

Sommaire

Introduction	1
1 Comportement d'un fluide autour d'un cylindre oscillant : enjeux et problématique	3
1.1 Formulation du problème général de Navier-Stokes	5
1.2 Applications industrielles : ordres de grandeur de KC et Re	7
1.2.1 Exemples dans l'industrie nucléaire	7
1.2.2 Exemples dans l'industrie offshore	9
1.3 Caractérisation de la force de traînée dans le plan (KC , Re)	10
1.3.1 Solution du problème de Stokes pour $KC \ll 1$	10
1.3.2 Comportement asymptotique pour $KC \gg 1$	11
1.3.3 Caractérisation de la force de traînée dans le cas général	12
1.4 Régimes d'écoulement dans le plan (KC , Re)	16
1.4.1 Régimes d'écoulement pour les grands Re	16
1.4.2 Régimes d'écoulement pour les Re modérés	18
1.4.3 Comparaison des régimes à haut et bas Re : discussion	19
1.5 Conclusion	21
2 Résolution numérique	23
2.1 Mise en équations du problème	25
2.1.1 Problématique et démarche	25
2.1.2 Problème implémenté	26
2.1.3 Visualisation a posteriori	28
2.2 Construction d'un programme de résolution numérique du problème	29
2.2.1 Formulation variationnelle	29
2.2.2 Écriture matricielle en éléments finis	30
2.2.3 Construction des éléments finis	32
2.2.4 Traitement du terme convectif non-linéaire	33
2.2.5 Discrétisation temporelle	34
2.2.6 Choix d'une méthode de résolution	35
2.3 Choix des valeurs des paramètres numériques	37
2.3.1 Taille du domaine de calcul	37
2.3.2 Pas d'espace	38
2.3.3 Pas de temps	39
2.3.4 Nombre d'itérations internes	40
2.3.5 Rupture de la symétrie	40
2.3.6 Synthèse du programme, validation et limitations	41
2.4 Obtention des forces et des puissances	45
2.4.1 Méthode classique de calcul de la force du cylindre	45

2.4.2	Calcul de la force du cylindre à partir de la formulation variationnelle	46
2.4.3	Calcul des puissances à partir de la formulation variationnelle	48
2.5	Conclusion	49
3	Comportement du système sur une période d'oscillation du cylindre	51
3.1	Démarche et outils d'analyse	53
3.1.1	Définitions et problématique	53
3.1.2	Outils d'analyse de l'écoulement	54
3.2	Analyse de l'écoulement à partir de la vorticité locale et globale	56
3.2.1	Mode symétrique	56
3.2.2	Mode en V	58
3.2.3	Mode transverse	59
3.2.4	Mode oblique	60
3.2.5	Mode diagonal	61
3.2.6	Mode chaotique	63
3.3	Mécanismes régissant la dynamique des tourbillons	63
3.3.1	Deux mécanismes pour deux étapes	63
3.3.2	Dynamique de la vorticité lors du retournement du cylindre	64
3.3.3	Application aux différents modes observés	66
3.4	De l'histoire de l'écoulement à celle des forces	69
3.4.1	Analyse à partir des différents modes	69
3.4.2	Synthèse des liens entre vorticité et forces	73
3.5	Transferts d'énergie du cylindre au fluide	74
3.5.1	Calcul local des puissances dans le fluide	74
3.5.2	Localisation des transferts d'énergie cinétique et dissipée	75
3.6	Conclusion	78
4	Comportement du système sur les temps longs	81
4.1	Identification de régimes dans le plan (KC, Re)	83
4.1.1	Analyse temporelle des forces de traînée et de portance	83
4.1.2	Analyse spectrale des forces de traînée et de portance	86
4.1.3	Problématique des temps longs	89
4.2	Transitions au-delà du régime A	89
4.2.1	Identification de trois régimes de transition	90
4.2.2	Transitions le long de la courbe de stabilité marginale	93
4.3	Au cœur des régimes C, D et E	96
4.3.1	Transitions internes	96
4.3.2	Fluctuations dans les régimes D et E	98
4.3.3	Origine des fluctuations dans l'écoulement	99
4.3.4	Propriétés du spectre des forces : élargissement spectral	100
4.4	Stabilité du mode diagonal dans le régime F	102
4.4.1	Origine des fluctuations dans l'écoulement	103
4.4.2	Analyse quantitative des fluctuations de la force de traînée	104
4.4.3	Analyse synthétique du régime F	108
4.5	Étude du régime G	109
4.6	Conclusion	112

5 Vers un réseau de cylindres et une approche énergétique	115
5.1 Quelques éléments bibliographiques sur le cas de plusieurs cylindres	117
5.1.1 Études de structures dans un écoulement uniforme	117
5.1.2 Études de structures oscillantes	119
5.2 Du cylindre isolé au réseau de cylindres	120
5.2.1 Extension du programme numérique au cas d'un réseau	120
5.2.2 Identification de différents comportements dans le plan (KC, Re) .	122
5.2.3 Synthèse de l'influence de KC sur les forces	127
5.3 Vers une approche énergétique	128
5.3.1 Identification de réponses inertielles et dissipatives	128
5.3.2 De la décomposition de Morison aux coefficients énergétiques . .	131
5.4 Conclusion	137
Conclusions et perspectives	139
ANNEXES	145
A Régimes d'écoulement de Williamson et de Tatsuno & Bearman	147
B Intégrales des termes convectifs	149
B.1 Terme convectif du bilan des forces	149
B.2 Terme convectif du bilan des puissances	150
Bibliographie	151

Introduction

Des problématiques d’interactions fluide-structure se posent pour divers systèmes industriels mettant en présence des structures tubulaires couplées à un fluide externe. Par exemple, les cœurs de réacteurs nucléaires ou les échangeurs de chaleur contiennent des faisceaux de tubes immergés dont le comportement sous sollicitation sismique doit être envisagé. Les plates-formes pétrolières comportent des colonnes et des câbles soumis à la houle et aux courants marins. La prise en compte dans les pratiques industrielles des forces appliquées par le fluide sur les structures constitue un véritable enjeu afin d’améliorer la modélisation du comportement de tels dispositifs où fluides et structures sont couplés. L’objectif de cette thèse est d’améliorer la compréhension physique des mécanismes qui pilotent ces forces, à partir de l’étude en amont d’un système moins complexe qu’une installation industrielle réelle.

Cette thèse porte sur le problème générique bidimensionnel d’un cylindre circulaire rigide soumis à un déplacement rectiligne sinusoïdal perpendiculairement à son axe, et plongé dans un fluide réel incompressible initialement au repos. On considère que l’écoulement engendré par les oscillations forcées de la structure reste bidimensionnel et laminaire. Ce système peut être décrit par deux nombres adimensionnels, notamment le nombre de Reynolds (Re) comparant les effets visqueux aux effets inertIELS dans le fluide, et le nombre de Keulegan-Carpenter (KC) mesurant l’amplitude des oscillations du cylindre par rapport à son diamètre. Nous utilisons alors le plan (KC, Re) pour définir la configuration du système dont le comportement est examiné à partir de simulations numériques.

On s’intéresse à la force que le fluide exerce sur le cylindre en réponse à sa mise en mouvement par les oscillations du solide. On distingue la force de traînée, composante du vecteur force suivant l’axe des oscillations du cylindre, de la force de portance, composante normale dans le plan de l’écoulement. Notre problématique est de rechercher les phénomènes physiques à l’origine de ces forces dans la dynamique de l’écoulement, et en particulier dans l’histoire des tourbillons. Il s’agit donc d’identifier les corrélations entre les caractéristiques des forces et celles de l’écoulement, afin d’interpréter les différents profils de forces observés à travers le plan (KC, Re). Pour cela, on exploite ou développe des outils d’analyse permettant de relier différentes échelles temporelles et spatiales et divers points de vue. On propose notamment d’analyser les forces à partir de leur contenu spectral, l’écoulement à partir de diagrammes spatio-temporels de la vorticité sur le cylindre, et le lien entre la structure et le fluide à partir d’une approche énergétique.

Dans un premier chapitre, nous définissons plus précisément le système étudié dans ce manuscrit et sa modélisation à partir du problème de Navier-Stokes. Nous indiquons également les ordres de grandeur des paramètres KC et Re correspondant à quelques applications industrielles sous-jacentes à nos recherches. Puis nous dressons une synthèse des connaissances actuelles sur les forces et l'écoulement induits par les oscillations du cylindre. La littérature décrit différents types de comportement du système en fonction de KC et Re . Nous identifions les lacunes et les difficultés majeures auxquelles sont confrontés les auteurs. Ce bilan nous permet finalement d'affiner la problématique de la thèse.

Le deuxième chapitre est consacré à la construction d'un programme de résolution numérique des équations de Navier-Stokes par une méthode d'éléments finis. Les différentes étapes conduisant à une formulation numérique appropriée sont exposées. Nous justifions également les principaux choix des méthodes de discréétisation et de résolution. Les paramètres numériques du programme sont ensuite ajustés sur la base de considérations physiques pour obtenir un outil de calcul adapté à nos besoins. Enfin, nous développons une technique de calcul de post-traitement des forces et des puissances mises en jeu dans le système, qui permette de vérifier précisément les bilans des forces et des puissances.

Les résultats de simulations numériques effectuées avec le programme ainsi construit sont étudiés dans le troisième chapitre en se concentrant sur le comportement du système sur une seule période d'oscillation du cylindre. Nous définissons différents modes caractérisés par la topologie de l'écoulement autour du cylindre et le profil des forces. Les liens entre ces deux points de vue sont établis en s'appuyant notamment sur un nouvel outil d'analyse introduit pour déterminer la dynamique de la vorticité. Enfin, nous examinons les principales structures de l'écoulement qui contribuent localement aux transferts d'énergie du cylindre vers le fluide, sous forme d'énergie cinétique ou dissipée.

Dans le quatrième chapitre, on analyse la réponse du système, non plus sur un seul cycle d'oscillation, mais sur un grand nombre de périodes. On cherche à déterminer dans le plan (KC, Re) les domaines d'existence des modes précédemment identifiés. Cette problématique soulève en fait la question de leur stabilité en fonction de KC et Re . Elle est étudiée successivement pour différentes régions du plan. On identifie les origines de ces instabilités au niveau de l'écoulement et leurs conséquences pour les forces.

Enfin, le cinquième chapitre propose une ouverture du cas où la structure désigne un unique cylindre au cas où elle se compose de plusieurs cylindres assemblés en un réseau carré. Le programme numérique développé pour un cylindre est adapté à la nouvelle géométrie considérée. Suivant la démarche précédente pour interpréter les forces et l'écoulement, on compare les résultats pour les cylindres du réseau à ceux pour le cylindre isolé. Enfin, on propose une méthode d'analyse du comportement du système – qu'il s'agisse d'un seul cylindre ou d'un réseau – basée sur le bilan des puissances. Cette approche énergétique est développée ici pour caractériser le comportement global du système en fonction de KC et Re , mais elle offre d'autres perspectives qui sont discutées en conclusion.

Chapitre 1

Comportement d'un fluide autour d'un cylindre oscillant : enjeux et problématique

Ce chapitre introduit le problème physique et mathématique considéré dans cette thèse. Physiquement, il s'agit d'étudier le comportement d'un fluide réel mis en mouvement par les oscillations forcées d'un cylindre, en analysant la dynamique de l'écoulement engendré et la force que le fluide exerce en retour sur la structure. Ce problème est mathématiquement formulé par les équations de Navier-Stokes que nous présentons dans un premier temps. Le deuxième paragraphe fournit quelques exemples de systèmes industriels contribuant à motiver les recherches de réponses au problème que nous traitons ici. Aucune solution analytique des équations de Navier-Stokes n'est connue dans le cas général. Cependant, nous présentons dans le troisième paragraphe deux cas particuliers où il est possible de décrire leur solution – ou tout au moins leur forme. On introduit alors une méthode générale de caractérisation de la force de traînée exercée par le fluide sur le cylindre. Le quatrième paragraphe est ensuite dédié à une revue de l'état de l'art sur la dynamique de l'écoulement en fonction des nombres adimensionnels KC et Re définissant la configuration du système. Enfin, nous concluons ce chapitre en identifiant quelques questions qui demeurent en suspens dans la littérature et à partir desquelles nous précisons la problématique de cette thèse.

Sommaire

1.1	Formulation du problème général de Navier-Stokes	5
1.2	Applications industrielles : ordres de grandeur de KC et Re	7
1.2.1	Exemples dans l'industrie nucléaire	7
1.2.2	Exemples dans l'industrie offshore	9

1.3 Caractérisation de la force de traînée dans le plan (KC, Re)	10
1.3.1 Solution du problème de Stokes pour $KC \ll 1$	10
1.3.2 Comportement asymptotique pour $KC \gg 1$	11
1.3.3 Caractérisation de la force de traînée dans le cas général	12
1.4 Régimes d'écoulement dans le plan (KC, Re)	16
1.4.1 Régimes d'écoulement pour les grands Re	16
1.4.2 Régimes d'écoulement pour les Re modérés	18
1.4.3 Comparaison des régimes à haut et bas Re : discussion	19
1.5 Conclusion	21

1.1 Formulation du problème général de Navier-Stokes

On s'intéresse à la dynamique du problème bidimensionnel d'interaction fluide-structure schématisé sur la figure 1.1.

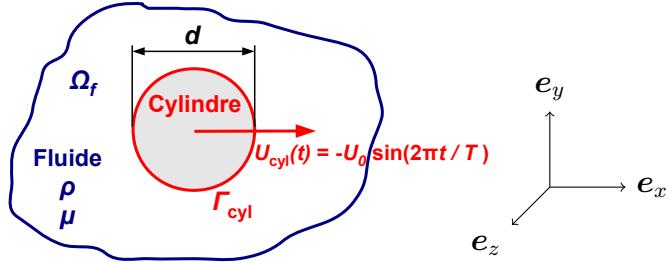


FIGURE 1.1 – Schéma du système fluide-structure considéré.

La structure est un cylindre rigide de diamètre d , soumis à un déplacement rectiligne sinusoïdal perpendiculaire à son axe. Sa vitesse instantanée $\mathcal{U}_{\text{cyl}}(t)$ s'écrit sous la forme :

$$\mathcal{U}_{\text{cyl}}(t) = \mathcal{U}_{\text{cyl}}(t) \mathbf{e}_x = -U_0 \sin\left(2\pi \frac{t}{T}\right) \mathbf{e}_x \quad (1.1)$$

où U_0 est la vitesse maximale du cylindre, T la période de ses oscillations, et \mathbf{e}_x un vecteur unitaire suivant l'axe du mouvement du cylindre. L'amplitude du déplacement du cylindre est notée $D = U_0 T / (2\pi)$.

Le fluide est réel Newtonien incompressible de masse volumique ρ et de viscosité dynamique μ . On utilisera également sa viscosité cinématique $\nu = \mu/\rho$. Le fluide occupe un milieu infini. Initialement au repos, il est mis en mouvement par les oscillations de la structure. On considère que l'écoulement induit reste bidimensionnel et laminaire. Sa dynamique est alors régie par les équations de Navier-Stokes, dont la forme locale s'écrit :

$$\begin{cases} \operatorname{div} \bar{\mathbf{u}} = 0 & \text{dans } \Omega_f \\ \rho \frac{\partial \bar{\mathbf{u}}}{\partial t} + \rho \bar{\mathbf{u}} \cdot \nabla \bar{\mathbf{u}} = -\nabla \bar{p} + \mu \Delta \bar{\mathbf{u}} & \text{dans } \Omega_f \\ \bar{\mathbf{u}}(t=0) = \mathbf{0} & \text{dans } \Omega_f \\ \bar{\mathbf{u}} = \mathcal{U}_{\text{cyl}}(t) & \text{sur } \Gamma_{\text{cyl}} \end{cases} \quad (1.2)$$

où $\bar{\mathbf{u}}$ et \bar{p} sont les champs de vitesse et de pression instantanées dans le fluide, Ω_f désigne le volume de fluide et Γ_{cyl} le contour du cylindre. La première équation, dite de continuité, traduit la conservation de la masse avec la contrainte d'incompressibilité du fluide. La seconde équation exprime le bilan de la quantité de mouvement. Le membre de gauche est la dérivée partielle de la quantité de mouvement $\rho \bar{\mathbf{u}}$. Le membre de droite est la divergence du tenseur des contraintes $\underline{\underline{\sigma}} = -\bar{p} \underline{\underline{1}} + \mu(\nabla \bar{\mathbf{u}} + {}^t \nabla \bar{\mathbf{u}})$, modélisant les efforts de pression et de viscosité. Les deux dernières équations du système (1.2) expriment les conditions initiale et aux limites.

On se ramène à une écriture adimensionnelle du problème (1.2) à partir des grandeurs caractéristiques du système. Le diamètre du cylindre d est choisi pour échelle des longueurs, la période d'oscillation T du cylindre pour les temps, la vitesse maximale du cylindre U_0 pour les vitesses. Enfin, les pressions sont adimensionnées par ρU_0^2 qui est l'ordre de grandeur de la pression dans le cas d'un fluide peu visqueux et de grands déplacements de la structure. On obtient ainsi le problème (1.3) suivant :

$$\begin{cases} \operatorname{div} \mathbf{u} = 0 & \text{dans } \Omega_f \\ \frac{1}{KC} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\nabla p + \frac{1}{Re} \Delta \mathbf{u} & \text{dans } \Omega_f \\ \mathbf{u}(t=0) = \mathbf{0} & \text{dans } \Omega_f \\ \mathbf{u} = \mathbf{U}_{\text{cyl}}(t) & \text{sur } \Gamma_{\text{cyl}} \end{cases} \quad (1.3)$$

dans lequel \mathbf{x} , t , \mathbf{u} , p et $\mathbf{U}_{\text{cyl}}(t)$ désignent à présent les grandeurs adimensionnelles.

Deux nombres adimensionnels apparaissent dans le problème (1.3). D'une part, le nombre de Reynolds $Re = \rho U_0 d / \mu$ mesure le rapport des forces de convection $\rho d U_0^2$ et de viscosité μU_0 par unité de longueur. D'autre part, le nombre de Keulegan-Carpenter [1] $KC = U_0 T / d = 2\pi D / d$ compare l'amplitude des oscillations du cylindre D par rapport à son diamètre d . Dans la littérature, un troisième nombre adimensionnel est aussi fréquemment employé. Il s'agit du nombre de Stokes β défini comme le rapport des deux paramètres précédents. On a ainsi :

$$Re = \frac{U_0 d}{\nu} \quad , \quad KC = \frac{U_0 T}{d} = 2\pi \frac{D}{d} \quad \text{et} \quad \beta = \frac{Re}{KC} = \frac{d^2}{\nu T} \quad (1.4)$$

Le nombre de Stokes représente le carré du ratio du diamètre du cylindre sur l'épaisseur de la couche limite. Sarpkaya [2] raconte l'origine de ce nombre introduit par Stokes [3] sous le nom de « coefficient de friction » pour le problème linéarisé, puis la généralisation de son utilisation au problème non-linéaire complet.

Ainsi, la configuration du système peut être caractérisée à partir de la donnée de deux des trois nombres adimensionnels de l'équation (1.4). Dans cette étude, nous avons choisi le plan (KC, Re) . Les auteurs utilisent généralement cette paire [4, 5, 6], ou bien le couple (β, KC) [7, 8, 9, 10, 11].

A partir de la solution (\mathbf{u}, p) du problème (1.3), on obtient la dynamique de l'écoulement induit par les oscillations du cylindre, en visualisant par exemple les champs de vitesse, de pression, de vorticité, les lignes de courant,... On peut également déterminer la force $\mathcal{F}_{\text{cyl}}(t)$ que le fluide exerce en retour sur la structure en intégrant l'équation du bilan de quantité de mouvement sur le volume fluide. Sa composante $\mathcal{F}_x(t)$ suivant l'axe des oscillations du cylindre est appelée force de traînée. La composante transverse $\mathcal{F}_y(t)$ désigne alors la force de portance. Les forces adimensionnelles associées $\mathbf{F}_{\text{cyl}}(t)$, $F_x(t)$ et $F_y(t)$ sont obtenues par division par $\rho d U_0^2$. De manière générale, les grandeurs dimensionnelles seront notées en lettres rondes et les grandeurs adimensionnelles en lettres droites.

La difficulté est que l'on ne sait pas résoudre analytiquement le problème (1.3) dans le cas général, notamment à cause du terme convectif non-linéaire $\mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u}$. Cependant, lorsque KC et Re respectent certaines conditions, il est possible d'apporter des éléments de réponses. Nous allons d'abord examiner les ordres de grandeur des valeurs de KC et Re pour quelques exemples de problèmes industriels (paragraphe 1.2). Puis nous décrirons les méthodes employées dans la littérature pour estimer les forces exercées par le fluide sur la structure (paragraphe 1.3).

1.2 Applications industrielles : ordres de grandeur de KC et Re

Dans ce paragraphe, nous examinons quelques exemples de systèmes industriels pour lesquels le problème d'un cylindre oscillant dans un fluide initialement au repos constitue un premier pas vers une analyse et une modélisation du comportement physique. Nous précisons dans chaque cas les ordres de grandeur des paramètres KC et Re mis en jeu.

1.2.1 Exemples dans l'industrie nucléaire

On rencontre fréquemment dans l'industrie nucléaire des faisceaux de tubes immergés dans un fluide (figure 1.2), que ce soit dans les cœurs des réacteurs (de types réacteur à eau pressurisée REP, réacteur à neutrons rapides et à caloporteur sodium RNR-Na, ou réacteur embarqué), les générateurs de vapeur, ou même les réseaux de tuyauterie [12, 13]. Les calculs de dimensionnement de ces structures doivent alors prendre en compte les sollicitations dynamiques qu'elles peuvent subir, par exemple sous l'action de vibrations sous écoulement, d'excitations sismiques ou d'impacts.

Un cœur de réacteur à eau pressurisée (REP)¹, schématisé sur la figure 1.2c, est constitué de 157 assemblages combustibles se présentant sous la forme de poutres carrées composées de $17 \times 17 = 289$ tubes cylindriques. La figure 1.2a en montre une photographie. Il s'agit de 264 crayons combustibles et 25 tubes guides d'environ 1 cm de diamètre d et 4 m de longueur [16, page 11]. Ils sont immergés dans le fluide caloporteur du circuit primaire – ici de l'eau liquide – qui circule le long des assemblages. Sa température est de 300°C et sa pression de 155 bar. La viscosité cinématique ν de l'eau est alors d'environ $1,2 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$. Pour modéliser correctement le comportement dynamique de ces cœurs, il s'avère nécessaire de prendre en compte la présence du fluide, car il modifie les fréquences propres de vibrations de la structure par rapport au cas où elle serait plongée dans de l'air. La baisse de fréquences due au fluide est de 10 à 15% suivant les cas [14]

1. Ces données sont celles d'une tranche fournissant une puissance électrique de 900 MW.

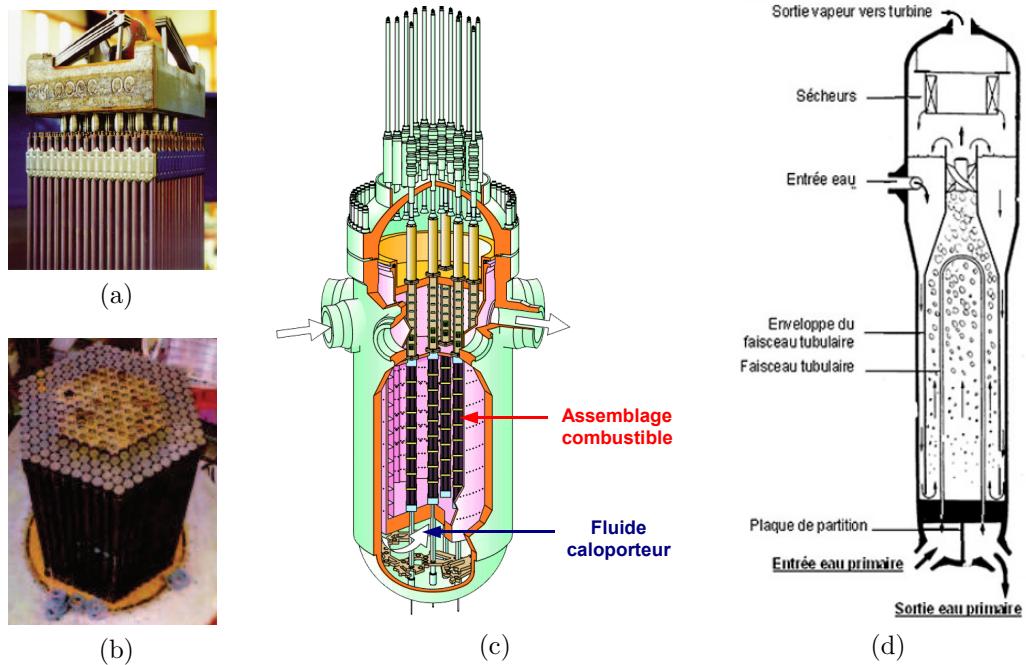


FIGURE 1.2 – Exemples de structures nucléaires comportant des réseaux de tubes plongés dans un fluide. (a) Assemblage combustible [14], (b) cœur RNR [14], (c) cœur REP [14], (d) générateur de vapeur [15].

et les taux d'amortissement en partie induits par l'écoulement axial peuvent atteindre l'ordre de 30% [17, 18].

Considérons qu'un séisme d'accélération γ comprise entre 0,1 et 1g (soit 1 à 10m.s⁻²) secoue la structure à sa fréquence propre $f = 3\text{Hz}$. On obtient pour KC et Re les valeurs suivantes :

$$\begin{cases} \text{KC} = \frac{\gamma}{2\pi f^2 d} \sim 1,8 \text{ à } 18 \\ \text{Re} = \frac{\gamma d}{2\pi f \nu} \sim 4.10^3 \text{ à } 4.10^4 \end{cases} \quad (1.5)$$

Les coeurs des réacteurs à neutrons rapides refroidis au sodium (RNR-Na) [19] renferment quelques centaines d'assemblages combustibles en réseau hexagonal (figure 1.2b), regroupant des tubes de combustible d'un diamètre proche de ceux des coeurs REP. Le fluide caloporteur est du sodium liquide, à une température de 530°C et une pression de 1 à 4 bar [20]. Sa viscosité cinématique ν est alors de $2,8.10^{-7}\text{m}^2.\text{s}^{-1}$. Pour la sollicitation sismique considérée précédemment, on obtient de nouveau KC $\sim 1,8$ à 18, mais pour Re $\sim 2.10^3$ à 2.10^4 .

Les générateurs de vapeur (GV) associés aux réacteurs à eau pressurisée sont composés de 3500 à 5600 tubes de 2 cm de diamètre en forme de U, contenant le liquide caloporteur issu du circuit primaire (figure 1.2d). L'ordre de grandeur de leur première fréquence propre, calculé par Axisa [21], est de 35 Hz. Les tubes sont plongés dans l'eau du circuit secondaire. Traversant le générateur de vapeur, cette eau est chauffée et produit de la

vapeur fournie aux turbines pour générer de l'électricité. La température de l'eau en entrée du circuit secondaire est de 220°C et sa pression de 60 bar, donnant une viscosité cinématique de $1,4 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$. La sollicitation sismique précédente conduit alors à des valeurs de $KC \sim 0,01$ à $0,1$ et $Re \sim 600$ à 6000 .

1.2.2 Exemples dans l'industrie offshore

Les plates-formes pétrolières déployées dans l'industrie offshore se composent d'une multitude de structures immergées, dont la figure 1.3 présente cinq exemples. Leurs sections caractéristiques sont de l'ordre du centimètre pour certains câbles, de la trentaine de mètres pour les pontons et colonnes des plates-formes à câbles tendus (TLP, pour Tension Leg Platforms en anglais) [22], ou de la centaine de mètres pour les caissons des plates-formes gravitaires en béton [23].

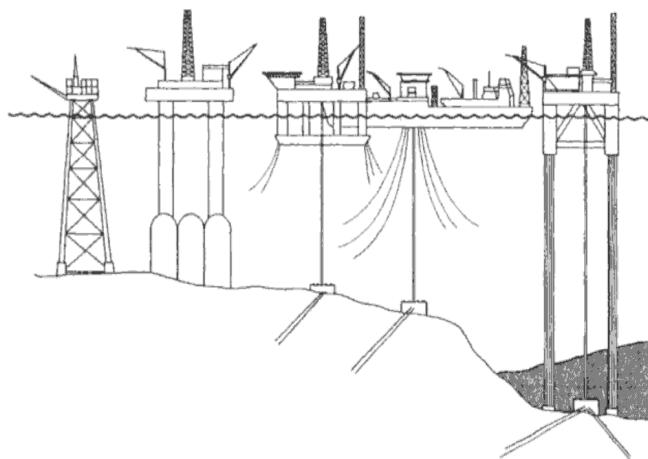


FIGURE 1.3 – Exemples de structures offshore. De gauche à droite : jacket (plate-forme en treillis métallique clouée sur le fond marin), plate-forme gravitaire en béton, plate-forme semi-submersible, bâtiment de production flottant sur touret, TLP. (Extrait de la figure 1.1 de Faltinsen [23])

A cette diversité des structures s'ajoute celle des sollicitations auxquelles elles sont soumises. Les parties des composants situées à proximité de la surface peuvent subir une houle dont la période est comprise entre 3 et 20 s et la longueur d'onde, généralement de l'ordre de 10 m, peut cependant atteindre les 300 m dans les cas extrêmes [23, page 10]. En profondeur, les gradients de température induisent des variations de la masse volumique de l'eau de mer, engendrant des ondes internes dont la vitesse de phase est de l'ordre de 1 ou 2 m.s^{-1} [24, page 56]. Enfin, les risers sont également excités par les mouvements des supports flottants de production, imposés à leur extrémité supérieure [25, chapitre 7].

Ainsi, dans le cas du mouvement de dérive lente de plates-formes semi-submersibles, les valeurs de KC rapportées au diamètre des colonnes sont comprises entre 0,005 et 5 pour des paramètres β de l'ordre de 10^6 ou 10^7 [24, 26]. A l'inverse, les caissons des plates-formes gravitaires voient des nombres de KC pouvant atteindre un maximum de 20 [23]. Pour les lignes d'ancrages, KC est de l'ordre de 10 et β de 10^5 [22].

1.3 Caractérisation de la force de traînée dans le plan (KC, Re)

Les quelques exemples de structures industrielles proposés dans le paragraphe 1.2 laissent entrevoir la diversité des ordres de grandeur de KC et de Re que l'on peut rencontrer en pratique. Nous allons maintenant parcourir le plan (KC, Re) et examiner les caractéristiques de la force de traînée $\mathcal{F}_x(t)$ dans les différents cas qui se présentent. Les deux premiers paragraphes traitent des situations extrêmes où KC atteint des valeurs très faibles ou très élevées. Le troisième paragraphe présente une méthode classique de caractérisation de la force dans le cas général.

1.3.1 Solution du problème de Stokes pour $KC \ll 1$

Lorsque l'amplitude des oscillations du cylindre est très faible et que l'écoulement reste bidimensionnel, laminaire et attaché, l'accélération convective peut être négligée. Les équations de Navier-Stokes (1.2) se réduisent alors aux équations de Stokes [3] :

$$\begin{cases} \operatorname{div} \bar{\mathbf{u}} = 0 \\ \rho \frac{\partial \bar{\mathbf{u}}}{\partial t} = -\nabla \bar{p} + \mu \Delta \bar{\mathbf{u}} \end{cases} \quad (1.6)$$

Linéaires, elles permettent d'obtenir une expression analytique de la force appliquée sur le cylindre. L'écoulement restant symétrique, la portance est nulle, tandis que la traînée est donnée par :

$$\mathcal{F}_x^{\text{Stokes}}(t) = -C_m \frac{\rho \pi d^2}{4} \frac{d\mathcal{U}_{\text{cyl}}(t)}{dt} - C_d \frac{1}{2} \rho d U_0 \mathcal{U}_{\text{cyl}}(t) \quad (1.7)$$

où les coefficients inertiel C_m et d'amortissement C_d s'expriment à partir des fonctions de Bessel. On pourra consulter l'annexe A de la thèse de Melot [27].

Wang [28] a calculé le développement asymptotique des coefficients C_m et C_d de la solution (1.7) de Stokes lorsque $KC \ll 1$, $KC \times Re \ll 1$ et $\beta \gg 1$:

$$\begin{cases} C_m = 1 + 4(\pi\beta)^{-1/2} + (\pi\beta)^{-3/2} + \dots \\ C_d = \frac{3\pi^3}{2KC} \left[(\pi\beta)^{-1/2} + (\pi\beta)^{-1} - \frac{1}{4}(\pi\beta)^{-3/2} + \dots \right] \end{cases} \quad (1.8)$$

Signalons que le problème de Stokes (1.6) peut encore être simplifié en formulant l'hypothèse d'un fluide parfait. Retirant le terme visqueux $\mu \Delta \mathbf{u}$, on obtient ainsi les équations d'Euler. La solution déterminée par Fritz [29] pour la force de traînée dans le cas d'un cylindre oscillant dans un milieu fluide infini s'écrit [12, 21] :

$$\mathcal{F}_x^{\text{Euler}}(t) = -\frac{\rho \pi d^2}{4} \frac{d\mathcal{U}_{\text{cyl}}(t)}{dt} \quad (1.9)$$

Il s'agit du premier terme de la solution (1.7) plus générale de Stokes. La force est proportionnelle à l'accélération du cylindre. On parle alors de réponse inertuelle du fluide.

Le coefficient de proportionnalité, ici égal à la masse linéique m_d du cylindre, est appelé coefficient de masse ajoutée. En effet, on peut montrer [30] que l'énergie cinétique $\mathcal{E}_{cf}(t)$ du *fluide* s'exprime à partir de celle du *solide*, selon la relation $\mathcal{E}_{cf}(t) = \frac{1}{2}m_d\mathcal{U}_{cyl}^2(t)$.

Par ailleurs, certains auteurs cherchent à préciser le domaine de validité de la solution (1.7) de Stokes et Wang. Les expressions théoriques (1.8) sont en accord avec les observations expérimentales de Lin [31] pour des écoulements bidimensionnels à $\beta = 76$. Toutefois, lorsque KC ou β croissent, le coefficient C_d subit une augmentation qui n'est pas prédicta par la solution de Stokes et Wang. Ce phénomène résulte de l'apparition de structures tourbillonnaires tridimensionnelles en forme de champignons, alignées le long de l'axe du cylindre. Elles sont présentées sur la figure 1.4 (ou sur la figure 3 de Sarpkaya [32]). On parle de structures de Honji [33], qui les a observées expérimentalement pour $70 \leq \beta \leq 700$ et $KC < 2,5$.

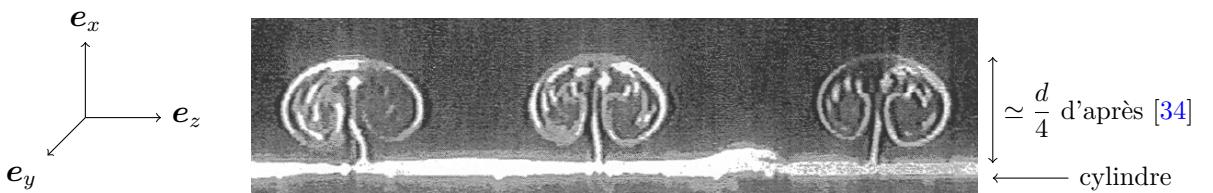


FIGURE 1.4 – Structures de Honji à $KC = 0,58$ et $\beta = 9956$ observées par Sarpkaya [35].

Par une analyse asymptotique de la stabilité de la couche limite, Hall [36] prédit la valeur critique de KC en fonction de β au-delà de laquelle la couche limite se détache du cylindre. Il obtient la relation $KC_{cr} = 5,778\beta^{-1/4}$. Cette limite coïncide avec le seuil d'apparition des structures de Honji, et le minimum du coefficient d'amortissement C_d . Ces résultats sont notamment mis en évidence par Sarpkaya [37, 26, 32], Smith [8] et Cobbin [38]. La valeur critique KC_{cr} constitue ainsi une limite supérieure du domaine de validité des expressions (1.8) de Stokes et Wang dans le plan (β, KC) .

1.3.2 Comportement asymptotique pour $KC \gg 1$

Intéressons-nous maintenant au cas inverse où KC devient infiniment grand. Les oscillations du cylindre deviennent alors de plus en plus amples. Le comportement du système à chaque course du cylindre peut alors être envisagé à partir du cas asymptotique où le cylindre progresse à vitesse constante U_0 dans un fluide au repos. Par changement de référentiel, ce problème est équivalent à celui d'un écoulement uniforme autour d'un cylindre fixe. Ce problème doit à la simplicité de sa géométrie et à l'étendue de son champ d'applications, de nombreux travaux, de d'Alembert en 1768 sur le paradoxe qui porte son nom, à nos jours [39]. Ces études ont notamment permis de décrire la structure de l'écoulement et les forces de traînée \mathcal{F}_x et de portance \mathcal{F}_y exercées par le fluide sur le cylindre en fonction de Re. Une première bifurcation brisant la stabilité de l'écoulement

intervient pour $Re \sim 48$, avec l'apparition d'une allée de Bénard-Von Kármán composée de tourbillons contra-rotatifs (voir l'exemple de la figure 2.7 du chapitre 2). Écrite sous forme adimensionnelle, la fréquence f_K du lâcher tourbillonnaire est appelée nombre de Strouhal $Sr = f_K d/U_0$. Sa valeur, initialement de 0,125, augmente jusqu'à 0,2 pour $Re \sim 200$ puis reste constante [40]. Une première relation décrivant cette évolution sous la forme $Sr = a(1 - b/Re)$ s'est répandue grâce à Roshko [41]. Parmi d'autres relations introduites par la suite, mentionnons notamment le développement en $1/\sqrt{Re}$ proposé par Williamson [42].

Les forces de traînée \mathcal{F}_x et de portance \mathcal{F}_y par unité de longueur exercées sur le cylindre fixe dans un écoulement uniforme s'expriment sous la forme :

$$\mathcal{F}_x = -\frac{1}{2}\rho dU_0^2 C_x \quad \text{et} \quad \mathcal{F}_y = -\frac{1}{2}\rho dU_0^2 C_y \quad (1.10)$$

où C_x et C_y sont les coefficients de traînée et de portance, ce dernier n'étant non-nul que pour $Re \geq 48$. Leurs variations en fonction de Re ont été largement étudiées, par exemple par Fornberg [43] pour le régime stationnaire, et Norberg [44], Posdziech [45] ou Rajani [39] pour le régime instationnaire. La figure 1.5 montre la courbe de C_x en fonction de Re qui fait référence dans la littérature (voir les ouvrages de Rebuffet [46, page 285], Sumer [47, page 43] ou Chassaing [48, leçon 9]). Lorsque Re est faible, le coefficient de traînée décroît en $1/Re$. La force est alors pilotée par la viscosité. Elle dépend non plus quadratiquement, mais linéairement de la vitesse, $\mathcal{F}_x \propto \mu U_0$. Puis C_x se stabilise à une valeur légèrement supérieure à 1.

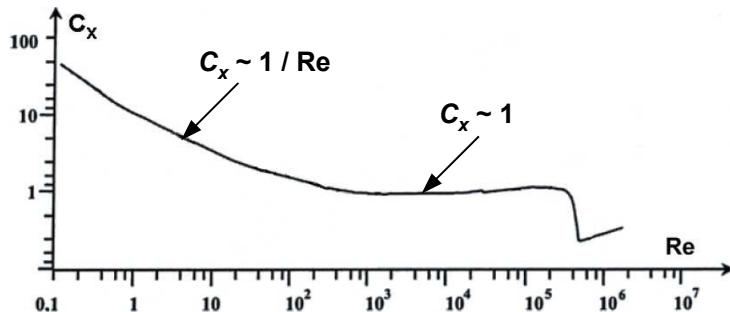


FIGURE 1.5 – Variations du coefficient de traînée C_x de la force exercée sur un cylindre fixe dans un écoulement uniforme en fonction de Re (figure inspirée de Chassaing [48]).

Dans le cadre de cette étude, ce problème nous sert de référence pour valider notre programme de calculs au paragraphe 2.3.6, et surtout pour appréhender le comportement asymptotique du problème oscillant lorsque KC tend vers l'infini.

1.3.3 Caractérisation de la force de traînée dans le cas général

Les deux paragraphes précédents ont décrit les caractéristiques de la force exercée par le fluide sur le cylindre dans les cas asymptotiques où KC est très petit ou très grand. Pour

des valeurs intermédiaires, le comportement de la force s'avère plus complexe. Morison [49] propose alors de caractériser la force de traînée à partir de deux coefficients issus de la décomposition suivante :

$$\mathcal{F}_x^{\text{Morison}}(t) = -\alpha_m \frac{\rho \pi d^2}{4} \frac{d\mathcal{U}_{\text{cyl}}}{dt}(t) - \alpha_d \frac{1}{2} \rho d |\mathcal{U}_{\text{cyl}}(t)| \mathcal{U}_{\text{cyl}}(t) \quad (1.11)$$

où α_m et α_d sont les coefficients inertiel et d'amortissement.

Cette formulation semi-empirique décrit la force comme la somme d'un terme en phase avec l'accélération du cylindre et d'un terme en phase avec le carré de la vitesse du cylindre – en fait $|\mathcal{U}_{\text{cyl}}(t)| \mathcal{U}_{\text{cyl}}(t)$. Le premier terme correspond à la solution analytique (1.9) de Stokes [3] et Fritz [29] lorsque le cylindre est soumis à des oscillations de très faible amplitude ($KC \rightarrow 0$). Le second terme est issu de la solution empirique du cas asymptotique où $KC \rightarrow +\infty$. Nous avons alors vu que la force était proportionnelle au carré de la vitesse du cylindre (équation (1.10)). Dans la formule (1.11), Morison remplace le terme $\mathcal{U}_{\text{cyl}}^2(t)$ par $|\mathcal{U}_{\text{cyl}}(t)| \mathcal{U}_{\text{cyl}}(t)$ pour prendre en compte le changement de sens du mouvement du cylindre à chaque demi-période.

En pratique, les coefficients α_m et α_d doivent être déterminés empiriquement. Généralement, le second terme en $|\mathcal{U}_{\text{cyl}}(t)| \mathcal{U}_{\text{cyl}}(t)$ est d'abord linéarisé suivant l'équation (1.12), en remplaçant $\mathcal{U}_{\text{cyl}}(t)$ par sa définition (1.1) :

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_x^{\text{Morison}}(t) &= \rho d U_0^2 \left[\frac{\pi^2}{2 KC} \alpha_m \cos\left(2\pi \frac{t}{T}\right) + \frac{1}{2} \alpha_d \left| \sin\left(2\pi \frac{t}{T}\right) \right| \sin\left(2\pi \frac{t}{T}\right) \right] \\ &= \rho d U_0^2 \left[\frac{\pi^2}{2 KC} \alpha_m \cos\left(2\pi \frac{t}{T}\right) + \frac{4}{3\pi} \alpha_d \sin\left(2\pi \frac{t}{T}\right) \right] \end{aligned} \quad (1.12)$$

Puis α_m et α_d sont définis à partir des premiers termes de la décomposition en série de Fourier de la force :

$$\begin{cases} \alpha_m = \frac{2 KC}{\pi^2} \left[\frac{2}{T} \int_0^T \frac{\mathcal{F}_x(t)}{\rho d U_0^2} \cos\left(2\pi \frac{t}{T}\right) dt \right] \\ \alpha_d = \frac{3\pi}{4} \left[\frac{2}{T} \int_0^T \frac{\mathcal{F}_x(t)}{\rho d U_0^2} \sin\left(2\pi \frac{t}{T}\right) dt \right] \end{cases} \quad (1.13)$$

Soulignons toutefois que lorsque KC tend vers zéro, on obtient par identification entre les équations (1.12) et (1.7) :

$$\begin{cases} \alpha_m \xrightarrow{KC \rightarrow 0} C_m &= 1 + 4(\pi\beta)^{-1/2} + (\pi\beta)^{-3/2} + \dots \\ \alpha_d \xrightarrow{KC \rightarrow 0} \frac{3\pi}{8} C_d &= \frac{9\pi^4}{16 KC} \left[(\pi\beta)^{-1/2} + (\pi\beta)^{-1} - \frac{1}{4}(\pi\beta)^{-3/2} + \dots \right] \end{cases} \quad (1.14)$$

ce qui fournit dans ce cas une expression analytique des coefficients α_m et α_d de la décomposition de Morison.

La décomposition de Morison est une méthode classique pour décrire la force exercée par le fluide sur le cylindre car elle s'avère très pratique à utiliser pour des applications industrielles. En effet, si le déplacement du cylindre $\mathcal{X}_{\text{cyl}}(t)$ est modélisé par une équation d'oscillateur, alors la prise en compte de la force exercée par le fluide sur le cylindre, exprimée par la décomposition de Morison linéarisée (1.12), conduit à l'équation (1.15) :

$$\begin{aligned} M \frac{d\mathcal{U}_{\text{cyl}}}{dt}(t) + C \mathcal{U}_{\text{cyl}}(t) + K \mathcal{X}_{\text{cyl}}(t) &= \mathcal{F}_x^{\text{Morison}}(t) \\ M(1 + \alpha_m) \frac{d\mathcal{U}_{\text{cyl}}}{dt}(t) + \left(C + \frac{4}{3\pi} \rho d U_0 \alpha_d \right) \mathcal{U}_{\text{cyl}}(t) + K \mathcal{X}_{\text{cyl}}(t) &= 0 \end{aligned} \quad (1.15)$$

où $M = \rho \pi d^2 / 4$ est la masse linéique du cylindre, C le coefficient d'amortissement du cylindre sans fluide, et K la raideur du cylindre. Ainsi, avec la formule (1.12) de Morison linéarisée, la présence du fluide se traduit par une simple augmentation de la masse et de l'amortissement effectifs de la structure, ce qui permet de rendre compte des observations du paragraphe 1.2.1.

Par suite, l'intérêt pratique de la décomposition de Morison a motivé de nombreux auteurs pour déterminer les coefficients α_m et α_d en fonction de KC et Re , ou de β et KC . Le tableau 1.1 rassemble quelques uns de ces travaux, classés chronologiquement, et précise les plages de β , KC et Re considérées.

Ce tableau met en évidence la grande diversité des régions du plan (KC , Re) explorées. Une grande part des données disponibles porte sur le cas des petits KC et grands Re . Ces recherches sont souvent motivées par des applications dans l'industrie offshore, présentées au paragraphe 1.2.2. Elles s'inscrivent dans le cadre d'études sur le domaine de validité des expressions (1.14), c'est-à-dire de celui des formules de Stokes et Wang [28] discuté au paragraphe 1.3.1 ainsi que par Cobbin [38], Chaplin [59], Sarpkaya [26] et Melot [27, figures 1.6 et 1.7]).

Les publications recensées font communément part de résultats obtenus pour un intervalle de valeurs de KC et une valeur fixée du paramètre β . Cette habitude dérive des pratiques expérimentales, sur lesquelles reposent les toutes premières études. En effet, qu'il s'agisse d'un cylindre fixe dans un bassin d'eau en forme de U avec un écoulement oscillant [53, 54, 57, 32], ou d'un cylindre mobile dans un bassin d'eau stagnante [7, 55, 4, 22, 59], le modèle de cylindre et le fluide (donc d et ν) sont généralement fixés, ainsi que la fréquence $f = 1/T$ des oscillations du dispositif. La valeur de $\beta = f d^2 / \nu$ est alors imposée. Puis la valeur de KC est modulée en réglant l'amplitude D des oscillations du support.

La campagne de mesures des coefficients de Morison [49] la plus fournie est sans doute celle de Sarpkaya. Elle a abouti au tracé des variations de α_m et α_d en fonction de KC pour cinq valeurs de β comprises entre 497 et 5260. Ces courbes font référence, dans les ouvrages de Naudascher & Rockwell [52] et Molin [24] parmi d'autres. Elles sont également reproduites ici sur la figure 1.6. Pour denses que soient les résultats de Sarpkaya, ils

Auteur	Approche	β	KC	Re
Sarpkaya [50, 51, 37] (voir [52] et [24])	exp.	[497 - 11240]	[3,5 - 60]	[1740 - 3.10 ⁵]
Bearman [53]	exp.	[196 - 1665]	[0,1 - 10]	[350 - 16650]
Obasaju [54]	exp.	[109 - 1665]	[4 - 55]	[2415 - 5.10 ⁴]
Smith [8]	num.	483, 1035	[0,1 - 3]	[48 - 3105]
Justesen [55]	exp. et num.	196, 483, 1035 196	[0,2 - 3] [0,2 - 26]	[2 - 3105] [0,2 - 5096]
Cobbin [38]	num.	5, 8.10 ⁶ 1.10 ¹⁰	[1.10 ⁻² - 4] [1.10 ⁻³ - 0,1]	[6.10 ⁴ - 3.10 ⁷] [1.10 ⁷ - 1.10 ⁹]
Lin [31]	num.	76	[1,5 - 30]	[114 - 2280]
Sun [56]	num.	1035	[0,4 - 4]	[414 - 4140]
Okajima [57]	exp.	95 153	[1 - 18] [1 - 18]	[95 - 1710] [153 - 2754]
Zhang [58]	num.	200	[0,2 - 18]	[40 - 3600]
Iliadis [9]	num.	34 53	[0,2 - 10] [0,2 - 10]	[6,8 - 340] [10,6 - 530]
Dütsch [4]	exp. et num.	35	[0,5 - 15]	[17,5 - 525]
Chaplin [22, 59]	exp.	[1, 6.10 ⁵ - 10 ⁶]	[3.10 ⁻⁴ - 0,2]	[400 - 1, 3.10 ⁵]
Zhou [60]	num.	200	[0,2 - 10]	[40 - 2000]
Uzunoğlu [5]	num.	35	[0,5 - 8]	[17,5 - 280]
Sarpkaya [26]	exp.	1 365 000	[2.10 ⁻³ - 0,4]	[2730 - 5.10 ⁵]
Guilmineau [61]	num.	20	5	200
Anagnostopoulos [62]	num.	50	[0,1 - 6]	[5 - 300]
Chew [63]	num.	20, 50	4, 10	200

TABLE 1.1 – Auteurs, classés par ordre chronologique de leurs publications, ayant déterminé numériquement (num.) ou expérimentalement (exp.) les coefficients inertiel α_m et d'amortissement α_d de la formule (1.11) pour différentes valeurs de β , KC et Re.

ne couvrent pas tout le domaine d'intérêt du plan (β , KC), en particulier pas les faibles valeurs de β . Dans l'ensemble, le tableau 1.1 montre que les principales études portent sur des valeurs de β produisant des valeurs de Re assez élevées, i.e. supérieures à 1000, dès que KC dépasse quelques unités. Autrement dit, les données bibliographiques ne permettent pas d'examiner l'influence de Re sur α_m et α_d lorsqu'il reste modéré, puisque trop peu de résultats concernent cette région du plan (KC, Re). Nous allons justement l'analyser dans ce manuscrit.

Par ailleurs, les courbes de la figure 1.6 montrent que la sensibilité des coefficients α_m et α_d à la valeur de β s'accroît lorsque KC augmente, pour $KC \geq 7$ sur la figure 1.6a. En

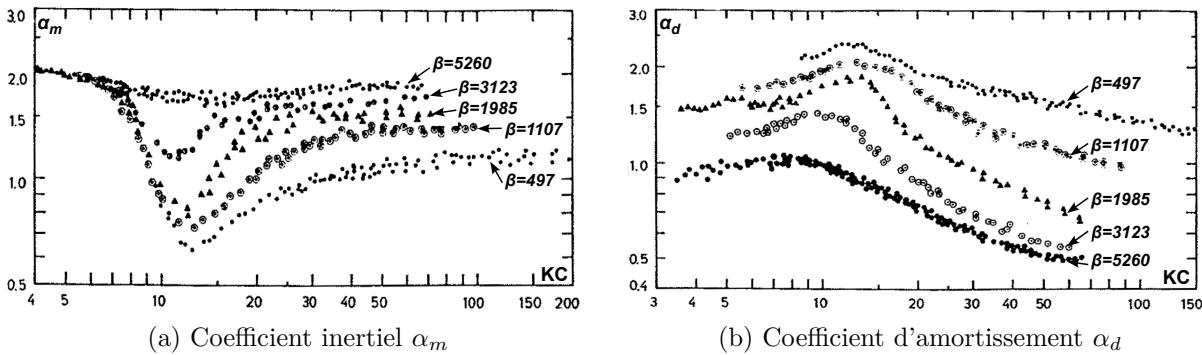


FIGURE 1.6 – Coefficients inertiel α_m (a) et d'amortissement α_d (b) de la décomposition de Morison (équation (1.11)) déterminés par Sarpkaya [50, 51] en fonction de KC pour différentes valeurs de β .

fait, les écarts entre les courbes surgissent avec la séparation de l'écoulement conduisant au lâcher tourbillonnaire. La disparité des valeurs de α_m et α_d n'est alors que le reflet de la complexité croissante de l'écoulement engendré. C'est pourquoi nous allons à présent nous intéresser à la structure de l'écoulement dans le plan (KC, Re).

1.4 Régimes d'écoulement dans le plan (KC, Re)

Lorsque l'on parcourt le plan (KC, Re), diverses structures de l'écoulement apparaissent. Un pan entier de la littérature est consacré à l'identification et la classification de différents régimes d'écoulement. Les deux principales familles de régimes sont celles introduites par Williamson [64] pour de grandes valeurs de Re (correspondant au cas de la figure 1.6), et par Tatsuno & Bearman [7] pour des nombres de Re plus modérés. Elles sont successivement présentées dans les paragraphes 1.4.1 et 1.4.2 suivants. L'annexe A complète ces descriptions par des exemples de figures extraits de la littérature représentant les écoulements en question.

1.4.1 Régimes d'écoulement pour les grands Re

Grâce à des visualisations expérimentales de la structure de l'écoulement et des mesures des forces de traînée et de portance pour $0 \leq KC \leq 40$ et $\beta = 730$ ou 255 , Williamson [64] est l'un des premiers auteurs à définir une succession de régimes dont les frontières dépendent uniquement de KC [64, figure 3]. Les modes dominants de lâcher tourbillonnaire sont décrits de la manière suivante.

Pour $KC < 7$, on observe à chaque course du cylindre la formation d'une paire de tourbillons attachés. Ils sont symétriques jusqu'à $KC = 4$, puis asymétriques.

Pour $7 \leq KC \leq 13$ apparaît une allée transversale, constituée d'un large vortex lâché à chaque demi-cycle, perpendiculairement à l'axe d'oscillation du cylindre. Ce régime est appelé « transverse ».

Pour $13 \leq KC \leq 15$, Williamson décrit le lâcher d'une paire de tourbillons par cycle d'oscillation, convectée suivant un angle d'environ 45° d'un seul côté du cylindre. Ce régime est dit « simple-paire ».

Pour $15 \leq KC \leq 24$ intervient le régime « double-paires », caractérisé par le lâcher d'une paire de tourbillons à chaque demi-période. Leurs directions de convection sont diamétralement opposées, dessinant une diagonale du cylindre.

Enfin, pour $24 \leq KC \leq 32$ puis pour $32 \leq KC \leq 40$ sont principalement observés les lâchers de trois puis quatre tourbillons par cycle, définissant les régimes triple- et quadruple-paires.

Williamson précise qu'au sein de chaque régime, l'écoulement peut basculer par intermittence d'un mode à son image symétrique en miroir. Par exemple, l'allée transversale peut passer d'un côté à l'autre de l'axe d'oscillation. De plus, à la frontière entre deux régimes, le mode dominant devient moins stable et des combinaisons de modes se produisent.

En parallèle, Williamson [64] rend compte des variations temporelles des forces de traînée et de portance pour chacun des modes, et les analyse à partir de l'histoire des tourbillons. Plus précisément, les fluctuations de la portance sont interprétées à l'aide du modèle proposé par Maull & Milliner [65] et repris par Graham [66] :

$$\mathcal{F}_y(t) = -\rho \sum_k \frac{\partial}{\partial t} (\Gamma_k Z_k) \quad (1.16)$$

où la somme est prise sur tous les tourbillons de circulations Γ_k aux positions Z_k . Cette expression dérive de la force de Blasius (1910). Bien que strictement valable pour un écoulement incompressible et potentiel autour d'un objet bidimensionnel, elle peut s'avérer utile lorsque les tourbillons sont représentés par des nuages de points de vorticité. Par suite, Williamson établit des liens entre les pics de la force de portance, et la croissance et le lâcher des plus gros tourbillons. Il montre qu'en première approximation, la fréquence fondamentale de la portance vaut $(n + 1)$ fois la fréquence des oscillations du cylindre, où n désigne le nombre de tourbillons émis par demi-cycle. Elle est incrémentée d'une unité à chaque fois que KC augmente de 8 environ. En effet, considérons que la distance longitudinale entre deux tourbillons de vorticité de signes opposés est de $2,15d$ comme dans le cas d'une allée de Von Kármán pour un écoulement uniforme. Alors, un tourbillon supplémentaire est émis à chaque course du cylindre dès que l'amplitude D des oscillations du cylindre augmente de $2,15d/2$, donc que KC augmente de 6,75.

A la suite de Williamson [64], d'autres ont également étudié – expérimentalement puis numériquement – les différents régimes d'écoulement à grands nombres de Reynolds. Les positions de leurs frontières et les caractéristiques des lâchers tourbillonnaires ont été confirmées par les travaux d'Obasaju [54], Justesen [55], Lin [31, 67], Zhang [58], Okajima [57], Kim [68] et Lam [69, 6] (voir le tableau 1.1). Le principal point de discussion

entre les différentes observations de ces auteurs concerne la stabilité des modes de lâcher tourbillonnaire. D'après Williamson [64] et Obasaju [54], les modes des régimes transverse et simple-paire sont très stables, alors que dans les expériences de Justesen [55], le mode du régime double-paires semble le plus persistant. Soulignons de plus une contribution originale de l'article d'Obasaju [54, page 188]. A partir de mesures de la circulation sur un contour carré encadrant le cylindre, il montre que cette circulation est corrélée à la force de portance. Il confirme ainsi que lorsque KC augmente de 8 environ, un tourbillon supplémentaire est émis à chaque demi-cycle, produisant un nouveau mode de lâcher tourbillonnaire. Ce mécanisme est également étudié par Sumer [47, page 84], Kim [68] et Lam [6], en lien avec la fréquence naturelle du lâcher tourbillonnaire de $Sr = 0,2$ pour un écoulement uniforme.

1.4.2 Régimes d'écoulement pour les Re modérés

En parallèle des recherches précédentes pour de grands nombres de Reynolds, Tatsumo & Bearman [7] visualisent expérimentalement la structure de l'écoulement pour $1,6 \leq KC \leq 15$ et $5 \leq \beta \leq 160$. Ils se concentrent ainsi sur le cas de nombres de Reynolds plus faibles ($Re < 600$ principalement). De plus, ils examinent les caractéristiques tridimensionnelles de l'écoulement. La densité des points et le détail de leurs observations leur permettent de construire une carte des écoulements dans le plan (β, KC) , devenue figure de référence majeure. Elle est reportée ici, mais en fonction de KC et Re (figure 1.7).

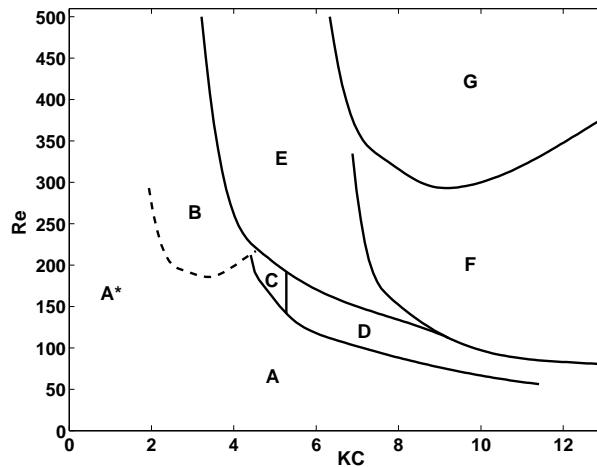


FIGURE 1.7 – Frontières des régimes d'écoulement dans le plan (KC, Re) définis par Tatsuno & Bearman [7, figure 3].

Les auteurs identifient huit régimes d'écoulement désignés par les lettres A à G, dont les frontières dépendent de KC et de Re .

Les régimes A et A^* désignent un écoulement symétrique, respectivement avec et sans lâcher tourbillonnaire. Le régime B reste semblable aux régimes A et A^* dans le plan normal aux oscillations du cylindre, mais présente une structure tridimensionnelle le long de l'axe du cylindre. Il s'agit en fait des structures de Honji [33, 26, 35, 34], présentées

sur la figure 1.4. Notre étude restant bidimensionnelle, les régimes B et A sont confondus ; c'est pourquoi nous avons tracé leur frontière en pointillés sur la figure 1.7.

Dans le régime C, des tourbillons sont émis à une fréquence désynchronisée de celle des oscillations du cylindre. Leur disposition est comparable à celle de l'allée tourbillonnaire de Von Kármán pour un écoulement uniforme, mais leur sens de rotation est inversé, induisant un écoulement qui éloigne les tourbillons du cylindre au lieu de les en rapprocher.

Le régime D présente un écoulement en forme de V, symétrique par rapport à l'axe transversal (Oy). Le régime E est identique au régime D, à ceci près que la structure en V bascule par intermittence d'un côté à l'autre de l'axe d'oscillation du cylindre.

Dans le régime F, à chaque course du cylindre, deux tourbillons émis s'apparentent puis sont convectés selon l'une des diagonales.

Enfin, le régime G est défini par un écoulement transversal, alimenté par un large tourbillon à chaque demi-cycle. Peu stable, sa direction peut basculer au cours du temps.

S'appuyant sur la carte établie par Tatsuno & Bearman [7] sur la figure 1.7, des auteurs ont sélectionné quelques points pour approfondir la description du régime correspondant. Iliadis [9] entreprend une étude numérique pour quelques cas dans les régimes A, D, E, F et G. Dütsch [4] analyse les régimes A, F et E. Uzunoğlu [5] effectue des simulations numériques dans les régimes A, A* et E. Guilméau [61] se concentre sur le régime A, et Nehari [10] sur les régimes D et F. Enfin, les études numériques de Zhang [58] (2D) et d'Elston [11, 70] (2D puis 3D) portent spécifiquement sur les transitions du régime A symétrique aux régimes D, C, E et B asymétriques.

Tous ces travaux confortent globalement les résultats de Tatsuno & Bearman [7]. On note cependant certaines divergences au sujet de la stabilité des modes de lâcher tourbillonnaire. En particulier, l'apparition de basculements de l'écoulement entre V et Λ dans les régimes D et E est controversée. Les simulations d'Iliadis [9] et d'Uzunoğlu [5] ne reproduisent pas de basculements dans le régime E. Au contraire, Nehari [10] en obtient dans les deux régimes D et E. En outre, développant un modèle numérique bidimensionnel, et – pour la première fois – un modèle tridimensionnel, Nehari [10] montre que les basculements dans les régimes D et F sont le fait d'une instabilité bidimensionnelle de l'écoulement, puisque ce phénomène est reproductible par des calculs plans. Nehari conclut que « les propriétés bidimensionnelles de l'écoulement ne sont pas qualitativement affectées par les effets tridimensionnels » [10, page 182]. Ceci légitime les calculs bidimensionnels effectués pour notre étude dans cette région du plan (KC, Re).

1.4.3 Comparaison des régimes à haut et bas Re : discussion

L'existence de deux classifications indépendantes des régimes d'écoulement, introduites par Williamson [64] et Tatsuno & Bearman [7], a de quoi laisser perplexe car ni leur continuité ni même leur compatibilité n'ont été vérifiées dans la littérature ! Pourtant, nous

avons vu que de nombreux auteurs avaient validé ces résultats par différentes techniques expérimentales et numériques, ce qui ne permet plus de douter de leur justesse. Mais comment raccorder alors ces deux cartographies ? Nous allons essayer de répondre à ce problème, en confrontant les données bibliographiques.

Rappelons d'abord que les modes de lâcher tourbillonnaire définis par Williamson concernent le cas de grandes valeurs de Re ; leurs domaines d'occurrence ne dépendent alors que de KC . Au contraire, Tatsuno & Bearman déterminent les régimes d'écoulement pour des valeurs moindres de Re ; les positions de leurs frontières sont alors fonction de KC et de Re . Il s'agit donc de prolonger le haut de la figure 1.7 de Tatsuno & Bearman vers le découpage vertical des modes de Williamson à grands nombres de Reynolds. La solution que nous proposons est donnée par la figure 1.8.

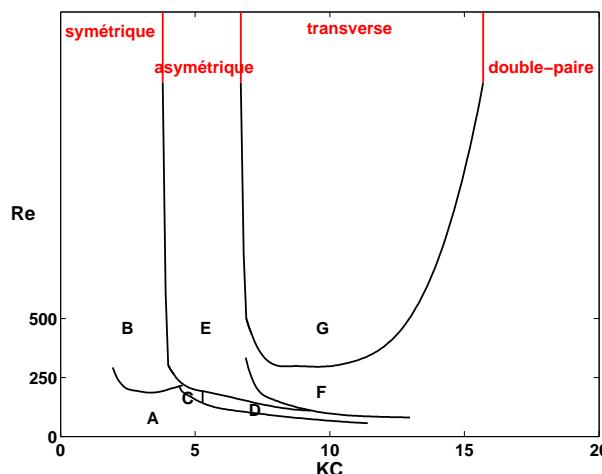


FIGURE 1.8 – Raccordement proposé entre les frontières des régimes d'écoulement définis par Tatsuno & Bearman [7] pour les Re modérés (—) et ceux définis par Williamson [64] pour les Re élevés (—) dans le plan (KC , Re).

Pour les faibles valeurs de KC , les deux descriptions sont directement compatibles : le régime symétrique de Williamson est le régime A de Tatsuno & Bearman. En prolongeant verticalement la frontière du régime B – identique au régime A du point de vue bidimensionnel – on obtient une ligne verticale à $KC = 4$, qui est justement la limite du régime symétrique indiquée par Williamson (paragraphe 1.4.1).

Ensuite, pour des valeurs de KC croissantes, Tatsuno & Bearman observent une disposition des tourbillons en forme de V, définissant le régime E. En fait, on remarque que l'écoulement dans ce régime, visualisé par Tatsuno & Bearman [7, figure 23] pour $KC = 6.28$ et $Re = 160$, ressemble fortement au mode asymétrique défini par Williamson et schématisé pour $KC = 7$ et $Re = 2912$ par Obasaju [54, figure 3a]. Au vu des frontières des régimes tracées sur la figure 1.7, nous suggérons que le prolongement asymptotique du régime E de Tatsuno & Bearman corresponde quand Re augmente à KC fixé entre 4 et 7 au régime asymétrique de Williamson.

De même, en prolongeant verticalement la limite entre les régimes E et G sur la figure 1.7, on obtient la frontière à $KC = 7$ entre les régimes asymétrique et transverse de Williamson. Or, la description du régime G par Tatsuno & Bearman (paragraphe 1.4.2) est bien identique à celle du régime transverse de Williamson (paragraphe 1.4.1), ce qui assure la cohérence des deux classifications.

Il reste à relier le régime double-paires de Williamson visualisé pour $KC \leq 15$ à la cartographie de Tatsuno & Bearman. Le lâcher tourbillonnaire du mode double-paires s'effectue dans la diagonale et correspond au régime F de Tatsuno & Bearman. Relier ces deux régions du plan (KC, Re) s'avère le plus délicat. Nous proposons la solution tracée sur la figure 1.8. Cependant, nous ne disposons d'aucune donnée de la littérature pour justifier sa pertinence.

1.5 Conclusion

L'étude de la dynamique d'un fluide mis en mouvement par les oscillations forcées d'un cylindre et de la force exercée sur la structure est motivée par des problématiques d'interaction fluide structure affectant des dispositifs industriels de multiples secteurs, notamment nucléaires et offshore. L'étendue des gammes de valeurs de KC et de Re que l'on peut alors rencontrer est à l'image de la diversité de ces applications. Cette thèse ne prétend pas répondre à ces problèmes industriels, bien trop vastes et trop complexes au regard de la géométrie et des hypothèses que nous considérons ici. En effet, nous nous limitons au cas d'une structure rigide et lisse, d'un écoulement plan incompressible et laminaire, et d'une sollicitation rectiligne sinusoïdale imposée.

La complexité du problème est ici concentrée dans la résolution des équations de Navier-Stokes qui le modélisent. Fortement non-linéaires, leur solution analytique reste inconnue dans le cas général. Pour caractériser la force de traînée, une méthode classique introduite par Morison [49] consiste à la décomposer en la somme d'un terme inertiel issu de la solution asymptotique lorsque $KC \rightarrow 0$, et d'un terme d'amortissement inspiré de la solution asymptotique où le cylindre est en translation uniforme. Deux coefficients inertiel α_m et d'amortissement α_d sont ainsi définis. L'intérêt pratique de cette méthode pour des applications industrielles constitue sans doute la cause principale de sa popularité. De nombreuses campagnes expérimentales et numériques ont ainsi été menées pour déterminer les valeurs de α_m et α_d en fonction de KC et Re . La grande majorité de ces investigations se limite cependant à de grands nombres de Reynolds. De plus, les résultats obtenus demeurent bien muets quant il s'agit de les interpréter. Sarpkaya établit en 2005 que « personne n'est capable de mettre de l'ordre dans la dispersion des coefficients de la force en fonction de Re ou KC » [2, page 438]. En effet, la décomposition de Morison ne représente qu'un outil de *caractérisation* de la force a posteriori et ne permet pas de prédire les valeurs de ses coefficients dans le cas général. Sarpkaya souligne que « la dé-

composition de Morison de la force est semi-empirique et sa justification est strictement pragmatique » [71, page 227]. L'objectif de cette thèse est justement de mieux comprendre les mécanismes physiques à l'origine de la force exercée par le fluide sur le cylindre.

Ces réflexions nous amènent à nous intéresser à la dynamique de l'écoulement engendré par les oscillations du cylindre. On se concentre sur le cas de valeurs de KC et de Re modérées, car lorsque l'ordre de grandeur de ces paramètres devient trop grand, l'écoulement est désordonné et l'identification des mécanismes physiques devient délicate. Deux classifications des régimes d'écoulement qui se manifestent pour $KC \leq 20$ sont communément reconnues. Elles sont définies à partir des modes de lâcher tourbillonnaire observés. La première, proposée par Williamson [64], est valable pour de grandes valeurs de Re . La seconde, introduite par Tatsuno & Bearman [7], concerne le cas de Re modérés. En réinterprétant les données de la littérature uniquement, nous avons essayé de raccorder ces deux classifications afin de proposer une unique cartographie du plan (KC , Re) pour $KC \leq 20$ environ.

La région du plan (KC , Re) dont les régimes d'écoulement ont été identifiés par Williamson [64] est en fait celle pour laquelle Sarpkaya a constitué une base de données étoffée pour les coefficients de Morison de la force de traînée. Au contraire, la région étudiée par Tatsuno & Bearman [7] du point de vue de l'écoulement n'a pas été explorée aussi systématiquement du point de vue de la force. Nous allons contribuer à combler cette lacune, en déterminant dans ce manuscrit quelques séries de coefficients de Morison dans le plan de Tatsuno & Bearman [7]. Pour aller plus loin, nous allons reconsidérer l'interprétation physique de ces coefficients, et introduire une approche énergétique permettant d'analyser le comportement du système.

Par ailleurs, si les auteurs s'accordent sur la description globale de la structure de l'écoulement en fonction de KC et Re , l'analyse de sa stabilité et la description des mécanismes physiques régissant sa dynamique sont incomplètes. En règle générale, l'amélioration de la compréhension des phénomènes physiques représente un enjeu majeur et semble incontournable pour améliorer les modèles décrivant le comportement du système. Cette thèse s'inscrit justement dans une démarche de compréhension et de modélisation physique. Dans ce cadre, nous nous restreignons au cas de valeurs modérées de KC et de Re , car sinon la force et l'écoulement deviennent chaotiques et leur interprétation paraît plus difficile.

Nous avons également constaté que les recherches de la littérature s'organisaient autour de deux objets, la force appliquée sur le cylindre et la structure de l'écoulement. Nous proposons ici d'examiner plus précisément les liens entre ces deux entités. Pour cela, les outils d'analyse classiquement utilisés semblent insuffisants. Une partie de nos travaux consiste donc à développer de nouveaux types de représentations et à définir de nouvelles grandeurs caractérisant l'état du système.

Chapitre 2

Résolution numérique

Ce chapitre porte sur la construction et la validation d'un programme de résolution numérique des équations de Navier-Stokes régissant la dynamique de l'écoulement plan d'un fluide réel incompressible autour d'un cylindre soumis à un déplacement rectiligne sinusoïdal transverse. On utilise pour cela une méthode d'éléments finis du logiciel Cast3M développé par le CEA [72, 73].

Le premier paragraphe introduit la mise en équations du problème physique en vue de sa résolution numérique, dont les méthodes sont choisies dans un deuxième temps. Les valeurs des paramètres numériques sont réglées dans le troisième paragraphe. Enfin, le quatrième paragraphe propose une stratégie de calcul des forces et des puissances mises en jeu dans le système. Cette nouvelle technique, construite dans la logique de la méthode de résolution des équations, est ainsi précise et parfaitement adaptée à notre étude.

Sommaire

2.1	Mise en équations du problème	25
2.1.1	Problématique et démarche	25
2.1.2	Problème implémenté	26
2.1.3	Visualisation a posteriori	28
2.2	Construction d'un programme de résolution numérique du problème	29
2.2.1	Formulation variationnelle	29
2.2.2	Écriture matricielle en éléments finis	30
2.2.3	Construction des éléments finis	32
2.2.4	Traitement du terme convectif non-linéaire	33
2.2.5	Discrétisation temporelle	34
2.2.6	Choix d'une méthode de résolution	35
2.3	Choix des valeurs des paramètres numériques	37
2.3.1	Taille du domaine de calcul	37
2.3.2	Pas d'espace	38
2.3.3	Pas de temps	39
2.3.4	Nombre d'itérations internes	40
2.3.5	Rupture de la symétrie	40
2.3.6	Synthèse du programme, validation et limitations	41

2.4 Obtention des forces et des puissances	45
2.4.1 Méthode classique de calcul de la force du cylindre	45
2.4.2 Calcul de la force du cylindre à partir de la formulation variationnelle	46
2.4.3 Calcul des puissances à partir de la formulation variationnelle	48
2.5 Conclusion	49

2.1 Mise en équations du problème

Ce paragraphe présente le système d'équations du problème physique initial, et en propose une géométrie et une formulation adaptées à son implémentation numérique.

2.1.1 Problématique et démarche

On cherche à résoudre numériquement le système adimensionnel (1.3) des équations de Navier-Stokes par une méthode d'éléments finis. On choisit un domaine de fluide Ω_f fini rectangulaire encadrant le cylindre. Cette étude se concentrant sur l'interaction entre le fluide et la structure, nous allons faire abstraction des frontières extérieures Γ_{ext} du domaine de fluide en les plaçant suffisamment loin du cylindre pour que ses oscillations n'affectent pas le fluide près des parois extérieures. On ajoute alors au système (1.3) la condition à la limite suivante :

$$\mathbf{u} = \mathbf{0} \quad \text{sur } \Gamma_{\text{ext}} \quad (2.1)$$

Pour un domaine fluide Ω_f de longueur donnée, la condition (2.1) ne peut être respectée que si l'amplitude des oscillations du cylindre reste inférieure à un certain seuil. Autrement dit, elle n'est applicable que jusqu'à une certaine valeur de KC, discutée au paragraphe 2.3.1.

Finalement, le système à résoudre, constitué des équations (1.3) et (2.1), s'écrit :

$$\begin{cases} \operatorname{div} \mathbf{u} = 0 & \text{dans } \Omega_f \\ \frac{1}{KC} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\nabla p + \frac{1}{Re} \Delta \mathbf{u} & \text{dans } \Omega_f \\ \mathbf{u}(t = 0) = \mathbf{0} & \text{dans } \Omega_f \\ \mathbf{u} = \mathbf{U}_{\text{cyl}}(t) & \text{sur } \Gamma_{\text{cyl}} \\ \mathbf{u} = \mathbf{0} & \text{sur } \Gamma_{\text{ext}} \end{cases} \quad (2.2)$$

Il a été naturellement établi pour un cylindre oscillant dans un domaine de fluide de contour extérieur fixé, et exprimé dans le référentiel absolu du laboratoire. L'implémentation numérique de ce problème peut être effectuée à partir d'une formulation arbitraire lagrangienne-eulérienne (ALE) avec déformation du maillage. Par exemple, Chew [63], Benaouicha [74], Liberge [75] et Ricciardi [16] ont recouru à cette stratégie. La méthode ALE est également présentée par Hu [76] pour différents exemples de problèmes d'interaction fluide-structure. A chaque itération de calcul, il s'agit de reconstruire le maillage en suivant le déplacement du solide, puis d'y projeter la solution (\mathbf{u}, p) [77]. Ces opérations peuvent s'avérer coûteuses en temps de calcul, et les projections successives dégradent la précision des résultats. Pour s'en affranchir, nous allons définir un domaine de calcul fluide dont tous les éléments du maillage suivent le mouvement du cylindre. On utilise ainsi de façon originale une méthode ALE dans laquelle le maillage décrit un simple mou-

vement de translation identique en tout point de la grille de calcul. On obtient ainsi une formulation numérique simplifiée, décrite dans le paragraphe 2.1.2 suivant.

2.1.2 Problème implémenté

Dans l'approche arbitraire lagrangienne-eulérienne, les points du maillage ne sont ni fixes dans l'espace comme dans la description eulérienne, ni attachés à la matière comme dans la description lagrangienne, mais évoluent indépendamment. La mise en œuvre d'une formulation ALE comprend alors deux étapes. On définit d'abord le mouvement des points du maillage, puis on exprime les équations portant sur les champs de pression et de vitesse dans le système de coordonnées lié au maillage.

La géométrie du problème implémenté est dessinée en rouge sur la figure 2.1. Le domaine de fluide Ω_f est rectangulaire, de longueur L et de hauteur H . Son centre est le centre O' du cylindre. Le cylindre, le domaine de calcul et le maillage restent solidaires au cours du temps et décrivent donc le même mouvement oscillant à la vitesse $\mathbf{U}_{\text{cyl}}(t)$.

Notons $\mathcal{R} = (O, x, y, t)$ le référentiel fixe du laboratoire où O est le point milieu de la course du centre O' du cylindre. Appelons $\mathcal{R}' = (O', x', y')$ le repère attaché à la grille de calcul. Tout point M de ce maillage vérifie la relation :

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OO'} + \overrightarrow{O'M} \quad \text{soit} \quad \mathbf{x} = \mathbf{x}_{\text{cyl}} + \mathbf{x}' \quad (2.3)$$

où \mathbf{x}_{cyl} est le vecteur position du centre du cylindre O' exprimé dans le référentiel \mathcal{R} .

Le champ de vitesse des particules de fluide par rapport à \mathcal{R} est désigné par $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ quand il est exprimé dans \mathcal{R} , et par $\mathbf{u}'(\mathbf{x}', t)$ quand il est exprimé dans \mathcal{R}' . De même, le champ de pression est noté $p(\mathbf{x}, t)$ quand il est exprimé dans \mathcal{R} , et $p'(\mathbf{x}', t)$ quand il est exprimé dans \mathcal{R}' . Mathématiquement, il s'agit d'un simple changement de variable pour décrire une même grandeur physique. On a donc $\mathbf{u}(x, t) = \mathbf{u}'(\mathbf{x}', t)$ et $p(\mathbf{x}, t) = p'(\mathbf{x}', t)$. Ce changement de variable laisse inchangée l'expression des dérivées spatiales. Quant à la dérivée par rapport au temps du champ de vitesse $\mathbf{u}'(\mathbf{x}', t)$, elle s'écrit :

$$\frac{d\mathbf{u}'}{dt} = \frac{\partial \mathbf{u}'}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{u}'}{\partial \mathbf{x}'} \cdot \frac{d\mathbf{x}'}{dt} \quad (2.4)$$

Or, d'après la relation (2.3), on a :

$$\frac{d\mathbf{x}'}{dt} = \frac{d\overrightarrow{O'M}}{dt} = \frac{d\overrightarrow{O'O}}{dt} + \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = -\mathbf{U}_{\text{cyl}}(t) + \mathbf{u}'(\mathbf{x}', t) \quad (2.5)$$

C'est la vitesse des particules de fluide par rapport au maillage. Par suite, la dérivée temporelle du champ de vitesse dans l'équation (2.4) s'écrit :

$$\frac{d\mathbf{u}'}{dt} = \frac{\partial \mathbf{u}'}{\partial t} + (\mathbf{u}' - \mathbf{U}_{\text{cyl}}) \cdot \nabla \mathbf{u}' \quad (2.6)$$

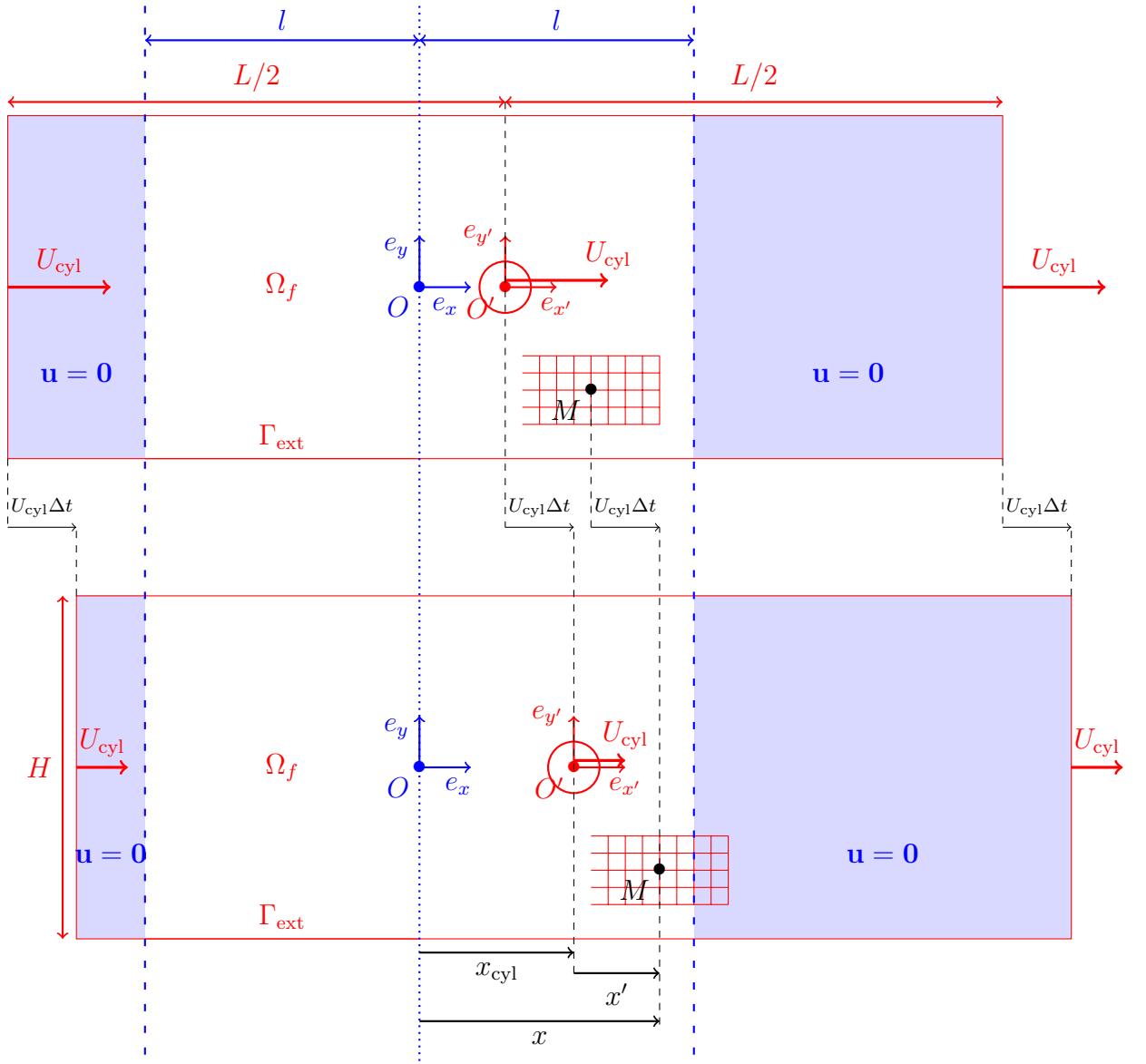


FIGURE 2.1 – Géométrie du problème implémenté dans le formalisme ALE à deux instants t et $t + \Delta t$.

Il nous reste à exprimer dans le formalisme ALE les deux conditions aux limites du système d'équations (2.2). D'une part, on a :

$$\mathbf{u}'(\mathbf{x}' \in \Gamma_{\text{cyl}}, t) = \mathbf{u}(\mathbf{x} \in \Gamma_{\text{cyl}}, t) = \mathbf{U}_{\text{cyl}}(t) \quad (2.7)$$

D'autre part, la condition à la limite sur le contour Γ_{ext} est au premier abord moins immédiate, puisqu'il est mobile dans le référentiel \mathcal{R} et n'est rattaché à aucun objet matériel. Nous allons construire une condition simple sur Γ_{ext} moyennant l'hypothèse suivante. On suppose que le fluide initialement loin du cylindre reste immobile pendant toute la durée du calcul. On note l la distance telle que $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = 0$ pour tout $t \geq 0$, pour tout $|\mathbf{x}| \geq l$ et pour tout $|\mathbf{y}| \leq H/2$. Cette distance l délimite deux zones d'eau morte de part et d'autre du cylindre, colorées en bleu sur la figure 2.1. La valeur de l est examinée au

paragraphe 2.3.1. Alors, en choisissant un domaine de calcul suffisamment grand, c'est-à-dire de longueur L vérifiant $L/2 \geq (l + D)$, les oscillations des parois latérales Γ_{ext} sont contenues dans les zones d'eau morte où le fluide reste immobile. Par suite, on peut appliquer la condition à la limite suivante à tout instant :

$$\mathbf{u}'(\mathbf{x}' \in \Gamma_{\text{ext}}, t) = \mathbf{u}(\mathbf{x} \in \Gamma_{\text{ext}}, t) = \mathbf{0} \quad (2.8)$$

Au final, la formulation ALE du problème initial (2.2) pour la géométrie représentée sur la figure 2.1 s'écrit :

$$\begin{cases} \operatorname{div} \mathbf{u}' = 0 & \text{dans } \Omega_f \\ \frac{1}{\text{KC}} \frac{\partial \mathbf{u}'}{\partial t} + (\mathbf{u}' - \mathbf{U}_{\text{cyl}}) \cdot \nabla \mathbf{u}' = -\nabla p' + \frac{1}{\text{Re}} \Delta \mathbf{u}' & \text{dans } \Omega_f \\ \mathbf{u}'(t = 0) = \mathbf{0} & \text{dans } \Omega_f \\ \mathbf{u}' = \mathbf{U}_{\text{cyl}}(t) & \text{sur } \Gamma_{\text{cyl}} \\ \mathbf{u}' = \mathbf{0} & \text{sur } \Gamma_{\text{ext}} \end{cases} \quad (2.9)$$

où les champs de pression p' et de vitesse \mathbf{u}' sont exprimés dans le système de coordonnées lié au maillage. Les conditions aux limites du problème implémenté sont celles du problème initial. En fait, seule l'équation de conservation de la quantité de mouvement est modifiée par l'ajout d'un terme convectif $-\mathbf{U}_{\text{cyl}} \cdot \nabla \mathbf{u}'$ tenant compte du mouvement du maillage. Il s'agit ici d'un terme linéaire, car le champ de la vitesse du maillage est homogène. A chaque instant, la vitesse en tout point de la grille est la vitesse du cylindre. On obtient ainsi une formulation ALE dans laquelle le maillage ne subit aucune déformation. Cette simplification s'appuie sur l'hypothèse que le fluide au cours du temps reste immobile sur les parois extérieures latérales, ce qui implique d'employer un domaine de calcul de longueur suffisante. Cette condition est discutée au paragraphe 2.3.1.

Désormais, on notera simplement \mathbf{u} et p à la place de \mathbf{u}' et p' dans l'équation (2.9).

2.1.3 Visualisation a posteriori

Lorsque l'on visualise ensuite la solution du problème (2.9), le cylindre apparaît immobile au centre du domaine de calcul avec des tourbillons en mouvement autour de la structure. En effet, nous avons utilisé un maillage rigide solidaire du cylindre. Or, pour analyser la dynamique de l'écoulement, il est plus pratique de reconstituer le déplacement du cylindre par rapport au référentiel fixe du laboratoire. Pour cela, on trace la solution dans une fenêtre d'affichage $\Omega_{\text{visu}} \subset \Omega_f$ qui oscille au cours du temps, comme le schématisé la figure 2.2. La longueur A de Ω_{visu} est choisie telle que $A/2 \leq (L/2 - D)$ afin que le domaine d'affichage reste contenu dans le domaine de calcul à tout instant. Au lieu de visualiser la succession des clichés dans tout Ω_f (colonne de gauche), on affiche l'écoulement restreint au domaine Ω_{visu} (colonne de droite). Cette astuce permet de reproduire la configuration d'un cadre immobile autour du cylindre oscillant.

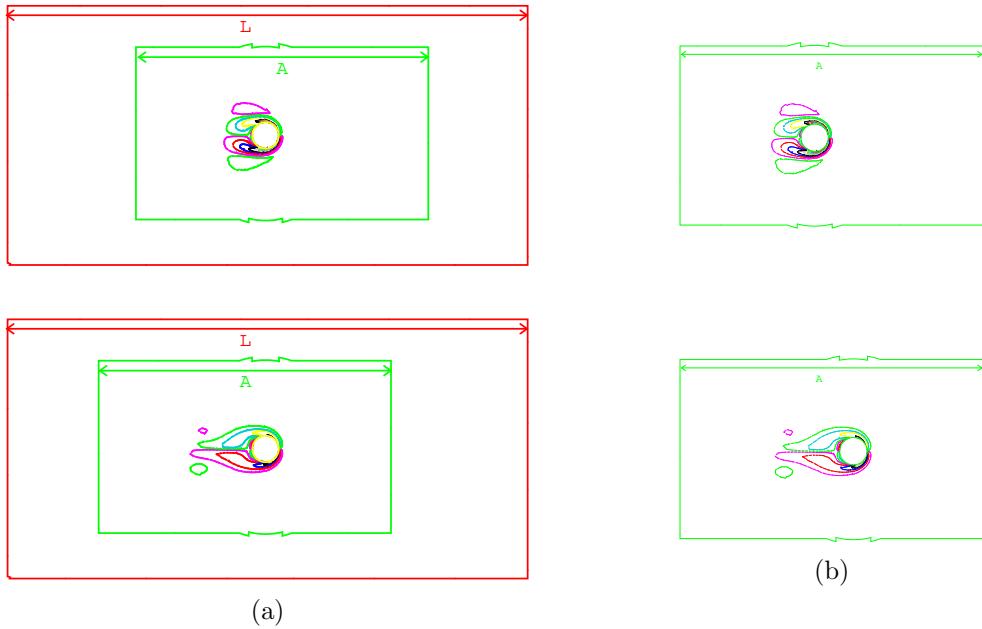


FIGURE 2.2 – Courbes d’isovaleurs du champ de vorticité à deux instants successifs entre lesquels le cylindre a progressé vers la droite, tracées :
 (a) dans le domaine de calcul Ω_f (□) de longueur L ;
 (b) dans le domaine Ω_{visu} (□) de longueur A reconstituant le mouvement du cylindre.

2.2 Construction d’un programme de résolution numérique du problème

Le paragraphe 2.1 précédent a abouti au système d’équations (2.9) adapté à une implémentation numérique du problème pour une géométrie simplifiée. Nous présentons maintenant la mise en œuvre d’un programme de résolution numérique du problème (2.9) par une approche éléments finis à l’aide du logiciel Cast3M [72]. Nous nous concentrerons ici sur les méthodes et algorithmes sélectionnés, les valeurs des paramètres numériques étant ensuite discutées au paragraphe 2.3.

2.2.1 Formulation variationnelle

On cherche à résoudre le problème (2.9) par une méthode d’éléments finis de type Galerkin [78]. Ici, nous sommes en présence d’un problème mixte, puisqu’il fait intervenir deux inconnues de natures différentes : la vitesse représente l’état du système tandis que la pression joue le rôle de multiplicateur associé à la contrainte d’incompressibilité du fluide. La première étape, exposée dans ce paragraphe, consiste à écrire une formulation faible du problème. Les deux équations aux dérivées partielles du système (2.9) sont multipliées par des fonctions tests \mathbf{v} et q appartenant à des espaces définis ci-après. En intégrant sur le domaine de fluide et en appliquant le théorème de la divergence de Stokes au membre

de droite, on obtient l'équation :

$$\left\{ \begin{array}{l} \int_{\Omega_f} q \operatorname{div} \mathbf{u} d\Omega = 0 \\ \frac{1}{KC} \int_{\Omega_f} \mathbf{v} \cdot \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} d\Omega + \int_{\Omega_f} \mathbf{v} \cdot ((\mathbf{u} - \mathbf{U}_{\text{cyl}}) \cdot \nabla \mathbf{u}) d\Omega = \\ \quad \int_{\Omega_f} p \operatorname{div} \mathbf{v} d\Omega - \frac{1}{Re} \int_{\Omega_f} \operatorname{tr}({}^t \nabla \mathbf{u} \nabla \mathbf{v}) d\Omega \\ \quad - \int_{\Gamma} p \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} d\Gamma + \frac{1}{Re} \int_{\Gamma} (\mathbf{v} \cdot ({}^t \nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u})) \cdot \mathbf{n} d\Gamma \end{array} \right. \quad (2.10)$$

où $\operatorname{tr}(\cdot)$ désigne l'opérateur trace, $\Gamma = \Gamma_{\text{cyl}} \cup \Gamma_{\text{ext}}$ la frontière du domaine fluide Ω_f , et \mathbf{n} la normale sortante à Γ .

Dans le problème (2.9) considéré, les valeurs de la vitesse sur Γ sont imposées par les conditions aux limites et ne représentent pas une véritable inconnue. On choisit donc une fonction test \mathbf{v} nulle sur Γ . Par suite, les deux intégrales de contour de l'équation (2.10) sont nulles.

Dans la formulation (2.10), aucune dérivée de p ni de q n'apparaît. Par conséquent, il suffit que p et q soient de carré intégrable sur Ω_f ; elles peuvent être discontinues. Nous allons ainsi définir les pressions dans l'espace de Hilbert $L^2(\Omega_f)$ ¹. Quant à \mathbf{u} et \mathbf{v} , elles doivent être de carré intégrable ainsi que leur dérivée première. Les vitesses sont donc définies dans $H_1(\Omega_f) \times H_1(\Omega_f)$ ².

Finalement, le problème (2.9) considéré au départ peut s'écrire sous la formulation faible suivante :

$$\left| \begin{array}{l} \text{Trouver } (\mathbf{u}, p) \in H_1(\Omega_f)^2 \times L^2(\Omega_f) \text{ tels que } \mathbf{u}|_{\Gamma_{\text{ext}}} = 0 \text{ et } \mathbf{u}|_{\Gamma_{\text{cyl}}} = \mathbf{U}_{\text{cyl}}, \\ \text{et vérifiant :} \\ \left\{ \begin{array}{l} \int_{\Omega_f} q \operatorname{div} \mathbf{u} d\Omega = 0 \\ \frac{1}{KC} \int_{\Omega_f} \mathbf{v} \cdot \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} d\Omega + \int_{\Omega_f} \mathbf{v} \cdot ((\mathbf{u} - \mathbf{U}_{\text{cyl}}) \cdot \nabla \mathbf{u}) d\Omega - \int_{\Omega_f} p \operatorname{div} \mathbf{v} d\Omega + \\ \quad \frac{1}{Re} \int_{\Omega_f} \operatorname{tr}({}^t \nabla \mathbf{u} \nabla \mathbf{v}) d\Omega = 0 \end{array} \right. \\ \forall (\mathbf{v}, q) \in H_1(\Omega_f) \times L^2(\Omega_f) \text{ tels que } \mathbf{v}|_{\Gamma_{\text{ext}}} = 0 \text{ et } \mathbf{v}|_{\Gamma_{\text{cyl}}} = 0. \end{array} \right. \quad (2.11)$$

2.2.2 Écriture matricielle en éléments finis

Suivant la méthode des éléments finis de Galerkin standard, nous allons déterminer une discrétisation du problème (2.9) à partir de sa formulation faible (2.11). On cherche

1. $L^2(\Omega_f)$ est défini par $L_2(\Omega_f) = \left\{ g : \Omega_f \rightarrow \mathbb{R} \mid \sqrt{\int_{\Omega_f} g^2(\mathbf{x}) d\Omega} < +\infty \right\}$
2. $H^1(\Omega_f)$ est défini par $H^1(\Omega_f) = \left\{ g \in L^2(\Omega_f) \mid \frac{\partial g}{\partial x_i} \in L^2(\Omega_f), i = 1, 2 \right\}$

des approximations \mathbf{u}_h et p_h de \mathbf{u} et p sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \mathbf{u}_h(\mathbf{x}, t) = \sum_{j=1}^n u_j(t) \phi_j(\mathbf{x}) \\ p_h(\mathbf{x}, t) = \sum_{j=1}^m p_j(t) \psi_j(\mathbf{x}) \end{cases} \quad (2.12)$$

où ϕ_j et ψ_j sont les fonctions de base respectives des espaces d'approximations V_h et P_h de la vitesse et de la pression. Ces deux espaces sont identifiés au paragraphe 2.2.3.

Dans l'équation (2.11), les inconnues \mathbf{u} et p sont remplacées par leurs approximations (2.12), et les fonctions tests \mathbf{v} et q par les fonctions de base $\phi_i(\mathbf{x})$ ($i=1,2,\dots,n$) et $\psi_i(\mathbf{x})$ ($i=1,2,\dots,m$). On obtient ainsi la formulation du problème sous forme matricielle. Il s'agit de trouver les vecteurs $U = (u_1, u_2, \dots, u_n)$ et $P = (p_1, p_2, \dots, p_m)$ tels que :

$$\begin{cases} \mathcal{G}U = 0 \\ \mathcal{M} \frac{dU}{dt} + \mathcal{N}(\mathbf{u} - \mathbf{U}_{\text{cyl}})U - {}^t \mathcal{G}P + \mathcal{L}U = 0 \end{cases} \quad (2.13)$$

où les matrices de masse \mathcal{M} associées à la discrétisation du terme d'accélération, $\mathcal{N}(\cdot)$ des termes convectifs, \mathcal{L} du terme visqueux et \mathcal{G} de la divergence de la vitesse et du gradient de pression, sont définies par :

$$\begin{cases} m_{i,j} = \frac{1}{\text{KC}} \int_{\Omega_f} \phi_i \phi_j d\Omega \\ n_{i,j}(\mathbf{w}) = \int_{\Omega_f} \phi_i (\mathbf{w} \cdot \nabla \phi_j) d\Omega \\ l_{i,j} = \frac{1}{\text{Re}} \int_{\Omega_f} \text{tr}({}^t \nabla \phi_i \nabla \phi_j) d\Omega \\ g_{i,j} = \int_{\Omega_f} \psi_i \text{div} \phi_j d\Omega \end{cases} \quad (2.14)$$

Enfin, les conditions aux limites essentielles $\mathbf{u} = \mathbf{0}$ sur Γ_{ext} et $\mathbf{u} = \mathbf{U}_{\text{cyl}}$ sur Γ_{cyl} peuvent être prises en compte par une méthode de substitution [79] en remplaçant par des zéros les coefficients de U et en supprimant les lignes des matrices d'indices correspondant aux points du bord [80]. Les vecteurs et matrices ainsi obtenus sont notés avec un tilde, conduisant au système :

$$\begin{cases} \tilde{\mathcal{G}}\tilde{U} = 0 \\ \tilde{\mathcal{M}} \frac{d\tilde{U}}{dt} + \tilde{\mathcal{N}}(\mathbf{u} - \mathbf{U}_{\text{cyl}})\tilde{U} - {}^t \tilde{\mathcal{G}}\tilde{P} + \tilde{\mathcal{L}}\tilde{U} = 0 \end{cases} \quad (2.15)$$

Ce problème est celui que l'on souhaite inverser. Pour cela, il reste à définir les éléments finis utilisés pour la discrétisation spatiale, le schéma de discrétisation temporelle, et la méthode de traitement du terme non-linéaire.

2.2.3 Construction des éléments finis

Dans le paragraphe 2.2.2, nous avons introduit les fonctions de base ϕ_j , ($j=1,2,\dots,n$) et ψ_j , ($j=1,2,\dots,m$) pour construire une approximation des champs de vitesse et de pression. Ce paragraphe précise le choix des éléments finis et des espaces de discréétisation V_h et P_h associés à ces bases.

Le domaine de calcul est recouvert par des éléments géométriques de type quadrangle. Comme le représente la figure 2.3, ces quadrangles sont droits près des parois extérieures, et progressivement incurvés au voisinage du cylindre.

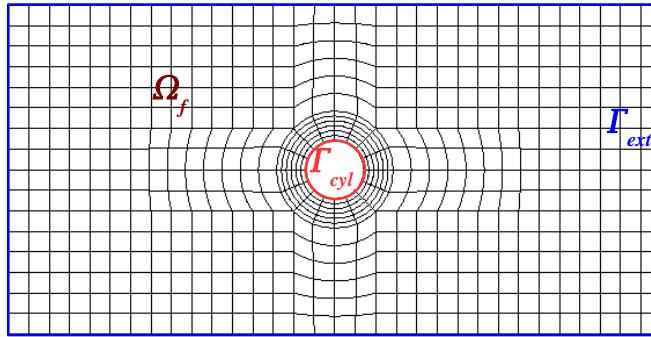


FIGURE 2.3 – Schéma du maillage du domaine de calcul Ω_f .

Chacun comporte des points nodaux constituant les degrés de liberté des fonctions de base ϕ_j et ψ_j pour la vitesse et pour la pression. Or, tous les couples d'éléments finis usuels ne sont pas possibles pour le couple (V_h, P_h) . Mathématiquement, ils doivent vérifier une condition de compatibilité dite « inf-sup » ou BB du nom de ses auteurs principaux Brezzi et Babuška [81]. On pourra consulter les ouvrages de Pironneau [82], Vuik [83] ou le manuel [84] pour de plus amples précisions. Nous ne proposons ici que quelques éléments d'interprétation de cette condition.

L'équation de continuité $\mathcal{G}U = 0$ ne contient que l'inconnue de vitesse U alors que le nombre de lignes de \mathcal{G} est déterminé par le nombre d'inconnues de pression, d'après l'équation de conservation de la quantité de mouvement. Si les inconnues de pression sont plus nombreuses que celles de vitesse, alors le système d'équations formé par $\mathcal{G}U = 0$ est dépendant ou inconsistant, et \mathcal{G} est singulière. Par conséquent, le nombre d'inconnues de pression doit rester inférieur au nombre d'inconnues de vitesse. En général³, on prend donc un élément fini pour la vitesse d'ordre supérieur à celui pour la pression.

Dans notre programme de calcul, nous avons choisi des éléments finis quadratiques pour les inconnues de vitesse. Ils comportent 9 degrés de liberté, définis aux sommets, au

3. Attention, ce critère n'est pas toujours suffisant. Des contre-exemples sont proposés par Vuik dans [83, page 49]

milieu des arêtes et au centre de l'élément. La pression est discrétisée sur des éléments finis P1 constitués de 3 points à l'intérieur des quadrangles. Elle est linéaire sur chaque élément et discontinue d'un élément à ses voisins [85, 86, 73, 79, 77].

La figure 2.4 montre l'élément fini mixte ainsi obtenu avec la position des degrés de liberté pour la vitesse et la pression.

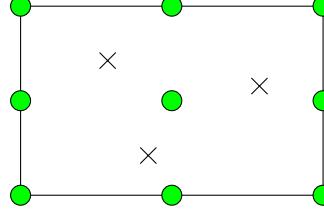


FIGURE 2.4 – Schéma de l'élément fini mixte utilisé avec les degrés de liberté pour la vitesse (•) et pour la pression (×).

2.2.4 Traitement du terme convectif non-linéaire

Les non-linéarités du problème de Navier-Stokes dues au terme convectif $\mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u}$ nécessitent l'intervention d'une procédure itérative à l'intérieur de chaque pas de temps.

A chaque $(i+1)$ ^{ème} itération interne du n ^{ème} pas de temps, le terme convectif est linéarisé par une méthode de point fixe appelée méthode quasi-Newton [83, 74] présentée ci-dessous, puis une solution approchée $(\mathbf{u}_n^{i+1}, p_n^{i+1})$ du problème ainsi linéarisé est calculée.

Soit \mathbf{u}_n^i le champ de vitesse approché obtenu à l'itération interne précédente i du pas de temps courant n . Dans la suite de ce paragraphe, nous n'indiquerons plus l'indice n puisque l'on ne s'intéresse ici qu'aux itérations internes. Écrivons d'abord le développement de Taylor de la fonction $f(\mathbf{u}, \nabla \mathbf{u}) = \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u}$:

$$\begin{aligned}
 f(\mathbf{u}^{i+1}, \nabla \mathbf{u}^{i+1}) &= f(\mathbf{u}^i, \nabla \mathbf{u}^i) + (\mathbf{u}^{i+1} - \mathbf{u}^i) \cdot \left(\frac{\partial f}{\partial \mathbf{u}} \right)_i \\
 &\quad + \nabla(\mathbf{u}^{i+1} - \mathbf{u}^i) \cdot \left(\frac{\partial f}{\partial \nabla \mathbf{u}} \right)_i + \mathcal{O}(\mathbf{u}^{i+1} - \mathbf{u}^i)^2 \\
 &= \mathbf{u}^i \cdot \nabla \mathbf{u}^i + (\mathbf{u}^{i+1} - \mathbf{u}^i) \cdot \nabla \mathbf{u}^i \\
 &\quad + \nabla(\mathbf{u}^{i+1} - \mathbf{u}^i) \cdot \mathbf{u}^i + \mathcal{O}(\mathbf{u}^{i+1} - \mathbf{u}^i)^2 \\
 &= \mathbf{u}^{i+1} \cdot \nabla \mathbf{u}^i + \mathbf{u}^i \cdot \nabla \mathbf{u}^{i+1} - \mathbf{u}^i \cdot \nabla \mathbf{u}^i + \mathcal{O}(\mathbf{u}^{i+1} - \mathbf{u}^i)^2
 \end{aligned} \tag{2.16}$$

Négligeant les termes quadratiques, on obtient la forme linéaire du terme convectif constituant la méthode de Newton standard :

$$\mathbf{u}^{i+1} \cdot \nabla \mathbf{u}^{i+1} \approx \mathbf{u}^{i+1} \cdot \nabla \mathbf{u}^i + \mathbf{u}^i \cdot \nabla \mathbf{u}^{i+1} - \mathbf{u}^i \cdot \nabla \mathbf{u}^i \tag{2.17}$$

Une méthode alternative consiste à remplacer \mathbf{u}^{i+1} par \mathbf{u}^i dans l'un ou dans les deux termes de l'expression (2.17). On aboutit alors aux trois versions de la méthode de Picard :

$$\mathbf{u}^{i+1} \cdot \nabla \mathbf{u}^{i+1} \approx \mathbf{u}^{i+1} \cdot \nabla \mathbf{u}^i \quad (2.18)$$

$$\mathbf{u}^{i+1} \cdot \nabla \mathbf{u}^{i+1} \approx \mathbf{u}^i \cdot \nabla \mathbf{u}^{i+1} \quad (2.19)$$

$$\mathbf{u}^{i+1} \cdot \nabla \mathbf{u}^{i+1} \approx \mathbf{u}^i \cdot \nabla \mathbf{u}^i \quad (2.20)$$

La méthode de Newton (2.17) est en fait une combinaison linéaire des trois versions (2.18) à (2.20) de la méthode de Picard.

La méthode de Newton converge rapidement (à l'ordre 2), à condition que la condition initiale \mathbf{u}^0 ne soit pas trop éloignée de la solution finale. La méthode de Picard converge quant à elle pour une condition initiale moins stricte, mais à l'ordre 1 seulement. En pratique, la version (2.19) produit la meilleure convergence parmi les méthodes de Picard [83].

Dans nos simulations, la méthode de Newton diverge lorsque KC est faible et Re élevé. En effet, nous verrons au paragraphe 2.3.3 que le pas de temps est plus grand dans ce cas, si bien que les variations de la vitesse du cylindre entre deux itérations sont plus importantes. La condition initiale de la procédure itérative interne utilisant la solution au pas de temps précédent $\mathbf{u}_{n+1}^0 = \mathbf{u}_n = \mathbf{u}_n^{N_i}$ (où N_i est le nombre d'itérations internes) devient alors trop écartée de la solution $\mathbf{u}_{n+1}^{N_i} = \mathbf{u}_{n+1}$ à déterminer. C'est pourquoi nous avons eu recours à la méthode quasi-Newton linéarisant le terme convectif par :

$$\mathbf{u}^{i+1} \cdot \nabla \mathbf{u}^{i+1} \approx \omega \mathbf{u}^{i+1} \cdot \nabla \mathbf{u}^i + \mathbf{u}^i \cdot \nabla \mathbf{u}^{i+1} - \omega \mathbf{u}^i \cdot \nabla \mathbf{u}^i \quad (2.21)$$

où $\omega \in [0; 1]$ est un facteur de relaxation permettant de passer de la méthode de Newton standard (2.17) pour $\omega = 1$ à la version (2.19) optimale de la méthode de Picard pour $\omega = 0$. En pratique, nous avons utilisé un facteur de relaxation de 0,7 sauf pour les couples de petits KC et grands Re (typiquement KC = 0,5 et Re = 1000) pour lesquels nous avons imposé $\omega = 0,5$ afin de permettre la convergence du calcul.

2.2.5 Discrétisation temporelle

Les paragraphes précédents 2.2.2 et 2.2.3 ont présenté la mise en œuvre de la discrétisation spatiale des équations du problème (2.9) par une méthode d'éléments finis. On procède à présent à la discrétisation en temps du terme instationnaire en $\partial \mathbf{u} / \partial t$ par différences finies.

Ce paragraphe explique la démarche qui nous a permis d'aboutir à la sélection d'un schéma approprié. Nos motivations reposent sur des considérations énergétiques. Nous

nous intéressons au bilan des puissances, obtenu en multipliant l'équation (2.9) de conservation de la quantité de mouvement par le champ de vitesse au même instant :

$$\begin{aligned} \frac{1}{KC} \mathbf{u}(t+dt) \cdot \frac{\partial \mathbf{u}(t+dt)}{\partial t} + \mathbf{u}(t+dt) \cdot ((\mathbf{u}(t+dt) - \mathbf{U}_{cyl}(t+dt)) \cdot \nabla \mathbf{u}(t+dt)) \\ = -\mathbf{u}(t+dt) \nabla p_{n+1}(t+dt) + \frac{1}{Re} \mathbf{u}(t+dt) \Delta \mathbf{u}(t+dt) \end{aligned} \quad (2.22)$$

Les différents termes de ce bilan des puissances sont interprétés au paragraphe 2.4.3. Ici, nous nous focalisons sur le terme contenant la dérivée temporelle. Il s'écrit :

$$\frac{1}{KC} \mathbf{u}(t+dt) \cdot \frac{\partial \mathbf{u}(t+dt)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} \frac{1}{KC} \mathbf{u}^2(t+dt) \right) = \frac{\partial e_c(t+dt)}{\partial t} \quad (2.23)$$

où $e_c(t)$ est le champ d'énergie cinétique instantanée dans le fluide.

Le choix du schéma de discrétisation en temps est guidé par un double objectif. D'une part, on souhaite vérifier le bilan des puissances (2.22). Ceci implique d'écrire un schéma de discrétisation de $\partial \mathbf{u} / \partial t$ au point $(t+dt)$ qui est l'instant auquel sont exprimés chacun des termes du bilan. D'autre part, on souhaite obtenir une bonne approximation des variations de l'énergie cinétique définies par l'équation (2.23) afin de ne pas engendrer de dérive sur l'énergie cinétique calculée. Pour cela, nous choisissons un schéma d'ordre 2.

On écrit donc les développements de Taylor de $\mathbf{u}(t)$ et $\mathbf{u}(t-dt)$ à l'ordre 2 à partir de $\mathbf{u}(t+dt)$. Alors, la combinaison linéaire suivante :

$$\frac{3\mathbf{u}(t+dt) - 4\mathbf{u}(t) + \mathbf{u}(t-dt)}{2dt} = \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t}(t+dt) + \mathcal{O}(dt^2) \quad (2.24)$$

procure un schéma de discrétisation de $\partial \mathbf{u} / \partial t$ au point $(t+dt)$ à l'ordre 2. Ce schéma s'appuyant sur les champs de vitesse solutions des deux itérations précédentes est appelé BDF2 pour Backward Difference Formula of second order. Il a été développé par Van Kan [87] pour la méthode de projection incrémentale. Des détails complémentaires sont fournis par Gresho [78, page 715].

2.2.6 Choix d'une méthode de résolution

Dans les premiers calculs de ce travail, nous avions résolu les équations de Navier-Stokes (2.9) à partir un schéma d'intégration en temps implicite, donné par :

$$\left\{ \begin{aligned} \operatorname{div} \mathbf{u}_{n+1} &= 0 \\ \frac{1}{2KC dt} (3\mathbf{u}_{n+1} - 4\mathbf{u}_n + \mathbf{u}_{n-1}) + (\mathbf{u}_{n+1} - \mathbf{U}_{cyl}) \cdot \nabla \mathbf{u}_{n+1} &= \end{aligned} \right. \quad (2.25)$$

$$\left. \begin{aligned} & - \nabla p_{n+1} + \frac{1}{Re} \Delta \mathbf{u}_{n+1} \end{aligned} \right. \quad (2.26)$$

où la dérivée temporelle de la vitesse est approchée par le schéma BDF2 établi au paragraphe 2.2.5. Ce schéma est inconditionnellement stable [88], mais l'inversion du système

est très coûteuse en temps de calcul. C'est pourquoi nous nous sommes ensuite tournés vers une méthode de projection. Les premiers algorithmes, introduits par Chorin [89] et Temam [90], ont connu diverses déclinaisons et perfectionnements dont Guermond [91] propose une bonne synthèse. L'amélioration de leur efficacité reste l'objet de recherches actuelles [92]. En particulier, la méthode de projection implémentée dans Cast3M, que nous avons utilisée, a été évoluée pendant cette thèse par les développeurs du logiciel [72]. Les études de Zhang [58], Chew [63] et Benaouicha [74] utilisent également des méthodes de projection pour le cas d'un cylindre oscillant dans un fluide au repos.

La méthode de projection utilisée dans les simulations numériques de cette thèse repose sur un algorithme à pas de temps fractionné en deux étapes, de type prédition-correction de la pression. Il s'agit de découpler les effets de la diffusion visqueuse et de la contrainte d'incompressibilité. La première étape, dite d'approximation, consiste à résoudre l'équation (2.26) de conservation de la quantité de mouvement en utilisant la pression p_n issue de l'itération précédente. On détermine ainsi une vitesse approchée $\tilde{\mathbf{u}}$ vérifiant :

$$\frac{1}{2KC dt} (3\tilde{\mathbf{u}} - 4\mathbf{u}_n + \mathbf{u}_{n-1}) + (\tilde{\mathbf{u}} - \mathbf{U}_{\text{cyl}}) \cdot \nabla \tilde{\mathbf{u}} = -\nabla p_n + \frac{1}{\text{Re}} \Delta \tilde{\mathbf{u}} \quad (2.27)$$

où le terme convectif est linéarisé selon la méthode décrite au paragraphe 2.2.4.

Soustrayant ensuite l'équation (2.27) de l'équation (2.26), on obtient :

$$\begin{aligned} \frac{3}{2KC dt} (\mathbf{u}_{n+1} - \tilde{\mathbf{u}}) + (\mathbf{u}_{n+1} - \mathbf{U}_{\text{cyl}}) \cdot \nabla \mathbf{u}_{n+1} - (\tilde{\mathbf{u}} - \mathbf{U}_{\text{cyl}}) \cdot \nabla \tilde{\mathbf{u}} \\ = -\nabla(p_{n+1} - p_n) + \frac{1}{\text{Re}} \Delta (\mathbf{u}_{n+1} - \tilde{\mathbf{u}}) \end{aligned} \quad (2.28)$$

On peut montrer [83] que les termes convectifs et visqueux sont du même ordre que l'erreur de troncature de la méthode, et peuvent donc être négligés. L'équation (2.28) se réduit alors à :

$$\frac{3}{2KC dt} (\mathbf{u}_{n+1} - \tilde{\mathbf{u}}) = -\nabla(p_{n+1} - p_n) \quad (2.29)$$

La seconde étape de la méthode de projection consiste à projeter la solution approchée $\tilde{\mathbf{u}}$ sur l'espace de vecteurs à divergence nulle :

$$\frac{3}{2KC dt} (\text{div } \mathbf{u}_{n+1} - \text{div } \tilde{\mathbf{u}}) = -\text{div } \nabla(p_{n+1} - p_n) \quad (2.30)$$

L'application de la contrainte d'incompressibilité de l'équation (2.25) conduit à un problème de Poisson pour le champ de pression p_{n+1} :

$$\Delta p_{n+1} = \Delta p_n + \frac{3}{2KC dt} \text{div } \tilde{\mathbf{u}} \quad (2.31)$$

Une fois l'équation (2.31) résolue, il ne reste plus qu'à déduire la vitesse \mathbf{u}_{n+1} de l'équation (2.30).

En pratique, une simulation pour $KC=10$ et $Re=120$ avec le jeu de paramètres fourni au paragraphe 2.3.6 nous donne un temps de calcul 7 fois plus court avec la méthode de projection par rapport à la méthode implicite, l'erreur sur l'amplitude de la force exercée sur le cylindre étant alors de 3,1% en considérant la solution du calcul implicite comme référence.

2.3 Choix des valeurs des paramètres numériques

Dans le paragraphe 2.2, nous avons édifié la structure d'un programme de calcul pour résoudre le problème (2.9) par une méthode d'éléments finis. Divers paramètres inhérents aux méthodes numériques employées ont été introduits. Nous allons à présent décrire la démarche mise en œuvre pour régler leurs valeurs.

L'objectif est d'aboutir à un programme de calcul permettant de rendre compte des phénomènes physiques mis en jeu avec une précision satisfaisante et en un temps de calcul raisonnable. On souhaite déterminer un jeu de valeurs des paramètres numériques répondant à ce compromis et valable pour une gamme étendue de couples (KC , Re).

Le premier paragraphe 2.3.1 est consacré à la définition des dimensions L et H du domaine de calcul. Le pas d'espace dx est déterminé au paragraphe 2.3.2, puis le pas de temps dt au paragraphe 2.3.3. Le choix du nombre d'itérations internes est indiqué au paragraphe 2.3.4. Enfin, le paragraphe 2.3.5 relate le choix d'une méthode d'initiation des écoulements asymétriques. Des éléments de validation du programme ainsi défini sont finalement fournis au paragraphe 2.3.6.

2.3.1 Taille du domaine de calcul

La longueur L et la hauteur H du domaine de calcul sont des paramètres importants dont l'influence est abondamment étudiée dans la littérature, en particulier dans le cas d'un écoulement uniforme autour d'un cylindre fixe, présenté dans le paragraphe 1.3.2.

Le facteur de confinement $r = d/H$ est le paramètre auquel la valeur critique de Reynolds pour le déclenchement du lâcher tourbillonnaire, le nombre de Strouhal, le coefficient de pression sur le cylindre et les coefficients de traînée et de portance sont les plus sensibles. Les articles de Behr [93] (pour $Re = 100$ et $9 \leq H \leq 32d$), Anagnostopoulos [94] (pour $Re = 106$ et $4 \leq H \leq 20d$), Chakraborty [95] (pour $0,1 \leq Re \leq 200$ et $1,54 \leq H \leq 20d$) et Rajani [39] (pour $0,1 \leq Re \leq 400$) présentent des résultats d'analyses numériques, tandis que ceux de Rehimi [96] (pour $73 \leq Re \leq 277$ et $H = 3d$) relèvent de travaux expérimentaux. L'étude numérique de Posdziech [45] s'avère particulièrement complète et utile pour notre étude, car elle présente les influences de la taille du domaine de calcul (pour $5 \leq Re \leq 250$ et $40 \leq H \leq 8000d$) ainsi que du pas d'espace. Les auteurs établissent que les coefficients C_x et C_y de l'équation (1.10) sont encore plus sensibles

aux dimensions du domaine de calcul que le nombre de Strouhal. Enfin, des résultats asymptotiques sont proposés pour un domaine de fluide infini et permettent de comparer les résultats de nos simulations au cas d'un milieu infini.

De même, l'influence du confinement sur l'écoulement autour d'un cylindre oscillant est analysée dans les publications d'Uzunoğlu [5] (pour $Re = 100$, $KC = 5$ et $6 \leq H \leq 18d$) et d'Anagnostopoulos [62] (pour $0,1 < KC < 6$, $\beta = 50$ et $2 \leq H \leq 10d$). Pour la force de traînée (équation (1.11)), les auteurs observent une diminution du coefficient inertiel et une augmentation du coefficient d'amortissement lorsque le confinement est accentué. Ils concluent que son effet devient négligeable pour $H \geq 5d$. La hauteur du domaine de fluide retenue pour la suite de cette étude est de $H = 10d$.

D'autre part, la longueur L du domaine de calcul est appréciée en fonction de l'amplitude des oscillations du cylindre à partir de considérations physiques élémentaires. On souhaite qu'un tourbillon émis par le cylindre reste contenu dans le domaine de calcul pendant au moins la demi-période au cours de laquelle il a été lâché. Ceci est nécessaire pour vérifier l'hypothèse formulée au paragraphe 2.1.2 permettant d'aboutir à une formulation ALE simplifiée du problème. On suppose que le tourbillon s'éloigne du cylindre à une vitesse horizontale constante qui est celle du cylindre au moment de son émission.⁴ Dans le repère absolu du laboratoire, on détermine l'abscisse minimale $X_m(t_0)$ à l'instant $T/2$ du tourbillon émis à un instant $t_0 \in [0, T/2]$. Comme expliqué au paragraphe 2.1.2, le domaine de calcul suit le mouvement du cylindre. Pour répondre au critère physique proposé, sa demi-longueur doit donc vérifier $L/2 \geq D - X_m(t_0)$. Pour une valeur de KC donnée, on obtient une longueur minimale de KC diamètres. Ici, la longueur du domaine de calcul est fixée à $L = 20d$, ce qui permet d'effectuer des simulations jusqu'à des valeurs de KC de l'ordre de 20.

2.3.2 Pas d'espace

L'influence du pas d'espace est étudiée par Lin [31] (pour $\beta = 76$ et $0,1 < KC < 30$), Uzunoğlu [5] (pour $Re = 100$ et $KC = 5$), Guilmineau [61] (pour $Re = 100$ et $KC = 5$) et Posdziech [45] (pour un écoulement uniforme à $5 \leq Re \leq 250$ autour d'un cylindre fixe). Lorsque la résolution du maillage est dégradée, les coefficients inertiel et d'amortissement de la force de traînée exercée sur le cylindre diminuent.

Dans cette étude, la finesse du maillage dx est uniforme dans tout le domaine de calcul, sauf au voisinage du cylindre où l'on réduit progressivement la taille des mailles afin de capturer correctement l'épaisseur de la couche limite.

4. Il s'agit ici d'un simple raisonnement en ordre de grandeur. Plus exactement, la vitesse de convection des tourbillons en aval d'un cylindre est pratiquement constante au-delà de $3d$ et vaut $0,82U_0$. Une synthèse des données de la littérature justifiant cette valeur est proposée par Alam [97, page 345].

Le choix d'une grille uniforme découle de l'objectif annoncé d'utiliser les mêmes paramètres pour toutes les simulations. Pour traiter une large gamme de couples (KC, Re), il faut être capable de suivre les tourbillons quelle que soit la direction dans laquelle ils sont convectés. C'est pourquoi nous avons réalisé un maillage homogène et assez fin. Sa résolution spatiale dx est de 0,157 diamètre loin du cylindre.

L'épaisseur des mailles au voisinage du cylindre est guidée par celle de la couche limite δ_{plaque} pour une plaque plane oscillante dans un fluide au repos (second problème de Stokes [3]), donnée par exemple par Schlichting [98, page 129] :

$$\delta_{\text{plaque}} = 4\sqrt{\frac{\nu}{\omega}} \quad (2.32)$$

où δ_{plaque} est la distance à la plaque pour laquelle la composante tangentielle de la vitesse vaut $\mathbf{u}(\delta_{\text{plaque}}) \cdot \mathbf{e}_x = 0,06 U_0$, et ω est la pulsation des oscillations de la plaque. En appliquant ce résultat pour estimer l'épaisseur de la couche limite δ dans le cas du cylindre, on obtient :

$$\delta = \frac{4}{\sqrt{2\pi}} \sqrt{\frac{\text{KC}}{\text{Re}}} d \quad (2.33)$$

Cette méthode a été méthodiquement validée par Justesen [55], Iliadis [9] et Anagnostopoulos [62]. Nous avons également réalisé des simulations pour $\text{Re} = 100$ à 1000 et $\text{KC} = 0,005$ à 10 et avons retrouvé que l'épaisseur de la couche limite variait en $\sqrt{\text{KC}/\text{Re}}$, comme prédit par l'équation (2.33). Le coefficient de proportionnalité dépend en fait de la définition de la couche limite [99, page 397] et de l'instant considéré dans le cycle, mais reste dans tous les cas de l'ordre de 1.

Les simulations présentées par la suite sont effectuées pour des valeurs de Re inférieures à 1000 et des valeurs de KC supérieures à 0,25. L'épaisseur de la couche limite est donc au minimum de l'ordre de 0,025 diamètre d'après la formule (2.33). Par conséquent, les calculs sont menés pour une taille de maille de 0,02 diamètre autour du cylindre.

2.3.3 Pas de temps

L'influence du pas de temps sur la force de traînée exercée sur le cylindre est présentée dans les articles de Lin [31], Dütsch [4] et Uzunoğlu [5] (pour $\text{Re} = 100$ et $\text{KC} = 5$). Ils montrent que le coefficient d'amortissement α_d est sous-estimé et le coefficient inertiel α_m surestimé lorsque le pas de temps choisi est trop grand.

Ici, nous allons fixer la valeur du pas de temps adimensionnel dt à partir de la condition de Courant-Friedrichs-Lowy (CFL) qui s'écrit $\|\mathbf{u}\| \Delta t / \Delta x \leq C$ où Δt et Δx désignent les pas de temps et d'espace dimensionnels et C est une constante de l'ordre de 1. Cette inégalité exprime le fait que la vitesse $\Delta x / \Delta t$ du calcul numérique doit rester supérieure à la vitesse $\|\mathbf{u}\|$ du phénomène physique dont on souhaite suivre l'évolution.

La condition CFL adimensionnée par les grandeurs caractéristiques du problème fournis au paragraphe 1.1 s'écrit $KCdt/dx \leq 1$. Le pas d'espace dx ayant été déterminé au paragraphe 2.3.2 précédent, cette relation donne directement le pas de temps dt approprié. Ainsi, plus KC est élevé, plus le pas de temps doit être faible. Ceci constitue une difficulté majeure pour la résolution des équations de Navier-Stokes dans le cas de grands déplacements du cylindre. Inversement, le pas de temps peut être élargi lorsque KC diminue. Cependant, s'il devient trop grand, la discréétisation du mouvement sinusoïdal du cylindre n'est plus suffisante. Par conséquent, nous avons déterminé une borne inférieure pour KC en deçà de laquelle on utilise un pas de temps constant.

Finalement, le pas de temps adimensionnel dt est défini de la manière suivante :

$$dt = \begin{cases} \frac{C dx}{KC} = \frac{0,05}{KC} & \text{pour } KC \geq 2 \\ 0,025 & \text{pour } KC \leq 2 \end{cases} \quad (2.34)$$

où la valeur 0,05 correspond pour le choix d'un pas d'espace $dx = 0,157$ (d'après le paragraphe 2.3.2) à une constante de Courant $C = 0,32$ pour $KC \geq 2$.

Physiquement, pour toutes les configurations du plan (KC, Re), cette méthode assure que le déplacement du cylindre sur un pas de temps ne dépasse pas les 5% de son diamètre, et qu'une période d'oscillation est décrite par au moins 40 itérations.

2.3.4 Nombre d'itérations internes

Le nombre d'itérations internes N_i intervient dans la linéarisation du terme convectif, exposée au paragraphe 2.2.4. Nous avons testé son influence pour différents points du plan (KC, Re) et obtenu une bonne convergence dans toutes les configurations pour 4 itérations internes. Les calculs suivants sont donc effectués avec $N_i = 4$, sans passer par une procédure interne ajustant le nombre d'itérations internes à chaque pas de temps.

2.3.5 Rupture de la symétrie

Le problème que nous avons décrit jusqu'à présent est parfaitement symétrique, qu'il s'agisse du maillage ou des conditions initiales et aux limites. Or, dans les systèmes réels, des perturbations infinitésimales provoquent naturellement des ruptures de symétrie. Par exemple, dans le cas où le cylindre est en translation uniforme dans un fluide au repos, une première bifurcation apparaît vers $Re \approx 47$, donnant naissance à une allée tourbillonnaire de Von Kármán. Dans nos simulations également, nous avons brisé la symétrie du problème, afin de réduire le temps de croissance des instabilités. Notre étude portant sur le régime établi, le but est d'écourter significativement le régime transitoire sans trop affecter le régime établi. Trois pistes ont été envisagées. Elles sont testées sur le cas du déclenchement de l'allée tourbillonnaire de Von Kármán.

La première méthode consiste à imposer un champ de vitesse initiale qui, au lieu d'être nul comme dans l'équation (2.9), soit aléatoirement défini selon un bruit blanc de moyenne nulle. On supprime ainsi la symétrie de la condition initiale. Cependant, cette méthode est peu efficace car la perturbation est étouffée par la condition $\text{div}(\mathbf{u}) = 0$ appliquée dès la première itération de calcul.

La deuxième idée est de déplacer tous les points de l'intérieur du maillage selon un champ de vecteurs aléatoire de type bruit blanc. Ceci ne modifie pas la géométrie du système, mais déforme les éléments du maillage. En pratique, le régime transitoire reste long, à moins d'accentuer la diffusité des mailles, ce qui risquerait alors de dégrader la précision des calculs.

La troisième piste consiste à déplacer un point du contour du maillage afin de rompre la symétrie de la géométrie du système. C'est le procédé retenu pour cette étude. On choisit de décaler le coin inférieur gauche du cadre Γ_{ext} vers l'intérieur du maillage, comme le montre la figure 2.5c. En pratique, le vecteur \mathbf{u}_{depl} appliqué au point à déplacer vaut :

$$\mathbf{u}_{\text{depl}} = d(0, 1\mathbf{e}_x + 0, 05\mathbf{e}_y) = dx(0, 6\mathbf{e}_x + 0, 3\mathbf{e}_y) \quad (2.35)$$

où dx est le pas d'espace dimensionnel déterminé au paragraphe 2.3.2. Cette déformation diminue le temps d'établissement du régime établi, sans affecter l'écoulement dans les cas où la littérature indique qu'il doit rester symétrique. Seule une petite tâche de vorticité apparaît autour du coin déformé, mais cette perturbation demeure loin du cylindre au voisinage duquel l'écoulement nous intéresse.

D'autres méthodes sont également rapportées dans la littérature pour initier les écoulements asymétriques. Par exemple, Zhang [58] et Justesen [55] (ou encore Braza [100] dans le cas d'un écoulement uniforme) ont effectué une légère rotation du cylindre au début de la simulation, dans un sens puis dans l'autre.

2.3.6 Synthèse du programme, validation et limitations

Les paragraphes 2.3.1 à 2.3.5 ont présenté les enjeux et les motivations à partir desquels une démarche a été construite pour choisir les valeurs des différents paramètres numériques. Au final, le jeu de paramètres retenu pour la suite des calculs est le suivant :

- domaine de calcul de dimensions $L = 20d$ et $H = 10d$ (voir le paragraphe 2.3.1) ;
- pas d'espace $dx = 0, 157d$ loin du cylindre et $0, 02d$ dans la couche limite (voir le paragraphe 2.3.2) ;
- pas de temps $dt = (0, 05/\text{KC})T$ si $\text{KC} \geq 2$ et $dt = 0, 025T$ si $\text{KC} \leq 2$ (voir le paragraphe 2.3.3) ;
- nombre d'itérations internes $N_i = 4$ (voir le paragraphe 2.3.4) ;
- déplacement du point en $(-L/2, -H/2)$ selon le vecteur $dx(0, 6\mathbf{e}_x + 0, 3\mathbf{e}_y)$ (voir le paragraphe 2.3.5).

Le maillage est représenté sur la figure 2.5.

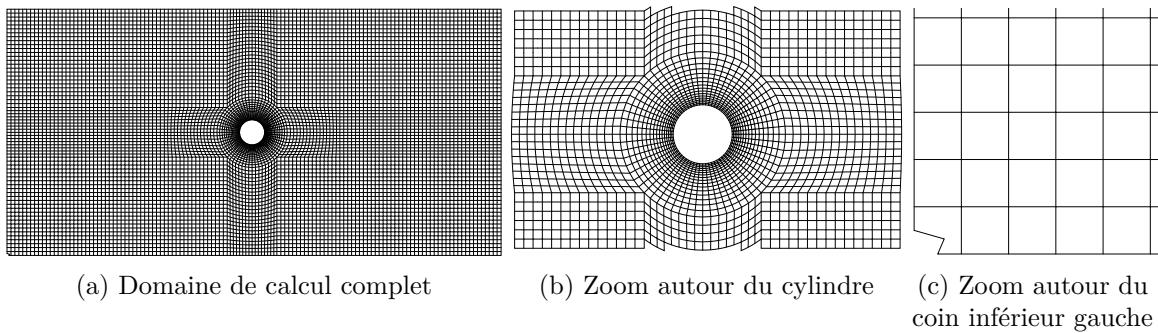


FIGURE 2.5 – Géométrie et maillage du domaine de calcul.

Ce programme a été testé pour diverses configurations en comparant les résultats obtenus aux données de la littérature. Il a ainsi été validé pour une large région du plan (KC , Re). Par exemple, la figure 2.6 montre les flèches du champ de la vitesse pour $KC = 1$ et $Re = 200$. La couche limite due à la condition d'adhérence est bien capturée même dans ce cas où KC est faible.

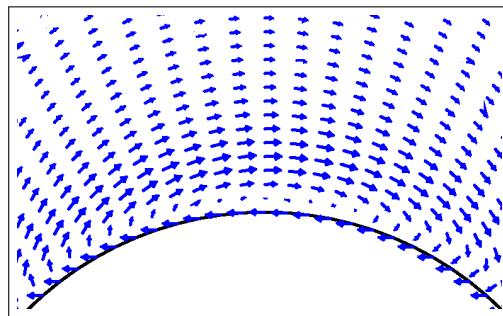


FIGURE 2.6 – Champ de vitesse pour $KC = 1$ et $Re = 200$ au-dessus du cylindre à $t = 0,75T$ en régime établi.

A l'opposé, la configuration asymptotique des grandes valeurs de KC est représentée par la figure 2.7 montrant le champ de vorticité obtenu lorsque le cylindre avance à vitesse constante à $Re = 200$. On observe une allée de Von Kármán dont la fréquence du lâcher tourbillonnaire est de $Sr = 0,2$, ce qui est conforme aux données de la littérature [42, 45, 96, 39].

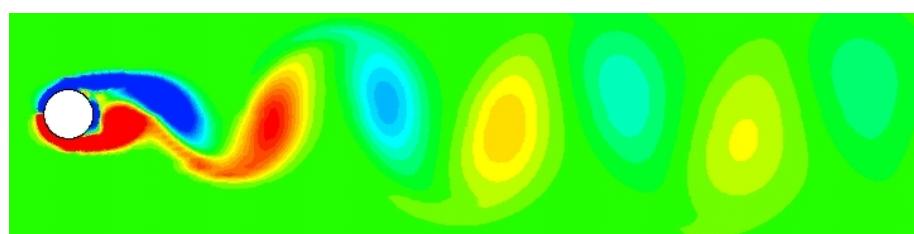


FIGURE 2.7 – Champ de vorticité en régime établi de l'écoulement d'un fluide initialement au repos autour d'un cylindre en translation uniforme à $Re = 200$.

Enfin, la validité du programme pour les valeurs intermédiaires de KC est illustrée sur les figures 2.8 et 2.9. Celles-ci montrent la capacité du programme à retrouver des structures d'écoulement très spécifiques observées dans des régions bien particulières du plan (KC, Re).

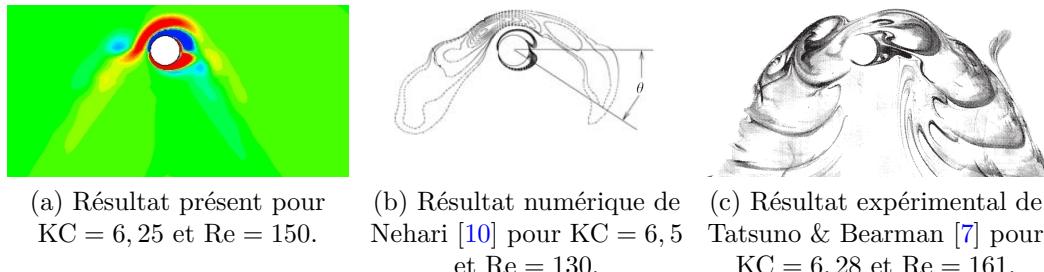


FIGURE 2.8 – Visualisation de l'écoulement dans le régime D : champ de vorticité (a)-(b) et méthode de précipitation électrolytique (c).

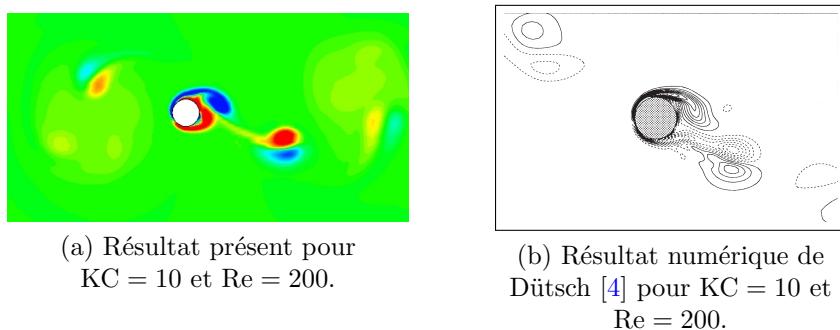


FIGURE 2.9 – Champs de vorticité de l'écoulement dans le régime F.

Pour conclure ce paragraphe, précisons les limites du champ d'application de notre programme de calcul dans le plan (KC, Re). Les valeurs de Re théoriquement envisageables sont celles pour lesquelles l'écoulement reste laminaire et bidimensionnel. Cependant, quelques calculs sont menés pour $Re = 2000$ afin d'observer les tendances du comportement asymptotique du système pour les grands Re. Les valeurs minimales accessibles pour KC sont fixées par la finesse du maillage au niveau de la couche limite. Ici, le maillage est choisi pour atteindre des valeurs minimales de KC de l'ordre de 0,25 dans le cas le plus défavorable où Re est élevé (paragraphe 2.3.2). La frontière supérieure en KC représente quant à elle la limite la plus contraignante pour deux raisons. La première, purement pratique, est que le temps de simulation augmente linéairement avec KC, par définition du pas de temps (paragraphe 2.3.3). La valeur de KC est alors limitée par la capacité des machines de calculs. La seconde raison tient à l'hypothèse que le fluide est immobile à tout instant sur le contour du domaine de calcul. Les valeurs de KC sont alors restreintes par la longueur du domaine de fluide. D'après le paragraphe 2.3.1, le programme que nous avons construit est valable pour $KC \leq 20$. Cette valeur reste un ordre de grandeur qu'il convient d'affiner en fonction de Re. En effet, quand ce nombre augmente, le rapport des forces de

convection par rapport aux forces de diffusion augmente, si bien que les tourbillons vivent plus longtemps et sont convectés plus rapidement. Ils peuvent alors atteindre les parois latérales du domaine de calcul avec des vitesses significatives. La figure 2.10 présente ce qu'il se passe dans ce cas. Elle montre les champs de vorticité résultant de simulations à $KC = 10$ et $Re = 200$ pour trois longueurs L du domaine de fluide. Sur la figure 2.10b, la valeur de L est celle retenue pour la suite des calculs. Les figures 2.10a et 2.10b traitent les cas d'un domaine respectivement plus court et plus long.

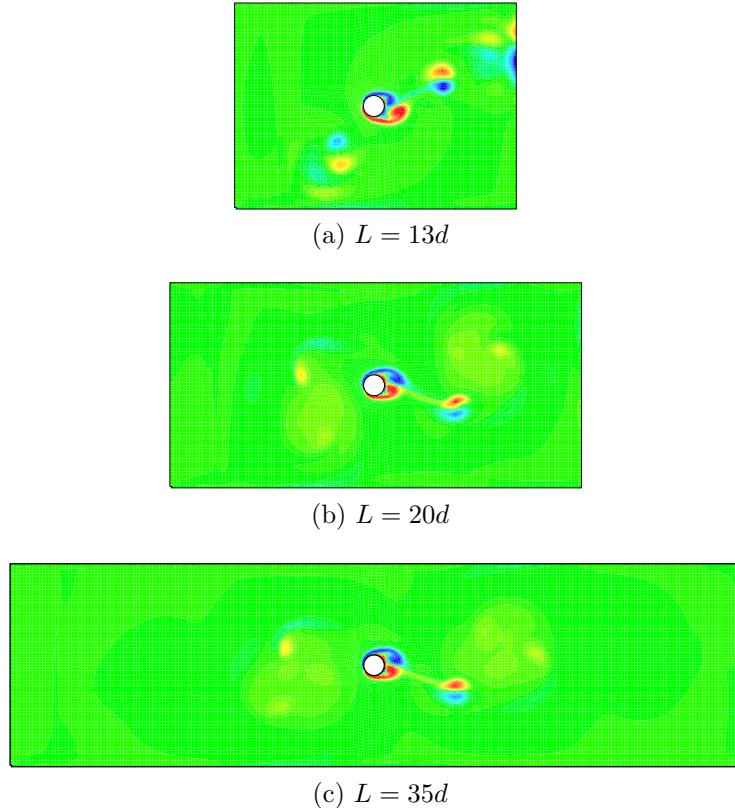


FIGURE 2.10 – Champ de vorticité pour $KC = 10$ et $Re = 200$ à $t = 0,4T$ pour différentes longueurs L du domaine de calcul. Échelle de vorticité comprise entre -5 et +5 dans chaque cas.

Les trois domaines présentent la même structure d'écoulement. Toutefois, pour le domaine le plus court, des tâches de vorticité apparaissent sur le cadre extérieur. Il s'agit d'une paire de tourbillons atteignant la paroi où ils sont détruits par la condition (2.1) de vitesse nulle.

La figure 2.11 montre alors les variations temporelles des forces de traînée et de portance exercées sur le cylindre pour les trois longueurs du domaine de calcul. On observe la même force dans les trois cas. Ainsi, la destruction de tourbillons à la paroi ne semble pas affecter significativement la force, dans la mesure où cet événement se déroule loin du cylindre.

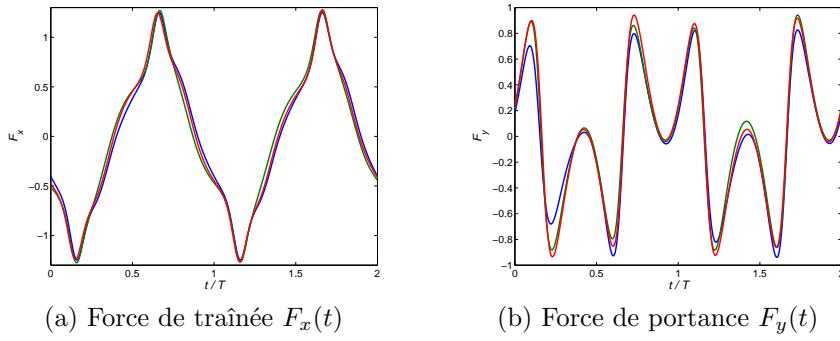


FIGURE 2.11 – Forces de traînée et de portance en fonction du temps pour $KC = 10$ et $Re = 200$ pour différentes longueurs L du domaine de calcul.
 — $L = 13d$ — $L = 20d$ — $L = 35d$

2.4 Obtention des forces et des puissances

Ce paragraphe présente la méthode employée pour déterminer les termes des bilans des forces et des puissances. Leur calcul s'appuie directement sur l'écriture de la formulation variationnelle (2.11), ce qui permet de vérifier les bilans par construction. Pour mieux cerner les enjeux, nous indiquons d'abord dans le paragraphe 2.4.1 la méthode de calcul classique et ses limitations.

2.4.1 Méthode classique de calcul de la force du cylindre

Intégrons sur l'ensemble du domaine fluide l'équation de conservation de la quantité de mouvement du problème (2.9).

$$\begin{aligned} \frac{1}{KC} \int_{\Omega_f} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} d\Omega + \int_{\Omega_f} (\mathbf{u} - \mathbf{U}_{cyl}) \cdot \nabla \mathbf{u} d\Omega &= - \int_{\Omega_f} \nabla p d\Omega + \frac{1}{Re} \int_{\Omega_f} \Delta \mathbf{u} d\Omega \\ &= - \int_{\Gamma} p \cdot \mathbf{n} d\Gamma + \frac{1}{Re} \int_{\Gamma} (\nabla \mathbf{u} + {}^t \nabla \mathbf{u}) \cdot \mathbf{n} d\Gamma \end{aligned} \quad (2.36)$$

d'après le théorème de la divergence de Stokes.

Le membre de gauche est la dérivée totale de la quantité de mouvement globale du fluide. On montre en annexe B que la contribution du terme convectif est nulle au total. Le membre de droite représente la force globale exercée par l'extérieur sur le fluide. En décomposant l'intégrale de contour sur Γ selon Γ_{cyl} et Γ_{ext} , on obtient les expressions des forces exercées respectivement par le cylindre et par le cadre extérieur sur le fluide.

La technique de calcul de la force du cylindre la plus fréquemment utilisée s'appuie directement sur l'expression (2.36), faisant apparaître la contribution des efforts de pression d'une part, et de viscosité d'autre part.

$$\mathbf{F}_{cyl}(t) = - \int_{\Gamma_{cyl}} p \cdot \mathbf{n} d\Gamma + \frac{1}{Re} \int_{\Gamma_{cyl}} (\nabla \mathbf{u} + {}^t \nabla \mathbf{u}) \cdot \mathbf{n} d\Gamma \quad (2.37)$$

soit :

$$\begin{aligned}\mathbf{F}_{\text{cyl}}(t) = & \left[- \int_{\Gamma_{\text{cyl}}} p n_x d\Gamma + \frac{1}{\text{Re}} \int_{\Gamma_{\text{cyl}}} \left(2 \frac{\partial u}{\partial x} n_x + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) n_y \right) d\Gamma \right] \mathbf{e}_x \\ & + \left[- \int_{\Gamma_{\text{cyl}}} p n_y d\Gamma + \frac{1}{\text{Re}} \int_{\Gamma_{\text{cyl}}} \left(2 \frac{\partial v}{\partial y} n_y + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) n_x \right) d\Gamma \right] \mathbf{e}_y\end{aligned}\quad (2.38)$$

où u et v sont les composantes du vecteur vitesse \mathbf{u} , et n_x et n_y les composantes du vecteur normal \mathbf{n} à Γ_{cyl} .

Numériquement, il faut récupérer la réduction des champs de vitesse et de pression sur le contour du cylindre, définir et calculer en chaque point les dérivées spatiales discrètes de la vitesse intervenant dans la formule (2.38), multiplier par le vecteur normal et effectuer la sommation sur tous les points du cylindre. Cette méthode de calcul de la force n'est pas très précise, en raison de l'approximation du calcul des dérivées spatiales de la vitesse, et du fait des erreurs induites par la projection de la pression des points CENTREP1 où elle est résolue, vers les points SOMMETS où est définie la vitesse (figure 2.4). Ainsi, cette technique de calcul de la force ne permet pas de vérifier le bilan des forces, ni des puissances par la suite. Pour répondre à cet objectif, nous allons déduire la force d'une autre méthode justement basée sur la formulation variationnelle du bilan des forces. Elle est expliquée au paragraphe 2.4.2 suivant.

2.4.2 Calcul de la force du cylindre à partir de la formulation variationnelle

Ré-écrivons la formulation variationnelle (2.10) en prenant pour fonction test \mathbf{v} la fonction ϕ_i de la base vectorielle définie sur l'ensemble des degrés de liberté du domaine de calcul Ω_f , incluant les points de son contour.

$$\begin{aligned}\frac{1}{\text{KC}} \int_{\Omega_f} \phi_i \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} d\Omega + \int_{\Omega_f} \phi_i ((\mathbf{u} - \mathbf{U}_{\text{cyl}}) \cdot \nabla \mathbf{u}) d\Omega \\ = \int_{\Omega_f} p \operatorname{div} \phi_i d\Omega - \int_{\Gamma} p \phi_i \cdot \mathbf{n} d\Gamma - \frac{1}{\text{Re}} \int_{\Omega_f} \operatorname{tr}({}^t \nabla \mathbf{u} \nabla \mathbf{u}) \phi_i d\Omega \\ + \frac{1}{\text{Re}} \int_{\Gamma} \phi_i ({}^t \nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}) d\Gamma\end{aligned}\quad (2.39)$$

Cette égalité s'exprime sous la forme suivante, d'après les définitions (2.14) des matrices complètes :

$$\begin{aligned}\phi_i \mathcal{M} \frac{dU}{dt} + \phi_i \mathcal{N}(U - U_{\text{cyl}})U = \phi_i {}^t \mathcal{G} P - \int_{\Gamma} p \phi_i \cdot \mathbf{n} d\Gamma - \phi_i \mathcal{L} U \\ + \frac{1}{\text{Re}} \int_{\Gamma} \phi_i ({}^t \nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}) d\Gamma\end{aligned}\quad (2.40)$$

que l'on interprète à partir de l'écriture :

$$\begin{aligned}\phi_i \mathcal{M} \frac{dU}{dt} + \phi_i \mathcal{N}(U - U_{\text{cyl}})U - \phi_i {}^t \mathcal{G} P + \phi_i \mathcal{L} U = - \int_{\Gamma} p \phi_i \cdot \mathbf{n} d\Gamma \\ + \frac{1}{\text{Re}} \int_{\Gamma} \phi_i ({}^t \nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}) d\Gamma\end{aligned}\quad (2.41)$$

D'une part, le membre de gauche apparaît comme la résultante des forces issues des quatre matrices des opérateurs de discrétisation du problème au point repéré par l'indice i ; notons la R_i . Lorsque i désigne l'indice d'un point de l'intérieur du domaine de calcul, R_i est nulle puisque ϕ_i est nulle sur Γ . En effet, le membre de gauche de l'équation (2.41) réduit aux lignes associées aux points intérieurs est la formulation matricielle du problème (2.15) résolu numériquement. Puisque l'on utilise ici le champ de vitesse U solution de ce problème, l'équation est vérifiée et la résultante en tout point intérieur est nulle.

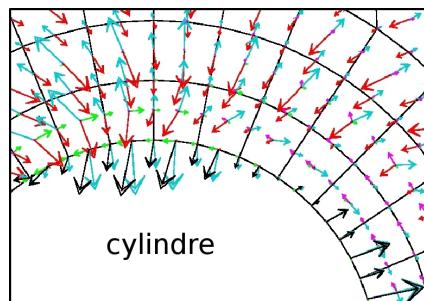
D'autre part, le membre de droite de l'équation (2.41) n'est autre que la force extérieure appliquée sur le fluide au point repéré par l'indice i , introduite dans l'équation (2.37) pour la partie Γ_{cyl} de Γ . Ce terme n'est non-nul que sur les degrés de liberté du bord du domaine fluide.

Finalement, on a donc :

$$R_i = \phi_i \mathcal{M} \frac{dU}{dt} + \phi_i \mathcal{N}(U - U_{\text{cyl}})U - \phi_i {}^t \mathcal{G}P + \phi_i \mathcal{L}U$$

$$= \begin{cases} 0 & \text{si } i \text{ est l'indice d'un point à l'intérieur de } \Omega_f \\ F_{\text{cyl}_i} & \text{si } i \text{ est l'indice d'un point de } \Gamma_{\text{cyl}} \\ F_{\text{ext}_i} & \text{si } i \text{ est l'indice d'un point de } \Gamma_{\text{ext}} \end{cases} \quad (2.42)$$

Ce résultat est illustré par la figure 2.12.



$$\begin{array}{ccc}
 \xrightarrow{\text{---}} & \mathcal{M} \frac{dU}{dt} & \xrightarrow{\text{---}} \mathcal{L}U \\
 \xrightarrow{\text{---}} & \mathcal{N}(U - U_{\text{cyl}})U & \xrightarrow{\text{---}} {}^t \mathcal{G}P \\
 \xrightarrow{\text{---}} & \mathcal{M} \frac{dU}{dt} + \mathcal{N}(U - U_{\text{cyl}})U - {}^t \mathcal{G}P + \mathcal{L}U
 \end{array}$$

FIGURE 2.12 – Agrandissement autour du cylindre des champs de forces issues de chaque terme de l'équation de quantité de mouvement.

Elle montre les champs vectoriels des forces obtenues à partir des quatre matrices issues des opérateurs de discrétisation, définies par le système (2.14). La résultante de ces quatre forces est également représentée par les flèches noires. Elles sont nulles partout sauf aux points appartenant au contour du cylindre, conformément à l'équation (2.42).

En pratique, la force exercée par le cylindre sur le fluide s'obtient en procédant de la manière suivante. On calcule les quatre vecteurs de forces en multipliant les quatre matrices constituant le problème matriciel (2.13) (et non pas (2.15)) par le vecteur solution pour la vitesse ou la pression. On additionne les quatre vecteurs de forces. La réduction de leur résultante sur le contour du cylindre donne la force recherchée.

2.4.3 Calcul des puissances à partir de la formulation variationnelle

Le bilan global des puissances s'obtient en multipliant l'équation locale de conservation de la quantité de mouvement (2.9) par le champ de vitesse et en intégrant sur le volume fluide. Après application du théorème de Stokes aux intégrales des termes de pression et de viscosité, on obtient :

$$\int_{\Omega_f} \left[\frac{1}{KC} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \cdot \mathbf{u} + ((\mathbf{u} - \mathbf{U}_{\text{cyl}}) \cdot \nabla \mathbf{u}) \cdot \mathbf{u} \right] d\Omega = \int_{\Omega_f} p \operatorname{div} \mathbf{u} d\Omega - \frac{1}{Re} \int_{\Omega_f} \operatorname{tr}({}^t \nabla \mathbf{u} \nabla \mathbf{u}) d\Omega - \int_{\Gamma} p \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} d\Gamma + \frac{1}{Re} \int_{\Gamma} (\mathbf{u}({}^t \nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u})) \cdot \mathbf{n} d\Gamma \quad (2.43)$$

D'après la contrainte d'incompressibilité $\operatorname{div} \mathbf{u} = 0$ et la condition à la limite $\mathbf{u} = 0$ sur Γ_{ext} , le bilan des puissances s'écrit finalement :

$$\int_{\Omega_f} \left[\frac{1}{KC} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \cdot \mathbf{u} + ((\mathbf{u} - \mathbf{U}_{\text{cyl}}) \cdot \nabla \mathbf{u}) \cdot \mathbf{u} \right] d\Omega = - \frac{1}{Re} \int_{\Omega_f} \operatorname{tr}({}^t \nabla \mathbf{u} \nabla \mathbf{u}) d\Omega + \int_{\Gamma_{\text{cyl}}} \left[-p \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} + \frac{1}{Re} (\mathbf{u}({}^t \nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u})) \cdot \mathbf{n} \right] d\Gamma \quad (2.44)$$

On définit alors [99] :

$$\frac{dE_c}{dt} = \int_{\Omega_f} \left[\frac{1}{KC} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \cdot \mathbf{u} + ((\mathbf{u} - \mathbf{U}_{\text{cyl}}) \cdot \nabla \mathbf{u}) \cdot \mathbf{u} \right] d\Omega \quad (2.45)$$

$$P_d = \frac{1}{Re} \int_{\Omega_f} \operatorname{tr}({}^t \nabla \mathbf{u} \nabla \mathbf{u}) d\Omega \quad (2.46)$$

$$P_{\text{cyl}} = \int_{\Gamma_{\text{cyl}}} \left[-p \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} + \frac{1}{Re} (\mathbf{u}({}^t \nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u})) \cdot \mathbf{n} \right] d\Gamma \quad (2.47)$$

où dE_c/dt désigne les variations temporelles de l'énergie cinétique du fluide, correspondant à une puissance inertielle (dite aussi cinétique). On montre en fait dans l'annexe B que la puissance globale associée au terme convectif est nulle avec les conditions aux limites du problème (2.9). Ensuite, P_d est la puissance dissipée dans le fluide ; toujours positive, elle rend compte des pertes d'énergie par viscosité. Enfin, P_{cyl} est la puissance de la force du cylindre. On vérifie ainsi le bilan global des puissances :

$$P_{\text{cyl}} = \frac{dE_c}{dt} + P_d \quad (2.48)$$

La méthode classique de calcul des puissances, analogue à celle des forces, consisterait à calculer en chaque point du maillage chacun des termes apparaissant dans les définitions (2.45) à (2.47), puis à en prendre la somme sur l'ensemble du domaine impliqué dans l'intégrale en question. Mais là encore, nous allons plutôt nous appuyer sur la formulation variationnelle pour calculer les puissances. En effet, l'équation (2.43) n'est autre que la formulation variationnelle (2.10) dans laquelle la fonction test \mathbf{v} choisie est la solution \mathbf{u} du problème. En pratique, nous obtenons donc les termes des puissances $(dE_c/dt)_n$, P_{d_n} et P_{cyl_n} sous forme vectorielle à l'itération n à partir des produits matriciels suivants :

$$\left(\frac{dE_c}{dt} \right)_n = U_n \mathcal{M} \frac{1}{2dt} (3U_n - 4U_{n-1} + U_{n-2}) + U_n \mathcal{N} (U_n - U_{\text{cyl}_n}) U_n \quad (2.49)$$

$$P_{d_n} = U_n \mathcal{L} U_n \quad (2.50)$$

$$P_{\text{cyl}_n} = U_n \left(\mathcal{M} \frac{1}{2dt} (3U_n - 4U_{n-1} + U_{n-2}) + \mathcal{N} (U_n - U_{\text{cyl}_n}) U_n - {}^t \mathcal{G} P_n + \mathcal{L} U_n \right) \quad (2.51)$$

où U_{cyl_n} représente la vitesse du cylindre à l'itération n , et U_n et P_n sont les solutions en vitesse et en pression à l'itération n du problème matriciel (2.15).

2.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons établi un système d'équations adimensionnelles (2.2) modélisant la dynamique d'un fluide réel incompressible initialement au repos, puis mis en mouvement par les oscillations d'un cylindre. On avons défini un domaine de fluide rectangulaire, solidaire du mouvement du cylindre, et suffisamment large relativement à l'amplitude des oscillations de la structure pour que le fluide en périphérie reste immobile tout au long du calcul. Cette hypothèse nous a permis d'introduire une formulation (2.9) arbitraire lagrangienne-eulérienne (ALE) simplifiée, puisque le maillage associé ne subit aucune déformation.

Nous avons alors construit un programme de résolution numérique de ce problème, s'appuyant sur une méthode d'éléments finis de type Galerkin standard. La discrétisation temporelle est effectuée selon un schéma d'ordre 2 afin d'améliorer la précision des calculs, notamment de la puissance cinétique. Le problème est inversé par une méthode de projection permettant de vérifier la condition d'incompressibilité du fluide en un temps de calcul acceptable.

Les paramètres associés aux méthodes numériques ainsi sélectionnées sont ensuite réglés dans le but d'obtenir un jeu de données identique pour toutes les simulations dans la région du plan (KC, Re) à étudier. Les valeurs des paramètres sont fixées à partir d'analyses physiques et numériques des phénomènes dont on souhaite rendre compte. Par exemple, les dimensions du domaine de calcul sont déterminées à partir de la convection

des tourbillons. Le choix du pas d'espace autour du cylindre est guidé par l'épaisseur de la couche limite autour d'une plaque plane oscillante. Le pas de temps est relié à KC par une condition de type CFL. Un angle du maillage est déformé afin de rompre la symétrie de la géométrie du système et d'accélérer ainsi l'apparition des écoulements asymétriques le cas échéant. Finalement, le jeu de paramètres a été testé et validé à partir de résultats de la littérature. Il est valable pour $KC \leq 20$ et $Re \leq 1000$ en ordre de grandeur.

Enfin, nous avons mis en œuvre une technique de calcul des forces et des puissances, à notre connaissance originale, déduite de la méthode de résolution numérique du problème étudié. Par construction, sa précision est égale à celle de la méthode de résolution, puisque contrairement à la méthode classique où les forces et les puissances sont calculées « à la main », aucune erreur ne vient s'ajouter dans le post-traitement. En outre, l'utilisation de la formulation variationnelle et de conditions aux limites en vitesse nulle à la frontière extérieure du domaine de calcul confère à ce procédé le grand avantage de vérifier les bilans des forces et des puissances, permettant dans la suite de ce manuscrit d'analyser précisément les transferts d'énergie.

Chapitre 3

Comportement du système sur une période d'oscillation du cylindre

Dans le chapitre précédent, nous avons construit un programme de résolution numérique des équations de Navier-Stokes. Nous l'utilisons à présent pour analyser le comportement physique du système sur un cycle d'oscillation du cylindre. Différents profils d'écoulement et de forces apparaissent à travers le plan (KC, Re). Six modes principaux sont identifiés. L'objectif est de caractériser leurs fonctionnements, afin de comprendre les mécanismes fondamentaux qui gouvernent la dynamique de l'écoulement et la force exercée sur le cylindre, ainsi que les liens entre ces deux entités.

Nous introduisons dans un premier temps un outil de représentation de l'écoulement : le diagramme spatio-temporel de la vorticité sur le contour du cylindre. Bien que local, nous montrons dans un deuxième paragraphe qu'il permet de caractériser finement les modes de lâcher tourbillonnaire et d'identifier notamment les propriétés de symétrie du domaine de fluide global. Ensuite, nous déterminons les grands principes généraux qui régissent l'histoire des tourbillons, en particulier lors du retournement du cylindre au bout de sa course. Le quatrième paragraphe établit les correspondances entre les événements qui déterminent la structure de l'écoulement d'une part, et les variations temporelles des forces d'autre part. Puis nous étudions dans un cinquième paragraphe comment l'organisation spatiale de l'écoulement permet au fluide de convertir en énergie cinétique et de dissiper la puissance qu'il reçoit du cylindre. Nous proposons pour cela de calculer localement les puissances cinétique et dissipée dans le fluide. Enfin, le dernier paragraphe conclut sur l'intérêt du nouvel outil d'analyse de l'écoulement et discute la pertinence du choix de distinguer six modes de comportement du système.

Sommaire

3.1 Démarche et outils d'analyse	53
3.1.1 Définitions et problématique	53
3.1.2 Outils d'analyse de l'écoulement	54
3.2 Analyse de l'écoulement à partir de la vorticité locale et globale	56
3.2.1 Mode symétrique	56
3.2.2 Mode en V	58
3.2.3 Mode transverse	59
3.2.4 Mode oblique	60
3.2.5 Mode diagonal	61
3.2.6 Mode chaotique	63
3.3 Mécanismes régissant la dynamique des tourbillons	63
3.3.1 Deux mécanismes pour deux étapes	63
3.3.2 Dynamique de la vorticité lors du retourement du cylindre	64
3.3.3 Application aux différents modes observés	66
3.3.3.1 Application au mode en V	66
3.3.3.2 Application au mode transverse	66
3.3.3.3 Application au mode oblique	67
3.3.3.4 Application au mode diagonal	67
3.3.3.5 Comparaison des quatre modes dissymétriques	68
3.3.3.6 Application au mode symétrique	68
3.4 De l'histoire de l'écoulement à celle des forces	69
3.4.1 Analyse à partir des différents modes	69
3.4.2 Synthèse des liens entre vorticité et forces	73
3.5 Transferts d'énergie du cylindre au fluide	74
3.5.1 Calcul local des puissances dans le fluide	74
3.5.2 Localisation des transferts d'énergie cinétique et dissipée	75
3.6 Conclusion	78

3.1 Démarche et outils d'analyse

L'un des objectifs majeurs de ce chapitre est de comprendre les liens entre la structure de l'écoulement et les variations temporelles des forces. Ce paragraphe précise la problématique et introduit les outils utilisés pour y répondre.

3.1.1 Définitions et problématique

Ce chapitre porte sur l'analyse physique du comportement du système sur un cycle d'oscillation du cylindre. Parcourant le plan (KC , Re), on identifie différents types de comportements en analysant la dynamique du lâcher tourbillonnaire et les variations temporelles des forces. Un comportement capable de se manifester sur plusieurs périodes d'oscillation du cylindre et pour différentes valeurs du couple (KC , Re) est appelé mode. Nous souhaitons ainsi distinguer la notion de *mode* pour désigner un type de comportement du système sur un cycle indépendamment des valeurs de KC et Re , de celle de *régime* pour se référer à un type de comportement sur un temps long observé dans une certaine région du plan (KC , Re). En effet, nous allons voir que différents modes peuvent apparaître au cours d'une même simulation. Pour chacun d'eux, nous étudions la structure de l'écoulement et le profil des forces de traînée et de portance qui le caractérisent. L'objectif est de comprendre dans chaque cas les liens entre l'histoire des tourbillons et celle des forces, puis d'en déduire les principes généraux régissant ces histoires.

Recensons d'abord les outils d'analyse qui s'offrent à nous. Pour les forces, nous traçons simplement leurs variations $F_x(t)$ et $F_y(t)$ en fonction du temps. Pour l'écoulement, l'approche classique consiste à visualiser au cours du temps les champs de grandeurs telles que la pression, les lignes de courant, la norme de la vitesse, la vorticité,... Nous montrerons ici les champs de la vorticité pour identifier simplement les tourbillons et leur sens de rotation. Pour connaître leur histoire, des animations vidéo reconstituant le mouvement du cylindre ont été réalisées selon le procédé indiqué au paragraphe 2.1.3. Seuls quelques instantanés sont présentés dans ce manuscrit. Cet outil de représentation de l'écoulement a déjà contribué à l'analyse des variations globales de la force de portance [64, 54], en utilisant la formule de Blasius présentée au paragraphe 1.4.1.

Cependant, la portée de cet outil de visualisation de la structure globale du milieu fluide s'avère insuffisante pour affiner la compréhension des liens entre le profil de l'écoulement et celui des forces. Il est notamment peu pratique à utiliser, car il s'appuie sur un support vidéo dont il est difficile de rendre compte par écrit. C'est pourquoi nous allons développer dans cette thèse un nouvel outil complémentaire pour analyser la dynamique de l'écoulement. Il s'agit des diagrammes spatio-temporels de la vorticité sur le contour du cylindre.

3.1.2 Outils d'analyse de l'écoulement

On s'intéresse aux différents modes de lâcher tourbillonnaire. Les figures 3.2a à 3.2l rassemblent les six principaux types de profils du champ de vorticité dans Ω_f observés à travers le plan (KC, Re). Elles montrent la composante $\omega(t, \mathbf{x})$ suivant \mathbf{e}_z de la vorticité adimensionnée en divisant par U_0/d . La vorticité est tracée entre -4 et +4 pour chaque figure. Les valeurs positives, en rouge, correspondent à une rotation dans le sens antihoraire. Tracée en bleu, la vorticité est négative. En vert, elle est nulle.

Pour décrire plus finement les modes de lâcher tourbillonnaire, nous proposons de visualiser non plus le champ de vorticité dans le domaine de fluide complet Ω_f , mais sa réduction sur le contour du cylindre Γ_{cyl} . On définit ainsi les diagrammes spatio-temporels de la vorticité sur le cylindre. Ceux correspondant aux simulations des figures 3.2a à 3.2l pour le champ de vorticité complet sont donnés par les figures 3.2m à 3.2r.

L'axe des abscisses représente le temps adimensionnel t/T . En ordonnées, on trace l'abscisse curviligne s sur le contour du cylindre. Comme le schématisé la figure 3.1, la variable s est définie entre 0 et 1 en tournant dans le sens horaire à partir du point à la base du cylindre, de coordonnées $(x = 0, y = -d/2)$.

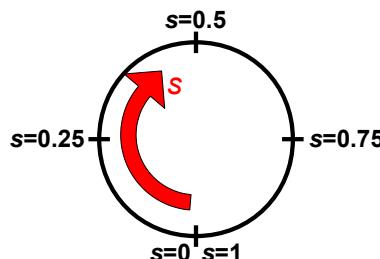


FIGURE 3.1 – Schéma définissant l'abscisse curviligne s sur le contour du cylindre Γ_{cyl} .

On trace alors en fonction de t et de s la réduction du champ de vorticité complet sur le contour du cylindre, notée $\omega(t, s)$. On conserve le code de couleurs bleu-vert-rouge précédent pour pouvoir comparer directement les deux représentations, globale dans Ω_f et locale sur Γ_{cyl} . En outre, nous avons ajouté sur les diagrammes spatio-temporels de la vorticité des lignes de points noirs. Ils repèrent à chaque instant les abscisses curvilignes des points du cylindre où la vorticité s'annule.

Le diagramme spatio-temporel de la vorticité sur Γ_{cyl} offre l'avantage par rapport à la représentation traditionnelle du champ de vorticité global de donner une vision de la dynamique de la vorticité en une seule image, plutôt qu'en une succession de clichés. Bien que limité spatialement au contour du cylindre, nous allons montrer dans paragraphes 3.2 et 3.4 que cette représentation contient l'essentiel de l'information sur le mode de lâcher tourbillonnaire et permet d'interpréter l'allure des variations temporelles de la force exercée sur le cylindre.

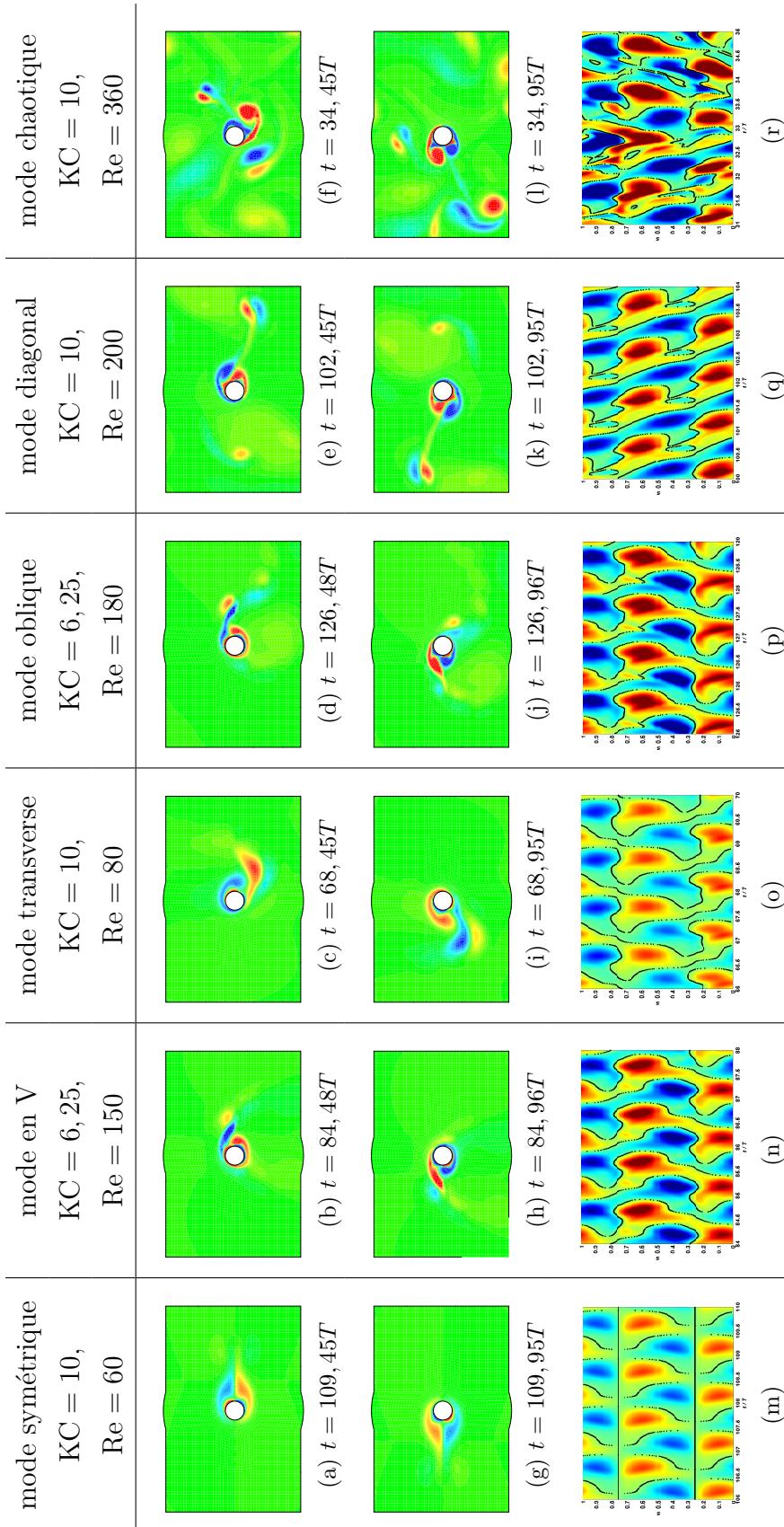


FIGURE 3.2 – (a)-(f) et (g)-(l) : Champs de vorticité dans le domaine fluide Ω_f au voisinage du cylindre à deux instants précédant le retournement du cylindre pour deux courses consécutives. L'échelle des couleurs est comprise entre -4 et +4 pour chaque figure. Le cylindre se déplace vers la gauche pour chaque $0 \leq t \leq 0,5T$ puis vers la droite pour chaque $0,5T \leq t \leq T$.
 (m)-(r) : Diagrammes spatio-temporels du champ de vorticité $\omega(t, s)$ sur le contour du cylindre Γ_{cyl} pour 4 périodes d'oscillation. L'échelle des couleurs est comprise entre -40 et +40 pour chaque figure. Les lignes de vorticité nulle sont composées des zéros de vorticité, en noir.

3.2 Analyse de l'écoulement à partir de la vorticité locale et globale

La figure 3.2 révèle l'existence d'une grande diversité de modes de lâcher tourbillonnaire à travers le plan (KC, Re). Nous en avons identifié six principaux. Dans ce paragraphe, nous définissons leurs propriétés à partir des histoires des tourbillons données par les figures 3.2a à 3.2l d'une part, et des diagrammes spatio-temporels de la vorticité sur le cylindre fournis par les figures 3.2m à 3.2r d'autre part. Nous nous intéressons notamment aux propriétés de symétries de ces modes. Nous précisons également leur définition par rapport aux classifications des régimes d'écoulement de Tatsuno & Bearman [7] et de Williamson [64], respectivement présentées aux paragraphes 1.4.2 et 1.4.1.

3.2.1 Mode symétrique

Le premier type d'écoulement, présenté sur les figures 3.2a et 3.2g, se caractérise à l'échelle globale par le lâcher simultané à chaque course du cylindre de deux tourbillons de vorticité de signes opposés. Cette structure parfaitement symétrique est celle du régime A identifié par Tatsuno & Bearman, ou encore du régime symétrique de Williamson. Plus précisément, le diagramme spatio-temporel de la vorticité associé, donné par la figure 3.2m, présente trois types de symétries spatio-temporelles [70]. Le premier type de symétrie, uniquement spatiale, comprend les deux symétries de réflexion par rapport aux axes $s = 0,25$ et $s = 0,75$. Elles sont décrites par l'équation (3.1) suivante :

$$\omega(0,25 + s ; t) = -\omega(0,25 - s ; t) \quad \text{et} \quad \omega(0,75 + s ; t) = -\omega(0,75 - s ; t) \quad (3.1)$$

A l'échelle globale, il s'agit de la symétrie de réflexion par rapport à l'axe (Ox) d'oscillation du cylindre.

Le deuxième type de symétrie spatio-temporelle s'exprime graphiquement de la façon suivante : les deux moitiés inférieure et supérieure du diagramme sont en miroir l'une par rapport à l'autre, au signe près et avec un décalage d'une demi-période. Ceci se traduit mathématiquement par l'équation (3.2) :

$$\omega(1 - s ; t + 0,5T) = -\omega(s ; t) \quad (3.2)$$

et s'interprète comme la symétrie de réflexion par rapport à l'axe transverse (Oy) avec un déphasage d'une demi-période.

Enfin, la figure 3.2m met en évidence une troisième symétrie spatio-temporelle. La moitié supérieure du diagramme s'obtient à partir de la moitié inférieure moyennant une translation d'une demi-période. Autrement dit, on a la relation suivante :

$$\omega(s + 0,5 ; t + 0,5T) = \omega(s ; t) \quad (3.3)$$

Elle exprime la symétrie centrale par rapport au centre du cylindre avec un déphasage d'un demi-cycle d'oscillation.

On constate que ces symétries locales, identifiées à partir du diagramme spatio-temporel de la vorticité sur le cylindre sur la figure 3.2m, sont précisément celles observées dans l'écoulement global sur les figures 3.2a et 3.2g.

De plus, la figure 3.2m permet de lire les événements de l'histoire des tourbillons. Un agrandissement sur une période est fourni par la figure 3.3a. On observe d'abord deux lignes horizontales de points de vorticité nulle aux abscisses curvilignes $s = 0, 25$ et $s = 0, 75$. Ce sont les points d'arrêt amont et aval situés sur l'axe d'oscillation du cylindre à tout instant du cycle. Ils sont pointés sur les figures 3.3b et 3.3c à l'échelle de l'écoulement global. Sur les intervalles $[0, 9T; 0, 1T]$ et $[0, 4T; 0, 6T]$, on ne dénombre que ces deux points de vorticité nulle. L'écoulement est alors collé au cylindre, comme l'illustre la figure 3.3c. A chaque $t = 0, 1T$ et $0, 6T$, deux lignes de zéros de vorticité apparaissent de part et d'autre du point d'arrêt aval, puis s'en écartent rapidement. Elles correspondent au décollement de la couche limite et à l'ouverture d'une double-zone de recirculation derrière le cylindre (figure 3.3b). Puis, les deux lignes de vorticité nulle remontent le courant le long du cylindre au fur et à mesure que la zone décollée s'élargit. Enfin, ces deux lignes fusionnent à chaque $t = 0, 4T$ et $0, 9T$ au niveau de l'axe d'oscillation, c'est-à-dire en $s = 0, 25$ ou $s = 0, 75$. Les nappes de vorticité au-dessus et au-dessous du cylindre sont alors détachées. Elles constituent les deux tourbillons émis de chaque côté du cylindre, visibles sur les figures 3.2a et 3.2g ou 3.3c de l'écoulement global.

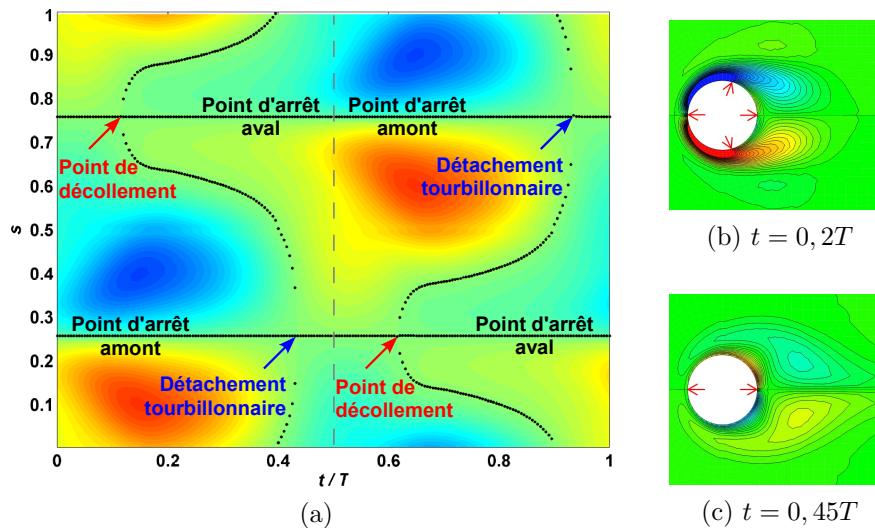


FIGURE 3.3 – (a) Interprétation du diagramme spatio-temporel de la vorticité sur le contour du cylindre pour le mode symétrique. Exemple pour $KC = 10$ et $Re = 60$ (agrandissement sur une période de la figure 3.2m).

(b)-(c) Champ de vorticité global au voisinage du cylindre à $t = 0, 2T$ et $t = 0, 45T$ pour une échelle comprise entre -10 et +10. Les points de vorticité nulle sur le cylindre sont pointés par les flèches rouges (→).

3.2.2 Mode en V

Le deuxième type de lâcher tourbillonnaire est illustré par les figures 3.2b et 3.2h montrant le lâcher d'un petit tourbillon à chaque demi-période dans le demi-plan supérieur $y > 0$. D'autres visualisations de ce mode, issues des articles de Tatsuno & Bearman [7] et de Dütsch [4], ont été données sur la figure 2.8. On reconnaît ainsi la structure en forme de V, ici de concavité tournée vers le bas, définissant le régime D de Tatsuno & Bearman [7]. Nous avons montré au paragraphe 1.4.3 qu'elle correspondait au régime asymétrique dans la classification de Williamson [64]. Dans ce manuscrit, il est appelé le « mode en V », car le terme asymétrique de Williamson n'est pas assez précis et la lettre D désigne le nom d'un régime – et non celui d'un mode (voir le paragraphe 3.1.1).

Par rapport au diagramme spatio-temporel du mode précédent sur la figure 3.2m qui présentait trois symétries spatio-temporelles formulées par les équations (3.1), (3.2) et (3.3), celui du mode en V sur la figure 3.2n ne manifeste plus que la symétrie (3.2). Il s'agit de la réflexion par rapport à l'axe transverse (Oy) avec un déphasage d'une demi-période. De fait, cette symétrie est la seule observée dans l'écoulement global sur les figures 3.2b et 3.2h. En effet, les deux tourbillons de part et d'autre de l'axe des oscillations ne grandissent plus symétriquement en aval du cylindre. Lors du retournement du cylindre, le tourbillon le plus fort est repoussé vers l'extérieur, puis glisse le long de la structure au cours du demi-cycle suivant. Il est finalement relâché en bout de course, formant ainsi l'un des bras du motif en V.

On peut également identifier les étapes de la genèse des tourbillons à partir du diagramme spatio-temporel de la vorticité proposé sur la figure 3.2n. On s'appuie pour cela sur la figure 3.4 qui fournit en un agrandissement sur une période.

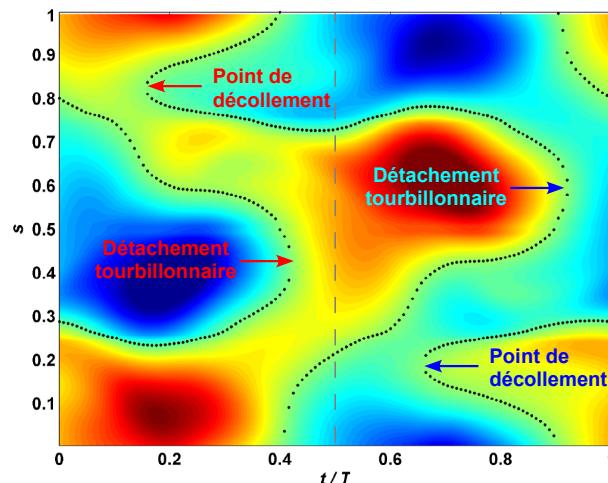


FIGURE 3.4 – Interprétation du diagramme spatio-temporel de la vorticité sur le contour du cylindre pour le mode en V. Exemple pour $KC = 6, 25$ et $Re = 150$ (agrandissement sur une période de la figure 3.2n).

D'une part, l'ouverture de la zone de recirculation se traduit par l'apparition de deux lignes divergentes de vorticité nulle, à partir du « point de décollement » indiqué sur la figure 3.4. Une première zone de recirculation s'ouvre à $t = 0,15T$ en $s = 0,8$ et la seconde à $t = 0,65T$ en $s = 0,2$. On passe alors de 2 à 4 points de vorticité nulle sur le contour du cylindre. D'autre part, le lâcher tourbillonnaire apparaît comme la fusion de deux lignes de vorticité nulle, marquant le détachement d'une couche de vorticité qui forme alors un tourbillon. Ces événements, désignés par les flèches « détachement tourbillonnaire », interviennent à chaque $t = 0,42T$ et $0,92T$, respectivement aux abscisses curvilignes $s = 0,4$ et $s = 0,6$, fermant une zone de vorticité bleue puis rouge. Ces deux points de fusion, situés dans l'un et l'autre des deux quadrants inférieurs, correspondent bien aux décrochements des nappes de vorticité en tourbillons bleu puis rouge apparaissant sur les figures 3.2b et 3.2h dans le demi-plan supérieur.

3.2.3 Mode transverse

Un troisième type de mode de lâcher tourbillonnaire est introduit par les figures 3.2c et 3.2i. Il s'effectue perpendiculairement à l'axe des oscillations du cylindre, vers le bas. Une allée transversale apparaît, alimentée par un nouveau tourbillon à chaque course du cylindre, en rotation dans un sens puis dans l'autre. Il s'agit du régime G décrit par Tatsuno & Bearman, ou encore du régime transverse selon Williamson.

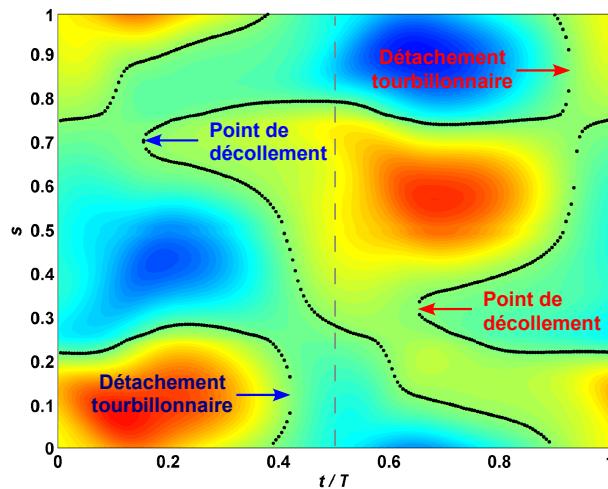


FIGURE 3.5 – Interprétation du diagramme spatio-temporel de la vorticité sur le contour du cylindre pour le mode transverse. Exemple pour $KC = 10$ et $Re = 80$ (agrandissement sur une période de la figure 3.2o).

Le diagramme spatio-temporel associé, que montrent les figures 3.2o et 3.5, présente le même profil de vorticité que celui des figures 3.2n et 3.4 pour le mode en V. Il suffit d'échanger les demi-plans inférieur et supérieur du graphique et de décaler l'axe des temps d'une demi-période. L'opération équivalente appliquée à l'écoulement global est la rotation d'un angle de 180° suivie d'un déphasage de $T/2$. Ainsi, la figure 3.2c correspond

à la figure 3.2h, et la figure 3.2i correspond à la figure 3.2b. La comparaison des propriétés de symétries de ces deux simulations nous permet d'illustrer les deux résultats suivants.

D'une part, bien que distingués dans la littérature à partir de visualisations de l'écoulement global, les modes en V et transverse présentent les mêmes symétries. Dans la suite, nous montrons que la dynamique du lâcher tourbillonnaire (paragraphe 3.3.3.5) et la force du cylindre (paragraphe 3.4.1) sont semblables pour ces deux modes, et que l'on passe continûment de l'un à l'autre (paragraphe 4.3). Ces résultats suggèrent que les deux modes appartiennent à une même famille plus large de comportements du système.

D'autre part, les modes en V et transverse se déclinent eux-mêmes en deux sous-modes, selon que les tourbillons constituant le V et l'allée transverse proviennent du bas ou du haut du cylindre. Sur la figure 3.4, les fermetures des zones de vorticité correspondant à l'émission d'un tourbillon sont observées aux abscisses curvilignes $s = 0,4$ et $s = 0,6$, c'est-à-dire de chaque côté du sommet du cylindre. A l'inverse, sur la figure 3.5, les détachements tourbillonnaires interviennent en $s = 0,13$ et $s = 0,87$, c'est-à-dire de part et d'autre de la base du cylindre.

De manière générale, les modes pour lesquels la symétrie spatiale d'équation (3.1) est brisée et l'une des symétries spatio-temporelles (3.2) ou (3.3) est préservée, peuvent apparaître sous deux formes, définissant ainsi deux sous-modes. Les modes en V et transverse entrent dans ce cadre, ainsi que le mode diagonal étudié au paragraphe 3.2.5.

3.2.4 Mode oblique

Les figures 3.2d et 3.2j introduisent un quatrième mode de lâcher tourbillonnaire. Deux tourbillons appariés sont émis en haut à droite du cylindre lors de la première course du cylindre, tandis que la seconde course n'en libère aucun. La direction de convection de la paire de tourbillons est oblique. On retrouve ainsi le mode simple-paire défini par Williamson. Cette fois-ci, il existe quatre sous-modes, associés aux quatre quadrants possibles pour l'allée oblique.

Le diagramme spatio-temporel, sur la figure 3.2p, présente à première vue la même propriété de symétrie d'équation (3.2) que les diagrammes des modes en V (figure 3.2n) et transverse (figure 3.2o). Il apparaît toutefois une sorte d'accroc dans le couloir descendant de vorticité rouge vers $t = 0,2T$ et $s = 0,6$, qui ne possède pas son symétrique attendu vers $t = 0,7T$ et $s = 0,4$ pour le couloir ascendant bleu. La présence de cet accroc dans la symétrie (3.2) constitue justement la signature du mode oblique. Nous allons l'expliquer à partir de la figure 3.6, qui propose un agrandissement de la figure 3.2p sur une période, complété d'annotations.

Considérons d'abord la seconde demi-période, ne présentant pas d'accroc. Le cylindre progressant vers la droite, le point d'arrêt amont A2 se situe à droite, vers $s = 0,75$. Une

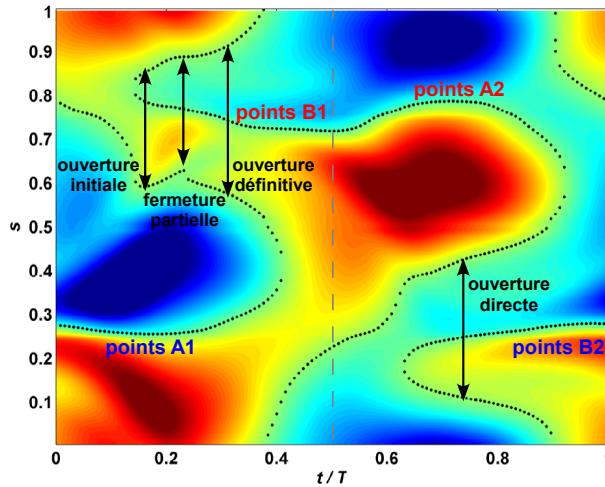


FIGURE 3.6 – Interprétation du diagramme spatio-temporel de la vorticité sur le contour du cylindre pour le mode oblique. Exemple pour $KC = 6,25$ et $Re = 180$ (agrandissement sur une période de la figure 3.2p). A_i et B_i désignent respectivement les points d'arrêt amont et aval pendant la première ($i = 1$) ou la seconde ($i = 2$) course du cylindre.

ouverture se produit autour de $s = 0,25$, donnant naissance à deux zones de recirculation, rouge pour $s < 0,25$ et bleue pour $s > 0,25$, séparées par le point d'arrêt aval B2.

Étudions ensuite le cas de la première demi-période. Le point d'arrêt amont A1 est à gauche, en $s = 0,25$, puisque le cylindre évolue vers la gauche. En aval du cylindre, les couches limites décollent et une zone de recirculation s'ouvre de part et d'autre du point d'arrêt aval B1. On observe que la zone de recirculation bleue, pour $s > 0,75$, s'ouvre directement ; il s'agit du décollement de la couche limite inférieure. En revanche, la zone de recirculation rouge, pour $s < 0,75$, est partiellement refermée vers $t = 0,2T$ avant de se ré-ouvrir définitivement, produisant sur le diagramme un « accroc ». Il révèle que la couche limite supérieure décolle légèrement, puis est en partie recollée, avant de recommencer à se décoller. En fait, l'occlusion partielle et momentanée est due au passage du gros tourbillon rouge, visible sur la figure 3.2j, qui frotte contre le cylindre en le contournant de la gauche vers la droite. Il appuie sur la couche limite et l'empêche de décoller. Ce n'est qu'une fois que le gros tourbillon rouge est passé que la couche limite se décolle définitivement.

L'accroc ne se produit pas lors de la seconde course puisque le tourbillon bleu formé sur la figure 3.2d est emporté avec le tourbillon rouge précédent. Ainsi, aucun tourbillon ne frotte contre la couche limite supérieure du second demi-cycle qui s'ouvre directement.

3.2.5 Mode diagonal

Un cinquième type d'écoulement global, montré par les figures 3.2e et 3.2k, est caractérisé par l'émission d'une paire de tourbillons contra-rotatifs à chaque demi-période. Chacune des deux paires étant convectée dans des quadrants diamétralement opposés, on obtient un profil diagonal qui définit le régime F de Tatsuno & Bearman. Il est identifié sous le nom de régime double-paire par Williamson.

Le diagramme spatio-temporel de ce mode est donné par la figure 3.2q. Cette fois-ci, des trois symétries identifiées au paragraphe 3.2.1 pour le mode symétrique, seule celle formulée par l'équation (3.3) est conservée. Il s'agit de la symétrie centrale par rapport au centre du cylindre avec un déphasage d'une demi-période. Cette symétrie locale sur le contour du cylindre est préservée dans l'écoulement global, comme en témoignent les figures 3.2e et 3.2k. Deux sous-modes sont possibles pour le mode diagonal, les tourbillons pouvant être convectés suivant la première ou la deuxième bissectrice du plan.

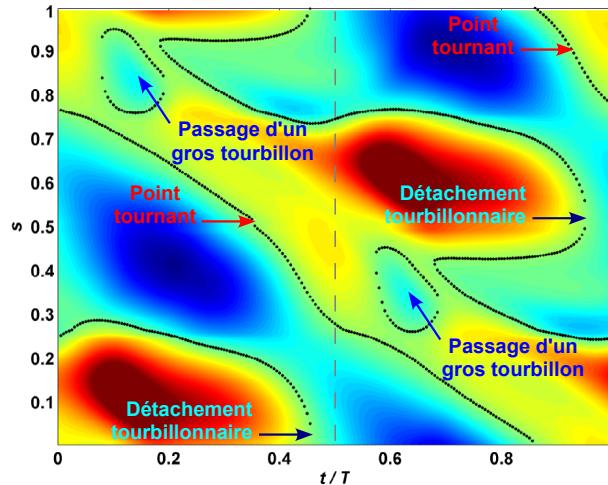


FIGURE 3.7 – Interprétation du diagramme spatio-temporel de la vorticité sur le contour du cylindre pour le mode diagonal. Exemple pour $KC = 10$ et $Re = 200$ (agrandissement sur une période de la figure 3.2q).

Soulignons quelques spécificités du diagramme spatio-temporel du mode diagonal sur la figure 3.7. La première est l'existence d'un point de vorticité nulle en rotation à vitesse pratiquement constante sur le contour du cylindre, repéré par l'annotation « point tournant ». Ce mouvement circulaire se traduit par une ligne de vorticité nulle, ici descendante de $s = 1$ à $s = 0$ à chaque $t = 0, 9T$, car la rotation s'effectue dans le sens trigonométrique. Elle apparaît aussi dans l'écoulement global, au niveau des gros tourbillons rouge et bleu contournant le cylindre. En effet, à la fin de la première demi-période, ils contournent le cylindre par le haut et vers la gauche (figure 3.2e), puis à la fin de la seconde demi-période par le bas et vers la droite (figure 3.2k).

Ensuite, le diagramme spatio-temporel sur la figure 3.7 laisse apparaître à chaque demi-période une boucle de vorticité bleue dans le couloir descendant de vorticité rouge. Comme pour le mode oblique, cet accroc est la signature du contournement du cylindre par un gros tourbillon (ici bleu), qui frotte contre la couche limite et contrarie son décollement en aval. Dans le cas du mode diagonal, cet événement survient à chaque course du cylindre car une paire de tourbillons est émise par course, alors que pour le mode oblique sur la figure 3.6, il ne se produit qu'à l'aller car une paire n'est lâchée qu'une course sur deux.

3.2.6 Mode chaotique

Enfin, la dernière colonne de la figure 3.2 montre un écoulement désordonné, pour lequel il n'est plus possible d'identifier un schéma de lâcher tourbillonnaire quelque peu durable. Des tourbillons sont émis dans différentes directions. Leur durée de vie est plus longue. Les tourbillons peuvent se déchirer ou fusionner, rendant leurs interactions plus complexes et instables [6]. De même, le diagramme spatio-temporel de la vorticité sur la figure 3.2r révèle l'ampleur du désordre. Les niveaux de vorticité sont élevés et suggèrent les histoires chaotiques des tourbillons issus des couches limites développées sur le contour du cylindre.

En fait, toute propriété de symétrie et de périodicité a disparu. Au sens strict de la définition de mode que nous avons proposée au paragraphe 3.1.1, il n'est donc plus légitime de parler de mode dans ce cas. Cependant, nous présentons ce dernier type de comportement du système sous le nom de « mode chaotique ». Nous souhaitons ainsi préciser que pour certaines simulations, aucun des cinq véritables modes précédents n'est observé.

3.3 Mécanismes régissant la dynamique des tourbillons

Le paragraphe précédent a montré l'existence de cinq modes de lâcher tourbillonnaire – symétrique, en V, transverse, oblique et diagonal. La dynamique de la vorticité est alors reproductible d'une période à une autre. On cherche à présent à comprendre les grands principes généraux qui gouvernent l'histoire des tourbillons et qui permettent d'expliquer simplement tous les profils des modes observés.

3.3.1 Deux mécanismes pour deux étapes

Pour analyser la dynamique de l'écoulement, nous allons distinguer deux phases dans le cycle des oscillations du cylindre. La première est celle pendant laquelle le cylindre parcourt une trajectoire d'une extrémité à l'autre. La seconde phase est le moment du retournement du cylindre, autour de $t = 0,5T$ et $t = T$. Nous allons identifier les mécanismes en action dans chacune de ces deux configurations.

Au cours de la première étape où le cylindre décrit sa course, bien qu'à vitesse non-constante, on peut se ramener au cas du cylindre en translation à vitesse uniforme dans un fluide au repos. Le mécanisme de lâcher tourbillonnaire dans la gamme de KC et Re considérée ici est celui qui produit une allée de Von Kármán, présentée au paragraphe 1.3.2. Une analyse de ce mécanisme est proposée par Gerrard [101] à partir de l'entraînement du fluide dans la zone de recirculation et de la diffusion de la vorticité dans les couches limites issues du cylindre. Un tourbillon est détaché alternativement de la base puis du

sommet du cylindre. Deux tourbillons consécutifs ont une vorticité de signes opposés. Pour le problème du cylindre oscillant qui nous intéresse, plus KC est grand, plus la course du cylindre est longue, et plus le nombre de tourbillons émis est élevé. Ce mécanisme a déjà été étudié, notamment par Williamson [64], puis par Obasaju [54], Sumer [47], Kim [68] et Lam [6]. Ces auteurs observent qu'un incrément de KC de 8 entraîne le lâcher d'un tourbillon supplémentaire à chaque course du cylindre (voir le paragraphe 1.4.1). Le nombre de tourbillons émis par cycle est justement à l'origine de la classification des régimes d'écoulement de Williamson [64] lorsqu'il parle de modes simple-paire, double-paires, triple-paires,...

D'autre part, intéressons-nous à la phase du retournement du cylindre. Quel que soit le nombre de tourbillons lâchés lors de la course qui s'achève, on se retrouve à proximité immédiate du cylindre dans la configuration où deux tourbillons se sont développés asymétriquement en aval du cylindre, l'un étant plus gros que l'autre (figure 3.8a). Selon la parité du nombre de tourbillons émis, le tourbillon le plus fort est celui attaché au sommet ou à la base du cylindre.

Nous allons nous concentrer sur la phase de retournement du cylindre, qui constitue la spécificité du mouvement que nous étudions. Pour mieux identifier les mécanismes mis en jeu, nous allons faire abstraction de l'étape de la course du cylindre pendant laquelle plusieurs tourbillons peuvent être émis. Nous considérons donc que les deux nappes de vorticité issues du sommet et de la base du cylindre se sont développées sans émettre de tourbillons. Autrement dit, on se ramène au cas de valeurs de KC modérées. Il s'agit alors d'expliquer le comportement du système pour la gamme des régimes de Tatsuno & Bearman et pour les premiers régimes de Williamson, que nous avons caractérisés dans les paragraphes 3.2.1 à 3.2.5.

3.3.2 Dynamique de la vorticité lors du retournement du cylindre

Intéressons-nous aux cas où KC et Re atteignent des valeurs suffisantes pour rompre la symétrie des deux nappes de vorticité contra-rotatives se développant en aval du cylindre. Supposons que la nappe de vorticité la plus forte est celle issue de la base du cylindre. C'est le point de départ de la figure 3.8, duquel les différents modes en V, transverse, oblique et diagonal vont découler. Ce schéma initial 3.8a représente la structure du champ de vorticité au voisinage du cylindre peu avant $t = 0,5T$, alors que le cylindre approche de sa butée gauche. La question est de savoir comment vont se comporter les deux nappes de vorticité asymétriques lorsque le cylindre va se retourner.

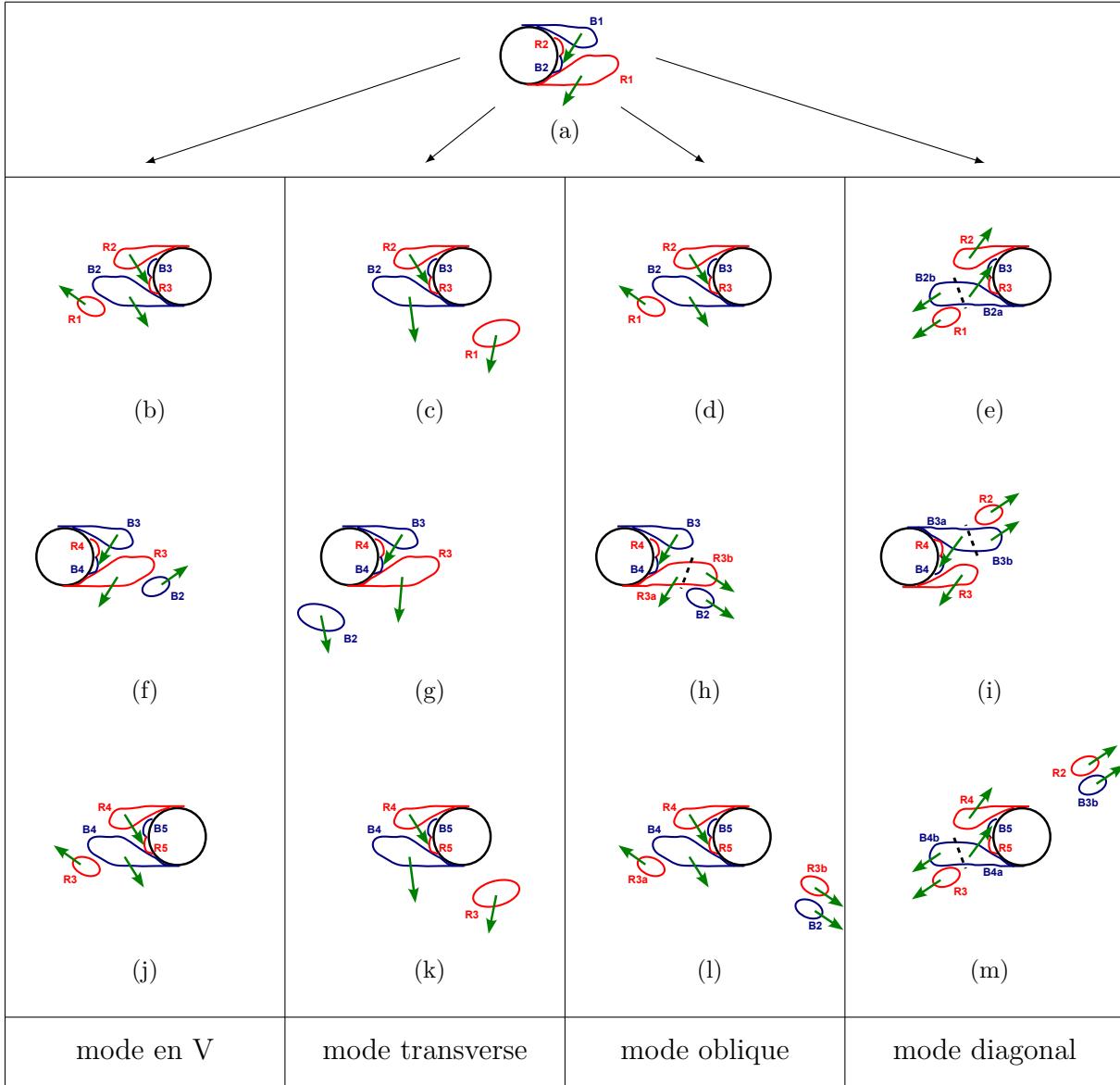


FIGURE 3.8 – Dynamique des tourbillons lors du retournement du cylindre : schémas des quatre évolutions possibles pour un état initial (a) où les deux nappes de vorticité R1 et B1 en aval du cylindre sont de forces inégales. Les flèches (\rightarrow) indiquent la direction du mouvement à venir des tourbillons.

Lignes 1 et 3 : $t \simeq 0,5T$ et le cylindre atteint son extrémité gauche.

Lignes 2 et 4 : $t \simeq T$ et le cylindre atteint son extrémité droite.

La réponse que nous proposons est le mécanisme de base suivant :

Lors du retournement du cylindre :

- la nappe de vorticité la plus forte est repoussée vers l'extérieur sous forme de tourbillon;
- la nappe de vorticité la plus faible est absorbée par la couche limite de vorticité de même signe, de l'autre côté de l'axe d'oscillation du cylindre.

Nous allons montrer dans le paragraphe suivant que le principe général (3.4) permet d'expliquer les modes de lâcher tourbillonnaire identifiés sur la figure 3.2 et schématisés

sur la figure 3.8. Nous précisons également comment s'applique ce principe dans le cas particulier du mode symétrique où les nappes de vorticité sont de forces égales.

3.3.3 Application aux différents modes observés

D'après le principe (3.4) appliqué à la première figure 3.8a, la nappe de vorticité R1 la plus grande est repoussée vers le bas sous forme de tourbillon, tandis que B1 (en haut) est absorbée par la zone de recirculation B2 (en bas) qui constituera la couche limite inférieure de la prochaine course du cylindre. Les mouvements de ces deux tourbillons B1 et R1 sont indiqués par des flèches sur la figure 3.8a.

Au cours de la demi-période suivante, la nappe de vorticité inférieure B2 se développe plus que la nappe de vorticité supérieure R2, puisque B2 a profité initialement de l'absorption du tourbillon B1. Ceci est visible sur la deuxième ligne de la figure 3.8, représentant l'écoulement à l'instant équivalent de la première ligne, mais pour la demi-période suivante. On se situe donc peu avant $t = T$ et le cylindre atteint sa butée droite. Quant à l'évolution du tourbillon R1, plusieurs scénarios sont envisageables. Chacun constitue une colonne de la figure 3.8 et conduit à un mode différent.

3.3.3.1 Application au mode en V

Dans le premier cas, c'est-à-dire la première colonne, R1 n'est pas très fort. Il glisse alors le long du cylindre et de la nappe de vorticité B2, puis poursuit son chemin vers la gauche. Cette trajectoire de R1 est indiquée par une flèche sur la figure 3.8b. Au moment du retournement du cylindre, d'après le principe (3.4), le tourbillon B2 est repoussé vers le bas et le tourbillon R2 est absorbé par la couche limite R3. Lors de la course suivante du cylindre, sur la figure 3.8f, la nappe de vorticité R3 alimentée par le tourbillon R2 grossit plus que la nappe de vorticité B3. Le tourbillon B2 glisse simplement le long de R3 puis s'éloigne vers la droite. Ainsi, la configuration de la figure 3.8f est le symétrique de la situation précédente sur la figure 3.8b avec $B_{n+1} \leftrightarrow R_n$ et $R_{n+1} \leftrightarrow B_n$. Au final, on obtient le mode en V décrit au paragraphe 3.2.2 en itérant sur les figures 3.8f et 3.8j, avec l'émission à chaque demi-cycle d'un tourbillon (R1 puis B2 puis R3...) constituant les bras du V.

3.3.3.2 Application au mode transverse

Dans le deuxième cas envisagé, le tourbillon R1 est très intense. Lorsqu'il est repoussé, au lieu de glisser mollement le long du cylindre comme dans le cas de la première colonne, il bénéficie de l'écoulement potentiel engendré par le mouvement de la structure pour migrer indépendamment vers le bas, sur la figure 3.8c. Ensuite, de la même façon que R1, le tourbillon B2 alimenté par B1 acquiert une force suffisante pour l'éloigner du cylindre lors du prochain retournement du cylindre, sur la figure 3.8g. Il est convecté vers le bas à la

suite du tourbillon R1. La boucle sur les figures 3.8g et 3.8k conduit finalement au scénario du mode transverse décrit dans le paragraphe 3.2.3, avec un gros tourbillon (R1 puis B2 puis R3...) émis à chaque demi-période perpendiculairement à l'axe des oscillations du cylindre.

On constate que le schéma de la deuxième colonne est identique à celui de la première colonne exposé au paragraphe 3.3.3.1. Seule la direction du lâcher des tourbillons – latérale ou transverse – les différencie.

3.3.3.3 Application au mode oblique

Dans le troisième cas, l'histoire de la vorticité commence comme celle de la première colonne pour le mode en V : les figures 3.8d et 3.8b sont qualitativement identiques. Les première et troisième colonnes ne divergent qu'à partir de la troisième ligne. Cette fois-ci, le tourbillon B2 est suffisamment fort pour arracher sur son passage l'extrémité de la nappe de vorticité R3. Celle-ci se déchire en R3a à la racine, et R3b à la pointe, comme le mentionne la figure 3.8h. Par suite, R3a est repoussé vers la gauche tandis que B3 est absorbé par B4, conformément au principe (3.4). Quant aux tourbillons R3b et B2, ils s'apparentent et s'éloignent vers la droite. En effet, la circulation de l'un induit un champ de vitesse au cœur de l'autre suivant la loi de Biot et Savart rappelée par Guyon [40, chapitre 7] et Chassaing [99, chapitre 2] entre autres. Comme les tourbillons sont contra-rotatifs, ils engendrent une translation de la paire.

Ensuite sur la figure 3.8l, contrairement au tourbillon B2 sur la figure 3.8h, R3a n'est pas assez gros pour arracher une partie de B4, et meurt très rapidement. En effet, B2 était issu d'une nappe de vorticité complète alors que R3a n'est constitué que d'une racine. On retombe ainsi à la figure 3.8l sur la figure 3.8d. En itérant sur les figures 3.8h et 3.8l, on obtient le mode oblique, avec deux tourbillons appariés migrant vers le bas à droite, tel qu'il a été caractérisé au paragraphe 3.2.4.

3.3.3.4 Application au mode diagonal

Dans le quatrième cas, schématisé sur la dernière colonne, le tourbillon R1 est très fort et arrache une partie du tourbillon B2 (figure 3.8e). Ce dernier est déchiré en B2a à la racine et B2b à la pointe. La racine B2a se retrouve plus faible que le tourbillon R2, bien qu'au départ la nappe de vorticité B2 était plus forte que R2. D'après le principe (3.4), c'est donc le tourbillon R2 qui est repoussé vers le haut, et B2a qui est absorbé par la couche limite B3. Par suite, lors de la course suivante du cylindre sur la figure 3.8i, la nappe de vorticité B3 grossit plus que R3, puisque B3 a été alimentée par B2a. Par ailleurs, le tourbillon R2, en frottant sur la nappe de vorticité B3, la déchire en B3a et B3b et emporte sa pointe B3b. Cette situation est équivalente à celle de la figure 3.8e avec $B_{n+1} \leftrightarrow B_n$ et $R_{n+1} \leftrightarrow R_n$. La racine B3a se retrouve plus faible que le tourbillon R3, si bien qu'elle

est absorbée par B4 et que R3 est repoussé. Ce schéma conduit ainsi au mode diagonal par une boucle sur les figures 3.8i et 3.8m. On retrouve, comme au paragraphe 3.2.5, qu'une paire de tourbillons est émise à chaque demi-période.

Ainsi, le déchirement de la nappe de vorticité bleue B_n apparaît comme la conséquence des influences conjuguées des tourbillons rouges R_n et R_{n-1} . Tous deux sont suffisamment forts pour induire des champs de vitesse sur B_n . D'après la loi de Biot et Savart, si le tourbillon rouge (en rotation dans le sens anti-horaire) est au-dessus de la nappe de vorticité bleue (en rotation dans le sens horaire), on obtient un champ de vitesse dirigé vers la droite. Ce cas est celui rencontré pour les paires B3b et R2 sur la figure 3.8i ainsi que B4a et R4 sur la figure 3.8m. Inversement, lorsque le tourbillon rouge se trouve au-dessous de la nappe de vorticité bleue, la vitesse induite est orientée vers la gauche. Cette situation est observée pour les paires B3a et R3 sur la figure 3.8i ainsi que B4b et R3 sur la figure 3.8m. Dans tous les cas, il résulte des interactions de la nappe de vorticité bleue avec les tourbillons rouges que la pointe de la nappe est éloignée du cylindre alors que sa racine est rabattue vers la structure.

3.3.3.5 Comparaison des quatre modes dissymétriques

Ainsi, le principe (3.4) a permis de décrire les quatre modes en V, transverse, oblique et diagonal. Les trois premiers présentent en fait le même scénario global, dans lequel la nappe de vorticité la plus forte se développe toujours du même côté de l'axe des oscillations du cylindre. La différence entre les modes réside dans la trajectoire du tourbillon repoussé R1 puis B2 puis R3... Dans le mode en V, il glisse latéralement contre le cylindre. Dans le mode transverse, il s'en éloigne perpendiculairement. Dans le mode oblique, il glisse contre le cylindre et arrache une fois sur deux la pointe de la nouvelle nappe de vorticité. En revanche, dans le mode diagonal, la nappe de vorticité la plus forte se retrouve alternativement au-dessus et au-dessous de l'axe d'oscillation. En effet, au cours d'une demi-période, la nappe de vorticité initialement la plus forte est déchirée. Il n'en reste alors que la racine, affaiblie, qui est absorbée.

3.3.3.6 Application au mode symétrique

Nous traitons en dernier le mode symétrique introduit au paragraphe 3.2.1, car il apparaît comme un cas particulier (mais qui confirme la règle!) du principe (3.4) régissant le comportement des tourbillons lors du retournement du cylindre. En effet, dans ce mode, les deux nappes de vorticité qui se développent en aval du cylindre sont de tailles égales. L'extension du principe (3.4) au cas symétrique donne que les deux nappes de vorticité décrochées en tourbillons sont repoussées de part et d'autre du cylindre lorsque le mouvement du solide s'inverse. Ces mouvements sont schématisés sur la figure 3.9. Les niveaux de vorticité restent trop faibles pour que les tourbillons interagissent et induisent

des champs de vitesse significatifs les uns sur les autres. C'est alors l'écoulement potentiel généré par les oscillations du cylindre qui détermine principalement les mouvements des tourbillons.

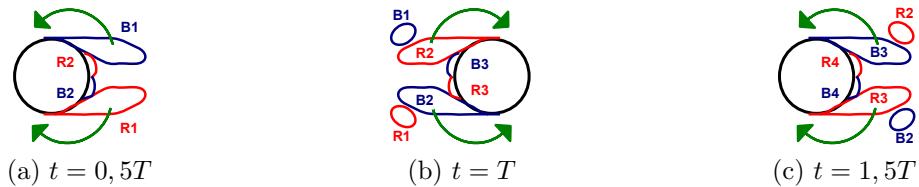


FIGURE 3.9 – Mouvement des tourbillons lors du retournement du cylindre dans le cas du mode symétrique.

3.4 De l'histoire de l'écoulement à celle des forces

Dans le paragraphe 3.2, nous avons identifié six modes de comportement du système. On cherche maintenant quels sont les profils des forces de traînée et de portance associés à chacun de ces modes. On souhaite également déterminer les liens entre l'histoire de l'écoulement et les variations temporelles des forces. Concernant l'écoulement, nous nous appuyons sur la dynamique du champ de vorticité non pas dans le domaine de fluide complet Ω_f , mais sur le contour du cylindre Γ_{cyl} . L'utilisation de cette nouvelle méthode est rendue possible par le paragraphe 3.2 qui a montré que les modes pouvaient être caractérisés de manière équivalente à partir de ces deux représentations, et que la seconde (la vorticité sur Γ_{cyl}) présentait l'avantage d'être plus maniable et plus précise.

3.4.1 Analyse à partir des différents modes

La figure 3.10 présente les évolutions sur deux périodes des forces de traînée $F_x(t)$ et de portance $F_y(t)$ pour les six modes introduits par la figure 3.2. En parallèle, la figure 3.10 montre les diagrammes spatio-temporels de la vorticité sur le cylindre associés à chaque mode. Ces diagrammes sont ici réduits aux lignes de vorticité nulle.

Dans le premier cas du mode symétrique sur la figure 3.10a, la force de traînée est quasiment sinusoïdale. Des points A à B (de $t = 0,4T$ à $0,66T$), la traînée augmente. Le diagramme de la vorticité ne présente que deux zéros de vorticité, qui sont les points d'arrêt amont et aval sur l'axe d'oscillation du cylindre. Les couches limites autour du cylindre sont donc collées. La lettre B marque le point de décollement à l'aval des couches limites inférieure et supérieure, en référence à la figure 3.3a. La force de traînée se met alors à décroître, jusqu'au point C à $0,9T$ où les couches limites se décrochent complètement pour libérer deux tourbillons. En effet, le point C représente le point de détachement tourbillonnaire indiqué sur la figure 3.3a. La force de traînée s'annule alors. Quant à la

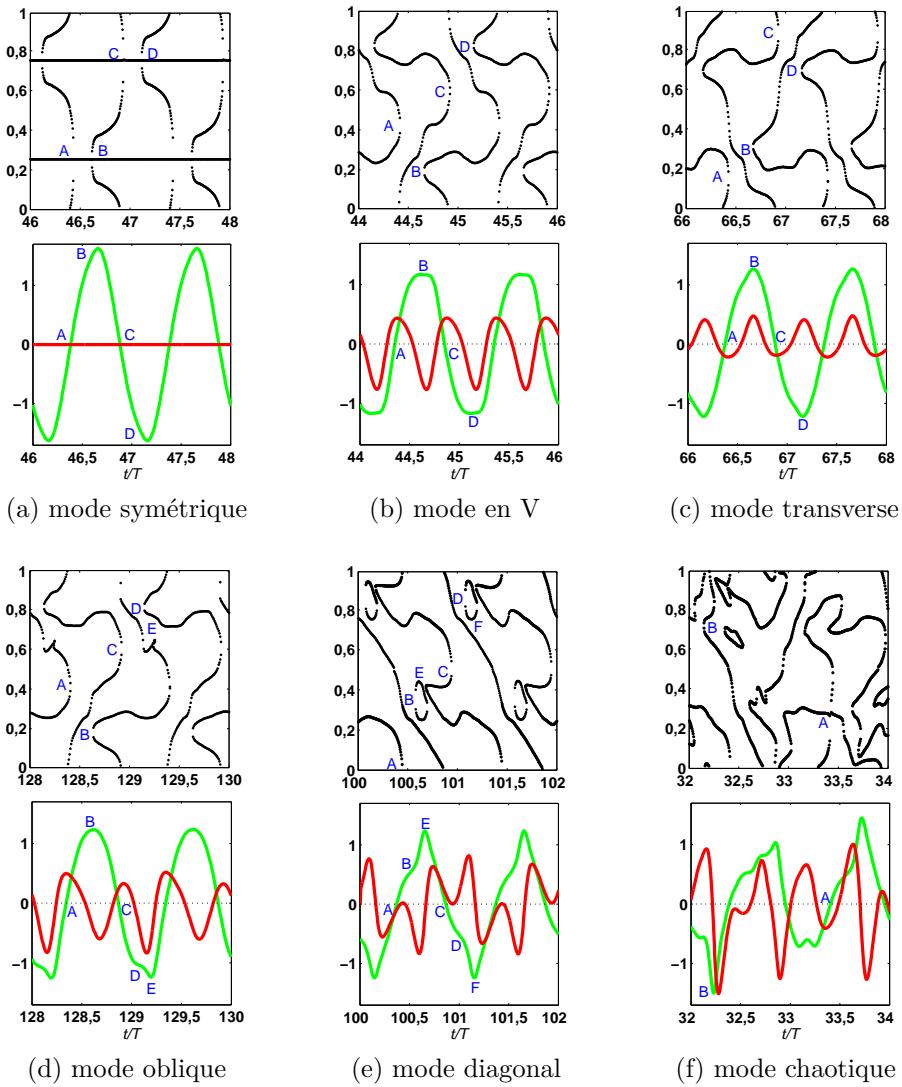


FIGURE 3.10 – Diagrammes spatio-temporels des points de vorticité nulle sur le contour du cylindre (●) et variations temporelles de la force de traînée $F_x(t)$ (—) et de la force de portance $F_y(t)$ (—) sur deux périodes pour les six modes (a)-(f) définis par la figure 3.2.

force de portance, elle est négligeable devant la force de traînée en raison de la parfaite symétrie de l'écoulement révélée par le diagramme spatio-temporel de la vorticité.

Dans le deuxième cas du mode en V, sur la figure 3.10b, l'évolution de la force de traînée est dictée comme précédemment par celle des lignes de vorticité nulle. Elle se met à décroître lorsque les couches limites décollent en aval, ouvrant une zone de recirculation (points B et D). Elle s'annule lorsque ces couches limites se détachent complètement du cylindre (points A et C).

L'amplitude et la moyenne de la force de portance ne sont plus nulles. Celle-ci présente quatre extrema, aux instants des points A, B, C et D. Montrons que cette parité est directement liée à la symétrie de l'écoulement, formulée par l'équation (3.2). Cette identité indique qu'un élément de vorticité d'un quadrant donné à un instant t réapparaît avec

le signe opposé dans le quadrant de l'autre côté de l'axe transverse à l'instant $t + T/2$. Utilisons l'expression de la force de portance proposée par Wu [102] et Lighthill [103], comptabilisant la contribution de la vorticité dans le domaine fluide (voir aussi Lin [31, page 507] et Sarpkaya [71, page 228], ainsi que le paragraphe 1.4.1) :

$$\mathcal{F}_y(t) = \left[-\frac{1}{2} \frac{\rho d^2 U_0}{T} \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega_f} \mathbf{x} \wedge \boldsymbol{\omega} d\Omega \right] \cdot \mathbf{e}_y \quad (3.5)$$

où $\boldsymbol{\omega}$ désigne le champ vectoriel de la vorticité dans le domaine fluide.

Cette formule présente une intégrale de volume, alors que nous souhaitons utiliser ici la vorticité définie sur le contour du cylindre. Or, nous avons montré dans le paragraphe 3.2 que les symétries de l'écoulement global se retrouvaient à l'échelle du contour du cylindre. Ici, l'objectif n'est pas de fournir un calcul exact de la force de portance, mais de prédire simplement les caractéristiques de ses variations. Nous allons donc considérer les éléments de volume de vorticité s'appuyant sur le contour du cylindre. La contribution à la force de portance de l'élément de vorticité situé en s à l'instant t s'exprime par l'équation (3.6) suivante :

$$d\mathcal{F}_y(t) = \frac{1}{4} \frac{\rho d^2 U_0}{T} \frac{\partial}{\partial t} (\sin(2\pi s) \omega(t, s)) \quad (3.6)$$

d'après la définition de s donnée par la figure 3.1.

A l'instant $t + T/2$, cet élément de vorticité est situé en $1 - s$ d'après l'équation (3.2). Il apporte donc à la force de portance la contribution suivante :

$$\begin{aligned} d\mathcal{F}_y\left(t + \frac{T}{2}\right) &= \frac{1}{4} \frac{\rho d^2 U_0}{T} \frac{\partial}{\partial t} \left[\sin(2\pi(1-s)) \omega\left(t + \frac{T}{2}, 1-s\right) \right] \\ &= \frac{1}{4} \frac{\rho d^2 U_0}{T} \frac{\partial}{\partial t} \left[(-\sin(2\pi s)) (-\omega(t, s)) \right] \quad \text{d'après l'équation (3.2)} \\ &= d\mathcal{F}_y(t) \end{aligned} \quad (3.7)$$

Sa contribution à la force de portance est donc identique à t et à $t + T/2$. Ainsi, la symétrie de l'écoulement explique bien la parité de la force de portance observée sur la figure 3.10b.

Le troisième cas, sur la figure 3.10c, est celui du mode transverse. Nous avons souligné au paragraphe 3.2.3 que les propriétés de symétrie du diagramme spatio-temporel de la vorticité de ce mode sont celles du mode en V sur la figure 3.10b. Par conséquent, on obtient les mêmes profils de forces. Simplement, le motif du lâcher tourbillonnaire émanant du dessus du cylindre dans le premier cas (figures 3.2b et 3.2h) et du dessous du cylindre dans le second cas (figures 3.2c et 3.2i), les moyennes des deux forces de portance sont de signes opposés sur les figures 3.10b et 3.10c.

Le quatrième exemple est celui du mode oblique, sur la figure 3.10d. Comme précédemment, le diagramme de vorticité et les forces sont similaires au cas du mode en V. Cependant, nous avons indiqué au paragraphe 3.2.4 la présence d'un accroc dans le diagramme de vorticité, à l'instant repéré par le point E sur la figure 3.10d. Ceci est dû au

passage d'un gros tourbillon visible en rouge sur la figure 3.2j contre la nappe de vorticité au-dessus du cylindre. Alors que les variations de la force de traînée étaient plutôt régulières dans le cas des modes en V et transverse, l'accroc du mode oblique se traduit par un pic de la force de traînée, au point E sur la figure 3.10d. En effet, lorsque la couche limite commence à décoller, au point D, la force cesse d'augmenter selon le même principe que pour les modes précédents. Cependant, la couche limite est partiellement recollée au point E sous la poussée du gros tourbillon : la force reprend sa croissance, produisant un pic. Enfin, le gros tourbillon s'éloigne, la couche limite décolle de nouveau et la force de traînée se met à décroître pour de bon.

La cinquième figure 3.10e concerne le mode diagonal. Les variations de la force de traînée suivent comme précédemment le rythme des ouvertures des zones de recirculation aux points B et D, et des détachements tourbillonnaires aux points A et C. On observe en outre un pic à chaque demi-période aux points E et F. Il correspond sur le diagramme spatio-temporel de la vorticité à une bulle de vorticité adverse au moment du décollement de la couche limite à l'aval. Comme pour le mode oblique, ce pic est la signature du retour d'un gros tourbillon contre le cylindre, en bleu sur les figures 3.2e et 3.2k.

La force de portance présente 6 extrema par période. En effet, d'après la propriété (3.3) de symétrie du mode diagonal, un élément de vorticité d'un quadrant donné à un instant t se retrouve avec le même signe de vorticité dans le quadrant diamétralement opposé à l'instant $t + T/2$. Appliquons le même raisonnement que pour le mode en V utilisant l'expression (3.5) de la force de portance proposée par Wu [102] et Lighthill [103]. On compare les contributions aux instants t et $t + T/2$ de l'élément de vorticité situé en s à l'instant t :

$$\begin{aligned} d\mathcal{F}_y\left(t + \frac{T}{2}\right) &= \frac{1}{4} \frac{\rho d^2 U_0}{T} \frac{\partial}{\partial t} \left[\sin(2\pi(s + 0,5)) \omega\left(t + \frac{T}{2}, s + 0,5\right) \right] \\ &= \frac{1}{4} \frac{\rho d^2 U_0}{T} \frac{\partial}{\partial t} \left[(-\sin(2\pi s)) \omega(t, s) \right] \quad \text{d'après l'équation (3.3)} \\ &= -d\mathcal{F}_y(t) \end{aligned} \quad (3.8)$$

La symétrie du champ de vorticité sur le cylindre rend donc bien compte de la parité du profil de la force de portance observée sur la figure 3.10e.

Enfin, le dernier cas est celui du mode chaotique, illustré par la figure 3.10f. La complexité des forces de traînée et de portance est à l'image de celle des lignes de vorticité nulle sur le cylindre. Deux points A et B ont été indiqués à titre d'exemples de points de fusion et d'ouverture de lignes de vorticité nulle, correspondant respectivement à une force de traînée nulle et maximale. Cependant, cette règle devient difficile à mettre en pratique de façon systématique, car les lignes de vorticité sont trop sinuées. Par exemple, la force de portance présente 6 puis 5 extrema sur les deux périodes montrées par la figure 3.10f.

3.4.2 Synthèse des liens entre vorticité et forces

Dans le paragraphe 3.4.1 précédent, nous avons mis en évidence des corrélations entre les diagrammes spatio-temporels de la vorticité sur le cylindre et les variations temporelles des forces de traînée et de portance. Ces diagrammes ayant été eux-mêmes reliés à l'histoire des tourbillons au paragraphe 3.2, on peut déterminer par transitivité les liens entre la dynamique de l'écoulement global et le profil des forces.

D'une part, le tableau 3.1 récapitule les correspondances entre l'écoulement et la force de traînée $F_x(t)$. Elle varie en première approximation au gré des décollements (points B et D) et des détachements (points A et C) des nappes de vorticité sur le cylindre. A l'échelle de l'écoulement global, ces deux événements se traduisent respectivement par l'ouverture d'une double zone de recirculation à l'aval du cylindre, et par l'émission d'un tourbillon. De plus, lorsqu'un gros tourbillon revient frotter contre le cylindre de l'amont vers l'aval, il gêne le décollement de la couche limite. Le diagramme de la vorticité locale présente alors un accroc ou une bulle (points E et F), qui produit un pic de la force de traînée.

vorticité globale dans Ω_f	vorticité locale sur Γ_{cyl}	$F_x(t)$
ouverture d'une zone de recirculation	point de décollement (B, D)	maximale
lâcher tourbillonnaire	point de détachement (A, C)	s'annule
retour d'un gros tourbillon contre le cylindre	accroc ou bulle (E, F) (modes oblique et diagonal)	pic

TABLE 3.1 – Liens entre les événements de l'écoulement aux échelles globale et locale, et les variations temporelles de la force de traînée $F_x(t)$.

D'autre part, le tableau 3.2 montre que la parité de la force de portance $F_y(t)$ découle des propriétés de symétrie de l'écoulement. Un écoulement parfaitement symétrique présente une force de portance nulle. Dans le cas de la symétrie (3.2) de réflexion par rapport à l'axe transverse, la force de portance présente 4 extrema par période. Enfin, la symétrie (3.3) centrale par rapport au centre du cylindre conduit à 6 extrema par cycle.

Ces quelques relations entre l'histoire de l'écoulement et celle des forces ont fait leurs preuves au paragraphe 3.4.1 à partir des six modes considérés sur la figure 3.10. Ces principes généraux s'avèrent efficaces ici, car la force est principalement pilotée par ce qui se passe à la périphérie immédiate du cylindre. Elle se montre peu sensible aux événements pouvant survenir ultérieurement dans la vie des tourbillons, qu'ils soient déchirés, absorbés ou détruits par la paroi, comme nous l'avions observé au paragraphe 2.3.6.

vorticité globale dans Ω_f	vorticité locale sur Γ_{cyl}	$F_y(t)$
mode symétrique	symétries (3.1) (3.2) (3.3)	$F_y \equiv 0$
modes en V, transverse (et oblique)	symétrie (3.2)	$F_y \left(t + \frac{T}{2} \right) = F_y(t)$ → 4 extrema par cycle
mode diagonal	symétrie (3.3)	$F_y \left(t + \frac{T}{2} \right) = -F_y(t)$ → 6 extrema par cycle

TABLE 3.2 – Liens entre les événements de l'écoulement aux échelles globale et locale, et les variations temporelles de la force de portance $F_y(t)$.

3.5 Transferts d'énergie du cylindre au fluide

Dans ce paragraphe, on s'intéresse au devenir de l'énergie apportée par le cylindre au fluide. D'après le bilan des puissances global, donné par l'équation (2.48), la puissance du cylindre P_{cyl} s'écrit comme la somme des variations temporelles de l'énergie cinétique du fluide dE_c/dt et de la puissance dissipée dans le fluide P_d . Cette équation décrit le transfert d'énergie de la structure vers le fluide, convertie en énergie cinétique d'une part et dissipée d'autre part. Plus précisément, on cherche à identifier dans l'écoulement le siège de la puissance cinétique et celui de la dissipation [104]. Pour cela, nous allons définir les champs de puissances cinétique et dissipée dans le domaine fluide.

3.5.1 Calcul local des puissances dans le fluide

Écrivons le bilan des puissances sous sa forme non plus globale donnée par l'équation (2.44), mais locale. Cette dernière s'obtient en remplaçant le domaine de fluide complet Ω_f par un volume de fluide élémentaire \mathcal{V}_f de contour $\partial\mathcal{V}_f$:

$$\int_{\mathcal{V}_f} \left[\frac{1}{\text{KC}} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \cdot \mathbf{u} + ((\mathbf{u} - \mathbf{U}_{\text{cyl}}) \cdot \nabla \mathbf{u}) \cdot \mathbf{u} \right] d\mathcal{V} = -\frac{1}{\text{Re}} \int_{\mathcal{V}_f} \text{tr}({}^t \nabla \mathbf{u} \nabla \mathbf{u}) d\mathcal{V} + \int_{\partial\mathcal{V}_f} \left[-p \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} + \frac{1}{\text{Re}} (\mathbf{u}({}^t \nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u})) \cdot \mathbf{n} \right] d\Gamma \quad (3.9)$$

Par analogie avec les équations (2.45) à (2.47), on définit alors [99] :

$$p_i = \int_{\mathcal{V}_f} \left[\frac{1}{\text{KC}} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \cdot \mathbf{u} + ((\mathbf{u} - \mathbf{U}_{\text{cyl}}) \cdot \nabla \mathbf{u}) \cdot \mathbf{u} \right] d\mathcal{V} \quad (3.10)$$

$$p_d = \frac{1}{\text{Re}} \int_{\mathcal{V}_f} \text{tr}({}^t \nabla \mathbf{u} \nabla \mathbf{u}) d\mathcal{V} \quad (3.11)$$

$$p_{\text{ext}} = \int_{\partial\mathcal{V}_f} \left[-p \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} + \frac{1}{\text{Re}} (\mathbf{u}({}^t \nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u})) \cdot \mathbf{n} \right] d\Gamma \quad (3.12)$$

où p_i et p_d désignent les densités de puissances cinétique et dissipée, et p_{ext} la puissance échangée par la particule de fluide avec l'extérieur.

Finalement, le bilan local des puissances s'écrit :

$$p_{\text{ext}}(\mathbf{x}, t) = p_i(\mathbf{x}, t) + p_d(\mathbf{x}, t) \quad (3.13)$$

pour le volume élémentaire autour de la particule de fluide située en \mathbf{x} à l'instant t .

Numériquement, on calcule les puissances cinétique et dissipée dans chaque élément du modèle d'élément fini, suivant la même démarche qu'au paragraphe 2.4.3. Puis on divise chacun de ces deux champs par les volumes des mailles les supportant pour obtenir les densités de puissances p_i et p_d . On peut alors tracer à un instant donné une carte de la densité de puissance dissipée ou cinétique dans le fluide. Deux exemples, donnés par la figure 3.12, sont examinés au paragraphe 3.5.2 suivant. Cette figure présente les densités des puissances cinétique p_i et dissipée p_d dans un sous-domaine de fluide encadrant le cylindre pour deux valeurs du couple (KC, Re). Au préalable il importe de vérifier que ce volume de dimensions $10d \times 6d$ contient bien toute la puissance cinétique et dissipée. Ce résultat est représenté sur la figure 3.11. Elle montre que la somme de la puissance dissipée par tous les éléments de ce domaine (●) est égale à la puissance dissipée dans le domaine de fluide complet Ω_f (—). Il en va de même pour la puissance cinétique (● et —). Ainsi, tous les transferts de puissances s'effectuent dans le sous-domaine de dimensions $10d \times 6d$. Il est donc possible de visualiser les densités de puissances dans ce milieu uniquement.

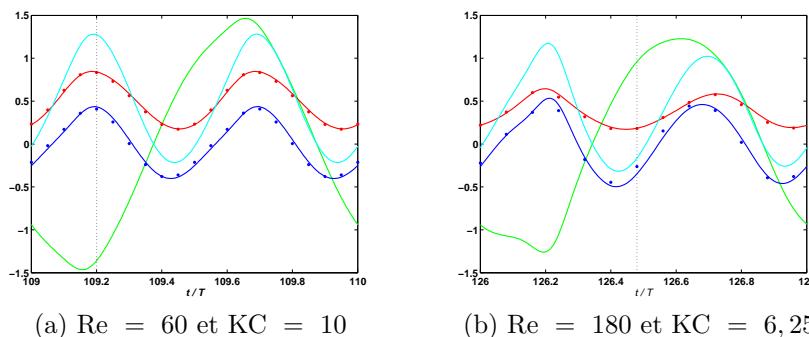


FIGURE 3.11 – Force et puissances pour $\text{Re} = 60$ et $\text{KC} = 10$ (a), et pour $\text{Re} = 180$ et $\text{KC} = 6,25$ (b). La ligne verticale (---) marque l'instant considéré dans la figure 3.12.
 — Force de traînée exercée par le fluide sur le cylindre F_x ;
 — Puissance des efforts du cylindre P_{cyl} ;
 — Puissance cinétique dE_c/dt dans Ω_f ;
 — Puissance dissipée P_d dans Ω_f ;
 ● Puissance cinétique dans le sous-domaine $10d \times 6d$;
 ● Puissance dissipée dans le sous-domaine $10d \times 6d$.

3.5.2 Localisation des transferts d'énergie cinétique et dissipée

A partir des densités de puissances définies au paragraphe 3.5.1, nous allons identifier des mécanismes locaux de conversion par le fluide en énergie cinétique ou dissipée de la puissance que lui apporte le cylindre. On s'appuie sur les deux exemples de la figure 3.12.

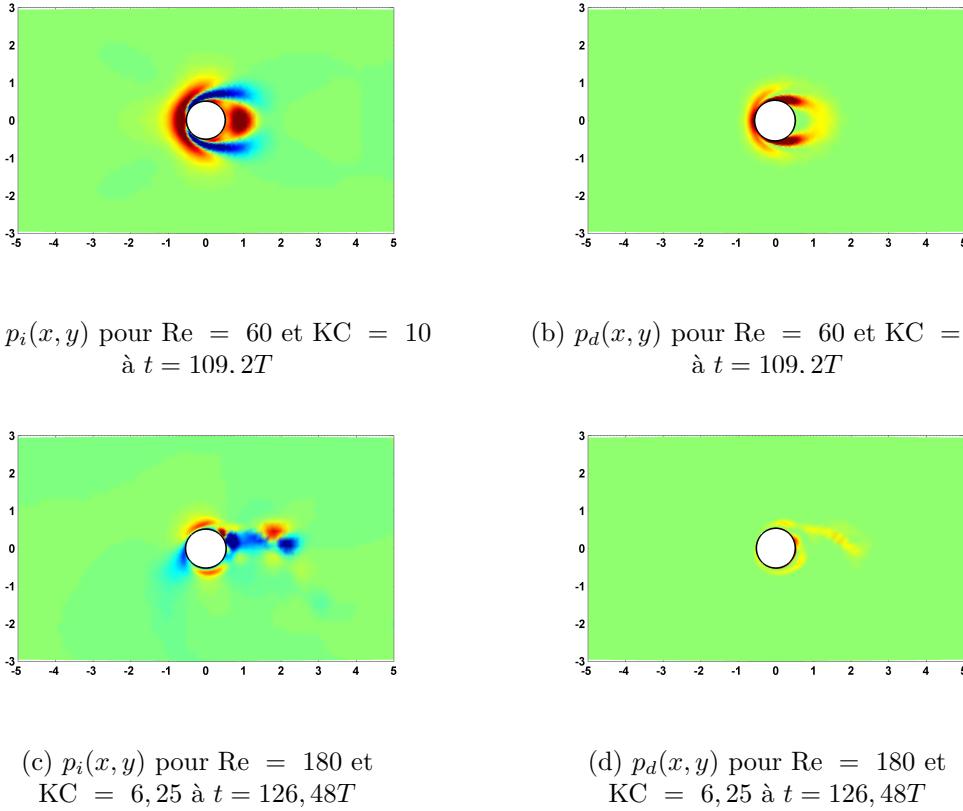


FIGURE 3.12 – Densités de puissances cinétique p_i (a et c) et dissipée p_d (b et d) dans le sous-domaine de fluide de dimensions $10d \times 6d$ autour du cylindre, pour $Re = 60$ et $KC = 10$ à $t = 109,2T$ (a et b) et pour $Re = 180$ et $KC = 6,25$ à $t = 126,48T$ (c et d). L'échelle des couleurs est imposée entre -0,4 (en bleu) et +0,4 (en rouge) dans tous les cas.

Le premier cas présenté aux figures 3.12a et 3.12b est celui du mode symétrique, pour $Re = 60$ et $KC = 10$. Le champ de vorticité a été montré sur les figures 3.2a et 3.2g. On considère ici l'instant $t = 0,2T$ repéré sur la figure 3.11a pour lequel le cylindre avance vers la gauche et approche de la position centrale de sa course.

D'après la figure 3.12a, la densité de puissance cinétique p_i est positive et maximale en amont du cylindre et dans la zone de recirculation avale. Il s'agit du fluide poussé et aspiré par le mouvement du cylindre, qui contribue aux effets inertIELS de masse ajoutée. De plus, il apparaît deux régions en bleu au-dessus et au-dessous du cylindre pour lesquelles la variation d'énergie cinétique des particules de fluide est négative. Ces régions correspondent à la couche limite, mise en évidence par le tracé des champs des vecteurs vitesse à $t = 109,1T$ et $t = 109,2T$ sur la figure 3.13. Plaçons nous sur la demi-droite verticale issue du sommet du cylindre. Près du cylindre dans la couche limite, la vitesse est orientée vers la gauche car le fluide est entraîné par le cylindre suivant la condition d'adhérence. Au loin, elle est tournée vers la droite. Entre les deux, la vitesse s'annule donc en changeant de sens. En fait, l'écoulement précédemment dirigé vers la droite est renversé vers la gauche par le mouvement de la structure. Entre les instants $t = 109,1T$ (→)

et $t = 109,2T$ (\rightarrow), on voit les flèches se redresser pour basculer vers la gauche. Or, les variations de l'énergie cinétique sur la figure 3.12a peuvent être identifiées à partir des variations de la norme des flèches du champ de vitesse entre les deux instants considérés sur la figure 3.13. La zone bleue où p_i est négative correspond justement à la zone de basculement du champ de vitesse.

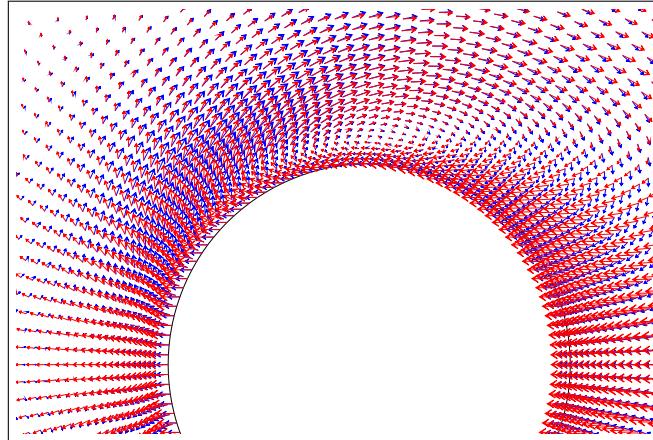


FIGURE 3.13 – Champs des vecteurs vitesse à $t = 109,1T$ (\rightarrow) et $t = 109,2$ (\rightarrow).

D'autre part, la figure 3.12b montrant la densité de puissance dissipée p_d met en évidence deux mécanismes de dissipation de l'énergie dans le fluide. Celle-ci s'opère en premier lieu dans la couche limite autour du cylindre. Les forts gradients de vitesse, notamment au niveau du décollement en aval, entraînent une dissipation par frottement visqueux. Ensuite, on observe une zone de dissipation négligeable (en vert) dans la zone de recirculation, puis plus importante (en jaune-orange) à l'arrière de la zone de recirculation. En effet, la dissipation s'effectue à la périphérie des tourbillons et plus particulièrement autour du point de stagnation, positionné ici vers $(x = d, y = 0)$ en aval du cylindre. Il s'agit effectivement d'un point de déformation pure.

Le second exemple sur les figures 3.12c et 3.12d concerne le cas du mode oblique pour $Re = 180$ et $KC = 6,25$. On choisit l'instant $t = 126,48T$ (figure 3.11b) où le cylindre arrive en butée à gauche et émet une paire de tourbillons identifiés sur la figure 3.2d du champ de vorticité. Cette paire apparaît sur la carte de la puissance cinétique p_i (figure 3.12c) sous la forme de deux zones bleue et rouge. L'étirement de la nappe de vorticité à partir de laquelle la paire de tourbillons est lâchée correspond aussi à une perte d'énergie cinétique du fluide. Enfin, la carte de la densité de la puissance dissipée p_d sur la figure 3.12d montre un troisième mécanisme de dissipation de l'énergie. Dans le cas de tourbillons contra-rotatifs appariés, leurs bords frottent l'un contre l'autre et leurs vitesses radiales, parallèles, induisent un écoulement secondaire avec de grandes vitesses [6]. Par conséquent, la dissipation est accrue dans cette région.

3.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons caractérisé les six principaux types d'écoulement et de forces que l'on observe à travers le plan (KC, Re). Il s'agit des modes symétrique, en V, transverse, oblique, diagonal et chaotique. L'existence de ces modes ne constitue pas une découverte en soi, mais la description et la compréhension de leurs comportements – en termes d'écoulement et de forces – ont été affinées. De plus, nous avons extrait de ces analyses quelques principes généraux permettant de prédire en première approximation la dynamique des tourbillons et les variations temporelles des forces.

Pour cela, nous avons d'abord défini un outil de représentation de la structure de l'écoulement au cours du temps. Le procédé commun consiste à visualiser à chaque instant le champ de vorticité dans le domaine fluide complet. Ici, nous nous concentrons sur sa réduction au contour du cylindre. Tracée en fonction du temps et de l'abscisse curviligne sur le solide, elle constitue le diagramme spatio-temporel de la vorticité sur le cylindre. Il représente l'évolution de l'écoulement en une seule image plane, au lieu d'une succession de clichés. De plus, l'intérêt de cet outil ne se limite pas à cet aspect pratique.

Nous avons d'abord montré au paragraphe 3.2 que les symétries de l'écoulement global peuvent être déterminées à partir du diagramme – pourtant local. Comparant les propriétés de symétrie des différents modes, nous avons constaté que les modes en V, transverse et oblique appartenaient à un même groupe de symétrie. Le diagramme spatio-temporel de la vorticité permet également de suivre le décollement des couches limites et l'ouverture d'une double zone de recirculation en aval du cylindre, et d'identifier précisément l'instant et l'origine spatiale des lâchers tourbillonnaires. De plus, il est possible de différencier l'émission de tourbillons appariés de celle d'un tourbillon seul. Dans le premier cas, un gros tourbillon se forme puis repasse de l'autre côté du cylindre pour s'apparier avec un tourbillon nouvellement constitué. En frottant contre le cylindre, le premier tourbillon gêne le décollement de la couche limite, ce qui se manifeste sur le diagramme de la vorticité par la présence d'un accroc ou d'une boucle dans les lignes de vorticité nulle.

Ensuite, le paragraphe 3.3 a mis en évidence les principes qui déterminent le comportement des tourbillons. Lorsque le cylindre avance d'un point extrême à l'autre de sa trajectoire, il est indiqué dans la littérature que le nombre de tourbillons émis dépend de l'amplitude de la course du cylindre, c'est-à-dire de KC. Le mécanisme de lâcher tourbillonnaire est en fait celui produisant l'allée de Von Kármán. La contribution de cette thèse se situe dans l'identification du mécanisme opérant lors du retourement du cylindre. Si les deux nappes de vorticité qui se sont développées en aval du cylindre sont de même taille, elles sont repoussées de part et d'autre du cylindre. Sinon, seule la plus forte est repoussée tandis que la plus faible est absorbée par la nappe de vorticité nais-

sante de même signe. Nous avons validé cette règle à partir des différents modes de lâcher tourbillonnaire identifiés.

Nous avons alors étudié au paragraphe 3.4 comment ces histoires des tourbillons influencent les forces de traînée et de portance. De nouveau, les diagrammes de la vorticité sur le cylindre s'avèrent efficaces pour mener cette analyse. Ils montrent que l'ouverture d'une zone de recirculation s'accompagne de la décroissance de l'amplitude de la traînée, qui s'annule lors du lâcher d'un tourbillon. En outre, la traînée présente un pic dans le cas de tourbillons appariés. Quant à la portance, sa parité et le nombre d'extrema par période sont dictés par les symétries de l'écoulement.

Enfin, le paragraphe 3.5 a proposé une méthode originale d'analyse de la force globale du cylindre à partir de sa puissance injectée au fluide. Nous avons examiné comment cette puissance est localement convertie en énergie cinétique et dissipée dans le fluide. Nous avons pour cela défini des cartes des densités des puissances cinétique et dissipée. Elles indiquent que la dissipation de l'énergie s'effectue dans les couches limites, à la périphérie des tourbillons isolés et dans la zone de contact de tourbillons appariés.

Ainsi avons-nous identifié six modes définissant les types d'écoulement et de forces que l'on peut observer sur une période d'oscillation du cylindre. Il reste à préciser quelles sont les régions du plan (KC, Re) où ils apparaissent. C'est l'objet de la figure 3.14. En chaque point (●) pour lequel nous avons effectué une simulation numérique, elle indique les modes observés au fil du calcul. Les frontières (—) des régimes de Tatsuno & Bearman sont également représentées. On constate que certains de ces régimes ne sont pas homogènes, car plusieurs modes y cohabitent et se succèdent au cours d'une même simulation. Ceci nous amène dans le chapitre suivant à étudier le comportement du système à travers le plan (KC, Re), non plus sur un seul cycle d'oscillation du cylindre, mais sur des temps longs devant sa période.

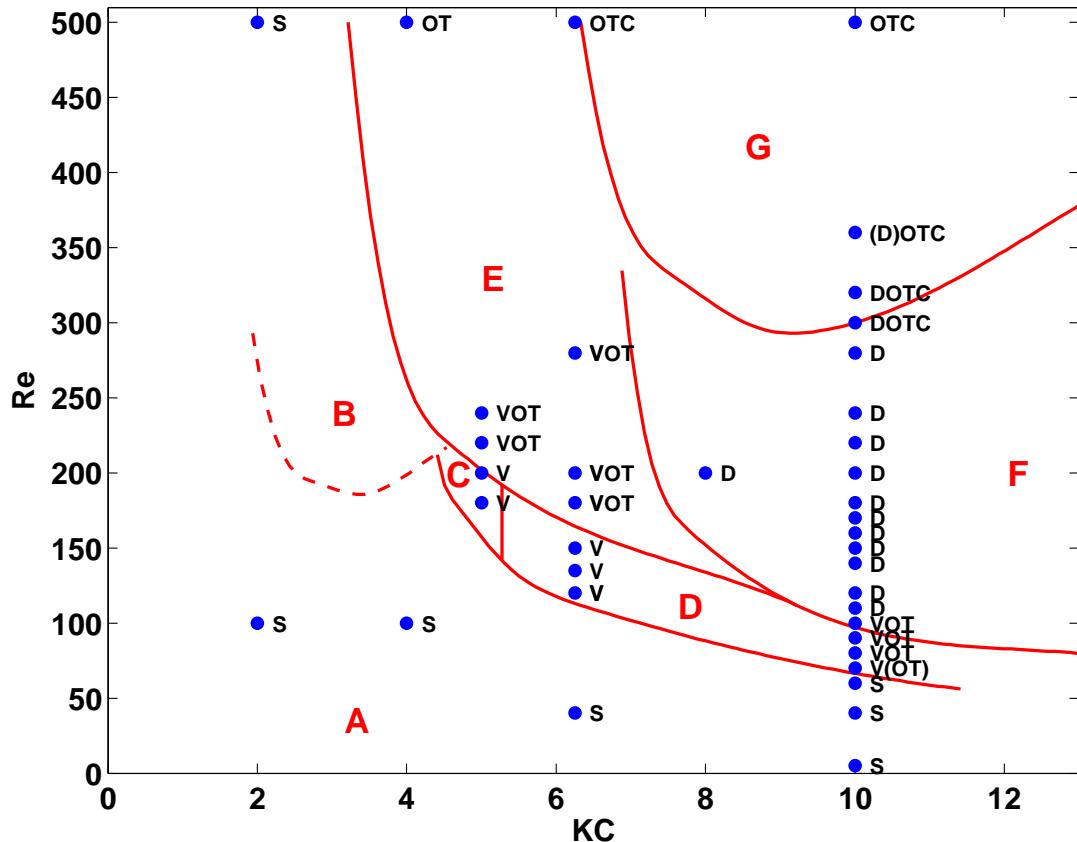


FIGURE 3.14 – Localisation des modes observés dans le plan (KC, Re) : (—) frontières des régimes de Tatsuno & Bearman [7], et (●) simulations numériques présentes.

S : mode symétrique, V : mode en V, T : mode transverse, O : mode oblique, D : mode diagonal, C : mode chaotique.

Chapitre 4

Comportement du système sur les temps longs

Dans le chapitre précédent, nous nous sommes concentrés sur la dynamique du système sur une période d'oscillation du cylindre. Nous avons identifié différents modes extraits du plan (KC, Re) afin d'examiner précisément leur comportement. On constate que pour certains couples de paramètres KC et Re, plusieurs modes se succèdent au fil d'une même simulation. C'est pourquoi on suggère de différencier les notions de « mode » et de « régime », selon que l'on analyse le comportement du système sur une seule période typique ou sur des intervalles de temps plus longs. Cette distinction introduit en fait la question de la stabilité des modes, que nous allons étudier dans ce chapitre.

En premier lieu, nous mettons en œuvre l'identification de différents régimes à travers le plan (KC, Re) en fonction des caractéristiques globales des forces de traînée et de portance observées sur des temps longs devant la période d'oscillation du cylindre. La suite du chapitre s'organise alors autour de cette classification.

Le deuxième paragraphe détermine les transitions possibles lors de la première rupture de symétrie de l'écoulement. Le troisième paragraphe porte sur le comportement du système dans le domaine d'occurrence des modes en V, transverse et oblique présentant une symétrie spatio-temporelle de réflexion par rapport à l'axe perpendiculaire aux oscillations du cylindre. Le quatrième paragraphe est consacré au régime du mode diagonal. Le cas du régime chaotique est finalement traité dans le cinquième paragraphe. Dans ces différentes études, nous soulignons l'apparition de fluctuations de l'amplitude des forces. Ce phénomène est notamment discuté en conclusion du chapitre.

Sommaire

4.1 Identification de régimes dans le plan (KC, Re)	83
4.1.1 Analyse temporelle des forces de traînée et de portance	83
4.1.2 Analyse spectrale des forces de traînée et de portance	86
4.1.3 Problématique des temps longs	89
4.2 Transitions au-delà du régime A	89
4.2.1 Identification de trois régimes de transition	90
4.2.1.1 Visualisations expérimentales de Tatsuno & Bearman	90
4.2.1.2 Analyses de stabilité d'Elston	91
4.2.1.3 Discussion	92
4.2.2 Transitions le long de la courbe de stabilité marginale	93
4.2.2.1 Démarche d'analyse de la stabilité	93
4.2.2.2 Points critiques entre les régimes synchronisé, quasi-périodique et chaotique	95
4.3 Au cœur des régimes C, D et E	96
4.3.1 Transitions internes	96
4.3.2 Fluctuations dans les régimes D et E	98
4.3.2.1 Description temporelle des fluctuations	98
4.3.3 Origine des fluctuations dans l'écoulement	99
4.3.4 Propriétés du spectre des forces : élargissement spectral	100
4.4 Stabilité du mode diagonal dans le régime F	102
4.4.1 Origine des fluctuations dans l'écoulement	103
4.4.2 Analyse quantitative des fluctuations de la force de traînée	104
4.4.2.1 Outil de mesure des fluctuations	105
4.4.2.2 Influence de Re sur les fluctuations d'amplitude de la force de traînée	107
4.4.3 Analyse synthétique du régime F	108
4.5 Étude du régime G	109
4.6 Conclusion	112

4.1 Identification de régimes dans le plan (KC, Re)

Nous avons conclu le chapitre précédent en remarquant que plusieurs modes pouvaient se succéder au cours d'une simulation pour un couple (KC, Re) donné. Nous étudions dans ce paragraphe les conséquences de cette observation sur le comportement des forces de traînée et de portance sur les temps longs. On se place ici à KC = 10 et on étudie l'influence de Re lorsqu'il augmente de 5 à 1000. Cet itinéraire conduit à travers les régimes A, D, F et G définis par Tatsuno & Bearman [7]. D'après la figure 3.14, il permet ainsi de rencontrer les six modes identifiés au chapitre précédent. Le paragraphe 4.1.1 porte sur les évolutions temporelles des forces. On étudie ensuite leurs représentations spectrales au paragraphe 4.1.2.

4.1.1 Analyse temporelle des forces de traînée et de portance

Ce paragraphe présente les variations des forces de traînée $F_x(t)$ et de portance $F_y(t)$ en fonction du temps. Différents profils se manifestent lorsque Re augmente de 5 à 1000 pour KC = 10. Ils sont tracés sur la figure 4.1 sur un intervalle de 150 périodes d'oscillation du cylindre et avec la même échelle de force pour chaque cas.

Pour les plus faibles valeurs de Re, la force de traînée est périodique et la portance négligeable. On retrouve ainsi les caractéristiques du régime A défini par Tatsuno & Bearman [7], dans lequel règne le mode symétrique d'après la figure 3.14.

Pour $Re \geq 80$, la force de portance n'est plus négligeable, marquant la fin du régime symétrique. La valeur de ce seuil est en accord avec celle obtenue par Tatsuno & Bearman [7] (figure 3.14). On entre dans le régime D. On observe alors que les deux composantes de la force présentent des fluctuations d'amplitude. Assez régulières pour $Re = 80$, ces fluctuations s'accentuent pour $Re = 90$ puis deviennent irrégulières pour $Re = 100$. Nous avons montré sur la figure 3.14 que les modes en V, transverse et oblique se manifestent dans cette région du plan (KC, Re).

Pour $110 \leq Re \leq 140$, les forces retrouvent leur périodicité. Il s'agit du régime F de Tatsuno & Bearman [7], domaine d'existence du mode diagonal. Un changement qui n'est pas mentionné par Tatsuno & Bearman [7] intervient à $Re = 150$ au sein du régime F : les amplitudes des forces se mettent de nouveau à fluctuer.

Enfin, pour $Re \geq 320$, les signaux des forces deviennent complètement chaotiques et des pics très prononcés apparaissent.

Ainsi, la figure 4.1 aboutit au constat que les évolutions temporelles des forces peuvent être parfaitement périodiques ou présenter des fluctuations d'amplitude selon la valeur de Re. Les bandes de Re dans lesquelles ces fluctuations apparaissent sont mises en évidence sur la figure 4.2. Elle représente en fonction de Re les carrés des moyennes quadratiques $\langle F_x(t)^2 \rangle_{T_n}$ (●) et $\langle F_y(t)^2 \rangle_{T_n}$ (✖) des forces de traînée et de portance calculées

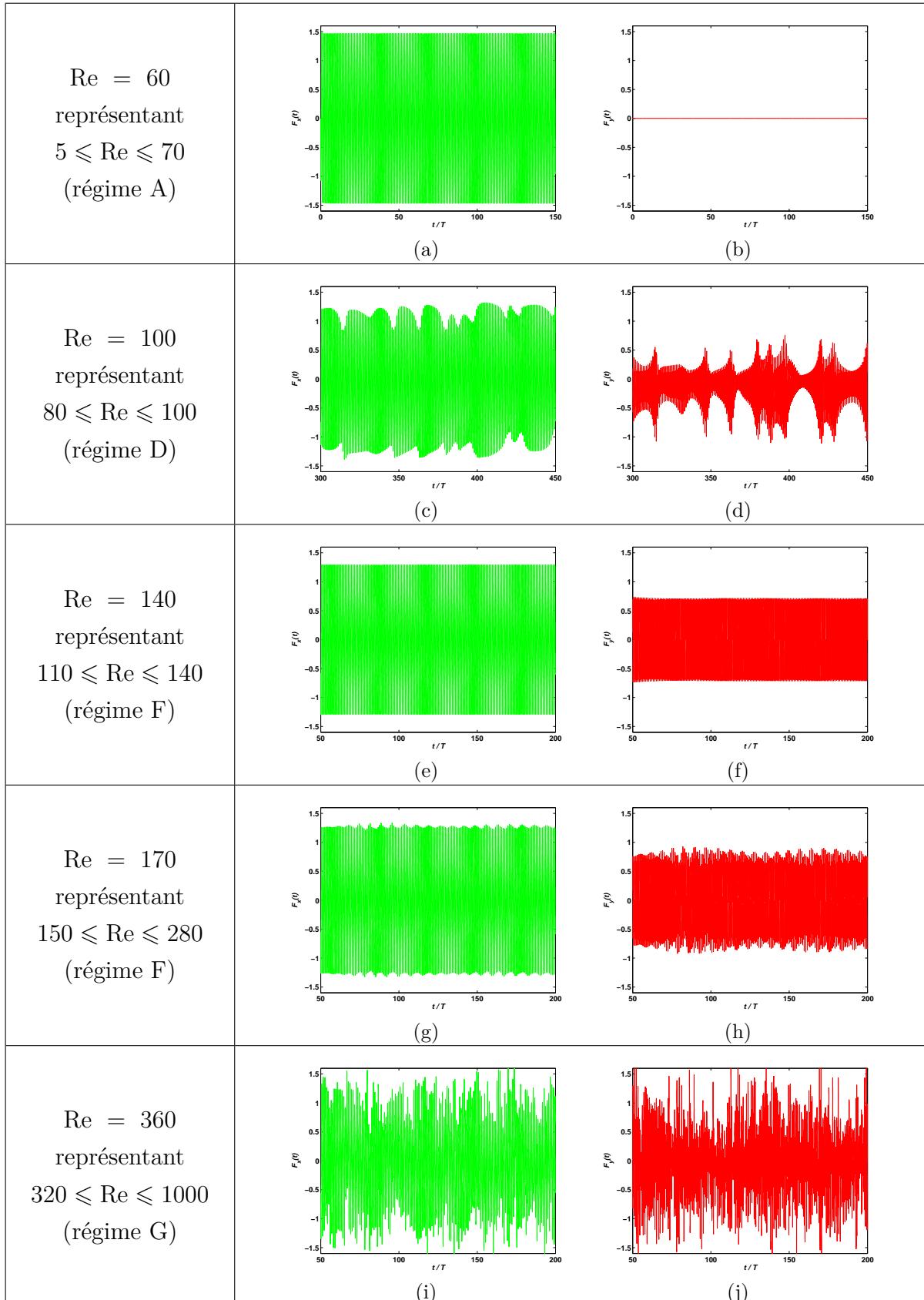


FIGURE 4.1 – Variations temporelles en régime établi des forces de traînée $F_x(t)$ (—) et de portance $F_y(t)$ (—) pour $KC = 10$ et différentes valeurs de Re entre 5 et 1000 représentatives des régimes observés. Les échelles sont identiques pour toutes les figures.

pour chaque $n^{\text{ième}}$ période des simulations effectuées, selon la définition :

$$\langle F_k(t)^2 \rangle_{T_n} = \frac{1}{T} \int_{nT}^{(n+1)T} F_k(t)^2 dt \quad \text{pour } k = x, y \quad (4.1)$$

Les enveloppes des valeurs minimales et maximales ainsi que la courbe des valeurs moyennes ont été ajoutées. Dans un souci de lisibilité des figures, ces résultats sont affichés pour $40 \leq \text{Re} \leq 500$ uniquement, car des calculs complémentaires descendant jusqu'à $\text{Re} = 5$ indiquent que le comportement du système ne change plus en deçà de $\text{Re} = 40$. De même, une simulation pour $\text{Re} = 1000$ montre que le système conserve les mêmes caractéristiques que pour $\text{Re} = 500$.

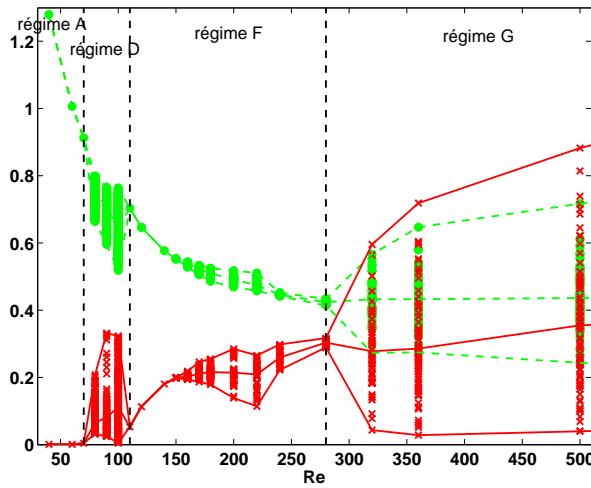


FIGURE 4.2 – Carrés des moyennes quadratiques des forces de traînée et de portance en fonction de Re : valeurs pour chaque $n^{\text{ième}}$ période de la simulation $\langle F_x(t)^2 \rangle_{T_n}$ (●) et $\langle F_y(t)^2 \rangle_{T_n}$ (✖), et valeurs minimales, maximales et moyennes pour la traînée (—) et pour la portance (—).

D'une part, les courbes des valeurs moyennes indiquent l'influence globale de Re sur l'amplitude des forces. Lorsqu'il augmente, la traînée diminue en moyenne tandis que la portance augmente. On relève toutefois une discontinuité quand Re passe de 100 à 110, c'est-à-dire lorsque le système retrouve sa périodicité, ce qui se traduit par une hausse de la traînée et une chute de la portance. Pour les plus grandes valeurs de Re considérées, les deux composantes de la force atteignent le même ordre de grandeur. Ainsi, bien que la sollicitation soit purement horizontale, la réponse en force s'effectue aussi suivant l'axe vertical. Cette portance résulte indirectement de l'excitation externe via les instabilités générées dans le fluide. En pratique, il s'avère donc nécessaire d'appréhender des vibrations de la structure dans les deux directions.

D'autre part, les fluctuations de l'amplitude des forces se manifestent par une dispersion des points de $\langle F_x(t)^2 \rangle_{T_n}$ et $\langle F_y(t)^2 \rangle_{T_n}$ autour de leurs valeurs moyennes. Elles apparaissent pour $80 \leq \text{Re} \leq 100$, c'est-à-dire dans le régime D, puis dans la partie supérieure du régime F pour $\text{Re} \geq 150$, et enfin dans le régime G pour $\text{Re} \geq 320$.

4.1.2 Analyse spectrale des forces de traînée et de portance

Le paragraphe précédent a permis d'identifier différents régimes de réponses des forces à partir de leurs signaux temporels. Nous allons maintenant compléter cette caractérisation en étudiant les spectres des forces. Dans l'absolu, cet outil n'est pas nouveau. Mais son emploi pour le problème considéré ne semble pas avoir été envisagé dans la littérature. Cherchant ici à comprendre le comportement du système sur les temps longs, l'analyse des spectres semble cependant fructueuse.

On s'intéresse aux densités spectrales de puissances $H_x(f)$ et $H_y(f)$ des forces de traînée et de portance, définies par :

$$H_k(f) = \left| \frac{\sqrt{2}}{100T} \int_{t_i}^{t_i+100T} e^{-i2\pi ft} F_k(t) dt \right|^2 \quad \text{pour } k = x, y \quad (4.2)$$

où $[t_i, t_i + 100T]$ est un intervalle de temps dans le régime établi. En pratique, comme les signaux temporels des forces sont réels, on définit leurs spectres $H_k(f)$ pour les fréquences $f \in \left[0, \frac{1}{2dt}\right]$ uniquement, avec une résolution fréquentielle $df = \frac{1}{100T}$. Le facteur $\sqrt{2}$ est alors introduit afin de conserver l'énergie totale des forces.

La figure 4.3 présente chacune des courbes de $H_x(f)$ et $H_y(f)$ associées aux courbes de $F_x(t)$ et $F_y(t)$ de la figure 4.1.

Lorsque $\text{Re} \leq 70$, le pic principal de $H_x(f)$ se situe à la fréquence d'oscillation du cylindre $f_0 = 1/T$. D'autres pics apparaissent aux harmoniques impairs. Les niveaux de $H_y(f)$ restent négligeables, la force de portance étant quasiment nulle d'après la figure 4.1b dans le régime A symétrique.

Pour $80 \leq \text{Re} \leq 100$, les spectres des deux forces présentent des pics à chaque harmonique de la fréquence d'oscillation. Les harmoniques impairs dominent cependant pour la traînée, tandis que la force de portance répond principalement à la fréquence $2f_0$. Ce résultat est cohérent avec l'occurrence de quatre extrema par cycle observés pour les modes en V, transverse et oblique (figure 3.10) qui composent le régime D (figure 3.14). Par ailleurs, une spécificité de cette gamme de Re est l'élargissement des pics de $H_x(f)$ et $H_y(f)$. Ce phénomène est lié aux fluctuations de l'amplitude des forces au cours du temps observées sur les figures 4.1c et 4.1d.

Pour $\text{Re} \geq 110$, les harmoniques pairs s'effacent et les pics restant aux fréquences impaires redeviennent très étroits. Ceci marque le retour de la périodicité des forces sur les figures 4.1e et 4.1f. Le pic principal de la traînée est à la fréquence f_0 et celui de la portance à la fréquence $3f_0$. Ce dernier est la traduction fréquentielle des 6 extrema par cycle montrés sur la figure 3.10e pour le signal temporel de la portance du mode diagonal.

Les spectres de $H_x(f)$ et $H_y(f)$ conservent ces caractéristiques jusqu'à $\text{Re} = 280$ (figures 4.3e à 4.3h). Néanmoins, pour $\text{Re} \geq 150$, s'ajoutent des pics à des fréquences qui

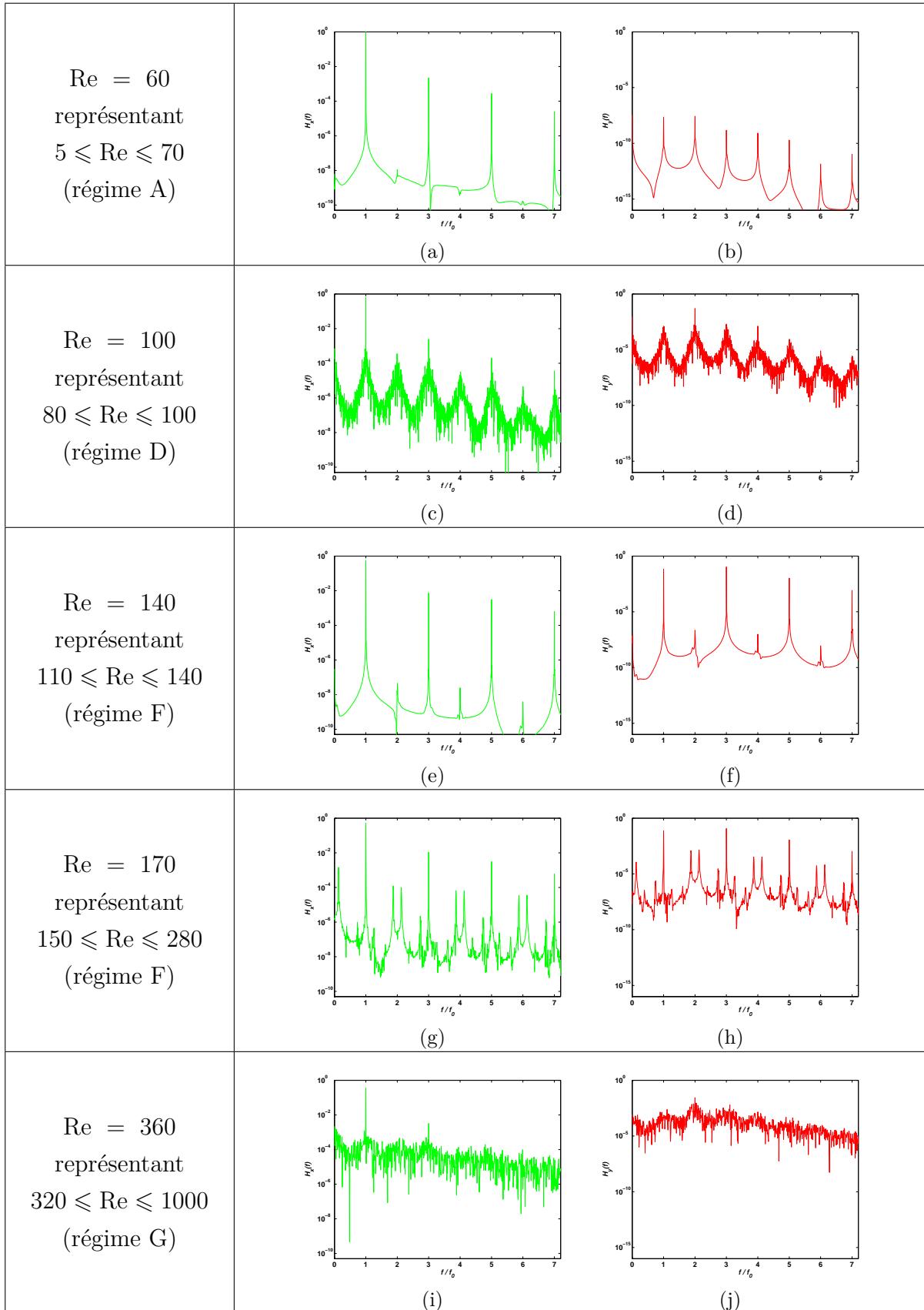


FIGURE 4.3 – Densités spectrales de puissances des forces de traînée $H_x(f)$ (—) et de portance $H_y(f)$ (—) pour $KC = 10$ et différentes valeurs de Re entre 5 et 1000 représentatives des régimes observés et correspondant à celles de la figure 4.1.

ne sont plus des multiples de la fréquence d'oscillation f_0 . Ils coïncident avec l'apparition des fluctuations de l'amplitude des forces en fonction du temps, sur les figures 4.1g et 4.1h.

Enfin, pour $Re \geq 320$, les densités spectrales de puissances des forces deviennent quasiment continues, bien qu'un pic soit toujours repérable à la fréquence f_0 pour la traînée et à la fréquence $2f_0$ pour la portance. En effet, les figures 4.1i et 4.1j montrent que les évolutions temporelles des forces sont désormais complètement apériodiques.

De même que la figure 4.2 a montré l'influence de Re sur les signaux temporels des forces, la figure 4.4 utilise leurs spectres pour mettre en évidence différents régimes de forces lorsque Re croît. Ces deux figures sont complémentaires. En effet, avec la définition (4.2) de la densité spectrale de puissance, l'identité de Parseval donne :

$$\int_0^{1/(2dt)} |H_k(f)|^2 df = \frac{1}{100T} \int_{t_i}^{t_i+100T} F_k(t)^2 dt = \langle F_k(t)^2 \rangle \quad \text{pour } k = x, y \quad (4.3)$$

Le carré de la moyenne quadratique $\langle F_k(t)^2 \rangle$ (---) sur la figure 4.2 mesure l'énergie totale contenue dans le spectre des forces sur la figure 4.4. Cette dernière précise alors la répartition de cette énergie dans le spectre.

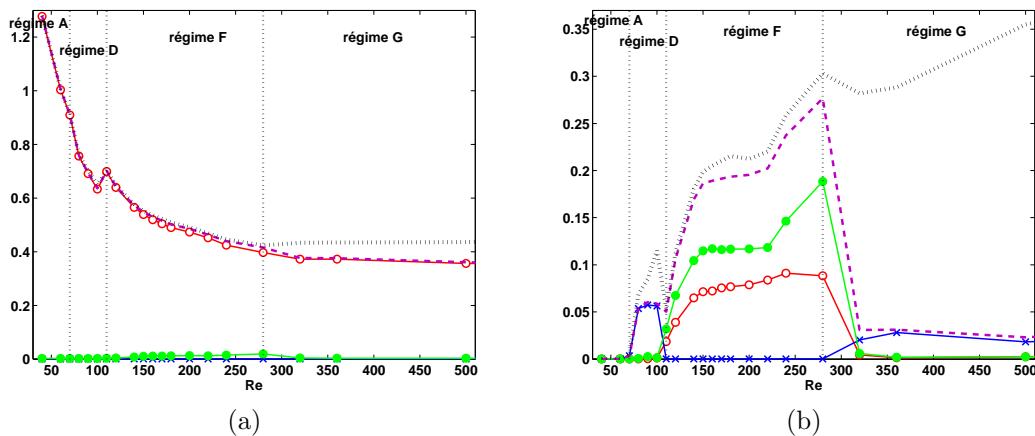


FIGURE 4.4 – Influence de Re sur la distribution de l'énergie des forces de traînée (a) et de portance (b) dans leurs spectres $H_k(f)$, pour $k = x, y$.

—○— $H_k(f_0)$, —×— $H_k(2f_0)$, —●— $H_k(3f_0)$, —·— $H_k(f_0) + H_k(2f_0) + H_k(3f_0)$, --- $\langle F_k(t)^2 \rangle$

D'une part, la figure 4.4 indique en fonction de Re les densités spectrales d'énergie des forces de traînée (figure 4.4a) et de portance (figure 4.4b) présentes dans leurs trois premiers harmoniques $H_k(f_0)$ (—○—), $H_k(2f_0)$ (—×—) et $H_k(3f_0)$ (—●—). Pour la force de traînée, l'énergie est contenue dans la fréquence du forçage, celle dans les fréquences $2f_0$ et $3f_0$ étant négligeable. Cette observation vaut pour toutes les valeurs de Re . Au contraire, les résultats pour la force de portance dépendent fortement de Re . Tant que $Re \leq 70$, la portance est nulle. Le régime $80 \leq Re \leq 100$ est identifiable par une concentration de l'énergie dans le deuxième harmonique (—×—), alors que pour $110 \leq Re \leq 280$ l'énergie est concentrée dans les harmoniques $3f_0$ et f_0 . Enfin, l'intervalle $Re \geq 320$ se caractérise par de faibles niveaux d'énergie dans les premiers harmoniques, le plus élevé étant pour $2f_0$.

D'autre part, la figure 4.4 propose de comparer l'énergie totale (---) de la force de traînée $\langle F_x(t)^2 \rangle$ ou de portance $\langle F_y(t)^2 \rangle$, à la somme de l'énergie contenue dans ses trois premiers harmoniques (—). Pour $Re \leq 280$, les deux courbes sont pratiquement superposées pour les deux forces. En fait, les spectres sont discrets et leurs trois premiers pics rendent compte de l'énergie totale. Ceci n'est plus valable pour $Re \geq 320$, en particulier pour la portance (figure 4.4b). L'énergie est alors distribuée continûment dans toutes les fréquences.

Ainsi, des régimes de forces peuvent être identifiés à partir de la distribution de l'énergie dans le spectre de la force de portance, mais pas dans celui de la traînée [105]. En effet, la composante transversale est plus sensible aux symétries de l'écoulement. Soulignons enfin que contrairement à la figure 4.2 issue d'une analyse temporelle, la figure 4.4 résultant d'une analyse spectrale ne révèle pas les phénomènes de fluctuations d'amplitude, puisque seuls les harmoniques de la fréquence d'oscillation sont considérés.

4.1.3 Problématique des temps longs

Les deux paragraphes précédents se sont placés du point de vue des forces de traînée et de portance en considérant des temps d'observation longs. Nous avons ainsi identifié plusieurs régimes dans le plan (KC, Re) à partir des caractéristiques de leurs signaux temporels et fréquentiels.

On retrouve à première vue les régimes de Tatsuno & Bearman. Cependant un examen plus attentif révèle que les phénomènes mis en jeu sont plus complexes que ceux rapportés par ces auteurs. En particulier, les forces présentent dans certains cas des fluctuations d'amplitude qui n'ont pas été analysées dans la littérature. Les paragraphes suivants visent à combler quelque peu cette lacune. L'objectif est de caractériser et d'interpréter les fluctuations de l'amplitude des forces sur les temps longs, notamment en lien avec la stabilité des modes de l'écoulement. Nous allons envisager les différents régimes du plan (KC, Re) de Tatsuno & Bearman en fonction des symétries des modes qui y apparaissent et de leur stabilité au cours du temps. Chacun des paragraphes suivants est ainsi consacré à l'analyse du comportement du système en lien avec l'un de ces régimes.

4.2 Transitions au-delà du régime A

Dans le paragraphe 4.1, nous avons vu que le régime A constituait le domaine d'existence du mode symétrique, parfaitement stable. Nous étudions ici le comportement du système en fonction de KC et Re lorsque l'on quitte le régime A, c'est-à-dire lorsque la symétrie (3.1) de l'écoulement est brisée. Cette analyse est focalisée sur les différents types de transition possibles à la frontière du régime A, tandis que la réponse du système lorsque l'on s'éloigne de cette courbe est spécifiquement étudiée au paragraphe 4.3.

Le paragraphe 4.2.1 rapporte puis discute les résultats de la littérature que nous approfondissons dans le paragraphe 4.2.2.

4.2.1 Identification de trois régimes de transition

Nous présentons les trois types de transition possibles identifiés dans la littérature lorsque la symétrie de l'écoulement est brisée. Nous indiquons le point de vue de Tatsuno & Bearman [7], puis celui d'Elston [11, 70], sur lesquels nous formulons enfin quelques commentaires et analyses.

4.2.1.1 Visualisations expérimentales de Tatsuno & Bearman

La frontière entre les régimes symétrique et asymétrique a été déterminée expérimentalement par Tatsuno & Bearman [7], puis retrouvée numériquement par Zhang [58, figure 17] et Iliadis [9, figure 4]. Ces deux derniers introduisent des perturbations artificielles dans l'écoulement et regardent si elles sont amorties ou au contraire amplifiées. D'après le plan des régimes de Tatsuno & Bearman [7] rappelé sur la figure 4.5, la sortie du régime A débouche sur le régime D, C ou E selon les valeurs de Re et de KC. Parcourons cette frontière (—) pour les valeurs croissantes de Re, ou autrement dit pour les valeurs décroissantes de KC.

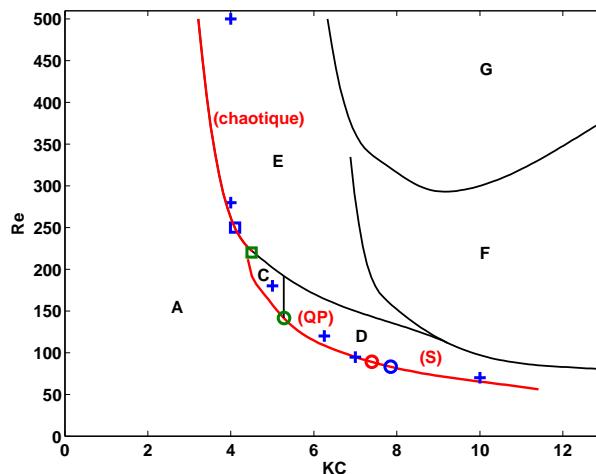


FIGURE 4.5 – Études de stabilité dans le plan (KC, Re) :

- Frontières des régimes définis par Tatsuno & Bearman [7] ;
- Courbe de stabilité marginale du régime symétrique d'après Elston [11, 70] ;
- + Points présentement étudiés (voir les figures 4.6 et 4.8) ;
- Points critiques entre les régimes D synchronisé (S) et C quasi-périodique (QP) d'après [7] (○), d'après [70] (○), et d'après la formule (4.4) proposée (○) ;
- Points critiques entre les régimes C quasi-périodique et E chaotique d'après [7] (□) et d'après la formule (4.4) proposée (□) .

Lorsque Re est faible, pour $Re \leq 140$ et $KC \geq 5,25$ (○), Tatsuno & Bearman [7] indiquent que la première rupture de symétrie de l'écoulement conduit au régime D présentant le mode en V stable.

Pour des valeurs modérées de Re définies par $140 \leq Re \leq 220$ et $4,5 \leq KC \leq 5,25$ (entre les points \circ et \square), le régime symétrique A est contigu au régime C manifestant un lâcher tourbillonnaire. Contrairement au sillage conventionnel de Von Kármán, le sens de rotation des tourbillons est inversé, comme dans le cas d'un jet plan. Aucune précision n'est fournie concernant la fréquence du lâcher tourbillonnaire.

Enfin, pour $Re \geq 220$ et $KC \leq 4,5$ (\square), la sortie du régime A mène au régime E. Les auteurs expliquent que « l'écoulement dans ce régime ressemble temporairement à celui du régime D. Cependant, la structure de l'écoulement qui est située d'un côté de l'axe d'oscillation change sa direction d'un côté à l'autre par intermittence » [7, page 69]. Ce commentaire soulève la question de la stabilité du mode en V, et comme nous allons le voir de façon plus générale, des modes intervenant dans les régimes C, D et E.

4.2.1.2 Analyses de stabilité d'Elston

Les résultats de Tatsuno & Bearman [7] ont été revus et approfondis par Elston [11, 70] dont les recherches sont justement tournées vers l'étude des symétries et de la stabilité des modes. L'article [70] examine la stabilité du régime symétrique à partir d'analyses linéaires de Floquet et de calculs non-linéaires de type DNS. Les auteurs obtiennent une unique courbe limite de stabilité marginale ($-$), qui correspond remarquablement bien à la frontière du régime A établie par Tatsuno & Bearman [7] sur la figure 4.5. Le comportement du système juste au-dessus de cette ligne est réinterprété par Elston [70] en termes de stabilité des forces de traînée et de portance. Trois régimes sont identifiés, et notés en rouge sur la figure 4.5. Pour chacun d'eux, un exemple de force de portance résultant de nos simulations est proposé sur la figure 4.6.

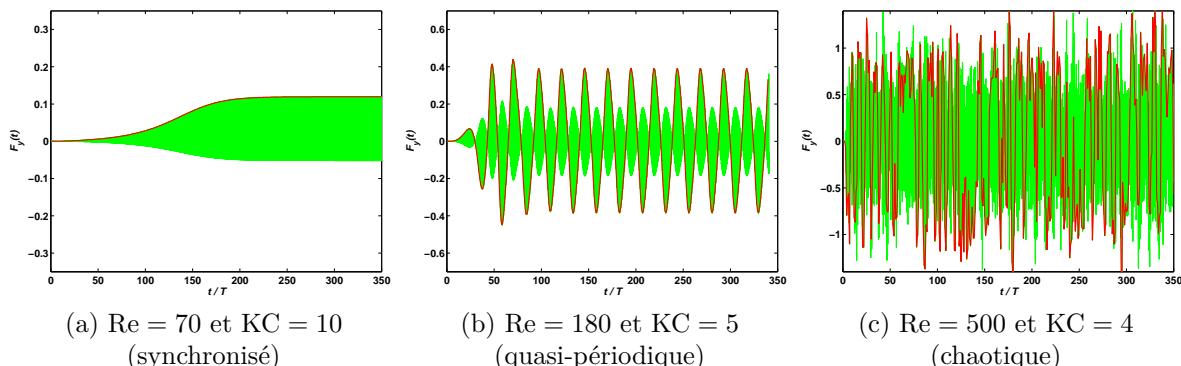


FIGURE 4.6 – Variations temporelles de la force de portance $F_y(t)$ (—) et courbe constituée de son premier extrémum à chaque période (—) pour trois couples (KC , Re) illustrant les trois types de régimes observés quand Re augmente le long de la frontière du régime A symétrique (voir la figure 4.5).

Le premier régime, pour $Re \leq 88,8$ et $KC \geq 7,4$ (\circ), est synchronisé à la fréquence d'excitation f_0 du cylindre. Il est repéré par (S) sur la figure 4.5. La structure de l'écou-

lement est celle du régime D prédicta par Tatsuno & Bearman [7]. La figure 4.6a montre que la force de portance est parfaitement périodique en régime établi.

Le second régime, pour $Re \geq 88,8$ et $KC \leq 7,4$ (○), est quasi-périodique (QP) car une seconde fréquence f_s apparaît dans le système, visible sur la figure 4.6b. Quant à la structure de l'écoulement, Elston [70] retrouve celle du régime C.

Enfin, lorsque Re augmente, Elston [11] note que l'évolution de l'écoulement devient chaotique (figure 4.6c), bien que son analyse linéaire suggère que l'écoulement reste quasi-périodique. On retrouve ainsi les caractéristiques du régime E déterminées par Tatsuno & Bearman [7], mais sans précision sur la position de sa frontière.

4.2.1.3 Discussion

Nous formulons à présent quelques remarques sur les résultats de Tatsuno & Bearman [7] et d'Elston [11, 70] que nous venons d'exposer, et essayons de tisser les liens entre leurs deux approches. En premier lieu, reconsidérons l'interprétation du comportement du système dans les trois régimes.

D'abord, le régime D est le domaine de stabilité du mode en V, produisant un signal de force synchronisé avec la fréquence du forçage.

Ensuite, le régime C présente des battements de la force de portance sur la figure 4.6b. A chaque nouveau lobe, sa moyenne change de signe. En fait, il s'agit de la structure en V qui bascule d'un côté à l'autre. Une autre méthode que nous proposons pour déterminer ces changements de sens de la concavité du V consiste à regarder le signe du premier des quatre extrema de la force à chaque cycle. On utilise la courbe (—) sur la figure 4.6b constituée du premier extremum de la portance à chaque période de la simulation. On voit qu'elle change de signe à chaque nouveau lobe. Le régime C apparaît donc comme un domaine de bistabilité du mode en V, dont les deux sous-modes \vee et \wedge (paragraphe 3.2.3) alternent au cours du temps. Ceci entraîne un comportement quasi-périodique, avec deux fréquences : une première imposée par les oscillations du cylindre, $f_0 = 1/T$, et une seconde liée aux basculements entre les sous-modes, $f_s = 1/T_s$.

Enfin, le régime E peut être considéré comme le domaine où le mode en V devient instable. Dans l'écoulement se succèdent épisodiquement l'un et l'autre des sous-modes du mode en V, mais également les sous-modes des modes transverse et oblique. La courbe (—) du premier maximum de la force de portance à chaque période sur la figure 4.6c met en évidence cette alternance des modes. Ce phénomène semble certes chaotique, mais pas totalement aléatoire. En effet, les modes impliqués sont tous ceux qui présentent la symétrie de réflexion (3.2). Ainsi, la condition de symétrie (3.2) représente une contrainte globale importante pour la réponse du système. Cette discussion est étayée en conclusion de ce chapitre, dans le paragraphe 4.6.

Par ailleurs, si Tatsuno & Bearman [7] et Elston [70] localisent la frontière du régime A (—) au même endroit dans le plan (KC, Re), la position du point (○) de cette courbe délimitant les régimes D et C, ou autrement dit les régimes (S) et (QP), ne fait pas l'unanimité. Il est localisé en (Re = 140 et KC = 5, 25) (○) par Tatsuno & Bearman [7] et au point (Re = 88, 8 et KC = 7, 4) (○) par Elston [70]. De même, le point critique de la courbe de stabilité marginale entre les régimes C et E, ou encore entre les régimes quasi-périodique et chaotique, est positionné par Tatsuno & Bearman [7], mais pas par Elston. Nous allons mener notre propre enquête dans le paragraphe suivant pour tenter de donner un sens à ces deux transitions.

4.2.2 Transitions le long de la courbe de stabilité marginale

Le paragraphe 4.2 a mis en évidence trois sortes de transitions en fonction de Re lorsque la symétrie de l'écoulement du régime A est brisée. Ces transitions conduisent à une réponse synchronisée, quasi-périodique ou chaotique du système. On cherche maintenant à les interpréter physiquement.

4.2.2.1 Démarche d'analyse de la stabilité

Afin de bien discerner le caractère synchronisé, quasi-périodique ou chaotique du régime, on s'appuie sur la force de portance, dont le paragraphe 4.1.2 a montré la grande sensibilité aux symétries et aux fluctuations de l'écoulement. Considérons dans un premier temps la transition du régime A vers la réponse quasi-périodique. La figure 4.7 présente les variations temporelles de la force de portance (—) pour deux exemples.

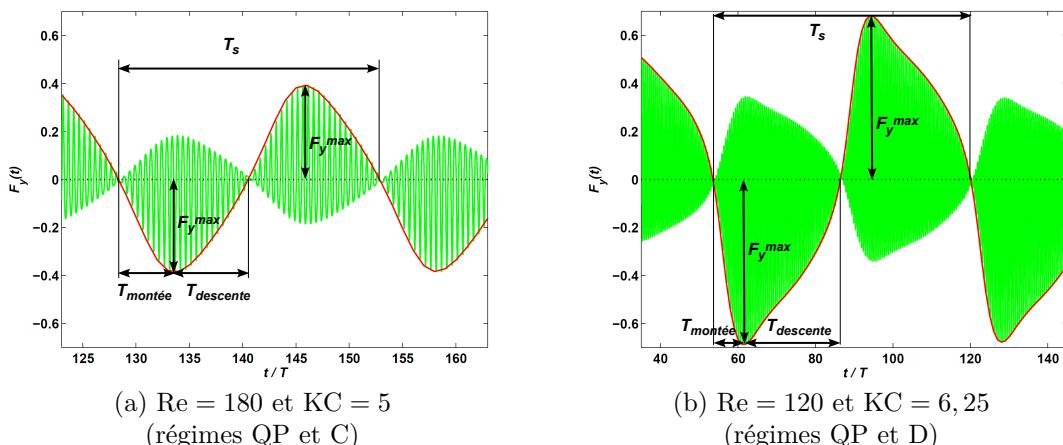


FIGURE 4.7 – Variations temporelles de la force de portance $F_y(t)$ (—) et courbe constituée de son premier extremum à chaque période (—) pour deux exemples illustrant la transition du régime symétrique vers le régime quasi-périodique (voir la figure 4.5).

D'abord, la figure 4.7a montre l'exemple de $Re = 180$ et $KC = 5$, qui appartient au régime C et au régime quasi-périodique (QP) d'après la figure 4.5. Comme prédit par

Tatsuno & Bearman et Elston, la force de portance est caractérisée par deux fréquences $f_0 = 1/T$ et $f_s = 1/T_s$. Dans ce cas, on mesure $T_s = 24T$.

Ensuite, la figure 4.7b propose un exemple de simulation pour $Re = 120$ et $KC = 6, 25$, situé dans le régime D stable de Tatsuno & Bearman, mais toujours dans le régime (QP) selon Elston. On observe de nouveau un comportement quasi-périodique, dont la seconde période s'est allongée. Elle est ici de $T_s = 66T$. Ces observations confortent celles d'Elston au détriment de Tatsuno & Bearman quant à la position du point critique (○) entre les régimes synchronisé et quasi-périodique. Elston l'a déterminée en étudiant l'évolution de la seconde période T_s en fonction de β le long de la courbe de stabilité marginale [70, figure 5(c)]. Il a obtenu que T_s tendait vers l'infini quand β tendait vers 12, c'est-à-dire lorsque Re tendait vers 88,8 (○).

Pour affiner cette analyse, nous dressons une synthèse des cas que nous avons simulés et de ceux disponibles dans la littérature en des points approchant la frontière du régime A par valeur supérieure. La figure 4.5 précise leurs positions (+) dans le plan (KC , Re). Les données bibliographiques sont celles de Lin [31, figure 23] pour $Re = 280$ et $KC = 4$, et d'Elston [70, figure 11(a)] pour $Re = 94,5$ et $KC = 7$.

Pour chaque cas, on décompose la durée $T_s/2$ d'existence d'un lobe de la force de portance en la durée $T_{\text{montée}}$ pendant laquelle l'amplitude de la portance augmente et la durée $T_{\text{descendante}}$ pendant laquelle elle diminue. En effet, on remarque que ces deux temps caractéristiques ne sont pas égaux. Pour l'exemple de la figure 4.7b, on lit $T_{\text{montée}} = 7T$ et $T_{\text{descendante}} = 26T$. On constate d'autre part que l'amplitude maximale $|F_y|^{\max}$ atteinte par la force de portance dans un lobe varie le long de la frontière du régime A. Elle est de 0,39 dans le cas la figure 4.7a et de 0,68 dans le cas de la figure 4.7b. A partir de ces deux grandeurs, on introduit la pente moyenne de la décroissance de la force de portance, définie comme le quotient de $|F_y|^{\max}$ par $T_{\text{descendante}}$. Cette grandeur est tracée sur la figure 4.8 en fonction de Re parcourant la courbe de stabilité marginale.

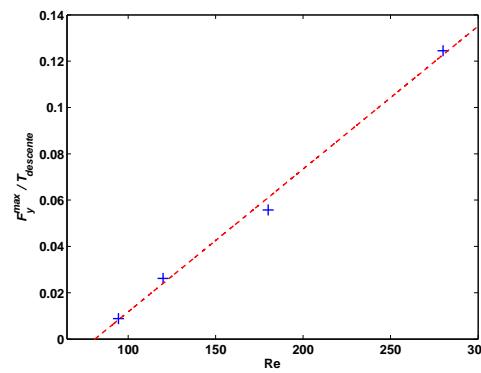


FIGURE 4.8 – Pente de la décroissance moyenne de la force de portance sur un lobe $|F_y|^{\max} / T_{\text{descendante}}$ en fonction de Re décrivant la courbe de stabilité marginale du régime A. + : Données issues de la littérature et des simulations présentes indiquées sur la figure 4.5. --- : Régression linéaire d'équation (4.4) $|F_y|^{\max} / T_{\text{descendante}} = 6.10^{-4} Re - 0,05$.

On constate que les valeurs (+) obtenues pour les données de la littérature et pour nos simulations numériques sont bien approchées par la droite (---) d'équation :

$$\frac{|F_y|^{\max}}{T_{\text{descente}}} = 6 \cdot 10^{-4} \text{Re} - 0,05 \quad (4.4)$$

Cette relation signifie que la force de portance s'éteint de plus en plus rapidement lorsque Re augmente le long de la frontière du régime A.

Par ailleurs, la cohérence qui apparaît ainsi entre les valeurs des simulations numériques présentes et les différentes données de la littérature conforte la validité de nos calculs, capables de reproduire un phénomène physique très spécifique et localisé dans le plan (KC, Re).

4.2.2.2 Points critiques entre les régimes synchronisé, quasi-périodique et chaotique

Dans le paragraphe précédent, nous avons établi la relation (4.4) pour caractériser les fluctuations du régime quasi-périodique. Nous montrons maintenant qu'elle permet également de prédire les comportements asymptotiques du système en fonction de Re le long de la courbe de stabilité marginale, c'est-à-dire de localiser les deux points critiques entre les régimes quasi-périodique et synchronisé d'une part (○), et quasi-périodique et chaotique d'autre part (□).

D'une part, lorsque Re diminue le long de la courbe de stabilité marginale, le quotient $|F_y|^{\max} / T_{\text{descente}}$ diminue conformément à l'équation (4.4). Cela signifie qu'un mode installé met de plus en plus de temps à s'atténuer, l'amplitude de la force de portance restant de l'ordre de 1. Le ratio $|F_y|^{\max} / T_{\text{descente}}$ s'annule pour $\text{Re} = 83,3$ (○) d'après la formule (4.4). Le temps de décroissance du mode établi devient alors infini. Autrement dit, on obtient un régime synchronisé. C'est ce que l'on observe sur la figure 4.6a pour $\text{Re} = 70$ et $\text{KC} = 10$. L'échelle de temps, étendue jusqu'à $350T$, atteste de la stabilité de la structure en V mise en place. En outre, la valeur de $\text{Re} = 83,3$ (○) obtenue est proche de celle déterminée par Elston [70], de $\text{Re} = 88,8$ (○). Elle correspond pour KC à une valeur de 7,4 d'après Elston ou 7,8 d'après l'équation (4.4).

D'autre part, quand Re croît, le quotient $|F_y|^{\max} / T_{\text{descente}}$ augmente. La force de portance restant finie, la période de décroissance de la force tend alors vers zéro. Le mode devient donc très instable et bascule en permanence. C'est bien ce qui est observé, comme en témoigne la figure 4.6c pour $\text{Re} = 500$ et $\text{KC} = 4$. La courbe (—) reliant le premier extremum de chaque cycle de la force de portance permet de visualiser les basculements de la structure en V. En moyenne, sur cet exemple, on observe un changement de signe de la courbe (—) toutes les 4 périodes. On peut donc considérer que l'écoulement est chaotique. Ce point appartenant au régime E, ce résultat est en accord avec ceux de

Tatsuno & Bearman. L’application numérique de la formule (4.4) pour $Re = 500$ et un maximum d’amplitude $|F_y|^{\max} = 1$ lu sur la figure 4.6c fournit la valeur $T_{\text{descente}} = 4T$, comme pour la simulation numérique. La relation (4.4) construite à partir du régime quasi-périodique s’avère donc efficace aussi pour ce cas de régime chaotique.

Plus précisément, recherchons la valeur critique de Re au-delà de laquelle la réponse quasi-périodique devient chaotique (point \square sur la figure 4.5). On considère que le régime reste quasi-périodique tant que la durée d’existence d’un sous-mode avant son basculement est d’un ordre de grandeur supérieur à la période d’oscillation du cylindre, c’est-à-dire tant que $T_{\text{descente}} \geq 10T$. Pour une force de portance d’amplitude $|F_y|^{\max} = 1$ environ, l’expression (4.4) conduit à $Re = 250$ (\square). Cette valeur critique est proche de celle de $Re = 220$ (\square) prédite par Tatsuno & Bearman délimitant les régimes C et E sur la frontière du régime A. Ces points correspondent à une valeur critique de $KC = 4,5$ pour $Re = 220$, ou de $KC = 4,1$ pour $Re = 250$.

4.3 Au cœur des régimes C, D et E

Le paragraphe 4.2 précédent a montré que la rupture de symétrie du régime A conduisait à un comportement synchronisé, quasi-périodique ou chaotique en fonction de Re le long de la courbe de stabilité marginale. A présent, nous allons nous éloigner de la frontière du régime A en augmentant la valeur de Re pour différentes valeurs de KC fixées. L’objectif est d’examiner les caractéristiques des régimes C, D et E au cœur de leurs domaines d’existence dans le plan (KC, Re). Tous trois sont analysés dans le même paragraphe. En effet, la figure 3.14 montre que ces trois régions du plan sont habitées par les modes en V, transverse et oblique. Nous allons justement étudier l’alternance de ces modes au cours du temps.

4.3.1 Transitions internes

La figure 4.9 présente l’évolution du comportement du système lorsque Re augmente dans les régimes C, D et E. Elle indique le caractère synchronisé (\square), quasi-périodique (\circ) ou chaotique (\times) des forces de traînée et de portance pour les simulations que nous avons effectuées, et pour celles d’Elston à $KC = 7$.

Pour $KC \geq 7,8$, le paragraphe 4.2.2.2 a montré que le régime A débouchait sur un comportement synchronisé (\square), illustré par l’exemple de $KC = 10$ et $Re = 70$. On observe le mode en V qui reste stable dans le temps. Cependant, quand Re augmente encore à KC fixé, le système perd sa périodicité et devient chaotique (\times), du fait de la croissance des non-linéarités du problème. Des fluctuations de l’amplitude des forces apparaissent sur les figures 4.1c et 4.1d et les modes d’écoulement défilent au cours du temps.

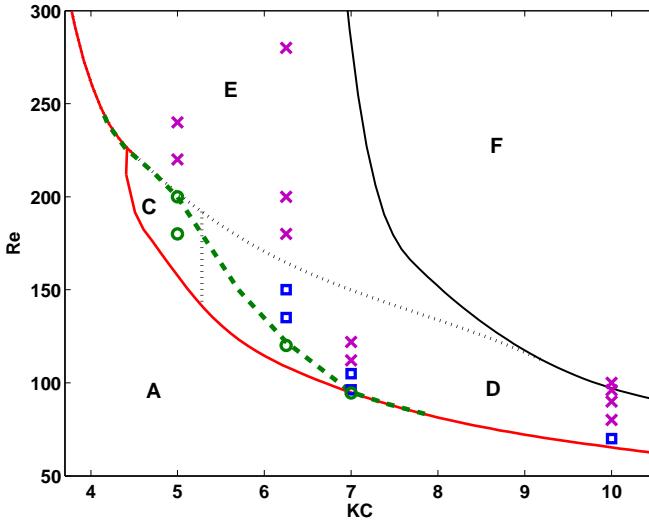


FIGURE 4.9 – Comportements du système dans les régimes C, D et E : réponse quasi-périodique (○), synchronisée (□) et chaotique (×) des simulations présentes (sauf pour $KC = 7$: données d’Elston [70]).
 — : limite supérieure du régime symétrique d’après Tatsuno & Bearman [7] et Elston [11, 70].
 - - - : limite supérieure du régime quasi-périodique.

Pour $4,1 \leq KC \leq 7,8$, nous avons vu qu’une réponse quasi-périodique (○) succédait au régime symétrique. Ensuite, lorsque Re continue d’augmenter à KC fixé, le régime redevient synchronisé (□). Puis, comme précédemment, les non-linéarités du système déstabilisent le mode établi qui cède la place à un comportement chaotique (×).

Une estimation de la frontière entre les régimes quasi-périodique (○) et synchronisé (□) pour $4,1 \leq KC \leq 7,8$ est représentée par la ligne (---) à partir des résultats de nos calculs. Observons l’espace entre cette ligne (---) et la ligne de stabilité marginale (—). Il s’agit en fait du domaine d’occurrence du régime quasi-périodique (○), appelé régime C par Tatsuno & Bearman [7]. On constate qu’il se rétrécit lorsque KC augmente, jusqu’à se réduire au point critique de la courbe de stabilité marginale entre les régimes quasi-périodique et synchronisé (○ sur la figure 4.5). Cet amincissement expliquerait que Tatsuno & Bearman [7] n’ait pu percevoir dans leurs expériences les cas quasi-périodiques pour $KC \geq 5,3$, valeur à laquelle ils ont placé la frontière verticale (---) du régime C. De surcroît, la période T_s de basculement des sous-modes grandissant quand Re diminue (équation (4.4)), il est possible que des mesures sur des durées insuffisantes aient empêché de visualiser ces basculements.

Contrairement à la frontière (—) du régime A, les limites entre les régimes C, D et E ont été tracées en traits pointillés sur la figure 4.9, et qualifiées dans le titre de ce paragraphe de transitions *internes*. Ces choix visent à souligner que ces trois régimes n’en constituent qu’un seul du point de vue des propriétés de symétries de l’écoulement. En effet, tous trois préservent la symétrie de réflexion (3.2). Le mode de référence est le mode en V. Il peut être parfaitement stable (réponse synchronisée (□), assimilée par Tatsuno & Bearman [7] au régime D), ou bistable avec des basculements entre ses deux

sous-modes \vee et \wedge (réponse quasi-périodique (○), assimilée au régime C) ou instable avec des alternances avec les modes transverse et oblique (réponse chaotique (✗), assimilée au régime E).

4.3.2 Fluctuations dans les régimes D et E

Dans ce paragraphe, on s'intéresse à la transition au sein des régimes D et E entre les réponses synchronisée et chaotique du système, repérées par les symboles (□) et (✗) sur la figure 4.9. L'analyse s'appuie sur la comparaison des évolutions temporelles des forces, des diagrammes de la vorticité sur le cylindre, et des spectres des forces.

4.3.2.1 Description temporelle des fluctuations

Lorsque Re augmente à KC fixé à partir d'un état synchronisé (□) du régime D ou E, les amplitudes des forces de traînée et de portance se mettent à fluctuer. Dans l'écoulement, les modes en V, oblique et transverse se succèdent. L'ordre et la durée de leurs apparitions semblent assez réguliers en régime établi pour les premières valeurs de Re , puis tout rythme disparaît. Cette évolution est illustrée par la figure 4.10 présentant les forces de traînée et de portance en fonction du temps pour un cas assez régulier (figure 4.10a) et un cas désordonné (figure 4.10b).

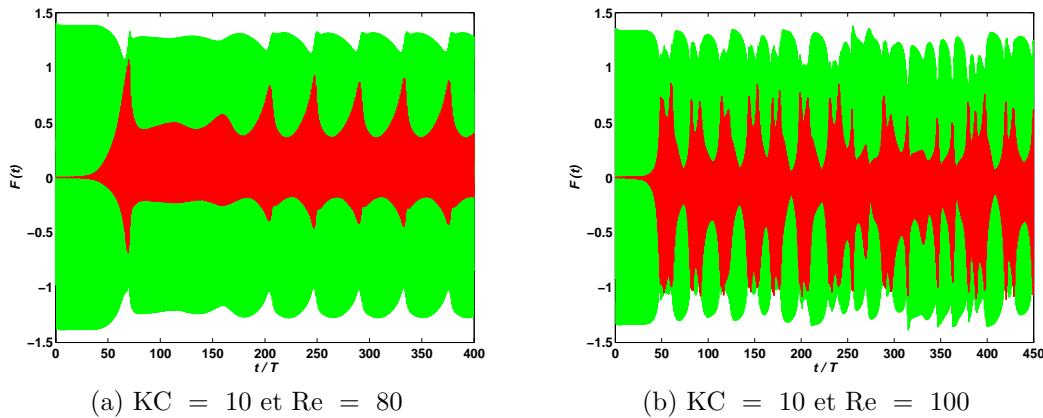


FIGURE 4.10 – Force de traînée (—) et force de portance (—) dans deux cas du régime D montrant la présence de fluctuations d'amplitude assez régulières (a) puis complètement désordonnées (b) quand Re augmente.

Ainsi, le mode en V est certes observé dans le régime D comme prédit par Tatsuno & Bearman, mais il n'est pas le seul. Cependant, il est à noter que dans le régime D, les trois modes en V, oblique et transverse qui se succèdent au cours d'une simulation donnée apparaissent toujours sous la forme de leurs sous-modes situés du même côté de l'axe des oscillations du cylindre. Au contraire, dans le régime E, des basculement d'un demi-plan à l'autre sont observés. En ce sens, la distinction de Tatsuno & Bearman entre les régimes D et E est donc valable.

4.3.3 Origine des fluctuations dans l'écoulement

On peut alors se demander quelle est l'origine des fluctuations de l'amplitude des forces au niveau de l'écoulement. Cette investigation s'appuie sur l'exemple de $KC = 10$ et $Re = 80$, dont les forces sur toute la durée de la simulation ont été introduites sur la figure 4.10a. Notre démarche consiste à comparer l'évolution temporelle des forces à celle de la structure de l'écoulement global et local autour du cylindre.

Dans une première étape, on regarde quels modes se succèdent pendant un intervalle de temps où l'amplitude de la force varie, par exemple pour $60T \leq t \leq 78T$. On visualise pour cela le champ de vorticité dans le domaine de fluide autour du cylindre. Un exemple de séquence observée est donné sur la figure 4.11.

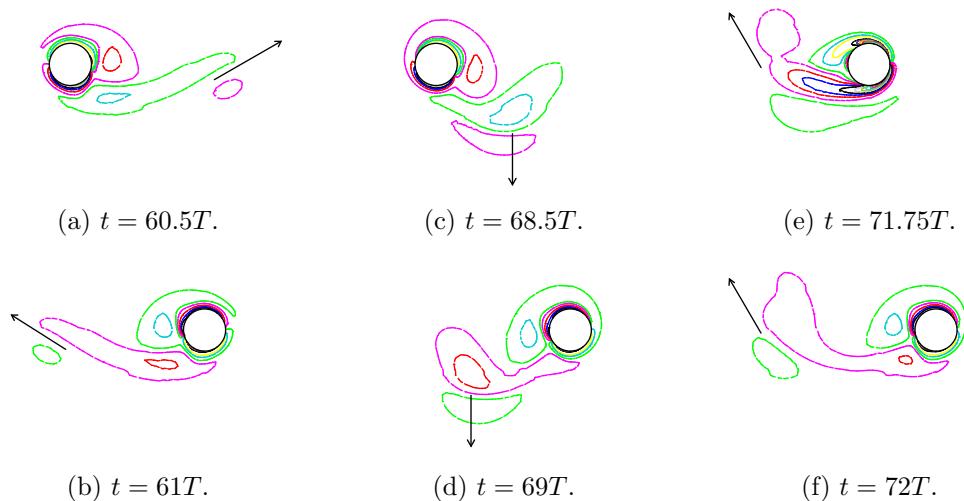


FIGURE 4.11 – Courbes d'isovaleurs de la vorticité dans le domaine de fluide au voisinage du cylindre pour $KC = 10$ et $Re = 80$ à différents instants illustrant le mode en V (a et b), le mode transverse (c et d) et le mode oblique (e et f). Les flèches précisent la direction de convection des tourbillons émis.

Les lignes d'isovaleurs de la vorticité indiquent que le mode en V, présent à $t \leq 60T$ (figures 4.11a et 4.11b), laisse progressivement place au mode transverse (figures 4.11c et 4.11d) vers $t \simeq 66T$. Puis, à $t = 70T$, ce mode est interrompu par le mode oblique (figures 4.11e et 4.11f) pendant 4 cycles d'oscillation du cylindre. Enfin, le mode en V réapparaît comme sur les figures 4.11a et 4.11b.

Bien que ces trois modes de lâcher tourbillonnaire semblent assez différents du point de vue de leur structure globale, nous avons montré au paragraphe 3.2 que leurs diagrammes spatio-temporels présentaient les mêmes propriétés de symétries. La figure 4.12a montre le diagramme spatio-temporel sur l'intervalle $60T \leq t \leq 78T$ considéré ici.

On observe que les différents modes de lâcher tourbillonnaire de la figure 4.11 sont liés au comportement des points d'arrêt sur le cylindre. Ils oscillent autour de leurs positions de

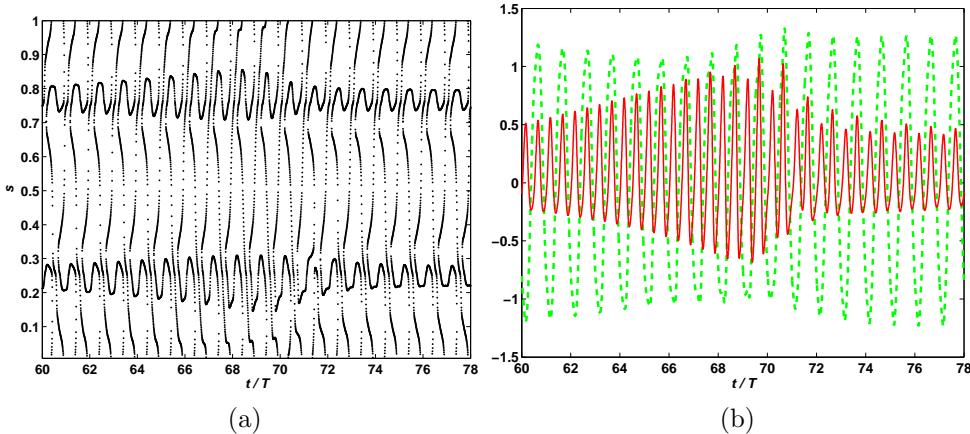


FIGURE 4.12 – (a) Diagramme spatio-temporel des points de vorticité nulle sur le contour du cylindre et (b) forces de traînée (—) et de portance (—) en fonction du temps pour $KC = 10$ et $Re = 80$ et $60T \leq t \leq 78T$.

référence $s = 0,25$ et $s = 0,75$ avec une amplitude qui croît pendant le régime transverse. Les tourbillons émis deviennent alors de plus en plus forts et sont lâchés à partir d'un point de plus en plus bas sur le cylindre. Par conséquent, la force de traînée diminue tandis que la force de portance augmente sur la figure 4.12b.

Ainsi, les fluctuations observées sur la figure 4.10 pour des échelles de temps plus dilatées sont corrélées à des oscillations des points d'arrêt sur le contour du cylindre, elles-mêmes liées à l'alternance de différents modes de lâcher tourbillonnaire dans l'écoulement global. Les tourbillons sont émis selon le même schéma (paragraphe 3.3.3.5) et respectent les mêmes propriétés de symétries spatio-temporelles (paragraphe 3.2). Toutefois la force qu'ils acquièrent et la direction dans laquelle ils sont convectés est fonction de l'amplitude des oscillations des points d'arrêt. Quand Re augmente, le mode en V du régime synchronisé initial devient de moins en moins stable. En effet, la vorticité s'accumule autour du cylindre. Le surplus doit alors être évacué, mais tout en respectant la contrainte de symétrie (3.2). La vorticité est éloignée par à-coups, par le biais de lâchers tourbillonnaires transverses ou obliques. Quand Re croît, on observe ainsi que la durée et la fréquence des interventions des modes transverse et oblique augmentent relativement à celles du mode en V. Ceci est illustré par la figure 4.10. Les modes transverse et oblique sont présents quand la force de portance est maximale, formant des bosses. Celles-ci sont plus fréquentes sur la figure 4.10b pour $Re = 100$ que sur la figure 4.10a pour $Re = 80$.

4.3.4 Propriétés du spectre des forces : élargissement spectral

Dans ce paragraphe, nous examinons pour le régime D les densités spectrales $H_x(f)$ et $H_y(f)$ définies par l'équation (4.2) à partir des forces de traînée et de portance.

D'abord, les figures 4.13a et 4.13b montrent les courbes obtenues dans un cas où le mode en V est stable, conduisant à une réponse synchronisée du système. Le signal

temporel de la force de portance a été donné par la figure 4.6a. Ici, les spectres des forces sont composés de fréquences discrètes, aux harmoniques impairs pour la traînée, et aux harmoniques pairs pour la portance. En effet, nous avons vu sur la figure 3.10b que la force de portance présentait quatre extrema par cycle, ce qui correspond à la fréquence principale de $2f_0$ sur la figure 4.13b.

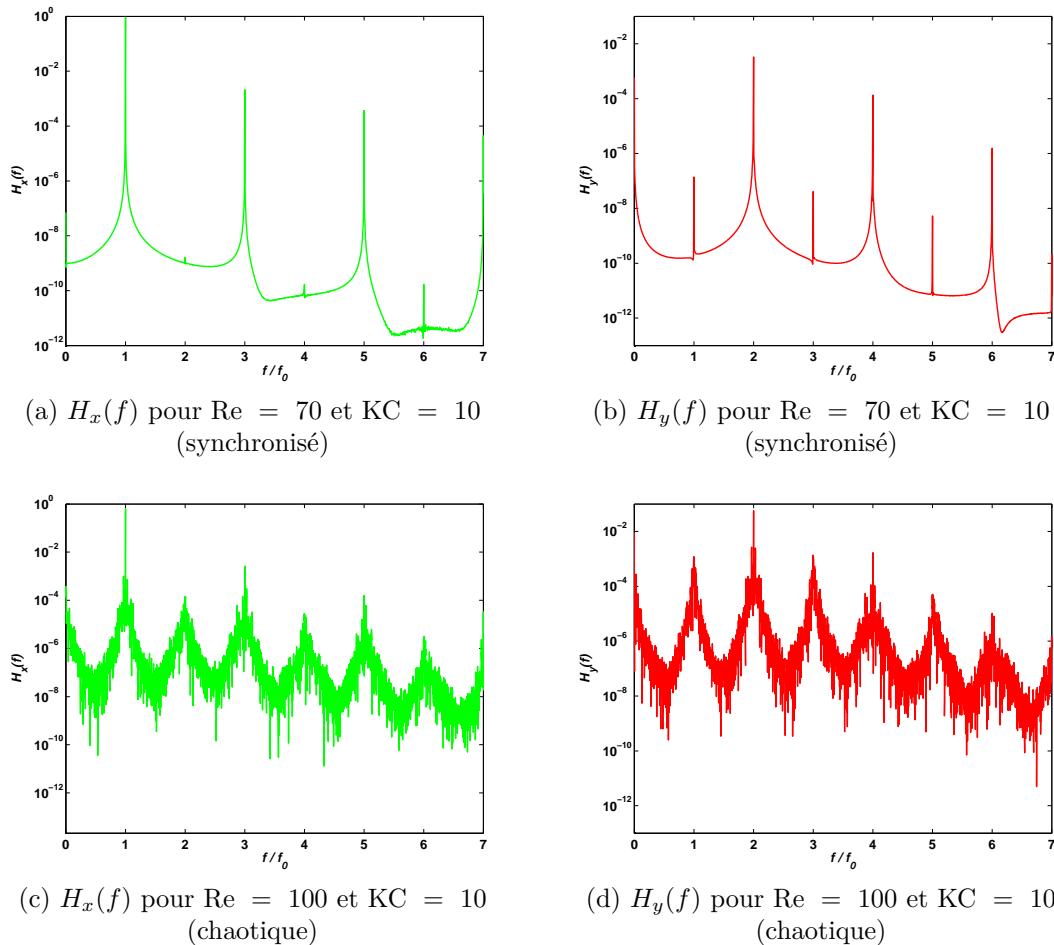


FIGURE 4.13 – Densités spectrales $H_x(f)$ et $H_y(f)$ des forces de traînée (—) et de portance (—) pour des réponses synchronisée (a et b), et chaotique (c et d) dans le régime D.

Ensuite, les figures 4.13c et 4.13d proposent un exemple chaotique où les forces présentent des fluctuations d'amplitude. On reprend le cas de $KC = 10$ et $Re = 100$, pour lequel les évolutions temporelles des forces ont été données par la figure 4.10b. Les spectres associés présentent des maxima aux mêmes fréquences que pour le cas synchronisé précédent, i.e. aux harmoniques impairs pour la traînée (figure 4.13a) et pairs pour la portance (figure 4.13b). Cependant, ces pics se sont élargis. Ceci est la traduction fréquentielle des fluctuations sous la contrainte de la symétrie (3.2). On ne distingue pas ici de nouvelles fréquences car les fluctuations évoluent progressivement et continûment. Nous discuterons plus amplement de l'impact des conditions de symétrie sur le spectre des forces en conclusion de ce chapitre, au paragraphe 4.6.

A notre connaissance, cet élargissement spectral n'a pas été signalé dans la littérature pour le problème que nous considérons. La raison en est peut-être simplement que les spectres des forces n'ont pas été examinés. En revanche, ce phénomène apparaît dans des problèmes analogues, par exemple dans le cas d'ondes capillaires excitées à la surface d'un fluide par un forçage d'intensité croissante [106], de même que l'on étudie ici l'influence d'une augmentation de la valeur de Re . Il s'agit d'une instabilité de modulation.

4.4 Stabilité du mode diagonal dans le régime F

Dans ce paragraphe, nous nous concentrons sur le régime F. Il apparaît dans la littérature comme un domaine du plan (KC, Re) très homogène dont la description fait l'unanimité : tous les auteurs observent le mode diagonal (figure 3.14). Contrairement aux cas des régimes D et E, dont l'occurrence de basculements d'un sous-mode à un autre est controversée, l'axe du lâcher tourbillonnaire du mode diagonal dans le régime F, déterminé initialement de façon arbitraire, est maintenu tout au long de l'expérience. Le mode diagonal semble ainsi complètement périodique, comme Tatsuno & Bearman [7] l'ont décrit à l'origine.

Par la suite, quelques auteurs ont cependant émis des doutes quant à la stabilité du régime F. Dütsch [4, figures 13 à 16] signale que les forces présentent d'importantes variations d'une période à une autre, bien que l'écoulement semble globalement périodique. Cependant, ces fluctuations ne sont pas analysées plus précisément. Uzunoğlu [5, page 2335] rapporte de même la présence d'instabilités dans le régime F. Enfin, Elston [70, page 364] écrit qu'un « examen détaillé des images de Tatsuno & Bearman [7] suggère qu'en fait le régime F n'est pas complètement synchronisé. »

Dans nos simulations également, les amplitudes des forces de traînée et de portance fluctuent dans le régime F, comme indiqué par la figure 4.1. Des tests ont été effectués pour différentes tailles du domaine de calcul ($13 \leq L \leq 35d$ et $H = 10$ ou $14, 6d$). Ils montrent que les fluctuations apparaissent systématiquement, sauf pour une longueur du domaine très réduite ($L = 13d$).

Ces tests numériques et les observations précédentes de la littérature semblent indiquer que ces fluctuations résultent bien d'un mécanisme physique, et non d'un artefact numérique. Nous allons d'abord analyser leur origine dans l'écoulement, puis proposer une expression analytique semi-empirique de la force de traînée tenant compte des fluctuations. Toutes ces analyses sont conduites pour des simulations à $KC = 10$ et différentes valeurs de Re dans le régime F. On peut ainsi mesurer l'influence de Re sur les fluctuations observées.

4.4.1 Origine des fluctuations dans l'écoulement

On cherche les mécanismes physiques de l'écoulement qui sont liés aux fluctuations d'amplitudes des forces de traînée et de portance. L'observation du champ de vorticité au cours du temps dans le domaine de fluide complet Ω_f ne permet pas de distinguer de modifications de l'écoulement d'une période à une autre, qu'il s'agisse de l'angle du lâcher tourbillonnaire, ou de l'intensité des tourbillons. La finesse de cet outil de représentation s'avère insuffisante. On peut toutefois percevoir des fluctuations de la vitesse mesurée en un point de l'écoulement. Pour identifier les liens directs entre les fluctuations des forces et celles de l'écoulement, on recourt aux diagrammes spatio-temporels des points de vorticité nulle sur le cylindre, que l'on compare aux signaux temporels des forces. Un exemple pour $KC = 10$ et $Re = 180$ dans l'intervalle $204T \leq t \leq 229T$ est proposé sur la figure 4.14.

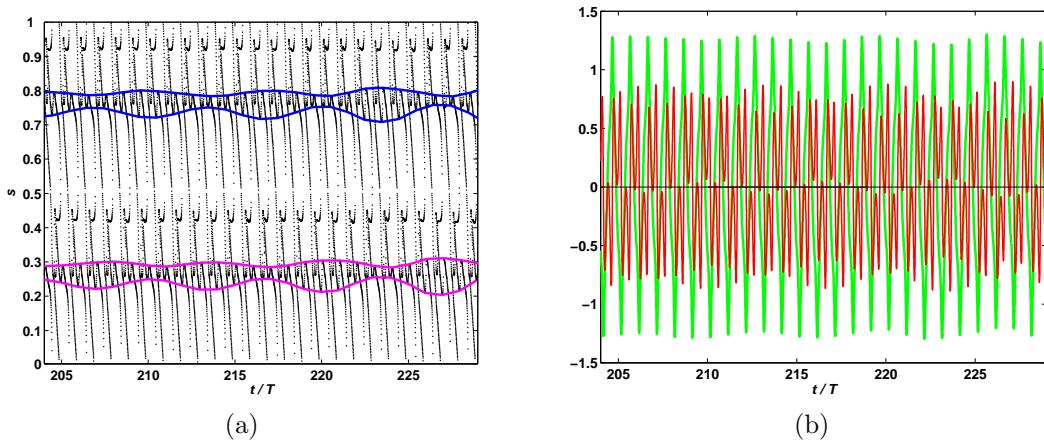


FIGURE 4.14 – (a) Diagramme spatio-temporel des points de vorticité nulle sur le contour du cylindre, avec les enveloppes des oscillations des points d'arrêt de gauche (—) et de droite (—). (b) Variations temporelles des forces de traînée (—) et de portance (—) pour $KC = 10$ et $Re = 180$, de $t = 204T$ à $t = 229T$.

Le tracé des variations des forces sur une longue durée met en évidence des fluctuations de l'amplitude. Dans le cas de la figure 4.14b, il s'agit d'ondulations. L'amplitude du signal de base, à la fréquence des oscillations du cylindre f_0 , varie suivant une fréquence porteuse¹ $f_c \ll f_0$, qui est la fréquence des ondulations observées. La figure 4.14a permet d'identifier l'origine de ces fluctuations dans l'écoulement. On observe que les points d'arrêt amont et aval sur le cylindre oscillent de part et d'autre de l'axe du mouvement du cylindre. Les enveloppes de ces oscillations sont tracées pour le point d'arrêt sur la gauche du cylindre (—), autour de $s = 0,25$, et pour le point d'arrêt sur sa droite (—), autour de $s = 0,75$. L'enveloppe autour de $s = 0,25$ se dilate lorsque celle autour de $s = 0,75$ se rétracte et réciproquement, en lien avec l'ondulation des amplitudes des forces.

Pour d'autres valeurs de Re à $KC = 10$, les fluctuations des forces apparaissent plus sous la forme d'une modulation que d'une ondulation, avec une succession de vagues et de

1. On note f_c d'après le terme anglais « carrier frequency » déjà proposé dans [107].

nœuds. Dans ce cas, les enveloppes des deux points d'arrêt s'élargissent et se rétrécissent en phase, et non plus en opposition de phase. Ceci confirme que les oscillations des points d'arrêt sur le cylindre sont directement liées aux fluctuations de l'amplitude des forces.

De plus, au moment du retournement du cylindre, le signe de l'extremum de la force de portance, qui s'annule presque, dépend de l'amplitude des oscillations des points d'arrêt. Ceci est démontré par la figure 4.15 qui fournit un agrandissement sur quelques périodes de la figure 4.14 précédente. Sur la figure 4.15a est entourée en violet (\circ) la position minimale du point d'arrêt de droite à chaque période. Elle est atteinte vers $t = 0,45T$. Parallèlement, sur la figure 4.15b sont entourés en violet (\circ) les extrema de la force de portance aux mêmes instants.

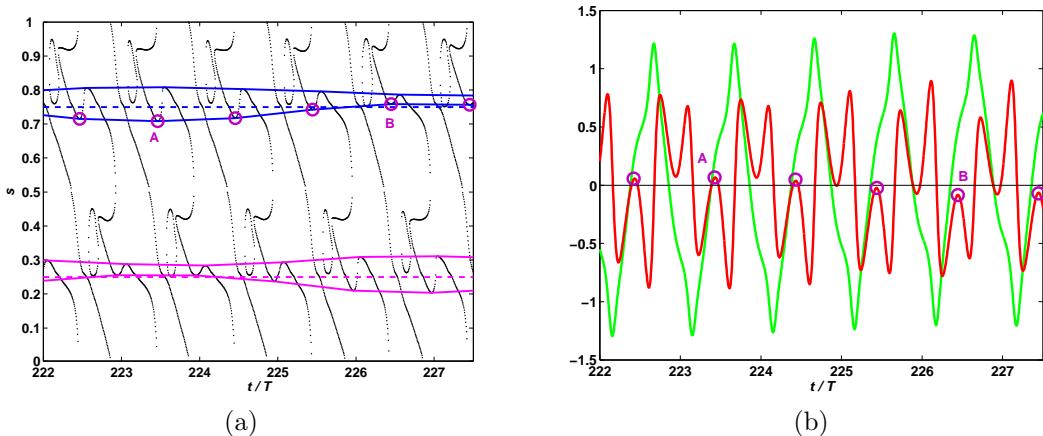


FIGURE 4.15 – (a) Diagramme spatio-temporel des points de vorticité nulle sur le contour du cylindre, avec les enveloppes des oscillations des points d'arrêt de gauche (—) et de droite (—). (b) Variations temporelles des forces de traînée (—) et de portance (—) pour $KC = 10$ et $Re = 180$, de $t = 222T$ à $t = 227,5T$.

Au point A de coordonnées ($t = 223,45T$, $s = 0,708$), le point d'arrêt décrit une large oscillation, s'incravant dans le quadrant $s < 0,75$. Il passe ainsi du demi-plan inférieur au demi-plan supérieur. Alors l'extremum de la force de portance $F_y(t = 223,45T) = 0,07$ est positif sur la figure 4.15b, alors que la portance est négative juste avant et après.

Au contraire, au point B de coordonnées ($t = 226,45T$, $s = 0,759$), l'amplitude de l'oscillation du point d'arrêt est très faible, si bien que son abscisse curviligne reste dans le quadrant inférieur $s > 0,75$ (figure 4.15a). Dans ce cas, la portance atteint un extremum $F_y(t = 226,45T) = -0,08$ sans changer de signe, restant négative sur la figure 4.15b.

4.4.2 Analyse quantitative des fluctuations de la force de traînée

Dans ce paragraphe, on cherche à caractériser les fluctuations de la force de *traînée* dans le régime F. On s'appuie pour cela sur ses représentations temporelles $F_x(t)$ et spectrales $H_x(f)$. On propose une expression analytique permettant de rendre compte à

la fois des signaux temporels et fréquentiels de la force. Enfin, à l'aide de cette formule, on quantifie l'influence de Re sur les fluctuations de la traînée.

4.4.2.1 Outil de mesure des fluctuations

Lorsque l'on parcourt le régime F à $KC = 10$ en augmentant la valeur de Re , on observe d'abord pour $110 \leq Re \leq 140$ que les variations temporelles de la force de traînée $F_x(t)$ sont parfaitement périodiques (figure 4.1e). Sa densité spectrale de puissance $H_x(f)$ se compose de pics étroits aux harmoniques impairs de la fréquence d'oscillation f_0 , le pic principal se trouvant à la fréquence f_0 (figure 4.3e). Un tel spectre peut être reproduit par l'expression de la force proposée par Morison [49] que nous avons discutée au paragraphe 1.3.3. Elle est rappelée ici par l'équation (4.5) :

$$\begin{aligned}\mathcal{F}_x^{\text{Morison}}(t) &= -\alpha_m \frac{\rho\pi d^2}{4} \frac{d\mathcal{U}_{\text{cyl}}}{dt}(t) - \alpha_d \frac{1}{2} \rho d |\mathcal{U}_{\text{cyl}}(t)| \mathcal{U}_{\text{cyl}}(t) \\ &= \rho d U_0^2 \left[\frac{\pi^2}{2KC} \alpha_m \cos(2\pi f_0 t) + \frac{1}{2} \alpha_d |\sin(2\pi f_0 t)| \sin(2\pi f_0 t) \right]\end{aligned}\quad (4.5)$$

où les coefficients inertiel α_m et d'amortissement α_d sont déterminés empiriquement, par exemple à partir de la décomposition en série de Fourier de la force (équation (1.13)).

Ensuite, pour $Re \geq 150$, l'amplitude de la force de traînée se met à fluctuer (figure 4.1g). Dans un premier temps, ces fluctuations sont plutôt de type ondulation, puis s'apparentent plus à une modulation. Quant à la densité spectrale de puissance de la force, elle présente des pics supplémentaires à des fréquences qui ne sont plus des multiples de la fréquence d'oscillation du cylindre f_0 (figure 4.3g). D'abord, il s'agit de pics encadrant les harmoniques pairs de la fréquence f_0 . Ils s'écrivent sous la forme f_c et $(2p)f_0 \pm f_c$ pour $p \in \mathbb{N}^*$, où $f_c < 1$ est la fréquence porteuse de l'ondulation. Ensuite, des pics émergent de part et d'autre des harmoniques impairs de la fréquence f_0 . Ils sont de la forme $(2p+1)f_0 \pm f_m$ pour $p \in \mathbb{N}$, où $f_m < 1$ est la fréquence de la modulation. Quand Re augmente, les pics encadrant les harmoniques pairs s'estompent alors que ceux autour des harmoniques impairs deviennent dominants. Cette évolution correspond pour le signal temporel de la traînée à une transition d'une ondulation de fréquence f_c à une modulation de fréquence f_m .

L'équation (4.6) propose une expression analytique de la force de traînée en fonction du temps permettant de décrire les signaux temporels et fréquentiels que l'on observe pour $110 \leq Re \leq 280$:

$$\begin{aligned}\mathcal{F}_x^{\text{model}}(t) &= \rho d U_0^2 \left[\frac{\pi^2}{2KC} \alpha_m \cos(2\pi f_0 t) + \frac{1}{2} |\sin(2\pi f_0 t)| [\alpha_d \sin(2\pi f_0 t) + \right. \\ &\quad \left. \beta_c \cos(2\pi f_c t) + \beta_m \sin(2\pi f_0 t) \cos(2\pi f_m t)] \right]\end{aligned}\quad (4.6)$$

où les coefficients d'ondulation β_c et de modulation β_m sont déterminés empiriquement.

Cette expression repose sur la décomposition de Morison [49], donnée par l'équation (4.5) que l'on reconnaît dans les deux premiers termes de l'expression (4.6) proposée. Le troisième terme décrit l'ondulation de l'amplitude de la force à la fréquence f_c . Dans la représentation fréquentielle, il modélise les pics aux fréquences f_c et $(2p)f_0 \pm f_c$ pour $p \in \mathbb{N}^*$ autour des harmoniques pairs. Le quatrième et dernier terme de l'équation (4.6) rend compte de la modulation de l'amplitude du signal temporel de la force à la fréquence f_m , et des pics aux fréquences $(2p+1)f_0 \pm f_m$ pour $p \in \mathbb{N}$ de son signal fréquentiel.

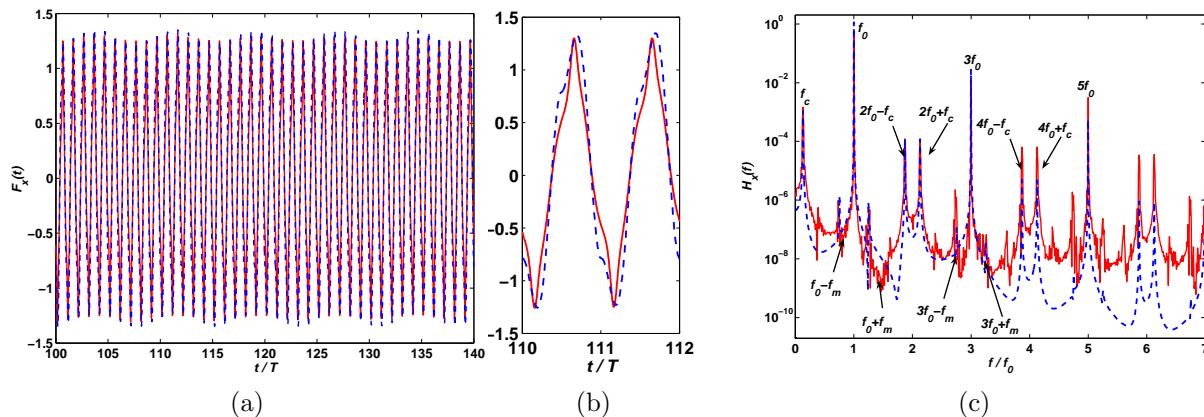


FIGURE 4.16 – (a) et (b) Variations en fonction du temps $F_x(t)$ sur 40 ou 2 périodes, et (c) densité spectrale de puissance $H_x(f)$ de la force de traînée pour $KC=10$ et $Re=170$. Résultats issus de la simulation numérique (—) et de l'expression (4.6) (----).

Un exemple d'utilisation de l'expression (4.6) est fourni par la figure 4.16 pour le cas de $Re = 170$. Elle compare les signaux temporels et fréquentiels issus de la simulation numérique (—) d'une part, et de l'équation (4.6) (----) d'autre part. Les valeurs des paramètres α_m , α_d , β_c , β_m , f_c et f_m de la formule (4.6) sont déterminées en appliquant la méthode suivante. D'abord, les coefficients α_m et α_d sont donnés par les deux premiers termes de la décomposition en série de Fourier de $F_x(t)$ (— figures 4.16a et 4.16b) à la fréquence de l'excitation f_0 (équation (1.13)). Puis la fréquence porteuse de l'ondulation f_c est lue comme l'abscisse du premier pic de $H_x(f)$ (— figure 4.16c). Le coefficient β_c est réglé de sorte que l'amplitude des pics de $H_x(f)$ aux fréquences f_c et $2f_0 \pm f_c$ de la courbe de la formule analytique atteigne celle de la courbe de la simulation numérique. Enfin, les valeurs de f_m et β_m pour la modulation sont déterminées de la même façon que pour l'ondulation, mais en utilisant les deux pics entourant la fréquence f_0 . Finalement, la figure 4.16 montre que l'expression (4.6) semi-empirique de la force de traînée permet de reproduire aussi bien les caractéristiques principales de son signal temporel $F_x(t)$ que celles de son signal fréquentiel $H_x(f)$.

4.4.2.2 Influence de Re sur les fluctuations d'amplitude de la force de traînée

Pour chaque simulation effectuée dans le régime F pour $KC = 10$ et $110 \leq Re \leq 280$, les fréquences f_c et f_m des fluctuations et leurs coefficients β_c et β_m sont déterminés suivant le procédé expliqué dans le paragraphe 4.4.2.1 ci-dessus pour l'exemple de $Re = 170$. On construit ainsi la figure 4.17. L'objectif poursuivi à présent est de décrire l'influence de Re sur ces quatre paramètres, et par suite, d'apporter des éléments d'interprétation des fluctuations observées (paragraphe 4.4.3).

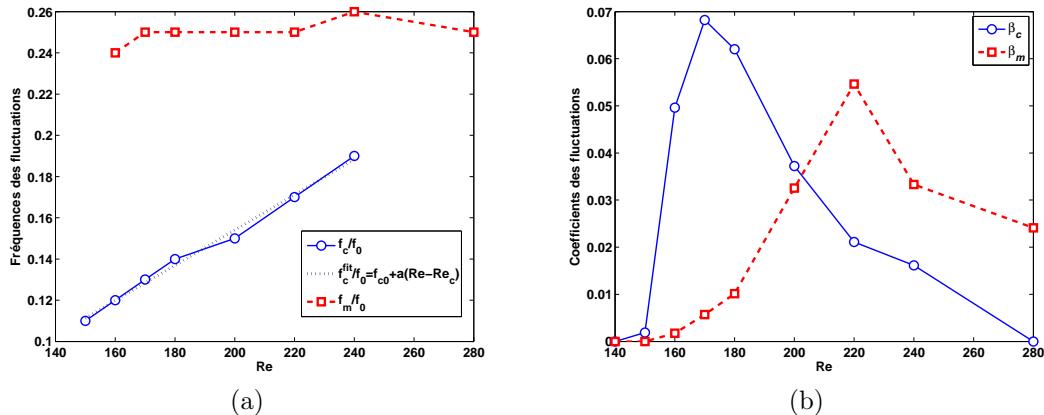


FIGURE 4.17 – Évolutions pour $KC = 10$ en fonction de Re dans le régime F :
 (a) des fréquences d'ondulation f_c (—○—) et de modulation f_m (—□—),
 (b) des coefficients d'ondulation β_c (—○—) et de modulation β_m (—□—).

D'une part, les évolutions de f_c et f_m en fonction de Re sont tracées sur la figure 4.17a. D'après l'équation (4.2), la résolution fréquentielle est de $\Delta f = 0,01f_0$. Avec cette précision, on observe que la fréquence d'ondulation f_c augmente avec Re de $0,11f_0$ à $0,19f_0$. Une régression linéaire de f_c en fonction de Re de la forme $f_c/f_0 = f_{c0} + a(Re - Re_c)$ donne $f_{c0} = 0,11$, $a = 8,5 \times 10^{-4}$ et un nombre de Reynolds critique $Re_c = 150$. Au contraire, la fréquence de modulation f_m semble constante. Il est à noter qu'elle est une fraction de la fréquence d'excitation, $f_m = (1/4)f_0$.

D'autre part, la figure 4.17b présente les variations des coefficients d'ondulation β_c et de modulation β_m en fonction de Re . Pour $Re < 150$, les deux coefficients sont nuls, car la force de traînée ne manifeste pas de fluctuations d'amplitude. Pour $150 \leq Re \leq 200$, on constate que $\beta_c > \beta_m$. Les fluctuations apparaissent plutôt sous la forme d'ondulations, le maximum de β_c étant atteint pour $Re = 170$. Pour $Re > 200$, la modulation devient dominante car $\beta_m > \beta_c$. Le coefficient β_m est maximal pour $Re = 220$, puis les deux coefficients diminuent. Enfin, pour $Re > 280$, plus aucun des deux phénomènes n'est identifiable car de plus en plus de pics secondaires apparaissent dans le spectre de la force de traînée (figure 4.3i).

4.4.3 Analyse synthétique du régime F

Si le régime F est défini comme le domaine d'existence du mode diagonal, alors les frontières en Re obtenues dans cette étude pour $KC = 10$ coïncident raisonnablement bien avec celles proposées par Tatsuno & Bearman. En effet, d'après la figure 1.7, le régime F est délimité par $100 \leq Re \leq 300$, tandis que nos simulations procurent un intervalle de $110 \leq Re \leq 280$ au vu des figures 4.2 et 4.4. Cependant, si l'on considère les diagrammes spatio-temporels de la vorticité sur le cylindre ainsi que les représentations temporelles et spectrales des forces sur un intervalle de temps long devant la période d'oscillation du cylindre, la description originelle du régime F par Tatsuno & Bearman paraît incomplète. Des fluctuations de l'amplitude des forces se produisent en effet dans la partie supérieure, au-delà d'une valeur critique de $Re_c = 150$. Le régime F est ainsi scindé en deux sous-régimes, un premier synchronisé puis un second avec des fluctuations à basses fréquences. Nous proposons maintenant de discuter l'origine physique et les mécanismes de ces fluctuations.

Les diagrammes spatio-temporels de la vorticité sur le contour du cylindre (figures 4.14a et 4.15a) révèlent que les fluctuations de la force sont fonction du comportement des points d'arrêt amont et aval sur le cylindre. Ils oscillent autour de leur position d'équilibre sur l'axe du mouvement du cylindre, avec une amplitude qui fluctue elle-même au fil du temps. Pour les premières valeurs de Re , les deux points d'arrêt vibrent en opposition de phase, produisant une ondulation de la force. Puis quand Re augmente, le déphasage entre les points d'arrêt se réduit, induisant plutôt une modulation de la force.

Ces deux phénomènes se traduisent par l'apparition de basses fréquences dans le spectre de la force. La symétrie de l'écoulement formulée par l'équation (3.3) étant préservée, les caractéristiques du spectre du sous-régime synchronisé ($Re < 150$) persistent dans le sous-régime fluctuant ($Re \geq 150$). On retrouve donc les pics principaux aux harmoniques impairs de la fréquence d'oscillation du cylindre f_0 , mais ceux-ci sont couplés aux basses fréquences additionnelles. Dans la formule (4.6) que nous proposons, ce couplage non-linéaire s'opère via le module de la vitesse du cylindre. Les fluctuations contribuent ainsi à l'amortissement et à la dissipation.

Soulignons que la force de portance présente également des fluctuations d'amplitude dans le même intervalle $150 \leq Re \leq 280$ que la traînée (figure 4.1). De même, des pics s'ajoutent au spectre de la portance (figure 4.3), aux mêmes fréquences données par la figure 4.17a que pour la traînée. Cependant, nous ne proposons pas pour la portance d'expression qui fasse le pendant de la formule (4.6) pour la traînée. En effet, l'équation (4.6) rendant compte des fluctuations a été construite à partir de la formule de Morison [49] décrivant la force de traînée dans le cas symétrique (équation (4.5)). Pour la force de

portance, en revanche, aucune expression de référence n'est disponible pour l'écoulement symétrique, puisque dans ce cas la portance est nulle.

Deux types de fréquences de couplage ont été identifiés. La première fréquence est liée à l'ondulation et la seconde à la modulation de l'amplitude des forces. La fréquence porteuse de l'ondulation $0,11 \leq f_c/f_0 \leq 0,19$ semble liée à la réponse naturelle du fluide et au temps de formation des tourbillons, puisqu'elle dépend de Re . Au contraire, la fréquence de la modulation $f_m \simeq f_0/4$ paraît reliée au temps caractéristique de la structure, puisqu'elle s'écrit comme une fraction de la fréquence d'oscillation du cylindre et reste constante lorsque Re augmente. Cette analyse s'inspire de celle de Morse & Williamson [108]. Ces auteurs ont également relevé l'apparition de fréquences de couplage dans les spectres de la force pour le cas d'un cylindre auquel on impose un mouvement sinusoïdal perpendiculairement à un écoulement uniforme à $Re = 4000$. Bien que la configuration de ce problème – et par conséquent les modes de lâcher tourbillonnaire et les forces – diffèrent de ceux considérés dans notre étude, les objectifs et la démarche de Morse & Williamson [108] sont semblables aux nôtres. Pour certains régimes, les auteurs montrent l'apparition dans le spectre des forces d'une fréquence plus basse [108, figure 11(a)] ou plus élevée [108, figure 12(a)] que la fréquence du forçage. Ces fréquences sont interprétées à partir de temps caractéristiques du fluide. Les basses fréquences sont reliées à un temps de coalescence des petits tourbillons pour former des structures de grande envergure, et les hautes fréquences sont reliées à la fréquence naturelle du lâcher tourbillonnaire.

4.5 Étude du régime G

Ce paragraphe est consacré au dernier régime de Tatsuno & Bearman, défini comme le domaine d'existence du mode transverse pour les valeurs de Re modérées (paragraphe 1.4.2). Cependant, nous allons montrer que ce mode est très instable, si bien que le régime G apparaît plutôt comme foncièrement apériodique.

On cherche quels sont les modes de lâcher tourbillonnaire qui se succèdent au cours d'une simulation numérique pour un couple de valeurs de KC et de Re données dans le régime G. Le spectre de la force de portance constitue un outil approprié pour déterminer le mode en présence. En effet, nous avons vu au paragraphe 4.1.2 en accord avec les résultats de Williamson que la principale fréquence de réponse de la force de portance dépendait du mode d'émission des tourbillons. Jusqu'à présent, les spectres ont été déterminés selon l'équation (4.2) sur un intervalle de temps très long. Cela sous-entend que le mode à identifier à partir des principaux pics de son spectre doit être assez stable – du moins ses propriétés de symétrie (3.1), (3.2) ou (3.3).

Or dans le régime G considéré ici, on souhaite justement étudier la stabilité des modes et des symétries de l'écoulement au cours du temps. C'est pourquoi nous allons recourir à des spectres glissants de la force de portance. Pour une simulation donnée, on calcule la densité spectrale de puissance de la portance sur une fenêtre de 10 périodes, cette fenêtre étant successivement décalée d'une période pour parcourir toute la durée de la simulation. On définit ainsi par l'expression (4.7) la densité spectrale $\hat{h}_y(f, t)$ de la force de portance $F_y(t)$ en fonction de la fréquence f , calculée sur l'intervalle de temps de longueur $10T$ centré sur l'instant t .

$$\hat{h}_y(f, t) = \left| \frac{\sqrt{2}}{10T} \int_{t-5T}^{t+5T} e^{-i2\pi f\tau} F_y(\tau) d\tau \right|^2 \quad (4.7)$$

où la fonction $\hat{h}_y(., t)$ est définie pour $t \in [5T, t_{\text{simu}} - 5T]$, t_{simu} désignant le dernier instant de la simulation.

Par la suite, on s'intéresse à l'amplitude $h_y(pf_0, .)$ de la valeur de $\hat{h}_y(f, .)$ au $p^{\text{ième}}$ harmonique de la fréquence d'oscillation du cylindre f_0 , normalisée par l'énergie totale contenue dans le spectre fenêtré :

$$\hat{h}_y(pf_0, t) = \frac{h_y(pf_0, t)}{\int_0^{+\infty} \hat{h}_y(f, t) df} \quad (4.8)$$

En pratique, on se limitera aux six premiers harmoniques $p \in \{1, \dots, 6\}$.

On étudie l'évolution des coefficients $h_y(pf_0, t)$ en fonction du temps t pour les différentes simulations effectuées dans le régime G. La figure 4.18 fournit quelques exemples. Les signaux temporels de la force de portance $F_y(t)$ utilisés pour calculer ces coefficients sont également tracés.

Le premier exemple, pour $\text{Re} = 300$ et $\text{KC} = 10$ sur la figure 4.18a, se situe dans le plan (KC, Re) de Tatsuno & Bearman à la limite entre les régimes F et G. Pendant les 100 premières périodes de la simulation, la force de portance revêt l'allure du mode diagonal du régime F, avec un pic dominant à la fréquence $3f_0$ (—●—). On observe sur le signal temporel de la portance des fluctuations de son amplitude, de type modulation puisque la forme de l'enveloppe des minima et des maxima de la force s'apparente à une suite de nœuds et de ventres. Puis le mode diagonal disparaît vers $t = 100T$. La force de portance devient chaotique et son spectre glissant affiche une succession de pics principaux aux fréquences $2f_0$ (—●—) et $3f_0$ (—●—). On a donc une alternance entre le mode diagonal de fréquence $3f_0$ et le mode transverse de fréquence $2f_0$ prédit par Tatsuno & Bearman dans cette région du plan (KC, Re) .

Pour une simulation à $\text{KC} = 10$ et $\text{Re} = 320$, la portance se comporte de la même façon. Mais lorsque Re augmente encore à $\text{KC} = 10$, la phase initiale avec le mode diagonal disparaît. Le système est apériodique dès le début du calcul, avec des pics principaux toujours situés aux fréquences $2f_0$ et $3f_0$. Ceci est illustré sur la figure 4.18b pour $\text{Re} = 360$.

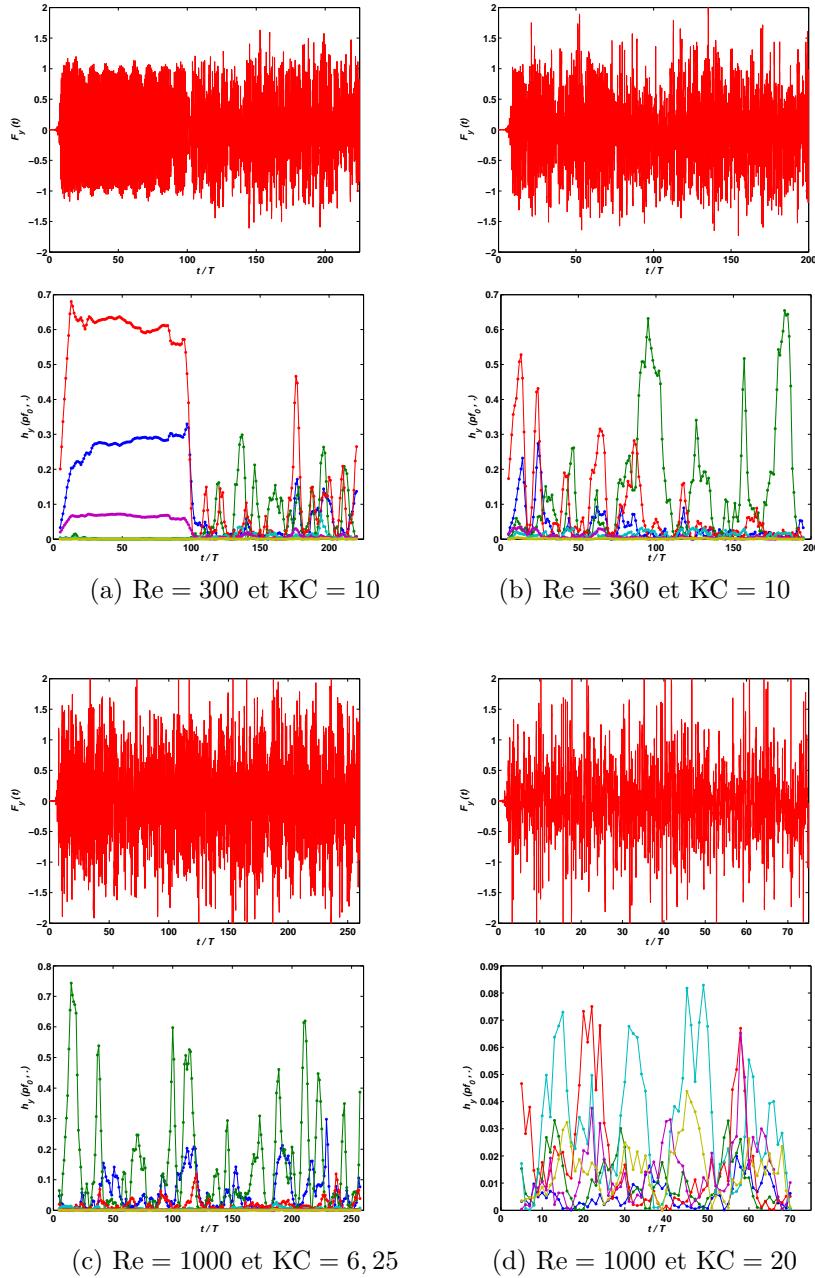


FIGURE 4.18 – Variations temporelles de la force de portance $F_y(t)$ (—) et de l'amplitude normalisée des six premiers harmoniques de son spectre glissant calculé sur une fenêtre de longueur $10T$ centrée sur l'instant t (équation (4.8)) pour quatre couples (KC, Re) du régime G. —●— $h_y(f_0, t)$, —●— $h_y(2f_0, t)$, —●— $h_y(3f_0, t)$, —●— $h_y(4f_0, t)$, —●— $h_y(5f_0, t)$ et —●— $h_y(6f_0, t)$.

Intéressons-nous maintenant à l'influence de KC sur le comportement du système au sein du régime G. La figure 4.18c propose le cas de KC = 6,25 et Re = 1000. La force de portance est toujours fortement apériodique. Cependant le mode transverse, de fréquence $2f_0$ (—●—), intervient le plus souvent au cours du temps. En effet, ce couple de valeurs de (KC, Re) se situe à la frontière du régime E, c'est-à-dire du domaine d'occurrence des modes en V, transverse et oblique. Nous avons justement vu au paragraphe 3.4.1 que ces trois modes présentaient la même symétrie de réflexion (3.2). Ils sont très présents au cours du temps, mais les interactions entre les tourbillons précédemment émis perturbent

la dynamique des tourbillons en cours de formation. Ainsi, ces modes ne sont toujours que de passage dans l'histoire du système. Par exemple, ces observations valent aussi pour le cas de $KC = 6, 25$ et $Re = 500$ appartenant à cette même frontière d'après la figure 3.14.

Enfin, si l'on augmente la valeur de KC , on obtient un spectre où plus aucun mode n'est discernable, comme le montre la figure 4.18d pour $KC = 20$ et $Re = 1000$. Soulignons que l'échelle des ordonnées du graphique des $h_y(pf_0, t)$ est de $[0; 0, 09]$, et non plus de $[0; 0, 8]$ comme pour les figures 4.18a, 4.18b et 4.18c précédentes. Autrement dit, les harmoniques de la fréquence d'excitation f_0 ne contiennent plus que 8% au plus de l'énergie du spectre de la force de portance. En fait, le spectre global du signal temporel complet devient continu. La visualisation du champ de vorticité dans le domaine de calcul entier montre que le cylindre subit de nombreuses collisions avec les tourbillons précédemment émis, ce qui perturbe le lâcher tourbillonnaire naturel. Nous avons atteint ici les limites de validité de notre programme, la taille du domaine de calcul devenant insuffisante.

4.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons analysé les différents comportements du système observés dans le plan (KC, Re) de Tatsuno & Bearman [7] sur des intervalles de temps longs devant la période d'oscillation du cylindre.

Un premier paragraphe a été consacré à l'identification de ces régimes à partir des évolutions temporelles et des densités spectrales de puissance des forces de traînée et de portance. Celles-là montrent que dans certaines régions du plan, les réponses des forces sont périodiques, alors que dans d'autres, leurs amplitudes fluctuent d'un cycle à un autre. Le spectre de la force de portance constitue un bon outil pour identifier les régimes successifs de par sa sensibilité accrue aux symétries et aux fluctuations de l'écoulement.

Dans le deuxième paragraphe, nous avons analysé les transitions lors de la première rupture de symétrie de l'écoulement. La frontière du régime symétrique A est composée d'une seule courbe de stabilité marginale, mais qui correspond à trois types de transitions possibles vers un régime synchronisé, quasi-périodique ou chaotique. La structure de l'écoulement conserve dans les trois cas la même symétrie de réflexion (3.2). Elle se manifeste sous la forme du mode en V stable pour les faibles valeurs de Re , engendrant la réponse synchronisée. Cette stabilité se dégrade quand Re augmente le long de la frontière du régime A. Le mode en V bascule d'un sous-mode à l'autre, d'abord périodiquement (réponse quasi-périodique) puis irrégulièrement (réponse chaotique). Nous avons proposé une relation (4.4) entre la valeur de Re et le taux de décroissance d'un sous-mode avant son basculement. Cette équation a permis de caractériser la stabilité des modes à la frontière du régime A symétrique.

Le troisième paragraphe s'est intéressé aux régimes C, D et E de Tatsuno & Bearman. Ils forment le domaine d'existence des modes en V, transverse et oblique, constituant les trois éléments du groupe de symétrie (3.2). Dans certaines régions n'intervient que le mode en V, stable ou bistable. Dans d'autres, il apparaît en alternance avec les modes transverse et oblique. Les transitions internes entre ces trois modes de même symétrie sont liées au comportement des deux points d'arrêt amont et aval sur le cylindre. Ils oscillent autour de leurs positions d'équilibre sur l'axe du mouvement de la structure. Les signaux temporels des forces de traînée et de portance présentent alors des fluctuations qui se traduisent par un élargissement spectral des harmoniques de la fréquence d'oscillation du cylindre.

Dans le quatrième paragraphe, nous nous sommes concentrés sur le régime F où intervient le mode diagonal. Nous avons mis en évidence deux sous-régimes, selon que les forces sont parfaitement périodiques ou présentent des fluctuations d'amplitude. Il s'agit là encore d'oscillations des points d'arrêt sur le cylindre. Celles-ci sont en opposition de phase lorsque Re est faible, en lien avec une ondulation de l'amplitude des signaux temporels des forces. Quand Re augmente, le déphasage entre les oscillations des deux points d'arrêt se réduit et les forces présentent alors une modulation d'amplitude. Du point de vue des spectres des forces, des pics supplémentaires apparaissent à des fréquences qui ne sont plus des harmoniques de la fréquence de forçage du cylindre, et qui interagissent avec ces derniers. Nous avons introduit une expression analytique de la force de traînée permettant de décrire les caractéristiques principales de ses signaux temporel et fréquentiel. A l'aide de cette formule, nous avons identifié deux fréquences de couplage, l'une liée à l'ondulation et l'autre à la modulation. La fréquence des ondulations, dépendante de Re , semble liée à un temps caractéristique du fluide, et celle des modulations, constante, à un temps caractéristique de la structure.

Enfin, le régime G a été étudié dans le cinquième paragraphe, à partir de calculs de spectres glissants de la force de portance. Cette méthode indique que des modes de diverses symétries se succèdent au cours du temps, sans ordre manifeste. Ils engendrent de fortes fluctuations de l'amplitude des forces, voire des distorsions de leurs profils qui deviennent chaotiques.

Ainsi, l'identification et la caractérisation de fluctuations de l'amplitude des forces de traînée et de portance dans différentes régions du plan (KC , Re) nous semble représenter une contribution majeure de ce chapitre. En effet, si la description des modes sur un cycle avait déjà fait l'objet de diverses recherches qui ont été approfondies au chapitre précédent, l'étude de leurs fluctuations est à notre connaissance inédite. Elle a été rendue possible grâce à des simulations numériques effectuées pour des durées d'observation particulièrement longues. Nous avons distingué trois types de fluctuations – associées aux régimes C, D et E, puis F, et enfin G – que nous proposons de discuter ici.

Comparons d'abord les différentes signatures des fluctuations aux niveaux de l'écoulement, des évolutions temporelles des forces, et de leurs spectres. Dans le cas des régimes C, D et E, des fluctuations sont visibles en premier lieu dans le champ de vorticité global où apparaissent par intermittence les sous-modes des modes en V, transverse et oblique. Ceci occasionne d'importantes fluctuations de l'amplitude des forces. De même dans le régime G, la structure de l'écoulement varie d'une période à une autre. Dans ce cas, tous les modes sont susceptibles d'intervenir au cours d'une simulation donnée. Il en résulte des fluctuations désordonnées de l'amplitude des forces. Au contraire, dans le régime F, la visualisation globale du champ de vorticité n'indique que la présence du mode diagonal. Quoique discrètes, des fluctuations apparaissent toutefois dans l'écoulement. Leur existence est avérée par des mesures de la vitesse en quelques points. De même, l'amplitude des forces fluctue au cours du temps. Ces variations sont cependant moins prononcées que dans les cas précédents des régimes C, D, E et G. Quant à l'origine physique des différents types de fluctuations, il s'agit d'instabilités de l'écoulement global qui se manifestent localement sur le contour du cylindre par des oscillations des points d'arrêt amont et aval pour les régimes C à F. Du point de vue des spectres des forces, on observe dans les régimes C, D et E un élargissement des pics aux harmoniques de l'écoulement de base. Dans le régime F, il apparaît de nouvelles fréquences discrètes interagissant avec les harmoniques naturelles. Enfin, les fluctuations du régime G rendent le spectre des forces continu.

Nous suggérons d'interpréter ces différents phénomènes en lien avec les propriétés de symétries qui leur sont associées. Dans le régime F n'intervient que le mode diagonal respectant la symétrie (3.3) centrale par rapport au centre du cylindre. Dans les régimes C, D et E, la symétrie (3.2) de réflexion par rapport à l'axe normal au mouvement du cylindre est systématiquement préservée, mais elle peut se décliner suivant les modes en V, transverse et oblique. Les transitions de l'un à l'autre s'effectuent progressivement. Par suite, elles ne s'accompagnent pas de nouvelles fréquences, à la différence du régime F où les fluctuations suivent un rythme défini par les fréquences d'ondulation f_c et de modulation f_m . Il semble donc que les fluctuations sont soumises à de fortes contraintes de symétrie qui conditionnent la réponse de la force, provoquant l'émergence de pics secondaires dans un cas, ou un élargissement spectral dans l'autre. Inversement, dans le cas du régime G, plus aucune symétrie n'est imposée au système. On tend alors vers un spectre continu où l'énergie se distribue librement sur toutes les fréquences.

Chapitre 5

Vers un réseau de cylindres et une approche énergétique

Après avoir analysé la dynamique du système sur une période d'oscillation du cylindre puis sur un grand nombre de périodes, nous continuons à élargir le point de vue de notre étude en proposant dans ce chapitre une ouverture du cas du cylindre seul traité dans les chapitres précédents, au cas d'un réseau de cylindres. Nous introduisons également une méthode d'analyse énergétique du problème, qu'il s'agisse du cylindre isolé ou du réseau.

Le premier paragraphe présente les principaux résultats de la littérature pour des configurations impliquant plusieurs cylindres. Nous construisons ensuite un réseau qui est analysé à l'aide de simulations numériques dans la continuité de l'étude pour un seul cylindre. Différents profils de l'écoulement autour du réseau et de forces sont observés quand KC augmente. Nous les présentons individuellement à partir d'exemples avant de montrer les transitions de l'un à l'autre. Des comparaisons sont également établies entre les différents solides du réseau et avec le cas du cylindre seul. Dans le troisième paragraphe, nous procédons à une étude globale du système basée sur la décomposition de Morison et sur le bilan des puissances. Cette approche est développée ici pour caractériser le comportement moyen du cylindre seul et du réseau en fonction de KC et de Re.

Sommaire

5.1	Quelques éléments bibliographiques sur le cas de plusieurs cylindres	117
5.1.1	Études de structures dans un écoulement uniforme	117
5.1.2	Études de structures oscillantes	119
5.2	Du cylindre isolé au réseau de cylindres	120
5.2.1	Extension du programme numérique au cas d'un réseau	120
5.2.2	Identification de différents comportements dans le plan (KC, Re)	122
5.2.2.1	Cas des faibles valeurs de KC	122
5.2.2.2	Cas des valeurs intermédiaires de KC	123
5.2.2.3	Cas des grandes valeurs de KC	125
5.2.3	Synthèse de l'influence de KC sur les forces	127

5.3 Vers une approche énergétique	128
5.3.1 Identification de réponses inertielles et dissipatives	128
5.3.1.1 Cas extrêmes dans le cas du cylindre isolé	128
5.3.1.2 Cas extrêmes dans le cas du réseau	130
5.3.2 De la décomposition de Morison aux coefficients énergétiques	131
5.3.2.1 Décomposition de Morison	131
5.3.2.2 Signification physique des coefficients de Morison	133
5.3.2.3 Introduction de coefficients complémentaires à partir des énergies	133
5.3.2.4 Influence de KC et Re sur les coefficients énergétiques	134
5.4 Conclusion	137

5.1 Quelques éléments bibliographiques sur le cas de plusieurs cylindres

Ce paragraphe rapporte les phénomènes physiques majeurs décrits dans la littérature concernant le cas où plusieurs cylindres sont mis en jeu. L'objectif n'est pas de dresser un état de l'art exhaustif, mais d'envisager le prolongement du problème du cylindre isolé à celui d'un réseau de cylindres. Nous indiquons d'abord quelques résultats dans le cas où les structures sont fixées dans un écoulement uniforme (KC « infini »), puis dans le cas où un mouvement sinusoïdal leur est imposé dans un fluide au repos (KC fini).

5.1.1 Études de structures dans un écoulement uniforme

La majorité des publications portent sur l'étude d'une paire de cylindres placés dans un écoulement uniforme. Les travaux de Zdravkovich [109, 110] constituent une référence incontournable. Ce problème est décrit par trois nombres adimensionnels : le nombre de Reynolds Re basé sur le diamètre d des cylindres et la vitesse amont U_0 , puis l'angle d'incidence θ_0 de l'écoulement, et enfin l'écartement $e = d_{cc}/d$ défini ici comme la distance d_{cc} entre les centres des deux cylindres normalisée par leur diamètre d .

Concernant l'angle d'incidence, on distingue le cas de cylindres en tandem lorsque leurs centres sont alignés selon l'écoulement ($\theta_0=0^\circ$), du cas d'une paire de cylindres superposés, lorsque l'axe passant par leurs centres est perpendiculaire à l'écoulement ($\theta_0=90^\circ$).

Quant à l'écartement e , il joue un rôle déterminant pour la topologie de l'écoulement et les forces appliquées sur les cylindres. Pour chacune des deux configurations envisagées, différents régimes d'interférence se succèdent lorsque l'écartement augmente. Leur nombre varie d'un auteur à un autre selon le niveau de détails de leurs observations. La figure 5.1 schématise les régimes identifiés par Igarashi [111] dans le cas de cylindres en tandem.

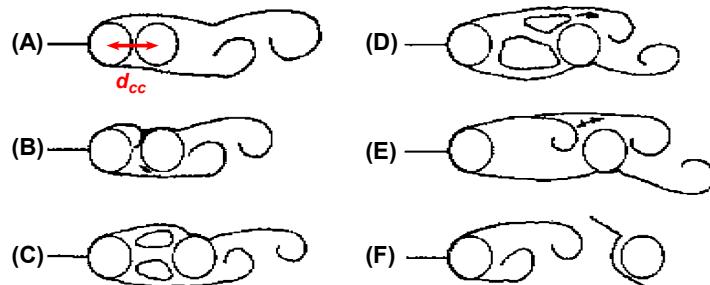


FIGURE 5.1 – Régimes d'interférences de l'écoulement autour de deux cylindres en tandem définis par Igarashi [111] lorsque l'écartement $e = d_{cc}/d$ augmente. Figure extraite de [112].

Dans le régime (A), les couches de cisaillement libres issues du cylindre amont englobent le cylindre aval, constituant ainsi un unique sillage. Dans le régime (B), elles se rattachent au second sans qu'aucun tourbillon ne se forme entre les deux solides. Ensuite, deux zones de recirculation se forment entre les deux cylindres, symétriques pour le ré-

gime (C) puis asymétriques pour le régime (D). Le régime (E) correspond à l'espacement critique e_c pour lequel un tourbillon s'enroule tout contre le cylindre aval. Enfin, dans le régime (F), des tourbillons sont émis par les deux structures.

Les coefficients de traînée pour les deux cylindres sont présentés sur la figure 5.2.

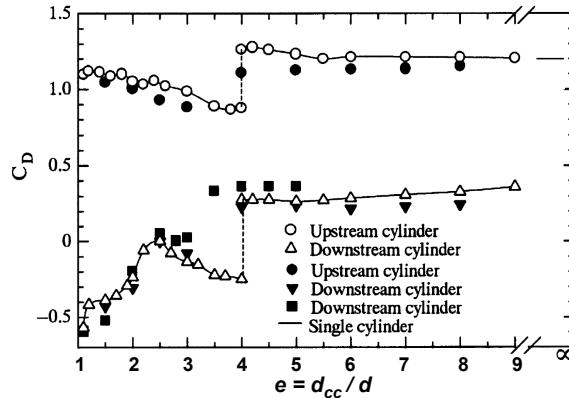


FIGURE 5.2 – Coefficients de traînée sur les cylindres amont et aval placés en tandem en fonction de leur écartement. Figure extraite de [113].

Dans les régimes (A) à (D), la force de traînée sur le cylindre aval est très faible devant celle du cylindre amont. Elle est même négative pour les premiers régimes, car le cylindre aval se trouve à l'intérieur de la zone de recirculation du cylindre amont, et par conséquent dans une région de basses pressions [112]. La force de traînée sur le cylindre amont est positive et moins élevée que dans le cas d'un cylindre isolé. Elle diminue quand l'écartement augmente, car la longueur de recirculation croît. Ainsi, il résulte de ces deux forces de traînée, positive en amont et négative en aval, une force d'attraction entre les cylindres. On parle d'interaction forte [114].

Pour $e \simeq 4$, la figure 5.2 montre que les efforts augmentent soudainement. Plus généralement, il apparaît un saut dans les courbes d'évolutions en fonction de l'écartement des coefficients de portance, de fluctuations de traînée et de portance et du nombre de Strouhal [114, figure 2]. Cet écartement critique e_c , dont la valeur précise dépend de Re , correspond au régime (E) de la figure 5.1 et traduit la transition d'une interaction forte à une interaction faible pour le régime (F) entre les deux cylindres.

Ensuite, pour $e \geq e_c$, le coefficient de traînée du cylindre amont tend vers celui d'un cylindre isolé alors qu'il reste inférieur pour le cylindre aval. Le lâcher tourbillonnaire se produit à la même fréquence pour les deux cylindres [113, figure 13]. L'émission d'un tourbillon par le second cylindre est déclenchée par l'arrivée d'un tourbillon issu du cylindre amont. Il apparaît donc un déphasage entre les deux lâchers tourbillonnaires. Alam [97] propose une formule reliant ce déphasage au nombre de Strouhal et à l'écartement entre les cylindres. Par suite, les fluctuations de la force de portance sur le cylindre amont présentent un maximum lorsque les deux cylindres sont en phase, et un minimum lorsqu'ils sont en opposition de phase [97, figure 4].

D'autre part, trois régimes sont communément définis pour une paire de cylindres superposés [115, 116, 117, 118]. Lorsque l'écartement est très faible, le lâcher tourbillonnaire s'effectue comme si les deux cylindres n'en formaient qu'un seul. Pour des écartements d'environ 1 à 2, chaque cylindre émet des tourbillons. Cependant, les deux sillages interagissent et sont déviés, conduisant à un sillage étroit pour l'un des cylindres et large pour le second. On obtient ainsi un écoulement asymétrique en biais qui bascule par intermittence. On parle de régime bistable. Enfin, pour un écartement $e \geq 2,2$, deux sillages se forment avec des lâchers tourbillonnaires synchronisés, en opposition de phase ou en phase. L'écoulement global est alors respectivement symétrique ou antisymétrique par rapport à la ligne médiane de l'écoulement [115, figure 1].

Dans cette configuration, le coefficient de traînée moyen pour les deux cylindres est légèrement supérieur à celui pour un cylindre seul, et croît quand l'écartement devient très faible. Simultanément, il apparaît une force de portance de répulsion entre les deux cylindres [5]. Pour de plus grands écartements, les fluctuations de la portance sont importantes quand les deux sillages sont en opposition de phase, et réduites s'ils sont en phase [117, figure 15], comme dans le cas du tandem.

On peut ensuite prolonger les deux problématiques précédentes de la paire de cylindres en tandem ou superposés aux cas d'une ligne de cylindres parallèle à l'écoulement (Liang [119]) ou d'une colonne de cylindres perpendiculaire à l'écoulement (Chauve [120], Fullana [121]). Quant à l'étude de réseaux carrés, mentionnons les travaux de Lam [122] et de Schneider [123] portant sur le cas de quatre cylindres et envisageant différentes inclinaisons de l'écoulement amont. Beale [124] simule le comportement d'une cellule élémentaire d'un réseau infini de rangées de cylindres alignées ou en quinconce. Il obtient une déviation des nappes de vorticité guidées par les cylindres en aval selon l'effet Coandă.

Pour chacune de ces configurations, on peut de nouveau identifier des régimes d'interférences entre les cylindres, en fonction de Re et de l'écartement entre les solides.

5.1.2 Études de structures oscillantes

Comparativement au cas de structures fixées dans un écoulement uniforme, les publications sur le cas de plusieurs cylindres oscillant dans un fluide au repos semblent encore moins nombreuses, et surtout plus disparates puisque de plus en plus de paramètres sont impliqués : le nombre de cylindres, leur agencement, KC et Re .

Citons par exemple les travaux de Williamson [64] pour deux cylindres inclinés de 0° , 45° et 90° par rapport à l'axe des oscillations avec $1 \leq e \leq 5$, $7 \leq KC \leq 55$ et $\beta = 255$, de Lee [125] pour un réseau carré de 4 cylindres parallèle à l'axe des oscillations avec $e = 3$, $0,2 \leq KC \leq 5$ et $\beta = 50$, et de Bushnell [126] pour un réseau carré de 9 cylindres inclinés de 0° , 20° et 40° avec $e = 3$ et $KC > 30$. En règle générale, ces études montrent qu'un cylindre en aval d'un autre est soumis à un effet protecteur induisant une réduction de

sa traînée et une augmentation de sa portance. Ces phénomènes sont accrus lorsque la distance entre les cylindres diminue.

Finalement, cet aperçu des recherches effectuées à ce jour sur le problème de plusieurs cylindres placés dans un écoulement uniforme ou oscillant laisse entrevoir la diversité des topologies de l'écoulement possibles suivant l'agencement des cylindres. Le cas d'un écoulement oscillant ainsi que celui d'un réseau semblent particulièrement peu traités dans la littérature. A défaut, nous avons alors privilégié l'étude du comportement de la paire de cylindres en tandem en fonction de l'écartement des deux structures. En effet, les phénomènes physiques observés dans ce cas sont ceux susceptibles d'intervenir pour différentes valeurs de KC entre deux cylindres consécutifs d'une même ligne pour le problème du réseau oscillant que nous allons maintenant étudier.

5.2 Du cylindre isolé au réseau de cylindres

Ce paragraphe propose une ouverture du problème du cylindre seul vers le cas d'un réseau de cylindres. Nous indiquons d'abord comment le programme de résolution numérique construit au chapitre 2 est étendu pour traiter le cas d'un réseau. Nous identifions ensuite trois principaux types de réponse de ce système à travers le plan (KC, Re). Leur analyse en termes d'écoulement et de forces est menée sur trois exemples. Enfin, nous présentons l'évolution globale du profil des forces sur deux segments du plan (KC, Re). L'ensemble de cette démarche se donne pour fil conducteur la comparaison des résultats pour le réseau et pour le cylindre seul.

5.2.1 Extension du programme numérique au cas d'un réseau

Nous présentons d'abord la géométrie du réseau considéré dans cette étude et pour lequel des simulations numériques sont effectuées. Notons que l'on reste dans le cadre d'un mouvement sinusoïdal rectiligne imposé à tous les cylindres, si bien que le réseau se déplace en bloc. Il s'agit donc toujours du problème dont la résolution numérique a été mise en œuvre dans le chapitre 2, mais pour une géométrie différente.

Nous construisons un réseau carré de 25 cylindres placé au centre d'un domaine de fluide rectangulaire. Ce système est schématisé sur la figure 5.3.

La distance d_{cc} entre les centres de deux cylindres consécutifs d'une même ligne ou d'une même colonne est de $d_{cc} = 1,7d$. D'après le paragraphe 5.1, cet écartement correspond selon la valeur de Re au régime (A) ou (B) horizontalement, et au régime asymétrique en biais verticalement.

La longueur d_r séparant le sommet du cylindre du haut d'une colonne à la base du cylindre du bas de cette colonne est de $7,8d$. Elles représente le diamètre du cylindre équi-

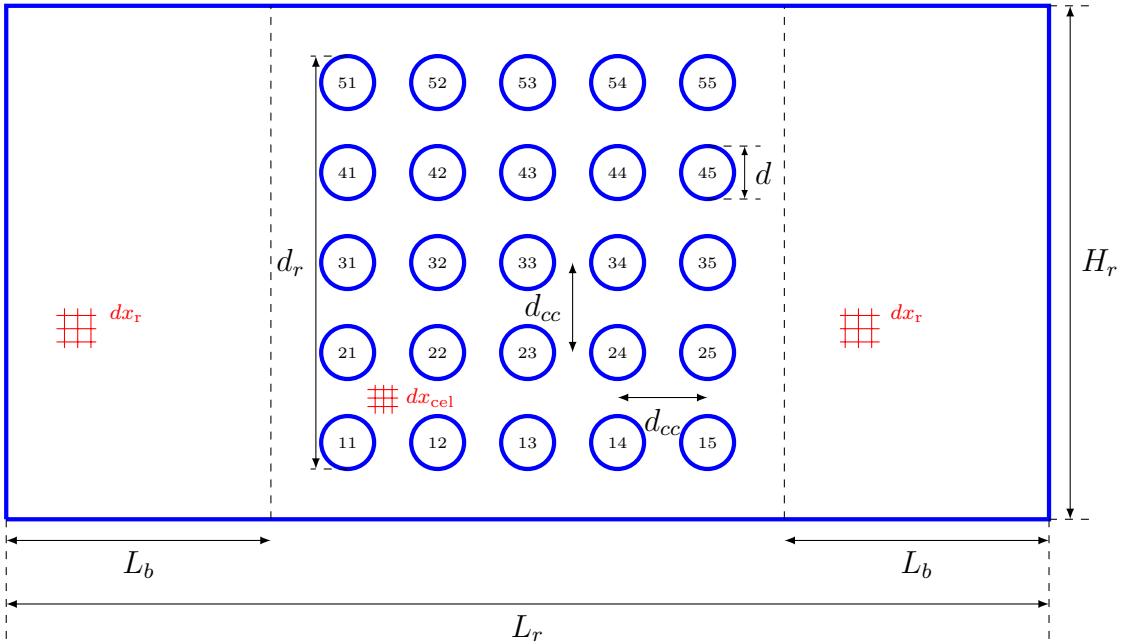


FIGURE 5.3 – Géométrie du problème implémenté dans le cas du réseau et notations.

valent au réseau. Le domaine de fluide s'étend sur une longueur L_r de $19,7d$ et une hauteur H_r de $9,7d$. Rapportées au diamètre du cylindre équivalent, ces dimensions s'écrivent $L_r = 2,5d_r$ et $H_r = 1,2d_r$. Elles sont à comparer pour le cylindre seul aux valeurs de $L = 20d$ et $H = 10d$, 8 fois plus élevées. Ainsi, le réseau que nous proposons d'étudier présente un fort confinement dans la direction perpendiculaire au mouvement de la structure. S'inspirant des problématiques des cœurs de réacteurs nucléaires, ce choix vise à contraindre le fluide à passer à travers le réseau. En effet, avec un milieu peu confiné, le fluide préférerait contourner l'obstacle par effet bipasse plutôt que de s'y infiltrer.

Quant aux paramètres numériques, le pas d'espace dans la couche limite de chaque cylindre du réseau reste de $0,02d$ comme pour le cas du cylindre seul (paragraphe 2.3.2). Il est ensuite de $dx_{cel} = 0,08d$ dans chaque cellule élémentaire contenant un cylindre du réseau, et de $dx_r = 0,125d$ dans le domaine de rallonge de longueur $L_b = 5,4d$ de part et d'autre du réseau (voir la figure 5.3). Par comparaison, la finesse des mailles dans le cas du cylindre seul est de $dx = 0,157d$ loin du cylindre. Comme pour le problème d'un seul cylindre (paragraphe 2.3.5), on déplace le coin inférieur gauche du maillage.

Le pas de temps est défini en suivant la même démarche qu'au paragraphe 2.3.3 pour le cylindre seul. Il est fixé à $dt = 0,025T$ si $KC \leq 2$, et donné par $KC \times dt = 0,05T$ sinon.

Les méthodes de résolution numérique et les calculs de post-traitement des forces et des puissances restent identiques pour le réseau et pour le cylindre seul.

Les calculs sont effectués dans le cas de ce réseau pour des valeurs de Re de 100 et 500, et pour un intervalle de valeurs de KC comprises entre 0,25 et 20.

5.2.2 Identification de différents comportements dans le plan (KC, Re)

Les observations des profils de l'écoulement et des forces pour les deux séries de simulations à $Re = 500$ et $Re = 1000$ mettent en évidence trois grands types de réponse du réseau lorsque KC augmente. Ils sont présentés ici à partir de trois exemples pour une valeur de KC faible, puis intermédiaire, et enfin élevée. Chaque cas est en outre comparé au problème du cylindre isolé.

5.2.2.1 Cas des faibles valeurs de KC

La figure 5.4 montre les signaux temporels des forces de traînée et de portance pour l'exemple de $KC = 0,5$ et $Re = 500$.

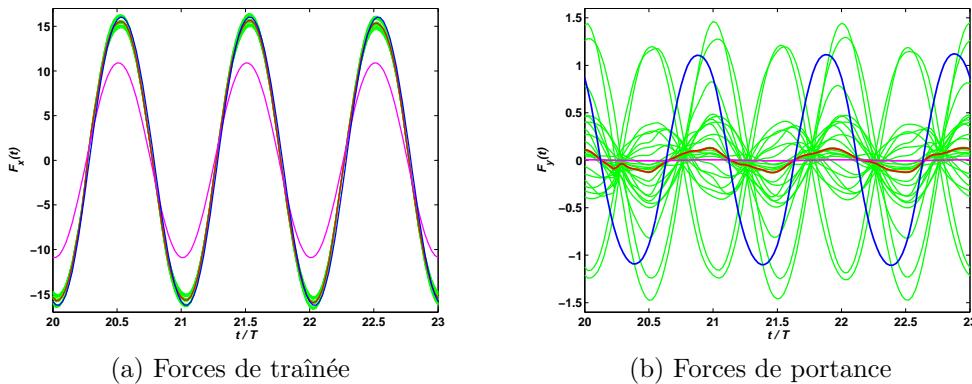


FIGURE 5.4 – Évolutions temporelles des forces de traînée $F_x(t)$ et de portance $F_y(t)$ pour $KC = 0,5$ et $Re = 500$.

- Force $F^i(t)$ appliquée sur chacun des cylindres du réseau pour $i = 1, \dots, 25$;
- Force moyenne sur le réseau $F^{\text{res}}(t) = (F^1(t) + \dots + F^{25}(t))/25$;
- Force appliquée sur le cylindre isolé pour le domaine de référence ;
- Force $F^{\text{cel}}(t)$ appliquée sur un cylindre isolé dans un domaine fluide de la taille d'une cellule élémentaire du réseau.

Les forces de traînée exercées sur chacun des cylindres (—) sont toutes sinusoïdales et d'amplitudes du même ordre de grandeur (figure 5.4a). Par conséquent, la traînée moyenne sur le réseau (—) est aussi égale à celle sur chaque cylindre.

Comparons ce résultat à celui pour le cylindre isolé (—) que nous avons étudié dans les chapitres précédents. Dans ce cas, l'amplitude de la force de traînée est moindre. Cet écart provient de la différence de confinement entre les deux configurations. Le domaine de calcul de référence pour le cylindre isolé est de dimensions $20d \times 10d$ (paragraphe 2.3.1). Si l'on résout ce même problème dans un domaine fluide de dimensions $1,7d \times 1,7d$ qui sont celles des cellules élémentaires constituant le cœur du réseau (paragraphe 5.2.1), on retrouve la même force de traînée (—) que celle du réseau moyen (—).

D'autre part, les forces de portance sur la figure 5.4b sont certes sinusoïdales pour tous les cylindres (—) mais leurs amplitudes varient fortement d'un élément à un autre du réseau, de 0,04 à 1,4. Soulignons toutefois que ces valeurs de la portance restent très faibles (d'un facteur 10 au moins) devant celles de la traînée. Quatre cylindres présentent des forces de portance d'amplitude plus importante que les autres. Ce sont ceux aux quatre coins du réseau. Ils se trouvent en effet dans une configuration localement asymétrique, à laquelle la portance se montre particulièrement sensible. Par ailleurs, des symétries apparaissent entre les courbes des différents cylindres. Les forces de portance se compensent alors deux à deux, si bien que l'amplitude de la portance moyenne sur le réseau (—) est encore plus faible.

Enfin, on observe de nouveau que la force de portance mesurée dans le cas d'un cylindre seul pour un domaine fluide de la taille d'une cellule du réseau (—) est de l'ordre de grandeur de la portance exercée sur les cylindres du réseau (—).

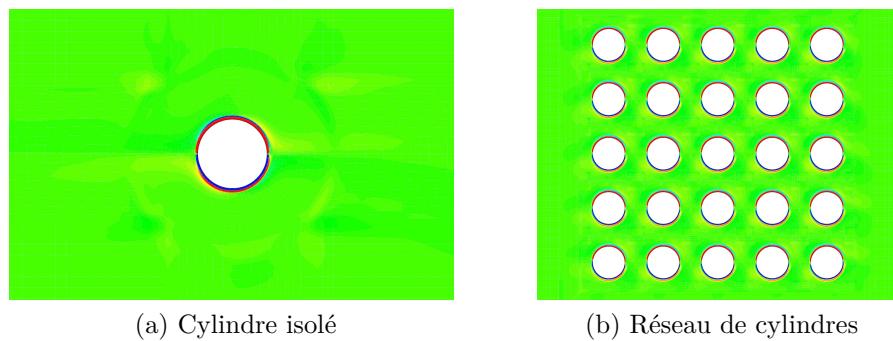


FIGURE 5.5 – Champ de vorticité à $t = 0,65T$ pour $KC = 0,5$ et $Re = 500$ dans le cas d'un seul cylindre (a) et dans le cas d'un réseau (b). Échelle comprise entre -5 (bleu) et +5 (rouge).

La structure de l'écoulement autour du réseau est montrée sur la figure 5.5b en vis-à-vis avec celle autour du cylindre seul dans le cas de très faibles valeurs de KC (régime A). On visualise la même organisation du fluide. Seul le fluide à la périphérie immédiate du cylindre est mis en mouvement par les oscillations de la structure. En première approximation, la dynamique du fluide semble ainsi identique autour de tous les cylindres. L'interaction provient ici du confinement, qui ne modifie pas qualitativement la topologie de l'écoulement (figure 5.5), mais les niveaux d'amplitude des forces (figure 5.4).

5.2.2.2 Cas des valeurs intermédiaires de KC

Un exemple de forces appliquées sur les différentes structures envisagées est proposé sur la figure 5.6 dans le cas de $KC = 10$ et $Re = 100$.

D'une part, les forces de traînée et de portance exercées sur les cylindres du réseau (—) ne sont plus sinusoïdales, mais conservent leur périodicité. D'autre part, on peut constituer des familles de cylindres pour lesquels les variations temporelles des forces présentent des

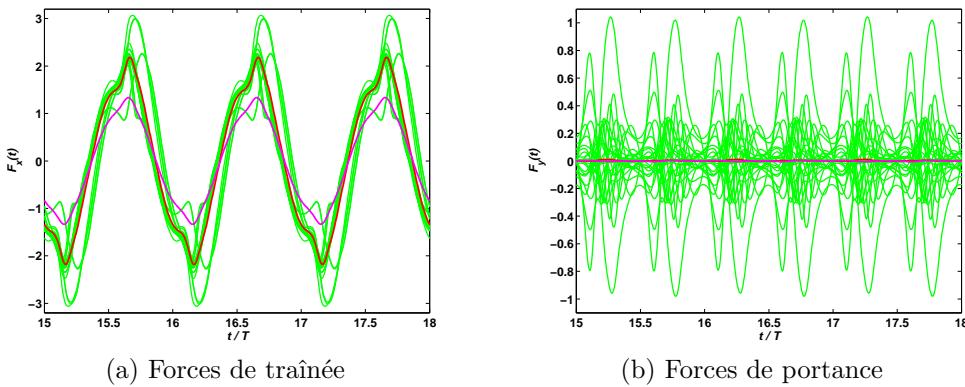


FIGURE 5.6 – Évolutions temporelles des forces de traînée $F_x(t)$ et de portance $F_y(t)$ pour $KC = 10$ et $Re = 100$.

- Force $F^i(t)$ appliquée sur chacun des cylindres du réseau pour $i = 1, \dots, 25$;
- Force moyenne sur le réseau $F^{\text{res}}(t) = (F^1(t) + \dots + F^{25}(t))/25$;
- Force appliquée sur le cylindre isolé pour le domaine de référence.

symétries. Par analogie avec le cas du cylindre isolé, ces deux éléments nous amènent à la notion de *modes* pour le réseau.

Dans l'exemple de la figure 5.6a, les cylindres des trois colonnes intérieures présentent globalement la même traînée. Les quatre cylindres subissant le maximum d'amplitude sont ceux numérotés 21, 41, 25 et 45 sur la figure 5.3. Ces mêmes structures sont celles pour lesquelles la portance atteint ses maxima sur la figure 5.6b. Au contraire, les cylindres 31 à 35 de la ligne centrale ont une portance négligeable. Ces observations s'interprètent à partir de la structure de l'écoulement visualisée sur la figure 5.7 à deux instants du cycle d'oscillation du réseau.

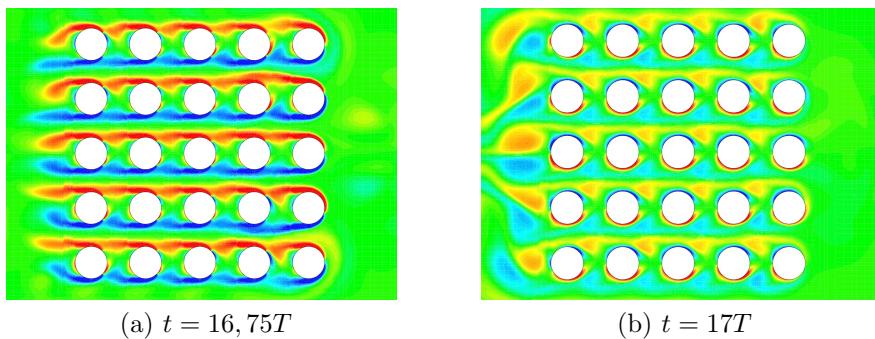


FIGURE 5.7 – Champ de vorticité pour $KC = 10$ et $Re = 100$ dans le cas du réseau à $t = 16,75T$ (a) et $t = 17T$ (b). Échelle comprise entre -5 (bleu) et +5 (rouge).

On peut effectivement parler de modes, car la configuration de l'écoulement est reproductible d'une période à une autre et manifeste des symétries spécifiques. Lorsque le cylindre se trouve au centre de sa course, parcourue sur la figure 5.7a de gauche à droite, les nappes de vorticité des cylindres d'une même ligne se recollent les unes aux autres. On observe les régimes (C) et (D) de recollement [111] schématisés sur la figure 5.1. Ainsi, les structures du milieu du réseau subissent une traînée moindre par effet protecteur [126]

des cylindres du bord. Au contraire, celles en amont subissent le maximum de traînée. Il s'agit pour la figure 5.7a des cylindres 25 et 45 de la colonne de droite. De plus, on constate pour les deux figures 5.7a et 5.7b que la symétrie haut-bas est préservée sur la ligne centrale du réseau, ce qui explique pourquoi la portance reste faible pour ces cylindres. Lors de l'inversion du mouvement du réseau sur la figure 5.7b, les nappes de vorticité se décrochent et se logent entre deux cylindres consécutifs d'une même ligne. En bout de file, de gros tourbillons sont émis symétriquement puis rabattus sur le réseau lors du prochain demi-cycle, contribuant aux pics de traînée et de portance observés sur les structures de la colonne amont – dans ce cas les cylindres 21 et 41 (figure 5.6b).

Finalement pour la figure 5.6, la force de traînée moyenne sur le réseau (—) est déformée elle aussi, quoique périodique. Comme dans le cas des très faibles KC au paragraphe 5.2.2.1, elle reste supérieure à celle pour le cylindre isolé (—) en raison du confinement plus marqué. La force de portance totale en revanche s'annule du fait des symétries au sein du réseau.

Remarquons que la force de traînée moyenne sur le réseau présente la même allure que la traînée du mode diagonal dans le régime F pour le cas du cylindre seul (figure 3.10e). Cependant, l'exemple présenté ici pour $KC = 10$ et $Re = 100$ correspond pour le cylindre isolé au régime D (figure 3.14). Ainsi, cet exemple invite à l'exploration des modes du réseau et de leurs domaines d'existence dans le plan (KC, Re) , à l'image de celle qui a été menée dans les chapitres 3 et 4 pour un seul cylindre.

5.2.2.3 Cas des grandes valeurs de KC

Considérons maintenant les évolutions temporelles des forces dans le cas où le réseau décrit de larges oscillations. La figure 5.8 fournit un exemple pour $KC = 20$ et $Re = 500$.

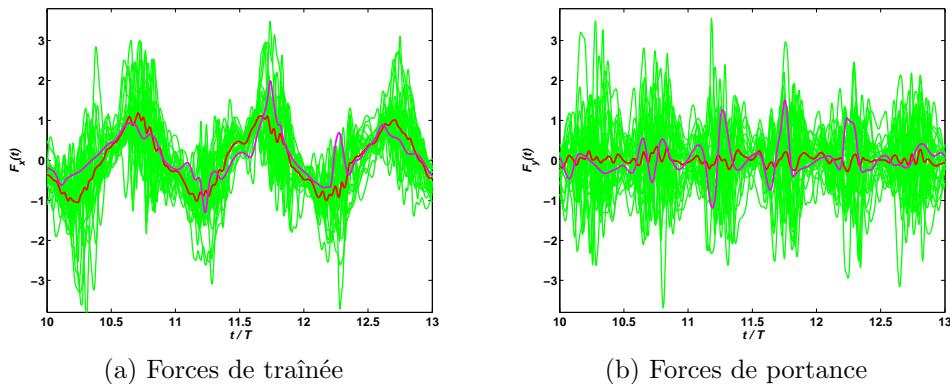


FIGURE 5.8 – Évolutions temporelles des forces de traînée $F_x(t)$ et de portance $F_y(t)$ pour $KC = 20$ et $Re = 500$.

- Force $F^i(t)$ appliquée sur chacun des cylindres du réseau pour $i = 1, \dots, 25$;
- Force moyenne sur le réseau $F^{\text{res}}(t) = (F^1(t) + \dots + F^{25}(t))/25$;
- Force appliquée sur le cylindre isolé pour le domaine de référence.

Il apparaît une forte dispersion entre les différents cylindres (—) du réseau. En dépit du fait que ces courbes sont individuellement très déformées, leur ensemble présente une enveloppe plutôt sinusoïdale pour la traînée. Quant à la force de portance, l'ensemble des signaux des cylindres du réseau dessine des lobes dont l'amplitude est maximale vers $t = 0,25T$ et $t = 0,75T$ et minimale lors du retournement du réseau. Les deux composantes des forces présentent des niveaux d'amplitude du même ordre de grandeur.

Par suite, la force de traînée moyenne sur le réseau (—) est globalement sinusoïdale (figure 5.8a) et comparable à celle pour le cylindre isolé (—). Son amplitude est inférieure à celle qui peut être atteinte sur certains cylindres, car le désordre au sein du réseau est tel que certains cylindres présentent par moments une force de traînée orientée dans le sens du mouvement de la structure. On retrouve ainsi le phénomène observé dans le cas de deux cylindres en tandem très peu écartés : la traînée sur le cylindre aval peut être négative (figure 5.2) et induire une force d'attraction. En pratique, elle pourrait être prise en compte parmi les sources de vibrations des structures.

La force de portance moyenne évolue de façon chaotique et son niveau demeure faible relativement à celui des cylindres du réseau. En effet, les pics désordonnés d'une structure à une autre finissent par se compenser globalement, phénomène ne pouvant se produire dans le cas du cylindre isolé (—).

La figure 5.9 montre le champ de vorticité observé à deux instants pour le même exemple de réseau à $KC = 20$ et $Re = 500$.

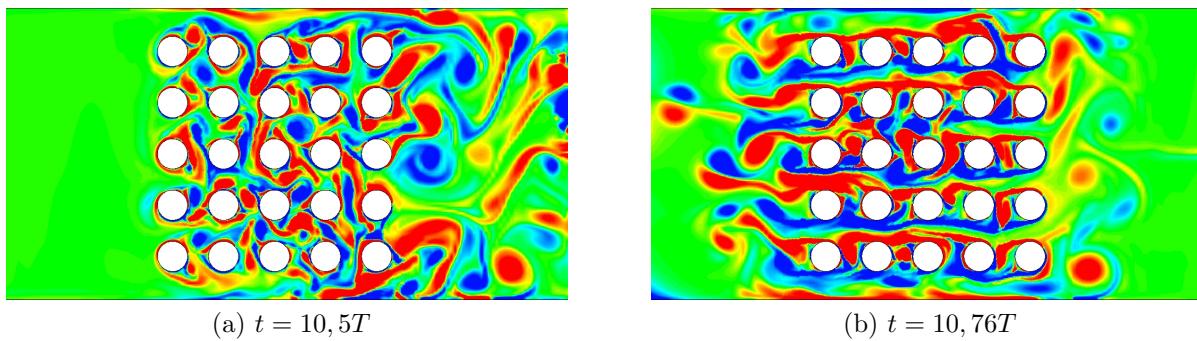


FIGURE 5.9 – Champ de vorticité pour $KC = 20$ et $Re = 500$ dans le cas du réseau à $t = 10,5T$ (a) et $t = 10,76T$ (b). Échelle comprise entre -10 (bleu) et +10 (rouge).

Les désordre règne dans l'écoulement. A $t = 10,5T$ sur la figure 5.9a, un amas de structures tourbillonnaires se sont accumulées à droite du réseau arrivé à l'extrémité gauche de sa course. Divers scénarios affectant l'histoire des tourbillons peuvent être identifiés, notamment l'émission de tourbillons solitaires ou appariés, l'étirement ou la fusion de nappes de vorticité. Au sein du réseau, le confinement limite la taille des structures de vorticité qui se retrouvent piégées entre les solides.

Lorsque le réseau décrit sa course, de gauche à droite sur la figure 5.9b, on retrouve d'abord à droite du réseau le sillage de la précédente demi-période auquel se heurtent les

cylindres de la colonne en amont. Au cœur du réseau, le désordre se maintient, bien que de grandes nappes de vorticité se constituent parfois entre les sommets des cylindres d'une même ligne. On peut ainsi reconnaître certaines topologies d'écoulement présentées dans l'étude bibliographique du paragraphe 5.1, par exemple un recollement horizontal entre les cylindres 53 et 54, ou une déviation verticale des sillages des cylindres 33 et 43. Enfin, on assiste à gauche du réseau à la formation d'un nouvel amas de structures tourbillonnaires en aval de la structure.

5.2.3 Synthèse de l'influence de KC sur les forces

Après avoir prélevé trois exemples de simulations pour analyser les différents types de profils de forces rencontrés lorsque KC augmente, nous rassemblons ici les résultats de tous les calculs pour étudier les transitions entre ces trois cas. La figure 5.10 présente les moyennes quadratiques des forces de traînée et de portance exercées sur chaque structure du réseau, sur le réseau global et sur le cylindre seul. Outre les transitions d'un comportement à un autre du réseau pour des valeurs croissantes de KC, cette figure permet de comparer le passage du cylindre isolé au réseau.

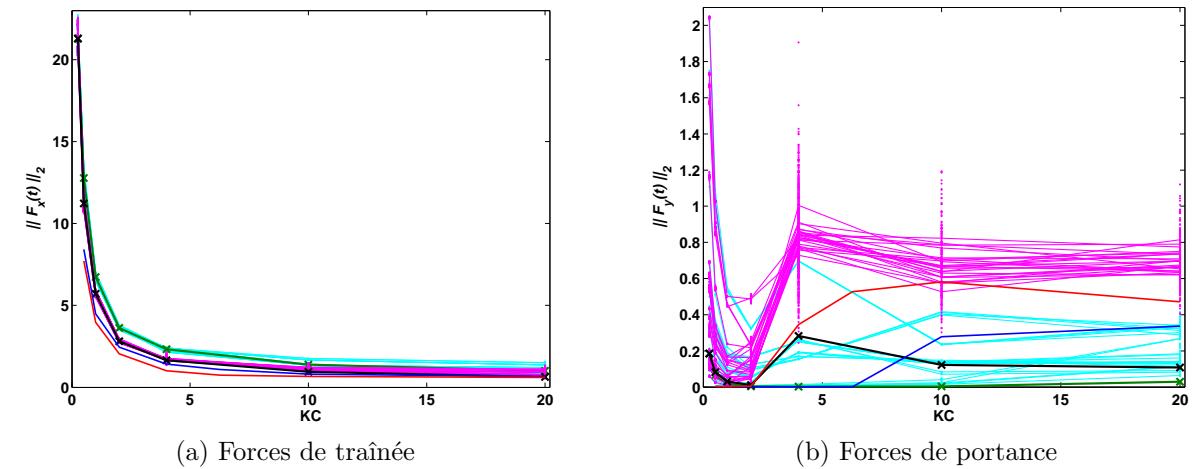


FIGURE 5.10 – Moyennes quadratiques des forces de traînée (a) et de portance (b) en fonction de KC pour $Re = 100$ et $Re = 500$.

- et ● : Valeurs pour chaque période et chaque cylindre du réseau pour $Re=100$ et 500 ;
- et — : Valeurs moyennes pour chaque cylindre du réseau pour $Re=100$ et 500 ;
- et — : Valeurs moyennes pour le réseau pour $Re=100$ et 500 ;
- et — : Valeurs moyennes pour le cylindre isolé dans le domaine de référence de dimensions $20d \times 10d$ pour $Re=100$ et 500 .

D'une part, la force de traînée décroît en fonction de KC de façon similaire qu'il s'agisse du cas du réseau ou du cylindre seul. Les valeurs sont inférieures dans le cas du cylindre seul en raison de la différence de confinement entre les deux configurations, mise en évidence au paragraphe 5.2.2.1.

D'autre part, différents comportements se manifestent du point de vue de la portance sur la figure 5.10b. Quand KC tend vers 0, on retrouve une forte dispersion entre les différents cylindres, mais la portance totale sur le réseau est faible par symétrie, comme expliqué au paragraphe 5.2.2.1. Puis quand KC augmente, le lâcher tourbillonnaire s'initie. Des modes se composent, notamment pour $Re = 100$ lorsque les courbes des moyennes temporelles sur chaque cylindre (—) se réunissent en familles associées à des groupes de symétrie. Dans ce cas, la portance globale sur le réseau (—) reste négligeable. Pour $Re = 500$, le comportement chaotique décrit au paragraphe 5.2.2.3 se manifeste pour des valeurs de KC plus modérées, dès $KC \geq 4$. Les courbes des moyennes de la portance sur les différents cylindres (—) sont enchevêtrées et produisent une portance globale sur le réseau faible, mais pas insignifiante (—).

De même, dans le cas du cylindre isolé (— et —), la portance est nulle pour les plus petits KC . Elle le reste quand le lâcher tourbillonnaire apparaît, pourvu qu'il soit symétrique. Une fois la symétrie brisée, la portance augmente, plus fortement que dans le cas de la moyenne du réseau car aucune compensation entre différents cylindres n'est possible.

5.3 Vers une approche énergétique

Dans ce paragraphe, on cherche à identifier d'un point de vue énergétique [127, 128] les grands types de réponses de la force de traînée exercée par le fluide sur la structure dans le plan (KC, Re), qu'il s'agisse du cylindre isolé ou du réseau. Pour cela, on compare les ordres de grandeur des puissances cinétique (également qualifiée d'inertielle) dE_c/dt et dissipée P_d globales dans le fluide. Elles sont reliées à la force du cylindre par sa puissance selon l'équation (2.48) rappelée ici :

$$P_{\text{cyl}}(t) = F_x(t) \cdot U_{\text{cyl}}(t) = \frac{dE_c}{dt}(t) + P_d(t) \quad (5.1)$$

5.3.1 Identification de réponses inertielles et dissipatives

Nous définissons dans ce paragraphe deux grands types de réponses énergétiques de la force de traînée – inertielle et dissipative. Nous les introduisons à partir des cas extrêmes du plan (KC, Re) étudié dans ce manuscrit, pour le cas du cylindre seul puis du réseau.

5.3.1.1 Cas extrêmes dans le cas du cylindre isolé

La figure 5.11 montre des exemples de quatre cas « extrêmes » obtenus en combinant des valeurs de KC et de Re très petites ou très grandes au regard des intervalles étudiés ici pour un seul cylindre.

Dans la première configuration associant une faible valeur de KC et une grande valeur de Re , représentée par la figure 5.11a pour $KC = 0,5$ et $Re = 500$, on observe que

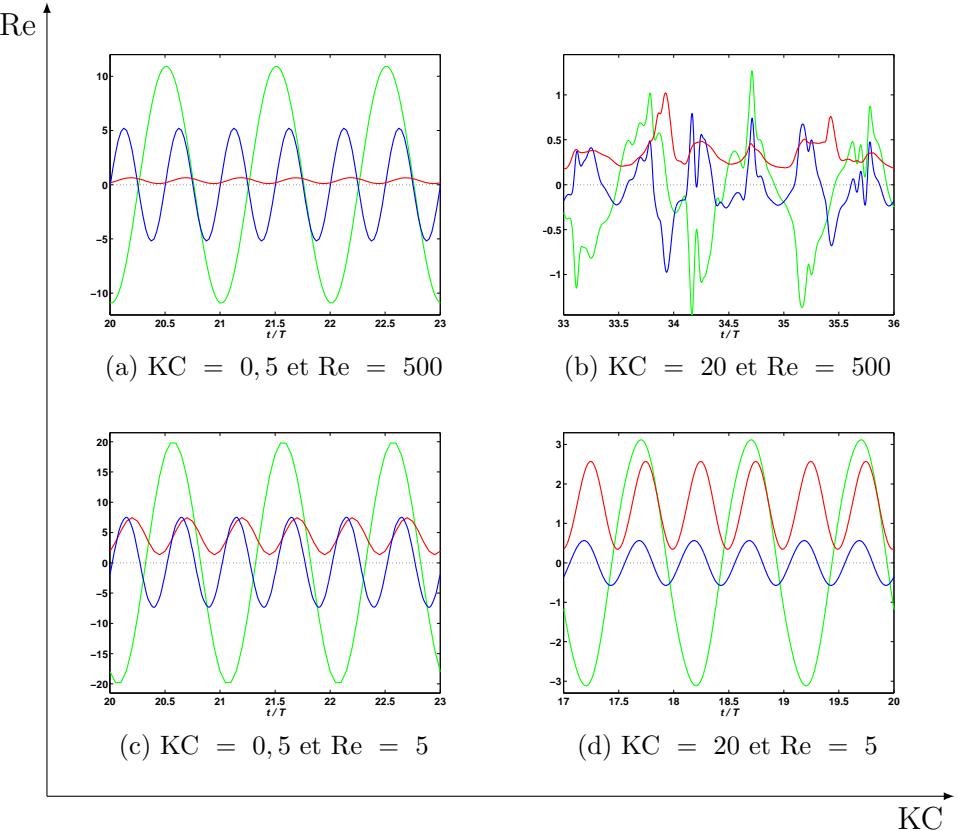


FIGURE 5.11 – Évolutions temporelles de la force de traînée F_x (—), de la puissance dissipée P_d (—) et de la puissance cinétique dE_c/dt (—) pour quatre couples de paramètres adimensionnels combinant un grand Re et un petit KC (a), un grand Re et un grand KC (b), un petit Re et un petit KC (c), et un grand KC et un petit Re (d) dans le cas d'un seul cylindre.

la force de traînée $F_x(t)$ (—) est maximale pour chaque $t = 0,5T$ et nulle pour chaque $t = 0,25T$ et $0,75T$, c'est-à-dire qu'elle évolue en phase avec l'accélération du cylindre, ici en cosinus d'après la définition (1.1). La puissance du cylindre s'écrit donc formellement :

$$\mathcal{P}_{\text{cyl}}(t) \simeq \rho d^2 \frac{d\mathcal{U}_{\text{cyl}}}{dt} (t) \cdot \mathcal{U}_{\text{cyl}}(t) \simeq \rho d^2 \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \mathcal{U}_{\text{cyl}}^2(t) \right) \simeq \frac{\rho d U_0^3}{KC} \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} U_{\text{cyl}}^2(t) \right) \quad (5.2)$$

ce qui correspond à une puissance cinétique dE_c/dt . On observe bien sur la figure 5.11a que cette puissance (—) est élevée alors que la puissance dissipée P_d (—) reste faible. Nous parlons alors de réponse inertie du système. La puissance apportée par le cylindre au fluide est majoritairement convertie en énergie cinétique de ce dernier.

Considérons maintenant le cas inverse d'un grand KC et d'un petit Re , illustré par la figure 5.11d pour $KC = 20$ et $Re = 5$. La force de traînée n'est plus en phase avec l'accélération du cylindre mais suit plutôt sa vitesse en sinus. Par suite, la puissance du cylindre est de la forme :

$$\mathcal{P}_{\text{cyl}}(t) \simeq -\rho d U_0 \mathcal{U}_{\text{cyl}}(t) \cdot \mathcal{U}_{\text{cyl}}(t) \simeq -\rho d U_0^3 U_{\text{cyl}}(t) \cdot U_{\text{cyl}}(t) < 0 \quad (5.3)$$

ce qui correspond à une perte d'énergie. De fait, la puissance dissipée (—) a pris l'avantage sur la puissance cinétique (—). Nous qualifions la réponse du système de dissipative.

Dans les troisième et quatrième cas, KC et Re sont tous deux petits (figure 5.11c pour $KC = 0,5$ et $Re = 5$) ou tous deux grands (figure 5.11d pour $KC = 20$ et $Re = 500$). Alors, les puissances inertielle et dissipative sont du même ordre de grandeur. De plus, dans le cas où KC et Re sont élevés, les courbes ne sont plus sinusoïdales.

D'après les définitions de ces deux puissances aux équations (2.45) et (2.46), la puissance inertielle est en $1/KC$ alors que la puissance dissipée est en $1/Re$. Ceci explique du point de vue analytique pourquoi le système à un comportement inertielle pour le couple (petit KC , grand Re) de la figure 5.11a, et dissipatif pour le couple (grand KC , petit Re) de la figure 5.11d. Physiquement, le comportement inertielle lorsque $KC \rightarrow 0$ correspond aux effets de masse ajoutée. La viscosité devient négligeable, et seul le fluide à la périphérie immédiate du cylindre est mis en mouvement par les oscillations de la structure, comme le montre le champ de vorticité sur la figure 5.5a. La force est alors directement pilotée par l'accélération du cylindre. Le régime dissipatif lorsque $Re \rightarrow 0$ est au contraire contrôlé par la viscosité. La dissipation s'opère par frottement visqueux entre les filets fluides. Enfin, quand les deux paramètres sont du même ordre de grandeur, les effets inertielle et dissipatif entrent en compétition. Si les deux paramètres sont suffisamment élevés, le lâcher tourbillonnaire est déclenché, rompant les symétries et la périodicité du système, comme nous l'avons étudié au chapitre 3. Dans ce cas, les effets inertiels comprennent la masse ajoutée du fluide à proximité directe du cylindre, qui répond selon l'accélération de la structure, et l'inertie propre des structures tourbillonnaires, qu'elles ont acquise lors de leur émission.

5.3.1.2 Cas extrêmes dans le cas du réseau

Suivant pour le réseau la même démarche que pour le cylindre seul, nous regardons les cas où KC atteint les valeurs les plus faibles et les plus élevées dans la région du plan (KC, Re) considérée dans cette étude. La figure 5.12 présente la force de traînée globale exercée par le fluide sur le réseau complet, ainsi que les puissances cinétique et dissipée.

On retrouve les deux mêmes comportements extrêmes que pour le cas du cylindre isolé présentés sur les figures 5.11a et 5.11b. La force sur le réseau répond suivant des effets inertiels de masse ajoutée quand KC est faible. Elle se distribue entre les effets dissipatifs et inertiels lorsque KC est grand, d'après l'équation (5.1).

De même, nous avons montré au paragraphe 5.2.2 que la structure de l'écoulement présentait les mêmes caractéristiques pour le réseau et pour le cylindre seul : la vorticité reste concentrée autour des solides quand KC est faible, puis est évacuée au moyen de lâchers tourbillonnaires de plus en plus désordonnés lorsque l'amplitude des oscillations

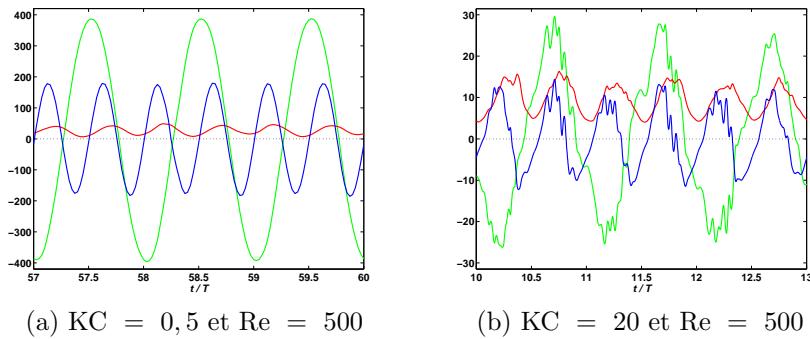


FIGURE 5.12 – Évolutions temporelles de la force de traînée totale exercée par le fluide sur le réseau F_x (—), de la puissance dissipée P_d (—) et de la puissance cinétique dE_c/dt (—) pour une valeur de KC faible (a) ou élevée (b) à $Re = 500$.

de la structure augmente. Cette correspondance de la dynamique de l'écoulement pour les cas extrêmes entre les deux configurations de cylindres seul ou en réseau est cohérente avec l'équivalence au niveau de leurs bilans des puissances.

5.3.2 De la décomposition de Morison aux coefficients énergétiques

S'appuyant sur les cas extrêmes du plan (Kc , Re), nous venons de préciser les concepts de réponses inertielle et dissipative. Ils sont issus d'une interprétation de la force à partir du bilan des puissances (5.1). Dans ce paragraphe, nous cherchons à approfondir ces notions d'énergie pour proposer une nouvelle méthode de caractérisation de la réponse du système en fonction de KC et Re , qu'il s'agisse du cylindre seul ou du réseau. Nous nous concentrerons ici sur la réponse *globale* du système, c'est-à-dire moyennée dans le temps et dans l'espace.

Une méthode classique de caractérisation de la force est la décomposition de Morison [49]. Nous l'appliquons à notre problème dans le premier paragraphe 5.3.2.1. Puis, nous mettons en évidence la signification physique des deux coefficients de Morison. Le troisième paragraphe propose alors de compléter la description énergétique de la réponse du système en définissant quatre autres coefficients globaux. Enfin, le quatrième paragraphe montre l'évolution de ce jeu de six coefficients en fonction de KC et Re . Cette description ne constitue qu'une première estimation puisqu'elle repose sur des grandeurs moyennes, mais permet d'étudier l'influence générale de KC et de Re avec un regard physique.

5.3.2.1 Décomposition de Morison

Nous allons d'abord caractériser la force de traînée à partir des coefficients inertiel α_m et d'amortissement α_d définis par la décomposition de Morison [49], présentée dans le paragraphe 1.3.3. Les coefficients donnés par l'équation (1.13) sont tracés sur la figure 5.13

pour le cas d'un seul cylindre. Leurs évolutions sont données en fonction de KC pour $Re=100, 500$ et 1000 . Un tel réseau de courbes de α_m et α_d a déjà été publié pour de grandes valeurs de Re (figure 1.6), mais à notre connaissance pas pour des valeurs de Re modérées. Aux résultats de nos simulations sont ajoutés ceux de la littérature, répertoriés pour la plupart dans le tableau 1.1.

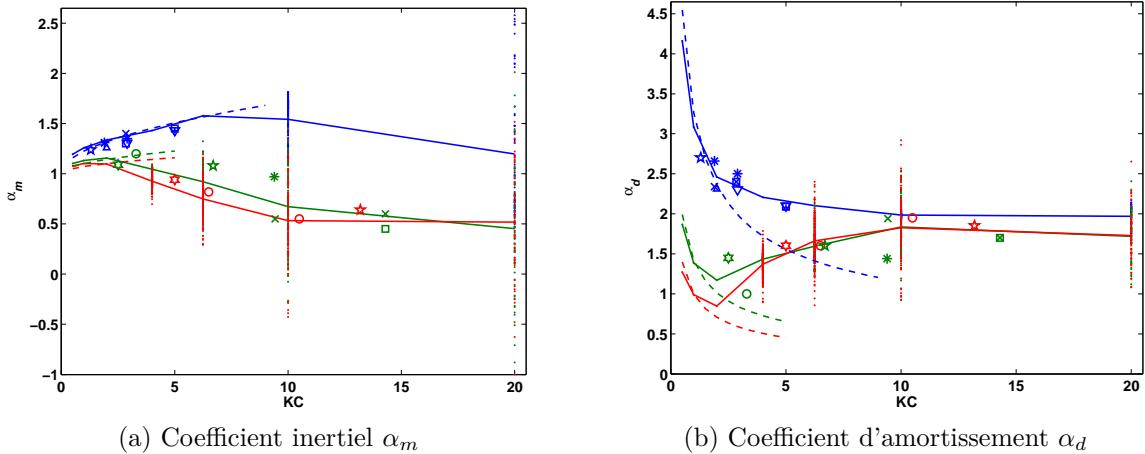


FIGURE 5.13 – Coefficients de la décomposition de Morison α_m (a) et α_d (b) définis par l'équation (1.13) pour $Re = 100$ (en bleu), $Re = 500$ (en vert) et $Re = 1000$ (en rouge) en fonction de KC. Valeurs moyennes des simulations numériques présentes (—), valeurs déterminées à chaque période (●), développements asymptotiques de Wang [28] (équation (1.14)) (---), données expérimentales de Kühzt [129] (×), données numériques de Lin [31] (☆), données expérimentales d'Okajima [57] (○), données numériques de Dutsch [4] (□), données numériques d'Iliadis [9] (▷), données numériques de Zhou [60] (✳), données numériques d'Uzunoğlu [5] (▽), données numériques de Guilmineau [61] (+) et données numériques d'Anagnostopoulos [62] (△).

Lorsque $KC \rightarrow 0$, les simulations présentes redonnent bien le comportement asymptotique décrit par les formules de Wang [28] pour α_m et α_d (équation (1.14)). Peu de données expérimentales ou numériques sont disponibles dans la gamme de KC et Re considérée ici. Celles reportées sur la figure 5.13 coïncident raisonnablement bien avec les résultats numériques présents. En effet, si l'on considère non plus les coefficients α_m et α_d moyennés sur la durée de la simulation (—), mais leurs valeurs obtenues successivement à chaque période (●), une large dispersion des résultats apparaît à partir de $KC \geq 10$ pour $Re=100$, et de $KC \geq 4$ pour $Re=500$ et 1000 . Alors, pour ces valeurs de KC suffisantes, les valeurs de la littérature sont bien contenues dans la barre de dispersion des résultats des simulations présentes. Les écarts entre les données pour les faibles valeurs de KC sont dus aux choix des méthodes numériques et des dimensions des domaines de calcul employés. Précisons que la fin du domaine de validité des formules de Wang [28] (---) coïncide avec le début de la dispersion des valeurs d'une période à une autre, c'est-à-dire du lâcher tourbillonnaire. Les variations des coefficients inertiel et d'amortissement seront plus amplement commentées au paragraphe 5.3.2.4, en relation avec d'autres indicateurs caractérisant le comportement énergétique du système.

5.3.2.2 Signification physique des coefficients de Morison

Nous avons vu à travers l'équation d'oscillateur (1.15) que les coefficients α_m et α_d de Morison peuvent être associés à des effets inertIELS de masse ajoutée pour l'un, et dissipatifs via l'amortissement pour l'autre. Nous précisons ici la signification énergétique de ces coefficients.

D'une part, le coefficient α_d apparaît devant un terme en phase avec la vitesse dans l'expression (1.11) de la force de Morison. Il représente alors pour la puissance du cylindre une contribution toujours négative, comme l'explique l'équation (5.3). Il constitue donc de façon générale une mesure des *effets dissipatifs*. Sa définition (1.13) à partir de la décomposition en série de Fourier de la force du cylindre donne en effet :

$$\frac{4}{3\pi}\alpha_d = \frac{2}{T} \int_0^T \frac{\mathcal{F}_x(t)}{\rho dU_0^2} \sin\left(2\pi\frac{t}{T}\right) dt = \frac{\langle \mathcal{F}_x \times \mathcal{U}_{\text{cyl}} \rangle}{\frac{1}{2}\rho dU_0^3} = \frac{\langle \mathcal{P}_{\text{cyl}} \rangle}{\frac{1}{2}\rho dU_0^3} = \frac{\langle \mathcal{P}_d \rangle}{\frac{1}{2}\rho dU_0^3} \quad (5.4)$$

Le coefficient α_d mesure la puissance dissipée dans le fluide en moyenne, conformément au bilan des puissances (5.1) en régime établi dans le système fermé que nous étudions.

D'autre part, dans la décomposition (1.11) de Morison de la force, le coefficient α_m est en facteur du terme évoluant suivant l'accélération du cylindre. Considérant alors la puissance dérivant de cette force, l'équation (5.2) montre que ce terme s'écrit comme une fluctuation d'énergie cinétique. Il s'agit de l'énergie que le cylindre donne puis reprend au fluide, en phase avec son accélération. Lorsque KC est très faible, nous avons vu au paragraphe 1.3.1 que le coefficient α_m correspondait à une masse ajoutée du point de vue de la structure. Cependant, les *effets inertIELS* au sens du fluide ne se limitent pas aux effets de masse ajoutée lorsque KC grandit. Dans ce cas, des tourbillons émis acquièrent leur propre inertie. Leurs mouvements se désolidarisent de celui du cylindre et contribuent aux variations de l'énergie cinétique en plus de celles dues aux effets de masse ajoutée.

5.3.2.3 Introduction de coefficients complémentaires à partir des énergies

Nous souhaitons compléter la description énergétique du comportement du système qui vient d'être initiée en soulignant la signification physique des coefficients de Morison. Nous proposons d'autres coefficients globaux issus des termes du bilan des puissances (5.1). Le caractère global de cette approche nous permet de surcroît de comparer directement le cas du réseau au cas du cylindre seul.

Dans ce paragraphe, nous définissons quatre autres coefficients globaux. Les résultats des courbes de chacun d'entre eux pour le réseau et pour le cylindre seul sont fournis et commentés dans le paragraphe 5.3.2.4 suivant.

D'abord, on introduit le coefficient $Q_{d/i}$ pour mesurer le rapport de la moyenne de la puissance dissipée par l'amplitude des fluctuations de la puissance inertielle :

$$Q_{d/i} = \frac{\langle \mathcal{P}_d \rangle}{\sqrt{\langle (d\mathcal{E}_c/dt)^2 \rangle}} \quad (5.5)$$

On compare ainsi les importances relatives des effets dissipatifs et des effets inertiels, où les effets inertiels comprennent à la fois la masse ajoutée et l'inertie des tourbillons lâchés.

Puis, on s'intéresse au coefficient $\overline{E_c}$ pour mesurer la quantité d'énergie cinétique présente dans le fluide :

$$\overline{E_c} = \frac{\langle \mathcal{E}_c \rangle}{\langle \frac{1}{2} \frac{\rho \pi d^2}{4} \mathcal{U}_{cyl}^2 \rangle} = \frac{\langle \mathcal{E}_c \rangle}{\frac{\pi}{16} \rho d^2 U_0^2} \quad (5.6)$$

La référence au dénominateur pour l'adimensionnalisation est l'énergie cinétique moyenne dans le cas inertiel de masse ajoutée où $KC \rightarrow 0$.

Ensuite, le coefficient Q_{E_c} désigne le taux de fluctuations de l'énergie cinétique :

$$Q_{E_c} = \frac{\sqrt{\langle \mathcal{E}_c^2 \rangle}}{\langle \mathcal{E}_c \rangle} \quad (5.7)$$

Il permet de comparer l'amplitude des variations de l'énergie cinétique par rapport à sa valeur moyenne. Le coefficient Q_{E_c} détermine la part de l'énergie cinétique présente dans le fluide qui contribue véritablement aux effets inertiels.

Enfin, on introduit le temps caractéristique τ_d pour évaluer la capacité du système à dissiper l'énergie injectée par le cylindre.

$$\tau_d = \frac{\langle \mathcal{E}_c \rangle}{\langle \mathcal{P}_d \rangle} \quad (5.8)$$

Ce coefficient τ_d est un équivalent du temps de décroissance radioactive en physique nucléaire. Il mesure ici la durée nécessaire au fluide pour dissiper toute l'énergie que le cylindre lui a apportée.

5.3.2.4 Influence de KC et Re sur les coefficients énergétiques

Nous présentons maintenant les évolutions en fonction de KC et Re des six coefficients α_m , α_d , $Q_{d/i}$, $\overline{E_c}$, Q_{E_c} et τ_d que nous venons de définir à partir de la décomposition de Morison et des énergies pour caractériser le comportement global du système. Les résultats pour le cylindre seul et pour le réseau sont réunis sur la figure 5.14. Celle-ci répond ainsi à deux objectifs : déterminer les influences de KC et Re sur la réponse du système et comparer le cas du cylindre isolé et celui du réseau. Les résultats pour $Re = 1000$ et

$KC = 20$ concernant le cylindre seul ne sont pas représentés, car la limite du domaine de validité du programme de calcul est atteinte dans ce cas (voir le paragraphe 2.3.1).

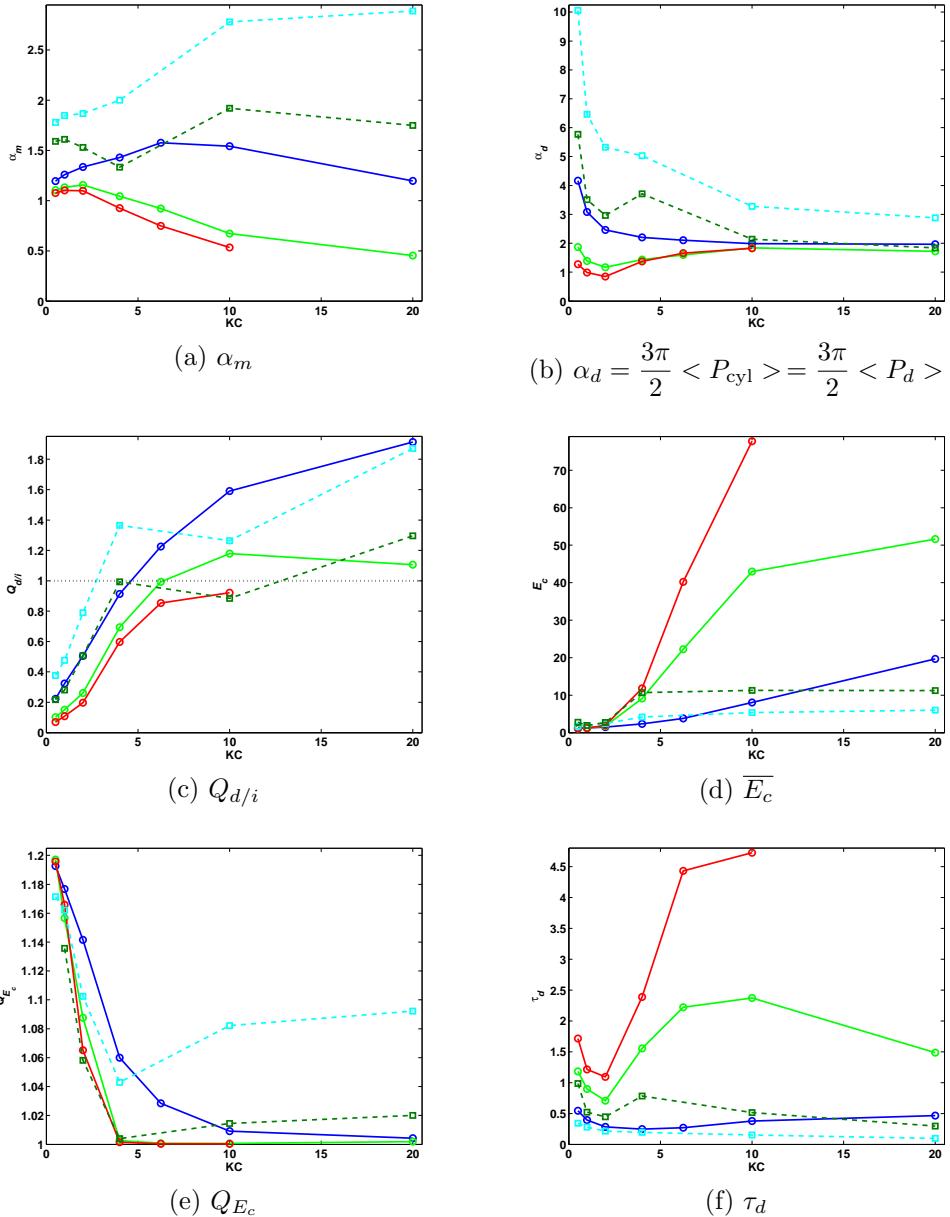


FIGURE 5.14 – Variations en fonction de KC des coefficients définis par les équations (1.13) et (5.5) à (5.8) pour le cylindre isolé à $Re = 100$ (—○—), $Re = 500$ (—○—) et $Re = 1000$ (—○—), et pour le réseau de cylindres à $Re = 100$ (—□—) et $Re = 500$ (—□—).

Analysons d'abord les coefficients inertiel de masse ajoutée α_m et dissipatif d'amortissement α_d définis par Morison. Les courbes moyennes des figures 5.13a et 5.13b pour le cylindre isolé ont été reportées sur les figures 5.14a et 5.14b, auxquelles sont ajoutés les résultats pour le réseau.

Lorsque KC augmente à partir de 0, la zone de recirculation en aval du cylindre s'allonge et la masse de fluide embarqué devient de plus en plus importante. Le coefficient

inertiel α_m augmente donc (figure 5.13a). Ses valeurs sont plus élevées dans le cas du réseau que dans le cas du cylindre seul du fait de la différence de confinement entre les deux configurations (paragraphe 5.2.2.1). Puis lorsque le lâcher tourbillonnaire est initié, une partie de la bulle de recirculation fixée au cylindre est décrochée, ce qui entraîne dans le cas du cylindre isolé une chute de la masse ajoutée, donc de α_m . En revanche, pour le réseau, le volume de fluide au sein du réseau finit par se mouvoir globalement en bloc, car il se retrouve piégé entre les solides du fait de leur proximité. Le coefficient inertiel de masse ajoutée reste donc élevé dans le cas de grandes valeurs de KC.

Quant au coefficient d'amortissement α_d sur la figure 5.13b, deux types de courbes se distinguent, qu'il s'agisse du cylindre seul ou du réseau. Le premier type, pour $Re = 100$, présente une décroissance monotone de α_d quand KC augmente. Le second profil, pour $Re = 500$ et $Re = 1000$, se caractérise par la présence d'un minimum de α_d vers $KC = 2$. Au delà, le lâcher tourbillonnaire asymétrique est initié et les tourbillons émis contribuent à dissiper l'énergie apportée par le cylindre. Leur taille croît avec KC, induisant une augmentation de α_d vers une valeur asymptotique. Par définition (5.4), cette valeur est le coefficient de traînée C_x pour le cas d'un écoulement uniforme autour d'un cylindre fixe (figure 1.5). Les tourbillons sont alors organisés en allée de Von Kármán et leur taille reste constante. De même que pour le coefficient inertiel, le coefficient dissipatif est augmenté dans le cas du réseau en raison du fort confinement.

Le rapport des effets dissipatifs par rapport aux effets inertIELS globaux, sur la figure 5.14c, montre que lorsque KC est faible, la puissance apportée par le cylindre au fluide est majoritairement convertie en énergie cinétique de ce dernier, alors que les effets dissipatifs restent relativement faibles. En effet, $Q_{d/i}$ est inférieur à 1. Quand KC augmente, la part des effets inertIELS diminue au profit des effets dissipatifs, d'autant plus vite que Re est petit. Pour le cylindre isolé, la puissance dissipée devient plus importante que l'amplitude des variations de la puissance inertIELLE pour $KC \geq 4$ dans le cas de $Re=100$ (—●—), et pour $KC \geq 6,25$ dans le cas de $Re=500$ (—●—). Dans le premier cas, la valeur de $Q_{d/i}$ s'inverse même entre $KC=0,5$ et 20, passant de $1/2$ à 2. Pour $Re \geq 500$, les effets dissipatifs et inertIELS sont du même ordre quand $KC \geq 10$ et s'équilibrivent. En fait, la figure 5.14c de $Q_{d/i}$ précise les premières observations de la figure 5.11 en les quantifiant.

Intéressons-nous maintenant à la figure 5.14d indiquant la quantité d'énergie cinétique présente dans le fluide. D'abord, on constate que $\overline{E_c}$ vaut 1,1 à 1,2 lorsque $KC \rightarrow 0$. Conformément au choix de l'énergie cinétique de référence dans la définition (5.6), on retrouve le coefficient de masse ajoutée prédit par la solution de Stokes (1.9). Ensuite, $\overline{E_c}$ augmente avec KC, d'autant plus que Re est élevé. En effet, l'amplitude des oscillations du cylindre croissant, de plus en plus de fluide est mis en mouvement. Quand Re est très élevé, $\overline{E_c}$ présente un palier, rapidement atteint dans le cas du réseau. Les dimensions

du domaine de calcul limitent alors la taille du sillage. Lorsque tout le volume de fluide disponible est mis en mouvement, \overline{E}_c cesse d'augmenter. Ici, il atteint la valeur maximale de 77,7 pour le cylindre seul à $KC=10$ et $Re=1000$, et de 11,5 pour le réseau à $Re=500$. Cela représente une énergie cinétique moyenne de 77,7 fois (ou 11,5 fois) celle du cas de masse ajoutée où $KC \rightarrow 0$.

Lorsque KC augmente à Re fixé pour un milieu fluide infini, l'énergie cinétique du fluide croît jusqu'à une valeur qui correspond à l'énergie totale du sillage tourbillonnaire de Von Kármán. Pourtant, la figure 5.14a montre que les effets inertiels de masse ajoutée décroissent, en $1/KC$ d'après l'équation (5.2). Ainsi, bien que de plus en plus d'énergie cinétique soit injectée dans le fluide, ses fluctuations diminuent. Ce phénomène est mesuré par le coefficient Q_{E_c} sur la figure 5.14e. On observe sa décroissance vers 0 à partir de la valeur 1. Quand KC est faible, le fluide répond en phase avec l'accélération de la structure, s'immobilisant quand le cylindre s'immobilise. En revanche, pour les grandes valeurs de KC , une quantité importante d'énergie cinétique s'accumule dans le fluide, se désorganise en turbulence et perd sa réactivité aux oscillations du cylindre, ce qui réduit l'effet de masse ajoutée. Le coefficient $Q_{i/c}$ croît de nouveau dans le cas du réseau, mais ceci tient à la limitation de la quantité d'énergie cinétique présente par la taille du domaine de calcul.

Enfin, la figure 5.14f indique le temps caractéristique τ_d de dissipation par le fluide de l'énergie injectée par le cylindre. Si KC est faible, l'énergie est rapidement dissipée grâce aux frottements dans la couche limite. Puis, quand KC augmente, celle-ci s'épaissit en $\sqrt{KC/Re}$ selon l'équation (2.33) et la dissipation s'opère plus rapidement. On observe ainsi une première phase de décroissance de τ_d . Cependant, ce temps de dissipation se met ensuite à croître pour $KC \geq 2$. En effet, des tourbillons sont émis, transportant de l'énergie cinétique qui n'est dissipée que progressivement plus loin du cylindre. Enfin, lorsque Re est élevé et KC sont élevés, τ_d décroît de nouveau. Ceci est lié à la taille finie du domaine de fluide et à la condition aux limites sur les parois extérieures. Les frontières forcent les tourbillons à disparaître, dissipant ainsi de l'énergie destinée à s'éteindre ultérieurement.

5.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié le problème d'une structure oscillant dans un fluide au repos, passant d'un cylindre isolé à un réseau de cylindres. La littérature devient de plus en plus clairsemée au fur et à mesure que le nombre de cylindres augmente, le cas oscillant s'avérant encore moins traité que celui d'un écoulement uniforme. Nous avons donné un aperçu de la complexité croissante de la dynamique de l'écoulement et des forces mises en jeu du fait d'interférences entre les structures.

Le deuxième paragraphe a introduit la géométrie d'un réseau carré de 25 cylindres pour lequel est résolu numériquement le même problème mathématique qu'au chapitre 2 dans le cas d'un seul cylindre. Les résultats de simulations effectuées lorsque KC varie de 0,25 à 20 pour $Re=100$ et 500 ont mis en évidence trois grands types de comportement du réseau en termes de dynamique de l'écoulement et de forces. Lorsque KC est faible, chaque cylindre du réseau se comporte qualitativement comme s'il était seul, bien que le confinement modifie quantitativement les niveaux des forces. Pour des valeurs de KC modérées, certaines symétries spatio-temporelles disparaissent au sein des cellules élémentaires du réseau, mais sont préservées à l'échelle globale. Cette observation ouvre la voie vers l'identification de modes du réseau puis l'analyse de leur stabilité dans le plan (KC, Re), de même que nous les avons entreprises pour le cylindre isolé aux chapitres 3 et 4. Enfin, pour de plus grandes valeurs de KC, toute symétrie disparaît pour laisser place à un écoulement désordonné. Cependant, à l'échelle globale du réseau, un comportement moyen des forces se dessine, avec un profil sinusoïdal pour la résultante de traînée.

Dans le troisième paragraphe, nous avons développé des considérations physiques conduisant à une analyse du comportement du système à partir d'une approche énergétique globale. Considérant le bilan global des puissances, nous avons d'abord comparé les puissances inertielle et dissipée dans le fluide afin de déterminer les transferts d'énergie de la structure vers le fluide. On identifie ainsi une réponse inertielle de masse ajoutée quand KC est faible, à laquelle s'ajoutent de plus en plus d'effets dissipatifs et d'effets inertiels dus aux mouvements indépendants des tourbillons lorsque KC augmente. Nous avons ensuite complété la description de Morison qui fournit des coefficients de masse ajoutée et d'amortissement. Considérant les puissances et les énergies présentes dans le système, nous avons introduit quatre autres coefficients moyennés en temps et en espace. Ainsi, le résultat de chaque simulation est caractérisé par six indicateurs. Bien entendu, cette description ne rend pas compte de tous les niveaux de complexité du système, mais offre un point de vue physique permettant de dresser une synthèse de l'influence de KC et de Re sur le fonctionnement global du système, et de la transition du cylindre seul au réseau. Les deux structures présentent qualitativement les mêmes comportements, après soustraction des effets dus à la différence de confinement entre les deux problèmes.

Finalement, le point de vue énergétique a été adopté ici pour mener une analyse globale. Celle-ci ne représente en fait que les premiers pas vers une approche énergétique plus poussée, discutée dans les perspectives générales de ce manuscrit. Elle permettrait d'enrichir l'interprétation des variations temporelles des forces et de la dynamique du lâcher tourbillonnaire. L'idée est de relier les variations temporelles des forces à celles des puissances inertielle et dissipée ainsi qu'aux événements affectant l'histoire des tourbillons. D'autre part, elle pourrait être associée à une méthode de décomposition orthogonale aux valeurs propres (POD) [75] de l'écoulement afin de compléter l'interprétation physique des modes propres calculés.

Conclusions et perspectives

Dans cette thèse, nous avons considéré le problème dynamique de l'écoulement bidimensionnel d'un fluide réel incompressible initialement au repos et mis en mouvement par les oscillations rectilignes forcées d'un cylindre circulaire rigide. A partir d'un programme de résolution numérique des équations de Navier-Stokes modélisant ce problème, nous avons mené une analyse physique de sa réponse, c'est-à-dire de la dynamique du fluide et des forces exercées sur le cylindre, en fonction de la configuration du système, caractérisée par les nombres adimensionnels de Reynolds (Re) et de Keulegan-Carpenter (KC).

Cette étude s'organise autour d'une démarche générale du simple vers le multiple, déclinée suivant trois points de vue. Le premier, temporel, nous conduit à analyser le comportement du système sur un cycle d'oscillation du cylindre puis sur un grand nombre de périodes pour finalement caractériser la réponse moyenne. Le deuxième point de vue est spatial dans la mesure où l'on examine plusieurs échelles dans le fluide : le domaine complet, le contour du cylindre et l'élément de volume. En un sens, l'analyse de différentes configurations du système à travers le plan (KC, Re) s'apparente également à une étude spatiale. Enfin s'ajoute le point de vue de la structure, puisque l'on passe du cas d'un seul cylindre à celui d'un réseau de cylindres. Dans le manuscrit, ces points de vue complémentaires sont mis en scène dans l'objectif d'améliorer la compréhension des phénomènes physiques qui régissent la dynamique du système fluide-structure considéré. Nous avons obtenu successivement les résultats suivants.

Une synthèse de l'état de l'art établie dans le premier chapitre montre que les forces de traînée et de portance appliquées par le fluide sur le cylindre ne sont modélisées analytiquement que lorsque KC reste très faible. Dans le cas général, la force de traînée est classiquement décrite par la décomposition de Morison définissant deux coefficients inertiel et d'amortissement. Leur détermination en fonction de KC et Re a fait l'objet de nombreuses campagnes, focalisées pour la plupart sur le cas de grandes valeurs de Re. Elles révèlent que les coefficients de Morison varient significativement en fonction de KC et Re, autrement dit, que la force est sensible à la structure de l'écoulement. Cette observation nous amène à nous intéresser à la dynamique de l'écoulement. Différents régimes du plan (KC, Re) ont été identifiés dans la littérature à partir de l'observation de lâchés tourbillonnaires périodiques. Les deux classifications les plus répandues sont attribuées

d'une part à Williamson décrivant l'influence de KC dans le cas de grandes valeurs de Re, et d'autre part à Tatsuno & Bearman proposant une carte des régimes du plan (KC, Re) pour des nombres de Re plus modérés. Comparant les histoires des tourbillons pour chacune de ces deux classifications, nous avons mis en évidence leur complémentarité et proposé une représentation plus globale du plan (KC, Re) raccordant les deux descriptions. Ainsi, cette revue bibliographique souligne la nécessité de comprendre la dynamique de l'écoulement pour pouvoir interpréter physiquement les profils des forces, et montre paradoxalement que les recherches sur l'écoulement et sur les forces restent souvent dé-couplées. Dans cette thèse, nous avons au contraire réuni les deux points de vue. Nous nous sommes concentrés sur le cas de valeurs de Re modérées, en général inférieures à 500. On se place ainsi dans la région du plan étudiée par Tatsuno & Bearman du point de vue de l'écoulement et pour laquelle les coefficients de la force de Morison n'ont pas été déterminés de façon aussi systématique que dans les régimes de Williamson pour les grands Re.

Le deuxième chapitre a abouti à la construction et la validation d'un programme de résolution numérique par éléments finis des équations de Navier-Stokes décrivant la dynamique du problème considéré. On utilise un domaine de fluide rectangulaire solidaire du mouvement du cylindre. Le problème est formulé dans le référentiel mobile avec des conditions aux limites en vitesse nulle sur les frontières extérieures, considérant qu'elles sont suffisamment loin du cylindre pour que le fluide à la paroi reste immobile tout au long de la simulation. Cette condition se traduit par une borne supérieure des valeurs de KC pouvant être traitées. Un schéma de discrétisation temporelle d'ordre 2 a été choisi pour parvenir à une bonne précision du calcul des variations de l'énergie cinétique. Le problème est résolu par un algorithme de projection, plus rapide qu'une méthode implicite. Ensuite, nous nous sommes appuyés sur des analyses physiques pour régler l'ensemble des paramètres numériques introduits, de sorte que le programme de calculs soit opérationnel pour $KC \leq 20$ et $Re \leq 1000$ environ. Enfin, nous avons mis en place une méthode de calcul des forces et des puissances à notre connaissance originale. Basée sur la formulation variationnelle du problème, elle respecte par construction les bilans des forces et des puissances.

Dans le troisième chapitre, une analyse du système sur un cycle d'oscillation a permis d'établir précisément les corrélations entre écoulement et forces, et par suite, d'interpréter les six principaux modes de comportement du système que nous avons recensés dans la zone du plan (KC, Re) considérée. Pour mener à bien cette étude, nous avons introduit un nouvel outil d'analyse de l'écoulement : le diagramme spatio-temporel de la vorticité sur le contour du cylindre. Il permet de visualiser la dynamique du lâcher tourbillonnaire et les symétries spatio-temporelles de l'écoulement global, aussi présentes à l'échelle du cylindre. Nous avons en outre formulé un principe général prédisant les trajectoires des tourbillons lors du retourement du cylindre. Il s'appuie sur les interactions entre les tour-

billons et s'avère pertinent pour rendre compte des six modes de lâcher tourbillonnaire que nous avons distingués. Ensuite, nous avons montré que les variations temporelles de la force de traînée sont reliées aux histoires des points de vorticité nulle sur le cylindre, et que la parité des profils de la force de portance est dictée par les symétries du champ de vorticité. Enfin, à partir du calcul des puissances pour chaque élément du domaine de fluide, nous avons déterminé les structures de l'écoulement qui réalisent le transfert d'énergie du cylindre vers le fluide, convertie en énergie cinétique ou dissipée. En particulier, la dissipation s'opère dans la couche limite, à la périphérie des tourbillons isolés, et entre deux tourbillons appariés.

Dans le quatrième chapitre, la réponse du système a été analysée sur des temps longs devant la période d'oscillation du cylindre. Nous avons alors observé que dans certaines régions du plan (KC , Re), plusieurs modes peuvent se manifester au cours d'une même simulation. C'est pourquoi nous avons proposé d'employer le nom de *mode* pour décrire un type de comportement du système présentant certaines symétries sur un cycle d'oscillation. Le terme de *régime* est alors réservé pour désigner une région du plan (KC , Re) caractérisée par un certain type de réponse du système sur les temps longs. Cette distinction permet d'introduire des notions de stabilité des modes en fonction de KC et de Re . Nous avons alors reconsidéré l'analyse du plan de Tatsuno & Bearman sous ce nouvel angle. D'abord, nous avons étudié la sortie du régime A, domaine de stabilité du mode symétrique. Le franchissement de sa frontière conduit selon les valeurs de KC ou Re à une réponse parfaitement synchronisée, quasi-périodique ou chaotique. Nous avons interprété ces différences en termes de stabilité du mode en V et relié la naissance d'une seconde période à un temps de retour à la symétrie de l'écoulement. Ensuite, les régimes C, D et E ont été traités simultanément, en montrant qu'ils constituent différents sous-domaines de stabilité du mode en V. Il peut être stable, bistable, ou instable. Dans ce dernier cas, il apparaît par intermittence avec les deux autres modes transverse et oblique qui appartiennent au même groupe de symétrie que le mode en V. Cette alternance de modes est liée à une instabilité de l'écoulement qui s'exprime sur le contour du cylindre par des oscillations des points d'arrêt amont et aval. Pour les forces, cela se traduit par des fluctuations de l'amplitude de leurs signaux temporels, et par un élargissement des harmoniques de la fréquence du forçage dans leurs spectres. Puis nous nous sommes penchés sur le cas du régime F où intervient le mode diagonal. Nous avons mis en évidence des fluctuations de l'amplitude des forces sur des temps longs lorsque Re est suffisamment élevé. Ces fluctuations sont aussi corrélées à des oscillations des points d'arrêt sur le cylindre, signature d'une instabilité plus globale de l'écoulement. Elle correspond à l'apparition dans le spectre des forces de basses fréquences couplées à certaines harmoniques de la fréquence du forçage. Nous avons identifié dans ces fluctuations des ondulations et des modulations d'amplitude et proposé une expression analytique de la force de traînée qui les prend en

compte. Enfin dans le régime G, plus aucun mode n'est stable et les spectres des forces deviennent continus. Nous avons analysé les alternances des modes à partir de spectres glissants définis sur des fenêtres temporelles qui balayaient toute la durée des simulations.

Le cinquième chapitre présente le passage du problème d'un seul cylindre à celui d'un réseau carré de 25 cylindres. Les publications sur ce sujet s'avèrent peu nombreuses. Nous avons étendu notre programme de calculs au cas d'un réseau en choisissant un fort confinement selon l'axe perpendiculaire aux oscillations de la structure afin d'éviter un effet bipasse. Par rapport au cas du cylindre isolé, nous avons comparé les modifications de la structure de l'écoulement et des profils des forces résultant de l'interaction entre les cylindres et du confinement du réseau. D'autre part, nous avons mené une analyse de la réponse globale du système à partir des deux coefficients de Morison et de quatre autres coefficients construits à partir des puissances et des énergies en présence. Nous avons ainsi proposé un jeu de six indicateurs moyennés caractérisant entre autres la répartition de la force entre les effets inertIELS et dissipatifs ou la capacité du fluide à dissiper son énergie. Cette méthode nous a permis de montrer l'influence de KC et de Re sur le comportement global du système, pour un seul cylindre et pour un réseau.

En perspectives, ce manuscrit invite à approfondir l'approche énergétique afin d'affiner encore la compréhension de la réponse du système fluide-structure. Ici, ce point de vue a été adopté d'abord pour définir une méthode de calcul des forces respectant leur bilan (chapitre 2), puis pour déterminer les structures locales de l'écoulement associées à un transfert d'énergie cinétique ou à une dissipation (chapitre 3), et enfin pour analyser la réponse globale du système à l'aide de coefficients moyennés (chapitre 5). Cette méthode énergétique possède en fait un potentiel bien plus large pour interpréter physiquement le comportement du système. Elle reste notamment à intégrer aux analyses temporelles des modes et des régimes. En particulier, on pourrait étudier au cours du temps les liens entre les variations de la puissance du cylindre et celles de la puissance inertIELLE et de la puissance dissipée afin de corrélérer les pics de la force à des phénomènes inertIELS ou dissipatifs et à des événements de la vie des tourbillons. En pratique, il n'est pas forcément évident d'identifier ces liens, car on considère des grandeurs globales dans tout le domaine de fluide. Il s'avère alors difficile de distinguer la contribution de la couche limite ou de telle ou telle structure tourbillonnaire dans les termes des forces ou des puissances. Le calcul local des densités de puissance permettrait alors de remédier à ce problème. La généralisation de son utilisation nécessiterait cependant un développement dans le logiciel d'éléments finis utilisé afin de pouvoir effectuer les calculs des puissances par élément en un temps raisonnable. Par suite, la meilleure compréhension des phénomènes physiques mis en jeu devrait permettre d'affiner la prise en compte des forces fluides dans les modèles d'homogénéisation pour les systèmes industriels.

Si l'on considère ensuite les prolongements de cette étude vers des valeurs de KC et de Re plus élevées, l'introduction de modèles de turbulence serait à envisager. Mais en définitive, l'étude de la réponse du système pourrait se révéler d'une certaine façon moins complexe. En effet, l'écoulement et les forces se désorganisant, il n'est plus possible de procéder à une analyse fine de modes de symétries. Le système n'est alors décrit que par des coefficients moyens, ce qui correspond à une méthode de caractérisation globale telle qu'amorcée dans le chapitre 5.

Par ailleurs, ce travail serait à étendre au cas tridimensionnel. Certains régimes du plan de Tatsuno & Bearman présentent une structure tridimensionnelle dont la stabilité est à analyser, comme nous l'avons entrepris pour les symétries 2D dans le plan transverse aux oscillations du cylindre, dans le chapitre 4. Il reste à étudier si des instabilités 3D n'apparaissent pas avant certaines instabilités 2D que nous avons identifiées dans le plan (KC, Re).

Plus spécifiquement, l'étude des fluctuations sur des temps longs devant la période d'oscillation du cylindre pourrait être approfondie dans le régime F. Nous nous sommes concentrés dans ce manuscrit sur l'influence de Re pour KC=10. Des séries de calculs complémentaires pour d'autres valeurs de KC permettraient d'identifier également l'influence de KC sur les fréquences et les niveaux des fluctuations observées.

Enfin, ce manuscrit s'ouvre sur la perspective de l'identification de modes et de régimes pour le réseau à travers le plan (KC, Re). Les possibilités de symétries spatio-temporelles, et donc de modes, semblent a priori plus nombreuses que pour un seul cylindre en raison de la plus grande complexité de la géométrie du problème du réseau. Cependant, les premiers résultats de cette thèse laissent penser que la région du plan (KC, Re) où des modes peuvent exister est plus restreinte dans le cas du réseau, car le désordre apparaît dans l'écoulement pour des valeurs de KC et de Re moins élevées que dans le cas d'un seul cylindre. Pour chaque mode du réseau, on peut aussi envisager d'étudier sa stabilité et l'apparition de fluctuations des forces sur des temps longs.

ANNEXES

Annexe A

Régimes d'écoulement de Williamson et de Tatsuno & Bearman

Cette annexe présente des figures extraites de la littérature illustrant la structure de l'écoulement observée dans les régimes de Williamson [64] pour des valeurs de Re élevées (figure A.1), et de Tatsuno & Bearman [7] pour des valeurs de Re modérées (figure A.2). Nous reprenons ici le terme de *régime* pour respecter le vocabulaire habituellement utilisé par les différents auteurs. Néanmoins, dans la terminologie que nous avons proposée distinguant les notions de *mode* et de *régime* pour introduire des considérations de stabilité, il faudrait parler des modes de Williamson [64] et de Tatsuno & Bearman [7]. Les sources des figures que nous fournissons sont précisées ci-dessous.

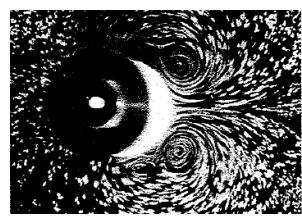
Topologie des écoulements de Williamson [64] pour les grands Re :

- (a) Régime symétrique : $KC < 4$ et $\beta = 730$, par Williamson [64, figure 4(a)]
- (b) Régime asymétrique : $KC = 7$ et $Re = 2912$, par Obasaju [54, figure 3(a)]
- (c) Régime transverse : $KC = 12$ et $Re = 2400$, par Lam [6, figure 1(a)]
- (d) Régime simple-paire : $KC = 16$ et $Re = 2400$, par Lam [6, figure 1(b)]
- (e) Régime double-paires : $KC = 16$ et $Re = 2400$, par Lam [6, figure 1(c)]
- (f) Régime triple-paires : $KC = 24$ et $Re = 2400$, par Lam [6, figure 1(d)]

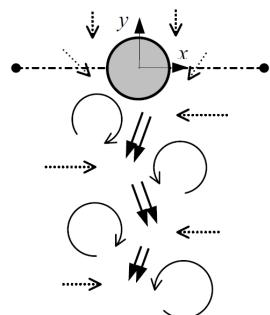
Topologie des écoulements de Tatsuno & Bearman [7] pour les Re modérés :

- (a) Régimes A et B : $KC = 4$ et $Re = 200$, par Anagnostopoulos [62, figure 2]
- (b) Régime C : $KC = 4,7$ et $Re = 188$, par Elston [70, figure 8(d)]
- (c) Régimes D et E : $KC = 6,5$ et $Re = 130$, par Nehari [10, figure 5(b)]
- (d) Régime F : $KC = 10$ et $Re = 200$, par Dütsch [4, figure 12(a)]
- (e) Régime G : $KC = 8$ et $Re = 1568$, par Zhang [58, figure 13]

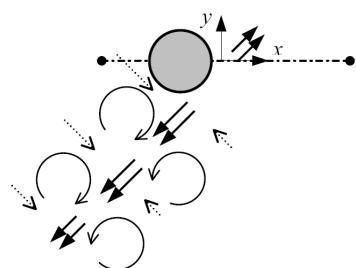
On se limite à la structure bidimensionnelle à un instant donné, si bien que les régimes A et B sont confondus, de même que les régimes D et E.



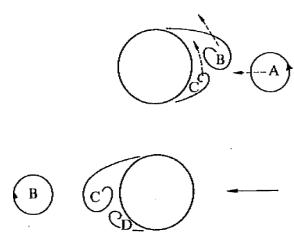
(a) Régime symétrique



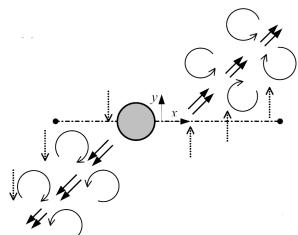
(c) Régime transverse



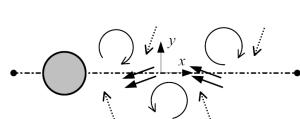
(d) Régime simple-paire



(b) Régime asymétrique

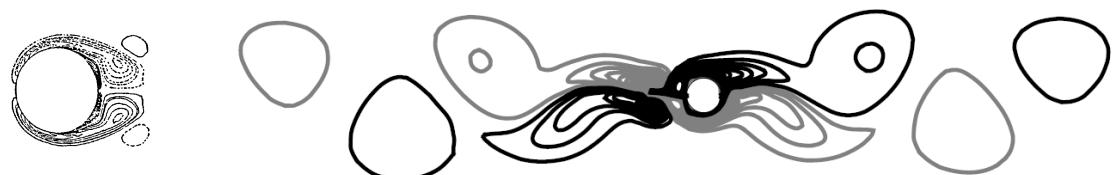


(e) Régime double-paires



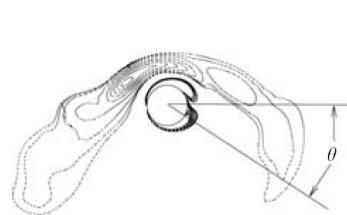
(f) Régime triple-paires

FIGURE A.1 – Régimes d’écoulement définis par Williamson [64] pour des nombres de Reynolds élevés.

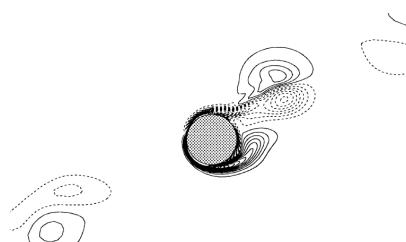


(a) Régimes A et B

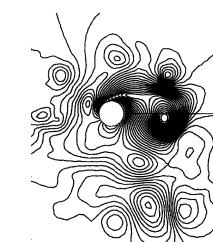
(b) Régime C



(c) Régimes D et E



(d) Régime F



(e) Régime G

FIGURE A.2 – Régimes d’écoulement définis par Tatsuno & Bearman [7] pour des nombres de Reynolds modérés.

Annexe B

Intégrales des termes convectifs

Dans cette annexe, on démontre que les termes convectifs des bilans globaux des forces (2.36) et des puissances (2.43) sont identiquement nuls pour le problème (2.2) considéré dans cette thèse. Autrement dit, on établit dans le premier paragraphe l'identité :

$$\int_{\Omega_f} \nabla \mathbf{u} \cdot \mathbf{u} d\Omega = \mathbf{0} \quad (\text{B.1})$$

puis, dans le second paragraphe, l'identité :

$$\int_{\Omega_f} (\nabla \mathbf{u} \cdot \mathbf{u}) \cdot \mathbf{u} d\Omega = 0 \quad (\text{B.2})$$

B.1 Terme convectif du bilan des forces

On utilise la formule suivante de la divergence d'un produit tensoriel :

$$\text{div}(\mathbf{u} \otimes \mathbf{u}) = \nabla \mathbf{u} \cdot \mathbf{u} + \mathbf{u} \text{div} \mathbf{u} \quad (\text{B.3})$$

Le dernier terme est nul d'après l'équation de conservation de la masse du système (2.2).

Le terme convectif du bilan des forces s'écrit donc :

$$\begin{aligned} \int_{\Omega_f} \nabla \mathbf{u} \cdot \mathbf{u} d\Omega &= \int_{\Omega_f} \text{div}(\mathbf{u} \otimes \mathbf{u}) d\Omega \\ &= \int_{\Gamma_{\text{cyl}}} (\mathbf{u} \otimes \mathbf{u}) \mathbf{n} d\Gamma + \int_{\Gamma_{\text{ext}}} (\mathbf{u} \otimes \mathbf{u}) \mathbf{n} d\Gamma \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

en appliquant le théorème de la divergence pour le cas des tenseurs. Le vecteur \mathbf{n} désigne la normale sortante au contour $\Gamma = \Gamma_{\text{cyl}} \cup \Gamma_{\text{ext}}$ du volume Ω_f .

D'une part, la condition à la limite (2.1) de vitesse nulle sur la paroi extérieure annule l'intégrale de contour sur Γ_{ext} . D'autre part, la condition d'adhérence $\mathbf{u} = \mathbf{U}_{\text{cyl}} = U_{\text{cyl}}(t) \mathbf{e}_x$ sur le cylindre conduit à :

$$\int_{\Gamma_{\text{cyl}}} (\mathbf{u} \otimes \mathbf{u}) \mathbf{n} d\Gamma = U_{\text{cyl}}(t)^2 \int_{\Gamma_{\text{cyl}}} (\mathbf{e}_x \otimes \mathbf{e}_x) \mathbf{e}_r d\Gamma = U_{\text{cyl}}(t)^2 \int_0^{2\pi} \cos(\theta) \mathbf{e}_x R d\theta = \mathbf{0} \quad (\text{B.5})$$

où $R = 1/2$ est le rayon adimensionnel du cylindre. L'égalité (B.1) est ainsi démontrée.

B.2 Terme convectif du bilan des puissances

Utilisant les relations vectorielles répertoriées par exemple dans l'ouvrage de Chassaing [99], on écrit le terme convectif du bilan des puissances sous la forme :

$$\int_{\Omega_f} (\nabla \mathbf{u} \cdot \mathbf{u}) \cdot \mathbf{u} d\Omega = \int_{\Omega_f} \left[\frac{1}{2} \nabla(\mathbf{u}^2) \right] \cdot \mathbf{u} d\Omega + \int_{\Omega_f} [(\mathbf{rot} \mathbf{u}) \wedge \mathbf{u}] \cdot \mathbf{u} d\Omega \quad (\text{B.6})$$

On a d'une part :

$$\begin{aligned} \int_{\Omega_f} \nabla(\mathbf{u}^2) \cdot \mathbf{u} d\Omega &= \int_{\Omega_f} \operatorname{div}(\mathbf{u}^2 \mathbf{u}) d\Omega - \int_{\Omega_f} \mathbf{u}^2 \operatorname{div} \mathbf{u} d\Omega \\ &= \int_{\Omega_f} \operatorname{div}(\mathbf{u}^2 \mathbf{u}) d\Omega \\ &\quad \text{car } \operatorname{div} \mathbf{u} = 0 \text{ par conservation de la masse} \\ &= \int_{\Gamma_{\text{cyl}}} \mathbf{u}^2 \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} d\Gamma + \int_{\Gamma_{\text{ext}}} \mathbf{u}^2 \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} d\Gamma \\ &\quad \text{d'après le théorème de la divergence} \\ &= U_{\text{cyl}}(t)^3 \int_{\Gamma_{\text{cyl}}} \mathbf{e}_x \cdot \mathbf{e}_r d\Gamma \\ &\quad \text{d'après les conditions aux limites du problème (2.2)} \\ &= 0 \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

et d'autre part :

$$[(\mathbf{rot} \mathbf{u}) \wedge \mathbf{u}] \cdot \mathbf{u} = 0 \quad \text{car } \mathbf{u} \perp [(\mathbf{rot} \mathbf{u}) \wedge \mathbf{u}] \quad (\text{B.8})$$

Ainsi, les équations (B.7) et (B.8) injectées dans la relation (B.6) prouvent que le terme convectif du bilan des puissances est nul (équation (B.2)).

Bibliographie

- [1] G.H. KEULEGAN et L.H. CARPENTER : Forces on cylinders and plates in an oscillating fluid. *Journal of Research of the National Bureau of Standards*, 60:423–440, 1958. [→p. 6]
- [2] T. SARPKAYA : On the parameter $\beta = \text{Re}/\text{KC} = D^2/\nu T$. *Journal of Fluids and Structures*, 21:435–440, 2005. [→p. 6, 21]
- [3] G.G. STOKES : *On the effect of the internal friction of fluids on the motion of pendulums*, volume 9 (II). Transactions of the Cambridge Philosophical Society, 1851. [→p. 6, 10, 13, 39]
- [4] H. DÜTSCH, F. DURST, S. BECKER et H. LIENHART : Low-Reynolds-number flow around an oscillating circular cylinder at low Keulegan-Carpenter numbers. *Journal of Fluid Mechanics*, 360:249–271, 1998. [→p. 6, 14, 15, 19, 39, 43, 58, 102, 132, 147]
- [5] B. UZUNOĞLU, M. TAN et W.G. PRICE : Low-Reynolds-number flow around an oscillating circular cylinder using a cell viscous boundary element method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 50:2317–2338, 2001. [→p. 6, 15, 19, 38, 39, 102, 119, 132]
- [6] K.M. LAM, J.C. HU et P. LIU : Vortex formation processes from an oscillating circular cylinder at high Keulegan-Carpenter numbers. *Physics of Fluids*, 22, 2010. [→p. 6, 17, 18, 63, 64, 77, 147]
- [7] M. TATSUNO et P.W. BEARMAN : A visual study of the flow around an oscillating circular cylinder at low Keulegan-Carpenter numbers and low Stokes numbers. *Journal of Fluid Mechanics*, 211:157–182, 1990. [→p. 6, 14, 16, 18, 19, 20, 22, 43, 56, 58, 80, 83, 90, 91, 92, 93, 97, 102, 112, 147, 148]
- [8] P.A. SMITH et P.K. STANSBY : Viscous oscillatory flows around cylindrical bodies at low Keulegan-Carpenter numbers using the vortex method. *Journal of Fluids and Structures*, 5:339–361, 1991. [→p. 6, 11, 15]
- [9] G. ILIADIS et P. ANAGNOSTOPOULOS : Viscous oscillatory flow around a circular cylinder at low Keulegan-Carpenter numbers and frequency parameters. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 26:403–442, 1998. [→p. 6, 15, 19, 39, 90, 132]
- [10] D. NEHARI, V. ARMENIO et F. BALLIO : Three-dimensional analysis of the unidirectional oscillatory flow around a circular cylinder at low Keulegan-Carpenter and beta numbers. *Journal of Fluid Mechanics*, 520:157–186, 2004. [→p. 6, 19, 43, 147]
- [11] J.R. ELSTON, J. SHERIDAN et H.M. BLACKBURN : Two-dimensional Floquet stability analysis of the flow produced by an oscillating circular cylinder in quiescent fluid. *European Journal of Mechanics B/Fluids*, 23:99–106, 2004. [→p. 6, 19, 90, 91, 92, 97]

- [12] R.J. GIBERT : *Vibrations des structures*. Collection de la Direction des Etudes et Recherches d'Electricité de France. Eyrolles, 1988. [→p. 7, 10]
- [13] P. MOUSSOU : *Interactions fluides structures dans le domaine industriel - notes de cours*. ENSTA, 2008-2009. [→p. 7]
- [14] D. BROC et J.F. SIGRIST : Interaction fluide structure pour des faisceaux de tubes : Méthodes d'homogénéisation, analyse physique. *Mécanique & Industries*, 10:103–108, 2009. [→p. 7, 8]
- [15] ASN : <http://www.asn.fr/index.php/les-activites-controlees-par-l ASN>/production-d-electricite/centrales-nucleaires/historique-des-operations-de-maintenance-de-grande-ampleur-realisees-par-edf-sur-les-generateurs-de-vapeur-de-ses-centrales-nucleaires. [→p. 8]
- [16] G. RICCIARDI : *Une approche milieu poreux pour la modélisation de l'interaction fluide-structure des assemblages combustibles dans un cœur de réacteur à eau pressurisée : simulation et expérimentation*. Thèse de doctorat, Université de Provence (Aix-Marseille I), 2008. [→p. 7, 25]
- [17] D. BROC, J.C. QUEVAL et E. VIALLET : Seismic behaviour of a PWR reactor core : fluid structure interaction effects. In *Transactions of the 17th International Conference on Structural Mechanics In Reactor Technology (SMIRT17)*, Prague, République Tchèque, 2003. [→p. 8]
- [18] D. BROC : Comportement sismique des coeurs REP : éléments pour une synthèse des connaissances. Rapport technique RT/06-007/A, CEA-DEN/DM2S/SEMT/EMSI, 2006. [→p. 8]
- [19] P. ANZIEU et P. MARTIN : Les futurs réacteurs à neutrons rapides à caloporteur sodium. *clefs CEA*, 55:24–40, 2007. [→p. 8]
- [20] S. PILARSKI : *Étude du potentiel de concepts innovants de réacteurs à neutrons rapides (RNR) vis-à-vis des exigences du développement durable*. Thèse de doctorat, Université Paris XI - UFR scientifique d'Orsay, 2008. [→p. 8]
- [21] F. AXISA : *Modélisation des systèmes mécaniques - Tome 3 : Interactions Fluide-Structure*. Hermès Science Publications, 2001. [→p. 8, 10]
- [22] J.R. CHAPLIN et K. SUBBIAH : Hydrodynamic damping of a cylinder in still water and in a transverse current. *Applied Ocean Research*, 20:251–259, 1998. [→p. 9, 14, 15]
- [23] O.M. FALTINSEN : *Sea loads on ships and offshore structures*. Ocean technology series. Cambridge university press, 1993. [→p. 9]
- [24] B. MOLIN : *Hydrodynamique des structures offshore*. Technip, 2002. [→p. 9, 14, 15]
- [25] S.K. CHAKRABARTI, éditeur. *Numerical Models in Fluid-Structure Interaction*, volume 42 de *Advances in Fluid Mechanics*. WIT Press, 2005. [→p. 9]
- [26] T. SARPKAYA : Hydrodynamic damping and quasi-coherent structures at large Stokes numbers. *Journal of Fluids and Structures*, 15:909–928, 2001. [→p. 9, 11, 14, 15, 18]
- [27] V. MELOT : *Hydrodynamique instationnaire d'un cylindre sous choc*. Thèse de doctorat, Ecole Polytechnique de l'Université de Nantes, 2006. [→p. 10, 14]
- [28] C. WANG : On high frequency oscillatory viscous flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 32:5–68, 1968. [→p. 10, 14, 132]

- [29] R.J. FRITZ : The effect of liquids on the dynamic motions of immersed solids. *Journal of Engineering for Industry*, pages 167–173, 1972. [→p. 10, 13]
- [30] E. de LANGRE : *Fluides et Solides*. Les éditions de l’Ecole Polytechnique, 2001. [→p. 11]
- [31] X.W. LIN, P.W. BEARMAN et J.M.R. GRAHAM : A numerical study of oscillatory flow about a circular cylinder for low values of beta parameter. *Journal of Fluids and Structures*, 10:501–526, 1996. [→p. 11, 15, 17, 38, 39, 71, 94, 132]
- [32] T. SARPKAYA : Structures of separation on a circular cylinder in periodic flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 567:281–297, 2006. [→p. 11, 14]
- [33] H. HONJI : Streaked flow around an oscillating cylinder. *Journal of Fluid Mechanics*, 107:509–520, 1981. [→p. 11, 18]
- [34] X.Y. LU et G.C. LING : Three-dimensional instability of an oscillating viscous flow past a circular cylinder. *Applied Mathematics and Mechanics*, 24(7):791–800, 2003. [→p. 11, 18]
- [35] T. SARPKAYA : Experiments on the stability of sinusoidal flow over a circular cylinder. *Journal of Fluid Mechanics*, 457:157–180, 2002. [→p. 11, 18]
- [36] P. HALL : On the stability of unsteady boundary layer on a cylinder oscillating transversely in a viscous fluid. *Journal of Fluid Mechanics*, 146:337–367, 1984. [→p. 11]
- [37] T. SARPKAYA : Forces on circular cylinder in viscous oscillatory flow at low Keulegan-Carpenter numbers. *Journal of Fluid Mechanics*, 165:61–71, 1986. [→p. 11, 15]
- [38] A.M. COBBIN et P.K. STANSBY : The hydrodynamic damping force on a cylinder in oscillatory, very-high-Reynolds-number flows. *Applied Ocean Research*, 17:291–300, 1995. [→p. 11, 14, 15]
- [39] B.N. RAJANI, A. KANDASAMY et Sekhar MAJUMDAR : Numerical simulation of laminar flow past a circular cylinder. *Applied Mathematical Modelling*, 33(3):1228–1247, 2009. [→p. 11, 12, 37, 42]
- [40] E. GUYON, J.P. HULIN et L. PETIT : *Hydrodynamique physique - nouvelle édition revue et augmentée*. EDP Sciences, CNRS édition, 2001. [→p. 12, 67]
- [41] A. ROSHKO : On the development of turbulent wakes from vortex streets. Rapport technique NACA 1191, NACA, 1954. [→p. 12]
- [42] C.H.K. WILLIAMSON et G.L. BROWN : A series in $1/\sqrt{Re}$ to represent the Strouhal-Reynolds number relationship of the cylinder wake. *Journal of Fluids and Structures*, 12:1073–1085, 1998. [→p. 12, 42]
- [43] B. FORNBERG : Steady viscous flow past a circular cylinder up to Reynolds number 600. *Journal of Computational Physics*, 61:297–320, 1985. [→p. 12]
- [44] C. NORBERG : An experimental investigation of the flow around a circular cylinder : influence of aspect ratio. *Journal of Fluid Mechanics*, 258:287–316, 1994. [→p. 12]
- [45] O. POSDZIECH et R. GRUNDMANN : A systematic approach to the numerical calculation of fundamental quantities of the two-dimensional flow over a circular cylinder. *Journal of Fluids and Structures*, 23:479–499, 2007. [→p. 12, 37, 38, 42]
- [46] P. REBUFFET : *Aérodynamique expérimentale - Tome 1*. Dunod, 1969. [→p. 12]

- [47] B.M. SUMER et J. FREDSOE : *Hydrodynamics around cylindrical structures*, volume 12 de *Advanced Series in Ocean Engineering*. World Scientific, 1997. [→p. 12, 18, 64]
- [48] P. CHASSAING : Mécanique des fluides à l'usage de l'ingénieur. Institut pour la Promotion des Sciences de l'Ingénieur, 2005. [→p. 12]
- [49] J.R. MORISON, M.P. O'BRIEN, J.W. JOHNSON et S.A. SCHAAF : The forces exerted by surface waves on piles. *Petroleum Transactions, AIME*, 189:149–157, 1950. [→p. 13, 14, 21, 105, 106, 108, 131]
- [50] T. SARPKAYA : In-line and transverse forces on smooth and sand-roughened circular cylinders in oscillating flow at high Reynolds numbers. Rapport technique NPS-69SL76062, Naval Postgraduate School, Monterey CA, USA, 1976. [→p. 15, 16]
- [51] T. SARPKAYA : In-line and transverse forces on cylinders in oscillatory flow at high Reynolds numbers. *Journal of Ship Research*, 21:200–216, 1977. [→p. 15, 16]
- [52] E. NAUDASCHER et D. ROCKWELL : *Flow-induced vibrations : an engineering guide*. A.A. Balkema/Rotterdam/Brookfield, 1994. [→p. 14, 15]
- [53] P.W. BEARMAN, M.J. DOWNIE, J.M.R. GRAHAM et E.D. OBASAJU : Forces on cylinders in viscous oscillatory flow at low Keulegan-Carpenter numbers. *Journal of Fluid Mechanics*, 154:337–356, 1985. [→p. 14, 15]
- [54] E.D. OBASAJU, P.W. BEARMAN et J.M.R. GRAHAM : A study of forces, circulation and vortex patterns around a circular cylinder in oscillating flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 196:467–494, 1988. [→p. 14, 15, 17, 18, 20, 53, 64, 147]
- [55] P. JUSTESEN : A numerical study of oscillating flow around a circular cylinder. *Journal of Fluid Mechanics*, 222:157–196, 1991. [→p. 14, 15, 17, 18, 39, 41]
- [56] X. SUN et C. DALTON : Application of the LES method to the oscillating flow past a circular cylinder. *Journal of Fluids and Structures*, 10:851–872, 1996. [→p. 15]
- [57] A. OKAJIMA, T. MATSUMOTO et S. KIMURA : Force measurements and flow visualization of bluff bodies in oscillatory flow. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 69-71:213–228, 1997. [→p. 14, 15, 17, 132]
- [58] H.L. ZHANG et X. ZHANG : Flow structure analysis around an oscillating circular cylinder at low KC number : a numerical study. *Computers and Fluids*, 26:83–106, 1997. [→p. 15, 17, 19, 36, 41, 90, 147]
- [59] J.R. CHAPLIN : Hydrodynamic damping of a cylinder at $\beta \simeq 10^6$. *Journal of Fluids and Structures*, 14:1101–1117, 2000. [→p. 14, 15]
- [60] C.Y. ZHOU et J.M.R. GRAHAM : A numerical study of cylinders in waves and currents. *Journal of Fluids and Structures*, 14:403–428, 2000. [→p. 15, 132]
- [61] E. GUILMINEAU et P. QUEUTEY : A numerical simulation of vortex shedding from an oscillating circular cylinder. *Journal of Fluids and Structures*, 16:773–794, 2002. [→p. 15, 19, 38, 132]
- [62] P. ANAGNOSTOPOULOS et R. MINEAR : Blockage effect of oscillatory flow past a fixed cylinder. *Applied Ocean Research*, 26:147–153, 2004. [→p. 15, 38, 39, 132, 147]
- [63] C.S. CHEW, K.S. YEO et C. SHU : A generalized finite-difference (GFD) ALE scheme for incompressible flows around moving solid bodies on hybrid meshfree-Cartesian grids. *Journal of Computational Physics*, 218:510–548, 2006. [→p. 15, 25, 36]

- [64] C.H.K. WILLIAMSON : Sinusoidal flow relative to circular cylinders. *Journal of Fluid Mechanics*, 155:141–174, 1985. [→p. 16, 17, 18, 19, 20, 22, 53, 56, 58, 64, 119, 147, 148]
- [65] D.J. MAULL et M.G. MILLINER : Sinusoidal flow past a circular cylinder. *Coastal Engineering*, 2:149–168, 1978. [→p. 17]
- [66] J.M.R. GRAHAM : The forces on sharp-edged cylinders in oscillatory flow at low Keulegan-Carpenter numbers. *Journal of Fluid Mechanics*, 97:331–346, 1980. [→p. 17]
- [67] J.C. LIN et D. ROCKWELL : Quantitative interpretation of vortices from a cylinder oscillating in quiescent fluid. *Experiments in Fluids*, 23:99–104, 1997. [→p. 17]
- [68] K.S. KIM, S.J. LEE et J.C. SUH : Numerical simulation of the vortical flow around an oscillating circular cylinder. In *Proceeding of the Fifteenth International Offshore and Polar Engineering Conference*, volume 1-4. the International Society of Offshore and Polar Engineers, 2005. [→p. 17, 18, 64]
- [69] K.M. LAM et G.Q. DAI : Formation of vortex street and vortex pair from a circular cylinder oscillating in water. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 26:901–915, 2002. [→p. 17]
- [70] J.R. ELSTON, H.M. BLACKBURN et J. SHERIDAN : The primary and secondary instabilities of flow generated by an oscillating circular cylinder. *Journal of Fluid Mechanics*, 550:359–389, 2006. [→p. 19, 56, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 97, 102, 147]
- [71] T. SARPKAYA : On the force decomposition of Lighthill and Morison. *Journal of Fluids and Structures*, 15:227–233, 2001. [→p. 22, 71]
- [72] CEA : Notice Cast3M. <http://www-cast3m.cea.fr/cast3m/listnotices.do>. [→p. 23, 29, 36]
- [73] A. BECCANTINI, G. BERNARD-MICHEL, F. DABBENE et E. STUDER : *Tutorial Cast3M pour la mécanique des fluides*, 2006. [→p. 23, 33]
- [74] M. BENAOUICHA : *Contribution au développement d'algorithmes de couplage en interaction fluide-structure*. Thèse de doctorat, Université de La Rochelle, 2007. [→p. 25, 33, 36]
- [75] E. LIBERGE, M. BENAOUICHA et A. HAMDOUNI : Low order dynamical system for fluid-rigid body interaction problem using POD method. *International Journal of Multiphysics*, 2(1):59–81, 2008. [→p. 25, 138]
- [76] H. HU, N.A. PATANKAR et M.Y. ZHU : Direct numerical simulations of fluid-solid systems using the Arbitrary Lagrangian-Eulerian technique. *Journal of Computational Physics*, 169:427–462, 2001. [→p. 25]
- [77] B. CHAPUIS et M. DUCLERCQ : Etude d'un jet horizontal léger. Projet de recherche en simulation numérique sous Cast3M, Master DSSC, 2007. [→p. 25, 33]
- [78] P.M. GRESHO et R.L. SANI : *Incompressible flow and the finite element method*. John Wiley and Sons, 1999. [→p. 29, 35]
- [79] F. DABBENE et H. PAILLÈRE : *Initiation à la simulation numérique en mécanique des fluides : éléments d'analyse numérique*. Cours B2-1. CEA, 2006. [→p. 31, 33]
- [80] J.P. MORAND et R. OHAYON : *Interactions fluides-structures*. Masson, 1992. [→p. 31]
- [81] F. BREZZI : On the existence, uniqueness and approximation of saddle point problems arising from Lagrangian multiplier. *RAIRO série Analyse Numérique*, 8:129–151, 1974. [→p. 32]

- [82] O. PIRONNEAU : *Méthodes des éléments finis pour les fluides*. Collection Recherches en Mathématiques Appliquées (RMA). P.G. Ciarlet et J.-L. Lion, Masson édition, 1988. [→p. 32]
- [83] C. VUIK et A. SEGAL : Finite element methods for the incompressible Navier-Stokes equations. Rapport technique, Delft Institute of Applied Mathematics, 2006. [→p. 32, 33, 34, 36]
- [84] A.S. BONNET-BENDHIA et E. LUNÉVILLE : *Résolution numérique des équations aux dérivées partielles. Cours MA201*. ENSTA, 2006. [→p. 32]
- [85] M. CROUZEIX et P.A. RAVIART : Conforming and nonconforming finite element methods for solving the stationary Stokes equations I. *RAIRO*, R3:33–76, 1973. [→p. 33]
- [86] M. BERCOVIER et O. PIRONNEAU : Error estimates for finite element method solution of the Stokes problem in the primitive variables. *Numerische Mathematik*, 33:211–224, 1979. [→p. 33]
- [87] van KAN : A second-order accurate pressure-correction scheme for viscous incompressible flow. *SIAM J. Sci. Stat. Comput.*, 7(3):870–891, 1986. [→p. 35]
- [88] C. CUVELIER, A. SEGAL et A.A. van STEENHOVEN : *Finite element methods and Navier-Stokes equations*. Reidel Publishing Company, Dordrecht, Holland, 1986. [→p. 35]
- [89] A.J. CHORIN : Numerical solution of the Navier-Stokes equations. *Math. Comput.*, 22:745–762, 1968. [→p. 36]
- [90] R. TEMAM : Sur l'approximation de la solution des équations de Navier-Stokes par la méthode des pas fractionnaires. *Arch. Ration. Mech. Anal.*, 33:377–385, 1969. [→p. 36]
- [91] J.L. GUERMOND, P. MINEV et Jie SHEN : An overview of projection methods for incompressible flows. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 195:6011–6045, 2006. [→p. 36]
- [92] E.A. HANSEN et J. DALHEIM : *Cylinder in steady and oscillatory flow*, volume 42 de *Advances in Fluid Mechanics*, chapitre 4. S.K. Chakrabarti, WIT Press édition, 2005. [→p. 36]
- [93] M. BEHR, D. HASTREITER, S. MITTAL et T.E. TEZDUYAR : Incompressible flow past a circular cylinder : dependence of the computed flow field on the location of the lateral boundaries. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 123:309–316, 1995. [→p. 37]
- [94] P. ANAGNOSTOPOULOS, G. ILIADIS et S. RICHARDSON : Numerical study of the blockage effects on viscous flow past a circular cylinder. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 22:1061–1074, 1996. [→p. 37]
- [95] J. CHAKRABORTY, N. VERMA et R.P. CHHABRA : Wall effects in flow past a circular cylinder in a plane channel : a numerical study. *Chemical Engineering and Processing*, 43:1529–1537, 2004. [→p. 37]
- [96] F. REHIMI, F. ALOUI, S. BEN NASRALLAH, L. DOUBLIEZ et J. LEGRAND : Experimental investigation of a confined flow downstream of a circular cylinder centred between two parallel walls. *Journal of Fluids and Structures*, 24:855–882, 2008. [→p. 37, 42]
- [97] M.M. ALAM et Y. ZHOU : Phase lag between vortex shedding from two tandem bluff bodies. *Journal of Fluids and Structures*, 23:339–347, 2007. [→p. 38, 118]

- [98] H. SCHLICHTING et K. GERSTEN : *Boundary-layer theory*. McGraw Hill, 1979. [→p. 39]
- [99] P. CHASSAING : *Mécanique des fluides - Eléments d'un premier parcours*. Cepadues Editions, 2^{ème} édition, 2000. [→p. 39, 48, 67, 74, 150]
- [100] M. BRAZA, P. CHASSAING et H. HA MINH : Numerical study and physical analysis of the pressure and velocity fields in the near wake of a circular cylinder. *Journal of Fluid Mechanics*, 165:79–130, 1986. [→p. 41]
- [101] J.H. GERRARD : The mechanics of the formation region of vortices behind bluff bodies. *Journal of Fluid Mechanics*, 25:401–413, 1966. [→p. 63]
- [102] J.C. WU : The theory of aerodynamic force and moment in viscous flows. *AIAA Journal*, 19:432–441, 1981. [→p. 71, 72]
- [103] J. LIGHTHILL : Fundamentals concerning wave loading on offshore structures. *Journal of Fluid Mechanics*, 173:667–681, 1986. [→p. 71, 72]
- [104] M. DUCLERCQ et D. BROU : An energy based approach of the fluid-structure interaction governing the dynamic behavior of tubes immersed in a fluid. In *20th International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology (SMiRT 20)*, 2009. [→p. 74]
- [105] M. DUCLERCQ, D. BROU et O. CADOT : Characterization of mode changes in the flow around an oscillating cylinder from force spectra. In *Proceedings of the Sixth Conference on Bluff Body Wakes and Vortex-Induced Vibrations*, 2010. [→p. 89]
- [106] V.E. ZAKHAROV et L.A. OSTROVSKY : Modulation instabilitiy : The beginning. *Physica D*, 238:540–548, 2009. [→p. 102]
- [107] M. DUCLERCQ, D. BROU et O. CADOT : Characterization of long time fluctuations of forces exerted on an oscillating circular cylinder at $kc=10$. *Journal of Fluids and Structures*, 2010. soumis le 16 juin 2010 et révisé le 18 novembre 2010. [→p. 103]
- [108] T.L. MORSE et C.H.K. WILLIAMSON : Fluid forcing, wake modes, and transitions for a cylinder undergoing controlled oscillations. *Journal of Fluids and Structures*, 25:697–712, 2009. [→p. 109]
- [109] M.M. ZDRAVKOVICH : Review of flow interference between two circular cylinders in various arrangements. *Journal of Fluids Engineering*, 99:618–633, 1977. [→p. 117]
- [110] M.M. ZDRAVKOVICH et D.L. PRIDDEN : Interference between two circular cylinders : series of unexpected discontinuities. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 2:255–270, 1977. [→p. 117]
- [111] T. IGARASHI : Characteristics of the flow around two circular cylinders arranged in tandem. *Bulletin JSME*, 24:323–331, 1981. [→p. 117, 124]
- [112] B.S. CARMO et J.R. MENEGHINI : Numerical investigation of the flow around two circular cylinders in tandem. *Journal of Fluids and Structures*, 22:979–988, 2006. [→p. 117, 118]
- [113] M.M. ALAM, M. MORIYA, K. TAKAI et H. SAKAMOTO : Fluctuating fluid forces acting on two circular cylinders in a tandem arrangement at a subcritical Reynolds number. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 91:139–154, 2003. [→p. 118]
- [114] E. DIDIER : Simulation autour de deux cylindres en tandem. *C.R. Mécanique*, 335:696–701, 2007. [→p. 118]

- [115] D. SUMNER, S.S.T. WONG, S.J. PRICE et M.P. PAÏDOUSSIS : Fluid behaviour of side-by-side circular cylinders in steady cross-flow. *Journal of Fluids and Structures*, 13:309–338, 1999. [→p. 119]
- [116] J.R. MENEGHINI, F. SALTARA, C.L.R. SIQUEIRA et J.A. FERRARI JR : Numerical simulation of flow interference between two circular cylinders in tandem and side-by-side arrangements. *Journal of Fluids and Structures*, 15:327–350, 2001. [→p. 119]
- [117] S. KANG : Characteristics of flow over two circular cylinders in a side-by-side arrangement at low Reynolds numbers. *Physics of Fluids*, 15(9):2486–2498, 2003. [→p. 119]
- [118] Z.J. WANG et Y. ZHOU : Vortex interactions in a two side-by-side cylinder near-wake. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 26:362–377, 2005. [→p. 119]
- [119] C. LIANG, X. LUO et G. PAPADAKIS : Effect of tube spacing on the vortex shedding characteristics of laminar flow past an inline tube array. In *Proceedings of ASME-PVP2008*, 2008. [→p. 119]
- [120] M.P. CHAUVE et P. LE GAL : Complex bi-orthogonal decomposition of a chain of coupled wakes. *Physica D*, 58:407–413, 1992. [→p. 119]
- [121] J.M. FULLANA, P. LE GAL, M. ROSSI et S. ZALESKI : Identification of parameters in amplitude equations describing coupled wakes. *Physica D*, 102:37–56, 1997. [→p. 119]
- [122] K. LAM, J.Y. LI, K.T. CHAN et R.M.C. SO : Flow pattern and velocity field distribution of cross-flow around four cylinders in a square configuration at a low Reynolds number. *Journal of Fluids and Structures*, 17:665–679, 2003. [→p. 119]
- [123] K. SCHNEIDER et M. FARGE : Numerical simulation of the transient flow behaviour in tube bundles using a volume penalizaion method. *Journal of Fluids and Structures*, 20:555–566, 2005. [→p. 119]
- [124] S.B. BEALE et D.B. SPALDING : A numerical study of unsteady fluid flow in inline and staggered tube banks. *Journal of Fluids and Structures*, 13:723–754, 1999. [→p. 119]
- [125] J. LEE, P. ANAGNOSTOPOULOS et S.A. SEITANIS : Numerical study of oscillating flow past four cylinders in rectangular arrangement. In *Proceedings of BBVIV-5*, 2007. [→p. 119]
- [126] M.J. BUSHNELL : Forces on cylinder arrays in oscillating flow. In *Offshore Technology Conference Paper 2903-MS*, 1977. [→p. 119, 124]
- [127] M. DUCLERCQ et D. BROU : Physical and numerical study of the interaction between a fluid and an oscillating cylinder. In *Proceedings of ASME Pressure Vessels and Piping Division Conference (PVP2008)*, 2008. [→p. 128]
- [128] D. BROU et M. DUCLERCQ : Fluid structure interactions models for the dynamic behaviour of tube bundles, application to nuclear structures. In *20th International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology (SMiRT 20)*, 2009. [→p. 128]
- [129] S. KÜHTZ : *Experimental investigation of oscillatory flow around circular cylinders at low beta numbers*. Thèse de doctorat, University of London, 1996. [→p. 132]

Étude de l'interaction entre un fluide et une structure oscillante : régimes d'écoulement et de forces, du cylindre isolé au réseau de cylindres.

Cette thèse porte sur l'étude numérique et physique de la dynamique d'un fluide réel incompressible initialement au repos, mis en mouvement par les oscillations rectilignes transversales forcées d'un cylindre. Ce système est décrit par deux nombres adimensionnels. Le nombre de Reynolds (Re) compare les forces d'inertie aux forces de viscosité, et le nombre de Keulegan-Carpenter (KC) mesure l'amplitude des oscillations du cylindre par rapport à son diamètre. L'objectif est de déterminer l'influence de ces deux paramètres sur les forces de traînée et de portance exercées par le fluide sur la structure, en lien avec la dynamique de l'écoulement. Les équations de Navier-Stokes sont résolues numériquement par une méthode d'éléments finis. Les résultats de ces calculs pour l'écoulement et les forces permettent d'abord d'identifier différents modes de comportement du système sur un cycle d'oscillation du cylindre. Les propriétés de symétrie de l'écoulement et les trajectoires des tourbillons sont corrélées aux signaux temporels des forces. Puis l'analyse de la réponse du système sur des temps longs devant la période d'oscillation du cylindre met en évidence des domaines de stabilité des modes dans le plan (KC, Re). Dans certains régimes, les forces présentent des fluctuations d'amplitude. Elles sont interprétées notamment à l'aide des spectres des forces et des instabilités observées dans l'écoulement. Enfin, le passage du problème d'un seul cylindre à un réseau carré de 25 cylindres est étudié. Une approche énergétique est proposée pour caractériser l'influence de KC et Re sur le comportement global du système, dans le cas du cylindre isolé et celui du réseau.

Mots-clés : *cylindre circulaire oscillant, nombre de Keulegan-Carpenter, équations de Navier-Stokes, éléments finis, forces de traînée et de portance, dynamique de la vorticité.*

Study of the interaction between a fluid and an oscillating structure: forces and flow regimes, from an isolated cylinder to a bundle of cylinders.

This thesis presents a 2D numerical and physical study of the dynamics of a viscous incompressible fluid initially at rest, put in motion by forced transverse rectilinear oscillations of a cylinder. That system is described by two dimensionless numbers. The Reynolds number (Re) measures the ratio of the inertial forces to the viscous forces, and the Keulegan-Carpenter number (KC) compares the amplitude of the cylinder oscillations to its diameter. The objective is to determine the influence of those two parameters on the drag and transverse forces exerted by the fluid on the structure, in relation with flow dynamics. The Navier-Stokes equations are numerically solved with a finite element method. Firstly various modes are identified from computational results regarding the flow and forces responses over an oscillation cycle. Flow symmetry properties and vortex patterns are correlated to the time-series of the forces. Besides simulations on long durations compared to the cylinder oscillation period reveal stability domains of the modes in the plane (KC, Re). For some regimes, forces exhibit amplitude fluctuations. They are interpreted notably from forces spectra and flow instabilities. Finally the transition from the problem of one cylinder to the case of a square bundle of 25 cylinders is studied. An energetic approach is proposed to characterize the influence of KC and Re on the global system's behavior, for the isolated cylinder and for the bundle.

Keywords: *oscillating circular cylinder, Keulegan-Carpenter number, Navier-Stokes equations, finite element method, in-line and transverse forces, vortex dynamics.*