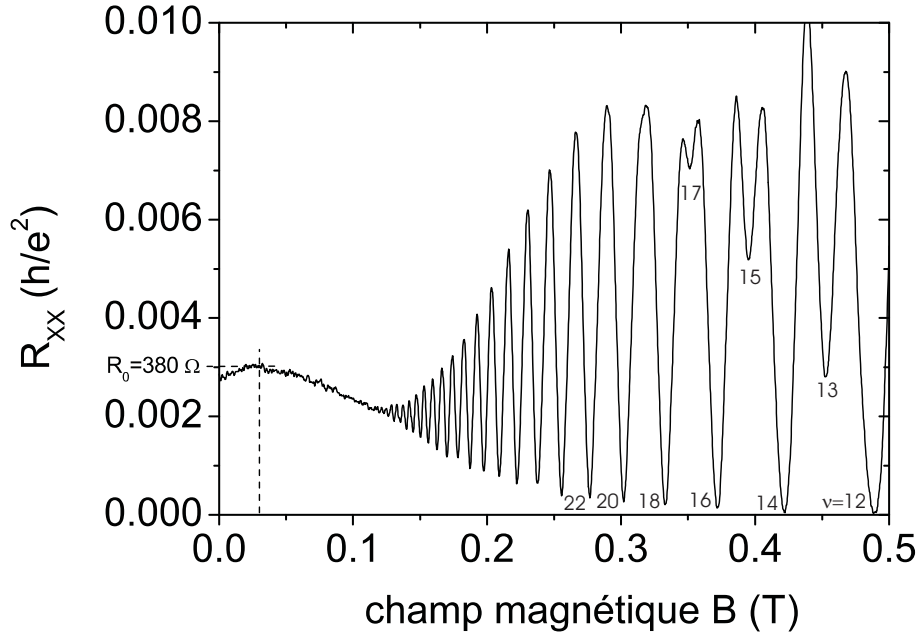


FIG. A.1 – Oscillations Shubnikov-De Haas à faible champ magnétique.

La mesure de la résistance par carré permet de calculer la mobilité μ :

$$\mu \simeq 2.6 \times 10^6 \text{ cm}^2 \text{V}^{-1} \text{s}^{-1}$$

Les mesures de résistance Hall représentées sur la figure A.2 permettent de visualiser les plateaux correspondant à un facteur de remplissage ν entier ainsi que quelques remplissages fractionnaires. En particulier, pour $B \approx 1.3 \text{ T}$, le facteur de remplissage est égal à 4.

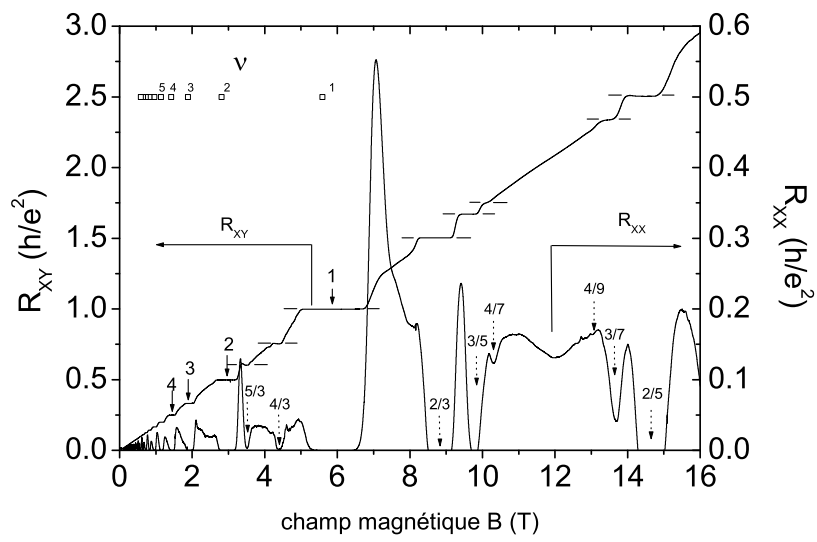


FIG. A.2 – Mesures des résistances Hall (R_{XY}) et longitudinale (R_{XX}). On observe les plateaux de quantification entier sur la résistance Hall ainsi que quelques fractions.

Annexe B

Calcul de la conductance hyperfréquence du circuit RC quantique

Nous allons calculer dans cette annexe le courant circulant dans l'échantillon mésoscopique lorsque le potentiel réservoir est soumis à une variation sinusoïdale $V_{exc}(t) = V_{exc} \cos \omega t$ et que le potentiel de la boîte est pris comme référence $V = 0$. Les états incidents du réservoir sont transmis adiabatiquement dans le conducteur mésoscopique encore appelé canal mésoscopique en référence à son caractère unidimensionnel monomode.

Nous considérerons tout d'abord une situation initiale simple sans perturbation sinusoïdale du potentiel du réservoir. En l'absence de perturbation, les états notés $|\Psi_\epsilon(t)\rangle$ d'énergie ϵ sont peuplés avec une distribution $f(\epsilon)$, ou f désigne la distribution de Fermi. A ces états correspondent les fonctions d'onde $|\phi_\epsilon^{res}\rangle e^{-i\epsilon t/\hbar}$ dans le réservoir qui évoluent adiabatiquement vers l'état $|\phi_\epsilon^+\rangle e^{-i\epsilon t/\hbar}$ dans le canal (le sigle (+) désignant des états incidents dans le canal. On peut ensuite exprimer le courant dans le canal :

$$\hat{I}(t) = \frac{e}{\hbar} \int d\epsilon d\epsilon' [\hat{a}^+(\epsilon) \hat{a}(\epsilon') - \hat{b}^+(\epsilon) \hat{b}(\epsilon')] e^{i(\epsilon - \epsilon')t/\hbar} \quad (\text{B.1})$$

Où les opérateurs $\hat{a}(\epsilon)$ ($\hat{b}(\epsilon)$) annihilent un électron incident (sortant) du canal dans l'état $|\phi_\epsilon^+\rangle$. Il ne reste alors plus qu'à relier les états sortant aux états incidents par l'intermédiaire de la matrice de diffusion :

$$\hat{b}(\epsilon) = S(\epsilon) \hat{a}(\epsilon) \quad (\text{B.2})$$

Dans notre cas simple d'un conducteur monomode et constitué d'un seul réservoir, la matrice de diffusion est un simple scalaire complexe. Le courant moyen dans le canal s'écrit alors :

$$\langle \hat{I}(t) \rangle = \frac{e}{\hbar} \int d\epsilon d\epsilon' [1 - S^*(\epsilon) S(\epsilon')] \langle \hat{a}^+(\epsilon) \hat{a}(\epsilon') \rangle \quad (\text{B.3})$$

La valeur moyenne $\langle \hat{a}^+(\epsilon) \hat{a}(\epsilon') \rangle$ s'évalue alors simplement en considérant que les états $|\phi_\epsilon^+\rangle$ dans le canal sont injectés suivant la distribution de Fermi $f(\epsilon)$: $\langle \hat{a}^+(\epsilon) \hat{a}(\epsilon') \rangle = f(\epsilon) \delta(\epsilon - \epsilon')$. Avec $S^*(\epsilon) S(\epsilon') = 1$, on voit d'après B.3 que le courant moyen est nul conformément au résultat attendu lorsque le conducteur est à l'équilibre.

Considérons maintenant que, partant de la situation initiale précédente, on branche adiabatiquement la modulation sinusoïdale du potentiel dans le réservoir (et pas dans le canal). Les états notés $|\Psi_\epsilon(t)\rangle$ vont évoluer adiabatiquement vers des états notés $|\Psi'_\epsilon(t)\rangle$ toujours peuplés suivant la distribution $f(\epsilon)$. Ces états acquièrent une dépendance temporelle additionnelle $\xi(t)$ dans le réservoir : $\xi(t) = e^{-\frac{i}{\hbar} \int_0^t e V_{exc}(\tau) d\tau} = e^{-i \frac{e V_{exc}}{\hbar \omega} \sin \omega t}$. Les fonctions d'onde dans le réservoir deviennent alors

$$|\Psi'_\epsilon(t)\rangle = |\phi_\epsilon^{res}\rangle e^{-i\epsilon t/\hbar} + \frac{e V_{exc}}{2\hbar\omega} |\phi_\epsilon^{res}\rangle e^{-i \frac{(\epsilon + \hbar\omega)t}{\hbar}} - \frac{e V_{exc}}{2\hbar\omega} |\phi_\epsilon^{res}\rangle e^{-i \frac{(\epsilon - \hbar\omega)t}{\hbar}} \quad (\text{B.4})$$

Où nous avons tronqué l'expression exacte au premier ordre en V_{exc} pour ne garder que le résultat linéaire dans la tension d'excitation.

On suppose que la perturbation $V_{exc}(t)$ s'annule dans la partie mésoscopique du conducteur, le potentiel y est donc constant. Les états $|\Psi'_\epsilon(t)\rangle$ s'expriment donc dans le canal comme une combinaison linéaire d'états propres non perturbés. La valeur de ces coefficients est déterminée par la continuité de la fonction d'onde entre le réservoir et le canal unidimensionnel du conducteur mésoscopique. Cette condition d'accord impose les relations entre les coefficients

des ondes incidentes dans le réservoir et le canal ainsi que l'onde réfléchie dans le réservoir à chaque énergie. Toutefois, lorsque $\hbar\omega \ll \epsilon_f$ (ce qui est toujours le cas aux fréquences considérées), on peut négliger l'onde réfléchie dans le réservoir, on obtient alors :

$$|\Psi'_\epsilon(t)\rangle = |\phi_\epsilon^+\rangle e^{-i\epsilon t/\hbar} + \frac{eV_{exc}}{2\hbar\omega} |\phi_{\epsilon+\hbar\omega}^+\rangle e^{-i\frac{(\epsilon+\hbar\omega)t}{\hbar}} - \frac{eV_{exc}}{2\hbar\omega} |\phi_{\epsilon-\hbar\omega}^+\rangle e^{-i\frac{(\epsilon-\hbar\omega)t}{\hbar}} \quad (\text{B.5})$$

Si l'on désigne maintenant par $\hat{a}'$ l'opérateur qui annihile un électron dans l'état $|\Psi'_\epsilon\rangle$, on a maintenant $\langle \hat{a}'^+(\epsilon) \hat{a}'(\epsilon') \rangle = f(\epsilon) \delta(\epsilon - \epsilon')$ tandis que l'opérateur courant dans le canal s'écrit toujours en fonction des opérateurs $\hat{a}$ non primés. Il faut donc relier ces opérateurs, ce qui est immédiat d'après l'expression de $|\Psi'_\epsilon(t)\rangle$.

$$\hat{a}(\epsilon) = \hat{a}'(\epsilon) - \frac{eV_{exc}}{2\hbar\omega} \hat{a}'(\epsilon + \hbar\omega) + \frac{eV_{exc}}{2\hbar\omega} \hat{a}'(\epsilon - \hbar\omega) \quad (\text{B.6})$$

En insérant cette relation dans l'expression du courant, on parvient à :

$$\langle \hat{I}(t) \rangle = \frac{e^2}{h} \int d\epsilon [1 - S^*(\epsilon) S(\epsilon + \hbar\omega)] \frac{f(\epsilon) - f(\epsilon + \hbar\omega)}{\hbar\omega} \frac{V_{exc}}{2} e^{-i\omega t} \quad (\text{B.7})$$

$$+ \frac{e^2}{h} \int d\epsilon [1 - S^*(\epsilon) S(\epsilon - \hbar\omega)] \frac{f(\epsilon) - f(\epsilon - \hbar\omega)}{\hbar\omega} \frac{V_{exc}}{2} e^{i\omega t} \quad (\text{B.8})$$

$$= g(\omega) \frac{V_{exc}}{2} e^{-i\omega t} + g(-\omega) \frac{V_{exc}}{2} e^{i\omega t} \quad (\text{B.9})$$

Avec :

$$g(\omega) = \frac{e^2}{h} \int d\epsilon [1 - S^*(\epsilon) S(\epsilon + \hbar\omega)] \frac{f(\epsilon) - f(\epsilon + \hbar\omega)}{\hbar\omega} \quad (\text{B.10})$$

Annexe C

Calcul des harmoniques supérieures

Les mesures du courant réalisées dans le domaine temporel à l'aide d'une carte d'acquisition et de moyennage rapides permet la mesure de plusieurs harmoniques (32 harmoniques pour une fréquence de $31.25 MHz$ et une fréquence d'échantillonnage de $2 Gsample/s$) du courant. Ceci permet d'obtenir directement la dépendance temporelle du courant sur l'échelle de la nanoseconde. A l'aide de la description théorique développée dans le chapitre 4, équation 4.10, on peut calculer les harmoniques successives du courant et obtenir ainsi sa dépendance temporelle. C'est ce que je vais développer dans cette annexe. Par ailleurs, notre méthode de mesure ne permet de mesurer que les harmoniques impaires (voir section 2.4.2), soit le courant antisymétrisé sur les deux-demi périodes d'excitation. Je ne calculerai donc que les harmoniques impaires du courant $I_{(2k+1)\omega}$. D'après le chapitre 4, équation 4.10, on a :

$$I_{(2k+1)\omega} = \frac{e}{\hbar} \sum_n \bar{c}_n c_{n+(2k+1)} \int d\epsilon A(\epsilon, \epsilon + (2k+1)\hbar\omega) f(\epsilon - n\hbar\omega) \quad (C.1)$$

$$= \frac{e}{2i\pi\hbar} \frac{1}{(2k+1)} \int d\epsilon A(\epsilon, \epsilon + (2k+1)\hbar\omega) [f(\epsilon + eV_{exc} + (2k+1)\hbar\omega) + f(\epsilon + eV_{exc} - f(\epsilon - eV_{exc} + (2k+1)\hbar\omega) - f(\epsilon - eV_{exc}))] \quad (C.2)$$

Nous allons, comme dans les chapitres précédents effectuer un développement basse fréquence de l'expression précédente en supposant $(2k+1)\hbar\omega \ll \gamma$. Dans notre cas, $f = 31.25 MHz$ et $(2k+1)f \approx 1 GHz$ au maximum pour $k = 15$. Dans ce cas, on obtient :

$$I_{(2k+1)\omega} = \frac{i2V_{exc}}{\pi} \int d\epsilon [-i\omega e^2 N(\epsilon) + \frac{\hbar}{2e^2} (2k+1) [e^2 N(\epsilon)]^2 \omega^2] \frac{f(\epsilon - eV_{exc}) - f(\epsilon + eV_{exc})}{2eV_{exc}} \quad (C.3)$$

Comme dans les chapitres précédents, nous allons généraliser cette expression pour $(2k+1)\omega \approx \gamma$ en l'assimilant au développement basse fréquence de :

$$I_{(2k+1)\omega} = \frac{2V_{exc}\omega C_q^{nl}}{\pi} \frac{1}{1 - i(2k+1)\omega R_q^{nl} C_q^{nl}} \quad (C.4)$$

où C_q^{nl} (R_q^{nl}) est la capacité (résistance) introduite dans l'étude du régime non linéaire. Afin d'interpréter l'expression C.4, nous allons la comparer à celle obtenue pour une variation périodique de période $\mathcal{T}$ de la charge de la boîte $Q(t)$ sur un temps τ avec une dépendance temporelle exponentielle.

$$Q(t) = -qe^{-\frac{t}{\tau}} \text{ pour } t \in [0, \frac{\mathcal{T}}{2}] \quad (C.5)$$

$$= qe^{-\frac{t-\mathcal{T}/2}{\tau}} \text{ pour } t \in [\frac{\mathcal{T}}{2}, \mathcal{T}] \quad (C.6)$$

Le courant est alors donné par $I(t) = \frac{dQ}{dt}$:

$$I(t) = \frac{q}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} \text{ pour } t \in [0, \frac{\mathcal{T}}{2}] \quad (C.7)$$

$$= -\frac{q}{\tau} e^{-\frac{t-\mathcal{T}/2}{\tau}} \text{ pour } t \in [\frac{\mathcal{T}}{2}, \mathcal{T}] \quad (C.8)$$

Dans ce cas, les harmoniques du courant sont données par :

$$c_{2k+1} = \frac{1}{T} \int_0^T d\epsilon I(t) e^{i(2k+1)\omega t} \quad (\text{C.9})$$

$$= \frac{2q}{T\tau} \int_0^{T/2} e^{-\frac{t}{\tau} i(2k+1)\omega t} \quad (\text{C.10})$$

$$\approx 2qf \frac{1}{1 - i(2k+1)\omega\tau} \quad (\text{C.11})$$

où l'on a supposé que le temps de sortie de la charge q était plus court que la demi-période : $e^{-\frac{T}{2\tau}} \ll 1$. Dans ce cas, les deux expressions C.4 et C.11 coïncident avec :

$$q = 2V_{exc} C_q^{nl}(2eV_{exc}) \quad (\text{C.12})$$

$$\tau = R_q^{nl}(2eV_{exc}) C_q^{nl}(2eV_{exc}) \quad (\text{C.13})$$

En particulier, au niveau d'une marche de courant, on a (cf 4.3.1) $2V_{exc} C_q^{nl}(2eV_{exc}) = e$ et (si $\gamma \ll \Delta$), $R_q^{nl} C_q^{nl} = \frac{1}{\gamma}$. Dans ce cas, le courant est égal à :

$$I(t) = \gamma e e^{-\gamma t} \text{ pour } t \in [0, \frac{T}{2}] \quad (\text{C.14})$$

$$= -\gamma e e^{-\gamma t - T/2} \text{ pour } t \in [\frac{T}{2}, T] \quad (\text{C.15})$$

$$(\text{C.16})$$

On s'attend donc à observer dans ce régime une décroissance exponentielle du courant sur un temps caractéristique égal au temps de résidence de l'électron dans la boîte. La charge totale transférée par alternance est égale à un électron. Afin de vérifier la validité de notre développement basse fréquence, on a tracé sur la figure C.1 l'expression approchée C.4 du courant ainsi que la valeur exacte donnée par C.2 pour trois valeurs distinctes de γ lorsque $2eV_{exc} = \Delta$. Le calcul exact a été effectué avec 128 harmoniques impaires du courant. On voit qu'on ne peut pas distinguer le calcul approché du calcul exact. La forme du courant pour $2eV_{exc} = \Delta$ est donc bien décrite par une exponentielle décroissante sur un temps $\tau = \frac{1}{\gamma}$ lorsque $\hbar\gamma \ll \Delta$. Nous avons donc cherché à modéliser les mesures réalisées dans le domaine temporel (cf section 5.3) par des exponentielles décroissantes dont le temps de décroissance est une fonction directe de la transmission.

Les harmoniques du courant calculées d'après le modèle théorique développé au chapitre 4 correspondent donc à un courant $I(t)$ dont la forme est donnée par les équations C.14 et C.15. Les équations C.12 et C.13 fournissent la charge transférée q et le temps caractéristique de décroissance τ .

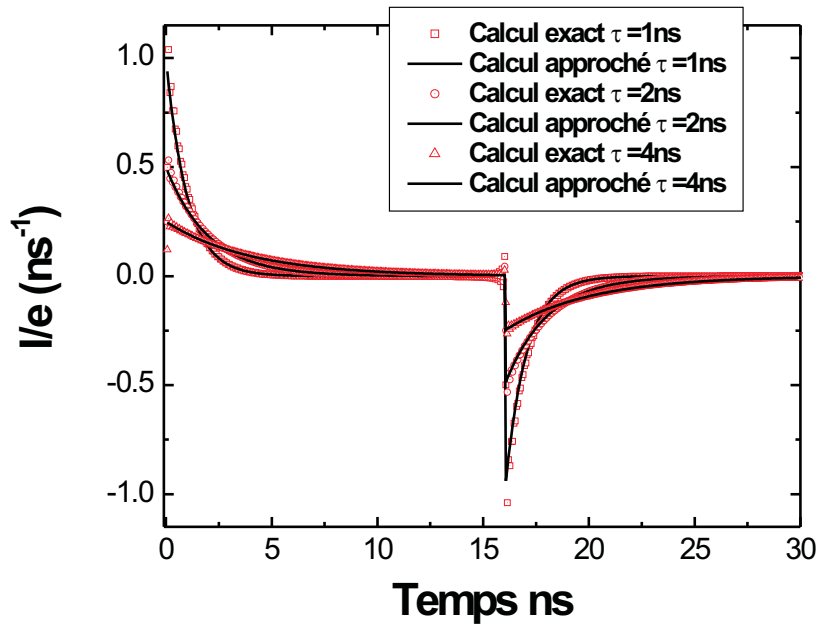


FIG. C.1 – Comparaison entre le calcul exact (équation C.2) des 128 premières harmoniques impaires du courant (points rouges) et l’expression approchée donnée par C.4 (courbe noire). La comparaison est effectuée sur trois temps caractéristiques situés dans la gamme accessible à notre carte d’acquisition.

Bibliographie

- [1] J. Gabelli. *Mise en évidence de la cohérence quantique des conducteurs en régime dynamique*. PhD thesis, Université de Paris 6, 2006.
- [2] J. Gabelli, G. Fève, J.-M. Berroir, B. Plaças, A. Cavanna, B. Etienne, Y. Jin, and D. C. Glattli. Violation of Kirchhoff's Laws for a Coherent RC Circuit. *Science*, 313(5786) :499–502, 2006.
- [3] J. Gabelli, G. Fève, J.-M. Berroir, B. Plaças, Y. Jin, B. Etienne, and D. C. Glattli. A quantum mesoscopic rc circuit realized in a 2d electron gas. *Physica E*, 34 :576–579, 2006.
- [4] M. Büttiker, A. Prêtre, and H. Thomas. Dynamic conductance and the scattering matrix of small conductors. *Phys. Rev. Lett.*, 70(26) :4114–4117, Jun 1993.
- [5] M. Büttiker, H. Thomas, and A. Prêtre. Mesoscopic capacitors. *Physics Letters A*, 180 :364–369, September 1993.
- [6] J. Park, A. N. Pasupathy, J. I. Goldsmith, C. Chang, Y. Yaish, J. R. Petta, M. Rinkoski, J. P. Sethna, H. D. Abruna, P. L. McEuen, and D. C Ralph. Coulomb blockade and the kondo effect in single-atom transistors. *Nature*, 417 :722–725, Jun 2002.
- [7] H. W. C. Postma, T. Teepen, Z. Yao, M. Grifoni, and C. Dekker. Carbon Nanotube Single-Electron Transistors at Room Temperature. *Science*, 293(5527) :76–79, 2001.
- [8] A. Aspect, P. Grangier, and G. Roger. Experimental realization of einstein-podolsky-rosen-bohm gedankenexperiment : A new violation of bell's inequalities. *Phys. Rev. Lett.*, 49(2) :91–94, Jul 1982.
- [9] W. D. Oliver, J. Kim, R. C. Liu, and Y. Yamamoto. Hanbury Brown and Twiss-Type Experiment with Electrons. *Science*, 284(5412) :299–301, 1999.
- [10] M. Henny, S. Oberholzer, C. Strunk, T. Heinzel, K. Ensslin, M. Holland, and C. Schönberger. The Fermionic Hanbury Brown and Twiss Experiment. *Science*, 284(5412) :296–298, 1999.
- [11] R. Landauer. Spatial variation of currents and fields due to localized scatterers in metallic conduction. *IBM J. Res. Develop.*, 1 :223–231, 1957.
- [12] R. Landauer. Electrical resistance of disordered one-dimensional lattices. *Philos. Mag.*, 21 :863, 1970.
- [13] M. Büttiker. Four-terminal phase-coherent conductance. *Phys. Rev. Lett.*, 57(14) :1761–1764, Oct 1986.
- [14] B. J. van Wees, H. van Houten, C. W. J. Beenakker, J. G. Williamson, L. P. Kouwenhoven, D. van der Marel, and C. T. Foxon. Quantized conductance of point contacts in a two-dimensional electron gas. *Phys. Rev. Lett.*, 60(9) :848–850, Feb 1988.
- [15] D. A. Wharam, M. Pepper, H. Ahmed, J. E. F. Frost, D. G. Hasko, D. C. Peacock, D. A. Ritchie, and G. A. C. Jones. Addition of the one-dimensional quantised ballistic resistance. *Journal of Physics C : Solid State Physics*, 21(24) :L887–L891, 1988.

- [16] D. Yoshioka. *The Quantum Hall Effect*.
- [17] R. E. Prange and S. M. Girvin. *The Quantum Hall Effect*.
- [18] Y. Ji, Y. Chung, D. Sprinzak, M. Heiblum, D. Mahalu, and H. Shtrikman. An electronic mach-zehnder interferometer. *Nature*, 422 :415–418, Mar 2003.
- [19] R. S. Van Dyck, P. B. Schwinberg, and H. G. Dehmelt. Electron magnetic moment from geonium spectra : Early experiments and background concepts. *Phys. Rev. D*, 34(3) :722–736, Aug 1986.
- [20] H. Birk, M. J. M. de Jong, and C. Schönenberger. Shot-noise suppression in the single-electron tunneling regime. *Phys. Rev. Lett.*, 75(8) :1610–1613, Aug 1995.
- [21] Y. M. Blanter and M. Büttiker. Shot noise in mesoscopic conductors. *Phys. Rep.*, 336(1) :1–166, 2000.
- [22] M. H. Devoret, D. Esteve, and C. Urbina. Single-electron transfer in metallic nanostructure. *Nature*, 360 :547–553, Dec 1992.
- [23] T. A. Fulton and G. J. Dolan. Observation of single-electron charging effects in small tunnel junctions. *Phys. Rev. Lett.*, 59(1) :109–112, Jul 1987.
- [24] J. B. Barner and S. T. Ruggiero. Observation of the incremental charging of ag particles by single electrons. *Phys. Rev. Lett.*, 59(7) :807–810, Aug 1987.
- [25] D. V. Averin and K. K. Likharev. Coulomb blockade of single-electron tunneling, and coherent oscillations in small tunnel junctions. *J. low Temp. Phys.*, 62 :345–373, Feb 1986.
- [26] Y. Nakamura, Y. A. Pashkin, and J. S. Tsai. Coherent control of macroscopic quantum states in a single-cooper-pair box. *Nature*, 398 :786–788, Apr 1999.
- [27] D. Vion, A. Aassime, A. Cottet, P. Joyez, H. Pothier, C. Urbina, D. Esteve, and M. H. Devoret. Manipulating the Quantum State of an Electrical Circuit. *Science*, 296(5569) :886–889, 2002.
- [28] U. Meirav, M. A. Kastner, and S. J. Wind. Single-electron charging and periodic conductance resonances in gaas nanostructures. *Phys. Rev. Lett.*, 65(6) :771–774, Aug 1990.
- [29] P. L. McEuen, E. B. Foxman, U. Meirav, M. A. Kastner, Y. Meir, N. S. Wingreen, and S. J. Wind. Transport spectroscopy of a coulomb island in the quantum hall regime. *Phys. Rev. Lett.*, 66(14) :1926–1929, Apr 1991.
- [30] E. B. Foxman, P. L. McEuen, U. Meirav, N. S. Wingreen, Yigal Meir, P. A. Belk, N. R. Belk, M. A. Kastner, and S. J. Wind. Effects of quantum levels on transport through a coulomb island. *Phys. Rev. B*, 47(15) :10020–10023, Apr 1993.
- [31] N. C. van der Vaart, A.T. Johnson, L.P. Kouwenhoven, D.J. Maas, W. de Jong, M.P. de Ruyter van Steveninck, A. van der Enden, C.J.P.M Harmans, and C.T. Foxon. Charging effect in quantum dots at high magnetic field. *Physica B*, 189 :99110, 1993.
- [32] C. Pasquier, U. Meirav, F. I. B. Williams, D. C. Glatthli, Y. Jin, and B. Etienne. Quantum limitation on coulomb blockade observed in a 2d electron system. *Phys. Rev. Lett.*, 70(1) :69–72, Jan 1993.
- [33] D. V. Averin, A. N. Korotkov, and K. K. Likharev. Theory of single-electron charging of quantum wells and dots. *Phys. Rev. B*, 44(12) :6199–6211, Sep 1991.
- [34] Y. Meir, N. S. Wingreen, and P. A. Lee. Transport through a strongly interacting electron system : Theory of periodic conductance oscillations. *Phys. Rev. Lett.*, 66(23) :3048–3051, Jun 1991.
- [35] C. W. J. Beenakker. Theory of coulomb-blockade oscillations in the conductance of a quantum dot. *Phys. Rev. B*, 44(4) :1646–1656, Jul 1991.

- [36] S. De Franceschi, S. Sasaki, J. M. Elzerman, W. G. van der Wiel, S. Tarucha, and L. P. Kouwenhoven. Electron cotunneling in a semiconductor quantum dot. *Phys. Rev. Lett.*, 86(5) :878–881, Jan 2001.
- [37] B. J. van Wees, L. P. Kouwenhoven, C. J. P. M. Harmans, J. G. Williamson, C. E. Timmering, M. E. I. Broekaart, C. T. Foxon, and J. J. Harris. Observation of zero-dimensional states in a one-dimensional electron interferometer. *Phys. Rev. Lett.*, 62(21) :2523–2526, May 1989.
- [38] A. T. Johnson, L. P. Kouwenhoven, W. de Jong, N. C. van der Vaart, C. J. P. M. Harmans, and C. T. Foxon. Zero-dimensional states and single electron charging in quantum dots. *Phys. Rev. Lett.*, 69(10) :1592–1595, Sep 1992.
- [39] M. Büttiker. Coherent and sequential tunneling in series barriers. *IBM J. Res. Develop.*, 32 :63–75, Jan 1988.
- [40] R. J. Schoelkopf, P. Wahlgren, A. A. Kozhevnikov, P. Delsing, and D. E. Prober. The radio-frequency single-electron transistor (rf-set) : A fast and ultrasensitive electrometer. *Science*, 280 :1238–1242, May 1998.
- [41] M. H. Devoret and R. J. Schoelkopf. Amplifying quantum signals with single-electron transistor. *Nature*, 406 :1039–1046, Aug 2000.
- [42] W. Lu, Z. Ji, L. Pfeiffer, K. W. West, and A. J. Rimberg. Real-time detection of electron tunneling in a quantum dot. *Nature*, 423 :422–425, May 2003.
- [43] H. Pothier, P. Lafarge, C. Urbina, D. Esteve, and M. H. Devoret. Single-electron pump based on charging effects. *Europhys. Lett.*, 17(3) :249–254, Jan 1992.
- [44] L. J. Geerligs, V. F. Anderegg, P. A. M. Holweg, J. E. Mooij, H. Pothier, D. Esteve, C. Urbina, and M. H. Devoret. Frequency-locked turnstile device for single electrons. *Phys. Rev. Lett.*, 64(22) :2691–2694, May 1990.
- [45] L. P. Kouwenhoven, A. T. Johnson, N. C. van der Vaart, C. J. P. M. Harmans, and C. T. Foxon. Quantized current in a quantum-dot turnstile using oscillating tunnel barriers. *Phys. Rev. Lett.*, 67(12) :1626–1629, Sep 1991.
- [46] M. W. Keller, J. M. Martinis, N. M. Zimmerman, and A. H. Steinbach. Accuracy of electron counting using a 7-junction electron pump. *Applied Physics Letters*, 69(12) :1804–1806, 1996.
- [47] K. Flensberg, A. A. Odintsov, F. Lieftrink, and P. Teunissen. Towards single-electron metrology. *Int. J. Mod. Phys. B*, 13 :2651–2687, 1999.
- [48] J. Bylander, T. Duty, and P. Delsing. Current measurement by real-time counting of single electrons. *Nature*, 434 :361–364, Mar 2005.
- [49] Y. A. Pashkin, Y. Nakamura, and J. S. Tsai. Metallic resistively coupled single-electron transistor. *Applied Physics Letters*, 74(1) :132–134, 1999.
- [50] T. Fujisawa, T. Hayashi, Y. Hirayama, H. D. Cheong, and Y. H. Jeong. Electron counting of single-electron tunneling current. *Applied Physics Letters*, 84(13) :2343–2345, 2004.
- [51] V. I. Talyanskii, J. M. Shilton, M. Pepper, C. G. Smith, C. J. B. Ford, E. H. Linfield, D. A. Ritchie, and G. A. C. Jones. Single-electron transport in a one-dimensional channel by high-frequency surface acoustic waves. *Phys. Rev. B*, 56(23) :15180–15184, Dec 1997.
- [52] J. Cunningham, V. I. Talyanskii, J. M. Shilton, M. Pepper, M. Y. Simmons, and D. A. Ritchie. Single-electron acoustic charge transport by two counterpropagating surface acoustic wave beams. *Phys. Rev. B*, 60(7) :4850–4855, Aug 1999.
- [53] R. C. Ashoori, H. L. Stormer, J. S. Weiner, L. N. Pfeiffer, S. J. Pearton, K. W. Baldwin, and K. W. West. Single-electron capacitance spectroscopy of discrete quantum levels. *Phys. Rev. Lett.*, 68(20) :3088–3091, May 1992.

- [54] R. C. Ashoori, H. L. Stormer, J. S. Weiner, L. N. Pfeiffer, K. W. Baldwin, and K. W. West. N-electron ground state energies of a quantum dot in magnetic field. *Phys. Rev. Lett.*, 71(4) :613–616, Jul 1993.
- [55] A. Prêtre, H. Thomas, and M. Büttiker. Dynamic admittance of mesoscopic conductors : Discrete-potential model. *Phys. Rev. B*, 54(11) :8130–8143, Sep 1996.
- [56] M. H. Pedersen and M. Büttiker. Scattering theory of photon-assisted electron transport. *Phys. Rev. B*, 58(19) :12993–13006, Nov 1998.
- [57] M. Büttiker. Quantized transmission of a saddle-point constriction. *Phys. Rev. B*, 41(11) :7906–7909, Apr 1990.
- [58] S. E. Nigg, R. Lopez, and M. Büttiker. Mesoscopic charge relaxation. *cond-mat/0606603*, 2006.

Résumé

Cette thèse est consacrée à l'étude du transport dynamique subnanoseconde de charges dans un conducteur quantique modèle : le circuit RC quantique. En appliquant des tensions hyperfréquence sur une grille située au dessus d'une boîte quantique de taille submicronique, on peut sonder la dynamique de transfert de charges de la boîte vers son réservoir. Dans le régime linéaire, elle est caractérisée par une capacité quantique liée à la densité d'états de la boîte et une résistance de relaxation de charge constante et égale au demi quantum de résistance $\frac{h}{2e^2}$ lorsqu'un seul mode de conduction est transmis du réservoir à la boîte. Je me suis plus largement consacré à l'étude du régime non linéaire obtenu en appliquant des tensions crête à crête d'amplitude comparable à l'énergie d'addition de la boîte (énergie nécessaire pour ajouter une charge élémentaire). J'ai mis en évidence dans ce régime une quantification du courant alternatif en unité de $2ef$ qui traduit l'émission et l'absorption par la boîte d'une charge unique à chaque période du signal d'excitation. Ce dispositif fonctionne alors comme une source d'électrons uniques analogue aux sources de photons uniques en optique. L'évolution du temps d'émission de la charge par effet tunnel en fonction des différents paramètres contrôlables (couplage de la boîte au réservoir, potentiel de la boîte ...) a été déterminée dans une large gamme temporelle, de la centaine de picosecondes à la dizaine de nanosecondes. Ces résultats sont en excellent accord avec un modèle théorique simple que j'ai développé durant ma thèse. Ils ouvrent la voie à des expériences d'optique électronique à une seule particule.

Mots-clés : physique mésoscopique, gaz bidimensionnel d'électrons, dynamique électronique cohérente subnanoseconde, circuit RC quantique, quantification du courant alternatif, source d'électrons uniques.

Abstract

This thesis is devoted to the study of subnanosecond charge dynamics in a model quantum conductor : the quantum RC circuit. By applying a radiofrequency excitation to a gate located on top of a submicronic quantum dot, one probes the dynamics of charge transfer from the dot to its electronic reservoir. In the linear regime, it is described by a quantum capacitance related to the density of states of the dot and a constant charge relaxation resistance equal to half the resistance quantum $\frac{h}{2e^2}$ when a single mode is transmitted between the dot and the reservoir. This thesis is especially devoted to the study of the non-linear regime obtained by applying a square excitation of amplitude comparable to the addition energy of the dot (energy required to add a single charge). I have observed in this regime a quantization of the ac current in units of $2ef$ demonstrating the emission and absorption of a single charge at each period of the excitation signal. The device acts then as a single electron source similar to single photon sources in optics. The evolution of the tunneling escape time of the charge as a function of experimental parameters (dot-reservoir coupling, dot potential...) has been measured in a broad time range, from a hundred of picoseconds to ten nanoseconds. These results are in excellent agreement with a simple theoretical description that I have developed during my thesis. This opens the way to single particle electron optics experiments.

Keywords : mesoscopic physics, two dimensional electron gas, subnanosecond coherent electronic dynamics, quantum RC circuit, quantization of the AC current, single electron source.