

TABLE DES MATIÈRES

Table des matières	i
Introduction	1
1 Le problème de la goniométrie sur une grande antenne-réseau aéroportée	7
1.1 Origines et modélisation des sources	8
1.1.1 Sources d'opportunité	8
1.1.2 Modèles	9
1.1.2.1 Le signal source sur porteuse	9
1.1.2.2 Modèle d'ondes planes et directions d'arrivée	10
1.2 Modélisation des enregistrements	11
1.2.1 Le capteur électromagnétique	11
1.2.2 Modélisation d'une contribution en bande de base	12
1.2.2.1 Influences du milieu de propagation et des capteurs	12
1.2.2.2 Effets de la chaîne d'acquisition	13
1.2.3 Cas multisources et matrice de transfert du réseau	14
1.3 La goniométrie	15
1.3.1 Position du problème	15
1.3.2 Notion de diagramme d'antenne	17
1.4 Les grandes antennes-réseau aéroportées	19
1.4.1 Antennes linéaires et antennes lacunaires	19
1.4.2 Comportement du réseau en vol (exemple pour BUSARD)	20
1.4.3 Diagrammes de directivité des réseaux-test en vol	26
1.5 Les méthodes de traitement d'antenne	30
1.5.1 Classification	30
1.5.2 Formation de Voies Conventionnelle (FVC)	30
1.5.3 Minimum de Variance sous Contrainte Linéaire (MVCL)	32
1.5.4 Le "Goniomètre" (MUSIC)	33
1.6 Goniométrie sur des antennes non calibrées	34
1.6.1 Erreurs de modèle	34
1.6.2 Conséquences sur la localisation des sources	34
1.7 Conclusion	39

2	Position du problème	41
2.1	Mise en équations	42
2.2	Observabilité lorsque les phases sont parfaitement connues	43
2.2.1	Indéterminations d'ensemble	43
2.2.2	Conditions suffisantes d'observabilité globale	45
2.3	Observabilité lorsque les phases ne sont connues qu'à 2π près	46
2.3.1	Indéterminations sur le nombre de rotations de phases	46
2.3.2	Condition suffisante d'observabilité locale	47
2.4	Le problème des vibrations	49
2.5	Hypothèses de travail retenues	50
2.6	Performances asymptotiques - Bornes de Cramér-Rao	51
3	Autocalibration d'une antenne statique faiblement déformée	57
3.1	Préambule	58
3.2	Etat de l'art	58
3.3	Autocalibration selon le principe du maximum de vraisemblance (MV) . .	61
3.3.1	Présentation de la méthode	61
3.3.2	Résultats	64
3.4	Méthode de sous-espace/modules constants (SEMC)	70
3.4.1	Présentation générale	70
3.4.2	Recherche d'une base du sous-espace signal	71
3.4.2.1	Voie 1 : à partir de la base propre de $\hat{\Gamma}_r$	71
3.4.2.2	Voie 2 : à partir d'une recherche de l'opérateur de propa- gation	72
3.4.3	Identification des coefficients de décomposition de la matrice de réseau par l'Algorithme des Modules Constants (CMA)	74
3.4.4	Estimation des Directions D'Arrivée (DDA) des sources et des po- sitions de capteurs à partir de la matrice de transfert du réseau . .	78
3.4.4.1	Estimation des DDA	78
3.4.4.2	Estimation des positions des capteurs	78
3.4.5	Simulations numériques	78
4	Autocalibration d'une antenne statique fortement déformée	83
4.1	Préambule	84
4.2	Autocalibration selon le principe du maximum de vraisemblance (MV) . .	85
4.2.1	MUSIC-M pour une initialisation plus proche de la réalité	85
4.3	Autocalibration avec une méthode de Sous-Espace/Modules Constants (SEMC)	90
4.3.1	Résolution des ambiguïtés de phase	91
4.3.2	Résultats en environnement peu-bruité	93
4.3.3	Comportement de la méthode en environnement bruité	95
4.3.3.1	Résultats en environnement bruité sans contrainte phy- sique	95

4.3.3.2	Résultats en environnement bruité avec contraintes physiques	97
4.3.4	Conclusions et perspectives	99
5	Autocalibration d'une antenne vibrante fortement déformée	101
5.1	Préambule	102
5.2	Le cas mono-bande	102
5.2.1	Une méthode en deux-étapes	102
5.2.1.1	Introduction	102
5.2.1.2	Première étape : estimation de la forme statique de l'antenne	104
5.2.1.3	Deuxième étape : estimation de la forme instantanée de l'antenne au cours du temps	106
5.2.2	Résultats	111
5.2.2.1	Comportement de l'étape 1 de l'algorithme (tab. 5.2)	111
5.2.2.2	Comportement de l'étape de poursuite de l'algorithme (tab. 5.2)	114
5.2.2.3	Efficacité de l'algorithme	116
5.3	Extension de la méthode d'autocalibration au cas de capteurs bi-bandes	121
5.3.1	Apport de l'utilisation de capteurs bi-bandes	121
5.3.2	Extension de l'algorithme 2-SEMC pour capteurs bi-bandes	122
5.3.3	Résultats de comparaison entre capteurs bi-bandes et mono-bandes	122
5.3.3.1	Autocalibration d'une antenne composée de 5 capteurs bi-bandes	122
5.3.3.2	Autocalibration de l'antenne 3 composée de capteurs bi-bandes	123
Annexes		131
Annexe A	Déformations structurale d'un aéronef	133
Annexe B	139
Annexe C	Comportement de l'autocalibration par MV quand on commet une erreur de position sur le deuxième capteur	143
Bibliographie		150
Table des figures		151
Table des Tableaux		153

INTRODUCTION

Contexte

Au début du XX^e siècle, le terme **antenne** a trouvé sa définition dans le domaine de la Physique, lorsque les premiers systèmes de Télécommunications se sont développés, essentiellement en réponse à des besoins d'origine militaire. Un siècle plus tard, les exigences en matière de Télécommunications militaires sont toujours là, s'accroissent et se précisent. De la Grande Guerre à la Guerre Electronique moderne, l'antenne reste l'élément indispensable à l'émission ou à la réception de rayonnement d'ondes acoustiques ou électromagnétiques. Lorsqu'une antenne est composée uniquement d'un module de réception, elle constitue alors un système passif, ayant comme fonctionnalité la localisation des émissions à l'aide d'outils tels qu'un sonar, une caméra visible ou infrarouge, un radar ou un radiotélescope suivant la nature des ondes émises acoustique, optique ou encore électromagnétique.

Dans le contexte de la goniométrie aérienne on cherche à localiser angulairement des **émissions électromagnétiques radiofréquences bande-étroites à partir d'un système d'écoute passif aéroporté**. La précision de mesure obtenue dépend certes de la méthode de traitement utilisée mais aussi de la taille de l'antenne. Pour satisfaire ce besoin, on envisage de placer de grandes antennes sur la structure d'aéronefs de grande envergure (drones ou gros porteurs). Déployer une grande antenne sur un aéronef sans impacter sur les performances aérodynamiques de celui-ci nécessite l'acceptation de quelques contraintes. D'une part, d'un point de vue mécanique, l'antenne doit demeurer solidaire de la structure de l'avion. On s'oriente ainsi vers une antenne de type réseau, constituée de capteurs insérés sous la voilure et/ou sous le fuselage de l'avion. D'autre part, d'un point de vue traitement d'antenne, il faut accepter de composer avec les déformations et les vibrations que subissent inévitablement les ailes d'un avion en vol.

Cette étude est intégrée dans le projet fédérateur Grandes Antennes Déformables de l'ONERA (Office Nationale d'Etudes et de Recherches Aérospatiales). L'aéronef utilisé servant de plateforme aux études amonts et aux développements des systèmes radar de nouvelles générations est un motoplaneur baptisé BUSARD (Banc Ultraléger pour Systèmes Aéroportés de Recherche sur les Drones).

En vol, la structure de l'avion est soumise à des forces dues aux lois de la gravité et de l'aérodynamique et d'un point de vue structural, se déforme. Dans le cas du BUSARD, d'une envergure de 23 m, la voilure peut atteindre des déformations de plusieurs dizaines de centimètres en bout d'aile. En réponse à des perturbations aérodyna-

miques (rafales, commandes de vol, etc.), l'antenne vibre suivant les modes structuraux de l'avion. Les premières fréquences de vibrations sont de l'ordre de quelques Hertz pour le BUSARD.

Les principales conséquences de la déformation d'une antenne sur l'écoute d'un signal sont, au niveau du capteur, une modification d'orientation pouvant entraîner une modification de l'amplitude observée et au niveau d'un ensemble de capteurs une modification des phases relatives. De nombreuses études ont été menées afin d'évaluer les conséquences des erreurs de modélisation d'un réseau de capteurs sur les résultats donnés par les techniques de traitement d'antenne. Globalement, on note des résultats de localisation angulaire biaisés (voire complètement erronés pour de très grandes déformations) et dont l'incertitude croît au fur et à mesure que l'antenne se déforme. L'appréciation générale de l'impact des erreurs de calibration sur les résultats du traitement d'antenne est une question complexe tant les paramètres sont multiples. On peut citer

- ☞ la géométrie du réseau (circulaire, linéaire homogène, linéaire lacunaire, en sous-réseaux, etc.),
- ☞ le niveau de connaissance sur la géométrie nominale du réseau,
- ☞ la nature de la déformation (statique ou dynamique, aléatoire ou déterministe)
- ☞ le type de capteurs (de réponses identiques ou non, omnidirectionnels ou non, etc.),
- ☞ la qualité des capteurs (présence de couplage inter-capteur, etc.).

D'autre part, les méthodes de traitement d'antenne ne réagissent pas non plus de manière équivalente face au niveau du rapport signal à bruit. Quoi qu'il en soit, les conséquences des erreurs d'appréciation de position sur la goniométrie ne sont pas négligeables et constituent la motivation de l'étude présentée.

La voie consistant à rigidifier l'antenne est écartée notamment pour des raisons d'alourdissement de la structure.

A l'heure actuelle, des travaux ont été entrepris à l'Onera dans le but de soit réduire au maximum les mouvements de l'antenne soit, connaître la forme de l'antenne et donc la position des capteurs à tout instant. Dans le premier cas, on peut utiliser une technique qui consiste à implanter sur l'antenne des actionneurs (pastilles piézoélectriques) capables d'appliquer des forces sur la structure dans le but d'effectuer un **contrôle actif** des vibrations. Cette technique nécessite une forte alimentation et n'est efficace que pour les vibrations de fréquences élevées et non pour des vibrations basse-fréquence ou des déformations de structures statiques.

Dans la catégorie des méthodes permettant de retrouver la forme de l'antenne, on recense deux familles. D'une part, des méthodes n'utilisant pas les signaux reçus sur les capteurs de l'antenne. Pour cela on emploie des capteurs mécaniques (**accéléromètres** ou **jauges de contraintes**). Deux procédés existent. Le premier consiste à utiliser les sorties de ces capteurs mécaniques pour retrouver la forme globale de l'antenne par filtrage de Kalman. Cependant, il est nécessaire d'avoir une estimation des excitations. Le deuxième procédé s'appuie sur la méthode SPA (Strain Pattern Analysis) et sur une connaissance a priori des formes propres de la structure. On retrouve ainsi en vol les déformations de l'antenne. Ces méthodes demandent l'insertion de capteurs mécaniques sur la voilure. La méthode a été validée suite à des essais expérimentaux sur maquette. Le pourcentage d'erreur de ces méthodes sont de l'ordre de 1% à 20 %.

La deuxième famille des techniques permettant de retrouver la forme de l'antenne est la famille des méthodes dites d'**autocalibration**. Elles utilisent quant à elles uniquement les signaux reçus par les antennes afin de retrouver les positions des capteurs. On réduit ainsi les impacts sur la voilure. Nous avons orienté notre étude vers cette technique.

L'autocalibration d'antenne vibrante ou déformée a pour but d'estimer à tout instant les positions des capteurs en utilisant des signaux d'émetteurs présents dans l'environnement de l'antenne appelés aussi sources d'opportunité.

Les débuts de l'autocalibration d'antenne déformée datent des années 1980 avec la problématique des antennes acoustiques de type SONAR tractées par des sous-marins. Les signaux étaient large bande et l'antenne, un réseau linéaire et homogène de capteurs, ne vibrait pas. Dans le cas d'antenne aéroportée, le réseau de capteurs est envisagé lacunaire, c'est à dire avec des espacements inter-capteurs supérieurs à une demi-longueur d'onde. L'amplitude de la déformation de l'antenne est jaugée en fonction de la longueur d'onde des signaux. La déformation en bout d'aile peut atteindre facilement plusieurs longueurs d'onde. Or les informations principales (positions des capteurs et angles de directions d'arrivée des signaux) sont contenues dans la phase des signaux reçus connue à 2π près. Par conséquent, sans traitement particulier pour le cas de fortes déformations, les positions des capteurs sont trouvées à une ou plusieurs longueurs d'onde près. De plus une antenne aéroportée vibre et les positions des capteurs risquent de ne plus être constantes pendant le temps de traitement. Enfin, les sources d'opportunité utilisées pour calibrer le réseau peuvent tout à fait être des sources électromagnétiques bande étroite et le fait d'être en altitude augmente la probabilité d'avoir des

sources se situant dans la même gamme de fréquence.

Plan du manuscrit

Dans le Chapitre 1, nous présentons le problème de la goniométrie sur une grande antenne-réseau aéroportée. Nous proposons une synthèse des sources d'opportunité susceptibles d'être utilisées pour autocalibrer l'antenne. Après une modélisation des enregistrements nous présentons le but de l'autocalibration, c'est à dire la goniométrie. Nous définissons plusieurs réseaux de capteurs que nous utilisons ensuite dans le reste de l'exposé. Nous montrons qu'il est clair que l'utilisation d'une grande antenne en goniométrie apporte des avantages, mais qu'en présence de déformations les traitements d'antenne ne sont plus performants.

Dans le Chapitre 2, nous présentons le principe de l'autocalibration et posons le problème. Nous menons ensuite une étude sur l'observabilité de l'autocalibration pour tenter d'identifier les conditions nécessaires d'observabilité et les conditions suffisantes d'observabilité locale. Nous présentons aussi dans ce chapitre les hypothèses de l'étude. Enfin, nous évaluons les performances que l'on peut atteindre en calculant les Bornes théoriques de Cramér-Rao dans des cas simplifiés.

Les trois derniers chapitres présentent les méthodes d'autocalibration existantes et développées ainsi que les contributions apportées.

Le chapitre 3 aborde l'autocalibration d'une grande antenne statique faiblement déformée. Nous détaillons deux types de méthodes d'autocalibration (par estimation itérative ou directe des inconnues). Chaque méthode est testée et nous appuierons nos conclusions par des résultats de simulations.

Le chapitre 4 présente les résultats des méthodes lorsque l'antenne est statique mais fortement déformée. En rappelant que les informations principales (positions des capteurs et angles de directions d'arrivée des signaux) sont contenues dans la phase des signaux reçus connue à 2π près, nous montrons que sans traitement particulier pour le cas de fortes déformations, les positions des capteurs estimées sont ambiguës car déterminées à une ou plusieurs longueurs d'onde près. Nous développons alors deux solutions pour surmonter cette difficulté. La première consiste à utiliser un modèle de déformation d'aile. La seconde utilise les signaux de trois sources afin de résoudre ces ambiguïtés de phase. Ces deux méthodes sont comparées et validées par des simulations.

Enfin, dans le chapitre 5, nous proposons une méthode permettant d'autocalibrer une

antenne fortement déformée vibrante. Cette approche permet d'estimer la forme de l'antenne tout au long de son mouvement vibratoire. Cette méthode sera étendue au cas de sources portées par des fréquences différentes.

CHAPITRE 1

LE PROBLÈME DE LA GONIOMÉTRIE SUR UNE GRANDE ANTENNE-RÉSEAU AÉROPORTÉE

1.1 Origines et modélisation des sources

1.1.1 Sources d'opportunité

Dans le contexte électromagnétique, il faut distinguer les sources d'opportunité des sources coopérantes ou encore des sources d'intérêt. Les sources d'intérêt sont celles que l'on cherche à localiser et à écouter une fois que le réseau est calibré. Les sources coopérantes sont en général des signaux pilotes connus du récepteur, au niveau fréquentiel, voire temporel, et surtout en position. Ces sources sont émises dans le but de calibrer le réseau et on parlera de calibration active. Dans le problème de l'autocalibration d'un réseau d'antennes aéroporté qui est le nôtre, on cherche à estimer la position des capteurs de façon passive, c'est à dire en s'interdisant le recours à des sources coopérantes. On exploite alors la présence de sources dites d'opportunité. Il s'agit d'émissions électromagnétiques terrestres généralement issues de l'activité humaine en matière de télécommunications. A la différence des sources coopérantes, on considérera les sources d'opportunité comme des signaux aléatoires et leurs positions comme des inconnues.

Pour des raisons techniques liées, pour l'essentiel, à la taille des capteurs, les sources d'intérêt que l'on cherchera à écouter seront situées autour de la bande L (1 – 2GHz). Dans cette gamme de fréquences, l'origine des sources d'opportunité y est variée et le nombre de sources est élevée.

Par exemple, dans les moyens actuels de télécommunications, les émetteurs-récepteurs suivant la norme GSM fonctionnent dans cette gamme de fréquence et sont largement répandus. En Mars 2007, l'Agence Nationale des FRéquences (ANFR) a délivré une autorisation pour 107988 stations de base en France. Ce qui fait en moyenne une station tous les 6.25 km². Les communications GSM 900 se situent dans la gamme 890 – 915 MHz pour l'émission et 935 – 960 MHz pour la réception. Pour le GSM 1800 il faut se situer autour de 1710 – 1785 MHz pour l'émission et 1805 – 1880 MHz pour la réception. Chacune des bandes se divise en 124 canaux de 200 KHz chacun. L'UMTS se situe plus haut en fréquence, i.e. autour de 2000 MHz.

Dans une bande de fréquences plus basse, on trouve les signaux de télédiffusion. En France, les canaux s'étalent de 471.25 à 861.75 MHz. L'originalité est que sur un émetteur, on trouve au moins deux signaux car le signal vidéo et le signal audio sont séparés de 6.5 MHz (cas de la TV analogique).

La radio par modulation de fréquence (FM) tend progressivement à être remplacée par la radio numérique (Digital Audio Broadcasting). Sa gamme de fréquences est 1452 – 1492 MHz. En attendant une généralisation à l'Europe, il existe déjà deux pays (l'Angleterre et l'Allemagne), pour lesquels le réseau est déjà très développé.

A proximité des aéroports ou des ports, il est concevable d'utiliser les signaux de radionavigation. Dans la gamme de fréquence considérée, on trouve les DME (Distance Measuring Equipments) autour de 960 – 1215 MHz. Un DME est un radio-transpondeur qui permet de connaître la distance qui sépare un avion d'une station au sol en mesurant le temps que met une impulsion radioélectrique pour faire un aller-retour.

Dans le panel de sources d'opportunité d'origine civile, on peut aussi citer les signaux GPS (Global Positioning System). On dénombre actuellement environ 24 satellites répartis autour de la Terre. En terme d'autocalibration, l'utilisation de ces signaux nécessiterait l'exploitation d'antennes supplémentaires disposées sur l'extrados de l'aile et non sur l'intrados comme c'est le cas pour toutes les sources précédemment citées. Ceci reviendrait au final à doubler le réseau et l'électronique en amont des capteurs.

Enfin, il faut aussi citer les émissions issues des gammes de fréquences militaires dont l'exploitation est bien entendu soumise à autorisation.

1.1.2 Modèles

1.1.2.1 Le signal source sur porteuse

Sans entrer dans le détail des différents moyens de transporter l'information, on peut considérer dans le cas le plus général que les signaux $Z(t)$ issus des systèmes de télécommunications sont constitués d'un signal sinusoïdal porteur de fréquence f_p , modulé en amplitude et/ou en phase. On écrit

$$Z(t) = \alpha(t) \cos(2\pi f_p t + \beta(t)).$$

Les signaux d'information $\alpha(t)$ et $\beta(t)$ sont appelés respectivement enveloppe et phase de $Z(t)$. De manière équivalente, ce signal de transmission correspond à la somme de deux sinusoïdes de même fréquence en quadrature de phase, différemment modulées en amplitude.

On note

$$Z(t) = s_P(t) \cos(2\pi f_p t) - s_Q(t) \sin(2\pi f_p t),$$

où $s_P(t)$ et $s_Q(t)$ sont appelées respectivement les composantes en phase et en quadrature du signal $Z(t)$.

Si nous définissons le signal complexe en bande de base $s(t) = s_P(t) + js_Q(t)$, on obtient

$$Z(t) = \Re \{s(t) \exp(j2\pi f_p t)\}. \quad (1.1)$$

Nous ferons l'hypothèse classique que la largeur de bande B du signal $s(t)$ est très inférieure à la fréquence porteuse f_p et ainsi le spectre monolatéral du signal de communication $Z(t)$ présente une unique bande étroite de fréquences de largeur $2B$ autour de cette raie porteuse. En pratique, cette hypothèse est presque toujours vérifiée dans les systèmes de télécommunications à grande portée puisqu'elle permet de minimiser les phénomènes de dispersion de fréquences.

Le caractère aléatoire (incertain, inconnu) des signaux véhiculés par les sources d'opportunité fait que, à défaut d'information plus précise, il est commode de modéliser $s(t)$ par un processus stochastique complexe, centré et blanc dans la bande de fréquences $[-B, B]$.

1.1.2.2 Modèle d'ondes planes et directions d'arrivée

L'altitude de vol est supposée être suffisamment importante pour que les sources se trouvent dans la zone de Fraunhofer, c'est à dire à une distance D du réseau d'antennes telle que

$$D \gg \frac{2L^2 f_p}{c} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} L : \text{longueur du réseau,} \\ f_p : \text{fréquence de l'onde porteuse,} \\ c : \text{célérité de l'onde dans le milieu.} \end{cases}$$

Dans ces conditions, les signaux sources arrivent sur les antennes du réseau suivant un champ d'**ondes planes**.

Enfin, on fera l'hypothèse importante qu'il n'y a pas de trajet réfléchi de telle sorte qu'un signal source donné puisse être associé à la direction d'arrivée d'une onde plane en provenance d'un émetteur unique.

En résumé

Une source d'opportunité sera modélisée à ce stade de l'étude par :

1. un signal correspondant à un processus aléatoire blanc dans une bande étroite de fréquences centrée autour de sa raie porteuse,
2. un vecteur unitaire inconnu perpendiculaire au front d'onde appelé communément direction d'arrivée lorsqu'il est défini par rapport à un référentiel lié au système de réception.

1.2 Modélisation des enregistrements

1.2.1 Le capteur électromagnétique

Le choix d'un capteur électromagnétique se fait essentiellement en fonction de l'application souhaitée. Dans le cadre de l'écoute, les antennes doivent pouvoir couvrir une grande bande de fréquences (plusieurs octaves). Toujours dans un souci de performance en écoute, leur diagramme d'antenne doit être le plus omnidirectionnel possible afin de surveiller la plus grande surface possible. Enfin, les antennes ne doivent pas être trop volumineuses pour qu'elles puissent être facilement intégrées à l'aéronef. Pour des fréquences inférieures à 1 GHz, il est difficile de trouver des antennes capables de satisfaire tous ces points. Le plus critique est en fait la taille de l'antenne (type fouet ou sabre) qui peut ne pas être en adéquation avec les contraintes aéronautiques. Au delà du GHz, le type d'antennes est plus diversifié : spirale, hélice, patch. Les antennes spirales peuvent avoir un diagramme de rayonnement quasi omnidirectionnel. Le diamètre de la spirale est généralement de l'ordre d'une demi-longueur d'onde de la fréquence la plus basse, ainsi, ce type d'antenne peut être plaqué sur la surface de l'aéronef.

Si l'on connaît précisément la gamme de fréquences à écouter, on peut utiliser des capteurs bande-étroite comme par exemple les antennes patch. Ces capteurs sont les plus utilisés en aéronautique car ils permettent de créer des antennes dites conformes (capteurs qui sont de plus de faible poids et souvent peu coûteux).

Dans la suite du document, on supposera que les différents capteurs composant l'antenne sont omnidirectionnels et identiques, c'est à dire que tous les capteurs possèdent la même réponse en fréquence, ceci quelle que soit la direction d'arrivée de l'onde. On supposera enfin que les capteurs sont suffisamment éloignés les uns des autres de façon à pouvoir négliger les problèmes éventuels de couplages électromagnétiques.

1.2.2 Modélisation d'une contribution en bande de base

1.2.2.1 Influences du milieu de propagation et des capteurs

On considère que le milieu, bien que susceptible de modifier le signal au cours de la propagation, reste non sélectif en fréquence (non filtrant) dans le voisinage du réseau. Cette hypothèse est réaliste dans la mesure où les émissions captées sont bande-étroite et que la taille globale de l'antenne (la distance entre les deux éléments les plus éloignés) n'excède pas une dizaine de mètres.

Les capteurs étant supposés omnidirectionnels et identiques, un signal source donné sera reçu sur les différents capteurs à une même transformation près avec différents retards de propagation. Ces signaux seront appelés les contributions sur porteuse du signal source sur les différents capteurs du réseau.

On se place dans un cas idéal non bruité où une unique source j cohérente est reçue (on parle de système SIMO : *Single Input, Multiple Output*). Si $R_i(t)$ représente le signal reçu sur un capteur i , on écrira d'après (1.1) la contribution de la source j sur ce capteur selon

$$R_i(t) = \Re \left\{ g s_j^f(t - \tau'_{ij}) \exp(j2\pi f_p(t - \tau'_{ij})) \right\}.$$

Le paramètre τ'_{ij} est le temps de propagation de l'onde depuis la source j jusqu'au capteur i . Le signal $s_j^f(t)$ correspond au signal source modifié à la fois par le milieu de propagation, par la fonction de transfert du capteur et par l'électronique de la chaîne de réception. g est le gain statique de la chaîne.

Il est toujours possible de choisir arbitrairement un capteur de référence (par exemple le capteur numéro 1) pour lequel on posera

$$R_1(t) = \Re \left\{ g s_j^f(t - \tau'_{1j}) \exp(j2\pi f_p(t - \tau'_{1j})) \right\} = \Re \{ C_{1j}(t) \}. \quad (1.2)$$

$C_{1j}(t)$ est la contribution complexe de référence. Au niveau d'un capteur i quel-

conque, on peut exprimer le signal reçu en fonction de $C_{1j}(t)$ et écrire successivement

$$\begin{aligned} R_i(t) &= \Re \left\{ g s_j^f(t - \tau'_{ij}) \exp(j2\pi f_p(t - \tau'_{ij})) \right\} \\ &= \Re \left\{ g s_j^f(t - \tau'_{1j} - (\tau'_{ij} - \tau'_{1j})) \exp(j2\pi f_p(t - \tau'_{1j} - (\tau'_{ij} - \tau'_{1j}))) \right\} \\ &= \Re \{ C_{1j}(t - \tau_{ij}) \}. \end{aligned} \quad (1.3)$$

$\tau_{ij} \triangleq \tau'_{ij} - \tau'_{1j}$ correspond au retard de propagation relatif de la source j depuis le capteur de référence jusqu'au capteur i .

En supposant que le retard de propagation relatif τ_{ij} est toujours très petit devant le temps de cohérence $\frac{1}{2B}$ du signal source $s_j(t)$ et la largeur de bande $2B$ étant par ailleurs très petite devant la fréquence porteuse f_p (émission bande-étroite), nous pouvons considérer que l'effet de la propagation n'affecte sensiblement que le terme relatif à la porteuse dans l'expression de la contribution retardée (1.3). En d'autres termes, en considérant que $s_j^f(t - \tau'_{1j} - \tau_{ij}) \approx s_j^f(t - \tau'_{1j})$, il vient, d'après (1.2) et (1.3), pour l'expression de la contribution sur porteuse de la source j sur le capteur i :

$$R_i(t) \approx \Re \{ C_{1j}(t) \exp(-j2\pi f_p \tau_{ij}) \}. \quad (1.4)$$

1.2.2.2 Effets de la chaîne d'acquisition

La localisation de sources se faisant par des traitements numériques, on doit procéder à l'acquisition des signaux captés $R_i(t)$. Dans ces applications, on ne cherche pas à démoduler les sources, mais à estimer les phases relatives des ondes porteuses au niveau des différentes antennes du réseau. Plusieurs techniques sont alors envisageables pour effectuer l'acquisition indirecte de ces mesures. Nous considérerons la numérisation suivante adaptée aux antennes bande-étroite.

Les signaux captés $R_i(t)$ sont préalablement ramenés en bande de base en effectuant un changement de fréquence au moyen de deux oscillateurs locaux en quadrature de phase généralement calés sur la fréquence correspondant au milieu de la bande du capteur. La partie basse-fréquence des signaux obtenus est numérisée en utilisant une période d'échantillonnage T_e . On obtient selon (1.4), après filtrage passe-bas de la sortie du premier mélangeur et après numérisation, le signal numérique

$$r_i^P[kT_e] = r_i^P[k] = \Re \{ c_{1j}[k] \exp(-j2\pi f_p \tau_{ij}) \}.$$

$c_{1j}[k]$ est la contribution en bande de base de la source j sur le capteur de référence. Dans le cas particulier où l'oscillateur local délivre, en synchronisme, une fréquence

égale à celle de la porteuse, nous aurons directement $c_{1j}[k] = gs_j^f(kT_e - \tau'_{1j})$.

Sur le second mélangeur en quadrature avec le premier, nous obtiendrons, de façon équivalente après filtrage passe-bas et numérisation, le signal :

$$r_i^Q[k] = \mathcal{Im}\{c_{1j}[k] \exp(-j2\pi f_p \tau_{ij})\}.$$

On peut construire le signal complexe

$$r_i[k] = r_i^P[k] + jr_i^Q[k] = \exp(-j2\pi f_p \tau_{ij})c_{1j}[k]. \quad (1.5)$$

Le signal complexe en bande de base reçu sur un capteur i quelconque du réseau correspond donc au signal reçu par le capteur de référence à un terme d'amplitude complexe près dépendant du retard de propagation relatif de la source et donc de la position du capteur considéré. C'est sur ce signal que seront effectués les traitements liés à l'autocalibration.

1.2.3 Cas multisources et matrice de transfert du réseau

Nous considérons maintenant un réseau de M antennes recevant les contributions de N sources d'opportunité (on parle de système MIMO, *Multiple Input Multiple Output*). On supposera que les mesures sont perturbées au niveau de chaque capteur par un bruit représenté en bande de base par les signaux $\eta_i(t)$. Ce terme perturbateur sera classiquement modélisé par un processus aléatoire gaussien, complexe, indépendant des signaux émis, centré, spatialement et temporellement incohérent.

Sur le capteur de référence numéro 1, on obtient après numérisation, selon les modèles (1.5) bruités, le signal complexe

$$r_1[k] = \sum_{j=1}^N c_{1j}[k] + \eta_1[k].$$

Un autre capteur noté i du réseau reçoit les mêmes contributions à un déphasage près de l'onde porteuse. Cela se traduit en bande de base par le signal complexe

$$r_i[k] = \sum_{j=1}^N \exp(-j2\pi f_p \tau_{ij})c_{1j}[k] + \eta_i[k] \quad i = 2, \dots, M.$$

On a l'habitude de poser

$$a_{ij} = \rho \exp(j\phi_{ij}) = \exp(-j2\pi f_p \tau_{ij}), \quad (1.6)$$

où a_{ij} est l'élément courant d'une matrice \mathbf{A} de dimension $(M \times N)$ appelée matrice de transfert du réseau.

En introduisant successivement les vecteurs

$$\begin{aligned} \mathbf{c}_1[k] &= [c_{11}[k], c_{12}[k], \dots, c_{1N}[k]]^T, \\ \mathbf{r}[k] &= [r_1[k], r_2[k], \dots, r_M[k]]^T, \\ \boldsymbol{\eta}[k] &= [\eta_1[k], \eta_2[k], \dots, \eta_M[k]]^T, \end{aligned}$$

on obtient le modèle des enregistrements écrit sous forme matricielle

$$\mathbf{r}[k] = \mathbf{A} \mathbf{c}_1[k] + \boldsymbol{\eta}[k]. \quad (1.7)$$

Nous verrons par la suite, que dans le cas d'un réseau aéroporté, les capteurs, solidaires de la voilure, sont susceptibles d'occuper des positions différentes au cours de la mesure. Dans ces conditions, les retards de propagation relatifs sont fonction de l'indice courant d'échantillon k et la matrice de transfert du réseau sera elle aussi fonction de k . Nous écrirons alors de façon générale

$$\mathbf{r}[k] = \mathbf{A}[k] \mathbf{c}_1[k] + \boldsymbol{\eta}[k], \quad (1.8)$$

avec l'élément courant $a_{ij}[k]$ tel que

$$a_{ij}[k] = \exp(j\phi_{ij}[k]) = \exp(-j2\pi f_p \tau_{ij}[k]). \quad (1.9)$$

1.3 La goniométrie

1.3.1 Position du problème

Le réseau de capteurs reçoit les contributions d'une (ou de plusieurs) onde(s) plane(s) de longueur d'onde $\lambda = c/f_p$. Supposons, pour simplifier, que les sources et les éléments du réseau sont coplanaires (nous verrons que cette hypothèse peut tout à fait convenir, en première approximation, dans le cas des antennes aéroportées). Dans le plan xOz ,

1.3. La goniométrie

nous définissons les positions p_i des capteurs (relativement au capteur de référence) et les vecteurs directeurs n_j dont les directions sont perpendiculaires aux fronts d'onde (voir figure 1.1).

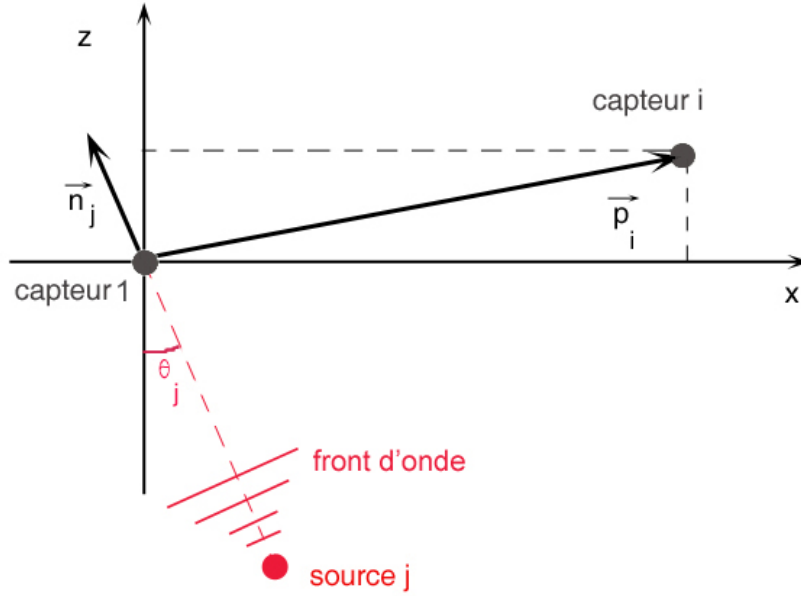


FIG. 1.1: Représentation de vecteurs directeurs des sources et des vecteurs positions.

On pose

$$\begin{aligned}\mathbf{p}_i &= [x_i, z_i]^T, \\ \mathbf{n}_j &= [\sin \theta_j, \cos \theta_j]^T,\end{aligned}$$

où l'angle θ_j est assimilé à la direction d'arrivée de la source j .

Dans le cas de capteurs omnidirectionnels identiques, on a vu dans (1.6) qu'un terme de phase ϕ_{ij} de la matrice de réponse du réseau \mathbf{A} s'exprime par rapport au temps de propagation τ_{ij} de l'onde plane j entre un capteur i et le capteur de référence selon

$$\phi_{ij} = -2\pi f_p \tau_{ij}. \quad (1.10)$$

Le retard de propagation τ_{ij} s'exprime comme le produit scalaire entre le vecteur position \mathbf{p}_i et le vecteur unitaire normal au front de l'onde \mathbf{n}_j

$$\tau_{ij} = \frac{1}{c} \mathbf{p}_i^T \mathbf{n}_j.$$

Avec $\lambda = \frac{c}{f_p}$, nous obtenons pour le déphasage ϕ_{ij}

$$\phi_{ij} = -\frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{p}_i^T \mathbf{n}_j. \quad (1.11)$$

Si l'on considère que la position des capteurs n'est pas fixe (l'antenne se déforme au cours du temps), on écrira plus généralement

$$\phi_{ij}[k] = -\frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{p}_i^T[k] \mathbf{n}_j. \quad (1.12)$$

Le problème de la goniométrie numérique consiste, à partir des enregistrements du réseau $r_i[k]$, à effectuer la localisation des ondes j par le biais de l'estimation des vecteurs d'onde \mathbf{n}_j .

L'équation (1.12) montre que, quelle que soit la méthode utilisée, cette estimation est conditionnée à la connaissance de la position à chaque instant d'au moins une partie des capteurs.

1.3.2 Notion de diagramme d'antenne

Le traitement d'antenne numérique des signaux bande-étroite consiste à effectuer une somme pondérée des enregistrements $r_i[k]$ issus des différents capteurs de façon à former une voie $y_{\theta_0}[k]$ ne contenant idéalement que la contribution de signaux venant exclusivement de la direction de tir θ_0 choisie. On écrit

$$y_{\theta_0}[k] = \sum_{i=1}^M w_i^*(\theta_0) r_i[k]. \quad (1.13)$$

Les poids complexes $w_i(\theta_0)$, $i \in \{1 \dots M\}$ caractérisent le traitement. L'exposant $*$ représente l'opérateur de conjugaison complexe. On écrit matriciellement

$$y_{\theta_0}[k] = \mathbf{w}^H(\theta_0) \mathbf{r}[k],$$

en définissant de manière appropriée le vecteur $\mathbf{w}(\theta_0)$. L'exposant H représente l'opérateur de transposition et de conjugaison (transposition hermitienne).

La voie formée dans la direction θ_0 par le filtre spatial $\mathbf{w}(\theta_0)$ dans le cas d'un réseau captant la contribution de la source unique $s_j(t)$ de direction d'arrivée θ_j , s'obtient en remplaçant dans (1.13), $r_i[k]$ par son expression (1.5). Nous obtenons successivement

$$y_{\theta_0}[k] = \sum_{i=1}^M w_i^*(\theta_0) \exp(-j2\pi f_p \tau_{ij}) c_{1j}[k] \quad (1.14)$$

$$= c_{1j}[k] \sum_{i=1}^M w_i^*(\theta_0) \exp(-j2\pi f_p \tau_{ij}) \quad (1.15)$$

$$= c_{1j}[k] h(\theta_0, \theta_j, f_p). \quad (1.16)$$

Le nombre $h(\theta_0, \theta_j, f_p) \triangleq \sum_{i=1}^M w_i^*(\theta_0) \exp(-j2\pi f_p \tau_{ij})$ représente donc le gain complexe apporté par le traitement sur la contribution $c_{1j}[k]$ de la source j de direction d'arrivée θ_j et de fréquence porteuse f_p . Il vient pour l'expression matricielle de $h(\theta_0, \theta_j, f_p)$

$$h(\theta_0, \theta_j, f_p) = \mathbf{w}^H(\theta) \mathbf{d}(\theta_j, f_p), \quad (1.17)$$

où le vecteur $\mathbf{d}(\theta_j, f_p) \triangleq [1, \exp(j2\pi f_p \tau_{2j}), \dots, \exp(j2\pi f_p \tau_{Mj})]^H$ est appelé le vecteur directionnel de la source j .

On définit le **diagramme d'antenne** comme étant le module au carré de la fonction $h(\theta_0, \theta, f_p)$ paramétrée par la direction d'arrivée θ . Cette fonction donne la puissance de la voie formée par l'antenne dans la direction de tir θ_0 lorsqu'une onde plane de fréquence f_p arrive avec la direction θ . Pour caractériser un traitement d'antenne, on trace en général la fonction $|h(0, \theta, f_p)|^2$ représentant le diagramme d'antenne pour un angle de tir égal à zéro degré. Enfin, si l'on souhaite caractériser avant tout le réseau pour une porteuse donnée, on choisit habituellement un filtrage spatial correspondant à la Formation de Voies Conventionnelle (FVC). Nous verrons au paragraphe 1.5.2 que le vecteur des poids $\mathbf{w}_{FVC}(0)$ est alors le vecteur directionnel ($\mathbf{d}(0, f_p)$) d'une source de fréquence f_p et de direction d'arrivée égale à zéro degré. Il vient pour l'expression du diagramme d'antenne en fonction des positions $p_i = [x_i, z_i]^T$ des capteurs :

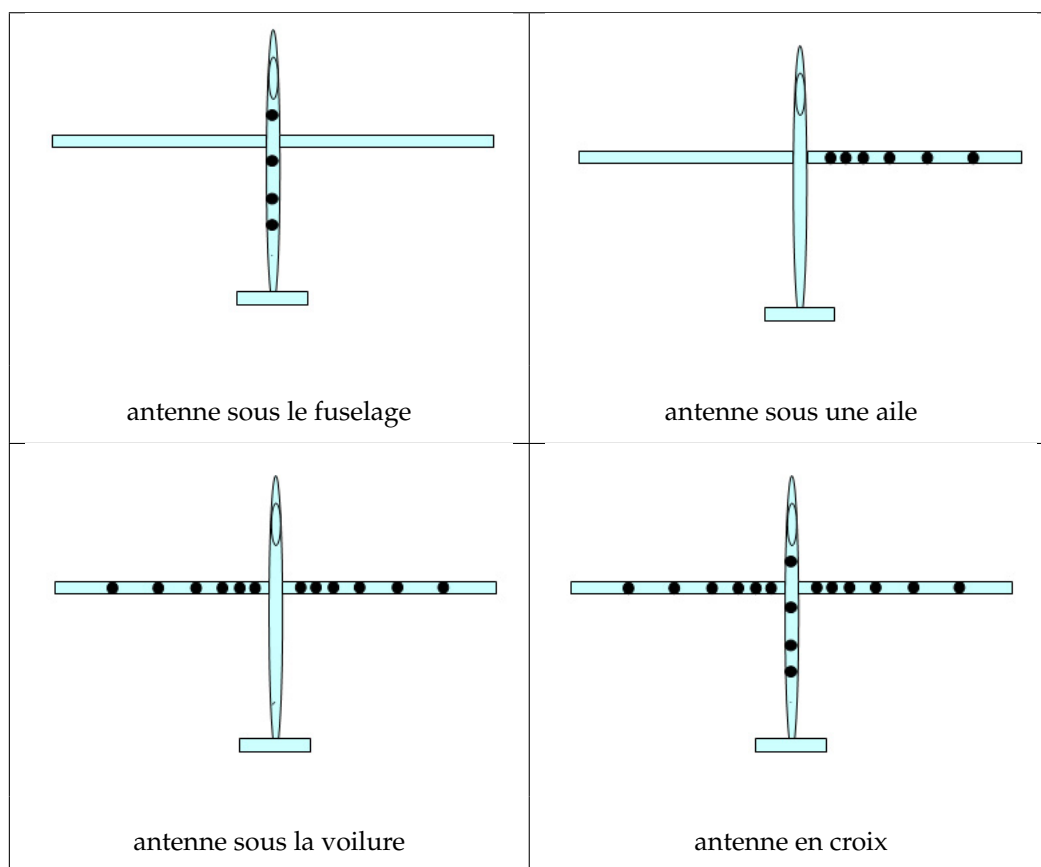
$$\begin{aligned} G(\theta, f_p) &= |\mathbf{d}^H(0, f_p) \mathbf{d}(\theta, f_p)|^2 \\ &= \left| \sum_{i=1}^M \exp\left(j \frac{2\pi f_p}{c} z_i\right) \exp\left(-j \frac{2\pi f_p}{c} (x_i \sin \theta + z_i \cos \theta)\right) \right|^2 \\ &= \left| \sum_{i=1}^M \exp\left(-j \frac{2\pi f_p}{c} (x_i \sin \theta + z_i (\cos \theta - 1))\right) \right|^2. \end{aligned} \quad (1.18)$$

En goniométrie, la fonction $G(\theta, f_p)$ renseigne sur l'aptitude qu'a une antenne de géométrie donnée à localiser une source de fréquence f_p et de direction d'arrivée nulle. Si l'antenne est adaptée, on doit observer un lobe principal le plus étroit possible (on parle de résolution spatiale) autour de l'angle nul et des lobes secondaires avec des amplitudes relatives les plus faibles possible. On parle parfois de diagramme de directivité.

1.4 Les grandes antennes-réseau aéroportées

1.4.1 Antennes linéaires et antennes lacunaires

En fonction de l'application, plusieurs formes de réseaux sont envisageables (voir table 1.1). Une antenne en croix (capteurs disposés à la fois sous le fuselage et sous la voilure) autorise la localisation en deux dimensions, c'est à dire suivant des coordonnées sphériques (angle de site et angle de gisement). Une antenne disposée uniquement dans un axe (sous le fuselage ou la voilure) permet la localisation de sources en une dimension (angle de gisement). Pour des avions de type motoplaneur comme le BUSARD de l'Onera, l'antenne de plus grande taille est bien entendu obtenue, lorsque les capteurs sont déployés sous la voilure. Dans ce mémoire, nous ne présenterons que des résultats de simulation concernant des antennes situées sous une seule des deux ailes.



TAB. 1.1: Implantations possibles d'antennes réseaux sur un avion

Au repos (lorque l'avion est posé), la voilure, et donc l'antenne qu'elle porte, est approximativement droite. L'antenne linéaire la plus simple est composée de capteurs régulièrement répartis le long d'un axe. On parle d'antenne linéaire uniforme. Ce type d'antenne présentant une symétrie de révolution, leur étude peut être ramenée dans un plan.

Généralement, l'espacement inter-capteurs d'une antenne linéaire et uniforme est égal à une demi-longueur d'onde. Cependant, dans le cas d'une antenne aéroportée, des contraintes techniques nous imposent de diminuer le nombre de capteurs sans modifier la longueur de l'antenne. Par conséquent, les capteurs ne sont plus uniformément espacés d'une demi longueur d'onde, on parle d'antenne **lacunaire**. En diminuant le nombre de capteurs, on allège le système à tous les niveaux ; sur le plan aérodynamique bien entendu, mais aussi au niveau de la quantité de données à enregistrer. En supprimant des capteurs, on réduit ainsi la taille de la mémoire nécessaire au traitement temps réel ou encore la capacité des disques durs destinés au stockage des informations. De même, l'électronique en amont s'en trouve simplifiée (amplificateur, filtre, mélangeur, etc.) [KS02]. Indirectement, le poids de la charge utile et son coût total s'en trouvent alors réduits.

Le prix à payer dans l'utilisation d'antennes lacunaires, sera l'apparition de lobes secondaires d'amplitude élevée dans le diagramme de directivité. Ces effets pourront être minimisés en disposant les capteurs de façon particulière. Nous verrons cela plus en détail dans le paragraphe 1.4.3.

1.4.2 Comportement du réseau en vol (exemple pour BUSARD)

Sur le motoplaneur BUSARD, il est possible d'implanter les capteurs dans la structure même de l'avion à condition de respecter certaines zones qui sont surlignées en vert sur la Figure 1.2. Sous les ailes, il s'agit des zones proches du bord d'attaque à l'exclusion de l'extrémité. Sur le fuselage, on définit des emplacements éloignés de l'hélice, du train d'atterrissage, de la chaleur et des vibrations engendrées par le moteur.

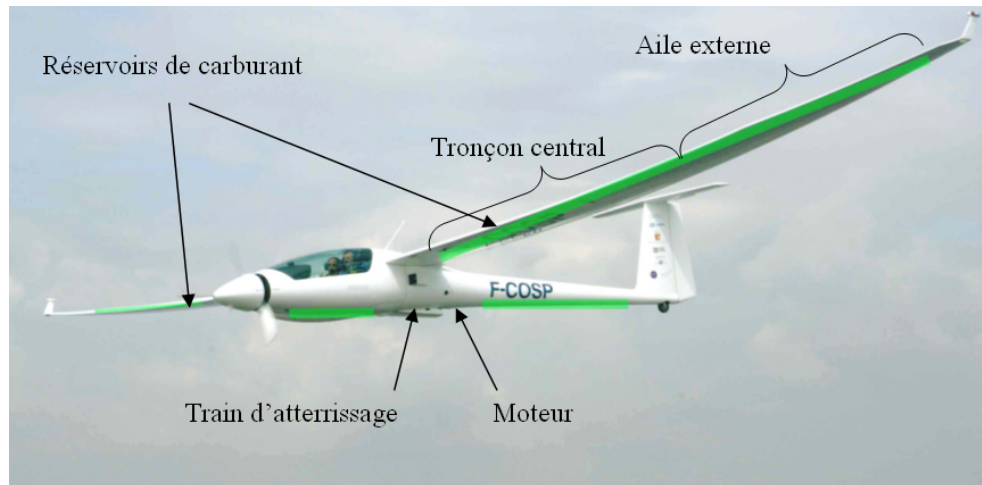


FIG. 1.2: Zones disponibles pour insérer des capteurs sur BUSARD.

Pour le reste de l'étude, on choisit de disposer les capteurs sous une seule aile. La longueur totale disponible pour insérer une antenne est alors d'environ 8 m.

L'antenne constituée de capteurs est intégrée à la structure de l'avion. En vol, elle subit au même titre que l'aile les lois inhérentes à l'aérodynamique. En effet, c'est la voilure qui assure la sustentation de l'avion en résistant aux contraintes dont elle fait l'objet. Autrement dit, elle compense le poids de l'avion par la portance qui est la composante de la force aérodynamique qui soutient l'avion. Elle résulte de la différence de pression entre l'air situé de part et d'autre de l'aile (intrados et extrados). Or, afin d'accroître les performances aérodynamiques, les voilures sont de plus en plus grandes et construites en matériaux composites pour plus de légèreté. Ceci augmente la souplesse de la grande voilure et conduit à analyser les comportements aéroélastiques. L'annexe A propose des informations concernant les premières études sur les déformations des ailes flexibles.

Sous l'influence des effets aérodynamiques, la structure se déforme, [VB94, Hei05]. On convient de dissocier la déformée **statique** de la déformée **dynamique** (voir figure 1.3).

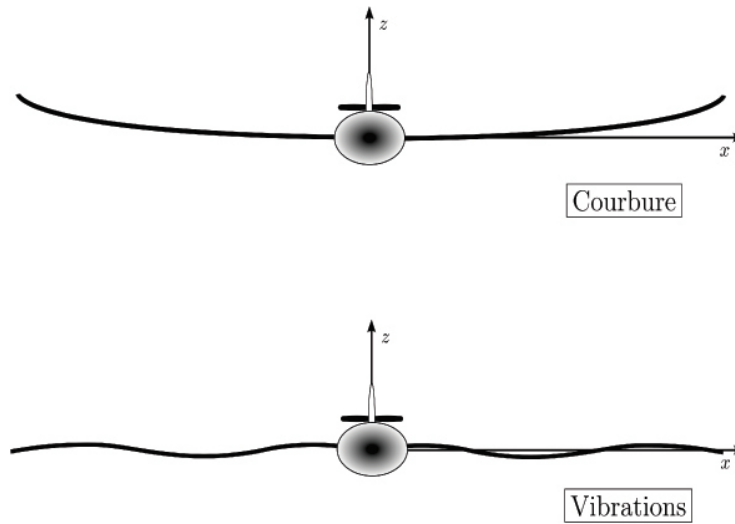


FIG. 1.3: Deux types de déformée : statique et dynamique

Les déformées statiques se traduisent par une courbure de l'aile avec une augmentation de la flèche verticale. Elles interviennent, par exemple, quand l'avion est en vol en palier stabilisé (altitude et vitesse constantes), en virage stabilisé à dérapage nul ou encore en montée ou en descente stabilisées. Il est très difficile de connaître l'amplitude maximale de la courbure en bout d'aile sans effectuer des mesures en vol. La déformée statique dépend de l'envergure et de la souplesse de la voilure (Figures 1.4 et 1.5).



FIG. 1.4: Eta en vol, mise en évidence de la courbure de l'aile.



FIG. 1.5: Stemme S10 VT en vol, mise en évidence de la courbure de l'aile.

Les déformées dynamiques, d'amplitudes très inférieures à celles des déformées statiques, peuvent être assimilées à des phénomènes vibratoires. Ces vibrations dépendent des modes propres structuraux de la voilure qui définissent le comportement de l'avion lorsqu'il est soumis à des turbulences. Les turbulences sont des discontinuités de l'écoulement de l'air. Les types de turbulences sont multiples. Par exemple, on trouve les turbulences dynamiques, de nuages ou encore thermiques dues à des différences locales de température entre masses d'air. Elles se manifestent souvent par une rafale, c'est à dire par un brusque changement en intensité ou en direction du vent. Une rafale est définie par son intensité (m.s^{-1}), sa durée et sa fréquence de répétition. Elle fait varier la portance d'un avion de façon **transitoire**. Le facteur de charge (rapport entre la charge totale supportée par la structure et le poids de l'avion) est modifié. Or, plus le facteur de charge est important plus la flexion en bout d'aile est grande.

La forme des modes et leur fréquence propre varient en fonction du facteur de charge et indirectement en fonction des conditions d'encastrement de la voilure dans le fuselage. Par ailleurs, il n'y a pas que les phénomènes extérieurs à l'avion qui modifient le facteur de charge, la masse de carburant dans les ailes joue aussi un rôle important. Au fur et à mesure que les réservoirs se vident, la flèche verticale varie et les modes sont modifiés.

Les déformations abordées jusqu'à présent, qu'elles soient statiques ou dynamiques, se situent essentiellement dans le plan vertical. Même si on le négligera par la suite, il faut néanmoins noter que durant le vol une flèche coplanaire ainsi qu'une torsion en bout d'aile peuvent exister. Dans le document [Pla00], L. Planckaert montre que la flèche coplanaire d'une aile de 30m de long est très faible (2 mm) et que pour les mêmes condi-

tions, l'angle de torsion atteint 5° . Plus d'informations sont disponibles à l'annexe A.

De la même manière que d'autres aéronefs légers (par exemple MLE ou Condor), BUSARD subit en vol des déformations et des vibrations. Fabriqué en matériaux composites, il est constitué d'une poutre en fibre de carbone qui consolide le tronçon central de l'aile. Cependant, faute de données, aucune analyse modale numérique de la structure de BUSARD n'a été jusqu'ici réalisée. Pour la suite des travaux, nous nous fions aux précédents résultats et aux pré-études (voir photographie 1.6) afin d'évaluer l'amplitude de la déformée statique. L'ordre de grandeur trouvée (60cm en bout d'aile) est la même que celle obtenue dans les travaux du groupe OTAN [SvTK⁺07].



FIG. 1.6: Approximation de l'amplitude de la déformée statique, image du groupe OTAN

En ce qui concerne les déformées dynamiques, des mesures ont été réalisées en Novembre 2006 par une équipe du département de dynamique des structures de l'Onera. Celles-ci permettent de définir les modes vibratoires de BUSARD. Le tableau 1.2 expose les premiers modes (réservoirs remplis à moitié).

Indice	Fréq.(Hz)	Dénomination	Modélisation
mode 1	1.0264	tangage avion	
mode 2	1.2887	lacet avion	
mode 3	2.0727	flexion verticale des ailes (2 noeuds) + tangage	
mode 4	2.8460	tangage 2 noeuds des ailes	
mode 5	3.6170	flexion verticale des ailes (3 noeuds)	
mode 6	4.5298	flexion horizontale des ailes (2 noeuds)	
mode 7	5.0654	roulis empennage horizontal + flexion z fuselage arrière	
mode 8	5.4795	flexion verticales des ailes (4 noeuds)	
⋮	⋮	⋮	⋮
mode 29	49.092	flexion-torsion fuselage	

TAB. 1.2: Modes de BUSARD réservoirs mi-pleins.

Les modes concernant directement la voilure sont le 3 et le 5. Pour le reste de l'étude, on suppose que

☞ seules les amplitudes des premiers modes sont significatives et décroissent avec

les indices des modes.

☞ la fréquence d'oscillation des modes augmente avec les indices des modes.

1.4.3 Diagrammes de directivité des réseaux-test en vol

Dans nos études, on a choisi de présenter les résultats d'autocalibration et de traitement d'antenne pour des réseaux de capteurs uniformes réguliers et des réseaux lacunaires afin de mettre en évidence les problèmes causés par la lacunarité et ceux révélés par les déformations.

Pour une antenne lacunaire, le positionnement des capteurs doit être particulier. En effet, lorsque certains capteurs ne sont plus disposés à la demi longueur d'onde, on est confronté à des ambiguïtés. Il s'agit de lobes de périodicité ou de réseau qui apparaissent dans le diagramme d'antenne. Ces lobes sont la conséquence de la dépendance linéaire des vecteurs directionnels des sources reçus par l'antenne.

Il existe des géométries d'antenne permettant de limiter le nombre de lobes ambigus. Les premières études sur ce sujet ont été réalisées en astronomie par J. Arzac en 1955 et plus tard, en 1968, par A.T Moffet [Mof68]. Ce dernier a proposé une technique de construction d'antenne appelée "à minimum de redondance". Augmenter l'ouverture de l'antenne en limitant les ambiguïtés a été le challenge de nombreux chercheurs. Par exemple, D.A. Linebarger [LST93] et al., Y. Meurisse et J.P. Delmas dans [MD01] proposent différents réseaux linéaires et lacunaires jusqu'à 7 capteurs construits grâce à des techniques à minimum de redondance au sens strict et large, et à minimum de trous. Ces antennes ont été étudiées par A. Flieller et P. Larzabal [FL01], A. Manikas et C. Proukakis en 1998 dans [MP98] et F. Athley [Ath01]. Cette liste n'est pas exhaustive. Par la suite, nous choisirons des antennes lacunaires dont la position des capteurs est calculée par la méthode du Minimum de Redondance.

Le tableau suivant présente les quatre réseaux-test que nous avons retenus. Chaque réseau est défini par son type, par le nombre de capteurs M , par sa longueur L ainsi que par les positions de ses capteurs quand le réseau est au repos $\{\mathbf{p}_i^r\}_{i=1}^M$ (non déformé).

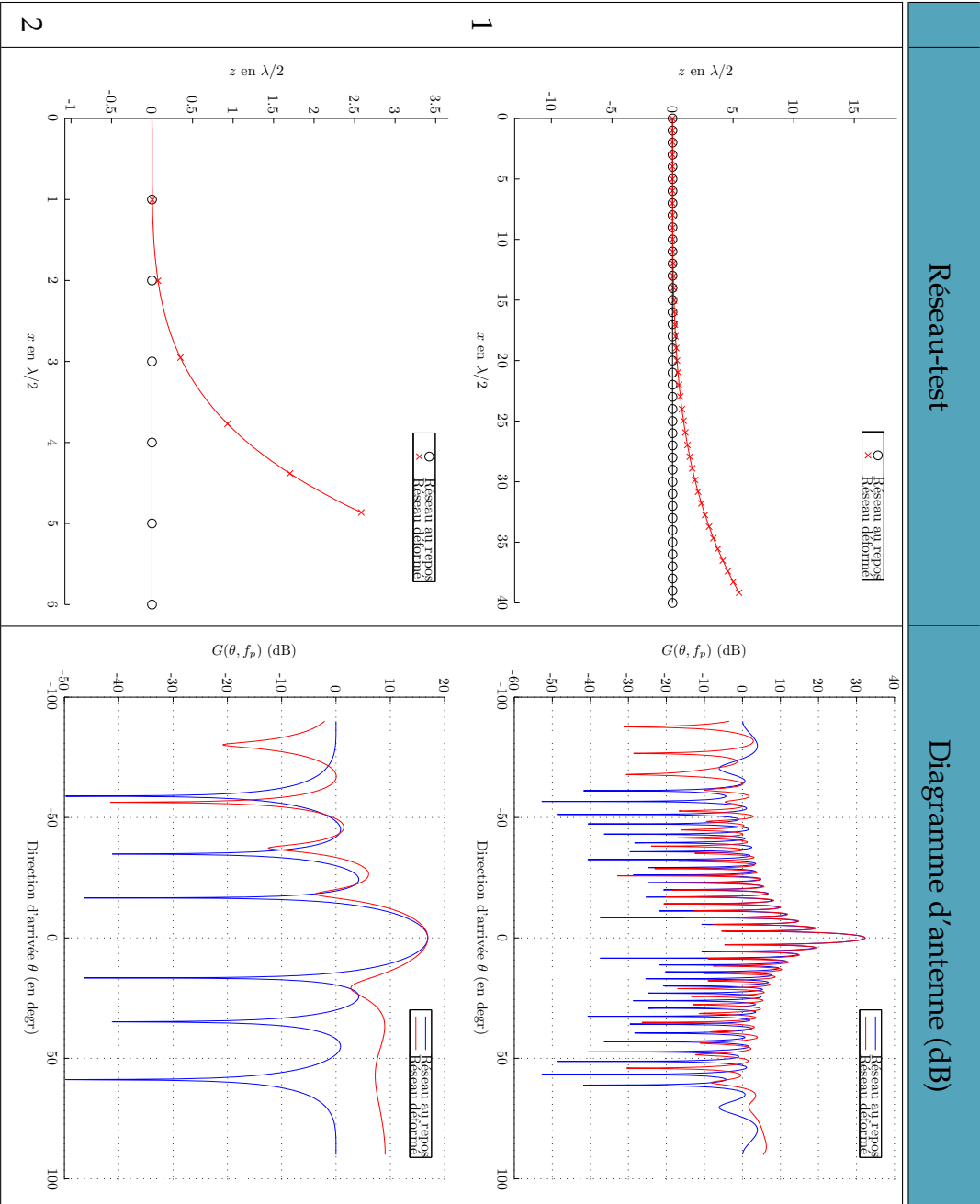
N°	Type	M	$L(\frac{\lambda}{2})$	Coordonnées
1	homogène	41	40	$\mathbf{p}^r = \frac{\lambda}{2}$ $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & \dots & 40 \\ 0 & & & & & 0 \end{bmatrix}$
2	homogène	7	6	$\mathbf{p}^r = \frac{\lambda}{2}$ $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & \dots & 6 \\ 0 & & & & & 0 \end{bmatrix}$
3	lacunaire	7	40	$\mathbf{p}^r = \frac{\lambda}{2}$ $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 10 & 17 & 22 & 37 & 40 \\ 0 & & & & & & 0 \end{bmatrix}$
4	lacunaire	13	58	$\mathbf{p}^r = \frac{\lambda}{2}$ $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 5 & 8 & 12 & 21 & 30 & 39 & 48 & 53 & 54 & 56 & 58 \\ 0 & & & & & & & \dots & & & & & 0 \end{bmatrix}$

TAB. 1.3: Coordonnées des capteurs pour les différents réseaux-test au repos

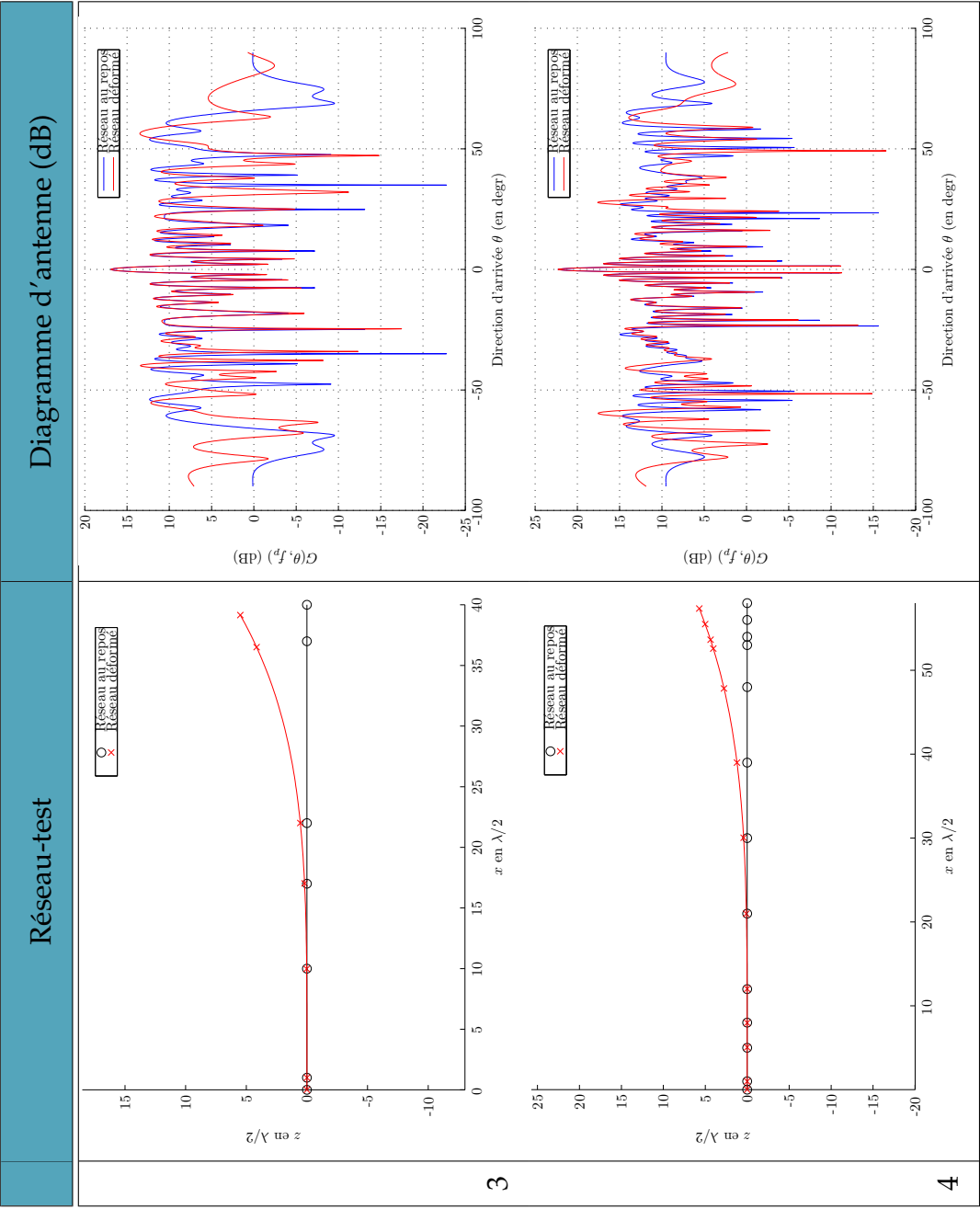
En première approximation, la déformée verticale de l'antenne est donnée par un polynôme de degré 4 de la position horizontale nominale de chaque capteur. Ce modèle simplifié de déformation provient d'une hypothèse de résistance des matériaux et a été proposée pour notre étude par le département des matériaux et structures de l'Onera. Il correspond à la déformée que subit une poutre uniforme rectiligne encastree d'un côté et libre de l'autre sur laquelle on exerce une force uniformément répartie. Ce type de modèle nous servira de base pour des simulations réalistes de déformées d'antenne. De plus, on admettra que les phénomènes de contraction ou de dilatation des matériaux constituant l'aile sont négligeables.

Les tableaux ci-après représentent chaque antenne-test au repos puis déformée à l'extrême. La deuxième colonne expose chaque diagramme de directivité $G(\theta, f_p)$ (voir (1.18)) pour le réseau non déformé et pour le réseau déformé.

On voit que les diagrammes de directivité des différentes antennes déformées conservent un lobe principal centré sur l'angle nul. Ces résultats seront à comparer aux résultats du paragraphe 1.6 où différents traitements seront utilisés sur ces mêmes antennes en considérant, cette fois, que la déformation n'est pas connue.



TAB. 1.4: Réseaux-test homogènes et leur diagramme d'antenne en fonction du niveau de déformation statique



TAB. 1.5: Réseaux-test lacunaires et leur diagramme d'antenne en fonction du niveau de déformation statique

1.5 Les méthodes de traitement d'antenne

1.5.1 Classification

De manière générale, la goniométrie débute par un balayage angulaire virtuel réalisé au moyen d'une batterie de filtres spatiaux $\mathbf{w}(\theta)$; chaque filtre étant adapté à l'angle de tir θ . A partir des différentes sorties filtrées $y_\theta[k]$ obtenues, on trace une fonction de directivité $f(\theta)$ dont les positions des extrema renseignent sur les directions d'arrivée des sources en présence.

Les méthodes de goniométrie existantes peuvent être distinguées selon que les filtres spatiaux utilisés sont calculés indépendamment ou non des enregistrements $r_i[k]$. Lorsque la prise en compte des enregistrements se fait par l'intermédiaire de l'estimation de certaines de leurs grandeurs statistiques (souvent limitées à l'ordre 2), on parle de traitements statistiquement optimaux. En théorie, lorsque le nombre d'échantillons utilisés tend vers l'infini, la résolution spatiale tend aussi vers l'infini et on qualifie ces méthodes de **méthodes à haute résolution**.

Dans les paragraphes suivants, nous allons brièvement rappeler des résultats concernant trois traitements parmi les plus connus. Nous parlerons de la Formation de Voies Conventionnelle pour ce qui est des traitements indépendants des données. Au niveau des traitements dépendants des données nous évoquerons le traitement dit "à Minimum de Variance" (ou récepteur de CAPON) puis enfin une méthode statistiquement optimale, la technique du "Goniomètre" (ou MUSIC).

1.5.2 Formation de Voies Conventionnelle (FVC)

La Formation de Voie Conventionnelle peut être vue comme un filtre spatial adapté au vecteur directionnel d'une source qui arriverait selon la direction de tir θ avec la fréquence f_p . Le vecteur des poids du filtre est donc :

$$\mathbf{w}_{FVC}(\theta) = \mathbf{d}(\theta, f_p) = \exp\left(-j \frac{2\pi f_p}{c} (\mathbf{x} \sin \theta + \mathbf{z} \cos \theta)\right),$$

où \mathbf{x} et \mathbf{z} sont respectivement les vecteurs de coordonnées $\mathbf{x} = [x_1, \dots, x_M]^T$ et $\mathbf{z} = [z_1, \dots, z_M]^T$ des capteurs.

Ce traitement correspond à une remise en phase de l'onde de direction d'arrivée hypothétique θ dans le but de maximiser l'amplitude de la sortie $y_\theta[k]$. Dans un scénario idéal

où une source unique de direction d'arrivée θ_j est présente, cette amplitude sera effectivement maximale pour un angle de balayage θ correspondant à la direction d'arrivée θ_j .

Une estimation $\hat{\theta}_j$ de la direction d'arrivée de la source j peut être obtenue en recherchant la valeur de θ qui maximise le module au carré de l'amplitude du signal en sortie de traitement :

$$\hat{\theta}_j = \operatorname{argmax}_{\theta} \left(y_{\theta}[k] y_{\theta}^*[k] \right) \quad (1.19)$$

$$= \operatorname{argmax}_{\theta} \left(\mathbf{w}_{FVC}(\theta)^H \mathbf{r}[k] \mathbf{r}[k]^H \mathbf{w}_{FVC}(\theta) \right). \quad (1.20)$$

Pour lutter contre un éventuel bruit de capteur centré et spatialement incohérent, on préfère moyenniser le critère précédent en utilisant les N_s échantillons disponibles. La contribution du bruit de capteur tend alors théoriquement vers zéro lorsque N_s tend vers l'infini. On définit ainsi la fonction de directivité suivante :

$$\begin{aligned} f_{FVC}(\theta) &= \frac{1}{N_s} \sum_{k=1}^{N_s} y_{\theta}[k] y_{\theta}^*[k] \\ &= \mathbf{w}_{FVC}(\theta)^H \frac{1}{N_s} \sum_{k=1}^{N_s} \left(\mathbf{r}[k] \mathbf{r}[k]^H \right) \mathbf{w}_{FVC}(\theta), \end{aligned} \quad (1.21)$$

dont les abscisses des maxima constituent des estimations des directions d'arrivée des sources.

Même si aucune interprétation statistique n'est utile ici, notons que la matrice $\hat{\Gamma}_r \triangleq \frac{1}{N_s} \sum_{k=1}^{N_s} \mathbf{r}[k] \mathbf{r}[k]^H$ correspond à l'estimateur empirique de la matrice de variance-covariance spatiale des enregistrements $\Gamma_r \triangleq E\{\mathbf{r}[k] \mathbf{r}[k]^H\}$ où l'opérateur $E\{\cdot\}$ symbolise l'espérance mathématique.

Le filtre spatial étant basé uniquement sur la géométrie de l'antenne, la formation de voies conventionnelle possède une résolution spatiale limitée par la taille de l'antenne. Lorsque la source est unique, de direction d'arrivée $\theta_j = 0$, et lorsque le nombre d'échantillons est infini, on a équivalence entre le diagramme de directivité de l'antenne et la fonction de directivité ($f_{FVC}(\theta) = G(\theta, f_p)$).

1.5.3 Minimum de Variance sous Contrainte Linéaire (MVCL)

Cette méthode connue aussi sous le nom de Formation de Voies Adaptée ou encore récepteur de Capon, consiste à rechercher le filtre $\mathbf{w}_{MVCL}(\theta)$ de telle sorte que la puissance de la sortie filtrée soit minimale sous la contrainte que le gain apporté par le filtre dans la direction de tir θ soit maintenu constant (typiquement 1). On écrit

$$\mathbf{w}_{MVCL}(\theta) = \underset{\mathbf{w}(\theta)}{\operatorname{argmin}} \left(\mathbf{w}(\theta)^H \hat{\mathbf{\Gamma}}_r \mathbf{w}(\theta) \right) \text{ sous la contrainte d'égalité } \mathbf{w}(\theta)^H \mathbf{d}(\theta, f_p) = 1.$$

L'utilisation de la théorie des multiplicateurs de Lagrange permet de ramener le problème à la minimisation de la quantité

$$\mathbf{w}(\theta)^H \hat{\mathbf{\Gamma}}_r \mathbf{w}(\theta) + \lambda(1 - \mathbf{w}(\theta)^H \mathbf{d}(\theta, f_p)).$$

La condition nécessaire d'extremum local conduit à rechercher le filtre $\mathbf{w}_{MVCL}(\theta)$ comme solution de l'équation

$$2\hat{\mathbf{\Gamma}}_r \mathbf{w}_{MVCL}(\theta) - \lambda \mathbf{d}(\theta, f_p) = 0.$$

Il vient alors l'expression du filtre recherché en fonction du multiplicateur de Lagrange λ :

$$\mathbf{w}_{MVCL}(\theta) = \frac{\lambda}{2} \hat{\mathbf{\Gamma}}_r^{-1} \mathbf{d}(\theta, f_p).$$

En remplaçant l'expression précédente de $\mathbf{w}_{MVCL}(\theta)$ dans la contrainte linéaire, on trouve

$$\lambda = \frac{2}{\mathbf{d}(\theta, f_p)^H \hat{\mathbf{\Gamma}}_r^{-1} \mathbf{d}(\theta, f_p)},$$

et on obtient enfin l'expression du filtre optimum :

$$\mathbf{w}_{MVCL}(\theta) = \frac{\hat{\mathbf{\Gamma}}_r^{-1} \mathbf{d}(\theta, f_p)}{\mathbf{d}(\theta, f_p)^H \hat{\mathbf{\Gamma}}_r^{-1} \mathbf{d}(\theta, f_p)}.$$

La présence de bruit de capteur spatialement incohérent permet d'assurer la régularité de la matrice $\hat{\mathbf{\Gamma}}_r$. Comme pour la formation de voie conventionnelle, les directions d'arrivée sont estimées en recherchant les maxima de la fonction de directivité :

$$f_{MVCL}(\theta) = \mathbf{w}_{MVCL}(\theta)^H \hat{\mathbf{\Gamma}}_r \mathbf{w}_{MVCL}(\theta).$$

Soit ici :

$$f_{MVCL}(\theta) = \frac{1}{\mathbf{d}(\theta, f_p)^H \hat{\Gamma}_r^{-1} \mathbf{d}(\theta, f_p)}. \quad (1.22)$$

Encore une fois, nous notons la présence de l'estimée de la matrice de variance covariance spatiale.

1.5.4 Le “Goniomètre” (MUSIC)

La méthode du “Goniomètre” ou encore MUSIC (Multiple Signal Classification) se base sur les éléments propres de la matrice de variance-covariance Γ_r des signaux reçus. Cette matrice étant hermitienne, ses vecteurs propres sont orthogonaux.

On se place dans le cas où le réseau reçoit les contributions de N sources de directions d'arrivée θ_j différentes noyées dans un bruit destructuré spatialement. Les vecteurs propres associés aux N plus fortes valeurs propres de Γ_r génèrent le sous-espace “signal” contenant les vecteurs directionnels des sources $\mathbf{d}(\theta_j, f_p)$. Ce sous-espace est orthogonal à son complément, le sous-espace “bruit” dont une base est constituée par les vecteurs propres associés aux $M - N$ plus petites valeurs propres de Γ_r .

On exploite la propriété d'orthogonalité de ces deux sous-espaces pour déterminer les directions d'arrivée des sources. La matrice $\hat{\Gamma}_r$ étant bien entendu inconnue, on va l'estimer en calculant $\hat{\Gamma}_r$. A partir de la décomposition en valeurs singulières de $\hat{\Gamma}_r$, on construit la matrice \mathbf{E}_b rassemblant les vecteurs de base estimés du sous-espace bruit. On construit le modèle théorique du vecteur directionnel des sources $\mathbf{d}(\theta, f_p)$ et à chaque fois que l'on regarde dans une direction d'arrivée ($\theta = \theta_j$), la norme de sa projection sur le sous-espace bruit $\|\mathbf{d}(\theta, f_p)^H \mathbf{E}_b\|$ est minimale. Elle est nulle si l'estimation de Γ_r est parfaite (pour un nombre d'échantillons infini dans un cas stationnaire) et c'est en ce sens que le filtre est optimal statistiquement. MUSIC peut être ainsi vu comme un filtre spatial réjecteur de sources cohérentes.

Pour éviter une recherche de zéros introduisant des approximations supplémentaires, on préfère en pratique considérer les maxima de l'inverse de la norme de la projection et on donne la fonction de directivité de MUSIC :

$$f_{MUSIC}(\theta) = \frac{\mathbf{d}(\theta, f_p)^H \mathbf{d}(\theta, f_p)}{\mathbf{d}(\theta, f_p)^H \mathbf{E}_b \mathbf{E}_b^H \mathbf{d}(\theta, f_p)}. \quad (1.23)$$

1.6 Goniométrie sur des antennes non calibrées

1.6.1 Erreurs de modèle

Les différents filtres spatiaux que nous venons d'évoquer, sont bien entendu, tous tributaires de la modélisation du vecteur directionnel de visée $\mathbf{d}(\theta, f_c)$ et donc, entre autre, de la connaissance de la position des capteurs. Lorsque cette connaissance est imparfaite, on commet **une erreur de modèle** et les différents traitements d'antennes n'ont pas le même comportement vis à vis de ces erreurs.

Ces aspects ont été étudiés en détail [Mar98] dans le cas particulier du SONAR passif où les flûtes (longs réseaux d'hydrophones) tractées se déforment sous leur propre poids et au cours des manœuvres du tracteur. L'algorithme de localisation de sources le plus utilisé étant MUSIC, plusieurs auteurs [Fri89, WF94, FW94, SK92, FL06] se sont penchés sur le comportement de MUSIC face à ce type de situations. Ils ont proposé des méthodes d'évaluation de l'erreur d'estimation des angles d'arrivée lorsque des incertitudes existent sur la position des capteurs, sur leur gain complexe ou encore en cas de couplages électromagnétiques.

Dans ce paragraphe, nous nous contentons de présenter des tracés des fonctions de directivité correspondant à FVC, MVCL et MUSIC lorsque ces techniques sont utilisées sur les différentes antennes-test subissant des déformées inconnues. On ne considère que des déformations statiques où la matrice de transfert du réseau \mathbf{A} reste constante.

1.6.2 Conséquences sur la localisation des sources

Contexte de la simulation :

On simule une source unique de puissance unité et de direction d'arrivée égale à zéro degré. On simule aussi un bruit de capteur spatialement incohérent de puissance identique σ_b^2 sur chaque capteur. Le rapport signal à bruit $\rho \triangleq \frac{1}{\sigma_b^2}$ est fixé à 10dB. Les différentes fonctions de directivité sont calculées dans un cas théorique où le nombre d'échantillons N_s est infini. En d'autres termes, on remplacera l'utilisation de la matrice $\hat{\Gamma}_r$ dans les différentes expressions des fonctions de directivité (1.21), (1.22) ou (1.23) par la matrice de variance-covariance théorique :

$$\Gamma_r = \mathbf{A}\mathbf{A}^H + \sigma_b^2 \mathbf{I}_M,$$

où \mathbf{A} représente ici la matrice de transfert du réseau au repos. Enfin le pas de balayage angulaire pour les différents angles de visée est fixé à $\pi/1000$ soit 0.18° .

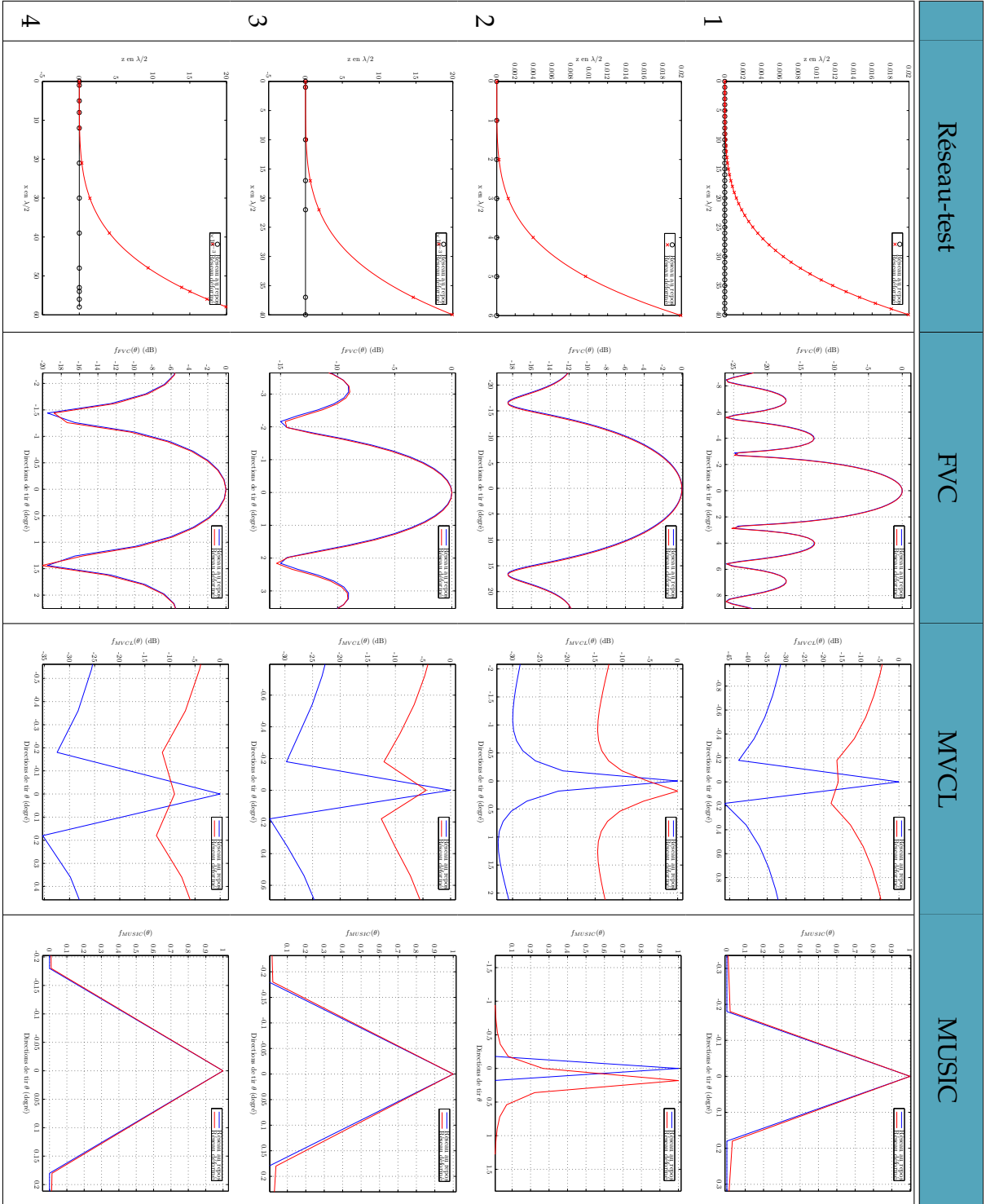
Résultats :

Le tableau 1.6 confronte les trois traitements FVC, MVCL et MUSIC aux quatre antennes-test subissant une déformation statique très faible (0.01λ en bout d'antenne). Les différentes figures présentent une comparaison des fonctions de directivité obtenues avec l'antenne au repos et avec l'antenne déformée. De façon générale, nous constatons que la FVC résiste bien à cette légère erreur de modèle. Dans l'ensemble, l'algorithme MUSIC qui présente une résolution infinie dans le cas de l'antenne au repos, conserve une haute résolution même si l'on note un léger dépointage (inférieur au pas du balayage) pour le réseau 2. Le comportement de MVCL est quant à lui très mauvais puisque le lobe principal disparaît pour 3 réseaux sur 4.

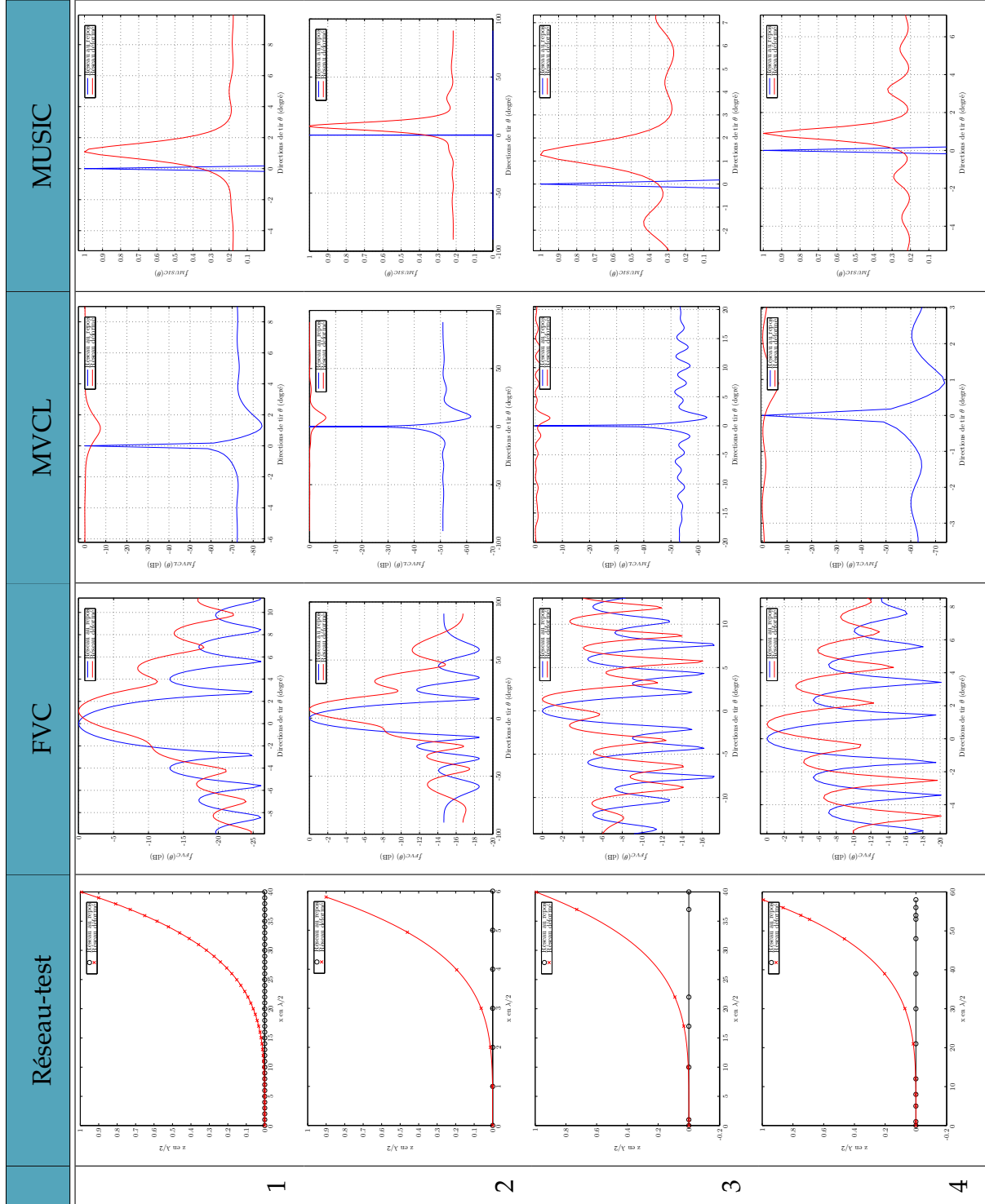
Le tableau 1.7 présente des résultats dans le cas d'une déformation proche de la demi-longueur d'onde. On note un dépointage d'environ 1° pour FVC et MUSIC. Comme pour les déformations précédentes, la méthode MVCL ne détecte plus de source.

Le tableau 1.8 présente des résultats dans le cas d'une déformation importante (1.5λ pour le réseau 2 et 3λ pour les réseaux 1, 3 et 4). On parlera par la suite de déformations ambiguës. L'ensemble des méthodes ne détecte plus la source. On note cependant que FVC donne encore un résultat interprétable pour le réseau 1 non lacunaire avec 41 capteurs.

1.6. Goniométrie sur des antennes non calibrées

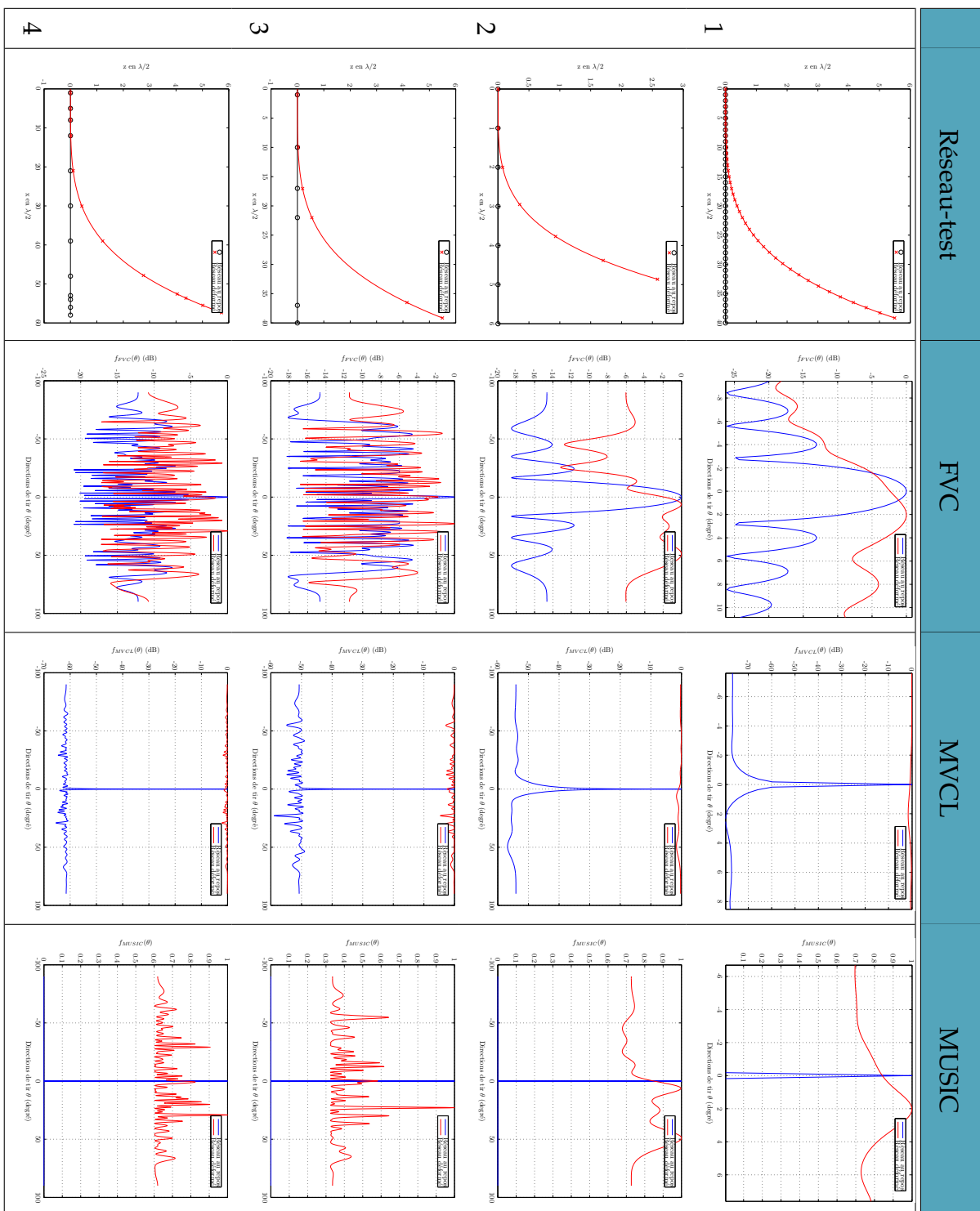


TAB. 1.6: Réseaux test faiblement déformés ($0.02\lambda/2$) et fonctions de directivité en considérant les positions au repos



TAB. 1.7: Réseaux-test déformés à $\lambda/2$ et fonctions de directivité en considérant les positions au repos

1.6. Goniométrie sur des antennes non calibrées



TAB. 1.8: Réseaux-test fortement déformés et fonctions de directivité en considérant les positions au repos

1.7 Conclusion

D'une part, nous avons présenté puis comparé les trois méthodes de goniométrie les plus couramment utilisées (FVC, MVCL et MUSIC) pour différents niveaux d'erreurs de modèle. Cette comparaison nous a permis de tirer plusieurs conclusions.

- La géométrie incertaine du réseau implique une modélisation erronée des vecteurs directionnels de visée $\mathbf{d}(\theta, f_p)$.
- La méthode MVCL demeure la plus sensible aux erreurs de modèle. En effet, le modèle d'antenne étant linéaire, les filtres $\mathbf{w}_{MVCL}(\theta)$ rejettent tous les signaux ne présentant pas un front d'onde plan. Puisque, dans le cas où l'antenne est déformée, plus aucune source n'est vue comme une onde plane, le traitement MVCL ne détecte plus rien.
- De manière générale, FVC et MUSIC sont robustes aux déformations moyennes. Au niveau de MUSIC, ce résultat semble indiquer que pour ces niveaux de déformation, le sous-espace bruit correspondant à l'antenne déformée conserve une orthogonalité relativement marquée avec le sous espace signal de l'antenne au repos.
- Enfin, même si la dynamique du diagramme d'antenne est plus faible dans le cas d'une antenne lacunaire qu'une antenne homogène, il ne semble pas que le côté lacunaire ou que le nombre de capteurs ait un impact sur la robustesse des méthodes aux erreurs de modèles.

D'autre part, les résultats présentés utilisent la connaissance de la matrice de variance-covariance spatiale du réseau et agissent comme si le temps d'observation était infini. Dans le cas d'une antenne aéroportée, nous savons que des vibrations viennent s'ajouter à la déformée statique. Il ne sera donc plus possible de faire l'hypothèse que les enregistrements sont stationnaires et seule une stationnarité locale pourra être considérée en réduisant le temps d'acquisition. Dans ces conditions et de façon générale, il sera plus difficile de lutter contre le bruit de capteur. De plus, les algorithmes à haute-résolution comme MUSIC, basés sur l'estimation de Γ_r , vont voir leur performance encore diminuer.

Dans tous les cas, nous voyons qu'une bonne connaissance de la géométrie du réseau est indispensable à la mise en œuvre d'algorithmes de goniométrie. La calibration des positions de capteurs est donc un problème majeur, ce qui motive cette étude. Nous traiterons ce problème dans les chapitres suivants.

1.7. Conclusion

CHAPITRE 2

POSITION DU PROBLÈME

L'autocalibration en position d'un réseau de M antennes consiste à estimer à tout instant les positions $\mathbf{p}_i[k]$ des capteurs en utilisant des outils de traitement de signal appliqués aux M enregistrements $r_i[k]$ des N contributions $c_{1j}[k]$ de sources d'opportunité.

Nous rappelons que les sources sont portées par une unique fréquence f_p connue et leurs directions d'arrivée θ_j , supposées distinctes, sont inconnues. Les différents enregistrements sont perturbés par des bruits de capteur décorrélés et de même puissance σ_b^2 .

Dans ce chapitre, nous montrons que le problème est de façon générale non observable ; c'est à dire qu'il n'y a pas une solution unique. Par la suite, nous expliquons comment un nombre de sources suffisant ainsi que des connaissances physiques supplémentaires sur le réseau permettent de lever la plupart des indéterminations voire de trouver la bonne solution dans le cas où, par hypothèse, la déformation est bornée.

2.1 Mise en équations

Nous avons vu dans (1.8), que les enregistrements s'écrivent

$$\mathbf{r}[k] = \mathbf{A}[k]\mathbf{c}[k] + \boldsymbol{\eta}[k], \quad (2.1)$$

où $\mathbf{c}[k]$ représente le vecteur des contributions des sources reçues sur le premier capteur à l'instant k (noté \mathbf{c}_1 dans 1.8). $\boldsymbol{\eta}[k]$ est le vecteur rassemblant les perturbations spatialement incohérentes sur chaque capteur et $\mathbf{A}[k]$ est la matrice de transfert du réseau dont les éléments s'écrivent

$$a_{ij}[k] = \exp(j\phi_{ij}[k]),$$

avec

$$\phi_{ij}[k] = -\frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{p}_i^T[k] \mathbf{n}_j. \quad (2.2)$$

Cette dernière équation montre que l'estimation des positions $\mathbf{p}_i[k]$ passe par la connaissance des phases $\phi_{ij}[k]$.

L'estimation de ces phases à partir des enregistrements n'est pas un problème facile :

- la mesure des phases ne peut être obtenue qu'à 2π près,

- les sources d’opportunité émettant simultanément, on ne peut pas isoler au sein d’un seul enregistrement les phases des différentes sources.

Le premier point est lié à la propriété bande-étroite des sources, le second au contexte de l’autocalibration. En effet, dans le cas de la calibration active, on utilise des sources coopérantes pouvant être éteintes à loisir. La mesure des phases est alors directe.

Des méthodes pour estimer les éléments de $\mathbf{A}[k]$ seront présentées dans les chapitres suivants et nous supposons ici disposer de ces estimations $a_{ij}[k]$. Les arguments des éléments $a_{ij}[k]$ correspondent aux phases ϕ_{ij} recherchées, ramenées dans l’intervalle $[-\pi, \pi[$. On parlera de phases réduites $\phi_{ij}^r[k]$.

2.2 Observabilité lorsque les phases sont parfaitement connues

Dans cette section, nous supposons disposer des phases ϕ_{ij} et non pas seulement des phases réduites ϕ_{ij}^r . En d’autres termes, cela signifie que l’on dispose des retards de propagation relatifs $\tau_{ij} = -\frac{\lambda}{2\pi c}\phi_{ij}$. Ceci n’est *a priori* pas possible pour des signaux bande-étroite et donc quasi périodiques. Cette hypothèse nous permet de simplifier dans un premier temps l’exposé en l’orientant vers l’étude d’indéterminations qui ne sont pas liées au caractère bande-étroite des sources.

2.2.1 Indéterminations d’ensemble

Dans ce paragraphe, nous allons voir qu’il existe une première infinité de solutions parasites (positions et angles d’arrivée) réparties continûment dans l’espace. Nous montrerons ensuite que la connaissance de quatre paramètres parmi l’ensemble des inconnues permet d’éliminer ces indéterminations.

Le problème étant de même nature quel que soit l’échantillon, nous omettrons dans la suite du paragraphe la notation $[k]$ pour les variables dépendant du temps. Supposons que les phases soient connues. L’équation (2.2) s’écrit alors pour l’ensemble des positions de capteurs et pour l’ensemble des sources

$$\phi_{ij} = -\frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{p}_i^T \mathbf{n}_j \quad i \in [1, 2, \dots, M], \quad j \in [1, 2, \dots, N]. \quad (2.3)$$

Les positions et les angles d’arrivée des sources sont coplanaires et on fixe un repère cartésien dans ce plan. D’une part, les positions étant calculées par rapport au capteur

de référence et les sources étant en champ lointain, ni les \mathbf{p}_i ni les \mathbf{n}_j ne dépendent de l'origine du repère. D'autre part, si l'ensemble des vecteurs positions et des vecteurs direction d'arrivée subissent une transformation unitaire de matrice \mathbf{U} , l'équation (2.3) reste vérifiée. On a en effet $\forall i \in [1, 2, \dots, M], \quad \forall j \in [1, 2, \dots, N]$

$$\begin{aligned} -\frac{2\pi}{\lambda} [\mathbf{U}\mathbf{p}_i]^T \mathbf{U}\mathbf{n}_j &= -\frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{p}_i^T \mathbf{U}^T \mathbf{U}\mathbf{n}_j \\ &= -\frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{p}_i^T \mathbf{I}_2 \mathbf{n}_j \\ &= \phi_{ij}. \end{aligned}$$

En d'autres termes, à partir d'un jeu de positions et de directions d'arrivée satisfaisant le système d'équations (2.3), tout ensemble de positions et de directions d'arrivée obtenu par translation et/ou par rotation du jeu précédent est encore solution de l'équation (2.3). Le problème ainsi posé n'est donc pas observable et des connaissances supplémentaires sont indispensables.

Pour éliminer les ambiguïtés de translation, il est nécessaire de connaître la position d'un capteur. Dans le contexte des antennes réseau aéroportées, il est raisonnable de faire l'hypothèse que la position du capteur 1 situé au plus près du fuselage est connue. Pour éliminer les ambiguïtés de rotation, on peut théoriquement envisager deux hypothèses :

- ☞ la direction d'un second capteur est connue,
- ☞ la direction d'arrivée d'une source est connue.

Si nous replaçons le problème dans le contexte de l'autocalibration avec des sources d'opportunité de directions d'arrivée inconnues, seule la première hypothèse est possible et il est raisonnable de considérer que c'est la direction du capteur 2 (situé au plus près du 1) qui est connue.

Remarque : Cas particulier de l'antenne linéaire.

On considère ici que les différents vecteurs positions \mathbf{p}_i sont colinéaires et forment un angle unique γ_j avec une direction d'arrivée \mathbf{n}_j .

Il existe une infinité de positions \mathbf{p}'_i et de directions d'arrivée γ'_j telle que $\frac{\|\mathbf{p}_i\|}{\|\mathbf{p}'_i\|} = \frac{\cos \gamma'_j}{\cos \gamma_j} = \alpha$ vérifiant

$$-\frac{2\pi}{\lambda} \|\mathbf{p}'_i\| \cos \gamma'_j = \phi_{ij}.$$

Cette indétermination supplémentaire correspondant à une homothétie α de l'antenne associée à des rotations des différentes directions d'arrivée, peut être éliminée par la connaissance d'un paramètre supplémentaire.

Encore une fois, d'un point de vue théorique, plusieurs hypothèses sont possibles : par exemple, la connaissance d'une direction d'arrivée ou encore la distance séparant les capteurs 1 et 2,...

2.2.2 Conditions suffisantes d'observabilité globale

Nous avons vu que, hormis pour l'antenne linéaire, la position du capteur 1 et la direction du capteur 2 permettent d'éliminer les ambiguïtés de translation et de rotation d'ensemble. La question qui se pose maintenant est de fixer le nombre minimum N de sources nécessaire pour être capable de déterminer la coordonnée manquante du capteur 2, les positions des $M - 2$ autres capteurs et les N directions d'arrivée.

Avec les enregistrements du capteur 2, on peut écrire un système de N équations non linéaires du type (2.3) à $N + 1$ inconnues : les N angles θ_j et la coordonnée inconnue du capteur 2. Un capteur supplémentaire apporte N équations et 2 nouvelles inconnues : les deux coordonnées du capteur. En généralisant, on voit qu'avec M capteurs, on peut écrire $(M - 1)N$ équations non linéaires à $N + 1 + 2(M - 2)$ inconnues.

On remarque facilement que pour $N = 2$, il y a plus d'inconnues que d'équations et le problème n'est pas observable. On remarque aussi que lorsque N est supérieur à 2, il suffit de 3 capteurs pour disposer d'autant d'équations que d'inconnues. Cependant, les équations étant non linéaires, il n'est pas possible de conclure facilement.

Dans [RS87], Rockah et Schultheiss ont montré que cette condition était suffisante pour assurer qu'il n'existe pas un continuum de solutions autour de la vraie solution. Ceci ne signifie pas que le problème devient de façon générale observable puisque il faut maintenant tenir compte du caractère bande-étroite des sources.

2.3 Observabilité lorsque les phases ne sont connues qu'à 2π près

2.3.1 Indéterminations sur le nombre de rotations de phases

Il est clair que toute rotation de 2π d'un ou de plusieurs arguments des éléments de la matrice de transfert \mathbf{A} conduit à des enregistrements identiques. En bande étroite, il n'est donc pas possible de déterminer directement ces phases à partir des mesures. Nous allons montrer ici que seules certaines rotations correspondent à des solutions possibles en terme de positionnement des capteurs. Nous allons voir qu'il existe alors une seconde infinité de solutions en positions réparties discrètement cette fois dans l'espace. Nous verrons que la densité de la répartition spatiale de ces "fausses-vraies" solutions diminue avec le nombre de sources. Nous concluons qu'il est ainsi possible, en jouant sur le nombre de sources, de repousser ces indéterminations loin de l'antenne de manière à rendre ces positions "non physiques". Nous parlerons alors d'observabilité locale.

Nous avons, au paragraphe précédent, supposé les vraies phases connues. Dans ce paragraphe, nous nous plaçons dans un cas où l'on ne dispose que des phases ϕ_{ij}^r , réduites à l'ensemble $[-\pi, \pi[$ et correspondant donc aux vraies phases ϕ_{ij} à 2π près. L'équation (2.2) devient

$$\phi_{ij}^r = -\frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{p}_i^T \mathbf{n}_j - k_{ij} 2\pi,$$

avec k_{ij} , la différence de cycles entre la phase réduite et la phase vraie ($k_{ij} \in \mathbb{N}$).

Pour un capteur i donné, l'ensemble des phases mesurées vérifie le système matriciel suivant :

$$-\frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{N} \mathbf{p}_i = \phi_i^r + \mathbf{k}_i 2\pi, \quad (2.4)$$

avec $\mathbf{N} = [\mathbf{n}_1^T, \dots, \mathbf{n}_N^T]^T$, $\phi_i^r = [\phi_{i1}^r, \dots, \phi_{iN}^r]^T$ et $\mathbf{k}_i = [k_{i1}, \dots, k_{iN}]^T$.

En plus du couple de vecteurs $(\mathbf{p}_i, \mathbf{k}_i)$, il existe une infinité de vecteurs positions \mathbf{p}'_i et de vecteurs d'entiers \mathbf{k}'_i vérifiant une équation analogue à (2.4). Ces solutions correspondent aux cas où les vecteurs $\phi_i^r + \mathbf{k}'_i 2\pi$ appartiennent à l'espace image de la matrice \mathbf{N} .

Dans ce qui vient d'être dit, nous avons supposé qu'il n'y a pas d'ambiguïté sur les directions d'arrivée. Cette dernière condition sera remplie, par exemple, s'il existe deux capteurs de positions connues séparés d'une distance inférieure à $\lambda/2$. C'est un résultat classique de goniométrie ([Kop]).

2.3.2 Condition suffisante d'observabilité locale

Pour qu'un jeu d'entiers k'_{ij} corresponde à une solution, nous avons vu que le vecteur $\phi_i^r + \mathbf{k}'_i 2\pi$ doit appartenir à l'espace image de la matrice \mathbf{N} de dimension $N \times 2$. Si $N = 2$, l'espace image de \mathbf{N} est \mathbb{R}^2 et toutes les combinaisons d'entiers correspondent à une solution. Dans le cas où $N > 2$, l'espace image de \mathbf{N} se réduit à un plan de \mathbb{R}^N .

Considérons un vecteur déplacement $\Delta \mathbf{p}_i$ permettant de passer de la vraie position \mathbf{p}_i à une fausse position \mathbf{p}'_i :

$$\Delta \mathbf{p}_i = \mathbf{p}'_i - \mathbf{p}_i.$$

Au vecteur $\Delta \mathbf{p}_i$, est associé un vecteur d'entiers $\Delta \mathbf{k}_i$ tel que

$$\Delta \mathbf{k}_i = \mathbf{k}'_i - \mathbf{k}_i.$$

D'après (2.4), $\Delta \mathbf{p}_i$ et $\Delta \mathbf{k}_i$ sont liés par la relation

$$\mathbf{N} \Delta \mathbf{p}_i = -\lambda \Delta \mathbf{k}_i. \quad (2.5)$$

Cette relation montre que les composantes du vecteur $\Delta \mathbf{p}_i$ dans la base des différentes directions d'arrivée sont des multiples entiers Δk_{ij} de la longueur d'onde λ . Ceci est illustré sur la figure 2.1 dans le cas de trois sources. On peut aussi voir l'effet du nombre de sources sur la diminution de la densité des indéterminations de position.

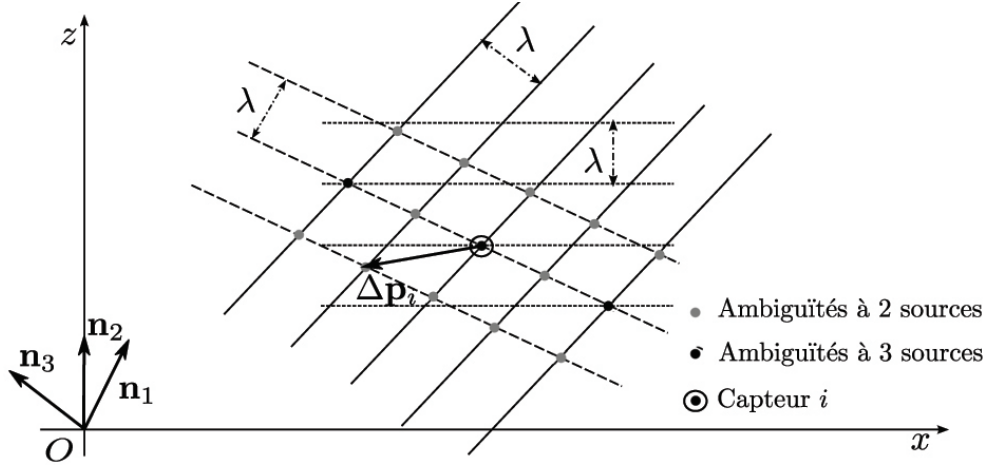


FIG. 2.1: Indéterminations de position liées aux rotations de phases

Notons cependant, qu'il existe des cas singuliers où cette densité ne diminue pas. La figure 2.2 présente le cas à trois directions d'arrivée pour lequel les solutions parasites sont sur les sommets de triangles équilatéraux. Les directions d'arrivée sont alors telles que $\theta_2 = \theta_1 + \frac{\pi}{3}$ et $\theta_3 = \theta_1 - \frac{\pi}{3}$. Dans cette configuration, on obtient les mêmes indéterminations de position pour deux ou trois sources.

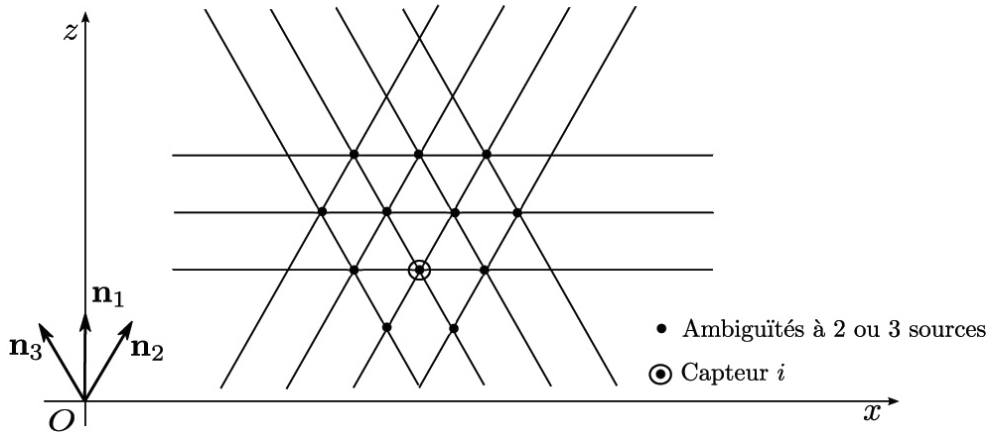


FIG. 2.2: Cas particulier où la source de direction θ_1 n'élimine pas d'indéterminations

Dans un contexte d'antenne plaquée sur une aile d'avion, la déformation est physiquement bornée et il est possible de limiter la recherche des différentes composantes de \mathbf{k}'_i dans une plage de valeurs notée \mathcal{D}_i . Appelons $\text{card}\{\mathcal{D}_i\}$ le cardinal de l'ensemble \mathcal{D}_i .

Considérons les produits scalaires correspondant aux lignes du système matriciel (2.5) :

$$\|\Delta \mathbf{p}_i\| \cos(\mathbf{n}_j, \Delta \mathbf{p}_i) = -\lambda \Delta k_{ij}, \quad \forall j = \{1, \dots, N\}.$$

Les directions d'arrivée étant toutes distinctes et la fonction cosinus étant paire, il ne peut pas y avoir plus de deux composantes identiques dans le vecteur $\Delta \mathbf{k}_i$ à l'exception de la valeur nulle. Ainsi, dans le cas où le nombre N de sources est supérieur à $2 \text{card}\{\mathcal{D}_i\}$, le système (2.5) admet comme unique solution le couple de vecteurs $\Delta \mathbf{k}_i = \mathbf{0}$ et $\Delta \mathbf{p}_i = \mathbf{0}$. Le positionnement du capteur i est alors possible sans ambiguïté.

Si $N > 2 \max\{\text{card}\{\mathcal{D}_i\}\}$, le problème de l'autocalibration devient alors localement observable.

On peut comprendre qu'il sera plus facile de définir la plage d'entiers \mathcal{D}_i si, au lieu de travailler en relatif par rapport à un même capteur de référence, on considère pour chaque capteur i , un écart par rapport à une position nominale \mathbf{p}_i^n connue ; par exemple, les positions qu'occupaient les différents capteurs lorsque le réseau était au repos (voir tableau 1.3). Les équations restent alors identiques en considérant que les différents scalaires et vecteurs $(\phi_i, \phi_i^r, \mathbf{p}_i, \mathbf{k}_i)$ représentent maintenant des grandeurs relatives à ces positions nominales \mathbf{p}_i^n .

Il est bien entendu évident que, plus un capteur i s'éloigne de sa position nominale et plus les composantes du vecteur des rotations de phase \mathbf{k}_i augmenteront en valeur absolue. Dans le cas où la déformation est telle que le capteur s'écarte d'une distance inférieure à $\frac{\lambda}{2}$ de sa position nominale, le vecteur \mathbf{k}_i est égal au vecteur nul et le vecteur des phases relatives ϕ_{ij} se confond avec celui des phases réduites ϕ_{ij}^r . Si cette condition reste vraie pour l'ensemble des capteurs, on considère que le réseau est **faiblement déformé**. Lorsque, au moins un capteur, subit une déformation qui l'écarte de plus d'une demi-longueur d'onde de sa position nominale (il s'agira en premier lieu des capteurs situés en bout d'aile), nous parlerons de réseau **fortement déformé**.

2.4 Le problème des vibrations

De façon générale, le réseau n'occupe pas une position fixe au cours du temps dans la mesure où l'aile est soumise à des vibrations de structure. Sans hypothèse sur la dynamique de ce mouvement, seul le vecteur $\mathbf{r}[k]$ des enregistrements à l'instant k peut être utilisé pour estimer la position du réseau à cet instant, les enregistrements à d'autres instants correspondant à des positions distinctes. Dans ces conditions, même dans un

cas idéal sans bruit, le nombre M d'équations fourni par le système (2.1), est insuffisant pour estimer les arguments inconnus de la matrice de transfert du réseau $\mathbf{A}[k]$.

Le problème ainsi posé n'a donc pas de solution et il faut considérer des hypothèses supplémentaires pouvant enrichir notre système d'équations.

L'inertie de la structure permet de distinguer le spectre des modes vibrants de l'aile (cf. tableau 1.2), relativement basse-fréquence (quelques dizaines de hertz au maximum pour les modes significatifs), de celui des sources d'opportunité dont la largeur de bande est bien plus élevée (quelques dizaines de kilohertz, voire plus, pour des signaux de télécommunications). En conséquence, une fréquence d'échantillonnage des mesures adaptée aux signaux sources sera suffisamment élevée pour que nous puissions faire l'hypothèse suivante : il existe un temps d'observation suffisamment long (quelques centaines d'échantillons), durant lequel le déplacement du réseau est négligeable. Sous cette hypothèse, chaque nouvel enregistrement apporte M nouvelles équations faisant intervenir les mêmes arguments inconnus de la matrice de transfert du réseau. Bien entendu, le nombre d'équations reste insuffisant et des hypothèses supplémentaires sont à faire pour résoudre le problème. Ces hypothèses, qui reposent soit sur des propriétés des signaux de sources d'opportunité, soit sur des propriétés des matrices de transfert de réseau, conditionnent le choix des méthodes d'estimation de phases et seront explicitées dans les chapitres suivants.

2.5 Hypothèses de travail retenues

Compte tenu des remarques sur l'observabilité des sections précédentes, nous adopterons les hypothèses de travail suivantes pour la suite du mémoire :

1. Les deux premiers capteurs les plus proches du fuselage (les capteurs 1 et 2) ont des positions connues et sont séparés d'une distance inférieure à $\lambda/2$. Ceci nous fixe quatre degrés de liberté dans le plan et évite les indéterminations de translation, rotation et homothétie sur une antenne de forme quelconque. Ceci permet aussi d'estimer sans ambiguïté les différentes directions d'arrivée.
2. La condition suffisante d'observabilité locale liée au nombre de sources que nous avons établie dans la section 2.3.2 reste hors d'atteinte en pratique car elle conduit à un nombre de sources très important. Ceci reste vrai même si, comme il le sera

fait en pratique, on recherche des écarts de positions par rapport à une position nominale connue. Pour éliminer les indéterminations de position avec un nombre de sources égal au nombre minimum nécessaire ($N = 3$) établi à la section 2.2.2, nous aiderons de modèles physiques de déformations statiques plus ou moins simples. On pourra par exemple considérer le respect d'une faible variation de la distance inter-capteur, d'une déformation polynômiale, *etc...*

3. La fréquence d'acquisition est suffisamment grande devant les fréquences des modes vibratoires pour que, sur quelques centaines d'échantillons, on puisse considérer que l'antenne est statique autrement dit qu'elle conserve sa position pendant l'acquisition.

2.6 Performances asymptotiques - Bornes de Cramèr-Rao

En règle générale, un estimé $\hat{\xi}$ d'un paramètre ξ est une fonction de l'observation disponible. On note cette fonction φ telle que $\varphi(y) = \hat{\xi}$ où y est le vecteur de mesures correspondant à une observation sur N_s échantillons. L'estimateur associé est le vecteur aléatoire dont $\hat{\xi}$ est la réalisation disponible. Puisque l'on assimile le vecteur de mesures disponible y à la réalisation d'un vecteur aléatoire Y réunissant les observations de tous les capteurs, l'estimateur se définit par $\varphi(Y)$. On note $\hat{\Xi}$ l'estimateur.

Un estimateur est un vecteur aléatoire qu'il faut caractériser au mieux. La façon la plus complète est de donner sa loi de probabilité qui est difficile à connaître (sauf si l'on considère que Y est un vecteur gaussien). En règle générale, à la place de la loi de probabilité, on se contente des deux premiers moments, l'espérance $E_{\xi} \{ \hat{\Xi} \}$ et la matrice de variance-covariance $Cov_{\xi} (\hat{\Xi})$.

Un estimateur sera dit **sans biais** lorsque $E_{\xi} \{ \hat{\Xi} \} = \xi$, $\forall \xi$. Dans ce cas, on ajoutera que l'estimateur est **efficace** si sa matrice de variance-covariance est la plus petite possible.

La Borne de Cramèr-Rao (BCR) est une matrice qui "minimise" la matrice de variance-covariance de tout estimateur (biaisé ou non). La BCR joue le rôle de juge de paix et permet d'appréhender les performances optimales attendues. Ceci nous permet par la suite de juger de la qualité d'un estimateur et de l'algorithme associé.

L'obtention de la BCR passe par le calcul de la matrice d'Information de Fisher. Nous

nous contenterons de présenter ici les principales étapes de calculs de la BCR, [JS05]. Tout d'abord, les paramètres inconnus que l'on cherche à estimer sont les N directions d'arrivée et les $M - 2$ positions des capteurs. Le vecteur des paramètres à estimer se définit ainsi :

$$\xi = [\theta_1, \dots, \theta_N, x_3, \dots, x_M, z_3, \dots, z_M]. \quad (2.6)$$

On note \mathbf{J} la matrice d'Information de Fisher. Cette matrice carrée et symétrique est de dimension $(N + 2M - 4) \times (N + 2M - 4)$. Chaque élément J_{ij} de \mathbf{J} est défini par l'expression suivante où Γ_y est la matrice de variance-covariance des observations et ξ_k est le k ème élément de 2.6,

$$J_{ij} = N_s \text{Trace} \left(\Gamma_y^{-1} \frac{\partial \Gamma_y}{\partial \xi_i} \Gamma_y^{-1} \frac{\partial \Gamma_y^{-1}}{\partial \xi_j} \right), \forall i, j.$$

Tout calcul fait, la matrice \mathbf{J} peut se décomposer en bloc de la manière suivante

$$\mathbf{J} = N_s \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{\theta\theta} & \mathbf{J}_{\theta\mathbf{x}} & \mathbf{J}_{\theta\mathbf{z}} \\ \mathbf{J}_{\mathbf{x}\theta} & \mathbf{J}_{\mathbf{x}\mathbf{x}} & \mathbf{J}_{\mathbf{x}\mathbf{z}} \\ \mathbf{J}_{\mathbf{z}\theta} & \mathbf{J}_{\mathbf{z}\mathbf{x}} & \mathbf{J}_{\mathbf{z}\mathbf{z}} \end{bmatrix}.$$

D'après l'inégalité de Cramèr-Rao, la matrice de covariance d'un estimateur sans biais est telle que

$$\text{Cov}(\hat{\Xi}) - \mathbf{J}^{-1} \geq 0,$$

Nous présenterons par la suite essentiellement des résultats correspondants aux racines carrées des éléments diagonaux de la BCR. (Par abus de langage nous parlerons par la suite de BCR des directions d'arrivée pour les racines carrées des éléments diagonaux de la BCR correspondant aux directions d'arrivée, de même pour les BCR des x et des z).

De plus, il est possible de proposer un domaine de \mathbb{R}^2 dans lequel l'estimé de la position devrait se trouver. Ce domaine est une ellipse que l'on appelle communément **ellipse de confiance de niveau choisi** ([PJ]). Dans le chapitre cinq, les ellipses de confiance à 90% seront tracées. L'efficacité de l'estimateur se traduit graphiquement par une occupation de l'ellipse d'environ 90% des estimés.

Afin d'évaluer les performances que l'on peut atteindre par la suite avec les algorithmes d'autocalibration proposés, nous avons calculé les BCR pour les quatre antennes (cf. Tableau 1.3) et pour différents niveaux de rapport signal à bruit (RSB). Les directions d'arrivée des trois sources d'opportunité sont $-36^\circ, 3^\circ, 20^\circ$. Les signaux en sortie des capteurs sont enregistrés sur 300 échantillons. Les antennes sont ni déformées ni vibrantes. **Les BCR sont donc uniquement calculées dans le cas statique.** Nous résumons les paramètres de calcul des BCR dans le tableau suivant :

Antenne	N	θ	N_s	RSB (dB)	Déf. statique
1,2,3 et 4	3	$-36^\circ, 3^\circ, 20^\circ$	300	10,20,30,40 dB	0

TAB. 2.1: Paramètres de calculs des BCR $-\theta-$ et $-\mathbf{x}, \mathbf{z}-$.

La Figure (2.3) présente les BCR des directions d'arrivée obtenues dans deux cas. Le premier cas, représenté par des cercles, correspond aux BCR lorsque l'on connaît parfaitement le réseau. Le deuxième cas, représenté par des croix, correspond aux BCR lorsque, en plus, on autocalibre le réseau, c'est à dire lorsque l'on estime simultanément les directions d'arrivée et les positions des capteurs. Autrement dit, dans le premier cas, N paramètres doivent être estimés, dans le second cas, $N + 2M - 4$ paramètres doivent être estimés.

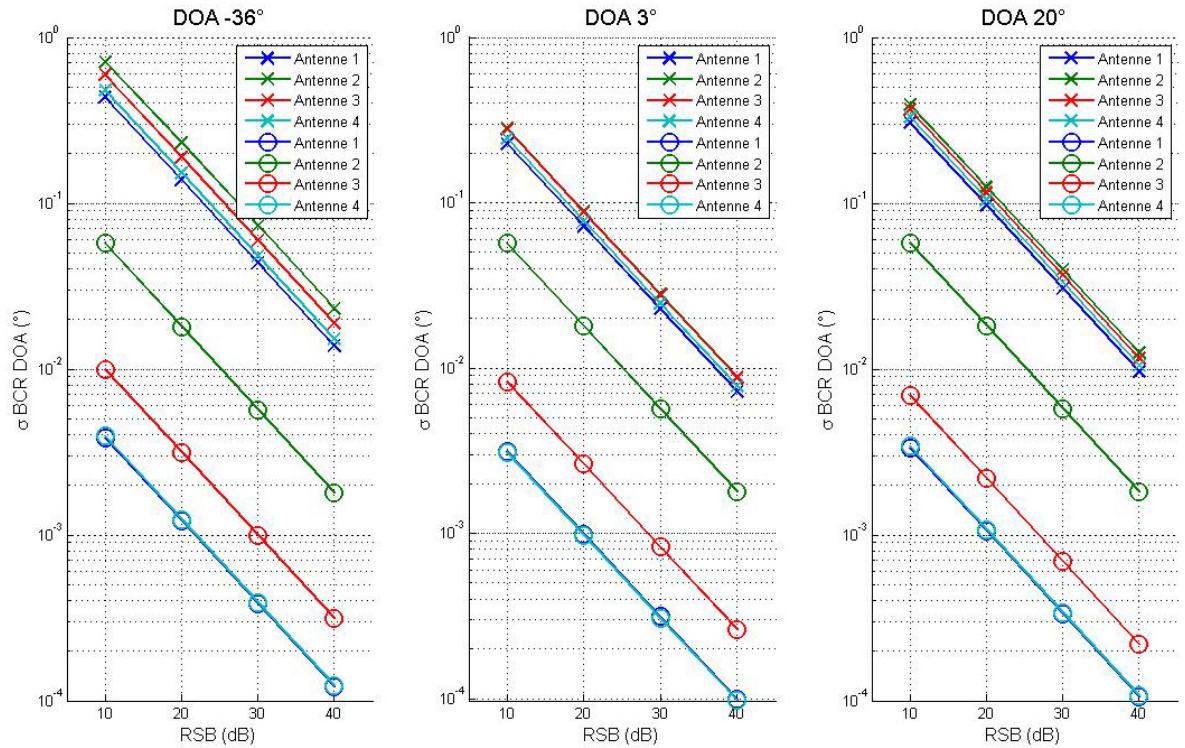


FIG. 2.3: Bornes de Cramér-Rao des directions d'arrivée pour les 4 antennes calibrées (o) et non calibrées (x).

Nous retrouvons un résultat classique : lorsque le réseau est parfaitement calibré (premier cas), il est plus intéressant d'avoir un grand réseau (antennes 1, 3, ou 4) qu'un

réseau court (antenne 2). De plus, on retrouve bien la propriété selon laquelle, à longueur identique, et pour ces valeurs numériques, un réseau plein (antenne 1) avec davantage de capteurs a des performances sur l'estimation des directions d'arrivée meilleures qu'un réseau lacunaire avec moins de capteurs (antenne 3).

Nous remarquons aussi, que lorsque le réseau n'est pas calibré, et qu'il faut estimer à la fois les directions d'arrivée des sources d'opportunité et les positions des capteurs (deuxième cas), les BCR des directions d'arrivée sont quasiment identiques d'une antenne à une autre. La longueur du réseau et le nombre de capteurs n'influencent pas la qualité des estimés des directions d'arrivées des sources d'opportunité. Ceci s'explique par la figure suivante qui représente les BCR du dernier capteur de chaque antenne en x et en z . En effet, plus l'antenne est longue, plus la précision de l'estimation de la position en bout d'antenne sera dégradée, ce qui en pratique semble réduire l'intérêt d'un grand réseau pour la longueur d'onde considérée. Cependant, dès lors que l'on rajoute des informations concernant la déformation de l'antenne (conservation de l'espacement inter-capteurs, modèles de déformation, etc.) on améliore les résultats et l'usage d'une antenne longue par rapport à une courte se justifie. Il serait toutefois intéressant de réaliser une étude plus poussée dans ce sens.

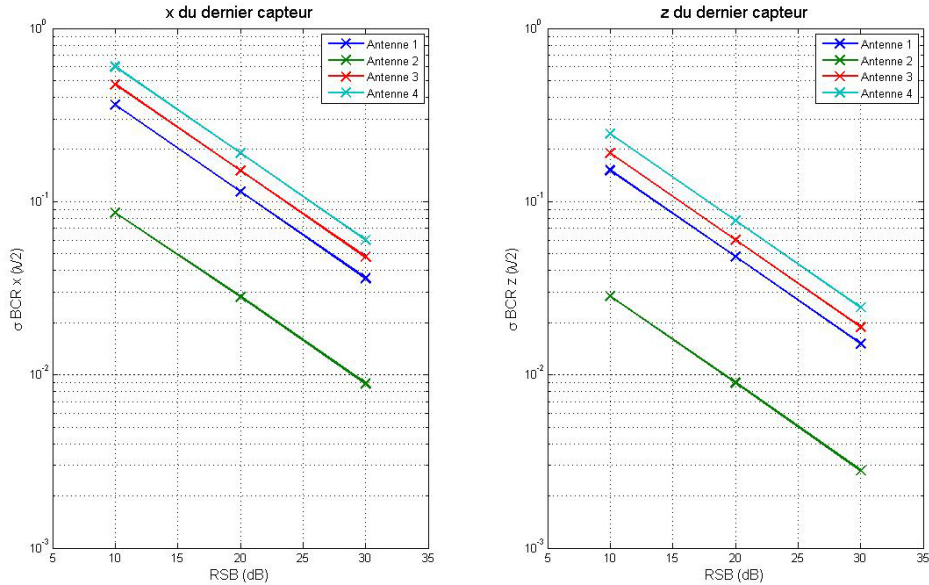


FIG. 2.4: Bornes de Cramèr-Rao en x et z du dernier capteur des 4 antennes.

Notons que seuls les résultats du dernier capteur sont présentés car il s'agit des valeurs de BCR les plus élevées de tout le réseau. En effet, plus on s'éloigne du capteur de référence, plus les BCR se dégradent (phénomène de propagation de l'erreur le long de

l'antenne). Un exemple est proposé à la Figure (2.5), à gauche, les BCR en x des $M - 2$ capteurs du réseau, à droite, les BCR en z .

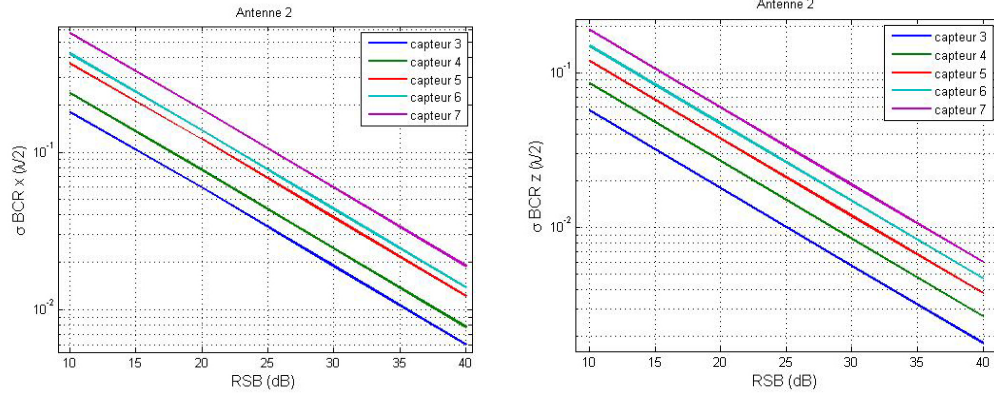


FIG. 2.5: Bornes de Cramér-Rao en x et z des capteurs de l'antenne 2.

Cette tendance se maintient pour tous les réseaux linéaires qu'ils soient uniformes ou lacunaires.

CHAPITRE 3

AUTOCALIBRATION D'UNE ANTENNE STATIQUE FAIBLEMENT DÉFORMÉE

3.1 Préambule

Dans ce chapitre, nous supposons que l’antenne subit, par rapport à sa forme nominale rectiligne, ce que nous avons convenu d’appeler une **faible déformation statique** : la position de l’antenne est constante et aucun capteur ne s’écarte de plus d’une demi-longueur d’onde de sa position de repos. Dans ces conditions et si l’on considère des écarts de position relativement à ces positions nominales, il n’y a pas lieu de rechercher des rotations de phases au niveau des phases ϕ_{ij}^r réduites pour déterminer les “vraies” phases ϕ_{ij} . Nous rappelons que la position des deux premiers capteurs est supposée connue et que les paramètres inconnus sont alors les positions des $M - 2$ autres capteurs ainsi que les N directions d’arrivée.

3.2 Etat de l’art

De nombreuses publications traitent de la calibration d’antennes SONAR ou RADAR dans ce contexte de faibles déformations statiques. Une synthèse des différentes approches peut être trouvée dans les références [QLZ03, MMa93]. Dans [MMa93], en particulier, les auteurs proposent un panel détaillé des méthodes de calibration (avec des sources pilotes) et d’autocalibration (avec des sources d’opportunité). Nous nous inspirons de leur classement afin de présenter les techniques d’autocalibration les plus répandues. On peut considérer deux classes principales :

- ✎ les méthodes qui cherchent à optimiser, directement par rapport aux paramètres inconnus, une fonction de coût non linéaire (exemple : principe du maximum de vraisemblance). Ces méthodes sont en général itératives.
- ✎ les méthodes qui procèdent d’abord à l’estimation de la matrice \mathbf{A} de réponse du réseau (séparation aveugle de sources, algorithme de Module Constant, propagateur, etc.) pour en extraire ensuite les paramètres inconnus.

Les méthodes d’autocalibration basées sur le principe du maximum de vraisemblance ont suscité l’intérêt de nombreux chercheurs ([WF89], [NS96]). Ces méthodes basées sur le maximum de vraisemblance fonctionnent avec peu d’échantillons, mais le nombre important d’inconnues est un handicap car la charge de calcul devient importante ce qui peut être rédhibitoire dans le cas de traitements aéroportés. Pour alléger cette charge de calcul, A.Weiss et B.Friedlander ont proposé d’utiliser une technique d’optimisation itérative par estimation alternée des inconnues, ce qui évite une optimisation globale et

limite ainsi le temps de calcul. Nous avons choisi de nous baser sur cette méthode pour illustrer les techniques d'autocalibration fondées sur le maximum de vraisemblance.

Au niveau de la deuxième classe, les méthodes basées sur la séparation aveugle de sources (BSS pour Blind Source Separation) exploitent, de façon générale, la propriété d'indépendance statistique des signaux sources. Les approches limitées à l'ordre 2 [TSHL90] permettent une identification directe de la matrice de transfert (on parle de matrice de mélange en BSS) dans le cas où les signaux sources sont mutuellement décorrélés et différemment colorés. Il faut noter que le principal avantage de ces techniques est de permettre le traitement de cas où les capteurs ne seraient pas nécessairement omnidirectionnels ; il est en effet possible d'identifier à la fois le module et la phase des éléments de la matrice de transfert. Un inconvénient majeur est que, pour mettre en avant ces propriétés statistiques, il convient de disposer d'un nombre très important d'échantillons. En pratique, les estimateurs obtenus ne sont donc pas statistiquement efficaces et ceci est encore plus critique si l'on utilise des techniques basées sur des statistiques aux ordres supérieurs à 2. Dans ce travail de thèse, des simulations ont été réalisées en utilisant l'algorithme de séparation aveugle de sources à l'ordre 2 AMUSE [TSHL90]. Les résultats d'autocalibration obtenus restent trop imprécis compte tenu du faible nombre d'échantillons disponibles et ne sont donc pas présentés dans le mémoire.

D'autres techniques permettent d'estimer la matrice de réponse de réseau A en utilisant un minimum d'échantillons (autant que de sources dans un cas idéal sans bruit). Elle nécessitent toutes de faire l'hypothèse que les capteurs sont omnidirectionnels. On notera celles présentées par A. Weiss et B. Friedlander en 1995 et 1996 dans [WF96b] et [WF96a]. Dans [WF96a], l'identification des phases de A conduit à un problème d'optimisation non linéaire résolu de manière itérative. La référence [WF96b], s'inspire de l'algorithme de modules constants (CMA) publié dans [vdVP96]. L'utilisation de l'opérateur de vectorisation de matrices $\text{vec}\{\cdot\}$ permet de linéariser partiellement les écritures et d'obtenir algébriquement la solution en résolvant un problème de diagonalisation généralisée de matrices.

La liste n'est pas exhaustive, nous pouvons aussi citer la méthode d'autocalibration basée sur le calcul du propagateur qui a été développée par J. Munier et S. Marcos ([MM89] [Mar93]). La méthode du propagateur n'utilise pas la décomposition en éléments propres de la matrice de variance-covariance des signaux reçus. C'est un avantage non négligeable en terme de charge de calculs. Le propagateur est un opérateur

linéaire unique noté \mathbf{P} tel que

$$\mathbf{P}^H \mathbf{A}^{(1)} = \mathbf{A}^{(2)},$$

avec $\mathbf{A}^{(1)}$ correspondant aux N premières lignes de la matrice de transfert du réseau et $\mathbf{A}^{(2)}$ correspondant aux $M - N$ dernières. Par équivalence on peut écrire

$$[\mathbf{P}^H, -\mathbf{I}_{M-N}] \mathbf{A} = \mathbf{Q}^H \mathbf{A} = \mathbf{0},$$

où \mathbf{I}_{M-N} est une matrice identité d'ordre $M - N$ et $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}^{(1)} \\ \mathbf{A}^{(2)} \end{bmatrix}$.

Le sous-espace engendré par les colonnes de \mathbf{Q} est inclus dans le sous-espace bruit. Le propagateur permet donc de construire une base du sous-espace bruit. Il peut ainsi être utilisé pour estimer des directions d'arrivées. Le principe est alors le même que celui développé dans l'algorithme MUSIC (par balayage de l'espace pour retrouver les directions d'arrivées générant l'orthogonalité des vecteurs directionnels et des vecteurs propres du sous-espace bruit, cf. section 1.5.4 et [MM91a]). Cette méthode peut aussi servir à autocalibrer un réseau mais nécessite la connaissance des positions d'un nombre de capteurs au moins égal au nombre de sources. Cette approche demeure intéressante en SONAR, par exemple pour des flûtes sous-marines composées d'un nombre important de capteurs et dont la déformation près du point d'ancrage est faible.

Dans [MM93b], les auteurs proposent trois solutions d'autocalibration d'antenne fortement déformée passant outre la connaissance des positions de N capteurs. Il s'agit de combinaison des méthodes des deux classes présentées.

Enfin, le problème de la calibration active d'antenne déformée est un sujet étudié depuis plus de 30 ans ([Dor78], [LD87], [LD84]). Les méthodes développées dans ces articles ne permettent pas de traiter directement les émissions simultanées des sources d'opportunité. Les auteurs utilisent des sources pilotes que l'on peut facilement "éteindre" ou "allumer", éventuellement disjointes en fréquence et dont les positions sont parfois connues, ([GFB93],[BFP93]). Le but étant de n'enregistrer qu'un seul signal provenant d'une unique source à la fois. On peut citer aussi la méthode proposée par N.Fistas et A.Manikas [FM94] utilisant ce même principe. Plus récemment, B.Flanagan et K.Bell ([FB99][FB01][FB00]) proposent une méthode d'autocalibration tolérant des erreurs de calibration plus importantes (mais toujours inférieures à une demi-longueur d'onde) se basant sur la méthode publiée dans [FM94].

Nous présentons dans ce chapitre des résultats d'autocalibration d'une antenne statique faiblement déformée au moyen d'une méthode basée d'une part sur le maximum

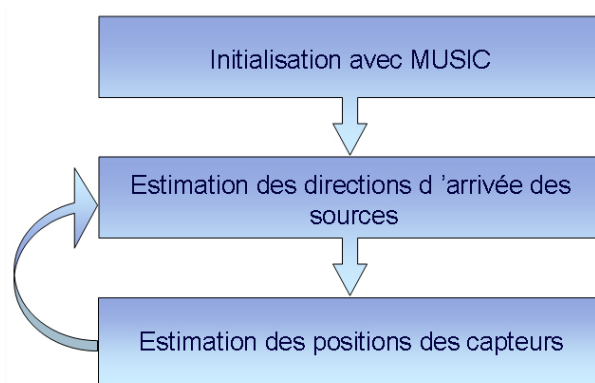
de vraisemblance (MV) et d'autre part sur une variante originale de l'algorithme de modules constants (CMA).

Une étude de leur comportement face au cas où l'on considère successivement de grandes déformations puis des vibrations sera proposée aux chapitres 4 et 5.

3.3 Autocalibration selon le principe du maximum de vraisemblance (MV)

3.3.1 Présentation de la méthode

La méthode proposée ici pour illustrer l'autocalibration selon le principe du maximum de vraisemblance est la méthode itérative de Weiss et Friedlander publiée en 1989 dans [WF89]. Les auteurs supposent que l'erreur de calibration en position est initialement très inférieure à $\lambda/2$ par rapport à la position du réseau au repos. Son principe itératif se divise en deux grandes phases précédées d'une étape d'initialisation des paramètres recherchés. On peut synthétiser schématiquement l'algorithme ainsi



TAB. 3.1: Algorithme d'autocalibration par MV.

Pour initialiser les directions d'arrivée des sources d'opportunité, les auteurs choisissent d'utiliser la technique du Goniomètre (MUSIC) paramétrée par les positions du réseau au repos. Suivent ensuite une première étape de calcul des directions d'arrivée puis une seconde étape d'estimation des positions inconnues des capteurs. A la fin de chaque étape, on estime la matrice de réponse du réseau $\hat{\mathbf{A}}$ et les contributions $\hat{\mathbf{c}}[k]$.

3.3. Autocalibration selon le principe du maximum de vraisemblance (MV)

Avec ces estimations, on synthétise de nouveaux enregistrements selon le modèle 1.7 sans bruit que l'on compare aux vrais au moyen d'un critère quadratique Q :

$$Q = \sum_{k=1}^{N_s} \|\mathbf{r}[k] - \hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{c}}[k]\|^2,$$

où $\|\cdot\|$ représente la norme Euclidienne. Tant que la valeur de Q diminue, on itère sur les deux étapes. Nous allons détailler ci-dessous les calculs effectués au sein de chaque étape.

Etape 1 : estimation des directions d'arrivées

Cette approche s'appuie sur le cadre théorique donné par l'algorithme Expectation Maximisation (EM) [WWL88], [FW88].

On se place de façon générale au niveau d'une itération it de l'algorithme. A l'itération précédente on note les directions d'arrivée estimées $\theta_j^{(it-1)}$ et les positions des capteurs $\mathbf{p}_i^{(it-1)}$. Nous rappelons bien évidemment qu'à la première itération, ces directions d'arrivée sont données par le résultat de MUSIC en considérant les positions des capteurs au repos. Enfin, on appelle N_s le nombre d'échantillons disponibles au niveau des enregistrements $\mathbf{r}[k]$.

On commence par calculer une estimation de la matrice de transfert du réseau $\hat{\mathbf{A}}$ selon (1.9) et (1.11). On donne les éléments courants de la matrice :

$$\hat{a}_{ij} = \exp(-j \frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{p}_i^{(it-1)T} \mathbf{n}_j^{(it-1)}).$$

On estime ensuite les contributions des différents signaux sources au sens des moindres carrés avec

$$\hat{\mathbf{c}}[k] = \hat{\mathbf{A}}^\# \mathbf{r}[k], \quad (3.1)$$

où $\mathbf{A}^\#$ est la pseudo-inverse de Moore-Penrose de \mathbf{A} .

Enfin, on estime une à une les directions d'arrivée $\theta_j^{(it)}$ en recherchant le vecteur directionnel $\mathbf{d}(\theta_j^{(it)})$ maximisant la norme de la projection sur des enregistrements, notés $\mathbf{r}^j[k]$, ne contenant que la contribution de la seule source j considérée.

Les enregistrements $\mathbf{r}^j[k]$ sont obtenus en calculant :

$$\mathbf{r}^j[k] = \mathbf{r}[k] - \hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{c}}^j[k],$$

où $\hat{\mathbf{c}}^j[k]$ correspond au vecteur $\hat{\mathbf{c}}[k]$ avec la j ème composante mise à zéro. La direction $\theta_j^{(it)}$ recherchée est donnée par

$$\theta_j^{(it)} = \underset{\theta}{\operatorname{argmax}} \sum_{k=1}^{N_s} |\mathbf{r}^j[k]^H \mathbf{d}(\theta)|^2.$$

Ce dernier estimateur correspond à celui du maximum de vraisemblance dans le cas où les positions des capteurs sont supposées connues.

A chaque nouvelle estimation d'une direction d'arrivée $\theta_j^{(it)}$, on teste l'évolution du critère Q . Si Q n'évolue presque plus, on passe à la seconde étape, sinon on estime une nouvelle direction d'arrivée.

Etape 2 : estimation des positions

Il s'agit ici de minimiser le critère Q par rapport aux positions inconnues \mathbf{p}_i des capteurs.

On commence par construire une estimée $\hat{\mathbf{A}}$ de la matrice de transfert du réseau à partir des estimations $\theta_j^{(it)}$ des Directions D'Arrivées (DDA) données à l'étape 1 et des positions des capteurs $\mathbf{p}_i^{(it-1)}$ obtenues à l'itération précédente. Bien entendu, pour la première itération, ces positions correspondent à celles du réseau au repos. A partir de $\hat{\mathbf{A}}$, on évalue les contributions $\hat{c}[k]$, comme dans la première étape, grâce à l'équation (3.1).

Remarquons que l'on peut toujours décomposer le critère Q en fonction de M critères Q_i dépendant chacun d'un capteur inconnu distinct. On pose $Q = \sum_{i=2}^M Q_i$ avec

$$Q_i = \sum_{k=1}^{N_s} \left| r_i[k] - \sum_{j=1}^N \hat{c}_j[k] \exp \left\{ j \frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{p}_i^{(it)T} \hat{\mathbf{n}}_j^{(it)} \right\} \right|^2. \quad (3.2)$$

L'optimisation directe de chaque quantité Q_i par rapport au vecteur position $\mathbf{p}_i^{(it)}$ conduit à un problème non linéaire. Nous allons voir qu'il est possible de linéariser le critère en recherchant un écart de position $\delta \mathbf{p}_i$ par rapport à la position obtenue à l'itération précédente $\mathbf{p}_i^{(it-1)}$. On pose donc $\mathbf{p}_i^{(it)} = \mathbf{p}_i^{(it-1)} + \delta \mathbf{p}_i$ et l'équation (3.2) devient

$$Q_i = \sum_{k=1}^{N_s} \left| r_i[k] - \sum_{j=1}^N \hat{c}_j[k] \exp \left\{ j \frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{p}_i^{(it-1)T} \hat{\mathbf{n}}_j^{(it)} \right\} \exp \left\{ j \frac{2\pi}{\lambda} \delta \mathbf{p}_i^T \hat{\mathbf{n}}_j^{(it)} \right\} \right|^2. \quad (3.3)$$

Dans le cas où l'erreur de calibration est faible ($\delta \mathbf{p}_i \ll \lambda/2$), il est légitime de ne conserver qu'un développement limité à l'ordre 1 pour le terme $\exp \left\{ j \frac{2\pi}{\lambda} \delta \mathbf{p}_i^T \hat{\mathbf{n}}_j^{(it)} \right\}$. Il vient successivement

3.3. Autocalibration selon le principe du maximum de vraisemblance (MV)

$$\begin{aligned}
Q_i &= \sum_{k=1}^{N_s} \left| r_i[k] - \sum_{j=1}^N \hat{c}_j[k] \exp \left\{ j \frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{p}_i^{(it-1)T} \hat{\mathbf{n}}_j^{(it)} \right\} \left(1 + j \frac{2\pi}{\lambda} \delta \mathbf{p}_i^T \hat{\mathbf{n}}_j^{(it)} \right) \right|^2 \\
&= \sum_{k=1}^{N_s} \left| r_i[k] - \sum_{j=1}^N \hat{c}_j[k] \exp \left\{ j \frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{p}_i^{(it-1)T} \hat{\mathbf{n}}_j^{(it)} \right\} \right. \\
&\quad \left. - \sum_{j=1}^N \hat{c}_j[k] \exp \left\{ j \frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{p}_i^{(it-1)T} \hat{\mathbf{n}}_j^{(it)} \right\} \left(j \frac{2\pi}{\lambda} \hat{\mathbf{n}}_j^{(it)T} \delta \mathbf{p}_i \right) \right|^2 \\
&= \|\tilde{\mathbf{r}}_i - \mathbf{B}_i \delta \mathbf{p}_i\|^2,
\end{aligned} \tag{3.4}$$

où la $k^{\text{ième}}$ composante du vecteur $\tilde{\mathbf{r}}_i$ correspond à

$$r_i[k] - \sum_{j=1}^N \hat{c}_j[k] \exp \left\{ j \frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{p}_i^{(it-1)T} \hat{\mathbf{n}}_j^{(it)} \right\} \tag{3.5}$$

et où la $k^{\text{ième}}$ ligne de la matrice \mathbf{B}_i est donnée par

$$\sum_{j=1}^N \hat{c}_j[k] \exp \left\{ j \frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{p}_i^{(it-1)T} \hat{\mathbf{n}}_j^{(it)} \right\} \left(j \frac{2\pi}{\lambda} \hat{\mathbf{n}}_j^{(it)T} \right). \tag{3.6}$$

La minimisation de l'expression (3.4) conduit au vecteur d'écart de position cherché

$$\delta \mathbf{p}_i = [\Re \{ \mathbf{B}_i^H \mathbf{B}_i \}]^{-1} \Re \{ \mathbf{B}_i^H \tilde{\mathbf{r}}_i \}. \tag{3.7}$$

Après avoir estimé les écarts $\delta \mathbf{p}_i$ pour l'ensemble des capteurs inconnus, il convient de réactualiser la matrice de transfert $\hat{\mathbf{A}}$. On évalue ensuite le critère Q ; si la convergence n'est pas atteinte, on retourne à l'étape 1. Dans le cas contraire, on termine la procédure.

3.3.2 Résultats

L'algorithme d'autocalibration basé sur MV qui vient d'être présenté est appliqué aux 4 antennes-test déformées. Les paramètres de simulation sont :

Antenne	N	θ	N_s	RSB (dB)	Déf. statique	$Q(\text{it})-Q(\text{it}-1)$
1,2,3 et 4	3	$-36^\circ, 3^\circ, 20^\circ$	300	∞ et 20 dB	$0.4 \lambda/2$	$1 \cdot 10^{-4}$

TAB. 3.2: Paramètres de l'autocalibration pour des antennes faiblement déformées.

L'amplitude de la déformation statique indiquée sur le tableau correspond à l'amplitude de déformation que subit le dernier capteur de l'antenne. Il s'agit donc de l'amplitude maximale de déformation.

La figure 3.1 illustre un cas de simulation sans bruit pour l'antenne 2 afin de tester la méthode. On constate une erreur résiduelle de positionnement de $1.18 \cdot 10^{-6}\%$ en x et $1.23 \cdot 10^{-6}\%$ en z sur le dernier capteur. Des tests complémentaires, menés en imposant les bonnes directions d'arrivées ont montré que l'erreur provenait de l'étape 2. Le développement limité à l'ordre 0 sur la partie réelle dans l'exponentielle de l'équation (3.4) pourrait expliquer ce phénomène.

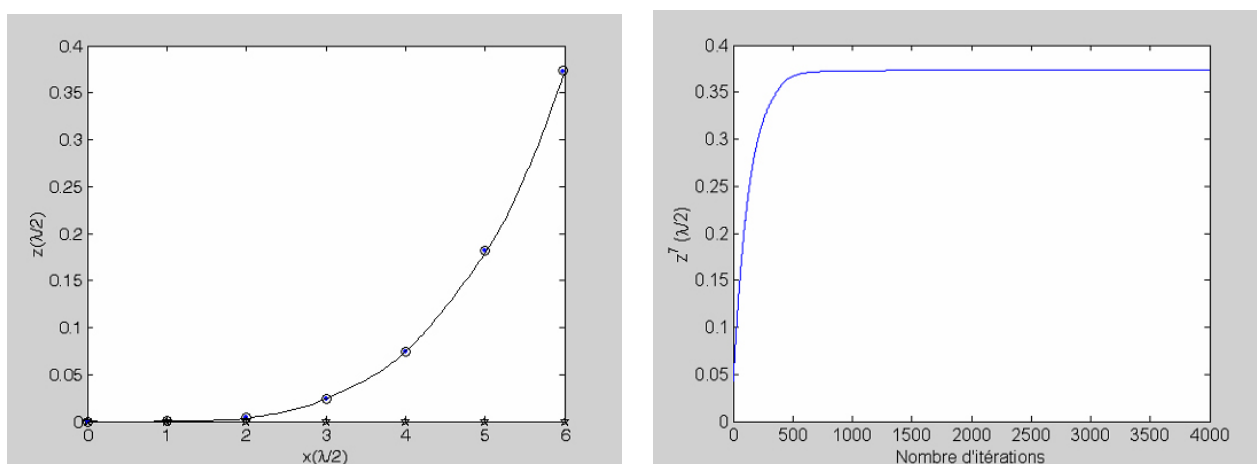


FIG. 3.1: Résultat de la méthode d'autocalibration et convergence par MV pour l'antenne 2 sans bruit.

La figure 3.2 illustre 50 essais de la même configuration d'antenne avec un rapport signal à bruit égal à 20dB. Cette figure révèle la présence d'un biais additionnel de positionnement, malgré une convergence atteinte.

3.3. Autocalibration selon le principe du maximum de vraisemblance (MV)

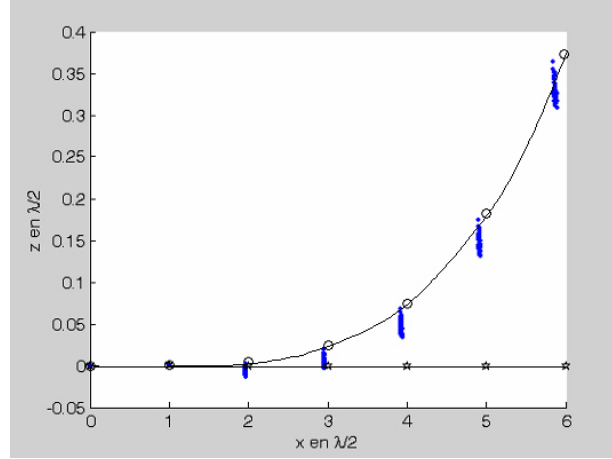


FIG. 3.2: Résultat de la méthode d'autocalibration par MV pour l'antenne 2 (RSB=20dB)

Des tests complémentaires sur plusieurs niveaux de rapport signal à bruit montrent que ce biais augmente avec la puissance du bruit. Le tableau suivant présente l'erreur de positionnement en x et en z du dernier capteur pour différentes valeurs de RSB. Les valeurs sont normalisées par rapport aux positions en x et en z et exprimées en %.

RSB en dB	60	40	20
Biais en x (%)	0.010	0.21	3.05
Biais en z (%)	0.028	0.59	10.10

TAB. 3.3: Biais de l'estimation du dernier capteur de l'antenne 2 autocalibrée par MV en fonction du RSB.

Nous proposons une explication à ce phénomène. Soit $\hat{\mathbf{A}}$ l'estimé de \mathbf{A} à une itération donnée. Cette matrice, étant estimée par rapport à des enregistrements bruités, est une matrice aléatoire. Les estimés des contributions selon les moindres carrés sont donnés par l'équation (3.1) rappelée ici

$$\hat{\mathbf{c}}[k] = \hat{\mathbf{A}}^{\#} \mathbf{r}[k].$$

En remplaçant $\mathbf{r}[k]$ par $\mathbf{A}\mathbf{c}[k] + \eta[k]$ dans l'équation précédente il vient

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{c}}[k] &= \hat{\mathbf{A}}^\#(\mathbf{A}\mathbf{c}[k] + \eta[k]) \\ &= \hat{\mathbf{A}}^\# \mathbf{A}\mathbf{c}[k] + \hat{\mathbf{A}}^\# \eta[k]\end{aligned}$$

dans laquelle le bruit et l'estimé sont liés.

De l'équation précédente, on déduit que

$$\mathbb{E}(\hat{\mathbf{c}}[k]) = \mathbb{E}(\hat{\mathbf{A}}^\#) \mathbf{A}\mathbf{c}[k] + \mathbb{E}(\hat{\mathbf{A}}^\# \eta[k]).$$

Même si l'estimé de $\hat{\mathbf{A}}$ à une itération n'était pas biaisée, les estimés de $\mathbf{c}[k]$ qui s'en déduisent le seraient malgré tout :

$$\mathbb{E}(\hat{\mathbf{c}}[k]) = \mathbf{c}[k] + \mathbb{E}(\hat{\mathbf{A}}^\# \eta[k]).$$

En conséquence, l'estimé de \mathbf{A} à l'itération suivante serait biaisé ainsi que les estimés des positions (cf. tableau 3.3).

Afin de corriger l'erreur et le biais résiduels, l'idée est d'utiliser des contraintes physiques : on supposera que la structure de l'aile est telle que l'espacement intercapteurs ne varie pas lorsque l'antenne se déforme.

En pratique, cela revient à rechercher le coefficient de dilatation κ qui minimise la différence des distances intercapteurs calculées lorsque l'antenne est déformée (position courante déformée \mathbf{p}_i^r) et lorsque l'antenne est au repos (position au repos \mathbf{p}_i^r), c'est à dire trouver κ tel que

$$\underbrace{\argmin}_{\kappa} \sum_{i=2}^M \left| \|\mathbf{p}_i^r - \mathbf{p}_{i-1}^r\| - \kappa \|\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_{i-1}\| \right|^2,$$

et dont la solution est

$$\hat{\kappa} = \frac{\sum_{i=2}^M \|\mathbf{p}_i^r - \mathbf{p}_{i-1}^r\| \|\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_{i-1}\|}{\sum_{i=2}^M \|\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_{i-1}\|^2}.$$

Cependant, cette correction a des limites : la longueur de la corde de l'arc formé par la courbure de l'aile entre deux capteurs n'est pas équivalente à la longueur de l'arc. Ceci est d'autant plus vrai que la distance inter-capteurs est grande (antenne lacunaire).

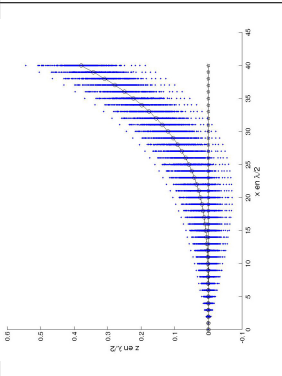
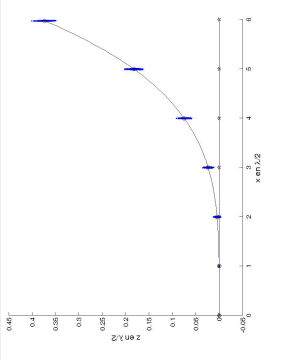
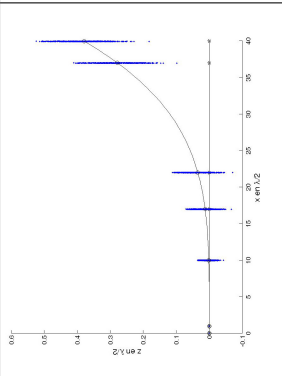
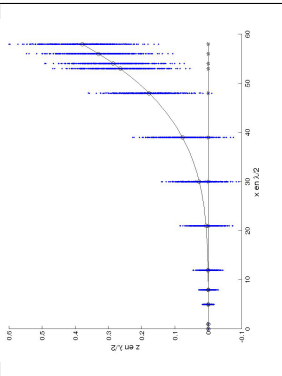
On présente les résultats dans le tableau 3.4 en utilisant les contraintes physiques de la méthode présentée ci-dessus. L'unité de longueur des résultats présentés correspond

3.3. Autocalibration selon le principe du maximum de vraisemblance (MV)

à une demi-longueur d'onde des sources.

D'une manière générale, on s'aperçoit que l'autocalibration des quatre antennes statiques faiblement déformées est correcte. Les 500 essais ont réussi. Regardons plus en détail le biais et l'écart-type pour les grandes antennes lacunaires (3 et 4). A partir du biais en x et en z on peut calculer l'erreur faite entre la position moyenne estimée et la position réelle. Pour l'antenne 3, cet écart est de $0.031\lambda/2$ soit 4.6mm. Pour l'antenne 4, l'écart est de $0.016\lambda/2$ soit 2.5mm.

Les bornes de Cramer Rao sont données à titre indicatif. Les BCR étant calculées pour des capteurs spatialement indépendants, il n'est pas étonnant d'obtenir des écart-types meilleurs que les BCR. Ici, les capteurs sont liés par la contrainte physique de la conservation des distances inter-capteurs.

$[\lambda/2]$	Antenne 1	Antenne 2	Antenne 3	Antenne 4
Biais x	$1.63 \cdot 10^{-2}$	$1.00 \cdot 10^{-3}$	$-3.08 \cdot 10^{-2}$	$-1.64 \cdot 10^{-2}$
Biais z	$-4.50 \cdot 10^{-3}$	$-1.31 \cdot 10^{-4}$	$2.0 \cdot 10^{-3}$	$-1.30 \cdot 10^{-3}$
σ_x	$3.40 \cdot 10^{-3}$	$1.10 \cdot 10^{-3}$	$8.10 \cdot 10^{-3}$	$5.70 \cdot 10^{-3}$
$\sigma_{BCR\ X}$	$1.16 \cdot 10^{-1}$	$3.03 \cdot 10^{-2}$	$1.52 \cdot 10^{-1}$	$1.87 \cdot 10^{-1}$
σ_z	$5.06 \cdot 10^{-2}$	$8.70 \cdot 10^{-3}$	$6.10 \cdot 10^{-2}$	$7.54 \cdot 10^{-2}$
$\sigma_{BCR\ Z}$	$4.88 \cdot 10^{-2}$	$9.10 \cdot 10^{-3}$	$6.16 \cdot 10^{-2}$	$7.64 \cdot 10^{-2}$
500 essais				

TAB. 3.4: Comparaison du biais et de l'écart type de l'estimation du dernier capteur pour chaque antenne faiblement déformée, méthode MV.

3.4 Méthode de sous-espace/modules constants (SEMC)

3.4.1 Présentation générale

Nous présentons ici une méthode directe d'estimation de la matrice de transfert du réseau \mathbf{A} inspirée à la fois de l'algorithme de modules constants (Constant Modulus Algorithm, initié par van der Veen et Paulraj [vdVP96] et adapté ensuite par Weiss et Friedlander [WF96b]) et des méthodes issues de la recherche de l'opérateur de propagation présentées par A. Marsal et S. Marcos dans [MM93a].

La matrice \mathbf{A} étant de rang plein en colonne, celle-ci est définie dans un sous-espace vectoriel de \mathbb{C}^M de dimension N , appelé sous-espace signal. Soit \mathbf{U}_N la matrice des N vecteurs colonnes d'une base quelconque de cet espace vectoriel. Chaque vecteur colonne de \mathbf{A} s'écrit comme une combinaison linéaire des vecteurs de base

$$\mathbf{A} = \mathbf{U}_N \mathbf{W}, \quad (3.8)$$

où \mathbf{W} est la matrice $(N \times N)$ des coefficients de décomposition de \mathbf{A} .

Plusieurs méthodes sont possibles pour construire une matrice \mathbf{U}_N à partir des enregistrements, nous détaillons dans la section suivante deux voies : la première est proposée dans la première étape de l'Algorithme de Modules Constants [vdVP96], la seconde provient de la recherche du propagateur [MM93a]. D'autres méthodes de caractérisation du sous-espace sont envisageables comme par exemple les différentes variantes de la méthode SWEDE (Subspace Methods Without Eigen Decomposition) présentée par A. Eriksson *et al.* dans [ESS94] repris par J. Sanchez et S. Marcos [SM95].

La suite consiste à estimer la matrice des coefficients \mathbf{W} en exploitant le caractère omnidirectionnel des capteurs puis à identifier la matrice \mathbf{A} .

A partir de l'estimée $\hat{\mathbf{A}}$ et de la connaissance des positions des deux premiers capteurs, nous verrons comment estimer successivement les directions d'arrivée des sources d'opportunité et les positions des $M - 2$ capteurs inconnus du réseau. En terme de charge de calculs, cette méthode est moins coûteuse que l'approche itérative basée sur MV.

3.4.2 Recherche d'une base du sous-espace signal

3.4.2.1 Voie 1 : à partir de la base propre de $\hat{\Gamma}_r$

Reprenons le modèle des enregistrements proposé au chapitre 1

$$\mathbf{r}[k] = \mathbf{A}\mathbf{c}[k] + \boldsymbol{\eta}[k], \quad \forall k \in \{1, \dots, N_s\}. \quad (3.9)$$

Rassemblons l'ensemble des échantillons des enregistrements de manière à former une matrice \mathbf{R} de dimension $M \times N_s$. Adoptons la même écriture pour les contributions et le bruit et formons les matrices \mathbf{C} et \mathbf{N} de dimension respective $N \times N_s$ et $M \times N_s$. Nous avons

$$\mathbf{R} = \mathbf{A}\mathbf{C} + \mathbf{N}. \quad (3.10)$$

Cette dernière équation permet d'exprimer la matrice $\mathbf{R}\mathbf{R}^H$ selon

$$\mathbf{R}\mathbf{R}^H = \mathbf{A}\mathbf{C}\mathbf{C}^H\mathbf{A}^H + \mathbf{N}\mathbf{N}^H. \quad (3.11)$$

En absence de bruit ($\mathbf{N}\mathbf{N}^H$ est une matrice nulle), à condition que le nombre d'échantillons N_s soit au moins égal au nombre de sources N et que les sources véhiculent des messages distincts, la matrice $\mathbf{C}\mathbf{C}^H$ est de rang plein et la décomposition en valeurs propres et vecteurs propres de $\mathbf{R}\mathbf{R}^H$ conduit à

$$\mathbf{R}\mathbf{R}^H = \mathbf{U}_N \boldsymbol{\Lambda}_N \mathbf{U}_N^H, \quad (3.12)$$

où $\boldsymbol{\Lambda}_N$ est la matrice diagonale des N valeurs propres non-nulles de $\mathbf{R}\mathbf{R}^H$, et \mathbf{U}_N est la matrice de taille $(M \times N)$ composée des vecteurs propres correspondants. Ceux-ci constituent une base de l'espace vectoriel engendré par les colonnes de la matrice de transfert du réseau.

En présence de bruit et au fur et à mesure que le nombre d'échantillons N_s s'accroît, (sous l'hypothèse classique d'ergodicité des processus), les matrices $\frac{1}{N_s}\mathbf{R}\mathbf{R}^H$, $\frac{1}{N_s}\mathbf{C}\mathbf{C}^H$ et $\frac{1}{N_s}\mathbf{N}\mathbf{N}^H$ tendent respectivement vers les matrices de variance-covariance des enregistrements, des contributions et du bruit.

Dans le cas particulier où le bruit est spatialement incohérent, et de même puissance σ_b^2 sur chaque capteur, sa matrice de variance-covariance tend vers $\sigma_b^2 \mathbf{I}_M$, où \mathbf{I}_M représente la matrice identité de dimension M . La matrice $\mathbf{R}\mathbf{R}^H$ donnée par l'équation 3.11 est proche de :

$$\mathbf{A}\mathbf{C}\mathbf{C}^H\mathbf{A}^H + N_s\sigma_b^2\mathbf{I}_M. \quad (3.13)$$

Puisque $\mathbf{C}\mathbf{C}^H$ est une matrice régulière de dimension $(N \times N)$, la décomposition en valeurs propres, vecteurs propres de la matrice hermitienne $\mathbf{A}\mathbf{C}\mathbf{C}^H\mathbf{A}^H$ conduit à l'expression

$$\mathbf{R}\mathbf{R}^H = \mathbf{U} \begin{bmatrix} \mathbf{\Lambda}_s & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{U}^H + N_s \sigma_b^2 \mathbf{I}_M,$$

dans laquelle la matrice des vecteurs propres \mathbf{U} est unitaire. Il vient alors successivement

$$\begin{aligned} \mathbf{R}\mathbf{R}^H &= \mathbf{U} \begin{bmatrix} \mathbf{\Lambda}_s & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{U}^H + N_s \sigma_b^2 \mathbf{U}\mathbf{U}^H \\ &= \mathbf{U} \begin{bmatrix} \mathbf{\Lambda}_s + N_s \sigma_b^2 \mathbf{I}_N & 0 \\ 0 & N_s \sigma_b^2 \mathbf{I}_N \end{bmatrix} \mathbf{U}^H. \end{aligned}$$

La matrice diagonale $\mathbf{\Lambda}_s + N_s \sigma_b^2 \mathbf{I}_N$ contient donc les N plus grandes valeurs propres de $\mathbf{R}\mathbf{R}^H$. Par la suite, le calcul de la matrice \mathbf{U}_N des vecteurs propres associés aux N plus grandes valeurs propres de $\mathbf{R}\mathbf{R}^H$, conduit à la décomposition recherchée de la matrice \mathbf{A} de transfert du réseau :

$$\mathbf{A} = \mathbf{U}_N \mathbf{W}.$$

3.4.2.2 Voie 2 : à partir d'une recherche de l'opérateur de propagation

La matrice de transfert du réseau étant par hypothèse de rang plein en colonne, il existe nécessairement au moins une sous-matrice extraite de \mathbf{A} inversible. Supposons sans perdre en généralité que les N premières lignes de \mathbf{A} soient linéairement indépendantes (si ce n'est pas le cas il convient de modifier l'arrangement des signaux capteurs). Effectuons le partitionnement suivant :

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}^{(1)} \\ \mathbf{A}^{(2)} \end{bmatrix} \begin{matrix} \} N \\ \} M - N \end{matrix}, \quad (3.14)$$

où $\mathbf{A}^{(1)}$ est une matrice carrée de dimension N et où $\mathbf{A}^{(2)}$ possède $M - N$ lignes et N colonnes. Les lignes de $\mathbf{A}^{(1)}$ étant par hypothèse linéairement indépendantes, elles forment une base de \mathbb{C}^N . Chaque ligne de la matrice $\mathbf{A}^{(2)}$ peut donc s'écrire comme une combinaison linéaire des lignes de $\mathbf{A}^{(1)}$. Nous posons

$$\mathbf{A}^{(2)} = \mathbf{P}^H \mathbf{A}^{(1)}. \quad (3.15)$$

La matrice \mathbf{P} de dimension $N \times (M - N)$ est appelée l'opérateur de propagation. Cette matrice ne dépend que de la géométrie du réseau et des fronts d'onde ; d'où le

nom de propagateur.

Nous allons maintenant montrer que l'estimation de \mathbf{P} s'obtient très simplement (du moins en l'absence de bruit) à partir de la matrice $\mathbf{R}\mathbf{R}^H$. Nous avons en effet, d'après (3.10) et (3.14), dans lesquelles nous négligeons l'effet du bruit, la décomposition suivante pour la matrice \mathbf{R}

$$\mathbf{R} = \left[\begin{array}{c} \mathbf{R}^{(1)} \\ \mathbf{P}^H \mathbf{R}^{(1)} \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} N \\ M - N \end{array} \right\} \quad (3.16)$$

Il vient pour l'expression de $\mathbf{R}\mathbf{R}^H$:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}\mathbf{R}^H &= \left[\begin{array}{c} \mathbf{R}^{(1)} \\ \mathbf{P}^H \mathbf{R}^{(1)} \end{array} \right] \left[\begin{array}{cc} \mathbf{R}^{(1)H} & \mathbf{R}^{(1)H} \mathbf{P} \end{array} \right] \\ &= \left[\begin{array}{cc} \mathbf{R}^{(1)} \mathbf{R}^{(1)H} & \mathbf{R}^{(1)} \mathbf{R}^{(1)H} \mathbf{P} \\ \mathbf{P}^H \mathbf{R}^{(1)} \mathbf{R}^{(1)H} & \mathbf{P}^H \mathbf{R}^{(1)} \mathbf{R}^{(1)H} \mathbf{P} \end{array} \right]. \end{aligned}$$

Si nous partitionnons $\mathbf{R}\mathbf{R}^H$ en colonnes selon

$$\mathbf{G} = \left[\begin{array}{c} \mathbf{R}^{(1)} \mathbf{R}^{(1)H} \\ \mathbf{P}^H \mathbf{R}^{(1)} \mathbf{R}^{(1)H} \end{array} \right] \text{ et } \mathbf{H} = \left[\begin{array}{c} \mathbf{R}^{(1)} \mathbf{R}^{(1)H} \mathbf{P} \\ \mathbf{P}^H \mathbf{R}^{(1)} \mathbf{R}^{(1)H} \mathbf{P} \end{array} \right],$$

correspondant respectivement aux N premières colonnes et aux $M - N$ dernières colonnes de $\mathbf{R}\mathbf{R}^H$, nous obtenons la relation

$$\mathbf{H} = \mathbf{G}\mathbf{P}.$$

La matrice \mathbf{G} étant de plein rang en colonne (sinon, il suffit de réarranger les signaux capteurs), il est possible de calculer le propagateur selon

$$\mathbf{P} = \mathbf{G}^\sharp \mathbf{H}. \quad (3.17)$$

Dans le cas bruité, l'estimation directe (3.17) de \mathbf{P} au sens des moindres carrés, conduit à un résultat biaisé. Bien que dans [MM91b] et [ESS94] des méthodes d'estimation de \mathbf{P} luttant asymptotiquement contre le bruit soient proposées (dont certaines reposent sur la recherche des vecteurs propres de \mathbf{R}_r et sur des modèles de bruits spatialement incohérents), on se contentera par la suite de l'estimateur direct biaisé. Celui-ci permet en pratique d'obtenir des résultats sans modèle de bruit et pour un faible nombre d'échantillons.

La relation (3.15) est équivalente à la relation

$$\mathbf{Q}^H \mathbf{A} = \mathbf{0}$$

avec $\mathbf{Q}^H = [\mathbf{P}^H, \mathbf{I}_{M-N}]$ \mathbf{I}_{M-N} la matrice identité de dimension $M - N$ et où la matrice $\mathbf{0}$ représente la matrice nulle de dimension $M - N \times M$.

Les colonnes de \mathbf{A} appartiennent au noyau de la matrice \mathbf{Q}^H et il est ainsi possible d'exprimer \mathbf{A} comme dans (3.8) où \mathbf{U}_N représente ici une base du noyau de \mathbf{Q}^H ie. une base de l'espace orthogonal à l'espace bruit : l'espace signal.

3.4.3 Identification des coefficients de décomposition de la matrice de réseau par l'Algorithme des Modules Constants (CMA)

Le problème de l'estimation de \mathbf{A} se ramène désormais à l'estimation d'une matrice \mathbf{W} de dimension $(N \times N)$.

On propose ici une variante de l'algorithme CMA. Notons que dans un contexte où les capteurs ne seraient pas omnidirectionnels, l'écriture proposée ci-dessous, peut être utilisée pour autocalibrer une antenne constituée de capteurs appariés ([SCB⁺07]).

Chaque élément de \mathbf{A} s'écrit $a_{ij} = \mathbf{u}_i^H \mathbf{w}_j$, où \mathbf{u}_i^H est la $i^{\text{ème}}$ ligne de \mathbf{U}_N et \mathbf{w}_j est la $j^{\text{ème}}$ colonne de \mathbf{W} . Les capteurs étant omnidirectionnels, les modules des différents éléments a_{ij} sont identiques ($= g$) et nous pouvons écrire

$$\|a_{ij}\|^2 = \mathbf{w}_j^H \mathbf{u}_i \mathbf{u}_i^H \mathbf{w}_j = g, \quad \forall i, j. \quad (3.18)$$

A partir des différentes lignes de \mathbf{U}_N , nous formons $M - 1$ matrices

$$\mathbf{K}_i = \mathbf{u}_{i+1} \mathbf{u}_{i+1}^H - \mathbf{u}_1 \mathbf{u}_1^H, \quad i = 1, \dots, M - 1. \quad (3.19)$$

En considérant l'ensemble des équations (3.18) nous obtenons les formes quadratiques suivantes

$$\mathbf{w}_j^H \mathbf{K}_i \mathbf{w}_j = 0, \quad \forall i, j. \quad (3.20)$$

Introduisons l'opérateur matriciel $\text{vec}(\cdot)$ conduisant à la concaténation des colonnes d'une matrice. Nous rappelons que $\text{vec}(\cdot)$ vérifie la propriété :

$\text{vec}(\mathbf{ABC}) = (\mathbf{C}^T \otimes \mathbf{A})\text{vec}(\mathbf{B})$ (où \otimes est le produit de Kronecker). En vectorisant les équations (3.20), nous obtenons

$$\begin{aligned} \text{vec}(\mathbf{w}_j^H \mathbf{K}_i \mathbf{w}_j) &= (\mathbf{w}_j^T \otimes \mathbf{w}_j^H) \text{vec}(\mathbf{K}_i) \\ &= \text{vec}^T(\mathbf{K}_i) (\mathbf{w}_j \otimes \mathbf{w}_j^*) \\ &= 0, \quad \forall i, j. \end{aligned}$$

Cet ensemble d'équations peut être rassemblé dans le système linéaire (en $\mathbf{w}_j \otimes \mathbf{w}_j^*$) homogène suivant

$$\mathbf{K}(\mathbf{w}_j \otimes \mathbf{w}_j^*) = \mathbf{0}, \quad \forall j, \quad (3.21)$$

où \mathbf{K} est la matrice de dimension $((M - 1) \times N^2)$ ayant comme $i^{\text{ème}}$ ligne le vecteur $\text{vec}^T\{\mathbf{K}_i\}$. On note $\mathbf{0}$ le vecteur nul de \mathbb{R}^{N^2} .

Par conséquent, chaque vecteur $(\mathbf{w}_j \otimes \mathbf{w}_j^*)$ doit être recherché dans le noyau de \mathbf{K} que nous noterons $\mathcal{N}\{\mathbf{K}\}$.

Puisque la matrice \mathbf{A} est de rang plein et selon l'équation (3.8), les vecteurs $(\mathbf{w}_j \otimes \mathbf{w}_j^*)$, $j \in \{1, \dots, N\}$ sont linéairement indépendants. Si $\dim \mathcal{N}\{\mathbf{K}\} = N$ alors, selon l'équation (3.21), les vecteurs décrivent $\mathcal{N}\{\mathbf{K}\}$ (noyau de \mathbf{K}). L'unicité d'une telle base (c'est à dire une base ayant une structure de Kronecker) se démontre ainsi :

Dans le sous-espace $\mathcal{N}\{\mathbf{K}\}$, tout vecteur de la forme $\mathbf{v} \otimes \mathbf{v}^*$ peut s'écrire :

$$\mathbf{v} \otimes \mathbf{v}^* = \sum_{j=1}^N \gamma_j \mathbf{w}_j \otimes \mathbf{w}_j^*.$$

De manière équivalente, on peut organiser le précédent vecteur en différents termes matriciels de rang 1, en utilisant l'opérateur $\text{vec}^{-1}\{\cdot\}$:

$$\text{vec}^{-1}\{\mathbf{v} \otimes \mathbf{v}^*\} = \mathbf{v}^* \mathbf{v}^T = \sum_{j=1}^N \gamma_j \mathbf{w}_j^* \mathbf{w}_j^T.$$

Puisque toutes les matrices impliquées sont de rang 1, il s'en déduit que les coefficients γ_j doivent être tous nuls, excepté un : tout vecteur ayant comme structure $\mathbf{v} \otimes \mathbf{v}^* \in \mathcal{N}\{\mathbf{K}\}$ est colinéaire à un des vecteurs $\mathbf{w}_j \otimes \mathbf{w}_j^*$. Nous pouvons alors affirmer que \mathbf{W} (et par conséquent \mathbf{A}) est unique excepté à une permutation et un facteur d'échelle près, de ses colonnes.

Une condition nécessaire pour avoir $\dim \mathcal{N}\{\mathbf{K}\} = N$ est que la matrice \mathbf{K} contienne au moins $N^2 - N + 1$ lignes indépendantes. En pratique, ceci signifie que le réseau doit être composé de $M \geq (N^2 - N + 1)$ capteurs.

Donc avec, $\dim \mathcal{N}\{\mathbf{K}\} = N$, chaque vecteur $\mathbf{b}_k \in \mathcal{N}\{\mathbf{K}\}$ peut être décomposé ainsi

$$\mathbf{b}_k = \sum_{j=1}^N \alpha_{kj} (\mathbf{w}_j \otimes \mathbf{w}_j^*). \quad (3.22)$$

3.4. Méthode de sous-espace/modules constants (SEMC)

En utilisant l'opérateur $\text{vec}^{-1}(\cdot)$ sur la précédente équation nous obtenons

$$\text{vec}^{-1}(\mathbf{b}_k) = \sum_{j=1}^N \alpha_{kj} (\mathbf{w}_j^* \mathbf{w}_j^T) = \mathbf{W}^* \boldsymbol{\Sigma}_k \mathbf{W}^T, \quad (3.23)$$

où $\boldsymbol{\Sigma}_k = \text{diag}\{\alpha_{k1}, \alpha_{k2}, \dots, \alpha_{kN}\}$.

La proposition suivante peut alors être facilement exposée :

Il est toujours possible de trouver deux vecteurs \mathbf{b}_1 et \mathbf{b}_2 tels que, les matrices diagonales correspondantes $\boldsymbol{\Sigma}_1$ et $\boldsymbol{\Sigma}_2$ satisfassent les deux propriétés suivantes : $\boldsymbol{\Sigma}_1$ est régulière et $\boldsymbol{\Sigma} = \boldsymbol{\Sigma}_1^{-1} \boldsymbol{\Sigma}_2$ a des composantes diagonales distinctes.

En notant $\mathbf{R}_k \triangleq \text{vec}^{-1}(\mathbf{b}_k)$ et en utilisant l'équation (3.23) pour $k = 1, 2$, nous obtenons

$$\mathbf{R}_1^{-1} \mathbf{R}_2 = \mathbf{W}^{-T} \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{W}^T. \quad (3.24)$$

Puisque les composantes diagonales de $\boldsymbol{\Sigma}$ sont toutes distinctes, l'identification de \mathbf{W} se substitue à la diagonalisation de $\mathbf{R}_1^{-1} \mathbf{R}_2$.

En introduisant la matrice des vecteurs propres \mathbf{V} telles que $\mathbf{R}_1^{-1} \mathbf{R}_2 = \mathbf{V} \boldsymbol{\Sigma}' \mathbf{V}^{-1}$, la matrice \mathbf{W} que nous cherchons correspond à l'inverse de la matrice transposée \mathbf{V} à une permutation et un facteur complexe près.

Si l'on remplace \mathbf{W} par \mathbf{V}^{-T} dans l'équation (3.8), et si l'on normalise chaque colonne de $\mathbf{U}_N \mathbf{V}^{-T}$ par le premier terme de chaque colonne, nous obtenons la matrice \mathbf{A} à une permutation inconnue près.

Résumons la recherche des matrices \mathbf{W} et \mathbf{A} par la procédure algorithmique suivante :

1. Calculer la matrice $\mathbf{R}\mathbf{R}^H$ à partir de N_s échantillons,
2. Calculer les N vecteurs propres \mathbf{U}_N associés aux N plus grandes valeurs propres issues de la décomposition en valeurs singulières de $\mathbf{R}\mathbf{R}^H$,
3. Former \mathbf{K} à partir des différentes lignes de \mathbf{U}_N , équation 3.19,
4. Choisir deux vecteurs \mathbf{b}_1 et \mathbf{b}_2 du noyau de \mathbf{K} ,
5. Calculer \mathbf{R}_1 et \mathbf{R}_2 en appliquant l'opérateur $\text{vec}^{-1}(\cdot)$ à \mathbf{b}_1 et \mathbf{b}_2 ,
6. Calculer la matrice \mathbf{V} des vecteurs propres de $\mathbf{R}_1^{-1}\mathbf{R}_2$,
7. Identifier \mathbf{W} à \mathbf{V}^{-T} ,
8. Estimer \mathbf{A} à partir des résultats des points 2) et 7) en utilisant l'équation 3.8 et en la normalisant par rapport à la première ligne.

TAB. 3.5: Algorithme de construction des matrices \mathbf{W} et \mathbf{A} .

3.4.4 Estimation des Directions D'Arrivée (DDA) des sources et des positions de capteurs à partir de la matrice de transfert du réseau

3.4.4.1 Estimation des DDA

Considérons ϕ_{ij} l'argument de chaque composante a_{ij} de la matrice de transfert de réseau \mathbf{A} , précédemment calculée avec une méthode SEMC. Cet argument est compris entre $[-\pi, \pi]$ (cf. Chapitre 2). Reprenons l'équation (1.11). Il vient

$$\phi_{ij} = \frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{p}_i^T \mathbf{n}_j, \quad (3.25)$$

soit,

$$\mathbf{n}_j = \frac{\lambda}{2\pi} \phi_{ij} \mathbf{p}_i,$$

où rappelons le, $\mathbf{n}_j = [\sin \theta_j, \cos \theta_j]^T$. La position du deuxième capteur étant supposée connue, les DDA des sources sont données par l'équation suivante

$$\theta_j = -\text{atan}\left(\frac{z_2}{x_2}\right) + \text{asin}\left(\frac{\phi_{2j}\lambda}{2\pi \|\mathbf{p}_2\|}\right) \quad \forall j = 1, \dots, N, \quad (3.26)$$

3.4.4.2 Estimation des positions des capteurs

Précédemment, nous avons estimé les directions d'arrivées des sources. A cette étape, nous utilisons ces valeurs de DDA pour estimer les positions des capteurs. Le vecteur \mathbf{p} est alors l'unique inconnue de l'équation (3.25) à partir de laquelle on déduit :

$$\mathbf{p}_i = \frac{2\pi}{\lambda} \phi_{ij} \mathbf{n}_j \quad \forall i = 3, \dots, M.$$

3.4.5 Simulations numériques

Nous simulons l'autocalibration pour les quatre antennes avec la méthode présentée ci-dessus. Les paramètres de simulation sont

Antenne	N	θ	N_s	RSB (dB)	Déf. statique
1,2,3 et 4	3	$-36^\circ, 3^\circ, 20^\circ$	300	20 dB	$0.4 \lambda/2$

TAB. 3.6: Paramètres de l'autocalibration par une méthode de sous-espace/modules constants pour des antennes faiblement déformées.

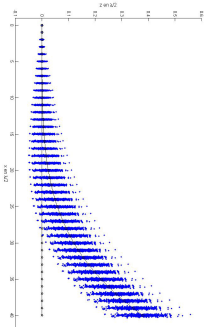
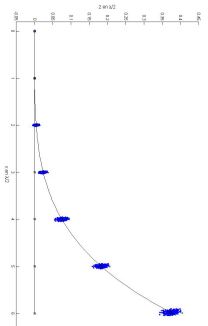
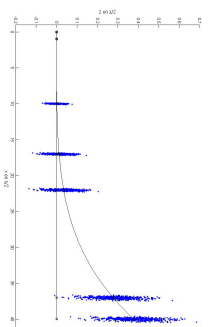
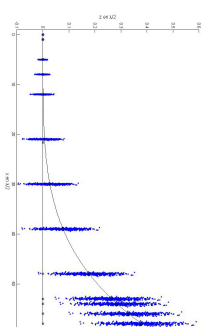
Le tableau 3.7 suivant présente les résultats de l'autocalibration pour 500 épreuves. Les valeurs numériques sont ramenées à une demi-longueur d'onde.

De même que pour la méthode d'autocalibration par MV, on calcule l'erreur faite entre la position moyenne estimée et la position réelle à partir du biais en x et en z . Pour l'antenne 3, cet écart est de $0.0029\lambda/2$ soit 0.44mm. Pour l'antenne 4, l'écart est de $0.0069\lambda/2$ soit 1mm.

On constate une amélioration sur le biais de la méthode d'autocalibration. Cette méthode n'utilisant pas le modèle physique de conservation de distance inter-capteurs, on peut comparer les écart-types des estimés avec les BCR. On constate que l'algorithme est efficace puisque les écart-types suivent les BCR.

Le tableau 3.8 regroupe les résultats des deux méthodes d'autocalibration. Les valeurs sont cette fois-ci relatives aux valeurs réelles des déformées. On constate que dans l'ensemble, les résultats entre les deux méthodes sont similaires, exceptés pour les estimations en x . Le biais en x est meilleur avec la méthode SEMC, au détriment de l'écart-type, ce qui est cohérent. De plus, les valeurs relatives nous permettent de confirmer les remarques énoncées à la section 2.6.

3.4. Méthode de sous-espace/modules constants (SEMC)

$[\lambda/2]$	Antenne 1	Antenne 2	Antenne 3	Antenne 4
Biais x	$-1.7 \cdot 10^{-3}$	$2.7 \cdot 10^{-4}$	$-2.6 \cdot 10^{-4}$	$-6.6 \cdot 10^{-3}$
Biais z	$-2.0 \cdot 10^{-4}$	$6.2 \cdot 10^{-4}$	$2.9 \cdot 10^{-3}$	$-2.1 \cdot 10^{-3}$
σ_x	$1.11 \cdot 10^{-1}$	$2.95 \cdot 10^{-2}$	$1.66 \cdot 10^{-1}$	$1.89 \cdot 10^{-1}$
$\sigma_{BCR\ x}$	$1.16 \cdot 10^{-1}$	$3.03 \cdot 10^{-2}$	$1.52 \cdot 10^{-1}$	$1.87 \cdot 10^{-1}$
σ_z	$5.05 \cdot 10^{-2}$	$1.05 \cdot 10^{-2}$	$9.61 \cdot 10^{-2}$	$8.03 \cdot 10^{-2}$
$\sigma_{BCR\ z}$	$4.88 \cdot 10^{-2}$	$9.10 \cdot 10^{-3}$	$6.16 \cdot 10^{-2}$	$7.64 \cdot 10^{-2}$
				

TAB. 3.7: Comparaison du biais et de l'écart type de l'estimation du dernier capteur pour chaque antenne faiblement déformée, méthode de sous-espace/modules constants.

$[\lambda/2]$	Antenne 1		Antenne 2	
Méthode	MV	SEMC	MV	SEMC
Biais x	$4.08 \cdot 10^{-4}$	$-4.25 \cdot 10^{-5}$	$1.67 \cdot 10^{-4}$	$4.52 \cdot 10^{-5}$
Biais z	$1.12 \cdot 10^{-2}$	$-5.27 \cdot 10^{-4}$	$-3.51 \cdot 10^{-4}$	$1.66 \cdot 10^{-3}$
σ_x	$8.50 \cdot 10^{-5}$	$2.78 \cdot 10^{-3}$	$1.84 \cdot 10^{-4}$	$4.94 \cdot 10^{-3}$
$\sigma_{\text{BCR } x}$	$2.90 \cdot 10^{-3}$	$2.90 \cdot 10^{-3}$	$5.07 \cdot 10^{-3}$	$5.07 \cdot 10^{-3}$
σ_z	$1.33 \cdot 10^{-1}$	$1.33 \cdot 10^{-1}$	$2.33 \cdot 10^{-2}$	$2.81 \cdot 10^{-2}$
$\sigma_{\text{BCR } z}$	$1.29 \cdot 10^{-1}$	$1.29 \cdot 10^{-1}$	$2.44 \cdot 10^{-2}$	$2.44 \cdot 10^{-2}$

$[\lambda/2]$	Antenne 3		Antenne 4	
Méthode	MV	SEMC	MV	SEMC
Biais x	$7.77 \cdot 10^{-4}$	$-6.51 \cdot 10^{-6}$	$-2.83 \cdot 10^{-4}$	$-1.14 \cdot 10^{-4}$
Biais z	$5.27 \cdot 10^{-3}$	$7.65 \cdot 10^{-3}$	$3.43 \cdot 10^{-3}$	$-5.54 \cdot 10^{-3}$
σ_x	$2.03 \cdot 10^{-4}$	$4.15 \cdot 10^{-3}$	$9.83 \cdot 10^{-5}$	$3.26 \cdot 10^{-3}$
$\sigma_{\text{BCR } x}$	$3.80 \cdot 10^{-3}$	$3.80 \cdot 10^{-3}$	$3.23 \cdot 10^{-3}$	$3.23 \cdot 10^{-3}$
σ_z	$1.61 \cdot 10^{-1}$	$2.53 \cdot 10^{-1}$	$1.99 \cdot 10^{-1}$	$2.12 \cdot 10^{-1}$
$\sigma_{\text{BCR } z}$	$1.62 \cdot 10^{-1}$	$1.62 \cdot 10^{-1}$	$2.01 \cdot 10^{-1}$	$2.01 \cdot 10^{-1}$

TAB. 3.8: Comparaison du biais et de l'écart type de l'estimation du dernier capteur pour chaque antenne faiblement déformée, relativement aux valeurs réelles, méthode de sous-espace/modules constants.

CHAPITRE 4

AUTOCALIBRATION D'UNE ANTENNE STATIQUE FORTEMENT DÉFORMÉE

4.1 Préambule

Dans ce chapitre, l'antenne est soumise à une forte déformation statique, c'est à dire que chaque capteur est déplacé par rapport à sa position nominale (position au repos) d'une distance supérieure à une demi-longueur d'onde. De plus, la notion de statique suppose que les positions des capteurs ne subissent pas de modification au cours du temps pendant la durée d'observation.

En pratique, lorsqu'une aile est suffisamment souple pour permettre une déformée de grande amplitude, des phénomènes vibratoires basse-fréquence accompagnent toujours cette dernière et entraînent une modification dynamique (lente) de la position des capteurs. Le cas présenté ici n'est réaliste que si le caractère dynamique des déformations est négligeable, donc pour de courtes durées d'observation.

Dans le cas de grandes déformations, nous avons vu au chapitre 2 qu'il n'existait pas de solution unique au problème en l'absence de modèle de déformée.

Pour s'en convaincre, nous présentons sur la Figure 4.1 les résultats de 500 essais d'autocalibration d'une antenne déformée à $2.7\lambda/2$ en bout d'antenne, pour trois sources (non bruitées) de directions d'arrivées -36° , 3° , 20° enregistrées sur 300 échantillons. La méthode utilisée est celle du maximum de vraisemblance initialisée avec l'algorithme MUSIC.

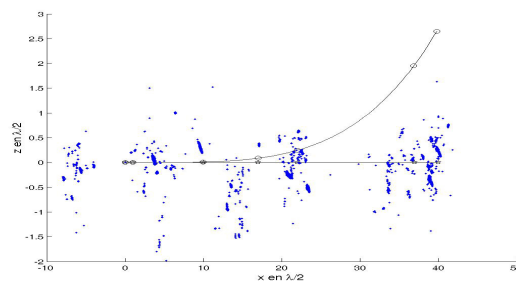


FIG. 4.1: Autocalibration de l'antenne 3 fortement déformée avec la méthode d'autocalibration par MV initialisée avec MUSIC.

Dans la suite du chapitre on propose deux méthodes selon que l'on connaisse un modèle de déformée plus ou moins précis : la première est basée sur le principe du maximum de vraisemblance couplée à un modèle de déformée polynômial, la seconde repose sur la méthode SEMC couplée à des contraintes physiques simples.



4.2 Autocalibration selon le principe du maximum de vraisemblance (MV)

La mise en oeuvre du principe du MV consiste à appliquer un critère par une méthode numérique. Cette méthode nécessite une bonne initialisation. Or, comme nous l'avons vu dans le préambule, l'initialisation par l'antenne au repos n'est pas optimale. Il faut donc proposer un algorithme fournissant une initialisation plus proche de la réalité.

4.2.1 MUSIC-M pour une initialisation plus proche de la réalité

Dans le chapitre 1, nous avons vu que pour la déformée statique, il était possible de modéliser la coordonnée z_i^d de chaque capteur par un polynôme de degré 4 en x_i^r (x_i^r correspondant à l'abscisse du capteur i au repos). L'idée nouvelle ici est de proposer un algorithme nous servant d'initialisation à l'autocalibration par MV. Cet algorithme, que nous appelons MUSIC-M (MUSIC avec Modèle) utilise la connaissance d'un modèle de déformation. Si le modèle polynômial utilisé était fidèle à la réalité, la méthode MUSIC-M permettrait à elle seule de calibrer le réseau, grâce à la connaissance des positions de deux capteurs. Cependant, nous savons que le modèle utilisé est approximatif. Nous utilisons donc, a posteriori, un algorithme d'autocalibration afin d'affiner les résultats. La démarche suivie dans MUSIC-M est la suivante :

1. On simplifie le modèle polynômial de degré 4 par un monôme de degré 4 tel que

$$z_i^d = \alpha x_i^{r4}.$$

2. On fait varier le coefficient α définissant ainsi une plage de déformations possibles de l'antenne.
3. Pour chacune des valeurs de α , on calcule les coordonnées des capteurs du réseau déformé $\{x_\alpha^d; z_\alpha^d\}$ en tenant compte de la construction du modèle : l'antenne déformée suit un monôme de degré 4 et l'espacement inter-capteurs est conservé afin de conserver la longueur de l'antenne quelle que soit l'amplitude de déformation. Ce qui revient à résoudre le système suivant

$$\begin{cases} z_i^d = \alpha x_i^{r4} \\ \sqrt{(z_i^d - z_{i-1}^d)^2 + (x_i^d - x_{i-1}^d)^2} = x_i^r - x_{i-1}^r \end{cases}$$

4.2. Autocalibration selon le principe du maximum de vraisemblance (MV)

Notons qu'il serait plus rigoureux de calculer les coordonnées curvilignes mais la charge de calcul serait alourdie. Considérer ici la longueur de l'arc égale à la longueur de la corde induit une légère erreur qui sera corrigée par la suite, lors de la méthode d'autocalibration.

4. Pour chaque ensemble de positions $\{x_\alpha^d; z_\alpha^d\}$ associées aux différentes valeurs du coefficient α , on balaie l'espace des valeurs possibles de tir θ afin de calculer les vecteurs directionnels $\mathbf{d}(\theta, \alpha)$ et calculer le pseudospectre MUSIC défini à la section 1.5.4.
5. On obtient ainsi le pseudospectre bidimensionnel, nommé MUSIC-M, suivant

$$f_{MUSIC-M}(\theta, \alpha) = \frac{\mathbf{d}(\theta, \alpha)^H \mathbf{d}(\theta, \alpha)}{\mathbf{d}(\theta, \alpha)^H \mathbf{E}_b \mathbf{E}_b^H \mathbf{d}(\theta, \alpha)}. \quad (4.1)$$

6. On recherche alors, les valeurs des angles $\theta_{n=1}^N$ et la valeur du coefficient α qui maximisent la fonction à deux dimensions fournie par l'équation (4.1).

A la fin de cette étape, on obtient simultanément une première estimée des directions d'arrivée et des positions des capteurs. Le niveau de précision obtenu à la fin de MUSIC-M dépend des pas de balayage des θ et du coefficient α mais aussi de l'approximation du polynôme en monôme.

Ces valeurs nous serviront ensuite à initialiser l'algorithme d'autocalibration itératif basé sur le maximum de vraisemblance : les positions des capteurs utilisées dans l'étape 1 (voir Tab. 3.1) ne sont plus les positions nominales au repos mais les positions données par MUSIC-M correspondant à une approximation du réseau déformé. L'algorithme d'autocalibration itératif permettra par la suite d'affiner les directions d'arrivées mais aussi les positions des capteurs.

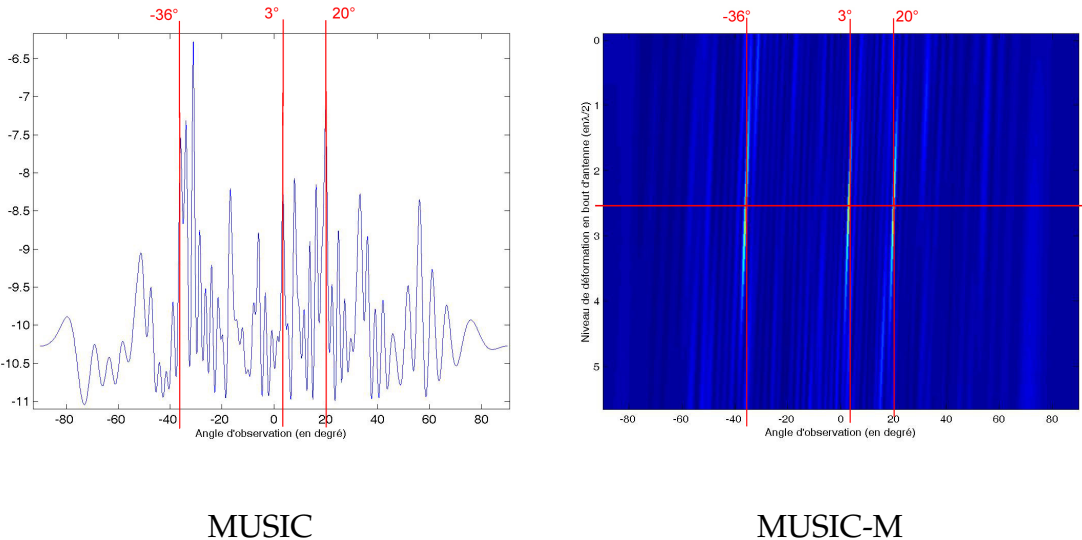
La méthode que nous avons développée permet ainsi de passer outre le problème d'ambiguïté généré par les fortes déformées statiques si l'on suppose que les positions nominales obtenues par MUSIC-M ne sont pas ambiguës par rapport aux positions déformées.

Afin d'illustrer la méthode MUSIC-M, nous proposons la simulation suivante :

Antenne	N	θ	N_s	RSB (dB)	Déf. statique	Déf. dynamique
1,2,3,4	3	$-36^\circ, 3^\circ, 20^\circ$	300	$\infty, 20\text{dB}$	$2.6731 \lambda/2$	Non

TAB. 4.1: Paramètres de la simulation.

Nous fixons tout d'abord le rapport signal à bruit à ∞ .



TAB. 4.2: Illustration de MUSIC et MUSIC-M

La figure de gauche du précédent tableau expose le pseudospectre de MUSIC obtenu lorsque l'antenne est ainsi déformée et que les positions nominales correspondent à celles du réseau au repos. On constate que la méthode MUSIC ne permet pas de retrouver les directions d'arrivées. En effet, les angles qui maximisent la fonction à une dimension de l'équation (1.23) ne sont pas les angles réels. La figure de droite, représente le pseudo-spectre de MUSIC-M. On recherche alors les valeurs des angles qui maximisent la fonction pour un même niveau de déformée (même valeur de α). Les directions d'arrivée estimées sont $-36.06^\circ, 2.93^\circ, 19.94^\circ$ pour une amplitude de déformation en bout d'aile estimée, à partir de la valeur de α trouvée, de $2.7721\lambda/2$. La qualité des résultats dépend du pas de balayage des angles mais aussi de celui du pas de balayage du paramètre α .

Le résultat de l'autocalibration par MV d'une réalisation de l'antenne 3 est présentée dans la figure suivante.

4.2. Autocalibration selon le principe du maximum de vraisemblance (MV)

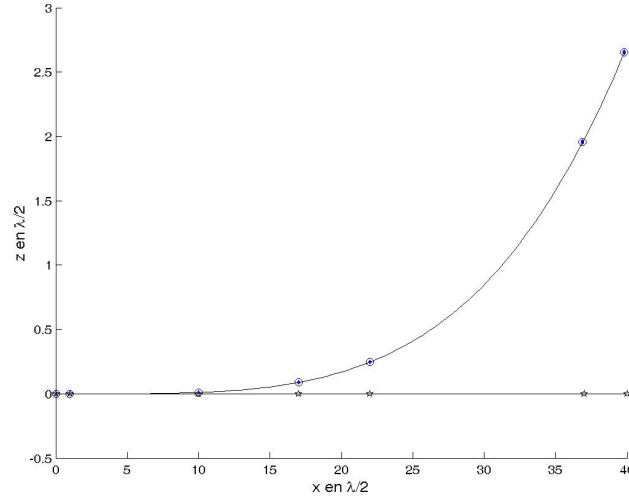
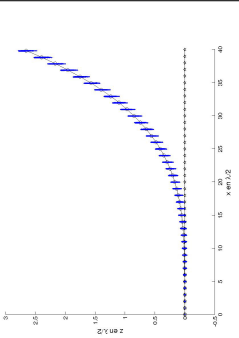
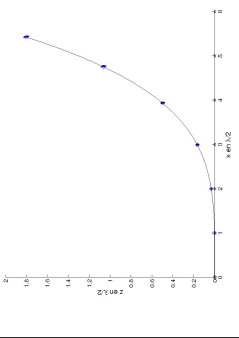
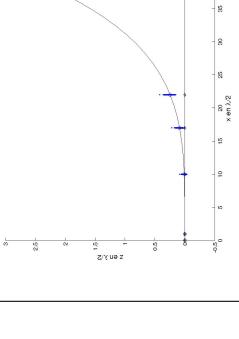
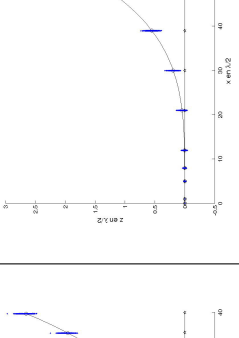


FIG. 4.2: Autocalibration de l'antenne 3 fortement déformée avec la méthode MV/MUSIC-M

Le tableau 4.3 présente les résultats de 500 essais d'autocalibration pour les quatre antennes dans le cas bruité à 20 dB. Les paramètres de simulation sont ceux présentés dans le tableau 4.1.

De même que pour la faible déformation statique, nous avons rajouté une correction a posteriori (conservation de l'espacement inter-capteurs) ce qui ne nous permet pas de comparer directement les résultats avec la BCR. Les BCR nous informent de la performance que l'on pourrait atteindre sans correction sur l'écartement inter-capteurs.

A partir des biais en x et en z , on calcule l'erreur faite entre la position moyenne estimée et la position réelle à partir du biais en x et en z . Pour l'antenne 3, cet écart est de $0.027\lambda/2$ soit 4mm. Pour l'antenne 4, l'écart est de $0.024\lambda/2$ soit 3.6mm. Notons que ces résultats sont du même ordre de grandeur que ceux pour les antennes faiblement déformées.

$[\lambda/2]$	Antenne 1	Antenne 2	Antenne 3	Antenne 4
Biais x	$-2.82 \cdot 10^{-2}$	$1.34 \cdot 10^{-2}$	$-5.80 \cdot 10^{-3}$	$-2.40 \cdot 10^{-2}$
Biais z	$9.72 \cdot 10^{-4}$	$-2.15 \cdot 10^{-4}$	$2.62 \cdot 10^{-2}$	$1.60 \cdot 10^{-3}$
σ_x	$7.10 \cdot 10^{-3}$	$3.90 \cdot 10^{-3}$	$6.80 \cdot 10^{-3}$	$1.05 \cdot 10^{-2}$
$\sigma_{BCR\ x}$	$8.53 \cdot 10^{-2}$	$2.34 \cdot 10^{-2}$	$1.61 \cdot 10^{-1}$	$1.61 \cdot 10^{-1}$
σ_z	$4.96 \cdot 10^{-2}$	$8.40 \cdot 10^{-3}$	$7.26 \cdot 10^{-2}$	$7.93 \cdot 10^{-2}$
$\sigma_{BCR\ z}$	$4.85 \cdot 10^{-2}$	$8.20 \cdot 10^{-3}$	$7.71 \cdot 10^{-2}$	$7.60 \cdot 10^{-2}$
500 essais				

TAB. 4.3: Comparaison du biais et de l'écart type de l'estimation du dernier capteur pour chaque antenne fortement déformée, méthode MV/MUSIC-M.

MUSIC-M pour des faibles et grandes déformations ?

L'apport de MUSIC-M pour une antenne fortement déformée est indiscutable. Nous venons de le voir. Cependant, lorsque l'antenne est faiblement déformée, l'initialisation avec MUSIC-M plutôt que MUSIC n'est pas justifiée. Il faut néanmoins noter que lorsque l'on initialise l'algorithme d'autocalibration par MV avec MUSIC-M, la convergence est atteinte plus rapidement (le nombre d'itérations entre les deux étapes est en moyenne deux fois moindres que lorsqu'on l'initialise avec MUSIC pour les conditions de simulation proposées). Par contre, MUSIC-M requiert une plus grande charge de calculs et surtout demande la connaissance d'un modèle de déformation. En définitive, dans le cas de faibles déformées, nous recommandons d'utiliser MUSIC, et non MUSIC-M, pour s'affranchir de l'utilisation du modèle de déformation.

4.3 Autocalibration avec une méthode de Sous-Espace/Modules Constants (SEMC)

La méthode d'autocalibration par SEMC telle qu'elle est présentée à la section 3.4.1 ne permet pas de résoudre le problème des ambiguïtés de phase vu au chapitre 2. La figure (4.3) présente l'antenne 1 où les derniers capteurs fortement déformés sont estimés à un niveau d'ambiguïté près.

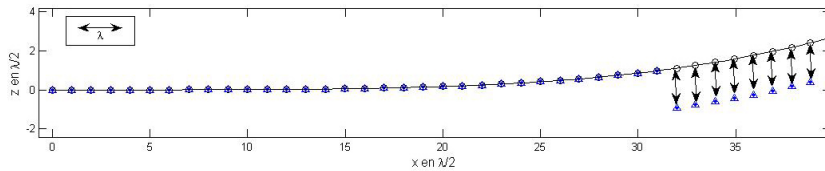


FIG. 4.3: Phénomène d'ambiguïtés de positions sur l'antenne 1.

Nous développons maintenant une méthode pour résoudre les ambiguïtés de phase. Elle s'insère à la dernière étape de la méthode d'autocalibration par SEMC (cf. 3.4.4.2). Avec cette méthode, il est désormais possible de s'affranchir du modèle de déformation.

4.3.1 Résolution des ambiguïtés de phase

A ce stade du traitement, on suppose connues la matrice complexe de transfert du réseau \mathbf{A} et les directions d'arrivée des sources. A partir de \mathbf{A} on extrait facilement les phases réduites mais les inconnues demeurent les phases réelles. Nous proposons dans cette section une méthode permettant de retrouver les phases réelles et donc de résoudre les ambiguïtés de phase.

Etant donnée \mathbf{p}_i^r , le vecteur position au repos, et \mathbf{p}_i' la position relative à la position \mathbf{p}_i^r , le vecteur position \mathbf{p}_i se divise en deux éléments (cf. Figure 4.4)

$$\mathbf{p}_i = \mathbf{p}_i^r + \mathbf{p}_i', \quad i > 2. \quad (4.2)$$

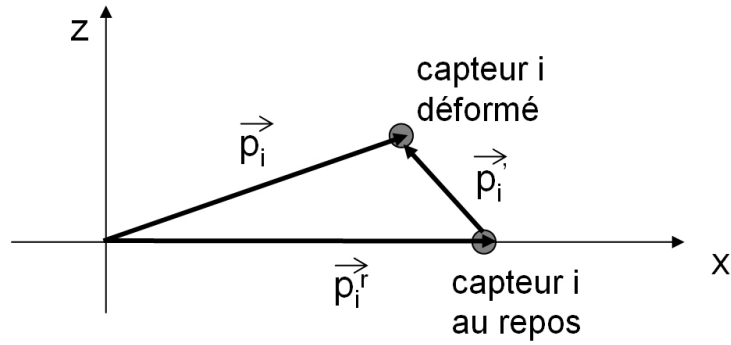


FIG. 4.4: Décomposition du vecteur position du capteur du réseau déformé par rapport au capteur au repos.

En conséquence, chaque composante a_{ij} peut s'écrire ainsi

$$a_{ij} = \exp\left(j\frac{2\pi}{\lambda}\mathbf{p}_i^{rT}\mathbf{n}_j\right) \exp\left(j\frac{2\pi}{\lambda}\mathbf{p}_i'^T\mathbf{n}_j\right), \quad i > 2.$$

D'où,

$$\exp\left(j\frac{2\pi}{\lambda}\mathbf{p}_i'^T\mathbf{n}_j\right) = a_{ij} \exp\left(-j\frac{2\pi}{\lambda}\mathbf{p}_i^{rT}\mathbf{n}_j\right), \quad i > 2. \quad (4.3)$$

Nous calculons alors, dans l'intervalle $[-\pi, \pi]$ l'argument du membre de droite de la précédente expression que l'on note ϕ'_{ij}

$$\phi'_{ij} = \arg\left\{a_{ij} \exp\left(-j\frac{2\pi}{\lambda}\mathbf{p}_i^{rT}\mathbf{n}_j\right)\right\}, \quad i > 2.$$

4.3. Autocalibration avec une méthode de Sous-Espace/Modules Constants (SEMC)

A partir de l'équation (4.3), les positions relatives \mathbf{p}'_i que nous recherchons, satisfont l'équation suivante

$$\frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{p}'_i{}^T \mathbf{n}_j = \phi'_{ij} + k_{ij}^\circ 2\pi, \quad i > 2 \quad \text{où} \quad k_{ij}^\circ \in \mathbb{Z}. \quad (4.4)$$

De manière équivalente, pour chaque source

$$\begin{bmatrix} \mathbf{n}_1^T \\ \vdots \\ \mathbf{n}_N^T \end{bmatrix} \mathbf{p}'_i = \frac{\lambda}{2\pi} \left(\begin{bmatrix} \phi'_{i1} \\ \vdots \\ \phi'_{iN} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{i1}^\circ \\ \vdots \\ k_{iN}^\circ \end{bmatrix} 2\pi \right). \quad (4.5)$$

Ainsi, pour un capteur i , le scalaire k_{ij}° est le nombre de rotations de phases entre sa position courante \mathbf{p}_i et sa position au repos \mathbf{p}_i^r . Ce scalaire est fonction de la source j . Si nous considérons des grandes déformations, les entiers k_{ij}° seront non nuls.

En introduisant les notations suivantes :

$$\mathbf{C} \triangleq [\mathbf{n}_1^T, \dots, \mathbf{n}_N^T]^T, \quad \boldsymbol{\phi}'_i \triangleq [\phi'_{i1}, \dots, \phi'_{iN}]^T,$$

$$\mathbf{k}_i \triangleq [k_{i1}, \dots, k_{iN}]^T, \quad \mathbf{k}_i^\circ \triangleq [k_{i1}^\circ, \dots, k_{iN}^\circ]^T,$$

nous pouvons alors résoudre l'équation générale suivante

$$\mathbf{C} \mathbf{p}'_i(\mathbf{k}_i) = \frac{\lambda}{2\pi} (\boldsymbol{\phi}'_i + \mathbf{k}_i 2\pi), \quad i > 2, \quad (4.6)$$

où les inconnues sont $\mathbf{p}'_i(\mathbf{k}_i)$ et \mathbf{k}_i .

Comme nous l'avons montré à la section 2.3.2, il y a une infinité de solutions $\mathbf{p}'_i(\mathbf{k}_i)$ données par

$$\mathbf{p}'_i(\mathbf{k}_i) = \frac{\lambda}{2\pi} \mathbf{C}^\# (\boldsymbol{\phi}'_i + \mathbf{k}_i 2\pi). \quad (4.7)$$

$\mathbf{C}^\#$ est la pseudo-inverse de Moore-Penrose de \mathbf{C} .

Néanmoins, dans le cas d'une antenne aéroportée, on peut supposer que les positions des capteurs sont bornées. Dans ces conditions, on peut écrire $\|\mathbf{p}'_i\| \leq N_r \lambda$, ($N_r \in \mathbb{N}$). Ainsi, on réduit l'espace des solutions de (4.5) à $\mathcal{D} = \{-N_r, \dots, N_r\}^N$.

Pour déterminer \mathbf{k}_i° , nous construisons l'algorithme suivant :

1. Pour chaque $\mathbf{k}_i \in \mathcal{D}$, calculer $\mathbf{p}'_i(\mathbf{k}_i)$ selon l'équation (4.7)
2. Vérifier si $(\phi'_i + \mathbf{k}_i 2\pi)$ est dans l'espace de \mathbf{C} , c'est à dire :
 \blacktriangledown vérifier si $\mathbf{p}'_i(\mathbf{k}_i)$ et \mathbf{k}_i satisfont

$$\mathbf{C}\mathbf{p}'_i(\mathbf{k}_i) - \frac{\lambda}{2\pi}(\phi'_i + \mathbf{k}_i 2\pi) = 0. \quad (4.8)$$

3. Si c'est vrai, alors $\mathbf{k}_i^\circ = \mathbf{k}_i$ et $\mathbf{p}'_i(\mathbf{k}_i^\circ) = \mathbf{p}'_i$.
4. Calculer \mathbf{p}_i à partir de \mathbf{p}'_i , selon l'équation (4.2).
5. Sinon, retourner à l'étape 2 en prenant un autre vecteur \mathbf{k}_i .

Des résultats de la méthode SEMC utilisant cet algorithme de résolution d'ambiguïtés de phase sont proposés dans la section suivante.

4.3.2 Résultats en environnement peu-bruité

Dans le cas d'un environnement non-bruité, c'est à dire à $\text{RSB}=\infty$, les positions des capteurs sont trouvées à la précision machine (10^{-16}). Dans un environnement peu bruité ($\text{RSB}=60\text{dB}$, $N_s=300$), si l'on restreint le domaine de recherche des k à $[-2 : 2]$ alors le taux de réussite de l'autocalibration des quatre antennes statiques fortement déformées est de 100%. Le tableau suivant réunit les biais, écart-types et BCR pour chacune des antennes.

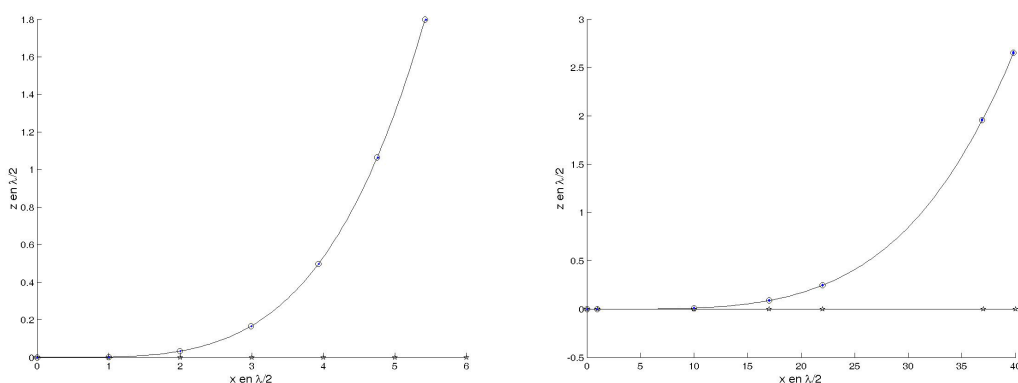
On constate que la méthode est parfaitement efficace et que l'erreur de position du dernier capteur est de l'ordre du centième de millimètres.

4.3. Autocalibration avec une méthode de Sous-Espace/Modules Constants (SEMC)

$[\lambda/2]$	Antenne 1	Antenne 2	Antenne 3	Antenne4
Biais x	$8.6 \cdot 10^{-6}$	$5.5 \cdot 10^{-7}$	$2.6 \cdot 10^{-4}$	$-4.8 \cdot 10^{-5}$
Biais z	$1.5 \cdot 10^{-5}$	$8.6 \cdot 10^{-6}$	$-8.0 \cdot 10^{-5}$	$-5.0 \cdot 10^{-6}$
σx	$1.2 \cdot 10^{-3}$	$2.7 \cdot 10^{-4}$	$2.3 \cdot 10^{-3}$	$1.97 \cdot 10^{-3}$
$\sigma_{\text{BCR}} x$	$8.4 \cdot 10^{-4}$	$2.3 \cdot 10^{-4}$	$1.6 \cdot 10^{-3}$	$1.62 \cdot 10^{-3}$
σz	$4.6 \cdot 10^{-4}$	$8.0 \cdot 10^{-5}$	$1.2 \cdot 10^{-3}$	$7.66 \cdot 10^{-4}$
$\sigma_{\text{BCR}} z$	$4.9 \cdot 10^{-4}$	$8.1 \cdot 10^{-5}$	$7.8 \cdot 10^{-4}$	$7.6 \cdot 10^{-4}$

TAB. 4.4: Méthode d'autocalibration par une méthode de sous-espace/modules constants dans un environnement peu bruité, (RSB=60dB $N_s=300$)

A titre de comparaison, voici les résultats de l'autocalibration par MV initialisé avec MUSIC-M des antennes 2 et 3 pour un environnement non bruité :

$[\lambda/2]$	Antenne 2	Antenne 3
Biais x	$1.44 \cdot 10^{-2}$	$-3.6 \cdot 10^{-3}$
Biais z	$-7.86 \cdot 10^{-4}$	$3.1 \cdot 10^{-3}$
σ_x	$4.17 \cdot 10^{-4}$	$1.5 \cdot 10^{-3}$
σ_z	$1.41 \cdot 10^{-4}$	$1.8 \cdot 10^{-3}$
500 essais		

TAB. 4.5: Méthode MV/MUSIC-M, environnement non bruité, pour les antennes 2 et 3.

Nous constatons que les résultats sont beaucoup moins bons que lorsque l'on autocalibre avec une méthode de sous-espace/modules constants additionnée de la technique de résolution d'ambiguïtés de phase présentée dans cette section. Nous proposons une explication à cette différence. En effet, la correction réalisée dans la méthode par MV suppose que la longueur de la corde est égale à la longueur de l'arc, hypothèse qui est d'autant plus fautive que la déformée est importante. Une erreur est ainsi réalisée.

4.3.3 Comportement de la méthode en environnement bruité

4.3.3.1 Résultats en environnement bruité sans contrainte physique

Nous avons vu précédemment que la méthode de résolution d'ambiguïtés de phase donne d'excellents résultats en environnement peu bruité. Nous allons maintenant tester la méthode pour des enregistrements bruités (20 dB et $N_s = 300$). Les conditions de

4.3. Autocalibration avec une méthode de Sous-Espace/Modules Constants (SEMC)

simulation sont les mêmes que celles présentées dans le tableau 4.1.

Remarque : Notons à ce stade de l'étude que le nombre limité d'échantillons (300) est justifié car nous nous plaçons dans un cas réaliste. En effet, si l'on suppose que la fréquence d'échantillonnage des enregistrements est de 60KHz , alors nous enregistrons les signaux pendant 5ms . Or, comme nous l'avons vu dans le chapitre 1, la fréquence de vibration du mode le plus significatif est d'environ 2Hz . Par conséquent le temps d'intégration correspond à $1/100$ de la période de vibration. On considère ainsi que l'antenne est statique pendant ces 5ms d'enregistrements.

Les Figures 4.5(a) et 4.5(b) correspondent aux résultats de l'autocalibration par SEMC et résolution d'ambiguïté en environnement bruité. On constate que la méthode de résolution des ambiguïtés n'est plus robuste, c'est à dire que l'on estime la forme de l'antenne à un ou plusieurs niveaux d'ambiguïtés près.

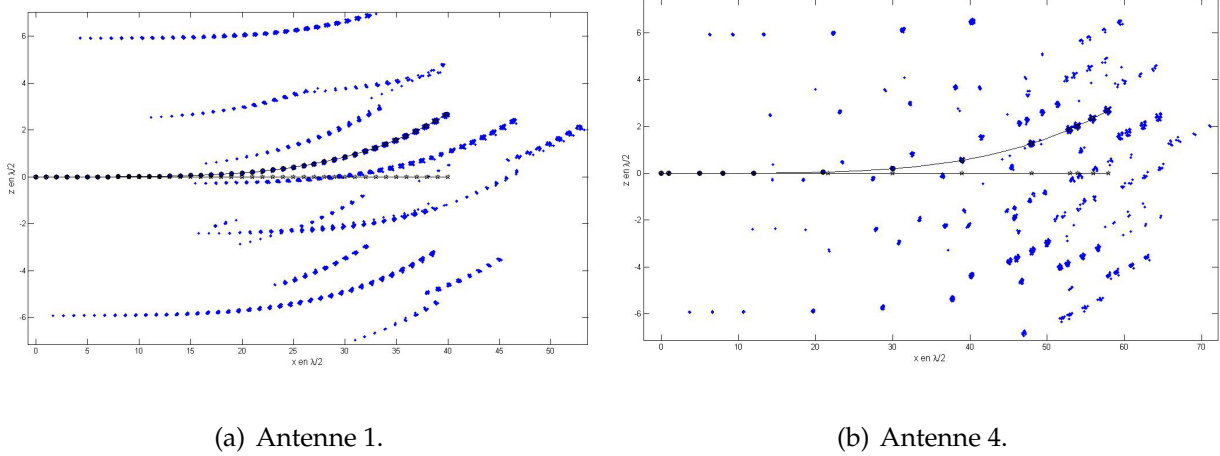


FIG. 4.5: Résultats de 500 autocalibrations par une méthode de sous-espace/modules constants d'antennes fortement déformées, environnement bruité.

Selon l'étude présentée à la section 2.3.2, il est nécessaire de considérer un plus grand nombre de source quand cela est possible, ou alors de prendre en compte des considérations physiques supplémentaires afin d'assurer l'observabilité locale de l'autocalibration.

4.3.3.2 Résultats en environnement bruité avec contraintes physiques

On entend par contrainte physique toute donnée supplémentaire permettant d'éliminer des positions aberrantes. Nous considérons par la suite deux types de contraintes physiques que nous mettrons en application. Tout d'abord, on considère que l'espacement entre capteurs reste constant, ie :

$$\frac{\|\mathbf{p}_{i+1} - \mathbf{p}_i\| - \|\mathbf{p}_{i+1}^r - \mathbf{p}_i^r\|}{\|\mathbf{p}_{i+1}^r - \mathbf{p}_i^r\|} \leq \epsilon, \forall i. \quad (4.9)$$

D'autre part, on suppose que les positions qui entraînent une trop grande flexion de l'aile sont elles aussi supprimées. Pour cela on regarde l'angle formé par les deux segments de trois capteurs consécutifs et on suppose que physiquement, cet angle ne peut être supérieur à une déviation maximale donnée.

Remarque : Notons qu'en restreignant l'espace de recherche des coefficients d'ambiguïté k à $[-2 : 2]$, on limite l'ensemble des positions possibles. Cette hypothèse reste réaliste. En effet, nous avons vu au chapitre 1, que dans le cas du motoplaneur BUSARD, une forte déformée en bout d'aile peut atteindre comme valeur 60cm soit 2λ . Par la suite, nous ne préciserons plus l'espace de recherche des valeurs de k qui sera toujours égal à $[-2 : 2]$.

Nous réalisons des simulations pour les quatre antennes. Les paramètres de simulation sont les mêmes que précédemment. La différence réside ici dans le fait que l'on applique des contraintes physiques supplémentaires. Grâce au modèle utilisé, on réussit à autocalibrer les antennes 1 et 4 (figures a et b 4.6). On réussit aussi à autocalibrer l'antenne 2 et partiellement l'antenne 3 (c'est à dire que les ambiguïtés de phases ne sont pas toutes résolues) (figure 4.7).

On constate que les modèles de déformation additionnels restent insuffisants pour traiter en particulier le cas des antennes fortement lacunaires.

4.3. Autocalibration avec une méthode de Sous-Espace/Modules Constants (SEMC)

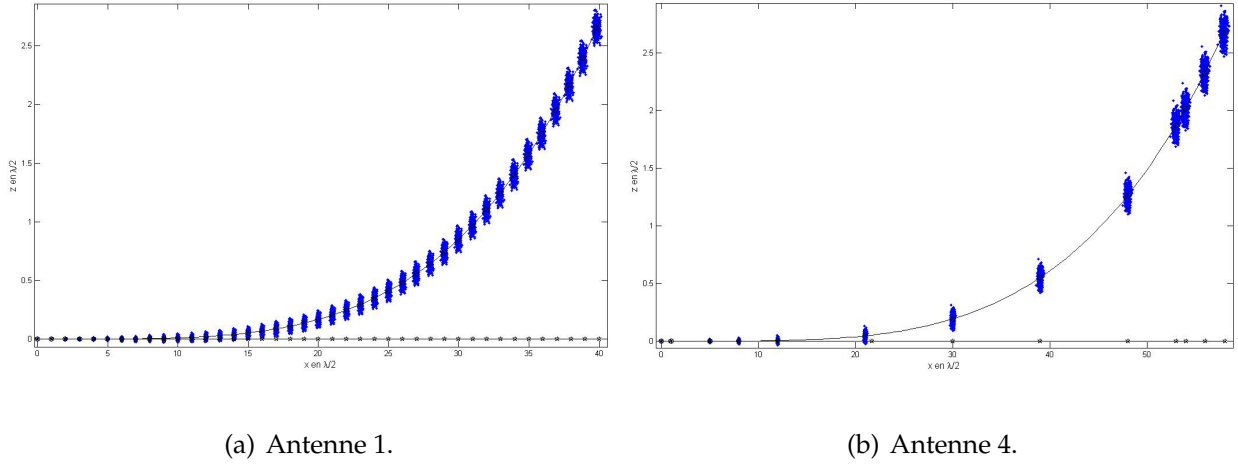


FIG. 4.6: Résultats de 500 autocalibrations de grandes antennes fortement déformées, avec contraintes de déformations, environnement bruité.

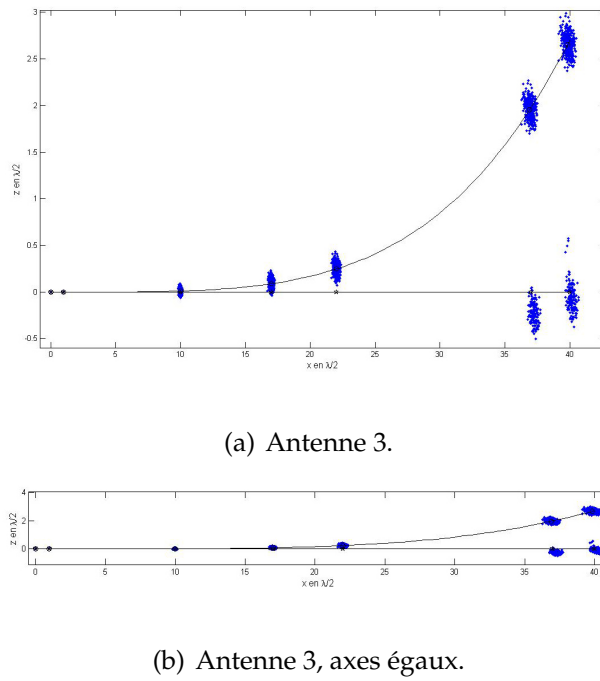


FIG. 4.7: Résultats de 500 autocalibrations de l'antenne 3 fortement déformée, avec contraintes de déformations, environnement bruité (RSB=20dB, $N_s = 300$).

4.3.4 Conclusions et perspectives

De ces résultats on peut tirer plusieurs conclusions. Tout d'abord, en l'absence de bruit, en cas de fortes déformations, la nouvelle méthode de résolution d'ambiguïtés de phase permet de retrouver les positions des capteurs de tout type d'antennes, sans connaissance de modèle. C'est un avantage non négligeable par rapport à la précédente méthode par MV initialisée avec MUSIC-M. De plus, la méthode n'est pas biaisée et on atteint la précision machine lorsqu'il n'y a pas de bruit.

Cependant, nous avons vu que si l'environnement est bruité, il est nécessaire de rajouter des contraintes physiques pour éliminer des positions aberrantes. Il est important de noter que plus l'antenne possède des capteurs au niveau de la forte courbure, plus il sera facile d'éliminer les mauvaises positions et par conséquent au mieux l'antenne sera autocalibrée.

Malgré tout, même en rajoutant des contraintes physiques et quand l'environnement est très bruité ($RSB = 5\text{dB}$ et $N_s = 300$) (Figure 4.8) alors il est nécessaire d'augmenter la quantité d'information.

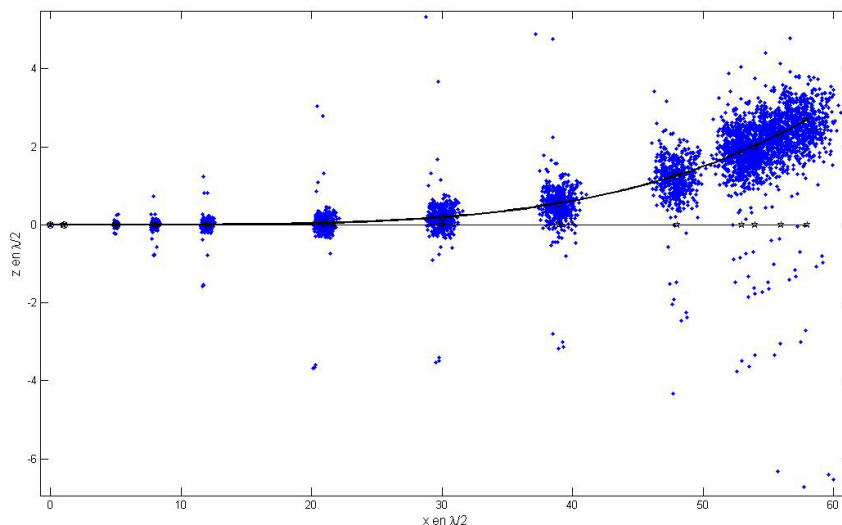


FIG. 4.8: Résultats de 500 autocalibrations de l'antenne 4 fortement déformée, avec contraintes de déformations, environnement très bruité (5dB).

L'augmentation de la quantité d'information peut se faire à deux niveaux :

1. en augmentant le nombre d'échantillons et donc le temps d'intégration. Cependant, selon la remarque présentée à la section précédente, au delà de 300 échan-

tillons, l'antenne vibrante ne peut plus être considérée comme statique. Nous proposons au chapitre 5.2 une méthode tenant compte du caractère vibratoire de l'antenne.

2. en augmentant le nombre de sources. Cependant, en augmentant le nombre de sources traitées, on doit augmenter aussi le nombre de capteurs. Nous proposons alors une extension de la méthode présentée au chapitre 5.2 au cas de capteurs multibandes. Nous montrerons qu'il est ainsi possible d'augmenter le nombre de sources tout en diminuant le nombre de capteurs. C'est ce que nous allons voir au chapitre 5.3.

CHAPITRE 5

AUTOCALIBRATION D'UNE ANTENNE VIBRANTE FORTEMENT DÉFORMÉE

5.1 Préambule

Nous abordons dans ce chapitre une situation réaliste d'antenne vibrante fortement déformée en présence d'un bruit important. Afin de traiter ces deux phénomènes, nous proposons une méthode composée de deux étapes. Chacune des étapes met en oeuvre une méthode de sous-espace/modules constants. Nous nommons cette méthode 2-SEMC. Cette méthode permet, d'une part de résoudre les ambiguïtés de phase et d'autre part d'estimer les différentes positions des capteurs de l'antenne au cours des vibrations. Nous considérerons dans la section suivante le cas traité jusqu'à présent où tous les signaux sont portés par une même porteuse (cas mono-bande). La dernière section présente une extension de la méthode au cas de signaux de fréquences porteuses différentes (cas bi-bande).

5.2 Le cas mono-bande

5.2.1 Une méthode en deux-étapes

5.2.1.1 Introduction

Reprenons le modèle de données bruitées présenté à l'équation (1.8)

$$\mathbf{r}[k] = \mathbf{A}[k]\mathbf{c}[k] + \boldsymbol{\eta}[k], \quad k = 1, \dots, N_s, \quad (5.1)$$

Ici la matrice de réponse devient fonction du temps. La méthode d'autocalibration directe SEMC présentée au chapitre précédent ne peut plus alors être utilisée.

La déformation de l'antenne est considérée comme étant la superposition d'une grande déformation statique (comparée à la forme initiale de l'antenne) et de lentes fluctuations dynamiques de faible amplitude causées par les modes vibratoires de la structure de l'avion.

Nous proposons une méthode en deux étapes : le but de la première étape est de résoudre les ambiguïtés de phases \mathbf{k}_i° à partir d'un grand temps d'observation. Nous obtiendrons uniquement une estimation de la déformée statique de la forme de l'antenne. dans une deuxième étape, à partir d'un temps d'observation plus court, nous estimerons une forme instantanée de l'antenne en considérant désormais qu'il n'y a pas d'ambiguïté de phases entre la déformée statique estimée et la déformée dynamique de l'an-

tenne.

Ecriture de la matrice de réponse du réseau dans un cas dynamique.

Lorsque l'antenne subit à la fois une déformée statique et des vibrations, la position du capteur à un instant donné peut se décomposer comme la position du capteur dans un cas statique plus une variation de position entraînée par les vibrations. Le vecteur position du $i^{\text{ème}}$ capteur se divise alors en deux parties telles que

$$\mathbf{p}_i[k] = \bar{\mathbf{p}}_i + \tilde{\mathbf{p}}_i[k], \quad (5.2)$$

où $\bar{\mathbf{p}}_i = [\bar{x}_i, \bar{z}_i]^T$, est le vecteur position statique.

$\tilde{\mathbf{p}}_i[k] = [\tilde{x}_i[k], \tilde{z}_i[k]]^T$ est le vecteur position dynamique de moyenne temporelle nulle.

Si l'on remplace dans l'équation (1.12) l'expression de $\mathbf{p}_i[k]$ donnée par l'équation (5.2) alors chaque composante de la matrice $\mathbf{A}[k]$ devient

$$\begin{aligned} a_{ij}[k] &= \exp \left\{ j \frac{2\pi}{\lambda} \bar{\mathbf{p}}_i^T \mathbf{n}_j \right\} \exp \left\{ j \frac{2\pi}{\lambda} \tilde{\mathbf{p}}_i^T[k] \mathbf{n}_j \right\}, \\ &\triangleq \bar{a}_{ij} \tilde{a}_{ij}[k]. \end{aligned}$$

En notation matricielle il est alors possible d'écrire

$$\mathbf{A}[k] = \bar{\mathbf{A}} \circ \tilde{\mathbf{A}}[k], \quad (5.3)$$

où \circ représente le produit de Hadamard (multiplication terme à terme des éléments de deux matrices).

Si l'on suppose que les déformées dynamiques sont de faibles amplitudes (nous préciserons la valeur limite plus loin), les composantes de la matrice de réponse du réseau dynamique $\tilde{\mathbf{A}}[k]$ peuvent se développer en séries de Taylor. L'approximation obtenue au premier ordre de $\tilde{\mathbf{A}}[k]$ se présente ainsi

$$\tilde{a}_{ij}[k] \stackrel{1}{=} 1 + \underbrace{j \frac{2\pi}{\lambda} \tilde{\mathbf{p}}_i^T[k] \mathbf{n}_j}_{f_{ij}[k]},$$

ou encore en notation matricielle

$$\tilde{\mathbf{A}}[k] \stackrel{1}{=} \mathbb{1} + \mathbf{F}[k].$$

$\mathbb{1}$ est la matrice de dimension $M \times N$ telle que $\mathbb{1}_{ij} = 1, \forall i, j$. $\mathbf{F}[k]$ ne prend en compte que les termes du premier ordre qui dépendent du temps.

Cependant, cette approximation au premier ordre ne peut être faite que si l'inégalité suivante est vérifiée

$$\left| \frac{2\pi}{\lambda} \tilde{\mathbf{p}}_i^T[k] \mathbf{n}_j \right| \ll 1, \quad (5.4)$$

ou encore

$$\frac{2\pi}{\lambda} \|\tilde{\mathbf{p}}_i[k]\| |\cos(\tilde{\mathbf{p}}_i[k], \mathbf{n}_j)| \ll 1.$$

Une condition suffisante permettant la validation de l'inégalité (5.4) $\forall j$ est

$$\|\tilde{\mathbf{p}}_i[k]\| \ll \frac{\lambda}{2\pi}. \quad (5.5)$$

En conséquence, l'équation (5.3) s'exprime par

$$\mathbf{A}[k] \stackrel{1}{=} \bar{\mathbf{A}} + \mathbf{D}[k], \quad (5.6)$$

avec $\mathbf{D}[k] \triangleq \bar{\mathbf{A}} \circ \mathbf{F}[\mathbf{k}]$ la matrice fonction du temps associée aux vibrations.

5.2.1.2 Première étape : estimation de la forme statique de l'antenne

A partir de (5.6), le nouveau modèle de données échantillonné devient

$$\mathbf{r}[k] = [\bar{\mathbf{A}} + \mathbf{D}[k]] \mathbf{c}[k] + \boldsymbol{\eta}[k]. \quad (5.7)$$

Calculons la matrice suivante

$$\hat{\mathbf{\Gamma}}_r \triangleq \frac{1}{N_s} \sum_{k=1}^{N_s} \mathbf{r}[k] \mathbf{r}^H[k].$$

A partir de l'équation (5.7) nous obtenons

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{\Gamma}}_r &= \bar{\mathbf{A}} \hat{\mathbf{\Gamma}}_c \bar{\mathbf{A}}^H + \frac{1}{N_s} \sum_{k=1}^{N_s} \mathbf{D}[k] \mathbf{c}[k] \mathbf{c}^H[k] \mathbf{D}^H[k] \\ &\quad + \frac{1}{N_s} \sum_{k=1}^{N_s} \boldsymbol{\eta}[k] \boldsymbol{\eta}^H[k] + \mathbf{T}(N_s), \end{aligned} \quad (5.8)$$

où la matrice $\mathbf{T}(N_s)$ contient tous les termes croisés et où $\hat{\mathbf{\Gamma}}_c \triangleq \frac{1}{N_s} \sum_{k=1}^{N_s} \mathbf{c}[k] \mathbf{c}^H[k]$.

Puisque $\hat{\mathbf{\Gamma}}_r$ est calculée avec un grand nombre d'échantillons (temps long d'observation), il est important d'étudier le comportement asymptotique du développement précédent.

Quand $N_s \rightarrow \infty$, nous obtenons simultanément :

- $\bar{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{\Gamma}}_c\bar{\mathbf{A}}^H \rightarrow \bar{\mathbf{A}}\mathbf{E}\{\mathbf{c}\mathbf{c}^H\}\bar{\mathbf{A}}^H$ (où $\mathbf{E}\{\cdot\}$ est l'espérance mathématique) parce que les sources ont des propriétés d'ergodicité et de stationnarité,
- $\frac{1}{N_s} \sum_{k=1}^{N_s} \mathbf{D}[k]\mathbf{c}[k]\mathbf{c}^H[k]\mathbf{D}^H[k] \rightarrow$ matrice constante fonction de l'amplitude des vibrations (cf. annexe B).
- $\frac{1}{N_s} \sum_{k=1}^{N_s} \boldsymbol{\eta}[k]\boldsymbol{\eta}^H[k] \rightarrow \sigma_b^2 \mathbf{I}_M$ (où \mathbf{I}_M est une matrice identité d'ordre M) suivant les propriétés statistiques du bruit,
- $\mathbf{T}(N_s) \rightarrow 0$, comme le montre l'annexe B.

D'où, pour le grand temps d'observation considéré ici, $\hat{\mathbf{\Gamma}}_r$ est réduit à

$$\hat{\mathbf{\Gamma}}_r = \bar{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{\Gamma}}_c\bar{\mathbf{A}}^H + \underbrace{\frac{1}{N_s} \sum_{k=1}^{N_s} \mathbf{D}[k]\mathbf{c}[k]\mathbf{c}^H[k]\mathbf{D}^H[k]}_{\text{terme de perturbation d'ordre 2 en D}} + \sigma_b^2 \mathbf{I}_M. \quad (5.9)$$

En outre, si les amplitudes des vibrations sont petites (équation (5.5)), la matrice du second ordre présentée dans l'équation précédente peut être négligée devant $\bar{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{\Gamma}}_c\bar{\mathbf{A}}^H$. Nous obtenons finalement

$$\hat{\mathbf{\Gamma}}_r \stackrel{1}{=} \bar{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{\Gamma}}_c\bar{\mathbf{A}}^T + \sigma_b^2 \mathbf{I}_M. \quad (5.10)$$

L'équation 5.10 étant similaire à l'équation 3.13, la matrice $\bar{\mathbf{A}}$ sera estimée avec une méthode SEMC comme dans le chapitre précédent.

A partir de cette matrice $\bar{\mathbf{A}}$, nous estimons les positions $\bar{\mathbf{p}}_i$ en utilisant la méthode développée à la section (4.3.1) comme pour une antenne statique fortement déformée.

Tout d'abord, nous estimons les directions d'arrivée θ_j selon l'équation (3.26).

Ensuite, le vecteur contenant les rotations de phases \mathbf{k}_i° entre $\bar{\mathbf{p}}_i$ et \mathbf{p}_i^r est obtenu par

$$\mathbf{k}_i^\circ = \min_{\mathbf{k}_i \in \mathcal{D}} \left\| \mathbf{C}^T \mathbf{p}'_i(\mathbf{k}_i) - \frac{\lambda}{2\pi} (\phi'_i + \mathbf{k}_i 2\pi) \right\| \quad (5.11)$$

à la place de l'équation (4.8) de l'algorithme.

Enfin, la forme statique du réseau est donnée par

$$\bar{\mathbf{p}}_i = \mathbf{p}_i^r + \mathbf{p}'_i. \quad (5.12)$$

Une forme instantanée du réseau pourra être ainsi obtenue grâce à la seconde étape suivante.

5.2.1.3 Deuxième étape : estimation de la forme instantanée de l'antenne au cours du temps

Le but de cette étape est d'estimer la position instantanée $\mathbf{p}_i[k] \forall k = 1, \dots, N_s$ à partir de la connaissance de la position statique $\bar{\mathbf{p}}_i$ estimée à l'étape 1. L'amplitude de la déformation relative entre la forme statique et la forme dynamique est petite i.e. toujours inférieure à une demi-longueur d'onde. La résolution des ambiguïtés de phase, gourmande en échantillons, n'étant plus nécessaire, on propose une méthode par bloc d'estimation de la forme instantanée de l'antenne. L'ensemble des N_s échantillons est découpé en blocs de N_d échantillons. N_d est choisi suffisamment faible pour que l'antenne soit supposée statique (hypothèse 3 de la section 2.5). Sous ces hypothèses, on a $\mathbf{p}_i[l] = \mathbf{p}_i[k] \quad l \in \{k, \dots, k + N_d\}$ et sur N_d échantillons, la matrice de transfert du réseau est constante et est telle que $\mathbf{A}[l] = \mathbf{A}[k] \quad l \in \{k, \dots, k + N_d\}$.

Le modèle de données devient

$$\mathbf{r}[l] = \mathbf{A}[k]\mathbf{c}[l] + \boldsymbol{\eta}[l], \quad l = k, \dots, k + N_d. \quad (5.13)$$

A chaque instant k , la matrice $\mathbf{A}[k]$ est obtenue en appliquant l'algorithme SEMC (équation (3.8) à l'équation (3.24)) à partir de $\hat{\mathbf{\Gamma}}_r[k]$ où

$$\hat{\mathbf{\Gamma}}_r[k] = \frac{1}{N_d} \sum_{l=k}^{k+N_d} \mathbf{r}[l]\mathbf{r}^H[l]. \quad (5.14)$$

$\phi_{ij}[k]$, l'argument de chaque composante $a_{ij}[k]$ de $\mathbf{A}[k]$, est donné par

$$\phi_{ij}[k] + k_{ij}^\circ 2\pi = \frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{p}_i^T[k] \mathbf{n}_j.$$

De la même façon, $\bar{\phi}_{ij}$ l'argument de chaque composante de $\bar{\mathbf{A}}$ de l'étape 1, est donné par

$$\bar{\phi}_{ij} + k_{ij}^\circ 2\pi = \frac{2\pi}{\lambda} \bar{\mathbf{p}}_i^T \mathbf{n}_j.$$

La position dynamique $\tilde{\mathbf{p}}_i[k] = \mathbf{p}_i[k] - \bar{\mathbf{p}}_i$ satisfait

$$\mathbf{n}_j^T \tilde{\mathbf{p}}_i[k] = \frac{\lambda}{2\pi} [\phi_{ij}[k] - \bar{\phi}_{ij}], \quad i > 2.$$

A partir de l'ensemble des sources, les positions dynamiques $\tilde{\mathbf{p}}_i[k]$ se calculent ainsi

$$\tilde{\mathbf{p}}_i[k] = \frac{\lambda}{2\pi} \begin{bmatrix} \mathbf{n}_1^T \\ \vdots \\ \mathbf{n}_N^T \end{bmatrix}^\# \begin{bmatrix} \phi_{i1}[k] - \bar{\phi}_{i1} \\ \vdots \\ \phi_{iN}[k] - \bar{\phi}_{iN} \end{bmatrix}. \quad (5.15)$$

Au final, $\bar{\mathbf{p}}_i$ et $\tilde{\mathbf{p}}_i[k]$ étant connues, le vecteur position courant $\mathbf{p}_i[k]$ peut être obtenu pour chaque capteur i à l'instant k en utilisant l'équation (5.2).

La méthode précédente est résumée dans l'algorithme suivant

5.2. Le cas mono-bande

Etape 1 : Estimation de la forme statique du réseau (voir section (5.2.1.2))

1.1 Estimer $\bar{\mathbf{A}}$ à partir de $\hat{\mathbf{\Gamma}}_r$ calculée sur N_s échantillons,

1.2 Estimer les DDA $\boldsymbol{\theta} = [\theta_1, \dots, \theta_N]^T$, équation (3.26)

1.3 Déterminer les rotations de phase $\{\mathbf{k}_i^o\}_{i=3}^M$ entre $\{\mathbf{p}_i^r\}_{i=3}^M$ et $\{\bar{\mathbf{p}}_i\}_{i=3}^M$ à partir de l'algorithme de la section (4.3.1) et en utilisant le critère (5.11)

1.4 Estimer les positions statiques des capteurs $\{\bar{\mathbf{p}}_i\}_{i=3}^M$, équation (5.12)

Etape 2 : Estimation de la forme dynamique du réseau (voir section (5.2.1.3))

Fixer $k = 1$

2.1 Estimer $\mathbf{A}[k]$ à partir de $\hat{\mathbf{\Gamma}}_r[k]$ calculée sur N_d échantillons,

2.2 Estimer $\{\tilde{\mathbf{p}}_i[k]\}_{i=3}^M$ à partir de $\{\bar{\mathbf{p}}_i\}_{i=3}^M$ et $\boldsymbol{\theta}$, (équation 5.15)

2.3 Estimer les positions instantanée des capteurs $\{\mathbf{p}_i[k]\}_{i=3}^M$, équation (5.2)

Fixer $k = k + 1$

Retourner à 2.1 tant que $k \neq N_s - N_d$

TAB. 5.1: Algorithme directe d'autocalibration de positions de capteurs de grande antenne déformable.

En pratique, le nombre d'échantillons disponibles N_s ne permet pas de négliger la

matrice $\mathbf{T}(N_s)$ dans l'expression de $\hat{\Gamma}_r$ (équation (5.8)). De ce fait, la matrice obtenue à l'étape 1.1 du précédent algorithme est seulement une forme approchée de $\bar{\mathbf{A}}$, notée par $\hat{\mathbf{A}}$. En conséquence, l'étape 1.2 conduit à une estimation biaisée des DDA $\boldsymbol{\theta}$. Néanmoins, cette erreur est suffisamment petite pour que l'estimation du nombre de rotations de phase reste valide (étape 1.3). De manière équivalente, la forme approchée obtenue, $\{\hat{\mathbf{p}}_i\}_{i=3}^M$, est une estimation approchée, biaisée, mais non ambiguë.

Variante de l'étape 2 : méthode adaptative par bloc de poursuite de la forme instantanée de l'antenne

Puisque les DDA sont constantes sur l'ensemble total des N_s échantillons, il est possible d'affiner leur estimation de manière itérative au cours l'étape 2 de l'algorithme précédent (Cf. tableau 5.1). De cette façon, l'estimation des positions instantanées sera améliorée au fur et à mesure.

L'estimation de la matrice $\hat{\mathbf{A}}[k]$ fournit une estimation des DDA, c'est à dire des composantes $\hat{\theta}_j$ du vecteur $\hat{\boldsymbol{\theta}}$, comme dans l'équation 3.26 :

$$\hat{\theta}_j = -\text{atan}\left(\frac{z_2[k]}{x_2[k]}\right) + \text{asin}\left(\frac{\hat{\phi}_{2j}[k]\lambda}{2\pi \|\mathbf{p}_2[k]\|}\right) \quad \forall j = 1, \dots, N, \quad (5.16)$$

avec $\hat{\phi}_{2j}[k]$ la phase extraite de $\hat{\mathbf{A}}[k]$ et $\mathbf{p}_2[k]$ connue.

Ces nouvelles valeurs de DDA, enrichissent les valeurs des DDA des précédentes estimés de la façon suivante :

$$\boldsymbol{\theta}^{(k)} = \frac{1}{k+1}(\hat{\boldsymbol{\theta}} + k\boldsymbol{\theta}^{(k-1)}),$$

(k) étant l'indice d'itération.

De cette façon, le traitement constitue une méthode adaptative d'estimation de DDA permettant d'améliorer le calcul des positions instantanées au cours des itérations.

La méthode est résumée dans l'algorithme suivant :

5.2. Le cas mono-bande

Etape 1 : Estimation de la forme statique approchée de l'antenne
(voir section (5.2.1.2))

1.1 Estimer $\hat{\mathbf{A}}$ à partir de $\hat{\mathbf{\Gamma}}_r$ calculée sur N_s échantillons,

1.2 Estimer les DDA $\boldsymbol{\theta}^{(0)}$, équation (3.26)

1.3 Déterminer les rotations de phase $\{\mathbf{k}_i^o\}_{i=3}^M$ entre $\{\mathbf{p}_i^r\}_{i=3}^M$ et $\{\hat{\mathbf{p}}_i\}_{i=3}^M$ à partir de l'équation (5.11)

1.4 Estimer les positions statiques biaisées des capteurs $\{\hat{\mathbf{p}}_i\}_{i=3}^M$, équation (5.12)

Etape 2 : Suppression itérative du biais - Estimation de la dernière forme dynamique de l'antenne. (voir section (5.2.1.3))

Fixer $k = 1$

2.1 Estimer $\mathbf{A}[k]$ à partir de $\hat{\mathbf{\Gamma}}_r[k]$ calculée sur N_d échantillons,

2.2 Estimer les DDA $\hat{\boldsymbol{\theta}}$, équation (3.26)

2.3 Affiner les DDA en utilisant $\boldsymbol{\theta}^{(k)} = \frac{1}{k+1}(\hat{\boldsymbol{\theta}} + k\boldsymbol{\theta}^{(k-1)})$

2.4 Estimer $\{\tilde{\mathbf{p}}_i[k]\}_{i=3}^M$ à partir de $\{\bar{\mathbf{p}}_i\}_{i=3}^M$ et $\boldsymbol{\theta}^{(k)}$, (équation 5.15)

Fixer $k = k + 1$

Retourner à 2.1 tant que $k \neq N_s - N_d$

2.5 Estimer la dernière position des capteurs $\{\mathbf{p}_i(t_{N_s-N_d})\}_{i=3}^M$, équation (5.2)

TAB. 5.2: Algorithme itératif adaptatif d'autocalibration de positions de capteurs de grande antenne déformable.

Cet algorithme sera utilisé pour les simulations numériques de la section suivante.

5.2.2 Résultats

5.2.2.1 Comportement de l'étape 1 de l'algorithme (tab. 5.2)

Dans cette section, on illustre les résultats à la fin de l'étape 1 de l'Algorithme (tab 5.2) appliqué aux antennes 4 et 3. Les paramètres de simulation sont représentés dans le tableau suivant :

Antennes	N	λ	θ	N_s	RSB (dB)	Déf. stat.	Déf. dyn.
4 et 3	3	0.3 m	$-36^\circ, 3^\circ, 20^\circ$	300, 4200, 12000	-10, -5, 0	$\approx 2.7 \frac{\lambda}{2}$	2Hz-10% $\frac{\lambda}{2}$
				24000, 72000	5, 10, 20		

TAB. 5.3: Paramètres des simulations - Antenne 4 vibrante et déformée - .

Antenne 4 : La figure suivante illustre l'antenne 4 simulée. Les lignes en pointillées représentent les marges de vibrations de l'antenne.

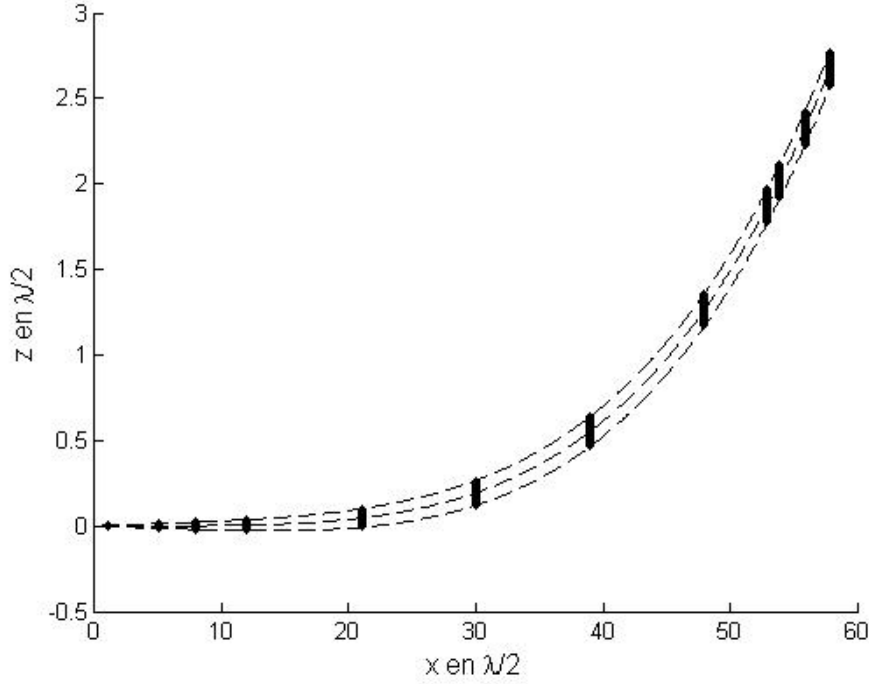


FIG. 5.1: Antenne 4 simulée.

Des contraintes physiques, présentées à la section 4.3.3.2, sont appliquées à l'algorithme. Nous supposons que la distance inter-capteurs ne peut pas varier de plus de 5%. Le facteur de conservation de distance ϵ de l'équation (4.9) est égal à 0.05. De plus, les positions ambiguës qui entraînent une flexion de l'antenne entre 3 capteurs de plus ou moins $7,5^\circ$ sont éliminées.

Le tableau suivant regroupe le pourcentage de réussite de l'étape 1 de l'algorithme (tab 5.2) c'est à dire le pourcentage de réussite de la méthode de résolution des ambiguïtés de phase d'une antenne fortement déformée et vibrante, en fonction du rapport signal à bruit et du nombre d'échantillons total N_s , l'intérêt de l'étape 1 étant d'intégrer sur une longue période afin de compenser le niveau de bruit.

% de réussite	300	4200	12000	24000	72000
-10 dB	6	65	95	98	100
-5 dB	35	98	99	100	100
-0 dB	80	100	100	100	100
5 dB	96	100	100	100	100
10 dB	99	100	100	100	100
20 dB	100	100	100	100	100

TAB. 5.4: Pourcentage de réussite de l'étape 1 pour l'antenne 4 en fonction du nombre d'échantillons et du rapport signal à bruit.

Les résultats de ce tableau confirment que l'augmentation du rapport signal à bruit ainsi que le nombre d'échantillons améliore la qualité des résultats.

Antenne 3 : L'autocalibration de l'antenne 3 fortement déformée vibrante est plus délicate. En effet, le nombre limité de capteurs en bout d'antenne demande des contraintes physiques supplémentaires. En effet, nous avons réalisé 300 essais de Monte-Carlo dans les conditions suivantes : un rapport signal à bruit égal à 20 dB, un nombre d'échantillons $N_s = 24000$ et une amplitude du phénomène vibratoire égale à $10\% \lambda/2$. En utilisant les mêmes contraintes physiques que précédemment, c'est à dire $k = [-2 : 2]$, $\epsilon = 5$ et une variation de l'angle de distortion de 15° , alors le taux de réussite de résolution des ambiguïtés de phase est de 11%. En ajoutant la contrainte physique suivante : "la pente entre deux capteurs croît au fur et à mesure que l'on s'éloigne du capteur de référence", le taux de réussite devient égal à 100%.

Le tableau suivant réunit les pourcentages de performances de l'étape 1 pour l'antenne 3 avec la contrainte physique supplémentaire. Le rapport signal à bruit varie de 5 à 30 dB et le nombre d'échantillons de 300 à 24000.

5.2. Le cas mono-bande

% de réussite	300	4200	12000	24000
5 dB	52	81	89	90
10 dB	74	82	92	97
20 dB	83	95	100	100
30 dB	94	100	100	100

TAB. 5.5: Pourcentage de réussite de l'étape 1 pour l'antenne 3 en fonction du nombre d'échantillons et du rapport signal à bruit.

D'autre part, nous constatons que l'amplitude de la vibration joue un rôle important dans la réussite ou non de la méthode de résolution des ambiguïtés de phase. En effet, au plus l'amplitude diminue, au mieux la condition de l'équation 5.5 est respectée. Le tableau suivant regroupe le pourcentage de réussite à la fin de l'étape 1, pour les mêmes conditions de simulation, sans contrainte physique supplémentaire.

Amplitude de la vibration (% de $\lambda/2$)	10	7	5
taux de réussite %	11	74	100

TAB. 5.6: Pourcentage de réussite à l'étape 1 en fonction de l'amplitude de la vibration pour l'antenne 3.

5.2.2.2 Comportement de l'étape de poursuite de l'algorithme (tab. 5.2)

Les figures 5.2.a, 5.2.b, 5.2.c et 5.2.d illustrent le comportement de l'étape 2 de l'algorithme 2 (tab 5.2) en cours d'itération pour différents rapports signal à bruit : on trace des estimés des positions du dernier capteur de l'antenne 3 au cours des itérations à partir de la position en fin de l'étape 1. Ces estimés sont à comparer aux vraies positions de ce capteur aussi représentées sur les figures. Une idée des incertitudes attendues est donnée par le tracé de l'ellipse de confiance sur la dernière position du capteur. Cette ellipse est calculée selon la section (2.6), cas statique uniquement. Les simulations ont été

faites sur 4000 points échantillonnés à 60kHz (670ms) et 200 points (30ms) sont utilisés pour chaque itération de l'étape 2.

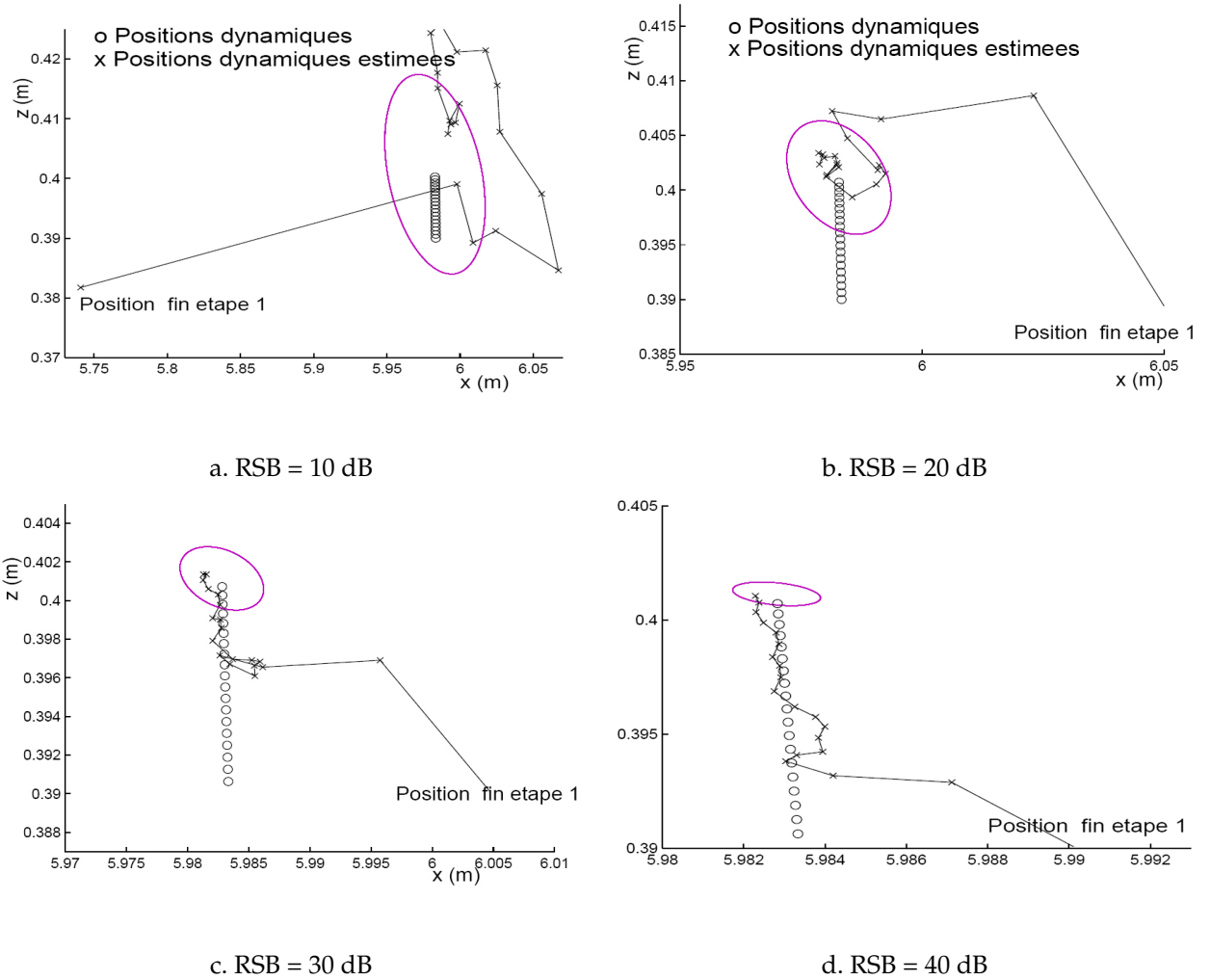


FIG. 5.2: Pistage du capteur 7 antenne 3 pour différents RSB

Dans le cas d'un faible rapport signal à bruit (voir Fig. 5.2.a) les axes de l'ellipse de confiance sont de même ordre de grandeur que l'amplitude du mouvement dynamique du capteur. Le suivi au cours du temps de la position des capteurs n'est pas atteignable. Comme le montre le tracé de l'ellipse d'incertitude sur les différentes figures, plus le rapport signal à bruit augmente et plus le pistage au cours du temps de la position du capteur devient précis. On constate aussi sur ces tracés que le comportement de l'algorithme peut être distingué suivant deux phases : une phase d'adaptation pendant laquelle les estimées sont en dehors de l'ellipse d'incertitude et une phase de pistage

5.2. Le cas mono-bande

pur pour laquelle il ne peut plus y avoir de gain en précision de l'algorithme. Comme l'illustre les figures a) et d), ce temps d'adaptation décroît (il passe de environ $400ms$ à environ $100ms$ sur les $670ms$ simulées) quand le RSB croît de 10 à $40dB$.

5.2.2.3 Efficacité de l'algorithme

Afin d'évaluer l'efficacité de l'algorithme, nous appliquons la méthode de Monte-Carlo sur 100 essais sur l'antenne 4. Nous nous plaçons dans un cas à 20 dB où d'après les résultats proposés précédemment, toutes les ambiguïtés de phases ont été résolues. Nous proposons deux séries de simulations réalisées dans les conditions présentées dans le tableau ci-dessous :

Antenne	N	λ	θ	N_s	N_d	RSB (dB)	Déf. stat.	Déf. dyn.
4	3	0.3 m	$-36^\circ, 3^\circ, 20^\circ$	12000	300	20	$\approx 2.7 \frac{\lambda}{2}$	$2Hz-10\% \frac{\lambda}{2}$
				72000		20		

TAB. 5.7: Paramètres des simulations - Antenne 4 vibrante et déformée - .

La figure (5.3) représente les résultats des estimés des dernières positions des capteurs de l'antenne à la fin du temps d'acquisition. Les lignes en pointillés correspondent aux marges de la vibration, les points noirs représentent les positions des capteurs de l'antenne au cours du temps d'acquisition. Les estimés sont représentés en bleu.

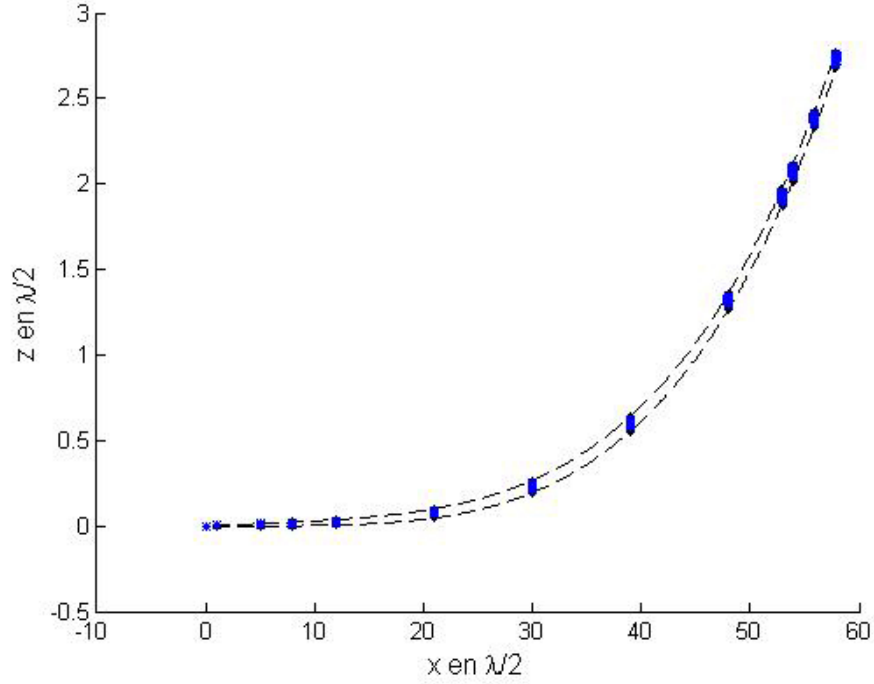


FIG. 5.3: Estimés à la fin de l'algorithme d'autocalibration de l'antenne 4 avec $N_s = 12000$, $RSB = 20\text{dB}$.

La figure (5.4) correspond à un agrandissement de la figure précédente centré sur le dernier capteur. L'ellipse de confiance pour une antenne statique avec $N_s = 12000$ est tracée en rouge. Nous constatons que les estimés définissent une zone légèrement plus grande que l'ellipse. Nous proposons deux explications. Tout d'abord, les estimés sont calculés pour une antenne vibrante et non statique comme c'est le cas pour le calcul de l'ellipse. Ensuite, nous utilisons pour estimer les positions au cours des itérations seulement $N_d = 300$ échantillons. Cependant, on ne peut pas comparer cet estimé à une ellipse calculée sur N_d échantillons car d'une part, la position de départ de l'étape 2 est la position de l'étape 1 calculée sur N_s échantillons et d'autre part, un raffinement des directions d'arrivées a lieu tout au long des itérations de l'étape 2.

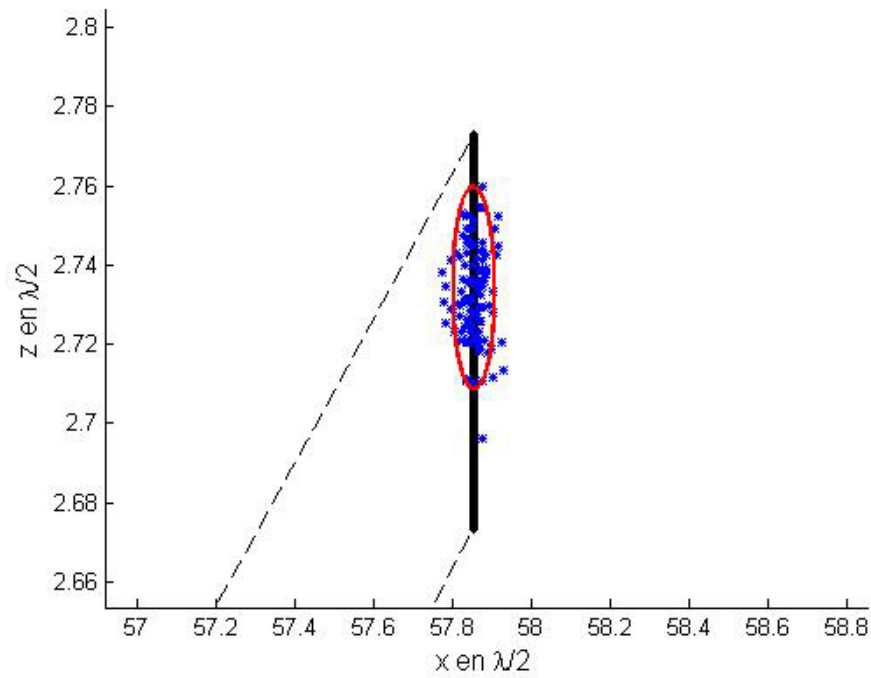


FIG. 5.4: Estimés du dernier capteur à la fin de l'algorithme d'autocalibration de l'antenne 4 avec $N_s = 12000$, $RSB = 20\text{dB}$.

Les figures suivantes (5.5 et 5.6) représentent le même type de résultats mais avec cette fois $N_s = 72000$ échantillons.

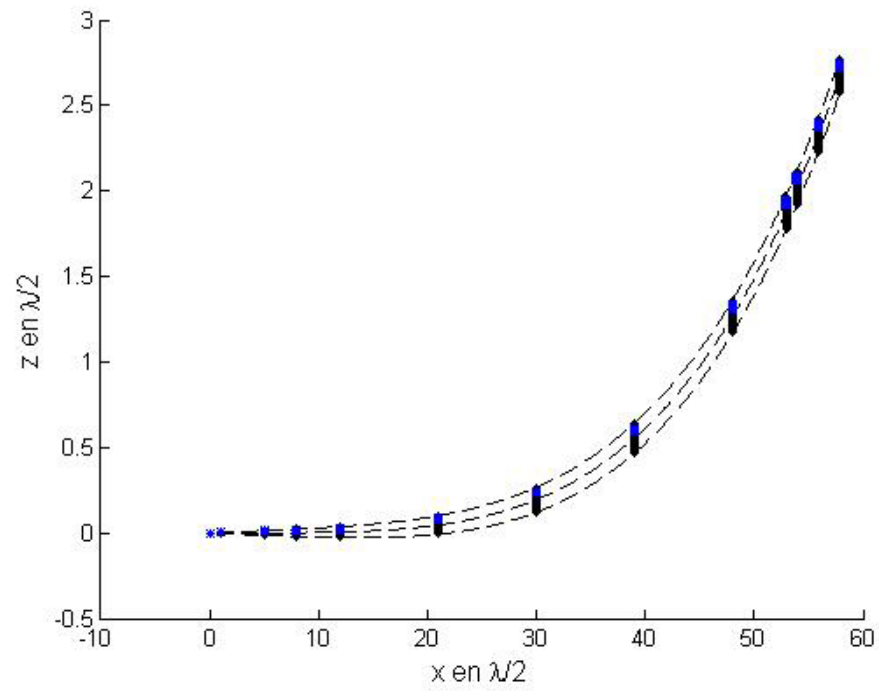


FIG. 5.5: Estimés à la fin de l'algorithme d'autocalibration de l'antenne 4 avec $N_s = 72000$, RSB= 20dB.

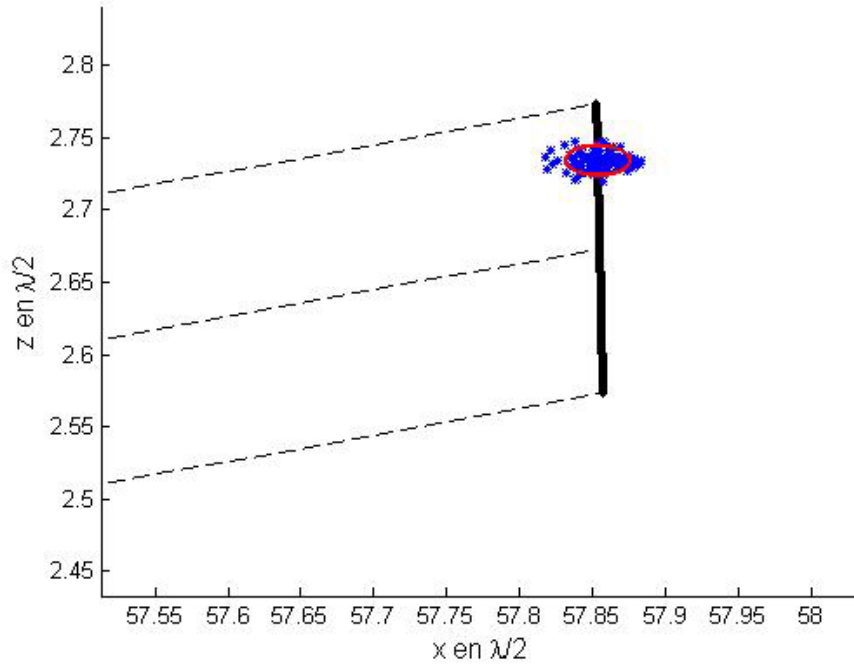


FIG. 5.6: Estimés du dernier capteur à la fin de l'algorithme d'autocalibration de l'antenne 4 avec $N_s = 72000$, RSB= 20dB.

Nous avons vu dans la section 5.2.2.2 que l'intérêt d'effectuer un pistage de l'antenne dans le cas de faible rapport signal à bruit semblait limité. Cependant, dans l'algorithme nous négligeons la matrice d'ordre 2 de l'équation 5.9. Ceci conduit à un léger biais en fin de l'étape 1 qui est corrigé, malgré le faible rapport signal à bruit au cours de l'étape 2. Le tableau suivant (5.8) regroupe les valeurs des biais et des écart-types des estimés en fin des deux étapes pour l'antenne 4 avec $N_s = 12000$ et RSB=10db. Les valeurs sont rapportées à une demi-longueur d'onde.

$\lambda/2$	Biais en x	Biais en z	Ecart-type en x	Ecart-type en z
Fin de l'étape 1	$-7.7 \cdot 10^{-3}$	$-5.5 \cdot 10^{-2}$	$9.8 \cdot 10^{-2}$	$4 \cdot 10^{-2}$
Fin de l'étape 2	$-4.2 \cdot 10^{-3}$	$-3.1 \cdot 10^{-3}$	$9.7 \cdot 10^{-2}$	$3.8 \cdot 10^{-2}$

TAB. 5.8: Biais et écarts type des estimés à la fin des deux étapes.

En conclusion, la méthode d'autocalibration en deux étapes proposée ici permet d'autocalibrer une antenne vibrante fortement déformée et ce, même à faible rapport signal à bruit. Cependant, suivant la géométrie de l'antenne, certaines estimations des déformées en fin de l'étape 1 restent ambiguës. Par conséquent, on propose dans la section suivante d'éliminer ces ambiguïtés en augmentant le nombre de sources.

5.3 Extension de la méthode d'autocalibration au cas de capteurs bi-bandes

5.3.1 Apport de l'utilisation de capteurs bi-bandes

Nous avons vu, d'une part, que le nombre de cas de positions ambiguës dans une plage donnée décroissait en fonction du nombre de sources. D'autre part, le nombre de capteurs nécessaire pour traiter N sources croît suivant $M = N^2 - N + 1$ conduisant alors à une antenne irréalisable en pratique (7 capteurs pour 3 sources, 13 capteurs pour 4 sources, etc.). L'idée présentée ici est d'exploiter simultanément des sources de 2 bandes de fréquences différentes (comme il en existe par exemple pour les signaux TV). Dans ce cas, un même nombre de capteurs bi-bande permettrait de traiter deux fois plus de sources. Par exemple, ici, 7 capteurs permettraient de traiter 6 sources, et 3 capteurs suffiraient à traiter 4 sources.

5.3.2 Extension de l'algorithme 2-SEMC pour capteurs bi-bandes

L'extension à des capteurs bi-bandes est directe. En effet, cela revient à traiter deux enregistrements indépendants.

$$\begin{aligned}\mathbf{r}^1[k] &= \mathbf{A}^1[k]\mathbf{c}^1[k] + \eta^1[k], \\ \mathbf{r}^2[k] &= \mathbf{A}^2[k]\mathbf{c}^2[k] + \eta^2[k],\end{aligned}$$

où les exposants ¹ et ² sont utilisés pour différencier les deux différentes longueurs d'onde λ^1, λ^2 .

L'estimation des deux matrices de réponse $\mathbf{A}^1[k]$ et $\mathbf{A}^2[k]$ est faite séparément en utilisant l'algorithme d'autocalibration par SEMC sur chacun des enregistrements associés (étapes 1.1 et 2.1 des précédents algorithmes). Les autres étapes des algorithmes sont réalisées avec les phases de l'ensemble des signaux.

5.3.3 Résultats de comparaison entre capteurs bi-bandes et mono-bandes

Pour illustrer les deux principaux intérêts de l'utilisation des capteurs bi-bandes nous procédons à deux simulations.

5.3.3.1 Autocalibration d'une antenne composée de 5 capteurs bi-bandes

Soit le réseau suivant composé de $M = 5$ capteurs. Les coordonnées des capteurs de l'antenne au repos, sont

$$\mathbf{p}^r = \frac{\lambda}{2} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 32 & 36 & 40 \\ 0 & \dots & & & 0 \end{bmatrix}.$$

Les paramètres de la simulation sont regroupés dans le tableau suivant :

M	N	λ^1	θ^1	λ^2	θ^2	N_s	N_d	RSB (dB)	Déf. stat.	Déf. dyn.
5	2 et 2	0.3 m	$-36^\circ, 3^\circ$	0.5 m	$-6^\circ, 16^\circ$	7500	300	10 à 40 dB	$4\frac{\lambda}{2}$	2Hz-10% $\frac{\lambda}{2}$

TAB. 5.9: Paramètres de la simulation - Autocalibration d'une antenne de 5 capteurs bi-bandes - .

Le tableau suivant regroupe les performances de l'algorithme d'autocalibration comparés à la racine carré des BCR correspondantes pour plusieurs niveaux de RSB.

$[10^{-3}\lambda^1/2]$	40 dB	30 dB	20 dB	10dB
Biais x	0.312	0.814	2.210	4.568
Biais z	-0.012	-0.090	-0.376	-1.642
σ_x	3.636	11.23	35.30	111.6
$\sigma_{\text{BCR } x}$	3.162	9.998	31.62	100.0
σ_z	1.294	4.072	12.94	41.56
$\sigma_{\text{BCR } z}$	1.168	3.696	11.70	37.24

TAB. 5.10:

Performances de 200 estimations du cinquième et dernier capteur d'une antenne bi-bande.

5.3.3.2 Autocalibration de l'antenne 3 composée de capteurs bi-bandes

Nous avons présenté dans la partie (5.2.2) les résultats de l'autocalibration de l'antenne 3 lorsqu'elle est soumise à des vibrations. Nous reprenons les mêmes paramètres de simulations mais nous considérons ici que l'antenne est composée de capteurs bi-bandes. Nous utilisons pour l'autocalibration de l'antenne bi-bande 4 sources qui sont regroupées en deux groupes de fréquences :

1. groupe 1 : 2 sources de longueur d'onde $\lambda^1 = 0.3\text{m}$ et de DDA $[-36^\circ \ 3^\circ]$,
2. groupe 2 : 2 sources de longueur d'onde $\lambda^2 = 0.5\text{m}$ et de DDA $[20^\circ \ 41^\circ]$.

Afin de s'assurer que les sources n'influencent pas les résultats, on calcule les BCR en x et en z des capteurs dans le cas où l'on connaît parfaitement les DDA des sources. Le tableau suivant regroupe les résultats qui sont conformes à ceux présentés dans la section 2.6. On voit bien qu'il est plus avantageux d'utiliser des capteurs bi-bande, car on peut, en plus, augmenter le nombre de sources et c'est cet ajout qui va permettre d'améliorer les précisions sur les capteurs. Ces conclusions sont confirmées par les résultats des BCR présentés dans le Tableau 5.12.

5.3. Extension de la méthode d'autocalibration au cas de capteurs bi-bandes

$10^{-3} \lambda^1 / 2$	Mono-bande	Bi-bande
$\sigma_{\text{BCR } x}$	0.520	0.409
$\sigma_{\text{BCR } z}$	0.225	0.201

TAB. 5.11: Comparaison des BCR du dernier capteur de l'antenne 3 dans le cas mono-bande et bi-bande, pour des DDA connues.

Afin de comparer les résultats nous mettons en opposition les performances de l'algorithme d'autocalibration comparées aux BCR correspondantes, dans le tableau suivant :

$\lambda^1 / 2$	Mono-bande	Bi-bandes
Biais x	-0.011	-0.003
Biais z	-0.062	-0.034
σx	0.054	0.023
$\sigma_{\text{BCR } x}$	0.026	0.013
σz	0.319	0.014
$\sigma_{\text{BCR } z}$	0.012	0.011

TAB. 5.12: Comparaison des performances de 500 estimations du dernier capteur de l'antenne 3 dans le cas mono-bande et bi-bandes.

En conclusion, nous avons vu que l'utilisation de capteurs bi-bandes permet de réduire le nombre de capteurs ($M = 5$). En outre, pour un nombre de capteurs bi-bandes équivalent au nombre de capteurs dans un cas mono-bande (ici $M = 7$), les performances sont améliorées (biais et écart-type). Enfin, nous avons présenté ici une adaptation possible de la méthode SEMC aux capteurs bi-bandes, mais il est tout à fait envisageable d'utiliser, par exemple, les sources de plus grandes longueurs d'onde pour

résoudre les ambiguïtés de phase et affiner ensuite avec les sources de longueurs d'onde plus faibles.

CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

Le problème de l'autocalibration d'antennes déformables n'est pas récent. Toutefois vis à vis des travaux antérieurs, le contexte aéroporté amène de nouvelles difficultés : d'une part une plus grande amplitude des déformations induisant des ambiguïtés dans la recherche d'une solution et d'autre part le caractère vibratoire qui empêche un traitement sur une longue durée d'observation.

Nous avons présenté essentiellement deux voies permettant l'autocalibration de grandes antennes déformées vibrantes aéroportées.

Ces deux voies nécessitent que chaque élément de la matrice du réseau soit un nombre complexe de module constant. Cette propriété forte qui repose sur l'omnidirectionnalité des capteurs de l'antenne, demande une étude technique approfondie pour valider sa faisabilité en pratique. En marge de ce mémoire, nous proposons dans [SCB⁺07] une technique permettant de contourner ce problème au prix de la construction d'antennes adaptées aux méthodes d'autocalibration. Dans ce travail, le type d'antenne requis est constitué de couples de capteurs appariés sur des bâtis rigides. Pour traiter le problème, il suffit que les gains des capteurs soient identiques au sein de chaque couple. Cette contrainte, a priori moins forte que la première, nécessiterait cependant des études complémentaires pour savoir si elle est techniquement adaptée au contexte aéronautique.

Dans le cas général, nous avons montré que la résolution des ambiguïtés de phase dans le cas de grandes déformées (au sens ou nous l'avons défini) n'était pas atteignable par la mesure seule des contributions des signaux sur les capteurs. Nous avons vu qu'il était nécessaire de faire intervenir des contraintes physiques liées au problème. Les deux méthodes utilisent pour leur initialisation des façons différentes et interchangeables d'utiliser le contexte physique (initialisation avec MUSIC-M (Goniomètre avec modèle) et recherche d'une déformée statique pour SEMC (méthode de Sous-Espace/Modules Constants)). Toutefois ce dernier demande à être approfondi ; notamment le modèle paramétrique à un paramètre (MUSIC-M) nécessite des études complémentaires en liaison avec les calculs des structures de voilure pour être validé ou amélioré. Quoi qu'il en soit, les méthodes proposées ne sont donc pas transposables en l'état dans d'autres problèmes d'autocalibration sans une réflexion préalable sur le contexte physique.

Les étapes de raffinement proposées sont soit une reprise de la méthode de Weiss et Friedlander de 1989 ou soit une méthode originale (SEMC) inspirée par les travaux sur le propagateur de S. Marcos et des méthodes de modules constants de van der Veen et Paulraj.

Dans le premier cas, des contraintes physiques (conservation de la longueur de l'antenne et des distances inter-capteurs) sont nécessaires pour mener à bien cette étape. Dans le second cas, les capteurs ne sont liés par aucun modèle et les solutions d'autocalibration (en fin de pistage) présentent de bons résultats en moyenne et écart-type c'est à dire comparable aux résultats des Bornes de Cramér-Rao que l'on obtiendrait dans un cas statique.

Enfin, il est nécessaire de revenir sur les commentaires de la section 2.6. Le résultat classique qui veut que la précision dans la recherche de DDA augmente avec la longueur de l'antenne est contrebalancé ici par le fait (nouveau par rapport à un problème de goniométrie classique) que la précision dans la position des capteurs diminue avec l'éloignement de ceux ci par rapport aux capteurs de référence connus. Il paraît donc nécessaire d'approfondir ce point et au besoin de lier les capteurs par un modèle, même dans la méthode SEMC, afin de réduire la variance dans l'estimation des positions. Ceci permettrait d'augmenter l'intérêt de la goniométrie avec de grandes antennes déformables.

ANNEXES

ANNEXE A : DÉFORMATIONS STRUCTURALE D'UN AÉRONEF

Première plateforme d'étude d'ailes flexibles : le Michelob Light Eagle

Un des premiers aéronefs qui a servi de base pour les recherches sur les ailes flexibles est le Michelob Light Eagle (MLE) (Figure 5.7).



FIG. 5.7: Michelob Light Eagle à propulsion humaine.

Bien qu'il soit à propulsion humaine, M. van Schoor et A. von Flotow étudient, dans [vSvF90], les propriétés aéroélastiques du MLE. On peut l'assimiler à un HALE, surtout au niveau de ses caractéristiques structurales (voilure de 34.7 m) excepté son poids : 118 Kg, pilote compris !

Déformations dynamiques

En 1999, C.Pendaries-Bourissou [PB99] propose dans son mémoire de thèse une étude paramétrique de la tenue des avions souples à la rafale. Pour cela, l'auteur compare les spécificités aérodynamiques des HALEs et en particulier du Condor avec celles du MLE. Pour information, le Condor est un avion rigide fabriqué par Boeing en 1988 avec une envergure supérieure à celle d'un Boeing 747. Parmi ses conclusions nous en retenons trois intéressantes pour notre étude :

- ☞ un avion souple répond mieux à la rafale qu'un avion rigide ;
- ☞ la réponse de l'avion à la rafale est amplifiée avec l'altitude à laquelle l'avion évolue. Pourtant les rafales à basse altitude sont généralement plus fortes qu'à haute altitude mais généralement la vitesse de l'avion est plus élevée à haute altitude ;
- ☞ la fréquence de la rafale influence le facteur de charge à l'emplanture de l'aile. Plus la fréquence est élevée, plus le facteur de charge est grand.

Amplitudes des déformations du Condor : extraits de [Pla00]

D'après les résultats de L. Planckaert [Pla00], la flèche coplanaire d'une aile de 30m de long est très faible (2 mm). Pour les mêmes conditions, l'angle de torsion atteint 5°.

Les figures suivantes (Figures 5.8, 5.9 et 5.10) sont issues d'une modélisation par la méthode des éléments finis disponible dans [Pla00]. Respectivement, il s'agit des déformations de voilure du Condor pour un vol en palier stabilisé, pour une rafale longitudinale, et l'amplitude des déformations de l'aile au cours d'une rafale verticale. Sachant que ces phénomènes se superposent, il est tout à fait envisageable d'atteindre des déformées en bout d'ailes de Condor d'une dizaine de mètres.

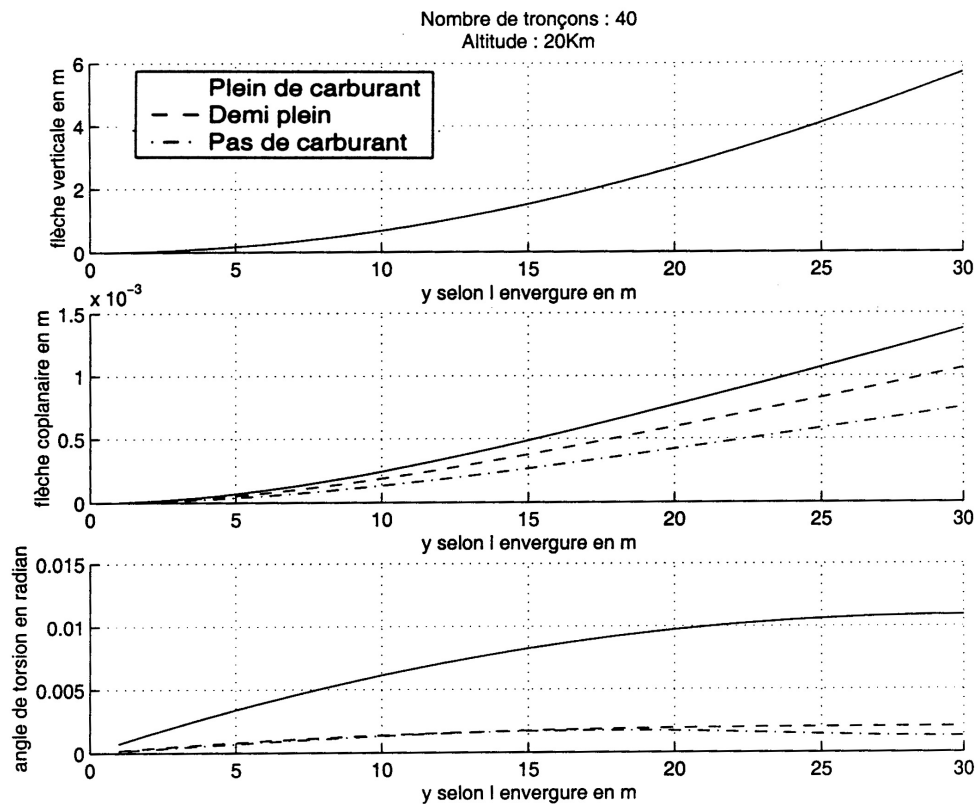


FIG. 5.8: Exemple de déformation statique sur Condor.

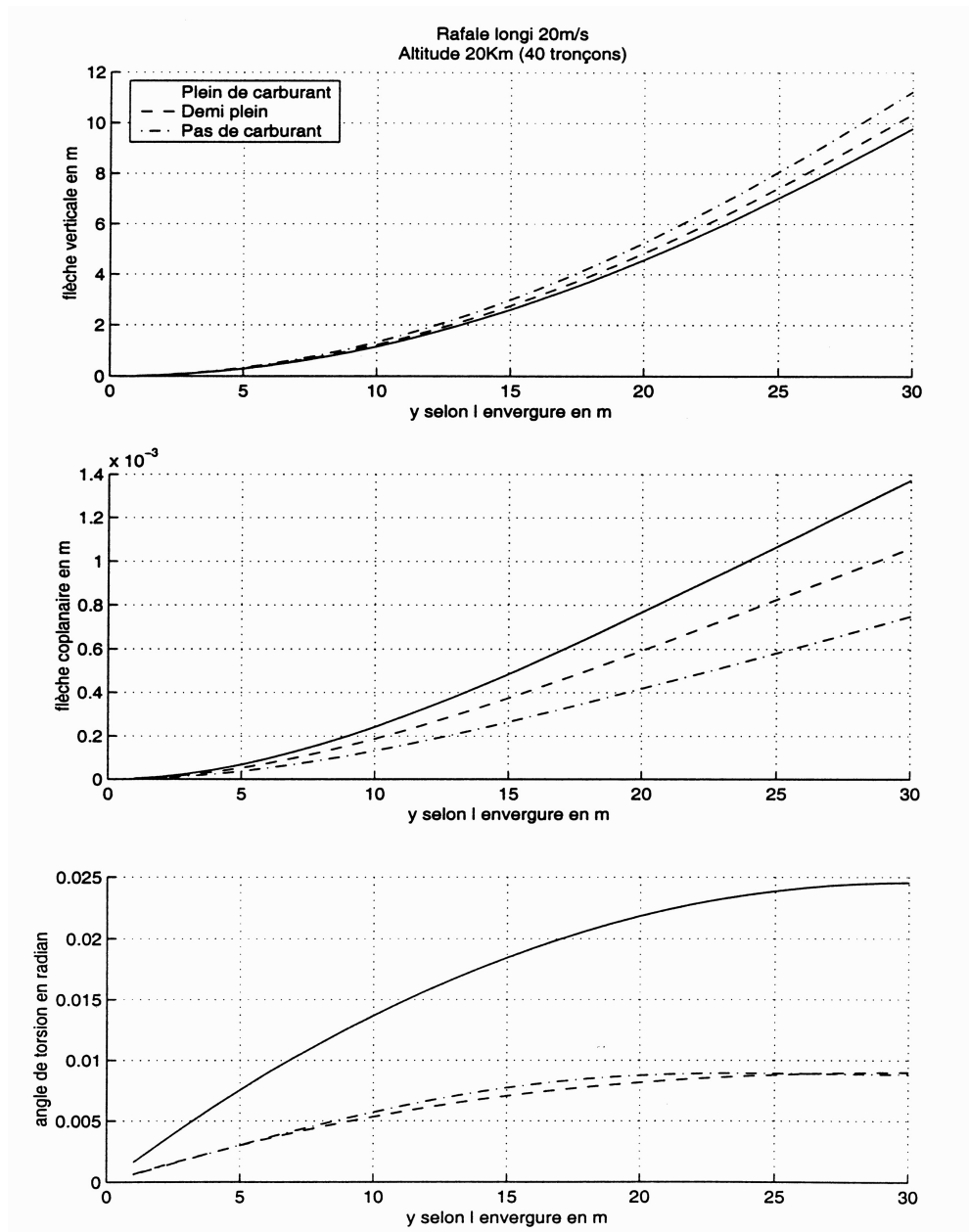


FIG. 5.9: Exemple de déformation dynamique suite à une rafale sur Condor

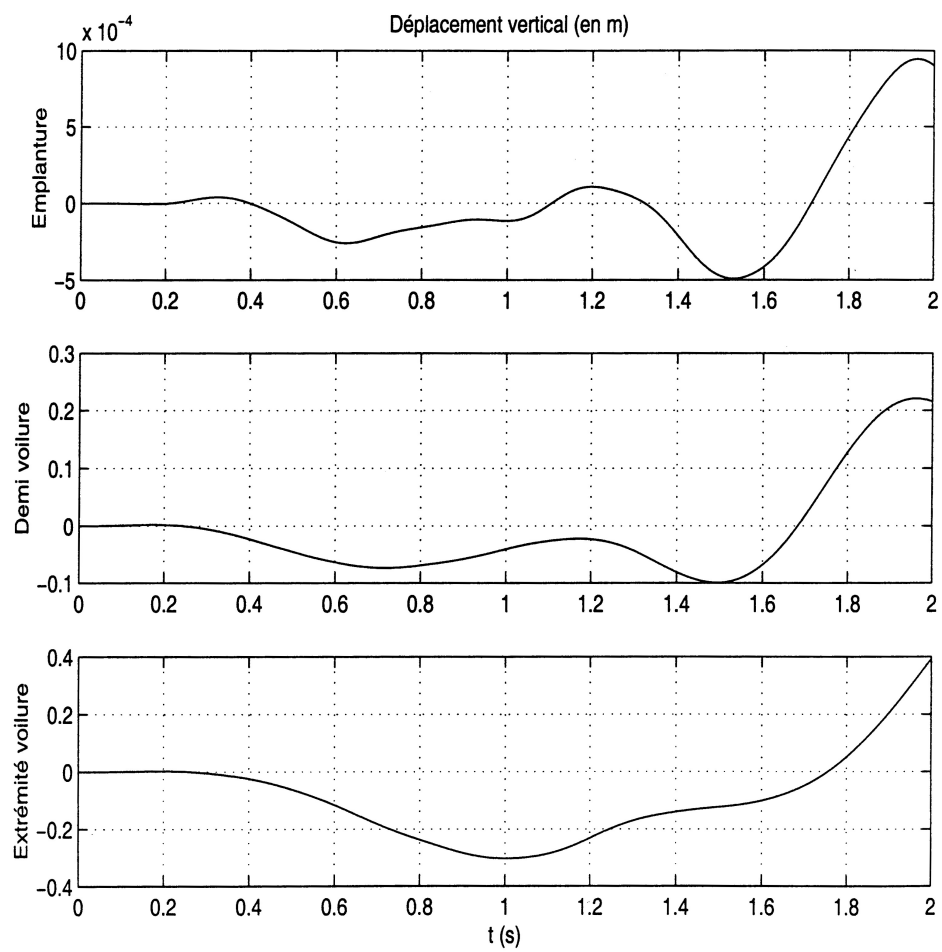


FIG. 5.10: Exemple de réponse à une rafale sur Condor

ANNEXE B

Each entry $y_i(t_k)$ of the vector $\mathbf{y}(t_k)$ is given by

$$y_i(t_k) = \sum_{i'} (\bar{a}_{ii'} + d_{ii'}(t_k)) s_{i'}(t_k) + \eta_i(t_k), \quad (5.17)$$

where $\bar{a}_{ii'}$ and $d_{ii'}(t_k)$ are the entries of matrices $\bar{\mathbf{A}}$ and $\mathbf{D}(t_k)$. While $s_{i'}(t_k)$ is an event of a random signal, assumed to be stationary and ergodic, $d_{ii'}(t_k)$ is a deterministic time dependent function. Due to the vibratory origin, $d_{ii'}(t_k)$ is periodic and its time averaging is null. The period is the same for all i, i' .

Using eq.(5.17), each entry r_{ij} of \mathbf{R}_y can be developed as

$$r_{ij} = \frac{1}{N_s} \sum_k \left[\sum_{i'} (\bar{a}_{ii'} + d_{ii'}(t_k)) s_{i'}(t_k) + \eta_i(t_k) \right] \left[\sum_{j'} (\bar{a}_{jj'} + d_{jj'}(t_k)) s_{j'}(t_k) + \eta_j(t_k) \right]^*$$

or

$$\begin{aligned} r_{ij} &= \frac{1}{N_s} \sum_{i'j'k} [(\bar{a}_{ii'} + d_{ii'}(t_k)) s_{i'}(t_k)] \\ &\quad [(\bar{a}_{jj'} + d_{jj'}(t_k)) s_{j'}(t_k)]^* \quad (a) \\ &+ \frac{1}{N_s} \sum_{i'k} [(\bar{a}_{ii'} + d_{ii'}(t_k)) s_{i'}(t_k)] \eta_j(t_k)^* \quad (b) \\ &+ \frac{1}{N_s} \sum_{j'k} \eta_i(t_k) [(\bar{a}_{jj'} + d_{jj'}(t_k)) s_{j'}(t_k)]^* \quad (c) \\ &+ \frac{1}{N_s} \sum_k \eta_i(t_k) \eta_j^*(t_k) \quad (d). \end{aligned} \quad (5.18)$$

Let us consider a particular element e of the sum in the term (5.18.a) of previous equation, for a given i' and j'

$$e = \frac{1}{N_s} \sum_k [(\bar{a}_{ii'} + d_{ii'}(t_k)) s_{i'}(t_k)] [(\bar{a}_{jj'} + d_{jj'}(t_k)) s_{j'}(t_k)]^*.$$

e can be split in

$$\begin{aligned} e &= \bar{a}_{ii'} \left[\frac{1}{N_s} \sum_k s_{i'}(t_k) s_{j'}^*(t_k) \right] \bar{a}_{jj'}^* \quad (a) \\ &+ \frac{1}{N_s} \sum_k d_{ii'}(t_k) s_{i'}(t_k) s_{j'}^*(t_k) d_{jj'}^*(t_k) \quad (b) \\ &+ \bar{a}_{ii'} \frac{1}{N_s} \sum_k s_{i'}(t_k) s_{j'}^*(t_k) d_{jj'}^*(t_k) \quad (c) \\ &+ \frac{1}{N_s} \sum_k [d_{ii'}(t_k) s_{i'}(t_k) s_{j'}^*(t_k)] \bar{a}_{jj'}^* \quad (d) \end{aligned} \quad (5.19)$$

Proposition : the entries $t_{ij}(N_s)$ of $\mathbf{T}(N_s) \rightarrow 0$ when $N_s \rightarrow \infty$

proof : the entries of $\mathbf{T}(N_s)$ are given by

$$t_{ij} = (5.18.b) + (5.18.c) + \sum_{i'j'} [(5.19.c) + (5.19.d)]$$

We consider the term (5.19.d) $= \bar{a}_{jj'}^* \frac{1}{N_s} \sum_{k=1}^{N_s} d_{ii'}(t_k) s_{i'}(t_k) s_{j'}^*(t_k)$. Assuming that a period $d_{jj'}(t_k)$ is described by n_p samples and that it exists N_p periods in the N_s samples corresponding to the observation time : $N_s = n_p N_p + n_r$ (where n_r , the remaining number of samples is always $< n_p$). Then the sum over the samples can be expressed by

$$\begin{aligned} (5.19.d) &= \\ &\frac{\bar{a}_{jj'}^*}{n_p} \sum_{k=1}^{n_p} d_{ii'}(t_k) \frac{1}{N_p + (n_r/n_p)} \sum_{l=0}^{N_p-1} s_{i'}(t_{l.n_p+k}) s_{j'}^*(t_{l.n_p+k}) \\ &+ \frac{\bar{a}_{jj'}^*}{N_s} \sum_{k=1}^{n_r} d_{ii'}(t_k) s_{i'}(t_k) s_{j'}^*(t_k) \end{aligned}$$

Because $d_{ii'}(t_k)$ is periodic and its temporal averaging is null, the previous equation reduces to

$$(5.19.d) = \frac{\bar{a}_{jj'}^*}{N_s} \sum_{k=1}^{n_r} d_{ii'}(t_k) s_{i'}(t_k) s_{j'}^*(t_k)$$

Because the signals (and the vibrations) amplitude are bounded, it exists an upper-bound of the modulus of this previous expression :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{N_s} \left| \sum_{k=1}^{n_r} d_{ii'}(t_k) s_{i'}(t_k) s_{j'}^*(t_k) \right| \\ & \leq \frac{n_r}{N_s} \max_{k \in \{1, \dots, n_r\}} |d_{ii'}(t_k) s_{i'}(t_k) s_{j'}^*(t_k)| < \infty \end{aligned}$$

because $n_r < n_p$, this last upper bound tends toward 0 when $N_s \rightarrow \infty$.

For the same reasons, the term (5.19.c) $\rightarrow 0$ when $N_s \rightarrow \infty$.

Taking in account the independence between sources and noises and their centering, similar developments show that

(5.18.b) and (5.18.c) $\rightarrow 0$ when $N_s \rightarrow \infty$.

■

Proposition : the entries of the matrix $\frac{1}{N_s} \sum_{k=1}^{N_s} D(t_k) s(t_k) s^H(t_k) D^H(t_k) < \infty$ when $N_s \rightarrow \infty$

Proof : the entries of such a matrix are given by $\sum_{i',j'} (5.19.b)$. As in the (5.19.d) expression, the periodic part of (5.19.b) can be isolated to obtain :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{N_s} \sum_{k=1}^{N_s} d_{ii'} d_{jj'}^*(t_k) s_{i'}(t_k) s_{j'}^*(t_k) = \\ & \left(\frac{1}{n_p} \sum_{k=1}^{n_p} d_{ii'}(t_k) d_{jj'}^*(t_k) \right) \\ & \quad \frac{1}{N_p + (n_r/n_p)} \sum_{l=0}^{N_p-1} s_{i'}(t_{l.n_p+k}) s_{j'}^*(t_{l.n_p+k}) \\ & + \frac{1}{N_s} \sum_{k=1}^{n_r} d_{ii'} d_{jj'}^*(t_k) s_{i'}(t_k) s_{j'}^*(t_k). \end{aligned}$$

While the last term tends to 0 for the same reasons than previously, the first term tends only toward a constant as it is shown after.

For a given k , the $s_{i'}(t_{l.n_p+k})$, $l = 0, \dots, N_p$ is a sub-series extracted from the $s_{i'}(t_l)$ $l = 1, \dots, N_s$ by under-sampling. We denote such a under-sampled signal $s_{i'}^p(t_l)$, $l = 0, \dots, N_p$. Assuming that the sub-series keeps the ergodicity and stationary properties from the original series, we have

$$\lim_{N_p \rightarrow \infty} \frac{1}{N_p + (n_r/n_p)} \sum_{l=0}^{N_p} s_{i'}(t_{l.n_p+k}) s_{j'}^*(t_{l.n_p+k}) = \mathbb{E} \{ s_{i'}^p s_{j'}^{p*} \}, \quad (5.20)$$

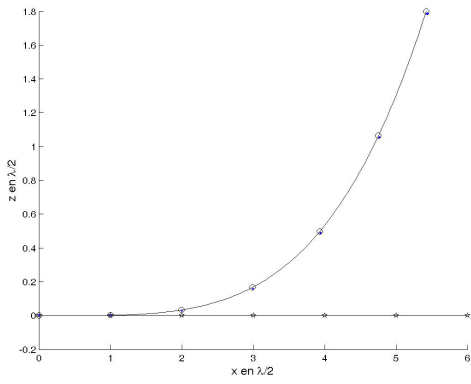
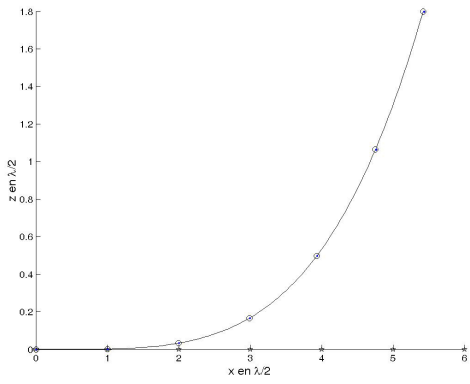
and then $\frac{1}{N_s} \sum_{k=1}^{N_s} d_{ii'} d_{jj'}^*(t_k) s_{i'}(t_k) s_{j'}^*(t_k)$ tends toward $\frac{1}{n_p} \sum_{k=1}^{n_p} d_{ii'}(t_k) d_{jj'}^*(t_k) \mathbb{E} \{ s_{i'}^p s_{j'}^{p*} \}$ when $N_s \rightarrow \infty$.

■

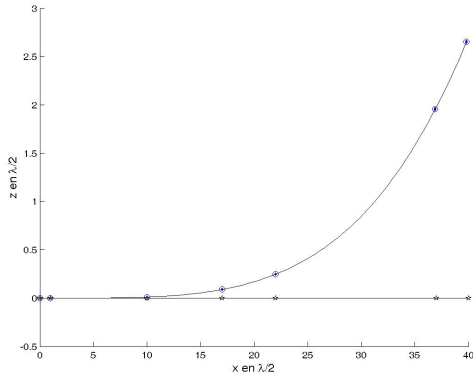
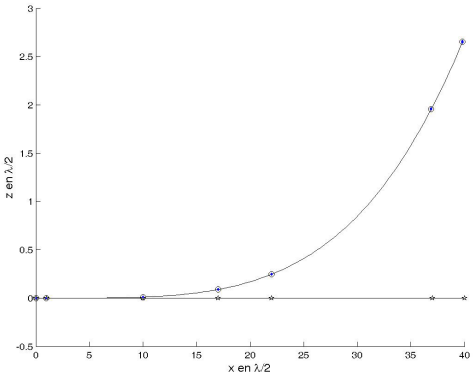
**ANNEXE C : COMPORTEMENT DE
L'AUTOCALIBRATION PAR MV QUAND ON
COMMET UNE ERREUR DE POSITION SUR LE
DEUXIÈME CAPTEUR**

Dans l'hypothèse où l'on ne disposerait d'aucune information supplémentaire (DOAs et position d'un deuxième capteur inconnue), on pourrait supposer que le deuxième capteur (c'est à dire le plus proche du fuselage après le capteur de référence) n'est que faiblement déformé. On utilisera alors sa position connue au repos afin de satisfaire au mieux les contraintes d'observabilités présentées au chapitre 2. Les résultats obtenus sont alors d'autant plus biaisés que l'antenne est déformée.

Influence de la connaissance de position du deuxième capteur

$[\lambda/2]$	Méconnaissance	Connaissance
Biais x	$1.81 \cdot 10^{-2}$	$1.44 \cdot 10^{-2}$
Biais z	$-1.21 \cdot 10^{-2}$	$-7.86 \cdot 10^{-4}$
σx	$4.19 \cdot 10^{-4}$	$4.17 \cdot 10^{-4}$
σz	$1.43 \cdot 10^{-4}$	$1.41 \cdot 10^{-4}$
500 essais		

TAB. 5.13: Comparaison du biais et de l'écart type de l'estimation du dernier capteur en fonction de la connaissance de la position du capteur 2, méthode MLL-SC sur une petite antenne (antenne 2).

$[\lambda/2]$	Méconnaissance	Connaissance
Biais x	$-3.6 \cdot 10^{-3}$	$-3.6 \cdot 10^{-3}$
Biais z	$2.9 \cdot 10^{-3}$	$3.1 \cdot 10^{-3}$
σx	$1.4 \cdot 10^{-3}$	$1.5 \cdot 10^{-3}$
σz	$1.8 \cdot 10^{-3}$	$1.8 \cdot 10^{-3}$
500 essais		

TAB. 5.14: Comparaison du biais et de l'écart type de l'estimation du dernier capteur en fonction de la connaissance de la position du capteur 2, méthode MLL-SC sur une grande antenne (antenne 3).

BIBLIOGRAPHIE

- [Ath01] F. ATHLEY : Optimization of element positions for direction finding with sparse arrays. *Proceedings of the 11th IEEE Signal processing workshop on statistical signal processing*, pp. 516–519, 2001.
- [BFP93] S. BOURENNANE, B. FAURE et P.GOUNON : Amélioration des performances en détection et localisation de sources en asm en utilisant la connaissance de la forme d’antenne. *Revue du Traitement du Signal*, Vol. 10, No. 5-6, pp. 377–381, 1993.
- [Dor78] CN. DORNY : A self-survey technique for self-cohering of antenna systems. *IEEE transactions on antennas and propagation*, Vol. 26, No. 6, pp. 877–881, 1978.
- [ESS94] A. ERIKSSON, P. STOICA et T. SÖDERSTRÖM : On-line subspace algorithms for tracking moving sources. *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 42, No. 9, pp. 2319–2330, 1994.
- [FB99] B. FLANAGAN et K. BELL : Array shape calibration with large sensor position errors. *Conference on Signals, Systems and Computers*, pp. 258–262, 1999.
- [FB00] B. FLANAGAN et K. BELL : Improved array self calibration with large sensor position errors for closely spaced sources. *Proceedings of the 2000 IEEE sensor array and multichannel signal processing workshop*, pp. 484–488, 2000.
- [FB01] B. FLANAGAN et K. BELL : Array shape calibration with large sensor position errors. *Signal Processing, Elsevier Science*, Vol. 81, pp. 2201–2214, 2001.
- [FL01] A. FLIELLER et P. LARZABAL : Etude des ambiguïtés d’une antenne lacunaire. *Antennes non standard : techniques et traitements*, pp. 39–45, 2001.
- [FL06] A. FERREOL et P. LARZABAL : On the asymptotic performance analysis of subspace doa estimation in the presence of modeling errors : case of music. *IEEE Transactions on signal processing*, Vol. 54, No. 3, pp. 907–920, 2006.
- [FM94] N. FISTAS et A. MANIKAS : A new general global array calibration method. *ICASSP Proceedings*, 1994.
- [Fri89] B. FRIEDLANDER : A sensitivity analysis of the music algorithm. *IEEE Transactions on acoustics, speech, and signal processing*, Vol. 38, No. 10, pp. 2811–2814, 1989.

- [FW88] M. FEDER et E. WEINSTEIN : Parameter estimation of superimposed signals using the em algorithm. *IEEE Transactions on acoustics, speech, and signal processing*, Vol. 36, No. 4, pp. 477–489, 1988.
- [FW94] B. FRIEDLANDER et A. WEISS : Effects of model errors on waveform estimation using the music algorithm. *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 42, No. 1, pp. 147–155, 1994.
- [GFB93] P. GOUNON, B. FAURE et S. BOURENNANE : Calibration d’une antenne linéaire par l’utilisation d’une source coopérante. *Revue du Traitement du Signal*, Vol. 10, No. 5-6, pp. 459–466, 1993.
- [Hei05] S. HEINZE : Aeroelastic concepts for flexible wing structures. Rapport technique, Aeronautical and Vehicle Engineering Royal Institute of Technology, Sweden, 2005.
- [JS05] C. JAUFFRET et A. SANTORI : Borne de cramèr-rao et algorithme expectation-maximisation. Rapport technique, Rapport Onera 63051/DA/LROC - GESSY 051222, 2005.
- [Kop] L. KOPP : *Détection et estimation en traitement d’antenne : applications, techniques de l’ingénieur*, te-5-26 édition.
- [KS02] S. KAY et S. SAHA : Design of sparse linear arrays by monte carlo importance sampling. *IEEE Journal of oceanic engineering*, Vol. 27, No. 4, pp. 1501–1507, 2002.
- [LD84] CH. LU et CN. DORNY : Ambiguity resolution in self-cohering arrays. *IEEE transactions on antennas and propagation*, Vol. 32, No. 8, pp. 830–835, 1984.
- [LD87] EA. LEE et CN. DORNY : A generalized self-survey technique for self-cohering of large arrays. *IEEE transactions on antennas and propagation*, Vol. 35, No. 5, pp. 496–503, 1987.
- [LST93] DA. LINEBARGER, IH. SUDBOROUGH et IG. TOLLIS : Difference bases and sparse sensor arrays. *IEEE Transactions on Information Theory*, Vol. 39, No. 2, pp. 716–721, 1993.
- [Mar93] S. MARCOS : Calibration of a distorted towed array using a propagation operator. *Journal of Acoustical Society of America*, Vol. 93, No. 4, pp. 1987–1994, 1993.
- [Mar98] S. MARCOS : *Les méthodes à Haute Résolution, Traitement d’antenne et analyse spectrale*, chapitre 11, Sensibilités des méthodes HR aux perturbations de modèle. Collection Traitement du Signal. Ouvrage collectif sous la direction de Sylvie Marcos - Hermes édition, 1998.
- [MD01] Y. MEURISSE et JP. DELMAS : Réseaux lacunaires mono et multi-dimensionnels. *Antennes non standard : techniques et traitements*, pp. 19–24, 2001.
- [MM89] S. MARCOS et J. MUNIER : Source localization using a distorted antenna. *IEEE International Conference on Acoustics Speech and Signal Processing*, 1989.

- [MM91a] A. MARSAL et S. MARCOS : Rapprochement de la méthode du propagateur et de music pour la localisation de sources. *Treizième colloque GRETSI*, 1991.
- [MM91b] A. MARSAL et S. MARCOS : Rapprochement de la méthode du propagateur et de music pour la localisation de sources. *In Treizième colloque GRETSI*, 1991.
- [MM93a] A. MARSAL et S. MARCOS : Comparaison de la méthode du propagateur et de la méthode de weiss-friedlander pour la calibration d'une antenne. *Revue du Traitement du Signal*, Vol. 10, No. 5-6, pp. 475–482, 1993.
- [MM93b] A. MARSAL et S. MARCOS : Solutions pour l'auto-calibration d'antennes remorquées de grande dimension. *Quatorzième colloque GRETSI*, 1993.
- [MMa93] A. MARSAL, S. MARCOS et AL. : La calibration d'antenne, classification des méthodes de calibration et d'autocalibration d'antenne. *Traitement du Signal*, Vol. 10, No. 5-6, pp. 443–457, 1993.
- [Mof68] AT. MOFFET : Minimum-redundancy linear arrays. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 16, No. 2, pp. 172–175, 1968.
- [MP98] A. MANIKAS et C. PROUKAKIS : Modeling and estimation of ambiguities in linear arrays. *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 46, No. 8, pp. 2166–2179, 1998.
- [NS96] BC. NG et CMS. SEE : Sensor array calibration using a maximum-likelihood approach. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 44, No. 6, pp. 827–835, 1996.
- [PB99] C. PENDARIES-BOURISSOU : *Performances d'un avion souple, application aux gnoptères HALEs*. Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure de l'Aéronautique et de l'Espace, 1999.
- [PJ] D. PILLON et C. JAUFFRET : *Trajectographie passive par mesure d'angle*, techniques de l'ingénieur édition. TE-6-705.
- [Pla00] L. PLANCKAERT : Etude des déformations en vol d'un drone de type hale. Rapport technique, ONERA/DCSD/QSV, 2000.
- [QLZ03] L. QIONG, G. LONG et Y. ZHONGFU : An overview of self-calibration in sensor array processing. *IEEE Transactions*, pp. 279–282, 2003.
- [RS87] Y. ROCKAH et P.M. SCHULTHEISS : Array shape calibration using sources in unknown locations - part 1 : Far-field sources. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, Vol. 35, pp. 286–299, 1987.
- [SCB⁺07] A. SANTORI, G. CHABRIEL, J. BARRÈRE, C. JAUFFRET et D. MEDYNSKI : A modulus compensation algorithm for shape self-calibration of paired sensors based antennas. *In IEEE Aerospace Conference*, 2007.
- [SK92] AL. SWINDLEHURST et T. KAILATH : A performance analysis of subspace-based methods in the presence of model errors, part1 : The music algorithm. *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 40, No. 7, pp. 1758–1774, 1992.

- [SM95] J. SANCHEZ et S. MARCOS : Etude comparative des méthodes du propagateur et swede pour la poursuite de sources mobiles. *In quinzième colloque GRETSI*, 1995.
- [SvTK⁺07] H. SCHIPPERS, JH van TONGEREN, P. KNOTT, T. DELOUES, P. LACOMME et M.R. SCHERBARTH : Vibrating antennas and compensation techniques ressearch in nato/rto/set 087/rtg 50. *IEEE Aerospace Conference*, 2007.
- [TSHL90] L. TONG, VC. SOON, YF. HUANG et R. LIU : Amuse : a new blind identification algorithm. *IEEE International Symposium on Circuits and Systems*, Vol. 3, pp. 1784–1787, 1990.
- [VB94] T. VOHY et L. BUCHANIEK : Aile souple -identification de la base modale-mesure des déformées statiques et dynamiques en soufflerie. Rapport technique, ONERA-Institut Mécanique des Fluides de Lille, 1994.
- [vdVP96] van der VEEN et A. PAULRAJ : An analytical constant modulus algorithm. *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 44, pp. 1136–1155, 1996.
- [vSvF90] MC. van SCHOOR et AH. von FLOTOW : Aeroelastic characteristics of a highly flexible aircraft. *Journal of Aircraft*, Vol. 27, pp. 901–908, 1990.
- [WF89] A. WEISS et B. FRIEDLANDER : Array shape calibration using sources in unknown locations - a maximum likelihood approach-. *IEEE Transactions on acoustics, speech, and signal processing*, Vol. 37, No. 2, 1989.
- [WF94] A. WEISS et B. FRIEDLANDER : Effects of modeling errors on the resolution threshold of the music algorithm. *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 42, No. 6, pp. 1519–1526, 1994.
- [WF96a] A. WEISS et B. FRIEDLANDER : "almost blind" steering vector estimation using second order moments. *IEEE Transactions on signal processing*, Vol. 44, No. 4, pp. 1024–1027, 1996.
- [WF96b] A. WEISS et B. FRIEDLANDER : Array processing using joint diagonalization. *Signal Processing, Elsevier Science*, Vol. 50, pp. 205–222, 1996.
- [WWL88] A. WEISS, AS. WILLSKY et BC. LEVY : Maximum likelihood array processing for the estimation of superimposed signals. *Proceedings IEEE*, Vol. 76, No. 2, pp. 203–205, 1988.

TABLE DES FIGURES

1.1	Représentation de vecteurs directeurs des sources et des vecteurs positions.	16
1.2	Zones disponibles pour insérer des capteurs sur BUSARD.	21
1.3	Deux types de déformée : statique et dynamique	22
1.4	Eta en vol, mise en évidence de la courbure de l'aile.	22
1.5	Stemme S10 VT en vol, mise en évidence de la courbure de l'aile.	23
1.6	Approximation de l'amplitude de la déformée statique, image du groupe OTAN	24
2.1	Indéterminations de position liées aux rotations de phases	48
2.2	Cas particulier où la source de direction θ_1 n'élimine pas d'indéterminations	48
2.3	Bornes de Cramèr-Rao des directions d'arrivée pour les 4 antennes calibrées (o) et non calibrées (x).	53
2.4	Bornes de Cramèr-Rao en x et z du dernier capteur des 4 antennes.	54
2.5	Bornes de Cramèr-Rao en x et z des capteurs de l'antenne 2.	55
3.1	Résultat de la méthode d'autocalibration et convergence par MV pour l'antenne 2 sans bruit.	65
3.2	Résultat de la méthode d'autocalibration par MV pour l'antenne 2 (RSB=20dB).	66
4.1	Résultats de 500 essais d'autocalibration avec la méthode d'autocalibration par MV de l'antenne 3 fortement déformée initialisée avec MUSIC.	84
4.2	Résultats de 500 essais d'autocalibration avec la méthode MV/MUSIC-M de l'antenne 3 fortement déformée	88
4.3	Phénomène d'ambiguïtés de positions sur l'antenne 1.	90
4.4	Décomposition du vecteur position du capteur du réseau déformé par rapport au capteur au repos.	91
4.5	Résultats de 500 autocalibrations par une méthode de sous-espace/modules constants d'antennes fortement déformées, environnement bruité.	96
4.6	Résultats de 500 autocalibrations de grandes antennes fortement déformées, avec contraintes de déformations, environnement bruité.	98
4.7	Résultats de 500 autocalibrations de l'antenne 3 fortement déformée, avec contraintes de déformations, environnement bruité.	98

4.8	Résultats de 500 autocalibrations de l'antenne 4 fortement déformée, avec contraintes de déformations, environnement très bruité (5dB).	99
5.1	Antenne 4 simulée.	112
5.2	Pistage du capteur 7 antenne 3 pour différents RSB	115
5.3	Estimés à la fin de l'algorithme d'autocalibration de l'antenne 4 avec $N_s = 12000$, RSB= 20dB.	117
5.4	Estimés du dernier capteur à la fin de l'algorithme d'autocalibration de l'antenne 4 avec $N_s = 12000$, RSB= 20dB.	118
5.5	Estimés à la fin de l'algorithme d'autocalibration de l'antenne 4 avec $N_s = 72000$, RSB= 20dB.	119
5.6	Estimés du dernier capteur à la fin de l'algorithme d'autocalibration de l'antenne 4 avec $N_s = 72000$, RSB= 20dB.	120
5.7	Michelob Light Eagle à propulsion humaine.	134
5.8	Exemple de déformation statique sur Condor.	135
5.9	Exemple de déformation dynamique suite à une rafale sur Condor	136
5.10	Exemple de réponse à une rafale sur Condor	137

LISTE DES TABLEAUX

1.1	Implantations possibles d'antennes réseaux sur un aéronef	19
1.2	Modes de BUSARD réservoirs mi-pleins.	25
1.3	Coordonnées des capteurs pour les antennes réseaux tests au repos	27
1.4	Réseaux-test homogènes et leur diagramme d'antenne en fonction du ni- veau de déformation statique.	28
1.5	Réseaux-test lacunaires et leur diagramme d'antenne en fonction du ni- veau de déformation statique.	29
1.6	Réseaux-test faiblement déformés ($0.02\lambda/2$) et fonctions de directivité en considérant les positions au repos.	36
1.7	Réseaux-test déformés à $\lambda/2$ et fonctions de directivité en considérant les positions au repos.	37
1.8	Réseaux-test fortement déformés et fonctions de directivité en considé- rant les positions au repos.	38
2.1	Paramètres de calculs des BCR $-\theta-$ et $-x,z-$	53
3.1	Algorithme d'autocalibration par MV.	61
3.2	Paramètres de l'autocalibration pour des antennes faiblement déformées. .	64
3.3	Biais de l'estimation du dernier capteur de l'antenne 2 autocalibrée par MV en fonction du RSB.	66
3.4	Comparaison du biais et de l'écart type de l'estimation du dernier capteur pour chaque antenne faiblement déformée, méthode MV.	69
3.5	Algorithme de construction des matrices W et A	77
3.6	Paramètres de l'autocalibration par une méthode de sous-espace/modules constants pour des antennes faiblement déformées.	79
3.7	Comparaison du biais et de l'écart type de l'estimation du dernier capteur pour chaque antenne faiblement déformée, méthode de sous-espace/modules constants.	80
3.8	Comparaison du biais et de l'écart type de l'estimation du dernier cap- teur pour chaque antenne faiblement déformée, relativement aux valeurs réelles, méthode de sous-espace/modules constants.	81
4.1	Paramètres de la simulation.	87
4.2	Illustration de MUSIC et MUSIC-M	87

4.3	Comparaison du biais et de l'écart type de l'estimation du dernier capteur pour chaque antenne fortement déformée, méthode MV/MUSIC-M. . . .	89
4.4	Méthode d'autocalibration par une méthode de sous-espace/modules constants dans un environnement peu bruité (RSB=60dB $N_s=300$)	94
4.5	Méthode MV/MUSIC-M, environnement non bruité, pour les antennes 2 et 3.	95
5.1	Algorithme directe d'autocalibration de positions de capteurs de grande antenne déformable.	108
5.2	Algorithme itératif adaptatif d'autocalibration de positions de capteurs de grande antenne déformable.	110
5.3	Paramètres des simulations - Antenne 4 vibrante et déformée -	111
5.4	Pourcentage de réussite de l'étape 1 pour l'antenne 4 en fonction du nombre d'échantillons et du rapport signal à bruit.	113
5.5	Pourcentage de réussite de l'étape 1 pour l'antenne 3 en fonction du nombre d'échantillons et du rapport signal à bruit.	114
5.6	Pourcentage de réussite à l'étape 1 en fonction de l'amplitude de la vibration pour l'antenne 3.	114
5.7	Paramètres des simulations - Antenne 4 vibrante et déformée -	116
5.8	Biais et écarts type des estimés à la fin des deux étapes.	121
5.9	Paramètres de la simulation - Autocalibration d'une antenne de 5 capteurs bi-bandes -	122
5.10	Performances de 200 estimations du cinquième et dernier capteur d'une antenne bi-bande.	123
5.11	Comparaison des BCR du dernier capteur de l'antenne 3 dans le cas mono-bande et bi-bande, pour des DDA connues.	124
5.12	Comparaison des performances de 500 estimations du dernier capteur de l'antenne 3 dans le cas mono-bande et bi-bandes.	124
5.13	Comparaison du biais et de l'écart type de l'estimation du dernier capteur en fonction de la connaissance de la position du capteur 2, méthode MLL-SC sur une petite antenne (antenne 2).	144
5.14	Comparaison du biais et de l'écart type de l'estimation du dernier capteur en fonction de la connaissance de la position du capteur 2, méthode MLL-SC sur une grande antenne (antenne 3).	145

RÉSUMÉ

AUTOCALIBRATION D'ANTENNE VIBRANTE OU DEFORMEE

L'autocalibration des positions des capteurs formant une grande antenne réseau aéroportée s'appuie sur les enregistrements de sources d'opportunité de directions d'arrivée inconnues, bande-étroite, émettant simultanément sur une même fréquence porteuse. Ce problème non-observable peut le devenir localement si l'on dispose de suffisamment de sources d'opportunité ou d'un modèle de déformations de voilure. Une étude de deux approches de la littérature est proposée. La première, basée sur le principe du Maximum de Vraisemblance est itérative; la seconde, basée sur une méthode de sous-espace/modules constant (SEMC) identifie algébriquement la matrice de transfert du réseau. Leurs limites sont montrées quand le niveau de déformation est supérieur à une demi-longueur d'onde. Dans ce cas, des ambiguïtés de phase engendrent des positions erronées. Des solutions originales sont proposées pour estimer les positions des capteurs dans le cas de déformations statiques importantes. Trois sources d'opportunité et l'utilisation d'un modèle polynomial de déformation ou plus simplement des contraintes physiques couplées à une méthode de résolution des ambiguïtés de phase, permettent d'autocalibrer l'antenne. Enfin, pour autocalibrer une antenne vibrante grandement déformée une approche basée sur SEMC est proposée. Elle autorise la résolution des ambiguïtés de phase en intégrant suffisamment d'échantillons et permet ensuite de suivre l'antenne au cours des vibrations en utilisant un temps d'intégration plus court. Une extension pour des sources de fréquences porteuses différentes est finalement présentée.

Mots-Clés : Autocalibration, traitement d'antenne, grande antenne déformable, ambiguïtés de phases.

ABSTRACT

SELF-CALIBRATION OF A DISTORTED OR VIBRATING ANTENNA

The array shape selfcalibration of large airborne antennas process uses records from sources of opportunity with unknown directions, narrow-band, and same carrier frequency simultaneous emission. This non-observable problem may be solved locally with the use of sufficient number of sources or mechanical distortion models. Two approaches of self-calibration methods are studied. The first one, based on the criterion of Maximum Likelihood is iterative. The second one, based on the sub-space/constant modulus (SEMC) identifies algebraically the array response matrix. For both approaches, a limitation is reached once deformations become bigger than half the wavelength and phase ambiguities lead to false positions. For large distortions, solutions are proposed in order to self-calibrate the static bending. Selfcalibration can be done with only three sources of opportunity and the use of a polynomial deformation or simpler physical constraints coupled with a method of phase ambiguities solving. Finally, to self-calibrate a large distorted and vibrating antenna a new approach based on SEMC is suggested. Phase ambiguities are solved using a long integration time and then the track of the array shape during the vibration is possible by using shorter integration times. An extension for sources of different wavelength is proposed too.

Key-words : self-calibration, antenna processing, large distorted antenna, phase ambiguities.