

# SOMMAIRE

---

## Table des matières

INTRODUCTION .....	7
I. LES METHODES DE MODIFICATION DE L'ALGORITHME DE DIJKSTRA .....	8
1. Définition des termes importants .....	8
2. Les graphes : une representation des réseaux .....	8
3. L'algorithme de Dijkstra .....	9
4. Les méthodes de modification .....	12
5. Discussion .....	14
II. PROBLEMATIQUE ET HYPOTHESE .....	15
III. METHODE .....	16
1. Conversion du graphe .....	16
2. Les éléments permettant la conversion .....	16
3. Le choix des chemins à comparer .....	17
IV. APPLICATION ET RESULTATS .....	18
1. Modèle théorique .....	18
2. Modèle théorique : les durées de déplacement .....	18
3. Modèle théorique : les changements de plus courts chemins .....	19
4. Les premières conclusions .....	20
5. Application sur un reseau existant .....	20
a) <i>Choix d'un cas d'étude</i> .....	20
b) <i>Application au réseau parisien : Les durées de déplacement</i> .....	21
c) <i>Application au réseau parisien : Les plus courts chemins</i> .....	22
V. CONCLUSION .....	24
VI. BIBLIOGRAPHIE.....	25
VII. ANNEXES.....	26
1. Annexe 1.....	26
2. Annexe 2.....	30
3. Annexe 3.....	34

# INTRODUCTION

---

Aujourd'hui, plus de la moitié de la population mondiale vit en ville. Selon l'Organisation des Nations Unies, ce chiffre est à la hausse puisqu'en 2050, 7 personnes sur 10, soit plus de deux tiers de l'humanité, vivra en milieu urbain. Or en moyenne, un français (en zone urbaine) effectue au minimum trois à quatre déplacements par jour. Ainsi, la mobilité constitue un enjeu majeur du quotidien. C'est pourquoi, au fil du temps, on a pu assister à la multiplication des offres de réseaux de transports avec une pluralité de modes : bus, métro, RER, TER, REM, tram, voiture, vélo, trottinette... Cette diversité facilite les déplacements des usagers. Néanmoins, l'un des effets de cette diversité est l'expansion du phénomène d'intermodalité, c'est-à-dire l'utilisation de différents moyens de transports lors d'un seul et même trajet. Ce comportement est particulièrement prononcé dans les grandes villes. Cette combinaison flexible de modes de transports est aujourd'hui considérée comme cruciale pour assurer les mobilités urbaines de manière efficace et durable.

Cette multitude de choix possibles pose alors la question du choix de l'itinéraire. En effet, face à un grand panel de possibilités, l'utilisateur cherche le trajet optimal. Néanmoins, la notion d'optimalité est propre à chacun puisque, bien que dans la majorité des cas il s'agit du chemin le plus rapide, il peut également s'agir du chemin le moins coûteux (euros), le moins long en distance (km) ou encore le moins polluant (tCO<sub>2</sub>). Dans notre étude nous considérons que le chemin optimal est le chemin de plus courte durée. Trouver l'itinéraire le plus rapide par soi-même peut paraître assez simple en soit puisqu'il suffit de calculer les durées de chaque

chemin et les comparer entre elles. Néanmoins, plus le réseau est dense, plus le calcul devient long et fastidieux, voire impossible. C'est pourquoi, de nombreux modèles et algorithmes ont été développés pour répondre à ce problème de plus court chemin.

Les deux méthodes de résolution pionnières bien connues sont celle de Bellman-Ford et celle de Dijkstra. Plutôt similaires, ces algorithmes divergent dans la mesure où contrairement au second, le premier autorise la présence d'arc à valeur négative sur un graphe. N'ayant pas besoin de cette caractéristique dans notre étude, nous utiliserons la méthode de Dijkstra.

De base, cet algorithme était destiné au calcul de plus court chemin dans des réseaux monomodaux, c'est-à-dire sans rupture de charge comme les réseaux routiers par exemple. Or ici, nous nous intéressons aux réseaux intermodaux. Ainsi, il est nécessaire de modifier l'algorithme afin de prendre en compte les temps de latence générés par les changements de modes de transports. Le but étant par la suite de quantifier l'effet des correspondances sur la durée de déplacement et, in fine, sur le plus court chemin. Ce projet de fin d'études comprend plusieurs étapes. Dans un premier temps, il s'agit de modifier l'algorithme de Dijkstra dans le but de prendre en compte les temps de correspondances dans le calcul de plus court chemin. Néanmoins, plutôt que de modifier la structure de l'algorithme, cette étude prend le parti de modifier uniquement les données d'entrée de l'algorithme. Pour cela, nous nous appuyons sur des modèles issus de la littérature.

# I. ÉTUDE DES METHODES DE MODIFICATION DE L'ALGORITHME DE DIJKSTRA

---

## 1. Définition des termes importants

Dans le cadre de notre recherche, les notions d'intermodalité et de multimodalité sont centrales. Souvent confondues, il paraît nécessaire de rappeler leur distinction. L'intermodalité se définit comme « L'utilisation flexible et la combinaison de différents modes

de transport en un seul voyage »<sup>1</sup>. Il s'agit, par exemple, d'emprunter un bus puis un métro lors d'un seul et même trajet. Néanmoins, l'utilisation de deux métros différents lors d'un même voyage est également considéré comme de l'intermodal. Le transport multimodal, lui, correspond à l'existence de plusieurs moyens de transport pour déplacer des usagers d'une origine à une destination. Par exemple, à Paris, pour aller de Bastille à Gare de Lyon, il est possible de prendre le métro ou le bus qui desservent, tous les deux, ces deux stations.

La notion de latence est elle aussi centrale dans ce projet. Ce mot provient du latin "latens" qui signifie caché ou secret. Communément, la durée de latence désigne l'intervalle de temps entre une action et la réponse à cette action. Dans le domaine des transports, ce temps de latence est également

appelé temps de correspondance. En d'autres termes, c'est la durée qui s'écoule lorsque l'on passe d'un mode de transport à un autre au cours d'un voyage.

Enfin, il paraît important de rappeler que notre étude porte sur les déplacements domicile-travail. Ces derniers constituent un type de mobilité regroupant des déplacements quotidiens liés à l'exercice d'une activité professionnelle. Néanmoins, les résultats de cette étude seront applicables à plusieurs types de déplacement.

## 2. Les graphes : une représentation des réseaux

Très souvent, on formalise les réseaux de transport sous forme de graphe. D'après Dr Jean-Paul Rodrigue <sup>2</sup> « Un graphe est une représentation symbolique d'un réseau. Il s'agit d'une abstraction de la réalité de sorte à permettre sa modélisation. ». Un graphe est un ensemble fini de points, appelés nœud (ou sommet), qui peuvent être reliés entre eux par des arcs (ou arrête). Des poids, aussi appelés coûts, peuvent être affectés aux arcs. Cela permet de matérialiser un phénomène comme la durée de trajet entre deux sommets, la distance, ou encore la vitesse par exemple.

---

<sup>1</sup> Oostendorp et Gebhardt, « Combining means of transport as a users' strategy to optimize traveling in an urban context: empirical results on intermodal travel behavior from a survey in Berlin ».

<sup>2</sup> Docteur en géographie des transports à l'Université de Montréal

Avec  $X$  l'ensemble des sommets d'un graphe et  $U$  l'ensemble des arcs, un graphe  $G$  se note  $G=(X,U)$ <sup>3</sup>. Si on prend l'exemple ci-contre on a :

$$G = (X,U) \text{ avec : } \begin{cases} X = \{A, B, C, D\} \\ U = \{ (A,B) , (B,C) , (C,D) \} \end{cases}$$

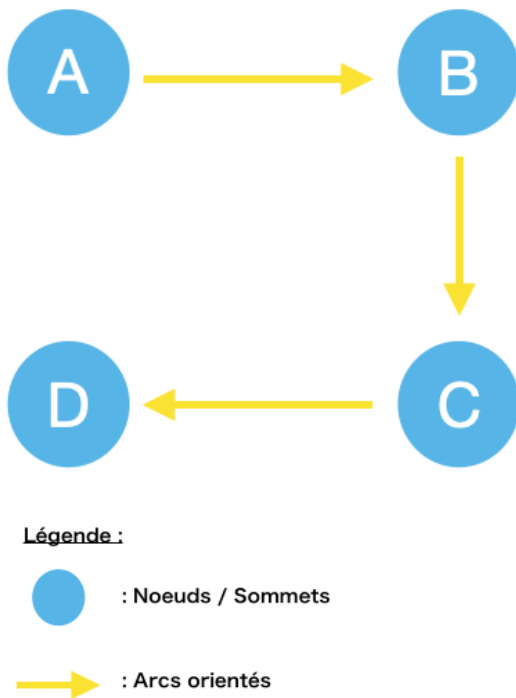


Figure 1 : Graphe orienté simple

Un graphe est défini par son ordre, c'est-à-dire son nombre de sommets, et par sa taille soit son nombre d'arcs. Il peut avoir un sens imposé entre chaque sommet, on dit alors qu'il est orienté. Dans ce cas, un chemin est une suite ordonnées fini de sommets et d'arc. Un réseau de transport est, en soit, un graphe. Par exemple un réseau routier est un graphe dont les arrêtes caractérisent les routes et les sommets caractérisent les intersections. De même, un réseau de transport en commun est

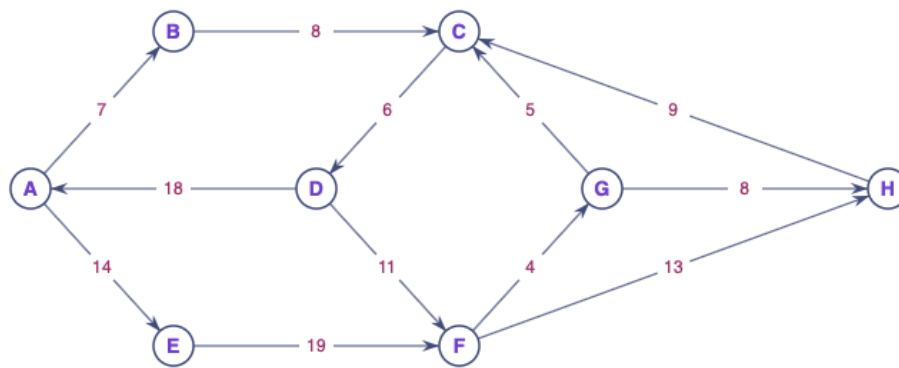
un graphe dont les sommets matérialisent les arrêts ou gares et les dont les arcs désignent les liaisons par les différents modes de transport possible (train, bus, métro ...).

### 3. L'algorithme de Dijkstra

Comme nous l'avons précédemment mentionné, l'algorithme de Dijkstra permet de répondre au problème de plus court chemin. Celui-ci repose sur « le principe d'exploration à partir du meilleur prédécesseur visité » et permet de calculer le plus court chemin depuis un sommet de départ vers tous les autres sommets du graphe. Pour cela, il s'appuie sur le principe que si le plus court chemin reliant le sommet de départ  $S_0$  à un autre sommet  $S_n$  passe par les sommets  $S_1, S_2, S_3 \dots S_k$ , alors, ce même chemin est également le plus court chemin entre le  $S_0$  et les sommets  $S_1, S_2, S_3 \dots S_k$ . Pour cela, on part d'un sommet et on enregistre la valeur du successeur le plus proche. On réitère l'opération en comparant la valeur enregistrée avec celle du prochain sommet augmenté de la longueur de l'arc qui les relie. Si celle-ci est inférieure à la valeur enregistrée, alors elle devient à son tour la valeur stockée. Dans ce cas, on note le nom du sommet dit « père », pour pouvoir reconstituer le chemin dans le sens inverse.

<sup>3</sup> Müller, « Introduction à la théorie des graphes ».

### Exemple d'application :



A	B	C	D	E	F	G	H	Sommet sélectionné
0	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	A (0)
	7 (A)	$\infty$	$\infty$	14 (A)	$\infty$	$\infty$	$\infty$	B (7)
		15 (B)	$\infty$	14(A)	$\infty$	$\infty$	$\infty$	E (14)
		15 (B)	$\infty$		33 (E)	$\infty$	$\infty$	C (15)
			21 (C)		33 (E)	$\infty$	$\infty$	D (21)
					32 (D)	$\infty$	$\infty$	F (32)
						36(F)	45(F)	G (36)
							44(G)	H (44)

### Démarche :

On part de 0 au point A. Depuis A on peut aller vers (E = 14) ou vers (B = 7). 7 étant inférieur à 14, on sélectionne le sommet (B = 7) et on y marque « 7 (A) ». A partir de B on peut uniquement aller vers C = 8. Donc on note  $7+8 = 15$  (B) dans colonne C. Mais on remarque que sur la même ligne on a 14(A). Or, 14 étant inférieur à 15, on sélectionne le sommet E et on y marque « 14(A) ». On réitère l'opération jusqu'à la dernière lettre.

Une fois cette étape réalisée, on peut rapidement déterminer tous les chemins les plus courts partant de A. Par exemple si l'on cherche le chemin le plus court entre A et H.

Il suffit de partir de H et de remonter dans le sens inverse :

- Dans la dernière case de la colonne H on a G
- Dans la dernière case de la colonne G on a F
- Dans la dernière case de la colonne F on a D
- Dans la dernière case de la colonne D on a C
- Dans la dernière case de la colonne C on a B
- Dans la dernière case de la colonne B on a A

Le chemin le plus court entre A et H est donc :

A – B – C – D – F – G – H

Il dure 44 min.

Si l'on formalise mathématiquement la chose, on obtient l'algorithme suivant :

- Soit  $S$  la liste des sommets du graphe
- Soit  $S_0$  le sommet à partir duquel on cherche les plus courts chemins
- Soit  $p(x,y)$  le poids de l'arrête entre les sommets  $x$  et  $y$
- Soit  $l(x)$  la longueur du chemin depuis  $S_0$  vers  $x$
- Soit  $V$  la liste des successeurs de  $x$
- Soit  $W$  la liste des prédécesseurs de  $x$
- Soit  $X$  la liste des sommets restants à traiter
- Soit  $E$  la liste de sommets déjà traités

Formalisation	Explication
<u>Initialisation :</u>	
$\forall x \in S : l(x) \leftarrow \infty$	On affecte la valeur $\infty$ à tous les sommets $x$
$l(S_0) \leftarrow 0$	Le poids initial du sommet 0 est nul
$X \leftarrow S$	La liste des sommets restant à traité est initialement égale à la liste des sommets du graphe
$Y \leftarrow \emptyset$	La liste des sommets ayant déjà été traité est, initialement, vide
<u>Traitement :</u>	
Tant que $X \neq \emptyset$	Tant que la liste des sommets restants à traiter n'est pas vide
Sélectionner $(x : \min(l(S_0)))$	Sélectionner $x$ parmi la liste des sommets restants à traiter, tel que le chemin de $x$ jusqu'à $S_0$ soit le plus petit.
$X \leftarrow X - x$	Retirer ce sommet de la liste des sommets restants à traiter
$E \leftarrow E \cup x$	Ajouter ce sommet à la liste des sommets ayant déjà été traité
$\forall y \in V(x) \cap X :$	On sélectionne les sommets faisant partis de la liste des successeurs du sommet $x$ et n'ayant pas encore été traité
Si $l(y) > l(x) + l(x,y) :$	Si la longueur du chemin de $S_0$ vers $y$ est supérieure à la somme de la longueur des chemins de $S_0$ vers $x$ et de $x$ vers $y$
$l(y) \leftarrow l(x) + l(x,y)$	Alors la distance entre $S_0$ et $y$ est minimale
$W(y) \leftarrow x$	Alors le sommet $x$ est le prédécesseur du sommet $y$
Fin si	
Fin Pour	
Fin Tant que	Fin

Bien que très efficace, l'algorithme de Dijkstra rencontre certaines limites. En effet, c'est un problème dit NP-complet c'est-à-dire de complexité polynomiale. Ainsi, plus les données d'entrées sont importantes, plus de temps d'exécution est long. Ce dernier évolue de manière exponentielle. Si le graphe possède  $n$  sommets, alors, au maximum l'algorithme nécessite  $n^2$  étapes. Si l'on note  $v$  la somme du nombre d'arcs, alors au maximum l'algorithme effectue  $(n^2 + v)$  opérations. OR  $v$  est inférieur

ou égal à  $n^2$ . Ainsi dans le pire des cas, le nombre d'opération sera proportionnel à  $n^2$ . Il existe plusieurs manières de réduire la complexité de l'algorithme afin de réduire le temps d'exécution. Néanmoins, ce n'est pas l'objet de notre recherche, nous nous contenterons donc de la version classique.

#### 4. Les méthodes de modification

Plusieurs études ont été développées dans le but de modéliser un réseau de transport multimodal dépendant du temps en utilisant l'algorithme de Dijkstra. Comme c'est le cas pour notre étude, certaines d'entre elles ont uniquement changé les données d'entrées. Néanmoins, après avoir analysé plusieurs articles, on se rend compte qu'il existe principalement deux grandes méthodes qui reposent sur le même principe de transfert. Ainsi, il nous a paru plus judicieux de confronter et comparer ces deux méthodes qui sont les suivantes :

- La méthode des graphes de transfert
- La méthode du super-réseau

L'approche du graphe de transfert<sup>4</sup> est une manière de résoudre le problème de plus court chemin dans un réseau multimodal dépendant du temps. Dans leurs recherches, les auteurs (Ayed and al) ont mentionné ce graphe comme un résumé de réseau multimodal de transport. Dans un premier temps, cette méthode consiste à diviser le réseau multimodal en plusieurs réseaux monomodaux. Dans un second temps, il s'agit de relier ces différents réseaux entre eux pour atteindre un simple réseau unimodal qui peut donc être résolu grâce au problème de plus court chemin. Le modèle est constitué d'un ensemble de nœuds, d'un ensemble d'arcs, d'un ensemble d'intervalles de temps et d'un ensemble de modes (métro, train, bus ...). Deux nœuds sont reliés par un arc si et seulement si il existe un mode de transport qui les relie. On appelle alors graphe de transfert un ensemble fini de

graphes monomodaux reliés entre eux par un ensemble fini d'arcs virtuels. Dans ce cas, les nœuds des arcs virtuels sont appelés nœuds de transfert. En résumé, un graphe de transfert est donc composé de plusieurs graphes de réseaux monomodaux reliés entre eux par des arcs. On définit alors un transfert comme un arc connectant deux composants entre eux. Une fois le graphe mis en place, il suffit d'utiliser l'algorithme de Dijkstra<sup>5</sup>, que nous avons précédemment détaillé, pour trouver le plus court chemin.

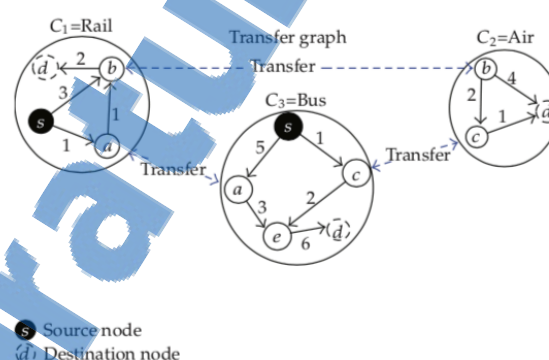


Figure 3 : Exemple de graphe de transfert

La figure ci-contre illustre un exemple de graphe de transfert. C1, C2 et C3 sont 3 réseaux différents : C1 est un réseau ferroviaire (RER) , C2 est un réseaux aérien (avion) et C3 est un réseau automobile de bus. Ils sont connectés par trois transferts (stations de correspondance) qui se matérialisent à travers les nœuds a, b et c. On peut observer le nœud s, dit "d'origine", et le nœud d, dit de "destination", qui appartiennent tous les deux à plusieurs graphes monomodaux. Cela signifie que ces nœuds sont susceptibles d'être des points de transfert tels que a, b et c.

<sup>4</sup> Ayed et al., « Distributed Approach for Solving Time-Dependent Problems in Multimodal Transport Networks ».

<sup>5</sup> Dijkstra, « A note on two problems in connexion with graphs ».

La méthode d'Ayed et al présente un avantage particulier. En effet, s'il y a des perturbations tel que des embouteillages ou des travaux pour un mode de transport, la représentation ne sera pas impactée globalement mais localement car tous les modes de transport sont séparés dans des réseaux unimodaux. Cette méthode permet donc de mettre à jours les données de chaque réseau de transport sans modifier le modèle. Néanmoins, les informations concernant les transferts et les intervalles de temps possibles étant stockés dans des structures de données, ce modèle nécessite le stockage d'une grande quantité d'informations. Par ailleurs, plus le réseau est grand, plus le graphe sera important. On peut donc imaginer que, selon sa taille, représenter un système de transport existant peut s'avérer relativement compliqué.

On retrouve cette notion de distinction des graphes dans la méthode de 'super-réseau'.<sup>6</sup> Cette approche distingue les réseaux privés des réseaux publics. Elle propose une représentation et une notation spécifique qui se divise en deux types de nœud : les nœuds physique qui représentent les stations et les nœuds d'évènements qui, eux, représentent les évènements de départ et d'arrivée (horaires).

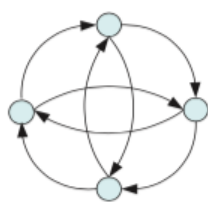


Figure 4 :  
*Représentation d'un graphe de transports privés*

Comme on peut le voir ci-contre, l'ensemble des nœuds et liaisons des réseaux de transport privés sont représentés par des liaisons physiques. Par exemple, le réseau piétonnier est représenté de manière physique, puisque les nœuds modélisent des intersections et les arcs caractérisent les routes. Le poids d'un arc

représente le temps de parcours moyen le long de celui-ci.

Ce n'est pas le cas des réseaux de transports publics, qui, eux, sont composés à la fois de nœuds physiques et de nœuds d'évènements hiérarchisés selon des règles. On observe sur la figure ci-dessous que le nœud de niveau supérieur est un nœud physique qui caractérise l'arrêt ou la station tandis que les nœuds dessous sont des nœuds d'évènements qui caractérisent les arrivées et départs.

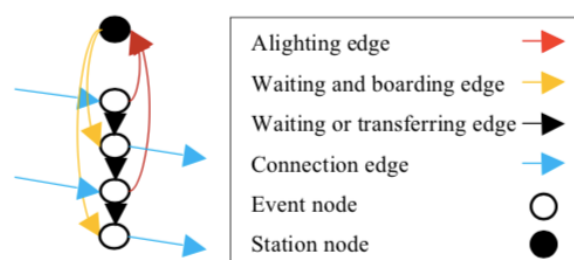


Figure 5 : *Représentation d'un graphe de transports publics*

Chaque nœud d'évènement possède un lien vers le nœud de station. La direction de ce lien dépend du type d'évènement : si le lien se dirige du nœud évènement vers le nœud de stations alors on assiste à une arrivée c'est-à-dire une descente et le poids de la liaison matérialise le temps de descente (flèche rouge). A l'inverse, si le lien se dirige du nœud de station vers le nœud d'évènement alors on assiste cette fois à un départ, soit, un embarquement et le poids de la liaison matérialise le temps d'attente et d'embarquement (flèche jaune). Qui plus est, si un nœud d'évènement représenté au-dessus d'un autre, alors ce premier est antérieur à ce dernier. C'est pourquoi, flèches noires, qui représentent les liens entre les nœuds d'évènements vont d'un évènement antérieur à un évènement ultérieur. En d'autres termes, elles traduisent le temps de transfert ou

<sup>6</sup> Zhang et al., « A multimodal transport network model for advanced traveler information systems ».



l'attente. Enfin, un lien entre deux stations événement appartenant à différents modes représente le mouvement d'un véhicule d'un arrêt à l'autre (flèche bleue).

Ainsi, on comprend bien que, de la même manière que précédemment, chaque mode est représenté séparément. Pour calculer des chemins multimodaux, il s'agit, comme dans la première méthode de relier les différents graphes monomodaux entre eux en utilisant des liaisons de transfert. Par exemple si on se concentre sur deux modes de transports publics qui sont le bus et le train ainsi qu'un mode privé qui est la marche à pied on obtient le graphe suivant. Cette combinaison suit une logique puisque les usagers peuvent utiliser ce mode privé pour accéder aux transports publics mais

aussi et surtout pour effectuer des transferts et correspondances entre les modes.

Les résultats de cette étude indiquent que, avec ces graphes en entrée, l'algorithme Dijkstra pourrait trouver des itinéraires de haute qualité pour des réseaux réalistes. Néanmoins, ce modèle nécessite un temps de calcul long pour lire et compiler le réseau intégré. De plus, cette approche est axée sur le temps de trajet. Elle assure que le modèle présenté permet des calculs de temps précis dans un réseau de transport multimodal. Cependant, si l'on cherche à complexifier et aller plus loin que des calculs de durées cette méthode deviendra obsolète.

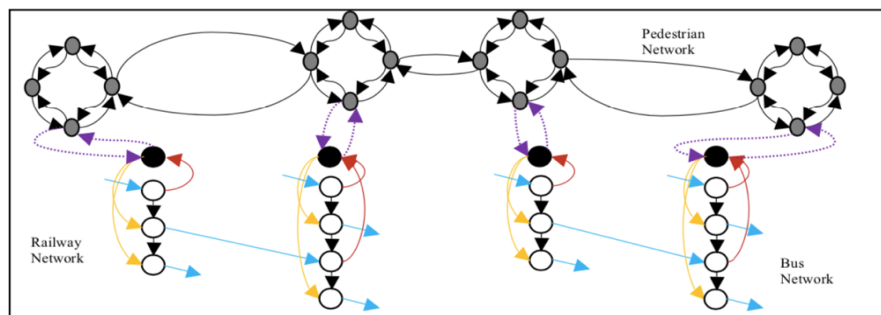


Figure 6 : Représentation d'un réseau de transport multimodale

## 5. Discussion

Nous avons pu voir qu'il existe de nombreuses méthodes de modification de l'algorithme de Dijkstra permettant de prendre en compte les temps de latence imposés par les correspondances. Néanmoins, ceux dont la modification portait sur les données d'entrées sont représentés et étudiés sous forme de graphe. Ils reposent tous sur le même concept de transfert qui consiste à scinder un réseau multimodal en plusieurs réseaux monomodaux avant de les relier par des arcs de transfert au utile dans le cadre d'un projet de recherche comme celui présent. Enfin, les deux approches utilisent le stockage de données, mais le premier utilise cela de manière plus

niveau des correspondances. Ainsi, nous savons d'ores et déjà, que nous utiliserons cette méthode. Néanmoins, on observe quelques divergences puisque la seconde méthode prend systématiquement en compte l'utilisation piétonnier pour passer d'un mode à l'autre. Cela nous confirme la prise en compte de tous les temps de latence lors d'un voyage. Ce n'est pas le cas de la première approche mais il est possible de faire en sorte qu'elle le soit. De plus, la première permet facilement la mise à jour des données ce qui peut s'avérer importante. Ainsi, bien que plus lourd, le temps d'exécution sera probablement plus rapide puisque la seconde méthode permet d'obtenir des plus courts chemins de bonne qualité mais

elle possède un temps de calcul relativement long. C'est pour ces différentes raisons que la

méthode d'Ayed et al.<sup>7</sup> nous paraît être la plus proche de ce que nous recherchons.

## II. PROBLEMATIQUE ET HYPOTHESE

---

Hormis la modification de l'algorithme, on a pu voir dans la littérature que les correspondances constituent un objet central du transport public. Plus le réseau est important et plus le phénomène est marqué. Par exemple, à Londres, environ 70% des trajets en métro et 30% des trajets en bus impliquent au moins un transfert (Transport for London, 2001). À Paris, 40% de tous les déplacements en transports publics comprennent un ou plusieurs transferts (GUIDE, 2000)<sup>8</sup>. Ainsi, on comprend bien que le temps de latence imposée par le changement de mode de transport concerne une part importante de la population. C'est pourquoi il existe de nombreuses études cherchant réduire le nombre de transferts afin d'améliorer la compétitivité des systèmes de transport urbain.<sup>9</sup> Cela nous a amené à nous questionner de la manière suivante :

A quel point la prise en compte du temps de latence agit sur la durée de déplacement ainsi que sur le choix d'un itinéraire lorsque l'on intègre la durée des correspondances dans le calcul de plus court chemin ?

Au vu du nombre important de recherches visant à réduire les correspondances au quotidien, on émet l'hypothèse que le temps de latence induit par celles-ci agit sur la durée ainsi que sur le choix de chemin de manière significative.

---

<sup>7</sup> Ayed et al., « *Distributed Approach for Solving Time-Dependent Problems in Multimodal Transport Networks* ».

<sup>8</sup> Guo et Wilson, « *Assessing the cost of transfer inconvenience in public transport systems: A case study of the London Underground* ».

<sup>9</sup> Yang et al., « *Service replanning in urban rail transit networks: Cross-line express trains for reducing the number of passenger transfers and travel time* ».

# III. METHODE

## 1. Conversion du graphe

Pour répondre à la problématique posée, nous souhaitons utiliser une méthode de comparaison. Toujours dans l'optique de modifier uniquement le graphe en entrée, il nous faut obtenir une seconde version de celui-ci prenant en compte les effets des correspondances. Nous avons fait le choix d'utiliser la méthode d'Ayed et al, étudiée précédemment, que nous avons quelque peu simplifiée. En effet, Il s'agit de faire apparaître les « liaisons de transfert » mentionnées dans les articles de la première partie. Dans ce projet de recherche nous les appellerons les arcs de correspondance. Ils permettent de relier entre eux les nœuds de correspondances. Le but sera ensuite d'affecter une valuation à ces arcs pour traduire le temps de latence induit par le passage d'un mode de transport à un autre.

Néanmoins, pour relier ces nœuds particuliers il faut dans un premier temps les identifier parmi l'ensemble des nœuds qui forment le réseau. Pour cela, on part du principe qu'une correspondance se définit comme le croisement d'au moins deux lignes en un point. Ainsi, tout nœud possédant plus de deux liaisons est répertorié comme un nœud de correspondance. Il s'agit de les dédoubler autant de fois que le nombre de ligne auxquels ils appartiennent. On a alors plusieurs nœuds référencés différemment appartenant chacun à une ligne mais désignant la même station. En résumé, on part d'un graphe qui ne prend pas en compte des durées de correspondance pour le traduire en un second graphe qui lui prend en compte cet élément.

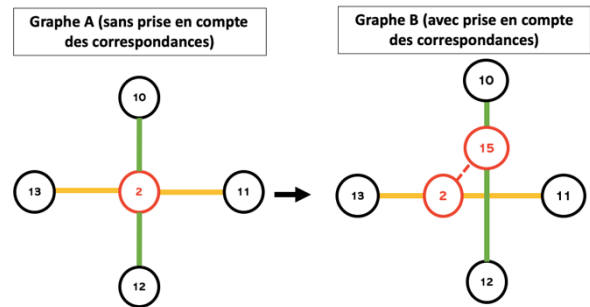


Figure 7 : Conversion d'un graphe permettant de prendre en compte les correspondances

L'exemple ci-dessus illustre cette méthode. En effet sur le premier graphe (A) on observe le croisement de deux lignes en un nœud : le nœud 2. Le calcul du deuxième graphe consiste à désagréger le nœud 2 en deux unités : le nœud 2 et le nœud 15. Chacun appartient à une seule des deux lignes qui constitue le réseau. Ils sont reliés entre eux par un arc de correspondance : l'arc [2 15].

## 2. Les éléments permettant la conversion

La généralisation de cette conversion passe par la modification de trois composants du graphe qui le définissent : la matrice d'adjacence, le vecteur contenant les coordonnées de l'ensemble des nœuds et la valuation des arcs (le coût).

La matrice d'adjacence désigne les liens reliant les nœuds du graphe entre eux. En effet, elle s'apparente à la liste de l'ensemble des arcs. Ainsi, si l'on reprend l'exemple présenté sur la figure 7, on a une matrice pour le graphe A et une nouvelle matrice pour le graphe B. On

observe alors les changements entraînés par la prise en compte des durées de correspondance (figure 8). Certaines liaisons se retrouvent modifiées comme l'arc [2 10] qui devient l'arc [15 10]. Les liaisons de correspondances, elles, sont ajoutées et modifient ainsi la taille de la matrice. Dans cet exemple elles sont représentées par l'arc [2 15].

Matrice d'adjacence du graphe A		→	Matrice d'adjacence du graphe B	
2	11		2	11
2	10		15	10
2	13		2	13
2	12		15	12
			2	15

*Figure 8 : Conversion d'une matrice d'adjacence permettant de prendre en compte les correspondances*

Le vecteur des coordonnées lui, recense la position de chaque nœud sur le graphe. Ainsi, la seconde version de ce vecteur est en fait la concaténation d'une première liste contenant les coordonnées du graphe de base et d'une seconde liste avec les coordonnées des nœuds de correspondance. Or, nous avons précédemment établi le fait que les différents nœuds de correspondance rattachés à une même station possèdent les mêmes coordonnées. Ainsi, en réalité, cette seconde liste n'est que la répétition ordonnée des positions des nœuds de correspondance concernés.

Enfin, le dernier élément qui définit un graphe est la valuation de ses arcs. Le but de ce projet de recherche étant de quantifier l'effet des correspondances sur les durées de déplacement, il semble logique qu'il s'agisse ici

d'une valuation en temps. Cette opération revient à affecter un coût à chaque arc qui correspond à la durée nécessaire pour parcourir celui-ci. Elle résulte du quotient de la vitesse pratiquée sur l'arc par sa longueur. Néanmoins, comme pour les deux étapes précédentes, il est nécessaire de modifier le vecteur de valuation afin passer d'un graphe à l'autre. Encore une fois, il s'agit de concaténer la liste initiale des coûts avec la liste des durées nécessaires pour parcourir chaque arc de correspondance. Or, d'après des données issues de [data.gouv.fr](https://www.data.gouv.fr), « les temps de correspondance prévisionnels dans les gares » seraient compris entre environ deux et sept minutes<sup>10</sup>. Ainsi, l'ensemble des durées affectées aux arcs de correspondance dans ce projet sont en concordance avec ces ordres de grandeur.

Une fois ces trois éléments convertis, on obtient finalement un second graphe prenant en compte le temps de latence induit par le passage d'un mode de transport à un autre lors d'un même voyage.

### 3. Le choix des chemins à comparer

Il s'agit désormais de comparer les plus courts chemins avant et après la prise en compte de cette durée de déplacement additionnelle. Il pourrait sembler logique de considérer l'ensemble des chemins reliant tous les nœuds du réseau deux à deux. Néanmoins, dans l'optique de quantifier les effets des correspondances, il paraît bien plus pertinent de réduire cette comparaison aux chemins reliant les ithmes entre eux. Un ithme est un nœud possédant une seule et unique liaison le rattachant au reste du réseau. Ainsi, on peut être certain qu'en reliant deux ithmes

<sup>10</sup> <https://www.data.gouv.fr/fr/datasets/temps-de-correspondance-previsionnels-dans-les-gares/>

n'appartenant pas à la même ligne, le chemin sera forcément sujet à une ou plusieurs correspondance(s). Ce choix permet donc de maximiser la présence de correspondances dans les déplacements étudiés de manière à quantifier leurs effets dans la situation la plus défavorable possible.

Finalement, il s'agit de calculer les plus courts chemins dans un cas puis dans l'autre .

Pour cela on utilise l'algorithme de Dijkstra qui permet d'obtenir en sortie la durée ainsi que la suite d'arc composant le plus court chemin. Ce sont les deux éléments de comparaison nécessaires pour répondre à la problématique posée.

Le code présenté en annexe <sup>11</sup> a permis d'automatiser l'ensemble de ces étapes.

## IV. APPLICATION ET RESULTATS

### 1. Modèle théorique

Pour pouvoir quantifier l'impact des durées de correspondance sur les durées de déplacement ainsi que les itinéraires empruntés, on applique dans un premier temps la méthode à un modèle théorique. Celui-ci repose sur un réseau circulaire généré par l'application toaster network design<sup>12</sup>. Au vu de sa géométrie, on peut tout de suite conclure que ce graphe ne possède pas d'ithme. Ainsi, il est nécessaire de définir des origines et des destinations de manière classique. Dans le cadre d'une première approche nous générons ces points de façon aléatoire. Pour compenser cela, on ajuste les paramètres du réseau théorique de manière à agir sur la géométrie et la complexité et par conséquent multiplier le nombre de correspondances. On obtient finalement le réseau ci-contre.

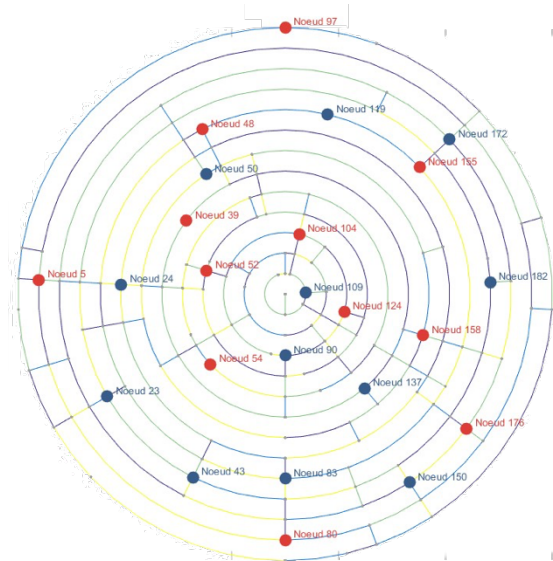


Figure 9 : Réseau théorique circulaire

Grace à la méthode présentée dans la partie précédente, nous avons pu calculer une seconde version de ce graphe prenant en compte les correspondances.

<sup>11</sup> Annexe 1

<sup>12</sup> Mindjid Maizia : toaster integral, 2016-2022

## 2. Les durées de déplacements

Après l'utilisation de l'algorithme de Dijkstra sur les deux graphes, on obtient finalement les durées de déplacements avant et après la prise en compte des correspondances. Logiquement, on s'attend à ce que les durées dans le deuxième cas soient supérieures ou égales aux durées de bases. Comme on peut le voir sur le tableau ci-dessous, c'est le cas. Cette vérification nous permet de nous assurer du bon fonctionnement de notre méthode.

Origine	Destination	Durée sans correspondance (en min)	Durée avec correspondance (en min)
83	54	33	56
83	48	36	42
83	5	28	44
83	158	21	31
83	124	35	68
83	155	43	68
83	104	36	53
83	39	31	43
83	52	31	53
83	97	65	87
...	...	...	...

*Figure 10 : tableau des résultats des durées de déplacement*

Après l'analyse de nos résultats, on observe une durée additionnelle maximale de 29 minutes. Avec des correspondances comprises entre deux et sept minutes, on peut en déduire que, au minimum, le trajet possédant la plus grande différence emprunte au moins 4 correspondances, d'où l'importance de l'écart.

Néanmoins, l'écart moyen s'élève à 19 minutes. Avec des durées de déplacement initialement comprises entre 5 minutes et 1 heure 20 minutes, un rallongement de 19 minutes ne paraît pas négligeable. En effet sur ce modèle théorique, on observe même que pour certains trajets, le temps passé dans les changements de modes peut être supérieur à la durée de déplacement de base. On peut donc émettre une première conclusion sur le fait que les correspondances semblent impacter de manière importante la durée de déplacement.

## 3. Les changements de plus courts chemins

Nous avons également testé la similitude des plus courts chemins avant et après la prise en compte du changement de mode. Dans le premier cas, on néglige la durée engendrée par le changement de mode, ainsi on peut considérer que la durée des arcs de correspondance est nulle. Néanmoins après la prise en compte de celle-ci, ce principe change. En effet il devient parfois plus avantageux d'emprunter un arc ayant une valuation plus grande si la durée de la correspondance est plus faible. Finalement, 40% des chemins diffèrent après la prise en compte des changements de modes. En d'autres termes, sur ce modèle théorique, les correspondances affectent près de la moitié des chemins. La figure ci-dessous illustre le chemin allant de l'origine 83 à la destination 97 (cf figure 10). Ce chemin fait partie des 40% qui diffèrent dans le second cas. On observe donc que le plus court chemin est totalement différent avant et après la prise en compte des correspondances.

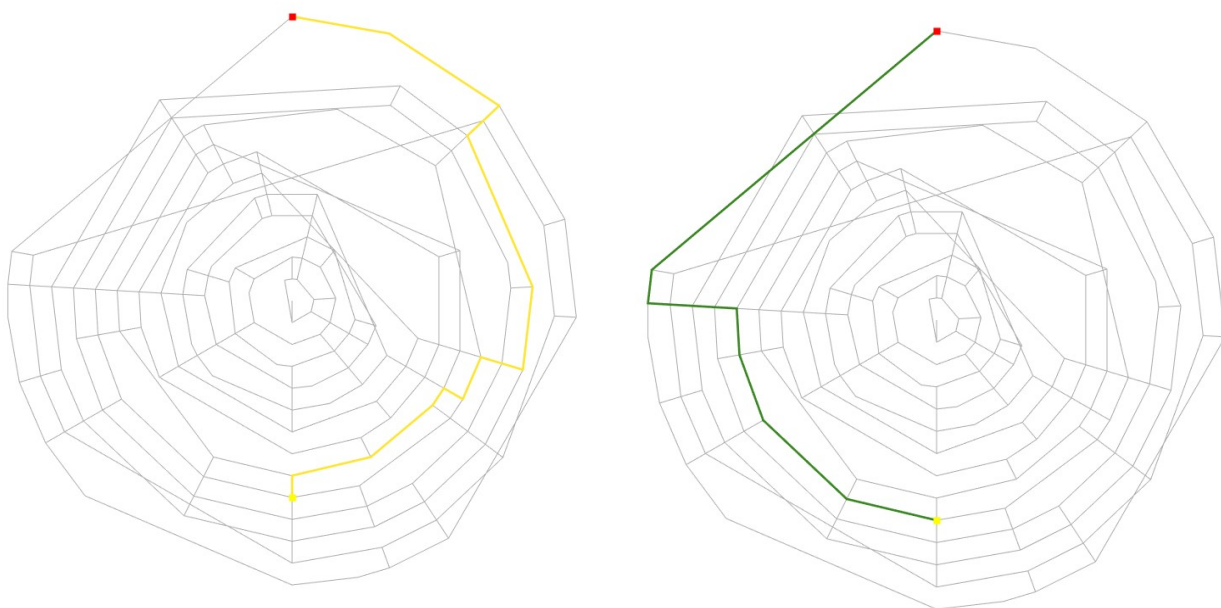


Figure 11 : Représentation du chemin (83) → (97) avant la prise en compte des durées de correspondances (jaune) et après (vert)

#### 4. Premières conclusions

Ces résultats nous permettent d'avoir une première idée quant à l'effet des correspondances. En effet, autant sur le plan de la durée de déplacement que sur les chemins en eux même, nous avons pu voir que l'impact des changements de modes n'est clairement pas négligeable. Néanmoins, on note que les résultats obtenus ont pu être boostés par la configuration spatiale du réseau qui s'apparente à un réseau routier et qui, par conséquent, possèdent un nombre de correspondances plus élevé qu'un réseau de transports en commun classique. De plus, nous avons volontairement augmenté la complexité du réseau de manière à maximiser la présence de correspondances, ce qui a également pu agir sur les résultats.

C'est pourquoi, il nous semble tout de même nécessaire de confirmer ces premières conclusions en appliquant cette même

méthode sur un réseau de transports en commun réel.

#### 5. Application sur réseau existant

##### a) Choix d'un cas d'étude

Nous rappelons que dans le but de quantifier les effets des correspondances, il est nécessaire de maximiser leur présence dans les déplacements étudiés. Le but escompté est donc d'évaluer les impacts des changements de modes de transports dans la situation la plus défavorable possible. C'est pourquoi le choix du cas d'étude ne s'est pas fait de manière arbitraire. Qui plus est, cette étude traite de déplacements de type transports en communs. C'est pourquoi le cas d'étude sera un réseau de métro. Nous allons donc chercher à avoir le plus de correspondances possibles avec le

moins d'arrêts possibles. Pour cela nous allons utiliser l'indicateur  $r$  qui se définit de la manière suivante :

$$r = \frac{\text{nombre stations avec correspondance}}{\text{nombre stations}}$$

Ainsi, plus  $r$  est important plus le réseau correspond à ce que l'on recherche.

Réseaux de Métro	Nombre de stations	Nombre de stations de correspondance	$r$
Montréal	68	4	0,06
Paris	303	59	0,19
Marseille	29	2	0,07
Lille	60	2	0,04
Londres	270	40	0,15
Dubai	49	2	0,04

Le plus grand  $r$  est celui du réseau de métro parisien avec un rapport de 0.19. Ce résultat n'est pas très étonnant dans la mesure où avec ses 16 lignes et ses 302 stations réparties sur 105 km<sup>2</sup> le métro parisien est aujourd'hui le plus dense du monde. Dans ce projet de recherche nous avons tout de même choisi de simplifier l'application en considérant uniquement les itmes et les stations de correspondance.

#### b) Application au réseau parisien : les durées de déplacements

On applique le protocole précédemment utilisé sur le réseau du métro parisien. De la même manière, on obtient le tableau ci-dessous après avoir fait tourner l'algorithme de Dijkstra entre les itmes sur les deux graphes.

Origine	Destination	Durée sans correspondance (en min)	Durée avec correspondance (en min)
2	4	17	31
2	10	26	36
2	11	22	32
2	15	35	42
2	24	25	34
2	29	24	35
2	50	28	38
2	70	26	39
2	93	20	33
2	94	38	53
2	95	33	38
...	...	...	...

Figure 12 : tableau des résultats des durées de déplacement

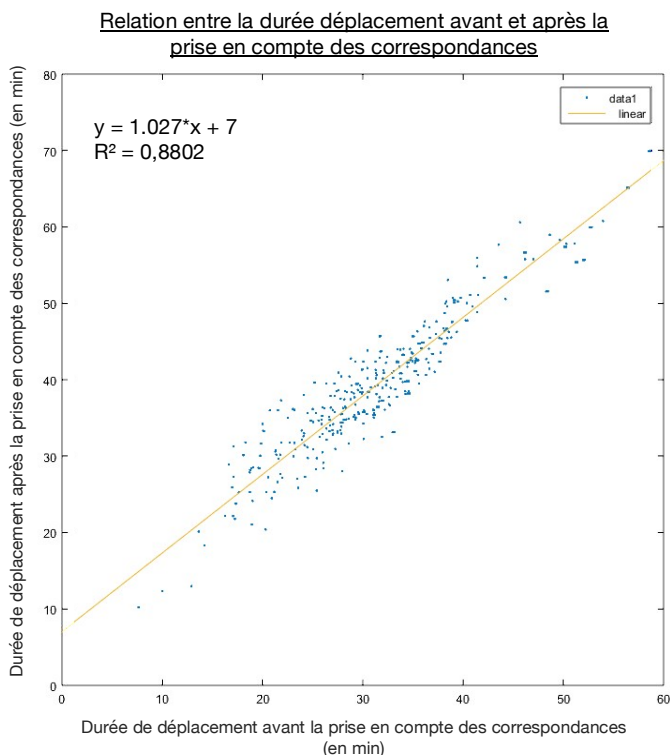
Contrairement au modèle théorique, dans ce cas, l'ensemble des durées après la prise en compte des correspondances sont supérieures aux durées de déplacements initiales. Ce résultat n'est pas étonnant dans la mesure où nous avons fait le choix de travailler uniquement sur les chemins reliant des itmes appartenant à des lignes différentes. Par conséquent, l'ensemble des chemins traités comportent des correspondances. On obtient alors une différence maximale de 16 minutes et une différence moyenne de 8 minutes. Ces résultats sont plus modérés que ceux que nous avons pu voir par le biais du modèle théorique, bien qu'ils restent globalement dans les mêmes ordres de grandeur.

On peut alors calculer une loi générale qui simplifie ce phénomène de prise en compte de la durée de correspondance et le rend prévisible pour un réseau quelconque. Au vu de la distribution de nos résultats, la modélisation de leur relation par une droite semble correspondre à une bonne approximation de la liaison. Ainsi il semble judicieux d'avoir recours à une régression linéaire pour expliquer la variation du modèle. Dans notre cas on considère deux variables :



- La durée avant la prise en compte des correspondances (X)
- La durée après la prise en compte des correspondances (Y)

La régression linéaire nous permet de savoir comment Y évolue par rapport à X. En effet, les variations de la variable Y dépendent de la distribution de X. Le but est donc de déterminer un modèle régit par une équation permettant de prévoir la distribution des durées de déplacements avec correspondances. On obtient alors le graphique ci-dessous avec un coefficient de détermination de 0,88. Compris entre 0 et 1, celui-ci permet de mesurer le pouvoir de prédiction d'une régression linéaire. Dans notre cas, on peut donc estimer que notre loi est d'assez bonne qualité.



*Figure 13 : Graphique de la régression linéaire*

On obtient alors un modèle empirique qui permet de préciser la moyenne précédemment obtenue mais aussi et surtout de simplifier notre calcul. En effet, plutôt que de passer l'ensemble des étapes qui forment notre

méthode, il suffit d'appliquer le résultat de la régression linéaire sur les durées initiales pour tenir compte des effets des correspondances. Par ailleurs, si l'on analyse l'équation de la droite :  $Y = 1,03 * X + 7,02$  on retrouve bien l'idée que la durée finale correspond à la durée de déplacement de base augmentée de 7 minutes (proche de la moyenne de 8 minutes).

Nous avons choisi le réseau parisien car avec ses 56 stations de correspondance, c'est celui sur lequel les impacts des correspondances sont les plus grands. Nous avons également fait le choix de considérer uniquement les itèmes de manière à maximiser le nombre de correspondances empruntées par les chemins étudiés. L'ensemble de ces décisions nous ont permis de quantifier l'effet des changements de modes dans la situation la plus défavorable possible. C'est pourquoi le modèle calculé est empirique et applicable à tout réseau.

### c) Application au réseau parisien : les plus courts chemins

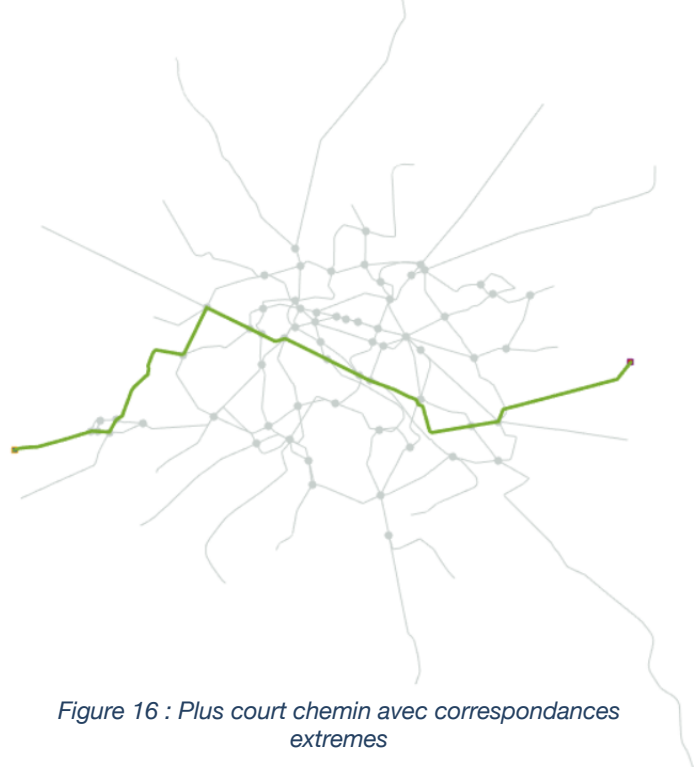
En ce qui concerne les chemins, le résultat diffère grandement du modèle théorique puisque aucun chemin ne change après la prise en compte des changements de modes. Ainsi d'un point de vue logique, sur cette étude de cas, les correspondances ont un effet sur les durées de déplacements mais pas sur les chemins. D'un point de vue matériel, ce résultat s'explique par la configuration spatiale du réseau parisien.

Globalement, ce dernier est composé de deux grandes lignes périphériques en forme de rocade et d'un ensemble d'autres lignes d'irrigations qui desservent le réseau parisien de manière transversale et qui s'entremêlent en son centre. Du fait de cette configuration spatiale, sur les chemins reliant les itèmes entre eux, le poids des arcs en durée est négligeable face à la longueur des arcs. Ainsi, on observe sur la figure ci-dessous (figure 13) que lorsque l'on affecte, à titre d'exemple, des valeurs extrêmement élevées aux coûts des arcs de

correspondance, il y a bien un changement de chemins. Néanmoins, lorsque l'on applique des correspondances plus plausibles (entre 2 et 7 minutes), il est prévisible que les chemins ne changent pas au vu de la longueur des arcs empruntés, ce qui est le cas dans notre étude.

Si l'on suit ce raisonnement, on peut alors penser que les changements de chemins sur ce

réseau auraient plutôt lieu sur les lignes en « cercle » et sur des courtes distances. Pour observer ce phénomène, il faudrait appliquer cette méthode sur le réseau parisien en prenant en compte l'ensemble des stations. Or dans ce projet de recherche, nous avons fait le choix de ne considérer uniquement les ithmes et les correspondances.



## V. CONCLUSION

---

Pour conclure, ce projet de recherche avait pour but de quantifier l'impact de la prise en compte du temps de latence induit par les correspondances sur la durée de déplacement, ainsi que sur le plus courts chemins.

Pour ce faire, nous avons automatisé une méthode permettant, à partir d'un graphe, de générer un second graphe prenant en compte les changements de modes. Cela nous a permis d'utiliser l'algorithme de Dijkstra pour comparer les deux situations entre elles, et in fine, évaluer l'effet des correspondances.

Dans le modèle théorique, la prise en compte des correspondances impacte à la fois les durées de déplacements et les chemins empruntés de manière importante. En effet, nous avons obtenu un écart moyen de 19 minutes et une proportion de 40% de chemins différents. Après l'application du même modèle sur le réseau parisien, on s'aperçoit que la correspondance n'affecte plus les chemins, mais uniquement les durées de déplacements, avec un écart moyen de 7 minutes obtenu grâce à une régression linéaire. Néanmoins, lorsque l'on pousse les coûts des correspondances à des valeurs extrêmes, les chemins changent de la même manière que dans le premier modèle. Ainsi, nous avons mesuré l'effet des correspondances sur la durée de déplacement en proposant une généralisation de cet effet par une loi.

Ce projet de recherche nous permet donc de conclure que les correspondances affectent bien les durées de déplacements à hauteur d'une moyenne de 7 minutes. Ainsi, cet impact est plus ou moins négligeable par rapport à la durée de déplacement considérée. En revanche, ces correspondances n'affectent les chemins que lorsqu'elles avoisinent de très grands ordres de grandeur.

Pour finir, cette étude rencontre tout de même certaines limites. En effet, on propose ici un modèle empirique à partir d'une étude de cas. Or, comme on a pu le voir, le réseau parisien possède des spécificités comme sa configuration spatiale, par exemple, qui fait de la longueur de ses arcs un élément déterminant. Il pourrait donc être intéressant de confronter les résultats obtenus avec un autre cas d'étude.

Qui plus est, nous avons fait le choix de considérer la situation la plus défavorable possible. Ainsi, bien que justes, nous pouvons penser que les résultats obtenus peuvent être quelque peu surévalués.

## VI. BIBLIOGRAPHIE

---

Ayed, Hedi, Djamel Khadraoui, Carlos Galvez-Fernandez, Zineb Habbas, et Enrique Alba. « Distributed Approach for Solving Time-Dependent Problems in Multimodal Transport Networks », 2009. [https://www.researchgate.net/publication/26850407\\_Distributed\\_Approach\\_for\\_Solving\\_Time-Dependent\\_Problems\\_in\\_Multimodal\\_Transport\\_Networks](https://www.researchgate.net/publication/26850407_Distributed_Approach_for_Solving_Time-Dependent_Problems_in_Multimodal_Transport_Networks).

Dijkstra, E. W. « A note on two problems in connexion with graphs ». *Numerische Mathematik* 1 (1959): 269–271.

Guo, Zhan, et Nigel H.M. Wilson. « Assessing the cost of transfer inconvenience in public transport systems: A case study of the London Underground » 45 (février 2011): 91-104.

Müller, Didier. « Introduction à la théorie des graphes ». COMMISSION ROMANDE DE MATHÉMATIQUE, 2011.

Oostendorp, Rebekka, et Laura Gebhardt. « Combining means of transport as a users' strategy to optimize traveling in an urban context: empirical results on intermodal travel behavior from a survey in Berlin » 71 (juillet 2018): 72-83.

Yang, Anan, Bo Wang, Jianling Huang, et Chen Li. « Service replanning in urban rail transit networks: Cross-line express trains for reducing the number of passenger transfers and travel time » 115 (juin 2020). <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0968090X18317455>.

Zhang, Jianwei, Feixiong Liao, Theo Arentze, et Harry Timmermans. « A multimodal transport network model for advanced traveler information systems » 5 (2011): 912-19.

## VII. ANNEXES

---

### Annexe 1 : Code (automatisation de la méthode)

Variables :

- R : Réseau
  - G : Graphe
  - V : Coordonnées des nœuds de G
  - A : Matrice d'adjacence (liste des arcs de G)
  - C : Appartenance des arcs aux lignes de transport
  - v : Vitesse pratiquée sur chaque arc
  - l : longueur des arcs
- 

Variable N : listes des noeuds de correspondance

```
n=inf(size(V,1),1); %vecteur de infs de la taille du nb de noeuds
for i = 1:size(V,1)
    n(i)=sum(A(:)==i);
end;
N=find(n>2); %Les noeuds de correspondances sont ceux qui possèdent plus de 2 liaisons
```

---

Variable G2 : Graphe (structure) transformé pour prendre en compte les correspondances

```
cpt=size(V,1)+1;
ac=[]; % Ensemble des arcs simulant les correspondances
Vr=[];
cc=[];
for n=1:numel(N);
    k = sum(A == N(n),2) > 0 ;
    a = A(k,:);
    c = C(k,:);
    L = unique(c);
    for u = 2:numel(L)
```

```

i = (c == L(u)) ;
b = a( i , : ) ;
b(b==N(n)) = cpt ;
a(i,:) = b ;
ac = [ ac ; N(n) cpt ] ;
Vr = [ Vr ; V(N(n),:) ] ;
cc = [ cc ; 0 ] ;
cpt = cpt+1;
end;
A(k,:) = a;
end;
G2.E = [ A ; ac ] ; %nouvelle Matrice d'adjacence
G2.V = [ V ; Vr ] ;
G2.C = [ C ; cc ] ;
G2.ac=ac %liste des arcs de correspondance

```

---

Variable U (structure) :

- U.AC : Durée nécessaire pour parcourir chaque arc en prenant en compte les correspondances
- U.SC : Durée nécessaire pour parcourir chaque arc sans prendre en compte les correspondances

```

d=(rand(numel(G2.ac(:,1)),1)*4.5+2)/60; %Durées de correspondance aléatoires comprise
entre 2 et 6.5 min (d'après data.gouv.fr)
U.SC=l./v;
U.AC=[U.SC;d]

```

---

Variables ij, I, J : définition des ithmes en tant qu'origines et destination

```

n=inf(size(G2.V,1),1);
for id = 1:size(V,1)
n(id)=sum(G2.E(:,id));
end
i=find(n==1); %Liste des ithmes
ij=[]
for n=1:numel(i)
    for m=1:numel(i)

```

```

            ij=[ij; i(n) i(m)]
        end;
    end;
    ij(ij(:,1)==ij(:,2),:)=[]

%Constitution de I et J
I=ij(:,1)
J=ij(:,2)

```

---

Variable F : Calcul des plus courts chemins avec et sans correspondance

```

fig=figure('WindowStyle','modal');
axes;
txt=text(0,0,'Patienter','HorizontalAlignment','center','FontSize',14);
axis off, xlim([-1 1]), ylim([-1 1]), drawnow

A=[A;A(:,[2 1])];
U.SC=[A,[U.SC;U.SC]]

G2.E=[G2.E;G2.E(:,[2 1])];
U.AC=[G2.E,[U.AC;U.AC]]

F=[I J]
F(:,end+1)=1
F(:,end+1)=1
F(:,end+1)=1
F(:,end+1)=1

for m=1:numel(I)
    [cost,path]=dijkstra(A,U.SC,I(m),J(m))
    [c,p]=dijkstra(G2.E,U.AC,I(m),J(m))
    F(m,3)=cost*60
    F(m,4)=c*60
    path(ismember(path,N))=[]
    path(path>(size(V,1)))=[]
    p(ismember(p,N))=[]
    p(p>(size(V,1)))=[]
    if numel(path)==numel(p)
        F(m,6)=~ismember(0,(p==path))
    end
end

```

```

        %affiche 1 si les chemins sont similaires et 0 sinon
    else
        F(m,6)=0
    end;
    F(m,5)=F(m,4)-F(m,3)

    set(txt,'string',['Patienter dijkstra du flux ' num2str(m) ' sur ' num2str(size(l))])
    drawnow
end;

delete(fig);

```

---

Variable P : Part des chemins différents après la prise en compte des correspondances

$$P = (\text{sum}(F(:,5) \neq 0) / \text{numel}(F(:,5))) * 100$$



## Annexe 2 : Résultats du modèle théorique

Origine	Destination	Durée sans corr	Durée avec corr
24	54	11	28
24	48	13	18
24	5	7	19
24	158	32	47
24	124	25	47
24	155	40	56
24	104	18	45
24	39	9	16
24	52	8	25
24	97	45	62
24	80	35	48
24	176	42	70
50	54	18	35
50	48	5	11
50	5	16	29
50	158	31	50
50	124	23	54
50	155	33	56
50	104	14	36
50	39	7	19
50	52	15	33
50	97	55	72
50	80	45	58
50	176	43	69
119	54	34	50
119	48	12	12
119	5	30	46
119	158	25	27
119	124	37	63
119	155	47	64
119	104	28	43
119	39	21	27
119	52	31	47
119	97	68	87
119	80	59	74
119	176	31	46
83	54	33	56
83	48	36	42
83	5	28	44

83	158	21	31
83	124	35	68
83	155	43	68
83	104	36	53
83	39	31	43
83	52	31	53
83	97	65	87
83	80	57	73
83	176	19	43
43	54	30	52
43	48	32	44
43	5	20	34
43	158	31	46
43	124	45	73
43	155	53	62
43	104	38	68
43	39	28	42
43	52	28	52
43	97	58	77
43	80	49	63
43	176	29	57
150	54	38	76
150	48	47	63
150	5	42	82
150	158	17	35
150	124	40	79
150	155	34	46
150	104	41	65
150	39	45	78
150	52	45	89
150	97	56	74
150	80	71	110
150	176	5	5
182	54	33	72
182	48	42	59
182	5	50	64
182	158	12	31
182	124	35	75
182	155	16	16
182	104	35	61
182	39	45	74
182	52	41	85
182	97	40	48
182	80	79	93
182	176	13	24

172	54	48	80
172	48	33	51
172	5	40	48
172	158	27	46
172	124	50	91
172	155	4	4
172	104	45	76
172	39	38	62
172	52	46	77
172	97	24	32
172	80	69	77
172	176	27	38
23	54	21	43
23	48	23	35
23	5	11	25
23	158	40	55
23	124	36	64
23	155	45	53
23	104	29	62
23	39	19	33
23	52	19	43
23	97	49	68
23	80	40	54
23	176	38	66
109	54	17	29
109	48	22	45
109	5	29	70
109	158	19	35
109	124	11	16
109	155	47	83
109	104	6	13
109	39	22	46
109	52	19	39
109	97	68	113
109	80	58	99
109	176	31	65
137	54	20	42
137	48	33	48
137	5	31	57
137	158	9	17
137	124	23	50
137	155	37	64
137	104	23	35
137	39	27	33
137	52	25	43

137	97	59	95
137	80	60	85
137	176	21	47
90	54	9	20
90	48	31	47
90	5	26	56
90	158	19	38
90	124	13	21
90	155	47	85
90	104	21	30
90	39	22	32
90	52	16	24
90	97	65	99
90	80	55	84
90	176	31	67

### Annexe 3 : Résultats de l'étude de cas (réseau parisien)

Origine	Destination	Durée sans corr	Durée avec corr
2	4	17	31
2	10	26	36
2	11	22	32
2	15	35	42
2	24	25	34
2	29	24	35
2	50	28	38
2	70	26	39
2	92	13	13
2	93	20	33
2	94	38	53
2	95	33	38
2	96	29	43
2	97	27	41
2	98	31	39
2	99	28	36
2	100	34	38
2	101	38	47
2	102	34	44
2	103	33	36
2	104	32	40
2	105	35	42
4	2	17	31
4	10	20	25
4	11	16	22
4	15	29	38
4	24	28	35
4	29	19	28
4	50	31	41
4	70	21	36
4	92	20	34
4	93	23	30
4	94	41	49
4	95	27	33
4	96	32	46
4	97	30	38
4	98	26	35
4	99	27	33
4	100	29	38
4	101	39	51

4	102	32	41
4	103	34	42
4	104	27	33
4	105	29	35
10	2	27	36
10	4	21	25
10	11	19	28
10	15	27	36
10	24	35	41
10	29	17	26
10	50	35	45
10	70	23	36
10	92	30	39
10	93	33	39
10	94	51	58
10	95	25	31
10	96	39	50
10	97	35	44
10	98	28	35
10	99	29	35
10	100	31	38
10	101	41	55
10	102	34	38
10	103	36	47
10	104	29	39
10	105	32	41
11	2	23	32
11	4	17	22
11	10	19	28
11	15	27	33
11	24	31	35
11	29	17	22
11	50	31	36
11	70	19	28
11	92	25	34
11	93	29	40
11	94	47	56
11	95	25	28
11	96	35	46
11	97	31	38
11	98	24	27
11	99	25	34
11	100	27	31
11	101	37	46
11	102	30	38

11	103	32	40
11	104	25	25
11	105	28	28
15	2	35	42
15	4	30	38
15	10	27	36
15	11	27	33
15	24	40	48
15	29	20	30
15	50	40	48
15	70	24	38
15	92	38	45
15	93	41	51
15	94	59	70
15	95	14	18
15	96	44	53
15	97	39	50
15	98	29	37
15	99	33	42
15	100	35	42
15	101	46	61
15	102	39	45
15	103	40	50
15	104	34	40
15	105	36	43
24	2	25	34
24	4	28	35
24	10	35	41
24	11	31	35
24	15	40	48
24	29	30	36
24	50	18	30
24	70	28	34
24	92	28	37
24	93	21	30
24	94	34	38
24	95	38	45
24	96	17	24
24	97	18	32
24	98	33	33
24	99	26	33
24	100	34	41
24	101	35	43
24	102	31	40
24	103	30	41

24	104	32	37
24	105	35	40
29	2	25	35
29	4	20	28
29	10	17	26
29	11	17	22
29	15	20	30
29	24	30	36
29	50	30	32
29	70	16	29
29	92	28	38
29	93	31	40
29	94	48	52
29	95	17	25
29	96	34	43
29	97	29	35
29	98	22	27
29	99	23	32
29	100	25	30
29	101	35	46
29	102	28	35
29	103	30	36
29	104	23	26
29	105	26	28
50	2	28	38
50	4	31	41
50	10	36	45
50	11	31	36
50	15	40	48
50	24	18	30
50	29	30	32
50	70	28	34
50	92	31	41
50	93	26	35
50	94	39	47
50	95	38	46
50	96	20	31
50	97	7	10
50	98	33	40
50	99	21	30
50	100	32	32
50	101	28	37
50	102	27	38
50	103	23	31
50	104	30	34



50	105	33	37
70	2	27	39
70	4	21	36
70	10	23	36
70	11	19	28
70	15	24	38
70	24	28	34
70	29	16	29
70	50	28	34
70	92	30	42
70	93	29	39
70	94	46	57
70	95	22	37
70	96	32	44
70	97	27	34
70	98	13	20
70	99	20	27
70	100	19	21
70	101	33	39
70	102	26	30
70	103	28	35
70	104	21	24
70	105	23	27
92	2	13	13
92	4	20	34
92	10	29	39
92	11	25	34
92	15	38	45
92	24	28	37
92	29	27	38
92	50	31	41
92	70	29	42
92	93	23	36
92	94	41	56
92	95	35	41
92	96	32	46
92	97	30	44
92	98	34	42
92	99	31	39
92	100	37	41
92	101	41	50
92	102	37	47
92	103	36	39
92	104	35	43
92	105	38	45

93	2	20	33
93	4	23	30
93	10	32	39
93	11	28	40
93	15	41	51
93	24	21	30
93	29	30	40
93	50	26	35
93	70	29	39
93	92	23	36
93	94	35	43
93	95	39	46
93	96	25	39
93	97	26	36
93	98	35	38
93	99	28	36
93	100	35	42
93	101	38	43
93	102	33	44
93	103	32	43
93	104	33	42
93	105	36	45
94	2	38	53
94	4	41	49
94	10	50	58
94	11	46	56
94	15	59	70
94	24	34	38
94	29	48	52
94	50	39	47
94	70	46	57
94	92	41	56
94	93	35	43
94	95	57	65
94	96	38	49
94	97	39	50
94	98	51	55
94	99	44	50
94	100	52	56
94	101	54	61
94	102	50	58
94	103	49	59
94	104	50	57
94	105	53	60
95	2	33	38

95	4	28	33
95	10	25	31
95	11	25	28
95	15	14	18
95	24	38	45
95	29	17	25
95	50	38	46
95	70	22	37
95	92	36	41
95	93	39	46
95	94	56	65
95	96	42	53
95	97	37	48
95	98	27	36
95	99	31	42
95	100	32	42
95	101	44	58
95	102	37	45
95	103	38	50
95	104	32	37
95	105	34	40
96	2	29	43
96	4	32	46
96	10	39	50
96	11	35	46
96	15	44	53
96	24	17	24
96	29	34	43
96	50	20	31
96	70	32	44
96	92	32	46
96	93	25	39
96	94	38	49
96	95	42	53
96	97	20	33
96	98	37	43
96	99	29	36
96	100	38	42
96	101	37	44
96	102	35	43
96	103	32	43
96	104	36	44
96	105	38	47
97	2	27	39
97	4	30	38

97	10	34	44
97	11	30	38
97	15	38	50
97	24	18	32
97	29	28	35
97	50	7	10
97	70	26	34
97	92	30	41
97	93	26	36
97	94	39	50
97	95	36	48
97	96	20	33
97	98	31	36
97	99	17	27
97	100	29	35
97	101	24	32
97	102	22	35
97	103	19	24
97	104	27	35
97	105	29	38
98	2	32	39
98	4	27	35
98	10	28	35
98	11	24	27
98	15	29	37
98	24	33	33
98	29	22	27
98	50	33	40
98	70	13	20
98	92	35	42
98	93	34	38
98	94	51	55
98	95	27	36
98	96	37	43
98	97	32	36
98	99	26	32
98	100	24	32
98	101	38	50
98	102	31	36
98	103	33	41
98	104	26	29
98	105	29	31
99	2	28	36
99	4	27	33
99	10	29	35

99	11	25	34
99	15	33	42
99	24	26	33
99	29	23	32
99	50	22	30
99	70	20	27
99	92	31	39
99	93	28	36
99	94	44	50
99	95	31	42
99	96	29	36
99	97	19	28
99	98	26	32
99	100	21	29
99	101	24	31
99	102	10	12
99	103	19	25
99	104	19	28
99	105	21	31
100	2	34	38
100	4	30	38
100	10	31	38
100	11	27	31
100	15	35	42
100	24	34	41
100	29	25	30
100	50	32	32
100	70	19	21
100	92	37	41
100	93	35	42
100	94	52	56
100	95	32	42
100	96	38	42
100	97	31	35
100	98	24	32
100	99	21	29
100	101	37	41
100	102	27	33
100	103	31	36
100	104	22	27
100	105	24	30
101	2	38	47
101	4	40	51
101	10	41	55
101	11	37	46

101	15	46	61
101	24	35	43
101	29	35	46
101	50	29	37
101	70	33	39
101	92	41	50
101	93	38	43
101	94	54	61
101	95	44	58
101	96	37	44
101	97	26	32
101	98	38	50
101	99	24	31
101	100	37	41
101	102	30	39
101	103	26	33
101	104	34	40
101	105	36	42
102	2	34	44
102	4	33	41
102	10	34	38
102	11	30	38
102	15	39	45
102	24	31	40
102	29	28	35
102	50	27	38
102	70	26	30
102	92	37	47
102	93	33	44
102	94	50	58
102	95	37	45
102	96	35	43
102	97	25	36
102	98	31	36
102	99	10	12
102	100	27	33
102	101	30	39
102	103	24	33
102	104	24	31
102	105	27	34
103	2	33	36
103	4	34	42
103	10	36	47
103	11	32	40
103	15	40	50

103	24	30	41
103	29	30	36
103	50	24	33
103	70	28	35
103	92	36	39
103	93	32	43
103	94	49	59
103	95	38	50
103	96	32	43
103	97	21	26
103	98	33	41
103	99	19	25
103	100	31	36
103	101	26	33
103	102	24	33
103	104	28	36
103	105	31	39
104	2	32	40
104	4	28	33
104	10	29	39
104	11	25	25
104	15	34	40
104	24	32	37
104	29	23	26
104	50	30	34
104	70	21	24
104	92	35	43
104	93	33	42
104	94	50	57
104	95	32	37
104	96	36	44
104	97	29	35
104	98	26	29
104	99	19	28
104	100	22	27
104	101	34	40
104	102	24	31
104	103	28	36
104	105	20	20
105	2	35	42
105	4	30	35
105	10	32	41
105	11	28	28
105	15	36	43
105	24	34	40

105	29	26	28
105	50	33	37
105	70	23	27
105	92	38	45
105	93	36	45
105	94	53	60
105	95	34	40
105	96	38	47
105	97	32	38
105	98	29	31
105	99	21	31
105	100	24	30
105	101	36	42
105	102	27	34
105	103	31	39
105	104	20	20