Liste des figures

Figure 1.1 : *Interaction de deux corps*

Figure 1.2 : *Tige mince de longueur l*

Figure 1.3 : A*nneau circulaire de section négligeable*

Figure 1.4 : *Disque cylindrique d'épaisseur négligeable*

Figure 2.1 : *Force* $\vec{F}$ *appliquée à un point M*

Figure 3.1 : *Schéma d'un levier*

Figure 3.2 : *Poulie fixe sous l'action de deux forces*

Figure 3.3 : *Système formé de deux poulies*

Figure 4.1 : *Un cyclopédiste sur une draisienne*

Figure 4.2 : *Les vélocipèdes à pédales*

Figure 4.3 : *Un grand bi*

Figure 4.4 : *Une bicyclette de sécurité*

Figure 4.5 : *Composants d'une bicyclette moderne*

Figure 4.6 : *Cadre principal d'une bicyclette*

Figure 5.1 : *Forces extérieures appliquées à une bicyclette portant son cycliste*

Figure 5.2 : *Roue avant isolée*

Figure 5.3 : *Système pédalier*

Figure 5.4 : *Déplacement sur la route*

Figure 5.5 : *Corps en mouvement sur une côte*

Figure 6.1 : *Chaîne cinématique de la transmission*

Liste des tableaux

Tableau 6.1 : *Rapport des combinaisons du plateau et du pignon*

Tableau 6.2 : *Développements des pédaliers de 32 à 52 dents et des pignons de 12 à 28 dents*

Tableau 7.1 : *Vitesses comparées des déplacements*

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION GENERALE…………………………………………………………… 1

PREMIERE PARTIE : ENSEIGNEMENT CONCERNANT LA DYNAMIQUE

Chapitre I: Notions de Mécanique générale…………………………………………...........2

I.1. Notions et définitions principales………………………………………………….2

I.2. Lois de la dynamique…………………………………………….....................2

I.2.1. Première loi de Newton…………………………..……………………….2

I.2.2. Seconde loi de Newton ……………………………..……………….3

I.2.3. Troisième loi de Newton ou principe des actions réciproques………..….. 3

I.3. Systèmes mécaniques. Forces extérieures et intérieures……………..……………4

I.4. Mesure de la masse d'un système…………………………………...………….4

I.5. Centre d'inertie………………………………………………..…………….. 5

I.6. Moment d'inertie…………………………………………………...………...6

I.6.1 Définition………………………………………………………………..6

I.6.2 Moments d'inertie de quelques corps homogènes…………………….........7

I.6.3 Théorème de Huygens………………………………………………… …..8

Chapitre II : Énergie cinétique. Travail mécanique………………………………….. …..9

II.1. Introduction……………………………..………………………….……….9

II.2. Torseur cinétique. Torseur dynamique……………..…………………….………9

II.2.1. Torseur cinétique ……………………………..………………………9

II.2. 2. Torseur dynamique…………………………...…………………….9

II.2. 3. Relation entre résultante cinétique et résultante dynamique………..…….9

II.2.4. Relation entre moment cinétique et moment dynamique……………….....10

II.3. Energie cinétique…………………………………………..…….…….……10

II.4. Cas d'un solide……………………………………………..…….……….....10

II.5. Puissance …………………………………………………….…………….…11

II.5.1. Cas d'une seule force…………………………………….…………….…11

II.5.2. Cas général……………………………………………………..…….…11

II.5.3.Calcul de la puissance des quantités d'accélération d'un système matériel…………………………………………………………………………………..…11

II.5.4.Puissance des couples efforts exercés sur un solide…………………..……12

II.6. Travail ………………………………………………………………….....……12

II.7. Théorème de l'énergie cinétique…………………………………….……… .13

II.8. Energie potentielle……………………………………………………….............14

II.8.1. Force dérivant d'un potentiel scalaire……………………………………..14

II.8.2. Fonction de forces……………………………………………… …. 14

II.8.3. Energie potentielle……………………………………………………. 15

II.8.4. Expression du travail d'une force dérivant d'un potentiel…. ….…………15

II.9. Energie mécanique. Intégrales premières……………………………………. 16

II.9.1. Définition de l'énergie mécanique…………………………………......16

II.9.2. Théorème de la conservation de l'énergie mécanique…………………….…16

II.9.3. Intégrales premières……………………………………………………......16

II.10. Equilibre d'un solide. Conditions de stabilité ……………………..………..16

II.11. Courbes, surfaces équipotentielles et lignes de forces……………….…………...17

Chapitre III : Les machines simples……………………………………………….…………18
III.1. Introduction…………………………………………………….……………...18
III.2. Les leviers……………………..………………………………………………18
III.2.1. La condition d'équilibre…………………………...……………..18
III.2.2. La conservation du travail……………………..……………………19
III.3. Les poulies……………………………………………………………..……..20
III.3.1. Poulie fixe………………………………………………………..20
III.3.1.1. Equilibre ………………………………...………………20
III.3.1.2. Conservation du travail…………………….…………….…20
III.3.2. Poulie mobile……………………….………………………………21
III.3.2.1. Equilibre …………………………………....……………..…..21
III.3.2.2. Conservation du travail……………………..……….………..22
III.4. Le plan incliné…………………………………………………...…..………22
III.4.1. La condition d'équilibre…………………..……..…………………22
III.4.2. La conservation du travail…………………….……………………23
III.5. Le treuil………………………………………………………………………23
III.5.1. Condition d'équilibre…………………………………..……………..23
III.5.2. La conservation du travail ……………………………………………24
III.5.3. Efficacité de la machine…………………………...………………24
III.6. La conservation du travail dans une machine simple……………..…………25
III.6.1. Principe de conservation……………………………….…………..25
III.6.2. Rendement d'une machine simple……………………………………25
III.7. Conclusion…………………………………………………...……..………26

DEUXIEME PARTIE : ETUDE DE L'ASPECT DYNAMIQUE DE LA BICYCLETTE

Chapitre IV : Généralités sur la bicyclette………………………………………………...27
IV.1. Historique………………………………………………………………………27
IV.1.1. De la draisienne au grand bi : Le vélocipède …………………………...27
IV.1.1.1. L'origine du vélo…………………………………………………...27
IV.1.1.2. Le premier vélocipède à pédale……………………………………28
IV.1.1.3. Le grand bi…………………………………………………………29
IV.1.2. Les bicyclettes contemporaines………………………………………30
IV.1.2.1. La bicyclette de sécurité……………………………………………30
IV.1.2.2. La bicyclette moderne……………………………………………..31
IV.2. Plan technique d'une bicyclette…………………………………...…………32
IV.2.1. Le cadre…………………………………………………….…………32
IV.2.2. Fonctionnement de la transmission……………………………...…33
IV.2.3. Les freins……………………………………………………………...33
IV.2.4. Les matériaux……………………………………………………….....34

Chapitre V : Aspect dynamique de la bicyclette……………………………………..35
V.1. Introduction……………………………………………..…………...……..35
V.2. Efforts de démarrage…………………………………….………………………35
V.3. Force motrice et force de traction……………………………………..………37
V.4. Couple d'entrée et couple de sortie……………………………………..…… 38
V.5. Mouvement du centre d'inertie……………………………………………….39
V.6. Facteur influençant la force de frottement……………………………………39
V.7. Frottement statique. Coefficient de frottement…………………………………..39
V.8. Lois du frottement de glissement…………………………..…………………40

V.9. Forces de frottement……………………………………………………………..40
V.10. Energie de déplacement…………………………………………………….….42
V.11. Vitesse de translation au démarrage…………………………………………43
V.12. Résistance à l'avancement………………………………………….…..….44
V.12.1. Résistance mécanique au roulement…………………………………44
V.12.2. Résistance à la pesanteur………………………….………………44
V.12.3. Résistance à l'air……………………………………...……………44
V.12.4. Résistance totale à l'avancement……………………………………44
V.13. Vitesse limite au déplacement…………………………...…………….……45
V.14. Conservation de la puissance motrice ………………...……………………46
V.15. Puissance développée pour l'escalade. ……………………………………..….48

Chapitre VI: Transmission de puissance sur une bicyclette ……………………….…….…50
VI.1. Introduction…………………………………………………………….……….50
VI.2. Les organes de transmission…………………………….…………...…………50
VI.2.1. La chaîne cinématique……………………………..……...……….50
VI.2.2. Les éléments principaux de transmission ……………………………50
VI.2.3. Le système de transmission…………………….…………………51
VI.3. Transmission du mouvement circulaire avec modification de vitesse……….....51
VI.3.1. Introduction……………………………………………………..51
VI.3.2. Engrenages…………………………………………...………....51
VI.3.2.1. Engrenage cylindrique droit……………………………...……..51
a)- Origine et terminologie générale……………………………...…..51
b)- Caractéristiques d'un engrenage………………………………..…52
VI.3.2.2. Engrenages intérieurs……………………………………...…….53
VI.3.3. Roues dentées et chaînes ……………………………………………53
VI.4. Vitesses d'entrée et de sortie : Loi de transmission des vitesses…………...…..54
VI.5. Couples d'entrée et de sortie…………………………………………………55
VI.6. Rapport dans un dispositif de transmission………………………………..55
VI.6.1. Définition……………………………………………………….…55
VI.6.2. Aspect pratique…………………………………………………….56
VI.6. 3. Dispositifs multiplicateurs et réducteurs………………………………..56
VI.6.4. Rendement de la transmission…………………………….……..……56
VI.6.4.1. Définition……………………………………………………..56
VI.6.4.2. Etude expérimentale……………………………………..……....56
VI.6.4.3. Augmenter le rendement…………………………………….……..57
VI.7. Etude pratique sur le développement ……………………….……………...57
VI.7.1. Le braquet………………………………………………………….57
VI.7.2. Rapport des combinaisons du plateau et du pignon…………….………58
VI.7.3. Le développement……………………………………………..…..58
VI.7.3.1. Définitions…………………………………………..…….…..58
VI.7.3.2. Calcul du développement………………………….………………..59
VI.7.4. Discussion……………………………………………….…..…………..59
VI.7.5. Evolution du développement ……………………….....……………60
VI.7.5.1. Roue……………………………………………………...…………60
VI.7.5.2. Chaîne…………………………………………………….………..60

Chapitre VII : Contribution dans la vie sociale et dans l'environnement et santé…..….61
VII.1. Bicyclette et urbanisme………………………………………………...……61
VII.1.1. Le vélo en ville a des atouts évidents…………………………………61

VII.1.2. Mode de transport rapide et pratique en zone urbaine…………………61
VII.1.3. Mode de déplacement à la fois individualiste et convivial…………..…62
VII.1.4. Faible consommation en espace…………………………………….62
VII.1.4.1. Consommation d'espace à l'arrêt……………………….…….62
VII.1.4.2. Consommation d'espace en mouvement……………………..63
VII.1.5. Amélioration de l'accessibilité des centres – villes ……………..…….63
VII.1.6. Le trafic cycliste contribue à modérer la circulation……………….….64
VII.2. Le vélo améliore la santé publique……………………………………......64
VII.2.1. Le vélo en tant qu'effort modéré…………………………………....64
VII.2.2. On respire mieux à vélo qu'en voiture……………………………..…65
VII.3. Vélo et pollution atmosphérique…………………………………………….65

CONCLUSION GENERALE………………………………………………………...…66

BIBLIOGRAPHIE…………………………………………………………………..67

Introduction générale

L'apparition et le développement de la mécanique en tant que science sont intimement liés à l'histoire du développement des forces productives de la société. Le niveau de la production et de la technique a chaque étape concrète de ce développement.

Nous avons choisi le thème **Analyse dynamique de machines simples : « la bicyclette ».** Ce mémoire est destiné aux élèves des classes secondaires et aux étudiants qui souhaitent préparer des séances d'expérience sur les *Machines simples*. Nous pensons que cette préparation peut se faire selon deux niveaux de compréhension distincts. C'est pourquoi les deux premiers chapitres reprennent les notions de base de la dynamique et celles de machines simples, indispensables même si elles semblent déjà maîtrisées par la plupart des élèves et répondent aux questions classiques qui se posent souvent dans les problèmes divers de la dynamique.

Les chapitres qui suivent vont plus loin dans la compréhension des phénomènes dynamiques de la bicyclette et répondent à des questions plus spécifiques, plus pointues, que pourraient poser la plupart des gens. La totalité de ces observations sera peut-être nécessaire aux gens et nous les avons rédigées de la manière la plus complète possible en espérant que chacun pourra y trouver ce qu'il recherche.

Notre objectif est ici de faire comprendre et d'étudier un corps permettant de transmettre et de transformer un mouvement, contribuant à la lutte contre la pollution de l'air.
L'utilisateur d'une bicyclette ne réalise généralement pas qu'il se trouve en prise directe avec ce qui est peut être le véhicule le plus simple créé par l'homme.
Donc, on peut se demander si la bicyclette n'est pas la plus parfaite des machines, du point de vue humain comme sur le plan technique. Ce sont toutes ces raisons qui nous poussent à lui faire un sort particulier.

Première partie :

ENSEIGNEMENT CONCERNANT

LA DYNAMIQUE

Chapitre I: Notions de Mécanique générale

I.1. Notions et définitions principales

La dynamique est la partie de mécanique qui étudie les lois du mouvement des corps matériels soumis à l'action des forces. On tient compte en dynamique aussi bien des forces agissantes que de l'inertie des corps pendant l'étude du mouvement. En statique, on suppose que toutes les forces sont constantes et on n'aborde pas la question des variations éventuelles de ces forces.

En réalité, un corps en mouvement subit très souvent l'influence de certaines forces constantes l'action d'autres forces variables, dont les modules et les directions varient pendant le mouvement de ce corps. En même temps, cette variabilité peut affecter non seulement les forces données, mais aussi les forces de réactions des liaisons.

On a établi que les forces variables peuvent dépendre d'une façon déterminée du temps, de la position du corps et de sa vitesse. Ce sont surtout ces forces qui constituent avec les forces constantes l'objet de l'étude de la dynamique.

I.2. Lois de la dynamique

La dynamique se fonde sur les lois où sont généralisés les résultats de nombreuses expériences et observations sur le mouvement des corps et qu'a justifiées la pratique sociale et historique de l'humanité. Pour la première fois, ces lois furent systématisées par Isaac Newton dans son ouvrage classique intitulé *Principes mathématiques de la philosophie naturelle*.

I.2.1. Première loi de Newton

La première loi de Newton est encore appelée principe de l'inertie. L'énoncé de la première loi du mouvement est le suivant :

« Tout corps, libre de toute contrainte extérieure, conserve son état de repos ou de son mouvement rectiligne et uniforme tant que les forces appliquées ne l'obligent à changer cet état ».

Le mouvement accompli par le corps en l'absence des forces est appelé mouvement par inertie. Le principe de l'inertie traduit une des propriétés fondamentales de la matière, celle d'être toujours en mouvement, et établit pour les corps matériels l'équivalence entre les états de repos et de mouvement par inertie.

Il en découle que s'il n'y a pas de force qui s'exerce sur un corps, ou si la somme des forces s'exerçant sur lui est égale au vecteur nul, le corps est soit au repos, soit en mouvement à une vitesse constante (la direction et la norme ne changent pas) ou, ce qui revient au même, son accélération est nulle.

I.2.2. Seconde loi de Newton

La seconde loi de Newton est aussi appelée principe fondamental de la dynamique de translation**.** Le principe fondamental de la dynamique en translation (parfois appelé *relation fondamentale de la dynamique,* pour un objet ponctuel) établit comment varie la vitesse du corps sous l'action d'une force, et s'énonce ainsi :

« Le produit de la masse du corps par l'accélération que lui imprime une force donnée est égal à cette force en module, la direction de l'accélération coïncidant avec celle de la force ».

Ceci est souvent récapitulé dans l'équation :

$$\Sigma\vec{F} = m\vec{a} \quad ou \quad \vec{a} = \frac{1}{m}\Sigma\vec{F} \qquad (1\text{-}1)$$

Il résulte que l'accélération subie par un corps est proportionnelle à la résultante des forces qu'il subit, et inversement proportionnelle à sa masse *m*.

Sous l'impulsion d'une même force, deux corps différents ne reçoivent une même accélération que dans le cas de masse égale. Si les masses sont différentes, le corps de masse plus grande acquiert une accélération plus petite et inversement.

I.2.3. Troisième loi de Newton ou principe des actions réciproques

La troisième loi de Newton est aussi appelée principe des actions réciproques. Elle établit le caractère de l'interaction mécanique entre les corps matériels, et s'énonce ainsi :

« Deux corps matériels agissent l'un sur l'autre avec ses forces égales en norme et dirigées le long de la droite qui relie ces corps dans les sens opposés ».

Soit A et B deux corps en interaction, la force $\vec{F}_{A/B}$ (exercée par A sur B) et la force $\vec{F}_{B/A}$ (exercée par B sur A) qui décrivent l'interaction sont directement opposées:

$$\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A} \qquad (1\text{-}2)$$

Figure 1.1 : *Interaction de deux corps*

Ces forces ont la même droite d'action, des sens opposés et la même norme. Ces deux forces sont toujours directement opposées, que A et B soient immobiles ou en mouvement.
Cette troisième loi de la dynamique qui établit le caractère de l’interaction des particules matérielles joue un grand rôle dans la dynamique des systèmes.

I.3. Systèmes mécaniques. Forces extérieures et intérieures

Un système mécanique de corps est un système complexe dans lequel la position ou le mouvement de chaque corps dépend de la position et du mouvement de tous les autres. Des exemples classiques de système mécanique nous sont fournis par les machines ou mécanismes dans lesquels tous les organes sont reliés par des systèmes de transmission, c’est à dire par différentes liaisons géométriques. Dans ce cas, les différents corps du système sont soumis aux forces de pression ou de tension transmises par des liaisons.

Il résulte de ce qui a été dit précédemment que les forces qui agissent sur les corps d’un système peuvent être divisées en forces extérieures et intérieures.

On appelle forces extérieures les forces qui agissent sur les corps du système et proviennent de corps étrangers au système donné. Et les forces agissant sur les corps du système et provenant d’autres corps appartenant à ce système s’appellent forces intérieures.

Les forces extérieures comme les forces intérieures peuvent être à leur tour soit actives, soit des forces des réactions des liaisons.

En conséquence immédiate de la troisième loi de la dynamique en vertu de laquelle deux points quelconques agissent l’un sur l’autre avec des forces égales en valeur absolue et directement opposées, les forces intérieures ont les propriétés suivantes :
«La somme des forces intérieures ainsi que la somme de leurs moments par rapport à un axe quelconque sont nulles » (1-3)

Il ne résulte pas cependant des propriétés que les forces intérieures s’équilibrent mutuellement et n’ont aucune influence sur le mouvement du système, car ces forces sont appliquées à des corps différents et peuvent provoquer des déplacements mutuels de ces corps. Les forces intérieures seront équilibrées lorsque le système étudié sera un corps absolument rigide.

I.4. Mesure de la masse d’un système

Le mouvement d’un système dépend non seulement des forces actives, mais aussi de sa masse totale. Il découle de la deuxième loi que la mesure de l’inertie d’un corps matériel est représentée par sa masse. L'égalité (1-1) permet de déterminer la masse du corps si on connaît l'accélération du mouvement de translation et la force agissante.

On sait par expérience que sous l'action de la force de pesanteur $\vec{P}$, tous les corps ont pendant la chute libre la même accélération $\vec{g}$, appelée accélération de la pesanteur. En vertu de l'égalité (1-1), nous aurons donc pour ce mouvement :

$m\,\vec{g} = \vec{P}$, d'où :

$$m = \frac{\vec{P}}{\vec{g}} \qquad (1\text{- }4)$$

Ainsi, la masse du corps est égale à son poids divisé par l'accélération de la pesanteur $\vec{g}$. La masse d'un système est alors égale à la somme des masses de tous les corps composant le système.

$$M_{toale} = \sum m_k \qquad (1\text{- }5)$$

Si le corps est à distribution continue, on a :

$$M_{totale} = \int dm \qquad (1\text{- }6)$$

I.5. Centre d'inertie

On appelle centre d'inertie ou centre de masse d'un système le point géométrique G dont les coordonnées sont définies par la formule :

$$\vec{r}_G = \frac{\Sigma m_k . \vec{r}_k}{M_{totale}} \qquad (1\text{ - }7)$$

où $\vec{r}_G$ est la position du centre d'inertie.

Pour un corps à distribution continue, lorsque l'espace est orienté par le repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ qui est orthonormé direct (*OND*), on a :

$$M_{totale} . \vec{r}_G = \int \overrightarrow{OP} .\, dm \qquad (1 – 8)$$

En projetant l'expression (1 – 8) successivement sur les axes $(O, \vec{i}), (O, \vec{j}), (O, \vec{k})$, on a :

$$M_{totale} .\, x_G = \int x.\, dm$$

$$M_{totale} .\, y_G = \int y.\, dm$$

$$M_{totale} .\, z_G = \int z.\, dm \qquad (1\text{-}9)$$

où l'on a $G(x_G, y_G, z_G)$ le centre d'inertie défini par ses coordonnées.

La position du centre d'inertie coïncide avec celle du centre de gravité quand le corps se trouve dans le champ de pesanteur uniforme. Cependant, les notions de centre de gravité et de centre d'inertie ne sont pas identiques. La notion de centre de gravité, en tant que point par lequel passe la ligne d'action de la résultante des forces de pesanteur, n'a de sens que pour un corps solide placé dans un champ de pesanteur uniforme. La notion de centre d'inertie, en tant que caractéristique de la distribution des masses à l'intérieur du système, a une signification bien définie pour tout système de corps ; d'autre part, cette notion conserve son sens que le système soit soumis ou non à l'action de certaines forces.

I.6. Moment d'inertie

I.6.1. Définition

Dans le cas général, le mouvement du corps ne dépend pas seulement de la masse totale et des forces appliquées. Le caractère du mouvement peut être également lié aux dimensions géométriques du corps et à la disposition relative des particules qui le constituent. C'est pourquoi en mécanique on introduit une autre caractéristique de la distribution des masses : *le moment d'inertie.*

On appelle le moment d'inertie d'un corps par rapport à un axe donné *Oz* la grandeur scalaire égale à la somme des produits des masses de tous les points du corps par les carrés de leurs distances à cet axe :

$$J_{zz} = \Sigma\, m_k\, d_k^2 \qquad (1 - 10)$$

Pour un corps à distribution continue, lorsque l'espace est orienté par le repère $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ qui est orthonormé direct (*OND*), on a successivement les moments d'inertie par rapport aux axes $(O,\vec{i}),(O,\vec{j}),(O,\vec{k})$:

$$J_{xx} = \int (y^2 + z^2)dm$$

$$J_{yy} = \int (x^2 + z^2)dm$$

$$J_{zz} = \int (x^2 + y^2)dm \qquad (1\text{-}11)$$

Dans les expressions (1-11), le point $P(x,y,z)$ est appelé point générique du système matériel considéré. Ce point parcourt tous les points qui constituent ce système.

Le moment d'inertie joue pendant le mouvement de rotation du corps le même rôle que la masse pendant le mouvement de translation, c'est à dire que le moment d'inertie est la mesure de l'inertie du corps pendant le mouvement de rotation.

I.6.2. Moments d'inertie de quelques corps homogènes

Nous donnons dans ce paragraphe les moments d'inertie de quelques corps homogènes par rapport à un axe :

1) Moment d'inertie d'une tige de section négligeable de longueur *l* et de masse *M* par rapport à un passant par une extrémité:

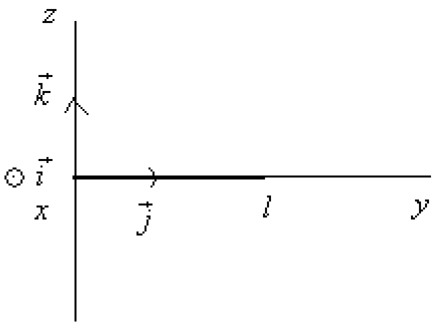

Figure 1.2 : *Tige mince de longueur l*

$$J_{zz} = \int_T (x^2 + y^2)dm = \lambda \int_0^l y^2 dy$$

$$= \lambda \frac{1}{3} l^3 = \frac{1}{3} \lambda l l^2 = \frac{1}{3} M l^2$$

$$J_{zz} = \frac{1}{3} M \cdot l^2 = J_{xx} \qquad (1\text{-}12)$$

2) Moment d'inertie à l'axe de révolution d'un anneau circulaire de section négligeable, de rayon *R* et de masse *M* :

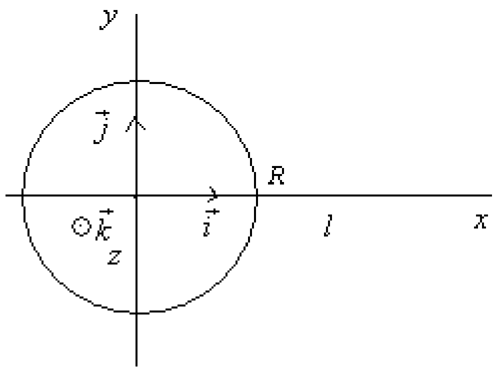

Figure 1.3 : A*nneau circulaire de section négligeable*

$$J_{zz} = \int_C R^2 dm = MR^2 \qquad (1\text{-}13)$$

3) Moment d'inertie par rapport à l'axe de révolution d'un disque cylindrique d'épaisseur négligeable de rayon R et de masse M :

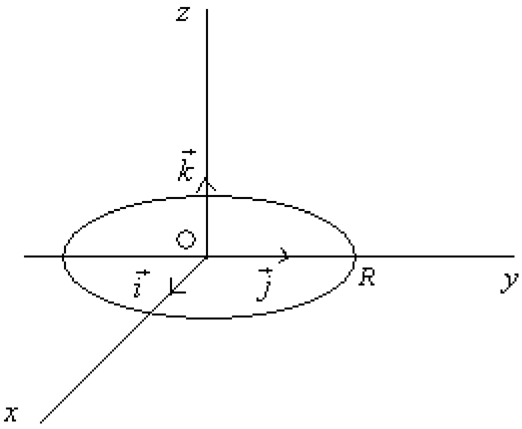

Figure 1.4 : *Disque cylindrique d'épaisseur négligeable*

$$J_{zz} = \int_D (x^2 + y^2) dm = \frac{1}{2} M \cdot R^2 \qquad (1\text{-}14)$$

1.6.3 Théorème de Huygens

Le moment d'inertie d'un corps par rapport à un axe *Δ'* donné est égal au moment d'inertie par rapport à un axe *Δ* parallèle au premier et passant par le centre d'inertie du corps augmenté du produit de la masse totale M_{totale} du corps par le carré de la distance *d* entre les axes :

$$J_{\Delta'} = J_{\Delta} + M_{totale} . d^2 \qquad (1\text{-}15)$$

Il résulte de la formule (1-15) que $J_{\Delta'} > J_{\Delta}$. Par conséquent, si l'on prend tous les axes ayant une même direction, le moment d'inertie sera minimal par rapport à celui de ces axes qui passe par le centre d'inertie.

Chapitre II : Énergie cinétique. Travail mécanique

II.1. Introduction

Nous allons d'abord donner les définitions du torseur cinétique et torseur dynamique avant de passer aux notions d'énergie cinétique et de travail mécanique.

II.2. Torseur cinétique. Torseur dynamique

II.2.1. Torseur cinétique

On appelle torseur cinétique d'un système matériel Σ dans son mouvement par rapport à un espace *E* le torseur associé à ce système matériel et au champ des ses vecteurs vitesses. Son moment en A est appelé moment cinétique en A et il est défini par :

$$\vec{\sigma}(A,\Sigma/E) = \int_{\Sigma} \overrightarrow{AP} \wedge \vec{V}(P/E).dm \qquad (2\text{-}1)$$

Sa résultante générale est appelée résultante cinétique qui est définie par :

$$\vec{R}_C(\Sigma/E) = \int_{\Sigma} \vec{V}(P/E).dm = m_{\Sigma}.\vec{V}(G/E) \qquad (2\text{-}2)$$

II.2. 2. Torseur dynamique

On appelle torseur dynamique d'un système matériel Σ dans son mouvement par rapport à un espace *E* le torseur associé à ce système matériel et au champ des ses vecteurs accélérations. Son moment en A est appelé moment dynamique en A et il est défini par :

$$\vec{\delta}(A,\Sigma/E) = \int_{\Sigma} \overrightarrow{AP} \wedge \vec{\gamma}(P/E).dm \qquad (2\text{-}3)$$

Sa résultante générale est appelée résultante dynamique qui est définie par :

$$\vec{R}_d(\Sigma/E) = \int_{\Sigma} \vec{\gamma}(P/E).dm = m_{\Sigma}.\vec{\gamma}(G/E) \qquad (2\text{-}4)$$

II.2. 3. Relation entre résultante cinétique et résultante dynamique

La résultante dynamique est égale à la dérivée par rapport au temps de la résultante cinétique. On a :

$$\vec{R}_d(\Sigma/E) = \frac{d}{dt}\left[\vec{R}_C(\Sigma/E)\right] \qquad (2\text{-}5)$$

II.2. 4. Relation entre moment cinétique et moment dynamique

En dérivant par rapport au temps les deux membres de (2-1), on obtient :

$$\begin{aligned}\frac{d\left[\vec{\sigma}\left(A,\Sigma/E\right)\right]}{dt} &= \int_{\Sigma}\frac{d}{dt}\overrightarrow{AP}\wedge\vec{V}\left(P/E\right).dm+\int_{\Sigma}\overrightarrow{AP}\wedge\vec{\gamma}\left(P/E\right).dm\\ &= \vec{\delta}\left(A,\Sigma/E\right)-m_{\Sigma}.\vec{V}\left(A\right)\wedge\vec{V}\left(G\right)\end{aligned}$$

On en déduit que :

$$\vec{\delta}\left(A,\Sigma/E\right)=\frac{d\left[\vec{\sigma}\left(A,\Sigma/E\right)\right]}{dt}+m_{\Sigma}.\vec{V}\left(A\right)\wedge\vec{V}\left(G\right) \qquad (2\text{-}6)$$

II.3. Energie cinétique

L'énergie cinétique d'un système matériel Σ dans son mouvement par rapport à un espace E est définie par l'intégrale généralisée :

$$E_C=\frac{1}{2}\int_{\Sigma}\left[\vec{V}\left(P/E\right)\right]^2.dm \qquad (2\text{-}7)$$

II.4. Cas d'un solide

La propriété du torseur cinématique d'un solide S nous permet d'écrire :

$$\vec{V}\left(P\right)=\vec{V}\left(G\right)+\vec{\Omega}\wedge\overrightarrow{GP};\quad \forall P \quad et \quad G\in S \qquad (2\text{-}8)$$

En remplaçant $\vec{V}\left(P\right)$ dans (2-1) par (2-8), on a :

$$\begin{aligned}\vec{\sigma}\left(A,\Sigma/E\right) &= \int_{\Sigma}\left(\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{GP}\right)\wedge\left[\vec{V}\left(G\right)+\vec{\Omega}\wedge\overrightarrow{GP}\right].dm\\ &= J\left(G\right)\vec{\Omega}+m.\vec{V}\left(G\right)\wedge\overrightarrow{GA}\end{aligned} \qquad (2\text{-}9)$$

En particulier, on a :

$$\vec{\sigma}\left(G,\Sigma/E\right)=J\left(G,\Sigma/E\right)\vec{\Omega} \qquad (2\text{-}10)$$

L'expression de l'énergie cinétique devient : $E_C=\frac{1}{2}\int_{S}\left[\vec{V}\left(G\right)+\vec{\Omega}\wedge\overrightarrow{AP}\right]^2.dm$; en développant, on obtient :

$$2.E_C=m.\left[\vec{V}\left(G\right)\right]^2+\vec{\Omega}\,.\,J\left(G\right)\vec{\Omega}=m.\vec{V}\left(G\right).\vec{V}\left(G\right)+\vec{\Omega}\,.\,\vec{\sigma}\left(G\right)$$

Soit finalement :

$$2.E_C=\left(\sigma\right).\left(V\right) \qquad (2\text{-}11)$$

Le double de l'énergie cinétique est égal au produit du torseur cinétique et du torseur cinématique (ou encore à leur comoment).

II.5. Puissance

II.5.1. Cas d'une seule force

Soit une force $\vec{F}$ appliquée à un point M qui se déplace sur une courbe (C), à partir d'un point A vers un point B. On la note par le vecteur lié $(M,\vec{F})$.

Figure 2.1 : *Force $\vec{F}$ appliquée à un point M*

Définition

On appelle puissance de la force $\vec{F}$ la grandeur scalaire P qui est égale au produit scalaire de force $\vec{F}$ par le vecteur vitesse $\vec{V}(M)$ de son point d'application M. On la note :

$$P = \vec{F}\,.\vec{V}(M) = \|\vec{F}\|.\|\vec{V}(M)\|.\cos\left(\vec{F}\,\hat{,}\,\vec{V}(M)\right). \qquad (2\text{-}12)$$

Cette puissance est maximale lorsque la force et le déplacement sont de même sens ; elle est nulle lorsque la force et le déplacement sont perpendiculaires, et minimale (négative) lorsque la force et le déplacement sont de sens contraires.

II.5.2. Cas général

Le cas général est celui où s'exercent sur un système Σ à la fois des forces concentrées et des forces réparties à densité. Alors, on a :

$$P = \int_{\Sigma} \vec{V}(M).d\vec{F}(M) \qquad (2\text{-}13)$$

II.5.3. Calcul de la puissance des quantités d'accélération d'un système matériel

Par définition, les quantités d'accélération, ou impulsions dynamiques, d'un système matériel Σ par rapport à un espace E sont constituées par les forces fictives suivantes :

- les forces concentrées $m_i\,\vec{\gamma}(M_i/E)$ appliquées aux points M_i de masses m_i des sous-systèmes discrets ;

- les forces réparties $\vec{\gamma}(M/E).dm$ pour les systèmes continus.

La puissance dans E de ces quantités d'accélération est définie par :

$$P = \int_{\Sigma} \vec{V}(M/E).\vec{\gamma}(M/E).dm \qquad (2\text{-}14)$$

Sous le signe intégral figure la dérivée par rapport au temps de la quantité $\frac{1}{2}\left[\vec{V}\left(M/E\right)\right]^2$.

Cette puissance est donc la dérivée par rapport au temps de l'énergie cinétique :

$$P = \frac{d\left[E_C\right]}{dt} \tag{2-15}$$

Dans tout mouvement d'un système matériel Σ par rapport à un espace *E*, la puissance des quantités d'accélération est égale à la dérivée par rapport au temps de l'énergie cinétique.

II.5.4. Puissance des couples efforts exercés sur un solide

Lorsque le système est formé de solides, la puissance s'exprime en fonction de certains torseurs. En remplaçant le vecteur vitesse $\vec{V}\left(M\right)$ par son expression le liant avec la vitesse d'un point A qui appartient aussi au même solide : $\vec{V}\left(M\right) = \vec{V}\left(A\right) + \vec{\Omega} \wedge \overline{AM}$, on obtient l'expression de la puissance :

$$P = \vec{V}\left(A\right).\int_S d\vec{F} + \vec{\Omega}.\int_S \overline{AM} \wedge d\vec{F} \tag{2-16}$$

Dans cette expression, $\int_S d\vec{F}$ représente la résultante générale du torseur des forces considérées et $\int_S \overline{AM} \wedge d\vec{F}$ est le moment en A de ce torseur. Donc, la puissance *P* est égale au comoment (ou produit) du torseur des forces $\left(T_{\vec{F}}\right)$ et du torseur cinématique $\left(V\right)$ du solide S dans son mouvement par rapport à *E* :

$$P = \left(T_{\vec{F}}\right).\left(V\right) \tag{2-17}$$

II.6. Travail

Par définition, la puissance est le travail effectué par la force par unité de temps :

$$P = \frac{d\,T}{dt} \tag{2-18}$$

Le travail élémentaire $d\,T$ effectué par la force pendant le temps infiniment petit *dt* est:

$$dT = P.dt \tag{2-19}$$

D'autre part, on a :

$$dT = \vec{F}.\vec{V}\left(M\right) = \vec{F}.\frac{d\left(\overline{OM}\right)}{dt}.dt = \vec{F}.d\left(\overline{OM}\right). \tag{2-20}$$

Le travail effectué par $\vec{F}$ lorsque son point d'application se déplace de A vers B est :

$$T_{AB} = \int_A^B \vec{F} \,.\, d\overrightarrow{OM} \tag{2-21}$$

O étant l'origine du repère. En utilisant la relation de Chasles, on a : $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AM}$. Les points O et A étant fixes, le vecteur $\overrightarrow{OA}$ est constant et sa dérivée $d\overrightarrow{OA}$ est nulle. Finalement, l'expression du travail devient :

$$T_{AB} = \int_A^B \vec{F} \,.\, d\overrightarrow{AM} \tag{2-22}$$

Ce travail peut aussi être défini à partir de la puissance par :

$$T\left(t_A, t_B\right) = \int_{t_A}^{t_B} P\left(t\right).dt \tag{2-23}$$

Cas particulier

Si la force $\vec{F}$ est indépendante des coordonnées de M, on peut écrire :

$$T_{AB} = \vec{F} \,.\int_A^B d\overrightarrow{AM} \tag{2-24}$$

II.7. Théorème de l'énergie cinétique

D'une part, l'expression du travail élémentaire peut s'écrire:

$$dT = m\,.\vec{V}\left(M\right).\,d\vec{V}\left(M\right) \;;$$

et d'autre part, la variation élémentaire de l'énergie cinétique est :

$$dE_C = m\,.\vec{V}\left(M\right).\,d\vec{V}\left(M\right).$$

Ces deux grandeurs sont égales :

$$dE_C = dT\;. \tag{2-25}$$

D'où **l'énoncé du théorème** :

1) *Sous forme différentielle* :

Le travail élémentaire effectué par la résultante des forces qui s'exercent sur une particule de masse *m* est égal à la variation élémentaire de son énergie cinétique.

2) *Sous forme finie :*

La variation de l'énergie cinétique est égale au travail de la résultante des forces qui s'exercent sur la particule :

$$E_C\left(B\right) - E_C\left(A\right) = T_{AB} \tag{2-26}$$

II.8. Energie potentielle

II.8.1. Force dérivant d'un potentiel scalaire

On dit qu'une force $\vec{F}$ dérive d'un potentiel scalaire $V(x,y,z)$ si elle vérifie l'équation suivante :

$$\vec{F} = -\overrightarrow{grad}\, V(x,y,z) \qquad (2\text{-}27)$$

Si l'espace est rapporté au repère $R:(O,\vec{e}_x,\vec{e}_y,\vec{e}_z)\, OND$, on définit le gradient de la fonction scalaire $V(x,y,z)$ par :

$$\overrightarrow{grad}\, V(x,y,z) = \frac{\partial V}{\partial x}\vec{e}_x + \frac{\partial V}{\partial y}\vec{e}_y + \frac{\partial V}{\partial z}\vec{e}_z \qquad (2\text{-}28)$$

En exprimant $\vec{F}$ dans la base de $R:(O,\vec{e}_x,\vec{e}_y,\vec{e}_z)$, on a aussi :

$$\vec{F} = F_x.\vec{e}_x + F_y.\vec{e}_y + F_z.\vec{e}_z \qquad (2\text{-}29)$$

On identifie des deux égalités (2-28) et (2-29) que :

$$F_x = -\frac{\partial V}{\partial x};\ F_y = -\frac{\partial V}{\partial y};\ F_z = -\frac{\partial V}{\partial z}. \qquad (2\text{-}30)$$

Cette condition (2-30) est nécessaire et suffisante pour que $\vec{F}$ dérive d'un potentiel scalaire $V(x,y,z)$. Par convention mathématique, on écrit:

$$\begin{aligned}\overrightarrow{grad}\, V(x,y,z) &= \frac{\partial V}{\partial x}\vec{e}_x + \frac{\partial V}{\partial y}\vec{e}_y + \frac{\partial V}{\partial z}\vec{e}_z \\ &= \vec{\nabla} V(x,y,z)\end{aligned} \qquad (2\text{-}31)$$

Et :

$$\overrightarrow{rot}\, \vec{F} = \vec{\nabla} \wedge \vec{F} \qquad (2\text{-}32)$$

qui est le rotationnel de la force $\vec{F}$. On en déduit qu'une force dérive d'un potentiel si son rotationnel est nul :

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{\nabla} V(x,y,z) = \vec{0} \qquad (2\text{-}33)$$

II.8.2. Fonction de forces

On appelle fonction de forces la fonction scalaire $U(x,y,z)$ qui est l'opposée à $V(x,y,z)$ à une constante additive près :

$$U(x,y,z) = -\ V(x,y,z) + \text{const} \qquad (2\text{-}34)$$

Puisque le gradient d'une constante est nul, on a :

$$\vec{F} = \overrightarrow{grad}\, U(x,y,z). \qquad (2\text{-}35)$$

II..8.3. Energie potentielle

On appelle énergie potentielle la fonction scalaire $V(x,y,z)$ qui vérifie les conditions (2-28) et (2-30) précitées.

II.8.4. Expression du travail d'une force dérivant d'un potentiel

Rappelons que :

$$d\overrightarrow{OM} = dx.\vec{e}_x + dy.\vec{e}_y + dz.\vec{e}_z \,. \qquad (2\text{-}36)$$

L'expression du travail élémentaire devient :

$$dT = -\left(\frac{\partial V}{\partial x}.dx + \frac{\partial V}{\partial y}.dy + \frac{\partial V}{\partial z}.dz \right). \qquad (2\text{-}37)$$

On déduit que :

$$dT = -dV \,. \qquad (2\text{-}38)$$

Si une particule M se déplace d'un point A vers un point B sous l'action d'une force $\vec{F}$ dérivant d'un potentiel, le travail effectué est égal à la diminution de son énergie potentielle :

$$T_{AB} = V(A) - V(B) \qquad (2\text{-}39)$$

En particulier, si la particule décrit une courbe fermée, le travail effectué est nul. On dit que le travail effectué ne dépend pas du chemin suivi.

Remarque : Lorsque toutes les forces qui s'exercent sur une particule dérivent chacune d'un potentiel, on dit le champ de forces considéré est conservatif.

Exemples :

1. La pesanteur terrestre dépend uniquement de l'altitude z du lieu considéré. Si l'axe $(O, \vec{e}_z)$ est vertical ascendant, on a :

$$\vec{P} = -m\, g.\vec{e}_z \;\;;$$

son rotationnel est nul ; donc le poids est une force qui dérive d'un potentiel :

$$mg = \frac{\partial V}{\partial z} = \frac{dV}{dz} \;\; ; \text{soit : } dV = m\; g\; dz \quad et \quad V = m\int g\; dz \,.$$

2. Energie potentielle élastique du ressort :

Un ressort de raideur k subit un allongement x sous l'action d'une force $\vec{F}$. Le ressort réagit avec une force de rappel $\vec{F}_e$ définie par : $\vec{F}_e = -k\; x\, .\, \vec{e}_x$

Cette force de rappel dérive d'un potentiel car son rotationnel est nul. On a :

$$k\, x = \frac{\partial V}{\partial x} = \frac{dV}{dx} \quad \Rightarrow \quad dV = k\, x\, dx \quad \Rightarrow \quad V = \frac{1}{2} k\, x^2 + const \,.$$

II.9. Energie mécanique. Intégrales premières

II.9.1. Définition de l'énergie mécanique

Nous avons vu que la variation élémentaire de l'énergie cinétique d'une particule soumise à un champ conservatif est égale à la diminution de son énergie potentielle : $dE_C = -dV$. On en tire que : $d\left(E_C + V\right) = 0$. Ainsi, on a :

$$E_C + V = E = const\,. \qquad (2\text{-}40)$$

E est appelé énergie mécanique ou énergie totale de la particule. Elle est définie à une constante additive près.

II.9.2. Théorème de la conservation de l'énergie mécanique

L'énergie mécanique d'une particule ponctuelle qui se déplace dans un champ conservatif se conserve au cours de son mouvement. Si l'énergie cinétique diminue, l'énergie potentielle augmente et vice versa. L'énergie cinétique est minimale lorsque l'énergie potentielle est maximale.

II.9.3. Intégrales premières

On appelle intégrale première toute quantité scalaire qui ne fait intervenir que les coordonnées du point et leurs dérivées premières par rapport au temps et qui se conserve au cours du mouvement. L'énergie mécanique est une intégrale première, car :

$$E\left(q_i\left(t\right), \dot{q}_i\left(t\right)\right) = const\,. \qquad (2\text{-}41)$$

Cette constante est égale à la valeur de E prise sous les conditions initiales des paramètres de position et de leurs dérivées premières par rapport au temps.

II.10. Equilibre d'un solide. Conditions de stabilité

Un solide est en équilibre si et seulement si le torseur des efforts extérieurs qui s'exercent sur lui est un torseur nul. Si toutes les forces qui s'exercent sur ce solide dérivent d'un potentiel $V\left(x, y, z\right)$, cette condition équivaut à :

$$\frac{\partial V}{\partial x} = 0; \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \; et \; \frac{\partial V}{\partial x} = 0$$

et le moment résultant nul aussi. Cet équilibre est stable si on a dV>0 sur tout chemin partant de la position d'équilibre M_0 ; il est instable si dV<0 et indifférent si dV=0.

II.11. Courbes, surfaces équipotentielles et lignes de forces

On appelle courbe ou surface équipotentielle une courbe ou une surface sur laquelle l'énergie potentielle prend la même valeur. Elle est définie par l'équation :

$$V(x, y, z) = \text{const.} \qquad (2\text{-}42)$$

Les lignes de forces sont définies par le système d'équations différentielles :

$$\frac{dx}{\frac{\partial U}{\partial x}} = \frac{dy}{\frac{\partial U}{\partial y}} = \frac{dz}{\frac{\partial U}{\partial z}} \qquad (2\text{-}43)$$

Ce sont des lignes où les forces en sont tangentes, c'est-à-dire :

$$\vec{F} \uparrow\uparrow \overrightarrow{dM} . \qquad (2\text{-}44)$$

Chapitre III: Les machines simples

III.1. Introduction

Tous les mouvements dans la vie quotidienne s'accompagnent d'une certaine dépense d'énergie. Certains de ces travaux s'accomplissent sans peine car les forces développées ne dépassent jamais les possibilités humaines. D'autres paraissent impossibles car, sous leur aspect immédiat, ils excédent ces possibilités.

Pour effectuer certains travaux avec facilité, l'homme a créé des appareils appelés machines simples. Pour accomplir une tâche, il faut développer une force motrice capable de vaincre une force résistante. Une machine simple permet de modifier les caractéristiques de la force motrice en vue de faciliter l'exécution de la tâche.

III.2. Les leviers

Un levier est un solide très rigide s'appuyant sur un point ou un axe fixe O autour duquel elle peut tourner librement (Figure 3.1). Ce point O se nomme point d'appui. Sur ce solide agissent deux forces qui tendent à le faire tourner en sens contraire :

- l'une, appliquée en B, est la force à vaincre ; on l'appelle la résistance $\vec{R}$
- l'autre, appliquée en A, est développée par l'utilisateur du levier ; c'est la force motrice $\vec{F}$.

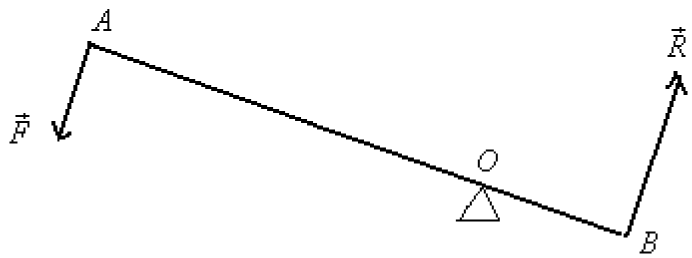

Figure 3.1 : *Schéma d'un levier*

III.2.1. La condition d'équilibre

Considérons le cas simple d'un levier rectiligne BOA (Figure 3.1), mobile sans frottement autour du point d'appui O et soumis à deux forces parallèles $\vec{F}$ *et* $\vec{R}$. Quand il est en équilibre, on peut appliquer le théorème des moments :

$$F \cdot OA = R \cdot OB$$

Ecrite sous la forme $F\,.\,\frac{OA}{OB} = R$, cette relation montre que l'on peut équilibrer une résistance donnée par une force motrice d'autant plus petite que le rapport $\frac{OA}{OB}$ des deux bras du levier est plus grand.

III.2.2. La conservation du travail

Si les frottements en O sont négligeables, il suffit d'exercer en A une force de module très légèrement supérieur à F pour faire basculer lentement la tige autour du pivot O.

Maintenant communiquons au système un déplacement virtuel pendant lequel la tige effectue une rotation autour du pivot de l'angle $\delta\theta$ qui l'amène de la position AB à la position A'B', horizontale, et que les forces appliquées aient conservé leur direction. Les forces motrice et résistante effectuent à leur tour des déplacements élémentaires δx et δy.

Les travaux moteur et résistant ont pour expression :

$$\delta W_m = F\,.\,\delta x \qquad ; \qquad \delta W_r = R\,.\,\delta y$$

Puisque la tige tourne autour du pivot à un angle $\delta\theta$, alors :

$$\delta x = OA\,.\,\delta\theta \quad , \quad et$$
$$\delta y = OB\,.\,\delta\theta$$

Il en résulte que :

$$\delta W_m = F\,.\,OA.\delta\theta \quad , \quad et$$
$$\delta W_r = R\,.\,OB\,.\delta\theta$$

Comme la condition d'équilibre reste sensiblement satisfaite, nous pouvons écrire :

$$F\,.\,OA \approx R\,.\,OB$$

Par suite : $W_m \approx W_r$

Ce résultat montre que le travail moteur est pratiquement égal au travail résistant. Il y a donc conservation de travail dans le levier. Grâce au levier, on peut effectuer une opération en développant une force F motrice beaucoup plus faible que la force résistante. Mais le déplacement du point d'application est beaucoup plus grand, de sorte que finalement le travail moteur réellement fourni est exactement égal au travail résistant. On ne gagne donc rien en travail à employer le levier, mais on effectue ce travail de façon plus commode.

III.3. Les poulies

Une poulie est un disque épais tournant sans frottement autour de son axe O que soutient un étrier E. Très souvent, un canal circulaire pratiqué dans l'épaisseur du disque, la gorge, permet à la poulie de soutenir un fil, une corde ou un câble. Aux deux brins du câble sont appliquées les forces $\vec{F}\,(active)\;\; et\,\vec{P}\,(résistante)$ situées dans le plan de la circonférence de la gorge. Si l'axe de la poulie ne change pas de position pendant la rotation du disque, la poulie est dite fixe. Dans la poulie mobile, une traction exercée sur le câble déplace en même temps la poulie et sa monture.

III.3.1. Poulie fixe

III.3.1.1. Equilibre

Supposons la poulie réduite à la circonférence de la gorge et immobile sous l'action des deux forces $\vec{F}\;\; et\;\; \vec{P}$. Le théorème des moments exprime la condition d'équilibre :

$$F\,.\,ON \;=\; P\,.\,OM$$

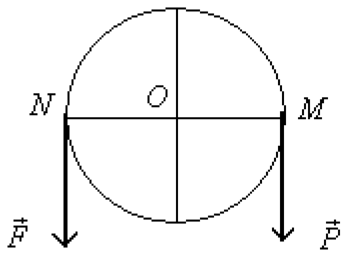

Figure 3.2 : *Poulie fixe sous l'action de deux forces*

Comme ON et OM sont deux rayons d'un même cercle, on obtient :

$$F \;=\; P$$

La force active a même module que la force résistante ; la poulie transmet donc les forces en conservant leurs modules.

III.3.1.2. Conservation du travail

Supposons que la charge soit soulevé très lentement : l'intensité de la force motrice ne surpasse alors que de très peu celle de la force résistante et on peut admettre que ces intensités restent pratiquement égales.

Transmettons au système un déplacement virtuel pour lequel le point d'application de la force motrice effectue un déplacement élémentaire $\delta x \;=\; ON\,.\,\delta\theta$ et celui de la force résistante $\delta y \;=\; OM\,.\delta\theta$. Si on tire une longueur de la corde δx du point d'application de la force motrice, cette longueur de corde s'enroulant d'un côté du disque se déroule de l'autre côté. Alors, les deux forces se déplacent de la même longueur telle que $\delta x = \delta y$ et les travaux qu'elles effectuent s'expriment par :

$$\delta W_m = F \,.\, \delta x \quad , \quad et$$
$$\delta W_r = P \,.\, \delta y = P \,.\delta x$$

Comme $F \approx P$, nous voyons que $W_m \approx W_r$.

Le travail moteur est sensiblement égal au travail résistant ; on dit qu'il y a conservation du travail. L'avantage de la poulie n'est donc pas une modification de la force active, puisque celle – ci reste toujours égale à la résistance. Mais grâce à l'enroulement du câble sur la gorge, la force $\vec{F}$ peut prendre une direction quelconque, ce qui rend souvent le travail d'une exécution plus commode.

III.3.2. Poulie mobile

III.3.2.1. Equilibre

La charge est accrochée à la chape de la poulie mobile O' ; l'équilibre est obtenu grâce à une force motrice $\vec{F}$, appliquée à l'extrémité A de la corde qui soutient O' et passe dans la gorge de la poulie fixe O. Dans le cas simple où les deux brins *a* et *b* sont parallèles, tout se passe comme si la force résistante $\vec{P}$ était équilibrée par deux forces $\vec{T}$ *et* $\vec{T}^{/}$, de même direction que $\vec{P}$ mais de sens contraire, appliquées respectivement en M et N.

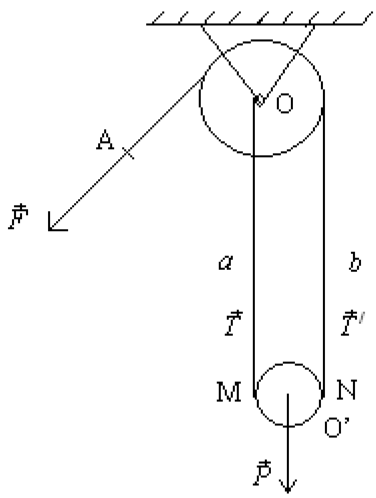

Figure 3.3 : *Système formé de deux poulies*

Comme la résultante de ces deux forces parallèles et de même sens doit être opposée à $\vec{P}$, elle passe au milieu du segment MN et a pour intensité P. Il en résulte que les deux composantes

$\vec{T}$ *et* $\vec{T}^{/}$ sont égales et ont pour intensité $\frac{P}{2}$. L'une de ces forces est la réaction du crochet K, transmise en N par le brin *a* de la corde ; l'autre est la force motrice $\vec{F}$, transmise en M par l'autre brin *b* de la corde et la poulie fixe O. Ainsi, l'intensité de la force motrice n'est que la moitié de l'intensité de la force résistante.

III.3.2.2. Conservation du travail

Si la force motrice effectue un déplacement élémentaire δx, les brins *a* et *b* de la corde se raccourcit de δx, d'où un déplacement élémentaire $\delta y = \frac{\delta x}{2}$ de la charge ; les deux travaux ont encore pour expression :

$$\delta W_m = F . \delta x \approx \frac{P}{2} \delta x \ , \ et$$
$$\delta W_r = P . \delta y = P . \frac{\delta x}{2}$$

D'où : $W_m \approx W_r$

L'avantage de cette machine est double :

- donner à la force motrice une direction plus commode ;
- diminuer son intensité.

Par contre, pour élever la charge d'une hauteur donnée, la longueur de corde que l'on doit tirer à soi est deux fois plus grande que dans le cas de la poulie fixe seule.

III.4. Le plan incliné

III.4.1. La condition d'équilibre

Supposons que le solide n'ait qu'un point de contact *M* avec la ligne de plus grande pente, et que les frottements soient négligeables. Comment agit le poids $\vec{P}$?

La force verticale $\vec{P}$ admet deux composantes rectangulaires :

- l'une $\vec{f}$, parallèle à la ligne de plus grande pente, tend à faire descendre l'objet le long du plan ;
- l'autre $\vec{f}^{/}$, perpendiculaire à la ligne de plus grande pente, n'a aucune effet utile, ni vers le haut ni vers le bas. Elle est opposée égale à la réaction du plan, avec le même module.

Pour obtenir l'équilibre du solide sur le plan incliné, il suffit donc de lui appliquer une force motrice $\vec{F}$, opposée à la composante $\vec{f}$. Calculons cette force. L'angle du triangle *GPf* étant égal à α (côtés perpendiculaires), le triangle rectangle *GPf* donne la relation :

$$f \quad = \quad P \,.\sin\alpha$$

Et enfin, puisque $F \;=\; f$, alors $F \;=\; P \,.\sin\,\alpha$

Comme le sinus d'un angle est toujours inférieur à l'unité, on constate que l'équilibre est obtenu avec une force motrice toujours inférieure à la force résistante ; son intensité est d'autant plus faible que l'inclinaison α du plan est plus petite.

III.4.2. La conservation du travail

Supposons que le solide chemine le long de la pente AB, le point d'application de la force motrice effectue un déplacement élémentaire δx et son centre de gravité, passant de G en G' s'élève d'une hauteur $\delta h \;=\; \delta x.\,\sin\alpha$; les deux travaux moteur et résistant ont pour expression :

$$\delta W_m \;=\; F \,.\, \delta x \quad , \quad et$$

$$\delta W_r \;=\; P \,.\, \delta h \;=\; P \,.\sin\,\alpha \,.\delta x$$

Nous avons vu que : $\quad F \;\approx\; P \,.\, \sin\alpha$

On constate que : $\quad W_m \;\approx\; W_r$

Le plan incliné est utile car il permet de déplacer entre deux niveaux horizontaux de lourdes charges sans avoir à développer une force excessive, pourvu que l'angle α soit faible. Autrement dit, en diminuant l'intensité de la force motrice exigée, ils rendent plus aisé le transfert d'un corps lourd d'un niveau à un autre plus élevé.

III.5. Le treuil

Le treuil est similaire à la corde et à la manivelle d'un puits. On utilise une corde enroulée autour d'un moyeu et actionnée par une manivelle (une roue) pour soulever un seau d'eau.

III.5.1. Condition d'équilibre

Supposons que la force motrice $\vec{F}$, appliquée en A à la poignée de la manivelle, ait une intensité constante et que, dans toute position de la manivelle, elle soit tangente à la circonférence décrite par le point A ; elle est alors orthogonale à l'axe de rotation du treuil et son bras de levier est $OA = R$. La force résistante est le poids $\vec{P}$ de la charge ; étant verticale, elle est aussi orthogonale à l'axe de rotation et son bras de levier est $OB = r$. Appliquons au treuil le théorème des moments. Le treuil est en équilibre quand le moment par rapport à l'axe de la force $\vec{F}$ qui tend à le faire tourner dans un sens est égal au moment par rapport à l'axe de la force $\vec{P}$ qui tend à le faire tourner dans l'autre sens :

$$F \,.\, R = P \,.r$$

On en tire :

$$F = P \,\frac{r}{R}$$

Si la longueur *R* du bras de la manivelle vaut *n* fois le rayon *r* du cylindre, une force résistante d'intensité *P* sera équilibrée par une force motrice d'intensité *n* fois plus petite que *P*.

III.5.2. La conservation du travail

En communiquant au système un déplacement virtuel pendant lequel la manivelle tourne d'un angle $\delta\theta$, le point d'application de la force motrice effectue un déplacement élémentaire de $\delta x = R \,.\, \delta\theta$ et que la charge s'élève d'une hauteur $\delta h = r \,.\, \delta\theta$. Alors, les expressions de leur travail s'expriment par :

$$\delta W_m = F \,.\, \delta x = F \,.R\, \delta\theta \quad , \quad et$$
$$\delta W_r = P \,.\, \delta h = P \,.\, r\, \delta\theta$$

Et en tenant compte de la condition d'équilibre toujours satisfaite :

$$F \,.\, R \approx P \,.r$$

D'où : $W_m \approx W_r$

Le travail moteur est pratiquement égal au travail résistant.

III.5.3. Efficacité de la machine

Pour connaître l'efficacité de la machine, on calcule son gain mécanique *GM* (ou avantage mécanique), qui est par définition le rapport entre la grandeur de la force résistante et la grandeur de la force motrice ou le rapport entre la distance sur laquelle on exerce la force et celle sur laquelle on déplace la charge.

L'expression s'écrit :

$$GM = AM = \frac{F_{resist}}{F_{motrice}}$$

Une machine peut avoir un gain mécanique inférieur à 1. Si le gain mécanique est supérieur à l'unité, cela signifie que la force à appliquer à la machine est moindre que la force qu'il aurait fallu appliquer pour effectuer le même travail sans elle. Si, au contraire, le gain mécanique est inférieur à l'unité, on doit fournir à la machine une force motrice plus grande que la force résistante. Dans ce cas, l'effort à fournir n'est pas diminué, mais l'utilisation de la machine simple nous permet d'obtenir une plus grande vitesse ou un plus grand déplacement.

Toutes les explications qui suivent ne tiennent pas compte du frottement ou de la masse que peuvent posséder les machines simples. On suppose donc qu'il n'y a aucune dissipation d'énergie lors du mouvement.

III.6. La conservation du travail dans une machine simple

III.6.1. Principe de conservation

Le fonctionnement d'une machine simple a toujours pour résultat le déplacement du point d'application d'une force résistante, donc l'obtention d'un travail résistant W_r. On a vu que ce fonctionnement exige dans tous les cas :

a) L'intervention d'une force motrice capable, au minimum, d'équilibrer la force résistante.
b) Le déplacement du point d'application de cette force motrice, donc l'exécution d'un travail moteur W_m, représentant la contrepartie du travail résistant obtenu.

En supposant un mouvement très lent de la machine et en négligeant les forces de frottement, on a établi que le travail moteur fourni est pratiquement égal au travail résistant obtenu. Ces restrictions suggèrent que l'égalité rigoureuse des travaux moteur et résistant exigerait la réalisation des conditions idéales suivantes :

a) Un mouvement infiniment lent ;
b) Des frottements nuls ;
c) Une machine simple indéformable.

C'est ce qu'exprime le principe de la conservation du travail que l'on peut énoncer : *Au cours de la marche infiniment lente d'une machine simple indéformable et sans frottement, le travail moteur est égal au travail résistant.*

III.6.2. Rendement d'une machine simple

Une machine simple ne crée pas de travail puisque, dans des conditions idéales, elle ne pourrait que rendre le travail qui lui est fourni.

En fait :

- Le mouvement imposé à une machine simple ne saurait être infiniment lent.
- Quoiqu'on puisse diminuer les frottements, il n'est pas possible de les supprimer totalement.

Il en résulte que la force motrice a toujours une intensité supérieure à celle que donne la condition d'équilibre et, par suite, que le travail moteur fourni à une machine simple par l'homme ou le moteur qui l'actionne excède toujours plus ou moins le travail résistant obtenu en contrepartie :

$$W_m > W_r$$

On caractérise une machine simple par son rendement, égal au rapport du travail résistant obtenu au travail moteur fourni à la machine. Ce rendement est toujours inférieur à l'unité.

$$R = \frac{W_r}{W_m} < 1$$

Malgré la perte de travail que représente la différence $W_m - W_r$, l'emploi d'une machine simple reste le plus souvent avantageux parce que l'exécution du travail moteur s'en trouve grandement facilitée ; très fréquemment d'ailleurs, cette exécution serait impossible sans l'intervention de la machine.

III.7. Conclusion

Une machine est un produit fini mécanique capable d'utiliser une source d'énergie communément disponible pour effectuer par elle-même une ou plusieurs tâches spécifiques, en exerçant un travail mécanique sur la charge à déplacer ou la matière à façonner. Le machinisme est apparu avec l'utilisation de mécanismes permettant de transformer un mouvement en un autre (machines simples). La production d'énergie mécanique à partir de ces sources est le fait de machines motrices. L'énergie mécanique est utilisée dont le but doit être de hausser le niveau de vie de l'homme tout en permettent à celui – ci de travailler moins longtemps et moins péniblement.

Deuxième partie :

ETUDE DE L'ASPECT DYNAMIQUE DE LA BICYCLETTE

Chapitre IV : Généralités sur la bicyclette

On entend par bicyclette tout produit comportant deux roues et une selle, et propulsé principalement par l'énergie musculaire de la personne montée sur ce véhicule, en particulier au moyen de pédales.

Une **bicyclette**, aussi appelée un **vélo** en langage familier, est un véhicule terrestre composé de deux roues alignées — d'où elle tire son nom. La force motrice est fournie par son conducteur humain (le *cycliste*) par l'intermédiaire de pédales faisant office de paliers de vilebrequin. La bicyclette est l'un des principaux moyens de transport dans de nombreuses parties du monde.

Par rapport à la marche à pied, le vélo est trois fois plus efficace à effort égal et entre trois et quatre fois plus rapide. On a également calculé qu'en termes de conversion en mouvement de l'énergie issue de la nourriture, il s'agit d'une forme de locomotion plus efficace que celle de n'importe quel organisme biologique.

IV.1. Historique

IV.1.1. De la draisienne au grand bi : Le vélocipède

IV.1.1.1. L'origine du vélo

La définition d'un vélo semble simple. Le terme « **vélocipède** », abrégé en vélo, désigne un engin dont la vitesse a pour origine le mouvement des pieds.

Le premier deux-roues fut construit par Karl Drais, en 1818. Son invention était simple. Il s'agissait d'une poutre en bois reliant deux roues avec une direction à pivot qui permettait à la roue avant de tourner. La propulsion se faisait en prenant appui avec les pieds sur le sol. Le cycliste n'était alors qu'un coureur à pied chevauchant une machine très particulière. On appela cette machine sous le nom de « vélocipède » puisque son but est de faire marcher une personne avec une grande vitesse (véloce=rapide, pède=pied). Le nom est resté générique pour les évolutions de la bicyclette de Drais (qui est aussi connu sous le nom de draisienne), et si le terme vélocipède fait archaïque, son diminutif « vélo » fait toujours parti du vocabulaire courant.

Figure 4.1 : Un cyclopédiste sur une draisienne

Sur la draisienne, l'équilibre est assuré par les pieds qui touchent le sol. Mais, dès que le cyclopédiste prend de la vitesse et relève les jambes, le problème de la stabilité se pose. L'observation de la draisienne de 1818 montre l'ingéniosité de son inventeur entièrement tournée vers le jeu de direction et sa manipulation par l'utilisateur : une selle avec appui lombaire et un accoudoir bloquent la partie supérieure du corps et la dissocient du mouvement des jambes pour lui assurer une stabilité suffisante et permettre de contrôler la direction de la roue avant avec les bras.

Dès 1818, les draisiennes sont équipées d'un axe de direction rotatif permettant d'orienter la roue avant. Mais, pour oser quitter le sol, il fallait plus qu'une simple adresse du geste, il fallait rompre avec la position naturelle du corps humain sur terre pour inscrire un peu plus celui-ci dans la dépendance du mécanisme. Seule l'inquiétude d'un tel saut peut expliquer les quarante-trois ans qui séparent Drais des Michaux.
Le vélocipède ne retrouva les faveurs du public que le jour où les inventeurs comme Michaux le dotèrent de pédales.

IV.1.1.2. Le premier vélocipède à pédale

La première vraie bicyclette a été inventée vers 1839 par un forgeron écossais Kirkpatrick MacMillan. Elle consistait en une draisienne améliorée, à laquelle on avait installé un ingénieux système de pédales. Contrairement à la draisienne, il devenait possible de rouler sans que les pieds ne touchent le sol. Ici, le concept de pédales utilisé était très différent de ce que nous connaissons aujourd'hui. On actionnait ainsi des tiges rigides fixées à des manivelles étant fixées à la roue arrière. On posait les pieds sur les pédales un mouvement de va-et-vient des jambes (plutôt qu'un mouvement rotatif). Le pédalage permettait la rotation de la roue, et le mouvement vers l'avant.

La première évolution majeure du vélocipède est due à Ernest Michaux qui a créé en 1861 un système de pédalage rotatif, à l'origine du concept actuel. On a fixé deux manivelles et des pédales au moyeu de la roue avant de la draisienne. Ce système de transmission avait l'avantage d'être simple et léger. En pédalant, la rotation de la roue avant mettait le vélo en mouvement. Le vélocipède était né.

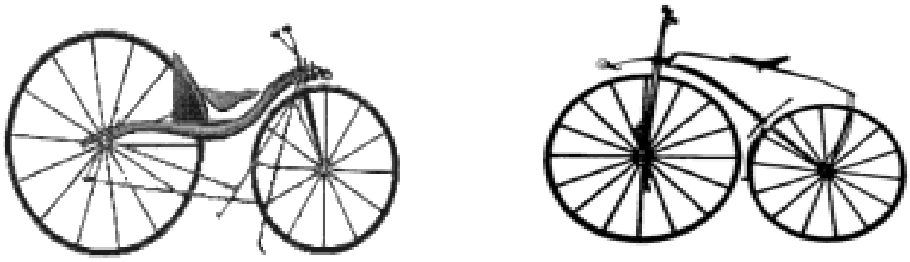

Figure 4.2 : Les vélocipèdes à pédales

L'importance de l'équilibre explique la découverte étonnamment tardive de la pédale. Le pédalier est solidaire de l'axe de la roue qu'il entraîne, ce qui oblige le cycliste à pédaler sans discontinuer, le mouvement des jambes accompagnant celui des roues.

IV.1.1.3. Le grand bi

Le mot « **bicycle** », abrégé en **grand « bi** », est plus tardif et insiste plutôt sur le mode du mouvement, les roues. La roue avant d'un grand bi atteignit rapidement On cherche alors à rendre le vélocipède plus rapide. Comme les pédales étaient fixées de part et d'autre du moyeu de la roue avant, il fallait augmenter le diamètre de cette roue motrice pour accroître la distance parcourue à chaque coup de pédale. Directement issus du vélocipède de Michaux, le grand bi possède une roue avant immense, 1,50 m voire 2 m, pour obtenir un développement de 6,28 m (permettant d'aller plus vite), contre 2,80 m aux premiers Michaux, et une roue arrière toute petite pour alléger l'ensemble. Alors le diamètre de la roue avant ne cessait d'augmenter tandis que celui de la roue arrière diminuait son rôle se limitant à permettre l'équilibre de l'ensemble. Ainsi naquit le grand bi, en 1872.

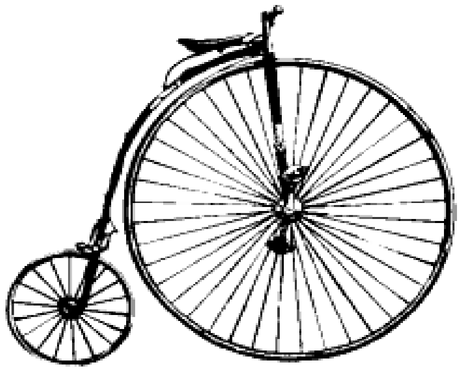

Figure 4.3 : Un grand bi

Le moyeu de la roue avant portait une traverse reliée à la jante par deux petites barres d'accouplement réglable. Lorsque ces barres étaient étirées, la jante tournait par rapport au moyeu, et les rayons étaient tendus. Malgré ses défauts, le grand-bi eut sa part de responsabilité dans l'évolution de cette technique, car les rayons radiaux de la roue ne pourraient supporter la tension à laquelle ils étaient soumis. Pour remédier à cet état de choses, John Starley a été utilisé des roues de rayons de broche métallique sous tension. Le patron de laçage de ces rayons était « tangentiel » plutôt que radial, ce qui permettait une meilleure absorption des vibrations causées par la route, une plus grande résistance aux chocs, et plus grande capacité à canaliser l'énergie que génère le pédalage.

Cependant, l'hypertrophie de la roue avant (on arrivait à des roues de trois mètres de diamètre) pose des problèmes de sécurité, en raison des problèmes d'équilibre dans des machines conjuguant un poids (jusqu'à 60 kg) et un centre de gravité élevés.

Que les premiers spécimens, voulant échapper à la logique équilibriste des grands bi se soient appelés safety ou bicycle de sûreté confirme à quel point la hantise des chutes imposait le besoin d'engins plus proche du sol.

La bicyclette plus proche de celle que nous connaissons aujourd'hui n'avait plus qu'à prendre son envol.

IV.1.2. Les bicyclettes contemporaines

IV.1.2.1. La bicyclette de sécurité

Le principal jalon dans le développement de la bicyclette est l'introduction de la Rover Safety Bicycle, fabriquée par John Starley. Les deux roues avaient le même diamètre, et la machine avait un cadre en tubes d'acier et des pédales, à transmission par chaîne.

La transmission par roue dentée et chaîne reliant les pédales et la roue arrière fut inventée en 1879. L'anglais Harry Lawson fit breveter un modèle amélioré et commença à fabriquer des bicyclettes dotées de ce type de transmission.

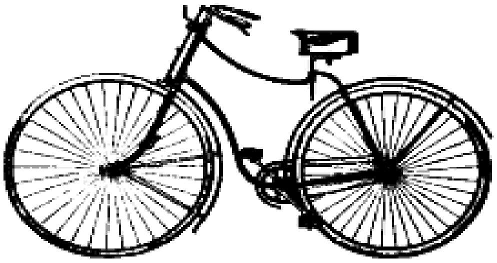

Figure 4.4 : Une bicyclette de sécurité

Le cycliste y est installé à l'arrière, ce qui rend presque impossible la chute de type « soleil » où le cycliste est catapulté par dessus la roue avant. Un engrenage plus grand à l'avant qu'à l'arrière fait tourner la roue arrière rapidement que les pédales ne tournent, ce qui permet à ce type d'engin d'aller vite même sans une roue géante. Cette « bicyclette de sécurité », et, à notre sens, la première bicyclette digne de ce nom, est considérée comme le prototype de la bicyclette moderne.
Un autre élément qui ajouta encore à sa popularité fut l'invention du pneumatique par le vétérinaire John B. Dunlop, en 1888.

IV.1.2.2. La bicyclette moderne

Les bicyclettes de sécurité ressemblaient déjà beaucoup aux bicyclettes actuelles. Elles avaient des pneumatiques de taille comparable à ceux d'un vélo moderne, des roues à rayons, un cadre en acier et une transmission par chaîne. La seule chose qui leur manquait était un système de changement de vitesses.

Dans les années 1890 ce nouveau modèle de bicyclette a élargi la cible des utilisateurs potentiels, et fut perfectionné avec l'adjonction d'éléments comme la roue libre, le frein et les pignons.

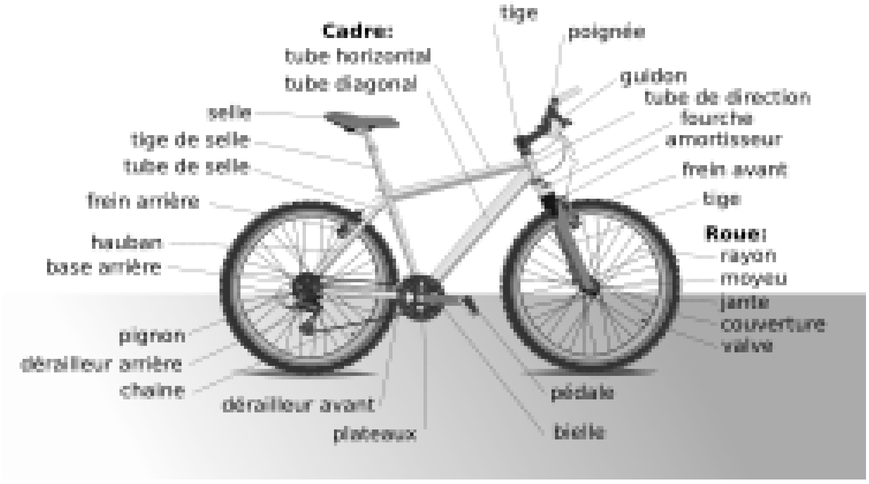

Figure 4.5 : Composants d'une bicyclette moderne

Un grand nombre d'évolutions discrètes mais majeures devaient encore voir le jour : la roue libre, le pneumatique démontable, le changement de vitesse.

De plus, les bicyclettes devinrent un produit industriel, réduisant leur prix à un point qui les rendait abordables aux ouvriers. Cela conduisit à une « folie de la bicyclette », qui fut à l'origine d'une évolution sociale importante.

IV.2. Plan technique d'une bicyclette

Les bicyclettes courantes sont constituées d'un ensemble de pièces facilement identifiables.

IV.2.1. Le cadre

Le cadre en est la partie principale, il consiste généralement en un triangle sur lequel le poids du cycliste est réparti à partir du point d'appui de la selle où est assis le cycliste, associé à un second triangle plus petit sur lequel est monté la roue arrière : ce second triangle se compose de haubans (arrête extérieure du triangle arrière) et de bases (base du triangle arrière). La roue avant est fixée au cadre par une fourche, la partie haute de celle-ci est montée sur des roulements à billes au travers d'un tube presque vertical à l'avant du cadre. Ces roulements à billes constituent le jeu de direction. Le sommet de la fourche constitue une potence à laquelle est fixé le guidon. La fourche peut être suspendue. De nombreux modèles de vélos modernes sont par ailleurs conçus sans haubans fixes, remplacés par un système suspendu. Ce système peut prendre des formes diverses et variées, de l'utilisation d'articulations basées sur des roulements, jusqu'à l'emploi de matériaux flexibles (titane notamment) qui autorisent une déformation progressive. De tels vélos « tout-suspendus » sont conçus pour la pratique en terrain inégal comme le VTT pour apporter un confort supplémentaire.

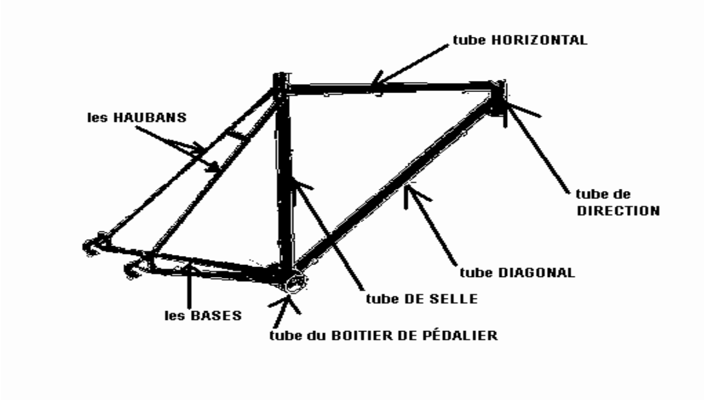

Figure 4.6 : Cadre principal d’une bicyclette

IV.2.2. Fonctionnement de la transmission

L'énergie est fournie par le cycliste par l'intermédiaire de ses pieds, avec lesquels il appuie sur les pédales, reliées à un ou plusieurs engrenages au niveau du pédalier : le ou les plateaux. L'engrenage arrière, le pignon (mais il y a souvent plusieurs pignons de tailles différentes fixés ensemble) est monté sur la roue arrière par un mécanisme à cliquet anti-retour : la roue-libre. La transmission du mouvement entre un plateau et un pignon est assurée par la chaîne. L'ensemble des éléments compris entre les pédales et la roue arrière est désigné par le terme de transmission. Les roues elles-mêmes sont munies de pneus, afin d'accroître le confort du cycliste, et de diminuer les contraintes subies par la mécanique.

La possibilité de changer de vitesses constitue l'une des avancées majeures de la technique cycliste. Le travail des jambes est plus efficace à certaines vitesses de rotation du pédalier. Disposer d'une possibilité de sélection plus étendue des rapports de vitesses entre plateaux et pignons permet au cycliste de conserver sa cadence de pédalage la plus proche d'une valeur désirée. C'est un dispositif simple qui pousse la chaîne latéralement de manière à l'obliger à changer de pignon (ou de plateau pour le dérailleur avant).

IV.2.3. Les freins

L'un des plus importants organes d'un vélo est le système de freinage. Il est composé de deux poignées de frein indépendantes, commandant chacune une mâchoire venant appliquer des tampons en caoutchouc sur la jante par l'intermédiaire de câbles de frein. Les câbles sont la plupart du temps protégés dans des gaines.

IV.2.4. Les matériaux

Les matériaux utilisés pour la fabrication des bicyclettes sont proches de ceux utilisés en aéronautique, l'objectif dans les deux cas étant d'obtenir une structure légère et résistante.

Chaque type de matériau utilisé pour le cadre a ses avantages et ses inconvénients, bien que pour une géométrie de cadre donnée, l'ensemble des bicyclettes possèdent des qualités quasiment identiques dans leur comportement à l'effort.

Chapitre V : Aspect dynamique de la bicyclette

V.1. Introduction

Dans ce chapitre, nous allons effectuer une analyse dynamique d'une bicyclette.

V.2. Efforts de démarrage

Considérons une bicyclette à l'arrêt sur un sol horizontal (figure 5.1).

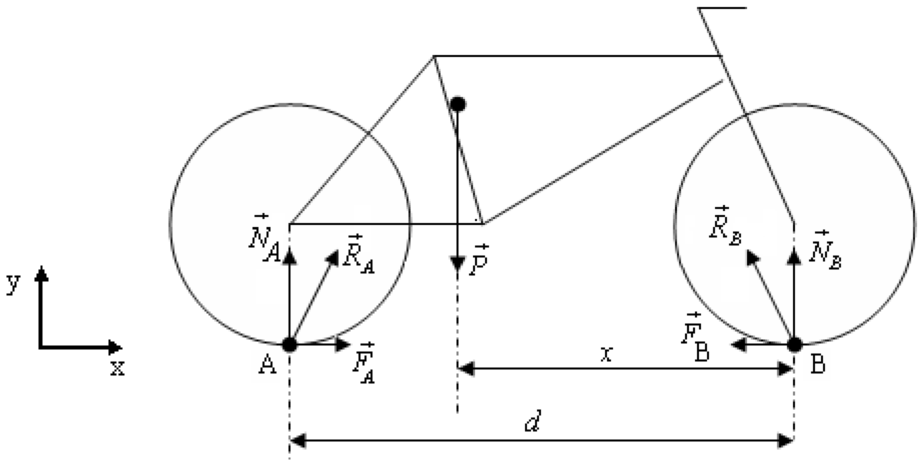

Figure 5.1 : *Forces extérieures appliquées à une bicyclette portant son cycliste*

Elle est soumise aux efforts extérieurs :

- le poids du cycliste $\vec{P}$;

- la résultante des efforts appliqués par le sol au point A sur la roue arrière motrice $\vec{R}_A$;

- la résultante des efforts appliqués par le sol au point B sur la roue avant $\vec{R}_B$.

Isolons cette bicyclette qui est supposée en déplacement à vitesse constante et appliquons le principe fondamental de la statique avec les moments calculés en B, point de contact de la roue avant avec le sol :

$$F_A - F_B = 0$$

$$N_A + N_B - P = 0$$

$$N_A\, d - P\, x = 0$$

Ces trois équations comportent 4 inconnues. Elles permettent de résoudre partiellement.

$$N_A = \frac{P\,x}{d} \qquad et \qquad N_B = P\left(1 - \frac{x}{d}\right) \qquad (5-1)$$

Donc, comme $x < d$, N_A est toujours supérieure à N_B qui peut même tomber jusqu'à zéro.

On constate que N_A augmente lorsque le poids du cycliste augmente et lorsque la distance x augmente : un cycliste plus lourd et disposé plus vers l'arrière provoque une composante normale plus lourde et permet une composante tangentielle plus élevée avant d'atteindre la limite du roulement.

Pour connaître F_A, isolons la roue arrière lorsque le cycliste exerce un effort sur la pédale (figure 5.2). Elle est soumise aux actions extérieures :

- la force exercée par la chaîne sur le pignon arrière $\vec{T}$;
- la résultante des actions exercées par le sol $\vec{A}$.

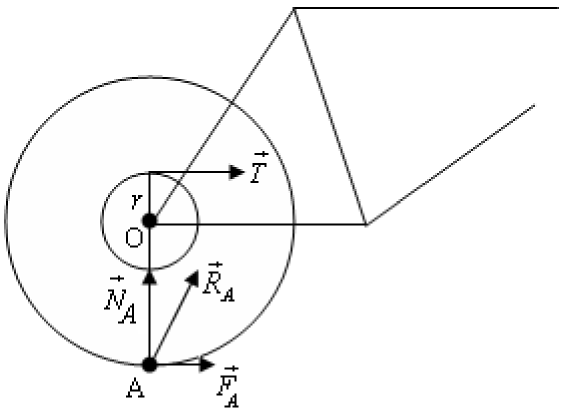

Figure 5.2 : *Roue avant isolée*

L'application du principe fondamental de la statique, moments calculés en O, fournit :

$$F_A\, R_j \;-\; T\, r \;=\; 0$$

R_j : rayon de la roue et r : rayon du pignon

Et on obtient :

$$F_A = \frac{r}{R_j}\, T$$

D'après la condition de frottement de roulement, pour qu'il y ait roulement, la composante tangentielle doit être inférieure ou égale au produit du coefficient de frottement de roulement par la composante normale.

Alors, $\quad F_A \le \mu_0 \,.\, N_A \quad$ *soit* $\quad \dfrac{F_A}{N_A} \le \mu_0$

Le rapport $\frac{F_A}{N_A}$ est égal à $\frac{F_a}{N_a} = \frac{\frac{r}{R_j}\ T}{\frac{P\ x}{d}}$

Il y a donc roulement si : $\frac{\frac{r}{R_j}\ T}{\frac{P\ x}{d}} \leq \mu_0$

La force T_{lim} de la chaîne qu'on peut exercer sur le pignon arrière à la limite du roulement est :

$$T_{\lim} = \frac{x\ R_j}{r\ d}\ P.\ \mu_0 \qquad (5-2)$$

Si l'on fait varier dans des limites déterminées le poids *P* du cycliste et sa distance *x* par rapport à l'axe de la roue avant, la grandeur T_{lim} augmente proportionnellement avec ces deux paramètres. Tant que la tension de la chaîne *T* est inférieure à la tension limite $(T < T_{lim})$, la roue de la bicyclette reste au repos. Dès que la force exercée est plus élevée que T_{lim} $(T > T_{lim})$, la bicyclette se met en mouvement : il n'est plus en équilibre.

Lors du mouvement, la valeur du coefficient μ_0 dépend, dans une certaine mesure, de la vitesse du mouvement relatif du corps. Dans la majorité des cas, lorsque la vitesse augmente, la grandeur μ_0 diminue d'abord quelque peu pour ensuite conserver une valeur presque constante. La force de frottement est égale au produit du coefficient de frottement dynamique par la force de pression normale :

$$F = \mu\ N$$

V.3. Force motrice et force de traction

Le système pédalier installé sur le vélo moderne est typiquement identique à celui d'une des machines simples appelé treuil.

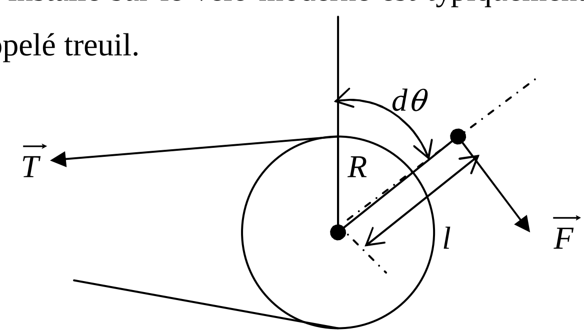

Figure 5.3 : Système pédalier

A l’équilibre du système, la relation liant la force motrice humaine à celle de traction qui est la tension de la chaîne sera donnée par :

$$T_{chaine} = \frac{l}{R} F_{motrice} \qquad (5-3)$$

La tension de la chaîne est en effet égale à la force motrice exercée par le cycliste sur la pédale multipliée par le rapport de la longueur *l* de la manivelle sur le rayon *R* du plateau.

Nous savons que sur une bicyclette normale, la longueur de la manivelle est toujours supérieure au rayon du plateau sur le pédalier $(l > R)$, c’est ce qui veut dire que la force motrice sera toujours incomparable à celle de la tension dans la chaîne $(F_{motrice} > T_{chaine})$. Pourtant, on pourra modifier cette force de traction en faisant varier progressivement le rayon de plateaux existant sur le plateau. Plus le rayon *R* du plateau sera petit, plus la tension dans la chaîne augmente. Et la force motrice appliquée sur la pédale pour faire tourner la manivelle sera moins importante. Dans ce cas, la rotation de la manivelle est grande comme si on a l’impression de n’avoir exercée une force sur la pédale. L’inverse se produira dans le cas où le rayon *R* du plateau sera grand, c’est à dire on applique une grande force motrice et l’intensité de force de traction sera moindre ainsi que la rotation de la manivelle est faible.

V.4. Couple d’entrée et couple de sortie

Un couple de forces d’entrée de moment C_e agit sur le plateau de rayon *R* du pédalier. Pour maintenir l’équilibre, il faut appliquer au pignon de rayon *r* de la roue motrice un moment C_s du couple de sortie. Étudions d’abord les conditions de l’équilibre du plateau soumis à un couple C_e qui ne peut être équilibré que par l’action d’un autre couple. Ce dernier est, dans ce cas, le couple formé par la tension de la chaîne T_1 exercée par le pignon sur le plateau et par la réaction R_P de l’axe du pédalier. Alors, selon la condition d’équilibre :

$$C_e + \left(- T_1 R \right) = 0 \qquad soit \qquad T_1 = \frac{C_e}{R} \qquad (5-4)$$

Maintenant examinons les conditions de l’équilibre du pignon. Selon la loi de l’égalité de l’action et de la réaction, le pignon subira aussi l’action de la force de tension de la chaîne : $\vec{T}_2 = -\vec{T}_1$, force qui, avec celle de la réaction $\vec{R}_P$ de l’axe de la roue motrice, forme un couple dont le moment est égale à « $- T_2 r$ ». Ce couple doit être équilibré par le couple de moment C_s appliqué au pignon ; donc selon la condition d’équilibre :

$$C_s + \left(- T_2 r \right) = 0 \qquad soit \qquad T_2 = \frac{C_s}{r} \qquad (5-5)$$

D’où, puisque $T_1 = T_2$, nous trouvons :

$$C_s = \frac{r}{R} C_e \qquad (5-6)$$

Il est évident que le couple de sortie C_s est proportionnel au couple d'entrée C_e par le rapport des rayons de ces deux roues.

Ce couple de sortie appliqué à la roue motrice est appelé aussi un moment de rotation qu'on utilisera par la suite.

V.5. Mouvement du centre d'inertie

S'il n'y avait pas de frottement, les efforts musculaires de l'homme seraient vains et il ne pourrait pas se déplacer sur un plan horizontal car, dans ce cas, la somme des projections sur un axe horizontal quelconque de toutes les forces extérieures (force de pesanteur et réaction du plan) qui lui sont appliquées est égale à zéro et le centre d'inertie de l'homme ne se déplacera pas le long du plan. Il glissera et le centre d'inertie restera à la même place.

Au contraire, avec l'apparition du frottement, la force que celui – ci développe s'opposera au glissement. Ce sera précisément cette force extérieure qui permettra à l'homme de se déplacer dans la direction de son action. Le déplacement de tous les véhicules s'effectue d'une manière analogue.

V.6. Facteur influençant la force de frottement

On a l'habitude de voir les mobiles ralentir puis s'arrêter quand la force qui les pousse disparaît. Ce phénomène est expliqué par la force de résistance qui s'oppose à leur mouvement. On l'appelle force de friction.

Quel que puisse être son aspect, aucune surface n'est absolument lisse, et c'est justement cela qui est à l'origine de la friction. Toute surface est en fait un ensemble de « collines et vallées », et quand les pics microscopiques de deux surfaces entrent en contact, ils se soudent, rendant difficile le glissement d'une surface sur l'autre. La friction est fonction de la pression exercée entre deux surfaces. Un objet lourd est plus difficile à faire glisser qu'un objet léger, cela tient au nombre plus important de minuscules « soudures » qui se créent. En effet, en l'absence totale de friction, les mobiles continueraient indéfiniment leur course.

V.7. Frottement statique. Coefficient de frottement

Lorsqu'on tend à déplacer un corps sur la surface d'un autre corps, dans le plan de contact des corps naît une force de résistance à leur glissement relatif appelée force de frottement de glissement. L’apparition du frottement est conditionnée avant tout par la rugosité des surfaces, engendrant une résistance au déplacement, et par l’adhésion présenta entre les corps pressés l’un contre l’autre.

V.8. Lois du frottement de glissement

1. Lorsqu’on tend à déplacer un corps sur la surface d’un autre, il apparaît, dans le plan de contact des corps, une force de frottement dont l’intensité peut être comprise entre zéro et la valeur F_{lim} appelée force de frottement limite. La force de frottement est dirigée dans le sens opposé à celui dans lequel les forces actives tendent à déplacer le corps.

2. L’intensité de la force de frottement limite est égale au produit du coefficient de frottement statique par la force de pression normale :

$$F_{\lim} = \mu_0 N$$

Le coefficient de frottement statique μ_0 dépend de la matière des corps en contact et de l’état des surfaces.

3. L’intensité de la force de frottement limite ne dépend pas des dimensions des surfaces en contact. Donc à l’équilibre la force de frottement au repos :

$$F \leq F_{\lim} \qquad ou \qquad F \leq \mu_0 N$$

La force musculaire fournie par le cycliste sur la pédale est une force intérieure et ne peut pas par elle – même déplacer le centre d’inertie du système (ensemble cycliste – vélo). Le déplacement se produit parce que le cycliste transmet à la roue correspondante, dite roue motrice, un moment de rotation.

Le point de contact A de la roue motrice tend alors à glisser vers l’arrière. Mais sur cette roue agit dans ce cas une force de frottement dirigée vers l’avant. C’est cette force extérieure qui permet au centre de gravité du vélo de se déplacer vers l’avant. Lorsque cette force n’existe pas ou lorsqu’elle est insuffisante pour vaincre la résistance éprouvée par la roue porteuse, il n’y aura pas de déplacement vers l’avant.

V.9. Forces de frottement

Désormais considérons que notre système, dépourvu de forces de résistance au déplacement, commence à se déplacer à partir de sa position de repos en lui appliquant de moment de rotation à la roue motrice. D’après le principe fondamental de la dynamique, pour un corps en translation, l'accélération subie par ce corps est proportionnelle à la résultante des forces qu'il subit, et inversement proportionnelle à sa masse. Ceci nous permet d'écrire que, dans notre système, on a :

$$F_A \; - \; F_B \; = \; M \; a \qquad (5-7)$$

Pour déterminer les forces de frottement qui agissent sur chaque roue, formons les équations du mouvement de rotation des roues par rapport à leurs axes, en utilisant le théorème du moment cinétique.

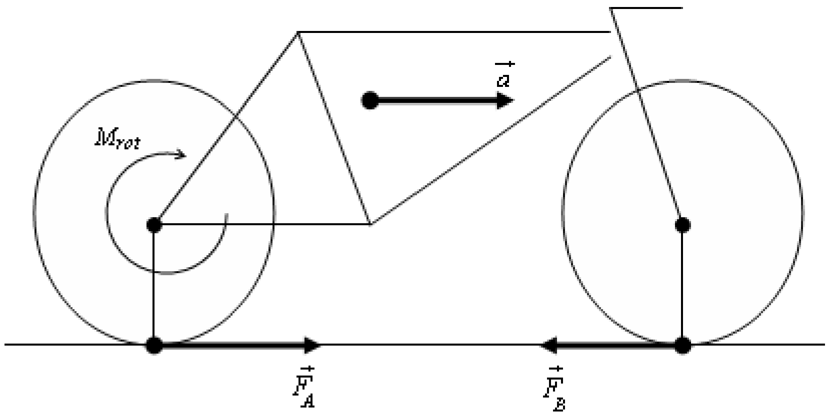

Figure 5.4 : *Déplacement sur la route*

Pour la roue motrice on tiendra compte du fait que la force de frottement $\vec{F}_A$ agissant sur elle est dirigée vers l'avant, on obtient :

$$M_{rot} \; - \; F_A \, . \, R_j \; = \; J_0 \, . \, \varepsilon \qquad (5-8)$$

Puisque pendant le roulement $\varepsilon = \dfrac{a}{R_j}$, on trouve en définitive :

$$F_A \; = \; \frac{M_{rot}}{R_j} \; - \; m_j \; a$$

La force de frottement $\vec{F}_B$ qui agit sur la roue porteuse est dirigée vers l'arrière. Par conséquent, pour cette roue on aura :

$$- \; F_B \, . \, R_j \; = \; J_0 \; \varepsilon \qquad (5-9)$$

Soit : $F_B \; = - \; m_j \, . \, a$

Ainsi, la force de frottement qui agit sur la roue motrice augmente pendant l'accélération du vélo et atteint sa valeur maximale lorsque le mouvement devient uniforme. Quant à la roue porteuse, la force de frottement atteint une valeur maximale au début du mouvement, puis elle décroît et pendant le mouvement uniforme prend la valeur minimale. Portant ces deux valeurs de forces de frottement dans l'égalité (5-7), on obtient :

$$M_{rot} \;=\; R_j \; M \; a \qquad d'où \qquad a \;=\; \frac{M_{rot}}{R_j \;\; M} \qquad (5-10)$$

Il en résulte ainsi que le moment de rotation de la roue motrice nécessaire pour accélérer la bicyclette est le produit de la masse du cycliste – vélo et de son accélération : plus la masse est grande, plus grand est le moment de rotation requise pour l'accélérer à une vitesse déterminée. Durant le déplacement, quelle que soit la masse du vélo – cycliste, tout moment de rotation net non nul qui est appliqué à la roue motrice produit une accélération.

V.10. Energie de déplacement

En additionnant les équations de moment (5-8) et (5-9) sur les deux roues, on aura :

$$M_{rot} \;-\; F_A .\; R_j \;+\; F_B . R_j \;\;=\; 2\; J_0 . \varepsilon$$

Dans ce cas, pendant le roulement, ces deux roues effectuent un angle élémentaire de rotation $d\varphi$. Multiplions l'équation ci – dessus par cet angle, et on obtient :

$$M_{rot}\, d\varphi \;-\; F_A .\; R_j \; d\varphi \;+\; F_B . R_j \; d\varphi \;\;=\; 2\; J_0 . \varepsilon \; d\varphi$$

On peut l'écrire :

$$M_{rot}\, d\varphi \;-\; (F_A \;-\; F_B). R_j \; d\varphi \;\;=\; 2\; J_0 . \varepsilon \; d\varphi$$

En tenant compte de l'équation (5-1) du mouvement en translation,

$$M_{rot}\, d\varphi \;\;=\; 2\; J_0 . \varepsilon \; d\varphi \;+\; M \; a \; R_j \; d\varphi$$

Utilisant les relations cinématiques suivantes :

$$a = v \;\frac{dv}{ds} \;\; ; \;\; \varepsilon \;=\; \omega \;\frac{d\omega}{d\varphi} \quad et \quad ds \;= R_j \; d\varphi \,,$$

l'équation devient :

$$M_{rot} \;\, d\varphi \;\;=\;\; 2\; J_0 \; \omega \; d\omega \;\;+\;\; M \;\; v \, dv \qquad (5-11)$$

Puisque le déplacement en bicyclette est obtenu par la composition de mouvements de translation et de rotation, en roulant d'un état à l'autre les deux roues tournent d'un angle φ avec une vitesse angulaire ω pendant que l'ensemble bicyclette se déplace sur une distance x avec une vitesse v. Alors en intégrant l'équation (5-11), on obtient :

$$\int_0^{\varphi} M_{rot} \; d\varphi \;\;=\;\; 2\; J_0 \;\int_{\omega_0}^{\omega_1} \omega \; d\omega \;\;+\;\; M \;\int_{v_0}^{v_1} v \; dv$$

En définitive, on trouve :

$$M_{rot} \; \varphi \;=\; J_0 \left(\omega_1^2 \;-\; \omega_0^2\right) \;+\; \frac{1}{2} \;\; M \;\left(v_1^2 \;-\; v_0^2\right) \qquad (5-12)$$

L'équation (5-12) obtenue est l'expression du théorème de la variation de l'énergie cinétique que l'on formule comme suit : *La variation de l'énergie cinétique d'un système pendant son déplacement est égale à la somme des travaux le long de ce déplacement de toutes les forces extérieures et intérieures appliquées au système*.

Les travaux des forces de frottement F_A et F_B agissant sur les roues contre le sol étant égaux dans ce cas à zéro. En revanche, le moment de rotation qui est une force intérieure est la seule effectuant un travail pendant le déplacement. Il en résulte que l'augmentation de l'énergie cinétique de rotation des ces deux roues et celle de translation est égale au travail du moment de rotation fourni par le cycliste.

V.11. Vitesse de translation au démarrage

Pour déterminer la vitesse de translation du vélo lorsqu'il aura parcouru la distance *x*, utilisons l'équation (5-12). Tenant compte que pendant le roulement, l'angle de rotation de la roue est $\varphi = \frac{x}{R_j}$ et que $\omega = \frac{v}{R_j}$, nous obtenons :

$$v_1^2 - v_0^2 = \frac{M_{rot} \frac{x}{R_j}}{\frac{J_0}{R_j^2} + \frac{1}{2} M}$$

Dans notre cas étudié, considérons que l'ensemble cycliste – bicyclette au moment de repos part avec une vitesse initiale nulle, c'est à dire que $v_0 = 0$ et le moment d'inertie des roues est égal à celui de la jante ou anneau $J_0 = m_j R_j^2$. Substituant ces valeurs, nous aurons :

$$v = \sqrt{\frac{2 M_{rot} x}{R_j (M + 2m_j)}} \qquad (5-13)$$

Ainsi, en supposant le moment de rotation invariable, la vitesse obtenue pendant le déplacement varie en fonction de la distance parcourue car le produit du rayon de la roue à la somme de masse du cycliste – bicyclette avec celle des deux roues reste aussi toujours constant. Plus la distance parcourue augmente, plus grande sera la vitesse de déplacement. Dans ce cas, quand un système ou un corps se meut dans un milieu quelconque, il éprouve une résistance dont la grandeur dépend de la forme et des dimensions du corps, de sa vitesse ainsi que des propriétés intrinsèques du milieu, limitant le mouvement de déplacement.

V.12. Résistance à l'avancement

Les résistances à l'avancement d'un véhicule sont généralement classées dans trois grandes catégories :

- Résistance mécanique au roulement,
- Résistance à la pesanteur,
- Résistance à l'air.

V.12.1. Résistance mécanique au roulement

La résistance au roulement trouve son origine dans les multiples frottements. Le premier d'entre eux est l'adhérence du pneu à la route. Il est facile de remarquer cette résistance sur une route uniforme, à l'occasion d'un changement de qualité du revêtement routier. Suivant la qualité, la vitesse augmente ou diminue pour un effort constant.

La résistance au roulement vient aussi de la qualité des roulements mécaniques de la bicyclette: des moyeux de qualité, une chaîne neuve sont des éléments importants. La résistance s'exprime alors par le produit du poids total par un coefficient représentant l'adhérence sur la route. Ce coefficient qui est fonction du type du pneu, de son gonflage et de la qualité de la route, est infiniment variable.

V.12.2. Résistance à la pesanteur

En montée, la première résistance à laquelle il faut faire face est le poids à hisser le long de la pente. Plus la pente est importante, plus la résistance augmente. La résistance s'exprime par le produit du poids total par la pente, en fait le sinus de l'angle.

V.12.3. Résistance à l'air

La résistance à l'air, c'est la résistance aérodynamique. Elle est aussi facile à mettre en évidence. La résistance à l'air augmente avec le carré de la vitesse. Elle est le produit de la surface frontale présentée à l'air multiplié par un coefficient représentant la pénétration dans l'air et par le carré de la vitesse.

V.12.4. Résistance totale à l'avancement

La résistance totale peut alors s'exprimer sous la forme suivante :

$$R_{av} = \mu v^2 + (\eta + \sin\alpha) P_{tot} \qquad (5-14)$$

Le problème de ces résistances est qu'il est difficile de connaître exactement les différents coefficients : adhérence au sol, surface frontale en fonction de la position aérodynamique du cycliste. Cependant, l'influence de la pente sur la vitesse apparaît très nettement.

V.13. Vitesse limite au déplacement

L'existence d'une vitesse limite de translation du véhicule peut être établie à l'appui de simple raisonnement suivant. Durant le déplacement le long du chemin, si la vitesse du système augmente, par conséquent, la force de résistance à l'air augmente aussi.

Examinons le problème du déplacement de notre système qui se meut en mouvement le long d'un plan horizontal à partir de l'état de repos sous l'action de moment de rotation M_{rot} où il surmonte la résistance de l'air dont la valeur s'accroît proportionnellement au carré de sa vitesse de translation $R = \mu v^2$.

Par conséquent, d'après la relation (5-10) :

$$M \; a = \frac{M_{rot}}{R_j} - \mu \, v^2 \qquad (5-15)$$

Ecrivons cette équation sous forme différentielle, on obtient :

$$M \; v \, \frac{dv}{dx} = \frac{M_{rot}}{R_j} - \mu \, v^2 \qquad (5-16)$$

Après on sépare les variables,

$$\frac{- \mu \, v \; dv}{\frac{M_{rot}}{R_j} - \mu \, v^2} = - \mu \, \frac{dx}{M}$$

Intégrant les deux membres de l'égalité, on aura :

$$Log \left(\frac{M_{rot}}{R_j} - \mu \, v^2 \right) = - \frac{2 \, \mu}{M} \, x + C_1$$

Compte tenu des données initiales, la vitesse initiale $v_0 = 0$ quand $x = 0$, par conséquent,

$$C_1 = Log \, \frac{M_{rot}}{R_j} \; .$$

Substituant cette valeur de C_1, on aura :

$$Log \, \frac{\frac{M_{rot}}{R_j} - \mu \, v^2}{\frac{M_{rot}}{R_j}} = - \frac{2 \, \mu}{M} \, x$$

ou : $$\frac{\frac{M_{rot}}{R_j} - \mu v^2}{\frac{M_{rot}}{R_j}} = e^{-\frac{2\mu}{M}x}$$

On déduit finalement que :

$$v = \sqrt{\frac{M_{rot}}{\mu R_j}\left(1 - e^{-\frac{2\mu}{M}x}\right)} \qquad (5-17)$$

Cette formule (5-17) donne la loi de variation de la vitesse du système soumis à un moment de rotation au cours de déplacement de translation, en fonction du chemin parcouru. La quantité $e^{-\frac{2\mu}{M}x}$ décroît quand x croît et tend vers zéro quand $x \to \infty$. Il en résulte que la vitesse de déplacement v augmente avec x, tendant à la limite vers une valeur constante :

$$v_{\lim} = \sqrt{\frac{M_{rot}}{\mu R_j}} \qquad (5-18)$$

Cette valeur est appelée vitesse limite au déplacement. La vitesse limite de translation croît avec l'augmentation du moment de rotation du système et la diminution de grandeur du coefficient aérodynamique du cycliste.

V.14. Conservation de la puissance motrice

Supposons que notre système assimilable à un point matériel affronte un milieu quelconque dont la résistance au déplacement est offerte par le seul effet de force potentielle due à la pesanteur.

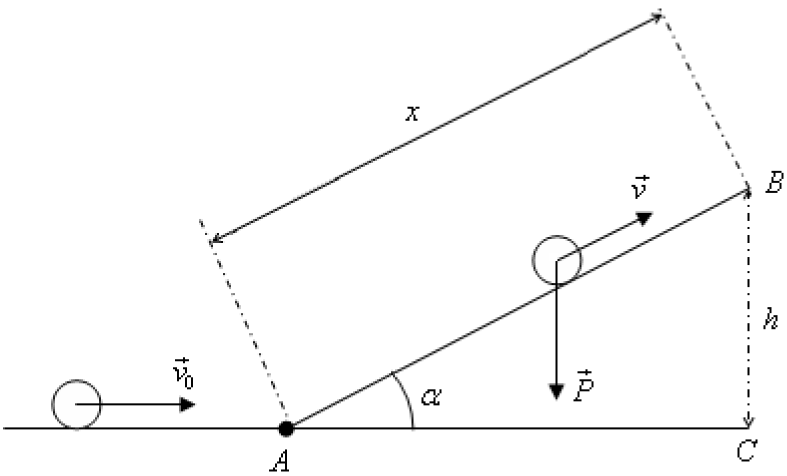

Figure 5.5 : *Corps en mouvement sur une côte*

Pendant le déplacement de notre système sur le plan horizontal, il est déjà affecté d'une vitesse initiale $\vec{v}_0$ obtenue par le moment de rotation qui l'entraîne jusqu'au point A du plan incliné. Cependant, en montant le plan AB, seule la force de la pesanteur $\vec{P}$ qui est la force potentielle existante.

En appliquant la conservation de la mécanique au système durant le déplacement ascendant sur le plan, on aura :

$$\frac{1}{2}\left(M + 2\, m_j\right) v_0^2 = \frac{1}{2}\left(M + 2\, m_j\right) v^2 + P\, h$$

Posons la somme de la masse de deux roues avec celle du cycliste - bicyclette égale à la masse totale du système, c'est-à-dire : $M + 2\, m_j = M_{total}$. Alors la vitesse du système en arrivant au point B sera :

$$v^2 = v_0^2 - \frac{2\, P\, h}{M_{total}} \qquad (5-19)$$

$$soit: \quad v = \sqrt{v_0^2 - 2\, g\, h}$$

car $P = M_{total}\, g$

Plus la hauteur h du plan augmente, plus la force potentielle due à la pesanteur augmente alors l'énergie cinétique du système diminue, donc sa vitesse durant le déplacement diminue. Et inversement. Donc pour que le système puisse atteindre le point B avec une vitesse v quelconque non nulle, il faut lui communiquer supplémentairement une vitesse initiale $\vec{v}_0$ appropriée. Substituant l'expression de la vitesse initiale obtenue dans l'équation (5-13), on trouve :

$$v^2 = \frac{2\, x\, M_{rot}}{R_j\, M_{total}} - 2\, g\, h$$

Or, d'après le triangle ABC, la hauteur du plan est $h = x \sin \alpha$. Remplaçant cette valeur, on obtient :

$$v^2 = \frac{2\, x}{M_{total}} \left(\frac{M_{rot}}{R_j} - M_{total}\, g\, \sin\alpha \right) \qquad (5-20)$$

On remarque alors que le déplacement s'effectuerait d'un mouvement rectiligne uniformément varié. De là, l'accélération s'écrit :

$$a = \frac{1}{M_{total}} \left(\frac{M_{rot}}{R_j} - M_{total}\, g\, \sin\alpha \right) \qquad (5-21)$$

Ainsi pour que le système qui est en propulsion le long du plan puisse conserver sa vitesse jusqu'au point B, il faut que l'effort de traction qui est le moment de rotation soit égal à l'effort résistant. D'où :

$$\frac{M_{rot}}{R_j} = M_{total}\ g\ \sin\alpha$$
$$soit: \quad M_{rot} = R_j\ M_{total}\ g\ \sin\alpha \qquad (5-22)$$

A plus forte raison, le déplacement sera impossible si la résistance à l'avancement due à la pesanteur est plus grande que le moment de rotation. C'est ce qui se produit quand l'inclinaison du plan sera trop importante.

D'après le principe de conservation du travail dans les machines simples, les travaux virtuels du moteur et résistant sont égaux. La relation (5-22) précédente devient :

$$M_{rot}\ \theta = R_j\ M_{total}\ g\ \sin\alpha\ x \qquad (5-23)$$

où θ est l'angle de rotation de la roue motrice et x le déplacement linéaire du système.
Dérivons par rapport au temps chacun de membres de cette égalité (5-23), on a :

$$M_{rot}\ \frac{d\theta}{dt} = R_j\ M_{total}\ g\ \sin\alpha\ \frac{dx}{dt}$$

soit : $M_{rot}\ \omega = (R_j\ M_{total}\ g\ \sin\alpha)\ v$ (5 – 24)

où ω est la vitesse de rotation de la roue motrice.
D'où, en définitive, dans le cas général au cours du déplacement, c'est ce qui est prouvé pour toutes les machines simples, la puissance fournie par le moteur est égale à la puissance résistante obtenue. Soit :

$$P_{moteur} = P_{resist} = R_{av}\ v \qquad (5-25)$$

Cette expression nous montre que si l'on veut conserver la puissance motrice constante pour toutes les variations de la résistance à l'avancement, il faut faire varier la vitesse du mouvement en sens inverse la résistance à l'avancement, ce qui revient à dire que quand R_{av} augmente v diminue, et que quand R_{av} diminue v augmente, et ce, dans les mêmes proportions.

V.15. Puissance développée pour l'escalade

De l'égalité (5-25) ci – dessus, lorsque le système quittera le plan horizontal sur lequel il roule avec une vitesse initiale v_0, pour escalader le plan incliné AB, la roue motrice ne pourra l'entraîner que jusqu'à une vitesse angulaire inférieure au – dessous de laquelle sa puissance devient insuffisante. Ainsi, selon la formule de la puissance qui est égale à la variation instantanée de l'énergie cinétique par rapport au temps :

$$P_{moteur} = \frac{dE_c}{dt} = M_{rot}\ \omega \quad , \qquad (5-26)$$

si l'effort moteur devient plus grand, l'énergie cinétique du système augmente, ainsi que sa vitesse. Dans le cas contraire, s'il devient plus petit, l'énergie cinétique diminue, ainsi que la vitesse. Dans les deux cas, la variation de la vitesse se produit jusqu'à égalité des deux efforts moteur et résistant.

Dans ce cas, de cette égalité, on déduit que pour un cycliste dont la puissance est constante, le moment de rotation est d'autant plus grand que la vitesse angulaire de la roue motrice au cours du mouvement est plus petite. Et vice – versa.

C'est pourquoi, sur les pentes, on ralentit, ce qui permet au véhicule, alors que les jambes du cycliste tournent en pleine puissance, de se mouvoir à des petites vitesses et de développer un moment de rotation plus grande.

D'où nécessité, pour conserver au cycliste sa puissance, de faire varier la combinaison des engrenages sur le plateau du pédalier et le pignon à la roue motrice.

Chapitre VI: Transmission de puissance sur une bicyclette

VI.1. Introduction

Sur la plupart des machines se pose le problème de transmettre de façon continue le mouvement et les forces fournies par une source en les adaptant à leur utilisation. C’est le problème de la transmission de puissance mécanique qu’il a fallu résoudre, sur tout véhicule par exemple, entre le moteur et les roues motrices. Etudions, dans ce chapitre, le cas familier d’une bicyclette où la source motrice est le cycliste lui – même.

VI.2. Les organes de transmission

VI.2.1. La chaîne cinématique

On désigne par « chaîne cinématique » la suite des organes d’une machine par lesquels se transmet les mouvement. Celle-ci comporte, sur une bicyclette, depuis son entrée (les pédales) jusqu’à sa sortie (la roue arrière), les éléments suivants :

Pédales → Plateau   Pignon → Roue arrière

Engrènement par chaîne

Figure 6.1 : Chaîne cinématique de la transmission

VI.2.2. Les éléments principaux de transmission

Une bicyclette est un véhicule terrestre composé de deux roues alignées, d’où elle tire son nom. La force motrice est fournie par un humain, le cycliste, en position assise, par l’intermédiaire de pédales. La bicyclette est l’un des principaux moyens de transport dans de nombreuses parties du monde. Sa pratique, le cyclisme, constitue également un sport et un loisir populaire.

Les éléments principaux de transmission d’une bicyclette sont : les pédales**,** le dérailleur, les plateaux, la chaîne et la roue arrière.

Une bicyclette classique possède deux pédales sur lesquelles reposent les pieds du cycliste et, sur lesquelles est exercée la force musculaire. Cette force musculaire est transmise par l'intermédiaire de ces pédales et de la transmission aux roues de la bicyclette. Une pédale est montée sur une manivelle qui transmet l'effort à un plateau avec un effet de levier. La grande roue dentée solidaire du plateau entraîne une chaîne qui, elle-même entraîne un pignon fixé sur la roue arrière.

Les pédales de la bicyclette sont en rotation libre autour d'un axe et permettent à la force du cycliste de s'exercer alternativement sur l'une ou l'autre des deux pédales. Quand le pied descend, la force musculaire est transmise à la pédale correspondante. Quand le pied remonte, la force musculaire n'est plus transmise à la mécanique.

VI.2.3. Le système de transmission

L'énergie est fournie par le cycliste par l'intermédiaire de ses pieds, avec lesquels il appuie sur les pédales, reliées à un ou plusieurs engrenages au niveau du pédalier : le ou les plateaux. L'engrenage arrière, le pignon est monté sur la roue arrière par un mécanisme à cliquet anti-retour : la roue libre. La transmission du mouvement entre un plateau et un pignon est assurée par la chaîne. L'ensemble des éléments compris entre les pédales et la roue arrière est désigné par le terme de transmission.

VI.3. Transmission du mouvement circulaire avec modification de vitesse

VI.3.1. Introduction

Afin d'exploiter au mieux les performances de l'élément moteur, une transformation mécanique est installée entre l'élément moteur et l'élément de transmission de la puissance. Cette transformation consiste à multiplier ou démultiplier la vitesse de sortie de l'élément moteur.

VI.3.2. Engrenage

VI.3.2.1. Engrenage cylindrique droit

a)- Origine et terminologie générale

Un engrenage cylindrique offre une analogie certaine avec des roues cylindriques de friction. Comme elles, il assure la transmission d'un mouvement circulaire entre deux arbres parallèles approchés, le rapport des vitesses angulaires des arbres déterminant le rapport des diamètres des roues.

Dans le cas des roues de friction, l'entraînement qui est fait par adhérence est incapable de transmettre de grands efforts et qu'il est inséparable d'un certain glissement angulaire. Dans le cas d'un engrenage, *la liaison, obtenue par obstacle, procure un rapport de vitesses* absolument fixe et peut transmettre des forces tangentielles considérables.

Les éléments des roues dentées correspondant à ceux des roues de friction s'appellent les éléments primitifs : *cercle primitif, cylindre primitif, diamètre primitif.* Les éléments primitifs sont fictifs. L'ensemble de deux roues qui se conduisent forme un engrenage.

Lorsque les deux roues sont de diamètres différents, la plus petite est le *pignon* et l'autre la *roue*. La roue menante commande le mouvement de la roue menée.

Un engrenage cylindrique droit est réversible. La roue menante peut devenir menée et inversement. La rotation peut être commandée par l'une et l'autre roue, dans l'un et l'autre sens.

b)- Caractéristiques d'un engrenage

Pour qu'un engrenage puisse fonctionner, il faut que les pas circonférentiels, c'est à dire la longueur d'arc du cercle primitif correspondant à une épaisseur plus un intervalle, soient égaux sur la roue et sur le pignon puisque le roulement doit se faire sans glissement.

Si l'on veut construire une série de roues telles que deux quelconques d'entre elles puissent fonctionner ensemble (roues dites d'assortissement), il faut, de plus, que l'épaisseur de la dent et l'intervalle soient égaux. Une telle denture est dite *normale*. De plus, le nombre de pas répartis sur le cercle primitif (et égal au nombre de dents) est entier.

Si d_1 est le diamètre primitif de référence d'une roue et z_1 son nombre de dents, on a:

$$p = \pi \frac{d_1}{z_1} \qquad (6\text{ -}1)$$

Les pas de deux roues en prise sont égaux :

$\pi \dfrac{d_1}{z_1} = \pi \dfrac{d_2}{z_2}$, d'où

$$\frac{d_1}{z_1} = \frac{d_2}{z_2} \qquad (6\text{-}2)$$

Le quotient $\dfrac{d}{z}$ qui a la même valeur pour toutes les roues pouvant être accouplées (mais cette condition n'est pas la seule à remplir) est appelé *module (m)* de la roue. Il permet de caractériser le pas circonférentiel de cette roue par un nombre qui ne soit pas incommensurable avec le diamètre en éliminant le facteur π.

De (4-2) on tire :

$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{z_1}{z_2}$$

comme dans les roues de friction :

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{d_1}{d_2}$$

Il en résulte que :

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{z_1}{z_2}$$

$$soit: \quad \frac{n_2}{n_1} = \frac{z_1}{z_2} \qquad (6\text{-}3)$$

C’est la formule que nous utiliserons dans le calcul d’un engrenage.

VI.3.2.2. Engrenages intérieurs

Par analogie avec les roues de friction, nous avons supposé que les cylindres primitifs étaient tangents extérieurement, ce qui nous a donné des roues tournant en sens inverse et un rapport de vitesses $\frac{\omega_1}{\omega_2}$ négatif. Lorsque les roues doivent tourner dans le même sens, on est conduit à placer le pignon à l’intérieur de la roue, dentée intérieurement. Dans ce type d’engrenage dont l’encombrement en diamètre est réduit, on a:

$$O_1 O_2 = \frac{d_1 - d_2}{2}$$

VI.3.3. Roues dentées et chaînes

Le système de transmission de mouvement et d’énergie utilisant une chaîne passant sur des roues dentées s’apparente assez étroitement à une transmission par train d’engrenages. Une chaîne peut être comparée à une roue dentée à denture intérieure engrenant avec deux pignons (figures 4.1 et 4.2). La liaison, obtenue par obstacles, se fait sans glissement ; elle est susceptible de transmettre des efforts importants, constants ou variables, même accompagnés de chocs.

1) Le système pignons-chaîne a un certain nombre d’avantages sur le train d’engrenages :

- Encombrement moindre ;
- Suppression de l’axe de la roue intermédiaire : la chaîne est guidée par les pignons ;
- Adaptation facile à des entraxes variés : du voisinage immédiat à plusieurs mètres.

Toutefois, si l’entraxe est très faible, l’engrenage est plus simple et, dans ce cas, une usure rapide de la chaîne est à craindre. Si l’entraxe est très grand, l’action du poids de la chaîne présente des inconvénients certains :

- Inutilité d’un réglage aussi précis de l’entraxe ;
- Effort tangentiel réparti (mais inégalement) sur de nombreuses dents ;

- Possibilité de lier un certain nombre de pignons (une dizaine, par exemple) par une même chaîne ayant un parcours sinueux.

2) Le rendement de la chaîne est comparable à celui de l'engrenage.

3) La chaîne est légèrement inférieure aux engrenages à denture rectifiée (surtout denture hélicoïdale) au point de vue bruit.

4) La chaîne a, sur la courroie, les avantages que présente la liaison par obstacle sur la liaison par adhérence :

- Absence absolue de glissement (transmission dite « positive ») ;
- Efforts transmissibles beaucoup plus importants.
- Inutilité d'une tension initiale, d'où efforts moindres sur les paliers.
- Elle est, de plus, insensible aux agents atmosphériques, mais il est indispensable qu'elle soit protégée des poussières abrasives qui provoqueraient son usure prématurée.

VI.4. Vitesses d'entrée et de sortie : Loi de transmission des vitesses

Faisons effectuer *N* tours au pédalier: la roue arrière entraînée fait, dans le même temps, *n* tours. Si *Z* désigne le nombre de dents du plateau et *z* celui du pignon, il a défilé *NZ* dents au point A, *nz* au point B (figure 5.1). Ecrivons l'égalité de ces deux nombres, justifiée sur la figure, et la relation qui s'en déduit :

$$N\,Z = n\,z \qquad et \qquad \frac{n}{N} = \frac{Z}{z}$$

N et *n* sont les nombres exprimant les vitesses de rotation des roues dentées.

Conclusion:

Le produit de la vitesse de rotation par le nombre de dents a même valeur pour chaque roue.

Ou : *Le quotient des vitesses de rotation est égal au quotient inverse des nombres de dents correspondants.*

Exemple: 48 dents au plateau, 20 dents au pignon arrière, ce qu'un cycliste désigne parfois par « braquet 48/20» ; on a :

$$\frac{Z}{z} = \frac{48}{20} = 2{,}4$$

et $n = N \times 2{,}4 \quad alors \quad vitesse\ de\ sortie > vitesse\ d'entrée$.

La transmission s'effectue avec multiplication de la vitesse de rotation. Il en est toujours ainsi sur une bicyclette normale.

VI.5. Couples d'entrée et de sortie dans la transmission

1. Soit C le couple d'entrée appliqué à la pédale et c le couple de sortie transmis à la roue arrière. Supposons la transmission réalisée sans aucune perte (ce qui n'est pas tout à fait exact), et écrivons la conservation de la puissance d'une machine simple :

$$2\,\pi\,N C = 2\,\pi\,n\,c$$

soit, $NC = nc$ $\quad$ *alors* $\quad \dfrac{c}{C} = \dfrac{N}{n}$

Reportons-nous à l'équation (4-3) :

$$\frac{c}{C} = \frac{z}{Z}$$

Le quotient des couples est égal au quotient des nombres de dents correspondants. La puissance étant constante au niveau de l'élément moteur comme au niveau de l'élément de transmission de la puissance, c'est le couple qui varie en fonction du rapport.

2. Exemple : Reprenons le cas du braquet $\dfrac{48}{20}$:

$$\frac{z}{Z} = \frac{20}{48} = \frac{1}{2{,}4}$$

et $\quad c = \dfrac{C}{2{,}4} \quad$ *alors* $\quad$ *couple de sortie* $<$ *couple d'entrée*

La transmission s'effectue avec réduction ou démultiplication du couple. Il en est toujours ainsi sur une bicyclette moderne.

VI.6. Rapport dans un dispositif de transmission

VI.6.1. Définition

Dans un dispositif de transmission de puissance, on observe en général, comme pour la bicyclette, la proportionnalité de la vitesse de sortie à la vitesse d'entrée. Soit :

$$\frac{n}{N} = k \qquad ou \qquad n = k \times N$$

On appelle rapport d'un dispositif de transmission le quotient k de la vitesse de sortie par la vitesse d'entrée. Plus simplement aussi, puisque $n = k$ pour $N = 1$, k mesure le nombre de tours de la roue de sortie pour chaque tour de la roue d'entrée.

VI.6.2. Aspect pratique

Le rapport k ainsi défini est un opérateur qui permet le calcul de la valeur de sortie, connaissant la valeur à l'entrée :

- Pour la vitesse : $n = k \times N$ par une multiplication.
- Pour le couple : $c = \dfrac{C}{k}$ par une division.

Si l'on est plus attentif à la vitesse qu'au couple, k peut être appelé rapport de multiplication.

VI.6.3. Dispositifs multiplicateurs et réducteurs

1. Si $k > 1$, c'est-à-dire si $Z > z$, la transmission de la roue de sortie est supérieure à celle de la roue d'entrée. Cela veut dire que lorsque la roue menante fait N tours, elle entraîne la roue menée à faire kN tours. La roue de sortie tourne donc plus vite que la roue d'entrée. Le rapport de vitesse k est dit multiplicateur.

2. Si $k < 1$, c'est-à-dire si $Z < z$, une petite roue entraîne une grande. Le dispositif est réducteur ou démultiplicateur (de vitesse), car la vitesse de la roue de sortie est inférieure à celle de la roue d'entrée. Cela veut dire que lorsque la roue menante fait N tours, elle entraîne la roue menée à faire kN tours. La roue de sortie tourne donc moins vite que la roue d'entrée.

VI.6.4. Rendement de la transmission

VI.6.4.1. Définition

Pour toute machine, le rendement du dispositif de transmission de puissance est égal au quotient de la puissance de sortie par la puissance d'entrée.

$$\rho = \frac{P_{sortie}}{P_{entrée}}$$

VI.6.4.2. Etude expérimentale

La mesure des puissances précédentes exige celle du couple et de la vitesse au cours de la rotation. Devant la difficulté de mesurer le couple pendant le mouvement, bornons-nous à réaliser l'équilibre, puis à le rompre dans le sens de la marche. Nous constatons que le couple d'entrée doit dépasser d'environ 10% sa valeur à l'équilibre pour vaincre le même couple de sortie. Retenons donc, en nous rappelant que $k = \dfrac{n}{N}$:

$$C > k\,.c \qquad donc \qquad C > \frac{n}{N}\,.\,c \qquad alors \qquad NC > nc$$

Multiplions par 2π les membres de la dernière égalité pour faire apparaître la puissance telle que nous l'avons calculée:

$$2\pi\ NC \ > \ 2\pi\ nc$$

Conclusion: La puissance de sortie est inférieure à la puissance d'entrée. Comme il était prévisible, en raison des frottements, le rendement de la transmission est donc inférieur à 1. Des mesures que nous n'avons pu réalisées en classe montrent que le rendement est proche de 0,9 pour une chaîne en bon état.

VI.6.4.3. Augmenter le rendement

Toute diminution des frottements améliore le rendement. Il faut en particulier :

- Lubrifier les roulements et la chaîne ;
- Respecter la ligne de chaîne, c'est-à-dire ne pas trop écarter plateau, chaîne et pignon d'un même plan. Le jeu des articulations de la chaîne permet un petit déplacement latéral, mais il y a toujours intérêt, quand on utilise 2 plateaux et 5 pignons par exemple, à n'utiliser pour chaque plateau que les pignons situés de son côté.

VI.7. Etude pratique sur le développement

VI.7.1. Le braquet

Le braquet est la relation entre la vitesse de rotation des jambes par rapport à la vitesse de rotation de la roue arrière. Il est en fait le quotient ou ratio entre le nombre de dents au pédalier et le nombre de dents du pignon, autrement dit la démultiplication. Il s'agit du rapport de notre boîte de vitesse.

Dans le jargon des cyclistes, on l'exprime sous forme de multiplication en mentionnant toujours le plateau et ensuite les pignons. Ce braquet se calcule de la façon suivante:

$$k = \frac{nombre\ de\ dents\ du\ plateau}{nombre\ de\ dents\ du\ pignon}$$

Exemple: *52 par 11* c'est-à-dire $\frac{52}{11}$ est égal à 4,73.

Ce chiffre représente la multiplication du nombre de tours de la roue par rapport à notre vitesse de rotation au pédalier. Sur le *52 par 11,* à chaque tour de pédalier, la roue arrière en fait quatre et trois-quarts. Donc le braquet est juste un rapport qui nous dit combien la roue tourne de fois plus que nos jambes.

VI.7.2. Rapport des combinaisons du plateau et du pignon

Nous montrons dans le tableau 6.1 le rapport des combinaisons du plateau et du pignon.

Tableau 6.1 : *Rapport des combinaisons du plateau et du pignon*

	32	**42**	**52**
12	2,66	3,5	4,33
14	2,28	3	3,71
16	2	2,62	3,25
18	1,77	2,33	2,88
22	1,45	1,9	2,36
24	1,33	1,75	2,16
28	1,14	1,5	1,85

En voulant simultanément pour une même fréquence de pédalage, le pneu arrière tourne plus ou moins vite selon le braquet ou rapport qu'on a mis. On voit que si on change le nombre de dents à l'avant donc le plateau, alors le rapport sera changé et de même si on change le pignon arrière. Ce calcul nous permet de savoir si à une vitesse donnée, on tourne les jambes en force. On s'explique. Si deux personnes roulent à une même vitesse, l'une avec un petit braquet, c'est-à-dire soit avec un gros pignon ou un petit plateau, et l'autre avec un grand plateau en compagnie d'un petit pignon. La première tournera beaucoup plus les jambes et la seconde moins.

VI.7.3. Le développement

Il ne faut pas confondre *braquet* et *développement*

VI.7.3.1. Définitions

En effet, le braquet est la combinaison entre le nombre de dents sur le plateau et le nombre de dents sur le pignon. Le braquet induit un développement, en prenant en compte la taille de la roue motrice (arrière). Le développement est la distance parcourue sur la route à chaque tour de pédalier. Cette distance s'obtient en multipliant la circonférence de la roue motrice par le braquet.

VI.7.3.2. Calcul du développement

La circonférence de la roue motrice est égale à $2\pi R$ ou πd où R étant le rayon de la roue motrice et d le diamètre de la roue. Chaque fois qu'une roue fait un tour complet, la bicyclette avance d'une longueur égale à $p = \pi . d$ sur la route puisque la roue reste en permanence en contact avec le sol.

Exemple

Avec des roues de 650 (à peu près 630 millimètres de diamètre), on a :

$$p = \pi . d = 3{,}14 \times 0{,}630 \text{ m} = 1{,}98 \text{ m}$$

A chaque tour de pédale, la roue fait un nombre k de tours donné par le braquet, la bicyclette avance donc de $k . p$ mètres. D'une manière générale, on l'écrit sous la forme :

$$Dev = \pi \times d \ \frac{nombre\ de\ dents\ du\ plateau}{nombre\ de\ dents\ du\ pignon}$$

***Note*:**

On indique en général le diamètre de la jante. Il faut en toute rigueur ajouter l'épaisseur du pneu. Par ailleurs, il faut faire attention aux conversions d'unité. L'avancement de la bicyclette s'exprime en mètre ; le diamètre est donné en général en millimètre (une roue de 700 a un diamètre de 700 mm, soit 0.7 m) et parfois en pouces (une roue de 24 pouces a un diamètre de 0.6 m). L'idéal est de tout exprimer en mètre.

VI.7.4. Discussion

Un braquet induit donc un seul développement. Cependant, un même développement peut être obtenu par braquets différents. Sur le tableau 6.2 est calculé les développements correspondant à des pédaliers de 32 à 52 dents et des pignons de 12 à 28 dents en utilisant de roues de 700 de diamètre.

Tableau 6.2 : *Développements des pédaliers de 32 à 52 dents et des pignons de 12 à 28 dents*

	32	**42**	**52**
12	5,84	7,69	9,51
14	5,01	6,59	8,15
16	4,39	5,75	7,14
18	3,89	5,12	6,33
22	3,18	4,17	5,18
24	2,92	3,84	4,74
28	2,5	3,29	4

D’après ce tableau, il faut comprendre que plus le ratio est petit, plus facile sera le coup de pédale ; mais en contrepartie, la distance parcourue sera plus courte. Ainsi, pour un braquet 32x16, à chaque coup de pédale, la bicyclette avance de 4,39 mètres. Alors que pour un braquet 52x16, on avance de 7,14 mètres par coup de pédale.

VI.7.5. Evolution du développement

VI.7.5.1. Roue

Entre une roue de 26 pouces et une roue de 700C, le diamètre évolue. Mais cela est vrai aussi entre une roue de 700C équipée d’un pneu de section 23 ou équipée de section 35. De ce fait, un braquet de 42x15 peut donner un développement variable entre 5,52 m (pneu de 26’’x1’’) et 5,98 m (pneu de 700 x 28C). Pour l’équipage, il est plus important de choisir ses développements que ses braquets.

VI.7.5.2. Chaîne

On veillera cependant à privilégier le rendement dans le choix des braquets. Plus la chaîne engraine sur un pignon d’un nombre de dents restreint, plus la perte de puissance augmente par les frottements mécaniques dus à l’enroulement de la chaîne. En effet, la tension dans la chaîne évolue en raison inverse des diamètres des plateaux. A une tension la plus faible correspondent évidemment des frottements et une usure moindres. Plutôt que de chercher à obtenir un développement de 8 m avec un 42x11, il vaut mieux utiliser 53x14. Le poids sera très légèrement supérieur, mais le rendement mécanique sera meilleur.

Chapitre VII : Contribution dans la vie sociale et dans l'environnement et santé

VII.1. Bicyclette et urbanisme

Le vélo utilitaire soulève un étrange paradoxe : alors que tout le monde connaît les principaux avantages du vélo en ville : il est sous utilisé actuellement.

VII.1.1. Le vélo en ville a des atouts évidents

Pour l'utilisateur : rapidité, souplesse, économie, pas de problème d'embouteillages ou stationnements.

Pour la collectivité : pas de pollution ni de bruit, faible consommation d'espace, des aménagements relativement peu coûteux.

Dans nos villes encombrées, polluées et bruyantes, ce mode de déplacement qui a tant d'avantages devrait logiquement avoir toute sa place.

VII.1.2. Mode de transport rapide et pratique en zone urbaine

Tableau 7.1 *: Vitesses comparées des déplacements*

Véhicule	Vitesse moyenne	Temps pour rendre son véhicule, le garer, puis se rendre à l'endroit désiré à pied	Temps global hors déplacement
Le vélo	14 km/h	2 – 3 minutes avant et après	5 minutes
La voiture	20 km/h	5 à 10 minutes avant, et 10 à 15 minutes après	20 à 25 minutes

Le vélo est aussi un instrument de reconquête du centre ville; il favorise les commerces de proximité.

A tout moment, le cycliste peut s'arrêter et se garer devant un commerce.

Selon de multiples sources, un cycliste va à la vitesse moyenne de 14 km/h (de porte à porte).

Il existe cependant des différences sensibles selon le sexe et l'âge. Environ 3 km/h de différence entre hommes et femmes et des vitesses allant du simple au double selon que l'on est âgé ou jeune.

C'est pourquoi, il est important de tenir compte de cette diversité des vitesses dans la conception des aménagements cyclables.

La comparaison entre les vitesses des différents modes de porte à porte montre que sur les liaisons en centre-ville ou en proche périphérie, le vélo est très souvent plus rapide que tous les autres modes y compris la voiture. En effet, malgré une vitesse de pointe en ville dérisoire, le cycliste n'est pas tributaire des bouchons, des attentes ou de la recherche d'un stationnement.

Ponctualité : En partant à l'heure on est sûr d'arriver à l'heure

VII.1.3. Mode de déplacement à la fois individualiste et convivial

Par son côté individualiste, le vélo rejoint la voiture. Mais c'est aussi un mode très convivial. Car à la différence de l'automobiliste, le cycliste est en contact avec l'environnement :

- le temps qu'il fait, les saisons,
- le cadre urbain,
- mais aussi les passants, les autres cyclistes
- et même les automobilistes qui le sollicitent parfois pour des renseignements.

Bref, le vélo développe l'urbanité.

VII.1.4. Faible consommation en espace

Comparé aux autres modes, le vélo consomme beaucoup moins d'espace que la voiture, mais cependant plus que les transports en commun ou la marche.

VII.1.4.1. Consommation d'espace à l'arrêt

Une voiture en stationnement occupe 10 m^2 (2 m de large x 5 m de long).

En tenant compte d'un taux d'occupation de la voiture en heure de pointe de 1,25, la surface occupée par personne est de 8 m^2 (10 / 1,25).

Un vélo en stationnement occupe au plus 1 m^2 (50 cm de large x 2 m de long).

Cette surface est réduite à 0,7 m^2 en utilisant des garde-cycles permettant de surélever un vélo sur 2. Elle n'est que de 0,5 m^2 en superposant les vélos sur 2 étages. La valeur de 1,5 m^2 parfois citée est donc très surestimée. Elle provient sans doute d'une confusion entre vélo et deux-roues à moteur.

De plus, dans un parking (pour voitures ou pour vélos) les accès doublent la surface nécessaire. Or même en Hollande des parkings avec accès spécifiques s'imposent beaucoup plus souvent pour les voitures que pour les vélos que l'on casent facilement en grand nombre sur un trottoir large.

Bref, un vélo consomme à l'arrêt au minimum 8 fois moins d'espace par personne qu'une voiture et dans les cas extrêmes jusqu'à 30 fois moins. Mais un autobus en centre-ville ou un piéton ne consomme aucun espace à l'arrêt.

VII.1.4.2. Consommation d'espace en mouvement

Elle peut être appréhendée en mesurant la consommation d'espace multipliée par le temps exprimée en une unité appropriée, le m^2.h.

En période de saturation de la route, on peut l'estimer ainsi : une voiture en mouvement occupe environ 2 m^2.h (soit par ex. une surface de 20 m de long et 3 m de large divisée par 30 km/h).

En tenant compte d'un taux d'occupation de la voiture en heure de pointe de 1,25, la surface occupée par personne est de 1,6 m^2.h (2 / 1,25).

Un vélo en mouvement occupe environ 0,6 m^2.h (par ex. une surface de 7 m de long et 1,20 m de large divisée par 14 km/h).

Bref, en mouvement un vélo consomme environ 2,5 fois moins d'espace par personne qu'une voiture. Au total, un cycliste consomme en moyenne 5 fois moins d'espace qu'un automobiliste (conducteur ou passager).

De même, si des garde-cycles compacts existent, le cycliste ne consomme pas plus d'espace qu'une personne dans un autobus sur voie réservée. Ce résultat dépend cependant beaucoup des motifs de déplacement et de la fréquence des bus sur la voie.

VII.1.5. Amélioration de l'accessibilité des centres – villes

En centre-ville, l'espace de la route n'étant pas extensible tout report de déplacements vers des modes plus économes en espace (marche, vélo) contribue à améliorer l'accessibilité.

C'est pourquoi, le vélo facilite les déplacements en voiture !

Plus nombreux seront les cyclistes, plus il y aura de la place pour les personnes qui ont vraiment besoin d'une voiture.

Ces raisonnements sont encore plus vrais quand on compare la voiture et les transports collectifs très économes en espace.

En incitant certains usagers à ne pas entrer en ville en voiture et à prendre les transports en commun, on peut en pousser d'autres à faire exactement l'inverse.

La multiplication des parkings d'échange doit être accompagnée par la réduction de l'espace accordé à la voiture en ville.

VII. 1.6. Le trafic cycliste contribue à modérer la circulation

Grâce à sa vitesse de pointe peu élevée, le vélo ralentit le trafic général. L'effet dépend cependant du nombre de cyclistes dans les rues.

Pour un cycliste isolé, la pression du trafic est généralement très mal vécue (surtout quand l'automobiliste actionne son avertisseur).

Quand, en revanche, les cyclistes sont nombreux, les automobilistes admettent tout naturellement leur existence et modèrent leur vitesse.

Il est donc essentiel d'accompagner la croissance du trafic cycliste par un effort de communication auprès des automobilistes, afin d'atténuer les tensions qui peuvent apparaître avant que les cyclistes ne soient suffisamment nombreux.

Plus il y a de vélos, moins c'est dangereux de rouler à vélo

VII.2. Le vélo améliore la santé publique

D' une part grâce à la santé individuelle mais aussi grâce à l'absence de pollution induite par ce mode de transport.

VII.2.1. Le vélo en tant qu'effort physique modéré

Diverses études médicales ont montré aisément que l'usage du vélo urbain - accessible à plus de 90 % de la population - contribue à l'amélioration de la santé publique :

- Diminution des maladies cardio-vasculaires et du stress. D'après la prestigieuse British Médical Association, demi – heure de vélo par jour permettrait de diminuer par deux ce risque.
- Meilleur métabolisme. Comme tout exercice physique modéré et régulier, la pratique du vélo facilite la digestion, l'irrigation du cerveau, le maintien musculaire.
    - Développement neurosensoriel. Grâce au contact avec l'environnement, le cycliste développe son ouïe (spectre sonore varié), sa vue (champ visuel sans contraintes), son toucher (accélérations et décélérations non subies), son odorat (respiration soutenue).

La pratique fréquente du vélo permet de réduire les risques liés aux maladies cardio-vasculaires.

Bref la pratique du vélo contribue à l'allongement de la durée de vie. Une étude danoise indique même que cet allongement compense largement la réduction de la durée de vie qui résulte par ailleurs du risque d'accident accru.

VII.2.2.On respire mieux à vélo qu'en voiture

En roulant à vélo, on respire en moyenne moins de polluants qu'un automobiliste !

Explications de ce fait qui peut sembler étonnant :

- le cycliste se faufile, donc il reste moins longtemps que l'automobiliste dans les zones les plus embouteillées, plus polluées
- à vélo, on prend son air nettement plus haut au-dessus des pots d'échappement, par rapport à la ventilation d'une voiture.

Ainsi, le cycliste compense largement le fait qu'il inhale plus d'air quand il fait un effort pour pédaler, et au total il est gagnant.

D'après une autre étude, pour les hydrocarbures "COV" (composés organiques volatiles), l'automobiliste est en moyenne 6 fois plus exposé qu'un cycliste. Ces données ont été enregistrées en hiver, les auteurs soulignant que l'automobiliste est plus exposé en été, du fait d'une évaporation plus importante du carburant de son réservoir.

VII.3. Vélo et pollution atmosphérique

Les petits déplacements en voiture représentent peu de kilomètre mais sont très polluants parce qu'ils sont effectués à moteur froid.

C'est pourquoi, le vélo contribue de façon non négligeable à la réduction de la pollution atmosphérique.

Les émissions de gaz carbonique (CO2) dans le monde ne cessent d'augmenter. La pollution ignore les frontières et voyage avec l'air, l'eau et dégrade des environnements qui peuvent être très éloignés de la source de pollution.

On distingue ainsi la pollution de proximité, la pollution régionale et la pollution nationale, provient essentiellement des gaz produits par les transports, par l'industrie. Cette pollution varie dans la journée, avec des pointes liées aux déplacements. La contribution des transports à l'augmentation de la pollution ne fait plus de doutes. Ils contribuent pour plus de 20 % à la pollution du CO_2 (un des composants de l'effet de serre) et plus de 60 % pour le CO (un des éléments qui attaquent l'ozone troposphérique).

Les conséquences de la pollution de l'air

La pollution de l'air constitue un danger immédiat pour la santé, mais aussi peut agir de façon pernicieuse avec l'accumulation de particules dans les tissus humains (cas des particules fines résultant de la combustion du gazole) qui séjournent de longs mois dans les poumons. Même à faible dose, ses conséquences sont néfastes pour la santé.

Conclusion générale

Ce travail de mémoire est orienté sur l'étude de la mécanique en général, et sur les caractéristiques de la bicyclette en particulier. Nous avons ainsi présenté en premier temps les notions théoriques indispensables pour la compréhension des phénomènes mécaniques ; ensuite nous avons avancé les applications.

La bicyclette est le moyen de locomotion le plus simple, le plus économique, le plus populaire, le plus sportif et le plus respectif de l'environnement. Il nous semble donc indispensable de mettre à la portée des gens des connaissances essentielles pour mieux exploiter cette machine simple.

Ce mémoire véhicule aussi notre contribution dans la sensibilisation de la population vers une meilleure gestion des efforts musculaires lors de l'utilisation de la bicyclette en sachant choisir le régime le plus adapté selon l'état de la route. Toutefois, ce travail ne prétend pas être parfait en répondant à tous les besoins des exploitants. Notre apport est modeste et appelle la participation de tous pour mieux satisfaire les nécessités actuelles.

Bibliographie

[1] ARTOBOLEVSKII I. I. : Théorie des mécanismes et des machines. 1988. 640p.

[2] Christian GRUBER, Willy BENOIT: Mécanique générale: 1998, 736 pages

[3] IRODOV I. : Principes fondamentaux de la mécanique : 1980. 230p.

[4] TARG S. : Eléments de mécanique rationnelle : 1982. 250p.

[5] S. RAVIER, M. RIGAUT, Mécanique des Fluides, Ecole Normale Supérieure de LYON, Département des sciences de la Matière, Janvier 2000.

[6] COMOLET R. : Mécanique expérimentale des fluides. Tome II : Dynamique des fluides réels. 1976, 447 pages.

[7] Désiré Le GOURIERES: Energie éolienne, théorie, conception et calcul. 1980, 259 pages.

[8] Jacques LEGRAND, Cyclotechnie – Grandes ou petites dentures, « Le Cycliste », janvier 1955, p. 17.

[9] Ivan ILLICH, 1973, Ed Le Seuil

Sites

http : //www.dbmec.info/guidagerotcours.pdf.

http : //www.ac-nancy-metz.fr

http : // www.fubicy.org/sante/index.html

http : // www.fubicy.org/argumentaire/pollution/index.html