

---

# Table des matières

---

**Introduction.....** **1**

**Chapitre I Le contexte de développement de la spectroscopie optique tissulaire.....** **7**

Introduction .....	9
I.1    Les tissus biologiques : le milieu d'étude .....	9
I.1.1    Histologie des tissus.....	10
I.1.2    La structure cellulaire.....	11
I.2    Interaction lumière-tissu : la diffusion .....	13
I.2.1    Interaction de la lumière avec la matière .....	14
I.2.2    Propriétés optiques des tissus biologiques.....	17
I.2.2.1    Les paramètres optiques des tissus biologiques.....	17
I.2.2.2    Les différents régimes de diffusion .....	20
I.3    Application de la diffusion élastique de la lumière à un milieu biologique : outil de diagnostic médical.....	22
I.3.1    Processus de cancérisation.....	22
I.3.2    Enjeux, techniques et modélisation .....	24
I.3.2.1    Enjeux .....	24
I.3.2.2    Techniques .....	24
I.3.2.3    Modélisation .....	25
I.3.3    Etat de l'art .....	28
Conclusion .....	33

**Chapitre II Modélisation de la diffusion de la lumière .....** **37**

Introduction .....	39
II.1    La théorie de transfert radiatif .....	40
II.1.1    Les grandeurs radiatives.....	40
II.1.2    Principe du transfert radiatif.....	42
II.1.3    Hypothèses, limites et domaine de validité de l'ETR .....	44
II.1.3.1    Hypothèses .....	44
II.1.3.2    Limite de l'ETR : un modèle d'ondes incohérentes .....	45
II.1.3.3    Domaine de validité de l'ETR .....	45

## Table des matières

---

II.1.4 ETR vectorielle : paramètres de Stokes et matrice de diffusion .....	46
II.1.4.1 Les paramètres de Stokes .....	46
II.1.4.2 La matrice de diffusion.....	48
II.2 La géométrie du système multicouche .....	48
II.3 Caractérisation de chaque couche .....	51
II.3.1 Les paramètres de diffusion simple .....	51
II.3.2 La diffusion multiple par l'ETRV .....	54
II.4 La résolution de l'ETRV dans une couche par la méthode des ordonnées discrètes .....	55
II.4.1 La Matrice de phase .....	55
II.4.2 Le terme source.....	58
II.4.3 La dépendance azimutale.....	59
II.5 Le traitement multicouche .....	62
II.5.1 Conditions aux limites pour des interfaces planes .....	63
II.5.1.1 Calcul des flux collimatés .....	63
II.5.1.2 Calcul des flux diffus.....	66
II.5.2 Solution du traitement multicouche.....	68
II.6 Validation du modèle.....	71
II.6.1 Vérification du calcul des coefficients $\alpha_\ell \beta_\ell \gamma_\ell \delta_\ell \varepsilon_\ell \zeta_\ell$ .....	71
II.6.2 Test numériques et comparaisons .....	74
II.7 Exemples d'illustration du code N-flux vectoriel .....	76
II.7.1 Comportement de systèmes diffusants simples .....	77
II.7.1.1 Comportement de systèmes diffusants simples en lumière non polarisée .....	77
II.7.1.2 Comportement de systèmes diffusants simples en lumière polarisée.....	80
II.7.2 Comportement d'un système diffusant à deux couches .....	83
II.7.3 Effet d'une distribution de taille .....	86
II.7.4 Intérêt de la polarisation dans le transfert radiatif.....	87
Conclusion .....	91
 <b>Chapitre III Les techniques expérimentales .....</b>	<b>95</b>
III.1 Introduction .....	97
III.2 Les objets d'étude.....	97
III.2.1 Choix des objets d'étude.....	97
III.2.2 Caractérisation du lait .....	98
III.2.3 Les intralipides .....	100
III.2.4 Les tissus reconstitués.....	105

---

## Table des matières

---

III.2.5 La peau de souris .....	107
III.3 Les techniques optiques et méthodes de mesures .....	108
III.3.1 Présentation du goniospectrophotomètre .....	108
III.3.2 Caractérisation des flux détectés au goniospectrophotomètre .....	113
III.3.3 Méthode de normalisation des mesures .....	118
III.3.3.1 Méthode de normalisation pour des mesures de flux diffus .....	118
III.3.3.2 Méthode de normalisation pour des mesures de flux spéculaires.	119
III.3.4 Le blanc de référence .....	120
III.3.5 Test de sensibilité de l'appareil à la polarisation.....	123
III.3.5.1 Test du degré de polarisation de la source .....	125
III.3.5.2 Test de sensibilité de la détection à la polarisation.....	126
Conclusion .....	127
 <b>Chapitre IV Mesures et simulations de la diffusion de la lumière.....</b>	<b>129</b>
Introduction .....	131
IV.1 Configuration des mesures de diffusion.....	131
IV.2 Observation de la diffusion en volume par les globules gras du lait .....	133
IV.2.1 Mesures des flux diffusés sans polarisation.....	133
IV.2.2 Mesures des flux diffusés en polarisation .....	134
IV.3 Mise en évidence de la sédimentation des particules d'intralipides .....	137
IV.3.1 Comportement de diffusion simple des deux populations .....	137
IV.3.2 Comportement de diffusion multiple .....	139
IV.3.2.1 Mesures en incidence normale .....	139
IV.3.2.2 Mesures en incidence oblique.....	144
IV.3.3 Imagerie de la matrice de Mueller des intralipides.....	146
IV.4 Mesures de diffusion sur des tissus reconstitués .....	151
IV.5 Simulations du processus de cancérisation par des mesures de diffusion élastique de lumière dans un milieu biologique .....	154
IV.5.1 Simulation d'une couche saine et d'une couche cancéreuse .....	154
IV.5.2 Simulation de la structure stratifiée .....	157
IV.5.3 Simulation d'un tissu présentant un mélange de cellules saines et cancéreuses .....	160
IV.6 La peau de souris .....	161
Conclusion .....	163
 <b>Conclusion.....</b>	<b>165</b>

## Table des matières

---

<b>Annexe A Théorie de la diffusion simple par un diffuseur isolé.....</b>	<b>169</b>
Introduction .....	171
A.1 Théorie électromagnétique.....	171
A.1.1 Les équations de Maxwell .....	171
A.1.2 Les champs harmoniques.....	172
A.1.3 Description en termes d'ondes planes.....	173
A.1.4 Le vecteur de Poynting .....	173
A.1.5 Polarisation et paramètres de Stokes.....	174
A.2 Diffusion par une particule isolée .....	177
A.2.1 Formulation générale .....	177
A.2.2 Matrice de diffusion d'amplitude .....	178
A.2.3 La matrice de diffusion .....	179
A.2.4 La fonction de phase .....	180
A.2.5 Sections efficaces .....	180
<b>Annexe B Les quantités photométriques.....</b>	<b>183</b>
Introduction .....	185
B.1 Flux, Intensité et Luminance .....	185
B.1.1 Flux .....	185
B.1.2 Intensité de source .....	186
B.1.3 Luminance de source.....	187
B.2 Emittance et Eclairement .....	188
B.3 Etendue géométrique. ....	189
B.3.1 Pinceau de lumière et faisceau de lumière.....	189
B.3.2 Luminance dans le cas d'un pinceau de lumière .....	190
B.3.3 Eclairement d'une surface par un rayonnement de luminance constante ..	
.....	190
B.4 Rayonnement à luminance uniforme .....	191
<b>Annexe C Développement de la matrice de phase en fonctions sphériques généralisées.. ..</b>	<b>195</b>
Introduction .....	197
C.1 Décomposition en série de Fourier .....	197
C.2 Matrice de phase et matrice de diffusion .....	198
C.3 Calcul des éléments $M_m^c$ et $M_m^s$ de la matrice de phase.....	199

---

# Introduction

---

Depuis ces dernières années la spectroscopie optique a bénéficié d'un important regain d'intérêt dans le cadre de la recherche de technologies non invasives pour le diagnostic de tissus dysplasiques. Cette technique fait partie d'un ensemble que l'on regroupe sous le terme de « biopsie optique ».

La « biopsie optique » est née pour pallier les nombreux désavantages des actuels dépistages de lésions dysplasiques dans les tissus qui nécessitent généralement un grand nombre de prélèvements tissulaires, procédures longues, coûteuses et généralement désagréables pour le patient. Les méthodes de « biopsie optique » reposent sur la caractérisation des interactions lumière-tissu et sur leur analyse par diverses méthodes mathématiques et informatiques, susceptible de fournir des informations sur le métabolisme et la morphologie du tissu. Les deux principaux avantages de ces méthodes sont leur non invasivité et leur rapidité. On peut remarquer au passage que le terme « biopsie optique » peut sembler antinomique car le mot « biopsie » fait référence à un prélèvement de tissus alors que le terme « optique » implique au contraire que celui-ci n'est pas prélevé.

Les méthodes de spectroscopie optique se partagent en deux classes de techniques suivant le type d'information qu'elles fournissent biochimiques et /ou structurelles des tissus. Les informations biochimiques sont plutôt obtenues par des techniques de fluorescence et les informations morphologiques par des techniques de réflectance.

La spectroscopie de fluorescence est une technique qui consiste à détecter une variation dans l'intensité, la durée d'émission ou la distribution spectrale de fluorescence entre un tissu sain et un tissu tumoral [CHA02]. En effet la plupart des tissus recèlent de fluorophores endogènes et l'action d'une excitation lumineuse déclenchera la fluorescence de ces molécules fluorophores. Cependant, la spectroscopie de fluorescence, même si elle est une des techniques les plus répandues, est confrontée à certains problèmes comme la présence de chromophores non fluorescents tel que l'hémoglobine qui absorbent la lumière émise par les fluorophores ce qui entraîne des creux et des pics dans le spectre de fluorescence et donc un signal généralement faible. Il est cependant possible d'amplifier le phénomène de fluorescence en administrant au patient des fluorophores exogènes qui se fixent sur les

## Introduction

---

cellules tumorales [PRO85][PRO83]. Mais cette technique n'est pas idéale car l'administration d'une drogue exogène est par principe une méthode invasive et peut entraîner des effets secondaires.

C'est pourquoi nous nous sommes intéressés à la deuxième technique, la spectroscopie de réflectance, qui ne nécessite aucune addition de molécules exogènes et par conséquent représente l'une des techniques les plus facilement envisageables dans une application clinique car totalement non invasive. Cette technique repose sur la diffusion élastique de lumière et consiste à utiliser des modèles mathématiques de propagation de la lumière dans les tissus biologiques pour analyser les flux diffusés par le tissu sondé. Cette technique a été utilisée avec un certain succès dans le diagnostic de dysplasie cervicale<sup>1</sup> [MIR02] et de dysplasie de la vessie [MOU95] à partir des variations du spectre d'absorption. Des changements morphologiques nucléaires, ainsi que du contenu en ADN au cours de la progression des lésions dysplasiques du col utérin, ont quant à eux pu être détectés par variation du spectre de diffusion [DRE03]. En effet il a été montré que la dysplasie entraînait des modifications morphologiques du noyau des cellules des tissus épithéliaux (tissu recouvrant les organes creux du corps humains) [RID83], principalement un dédoublement de sa taille. Or les noyaux, du fait de leur taille comparable à la longueur d'onde, sont les principaux diffuseurs de la lumière dans les tissus. On s'attend donc à avoir une réponse optique différente entre les flux diffusés par un ensemble de cellules tumorales et ceux diffusés par un ensemble de cellules saines, du fait de l'augmentation de la taille des noyaux. Ce travail de thèse s'est trouvé motivé par cet enjeu : être discriminant à partir de la diffusion élastique de la lumière spectralement et angulairement. Un examen attentif de la littérature suivi de quelques modélisations simples préliminaires nous ont fait augurer qu'il serait utile, voire indispensable d'adoindre aux mesures spectrales et angulaires des mesures de polarisation pour espérer être réellement discriminant. Pour réaliser cet objectif nous avons développé notre travail sous deux aspects : un aspect modélisation et un aspect expérimental.

La modélisation a donc portée sur la propagation de la lumière dans les tissus biologiques avec prise en compte des caractéristiques de l'état physiologique du tissu. La principale difficulté rencontrée lorsque l'on cherche à modéliser la propagation de la lumière dans les tissus provient de leur structure complexe, multistratifiés et hétérogène ainsi que de leur caractère fortement diffusant. En effet un photon qui se propage dans un tissu biologique

---

<sup>1</sup> Une dysplasie cervicale est un changement précancéreux des cellules du col de l'utérus

parcourt environ 100  $\mu\text{m}$  entre deux processus de diffusion successif, on comprend donc aisément que sur plusieurs millimètres de tissu, ce photon subira plus d'un processus de diffusion avant d'être détecté. De ce fait la théorie de diffusion simple, considérant que le photon ne subit qu'un seul phénomène de diffusion avant d'être détecté, n'est pas adaptée aux milieux biologiques et doit être abandonné au profit des modèles de diffusion multiple qui prennent en compte les interactions entre les champs diffusés par les diffuseurs. Dans ce cadre deux approches pouvaient être envisagées :

- l'approche électromagnétique, exacte, mais dont la complexité entraîne des calculs généralement très longs.

- l'approche du transfert radiatif, approchée, mais qui a révélé son efficacité pour décrire la propagation de la lumière dans de nombreux milieux diffusants tels que l'atmosphère, les nuages, les poussières interstellaires [CHA60].

Cette deuxième approche est celle que nous avons décidé d'utiliser pour modéliser la propagation de la lumière dans les tissus. Elle est fondée sur des concepts phénoménologiques et consiste à effectuer un bilan des flux lumineux à l'intérieur d'un élément de volume du milieu diffusant via une équation de transport appelé « équation de transfert radiatif ». Dans cette approche, l'aspect ondulatoire de la lumière est totalement ignoré. Pour résoudre cette équation, différentes méthodes numériques ont été étudiées et développées. Dans l'étude de milieux diffusants stratifiés on peut citer par exemple, les travaux de Mudgett [MUD71] et Stamnes [STA88] qui considèrent des systèmes composés de plusieurs couches homogènes, c'est-à-dire sans changement d'indice entre les différentes couches, également les travaux de Da Silva [DAS01] qui considèrent un système multicouche hétérogène avec prise en compte des réflexions multiple. Dans ces modèles, l'aspect vectoriel de la lumière est négligé, or nous savons que dans de nombreux cas et plus particulièrement dans les milieux biologiques, la lumière diffusée est fortement sensible à l'état de polarisation du faisceau incident et que cette information supplémentaire pouvait fortement aider à la discrimination entre tissu sain et tissu cancéreux. C'est pourquoi nous avons utilisé une approche vectorielle dans laquelle on résout l'équation de transfert radiatif en prenant en compte les quatre composantes du vecteur de Stokes. Plusieurs travaux récents [SCH00][CAR03] on introduit l'aspect vectoriel de la lumière dans l'Equation de Transfert Radiatif (ETR) pour des systèmes diffusants constitués d'une seule couche. L'objectif de notre travail a donc été d'étendre ces modèles de diffusion vectorielle au traitement d'un système multicouche hétérogène en vue de l'appliquer aux milieux biologiques dont la structure peut ainsi être modélisée.

## Introduction

---

D'un point de vue expérimental, une part importante du travail a été consacrée à la validation du modèle. Différentes séries de mesures à l'aide du « goniospectrophotomètre », construit dans l'équipe et modifié pour pouvoir réaliser les mesures en polarisation, ont été réalisées sur des échantillons écoles, le lait et les intralipides. Nous avons choisi ces deux milieux pour deux raisons :

- leurs caractéristiques de diffusion et d'absorption sont bien contrôlées et ont fait l'objet de nombreuses études.
- les paramètres optiques de ces deux milieux sont proches des tissus biologiques.

Les résultats obtenus sur ces objets d'étude ont montré un bon accord avec la théorie. Ainsi dans la continuité de ces expériences, nous avons étudié des milieux se rapprochant plus d'un point de vue morphologique des tissus biologiques. Des tissus reconstitués dont les cellules présentaient des tailles de noyaux différentes et dont les résultats ont été en bon accord quantitatif et qualitatif avec le modèle. Enfin les derniers objets d'étude ont été des peaux de souris saines et cancéreuses. Les résultats obtenus sont plus qu'encourageants pour continuer à étudier la diffusion de la lumière comme outil de diagnostic médical.

Ce manuscrit s'organise de la façon suivante :

Le premier chapitre est consacré à la description morphologique des tissus biologique, et décrit les outils nécessaires à la compréhension de l'interaction de la lumière avec la matière.

Le deuxième chapitre est consacré à la description du modèle Nflux Vectoriel ainsi que des principaux résultats théoriques obtenus. Nous verrons notamment dans ce chapitre l'intérêt d'utiliser une lumière polarisée.

Le troisième chapitre présente l'ensemble des objets d'étude sur lesquels nous avons travaillé ainsi qu'un descriptif détaillé de l'appareil de mesure, le goniospectrophotomètre, sur lequel un important travail a été réalisé afin de pouvoir garantir la précision des mesures réalisées en lumière polarisée.

Enfin la dernière partie présente les résultats expérimentaux obtenus sur nos objets d'étude mais également des résultats théoriques sur le comportement angulaire de la lumière lors du processus de cancérisation d'un tissu épithelial. Ce chapitre se termine sur les toutes premières mesures réalisées ex vivo sur des peaux de souris.

Trois annexes viennent compléter ce manuscrit. La première, consacrée à la diffusion de la lumière par un diffuseur isolé, rappelle les bases nécessaires à la compréhension des

modèles de diffusion utilisés. La seconde redéfinit strictement les grandeurs photométriques utilisées tant dans les mesures que dans les modèles théoriques. Enfin la dernière annexe présente la décomposition de la matrice de phase en fonctions sphériques généralisées, nécessaire à la résolution de l'équation de transfert radiatif.

---

## Références

- [CHA02] **CHANG S. K., FOLLEN M. (2002).** Optimal excitation wavelenghts for discrimination of cervical neoplasia. *IEEE Trans Biomed. En.*, **49**, 1102-1111.
  - [PRO83] **PROFIO A. E. et BALCHUM O. J. (1985).** Fluorescence diagnosis of cancer. *Adv. Exp. Med. Biol.*, **193**, 43–50.
  - [PRO85] **PROFIO A. E., DOIRON D. R., BALCHUM O. J. et HUTH G. C. (1983).** Fluorescence bronchoscopy for localization of carcinoma in situ, *Med. Phys.* **10**, 35–39.
  - [MIR02] **MIRABAL Y.N., CHANG S.K. ATKINSON E. N. et al. (2002).** Reflectance spectroscopy for in-vivo detection of cervical precancer. *J. Biomed. Opt.*, **7**, 587-594.
  - [MOU95] **MOURANT J. R., BIGIO I. J., BOYER J., CONN R. L., JOHNSON T. et SHIMADA T. (1995).** Spectroscopic diagnosis of bladder cancer with elastic light scattering, *Lasers Surg. Med.*, **17**, 350–357.
  - [DRE03] **DREZEK R., GUILLAUD M., COLLIER T. et al.** Light scattering from cervical cells throughout neoplastic progression : influence of nuclear morphology, DNA content, and chromatin texture. *J. Biom. Opt.*, **8**, 7-16.
  - [RID83] **RIDDELL R., GOLDMAN H., RANSHOHOFF D. et al. (1983).** Dysplasia in inflammatory bowel-disease, standardized classification with provisional clinical-application, *Human Pathol.*, **14**, 931-968.
  - [MUD71] **MUDGETT P. S. et RICHARDS L. W. (1971).** Multiple scattering Calculations for Technologie, *App. Opt.*, **10**, 1485-1501.
-

- [STA88] **STAMNES K., TSAY S-C., WISCOMBE W., JAYAWEERA K. (1988).**  
Numerically stable algorithm for discrete-ordinate-method radiative transfer in multiple scattering and emitting layered media. *Appl. Opt.*, 27, 2502-2509.
- [DAS01] **DA SILVA A. (2001).** *Etude théorique et expérimentale de la diffusion de la lumière dans des milieux hétérogènes denses multicouches.* Thèse de l'Université Paris 6, France.
- [SCH00] **SCHULZ F.M., STAMNES K., WENG F. (1999).** VDISORT : an improved and generalized discrete ordinate method for polarized (vector) radiative transfer. *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*, 61, 105-122.
- [CAR03] **CARON J. (2003).** *Diffusion de la lumière dans les milieux stratifiés : prise en compte des interfaces rugueuses et des effets de polarisation.* Thèse de l'Université Paris 6, France.

---

# Chapitre I

## Le contexte de développement de la spectroscopie optique tissulaire

---

<b>Introduction .....</b>	<b>9</b>
<b>I.1 Les tissus biologiques : le milieu d'étude .....</b>	<b>9</b>
I.1.1 Histologie des tissus.....	10
I.1.2 La structure cellulaire.....	11
<b>I.2 Interaction lumière-tissu : la diffusion .....</b>	<b>13</b>
I.2.1 Interaction de la lumière avec la matière .....	14
I.2.2 Propriétés optiques des tissus biologiques.....	17
I.2.2.1 Les paramètres optiques des tissus biologiques .....	17
I.2.2.2 Les différents régimes de diffusion.....	20
<b>I.3 Application de la diffusion élastique de la lumière à un milieu biologique : outil de diagnostic médical.....</b>	<b>22</b>
I.3.1 Processus de cancérisation.....	22
I.3.2 Enjeux, techniques et modélisation .....	24
I.3.2.1 Enjeux .....	24
I.3.2.2 Techniques .....	24
I.3.2.3 Modélisation .....	25
I.3.3 Etat de l'art : .....	28
<b>Conclusion .....</b>	<b>33</b>



# Introduction

La spectroscopie de diffusion élastique est une des techniques les plus prometteuses dans une application clinique car elle est totalement non invasive. Cette technique consiste à analyser la lumière diffusée par le tissu biologique via des modèles de propagation de la lumière dans un milieu diffusant. Les variations spectrales mais également angulaires (comme nous le montrerons par la suite) dépendent fortement de la structure et de la composition du tissu. Des lésions, entraînant des changements architecturaux, pourront être ainsi détectées par cette technique.

Ce premier chapitre vise à apporter une meilleure compréhension de l'interaction de la lumière avec les tissus biologiques et présente un aperçu des recherches actuelles visant à utiliser la diffusion élastique de la lumière à des fins de diagnostic. Une première partie est consacrée aux concepts biologiques d'un point de vue essentiellement histologique afin d'apporter les informations nécessaires à la compréhension des processus physiques qui interviennent à l'intérieur de ces tissus lorsqu'une onde lumineuse les traverse. Ces phénomènes d'interactions entre la lumière et les tissus font l'objet de la deuxième partie en précisant les paramètres optiques mis en jeu. Une troisième partie présente de manière non exhaustive l'état de l'art dans le domaine de la diffusion élastique de lumière comme outil de diagnostic, en rappelant le processus de cancérisation, les enjeux, et les différents modèles optiques et techniques principalement utilisés par les chercheurs dans ce domaine de propagation de la lumière dans les tissus biologiques. Nous concluons enfin, à la lumière de cette revue, en justifiant nos propres choix.

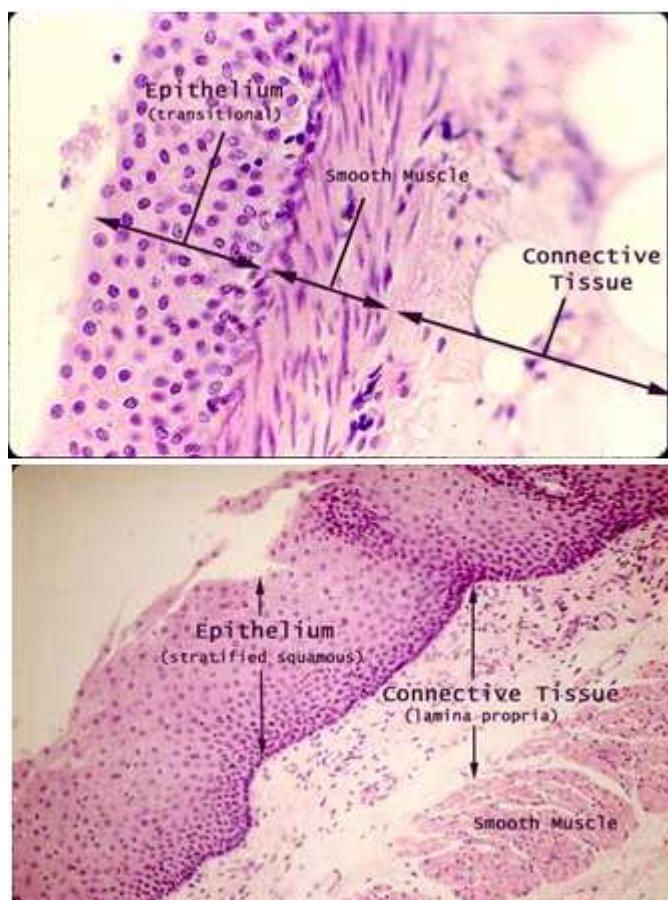
## I.1 Les tissus biologiques : le milieu d'étude

Par définition, un tissu est un ensemble de cellules spécialisées et adaptées à une même fonction. Les tissus forment les organes tels que le cœur, les reins et les poumons. La plupart des organes sont formés de plusieurs tissus et c'est la disposition de ces tissus qui détermine la structure et les capacités fonctionnelles de chaque organe. Les anomalies de renouvellement des tissus représentent un problème médical majeur et celles qui sont liées aux anomalies de comportement de cellules mutantes sont à la base du développement du cancer. Le processus de cancérisation dans les tissus sera abordé dans la troisième partie. Dans

cette partie nous commencerons par regarder les différents types de tissus présents dans notre organisme, puis nous regarderons de plus près la composition de ces structures à l'échelle cellulaire.

### I.1.1 Histologie des tissus

Comme il a été dit précédemment, la plupart des cellules d'un organisme sont organisées en ensembles coopératifs appelés tissus, et il est habituel de distinguer quatre grands types de tissus : conjonctif, épithéial, nerveux et musculaire. Ces tissus primaires s'allient pour former la trame de notre organisme. Nous décrirons seulement le tissu épithéial et le tissu conjonctif car ce sont ces tissus qui sont les premiers sites de développement du cancer (Figure 1.1)



**Figure 1.1 :** Coupes transversales de la paroi de la vessie en haut et de la paroi de l'œsophage en bas.

Les tissus qui nous intéressent le plus sont les épithéliums car ils sont le lieu de développement de plus de 85% des cancers. Ils revêtent ou bordent l'intégralité de la surface du corps humain, de ses cavités et de ses tubes (surfaces internes et externes). Ces tissus sont formés de cellules aux jonctions serrées (peu d'espace entre les cellules) et forment ainsi des

feuilles multicellulaires allant de quelques microns à quelques centaines de microns. Un feuillet est dit stratifié quand il est composé de plusieurs couches de cellules comme l'épiderme qui couvre la peau (épaisseur de 27 $\mu\text{m}$  à 150 $\mu\text{m}$ ) ou simple quand il est composé d'une seule couche de cellules comme la bordure de l'intestin (épaisseur d'environ 10 $\mu\text{m}$ ).

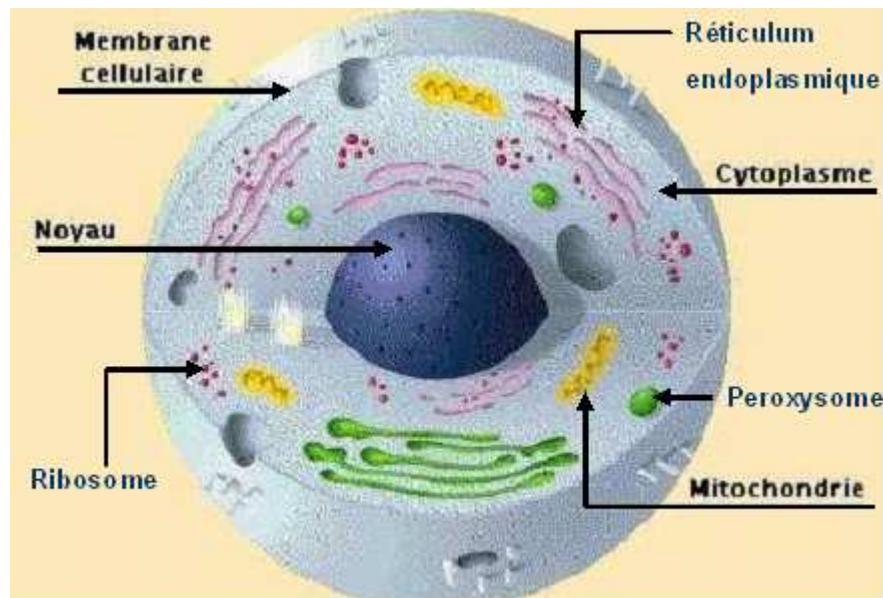
Dans ces tissus il n'y a pas de vaisseaux sanguins, les cellules sont donc nourries par un liquide interstitiel qui diffuse à partir des tissus qu'elles recouvrent. Les feuillets épithéliaux reposent sur une membrane basale, d'épaisseur variable entre 50 et 200nm, formée principalement de collagène (protéines). Cette membrane basale permet la séparation entre l'épithélium et le tissu conjonctif sous-jacent.

Le deuxième grand type de tissus est le tissu conjonctif. Ce tissu est présent dans tous les organes et occupe les espaces libres entre les autres tissus. Il a un rôle de remplissage et de soutien. Ces tissus contrairement aux épithéliums sont formés de cellules peu nombreuses et séparées les unes des autres par une substance intercellulaire appelée substance fondamentale. Dans cette substance fondamentale baignent des fibres de trois types différents : collagènes (de 0.5 à 3 $\mu\text{m}$  de diamètre et de plusieurs microns de longueur), élastiques et réticulaires. Ces tissus sont très variés ils peuvent être résistants et flexibles comme les tendons ou le derme de la peau, durs et denses comme l'os. Ces tissus conjonctifs peuvent contenir quelques vaisseaux car le sang est par définition un tissu conjonctif liquide.

Nous allons maintenant regarder de plus près ces tissus pour étudier en détail leur composante principale : la cellule.

### I.1.2 La structure cellulaire

Pour mieux appréhender les processus physiques, il est essentiel de regarder la structure d'une cellule. La cellule est l'unité biologique de base. C'est l'unité structurale et fonctionnelle de tous les organismes vivants. Dans l'organisme, les cellules se différencient pour répondre à une fonction particulière, dans le corps d'un vertébré on distingue plus de 200 types cellulaires différents. La cellule biologique est une structure complexe comprenant des composantes de tailles allant du nanomètre au micromètre. Les composantes typiques d'une cellule sont illustrées sur la figure 1.2 ci-dessous :



**Figure 1.2 :** Structure cellulaire.

Cette petite unité est caractérisée par :

-une membrane cellulaire qui individualise et isole du milieu extérieur.  
-un cytoplasme riche en organites ; ces organites sont les instruments des différentes fonctions cellulaires :

- Les mitochondries génèrent, à partir de la nourriture, l'énergie permettant à la cellule de fonctionner.
- Le réticulum endoplasmique assure le transport et le stockage des matériaux à l'intérieur de la cellule.
- Les peroxysomes permettent d'isoler les réactions au cours desquelles l'eau oxygénée (réactif chimique dangereux pour la cellule) est formée et dégradée.
- Les ribosomes sont composés de protéines et d'ARN (acide ribonucléique), ils sont le siège de la synthèse des protéines.

-un noyau ("chef d'orchestre" de la cellule) de forme sphérique ou ovoïde : il assure la reproduction des cellules et la transmission des caractères héréditaires qui se font grâce aux chromosomes constitués d'ADN.

Les cellules, qui ont des dimensions de l'ordre de 10 à 30 $\mu\text{m}$ , ont pu être observées pour la première fois au XVII<sup>ème</sup> siècle avec l'invention du microscope optique. Aujourd'hui avec un bon microscope optique on peut distinguer et classer les différentes composantes du cytoplasme ; mais les structures inférieures à 2  $\mu\text{m}$  ne peuvent être résolues que par

l'utilisation du microscope électronique qui peut mettre en évidence des détails de l'ordre du nanomètre.

Le Tableau 1.1 nous fournit un ordre de grandeur des tailles des différentes composantes cellulaires ainsi que leur proportion volumique par rapport à la cellule [DUN98].

Composantes cellulaires	Taille ( $\mu\text{m}$ )	Proportion volumique
Noyau	3-10 $\mu\text{m}$ (diamètre)	5-10%
Mitochondries	1-3 $\mu\text{m}$ (longueur) 0.3-0.7 $\mu\text{m}$ (diamètre)	5-15%
Peroxyosomes	0.2-0.5 $\mu\text{m}$ (diamètre)	1-10%

**Tableau 1.1 :** Les tailles des différentes composantes cellulaires.

## I.2 Interaction lumière-tissu : la diffusion

Lorsqu'une source lumineuse interagit avec un tissu biologique, deux phénomènes apparaissent : l'absorption et la diffusion. Cette interaction est fortement dépendante de la longueur d'onde, et, suivant la valeur de celle-ci, l'onde lumineuse se propagera plus ou moins profondément à l'intérieur du tissu.

Un milieu optique est en général caractérisé par son indice de réfraction : tant que celui-ci reste constant, un rayon lumineux traversera ce milieu suivant une trajectoire bien définie, et ne sera pas dévié. De nombreux milieux, comme les tissus biologiques, présentent des fluctuations d'indice sur de petites échelles dues à la présence de structures telles que les noyaux ou les mitochondries des cellules, ce qui entraîne une dispersion de la lumière dans toutes les directions. De nombreux chercheurs ont essayé de caractériser les indices de réfractions des composantes cellulaires mais il n'y a pas de valeur définitive pour chaque composante. Les différentes valeurs données dans le Tableau 1.2 sont tirées de la dissertation d'Andrew Dunn sur les propriétés de diffusion de la cellule [DUN98]. A échelle macroscopique l'indice d'un tissu biologique varie peu et est de l'ordre de 1.40.

Composantes cellulaires	Indice de réfraction
cytoplasme	1.358-1.374
noyaux	1.39-1.41
mitochondries	1.40-1.42

**Tableau 1.2 :** Indice de réfraction des composantes cellulaires dans le spectre visible.

La propagation de la lumière dans les tissus biologiques va donc dépendre de cette fluctuation d'indice mais aussi de l'absorption et de la diffusion. Les propriétés optiques des tissus sont en général caractérisées par le coefficient de diffusion  $\alpha_{\text{sca}}$ , le facteur d'anisotropie  $g$  et le coefficient d'absorption  $\alpha_{\text{abs}}$ .

Avant de regarder l'interaction de la lumière avec les tissus biologiques nous allons introduire les concepts de base de l'interaction de la lumière avec la matière afin de déterminer les paramètres pertinents utilisés par la suite.

### I.2.1 Interaction de la lumière avec la matière

Une onde électromagnétique qui se propage dans le vide ne subit aucun changement dans son intensité et dans son état de polarisation. Si l'on place sur son chemin une particule composée de charges électriques, celles-ci se mettent à osciller, et émettent un rayonnement secondaire à la même fréquence que l'onde incidente (si l'on excepte les phénomènes de diffusion inélastiques tels que la diffusion Raman, Brillouin et la fluorescence) dans toutes les directions. On parle alors de rayonnement diffusé par la particule. Ce processus de diffusion consiste donc à enlever une partie de l'énergie incidente en la rayonnant dans tous l'espace de manière élastique, c'est-à-dire sans changement de fréquence du rayonnement. Ces mêmes charges élémentaires excitées peuvent transformer une partie de l'énergie incidente par absorption, principalement sous forme thermique. La diffusion et l'absorption contribuent au processus d'atténuation, ou d'extinction, de l'énergie électromagnétique incidente.

$$\text{Extinction} = \text{diffusion} + \text{absorption}$$

Le processus de diffusion est un phénomène complexe qui peut-être traité différemment suivant la taille de l'hétérogénéité du système :

- Si la particule est de taille très petite par rapport à la longueur d'onde du champ électromagnétique incident (par exemple une molécule), elle va répondre comme un dipôle électrique en présence d'un champ électrique statique et donc émettre une radiation dipolaire secondaire à la même fréquence que le champ incident.
- Si la taille de la particule devient comparable à la longueur d'onde (un agrégat de nombreux atomes ou molécules), ce raisonnement quasi-statique n'est plus valide car le champ électromagnétique ne peut plus être considéré comme uniforme à l'échelle de la

particule. La particule se comporte alors comme un multipôle électrique et magnétique dont le rayonnement doit être calculé à partir de la théorie électromagnétique.

- Dans le cas extrême où la particule est un milieu dense (un solide, un liquide ou un gaz), on se retrouve dans le cas de la réflexion et de la réfraction de l'onde à l'interface entre deux milieux (pour des interfaces lisses). Les ondes réfléchie et réfractée sont alors calculées par les lois de Snell-Descartes.

Nous allons nous intéresser ici à l'interaction d'une onde électromagnétique avec une particule, de dimension comparable à la longueur d'onde, plongée dans un milieu homogène. Un milieu est dit homogène lorsque les hétérogénéités moléculaire ou atomique qui le composent sont si petites par rapport à la longueur d'onde qu'elles n'engendrent pas de diffusion. Les propriétés de diffusion de ces particules passent par la résolution des équations de Maxwell et nécessitent de décrire le rayonnement en termes d'ondes planes.

La première théorie complète de la diffusion par une particule sphérique isolée est due à G. Mie [MIE08]. Cette théorie est basée sur la résolution des équations de Maxwell et permet de calculer les champs électromagnétiques diffusés et absorbés par une particule sphérique se trouvant dans un milieu homogène, linéaire et isotrope. Le développement analytique de la théorie conduisant à l'expression des champs diffusés et absorbés par la particule est largement traité dans la littérature ([VAN57], [BOR83]).

J'invite le lecteur qui le souhaite à consulter l'annexe A où sont décrit les concepts de la théorie de la diffusion par une particule unique basée sur la théorie électromagnétique dont je rappelle ici les principaux résultats :

Pour caractériser la capacité d'une particule à diffuser on utilise la notion de *section efficace*. La *section efficace d'extinction*  $C_{\text{ext}}$  correspond au rapport du flux d'énergie absorbé et diffusé par la particule sur l'intensité incidente. Cette quantité qui a les dimensions d'une surface ( $\text{m}^2$ ) peut-être vue comme la surface effective d'interaction entre l'onde et la particule. On définit de la même manière la *section efficace de diffusion*  $C_{\text{sca}}$  et la *section efficace d'absorption*  $C_{\text{abs}}$ .

D'après le principe de conservation d'énergie on peut écrire :  $C_{\text{ext}} = C_{\text{sca}} + C_{\text{abs}}$ .

On peut définir également :

- l'albedo (quantité sans dimension) :  $\omega = C_{\text{sca}} / C_{\text{ext}}$  qui représente la fraction d'énergie diffusée sur l'énergie totale atténuée.

Quand  $\varpi = 1$  on est en régime de diffusion totale, sans absorption.

- les efficacités  $Q$  qui ramènent les sections efficaces à la section géométrique de la sphère ( $\pi a^2$  où  $a$  est le rayon de la sphère) :

$$Q_{\text{ext}} = \frac{C_{\text{ext}}}{\pi a^2} \quad Q_{\text{sca}} = \frac{C_{\text{sca}}}{\pi a^2} \quad Q_{\text{abs}} = \frac{C_{\text{abs}}}{\pi a^2}$$

- la fonction de phase :  $P_{11}(\mathbf{u}', \mathbf{u})$  qui représente la probabilité qu'un photon incident dans la direction  $\mathbf{u}'$  soit diffusé dans un angle solide  $d\Omega$  centré sur la direction  $\mathbf{u}$ . Cette fonction est normalisée :

$$\int_{4\pi} P_{11}(\mathbf{u}', \mathbf{u}) d\Omega = 4\pi \quad (1.1)$$

Dans le cas d'une particule sphérique cette fonction de phase ne dépendra que d'un angle  $\Theta$  : définit comme la distance angulaire entre les deux directions  $\mathbf{u}'$  et  $\mathbf{u}$ .

- Le paramètre de taille définit par  $ka = \frac{2\pi n a}{\lambda_0}$  où  $a$  est le rayon de la particule diffusante,  $n$

l'indice de réfraction du milieu environnant et  $\lambda_0$  la longueur d'onde du rayonnement incident dans le vide. Ce paramètre va nous permettre de distinguer différents régimes de diffusion :

- $ka \ll 1$  : ce régime correspond à des particules petites devant la longueur d'onde et l'on parle alors de diffusion de Rayleigh. Les propriétés élastiques de diffusion présentent une dépendance spectrale en  $(1/\lambda^4)$ . La diffusion de la lumière est isotrope c'est-à-dire que les particules diffuseront autant vers l'avant que vers l'arrière.

- $1 < ka < 10$  : ce régime correspond aux particules de taille comparable à la longueur d'onde on parle alors de diffusion de Mie. L'interaction entre l'onde et la particule devient important, le système devient fortement diffusant et diffuse principalement vers l'avant.

- $1 \ll ka (\epsilon_r - 1)$  : où  $\epsilon_r$  est la fonction diélectrique relative  $\frac{\epsilon}{\epsilon_0}$ . Les particules sont

tellement grandes que l'on rentre dans le cadre des lois de l'optique géométrique.

#### Paramètres pertinents de l'interaction entre une onde et une particule

$C_{\text{sca}}$ ,  $C_{\text{ext}}$ ,  $C_{\text{abs}}$  : section efficace de diffusion, d'extinction et d'absorption [ $\text{m}^2$ ]

$\varpi$  : albédo [sans dimension]

$P_{11}(\mathbf{u}', \mathbf{u})$  : fonction de phase de la particule [sans dimension]

$ka$  : paramètre de taille [sans dimension]

Dans les tissus biologiques, la lumière rencontre des particules de tailles différentes et peut passer de la diffusion Rayleigh à la diffusion de Mie. La théorie de Mie s'applique dans tous les cas et ne comporte aucune approximation, elle pourra donc s'appliquer aux différents diffuseurs présents dans les tissus. C'est la raison pour laquelle nous utiliserons cette théorie dans la suite de notre travail pour calculer les propriétés de diffusion de nos particules.

## I.2.2 Propriétés optiques des tissus biologiques

Nous venons de définir dans le paragraphe précédent les paramètres caractérisant les propriétés d'une particule isolée à diffuser et à absorber lorsqu'elle se trouve en interaction avec une onde électromagnétique. Nous allons regarder comment relier ces paramètres à ceux caractérisant un milieu réel. Le tissu est constitué de structures de formes et de tailles très diverses. La lumière ne s'y propage pas en ligne droite. Vu la complexité de la structure des tissus biologiques, leurs propriétés optiques sont en général définies par des paramètres optiques macroscopiques tels que le *coefficent d'absorption*  $\alpha_{\text{abs}}$ , le *coefficent de diffusion*  $\alpha_{\text{sea}}$  et le *facteur d'anisotropie*  $g$ .

### I.2.2.1 Les paramètres optiques des tissus biologiques

**Le coefficient d'absorption :** Dans un tissu, l'absorption est due à la présence de chromophores. Ils atténuent l'onde électromagnétique qui se propage dans le milieu en absorbant une partie de son énergie et la transforment sous forme de chaleur. Ce phénomène est utilisé en médecine par l'utilisation thérapeutique des lasers. Les trois principaux absorbants dans les tissus sont l'eau, l'hémoglobine (oxygénée et désoxygénée) et la mélanine.

Lorsqu'une onde plane collimaté se propage dans un milieu homogène absorbant et non diffusant de longueur  $L$ , la variation d'intensité  $I$  en fonction de la distance parcourue dans ce milieu est donné par la loi de Beer-Lambert (La loi de Beer-Lambert est valable pour un milieu infini et homogène).

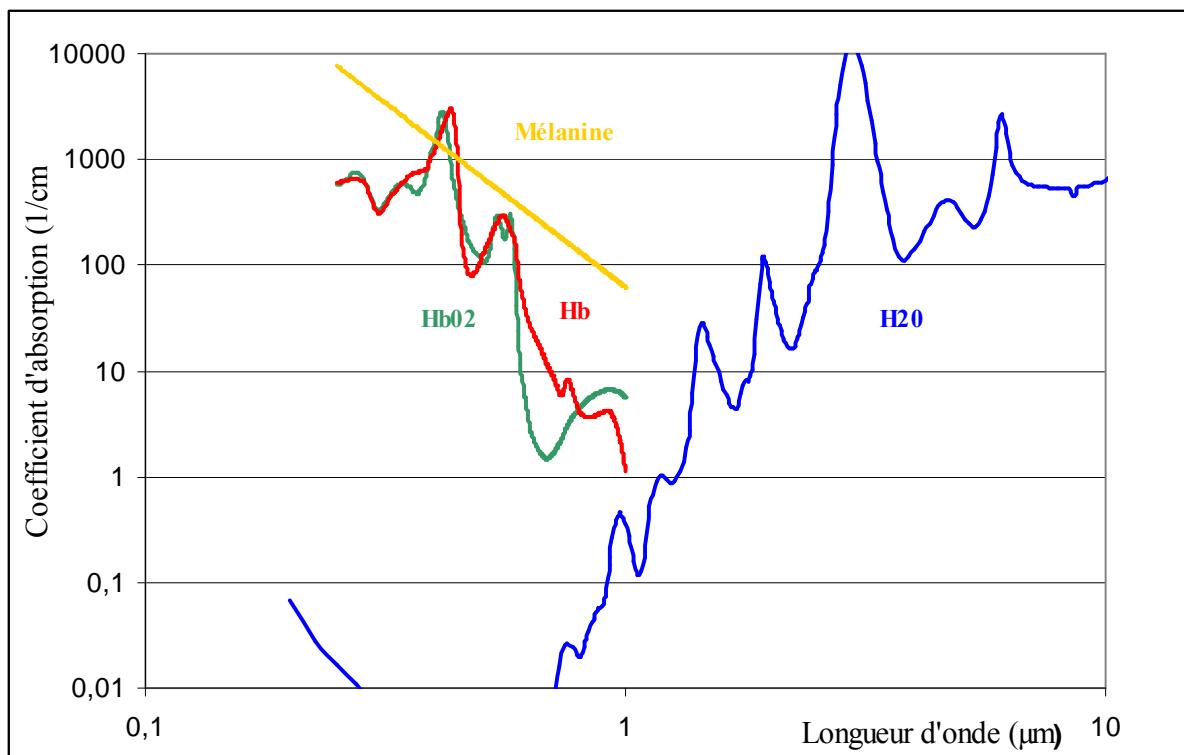
$$I = I_0 \exp(-\alpha_{\text{abs}} L)$$

où  $\alpha_{\text{abs}}$  est le coefficient d'absorption de dimension  $[L^{-1}]$ ,  $I_0$  est l'intensité incidente et  $I$  l'intensité transmise. Ce coefficient peut-être exprimé en fonction de la densité de chromophores  $N_i$  présents et de la section efficace d'absorption du chromophore correspondant  $C_{\text{abs},i}$ . Ainsi en présence de plusieurs chromophores :

$$\alpha_{\text{abs}} = \sum_i N_i C_{\text{abs},i}$$

Cette relation sous-entend que les chromophores n'interagissent pas entre eux.

Sur la figure 1.3 est représenté le spectre d'absorption des 3 principaux chromophores :



**Figure 1.3 :** Spectres d'absorption des principaux chromophores endogènes.

(Source : site <http://omlc.ogi.edu/spectra/index.html>).

Alors que l'absorption dans la région infrarouge (au dessus de 1 μm) est principalement attribuée à l'eau, l'hémoglobine et la mélanine absorbent plus dans le spectre visible (bleu, vert, jaune). On constate que le rouge et le proche infrarouge (0,6 à 1,2 μm) sont peu absorbés. Cette gamme de longueurs d'ondes (0,6 à 1,2 μm), appelée fenêtre thérapeutique, est utilisée pour extraire des informations sur les tissus en profondeur. A ces longueurs d'onde la lumière peut pénétrer sur quelques millimètres.

La pénétration de la lumière est cependant limitée par le processus de diffusion qui est le mécanisme optique dominant et qui est caractérisé dans les tissus par le coefficient de diffusion :  $\alpha_{\text{sca}}$ .

**Le coefficient de diffusion :** Comme il a été dit précédemment la diffusion de la lumière se produit lorsqu'une onde électromagnétique rencontre une particule d'indice de réfraction différent de celui du milieu environnant.

Si l'on considère toujours un milieu homogène de longueur L, non absorbant et constitué de particules diffusantes, la décroissance exponentielle de la lumière collimaté I qui traverse ce milieu est à nouveau donné par la loi de Beer Lambert :

$$I = I_0 \exp(-\alpha_{\text{sca}} L)$$

où  $\alpha_{\text{sca}}$  est cette fois-ci le coefficient de diffusion de dimension  $[L^{-1}]$  et  $I_0$  l'intensité incidente.

Dans un tissu biologique, la lumière rencontre des structures très variées et de taille différentes, de ce fait, on lui associe un coefficient de diffusion macroscopique caractérisant le milieu :

$$\alpha_{\text{sca}} = \sum_j N_j C_{\text{sca},j}$$

Où  $N_j$  est le nombre de particules de type j par unité de volume et  $C_{\text{sca},j}$  la section efficace correspondante. Cette relation sous entend que les particules sont relativement éloignées les unes des autres, de sorte que chaque particule est définie par ses caractéristiques de diffusion en champ lointain (les zones d'influence de chaque particule ne se recouvrent pas), on parle dans ce cas de diffusion indépendante.

Ainsi la diffusion et l'absorption dans un tissu contribuent au processus d'atténuation de l'onde électromagnétique, on définit alors un coefficient d'extinction :

$$\alpha_{\text{ext}} = \alpha_{\text{abs}} + \alpha_{\text{sca}} \quad (1.2)$$

**Le facteur d'anisotropie :** Ce facteur g caractérise l'anisotropie de la diffusion et est défini comme étant la moyenne du cosinus de l'angle de diffusion pondéré par la fonction de phase (cf. Eq. 1.1) :

$$g = \frac{1}{4\pi} \int P(\mathbf{u}, \mathbf{u}') \cos(\Theta) d\Omega \quad -1 < g < 1 \quad (1.3)$$

où  $\cos(\Theta) = \mathbf{u} \cdot \mathbf{u}'$ .

Pour une diffusion parfaitement isotrope (diffusion Rayleigh)  $g=0$ . S'il est positif le système diffusera principalement vers l'avant et s'il est négatif vers l'arrière. Dans les tissus biologiques ce facteur varie entre 0.6 et 0.99 [TUC97] ce qui indique que la diffusion se fait

principalement vers l'avant. Ce coefficient d'anisotropie peut-être combiné au coefficient de diffusion pour définir le coefficient de diffusion réduit :

$$\alpha'_{\text{sca}} = \alpha_{\text{sca}} (1 - g) \quad (1.4)$$

Le tableau ci-dessous récapitule les différents paramètres détaillés ci-dessus avec leurs valeurs correspondantes pour certains tissus. Ces valeurs sont tirées d'un article de W. F. Cheong qui répertorie l'ensemble des valeurs des paramètres optiques obtenues par différentes équipes [CHE90].

Tissus	$\lambda$ ( $\mu\text{m}$ )	$\alpha_{\text{abs}}$ ( $\text{cm}^{-1}$ )	$\alpha_{\text{sca}}$ ( $\text{cm}^{-1}$ )	g
	600-1200	0.1-10	100-1000	0.6-0.99
Epithélium Conjonctif	650	0.9	172	0.88
Epithélium utérus	635	0.35	394	0.69
derme	633	2.7	187	0.8

**Tableau 1.3 :** Valeurs des propriétés optiques des tissus biologiques.

### I.2.2.2 Les différents régimes de diffusion

Lorsque l'on étudie la diffusion dans un milieu contenant plusieurs particules, chaque particule est excitée par le champ incident mais également par le champ diffusé par les autres particules. Suivant la distance séparant ces particules les interactions entre les champs diffusés vont être plus ou moins importantes :

- Lorsque les particules sont suffisamment éloignées les unes des autres (cas d'un ensemble dilué de particules) les effets de couplage entre les particules et les effets d'interférence entre les champs diffusés sont négligés. Dans ce cas on considère que la particule est excitée seulement par le champ incident. L'intensité diffusée totale est la somme des intensités diffusés par chacune des particules : cette approche est appelé *l'approximation de la diffusion simple*.
- Dès que la densité de particules augmente, cette approximation devient inadéquate car on ne peut plus négliger les interactions entre les champs diffusés par les particules. On est en régime de *diffusion multiple* : le champ incident subit plus d'un phénomène de

diffusion avant d'être détecté et l'expression des intensités détectées est plus complexe (ce qui est l'objet de mon second chapitre).

Ces différents régimes de diffusion sont déterminés par le libre parcours moyen de diffusion  $l_{\text{sca}}=1/\alpha_{\text{sca}}$ , distance parcourue par un photon entre deux événements de diffusion.  $l_{\text{sca}}$  est de l'ordre de 10 à 100  $\mu\text{m}$  dans un tissu biologique. De même on définit les libres parcours moyen d'absorption  $l_{\text{abs}}=1/\alpha_{\text{abs}}$  et d'extinction  $l_{\text{ext}}=1/\alpha_{\text{ext}}$ . Suivant la valeur de ces libres parcours moyen et de la distance  $L$  parcourue par l'onde dans le milieu, différentes situations peuvent se présenter [DAS01] :

$l_{\text{abs}} \ll l_{\text{sca}}$ , nous sommes dans un régime d'absorption, la diffusion est négligeable quelle que soit l'épaisseur.

$l_{\text{sca}} \ll l_{\text{abs}}$ , différents cas de figures se présentent suivant la distance  $L$  parcourue par l'onde :

- $L \ll l_{\text{sca}}$  : le régime est propagatif, sans diffusion et absorption.
- $L \sim l_{\text{sca}}$  : *le régime de diffusion est dit simple*. Le photon subit en moyenne un processus de diffusion. Ainsi l'intensité diffusée par  $N$  particules est égale à  $N$  fois l'intensité diffusée par une particule isolée. Ce régime de diffusion simple est directement déduit de la théorie de Mie.
- $L > l_{\text{sca}}$  : *Le régime de diffusion est dit multiple*. La lumière diffusée par une particule est diffusée au moins une fois par une autre particule.

Dans les tissus biologiques, la distance  $L$  parcourue par une onde lumineuse dans la fenêtre thérapeutique est de quelques millimètres [TUC97]. Dans cette fenêtre l'absorption est quasiment négligeable devant la diffusion donc nous sommes dans le cas  $l_{\text{sca}} \ll l_{\text{abs}}$  avec  $L > l_{\text{sca}}$  ce qui implique que dans les tissus biologiques nous sommes dans un régime de diffusion multiple.

Il est également intéressant de définir ces différents régimes de diffusion en fonction d'un seul paramètre, l'épaisseur optique du milieu  $\tau$  (grandeur sans dimension) défini par :

$$\tau = NC_{\text{ext}}L = \frac{L}{l_{\text{ext}}}.$$

### Les différents régimes de diffusion

$\tau \ll 1$  Régime propagatif sans absorption, ni diffusion

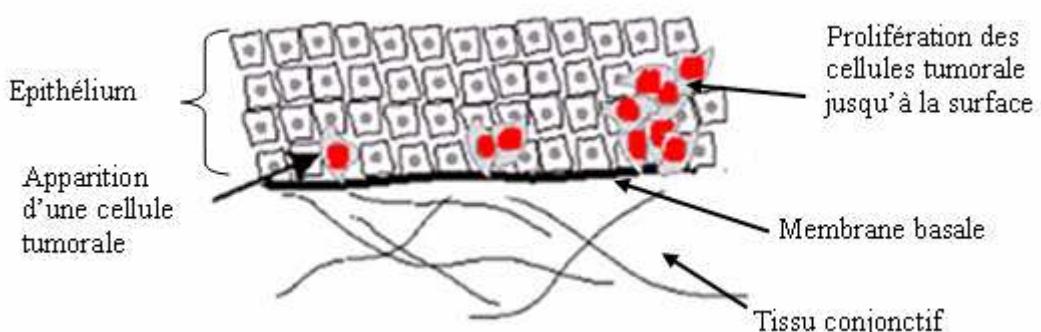
$\tau = 1$  Régime de diffusion simple

$\tau \gg 1$  Régime de diffusion multiple

## I.3 Application de la diffusion élastique de la lumière à un milieu biologique : outil de diagnostic médical

### I.3.1 Processus de cancérisation

Notre corps est le siège de processus qui lui permettent de se renouveler et de se réparer. Cependant, les mécanismes qui contrôlent ces processus de renouvellement sont délicats et peuvent se dérégler conduisant à une destruction de la structure normale de notre corps. Le cancer est la maladie la plus importante du renouvellement des cellules. Plus de 85% des cancers naissent au niveau des tissus épithéliaux [COT94]. Une cellule doit ajuster son comportement aux besoins de l'organisme, elle doit se diviser quand de nouvelles cellules de son propre type sont nécessaires ou bien se suicider si elle en reçoit l'ordre. Cependant, lorsqu'une cellule subit une altération génétique qui lui permet de survivre et de se diviser, alors l'organisation de l'organisme peut se voir détruite par un clone de cellules anormales qui se développent inexorablement et c'est cette catastrophe qui aboutit au cancer. La figure 1.4 montre le processus de cancérisation dans un tissu épithéial.



**Figure 1.4 :** Processus de cancérisation dans un épithélium.

La première cellule tumorale apparaît en surface de la lame basale. Ensuite cette cellule tumorale transmet son anomalie aux cellules filles, puis peu à peu ces cellules remplacent les cellules saines et la tumeur gonfle jusqu'à la surface de la couche d'épithélium. Si les cellules restent groupées en une seule masse et n'ont pas envahi le tissu environnant on parle de tumeur bénigne et dans ce cas la tumeur peut-être enlevée par un acte chirurgical. Par contre si ces cellules sont capables d'envahir le tissu environnant, la tumeur est dite maligne. Dans ce cas ces cellules traversent la membrane basale pour entrer dans la circulation sanguine et ainsi former des tumeurs secondaires ou métastases. Les cellules cancéreuses sont donc définies par deux propriétés transmissibles : elles prolifèrent sans tenir compte des signaux extérieurs et elles sont invasives c'est à dire qu'elles sont capables d'envahir et de coloniser des territoires normalement réservés à d'autres cellules.

Le but de la détection précoce est donc de détecter ces cellules tumorales lors de leur première division dans le tissu épithéial, c'est à dire avant qu'elles n'envahissent d'autres territoires.

Les différentes formes de dysplasies<sup>1</sup> épithéliales ont montré des changements morphologiques communs [RID83] :

- Augmentation de la taille des noyaux des cellules épithéliales.
- Hyperchromatisme du noyau (augmentation de la concentration de chromatine).
- Pléomorphisme (variation de la forme).

Les changements morphologiques du noyau sont de loin les indicateurs les plus importants de la dysplasie. Au niveau du tissu conjonctif, la dysplasie entraîne une baisse de la fraction volumique des fibres de collagène, une augmentation de la concentration en hémoglobine due à l'activité angiogénique<sup>2</sup> des tissus dysplasiques.

Du point de vue des paramètres optiques, il a été rapporté [DIZ05] que l'augmentation de la taille nucléaire entraîne une augmentation du coefficient de diffusion dans le tissu épithéial alors que dans le tissu conjonctif ce coefficient diminue du fait de la baisse de la fraction volumique des fibres collagènes. De plus, l'activité angiogénique entraîne une augmentation du coefficient d'absorption dans le tissu due à une hausse du taux d'hémoglobine. L'enjeu est donc de trouver des techniques non invasives permettant de réaliser un diagnostic précoce en se basant sur les changements morphologiques et optiques de ces tissus dysplasiques.

---

<sup>1</sup> La dysplasie est un terme médical désignant un trouble du développement.

<sup>2</sup>Angiogénèse : formation de nouveaux vaisseaux sanguins à partir de vaisseaux préexistants permettant d'irriguer notamment les tumeurs cancéreuses.

## I.3.2 Enjeux, techniques et modélisation

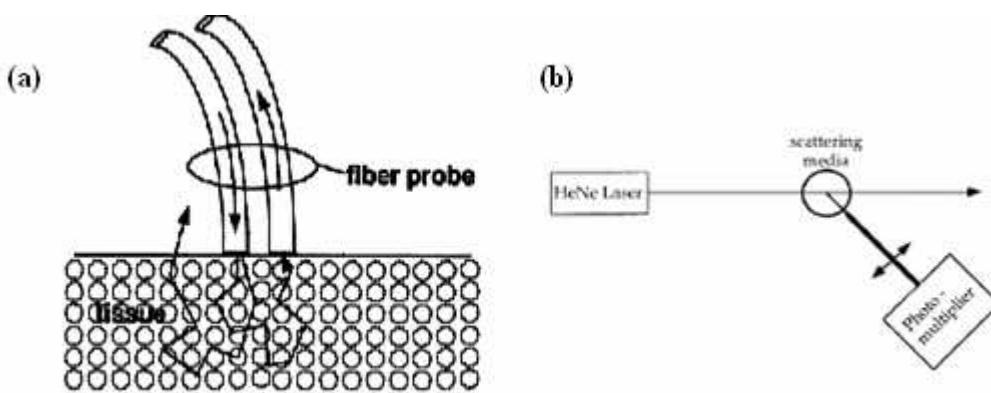
### I.3.2.1 Enjeux

La motivation de cette recherche vient du fait que la majorité des cancers proviennent des tissus épithéliaux et ces lésions sont directement traitables si elles sont diagnostiquées à un stade précoce. Nous venons de voir que beaucoup de tissus pathologiques présentent des changements architecturaux signifiants à l'échelle cellulaire et subcellulaire.

La diffusion élastique de la lumière peut fournir des informations quantitatives sur la morphologie des organes cellulaires grâce à des mesures spectrales et angulaires de la lumière diffusée. On a donc assisté à un développement important de la spectroscopie optique dans le but d'extraire la taille des noyaux des cellules des tissus biologiques à partir de mesures expérimentales couplées à des modèles de diffusion. Cependant dans un tissu biologique il existe différents types de centres diffuseurs. Une des difficultés rencontrée est donc de séparer les différents signaux provenant de ces différents diffuseurs et de pouvoir les identifier.

### I.3.2.2 Techniques

La détermination de la taille des diffuseurs passe par la connaissance des paramètres optiques des tissus biologiques tels que le coefficient de diffusion  $\alpha_{\text{sca}}$ , le coefficient de diffusion réduit  $\alpha'_{\text{sca}}$  et le facteur d'anisotropie  $g$ . Un certain nombre de techniques expérimentales permettent de mesurer ces paramètres. La figure 1.5 présentent deux de ces systèmes expérimentaux.



**Figure 1.5 :** Techniques expérimentales des mesures de lumière diffusée.

La première technique (a) permet de mesurer l'atténuation de la lumière en fonction de la distance entre la source et le détecteur. La surface du tissu est illuminée par une fibre optique qui propage une lumière multispectrale (450-1000nm). Après propagation dans le tissu, la lumière réfléchie (Réflectance) est détectée par des fibres optiques situées à différentes

distance dans le plan de la source. La courbe de réflectance enregistrée est alors analysée à l'aide d'un modèle simulant la propagation des photons dans le tissus afin d'en déduire les coefficients de diffusion et d'absorption.

L'autre technique (b) mesure la dépendance angulaire de la lumière diffusée, c'est-à-dire la fonction de phase à l'aide d'un goniomètre. L'éclairage de l'échantillon de tissu est réalisée à l'aide d'un laser He-Ne. La lumière diffusée est mesurée en fonction de l'angle par un photomultiplicateur en rotation autour de l'échantillon. A partir de la fonction de phase, le coefficient d'anisotropie  $g$  est calculé.

L'ensemble des techniques expérimentales mises en œuvre pour sonder les tissus nécessite l'utilisation de modèles de propagation de la lumière dans un milieu diffusant pour analyser les différents signaux obtenus afin d'extraire les paramètres de diffusion.

#### *I.3.2.3 Modélisation*

Pour décrire la propagation de la lumière dans un milieu sujet à la diffusion multiple comme le sont les tissus biologiques, deux types de théories ont été développées :

- **la théorie électromagnétique** : cette théorie analytique consiste à prendre en compte la nature statistique du milieu et à écrire une équation de propagation d'onde rigoureuse dans ce milieu aléatoire appelée équation de la diffusion multiple. Dans le cas de la propagation d'une onde dans le domaine visible la variable aléatoire est l'indice de réfraction du milieu  $n(r)$  qui fluctue suivant la position dans le milieu autour d'une position moyenne :  $n(r) = \langle n(r) \rangle + \delta n(r)$ . Cette théorie, certes très rigoureuse, nécessite de connaître précisément les statistiques du milieu. De plus les solutions mathématiques sont en général très complexes et nécessitent d'être simplifiées pour être utilisées. Cependant certaines méthodes numériques permettent de résoudre cette équation de diffusion multiple comme la méthode de la matrice de transfert ( $T$  matrix) et les fonctions de Green. Cette approche électromagnétique n'est pas adapté à l'optique des tissus à cause du manque d'informations précises sur la structure du milieu et notamment sur  $\delta n(r)$ .
- **La théorie du transport** : appelée également la théorie du transfert radiatif. Cette théorie traite directement du transport d'énergie à travers un milieu diffusant. Cette approche consiste à effectuer un bilan des flux à l'intérieur d'un élément de volume du milieu diffusant conduisant ainsi à une équation de transport (type équation de Boltzmann) appelée équation de transfert radiatif [CHA60] :

$$\frac{dL(\mathbf{r}, \mathbf{u})}{dl} = -\alpha_{ext} L(\mathbf{r}, \mathbf{u}) + \frac{\alpha_{sca}}{4\pi} \int_{4\pi} L(\mathbf{r}, \mathbf{u}') p(\mathbf{u}', \mathbf{u}) d\Omega' + S(\mathbf{r}, \mathbf{u}) \quad (1.5)$$

Cette équation de transport, écrite ici dans l'approximation scalaire, régit les variations spatiales de la luminance  $L(\mathbf{r}, \mathbf{u})$  en un point  $\mathbf{r}$  pour une direction particulière  $\mathbf{u}$ . Nous y reviendrons en détail dans le chapitre II. Les effets de diffraction et d'interférence entre le champ diffusé et le champ incident sont inclus dans la description des caractéristiques de diffusion et d'absorption d'une particule seule. Cette théorie ne tient pas compte des effets corrélation entre les champs diffusés par chacun des diffuseurs présents dans le milieu. On additionne les intensités liées aux champs mais pas les champs eux-mêmes. La théorie du transfert radiatif se décline dans le cadre de deux approches :

**Une approche macroscopique** : sur des échelles de longueur plus grandes que le libre parcours moyen de la lumière dans le milieu,  $L >> l_{sca}$ . Cette approche, appelé approximation de la diffusion suppose que le milieu soit fortement diffusant, de sorte que l'intensité diffusée tend à être quasiment isotrope. La luminance diffusée peut être alors décomposée en séries d'harmoniques sphériques dont les deux premiers termes constituent l'approximation de la diffusion :

$$L_d(\mathbf{r}, \mathbf{s}) \approx \frac{1}{4\pi} \Phi(\mathbf{r}) + \frac{3}{4\pi} \mathbf{F}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{s} \quad (1.6)$$

Où  $\Phi(\mathbf{r})$ (terme isotrope) correspond à la densité de flux total diffusé et  $\mathbf{F}(\mathbf{r})$ (terme anisotrope) correspond au vecteur flux diffus.

En introduisant cette relation dans l'équation de transfert radiatif, on aboutit alors à l'équation de diffusion [ISH89] :

$$[\nabla^2 - \alpha_{eff}^2] \Phi(\mathbf{r}) = -Q(\mathbf{r}) \quad (1.7)$$

avec  $\alpha_{eff} = [3\alpha_{abs}(\alpha_{abs} + \alpha'_{sca})]^{1/2}$  le coefficient d'atténuation effectif et  $Q(\mathbf{r})$  le terme source généré par la diffusion du flux collimaté incident.

**Une approche mésoscopique** : sur des échelles de longueur de l'ordre du libre parcours moyen  $L \sim l_{sca}$ , on reprend l'équation de transfert radiatif dans toute sa généralité, mais différentes méthodes de résolution numériques ont été proposées pour résoudre cette équation que l'on peut classer en quatre approches :

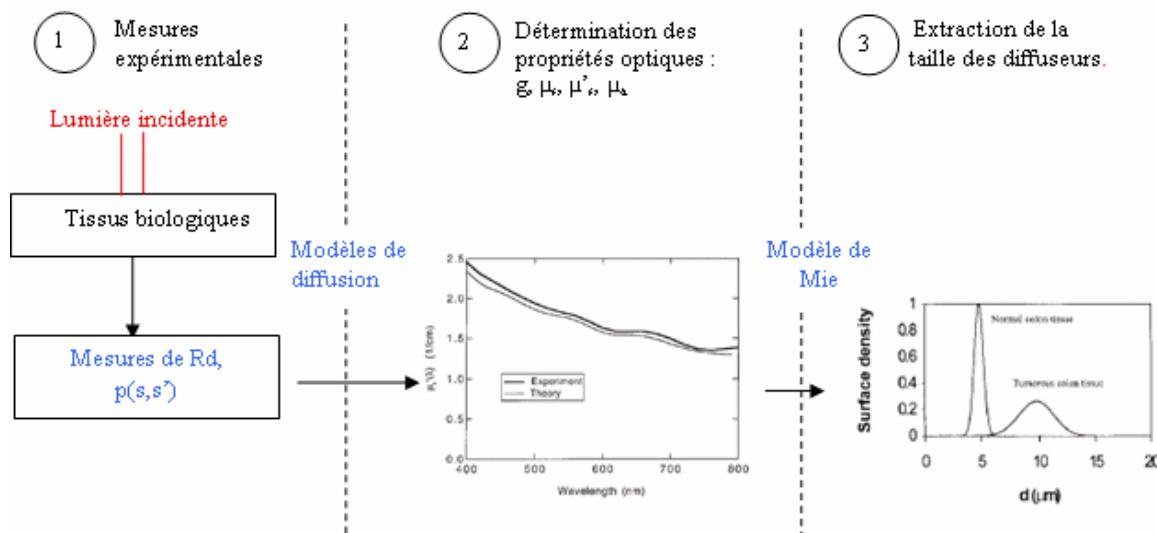
- Les méthodes multiflux qui discrétise angulairement l'espace de diffusion [MUD71] (méthode qui sera l'objet de notre chapitre 2).

- La méthode de la fonction auxiliaire qui introduit une fonction auxiliaire via une discréétisation du milieu dans son épaisseur [ELI02].
- La méthode d'adding doubling : plus proche d'un calcul de propriétés optiques de couches minces [EVA91].
- La méthode Monte Carlo qui repose sur une modélisation probabiliste des phénomènes de diffusion [RUB81].

L'approximation de la diffusion est la limite de l'approche mésoscopique pour des grandes échelles de longueurs.

Dans les tissus biologiques l'approche macroscopique et donc l'approximation de la diffusion est couramment utilisée car elle est relativement simple d'utilisation. Cette approche est utilisée pour analyser les spectres de réflectance et ainsi déterminer les paramètres optiques macroscopiques des tissus biologiques. Elle fournit une bonne approximation dans le cas où le facteur d'anisotropie est faible ( $g < 0.1$ ) et pour des événements de diffusion plus importants que les événements d'absorption (albédo  $\omega$  proche de 1). Or, dans les tissus biologiques, nous avons vu que le facteur d'anisotropie  $g$  est élevé (compris entre 0.6 et 0.99) ce qui restreint de façon significative la validité de l'approximation de diffusion. Il a été montré que cette approximation peut-être utilisée avec succès pour des  $g < 0.9$  et des objets biologiques de forte épaisseur optique  $\tau > 10-20$  [TUC97]. En revanche, dès que l'épaisseur optique du tissu biologique devient inférieure à ces valeurs cette approximation devient inadéquate. Dans ce dernier cas, l'approximation de diffusion simple est couramment utilisée pour remonter aux paramètres optiques.

Pour en savoir plus, l'article de revue de W. F. Cheng [CHE90] répertorie l'ensemble des méthodes mises en œuvre à la fois du point de vue expérimental et du point de vue modélisation pour calculer les paramètres optiques des tissus. Le schéma ci-dessous (Fig. 1.6) résume les différentes étapes du cheminement permettant la détermination de la taille des diffuseurs.

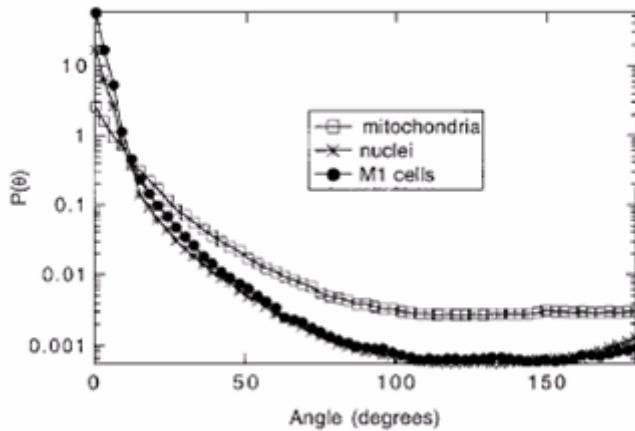


**Figure 1.6 :** Les différentes étapes de l'obtention des paramètres optiques des tissus : des mesures expérimentales à la taille des diffuseurs.

### I.3.3 Etat de l'art :

De nombreuses équipes de recherche ont cherché à extraire la taille des diffuseurs dans les tissus biologiques.

Vers la fin des années 90, Mourant et al. [MOU98] ont réalisé des mesures de diffusion à la fois spectralement à l'aide de fibre optiques [cf. Fig. 1.5 (a)] et angulairement à l'aide d'un goniomètre [cf. Fig. 1.5 (b)] sur des suspensions de cellules de fibroblastes (cellules des tissus conjonctifs) in vitro. Ils ont alors calculé par ces deux techniques le coefficient de diffusion réduit  $\alpha'_{\text{sca}}$  à partir de l'équation de diffusion [Eq. (1.7)] (approximation de la diffusion) et le facteur d'anisotropie  $g = \int P(\Theta) \cos \Theta d\Omega$  à partir de la fonction de phase  $P(\Theta)$  mesurée (dans le cadre de la théorie de diffusion simple). A l'aide de ces deux paramètres, ils ont mis en évidence une large distribution de taille des diffuseurs dans ces cellules de fibroblastes avec des diamètres compris entre  $0.4\mu\text{m}$  et  $2\mu\text{m}$  qui ne pouvaient donc provenir que des petites structures présentes au sein des cellules (peroxysomes, mitochondries). Cependant, en séparant la contribution des mitochondries de celles des noyaux, Mourant a clairement montré que la fonction de phase de ces milieux était très directement sensible à la taille des diffuseurs. (cf. Fig. 1.7). La diffusion vers l'avant étant plus sensible aux grandes structures tandis que les petites structures contribuent de manière plus importante aux autres directions de diffusion.



**Figure 1.7 :** Mesures de la distribution angulaire,  $P(\theta)$ , pour des cellules, des noyaux et des mitochondries [MOU98].

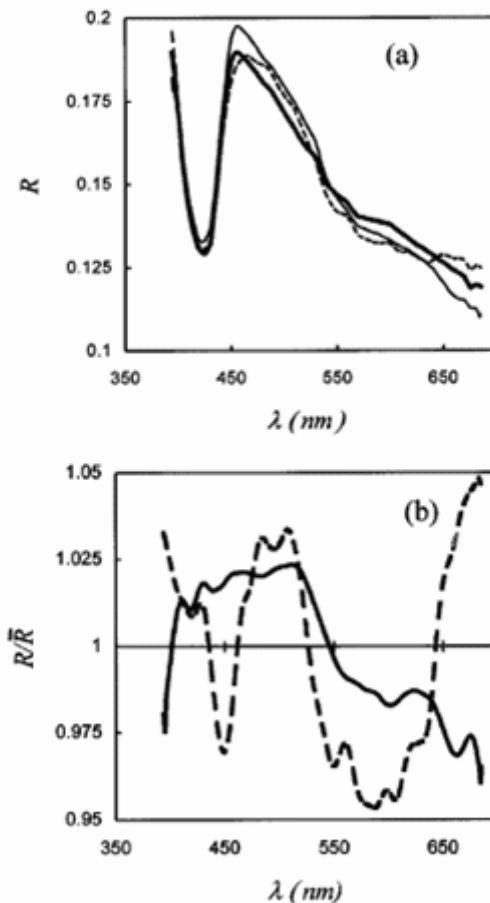
Par ailleurs, Bartlett et al. [BAR04] ont utilisé, cette fois-ci de manière couplée, la dépendance spectrale et angulaire de la lumière diffusée sur des cultures cellulaires immortalisées. A l'aide d'un modèle de diffusion simple, ils ont montré que les mitochondries et les noyaux contribuaient tous les deux à la diffusion dans les tissus alors que Mourant privilégiait le rôle des mitochondries.

Ces études réalisées *in vitro* ne reflètent pas la véritable diffusion d'un tissu biologique. La profondeur de pénétration de la lumière blanche dans un tissu est de l'ordre du millimètre ce qui fait qu'il dépasse le tissu épithéial. La lumière rétrodiffusée provenant des cellules épithéliales est alors masquée par la diffusion de fond des tissus sous-jacents (le tissu conjonctif). Différentes approches ont été proposées afin de séparer les signaux optiques provenant de l'épithélium et du tissu conjonctif.

Perelman et al. [PER98] ont mesuré le spectre rétrodiffusé  $R$  d'un tissu d'œsophage *in vivo* à l'aide d'un endoscope. Ils ont pu évaluer la composante de structure fine  $R/R_{fd}$  (où  $R_{fd}$  correspond à la réflectance du fond diffus) associée à la diffusion simple des noyaux des cellules épithéliales. La composante de structure fine est tirée de la dépendance périodique de la section efficace de diffusion  $C_{sca}$  d'une particule avec la longueur d'onde dans l'hypothèse de diffuseurs de grandes tailles ( $d \gg \lambda$ ) [VAN57] :

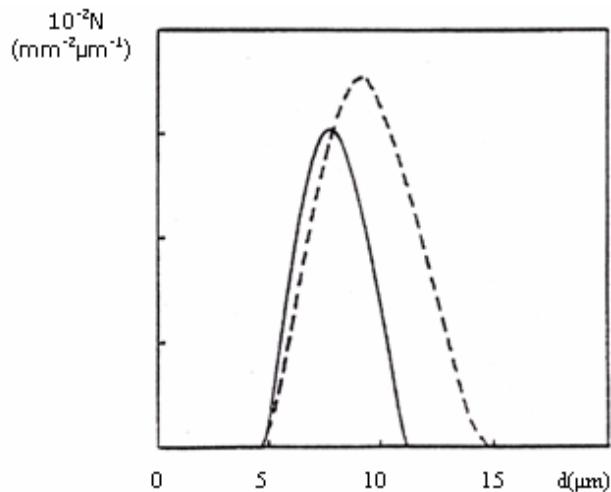
$$C_{sca}(\lambda, d) = \frac{1}{2} \pi l^2 \left[ 1 - \frac{\sin(2\delta/\lambda)}{\delta/\lambda} + \left( \frac{\sin(\delta/\lambda)}{\delta/\lambda} \right)^2 \right]$$

où  $\delta = \pi d n_c (n - 1)$  avec  $n_c$  l'indice de réfraction du cytoplasme et  $n$  l'indice de réfraction relatif du noyau :  $n = \left( \frac{n_{\text{noyaux}}}{n_c} \right)$ . Pour obtenir la composante de structure fine  $R/R_{\text{fd}}$  (Fig. 1.8) qui ne représente que 5% du signal, Perelman et al. ont calculé la réflexion du fond diffus  $R_{\text{fd}}$  en utilisant l'équation de la diffusion [Eq. (1.7)] (approximation de la diffusion).



**Figure 1.8 :** (a) Spectre de rétrodiffusion de l'œsophage de Barrett : site non dysplasique (ligne solide), site dysplasique (ligne avec tirets), modèle (ligne solide fine), (b) Les structures fines correspondantes.

Cette composante étant proportionnelle à  $C_{\text{sca}}$  et à  $N(d)$ , la distribution de taille des noyaux, ils ont ainsi pu extraire les diamètres des noyaux des cellules :  $7\mu\text{m}$  pour les tissus sains et  $10\mu\text{m}$  pour des tissus cancéreux. (Fig. 1.9)



**Figure 1.9 :** Distribution de taille des noyaux : tissu sain diamètre moyen  $7\mu\text{m}$  (ligne solide) et tissu cancéreux diamètre moyen  $d=10\mu\text{m}$  (ligne avec tirets).

Une autre méthode pour sonder le tissu épithelial est l'utilisation de la polarisation de la lumière, technique utilisée par Backman et al [BAC99], afin de séparer la contribution de la lumière provenant des cellules épithéliales qui a subit une diffusion simple (qualitativement entre  $30$  et  $50\mu\text{m}$  en profondeur pour le tissu épithelial) de la diffusion multiple provenant du fond (tissus conjonctif).

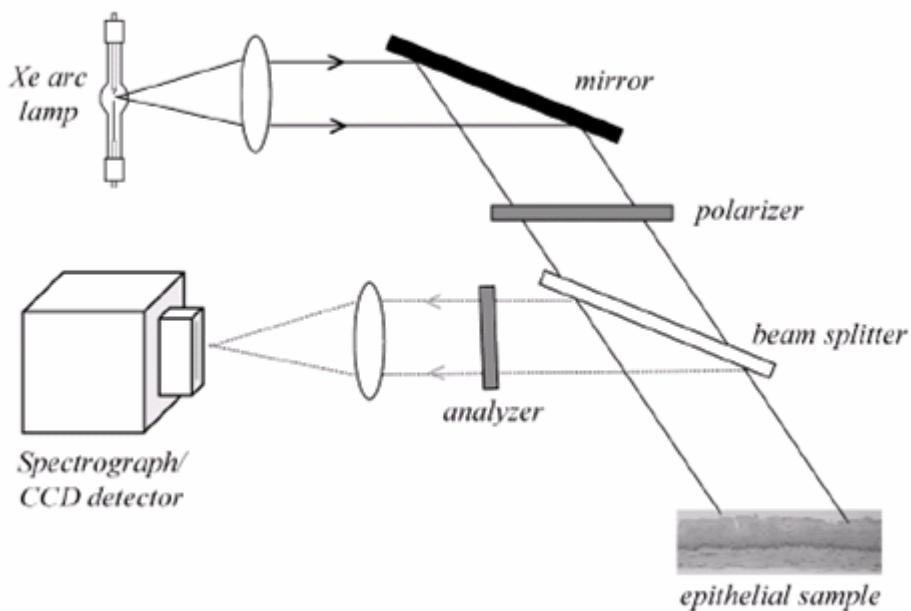
Le système est éclairé par une lumière polarisée linéairement par rapport au plan d'incidence :  $I_{//}$

La lumière diffusée collectée provient à la fois :

- Des couches supérieures  $I_{\text{sup}}$  avec  $I_{//\text{sup}} \gg I_{\perp\text{sup}}$ , où  $I_{\perp\text{sup}}$  correspond à la lumière détectée polarisée perpendiculairement au plan d'incidence, c'est-à-dire croisée par rapport à la polarisation incidente, tandis que  $I_{//\text{sup}}$  correspond à la lumière diffusée ayant la même polarisation que l'onde incidente. Cette relation implique que la lumière qui provient des couches supérieures conserve sa polarisation.
- Des couches inférieures :  $I_{\text{inf}}$  avec  $I_{//\text{inf}} = I_{\perp\text{inf}}$ , la lumière provenant des couches plus profondes perd sa polarisation car elle a subit de la diffusion multiple.

Ainsi la composante résiduelle :  $\Delta I = I_{//} - I_{\perp} = (I_{//\text{sup}} + I_{//\text{inf}}) - (I_{\perp\text{sup}} + I_{\perp\text{inf}}) = I_{//\text{sup}}$  rend compte essentiellement de la diffusion par les couches superficielles.

Le montage expérimental de cette technique est représenté sur la figure 1.10.



**Figure 1.10 :** Diagramme schématique d'un système de spectroscopie de diffusion élastique de lumière (SDL).

En utilisant la théorie de Mie pour ajuster les spectres ils obtiennent pour des noyaux cellulaires saines de colons des diamètres  $d_s = 4.8\mu\text{m}$  et pour des noyaux de cellules cancéreuses  $d_c = 9.75\mu\text{m}$ .

En 2000, Wallace et al [WAL00] ont évalué le potentiel de cette technique *in situ* sur des patients atteints de l'œsophage de Barrett (modification des cellules de la muqueuse de la partie inférieure de l'œsophage). Cette technique s'est révélée fiable et précise pour classer les dysplasies des patients atteints de l'œsophage de Barrett.

Par la suite l'imagerie de spectroscopie de diffusion de la lumière a été couplée à cette méthode afin d'observer les propriétés histologiques sur une plus large région. L'étude sur des tissus *ex vivo* a montré que cette technique permettait de distinguer un ensemble de cellules dysplasiques d'un ensemble de cellules non dysplasiques [GUR01] en séparant la diffusion simple provenant des couches superficielles de la diffusion multiple provenant des tissus sous-jacents.

Plus récemment Yu et al [YU06] ont utilisé la dépendance azimutale de la lumière rétrodiffusée afin de séparer la diffusion simple provenant des petites organelles de la diffusion simple provenant des noyaux. Ils sont partis du principe que la diffusion par les

grosses particules présente une forte asymétrie azimutale contrairement à celles des petites qui est relativement isotrope. Leur montage expérimental est équivalent à celui de la figure 1.10 avec cette fois-ci la possibilité de se placer dans différents plans de diffusion. Par cette technique ils ont pu remonter ex vivo à la taille des noyaux d'un tissu de colon avec des diamètres de  $5.8\mu\text{m}$  pour des cellules saines et  $15.8\mu\text{m}$  pour des cellules cancéreuses.

Une équipe du département d'ingénierie biomédicale de l'université du Texas [NIE04] en utilisant une méthode proche de celle présentée dans la figure 1.5 (a) et en lui adjoignant une mesure de l'état de polarisation de la lumière ont pu séparer les flux diffusés par l'épithélium de ceux diffusés par le fond et remonter ainsi, dans le cadre de l'approximation de la diffusion, à la taille des diffuseurs de l'épithélium :  $d=8.6\mu\text{m}$  pour la cavité orale.

Un résumé de ces différents résultats concernant la taille des diffuseurs ainsi que des techniques utilisées est présenté dans le tableau 1.4 ci-dessous.

Tissus	$\varnothing$ des noyaux sains ( $\mu\text{m}$ )	$\varnothing$ des noyaux cancéreux ( $\mu\text{m}$ )	techniques	Modèles	Réf.
Œsophage	7	10	Rd (in vivo)	Approximation de la diffusion	[PER98]
Colon	4.8	9.75	P/SDL	Simple diffusion	[BAC99]
	5.9	15.8	$\varphi$ /SDL	(théorie de Mie)	[YU06]
Cavité orale	8.6		Rd	Approximation de la diffusion	[NIE04]

**Tableau 1.4 :** Taille des noyaux pour différents types de tissus.

## Conclusion

Nous avons rappelé dans ce chapitre les processus physiques mis en jeu lors de l'interaction de la lumière avec un tissu biologique, qui sont à l'origine du développement de la spectroscopie optique tissulaire. Nous avons également présenté les recherches qui se développent actuellement pour appliquer la spectroscopie de diffusion élastique à l'étude des

tissus biologiques et qui a montré une efficacité avérée dans le diagnostic de cellules dysplasiques.

Cependant la difficulté majeure rencontrée est directement liée à la structure complexe, stratifiée, des tissus biologiques qu'il est difficile de prendre en compte précisément. La modélisation de la propagation de la lumière dans ces tissus est donc un enjeu important pour le diagnostic. Un des modèles les plus utilisés est l'approximation de la diffusion. La simplicité et la rapidité des calculs de ce modèle l'a rendu populaire pour déterminer les propriétés optiques macroscopiques de ces tissus. Il ne s'agit pourtant que d'une approximation assez grossière qui ne prend pas en compte la structure et les propriétés optiques des différentes couches composant les tissus biologiques et qui en général, néglige le caractère vectoriel de la lumière. Ce paramètre comme nous l'avons vu dans la dernière partie, permet même dans le cadre de la diffusion simple de séparer les contributions des différentes strates du tissu à la diffusion. Toutes ces raisons ont été à l'origine de notre motivation de développer un modèle plus réaliste et plus fouillé de la propagation de la lumière dans les tissus biologiques. Notre choix s'est porté sur une approche mésoscopique basée sur la résolution de l'équation de transfert radiatif vectorielle par une méthode Nflux, prenant de plus en compte une structure multistratifiée du système. Le chapitre suivant est consacrée à la description de ce modèle.

---

## Références

- [DUN98] **DUNN A. (1998).** “*Light Scattering Properties of Cells*”, Dissertation Presented to the Faculty of the Graduate School of The University of Texas at Austin.  
<http://www.nmr.mgh.harvard.edu/~adunn/papers/dissertation/>
- [MIE08] **MIE G. (1908).** Beitrage zur Optik Trüber Medien Speziell Kolloidaler Metallösungen, Ann. Phys., 25, 377-445.
- [VAN57] **VAN DE HULST H.C. (1957).** *Light Scatering by Small particles*, Dover Publications.
- [BOR83] **BOHREN C.F AND HUFFMAN D.R, (1983).** *Absorption and Scattering of Light by Small Particles*, Wiley-Interscience Publication.

- [TUC97] **TUCHIN V.V. (1997).** Light scattering study of tissues, *physics –Uspekhi*, **40**, 495-515.
- [CHE90] **CHEONG W. F., PRAHL S. A. et WELCH A. J. (1990).** A Review of the Optical Properties of Biological Tissues, *IEEE J. Quant. Elect.*, **26**, 2166-2184.
- [DAS01] **DA SILVA A. (2001).** Etude théorique et expérimentale de la diffusion de la lumière dans les milieux hétérogènes denses multicouches. Thèse, Université Pierre et Marie Curie.
- [COT94] **COTRAN R. S., ROBBINS S.L. et KUMAR V. (1994).** Robbins Pathological Basis of Disease. Philadelphia, PA: W. B. Saunders.
- [RID83] **RIDDELL R., GOLDMAN H., RANSHOHOFF D. et AL. (1983).** Dysplasia in inflammatory bowel-disease, standardized classification with provisional clinical-application. *Human Pathol.*, **14**, 931-968.
- [DIZ05] **ARIFLER D., SCHWARZ R. A., CHANG S. K., ET RICHARDS-KORTUM R. (2005).** Reflectance spectroscopy for diagnosis of epithelial precancer: model-based analysis of fiber-optic probe designs to resolve spectral information from epithelium and stroma. *Appl. Opt.*, **44**, 4291-4305.
- [CHA60] **CHANDRASEKHAR S. (1960).** Radiative Transfer. Dover publication.
- [ISH89] **ISHIMARU A. (1989).** Diffusion of light in turbid material. *Appl. Opt.*, **28**, 2210-2215.
- [MUD71] **MUDGETT P. S. AND RICHARDS L. W. (1971).** Multiple scattering calculations for technology, *Appl. Opt.*, **10**, 1485-1502.
- [ELI02] **ELIAS M., ELIAS G. (2002).** New and fast calculation for incoherent multiple scattering, *J. Opt. Soc. Am. A*, **19**, 894-905.
- [EVA91] **EVANS K. F., STEPHENS G. L. (1991).** A new polarized atmospheric radiative transfer model. *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*, **46**, 413-423.
- [RUB81] **RUBINSTEIN R. Y. (1981).** Simulation and the Monte Carlo method. John Wiley & Sons.
- [MOU98] **MOURANT J. R., FREYER J. P., HIELSHER A. H. et al. (1998).** Mechanisms of light scattering from biological cells relevant to noninvasive optical-tissue diagnostics. *Appl. Opt.*, **37**, 3586-3593.

- [BAR04] **BARLETT M., HUANG G., LARCOM L. ET JIANG H. (2004).** Measurement of particle size distribution in mammalian cells in vitro by use of polarized light spectroscopy. *Appl. Opt.*, **43**, 1296-1307.
- [PER98] **PERLMAN L. T., BACKMAN V., WALLACE M. et al. (1998).** Observation of Periodic Fine Structure in Reflectance from Biological Tissue: A New technique for Measuring Nuclear Size Distribution, *Physical review letters*, **80**, 627-630.
- [BAC99] **BACKMAN V., GURJAR R., BADIZADEGAN K. et al. (1999).** Polarized Light Scattering Spectroscopy for Quantitative Measurement of Epithelial Cellular Structures In Situ, *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, **5**, 1019-1025.
- [WAL00] **WALLACE M., PERLMAN L. T., BACKMAN V. et al. (2000).** Endoscopic Detection of Dysplasia in Patient with Barret's Esophagus Using light-scattering spectroscopy. *Gastroenterology*, **119**, 677-682.
- [GUR01] **GURJAR R. S., BACKMAN V., PERELMAN L. et al. (2001).** Imaging human epithelial properties with polarized light-scattering spectroscopy, *Nature medicine*, **7**, 1245-1248.
- [YU06] **YU C. C., LAU C., TUNNELL J. W. et al. (2006).** Assessing epithelial cell nuclear morphology by using azimuthal light scattering spectroscopy, *Optics letters*, **31**, 3119-3121.
- [NIE04] **NIEMAN L., MYAKOV A., AARON J. et SOKOLOV K. (2004).** Optical sectioning using a fiber probe with an angled illumination-collection geometry: evaluation in engineered tissue phantoms, *Appl. Opt.*, **43**, 1308-1319.

---

## CHAPITRE II

# Modélisation de la diffusion de la lumière

---

<b>Introduction .....</b>	<b>39</b>
<b>II.1 La théorie de transfert radiatif .....</b>	<b>40</b>
II.1.1 Les grandeurs radiatives .....	40
II.1.2 Principe du transfert radiatif .....	42
II.1.3 Hypothèses, limites et domaine de validité de l'ETR.....	44
II.1.3.1 Hypothèses .....	44
II.1.3.2 Limite de l'ETR : un modèle d'ondes incohérentes .....	45
II.1.3.3 Domaine de validité de l'ETR .....	45
II.1.4 ETR vectorielle : paramètres de Stokes et matrice de diffusion. ....	46
II.1.4.1 Les paramètres de Stokes .....	46
II.1.4.2 La matrice de diffusion.....	48
<b>II.2 La géométrie du système multicouche.....</b>	<b>48</b>
<b>II.3 Caractérisation de chaque couche .....</b>	<b>51</b>
II.3.1 Les paramètres de diffusion simple.....	51
II.3.2 La diffusion multiple par l'ETRV .....	54
<b>II.4 La résolution de l'ETRV dans une couche par la méthode des ordonnées discrètes .....</b>	<b>55</b>
II.4.1 La Matrice de phase .....	55
II.4.2 Le terme source.....	58
II.4.3 La dépendance azimutale .....	59
<b>II.5 Le traitement multicouche.....</b>	<b>62</b>
II.5.1 Conditions aux limites pour des interfaces planes.....	63
II.5.1.1 Calcul des flux collimatés .....	63
II.5.1.2 Calcul des flux diffus.....	66
II.5.2 Solution du traitement multicouche .....	68
<b>II.6 Validation du modèle.....</b>	<b>71</b>
II.6.1 Vérification du calcul des coefficients $\alpha_\ell, \beta_\ell, \gamma_\ell, \varepsilon_\ell, \delta_\ell, \xi_\ell$ .....	71
II.6.2 Test numériques et comparaisons .....	74

---

<b>II.7 Exemples d'illustration du code N-flux vectoriel .....</b>	<b>76</b>
II.7.1 Comportement de systèmes diffusants simples .....	77
II.7.1.1 Comportement de systèmes diffusants simples en lumière non polarisée.....	77
II.7.1.2 Comportement de systèmes diffusants simples en lumière polarisée.....	80
II.7.2 Comportement d'un système diffusant à deux couches .....	83
II.7.3 Effet d'une distribution de taille.....	86
II.7.4 Intérêt de la polarisation dans le transfert radiatif .....	87
<b>Conclusion .....</b>	<b>91</b>

## Introduction

Ce chapitre est consacré à la présentation de notre modèle rendant compte de la propagation de la lumière dans les tissus biologiques et plus généralement dans un milieu inhomogène stratifié. Ce modèle est basé sur la résolution de l'Equation de Transfert Radiatif (ETR) par la méthode des ordonnées discrètes. Cette méthode discrétise l'espace en N angles solides élémentaires à l'intérieur de chacun desquels la luminance est supposée uniforme. Les origines de cette méthode remontent à l'approximation « deux-flux » de Schuster [SCU05] et a été suggérée par Wick [WIC43] pour décrire la diffusion de neutrons. Cette méthode a été explorée en détail par Chandrasekhar [CHA60] dans le cadre de l'astrophysique pour le traitement de la diffusion dans une couche atmosphérique. Elle a été étendue à des systèmes multicouches sans changement d'indice de réfraction entre les différentes couches [STA84][STA88], puis à des systèmes présentant des changements d'indices aux interfaces [STA94][DAS04]. Tous ces modèles ne considèrent que des flux lumineux non polarisés. Or, dans de nombreux cas et plus particulièrement dans les milieux biologiques qui nous intéressent ici, la lumière diffusée est fortement sensible à l'état de polarisation du faisceau incident. Dans ces cas, c'est donc l'Equation de Transfert Radiatif Vectorielle (ETRV) [MIS94] qui devrait être utilisée. Comme nous l'avons décrit dans le chapitre précédent la propagation de la lumière dans de tels milieux est dominée par la diffusion multiple et la polarisation peut-être utilisée pour séparer les flux diffusés par les couches profondes (ayant perdu la mémoire de la polarisation du faisceau incident) des flux diffusés par les tissus superficiels (ayant conservé la polarisation du faisceau incident). Le modèle présenté ici pour résoudre l'ETR avec la prise en compte des effets de polarisation fait suite aux travaux précédemment réalisés au laboratoire sur les modèles N-flux scalaires multicouches [DAS01] et sur les modèles N-flux vectoriel monocouches [CAR03]. Nous avons étendu ces modèles au traitement multicouche vectoriel. Nous avons également apporté des améliorations et des changements, notamment dans le calcul de la matrice de diffusion, que nous détaillerons par la suite.

En résumé notre modèle permet de traiter des systèmes :

- multicouches,
- avec changements d'indice aux interfaces,
- présentant ou non une distribution de taille des diffuseurs dans chaque couche,

- éclairés par un faisceau parallèle de lumière polarisée quelconque, sous incidence normale ou oblique.

La première partie de ce chapitre II est consacrée aux grandeurs radiatives, avec un rappel du principe du transfert radiatif et des différents concepts liés à la polarisation. La deuxième partie définit la géométrie du système utilisé. Puis nous abordons la caractérisation d'une couche (II.3), en définissant tous les paramètres nécessaires à la résolution de l'ETRV (II.4). Ensuite nous présentons le traitement multicouche (II.5). La partie II.6 est consacrée à la validation du modèle, tant sur le plan numérique que par comparaison à des calculs tirés de la littérature. Enfin, la partie II.7 illustre l'utilisation de ces codes de calcul pour simuler des milieux diffusants simples afin de mettre en évidence les principales caractéristiques du comportement de ces milieux diffusants et montrer l'intérêt de la prise en compte de la polarisation.

## II.1 La théorie de transfert radiatif

### II.1.1 Les grandeurs radiatives

Dans la théorie de transfert radiatif, la quantité principale qui va caractériser un rayonnement est la luminance [cf. Annexe B (Eq. B.2)] :

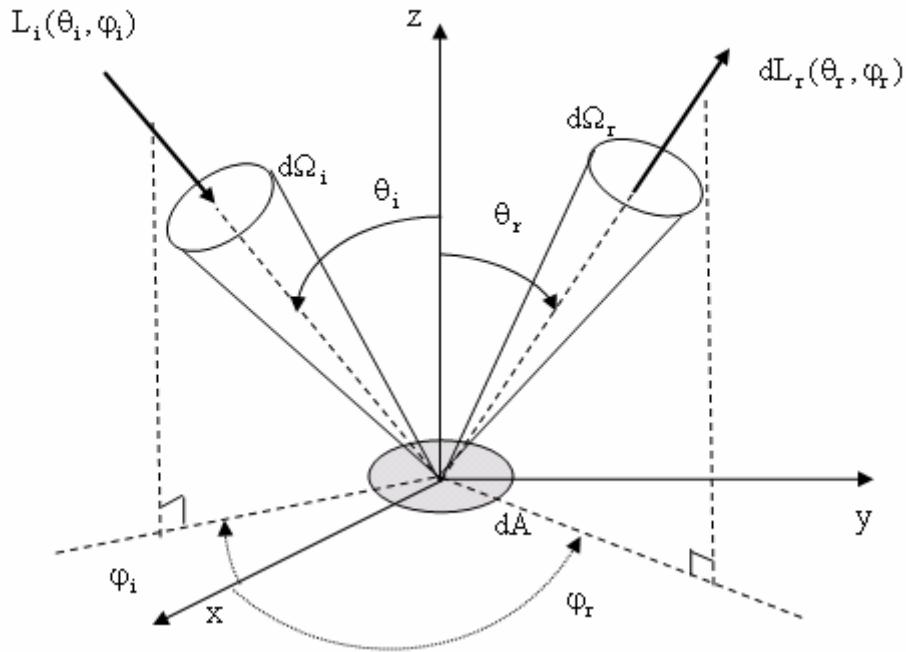
$$L(\mathbf{r}, \theta, \phi) = \frac{d^2F(\mathbf{r}, \theta, \phi)}{dA \cos \theta d\Omega} \quad [W.m^{-2}.sr^{-1}] \quad (2.1)$$

où  $d^2F$  représente le flux rayonné par l'élément de surface  $dA$  localisé au point  $\mathbf{r}(x,y,z)$  dans l'angle solide  $d\Omega$  centrée sur la direction  $(\theta, \phi)$ .

Pour quantifier la répartition angulaire de la lumière diffusée pour une configuration particulière de faisceaux incidents et réfléchis, on utilise la fonction de réflectivité birectionnelle plus connu sous son nom Anglais « BRDF » Bidirectional Reflection Distribution Function, [NIC65][NIC70].

La BRDF d'une surface élémentaire  $dA$  pour des directions d'éclairage  $(\theta_i, \phi_i)$  et d'observation  $(\theta_r, \phi_r)$  données (Figure 2.1) est définie par le rapport entre la luminance réfléchie  $dL_r(\theta_r, \phi_r)$  de  $dA$  dans une direction donnée  $(\theta_r, \phi_r)$  à l'éclairement incident  $E_i$  provenant d'une direction  $(\theta_i, \phi_i)$  sur  $dA$  :

$$\text{BRDF}(\theta_r, \varphi_r; \theta_i, \varphi_i) = \frac{dL_r(\theta_r, \varphi_r)}{dE_i(\theta_i, \varphi_i)} = \frac{dL_r(\theta_r, \varphi_r)}{L(\theta_i, \varphi_i) \cos \theta_i d\Omega_i} \quad [\text{sr}^{-1}] \quad (2.2)$$



**Figure 2.1:** Les grandeurs bidirectionnelles

La luminance  $dL_r$  dans la direction  $(\theta_r, \varphi_r)$  est définie ici pour une direction particulière du faisceau incident  $(\theta_i, \varphi_i)$ . Dans le cas d'un rayonnement incident non collimaté, une autre direction d'incidence peut également être diffusée dans la direction  $(\theta_r, \varphi_r)$ . La luminance totale diffusée  $L_r$  dans la direction  $(\theta_r, \varphi_r)$  est alors la somme de toutes les contributions  $dL_r(\theta_r, \varphi_r)$  :

$$L_r(\theta_r, \varphi_r) = \int_{2\pi} \text{BRDF}(\theta_r, \varphi_r; \theta_i, \varphi_i) L(\theta_i, \varphi_i) \cos \theta_i d\Omega_i \quad [\text{sr}^{-1}] \quad (2.3)$$

Nous utiliserons dans notre travail la réflectivité diffuse  $\rho$  défini par:

$$\rho(\theta_r, \varphi_r; \theta_i, \varphi_i) = \text{BRDF}(\theta_r, \varphi_r; \theta_i, \varphi_i) \cos \theta_r \quad (2.4)$$

car cette quantité est directement reliée au flux mesuré dans l'angle solide du détecteur.

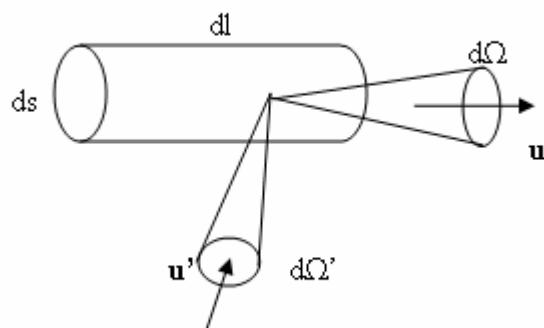
De la même manière, pour les flux diffusés en transmission, nous définissons une transmittivité diffuse  $\tau$ , liée à la BTDF (Bidirectional Transmission Distribution Function) par :

$$\tau(\theta_r, \phi_r; \theta_i, \phi_i) = \text{BTDF}(\theta_r, \phi_r; \theta_i, \phi_i) \cos \theta_r \quad (2.5)$$

### II.1.2 Principe du transfert radiatif

L'Equation de Transfert Radiatif (ETR) exprime un bilan énergétique sur un élément de volume de milieu diffusant et décrit les variations spatiales de la luminance en un point  $\mathbf{r}$  et pour une direction particulière  $\mathbf{u}$  de propagation. Ce bilan d'énergie doit être effectué en chaque point du milieu diffusant et dans toutes les directions de l'espace. Le milieu diffusant est caractérisé par son coefficient d'absorption  $\alpha_{\text{abs}}$ , d'extinction  $\alpha_{\text{ext}}$  et de diffusion  $\alpha_{\text{sca}}$  ainsi que par sa fonction de phase  $p(\mathbf{u}', \mathbf{u})$  (cf chapitre I § 1.2.1)

Considérons l'élément de volume sous la forme d'un cylindre de section  $ds$  et de longueur  $dl$  orienté selon la direction du vecteur  $\mathbf{u}$ . (Fig. 2.2)



**Figure 2.2** : Bilan d'énergie dans le volume élémentaire  $dsdl$

Cet élément de volume est supposé suffisamment petit pour considérer que ses propriétés physiques puissent y être considérées comme homogènes et suffisamment grand pour être représentatif du milieu diffusant. Nous reviendrons en détail sur les conditions que doit vérifier cet élément de volume dans le paragraphe II.1.2.3.

Le long de la direction  $\mathbf{u}$ , la luminance  $L(\mathbf{r}, \mathbf{u})$  décroît à cause de l'absorption et de la diffusion de la quantité :  $\alpha_{\text{ext}} L(\mathbf{r}, \mathbf{u})$ . Cet élément de volume est une petite partie de notre milieu diffusant, par conséquent d'autres luminances  $L(\mathbf{r}, \mathbf{u}')$  provenant du milieu environnant se dirigent vers l'élément de volume considéré avec des directions  $\mathbf{u}'$ . Ces luminances vont être diffusées par le milieu diffusant et vont contribuer à augmenter la luminance  $L(\mathbf{r}, \mathbf{u})$  dans

la direction  $\mathbf{u}$ . La part de la luminance se propageant dans la direction  $\mathbf{u}'$  et qui est diffusée dans la direction  $\mathbf{u}$  est défini par :  $\frac{\alpha_{\text{sca}}}{4\pi} p(\mathbf{u}', \mathbf{u})$  que nous allons intégrer pour toutes les directions  $\mathbf{u}'$  sur  $4\pi$  stéradians. Le bilan énergétique s'exprime alors par :

$$\frac{dL(\mathbf{r}, \mathbf{u})}{dl} = -\alpha_{\text{ext}} L(\mathbf{r}, \mathbf{u}) + \frac{\alpha_{\text{sca}}}{4\pi} \int_{4\pi} L(\mathbf{r}, \mathbf{u}') p(\mathbf{u}', \mathbf{u}) d\Omega' \quad (2.6)$$

qui n'est rien d'autre que l'équation de transfert radiatif.

La luminance  $L(\mathbf{r}, \mathbf{u})$  dans la direction  $\mathbf{u}$  peut également croître du fait de l'émission propre de l'élément de volume  $d\mathbf{r} dl$  par luminescence ou rayonnement thermique. Cette contribution ne sera pas traitée ici.

Généralement on décompose la luminance  $L$  en une partie collimatée,  $L_{\text{coll}}$ , qui a priori véhicule toutes les interactions cohérentes qui ont lieu dans le milieu, et une partie diffuse  $L_{\text{sca}}$ , incohérente :

$$L(\mathbf{r}, \mathbf{u}) = L_{\text{sca}}(\mathbf{r}, \mathbf{u}) + L_{\text{coll}}(\mathbf{r}) \delta(\mathbf{u} - \mathbf{u}_0) \quad (2.7)$$

où  $\mathbf{u}_0$  est la direction d'incidence dans le milieu et  $\delta(\mathbf{u} - \mathbf{u}_0)$  est la distribution de Dirac dont l'intégrale est égale à 1 par intégration sur tout l'espace ( $4\pi$  sr).

Dans ces conditions, on peut réécrire (2.6) pour  $L_{\text{coll}}$  et  $L_{\text{sca}}$  :

$$\begin{aligned} \frac{dL_{\text{coll}}(\mathbf{r}, \mathbf{u}_0)}{dl} &= -\alpha_{\text{ext}} L_{\text{coll}}(\mathbf{r}, \mathbf{u}_0) \\ \frac{dL_{\text{sca}}(\mathbf{r}, \mathbf{u})}{dl} &= -\alpha_{\text{ext}} L_{\text{sca}}(\mathbf{r}, \mathbf{u}) + \frac{\alpha_{\text{sca}}}{4\pi} \int_{4\pi} L_{\text{sca}}(\mathbf{r}, \mathbf{u}') p(\mathbf{u}', \mathbf{u}) d\Omega' + \frac{\alpha_{\text{sca}}}{4\pi} L_{\text{coll}}(\mathbf{r}, \mathbf{u}_0) p(\mathbf{u}_0, \mathbf{u}) \end{aligned} \quad (2.8)$$

On obtient ainsi :

- une équation pour la luminance collimatée qui se réduit à l'équation de Beer-Lambert dans le cas d'un milieu infini, dont la solution est exponentielle décroissante ( $e^{-\alpha_{\text{ext}}l}$ ).
- une équation pour la luminance diffuse qui est l'équation de transfert radiatif. (écrite ici dans l'approximation scalaire), dont la résolution est l'objet ce chapitre.

## II.1.3 Hypothèses, limites et domaine de validité de l'ETR

### II.1.3.1 Hypothèses

Avant d'aborder le détail du modèle, nous résumons ici l'ensemble des conditions dans lesquelles nous allons nous placer dans toute la suite de ce travail :

- Les milieux diffusants étudiés sont non magnétiques, non émissifs, statistiquement homogènes et isotropes. L'homogénéité de notre milieu entraîne que les coefficients de diffusion  $\alpha_{\text{sca}}$  et d'extinction  $\alpha_{\text{ext}}$  et la fonction de phase ne dépendent pas de la position  $\mathbf{r}$ . L'isotropie de notre milieu entraîne que  $\alpha_{\text{sca}}$  et  $\alpha_{\text{ext}}$  sont indépendants de la direction  $\mathbf{u}$  et que la fonction de phase ne dépend que de la différence d'angle entre les deux directions  $\mathbf{u}$  et  $\mathbf{u}'$ . Cette condition d'isotropie est vérifiée dans le cas de particules diffusantes sphériques.
- Le milieu diffusant étudié est faiblement concentré. Les particules sont donc relativement éloignées les une des autres et chaque particule peut-être complètement caractérisée par ses caractéristiques de diffusion en champ lointain.
- La répartition des particules est totalement aléatoire ce qui implique que les différentes ondes diffusées par les diffuseurs possèdent des déphasages aléatoires et ne produisent donc aucune interférence. Les luminances diffusées par les différents diffuseurs sont alors additives.

Sous ces deux dernières hypothèses : les propriétés de diffusion des particules sont additives et ne dépendent donc pas des distances qui séparent les particules : on est alors dans un régime de *diffusion indépendante*.

Dans le cas où la diffusion dépend de la distance entre les particules (dans le cas de fortes concentrations) : on entre dans un régime de diffusion dépendante. Une méthode existe pour introduire dans l'ETR des sections efficaces et fonctions de phase corrigées, qui tiennent compte des effets de la diffusion dépendante en champ proche. Elle consiste à calculer les propriétés de diffusion d'un ensemble de sphères (agrégat) par l'utilisation d'une théorie de Mie généralisée. Ainsi les sections efficaces et la fonction de phase sont calculées en tenant compte des termes de champ proche. Il s'agit du modèle de diffusion multiple dépendante et cohérente (DMDC) mis au point par Auger et al. [AUG00]. Ce modèle a été introduit dans l'ETR par Da Silva [DAS01], qui a ainsi pu mettre en évidence expérimentalement des effets cohérents [DAS03].

### *II.1.3.2 Limite de l'ETR : un modèle d'ondes incohérentes*

L'ETR ne considère que des intensités lumineuses : lorsque deux ondes différentes sont diffusées dans la même direction leurs intensités s'ajoutent. Cette approximation repose sur l'idée que, du fait de la position aléatoire des diffuseurs les phases des différentes ondes diffusées sont complètement décorrélées. Or, un milieu aléatoire qui est éclairé par une onde cohérente spatialement et temporellement produit une figure de speckle dans la zone de champ lointain due aux interférences constructives et destructrices aléatoires des champs diffusés. En réitérant l'expérience sur un autre milieu aléatoire de même statistique, on observe une autre figure de speckle. En moyennant ces effets de speckle sur un ensemble suffisant de réalisations, on obtient une figure d'intensité moyenne beaucoup plus uniforme. L'approche de transfert radiatif consiste à travailler sur la moyenne de ces intensités obtenues sur un ensemble de réalisations du système. La luminance calculée est donc le flux moyen directionnel sur un ensemble de réalisations passant par une surface ds autour d'un point  $\mathbf{r}$ . Cependant il existe un effet cohérent qui subsiste, malgré la position aléatoire des diffuseurs (position aléatoire qui donne à chaque onde diffusée une phase aléatoire, et qui de ce fait tend à supprimer les effets cohérents). Supposons qu'une onde incidente, diffusée plusieurs fois par un milieu aléatoire, soit diffusée de manière à repartir exactement dans la direction d'où elle provient. D'après le principe de retour inverse de la lumière, il existe une onde qui a parcouru le même chemin, à l'intérieur du milieu diffusant, mais en sens inverse. Ces deux ondes, qui ont subi, à leur traversée du milieu, exactement le même déphasage, auront entre elles un déphasage nul. Elles vont donc interférer constructivement, et donner naissance à une exaltation de la lumière retrodiffusée, phénomène qui n'est pas pris en compte dans l'ETR. Ce phénomène a été observé pour la première fois dans le domaine de l'optique au début des années 80 [KUG84][WOL85][VAN85].

### *II.1.3.3 Domaine de validité de l'ETR*

L'équation de transfert radiatif effectue un bilan d'énergie sur un élément de volume du milieu diffusant. Soit  $L$  la taille caractéristique de cet élément de volume : quelles sont les conditions que doit vérifier la taille de cet élément de volume pour qu'il soit possible d'effectuer ce bilan ? Les travaux de West et al. [WES94] tentent d'y répondre par des arguments phénoménologiques qui sont les suivants :

- l'élément de volume doit contenir un nombre suffisant de diffuseurs dont la configuration doit être moyennée pour être représentative du milieu moyen. Cet élément de volume doit être grand devant la longueur d'onde, ainsi, les effets cohérents sont pris en compte dans la fonction de phase. De plus, on fait l'hypothèse que la mémoire des champs est perdue au-delà de la taille de l'élément de volume. Ainsi deux éléments de volume interagissent de façon incohérente. On a donc  $L \gg \lambda$ .
- il doit être suffisamment petit pour que la diffusion multiple de l'intensité incohérente dans cet élément de volume soit négligeable. On a donc  $L \ll l_{\text{ext.}}$ .

## **II.1.4 ETR vectorielle : paramètres de Stokes et matrice de diffusion.**

Pour introduire l'aspect vectoriel dans l'équation de transfert radiatif, on remplace :

- la luminance scalaire par une luminance polarisée en utilisant le formalisme des paramètres de Stokes.
- la fonction de phase par la matrice de diffusion.

### *II.1.4.1 Les paramètres de Stokes*

Le champ électrique pour une onde plane monochromatique de polarisation quelconque se propageant suivant  $z$  peut s'écrire suivant ces deux directions de polarisation  $\mathbf{u}_p$  et  $\mathbf{u}_s$  (cf. Annexe A §1.5)

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{i(\omega t - kz)} \quad \text{avec} \quad \mathbf{E}_0 = E_p \mathbf{u}_p + E_s \mathbf{u}_s, \quad E_p = a_p e^{-i\delta_p} \quad \text{et} \quad E_s = a_s e^{-i\delta_s}$$

où les amplitudes  $a_p$  et  $a_s$  et la différence de phase  $\delta = \delta_p - \delta_s$  dépendent du temps dans le cas d'une onde quasi-monochromatique.

A cause de la dépendance temporelle de  $E_p$  et  $E_s$ , les paramètres de Stokes d'un faisceau quasi-monochromatique doivent être moyennés dans le temps :

$$I = \langle E_p E_p^* + E_s E_s^* \rangle$$

$$Q = \langle E_p E_p^* - E_s E_s^* \rangle,$$

$$U = \langle E_p E_s^* + E_p^* E_s \rangle,$$

$$V = i \langle E_p E_s^* - E_p^* E_s \rangle$$

I représente la luminance totale, Q la différence entre les luminances linéaires parallèles, p, et perpendiculaires, s, (par rapport au plan de référence), U est la différence de luminance entre les composantes de la lumière polarisées linéairement à +/-45° et V est la différence d'intensité entre les lumières polarisées circulairement gauche et droite.

On regroupe ces 4 paramètres dans le vecteur de Stokes :

$$\mathbf{I}' = \begin{pmatrix} I \\ Q \\ U \\ V \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

Dans notre modèle, nous utiliserons la représentation du vecteur de Stokes :

$$\mathbf{I} = \begin{pmatrix} I_p \\ I_s \\ U \\ V \end{pmatrix} \quad \text{avec} \quad \begin{aligned} I_p &= \langle E_p E_p^* \rangle, \\ I_s &= \langle E_s E_s^* \rangle, \\ U &= \langle E_p E_s + E_s^* E_p \rangle, \\ V &= i \langle E_p E_s^* - E_s^* E_p \rangle, \end{aligned} \quad (2.10)$$

où  $I_p$  correspond à la luminance pour une polarisation rectiligne parallèle au plan de référence et  $I_s$  la luminance pour une polarisation rectiligne perpendiculaire au plan de référence.

Pour passer de l'une à l'autre des deux représentations  $(I_p \ I_s \ U \ V)$  et  $(I \ Q \ U \ V)$ , on utilise la matrice de passage :

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.11)$$

$$\text{avec : } \begin{pmatrix} I \\ Q \\ U \\ V \end{pmatrix} = D \begin{pmatrix} I_p \\ I_s \\ U \\ V \end{pmatrix}$$

La représentation du vecteur de Stokes  $\mathbf{I}=(I_p \ I_s \ U \ V)$  nous permettra une identification plus immédiate des polarisations rectilignes suivant les directions principales p et s définies par

rappart au plan de référence. Le tableau 2.1 ci-dessous résume les différentes possibilités de polarisation du vecteur incident :

Vecteur de Stokes	Polarisation linéaire				Polarisation circulaire	
	0°	90°	+45°	-45°	Droite	Gauche
I	1	0	0.5	0.5	0.5	0.5
I <sub>p</sub>	0	1	0.5	0.5	0.5	0.5
I <sub>s</sub>	0	0	1	-1	0	0
U	0	0	0	0	-1	1
V	0	0	0	0	-1	1

**Tableau 2. 1** : les différents états de polarisation de la lumière incidente.

#### II.1.4.2 La matrice de diffusion

Pour décrire le processus de diffusion en prenant complètement en compte les effets de polarisation, on va remplacer dans l'ETR la fonction de phase  $p(\mathbf{u}', \mathbf{u})$  par la matrice de diffusion  $P(\mathbf{u}', \mathbf{u})$ . Cette matrice ( $4 \times 4$ ) caractérise un système (surface ou volume) et dépend des angles d'éclairage et d'observation. Elle permet d'obtenir le vecteur de Stokes diffusé en fonction du vecteur de Stokes incident :

$$\begin{pmatrix} I_{\text{sca}} \\ Q_{\text{sca}} \\ U_{\text{sca}} \\ V_{\text{sca}} \end{pmatrix} = \frac{1}{k^2 R^2} \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} & 0 & 0 \\ P_{21} & P_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_{33} & P_{34} \\ 0 & 0 & P_{43} & P_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_{\text{inc}} \\ Q_{\text{inc}} \\ U_{\text{inc}} \\ V_{\text{inc}} \end{pmatrix} \quad (2.12)$$

## II.2 La géométrie du système multicouche

Le problème de la propagation d'une onde dans un milieu composé de plusieurs couches homogènes aux propriétés homogènes (système plan-parallèles) a été particulièrement étudié [CHA60] car il représente de nombreuses situations physiques comme par exemple une couche d'atmosphère ou d'océan. Cependant dans ces systèmes plan-parallèles l'indice est supposé constant et les couches identiques. L'objectif est ici de prendre en compte un système stratifié non homogène avec des changements d'indices aux interfaces. Dans un tel problème,

l'objectif est de déterminer les caractéristiques de réflexion et de transmission du système : la distribution angulaire des flux diffusés et le bilan d'énergie.

Nous nous proposons de décrire le transfert d'énergie dans un milieu diffusant composé de  $M$  couches différentes d'épaisseur  $Z_M$ , illuminé par un faisceau collimaté de direction  $\mathbf{u}_i$  d'angle polaire  $\theta_i$  et azimuthal  $\phi_i$  (Figure 2.3).

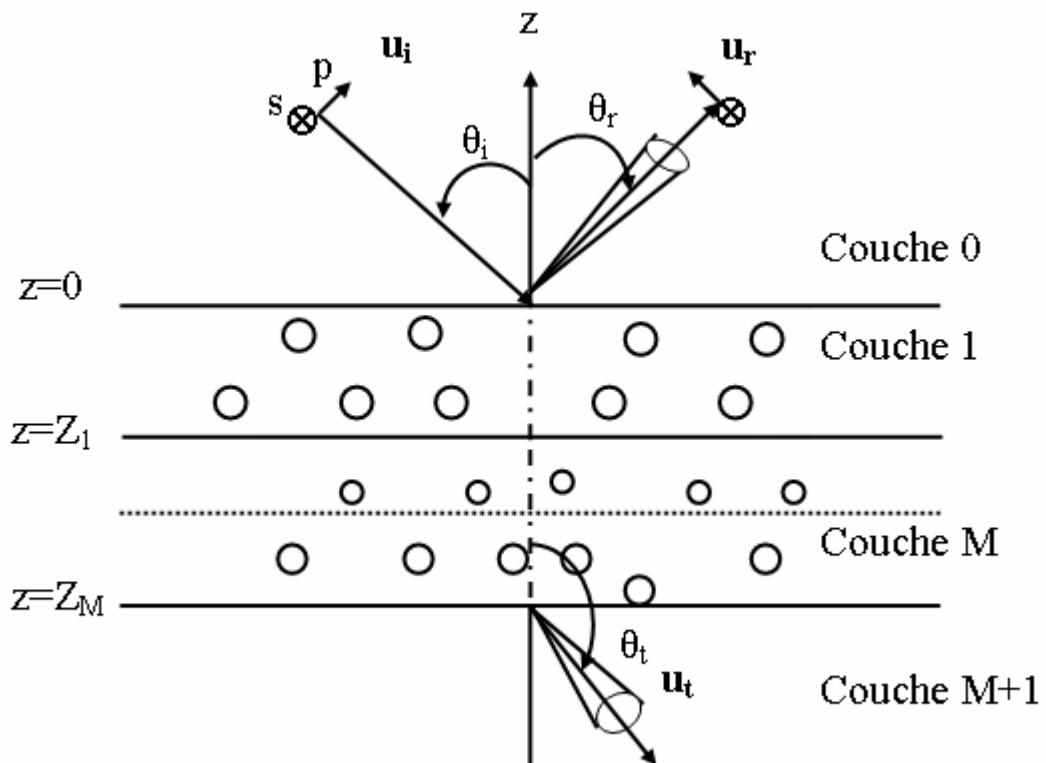
Pour la couche  $M+1$  nous avons modélisé 3 cas différents :

Cas n°1 : couche  $M+1 = \text{couche } 0$ , où la couche 0 correspond au milieu extérieur.

Cas n°2 : couche  $M+1$  correspond à un substrat semi-infini.

Cas n°3 : couche  $M+1$  correspond à un diffuseur lambertien.

Dans toute la suite du chapitre nous détaillerons seulement les calculs relatifs au cas n°1. Les seules différences entre ces 3 cas interviennent dans le calcul des conditions aux limites.



**Figure 2.3** : La géométrie du système.

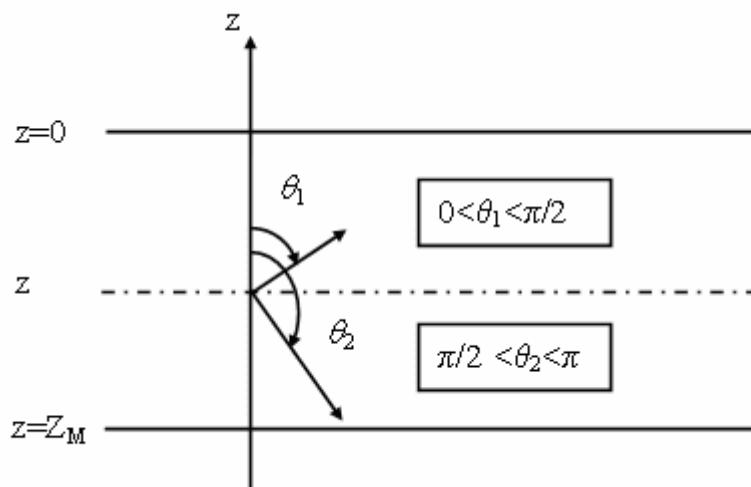
Chaque couche diffusante est délimitée par des interfaces planes (plan x, y) dont les dimensions sont supposées grandes devant l'épaisseur  $z$  de la couche considérée. ( $x \gg z, y \gg$

z). Les conditions aux limites ne dépendent ni de la position de ces interfaces, ni du temps. Ces deux restrictions impliquent que les trois variables du problème sont les angles polaires et azimutaux ( $\theta, \phi$ ) définissant les directions de propagation ainsi que la perpendiculaire aux interfaces (z).

Dans chaque couche diffusante on va distinguer deux types de contribution aux rayonnements lumineux :

- Le rayonnement collimaté, faisceau parallèle de direction constante dont la luminance s'exprime en  $\text{W.m}^{-2}$  du fait de son absence théorique de divergence. Ce rayonnement va être progressivement atténué lors de sa traversée dans le milieu du fait de la diffusion et de l'absorption.
- Les rayonnements diffus : qui se propagent dans toutes les directions de l'espace et s'expriment en  $\text{W.m}^{-2}.\text{sr}^{-1}$ . Ces rayonnements diffus peuvent provenir de la transformation du rayonnement collimaté, c'est la diffusion simple ou bien de la transformation d'un rayonnement déjà diffus, il s'agit alors de la diffusion multiple.

La direction de propagation d'un rayon lumineux à l'intérieur de chaque couche diffusante sera déterminée par un vecteur unitaire  $\mathbf{u}$  d'angle polaire  $\theta$  et azimutal  $\phi$ . Les angles polaires utilisés dans notre traitement sont définis sur la figure 2.4 (voir la figure 2.5 pour la représentation azimutale) :  $0^\circ$  correspond à la direction de l'axe z (direction de rétrodiffusion dans le cas d'une incidence normale),  $90^\circ$  au plan (x,y) et  $180^\circ$  à la direction opposée à l'axe z (direction de propagation du rayonnement incident dans le cas de l'incidence normale). Ainsi, avec ces notations, les flux diffusés vers l'arrière (et donc en réflexion) correspondent aux angles  $0^\circ < \theta < 90^\circ$  et les flux diffusés vers l'avant aux angles  $90^\circ < \theta < 180^\circ$ .



**Figure 2.4** : Définition des angles polaires.

## II.3 Caractérisation de chaque couche

### II.3.1 Les paramètres de diffusion simple

Dans ce paragraphe nous présentons les grandeurs physiques permettant de caractériser les propriétés de diffusion simple dans chaque couche, première étape essentielle pour l'établissement de l'équation de transfert radiatif.

Chaque couche  $s$  ( $0 \leq s \leq M$  avec  $s=0$  pour le milieu extérieur) est constituée d'un ensemble de particules diffusantes, supposées sphériques dans cette version de notre modèle, baignant dans un milieu hôte homogène, et caractérisée par les paramètres suivants :

- **Son épaisseur**  $Z_{s-1} - Z_s$ ,
- **L'indice de réfraction du milieu hôte** :  $n_s$ , strictement réel ; une partie imaginaire très faible peut cependant être prise en compte moyennant une perte de rigueur du modèle [FAR95].
- **Les coefficients de diffusion et d'extinction** définis par unité de longueur :

$$\alpha_{\text{sca}} = N \langle C_{\text{sca}} \rangle \quad \alpha_{\text{ext}} = N \langle C_{\text{ext}} \rangle \quad (2.13)$$

où  $N$  est le nombre de particules par unité de volume,  $\langle C_{\text{sca}} \rangle$  and  $\langle C_{\text{ext}} \rangle$  sont respectivement les sections efficaces de diffusion et d'extinction moyennes (la moyenne étant liée à une possible distribution de taille des diffuseurs, point qui sera détaillé par la suite). La dépendance linéaire de ces coefficients avec la concentration volumique des particules est liée à l'hypothèse de diffusion indépendante.

Comme nous l'avons vu dans le chapitre I, les caractéristiques optiques en champs lointain d'une particule sphérique homogène sont sa section efficace de diffusion et sa section efficace d'extinction directement exprimées à l'aide des coefficients de Mie-Lorentz  $a_n$  and  $b_n$  [cf.[BOR83] pp.83-114]:

$$\begin{aligned} C_{\text{sca}} &= \frac{2\pi}{k^2} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) \left\{ |b_n|^2 + |a_n|^2 \right\}, \\ C_{\text{ext}} &= \frac{2\pi}{k^2} Re \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) (b_n + a_n). \end{aligned} \quad (2.14)$$

Afin de prendre en compte une distribution de taille, ces quantités peuvent être moyennées à travers une distribution normalisée de sphères de rayons appropriés  $p(r)$ . Nous avons suivi la procédure proposée par Mishchenko [MIS02].

---

$$\begin{aligned}\langle C_{\text{ext}} \rangle &= \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} p(r) C_{\text{ext}}(r) dr = \sum_{i=1}^{N_r} u_i p(r_i) C_{\text{ext}}(r_i), \\ \langle C_{\text{sca}} \rangle &= \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} p(r) C_{\text{sca}}(r) dr = \sum_{i=1}^{N_r} u_i p(r_i) C_{\text{sca}}(r_i),\end{aligned}\quad (2.15)$$

où  $r_i$  et  $u_i$  représentent respectivement les points et les poids de division de la quadrature sur l'intervalle  $[r_{\min}, r_{\max}]$ .

Les éléments nécessaires au calcul de ces quantités sont :

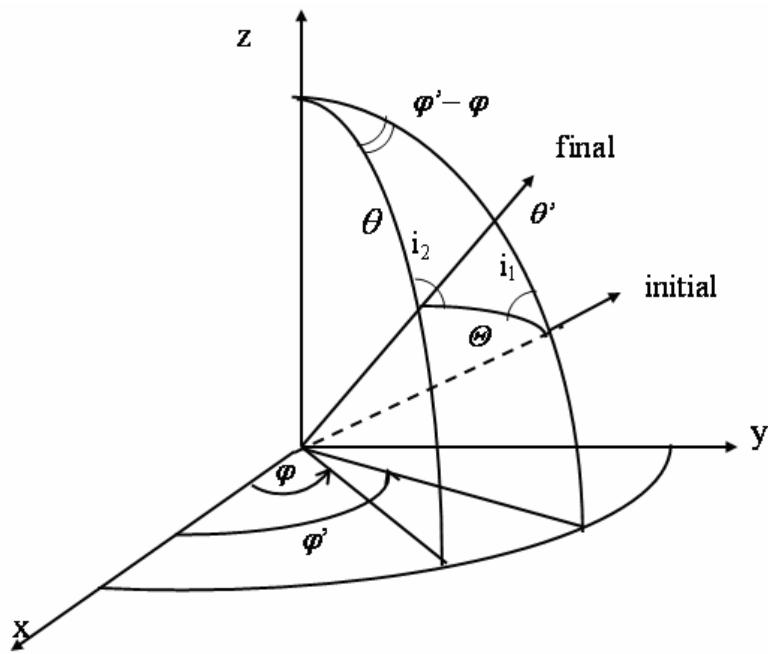
- la fonction diélectrique du milieu hôte autrement dit son indice de réfraction  $n_s$  et la longueur d'onde de propagation dans le milieu hôte.
  - l'indice de réfraction des particules  $n_{\text{part}}$ , les caractéristiques de la distribution (rayon moyen, écart type).
- **la matrice de diffusion** :  $P(\Theta)$  où  $\Theta$  est l'angle de diffusion, défini par :

$$\cos \Theta = \cos \theta \cos \theta' + \sin \theta \sin \theta' \cos(\phi - \phi') \quad (2.16)$$

Cette matrice de diffusion permet de relier le vecteur de Stokes diffusé dans la direction  $(\theta, \phi)$  au vecteur de Stokes incident dans la direction  $(\theta', \phi')$  (Fig. 2.5). En régime de diffusion indépendante, cette matrice est par définition la matrice de Mueller pour une seule particule.

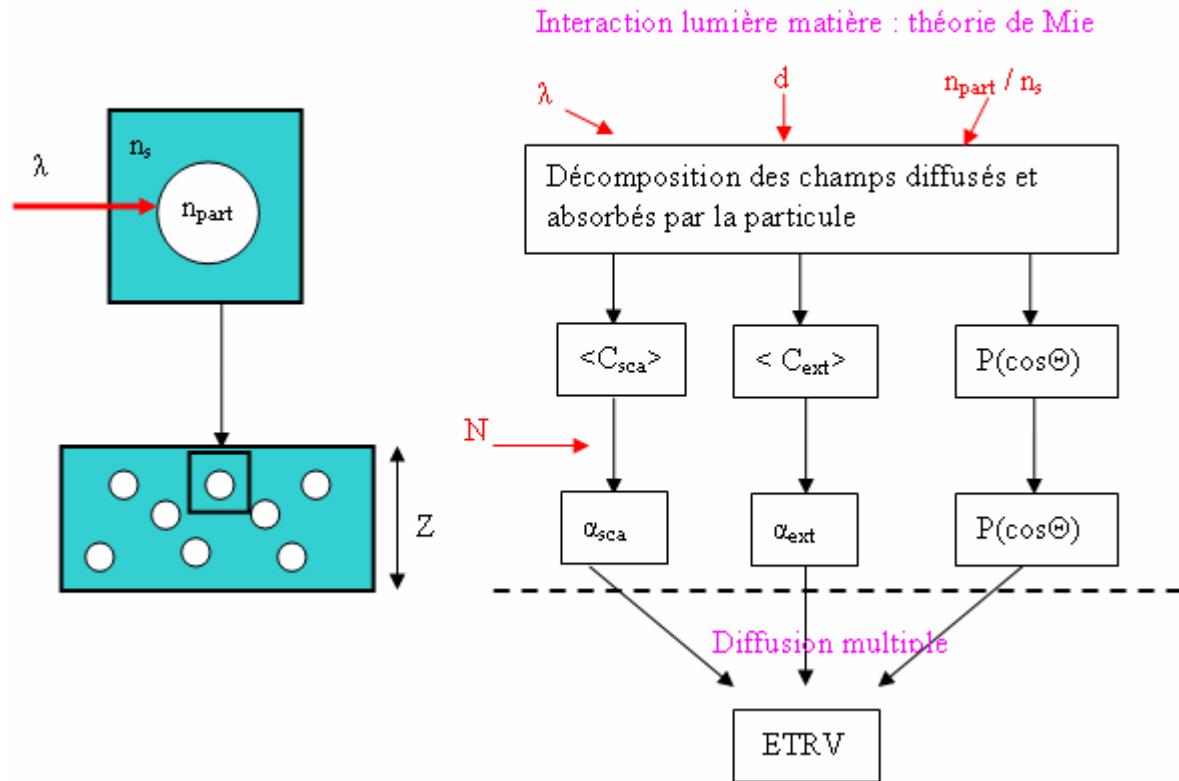
$$\begin{pmatrix} I_{\text{sca}} \\ Q_{\text{sca}} \\ U_{\text{sca}} \\ V_{\text{sca}} \end{pmatrix} = \frac{1}{k^2 R^2} \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} & 0 & 0 \\ P_{12} & P_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_{33} & P_{34} \\ 0 & 0 & -P_{34} & P_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_i \\ Q_i \\ U_i \\ V_i \end{pmatrix} \quad (2.17)$$

- **un jeu d'angles polaires** avec leurs angles solides correspondants :  $p_s$  angles polaires  $\theta_j$  et angles solides  $\Omega_j$  ( $1 \leq j \leq p_s$ ), liés à la discréétisation angulaire de l'espace. Nous avons utilisé la double quadrature de Gauss décrite par Stamnes [STA88] qui a été implémentée dans des travaux précédents dans l'équipe [CAR03] pour le traitement de systèmes multicouches sans polarisation. Nous avons donc adapté ce traitement à notre configuration multicouche avec la prise en compte de la polarisation.



**Figure 2.5 :** Angle de diffusion.

Le diagramme ci-dessous résume les différentes étapes nécessaires à l'établissement de l'ETRV dans une couche.



**Figure 2.6 :** Diagramme présentant les premières étapes de calcul pour l'établissement de l'ETRV dans une couche.

### II.3.2 La diffusion multiple par l'ETRV

La procédure de calcul de transfert radiatif dans un milieu diffusant se présente en deux étapes : la première que nous venons à l'instant de décrire par les propriétés de diffusion simple des particules à l'intérieur du milieu diffusant puis les calculs de diffusion multiple via l'écriture de l'équation de transfert radiatif vectorielle dans une couche élémentaire d'épaisseur  $dz$  de notre milieu diffusant :

$$\cos \theta \frac{d\mathbf{I}(z, \theta, \varphi)}{dz} = -\alpha_{\text{ext}} \mathbf{I}(z, \theta, \varphi) + \frac{\alpha_{\text{sca}}}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_1^1 \mathbf{M}(\theta, \varphi, \theta', \varphi') \mathbf{I}(z, \theta', \varphi') d\Omega' + \mathbf{S}(z, \theta, \varphi).$$

Cette équation vectorielle a la même forme que l'ETR scalaire [Eq. (2.8) §II.1.2], les seules différences sont un vecteurs de Stokes  $\mathbf{I}(z, \theta, \varphi)$ <sup>1</sup> qui remplacent la luminance  $L$ , une matrice de phase  $\mathbf{M}(\theta, \varphi, \theta', \varphi')$  qui remplace la fonction de phase et  $dz = dl \cos \theta$ .

Le bilan radiatif, constitutif de l'ETR, porte généralement sur des quantités appelées flux lumineux qui sont reliés à la luminances par la relation :

$$\mathbf{f}(z, \mu, \varphi) = \mathbf{I}(z, \mu, \varphi) |\mu|$$

où  $\mu$  est le cosinus de l'angle polaire  $\theta$ .

On désignera donc par la suite  $\mathbf{f}(z, \mu, \varphi)$  comme étant le flux de Stokes. Avec cette nouvelle notation, l'ETRV s'écrit :

$$\pm \frac{d\mathbf{f}(z, \mu, \varphi)}{dz} = -\alpha_{\text{ext}} \frac{\mathbf{f}(z, \mu, \varphi)}{|\mu|} + \frac{\alpha_{\text{sca}}}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 \mathbf{M}(\mu, \varphi, \mu', \varphi') \frac{\mathbf{f}(z, \mu', \varphi')}{|\mu'|} d\mu' d\varphi' + \mathbf{S}(z, \mu, \varphi), \quad (2.18)$$

où  $\mu'$  est le cosinus de l'angle polaire  $\theta'$  et  $\varphi'$  l'angle azimutal.

La valeur de  $z$  est la profondeur dans le milieu allant de 0 pour la face d'entrée à  $Z_M$  au fond de la dernière couche du multicouche (cf. Figure 2.3). Le signe du membre de gauche de l'équation est positif quand  $0 \leq \theta \leq \pi/2$  (diffusion vers l'arrière) et négatif pour  $\pi/2 \leq \theta \leq \pi$  (diffusion vers l'avant).

Le membre de droite de l'équation (2.18) est la somme de 3 termes : Le premier terme représente l'atténuation du flux diffus due à l'absorption et à la diffusion par les particules. Le

---

<sup>1</sup> Les composantes du vecteur de Stokes sont bien des luminances. Le vecteur de Stokes  $\mathbf{I}$  ne doit donc pas être confondu avec l'intensité  $I$  d'une source défini en annexe B par la formule B.1

second terme correspond au gain dû à la diffusion depuis toutes les directions  $(\mu', \phi')$  vers la direction  $(\mu, \phi)$ . Le troisième terme est le terme source qui représente également un gain dû à la diffusion progressive du flux collimaté incident vers  $\mathbf{f}(z, \mu, \phi)$ .

Nous venons d'établir l'ETRV, il reste maintenant à la résoudre d'une part dans une couche ce qui fera l'objet de la prochaine partie (II.4) puis la résoudre dans un système multicouche (II.5).

## II.4 La résolution de l'ETRV dans une couche par la méthode des ordonnées discrètes

La méthode des ordonnées discrètes [STA88] consiste à discréteriser l'espace angulaire en canaux d'angle  $(\theta, \phi)$  et d'angle solide  $d\Omega$  selon une double quadrature de Gauss dans une couche élémentaire afin de passer de la forme integro-différentielle de l'ETRV en un système d'équations différentielles. Cette méthode a été développé par Mudgett en 1971 [MUD71] sous le nom de « Nflux » en supposant une isotropie des flux lumineux selon l'angle azimuthal  $(\phi)$ . Cette méthode a été améliorée par Stamnes qui a levé l'hypothèse de l'isotropie en  $(\phi)$  grâce au développement en série de Fourier des flux diffus.

### II.4.1 La Matrice de phase

La prise en compte de la polarisation introduit une complication importante du fait de la dépendance des paramètres Q et U avec le plan de référence. Pour la diffusion multiple il est pratique de définir les paramètres de Stokes des faisceaux incident et diffusés en utilisant comme plan de référence le plan méridien qui est défini par la direction du rayonnement  $(\mu, \phi)$  et la normale à la couche c'est-à-dire l'axe z (cf. Fig. 2.3). Or la matrice de diffusion définie dans le cas de la diffusion simple [cf. Eq.(2.17)] est naturellement définie dans le plan de diffusion, plan défini par la direction  $(\mu', \phi')$  du faisceau avant la diffusion et  $(\mu, \phi)$  du faisceau diffusé. Il est donc nécessaire de réaliser une rotation du vecteur de Stokes pour utiliser la matrice de diffusion  $P(\Theta)$  de l'équation (2.17). Cette transformation s'effectue via les matrices de passage L [KAT73] :

$$M(\mu, \varphi; \mu', \varphi') = L(\pi - i_2) P(\Theta) L(-i_1), \quad (2.19)$$

où  $\Theta$  est l'angle de diffusion défini précédemment (cf. § II.3.1)  $L(\pi - i_2)$  et  $L(-i_1)$  sont les matrices requises pour passer du plan méridien avant et après diffusion au plan de diffusion local :

$$L(i) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2i & \sin 2i & 0 \\ 0 & -\sin 2i & \cos 2i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.20)$$

Il est pratique dans de nombreux types d'applications d'utiliser la matrice de diffusion normalisée :

$$\tilde{P}(\Theta) = \frac{4\pi}{k^2 C_{\text{sca}}} P(\Theta) = \begin{pmatrix} \tilde{P}_{11}(\Theta) & \tilde{P}_{12}(\Theta) & 0 & 0 \\ \tilde{P}_{12}(\Theta) & \tilde{P}_{22}(\Theta) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{P}_{33}(\Theta) & \tilde{P}_{34}(\Theta) \\ 0 & 0 & -\tilde{P}_{34}(\Theta) & \tilde{P}_{44}(\Theta) \end{pmatrix}, \quad (2.21)$$

où la condition de normalisation est donnée par :

$$\frac{1}{2} \int_{-1}^1 \tilde{P}_{11}(\Theta) d(\cos \Theta) = 1. \quad (2.22)$$

Le calcul de la matrice de diffusion pour des angles fixés de diffusion n'est pas trivial. Si l'on désire des résultats pour des angles de diffusion supplémentaires, il faut alors interpoler ou effectuer de nouveaux calculs ce qui peut être coûteux en temps machine. Afin de contourner cette difficulté, une alternative consiste à décomposer les éléments de la matrice de diffusion sur une base de fonctions sphériques généralisées  $P_{m,n}^\ell(\cos \Theta)$ , où  $\ell, m, n$  sont des entiers [SIE81] :

$$\begin{aligned}
 \tilde{P}_{11}(\Theta) &= \sum_{\ell=0}^{\infty} \beta_{\ell} P_{0,0}^{\ell}(\cos(\Theta)), \\
 \tilde{P}_{22}(\Theta) + \tilde{P}_{33}(\Theta) &= \sum_{\ell=2}^{\infty} (\alpha_{\ell} + \xi_{\ell}) P_{2,2}^{\ell}(\cos(\Theta)), \\
 \tilde{P}_{22}(\Theta) - \tilde{P}_{33}(\Theta) &= \sum_{\ell=2}^{\infty} (\alpha_{\ell} - \xi_{\ell}) P_{2,-2}^{\ell}(\cos(\Theta)), \\
 \tilde{P}_{44}(\Theta) &= \sum_{\ell=0}^{\infty} \delta_{\ell} P_{0,0}^{\ell}(\cos(\Theta)), \\
 \tilde{P}_{12}(\Theta) &= \sum_{\ell=2}^{\infty} \gamma_{\ell} P_{0,2}^{\ell}(\cos(\Theta)), \\
 \tilde{P}_{34}(\Theta) &= \sum_{\ell=2}^{\infty} \varepsilon_{\ell} P_{0,2}^{\ell}(\cos(\Theta)).
 \end{aligned} \tag{2.23}$$

Les coefficients  $(\alpha_{\ell}, \beta_{\ell}, \gamma_{\ell}, \varepsilon_{\ell}, \delta_{\ell}, \xi_{\ell})$  utilisés dans ces équations (2.23) peuvent être calculés de deux manières :

- calcul fondé sur les résultats de la théorie de Mie. Cette méthode analytique décrite dans le papier de Domke [DOM75], repose sur des relations de récurrence.
- calcul numérique des intégrales angulaires données par de Rooji et al. [ROO84] :

$$\begin{aligned}
 \beta_{\ell} &= \left( \ell + \frac{1}{2} \right) \int_{-1}^1 \tilde{P}_{11}(\Theta) d_{00}^{\ell}(\Theta) d(\cos \Theta) \\
 \alpha_{\ell} + \xi_{\ell} &= \left( \ell + \frac{1}{2} \right) \int_{-1}^1 [\tilde{P}_{22}(\Theta) + \tilde{P}_{33}(\Theta)] d_{22}^{\ell}(\Theta) d(\cos \Theta) \\
 \alpha_{\ell} - \xi_{\ell} &= \left( \ell + \frac{1}{2} \right) \int_{-1}^1 [\tilde{P}_{22}(\Theta) + \tilde{P}_{33}(\Theta)] d_{2-2}^{\ell}(\Theta) d(\cos \Theta) \\
 \delta_{\ell} &= \left( \ell + \frac{1}{2} \right) \int_{-1}^1 \tilde{P}_{44}(\Theta) d_{00}^{\ell}(\Theta) d(\cos \Theta) \\
 \gamma_{\ell} &= \left( \ell + \frac{1}{2} \right) \int_{-1}^1 \tilde{P}_{12}(\Theta) d_{02}^{\ell}(\Theta) d(\cos \Theta) \\
 \varepsilon_{\ell} &= \left( \ell + \frac{1}{2} \right) \int_{-1}^1 d \tilde{P}_{34}(\Theta) d_{02}^{\ell}(\Theta) d(\cos \Theta)
 \end{aligned} \tag{2.24}$$

où les fonctions de Wigner,  $d_{mn}^{\ell}$ , sont reliées aux fonctions sphériques généralisées  $P_{mn}^{\ell}(\cos \Theta)$  par la formule :  $d_{mn}^{\ell}(\Theta) = i^{n-m} P_{mn}^{\ell}(\cos \Theta)$ .

Malgré la rapidité de la méthode analytique, nous avons décidé d'utiliser la deuxième méthode qui s'est révélé plus juste pour des paramètres de taille élevés. On peut de plus noter

qu'avec les performances des ordinateurs actuels la différence entre les temps de calcul des deux méthodes est devenu peut significative.

Pour évaluer les intégrales (2.24) nous avons suivi la procédure proposée par Mishchenko [MIS02] en évaluant numériquement les intégrales par une quadrature de gauss :

$$\beta_\ell = \left( \ell + \frac{1}{2} \right) \int_{-1}^1 d(\cos \Theta) \tilde{P}_{11}(\Theta) d_{00}^\ell(\Theta) = \left( \ell + \frac{1}{2} \right) \sum_{j=1}^{N_e} w_j \tilde{P}_{11}(\arccos \mu_j) d_{00}^\ell(\arccos \mu_j), \quad (2.25)$$

où les  $\mu_j$  et  $w_j$  sont respectivement les points et poids de quadrature sur l'intervalle [-1,+1].

Afin de prendre en considération la distribution de taille, ces quantités sont moyennées à travers une distribution normalisée de sphères  $p(r)$ , ainsi  $\tilde{P}_{11}(\Theta)$  dans l'équation (2.25) est donné par :

$$\tilde{P}_{11}(\Theta) = \frac{1}{\langle C_{\text{sca}} \rangle} \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} p(r) C_{\text{sca}}(r) \tilde{P}_{11}(r, \Theta) dr. \quad (2.26)$$

Cette intégrale est évaluée également par une quadrature gaussienne :

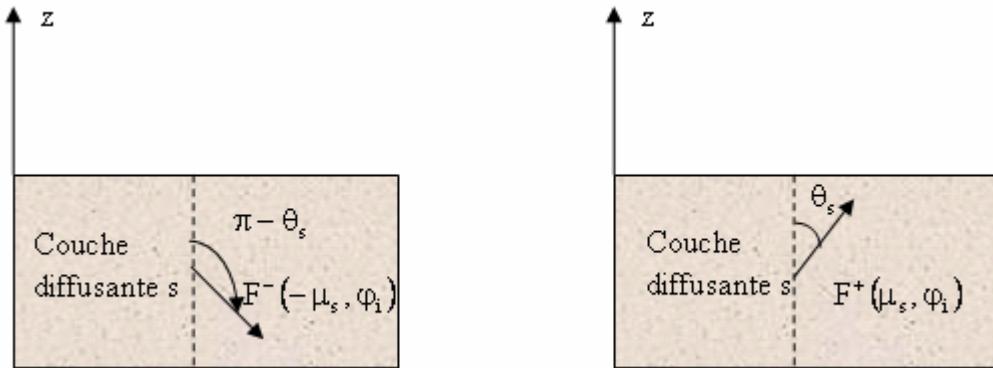
$$\int_{r_{\min}}^{r_{\max}} p(r) C_{\text{sca}}(r) \tilde{P}_{11}(r, \Theta) dr = \sum_{i=1}^{N_r} u_i p(r_i) C_{\text{sca}}(r_i) \tilde{P}_{11}(r_i, \Theta). \quad (2.27)$$

Le calcul des éléments de la matrice de phase  $(\alpha_\ell, \beta_\ell, \gamma_\ell, \varepsilon_\ell, \delta_\ell, \xi_\ell)$  n'est donc pas immédiat et nécessite plusieurs étapes de calcul difficiles. La validation du calculs de ces coefficients sera présentée dans la section (II.6.1).

## II.4.2 Le terme source

L'étape suivante pour résoudre l'ETR est le calcul du terme source dans l'équation (2.18). Ce terme source provient de la lumière diffusée à partir du flux collimaté incident sur le système. Dans chaque couche  $s$ , les faisceaux collimatés se propagent respectivement avec des angles polaires  $\theta_s$  et  $\pi - \theta_s$  et un angle azimutal  $\varphi = \varphi_i$ . Nous avons donc deux flux collimatés pour chaque couche, un pour chaque direction de propagation. (un flux collimaté montant dans le sens de  $z$  et un flux descendant dans le sens opposé à  $z$ ) (cf Fig. 2.7). Ces flux collimatés ne peuvent que diminuer le long de leur direction de propagation  $\mathbf{u}_s$  par absorption et diffusion par les particules. Le terme source représente donc la contribution de ces flux collimatés aux flux diffusés dans la direction  $(\theta, \varphi)$ . On peut remarquer que ce terme

correspond donc aux rayons lumineux n'ayant subi qu'une seule diffusion au cours de leur trajet dans le milieu.



**Figure 2.7 :** Géométrie des flux collimatés : flux collimaté descendant (à gauche) et montant (à droite).

Le calcul de ces flux collimatés notés  $F^+$  et  $F^-$  dépendent directement des conditions aux limites et donc du système multicouche. Le calcul de ces flux se fera par une formulation matricielle que l'on présentera dans la prochaine partie (II.5). Une fois les flux collimatés  $F$  calculés dans la couche  $s$ , le terme source peut-être exprimé par :

$$S(z, \mu, \phi) = \frac{\alpha_{\text{sca}}}{4\pi} M(\mu, \phi, \mu_s, \phi_i) \frac{F_s^+(z, \mu_s, \phi_i)}{\mu_s} + \frac{\alpha_{\text{sca}}}{4\pi} M(\mu, \phi, -\mu_s, \phi_i) \frac{F_s^-(z, -\mu_s, \phi_i)}{\mu_s}. \quad (2.28)$$

### II.4.3 La dépendance azimutale

La résolution de l'équation (2.18) est facilitée par l'isolation de la dépendance azimutale. Afin de l'isoler, la meilleure procédure consiste à décomposer les flux, la matrice de phase et le terme source en séries de Fourier [SCH99] :

$$\begin{aligned} I(z, \mu, \phi) &= \sum_{m=0}^{N_{\text{leg}}} I_m^c(z, \mu) \cos m(\phi - \phi_i) + \sum_{m=0}^{N_{\text{leg}}} I_m^s(z, \mu) \sin m(\phi - \phi_i), \\ M(\mu, \phi; \mu', \phi') &= \sum_{m=0}^{N_{\text{leg}}} M_m^c(\mu, \mu') \cos m(\phi - \phi') + \sum_{m=0}^{N_{\text{leg}}} M_m^s(\mu, \mu') \sin m(\phi - \phi'), \\ S(z, \mu, \phi) &= \sum_{m=0}^{N_{\text{leg}}} S_m^c(z, \mu) \cos m(\phi - \phi_i) + \sum_{m=0}^{N_{\text{leg}}} S_m^s(z, \mu) \sin m(\phi - \phi_i), \end{aligned} \quad (2.29)$$

où l'indice  $m$  correspond à l'ordre des séries de Fourier. Un calcul exact supposerait d'effectuer la sommation à l'infini. En pratique, on limite la sommation à  $N_{\text{leg}}$ , fonction de la précision souhaitée.  $N_{\text{leg}}$  est définie ici par  $N_{\text{leg}} = 2 \times n_{\text{max}}$ , où  $n_{\text{max}}$  est l'ordre le plus élevé choisi pour le calcul du développement en harmoniques sphériques du champ électromagnétique diffusé  $E_{\text{sca}}$  par la théorie de Mie. Cet ordre est fourni par le critère de Wiscombe [WIS80] qui assure une précision meilleure que  $10^{-14}$  pour le calcul de  $E_{\text{sca}}$ . La matrice de phase étant proportionnelle à  $|E_{\text{sca}}|^2$ , le critère  $N_{\text{leg}} = 2 \times n_{\text{max}}$  est généralement suffisant pour obtenir une très bonne précision dans le calcul. Les composantes de la matrice de phase ont alors les formes suivantes :

$$M_m^c = \begin{pmatrix} M_{11m}^c & M_{12m}^c & 0 & 0 \\ M_{21m}^c & M_{22m}^c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_{33m}^c & M_{34m}^c \\ 0 & 0 & M_{43m}^c & M_{44m}^c \end{pmatrix}, M_m^s = \begin{pmatrix} 0 & 0 & M_{13m}^s & M_{14m}^s \\ 0 & 0 & M_{23m}^s & M_{24m}^s \\ M_{31m}^s & M_{32m}^s & 0 & 0 \\ M_{41m}^s & M_{42m}^s & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.30)$$

avec un certain nombre de termes nuls qui permettront un réarrangement de ces matrices par la suite. En substituant les expressions (2.29) dans l'équation de transfert radiatif (2.18), et en comparant les termes de Fourier de même ordre, on obtient alors deux systèmes d'équations pour chaque composante de Fourier (ici  $m$ ):

$$\begin{aligned} \pm \frac{df_m^c(z, \mu)}{dz} = & -\alpha_{\text{ext}} \frac{f_m^c(z, \mu)}{|\mu|} + \frac{\alpha_{\text{sca}}}{4} \int_{-1}^1 \frac{M_m^c(\mu, \mu') f_m^c(z, \mu') (1 + \delta_{0m}) + M_m^s(\mu, \mu') f_m^s(z, \mu') (\delta_{0m} - 1)}{|\mu'|} d\mu' \\ & + \frac{\alpha_{\text{sca}}}{4\pi} M_m^c(\mu, \mu_s) \frac{F_s^+(z, \mu_s)}{\mu_s} + \frac{\alpha_{\text{sca}}}{4\pi} M_m^c(\mu, -\mu_s) \frac{F_s^-(z, -\mu_s)}{\mu_s}, \\ \pm \frac{df_m^s(z, \mu)}{dz} = & -\alpha_{\text{ext}} \frac{f_m^s(z, \mu)}{|\mu|} + \frac{\alpha_{\text{sca}}}{4} \int_{-1}^1 \frac{M_m^c(\mu, \mu') f_m^s(z, \mu') (1 - \delta_{0m}) + M_m^s(\mu, \mu') f_m^c(z, \mu') (1 - \delta_{0m})}{|\mu'|} d\mu' \\ & + \frac{\alpha_{\text{sca}}}{4\pi} M_m^s(\mu, \mu_s) \frac{F_s^+(z, \mu_s)}{\mu_s} + \frac{\alpha_{\text{sca}}}{4\pi} M_m^s(\mu, -\mu_s) \frac{F_s^-(z, -\mu_s)}{\mu_s}. \end{aligned} \quad (2.31)$$

En utilisant la méthode des ordonnées discrètes pour évaluer numériquement les intégrales apparaissant dans les équations (2.31) et en posant:

$$F_j^m = f^m(\mu_j) \Omega_j,$$

où  $j$  correspond à l'angle de quadrature ( $1 \leq j \leq p_s$ ) et  $\Omega_j$  à l'angle solide.

On aboutit alors pour chaque couche  $s$  au système suivant :

$$\begin{aligned}
 \pm \frac{dF_i^{mc}}{dz} &= -\alpha_{ext} \frac{F_i^{mc}}{|\mu_i|} + \frac{\alpha_{sca}}{8\pi} \Omega_i \sum_j \frac{(1+\delta_{0m}) M_m^c(\mu_i, \mu_j) F_j^{mc} + (\delta_{0m}-1) M_m^s(\mu_i, \mu_j) F_j^{ms}}{|\mu_j|} \\
 &+ \Omega_i \frac{\alpha_{sca}}{4\pi} M_m^c(\mu_i, \mu_s, ) \frac{F_s^+(z, \mu_s)}{\mu_s} + \Omega_i \frac{\alpha_{sca}}{4\pi} M_m^c(\mu_i, -\mu_s) \frac{F_s^-(z, -\mu_s)}{\mu_s}, \\
 \pm \frac{dF_i^{ms}}{dz} &= -\alpha_{ext} \frac{F_i^{ms}}{|\mu_i|} + \frac{\alpha_{sca}}{8\pi} \Omega_i \sum_j \frac{(1-\delta_{0m}) M_m^c(\mu_i, \mu_j) F_j^{ms} + (1-\delta_{0m}) M_m^s(\mu_i, \mu_j) F_j^{mc}}{|\mu_j|} \\
 &+ \Omega_i \frac{\alpha_{sca}}{4\pi} M_m^s(\mu_i, \mu_s, ) \frac{F_s^+(z, \mu_s)}{\mu_s} + \Omega_i \frac{\alpha_{sca}}{4\pi} M_m^s(\mu_i, -\mu_s) \frac{F_s^-(z, -\mu_s)}{\mu_s}.
 \end{aligned} \tag{2.32}$$

Ces deux équations (2.32) (une pour le mode cosinus et une pour le mode sinus) sont couplées car elles contiennent chacune des termes en cosinus et des termes en sinus. Une réorganisation à l'intérieur des vecteurs de Stokes est donc nécessaire pour résoudre ces équations, en posant:

$$F_i^{ms/c} = \begin{pmatrix} I_i^{ms} \\ Q_i^{ms} \\ U_i^{mc} \\ V_i^{mc} \end{pmatrix}, \quad F_i^{mc/s} = \begin{pmatrix} I_i^{mc} \\ Q_i^{mc} \\ U_i^{ms} \\ V_i^{ms} \end{pmatrix}, \tag{2.33}$$

Nous obtenons ainsi un système de  $2 \times m$  équations découplées :

$$\begin{aligned}
 \pm \frac{dF_i^{mc/s}}{dz} &= -\alpha_{ext} \frac{F_i^{mc/s}}{|\mu_i|} + \frac{\alpha_{sca}}{8\pi} \Omega_i \sum_j \frac{A_m^{c/s}(\mu_i, \mu_j) F_j^{mc/s}}{|\mu_j|} \\
 &+ \Omega_i \frac{\alpha_{sca}}{4\pi} M_m^{c/s}(\mu_i, \mu_s, ) \frac{F_s^+(z, \mu_s)}{\mu_s} + \Omega_i \frac{\alpha_{sca}}{4\pi} M_m^{c/s}(\mu_i, -\mu_s) \frac{F_s^-(z, -\mu_s)}{\mu_s}, \\
 \pm \frac{dF_i^{ms/c}}{dz} &= -\alpha_{ext} \frac{F_i^{ms/c}}{|\mu_i|} + \frac{\alpha_{sca}}{8\pi} \Omega_i \sum_j \frac{A_m^{s/c}(\mu_i, \mu_j) F_j^{ms/c}}{|\mu_j|} \\
 &+ \Omega_i \frac{\alpha_{sca}}{4\pi} M_m^{s/c}(\mu_i, \mu_s, ) \frac{F_s^+(z, \mu_s)}{\mu_s} + \Omega_i \frac{\alpha_{sca}}{4\pi} M_m^{s/c}(\mu_i, -\mu_s) \frac{F_s^-(z, -\mu_s)}{\mu_s},
 \end{aligned} \tag{2.34}$$

avec

$$M_m^{c/s}(\mu, \mu_s) = \begin{pmatrix} M_m^c & 0 \\ M_m^s & 0 \end{pmatrix} \quad M_m^{s/c}(\mu, \mu_s) = \begin{pmatrix} 0 & M_m^s \\ 0 & M_m^c \end{pmatrix}, \quad (2.35)$$

et

$$A_m^{c/s}(\mu_i, \mu_j) = \begin{pmatrix} (1 + \delta_{0m})M_m^c & (\delta_{0m} - 1)M_m^s \\ (1 - \delta_{0m})M_m^s & (1 - \delta_{0m})M_m^c \end{pmatrix}, \quad (2.36)$$

$$A_m^{s/c}(\mu_i, \mu_j) = \begin{pmatrix} (1 - \delta_{0m})M_m^c & (1 - \delta_{0m})M_m^s \\ (\delta_{0m} - 1)M_m^s & (1 + \delta_{0m})M_m^c \end{pmatrix}$$

Les coefficients  $(\alpha_\ell, \beta_\ell, \gamma_\ell, \varepsilon_\ell, \delta_\ell, \xi_\ell)$  calculés numériquement par la méthode décrite dans le paragraphe (II.4.1), sont ensuite utilisés dans les expressions (2.35) pour déterminer les composantes de la décomposition en série de Fourier de la matrice de phase  $M$ . Le détail de ce calcul est présenté dans l'annexe C.

Pour chaque équation (2.34) nous cherchons la solution générale de l'équation homogène (recherche des valeurs propres) et deux solutions particulières, une pour chaque terme source (flux montant et descendant). Cette procédure est bien connue dans le traitement scalaire [MUD71]. Dans le cas du traitement vectoriel, nous avons  $4 \times p_s$  valeurs propres  $\lambda_j$  avec leurs vecteurs propres correspondants  $a_{ij}$  pour chaque équation au lieu de  $p_s$  pour le cas scalaire. La solution générale de l'équation (2.18) est alors :

$$F_i(z) = \sum_{j=1}^{p_s} C_j A_{ij}(z) + B_i(z) \quad (2.37)$$

où

$$A_{ij}(z) = a_{ij} e^{\lambda_j(z - z_{s-1})} \quad \text{pour } 1 \leq j \leq p_s/2 \quad (2.38)$$

$$A_{ij}(z) = a_{ij} e^{-\lambda_j(z)} \quad \text{pour } p_s/2 + 1 \leq j \leq p_s \quad (2.39)$$

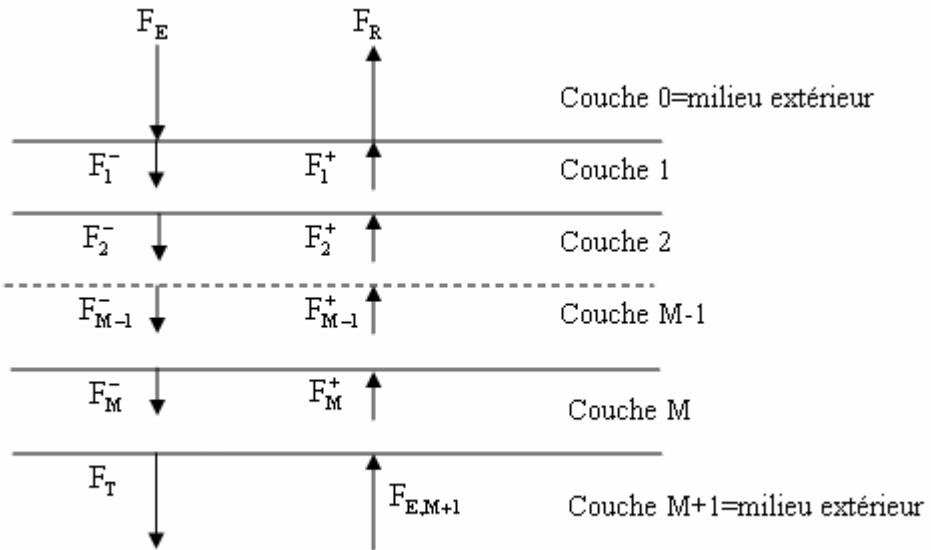
Il ne reste plus qu'à déterminer les coefficients  $C_j$ , qui vont être déduits des conditions aux limites. Ce calcul est spécifique du traitement multicouche que nous avons introduit.

## II.5 Le traitement multicouche

L'intérêt du traitement multicouche est basé sur la structure stratifiée des tissus biologiques qui ont des propriétés optiques différentes pour chaque couche. Le formalisme développé plus haut sera utilisé dans chaque couche. Nous allons maintenant examiner ce qui se passe à chaque interface afin de relier entre eux les flux calculés dans chaque couche.

## II.5.1 Conditions aux limites pour des interfaces planes

### II.5.1.1 Calcul des flux collimatés



**Figure 2.8 :** Les flux collimatés dans chaque couche.

Le calcul des flux collimatés dans chaque couche va se faire par un traitement matriciel. Comme le montre la figure 2.8, chaque couche porte 2 flux collimatés qu'il va falloir relier entre chaque couche. Pour la couche M, nous avons:

$$\begin{pmatrix} F_M^+ \\ F_M^- \end{pmatrix} = I_M M_{M-1} \begin{pmatrix} F_{M-1}^+ \\ F_{M-1}^- \end{pmatrix}, \quad (2.40)$$

ou  $I_M$  est une matrice  $(8 \times 8)$ , chaque élément de (2.41) étant une matrice  $4 \times 4$ :

$$I_M = \begin{pmatrix} 1 & -\frac{R_{(M-1)M}}{T_{M(M-1)}} \\ \frac{T_{M(M-1)}}{R_{M(M-1)}} & T_{M(M-1)} - \frac{R_{(M-1)M} R_{M(M-1)}}{T_{M(M-1)}} \end{pmatrix}, \quad (2.41)$$

et  $M_{M-1}$  est une matrice diagonale  $(8 \times 8)$  (chaque élément étant une matrice  $4 \times 4$ ). Cette matrice décrit l'atténuation du flux collimaté due à l'absorption et à la diffusion par les particules :

$$M_{M-1} = \begin{pmatrix} e^{\alpha_{ext}(z_{M-2}-z_{M-1})} & 0 \\ 0 & e^{-\alpha_{ext}(z_{M-2}-z_{M-1})} \end{pmatrix}, \quad (2.42)$$

Dans l'équation (2.41)  $R_{ij}$  et  $T_{ij}$  sont respectivement les matrices de réflexion et de transmission des flux collimatés à l'interface entre 2 milieux i and j (pour une onde se propageant du milieu i vers j). Dans la base ( $I_p I_s U V$ ), ces matrices s'écrivent :

$$R_{ij} = \begin{pmatrix} |r_{ij}^p| & 0 & 0 & 0 \\ 0 & |r_{ij}^s| & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \operatorname{Re}(r_{ij}^p r_{ij}^{s*}) & \operatorname{Im}(r_{ij}^p r_{ij}^{s*}) \\ 0 & 0 & -\operatorname{Im}(r_{ij}^p r_{ij}^{s*}) & \operatorname{Re}(r_{ij}^p r_{ij}^{s*}) \end{pmatrix}, \quad (2.43)$$

$$T_{ij} = \frac{n_j \cos \theta_j}{n_i \cos \theta_i} \begin{pmatrix} |t_{ij}^p| & 0 & 0 & 0 \\ 0 & |t_{ij}^s| & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \operatorname{Re}(t_{ij}^p t_{ij}^{s*}) & \operatorname{Im}(t_{ij}^p t_{ij}^{s*}) \\ 0 & 0 & -\operatorname{Im}(t_{ij}^p t_{ij}^{s*}) & \operatorname{Re}(t_{ij}^p t_{ij}^{s*}) \end{pmatrix}, \quad (2.44)$$

où les  $r_{ij}$  and  $t_{ij}$  sont respectivement les coefficients de réflexion et de transmission (d'amplitudes complexes) entre deux diélectriques sans absorption (ou d'absorption très faible suivant notre remarque de la section II.3.1). Les indices de réfraction  $n_{i,j}$  sont ceux de la matrice du milieu hôte diffusant. Les angles supérieurs à l'angle critique sont pris en compte. Dans ce cas, nous sommes alors en réflexion totale et dans le code de calcul le coefficient de réflexion vaut 1 et le coefficient de transmission 0.

Avec cette formule matricielle nous pouvons exprimer les flux collimatés dans chaque couche  $(F_1^+, F_1^- \dots F_M^+, F_M^-)$  qui nous servent pour le calcul du terme source mais également pour le calcul des flux spéculaires réfléchis et transmis par l'ensemble des couches :

$$\begin{pmatrix} F_{E,M+1} \\ F_T \end{pmatrix} = \underbrace{I_{n+1} M_n I_n M_{n-1} \dots M_1 I_1}_{\text{Matrice } Q} \begin{pmatrix} F_R \\ F_E \end{pmatrix} \quad (2.45)$$

Notre système est éclairé par un faisceau incident qui arrive sur la couche 1 donc le flux  $F_{E,M+1}$  est nul.

Ainsi le flux collimaté réfléchi par l'ensemble est défini par :

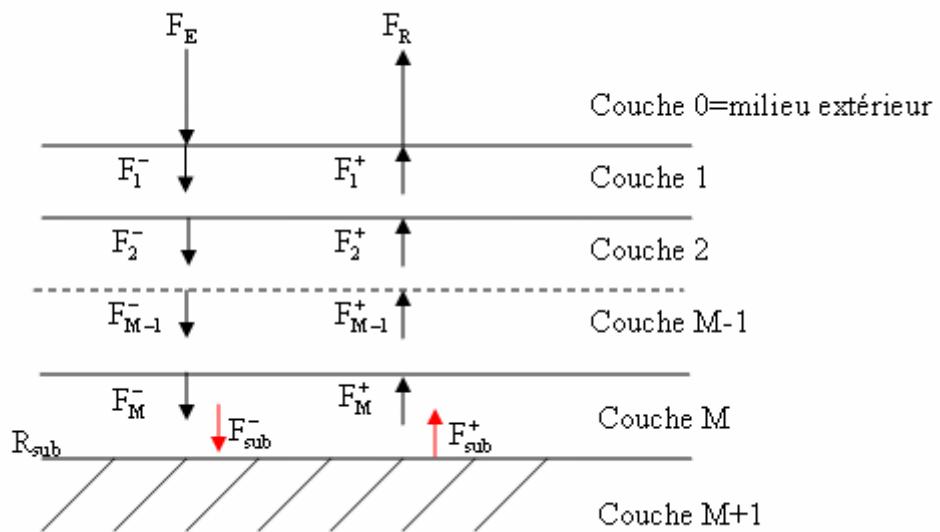
$$F_R = -\frac{Q_{12}}{Q_{11}} F_E \quad (2.46)$$

Et le flux transmis par l'ensemble est :

$$F_T = \left( Q_{22} - \frac{Q_{12}Q_{21}}{Q_{11}} \right) F_E \quad (2.47)$$

Nous rappelons que nous avions envisagé trois types de substrats potentiels pour le multicouche, correspondant à la couche M+1: (1) air; (2) substrat semi-infini, absorbant ou non; (3) réflecteur lambertien.

**Pour le Cas n°2** : où la couche M+1 correspond à un substrat semi-infini (Fig.2.9) :



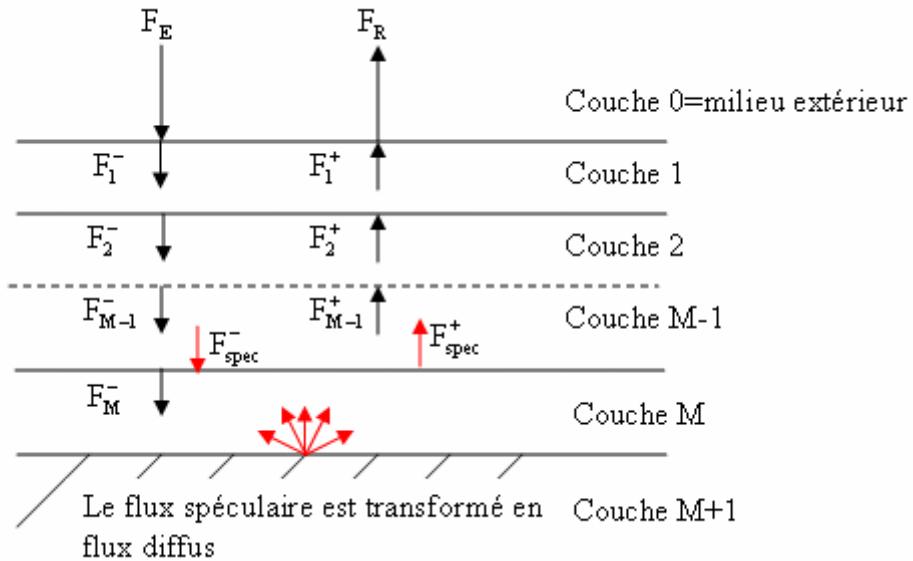
**Figure 2.9** : flux collimatés dans le cas d'un substrat semi-infini.

$$\begin{pmatrix} F_{sub}^+ \\ F_{sub}^- \end{pmatrix} = M_n I_n M_{n-1} \dots M_1 I_1 \begin{pmatrix} F_r \\ F_e \end{pmatrix} \quad (2.48)$$

Avec  $F_{sub}^+ = R_{sub} F_{sub}^-$

$$\text{Soit } F_R = \frac{R_{\text{sub}} Q_{22} - Q_{12}}{Q_{11} - R_{\text{sub}} Q_{21}} F_E \quad (2.49)$$

**Dans le cas n°3** où la couche M+1 est un diffuseur lambertien (Fig.2.10), c'est-à-dire une surface qui réfléchit une fraction du rayonnement incident avec une luminance constante quelle que soit la direction d'émission. (cf annexe B).



**Figure 2.10 :** flux collimatés dans le cas d'un substrat lambertien.

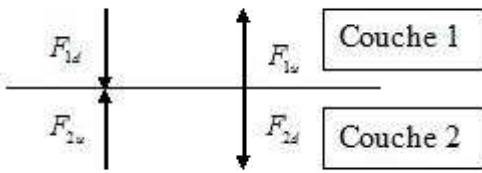
Dans ce cas le flux spéculaire réfléchi sera donné par :

$$F_R = \frac{R_{M-1,M} Q_{22} - Q_{12}}{Q_{11} - R_{M-1,M} Q_{21}} F_E \quad (2.50)$$

où  $R_{M-1,M}$  est la matrice de réflexion à l'interface entre les deux milieux M-1 et M.

#### II.5.1.2 Calcul des flux diffus

A chaque interface et pour chaque angle considéré, nous avons 4 flux, représentés par des matrices colonnes, un de chaque côté de l'interface et un pour chaque direction de propagation (z montant et z descendant) (cf Fig. 2.11).



**Figure 2.11 :** Représentation schématique des flux diffus à chaque interface entre deux couches.

Le formalisme est identique à celui du calcul des flux collimatés mais la principale différence est la prise en compte de chaque angle de quadrature :

$$F_{1u} = T_{21} F_{2u} + R_{12} F_{1d},$$

$$F_{2d} = T_{12} F_{1d} + R_{21} F_{2u},$$

où les flux  $F_{1u}$  et  $F_{1d}$  sont des vecteurs à  $4 \times p_1/2$  composantes et les flux  $F_{2u}$  et  $F_{2d}$  à  $4 \times p_2/2$  composantes.

$R_{12}$ ,  $R_{21}$ ,  $T_{21}$  et  $T_{12}$  sont les matrices de réflexion et de transmission que l'on a définies dans la section précédente. Comme le nombre d'angles de quadrature n'est pas le même entre les couches 1 et 2 (si les couches possèdent des indices de réfraction différents), ces matrices sont rectangulaires et leur taille est :

$(4 \times p_1/2, 4 \times p_1/2)$  pour  $R_{12}$ ,

$(4 \times p_2/2, 4 \times p_2/2)$  pour  $R_{21}$ ,

$(4 \times p_2/2, 4 \times p_1/2)$  pour  $T_{12}$  et  $(4 \times p_1/2, 4 \times p_2/2)$  pour  $T_{21}$ .

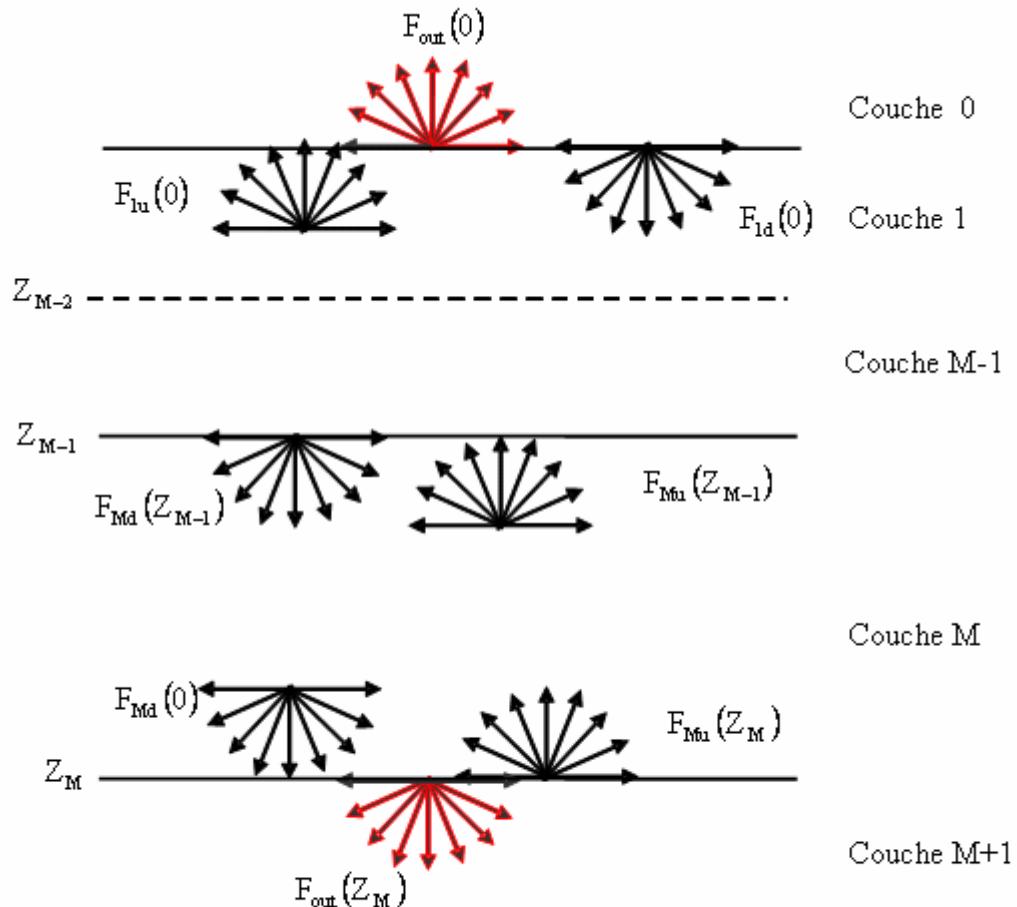
Par exemple si  $p_1 = 4$  et  $p_2 = 8$  :

$$R_{12}(1:8,1:8) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & |r_{12}^p| & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & |r_{12}^s| & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \operatorname{Re}(r_{12}^p r_{12}^{s*}) & \operatorname{Im}(r_{12}^p r_{12}^{s*}) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\operatorname{Im}(r_{12}^p r_{12}^{s*}) & \operatorname{Re}(r_{12}^p r_{12}^{s*}) \\ |r_{12}^p| & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & |r_{12}^s| & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \operatorname{Re}(r_{12}^p r_{12}^{s*}) & \operatorname{Im}(r_{12}^p r_{12}^{s*}) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\operatorname{Im}(r_{12}^p r_{12}^{s*}) & \operatorname{Re}(r_{12}^p r_{12}^{s*}) & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Les matrices de transmission et de réflexion sont les mêmes pour chaque harmonique m.

### II.5.2 Solution du traitement multicouche

Nous allons maintenant déduire de ces conditions aux limites, les constantes  $C_j$  de l'équation (2.37).



**Figure 2.12 :** Représentation multicouche.

Considérons la dernière couche  $M$  de notre système (Fig. 2.12). Les conditions aux limites entre la couche  $M$  et le milieu extérieur établies en II.5.1 s'écrivent :

$$\begin{pmatrix} F_{Mu}^m(Z_M) \\ F_{Md}^m(Z_{M-1}) \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & R_{M,0} \\ R_{M,M-1} & 0 \end{pmatrix}}_{R(M)} \begin{pmatrix} F_{Mu}^m(Z_{M-1}) \\ F_{Md}^m(Z_{M-1}) \end{pmatrix} + \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & T_{M-1,M} \end{pmatrix}}_{T(M)} \begin{pmatrix} F_{Mu}^m(Z_{M-2}) \\ F_{Md}^m(Z_{M-1}) \end{pmatrix}, \quad (2.51)$$

D'un autre côté nous pouvons écrire les flux en  $z=Z_M$  et  $z=Z_{M-1}$  dans les couches  $M$  et  $M-1$  en utilisant l'expression sous la forme :

$$\begin{pmatrix} F_{Mu}^m(Z_M) \\ F_{Md}^m(Z_{M-1}) \end{pmatrix} = Q_1^m(M)C_j(M) + B_1^m(M), \quad (2.52)$$

$$\begin{pmatrix} F_{Mu}^m(Z_{M-1}) \\ F_{Md}^m(Z_M) \end{pmatrix} = Q_2^m(M)C_j(M) + B_2^m(M), \quad (2.53)$$

$$\begin{pmatrix} F_{Mu}^m(Z_{M-2}) \\ F_{Md}^m(Z_{M-1}) \end{pmatrix} = Q_2^m(M-1)C_j(M-1) + B_2^m(M-1), \quad (2.54)$$

où :

$$Q_1^m(M) = \begin{pmatrix} A_{ij}(Z_M) & A_{ij}(Z_M) \\ A_{ij}(Z_{M-1}) & A_{ij}(Z_{M-1}) \end{pmatrix}, \quad B_1^m(M) = \begin{pmatrix} B_{Mu}^m(Z_M) \\ B_{Md}^m(Z_{M-1}) \end{pmatrix},$$

$$Q_2^m(M) = \begin{pmatrix} A_{ij}(Z_{M-1}) & A_{ij}(Z_{M-1}) \\ A_{ij}(Z_M) & A_{ij}(Z_M) \end{pmatrix}, \quad B_2^m(M) = \begin{pmatrix} B_{Mu}^m(Z_{M-1}) \\ B_{Md}^m(Z_M) \end{pmatrix},$$

$$Q_2^m(M-1) = \begin{pmatrix} A_{ij}(Z_{M-2}) & A_{ij}(Z_{M-2}) \\ A_{ij}(Z_{M-1}) & A_{ij}(Z_{M-1}) \end{pmatrix}, \quad B_2^m(M-1) = \begin{pmatrix} B_{Mu}^m(Z_{M-2}) \\ B_{Md}^m(Z_{M-1}) \end{pmatrix}.$$

En substituant les équations (2.52-2.54) dans l'équation (2.51), nous obtenons une relation entre les coefficients  $C_j(M)$  and  $C_j(M-1)$  :

$$Q_1^m(M) \times C_j(M) + B_1^m(M) = R(M)[Q_2^m(M) \times C_j(M) + B_2^m(M)] + T(M)[Q_2^m(M-1) \times C_j(M-1) + B_2^m(M-1)]$$

$$C_j(M) = \frac{R(M)B_2^m(M) - B_1^m(M) + T(M)[Q_2^m(M-1) \times C_j(M-1) + B_2^m(M-1)]}{Q_1^m(M) - R(M)Q_2^m(M)}. \quad (2.55)$$

Pour une couche intermédiaire  $n$ , ces formules nous fournissent une relation entre  $C_j(n)$ ,  $C_j(n-1)$  et  $C_j(n+1)$ .

---

Considérons maintenant la première couche du système. Les conditions limites s'expriment par :

$$\begin{pmatrix} F_{1u}^m(Z_1) \\ F_{1d}^m(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & R_{1,2} \\ R_{1,0} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_{1u}^m(0) \\ F_{1d}^m(Z_1) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} T_{2,1} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_{2u}^m(Z_1) \\ F_{2d}^m(Z_2) \end{pmatrix}. \quad (2.56)$$

De la même manière que précédemment, la dernière équation (2.56) nous donne une relation entre  $C_j(1)$  and  $C_j(2)$ . Ainsi tous les coefficients  $C_j(n)$  sont obtenus avec les équations précédentes. Finalement les flux diffusés réfléchis et transmis à l'extérieur du milieu sont donnés par:

$$\begin{pmatrix} F_{out}^m(0) \\ F_{out}^m(Z_M) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_{1,0} & 0 \\ 0 & T_{M,0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_{1u}^m(0) \\ F_{M,d}^m(Z_M) \end{pmatrix}. \quad (2.57)$$

La procédure utilisée ici à l'avantage d'utiliser seulement  $M$  matrices d'inversions pour un système composé de  $M$  couches. Le calcul doit être effectué pour chaque harmonique  $m$ . Le vecteur de Stokes réfléchi est alors obtenu en effectuant la somme sur toutes les harmoniques :

$$\begin{pmatrix} I_p(0, \mu, \phi) \\ I_s(0, \mu, \phi) \\ U(0, \mu, \phi) \\ V(0, \mu, \phi) \end{pmatrix} = \sum_{m=0}^{N_{leg}} \begin{pmatrix} I_{p,m}^c(0, \mu) \\ I_{s,m}^c(0, \mu) \\ U_m^c(0, \mu) \\ V_m^c(0, \mu) \end{pmatrix} \cos m\phi + \sum_{m=1}^{N_{leg}} \begin{pmatrix} I_{p,m}^s(0, \mu) \\ I_{s,m}^s(0, \mu) \\ U_m^s(0, \mu) \\ V_m^s(0, \mu) \end{pmatrix} \sin m\phi.$$

De la même manière le vecteur de Stokes transmis est donné par:

$$\begin{pmatrix} I_p(Z_M, \mu, \phi) \\ I_s(Z_M, \mu, \phi) \\ U(Z_M, \mu, \phi) \\ V(Z_M, \mu, \phi) \end{pmatrix} = \sum_{m=0}^{N_{leg}} \begin{pmatrix} I_{p,m}^c(Z_M, \mu) \\ I_{s,m}^c(Z_M, \mu) \\ U_m^c(Z_M, \mu) \\ V_m^c(Z_M, \mu) \end{pmatrix} \cos m\phi + \sum_{m=1}^{N_{leg}} \begin{pmatrix} I_{p,m}^s(Z_M, \mu) \\ I_{s,m}^s(Z_M, \mu) \\ U_m^s(Z_M, \mu) \\ V_m^s(Z_M, \mu) \end{pmatrix} \sin m\phi.$$

Nous avons donc maintenant toutes les informations nécessaires pour une caractérisation complète des propriétés optiques d'un milieu multicouche diffusant. De plus, ces quantités peuvent être directement reliées aux mesures issues d'expériences réalisées avec notre appareil de mesure le goniospectrophotomètre qui est décrit dans le prochain chapitre.

---

Le tableau ci-dessous résume les paramètres d'entrée nécessaires au calcul de la propagation de la lumière dans un milieu diffusant multicouche.

Paramètres communs aux M couches le faisceau incident			Pour chaque couche s		
Longueur d'onde du faisceau incident $\lambda$ ( $\mu\text{m}$ )	Etat de polarisation du faisceau incident (I <sub>p</sub> I <sub>s</sub> U V)	Angle d'incidence ( $\theta_i, \phi_i$ )	Epaisseur Z <sub>s</sub> ( $\mu\text{m}$ )	Indice de réfraction du milieu hôte n <sub>s</sub>	Caractéristique des particules diffusantes n <sub>part</sub> (indice de réfraction) d <sub>part</sub> ( $\mu\text{m}$ ) (diamètre) N (concentration volumique)

**Tableau 2.2** : paramètres d'entrée de notre modèle

Après ce traitement théorique nous allons présenter quelques validations numériques et simulations dans le but de tester la précision de notre modèle et de montrer sa capacité à traiter des configurations d'une grande diversité.

## II.6 Validation du modèle

### II.6.1 Vérification du calcul des coefficients $\alpha_\ell, \beta_\ell, \gamma_\ell, \varepsilon_\ell, \delta_\ell, \xi_\ell$

Pour vérifier cette partie du calcul (cf II.4.1), nous nous sommes basés sur des résultats de la littérature, résultats qui ont été validés et qui servent de référence.

**1<sup>er</sup> test :** Le premier test a été de reproduire les résultats donnés par Vestrucci et al [VER84]. Cet article présente les développements  $(\alpha_\ell, \beta_\ell, \gamma_\ell, \varepsilon_\ell, \delta_\ell, \xi_\ell)$  publiés jusqu'à l'ordre 13. Le système considéré est une atmosphère de Mie, c'est-à-dire une couche d'air sans interfaces contenant des particules sphériques présentant une distribution de taille de type gamma avec un rayon effectif  $r_{\text{eff}} = 0.2\mu\text{m}$ , une variance effective<sup>(2)</sup>  $v_{\text{eff}} = 0.07\mu\text{m}$  et un indice de réfraction des particules diffusantes  $n_{\text{part}} = 1.44$  (les particules ne sont pas absorbantes). La longueur d'onde du rayonnement incident est  $\lambda = 0.951\mu\text{m}$ . Le tableau ci-dessous présente le

---

(2) avec  $r_{\text{eff}} = \frac{1}{G} \int_0^{\infty} n(r) \pi r^2 x dr$  et  $v_{\text{eff}} = \frac{1}{G a^2} \int_0^{\infty} n(r) \pi r^2 (x - x_{\text{eff}})^2 dr$  où G est la section géométrique des particules.

---

développement des coefficients  $\alpha_\ell, \beta_\ell$  jusqu'à l'ordre 13, obtenus par Vestrucci et par notre modèle.

Ordre du développement	$\alpha_\ell$		$\beta_\ell$	
	NFlux V	Vestrucci	NFlux V	Vestrucci
0	0.0	0.0	1.0	1.0
1	0.0	0.0	1.4552931819	1.4552931819
2	3.3091220464	3.3091220464	1.0540263128	1.0540263128
3	0.9633758277	0.9633758276	0.3975899379	0.3975899378
4	0.2474124257	0.2474124256	0.1165930162	0.1165930161
5	0.0452636956	0.0452636955	0.0238747703	0.0238747702
6	0.0068892609	0.0068892608	0.0039501034	0.0039501033
7	0.0008798203	0.0008798202	0.0005388807	0.0005388807
8	0.0000987256	0.0000987255	0.0000637172	0.0000637172
9	0.0000099030	0.0000099029	0.0000066697	0.0000066697
10	0.0000009072	0.0000009071	0.0000006329	0.0000006329
11	0.0000000769	0.0000000769	0.0000000553	0.0000000553
12	0.0000000061	0.0000000061	0.0000000045	0.0000000045
13	0.0000000005	0.0000000005	0.0000000003	0.0000000003

**Tableau 2.3** : Développements de Mie des coefficients  $\alpha_\ell, \beta_\ell$ .

Particules sphériques d'indice n=1,44 plongées dans l'air.

Nos résultats sont en accord avec les résultats de Vestrucci et sont corrects à  $\pm 1$  de la dernière décimale donnée.

**2<sup>ème</sup> test** : Le deuxième test a été de reproduire les résultats fournis par De Rooji et al. [ROO84]. Le modèle considéré est également une atmosphère de Mie contenant des particules sphériques d'indice de réfraction 1.45, et une distribution de taille de type gamma. Le rayon effectif de la particule est  $r_{\text{eff}} = 0.23\mu\text{m}$  et la variance effective  $v_{\text{eff}} = 0.18$ . Le système est éclairé par un rayonnement incident de longueur d'onde  $\lambda = 0.55\mu\text{m}$ . Le paramètre calculé est  $\beta$ . Comme précédemment nos résultats sont en accord avec ceux de De Rooij jusqu'à la dernière décimale. Ces tests nous ont permis de valider cette étape de calcul essentielle pour la suite de la résolution de l'ETRV.

Ordre du développement	$\beta_\ell$	
	NFlux V	De Rooij
0	1.0	1.0
1	2.1630068791	2.1630068791
2	2.5222322467	2.5222322467
3	2.1937084245	2.1937084245
4	1.6984536915	1.6984536915
5	1.1789364461	1.1789364460
6	0.7693179067	0.7693179065
7	0.4667266955	0.4667266953
8	0.2793384931	0.2793384929
9	0.1510434427	0.1510434426
10	0.0880294508	0.0880294506
11	0.0420238664	0.0420238662
12	0.0252331840	0.0252331837
13	0.0103372475	0.0103372473
14	0.0067788604	0.0067788602
15	0.0022847333	0.0022847331
16	0.0017391969	0.0017391966
17	0.0004578405	0.0004578402
18	0.0004308744	0.0004308741
19	0.0000835565	0.0000835562
20	0.0001036937	0.0001036935
21	0.0000139068	0.0000139066
22	0.0000243149	0.0000243148
23	0.0000021093	0.0000021090
24	0.0000055648	0.0000055645
25	0.0000002909	0.0000002906
26	0.0000012446	0.0000012444
27	0.0000000364	0.0000000362
28	0.0000002724	0.0000002723
29	0.0000000041	0.0000000040
30	0.0000000585	0.0000000584
31	0.0000000004	0.0000000004

**Tableau 2.4:** Développements de Mie des coefficients  $\beta_\ell$ .Particules sphériques d'indice  $n=1.45$  plongées dans l'air.

## II.6.2 Test numériques et comparaisons

Pour tester numériquement notre modèle, nous avons calculé les composantes de Stokes (I Q U V) pour différentes valeurs d'angle polaire, d'angle azimuthal et nous les avons comparés à ceux trouvés dans la littérature [WAU92]. Le système considéré est une couche d'atmosphère constituée de sphéroïdes oblates de facteur de forme  $a/b = 1.999987$  ( $a$  étant le demi-axe principal et  $b$  le demi-axe secondaire), de paramètre de taille  $ka = 3$  et d'indice de réfraction  $1.53-i0.006$ . Les propriétés de diffusion simple de ces particules nécessaires au calcul des flux diffus sont la section efficace de diffusion  $C_{\text{sca}}$  et d'extinction  $C_{\text{ext}}$  ainsi que les développements des fonctions de Mie ( $\alpha_\ell, \beta_\ell, \gamma_\ell, \delta_\ell, \xi_\ell$ ) en fonctions sphériques généralisées. Ces valeurs sont connues, elles ont été calculées et publiées par Kuik et al. [KUI92]. Nous les rappelons dans les tableaux ci-dessous.

$C_{\text{sca}} (\mu\text{m}^2)$	$C_{\text{ext}} (\mu\text{m}^2)$	$\varpi$ (albedo)
0.448	0.460	0.974

**Tableau 2.5** : Coefficients optiques de diffusion simple des sphéroïdes oblates.

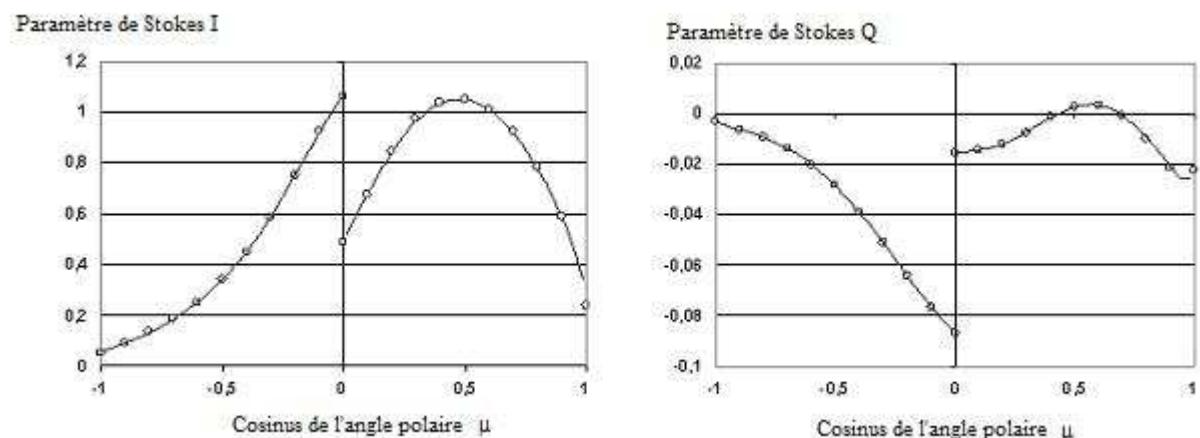
$\ell$	$\alpha_\ell$	$\beta_\ell$	$\gamma_\ell$	$\delta_\ell$	$\varepsilon_\ell$	$\zeta_\ell$
0	0.0	1.0	0.0	0.915207	0.0	0.0
1	0.0	2.104031	0.0	2.095727	0.0	0.0
2	3.726079	2.095158	-0.116688	2.008624	0.065456	3.615946
3	2.202868	1.414939	-0.209370	1.436545	0.221658	2.240516
4	1.190694	0.703593	-0.227137	0.706244	0.097752	1.139473
5	0.391203	0.235001	-0.144524	0.238475	0.052458	0.365605
6	0.105556	0.064039	-0.052640	0.056448	0.009239	0.082779
7	0.020484	0.012837	-0.012400	0.009703	0.001411	0.013649
8	0.003097	0.002010	-0.002093	0.001267	0.000133	0.001721
9	0.000366	0.000246	-0.000267	0.000130	0.000011	0.000172
10	0.000035	0.000024	-0.000027	0.000011	0.000001	0.000014
11	0.000003	0.000002	-0.000002	0.000001	0.00000000	0.000001

**Tableau 2.6** : Développements de Mie publiés par Kuik et al [KUI92].

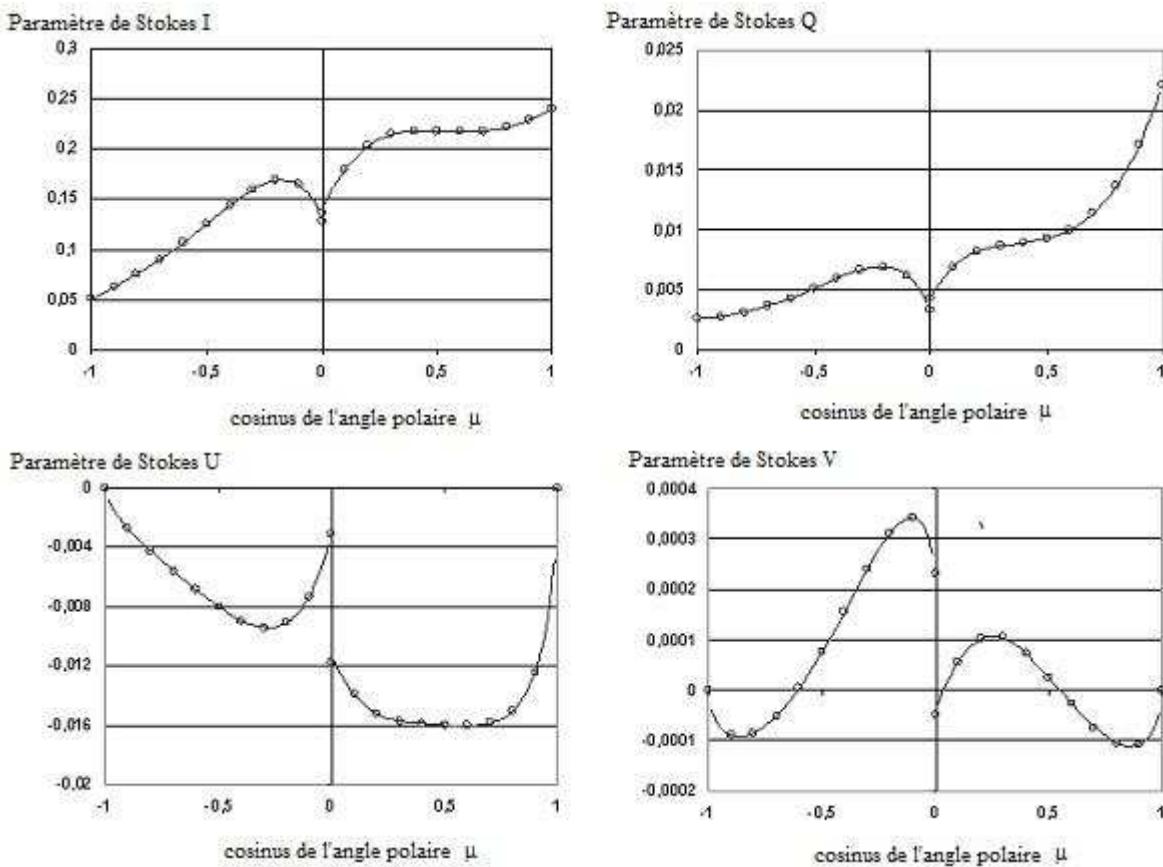
Particules oblates d'indice  $n=1.53-i0.006$  plongées dans l'air.

Nous introduirons directement dans nos simulations ces résultats afin de calculer les flux diffusés. Nous avons suivi le problème présenté par Wauben et al. [WAU92] en considérant le cas d'une épaisseur optique totale ( $\tau = \alpha_{\text{ext}} \times z$ ) égale à 1 sous laquelle se trouve une surface noire. Le faisceau incident est non polarisé,  $I' = \pi (1 \ 0 \ 0 \ 0)$  (dans la base  $(I \ Q \ U \ V)$ ), de longueur d'onde  $0.6328 \mu\text{m}$  et sa direction par rapport au plan d'incidence est donné par ( $\mu_i = 0.6$ ,  $\varphi_i = 0$ ). Les figures 2.13 and 2.14 montrent les composantes de Stokes en haut de la couche d'atmosphère (en réflexion) ( $-1 < \mu < 0$ ) et en bas de celle-ci (en transmission) ( $0 < \mu < 1$ ), avec un azimut entre le faisceau incident et la direction d'observation de  $\varphi - \varphi_i = 0$  et  $\varphi - \varphi_i = 90^\circ$  respectivement. Il est intéressant de noter que les composantes de Stokes  $U$  et  $V$  disparaissent pour  $\varphi - \varphi_i = 0$  car ces deux composantes sont antisymétriques par rapport au plan d'incidence (ne possédant que des termes en sinus). Les traits pleins représentent les résultats de notre modèle et les cercles ouverts les résultats de Wauben et al.

L'accord est très satisfaisant entre ces deux modèles, la méthode des ordonnées discrètes pour notre modèle et la méthode d'adding-doubling pour Wauben et al. La différence relative entre ces deux traitements est au maximum inférieure à 0.4%. Cette petite divergence est essentiellement due au fait que les angles centraux des canaux définis par la DOM, auxquels nous faisons nos calculs ne sont pas exactement les angles choisis par Wauben et al. pour leur calcul.



**Figure 2. 13 :** Paramètres de Stokes  $I$  et  $Q$  en fonction de l'angle polaire en haut et en bas de la couche d'atmosphère pour une lumière incidente non polarisée et pour un azimut  $\varphi = 0$ . Comparaison entre nos résultats (traits pleins) et les calculs de Wauben et al. (cercles).



**Figure 2.14 :** Paramètres de Stokes I,Q,U,V en fonction de l'angle polaire en haut et en bas de la couche d'atmosphère pour une lumière incidente non polarisée et pour un azimut  $\phi=90^\circ$ . Comparaison entre nos résultats (traits pleins) et les calculs de Wauben et al. (cercles).

## II.7 Exemples d'illustration du code N-flux vectoriel

Dans cette partie, nous présentons différents aspects du comportement d'un milieu diffusant en volume, tel qu'on peut le prédirer par les méthodes de calcul développées précédemment. Notre objectif est d'établir clairement quelques résultats élémentaires, en étudiant successivement plusieurs systèmes d'abord simples puis de complexité croissante. Ces bases seront ensuite très utiles à la compréhension et à l'interprétation de mesures et de simulations sur des systèmes diffusants réels. Nous étudierons en particulier les effets :

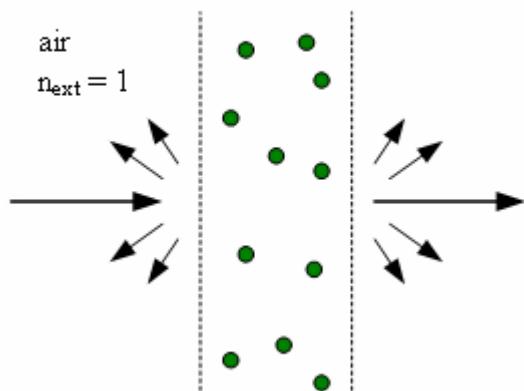
- de changement d'épaisseur optique du milieu traversé ;
- de changement de taille des particules (diffusion Rayleigh ou diffusion de Mie) ;
- de variations de l'angle d'incidence du faisceau d'éclairage ;
- de l'état de polarisation du faisceau incident ;
- de l'ordre de succession des couches ;

- d'une distribution de taille des particules ;
- de la polarisation sur des systèmes présentant des caractéristiques communes.

### **II.7.1 Comportement de systèmes diffusants simples**

Considérons un système diffusant en volume composé d'une couche d'épaisseur finie (Fig 2.15) :

- constituée d'un matériau d'indice de réfraction différent de l'indice du milieu extérieur;
- contenant des inclusions sphériques.



**Figure 2.15 :** Système étudié : lame diffusante, contenant des diffuseurs sphériques, éclairée en incidence normale

Un tel système est alors défini par les paramètres suivants :

- épaisseur optique  $\tau$  (sans dimension) ;
- état de polarisation de la lumière incidente et angle d'incidence ;
- albédo et fonction de phase des particules (déterminés par la longueur d'onde, la taille et l'indice de réfraction des particules sphériques).

Prenons par exemple le cas d'un système diffusant contenant une suspension aqueuse de billes de latex.

#### *II.7.1.1 Comportement de systèmes diffusants simples en lumière non polarisée*

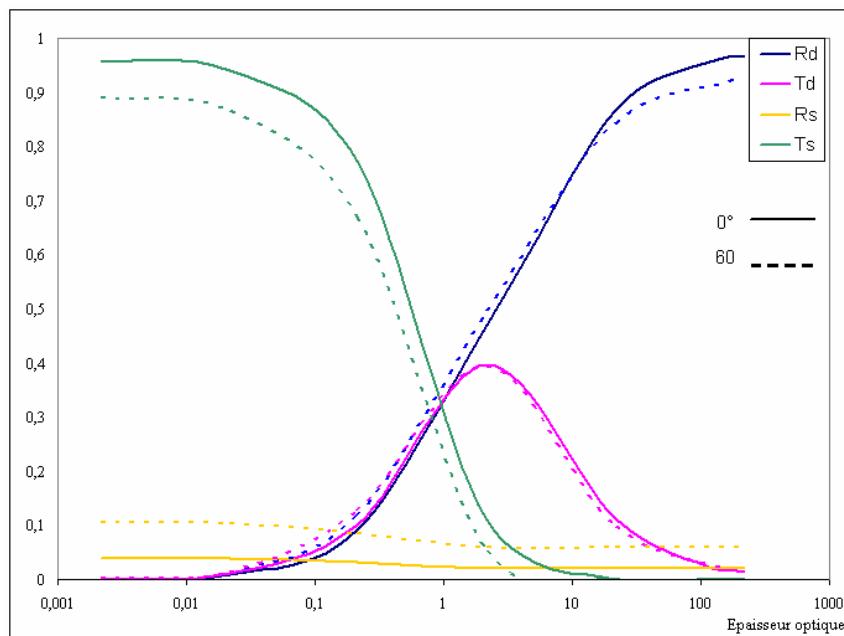
Considérons dans un premier temps un régime de diffusion de Rayleigh (toutes petites particules) de paramètre de taille  $ka = 0.66$  et sans absorption (albédo = 1.0).

Les courbes de la figure 2.16 présentent le comportement de la lumière totale diffusée vers l'arrière ( $R_d$ ) et vers l'avant ( $T_d$ ) ainsi que la lumière spéculaire vers l'arrière ( $R_s$ ) et vers

l'avant ( $T_s$ ) en fonction de l'épaisseur optique du milieu et de l'angle d'incidence du faisceau collimaté de polarisation  $\mathbf{I}=(0.5 \ 0.5 \ 0 \ 0)$  dans la base ( $I_p \ I_s \ U \ V$ ).

Ces graphes nous fournissent déjà plusieurs informations concernant le comportement global de la lumière diffusé. En particulier, on remarque deux choses :

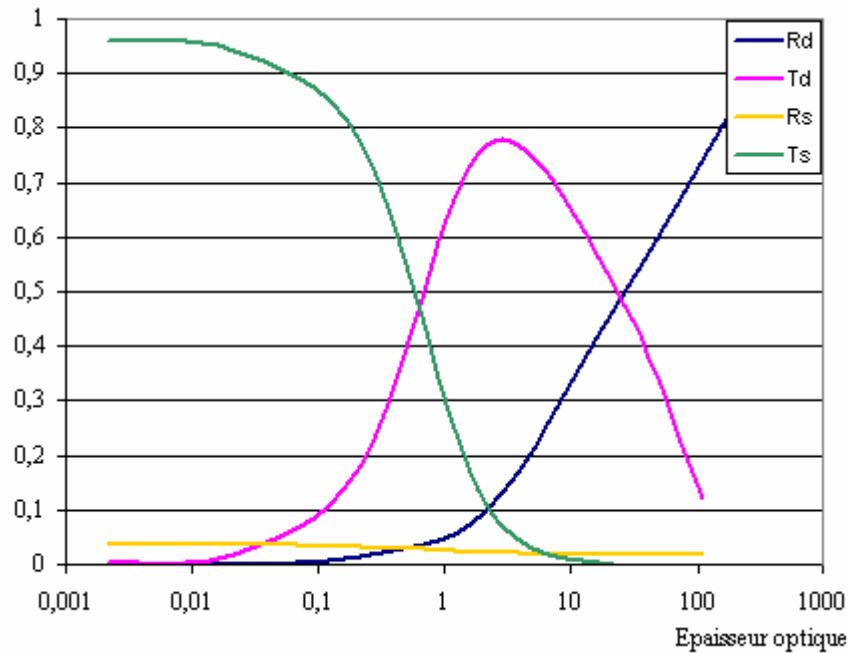
- lorsque l'épaisseur optique du milieu est très importante, toute la lumière est rétrodiffusée : il n'y a alors plus de lumière transmise, spéculaire ou diffuse ;
- lorsque l'angle d'incidence de l'éclairage collimaté augmente,  $R_d$  et  $T_d$  augmentent, comme si l'épaisseur optique du milieu était augmentée artificiellement pour des épaisseurs optiques faibles à moyennes.



**Figure 2.16 :** Comportement des réflectivités et transmittivités diffuses et collimatés d'une lame contenant des diffuseurs en régime de Rayleigh ( $ka=0.66$ ) en fonction de l'épaisseur optique du milieu pour deux angles d'incidence. Traits pleins=incidence  $0^\circ$ , tirets=incidence  $60^\circ$ .

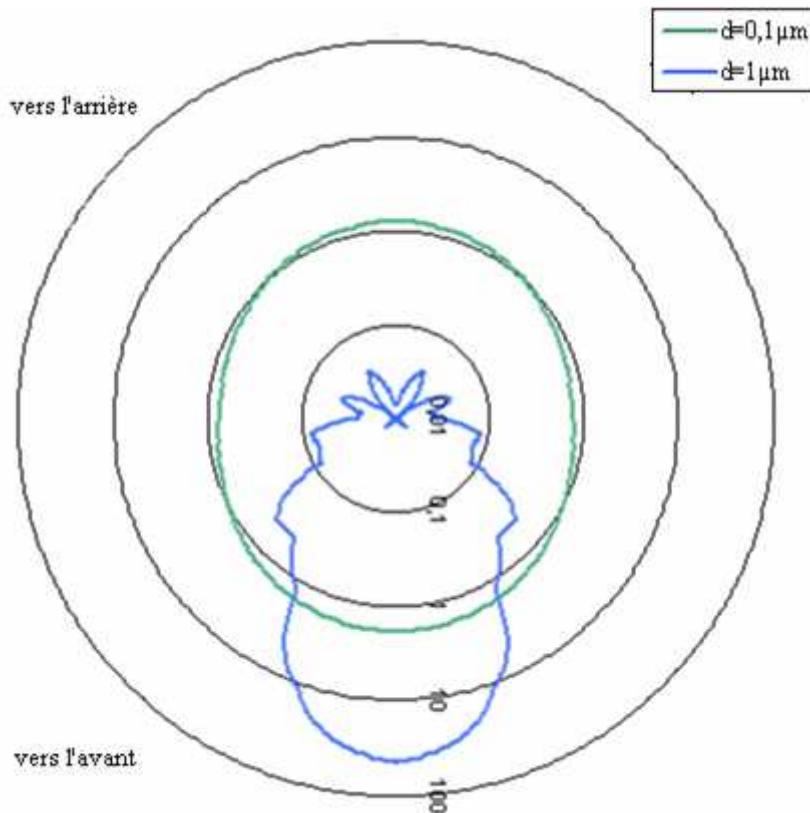
De plus on peut observer que les composantes diffusées  $R_d$  et  $T_d$  sont voisines lorsque l'épaisseur optique du milieu est faible. ( $\tau < 1$ ). Nous sommes alors dans un régime de diffusion simple (diffusion Rayleigh), c'est-à-dire une diffusion isotrope.

Examinons à présent ce comportement en régime de diffusion de Mie. Les particules diffusantes ont maintenant un paramètre de taille  $ka = 6.6$ . Le comportement des réflectivités et transmittivités, diffuses et collimatés est qualitativement le même que dans le cas précédent cependant nous observons une diffusion plus forte vers l'avant ( $T_d$ ) que vers l'arrière ( $R_d$ ) pour une large gamme d'épaisseur optique (Fig. 2.17), signature de la diffusion de Mie.



**Figure 2.17 :** Comportement des réflectivités et transmittivités diffuses et collimatés en fonction de l'épaisseur optique du milieu pour une lame contenant des diffuseurs de Mie.

Cet effet est directement lié à la fonction de phase d'une seule particule comme l'indique la figure 2.18 :



**Figure 2.18 :** Fonction de phase : en régime de Mie (courbe bleue) et en régime Rayleigh (courbe verte).

Nous résumons dans le tableau 2.7 le comportement de diffusion d'une lame diffusante avec changement d'indice, quelle que soit la taille des diffuseurs qu'elle contient :

$\tau$	$T_s$	$T_d$	$R_s$	$R_d$
0	$1-R_{\text{mult}}$	0	$R_{\text{mult}}$	0
Faible	Diminue	augmente	diminue	augmente
Intermédiaire		Max		
Fort		diminue		
Infini	0	0	R	$1-R$

**Tableau 2.7** : Comportement des réflectivités et transmittivités diffuses et collimatés pour une lame contenant des diffuseurs sphériques en fonction de l'épaisseur optique  $\tau$ .

avec  $R_{\text{mult}} = R + \frac{RT^2}{1-R^2}$ , réflexion multiple du milieu sans diffuseur et  $R = \left| \frac{n_{\text{ext}} - n_{\text{lame}}}{n_{\text{ext}} + n_{\text{lame}}} \right|^2$  le coefficient de réflexion de la première interface en incidence normale.

Nous allons maintenant regarder de façon qualitative la répartition angulaire de la lumière diffusée en fonction de l'épaisseur optique du système et de l'état de polarisation de la lumière.

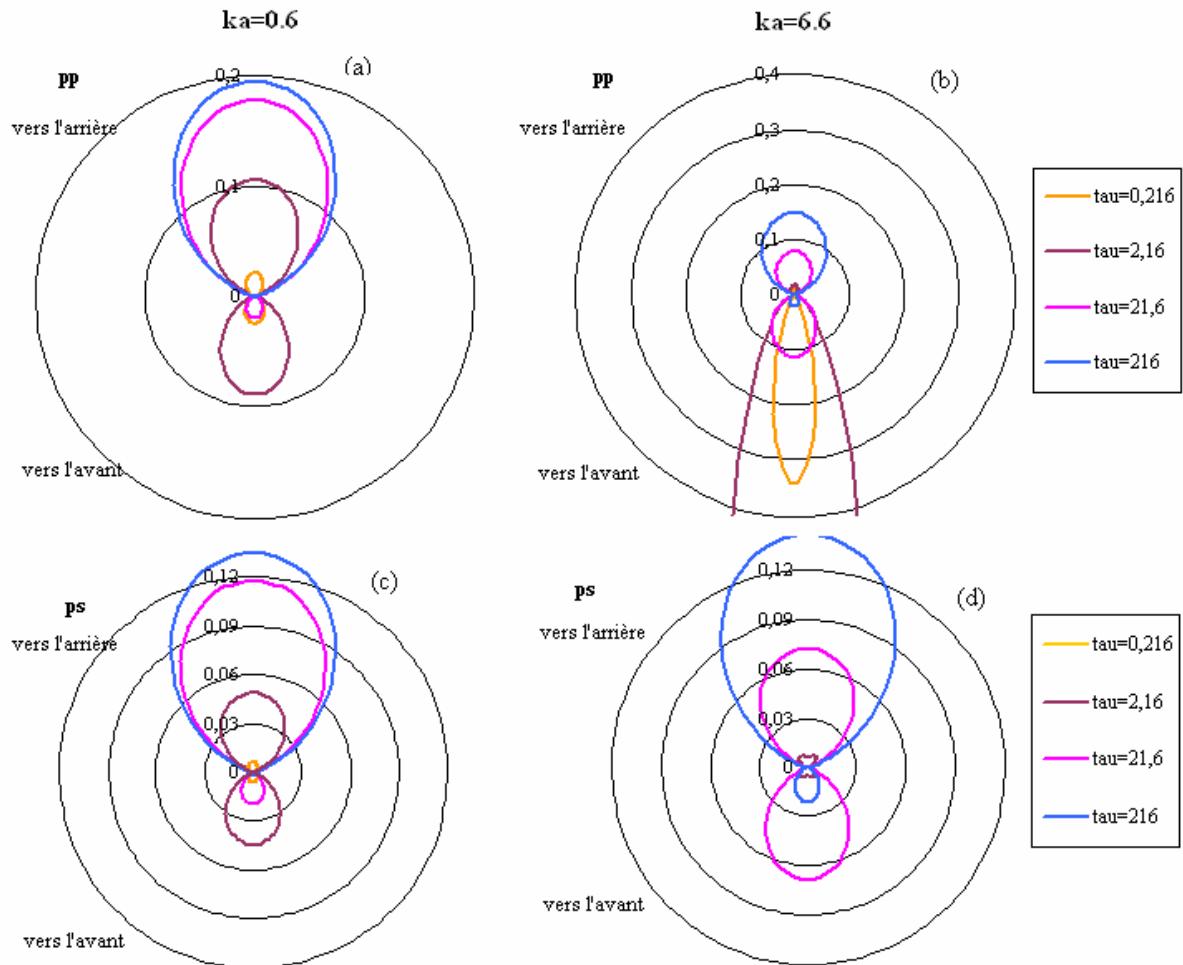
#### II.7.1.2 Comportement de systèmes diffusants simples en lumière polarisée

Nous éclairons maintenant nos deux systèmes avec une lumière polarisée de polarisation linéaire parallèle :  $I = (1 \ 0 \ 0 \ 0)$  dans la base ( $I_p \ I_s \ U \ V$ ).

Les courbes de la figure 2.19 présentent l'évolution des flux polarisés pp et ps en fonction de l'épaisseur optique. La première lettre désigne la polarisation de la lumière incidente et la deuxième lettre correspond à la polarisation des flux détectés.

On peut constater que l'évolution des flux diffusés suit le comportement du tableau (2.7), quelque soit l'état de polarisation du flux et la taille des diffuseurs :

- l'augmentation de l'épaisseur optique entraîne une augmentation des flux diffusés vers l'arrière ( $R_d$ ) alors que les flux diffusés vers l'avant ( $T_d$ ) passent par un maximum puis rediminuent pour tendre vers 0.

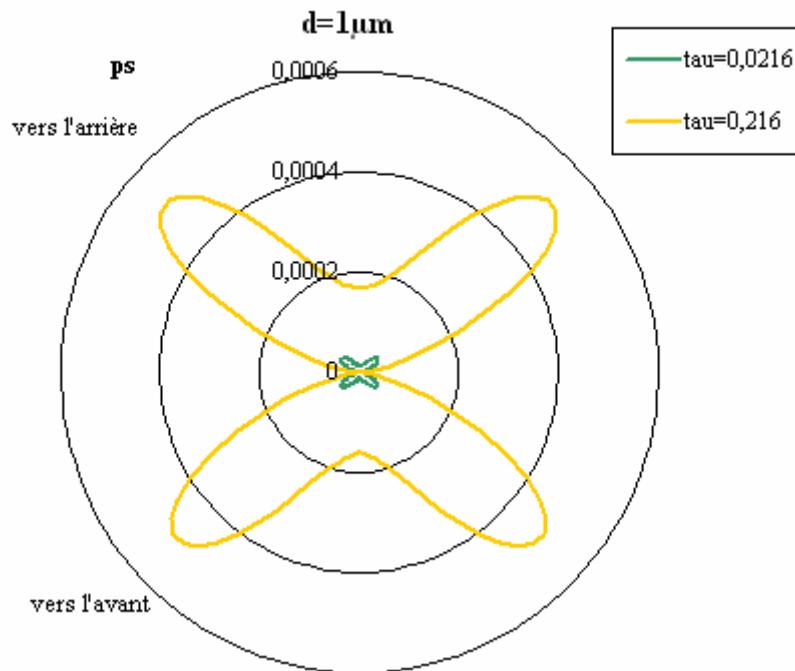


**Figure 2.19 :** Distribution angulaire des flux diffusés ( $\text{sr}^{-1}$ ) pour deux états de polarisation pp [(a),(b)] et ps [(c),(d)]. A gauche nous présentons la lumière diffusée pour des particules de paramètre de taille  $ka=0.6$  et à droite pour des particules de paramètre de taille  $ka=6.6$ .

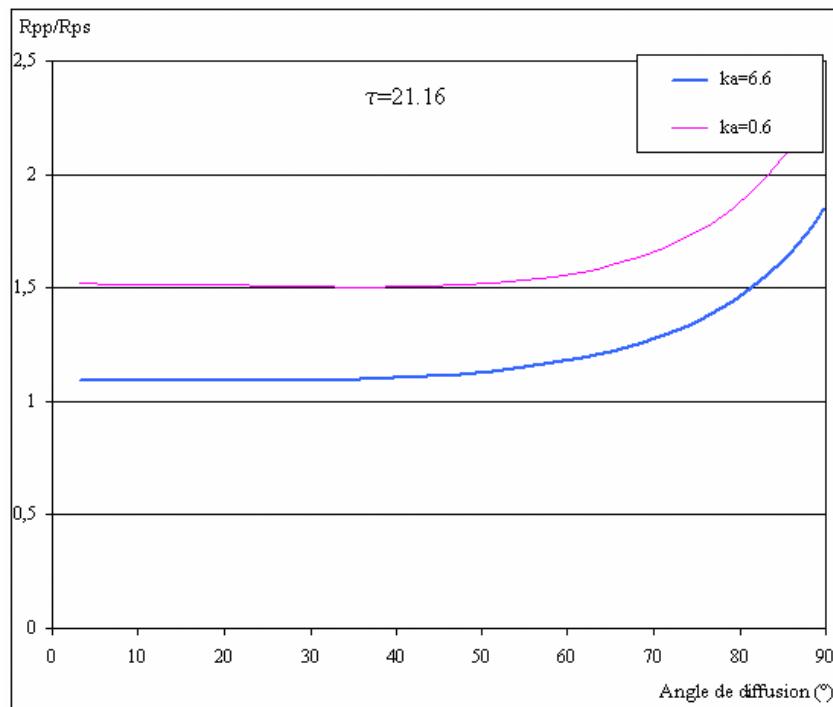
Cependant la polarisation permet d'observer des phénomènes non prévisibles en approximation scalaire :

- les flux diffusés en polarisation ps pour un diffuseur de Mie sont symétriques en réflexion et en transmission pour de faibles épaisseur optique (Fig. 2.20), contrairement à ceux en polarisation directe pp qui suivent le comportement de simple diffusion c'est-à-dire une forte diffusion vers l'avant. De plus les flux en polarisation ps présentent des structures correspondant à une sphère de Mie qui disparaissent lorsque l'épaisseur optique du milieu augmente (Fig 2.19, Fig. 2.20).
- A épaisseur optique équivalente, le rapport entre les flux diffusés, en polarisation directe pp et croisée ps, est plus élevé pour les diffuseurs Rayleigh que les diffuseurs de Mie (Fig. 2.21). Cela signifie que les petites particules conservent mieux la polarisation du faisceau incident que les grosses. Cependant pour une très forte épaisseur optique ce rapport va tendre vers un

dans les deux cas, car le milieu est alors dominé par la diffusion multiple ce qui va entraîner une forte dépolarisation du faisceau incident.



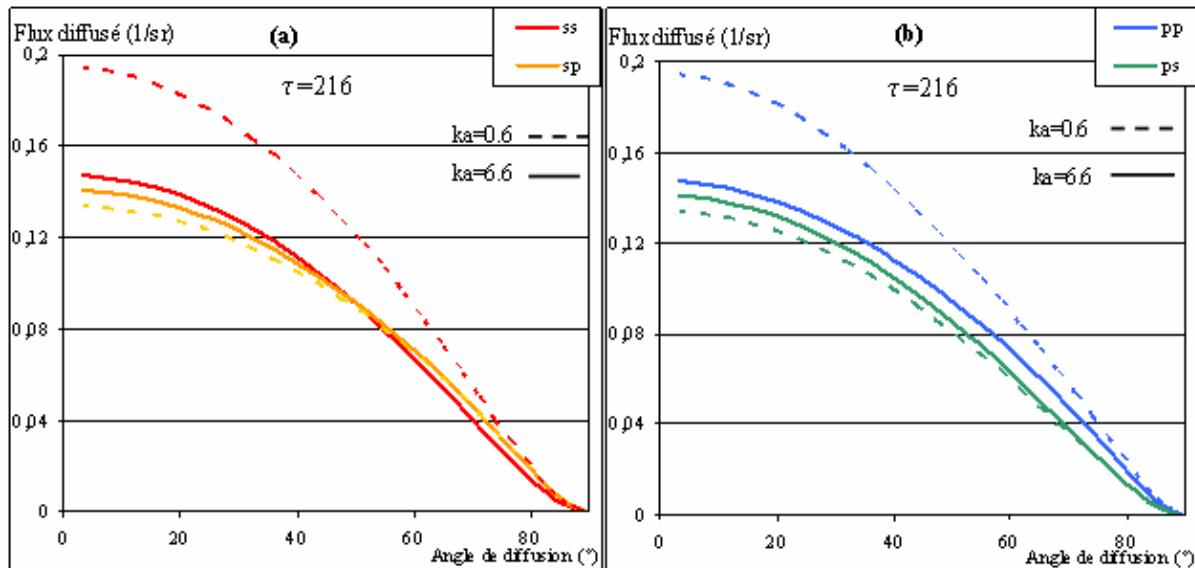
**Figure 2.20 :** Distribution angulaire des flux diffusés en polarisation croisée ps pour un diffuseur de Mie.



**Figure 2.21 :** Rapport des flux diffusés en polarisation directe pp et croisée ps pour deux types de diffuseurs  $ka=0.6$  (courbe rose),  $ka=6.6$  (courbe bleue) pour une épaisseur optique  $\tau=21.16$ .

Regardons maintenant le comportement de nos deux systèmes lorsqu'ils sont éclairés par une lumière de polarisation linéaire perpendiculaire :  $I = (0 \ 1 \ 0 \ 0)$  dans la base  $(I_p \ I_s \ U \ V)$ .

La figure [2.22(a)] montre que pour une forte épaisseur optique et en régime de Mie on observe un croisement entre la polarisation ss et sp que l'on n'observe pas pour les petites particules.

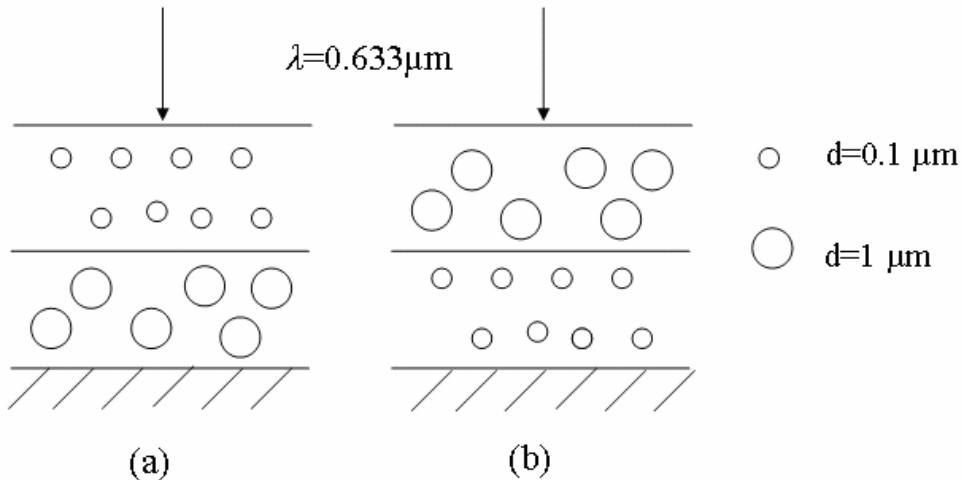


**Figure 2. 22 :** Distribution angulaire des flux diffusés en polarisation ss, sp (a) et pp, ps (b) pour des particules de paramètre de taille  $ka=0.6$  (tirets) et des particules de diamètre  $ka=6.6$  (traits pleins) pour une épaisseur optique  $\tau=216$ .

De plus ce croisement est caractéristique de la polarisation perpendiculaire car ce phénomène ne s'observe pas pour les polarisations pp et ps. [2.22(b)]

### II.7.2 Comportement d'un système diffusant à deux couches

Nous présentons maintenant un exemple qui illustre l'utilisation de notre modèle multicouche et qui met plus particulièrement en évidence l'influence de l'ordre des couches. Nous allons reprendre les deux systèmes étudiés ci-dessus.



**Figure 2.23 :** Les deux configurations du systèmes: billes de latex dilués dans l'eau avec  $n_{\text{part}}=1.59$  et  $n_s=1.33$ . (a) configuration Rayleigh+Mie, (b) configuration Mie+Rayleigh.

Le système est composé de deux couches déposées sur un substrat semi-infini d'indice de réfraction  $n_{\text{sub}} = 1.51$ . Le système est illuminé par un faisceau collimaté de longueur d'onde  $\lambda=0.633\mu\text{m}$  suivant deux états de polarisation :

- polarisation linéaire parallèle  $\mathbf{I}=(1\ 0\ 0\ 0)$  dans la base ( $I_p\ I_s\ U\ V$ ).
- polarisation linéaire perpendiculaire  $\mathbf{I}=(0\ 1\ 0\ 0)$  dans la base( $I_p\ I_s\ U\ V$ ).

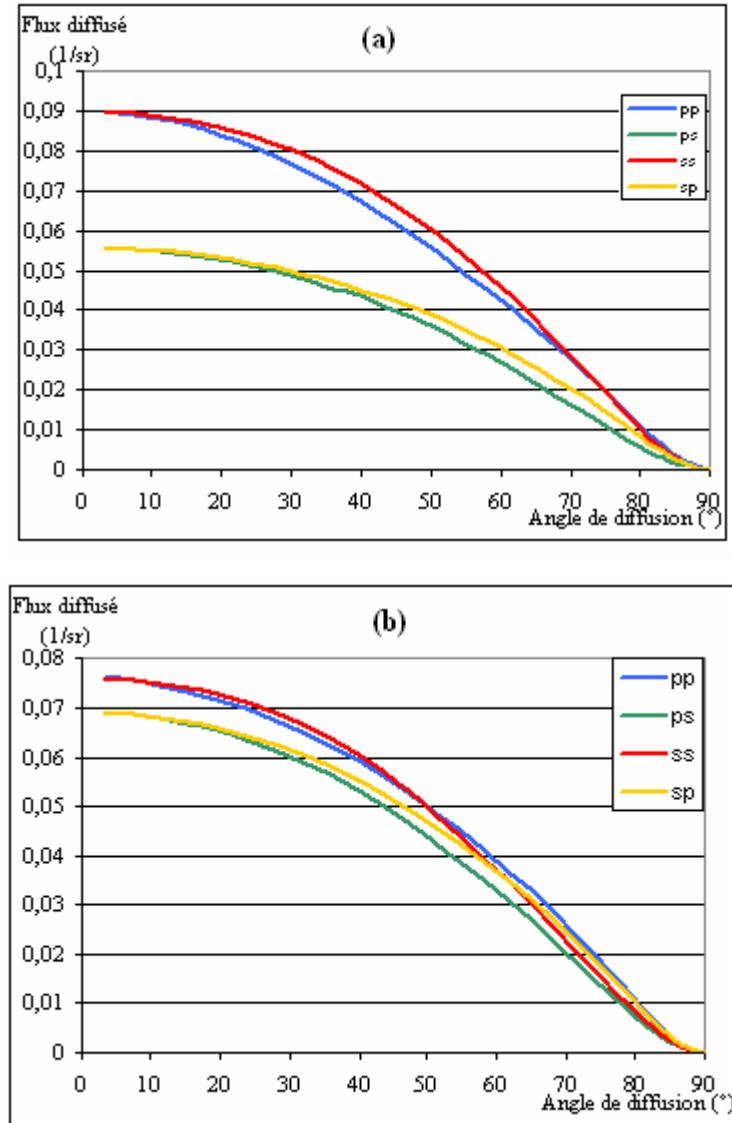
Les deux couches possèdent une épaisseur  $z=100\mu\text{m}$ , l'ensemble des caractéristiques de ces deux couches pour cette épaisseur est donné par le tableau 2.8.

Milieu	Diamètre des diffuseurs ( $\mu\text{m}$ )	Paramètre de taille $k_a$	Concentration volumique	$\alpha_{\text{sca}}$ ( $\mu\text{m}^{-1}$ )	Epaisseur optique $\tau = \alpha_{\text{sca}} \times z$
1	0.1	0.66	2.0%	$2.16 \times 10^{-3}$	0.65
2	1.0	6.6	2.0%	$7.77 \times 10^{-2}$	23.32

**Tableau 2.8 :** Paramètres des deux milieux diffusants.

Un comportement très différent de la lumière diffusée peut-être observé sur la figure 2.24, dépendant de la géométrie du système c'est à dire de l'ordre de succession des deux couches. Pour la première configuration [Fig. 2.23(a)], on observe des intensités plus fortes en polarisations directes pp et ss qu'en polarisations croisées ps et sp, du fait de la faible épaisseur optique du milieu 1 qui conserve la polarisation du faisceau incident [Fig. 2.24(a)]. Dans la seconde configuration [Fig. 2.23(b)], on peut noter que les polarisations croisées ps et sp sont du même ordre de grandeur que les polarisations directes pp et ss [Fig. 2.24(a)]. Ces effets peuvent être expliqués comme précédemment en remarquant que l'épaisseur optique de

la première couche ( $\tau=23.32$ ) dans la configuration [Fig. 2.23(b)] est plus forte que celle de la première couche ( $\tau=0.65$ ) dans la configuration [Fig. 2.23(a)] ce qui entraîne des effets de diffusion multiple et donc de dépolarisation. De plus on retrouve le croisement des polarisations ss et sp, caractéristique des diffuseurs de grande taille. L'ensemble de ces observations nous montre que la lumière diffusée en réflexion suit le régime du premier milieu traversée. Dans la première configuration la réflexion suit un comportement de type Rayleigh alors que dans la seconde elle suit un comportement de type de Mie.



**Figure 2.24 :** Distribution angulaire de la lumière diffusée par unité d'angle solide et pour un angle d'incidence ( $\theta_i=0^\circ, \varphi_i=0^\circ$ ) pour 4 types de polarisation , polarisation pp (lignes bleues), polarisation ps (lignes vertes), polarisation ss (lignes rouges), polarisation sp (lignes oranges). (a) : configuration Rayleigh+Mie et (b) : configuration Mie+Rayleigh.

### II.7.3 Effet d'une distribution de taille

Dans cette section, nous allons nous intéresser à la diffusion par un ensemble de sphères homogènes et plus précisément à l'influence de la distribution de taille des diffuseurs sur l'ensemble des flux diffusés pour 3 distributions différentes décrites dans le tableau 2.9 ci-dessous :

Milieu	Type de distribution	Distribution de taille
A	Gamma	$r_{\text{eff}} = 1 \mu\text{m}$ $v_{\text{eff}} = 0.25 \mu\text{m}$
B	Log normal	$r_g = 0.4082$ $\sigma_g = 0.6368$
C	Dirac distribution	$R = 0.5 \mu\text{m}$

**Tableau 2.9** : Les 3 distributions de taille entrées dans notre modèle.

La première est une distribution gamma :

$$n(r) = \text{constante} \times r^{(1-3b)/b} \exp(-r/ab)$$

La seconde une distribution log-normale :

$$n(r) = \text{constante} \times r^{-1} \exp\left(-\frac{(\ln(r) - \ln(r_g))^2}{2 \ln^2(\sigma_g)}\right).$$

Et enfin la dernière une distribution de Dirac (milieu composé de particules identiques de rayons R):

$$n(r) = \begin{cases} \infty & \text{pour } r = R \\ 0 & \text{pour } r \neq R \end{cases}$$

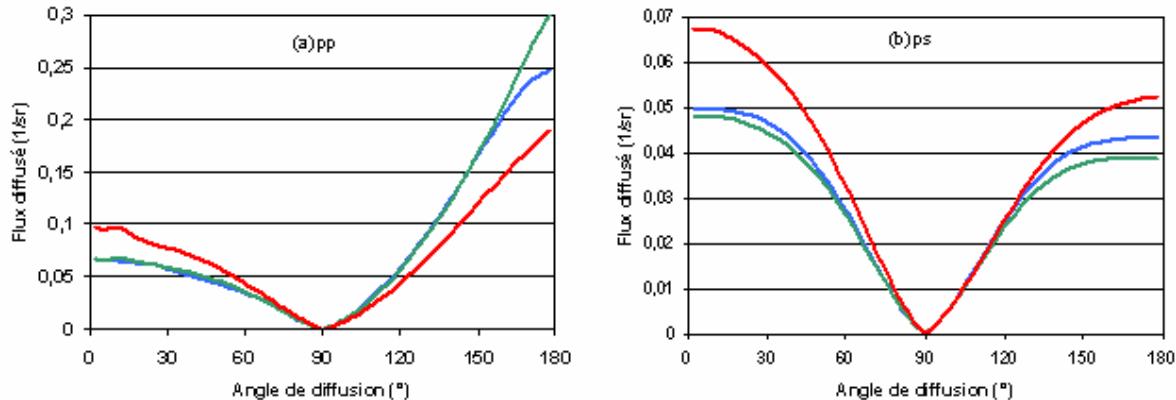
La constante pour chaque distribution est choisie de telle sorte que la distribution de taille satisfasse la condition de normalisation :

$$\int_0^\infty n(r) dr = 1.$$

Les paramètres pour chaque distribution ont été choisis avec le même rayon moyen  $r = 0.5 \mu\text{m}$ , la même variance  $\sigma^2 = 0.125 \mu\text{m}^2$  [HAN74], et une concentration volumique de diffuseurs de 5%.

La figure 2.25 montre la distribution angulaire des flux diffusés en réflexion et transmission pour deux types de polarisation pp et ps, la première lettre indique la polarisation de la lumière incidente et la seconde la polarisation de la lumière diffusée transmise ou réfléchie. Les calculs ont été réalisés pour une lumière incidente de longueur d'onde  $\lambda = 0.55 \mu\text{m}$ , avec

un indice de réfraction des particules sphériques  $n_{\text{part}}=1.33$  (sans absorption) sous une illumination en incidence normale et une épaisseur optique  $\tau = \alpha_{\text{ext}} \times z = 6.3$ .



**Figure 2. 25 :** Distribution angulaire des flux diffusés en polarisation par unité d'angle solide pour un angle d'incidence ( $\theta_i=0^\circ, \phi_i=0^\circ$ ) pour trois types de distributions de taille de particules, distribution gamma (courbe rouge), distribution log normale (courbe verte), et distribution de Dirac (courbe bleue).

Les résultats des flux diffusés pour ces trois types de distributions présentent qualitativement des comportements similaires. Ces comportements similaires ne sont pas surprenant car ces trois distributions ont le même rayon moyen. Les distributions log- normal et Dirac ont des comportement très proches comparés à la distribution gamma qui s'écarte de ces dernières, du fait de la largeur de sa distribution. On peut cependant observer que les flux diffusés en polarisation croisée (ps) [Fig. 2.25(b)], caractérisant la dépolarisation du faisceau incident, sont plus faibles que ceux en polarisation directe (pp) [Fig 2.25(a)]. On peut aisément le comprendre en regardant la valeur relativement faible de l'épaisseur optique  $\tau (=6.3)$  qui permet au faisceau diffusé de conserver majoritairement la polarisation de la lumière incidente. Cet exemple montre que l'effet de la de la distribution de taille n'est pas négligeable dans le calcul des flux diffusés et que sa prise en compte permet donc d'approcher plus finement la simulation du comportement optique diffusif de tels milieux.

#### II.7.4 Intérêt de la polarisation dans le transfert radiatif

Il est évident que la polarisation est un paramètre important des caractéristiques optiques d'un milieu diffusant car la lumière diffusée est en général très sensible à l'état de polarisation du faisceau incident. Dans cette section nous présentons deux exemples qui illustrent l'utilité de la polarisation pour discriminer entre deux milieux diffusants présentant un certain nombre de caractéristiques optiques identiques.

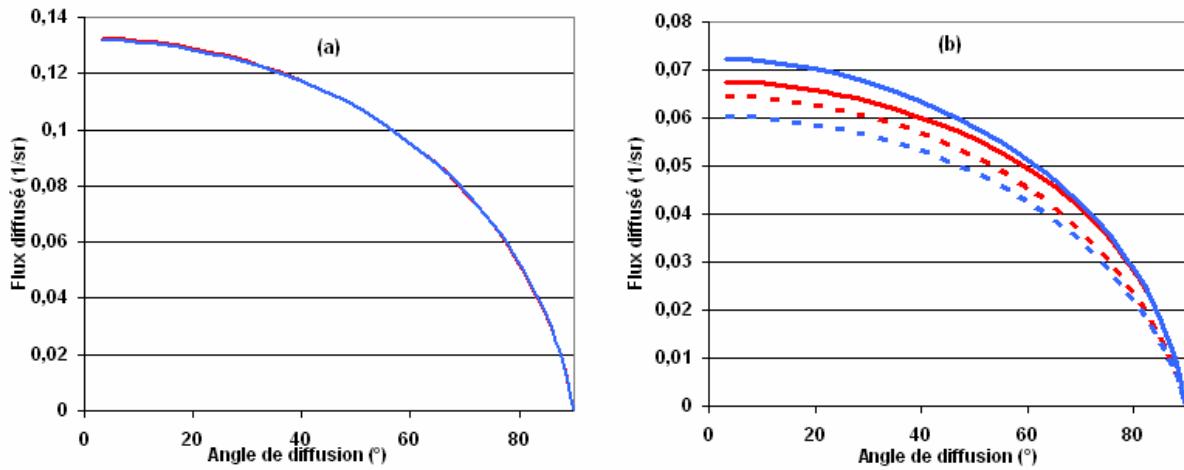
Le premier exemple montre l'utilité de la polarisation pour discriminer entre deux milieux possédant la même épaisseur  $z=1000\mu\text{m}$ . Les caractéristiques de ces deux milieux sont résumées dans le tableau 2.10. Ces deux milieux sont équivalents à un milieu diffusant composé de globules gras dispersés dans l'eau. Chaque milieu est illuminé par un faisceau collimaté en incidence normale, pour une longueur d'onde  $\lambda = 0.633\mu\text{m}$  à laquelle l'indice de réfraction des globules gras est  $n_{\text{part}}=1.46$ .

Milieu	Rayon des diffuseurs ( $\mu\text{m}$ )	Concentration volumique des diffuseurs	Epaisseur du milieu ( $\mu\text{m}$ )	Epaisseur optique $\tau = \alpha_{\text{sca}} \times z$
1	0.2	2.2%	1000	9.04
2	2.0	6.7%	1000	75.75

**Tableau 2.10 :** Caractéristiques des deux milieux diffusants.

Ces milieux sont déposés sur un substrat semi-infini d'indice de refraction  $n_{\text{sub}}=1.51$ . On peut observer sur la figure 2.26 que ces deux systèmes ont sensiblement le même comportement angulaire de la lumière diffusée lorsqu'ils sont éclairés par un faisceau de lumière non polarisée [Fig. 2.26(a)]. Il est donc impossible dans ce cas de distinguer ces deux milieux. En revanche avec une lumière incidente polarisée linéairement par rapport au plan d'incidence [Fig. 2.26(b)], les comportements angulaires de la lumière diffusée en polarisations (pp) et (ps) diffèrent sensiblement. De plus on peut remarquer sur la figure 2.26(b) que la différence d'intensité (pp-ps) est plus prononcée pour le premier milieu ( $r = 0.2\mu\text{m}$ ) que pour le second ( $r = 2\mu\text{m}$ ). Cet effet s'explique par le fait qu'aux faibles épaisseurs optique ( $\tau = 9.04$ ) pour le premier milieu, on se rapproche du régime de diffusion simple. Ainsi un diffuseur éclairé en polarisation p diffusera principalement de la lumière en polarisation p. A l'inverse le second milieu avec une plus forte épaisseur optique ( $\tau = 75.75$ ) se trouve dans un régime de diffusion multiple et donc la lumière diffusée sera plus fortement dépolarisée.

Cette exemple montre bien l'utilité d'introduire la polarisation dans la théorie du transfert radiatif et cette polarisation est un bon outil pour discriminer entre deux milieux qui présentent des comportements similaires dans l'approximation scalaire.

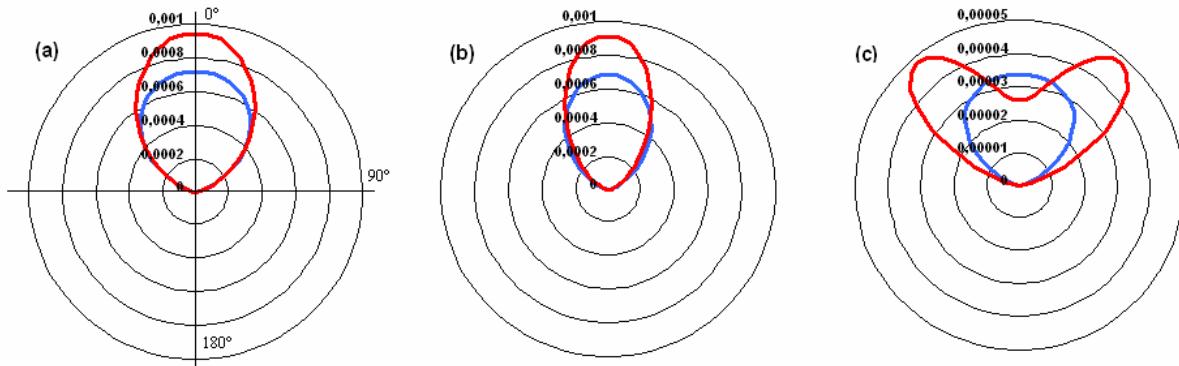


**Figure 2.26** : Distribution angulaire de la lumière diffusée en réflexion par un milieu contenant des particules diffusantes d'indice  $n_{\text{part}} = 1.46$ , les courbes rouges correspondent à des diffuseurs de rayon  $r = 2 \mu\text{m}$ , les bleues à des diffuseurs de rayon  $r = 0.2 \mu\text{m}$ , sans polarisation (a), polarisation pp (traits pleins) et polarisation ps (tirets) (b).

Nous avons vu dans le chapitre I (§ I.2.2.1) qu'un milieu est souvent caractérisé par ses propriétés optiques diffusives globales telles que le coefficient de diffusion  $\alpha_{\text{sca}}$  le coefficient d'extinction  $\alpha_{\text{ext}}$  et le facteur d'anisotropie  $g$ , ce dernier représentant le cosinus moyen des angles de diffusion. Malgré la pertinence de ces paramètres, ils informent seulement sur le comportement global de la lumière diffusée et n'apportent pas d'informations angulaires détaillées. Pour illustrer cette affirmation, nous avons réalisé des simulations sur deux milieux présentant le même coefficient de diffusion  $\alpha_{\text{sca}}$ . Les caractéristiques de ces deux milieux sont données dans le tableau 2.11. Ces deux milieux sont composés et illuminés de la même manière que précédemment.

Rayons des diffuseurs ( $\mu\text{m}$ )	Concentration volumique des diffuseurs (%)	Coefficient de diffusion $\alpha_{\text{sca}} (\mu\text{m}^{-1})$	Epaisseur du milieu ( $\mu\text{m}$ )	Indice de réfraction du milieu hôte
1	0.1	$7.91 \times 10^{-4}$	30	1.33
2	0.2	$7.91 \times 10^{-4}$	200	1.33

**Tableau 2.11** : Paramètres et propriétés optiques des milieux 1 et 2.



**Figure 2. 27 :** Distribution angulaire de la lumière diffusée en réflexion par un milieu contenant des particules diffusantes d'indice  $n_{\text{part}}=1.46$ : courbes rouges  $r=0.2\mu\text{m}$ , courbes bleues  $r=0.1\mu\text{m}$ , sans polarisation (a), polarisation pp (b) et polarisation ps(c).

La figure 2.27 présente la distribution angulaire des flux diffusés par le milieu 1 (en bleu) et le milieu 2 (en rouge), respectivement sans polarisation (a), en polarisation pp (b) et en polarisation (ps). On peut souligner que pour ces deux milieux l'épaisseur optique est relativement faible ( $<0.16$ ) ce qui implique que les flux dépolarisés (composante ps) sont faibles comparés aux flux de polarisation directe pp (b) et aux flux sans polarisation (a). Dans ces deux derniers cas, les deux systèmes semblent déjà clairement distinguables autour de la direction du spéculaire, donc en rétrodiffusion (qui est ici à  $0^\circ$ ). Cependant il faut remarquer que ces graphes ne concernent que les flux diffusés, la contribution du spéculaire masquerait largement l'intensité rétrodiffusée (10 fois plus faible). C'est donc la polarisation croisée ne comportant pas de spéculaire, qui va permettre une véritable discrimination entre les deux milieux, du fait de son comportement contrasté. Le faible niveau de ces flux dépolarisés n'est pas rédhibitoire, le développement de détecteurs ultra sensibles permettant aujourd'hui de mesurer des flux d'aussi faible intensité.

Nous pouvons introduire également un facteur de contraste défini par :

$$DF = \frac{|F_{d=0.1\mu\text{m}} - F_{d=0.2\mu\text{m}}|}{F_{d=0.1\mu\text{m}} + F_{d=0.2\mu\text{m}}}$$

Ce facteur de contraste est compris entre 0 et 1. Lorsque DF tend vers 1, le contraste entre les flux diffusés par les milieux devient maximal, ils deviennent alors distinguables, en revanche si DF tend vers 0 ce contraste devient minimal et il devient plus difficile de différencier les deux milieux. Le tableau 2.12 présente les valeurs de DF pour des angles compris entre  $0^\circ$  et  $90^\circ$  pour les 3 configurations précédentes.

angles	DF Sans polarisation (a)	DF Polarisation pp (b)	DF Polarisation ps (c)
4,75	0,135	0,144	0,129
17,03	0,120	0,118	0,048
29,17	0,092	0,067	0,081
35,11	0,075	0,034	0,147
46,62	0,040	0,038	0,262
62,50	0,003	0,131	0,376
75,84	0,028	0,180	0,430
82,71	0,037	0,192	0,443
89,80	0,043	0,196	0,447

**Tableau 2.12 :** Facteur de contraste pour les trois états de polarisation des flux diffusés.

On voit clairement que les plus forts contrastes sont obtenus en polarisation croisée et les plus faibles en lumière non polarisée. Ce facteur de contraste nous permet de confirmer ce qui vient d'être dit précédemment et d'illustrer que l'information apportée par la polarisation permet de mieux discriminer entre deux milieux qui ont des paramètres optiques similaires.

## Conclusion

Ce chapitre nous a permis d'aborder la diffusion de volume dans des systèmes multicouches à l'aide du formalisme de transfert radiatif avec prise en compte de la polarisation. Le traitement proposé permet de rendre compte des propriétés optiques d'un système complexe composé de couches hétérogènes d'indices optiques et de structures différentes.

Les exemples présentés dans ce chapitre ont montré l'utilité de la polarisation qui permet de multiplier par 4 les informations optiques sur le système étudié. L'apport de la polarisation permet ainsi à notre modèle de discriminer entre deux milieux présentant des comportements de diffusion identiques dans l'approximation scalaire.

Les codes de calculs que nous avons développés permettent de traiter :

- un système de M couches ;
- avec ou sans substrat ;
- chaque couche contenant des diffuseurs sphériques (théorie de Mie) ;

- avec changements d'indices aux interfaces ;
  - système éclairé à l'aide d'un flux collimaté, sous incidence normale ou inclinée avec ou sans polarisation (rectiligne d'angle quelconque ou circulaire ou elliptique d'inclinaison quelconque).
- 

## Références

- [SCU05] **SCHUSTER (1905)**. *Selected papers on the transfer of radiation*, Dover NY .
- [WIC93] **WICK G. C. (1943)**. *Z. Phys.*, **120**, 702.
- [CHA60] **CHANDRASEKHAR S. (1960)**. Radiative Transfer. Dover publication.
- [STA84] **STAMNES K. ET CONKLIN P. J. (1984)**. A New Multi-Layer Discrete Ordinate Approach to Radiative Transfer in Vertically Inhomogeneous Atmospheres. *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*, **31**, 273-282.
- [STA88] **STAMNES K., TSAY S-C., WISCOMBE W., JAYAWEERA K. (1988)**. Numerically stable algorithm for discrete-ordinate-method radiative transfer in multiple scattering and emitting layered media. *Appl. Opt.*, **27**, 2502-2509.
- [STA94] **JIN Z. ET STAMNES K. (1994)**. Radiative transfert in nonuniformly refracting layered media : atmosphère-ocean system. *Appl. Opt.*, **33**, 431-442.
- [DAS04] **DA SILVA A., ANDRAUD C., LAFAIT J., ROBIN T. ET BARRERA R. G. (2004)**. A model of the angular distribution of light scattered by multilayered media. *Journal of Modern Optics*, **51**, 313-332.
- [MIS94] **MISHCHENKO M.I., LACIS A.A. ET TRAVIS L. D. (1994)**. Errors induced by the neglect of polarization in radiance calculations for rayleigh-scattering atmospheres. *J. Quant. Spectrosc. Radiat.*, **51**, 491-510.
- [DAS01] **DA SILVA A. (2001)**. Etude théorique et expérimentale de la diffusion de la lumière dans des milieux hétérogènes denses multicouches. Thèse de l'Université Paris 6, France.
-

- [CAR03] **CARON J. (2003)** Diffusion de la lumière dans les milieux stratifiés : prise en compte des interfaces rugueuses et des effets de polarisation. Thèse de l'Université Paris 6, France.
- [NIC65] **NICODEMUS, (1965).** "Directional reflectance and emissivity of an opaque surface," *Appl. Opt.*, **4**, 767–773.
- [NIC70] **NICODEMUS, (1970).** Reflectance nomenclature and directional reflectance and emissivity. *Appl. Opt.*, **9**, 1474
- [AUG00] **AUGER J.C., STOUT B., LAFAIT J. (2000).** Dependant light scattering in dense heterogeneous media. *Physica B*, **279**, 21-24.
- [DAS03] **DA SILVA A., ANDRAUD C., LAFAIT J., STOUT B., CHARRON E. (2003).** Light scattering through layered media with strong interaction between scatterers : theory and experiments. *Physica B*, **338**, 74-78.
- [KUG84] **KUGA Y., ISHIMARU A. (1984).** Retroreflectance from a dense distribution of spherical particles. *J. Opt. Soc. Am. A*, **1**, 831-835.
- [WOL85] **WOLF P.E., MARET G. (1985).** Weak localization and coherent backscattering of photons in disorded media. *Phys. Rev. Let.*, **55**, 2696-2699.
- [VAN85] **VAN ALBADA M.P., LAGENDIJK A. (1985).** Observation of weak localization in a random medium. *Phys. Rev. Let.*, **55**, 2692-2695.
- [WES94] **WEST R., GIBBS D., TSANG L., FUNG A.K. (1994).** Comparison of optical scattering experiments and the quasi-crystalline approximatioon for dense media. *J. Opt. Soc. Am. A*, **11**, 1854-1858.
- [FAR95] **FARDELLA G. (1995).** Modélisation de l'émission thermique de rayonnement infrarouge par les milieux inhomogènes. Thèse de l'Université Paris 6, France.
- [BOR83] **BOHREN C.F et HUFFMAN D.R, (1983).** Absorption and Scattering of Light by Small Particles, Wiley-Interscience Publication.
- [MIS02] **MISHCHENKO M. I, TRAVIS L. D, ET LACIS A. A.,** *Scattering, Absorption and Emission of Light by Small Particles* (Cambridge University Press, Cambridge, 2002).

- [KAT73] **KATTAWAR G.W., HITZFELDER S.J., BINSTOCK J. (1973).** An explicit form for the Mie phase matrix for multiple scattering calculations in the I, Q, U and V representation. *J. of the Atm. Sc.*, **30**, 289-295.
- [SIE81] **SIEWERT C.E. (1981).** On the equation of transfer relevant to the scattering of polarized light. *The Astrophys. Journ.*, **245**, 1080-1086.
- [DOM75] **DOMKE V. H. (1975).** Fourier Expansion of the Phase Matrix for Mie Scattering. *Zeit. Für Meteorologie* 25, 357-361.
- [ROO84] **ROOIJ W. A. et VAN DER STAP C.C. A. H. (1984).** Expansion of Mie scattering matrices in generalized spherical functions, *Astron. Astrophys.* **131**, 237-248.
- [SCH99] **SCHULZ F.M., STAMNES K., WENG F. (1999).** VDISORT : an improved and generalized discrete ordinate method for polarized (vector) radiative transfer. *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*, **61**, 105-122.
- [WIS80] **WISCOMBE W.J. (1980).** Improve Mie scattering algorithm. *Appl. Opt.* **19**, 1505-1509.
- [MUD71] **MUDGEETT P. S. ET RICHARDS L. W. (1971).** Multiple scattering Calculations for Technologie, *Appl. Opt.*, **10**, 1485-1501.
- [VER84] **VESTRUCCI P. et SIEWERT C. E. (1984).** A numerical evaluation of an analytical representation of the components in a fourier decomposition of the phase matrix for the scattering of polarized light. *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*, **31**, 177-183.
- [ROO84] **ROOIJ W. A., VAN DER STAP C.C. A. H. (1984).** Expansion of Mie scattering matrices in generalized spherical functions, *Astron. Astrophys.* **131**, 237-248.
- [WAU92] **WAUBEN W. M. F. ET HOVENIER J. W. (1992).** Polarized radiation of an atmosphere containing randomly-oriented spheroids. *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*, **47**, 491-503.
- [KUI92] **KUIK F., DE HAAN J. F. ET HOVENIER J. W. (1992).** Benchmark results for single scattering by spheroids. *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*. **47**, 477-489.
- [HAN74] **HANSEN J.E ET TRAVIS D. (1974).** Light scattering in planetary atmospheres. *Space Science Reviews*, **16**, 527-610.

---

# CHAPITRE III

## Les techniques expérimentales

---

<b>Introduction .....</b>	<b>97</b>
<b>III.1 Les objets d'étude.....</b>	<b>97</b>
III.1.1 Choix des objets d'étude.....	97
III.1.2 Caractérisation du lait .....	98
III.1.3 Les intralipides .....	100
III.1.4 Les tissus reconstitués.....	105
III.1.5 La peau de souris.....	107
<b>III.2 Les techniques optiques et méthodes de mesures .....</b>	<b>108</b>
III.2.1 Présentation du goniospectrophotomètre .....	108
III.2.2 Caractérisation des flux détectés au goniospectrophotomètre .....	113
III.2.3 Méthode de normalisation des mesures.....	118
III.2.3.1 Méthode de normalisation pour des mesures de flux diffus.....	118
III.2.3.2 Méthode de normalisation pour des mesures de flux spéculaires..	119
III.2.4 Le blanc de référence .....	120
III.2.5 Test de sensibilité de l'appareil à la polarisation.....	123
III.2.5.1 Test du degré de polarisation de la source .....	125
III.2.5.2 Test de sensibilité de la détection à la polarisation.....	126
<b>Conclusion .....</b>	<b>127</b>



# Introduction

Le but de ce chapitre est de présenter l'ensemble des techniques expérimentales que nous avons mises en œuvre afin de valider notre modèle. Nous commencerons par définir nos objets d'étude afin de déterminer les paramètres nécessaires aux simulations, comme la taille des diffuseurs, les indices de réfraction du milieu et des particules diffusantes. Ensuite, nous présenterons en détail les caractéristiques de l'appareil de mesure, en passant par une caractérisation des flux détectés par cet appareil. Nous aborderons également les différentes méthodes de normalisation pour terminer sur un ensemble de tests destinés à évaluer la sensibilité de l'appareil à la polarisation. Ces tests vont nous permettre de quantifier l'influence des différents composants optiques sur les résultats de nos mesures. Les résultats expérimentaux et la confrontation aux simulations seront présentés dans le chapitre suivant.

## III.1 Les objets d'étude

### III.1.1 Choix des objets d'étude

Comme nous l'avons expliqué dans le premier chapitre, la détermination des paramètres de diffusion et d'absorption des milieux biologiques constitue un champ d'activité expérimentale important. Les techniques expérimentales et les méthodes de mesures sont testées sur des milieux diffusants de remplacement plus stables et dont les caractéristiques de diffusion et d'absorption sont mieux contrôlées que les milieux biologiques. Leurs caractéristiques doivent évidemment être proches des milieux biologiques réels.

Les milieux diffusants tests communément utilisés sont :

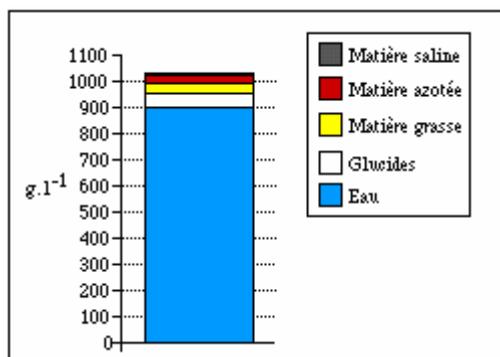
- les milieux diffusants à base de billes calibrées (billes de latex),
- les milieux diffusants à base d'émulsion grasse (lait, intralipides).

Ces derniers (lait et intralipides) nous ont servi à titre d'échantillons école pour étudier la diffusion de volume et valider notre modèle. De plus ces deux milieux ont des paramètres optiques proches des tissus biologiques comme nous le verrons par la suite. Cependant, vu l'objectif de notre travail, la seconde étape a été de réaliser des mesures sur des milieux se rapprochant plus des tissus biologiques d'un point de vue morphologique. Nous avons donc choisi de travailler sur des tissus reconstitués fournis par le laboratoire Skinethic et des peaux

de souris fournies par le laboratoire du CRAN (Centre de Recherche en Automatique de Nancy) de Nancy qui travaille en étroite collaboration avec le Centre Alexis Vautrin (centre de lutte contre le cancer de Nancy). Contrairement aux deux premiers types d'échantillons, la caractérisation de ces tissus (in vitro et ex-vivo) est plus délicate, en particulier la détermination de la taille des diffuseurs. Cependant avec l'aide des logiciels de traitement d'image, il est possible d'avoir une bonne approximation de ce paramètre. Enfin, l'étude de ces deux premiers milieux nous a permis de répondre à la question clé : est-il possible d'être discriminant entre deux milieux possédants des tailles de diffuseurs différentes par des mesures de lumière diffusée ?

### III.1.2 Caractérisation du lait

Le milieu diffusant que nous avons choisi d'étudier en premier lieu est le lait. Il présente l'avantage d'être peu onéreux et disponible en volume important. Cependant il se dégrade vite au cours du temps, ce qui implique que son utilisation ne dépasse pas une journée. De plus, suivant sa nature (écrémé ou demi-écrémé), ses caractéristiques de diffusion sont différentes. Nous avons choisi de réaliser toutes nos expériences sur du lait demi-écrémé car il possède plus de matières grasses que le lait écrémé et donc plus de diffuseurs. Ce lait est constitué principalement d'eau (environ 90%) et le reste constitue la matière sèche (Fig. 3.1).



**Figure 3.1** : Composition chimique du lait.

Pour 100 ml de lait la composition de la matière sèche est la suivante :

Protéines : 3.15g

Lipides : 1.55 g

Glucides : 4.8 g

Ce sont les lipides qui constituent la principale source de diffusion de la lumière.

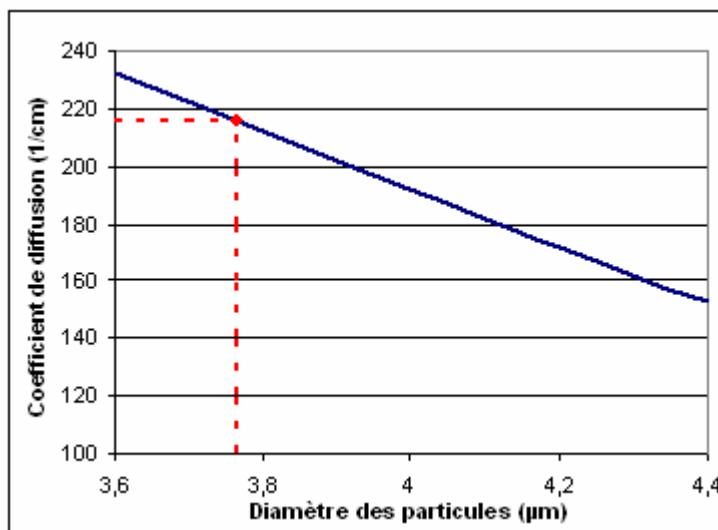
Leur densité étant de 0.92, ils présentent une concentration volumique de 1.67%. La taille des globules gras du lait n'est pas connue de manière précise, un article paru dans la revue Lait 81

[MIC01] sur les paramètres optiques du lait fournit un ordre de grandeur du diamètre des globules gras avec un maximum autour de  $4\mu\text{m}$ , ainsi qu'un indice de réfraction de 1.458 pour une longueur d'onde de 633nm. Les paramètres optiques du lait à 633 nm sont présentés dans le tableau (3.1) ci-dessous :

Indice de réfraction	Coefficient de diffusion $\alpha_{\text{sca}} (\text{cm}^{-1})$	Coefficient d'absorption $\alpha_{\text{abs}} (\text{cm}^{-1})$	Facteur d'anisotropie g
1.458	216	0.00005	0.9

**Tableau 3.1:** Paramètres optiques du lait pour une longueur d'onde de 633nm.

Afin de vérifier ces résultats expérimentaux, nous avons réalisé quelques simulations pour déterminer théoriquement (théorie de Mie) la valeur du coefficient de diffusion en fonction du diamètre des diffuseurs pour une concentration volumique de globules gras de 1.67%. On constate sur la courbe ci-dessous (Fig. 3.2) que la valeur expérimentale du coefficient de diffusion  $\alpha_{\text{sca}} = 216 \text{ cm}^{-1}$  correspond à des diamètres de  $3.76 \mu\text{m}$ , ce qui est en accord avec la taille des globules gras trouvée dans la littérature. De plus il faut savoir que lors du traitement du lait, par exemple lors de la stérilisation à haute température (lait UHT), les larges globules gras se fractionnent et par conséquent le diamètre moyen de ces globules gras diminue. Lors de nos simulations pour interpréter les résultats expérimentaux, nous avons retenu comme diamètre moyen des particules diffusantes la valeur  $3.76 \mu\text{m}$ .



**Figure 3.2 :** Coefficient de diffusion du lait en fonction du diamètre des particules à  $\lambda = 633\text{nm}$ .

### **III.1.3 Les intralipides**

Notre deuxième milieu d'étude a été les intralipides. Ce milieu est une émulsion à base d'huile de soja et contrairement au lait il présente l'avantage d'être bien caractérisé car il a été largement étudié dans la littérature. Ce milieu est à l'origine destiné au milieu médical pour nourrir les patients de manière intraveineuse ; mais depuis quelques années il sert également à la communauté biomédicale comme milieu fantôme afin de fournir des informations sur le comportement de la lumière dans les tissus. Il nous semblait donc intéressant, dans le cadre de notre travail, d'étudier le comportement diffusant des intralipides. Ces derniers nous ont été fournis par la société Fresenius Kabi, ce sont des intralipides 20%<sup>1</sup>. Leur constitution pour 100ml de solution est la suivante :

- huile de soja : 20g
- phospholipide : 1.2g
- glycérine : 2.25g
- eau : 75.33g

*Les paramètres optiques :*

Les intralipides, comme tout milieu diffusant, sont en général caractérisés par trois paramètres optiques : le coefficient de diffusion  $\alpha_{\text{sca}}$ , le coefficient d'absorption  $\alpha_{\text{abs}}$ , et le facteur d'anisotropie g.

Le comportement spectral des différents constituants des intralipides a été étudié par de nombreux groupes de recherches :

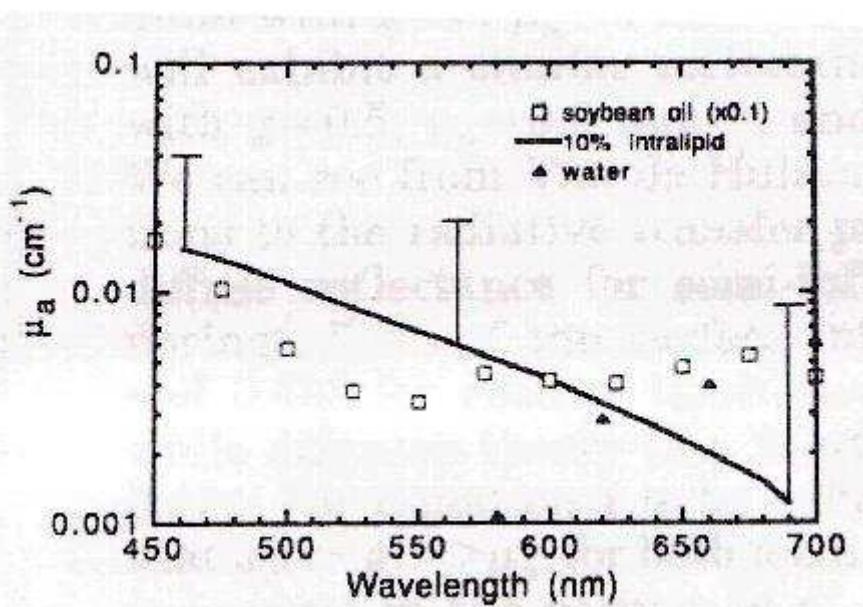
➤ les travaux de Flock et al (1992) [FLO92] ont montré que le coefficient d'absorption des intralipides 10%<sup>(2)</sup> varie de  $0.02 \text{ cm}^{-1}$  à  $0.0029 \text{ cm}^{-1}$  pour des longueurs d'onde comprise entre 450 et 633 nm. Comme le montre la figure 3.3, dans la région rouge du spectre l'absorption est due essentiellement à l'eau et à l'huile de soja, et dans la région bleue du spectre principalement à l'huile de soja.

---

1 Intralipide 20% : 20 g d'huile de soja pour 100 ml de suspension

2 Intralipides 10% : 10 g d'huile de soja pour 100 ml de suspension

---

**Figure 3.3 :** Coefficient d'absorption des intralipides [FLO92].

➤ Les valeurs du coefficient de diffusion des intralipides 10% diffèrent suivant les sources de la littérature mais restent dans une gamme comprise entre  $344 \text{ cm}^{-1}$  et  $476 \text{ cm}^{-1}$  à la longueur d'onde de 633nm (Tab. 3.2) :

équipe	Moes [MOE89]	Staveren [STA91]	Flock [FLO92]	Hielsher [HIE97]
$\alpha_{\text{sca}}$ ( $\text{cm}^{-1}$ )	386	476	344	370

**Tableau 3.2 :** Valeurs du coefficient de diffusion des intralipides 10% à  $\lambda=633\text{nm}$ .

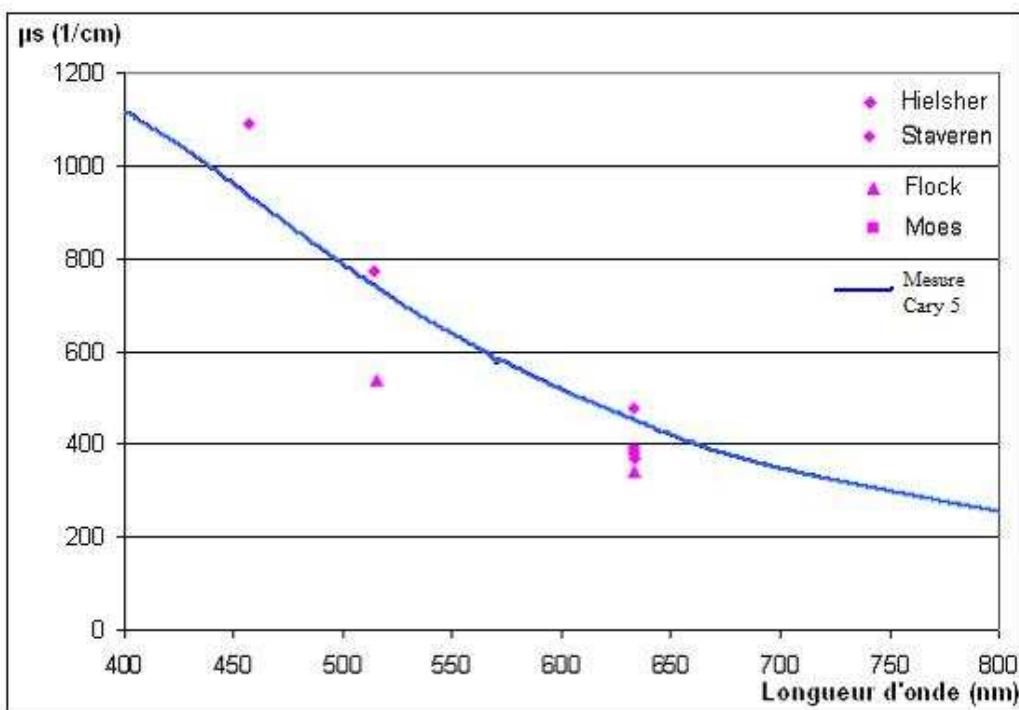
Nous avons déterminé le coefficient de diffusion des intralipides à l'aide du spectrophotomètre Cary 5 dont nous disposons au laboratoire, qui peut mesurer la transmission spéculaire de notre échantillon en nous basant sur le fait que le flux spéculaire transmis suit la loi de Beer-Lambert avec pour facteur d'atténuation le coefficient de diffusion :

$$I = I_0 \exp(-\alpha_{\text{sca}} L)$$

où  $I_0$  correspond à l'intensité du faisceau avec la cuve remplie d'eau,  $I$  celle détectée avec l'eau + les intralipides et  $L$  est la longueur de la cuve. Ainsi le coefficient de diffusion est obtenu par la formule :

$$\alpha_{\text{sca}} = \frac{1}{L} \exp(I_0/I)$$

Nous avons placé les intralipides 20% (concentration volumique 100%) dans une cuve après les avoir dilués pour atteindre une concentration volumique de 11%. A cette concentration l'absorption des intralipides est négligeable. D'après la figure 3.4 nos résultats (courbe bleue) sont en bon accord avec ceux prédis par la littérature. Le signal que nous avons mesuré est sans doute légèrement surestimé, du fait du régime de diffusion multiple dans lequel nous nous trouvons. En effet, le libre parcours moyen de diffusion  $l_{\text{sca}}$  obtenu est compris entre 0.10 cm et 0.44 cm, valeur inférieure à la longueur de la cuve  $L = 0.5\text{cm}$  ce qui implique que certains photons qui arrivent sur le détecteur ont subit de la diffusion multiple. Cependant le but n'était pas ici de déterminer de manière précise le coefficient de diffusion mais seulement de vérifier s'il concordait avec ceux fournis par la littérature.



**Figure 3.4 :** Coefficients de diffusion des intralipides (pour 10% d'huile de soja) en fonction de la longueur d'onde.

En combinant les différentes valeurs on peut définir pour les intralipides 10% les paramètres optiques suivantes :

Coefficient de diffusion $\alpha_{\text{sca}}$ ( $\text{cm}^{-1}$ )	Coefficient d'absorption $\alpha_{\text{abs}}$ ( $\text{cm}^{-1}$ )	Facteur d'anisotropie $g$
362	0.027	0.75

**Tableau 3.3 :** Paramètres optiques des intralipides 10%.

### ***Les diffuseurs***

Concernant les diffuseurs, les travaux de Staveren et al. [STA91] ont montré que la glycérine dissoute dans l'eau en molécules individuelles ne diffuse pas la lumière et que la différence d'indice optique entre la solution glycérine-eau n'a pas d'influence mesurable sur les paramètres de diffusion. Les particules diffusantes proviennent donc essentiellement des gouttes d'huile de soja vraisemblablement enrobées de monocouches de phospholipides.

L'indice de réfraction de ces gouttes de soja est calculé par la formule de dispersion de Cauchy [STA91]:

$$n(\lambda) = I + \frac{J}{\lambda^2} + \frac{K}{\lambda}$$

où

$$I_{\text{huilede soja}} = 1.451, I_{\text{eau}} = 1.311, J = 1.15 \times 10^4, K = 1.132 \times 10^9.$$

Longueur d'onde (nm)	Indice de réfraction des gouttes d'huile de soja	Indice de réfraction de l'eau
457.9	1.4803	1.3403
514.9	1.4784	1.3384
632.8	1.4727	1.3328

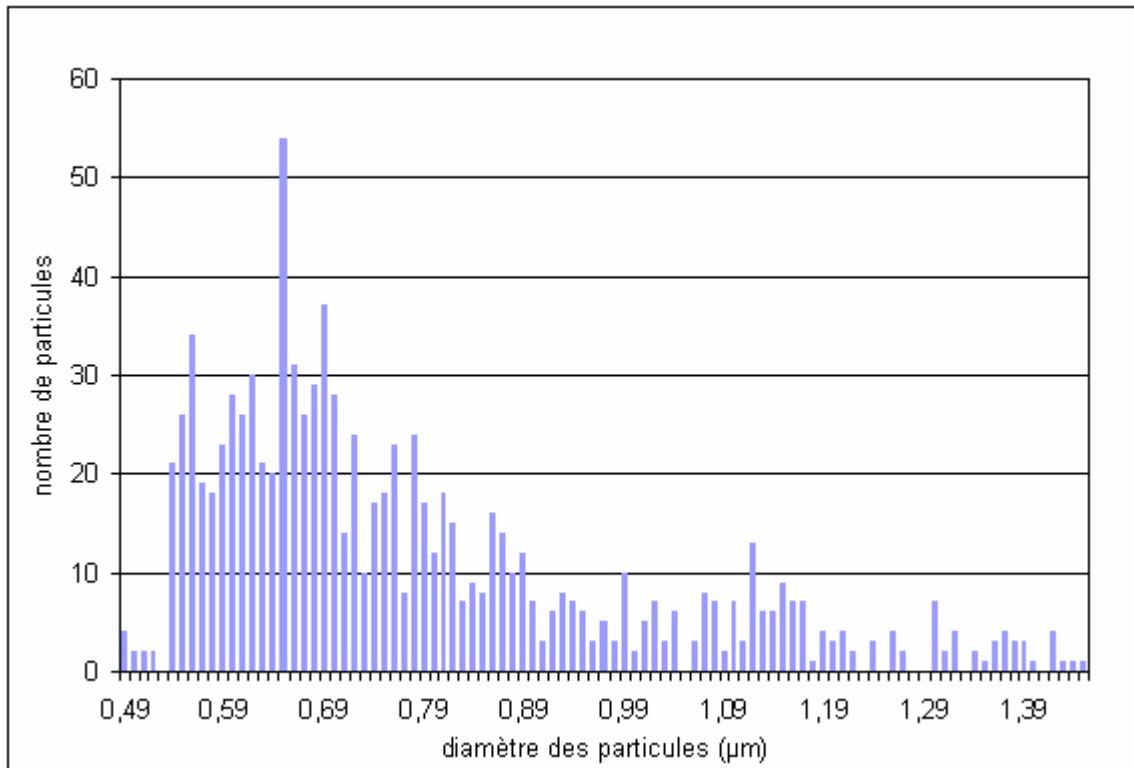
**Tableau 3.4 :** Indices optiques des intralipides 10%.

Pour la modélisation des intralipides nous avons fait les deux hypothèses suivantes :

- les phospholipides ont le même indice de réfraction que l'huile de soja et l'influence de cette couche est négligeable ;
- l'ensemble des phospholipides est utilisé pour enrober les particules diffusantes.

### ***Effet d'une distribution de taille des particules :***

Les particules d'huile de soja ont des tailles variées. Une des techniques utilisée pour déterminer la taille et la forme des particules est la microscopie électronique sur des échantillons congelés. En utilisant cette technique les travaux de Staveren et al. [STA91] ont montré que le diamètre moyen de ces particules était de  $d = 0.097 \mu\text{m}$  avec un écart type de  $\pm 0.003 \mu\text{m}$ . Pour compléter ces études nous avons réalisé des mesures au microscope optique, sur 17 images prises, 976 particules ont été détectées (Fig. 3.5).



**Figure 3.5 :** Distribution de taille des intralipides 20%.

Le diamètre moyen des particules a été calculé en associant à chaque diamètre un poids  $f(d_i)$  : où  $\sum f(d_i) = 1$ .

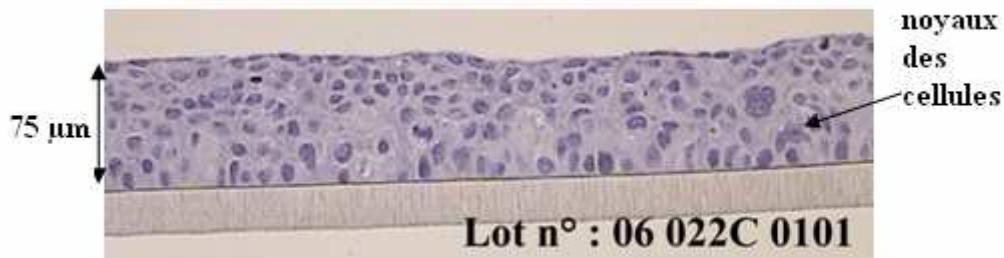
Nous avons obtenu un diamètre moyen :

$$d_{\text{moyen}} = \sum d_i \times f(d_i) = 0.7856 \pm 0.21 \mu\text{m}$$

Ce résultat nous conduit à supposer que les intralipides ont une distribution bimodale. En effet, avec le microscope optique dont le pouvoir de résolution est d'environ  $0.4 \mu\text{m}$ , nous ne pouvons pas détecter les petites particules. De plus au microscope optique, on a observé que les intralipides, manipulés à température ambiante, avaient tendance à s'agrérer ; phénomène que la microscopie électronique ne peut pas observer car cette technique nécessite de geler le milieu puis d'en faire des coupes avant de l'observer. Lors de nos expériences, les intralipides sont manipulés à température ambiante, nous avons donc fait l'hypothèse que les intralipides possèdent une distribution bimodale de diffuseurs ( $d_1 = 0.7856 \mu\text{m}$ ,  $d_2 = 0.097 \mu\text{m}$ ) ce que nous confirmera par la suite la comparaison entre les simulations et les résultats expérimentaux (cf. chapitre IV).

### III.1.4 Les tissus reconstitués

Dans la continuité des expériences réalisées sur le lait et les intralipides, nous avons travaillé sur des milieux se rapprochant plus, d'un point de vue morphologique des tissus biologiques. Skinethic est un laboratoire spécialisé dans la reconstitution de tissu épithélial et d'épidermes humains. Ces tissus sont principalement destinés aux laboratoires pharmaceutiques et biochimiques pour des tests *in vitro*. Ces tissus sont réalisés à partir de différentes cellules souches humaines suivant le type de tissu désiré. Ces cellules souches sont cultivées *in vitro* sur un filtre polycarbonate dans un milieu chimiquement défini puis mis en culture afin d'obtenir un tissu contenant plusieurs couches cellulaires (Fig. 3.6). Une fois les tissus reçus, leur manipulation est délicate. Il faut adroitemment enlever le gel d'agarose qui les entoure et les placer rapidement dans une boîte de Petri préalablement remplie d'un liquide de maintenance, qui empêche leur dessèchement pendant la durée de la manipulation. Ces tissus reconstitués comme le montre la figure 3.6 sont très proche d'un point de vue morphologique des tissus réels, excepté le fait qu'ils sont dépourvus de membrane basale et de tissu conjonctif et sont de ce fait, très fins ( $75\mu\text{m}$ ). Les éléments sombres correspondent aux noyaux des cellules que nous avons assimilés aux diffuseurs.

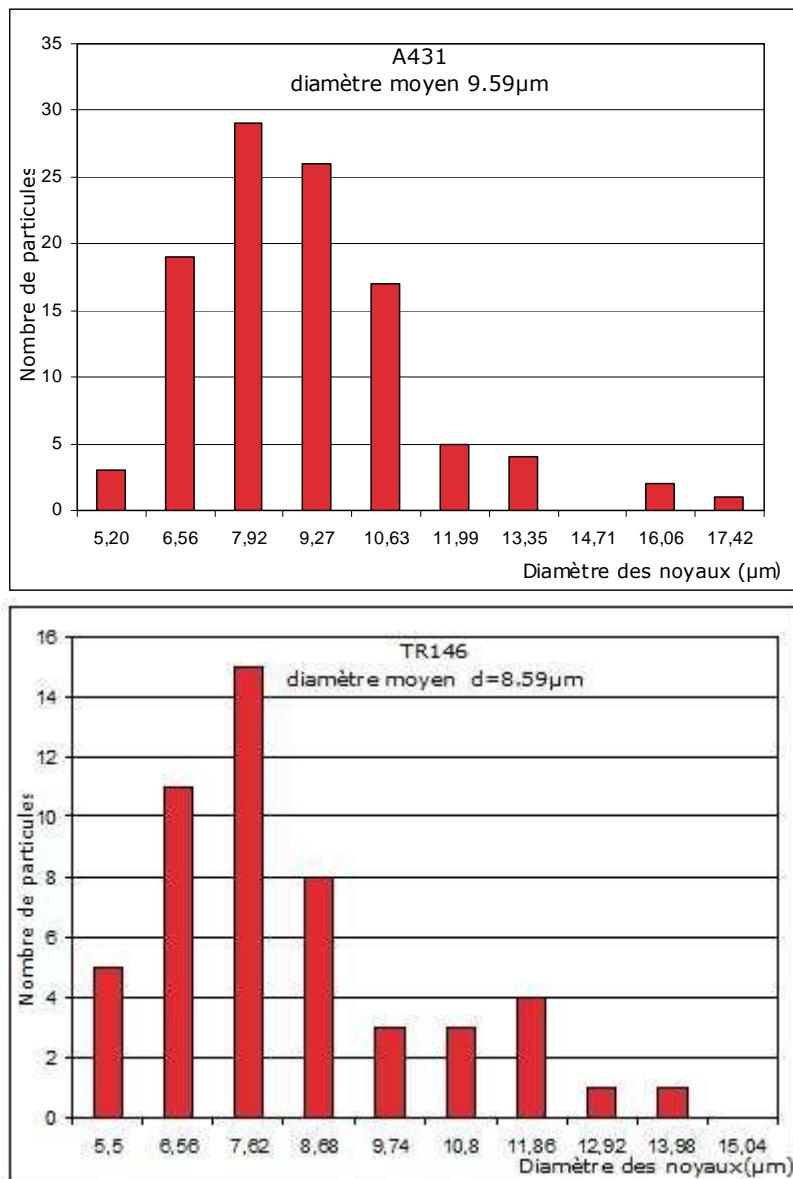


**Figure 3.6 :** Photo du tissu reconstitué d'un épithélium vaginale (A431).

Nous avons pu travailler sur deux types de tissus reconstitués :

- le A431 : correspondant à un épithélium vaginal,
- le TR146 : correspondant à un épithélium de la cavité orale.

A l'aide du traitement d'image "Image J", nous avons pu remonter à la distribution de taille des noyaux des cellules de ces tissus (Fig.3.7). On constate que le diamètre moyen dans A431 ( $d = 9.59\mu\text{m}$ ) est supérieur à celui dans TR146 ( $d = 8.59\mu\text{m}$ ). Ce résultat n'est pas surprenant car nous avons vu (Chapitre. I) que la taille des noyaux pouvait varier avec l'origine du tissu.



**Figure 3.7** : Distribution de taille des noyaux des tissus reconstitués.

La concentration volumique  $p_v$  des noyaux, en faisant l'hypothèse de noyaux sphériques, a été déduite de la concentration surfacique  $p_s$  déterminée par le traitement d'image à partir de la formule :

$$p_v = \frac{4}{3} \frac{p_s \sqrt{p_s}}{\sqrt{\pi}}$$

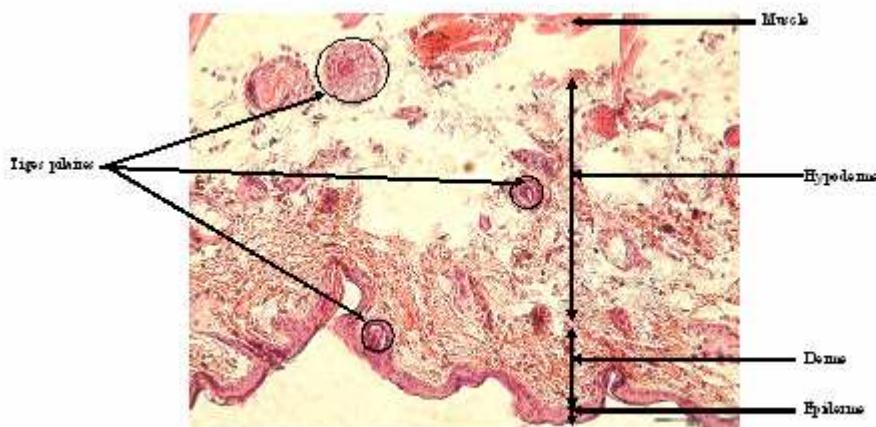
Nous obtenons ainsi pour les deux tissus des concentrations volumiques équivalentes de l'ordre de 15%.

Pour les simulations, nous avons utilisé les indices optiques de la littérature (Chap.I § I.2) : indice des noyaux  $n_{part} = 1.41$  ; l'indice optique du milieu hôte égal à celui du milieu de

maintenance dans lequel baignent les tissus  $n_{\text{main}}=1.33$ . L'indice du liquide de maintenance a été déterminé à l'aide du réfractomètre dont nous disposons au laboratoire.

### III.1.5 La peau de souris

Dans notre progression expérimentale vers des milieux de plus en plus proches des tissus humains, nous avons réalisé des mesures de lumière diffusée sur des peaux de souris. Ces souris sont de type SKH1 c'est à dire sans poils et albinos. Elles nous ont été fournies par le laboratoire du CRAN de Nancy qui a mis au point un protocole d'irradiation avec des UV afin d'induire des tumeurs. La première peau de souris que nous avons pu étudier provenait d'une souris saine. La photo ci dessous (Fig.3.8), réalisée au microscope optique, révèle la structure stratifiée et complexe d'un tissu biologique, ex-vivo. On peut distinguer les 3 couches constitutives de la peau : l'épiderme, le derme et l'hypoderme.



**Figure 3.8 :** Tissu dorsale d'une peau de souris saine.

A l'aide de cette image nous avons estimé un diamètre moyen des noyaux de  $8\mu\text{m}$ . La deuxième souris obtenue a été irradiée pendant 2 mois, cependant les résultats de l'anapathologiste ne sont pas encore connus.

## III.2 Les techniques optiques et méthodes de mesures

### III.2.1 Présentation du goniospectrophotomètre

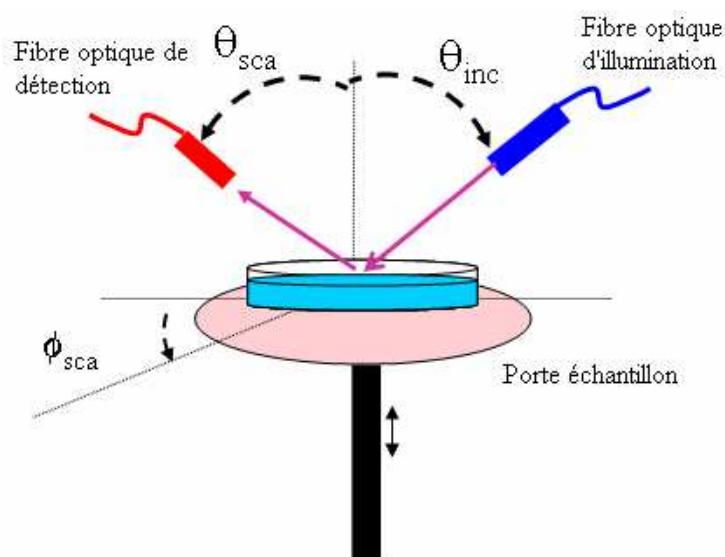
Cet appareil de mesure, mis au point dans l'équipe, permet de réaliser des mesures de lumière diffusée en réflexion et transmission par des échantillons plans suivant deux types d'acquisitions :

- des mesures spectrales, à angle de détection fixe, afin d'étudier la réponse spectrale des échantillons ;
- des mesures angulaires (avec balayage en  $\theta$  et en  $\phi$ ) du signal à certaines longueurs d'onde.(Fig.3.9)

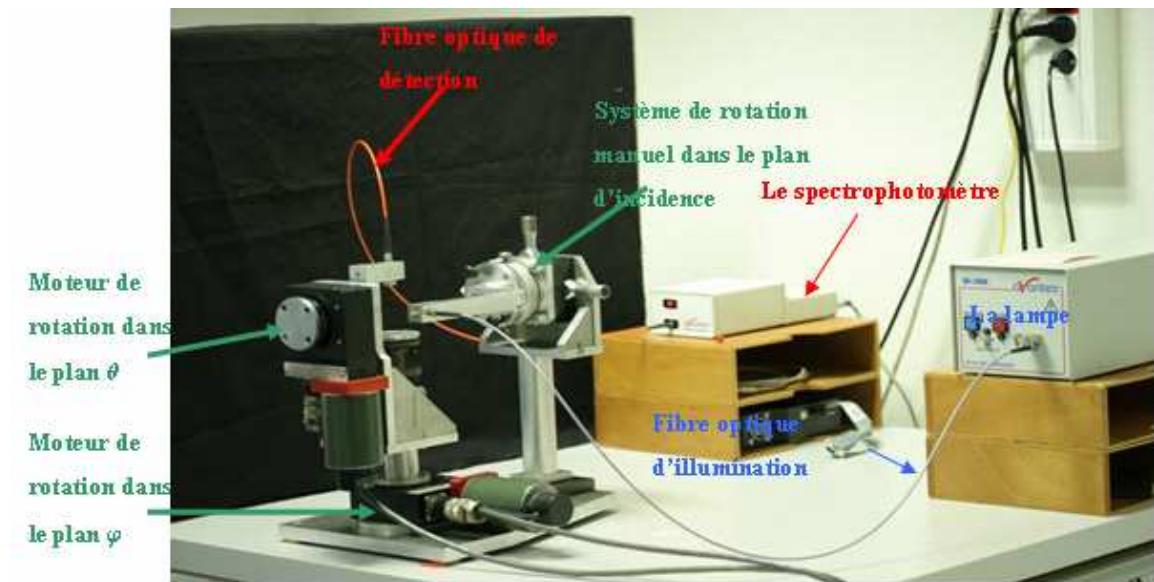
#### *Description*

Le dispositif expérimental est constitué:

- d'une partie mécanique, le double goniomètre, en partie motorisée (déplacements en angles polaires  $\theta$  et azimutaux  $\phi$ ), nous permettant d'explorer la lumière diffusée par l'échantillon à étudier dans diverses directions de l'espace.
- d'une partie spectrophotométrique reliée au dispositif mécanique par l'intermédiaire de fibres optiques multi-mode.
- d'une platine goniométrique (avec réglage d'assiette) porte échantillon permettant d'étudier des échantillons jusqu'à des tailles de 40mm×40mm.



**Figure 3.9 :** Schéma de principe du goniomètre spectro-photomètre.



**Figure 3.10 :** Photographie du goniomètre spectro-photomètre.

On peut distinguer sur la photographie (3.10) : la fibre d'éclairage qui relie le faisceau d'éclairage de la lampe halogène à l'échantillon, cette optique d'éclairage est soutenue par un système de rotation manuel qui permet de régler l'incidence entre  $0^\circ$  et  $90^\circ$  ; la fibre de détection qui collecte la lumière diffusée et qui l'amène au spectrophotomètre. Cette fibre de détection peut-être orientée sous toutes les directions de l'espace en  $\theta$  ou en  $\varphi$  (excepté un angle mort de  $30^\circ$  entre éclairage et détection) à l'aide de moteurs pilotés par un ordinateur.

La source lumineuse est équipée d'un obturateur piloté par logiciel. Le niveau du signal détecté peut être ajusté de deux manières :

- en modifiant le temps d'intégration du détecteur (de 3ms à 2000ms);
- en modifiant le niveau lumineux de la lampe source, par le biais d'un potentiomètre.

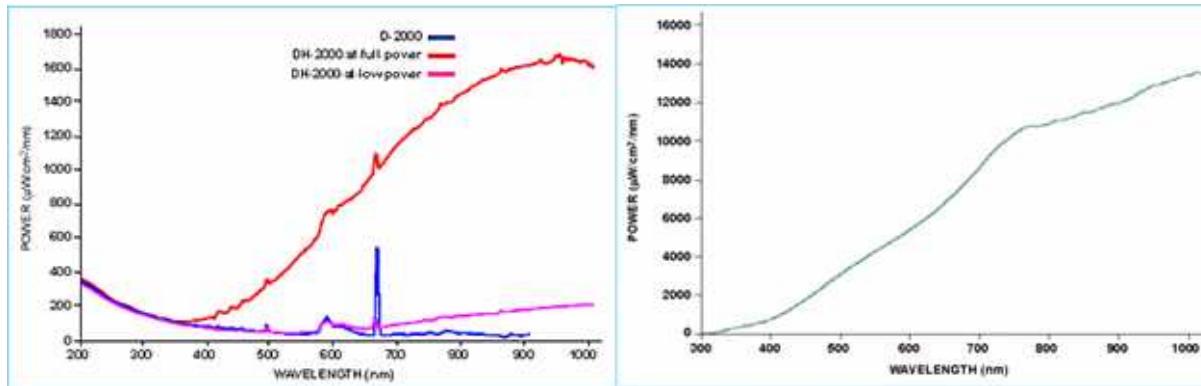
Lors de chaque mesure, nous effectuons un « zéro » (signal mesuré en l'absence d'éclairage par la lampe source) que nous retranchons de la mesure. De plus, le signal mesuré peut être moyenné sur plusieurs acquisitions (généralement entre 1 et 10) ; et nous ajoutons les signaux de quelques pixels voisins de la barrette CCD pour diminuer le bruit de mesure (typiquement 1 point de mesure provient de 5 pixels voisins).

#### *Les sources*

Le système d'éclairage comprend deux lampes :

- une lampe deutérium-halogène (DH2000) : qui combine une lampe au deutérium pour l'UV et une lampe halogène pour le visible. La gamme spectrale de la lampe halogène s'étend de 360-2000nm. (Seule la lampe halogène a été utilisée pour effectuer nos mesures)

- une lampe halogène (HL2000) allant également de 360 à 2000 nm.



**Figure 3.11 :** Puissance des deux sources utilisées.

On peut remarquer sur la figure 3.11 que la lampe HL2000 est approximativement sept fois plus puissante que la lampe DH2000 ce qui nous permettra en utilisant cette lampe d'améliorer le rapport signal sur bruit plutôt que l'autre, et donc d'augmenter la sensibilité de notre appareil de mesure.

#### *Le détecteur*

Le spectrophotomètre SD2000 est constitué d'un monochromateur à champ plan équipé d'un réseau placé en amont d'une barrette CCD et de divers miroirs de collimation.

La barrette détectrice est constituée de photodiodes nous permettant de réaliser une acquisition spectrale en temps réel. Ce spectrophotomètre possède deux réseaux, le premier avec une gamme spectrale de 200 à 880 nm et le deuxième de 500 à 1100 nm.

En travaillant avec le réseau 1 et la lampe halogène, la gamme spectrale de notre appareil s'étend de 360 à 880 nm.

#### *La géométrie du faisceau*

Les fibres optiques utilisées sont des fibres multimodes couplées à des lentilles collimatrices permettant d'obtenir un faisceau quasi parallèle. Les caractéristiques de ces fibres sont résumées dans le tableau 3.5.

Cœur	Silice
Gaine	Silice dopée
Diamètre de cœur	$550 \mu\text{m} \pm 19 \mu\text{m}$
ON	$0.22 \pm 0.02$
Plage d'utilisation	190-2500 nm

**Tableau 3.5** : Caractéristiques des fibres.

Ces fibres sont placées au foyer de la lentille de collimation dont les caractéristiques sont les suivantes :

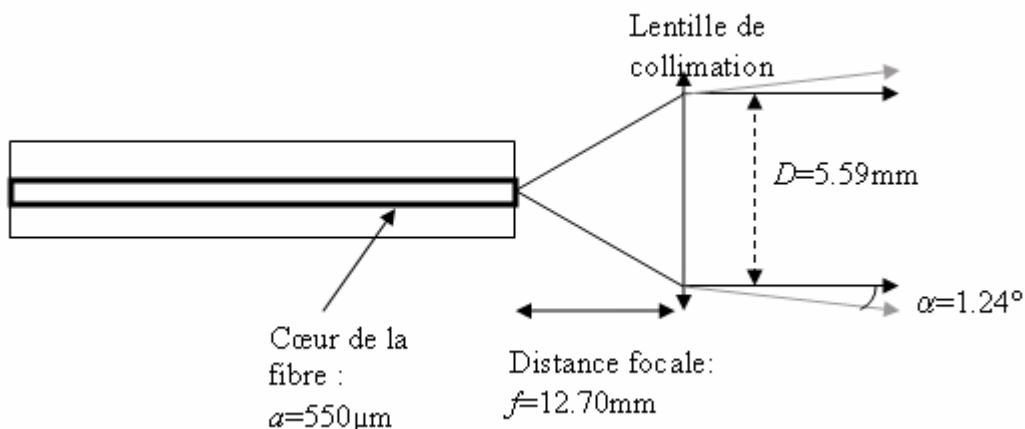
Matière	Dynasil 1100
Distance focale	$12.70 \text{ mm} \pm 1\%$
Diamètre	6.35 mm
Ouverture utile	> 90% du diamètre
Plage d'utilisation	185-2700 nm

**Tableau 3.6** : Caractéristiques de la lentille de collimation.

Avec ces caractéristiques, le diamètre du faisceau à la sortie de la fibre d'illumination est donné par la relation :

$$D = 2 \times ON \times f$$

Soit un diamètre de sortie :  $D = 5.59 \pm 0.56 \text{ mm}$



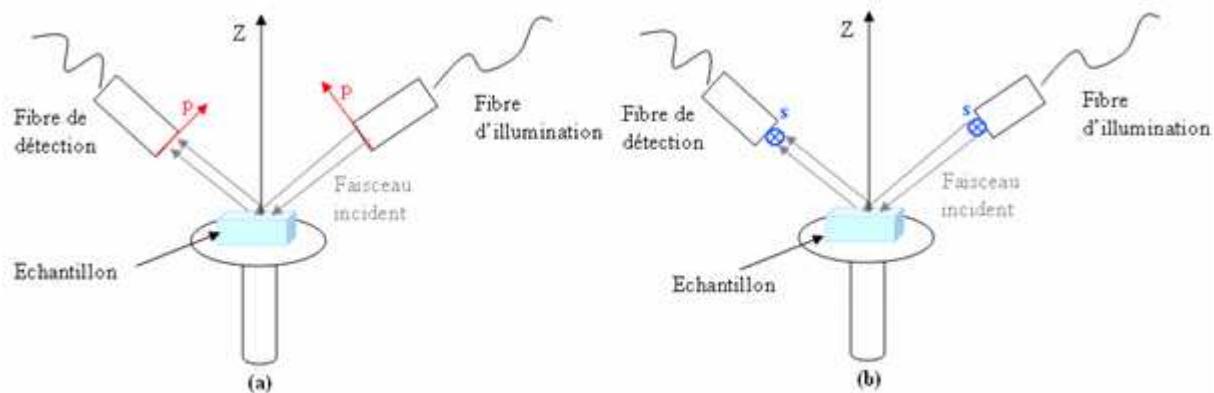
**Figure 3.12** : Géométrie du faisceau.

La divergence  $\alpha$  de notre faisceau parallèle réalisé est :  $\frac{a}{2f}$ ,  $a$  étant le diamètre du cœur de la fibre, et  $f$  la focale de la lentille collimatrice.

Cela nous donne des rayons avec un maximum d'inclinaison correspondant à  $1,24^\circ$  (Fig. 3.12). Notons que la distance entre les montures des deux bras de mesure, placés face à face, est de 64 mm environ. Les optiques d'éclairage et de détection étant identiques, nous pouvons faire l'hypothèse que les flux mesurés se trouvent approximativement dans un cylindre circulaire, de diamètre environ 5.6 mm, et qu'ils sont à peu près parallèles.

### Polarisation

Dans le but de réaliser des mesures de flux diffusés en polarisation, nous avons placé des polariseurs à la sortie de la fibre d'éclairage, et à l'entrée de la fibre de détection. Définissons dès à présent les notations que nous utiliserons : du fait de la configuration géométrique de l'appareil (l'échantillon est horizontal et le plan d'incidence est vertical), nous dirons que le faisceau est dans la « polarisation p » lorsque l'axe du polariseur est vertical [cf. Fig. 3.13 (a)] ; la « polarisation s » correspondant à un polariseur dont l'axe est horizontal [cf. Fig. 3.13(b)].



**Figure 3.13 :** Configuration géométrique de la polarisation : configuration pp (a), configuration ss (b).

On peut ainsi réaliser 4 types de mesures à l'aide des polariseurs :

- des mesures en polarisation pp,
- des mesures en polarisation ss,
- des mesures en polarisation ps,
- des mesures en polarisation sp.

La première lettre indique la polarisation à la sortie de la fibre d'éclairage et la seconde la polarisation à l'entrée de la fibre de détection. La détermination de la polarisation dans l'une

ou l'autre configuration est obtenue à l'aide d'un wafer de Silicium placé à l'angle de Brewster (environ 75° au milieu du spectre visible).

### III.2.2 Caractérisation des flux détectés au goniospectrophotomètre

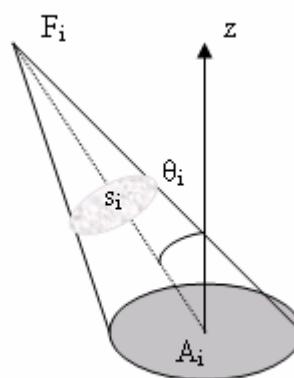
Dans cette partie nous allons décrire les grandeurs physiques mesurées par l'appareil.

*La source :*

L'échantillon étudié, posé sur le porte échantillon, est éclairé par un faisceau collimaté de section  $S_i$  et qui forme un angle  $\theta_i$  avec la normale à l'échantillon (Fig.3.14). Pour toutes les mesures que nous réaliserons, on se placera dans le plan d'incidence ( $\phi=0$ ) donc toutes les dépendances en  $\phi$  seront omises.

Le flux reçu par l'échantillon est, par définition :

$$F_i = E_i A_i \text{ (W)} \quad (3.1)$$



**Figure 3.14 :** Faisceau incident collimaté de section  $S_i$ , de flux  $F_i$  éclairant une surface  $A_i$  de l'échantillon.

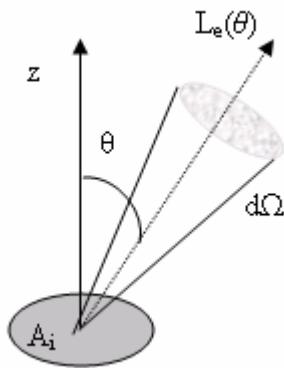
où  $E_i$  représente l'éclairement de l'échantillon en un point quelconque ( $\text{W.m}^{-2}$ ) et  $A_i$  ( $\text{m}^2$ ) correspond à la surface éclairée. Pour des mesures de réflectivité diffuse, la surface éclairée  $A_i$  est constante pendant toute la mesure car l'angle d'incidence ne bouge pas.

*L'échantillon :*

Le flux émis par la surface éclairée  $A_i$  de l'échantillon dans l'angle solide  $d\Omega$  et dans la direction  $\theta$  est :

$$F_e(\theta) = L_e(\theta) \times A_i \times \cos \theta \times d\Omega \quad (3.2)$$

où  $L_e$  ( $\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{sr}^{-1}$ ) correspond à la luminance de l'échantillon dans la direction  $\theta$  par unité de surface apparente et par unité d'angle solide (Fig.3.15).



**Figure 3.15 :** Luminance  $L_e$  émise par l'aire  $A_i$ .

Par définition la BRDF de l'échantillon pour des directions d'illumination  $\theta_i$  et d'observation  $\theta$  définies, est donnée par le rapport entre la luminance de l'échantillon et l'éclairement qu'il reçoit :

$$\boxed{\text{BRDF}(\theta, \theta_i) = \frac{L_e(\theta)}{E_i(\theta_i)}} \quad (3.3)$$

*Le détecteur :*

Le goniospectrophotomètre est muni d'un détecteur qui va explorer la réponse de l'échantillon à divers angles de détection. Ce détecteur va collecter les flux diffusés par l'échantillon de surface éclairée  $A_i$ . On fait l'hypothèse que le détecteur collecte des rayons parallèles et orthogonaux à la surface de son optique de focalisation  $S_d$ . Ainsi pour un angle de détection  $\theta$  le flux reçu par le détecteur est donné par:

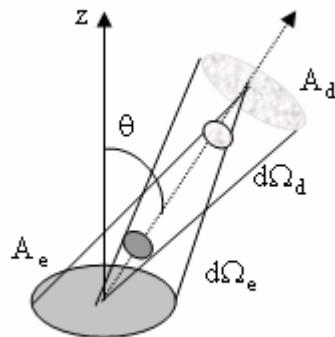
$$\boxed{F_d(\theta) = L_d(\theta) \times G} \quad (3.4)$$

ou  $L_d$  est la luminance du rayonnement due à l'échantillon au niveau du détecteur et  $G$  correspond à l'étendue géométrique du faisceau lumineux mesuré. Cette étendue géométrique  $G$  a pour expression (cf. annexe B) :

$$G = A_e \cos \theta \, d\Omega_e = A_d \, d\Omega_d$$

$A_e$  et  $A_d$  correspondent respectivement à l'aire de la surface d'impact du faisceau lumineux avec l'échantillon et avec le détecteur (cf. Fig.3.16).

Les rayons collectés étant orthogonaux à l'optique de focalisation du détecteur :  
 $A_e \cos \theta = A_d$  donc  $d\Omega_e = d\Omega_d = d\Omega$ .



**Figure 3.16 :** Etendue géométrique du faisceau lumineux défini par les deux aires  $A_e$  et  $A_i$  respectivement de l'échantillon et du détecteur.

On peut également définir l'aire de l'échantillon  $A'_i$  vue par le détecteur en fonction de sa surface de focalisation  $S_d$  :  $S_d = A'_i \times \cos \theta$

A partir de la quantité mesurée  $F_d$  par le détecteur, l'objectif est de remonter à la BRDF de l'échantillon (cf. Eq. 3.3). Pour cela nous allons examiner deux cas deux figures :

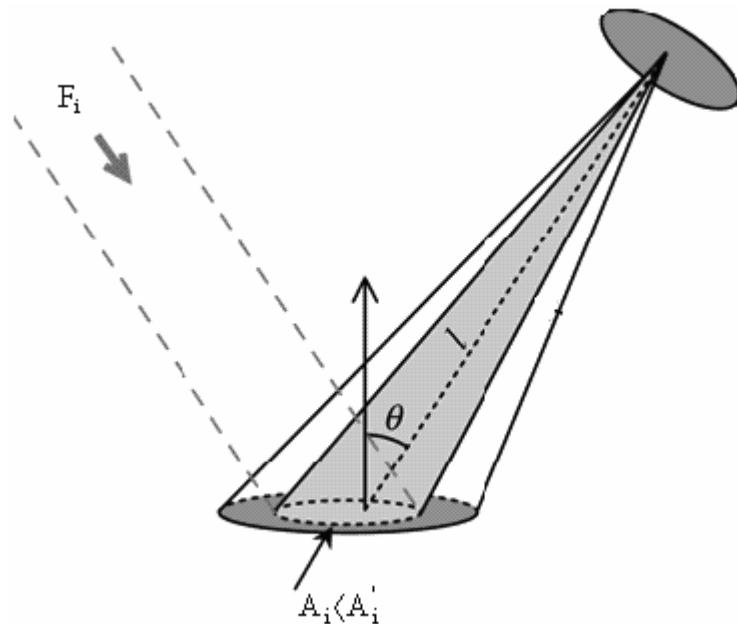
#### Cas où : $A_i < A'_i$

Dans ce cas l'aire éclairée  $A_i$  est plus petite que l'aire  $A'_i$  vu par le détecteur (Fig. 3.17), la géométrie du faisceau détecté est donc limité par la géométrie du faisceau incident :  $A_e = A_i$

Soit  $G = A_i \cos \theta d\Omega$

Le flux détecté est égal à :

$F_d(\theta) = L_d(\theta) \times A_i \times \cos \theta \times d\Omega = L_e(\theta) \times A_i \times \cos \theta \times d\Omega$  (conservation des flux émis et reçu par l'élément de surface  $A_i$ ) (cf. annexe B).



**Figure 3.17 :** La surface éclairée  $A_i$  est plus petite que la surface  $A_i'$  vu par le détecteur.

En introduisant les équations 3.1 et 3.2 dans 3.4, on obtient le flux détecté par l'appareil de mesure:

$$F_d(\theta) = BRDF_{A_i} \times F_i \times \cos \theta \times d\Omega \quad (3.5)$$

#### Cas où : $A_i > A_i'$

Dans ce cas l'aire éclairée  $A_i$  est plus grande que l'aire  $A_i'$  vue par le détecteur. La géométrie du faisceau détecté est cette fois-ci limitée par la géométrie du détecteur :  $A_d = S_d$ , soit  $G = S_d d\Omega$ . Le flux détecté par le détecteur s'écrit alors :

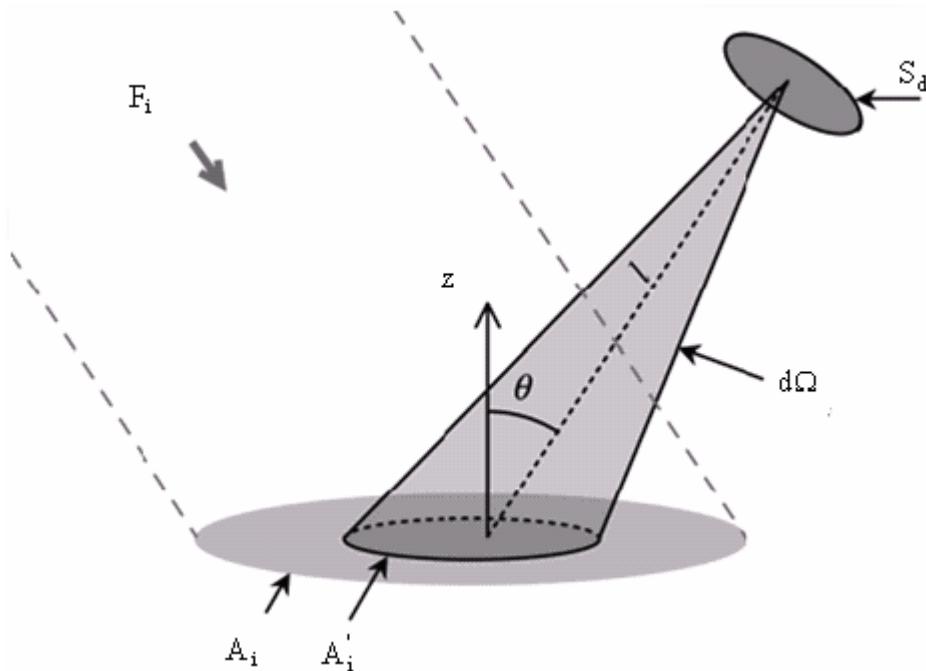
$$F_d(\theta) = L_d(\theta) \times S_d \times d\Omega = L_d(\theta) \times A_i' \times \cos \theta \times d\Omega = L_e(\theta) \times A_i' \times \cos \theta \times d\Omega$$

Si l'on considère que le faisceau incident a une répartition homogène de flux dans sa section on peut écrire que :

$$F_i' = \frac{F_i}{A_i} A_i'$$

où  $F_i'$  désigne le flux incident sur la surface vue par le détecteur :

$$\begin{aligned} F_d(\theta) &= BRDF_{A_i'} \times E_{A_i'} \times A_i' \times \cos \theta \times d\Omega = BRDF_{A_i'} \times F_i' \times \cos \theta \times d\Omega \\ &= BRDF_{A_i'} \times F_i \times \frac{A_i'}{A_i} \times \cos \theta \times d\Omega \end{aligned}$$



**Figure 3.18 :** La surface éclairée  $A_i$  est plus grande que la surface  $A'_i$  vu par le détecteur.

En supposant notre échantillon homogène en surface, la  $\text{BRDF}_{A'_i}$  de l'aire vue par le détecteur est équivalente à la  $\text{BRDF}_{A_i}$  de notre échantillon car la BRDF traduit le comportement angulaire de la lumière diffusée pour une configuration d'angles d'incidence et de détection donnée. Elle ne dépend donc pas de l'aire considérée.

Ainsi  $\text{BRDF}_{A'_i} = \text{BRDF}_{A_i}$

$$\text{De plus } S_d = A'_i \times \cos \theta \text{ et } A_i = \frac{S_i}{\cos \theta_i}$$

Ainsi le flux détecté est équivalent à :

$$F_d(\theta) = \text{BRDF}_{A_i} \times F_i \times \frac{S_d}{S_i} \times \cos(\theta_i) \times d\Omega \quad (3.6)$$

Dans ce deuxième cas le flux détecté va dépendre de la section  $S_i$  de la surface éclairée et de la surface  $S_d$  de l'optique de détection.

### III.2.3 Méthode de normalisation des mesures

#### III.2.3.1 Méthode de normalisation pour des mesures de flux diffus

Pour déterminer la valeur absolue de la quantité de lumière diffusée par notre échantillon, il est nécessaire de normaliser la mesure brute de notre échantillon détectée  $F_d$  par une mesure de ligne de base (baseline), afin de nous affranchir de la fonction d'appareil (FA).

$$F_d = F_i \times R_{\text{échantillon}} \times FA \quad \text{mesure brute} \quad (3.7)$$

$$F_o = F_i \times FA \quad \text{mesure de la ligne de base} \quad (3.8)$$

Où  $R_{\text{échantillon}}$  est la réponse absolue de notre échantillon.

Ainsi le rapport de ces deux mesures nous donnera la réponse absolue de notre échantillon :

$$\frac{F_d}{F_o} = R_{\text{échantillon}}$$

Pour des mesures de flux diffus, cette normalisation peut s'effectuer de deux manières différentes:

**Normalisation par la trace directe** : mesure du signal sans échantillon (fibres face à face).

Nous mesurons ainsi le flux total du faisceau d'éclairage,  $F_i$ .

➤ Cas où :  $A_i < A_i'$  : D'après la formule 3.5, on obtient pour la BRDF de l'échantillon :

$$\text{BRDF}_{\text{échantillon}} = \frac{F_d}{F_i \times \cos \theta \times d\Omega}$$

Ce cas nécessite de connaître l'angle solide de détection  $d\Omega$ .

➤ Cas où :  $A_i > A_i'$  : En partant de la formule 3.6, on obtient :

$$\text{BRDF}_{\text{échantillon}} = \frac{F_d}{F_i \times \cos \theta_i \times d\Omega} \times \frac{S_i}{S_d}$$

Dans ce deuxième cas il est nécessaire de connaître en plus de l'angle solide, la section  $S_i$  du faisceau incident ainsi que la surface  $S_d$  de l'optique de détection.

On pourra s'affranchir de ces deux quantités en utilisant un diaphragme de 1mm ce qui implique que nous nous retrouverons dans une configuration où l'aire détectée sera toujours supérieure à l'aire éclairée, et le seul paramètre à déterminer sera l'angle solide.

**Normalisation par une référence :** Cette normalisation consiste à mesurer dans les mêmes conditions que l'échantillon une référence connue on obtient alors:

$$\text{BRDF}_{\text{échantillon}}(\theta) = \frac{F_{d,\text{échantillon}}(\theta)}{F_{d,\text{référence}}(\theta)} \times \text{BRDF}_{\text{référence}}(\theta)$$

que l'on soit dans l'une ou l'autre des configurations. Pour ce calcul, on s'affranchit des problèmes d'incertitudes de mesure liés à la connaissance de la géométrie du système (ex : mesure précise de l'angle solide  $d\Omega$ ). Ainsi, le seul paramètre à déterminer est la valeur théorique de la BRDF de la référence.

**Remarque :** notre programme calcule des réflectivités diffuses, donc afin de comparer directement nos mesures aux simulations il suffit de multiplier la BRDF par le cosinus de l'angle de détection :

$$\rho_{\text{échantillon,mesuré}}(\theta) = \text{BRDF}(\theta) \cos \theta = \rho_{\text{échantillon,modèle}}(\theta)$$

### III.2.3.2 Méthode de normalisation pour des mesures de flux spéculaires

Le goniospectrophotomètre nous permet également de réaliser des mesures de réflexion spéculaire. Pour cela nous plaçons notre fibre de détection et d'illumination à un angle identique de part et d'autre de la normale à l'échantillon.

La normalisation de ces flux spéculaires se fait à partir d'une mesure de baseline sur un wafer de silicium pris comme référence.

Les valeurs théoriques de  $R_p$  et  $R_s$  pour  $S_i$  sont déterminées à partir du logiciel d'ajustement Film Wizard. Une fois ces valeurs déterminées la réflexion spéculaire de notre échantillon est donnée par la formule suivante :

$$R_{s,\text{échantillon}}(\theta_i, \theta) = \frac{R_{\text{échantillon}}(\theta_i, \theta)}{R_{\text{silicium}}(\theta_i, \theta)} \times R_{\text{théorique,silicium}}(\theta_i, \theta)$$

où  $\theta_i$  et  $\theta$  sont respectivement l'angle d'incidence et l'angle de détection. Pour la transmission spéculaire la normalisation se fait par une mesure de trace directe décrite précédemment.

### **III.2.4 Le blanc de référence**

Le blanc de référence est couramment utilisé pour normaliser les mesures car ses propriétés de diffusion sont bien caractérisées.

Le blanc de référence est par définition un diffuseur lambertien : quel que soit l'angle d'incidence du faisceau qui l'éclaire, cette surface est censée produire un lobe de lumière non polarisée de même luminance dans toutes les directions. La valeur théorique de sa BRDF est connue :

$$\text{BRDF}(\theta, \phi)_{\text{référencethéorique}} = \frac{1}{\pi} \text{ pour une lumière non polarisée.}$$

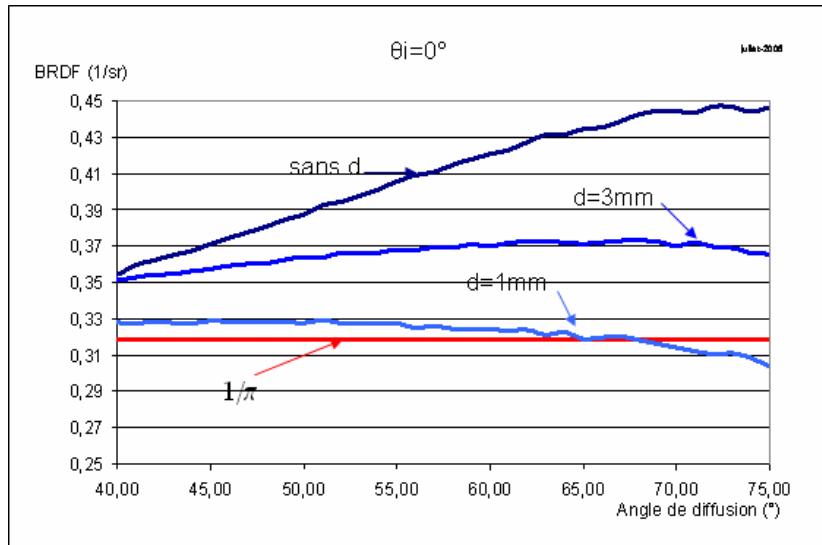
$$\text{BRDF}(\theta, \phi)_{\text{référencethéorique}} = \frac{1}{2\pi} \text{ pour une lumière polarisée.}$$

Nous avons donc cherché à vérifier la valeur théorique de notre blanc, supposé lambertien. Pour cela nous avons réalisé des mesures de réflexion diffuse à divers angles d'incidence, avec une lumière non polarisée, en polarisation p et s, et, avec la possibilité de réduire le faisceau d'illumination par l'utilisation de diaphragmes placés à la sortie de la fibre d'illumination. Toutes les normalisations sont effectuées par la trace directe.

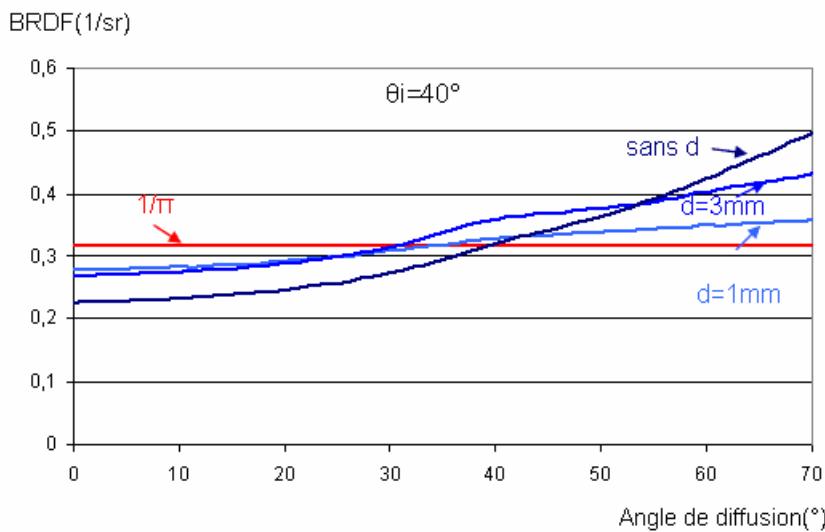
#### **Mesures sans polarisation**

La figure 3.19 montre une série de mesures réalisées en incidence normale avec la lampe DH2000 pour 3 configurations du faisceau incident : sans diaphragme, avec un diaphragme de 3mm et un diaphragme de 1mm.

La figure (3.19) montre clairement que l'utilisation d'un diaphragme de 1mm permet de nous rapprocher de la valeur théorique de la BRDF du blanc de référence avec un écart maximum relatif de 4.52%. Ces mêmes mesures réalisées en incidence oblique 40° (Fig.3.20) renforcent cette hypothèse bien qu'à cette incidence l'écart avec la valeur théorique devienne de plus en plus important. Pour un diaphragme de 1mm, le maximum d'écart est de 12.36%.



**Figure 3.19 :** BRDF du blanc éclairé en incidence normale pour 3 diaphragmes différents.



**Figure 3.20 :** BRDF du blanc éclairé en incidence oblique ( $\theta_i=40^\circ$ ) pour 3 diaphragmes différents.

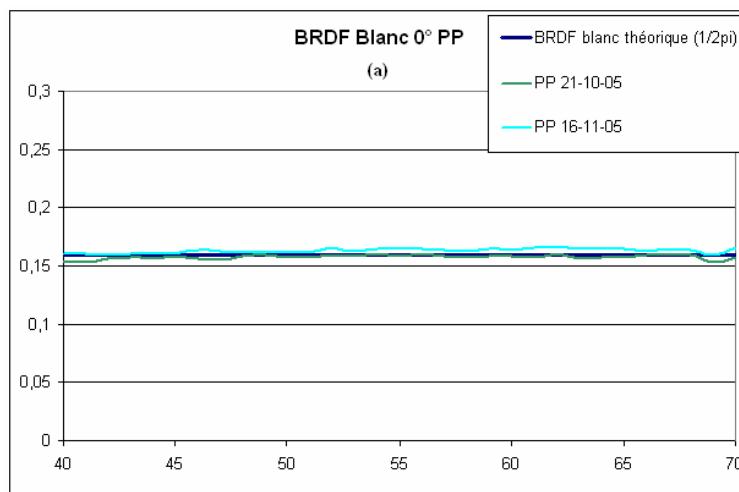
De ces résultats on peut tirer deux conclusions. D'une part que l'utilisation d'un diaphragme de 1mm semble être indispensable pour déterminer de manière précise la BRDF de l'échantillon. D'autre part, plus l'incidence est élevée, plus la valeur expérimentale de la BRDF du blanc s'écarte de sa valeur théorique. Cependant il faut remarquer que la normalisation du blanc se fait par une trace directe, donc comme nous l'avons dit plus haut cette normalisation ne nous permet pas de nous affranchir des problèmes d'erreurs liées à la connaissance de la géométrie.

### Mesures en polarisation

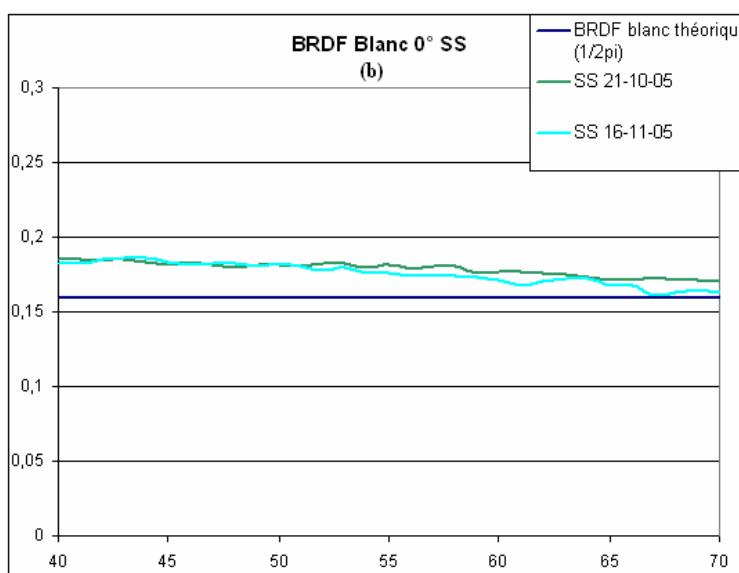
Des mesures en polarisation ont également été réalisées sur ce même blanc avec un diaphragme de 1mm. Les résultats pour l'incidence normale montrent un bon accord avec la valeur théorique, meilleure en polarisation pp [Fig 3.21(a)] qu'en polarisation ss [Fig 3.21(b)], de plus l'erreur relative maximale de reproductibilité est ici en moyenne de 4%.

Les résultats pour une incidence à  $40^\circ$  (Fig. 3.22) sont bien moins bons, avec des erreurs par rapport à la valeur théorique pouvant aller jusqu'à 45%.

L'ensemble de ces résultats nous ont amenés à utiliser un diaphragme de 1mm pour des mesures normalisées par la trace directe. Mais ces résultats ont aussi mis en évidence des écarts importants entre les deux polarisations p et s, ce qui nous a conduit à tester la sensibilité de notre appareil de mesure à la polarisation.



**Figure 3. 21 (a) :** BRDF du blanc éclairé en incidence normale en polarisation pp.



**Figure 3.21 (b) :** BRDF du blanc éclairé en incidence normale en polarisation ps.

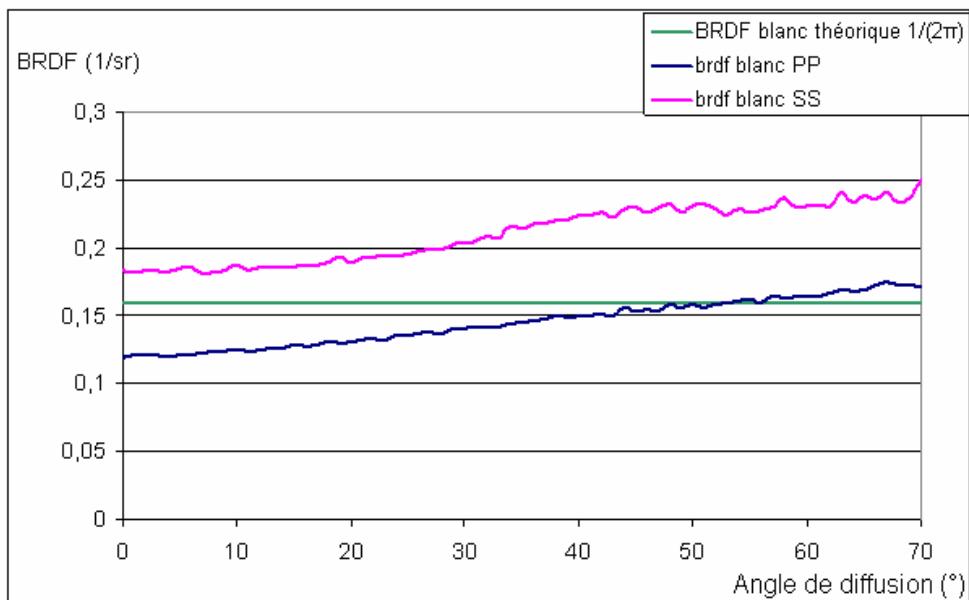


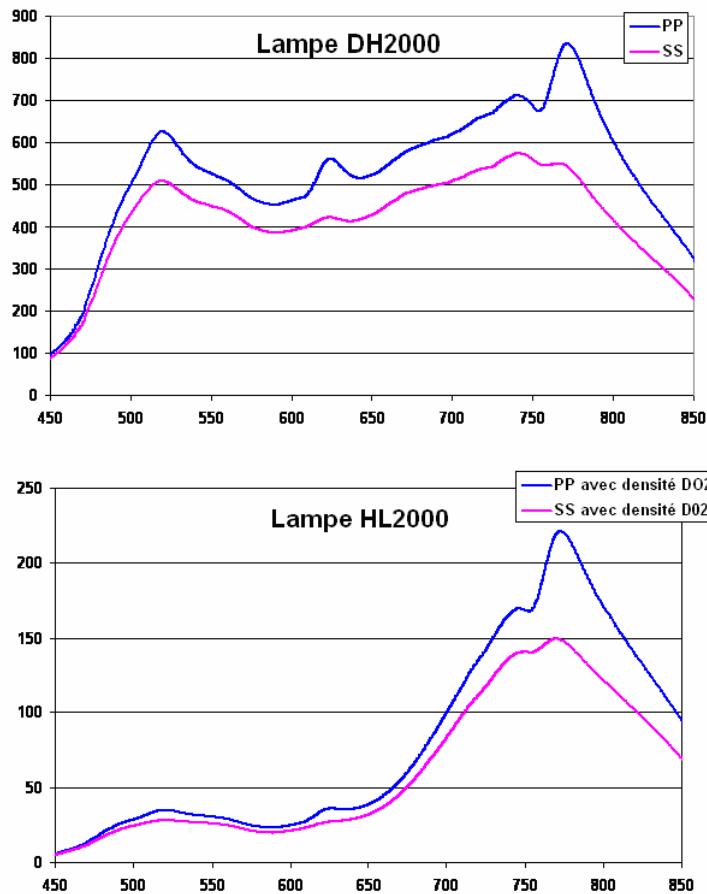
Figure 3.22 : BRDF du blanc éclairé en incidence inclinée 40°.

### III.2.5 Test de sensibilité de l'appareil à la polarisation

Dans ce paragraphe, nous allons tester la sensibilité de l'appareil lorsque nous effectuons des mesures en polarisation. L'objectif est d'évaluer quantitativement les erreurs de mesures liées à l'appareil.

Le premier test a été d'évaluer si les fibres que nous utilisons (fibres AMS) sont totalement dépolarisantes : pour cela nous avons placé les deux bras de mesures face à face sur lesquels étaient montées deux feuilles polaroids. Nous avons effectué ces mesures pour deux configurations : la configuration pp et la configuration ss.

En réalisant des mesures spectrales (Fig. 3.23), on constate une différence de signal entre les mesures en polarisations pp et ss, avec un taux en pp supérieur. On en a donc déduit que les fibres ne dépolarisaient pas complètement la lumière. Le maximum d'écart relatif entre les deux polarisations est de 35,61% pour la lampe DH2000 et de 33,07% pour la lampe HL2000, ces deux maxima étant obtenus pour la longueur d'onde 775nm. Le tableau 3.7 ci-dessous nous donne l'écart relatif obtenu pour 4 longueurs d'onde différentes, celles utilisées par la suite pour l'ensemble de nos mesures.



**Figure 3.23 :** Test sensibilité de l'appareil à la polarisation par une mesure de trace directe pour la lampe DH2000 (en haut) et la lampe HL2000 (en bas).

Longueurs d'onde (nm)	486	589	633	700
DH2000	13,79%	14,62%	22,10%	17,95%
HL2000	14,19%	14,25%	21,47%	16,51%

**Tableau 3.7 :** Ecart relatif entre les polarisations pp et ss pour des mesures en trace directe pour quatre longueurs d'onde.

Ces résultats ne suffisent pas à conclure sur l'effet intrinsèque des fibres sur la polarisation, mais conduisent à se poser deux questions : la source utilisée est-elle ou non polarisée ? Le détecteur est-il sensible à la polarisation ?

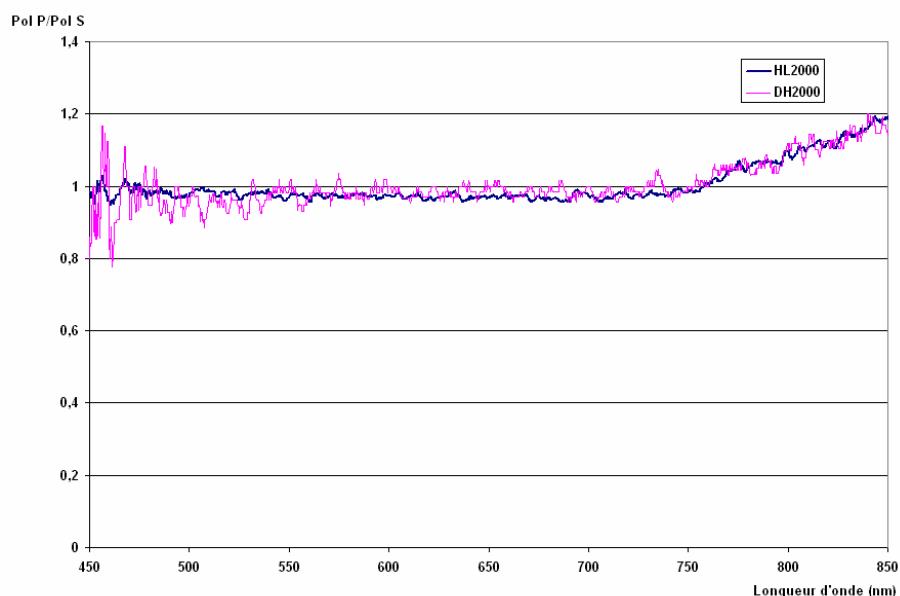
Nous avons donc cherché à déterminer les deux quantités suivantes :

- le degré de polarisation de la source (en fait ensemble source + fibre d'éclairage)
- la sensibilité du détecteur à la polarisation. (en fait ensemble fibre de détection + spectrophotomètre)

### III.2.5.1 Test du degré de polarisation de la source

Pour tester le degré de polarisation de la source, il faut s'affranchir de l'influence du détecteur. La méthode consiste à éclairer un échantillon diffusant et dépolarisant en plaçant un polariseur sur la fibre d'éclairage et aucun polariseur au niveau de la fibre de détection. De cette manière le flux diffus entrant dans la fibre de détection est complètement dépolarisé, et si le faisceau de la source n'est pas polarisé nous devrions obtenir un signal indépendant de l'orientation du polariseur.

Nous avons choisi de prendre comme milieu diffusant et dépolarisant du lait que nous avons placé dans une cuve d'épaisseur 2mm, épaisseur suffisante pour dépolariser le faisceau d'entrée. Nous avons placé à l'entrée de la fibre d'illumination un polaroid collé à un diaphragme de 1mm pour avoir un faisceau le plus étroit possible afin de nous affranchir des effets de bords de la cuve. Nous avons fait tourner le polaroid par pas de  $45^\circ$  à partir des directions principales afin d'évaluer le maximum d'écart entre différents états de polarisation. Le maximum d'écart est obtenu entre les deux états de polarisation *s* et *p*. La figure 3.24 présente le rapport entre la polarisation *p* et la polarisation *s* pour les deux lampes. On constate que les deux courbes sont constantes et assez proches de 1 avec un décrochement à partir de 750 nm, longueur d'onde à partir de laquelle l'efficacité des polaroids décroît rapidement. D'après ces deux courbes, nous pouvons soutenir l'hypothèse que la source ne dépolarise pas la lumière (à la précision requise par l'ensemble de notre méthode). Le tableau 3.8 donne pour les quatre longueurs d'onde les écarts relatifs entre les 2 polarisations.



**Figure 3.24 :** Degré de polarisation du faisceau incident pour la lampe HL2000 (courbe bleue) et la lampe DH2000 (courbe rose).

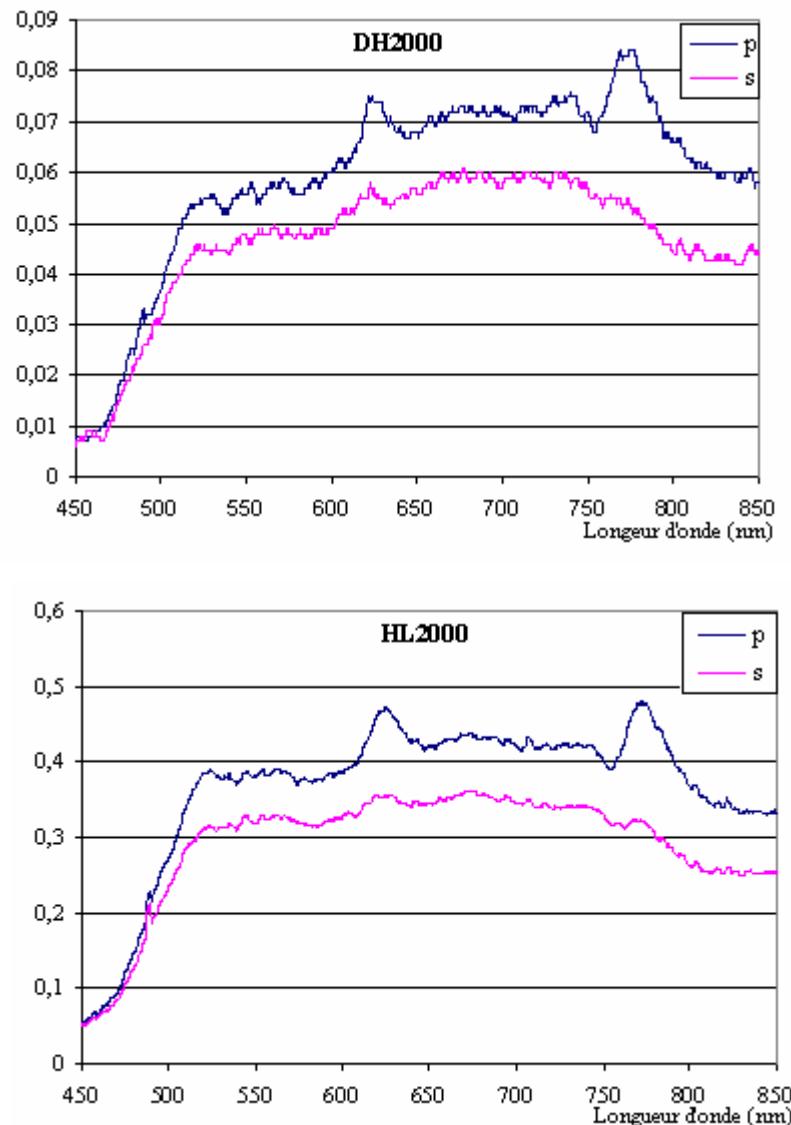
Longueur d'onde (nm)	486	589	633	700
DH2000	4%	3,64%	3,03%	0,00%
HL2000	0,53%	2,96%	1,64%	2,77%

**Tableau 3.8** : Ecart relatif entre les flux détectés par un échantillon totalement dépolarisant, pour une lumière incidente polarisée p et s.

### III.2.5.2 Test de sensibilité de la détection à la polarisation

Le principe du test de la sensibilité de la détection à la polarisation est le même que précédemment, sauf que le polariseur est placé à l'entrée de la fibre de détection. Une lumière non polarisée arrive sur notre échantillon qui va lui-même diffuser une lumière complètement dépolarisée. Ainsi nous nous affranchissons d'une éventuelle polarisation de la source. C'est cette lumière diffusée non polarisée qui atteint l'entrée de la fibre de détection sur laquelle on va sélectionner une polarisation via des polaroids. Nous faisons également tourner ces polaroids pour déterminer le maximum d'écart relatif entre les polarisations.

Les courbes de sensibilité du détecteur à la polarisation (figure 3.25) présentent de fortes variations entre les deux directions principales du polaroid (p et s). Le détecteur est donc sensible à la polarisation (principalement du à la présence d'un réseau permettant une dispersion des longueurs d'onde). Les écarts relatifs entre les flux détectés en polarisation p et s (Tab. 3.9) correspondent à ceux obtenus par des mesures de trace directe. (cf. Tab.3.7). Ainsi, la sensibilité du détecteur à la polarisation induit la principale source d'erreur dans nos mesures. Une possibilité pour s'affranchir au moins en partie de la sensibilité du détecteur à la polarisation est de normaliser les mesures réalisées sur les objets d'étude par une mesure de la référence exactement dans la même configuration géométrique.



**Figure 3.25 :** Flux détectés en transmission par une cuve de lait, pour une lumière incidente non polarisée, et pour différentes positions du polaroid placé à l'entrée de la fibre de détection.

Longueur d'onde (nm)	486	589	633	700
DH2000	12,00%	18,64%	22,86%	19,44%
HL2000	12,77%	15,43%	22,07%	17,81%

**Tableau 3.9 :** Ecart relatif entre les flux détectés p et s par un milieu totalement dépolarisant.

## Conclusion

Nous venons de décrire dans ce chapitre tous les éléments expérimentaux, objets d'étude et appareillage qui vont nous permettre de valider notre modèle et de tester ses prédictions. Un

important travail a été réalisé sur le goniospectrophotomètre afin de pouvoir garantir la précision des mesures réalisées en lumière polarisée. Ce travail nous a amené aux conclusions suivantes :

- utilisation d'un diaphragme de 1mm à la sortie de la fibre d'illumination. Ainsi l'aire détectée est toujours plus grande que l'aire éclairée, ce qui nous permet de nous affranchir du calcul des sections de la fibre d'illumination et de la fibre de détection.
- normalisation par le blanc de référence pour des mesures en réflexion diffuse : lors d'une normalisation par le blanc, on fait la baseline exactement dans la même configuration géométrique que pour la mesure sur l'échantillon, ce qui permet de nous affranchir des erreurs et incertitudes de mesures (ex : sensibilité du détecteur à la polarisation et mesure de l'angle solide).

Les mesures présentées dans le chapitre suivant ont donc été réalisées suivant la procédure présentée ici.

---

## Références

- [MIC01] **MICHALSKI M-C., BRIARD V., MICHEL F. (2001).** Optical parameters of milk fat globules for laser light scattering measurements. *Lait*, **81**, 787-796.
- [FLO92] **FLOCK S., JACQUES S. L., WILSON B. C. et al. (1992).** Optical properties of Intralipid: a phantom medium for light propagation studies, *Lasers in Surgery and Medicine*, **12**, 510-519.
- [MOE89] **MOES J.C et al. (1989).** Measurements and calculations of the energy fluence rate in a scattering and absorbing phantom at 633 nm, *Appl. Opt.*, **28**, 2292-2296.
- [STA91] **VAN STAVEREN H. J., MOES J. M., MARLE J. V. (1991).** Light scattering in Intralipid-10% in the wavelenght range of 400-1100 nm. *Appl. Opt.*, **30**, 4507-4514.
- [HIE97] **HIELSHER A. H., MOURANT J. R. et BIGIO I. J. (1997).** Influence of particle size and concentration on backscattering of polarized light from tissue phantoms and biological cell suspensions, *Appl. Opt.*, **36**, 125-135.

---

# CHAPITRE IV

## Mesures et simulations de la diffusion de la lumière

---

<b>Introduction .....</b>	<b>131</b>
<b>IV.1 Configuration des mesures de diffusion .....</b>	<b>131</b>
<b>IV.2 Observation de la diffusion en volume par les globules gras du lait .....</b>	<b>133</b>
IV.2.1 Mesures des flux diffusés sans polarisation .....	133
IV.2.2 Mesures des flux diffusés en polarisation .....	134
<b>IV.3 Mise en évidence de la sédimentation des particules d'intralipides .....</b>	<b>137</b>
IV.3.1 Comportement de diffusion simple des deux populations .....	137
IV.3.2 Comportement de diffusion multiple .....	139
IV.3.2.1 Mesures en incidence normale .....	139
IV.3.2.2 Mesures en incidence oblique .....	144
IV.3.3 Imagerie de la matrice de Mueller des intralipides .....	146
<b>IV.4 Mesures de diffusion sur des tissus reconstitués .....</b>	<b>151</b>
<b>IV.5 Simulations du processus de cancérisation par des mesures de diffusion élastique de lumière dans un milieu biologique .....</b>	<b>154</b>
IV.5.1 Simulation d'une couche saine et d'une couche cancéreuse.....	154
IV.5.2 Simulation de la structure stratifiée .....	157
IV.5.3 Simulation d'un tissu présentant un mélange de cellules saines et cancéreuses.....	160
<b>IV.6 La peau de souris .....</b>	<b>161</b>
<b>Conclusion .....</b>	<b>163</b>



## Introduction

Le but de ce chapitre est de présenter les résultats expérimentaux obtenus sur nos objets d'étude décrits dans le chapitre précédent afin de les confronter aux résultats théoriques de notre modèle. Le premier objectif étant une validation expérimentale de notre modèle, le second étant de chercher à prouver que ce modèle pourra être discriminant entre tissus sains et cancéreux, à partir de l'étude de ces cas d'école.

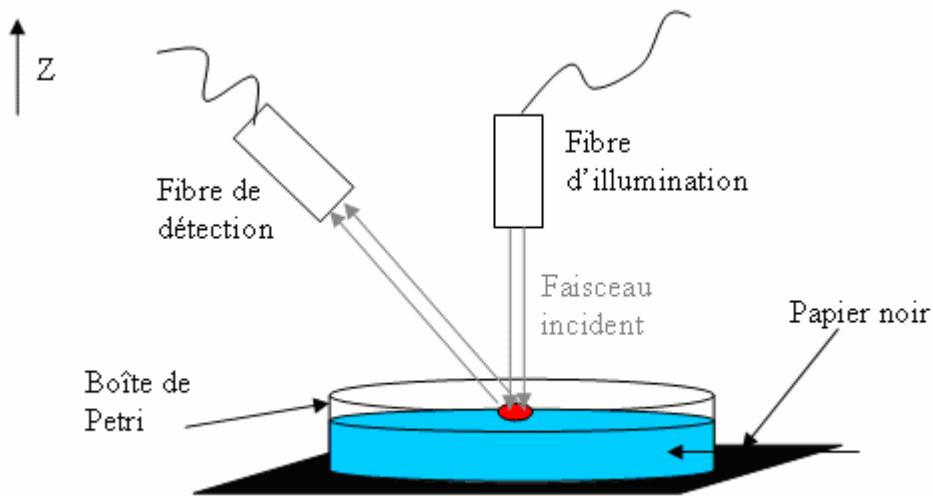
Pour l'ensemble des objets d'étude présentés nous avons réalisé des mesures de diffusion à l'aide du goniospectrophotomètre. Nous présentons tout d'abord les résultats sur le lait et sur les intralipides. Pour ces derniers, nous présentons également les mesures réalisées au laboratoire LPICM (Laboratoire de Physique des Interfaces et des Couches Mince) de Polytechnique. Nous abordons ensuite le cas de tissus de culture qui se rapprochent déjà plus du cas réel. Enfin nous présentons un ensemble de simulations illustrant le processus de cancérisation décrit au chapitre I, et nous terminons ce chapitre sur des premières mesures de lumière diffusée par des peaux de souris, ouvrant des perspectives prometteuses quant à l'utilisation de la diffusion de la lumière pour discriminer entre tissus sains et cancéreux.

### IV.1 Configuration des mesures de diffusion

Nous avons réalisé un ensemble de mesures de diffusion en réflexion à l'aide du goniospectrophotomètre décrit au chapitre III sur des milieux, en incidence normale ou oblique. (cf. Fig. 4.1)

La fibre de détection va collecter les flux diffusés :

- entre  $35^\circ$  et  $70^\circ$  pour une incidence normale : la borne inférieure étant fixée par l'encombrement lié à la mécanique des bras de mesures et la borne supérieure par la hauteur de la boîte de Pétri dans laquelle sont placés nos objets d'étude.
- entre  $0^\circ$  et  $70^\circ$  pour une incidence oblique.



**Figure 4.1 :** Configuration réalisée pour les mesures de diffusion en incidence normale.

Le faisceau incident est réduit à l'aide d'un diaphragme de 1mm afin que le détecteur puisse collecter l'ensemble des photons diffusés. De plus, en diaphragmant on limite les possibles réflexions des photons sur les faces latérales de la boîte de Petri ce qui nous permet de valider l'hypothèse de notre modèle de diffusion qui considère un système d'extension latérale infinie. De plus pour nous affranchir de la réflexion de la face arrière de la boîte, un papier noir a été placé sous celle-ci. Pour chaque mesure effectuée, une mesure sur le blanc de référence est également réalisée. Dans cette configuration, les flux diffusés par les échantillons correspondent aux quantités calculées par notre modèle ou la dernière couche est considérée comme un substrat semi-infini d'indice de réfraction équivalente à la boîte de Petri. Rappelons que les mesures effectuées sont absolues et directement comparables à la quantité calculée par notre modèle i.e. une réflectivité diffuse :

$$\rho = \text{BRDF} \cdot \cos \theta_r \quad (\text{sr}^{-1})$$

Les indices de réfraction des boîtes de Petri utilisées ont été déterminés à l'aide d'un spectrophotomètre Cary 5 qui mesure la réflexion spéculaire  $R_s$  et la transmission spéculaire  $T_s$  d'un échantillon. Ces résultats sont résumés dans le tableau 4.1 ci-dessous.

Indice de réfraction de la boîte rectangulaire	Indice de réfraction de la boîte cylindrique
1.49	1.51

**Tableau 4.1:** Indice de réfraction des boîtes de Petri utilisées.

## IV.2 Observation de la diffusion en volume par les globules gras du lait

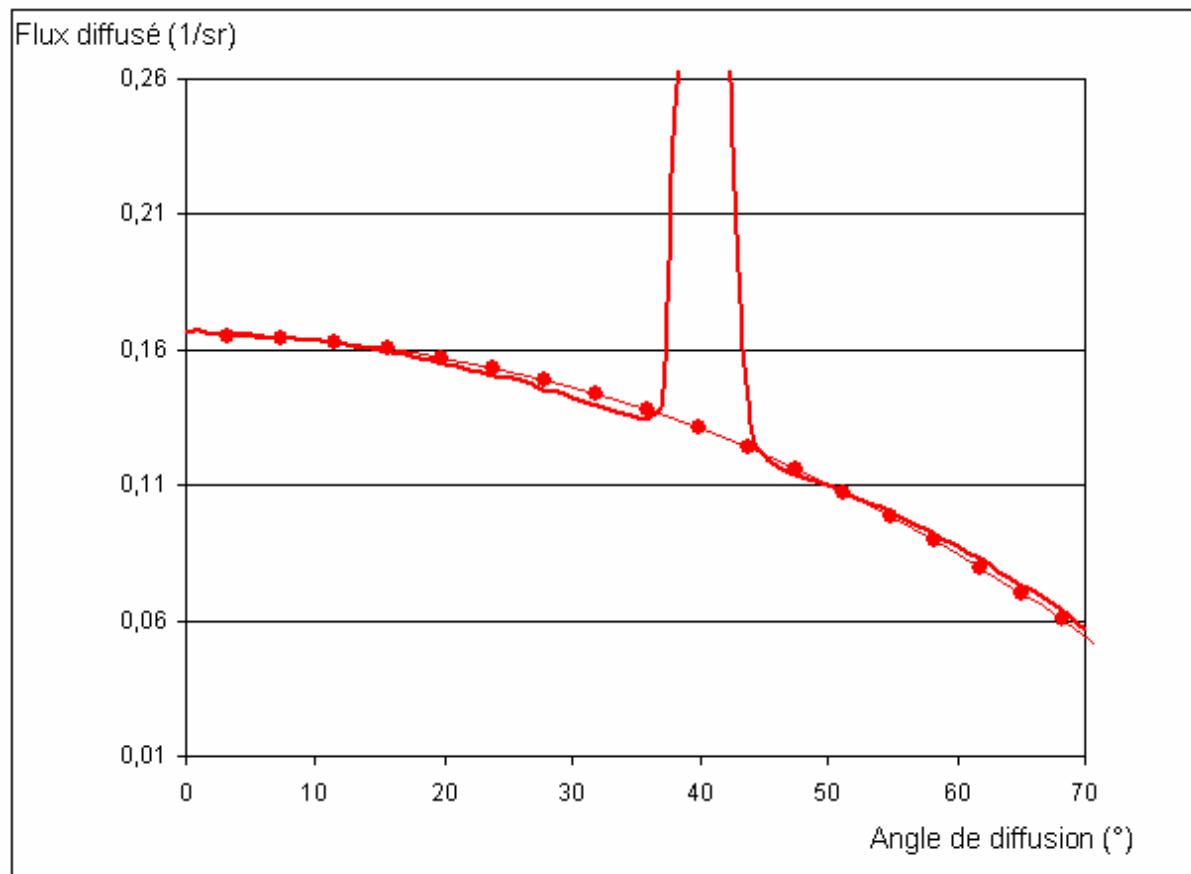
### IV.2.1 Mesures des flux diffusés sans polarisation

Les premières mesures de diffusion ont été réalisées sur le lait en lumière non polarisée. Nous avons placé dans une cuve rectangulaire ( $1\text{cm} \times 2.6\text{cm} \times 2.7\text{cm}$ ), 3.8 ml de lait. Ce volume correspond à une hauteur de liquide  $z = 5412 \mu\text{m}$ . Dans ces conditions, l'épaisseur optique du milieu est élevée  $\tau = \eta \times C_{\text{ext}} \times z = \alpha_{\text{ext}} \times z = 117$ . Donc la majorité de la lumière diffuse observée a subi de la diffusion multiple. Notre système est éclairé par un faisceau collimaté sous une incidence de  $40^\circ$ . On observe sur les courbes de la figure 4.2 les flux diffusés en réflexion par le lait à une longueur d'onde de 600 nm. On remarque un très bon accord entre les résultats expérimentaux (traits plein) et les simulations (lignes avec points). Les simulations ont été effectuées avec notre code Nflux vectoriel en prenant en compte une couche diffusante placé sur un substrat semi-infini d'indice  $n_{\text{sub}}=1.49$  et une lumière non polarisée (vecteur de Stokes  $\mathbf{I} = (0.5 \ 0.5 \ 0 \ 0)$  dans la base  $(I_p \ I_s \ U \ V)$ ). On peut également observer sur la figure 4.2 un pic à  $40^\circ$  correspondant à la réflexion spéculaire. Celui-ci est absent de la courbe simulée mais cette donnée est fournie par notre code N-flux vectoriel (cf. chapitre II (§5.1.1)). Cette réflexion spéculaire peut-être également déterminée expérimentalement par la méthode décrite dans le chapitre III (§2.3.1). Le tableau 4.2 donne les valeurs du spéculaire simulée et mesurée. Les résultats sont en bon accord avec une erreur relative de 8%.

Réflexion spéculaire	
Simulations Nflux	Mesure expérimentale
0.024	0.026

**Tableau 4.2** : Réflexion spéculaire du lait à  $40^\circ$ .

Il est intéressant de constater qu'on retrouve bien les prédictions du chapitre II (§7.1.1) : à forte épaisseur optique le coefficient de réflexion spéculaire tend vers le coefficient de réflexion de la première interface ( $R = 0.021$ ).



**Figure 4.2 :** Flux diffusés dans le plan d'incidence par le lait, pour un éclairage non polarisé, une incidence de  $40^\circ$  et une longueur d'onde de  $\lambda=0.600 \mu\text{m}$ . Ligne = résultats expérimentaux, ligne avec points de calcul= simulation NFux.

#### IV.2.2 Mesures des flux diffusés en polarisation

Une série de mesures en polarisation a également été réalisée pour deux angles d'incidences  $0^\circ$  et  $40^\circ$  et une longueur d'onde de 633nm. Nous avons effectué en tout 4 types de mesures, avec des polariseurs : pp, ss, sp, ps. La première lettre désigne l'orientation du polariseur placé avant l'échantillon (p = vertical, s = horizontal, compte tenu de la géométrie du dispositif) ; et la deuxième lettre l'orientation du polariseur placé sur la fibre de détection (cf. Chap. III (§2.1)). Nous avons versé 11.8 ml de lait dans la boîte de Petri cylindrique ( $5\text{cm} \times 1\text{cm}$ ) ce qui permet d'obtenir un milieu d'épaisseur optique  $\tau = 130$ . On peut observer sur la figure 4.3, un bon accord entre notre modèle et les mesures. Les fluctuations observées sur ces dernières sont liées au bruit de mesure. On constate que la lumière diffusée en polarisations croisées (ps et sp) est du même ordre de grandeur que celle en polarisations directes (pp et ss). Ceci est cohérent avec le fait que, compte tenu de la forte épaisseur optique

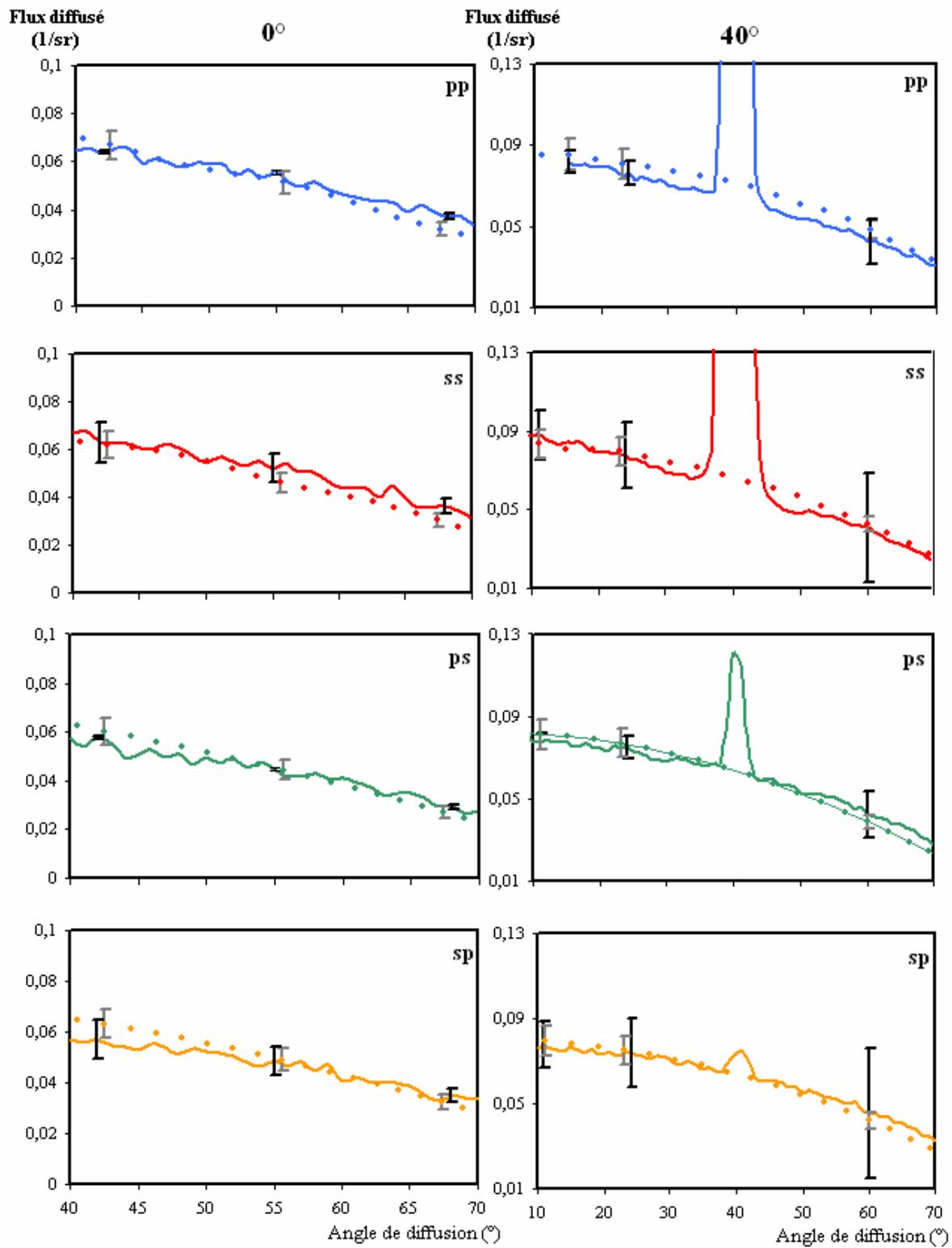
du milieu, nous sommes dans un régime de diffusion multiple qui a tendance à dépolariser le faisceau incident. De plus cet effet est renforcé par le fort paramètre de taille (ici  $ka=24.82$ ).

Une des principales sources d'erreur dans la précision des mesures est la sensibilité du détecteur à la polarisation. Cependant nous avons vu au chapitre III qu'il était possible de minimiser ces erreurs en normalisant les mesures par un blanc de référence. Pour rendre compte de cela j'ai comparé les valeurs brutes du lait pour une incidence normale et un angle de détection de  $40^\circ$  en polarisation pp et ps avec celles du blanc. (Tab. 4.3)

	VALEURS BRUTES DU LAIT	VALEURS BRUTES DU BLANC	REFLECTIVITE DU LAIT
Polarisation pp	$7.30 \times 10^{-2}$	$1.40 \times 10^{-1}$	$6.43 \times 10^{-2}$
Polarisation ps	$4.60 \times 10^{-2}$	$9.73 \times 10^{-2}$	$5.76 \times 10^{-2}$
Ecart relatif entre pp et ps	36.98%	30.5%	11.63%

**Tableau 4.3 :** Comparaison valeurs brutes du lait et du blanc pour une incidence de  $0^\circ$  et un angle de détection de  $40^\circ$ .

On constate que les écarts relatifs entre les deux polarisations avant normalisation sont du même ordre de grandeur entre le lait et le blanc. En revanche, après normalisation, la réflectivité du lait en polarisation pp et ps est conforme à la prédiction théorique (l'écart relatif calculé entre pp et ps est de 8 %). On s'affranchit donc de la sensibilité du détecteur à la polarisation par la normalisation par le blanc. La source d'erreur principale sur nos mesures provient alors du blanc lui-même et de son écart à un blanc théorique lambertien (barres d'erreurs noires sur les figures). On a vu dans le chapitre précédent que cette référence devenait de moins en moins lambertienne sous de fortes incidences, des angles de diffusion élevés et l'écart au lambertien était plus prononcé pour des polarisations s que des polarisations p car le coefficient de réflexion en polarisation s ( $R_{ss}$ ) est plus grand que le coefficient de réflexion en polarisation p ( $R_{pp}$ ). Nous avons mesuré la composante spéculaire séparément pour un angle d'incidence de  $40^\circ$ . Les résultats pour la polarisation parallèle  $R_{pp}$  et la polarisation perpendiculaire sont  $6.04 \times 10^{-3}$  et  $3.98 \times 10^{-2}$  respectivement. Ces résultats sont en bon accord avec les prédictions théoriques ( $5.73 \times 10^{-3}$  pour  $R_{pp}$  et  $4.26 \times 10^{-2}$  pour  $R_{ss}$ ) avec une erreur relative inférieure à 8%. Un petit pic spéculaire peut-être observé pour les polarisations croisées ps et sp pour une incidence à  $40^\circ$  (Fig. 4.3 à droite courbes verte et jaune), cet effet est un peu surprenant car un flux spéculaire est supposé conserver sa polarisation.



**Figure 4.3 :** Flux diffusés dans le plan d'incidence par le lait, pour un éclairage polarisé, une incidence de  $0^\circ$  (à gauche) et de  $40^\circ$  (à droite) et une longueur d'onde de  $\lambda=0.633 \mu\text{m}$ . lignes = résultats expérimentaux, points de calcul= simulation Nflux.

En fait le rapport de ce reliquat des flux en polarisations ps et sp aux flux spéculaires en polarisations pp et ss est inférieur à 3%, ce qui est bien en dessous de la précision globale de

nos mesures. Il est évidemment dû aux performances limitées des polaroïds dont le taux de polarisation n'est pas de 100%.

En ce qui concerne les simulations, il ne faut pas négliger aussi les incertitudes sur les valeurs de nos paramètres, dues à la connaissance non parfaite de l'échantillon à modéliser. L'évaluation de ces incertitudes permet de mener un calcul d'erreur sur les flux diffusés. (Tab. 4.4). La somme totale de l'erreur est inférieure à 9%, et est représentée par les barres d'erreurs grises sur les courbes de la figure 4.3. Nous pouvons remarquer que la taille des diffuseurs est le paramètre le plus sensible. Ce résultat est important pour une application future du modèle dans la détection de tumeur précoce. En effet les noyaux des cellules dysplasiques sont deux fois plus grands que les noyaux des cellules saines.

Paramètres du modèle	Valeur	Précision	Incertitudes relatives sur les flux
Indice de refraction	1.458	± 0.001	0.84%
Epaisseur ( $\mu\text{m}$ )	6000	± 250	2.11%
Concentration (%)	1.67	± 0.1	2.91%
Diamètre ( $\mu\text{m}$ )	Valeur centrale	$\sigma$	
Distribution de taille	3.76	0.5	3%

**Tableau 4.4 :** Incertitudes relatives sur les flux calculés dues à une connaissance imparfaite des caractéristiques de l'échantillon.

## IV.3 Mise en évidence de la sémentation des particules d'intralipides.

Nous avons fait l'hypothèse dans le chapitre III (§2.3) que les intralipides possèdent une distribution bimodale de diffuseurs ( $d_1=0.786\mu\text{m}$ ,  $d_2=0.097\mu\text{m}$ ). Nous allons donc maintenant vérifier cette hypothèse.

### IV.3.1 Comportement de diffusion simple des deux populations

Avant d'aborder les mesures de flux diffus sur les intralipides, il est intéressant de regarder les caractéristiques de diffusion simple des deux populations  $d=0.7858\mu\text{m}$  et  $d=0.097\mu\text{m}$ . (Tab. 4.5).

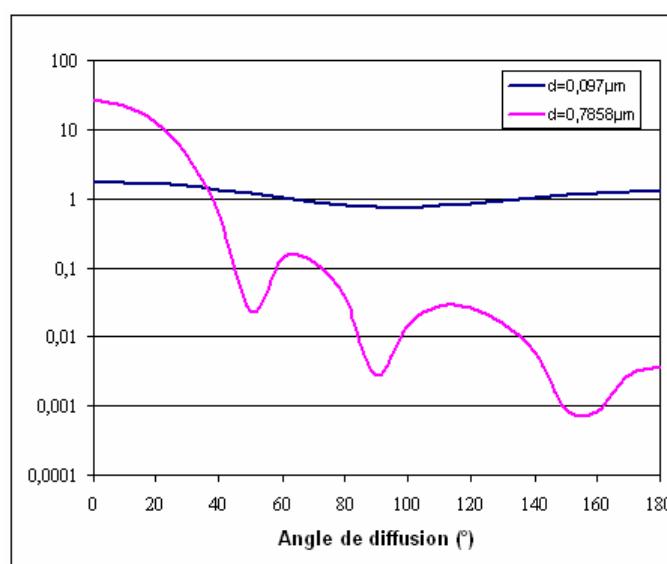
	Particules de diamètre $d=0.097\mu\text{m}$				Particules de diamètre $d=0.7858\mu\text{m}$			
$\lambda(\text{nm})$	486	589	633	700	486	589	633	700
$k_a$	0.83	0.83	0.64	0.58	6.76	5.57	5.19	4.69
$C_{\text{ext}}$ ( $\mu\text{m}^{-1}$ )	$3.66 \cdot 10^{-5}$	$1.82 \cdot 10^{-5}$	$1.39 \cdot 10^{-5}$	$9.52 \cdot 10^{-6}$	$4.61 \cdot 10^{-1}$	$3.19 \cdot 10^{-1}$	$2.76 \cdot 10^{-1}$	$2.25 \cdot 10^{-1}$
$C_{\text{ext}} \cdot \lambda^4$	0.204	0.219	0.223	0.228	0.257	0.384	0.443	0.540
$g$	0.118	0.08	0.069	0.057	0.939	0.920	0.912	0.895

**Tableau 4.5:** Propriétés optiques de diffusion simple des deux diffuseurs de diamètres  $d=0.097\mu\text{m}$  et  $d=0.7858\mu\text{m}$ .

Les données de ce tableau nous fournissent les informations sur le comportement de diffusion simple de ces deux particules :

- un comportement de type Rayleigh pour les particules de diamètre  $d=0.097\mu\text{m}$  dû à la faible valeur du paramètre de taille et son facteur d'anisotropie qui est proche de 0.
- un comportement de diffusion de type Mie pour les particules de diamètre  $d=0.7858\mu\text{m}$  dû au fort paramètre de taille et un facteur d'anisotropie proche de 1

La section efficace d'extinction suit bien une loi de variation en  $1/\lambda^4$  dans le cas des petites particules (diffusion Rayleigh) alors qu'elle s'en éloigne fortement dans le cas des grosses particules (diffusion de Mie). Ces deux régimes de diffusion sont directement observables en traçant l'indicatrice de diffusion d'une seule particule comme l'indique la figure 4.4.

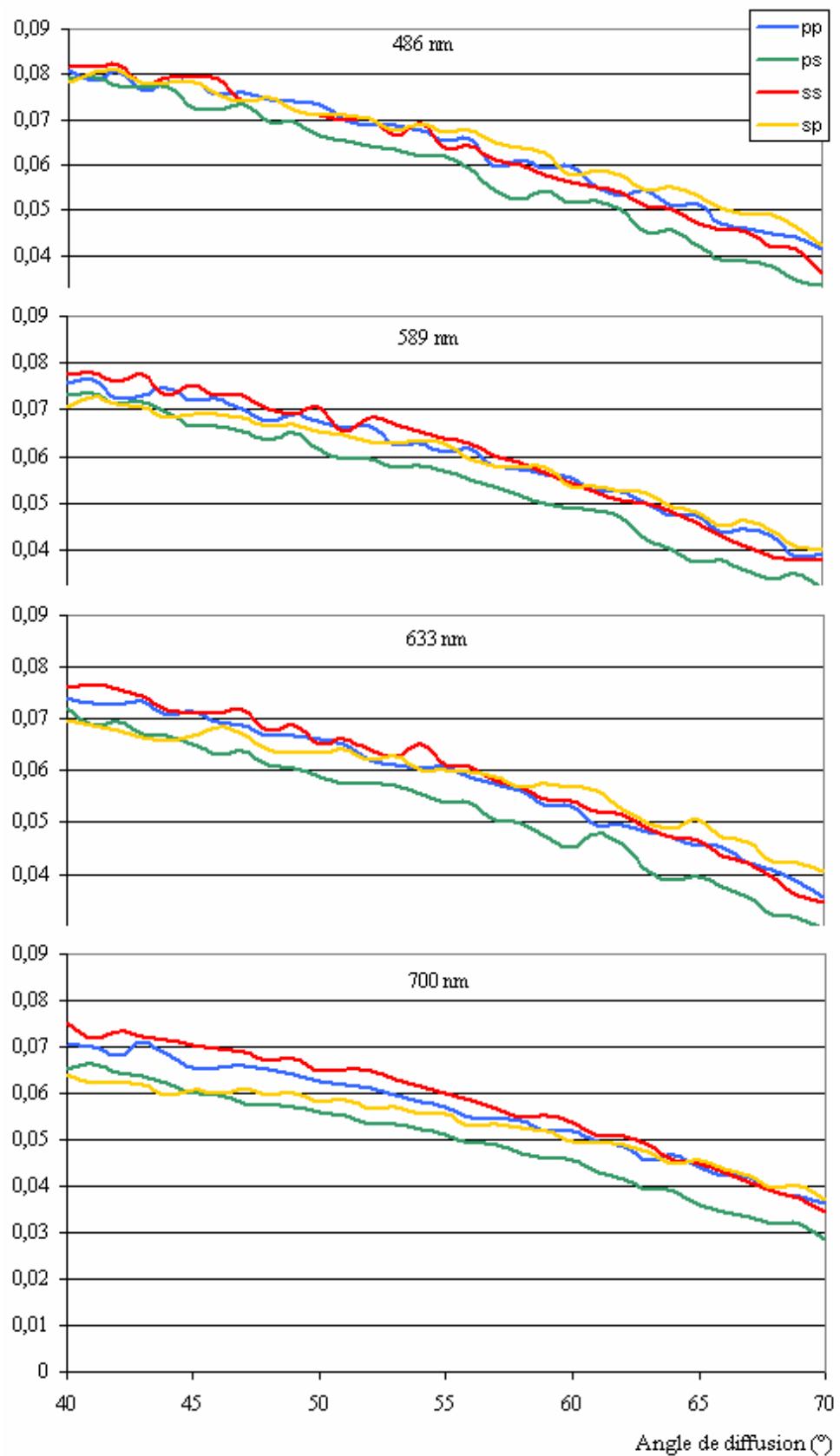


**Figure 4.4 :** Fonction de phase des deux particules pour une longueur d'onde de 633nm.  
Diffuseur de Mie (courbe rose), diffuseur Rayleigh (courbe bleue).

## IV.3.2 Comportement de diffusion multiple

### IV.3.2.1 Mesures en incidence normale

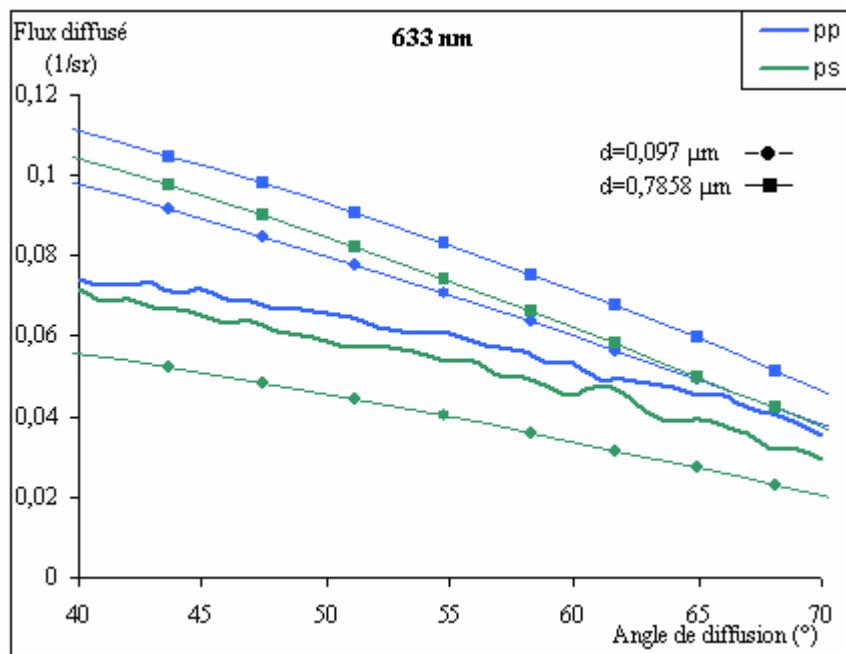
Les mesures de diffusion en lumière polarisée ont été réalisées sur les intralipides dans les mêmes conditions que pour le lait. La seule différence est le récipient dans lequel nous avons placé notre liquide qui a cette fois-ci un indice de réfraction de 1.51. Nous avons placé 1,7ml d'intralipide que nous avons dilué dans 10ml d'eau, soit une concentration d'intralipides de 14,5% correspondant à un milieu diffusant d'épaisseur 6mm et de concentration volumique en diffuseurs de 3%. Les courbes de la figure 4.5 représentent les résultats expérimentaux obtenus à l'aide du goniospectrophotomètre pour quatre longueurs d'ondes différentes. On peut constater que les flux diffusés en polarisation pp, ps, sp et ss sont du même ordre de grandeur. Le milieu est donc dominé par la diffusion multiple. (cf. chapitre II (§II.7.1.2)). De plus on peut observer que la polarisation croisée sp et la polarisation directe ss se croisent de sorte que la polarisation croisée sp devient supérieure à ss pour des angles de diffusion plus élevée. Ce croisement, qui est observée pour les 4 longueurs d'onde, se réalise aux grands angles de diffusion pour les longueurs d'ondes les plus grandes. Cet effet est caractéristique des diffuseurs de Mie (cf. chapitre II (§7.1.2)). On peut également observer sur ces courbes expérimentales l'effet de la variation de la section efficace d'extinction en fonction de la longueur d'onde. En effet l'épaisseur optique  $\tau = \eta C_{\text{ext}} z$ , proportionnelle à la section efficace d'extinction, est plus forte à 486nm qu'à 700 nm conduisant ainsi à une diffusion vers l'arrière (en réflexion) plus forte pour les faibles longueurs d'ondes. (cf. chapitre II (§7.1.2)).



**Figure 4.5 :** Flux diffusés par les Intralipides pour une incidence normale, pour différents états de polarisations : pp (courbe bleue), ps (courbes verte), ss (courbe rouge), sp (courbe jaune).

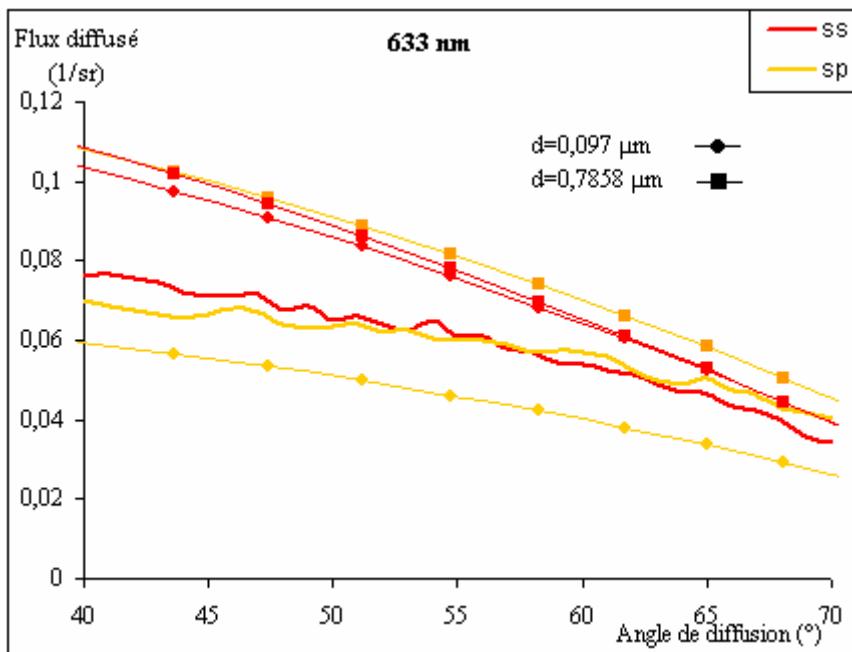
Nous avons cherché à simuler ces résultats expérimentaux à l'aide de notre code de calcul N-flux vectoriel aux longueurs d'onde  $\lambda = 486\text{nm}$ ,  $\lambda = 589\text{nm}$ ,  $\lambda = 633\text{nm}$  et  $\lambda = 700\text{nm}$ . Les figures 4.6 et 4.7 représentent les résultats de nos simulations en polarisations pp, ps et ss, sp, en considérant seulement une couche constituée soit des particules de diamètre  $d = 0.097\mu\text{m}$  soit des particules de diamètre  $d = 0.7858\mu\text{m}$ . On peut tirer de ces simulations différentes conclusions :

- les petites particules possédant une épaisseur optique  $\tau = 2.62$  vont conserver la polarisation du faisceau incident. Ainsi les flux en polarisation pp sont surestimés alors que ceux en polarisation ps sont bien en dessous des mesures.
- les grosses particules avec une épaisseur optique très forte  $\tau = 195$  vont quant à elles complètement dépolariser le faisceau mais les flux diffusés vont être nettement supérieurs à ceux mesurés (plus de 43%).



**Figure 4.6 :** Flux diffusés en polarisations pp et ps pour une incidence de  $0^\circ$ . Lignes=résultats expérimentaux.

Lignes avec des cercles = simulation Nflux pour un diamètre de  $d = 0.097\mu\text{m}$ . Lignes avec des carrés= simulation Nflux pour un diamètre de  $d = 0.7858\mu\text{m}$ .

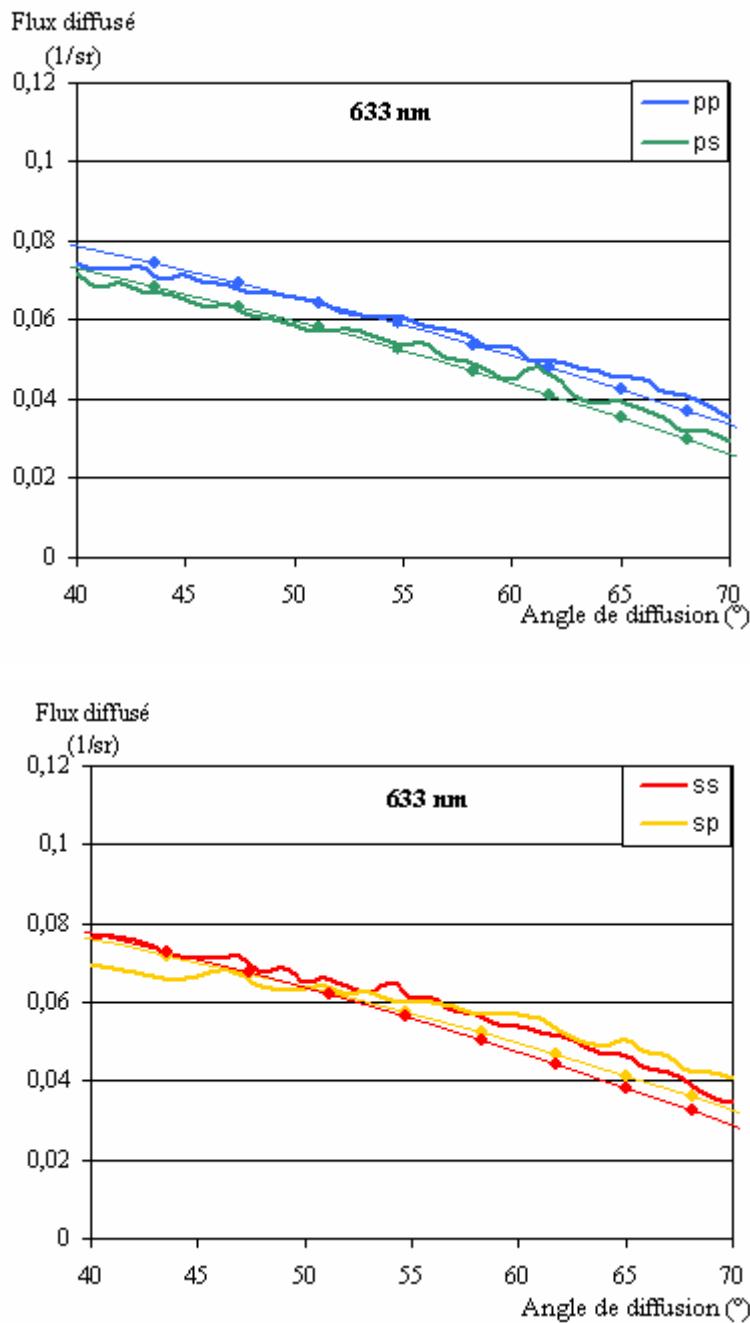


**Figure 4.7:** Flux diffusés en polarisations ss et sp pour une incidence de  $0^\circ$ . Lignes=résultats expérimentaux.  
 Ligne avec des cercles = simulation Nflux pour un diamètre de  $d = 0.097\mu\text{m}$ . Lignes avec des carrés= simulation Nflux pour un diamètre de  $d = 0.7858\mu\text{m}$ .

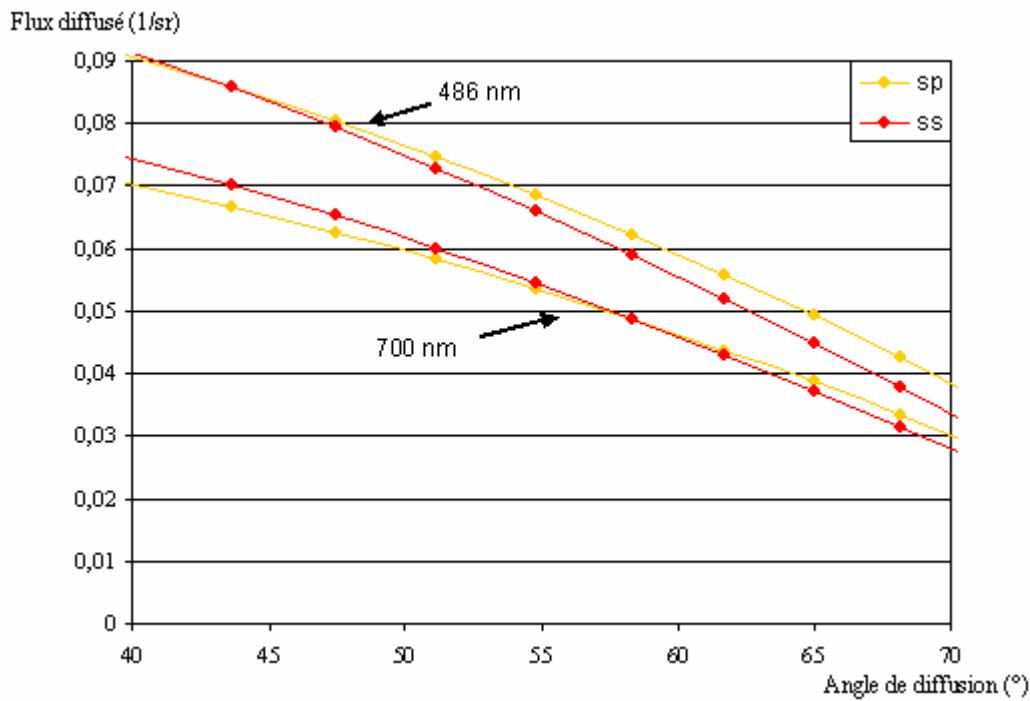
Suite à ces remarques nous ne pouvions pas conclure que notre milieu était constitué d'un seul type de particules, nous avons donc simulé un système à deux couches :

- avec pour la première couche des particules de diamètre  $d=0.7858\mu\text{m}$  et une épaisseur optique  $\tau = 32.57$
- et pour la deuxième couche des particules de diamètre  $d=0.097\mu\text{m}$  et une épaisseur optique  $\tau = 1.74$

Ce choix se justifie d'une part par l'observation des intralipides au microscope, qui montraient que des particules de plus gros diamètre que ceux trouvé dans la littérature se retrouvaient au niveau de la surface. D'autre part il ne faut pas oublier que le phénomène de « sédimentation » des particules pousse les particules de grande taille à remonter à la surface, car les lipides sont moins denses que l'eau. En prenant en compte cette sédimentation en deux couches, de même épaisseur, nous obtenons un bon accord avec les résultats expérimentaux (Fig. 4.8).



**Figure 4.8 :** Flux diffusés en polarisations pp, ps, ss et sp pour une incidence de  $0^\circ$  par un système à deux couches. Lignes=résultats expérimentaux. Lignes avec points de calcul = simulation Nflux pour un système à deux couches.



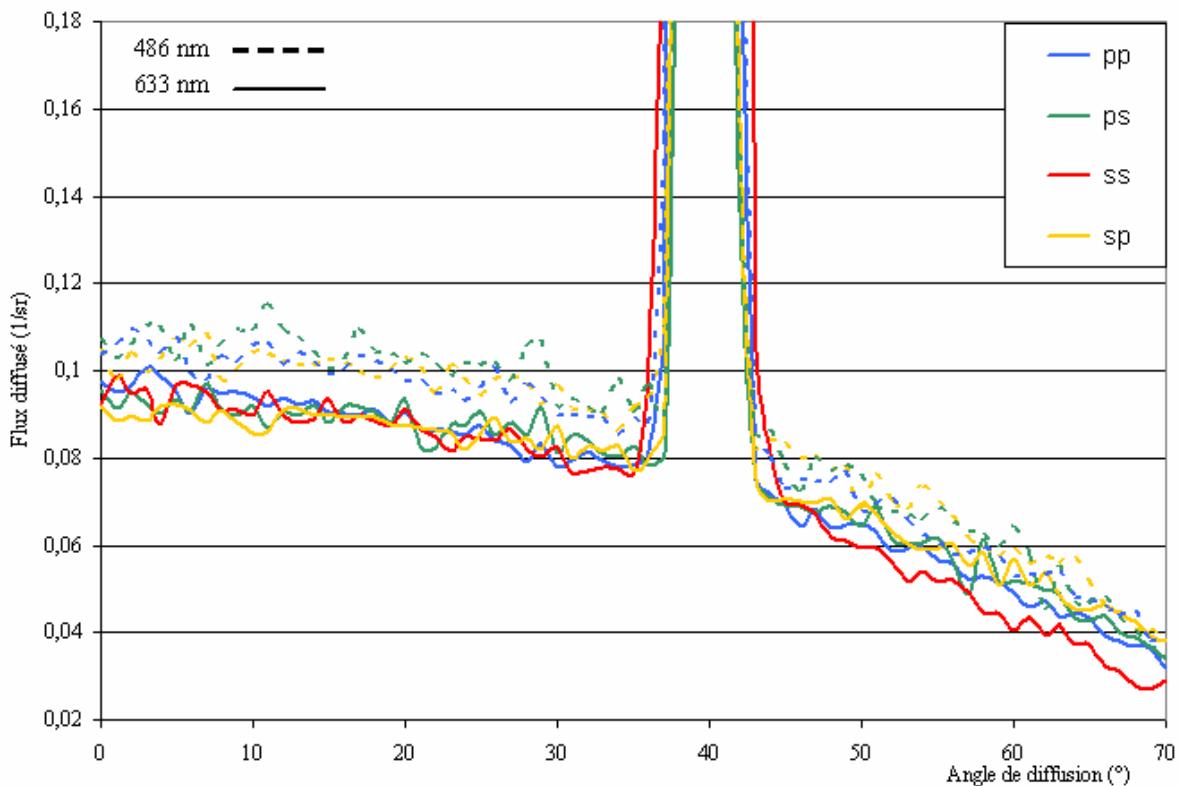
**Figure 4.9 :** Flux diffusés en polarisations ss et sp pour une incidence de  $0^\circ$  et pour deux longueurs d'ondes 486 nm et 700 nm. Ligne avec points de calcul = simulation Nflux pour un système à deux couches.

On reproduit bien, avec les courbes théoriques (Fig. 4.9), les effets observés expérimentalement de croisement de la polarisation ss et ps, signature de la diffusion de Mie. Pour conclure, les intralipides que nous avons étudiés présentent certainement un gradient de tailles des particules. Un modèle simple à deux couches est suffisant pour obtenir un bon accord à la fois qualitatif et quantitatif entre les simulations et la mesure expérimentale.

#### IV.3.2.2 Mesures en incidence oblique

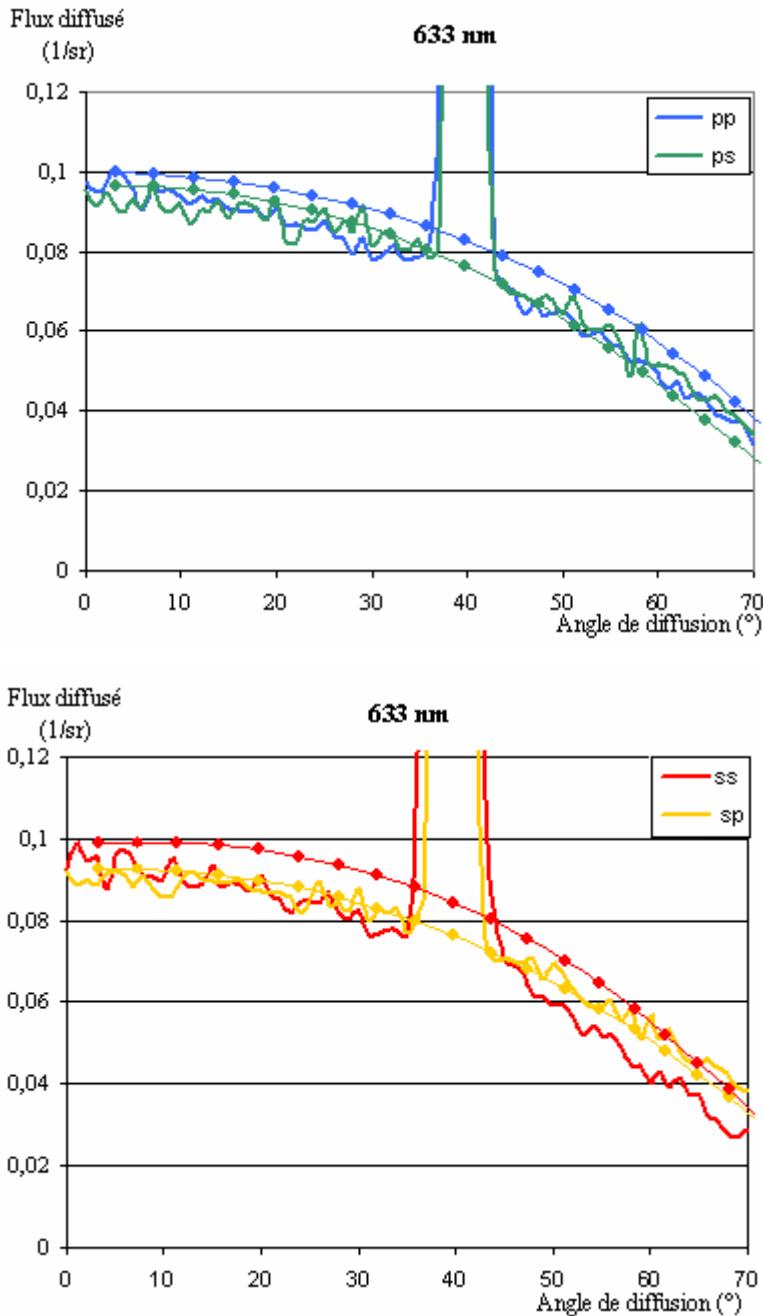
Nous avons ensuite réalisé les mêmes séries de mesures pour un angle d'incidence de  $40^\circ$ . Les effets précédemment évoqués se retrouvent (Fig 4.10):

- les flux diffusés pour les 4 états de polarisations (pp, ps, ss, sp) sont du même ordre de grandeur : comportement caractéristique de la diffusion multiple.
- les flux diffusés sont plus élevés pour les courtes longueurs d'onde.



**Figure 4.10 :** Flux diffusés par les intralipides pour une incidence de  $40^\circ$ , pour deux longueurs d'ondes et différents états de polarisations : pp (courbe bleue), ps (courbes verte), ss(courbe rouge), sp(courbe jaune). Traits pleins=longueur d'onde de 633nm et lignes avec tirets= longueur d'onde de 486 nm.

La confrontation résultats expérimentaux et simulations confirment la validité de notre hypothèse du système à deux couches (Fig 4.11). A cette incidence cependant, le croisement entre ss et sp est observé à un angle très élevé. Nous avons également mesuré la composante spéculaire pour un angle d'incidence de  $40^\circ$ . Les résultats pour la polarisation parallèle  $R_{pp}$  et la polarisation perpendiculaire  $R_{ss}$  sont  $5.79 \times 10^{-3}$  et  $4.18 \times 10^{-2}$  respectivement. Ces résultats sont en accord avec ceux prédis par la théorie ( $5.84 \times 10^{-3}$  pour  $R_{pp}$  et  $4.30 \times 10^{-2}$  pour  $R_{ss}$ ) avec une erreur de moins de 2.8%.



**Figure 4.11 :** Flux diffusée en polarisations pp, ps, ss et sp pour une incidence de 40°. Lignes = résultats expérimentaux. Ligne avec points de calcul = simulation Nflux pour un système à deux couches.

### IV.3.3 Imagerie de la matrice de Mueller des intralipides

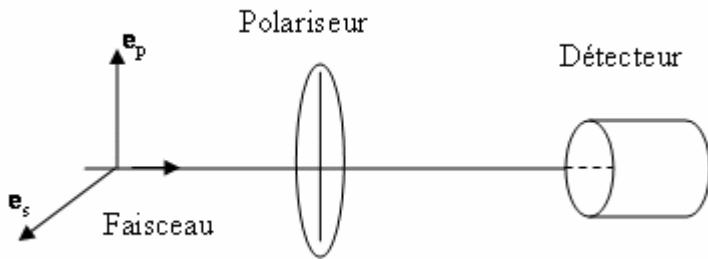
Pour compléter cette étude nous avons cherché à « imager » la matrice de Mueller associée à notre échantillon d'intralipides. Nous avons vu dans le chapitre 2 (et annexe A) que l'état de la lumière peut être décrit par un vecteur de Stokes et que l'interaction de la lumière avec

n'importe quel élément optique peut être décrite comme une multiplication du vecteur de Stokes par la matrice de Mueller M caractéristique de cet élément optique:

$$\begin{pmatrix} I' \\ Q' \\ U' \\ V' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} & M_{14} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} & M_{24} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} & M_{34} \\ M_{41} & M_{42} & M_{43} & M_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I \\ Q \\ U \\ V \end{pmatrix}$$

Par exemple pour un polariseur linéaire d'axe de transmission vertical (Fig. 4.12), la matrice de Mueller s'écrit :

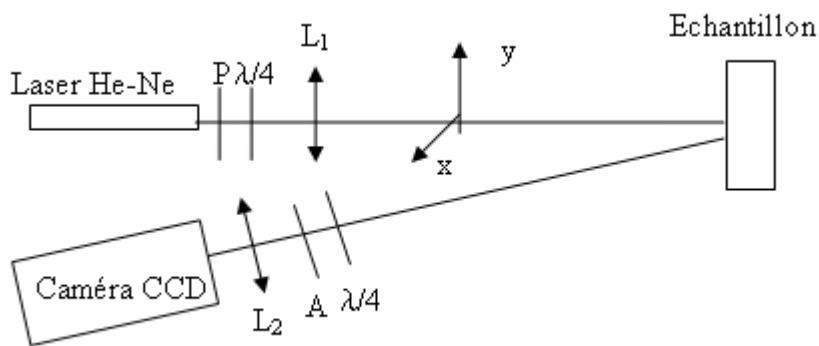
$$\begin{pmatrix} I' \\ Q' \\ U' \\ V' \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I \\ Q \\ U \\ V \end{pmatrix}$$



**Figure 4.12 :** Le détecteur mesure l'intensité du vecteur de Stokes transmise par le polariseur

où  $e_p$  et  $e_s$  sont les deux directions de polarisation du vecteur champ électrique.

Pour déterminer expérimentalement les 16 éléments de la matrice de Mueller associée aux intralipides, une technique consiste à mesurer la lumière rétrodiffusée par les intralipides pour différents états de polarisation des vecteurs de Stokes avant et après interaction avec le milieu. Le dispositif expérimental, mis au point par l'équipe du LPICM de Polytechnique, pour étudier la lumière rétrodiffusée par un échantillon est décrit sur la figure 4.13. Un laser He-Ne est utilisé comme source, suivi d'une optique de polarisation, constituée d'un polariseur linéaire P permettant d'obtenir des états de polarisations linéaires et d'une lame quart d'onde permettant de créer une polarisation circulaire. Ce faisceau est ensuite focalisé sur l'échantillon à l'aide d'une lentille L<sub>1</sub>. La lumière rétrodiffusée par l'échantillon passe à nouveau par des optiques de polarisation (lame quart d'onde et analyseur) avant d'atteindre la caméra CCD, placée à 15° de l'axe optique afin de s'affranchir des réflexions spéculaires.



**Figure 4.13 :** Dispositif expérimentale permettant de mesurer la lumière rétrodiffusé polarisée par l'échantillon.

Les 16 éléments de la matrice de Mueller de l'échantillon vont être obtenus par 49 mesures d'intensité (Fig. 4.14). Une combinaison HV correspond à un faisceau incident polarisé linéairement le long de l'axe horizontal (axe x) et V correspond au faisceau détecté polarisé linéairement le long de l'axe vertical (axe y). P désigne une polarisation linéaire à  $+45^\circ$  de l'axe vertical, M une polarisation linéaire à  $-45^\circ$  de l'axe vertical. L et R désignent respectivement les polarisations circulaires gauche et droite. On trouvera une description détaillée de cette technique dans l'article d'Hielscher [HIE97].

L'élément de la matrice de Mueller  $M_{11}$  correspond à la lumière totale rétrodiffusée par l'échantillon, éclairé par un faisceau incident non polarisé. A partir de cet élément, il est possible de déterminer le coefficient de diffusion réduit  $\alpha'_{\text{sca}}$  et le coefficient d'absorption  $\alpha_{\text{abs}}$  en analysant la décroissance de l'intensité comme fonction de la distance  $r$ , distance à partir du point d'impact du laser. Le coefficient de diffusion réduit est ensuite déduit de l'équation caractéristique de l'approximation de la diffusion (cf. Chap. I § 3.2.3).

L'élément  $M_{11}$  est utilisé comme référence (c'est-à-dire de normalisation) pour tous les autres éléments de la matrice de Mueller.

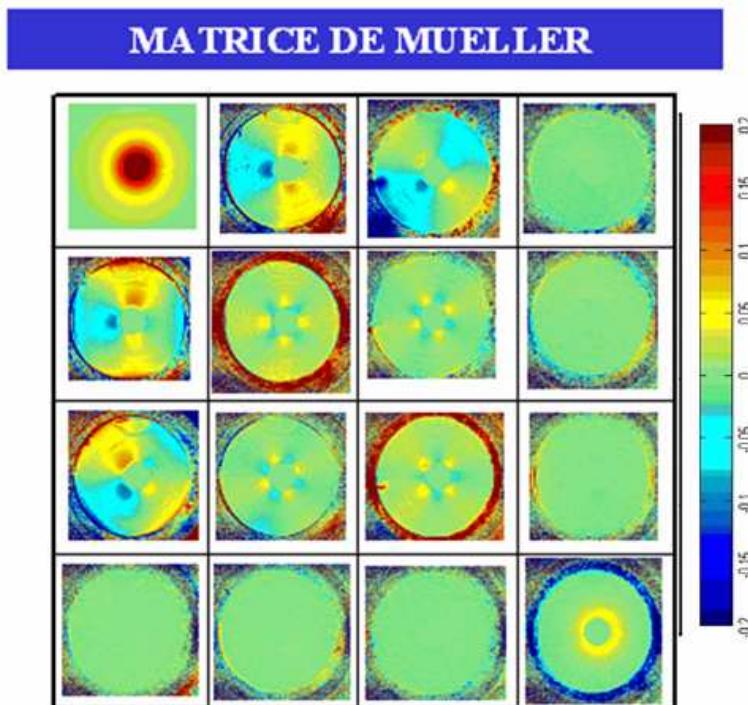
Nous avons dilué les intralipides 20% dans de l'eau pour obtenir une concentration de 7% des intralipides soit 1.5% de concentration volumique des diffuseurs.

La figure 4.15 montre les 16 éléments de la matrice de Mueller obtenus avec notre préparation diluée. La matrice de Mueller fournit de nombreuses informations sur les caractéristiques du milieu diffusant :

$M_{11}: (OO)$	$M_{12}: (HO-VO)/2$	$M_{13}: (PO-MO)/2$	$M_{14}: (LO-RO)/2$
$M_{21}: (OH-OV)/2$	$M_{22}: (HH+VV)/4 - (HV+VH)/4$	$M_{23}: (PH+MV)/4 - (PV+MH)/4$	$M_{24}: (LH+RV)/4 - (LV+RH)/4$
$M_{31}: (OP-OM)/2$	$M_{32}: (HP+VM)/4 - (HM+VP)/4$	$M_{33}: (PP+MM)/4 - (PM+MP)/4$	$M_{34}: (LP+RM)/4 - (LM+RP)/4$
$M_{41}: (OL-OR)/2$	$M_{42}: (HL+VR)/4 - (HR+VL)/4$	$M_{43}: (PL+MR)/4 - (PR+ML)/4$	$M_{44}: (LL+RR)/4 - (RL+LR)/4$

O =      H =      P =      L =   
 V =      M =      R =

**Figure 4.14:** Les 49 mesures d'intensité nécessaires à l'établissement de la matrice de Mueller.[HIE97]



**Figure 4.15 :** Matrice de Mueller rétrodiffusé par les intralipides 20%.

- La symétrie des éléments  $M_{nm}$  and  $M_{mn}$  indique que le milieu est isotrope. En effet la seule différence entre ces deux éléments mesurés est simplement l'interversion des optiques de polarisation avant et après le milieu. On peut donc en déduire que le milieu diffusant ne possède pas d'axes privilégiés.
- On peut également remarquer que les éléments de la première ligne (éléments  $M_{12}$  et  $M_{13}$ ) qui correspondent à la diatténuation linéaire, atteignent des valeurs assez élevées (de l'ordre de 0,1). En d'autres termes, en chaque point de l'image l'intensité totale (mesurée sans

sélection de polarisation à la détection) dépend de la direction de polarisation du faisceau incident, avec un minimum le long de cette direction, et un maximum dans le plan perpendiculaire. Ce comportement, caractéristique de la diffusion Rayleigh, s'explique intuitivement par le fait que dans ce régime la lumière incidente excite des dipôles qui vibrent dans la direction définie par sa polarisation et rayonnent essentiellement dans le plan perpendiculaire à celle-ci.

On observe également sur cette image que la matrice est symétrique, et notamment que les termes de polarisation linéaire ( $M_{21}$  et  $M_{31}$ ) sont égaux aux termes de diatténuation. La polarisation traduit la capacité du système étudié de polariser une lumière initialement dépolarisée. Dans le cas qui nous intéresse, les images  $M_{21}$  et  $M_{31}$  montrent que si l'échantillon est éclairé en lumière dépolarisée, en chaque point de l'image la lumière détectée présente une polarisation linéaire (partielle, bien entendu) perpendiculaire à la direction définie par ce point et l'entrée du faisceau incident. Ce comportement également est spécifique de la diffusion Rayleigh et s'explique par la forme du rayonnement dipolaire pour une direction de vibration donnée.

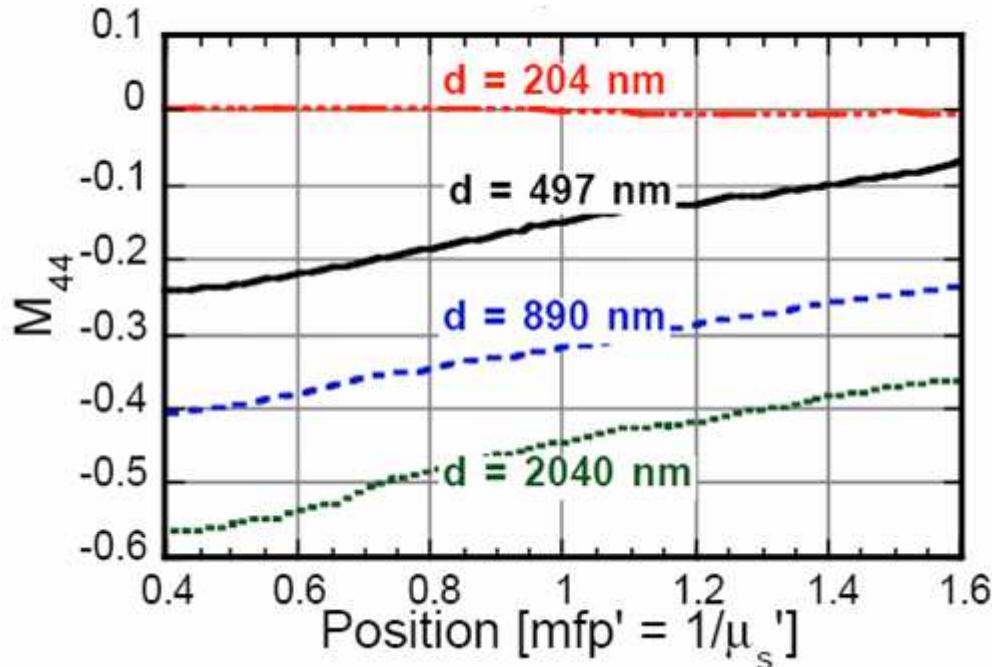
Si on mesure une diatténuation et une polarisation linéaires, en revanche pour ce type d'échantillon la symétrie du problème impose la nullité de la diatténuation et de la polarisation circulaires (termes  $M_{14}$  et  $M_{41}$ ), quelle que soit la taille des diffuseurs.

- En revanche, contrairement à la diatténuation et à la polarisation linéaires, le terme  $M_{44}$  qui traduit la conservation (ou le changement de sens) d'une polarisation incidente circulaire, s'annule en régime de diffusion Rayleigh, et devient non nul en diffusion de Mie.

Cet élément,  $M_{44}$ , est calculé d'après le tableau 4.14 à partir de quatre mesures :

$M_{44} = LL + RR - LR - RL$  où L correspond à la polarisation circulaire gauche (left) et R une polarisation circulaire droite (right). Pour un miroir parfait l'élément  $M_{44} = -1$  car une lumière polarisée circulairement droite qui arrive sur un miroir est réémis en une lumière polarisée circulairement gauche et vice versa. Ainsi on a  $LL = RR = 0$  et  $LR = RL = 1$ . Il a été observé que l'élément de la matrice de Mueller  $M_{44}$  décroît avec l'augmentation de la taille des particules. (Fig. 4.16 [HIE97]). Cela signifie que les grosses particules ( $d > \lambda$ ) changent de polarisation circulaire droite vers gauche ou vice versa plus efficacement que les petites particules ( $d < \lambda$ ). On observe ici une intensité positive proche du point d'impact ce qui veut dire que la polarisation circulaire se conserve si elle est droite ou gauche. Par contre plus loin du point d'impact il apparaît nettement une intensité négative qui correspond donc à un changement de polarisation circulaire dû à la présence de particules de diamètre élevé.

La présence simultanée de ces effets montre donc clairement que l'échantillon d'intralipide comporte une distribution de taille des diffuseurs assez large pour observer les deux régimes en même temps : un régime de type Rayleigh et un régime de type de Mie.



**Figure 4.16 :** Dépendance radiale de M<sub>44</sub> obtenue pour 4 suspensions de billes de polystyrènes. d correspond aux diamètres des sphères de chaque suspension [HIE97].

## IV.4 Mesures de diffusion sur des tissus reconstitués

Les mesures sur les tissus reconstitués (cf. Chap. III (§2.4)), TR146 et A431, d'épaisseur 65µm et 75µm respectivement, ont été réalisées pour une incidence de 40°. Pour retrouver les résultats expérimentaux, les simulations ont été effectuées avec notre code Nflux vectoriel en prenant en considération deux couches :

- une couche diffusante avec des diffuseurs correspondant aux noyaux des cellules de diamètre d=8.59µm pour TR146 et d=9.59 µm pour A431.
- une couche équivalente à une surface lambertienne représentant le filtre polycarbonate de réflectivité  $\mathcal{R}_d$  d'environ 20%.

Des comportements assez voisins peuvent être observés sur les courbes de la figure 4.17 pour les quatre états de polarisation pp, ps, ss, sp. Ces comportements voisins sont dus principalement à la présence du substrat lambertien qui dépolarise la lumière incidente. De

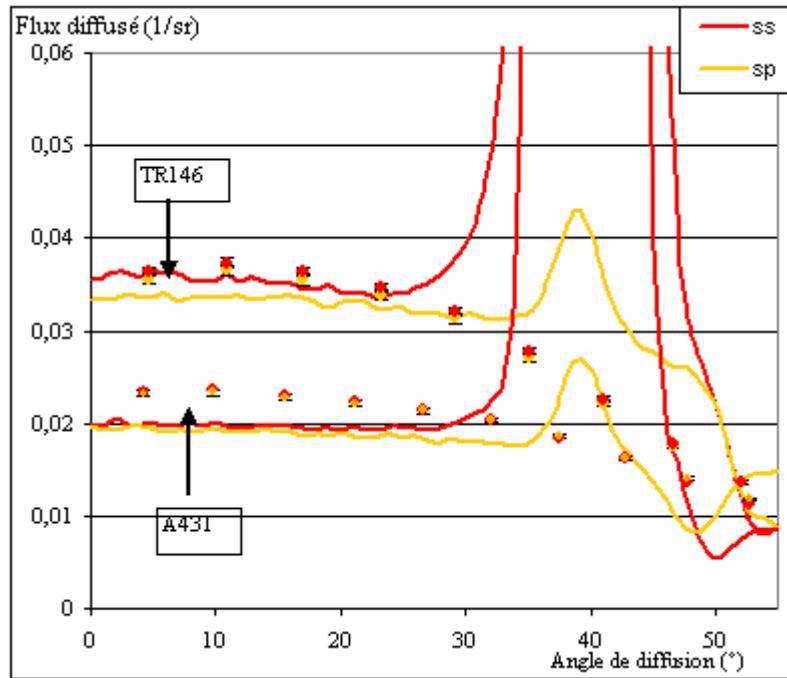
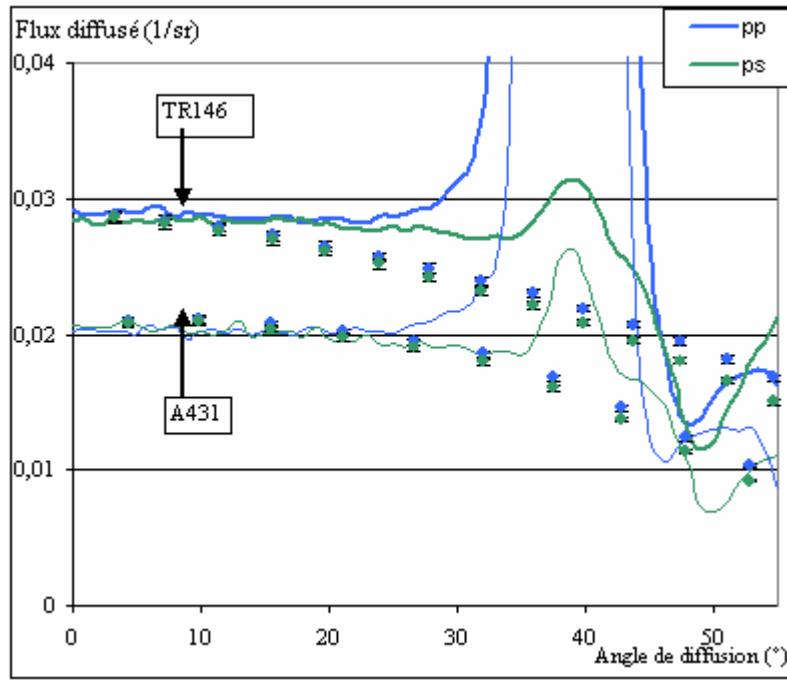
plus, malgré la faible épaisseur de ce tissus, l'épaisseur optique n'est pas négligeable ( $\tau = 3.06$  pour TR146 et  $\tau = 2.83$  pour A431) du fait des valeurs élevées des sections efficaces de diffusion de chacun des tissus ( $C_{\text{sca}} = 104.29 \mu\text{m}^2$  pour TR146  $C_{\text{sca}} = 116 \mu\text{m}^2$  pour A431). De ce fait ces milieux dépolarisent la lumière. On note une certaine sensibilité de ces tissus à la polarisation du faisceau incident, les flux polarisés ss et sp sont légèrement supérieurs à ceux polarisés pp et ps. On peut remarquer également une différence entre les flux diffusés par le TR146 et le A431, que l'on a évaluée à l'aide du facteur de contraste (cf. Chap. 2.) :

$$\text{DF} = \frac{|F_{\text{TR146}} - F_{\text{A431}}|}{F_{\text{TR146}} + F_{\text{A431}}}$$

angles	DF Polarisation pp (a)	DF Polarisation ps (b)	DF Polarisation ss (c)	DF Polarisation sp (c)
5	0.18	0.23	0,29	0,26
20	0.17	0.26	0,28	0,28
30	0.18	0.25	0,31	0,28
35	0.34	0.26	0,39	0,28

**Tableau 4.6** : Facteur de contraste pour les 3 états de polarisations des flux diffusés.

D'après le tableau 4.6, la distinction de ces deux tissus semble être plus efficace pour un angle de diffusion supérieur à  $30^\circ$  et pour un état de polarisations ss. Nous avons également évalué l'influence de l'épaisseur sur les flux diffusés, du fait qu'elle est connue avec une marge d'incertitude non négligeable dans les milieux réels. Une variation relative de  $\pm 15\%$  de l'épaisseur entraîne une variation d'environ  $\pm 1.3\%$  des flux diffusés (barres d'erreurs noires sur les courbes de la figure 4.13). Ce résultat montre que les écarts observés sur les flux diffusés par ces deux tissus sont attribuables sans ambiguïté à la différence de taille des noyaux.



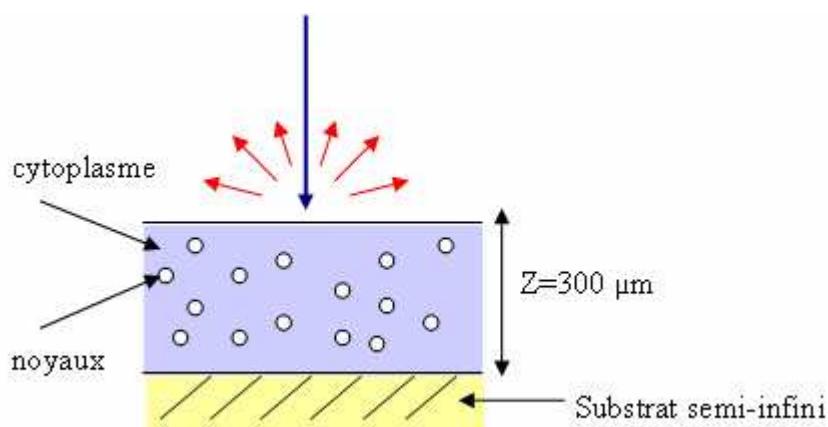
**Figure 4.17 :** Flux diffusés en polarisations pp, ps, ss et sp pour une incidence de  $40^\circ$  par les tissus A431 et TR146. Lignes = résultats expérimentaux. Lignes avec points de calcul = simulation Nflux.

## IV.5 Simulations du processus de cancérisation par des mesures de diffusion élastique de lumière dans un milieu biologique

Nous avons rappelé dans le chapitre I, le processus de cancérisation dans un tissu d'épithélium. Nous avons vu que les premières cellules cancéreuses apparaissent au fond de la couche du tissu épithelial avant d'envahir progressivement le tissu d'épithélium jusqu'à sa surface. Nous allons dans ce paragraphe modéliser ce processus. Pour commencer nous allons caractériser les processus de diffusion de la lumière par une couche de tissu sain et par une couche de tissu cancéreux puis nous verrons à l'aide de notre modèle multicouche comment évolue ce comportement lors du développement d'une couche cancéreuse au sein du tissu sain.

### IV.5.1 Simulation d'une couche saine et d'une couche cancéreuse

Le milieu considéré est une couche d'épithélium d'épaisseur  $z=300\mu\text{m}$  constituée de noyaux de diamètres  $5\mu\text{m}$  et  $10\mu\text{m}$  pour un tissu sain et un tissu cancéreux respectivement (Fig. 4.18). Le tissu épithelial est éclairé par une lumière en incidence normale de polarisation parallèle  $\mathbf{I} = (1 \ 0 \ 0 \ 0)$  dans la base ( $I_p \ I_s \ U \ V$ ), de longueur d'onde  $633\text{nm}$ .



**Figure 4.18 :** tissu épithelial d'épaisseur  $z=300\mu\text{m}$  reposant sur un substrat semi-infini.

Les paramètres optiques caractérisant le noyau comme diffuseur isolé puis de l'ensemble du tissu sont décrits dans le tableau 4.7 :

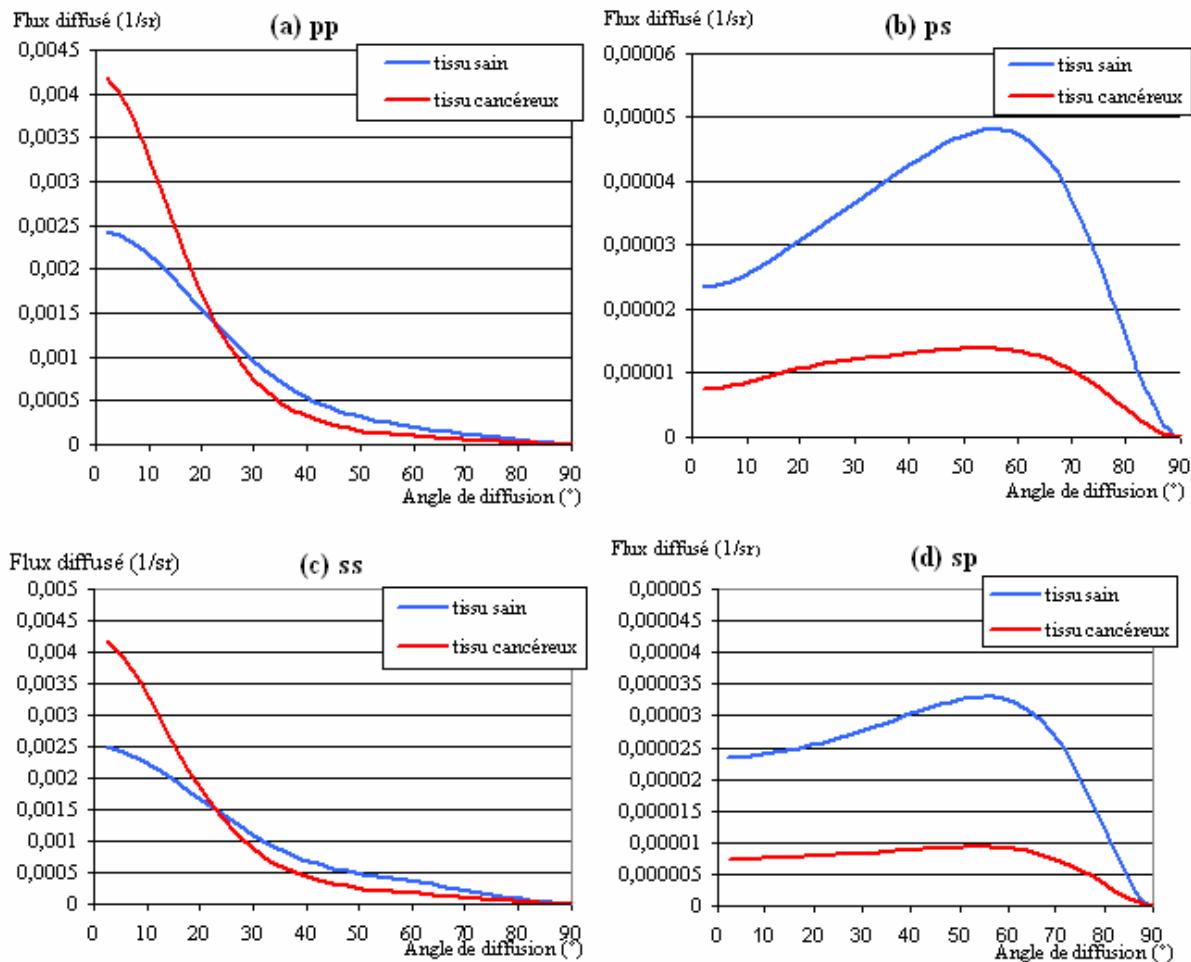
	Noyaux sains	Noyaux cancéreux
d ( $\mu\text{m}$ )	5	10
k <sub>a</sub>	34	68
C <sub>sca</sub> ( $\mu\text{m}^2$ )	31.82	255.71
g	0.995	0.997
	Tissu sain	Tissu cancéreux
$\tau$	14.59	14.65
$\alpha_{\text{sca}}$	$4.86 \times 10^{-2}$	$4.88 \times 10^{-2}$

**Tableau 4.7 :** Paramètres optiques d'un tissu sain et cancéreux.

La figure (4.19) présente la distribution angulaire des flux diffusés par le tissu sain (courbe bleu) et un tissu cancéreux (courbe rouge), en polarisation pp (a), ps (b) ss(c) et sp(d).

On peut remarquer un comportement différent de la lumière diffusée par ces deux tissus suivant l'état de polarisation considéré. Tout d'abord les flux en polarisations croisées ps (b) et sp (d) sont plus élevés pour le tissu sain. Celui-ci dépolarise donc plus la lumière que le tissu cancéreux. A l'inverse les flux en polarisations directes pp et ss sont nettement plus élevés pour le tissu cancéreux dans la direction de rétrodiffusion ( $0^\circ$ ) que ceux du tissu sain mais cette tendance s'inverse pour des angles de diffusion plus élevés ( $\theta > 25^\circ$ ). On retrouve ici les prédictions théoriques de la diffusion simple qui énonce que la fonction de phase est plus sensible aux petites particules aux angles élevés de diffusion. En regardant les paramètres optiques macroscopiques des tissus (cf. Tab. 4.7) on constate qu'ils ont des valeurs relativement proches, la différence relative du coefficient de diffusion  $\alpha_{\text{sca}}$  entre ces deux tissus est inférieure à 0.4%, alors que la différence relative des flux diffusés donne en moyenne :

- 44.7 % pour la polarisation pp
- 69.2 % pour la polarisation ps
- 74.8 % pour la polarisation ss
- 70.7 % pour la polarisation sp



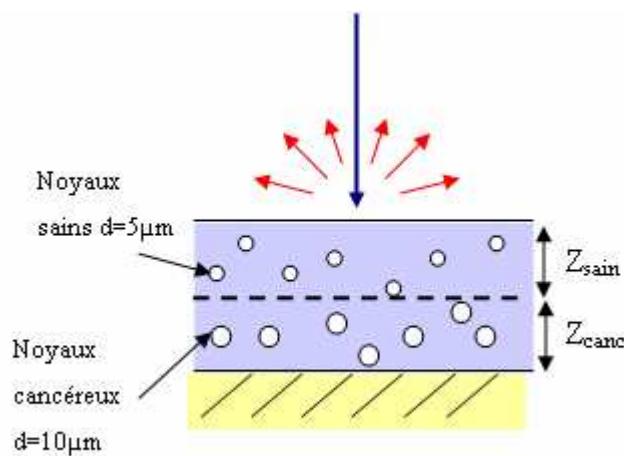
**Figure 4.19 :** Distribution angulaire de la lumière diffuse en réflexion par unité d'angle solide et pour un angle d'incidence ( $\theta_i=0^\circ, \phi_i=0^\circ$ ) pour un tissu sain (lignes bleues), et un tissu cancéreux (lignes rouges) et pour 4 états de polarisation de la lumière, polarisation pp(a); polarisation ps(b) , polarisation ss(c) , polarisation sp (d).

La détermination des paramètres optiques macroscopiques uniquement n'est donc pas suffisante pour discriminer un tissu sain d'un tissu cancéreux. L'apport de la polarisation et de la distribution angulaire semble un outil plus efficace pour discriminer entre tissu sain et cancéreux. Nous avons pris ici un cas limite, c'est-à-dire lorsque les cellules cancéreuses ont entièrement envahi le tissu. Nous allons maintenant regarder l'évolution des flux diffusés au fur et à mesure du déroulement du processus de cancérisation.

### IV.5.2 Simulation de la structure stratifiée

Le système simulé est équivalent au précédent, un tissu d'épithélium d'épaisseur  $z=300\text{ }\mu\text{m}$  mais il est constitué de deux couches où la couche supérieure correspond aux cellules saines et la couche inférieure aux cellules cancéreuses (Fig.4.20).

Nous allons faire varier l'épaisseur de ces deux couches en partant d'un tissu sain  $Z_{\text{sain}}=300\mu\text{m}$  ( $Z_{\text{canc}}=0$ ) pour aboutir à un tissu cancéreux  $Z_{\text{canc}}=300\mu\text{m}$  ( $Z_{\text{sain}}=0\mu\text{m}$ ), la couche cancéreuse se développant depuis la base du tissu.



**Figure 4.20 :** Structure stratifiée du tissu épithélial.

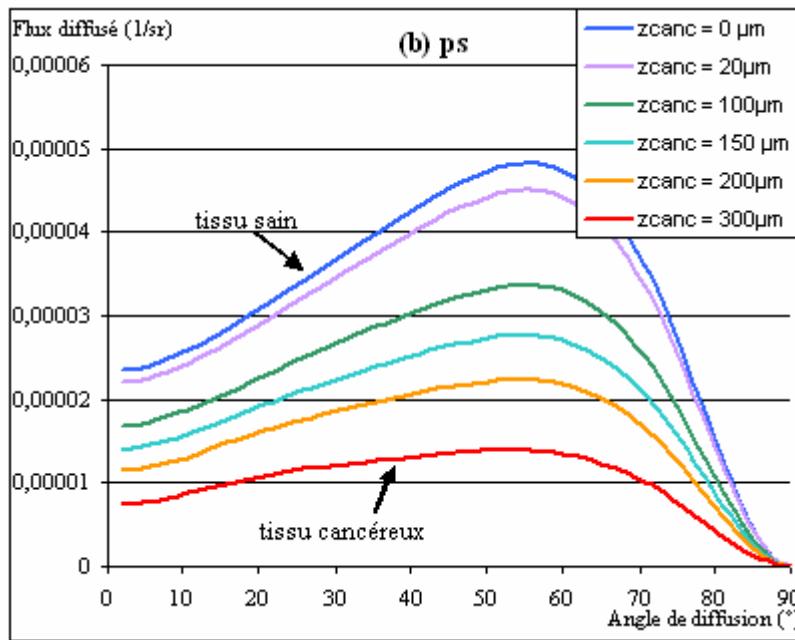
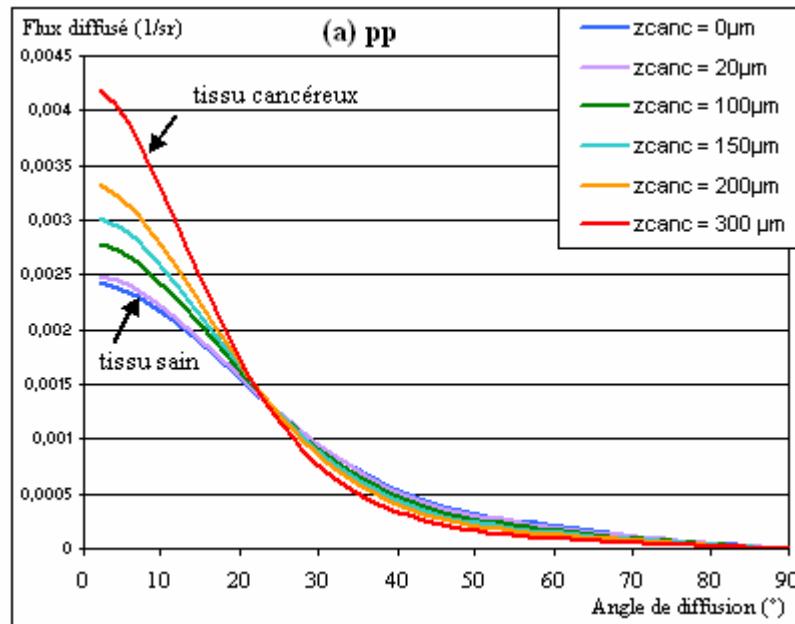
La figure 4.21 présente la distribution angulaire des flux diffusés pour différentes épaisseurs des couches saine et cancéreuse. On retrouve les effets observés précédemment : lorsque le tissu se cancrise, les flux diffusés en polarisation directe pp augmentent dans la direction de rétrodiffusion, et les flux diffusés en polarisation croisée ps diminuent.

Pour quantifier ces flux nous allons introduire le facteur de contraste défini au chapitre II.

$$\text{DF} = \frac{|F_{\text{sain}} - F_{z_{\text{canc}}}|}{F_{\text{sain}} + F_{z_{\text{canc}}}}$$

où  $F_{\text{sain}}$  correspond aux flux diffusés par un épithélium sain d'épaisseur  $z = 300\mu\text{m}$  et  $F_{z_{\text{canc}}}$  correspond aux flux diffusés par l'épithélium comprenant à sa base une couche de cellules cancéreuses d'épaisseur  $z_{\text{canc}}$ .

Le tableau 4.8 présente les valeurs de DF pour différents angles de diffusion et différents états de polarisation :



**Figure 4.21 :** Distribution angulaire de la lumière diffuse en réflexion par unité d'angle solide et pour un angle d'incidence ( $\theta_i=0^{\circ}, \phi_i=0^{\circ}$ ) pour un épithélium en processus de癌érisation : polarisation pp (a), polarisation ps(b).

angles	DF polarisation pp				
	$z_{canc} = 20\mu\text{m}$	$z_{canc} = 100\mu\text{m}$	$z_{canc} = 150\mu\text{m}$	$z_{canc} = 200\mu\text{m}$	$z_{canc} = 300\mu\text{m}$
5	0,01	0,0027	0,10	0,15	0,25
10	0,01	0,0024	0,09	0,12	0,21
20	0,01	0,0016	0,03	0,05	0,06
30	0,00	0,0009	0,03	0,05	0,11
40	0,01	0,0005	0,10	0,14	0,23
50	0,02	0,0003	0,14	0,20	0,33
60	0,02	0,0002	0,16	0,22	0,37
70	0,02	0,0001	0,18	0,25	0,40
80	0,02	0,0000	0,19	0,26	0,38

angles	DF polarisation ps				
	$z_{canc} = 20\mu\text{m}$	$z_{canc} = 100\mu\text{m}$	$z_{canc} = 150\mu\text{m}$	$z_{canc} = 200\mu\text{m}$	$z_{canc} = 300\mu\text{m}$
5	0,06	0,16	0,25	0,34	0,51
10	0,06	0,16	0,24	0,33	0,50
20	0,06	0,15	0,23	0,32	0,48
30	0,06	0,16	0,24	0,33	0,50
40	0,06	0,17	0,26	0,35	0,53
50	0,07	0,18	0,27	0,36	0,55
60	0,07	0,18	0,27	0,37	0,56
70	0,07	0,18	0,27	0,37	0,56
80	0,07	0,18	0,27	0,37	0,56

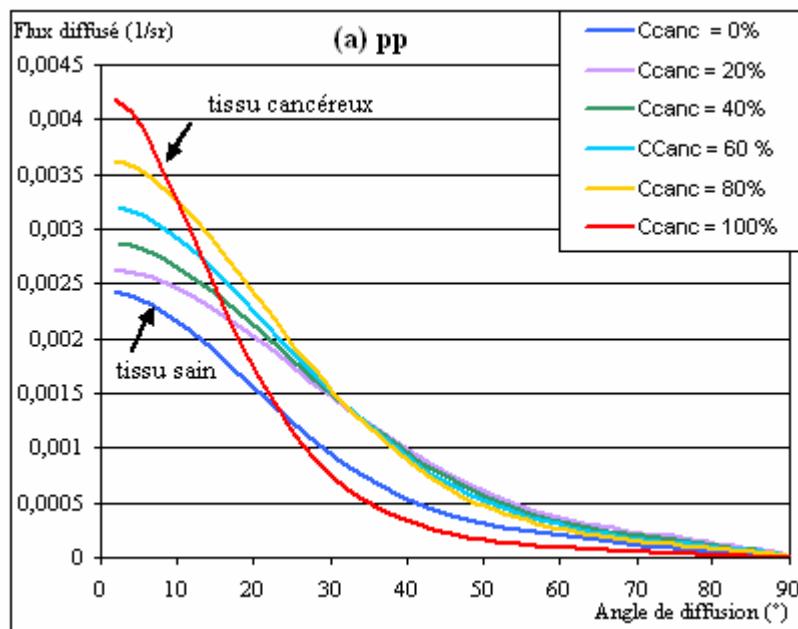
**Tableau 4.8 :** Facteur de contraste DF pour différentes états de cancérisation de l'épithélium.

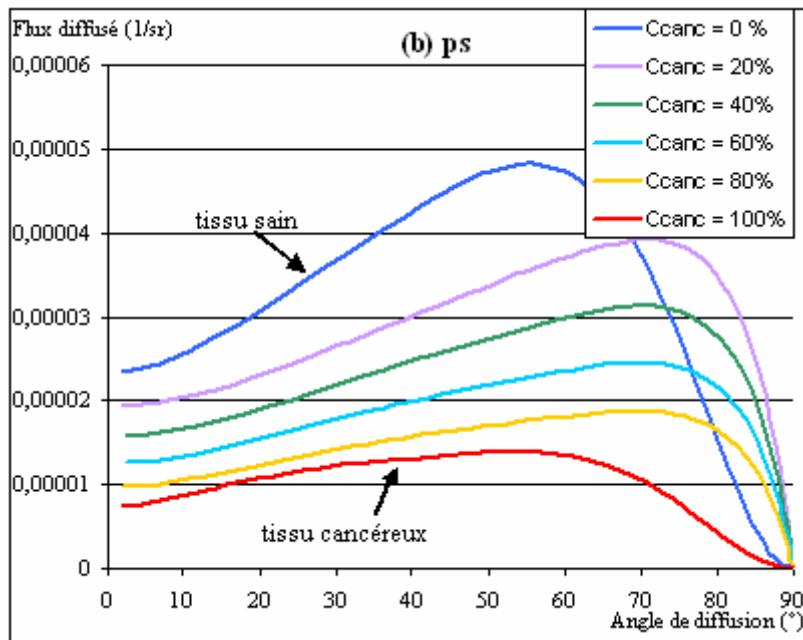
On peut tout d'abord constater que les plus forts contrastes sont obtenus pour les flux diffusés en polarisation croisée (ps) comme nous l'avions observé dans le chapitre II (§7.4) et qu'ils sont d'autant plus élevés que l'angle de diffusion est grand. En revanche, ces flux sont très faibles et atteignent la limite de détection des meilleurs détecteurs actuels. C'est à partir d'une couche cancéreuse de  $100\mu\text{m}$  que le contraste devient significatif pour les deux polarisations pp et ps.

### IV.5.3 Simulation d'un tissu présentant un mélange de cellules saines et cancéreuses.

Pour compléter cette étude nous avons également simulé un tissu d'épithélium mais présentant cette fois-ci non plus une structure stratifiée mais un mélange de cellules saines et cancéreuses. Les courbes de la figure 4.22 montrent l'évolution des flux diffusés par augmentation progressive du pourcentage  $c_{canc}$  de noyaux cancéreux (par rapport à l'ensemble des noyaux). Rappelons que dans un épithélium la concentration volumique totale des noyaux est de 10%. On peut remarquer que les effets observés dans le cas stratifié (Fig. 4.21) sont également présents pour un mélange de diffuseurs (Fig. 4.22). Cependant on peut noter deux différences :

- En polarisation directe pp : les flux diffusés pour le système stratifié se croisent en un même point c'est-à-dire pour un angle de diffusion approximativement de  $24^\circ$ , alors que les flux diffusés pour un mélange de noyaux sains et cancéreux se croisent pour un angle de diffusion plus élevé d'environ  $33^\circ$ .
- En polarisation croisée ps : le maximum des flux diffusés subit également une translation vers des angles de diffusion plus élevés : il est à  $58^\circ$  pour le cas stratifié et vers  $70^\circ$  pour le mélange des deux types de noyaux. Les valeurs des flux sont bien évidemment comparables à celles du cas précédent.



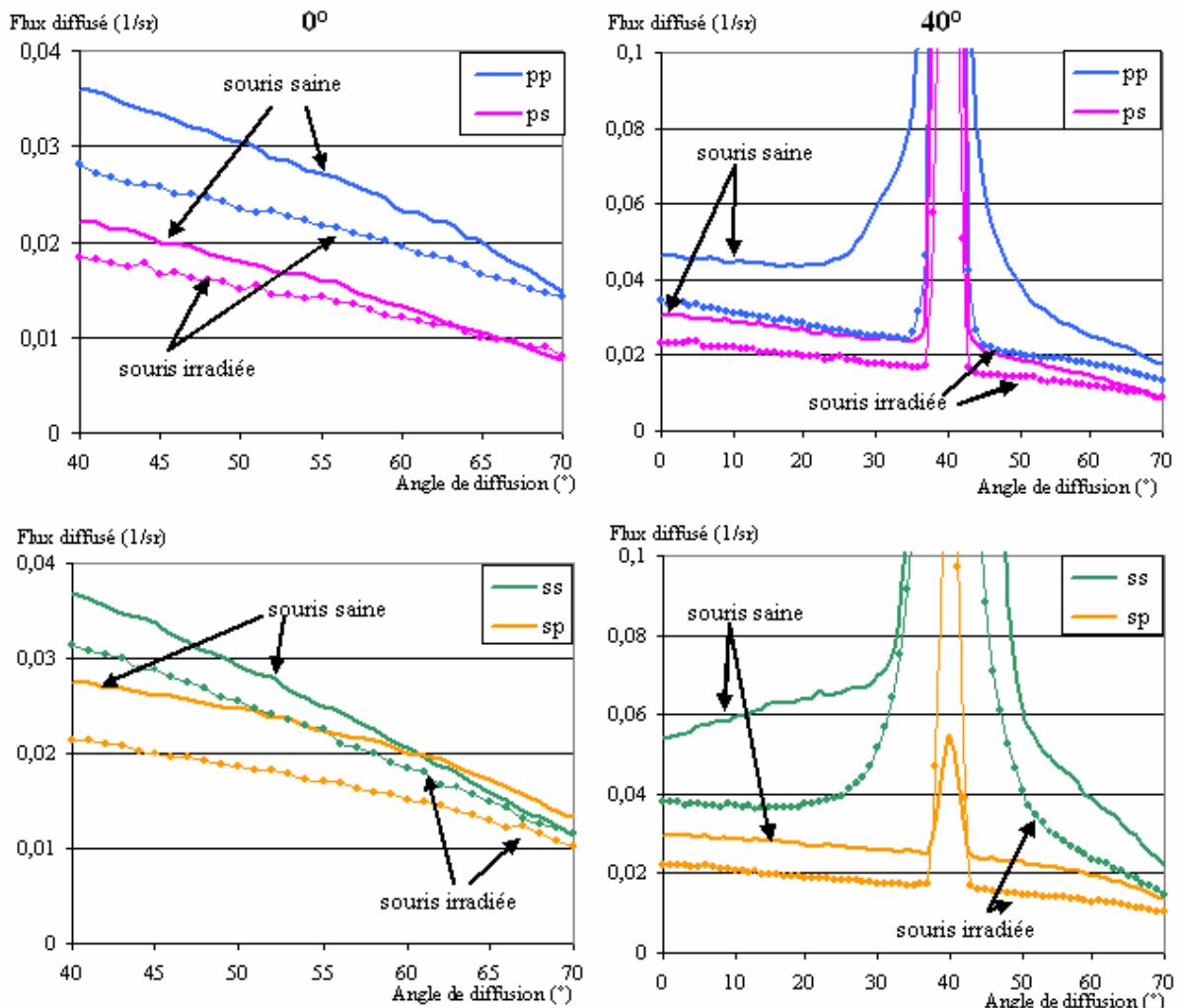


**Figure 4. 22 (b) :** Distribution angulaire de la lumière diffuse en réflexion par unité d'angle solide et pour un angle d'incidence ( $\theta_i=0^\circ, \phi_i=0^\circ$ ) pour un épithélium comprenant un mélange de noyaux sains et cancéreux: en polarisation ps.

## IV.6 La peau de souris

Nous présentons ici les résultats de mesures effectuées sur les peaux de souris dont l'une était saine et l'autre irradiée depuis deux mois (cf. Chap. III (§1.5)). (Fig. 4.23) pour une incidence de  $0^\circ$  et  $40^\circ$ . Nous avons placé les peaux de souris entre deux lames de verre de microscope afin de nous affranchir des phénomènes de diffusion liés à la rugosité de surface. On peut constater tout d'abord une différence entre les flux diffusés par la souris saine et la souris irradiée pour les 4 états de polarisations pp, ps, ss et sp. D'autre part on retrouve certains effets observés dans les simulations effectuées auparavant :

- En incidence normale et pour un angle de diffusion supérieur à  $40^\circ$ , les flux en polarisation directe pp pour la souris saine sont plus élevés que ceux de la souris irradiée.(écart relatif de 20% en moyenne) Cet effet s'observe également pour une incidence de  $40^\circ$ .(écart relatif de 38% en moyenne)
- Les flux en polarisations croisées ps et sp pour la souris saine sont plus élevés que ceux de la souris irradiée : 12% d'écart relatif pour une incidence de  $0^\circ$  et 35% d'écart relatif pour une incidence de  $40^\circ$ .



**Figure 4.23 :** Distribution angulaire de la lumière diffuse en réflexion par unité d'angle solide, pour deux angles d'incidence ( $\theta_i=0^\circ, \varphi_i=0^\circ$ ) et ( $\theta_i=40^\circ, \varphi_i=0^\circ$ ) pour une souris saine et irradiée.

Cependant, on peut remarquer que les flux diffusés en polarisations ps et sp sont ici du même ordre de grandeur que ceux en polarisations pp et ss. Cet effet est certainement dû au rôle dépolarisant des couches plus profondes que le derme (hypoderme et tissu musculaire).

Ces premiers résultats pourraient donc s'interpréter, à la lumière des simulations présentées dans les sections précédentes, comme une mise en évidence de l'effet de la cancérisation du tissu. Mais il est encore trop tôt pour l'affirmer. Il faudrait réaliser ces mesures sur plusieurs souris et à différents stades d'évolution de la tumeur, pour pouvoir tirer une conclusion. Cependant ces résultats sont encourageants pour la poursuite de l'étude sur l'utilisation de la diffusion de la lumière polarisée résolue en angle comme outil de diagnostic.

## Conclusion

Nous avons présenté au cours de ce chapitre les résultats expérimentaux que nous avons obtenus sur nos objets d'étude, ceux-ci de manière chronologique à notre étude : validation du modèle par des cas d'école, puis validation sur des tissus de culture.

Ces résultats nous donnent un bon accord qualitatif mais également quantitatif. Pour le lait et les intralipides, la reproductibilité des mesures est bonne, en revanche concernant les tissus reconstitués cette reproductibilité fut plus difficile à obtenir car seulement deux séries de mesures ont pu être effectuées. Les mesures réalisées nous ont permis de retrouver les variations attendues avec l'épaisseur optique, le paramètre de taille, la longueur d'onde et la polarisation. Nous tenons à insister sur le fait que l'ensemble des mesures présentées est brut et n'a donc pas été retravaillé. Ces mesures nous ont permis de valider notre modèle et de montrer son efficacité sur un système multicouche. En particulier les simulations ont mis en évidence la population bimodale des intralipides présentant vraisemblablement un phénomène de sédimentation (inversé, car la graisse présente dans les intralipides est moins dense que l'eau). Nous avons également présenté dans ce chapitre les mesures réalisées au laboratoire LPICM de Polytechnique sur les intralipides qui nous ont permis de confirmer la présence de cette population bimodale. Ce développement devrait s'avérer très utile lors de l'étude de tissus

Enfin nous avons présenté un ensemble de simulations du processus de cancérisation à l'intérieur d'un tissu d'épithélium. Ces simulations ont montré que l'on peut distinguer un tissu sain d'un tissu cancéreux à partir de l'analyse de l'intensité et de l'état de polarisation de la lumière diffusée en fonction de sa direction de diffusion. De plus elles nous ont servi de guide pour amorcer un début d'interprétation qualitative des résultats de mesures effectuées sur des peaux de souris dont l'une d'elle présenterait un début de tumeur. Mais nous ne tirons pas de conclusion générale car nous n'avons pas pu effectuer de reproductibilité sur cette expérience. Cependant ces résultats sont motivants pour continuer à étudier la diffusion de la lumière comme outil de diagnostic.

## Référence

- [HIE97] **HIELSHER A. H., EICK A. A., MOURANT J. R. ET AL. (1997)**. Diffuse backscattering Mueller matrices of highly scattering media, *Optics express*, **1**, 441-453.

---

## Conclusion

---

Nous avons rendu compte dans ce mémoire de notre travail sur l'étude de la diffusion de la lumière par des tissus biologiques en vue du développement d'une méthode de biopsie optique basée sur la diffusion élastique de lumière.

Nous avons choisi de modéliser un milieu complexe, multistratifié, hétérogène, diffusant dont la géométrie est proche de celles des tissus biologiques. Le cadre théorique de modélisation de la diffusion de volume a été celui du transfert radiatif vectoriel qui traite la propagation des flux lumineux en prenant en compte leur état de polarisation. La méthode de résolution a été celle des ordonnées discrètes qui permet par une discréétisation angulaire de l'espace, de calculer la quantité de lumière se propageant dans chaque direction de l'espace. L'originalité de notre travail a consisté principalement en la prise en compte d'un traitement multicouche par l'introduction de matrices de passage permettant ainsi de traiter les interfaces et les volumes de manière séparés. Cette formulation, par sa souplesse, permet de traiter les réflexions multiples, également des cas limites comme la réflexion totale mais aussi de prendre en compte un substrat semi-infini ou lambertien. De plus nous avons introduit dans le traitement vectoriel une possible distribution de taille des diffuseurs en suivant la procédure numérique proposée par Mishchenko [MIS02]. Cette méthode consiste à évaluer numériquement les intégrales des coefficients de la matrice de diffusion par des quadratures de Gauss. Une série de tests a été réalisée pour valider les valeurs de ces coefficients sur des résultats établis de la littérature. L'ensemble du code de calcul a été également validé avec succès. Nous avons réalisé à l'aide de ce modèle différentes études théorique qui ont montré l'utilité de la polarisation pour discriminer deux milieux présentant des comportements de diffusion identiques dans l'approximation scalaire. De plus son apport multiplie par 4 les informations optiques sur les systèmes étudiés. La validation de ce modèle est passée également par une étude expérimentale sur deux objets d'étude bien caractérisés que sont le lait et les intralipides. Les résultats obtenus ont montré un bon accord qualitatif mais également quantitatif avec la théorie. Nous avons retrouvé la plupart des comportements attendus. Nous avons notamment pu mettre en évidence le croisement des courbes entre les états de polarisation directe ss et croisée sp de la lumière diffusée. Ces mesures ont permis

également de montrer l'efficacité de notre modèle sur un système multicouche. En particulier les simulations ont mis en évidence une population bimodale dans les intralipides, qui a été confirmée par des mesures d'imagerie polarimétrique réalisées au laboratoire LPICM de Polytechnique. Dans la continuité de ces expériences, les résultats de mesures obtenus sur des tissus reconstitués dont les cellules présentaient des tailles de noyaux différentes ont montré un bon accord qualitatif mais également quantitatif avec le modèle. Les différences de comportement optique observées entre les mesures sur deux tissus ont pu être attribuées à la différence de taille des noyaux. Enfin un ensemble de simulations du processus de cancérisation à l'intérieur d'un tissu épithelial a montré que l'on peut distinguer un tissu sain d'un tissu cancéreux à partir de l'analyse de l'intensité et de l'état de polarisation de la lumière diffusée en fonction de sa direction de diffusion. Elles nous ont servi de guide pour amorcer un début d'interprétation qualitative des résultats de mesures effectuées sur des peaux de souris dont l'une d'elle présenterait un début de tumeur. Mais nous ne tirons pas de conclusion générale car nous n'avons pas pu effectuer de test de reproductibilité sur cette expérience. Cependant ces résultats sont motivants pour poursuivre l'étude de cette méthode ex-vivo puis in-vivo afin d'en faire un réel outil de diagnostic.

Il reste donc un travail conséquent sur la reproductibilité des mesures réalisées sur les tissus qui n'a pas pu être faite durant ce travail de thèse. Ce travail permettrait par la suite, si les résultats sont concluants, de déterminer le trio le plus efficace pour être discriminant entre tissu sain et cancéreux c'est-à-dire : la longueur d'onde, l'angle de détection et l'état de polarisation. Nous avons cependant pu mettre déjà en évidence, aussi bien expérimentalement que théoriquement, que sur les quatre états de polarisation étudiés (pp, ps, ss, sp), les trois états ss, sp et sp semblent être les plus discriminants pour distinguer un tissu sain d'un tissu cancéreux, et que c'est un facteur de contraste de polarisation,  $DF = \frac{|F_{\text{sain}} - F_{\text{canc}}|}{F_{\text{sain}} + F_{\text{canc}}}$ , qui sera le

paramètre discriminant. Enfin ce sont les angles élevés qui maximisent ce paramètre. Il resterait également à étudier de manière plus complète la polarisation circulaire, comme outil de discrimination car il a été montré que les grosses particules conservaient la polarisation circulaire sur des distances plus longues que les petites particules [MOR00].

## Références

- [MIS02] **MISHCHENKO M. I, TRAVIS L. D, ET LACIS A. A. (2002).** *Scattering, Absorption and Emission of Light by Small Particles* (Cambridge University Press, Cambridge).
- [MOR00] **MORGAN S. P. et RIDWAY M. E. (2000).** Polarization properties of light backscattered from a two layer scattering medium. *Optic express*, 7, 395-402.



---

## Annexe A

# Théorie de la diffusion simple par un diffuseur isolé

---

<b>Introduction .....</b>	<b>171</b>
<b>A.1 Théorie électromagnétique .....</b>	<b>171</b>
A.1.1 Les équations de Maxwell.....	171
A.1.2 Les champs harmoniques .....	172
A.1.3 Description en termes d'ondes planes .....	173
A.1.4 Le vecteur de Poynting .....	173
A.1.5 Polarisation et paramètres de Stokes.....	174
<b>A.2 Diffusion par une particule isolée.....</b>	<b>177</b>
A.2.1 Formulation générale.....	177
A.2.2 Matrice de diffusion d'amplitude.....	178
A.2.3 La matrice de diffusion .....	179
A.2.4 La fonction de phase .....	180
A.2.5 Sections efficaces.....	180



## Introduction

Nous rappelons dans cette annexe les bases de la théorie de la diffusion d'un diffuseur unique nécessaire à l'établissement des modèles de diffusion par un milieu contenant de multiples diffuseurs en interaction plus ou moins forte. La description des processus de diffusion est basée sur la théorie électromagnétique. Après avoir décrit le rayonnement en termes d'ondes planes, nous nous intéresserons à la diffusion simple par une particule isolée en envisageant notamment les grandeurs énergétiques.

### A.1 Théorie électromagnétique

#### A.1.1 Les équations de Maxwell

La description des effets optiques nécessite des paramètres quantifiant de manière macroscopique et intrinsèque l'interaction d'une onde électromagnétique avec un milieu matériel. Il faut pour cela partir des équations de Maxwell dans un milieu matériel qui s'écrivent dans le système SI :

$$\begin{aligned}\nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{B} & \nabla \cdot \mathbf{D} &= \rho \\ \nabla \times \mathbf{H} &= \mathbf{J} + \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{D} & \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0\end{aligned}\tag{A.1}$$

Dans ces équations la densité de charge  $\rho$  et la densité de courant  $\mathbf{J}$  représentent les sources de charges et de courant présents éventuellement à l'endroit où règnent les champs électriques  $\mathbf{E}$  et magnétiques  $\mathbf{H}$  associé à l'onde.  $\mathbf{D}$  représente le déplacement électrique et  $\mathbf{B}$  l'induction magnétique. Ces quantités sont des grandeurs vectorielles (sauf  $\rho$ ). Les vecteurs champs sont liés entre eux par :

$$\begin{aligned}\mathbf{D} &= \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \\ \mathbf{H} &= \frac{1}{\mu_0} \mathbf{B} - \mathbf{M},\end{aligned}\tag{A.2}$$

où  $\mathbf{P}$  et  $\mathbf{M}$  sont respectivement la polarisation électrique et l'aimantation,  $\epsilon_0$  et  $\mu_0$  désignent la permittivité et la perméabilité magnétique du vide.

Les équations (A.1) et (A.2) sont insuffisantes pour déterminer de manière unique les champs électriques et magnétiques pour une distribution donnée de charges et de courants et doivent être complétées par d'autres relations dites constitutives :

$$\begin{aligned}\mathbf{J} &= \sigma \mathbf{E} \\ \mathbf{B} &= \mu \mathbf{H} = \mu_0 \mu_r \mathbf{H} \\ \mathbf{P} &= \epsilon_0 \chi \mathbf{E}\end{aligned}\tag{A.3}$$

où  $\sigma$  est la conductivité électrique,  $\mu$  la perméabilité et  $\chi$  la susceptibilité électrique du matériau. Ces coefficients sont dépendants de la nature milieu. Pour un milieu linéaire, isotrope et homogène ces coefficients seront des scalaires indépendants des champs, de la direction et de la position.

$\mu_r$  est la perméabilité relative du milieu et est une grandeur sans dimension, si elle diffère de l'unité le matériau est magnétique. Dans toute la suite du problème on se placera dans des milieux non magnétiques, on prendra donc  $\mu_r = 1$

### A.1.2 Les champs harmoniques

Tout champ harmonique, de fréquence angulaire  $\omega$ , en un point  $\mathbf{r}$  et à l'instant  $t$  a la forme :

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{A}(\mathbf{r}) \cos(\omega t) + \mathbf{B}(\mathbf{r}) \sin(\omega t)$$

Ce champ harmonique peut s'écrire comme la partie réelle d'un vecteur complexe :

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}, t) = \operatorname{Re}\{\mathbf{F}_c(\mathbf{r}, t)\} = \operatorname{Re}\{\mathbf{F}(\mathbf{r}) e^{i\omega t}\}$$

où  $\mathbf{F}(\mathbf{r}) = \mathbf{A}(\mathbf{r}) - i\mathbf{B}(\mathbf{r})$  est le vecteur amplitude complexe.

En tenant compte de l'hypothèse harmonique sur les champs, les équations de Maxwell (A.1) prennent la forme :

$$\begin{aligned}\nabla \cdot (\epsilon \mathbf{E}_c) &= 0, \\ \nabla \times \mathbf{E}_c &= -i\omega \mu_0 \mathbf{H}_c, \\ \nabla \times \mathbf{H}_c &= 0, \\ \nabla \times \mathbf{H}_c &= i\omega \epsilon \mathbf{E}_c\end{aligned}\tag{A.4}$$

Où  $\epsilon = \epsilon_0(1 + \chi) - i\frac{\sigma}{\omega}$  est la permittivité complexe du milieu.

### A.1.3 Description en termes d'ondes planes

Les vecteurs champs complexes électrique et magnétique s'écrivent en termes d'onde plane :

$$\mathbf{E}_c(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}(\mathbf{r})e^{i\omega t} = \mathbf{E}_0 e^{-ikr+i\omega t}$$

$$\mathbf{H}_c(\mathbf{r}, t) = \mathbf{H}(\mathbf{r})e^{i\omega t} = \mathbf{H}_0 e^{-ikr+i\omega t}$$

où  $\mathbf{E}_0$  et  $\mathbf{H}_0$  sont des vecteurs constants qui désignent l'amplitude du champ électrique et magnétique respectivement. La direction de propagation est définie par le vecteur d'onde  $\mathbf{k}$  qui peut être complexe :  $\mathbf{k} = \mathbf{k}' - i\mathbf{k}''$

Ces ondes planes sont solutions des équations de Maxwell et vont satisfaire dans un milieu non magnétique, linéaire, homogène, isotrope et libre de sources, une équation d'onde vectorielle:

$$\nabla^2 \mathbf{F}(\mathbf{r}) - \tilde{k}^2 \mathbf{F}(\mathbf{r}) = 0$$

Avec  $\tilde{k}^2 = \omega^2 \tilde{\epsilon} \mu_0$

en utilisant la relation  $\epsilon_0 \mu_0 c^2 = 1$  et en posant  $\tilde{\epsilon} = \tilde{\epsilon}_r(\omega) \epsilon_0$

on obtient :  $\tilde{k}^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \tilde{\epsilon}_r(\omega)$  (relation de dispersion)

Les solutions sont donc entièrement déterminées par la connaissance de la fonction diélectrique complexe :  $\tilde{\epsilon}_r(\omega)$

A partir de la relation de dispersion, on définit l'indice complexe du matériau qui est défini par :

$$\frac{\tilde{k}}{k_0} = \tilde{n} = n - i\kappa = \sqrt{\tilde{\epsilon}_r}$$

(A.5)

Où  $k_0 = \frac{\omega}{c}$  est le nombre d'onde qu'aurait une onde plane progressive monochromatique, de pulsation  $\omega$  qui se propagerait dans le vide.

### A.1.4 Le vecteur de Poynting

Le transport d'énergie des ondes électromagnétiques peut-être décrit par le vecteur de Poynting

$$\mathbf{S} = \operatorname{Re}\{\mathbf{E}_c\} \times \operatorname{Re}\{\mathbf{H}_c\} = \frac{1}{4} \{(\mathbf{E}_c + \mathbf{E}_c^*) \times (\mathbf{H}_c + \mathbf{H}_c^*)\} \quad (\text{A.6})$$

Le vecteur de Poynting instantané est une fonction qui varie rapidement dans le temps. La plupart des instruments ne sont pas capables de suivre des oscillations aussi rapides, ils ne rendent compte que de la moyenne temporelle du vecteur de Poynting  $\langle \mathbf{S} \rangle$ .

Afin d'obtenir une quantité utile dans les bilans d'énergie, l'équation (A.5) doit être moyenné dans le temps. En développant, il vient puisque les termes  $\mathbf{E}_c \times \mathbf{H}_c$  et  $\mathbf{E}_c^* \times \mathbf{H}_c^*$ , respectivement proportionnels à  $e^{2i\omega t}$  et  $e^{-2i\omega t}$ , sont en moyenne nuls :

$$\langle \mathbf{S} \rangle = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \{ \mathbf{E}_c \times \mathbf{H}_c^* \}$$

### A.1.5 Polarisation et paramètres de Stokes

Considérons une onde électromagnétique plane : celle-ci est caractérisée par deux composantes vectorielles orthogonales : un champ électrique  $\mathbf{E}$  et un champ magnétique  $\mathbf{B}$  qui se propagent ensemble. Ces champs sont dit transverses car ils se trouvent dans un plan perpendiculaire à la direction de propagation. Nous nous limiterons à l'étude du champ électrique car il est directement lié à la perception visuelle.

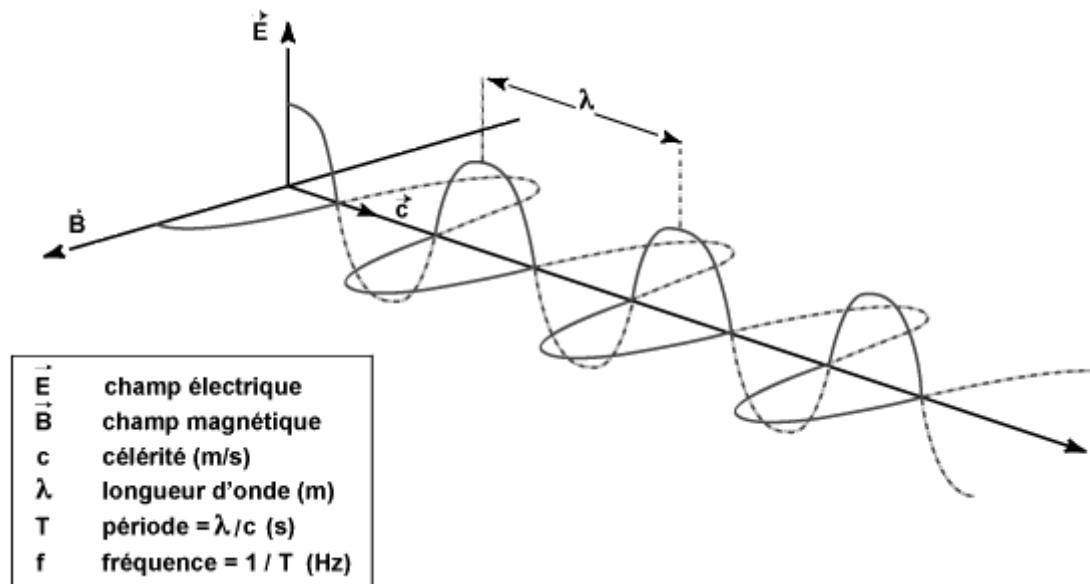


Figure A.1 : Structure d'une onde électromagnétique plane.

La description de l'onde plane passe par la définition de son vecteur d'onde  $\mathbf{k}$  :

$$\mathbf{k} = \frac{2\pi n}{\lambda_0} \mathbf{u}_k,$$

où  $\lambda_0$  est la longueur d'onde du rayonnement dans le vide,  $n$  l'indice de réfraction dans lequel se propage l'onde et  $\mathbf{u}_k$  est le vecteur unitaire définissant la direction de propagation du rayonnement.

Dans le plan perpendiculaire à la propagation on peut définir deux vecteurs unitaires :

$$\mathbf{u}_p$$

$$\mathbf{u}_s = \mathbf{u}_k \times \mathbf{u}_p$$

qui représentent les deux directions principales du champs électrique : appelées les directions de polarisation, à partir desquelles on peut définir tous les états de polarisation rectilignes, circulaires ou elliptiques.

On peut avoir une onde polarisée uniquement dans la direction de polarisation  $\mathbf{u}_p$  que l'on qualifie de polarisation p : le champ électrique parallèle à  $\mathbf{u}_s$  est alors nul. On peut également avoir une onde polarisée uniquement dans la direction de polarisation  $\mathbf{u}_s$  que l'on qualifie de polarisation s ; dans ce cas le champ électrique parallèle à  $\mathbf{u}_p$  est nul. Le cas général correspond à une onde polarisée ayant des composantes suivant  $\mathbf{u}_p$  et  $\mathbf{u}_s$  : il faut alors tenir compte du déphasage entre les champs électriques dans les deux directions de polarisation.

Ainsi le champ électrique pour une onde plane monochromatique de polarisation quelconque se propageant suivant z peut s'écrire suivant ces deux directions :

$$\mathbf{E} = E_0 e^{i(\omega t - kz)} \text{ avec } \mathbf{E}_0 = E_p \mathbf{u}_p + E_s \mathbf{u}_s, \quad E_p = a_p e^{-i\delta_p} \text{ et } E_s = a_s e^{-i\delta_s}$$

où les amplitudes  $a_p$  et  $a_s$  et la différence de phase  $\delta = \delta_p - \delta_s$  dépendent du temps.

Si  $\delta = \pm \frac{\pi}{2}$  la polarisation est circulaire, sinon elle est elliptique.

Nous venons de définir la polarisation dans le cas idéal d'une onde plane monochromatique. Mais comment caractériser cette polarisation quand on a affaire à un rayonnement lumineux issu d'une source bien réelle ?

Le rayonnement lumineux peut-être défini par une série de trains d'ondes, où chaque train d'onde peut être assimilé à une onde plane avec une polarisation bien définie pendant un temps  $\tau$  très court. Cependant ces durées étant très brèves (typiquement de l'ordre de  $10^{-12}$ s pour une lampe à vapeur de mercure et  $10^{-5}$ s pour certains lasers stabilisés), les détecteurs actuels n'ayant pas la capacité de réagir aussi rapidement, ne pourront pas détecter un train

d'onde mais une succession de trains d'ondes avec des polarisations différentes. Ainsi on n'observera expérimentalement que des quantités moyennées dans le temps (temps défini par la durée d'intégration du détecteur).

Ces quantités observables expérimentalement sont définies par les 4 composantes du vecteur de Stokes :

$$\mathbf{I} = \begin{pmatrix} I_p \\ I_s \\ U \\ V \end{pmatrix} \quad \text{avec} \quad \begin{aligned} I_p &= \langle E_p E_p^* \rangle, \\ I_s &= \langle E_s E_s^* \rangle, \\ U &= \langle E_p E_s^* + E_p^* E_s \rangle, \\ V &= i \langle E_p E_s^* - E_p^* E_s \rangle \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

$I_p$  représente l'intensité pour une polarisation rectiligne parallèle au plan de référence.

$I_s$  l'intensité pour une polarisation rectiligne perpendiculaire au plan de référence.

$U$  est la différence d'intensité entre les composantes de la lumière polarisées linéairement à  $+/-45^\circ$ .

$V$  est la différence d'intensité entre la lumière polarisée circulairement gauche et droite.

On utilise souvent, à la place du vecteur  $(I_p \ I_s \ U \ V)$ , le vecteur  $(I \ Q \ U \ V)$  définis par :

$$I = I_p + I_s$$

$$Q = I_p - I_s$$

Pour une onde complètement polarisée (c'est-à-dire analogue à une onde plane), on aura la relation :

$$I^2 = Q^2 + U^2 + V^2$$

On appellera lumière naturelle toute lumière pour laquelle :

$$I \neq 0$$

$$Q^2 + U^2 + V^2 = 0$$

Il s'agit d'une lumière ayant une polarisation qui varie de manière aléatoire, très rapidement dans le temps. On l'appelle parfois « lumière non polarisée ». Dans le cas intermédiaire (cas général), on aura :

$$I^2 \geq Q^2 + U^2 + V^2$$

Cette relation sera toujours vérifiée, pour tout vecteur de Stokes.

## A.2 Diffusion par une particule isolée

### A.2.1 Formulation générale

Considérons une particule homogène de dimension  $a$  (assimilable à son rayon dans le cas d'une sphère), de fonction diélectrique  $\tilde{\epsilon}_l$  (indice  $n_l$  a priori complexe), baignant dans un milieu de fonction diélectrique  $\tilde{\epsilon}$  (indice  $n$  a priori réel). Cette particule est soumise à un champ électromagnétique que l'on assimilera à une onde plane (de vecteur d'onde  $\mathbf{k}_{inc}$ ), qui va induire des champs électrique et magnétique à l'intérieur de la particule ( $\mathbf{E}_l$ ,  $\mathbf{H}_l$ ) et des champs diffusés à l'extérieur ( $\mathbf{E}_{sca}$ ,  $\mathbf{H}_{sca}$ ). Le milieu environnant la particule est supposé homogène. Un milieu homogène signifie que les hétérogénéités qui le composent sont très petites devant la longueur d'onde.

La structure électromagnétique du problème, dans l'espace environnant le diffuseur, est entièrement connue dès que sont déterminées les composantes des champs incident ( $\mathbf{E}_{inc}$ ,  $\mathbf{H}_{inc}$ ), interne ( $\mathbf{E}_l$ ,  $\mathbf{H}_l$ ) et diffusé ( $\mathbf{E}_{sca}$ ,  $\mathbf{H}_{sca}$ ). Il s'agit donc de résoudre l'équation d'onde vectorielle, associée à un certain nombre de conditions aux limites, ici la continuité des composantes tangentialles des champs  $\mathbf{E}$  et  $\mathbf{H}$  à la surface du diffuseur. Cette équation prend la forme suivante, dans un milieu linéaire, homogène, isotrope et libre de sources :

$$\nabla^2 \mathbf{F}(\mathbf{r}) - k^2 \mathbf{F}(\mathbf{r}) = 0$$

où  $\mathbf{F}(\mathbf{r})$  représente le champ électrique ou le champ magnétique. La difficulté provient du choix du système de coordonnées dans lequel on va résoudre cette équation. Ce sont les symétries du problème qui déterminent ce système. Si l'on considère des diffuseurs sphériques (de rayon  $a$ ), le système de coordonnées sphériques s'impose. Il s'agit alors de décomposer l'onde plane incidente de la forme  $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{i\omega t}$  en une somme infinie de fonction d'ondes sphériques.

Les solutions retenues conduisent à décomposer l'espace autour du diffuseur en deux régions où le comportement et la forme du champ diffusé sont fondamentalement différents :

- Une région de **champ proche** située à une distance  $R$  de la particule où  $R < \frac{a^2}{\lambda}$ , qu'explorent maintenant les microscopes du même nom.
- Une région de **champ lointain** située à une distance  $R >> \frac{a^2}{\lambda}$ , qui est la région qui nous intéresse puisque c'est dans cette région que les mesures sont le plus communément réalisées.

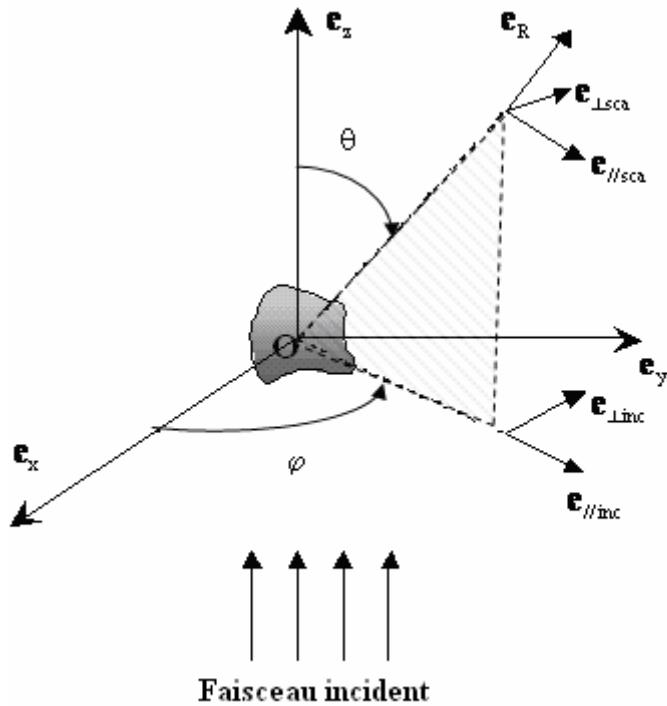
## A.2.2 Matrice de diffusion d'amplitude

Reprenons notre particule définie précédemment et plaçons-la à l'origine d'un système de coordonnées cartésiennes ( $x$ ,  $y$ ,  $z$ ). Le champ électromagnétique incident sur la particule se propage dans la direction  $\mathbf{e}_z$  et nous nous intéressons à la lumière diffusée dans la direction  $\mathbf{e}_R$  à une distance  $R$  de la particule. Les directions incidentes  $\mathbf{e}_z$  et diffusées  $\mathbf{e}_R$  définissent le plan de diffusion.

On peut décomposer le champ incident de la façon suivante :

$$\mathbf{E}_i = E_{\parallel \text{inc}} \mathbf{e}_{\parallel \text{inc}} + E_{\perp \text{inc}} \mathbf{e}_{\perp \text{inc}}$$

où  $E_{\parallel \text{inc}}$  et  $E_{\perp \text{inc}}$  sont respectivement les composantes complexes parallèle et perpendiculaire au plan de diffusion telles que  $\mathbf{e}_{\parallel \text{inc}} \wedge \mathbf{e}_{\perp \text{inc}} = \mathbf{e}_z$  (Fig. A.2).



**Figure A.2** : Diffusion par une particule isolée.

Dans la région de champ lointain le champ diffusé est une onde sphérique dont l'amplitude est inversement proportionnelle à la distance  $R$  parcourue entre la particule et le point d'observation. La transformation du champ incident en champ diffusé n'implique que des processus linéaires, et en décomposant le champ diffusé en composantes parallèle et perpendiculaire au plan de diffusion, nous pouvons écrire [VAN81] :

$$\begin{pmatrix} E_{\parallel \text{sca}} \\ E_{\perp \text{sca}} \end{pmatrix} = \frac{e^{ikR}}{-ikR} e^{-ikz} \begin{pmatrix} S_2 & S_3 \\ S_4 & S_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{\parallel \text{inc}} \\ E_{\perp \text{inc}} \end{pmatrix} \quad (\text{A.8})$$

où les éléments  $S_j$  ( $j = 1, 2, 3, 4$ ) sont des nombres complexes qui décrivent l'amplitude et la phase des ondes diffusées et dépendent de l'angle de diffusion  $\theta$  et de l'angle azimutal  $\varphi$ .

Cette matrice d'amplitude contient toutes les informations de la transformation de la lumière incidente en lumière diffusée.

Pour une particule sphérique, la matrice de diffusion est diagonale :  $S_3=S_4=0$ .

### A.2.3 La matrice de diffusion

De façon générale toute interaction de lumière avec des éléments optiques tels que les lentilles, les polariseurs, les filtres et le milieu diffusant change l'état de polarisation du rayonnement incident. Cette interaction peut-être représentée par une matrice  $4 \times 4$  appelée matrice de Mueller, qui décrit la relation entre les vecteurs de Stokes incident avant et après interaction avec l'élément optique. La matrice de diffusion  $P$  d'une particule isolée est une matrice de Mueller et relie les paramètres de Stokes diffusé par la particule aux paramètres de Stokes incident :

$$\begin{pmatrix} I_{\text{sca}} \\ Q_{\text{sca}} \\ U_{\text{sca}} \\ V_{\text{sca}} \end{pmatrix} = \frac{1}{k^2 R^2} \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} & P_{14} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} & P_{24} \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} & P_{34} \\ P_{41} & P_{42} & P_{43} & P_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_{\text{inc}} \\ Q_{\text{inc}} \\ U_{\text{inc}} \\ V_{\text{inc}} \end{pmatrix} \quad (\text{A.9})$$

Il est pratique dans de nombreux types d'applications d'utiliser la matrice de diffusion normalisée :

$$\tilde{P}(\theta, \varphi) = \frac{4\pi}{k^2 C_{\text{sca}}} P(\theta, \varphi)$$

Dans le cas d'une sphère la matrice de diffusion à la forme suivante (cf. [BOR83] pp.112) :

$$\begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} & 0 & 0 \\ P_{12} & P_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_{33} & P_{34} \\ 0 & 0 & -P_{34} & P_{44} \end{pmatrix} \quad (\text{A.10})$$

### A.2.4 La fonction de phase

La *fonction de phase* de la particule,  $p(\mathbf{k}_{\text{inc}}, \mathbf{k}_{\text{sca}})$  est une quantité sans dimension, qui s'exprime de la façon suivante :

$$p(\mathbf{k}_{\text{inc}}, \mathbf{k}_{\text{sca}}) = \frac{1}{2} \sum_{ij} \frac{4\pi |S_{ij}|^2}{C_{\text{sca}}} \quad (\text{A.11})$$

Les  $S_{ij}$  sont les éléments de la matrice de diffusion d'amplitude (cf. Eq. A.8).

Cette quantité représente la probabilité pour qu'une onde incidente selon  $\mathbf{k}_{\text{inc}}$  soit diffusée suivant  $\mathbf{k}_{\text{sca}}$ , et en tant que telle, nous la normalisons à 1 par intégration sur tout l'espace (toutes les directions de diffusion  $\mathbf{k}_{\text{sca}}$ ) :

$$\int_{4\pi} \frac{p(\mathbf{k}_{\text{inc}}, \mathbf{k}_{\text{sca}})}{4\pi} d\Omega = 1 \quad (\text{A.12})$$

Où l'angle solide est donné par  $d\Omega = \sin \theta d\theta d\phi$ . (cf. Fig. A.2)

Dans le cas d'une sphère la fonction de phase de la particule peut s'exprimer en fonction du premier élément de la matrice de diffusion normalisée (A.10) :

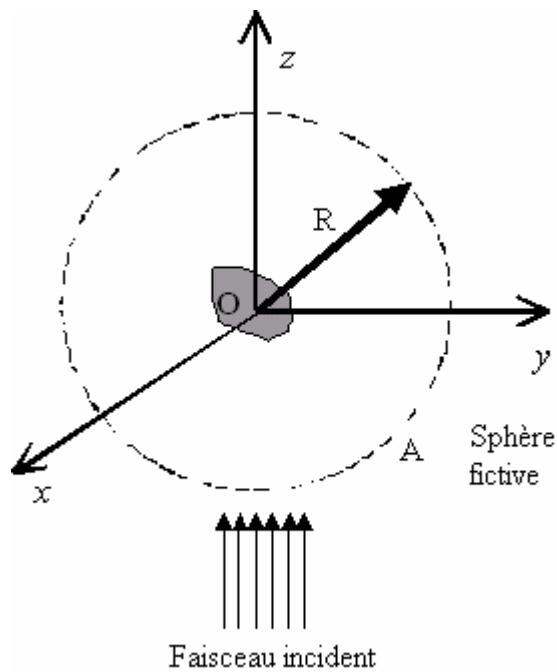
$$p(\mathbf{k}_{\text{inc}}, \mathbf{k}_{\text{sca}}) = \tilde{P}_{11}(\mathbf{k}_{\text{inc}}, \mathbf{k}_{\text{sca}}) \quad (\text{A.13})$$

Cet élément étant relié à la matrice de diffusion d'amplitude par la relation :

$$\tilde{P}_{11} = \frac{1}{2} (|S_2|^2 + |S_1|^2)$$

### A.2.5 Sections efficaces

La matrice de diffusion et les vecteurs de Stokes sont très utiles pour décrire les processus de diffusion mais il existe également d'autres grandeurs impliquées dans ces processus.



**Figure A.3** : Extinction par une particule.

Construisons une sphère imaginaire, de rayon  $R$ , autour de la particule de volume  $v$  plongée dans un milieu non absorbant et éclairée par une onde plane.

Le champ à l'extérieur de la particule est la superposition du champ incident ( $\mathbf{E}_{\text{inc}}$ ,  $\mathbf{H}_{\text{inc}}$ ) et du champ diffusé ( $\mathbf{E}_{\text{sca}}$ ,  $\mathbf{H}_{\text{sca}}$ ).

Le vecteur de Poynting moyen dans le temps peut s'écrire :

$$\mathbf{S} = \mathbf{S}_{\text{inc}} + \mathbf{S}_{\text{sca}} + \mathbf{S}_{\text{ext}}$$

$$\text{avec } \mathbf{S}_{\text{inc}} = \frac{1}{2} R_e \left\{ \mathbf{E}_{\text{inc}} \times \mathbf{H}_{\text{inc}}^* \right\} \quad \mathbf{S}_{\text{sca}} = \frac{1}{2} R_e \left\{ \mathbf{E}_{\text{sca}} \times \mathbf{H}_{\text{sca}}^* \right\}$$

$$\mathbf{S}_{\text{ext}} = \frac{1}{2} R_e \left\{ \mathbf{E}_{\text{inc}} \times \mathbf{H}_{\text{sca}}^* + \mathbf{E}_{\text{sca}} \times \mathbf{H}_{\text{inc}}^* \right\}$$

Les flux des différents vecteurs de Poynting à travers la surface  $A$  de la sphère s'expriment par :

$$W_{\text{inc}} = - \int_A \mathbf{S}_{\text{inc}} \cdot \mathbf{e}_R dA, \quad W_{\text{sca}} = - \int_A \mathbf{S}_{\text{sca}} \cdot \mathbf{e}_R dA, \quad W_{\text{ext}} = - \int_A \mathbf{S}_{\text{ext}} \cdot \mathbf{e}_R dA$$

Si  $W > 0$ , où  $W$  est le flux du vecteur de Poynting, de l'énergie est absorbée dans la sphère ( $W < 0$  correspond au cas où de l'énergie serait créée dans la sphère, ce cas des milieux actifs n'est pas envisagé ici). D'après le principe de conservation de l'énergie,  $W_{\text{abs}}$  peut s'écrire comme la somme de trois termes :

$$W_{\text{abs}} = W_{\text{inc}} - W_{\text{sca}} + W_{\text{ext}}$$

Comme le milieu environnant est non absorbant, nous obtenons sur une surface fermée  $W_{\text{inc}} = 0$ . Il s'ensuit que  $W_{\text{ext}}$  est la somme du flux d'énergie diffusée et du flux d'énergie absorbée par la particule :

$$W_{\text{ext}} = W_{\text{abs}} + W_{\text{sca}} \quad (\text{A.14})$$

$W_{\text{ext}}$  traduit l'extinction (ou atténuation) du faisceau incident. Le rapport de  $W_{\text{ext}}$  à l'intensité incidente  $I_i = |S_{\text{inc}}|$  est défini comme la *section efficace d'extinction* :

$$C_{\text{ext}} = \frac{W_{\text{ext}}}{I_i} [\text{m}^2] \quad (\text{A.15})$$

On peut interpréter cette quantité comme la surface « effective » d'interaction entre la particule et le rayonnement incident : cette surface s'étend en général au-delà des limites géométriques de la particule.

On définit de manière analogue *la section efficace de diffusion*  $C_{\text{sca}}$  et de *la section efficace d'absorption*  $C_{\text{abs}}$ , et, d'après (A.14) :

$$C_{\text{ext}} = C_{\text{abs}} + C_{\text{sca}} [\text{m}^2]$$

---

## Références

- [VAN81] VAN DE HULST H.C (1981). *Light scattering by small particles* (Dover Publications, New York).
- [BOR83] BOHREN C.F et HUFFMAN D.R, (1983). *Absorption and Scattering of Light by Small Particles*, Wiley-Interscience Publication.

---

## Annexe B

### Les quantités photométriques

---

<b>Introduction .....</b>	<b>185</b>
<b>B.1 Flux, Intensité et Luminance.....</b>	<b>185</b>
B.1.1 Flux.....	185
B.1.2 Intensité de source.....	186
B.1.3 Luminance de source .....	187
<b>B.2 Emittance et ECLAIREMENT .....</b>	<b>188</b>
<b>B.3 Etendue géométrique.....</b>	<b>189</b>
B.3.1 Pinceau de lumière et faisceau de lumière .....	189
B.3.2 Luminance dans le cas d'un pinceau de lumière .....	190
B.3.3 ECLAIREMENT d'une surface par un rayonnement de luminance constante.	190
<b>B.4 Rayonnement à luminance uniforme :.....</b>	<b>191</b>



# Introduction

Cette annexe présente les bases de la photométrie dite géométrique, c'est-à-dire reposant sur la propagation rectiligne de la lumière (milieux supposés homogènes) et sur les lois de l'optique géométrique. La notion de source utilisée dans ces paragraphes concerne à la fois les sources dites « primaires » qui sont à l'origine de leur rayonnement et les sources « secondaires » qui n'émettent un rayonnement que dans la mesure où elles sont éclairées par un rayonnement. L'ensemble de ces définitions sont tirées du cours de photométrie de Meyzonnnette J.L. [MEY97].

## B.1 Flux, Intensité et Luminance

### B.1.1 Flux

Tout rayonnement optique transporte avec lui de l'énergie. Cette énergie est transportée à une vitesse qui est celle de la lumière dans le milieu de propagation et son débit par unité de temps, est appelée *flux énergétique* ( $F_e$ ) du rayonnement considéré, exprimé en Watt.

Suivant la théorie ondulatoire de la lumière, tout rayonnement peut-être considéré comme la superposition d'ondes planes quasi-monochromatiques appelées modes, dont la répartition en fréquence de vibration  $\nu$  et en direction de propagation dépend de la complexité de rayonnement. Chacun de ses modes est caractérisé par les vecteurs champ électrique  $E(r,t)$  et champ magnétique  $H(r,t)$ , tels que :

$$E(r,t) = E_0 e^{i(-kr+\omega t)}$$

$$H(r,t) = H_0 e^{i(-kr+\omega t)}$$

où  $\omega$  est la pulsation du mode ( $\omega = 2\pi\nu$ ) et  $k$  est le vecteur d'onde désignant la direction de propagation du mode  $\left( k = \|k\| = \frac{n\omega}{c} \right)$ .

Si  $n$  est l'indice de réfraction du milieu et  $c$  la vitesse de propagation de la lumière dans le vide ( $c=3.10^8 \text{ m.s}^{-1}$ ), l'énergie lumineuse se propage dans le milieu à la vitesse :  $v = \frac{c}{n}$ .

Le flux énergétique d'un mode caractérisé par les vecteurs  $\mathbf{E}$  et  $\mathbf{H}$  est égal au flux du vecteur de Poyting  $\mathbf{S}$ , défini par :

$$\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$$

Ce vecteur oscille à la fréquence double du champ électrique et sa valeur instantanée n'est, en général, pas accessible à la mesure étant donné la valeur élevée des fréquences optiques. Ainsi le flux énergétique d'un rayonnement est proportionnel à la valeur moyenne de son vecteur de Poyting, égale à :

$$\langle \|\mathbf{S}\| \rangle = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \|\mathbf{E}_0\|^2$$

Où  $\epsilon$  et  $\mu$  sont respectivement la permittivité électrique et la perméabilité magnétique.

### B.1.2 Intensité de source

L'intensité d'une source dans une direction donnée est le flux émis par l'ensemble de la source par unité d'angle solide dans la direction considérée. L'intensité s'exprime en  $\text{W} \cdot \text{sr}^{-1}$ .

Si  $dF_s(\theta, \varphi, d\Omega_s)$  est le flux émis par la source dans l'angle solide élémentaire  $d\Omega_s$  centré sur la direction de coordonnées angulaires  $\theta$  et  $\varphi$ , l'intensité de la source dans cette direction est donc :

$$I(\theta, \varphi) = \frac{dF_s(\theta, \varphi, d\Omega_s)}{d\Omega_s} \quad (\text{W} \cdot \text{sr}^{-1})$$

(B.1)

L'intensité d'une source est en général fonction de la direction d'émission : le comportement angulaire d'une source est défini par son *indicatrice d'intensité*.

Cette indicatrice d'intensité est une surface entourant la source et délimitée par le lieu d'extrémité du vecteur  $\mathbf{I}(\theta, \varphi)$ , son origine étant maintenue fixe, par exemple au centre de la source.

Les sources dont l'intensité est constante quelque soit la direction d'émission sont dites isotropes et leurs indicatrices d'intensité est une sphère. Les sources très directives comme les lasers ont une indicatrice d'intensité très allongée le long de leur axe d'émission.

### B.1.3 Luminance de source

Pour caractériser de manière plus approfondie le rayonnement d'une source on peut décomposer la surface de celle-ci en un ensemble de petits éléments indépendants les uns des autres.

L'intensité d'un petit élément de source d'aire  $dA_s$  dans la direction  $(\theta, \phi)$  est donnée par l'expression suivante :

$$dI(\mathbf{r}, \theta, \phi) = \frac{d^2 F_s(\mathbf{r}, \theta, \phi)}{d\Omega_s}$$

où  $d^2 F_s$  représente le flux rayonné par le petit élément d'aire  $dA_s$  dans l'angle solide  $d\Omega_s$  centré sur la direction  $(\theta, \phi)$ .

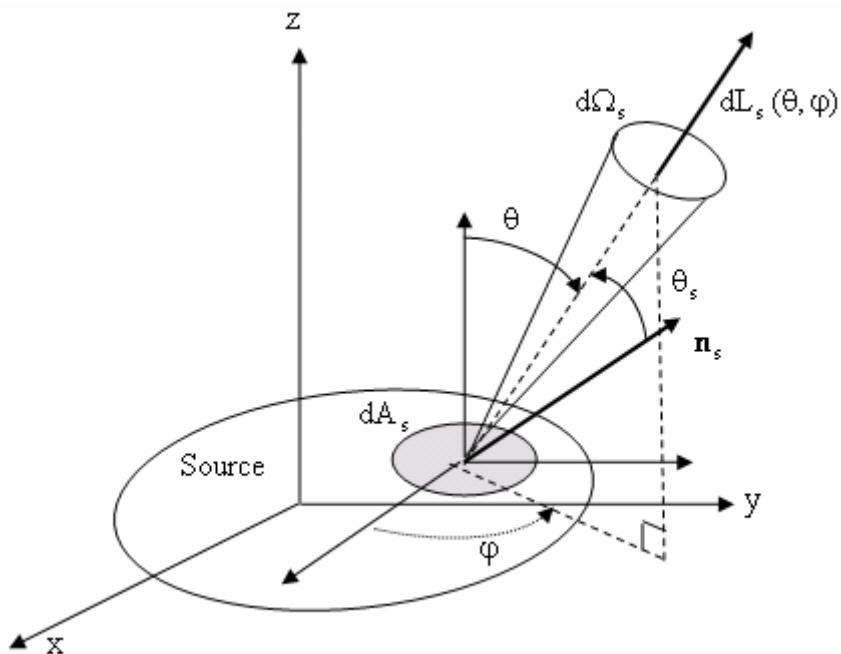


Figure B.1 : Luminance d'une source.

Par définition la luminance de la source localisée au point  $\mathbf{r}$  de coordonnées  $(x,y,z)$  et dans la direction  $(\theta, \phi)$ , est l'intensité de la source par unité d'aire apparente dans cette direction, soit

$$L_s(\mathbf{r}, \theta, \phi) = \frac{dI(\mathbf{r}, \theta, \phi)}{dA_s \cos \theta_s}$$

Où  $\theta_s$  est l'angle entre la normale locale à la source et la direction d'émission, d'où :

$$L_s(\mathbf{r}, \theta, \phi) = \frac{d^2F_s(\mathbf{r}, \theta, \phi)}{dA_s \cos \theta_s d\Omega_s} \quad (\text{W.m}^{-2}.\text{sr}^{-1}) \quad (\text{B.2})$$

## B.2 Emittance et ECLAIREMENT

Considérons le flux total  $dF(\mathbf{r})$  traversant un élément de surface  $dA_s$  au point  $\mathbf{r}$  de coordonnées  $(x,y,z)$ . La densité de flux  $F$  incident ou émis par unité de surface est obtenue en intégrant la luminance sur un hémisphère, soit un angle solide  $2\pi$  :

$$F(\mathbf{r}) = \int_{2\pi} L_s(\mathbf{r}, \theta, \phi) \cos \theta_s d\Omega_s \quad (\text{W.m}^{-2}) \quad (\text{B.3})$$

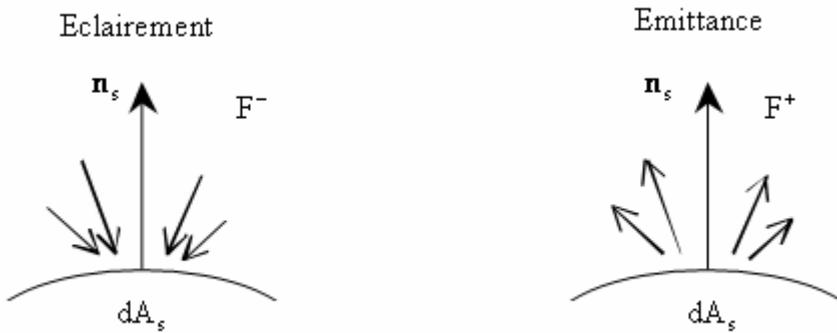


Figure B.2 : Densité de flux incident ou émis.

La densité de flux incidente  $F^-$  ( $\pi/2 \leq \theta \leq \pi$ ) est appelée *éclairement*, ou irradiance que l'on note :

$$E(\mathbf{r}) = \frac{dF(\mathbf{r})}{dA_r} \quad (\text{W.m}^{-2}) \quad (\text{B.4})$$

La densité de flux émise  $F^+$  ( $0 \leq \theta \leq \pi/2$ ) est appelée *émittance*, ou excitance rayonnée

$$M(\mathbf{r}) = \frac{dF(\mathbf{r})}{dA_s} \quad (\text{W.m}^{-2}) \quad (\text{B.5})$$

## B.3 Etendue géométrique.

### B.3.1 Pinceau de lumière et faisceau de lumière

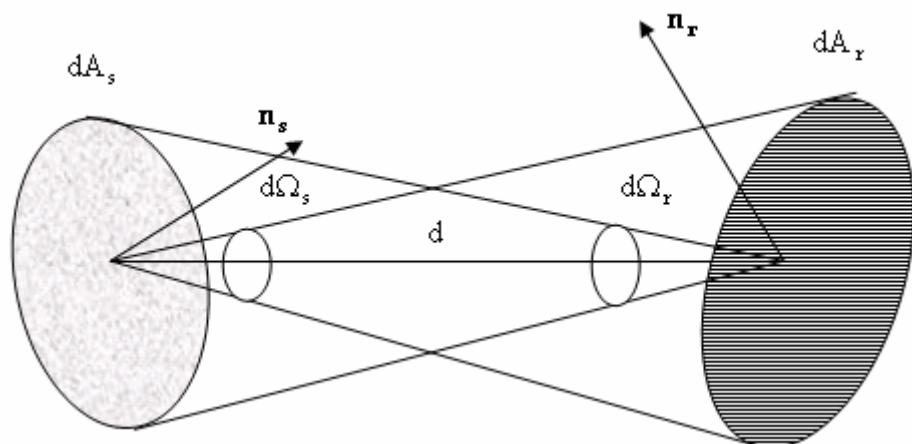
Le flux rayonné par un petit élément d'aire  $dA_s$  dans l'angle solide  $d\Omega_s$  est égal à (cf. Eq. B.2) :

$$d^2F_s(\mathbf{r}, \theta, \phi) = L_s(\mathbf{r}, \theta, \phi)dA_s \cos \theta_s d\Omega_s$$

La quantité  $d^2G = dA_s \cos \theta_s d\Omega_s$  est appelée l'étendue géométrique du pinceau de rayons à l'émission.

Si l'angle solide d'émission de ce pinceau est défini par la silhouette d'un récepteur d'aire  $dA_r$  situé à une distance  $d$  de la source, (Fig. B.3), l'étendue géométrique du pinceau défini par deux diaphragmes d'aire  $dA_s$  et  $dA_r$  situés à la distance mutuelles  $d$  peut s'exprimer de trois façons :

$$d^2G = \frac{dA_s \cos \theta_s d\Omega_s dA_r \cos \theta_r d\Omega_r}{d^2} = dA_s \cos \theta_s d\Omega_s = dA_r \cos \theta_r d\Omega_r \quad (\text{B.6})$$



**Figure B. 3 :** Etendue géométrique d'un pinceau de lumière.

où  $d\Omega_r$  est l'angle solide sous lequel est vu l'élément de source  $dA_s$  depuis le second diaphragme et  $d\Omega_s$  celui sous lequel est vu l'élément de récepteur  $dA_r$  depuis le premier diaphragme.

Dans le cas d'un faisceau de lumière, l'étendue géométrique  $G$  peut-être calculée en sommant les contributions élémentaires à l'étendue géométrique des pinceaux qui le constituent :

$$G = \int_{\text{surface du récepteur}} \int_{\text{surface du détecteur}} d^2 G$$

### B.3.2 Luminance dans le cas d'un pinceau de lumière

Considérons un élément de source  $dA_s$  et un élément de récepteur  $dA_r$ . Si le pinceau de lumière ne subit aucune atténuation le long de son trajet, le flux reçu par le récepteur et provenant de la source  $dA_s$  est égal au flux  $d^2F_s$  émis par cet élément de source dans l'angle solide définissant le récepteur soit  $dF_r = dF_s$  :

$$L_s(r, \theta, \phi) dA_s \cos \theta_s d\Omega_s = L_r(r, \theta, \phi) dA_r \cos \theta_r d\Omega_r \quad (B.7)$$

Le terme  $L_s$  caractérise la luminance du rayonnement dû à la source au niveau de l'émission.

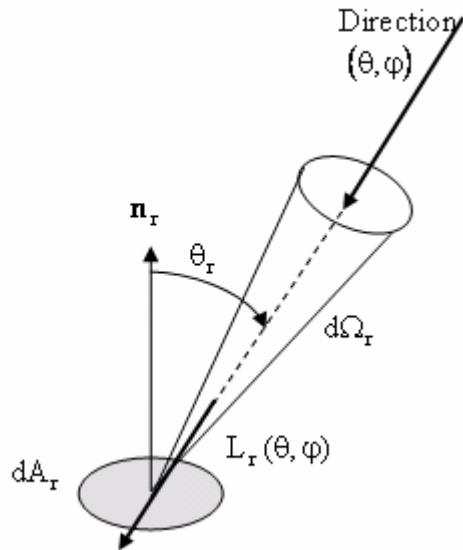
Le terme  $L_r$  est appelé luminance du rayonnement dû à la source au niveau du récepteur. Il est conservatif dans un milieu homogène sans perte, tout au long de chaque pinceau depuis la source jusqu'au récepteur.

### B.3.3 ECLAIREMENT D'UNE SURFACE PAR UN RAYONNEMENT DE LUMINANCE CONSTANTE.

Le flux reçu par un élément de surface  $dA_r$  provenant d'un rayonnement de luminance constante dans un angle solide  $d\Omega_r$  ( $\ll 1$ ) centré sur la direction  $(\theta, \phi)$  vaut :

$$d^2F_r(r, \theta, \phi) = L_r(r, \theta, \phi) dA_r \cos \theta_r d\Omega_r \quad (W) \quad (B.8)$$

Au niveau de la surface  $dA_r$ , au point  $r$ , on appellera  $L_r(r, \theta, \phi)$  la luminance du rayonnement provenant de la direction  $(\theta, \phi)$ .



**Figure B.4 :** ECLAIREMENT D'UNE SURFACE  $dA_r$  PAR UN PINCEAU DE LUMIÈRE UNIFORME.

L'éclairement de la surface pour un rayonnement sous l'angle d'incidence  $\theta_r$  et d'angle solide  $d\Omega_r$  est donc égal à :

$$dE_r(\mathbf{r}, \theta, \phi) = \frac{d^2 F_r}{dA_r} = L_r(\mathbf{r}, \theta, \phi) \cos \theta_r d\Omega_r \quad (\text{W.m}^{-2}) \quad (\text{B.9})$$

## B.4 Rayonnement à luminance uniforme :

### ➤ Luminance et excitance

Une luminance est dite uniforme angulairement si elle est indépendante de la direction d'émission. Dans ce cas la densité de flux émise  $F^+$  (excitance rayonnée) en un point  $\mathbf{r}$  de la source dans le demi-espace se résume à l'intégration de  $\cos \theta_s d\Omega_s$  sur le demi-espace, dans (B.3), on obtient alors :

$$F^+(\mathbf{r}) = \pi L_s(\mathbf{r}) \quad (\text{B.10})$$

➤ Luminance et éclairement

Symétriquement, une surface plane éclairée par un rayonnement de luminance uniforme spatialement (indépendante de la zone d'émission) et angulairement reçoit une densité de flux reçu (ou éclairement) égale à :

$$F^-(\mathbf{r}) = \pi L_r \quad (B.11)$$

➤ Les diffuseurs lambertiens

Un diffuseur parfait est une surface qui réfléchit ou transmet tout le flux incident avec une luminance qui dépend uniquement de son éclairement, quelles que soient la direction et la directivité du rayonnement incident et la direction d'observation du rayonnement réfléchi ou transmis.

Ainsi d'après les relations (B.10) et (B.11) sa luminance est égale à :

$$L = \frac{M}{\pi} = \frac{E}{\pi} \quad (B.12)$$

En pratique les diffuseurs réels réfléchissent (ou transmettent) seulement une fraction du rayonnement incident et, si leur luminance est uniforme, ces surfaces sont alors dites lambertiennes. La luminance, constante quelle que soit la direction d'émission est alors liée à l'éclairement par le facteur de réflexion diffuse  $\mathcal{R}_d$  (ou de transmission diffuse  $\mathcal{T}_d$ ) par la relation :

$$L = \mathfrak{R}_d \frac{E}{\pi} \quad (B.13)$$

$$L = \mathfrak{I}_d \frac{E}{\pi} \quad (B.14)$$

## Référence

[MEY97] **MEYZONETTE J.L., LEPINE T. (1997).** Cours de radiométrie- photométrie. Ecole supérieure d'optique.

## Annexe B : Les quantités photométriques

---

---

---

## Annexe C

# Développement de la matrice de phase en fonctions sphériques généralisées

---

<b>Introduction .....</b>	<b>197</b>
<b>C.1 Décomposition en série de Fourier .....</b>	<b>197</b>
<b>C.2 Matrice de phase et matrice de diffusion.....</b>	<b>198</b>
<b>C.3 Calcul des éléments <math>M_m^c</math> et <math>M_m^s</math> de la matrice de phase.....</b>	<b>199</b>



## Introduction

Pour calculer le développement en série de Fourier de la matrice de phase, deux méthodes sont possibles. La première méthode, la plus naturelle, consiste à calculer numériquement les termes de la série de Fourier. Schulz et al. [SCH99] ont remarqué récemment que cette méthode nécessitait énormément de temps de calcul. Une méthode beaucoup plus rapide a été développée dans les années 1980, à la suite des travaux de Kuscer et al. [KUS59], par Siewert [SIE81][SIE82]. En décomposant la matrice de phase de Mie sur une base de fonctions sphériques généralisées  $P_{m,n}^{\ell}$  (ces fonctions possédant des propriétés remarquables de rotation [GEL56]), on peut aboutir à une expression analytique des termes de Fourier  $M_m^c$  et  $M_m^s$ . La démonstration de ce résultat est rappelée dans l'article de Hovenier et al.[HOV83] .

### C.1 Décomposition en série de Fourier

La décomposition de la matrice de phase en séries de Fourier permet d'isoler la variable azimutal :

$$M(\mu, \phi; \mu', \phi') = \sum_{m=0}^{N_{\text{leg}}} M_m^c(\mu, \mu') \cos m(\phi - \phi') + \sum_{m=0}^{N_{\text{leg}}} M_m^s(\mu, \mu') \sin m(\phi - \phi'),$$

Cette décomposition permet d'aboutir après un réarrangement des vecteurs de Stokes à un système de deux équations découplées :

$$\begin{aligned} \pm \frac{dF_i^{mc/s}}{dz} &= -\alpha_{\text{ext}} \frac{F_i^{mc/s}}{|\mu_i|} + \frac{\alpha_{\text{sca}}}{8\pi} \Omega_i \sum_j \frac{A_m^{c/s}(\mu_i, \mu_j) F_j^{mc/s}}{|\mu_j|} \\ &+ \Omega_i \frac{\alpha_{\text{sca}}}{4\pi} M_m^{c/s}(\mu_i, \mu_s) \frac{F_s^+(z, \mu_s)}{\mu_s} + \Omega_i \frac{\alpha_{\text{sca}}}{4\pi} M_m^{c/s}(\mu_i, -\mu_s) \frac{F_s^-(z, -\mu_s)}{\mu_s}, \\ \pm \frac{dF_i^{ms/c}}{dz} &= -\alpha_{\text{ext}} \frac{F_i^{ms/c}}{|\mu_i|} + \frac{\alpha_{\text{sca}}}{8\pi} \Omega_i \sum_j \frac{A_m^{s/c}(\mu_i, \mu_j) F_j^{ms/c}}{|\mu_j|} \\ &+ \Omega_i \frac{\alpha_{\text{sca}}}{4\pi} M_m^{s/c}(\mu_i, \mu_s) \frac{F_s^+(z, \mu_s)}{\mu_s} + \Omega_i \frac{\alpha_{\text{sca}}}{4\pi} M_m^{s/c}(\mu_i, -\mu_s) \frac{F_s^-(z, -\mu_s)}{\mu_s}, \end{aligned}$$

avec

$$M_m^{c/s}(\mu_i, \mu_s) = \begin{pmatrix} M_m^c & 0 \\ M_m^s & 0 \end{pmatrix} \quad M_m^{s/c}(\mu_i, \mu_s) = \begin{pmatrix} 0 & M_m^s \\ 0 & M_m^c \end{pmatrix},$$

et

$$A_m^{c/s}(\mu_i, \mu_j) = \begin{pmatrix} (1 + \delta_{0m})M_m^c & (\delta_{0m} - 1)M_m^s \\ (1 - \delta_{0m})M_m^s & (1 - \delta_{0m})M_m^c \end{pmatrix}, \quad A_m^{s/c}(\mu_i, \mu_j) = \begin{pmatrix} (1 - \delta_{0m})M_m^c & (1 - \delta_{0m})M_m^s \\ (\delta_{0m} - 1)M_m^s & (1 + \delta_{0m})M_m^c \end{pmatrix},$$

L'objectif est donc de calculer les éléments  $M_m^c$  et  $M_m^s$ .

## C.2 Matrice de phase et matrice de diffusion

Nous avons vu chapitre II que la matrice de phase et la matrice de diffusion sont reliées par :

$$M(\mu, \phi; \mu', \phi') = L(\pi - i_2)P(\Theta)L(-i_1)$$

où la matrice de diffusion normalisée s'écrit de la forme suivante :

$$\tilde{P}(\Theta) = \frac{4\pi}{k^2 C_{\text{sca}}} P(\Theta) = \begin{pmatrix} \tilde{P}_{11}(\Theta) & \tilde{P}_{12}(\Theta) & 0 & 0 \\ \tilde{P}_{12}(\Theta) & \tilde{P}_{22}(\Theta) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{P}_{33}(\Theta) & \tilde{P}_{34}(\Theta) \\ 0 & 0 & -\tilde{P}_{34}(\Theta) & \tilde{P}_{44}(\Theta) \end{pmatrix}$$

En adoptant l'écriture de Siewert [SIE82], les termes de la matrice de diffusion se décomposent en fonctions sphériques généralisées sous la forme :

$$\begin{aligned} \tilde{P}_{11}(\Theta) &= \sum_{\ell=0}^{\infty} \beta_\ell P_\ell(\cos \Theta) \\ \tilde{P}_{22}(\Theta) &= \sum_{\ell=2}^{\infty} \left[ \frac{(\ell-2)!}{(\ell+2)!} \right]^{1/2} \left\{ \alpha_\ell R_\ell^2(\cos \Theta) + \zeta_\ell T_\ell^2(\cos \Theta) \right\} \\ \tilde{P}_{33}(\Theta) &= \sum_{\ell=2}^{\infty} \left[ \frac{(1-2)!}{(1+2)!} \right]^{1/2} \left\{ \zeta_\ell R_\ell^2(\cos \Theta) + \alpha_\ell T_\ell^2(\cos \Theta) \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\widetilde{P}_{44}(\Theta) &= \sum_{l=0}^{\infty} \delta_l P_l(\cos \Theta) \\ \widetilde{P}_{12}(\xi) &= \sum_{l=2}^{\infty} \left[ \frac{(l-2)!}{(l+2)!} \right]^{1/2} \gamma_l P_l^2(\cos \Theta) \\ \widetilde{P}_{34}(\xi) &= -\sum_{l=2}^{\infty} \left[ \frac{(l-2)!}{(l+2)!} \right]^{1/2} \varepsilon_l P_l^2(\cos \Theta)\end{aligned}$$

où  $P_\ell$  est le polynôme classique de Legendre d'ordre  $\ell$  ;  $P_\ell^2$  une fonction associée de Legendre défini par :

$$P_\ell^m(\mu) = (1-\mu^2)^{m/2} \frac{d^m}{d\mu^m} P_\ell(\mu)$$

où  $\mu$  représente ici le cosinus d'un angle (dans notre cas  $\mu=\cos\theta$ ).

Les fonctions  $R_\ell^m$  et  $T_\ell^m$  sont données par :

$$\begin{aligned}R_\ell^m(\mu) &= -\frac{1}{2}(i)^m \left[ \frac{(\ell+m)!}{(\ell-m)!} \right]^{1/2} \{P_{m,2}^\ell(\mu) + P_{m,-2}^\ell(\mu)\} \\ T_\ell^m(\mu) &= -\frac{1}{2}(i)^m \left[ \frac{(\ell+m)!}{(\ell-m)!} \right]^{1/2} \{P_{m,2}^\ell(\mu) - P_{m,-2}^\ell(\mu)\}\end{aligned}$$

Ces fonctions nous permettent de retrouver la décomposition de la matrice de diffusion que nous avons donnée dans le chapitre II [§ (4.1) Eq. (2.23)] en fonctions des fonctions sphériques généralisées, qui sont définies par :

$$P_{m,n}^\ell(\mu) = A_{m,n}^\ell (1-\mu)^{-(n-m)/2} (1+\mu)^{-(n+m)/2} \frac{d^{\ell-n}}{d\mu^{\ell-n}} [(1-\mu)^{\ell-m} (1+\mu)^{\ell+m}]$$

avec

$$A_{m,n}^\ell = \frac{(-1)^{\ell-m} (i)^{n-m}}{2^{\ell} (\ell-m)!} \left[ \frac{(\ell-m)! (\ell+n)!}{(\ell+m)! (\ell-n)!} \right]^{1/2}$$

### C.3 Calcul des éléments $M_m^c$ et $M_m^s$ de la matrice de phase

Les coefficients  $(\alpha_\ell, \beta_\ell, \gamma_\ell, \varepsilon_\ell, \delta_\ell, \xi_\ell)$  calculés numériquement par la méthode décrite dans le chapitre II (§ (II.4.1)), sont ensuite utilisés dans les expressions qui suivent pour déterminer les composantes de la décomposition en série de Fourier de la matrice de phase  $M$  :

$$M_0^c(\mu, \mu') = \frac{1}{2} [A^0(\mu, \mu') + D A^0(\mu, \mu') D]$$

$$M_m^c(\mu, \mu') = A^m(\mu, \mu') + D A^m(\mu, \mu') D,$$

$$M_m^s(\mu, \mu') = A^m(\mu, \mu') D - D A^m(\mu, \mu'),$$

où

$$A^m(\mu, \mu') = \sum_{\ell=m}^{\infty} \frac{(\ell-m)!}{(\ell+m)!} \Pi_\ell^m(\mu) B_\ell \Pi_\ell^m(\mu')$$

avec

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$B_\ell = \begin{pmatrix} \beta_\ell & \gamma_\ell & 0 & 0 \\ \gamma_\ell & \alpha_\ell & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \zeta_\ell & -\varepsilon_\ell \\ 0 & 0 & \varepsilon_\ell & \delta_\ell \end{pmatrix}$$

$$\Pi_\ell^m(\mu) = \begin{pmatrix} P_\ell^m(\mu) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_\ell^m(\mu) & -T_\ell^m(\mu) & 0 \\ 0 & -T_\ell^m(\mu) & R_\ell^m(\mu) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & P_\ell^m(\mu) \end{pmatrix}$$

---

## Références

- [SCH99] **SCHULZ F.M., STAMNES K., WENG F. (1999).** VDISORT : an improved and generalized discrete ordinate method for polarized (vector) radiative transfer. *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*, **61**, 105-122.
- [KUS59] **KUSCER I., RIBARIC M. (1959).** Matrix formalism in the theory of diffusion of light. *Optica Acta*, **6**, 42-51.

- [SIE81] **SIEWERT C.E. (1981).** On the equation of transfer relevant to the scattering of polarized light. *The Astrophys. Journ.*, **245**, 1080-1086.
- [SIE82] **SIEWERT C.E. (1982).** On the phase matrix relevant to the scattering of polarized light. *Astron. Astrophys.*, **109**, 195-200.
- [GEL56] **GEL'FAND I.M., SHAPIRO Z.Y. (1956).** Representations of the group of rotations of 3-dimensional space and their applications. *Amer. Math. Soc. Translations*, **2**, 207-316.
- [HOV83] **HOVENIER J.W., VAN DER MEE C.V.M. (1983).** Fundamental relationships relevant to the transfer of polarized light in a scattering atmosphere. *Astron. Astrophys.*, **128**, 1-16.

## Résumé

Ce travail est consacré à l'étude de la diffusion de la lumière dans les tissus biologiques, en vue du développement d'une méthode de biopsie optique pour la détection précoce du cancer des organes creux.

D'un point de vue théorique nous avons développé un modèle permettant de rendre compte de la diffusion de la lumière dans un système multistratifié, hétérogène, diffusant, dont la géométrie est proche de celle des tissus biologiques. Ce modèle est basé sur la résolution de l'Equation de Transfert Radiatif Vectorielle (ETRV) par la méthode des Ordonnées Discrètes. Il permet de calculer la répartition angulaire et les variations spectrales de la lumière diffusée suivant différents états de polarisation. Nos simulations du processus de cancérisation à l'intérieur d'un tissu épithélial ont montré que l'on peut espérer distinguer un tissu sain d'un tissu cancéreux à partir de l'analyse de l'intensité et de l'état de polarisation de la lumière diffusée en fonction de sa direction de diffusion. L'élément morphologique discriminant étant le doublement de la taille du noyau des cellules, principal diffuseur de la lumière, dans le tissu dysplasique.

D'un point de vue expérimental nous avons réalisé des mesures de diffusion de lumière sur des échantillons école (lait et intralipides) à l'aide d'un gonio-spectro-photomètre construit au laboratoire. Elles ont permis la validation de notre modèle. Dans la continuité de ces expériences nous avons étudié des tissus reconstitués dont les cellules présentaient des tailles de noyaux différentes et des peaux de souris dont l'une présentait vraisemblablement un début de tumeur. Les résultats de ces mesures sont en accord quantitatif (pour les tissus de culture) et qualitatif (pour les essais préliminaires sur la peau de souris) avec les prédictions du modèle. Ils sont encourageants pour poursuivre notre étude de la diffusion élastique de la lumière comme outil de diagnostic.

## Abstract

This work is devoted to the study of light scattering in biological tissues with a view to develop an optical biopsy method for an early detection of cancer in hollow organs.

From a theoretical point of view, we have developed a model allowing to account for light scattering in a multi stratified, heterogeneous and scattering system, with a geometry closed to the biological tissue. This model is based on the resolution of the Vector Radiative Transfer Equation (VRTE) by the Discrete Ordinates Method (DOM). It calculates the angular distribution and the spectral variations of the scattered light according to various states of polarization. Our simulations of the "cancerization" process inside an epithelium tissue have shown that it should be possible to distinguish a healthy tissue from a cancerous one starting from the analysis of the intensity and the state of polarization of the scattered light according to its direction of scattering. The discriminating morphological element being the doubling of the size of the cell nucleus - which is the main light scatterer in the dysplastic tissue.

From an experimental point of view, we have realized spectral and angular measurements of the polarized light scattered by phantom media (milk and intralipids) by using a "goniospectrophotometer" built in the laboratory, which allowed the validation of our model. In the continuity of these experiments we have studied several reconstituted tissues with cells presenting nuclei of different sizes, also mice skins among which one very likely presenting the beginning of a tumour. The measurements agree quantitatively (for the tissues of culture) and qualitatively (for the preliminary tests on the mice skins) with the predictions of the model. They are encouraging to proceed with our study of the elastic diffusion of light as a tool of cancer diagnosis

Key words : Light scattering, radiative transfer, stratified media, polarization, biological tissues.