

Table des matières

Résumé	i
Abstract	v
Remerciements	vii
Table des matières	ix
Table des figures	xiii
Liste des tableaux	xix
Introduction	1
1 État de l'art	7
1.1 Le système ferroviaire et la SNCF	8
1.1.1 Les composants conducteurs du système ferroviaire	8
1.1.2 Le sol naturel et la plateforme ferroviaire	14
1.2 La conduction électrique dans le sol	15
1.2.1 Les caractéristiques électriques de sol	16
1.2.2 La prise de terre	18
1.2.2.1 La résistance de prise de terre d'un hémisphère dans un sol homogène	20
1.2.2.2 La résistance de prise de terre d'un cylindre	22
1.2.2.3 La prise de terre dans un sol hétérogène	22
1.2.3 Le couplage conductif entre conducteurs enterrés	23
1.2.4 Le couplage inductif entre conducteurs en présence du sol	32
1.2.5 Le calcul de l'EPS	33
1.2.5.1 EPS pour conducteurs indépendants	33
1.2.5.2 EPS avec couplage conductif par le sol	34
1.2.6 Les dangers de l'EPS pour le système ferroviaire	37
1.3 Objectifs	40
2 Modélisation d'un sol hétérogène multicouches	41
2.1 Les paramètres électriques du sol	43

TABLE DES MATIÈRES

2.2	La méthode de Wenner : les résistivités apparentes	45
2.2.1	Description de la méthode	45
2.2.2	Résistivités apparentes pour un sol à deux couches	48
2.2.3	Résistivités apparentes pour un sol à trois couches	50
2.2.4	Pourquoi utiliser un modèle de sol multicouches	51
2.3	Les algorithmes d'optimisation	53
2.3.1	Introduction	53
2.3.2	Algorithmes Génétiques	53
2.3.2.1	Le principe des algorithmes génétiques	53
2.3.3	L'algorithme de recherche par motifs (pattern search)	56
2.3.4	Démarche de l'application des méthodes d'optimisation pour la reconstruction de sol multicouches	58
2.3.4.1	Calcul de la forme intégrale du potentiel électrique en surface pour sol homogène et injection ponctuelle	59
2.3.4.2	Calcul du potentiel en surface pour un sol à deux couches et électrode d'injection ponctuelle	63
2.3.4.3	Calcul du potentiel en surface pour un sol à trois couches et électrode d'injection ponctuelle	66
2.3.4.4	Calcul de la résistivité apparente théorique	67
2.3.4.5	Calcul de la fonction <i>fitness</i>	68
2.4	Résultats	69
2.4.1	Reconstruction des couches de sol pour un sol simulé	69
2.4.1.1	Reconstruction des couches de sol pour un sol simulé à deux couches	70
2.4.1.2	Reconstruction des couches de sol pour un sol simulé à trois couches	72
2.4.2	Reconstruction des couches de sol à partir de mesures effectuées à Nîmes-Montpellier	76
2.4.2.1	Le contexte des mesures	76
2.4.2.2	Les mesures de Wenner	77
2.4.2.3	Le calcul des paramètres électriques de sol	79
2.4.3	Reconstruction des couches de sol à partir de mesures effectuées à Chambéry	82
2.4.3.1	Le contexte des mesures	82
2.4.3.2	Les mesures de Wenner et le calcul d'optimisation	83
2.4.3.3	Validation par calcul-mesure de la résistance de prise de terre d'une électrode	85
2.5	Conclusion	87
3	Le calcul des EPS par une méthode hybride	91
3.1	Introduction	91
3.2	Le calcul des coefficients de couplage en présence du sol	93
3.2.1	Introduction	93
3.2.2	Démarche de calcul	95
3.2.3	Les coefficients magnétiques : développement théorique	97
3.2.4	Les coefficients magnétiques : exemples	103

3.2.5	Les coefficients électriques : développement théorique	114
3.2.6	Les coefficients électriques : exemples	118
3.3	La méthode « circuits »	127
3.3.1	Introduction	127
3.3.2	Démarche du calcul	128
3.3.3	Le cas des conducteurs ponctuels	130
3.4	Le calcul des EPS	130
3.4.1	La sphère	131
3.4.2	La plaque horizontale	133
3.4.3	Les cylindres horizontaux	133
3.5	Résumé de la méthodologie	137
3.6	Résultats	137
3.6.1	Introduction	137
3.6.2	Les EPS aux Mollettes : mesures et calcul	138
3.6.2.1	Le contexte des mesures	138
3.6.2.2	Les mesures de résistivité apparente	140
3.6.2.3	Les calculs de paramètres de sol multicouches	140
3.6.2.4	Le calculs des coefficients magnétiques et électriques	141
3.6.2.5	La méthode circuits	142
3.6.2.6	Le calcul et les mesures des EPS	145
3.7	Conclusion	148
Conclusion générale et perspectives		151
Annexes		155
A	Formule analytique pour le potentiel : électrode ponctuelle et sol homogène	157
B	Potentiel en surface produit par une électrode ponctuelle surfacique en présence d'un sol à N couches	159
C	La méthode des 62%	161
Bibliographie		163

Table des figures

1.1.1	Panorama du réseau ferroviaire présentant les principaux conducteurs sur-terre. Les câbles de communication et de signalisation sont en général placés le long de la voie, enterrés ou posés dans des caniveaux.	9
1.1.2	Schéma simplifié de la boucle du courant d'alimentation.	9
1.1.3	Conducteurs aériens d'une partie de ligne (LGV Est) en France. .	11
1.1.4	Composition de la plateforme ferroviaire [1].	15
1.2.1	Lignes equipotentielles pour l'injection de courant électrique par une prise de terre hémisphérique métallique dans un sol homogène	20
1.2.2	Couche de sol infinitésimale traversée par le courant, pour une prise de terre hémisphérique de rayon r	21
1.2.3	Électrode cylindrique enterrée perpendiculairement à la surface du sol.	22
1.2.4	Cylindre métallique enterré supposé soumis à une tension V	24
1.2.5	Les lignes de courant ne sortent pas de façon symétrique à cause de la proximité de la surface du sol.	27
1.2.6	Le potentiel sur un point P du sol est calculé à l'aide d'un conducteur virtuel.	28
1.2.7	La présence d'un conducteur virtuel permet de trouver une solution qui satisfait la condition de courant vertical nul sur la surface du sol.	29
1.2.8	Couplage entre électrode cylindrique et électrode ponctuelle placée au point P	30
1.2.9	Couplage entre deux électrodes cylindriques où la théorie du potentiel moyen a été utilisée.	31
1.2.10	Un conducteur enterré est divisé en plusieurs tronçons.	35
1.2.11	Le corps d'une personne aura une perception différente du courant électrique en fonction de l'intensité et de la durée de ce dernier. .	37
1.2.12	La tension de pas est la différence de potentiel sous les deux pieds d'une personne qui marche avec un pas de 1m de longueur	38
1.2.13	La tension de toucher est la différence de potentiel entre un objet en dessus de la surface du sol et un point de la surface du sol situé à 1m de ce dernier.	39
2.2.1	Schématisation de la méthode de Wenner en sol à N couches. . . .	46

2.2.2	La résistance de contact entre l'électrode enfoncée dans la terre est quasi nulle sur sa surface inférieure, alors qu'elle est très élevée sur les côtés.	46
2.2.3	Schéma modélisé pour un sol à deux couches.	49
2.2.4	Résultats de calcul de résistivité apparente pour sol à deux couches en fonction de l'écartement entre électrodes de Wenner	49
2.2.5	Schéma modélisé pour un sol à trois couches.	50
2.2.6	Résultats de calcul de résistivité apparente pour sol à trois couches en fonction de l'écartement entre électrodes de Wenner	51
2.3.1	Création d'une nouvelle génération d'un processus fictif.	54
2.3.2	Diagramme d'évolution des algorithmes génétiques	56
2.3.3	Schéma d'évolution de l'algorithme d'optimisation pattern search.	58
2.3.4	Potentiel électrique au point (x, y, z) : électrode ponctuelle et terre homogène.	60
2.3.5	Sol à deux couches, potentiel V_{c1} et V_{c2} en fonction de la couche. .	63
2.3.6	Couplage entre électrodes de Wenner.	68
2.4.1	Résistivité apparente simulée par éléments finis pour un sol à deux couches.	71
2.4.2	Résistivité apparente simulée par éléments finis pour un sol à trois couches.	73
2.4.3	Évolution de l'écart relatif pour chacun des paramètres de sol, en fonction du nombre d'itérations.	75
2.4.4	Contrôleur de terre et de résistivité de la marque Chauvin Arnoux, modèle C.A. 6462, utilisé pour les mesures de résistivités apparentes de sol par la méthode de Wenner.	77
2.4.5	Deux des trois sites dans la région de Nîmes-Montpellier où des mesures de résistivité apparente de sol par la méthode de Wenner ont été réalisées. La photo de gauche a été prise au deuxième site, alors que celle de droite au troisième.	78
2.4.6	Évolution de la résistivité apparente, mesurée sur le site 1, pour plusieurs écartements d'électrodes de Wenner.	79
2.4.7	Évolution de la résistivité apparente pour le site 2, (a), et pour le site 3, (b), en fonction de l'écartement d'électrodes de Wenner. . .	80
2.4.8	Évolution des résistivités apparentes calculées et mesurées pour le site 2, (a), et pour le site 3, (b), en fonction de l'écartement d'électrodes de Wenner.	81
2.4.9	Terrain dans la région de Chambéry où les mesures de Wenner ont été réalisées.	83
2.4.10	La méthode de détermination des couches de sol a été validée par des mesures et calcul de la résistance d'une prise de terre.	84
2.4.11	Résistivités apparentes mesurés par la méthode de Wenner sur le terrain choisi, dans la région de la sous station SNCF des Mollettes. .	84
2.4.12	Écart relatif, pour chaque point de mesure, entre les résistivités apparentes mesurées et les résistivités apparentes calculées pour le sol multicouche optimisé.	86

3.2.1	Illustration qualitative du couplage magnétique entre conducteurs en présence du sol. Les couleurs représentent l'intensité du champ magnétique.	94
3.2.2	Densité de courant induit dans le sol en fonction de sa profondeur pour la configuration de conducteurs de la Fig. 3.2.1. Le courant a été calculé pour des points le long d'une droite dans la direction y et de coordonnée $x=0$	94
3.2.3	Exemple de maillage pour deux conducteurs enterrés dans un sol à quatre couches. A droite, on remarque les éléments infinis.	96
3.2.4	Surface de circulation de courant sur le conducteur i	97
3.2.5	Schéma des conducteurs pour le calcul des couplages entre conducteurs aériens avec sol homogène.	105
3.2.6	Inductance propre en fonction de la hauteur de la caténaire.	106
3.2.7	Écart relatif de l'inductance propre en fonction de la hauteur de la caténaire. Les méthodes par éléments finis sont comparées à la méthode analytique de Carson.	107
3.2.8	Inductance mutuelle en fonction de la hauteur de la caténaire.	107
3.2.9	Écart relatif de l'inductance mutuelle en fonction de la hauteur de la caténaire. Les méthodes par éléments finis sont comparées à la méthode analytique de Carson.	108
3.2.10	Inductance propre en fonction de la fréquence du courant.	109
3.2.11	Écart relatif de l'inductance propre en fonction de la fréquence du courant. Les méthodes par éléments finis sont comparées à la méthode analytique de Carson.	109
3.2.12	Inductance mutuelle en fonction de la fréquence du courant.	110
3.2.13	Écart relatif de l'inductance mutuelle en fonction de la fréquence du courant. Les méthodes par éléments finis sont comparées à la méthode analytique de Carson.	110
3.2.14	Schéma des conducteurs pour calcul de couplage entre conducteurs aériens avec sol composé de deux couches.	111
3.2.15	Schéma des conducteurs pour calcul de couplage entre conducteur aérien et conducteur enterré, avec sol composé de deux couches.	113
3.2.16	Exemple d'échange de courant entre un conducteur cylindrique et le sol. Les couleurs représentent l'intensité du potentiel électrique sur le sol, les lignes représentent les lignes de courant et les flèches donnent leur direction. La surface carré sur l'image est fictive, construite uniquement dans le but d'améliorer le maillage.	114
3.2.17	Échange de courant entre deux conducteurs enterrés.	115
3.2.18	Représentation des couplages conductif entre 2 conducteurs et le sol lointain.	116
3.2.19	Configuration étudiée, avec deux conducteurs cylindrique enterrés en sol homogène	119
3.2.20	Échange de courant entre deux conducteurs enterrés	119
3.2.21	Injection de courant dans le sol par un conducteur enterré alimenté.	120
3.2.22	Résistance propre, r_{11} , et résistance mutuelle, r_{12} , entre deux conducteurs enterrés en fonction de leur écartement.	121

TABLE DES FIGURES

3.2.23 Configuration étudiée, avec un conducteur ponctuel en surface et un conducteur cylindrique enterré en sol homogène	121
3.2.24 Échange de courant entre conducteur ponctuel et conducteur enterré .	122
3.2.25 Résistances propres et résistance mutuelle entre conducteur ponctuel et conducteur cylindrique enterré.	123
3.2.26 Configuration étudiée, avec un conducteur ponctuel en surface et un conducteur cylindrique enterré en sol multicouche	123
3.2.27 Lignes de courant et équipotentielles en sol b-couche.	124
3.2.28 Résistances propres et résistance mutuelle entre conducteur ponctuel et conducteur cylindrique enterré pour sol multicouche.	124
3.2.29 Configuration étudiée, avec un conducteur ponctuel en surface et deux conducteur cylindrique enterrés et symétriques.	125
3.2.30 Résistances propres et résistances mutuelles pour ensemble conducteur ponctuel et deux conducteurs cylindriques enterrés symétriques.	126
3.2.31 Configuration étudiée, avec un conducteur ponctuel en surface et deux conducteurs cylindriques enterrés et asymétriques.	126
3.2.32 Résistances propres et résistances mutuelles pour ensemble conducteur ponctuel et deux conducteurs cylindriques enterrés asymétriques.	127
3.3.1 Cellule élémentaire d'un schéma « circuits » pour un système composé de deux câbles enterrés.	129
3.3.2 Schéma électrique de couplage entre conducteur ponctuel et conducteur du type câble.	130
3.4.1 Distribution de potentiel en surface produit par une sphère enterrée et sous tension.	132
3.4.2 Superposition du potentiel suivant x et suivant y , pour une sphère enterrée sous tension.	132
3.4.3 Distribution de potentiel électrique en surface du sol produit par une plaque carrée enterrée et sous tension.	133
3.4.4 Superposition du potentiel suivant x et suivant y , pour une plaque enterrée sous tension.	134
3.4.5 Distribution de potentiel électrique en surface du sol produit par un cylindre enterré et sous tension.	134
3.4.6 Superposition du potentiel suivant x et suivant y , pour un cylindre enterrée sous tension.	135
3.4.7 Superposition du potentiel suivant x et suivant y , pour une plaque enterrée sous tension.	136
3.5.1 Résumé de la méthode comportant toutes les grandes étapes. . . .	137
3.6.1 Vue aérienne de la région entre la sous-station des Mollettes et le poste de Grande-Île.	138
3.6.2 Prise de vue de l'extrémité de la liaison souterraine du côté de la sous-station.	139
3.6.3 Résistivités apparentes mesurés et calculés, en fonction de l'écartement d'électrodes de Wenner.	142
3.6.4 Configuration des conducteurs nus enterrés aux Mollettes.	143

TABLE DES FIGURES

3.6.5	Schéma présentant, en circuit, les deux extrémités des conducteurs enterrés.	144
3.6.6	Calcul et mesure du potentiel électrique en surface du sol aux Mollettes en fonction de la distance horizontale par rapport aux conducteurs accompagnants enterrés.	146
3.6.7	Potentiel électrique calculé et mesuré aux Mollettes dans la région à proximité des conducteurs.	147
3.6.8	Écart relatif entre le potentiel calculé et le potentiel mesuré, pour plusieurs longueurs de conducteurs simulés différentes.	147
C.1	Disposition des électrodes pour la méthode des 62%.	161
C.2	Différence de potentiel entre les électrodes 1 et 2.	162

Liste des tableaux

1.1	Caractéristiques électriques des conducteurs aériens (si l'acier est galvanisé, la perméabilité relative peut varier entre 65 et 71).	11
1.2	Caractéristiques électriques de certains conducteurs de terre. Le Plomb est utilisé en tant qu'enveloppe extérieure pour la protection contre la corrosion.	13
1.3	Certaines caractéristiques du sol contribuent à l'augmentation de sa conductivité, d'autres à l'augmentation de sa résistivité.	18
2.1	Tranche de résistivités de sol la plus probable pour des matériaux typiques [2].	44
2.2	Sol multicouche modélisé par la méthode des éléments finis.	52
2.3	Simulations de la méthode de Wenner sur sol à 4 couches	52
2.4	Comparaison entre la résistance de prise de terre dans le sol complet et dans le sol simplifié.	52
2.5	Valeurs de paramètres électriques du sol théorique à deux couches.	70
2.6	Valeurs réels de paramètres de sol, ainsi que valeurs calculées par AG et par AG+PS.	72
2.7	Paramètres électriques pour un sol à 3 couches.	72
2.8	Valeurs réelles de paramètres de sol, ainsi que des valeurs calculées par AG et par AG+PS. Entre parenthèses on a l'écart relatif par rapport aux valeurs de sol réel.	73
2.9	Mesures de résistivités apparentes sur les trois sites.	78
2.10	Résultats de calcul des paramètres du sol pour les résistivité apparentes mesurées dans la région de Nîmes.	82
2.11	Les paramètres électriques calculés pour le sol dans la région de la sous station SNCF des Mollettes.	85
3.1	Rappel des trois méthodes de calcul des inductances propre et mutuelle des conducteurs.	103
3.2	Les inductances mutuelles calculés pour les trois méthodes présentées.	112
3.3	Écart relatif des inductances mutuelles par rapport à la méthode de Carson.	112
3.4	Valeurs des paramètres pour les trois configurations modélisées. . .	113
3.5	Les inductances mutuelles calculées par les trois méthodes présentées et dans les trois configurations choisies.	114

LISTE DES TABLEAUX

3.6	Résistivités apparentes mesurés par la méthode de Wenner dans la région des Mollettes.	141
3.7	Paramètres électriques de sol des Mollettes calculés par les méthodes d'optimisation.	141
3.8	Paramètres électriques et magnétiques des conducteurs nus de Mollettes.	143
3.9	Comparaison entre courant électrique calculé et mesuré.	144
3.10	Valeurs de potentiel mesuré en surface, en fonction de l'écartement horizontal.	145

Introduction

Le système électrique ferroviaire est composé d'un ensemble de conducteurs métalliques de différentes natures et ayant, pour la plupart d'entre eux, la particularité d'avoir une longueur très importante par rapport aux dimensions transversales. Cet ensemble de conducteurs est inséré dans un environnement complexe composé de plusieurs autres éléments, tel que le réseau de transport d'énergie à haute tension, le réseau de gaz, le réseau des télécommunications, ainsi que des habitations, des passagers, des rivières, des fermes, etc.

Pour assurer sa bonne compatibilité électromagnétique avec l'environnement, il est important de limiter les niveaux d'émissions électromagnétiques provenant du système ferroviaire qui pourraient perturber les éléments extérieurs ou mettre en danger des personnes. En même temps, il est important que le système ferroviaire soit suffisamment immunisé contre des éventuelles perturbations externes, de façon à assurer le bon fonctionnement des installations ferroviaires et la sécurité des passagers et du personnel.

Parmi les types de perturbations électromagnétiques existant, les Élévations de Potentiel de Sol (EPS) méritent une attention particulière. Le sol naturel est un milieu conducteur de très grande taille. Il est souvent utilisé pour drainer des excès de charges électriques d'un système quelconque, ainsi comme un milieu d'échange de courant électrique entre des systèmes qui sont à des potentiels électriques différents.

En particulier, dans le cas d'un court-circuit phase-terre dans une ligne à haute tension, une part important du courant de défaut s'écoule dans le sol, ce qui engendre une EPS dans une zone d'influence autour de la région du court-circuit. Puisque la tension au départ est très élevée, il s'avère que le potentiel au niveau du sol risque de dépasser les tensions limites de sécurité autorisées par les normes en vigueur, notamment celles par rapport au potentiel en proximité de la surface du sol (tension de pas, tension de toucher et tension de claquage).

Des protections sont alors systématiquement installées de sorte à limiter l'impact des EPS sur les éléments voisins. Ces protections ont souvent un coût d'installation et de maintenance très élevé ; elles doivent être optimisées au cas par cas, de façon à garantir la sécurité des personnes et le bon fonctionnement des équipements, et en même temps rester financièrement accessibles.

La modélisation du sol est une étape essentielle dans cette démarche d'optimisation. Le sol, qui est composé de plusieurs matériaux différents, est le milieu par lequel les échanges électriques s'effectuent. Ses constituants ont des caractéristiques électriques variées, qui dépendent non seulement de leur composition moléculaire mais aussi, entre autres, de leur salinité et de leur teneur en eau.

Or, la distribution du potentiel électrique dépend fortement des caractéristiques du sol. Une méconnaissance de ses paramètres électriques peut donc donner lieu à une sous-évaluation des risques, ce qui peut mettre des vies en danger, ou bien à une surévaluation, ce qui peut engendrer des coûts d'installation prohibitifs.

Également, la présence d'un conducteur enterré, même sans rapport direct avec la source de potentiel électrique, modifie le forme et l'intensité de l'EPS. Lorsqu'il est en contact avec le sol, ce conducteur agit comme un chemin de plus faible impédance pour le passage du courant dans le sol. Il a donc pour effet de réduire le potentiel de sol dans la région proche de la source de l'EPS, et en même temps d'acheminer le courant vers des zones plus éloignées.

La majorité des méthodes existantes aujourd'hui pour le calcul des EPS ne permet pas la prise en compte de tous ces facteurs. Elles se limitent à intégrer le sol de façon passive, et en général en le modélisant de nature homogène ou quasi-homogène.

Dans cette optique, nous proposons une nouvelle méthode pour le calcul des EPS, plus complète et par conséquent plus précise que celles existantes aujourd'hui. Cette méthode permet d'intégrer dans la modélisation la présence d'un sol hétérogène multicouche, construit à partir de mesures réalisées sur le terrain et spécifiques à chaque contexte de sol. La présence de conducteurs enterrés dans la région de l'EPS est tenue en compte dans un modèle multiconducteur qui permet d'intégrer en même temps tous les conducteurs de la zone. Des mesures ont été effectuées de sorte à valider chaque étape de la méthode de calcul.

Dans le **Chapitre 1**, nous présentons l'état de l'art des méthodes utilisées pour modéliser une injection de courant dans le sol et pour calculer l'EPS résultante. Nous nous intéressons particulièrement aux méthodes qui peuvent être applicables au contexte du domaine ferroviaire.

À cet égard, nous présentons tout d'abord une introduction à la SNCF et au système électrique ferroviaire. Le sol étant l'impédance commune sur laquelle s'établit l'EPS, une section est consacrée à la description de ses principaux paramètres.

Nous nous intéressons ensuite aux méthodes existantes pour traiter la conduction électrique dans le sol, qui dans leur plupart utilisent la théorie du potentiel moyen. Nous décrivons notamment le calcul des résistances de prise de terre et de l'influence de la présence du sol sur les inductances des conducteurs, qu'ils soient enterrés ou aériens.

Les méthodes existantes pour le calcul des EPS utilisent aussi la même théorie du potentiel moyen. On présente alors ses bases théoriques et ses limitations ; on montre alors qu'elles ne sont pas adaptées au contexte ferroviaire.

La dernière partie du chapitre est destinée à présenter les dangers qu'une estimation erronée des EPS peut apporter pour le système ferroviaire.

Dans le **Chapitre 2**, nous nous concentrerons sur la modélisation du sol. On décrit tout d'abord des caractéristiques électriques du sol et du modèle à sol hétérogène multicouches. On présente ensuite la méthode de Wenner, utilisée pour le calcul de résistivités apparentes de sol à partir de mesures effectuées depuis la surface.

On montre à cette étape que les résistivités obtenues par la méthode de Wenner ne doivent pas être utilisées directement dans un modèle de sol. En effet, ces résistivités sont une sorte de moyenne des vraies résistivités des constituants du

sol.

Pour retrouver les bonnes résistivités de sol, il est nécessaire de passer par un calcul inverse formulé comme un problème d'optimisation. Nous présentons alors une introduction aux algorithmes utilisés, en l'occurrence les algorithmes génétiques et les algorithmes à recherche par motifs. La méthodologie globale utilisée est aussi présentée.

La dernière partie du chapitre est consacrée aux résultats pour la validation de la méthode de reconstruction du sol. À cet égard nous présentons un comparaison entre les calculs d'optimisation et des résultats à la fois de simulation et de mesure. Ces dernières sont réalisées dans deux contextes différents, ce qui nous permet de les valider par une comparaison avec une mesure de résistance de prise de terre.

Le **Chapitre 3** est destiné au calcul des EPS. Dans cet objectif, nous présentons une méthode hybride composée de trois parties principales.

Tout d'abord, par un calcul à éléments finis on calcule des coefficients de couplage entre chaque paire de conducteur en présence du sol. On prend en compte à la fois les couplages dits magnétiques, par induction entre conducteurs, et les couplages électriques, par conduction via l'impédance commune qui est le sol. Puisque le système ferroviaire est symétrique par translation, les simulations sont réalisées dans un plan de coupe à deux dimensions, perpendiculaire à la direction des rails.

Ensuite, ces coefficients sont insérés dans une méthode circuits de façon à modéliser les conducteurs dans leur intégralité. Les conducteurs sont alors divisés en plusieurs tronçons, de différentes tailles. Si l'un de ces tronçons est connecté à une source de potentiel, on est alors capable de connaître le potentiel électrique au niveau de toutes les autres tronçons sur tous les conducteurs du système.

La dernière partie de la méthode hybride consiste à modéliser le sol pour calculer les EPS. Les conducteurs sont alors modélisés par éléments finis en petite échelle, dans la région où l'on souhaite calculer le potentiel de sol. On présente quelques exemples de calcul pour des conducteurs de taille limitée.

Dans la dernière partie du chapitre on présente une série de mesures effectuées dans la région de Chambéry. Ces mesures sont utilisées pour évaluer la précision du modèle de calcul des EPS.

« Rien n'est certain. A tout moment il peut nous arriver ce qui va tout changer. »

(Fernando Pessoa)

Chapitre 1

État de l'art

Le système électrique ferroviaire est composé de plusieurs conducteurs de différentes natures. Certains d'entre eux sont en contact avec le sol alors que d'autres sont isolés du sol. Ces conducteurs ont en général une longueur d'au moins quelques centaines de mètres et présentent un fort parallélisme.

Aussi, une proximité importante existe entre le réseau ferroviaire et le réseau de transport d'énergie à haute tension. Ce dernier, dû aux tensions élevées qu'il met en jeu, est une source potentielle de fortes perturbations vis-à-vis des installations ferroviaires.

Ces caractéristiques font la particularité du système ferroviaire par rapport à d'autres systèmes électriques. Par conséquent, les méthodes courantes de calcul électromagnétique ne peuvent pas y être directement appliquées, elles doivent être adaptées à telles circonstances.

Les perturbations auxquelles les conducteurs ferroviaires sont soumis peuvent être divisées en deux grands groupes : inductives et conductives via le sol. En particulier, la prise en compte de la perturbation conductive est souvent difficile, et cela principalement à cause d'une méconnaissance des propriétés du sol.

Dans un premier temps, on présentera les propriétés du système électrique ferroviaire. On décrira les conducteurs principaux ainsi que leurs fonctions.

Dans un deuxième temps, on discutera des Élévations de Potentiel de Sol (EPS), qui sont une conséquence directe des perturbations conductives. On définira à ce moment des concepts essentiels qui seront utilisés par la suite, lors des chapitres prochains. De même, on présentera les méthodes existantes pour modéliser les EPS.

Enfin, une discussion sur les dangers de l'EPS vis-à-vis du système ferroviaire sera présentée.

1.1 Le système ferroviaire et la SNCF

La Société Nationale des Chemins de fer Français est l'entreprise publique française qui gère le système ferroviaire français. Cependant, plus qu'une simple entreprise ferroviaire, la SNCF présente un large éventail d'activités, se définissant comme une entreprise qui propose une offre complète de solutions de mobilité. L'expertise acquise par ses années d'expérience, ainsi qu'une politique d'ouverture à l'étranger, ont permis à la SNCF d'être présente dans plus de 120 pays dans le monde. Aujourd'hui, avec plus de 250 000 employés et transportant quotidiennement plus de 4 millions de voyageurs, la SNCF est une des plus grandes entreprises ferroviaires au monde.

La maintenance du réseau ferré est l'une des principales activités de la SNCF, la sûreté et fiabilité du réseau ferroviaire en dépendent. Les domaines de travail concernés sont nombreux. La maintenance doit traiter principalement des problèmes d'origine mécanique, liés par exemple à la liaison du ballast et des rails, et des problèmes électriques, liés par exemple à la conception des sous-stations électriques ainsi qu'à la compatibilité électromagnétique du réseau. Cependant, d'autres domaines sont aussi concernés, comme la chimie, en rapport avec la corrosion des matériaux, la géophysique, en rapport avec la stabilisation du sol, la propagation de chaleur, la propagation d'ondes acoustiques, etc.

La problématique de cette thèse est en rapport direct avec les problèmes de compatibilité électromagnétique du système ferroviaire, et cela en interface avec l'étude des propriétés physiques du sol. Cette dernière partie est liée principalement à l'investigation de la constitution du terrain environnant la voie ferrée. Les deux prochaines sections ont donc pour but d'introduire les aspects électriques et géophysiques du système ferroviaire, aspects que nous exploiterons par la suite.

1.1.1 Les composants conducteurs du système ferroviaire

Les conducteurs du système ferroviaire peuvent être divisés en deux grands groupes en fonction de leur rapport avec le sol : les conducteurs aériens et les conducteurs à terre.

Les conducteurs aériens sont des câbles qui sont tenus écartés du sol par le support des poteaux caténaire. Ils ne sont pourtant pas tous forcément maintenus isolés du sol sur toute leur longueur. Certains servent à l'alimentation électrique des trains ainsi que d'autres servent à la mise en équipotentialité du réseau.

Contrairement aux conducteurs aériens, les conducteurs à terre sont posés directement sur le sol ou bien enterrés. Certains conducteurs à terre participent à l'alimentation électrique et à la mise en équipotentialité du réseau, alors que d'autres sont utilisés pour la signalisation des trains et pour les télécommunications. De ce fait, certains d'entre eux sont en contact direct avec le sol et sont donc capables à tout moment d'échanger du courant électrique avec ce dernier sur toute leur longueur, alors que d'autres en sont isolés par l'intermédiaire d'une gaine plastique ou d'un caniveau isolant.

Dans la Fig. 1.1.1 on présente un panorama des conducteurs du système ferroviaire visibles depuis la surface.

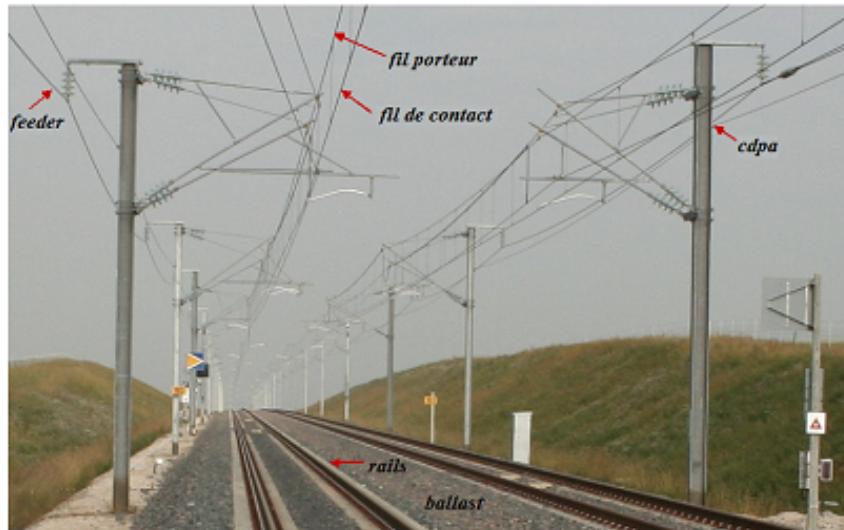


FIGURE 1.1.1 – Panorama du réseau ferroviaire présentant les principaux conducteurs sur-terre. Les câbles de communication et de signalisation sont en général placés le long de la voie, enterrés ou posés dans des caniveaux.

L’alimentation électrique du système ferroviaire se fait en circuit fermé constitué de la sous-station électrique, la caténaire, les rails et le sol. Sur la Fig. 1.1.2 on présente un schéma simplifié de cet aspect. La caténaire est un conducteur du groupe des conducteurs aériens alors que les rails font partie du groupe des conducteurs à terre. La boucle de courant d’alimentation des trains prend alors en compte les deux groupes de conducteurs, ainsi que le sol.

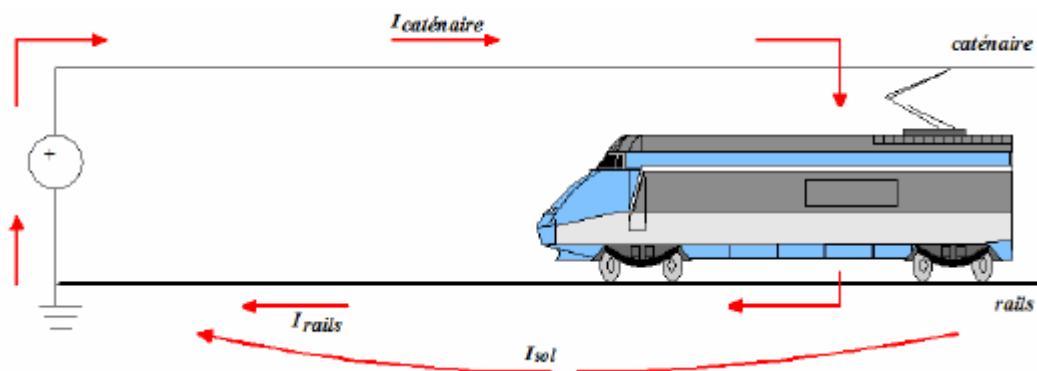


FIGURE 1.1.2 – Schéma simplifié de la boucle du courant d’alimentation.

Pour comprendre le fonctionnement du système électrique ferroviaire, il est donc important de comprendre le rôle de chacun de ces types de conducteurs. Ses principales caractéristiques sont décrites dans les paragraphes suivants [1].

Conducteurs aériens

Les conducteurs aériens sont ceux qui sont maintenus à l'écart du sol par le support des poteaux caténaires. Ce groupe est composé par l'ensemble de conducteurs appelé caténaire (pour plus d'informations, voir le document [3]) ainsi que par le câble de protection aérien, appelé « cdpa » dans le jargon ferroviaire. La caténaire, pour sa part, est composée de plusieurs autres conducteurs, dont les principaux sont : le fil de contact, le fil porteur (relié au fil de contact par des « pendules ») et le feeder (Fig. 1.1.3). Leurs fonctions sont les suivantes :

- **LE FIL DE CONTACT** : il assure l'alimentation en courant électrique par contact glissant entre le système caténaire et le pantographe (le bras frotteur articulé situé sur la toiture de l'engin). Le fil de contact est maintenu parallèle au sol, donc parallèle aux rails et à l'axe horizontal du train, par l'utilisation des pendules et du fil porteur. Cela permet d'assurer un contact électrique régulier entre le fil de contact et le pantographe, et donc une continuité électrique optimale ;
- **LE FIL PORTEUR** : son rôle principal est de positionner et maintenir le fil de contact parfaitement horizontal ;
- **LES PENDULES** : c'est un ensemble de conducteurs cylindriques de tailles différentes qui relient le fil porteur au fil de contact. En permettant de supprimer l'effet chainette sur le fil contact, ils garantissent l'uniformité du contact électrique entre ce dernier et le pantographe ;
- **LE FEEDER** : ce conducteur joue un rôle important dans le système d'alimentation électrique à $2 \times 25\text{kV}$. Il permet de transporter l'énergie à 50kV (différence de potentiel électrique entre feeder et le fil porteur), alors que le train consomme de l'énergie à 25kV (différence de potentiel électrique entre le fil porteur et les rails, dans la boucle d'alimentation). Cela permet de réduire l'intensité de courant transporté, et donc de réduire les pertes par effet Joule ;
- **LE CÂBLE DE PROTECTION AÉRIEN (CDPA)** : à la différence des autres conducteurs aériens, le cdpa n'est pas complètement isolé du sol. Il est connecté directement aux poteaux caténaires, qui eux sont connectés au sol. Le cdpa permet d'offrir une protection contre la foudre et contre le défaut caténaire-structure lors d'un contournement d'isolateur. En distribuant le surplus de courant électrique sur plusieurs poteaux, il permet d'éviter une augmentation locale trop importante du potentiel électrique. Sa mise à la terre est représentée par une résistance linéique d'environ $5 \Omega \cdot \text{km}$.

En fonction de leurs rôles, les conducteurs aériens sont constitués par des matériaux qui répondent à des besoins différents. Dans le tableau 1.1, on présente les caractéristiques électriques principales de chacun de ces conducteurs. Les valeurs concernent uniquement le domaine des basses fréquences limitées à quelques dizaines de kHz (généralement moins de 20kHz), car c'est le domaine fréquentiel

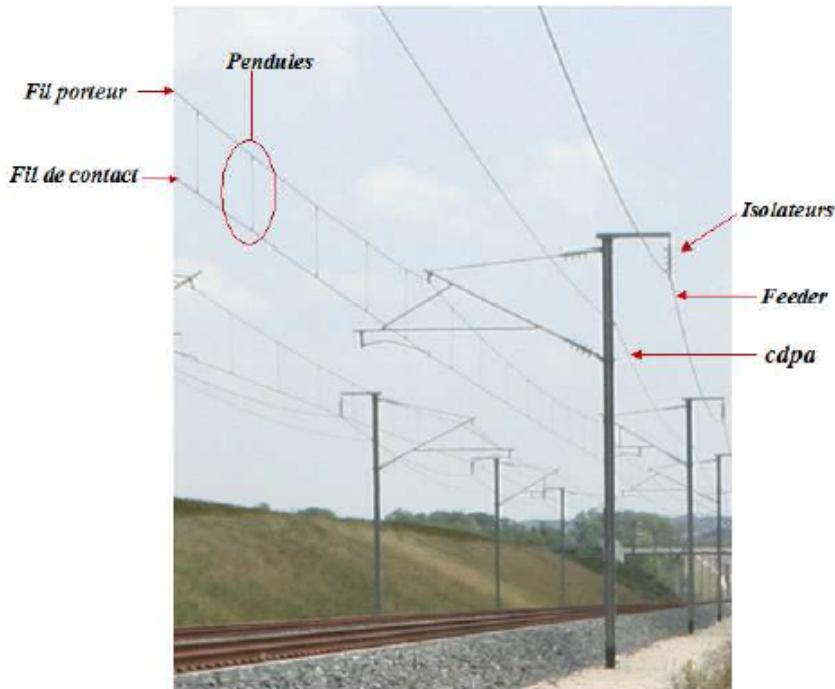


FIGURE 1.1.3 – Conducteurs aériens d'une partie de ligne (LGV Est) en France.

utilisé pour l'alimentation ferroviaire.

	Matériaux	Conductivité ($10^7 S/m$)	Perméabilité relative	Permittivité relative
Fil de contact	Alliages de Cu, Bronze ou Cu	0,5 à 6	1	1
Fil porteur	Bronze	3,5	1	1
Feeder	Cuivre, Al, Al-Acier	5,7 ; 3,5 ; 2,9	1	1
Cdpa	Al - Acier	1 à 6	1	1

TABLE 1.1 – Caractéristiques électriques des conducteurs aériens (si l'acier est galvanisé, la perméabilité relative peut varier entre 65 et 71).

Conducteurs à terre

Les conducteurs à terre sont ceux qui sont posés directement sur le sol ou bien ceux qui sont enterrés. Ceci prend en compte les rails, les câbles de terre enterrés (cdte), les câbles de signalisation, les câbles de télécommunication, les câbles transversaux de liaison équipotentielle et les grillages métalliques. Le sol est aussi un conducteur en soi, mais à cause de son importance particulière il sera décrit dans le prochain chapitre. Les fonctions des conducteurs à terre sont les suivantes :

- LES RAILS : ils servent avant tout à supporter le matériel roulant, permettant le roulement et le guidage des roues. En plus, les rails servent de support conducteur pour le système électrique de signalisation, ainsi que

pour le retour du courant de traction. Leur rôle dans la boucle de retour de courant demande qu'ils soient suffisamment isolés du sol pour limiter les fuites de courant vers le sol (courants vagabonds). Cette tâche est remplie par la plateforme ferroviaire (voir section 1.1.2). Cependant, cet isolement n'est jamais parfait, il est même dégradé volontairement dans un objectif de sécurité. Pour limiter les tensions rail-sol, certaines précautions sont prises, comme par exemple une mise à la terre périodique des rails ;

- LE CÂBLE DE TERRE ENTERRÉ (CDTE) : il est enterré parallèlement à la voie et dans certaines zones spécifiques dangereuses, où le potentiel électrique de sol peut atteindre des valeurs élevées. Il est périodiquement relié à tous les autres conducteurs, ce qui assure l'équipotentialité entre eux. En même temps, lors d'un défaut d'isolement il permet de répartir le courant de défaut, ce qui réduit les surtensions au niveau des autres conducteurs ;
- LES CÂBLES DE SIGNALISATION ET DE TÉLÉCOMMUNICATION : comme son nom l'indique, le câble de signalisation est utilisé dans le système de détection de train et de signalisation. Le câble de télécommunication est, à son tour, utilisé pour la communication entre les gares et les systèmes d'appel d'urgence distribués au long des voies. Il véhicule également des messages de communication entre les automates distants ;
- LES CÂBLES TRANSVERSAUX DE LIAISON ÉQUIPOTENTIELLE (LT) : ils sont enterrés transversalement à la voie et sont directement reliés à un certain nombre de conducteurs à terre. Leur but est d'améliorer l'équipotentialité du réseau ;
- LES GRILLAGES MÉTALLIQUES : ils servent avant tout à prévenir l'intrusion de personnes et d'animaux près des voies. Cependant, en étant en contact direct avec le sol, les grillages jouent aussi un rôle important de distribution de courant lors d'une élévation de potentiel électrique de sol ;

Dans certains contextes (proximité des pylônes haute-tension de RTE), les câbles de télécommunication et de signalisation sont placés dans des caniveaux isolants. Cela permet de renforcer l'isolement électrique de ces câbles par rapport au sol. Leur mise à la terre est reportée hors de la zone de contraintes. Dans ces situations, le contact avec le sol n'est alors pas continu.

Dans le tableau 1.2, on présente certaines caractéristiques électriques des câbles à terre.

Sous-station électrique

Une sous-station électrique est un élément du système ferroviaire qui a pour rôle d'effectuer la transformation et la distribution du courant électrique à la boucle d'alimentation des trains. Elle est l'analogue ferroviaire des postes électriques du

	Matériau	Conductivité (S/m)	Perméabilité relative	Permittivité relative
Rail	Acier	5.10^6	20 - 65	1
Cdte	Al, Cu ou (Pb)	1.10^7 - 6.10^7	1	1

TABLE 1.2 – Caractéristiques électriques de certains conducteurs de terre. Le Plomb est utilisé en tant qu'enveloppe extérieure pour la protection contre la corrosion.

système de transport d'énergie en haute tension.

Les sous-stations sont alimentées en énergie directement par les lignes de transport d'énergie électrique à haute tension à une tension plus élevée que celle consommée par le matériel roulant. La tension y est alors transformée en fonction du type de voie, qui peut être à 1500 V en tension continue ou à 25 kV en tension alternative [4].

Les sous-stations sont distribuées régulièrement le long de la voie. Dans le cas d'alimentation en courant continu, toutes les sous-stations sont connectées en parallèle, tandis qu'en alternatif chaque sous-station alimente une section définie de ligne, laquelle est isolée électriquement de la suivante pour des questions de déphasage. En effet, chaque sous-station est elle-même alimentée par une ligne d'énergie haute tension qui lui est dédiée. En courant continu, chaque secteur d'alimentation est néanmoins séparable de son voisin pour des nécessités d'exploitation et/ou de maintenance.

Ce système permet de diminuer l'impédance globale de la ligne. Lors d'un problème électrique dans un point quelconque de cette dernière, ce système permet aussi que l'alimentation électrique soit coupée dans un seul secteur, sans qu'il soit nécessaire de le faire sur tout un tronçon.

Les autres acteurs électriques à proximité

Le développement des centres urbains et le durcissement des lois quant à l'emplacement des réseaux de gaz, de télécommunications et de transport d'énergie à haute tension font que souvent ces réseaux partagent tous, le système ferroviaire inclus, des circuits similaires [5]. Cette proximité, ainsi que l'important parallélisme qui en découle, engendrent des interactions fortes (voir, par exemple, les références [6] et [7]). Il est essentiel pour le bon fonctionnement de ces réseaux qu'ils ne se gênent pas mutuellement, et donc que la compatibilité électromagnétique soit assurée [8].

La façon dont les réseaux interagissent est complexe et doit être traitée au cas par cas, en fonction de la configuration des conducteurs qui y sont présents. Par exemple, un réseau qui est source de perturbation dans une certaine configuration peut aussi devenir victime dans une autre situation. Il est alors important d'assurer, dans la limite du possible relatif au fonctionnement du système et aux normes en vigueur, à la fois un faible niveau d'émission électromagnétique des réseaux et un niveau élevé d'immunité des réseaux passifs garantissant leur résilience.

En ce qui concerne le système ferroviaire, il est aussi à la fois source et victime

de perturbations. D'un coté, un couplage magnétique avec le réseau de télécommunication nuit aux communications. En même temps, pour une alimentation ferroviaire en courant continu, le courant de retour dans le sol peut provoquer de la corrosion au niveau des conduites de gaz [9]. La corrosion en alternatif est par ailleurs également étudiée par des groupes de travail et de normalisation.

De l'autre coté, le système ferroviaire est victime de perturbation principalement par le réseau électrique. Cette perturbation se produit par induction électromagnétique (voir par exemple [10]) via le couplage magnétique lorsque les deux réseaux sont parallèles entre eux (en régime permanent ou en cas de défaut à la terre), et aussi par conduction via l'impédance commune qui est le sol (uniquement en cas de défaut à la terre à proximité de la voie ferrée) [11].

Dans cette thèse, nous nous intéresserons plus particulièrement à la modélisation des perturbations du type de celles provoquées par le réseau électrique sur le système ferroviaire lors d'un défaut phase-terre. Nous chercherons à prendre en compte la composante conductive de la perturbation ainsi que la composante inductive.

Il est important de souligner que, lors d'un couplage perturbateur-perturbé, la présence d'autres conducteurs à proximité peut avoir un effet d'écrantage, autant magnétique qu'électrique, en réduisant les niveaux de perturbation. De ce fait, lors de l'implémentation d'un calcul de perturbations électromagnétiques, le système ne doit pas être réduit à seulement un perturbateur et un perturbé. Il est important de prendre en compte la présence de tous les conducteurs à proximité.

1.1.2 Le sol naturel et la plateforme ferroviaire

Le sol est un milieu conducteur de taille importante, en pratique considéré comme étant semi infini. Sa présence a pour conséquence de modifier le comportement électrique des autres conducteurs. Par un effet de couplage magnétique, le sol augmente l'impédance effective des conducteurs, en réduisant le courant qui y circule (par rapport à une situation sans la présence de sol et avec les conducteurs soumis à la même différence de potentiel). En même temps, le sol sert comme support conducteur pour un possible échange de courant électrique entre les systèmes conducteurs. Sa résistivité est beaucoup plus élevée que celle des conducteur : en fonction des constituants cela peut varier entre $0.1\Omega.m$ et $10^5\Omega.m$ (voir tableau 2.1 plus loin). Cependant, son influence est loin d'être négligeable. Une description plus détaillée du sol naturel sera donnée à la section 1.2.

En milieu ferroviaire, cependant, le sol n'est pas seulement constitué du sol naturel. Les rails sont posés sur une couche nommée plateforme ferroviaire. Historiquement, elle a pour rôle principal d'assurer la stabilité mécanique des rails et des engins. La plateforme ferroviaire a aussi un rôle électrique important puisque, à l'instar du sol naturel, elle participe à boucle de retour du courant d'alimentation des engins.

Afin de garantir sa longévité et en même temps d'optimiser son fonctionnement, les matériaux qui composent la plateforme ferroviaire sont rigoureusement choisis. La Fig. 1.1.4 nous donne sa configuration générale pour une ligne ferroviaire à double voie.

Le ballast est un composant particulier puisqu'il est en contact direct avec les rails et avec l'air. Il est constitué par du granit concassé et il est essentiel pour assurer une bonne tenue mécanique du système [12]. En même temps, il permet une répartition uniforme du courant électrique de retour sur toute la plateforme ferroviaire. Sa résistivité est normalement comprise entre $10^2\Omega.m$ et $10^8\Omega.m$, en fonction de son état de conservation [13].

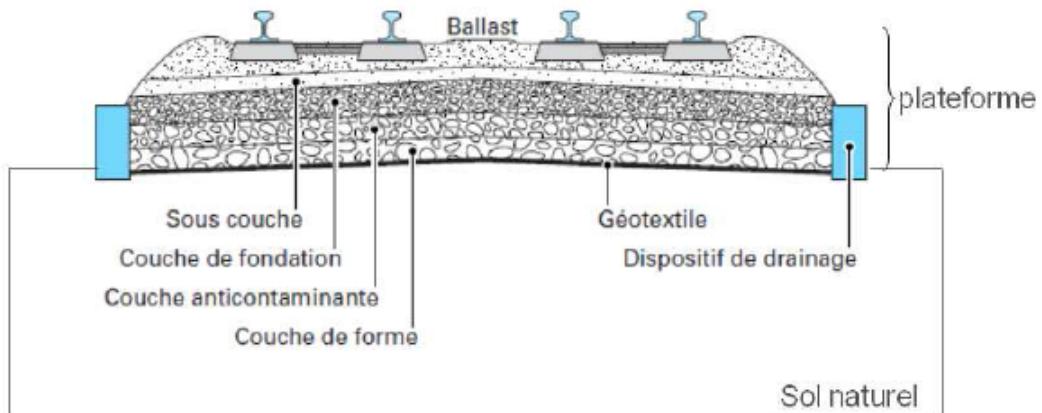


FIGURE 1.1.4 – Composition de la plateforme ferroviaire [1].

La largeur de la plateforme ferroviaire peut varier en fonction du nombre de voies, se situant à environ 10 m pour une ligne à double voie [14]. D'après sa constitution, la plateforme ferroviaire est censée isoler les rails du sol naturel pour réduire la circulation du courant de retour dans le sol naturel (courant vagabonds). Cependant, en fonction du vieillissement de la structure, la plateforme sera plus ou moins isolante. Le paramètre communément utilisé pour mesurer la qualité de l'isolement est la résistance rail-sol (résistance transverse à la voie), qui varie, pour une alimentation en courant alternatif, entre $2,5\Omega/km$ et $25\Omega/km$.

1.2 La conduction électrique dans le sol

A la différence des conducteurs métalliques, la conduction dans le sol se fait principalement de façon électrolytique, par les ions dissous dans l'eau qui y est présente [15]. En fonction de sa taille importante par rapport aux dimensions des conducteurs métalliques, le sol est souvent considéré comme un milieu semi-infini [16].

Lorsqu'un courant électrique parcourt le sol, une élévation de potentiel de sol (EPS) y est créé. Cependant, la résistivité du sol est beaucoup plus importante que celles des conducteurs métalliques [17]. De ce fait, le gradient de potentiel y est beaucoup plus prononcé que celui dans les métaux.

Dans cette section, on présentera les principaux paramètres de sol qui ont un rapport avec les EPS ainsi que le lien existant entre les EPS et le système ferroviaire. Pour cela, on analysera l'origine principale de ce phénomène, ainsi que les

normes qui doivent être respectées. Finalement, on montrera les méthodes le plus couramment utilisées pour le calcul des EPS.

1.2.1 Les caractéristiques électriques de sol

La conduction électrique dans le sol dépend fortement de la capacité de ce dernier de conduire le courant électrique. Cette capacité se traduit par trois paramètres électromagnétiques macroscopiques : la résistivité électrique, la permittivité électrique et la perméabilité magnétique. Dans cette thèse nous supposons que la permittivité électrique relative et la perméabilité magnétique relative sont égales à 1. Autrement dit, nous supposons que, par rapport à la résistivité électrique, la permittivité et la perméabilité ont un effet de deuxième ordre sur les calculs que nous présentons, et qui pour cela peuvent être négligés [18].

La résistivité du sol est localement déterminée par la capacité du matériau qui le compose à conduire le courant électrique. La circulation des électrons se fait principalement par conduction électrolytique, et donc ce n'est pas la terre elle-même qui conduit le courant mais bien les ions dissous dans l'eau présente dans les espaces interstitiels. La résistivité est normalement notée ρ , et son inverse, la conductivité, est généralement notée σ .

De ce fait, plusieurs paramètres jouent un rôle important dans la détermination de la valeur de la résistivité du sol. Quelques uns sont inhérents au matériau qui compose le sol, alors que d'autres dépendent des facteurs extérieurs, pouvant même changer au long des journées ou des saisons (voir par exemple [19]). Ci-dessous, nous exposons la liste des principaux facteurs qui font varier la résistivité du sol.

La salinité

Comme le montre [18], la conduction électrique dans le sol se fait par l'intermédiaire des ions dissous dans l'eau qui y est présente. Cette dernière est, à son tour, stockée dans des interstices présentent dans les matériaux qui composent le sol. Les ions dissous dans l'eau proviennent de la dissociation des minéraux qui y sont présents. Plus il y a de minéraux dissous, plus il y a d'ions présents dans les interstices des matériaux et donc plus faible sera la valeur de la résistivité de terre (voir par exemple [20]).

La porosité

Le degré de porosité d'un matériau mesure le pourcentage du volume de vide par rapport au volume total d'un échantillon donné. Le volume de vide est défini comme étant le volume des espaces occupés par de l'air ou de l'eau. Une plus grande porosité permet de potentiellement stocker une plus grande quantité d'eau dans le matériau. Par conséquent, il y aura, en gardant une concentration ionique constante, une plus grande quantité d'ions dissous. L'effet est alors une conductivité du sol plus élevée.

Le taux d'eau

Le taux d'eau s'exprime comme étant le volume occupé par l'eau par rapport au volume total des vides du matériau. Plus il y a de l'eau dans le matériau, plus il y a un support pour le mouvement ionique et donc plus grande sera sa conductivité. Des études ont été réalisées dans le but d'associer le taux d'eau aux paramètres électriques macroscopiques, comme par exemple les travaux de Tabbagh et al. [21] et [22].

La présence d'argile

L'argile est un matériau colloïdal très particulier. Elle se présente sous la forme de cristaux de taille micrométrique, les colloïdes. Chaque cristal est constitué par un empilement de quelques dizaines ou bien quelques centaines de feuillets. La composition de ces feuillets est multiple, cela dépend surtout des caractéristiques géologiques du milieu. Ils sont, pour la plupart, composés de silicium et d'aluminium, mais peuvent aussi contenir, entre autres, du fer, du magnésium, du calcium, du manganèse et du titane [23].

La surface des feuillets qui composent l'argile est généralement chargée négativement. Cette structure présente des imperfections naturelles, et donc des ions sont susceptibles d'être adsorbés sur les faces des feuillets de l'argile. Lorsque l'argile se retrouve en présence d'eau, la conduction est donc fortement facilitée par des échanges ioniques entre l'eau et la surface des colloïdes. Pour un matériau quelconque, la présence d'argile augmente sa conductivité électrique.

La température

Pour des températures au-dessus du point de congélation de l'eau, une diminution de la température augmente la viscosité de l'eau [24]. Cela induit une diminution de la mobilité des ions qui y sont dissous, ce qui engendre une diminution de la conductivité.

Si la température passe en-dessous du point de congélation de l'eau, nous avons deux cas de figure :

- L'eau est très pauvre en minéral, et donc elle est pratiquement congelée. La conductivité du milieu devient presque nulle.
- L'eau est minéralisée, et donc bien que la température soit passée en-dessous de la température de fusion, ce n'est pas toute l'eau qui passe en phase solide. Cela a pour conséquence une forte diminution de la porosité effective du sol, ce qui engendre une baisse très importante de la conductivité.

Le tableau 1.3 présente un résumé des effets de paramètres de terre. On peut alors distinguer ceux qui contribuent à l'augmentation de la conductivité du sol de ceux qui augmentent sa résistivité.

En appui de ces concepts, il a été développée en 1942 par Archie [25] une loi empirique qui met en relation la résistivité électrique d'un matériau avec sa porosité, la résistivité électrique de l'eau interstitielle et le taux d'eau dans les pores :

$$\rho = \frac{\rho_{eau} a \phi^{-m}}{S_w^n} \quad (1.2.1)$$

Contribue pour la conductivité	Contribue pour la résistivité
Salinité	Viscosité de l'eau
Porosité	Présence de gel
Taux d'eau	
Température	

TABLE 1.3 – Certaines caractéristiques du sol contribuent à l'augmentation de sa conductivité, d'autres à l'augmentation de sa résistivité.

où ρ_{eau} est la résistivité moyenne de l'eau interstitielle (en prenant en compte l'effet de la dissolution ionique), ϕ est la porosité du matériau et S_w est le taux d'eau dans les pores (autrement dit, le degré de saturation des pores). Les constantes a , m et n doivent être déterminées empiriquement.

Cette loi permet de connaître l'évolution de la résistivité de sol au cours du temps en fonction de la variation des plusieurs paramètres locaux. Cependant, cette formule n'est pas adaptée au calcul de la résistivité de sol pour des grands terrains, spécialement dans des régions où nous avons peu de connaissance sur la constitution du sol en profondeur.

1.2.2 La prise de terre

Une prise de terre est un élément conducteur directement en contact avec le sol et qui permet d'écouler du courant électrique, provenant d'une certaine source, vers la terre. La conséquence directe est l'établissement d'une zone d'EPS (Élévation de Potentiel de Sol) autour de la prise terre dès lors qu'elle est mise sous tension, et cela jusqu'à ce que la source d'énergie n'y soit plus connectée.

Dans la pratique, une prise de terre permet aussi de relier les conducteurs entre eux en les mettant en équipotentialité avec le sol. Pour la conception en amont d'une prise de terre, il est nécessaire de connaître l'intensité du courant électrique qui pourra la traverser. Une optimisation de certaines caractéristiques de la prise de terre, comme sa composition, sa géométrie et sa taille, permet de contrôler l'écoulement de courant vers le sol et par conséquent les effets de l'EPS.

De façon plus globale, tout élément conducteur pouvant échanger des charges électriques avec le sol peut être considéré comme étant une prise de terre. Cela comprend par exemple la connexion d'une maison ou d'un bâtiment à la terre, mais aussi les racines d'un arbre ou les pieds d'une personne debout [26].

Par sa définition, et en supposant une faible résistance de contact entre le conducteur qui la compose et le sol, une prise de terre est au même potentiel électrique que la portion de sol qui est directement en contact avec elle. Le potentiel décroît ensuite, en fonction de la propagation du courant dans les matériaux qui composent le sol.

Pour limiter les surtensions, tout conducteur du réseau ferroviaire susceptible d'être victime d'une influence électromagnétique extérieure doit être régulièrement relié à la terre. Ceci est le cas pour les poteaux « caténaire », les rails, les grillages et, en régime de tension alternative, pour la gaine métallique des câbles. A l'image des éléments du système ferroviaire, les pylônes du réseau électrique de transport

d'énergie à haute tension sont reliés à la terre par une prise de terre et c'est à travers elle que s'écoule, par exemple, le courant provenant d'un éventuel défaut d'isolation.

En régime de basse tension (au dessous de 1000 V en régime de tension alternative ou bien au dessous de 1500 V en régime de tension continue), une prise de terre est normalement composée d'un piquet métallique enfoncé de quelques dizaines de centimètres dans le sol, comme celui des prises de terre des maisons. Ses dimensions sont choisies au cas par cas, en fonction surtout des caractéristiques du sol, de façon à optimiser l'écoulement du courant de court-circuit dans le milieu environnant. En règle générale, cela consiste en un cylindre en acier de quelques millimètres de rayon et quelques dizaines de centimètres de longueur.

Cependant, les prises de terre sont souvent plus complexes dans le régime des hautes tensions. Pour les postes électriques par exemple, la mise à la terre est composée d'un ensemble de cylindres métalliques reliés entre eux et enterrés parallèles à la surface du sol, ce qui forme une sorte de grillage enterré. Cela permet de diminuer la vitesse de décroissance du potentiel en fonction de la distance, et donc de réduire la différence de potentiel de sol aux alentours du poste [27].

La résistance de prise de terre, notée R_T , est le paramètre à partir duquel on évalue la qualité de la prise de terre. Pour une certaine tension V_T , l'intensité du courant électrique injecté dans le sol est donnée simplement par la relation suivante :

$$I_T = \frac{V_T}{R_T} \quad (1.2.2)$$

Lors de la conception des prises de terre, ses caractéristiques sont choisies de façon à permettre un écoulement optimal du courant. De ce fait, le paramètre R_T doit être calculé en amont. De même, il est nécessaire de faire des mesures pour évaluer la résistivité du sol dans lequel la prise de terre est enterrée.

Dans le cadre d'un sol homogène et pour des prises de terre de taille réduite et de géométrie simple, comme un cylindre, un disque ou un hémisphère, il est possible de trouver des expressions analytiques simples et précises pour R_T [16]. Dans le cas d'une prise de terre de géométrie plus complexe, cependant, les formules sont souvent très approximatives et ne fonctionnent que dans des cas particuliers, comme ceux que l'on trouve dans les références [28] et [29].

Pour calculer R_T dans des environnements plus complexes, par exemple lorsque le sol est hétérogène, il faut souvent faire appel à des techniques de modélisation sur ordinateur. Dans les travaux de Dular [30], par exemple, on trouve un calcul où la méthode des éléments finis a été utilisée.

Dans les sous-sections 1.2.2.1 et 1.2.2.2, des résultats analytiques pour la résistance de prise de terre sont présentés. Une prise de terre hémisphérique et une prise de terre cylindrique, toutes les deux enterrées dans un sol de résistivité homogène, ont été choisies. Ce développement nous permet de mieux comprendre le rapport entre une électrode enterrée et le sol qui l'entoure.

1.2.2.1 La résistance de prise de terre d'un hémisphère dans un sol homogène

Une électrode hémisphérique enterrée en sol homogène et dont la partie plate est au niveau de la surface du sol est, à l'exception d'une électrode ponctuelle 0D, la prise de terre la plus simple qu'il peut exister. Le sol pouvant être considéré comme un demi-espace, et donc infini, l'écoulement du courant se déroule de façon complètement symétrique. Toutes les surfaces équipotentielles sont des hémisphères concentriques et les lignes de courant seront donc des droites perpendiculaires à toutes ces surfaces.

Dans la Fig. 1.2.1 on voit un exemple de distribution de potentiel dans le sol pour une telle électrode hémisphérique. Les couleurs donnent l'intensité du potentiel, le potentiel plus élevé étant de couleur bleue.

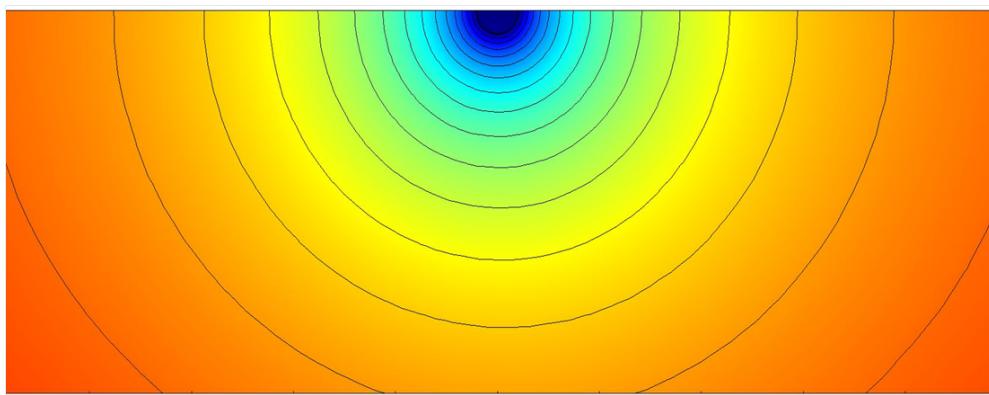


FIGURE 1.2.1 – Lignes équipotentielles pour l'injection de courant électrique par une prise de terre hémisphérique métallique dans un sol homogène

Pour calculer la valeur de la résistance dans cette configuration, nous partons de la définition de la résistivité d'un milieu conducteur symétrique. Nous supposons que le courant, qui sort de façon symétrique de la prise de terre, traverse une certaine portion de sol. Par définition, la résistivité de cette portion de sol est la suivante :

$$\rho = \frac{R_C S}{L} \quad (1.2.3)$$

où L est la distance parcourue par le courant, S est l'aire de la surface équipotentielle (en utilisant le fait que le système soit symétrique), ρ est la résistivité du sol, et R_C est la résistance électrique du chemin traversé par le courant.

En termes de la résistance R_C , l'équation 1.2.3 s'écrit comme :

$$R_C = \frac{\rho L}{S} \quad (1.2.4)$$

La résistance de prise terre totale est calculée comme étant la limite de la formule 1.2.4 pour L infini. Cela revient à dire que l'on veut mesurer la résistance à laquelle le courant électrique est soumis sur tout son trajet depuis la surface extérieure de la prise de terre et jusqu'à l'infini.

Pour prendre en compte la longueur infinie, il est nécessaire d'utiliser un calcul infinitésimal. Une intégration nous permet ensuite de trouver la valeur de la résistance de prise de terre, qui est notée R_T .

Prenons alors une couche hémisphérique d'épaisseur infinitésimale dL , concentrique à la prise de terre et à une distance L de cette dernière, comme dans la Fig. 1.2.2. La résistance électrique infinitésimale rencontrée par le courant lorsque ce dernier traverse cette couche, notée dR_T , est donnée par la formule suivante :

$$dR_T = \frac{\rho}{2\pi L^2} dL \quad (1.2.5)$$

où nous avons explicité la surface externe moyenne S de la couche :

$$S = 2\pi L^2 \quad (1.2.6)$$

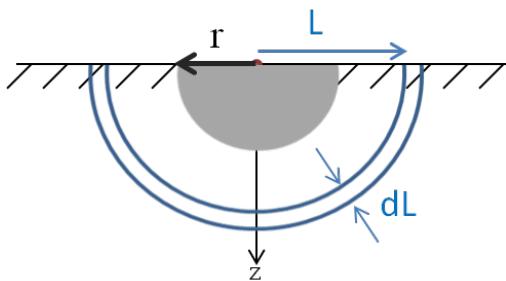


FIGURE 1.2.2 – Couche de sol infinitésimale traversée par le courant, pour une prise de terre hémisphérique de rayon r .

La résistance de prise de terre totale est égale à la somme des résistances des couches hémisphérique entre r , le rayon de la prise de terre, et l'infini. Cela revient dire que l'on devra calculer l'intégrale suivante :

$$R_T = \frac{\rho}{2\pi} \int_r^{\infty} \frac{dL}{L^2} \quad (1.2.7)$$

Le calcul de l'équation 1.2.7 nous donne la formule suivante :

$$R_T = \frac{\rho}{2\pi r} \quad (1.2.8)$$

En ce qui concerne la distribution du potentiel électrique dans la terre lors de la diffusion d'un courant dans le sol, la prise de terre hémisphérique a une importance particulière. En effet, une électrode de géométrie quelconque peut être toujours représentée par un hémisphère. L'erreur que l'on commet lorsque l'on fait cette approximation étant inversement proportionnelle à la distance par rapport à l'électrode.

Cela revient à dire qu'au delà d'une certaine distance, toutes les prises de terre se comportent comme des prises de terre hémisphériques. Ce seuil ne peut pas être fixé à l'avance, il dépend non pas seulement de la géométrie de prise de terre mais aussi du type de sol dans lequel elle a été installée.

Cependant, cela n'est pas le cas dans la région qui se trouve aux alentours de la prise de terre. Pour des distances inférieures à ce seuil, il est essentiel de prendre en compte la forme de la prise de terre.

1.2.2.2 La résistance de prise de terre d'un cylindre

Pour des prises de terre qui ne sont pas hémisphériques, et donc qui ne présentent pas de symétrie sphérique dans le demi plan inférieur, le calcul de la résistance de prise de terre se fait de façon approximative. Dans ce sens, il existe quelques méthodes de calcul différentes.

La méthode la plus couramment utilisée est celle de Sunde-Dwight (voir [31] et [16]), laquelle utilise la théorie du potentiel moyen développée par Howe [32] (voir par exemple les travaux de Schwarz [33]). Cette méthode nous permet, par exemple, de calculer la résistance de prise de terre d'un cylindre vertical comme celui que l'on peut voir sur la Fig. 1.2.3, où une des extrémités est au niveau de la surface du sol. Pour un cylindre de longueur L et de diamètre d , avec $L \gg d$, la résistance de prise de terre R_T est donnée par la formule suivante :

$$R_T = \frac{\rho}{2\pi L} \left(\ln \left(\frac{8L}{d} \right) - 1 \right) \quad \text{avec } L \gg d \quad (1.2.9)$$

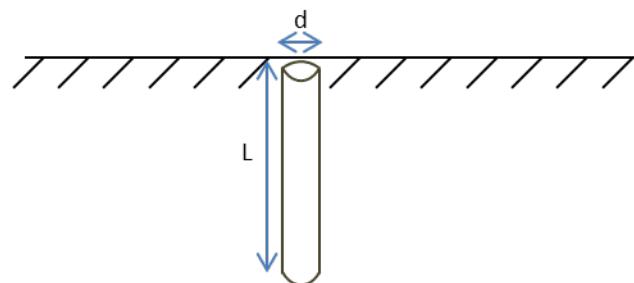


FIGURE 1.2.3 – Électrode cylindrique enterrée perpendiculairement à la surface du sol.

D'autres configurations de prise de terre amènent à des formules plus complexes que celle là, comme par exemple le calcul réalisé par Tagg [34], et beaucoup plus tard par Chen [35], pour un cylindre vertical enterré dont la partie supérieure est en dessous du niveau de la surface du sol.

Dans certains cas, il n'est pas possible de trouver une formule analytique, comme par exemple pour le calcul de la résistance de prise de terre d'un maillage de conducteurs enterrés, ce qui est souvent le type de prise de terre utilisé pour les postes électriques (voir les travaux de [36]). Dans ces situations, on est donc souvent orienté vers des méthodes numériques comme par exemple les éléments finis [37] et les éléments finis de frontière (BEM) [38].

1.2.2.3 La prise de terre dans un sol hétérogène

Lorsque le sol n'est pas homogène, le calcul analytique de la résistance de prise de terre devient plus difficile puisqu'il est souvent nécessaire d'utiliser des hypothèses

supplémentaires.

Néanmoins, des « astuces » ont été trouvées pour le prendre en compte, comme par exemple dans [29]. Dans ce papier, Nahman utilise le concept des « facteurs de correction » lorsqu'il calcule la résistance de prise de terre d'un maillage de conducteurs enterrés dans un sol hétérogène composé de deux couches parallèles. Ces facteurs sont des fonctions qui dépendent du rapport entre les résistivités des deux couches et de certaines caractéristiques de la prise de terre. Ils permettent, dans une certaine mesure, de « corriger » la valeur de résistance de prise de terre, calculée analytiquement pour un sol homogène, pour prendre en compte la présence d'une deuxième couche de sol.

Il s'avère que, dans certains contextes simples, les formules analytiques fournissent des bons résultats pour le calcul de résistances de prise de terre dans un sol hétérogène (voir les travaux de Dawalibi [39, 28] ainsi que les travaux de Arnautovski-Toseva [40, 41]). Cependant, le système électrique ferroviaire est complexe, composé d'un ensemble de plusieurs conducteurs, enterrés ou aériens, et d'un sol à plusieurs matériaux différents. Ces approximations ne sont donc pas très adaptées à ce contexte. Sa complexité et sa spécificité sont telles qu'il est souvent nécessaire d'avoir recours à des méthodes numériques.

1.2.3 Le couplage conductif entre conducteurs enterrés

Comme il a été expliqué dans la section précédente, lorsqu'un conducteur en contact avec le sol est soumis à une différence de potentiel par rapport au sol lointain (c'est à dire, un point dont la présence ne change pas le comportement du courant injecté dans le sol, ce qui peut donc être considéré comme à l'infini), ce conducteur fonctionne comme une prise de terre pour l'écoulement du courant dans le sol.

En revanche, la présence d'un deuxième conducteur, enterré dans l'environnement du premier, modifie les profils des lignes de courant et de l'EPS, dans la mesure où une partie du courant injecté dans le sol sera dirigé vers ce deuxième conducteur. Cela a pour effet de réduire le potentiel électrique de sol qui aurait eu lieu si le deuxième conducteur n'était pas présent.

Pour prendre en compte ce phénomène, on ajoute normalement une résistance de couplage entre chaque conducteur qui est en contact avec le sol. Ces résistances sont appelées « résistance de couplage conductif ».

La méthode analytique du potentiel moyen [32] a été développée pour traiter ce type de phénomène et pour calculer de telles résistances. Son champ d'application se restreint, néanmoins, à des situations de sol homogène, ce qui réduit considérablement les possibilités d'application de la méthode.

Pour appliquer la méthode du potentiel moyen, il est nécessaire d'adopter les trois approximations principales suivantes :

1. On suppose que tout conducteur enterré est à un potentiel constant et que l'écoulement de courant se fait de façon uniforme sur toute sa surface extérieure.
2. On suppose que chaque portion infinitésimale de conducteur agit comme une prise de terre hémisphérique, en injectant du courant électrique dans le sol

de façon isotrope.

3. On suppose que tout conducteur massif (par exemple les câbles, qui sont des cylindres) est assimilé à un conducteur filaire. Autrement dit, on suppose que le rayon des conducteurs est négligeable par rapport à sa longueur et par rapport aux autres dimensions du système, comme la distance entre deux conducteurs par exemple.

On note, toutefois, que la validité de la deuxième approximation est limitée à des situations où le conducteur est enterré près de la surface du sol. Or, lorsque le conducteur est enterré un peu plus profondément, la présence de la surface du sol modifie le parcours des lignes de courant, ce qui fait qu'elles n'auront plus de symétrie hémisphérique dans le repère du conducteur.

Une façon de réaliser ce calcul est de supposer que le conducteur est enterré à une profondeur suffisamment grande de manière que la surface du sol devient « invisible » au conducteur. De ce fait, chaque portion infinitésimale agit comme une prise de terre sphérique, et non pas hémisphérique. Dans le développement théorique de la sous-section suivante, on retiendra cette hypothèse. La présence de la surface sera prise en compte plus loin dans le texte, lorsque l'on utilisera la méthode des images.

Développement théorique : 1 seul conducteur

Considérons d'abord un seul conducteur métallique cylindrique enterré de longueur L et de diamètre d , comme dans la Fig 1.2.4. Ce conducteur est connecté à une source de potentiel constant, dont l'intensité par rapport au sol lointain est notée V .

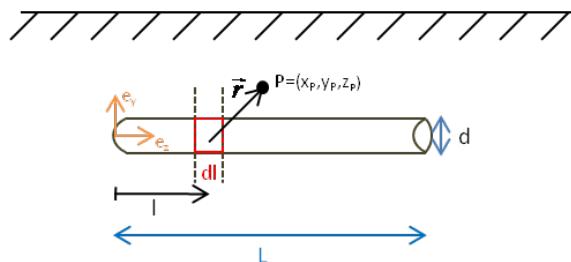


FIGURE 1.2.4 – Cylindre métallique enterré supposé soumis à une tension V

La méthode du potentiel moyen suppose que le conducteur enterré est composé d'un ensemble de plusieurs tronçons de conducteurs de longueur infinitésimale, tous liés entre eux par une résistance nulle. Le potentiel électrique sur un point quelconque du sol est calculé par la somme de l'influence de toutes ces portions qui composent le conducteur.

Considérons un seul tronçon infinitésimal de conducteur, de longueur dl et à une distance l par rapport à l'axe situé à l'extrémité du conducteur (Fig. 1.2.4). Le potentiel électrique produit par ce seul morceau sur un point $P = (x_P, y_P, z_P)$ quelconque, que l'on note dV_P , est calculé simplement par la loi d'Ohm, à savoir :

$$dV_P = R(\vec{r}) dI \quad (1.2.10)$$

où dI représente la fraction de courant total I qui est injecté uniquement par cet élément conducteur de longueur dl , alors que $R(\vec{r})$ représente la résistance entre l'élément et le point P .

Comme on a supposé que chaque portion infinitésimale de conducteur injecte le courant électrique dans la terre de façon sphérique, il est possible d'utiliser une formule similaire à l'Eq. 1.2.8 pour le calcul de la résistance entre le câble et le point P . On part de la définition de la résistivité (voir l'Eq. 1.2.4) pour un conducteur symétrique quelconque :

$$R = \frac{\rho z}{S} \quad (1.2.11)$$

où ρ est la résistivité du sol, z est la longueur parcourue par le courant et S est la surface équipotentielle représentée par la longueur z .

Grâce à l'isotropie d'injection de courant, ce qui est l'une des approximations de la méthode du potentiel moyen, la surface S est équivalente à l'aire de la surface d'une sphère. Le point P est à une distance $|\vec{r}|$ du segment dl , donc la surface S sera simplement :

$$S = 4\pi |\vec{r}|^2 \quad (1.2.12)$$

La résistance entre cet élément infinitésimal et le point P est alors :

$$R = \frac{\rho |\vec{r}|}{4\pi |\vec{r}|^2} = \frac{\rho}{4\pi |\vec{r}|} \quad (1.2.13)$$

On remplace l'équation 1.2.13 dans l'équation 1.2.10 du potentiel en P , ce qui nous donne :

$$dV_P = \frac{\rho dI}{4\pi |\vec{r}|} \quad (1.2.14)$$

D'après l'hypothèse 1 de la théorie du potentiel moyen, l'écoulement de courant vers le sol se fait de façon uniforme sur toute la surface du conducteur enterré. Cela revient à dire que, pour tout élément de longueur dl qui compose le conducteur principal, l'intensité de courant injecté dans le sol dépend uniquement de la valeur dl . De ce fait, la relation suivante est vérifiée :

$$\frac{dI}{I} = \frac{dl}{L} \quad (1.2.15)$$

où dI représente la quantité infinitésimale de courant injecté dans le sol par un tronçon quelconque de longueur dl .

La distance de l'élément dl par rapport au point P peut s'écrire en fonction des variables (x, y, z) :

$$|\vec{r}| = \sqrt{x_P^2 + y_P^2 + (z_P - l)^2} \quad (1.2.16)$$

où x_P , y_P et z_P sont fixes.

On trouve alors que le potentiel sur le point P , grâce au seul segment dl , peut s'écrire comme :

$$dV_P = \frac{\rho I}{4\pi L} \frac{dl}{\sqrt{x_P^2 + y_P^2 + (z_P - l)^2}} \quad (1.2.17)$$

Pour prendre en compte l'influence de tout le conducteur sur l'élévation de potentiel de sol au point P , il est nécessaire de calculer l'intégrale de dV_P sur toute la longueur du conducteur, soit :

$$V_P = \int_{câble} dV_P \quad (1.2.18)$$

On remplace 1.2.17 sur l'équation 1.2.18, ce qui donne :

$$V_P = \frac{\rho I}{4\pi L} \int_0^L \frac{dl}{\sqrt{x_P^2 + y_P^2 + (z_P - l)^2}} \quad (1.2.19)$$

Le calcul de cette intégrale nous donne le potentiel au point P suivant :

$$V_P = \frac{\rho I}{4\pi L} \ln \left(\left| \frac{z_P + \sqrt{x_P^2 + y_P^2 + z_P^2}}{(z_P - L) + \sqrt{x_P^2 + y_P^2 + (z_P - L)^2}} \right| \right) \quad (1.2.20)$$

La prise en compte de la surface : la méthode des images

Lors du développement théorique précédent, nous avons supposé que l'émission de courant à partir de l'électrode cylindrique horizontale est sphérique pour chaque portion infinitésimale de conducteur. Or, l'hypothèse de symétrie d'émission de courant par un conducteur immergé dans un milieu quelconque n'est valable que si ce milieu est isotrope. Dans le cas d'un milieu anisotrope, il est nécessaire que cette asymétrie n'ait pas d'influence significative sur les lignes de courant.

Ceci n'est pas le cas pour le sol réel, qui est un milieu uniquement semi-infini. La présence de l'interface entre la terre et l'air change la distribution de lignes de courant. Cet effet est illustré sur la Fig. 1.2.5, où l'on présente les équipotentielles (en couleur) et les lignes de courant produites pour une sphère enterrée et sous une tension constante de 1 V. On voit que les lignes de courant qui se dirigent vers la partie supérieure du sol changent de trajectoire pour éviter la surface du sol avec l'air, qui est isolant.

D'un point de vue mathématique, la présence de la surface du sol sur les lignes de courant se traduit par l'annulation de la composante verticale (que l'on note z) de la densité de courant électrique \vec{J} sur cette surface. Autrement dit :

$$(z = 0) \Rightarrow (J_z = 0) \quad (1.2.21)$$

D'après les équations de Maxwell et la loi d'Ohm :

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}V \quad (1.2.22)$$

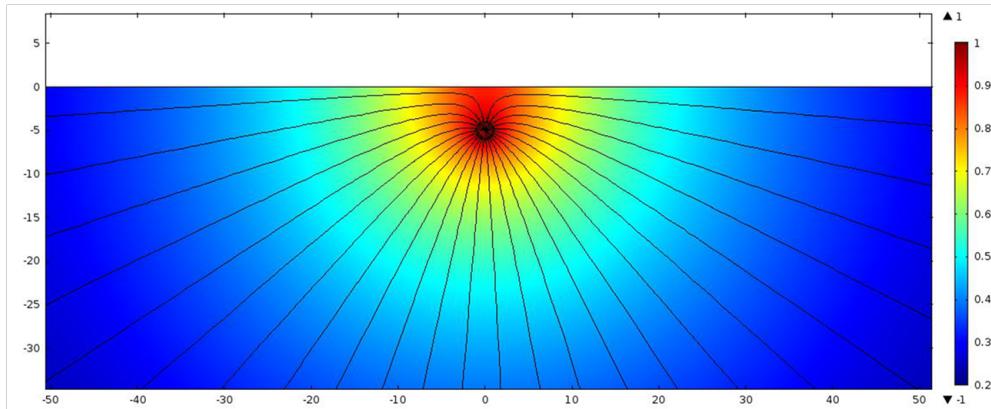


FIGURE 1.2.5 – Les lignes de courant ne sortent pas de façon symétrique à cause de la proximité de la surface du sol.

et :

$$\vec{E} = \rho \vec{J} \quad (1.2.23)$$

Alors :

$$\rho \vec{J} = -\vec{\nabla}V \quad (1.2.24)$$

De ce fait, l'équation 1.2.21 pour le potentiel en surface peut être réécrite comme :

$$(z = 0) \Rightarrow \left(\frac{\partial V}{\partial z} = 0 \right) \quad (1.2.25)$$

Cette contrainte doit être respectée sur toute la surface du sol lorsque l'on calcule le potentiel électrique produit par une électrode enterrée. Pour ce faire, nous utilisons la méthode des images ou des conducteurs virtuels [42].

Un conducteur virtuel, image du conducteur réel par rapport à la surface de la terre, est placé comme dans la figure 1.2.6. Le conducteur virtuel a les mêmes caractéristiques que le conducteur enterré, mais il n'aura pas de signification physique. De même, le conducteur virtuel n'interagit pas avec le conducteur réel. Sa présence n'est qu'un artifice mathématique.

Le théorème de l'unicité [42] nous garantit que si une solution satisfait à l'équation source et les conditions de bord dans un domaine fini ou semi-infini, alors c'est la seule solution du problème. Dans notre modèle, nous avions déjà calculé le potentiel produit par le câble chargé, ce qui revient à dire que l'équation 1.2.20 satisfait à la physique à l'intérieur du domaine de calcul. Cependant, la contrainte à la surface, décrite par l'équation 1.2.21, n'a pas encore été prise en compte. Autrement dit, l'équation 1.2.20 satisfait uniquement à l'équation de Laplace dans le sol :

$$(z < 0) \Rightarrow (\nabla^2 V = 0) \quad (1.2.26)$$

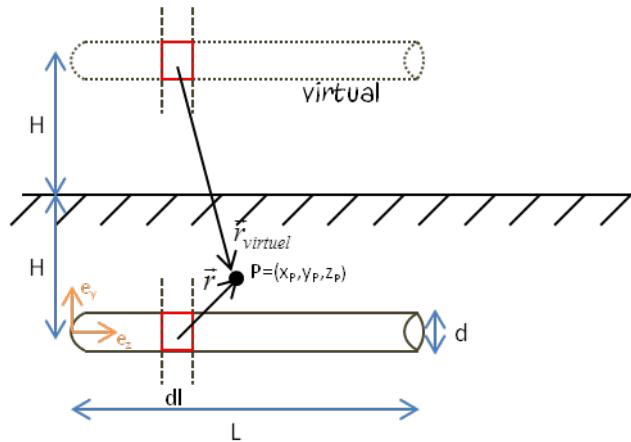


FIGURE 1.2.6 – Le potentiel sur un point P du sol est calculé à l'aide d'un conducteur virtuel.

L'introduction d'un conducteur virtuel ne modifie pas les propriétés physiques du domaine, c'est la dire la résistivité, permittivité électrique et perméabilité magnétique du sol. Par le principe de superposition [42], le potentiel électrique total en un point quelconque du domaine est calculé comme étant la somme du potentiel produit par toutes les sources indépendantes de potentiel. De ce fait, le potentiel sur un point quelconque sera égal, dans ce contexte, au potentiel produit par le conducteur, donné par l'équation 1.2.20, additionné du potentiel produit par la source image. Le même raisonnement fonctionne également pour le courant électrique total.

On fixe le potentiel électrique au niveau du conducteur virtuel comme étant égal à celui du conducteur réel. Puisque les deux conducteurs sont identiques, l'intensité de courant qui est injecté dans le sol par conducteur virtuel sera aussi égale à celle du courant injecté par le conducteur réel.

Lorsque l'on regarde au niveau de la surface, on voit que, par symétrie, la composante verticale du courant total est nulle. Cela est illustré par la Fig 1.2.7, où nous avons utilisé la notation \vec{J} pour la densité de courant. Cela garantit alors que la contrainte exprimée sur les équations 1.2.21 et 1.2.25 est respectée. Par construction, la contrainte d'un potentiel nul à l'infini est aussi respectée.

Puisqu'à la fois l'équation de Laplace et les contraintes sont satisfaites dans le demi-espace inférieur (donc le sol), alors le théorème de l'unicité nous garantit que la somme des contributions du conducteur réel avec le conducteur virtuel est l'unique solution du problème.

On va noter V_P^v le potentiel produit par le conducteur virtuel. Son calcul suit la même méthode que celle utilisée pour le calcul du potentiel réel. Seule la distance entre le câble et le point P où l'on calcule le potentiel doit être adaptée. De ce fait, pour calculer le potentiel produit par le conducteur virtuel au point P situé au sol, il suffit de remplacer $|\vec{r}|$ dans la formule 1.2.14 pour $|\vec{r}^{virtuel}| = \sqrt{x_P^2 + (y_P - 2H)^2 + (z_P - l)^2}$, où H est la profondeur de l'électrode réelle. À l'image de l'équation 1.2.20, le potentiel de l'électrode virtuelle au point P est égal à :

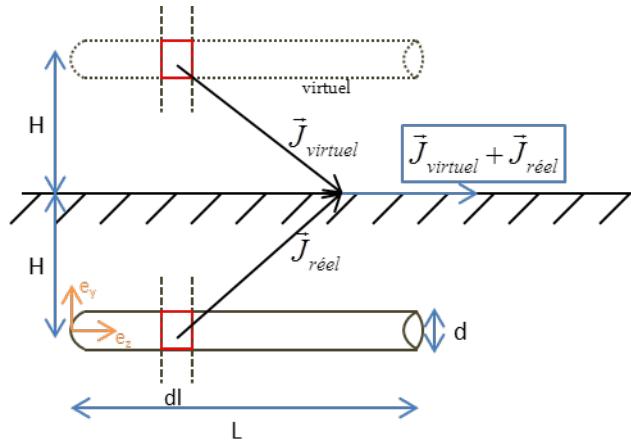


FIGURE 1.2.7 – La présence d'un conducteur virtuel permet de trouver une solution qui satisfait la condition de courant vertical nul sur la surface du sol.

$$V_P^v = -\frac{\rho I}{4\pi L} \ln \left(\left| \frac{z_P + \sqrt{x_P^2 + (y_P - 2H)^2 + z_P^2}}{(z_P - L) + \sqrt{x_P^2 + (y_P - 2H)^2 + (z_P - L)^2}} \right| \right) \quad (1.2.27)$$

Le potentiel résultant au point P , que l'on note $V(P)$, est alors égal à la somme du potentiel produit par les électrodes virtuelle et réelle. Cela revient à dire que :

$$V(P) = \frac{\rho I}{4\pi L} \ln \left(\left| \frac{\frac{z_P + \sqrt{x_P^2 + y_P^2 + z_P^2}}{(z_P - L) + \sqrt{x_P^2 + y_P^2 + (z_P - L)^2}}}{\frac{z_P + \sqrt{x_P^2 + (y_P - 2H)^2 + z_P^2}}{(z_P - L) + \sqrt{x_P^2 + (y_P - 2H)^2 + (z_P - L)^2}}} \right| \right) \quad (1.2.28)$$

Nous avons calculé, par la méthode du potentiel moyen, le potentiel électrique produit au point P par un cylindre enterré. Avec cette même méthode, il est aussi possible de calculer des résistances de couplage entre un conducteur cylindrique et tout autre conducteur enterré.

Dans les deux prochains sections, nous présenterons les formules de résistances de couplage entre un conducteur cylindrique et une électrode ponctuelle, et ensuite entre deux conducteurs cylindriques parallèles. Ces deux cas de figure sont les situations les plus pertinentes dans le domaine ferroviaire. En effet, la résistance de couplage conductif entre conducteur cylindrique et électrode ponctuelle peut représenter le couplage entre la prise de terre d'un pylône ou d'un poteau caténaire (approximée par un point), et un câble ferroviaire quelconque en contact avec le sol. La résistance de couplage conductif entre deux conducteurs cylindriques parallèles peut représenter, quant à elle, le couplage entre deux câbles ferroviaires quelconques en contact avec le sol.

Le couplage conductif entre conducteur cylindrique et électrode ponctuelle

Avec la formule 1.2.28, le potentiel électrique sur un point P quelconque produit par un conducteur cylindrique enterré injectant, de façon uniforme sur toute sa longueur, I Ampères de courant électrique dans le sol est connu. On peut réécrire cette équation en fonction d'une résistance de couplage $R_{cyl,point}$ entre le conducteur cylindrique et le point P :

$$V(P) = R_{cyl,point} I \quad (1.2.29)$$

La présence d'une électrode ponctuelle située au point P produirait un couplage entre le cylindre, conducteur injecteur, et l'électrode ponctuelle passive. D'après les équations 1.2.28 et 1.2.29, la résistance de couplage est donnée par :

$$R_{cyl,point} = \frac{\rho}{4\pi L} \ln \left(\frac{\left| \frac{z_P + \sqrt{x_P^2 + y_P^2 + z_P^2}}{(z_P - L) + \sqrt{x_P^2 + y_P^2 + (z_P - L)^2}} \right|}{\left| \frac{z_P + \sqrt{x_P^2 + (y_P - 2H)^2 + z_P^2}}{(z_P - L) + \sqrt{x_P^2 + (y_P - 2H)^2 + (z_P - L)^2}} \right|} \right) \quad (1.2.30)$$

Cette méthode permet d'isoler l'influence du sol et de la géométrie du conducteur sur un seul paramètre, qui est la résistance de couplage. De même, dans le cas d'un système multiconducteur, les résistances de couplage sont calculées par paires de conducteurs. L'effet global de l'ensemble de conducteurs est calculé dans une étape supplémentaire, ce qui sera présenté plus loin dans le texte.

Pour un système composé exclusivement d'une électrode ponctuelle placée au point P , de l'électrode cylindrique sous une tension extérieure fixe V et du sol, le potentiel au niveau de l'électrode ponctuelle est calculé uniquement par le produit de l'intensité totale de courant injecté dans la terre par le cylindre et de la résistance de couplage entre les deux électrodes. Cela est illustré par la Fig. 1.2.8. La résistance $R_{cyl,point}$ est alors aussi appelé "coefficients de couplage entre une électrode cylindrique horizontale et une électrode ponctuelle" :

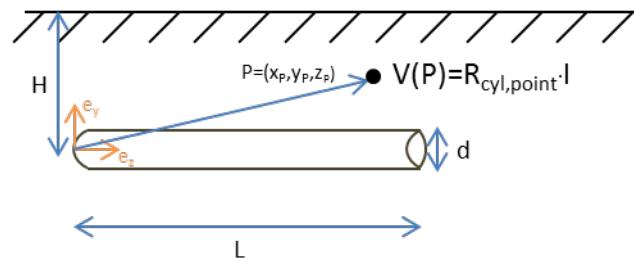


FIGURE 1.2.8 – Couplage entre électrode cylindrique et électrode ponctuelle placée au point P .

Le couplage conductif entre deux conducteurs cylindriques parallèles

Dans le cas où une deuxième électrode cylindrique est présente, on peut également calculer un coefficient de couplage résistif entre les électrodes. Pour cela,

on suppose d'abord que la première électrode est mise sous tension alors que le deuxième est initialement neutre.

Avec l'équation 1.2.28 nous avons pu calculer le potentiel produit sur un point P . Or, la deuxième électrode peut être considérée comme étant composée d'une infinité de points mis côte à côté. Puisque la théorie du potentiel moyen nous impose que le potentiel électrique sur chaque électrode doit être constant, le potentiel au niveau du deuxième conducteur est alors égal à la moyenne du potentiel électrique produit par le premier conducteur sur l'ensemble de points qui composent le deuxième conducteur.

Cela revient à dire que le potentiel au niveau de la deuxième électrode cylindrique, noté V_{cyl} , est égal à :

$$V_{cyl} = \frac{1}{L_2} \int_{\text{2ème cylindre}} V(P) dp \quad (1.2.31)$$

où L_2 est la longueur du deuxième cylindre, $V(P)$ est le potentiel engendré par le premier cylindre sur le point P , donné par la formule 1.2.28, et dp est un élément infinitésimal.

Puisque par la théorie du potentiel moyen les conducteurs cylindriques sont approximés par des conducteurs filaires, l'intégrale est calculée sur une droite de longueur L_2 placée au centre du deuxième cylindre. Le point P est alors placé le long de cette droite.

Dans la Fig. 1.2.9 on présente un schéma qui illustre ce couplage et cette méthode de calcul.

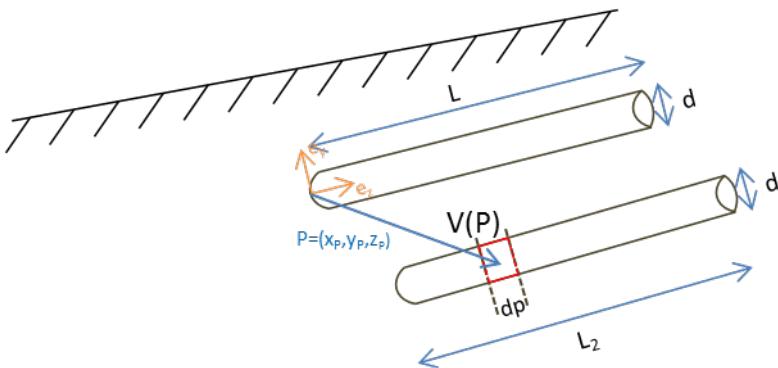


FIGURE 1.2.9 – Couplage entre deux électrodes cylindriques où la théorie du potentiel moyen a été utilisée.

Si on suppose que les câbles sont parallèles à la surface du sol, de même longueur L , à une distance D un de l'autre et enterrés à la même profondeur H , alors par les formules 1.2.31 et 1.2.8 le potentiel moyen sur le deuxième conducteur sera :

$$V_{cyl} = \frac{\rho I}{4\pi L^2} \int_0^L \ln \left(\frac{\left| \frac{z_P + \sqrt{D^2 + z_P^2}}{(z_P - L) + \sqrt{D^2 + (z_P - L)^2}} \right|}{\left| \frac{z_P + \sqrt{D^2 + 4H^2 + z_P^2}}{(z_P - L) + \sqrt{D^2 + 4H^2 + (z_P - L)^2}} \right|} \right) dz_P \quad (1.2.32)$$

où l'intégrale se calcule sur la longueur du deuxième câble.

Par le calcul de l'équation 1.2.32, on peut montrer que le potentiel au niveau du deuxième conducteur est donné par :

$$V_{cyl} = \frac{\rho I}{2\pi L} \left[\frac{1}{L} \left(D - \sqrt{D^2 + L^2} \right) + \ln \left(\frac{L + \sqrt{D^2 + L^2}}{D} \right) \right] + \\ + \frac{\rho I}{2\pi L} \left[\frac{1}{L} \left(\sqrt{D^2 + 4H^2} - \sqrt{D^2 + 4H^2 + L^2} \right) + \ln \left(\frac{L + \sqrt{D^2 + 4H^2 + L^2}}{\sqrt{D^2 + 4H^2}} \right) \right] \quad (1.2.33)$$

De façon similaire à ce qui a été fait lors du paragraphe précédent, on peut aussi associer aux deux électrodes enterrées une résistance de couplage conductif entre deux électrodes cylindriques enterrées. Cette résistance, notée $R_{cyl,cyl}$, nous permet d'isoler les paramètres géométriques des conducteurs et le sol du courant injecté dans le sol par l'électrode sous tension. Elle est donnée par la formule suivante :

$$R_{cyl,cyl} = \frac{\rho}{2\pi L} \left[\frac{1}{L} \left(D - \sqrt{D^2 + L^2} \right) + \ln \left(\frac{L + \sqrt{D^2 + L^2}}{D} \right) \right] + \\ + \frac{\rho}{2\pi L} \left[\frac{1}{L} \left(\sqrt{D^2 + 4H^2} - \sqrt{D^2 + 4H^2 + L^2} \right) + \ln \left(\frac{L + \sqrt{D^2 + 4H^2 + L^2}}{\sqrt{D^2 + 4H^2}} \right) \right] \quad (1.2.34)$$

Lorsque l'on utilise la méthode du potentiel moyen, on a l'avantage de pouvoir calculer une résistance de couplage pour des électrodes qui ont des formes différentes. Dans les cas où les intégrales 1.2.18 ou bien 1.2.31 ne sont pas analytiquement calculable, il reste quand même possible de trouver des solutions numériques.

En ayant calculé les coefficients de couplage, on peut ensuite calculer, dans un système multiconducteur, le potentiel électrique au niveau de tous les conducteurs et au niveau du sol. Cela sera présenté dans la section 1.2.5.

Le grand inconvénient de cette méthode est que plusieurs simplifications ont été faites. Les électrodes ne sont pas filaires ni à un potentiel constant, comme ce que l'on a supposé. Aussi, le sol n'est jamais de nature homogène, et cela est encore plus vrai dans le domaine du ferroviaire, comme il a été présenté précédemment.

1.2.4 Le couplage inductif entre conducteurs en présence du sol

Les coefficients d'induction trouvent leur origine dans « l'inertie » à l'établissement d'un champ magnétique à l'intérieur d'un milieu conducteur. Dans le cas du coefficient inductif propre, ou self-inductance, cette « inertie » est relative au champ créé par le conducteur lui-même. Dans le cas du coefficient inductif mutuel, l'inertie est relative au champ traversant le conducteur mais créé par un deuxième conducteur ou bien par un ensemble de conducteurs (loi de Lenz). Dans les deux cas, ceci se traduit par une induction de courant dans le but de produire un champ magnétique de sens opposé à celui du champ magnétique produit par le courant inducteur.

Le sol étant conducteur, il est aussi sujet au développement de courants induits. Cependant, on considère que le sol fait partie de l'environnement des conducteurs. De ce fait, son effet est directement inclus dans les valeurs d'inductance des conducteurs.

Plusieurs auteurs ont proposé des formules pour le calcul des inductances des câbles en présence du sol. On trouve par exemple les travaux de Carson [43], dont la formulation permet le calcul des inductances propre et mutuelle entre conducteurs en présence d'un sol homogène. Avec une optique plus général, Tsiamitros [44, 45] a proposé des formules analytiques qui permettent de calculer les coefficients inductifs pour des conducteurs en présence d'un sol composé de plusieurs couches de matériaux différents et empilées les unes sur les autres.

Ces formules permettent de trouver les coefficients inductifs avec une bonne précision et dans un environnement complexe et hétérogène [46]. Cependant, afin d'adopter une approche générale on propose, dans la méthode exposée dans le chapitre 3, de calculer ces mêmes coefficients par une méthode éléments finis en 2D. On montrera que cette méthode est fiable et très rapide, même pour un grand ensemble de conducteurs. De plus, la simulation par éléments finis nous permet de prendre en compte la présence de la plateforme ferroviaire ou bien d'autres irrégularités.

1.2.5 Le calcul de l'EPS

Les méthodes les plus utilisées aujourd'hui pour le calcul de l'EPS sont basées sur les résultats présentés dans les deux parties précédentes, et en particulier sur les formules issues de la théorie du potentiel moyen. Ces méthodes peuvent être séparées en deux grands groupes : celles qui considèrent que les conducteurs sont indépendants les uns des autres vis-à-vis de l'injection de courant dans le sol ; et celles qui prennent en compte le couplage entre conducteurs via la présence du sol pour.

Dans tous les cas, ces méthodes demandent un nombre important d'approximations, dont l'effet sur les résultats de calcul est en général méconnu. La prise en compte du sol est souvent incomplète, ou approximative. De ce fait, l'erreur que l'on commet lorsque l'on calcul l'EPS n'est pas maîtrisée [47].

1.2.5.1 EPS pour conducteurs indépendants

Les formules pour le calcul de l'EPS sans prendre en compte le couplage conductif entre conducteurs se limitent à calculer l'EPS engendré par chaque conducteur de façon indépendante. Le potentiel résultant sur un point \vec{r} quelconque dans le sol est égal à la somme sur tous les conducteurs du potentiel engendré par chaque conducteur, soit :

$$V(\vec{r}) = \sum_{i=1}^N V_{conducteur_i}(\vec{r}) \quad (1.2.35)$$

où $V_{conducteur_i}$ représente le potentiel produit par le conducteur i , pour un total de N conducteurs.

L'EPS engendrée par chacun des conducteurs doit être calculée de façon séparée. En fonction de la nature du sol (homogène ou hétérogène) et de la géométrie du conducteurs, certaines méthodes sont plus ou moins adaptées. Les méthodes analytiques reposent en général sur les concepts de la méthode du potentiel moyen [16].

Cependant, cette méthode ne permet de prendre compte la présence d'un sol hétérogène. Or, cela est souvent le cas dans la pratique, surtout dans le système ferroviaire. De ce fait, des auteurs comme Nahman [48, 49], Seedher [50] et Ianovici [51] utilisent des artifices mathématiques pour pouvoir prendre en compte la propagation du courant dans un sol hétérogène, modélisé par des couches de sol parallèles à la surface et empilées les unes sur les autres. Ces méthodes restent limitées, surtout en contexte ferroviaire où plusieurs conducteurs sont enterrés dans un sol composé de plusieurs matériaux différents.

Il est pourtant possible de prendre en compte toute l'hétérogénéité du sol lorsque des méthodes numériques sont utilisées. Un exemple est la méthode présentée par Dular [30] où un calcul éléments finis permet de calculer la résistance de prise de terre d'un cylindre enterré perpendiculairement au sol. Dans sa modélisation, Dular a utilisé la symétrie de rotation autour de la prise de terre pour restreindre son calcul à deux dimensions. Cette méthode peut facilement être exploitée pour le calcul de l'EPS produite par la même prise de terre.

Cependant, pour des conducteurs ferroviaires, où les longueurs excèdent le kilomètre, les méthodes à éléments finis ne sont pas facilement exploitables. Il n'existe en général pas de symétrie à exploiter, ce qu'il fait que les calculs doivent être effectués en prenant en compte toutes les trois dimensions. Or, les conducteurs ferroviaires ont un rayon qui est de l'ordre du centimètre et une longueur qui est souvent de l'ordre du kilomètre. Cela représente une différence d'échelle assez importante, ce qui rend les calculs par éléments finis difficilement utilisables. Dans les chapitres suivants, on présentera pourtant une façon d'utiliser la méthode des éléments finis pour le calcul de l'EPS produite par des conducteurs ferroviaires.

1.2.5.2 EPS avec couplage conductif par le sol

La méthode pour le calcul de l'EPS en prenant en compte le couplage conductif par la terre a été développée par Kaibuchi [52] et est présenté sur les travaux de l'UIT [53, 54]. Cette méthode permet aussi de prendre en compte sur l'EPS la contribution de longs conducteurs ferroviaires sous tension et en contact avec le sol.

Pour cette méthode, les conducteurs sont organisés en trois classes distinctes : conducteurs parallèles à la terre, conducteurs ponctuels et électrodes de mesure. Chacun de ces conducteurs doit être pris en compte de façon différente. De même, chaque couplage entre conducteurs est pris en compte en fonction de la classe des deux conducteurs.

Dans la classe des conducteurs parallèles à la terre, on trouve par exemple les rails et les câbles de signalisation et de télécommunication qui longent la voie ferrée. Ils sont modélisés comme étant composés de plusieurs tronçons juxtaposés, comme on voit sur la Fig. 1.2.10. La méthode considère que chaque tronçon injecte

du courant dans le sol, et donc y produit une EPS, comme s'il était indépendant des autres tronçons.

La taille des tronçons joue un rôle important sur la précision du calcul, mais aussi sur le temps de simulation et sur la quantité de mémoire requise. Avec des tronçons plus petits, le calcul serait plus précis mais cela augmenterait la quantité de mémoire utilisée, ce qui pourrait, en fonction du nombre de conducteurs présents, rendre le calcul impraticable.

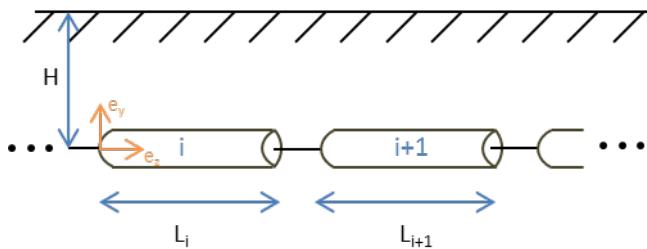


FIGURE 1.2.10 – Un conducteur enterré est divisé en plusieurs tronçons.

La classe des conducteurs ponctuels comporte tout conducteur qui ait une faible étendue par rapport aux dimensions du ferroviaire. Cela comprend les électrodes hémisphériques et les électrodes cylindriques, comme celle de la Fig. 1.2.3. Les prises de terre des poteaux caténaire et des pylônes du réseau d'énergie en font aussi partie.

Les électrodes de mesure sont, à leur tour, principalement utilisés pour représenter un point de mesure de potentiel électrique au niveau du sol. Ils peuvent aussi être utilisés dans les cas où la géométrie d'un conducteur enterré est approximée à un point.

La première étape de la méthode consiste à calculer, par la méthode du potentiel moyen, la résistance de couplage entre chaque couple de conducteur présent. Dans le cas d'un couplage entre un cylindre enterré parallèle à la terre et un conducteur ponctuel, par exemple, on utilise l'Eq. 1.2.30, tandis que pour le calcul de la résistance de couplage entre deux cylindres enterrés parallèles au sol on utilise l'Eq. 1.2.34.

Dans les cas d'un long conducteur, le couplage entre deux tronçons contigus, composant le même conducteur, ne se fait pas par le sol mais plutôt par le contact entre les tronçons. La résistance de couplage est alors proportionnelle à la résistivité du matériau qui compose les tronçons.

Il est aussi nécessaire de calculer la résistance de couplage par rapport au sol lointain, ce qui permet de représenter le courant qui s'échappe vers ce sol lointain. Cette résistance est appelée résistance conductive propre du conducteur. Elle est analogue à la résistance de prise de terre d'un conducteur, présentée à la section 1.2.2. De ce fait, la résistance conductive propre d'un cylindre perpendiculaire à la surface de la terre, par exemple, est représentée par l'Eq. 1.2.9, tandis que la résistance propre d'une électrode hémisphérique sur la surface de la terre est représentée par l'Eq. 1.2.8.

La présence du sol a aussi pour effet de modifier les couplages magnétiques entre conducteurs. La deuxième étape consiste alors à calculer le couplage inductif

pour chaque couple de conducteurs. Il n'est pourtant pas nécessaire d'inclure les conducteurs de faible étendue dans cette étape. A cause de leur faible dimension les couplages magnétiques sont négligeables au détriment des couplages conductifs.

Les coefficients de couplage entre conducteurs sont ensuite regroupés dans des coefficients d'impédance et d'admittance. Le potentiel sur un conducteur k , noté V_k , et le courant injecté dans le sol par ce même conducteur k , noté I_k , sont égaux à :

$$V_k = \sum_{i=1}^N Z_{i,k} I_k + F_k \quad (1.2.36)$$

et

$$I_k = \sum_{i=1}^N Y_{i,k} V_k + J_k \quad (1.2.37)$$

où Z_{ik} représente l'impédance entre les conducteurs i et k , F_k reproduit l'effet d'une source externe de potentiel électrique sur le conducteur k , $Y_{i,k}$ représente l'admittance entre les conducteurs i et k , J_k reproduit l'effet d'une source externe de courant électrique sur le conducteur k , et N est égal au nombre total de conducteurs.

Ce système d'équations couplées peut s'écrire sur la forme matricielle suivante :

$$(V) = [Z] (I) + (F) \quad (1.2.38)$$

et :

$$(I) = [Y] (V) + (J) \quad (1.2.39)$$

En remplaçant le courant, donné par l'équation 1.2.39, dans l'équation 1.2.38 on obtient la relation suivante :

$$(\mathbb{I} - [Z] [Y]) (V) = [Z] (J) + (F) \quad (1.2.40)$$

où \mathbb{I} représente la matrice identité.

Le vecteur potentiel sur les conducteurs peut alors s'écrire comme :

$$(V) = (\mathbb{I} - [Z] [Y])^{-1} ([Z] (J) + (F)) \quad (1.2.41)$$

La résolution de cette équation matricielle dépend du calcul de l'inverse d'une matrice dont le nombre d'éléments est égal au carré du nombre de conducteurs individuels. Or, dans le contexte ferroviaire certains conducteurs ont une longueur de l'ordre du kilomètre et pour avoir une bonne précision de calcul il est nécessaire de les diviser en plusieurs petits tronçons. Chacun de ces tronçons agit comme un conducteur individuel et ajoute donc une ligne de plus à la matrice.

Un exemple particulièrement important de l'application de cette méthode a été présenté par Haddad et Cucchiaro [11]. Dans ce papier, il a été montré l'effet d'atténuation qu'un câble enterré neutre apporte au potentiel électrique de sol engendré par une source proche ponctuelle. Cet effet confirme l'idée que des conducteurs enterrés peuvent être utilisés pour la protection du système ferroviaire contre l'influence d'une EPS externe.

1.2.6 Les dangers de l'EPS pour le système ferroviaire

La présence d'une élévation de potentiel de sol à proximité du système ferroviaire peut constituer un danger tant pour le personnel et les passagers que pour le matériel. Une différence de potentiel électrique entre deux parties du corps d'une personne permet d'y établir une circulation de charges, ce qui peut aboutir à une électrocution (voir les travaux de Fish [55]). Une différence de potentiel électrique importante entre l'intérieur (âme) et l'extérieur (gaine) d'un câble isolé du sol peut conduire à un dépassement de la rigidité diélectrique de l'isolant, ce qui peut induire à son claquage.

L'effet de la circulation d'un courant électrique dans le corps d'une personne dépend non seulement de l'intensité du courant mais aussi de la durée d'exposition. Les conséquences peuvent aller d'un léger chatouillement jusqu'à la tétanisation et la fibrillation ventriculaire, ce qui peut amener au décès de la personne [56].

On peut distinguer 4 zones de valeurs dans le plan durée d'exposition en fonction de l'intensité du courant. Une personne soumise à un couple intensité de courant et durée d'exposition aura une perception différente en fonction de la zone dans laquelle le couple se trouve [56]. Cela est illustré dans la Fig. 1.2.11.

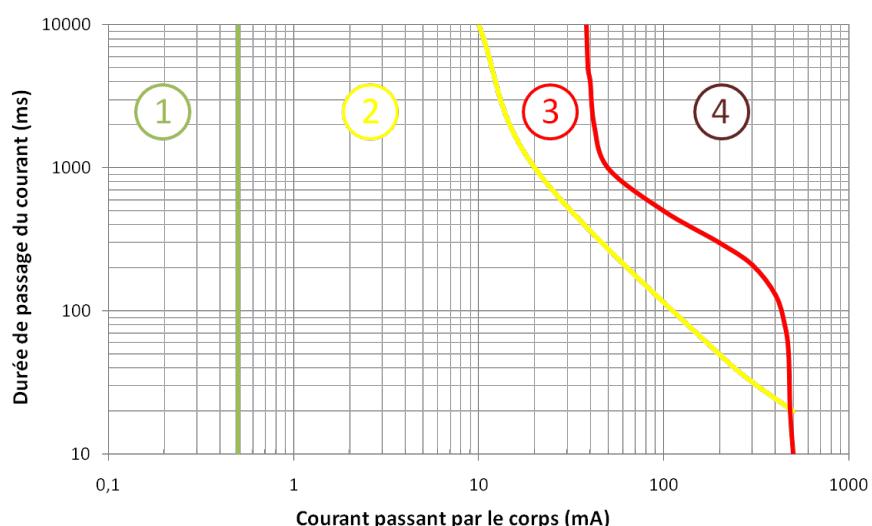


FIGURE 1.2.11 – Le corps d'une personne aura une perception différente du courant électrique en fonction de l'intensité et de la durée de ce dernier.

La zone 1 correspond à une absence de perception. La zone 2 correspond à une légère perception cutanée, pouvant aller jusqu'à des contractures musculaires douloureuses.

La zone 3 correspond à des douleurs musculaires intenses, parfois accompagnées d'une paralysie du diaphragme. Une personne exposée à ces niveaux de courant peut trouver la mort, surtout lorsqu'elle est dans l'incapacité de lâcher prise.

La zone 4 correspond à un risque très élevé de fibrillation ventriculaire. Des lésions nerveuses irréversibles peuvent se produire, le danger de mort est très élevé.

Bien que le danger pour les personnes soit lié au courant circulant dans son corps, la quantification des risques se fait plutôt par rapport au potentiel de sol. Trois paramètres sont utilisés : la tension de pas, la tension de toucher et la tension de claquage.

La tension de pas sur un point x donné, notée $V_{pas}(x)$, est définie comme étant la différence de potentiel électrique en surface entre ce point x et un point situé à 1m de ce dernier. Elle peut s'écrire par l'équation suivante :

$$V_{pas}(x) = V(x) - V(x-1) \quad (1.2.42)$$

où $V(x)$ est le potentiel électrique en surface au point x . Pour assurer l'unicité de la définition de la tension de pas, la direction x est choisie comme étant celle qui produit la tension de pas la plus élevée.

La tension de pas est utilisée pour représenter la différence de potentiel électrique existante entre les deux jambes d'une personne qui marche sur le terrain avec un pas d'une longueur typique de 1m. Ce concept est illustré sur la Fig. 1.2.12.

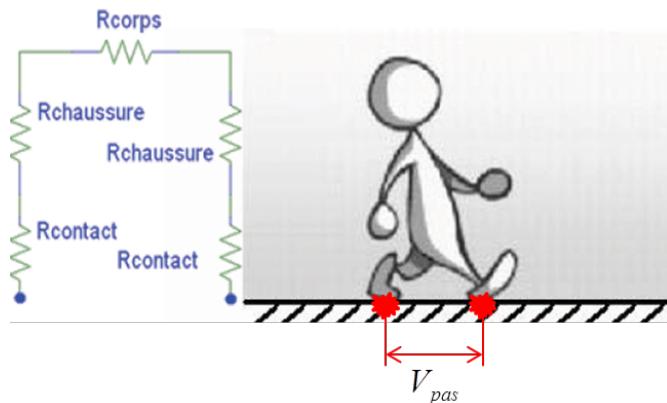


FIGURE 1.2.12 – La tension de pas est la différence de potentiel sous les deux pieds d'une personne qui marche avec un pas de 1m de longueur

Le courant qui parcourt le corps de la personne est une fonction de la tension de pas et aussi de la résistance de son corps, de la résistance de l'équipement qui elle porte et de la résistance de contact avec le sol [57]. En prenant l'exemple de la Fig. 1.2.12, le courant total qui traverse est égal à :

$$I_{pas} = \frac{V_{pas}}{R_{corps} + 2R_{chaussures} + 2R_{contact}} \quad (1.2.43)$$

La tension de toucher, notée $V_{toucher}$, est définie comme étant la différence de potentiel électrique entre un objet dépassant la surface du sol et un point en surface à 1m à l'horizontal de cet objet. Cela représente la différence de potentiel entre la main d'une personne qui touche cet objet et le sol en dessous de ses pieds. Ce concept est illustré sur la Fig. 1.2.13. L'équation qui définit la tension de toucher est la suivante :

$$V_{toucher} = V_{objet}(x) - V_{sol}(x-1) \quad (1.2.44)$$

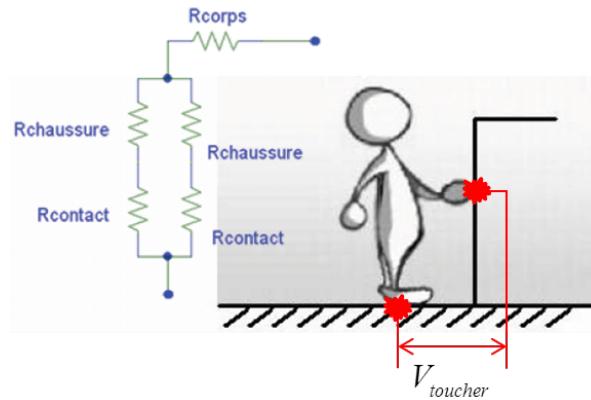


FIGURE 1.2.13 – La tension de toucher est la différence de potentiel entre un objet en dessus de la surface du sol et un point de la surface du sol situé à 1m de ce dernier.

En fonction de la tension de toucher et des résistances du corps, de contact avec le sol et de l'équipement de la personne, le courant auquel elle est soumis en cas d'électrisation est donné par la formule suivante :

$$I_{toucher} = \frac{V_{toucher}}{R_{corps} + \frac{1}{2} (R_{chaussure} + R_{contact})} \quad (1.2.45)$$

La tension de claquage est défini comme étant la différence de potentiel maximale à laquelle un câble peut être soumis sans qu'il n'y ait risque de claquage ou d'endommagement du conducteur. Dans la plupart des cas, les câbles de télécommunication et de signalisation du système ferroviaire sont conçus pour être résistants à des tensions assez élevées, c'est à dire 1000V pour les câbles isolés au papier et 1500V pour les câbles isolés au polyéthylène et les câbles placés dans des caniveaux isolants [58]. Ces tensions limites sont beaucoup plus élevées que la tension limite pour la protection du personnel. De ce fait, en général aucune mesure supplémentaire doit être adoptée en plus de celles pour la protection des personnes.

Le court-circuit phase-terre dans un pylône du réseau d'énergie a une durée allant jusqu'à quelques centaines de millisecondes. Ses causes peuvent être diverses, comme un mauvais entretien des isolateurs, un dépôt de poussière ou de givre, ou même la présence d'un grand oiseau mal placé. Cependant, dans plus de deux tiers des cas le court-circuit est déclenché par une décharge de foudre. On estime qu'en France il y a de l'ordre d'un court-circuit de ce genre par jour.

En fonction de cela, et des paramètres typiques de résistance du corps humain [57], un seuil de tension critique de 650V a été défini [58]. On définit autour de ce pylône une zone de contrainte dans laquelle l'élévation de potentiel peut être supérieure à ce seuil [58].

Un risque important existe dans le cas où l'ouvrage ferroviaire se trouve placé à l'intérieur d'une de ces zones de contrainte. Dans ces situations, des protections sont envisagées de façon à réduire la tension de toucher et tension de pas dans le cas d'un éventuel court-circuit. Le cout de ces protections est très élevé, pou-

vant atteindre les millions d'euros pour une zone à grand risque. Il est donc un enjeu financier important que le calcul des EPS soit fiable de façon à optimiser les protections envisagées, ainsi que leur cout.

1.3 Objectifs

Les méthodes pour le calcul de l'EPS utilisées aujourd'hui demandent des approximations importantes au niveau des conducteurs. Aussi, dans la plupart des situations le sol doit être considéré comme étant homogène. Certaines de ces simplifications ne sont pas adaptées à un contexte ferroviaire multiconducteur, où le sol est composé de plusieurs matériaux différents.

Dans cette optique, nous proposons une nouvelle méthode pour le calcul des EPS, plus complète et par conséquent plus précise que celles existantes aujourd'hui. Cette méthode permet d'intégrer dans la modélisation la présence d'un sol hétérogène multicouche, construit à partir de mesures réalisées sur le terrain et spécifiques à chaque contexte de sol. La présence de conducteurs enterrés dans la région de l'EPS est tenue en compte dans un modèle multiconducteur qui permet intégrer en même temps tous les conducteurs de la zone. Le but final étant l'optimisation des protections conçues contre l'effet de l'EPS sur le système ferroviaire, ce qui engendra une amélioration de sa fiabilité et une optimisation des couts.

Dans nos travaux nous développons une méthode dédiée au calcul des élévations de potentiel de sol en contexte ferroviaire. Cette approche s'appuie sur une méthode hybride qui prend en compte les phénomènes d'induction et de conduction dans un système multiconducteurs et qui intègre la présence d'un sol multicouche. Ce type d'approche s'est déjà avéré pertinent dans le cadre de l'étude des interactions entre des perturbations électromagnétiques générées par une ligne à haute tension et des canalisations enterrées [59, 60]. Notre méthode est dans un premier temps validée dans des configurations académiques puis mise en œuvre dans l'étude de sites ferroviaires où des comparaisons avec des mesures sont présentées.

Chapitre 2

Modélisation d'un sol hétérogène multicouches

Le sol est un milieu conducteur semi-infini composé de plusieurs matériaux différents. Les constituants du sol ont des caractéristiques électriques différentes, qui dépendent non seulement de sa composition moléculaire mais aussi, entre autres, de la salinité et de la teneur en eau. En fonction de l'évolution naturelle des terrains, le sol s'organise dans des couches horizontales à tendance homogène.

La présence d'un conducteur métallique sous tension en contact avec le sol provoque l'établissement d'un courant électrique dans le sol. En fonction des caractéristiques du sol et de la position de ce conducteur métallique, le courant injecté sera plus ou moins fort. Une bonne description physique du sol est donc essentiel lorsque l'on réalise des simulations d'EPS.

Dans le présent chapitre, nous présenterons le processus de construction et de modélisation d'un sol multicouches. Nous montrerons, en nous basant sur des exemples concrets, le besoin d'utiliser un modèle de sol multicouches pour les calculs liés à l'injection de courant électrique dans le sol, et cela contrairement à un modèle de sol homogène. En effet, une telle simplification pourrait induire des erreurs importantes lorsqu'il y a un écart de résistivité relativement important entre les couches profondes et celles plus proches de la surface.

Dans cette logique, une description des caractéristiques typiques du sol sera premièrement présentée à la section 2.1. On décrira des matériaux qui normalement composent le sol ainsi que ses résistivités habituelles.

La section 2.2 est destinée à présenter la méthode utilisée pour caractériser le sol et mesurer ses paramètres électriques. Par rapport à des méthodes dites « invasives », les méthodes de mesure utilisées depuis la surface du sol sont plus pratiques et fiables. Cela est le cas pour la méthode de Wenner, qui est la plus utilisée pour des mesures en surface de résistivités de sol.

Les mesures de surface, cependant, ne fournissent que des valeurs de résistivités apparentes de sol. A la section 2.3 on présentera alors des méthodes d'optimisation dont le but est de calculer les paramètres de couches à partir des mesures de résistivités apparentes. Ces méthodes nous permettent d'avoir une description suffisamment fiable du sol en termes de ses paramètres de couches.

Finalement, dans la section 2.4 on appliquera cette méthode pour la modélisation

d'un sol théorique, c'est à dire construit à l'aide d'une méthode d'éléments finis, et pour des sols réels, dont les résistivités apparentes ont été mesurées sur le terrain.

2.1 Les paramètres électriques du sol

Le sol est composé de plusieurs matériaux distincts, ce qui est dû principalement à l'évolution géologique du terrain, à l'intervention humaine et à la végétation en surface. Ces matériaux, bien que dispersés à l'intérieur du sol, sont généralement organisés en couches horizontales homogènes [61]. Cette première hypothèse nous permet d'utiliser des méthodes de reconstruction de paramètres électriques de sol à l'aide de mesures surfaciques, comme la méthode de Wenner présentée à la section 2.2.

Chaque constituant du sol présente des caractéristiques propres, comme sa constitution moléculaire et sa densité, qui nous permet de distinguer les types de sol. Cependant, la conduction électrique dans le sol étant électrolytique, et donc liée au déplacement des ions dissous dans l'eau que la roche contient, d'autres paramètres, qui ne dépendent pas forcément du matériau en soi, sont aussi importants pour les caractériser. Par exemple, la granularité et la porosité de la roche, ainsi que son taux d'eau, sa salinité et sa température sont des paramètres qui jouent un rôle important dans le comportement électromagnétique du sol.

Ces paramètres microscopiques ne sont pourtant pas directement considérés lorsque l'on fait des modélisations d'EPS en contexte ferroviaire. Puisque l'on a besoin d'avoir une description électrique de grands terrains, une description microscopique n'est pas adaptée. Ces paramètres sont pris en compte par l'existence d'une résistivité, d'une permittivité électrique et d'une perméabilité magnétique du sol, qui sont des paramètres globaux et qui peuvent alors être mesurées en tant que variables macroscopiques.

A l'exception des régions ayant un dépôt important de minéraux ferriques, la perméabilité magnétique du sol n'a pas d'influence significative sur la conduction de courant dans le sol. De ce fait, on peut dans la plupart des cas supposer que sa perméabilité magnétique relative est égale à l'unité [13].

De même, dans le domaine des très basses fréquences (en dessous de 100 Hz) la permittivité électrique du sol a un effet secondaire par rapport au paramètre « résistivité » pour le calcul de l'EPS [18]. Cela est le cas pour les fréquences d'alimentation du système ferroviaire et du système de transport d'énergie à haute tension, qui utilisent tous les deux le 50 Hz , ce qui nous permet de considérer que la permittivité électrique relative du sol est aussi égale à l'unité.

La résistivité électrique du sol est alors le paramètre macroscopique prépondérant lors du calcul de l'EPS. Elle peut varier de plusieurs ordres de grandeur en fonction des matériaux qui composent le sol.

Des valeurs typiques de résistivité pour des différentes compositions de sol sont présentées sur le tableau 2.1.

En ce qui concerne les mesures de résistivité du sol, il existe deux types de méthodes : celles pour lesquelles il est nécessaire de creuser le sol et celles où les mesures s'effectuent depuis sa surface.

Les méthodes où il est nécessaire de creuser le sol sont en général plus difficiles et plus couteuses à mettre en œuvre. On effectue, par exemple, un carottage, ce qui permet d'extraire un échantillon du sol en profondeur. Cet échantillon est alors envoyé en laboratoire pour que ses caractéristiques soient analysées. Cependant,

NATURE DU TERRAIN	RÉSISTIVITÉ ($\Omega.m$)
Terrain marécageux	$\rho \in [1; 30]$
Limon	$\rho \in [20; 100]$
Humus	$\rho \in [10; 150]$
Tourbe humide	$\rho \in [5; 100]$
Argile plastique	$\rho > 50$
Marne et argile compacte	$\rho \in [100; 200]$
Marne du Jurassique	$\rho \in [30; 40]$
Sable argileux	$\rho \in [20; 500]$
Sable siliceux	$\rho \in [200; 3000]$
Sol pierreux nu	$\rho \in [500; 3000]$
Sol pierreux recouvert de gazon	$\rho \in [300; 500]$
Calcaire tendre	$\rho \in [100; 300]$
Calcaire compact	$\rho \in [1000; 5000]$
Calcaire fissure	$\rho \in [500; 1000]$
Schiste	$\rho \in [50; 300]$
Micaschiste	$\rho > 800$
Granit et grès suivant altération	$\rho \in [1500; 10000]$
Granit et grès très altérés	$\rho \in [100; 500]$

TABLE 2.1 – Tranche de résistivités de sol la plus probable pour des matériaux typiques [2].

creuser le sol interfère avec sa composition et donc change sa résistivité. De même, l'échantillon extrait du sol ne conserve pas toutes ses propriétés après qu'il soit retiré du sol, ce qui fausse les analyses [62].

Pour caractériser le sol dans la globalité, en prenant en compte aussi les solutions dissoutes et non pas seulement le solide qui le compose, il est essentiel de réaliser des méthodes non invasives, et donc des méthodes de surface. Dans cette classe de méthodes, les deux les plus utilisées sont la méthode de Wenner et la méthode de Schlumberger [63]. Ce sont deux méthodes similaires et qui peuvent être exploitées séparément ou bien en complémentarité l'une de l'autre.

Dans notre méthodologie, nous avons opté pour l'utilisation de la méthode de Wenner au détriment de la méthode de Schlumberger. Nous l'avons fait pour une question de simplicité et de facilité d'implémentation en fonction du but désiré, qui est de caractériser les couches de sol jusqu'à une profondeur de quelques mètres [63]. Néanmoins, la méthode de Schlumberger aurait pu également être utilisée.

2.2 La méthode de Wenner : les résistivités apparentes

2.2.1 Description de la méthode

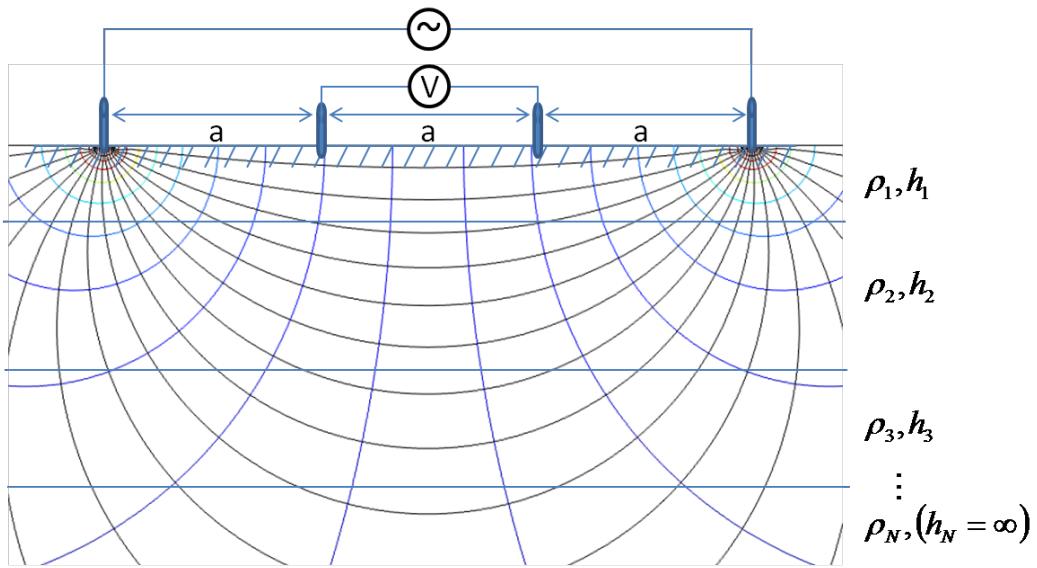
La méthode de Wenner est l'une des méthodes les plus courantes pour mesurer les résistivités de terre. Puisque la mesure s'effectue depuis la surface, sans avoir à creuser le sol, c'est une méthode qui combine simplicité de mesure et précision des résultats [64].

La méthode de Wenner consiste à disposer 4 électrodes de terre équidistantes et réparties le long d'une ligne. Les électrodes situées aux extrémités sont reliées à une source de tension. Pour éviter des effets de polarisation du sol, il est nécessaire d'utiliser un courant alternatif. De même, pour éviter des couplages avec des courant vagabonds, on utilise une fréquence qui n'est pas multiple de la fréquence de l'alimentation ferroviaire et du réseau d'énergie. Les deux électrodes situées au centre sont, à leur tour, reliées à un multimètre pour mesurer la différence de potentiel

Un schéma de la disposition des électrodes est présenté sur la Fig. 2.2.1 pour un sol à N couches. Pour illustrer le parcours du courant dans le sol, des lignes de courant, en noir, et des équipotentielles, en couleurs, ont été ajoutées sur l'image. Pour les construire, le sol a été considéré homogène, et donc $\rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_N$.

La profondeur de pénétration du courant électrique dans le sol dépend de la distance entre les électrodes. Plus elles sont éloignées, plus le courant pénètre profondément dans le sol. De ce fait, pour connaître le profil de résistivité du sol il est nécessaire de répéter la méthode de Wenner pour plusieurs distances a entre les électrodes.

On suppose que l'injection de courant par les électrodes de Wenner se fait de façon ponctuelle. Cette approximation est justifiée par le fait que, lorsque que l'on enterrer l'électrode dans le sol, on compacte le sol qui est en contact direct avec sa base (partie inférieure) [65]. La résistance de contact y est alors quasi nulle, alors


 FIGURE 2.2.1 – Schématisation de la méthode de Wenner en sol à N couches.

qu'elle est très élevée sur les cotés de l'électrode à cause d'un espace vide laissé lors de l'enfoncement de l'électrode dans le sol [65]. Dans la Fig. 2.2.2 on peut voir comment le sol est modifié par la présence de l'électrode.

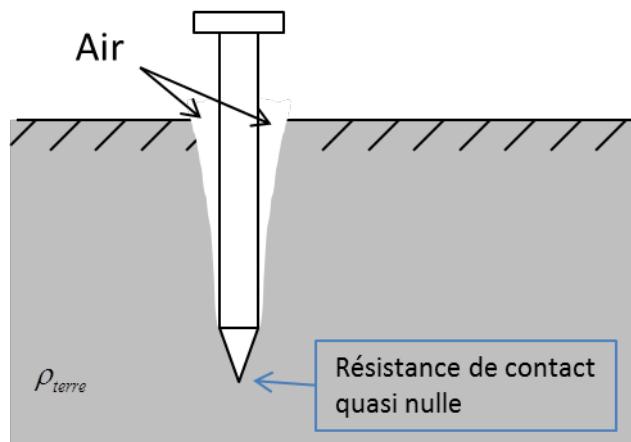


FIGURE 2.2.2 – La résistance de contact entre l'électrode enfoncee dans la terre est quasi nulle sur sa surface inférieure, alors qu'elle est très élevée sur les côtés.

On peut déterminer une relation entre le potentiel mesuré, le courant injecté et la résistivité du sol. Pour cela, on utilise l'équation 1.2.14 pour le potentiel produit au niveau du sol par une électrode ponctuelle. La différence de potentiel mesurée entre les deux électrodes centrales de Wenner est la suivante :

$$\Delta V = V_2 - V_1 = \left(\frac{\rho I}{2\pi a} + \frac{\rho(-I)}{2\pi(2a)} \right) - \left(\frac{\rho I}{2\pi(2a)} + \frac{\rho(-I)}{2\pi a} \right) \implies \Delta V = \frac{\rho I}{2\pi a} \quad (2.2.1)$$

L'inconnue étant ρ , la résistivité de la terre, nous avons donc :

$$\rho = 2\pi a \frac{\Delta V}{I} \quad (2.2.2)$$

Avec la méthode de Wenner il n'est pourtant pas possible de retrouver les vraies résistivités de couches de sol. Les mesures de Wenner ne fournissent qu'une sorte de moyenne de la résistivité de la terre, que l'on appelle résistivité apparente. Cela est dû à la composition hétérogène du sol et au fait que les mesures sont réalisées depuis la surface. A chaque mesure de Wenner, le courant électrique injecté par l'électrode injectrice se distribue dans le sol avant de converger au niveau de l'électrode collectrice. Entre les points d'arrivée et de départ, le courant électrique parcourt le sol en profondeur, en traversant plusieurs couches composées de matériaux différents.

La profondeur de pénétration est une fonction de a , l'écartement entre électrodes de Wenner. Cependant, lorsque le courant atteint une couche inférieure de sol, il passe aussi par toutes les couches qui sont au dessus. Il est donc impossible d'isoler chaque couche à la fois. Tous les matériaux qui composent le sol ont une influence sur la valeur de résistivité trouvée par la méthode de Wenner.

Il est vrai pourtant que les couches plus proches de la surface ont une influence plus importante sur les résistivités apparentes de Wenner lorsque a est petit. De même, les couches plus profondes ont une influence plus grande sur les valeurs de résistivité apparente lorsque a est grand. Plus concrètement, on admet que, dans le cas d'un terrain homogène, 70% du courant se situe entre la surface et une profondeur de $4a$, soit quatre fois la distance entre deux électrodes de Wenner [18].

Avec une série de mesures de Wenner, où chaque mesure est réalisée avec un écartement différent d'électrodes, on peut tracer une courbe de l'évolution de la résistivité apparente en fonction de la distance entre les électrodes de Wenner. Ce graphique nous permet d'avoir un indice du nombre de couches de sol. Chaque interface entre deux couches de matériaux différents produit un changement de concavité de la courbe (voir [18] et [66]). De ce fait, chaque point d'inflexion, et donc chaque changement de concavité, est associé à la présence d'une couche de sol.

Puisque la dernière couche de sol est supposée être de taille infinie, la courbe des résistivités apparentes doit converger vers une asymptote horizontale. En effet, l'effet de cette dernière couche devient majoritaire lorsque les électrodes de Wenner sont très éloignées.

Cependant, il est possible que l'effet d'une couche soit caché par la présence d'une autre couche. Cela n'est effectivement possible que lorsque la résistivité des couches évolue d'une certaine façon particulière. De ce fait, le nombre de points d'inflexion ne nous fournit qu'une valeur limite inférieure pour le nombre total de couches de sol. Le nombre réel de couches peut être plus grand que ce que l'on a estimé car :

1. Il est possible qu'il existe des couches de faible épaisseur dont les effets ne sont pas ressentis car le nombre de mesures de Wenner réalisées n'a pas été suffisant.

2. Il est possible qu'il existe une couche intermédiaire dont la résistivité se situe au voisinage de la moyenne entre les résistivités des couches qui l'entourent. Les effets de cette couche sont partiellement masqués dans l'évolution naturelle de la résistivité apparente.
3. Il est possible qu'il existe une couche se situant à une profondeur qui n'est pas atteinte par le courant injecté dans le sol. Dans cette situation, l'asymptote de la courbe de résistivité apparente n'en est pas vraiment une. Des mesures supplémentaires, avec un écartement de Wenner plus grand, auraient montré la présence d'un nouveau point d'inflexion.

Bien que ces imprécisions puissent donner lieu à un résultat faux, en première approximation ce ne sont pas des imprécisions majeures. On a effectivement une méconnaissance des réelles résistivités du sol, mais cette méconnaissance n'a pas d'effets important sur les élévations de potentiel de sol puisque :

1. Une petite couche n'a guère d'influence sur la conduction de courant électrique, son effet se noie dans le bruit de fond et dans les imprécisions inhérentes à la méthode.
2. L'existence d'une couche intermédiaire, bien qu'étant la source d'imprécision la plus importante que l'on pourrait avoir, ne peut être complètement masquée dans les résultats. On a forcément la présence d'un petit plateau dans la courbe d'évolution de la résistivité apparente à un moment donné. La seule exception est si cette couche est de faible épaisseur, ce qui la classe avec les petites couches.
3. Une couche très profonde, bien que difficilement détectable par la méthode de Wenner, ne joue pas un rôle majeur pour l'EPS en surface proche.

Dans les paragraphes suivants, on présentera des courbes de résistivités apparentes de sol en fonction du pas de Wenner a qui nous permettront d'illustrer les points discutés précédemment. Ces courbes ont été calculées en simulant la méthode de Wenner sur des différents types de sol avec le logiciel à éléments finis Comsol.

2.2.2 Résistivités apparentes pour un sol à deux couches

Considérons un sol à deux couches, dont la première d'une épaisseur de 10 m et d'une résistivité $\rho = 100 \Omega \cdot m$, et la deuxième avec d'une épaisseur infinie et une résistivité $\rho = 40 \Omega \cdot m$. Dans la Fig. 2.2.3 on trouve un schéma qui résume la configuration.

Nous avons simulé par éléments finis une série de mesures de Wenner avec différents écartements sur ce sol. La figure 2.2.4 nous montre les résultats de calcul des résistivités apparentes sur ce sol.

On voit, à partir des valeurs montrées dans le tableau de la Fig 2.2.4, que la résistivité apparente calculée diminue en fonction de la distance entre les électrodes de Wenner. Cela nous montre que la couche supérieure est celle qui est la plus résistive.

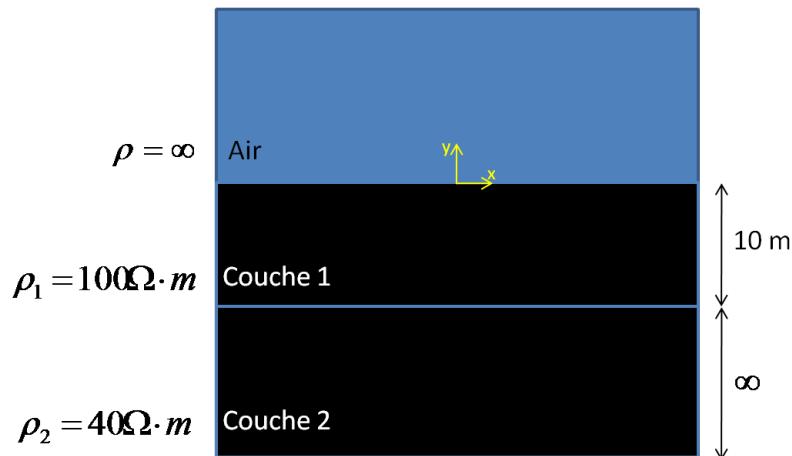


FIGURE 2.2.3 – Schéma modélisé pour un sol à deux couches.

Distance entre électrodes (m)	ρ_{app} ($\Omega \cdot m$)
2	99.8
4	98.3
8	90.6
12	79.6
16	69.3
20	61.3
24	55.5

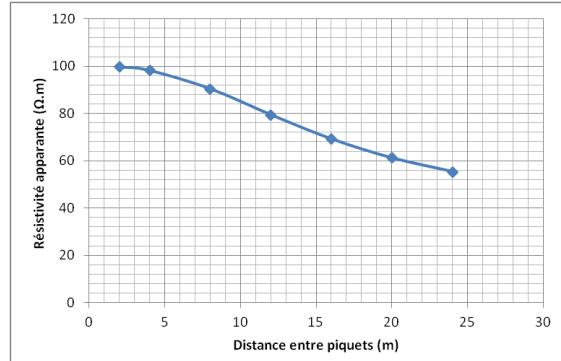


FIGURE 2.2.4 – Résultats de calcul de résistivité apparente pour sol à deux couches en fonction de l'écartement entre électrodes de Wenner

L'analyse du graphique nous montre que nous sommes en présence d'un sol à deux couches. Cela se voit par la présence d'un seul point d'inflexion et aussi d'une apparente convergence vers une asymptote horizontale.

On remarque aussi que le changement de concavité de la courbe a lieu sur un point d'abscisse qui est du même ordre de grandeur que l'épaisseur de la première couche de sol. On peut alors conclure que la présence d'une couche profonde de sol n'a un effet majeur sur les mesures de Wenner que lorsque l'espacement entre les électrodes de Wenner est plus grand que la taille des couches qui sont situées au dessus.

2.2.3 Résistivités apparentes pour un sol à trois couches

Considérons un sol à trois couches, la première couche ayant une épaisseur de 10 m et une résistivité $\rho_1 = 100 \Omega \cdot m$, la deuxième couche ayant une épaisseur de 20 m et une résistivité $\rho_2 = 40 \Omega \cdot m$, et la troisième et dernière couche ayant une épaisseur infinie et une résistivité $\rho_3 = 1000 \Omega \cdot m$. Dans la Fig. 2.2.5 on trouve un schéma qui résume cette configuration.

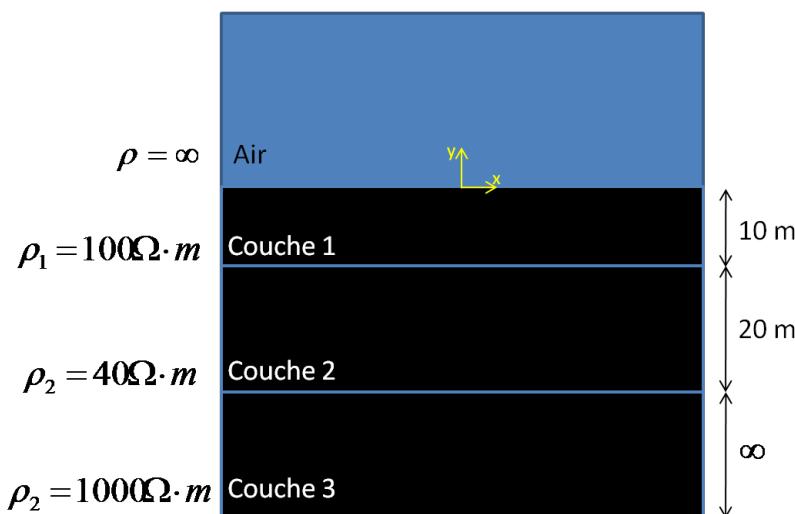


FIGURE 2.2.5 – Schéma modélisé pour un sol à trois couches.

Nous avons simulé par éléments finis une série de mesures de Wenner avec différents écartements sur ce sol. La figure 2.2.6 nous montre les résultats de calcul des résistivités apparentes sur ce sol.

La courbe présentée dans la figure 2.2.6 nous montre que nous sommes effectivement en présence d'un sol à trois couches. Cela se voit à la présence des deux points extrêmes de résistivité : un point de maximum à $100 \Omega \cdot m$ et un point de minimum local à environ $72 \Omega \cdot m$. Ce type de courbe est caractéristique d'un sol à trois couches dont la couche intermédiaire a une résistivité plus petite que les deux autres.

Cependant, tel que nous l'avons vu dans la section 2.2.1, il serait possible que ce sol soit composé de plus de 3 couches. L'effet de ces couches supplémentaires pouvant être caché dans la courbe d'évolution de la résistivité apparente.

Distance entre électrodes (m)	ρ_{app} ($\Omega \cdot m$)
2	99.8
4	98.4
8	91.5
12	82.4
16	75.3
20	71.8
24	71.5
28	73.7
32	77.8

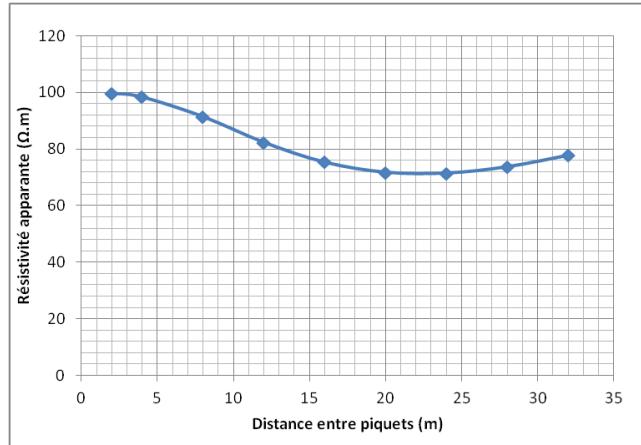


FIGURE 2.2.6 – Résultats de calcul de résistivité apparente pour sol à trois couches en fonction de l'écartement entre électrodes de Wenner

2.2.4 Pourquoi utiliser un modèle de sol multicouches

Pour un calcul d'élévation de potentiel de sol, il est essentiel de modéliser le sol correctement et de prendre en compte son influence sur la propagation des champs électrique et magnétique [16]. Les mesures de Wenner sont issues d'une méthode simple dont le but est de caractériser le sol par sa résistivité électrique. Cependant, ces valeurs de résistivité de sol calculées ne doivent pas être utilisées directement dans les modèles de sol.

Tel qu'il a été dit dans les sections précédentes, une mesure de Wenner ne fournit qu'une sorte de moyenne des résistivités des constituants du sol, que l'on appelle résistivité apparente. Cette moyenne est une fonction de l'écartement des électrodes, des matériaux qui composent le sol et de leur configuration. Pour retrouver les paramètres électriques de couches de sol, il est nécessaire de réaliser un calcul inverse, ce qui sera présenté au chapitre 2.3.

Dans le présent chapitre, nous présentons un exemple de calcul qui permet de quantifier l'erreur que l'on commet lorsque l'on utilise directement les résultats de mesure de Wenner. Le but de cet exemple est de comparer le calcul de la résistance de prise de terre d'une électrode enterrée dans deux types de sol différents :

1. Un sol multicouche dont les résistivités sont supposées être les vraies résistivités de chacune de couches de sol
2. Un sol homogène dont la résistivité est issue directement des mesures de Wenner réalisées en surface

En s'inspirant d'un modèle de sol utilisé dans les travaux de thèse de Nskere [67], nous utilisons un sol à 4 couches comme étant le sol de référence. Ses caractéristiques sont présentées sur le tableau 2.2. Les valeurs des résistivités et des épaisseurs des couches sont représentatives d'un sol réel.

La méthode de Wenner a été appliquée à ce sol multicouche. Pour cela, la méthode des éléments finis par le logiciel Comsol a été utilisée. On s'est restreint à trois mesures de Wenner, avec des écartements de 2, 8 et 16 mètres, ce qui nous donne trois différentes valeurs de résistivité apparente.

Couche	Résistivité ($\Omega.m$)	Épaisseur (m)
1	4400	1,5
2	500	3,75
3	290	11,25
4	110	∞

TABLE 2.2 – Sol multicouche modélisé par la méthode des éléments finis.

Par simplification, nous supposons que, lorsque l'on considère le sol comme homogène, sa résistivité est égale à la moyenne de ces trois résistivités apparentes trouvées par la méthode de Wenner. Dans les cas pratiques, où l'on n'a normalement pas de méthode pour traiter un sol multicouche, on utilise habituellement cette méthode de construction de sol homogène pour réaliser les calculs.

Le tableau 2.3 montre les résultats de calcul de la résistivité apparente pour les écartements choisis. On note que l'influence des couches plus profondes sur la mesure de Wenner augmente avec l'écartement des électrodes.

Écartement des électrodes (m)	2	8	16
Résistivité apparente ($\Omega.m$)	2601	397	380

TABLE 2.3 – Simulations de la méthode de Wenner sur sol à 4 couches

La résistivité apparente moyenne pour les trois écartements de Wenner est la suivante :

$$\rho_{moyen} = 1126 \Omega.m \quad (2.2.3)$$

Pour quantifier l'erreur que l'on commet en faisant cette approximation, nous avons calculé par éléments finis la résistance de prise de terre d'une électrode cylindrique verticale de longueur 2 m et de rayon 10 cm.

Pour le sol complet, avec ses 4 couches, nous avons retrouvé une résistance de prise de terre de 682.2Ω , tandis que pour le sol homogénéisé la résistance de prise de terre a été de 2874Ω . Cela représente un écart de plus de 320% entre les valeurs de résistance de prise de terre pour les deux types de calcul. Cela est résumé dans le tableau 2.4.

Sol Complet	Sol Homogène
$R_{prise_de_terre} = 682.2 \Omega$	$R_{prise_de_terre} = 2874 \Omega$

TABLE 2.4 – Comparaison entre la résistance de prise de terre dans le sol complet et dans le sol simplifié.

En fonction de la composition du sol, il est possible d'avoir des écarts très importants lorsque l'on utilise directement les mesures de Wenner pour la construction du sol. Cela est valable tant pour les résistances de prise de terre que pour tout autre calcul électromagnétique où le sol intervient.

Par exemple, la résistance de prise de terre est inversement proportionnelle à la valeur du courant I injecté par une prise de terre soumise à un potentiel V . Dans l'exemple précédent, la modélisation simpliste du sol aurait indiqué un courant dans le sol 3,2 fois plus petit que le courant réel. Les protections contre l'EPS, produite par ce courant dans le sol, seraient alors très sous-estimées.

Pour retrouver les paramètres électriques de sol, nous allons utiliser des méthodes inverses d'optimisation, ce qui est le sujet de la section suivante.

2.3 Les algorithmes d'optimisation

2.3.1 Introduction

La méthode de Wenner pour la caractérisation du sol est réalisée à partir d'électrodes implantées en surface du sol. Le courant électrique est injecté dans le sol et sa pénétration est liée à l'écartement entre les électrodes.

Lors d'une mesure de Wenner, toutes les couches de sol ont une influence sur la valeur mesurée puisqu'il n'est pas possible d'isoler chaque couche à la fois. La récupération des paramètres électriques des couches de sol n'est donc pas possible directement à partir des mesures de Wenner seules. Il est nécessaire de passer par une méthode inverse de calcul.

Dans ce but, nous avons implémenté une méthode composée de deux algorithmes d'optimisation hybrides : l'algorithme génétique (AG) et l'algorithme de recherche par motifs (PS, acronyme en anglais pour « pattern search »). Les données de sortie du premier sont passées comme données d'entrée au deuxième, qui réalise une deuxième étape dans le calcul itératif [68]. L'AG sert à repérer, dans l'espace de solutions possibles, la région dans laquelle se trouve la solution optimale. L'algorithme PS permet alors une approximation plus fine du point relatif à la solution optimale.

Dans ce chapitre, les bases de chacun de ces deux algorithmes sont présentées. De même, quelques configurations simples de calcul sont étudiées.

2.3.2 Algorithmes Génétiques

L'algorithme génétique est une méthode d'optimisation stochastique qui imite le processus naturel d'évolution des animaux, c'est à dire l'évolution des individus le plus adaptés, d'où son nom [69].

C'est une méthode largement utilisée dans le domaine scientifique et particulièrement adaptée pour minimiser des fonctions qui ne sont pas régulières au sens mathématique, c'est à dire qui ne sont pas forcément dérивables ou bien continues en tout point de l'espace.

2.3.2.1 Le principe des algorithmes génétiques

L'algorithme génétique a pour objectif de minimiser une fonction dans un certain espace, que l'on appelle « fonction d'évaluation » ou bien « fonction fitness ». On définit d'abord une population initiale d'un nombre N d'individus. Chacun de ces

individus est composé d'un vecteur dont les éléments sont appelés « les gènes » ; ils représentent les variables du problème.

La valeur initiale de chacun de ces gènes peut être définie de façon aléatoire ou bien elle peut être fixée. Il est cependant important que les gènes n'aient pas tous la même valeur, mais qu'un large intervalle soit couvert de façon à assurer que l'algorithme parcourt une grande partie de l'espace des solutions possibles.

Prenons l'exemple d'un problème fictif dont la population est composée de 3 individus :

$$\text{Population Initiale} = \{X_1, X_2, X_3\} \quad (2.3.1)$$

On suppose que, pour ce problème fictif, nous avons quatre variables à optimiser. Chaque individu est alors composé de quatre gènes, chacun de ses gènes étant une des variables du problème.

L'individu d'indice i est alors défini par le vecteur X_i suivant :

$$X_i = \{x_{i,1}, x_{i,2}, x_{i,3}, x_{i,4}\} \quad (2.3.2)$$

La population initiale va ensuite évoluer, donnant lieu à une nouvelle génération d'individus. Ce processus est itératif et il se termine dès qu'une des conditions de convergence est remplie, comme par exemple lorsque le nombre d'itérations maximal est atteint.

Les mécanismes d'évolution se font par le biais des mêmes processus naturels qui donnent lieu à des nouveaux individus dans la nature : le croisement, la mutation et la transmission directe. Un croisement se produit quand deux individus différents donnent lieu à un troisième individu dont les gènes sont une combinaison des gènes des deux individus originaux. Une mutation se produit quand un individu donne lieu à un deuxième individu dont une partie des gènes provient directement du premier tandis que l'autre partie provient d'une modification aléatoire de certains gènes de ce même individu. La transmission directe a lieu quand un individu est passé tel qu'il est à la génération suivante, i.e. sans modification.

Ces mécanismes d'évolution sont illustrés sur la Fig. 2.3.1.

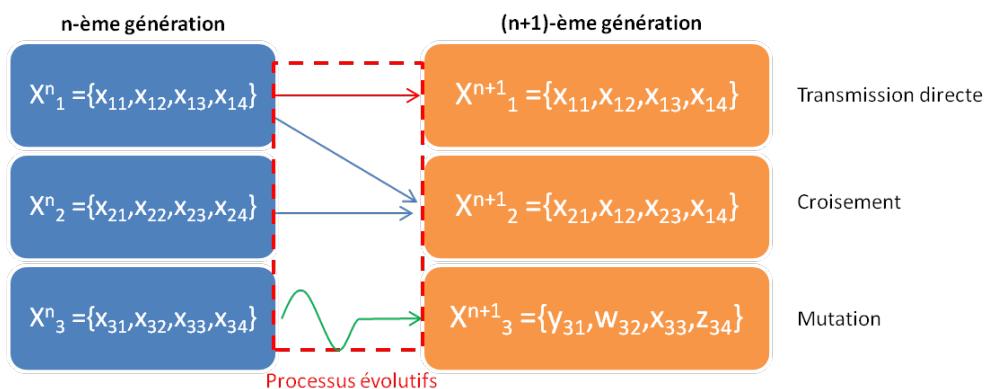


FIGURE 2.3.1 – Crédit d'une nouvelle génération d'un processus fictif.

A chaque individu on peut associer un nombre particulier, calculé à partir de la fonction *fitness*. Pour un individu donné, ce nombre dépend de la distance entre

les valeurs de ses gènes et de celles de la solution exacte. Cela permet de mesurer la « qualité » de l'individu par rapport à la solution exacte, et donc d'orienter l'évolution de la population. En effet, plus petite sera la fonction *fitness* pour un individu donné, de meilleure « qualité » il sera.

Supposons que l'on soit à la n -ème génération du processus d'évolutif fictif décrit ci-dessus, c'est à dire :

$$n - \text{ème Génération} = \{X_1^n, X_2^n, X_3^n\} \quad (2.3.3)$$

$$X_i^n = \{x_{i,1}^n, x_{i,2}^n, x_{i,3}^n, x_{i,4}^n\} \quad (2.3.4)$$

Les éléments de la $(n+1)$ -ème génération sont calculés à partir des éléments de la n -ème génération en utilisant les mécanismes d'évolution cités précédemment. La proportion de nouveaux individus issus de chacun de ces processus est défini au préalable par l'utilisateur. L'algorithme évolue de génération en génération, en recherchant une asymptote vers un minimum global, c'est à dire l'élément avec la plus faible valeur de la fonction d'évaluation.

De ce fait, il est important que la proportion entre les taux de mutation, croisement et transmission directe soit bien choisie. Si le taux de mutation est trop faible, l'algorithme sera susceptible de rester coincé dans un minimum local, alors qu'un taux de mutation trop élevé rend difficile la convergence. De même, la transmission directe doit permettre de conserver des individus de meilleure « qualité » entre deux générations successives sans que cela empêche l'algorithme d'explorer l'espace des solutions possibles.

Prenons l'exemple d'évolution présenté sur la Fig. 2.3.1. La proportion des processus évolutifs a été choisie dans ce cas pour que l'on ait un tiers de mutation, un tiers de croisement et un tiers de transmission directe. De ce fait, puisque la population est composée de trois individus, alors chaque individu de la nouvelle génération $(n+1)$ est issu d'un processus évolutif différent, ce qui est schématisé sur la figure.

La probabilité qu'un individu soit choisi pour passer ses gènes dans un processus donné est inversement proportionnelle à la valeur de sa fonction *fitness*, et donc directement proportionnelle à la qualité de l'individu dans la population. Ceci est encore une fois inspiré par les processus de l'évolution naturelle, où l'individu le plus adapté est celui qui a le plus de chance de reproduire et donc de transmettre ses gènes à la génération suivante.

Cependant, comme dans la nature, la reproduction n'est pas exclusive des individus les plus adaptés. Il existe donc une certaine probabilité, bien que petite, pour que les individus de plus faible qualité puissent transmettre leurs gènes vers la génération suivante. Cela maximise l'espace balayé par l'algorithme et donc minimise la probabilité de rester sur un minimum local.

Le processus de fonctionnement de l'algorithme génétique est résumé par la figure 2.3.2. Dans le cadre de ce projet de thèse, nous avons implémenté l'algorithme génétique de la ToolBox de Matlab®.

La fonction *fitness* que nous avons utilisée a été construite dans le but spécifique de reconstruction des paramètres de couches de sol. Pour cela, nous nous sommes

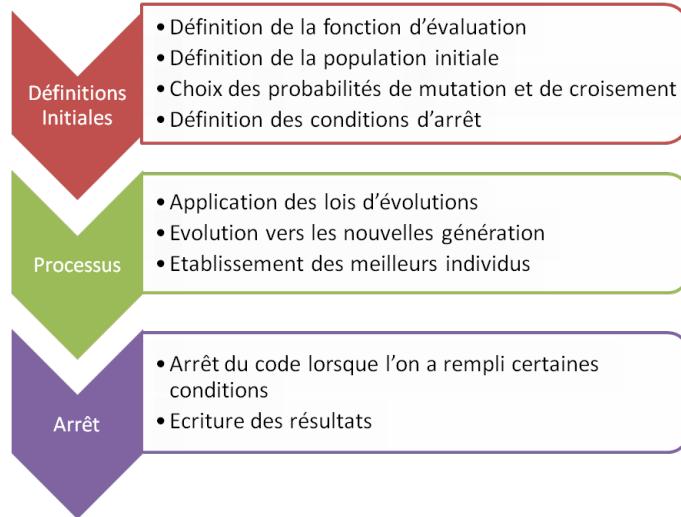


FIGURE 2.3.2 – Diagramme d'évolution des algorithmes génétiques

inspirés des travaux de Takahashi et al [70], de Calixto et al [71, 72, 73] et de Czumbil et al [60, 59]. Les formules utilisées seront présentées à la section 2.3.4.

L'algorithme génétique est une méthode puissante mais aussi lente et de convergence difficile, surtout dans le cas où plusieurs variables doivent être optimisées (voir les travaux de Payne [68]). Aussi, l'algorithme est basé sur un processus aléatoire, et donc le temps de calcul et le taux de convergence varient entre deux simulations différentes. Pour retrouver les paramètres électrique d'un sol à 3 couches par exemple, avec pour contrainte d'avoir un taux d'erreur moyen inférieur à 5%, le calcul prend en moyenne une quinzaine de minutes sur un PC Intel 4core.

Dans le but d'améliorer la vitesse et la précision de calcul, nous avons hybridé l'algorithme génétique avec une deuxième méthode d'optimisation. Cet type d'approche s'est déjà avéré pertinent dans le cadre d'études en cristallographie (voire les travaux de Payne [68]).

2.3.3 L'algorithme de recherche par motifs (pattern search)

L'algorithme de recherche par motifs (PS, acronyme du nom anglais « pattern search ») est une méthode d'optimisation de recherche directe [74]. Cela signifie que, comme pour l'algorithme génétique, la fonction à minimiser, aussi appelée fonction d'évaluation ou « fonction fitness », est utilisée directement dans le calcul, sans que l'on ait besoin de passer par le calcul de sa dérivée. Cependant, contrairement à l'AG, l'algorithme pattern search est une méthode déterministe puisque c'est un algorithme pour lequel une même donnée d'entrée donne toujours lieu à la même donnée de sortie et en passant par les mêmes étapes intermédiaires [75].

L'algorithme PS utilise une méthode itérative pour laquelle chaque itération est associée à un point dans l'espace des solutions possibles. Ce point peut être un vecteur ou un scalaire, en fonction du nombre de paramètres à optimiser.

La fonction *fitness* appliquée à chacun de ces points nous permet de leur associer une valeur, que l'on appelle par simplicité « valeur de la fonction *fitness* », ou

bien « fonction *fitness* du point ». L'algorithme cherchera le point avec la plus faible valeur de fonction *fitness* associée. Par analogie avec l'AG, chacune de ces itérations peut être vue comme une population composée d'un seul individu, le but étant aussi de trouver le meilleur individu possible.

La première étape de la démarche de l'algorithme PS consiste à établir un point initial de départ. Cette donnée initiale peut être déterminée de façon aléatoire ou bien elle peut être fixée.

Autour du point initial, l'algorithme construit une figure géométrique, appelée « motif ». La fonction *fitness* est ensuite évaluée sur chacun des sommets de ce motif.

Le motif est construit en fonction d'une base vectorielle, qui doit être définie au préalable. Cette base peut être déterminée de plusieurs façons différentes, ce qui donnera lieu à différentes classes d'algorithme PS. Les points qui composent le motif sont la somme des combinaisons linéaires de vecteurs de la base avec le point initial.

A la suite des tests de convergence et de rapidité, nous avons décidé d'utiliser une classe de PS nommée « generalized set search » (GSS) [76]. Pour un problème à N paramètres à optimiser, les fonctions de base de cette classe sont définies à partir des équations suivantes :

$$e_1 = (1, 0, 0, \dots, 0), e_2 = (0, 1, 0, \dots, 0), \dots, e_N = (0, 0, \dots, 1) \quad (2.3.5)$$

et :

$$e_{N+1} = (-1, 0, 0, \dots, 0), e_{N+2} = (0, -1, 0, \dots, 0), \dots, e_{2N} = (0, 0, \dots, -1) \quad (2.3.6)$$

Supposons que l'on soit à l'itération $k + 1$, et notion x_k le point qui représente la solution approximative trouvée lors de l'itération précédente. Les $2N$ points aux sommets du motif construit en fonction de la base précédente sont alors définis comme :

$$x_i^k = x_k + \Delta_k \cdot e_i \quad (2.3.7)$$

où $\Delta_k > 0$ est un facteur de proportion défini préalablement par l'algorithme.

Dans cette étape, deux situations différentes se présentent :

1. Au moins un des points déterminés possède une fonction *fitness* associée qui est de plus petite valeur que celle du point fourni comme donnée d'entrée, qui est celui au centre du motif. Dans ce cas, le point de plus petite fonction *fitness* sera sélectionné pour être le centre du motif lors de la prochaine itération.
2. Aucun des points déterminés par le motif a une fonction *fitness* associée qui est plus petite que celle du point fourni comme donnée d'entrée. Dans ce cas, un nouveau motif, de taille plus petite, est choisi et les points aux sommets sont réévalués. Autrement dit, on utilise à nouveau l'équation 2.3.7 mais cette fois avec un facteur de proportion plus faible.

Pour illustrer ce processus, prenons comme exemple un problème d'optimisation à deux variables, notées a et b . Dans ce cas, l'espace des solutions est à 2 dimensions et chaque solution partielle correspond à un couple de valeurs.

Supposons que l'on soit à une itération k quelconque du processus itératif d'optimisation. La solution partielle x_k à cette étape peut s'écrire comme :

$$x_k = (a_k, b_k) \quad (2.3.8)$$

Lors de l'itération $(k + 1)$ l'algorithme calculera la fonction *fitness* sur les quatre points suivants :

$$x_1^k = (a_k + \Delta_k, b_k), x_2^k = (a_k - \Delta_k, b_k), x_3^k = (a_k, b_k + \Delta_k), x_4^k = (a_k, b_k - \Delta_k) \quad (2.3.9)$$

Dans le cas où aucun des points précédents n'a une valeur de fonction *fitness* associée qui est plus faible que celle du point x_k précédent, l'algorithme définira quatre nouveaux points. Pour cela, il suffit de fixer une nouvelle valeur pour Δ_k , qui est en général la moitié de la valeur précédente.

Dès lors que l'on trouve un point avec une plus faible valeur de fonction *fitness* associée, il sera fixé comme étant la solution partielle pour l'itération suivante.

Cet exemple à deux dimensions est schématisé sur la Fig. 2.3.3.

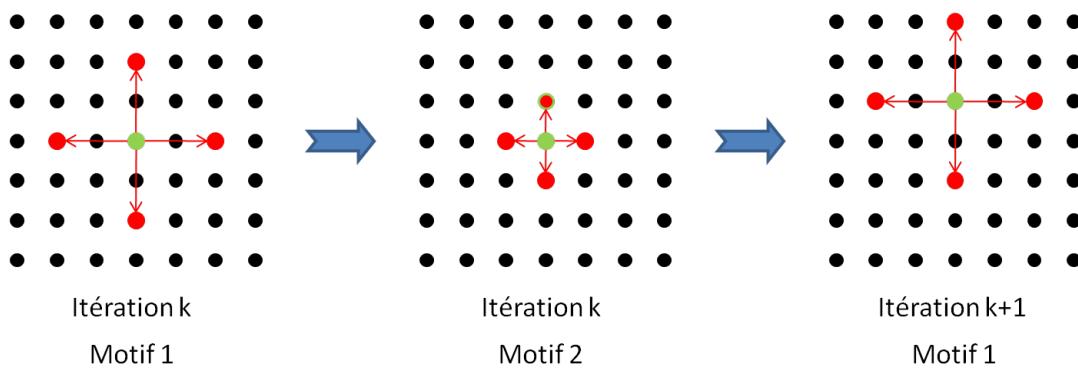


FIGURE 2.3.3 – Schéma d'évolution de l'algorithme d'optimisation pattern search.

Les conditions d'arrêt de la méthode itérative sont généralement fonction du nombre total d'itérations, de l'amélioration apportée sur la fonction *fitness* entre deux itérations successives, et de la valeur absolue de la fonction *fitness*. L'algorithme est répété jusqu'à ce qu'au moins une de ces conditions d'arrêts soit remplie.

2.3.4 Démarche de l'application des méthodes d'optimisation pour la reconstruction de sol multicouches

Pour la méthode d'optimisation d'un sol multicouches, le premier paramètre important à déterminer est le nombre total de couches car cela va permettre de connaître le nombre total de paramètres à optimiser. Chaque couche est caractérisée par sa résistivité électrique ρ et son épaisseur d . La dernière couche étant

une exception puisque son épaisseur est considérée comme infinie. Comme il a été dit dans les chapitres précédents, nous supposons que $\mu_r = 1$ et nous utilisons l'approximation de $\varepsilon_r = 1$.

Pour un sol à trois couches par exemple, nous avons les inconnues suivantes :

$$\text{Inconnues : } \{\rho_1; d_1; \rho_2; d_2; \rho_3\} \quad (2.3.10)$$

Ces inconnues sont les paramètres à déterminer pour minimiser la « fonction fitness ». Cette fonction est construite à partir de valeurs de résistivité apparentes mesurées par la méthode de Wenner et notées ρ_{app_exp} , ainsi que des résistivités apparentes théoriques, notées ρ_{app_th} .

Comme on verra plus loin, elle est définie comme :

$$f_{fitness} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M (\rho_{app_th}(a_i) - \rho_{app_exp}(a_i))^2 \quad (2.3.11)$$

où M est le nombre total des différentes mesures de Wenner et a_i est l'espacement entre les électrodes de Wenner pour la i – ème série de mesures de Wenner. La fonction *fitness* représente alors la moyenne des écarts au carré entre les résistivités apparentes théoriques et expérimentales pour chacune des conditions d'espacement d'électrodes de Wenner.

Pour chaque itération de l'algorithme d'optimisation (AG ou PS) il est nécessaire de calculer une série de valeurs de résistivités apparentes théoriques. Utiliser la méthode des éléments finis pour ce calcul revient à intégrer plusieurs calculs éléments finis dans la boucle d'optimisation, ce qui serait trop coûteux.

Dans cette optique on montrera que pour chaque configuration de sol, et par rapport à un espacement particulier d'électrodes de Wenner, l'on peut trouver une équation analytique pour calculer les résistivités apparentes théoriques. Cette équation peut être facilement intégrée dans la boucle d'optimisation. Un certain nombre de tests de convergence nous ont d'ailleurs montré que cette méthode est suffisamment robuste pour retrouver les paramètres des couches d'un sol multicouche, et que cette solution est unique.

Dans ce chapitre, nous présenterons le développement théorique de la fonction ρ_{app_th} . Pour cela, il est d'abord nécessaire de calculer le potentiel électrique en surface produit par une électrode ponctuelle surfacique et en présence d'un sol multicouche. On montrera par la suite que ce résultat est utile pour la simulation de la méthode de Wenner.

Le développement de la fonction ρ_{app_th} est différent en fonction du nombre de couches de sol présentes. Nous présenterons son développement mathématique dans le cas d'un sol bicouche. La méthode s'applique de façon similaire pour un nombre plus élevé de couches.

2.3.4.1 Calcul de la forme intégrale du potentiel électrique en surface pour sol homogène et injection ponctuelle

Le calcul de la résistivité apparente théorique en sol multicouche, par la méthode de Wenner et en fonction des paramètres des couches de sol, demande le calcul de la forme intégrale du potentiel en surface de ce sol multicouche. Le calcul

de cette forme intégrale en sol multicouche demande, à son tour, le calcul de la forme intégrale du potentiel en sol homogène. Dans ce chapitre, on présente ce développement pour sol homogène. Ce résultat est utilisé ensuite, dans la section 2.3.4.2, pour le calcul de la forme intégrale en sol à deux couches.

Le sol étant globalement électriquement neutre, le champ électrique possède une divergence nulle (équations de Maxwell). Cela implique que, puisque le champ électrique est défini comme étant égal à l'opposé du gradient du potentiel électrique V , le laplacien du potentiel électrique s'annule dans tout le demi-espace inférieur (le sol). On alors la relation suivante (équation de Laplace) :

$$\left. \begin{aligned} \nabla \cdot \vec{E} &= 0 \\ \vec{E} &= -\vec{\nabla}V \end{aligned} \right\} \implies \nabla^2 V = 0 \quad (2.3.12)$$

Si l'on voulait se limiter à l'approximation d'un sol homogène, un modèle de sol avec symétrie sphérique est le plus adapté. Cependant, pour un sol multicouche le calcul est plus simple si l'on adopte un système de coordonnées cylindriques. Cela nous permet de bien garder la distinction entre la variable « profondeur » et la variable « écartement horizontal ». Le laplacien du potentiel électrique en coordonnées cylindriques s'écrit comme :

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right) V = 0 \quad (2.3.13)$$

où z est, comme dans la Figure 2.3.4, la coordonnée verticale, r est le rayon et φ est l'angle horizontal par rapport à un axe fixe de référence.

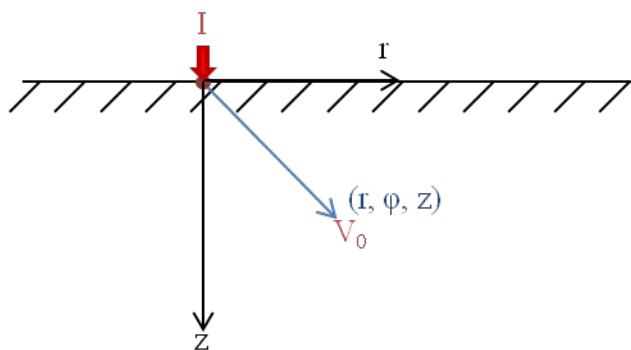


FIGURE 2.3.4 – Potentiel électrique au point (x, y, z) : électrode ponctuelle et terre homogène.

Grâce à la symétrie complète autour de l'axe z , le potentiel V ne dépend pas de l'angle φ . On peut alors éliminer toute dépendance en φ de l'équation précédente. Nous avons donc :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} \right) V = -\frac{\partial^2}{\partial z^2} V \quad (2.3.14)$$

Au vu de l'équation précédente, on peut utiliser la méthode de séparation des variables. C'est une hypothèse qui suppose que la solution de l'équation est égale

au produit de deux fonctions qui dépendent chacune d'une seule variable. Lorsque une solution est trouvée avec cette hypothèse, alors le théorème de l'unicité nous garantit que la solution trouvée est la seule solution de l'équation [42].

On peut écrire alors l'équation suivante :

$$V(z; r) = Z(z) R(r) \quad (2.3.15)$$

De ce fait, l'équation 2.3.14 devient :

$$\frac{1}{rR} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} \right) R = -\frac{1}{Z} \frac{\partial^2}{\partial z^2} Z \quad (2.3.16)$$

Le membre gauche de l'équation 2.3.16 dépend uniquement de la variable r tandis que le membre de droite ne dépend que de la variable z . Comme r et z sont des variables indépendantes, les deux membres de l'équation seront identiques pour quelque soit r et z si et seulement si ce sont des constantes. Cela nous permet de séparer le problème en deux équations différentes, reliées par une constante que l'on note λ^2 :

$$\frac{d^2}{dz^2} Z = \lambda^2 Z \quad (2.3.17)$$

et :

$$\frac{d^2}{d^2r} R + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} R + \lambda^2 R = 0 \quad (2.3.18)$$

La constante λ doit encore être déterminée, sa valeur va dépendre surtout des conditions aux limites du problème.

La solution de l'équation 2.3.17 est une somme d'exponentielles simples :

$$Z(z) = A e^{-\lambda z} + B e^{\lambda z} \quad (2.3.19)$$

où A et B sont des constantes à déterminer.

Puisque l'on suppose que le courant électrique reste confiné dans le sol, la solution doit être valable dans la région $z \geq 0$. De plus, le potentiel doit tendre vers une constante lorsque $z \rightarrow +\infty$, suite à quoi on conclut à la fois que $B = 0$ et que λ appartient à \mathbb{R}_+ . Nous avons alors :

$$Z(z) = A e^{-\lambda z} \quad (2.3.20)$$

L'équation 2.3.18 admet comme solution les fonctions de Bessel d'ordre 0. On a alors

$$R(r) = C J_0(\lambda r) + D Y_0(\lambda r) \quad (2.3.21)$$

où C et D sont des constantes à déterminer.

Le potentiel électrique, toujours en fonction de λ , est alors :

$$V_\lambda(r; z) = e^{-\lambda z} (A_2 J_0(\lambda r) + B_2 Y_0(\lambda r)) \quad (2.3.22)$$

où nous avons regroupé les constantes A , C et D dans les nouvelles constantes A_2 et B_2 .

L'équation 2.3.22 se vérifie pour n'importe quelle valeur positive de λ et la solution finale doit être une combinaison linéaire de tous les V_λ . Comme λ est une variable continue, la combinaison linéaire se fait à l'aide d'une intégration :

$$V(r; z) = \int_0^\infty V_\lambda d\lambda = \int_0^\infty e^{-\lambda z} (A_2 J_0(\lambda r) + B_2 Y_0(\lambda r)) d\lambda \quad (2.3.23)$$

L'intégrale de Y_0 ne converge pas dans l'intervalle en question, et donc on est amené à imposer $B_2 = 0$. Nous avons donc :

$$V(r; z) = A_2 \int_0^\infty e^{-\lambda z} J_0(\lambda r) d\lambda \quad (2.3.24)$$

Pour calculer la valeur de la constante A_2 il est nécessaire que l'on résolve cette équation dans un contexte où l'on peut connaître la solution exacte du potentiel électrique. On se place alors dans cadre d'une électrode ponctuelle en surface et d'un sol homogène de résistivité ρ , et on utilise la notation V_0 pour le potentiel dans ce contexte.

En faisant un changement de variables, on peut écrire l'équation précédente comme suit :

$$V_0 = A_2 \frac{1}{r} \int_0^\infty e^{-w\alpha} J_0(w) dw \quad (2.3.25)$$

où $w = \lambda r$ et $\alpha = \frac{z}{r}$.

On remarque donc que le terme intégral est en effet la transformée de Laplace de la fonction de Bessel $J_0(w)$ dans la nouvelle variable $\alpha = \frac{z}{r}$, dont la valeur est trouvée dans la littérature [77] :

$$F(\alpha) = \mathcal{L}\{J_0(w)\} = \int_0^\infty e^{-w\alpha} J_0(w) dw = \frac{1}{\sqrt{1+\alpha^2}} \quad (2.3.26)$$

Remplacer la transformée précédente dans l'équation 2.3.25 nous fournit :

$$V_0 = A_2 \frac{1}{r} \frac{1}{\sqrt{1+(z/r)^2}} = \frac{A_2}{\sqrt{r^2+z^2}} \quad (2.3.27)$$

On peut aussi montrer que (annexe A) :

$$V = \frac{\rho I}{2\pi\sqrt{r^2+z^2}} \quad (2.3.28)$$

La comparaison entre les équations 2.3.28 et 2.3.27 nous donne la valeur de A_2 :

$$A_2 = \frac{\rho I}{2\pi} \quad (2.3.29)$$

L'équation intégrale pour le potentiel électrique dans un point quelconque du sol produit par l'injection d'un courant I par une électrode ponctuelle située en surface, pour une terre homogène de résistivité ρ_1 , peut s'écrire comme :

$$V = \frac{\rho_1 I}{2\pi} \int_0^\infty e^{-\lambda z} J_0(\lambda r) d\lambda \quad (2.3.30)$$

Cette dernière équation sera utilisée dans la prochaine section pour le calcul du potentiel produit par une électrode ponctuelle en surface en présence d'un sol multicoche.

2.3.4.2 Calcul du potentiel en surface pour un sol à deux couches et électrode d'injection ponctuelle

Le calcul du potentiel électrique en surface de sol pour un sol à deux couches utilise le résultat de calcul du potentiel en sol homogène, et plus particulièrement l'équation 2.3.30. Pour cela, nous nous sommes inspirés des travaux de Takahashi [70].

On suppose que le potentiel électrique en un point quelconque produit par une électrode ponctuelle en surface et en présence d'un sol à deux couches est donné par le potentiel pour un sol homogène auquel vient s'ajouter un facteur de correction. On peut alors écrire :

$$\begin{cases} V_{c1} = V_0 + V'_{c1} & , 0 \leq z \leq d_1 \\ V_{c2} = V_0 + V'_{c2} & , z > d_1 \end{cases} \quad (2.3.31)$$

où V_0 est donné par l'équation 2.3.30 pour un sol homogène, alors que V'_{c1} et V'_{c2} représentent l'écart par rapport à l'approximation de terre homogène pour la première et pour la deuxième couche respectivement. Le paramètre d_1 représente l'épaisseur de la première couche, alors que la deuxième est considérée comme infinie. La résistivité de la première couche est notée ρ_1 et celle de la deuxième couche est notée ρ_2 . La Fig. 2.3.5 permet d'illustrer cet exemple.

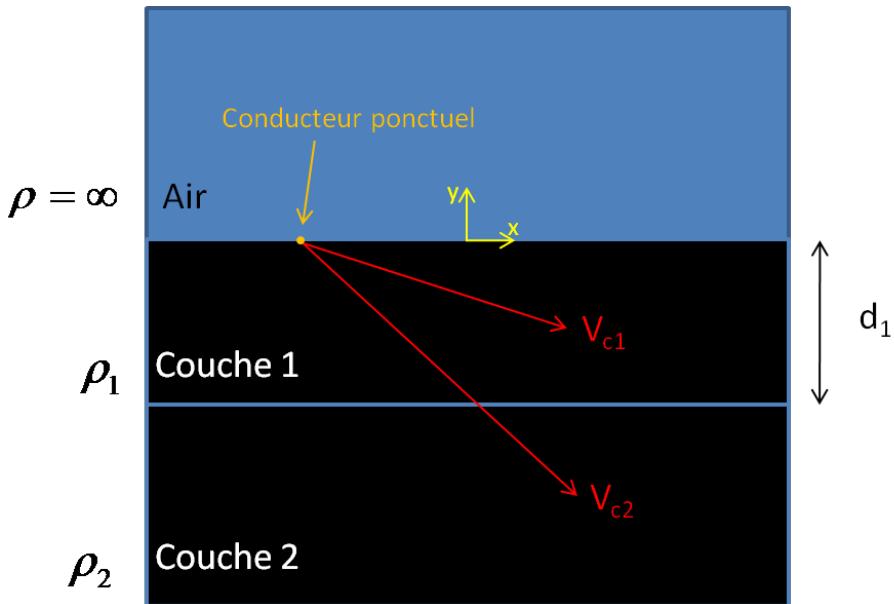


FIGURE 2.3.5 – Sol à deux couches, potentiel V_{c1} et V_{c2} en fonction de la couche.

Puisque V_{c1} et V_{c2} doivent aussi être des solutions de l'équation de Laplace, on peut supposer que V'_{c1} et V'_{c2} ont la même forme que l'équation 2.3.30. On verra que

cet *ansatz* nous permet de trouver une solution qui, par le théorème de l'unicité de l'équation de Laplace, est la seule solution du problème.

On peut alors écrire :

$$V'_{c1} = \frac{\rho_1 I}{2\pi} \int_0^\infty \left\{ f_1(\lambda) e^{-\lambda z} + g_1(\lambda) e^{\lambda z} \right\} J_0(\lambda x) d\lambda \quad (2.3.32)$$

et :

$$V'_{c2} = \frac{\rho_1 I}{2\pi} \int_0^\infty \left\{ f_2(\lambda) e^{-\lambda z} + g_2(\lambda) e^{\lambda z} \right\} J_0(\lambda x) d\lambda \quad (2.3.33)$$

où $f_i(\lambda)$ et $g_i(\lambda)$, pour $i \in \{1; 2\}$, sont des fonctions à déterminer.

En utilisant les équations 2.3.32 et 2.3.33, ainsi que l'équation du potentiel homogène 2.3.30, on réécrit la solution pour les potentiels à deux couches, donnée par l'équation 2.3.31, comme :

$$V_{c1} = \frac{\rho_1 I}{2\pi} \int_0^\infty \left\{ (1 + f_1(\lambda)) e^{-\lambda z} + g_1(\lambda) e^{\lambda z} \right\} J_0(\lambda x) d\lambda \quad (2.3.34)$$

$$V_{c2} = \frac{\rho_1 I}{2\pi} \int_0^\infty \left\{ (1 + f_2(\lambda)) e^{-\lambda z} + g_2(\lambda) e^{\lambda z} \right\} J_0(\lambda x) d\lambda \quad (2.3.35)$$

Le système d'équations 2.3.31 sera solution du problème si les conditions aux limites sont aussi satisfaites. Essayer de satisfaire ces conditions nous permettra alors de déterminer les fonctions $f(\lambda)$ et $g(\lambda)$.

Une analyse des interfaces du problème nous permet de dire que le potentiel et le courant électrique doivent être continus à l'interface entre les deux couches, le potentiel doit s'annuler à l'infini et la composante perpendiculaire du courant doit s'annuler sur la surface du sol. Pour le courant électrique aux interfaces, il peut s'écrire comme étant la dérivée du potentiel le long de la direction verticale divisée par la résistivité du sol.

En les traduisant mathématiquement, les conditions aux limites de notre problème à deux couches sont les suivantes :

$$(z \rightarrow \infty) \Rightarrow (V_{c2} \rightarrow 0) \quad (2.3.36)$$

$$(z = 0) \Rightarrow \left(\frac{\partial V_{c1}}{\partial z} = 0 \right) \quad (2.3.37)$$

$$(z = d_1) \Rightarrow (V_{c1} = V_{c2}) \quad (2.3.38)$$

$$(z = d_1) \Rightarrow \left(\frac{1}{\rho_1} \frac{\partial V_{c1}}{\partial z} = \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial V_{c2}}{\partial z} \right) \quad (2.3.39)$$

Pour la première des conditions aux limites (équation 2.3.36), elle ne sera satisfait pour tous les x si et seulement si, en utilisant l'équation 2.3.35, nous avons l'égalité suivante :

$$g_2(\lambda) = 0 \quad (2.3.40)$$

Pour la deuxième équation aux limites (équation 2.3.37), on peut la réécrire comme :

$$(z = 0) \Rightarrow \frac{\partial V_0}{\partial z} + \frac{\partial V'_{c1}}{\partial z} = 0 \quad (2.3.41)$$

Puisque V_0 représente le potentiel électrique pour un sol homogène, par construction nous avons que :

$$\frac{\partial V_0}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0$$

De ce fait, pour que $\frac{\partial V'_{c1}}{\partial z}$ s'annule dans $z = 0$, nous devons juste nous assurer que $\frac{\partial V'_{c1}}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0$. A partir des équations 2.3.37 et 2.3.32, et en supposant que la fonction est assez régulière pour que l'on puisse passer la dérivée sous le signe de l'intégrale, nous avons que :

$$\frac{\partial V'_{c1}}{\partial z} \Big|_{z=0} = \frac{\rho_1 I}{2\pi} \int_0^\infty \{-\lambda f_1(\lambda) + \lambda g_1(\lambda)\} J_0(\lambda x) d\lambda \quad (2.3.42)$$

D'après les propriétés d'oscillation de la fonction de Bessel, pour que cette dernière relation soit satisfaite pour tout x , on doit avoir :

$$f_1(\lambda) = g_1(\lambda) \quad (2.3.43)$$

Pour les deux dernières équations aux limites (eq. 2.3.38 et eq. 2.3.39), et en utilisant l'équation 2.3.43, on peut écrire système linéaire suivant :

$$\begin{cases} (1 + f_1) e^{-\lambda d_1} + f_1 e^{\lambda d_1} = (1 + f_2) e^{-\lambda d_1} \\ \frac{1}{\rho_1} (1 + f_1) e^{-\lambda d_1} + \frac{f_1}{\rho} e^{\lambda d_1} = \frac{1}{\rho_2} (1 + f_2) e^{-\lambda d_1} \end{cases} \quad (2.3.44)$$

La résolution de ce système nous donne les fonctions suivantes :

$$f_1(\lambda) = \frac{k_1 e^{-2\lambda d_1}}{1 - k_1 e^{-2\lambda d_1}} \quad (2.3.45)$$

et :

$$f_2(\lambda) = \frac{k_1 (1 + e^{-2\lambda d_1})}{1 + k_1 e^{-2\lambda d_1}} \quad (2.3.46)$$

où $k_1 = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1}$ s'appelle « le coefficient de réflexion ». Il nous permet de connaître le rapport entre les résistivités des deux couches du sol.

Finalement, on remplace g_1 et f_1 dans l'équation 2.3.32 et en choisissant $z = 0$, on retrouve la valeur du potentiel électrique dans un point quelconque en surface, noté V_2 en fonction du nombre de couches de sol :

$$V_{c1}(x, z = 0) = V_2 = \frac{\rho_1 I}{2\pi x} (1 + F_2(x)) \quad (2.3.47)$$

où :

$$F_2(x) = 2x \int_0^{\infty} \frac{k_1 e^{-2\lambda d_1}}{1 - k_1 e^{-2\lambda d_1}} J_0(\lambda x) d\lambda \quad (2.3.48)$$

Cette équation nous permet de connaître le potentiel électrique surfacique produit par une électrode ponctuelle placée en surface et en présence d'un sol à deux couches.

2.3.4.3 Calcul du potentiel en surface pour un sol à trois couches et électrode d'injection ponctuelle

Pour calculer le potentiel en surface produit par une électrode ponctuelle surfacique en présence d'un sol avec plus de deux couches, il suffit de suivre la même méthodologie que celle présentée dans le cas d'un sol à deux couches [70]. Le potentiel dans chacune des couches sera égal au potentiel calculé pour un sol homogène (équation 2.3.30) ajouté d'un facteur de correction, comme dans les équations 2.3.31, 2.3.32 et 2.3.33 pour un sol à deux couches.

Les conditions aux limites sont aussi similaires à celles utilisées dans le cas d'un sol à deux couches, à la condition de prendre en compte la présence de chacune des interfaces. Pour un sol à N couches, elles s'écrivent comme :

1. Le potentiel dans la dernière couche tend vers zéro lorsque z tend vers l'infini : $(V_{cN} |_{z \rightarrow \infty} = 0)$;
2. Le flux de courant est nul sur la surface du sol : $\left(\frac{\partial V_{c1}}{\partial z} = 0 \right)$;
3. Le potentiel est continu à l'interface entre deux couches : $\left(V_{ci} = V_{c(i+1)} \right)$ pour $i \in \{1; 2; \dots; (N-1)\}$;
4. Le courant est continu à l'interface entre deux couches : $\left(\frac{1}{\rho_i} \frac{\partial V_{ci}}{\partial z} = \frac{1}{\rho_{i+1}} \frac{\partial V_{c(i+1)}}{\partial z} \right)$ pour $i \in \{1; 2; \dots; (N-1)\}$;

Prenons l'exemple d'un sol à trois couches, on peut montrer que le potentiel en surface produit par une électrode ponctuelle surfacique, noté V_3 , est donné par la formule suivante :

$$V_3(x) = \frac{\rho_1 I}{2\pi x} (1 + F_3(x)) \quad (2.3.49)$$

avec :

$$F_3(x) = 2x \int_0^{\infty} \frac{K_{31} e^{-2\lambda d_1}}{1 - K_{31} e^{-2\lambda d_1}} J_0(\lambda x) d\lambda \quad (2.3.50)$$

et :

$$K_{31} = \frac{k_1 + k_2 e^{-2\lambda d_2}}{1 + k_1 k_2 e^{-2\lambda d_2}} \quad (2.3.51)$$

et aussi :

$$k_i = \frac{\rho_{i+1} - \rho_i}{\rho_{i+1} + \rho_i} \quad (2.3.52)$$

Ce dernier résultat va nous permettre de calculer ce que nous avons appelé la « résistivité apparente théorique » par rapport à la méthode de Wenner. Cela sera présenté dans la prochaine section.

2.3.4.4 Calcul de la résistivité apparente théorique

Dans cette section, on présentera le calcul de la résistivité apparente théorique en sol multicouche par la méthode de Wenner. Pour cela, on doit se baser sur les formules du potentiel électrique de surface produit par une électrode ponctuelle surfacique en sol multicouche. Ces formules ont été présentées dans les sections précédentes dans le cas d'un sol à deux couches et un sol à trois couches.

Comme il a été expliqué précédemment, une mesure de Wenner consiste à mesurer trois paramètres différents : l'écartement des électrodes, l'intensité de courant injecté entre les électrodes extérieures et la différence de potentiel entre les électrodes centrales. A ces paramètres il est possible d'associer une valeur de résistivité apparente, donnée par l'équation suivante (voir section 2.2) :

$$\rho_{app_th} = 2\pi a \frac{\Delta V}{I} \quad (2.3.53)$$

où ΔV est la différence de potentiel, I est le courant injecté et a est l'écartement entre deux électrodes de Wenner.

Comme son nom l'indique, la « résistivité apparente théorique » est calculée à partir des formules théoriques, et non à partir des mesures. Comme il a été montré dans les sections précédentes, ces formules dépendent des valeurs théoriques des paramètres électriques des couches de sol et de l'espacement des électrodes de Wenner. Par exemple, nous avons montré que, pour un sol à deux couches, la différence de potentiel est donnée par la formule 2.3.47.

En règle générale, on peut montrer que, pour un sol à N couches, le potentiel en surface à un point x quelconque est le suivant :

$$V_N = \frac{\rho_1 I}{2\pi x} (1 + F_N(x)) \quad (2.3.54)$$

où $F_N(x)$ est une fonction similaire à celle de l'équation 2.3.48 (voir Annexe B).

On suppose que chaque électrode de Wenner est ponctuelle et placée en surface. On peut alors utiliser la formule 2.3.54 pour calculer l'influence de chaque électrode reliée à la source de courant sur la différence de potentiel mesurée par les électrodes centrales.

Comme dans la Fig. 2.3.6, on note de 1 à 4 les électrodes de Wenner en partant de gauche vers la droite. La différence de potentiel mesurée par le voltmètre est égale à la différence du potentiel au niveau de chacune des électrodes centrales, mesuré individuellement. Le potentiel sur chacune des électrodes de mesure est, à son tour, égal à la somme de la contribution de chacune des électrodes reliées à la source de courant.

On note $V_{electrode_2}$ le potentiel sur l'électrode 2 dû à l'injection de courant I par l'électrode 1 et à l'injection du courant $(-I)$ par l'électrode 4. Nous obtenons donc :

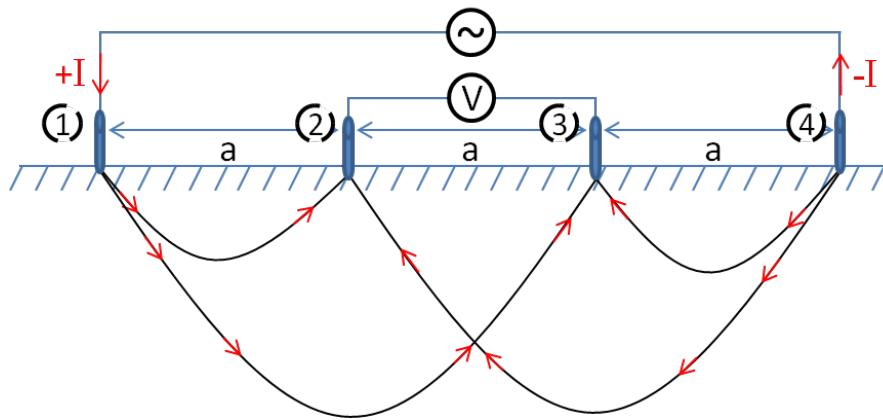


FIGURE 2.3.6 – Couplage entre électrodes de Wenner.

$$V_{electrode_2} = V_N(a) + V_N(2a) = \frac{\rho_1 I}{2\pi a} (1 + F_N(a)) + \frac{\rho_1 (-I)}{4\pi a} (1 + F_N(2a)) \quad (2.3.55)$$

De cette même façon, on construit le potentiel sur la troisième électrode de Wenner :

$$V_{electrode_3} = V_N(2a) + V_N(a) = \frac{\rho_1 I}{4\pi a} (1 + F_N(2a)) + \frac{\rho_1 (-I)}{2\pi a} (1 + F_N(a)) \quad (2.3.56)$$

La différence de potentiel calculé par la méthode de Wenner est donc :

$$\Delta V = V_{electrode_2} - V_{electrode_3} = \frac{\rho_1 I}{2\pi a} (1 + 2F_N(a) - F_N(2a)) \quad (2.3.57)$$

A partir des formules 2.3.53 et 2.3.57 on trouve finalement la valeur de résistivité apparente théorique, calculée par le principe de la méthode de Wenner, pour un sol à N couches :

$$\rho_{app_th}(a) = \rho_1 (1 + 2F_N(a) - F_N(2a)) \quad (2.3.58)$$

Cette formule pour la résistivité apparente théorique est utilisée pour le calcul de la « fonction fitness » du problème d'optimisation des couches de sol, ce qui sera présenté dans la prochaine section.

2.3.4.5 Calcul de la fonction *fitness*

En se basant sur les équations précédentes, nous pouvons déterminer la résistivité apparente théorique liée à une construction théorique de la méthode de Wenner pour un certain espacement d'électrodes et pour une configuration de sol fixée.

Au sens de l'algorithme génétique, ce sol est issu d'un *individu* qui fait partie d'une *population* à un certain stade de la méthode d'optimisation. Au sens de

l'algorithme « pattern search », ce sol est issu d'un *point* qui est dans l'espace des *solutions possibles* et qui a été défini à un certain stade de l'optimisation. Pour faciliter la notation, on appellera aussi « individus » les points dans l'espace générés par « pattern search ». Pour rappel, un individu est composé d'un vecteur qui contient les paramètres électriques du sol, donc les résistivités et les épaisseurs des couches.

Pour chaque individu nous associons un vecteur de résistivités apparentes, chaque élément de ce vecteur étant associé à un écartement différent d'électrodes de Wenner. Pour un ensemble de M espacements de Wenner différents, on peut construire le vecteur des résistivités apparentes théoriques suivant pour un individu quelconque X_i^n :

$$Rés_App_Th(X_i^n) = \{\rho_{app_th}(a_1), \rho_{app_th}(a_2), \dots, \rho_{app_th}(a_M)\} \quad (2.3.59)$$

La fonction *fitness* est construite pour quantifier la « qualité » des individus. Elle nous permet de calculer la norme de l'écart entre le vecteur des résistivités apparentes mesurées, fournies comme donnée d'entrée, et le vecteur des résistivités apparentes théoriques, calculé pour chaque individu en fonction du nombre de couches de sol estimé. Sa définition n'est cependant pas unique. Dans ce manuscrit, nous avons adopté la définition suivante :

$$f_{fitness} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M (\rho_{app_th}(a_i) - \rho_{app_exp}(a_i))^2 \quad (2.3.60)$$

Grâce à une construction analytique de la fonction *fitness*, on peut intégrer le calcul des paramètres de sol dans une boucle d'optimisation. Par rapport à une méthode qui utilise uniquement les éléments finis pour simuler les résistivités apparentes théoriques, cette méthode rend le calcul plus rapide et plus efficace.

2.4 Résultats

2.4.1 Reconstruction des couches de sol pour un sol simulé

Dans cette section, nous présenterons des résultats de calcul d'optimisation de paramètres de sol pour un sol simulé par la méthode des éléments finis, à l'aide du logiciel Comsol.

Pour cela, nous avons d'abord construit un sol théorique multicouche sur lequel nous avons simulé la méthode de Wenner pour différents écartements d'électrodes. Cette démarche nous permet de calculer un vecteur de résistivités apparentes, comme si l'on faisait des mesures de Wenner sur ce sol.

Ensuite, nous avons appliqué les méthodes d'optimisation pour essayer de retrouver les paramètres électriques du sol multicouche que nous avons simulé. Puisque les paramètres réels du sol sont connus, cette démarche nous permet de comparer directement les paramètres de sol calculés par les méthodes d'optimisation (AG+PS) avec ceux du « vrai » sol, qui ont été définis en début de simulation.

Contrairement à un sol réel, où des irrégularités sont toujours présentes, dans les simulations que nous avons réalisées toutes les couches sont parallèles à la surface du sol et aucun défaut de résistivité n'y est introduit. Le but de ces calculs est alors de valider la méthode d'optimisation dans des cas simples et maîtrisés.

Ces résultats ont été aussi utilisés pour étudier la contribution apportée par la méthode hybride d'optimisation proposée, à savoir l'algorithme génétique couplé avec l'algorithme *pattern search*, par rapport à la méthode algorithme génétique toute seule. Pour cela, nous avons exécuté l'AG jusqu'à ce que l'individu avec la plus petite valeur de fonction *fitness* associée soit constant entre deux générations consécutives. Ce point optimal n'est, une fois de plus, pas reproductible puisque la méthode AG n'est pas déterministe. Nous avons donc comparé ce meilleur individu fourni par l'AG avec le point optimal trouvé suite à l'exécution de la méthode hybride AG+PS.

Nous avons observé que, dans la plupart des situations que nous avons traitées, la méthode des AG converge vers un point qui est proche de la solution correcte (définie en début de simulation). Dans certains cas, en fonction de la configuration de couches de sol, la méthode du *pattern search* n'apporte pas d'amélioration substantielle. Dans d'autres cas, cependant, son utilisation permet d'améliorer le résultat de calcul de certains paramètres de sol (gènes) de plus de 50% par rapport aux vraies valeurs.

Dans ce contexte, nous présentons deux modèles de sol différents. Dans la première partie, nous modélisons un sol à deux couches, alors que dans la deuxième partie nous le faisons pour un sol à trois couches.

2.4.1.1 Reconstruction des couches de sol pour un sol simulé à deux couches

Dans cette configuration, nous avons simulé un sol à deux couches, dont les paramètres correspondants sont présentés sur tableau 2.5. Les valeurs de résistivité et d'épaisseur de couche choisies sont représentatives d'un sol réel.

Résistivité de la 1ère couche	100 $\Omega \cdot m$
Épaisseur de la 1ère couche	10 m
Résistivité de la 2ème couche	40 $\Omega \cdot m$
Épaisseur de la 2ème couche	∞

TABLE 2.5 – Valeurs de paramètres électriques du sol théorique à deux couches.

Dans le but de retrouver ses paramètres électriques par le calcul d'optimisation, nous avons simulé la méthode de Wenner sur ce sol pour plusieurs écartements différents d'électrodes. Cela nous permet d'avoir un ensemble de valeurs de résistivités apparente, que l'on appelle « résistivités apparentes mesurées » car le but de la simulation étant de représenter la réalisation d'une série de mesures de Wenner.

Dans la Fig. 2.4.1 on retrouve les valeurs des résistivités apparentes qui ont été calculées par la simulation éléments finis. Les valeurs d'écartement d'électrodes indiquées sur la courbe ont été choisies au hasard.

On remarque la présence d'un changement de concavité, ce qui nous suggère que l'on est effectivement en présence d'un sol à deux couches. Aussi, puisque la première couche a une épaisseur bien supérieure aux premiers écartements d'électrodes utilisés, sa résistivité est fortement marquée sur ces premières mesures.

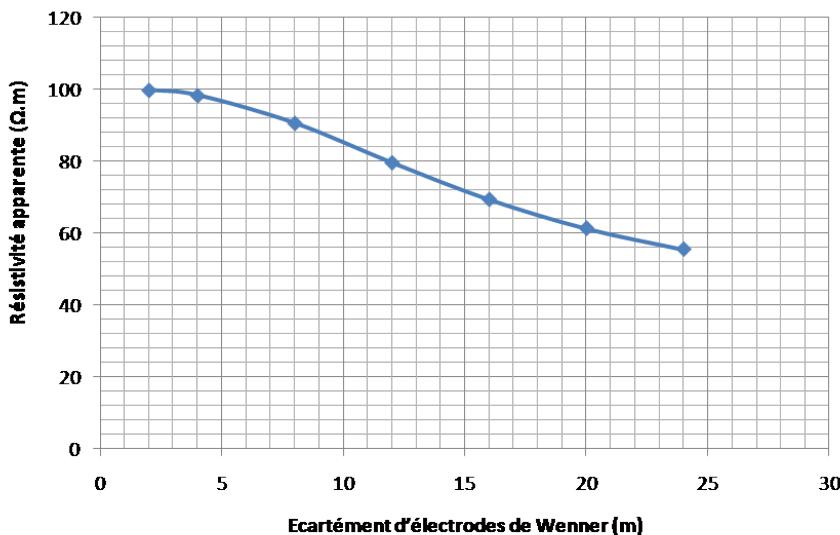


FIGURE 2.4.1 – Résistivité apparente simulée par éléments finis pour un sol à deux couches.

Nous avons ensuite appliqué la méthode hybride d'optimisation, dont les données d'entrée sont la suite de résistivités apparentes présentées sur la courbe de la Fig. 2.4.1. Dans le tableau 2.6 on présente les résultats issus de ces calculs. Dans la première colonne nous avons les paramètres du sol réel, qui est celui utilisé pour simuler la méthode de Wenner. Dans la deuxième colonne, nous avons les résultats fournis uniquement par l'AG, alors que dans la troisième colonne nous avons les résultats finaux de la méthode hybride, c'est à dire AG+PS.

L'algorithme génétique a été itéré 188 fois, et l'on a utilisé une population de 20 individus. Le pattern search, quant à lui, a été itéré 120 fois. Une fois de plus, il est important de garder à l'esprit que l'algorithme génétique n'est pas une méthode déterministe, ce qui fait qu'elle n'est pas exactement reproductible.

Dans le contexte des calculs que nous avons faits, on remarque que le pattern search permet d'améliorer les résultats, et en particulier celui de la résistivité de la dernière couche. En regardant ce paramètre en particulier, on voit qu'en appliquant les AG uniquement nous avons un écart de 0,6% par rapport au sol réel, alors qu'avec la méthode complète AG+PS l'écart se réduit à moins de 0,1%.

Les valeurs présentées sont pourtant très proches. Dans ce sol à deux couches, les algorithmes génétiques fonctionnent suffisamment bien pour que le pattern search ne soit pas nécessaire. Ceci n'est pas le cas lorsque l'on a des sols plus complexes, avec trois ou plus de couches, ce que l'on verra dans la prochaine section.

	Sol réel	AG	AG+PS
Résistivité de la 1ère couche ($\Omega \cdot m$)	100	99, 95	99, 99
Épaisseur de la 1ère couche (m)	10	10, 06	10, 00
Résistivité de la 2ème couche ($\Omega \cdot m$)	40	39, 75	39, 97

TABLE 2.6 – Valeurs réels de paramètres de sol, ainsi que valeurs calculées par AG et par AG+PS.

2.4.1.2 Reconstruction des couches de sol pour un sol simulé à trois couches

Dans cette configuration, nous avons simulé un sol à trois couches, dont les paramètres correspondants sont présentés sur tableau 2.7. Les valeurs de résistivité et d'épaisseur de couche choisies sont représentatives d'un sol réel. Le déroulement du calcul est similaire à celui présenté à la section précédente.

Résistivité de la première couche ($\Omega \cdot m$)	100
Taille de la première couche (m)	10
Résistivité de la deuxième couche ($\Omega \cdot m$)	40
Taille de la deuxième couche (m)	20
Résistivité de la troisième couche ($\Omega \cdot m$)	1000

TABLE 2.7 – Paramètres électriques pour un sol à 3 couches.

Nous avons ensuite simulé la méthode de Wenner sur ce sol à trois couches. Les résultats de calcul sont présentés sur la Fig. 2.4.1, où sont présentées les résistivités apparentes en fonction de l'écartement entre électrodes de Wenner. Les valeurs d'écartement d'électrodes indiquées sur la courbe ont été choisies au hasard.

On y voit la présence de deux points d'inflexions, autour des points d'abscisse égaux à 10 m et 31 m, ce qui caractérise un sol à 3 couches. Lorsque l'on compare avec la courbe de résistivités apparentes pour le sol à deux couches, on remarque que l'influence de la troisième couche reste très faible sur les points de faible écartement de Wenner. Son influence commence à être effectivement ressentie pour des écartements de Wenner au-delà de 15 ou 20 mètres.

Nous avons ensuite appliqué la méthode hybride d'optimisation dans le but de retrouver les paramètres électriques des couches pour le sol qui aurait donné lieu à la courbe de résistivités apparentes présentée. Dans cet exemple, l'utilité de la méthode pattern search fait ses preuves. Le résultat obtenu à l'issue de l'optimisation par l'AG se situe déjà en proximité de la solution correcte, mais pourtant la méthode pattern search permet de réduire l'écart relatif de quelques unités.

Dans le tableau 2.8 les résultats obtenus à l'issue de chacune des méthodes d'optimisation sont présentés. L'écart relatif de chacun des paramètres calculés par rapport aux respectives valeurs du sol réel est indiqué entre parenthèses.

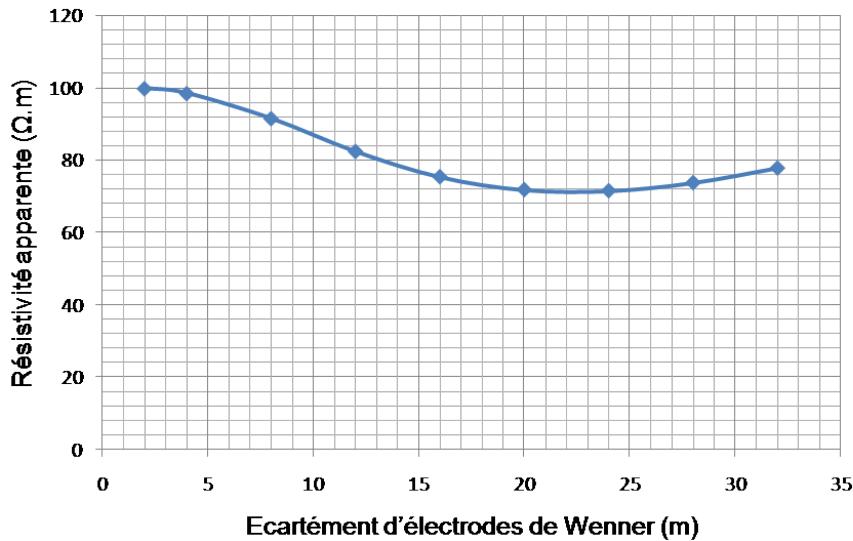


FIGURE 2.4.2 – Résistivité apparente simulée par éléments finis pour un sol à trois couches.

	Sol réel	AG	AG+PS
Résistivité de la 1ère couche ($\Omega \cdot m$)	100 (-)	100, 2 (0.2%)	99, 99 (0.01%)
Épaisseur de la 1ère couche (m)	10 (-)	9, 5 (5%)	10, 01 (0.1%)
Résistivité de la 2ème couche ($\Omega \cdot m$)	40 (-)	43, 6 (9%)	39, 97 (0.1%)
Épaisseur de la 2ème couche (m)	20 (-)	20, 03 (0.2%)	20, 05 (0.3%)
Résistivité de la 3ème couche ($\Omega \cdot m$)	1000 (-)	410 (59%)	1045 (4.5%)

TABLE 2.8 – Valeurs réelles de paramètres de sol, ainsi que des valeurs calculées par AG et par AG+PS. Entre parenthèses on a l'écart relatif par rapport aux valeurs de sol réel.

Dans cet exemple, l'AG est utilisé pour les premières 1200 itérations. A ce stade, des nouvelles itérations en AG n'apporte pas de modification significative au résultat. On dit alors que l'on a atteint un minimum local.

La méthode du pattern search prend ensuite le relais, pour un total d'environ 190.000 itérations et quelques heures de calcul. L'un des atouts de cette méthode est qu'elle est capable de converger beaucoup plus précisément vers la bonne solution sans s'arrêter dans des minima locaux, et donc de réaliser, s'il le faut, un plus grand nombre d'itérations par rapport à ce qui est fait par l'AG.

Aussi, une itération réalisée par PS prend en général moins de temps de calcul qu'une itération par AG. Prenons l'exemple du sol à trois couches, où il y a 5 paramètres à trouver. Pour avoir un calcul par AG précis il est nécessaire d'utiliser une population d'au moins 20 individus, ce qui veut dire calculer la fonction *fitness* au moins une vingtaine de fois pour chaque itération. Le PS, en revanche, ne doit que calculer une dizaine de points (2 fois plus que le nombre total de paramètres à trouver). De même, les règles pour déterminer des nouveaux « individus » est beaucoup plus simple pour le PS que pour l'AG.

Pour ce qui est des résultats, on note que l'utilisation de PS nous permet d'avoir une nette amélioration de la valeur de la résistivité de la dernière couche. Cela nous a permis de passer d'un écart relatif de 59%, uniquement avec AG, vers un écart relatif de moins de 5%.

A la Fig. 2.4.3 on présente l'évolution de l'écart relatif des paramètres de sol par rapport aux valeurs du sol réel et en fonction du nombre d'itérations. Le graphique du haut nous montre les paramètres des deux premières couches. Pour une meilleure visualisation, on n'affiche les résultats que jusqu'à l'itération 5000. Le graphique du bas nous montre l'évolution de l'écart relatif de résistivité de la troisième couche.

Pour la courbe du haut, on remarque que le moment où l'AG s'arrête coïncide avec l'instant où le paramètre correspondant à l'épaisseur de la deuxième couche (en violet) atteint un niveau d'écart relatif quasiment nul (itération numéro 1200). Cela provient de la présence d'un minimum local sur ce point, puisque les autres paramètres ont des écarts relatifs bien supérieurs.

L'utilisation de l'algorithme PS nous permet de sortir de ce minimum local, et donc de réaliser de nouvelles itérations pour améliorer la « qualité » des paramètres. Néanmoins, cette opération a un certain « coût » car, comme on peut voir dans l'évolution de l'écart relatif du paramètre correspondant à l'épaisseur de la deuxième couche, il est d'abord nécessaire d'augmenter son écart relatif jusqu'à un niveau équivalent de l'écart des autres paramètres des deux premières couches. L'amélioration dite globale n'est effectivement visuellement ressentie qu'après un grand nombre d'itérations.

En ce qui concerne la courbe respective à l'évolution de la résistivité de la troisième couche, on note que :

- il existe un minimum à l'itération 6000 environ, où l'écart relatif atteint quasiment zéro pour ensuite remonter à nouveau. Cela s'explique par le fait que la méthode d'optimisation privilégie, par construction, l'optimisation des paramètres des couches les plus proches de la surface. A ce stade du calcul, la résistivité de la troisième couche avait atteint un niveau satisfaisant, alors

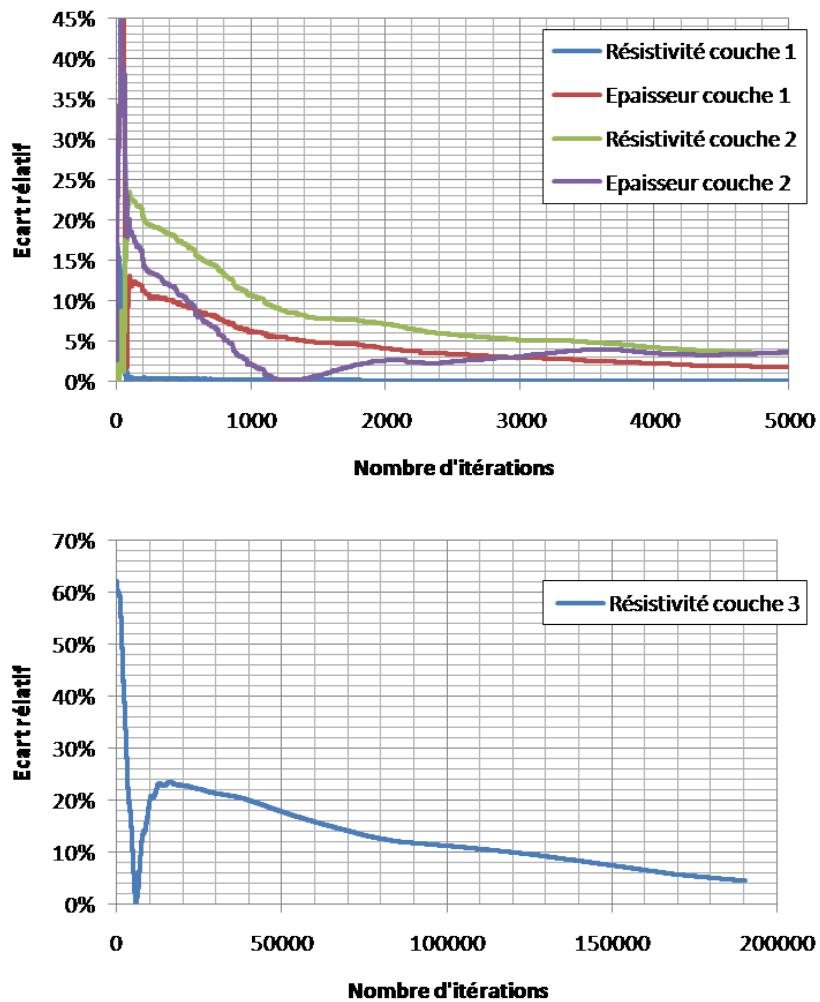


FIGURE 2.4.3 – Évolution de l'écart relatif pour chacun des paramètres de sol, en fonction du nombre d'itérations.

que les paramètres respectifs aux couches supérieures ne l'avaient pas encore atteint. L'algorithme doit, une fois de plus, « payer le coût » d'augmenter l'erreur relatif de la résistivité de la troisième couche avant de pouvoir effectivement optimiser les paramètres des couches supérieures.

- la convergence a été difficile du fait que presque deux cent milles itérations ont été nécessaires pour atteindre un écart relatif de moins de 5%. Cela est sans doute une conséquence du faible nombre de valeurs de résistivité apparente que nous avons calculées et fournies comme données d'entrée l'algorithme d'optimisation.

Il faut noter, cependant, que l'erreur sur un paramètre spécifique n'est pas équivalent au taux d'erreur global du sol construit. Dans le cas d'une modélisation d'une injection de courant en surface du sol, par exemple, la plupart du courant électrique passe par les premières couches. Elles ont un effet plus important lorsqu'on modélise l'EPS, la modélisation est plus sensible aux erreurs liées à l'estimation des paramètres des premières couches.

2.4.2 Reconstruction des couches de sol à partir de mesures effectuées à Nîmes-Montpellier

2.4.2.1 Le contexte des mesures

Pour rejoindre Montpellier depuis Paris en Train à Grande Vitesse (TGV) il est pour l'instant inévitable de passer par le centre-ville de la ville de Nîmes. Cela oblige une réduction de la vitesse de l'engin sur une partie du trajet, ce qui augmente sa durée.

Depuis 2012, des études sont menées pour vérifier la viabilité de l'implémentation d'un nouveau tronçon de ligne, appelé *Contournement Nîmes-Montpellier* (CNM), qui permettrait d'éviter de passer par la ville de Nîmes. Ce projet, qui comporte plusieurs enjeux, rendra possible notamment une diminution de 10% de temps (20 minutes) pour le trajet Paris-Montpellier.

Lorsqu'une nouvelle ligne, ou tronçon de ligne, doit être construite, il est nécessaire, entre autres choses, de caractériser électriquement le sol. Cela permet de vérifier, par exemple, que la circulation de courant de retour sera faite dans des bonnes conditions en fonction des normes en vigueur.

Les méthodes utilisées actuellement ne sont pas très pointues ; en effet, elles se limitent aux mesures de résistivité apparentes par la méthode de Wenner. Il est souvent supposé que le sol est homogène en termes de résistivité électrique, sa résistivité étant calculée comme dans l'exemple présenté au chapitre 2.2.4 : une moyenne de trois mesures de résistivité apparente différentes, chacune avec un écartement d'électrodes de Wenner différent.

Nous avons réalisé, en partenariat avec le département des essais de la direction technique de l'ingénierie de la SNCF (PSIGT.LE), des mesures de Wenner supplémentaires sur certains sites par où passera le CNM. Avec ces mesures, nous avons pu mettre en pratique la méthode que nous avons développée pour le calcul des paramètres électriques de couche de sol et aussi la valider.

2.4.2.2 Les mesures de Wenner

Trois sites différents ont été définis pour réaliser les mesures de Wenner de résistivités apparentes. Ils ont été choisis en fonction de leur emplacement de façon à minimiser d'éventuelles interférences externes sur les mesures.

Sur chaque site, une série de mesure de Wenner avec différents écartements d'électrodes a été effectuée. Pour ce faire, nous avons utilisé un contrôleur de terre et de résistivité de la marque Chauvin Arnoux, modèle C.A. 6462, comme celui que l'on voit sur la Fig. 2.4.4.



FIGURE 2.4.4 – Contrôleur de terre et de résistivité de la marque Chauvin Arnoux, modèle C.A. 6462, utilisé pour les mesures de résistivités apparentes de sol par la méthode de Wenner.

Les sites que nous avons choisis n'avaient pas reçu de l'eau de pluie dans la semaine qui a précédé les mesures. De ce fait, le sol était sec en surface. Sa configuration en profondeur n'est pas connue d'avance.

Dans la Fig. 2.4.5 on présente les caractéristiques en surface des deux des trois sites. Le site indexé 2 se trouve à gauche, alors que le site indexé 3 se trouve à droite. Les mesures ont été effectuées en plusieurs points le long du fil que l'on distingue sur les deux images.

Pour le site indexé 2 (à gauche sur l'image), on remarque la présence de cailloux et une terre bien tassée et sèche, ce qui suggère que le sol est bien résistif en surface. Pour le site indexé 3 (à droite sur l'image), on remarque que la première couche de sol est composé d'une terre meuble. Cependant, puisque apparemment c'est une couche qui n'est pas très épaisse, son effet est probablement négligeable. Le sol juste à coté semble aussi être bien sec, ce qui suggère encore une fois une résistivité élevée.

En ce qui concerne le site indexé 1, qui n'est pas sur l'image, le sol était visuellement moins sec en surface. Cela suggère que la résistivité de la première couche est moins importante que celle des deux autres sites.

Les informations que l'on peut obtenir visuellement sur les caractéristiques du sol ne servent pas à quantifier précisément sa résistivité. Cependant, on peut les utiliser pour limiter la taille de l'intervalle de valeurs de résistivité qui peut être

explorée par les méthodes d'optimisation. Dans les cas des sites 2 et 3, puisque le sol est visuellement sec on peut affirmer que la résistivité de la première couche ne sera sûrement pas plus faible que quelques dizaines de $\Omega.m$.



FIGURE 2.4.5 – Deux des trois sites dans la région de Nîmes-Montpellier où des mesures de résistivité apparente de sol par la méthode de Wenner ont été réalisées. La photo de gauche a été prise au deuxième site, alors que celle de droite au troisième.

Les résultats de mesure sur les trois sites choisis sont affichés au tableau 2.9. Pour chaque site, chacune des valeurs affichées représente une résistivité apparente issue d'une mesure de Wenner pour un écartement d'électrode donné.

Ecartement d'électrodes (m)	Résistivité apparente mesurée ($\Omega.m$)		
	Site 1	Site 2	Site 3
2	57,5	102,8	111,8
4	75,4	147,5	102,2
6	-	186,0	78,5
8	96,2	205,7	64,4
10	-	210,5	52,2
12	118,5	205,9	46,8
14	-	202,3	41,3
16	99,6	181,0	39,2
20	94,3	-	-
24	90,5	-	-
28	88,0	-	-

TABLE 2.9 – Mesures de résistivités apparentes sur les trois sites.

Pour le premier site, nous avons réalisé une première mesure rapprochée, avec un écartement de 2 m , et ensuite une série de mesures allant de 4 m jusqu'à un écartement maximal de 28 m avec un pas de 4 m . Pour les sites 2 et 3, les mesures de Wenner ont été réalisées avec un écartement allant de 2 m jusqu'à 16 m avec un pas de 2 m .

La Fig. 2.4.6 nous montre l'évolution de la résistivité apparente en fonction de l'écartement d'électrodes de Wenner. Son profil nous suggère la présence d'au moins 3 couches de sol de résistivités différentes :

- Une première couche d'une résistivité d'environ $50 \Omega.m$;
- Une deuxième couche de plus grande résistivité, qui est mise en évidence par la présence d'une pente positive de la courbe entre 2 m et 12 m ;
- Une troisième couche de résistivité intermédiaire, qui est mise en évidence par la présence d'un pic et d'une pente négative à partir de 12 m.

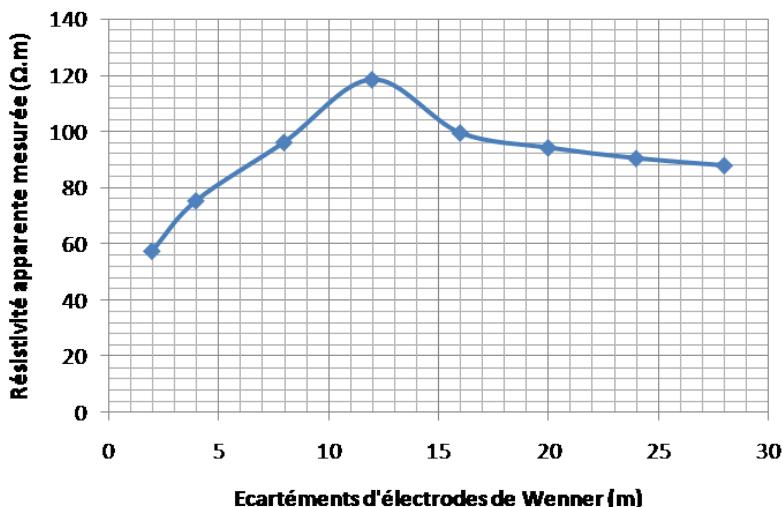


FIGURE 2.4.6 – Évolution de la résistivité apparente, mesurée sur le site 1, pour plusieurs écartements d'électrodes de Wenner.

La Fig. 2.4.7 nous montre l'évolution de la résistivité apparente pour le site 2, à gauche, et pour le site 3, à droite, en fonction de l'écartement des électrodes de Wenner. La courbe correspondante au deuxième site nous suggère la présence d'un sol d'au moins 3 couches de sol, tandis que la courbe respective au troisième site suggère la présence d'un sol d'au moins 2 couches. Ces deux courbes sont bien plus lisses et régulières que celle pour le site 1. C'est alors uniquement dans ces deux situations que seront appliquées les algorithmes d'optimisation pour la recherche des paramètres pour des sols multicouches.

2.4.2.3 Le calcul des paramètres électriques de sol

Nous avons ensuite appliqué la méthode hybride d'optimisation, cette suite de résistivités apparentes étant les données d'entrée. Nous l'avons fait uniquement pour les mesures relatives aux sites 2 et 3. Les résultats de calcul sont présentés sur le tableau 2.10.

En ce qui concerne le site 2, on remarque que la dernière couche présente une résistivité de l'ordre de celle des métaux, très faible par rapport à celles des autres couches. Il est donc possible qu'un tuyau ou un autre élément métallique soit enterré et participe à la conduction du courant injecté par les électrodes de Wenner.

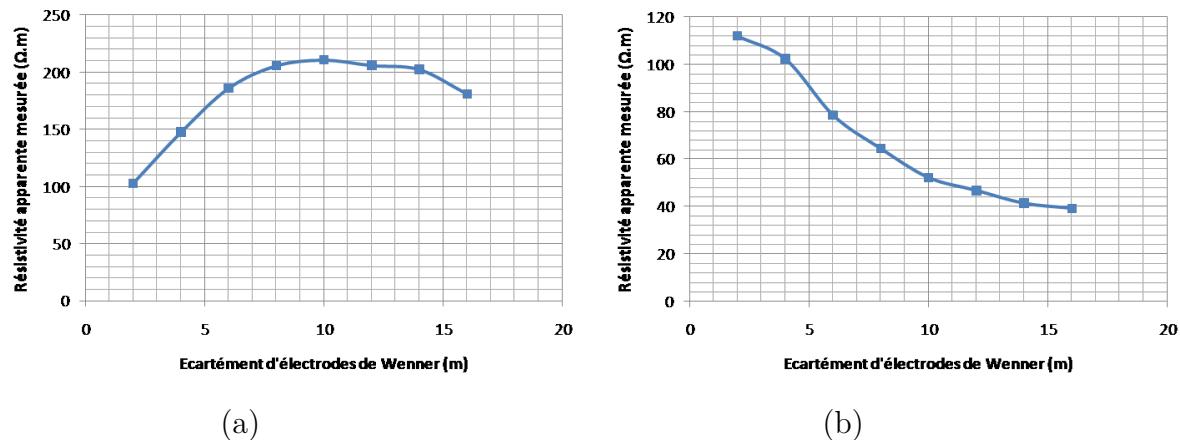


FIGURE 2.4.7 – Évolution de la résistivité apparente pour le site 2, (a), et pour le site 3, (b), en fonction de l'écartement d'électrodes de Wenner.

En ce qui concerne le site 3, les simulations on montré qu'un sol à trois couches a été plus adapté pour modéliser les mesures de résistivités apparentes.

Dans les deux situations présentées, le nombre de points de mesure de Wenner n'a pas été très élevé, surtout pour des faibles écartements. Les couches de sol calculées ont une épaisseur variant entre 1,1 et 3 m, alors que dans cette plage de valeur il n'y a qu'un seul valeur d'écartement d'électrodes de Wenner utilisée.

Malgré ce faible nombre de points de mesures, les résultats du calcul d'optimisation se superposent bien aux mesures. Dans la Fig. 2.4.8, on présente les résistivités apparentes mesurées ainsi que les résistivités apparentes issues du calcul d'optimisation. Ces dernières ont été calculées à partir de l'Eq. 2.3.58 pour un sol à 3 couches. L'écart relatif cumulé pour l'ensemble des points de mesure est égal à 4,4% pour le site 2 et à 0,7% pour le site 3.

Nous n'avons a priori pas de connaissance des paramètres électriques de sol, ce qui nous empêche de pouvoir correctement valider les résultats de calcul des paramètres de couche. Même s'il était possible de connaître les matériaux qui composent le sol, cela ne nous donnerait qu'une idée de la plage de valeurs dans laquelle leur résistivité pourrait se situer. En fonction d'autres paramètres, intrinsèques au terrain en question, comme par exemple la salinité et le taux d'eau (pour plus de détails, voir les sections 1.2.1 et 2.1), la résistivité d'un même matériau peut varier de plus d'un ordre de grandeur.

Dans ce but, nous proposons, dans la section suivante, une méthode capable de valider le calcul d'optimisation de paramètres de couche de sol. Cette méthode a été appliquée pour des mesures qui ont été effectuées dans un contexte différent, dans la région de Chambéry.

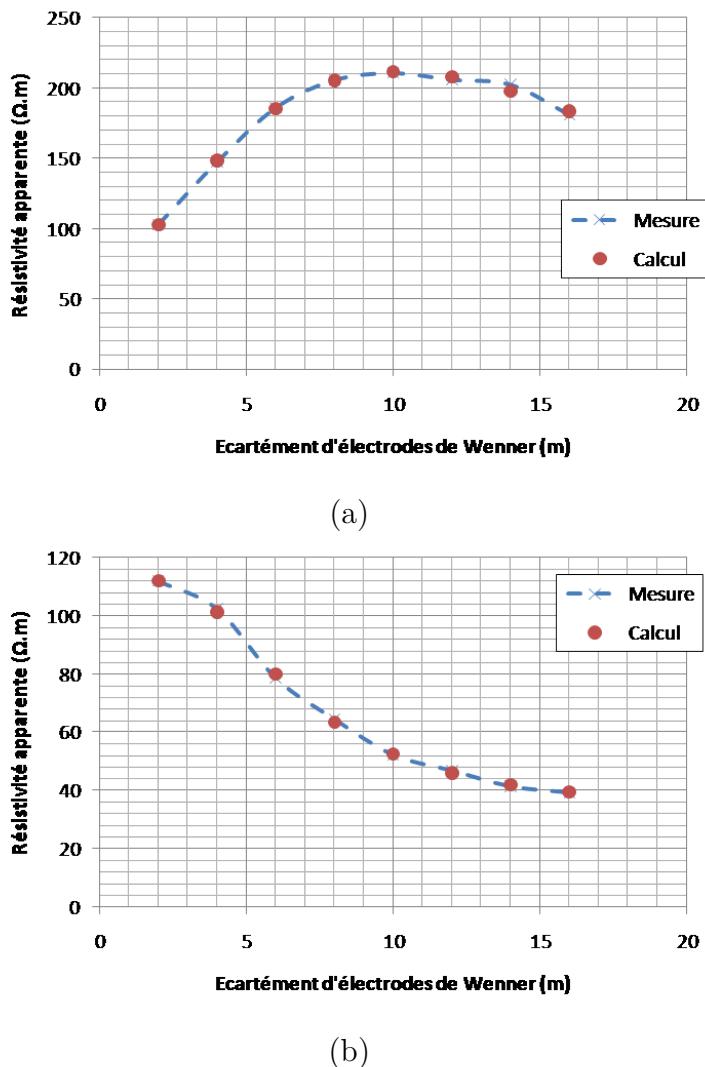


FIGURE 2.4.8 – Évolution des résistivités apparentes calculées et mesurées pour le site 2, (a), et pour le site 3, (b), en fonction de l'écartement d'électrodes de Wenner.

	Valeurs calculées	
	Site 2	Site 3
Résistivité de la 1ère couche ($\Omega \cdot m$)	85	100
Épaisseur de la 1ère couche (m)	2,6	1,1
Résistivité de la 2ème couche ($\Omega \cdot m$)	1165	150
Épaisseur de la 2ème couche (m)	3,0	2,3
Résistivité de la 3ème couche ($\Omega \cdot m$)	10^{-4}	34

TABLE 2.10 – Résultats de calcul des paramètres du sol pour les résistivité apparentes mesurées dans la région de Nîmes.

2.4.3 Reconstruction des couches de sol à partir de mesures effectuées à Chambéry

2.4.3.1 Le contexte des mesures

Dans la région de Chambéry, à proximité de la sous-station électrique SNCF des Mollettes, nous avons effectué des mesures de résistivité apparente de sol par la méthode de Wenner. Ces mesures se placent dans un contexte plus général, où des mesures d'EPS produites par des câbles enterrés sous tensions ont été réalisées. Cela sera présenté au chapitre prochain. Dans cette section on ne s'intéressera qu'aux mesures de Wenner et à la validation de la méthode de reconstruction de couches de sol.

Dans la Fig. 2.4.9, on présente une photo de la zone dans laquelle les mesures ont été réalisées. Pour limiter les interférences avec des éléments extérieurs, le terrain choisi était placé à au moins une centaine de mètres de la voie ferrée et des prises de terres des pylônes RTE. Pour s'affranchir des couplages avec des éventuels courants déjà présents dans le sol, les mesures de Wenner sont effectuées avec une injection de courant dont la fréquence n'est pas un multiple de la fréquence du réseau ferroviaire et du réseau d'énergie.

Nous avons ensuite appliqué la méthodes d'optimisation pour la reconstruction des paramètres électriques du sol. Les résultats sont présentés dans la prochaine section.

Dans le but de valider expérimentalement le calcul d'optimisation, une mesure de résistance de prise de terre d'une électrode particulière a été aussi réalisée. Le but de cette mesure a été de la comparer avec un résultat de calcul de résistance de prise



FIGURE 2.4.9 – Terrain dans la région de Chambéry où les mesures de Wenner ont été réalisées.

de terre en utilisant le sol multicouche reconstruit par la méthode d'optimisation. Dans le schéma présenté à la Fig. 2.4.10 on explique les étapes de cette démarche.

2.4.3.2 Les mesures de Wenner et le calcul d'optimisation

Sur le terrain choisi, nous avons réalisé une série de mesures de Wenner. Les écartements choisis vont d'un minimum de 1 m jusqu'à un écartement maximum de 16 m , et cela avec un pas de 1 m entre deux mesures qui se suivent. Cela nous permet d'avoir une meilleure précision dans les calculs d'optimisation, surtout pour les paramètres des premières couches.

Dans la Fig. 2.4.11 on présente les résultats de résistivités apparentes mesurées.

Une analyse de la courbe des résistivités apparentes nous suggère que le sol est composé d'au moins 2 couches distinctes. Cependant, les calculs d'optimisation nous ont montré qu'un sol à trois couches permettait de mieux représenter les mesures. En effet, entre le 4ème et le 6ème points de mesure on remarque la présence d'un petit changement de régularité de la courbe, ce qui peut visuellement indiquer la présence d'une couche partiellement masquée.

Les résultats des calculs d'optimisation sont présentés sur le tableau 2.11. On voit qu'en effet la résistivité de la deuxième couche est intermédiaire entre celles de la première et de la troisième, ce qui explique pourquoi elle n'est pas explicite dans la courbe des résistivités apparentes. En ce qui concerne le processus d'optimisation, l'AG a été itéré environ 3000 fois, alors que le PS a été itéré environ 1750 fois. Le temps de simulation a été d'environ une dizaine de minutes.

Avec ce sol multicouche modélisé, nous avons recalculé les résistivités apparentes

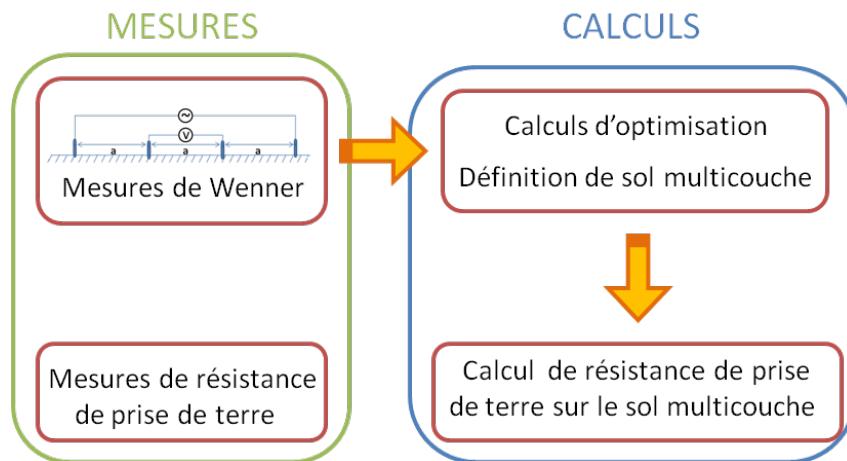


FIGURE 2.4.10 – La méthode de détermination des couches de sol a été validée par des mesures et calcul de la résistance d'une prise de terre.

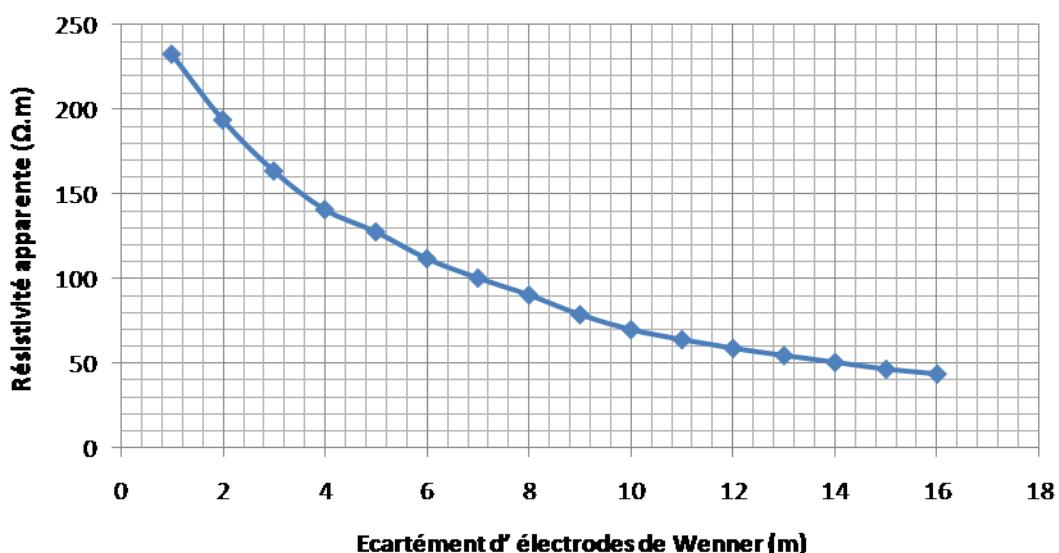


FIGURE 2.4.11 – Résistivités apparentes mesurés par la méthode de Wenner sur le terrain choisi, dans la région de la sous station SNCF des Mollettes.

Résistivité de la 1ère couche ($\Omega \cdot m$)	249
Épaisseur de la 1ère couche (m)	1,2
Résistivité de la 2ème couche ($\Omega \cdot m$)	139
Épaisseur de la 2ème couche (m)	4,8
Résistivité de la 3ème couche ($\Omega \cdot m$)	30

TABLE 2.11 – Les paramètres électriques calculés pour le sol dans la région de la sous station SNCF des Mollettes.

par la formule 2.3.58. Dans la Fig. 2.4.12, on présente l'évolution de l'écart relatif entre ces résistivités apparentes calculées et les résistivités apparentes mesurées, en fonction de l'écartement des électrodes de Wenner. On note que les mesures sont globalement bien modélisées, avec un écart relatif maximal d'environ 2%.

Le fait de ne pas avoir un accès direct aux paramètres du sol réel rend plus difficile la validation des résultats de calcul des méthodes d'optimisation. Cependant, dans la prochaine section nous présenterons une méthode indirecte que nous avons conçue qui permet de vérifier que le sol que nous avons modélisé possède le même comportement électrique que le sol réel.

2.4.3.3 Validation par calcul-mesure de la résistance de prise de terre d'une électrode

Pour modéliser le comportement électrique du sol, il est nécessaire de connaître les paramètres électriques des couches. Dans les cas pratiques on n'a pas accès directement à ces valeurs, on doit passer par des méthodes indirectes de mesure et des méthodes inverses de calcul.

De plus, il s'avère que le manque d'accès direct aux paramètres des couches de sol pose un problème pour la validation des résultats de calcul. Pour contourner cette difficulté, nous proposons ici une méthode indirecte pour la validation des résultats de calcul des paramètres de sol multicouche. Cela permet d'assurer que le sol modélisé présente le même comportement électrique que le sol réel.

La méthode consiste à faire une comparaison entre la mesure et le calcul d'une autre grandeur : la résistance de prise de terre. D'abord, on réalise, sur le terrain où l'on a effectué les mesures de Wenner, une mesure de la résistance de prise de terre d'une électrode quelconque. Ensuite, en utilisant le sol modélisé par les méthodes d'optimisation, nous calculons la résistance de cette même prise de terre. Cette méthode est schématisée sur la Fig. 2.4.10. Le but est alors de comparer ces deux

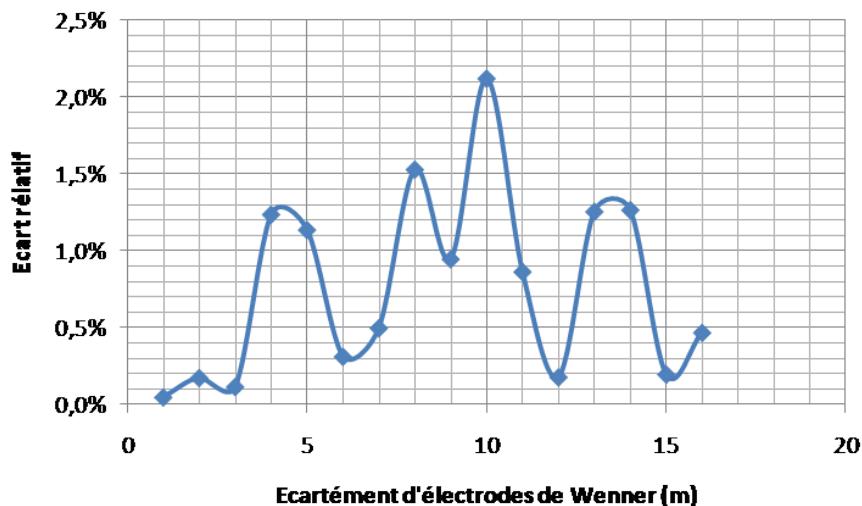


FIGURE 2.4.12 – Écart relatif, pour chaque point de mesure, entre les résistivités apparentes mesurées et les résistivités apparentes calculées pour le sol multicouche optimisé.

valeurs de façon à quantifier l'écart du comportement électrique du sol calculé par rapport au sol mesuré.

L'électrode que nous avons utilisée pour la mesure consiste en un cylindre de 59 cm de longueur (partie enterrée) et de 2 cm de diamètre. Pour la mesure de la résistance de prise de terre, nous avons utilisé le même contrôleur de terre et de résistivité qui a été utilisé pour les mesures de résistivité apparente de Wenner (voir Fig. 2.4.4). Cet outil permet, en effet, de réaliser une mesure de résistance de prise de terre par la méthode des 62% (pour plus de détails, voir Annexe C et [78]).

La résistance de prise de terre que nous avons mesurée est la suivante :

$$R_{terre_mesurée} = 194 \Omega \quad (2.4.1)$$

En ce qui concerne le calcul, nous avons construit le sol comme celui défini dans le tableau 2.11. L'électrode a été modélisée comme étant isolée du sol dans toutes ses surfaces latérales, la seule région d'échange avec le sol étant sa surface inférieure. Cela permet de prendre en compte l'espace vide qui est créé sur les surfaces latérales lorsque l'électrode est enfoncée dans le sol, ce qui est illustré sur la Fig. 2.2.2.

La résistance de prise de terre calculée est la suivante :

$$R_{terre_calculée} = 196,7 \Omega \quad (2.4.2)$$

Cela représente un écart relatif entre calcul et mesure d'environ 1,4%, ce qui est plus faible que les incertitudes liées aux mesures.

Dans le cas où les surfaces latérales de l'électrode ne sont pas isolées du sol, la résistance de prise de terre calculée est égal à 75,5 Ω. Cela représente un écart relatif de plus de 60% par rapport à la valeur mesurée, ce qui nous indique qu'en

effet les surfaces latérales d'une électrode enfoncée dans le sol ne participent pas à l'échange de courant avec ce dernier.

Bien que l'on ne puisse pas affirmer que la modélisation du sol est fidèle à la réalité des matériaux qui composent ce dernier, ce résultat nous suggère que le sol modélisé présente le même comportement électrique que le sol mesuré.

2.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté une méthode de reconstruction de paramètres de couches de sol à partir de mesures de résistivité apparente de sol par la méthode de Wenner.

Nous avons tout d'abord montré que les résistivités obtenues directement par la méthode de Wenner ne peuvent pas être utilisées directement dans un modèle de sol. Ces résistivités sont une sorte de moyenne des vraies résistivités des constituants du sol et dépendent de l'écartement entre les électrodes de Wenner. En effet, un écart important a été trouvé pour la résistance de prise de terre d'une électrode verticale lorsqu'un modèle homogène de sol a été utilisé, par rapport au sol complet multicouche.

Pour retrouver les bonnes résistivités de sol, il est nécessaire de passer par un calcul inverse formulé comme un problème d'optimisation. Nous avons alors présenté une introduction aux algorithmes utilisés, en l'occurrence les algorithmes génétiques et les algorithmes à recherche par motifs (*pattern search*), ainsi qu'une description théorique de la méthode d'optimisation hybride utilisée.

Une simulation par éléments finis a été initialement utilisée pour valider cette méthode d'optimisation. La méthode de Wenner a ainsi été simulée sur un sol à deux couches et un sol à trois couches. Nous avons montré que l'algorithme génétique est suffisant pour retrouver les paramètres de couche de sol uniquement lorsque le sol est de simple constitution, comme un sol à deux couches par exemple. Pour le sol à trois couches simulé, nous avons montré que la méthode *pattern search* est essentielle pour retrouver les bonnes valeurs des paramètres des couches de sol.

Il est tout de même important de souligner que pour n'importe quelle méthode d'optimisation, il est nécessaire d'avoir un nombre suffisamment élevé de données d'entrée. Cela revient à dire que plus grand est le nombre de mesures de Wenner effectuées, plus précis et rapide est le calcul d'optimisation.

Nous avons ensuite présenté des résultats de mesure de résistivité apparente dans deux contextes différents : dans la région de Nîmes-Montpellier et dans la région de Chambéry. Puisque l'on ne connaît pas au préalable le sol sur lequel les mesures de Wenner ont été effectuées, les résultats de calcul des paramètres de couche n'ont pas pu être directement validés.

Néanmoins, nous avons proposé, pour la deuxième série de mesures, une méthode indirecte de validation des calculs. Dans cette même zone, la résistance de prise de terre d'une électrode particulière a été mesurée. Ce résultat de mesure a été ensuite comparé avec le calcul de la résistance de prise de terre de la même électrode, mais cette fois-ci modélisée comme étant enterrée dans le sol multicouche construit par la méthode hybride d'optimisation. Le très faible écart relatif entre la valeur calculée

et la valeur mesurée nous conduit à affirmer que la méthode que nous avons utilisée est correcte.

Chapitre 3

Le calcul des EPS par une méthode hybride

3.1 Introduction

L’élévation de potentiel de sol (EPS) est une conséquence directe de la présence d’un champ électrique dans le sol, ce qui engendre un déplacement de charges électriques présentes. Le sol étant globalement naturellement neutre, ce phénomène est induit par des couplages avec des sources extérieures. Ces couplages peuvent être d’ordre magnétique, où le sol vient se coupler avec le champ magnétique qui est émis par un conducteur alimenté en courant, d’ordre capacitif, par couplage avec le champ électrique statique produit par un conducteur chargé isolé, ou bien d’ordre électrique, par couplage avec un conducteur alimenté directement mis en contact avec le sol.

La présence d’autres conducteurs, et en particulier des conducteurs ferroviaires, dans la région de l’EPS peut changer l’intensité et la distribution de ce courant électrique. Il est donc essentiel de les prendre en compte lors d’une modélisation des EPS. L’interaction entre ces conducteurs et l’EPS se traduit par deux phénomènes différents. Premièrement, une interaction uniquement « passive » : les conducteurs subissent l’EPS, ce qui provoque une élévation de potentiel dans les conducteurs eux-mêmes. Deuxièmement, une interaction « active » : les conducteurs produisent un effet d’écran vis-à-vis de l’élévation de potentiel de sol. Le potentiel effectif au niveau du sol est ainsi diminué en intensité car une partie de l’énergie électrique est dirigé vers les conducteurs enterrés.

Dans le présent chapitre, nous présentons une méthode hybride pour le calcul du potentiel et du courant dans les conducteurs et dans le sol. Cette méthode consiste en deux grandes étapes de calcul, présentées séparément dans les prochaines sections.

Premièrement, les coefficients de couplage inductif et conductif pour tous les conducteurs présents sont calculés par la méthode des éléments finis. La présence du sol conducteur est prise en compte dans le modèle. Aussi, nous profitons de la symétrie le long du système ferroviaire pour réaliser ce calcul uniquement dans une coupe à deux dimensions perpendiculaire aux conducteurs ferroviaires, ce qui nous permet de diminuer le temps de calcul. Les coefficients calculés sont donc

linéiques.

Ensuite, à partir d'une méthode qui utilise la théorie des circuits, les conducteurs sont modélisés sur toute leur longueur. Cela nous permet de prendre en compte la troisième dimension dans le modèle. Chaque conducteur est divisé en plusieurs tronçons, dont la longueur est une fonction de la précision que l'on souhaite. Les paramètres électriques et magnétiques des tronçons sont des multiples des coefficients linéaires calculés par les éléments finis. Le potentiel sur chacun des tronçons est ainsi calculé, ainsi que tous les échanges de courant entre conducteurs et entre conducteurs et le sol.

Pour calculer le potentiel électrique dans un point quelconque du sol, il est nécessaire de le prendre en compte comme un conducteur à part entière. Or, jusque là le sol a été pris en compte comme étant un milieu qui modifie les coefficients magnétiques et électrique des conducteurs et en même temps comme étant un conducteur qui permet d'écouler le courant électrique par sa présence. Afin de s'affranchir de cette contrainte, nous proposons d'utiliser un modèle éléments finis à 3 dimensions qui prend en compte à la fois le sol et les conducteurs enterrés. Le potentiel électrique au niveau des conducteurs est celui calculé par le schéma circuits. Cette modélisation est réalisé à petite échelle, uniquement dans la région où l'on souhaite calculer le potentiel de sol.

3.2 Le calcul des coefficients de couplage en présence du sol

3.2.1 Introduction

Le sol est un milieu conducteur dont le volume est beaucoup plus important que celui d'un autre élément conducteur métallique quelconque. Il est donc dans la pratique considéré comme étant un milieu semi-infini (un demi-espace). Comme tout autre conducteur, le sol est sujet à des effets de couplage magnétique et électrique avec des conducteurs de son environnement [16]. Cela signifie que, lorsqu'un conducteur alimenté en courant alternatif est à proximité du sol, un courant électrique est engendré sur ce dernier dû à l'induction magnétique. De même, lorsqu'un conducteur alimenté est connecté au sol, un couplage électrique se produit et une partie du courant tend à circuler dans le sol.

La présence du sol a aussi un impact sur les conducteurs à proximité. En fonction du type de sol et de leur éloignement par rapport au sol, le comportement électrique des conducteurs est modifié en raison des couplages. Cette modification est alors spécifique à chaque configuration des conducteurs et du sol lui-même.

Lorsque l'on traite des problèmes de modélisation de tension et courant dans les conducteurs, la présence de ces phénomènes de couplage avec le sol n'est pas négligeable. Bien que le sol ait une conductivité de quelques ordres de grandeurs plus faible que celle des métaux, ce qui réduit les couplages et laisse penser que son effet sur la tension et le courant sur les conducteurs est dérisoire, son grand volume augmente malgré tout l'importance des couplages.

Dans la Fig. 3.2.1 on voit un exemple qualitatif du couplage magnétique entre deux conducteurs filaires en présence du sol dans un calcul en deux dimensions par éléments finis. Le conducteur filaire de gauche est soumis à une densité de courant externe, perpendiculaire à l'image, de 100 A/m^2 et à la fréquence de 500 Hz . Les couleurs sur l'image représentent l'intensité du champ magnétique dans l'air et dans le sol. On voit qu'une partie de ce champ magnétique se couple avec le deuxième conducteur filaire, celui de droite, alors qu'une autre partie pénètre dans le sol. Cela engendre un courant électrique non seulement dans le deuxième conducteur filaire mais aussi dans le sol, ce que l'on peut voir sur la courbe dans la Fig. 3.2.2. .

Dans la section 3.2.2, nous allons présenter un résumé de toutes les étapes de calcul des coefficients de couplage par la méthode des éléments finis. Cela s'applique tant pour les coefficients magnétiques que pour les coefficients électriques.

Dans la section 3.2.3, nous allons présenter la méthode qui a été utilisée pour le calcul des coefficients magnétiques des conducteurs : l'inductance propre et l'inductance mutuelle. Cette méthode est ensuite utilisée pour le calcul des coefficients magnétiques dans différentes configurations théoriques, ce qui est présenté dans la section 3.2.4.

Dans la section 3.2.5, on présentera la méthode utilisée pour le calcul des coefficients de conduction : le coefficient électrique propre et le coefficient électrique mutuel. Ces aspects ont été discutés dans la section 1.2.3. Le coefficient électrique propre est aussi appelé résistance de prise de terre, puisqu'il représente l'échange

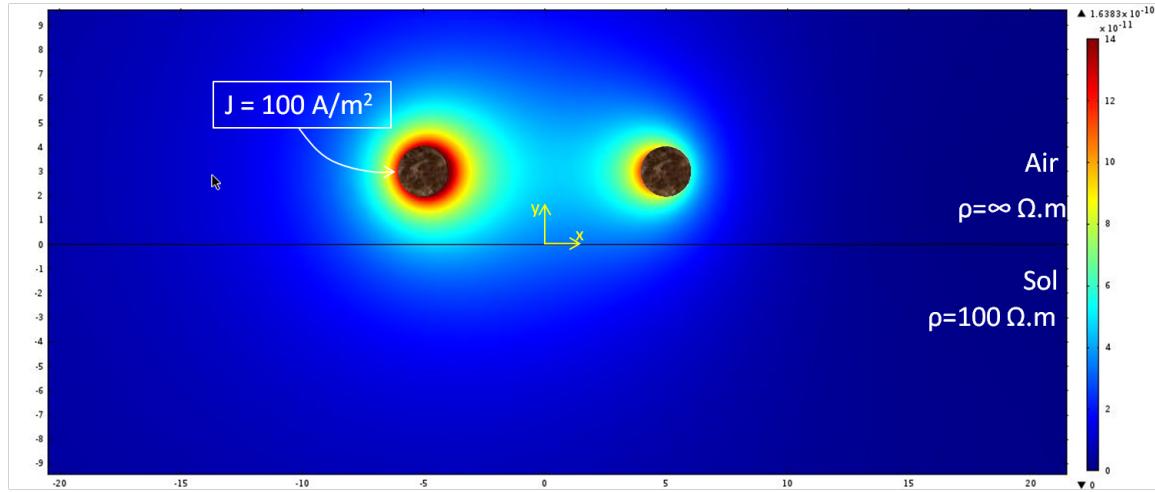


FIGURE 3.2.1 – Illustration qualitative du couplage magnétique entre conducteurs en présence du sol. Les couleurs représentent l'intensité du champ magnétique.

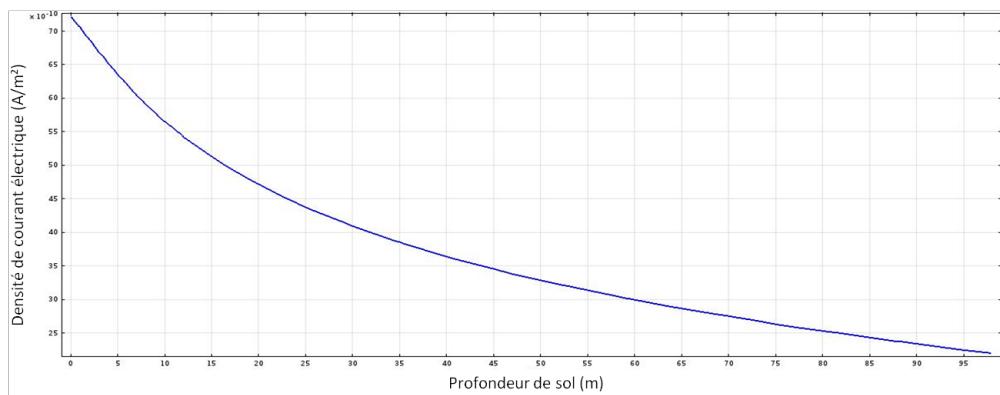


FIGURE 3.2.2 – Densité de courant induit dans le sol en fonction de sa profondeur pour la configuration de conducteurs de la Fig. 3.2.1. Le courant a été calculé pour des points le long d'une droite dans la direction y et de coordonnée x=0.

de courant entre un conducteur et le sol, sans faire intervenir les autres conducteurs voisins (voir aussi la section 1.2.2). Le coefficient électrique mutuel représente en réalité une conductance, c'est à dire la capacité entre deux conducteurs d'échanger du courant électrique entre eux via l'impédance commune qui est, en l'occurrence, le sol. Cette méthode est ensuite appliquée pour le calcul des coefficients électriques dans différentes configuration théoriques, ce qui est présenté dans la section 3.2.6.

Les méthodes de calcul des coefficients de couplage que l'on utilise ont l'avantage de nous permettre de nous passer du calcul du courant et de la tension sur le sol. L'effet du sol est pris en compte directement sur les paramètres d'induction et de conduction des conducteurs. Par exemple, lorsque l'on utilise cette méthode pour calculer l'induction magnétique propre (self) d'un conducteur à proximité du sol, la valeur calculée est égale à celle du conducteur placé dans le vide additionnée d'un facteur proportionnel à l'induction mutuelle entre ce conducteur et le sol.

Pour bien comprendre cette démarche, il est utile de penser que le sol n'est plus considéré comme un conducteur, mais plutôt comme partie intégrante de l'espace dans lequel les autres conducteurs sont plongés. Sa présence affecte directement les paramètres d'impédance propre et mutuelle des conducteurs.

Plusieurs formules analytiques existent dans la littérature qui nous permettent de calculer les coefficients magnétiques des conducteurs d'une certaine géométrie en présence d'un sol multicouches (voir en particulier les travaux de Tsiamitros [79, 44, 45], ainsi que les travaux de Deri [80]). Cependant, certains conducteurs du système ferroviaire sont conçus spécifiquement pour ce système et présente des caractéristiques souvent complexes, difficiles à prendre en compte avec une méthode analytique.

Pour les coefficients électriques, les formules analytiques sont beaucoup moins nombreuses. On ne les trouve que pour des situations simples, comme par exemple les formules de résistance de prise de terre dans un sol homogène, présentées dans le chapitre 2.

Dans les deux cas, cependant, le domaine particulier d'application des calculs de couplage (domaine ferroviaire) demande l'utilisation d'une méthode qui soit plus souple, capable de prendre en considération différents conducteurs dans un espace hétérogène. C'est dans ce but que nous nous sommes tournés vers le calcul numérique, et plus particulièrement la méthode des éléments finis. Dans cette optique, nous avons opté pour utiliser le logiciel de calculs par éléments finis Comsol Multiphysics® [81].

3.2.2 Démarche de calcul

La démarche de calcul des coefficients de couplage par la méthode des éléments finis sur Comsol se résume en cinq parties principales :

1. Définition de la géométrie du problème : tous les éléments, conducteurs ou pas, qui constituent le modèle sont dessinés dans leurs respectives coordonnées.
2. Choix des paramètres électriques et magnétiques, définition des conditions initiales et aux frontières : pour chaque élément, des paramètres électriques et magnétiques sont attribués ; aux frontières du modèle, nous avons utilisé

la condition limite des *éléments infinis* (voir [82] et plus particulièrement les travaux de Bettess [83, 84]) pour simuler la décroissance du potentiel à l'infini.

3. Construction du maillage : le maillage doit être ajusté manuellement en fonction de la taille et de l'éloignement des conducteurs.
4. Résolution des équations différentielles dans l'espace des mailles.
5. Post-traitement des données pour le calcul des coefficients électriques et magnétiques.

Le cycle composé des quatre premières parties de la méthode est effectué directement sur l'interface du logiciel. Il doit être répété pour chaque paire de conducteurs, tant pour le calcul des coefficients magnétiques que pour le calcul des coefficients électriques, car la méthode de calcul est différente selon la situation. A la suite de ce cycle, nous avons accès aux valeurs de courant et tension sur tous les conducteurs.

C'est dans la cinquième partie que l'on calcule, en fonction des courants et tensions fournis par les autres parties, les coefficients électriques et magnétiques. Les formules de calcul utilisées sont présentées dans les sections 3.2.3 et 3.2.5.

Dans la Figure 3.2.3 on voit un exemple de construction de maillage pour un calcul de l'induction mutuelle entre conducteurs. Dans cet exemple, le sol est composé de 4 couches parallèles, que l'on voit sur le schéma en couleur à gauche de l'image. Deux câbles perpendiculaires enterrés sont aussi présents. On remarque, au delà du domaine du sol, la présence d'une couche verticale et régulière. Cela représente la couche des éléments infinis pour simuler la décroissance à l'infini du potentiel, en évitant donc la réflexion sur les interfaces extérieures du modèle [83].

Dans cet exemple les premières couches ont été limitées en largeur à une valeur de 80% de la largeur totale du domaine. Cela a été fait pour améliorer la convergence et limiter le temps total de calcul. Des essais dans différentes configurations ont été réalisés pour vérifier que cette approximation ne modifie pas les résultats finaux.

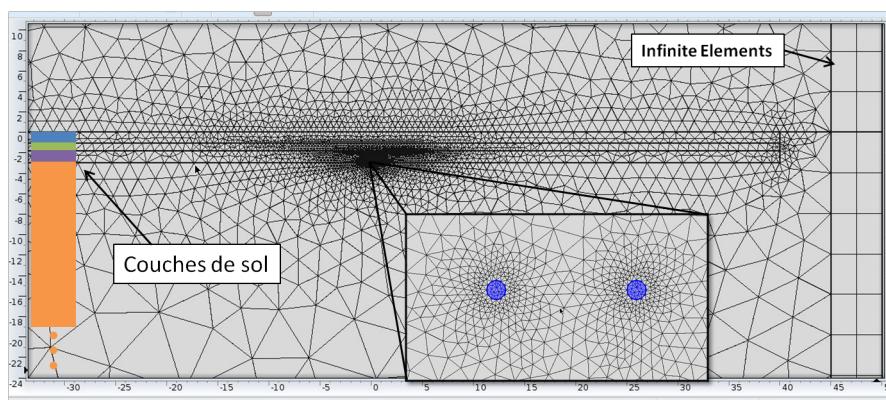


FIGURE 3.2.3 – Exemple de maillage pour deux conducteurs enterrés dans un sol à quatre couches. A droite, on remarque les éléments infinis.

Ayant calculé les courants et tensions dans tous les conducteurs du modèle, le calcul des coefficients de couplage peut être réalisé. Dans les deux prochaines sections on présente la méthode et les formules utilisées pour cette étape.

3.2.3 Les coefficients magnétiques : développement théorique

Les coefficients magnétiques que nous calculons sont les inductances propres de chaque conducteur et les inductances mutuelles entre chaque paire de conducteurs. Ils sont ensuite regroupés dans une matrice d'inductance linéaire, notée \mathbf{L} . L'élément de la i - ème ligne et j - ème colonne, noté L_{ij} , représente le coefficient d'inductance mutuelle linéaire entre les i - ème et j - ème conducteurs. Un élément L_{ii} de la diagonale représente, à son tour, le coefficient d'inductance propre linéaire du i - ème conducteur.

Nous avons réalisé le calcul de ces coefficients en réalisant initialement, par éléments finis, le calcul de trois grandeurs différentes : le flux magnétique, la densité de courant et l'énergie. Cela nous permet d'avoir trois méthodes différentes pour ce calcul. Chacune de ces méthodes est décrite ci-dessous.

Le Flux Magnétique

Prenons un système composé de N conducteurs parallèles entre eux et parallèles à la surface du sol. Lorsque ils sont traversés par un courant électrique, ces conducteurs sont couplés entre eux par le champ magnétique créé dû au passage du courant.

On suppose que le conducteur i est à retour par le sol, c'est à dire que ses extrémités sont connectées au sol. Sur la Fig. 3.2.4 on définit la surface G_i et son contour orienté ζ_i . Les segments \overline{ab} et \overline{cd} ont une longueur infinitésimale dz , alors que les segments \overline{bc} et \overline{da} tendent vers l'infini.

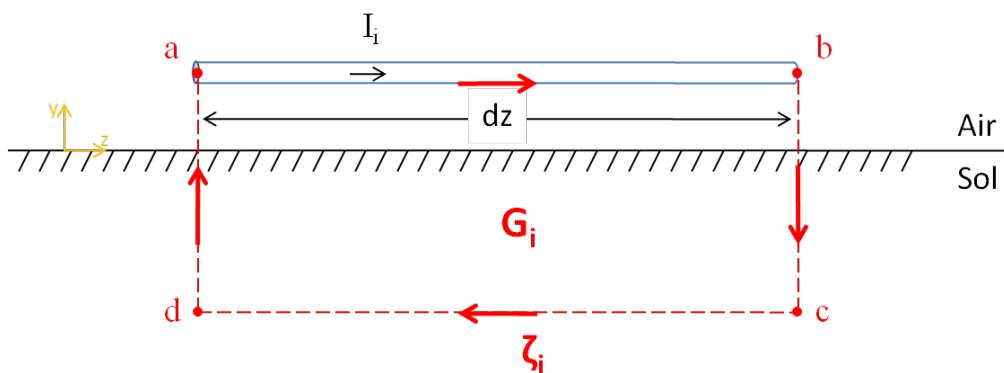


FIGURE 3.2.4 – Surface de circulation de courant sur le conducteur i .

Par l'équation de Maxwell-Faraday, on peut écrire que :

$$\int_{\zeta_i} \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int_{G_i} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \vec{n} ds \quad (3.2.1)$$

où \vec{n} est un vecteur unitaire perpendiculaire à la surface G_i , et l'intégrale du champ électrique se réalise sur toute la frontière ζ_i

Le membre gauche de l'équation 3.2.1 peut s'écrire en fonction de tous les segments qui composent le chemin ζ_i :

$$\int_{\zeta_i} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l} + \int_b^c \vec{E} \cdot d\vec{l} + \int_c^d \vec{E} \cdot d\vec{l} + \int_d^a \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad (3.2.2)$$

On suppose que les extrémités du conducteur, et donc les connexions entre le conducteur et le sol, sont très éloignées. On peut alors supposer que le courant dans le sol est parallèle au conducteur. De ce fait, les intégrales sur les segments \overline{bc} et \overline{da} sont nulles :

$$\int_b^c \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_d^a \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 \quad (3.2.3)$$

Puisque le segment \overline{cd} est infiniment éloigné de la surface du sol, le champ électrique y est nul. L'intégrale sur le segment \overline{cd} est aussi nulle :

$$\int_c^d \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 \quad (3.2.4)$$

L'intégrale le long du segment \overline{ab} peut s'écrire en fonction du gradient du potentiel électrique :

$$\int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int_a^b \vec{\nabla}V \cdot d\vec{l} \quad (3.2.5)$$

On suppose que le champ électrique à l'intérieur du conducteur est parallèle à celui là, ce qui revient à dire que l'on néglige les courants de Foucault. On peut alors écrire :

$$\int_a^b \vec{\nabla}V \cdot d\vec{l} = V(b) - V(a) \quad (3.2.6)$$

On définit le point a comme étant sur la cordonnée z , et le point comme étant sur la cordonnée $z + dz$. D'après les équations 3.2.6, 3.2.5, 3.2.4, 3.2.3 et 3.2.2 on aura :

$$\int_{\zeta_i}^b \vec{E} \cdot d\vec{l} = -V(z + dz) + V(z) \quad (3.2.7)$$

Le membre du côté droit de l'équation 3.2.1 peut s'écrire en fonction du flux ϕ_i du champ magnétique qui traverse la surface G_i :

$$\int_{G_i} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \vec{n} ds = \frac{d}{dt} \int_{G_i} \vec{B} \cdot \vec{n} ds = \frac{d\phi_i}{dt} \quad (3.2.8)$$

Le flux ϕ_i est une fonction du champ magnétique produit par le courant qui circule dans le conducteur i et aussi dans tous les autres conducteurs présents dans son environnement. Autrement dit :

$$\phi_i = \phi_{ii} + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^N \phi_{ik} \quad (3.2.9)$$

où ϕ_{ik} est le flux produit par le conducteur k sur la surface G_i définie en fonction du conducteur i .

L'inductance linéique est définie comme le rapport entre le flux embrassé par la surface et le produit entre le courant traversé par le conducteur générant un tel flux et la longueur du conducteur induit. Autrement dit :

$$L_{ik} = \frac{1}{dz} \cdot \frac{\phi_{ik}}{I} \Rightarrow \phi_{ik} = L_{ik} \cdot dz \cdot I_k \quad (3.2.10)$$

L'équation 3.2.8 s'écrit alors comme :

$$\int_{G_i} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \vec{n} ds = \left(L_{ii} \frac{dI_i}{dt} + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^N L_{ik} \frac{dI_k}{dt} \right) dz \quad (3.2.11)$$

D'après les équations 3.2.1, 3.2.7 et 3.2.11 on a alors :

$$-V(z + dz) + V(z) = - \left(L_{ii} \frac{dI_i}{dt} + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^N L_{ik} \frac{dI_k}{dt} \right) dz \quad (3.2.12)$$

Pour la limite ($dz \rightarrow 0$) on a alors :

$$\frac{\partial V_i}{\partial z} = L_{ii} \frac{dI_i}{dt} + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^N L_{ik} \frac{dI_k}{dt} \quad (3.2.13)$$

où $\frac{\partial V_i}{\partial z}$ est la tension induite par unité de longueur sur le conducteur i .

Pour simplifier, on restreint notre système à deux conducteurs uniquement, que l'on note i et j . Alors, pour une pulsation ω fixe, on peut réécrire l'équation 3.2.13 comme :

$$\frac{\partial V_i}{\partial z} = -j\omega (L_{ii}I_i + L_{ij}I_j) \quad (3.2.14)$$

Pour alléger la notation, le terme $\frac{\partial V_i}{\partial z}$ de la tension induite par unité de longueur sera noté V_i . Lorsque l'on met en évidence le terme de couplage, on trouve alors :

$$L_{ij} = -L_{ii} \frac{I_i}{I_j} - \frac{1}{j\omega} \frac{V_i}{I_j} \quad (3.2.15)$$

Comme décrit précédemment, la tension induite par unité de longueur est aussi définie en fonction de la variation temporelle du flux magnétique, que l'on peut exprimer par :

$$V_i = \frac{1}{dz} \frac{d\phi_i}{dt} = \frac{1}{dz} j\omega \phi_i \quad (3.2.16)$$

Le flux magnétique peut, à son tour, être associé à l'intégrale du potentiel vecteur \mathbf{A} sur le contour du conducteur, car :

$$\phi_i = \iint_{G_i} \vec{B} \cdot d\vec{S} = \oint_{\zeta_i} \vec{A} \cdot d\vec{l} \quad (3.2.17)$$

Dans cette expression, nous avons utilisé la relation entre le champ magnétique et le potentiel vecteur, à savoir :

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \quad (3.2.18)$$

Puisque le potentiel vecteur est parallèle au conducteur, son intégrale peut, à son tour, s'écrire comme étant égale à un potentiel vecteur moyen défini sur la surface transverse multiplié par la longueur dz du conducteur dans la boucle ζ_i . Autrement dit :

$$\oint_{C_i} \vec{A} \cdot d\vec{l} = dz \cdot \overline{A_{z_i}} \quad (3.2.19)$$

De ce fait, en combinant les équations 3.2.15, 3.2.16, 3.2.17 et 3.2.19, la mutuelle entre les conducteurs i et j peut être écrite par l'équation suivante :

$$L_{ij} = L_{ii} \frac{I_i}{I_j} - \frac{\overline{A_{z_i}}}{\overline{A_{z_j}}} \quad (3.2.20)$$

L'intérêt de cette manipulation vient du fait que le potentiel vecteur moyen sur la surface transverse S_i peut être facilement calculée sur Comsol.

Aussi, les valeurs de courant qui circulent dans les conducteurs sont calculées par Comsol comme l'intégrale de la densité de courant sur la surface transversale du conducteur :

$$I_j = \iint_{S_i} \vec{J}_i \cdot d\vec{S} \quad (3.2.21)$$

où S_i est la surface transverse à la direction de la diffusion de courant dans le conducteur.

Dans l'équation 3.2.20 l'inductance propre L_{ii} n'est pas directement calculée par les éléments finis. Pour la connaître, il est nécessaire de passer par une étape supplémentaire de calcul où on cherche à isoler le conducteur i dans la simulation. Pour le faire, on doit effectuer une nouvelle modélisation par la méthode des éléments finis, mais cette fois en n'incluant que le conducteur i . Cela doit être répété pour l'ensemble de conducteurs.

Dans ce cas particulier, l'équation 3.2.13 s'écrit simplement comme :

$$V_i = L_{ii} \frac{dI_i}{dt} \quad (3.2.22)$$

Ou alors, pour une fréquence ω donnée :

$$L_{ii} = \frac{1}{j\omega} \frac{V_i}{I_i} \quad (3.2.23)$$

Comme dans le cas du calcul de l'inductance mutuelle, la tension induite par unité de longueur est relié à l'intégrale du potentiel vecteur par les équation 3.2.16 et 3.2.17, ou alors :

$$L_{ii} = \frac{\overline{A_{z_i}}}{I_i} \quad (3.2.24)$$

La Densité de Courant

Dans cette partie, nous allons aussi supposer la présence d'uniquement deux conducteurs. Le calcul est cependant similaire pour un nombre plus grand de conducteurs.

On part de l'équation 3.2.15 pour le calcul de l'inductance mutuelle, présentée dans le paragraphe précédent. On souhaite trouver une relation entre la tension induite V_i et la densité de courant sur le conducteur i . Pour cela, on utilise la relation suivante, en approximation quasi-statique [85] :

$$\mathbf{J}_S = -\sigma \nabla V \quad (3.2.25)$$

où σ représente la conductivité du conducteur, V est le potentiel électrique, et \mathbf{J}_S est appelé densité de courant source et c'est le courant effectif dans l'approximation quasi statique [86].

Puisque le courant est supposé circuler uniquement dans la direction z , alors on peut réécrire la relation précédente comme :

$$\frac{\partial V}{\partial z} = -\frac{1}{\sigma} J_{S_z} \quad (3.2.26)$$

Comme l'on a vu précédemment, la dérivée $\frac{\partial V}{\partial z}$ représente la variation de tension V le long de la direction z . C'est donc la tension par unité de longueur, que l'on note simplement V_i , pour alléger la notation. Dans le même but, on écrit J_i pour la composante en z de la densité de courant source du conducteur i . Autrement dit, nous avons la relation suivante :

$$V_i = \frac{1}{\sigma_i} J_i \quad (3.2.27)$$

La densité de courant est reliée par la valeur totale de courant, mesurée en unités Ampères, par la formule suivante :

$$\iint_{S_i} J_i ds = I_i \quad (3.2.28)$$

où S_i est la surface du conducteur perpendiculaire au flux de courant.

Si l'on suppose une densité de courant homogène sur S_i [87], alors on peut écrire :

$$J_i = \frac{I_i}{S_i} \quad (3.2.29)$$

De ce fait, la variation de la tension le long de z , notée V_i , devient :

$$V_i = \frac{1}{S_i \sigma_i} I_i \quad (3.2.30)$$

Lorsque l'on remplace l'équation 3.2.30 dans l'équation 3.2.15 on obtient une relation pour la mutuelle :

$$L_{ij} = \left(L_{ii} + \frac{j}{\omega \sigma_i S_i} \right) \frac{I_i}{I_j} \quad (3.2.31)$$

Pour le calcul de l'inductance propre, on part de l'équation 3.2.22, à savoir :

$$V_i = L_{ii} \frac{dI_i}{dt} \quad (3.2.32)$$

On considère que la tension induite par unité de longueur V_i est imposée par une source externe, du type générateur de tension [88]. Elle peut, comme dans l'équation 3.2.27, être rapportée à une densité de courant J_i^e , que l'on appelle densité de courant externe [88]. De ce fait, on aura :

$$V_i = \frac{1}{\sigma_i} J_i^e \quad (3.2.33)$$

Comme pour le calcul de la mutuelle, la densité de courant peut être écrite comme le rapport entre un courant et une surface :

$$J_i^e = \frac{I_i^e}{S_i} \quad (3.2.34)$$

L'inductance propre L_{ii} s'écrit alors comme :

$$L_{ii} = \frac{j}{\omega \sigma_i S_i} \frac{I_i^e}{I_i} \quad (3.2.35)$$

L'Énergie

Pour un ensemble de N conducteurs, l'énergie magnétique W_N qui y est stockée est donnée par la formule suivante [46] :

$$W_N = \sum_{k=1}^N \frac{1}{2} L_{kk} I_k^2 + \sum_{m < n} L_{mn} I_m I_n \quad (3.2.36)$$

Pour alléger la notation, on réduit le problème à celui d'un ensemble de deux conducteurs, que l'on note i et j . On peut alors directement isoler le terme L_{ij} d'inductance mutuelle :

$$L_{ij} = \left(W_2 - \frac{1}{2} L_{ii} I_i^2 - \frac{1}{2} L_{jj} I_j^2 \right) \frac{1}{I_i I_j} \quad (3.2.37)$$

où W_2 représente l'énergie magnétique stockée pour un ensemble de deux conducteurs.

Les variables d'énergie et de courant dans les conducteurs sont calculés directement par la méthode des éléments finis sur Comsol. Pour connaître les inductances propres des conducteurs, il est nécessaire de réaliser un ensemble de simulations supplémentaires où chaque conducteur est pris en compte séparément des autres. Dans ce cas, l'énergie magnétique stockée pour un seul conducteur, que l'on note i , s'écrit comme :

$$W_1 = \frac{1}{2} L_{ii} I_i^2 \quad (3.2.38)$$

L'inductance propre devient alors :

$$L_{ii} = \frac{2W_1}{I_i^2} \quad (3.2.39)$$

Il est important de noter que, bien que cela soit la même notation, la variable courant I_i dans l'équation 3.2.39 ne vaut pas le même que celle de l'équation 3.2.37. Ce sont des quantités de courant calculées dans deux situations différentes, et donc qui n'ont pas la même valeur. Cela est aussi le cas pour les formules dérivées par le calcul de l'intégral du potentiel vecteur et par le calcul de la densité de courant.

Les trois méthodes que nous avons présentées permettent de calculer les mêmes grandeurs, mais par des formules différentes. Le tableau 3.1 fait un rappel des telles formules.

	Inductance propre	Inductance mutuelle
Flux magnétique	$L_{ii} = \frac{A_{z_i}}{I_i}$	$L_{ij} = L_{ii} \frac{I_i}{I_j} - \frac{\bar{A}_{z_i}}{I_j}$
Densité de courant	$L_{ii} = \frac{j}{\omega \sigma_i S_i} \frac{I_i^e}{I_i}$	$L_{ij} = \left(L_{ii} + \frac{j}{\omega \sigma_i S_i} \right) \frac{I_i}{I_j}$
Énergie	$L_{ii} = \frac{2W_1}{I_i^2}$	$L_{ij} = \left(W_2 - \frac{1}{2} L_{ii} I_i^2 - \frac{1}{2} L_{jj} I_j^2 \right) \frac{1}{I_i I_j}$

TABLE 3.1 – Rappel des trois méthodes de calcul des inductances propre et mutuelle des conducteurs.

Dans la prochaine section, nous allons présenter quelques exemples de calcul des coefficients magnétiques. Plus particulièrement, les trois méthodes ici présentées seront comparées avec une méthode théorique et avec une méthode éléments finis en trois dimensions, le but étant premièrement de les valider et deuxièmement de trouver laquelle de trois méthodes est la plus performante.

3.2.4 Les coefficients magnétiques : exemples

Dans cette section, nous allons présenter quelques exemples de calcul des coefficients magnétiques dans des contextes simples et en utilisant les trois formules présentées dans la section précédente. Nous présentons aussi une comparaison avec d'autres méthodes de calcul, rencontrées dans la bibliographie. En particulier, nous utilisons les méthodes suivantes :

- la formule analytique basée sur la méthode de Carson [43, 89].
- un calcul éléments finis réalisé en 3 dimensions avec le logiciel CST [90] et inspiré des travaux de Mora [46].
- dans le cas d'un sol hétérogène, une étape initiale d'homogénéisation du sol, par une méthode proposée par Tsiamitros [91], et ensuite l'application de la même méthode de Carson.

Pour ces trois méthodes, nous nous sommes inspirés sur les travaux de thèse de Mora, réalisés au sein de l'équipe de Compatibilité Électromagnétique de la SNCF [46].

La méthode de Carson a été historiquement la première méthode capable de prendre en compte l'effet du sol sur le calcul d'inductance des conducteurs. Ses formules ont été largement utilisées pendant le siècle dernier. Cependant, il s'avère que cette méthode s'applique uniquement lorsque le sol est homogène. La prise en compte d'un sol hétérogène est dans une certaine mesure possible, mais demande une approximation supplémentaire où une résistivité équivalente de sol est calculée [43].

La méthode de Tsiamitros permet de s'affranchir de certaines limitations de la méthode de Carson. En particulier, ses formules permettent, à partir de la méthode des images, de prendre en compte la présence d'un sol hétérogène.

Le déroulement du calcul par éléments finis en trois dimensions par le logiciel CST a été réalisé de façon similaire à celui présenté dans la section précédente. Les coefficients ont été calculés par la méthode de l'Énergie. Cependant, le fait de prendre en compte une dimension supplémentaire alourdit considérablement les calculs et soulève des difficultés lors de la construction du maillage. En règle général et en fonction du rapport de taille entre les éléments du système, on gagne au moins 3 ordres de grandeur de temps de simulation.

Les configurations que nous avons simulées sont les suivantes :

1. Deux conducteurs aériens sur un sol homogène de résistivité de faible résistivité
2. Deux conducteurs aériens sur un sol à deux couches
3. Un conducteur aérien et un conducteur enterré avec sol à deux couches pour trois configurations différentes des paramètres de sol

Une description plus approfondie, ainsi que les résultats de calcul, sont présentés dans les paragraphes suivants.

Deux conducteurs aériens et sol homogène

Cette configuration a été choisie dans le but d'illustrer le couplage qui peut exister entre les deux conducteurs caténaires du système ferroviaire. Nous avons simulé deux conducteurs aériens, placés à une hauteur h et d'un rayon de $0,1\text{ m}$. Ils sont distants horizontalement de $2,5\text{ m}$.

Dans un premier temps, une étude comparative en fonction de h est présentée. Dans un deuxième temps, nous fixons h à la hauteur moyenne d'une caténaire, c'est à dire 6 m , et nous comparons les résultats des coefficients magnétiques en fonction de la fréquence du courant.

Le sol modélisé est homogène et de très faible résistivité ($\rho = 0.01 \Omega \cdot m$). Dans la Fig. 3.2.5 on trouve un schéma qui résume la configuration calculée.

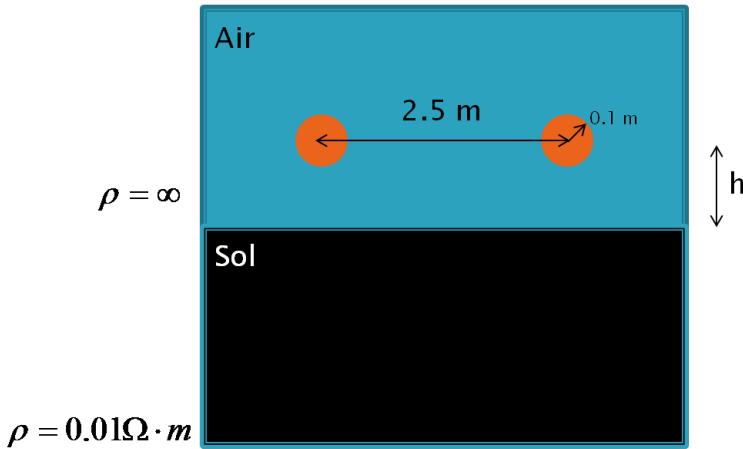


FIGURE 3.2.5 – Schéma des conducteurs pour le calcul des couplages entre conducteurs aériens avec sol homogène.

Lors des simulations par éléments finis, nous avons limité la taille des mailles de façon à ne pas ajouter des erreurs supplémentaires. De ce fait, une étude de convergence des paramètres magnétiques en fonction de la taille des mailles a été réalisé en amont. Cela nous a permis de trouver la taille des mailles optimale pour réduire le temps de simulation.

A l'intérieur des conducteurs, les mailles n'excèdent pas $0,01 m$. Le maillage étant adaptatif, la taille moyenne des mailles croît avec la distance par rapport aux conducteurs. Nous avons trouvé qu'une valeur maximale de $5 m$ était suffisante.

De même, une étude de convergence des paramètres magnétiques en fonction de la taille totale du domaine de simulation a été réalisée en amont. La valeur retenue a été de $400 m$.

Aux frontières du domaine de simulation, une couche dédiée aux « Éléments Infinis » a été ajoutée. Cette couche permet de reproduire la décroissance des champs vers l'infini, ce qui nous permet de limiter le domaine de simulation et donc réduire le temps de simulation.

Dans la Fig. 3.2.6 on trouve les valeurs d'inductances propre linéiques (en H/m) en fonction de la hauteur des conducteurs. Pour les calculer, nous avons utilisé les trois méthodes présentées à la section 3.2.3 ainsi que les formules analytiques par la méthode de Carson, et une simulation éléments finis en trois dimensions par le logiciel CST.

Comme le sol simulé est homogène, les formules analytiques par la méthode de Carson sont suffisamment précises [46]. On suppose alors que plus une autre méthode est proche de celle là, plus elle est précise.

Dans cette logique, lorsque l'on compare les quatre autres méthodes avec les formules de Carson, on trouve :

- pour des valeurs faibles de hauteur de caténaire, la méthode du flux, la méthode du courant et CST donnent des valeurs précises pour l'inductance propre ;

- pour des valeurs importantes de hauteur de caténaire, les méthodes du flux et du courant donnent des valeurs précises pour l'inductance propre ;

Dans cette logique, on voit que malgré l'utilisation d'uniquement deux dimensions de l'espace, les méthodes du flux et du courant par Comsol ne sont pour autant pas limitées en précision par rapport à CST en 3 dimensions. Le gain en précision s'ajoute au gain en temps.

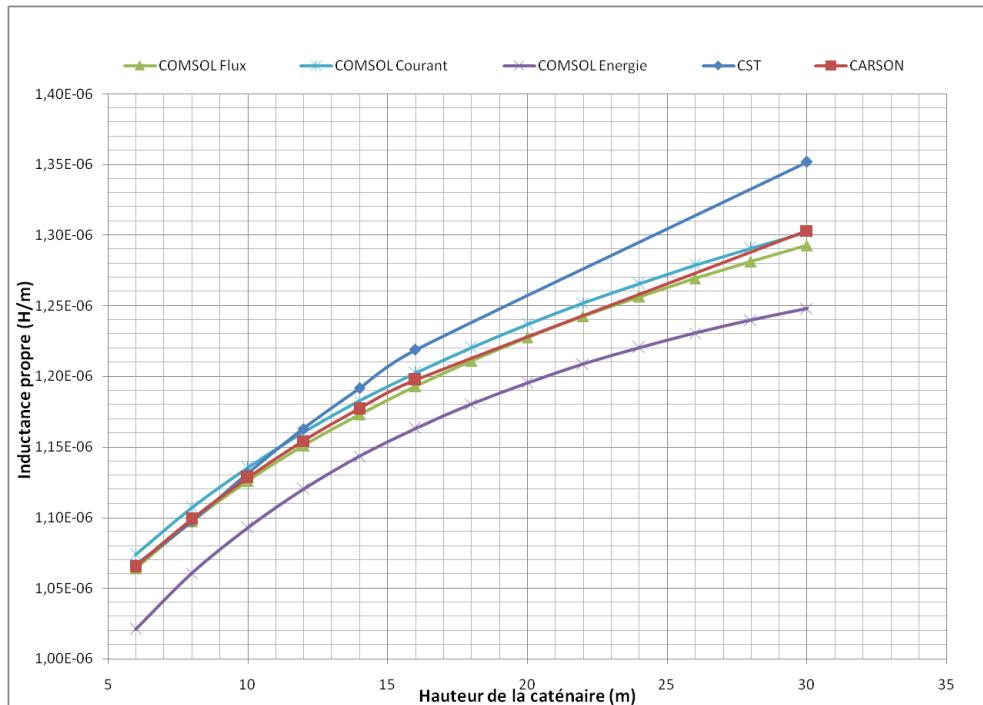


FIGURE 3.2.6 – Inductance propre en fonction de la hauteur de la caténaire.

La Fig.3.2.7 montre les écarts entre les méthodes éléments finis et la méthode analytique de Carson. On voit qu'en effet les méthodes du flux et du courant sont celles qui présentent en moyenne le plus faible écart.

Les résultats de calcul de l'inductance mutuelle entre les conducteurs sont présentés à la Fig. 3.2.8. De façon similaire au calcul de l'inductance propre, ici on voit que la méthode du flux, la méthode du courant et CST sont bien en accord avec la méthode analytique de Carson pour des faibles hauteurs des conducteurs. Pour des hauteurs plus importantes, ce sont les méthodes du flux et du courant qui sont plus en accord avec Carson.

Dans la Fig. 3.2.9 on peut voir les écart relatifs des méthodes par éléments finis par rapport à la méthode analytique de Carson. La méthode du flux est la seule dont l'écart reste en dessous des 3% pour l'ensemble des valeurs de hauteur choisies.

Dans cette thèse, nous nous sommes intéressés à des situations où la fréquence du courant est la même que la fréquence du réseau d'énergie et du réseau ferroviaire, c'est à dire 50 Hz. Cependant, il est souvent nécessaire de traiter des problèmes où des fréquences plus élevées entre en jeu, comme par exemple l'étude de la dispersion des harmoniques dans le réseau.

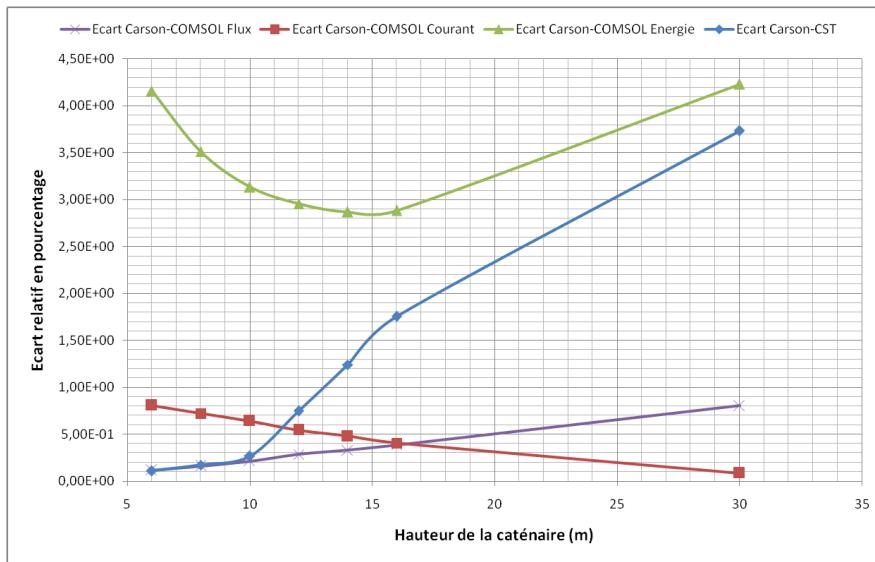


FIGURE 3.2.7 – Écart relatif de l'inductance propre en fonction de la hauteur de la caténaire. Les méthodes par éléments finis sont comparées à la méthode analytique de Carson.

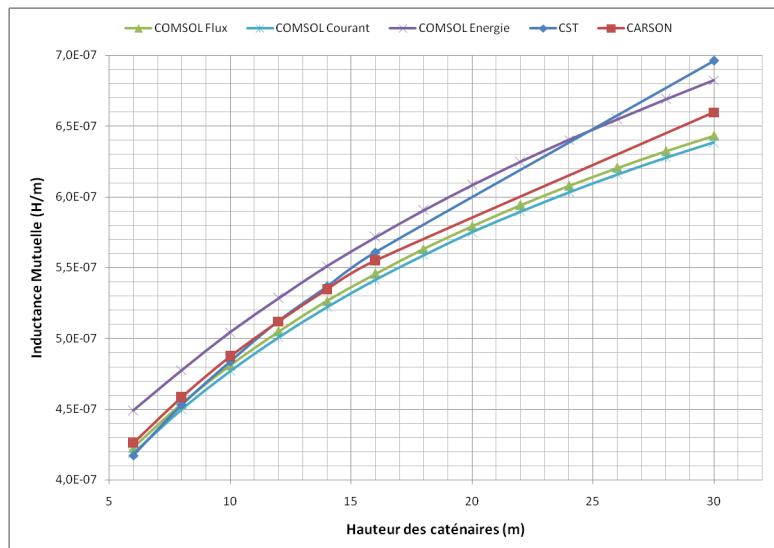


FIGURE 3.2.8 – Inductance mutuelle en fonction de la hauteur de la caténaire.

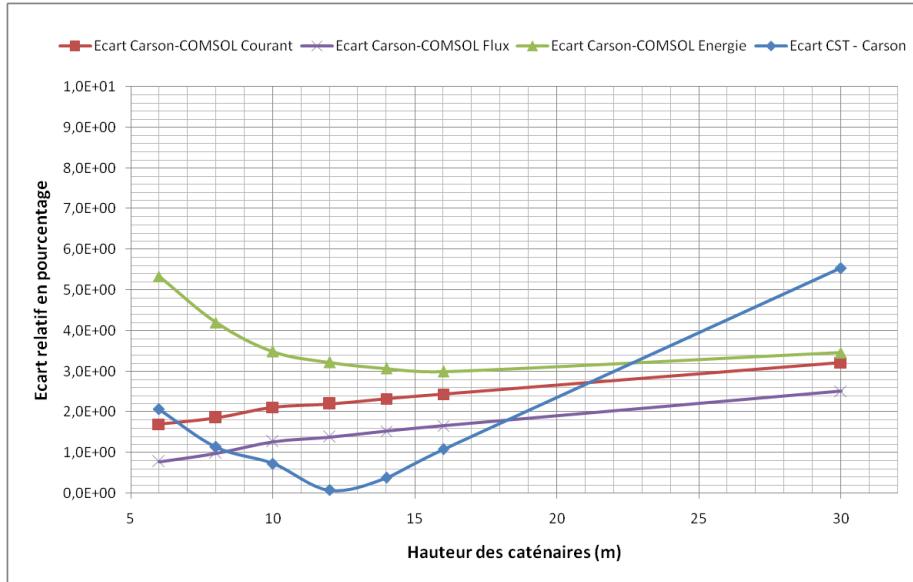


FIGURE 3.2.9 – Écart relatif de l’inductance mutuelle en fonction de la hauteur de la caténaire. Les méthodes par éléments finis sont comparées à la méthode analytique de Carson.

Dans ce sens, pour étendre le domaine d’applicabilité de la méthode, nous avons effectué une étude de comparaison entre les inductances en fonction de la fréquence, à partir de 50 Hz et jusqu’à 5 kHz . La hauteur des conducteurs a été fixée à 6 m . Les résultats sont présentés sur la Fig. 3.2.10.

On remarque le bon accord entre la méthode du Flux et la méthode analytique de Carson sur toute la bande de fréquences. La méthode du courant présente aussi des bons résultats, surtout pour les fréquences les plus élevées.

Dans la Fig. 3.2.11 on présente l’écart relatif entre chacune des méthodes et la méthode analytique de Carson en fonction de la fréquence. On remarque qu’en effet la méthode du flux présente un écart très faible, autour de 0.01% , sur toute la bande de fréquence choisie.

Nous avons aussi calculé les inductances mutuelles en fonction de la fréquence. Ces résultats sont présentés dans la Fig. 3.2.12. On remarque que la méthode du flux est superposée à la méthode analytique de Carson sur la bande de fréquence choisie. La méthode du Courant présente aussi des faibles écarts par rapport à Carson, surtout pour les fréquences les plus élevées.

Cela se confirme par les résultats de l’écart relatif en fonction de la méthode analytique de Carson, présentés sur la Fig. 3.2.13.

Il est important de noter que, pour tous les calculs présentés précédemment, toutes les 4 méthodes par éléments finis sont en bon accord avec la méthode analytique de Carson. Dans aucune des situations analysées il n’y a eu de donnée avec un écart relatif qui excède les 6% . Dans ce sens, toutes les 4 méthodes sont considérées comme étant satisfaisantes.

Nous adoptons pourtant deux critères qui nous permettent de choisir une méthode par rapport aux autres. Ces critères sont les suivants :

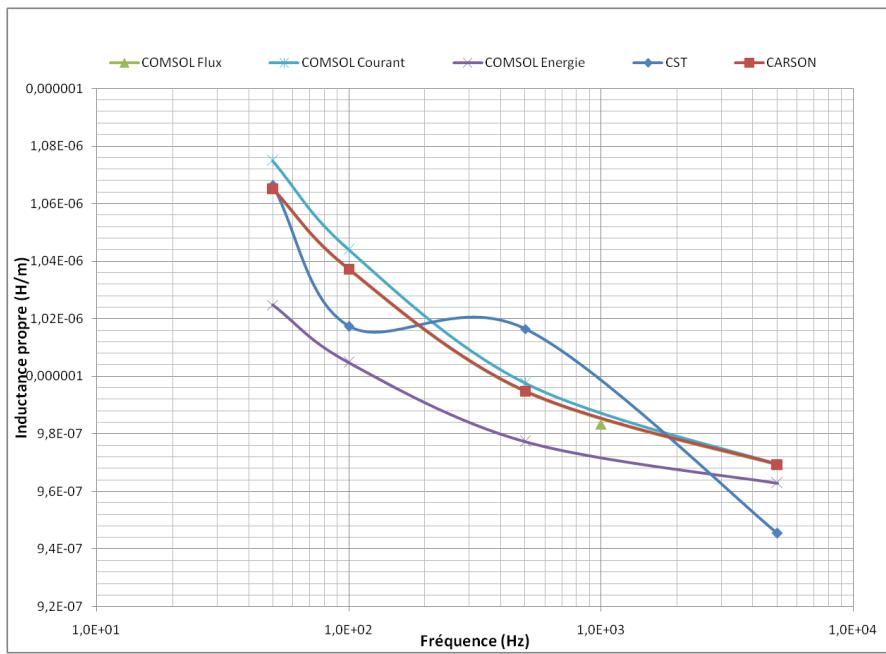


FIGURE 3.2.10 – Inductance propre en fonction de la fréquence du courant.

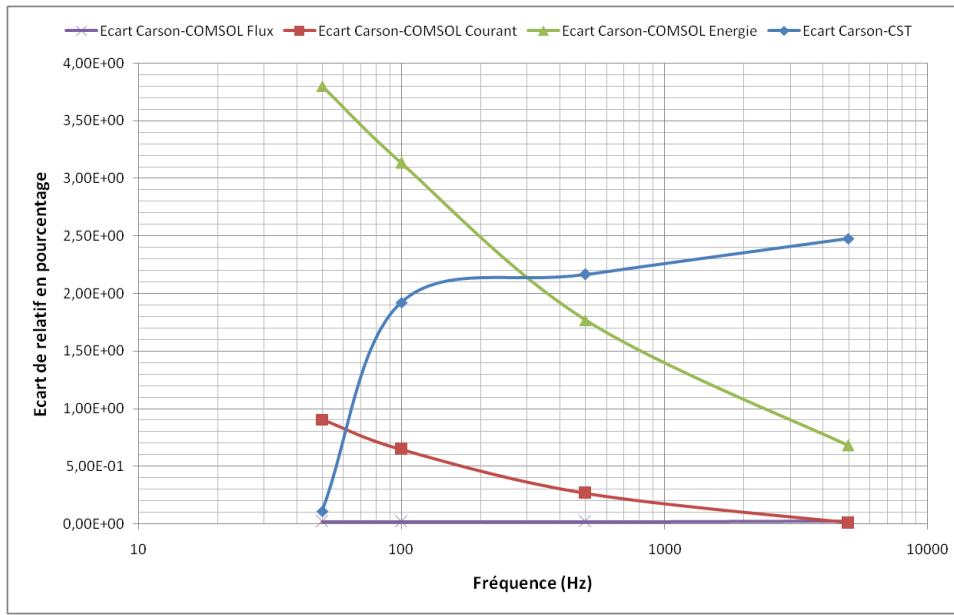


FIGURE 3.2.11 – Écart relatif de l'inductance propre en fonction de la fréquence du courant. Les méthodes par éléments finis sont comparées à la méthode analytique de Carson.

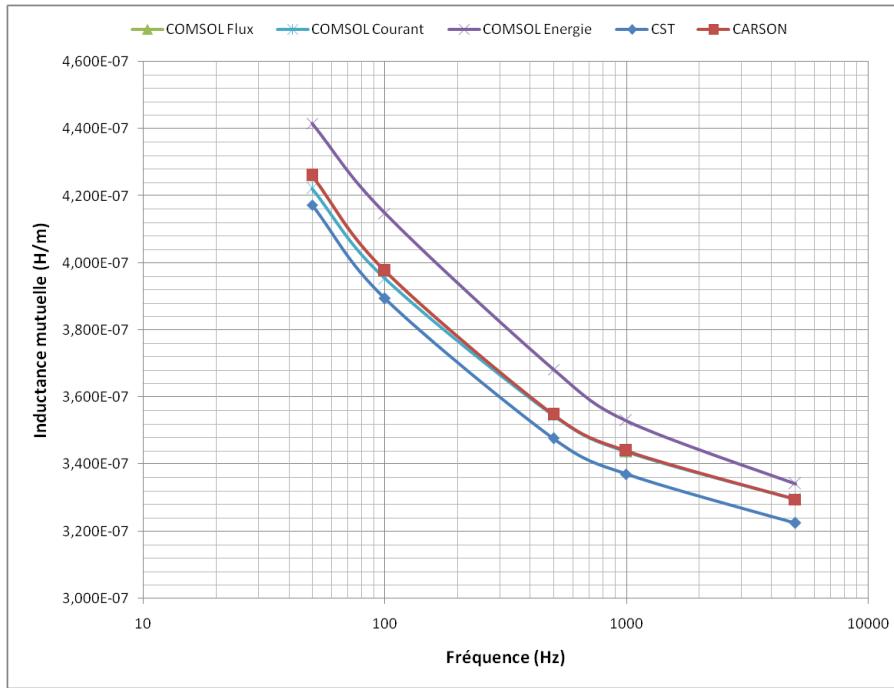


FIGURE 3.2.12 – Inductance mutuelle en fonction de la fréquence du courant.

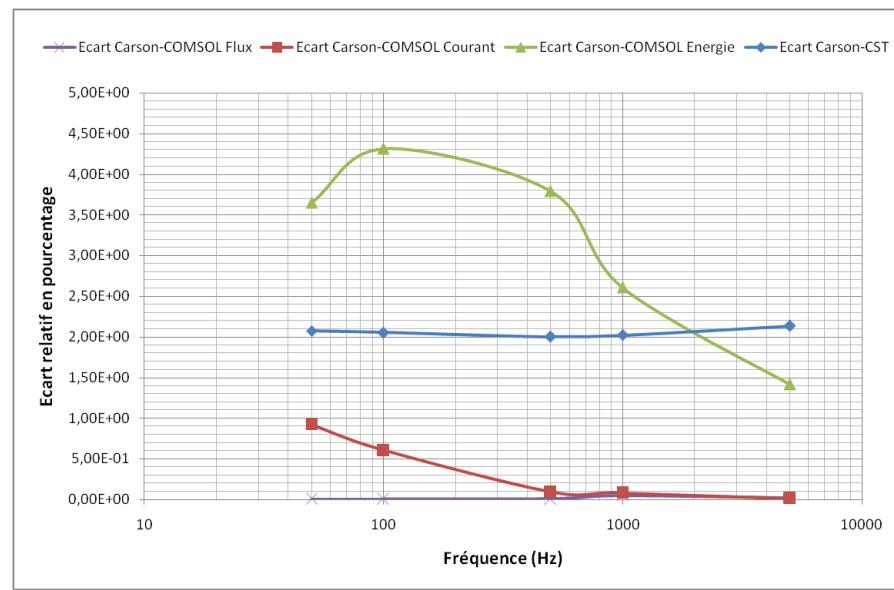


FIGURE 3.2.13 – Écart relatif de l'inductance mutuelle en fonction de la fréquence du courant. Les méthodes par éléments finis sont comparées à la méthode analytique de Carson.

1. Minimisation du temps de calcul ;
2. Minimisation de l'écart relatif par rapport à la méthode analytique de Carson sur un ensemble de simulations dites de « mise au point ». Ces simulations sont réalisées pour des situations plus simples, avec un nombre limité de conducteurs et en présence d'un sol homogène.

Suite à ces critères utilisés et en fonction de la discussion des résultats présentée, nous avons opté pour l'utilisation de la méthode du flux. Cela est le cas tant pour les exemples suivants que pour les résultats présentés à la section 3.6.

Deux conducteurs aériens et sol à deux couches

Dans le présent exemple, nous avons opté pour simuler une configuration plus proche de celle trouvée dans des cas réels. Deux conducteurs aériens, de rayon $0,1\text{ m}$ et écartés de $2,5\text{ m}$ un de l'autre, sont posés à une hauteur de 6 m par rapport au sol. Ce dernier est composé de deux couches horizontales parallèles. La première couche a une résistivité $\rho_1 = 50\Omega\cdot\text{m}$ et une épaisseur de 8 m . La deuxième couche a une résistivité de $\rho_2 = 1500\Omega\cdot\text{m}$ et une épaisseur infinie. Cette configuration est illustrée par le schéma présenté à la Fig. 3.2.14.

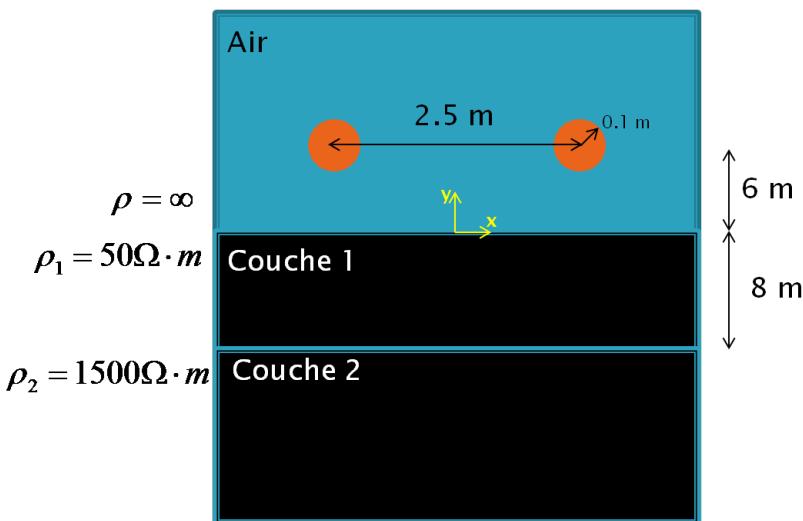


FIGURE 3.2.14 – Schéma des conducteurs pour calcul de couplage entre conducteurs aériens avec sol composé de deux couches.

Dans cette configuration nous avons calculé l'inductance mutuelle entre les deux conducteurs. Pour cela nous avons utilisé la méthode du Flux, la méthode de l'Énergie par CST en 3 dimensions [46] et la méthode de Carson appliquée sur un sol homogène de résistivité équivalente calculé par la méthode de Tsiamitros [91]. Les résultats sont affichés dans le tableau 3.2.

On remarque le bon accord entre les trois méthodes, et particulièrement entre la méthode du Flux et la méthode de Carson.

Le Tableau 3.3 présente les écarts relatifs à la méthode analytique de Carson pour les inductances mutuelles.

	Inductance Mutuelle (H/m)
Méthode du Flux par Comsol en 2 dimensions	$1.455 \cdot 10^{-6}$
Méthode de Carson avec résistivité équivalente calculée par la méthode de Tsiamitros	$1.463 \cdot 10^{-6}$
Méthode de l'énergie par CST en 3 dimensions	$1.405 \cdot 10^{-6}$

TABLE 3.2 – Les inductances mutuelles calculés pour les trois méthodes présentées.

	Écart relatif par rapport à Carson
Méthode du Flux	0,58%
Méthode de l'énergie par CST en 3 dimensions	3,43%

TABLE 3.3 – Écart relatif des inductances mutuelles par rapport à la méthode de Carson.

Un conducteur aérien et un conducteur enterré avec sol à deux couches

Dans cet exemple, nous analysons l'inductance mutuelle entre un conducteur aérien et un conducteur enterré. Les conducteurs ont un rayon de $0,1 m$ et sont séparés de $2,5 m$ dans la direction x . Le conducteur aérien est à une hauteur de $6 m$. Nous avons ensuite choisi trois configurations différentes pour la profondeur du conducteur enterré, notée d , et pour les paramètres des couches de sol. Cela est illustré par le schéma présenté à la Fig. 3.2.15.

Ces trois configurations ont été choisies comme un petit échantillon de la diversité de combinaisons de paramètres qu'il est possible d'exister.

Pour les configurations 1 et 2, le conducteur enterré est dans la première couche de sol, à une profondeur de $1 m$. Dans les deux cas, l'épaisseur de cette couche est de $8 m$. Pour la configuration 1, nous avons choisi un rapport entre les résistivités des couches $\frac{\rho_1}{\rho_2} = 5000$, ce qui est très élevé, puisque nous avons fixé $\rho_1 = 50 \Omega \cdot m$ et $\rho_2 = 0,01 \Omega \cdot m$. Pour la configuration 2, ce rapport a été réduit à $\frac{\rho_1}{\rho_2} = 6,25$ puisque $\rho_1 = 50 \Omega \cdot m$ et $\rho_2 = 8 \Omega \cdot m$.

Pour la configuration 3, la première couche a une épaisseur de $4,0 m$. Le conducteur enterré est à une profondeur de $5,0 m$, ce qui fait qu'il est placé dans la deuxième couche. La résistivité de la première couche est élevée puisque $\rho_1 = 1000 \Omega \cdot m$. La deuxième couche a été choisie d'une résistivité $\rho_2 = 100 \Omega \cdot m$.

Le tableau 3.4 résume les paramètres choisis pour les trois configurations.

Nous avons alors calculé la mutuelle entre les conducteurs dans les trois configurations proposées avec la méthode du flux. Ces résultats sont comparés avec le calcul par CST en 3 dimensions [46] et avec le calcul analytique par Carson appliqué sur un sol homogène de résistivité équivalente calculée par la méthode de Tsiamitros [91].

Ces résultats sont présentés dans le tableau 3.5. Lorsque l'on compare les configuration 1 et 2, on note l'importance de la prise en compte du sol lors du calcul

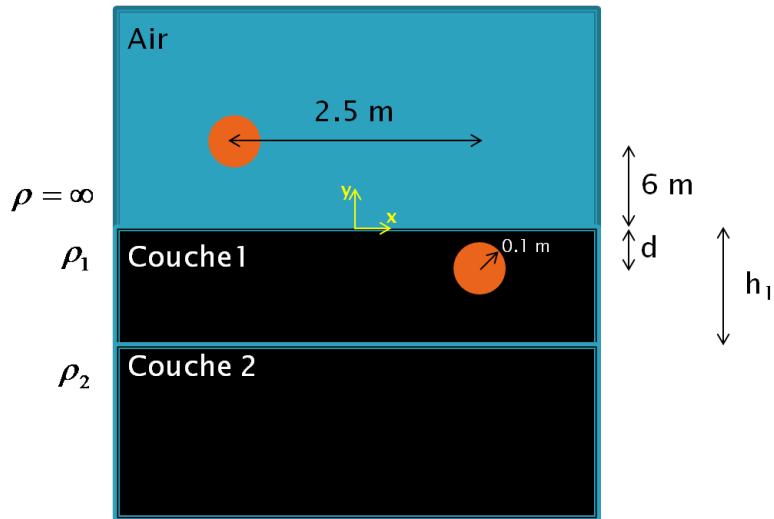


FIGURE 3.2.15 – Schéma des conducteurs pour calcul de couplage entre conducteur aérien et conducteur enterré, avec sol composé de deux couches.

	Configuration 1	Configuration 2	Configuration 3
Profondeur d (m)	1,0	1,0	5,0
Résistivité ρ_1 ($\Omega.m$)	50,0	50,0	1000,0
Résistivité ρ_2 ($\Omega.m$)	0,01	8,0	100,0
Épaisseur h_1 (m)	8,0	8,0	4,0

TABLE 3.4 – Valeurs des paramètres pour les trois configurations modélisées.

de la mutuelle.

	Inductance Mutuelle (H/m)		
	Configuration 1	Configuration 2	Configuration 3
Méthode du flux par Comsol en 2 dimensions	$2,77 \cdot 10^{-7}$	$7,39 \cdot 10^{-7}$	$8,96 \cdot 10^{-7}$
Méthode de Carson avec résistivité équivalente calculée par la méthode de Tsiamitros	$2,77 \cdot 10^{-7}$	$7,40 \cdot 10^{-7}$	$8,96 \cdot 10^{-7}$
Méthode de l'énergie par CST en 3 dimensions	$2,76 \cdot 10^{-7}$	$7,56 \cdot 10^{-7}$	$9,09 \cdot 10^{-7}$

TABLE 3.5 – Les inductances mutuelles calculées par les trois méthodes présentées et dans les trois configurations choisies.

On remarque que la méthode du flux et la méthode analytique présentent des très faibles écarts. Cela suggère, comme dans tous les exemples précédents, que la méthode du flux est bien adaptée pour le calcul d'inductances mutuelles en présence de sol.

3.2.5 Les coefficients électriques : développement théorique

Lorsque l'on impose le contact d'un conducteur avec le sol, un moyen d'échange direct de courant entre les deux est créé. La figure 3.2.16 illustre ce phénomène. Dans cette situation, un conducteur cylindrique soumis à une tension continue de 1 V est en contact avec le sol. Cela engendre une élévation de potentiel de sol, indiquée par les couleurs sur l'image. Les lignes représentent les lignes de courant, alors que les flèches donnent leur direction (sortant du conducteur et vers le sol).

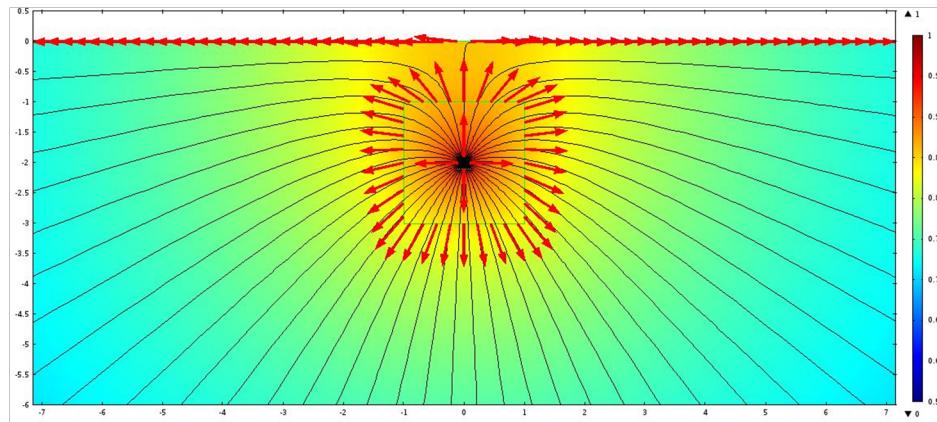


FIGURE 3.2.16 – Exemple d'échange de courant entre un conducteur cylindrique et le sol. Les couleurs représentent l'intensité du potentiel électrique sur le sol, les lignes représentent les lignes de courant et les flèches donnent leur direction. La surface carré sur l'image est fictive, construite uniquement dans le but d'améliorer le maillage.

Dans le cas où le conducteur est à un potentiel électrique plus élevé que son environnement, comme dans la figure 3.2.16, un courant est créé dans le sens sortant du câble et vers le sol. Dans le cas contraire, le courant s'introduit dans le câble depuis le sol.

Le sol est considéré comme étant globalement neutre lorsque aucune source de courant est présente. Le sens du courant d'échange, pour un seul conducteur connecté au sol, est alors en pratique défini uniquement par la valeur du potentiel électrique de ce conducteur. Lorsque le conducteur est sous tension alternative, le sens du courant qui circule entre le conducteur et le sol change au cours des oscillations du potentiel dans le conducteur.

Dans le cas où un deuxième conducteur en contact avec le sol, les lignes de courant dans le sol engendrées par le premier conducteur seront modifiées. Dans la figure 3.2.17 on peut voir un exemple avec deux conducteurs enterrés. Le conducteur de droite est sous une tension de 1 V , alors que celui de gauche est à 0 V .

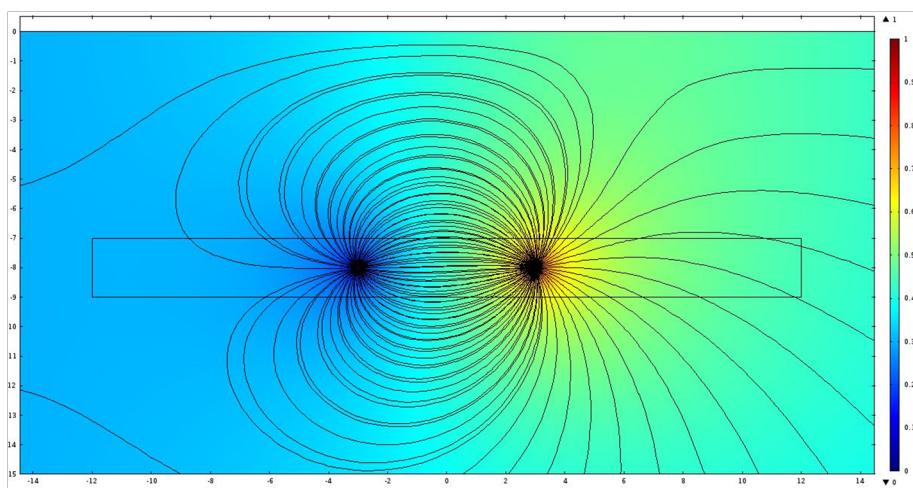


FIGURE 3.2.17 – Échange de courant entre deux conducteurs enterrés.

Pour quantifier ce phénomène, nous définissons une matrice des conductances, notée \mathbf{G} . L'élément de la i – ème ligne et j – ème colonne, noté g_{ij} , représente le coefficient de conductance mutuelle entre les i – ème et j – ème conducteurs, et donc l'inverse de la résistance traversée par le courant qui circule entre le conducteur i et le conducteur j (ou vice-versa). Dans ce manuscrit, il est nommé « coefficient de conduction mutuel ». Les éléments de la diagonale, du type g_{ii} , représentent la possibilité d'échange de courant entre un conducteur et sol lointain, sans que ce courant soit absorbé par un des autres conducteurs. Dans ce manuscrit, il sont nommés « coefficients de conduction propre ».

Pour un système à N conducteurs en contact avec le sol, on peut écrire la formule suivante

$$I_i = g_{ii} (V_i - V_{sol}) + \sum_{\substack{k=1 \\ (k \neq i)}}^N g_{ik} (V_i - V_k) \quad (3.2.40)$$

où I_i représente le courant qui sort du conducteur i , V_i représente le potentiel sur un conducteur i et V_{sol} représente le potentiel du sol lointain et donc normalement $V_{sol} = 0$.

L'équation 3.2.40 relie le courant total dégagé par le conducteur i aux différences de potentiel entre le conducteur i et tous les autres conducteurs. Cette méthode permet de connaître la fraction de courant qui se dirige vers chacun des autres conducteurs présents, ainsi que la fraction de courant qui part vers le sol lointain.

Lorsque l'on met en évidence les termes de potentiel, l'équation 3.2.40 peut être réécrite comme :

$$I_i = V_i \left(\sum_{\substack{k=1 \\ (k \neq i)}}^N g_{ik} \right) - \sum_{\substack{k=1 \\ (k \neq i)}}^N V_k g_{ik} \quad (3.2.41)$$

Pour illustrer ce phénomène, on restreint le système à un ensemble de 2 conducteurs uniquement. Dans la Fig. 3.2.18 on peut voir une représentation des connexions entre les deux conducteurs, notés 1 et 2, et chacun des conducteurs et le sol.

Dans cet exemple, l'équation 3.2.41 se réduit au système d'équations suivant :

$$I_1 = (g_{11} + g_{12}) V_1 - g_{12} V_2 \quad (3.2.42)$$

et :

$$I_2 = -g_{12} V_1 + (g_{12} + g_{22}) V_2 \quad (3.2.43)$$

Où, en forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11} + g_{12} & -g_{12} \\ -g_{12} & g_{12} + g_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} \quad (3.2.44)$$

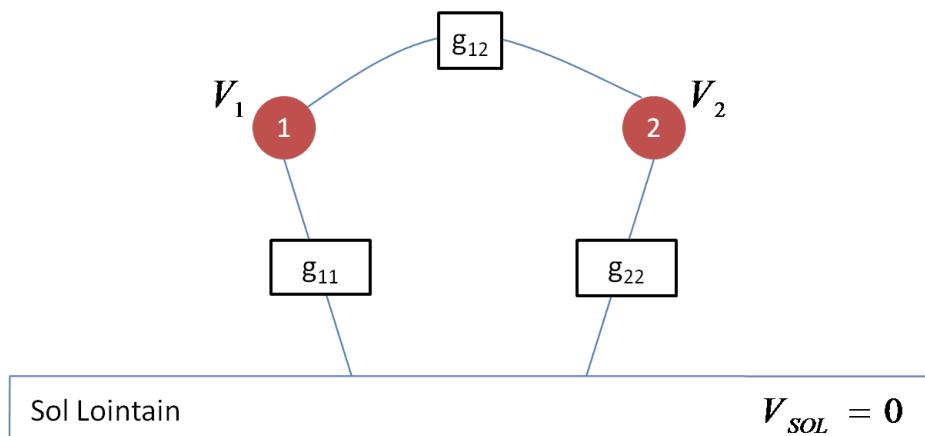


FIGURE 3.2.18 – Représentation des couplages conductif entre 2 conducteurs et le sol lointain.

Les valeurs des coefficients de couplage conductif peuvent alors être calculées à partir de l'équation 3.2.44 et suite aux résultats de simulation électrique par les éléments finis.

Cette simulation est, à l'instar du calcul des coefficients magnétiques, réalisée sur une coupe en 2 dimensions qui est perpendiculaire aux conducteurs du système ferroviaire. Cela consiste à imposer, en fonction de la géométrie de l'espace et des conducteurs du système, une valeur de tension sur chaque conducteur. Ensuite, on calcule, en fonction de cette tension, la valeur de courant échangé entre chaque conducteur et le sol.

Comme les tensions et courants sont reliés aux coefficients de couplage par l'équation matricielle 3.2.44, on peut alors déterminer ces derniers.

Il faut cependant noter que, pour résoudre l'équation 3.2.44 de façon univoque, il est nécessaire de réaliser un nombre de simulations égal au nombre de conducteurs en contact avec le sol. Cela vient du fait que cela est une équation matricielle dont le nombre de variables est plus grand que l'ordre de la matrice.

Pour illustrer cette méthode, on propose de résoudre, de façon uniquement théorique pour l'instant, l'équation 3.2.44 pour deux conducteurs enterrés. Cela s'effectue en deux étapes, que l'on distingue par l'utilisation d'un indice supérieur entre parenthèses du type « $^{(i)}$ » :

1. Une première simulation par éléments finis où les tensions imposées au niveau des conducteurs sont : $V_1^{(1)} = 1$ et $V_2^{(1)} = 0$. On calcule alors les valeurs de courant sur les conducteurs, notées $I_1^{(1)}$ et $I_2^{(1)}$
2. Une deuxième simulation par éléments finis où les tensions imposées au niveau des conducteurs sont : $V_1^{(2)} = 1$ et $V_2^{(2)} = 0$. On calcule alors les valeurs de courant sur les conducteurs, notées $I_1^{(2)}$ et $I_2^{(2)}$.

En fonction de ces résultats et de l'équation 3.2.44, on arrive aux équations suivantes :

$$\begin{pmatrix} I_1^{(1)} \\ I_2^{(1)} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11} + g_{12} & -g_{12} \\ -g_{12} & g_{12} + g_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.2.45)$$

et :

$$\begin{pmatrix} I_1^{(2)} \\ I_2^{(2)} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11} + g_{12} & -g_{12} \\ -g_{12} & g_{12} + g_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (3.2.46)$$

Les valeurs des coefficients de conductances sont alors :

$$g_{12} = -I_2^{(1)} \quad (3.2.47)$$

,

$$g_{11} = I_1^{(1)} + I_2^{(1)} \quad (3.2.48)$$

et :

$$g_{22} = I_2^{(2)} + I_1^{(2)} \quad (3.2.49)$$

Une quatrième relation peut aussi être calculée : $g_{12} = -I_1^{(2)}$. Cependant, l'information que l'on y obtient est redondante car déjà trouvée par l'équation 3.2.47.

Bien que dans les formules les conductances aient été utilisées, il est souvent plus compréhensible que les résultats soient exposés en termes de résistance (et donc l'inverse des conductances). Cela est le cas pour les résultats présentés ensuite, dans les prochaines sections. On parle alors de résistance de couplage entre conducteurs et de résistance propre des conducteurs.

Les valeurs des conductances sont linéaires et exprimées en S/m . De ce fait, les résistances de couplage et les résistances propres ont pour unité l'inverse des conductances linéaire, à savoir le $\Omega.m$.

Dans la prochaine section, nous allons présenter un calcul plus complet des coefficients de conduction, où nous allons calculer numériquement ces valeurs en fonction d'une configuration de sol choisie.

3.2.6 Les coefficients électriques : exemples

Dans cette section, nous allons présenter quelques exemples de calcul des coefficients électriques dans des contextes simples et en utilisant les trois formules présentées dans la section précédente. Cependant, nous n'avons pas de connaissance de l'existence de méthodes similaires dans la littérature que l'on puisse utiliser pour comparer ces résultats.

Nous avons étudié quatre configurations différentes pour des conducteurs enterrés :

1. Deux conducteurs cylindriques en sol homogène
2. Un conducteur ponctuel et un conducteur cylindrique en sol homogène
3. Un conducteur ponctuel et un conducteur cylindrique en sol à deux couches
4. Un conducteur ponctuel et deux conducteurs cylindriques

Du fait de réaliser des simulations en 2 dimensions, les conducteurs ponctuels sont assimilés à des fils conducteurs. De ce fait, les résistances associées sont aussi calculés en $\Omega.m$, bien que le conducteur n'ait pas de dimension. Cette limitation est contournée lors de la prise en compte de la 3ème dimension, ce qui est présenté dans la section suivante.

Deux conducteurs cylindriques en sol homogène

Dans cette configuration, nous avons simulé deux conducteurs de rayon 5 cm chacun. Ces conducteurs ont été placés sous-terre, à une profondeur de 5 m. Les résistances de couplage ont été calculées en fonction de l'écartement entre les conducteurs, noté d . Comme les conducteurs sont identiques, leur résistance propre a la même valeur, que l'on note r_{11} . La résistance de couplage est notée r_{12} . Dans la Fig. 3.2.19 on trouve un schéma qui résume la configuration modélisée.

La simulation pour le calcul des coefficients conductifs se fait en deux parties. Dans chacune des parties, un des deux conducteurs est mis sous tension, alors que l'autre est laissé à un potentiel $V = 0$. La différence de potentiel électrique du

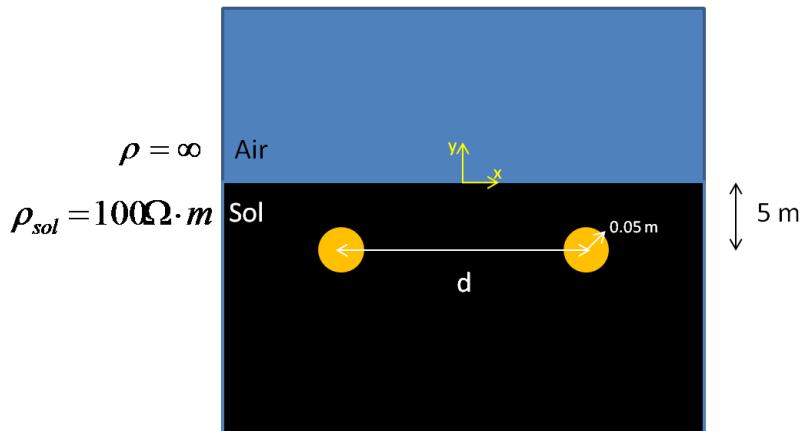


FIGURE 3.2.19 – Configuration étudiée, avec deux conducteurs cylindrique enterrés en sol homogène

conducteur sous tension par rapport au conducteur neutre et par rapport au sol lointain, génère une distribution de courant dans le sol.

Dans la Fig. 3.2.20 les deux conducteurs sont éloignés de 10 m. Celui de droite est mis sous une tension de 1 V, alors que celui de gauche est resté neutre. Le couleurs sur l'image représentent le potentiel électrique sur le sol et sur les conducteurs. Les lignes représentent les lignes de courant. Le rectangle qui enveloppe les deux conducteurs n'a pas de signification physique. Il a été utilisé uniquement pour raffiner le maillage autour des conducteurs.

On remarque sur l'image qu'une partie des lignes de courant qui sortent du conducteur de droite rejoignent le conducteur de gauche. En même temps, la plupart des lignes de courant qui partent vers la droite du conducteur de droite se dirigent aux limites de l'image et ne rejoignent pas le conducteur de gauche. Ces lignes s'acheminent vers le sol lointain.

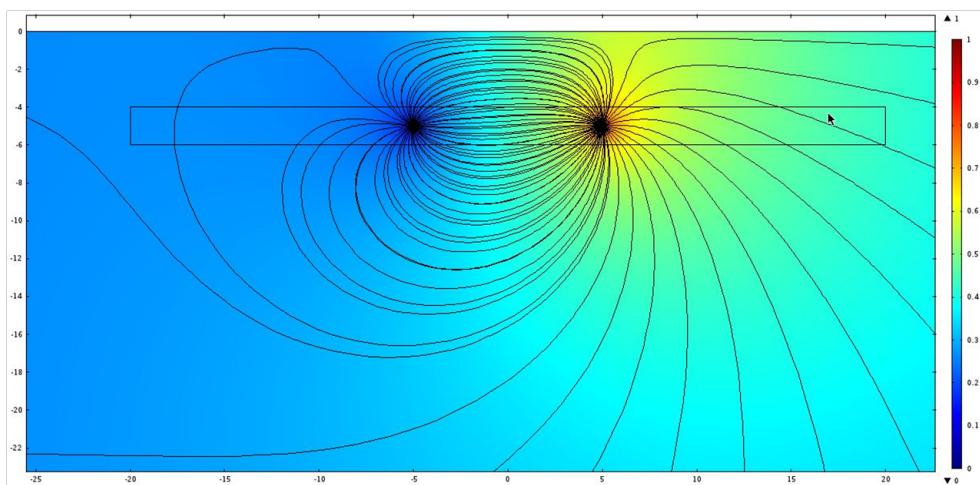


FIGURE 3.2.20 – Échange de courant entre deux conducteurs enterrés

Pour que le modèle soit physiquement cohérent, le nombre total de charges doit être conservé. Cela signifie que pour toute valeur de charge injectée dans le sol,

une même quantité de charge doit être retirée du sol.

Prenons comme exemple la situation d'un seul conducteur connecté au sol, illustrée sur la Fig. 3.2.21. Dans cet exemple, le conducteur est alimenté par une source de tension alternative à 50 Hz , qui produit une circulation initiale de courant d'intensité I . L'autre pôle de la source de tension est connectée directement au sol. De ce fait, par conservation du courant au niveau de la source, la source de tension absorbe un courant d'intensité I du sol.

Le conducteur est en contact avec le sol sur toute sa longueur. Le sol étant au départ neutre, un échange permanent de courant entre le câble et le sol a lieu. On suppose par simplification que le conducteur est beaucoup plus petit que la longueur d'onde du courant. Pour une source à 50 Hz , cela signifie supposer que le conducteur est de longueur beaucoup plus petite que 6000 km . De ce fait, on peut supposer qu'à un instant donné le potentiel électrique est le même sur toute la longueur du câble (pas de déphasage).

Par conservation du courant, la somme du courant injecté dans le sol par le câble doit être égal au courant fourni au câble par la source. Cependant, lorsque l'on s'éloigne de l'extrémité du côté de la source, les lignes de courant injectées par le câble ne rejoignent plus la source. A cause de la distance, le potentiel électrique est progressivement absorbé par le sol jusqu'à s'anéantir. On dit alors que les lignes de courant atteignent le sol lointain.

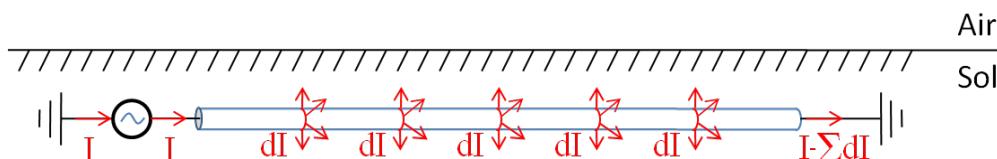


FIGURE 3.2.21 – Injection de courant dans le sol par un conducteur enterré alimenté.

La résistance propre, représente alors la résistance linéique de couplage entre le conducteur et ce sol lointain. La résistance mutuelle est à son tour notée r_{12} . Elle représente la résistance linéique de couplage entre les deux conducteurs de la Fig. 3.2.20.

Dans la Fig. 3.2.22, on trouve les résistances de couplage en fonction de l'écartement de ces deux conducteurs. On note que la résistance mutuelle augmente en fonction de la distance entre les conducteurs, ce qui est cohérent. De même, la résistance propre entre les conducteurs diminue jusqu'à atteindre un plateau. Cela s'explique car la présence d'un deuxième conducteur gêne les lignes de courant qui se dirigent vers le sol lointain. Plus le deuxième conducteur est éloigné, moins les lignes de courant sont déformées. Ce phénomène atteint cependant rapidement un plateau, ce qui est illustré par la courbe.

Un conducteur ponctuel et un conducteur cylindrique en sol homogène

Dans cette configuration, nous avons modélisé un conducteur ponctuel placé en surface et un conducteur enterré à une profondeur de 5 m et de rayon 5 cm . Les

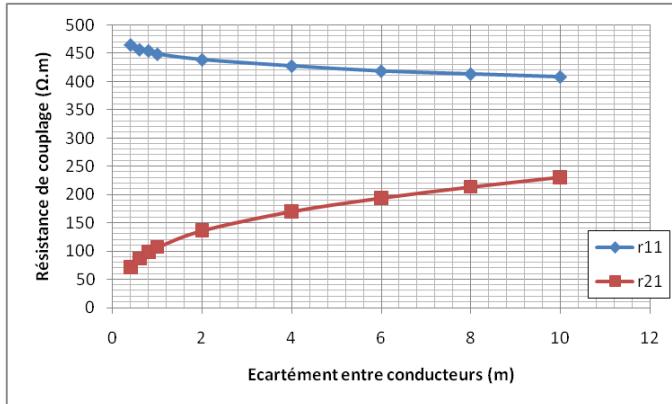


FIGURE 3.2.22 – Résistance propre, r_{11} , et résistance mutuelle, r_{12} , entre deux conducteurs enterrés en fonction de leur écartement.

résistances de couplage ont été calculées en fonction de l'écartement le long de la direction x, noté d . Le sol modélisé est homogène et de résistivité $\rho_{sol} = 100 \Omega \cdot m$. Dans la Fig. 3.2.23 on trouve un schéma qui présente cette configuration.

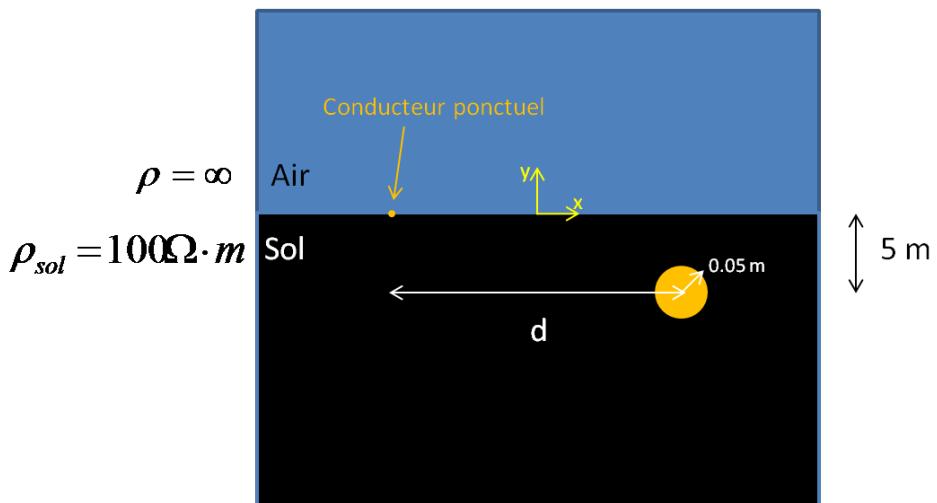


FIGURE 3.2.23 – Configuration étudiée, avec un conducteur ponctuel en surface et un conducteur cylindrique enterré en sol homogène

Comme dans la configuration précédente, le calcul se déroule en 2 grandes étapes. Une première simulation où le conducteur ponctuel est soumis à une tension de 1 V alors que le conducteur cylindrique est initialement neutre, et une deuxième simulation où les valeurs de potentiel électrique sont inversées.

Dans la Fig. 3.2.24 le conducteur ponctuel est sous tension et les deux conducteurs sont éloignés d'une distance de 4 m. Les lignes représentent les lignes de courant, les couleurs représentent la valeur du potentiel électrique. Le carré qui entoure le conducteur cylindrique n'a pas de sens physique et n'a pour but que de permettre un raffinement du maillage autour du conducteur.

On remarque dans l'image que, comme dans le cas précédent, une partie des lignes de courant rejoignent le conducteur cylindrique, alors qu'une autre partie se

dirige vers le sol lointain.

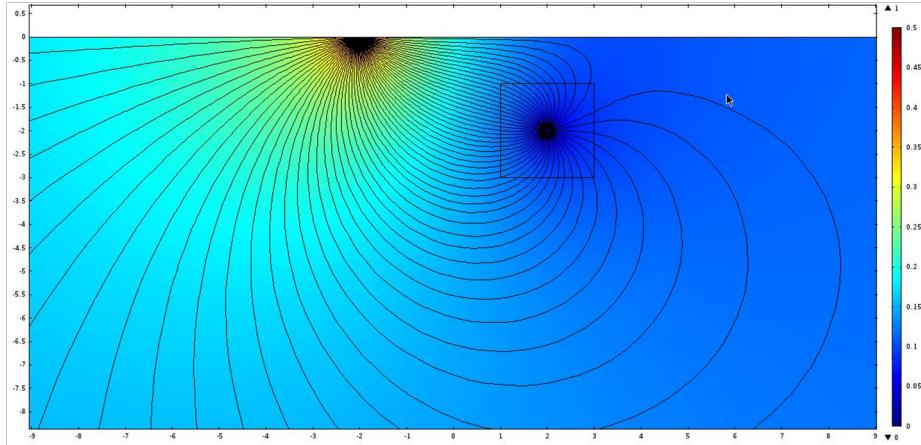


FIGURE 3.2.24 – Échange de courant entre conducteur ponctuel et conducteur enterré.

On utilise l'indice 1 pour le conducteur ponctuel et l'indice 2 pour le conducteur cylindrique. Dans ce sens, le coefficient de résistance propre pour le conducteur ponctuel est noté r_{11} , celui pour le conducteur cylindrique est noté r_{22} , et le coefficient de couplage entre les conducteurs est noté r_{21} . Dans la Fig. 3.2.25 on trouve l'évolution de ces paramètres en fonction de la distance horizontale entre les conducteurs.

On remarque, d'après le graphique, que la résistance propre du conducteur ponctuel diminue considérablement en fonction de l'écartement, alors que la résistance propre du conducteur cylindrique reste constante. Cet effet s'explique par le fait que la présence du conducteur cylindrique gêne les lignes de courant qui partent du conducteur ponctuel et qui vont vers le sol lointain, alors que l'inverse n'est pas vrai.

Un conducteur ponctuel et un conducteur cylindrique en sol à deux couches

Pour cette configuration, les caractéristiques des conducteurs métalliques sont similaires à celles modélisées dans le paragraphe précédent. Nous avons modélisé un conducteur ponctuel placé en surface et un conducteur enterré à une profondeur de 5 m et de rayon 5 cm. Les résistances de couplage ont été calculées en fonction de la distance d'écartement le long de la direction x, notée d . Le sol modélisé est composé de deux couches parallèles horizontales, la première a une résistivité $\rho_1 = 500 \Omega \cdot m$ alors que la deuxième a une résistivité $\rho_2 = 100 \Omega \cdot m$. Dans la Fig. 3.2.26 on trouve un schéma qui présente cette configuration.

La présence de deux couches de sol de résistivités différentes modifie la forme des lignes de courant par rapport à un sol homogène. Cela est illustré par la Fig. 3.2.27. Les lignes de couleur noire représentent les lignes de courant alors que les lignes vertes représentent les équipotentialles. On remarque qu'à l'interface entre les deux couches de sol, sur la coordonnée -4 de l'axe y , ces lignes ont une discontinuité dans leur dérivée.

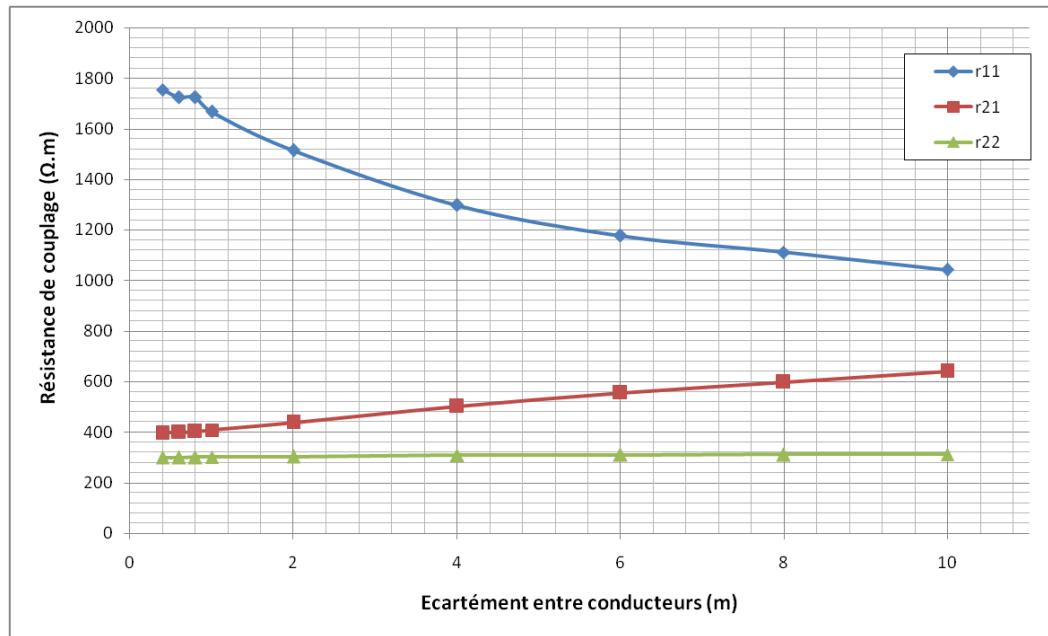


FIGURE 3.2.25 – Résistances propres et résistance mutuelle entre conducteur ponctuel et conducteur cylindrique enterré.

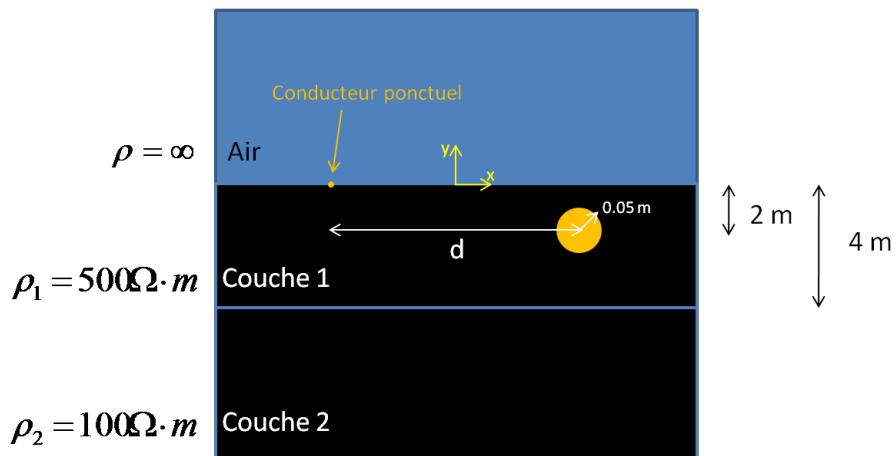


FIGURE 3.2.26 – Configuration étudiée, avec un conducteur ponctuel en surface et un conducteur cylindrique enterré en sol multicouche

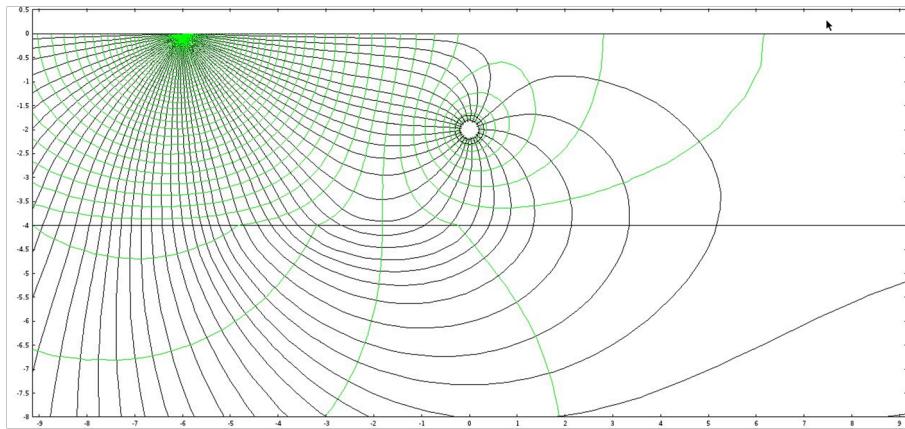


FIGURE 3.2.27 – Lignes de courant et équipotentielles en sol b-couche.

La présence d'une deuxième couche de sol modifie aussi les valeurs des résistances de couplage. Cela peut être vu lorsque l'on compare l'évolution des résistances propre et mutuelle présentés à la Fig. 3.2.28, pour un sol à deux couches, avec les résultats sur la Fig. 3.2.25.

On remarque premièrement que, puisque la première couche de sol est de résistivité plus élevée que celle de l'exemple précédent, les résistances de couplage calculées sont aussi plus élevées.

Deuxièmement, on remarque qu'à partir d'une certaine distance la résistance mutuelle r_{21} entre les conducteurs devient plus grande que la résistance propre du conducteur ponctuel. Cela s'explique par le fait que la première couche de sol soit plus résistive que la deuxième.

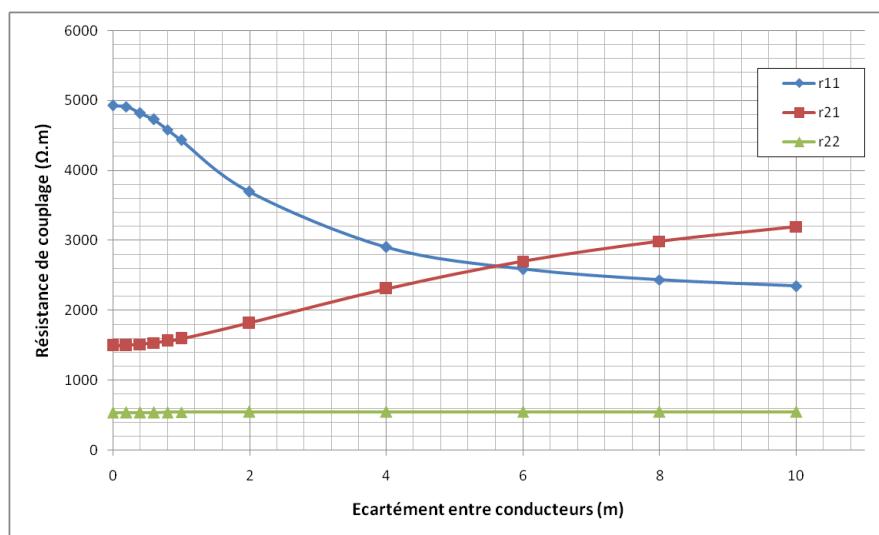


FIGURE 3.2.28 – Résistances propres et résistance mutuelle entre conducteur ponctuel et conducteur cylindrique enterré pour sol multicouche.

Un conducteur ponctuel et deux conducteurs cylindriques en sol homogène

Dans cette configuration, nous avons modélisé un conducteur ponctuel en surface et deux conducteurs cylindriques de rayon 5 cm et enterrés à une profondeur de 5 m . Le sol est homogène de résistivité $\rho_{sol} = 100\Omega\cdot\text{m}$.

Nous étudions les résistances de couplage en fonction de deux paramètres différents. Dans le premier cas, le conducteur ponctuel est équidistant par rapport aux deux conducteurs cylindriques, qui sont séparés d'une distance d . Dans la Fig. 3.2.29 on trouve un schéma qui présente cette configuration.

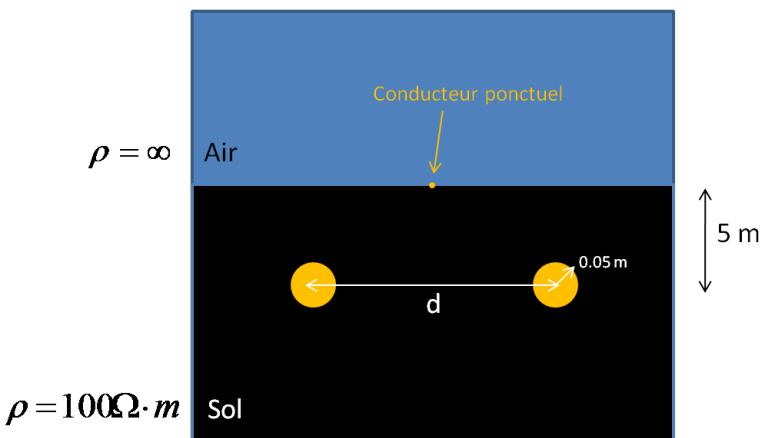


FIGURE 3.2.29 – Configuration étudiée, avec un conducteur ponctuel en surface et deux conducteurs cylindriques enterrés et symétriques.

Les résistances propres et mutuelles ont été calculées en fonction du paramètre d . Pour le conducteur ponctuel l'indice 1 a été utilisé. L'indice 2 a été utilisé pour le conducteur cylindrique de gauche et l'indice 3 pour le conducteur cylindrique de droite. Comme les conducteurs enterrés sont symétriques par rapport au conducteur ponctuel, il s'avère qu'ils présentent les mêmes résistances de couplage ($r_{22} = r_{33}$ et $r_{21} = r_{31}$).

Dans la Fig. 3.2.30 on trouve les courbes pour les résistances de couplage. Les résistances redondantes grâce à la symétrie du problème n'ont pas été tracées.

Pour la résistance propre du conducteur ponctuel, notée r_{11} , on remarque que sa valeur atteint un pic maximal pour un écartement d'environ 7 m . Cela s'explique par la forme des lignes de courant au départ du conducteur ponctuel.

En effet, la résistance r_{11} est inversement proportionnelle au nombre de lignes de courant qui atteignent le sol lointain. Grâce à la géométrie du problème, il existe une valeur d optimale pour laquelle les lignes au départ du conducteur ponctuel et qui atteignent le sol lointain sont en nombre minimal.

De façon symétrique, la résistance r_{21} atteint à son tour une valeur minimale pour un écartement d'environ 7 m .

La résistance propre des conducteurs cylindriques, notée r_{22} , diminue en fonction de l'écartement, ce qui avait déjà été vérifié dans la première configuration étudiée, sur la Fig. 3.2.22. Cependant, dans ce premier exemple la valeur de la résistance propre calculée est en moyenne 8% plus petite. Dans le même sens, la résistance

mutuelle dans le premier exemple est en moyenne 7% plus petite que celle présentée dans la Fig. 3.2.30.

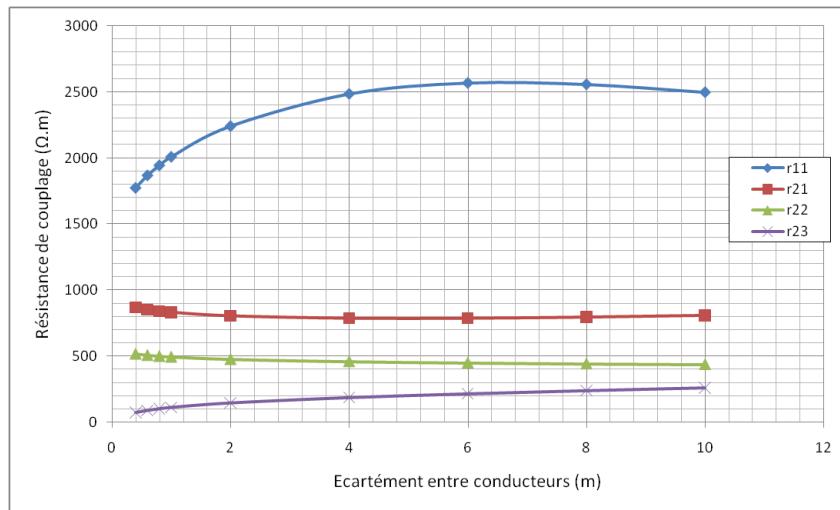


FIGURE 3.2.30 – Résistances propres et résistances mutuelles pour ensemble conducteur ponctuel et deux conducteurs cylindriques enterrés symétriques.

Une deuxième étude a été ensuite réalisée pour un conducteur ponctuel en surface et deux conducteurs cylindriques enterrés. Dans cette étude, les conducteurs enterrés sont restés à distance fixe de 1 m un de l'autre. Ils sont cependant rigide-ment déplacés le long de l'axe x, où la distance d représente l'écartement en x entre le conducteur ponctuel et milieu du segment qui réunit les deux conducteurs enterrés. Dans la Fig. 3.2.31 on trouve un schéma qui présente cette configuration, que l'on appelle « configuration asymétrique ».

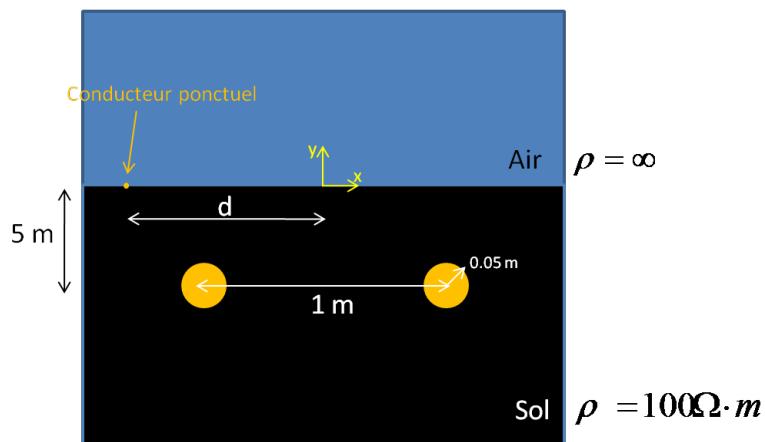


FIGURE 3.2.31 – Configuration étudiée, avec un conducteur ponctuel en surface et deux conducteurs cylindriques enterrés et asymétriques.

Encore une fois, pour le conducteur ponctuel l'indice 1 a été utilisé. L'indice 2 a été utilisé pour le conducteur cylindrique de gauche et l'indice 3 pour le conducteur

cylindrique de droite. Dans cette configuration la symétrie n'a plus lieu, à part pour un écartement d nul. De ce fait, tous les coefficients résistifs peuvent avoir des valeur différentes. Cela peut être vu das la Fig. 3.2.32, où nous avons tracé tous les coefficients de couplage en fonction du paramètre d .

En effet, on remarque l'existence d'un décalage entre la courbe pour r_{31} et la courbe pour r_{21} , ce qui est dû à la perte symétrie. Pour des petites valeurs de d , on voit pour autant que les courbes coïncident.

Aussi, la présence du conducteur ponctuel n'a pas une grande influence sur les paramètres qui sont exclusifs aux conducteurs enterrés. Cela se confirme par la quasi invariance des coefficients r_{22} , r_{33} et r_{23} .

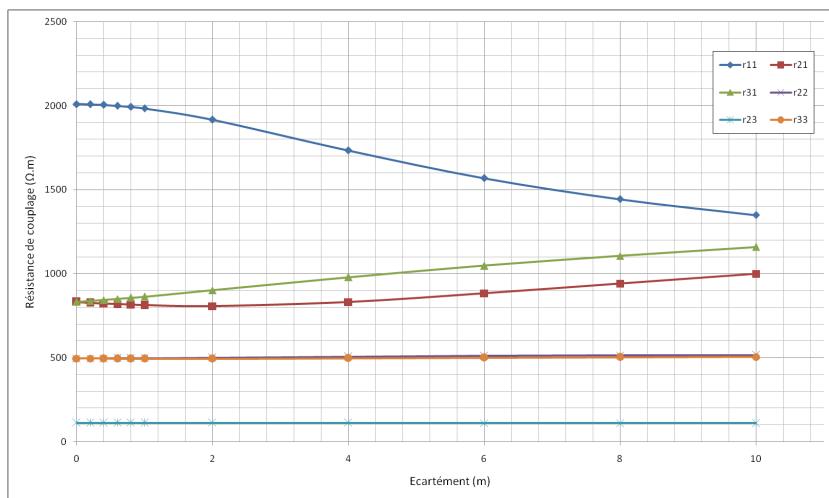


FIGURE 3.2.32 – Résistances propres et résistances mutuelles pour ensemble conducteur ponctuel et deux conducteurs cylindriques enterrés asymétriques.

3.3 La méthode « circuits »

3.3.1 Introduction

La méthode présentée à la section précédente nous permet de calculer, en 2D, les coefficients de couplage magnétique et électrique entre conducteurs en présence d'un sol multicouches. Dans cette section, nous proposons une hybridation du calcul précédent avec une méthode basée sur la théorie des circuits.

Cette hybridation nous permet de simuler les conducteurs sur toute la longueur nécessaire, ce qui signifie l'intégration de la troisième dimension dans le modèle, de façon à calculer l'évolution de la tension et du courant dans le système. Cette méthode est intéressante car elle ne requiert pas beaucoup de ressources informatiques par rapport à d'autres méthodes plus complexes, comme les éléments finis par exemple. Par conséquent, des systèmes complexes, composés de plusieurs conducteurs de quelques centaines de mètres de longueur par exemple, peuvent être simulés.

Cela est le cas pour le système ferroviaire, où il existe un écart de taille relativement important entre les directions. En effet, des postes d'alimentation sont séparés en plusieurs dizaines de kilomètres, alors que dans la plan transversal aux rails les dimensions sont de l'ordre de la dizaine de mètres, soit un rapport de taille de 1000.

3.3.2 Démarche du calcul

Pour la construction du modèle circuit, chaque conducteur est découpé en plusieurs tronçons élémentaires. Puisque les coefficients de couplage sont calculés en fonction de la longueur des conducteurs, il est nécessaire que le découpage soit identique pour chaque conducteur. Cela nous permet de définir une section élémentaire du modèle multiconducteurs, que nous appellerons une « cellule élémentaire », c'est à dire une cellule qui se répète tout le long du schéma.

Il faut souligner que, dans cette sous-section, le terme « conducteur » réfère à des conducteurs du type « long câble », c'est à dire des conducteurs cylindriques d'une longueur de quelques ordres de grandeur plus importante que leur rayon.

En contexte ferroviaire, cependant, d'autres types de conducteurs sont aussi présents. Par exemple, la prise de terre d'un support caténaire, ou celle d'un pylône d'une ligne haute tension de RTE, sont en effet des conducteurs pouvant être enterrés perpendiculairement au plan horizontal, c'est à dire au plan du sol. Ces conducteurs peuvent, en fonction du contexte et de l'environnement dans lequel ils sont situés, être considérés comme des conducteurs ponctuels, c'est à dire des conducteurs dont les dimensions sont négligeables par rapport aux dimensions des autres éléments insérés dans le même environnement. Puisqu'ils ne suivent pas la même symétrie que les conducteurs du type « long câble », ces conducteurs « ponctuels » doivent être intégrés d'une façon différente dans le modèle circuit. Cet aspect sera succinctement discuté dans la section 3.3.3.

Il existe aussi, dans le contexte ferroviaire, des prises de terre composées d'un maillage de conducteurs enterrés. Ces prises de terre ont pour rôle d'assurer la mise à la terre et garantir l'équipotentialité du circuit dit « de terre » des postes d'alimentation électrique. Ce dernier cas, cependant, ne sera pas exploré dans ce manuscrit. Il peut être considéré comme une extension de la méthode développée ici.

Pour les longs conducteurs, la construction des tronçons se fait de façon similaire à ce qui est fait pour la modélisation en « PI » des lignes multiconducteurs [92]. Chaque tronçon est composé des éléments suivants :

1. une résistance interne, notée R_i pour un conducteur d'indice i . Cette résistance dépend de la géométrie du conducteur et des matériaux qui le composent. Elle prend en compte des effets liés à la distribution du courant, comme l'effet de peau ou bien le couplage entre les fils dans le cas d'un conducteur multifilaire toronné ;
2. une inductance interne, calculée en prenant en compte la présence du sol, et notée L_{ii} pour un conducteur d'indice i ;
3. une résistance de couplage avec le sol lointain, appelée aussi résistance propre

ou résistance de prise de terre du conducteur. Pour un conducteur d'indice i , elle est notée R_{ii} ;

- des éléments pour tenir compte du couplage avec les autres conducteurs. Chacun de ces éléments étant composé d'une résistance mutuelle, notée R_{ij} , et d'une inductance mutuelle, notée L_{ij} . Le système est symétrique puisque $L_{ij} = L_{ji}$ est $R_{ij} = R_{ji}$.

La longueur de chaque tronçon doit être choisie en fonction de la précision que l'on souhaite avoir dans la région où le tronçon est placé. L'ensemble des coefficients est calculé de façon « linéique », par référence à une même unité de longueur, généralement le kilomètre dans un environnement du type ferroviaire. Un tronçon plus grand aura une résistance interne plus grande, mais une résistance propre plus petite.

Pour illustrer cette construction, prenons l'exemple de deux conducteurs parallèles enterrés. Dans la Fig. 3.3.1 on trouve le schéma de la cellule élémentaire de cet exemple.

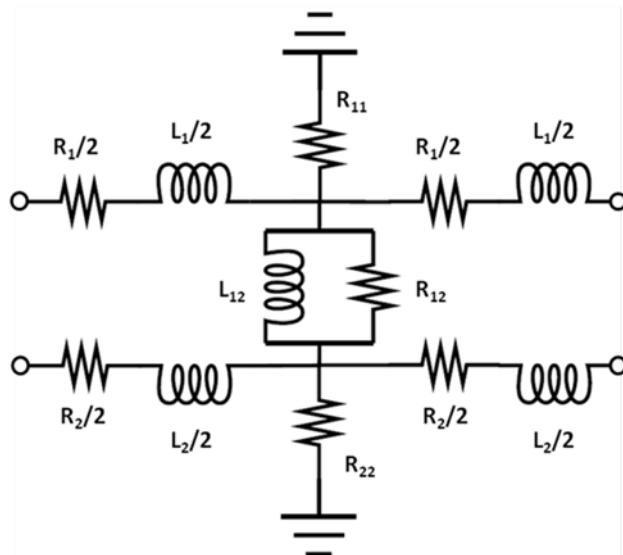


FIGURE 3.3.1 – Cellule élémentaire d'un schéma « circuits » pour un système composé de deux câbles enterrés.

On remarque dans cet exemple que, dans la même notation en « PI » évoquée précédemment, chaque tronçon est composé d'une résistance interne et d'une inductance propre. Les coefficients de couplage avec l'autre conducteur et avec le sol lointain sont intégrés au milieu du tronçon, ce qui divise la résistance interne et l'inductance propre en deux parties.

Pour le calcul par la méthode des circuits, nous avons utilisé le logiciel LTSpice. Cela nous permet de calculer les tensions sur tous les nœuds du schéma électrique, ainsi que le courant au niveau de chaque branche. Puisque l'on travaille souvent en basse fréquence (souvent en 50 Hz) et que la taille de la cellule élémentaire est très petite devant la longueur d'onde, on est dans une approche « quasi-statique » et donc les effets liés à la propagation du courant peuvent être négligés (comme le décalage de phase, par exemple).

3.3.3 Le cas des conducteurs ponctuels

Puisque les conducteurs dits ponctuels ne possèdent pas de symétrie longitudinale, ils doivent être pris en compte de façon différente dans le schéma électrique. Une résistance de couplage linéique ne peut être définie. De ce fait, il est nécessaire de calculer une résistance de couplage entre le conducteur ponctuel et chacun des tronçons qui composent chaque conducteur enterré.

Dans la Fig. 3.3.2 on présente le schéma électrique du couplage entre un conducteur ponctuel et un conducteur « câble » enterrés. Seuls deux des tronçons qui composent le câble ont été représentés. Les éléments qui ont un rapport avec le conducteur ponctuel utilisent l'indice inférieur P . Les éléments qui ont un rapport avec le tronçon i utilisent l'indice supérieur i . Par exemple, la résistance de couplage entre le conducteur ponctuel et le tronçon i a été notée $R_P^{(i)}$. L'élément R_{PP} représente la résistance de couplage entre le conducteur ponctuel et le sol lointain.

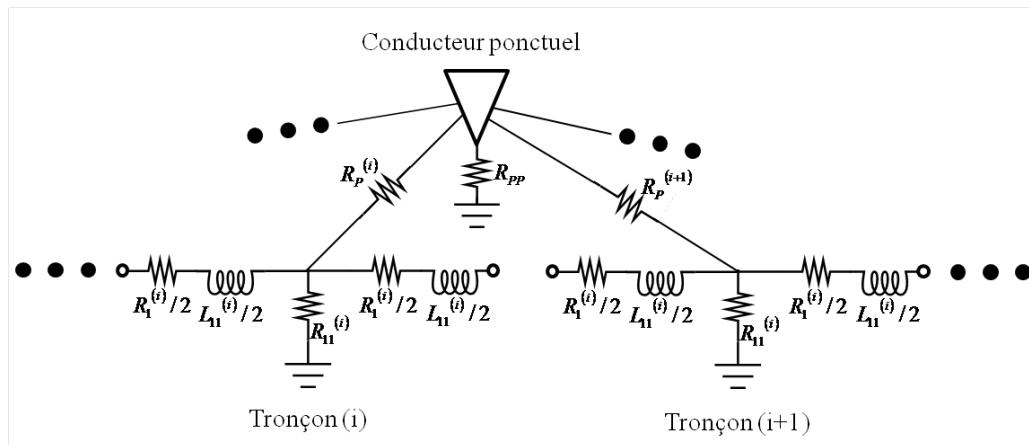


FIGURE 3.3.2 – Schéma électrique de couplage entre conducteur ponctuel et conducteur du type câble.

Le calcul des résistances ayant un rapport avec le conducteur ponctuel n'a pas été beaucoup exploré dans ce manuscrit. Nous proposons, cependant, deux méthodes de calculs. Ces méthodes doivent être validées par une comparaison avec des mesures.

La première méthode consiste à utiliser les résultats de résistance de couplage calculés par la méthode des éléments finis en 2D, présentés dans la section 3.2.6. La deuxième méthode consiste à utiliser directement un calcul éléments finis en 3 dimensions de taille réduite où l'on intégrera uniquement un tronçon d'un conducteur « câble » et le conducteur ponctuel. Dans les deux cas la résistance de couplage est calculée de façon individuelle pour chaque tronçon, en suivant la même méthodologie que celle présentée dans la section 3.2.5.

3.4 Le calcul des EPS

Dans les sections précédentes, nous avons présenté une méthode qui, dans une configuration de conducteurs enterrés ou aériens alimentés et en présence du sol,

nous permet de calculer la valeur du potentiel électrique et du courant le long de ces conducteurs. Dans le cas où plusieurs conducteurs sont présents, ce calcul permet de prendre en compte l'influence mutuelle électrique et magnétique entre ces conducteurs puisque les coefficients de couplage entre conducteurs calculés par la méthode des éléments finis y sont inclus dans le modèle. Pour les conducteurs enterrés et directement en contact avec le sol, la méthode nous permet aussi de calculer le courant échangé entre le sol et chaque conducteur sur toute sa longueur.

Cependant, avec les méthodes présentées jusqu'ici il n'est pas possible de calculer le potentiel électrique directement au niveau du sol dû à un échange de courant entre ce dernier et un conducteur quelconque. Nous ne connaissons que le potentiel par rapport au sol lointain au niveau de ce conducteur.

Dans le but de connaître l'évolution du potentiel électrique au niveau du sol, nous proposons d'utiliser une modélisation éléments finis en trois dimensions à échelle réduite. Dans ce modèle, les longs conducteurs sont modélisés uniquement à l'intérieur d'un volume se trouvant à une distance limite de la zone d'intérêt. Cette zone d'intérêt est définie en fonction de la région dans laquelle on souhaite connaître la valeur du potentiel de sol. La distance limite doit être adaptée en fonction de la configuration électromagnétique de l'environnement de la zone d'intérêt.

Cette méthode « 3D réduite » nous permet d'utiliser les valeurs de potentiel électrique à l'intérieur des conducteurs, calculés par la « méthode circuits », et en même temps de simuler une situation en accord avec la réalité physique du phénomène. En effet, avec une simulation en trois dimensions il est possible de prendre en compte l'effet de forme, détaillé ci-après, sur le courant injecté dans le sol associé à la géométrie des conducteurs enterrés, ce qui n'est pas le cas pour une simulation exclusivement à deux dimensions.

Pour illustrer la modélisation en 3 dimensions, nous présentons dans les sous sections suivantes l'évolution du potentiel électrique de sol engendrés par des différents conducteurs alimentés. Nous allons considérer les formes de conducteur suivantes :

1. une sphère enterrée ;
2. une plaque horizontale enterrée ;
3. un cylindre horizontal enterré de longueur variable ;

Dans ces modélisations, on analyse surtout l'évolution de la forme des équipotentielles au niveau de la surface. L'effet de la forme du conducteur alimenté est alors souligné.

3.4.1 La sphère

Pour le potentiel observé en surface et produit par un objet solide 3D enterré et sous tension, la sphère est la configuration la plus simple possible. Depuis la surface du sol, il y a une symétrie complète autour de l'axe vertical. De ce fait, toutes les équipotentielles seront des cercles centrés autour de l'axe vertical qui passe par le centre de la sphère.

Dans cette section, nous avons simulé la distribution de potentiel de sol produit par une sphère métallique enterrée et sous une tension constante de 1 V. La sphère a un rayon de 1 m et est enterrée à une profondeur de 1,2 m. Le sol est homogène et de résistivité $\rho = 1000 \Omega.m$

La distribution de potentiel en surface résultante est présentée sur la Fig. 3.4.1.

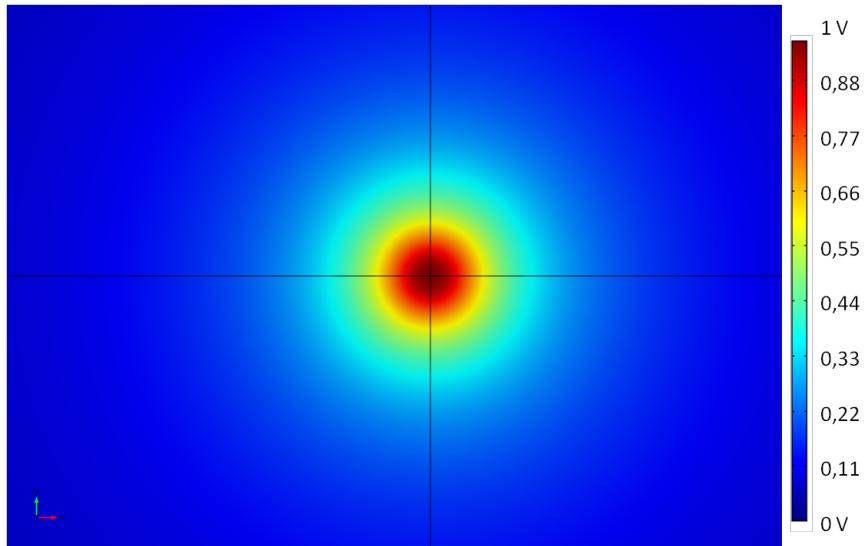


FIGURE 3.4.1 – Distribution de potentiel en surface produit par une sphère enterrée et sous tension.

Pour quantifier la symétrie du problème, nous avons tracé le potentiel électrique suivant l'axe x et suivant l'axe y . Cela est présenté sur la Fig. 3.4.2. On remarque encore une fois la symétrie complète du potentiel suivant les deux axes, puisque les deux courbes se superposent.

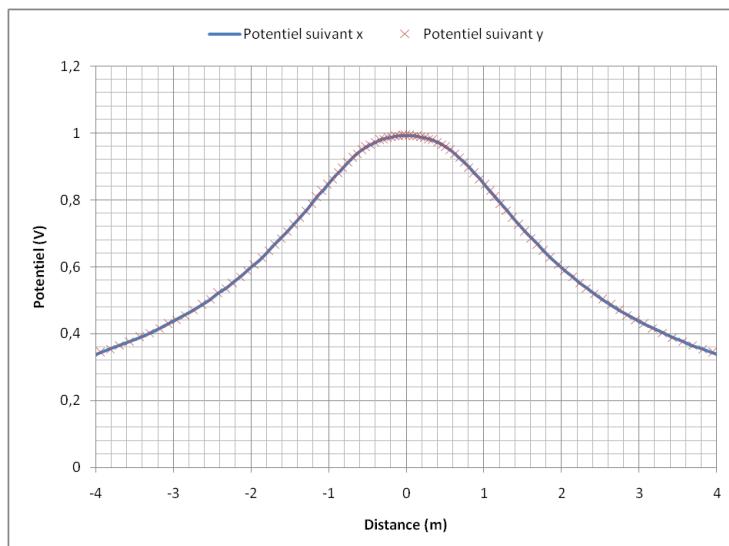


FIGURE 3.4.2 – Superposition du potentiel suivant x et suivant y , pour une sphère enterrée sous tension.

3.4.2 La plaque horizontale

Dans cette section, nous avons simulé la distribution de potentiel en surface du sol produit par une plaque métallique enterrée et sous une tension constante de 1 V. La plaque a 1 m de largeur, 1 m de longueur et 10 cm de hauteur. Elle est enterrée à 20 cm de profondeur, dans un sol homogène de résistivité $\rho = 1000 \Omega.m$.

La distribution de potentiel de sol qui en découle est présentée sur la Fig. 3.4.3.

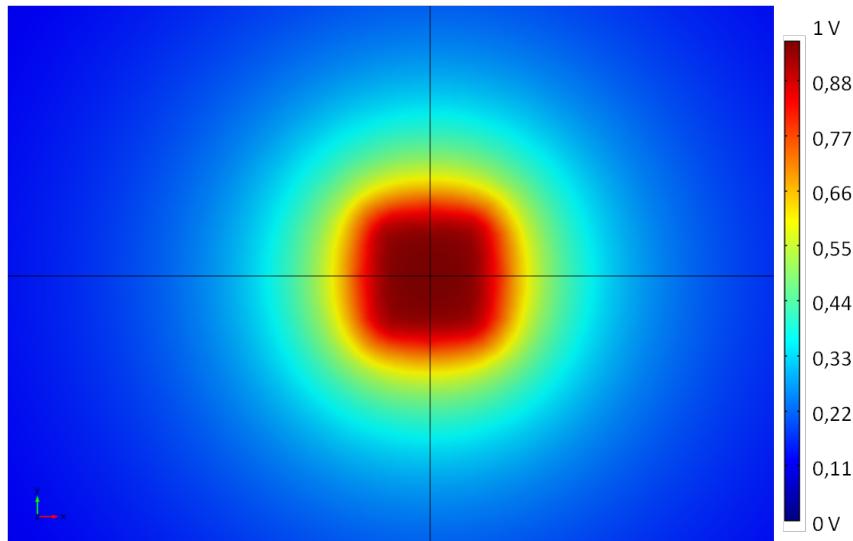


FIGURE 3.4.3 – Distribution de potentiel électrique en surface du sol produit par une plaque carrée enterrée et sous tension.

On remarque que, contrairement au cas de la sphère enterrée, la distribution n'est pas symétrique. Le potentiel en surface traduit la forme de la prise de terre qui est sous tension. La grandeur de l'asymétrie dépend alors des dimensions de la plaque, ainsi que de la profondeur d'enterrement. On voit aussi que le caractère de symétrie, qui se traduit par des équipotentielles de forme circulaire, est repris lorsque l'on s'éloigne de la prise de terre.

Puisque la plaque est carrée, il n'y a pas d'asymétrie entre les axes x et y. Cela se voit bien lorsque l'on superpose le potentiel suivant l'axe x et suivant l'axe y , ce qui est présenté sur la Fig. 3.4.4.

3.4.3 Les cylindres horizontaux

Dans cette section, nous avons simulé la distribution de potentiel en surface du sol produit par un cylindre métallique enterré et sous une tension constante de 1 V. Le cylindre a une longueur de 1 m et un rayon de 10 cm. Il est enterré à 20 cm de profondeur, dans un sol homogène de résistivité $\rho = 1000 \Omega.m$.

La distribution de potentiel en surface résultante est présentée sur la Fig. 3.4.5.

Grâce à la forme de la prise de terre, le potentiel en surface n'est pas symétrique. Cet effet est accentué pour la région qui se trouve à proximité de la prise de terre. Lorsque l'on s'éloigne progressivement, les équipotentielles ont de plus en plus un caractère circulaire et la symétrie est récupérée.

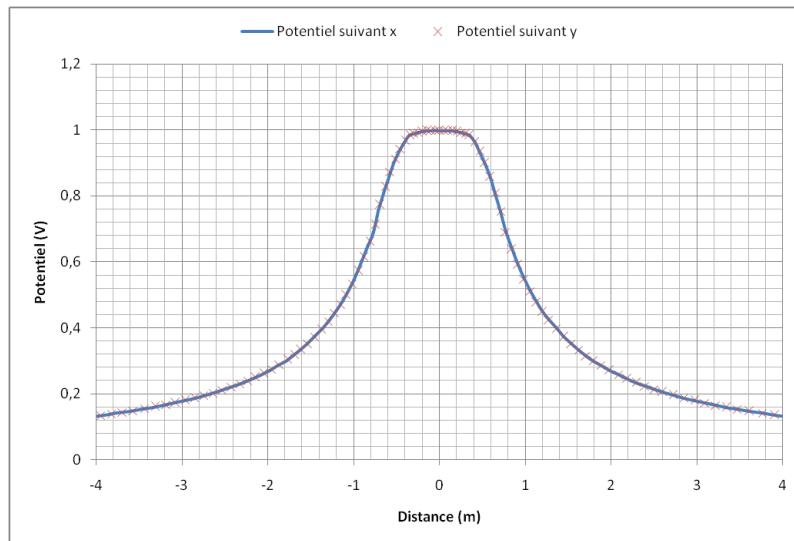


FIGURE 3.4.4 – Superposition du potentiel suivant x et suivant y , pour une plaque enterrée sous tension.

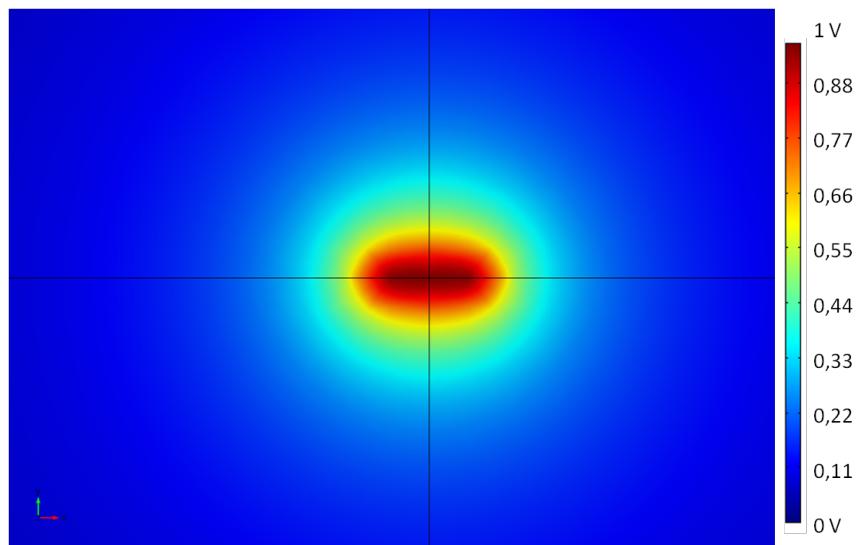


FIGURE 3.4.5 – Distribution de potentiel électrique en surface du sol produit par un cylindre enterré et sous tension.

On voit cet effet plus clairement lorsque l'on superpose le potentiel en surface suivant l'axe x et suivant l'axe y , ce qui est présenté à la Fig. 3.4.6.

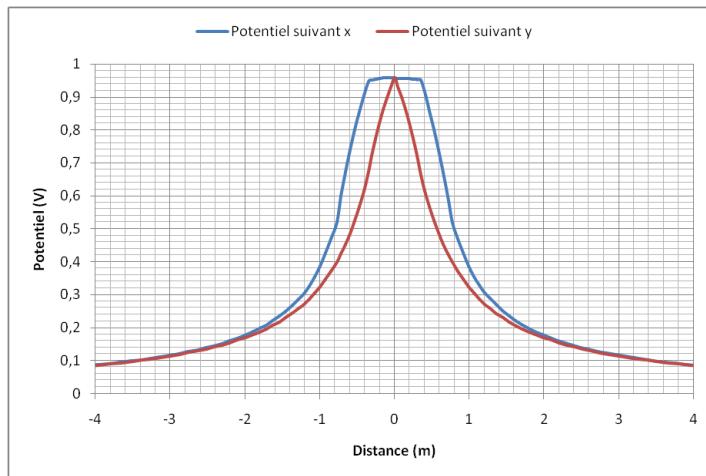


FIGURE 3.4.6 – Superposition du potentiel suivant x et suivant y , pour un cylindre enterrée sous tension.

L'asymétrie du potentiel électrique de surface produit par une prise de terre est une conséquence directe de l'effet de forme de cette prise de terre sur l'injection de courant dans le sol. Dans le cas d'une prise de terre cylindrique, on peut la diviser en trois régions différentes : une région centrale, où l'injection de courant se fait majoritairement perpendiculairement à la prise de terre ; une région d'extrémité, où l'injection de courant se fait de façon similaire au cas d'une prise de terre sphérique ; et une région intermédiaire, où les deux autres situations se superposent.

Cette dissymétrie d'injection de courant a pour conséquence la dissymétrie observée pour le potentiel électrique de surface. Cette dernière peut aussi être divisée en trois régions différentes : une région environnante de la prise de terre, où les équipotentielles ont quasiment la même forme que la prise de terre ; une région lointaine, où les équipotentielles en surface sont des cercles, et donc similaires à celles produites par une prise de terre sphérique ; et une région intermédiaire, où il existe une superposition de deux autres situations.

La distinction de ces régions n'est pas clairement définie puisque cela dépend de la géométrie de la prise de terre (longueur et rayon) mais aussi de sa profondeur. Pour quantifier cet effet, nous avons simulé le potentiel en surface produit par des prises de terre cylindriques de plusieurs longueurs différentes et de rayon fixe égal à 7 mm . Leur profondeur est de 2.2 m , et elles sont enterrées dans un sol multicouche de résistivité moyenne égale à environ $800\Omega\cdot\text{m}$. La présence du sol multicouche ne joue pourtant pas de rôle dans l'asymétrie de potentiel observé en surface car le sol multicouche est par définition symétrique par rotation autour d'un axe vertical perpendiculaire à sa surface.

Nous avons ensuite calculé l'écart en pourcentage entre le potentiel suivant l'axe x et suivant l'axe y , pour une même distance par rapport à l'axe central. En termes mathématiques et pour un potentiel en surface noté $V(x; y)$, nous avons calculé l'écart suivant :

$$Ecart = \frac{|V(x; 0) - V(0; y)|}{V(0; y)}, \text{ avec } x = y \quad (3.4.1)$$

L'Eq. 3.4.1 mesure l'asymétrie du potentiel en surface entre les axes x et y . Dans la Fig. 3.4.7 on présente cet écart pour plusieurs longueurs différentes de cylindres enterrés.

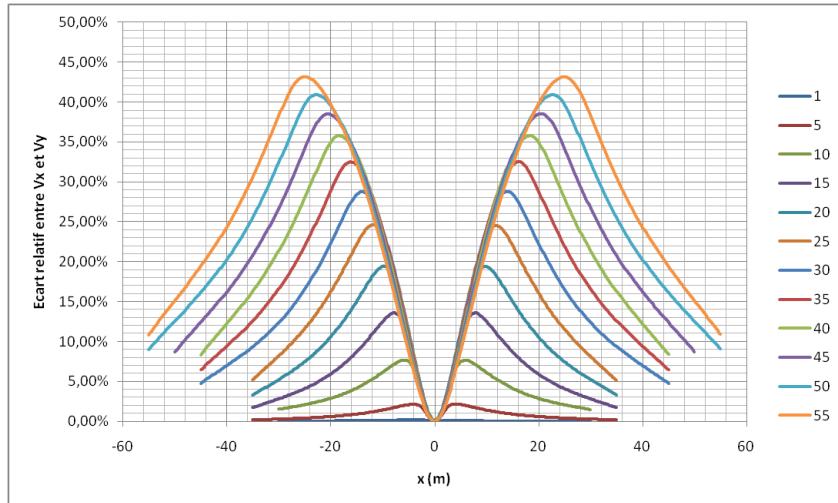


FIGURE 3.4.7 – Superposition du potentiel suivant x et suivant y , pour une plaque enterrée sous tension.

On remarque par le graphique que plus le cylindre est long, et plus élevé est le pic d'asymétrie entre les axes x et y . Néanmoins, pour toutes les longueurs de prise de terre cylindrique l'écart s'approche de zéro lorsque l'on s'éloigne. Cela signifie que V_x et V_y tendent l'un vers l'autre, et donc que, dans ce cas là, les équipotentielles en surface deviennent des cercles.

3.5 Résumé de la méthodologie

La méthode que nous avons proposée est composée de plusieurs étapes différentes et traite différents domaines de la physique et du calcul scientifique. Avant d'aborder la section des résultats, la Fig. 3.5.1 présente un schéma qui comporte toutes les grandes étapes qui composent la méthode de calcul d'EPS.

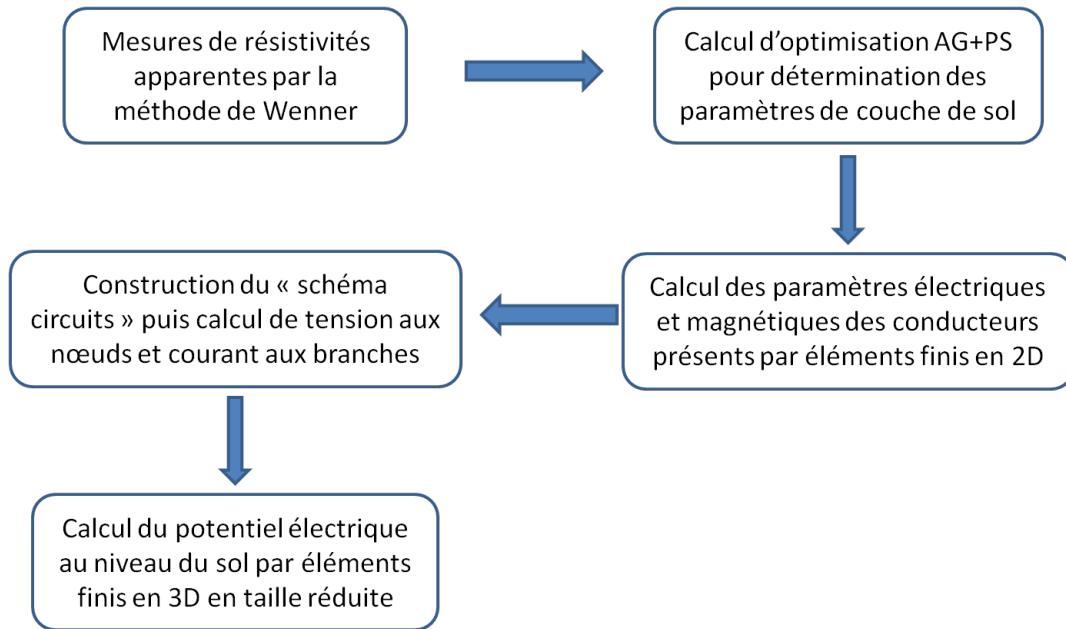


FIGURE 3.5.1 – Résumé de la méthode comportant toutes les grandes étapes.

3.6 Résultats

3.6.1 Introduction

Dans les chapitres et sous-chapitres précédents, nous avons présenté une méthodologie de calcul du potentiel et du courant électrique dans un contexte multiconducteur où plusieurs conducteurs sont proches et interagissent entre eux. La présence du sol a été intégrée dans tous les aspects du calcul.

Dans cette section, nous allons présenter des résultats d'application de cette méthodologie dans des situations proches de la réalité. Certains de ces résultats sont ensuite complétés par des mesures, qui ont été réalisées sur le terrain.

Dans la partie 3.6.2, nous présentons des résultats de calcul d'EPS dans une contexte particulier où deux conducteurs parallèles de longueur importante sont alimentés sur une de ses extrémités et en contact direct avec le sol. Des mesures, réalisées dans les environs de la sous-station SNCF des Mollettes, dans la région de Chambéry, viennent compléter les résultats de calcul.

3.6.2 Les EPS aux Mollettes : mesures et calcul

3.6.2.1 Le contexte des mesures

A la commune des Mollettes, située dans le département de la Savoie, il a été installé, pendant les années 2012 et 2013, une nouvelle sous-station électrique SNCF. Cette dernière, du nom de la commune dans laquelle elle est placée, alimentera, à l'horizon 2030, la liaison ferroviaire reliant la ville de Lyon à la ville de Turin, en Italie.

La sous-station des Mollettes est alimentée par le poste RTE de Grande-Ile, qui se situe à environ 500 mètres de la voie ferrée. Cette alimentation se fait par voie souterraine. Cependant, lors de la campagne de mesure que nous avons réalisée, la sous-station n'était pas alimentée.

Le poste RTE, aussi bien que la sous-station ferroviaire, possèdent un système de mise à la terre composé d'un maillage de conducteurs enterrés. Ce système permet d'assurer l'équipotentialité des emprises, et en même temps facilite la dispersion de tout courant de court-circuit.

L'image sur la Fig. 3.6.1 nous fournit une vue aérienne de l'ensemble de la région. On remarque la présence du poste de Grande-Ile et de la sous-station des Mollettes (qui n'avait pas encore été construite lors de la prise de vue), tous les deux en couleur rouge. Ils sont séparés par la présence de la voie ferrée, indiquée en couleur orange. Ils sont séparés par la présence de la voie ferrée, indiquée en couleur orange.

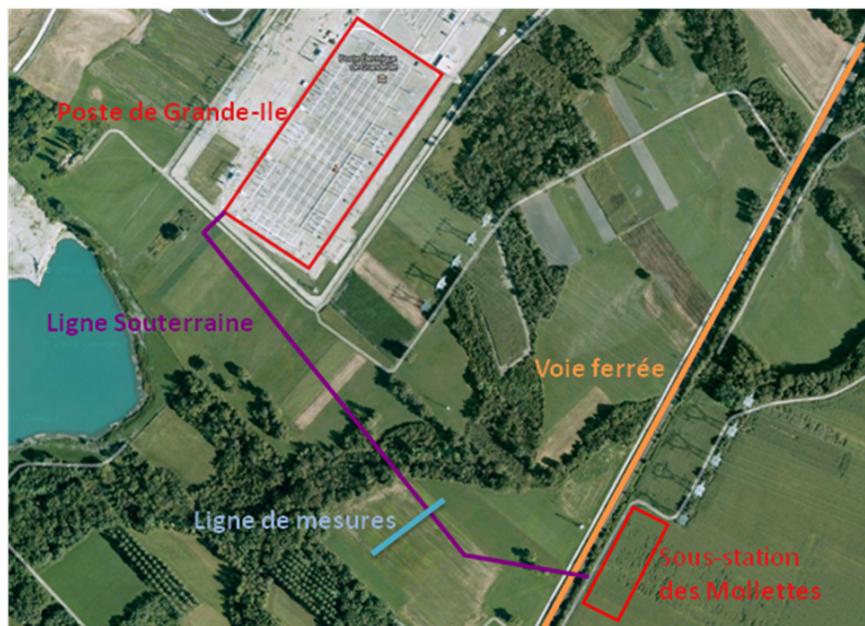


FIGURE 3.6.1 – Vue aérienne de la région entre la sous-station des Mollettes et le poste de Grande-Île.

La ligne souterraine, indiquée en couleur mauve, relie le poste à la sous-station. Elle est composée des conducteurs suivants :

- 2 ensembles de 3 conducteurs pour l'alimentation en 225 kV en triphasé. Ces conducteurs sont isolés du sol sur toute leurs longueur. Lors de la campagne

de mesure, ils étaient rendus inutilisables.

- 2 conducteurs accompagnants de 150 mm^2 , isolés du sol sur toute leur longueur. Les accompagnants étaient reliés à la mise à la terre du poste dans une extrémité, et à la terre de la sous-station dans l'autre extrémité.
- 2 conducteurs nus de 180 mm^2 , en contact avec le sol sur toute leur longueur. Comme les accompagnants, ces deux conducteurs sont reliés, dans ses extrémités, aux mises à la terre du poste et de la sous-station.

Les conducteurs accompagnants et les conducteurs nus ont été déployés dans le but d'assurer l'équipotentialité entre le poste et la sous-station, de façon à réduire la circulation d'éventuels courants « vagabonds ». Cet effet pourrait être d'autant plus important que les deux ouvrages sont à proximité l'un de l'autre.

Sur la Fig. 3.6.2, on voit une prise de vue de l'extrémité côté sous-station des Mollettes de la liaison souterraine. Cette image permet de donner une idée plus précise de sa composition et de sa géométrie.



FIGURE 3.6.2 – Prise de vue de l'extrémité de la liaison souterraine du coté de la sous-station.

Lors de la campagne de mesures, un système de connexions électriques a été mis en place de façon à alimenter la prise de terre du poste de Grande-Île à certains moments de la journée. Cette alimentation était réalisée à partir du poste électrique RTE de Bissy, à Chambéry (pas indiqué sur l'image), à quelques kilomètres du poste de Grande-Île. Ce système a été déployé pour fonctionner en tension réduite et en courant électrique maximale limité, le but principal étant, du coté RTE, de mesurer la résistance de prise de terre du poste de Grande-Île.

Les conducteurs accompagnants et les conducteurs nus qui composent la liaison souterraine reliant le poste de Grande-Île à la sous-station des Mollettes sont directement connectés à la prise de terre du poste. De ce fait, ils participent activement à la répartition du courant total. Ce courant est donc en partie dirigé vers la prise de terre de la sous-station.

Les câbles nus, puisqu'ils sont alimentés et en contact direct avec le sol, permettent un échange de courant avec ce dernier sur toute la longueur de la liaison souterraine. Cela a été vérifié par des mesures directes de courant qui nous ont permis de constater une réduction du courant total circulant dans les câbles nus au niveau de la sous-station par rapport au courant au niveau du poste électrique.

Cette fuite de courant électrique vers le sol a pour effet de produire une élévation de potentiel de sol dans les environs de la ligne souterraine. Nous avons alors effectué une série de mesures du potentiel électrique en surface dans cette condition de fuite.

Pour cela, nous avons utilisé des multimètres numériques à mémoire, synchronisés entre eux sur la même base de temps, et reliés à des électrodes de terre. Une électrode lointaine, servant de potentiel de référence, a été placée dans une région isolée. Les autres électrodes ont été placées sur une ligne droite perpendiculaire à la liaison souterraine.

L'emplacement de la ligne des mesures d'EPS, indiqué en bleu sur l'image de Fig. 3.6.1, a été choisi de façon à minimiser des éventuels perturbations extérieures. Cependant, on remarque sur l'image la présence de plusieurs lignes RTE en haute-tension dans la zone. De plus, nous avons constaté la présence d'une conduite de gaz et d'une rivière souterraine. Ces éléments peuvent, en partie, être des sources d'erreur envers des mesures.

3.6.2.2 Les mesures de résistivité apparente

Dans le but de connaître la configuration électrique du sol, nous avons effectué une série de mesures de résistivité de sol dans la zone d'intérêt, c'est à dire dans une région à proximité de la liaison souterraine et de la ligne des mesures de l'EPS. Pour cela, nous avons utilisé la méthode de Wenner (chapitre 2).

Les mesures nous ont fourni une série de valeurs de résistivité apparente. Chacune de ces valeurs est en rapport avec un écartement différent entre les électrodes de Wenner. Ces résultats sont affichés sur le Tableau 3.6.

On remarque sur ces résultats de mesure la présence d'une fluctuation assez rapide de la résistivité apparente. Si on compare la situation d'écartement d'électrodes de 1 m et de 3 m, on remarque qu'il y a une augmentation de presque 80%, pour ensuite diminuer à nouveau. Cela suggère la présence d'une couche de sol intermédiaire de résistivité importante et de faible épaisseur, par rapport aux autres couches présentes.

3.6.2.3 Les calculs de paramètres de sol multicouches

La méthode de Wenner ne fournit que des valeurs apparentes de résistivité de sol. Il est donc nécessaire d'utiliser des algorithmes d'optimisation, présentés dans le chapitre 2, pour le calcul des paramètres de couche de sol dans un modèle à sol multicouche. Ces algorithmes calculent, en fonction d'une série de mesures de résistivités apparentes, les paramètres de sol multicouche qui représentent au mieux les mesures.

Suite aux calculs d'optimisation, il a été trouvé qu'un sol à 4 couches était suffisamment représentatif des mesures de résistivité apparente réalisées sur le

Résistivité apparente ($\Omega \cdot m$)	Écartement entre électrodes de Wenner (m)
243.9	1
330.3	2
433	3
430.8	4
373.6	5
370.9	6
347.4	8
356	10
318.9	12
322	14
319.7	16

TABLE 3.6 – Résistivités apparentes mesurés par la méthode de Wenner dans la région des Mollettes.

terrain. Les paramètres de ce sol sont alors présentés sur le Tableau 3.7. De façon similaire à ce qui a été discuté dans les chapitres précédents, nous considérons que la perméabilité magnétique relative et la permittivité électrique relative sont égales à l'unité.

Couche	Résistivité ($\Omega \cdot m$)	Hauteur (m)
1	190	1,1
2	2665	0,7
3	45	1,2
4	440	∞

TABLE 3.7 – Paramètres électriques de sol des Mollettes calculés par les méthodes d'optimisation.

Pour une meilleure visualisation des résultats, nous avons calculé des résistivités apparentes par l'application théorique de la méthode de Wenner sur ce sol à 4 couches. Sur la Fig. 3.6.3 on compare ces résultats de calcul avec ceux issus directement des mesures.

Malgré la fluctuation importante pour la courbe des résistivités apparentes mesurées, on remarque la bonne concordance des résultats de calcul par rapport à cette dernière. La méthode de construction de couches de sol permet de créer un sol multicouche qui ne représente peut être pas de façon fidèle la constitution physique du sol, mais qui traduit le comportement électrique moyen du sol de la région.

3.6.2.4 Le calcul des coefficients magnétiques et électriques

Comme il a été expliqué dans la section 3.2, la présence du sol modifie les inductances propres et mutuelles des conducteurs. De même, le sol peut servir

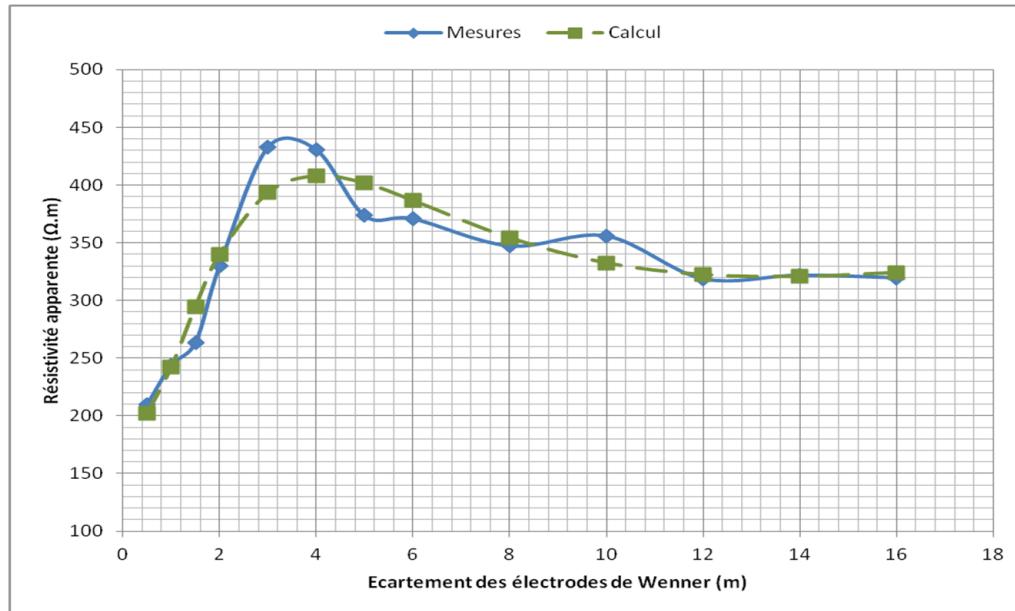


FIGURE 3.6.3 – Résistivités apparentes mesurés et calculés, en fonction de l'écartement d'électrodes de Wenner.

de milieu d'échange de courant avec les conducteurs lorsque ces derniers sont en contact direct avec lui.

Nous avons donc calculé les paramètres magnétiques et électriques des conducteurs nus des Mollettes lorsqu'ils sont en présence de ce sol à 4 couches. Les conducteurs accompagnants n'ont pas été modélisés puisqu'ils ne participent pas directement à l'élévation de potentiel de sol dans la région où nous avons effectué les mesures.

La configuration des conducteurs enterrés est indiqué sur la Fig. 3.6.4. Les conducteurs sont en contact direct avec la troisième couche d'un sol à 4 couches. Ils sont enterrés à une profondeur de 2,2 m et sont écartés d'environ 1 m un de l'autre.

Les calculs par éléments finis nous fournissent la résistance de couplage, R_{12} , et l'inductance mutuelle, L_{12} , ainsi que les résistances propres, R_{11} et R_{22} , et les inductances propres, L_{11} et L_{22} . Les résistances R_1 et R_2 sont calculées en fonction de la résistivité du matériau qui compose le conducteur et de sa surface transverse. Sur le Tableau 3.8 on trouve les résultats de calcul en linéique. Les résistances de propagation du courant le long du câble ont pour unité le $[\Omega/m]$, alors que les résistances de couplage par le sol ont pour unité le $[\Omega \cdot m]$.

3.6.2.5 La méthode circuits

Suite au calcul des paramètres électriques et magnétiques, nous avons utilisé une méthode du type « circuits », présentée à la section 3.3, pour modéliser les conducteurs des Mollettes dans leur intégralité. Les conducteurs ont été échantillonnés de façon à que les tronçons se trouvant dans la région des mesure d'EPS aient une longueur réduite.

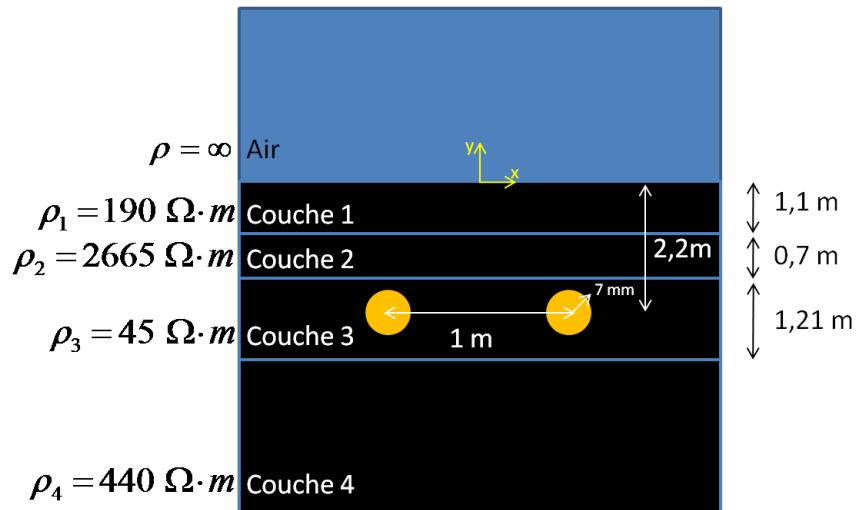


FIGURE 3.6.4 – Configuration des conducteurs nus enterrés aux Mollettes.

Paramètre	Valeur
R1 et R2	$9,3 \cdot 10^{-5} \Omega/m$
R11 et R22	$1540 \Omega \cdot m$
R12	$84 \Omega \cdot m$
L1 et L2	$2,4 \cdot 10^{-6} H/m$
L12	$2,8 \cdot 10^{-7} H/m$

TABLE 3.8 – Paramètres électriques et magnétiques des conducteurs nus de Mollettes.

Les conducteurs ont une longueur d'environ 600 m chacun. Ils ont été modélisés par une suite de cellules de plus petite taille, à savoir :

- 17 cellules de 20 m de longueur chacune, en partant du poste.
- 60 cellules de 1 m de longueur chacune, avec la ligne des mesures d'EPS se trouvant sur la droite perpendiculaire à la cellule centrale de cette suite.
- 10 cellules de 20 m chacune, en arrivant à la sous-station

Ces cellules sont du même type que celle présentée sur la Fig. 3.3.1. Le coefficient final de chaque cellule doit être calculé en fonction de sa longueur.

Sur le schéma électrique, pour représenter la mise sous tension des conducteurs, une source d'alimentation a été ajoutée du côté du poste. L'intensité de la tension d'alimentation a été estimée à 40 V. Par des mesures de décroissance du potentiel électrique de la sous-station vers l'infini, nous avons pu évaluer la résistance de prise de terre de la sous-station (notée $R_{soussta}$), dont la valeur a été de 0,2 Ω . La Fig. 3.6.5 nous montre les deux extrémités du modèle « circuits » développé. Puisque les coefficients électriques de couplage entre cellules ont été calculés par le biais d'un calcul éléments finis en 2D, chaque cellule se couple via le sol uniquement avec la cellule qui est directement en face. De même, on suppose que la région où les mesures sont réalisées se trouve suffisamment loin des extrémités des conducteurs pour que l'influence de ces derniers puisse être négligée, ce qui nous permet d'admettre en tant qu'hypothèse la symétrie de translation.

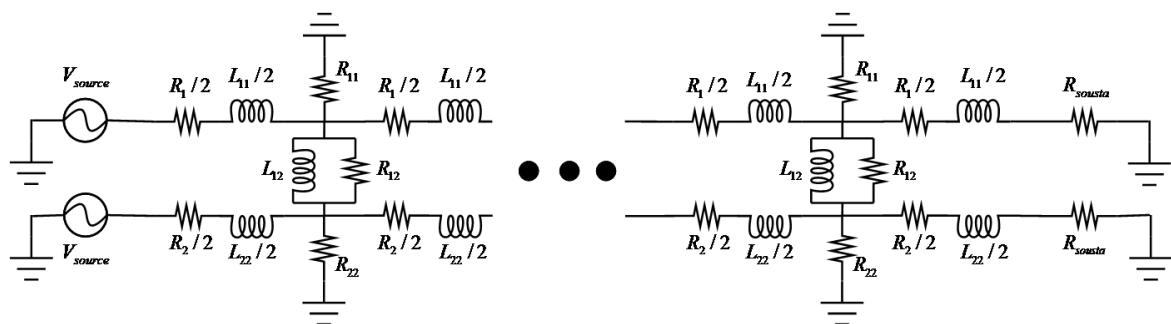


FIGURE 3.6.5 – Schéma présentant, en circuit, les deux extrémités des conducteurs enterrés.

La résolution mathématique de ce circuit électrique nous permet de calculer le courant sur toutes les branches et le potentiel électrique sur tous les nœuds qui composent les conducteurs. Pour comparer avec les résultats de calcul, nous avons mesuré le courant électrique du côté poste et du côté sous-station. La comparaison entre le calcul et la mesure est affiché sur le Tableau 3.9. Le courant indiqué est la somme du courant mesuré pour chacun des câbles nus en valeur de pic.

	Courant mesuré (A)	Courant calculé (A)	Écart relatif
Côté poste	146	146	0%
Côté sous-station	132	130,4	1%

TABLE 3.9 – Comparaison entre courant électrique calculé et mesuré.

3.6.2.6 Le calcul et les mesures des EPS

Les mesures d'EPS ont été réalisées à l'aide de multimètres numériques à mémoire, synchronisés entre eux sur la même base de temps, et reliés à des électrodes de terre. Les électrodes de terre ont été insérées dans le sol à une très faible profondeur. Elles ont été placées sur une droite perpendiculaire aux conducteurs enterrés. Leur position exacte a été choisie de façon à retrouver une décroissance du potentiel électrique de surface en fonction de la distance.

Dans le Tableau 3.10 on trouve les valeurs de potentiel électrique mesurées aux Mollettes. On remarque que l'intensité du potentiel atteint un maximum au niveau de la droite perpendiculaire aux conducteurs, pour ensuite décroître en fonction de la distance.

Distance horizontale (m)	Potentiel en valeur de pic (V)
-6	13.6
-1	21.9
1	21.8
3	19.0
7	15.6
10	12.6
14	9.9
19	7.5
24	6.5

TABLE 3.10 – Valeurs de potentiel mesuré en surface, en fonction de l'écartement horizontal.

Pour le calcul des élévations de potentiel de sol, nous avons utilisé une modélisation par la méthode des éléments finis en 3D en échelle réduite (voir section 3.4). Le rapport entre le rayon et la longueur des conducteurs simulés est tel qu'il existe une différence de taille trop important entre les mailles qui composent le maillage au niveau des câbles et celles qui compose le maillage au niveau sol plus éloigné. Cet effet alourdit considérablement les calculs par éléments finis. A partir d'une certaine longueur des câbles, la modélisation par éléments finis n'est plus envisageable.

De ce fait, nous nous sommes limités à une longueur de conducteurs égale à 80 m. Cependant, le potentiel au niveau du sol ne doit pas dépendre de la longueur de conducteur simulé. Les conducteurs réels ont une longueur de 600 m chacun, alors que les points de mesure ne dépasse pas 30 m d'écartement horizontal par rapport aux conducteurs. De ce fait, les extrémités des conducteurs doivent influencer très peu sur les points de mesure dans ce contexte là. L'effet associé à la forme du conducteur fait que les équipotentielles en surface ont quasiment la même forme que les conducteurs eux mêmes, c'est à dire des lignes droites parallèles.

Pour montrer l'indépendance du calcul par rapport à la longueur des conducteurs, nous avons effectué un calcul paramétrique avec plusieurs longueurs de conducteur différentes. Un graphique qui comporte tous les résultats de simu-

lation est présenté sur la Fig. 3.6.6. Comme on peut voir, une taille minimale de conducteur simulé est nécessaire de façon à ne pas avoir des écarts trop importants par rapport aux mesures. On remarque aussi que les courbes convergent lorsque l'on augmente la longueur des conducteurs.

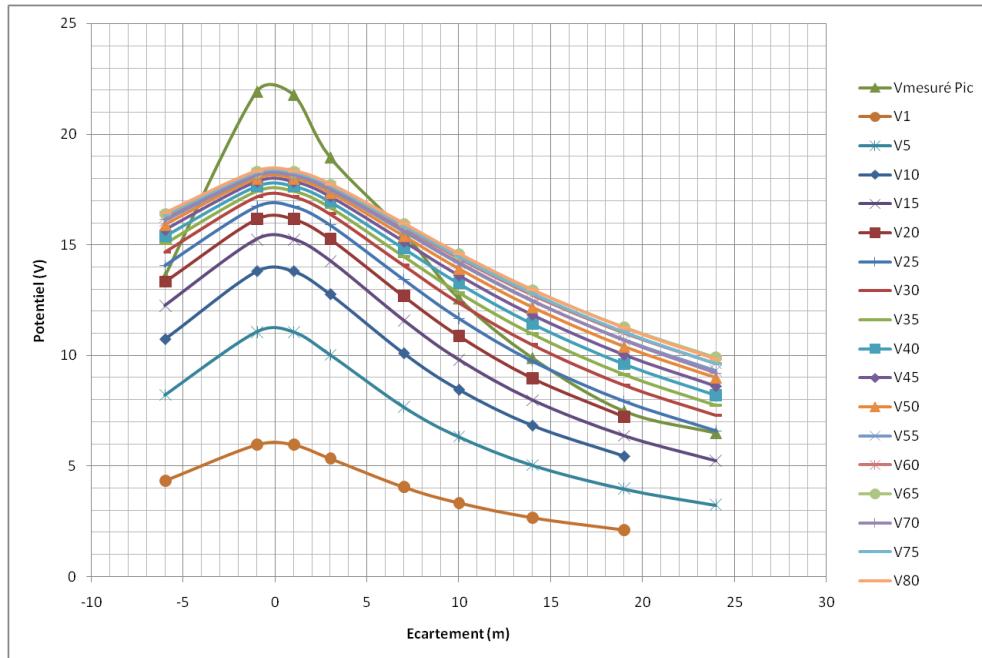


FIGURE 3.6.6 – Calcul et mesure du potentiel électrique en surface du sol aux Mollettes en fonction de la distance horizontale par rapport aux conducteurs accompagnants enterrés.

Dans la Fig. 3.6.7 la région affichée a été limitée à moins de 10 m d'éloignement horizontal par rapport aux conducteurs enterrés. En effet, il est plus important de bien connaître le potentiel dans cette région car l'intensité du potentiel y est plus importante, ce qui amplifie le danger d'une éventuelle surtension. Aussi, ce graphique permet d'observer avec plus de détails la convergence du potentiel.

On note que pour avoir une précision suffisante dans cette région de 10 m, que l'on appelle région d'intérêt, il n'est pas nécessaire de simuler de très longs conducteurs. En effet, le gain de précision de calcul devient marginal lorsque l'on est au-delà d'une longueur de 55 m.

Ce fait est illustré par le graphique présenté à la Fig. 3.6.8, où nous avons calculé l'écart relatif entre le potentiel calculé, pour plusieurs longueurs de conducteur, et le potentiel mesuré. L'axe horizontal a été tout de même limité à la région d'intérêt.

On remarque que, pour des conducteurs simulés de longueur supérieure à 50 m, l'écart relatif est limité à moins de 20% du côté positif des abscisses. Alors que du côté droit, il est légèrement au-dessus de 20%.

Plusieurs sources d'erreur différentes peuvent expliquer les écarts observés par rapport aux mesures, comme par exemple une imprécision pour le calcul des paramètres de sol. Les résultats sont quand même satisfaisants. Les valeurs de potentiel

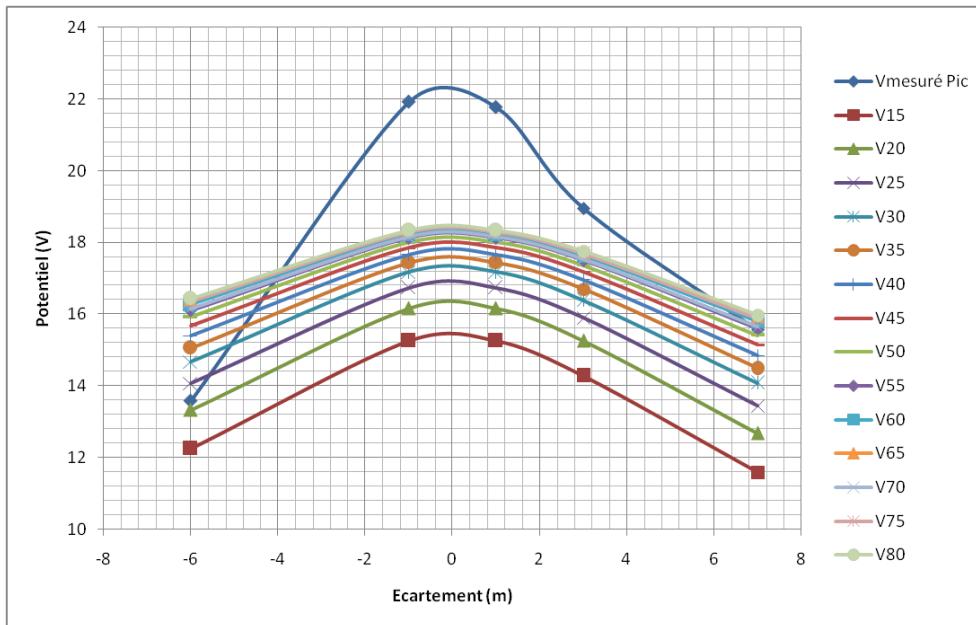


FIGURE 3.6.7 – Potentiel électrique calculé et mesuré aux Mollettes dans la région à proximité des conducteurs.

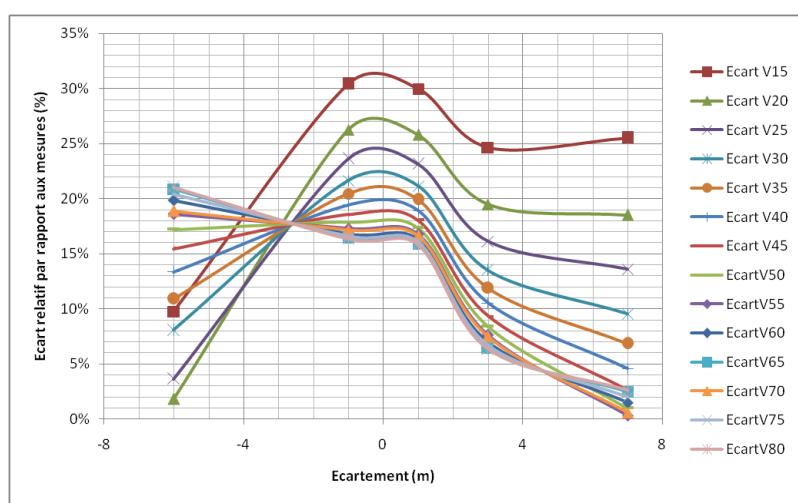


FIGURE 3.6.8 – Écart relatif entre le potentiel calculé et le potentiel mesuré, pour plusieurs longueurs de conducteurs simulés différentes.

calculées sont, surtout dans la région d'intérêt, relativement proches des valeurs de potentiel calculé.

3.7 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté une méthode hybride, combinant la méthode des éléments finis et une méthode « circuits », pour calculer des EPS dans un système multiconducteurs et en présence d'un sol hétérogène multicouches.

Dans cette optique, nous avons tout d'abord présenté une méthodologie pour le calcul, par la méthode des éléments finis, des coefficients de couplage entre conducteurs en prenant en compte la présence du sol. Des coefficients de nature magnétique, issus d'un couplage inductif entre conducteurs, et des coefficients de nature électrique, issus d'un couplage par conduction entre conducteurs via l'impédance commune qui est le sol, ont été calculés. Puisque le système ferroviaire est symétrique par translation, le calcul de ces coefficients a été effectué dans un modèle à 2 dimensions, c'est à dire dans un plan de coupe perpendiculaire à la direction des rails.

Pour prendre en compte la propagation du courant électrique dans la troisième dimension, les conducteurs doivent être modélisés dans leur intégralité. Nous les avons alors intégrés dans une modélisation de type « circuit », dans laquelle chaque conducteur a été divisé en plusieurs tronçons de différentes tailles. A chaque tronçon sont associées des résistances et des inductances, dont les valeurs ne dépendent que de la longueur du tronçon et du conducteur auquel il appartient. Une source de tension est fixée à un certain point du schéma « circuit », ce qui nous permet de connaître la répartition du potentiel électrique sur tous les tronçons de tous les conducteurs.

Cette méthode a pour principal avantage de ne pas requérir beaucoup de ressources informatiques. Aussi, elle nous permet de calculer le potentiel électrique et les échanges de courant entre deux tronçons quelconques, ainsi qu'entre un tronçon quelconque et le sol lointain. La précision du calcul est uniquement déterminée par la taille des tronçons, elle peut être amélioré autant que l'on le souhaite.

La méthode “circuit” n'est pourtant pas, à elle seule, suffisante pour calculer les EPS en contexte ferroviaire multiconducteurs. Pour cela, il est nécessaire d'intégrer le sol dans un modèle éléments finis en 3 dimensions en échelle réduite, où l'on ne modélise qu'une région de taille réduite autour de l'endroit où l'on souhaite calculer le potentiel de sol. Les conducteurs modélisés sont maintenus à un potentiel fixe, qui est celui calculé par la méthode « circuits ». Cela nous permet d'évaluer le potentiel électrique en tout point de la surface du sol.

La méthode développée a été confrontée à des mesures réalisées sur le terrain. Deux conducteurs de longueur importante, enterrés et en contact direct avec le sol, ont été connectés à une source de tension à une de ses extrémités, et à la prise de terre de la sous-station SNCF des Mollettes dans l'autre extrémité. Nous avons mesuré les EPS produites sur une droite perpendiculaire aux conducteurs.

Ces mesures ont été utilisées pour une comparaison avec des résultats de calcul issus de la méthode présentée dans ce chapitre. Pour cela, nous avons aussi dû mesurer des résistivités apparentes de sol, ce qui nous a permis de construire

un modèle de sol multicouches, et de déterminer le courant circulant dans les conducteurs au niveau de chacune de ses extrémités.

Nous avons donc calculé des paramètres de couplage entre les deux conducteurs, ainsi qu'entre chacun des conducteurs et le sol lointain. Ces calculs nous ont permis de construire un modèle “circuit”, où chaque conducteur est modélisé par des tronçons associés à des résistances et des inductances.

Dans une région d'intérêt, placée à moins de 8 m d'écart horizontal par rapport aux conducteurs, les valeurs obtenues sont limités à moins de 20% d'écart par rapport aux mesure. Nous avons aussi calculé le courant électrique aux deux extrémités des conducteurs. Dans ce cas, l'écart relatif par rapport aux mesures a été limité à moins de 2%.

Conclusion générale et perspectives

La majorité des méthodes existant aujourd’hui pour le calcul des EPS ne permettent pas la prise en compte de la nature hétérogène du sol et la présence de conducteurs passifs enterrés en contact avec le sol. Or, dans le système ferroviaire ces éléments ont une influence sur la distribution et l’intensité du potentiel électrique dans le sol et doivent être pris en compte.

Dans cette optique, nous avons proposé une nouvelle méthode pour le calcul des EPS, plus complète et par conséquent plus précise que celles existant aujourd’hui. Cette méthode permet d’intégrer dans la modélisation la présence d’un sol hétérogène multicouche, construit à partir de mesures réalisées sur le terrain et spécifiques à chaque contexte de sol. La présence de conducteurs enterrés dans la région de l’EPS est prise en compte dans un modèle multiconducteurs qui permet d’intégrer en même temps tous les conducteurs de la zone et leurs connexions.

Une première partie des travaux présentés est dédiée à l’étude et à la modélisation du sol. Pour caractériser le sol, nous avons utilisé la méthode de Wenner, qui permet de calculer des résistivités apparentes à partir de la mesure des potentiels et des courants effectuées en surface du sol. Nous avons par ailleurs montré que ces résistivités apparentes représentent une sorte de moyenne des résistivités des constituants du sol, et donc ne peuvent pas être directement utilisées dans un modèle de sol.

Afin d’avoir un modèle correct de sol, nous avons présenté une méthode de calcul inverse, formulée comme un problème d’optimisation. Cette méthode nous permet de reconstruire les couches de sol, et donc de retrouver des valeurs de résistivité et d’épaisseur des couches, à partir des mesures de Wenner. En l’occurrence, nous avons utilisé une méthode hybride combinant les algorithmes génétiques et les algorithmes de recherche par motifs (*pattern search*).

Au moyen d’une série de simulations où l’on a appliqué la méthode de Wenner sur un sol fictif, nous avons montré que les algorithmes génétiques convergent rapidement vers la bonne solution dans le cas où le sol est relativement simple, par exemple un sol à deux couches. Cependant, pour des sols à trois couches avec un écart important de résistivité entre les couches, la méthode du *pattern search* est nécessaire pour améliorer la convergence, en même temps que la précision et le temps de calcul.

Cette méthode a été appliquée à des cas concrets, en fonction de mesures réalisées sur le terrain. La méconnaissance des paramètres électriques à l’intérieur du sol nous empêche d’avoir une validation directe de la méthode. Nous avons néanmoins utilisé une méthode indirecte de validation, où nous avons calculé la résistance de prise de terre d’une électrode particulière enterrée dans un sol multicouches, ce

sol étant issu de la modélisation. Ce calcul a été comparé avec des mesures, et un excellent accord a été trouvé, avec un écart relatif de moins de 2%.

La seconde partie des travaux présentés a été destinée à l'étude du comportement des conducteurs en présence du sol, ainsi qu'à l'étude de la distribution du potentiel de sol en présence de conducteurs enterrés. À cet égard, nous avons présenté une méthode hybride composée de trois éléments principaux.

Premièrement, un calcul par éléments finis nous a permis de calculer à la fois les couplages magnétiques, par induction entre conducteurs, et les couplages électriques, par conduction via l'impédance commune qui est le sol, entre chaque paire de conducteurs. Puisque le système ferroviaire est symétrique par translation, les simulations sont réalisées dans un plan de coupe à deux dimensions, un plan perpendiculaire à la direction des rails. Les calculs des coefficients ont été réalisés par trois méthodes différentes : le flux, la densité de courant et l'énergie. Des comparaisons avec des formules analytiques dans des situations simples nous ont amenés à la conclusion que la méthode du flux est la plus précise parmi les trois.

Deuxièmement, ces coefficients ont été insérés dans un modèle "circuits" de façon à modéliser les conducteurs dans leur intégralité. Les conducteurs sont alors divisés en plusieurs tronçons, de différentes tailles, et intégrés dans un schéma « circuit ». Si l'un de ces tronçons est connecté à une source de potentiel, on est alors alors capable de connaître le potentiel électrique au niveau de tous les autres tronçons sur tous les conducteurs du système. On connaît aussi le courant échangé entre les tronçons, ainsi qu'entre chaque tronçon et le sol.

Troisièmement, nous avons proposé un modèle à 3 dimensions du sol qui prend en compte les conducteurs enterrés. Le potentiel électrique au niveau des conducteurs est celui calculé par le schéma circuits. Cette modélisation est réalisée à petite échelle, uniquement dans la région où l'on souhaite calculer le potentiel de sol.

Ces méthodes ont été utilisées dans le cadre d'une série de mesures effectuées dans la région de Chambéry, à proximité de la sous-station ferroviaire des Mollettes. Deux conducteurs de longueur importante, enterrés et en contact direct avec le sol, ont été connectés à une source de tension à une de ses extrémités, et à la prise de terre de la sous-station dans l'autre extrémité. Dans ce contexte, nous avons mesuré le potentiel à la surface du sol sur une droite perpendiculaire aux conducteurs. Nous avons aussi mesuré des résistivités apparentes de sol, afin de construire un modèle de sol multicouches, ainsi que l'intensité du courant électrique dans les deux extrémités des conducteurs.

A partir du modèle de sol obtenu à l'aide des algorithmes d'optimisation, nous avons reproduit ces mesures en suivant la méthode de calcul que nous avons présentée dans le Chapitre 3. Les mesures de courant électrique ont été en très bon accord avec les simulations, l'écart relatif étant plus faible que 2%. Cela était aussi le cas pour les mesures d'EPS, où l'écart relatif n'a pas excédé les 20% dans une région d'intérêt au voisinage des conducteurs. Avec les simulations, nous avons aussi démontré la convergence des calculs par rapport à la longueur des conducteurs simulés. En effet, nous avons montré, dans le contexte des mesures aux Mollettes, que « l'effet de forme » des conducteurs sur l'EPS s'atténue pour une longueur d'au moins 50 m.

Certains aspects importants n'ont pas été suffisamment abordés dans ce manus-

crit, ils sont alors traités dans les perspectives pour des futurs travaux. Concernant l'étude du sol, deux points importants restent à traiter. Premièrement, il est nécessaire d'analyser l'impact de la permittivité électrique du sol dans les calculs. Dans ce manuscrit, nous avons supposé que son effet est « de deuxième ordre » dans les calculs d'EPS, ce qui nous a amené à poser la permittivité électrique relative comme étant égal à 1. Une étude plus approfondie, cependant, reste à faire. Deuxièmement, dans le cas de tensions élevées et de forts courants, le sol se comporte de façon non linéaire (voir en particulier les travaux de Petropoulos[93], de Grcev [94], de Sekioka [95] et de Nixon [96]). Dans le cas des court-circuits phaseterre dans un pylône du réseau de transport d'énergie à haute tension, cet effet est très important. Suite à des court-circuits qui ont eu lieu, il a été observé que le sol autour du pylône était beaucoup plus sec qu'ailleurs, grâce à la vaporisation de l'eau. La résistivité du sol est par conséquent modifiée.

Il est aussi envisageable de construire un modèle de sol réel à petite échelle, à partir de couches de matériaux différents. Ses résistivités pourraient être mesurées directement, ce qui nous donnerait une méthode directe de validation des calculs d'optimisation que nous avons proposés dans le Chapitre 2.

Concernant le calcul des EPS, deux points importants peuvent aussi être soulignés. Premièrement, la prise en compte d'une électrode ponctuelle, ou de petite taille, n'a pas été beaucoup développée dans le travail. Des calculs supplémentaires devraient alors être réalisés, accompagnés d'une série de mesures pour les valider. Ce point est important surtout pour pouvoir traiter des situations de couplage entre des prises de terre des pylônes du réseau d'énergie à haute tension et des conducteurs ferroviaires. Deuxièmement, la dernière partie de la méthode, c'est à dire la construction du modèle 3D à petite échelle pour le calcul des EPS, alourdit un peu la démarche de calcul. Bien que les résultats soient relativement satisfaisants il serait souhaitable d'envisager une approche générale permettant de déterminer le potentiel en un point quelconque du sol uniquement à partir de la description des structures en 2D et de la méthode hybride présentée. Une approche pertinente envisagée concerne l'utilisation de l'analyse tensorielle des réseaux (méthode de Kron), et plus particulièrement les travaux d'Olivier Maurice [97, 98], dans le but d'intégrer les couplages entre conducteurs et le sol à la fois, dans le même modèle, à partir d'une description modale de l'espace.

Annexes

Annexe A

Formule analytique pour le potentiel : électrode ponctuelle et sol homogène

Une formule analytique pour le potentiel électrique produit par une électrode ponctuelle en sol homogène peut être par les relations entre la densité de courant et le potentiel électrique. Par la loi d'Ohm, que l'on suppose valable pour le niveau de tension/champ électrique auquel on se situe, on peut écrire :

$$\vec{J} = \frac{1}{\rho} \vec{E} = -\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} V \quad (\text{A.0.1})$$

Dû à la symétrie sphérique du problème, les équipotentielles sont des hémisphères et les lignes de courants sont des droites perpendiculaires à ces dernières. On en tire alors que la densité de courant est simplement :

$$|\vec{J}| = \frac{I}{\frac{1}{2}(4\pi q^2)} \quad (\text{A.0.2})$$

où I est le courant total injecté dans la terre et q est la distance par rapport à l'électrode ponctuelle d'injection.

Grâce à la symétrie sphérique, nous avons que $\vec{\nabla} V = \frac{dV}{dq} \frac{\vec{q}}{|q|}$ et donc :

$$\frac{dV}{dq} = \frac{\rho I}{2\pi q^2} \quad (\text{A.0.3})$$

La solution de l'équation précédente est, à une constante additive près, la suivante :

$$V = \frac{\rho I}{2\pi q} \quad (\text{A.0.4})$$

Lorsque l'on se place en coordonnées cylindriques, la variable q s'écrit comme :

$$q = \sqrt{r^2 + z^2} \quad (\text{A.0.5})$$

L'équation A.0.4 s'écrit alors comme :

$$V = \frac{\rho I}{2\pi\sqrt{r^2 + z^2}} \quad (\text{A.0.6})$$

Annexe B

Potentiel en surface produit par une électrode ponctuelle surfacique en présence d'un sol à N couches

Le potentiel en surface produit par une électrode ponctuelle enterrée en surface d'un sol hétérogène composé de N couches empilées les une sur les autres est donné par l'équation suivante [70] :

$$V_N = \frac{\rho_1 I}{2\pi x} (1 + F_N(x)) \quad (\text{B.0.1})$$

où x représente la distance par rapport à l'électrode, ρ_1 est la résistivité de la première couche de sol, I est le courant injecté par l'électrode et $F_N(x)$ est défini par l'équation intégrale suivante :

$$F_N(x) = 2x \int_0^{\infty} \frac{K_{N1} e^{-2\lambda d_1}}{1 - K_{N1} e^{-2\lambda d_1}} J_0(\lambda x) d\lambda \quad (\text{B.0.2})$$

où d_1 est l'épaisseur de la première couche de sol et :

$$K_{N1} = \frac{k_1 + K_{N2} e^{-2\lambda d_2}}{1 + k_1 K_{N2} e^{-2\lambda d_2}} \quad (\text{B.0.3})$$

$$K_{N2} = \frac{k_2 + K_{N3} e^{-2\lambda d_3}}{1 + k_2 K_{N3} e^{-2\lambda d_3}} \quad (\text{B.0.4})$$

⋮

$$K_{N-2} = \frac{k_{N-2} + K_{N-1} e^{-2\lambda d_{N-1}}}{1 + k_{N-2} K_{N-1} e^{-2\lambda d_{N-1}}} \quad (\text{B.0.5})$$

$$K_{N-1} = k_{N-1} \quad (\text{B.0.6})$$

où d_i représente l'épaisseur de la couche i . Le coefficient k_i représente le « le coefficient de réflexion » entre la couche indexée par i et la couche indexée par $i + 1$, il est défini par :

$$k_i = \frac{\rho_{i+1} - \rho_i}{\rho_{i+1} + \rho_i} \quad (\text{B.0.7})$$

Annexe C

La méthode des 62%

La méthode des 62% est une méthode semi-empirique souvent utilisée pour mesurer la résistance de prise de terre d'une électrode sans que le retour du courant n'influence sur la mesure. Pour l'appliquer, il est nécessaire d'utiliser, en plus de l'électrode dont la résistance on souhaite mesurer, indexée par le numéro 1, deux autres électrodes de terre, indexées par les numéros 2 et 3. La disposition de ces électrodes est représentée sur la Fig. C.1.

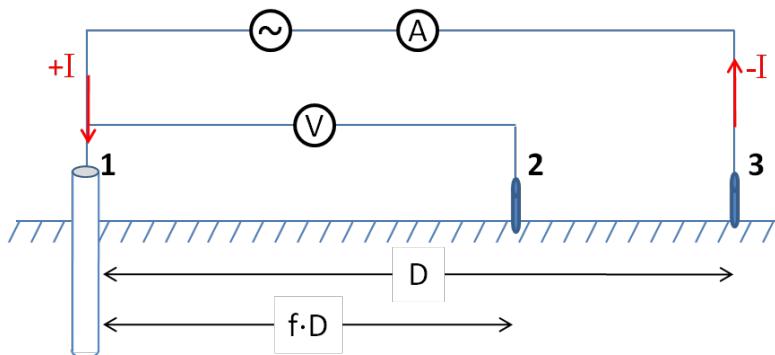


FIGURE C.1 – Disposition des électrodes pour la méthode des 62%.

Comme on peut voir sur l'image, les électrodes 1 et 3 sont connectées entre elles à travers une source de potentiel et un ampèremètre. L'électrode 2 est connectée à l'électrode 1 par un voltmètre.

La valeur D dépend aussi du type de sol et donc ne peut pas être fixée au préalable. Néanmoins, il est nécessaire que D soit suffisamment grand pour que les électrodes 1 et 3 n'interagissent pas directement entre elles. Puisque l'électrode 2 est placée entre les électrodes 1 et 3, il faut que $0 < f < 1$.

Dans ces conditions, lorsque l'on déplace l'électrode 2 le long de la droite formée par les électrodes 1 et 3, on aura une courbe de potentiel électrique mesuré qui ressemble celui présenté sur la Fig. C.2.

Puisque les électrodes 1 et 3 sont relativement éloignées l'une de l'autre, il n'y a pas d'interaction entre l'EPS produite par l'électrode 1 l'EPS produite par l'électrode 3. On peut alors assumer que le potentiel électrique dans la zone plate la courbe représente le potentiel électrique entre l'électrode 1 et l'infini. Par plusieurs

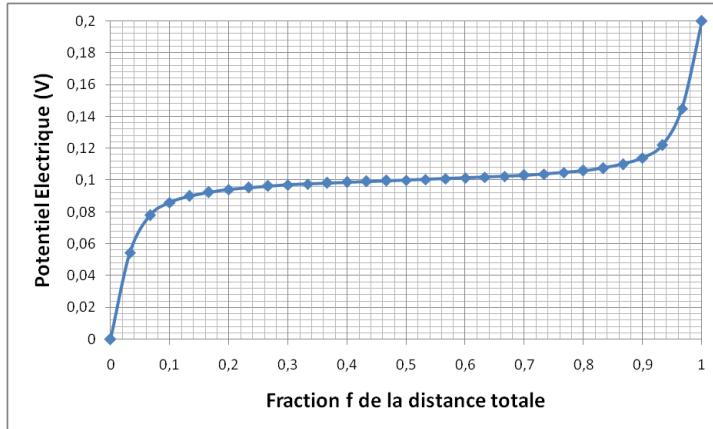


FIGURE C.2 – Différence de potentiel entre les électrodes 1 et 2.

séries de mesures, réalisées dans des différents contextes, il a été montré que cette affirmation est d'autant plus vraie que la courbe est plate dans la région équivalente à 62% de la distance totale entre les électrodes 1 et 3 [78].

La méthode consiste à alors à mesurer le potentiel directement au point 62%, et ensuite s'assurer que la mesure ne varie pas ou peu en déplaçant l'électrode 2 à +10% et -10% de part et d'autre de la mesure initiale. Si la mesure varie, il faut augmenter la distance D et recommencer les mesures.

La résistance de prise de terre de l'électrode sera égale au rapport entre le potentiel mesuré au point 62% et le courant électrique injecté dans le sol.

Bibliographie

- [1] P. Chapas, “Composants et applications électriques du système ferroviaire,” *Techniques de l'Ingénieur, traité Génie électrique*, pp. 1 – 16, 2003.
- [2] EDF, “Principes de conception et de réalisation des mises à la terre,” 1984.
- [3] GlobuleTrainZ, “Le guide de la caténaire pour les nuls,” 2010. [Online]. Available : <http://globuletrainz.free.fr/crea/doc/CatePourLesNuls.pdf>
- [4] M. Provoost and C. Courtois, “Traction électrique ferroviaire, Dynamique ferroviaire et sous-stations,” *Techniques de l'Ingénieur, traité Génie électrique*, pp. 1–13, 1998.
- [5] R. Benato and A. Paolucci, *EHV AC Undergrounding Electrical Power*. Springer London, 2010.
- [6] F. Dawalibi and R. Southey, “Analysis of electrical interference from power lines to gas pipelines. II. Parametric analysis,” *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 5, no. 1, pp. 415–421, 1990. [Online]. Available : <http://ieeexplore.ieee.org/articleDetails.jsp?arnumber=107306>
- [7] B. Milesevic, “Estimation of current through human body in case of contact with pipeline in the vicinity of a 50 Hz- electrified railway,” pp. 877–882, 2013.
- [8] P. Khandelwal, a. Pachori, and T. Khandelwal, “An Insight on Right of Way and its Cost for Power Transmission Cable and Conventional Overhead Transmission Lines,” *Journal of The Institution of Engineers (India) : Series B*, vol. 94, no. 4, pp. 257–262, Jan. 2014. [Online]. Available : <http://link.springer.com/10.1007/s40031-013-0067-7>
- [9] A. Ogunsola, S. Member, A. Mariscotti, and L. Sandrolini, “Estimation of Stray Current From a DC-Electrified Railway and Impressed Potential on a Buried Pipe,” vol. 27, no. 4, pp. 2238–2246, 2012.
- [10] D. Cui, X. Qu, and H. Yu, “Mutual Inductance Coefficient between Overhead Power Line and Underground Communication Cable,” *Power System Technology*, vol. 02, 2008.
- [11] N. Haddad and M. Cucchiaro, “Ground potential rise calculation applied to a multiconductor network of a railway system,” *International Symposium on Electromagnetic Compatibility - EMC EUROPE*, pp. 1–5, Sep. 2012.

- [Online]. Available : <http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=6396807>
- [12] Norme NF F53-695, “Installations fixes ferroviaires - Ballasts et gravillons de soufflage - Caractéristiques et spécifications,” *AFNOR*, pp. 1–19, 1992.
- [13] R. Hill, S. Brillante, C. de Souza, and P. Leonard, “Electrical material data for railway track transmission line parameter studies,” *IEE Proceedings - Electric Power Applications*, vol. 146, no. 1, p. 60, 1999. [Online]. Available : http://digital-library.theiet.org/content/journals/10.1049/epa_19990194
- [14] IN 466, “Directives pour travaux de signalisation n° 2 - pose de câbles,” *SNCF, Direction de l'Ingénierie*, pp. 1–18.
- [15] J. He, B. Zhang, P. Kang, R. Zeng, S. Member, and B. Zhang, “Characteristics of Frozen Soil,” vol. 23, no. 4, pp. 2216–2223, 2008.
- [16] E. D. Sunde, *Earth conduction effects in Transmission Systems*. New York : McMillan, 1968.
- [17] J. He, R. Zeng, and B. Zhang, *Methodology and Technology for Power System Grounding*. Singapore : Wiley, 2013.
- [18] D. Chapellier, *Prospexion électrique de surface*. Université de Lausanne - Institut Français du Pétrole, 2000.
- [19] a. Samouëlian, I. Cousin, a. Tabbagh, a. Bruand, and G. Richard, “Electrical resistivity survey in soil science : a review,” *Soil and Tillage Research*, vol. 83, no. 2, pp. 173–193, Sep. 2005. [Online]. Available : <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0167198704002326>
- [20] J. O. Job, A. Tabbagh, and M. Hachicha, “Détermination par méthode électromagnétique de la concentration en sel d'un sol irrigué,” *Canadian Journal of Soil Science*, vol. 75, no. 4, pp. 463–469, 1995.
- [21] A. Tabbagh, R. Gue, and P. Cosenza, “Numerical modeling of the role of water and clay content in soils ' and rocks ' bulk electrical conductivity,” *Journal of Geophysical Research*, vol. 107, pp. 1–9, 2002.
- [22] A. Tabbagh, C. Camerlynck, and P. Cosenza, “Numerical modeling for investigating the physical meaning of the relationship between relative dielectric permittivity and water content of soils,” *Water resources research*, vol. 36, no. 9, pp. 2771–2776, 2000.
- [23] M. E. Tucker, *Sedimentary Petrology : An Introduction to the Origin of Sedimentary Rocks*. Wiley, 2001.
- [24] D. Price, *Mineral Physics - Treatise on Geophysics*. Elsevier, 2009.
- [25] G. E. Archie, “The Electrical Resistivity Log as an Aid in Determining Some Reservoir Characteristics,” *Petroleum Transactions of the AIME*, no. October, pp. 54–62, 1942.

- [26] T. W. Dawson, S. Member, K. Caputa, M. A. Stuchly, and R. Kavet, “Electric Fields in the Human Body Resulting From 60-Hz Contact Currents,” vol. 48, no. 9, pp. 1020–1026, 2001.
- [27] B. Thapar, V. Gerez, A. Balakrishnan, and D. A. Blank, “Evaluation of Ground Resistance of a Grounding Grid of Any Shape,” *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 6, no. 2, pp. 640–647, 1991.
- [28] F. Dawalibi and D. Mukhedkar, “Parametric Analysis of Grounding Grids,” *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-98, no. 5, pp. 1659–1668, 1979.
- [29] J. Nahman and V. Djordjević, “Resistance to earth of substation earth electrodes in uniform and two-layer soils,” *Electrical Engineering*, vol. 80, no. 5, pp. 337–342, Oct. 1997. [Online]. Available : <http://link.springer.com/10.1007/BF01370970>
- [30] M. Valencia and P. Dular, “Analytical and Finite Element Modeling of Grounding Systems,” in *IX International Symposium on Lightning Protection*, no. November, 2007.
- [31] H. B. Dwight, “Calculation of Resistances to Ground,” *AIEE Transactions (Electrical Engineering)*, vol. 55, pp. 1319–28, 1936.
- [32] G. W. O. Howe, “Capacity of Radio-Telegraph Antennae,” *The Electrician*, vol. 73, 1914.
- [33] S. J. Schwarz, “Analytical Expressions dor the Resistance of Grounding Systems,” *Power Apparatus and Systems, Part III. Transactions of the American Institute of Electrical Engineers*, pp. 1011–1016, 1954.
- [34] G. F. Tagg, *Earth Resistances*. London : George News, 1964.
- [35] L.-H. Chen, J.-F. Chen, T.-J. Liang, and W.-I. Wang, “Calculation of ground resistance and step voltage for buried ground rod with insulation lead,” *Electric Power Systems Research*, vol. 78, no. 6, pp. 995–1007, Jun. 2008. [Online]. Available : <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0378779607001708>
- [36] D. L. Garrett and J. G. Pruitt, “Problems Encountered With The Average Potential Method of Analyzing Substation Grounding Systems,” *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-104, no. 12, pp. 3586–3596, 1985.
- [37] J. A. Güemes, F. Rodriguez, J. M. Ruiz, and F. E. Hernando, “Determination of the ground resistance and distribution of potentials in grounding grids using FEM,” pp. 1–4, 2014.
- [38] I. Colominas, F. Navarrina, and M. Casteleiro, “Analysis of Transferred Earth Potentials in Grounding Systems : A BEM Numerical Approach,”

- IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 20, no. 1, pp. 339–345, Jan. 2005. [Online]. Available : <http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=1375113>
- [39] F. Dawalibi and D. Mukhedkar, “Optimum Design of Substations in a Two Layer Earth Structure,” *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-94, no. 2, pp. 252–261, 1975.
- [40] V. Arnautovski-Toseva and L. Grcev, “Electromagnetic analysis of horizontal wire in two-layered soil,” *Journal of Computational and Applied Mathematics*, vol. 168, no. 1-2, pp. 21–29, Jul. 2004. [Online]. Available : <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0377042703009609>
- [41] V. Arnautovski-toseva and L. Grcev, “Image and Exact Models of a Vertical Wire Penetrating a Two-Layered Earth,” *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, vol. 53, no. 4, pp. 1–9, 2011.
- [42] D. J. Griffiths, *Introduction to Electrodynamics*. Addison-Wesley, 2012.
- [43] J. R. Carson, “Wave Propagation in Overhead Wires with Ground Return,” *Bell System Technical Journal*, vol. 5, pp. 539–554, 1926.
- [44] D. A. Tsiamitros, G. K. Papagiannis, and P. S. Dokopoulos, “Earth Return Impedances of Conductor Arrangements in Multilayer Soils — Part I : Theoretical Model,” *IEEE Transactions on Power Delivery*, pp. 1–9, 2008.
- [45] ——, “Earth Return Impedances of Conductor Arrangements in Multilayer Soils — Part II : Numerical Results,” *IEEE Transactions on Power Delivery*, pp. 1–8, 2008.
- [46] M. A. Mora Riveros, “Contribution à la modélisation CEM en milieu ferroviaire : influence de l’infrastructure,” Ph.D. dissertation, 2010.
- [47] G. Papaiz-Garbini, L. Pichon, M. Cucchiaro, and N. Haddad, “Multilayer Ground Determination from Apparent Resistivities and Impact on Grounding Resistances,” in *EMC’14 Tokyo*, 2014, pp. 789–792.
- [48] J. Nahman and V. B. Djordjevic, “Nonuniformity Correction Factors for Maximum Mesh- and Step-Voltages of Ground Electrodes,” *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 10, no. 3, pp. 1263–1269, 1995.
- [49] J. M. Nahman, V. B. Djordjevic, D. D. Salamon, and S. Member, “Nonuniformity correction factors for maximum mesh-voltages of combined grid - multiple rods electrodes,” *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 11, no. 3, pp. 1343–1348, 1996.
- [50] H. R. Seedher and B. Thapar, “Finite Expressions for Computation of Potential in Two Layer Soil,” *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. PWRD-2, no. 4, pp. 1098–1102, 1987.

- [51] M. Ianovici and J.-J. Morf, “Calculation of the Potential Distribution Around a Charge or a Current in the Presence of Three Dielectric Media Using the Image Method,” *IEEE Transactions on Electrical Insulation*, vol. EI-12, no. 1, pp. 165–170, 1977.
- [52] S. Kaibuchi, H. Lorke, P. Persson, and S. Takashima, “Activities of CCITT study group v in the field of telecommunication-line interference,” *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, vol. 25, 1983.
- [53] Union Internationale des Télécommunications (UIT-T), *Directives concernant la protection des lignes de télécommunication contre les effets préjudiciables des lignes électriques et des chemins de fer électrifiés - Vol II*, Genève, 1989.
- [54] ——, *Directives concernant la protection des lignes de télécommunication contre les effets préjudiciables des lignes électriques et des chemins de fer électrifiés - Vol III*, Genève, 1989.
- [55] R. M. Fish and L. A. Geddes, “Conduction of Electrical Current to and Through the Human Body : A Review,” *Open Acces Journal of Plastic Surgery*, pp. 407–421, 2009.
- [56] International Electrotechnical Commission, “Effects of Current Passing Through the Human Body, Part 1 : General Aspects,” Genève, Tech. Rep., 1984.
- [57] A. W. Smoot and N. Mogan, “Méthods of Calculating Electrical Body Impedance and Equipment for Measuring Leakage Currents,” in *Proceedings of the First International Symposium on Electrical Shock Safety Criteria*. Elsevier, 1985, pp. 295–305. [Online]. Available : <http://dx.doi.org/10.1016/B978-0-08-025399-2.50029-1>
- [58] Direction de l’Ingénierie de la SNCF, “IN400 - Mesures Techniques Destinées à Assurer la Protection du Personnel et des Installations de Signalisation et de Telecommunication Contre les Risques de Perturbation Electromagnétiques Resultant des Rapprochements de Lignes Aériennes de Transport d’,” Paris, Tech. Rep., 1995.
- [59] D. Stet, L. Czumbil, D. D. Micu, V. Topa, and L. Ancas, “Stream gas pipeline in proximity of high voltage power lines. Part I — Soil resistivity evaluation,” *2012 47th International Universities Power Engineering Conference (UPEC)*, pp. 1–5, Sep. 2012. [Online]. Available : <http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=6398445>
- [60] L. Czumbil, D. Stet, D. D. Micu, V. Topa, and L. Ancas, “Stream gas pipeline in proximity of high voltage power lines. Part II — Induced voltage evaluation,” *2012 47th International Universities Power Engineering Conference (UPEC)*, pp. 1–6, Sep. 2012. [Online]. Available : <http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=6398444>

- [61] IEEE Std 81 - 2012, “Guide for Measuring Earth Resistivity, Ground Impedance, and Earth Surface Potentials of a Grounding System,” *IEEE Power and Energy Society*, 2012.
- [62] P. Machado, A. Bernardi, L. Valencia, J. Molin, L. Gimenez, C. Silva, A. Andrade, B. Madari, and M. Meirelles, “Electrical conductivity mapping in relation to clay of a Ferralsol under no tillage system (in Portuguese),” *Pesquisa Agropecuária Brasileira*, vol. 41, no. 6, pp. 1023–1031, Jun. 2006. [Online]. Available : http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0100-204X2006000600019&lng=pt&nrm=iso&tlang=pt
- [63] W. Ruan, R. D. Soutey, S. Fortin, F. P. Dawalibi, and S. Member, “Effective Sounding Depths for HVDC Grounding Electrode Design : Wenner versus Schlumberger Methods,” vol. 4, pp. 1–7, 2005.
- [64] F. Wenner, “A Method of Measuring Earth Resistivity,” *Bulletin of the National Bureau of Standards*, vol. 12, pp. 469–478, 1915.
- [65] AEMC Instruments, “Understanding Ground Resistance Testing,” 2000.
- [66] A. A. R. Zohdy, “A new method for the automatic interpretation of Schlumberger and Wenner sounding curves,” *Geophysics*, vol. 54, no. 2, pp. 245–253, Feb. 1989. [Online]. Available : <http://library.seg.org/doi/abs/10.1190/1.1442648>
- [67] J.-p. N. Nsekere, “Contribution à l’analyse et à la réalisation des mises à la terre des installations électriques dans les régions tropicales,” Ph.D. dissertation, 2009.
- [68] J. L. Payne and M. J. Eppstein, “A hybrid genetic algorithm with pattern search for finding heavy atoms in protein crystals,” *Proceedings of the 2005 conference on Genetic and evolutionary computation - GECCO ’05*, p. 377, 2005. [Online]. Available : <http://portal.acm.org/citation.cfm?doid=1068009.1068071>
- [69] J. H. Holland, *Adaptation in Natural and Artificial Systems*. Ann Arbor : University of Michigan Press, 1975.
- [70] T. Takahashi and T. Kawase, “Analysis of apparent resistivity in a multi-layer earth structure,” *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 5, no. 2, 1990.
- [71] W. P. Calixto, L. M. Neto, M. Wu, K. Yamanaka, and E. da Paz Moreira, “Parameters Estimation of a Horizontal Multilayer Soil Using Genetic Algorithm,” *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 25, no. 3, pp. 1250–1257, Jul. 2010. [Online]. Available : <http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=5439933>
- [72] W. P. Calixto, L. Martins Neto, M. Wu, H. J. Kliemann, S. S. o. de Castro, and K. Yamanaka, “Calculation of soil electrical conductivity using a genetic algorithm,” *Computers and Electronics in Agriculture*, vol. 71, no. 1, pp. 1–6,

- Apr. 2010. [Online]. Available : <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0168169909002300>
- [73] W. P. Calixto, a. P. Coimbra, B. Alvarenga, J. P. Molin, A. Cardoso, and L. M. Neto, “3-D Soil Stratification Methodology for Geoelectrical Prospection,” *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 27, no. 3, pp. 1636–1643, Jul. 2012. [Online]. Available : <http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=6216466>
- [74] P. Buhr, “La Planification de Réseaux Locaux sans Fils - Optimisation et validation d'un moteur de prédiction de couverture radio (Algorithme DIRECT),” Ph.D. dissertation, 2003.
- [75] R. M. Lewis, V. Torczon, and M. W. Trosset, “Why Pattern Search Works,” *Institute for computer applications in Science and engineering (ICASE), Hampton VA*, pp. 1–16, 1998.
- [76] C. Audet and J. E. Dennis Jr, “Analysis of Generalized Pattern Searches,” *SIAM Journal on Optimization*, vol. 13, no. 3, pp. 889–903, 2002.
- [77] J. Hladik, *La Transformation de Laplace à Plusieurs Variables*. Masson et Cie Editeurs, 1969.
- [78] P. Gill, *Electrical Power Equipment Maintenance and Testing*, 2009.
- [79] D. A. Tsiamitros, G. K. Papagiannis, D. P. Labridis, and P. S. Dokopoulos, “Earth Return Path Impedances of Underground Cables for the Two-Layer Earth Case,” vol. 20, no. 3, pp. 2174–2181, 2005.
- [80] A. Deri, G. Tevan, A. Semlyen, and A. Castanheira, “The Complex Ground Return Plane : A Simplified Model for Homogeneous and Multilayer Earth Return,” *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-100, no. 8, pp. 3686–3693, 1981.
- [81] COMSOL, “Comsol Multiphysics User’s Guide,” 2012.
- [82] G. R. Buchanan and M. Sallah, “Some simplified methods for infinite elements,” *Computational Mechanics*, vol. 6, pp. 167–172, 1990.
- [83] P. Bettess, “Infinite elements,” *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 11, pp. 53–64, 1977.
- [84] ——, “More on Infinite elements,” *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 15, pp. 1613–1626, 1980.
- [85] R. Becker, *Electromagnetic Fields and Interactions*. Courier Corporation, 2013.
- [86] A. Konrad, “Integrodifferential Finite Element Formulation of Two-Dimensional Steady-State Skin Effect Problems,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. MAG-18, no. 1, pp. 284–292, 1982.

- [87] P. Silvester, “Modern Electromagnetic Fields,” 1968.
- [88] G. Christoforidis, D. Labridis, and P. Dokopoulos, “A Hybrid Method for Calculating the Inductive Interference Caused by Faulted Power Lines to Nearby Buried Pipelines,” *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 20, no. 2, pp. 1465–1473, Apr. 2005. [Online]. Available : <http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=1413415>
- [89] J. R. Carson, “Ground return impedance : underground wire with earth return,” *Bell System Technical Journal*, vol. 8, no. 1, pp. 94–98, 1929.
- [90] CST Studio, “CST Studio Suite - Advanced Topics,” 2005.
- [91] D. A. Tsiamitros, G. K. Papagiannis, and P. S. Dokopoulos, “Homogenous Earth Approximation of Two-Layer Earth Structures : An Equivalent Resistivity Approach,” *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 22, no. 1, pp. 658–666, 2007.
- [92] C. R. Paul, *Analysis of Multiconductor Transmission Lines*. New Jersey : John Wiley & Sons, Inc., 2008.
- [93] G. M. Petropoulos, “The High- Voltage Characteristics of Earth Resistances,” *Journal of the Institution of Electrical Engineers - Part II : Power Engineering*, vol. 95, no. 43, pp. 59–70, 1948.
- [94] L. Grcev and S. Member, “Modeling of Grounding Electrodes Under Lightning Currents,” vol. 51, no. 3, pp. 559–571, 2009.
- [95] S. Sekioka, T. Sonoda, and a. Ametani, “Experimental Study of Current-Dependent Grounding Resistance of Rod Electrode,” *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 20, no. 2, pp. 1569–1576, Apr. 2005. [Online]. Available : <http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=1413427>
- [96] K. J. Nixon, I. R. Jandrell, and A. J. Phillips, “A simplified model of the lightning performance of a driven rod earth electrode in multi-layer soil that includes the effect of soil ionisation,” *Industry Applications Conference, 2006. 41st IAS Annual Meeting. Conference Record of the 2006 IEEE*, vol. 4, pp. 1821–1825, 2006.
- [97] O. Maurice, “Différence fondamentale entre la description nodale et la description modale de la topologie électromagnétique dans un objectif de Diakoptic,” 2009. [Online]. Available : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00376527>
- [98] O. Maurice and A. Reineix, “Proposition d’un formalisme comme support pour les études théoriques en systémique,” *Systemica*, 2011. [Online]. Available : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00634716/document>