

2 TABLE DES MATIÈRES

1	Remerciements	4
2	Table des matières.....	5
3	Liste des figures	7
4	Liste des tableaux	11
5	Introduction	15
6	Chapitre 1 : Interactions neutron-matière – Mesures dosimétriques	21
6.1	Processus nucléaires dans un réacteur	21
6.1.1	Interactions des neutrons avec la matière	21
6.1.2	Fragilisation des matériaux sous irradiation neutronique	24
6.2	Mesures dosimétriques/Dosimètres usuels.....	28
6.3	Méthode de détermination de la fluence neutronique	32
7	Chapitre 2 : Codes de calcul utilisés	37
7.1	Transport neutronique	38
7.1.1	Grandeurs physiques de base	39
7.1.2	Équation de Boltzmann.....	40
7.1.3	Résolution de l'équation de transport.....	45
7.2	Le code de calcul APOLLO3®	50
7.3	Le code de calcul TRIPOLI-4®	52
7.4	Données nucléaires	54
8	Chapitre 3 : Étude de convergence des sources neutroniques en périphérie d'un cœur	57
8.1	Formalisme mathématique	58
8.2	Application à un réacteur plaque	58
8.2.1	Cas avec condition de fuite	59
8.2.2	Réacteur plaque avec albédo	68
8.3	Conclusion.....	73
9	Chapitre 4 : Détermination des sources neutroniques d'une maquette critique à l'aide du code déterministe APOLLO3®	75
9.1	Maquette critique EOLE	76
9.2	Description de l'expérience FLUOLE2.....	77
9.3	Présentation du schéma de calcul en 2 étapes	79
9.4	Calcul des sections efficaces autoprotégées pour le modèle FLUOLE2	81
9.4.1	Objectif.....	81
9.4.2	Calcul de référence TRIPOLI-4®	81
9.4.3	Calcul APOLLO3® réseau 2D.....	83
9.4.4	Résultats obtenus et interprétation	88
9.5	Calcul du flux avec le solveur MINARET 3D.....	93
9.5.1	Modèle géométrique 3D.....	94
9.5.2	Résultat du calcul 3D	94
9.6	Discussion.....	99
10	Chapitre 5 : Développement d'une méthode de calcul de la fluence neutronique	101

10.1	Théorie utilisée dans la méthode de détermination de la fluence neutronique.....	103
10.2	Expression du flux de neutrons d'énergie supérieure à 1 MeV « mesuré » associé à un dosimètre donné.....	109
10.2.1	Variante 1 : Méthode sur tout le domaine énergétique.....	110
10.2.2	Variante 2 : Méthode des sous domaines énergétiques	112
10.3	La meilleure estimation R0	115
10.4	La matrice de covariance CVϕ1	116
10.4.1	Approche fondée sur l'utilisation d'une matrice intermédiaire	116
10.4.2	Approche directe (sans matrice intermédiaire)	120
10.5	Notion d'expérience numérique	121
11	Chapitre 6 : Application de la méthode de calcul de la fluence à un cas académique	127
11.1	Élaboration du modèle « REP académique »	127
11.2	Mise en place de l'expérience numérique.....	130
11.2.1	Simulation de référence.....	130
11.2.2	Simulations opérationnelles.....	130
11.2.3	Construction de la matrice de variance-covariance CVϕ1	130
11.2.4	Détermination de la meilleure estimation du flux des neutrons d'énergie supérieure à 1 MeV et de l'incertitude associée.....	143
11.2.5	Robustesse.....	152
11.2.6	Conclusion.....	156
12	Chapitre 7 : Généralisation à un historique d'irradiation quelconque.....	159
12.1	Généralisation de la méthodologie de remontée à la fluence neutronique	160
12.1.1	Application à un historique d'irradiation réaliste	161
12.1.2	Application sur un autre historique d'irradiation	162
12.1.3	Limites de cette méthode	162
13	Conclusions et perspectives.....	165
14	Références	169
15	Annexes	176
15.1	Détermination des poids.....	176
15.2	Calcul des coefficients de corrélation	176
15.3	Méthode de l'itération de la puissance	178
15.4	étude de la sensibilité de la fluence calculée aux différents paramètres d'entrée .	182
15.5	Tableaux des résultats des tests de robustesse pour tous les domaines d'énergie.....	186
15.5.1	Calcul de flux non perturbé.....	186
15.5.2	Altération de $5\sigma = 0,5$ cm de l'épaisseur du cloisonnement	187
15.5.3	Altération de $10\sigma = 1$ cm de l'épaisseur du cloisonnement.....	189
15.6	Représentativité du benchmark FLUOLE2	191

3 LISTE DES FIGURES

Figure 5-1 : Représentation d'un huitième du cœur d'un REP	15
Figure 6-1 : Les différents types d'interactions neutron-matière considérées dans la gamme d'énergie cinétique du neutron incident d'intérêt dans le référentiel du laboratoire : [0 MeV -20 MeV] ; ils sont classés en deux catégories : absorption et diffusion. La fission et les réactions (n, xn) produisent des neutrons.....	22
Figure 6-2 : Fission nucléaire et réaction en chaîne [7].....	22
Figure 6-3 : Diffusions élastique et inélastique des neutrons.....	23
Figure 6-4 : Représentation de la section efficace de capture radiative de l'Uranium 238 (évaluation JEFF-3.1.1) et des flux de neutrons représentatifs d'un Réacteur à Neutrons Rapides (RNR) refroidi au sodium (courbe rouge) ou d'un Réacteur à Eau sous Pression (REP) [courbe bleue]. Les trois grands domaines de variation en énergie de la section efficace – « résonances résolues », « résonances non résolues » et « continuum » – sont représentés ainsi que les domaines d'énergie spectraux : « thermique », « épithermique » et « rapide ». (d'après [7], p. 23)	23
Figure 6-5 : Exemples de spectres des neutrons émis par fission induite par un neutron sur les nucléides uranium 235, uranium 238, plutonium 239 et plutonium 241 [8].....	24
Figure 6-6 : Formation d'une « paire de Frenkel ». « Défauts ponctuels » engendrés dans un matériau par un neutron ; ce neutron produit donc une cascade de déplacements d'atomes dont certains reviennent dans leur position initiale et d'autres non ; les cascades de déplacements d'atomes sont des phénomènes complexes se déroulant sur des échelles de temps très courtes, de l'ordre de la picoseconde (10 – 12 s) [10].....	25
Figure 6-7 : Évolution de la courbe de transition ductile/fragile sous irradiation [11]	26
Figure 6-8 : Modélisation d'un quart de réacteur à eau sous pression – Emplacement des capsules comportant les éprouvettes en métal et les dosimètres utilisés pour remonter à la valeur de la fluence neutronique [12]	27
Figure 6-9 : Exemples de dosimètres en forme de disque [15]	28
Figure 6-10 : Exemple de spectre γ pour un dosimètre cobalt montrant les raies caractéristiques du ^{60}Co à 1,173 et 1,332 MeV [18]	30
Figure 6-11 : Distribution typique en énergie des neutrons sources arrivant sur les capsules de dosimétrie (deux positions différentes) et la face interne de cuve dans un REP [12].....	33
Figure 7-1 : Courbe caractéristique [7]	44
Figure 7-2 : Voies de calcul du transport des neutrons dans la matière : déterministes et probabilistes. En règle générale, la résolution de l'équation de transport par une méthode déterministe est beaucoup plus rapide en temps de calcul que par une méthode probabiliste Monte-Carlo.....	45
Figure 7-3 : Phénomène d'autoprotection pour la résonnance à l'énergie 6,67 eV pour l'uranium 238 [7].....	48
Figure 7-4 : Trajectoire utilisée dans la méthode des caractéristiques [7]	52

Figure 8-1 : Représentation du réacteur plaque ; il est infini selon les deux autres dimensions y et z . Une source initiale de neutrons est placée en position médiane à l'abscisse $x = 0$	59
Figure 8-2 : Flux de neutrons ($\text{neutrons.cm}^{-2}.\text{s}^{-1}$) en fonction du nombre d'itérations (échelle logarithmique) à 1 cm de la surface de fuite : $x = \pm 19 \text{ cm}$. En vert, la valeur du mode fondamental vers laquelle tend le flux de neutrons calculé par la méthode de la puissance itérée.....	63
Figure 8-3 : Flux de neutrons ($\text{neutrons.cm}^{-2}.\text{s}^{-1}$) en fonction du nombre d'itérations (échelle logarithmique) à 1 cm de la surface de fuite : $x = \pm 76,025 \text{ cm}$. En vert, la valeur du mode fondamental vers laquelle tend le flux de neutrons calculé par la méthode de la puissance itérée.....	65
Figure 8-4 : Nombre d'itérations, n , nécessaire relatif à la valeur $\epsilon = 10^{-2}$ du critère de convergence en fonction de la position x du point de calcul du flux de neutrons..	66
Figure 8-5 : Cas d'une source de neutrons initiale en Dirac placée en position médiane dans la plaque fissile. Flux de neutrons ($\text{neutrons.cm}^{-2}.\text{s}^{-1}$) en fonction du nombre d'itérations (échelle logarithmique) à 1 cm de la surface de fuite : $x = \pm 76,025 \text{ cm}$. En vert, la valeur du mode fondamental vers laquelle tend le flux de neutrons calculé par la méthode de la puissance itérée.....	67
Figure 8-6 : Nombre d'itérations, n , nécessaire relatif à la valeur $\epsilon = 10^{-2}$ du critère de convergence en fonction de la position x du point de calcul du flux de neutrons..	68
Figure 8-7 : Représentation des courbes $f\gamma = \cotg(\gamma a_2)$ et $f\gamma = \delta\gamma$	71
Figure 8-8 : Flux de neutrons ($\text{neutrons.cm}^{-2}.\text{s}^{-1}$) en fonction du nombre d'itérations (échelle logarithmique) à 1 cm de la surface de fuite : $x = \pm 22,4 \text{ cm}$. En vert, la valeur du mode fondamental vers laquelle tend le flux de neutrons calculé par la méthode de la puissance itérée.....	72
Figure 8-9 : Effet de l'ajout d'un réflecteur sur le flux neutronique	73
Figure 9-1 : Maquette critique EOLE.....	76
Figure 9-2 : Modélisation TRIPOLI-4® de FLUOLE2	78
Figure 9-3 : Vue schématique du cœur de FLUOLE2 en configuration MOX face cuve	78
Figure 9-4 : Les différentes échelles de modélisation dans les calculs de neutroniques déterministes [55].	80
Figure 9-5 : Modélisation simplifiée utilisée pour le calcul TRIPOLI4®	82
Figure 9-6 : Modélisation des surfaces de réflexion.....	83
Figure 9-7 : Motif d'autoprotection des cellules UOX et MOX.....	84
Figure 9-8 : Motif d'autoprotection du cloisonnement	85
Figure 9-9 : Maillage raffiné d'une cellule combustible.....	86
Figure 9-10 : Écarts relatifs (en %) obtenus en comparant les taux de fission calculés à l'aide des codes APOLLO3® et TRIPOLI-4® (taux de fission TRIPOLI-4® convergés à moins de 0,2 %)	87
Figure 9-11 : Écarts relatifs (en %) obtenus en comparant les taux de fission calculés à l'aide des codes APOLLO3® et TRIPOLI-4® (taux de fission TRIPOLI-4® convergés à moins de 0,2 %)	89
Figure 9-12 : Écarts relatifs (en %) obtenus en comparant les taux de fission calculés à l'aide du code TRIPOLI-4® et les valeurs mesurées (taux de fission TRIPOLI-4® convergés à moins 0,2 %)	90

Liste des figures

Figure 9-13 : Écarts relatifs (en %) obtenus en comparant les taux de fission calculés à l'aide du code APOLLO3® et les valeurs mesurées.....	91
Figure 9-14 : Écarts relatifs (en %) obtenus en comparant les taux d'absorption calculés à l'aide des codes APOLLO3® et TRIPOLI4® (taux d'absorption TRIPOLI-4® convergés à moins de 0,2 %).....	92
Figure 9-15 : Plan radial de la géométrie d'homogénéisation cellule par cellule utilisée pour condenser les sections efficaces pour le calcul cœur.....	93
Figure 9-16 : traverse 1D utilisée pour obtenir les sections efficaces des plaques de matériaux homogénisés	94
Figure 9-17 : Écarts relatifs (en %) de la puissance calculée pour des mailles axiales du cœur de 4 cm d'épaisseur par les codes APOLLO3® et TRIPOLI-4®	95
Figure 9-18 : Écarts relatifs (en %) obtenus en comparant les taux de fission calculés à l'aide des codes APOLLO3® et TRIPOLI-4® entre les hauteurs $z = 40\text{ cm}$ et $z = 50\text{ cm}$	96
Figure 9-19 : Écarts relatifs (en %) obtenus en comparant les taux de fission calculés à l'aide des codes APOLLO3® et TRIPOLI-4® entre les hauteurs $z = 70\text{ cm}$ et $z = 80\text{ cm}$. (taux de fission TRIPOLI-4® convergés à moins de 0,2 %)	97
Figure 9-20 : Écarts relatifs (en %) obtenus en comparant les taux d'absorption calculés à l'aide des codes APOLLO3® et TRIPOLI-4® entre les hauteurs $z = 40$ et $z = 50\text{ cm}$ (taux d'absorption TRIPOLI4® convergés à moins de 0,2 %)	98
Figure 10-1 : Domaines d'énergie respectifs des dosimètres utilisés pour déterminer la fluence neutronique d'énergie supérieure à 1 MeV	104
Figure 11-1 : A gauche, vue en coupe d'un quart du modèle simplifié construit avec TRIPOLI-4® et à droite, vu d'un huitième d'un REP.	128
Figure 11-2 : Spectres neutroniques obtenus (échelle logarithmique pour l'énergie) dans le cas d'un REP et de celui du modèle académique.....	129
Figure 11-3 : Comparaison des spectres neutroniques calculés avec un REP et le modèle académique	129
Figure 11-4 : Différentes étapes nécessaires à l'obtention de la sous-matrice χc .131	
Figure 11-5 : Échantillonnage d'un paramètre par une distribution gaussienne en fonction du nombre de tirages.....	134
Figure 11-6 : Représentation discrète d'une gaussienne obtenue à l'aide de tables de probabilité.....	134
Figure 11-7 : Pour un paramètre incertain (épaisseur cloisonnement), comparaison des histogrammes du flux de neutrons d'énergie supérieure à 1 MeV calculé par échantillonnage de la distribution gaussienne continue et par les tables de probabilité.....	140
Figure 11-8 : Comparaison des histogrammes du flux de neutrons d'énergie supérieure à 1 MeV calculé par échantillonnage de la distribution gaussienne continue et par les tables de probabilité dans le cas de la prise en compte des quatre paramètres incertains du Tableau 11-1.....	141
Figure 11-9 : Sous-matrice χm présentant les incertitudes sur les dosimètres expérimentaux (dans l'ordre Fe, Ni, Co, Cu, U, Nb, Np).....	142
Figure 11-10 : Comparaison des spectres neutroniques entre la configuration perturbée (augmentation de l'épaisseur du cloisonnement d' 1 cm) et la configuration de référence du « REP académique », en fonction de l'énergie des	

Liste des figures

neutrons (en échelle logarithmique)	154
Figure 11-11 : Amplitude des écarts des spectres neutroniques entre la configuration perturbée (augmentation de l'épaisseur du cloisonnement d' 1 cm) et la configuration de référence du « REP académique », en fonction de l'énergie des neutrons (en échelle logarithmique).	154
Figure 12-1 : Différents historiques d'irradiation.....	163

4 LISTE DES TABLEAUX

Tableau 6-1 : Caractéristiques des principaux dosimètres utilisés dans la dosimétrie en réacteur [15]. TH : domaine d'énergie thermique, EPI : domaine d'énergie épithermique.....	29
Tableau 9-1 : Valeurs de k_{eff} obtenues pour la configuration FLUOLE2 à l'aide du solveur MOC d'APOLLO3® et du calcul de référence TRIPOLI-4®	88
Tableau 9-2 : valeurs du k_{eff} obtenus pour la configuration FLUOLE2 3D à l'aide du solveur MINARET d'APOLLO3® et du calcul de référence TRIPOLI-4®	95
Tableau 10-1 : Dosimètres utilisés pour déterminer la fluence neutronique d'énergie supérieure à 1 MeV	104
Tableau 10-2 : Dosimètres contribuant au flux de neutrons pour les groupes d'énergie supérieure à 1 MeV	112
Tableau 11-1 : Rapport entre le flux perturbé et le flux non perturbé au niveau des capsules avec le modèle académique en fonction de la perturbation sur les paramètres d'entrée.....	133
Tableau 11-2 : Table de probabilité pour une gaussienne $G(0,1)$ centrée de moyenne 0 et d'écart type 1	137
Tableau 11-3 : Table de probabilité relative à l'épaisseur du cloisonnement représentée par une gaussienne $G(\mu, \sigma)$ avec : $\mu = 2,86\text{ cm}$ (épaisseur moyenne) et $\sigma = 0,1\text{ cm}$	138
Tableau 11-4 : Table de probabilité relative à la masse volumique de l'eau froide représentée par une gaussienne $G(\mu, \sigma)$ avec $\mu = 0,750904\text{ g.cm}^{-3}$ (masse volumique moyenne) et $\sigma = 0,0022\text{ g.cm}^{-3}$	138
Tableau 11-5 : Table de probabilité pour l'eau chaude de paramètres $\mu = 0,725\text{ g.cm}^{-3}$ et $\sigma = 0,0022\text{ g.cm}^{-3}$	139
Tableau 11-6 : Table de probabilité relative à l'épaisseur de l'enveloppe représentée par une gaussienne $G(\mu, \sigma)$ avec $\mu = 5,15\text{ cm}$ (épaisseur moyenne) et $\sigma = 0,1155\text{ cm}$	139
Tableau 11-7 : Incertitudes expérimentales sur les dosimètres.....	142
Tableau 11-8 : Valeurs des poids associés à chaque dosimètre obtenues avec la méthode utilisant une matrice intermédiaire.	144
Tableau 11-9 : Valeurs du flux neutronique ($\text{neutrons.cm}^{-2}.s^{-1}$) obtenues par la méthode de la matrice intermédiaire ; comparaison au résultat de la simulation de référence.....	145
Tableau 11-10 : Valeurs des flux neutronique calculés par sous domaine en énergie avec la méthode utilisant une matrice intermédiaire.	145
Tableau 11-11 : Valeurs des poids associés à chaque dosimètre obtenues dans le cas de la suppression du dosimètre cobalt avec la méthode utilisant une matrice intermédiaire, le dosimètre cobalt étant retiré.....	146
Tableau 11-12 : Valeurs du flux neutronique ($\text{neutrons.cm}^{-2}.s^{-1}$) obtenues par la méthode de la matrice intermédiaire ; comparaison au résultat de la simulation de référence, le dosimètre cobalt étant retiré.....	146
Tableau 11-13 : Valeurs des flux neutroniques calculés par sous domaine en énergie	

avec la méthode utilisant une matrice intermédiaire, le dosimètre cobalt étant retiré.	147
.....
Tableau 11-14 : Valeurs des poids associés à chaque dosimètre obtenues par la méthode directe	148
Tableau 11-15 : Valeurs du flux neutronique ($\text{neutrons.cm}^{-2.\text{s}^{-1}}$) obtenues par la méthode directe ; comparaison au résultat de la simulation de référence.	149
Tableau 11-16 : Valeurs des flux neutronique calculés par sous domaine en énergie avec la méthode directe	149
Tableau 11-17 : Valeurs des poids associés à chaque dosimètre, obtenues par la méthode directe, le dosimètre cobalt étant retiré.....	150
Tableau 11-18 : Valeurs du flux neutronique ($\text{neutrons.cm}^{-2.\text{s}^{-1}}$) obtenues par la méthode directe ; comparaison au résultat de la simulation de référence, le dosimètre cobalt étant retiré.....	150
Tableau 11-19 : Valeurs des flux neutroniques calculés par sous domaine en énergie avec la méthode directe, le dosimètre cobalt étant retiré.....	151
Tableau 11-20 : Valeurs du flux neutronique ($\text{neutrons.cm}^{-2.\text{s}^{-1}}$) obtenues pour une perturbation de 0,5 cm du cloisonnement dans la configuration du « REP académique ». Comparaison avec la valeur du flux neutronique issue de la simulation de référence.	152
Tableau 11-21 : Valeurs du flux neutronique ($\text{neutrons.cm}^{-2.\text{s}^{-1}}$) obtenues pour une perturbation de 0,5 cm du cloisonnement dans la configuration du « REP académique ». Comparaison avec la valeur du flux neutronique issue de la simulation de référence. Cas avec retrait du dosimètre cobalt.....	153
Tableau 11-22 : Valeurs du flux neutronique ($\text{neutrons.cm}^{-2.\text{s}^{-1}}$) obtenues pour une perturbation de 1 cm du cloisonnement dans la configuration du « REP académique ». Comparaison avec la valeur du flux neutronique issue de la simulation de référence.	155
Tableau 11-23 : Valeurs du flux neutronique ($\text{neutrons.cm}^{-2.\text{s}^{-1}}$) obtenues pour une perturbation de 1 cm du cloisonnement dans la configuration du « REP académique ». Comparaison avec la valeur du flux neutronique issue de la simulation de référence. Cas avec retrait du dosimètre cobalt.....	155
Tableau 12-1 : Dosimètres couramment utilisés en réacteur.....	159
Tableau 12-2 : Durée des différents paliers de l'historique d'irradiation.....	161
Tableau 12-3 : Comparaison de la fluence obtenue sur le cas à 3 paliers identiques	161
Tableau 12-4 : Durée des différents paliers de l'historique d'irradiation.....	162
Tableau 12-5 : Comparaison de la fluence obtenue sur le cas à 3 paliers identiques	162
Tableau 15-1 : Étapes de la méthode d'itération de puissance.....	180
Tableau 15-2 : Poids de chaque dosimètre lors du calcul de la fluence pour différentes valeurs d'incertitudes imposées sur les taux de réaction calculés et mesurés	183
Tableau 15-3 : Fluence et son incertitude associée obtenues pour différentes valeurs d'incertitudes imposées sur les taux de réaction calculés et mesurés.....	183
Tableau 15-4 : Poids de chaque dosimètre lors du calcul de la fluence pour différentes valeurs d'écart C/M imposées	184

Liste des tableaux

Tableau 15-5 : Fluence et son incertitude associée obtenues pour différentes valeurs d'écart C/M imposées.....	184
Tableau 15-6 : Poids de chaque dosimètre lors du calcul de la fluence pour différentes valeurs d'incertitude sur le dosimètre cobalt.....	185
Tableau 15-7 : Fluence et son incertitude associée obtenues pour différentes valeurs d'incertitude sur le dosimètre cobalt	185
Tableau 15-8 : Simulation de référence, flux de neutrons intégrés en énergie ($\text{cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$).....	186
Tableau 15-9 : Test de robustesse pour le calcul de référence non perturbé appliqué sur les différents sous domaines en retirant le dosimètre cobalt.....	186
Tableau 15-10 : Valeurs des poids associés à chaque dosimètre obtenues par la méthode utilisant une matrice intermédiaire, pour $5\sigma = 0,5 \text{ cm}$ de perturbation..	187
Tableau 15-11 : Test de robustesse pour 5σ de perturbation sur le calcul de référence appliqué sur les différents sous domaines.....	187
Tableau 15-12 : Valeurs des poids associés à chaque dosimètre obtenues par la méthode utilisant une matrice intermédiaire, pour 5σ de perturbation, le dosimètre cobalt étant retiré.....	188
Tableau 15-13 : Test de robustesse pour 5σ de perturbation sur le calcul de référence appliqué sur les différents sous domaines, le dosimètre cobalt étant retiré.	188
Tableau 15-14 : Valeurs des poids associés à chaque dosimètre obtenues par la méthode utilisant une matrice intermédiaire, pour 10σ de perturbation	189
Tableau 15-15 : Test de robustesse pour 10σ de perturbation sur le calcul de référence appliqué sur les différents sous domaines	189
Tableau 15-16 : Valeurs des poids associés à chaque dosimètre obtenues par la méthode utilisant une matrice intermédiaire, pour 10σ de perturbation, le dosimètre cobalt étant retiré.....	190
Tableau 15-17 : Test de robustesse pour 10σ de perturbation sur le calcul de référence appliqué sur les différents sous domaines, le dosimètre cobalt étant retiré.	190
.....	

Liste des tableaux

5 INTRODUCTION

La production d'électricité par un réacteur à eau sous pression (REP) se fait en exploitant la chaleur libérée par la fission nucléaire des atomes, en particulier d'uranium 235, présents dans le combustible nucléaire. Celle-ci est cédée à de l'eau légère qui constitue le fluide caloporteur. La réaction de fission est le résultat de l'absorption d'un neutron par le noyau d'un atome de masse atomique élevée, ou « noyau lourd », tel que l'uranium 235 et le plutonium 239. Le noyau lourd devient par suite très instable et se fragmente généralement en deux noyaux atomiques plus légers appelés à devenir des produits de fission (le plus souvent radioactifs), suite à l'émission de neutrons et gamma prompts. Ce phénomène de fission induite par un neutron, dans le cas de l'uranium 235, libère en moyenne 200 MeV d'énergie et 2,4 nouveaux neutrons, capables à leur tour de provoquer une fission. Les neutrons émis lors de la fission ont en moyenne une énergie relativement élevée (environ 2 MeV) de sorte que dans un REP qui est un réacteur où les fissions sont préférentiellement induites par des neutrons thermiques, l'eau joue également un rôle de « modérateur », c'est-à-dire de ralentisseur des neutrons afin d'augmenter leurs chances de provoquer de nouvelles fissions.

Les neutrons sont produits au sein du combustible nucléaire réparti dans des assemblages/crayons combustibles dont l'ensemble forme le cœur du réacteur. Un « réflecteur » est disposé autour du cœur du réacteur dont la finalité est de réduire la proportion de neutrons qui s'en échappent. Malgré la présence de ce réflecteur, une partie des neutrons fuit hors du cœur et atteint les structures externes du réacteur, dont la cuve qui le contient comme l'illustre la Figure 5-1.

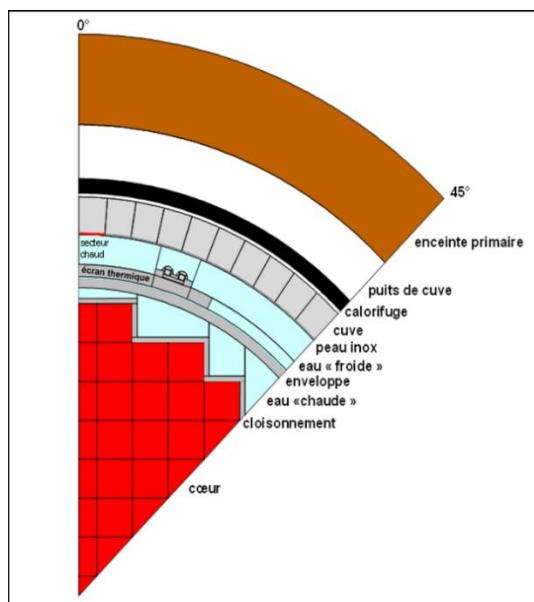


Figure 5-1 : Représentation d'un huitième du cœur d'un REP

L'irradiation de ces composants par les neutrons peut en changer la structure microscopique et dégrader leurs propriétés thermo-mécaniques. Du point de vue de la sûreté nucléaire, l'un des principaux enjeux réside dans la tenue de la cuve du réacteur face à l'irradiation neutronique. Par conséquent, il est nécessaire d'étudier l'évolution de la transition ductile/fragile de l'acier dont est faite la cuve d'un réacteur au fur et à mesure de son irradiation par les neutrons. Il a été établi que cette transition dépend de la fluence des neutrons d'énergie cinétique supérieure à 1 MeV reçue [1]. En France elle est ainsi retenue comme indicateur de dommages dans les aciers (voir le programme expérimental ESTEREL [1]). Il en résulte que cette fluence neutronique conditionne la durée de fonctionnement – ou durée de vie – du réacteur car la cuve est un élément non remplaçable du réacteur et qu'elle constitue la deuxième barrière de confinement de la matière radioactive.

Des programmes de surveillance de l'irradiation neutroniques sont donc mis en place pour évaluer en permanence l'intégrité tout particulièrement de la cuve du réacteur. L'un de leurs volets est la détermination de la fluence neutronique reçue par cette structure sachant que celle-ci est une grandeur physique non directement mesurable. C'est la raison pour laquelle un dispositif spécifique est employé, constitué de « capsules de surveillance » renfermant d'une part des « éprouvettes » métalliques provenant de la même coulée que la cuve, et d'autre part une substance activable par les neutrons que l'on désigne par le vocable de « dosimètre ». Pour des raisons pratiques ces capsules sont placées derrière l'enveloppe entre le cœur et la cuve (voir Figure 5-1) et non sur la cuve elle-même. Elles sont retirées au fur et à mesure du déroulement des périodes de maintenance et rechargement en combustible du cœur des réacteurs.

Les éprouvettes en acier sont utilisées pour réaliser des tests de résistance mécanique. Les dommages liés à l'irradiation neutronique sont quantifiés *via* la détermination de la variation de la « température de transition » entre les domaines d'état ductile et fragile du matériau considéré, notée RT_{NDT} pour “*Reference Temperature for Nil Ductility Transition*” ; celle-ci présente la propriété d'augmenter en fonction de l'irradiation neutronique. La ténacité du matériau est dépendante de l'irradiation reçue et par suite elle est fonction de la fluence neutronique, seuls les neutrons d'énergie supérieure à 1 MeV étant généralement considérés comme contribuant à l'endommagement de la cuve. Le décalage, ΔRT_{NDT} , de la température de la transition ductile/fragile ne doit pas dépasser une certaine valeur (de l'ordre de 70 à 80°C à titre indicatif), au-delà de laquelle le réacteur ne fonctionnerait plus dans les conditions de sûreté requises. Il est essentiel que l'état de la cuve demeure dans le domaine ductile sachant qu'en régime fragile, le refroidissement du réacteur deviendrait problématique en cas d'accident.

Il est également possible d'estimer la fluence de neutrons d'énergie supérieure à 1 MeV reçue en utilisant des dosimètres appropriés dont on mesure expérimentalement les activités et en ayant recours conjointement à des simulations numériques réalisées grâce à des codes de calcul.

On conçoit que l'incertitude sur l'estimation de la fluence conditionne les marges de sécurité permettant de rester en régime ductile et donc assurant le fonctionnement du réacteur en toute sécurité.

La valeur de fluence neutronique reçue par la face interne de la cuve se déduit de la valeur de la fluence neutronique estimée au niveau des capsules de la surveillance dosimétrique en appliquant un facteur dit « d'anticipation » obtenu par des simulations numériques de la propagation des neutrons à la fois au niveau des capsules et de la cuve [2].

Il est important de noter qu'une incertitude significative de quelques pourcents sur l'estimation de la fluence a pour conséquence de réduire la durée de vie du réacteur de plusieurs années ce qui, sur le plan économique, représente un coût conséquent et qui s'accompagne également d'une diminution des capacités de production d'électricité bas carbone.

Un rapport de l'OCDE/AEN publié en 1997 [3] présente les différentes approches de calcul adoptées pour le suivi de l'irradiation neutronique de la cuve des réacteurs à eau sous pression dans différents pays (Belgique, Corée du Sud, États-Unis, Finlande, France, Allemagne, Japon, Pays-Bas, Royaume-Uni, Suède, Suisse) [4] [5]. Les valeurs du rapport de la fluence neutronique calculée et de la fluence déduite des mesures qui y sont mentionnées peuvent atteindre 20 %. Les sources potentielles de ces écarts sont multiples, résultant notamment des incertitudes relatives :

- aux différents paramètres d'entrée pour les calculs : données nucléaires, données technologiques de modélisation, données sur l'historique de fonctionnement du réacteur, données de sources de neutrons...
- aux spécificités des méthodes numériques des codes de calcul utilisés : approximations diverses des codes déterministes, erreurs statistiques des codes de transport Monte-Carlo.
- aux mesures elles-mêmes.

La détermination de la fluence neutronique à partir d'un seuil énergétique fixé (1 MeV ou 0,1 MeV par exemple), repose généralement sur la reconstruction du spectre des neutrons, ajusté de telle sorte que les grandeurs dosimétriques calculées redonnent les valeurs mesurées de ces mêmes grandeurs. Ce spectre de neutrons est obtenu de manière discrétisée en groupes d'énergie (quelques dizaines de groupes d'énergie de 0 à 20 MeV) via des codes de calcul basés sur la méthode des moindres carrés (par exemple le code LEPRICON [6]).

Dans cette thèse on se propose de revisiter la problématique de la détermination d'une fluence neutronique irradiant une structure à partir de mesures dosimétriques. L'objectif visé est de contribuer à la vérification de la robustesse de méthodologies existantes et par suite au renforcement de leur capacité prédictive, et, pour le plus long terme, de poser les bases d'un schéma de calcul alternatif de la fluence neutronique.

En se plaçant dans le contexte des réacteurs nucléaires, le **premier chapitre** fait un rappel sur les processus physiques qui conduisent à l'endommagement des matériaux par les neutrons, puis donne un bref descriptif des mesures dosimétriques.

Le **chapitre 2**, après avoir exposé la définition des grandeurs physiques concernées et les formes de l'équation de transport auxquelles elles satisfont, précise les outils de calcul scientifiques utilisés pour simuler la propagation des neutrons dans la matière. Il s'agit notamment du code de transport déterministe APOLLO3® et du code de transport probabiliste Monte-Carlo TRIPOLI-4®, tous deux développés au CEA.

Nous nous sommes ensuite focalisés sur deux aspects faisant l'objet de deux parties « indépendantes » du travail présenté, bien que liés dans un remontage global visant à déterminer la fluence neutronique.

La première partie, qui couvre les chapitres 3 et 4, concerne la détermination de la nappe de puissance du cœur de réacteur, en s'intéressant plus particulièrement à la distribution des taux de fission en périphérie de cœur. En effet, ce sont les assemblages/crayons périphériques qui contribuent majoritairement, 80 %, à la fluence neutronique reçue par les structures *ex-core*.

Le **chapitre 3** rappelle le principe de la méthode numérique itérative mobilisée pour déterminer le facteur de multiplication des neutrons et la distribution de la source de neutrons dans le cœur. Une illustration de l'application de cette méthode en est faite sur un réacteur plaque homogène, unidimensionnel, sans et avec réflecteur. Elle permet de mettre en évidence la convergence plus lente du processus itératif en position périphérique comparativement à une position plus interne dans le cœur.

Le **chapitre 4** contribue à la validation du schéma de calcul déterministe, fondé sur l'utilisation de plusieurs solveurs (« Pij », « TDT-MOC », « MINARET ») de l'équation de transport du code APOLLO3®, de la nappe de puissance 3D d'un REP, en s'appuyant sur le benchmark expérimental FLUOLE2 et la mise œuvre du code de transport Monte-Carlo TRIPOLI-4®. L'une des difficultés de l'entreprise réside dans la modélisation de l'interface entre le cœur et les structures qui l'entourent.

Vis-à-vis de la problématique de la fluence neutronique, l'intérêt de cette première partie est d'une part de fournir un indicateur (relatif) de convergence du calcul des sources de neutrons en périphérie et d'autre part d'envisager à terme, pour des études paramétriques, un schéma de calcul de la fluence neutronique entièrement déterministe présentant l'avantage d'un temps d'exécution *a priori* significativement moindre que celui exigé par un schéma de calcul Monte-Carlo.

La deuxième grande partie de la thèse est consacrée à la détermination de la fluence des neutrons d'énergie supérieure à 1 MeV reçue par une structure irradiée. Elle est scindée en trois chapitres : chapitres 5, 6 et 7.

Le **chapitre 5** expose la méthodologie développée pour estimer la fluence reçue par

les structures et son incertitude associée. Cette méthodologie exploite un ensemble de résultats de mesures d'activité de dosimètres « bien choisis » pour suffisamment refléter le flux des neutrons reçus d'énergie supérieure à 1 MeV ainsi que des simulations Monte-Carlo du transport des neutrons permettant par le calcul d'accéder à ces mêmes activités. C'est à partir de ces couples d'activités mesurées et calculées pour les dosimètres choisis que la méthodologie décrite permet de déterminer la fluence neutronique cherchée. La prise en compte des incertitudes associées aux paramètres d'entrée des calculs de transport et aux mesures par l'introduction d'une matrice de variance-covariance conduit à investiguer deux voies calculatoires distinctes pour construire cette dernière, chacune d'elles présentant des avantages et des inconvénients.

Le **chapitre 6** applique la méthodologie exposée au chapitre précédent à une configuration de REP simplifiée dénommée « REP académique », représentative des milieux traversés (nature et épaisseur) par les neutrons dans un REP réel, afin de démontrer la faisabilité de sa mise en œuvre. Cet exercice repose sur l'élaboration d'une « expérience numérique » spécifique dont les principes sont préalablement énoncés. Sa réalisation aboutit à la meilleure estimation de la fluence neutronique recherchée et de l'incertitude associée. Une étude de sa robustesse est menée au sens de l'impact que peut avoir un biais de modélisation sur la valeur de la fluence neutronique.

Enfin, le **chapitre 7** vise à généraliser la méthodologie développée à plusieurs paliers d'irradiations afin de se rapprocher du mode de fonctionnement réel d'un réacteur. Les principes de cette extension « multi-paliers » sont posés, puis illustrés par une application numérique simple. Une analyse critique en montre les limitations.

La conclusion souligne les principaux résultats obtenus dans la présente thèse et suggère des pistes de R&D complémentaires visant à approfondir l'étude de faisabilité de la mise en œuvre de la méthodologie développée avec la prise en compte de paramètres additionnels à ceux, en nombre limité, ici considérés.

Introduction

6 CHAPITRE 1 : INTERACTIONS NEUTRON-MATIÈRE – MESURES DOSIMÉTRIQUES

Cette partie a pour but de présenter de manière synthétique la problématique de la détermination de la fluence neutronique reçue par les structures d'un réacteur nucléaire qui environnent le cœur. On rappelle en premier lieu quelques-unes des caractéristiques de l'interaction neutron-matière et des dommages qu'elle engendre dans les matériaux. On précise ensuite le lien qui est établi entre la fluence neutronique et la fragilisation du matériau irradié. On présente alors les grands principes qui guident la détermination de la fluence neutronique à partir de mesures dosimétriques *ex-core*.

6.1 PROCESSUS NUCLÉAIRES DANS UN RÉACTEUR

Le sujet traité nécessite de considérer les interactions auxquelles donnent lieu les neutrons dans deux types de milieux physiques différenciés : d'une part le cœur du réacteur, formé d'assemblages combustibles oxyde d'uranium et de plutonium le cas échéant, qui est un « milieu fissile » dans lequel les neutrons se multiplient, et d'autre part, les régions externes au cœur constituées de matières non fissiles. La connaissance des propriétés de ces interactions permet d'étudier le comportement spatio-énergétique de la population des neutrons aussi bien dans le cœur du réacteur que dans les différentes structures périphériques, dont la cuve qui le contient.

6.1.1 Interactions des neutrons avec la matière

Les neutrons, au cours de leurs trajets dans la matière entrent en collision avec des noyaux des atomes constitutifs des différents composants du réacteur. De telles collisions engendrent des réactions nucléaires de natures diverses comme l'illustrent les Figure 6-1, Figure 6-2 et Figure 6-3. La probabilité qu'un neutron interagisse avec un noyau atomique est décrite par la grandeur section efficace microscopique, notée σ , homogène à une surface et dont la sous-unité couramment employée en neutronique est le *barn*, $1 \text{ barn} = 10^{-24} \text{ cm}^2$. Selon la nature du noyau atomique et l'interaction concernée, la section efficace associée peut dépendre fortement de l'énergie du neutron incident, ce que montre la Figure 6-4. Dans le cadre de la physique des réacteurs, il est d'usage de distinguer trois domaines énergétiques : thermique, épithermique et rapide, dont les frontières hautes sont, pour fixer les idées, respectivement de l'ordre de 1 eV, 800 keV et 20 MeV telles qu'indiquées sur la Figure 6-4.

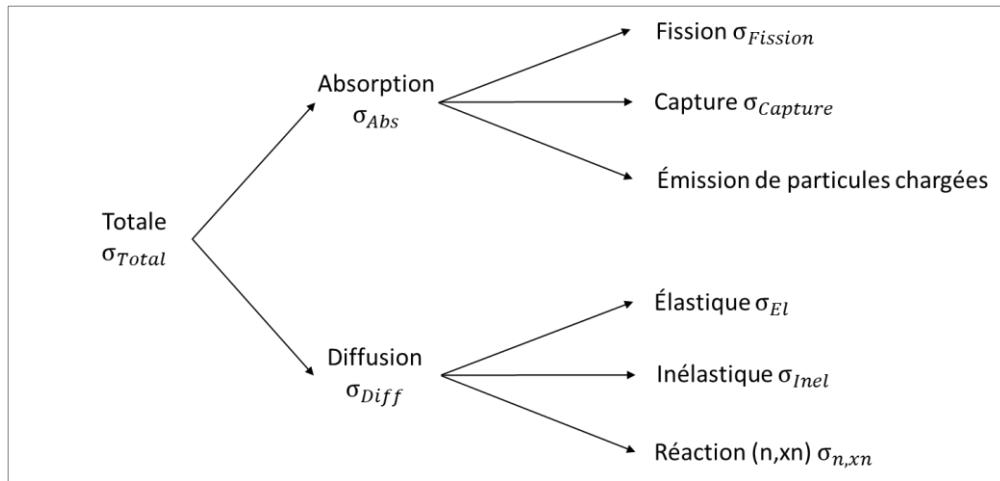


Figure 6-1 : Les différents types d'interactions neutron-matière considérées dans la gamme d'énergie cinétique du neutron incident d'intérêt dans le référentiel du laboratoire : [0 MeV - 20 MeV] ; ils sont classés en deux catégories : absorption et diffusion. La fission et les réactions (n, xn) produisent des neutrons.

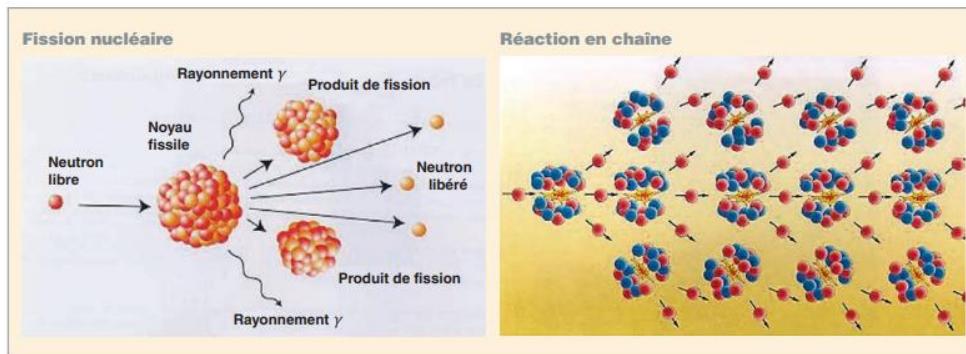


Figure 6-2 : Fission nucléaire et réaction en chaîne [7].

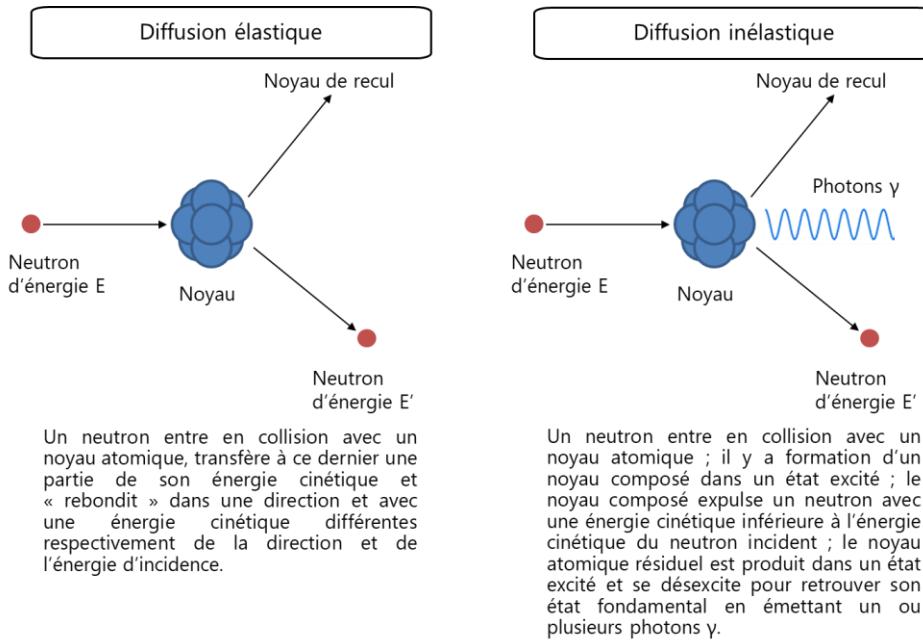


Figure 6-3 : Diffusions élastique et inélastique des neutrons.

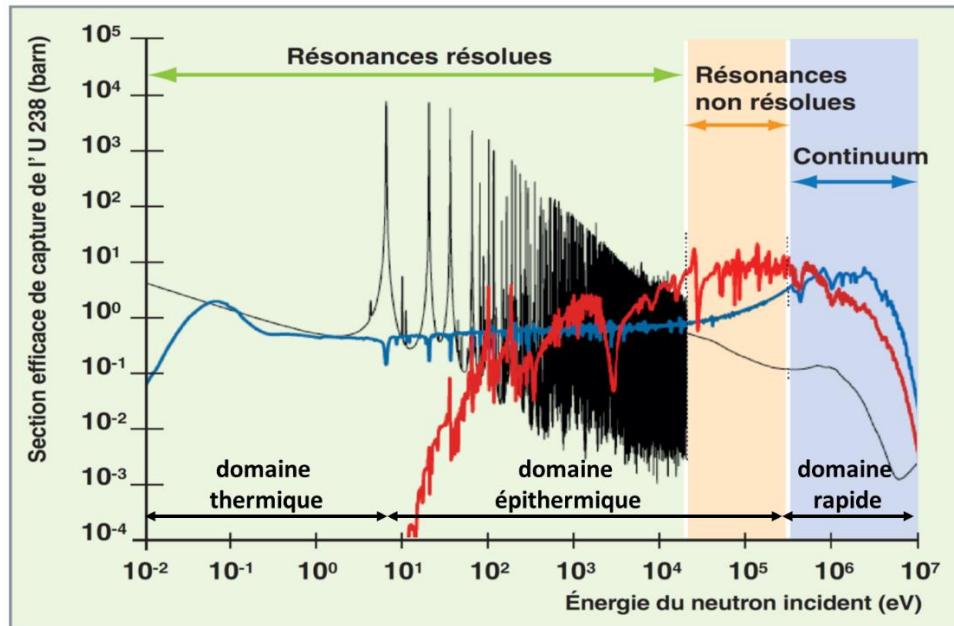


Figure 6-4 : Représentation de la section efficace de capture radiative de l'Uranium 238 (évaluation JEFF-3.1.1) et des flux de neutrons représentatifs d'un Réacteur à Neutrons Rapides (RNR) refroidi au sodium (courbe rouge) ou d'un Réacteur à Eau sous Pression (REP) [courbe bleue]. Les trois grands domaines de variation en énergie de la section efficace – « résonances résolues », « résonances non résolues » et « continuum » – sont représentés ainsi que les domaines d'énergie spectraux : « thermique », « épithermique » et « rapide ». (d'après [7], p. 23)

Les processus de diffusion élastique et inélastique sont déterminants pour suivre en espace, en direction et en énergie les neutrons au cours de leur propagation dans la matière. La fission joue un rôle central dans la caractérisation de la source des neutrons produits dans le combustible nucléaire et la production de nucléides résiduels radioactifs, les produits de fission. Dans le cas de la fission induite par un neutron sur un noyau ^{235}U , ce sont en moyenne 2,4 neutrons qui sont émis selon un spectre schématisé sur la Figure 6-5 et d'énergie cinétique moyenne de 2 MeV.

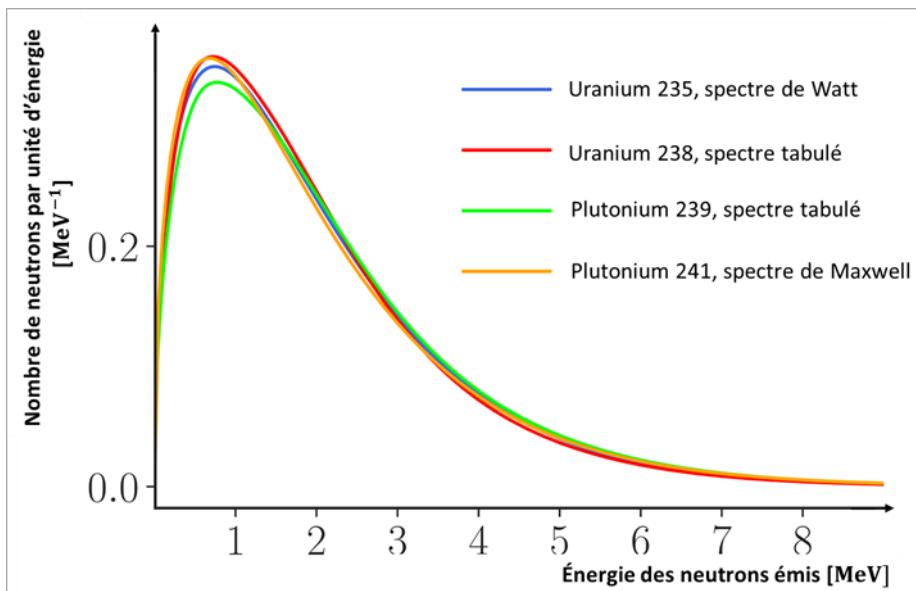


Figure 6-5 : Exemples de spectres des neutrons émis par fission induite par un neutron sur les nucléides uranium 235, uranium 238, plutonium 239 et plutonium 241 [8].

On verra plus loin que ces différentes réactions ((n,n') , (n,f) , (n, γ) , (n, p) , (n,α) , etc., provoquées par un neutron sur un nucléide donné sont exploitées au plan expérimental *via* des mesures dosimétriques devant renseigner sur la fluence neutronique reçue par les structures du réacteur nucléaire.

6.1.2 Fragilisation des matériaux sous irradiation neutronique

Il convient de rappeler selon quels phénomènes les neutrons fragilisent les structures métalliques qu'ils traversent et comment est reliée cette fragilisation à la fluence neutronique.

La fragilisation d'un matériau irradié se manifeste par le fait qu'il devient plus cassant à une température donnée que s'il n'avait pas été irradié. Cette fragilisation est due principalement à des phénomènes ayant lieu à l'échelle nanométrique [9].

Lors d'une collision élastique dans un matériau, une partie de l'énergie du neutron est transférée au noyau cible. En fonction de l'énergie transférée, deux possibilités se

présentent. Si l'énergie transférée est inférieure à l'énergie de liaison de l'atome dans la structure cristalline (énergie seuil nécessaire pour déplacer de façon permanente un atome de sa position initiale) alors l'atome reste à sa position et vibre, ce qui induit une vibration des atomes environnants du réseau cristallin et produit un échauffement. Dans le cas où l'énergie transférée est supérieure à l'énergie de liaison, l'atome peut être éjecté de sa position dans le cristal et déplacé à une autre position. Le déplacement de l'atome crée une « **paire de Frenkel** » constituée de la lacune due à l'éjection de l'atome de son site d'origine et de cet atome qui se relocalise en **position intersticielle** au sein du réseau cristallin (voir Figure 6-6). L'atome ainsi éjecté peut engendrer une cascade de déplacements si l'énergie qui lui a été transférée par la collision avec le neutron l'autorise.

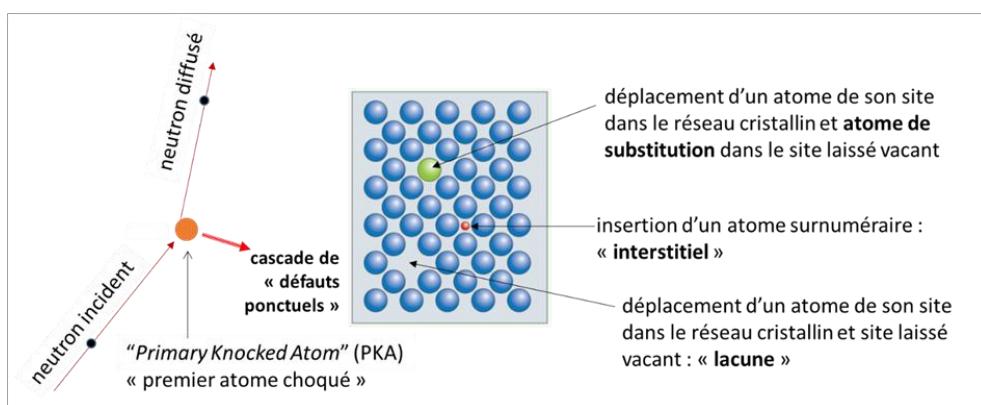


Figure 6-6 : Formation d'une « paire de Frenkel ». « Défauts ponctuels » engendrés dans un matériau par un neutron ; ce neutron produit donc une cascade de déplacements d'atomes dont certains reviennent dans leur position initiale et d'autres non ; les cascades de déplacements d'atomes sont des phénomènes complexes se déroulant sur des échelles de temps très courtes, de l'ordre de la picoseconde (10^{-12} s) [10].

Les défauts créés par les collisions élastiques évoluent au cours du temps car ils sont mobiles par diffusion dans la structure cristalline. Dans le cas d'une lacune à proximité d'un atome intersticiel, les deux défauts vont s'annihiler par recombinaison. Dans le cas de plusieurs lacunes ou atomes intersticiels, les défauts peuvent se regrouper pour former des « cavités », des « boucles de dislocation » ou encore des « précipités ». Le mouvement des dislocations dans le cristal se retrouve donc bloqué par la présence des défauts et ils ne peuvent plus s'annihiler, ce qui augmente le « *stress*¹ » dans le matériau et donc sa fragilisation. La température de transition entre les états ductile et fragile du matériau va s'en trouver modifiée : le matériau sera fragile à une valeur de température de plus en plus haute ce qui a des conséquences importantes du point de vue de la sûreté. En effet, en cas de perte de

¹ Le « *stress* » désigne les forces que les particules élémentaires d'un matériau exercent les unes sur les autres par unité de surface

fluide réfrigérant dans le réacteur, il est nécessaire de continuer à le refroidir et cela se fait à l'aide d'injection d'eau dont la température est beaucoup plus basse que celle régnant dans le réacteur (température ambiante). Il faut donc toujours s'assurer que la température de l'eau injectée présente une température suffisamment élevée pour ne pas amener la cuve à un état fragile.

Les propriétés mécaniques d'un acier sont quantifiées à l'aide d'une courbe appelée « courbe de transition ductile/fragile » dont un exemple est présenté par la Figure 6-7.

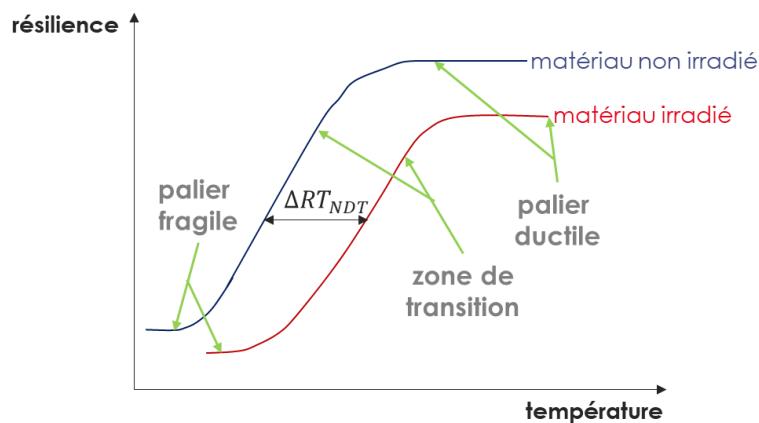


Figure 6-7 : Évolution de la courbe de transition ductile/fragile sous irradiation [11]

Pour la cuve d'un réacteur nucléaire, il est nécessaire de suivre en permanence l'évolution de la courbe de transition ductile/fragile associée. Cette courbe est obtenue par la réalisation de tests de résistance mécanique à différentes températures sur des échantillons d'acier irradiés dont la fluence neutronique reçue est connue. Pour des raisons pratiques, il n'est pas possible de prélever des échantillons d'acier sur la cuve d'un réacteur. On pallie cette difficulté en plaçant en des endroits appropriés dans le réacteur des capsules contenant des éprouvettes en acier de la même coulée que la cuve ; elles sont retirées une à une après différents cycles d'irradiation afin de surveiller l'évolution de la température de transition. Pour connaître la fluence neutronique reçue par ces éprouvettes, les capsules de surveillance contiennent également des dosimètres qui par leur analyse doivent permettre de remonter à sa valeur.

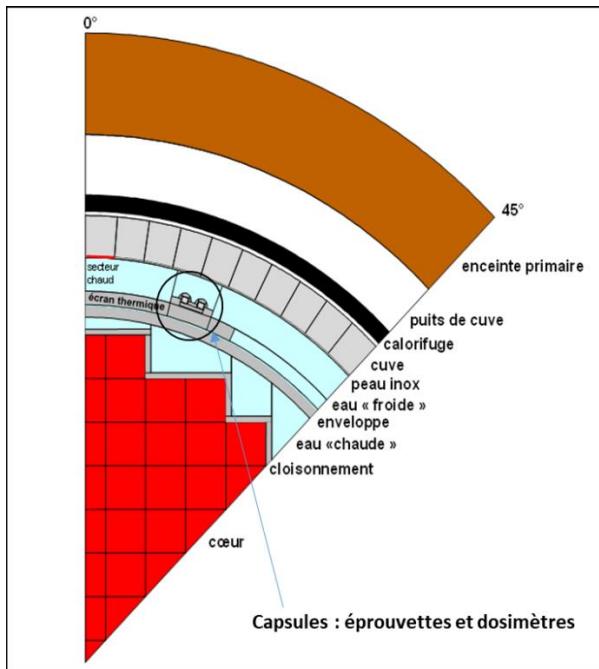


Figure 6-8 : Modélisation d'un quart de réacteur à eau sous pression – Emplacement des capsules comportant les éprouvettes en métal et les dosimètres utilisés pour remonter à la valeur de la fluence neutronique [12].

Le but de ces tests de résistance mécanique et de l'estimation de la fluence neutronique reçue par un matériau à la température T est de déterminer la ténacité, notée K_{IC} , de celui-ci, c'est-à-dire sa capacité à résister à la propagation d'une fissure ; elle est donnée par la formule (6-1) :

$$K_{IC} = 40 + 0,09(T - RT_{NDT}) + 20 e^{0,038(T - RT_{NDT})} \quad (6-1)$$

où la ténacité est donnée en $MPa.m^{1/2}$ et T et RT_{NDT} en $^{\circ}C$. Cette formule montre que la connaissance de la ténacité des matériaux passe par la connaissance de la température de transition RT_{NDT} mesurée pour la résilience du matériau irradié. Le décalage de la RT_{NDT} est vérifié à l'aide de tests de Charpy sur des éprouvettes de matériaux irradiés (en provenance des capsules). Les résultats des tests de Charpy sont comparés à des éprouvettes du même matériau, non irradiées.

Le décalage de la température de transition RT_{NDT} est aussi estimé en utilisant des formules permettant de le prédire. Cette formule est obtenue de façon empirique et elle prend en compte la fluence reçue ainsi que la composition du matériau. Elle s'exprime selon la formule suivante [13] [14] :

$$RT_{NDT}(\phi) = RT_{NDT}(\text{non irradié}) + 2\sigma + A \times f(P, Cu, Ni) \times \left(\frac{\phi}{10^{19}} \right)^{0,59} \quad (6-2)$$

avec :

- ϕ : la fluence neutronique reçue par le matériau
- RT_{NDT} (non irradié) : la température de transition ductile/fragile du matériau avant irradiation

$A, f(P, Cu, Ni), \sigma$ sont des paramètres du modèle de fragilisation sous irradiation et ils sont dépendants de la nature du matériau, en particulier de sa teneur en impuretés telles que le phosphore (P), le cuivre (Cu) et le nickel (Ni). Cette formule est connue sous le nom de « courbe FIS », courbe de « Fragilisation d'Irradiation Supérieure ».

Le décalage de la température de transition ductile/fragile est fréquemment noté dans la littérature $\Delta RT_{NDT}(\phi)$: $\Delta RT_{NDT}(\phi) = RT_{NDT}(\phi) - RT_{NDT}$ (non irradié)

6.2 MESURES DOSIMÉTRIQUES/DOSIMÈTRES USUELS

La dosimétrie en réacteur consiste à y introduire des dosimètres dans des positions prévues à cet effet. Un dosimètre est constitué d'un matériau quasiment pur ou alors d'un alliage de composition très bien connue et qui va être activé par le flux de neutrons régnant dans le cœur [15] [16].

L'insertion de ces dosimètres à activation neutronique est l'un des moyens d'obtenir des informations sur les caractéristiques des neutrons se propageant dans un réacteur nucléaire : le niveau de flux et leur spectre en énergie au cours de la période d'irradiation. La réaction nucléaire principale d'intérêt associée à chaque type de dosimètre possède un seuil énergétique qui filtre l'énergie des neutrons collectés.

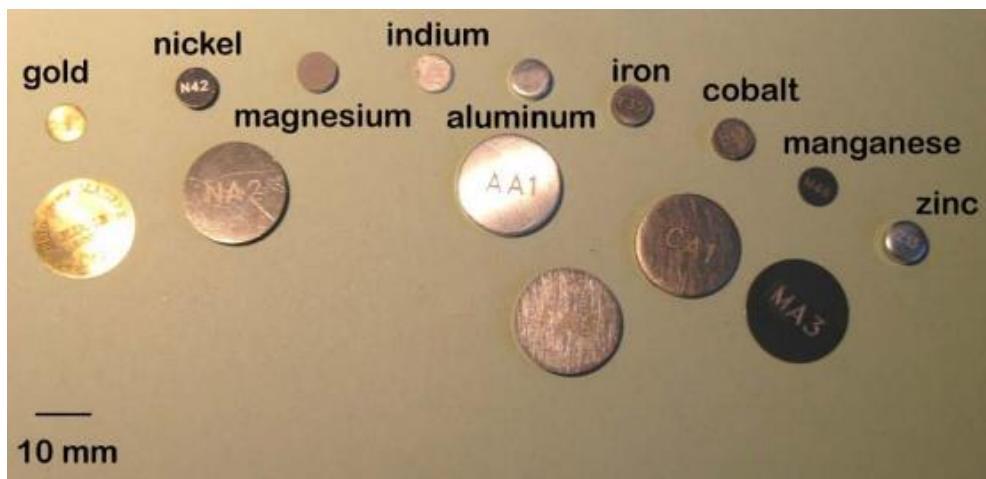


Figure 6-9 : Exemples de dosimètres en forme de disque [15]

Un dosimètre donné couvre donc un domaine énergétique du neutron incident dont la borne inférieure est le seuil de la réaction nucléaire correspondante.

Ces dosimètres ont de multiples utilisations : ils peuvent servir à valider un code de

calcul de l'activation, être utilisés pour la reconstruction d'un spectre neutronique en une position donnée dans le réacteur considéré ou encore être exploités dans le cadre de la détermination de la fluence neutronique reçue par différentes structures.

Les dosimètres usuellement employés dans l'industrie et la recherche sont présentés dans le Tableau 6-1 [15]. Le dosimètre « or » (Au) fait office de dosimètre de référence pour le domaine thermique et le dosimètre « nickel » (Ni) est le dosimètre de référence pour les neutrons dans le domaine rapide. Un dosimètre de référence possède une section efficace de la réaction étudiée bien connue et avec une faible incertitude [17].

Dosimètre	Réaction nucléaire	Domaine de détection	Période radioactive du nucléide formé
Fer	Fe54(n,p)Mn54	$E \geq 3$ MeV	312,13 j
Nickel	Ni58(n,p)Co58	$E \geq 2,7$ MeV	70,82 j
Cobalt	Co59(n, γ)Co60	TH+EPI	5,271 a
Cuivre	Cu63(n, α)Co60	$E \geq 6,1$ MeV	5,271 a
Or	Au197(n, γ)Au198	TH+EPI	2,6944 j
Niobium	Nb93(n,n')Nb93m	$E \geq 0,1$ MeV	16,13 a
Rhodium	Rh103(n,n')Rh103m	$E \geq 0,7$ MeV	56,1 min
Indium	In115(n, γ)In116m In115(n,n')In115m	TH + EPI $E \geq 1,3$ MeV	54,2 min 4,486 h
Aluminium	Al27(n, α)Na24	$E \geq 7,3$ MeV	14,9574 h
Uranium	U238(n,f)Cs137	$E \geq 1,5$ MeV	30,05 a
Neptunium	Np237(n,f)Cs137	$E \geq 0,6$ MeV	30,05 a

Tableau 6-1 : Caractéristiques des principaux dosimètres utilisés dans la dosimétrie en réacteur [15]. TH : domaine d'énergie thermique, EPI : domaine d'énergie épithermique.

Après irradiation dans un réacteur, les dosimètres sont transportés vers un laboratoire de mesures équipé de détecteurs appropriés. Les éléments étant activés, des précautions sont rendues nécessaires pour le transport vers le laboratoire de mesures et il peut être nécessaire d'attendre une diminution de l'activité pour des dosimètres ayant une très haute activité.

Un dosimètre donné peut fournir des informations sur plusieurs domaines énergétiques du spectre des neutrons car plusieurs réactions d'intérêt peuvent se produire dans un même dosimètre lors de l'irradiation : c'est le cas de l'indium 115.

Les mesures de l'activité de ces différents dosimètres se font par spectroscopie γ ou X. La spectroscopie γ ou X (dépend de la nature du photon émis) consiste à détecter tout le spectre des photons émis par le dosimètre. L'énergie des photons γ permet d'identifier différents radionucléides présents, étant donné que chaque élément émet des photons γ d'énergies caractéristiques. Il est alors possible de déterminer l'activité totale du dosimètre ou bien celle d'un isotope d'intérêt particulier.

Le principe de la spectroscopie γ repose sur l'interaction des photons γ avec un détecteur qui peut être un semi-conducteur ou un scintillateur. Le photon γ cède de l'énergie dans les matériaux sensibles du détecteur par différents processus :

- L'effet photoélectrique (dominant pour des photons γ de basse énergie) : le photon γ entre en collision avec un atome et toute son énergie est transférée à un électron qui est éjecté. L'énergie cinétique de cet électron est donc discrète et elle correspond à la différence d'énergie entre le photon incident et l'énergie de liaison de l'électron.
- L'effet Compton (dominant pour des photons γ d'énergie proche de 1 MeV) : il correspond à un processus de diffusion élastique entre un photon et un électron du cortège électronique d'un atome au cours duquel une partie de l'énergie du photon est transférée à l'électron.
- La création de paires (dominant pour des photons γ ayant une énergie de plusieurs MeV) : un photon γ d'énergie supérieure à 1,022 MeV (deux fois l'énergie de masse au repos de l'électron : $2 \times 0,511$ MeV) peut créer une paire (électron, positron).

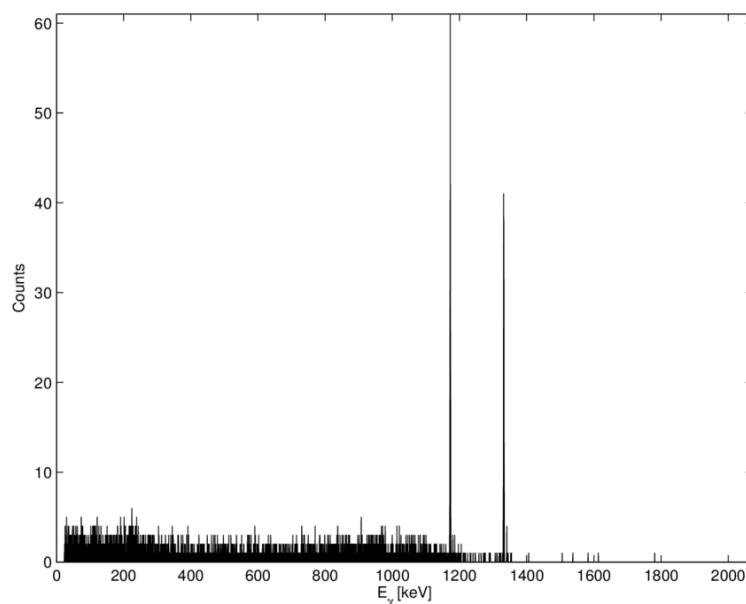


Figure 6-10 : Exemple de spectre γ pour un dosimètre cobalt montrant les raies caractéristiques du ^{60}Co à 1,173 et 1,332 MeV [18]

Les différents processus génèrent des électrons qui sont détectés mais seuls les électrons provenant de l'effet photoélectrique permettent d'identifier un radioélément via les caractéristiques énergétiques de ces électrons émis. La détection de ces électrons permet de remonter à une activité.

L'activité, $A_{Formé}(t)$, de l'élément formé lors de l'irradiation neutronique d'un dosimètre cible à un temps t après une période d'irradiation T_{irr} suivie d'une période de refroidissement $T_{refroid}$ est donnée par la relation (6-3).

$$A_{Formé}(t = T_{irr} + T_{refroid}) = N_{cible}\sigma_{cible}\phi(1 - e^{-\lambda_{Formé}T_{irr}})e^{-\lambda_{Formé}T_{refroid}} \quad (6-3)$$

Dans laquelle N_{cible} est le nombre d'atomes dans le dosimètre, $\lambda_{Formé}$ est la constante de décroissance radioactive de l'élément formé lors de l'irradiation et ϕ le flux de neutrons. Dans cette expression, on considère que la quantité d'atomes N_{cible} est constante au cours de l'irradiation et que le noyau fils est seulement produit par l'activation du noyau père et qu'il n'est pas transmuté à son tour par interaction avec un neutron. De plus, on remarque que l'activité dépend du taux de réaction de la cible $\tau_{cible} = \sigma_{cible}\phi$. Par simplicité d'écriture on a supposé ici un flux de neutrons monocinétiques.

L'activité dépend directement de la section efficace du dosimètre σ_{cible} et son incertitude a donc un impact direct sur les résultats provenant des mesures. La mesure de l'activité $A_{Formé}$ permet d'obtenir la fluence neutronique vue par le dosimètre.

La mesure de cette activité se fait à l'aide du spectre γ selon la formule (6-4) donnée pour un pic à l'énergie E :

$$A_{Formé,exp}(t = T_{irr} + T_{refroid}) = \frac{S(E)}{I(E)R^p(E)t_{comptage}} \times Corrections \quad (6-4)$$

$S(E)$ est l'aire sous le pic retranchée du bruit de fond à l'énergie E , $I(E)$ est l'intensité d'émission de ce pic, $t_{comptage}$ est le temps de mesure de l'activité. $R^p(E)$ désigne la probabilité que toute l'énergie ait été déposée par le photon dans le détecteur et elle est obtenue à l'aide de courbes d'étalonnage obtenues pour des sources connues. La géométrie du dosimètre, les décroissances radioactives, l'absorption de photons par le dosimètre et le phénomène de coïncidence vraie nécessitent d'appliquer des corrections. La formule pour obtenir l'activité mesurée devient donc :

$$A_{Formé,exp}(t) = \frac{F(E)}{I(E)} \quad (6-5)$$

avec :

$$F(E) = \frac{S(E)}{R^p(E)t_{comptage}} C_r C_g C_c C_{auto-abs} C_{abs} C_f C_\Omega \quad (6-6)$$

où les coefficients $C_r, C_g, C_c, C_{auto-abs}, C_{abs}, C_f, C_\Omega$ sont explicités ci-après.

Le dosimètre mesuré émet un flux de photons $F(E)$ qui vont se propager jusqu'au détecteur. La décroissance radioactive de l'échantillon entre la fin de la période d'irradiation et le temps de début mesure est corrigée par le terme $C_r =$

$e^{-\lambda(T_{mesure}-T_{finIrra})}$. La distance entre le dosimètre, point d'émission du photon et la fenêtre du détecteur est prise en compte dans le facteur de correction géométrique C_g . Les émissions γ en cascade par le facteur C_c . Les photons absorbés par le dosimètre par $C_{auto-abs}$ et ceux absorbés par les matériaux entourant la source utilisée pour la calibration (considération d'une source ponctuelle lors de la calibration) par C_{abs} . Dans le cas où la décroissance radioactive du dosimètre est importante durant le temps de mesure, elle est prise en compte par le facteur C_f . C_Ω prend en compte la forme du dosimètre, émission par une surface et non par une source ponctuelle.

Le CEA dispose de la plateforme expérimentale MADERE – *Mesures Appliquées à la Dosimétrie En REacteur* – au centre CEA de Cadarache [19], qui possède plusieurs chaînes de mesures permettant d'obtenir des mesures classiques pour des photons γ d'énergies comprises entre 50 keV et 2 MeV et dont les activités sont comprises entre 10 Bq et 10 MBq. Des mesures γ de haute efficacité peuvent aussi être réalisées pour des dosimètres ayant une activité au-delà de 0,1 Bq. Les mesures X désignent les mesures pour des photons dont le domaine d'énergie est compris entre 10 keV et 90 keV [15].

La spectroscopie γ utilisée sur MADERE s'applique aussi bien pour les réacteurs expérimentaux que les réacteurs de puissance.

6.3 MÉTHODE DE DÉTERMINATION DE LA FLUENCE NEUTRONIQUE

Il a été indiqué au paragraphe 6.1.2 que la fragilisation de la cuve ou de toutes structures irradiées présentes dans un réacteur nucléaire est un phénomène complexe intervenant à des échelles de temps et physiques (microscopique, nanométrique, mésoscopique, macroscopique) variées.

À l'heure actuelle, la détermination de la fragilisation de la cuve des réacteurs nucléaires repose sur la connaissance de la fluence de neutrons rapides qui induisent les dommages dans la cuve. Suite à des actions de R&D menées dans des réacteurs expérimentaux, en France, on considère que l'indicateur de dommages est la fluence des neutrons d'énergie cinétique supérieure à 1 MeV [1] irradiant la structure en acier considérée. En Russie, la valeur seuil de ce spectre est de 0,5 MeV [3]. Aux États-Unis, pour les réacteurs à eau sous pression elle est comme en France de 1 MeV, mais de 0,1 MeV pour les réacteurs à neutrons rapides [3].

La Figure 6-11 ci-dessous présente la répartition énergétique des neutrons sources arrivant au niveau de la cuve et des capsules (voir Figure 6-8) en fonction de leur énergie.

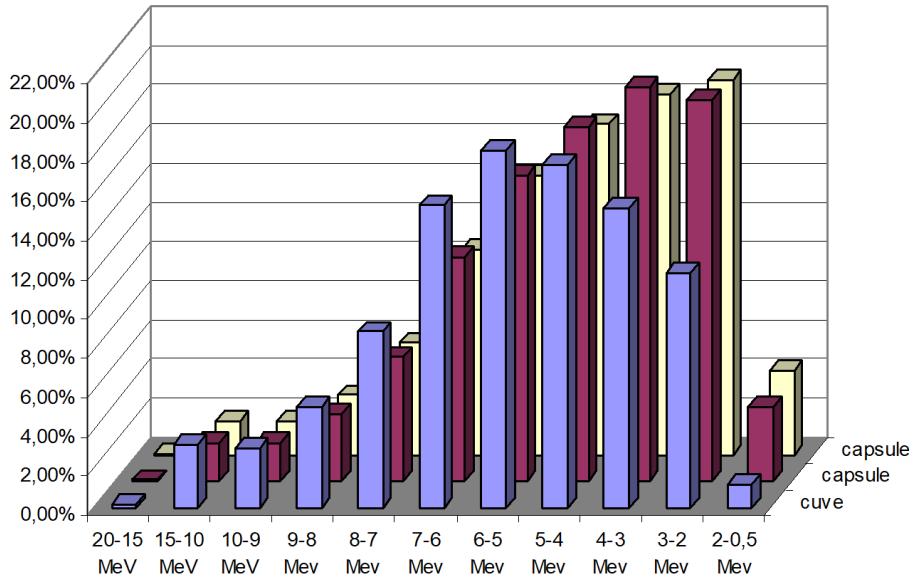


Figure 6-11 : Distribution typique en énergie des neutrons sources arrivant sur les capsules de dosimétrie (deux positions différentes) et la face interne de cuve dans un REP [12]

Le lien de cause à effet entre la fragilisation et l'irradiation conduit donc à la mise au point de méthodologies de calcul ayant pour finalité de remonter à la fluence neutronique dont on a vu qu'elle n'était pas directement mesurable, et ce à partir des mesures d'activité des dosimètres judicieusement placés dans le réacteur. Leur emplacement et leur durée de séjour dans le réacteur relèvent de programmes de surveillance de l'irradiation des cuves (« PSI » en France) qui ont été mis en place. Comme on l'a mentionné précédemment, ces dosimètres cohabitent au sein des « capsules de surveillance » avec des éprouvettes mécaniques destinées parallèlement à la réalisation de tests de résistance des matériaux tels que le test de Charpy [20].

Cependant, on notera que des recherches se poursuivent pour lier la fragilisation des structures irradiées à une description physique plus fine consistant par exemple à déterminer, à partir du spectre des « PKA » (*Primary Knocked Atoms*) le nombre de paires de Frenkel créées dans le matériau de la cuve et le nombre de déplacements par atomes (« dpa ») qui correspond au nombre de déplacements subis par chaque atome du matériau durant l'irradiation [21] [22]. Par exemple, un des buts du réacteur de recherche Jules Horowitz actuellement en construction sur le site du CEA de Cadarache est de tester le comportement de matériaux de structures et de combustibles sous irradiation.

Deux classes d'approches existent pour remonter à la fluence neutronique. Du fait que celle-ci n'est pas une grandeur directement mesurable ; toutes deux combinent résultats de mesures et valeurs de grandeurs physiques calculées grâce à des codes d'évolution temporelle de radionucléides et de transport des particules dans la matière.

Dans son principe, le premier type d'approche [23] consiste, pour un dosimètre noté d , à déterminer le flux de neutrons, ϕ_d , sur le domaine d'énergie supérieure à 1 MeV à partir du taux de réaction, τ_d , déduit de la mesure d'activité du dosimètre et d'une section efficace neutronique appropriée dite à « un groupe d'énergie », σ_d , déterminée par le calcul ou le cas échéant par une mesure [24] [25] [26] :

$$\phi_d = \frac{\tau_d}{\sigma_d} \quad (6-7)$$

Chaque dosimètre fournit un flux ϕ_d et une règle de combinaison des résultats ϕ_d doit être appliquée pour en déduire une valeur moyenne $\bar{\phi}$. Une telle règle peut par exemple dépendre du domaine en énergie couvert par chacun des dosimètres, de l'incertitude expérimentale associée à chacune des mesures.

La fluence neutronique est obtenue en multipliant le flux $\bar{\phi}$ par la durée de l'irradiation.

Le deuxième type d'approche s'attache à reconstruire le spectre en énergie des neutrons vu par les dosimètres, sous une forme multigroupe, $\{\phi_g\}_{g=1,G}$ (G : nombre de groupes d'énergie, quelques dizaines de groupes par exemple), à partir des sections efficaces multigroupes en énergie précalculées, $\sigma_{d,g}$, des incertitudes associées aux sections efficaces et enfin des N_d taux de réactions mesurés τ_d . Par cette démarche on aboutit à l'écriture d'un système d'équations linéaires à résoudre dont les inconnues sont les flux de neutrons ϕ_g :

$$\left\{ \tau_d = \sum_{g=1}^G \sigma_{d,g} \phi_g \right\}_{d=1,N_d} \quad (6-8)$$

Le flux de neutrons d'énergie supérieure à 1 MeV se déduit immédiatement par la sommation des ϕ_g des groupes d'énergie supérieure à 1 MeV. Plusieurs cas de figure sont à envisager selon le nombre de mesures disponibles, N_d . Dans la pratique, ce spectre $\{\phi_g\}_{g=1,G}$ est obtenu à partir d'un spectre d'essai fourni par le calcul et que l'on ajuste par un traitement mathématique approprié pour que les taux de réaction mesurés soient reproduits au mieux.

C'est cette approche qui est actuellement utilisée en France [23] [27].

Les différentes grandeurs physiques susmentionnées (σ_d , τ_d , ϕ_d , $\sigma_{d,g}$, ϕ_g ...) seront explicitées dans la suite du document (aux chapitres 2 et 5 en particulier).

La question posée dans le présent travail est celle de l'impact des imperfections de la modélisation du système nucléaire concerné dans la détermination de la fluence neutronique. Celles-ci portent ici plus spécifiquement sur les incertitudes technologiques, telles que celles associées aux dimensions des différents milieux

traversés par les neutrons depuis leur émission dans le cœur du réacteur jusqu'à la cuve par exemple. La préoccupation qui sous-tend cette démarche est d'une part de contribuer à l'analyse d'écart significatifs constatés entre mesure et calcul en évitant d'en reporter *a priori* la cause sur une méconnaissance des sections efficaces neutroniques, et d'autre part de contribuer à des épreuves de robustesse d'un schéma de calcul de la fluence neutronique afin d'en renforcer sa capacité prédictive.

Des calculs de sensibilité de la grandeur physique d'intérêt à la variation d'un ou plusieurs paramètres constituent un moyen pour répondre partiellement à la question posée. Toutefois, le travail entrepris ambitionne d'aller au-delà. Il se propose de revisiter la première approche de détermination de la fluence neutronique et de lui adjoindre un processus de l'estimation la meilleure possible de celle-ci et de l'incertitude associée, intégrant l'existence possible d'imperfections dans la modélisation faite et utilisée du réacteur. Dans son principe, cette méthodologie se présente comme une alternative à celle décrite dans la seconde approche.

7 CHAPITRE 2 : CODES DE CALCUL UTILISÉS

Ainsi que cela a été indiqué plus haut, les mesures seules ne permettent pas de remonter à la fluence neutronique, et il faut avoir recours à des logiciels de calcul scientifiques dont la fonction est de simuler la propagation des neutrons dans la matière que l'on couple le cas échéant à un logiciel simulant la transmutation de nucléides radioactifs au cours du temps sous le double effet de l'irradiation neutronique provoquant des réactions nucléaires et des différents phénomènes de décroissance radioactive.

Dans le domaine de la physique des réacteurs, et plus généralement dans le domaine du génie nucléaire, il est nécessaire de faire appel à des codes de calcul pour étudier l'évolution de la population des neutrons dans la matière à la fois en espace, en énergie et au cours du temps. Ce comportement de la population de neutrons est gouverné par l'équation de Boltzmann ou équation de transport. Plus précisément, sa résolution fournit, à un instant donné, le « flux angulaire » de neutrons, c'est-à-dire le nombre de neutrons d'une énergie donnée qui traversent l'unité de surface dans une direction fixée. L'intégration en angle de ce flux angulaire donne le « flux scalaire » que l'on utilise alors pour calculer des taux de réaction, par exemple :

- des taux de fission si l'on cherche à déterminer la distribution des sources de neutrons dans le cœur d'un réacteur ou encore la puissance thermique délivrée par ce même cœur par les réactions de fission ;
- des taux de réaction dans des dosimètres que ceux-ci soient placés dans le cœur ou hors du cœur du réacteur.

L'équation de transport est formulée différemment selon que l'objectif est de caractériser la source de neutrons émis par le combustible nucléaire du cœur du réacteur ainsi que l'état de criticité de celui-ci ou bien de calculer des réponses dosimétriques *ex-core*. Dans le premier cas on résout une équation aux valeurs propres qui mène à la détermination du facteur de multiplication effectif des neutrons, k_{eff} , d'une part, et d'autre part à la distribution spatio-énergétique des neutrons dans un réacteur « critique », c'est-à-dire, pour lequel la réaction en chaîne est contrôlée (régime de fonctionnement normal du réacteur). Dans le second, on parle de résolution d'un « problème à source fixe », car la source des neutrons (en l'occurrence ceux issus du cœur du réacteur) est supposée connue. On verra que cette distinction a toute son importance sur le plan de la résolution numérique de l'équation de transport.

Dans le cas général, celle-ci ne peut être résolue analytiquement et il faut faire appel à des méthodes numériques elles-mêmes implémentées dans des codes de calcul. Les codes de calcul de transport se répartissent très schématiquement en deux

grandes familles :

- Les codes probabilistes Monte-Carlo qui simulent l'histoire des neutrons dans la matière, c'est-à-dire les chaînes des événements (ou histoires des neutrons) auxquels ils donnent lieu : réactions de diffusion, capture radiative, fission, etc. ; ces événements sont générés aléatoirement à l'aide de probabilités ou de densités déduites de lois physiques qui gouvernent les interactions neutron-noyau atomique cible. Chaque événement qui se produit est porteur d'une information relative aux neutrons qui circulent dans le système physique considéré ; celle-ci est systématiquement collationnée et un traitement de l'ensemble de ces informations permet de remonter au flux de neutrons et à l'incertitude statistique associée.
- Les codes déterministes qui reposent sur la discréétisation de l'équation de transport dans l'espace des phases ce qui conduit à la résolution d'un système d'équations linéaires dont les inconnues sont les flux dans chacune des cellules de la discréétisation (ou aux bornes qui les délimitent).

Les raisons pour lesquelles on a recours à ces deux types de méthodes/codes sont multiples. Les performances en temps de calcul qu'imposent les études industrielles, dans l'état actuel du développement des outils de calcul scientifique, obligent à employer des codes déterministes avec leurs modélisations physico-numériques associées. En effet, ces dernières leur permettent d'effectuer des calculs de cœur en des temps très courts. Les codes de transport Monte-Carlo sont comparativement très lents, même si des techniques d'accélération des simulations existent et peuvent être mises en œuvre. En revanche, leur capacité à simuler le cheminement des neutrons au plus proche de la réalité, les présente comme des outils de calcul de référence par rapport auxquels on valide les outils déterministes. Par ailleurs, pour traiter des problèmes industriels de propagation des neutrons hors cœur, dans des géométries tridimensionnelles complexes, pour lesquels la contrainte de temps de calcul est significativement moins forte que pour les calculs industriels de cœur, les codes de transport Monte-Carlo sont également utilisés.

On rappelle en premier lieu les différentes formes de l'équation de transport qui sont considérées dans les travaux effectués, puis l'on présente, de manière succincte, les deux codes de transport mobilisés à savoir le code de transport de référence Monte-Carlo TRIPOLI-4® [28] et le code de transport déterministe APOLLO3® [29] largement utilisés au cours de cette thèse.

7.1 TRANSPORT NEUTRONIQUE

Dans les conditions physiques considérées ici, les neutrons ont un comportement similaire à celui d'un gaz parfait et les neutrons n'entrent pas en collision entre eux. Il en résulte que la densité des neutrons ou encore le flux des neutrons sont régis par l'équation de Boltzmann, ou équation de transport. On en rappelle ci-après les formes intégrale et intégrale qui sont à la base des codes de transport

des neutrons dans la matière mis en œuvre dans cette thèse à savoir APOLLO3® et TRIPOLI-4®.

7.1.1 Grandeurs physiques de base

L'équation de transport fait intervenir diverses grandeurs physiques qu'il est nécessaire de présenter préalablement.

La densité de neutron en un point quelconque de l'espace est notée :

$$n(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) \quad \left[\frac{\text{neutrons}}{\text{cm}^3} \right] \quad (7-1)$$

dans laquelle :

- \vec{r} est la position du neutron (en cm)
- E est l'énergie du neutron (en eV , keV ou MeV)
- $\vec{\Omega} = \frac{\vec{v}}{\|\vec{v}\|}$ est la direction de propagation du neutron en sr (stéradian)
- t est le temps en seconde

La densité de neutrons est définie de façon à ce qu'à l'instant t , $n(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t)d^3r.dE.d^2\Omega$ représente le nombre de neutrons contenus dans un élément volumique d^3r au point \vec{r} et ayant une énergie E à dE près, et compris dans l'angle solide $d^2\Omega$ autour de la direction $\vec{\Omega}$.

À partir de la densité de neutrons, on définit le flux en phase ou flux angulaire des neutrons comme le produit de la vitesse v du neutron par la densité neutronique :

$$\phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) = vn(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) \quad \left[\frac{\text{neutrons}}{\text{cm}^2 \cdot \text{s. MeV. steradian}} \right] \quad (7-2)$$

L'intégration du flux neutronique ainsi défini en $\vec{\Omega}$ permet d'obtenir le « flux scalaire » :

$$\varphi(\vec{r}, E, t) = \int_{4\pi} \phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t)d^2\Omega \quad \left[\frac{\text{neutrons}}{\text{cm}^2 \cdot \text{s. MeV}} \right] \quad (7-3)$$

Une autre grandeur physique essentielle utilisée est le courant de neutrons défini de la façon suivante :

$$\vec{J}(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) = \vec{\Omega}\phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) \quad \left[\frac{\text{neutrons}}{\text{cm}^2 \cdot \text{s. MeV. steradian}} \right] \quad (7-4)$$

Le taux de réaction scalaire, une grandeur couramment utilisée pour décrire l'interaction des neutrons avec la matière, est défini de la façon suivante :

$$\tau(\vec{r}, E, t) = \int_{E_{min}}^{E_{max}} N_{cible}(\vec{r}) \sigma(E) \varphi(\vec{r}, E, t) dE \quad \left[\frac{\text{réactions}}{\text{cm}^3 \cdot \text{s}} \right] \quad (7-5)$$

avec :

- $N_{cible}(\vec{r})$: nombre d'atomes par cm^3 dans la cible (dosimètre) ;
- $\sigma(E)$ la section efficace neutronique relative à l'atome cible considéré (en *barn*).

En omettant la variable temporelle par simplicité d'écriture, on définit en particulier les taux de réactions suivants en un point \vec{r} de l'espace :

- Taux d'absorption :

$$\tau_a = \int_{E_{min}}^{E_{max}} N_{cible}(\vec{r}) \sigma_a(E) \varphi(\vec{r}, E) dE \quad \left[\frac{\text{absorptions}}{\text{cm}^3 \cdot \text{s}} \right] \quad (7-6)$$

où $\sigma_a(E)$ est la section efficace d'absorption à l'énergie E

- Taux de fission

$$\tau_f = \int_{E_{min}}^{E_{max}} N_{cible}(\vec{r}) \sigma_f(E) \varphi(\vec{r}, E) dE \quad \left[\frac{\text{fissions}}{\text{cm}^3 \cdot \text{s}} \right] \quad (7-7)$$

où $\sigma_f(E)$ est la section efficace de fission à l'énergie E

La densité de source de neutrons produits par fission s'exprime par :

$$S(\vec{r}) = \int_{E_{min}}^{E_{max}} N_{cible}(\vec{r}) \nu(E) \sigma_f(E) \varphi(\vec{r}, E) dE \quad \left[\frac{\text{neutrons}}{\text{cm}^3 \cdot \text{s}} \right] \quad (7-8)$$

7.1.2 Équation de Boltzmann

L'équation de Boltzmann ou équation de transport [30] [31] [32] [7] appliquée au cheminement des neutrons dans la matière peut s'écrire de deux façons différentes et à chaque forme est associée une méthode de résolution spécifique :

- La forme intégrale-différentielle de l'équation de transport qui exprime un bilan des gains et pertes des neutrons dans un volume élémentaire donné de l'espace des phases et qui est résolue par des méthodes déterministes.
- La forme intégrale de l'équation de transport qui comptabilise à un instant fixé le nombre de neutrons arrivant par unité de surface en un point de l'espace, dans une direction donnée et à une énergie donnée, et qui est

résolue par des méthodes stochastiques.

7.1.2.1 La forme intégrale-différentielle

La variation de la population de neutrons présents à l'instant t dans un volume élémentaire du système $d^3r \cdot dE \cdot d^2\Omega$ [30] s'écrit :

$$\frac{\partial n(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t)}{\partial t} = \text{Termes d'apparition} - \text{Termes de disparition} \quad (7-9)$$

Les termes d'apparition correspondent aux :

- neutrons produits, par exemple par les réactions de fission ;
- neutrons qui entrent dans le volume d'intérêt en provenance d'un autre volume ;
- neutrons qui, après collision dans le volume d'intérêt passent de l'énergie E' à l'énergie E et de la direction $\vec{\Omega}'$ à la direction $\vec{\Omega}$.

Les termes de disparition correspondent aux :

- fuites hors du volume d'intérêt ;
- réactions avec un nucléide du milieu (absorption ou diffusion avec changement d'énergie).

L'équation de transport dans une écriture condensée s'écrit :

$$\frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t} \phi + [\Sigma + \vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla}] \phi = S_{ext} + F\phi + C\phi \quad (7-10)$$

avec :

- $\vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} \phi$: terme de fuite dans la direction $\vec{\Omega}$
- $\Sigma = \Sigma(\vec{r}, E)$: section efficace neutronique totale
- S_{ext} : éventuelle source externe de neutrons
- F : opérateur de fission

$$F\phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) = \sum_{j \in \text{éléments fissiles}} \int_0^{4\pi} d^2\Omega \int_0^\infty \chi_j(E', E) \nu(E') \Sigma_{f,j}(\vec{r}, E') \phi(\vec{r}, E', \vec{\Omega}') dE'$$

$\chi_j(E', E)$ représente le spectre de fission de l'isotope j et $\nu(E') \Sigma_{f,j}(\vec{r}, E')$ sa section efficace de fission qui est multipliée par le nombre moyen de neutrons, $\nu(E')$, produits par cet élément au cours d'une fission ;

- C : l'opérateur de collision :

$$C\phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) = \int_0^\infty dE' \int_0^{4\pi} \Sigma_s(\vec{r}, (E', \vec{\Omega}' \rightarrow E, \vec{\Omega})) \phi(\vec{r}, E', \vec{\Omega}') d^2\Omega'$$

où $\Sigma_s(\vec{r}, (E', \vec{\Omega}' \rightarrow E, \vec{\Omega}))$ est la section efficace différentielle de diffusion (ou de transfert) faisant passer le neutron de l'énergie E' à l'énergie E et sa direction $\vec{\Omega}'$ à la direction $\vec{\Omega}$.

On se place en régime stationnaire (indépendant du temps) de sorte que l'équation de transport (7-10) devient :

$$[\Sigma + \vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla}] \phi = S_{ext} + F\phi + C\phi \quad (7-11)$$

7.1.2.2 La forme intégrale-différentielle de l'équation de Boltzmann en régime stationnaire

Il existe plusieurs types de problèmes en neutronique qui nécessitent de résoudre des formes différentes de l'équation de transport. En règle générale, on se place en régime stationnaire et les variations temporelles sont modélisées par une succession d'états stationnaires.

L'équation de transport relative à un problème critique

Le cœur d'un réacteur nucléaire est un système multiplicateur de neutrons en raison de sa composition en nucléides fissiles. En l'absence de sources de neutrons externes l'équation de transport (7-11) dite « critique » qui assure l'équilibre entre les neutrons qui sont produits dans le milieu fissile et ceux qui disparaissent s'écrit à partir de (7-11) comme :

$$\vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} \phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) + \Sigma(\vec{r}, E) \phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) = Q(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) \quad (7-12)$$

avec :

$$Q(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) = \int_0^{4\pi} d^2\Omega' \int_0^{\infty} \Sigma_s(\vec{r}, (E', \vec{\Omega}' \rightarrow E, \vec{\Omega})) \phi(\vec{r}, E', \vec{\Omega}') dE' + \frac{1}{4\pi k_{eff}} Q^{fiss}(\vec{r}, E) \quad (7-13)$$

$$Q^{fiss}(\vec{r}, E) = \sum_{j \in \text{éléments fissiles}} \int_0^{\infty} \chi_j(E', E) \nu \Sigma_{f,j}(\vec{r}, E') \phi(\vec{r}, E') dE' \quad (7-14)$$

Le terme k_{eff} correspond au facteur de multiplication effectif des neutrons et représente le nombre par lequel il faut diviser la source de fission pour que l'égalité (7-12) soit satisfaite.

La valeur du facteur de multiplication renseigne sur l'état de criticité du réacteur:

- si $k_{eff} > 1$ le nombre de neutrons produits est supérieur au nombre de ceux qui disparaissent et le réacteur est alors dit « sur-critique » ;

- si $k_{eff} = 1$ le nombre de neutrons produits compense le nombre de ceux qui disparaissent : c'est l'état stationnaire ou « critique » recherché dans l'exploitation du réacteur ;
- si $k_{eff} < 1$ le nombre de neutrons produits est inférieur au nombre de ceux qui disparaissent et le réacteur est dit « sous-critique ».

L'état de criticité est souvent spécifié par la grandeur dénommée « réactivité » (unité *pcm*) définie par la relation suivante :

$$\rho = \frac{k_{eff} - 1}{k_{eff}} \quad (7-15)$$

L'expression (7-12) est une équation aux valeurs propres dont la résolution fournit la valeur du k_{eff} , qui est une grandeur physique globale, et conduit aussi à la détermination de la distribution du flux scalaire des neutrons en tout point du système fissile qui est une grandeur physique locale.

Dans le cadre du présent travail on se préoccupera tout particulièrement de la détermination du flux des neutrons dans la région combustible située en périphérie du cœur puisque, comme on l'a déjà souligné, ce sont les neutrons émis par fission dans cette zone qui contribuent majoritairement à la fluence neutronique reçue par les structures *ex-core*.

L'équation de transport relative à un problème à source fixe

La source de neutrons, $Q_{fixe}(\vec{r}, E, \vec{\Omega})$, est imposée. Ici, elle provient d'un calcul critique exécuté en amont. En régime stationnaire on résout donc l'équation intégro-différentielle :

$$\vec{\Omega} \cdot \nabla \phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) + \Sigma(\vec{r}, E) \phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) = C\phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) + Q_{fixe}(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) \quad (7-16)$$

7.1.2.3 La forme intégrale de l'équation de transport

La forme intégrale de l'équation de transport est utilisée aussi bien dans des solveurs déterministes que Monte-Carlo de l'équation de transport.

L'équation de transport sous la forme intégro-différentielle avec source fixe présentée en (7-16) peut être réécrite en exprimant la position du neutron en fonction de son abscisse curviligne s sur son trajet et en considérant des variations du flux de neutrons à proximité du point $\vec{r} = \vec{r}_0 - s\vec{\Omega}$ [33], [34]. En régime stationnaire on a :

$$\begin{aligned}
 -\frac{d}{ds} \phi(\vec{r}_0 - s\vec{\Omega}, E, \vec{\Omega}) + \Sigma(\vec{r}_0 - s\vec{\Omega}, E) \phi(\vec{r}_0 - s\vec{\Omega}, E, \vec{\Omega}) \\
 = \int_0^\infty dE' \int_0^{4\pi} \Sigma_s(\vec{r}_0 - s\vec{\Omega}, (E' \rightarrow E, \vec{\Omega}', \vec{\Omega})) \phi(\vec{r}_0 - s\vec{\Omega}, E', \vec{\Omega}') d\Omega' + Q_{fixe}(\vec{r}_0 - s\vec{\Omega}, E, \vec{\Omega})
 \end{aligned} \quad (7-17)$$

La courbe qui passe par le point \vec{r}_0 est le trajet en ligne droite suivi par un neutron depuis sa dernière collision. Un facteur d'intégration qui correspond à la probabilité qu'un neutron atteigne le point $(\vec{r}, E, \vec{\Omega})$ sans subir de collision est introduit : $\exp(-\int_0^s \Sigma_t(\vec{r} - s'\vec{\Omega}, E) ds')$. Ce facteur est aussi appelé la distance optique comme montré sur la Figure 7-1.

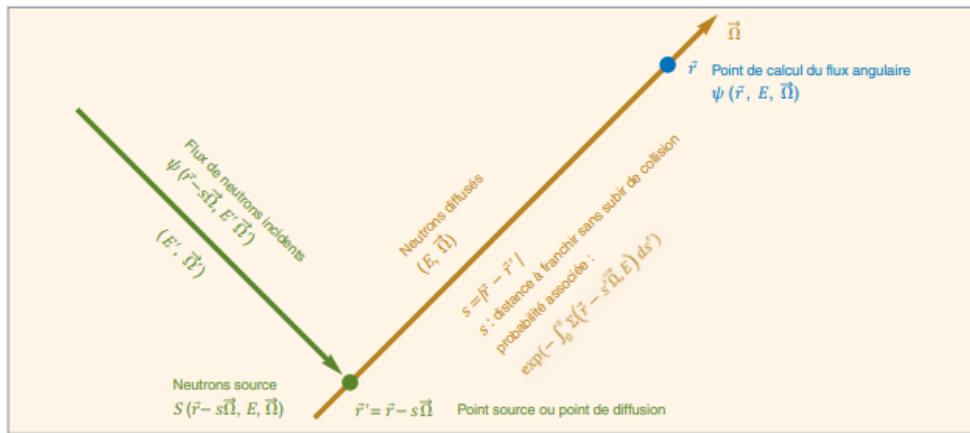


Figure 7-1 : Courbe caractéristique [7]

Or :

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{ds} \left[\exp \left(- \int_0^s \Sigma_t(\vec{r} - s'\vec{\Omega}, E) ds' \right) \phi(\vec{r}_0 - s\vec{\Omega}, E, \vec{\Omega}) \right] \\
 = \exp \left(- \int_0^s \Sigma_t(\vec{r} - s'\vec{\Omega}, E) ds' \right) \left[-\Sigma_t(\vec{r} - s'\vec{\Omega}, E) \vec{\Omega} \phi(\vec{r}_0 - s\vec{\Omega}, E, \vec{\Omega}) + \frac{d}{ds} \phi(\vec{r}_0 - s\vec{\Omega}, E, \vec{\Omega}) \right]
 \end{aligned} \quad (7-18)$$

L'équation (7-17) peut être alors écrit sous la forme :

$$\begin{aligned}
 -\frac{d}{ds} \left[\exp \left(- \int_0^s \Sigma_t(\vec{r} - s'\vec{\Omega}, E) ds' \right) \phi(\vec{r}_0 - s\vec{\Omega}, E, \vec{\Omega}) \right] \\
 = \exp \left(- \int_0^s \Sigma_t(\vec{r} - s'\vec{\Omega}, E) ds' \right) \left[\int_0^\infty dE' \int_0^{4\pi} \Sigma_s(\vec{r}_0 - s\vec{\Omega}, (E' \rightarrow E, \vec{\Omega}', \vec{\Omega})) \phi(\vec{r}_0 - s\vec{\Omega}, E', \vec{\Omega}') d\Omega' \right. \\
 \left. + Q_{fixe}(\vec{r}_0 - s\vec{\Omega}, E, \vec{\Omega}) \right]
 \end{aligned} \quad (7-19)$$

On intègre (7-17) sur les caractéristiques s comprises entre $[0, s_0]$ et en considérant qu'il existe une distance s_0 suffisamment grande telle que le flux de neutrons en devient nul. L'intégration de cette équation nous donne l'équation de transport en régime stationnaire sous la forme intégrale :

$$\begin{aligned}\phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) = & \int_0^{s_0} ds \exp\left(-\int_0^s \Sigma_t(\vec{r} - s' \vec{\Omega}, E) ds'\right) S(\vec{r}_0 - s \vec{\Omega}, E, \vec{\Omega}) \\ & + \int_0^{s_0} ds \exp\left(-\int_0^s \Sigma_t(\vec{r} - s' \vec{\Omega}, E) ds'\right) \int_0^\infty dE' \int_0^{4\pi} \Sigma_s(\vec{r}_0 - s \vec{\Omega}, E' \rightarrow E, \vec{\Omega}' \cdot \vec{\Omega}) \phi(\vec{r}_0 - s \vec{\Omega}, E', \vec{\Omega}') d\Omega' \quad (7-20)\end{aligned}$$

Le flux angulaire $\phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega})$ est donc dépendant :

- des neutrons diffusés de l'énergie initiale E' à l'énergie E et de l'angle $\vec{\Omega}'$ à $\vec{\Omega}$
- des neutrons sources émis en $\vec{r} = \vec{r}_0 - s \vec{\Omega}$ avec une énergie E et un angle $\vec{\Omega}$. Ils sont représentés par la source $S(\vec{r}_0 - s \vec{\Omega}, E, \vec{\Omega})$

7.1.3 Résolution de l'équation de transport

Ainsi qu'on l'a évoqué précédemment, l'équation de transport peut être résolue de différentes manières selon le contexte de l'étude.

Le schéma ci-dessous permet de visualiser les voies de calcul usuellement empruntées pour les calculs de propagation de neutrons concernant les réacteurs nucléaires :

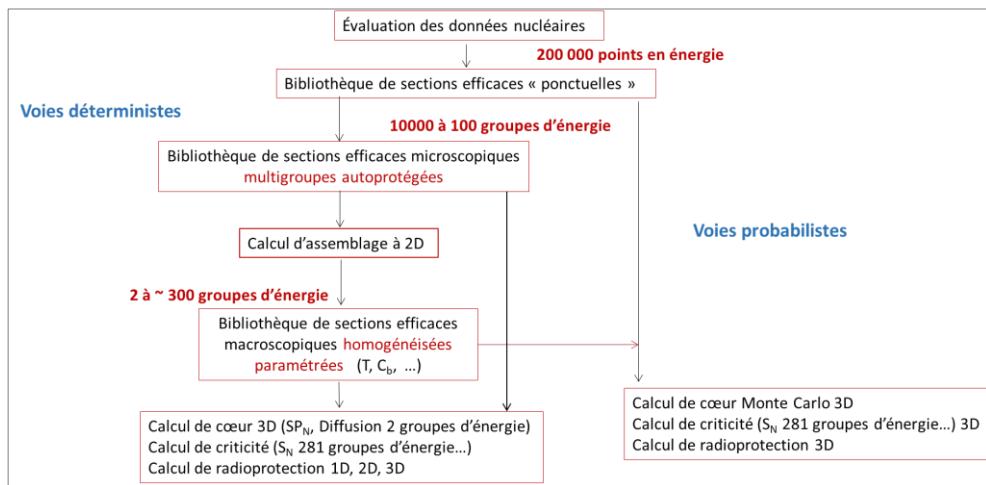


Figure 7-2 : Voies de calcul du transport des neutrons dans la matière : déterministes et probabilistes. En règle générale, la résolution de l'équation de transport par une méthode déterministe est beaucoup plus rapide en temps de calcul que par une méthode probabiliste Monte-Carlo.

7.1.3.1 Méthode déterministe

Plusieurs approximations sont utilisées pour résoudre l'équation intégro-différentielle dans les codes déterministes, liées à la discréétisation des variables énergétique, spatiale et angulaire.

Discréétisation énergétique

Le domaine énergétique des neutrons est divisé en un nombre G de groupes d'énergie repérés par la lettre g :

$$\{E_g < E < E_{g-1}\} \quad (7-21)$$

Pour un groupe d'énergie g donné, les neutrons sont considérés comme ayant tous la même vitesse. Cela implique que sur chaque groupe d'énergie, les grandeurs physiques apparaissant dans l'équation de transport sont moyennées d'où l'appellation d'« **approximation multigroupe** » par contraste avec la description dite « ponctuelle » ou « continue » en énergie, du cheminement des neutrons dans le système physique considéré.

L'intégration de l'équation de transport continue en énergie sur les groupes en énergie conduit à l'équation de transport multigroupe suivante pour un groupe d'énergie g donné :

$$\vec{\Omega} \cdot \nabla \phi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}) + \Sigma_g(\vec{r}) \phi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}) = Q_g(\vec{r}, \vec{\Omega}) \quad (7-22)$$

où :

- $\phi_g(\vec{r}, \vec{\Omega})$ est le spectre multigroupe des neutrons

$$\phi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \int_{E_g}^{E_{g-1}} \phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) dE \quad (7-23)$$

- $\Sigma_g(\vec{r})$ est la section efficace totale multigroupe :

$$\Sigma_g(\vec{r}) = \frac{\int_{E_g}^{E_{g-1}} \Sigma(\vec{r}, E) \varphi(\vec{r}, E) dE}{\int_{E_g}^{E_{g-1}} \varphi(\vec{r}, E) dE} \quad (7-24)$$

avec :

$$\varphi(\vec{r}, E) = \int_{4\pi} \phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) d\vec{\Omega}$$

- $Q_g(\vec{r}, \vec{\Omega})$ est la densité de source multigroupe des neutrons :

$$Q_g(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \frac{1}{4\pi k_{eff}} \sum_{j \in \text{élément fissile}} \sum_{h=1}^G \chi_j^{h \rightarrow g} \nu \Sigma_{f,j,h}(\vec{r}) \varphi_h(\vec{r}) \\ + \sum_{h=1}^G \int_{4\pi} \Sigma_{s,h \rightarrow g}(\vec{r}, \vec{\Omega}, \vec{\Omega}') \phi_h(\vec{r}, \vec{\Omega}') d^2\Omega' \quad (7-25)$$

avec :

- $\chi_j^{g' \rightarrow g}$ spectre de fission multigroupe pour une fission induite par un neutron appartenant au groupe d'énergie g' .
- $\varphi_h(\vec{r}) = \int_{E_h}^{E_{h+1}} \varphi_h(\vec{r}, E) dE$
- Section efficace de fission multigroupe pour un groupe d'énergie h

$$\Sigma_{f,j,h}(\vec{r}) = \frac{1}{\varphi_h(\vec{r})} \int_{E_g}^{E_{g-1}} \Sigma_{f,j}(\vec{r}, E) \varphi(\vec{r}, E) dE \quad (7-26)$$

- Section efficace de transfert multigroupe d'un neutron du groupe d'énergie h dans le groupe d'énergie g

$$\Sigma_{s,h \rightarrow g}(\vec{r}, \vec{\Omega}, \vec{\Omega}') = \frac{1}{\varphi_h(\vec{r})} \int_{E_g}^{E_{g-1}} \left(\int_{E_h}^{E_{h-1}} \Sigma_{s,j}(\vec{r}, E' \rightarrow E, \vec{\Omega}, \vec{\Omega}') \varphi(\vec{r}, E') dE' \right) dE \quad (7-27)$$

- ν : nombre moyen de neutrons produits par fission

Approximation angulaire

L'équation de transport présente une dépendance angulaire. La méthode permettant de prendre en compte cette dépendance est la « méthode des ordonnées discrètes », où « méthode S_N » (S pour “segmented” et N pour le nombre de directions de la discréttisation angulaire). En repérant par l'indice m une direction courante, l'équation de transport en régime stationnaire pour une direction m et pour un groupe d'énergie g s'écrit alors :

$$\vec{\Omega}_m \cdot \nabla \phi^g(\vec{r}, \vec{\Omega}_m) + \Sigma^g(\vec{r}) \phi^g(\vec{r}, \vec{\Omega}_m) \\ = \int_0^{4\pi} \Sigma_s(\vec{r}, g' \rightarrow g, \vec{\Omega}_m, \vec{\Omega}') \phi^g(\vec{r}, \vec{\Omega}_m) d^2\Omega' + Q_{fixe}(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) \quad (7-28)$$

où $Q_{fixe}(\vec{r}, E, \vec{\Omega})$ désigne le terme source.

Discréttisation spatiale

La résolution de l'équation différentielle fait également appel à une discréttisation spatiale. Plus particulièremet, la méthode des éléments finis discontinus peut être assimilée à une méthode S_N pour une résolution de l'équation maille par maille sans qu'il soit nécessaire de résoudre le problème global. La discréttisation spatiale

consiste donc à découper le problème et exprimer le flux par une fonction de base polynomiale w dans chaque maille C du système. La discréétisation pour une maille C de contour ∂C^- est :

$$\int_C \overrightarrow{\Omega_m} \cdot \nabla \varphi^m w d\vec{r} + \int_{\partial C^-} \overrightarrow{\Omega_m} \cdot \overrightarrow{n}_e (\varphi_e^+ - \varphi_e^-) w d\vec{r} + \int_C \Sigma_s \varphi w d\vec{r} = \int_C q_m w d\vec{r} \quad (7-29)$$

Autoprotection

L'approximation multigroupe à l'aide d'un flux de pondération des sections efficaces « plat » ou peu variable dans le groupe d'énergie considéré est raisonnable dans le cas où l'on est en présence de noyaux non résonants pour lesquels les sections efficaces ont une variation douce en fonction de l'énergie. Dans le cas de noyaux résonants, dans le domaine d'énergie des résonances, l'approximation multigroupe sous la forme précitée n'est plus valide si le maillage énergétique est trop grossier car il ne permet pas de prendre correctement en compte le phénomène dit « **d'autoprotection** » des résonances.

L'autoprotection est un phénomène qui se traduit par la dépression du flux neutronique au droit des pics des résonances d'absorption existant à certaines énergies. Une illustration de ce phénomène d'autoprotection est présentée sur la Figure 7-3 issue de la référence [7].

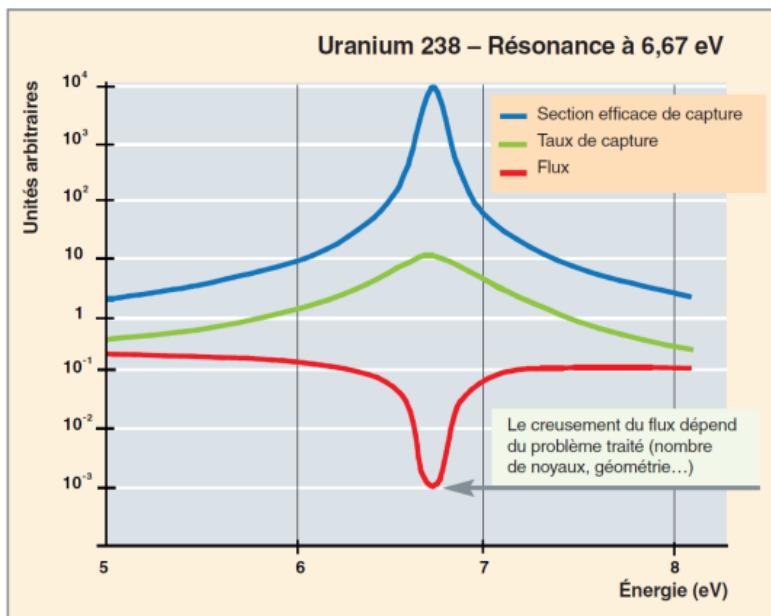


Figure 7-3 : Phénomène d'autoprotection pour la résonance à l'énergie 6,67 eV pour l'uranium 238 [7]

Ainsi, dans le cas de l'uranium 238, une non prise en compte de l'autoprotection se traduit par un taux d'absorption surestimé d'un facteur deux et d'un k_{eff} sous-estimé de 25% pour une cellule de combustible oxyde d'uranium pour un maillage énergétique constitué d'une centaine de groupes d'énergie [7], ce qui n'est pas acceptable.

Une solution évidente pour correctement décrire le phénomène d'autoprotection serait d'utiliser un maillage énergétique très fin dans le calcul de transport ; cependant, on ne peut pas se satisfaire de cette solution car on serait confronté à des problèmes de taille mémoire rédhibitoire et des temps de calcul susceptibles de devenir prohibitifs pour les calculs industriels de routine. C'est pour cette raison que des méthodes spécifiques permettant de déterminer les sections efficaces multigroupes autoprotégées ont été développées [35] [36] et rendues disponibles dans les codes de transport déterministes.

7.1.3.2 Méthode de Monte-Carlo

L'utilisation de la méthode de Monte-Carlo s'est développée après son introduction par Stanislaw Ulam, John Von Neumann et Nicholas Metropolis [7] [37] dans le domaine nucléaire conjointement avec la construction et la mise en service des premiers calculateurs électroniques. Cette méthode permet de simuler la propagation des neutrons dans la matière en échantillonnant aléatoirement les interactions de ceux-ci avec les noyaux des atomes du milieu traversé. Le procédé de simulation a pour base mathématique la forme intégrale de l'équation de transport. En désignant par $\psi(P) = \Sigma(P)\phi(P)$ la densité de collision des neutrons au point P de l'espace des phases, celle-ci est donnée par la relation suivante :

$$\psi(P) = S(P) + \int K(P' \rightarrow P)\psi(P') dP \quad (7-30)$$

dans laquelle $S(P)$ est la source de la première collision du neutron au point P et $K(P' \rightarrow P)$ le noyau de l'opérateur de transport qui transfère le neutron d'un point P' de l'espace des phases au point P de ce même espace.

La solution de cette équation intégrale peut être recherchée sous la forme d'une série de Neumann :

$$\psi(P) = \sum_{n=0}^{\infty} \psi_n(P) \quad (7-31)$$

avec :

$$\psi_n(P) = \int \dots \int S(P_0) T(P_0 \rightarrow P_1) K(P_1 \rightarrow P_2) \dots K(P_{n-1} \rightarrow P_n) K(P_n \rightarrow P) dP_0 dP_1 \dots dP_n \quad n \geq 1 \quad (7-32)$$

Le noyau K de l'opérateur de transport est le produit du noyau d'un « opérateur de déplacement » T et du noyau d'un « opérateur de collision » C [38] :

$$K = TC$$

Leurs expressions sont les suivantes [38] :

- le noyau de l'opérateur de déplacement est :

$$T(\vec{r}' = \vec{r} - s\vec{\Omega} \rightarrow \vec{r}, E,)ds = \Sigma(\vec{r}, E) \exp(-\tau(s))ds \quad (7-33)$$

avec :

$$\tau(s) = \int_0^s \Sigma_t(\vec{r} - s'\vec{\Omega}, E) ds' \quad (7-34)$$

Il permet d'échantillonner le parcours $s = |\vec{r} - \vec{r}'|$ des neutrons dans la matière.

- le noyau de l'opérateur de collision est :

$$C(\vec{r}, E' \rightarrow E, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) = \frac{\Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E, \vec{\Omega} \cdot \vec{\Omega}')}{\Sigma(\vec{r}, E)} \quad (7-35)$$

Il permet d'échantillonner les caractéristiques des neutrons après une diffusion, à savoir sa nouvelle direction et sa nouvelle énergie.

La relation (7-35) indique qu'il est possible de résoudre l'équation de transport intégrale en simulant des chaînes d'évènements qui constituent l'histoire de chaque neutron, l'ensemble des chaînes d'une longueur n donnée contribuant au résultat recherché.

7.2 LE CODE DE CALCUL APOLLO3®

APOLLO3® est un code de calcul déterministe développé au CEA Paris-Saclay par le Service d'Études des Réacteurs et de Mathématiques Appliquées (SERMA)² avec le soutien d'EDF et Framatome.

² DES/ISAS/DM2S

Il est développé dans le but de remplacer à terme des codes de calcul d'ancienne génération (APOLLO2 par exemple) dont l'architecture ne permet pas de traiter aisément des configurations de plus en plus complexes. Le traitement de ces cas complexes n'était pas envisageable au moment du développement des anciens codes de calcul en raison des capacités limitées des ordinateurs de l'époque.

Le code APOLLO3® a pour but d'être utilisé dans la conception de réacteurs de nouvelle génération et cela implique de nombreux défis à relever. En effet, lors de la phase de conception, des combustibles innovants présentant des très fortes hétérogénéités, et avec des géométries variées peuvent être testés. Par ailleurs, ce code offre une description 3D de la géométrie, ce qui n'était pas le cas pour la version précédente.

Les études de physique de cœur effectuées avec des logiciels de calcul déterministes nécessitent encore aujourd'hui de mettre en place un schéma de calcul en « 2 étapes ». La première étape consiste à réaliser un « calcul réseau », également appelé « *calcul lattice* » (*lattice calculation*). Il s'agit d'un calcul détaillé du point de vue de l'espace et de l'énergie sur un motif élémentaire du cœur du réacteur (généralement un assemblage de crayons combustibles) dont le but est de produire des sections efficaces pour l'exécution de la seconde étape du schéma de calcul. La géométrie initiale est simplifiée en réalisant une homogénéisation sur des « macros » régions respectant le bilan matière mais simplifiant le problème du point de vue spatial et énergétique. La seconde étape appelée « *calcul cœur* » consiste à résoudre, la plupart du temps, l'équation de transport simplifiée, voire très simplifiée en utilisant la théorie de la diffusion à deux groupes d'énergie.

Le code APOLLO3® possède différents solveurs, impliqués dans les deux étapes de calcul déterministe précédemment esquissées, et dont les spécificités sont brièvement rappelées ci-après.

La « **méthode des caractéristiques** » ou MOC (*Methods of Characteristic*) résout la forme caractéristique de l'équation de transport dans la région étudiée selon un trajet rectiligne. Cette méthode a été formulée par J. R. Askew en 1972 [39] et a été utilisée pour la première fois dans le code de calcul neutronique WIMS-E par M. J. Halsall en 1980 [40]. La mise en œuvre de cette méthode nécessite une double discrétisation spatiale et angulaire. Les sections efficaces sont supposées constantes dans chaque région de calcul.

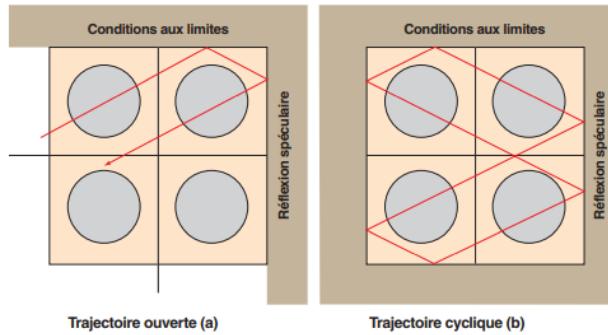


Figure 7-4 : Trajectoire utilisée dans la méthode des caractéristiques [7]

La méthode des « **probabilités de collisions** » (P_{ij}) permet de résoudre l'équation de transport intégrale en variables spatiales dans chaque groupe d'énergie pour le flux scalaire. Le flux neutronique est supposé plat par région. Cette méthode fournit une matrice qui permet de relier les sources neutroniques aux flux scalaires par région et dans laquelle chaque terme peut être considéré comme une probabilité de collision [7].

MINARET est un solveur 2D/3D de l'équation de transport. L'équation de transport avec 1 groupe d'énergie est résolue en utilisant l'approximation S_N et une méthode d'éléments finis discontinus de Galerkin sur des mailles non structurées de forme triangulaire en 2D ou de prisme en 3D. Les calculs multigroupes sont réalisés par un développement des sections efficaces de diffusion sur les polynômes de Legendre [41].

7.3 LE CODE DE CALCUL TRIPOLI-4®

Le code de calcul TRIPOLI-4® est la quatrième génération d'un code de transport Monte-Carlo tridimensionnel et à énergie continue [28]. Il simule le transport des neutrons, photons, électrons et positrons. Il est développé au CEA Paris-Saclay par le Service d'Études des Réacteurs et de Mathématiques Appliqués (SERMA)³.

Le code TRIPOLI-4® permet de calculer des grandeurs physiques d'intérêt variées qui sont : les flux ponctuel, surfacique ou volumique de particules, le courant des particules à travers une surface, les taux de réactions, des débits d'équivalent de dose, des dépôts d'énergie, des énergies de recul des atomes choqués, des déplacements par atome ou bien le facteur de multiplication effectif des neutrons. Pour cela, en utilisation standard, les estimateurs classiques « collision » et « corde » sont disponibles.

³ DES/ISAS/DM2S

TRIPOLI-4® est un code Monte-Carlo qui est principalement utilisé dans quatre grands domaines d'application :

- Les études de radioprotection qui consistent par exemple à établir une cartographie de débits de dose dans ou autour d'une installation nucléaire. Il s'agit généralement de problèmes à sources fixes en milieu non multiplicateur.
- Les études de sûreté-criticité qui requièrent la détermination du facteur de multiplication effectif des neutrons dans des configurations avec présence de matières fissiles (installation nucléaire, château de transport de combustibles nucléaires...).
- La physique des cœurs qui étudie le comportement de la population de neutrons dans le cœur d'un réacteur dont il faut assurer le pilotage et par suite en contrôler en permanence l'état de criticité d'une part, et d'autre part connaître la distribution de puissance en tout point.
- L'instrumentation nucléaire qui permet par des mesures réalisées d'accéder directement ou indirectement à des grandeurs physiques d'intérêt qui renseignent sur l'état du système nucléaire considéré ; elle est également incontournable pour effectuer des expériences repères – ou benchmarks – par exemple dans des réacteurs expérimentaux, dont les résultats de mesure servent à valider les codes de calcul.

Pour effectuer une simulation Monte-Carlo de la propagation des particules, les particules sources sont regroupées en lots ou « batchs » de particules. Chacun des « batchs » dont l'histoire de chacune des particules a été simulée fournit une estimation d'une même grandeur physique d'intérêt donnée. En appliquant la loi des grands nombres, ces valeurs estimées sont moyennées et une variance y est associée en ayant recours au théorème central limite (la variance sur la moyenne des résultats de l'ensemble des batchs (comportant chacun le même nombre de particules simulées) est égale à la variance intrinsèque de chaque batch (identique pour chacun des batchs) divisée par le nombre de batchs simulés).

Dans le cas des études de radioprotection et de l'instrumentation nucléaire, le code résout l'équation de Boltzmann stationnaire pour une source donnée : on parle de résolution du problème à source fixe. La source utilisée est définie par l'utilisateur et les neutrons provenant de la source sont alors simulés jusqu'à leur fin de vie (absorption ou fuite). Chaque « batch » de neutrons est initialisé avec la même distribution de source de neutrons fournie par l'utilisateur : la position, l'énergie et la direction d'un neutron source sont échantillonnées à partir de cette description.

Pour les études de sûreté-criticité et de physique du cœur le code résout l'équation critique du transport qui est une équation aux valeurs propres comme cela a déjà été dit plus haut : la valeur propre principale déterminée est le facteur de multiplication effectif des neutrons et le vecteur propre principal est appelé « mode fondamental » représentant le flux des neutrons lorsque le système fissile étudié est dans état stationnaire. Dans ce cas de figure, la source de neutrons initiale (pour le premier

« batch ») est fixée arbitrairement par l'utilisateur. Comme dans le cas déterministe, la résolution de ce « problème critique » se fait de manière itérative par une méthode dénommée « méthode d'itération de la puissance » ou « méthode de la puissance itérée » (voir chapitre 3 suivant). Dans une simulation de type Monte-Carlo, la source de neutrons de fission déterminée à l'issue d'un batch donné constitue la source de neutrons pour le traitement du batch suivant. Le processus est répété jusqu'à ce que la convergence de la source de neutrons soit atteinte, c'est-à-dire jusqu'à l'obtention du mode fondamental. Les grandeurs physiques d'intérêt telles que les taux de réaction de fission, d'absorption, etc. peuvent alors être calculées.

De manière générale le comportement de la convergence et plus précisément de la variance d'une grandeur d'intérêt calculée dans un transport Monte-Carlo varie en raison inverse du nombre d'histoires de neutron simulées.

Du point de vue statistique une différence importante est à noter entre un calcul à source fixe et un calcul critique : dans le premier cas les batchs simulés sont **indépendants** les uns des autres, dans le second, les batchs simulés sont **corrélés** entre eux. Dans ce second cas, le calcul de la variance associée à la valeur estimée de la grandeur physique considérée comporte un terme de **covariance** qui est par définition absent dans le premier.

TRIPOLI-4® est un code Monte-Carlo de référence pour la physique des réacteurs (calcul en mode stationnaire). Il est utilisé pour valider les modèles et schémas de calcul déterministes tels que ceux du code APOLLO3®.

7.4 DONNÉES NUCLÉAIRES

La réalisation de calculs neutroniques nécessite d'introduire dans l'équation de transport des **données nucléaires** qui caractérisent l'interaction des neutrons avec un noyau atomique-cible. Ce sont en particulier les sections efficaces des réactions nucléaires induites par les neutrons et les spectres et distributions angulaires des neutrons ayant subi une diffusion. Ces données physiques de base sont obtenues à l'aide de modèles théoriques proposés par des physiciens théoriciens et de mesures issues d'expériences dédiées. Elles sont rassemblées au sein d'une « évaluation de données nucléaires ». Une évaluation de données nucléaires relative à plusieurs centaines nucléides d'intérêt est rendue disponible sous la forme d'un fichier informatique. Les données nucléaires relatives aux processus radioactifs sont également incorporées dans ces évaluations afin d'être utilisées par les codes de calcul qui résolvent des équations de Bateman généralisées (ou équations d'évolution). Il est important de souligner que sont également fournies dans ces évaluations mais aussi de manière externe les incertitudes qui affectent les données nucléaires. La base COMAC élaborée au CEA Cadarache (Covariance MAtrices Cadarache) [42] regroupe ces incertitudes.

Les codes de calcul mis en œuvre dans cette thèse et plus généralement les codes de calcul neutroniques développés au CEA utilisent, entre autres évaluations,

l'évaluation de données nucléaires JEFF3.1.1 [43]. Cette base de données émane du projet JEFF (*Joint Evaluated Fission and Fusion File*) organisé sous l'égide de l'Agence pour l'Énergie Nucléaire (AEN) de l'OCDE. Parallèlement aux évaluations exploitées pour le transport des neutrons dans la matière, on utilise également des évaluations spécifiques à la dosimétrie telles que IRDF 2002 [44] et IRDFF [17] délivrées par l'Agence Internationale de l'Énergie Atomique (AIEA) de Vienne.

8 CHAPITRE 3 : ÉTUDE DE CONVERGENCE DES SOURCES NEUTRONIQUES EN PÉRIPHÉRIE D'UN CŒUR

Il a précédemment été souligné que les assemblages ou les crayons combustibles positionnés à la périphérie du cœur de réacteur contribuent majoritairement à l'irradiation neutronique des structures *ex-core*. On conçoit donc aisément que la qualité de l'estimation des sources de neutrons provenant de la périphérie du cœur détermine en partie la qualité de la détermination de la fluence neutronique. Il a également été indiqué plus haut que la distribution des sources de neutrons de fission est obtenue en appliquant la méthode de la puissance itérée [45] que l'outil de calcul mis en œuvre soit déterministe ou bien stochastique comme l'illustre la figure ci-dessous :

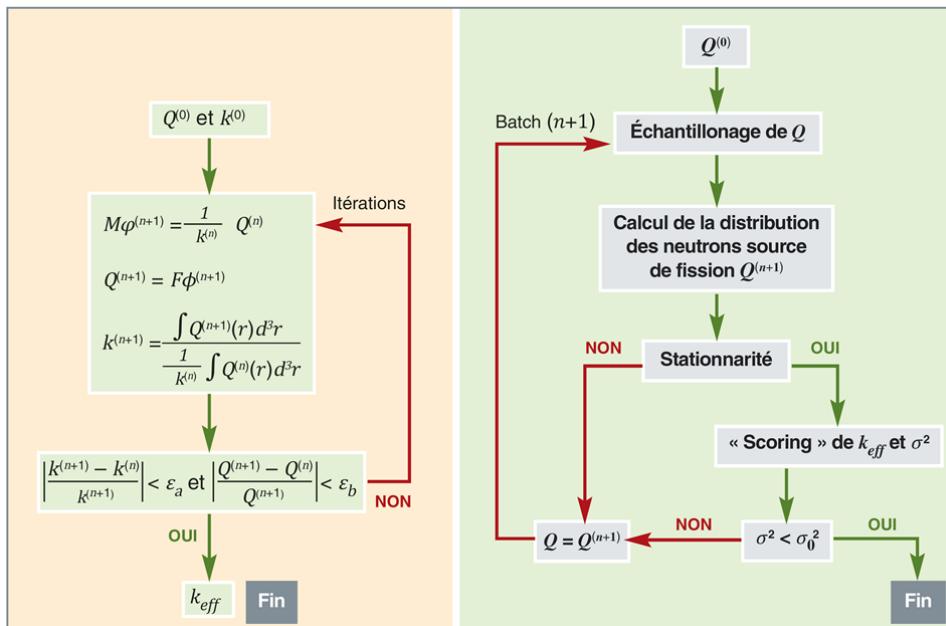


Figure 9-1 : Les algorithmes généraux « méthode d'itération de puissance » dans les deux cas de calculs déterministe (gauche) et Monte-Carlo (droite) : on part d'une source $Q^{(0)}$ et d'un facteur de multiplication effectif $k^{(0)}$ arbitraire, conduisant à chaque itération (ou batch) à une nouvelle distribution de source, $Q^{(n)}$ et un nouveau facteur de multiplication effectif $k^{(n)}$ [7].

L'objectif de ce chapitre est de cerner le nombre d'itérations requises pour obtenir une estimation suffisamment convergée non seulement du facteur de multiplication effectif des neutrons, qui est une grandeur globale, mais aussi le flux, les taux de réaction (absorption, fission...) ainsi que les sources de neutrons, proportionnelles au taux de fission, localement dans le cœur de réacteur. Cette étude porte sur un modèle de réacteur unidimensionnel homogène en transport monocinétique qui offre l'avantage d'un traitement analytique permettant de dégager des indications

utiles pour l'étude d'un système nucléaire réel tridimensionnel critique d'une taille donnée. Il est entendu que l'on se focalisera plus spécifiquement sur l'obtention de la convergence du flux neutronique dans les régions périphériques du cœur, le comportement des harmoniques du flux en fonction de la distance au centre du cœur ayant déjà été étudié dans des configurations simplifiées [46].

8.1 FORMALISME MATHÉMATIQUE

L'application du formalisme mathématique de la méthode de l'itération de la puissance à l'équation de transport est présentée dans l'annexe 15.3. Cela aboutit aux expressions suivantes respectivement de la source de neutrons en espace, $\varphi^{(n)}(\vec{r})$, et du facteur de multiplication effectif des neutrons, $k^{(n)}$, à l'ordre d'itération n , pour n suffisamment grand :

$$\varphi^{(n)}(\vec{r}) = \left[\prod_{i=0}^{n-1} \frac{k_1}{k^{(i)}} \right] u_1(\vec{r}) \left[1 + \sum_{l=2}^{\infty} \frac{\alpha_l}{\alpha_1} \left[\frac{k_l}{k_1} \right]^n \frac{u_l(\vec{r})}{u_1(\vec{r})} \right] \quad (8-1)$$

$$k^{(n)} \approx k_1 \left[1 + \sum_{l=2}^{\infty} \frac{\alpha_l}{\alpha_1} \left(\frac{k_l}{k_1} \right)^n \left(\frac{k_l}{k_1} - 1 \right) \int_V \frac{u_l(\vec{r})}{u_1(\vec{r})} d\vec{r} \right] \quad (8-2)$$

où les $k_{l=1,2,3,\dots}$ sont les valeurs propres de l'opérateur \mathbb{F} (cf. annexe 15.3) du problème critique traité, et $u_l(\vec{r})$ les fonctions propres correspondantes.

En limitant le développement jusqu'à la première harmonique $l = 2$, on a respectivement la distribution de la source (qui est proportionnelle au flux de neutrons) et le facteur de multiplication effectif des neutrons qui deviennent :

$$\varphi^{(n)}(\vec{r}) = \left[\prod_{i=0}^{n-1} \frac{k_1}{k^{(i)}} \right] u_1(\vec{r}) \left[1 + \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \left[\frac{k_2}{k_1} \right]^n \frac{u_2(\vec{r})}{u_1(\vec{r})} \right] \quad (8-3)$$

$$k^{(n)} \approx k_1 \left[1 + \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \left(\frac{k_2}{k_1} \right)^n \left(\frac{k_2}{k_1} - 1 \right) \int_V \frac{u_2(\vec{r})}{u_1(\vec{r})} d\vec{r} \right] \quad (8-4)$$

Le rapport de dominance ρ qui est le rapport des deux premières valeurs propres de l'opérateur \mathbb{F} est défini par la relation :

$$\rho = \frac{k_2}{k_1} \quad (8-5)$$

8.2 APPLICATION À UN RÉACTEUR PLAQUE

On considère un réacteur plaque formé d'un milieu homogène fissile (multiplicateur de neutrons) de taille a comme présenté sur la Figure 8-1. Les neutrons qui arrivent en bordure du réacteur plaque sur la dimension x peuvent fuir du système ou être en partie réfléchis si un matériau réflecteur de neutrons est présent.

On suppose que les neutrons sont monocinétiques. On désigne par Σ_a la section efficace neutronique macroscopique d'absorption, par Σ_f la section efficace neutronique macroscopique de fission et par v le nombre moyen de neutrons émis par fission.

On veut évaluer l'effet de la taille du réacteur sur l'atteinte de la convergence de la distribution de la source de neutrons dans la région périphérique du réacteur, c'est-à-dire en se positionnant en des abscisses proches de $\pm a/2$.

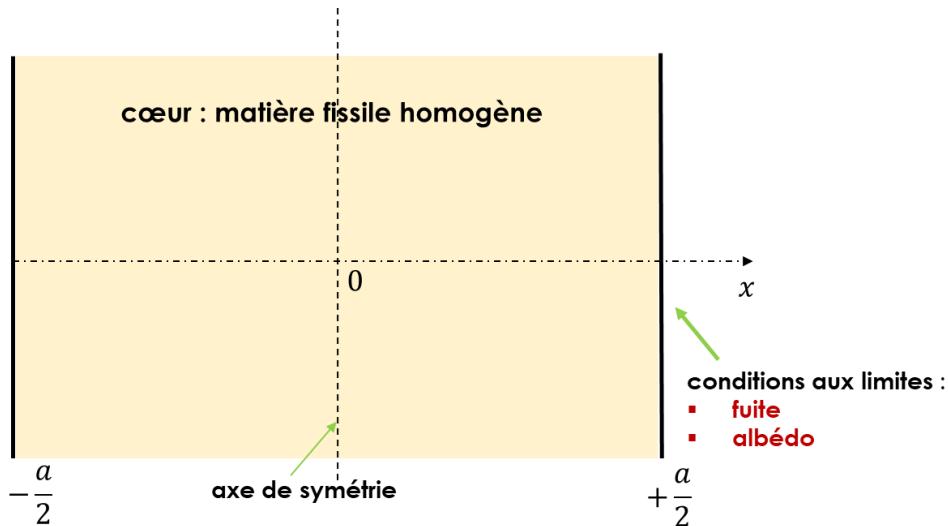


Figure 8-1 : Représentation du réacteur plaque ; il est infini selon les deux autres dimensions y et z . Une source initiale de neutrons est placée en position médiane à l'abscisse $x = 0$.

Deux cas de figures seront successivement traités respectivement relatifs aux conditions aux limites de fuite et d'albedo.

8.2.1 Cas avec condition de fuite

Dans le cadre de la théorie de la diffusion en hypothèse monocinétique, l'équation que l'on résout est la suivante [31] :

$$\frac{1}{v} \frac{\partial \phi(x, t)}{\partial t} - D \frac{\partial^2 \phi(x, t)}{\partial t^2} + \Sigma_a \phi(x, t) = v \Sigma_f \phi(x, t)$$

sous les conditions :

- condition initiale de symétrie :

$$\phi(x, 0) = \phi_0(x) = \phi_0(-x)$$

- conditions aux frontières du réacteur :

$$\phi\left(\frac{\tilde{a}}{2}, t\right) = \phi\left(-\frac{\tilde{a}}{2}, t\right) = 0$$

On montre que la solution s'écrit :

$$\phi(x, t) = \sum_{l \text{ impair}} \phi_l(x, t) = \sum_{l \text{ impair}} A_l \exp(-\lambda_l t) \cos\left[\frac{l\pi x}{\tilde{a}}\right] \quad (8-6)$$

dans laquelle :

$$\lambda_l = \nu\Sigma_a + \nu DB_l^2 - \nu\nu\Sigma_f = \nu \left[\Sigma_a + D \left(\frac{l\pi}{\tilde{a}} \right)^2 - \nu\Sigma_f \right] \quad (8-7)$$

$$A_l = \frac{2}{\tilde{a}} \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \phi_0(x) \cos\left[\frac{l\pi x}{\tilde{a}}\right] dx \quad (8-8)$$

En exprimant la condition d'indépendance de la solution $\phi(x, t)$ vis-à-vis du temps, c'est-à-dire pour $\lambda_l = 0$, on en déduit l'expression des valeurs propres notées k_l :

$$k_l = \frac{\nu\Sigma_f}{\Sigma_a + DB_l^2} \quad (8-9)$$

dans laquelle :

- D est le coefficient de diffusion ;
- B_l^2 est le laplacien géométrique :

$$B_l^2 = \left(\frac{l\pi}{\tilde{a}} \right)^2, l = 1, 3, 5 \dots \quad (8-10)$$

où $\tilde{a} > a$ étant la frontière extrapolée du réacteur à laquelle le flux de neutrons s'annule.

Par conséquent, pour cette configuration, le rapport de dominance s'écrit [45] :

$$\rho = \frac{k_3}{k_1} = \frac{\Sigma_a + DB_1^2}{\Sigma_a + DB_3^2} = \frac{\Sigma_a + D \left(\frac{\pi}{\tilde{a}} \right)^2}{\Sigma_a + D \left(\frac{3\pi}{\tilde{a}} \right)^2} < 1 \quad (8-11)$$

On constate que pour un réacteur plaque de grande taille, c'est-à-dire pour \tilde{a} grand, les termes dépendants de \tilde{a} deviennent petits devant Σ_a et donc le rapport de dominance tend vers 1 lorsque la taille du réacteur augmente.

Dans cette configuration, on cherche à mettre en relation la solution analytique de

l'équation de diffusion avec la solution provenant de l'algorithme de la puissance itérée pour en déduire le nombre d'itérations nécessaires à l'atteinte d'un critère de convergence fixé.

En se limitant aux deux premiers termes de la solution du flux on a respectivement :

$$\begin{aligned}\phi(x, t) &\approx A_1 \exp(-\lambda_1 t) \cos\left[\frac{\pi x}{\tilde{a}}\right] + A_3 \exp(-\lambda_3 t) \cos\left[\frac{3\pi x}{\tilde{a}}\right] \\ &= A_1 \exp\left\{-\nu\left[\Sigma_a + D\left(\frac{\pi}{\tilde{a}}\right)^2 - \nu\Sigma_f\right]t\right\} \cos\left[\frac{\pi x}{\tilde{a}}\right] \\ &\quad + A_3 \exp\left\{-\nu\left[\Sigma_a + D\left(\frac{3\pi}{\tilde{a}}\right)^2 - \nu\Sigma_f\right]t\right\} \cos\left[\frac{3\pi x}{\tilde{a}}\right]\end{aligned}\quad (8-12)$$

$$\begin{aligned}\phi^{(n)}(x) &\approx A_1 \cos\left[\frac{\pi x}{\tilde{a}}\right] \left[1 + \left(\frac{k_3}{k_1}\right)^n \frac{u_3(x)}{u_1(x)}\right] \\ &= A_1 \cos\left[\frac{\pi x}{\tilde{a}}\right] \left[1 + \left(\frac{\Sigma_a + D\left(\frac{\pi}{\tilde{a}}\right)^2}{\Sigma_a + D\left(\frac{3\pi}{\tilde{a}}\right)^2}\right)^n \frac{A_3 \cos\left[\frac{3\pi x}{\tilde{a}}\right]}{A_1 \cos\left[\frac{\pi x}{\tilde{a}}\right]}\right]\end{aligned}\quad (8-13)$$

On suppose que le réacteur considéré est à l'état critique. Soit ϵ le critère de convergence à atteindre en relatif. L'inégalité à satisfaire est donc :

$$\frac{|\phi^{(n)}(x) - \phi(x, t \rightarrow \infty)|}{\phi(x, t \rightarrow \infty)} \leq \epsilon \quad (8-14)$$

Le flux stationnaire $\phi(x, t \rightarrow \infty)$ correspond au mode fondamental :

$$\phi(x, t \rightarrow \infty) = \phi(x) = A_1 \cos\left[\frac{\pi x}{\tilde{a}}\right] \quad (8-15)$$

On suppose que la même distribution initiale arbitraire de la source a été choisie à la fois pour l'algorithme itératif et pour la résolution analytique. La relation (8-14) devient :

$$\left| \frac{A_1 \cos\left[\frac{\pi x}{\tilde{a}}\right] \left[1 + \left(\frac{\Sigma_a + D\left(\frac{\pi}{\tilde{a}}\right)^2}{\Sigma_a + D\left(\frac{3\pi}{\tilde{a}}\right)^2}\right)^n \frac{A_3 \cos\left[\frac{3\pi x}{\tilde{a}}\right]}{A_1 \cos\left[\frac{\pi x}{\tilde{a}}\right]}\right] - A_1 \cos\left[\frac{\pi x}{\tilde{a}}\right]}{A_1 \cos\left[\frac{\pi x}{\tilde{a}}\right]} \right| \leq \epsilon \quad (8-16)$$

Il en résulte :

$$\left| \left(\frac{\Sigma_a + D \left(\frac{\pi}{\tilde{a}} \right)^2}{\Sigma_a + D \left(\frac{3\pi}{\tilde{a}} \right)^2} \right)^n \frac{A_3 \cos \left[\frac{3\pi x}{\tilde{a}} \right]}{A_1 \cos \left[\frac{\pi x}{\tilde{a}} \right]} \right| \leq \varepsilon \quad (8-17)$$

D'où :

$$n \ln \left(\left| \frac{\Sigma_a + D \left(\frac{\pi}{\tilde{a}} \right)^2}{\Sigma_a + D \left(\frac{3\pi}{\tilde{a}} \right)^2} \right| \right) \leq \ln \varepsilon - \ln \left(\left| \frac{A_3 \cos \left[\frac{3\pi x}{\tilde{a}} \right]}{A_1 \cos \left[\frac{\pi x}{\tilde{a}} \right]} \right| \right) \quad (8-18)$$

On peut donc obtenir le nombre $n(x)$ d'itérations requises pour satisfaire le critère de convergence fixé au point x .

$$n = n(x) \geq \frac{\ln \varepsilon - \ln \left(\left| \frac{A_3 \cos \left[\frac{3\pi x}{\tilde{a}} \right]}{A_1 \cos \left[\frac{\pi x}{\tilde{a}} \right]} \right| \right)}{\ln \left(\left| \frac{\Sigma_a + D \left(\frac{\pi}{\tilde{a}} \right)^2}{\Sigma_a + D \left(\frac{3\pi}{\tilde{a}} \right)^2} \right| \right)} \quad (8-19)$$

On peut bien entendu également prendre en compte un nombre plus élevé d'harmoniques du flux, l'obtention du nombre d'itérations nécessitant alors une résolution numérique ou bien graphique de la relation (8-14).

Quelques exemples numériques sont exposés dans la suite se rapportant à différentes tailles de réacteurs plaques critiques.

8.2.1.1 Réacteur plaque critique d'épaisseur 40 cm

La configuration choisie est un réacteur plaque homogène et critique dont les paramètres physiques caractéristiques sont les suivants :

- épaisseur $a = 40 \text{ cm}$, $a/2 = 20 \text{ cm}$
- $\Sigma_a = 0,225 \text{ cm}^{-1}$, $v\Sigma_f = 0,233 \text{ cm}^{-1}$ et $D = 1,26 \text{ cm}$, respectivement section efficace d'absorption, section efficace de production des neutrons de fission, coefficient de diffusion

La condition initiale imposée est un flux uniforme de neutrons dans la plaque fissile : $\phi_0(x) = \phi_0 = 1,50 \cdot 10^{12} \text{ neutrons.cm}^{-2}.s^{-1}$ pour tout x .

À l'aide des données précédentes, et en utilisant les équations (8-7) et (8-11), on

peut obtenir les premières valeurs propres et les premiers rapports de dominance (on fait l'hypothèse $\tilde{\alpha} = \alpha$) :

$$\begin{aligned}\lambda_3 &= \nu \left[\Sigma_a + D \left(\frac{3\pi}{\tilde{\alpha}} \right)^2 - \nu \Sigma_f \right] \approx 220000 \left[0,225 + 1,26 \left(\frac{3\pi}{40} \right)^2 - 0,233 \right] = 13629 \\ \lambda_5 &= \nu \left[\Sigma_a + D \left(\frac{5\pi}{\tilde{\alpha}} \right)^2 - \nu \Sigma_f \right] \approx 220000 \left[0,225 + 1,26 \left(\frac{5\pi}{40} \right)^2 - 0,233 \right] = 40987 \\ \rho_3 &= \frac{k_3}{k_1} = \frac{\Sigma_a + D \left(\frac{\pi}{\tilde{\alpha}} \right)^2}{\Sigma_a + D \left(\frac{3\pi}{\tilde{\alpha}} \right)^2} \approx \frac{0,225 + 1,26 \left(\frac{\pi}{40} \right)^2}{0,225 + 1,26 \left(\frac{3\pi}{40} \right)^2} = 0,789 \\ \rho_5 &= \frac{k_5}{k_1} = \frac{\Sigma_a + D \left(\frac{\pi}{\tilde{\alpha}} \right)^2}{\Sigma_a + D \left(\frac{5\pi}{\tilde{\alpha}} \right)^2} \approx \frac{0,225 + 1,26 \left(\frac{\pi}{40} \right)^2}{0,225 + 1,26 \left(\frac{5\pi}{40} \right)^2} = 0,555\end{aligned}$$

La Figure 8-2 illustre le processus numérique de convergence du flux de neutrons en se positionnant comme précédemment à 1 cm de la surface de fuite du réacteur et donc aux abscisses $x = \pm 19 \text{ cm}$.

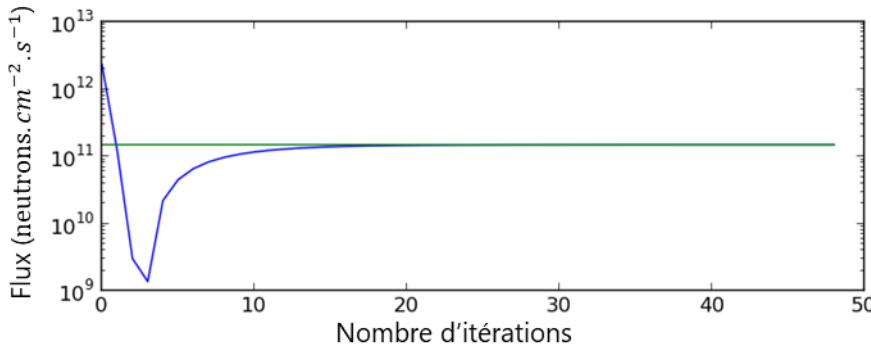


Figure 8-2 : Flux de neutrons ($\text{neutrons.cm}^{-2}.\text{s}^{-1}$) en fonction du nombre d'itérations (échelle logarithmique) à 1 cm de la surface de fuite : $x = \pm 19 \text{ cm}$. En vert, la valeur du mode fondamental vers laquelle tend le flux de neutrons calculé par la méthode de la puissance itérée.

Le nombre n d'itérations nécessaire pour satisfaire le critère ϵ sont :

- $\epsilon = 10^{-2}, n = 23$
- $\epsilon = 10^{-3}, n = 32$
- $\epsilon = 10^{-4}, n = 42$

On observe sur la figure précédente que le flux calculé converge bien vers la valeur du mode fondamental attendue :

$$\phi(x) = A_1 \cos \left[\frac{\pi x}{\tilde{\alpha}} \right] \approx 1,50 \cdot 10^{12} \cos \left[\frac{3,14 \times 19}{40} \right] = 1,17 \cdot 10^{11} \text{ neutrons.cm}^{-2}.\text{s}^{-1}$$

8.2.1.2 Réacteur plaque critique d'épaisseur 154,05 cm (source uniforme)

La configuration choisie est un réacteur plaque homogène et critique dont les paramètres physiques caractéristiques sont les suivants :

- épaisseur $a = 154,05 \text{ cm}$; $a/2 = 77,025 \text{ cm}$
- $\Sigma_a = 0,1532 \text{ cm}^{-1}$, $v\Sigma_f = 0,1570 \text{ cm}^{-1}$ et $D = 9,21 \text{ cm}$, respectivement section efficace d'absorption, section efficace de production des neutrons de fission, coefficient de diffusion (valeurs provenant de [31])

La condition initiale choisie est identique aux cas précédents d'un flux uniforme de neutrons dans la plaque fissile : $\phi(x) = \phi = 1,50 \cdot 10^{12} \text{ neutrons.cm}^{-2.s}^{-1}$.

À l'aide des données précédentes, et en utilisant les équations (8-7) et (8-11), on peut obtenir les premières valeurs propres et les premiers rapports de dominance (on fait l'hypothèse $\tilde{a} = a$) :

$$\begin{aligned}\lambda_3 &= v \left[\Sigma_a + D \left(\frac{3\pi}{\tilde{a}} \right)^2 - v\Sigma_f \right] \approx 220000 \left[0,1532 + 9,21 \left(\frac{3\pi}{154,05} \right)^2 - 0,157 \right] = 6748 \\ \lambda_5 &= v \left[\Sigma_a + D \left(\frac{5\pi}{\tilde{a}} \right)^2 - v\Sigma_f \right] \approx 220000 \left[0,1532 + 9,21 \left(\frac{5\pi}{154,05} \right)^2 - 0,157 \right] = 20230 \\ \rho_3 &= \frac{k_3}{k_1} = \frac{\Sigma_a + D \left(\frac{\pi}{\tilde{a}} \right)^2}{\Sigma_a + D \left(\frac{3\pi}{\tilde{a}} \right)^2} \approx \frac{0,1532 + 9,21 \left(\frac{\pi}{154,05} \right)^2}{0,1532 + 9,21 \left(\frac{3\pi}{154,05} \right)^2} = 0,836 \\ \rho_5 &= \frac{k_5}{k_1} = \frac{\Sigma_a + D \left(\frac{\pi}{\tilde{a}} \right)^2}{\Sigma_a + D \left(\frac{5\pi}{\tilde{a}} \right)^2} \approx \frac{0,1532 + 9,21 \left(\frac{\pi}{154,05} \right)^2}{0,1532 + 9,21 \left(\frac{5\pi}{154,05} \right)^2} = 0,630\end{aligned}$$

La Figure 8-3 illustre le processus numérique de convergence du flux de neutrons en se positionnant comme précédemment à 1 cm de la surface de fuite du réacteur et donc aux abscisses $x = \pm 76,025 \text{ cm}$.

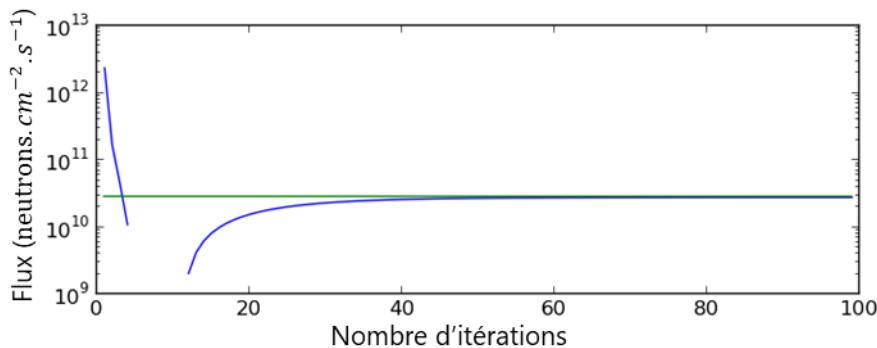


Figure 8-3 : Flux de neutrons (neutrons.cm⁻².s⁻¹) en fonction du nombre d'itérations (échelle logarithmique) à 1 cm de la surface de fuite : $x = \pm 76,025 \text{ cm}$. En vert, la valeur du mode fondamental vers laquelle tend le flux de neutrons calculé par la méthode de la puissance itérée.

La première observation que l'on peut faire est qu'un processus itératif non convergé peut donner des valeurs négatives du flux (valeurs négatives non représentées sur la courbe en échelle logarithmique). Ceci s'explique par la formule (8-6) qui est une somme de différentes contributions, certaines positives et d'autres négatives et l'apparition de valeurs négatives est possible lorsque la convergence est loin d'être atteinte.

En utilisant la courbe présentée en Figure 8-3, on peut obtenir les valeurs du nombre d'itérations n pour lesquelles on converge vers la valeur cherchée par analyse graphique (valeurs arrondies à l'entier supérieur). On obtient :

- $\epsilon = 10^{-2}, n = 59$ itérations
- $\epsilon = 10^{-3}, n = 83$ itérations
- $\epsilon = 10^{-4}, n = 107$ itérations

$$\begin{aligned}\phi(x = 76,025) &= A_1 \cos \left[\frac{\pi x (= 76,025)}{\tilde{a}} \right] \\ &\approx 1,5 \cdot 10^{12} \cos \left[\frac{3,14 \times 76,025}{154,05} \right] = 3,187 \cdot 10^{10} \text{ neutrons.cm}^{-2}.s^{-1}\end{aligned}$$

La Figure 8-4 ci-après montre le nombre d'itérations nécessaire pour converger en fonction de la position x dans la plaque fissile. On remarque bien que ce nombre augmente au fur et à mesure que l'on se rapproche de la périphérie de la plaque.

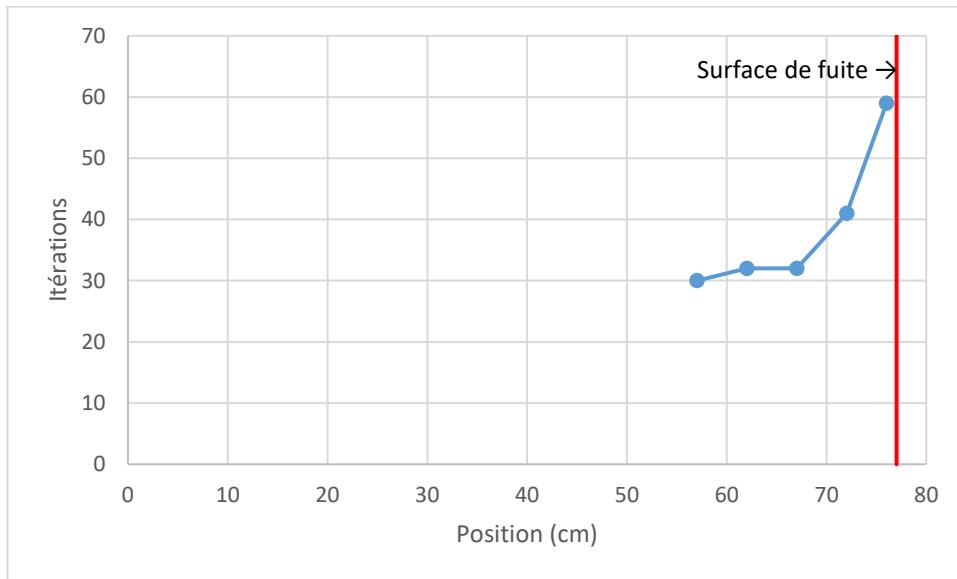


Figure 8-4 : Nombre d'itérations, n , nécessaire relatif à la valeur $\epsilon = 10^{-2}$ du critère de convergence en fonction de la position x du point de calcul du flux de neutrons.

8.2.1.3 Réacteur plaque critique d'épaisseur 154,05 cm (source ponctuelle)

On illustre ici l'impact du choix de la source (ou du flux) de neutrons initiale sur la « vitesse » de convergence de la méthode de l'itération de la puissance. Les caractéristiques du réacteur plaque sont identiques à celles du paragraphe précédent.

La condition initiale imposée est un flux de neutrons décrit par une distribution de Dirac en x_0 :

$$\phi_0(x) = \phi_0 \delta(x - x_0) \quad (8-20)$$

avec :

$$\psi_0(x) = \psi_0 = 1,50 \cdot 10^{12} \text{ neutrons.cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$$

Par conséquent, les coefficients A_n du développement du flux de neutrons (8-6) sont donnés par :

$$A_n = \frac{2\psi_0}{\tilde{a}} \int_{-\frac{\tilde{a}}{2}}^{\frac{\tilde{a}}{2}} \cos\left[\frac{n\pi x}{\tilde{a}}\right] \delta(x - x_0) dx = \frac{2\psi_0}{\tilde{a}} \cos\left[\frac{n\pi x_0}{\tilde{a}}\right] = \frac{2\psi_0}{\tilde{a}} \quad (8-21)$$

puisque l'on place la source initiale de neutrons en position médiane $x_0 = 0$.

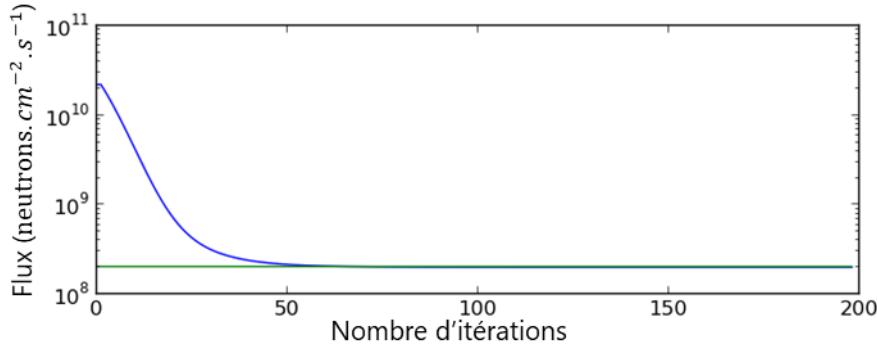


Figure 8-5 : Cas d'une source de neutrons initiale en Dirac placée en position médiane dans la plaque fissile. Flux de neutrons ($\text{neutrons.cm}^{-2}.\text{s}^{-1}$) en fonction du nombre d'itérations (échelle logarithmique) à 1 cm de la surface de fuite : $x = \pm 76,025 \text{ cm}$. En vert, la valeur du mode fondamental vers laquelle tend le flux de neutrons calculé par la méthode de la puissance itérée.

Les valeurs du nombre d'itérations n obtenues par analyse graphique pour laquelle on converge le flux à ϵ près sont :

- $\epsilon = 10^{-2}, n = 70$ itérations
- $\epsilon = 10^{-3}, n = 94$ itérations
- $\epsilon = 10^{-4}, n = 119$ itérations

$$\begin{aligned}\phi(x = 76,025) &= \frac{2\phi_0}{\tilde{a}} \cos \left[\frac{\pi x (= 76,025)}{\tilde{a}} \right] \\ &\approx 1,5 \cdot 10^{12} \cos \left[\frac{3,14 \times 76,025}{154,05} \right] = 4,12 \cdot 10^8 \text{ neutrons.cm}^{-2}.\text{s}^{-1}\end{aligned}$$

Les observations que l'on peut faire dans le cas où l'on utilise une source ponctuelle sont les mêmes que celles faites dans le cas où l'on utilise une source initiale de neutrons uniforme (cf. paragraphe 8.2.1.2) à la différence que le nombre d'itérations nécessaire pour converger est plus élevé.

La Figure 8-6 ci-après montre le nombre d'itérations nécessaire pour converger en fonction de la position x dans la plaque fissile. On remarque bien que ce nombre augmente au fur et à mesure que l'on se rapproche de la périphérie de la plaque.

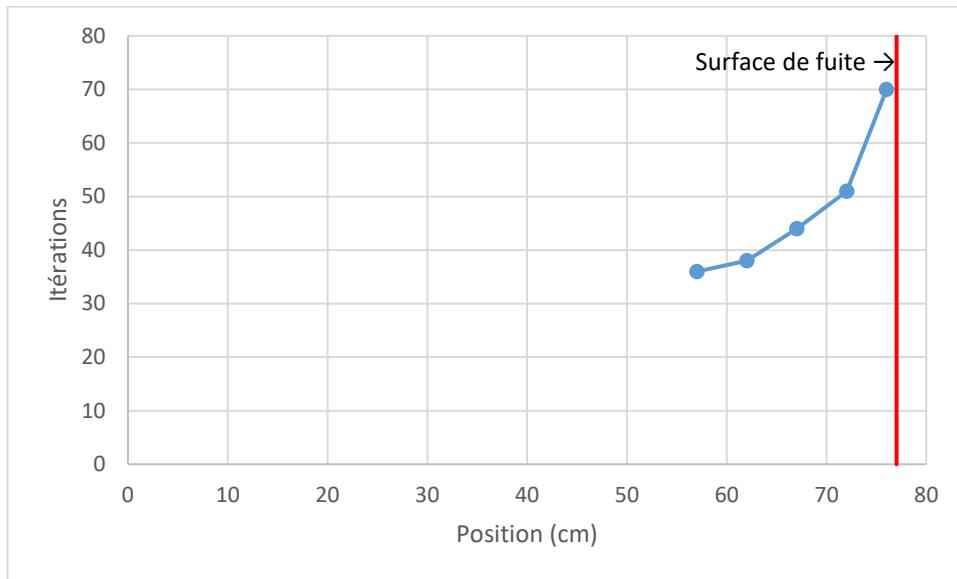


Figure 8-6 : Nombre d’itérations, n , nécessaire relatif à la valeur $\epsilon = 10^{-2}$ du critère de convergence en fonction de la position x du point de calcul du flux de neutrons.

8.2.2 Réacteur plaque avec albédo

Le réacteur considéré est semblable aux précédents (de 154,05 cm), mais on lui ajoute un réflecteur de neutrons qui « repousse » ceux-ci vers le cœur. Ce réflecteur est modélisé à l'aide d'un coefficient de réflexion des neutrons ou albédo.

La configuration choisie est donc un réacteur plaque homogène et critique dont les paramètres physiques caractéristiques sont les suivantes :

- $\Sigma_a = 0,1532 \text{ cm}^{-1}$, $\nu\Sigma_f = 0,1570 \text{ cm}^{-1}$ et $D = 9,21 \text{ cm}$, respectivement section efficace d'absorption, section efficace de production des neutrons de fission, coefficient de diffusion (valeurs provenant de [31])
- présence d'un albédo $\beta = 0,81$ (valeurs provenant de [47]) pour modéliser un réflecteur correspondant à de l'eau légère ($L_{\text{eau}} = 2,74 \text{ cm}$ et $D_{\text{eau}} = 0,23 \text{ cm}$)
- épaisseur $a = 44,8 \text{ cm}$ calculé utilisant la formule de l'« économie de réflecteur » [31] que permet la réflexion des neutrons.

La condition initiale choisie est un flux uniforme de neutrons $\phi_0(x) = \phi_0 = 1,50 \cdot 10^{12} \text{ neutrons.cm}^{-2.s}^{-1}$.

En utilisant ces nouvelles données, on peut donc déterminer le flux neutronique pour le réacteur critique « réfléchi ».

L'albédo correspond à la proportion de neutrons qui est renvoyée dans le milieu fissile au niveau d'une surface séparatrice de deux milieux. Noté β , il est défini au

niveau de l'interface des deux milieux concernés comme le rapport :

$$\beta = \frac{J^-}{J^+} = \frac{\text{courant réfléchi}}{\text{courant incident}} \quad (8-22)$$

avec :

$$J^- = \frac{\psi_0}{4} + \frac{2}{D} \left(\frac{d\phi}{dx} \right)_{x=a/2} \quad (8-23)$$

$$J^+ = \frac{\psi_0}{4} - \frac{2}{D} \left(\frac{d\phi}{dx} \right)_{x=a/2} \quad (8-24)$$

Les expressions (8-23) et (8-24) sont obtenues en utilisant la loi de Fick :

$$J = -D \left(\frac{d\phi}{dx} \right) \quad (8-25)$$

En remplaçant (8-23) et (8-24) dans l'équation (8-25), les conditions d'albédo à la limite du cœur sur le flux ϕ et qui sont exprimées en $x = \pm a/2$ (limite du réflecteur) peuvent être obtenues :

$$-D \left(\frac{d\phi(-a/2)}{dx} \right) + \frac{1}{2} \frac{1-\beta}{1+\beta} \phi(-a/2) = 0 \quad (8-26)$$

$$D \left(\frac{d\phi(a/2)}{dx} \right) + \frac{1}{2} \frac{1-\beta}{1+\beta} \phi(a/2) = 0 \quad (8-27)$$

Les conditions d'albédo (8-26) et (8-27) correspondent respectivement aux conditions à gauche et à droite de la plaque critique telles que présentées en Figure 8-1. Elles peuvent être réécrites sous la forme :

$$-\delta \left(\frac{d\phi(-a/2)}{dx} \right) + \phi(-a/2) = 0 \quad (8-28)$$

$$\delta \left(\frac{d\phi(a/2)}{dx} \right) + \phi(a/2) = 0 \quad (8-29)$$

avec :

$$\delta = 2D \frac{1+\beta}{1-\beta} \quad (8-30)$$

En utilisant l'équation de Boltzmann critique et stationnaire, nous pouvons écrire :

$$-\frac{d}{dx} \left(D \left(\frac{d\phi}{dx} \right) \right) + \Sigma_a \phi = \nu \Sigma_f \phi \quad (8-31)$$

$$\frac{d^2\phi}{dx^2} + \left(\frac{\nu \Sigma_f - \Sigma_a}{D} \right) \phi = 0 \quad (8-32)$$

L'équation (8-32) peut être réécrite en posant :

$$\gamma = \sqrt{\frac{\nu \Sigma_f - \Sigma_a}{D}} \quad (8-33)$$

Ce qui donne donc :

$$-\frac{d^2\phi}{dx^2} = \gamma^2 \phi \quad (8-34)$$

d'où :

$$\phi(x) = A \cos(\gamma x) + B \sin(\gamma x) \quad (8-35)$$

La condition de symétrie du flux :

$$\frac{d\phi(0)}{dx} = 0 \quad (8-36)$$

impose que $B = 0$. La solution de (8-34) est donc de la forme :

$$\phi(x) = A \cos(\gamma x) \quad (8-37)$$

Les conditions aux limites en $x = \pm a/2$ permettent d'écrire :

$$-\delta \gamma \sin(\gamma x) + \cos(\gamma x) = 0 \quad (8-38)$$

L'équation (8-38) s'obtient également sous la forme :

$$\cotg(\gamma \frac{a}{2}) = \delta \gamma \quad (8-39)$$

Les intersections entre les courbes $f(\gamma) = \cotg(\gamma \frac{a}{2})$ et $f(\gamma) = \delta \gamma$ nous permettent d'obtenir les solutions γ recherchées. La figure ci-dessous présente la façon d'obtenir les solutions avec les paramètres $a = 2$ et $\delta = 1$. Pour obtenir un cas plus général, il suffit de changer le δ et de multiplier les axes des abscisses par π/a .

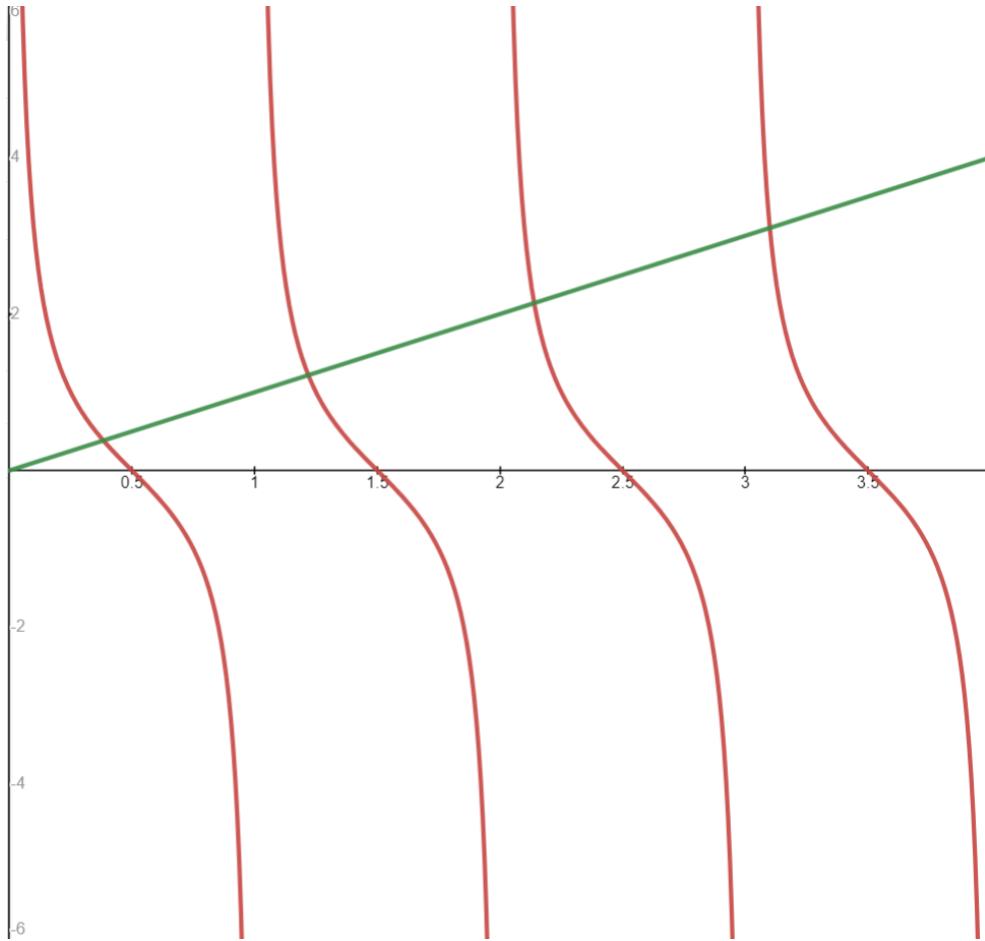


Figure 8-7 : Représentation des courbes $f(\gamma) = \cotg(\gamma^2/2)$ et $f(\gamma) = \delta\gamma$

Les solutions sont notées $\gamma_0 < \gamma_1 < \gamma_2 < \dots < \gamma_n$ mais seulement la solution γ_0 appartient à l'intervalle $[0, \pi/(2a)]$. On en déduit donc les différents modes propres $\phi_i(x) = \cos(\gamma_i x)$ et que seulement le mode propre $\phi_0(x) = \cos(\gamma_0 x)$ est positif dans l'intervalle $0 \leq x \leq a/2$: il s'agit donc du mode fondamental.

Le laplacien géométrique, B , s'identifie à γ et est donc obtenu par la relation (8-39).

Comme précédemment, nous avons la série des valeurs propres suivantes relatives au facteur de multiplication effectif des neutrons :

$$k_i = \frac{\nu \Sigma_f}{\Sigma_a + DB_i^2} = \frac{\nu \Sigma_f}{\Sigma_a + D\gamma_i^2}$$

où γ_i est fonction de la taille a du réacteur et de l'albédo β par l'intermédiaire de δ défini par (8-30).

Par analyse graphique, on a obtenu les solutions du mode propre ce qui permet également d'obtenir les valeurs du facteur de multiplication effectif :

- $\gamma_0 = 0,0199$ et $k_1 = 1,000$
- $\gamma_1 = 0,0999$ et $k_2 = 0,641$
- $\gamma_2 = 0,1998$ et $k_3 = 0,301$

À l'aide de la nouvelle expression du flux prenant en compte l'utilisation de l'albédo, nous pouvons à présent représenter les courbes du flux par itération en fonction du nombre d'itérations.

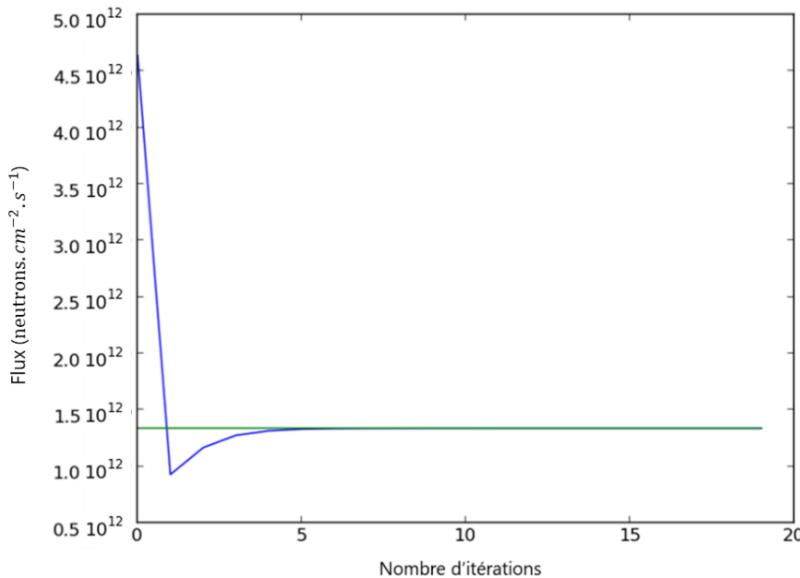


Figure 8-8 : Flux de neutrons ($\text{neutrons.cm}^{-2}.\text{s}^{-1}$) en fonction du nombre d'itérations (échelle logarithmique) à 1 cm de la surface de fuite : $x = \pm 22,4 \text{ cm}$. En vert, la valeur du mode fondamental vers laquelle tend le flux de neutrons calculé par la méthode de la puissance itérée.

On observe sur la figure précédente que le flux calculé converge bien vers la valeur du mode fondamental attendue :

$$\phi(x) = A_1 \cos(\gamma x) \approx 1,50 \cdot 10^{12} \cos(0,0199 \times 21,4) = 1,36 \cdot 10^{12} \text{ neutrons.cm}^{-2}.\text{s}^{-1}$$

En utilisant la courbe présentée précédemment dans la Figure 8-8, on peut obtenir les valeurs du nombre d'itérations n pour lesquelles le flux atteint une convergence souhaitée ϵ par analyse graphique. On obtient donc :

- $\epsilon = 10^{-2}, n = 5$ itérations
- $\epsilon = 10^{-3}, n = 7$ itérations
- $\epsilon = 10^{-4}, n = 9$ itérations

Les résultats obtenus dans ce cas peuvent être comparés avec ceux obtenus dans le paragraphe 8.2.1.1. Comme on pouvait s'y attendre, le nombre d'itérations nécessaire pour faire converger le calcul dans le cas de la plaque critique est significativement plus faible dans la configuration avec l'albédo que dans le cas de

la plaque de même composition et ayant une dimension assez proche.

L'effet typique d'un réflecteur sur le flux dans le cœur est montré dans la Figure 8-9.

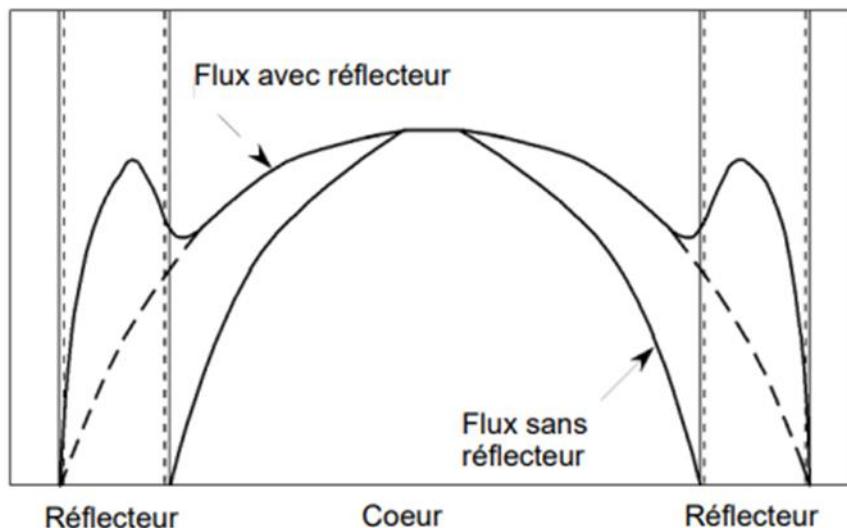


Figure 8-9 : Effet de l'ajout d'un réflecteur sur le flux neutronique

Le nombre d'itérations déterminé ici pourra être comparé également avec le nombre d'itérations que le code déterministe APOLLO3® a nécessité pour faire converger les taux de réaction dans les crayons combustibles en périphérie du réflecteur pour le cœur FLUOLE2 : 8 itérations pour un cœur critique de taille similaire à la plaque. L'utilisation d'un modèle simplifié tel que la plaque critique permet d'estimer un ordre de grandeur du nombre d'itérations requis par un cas réel.

8.3 CONCLUSION

Le but de cette partie était d'aborder la problématique de la convergence des sources en périphérie de cœur. Les différentes configurations testées ont permis de mettre en évidence que le nombre d'itérations nécessaire pour la convergence du flux, et donc de la source de neutrons, augmente en fonction de la taille de la plaque étudiée en des points homologues vis-à-vis de la frontière du réacteur plaque. Pour un réacteur d'une taille donnée, la convergence du flux est plus lente en périphérie que dans une zone plus centrale.

Le nombre d'itérations nécessaire à la convergence du flux obtenu sur ces modèles simplifiés pourrait fournir un indicateur du nombre d'itérations nécessaires à cette même convergence dans un cas d'étude réel (par exemple un REP) cependant plus complexe par son caractère géométrique tridimensionnel et son domaine énergétique.

9 CHAPITRE 4 : DÉTERMINATION DES SOURCES NEUTRONIQUES D'UNE MAQUETTE CRITIQUE À L'AIDE DU CODE DÉTERMINISTE APOLLO3®

L'étude présentée dans ce chapitre est de type « benchmark ». Elle a pour vocation de contribuer à la validation du schéma de calcul de la nappe de puissance d'un cœur de REP à l'aide du code APOLLO3®, couvrant les régions qui comportent des hétérogénéités. C'est en particulier le cas pour les zones périphériques du cœur dont on a déjà souligné l'importance vis-à-vis de la détermination de la fluence neutronique reçue par les structures externes du cœur, notamment la cuve.

L'objectif du travail réalisé et détaillé dans ce chapitre est d'élaborer un schéma de calcul tridimensionnel (3D) en deux étapes à l'aide du code de transport des neutrons déterministe, APOLLO3® dans le but de calculer la nappe de puissance dans une maquette critique. La configuration d'étude est une irradiation du programme expérimental FLUOLE2 [48] réalisé dans la maquette critique EOLE [49] au CEA de Cadarache. Les résultats obtenus avec le code APOLLO3® sont validés à l'aide de simulations Monte-Carlo réalisées avec le code TRIPOLI-4®. Les grandeurs neutroniques d'intérêt dans notre cas sont le facteur de multiplication des neutrons, k_{eff} , ainsi que les taux de réaction de fission et d'absorption dans chacun des crayons combustibles constituant le cœur de la maquette expérimentale EOLE. Les calculs ont été réalisés avec la version v2.0.3 du code APOLLO3® [29] et la version 10.2 [28][50] du code Monte-Carlo TRIPOLI-4®. La bibliothèque de données nucléaires est commune : CEA-V512 (fondée sur l'évaluation JEFF3.1.1) [43].

En premier lieu, on rappelle les caractéristiques de la maquette critique EOLE et de la configuration d'étude du programme FLUOLE2, puis l'on présente le calcul réseau, utilisant le solveur TDT-MOC [51], permettant d'obtenir les sections efficaces multigroupes autoprotégées sur le modèle 2D élaboré de la configuration FLUOLE2. Enfin, le modèle 3D du cœur utilisant les sections efficaces précédemment obtenues ainsi que la mise en œuvre du solveur transport S_N MINARET d'APOLLO3® [51] sur ce modèle sont présentés, suivis des différents résultats obtenus qui sont comparés à ceux calculés avec le code TRIPOLI4®.

Le code de calcul utilisé permet d'obtenir dans des calculs sur des réacteurs à eau pressurisée réalisés avec le solveur MINARET, des écarts-types de l'ordre de 1% sur la majorité des crayons combustibles avec des écarts relatifs sur les crayons les plus pénalisants au niveau des interfaces pouvant aller jusqu'à près de 10%. Dans le cas d'un schéma de calcul industriel, ces écarts sont doublés, c'est-à-dire 2% d'écart-types sur les crayons combustibles et jusqu'à 20% d'écart sur les crayons combustibles les plus pénalisants (ils sont dans des zones à faible flux de neutrons donc l'impact sur le résultat global est faible) [52].

9.1 MAQUETTE CRITIQUE EOLE

La maquette critique EOLE [49] de faible puissance (inférieure à 1 kW) a joué un rôle important dans la validation de schémas de calcul pour le transport des neutrons et des photons ainsi que des données nucléaires associées. Des études liées aux réacteurs à eau pressurisée ont été menées sur cette maquette, notamment dans le but d'obtenir des données précises et nombreuses sur l'utilisation de combustibles MOX et de réduire l'incertitude sur le calcul de paramètres dans le cœur d'un réacteur (Programme FLUOLE2 par exemple). D'autres expériences portant sur le réflecteur en acier (programme PERLE [53]) ou encore la validation du combustible du futur réacteur RJH (programme AMMON [54]) ont été également réalisées à l'aide de cette maquette critique.

EOLE est une maquette critique de petite taille, constituée d'une cuve cylindrique pouvant accueillir un cœur de configuration variée modéré avec de l'eau légère afin d'être représentatif des réacteurs à eau pressurisée. L'utilisation de différentes configurations et des différents paramètres mesurés (comme des plans de chargement du cœur différents avec la présence de MOX ou de crayon en acier afin de vérifier et améliorer les codes de calculs pour l'utilisation d'une configuration 100% et d'améliorer les connaissances sur l'utilisation de MOX) à l'aide de différentes techniques expérimentales (exemple : mesure dosimétrique, chambre à fission, détecteur gamma, ...) permet d'obtenir des informations variées sur les caractéristiques de la configuration étudiée.

La maquette critique EOLE située au CEA de Cadarache a été définitivement arrêtée en 2017 après avoir été en fonctionnement depuis 1965.

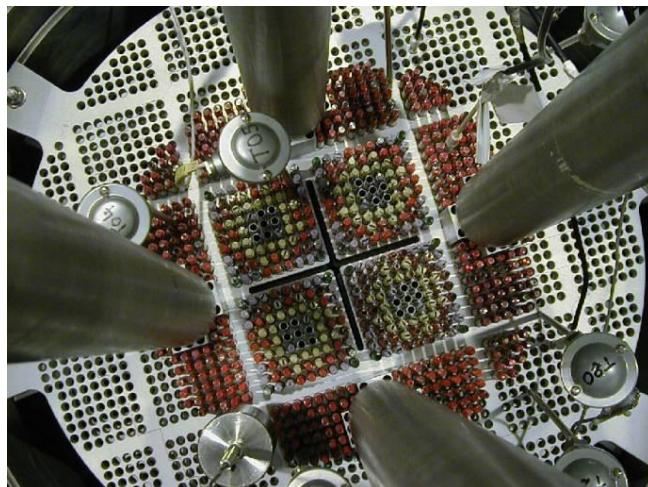


Figure 9-1 : Maquette critique EOLE

9.2 DESCRIPTION DE L'EXPÉRIENCE FLUOLE2

L'expérience FLUOLE2 [48] a été réalisée dans le but d'apporter des éléments de validation pour la propagation des neutrons entre le cœur d'un REP et la cuve. Les dispositifs expérimentaux mis en œuvre dans le cadre du programme FLUOLE2 sont représentatifs des paliers CPY et N4 du parc nucléaire français.

Lors de l'expérience FLUOLE2, plusieurs campagnes d'irradiations ont été réalisées. L'objectif du travail présenté dans ce manuscrit est d'examiner l'impact du calcul de la distribution de puissance dans le cœur, notamment dans les crayons périphériques, sur la fluence neutronique calculée reçue par les structures hors cœur. C'est la raison pour laquelle l'irradiation dénommée « FEX07 » a été choisie car son but était de valider le calcul d'atténuation des neutrons dans les différents éléments internes à la cuve. Durant cette campagne d'irradiation, 6 dosimètres étaient placés dans le cœur et 137 dans les structures externes.

La Figure 9-2 présente le dispositif FLUOLE2 tel que modélisé avec le code TRIPOLI-4®. Le cœur est entouré de structures métalliques représentant les éléments internes que l'on retrouve dans les réacteurs à eau sous pression (REP), à savoir : cloisonnement, enveloppe, bouclier thermique, capsules et porte-capsules, cuve. Le nord de la géométrie est représentatif du parcours optique des neutrons entre le cœur et les capsules d'un palier CPY et N4. Le sud est représentatif du parcours entre le cœur et la cuve pour les mêmes paliers.

Le cœur représenté en Figure 9-2 est constitué de deux zones distinctes : 11 rangées de cellules composées principalement de crayons combustibles MOX positionnés au sud du cœur et faisant face aux structures représentant la cuve et 18 rangées de cellules composées principalement de crayons combustibles UOX au nord du cœur et faisant face aux structures représentant les capsules. Le cœur contient également des emplacements dédiés au pilotage du cœur, à la sûreté, au suivi de l'irradiation (par mesures faites avec une chambre à fission) ainsi que des emplacements pouvant servir à accueillir des dosimètres dont la surgaine est en aluminium.

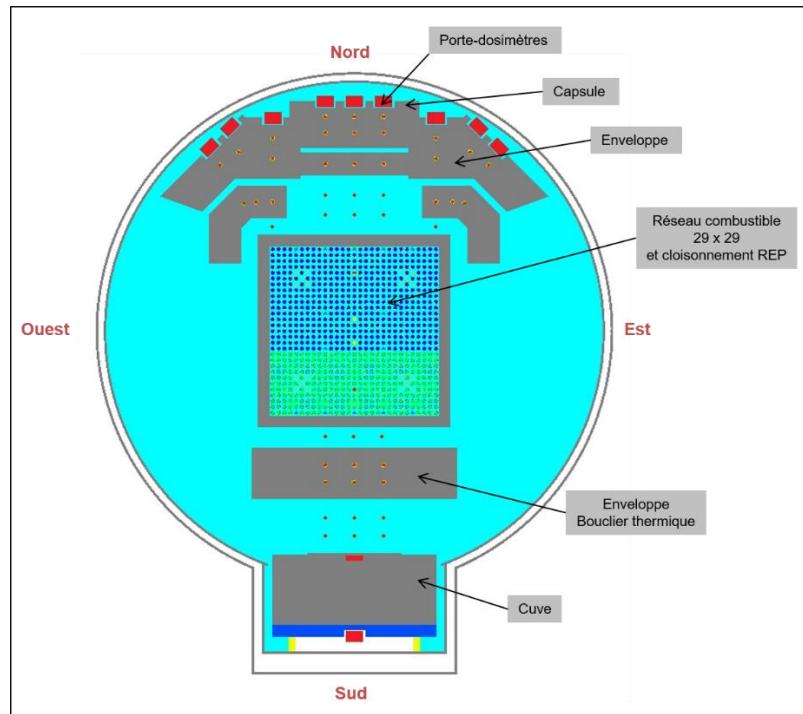


Figure 9-2 : Modélisation TRIPOLI-4® de FLUOLE2

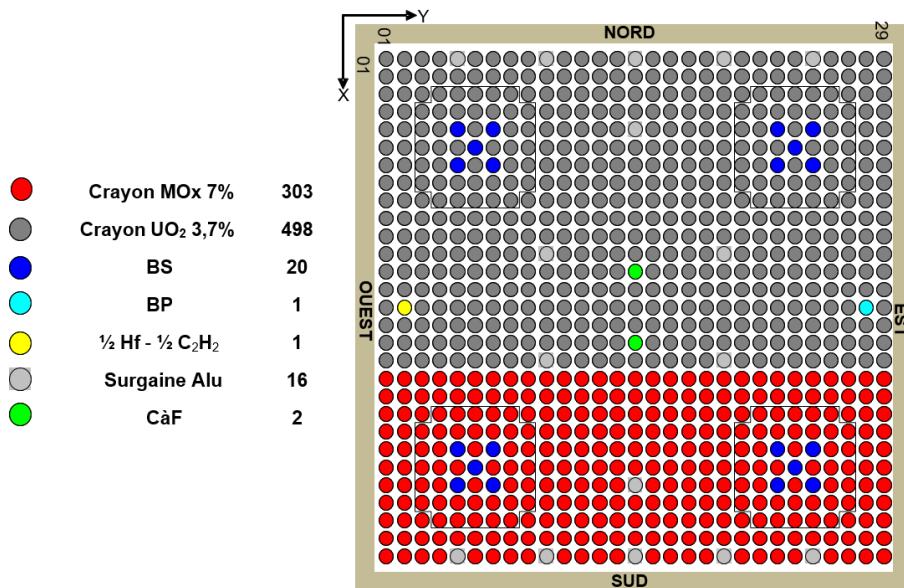


Figure 9-3 : Vue schématique du cœur de FLUOLE2 en configuration MOX face cuve

9.3 PRÉSENTATION DU SCHÉMA DE CALCUL EN 2 ÉTAPES

Une description fine en espace, angle et énergie de l'équation de transport des neutrons dans un réacteur nucléaire impliquerait un nombre d'inconnues extrêmement important (10^{15} à 10^{17}). La puissance de calcul actuellement disponible ne permet pas de traiter un problème de cette taille. Dans le cas de la physique des réacteurs, le neutronicien utilise des simplifications et des découplages spatiaux et énergétiques qui sont adaptés aux types de réacteurs étudiés. L'ensemble des simplifications et découpages choisis caractérise un schéma de calcul (se reporter à la Figure 7-2). La Figure 9-4 illustre les différentes échelles de modélisation adoptées en neutronique dans un tel schéma de calcul déterministe en deux étapes.

La première étape consiste à réaliser un *calcul réseau*. Il s'agit d'un calcul détaillé du point de vue de l'espace et de l'énergie sur un motif élémentaire du cœur du réacteur (généralement un assemblage de crayons combustibles). Ce calcul est réalisé en milieu infini, c'est-à-dire que les conditions aux limites sont de la réflexion. De plus, il est fait avec des fuites critiques ($k_{eff} = 1$) afin d'avoir un spectre plus représentatif de ce qui se passe dans le cœur d'un réacteur. Le calcul réseau prend en compte l'hétérogénéité de l'assemblage mais avec certaines limitations car il s'agit d'un calcul en 2D dont l'hétérogénéité radiale est supposée plus importante que l'hétérogénéité axiale. Le but de ce calcul est de produire des sections efficaces pour la seconde étape. Pour cela, le motif géométrique initiale est homogénéisé en « macro » région tout en conservant les bilans matières. Ce processus s'appelle l'homogénéisation. En plus de cette homogénéisation spatiale, il est courant de réaliser une condensation du maillage énergétique, ce qui permet aussi de simplifier le problème. À la fin de cette première étape, nous avons donc des sections efficaces homogénéisées et condensées qui pourront être réutilisées dans l'étape suivante.

La seconde étape appelée *calcul cœur* consiste à résoudre l'équation de transport en utilisant les sections efficaces homogénéisées et condensées issues du calcul réseau à la place des structures hétérogènes du cœur. Ce n'est pas ce qui est couramment utilisé dans un schéma de calcul, la plupart du temps, l'équation de transport est simplifiée, voire très simplifiée en utilisant la diffusion. Dans notre cas, on a choisi de résoudre l'équation de transport à l'aide du solveur MINARET car cela permet de prendre en compte des géométries non structurées, offrant la possibilité de rajouter au besoin des structures externes au cœur, telles que des dosimètres.

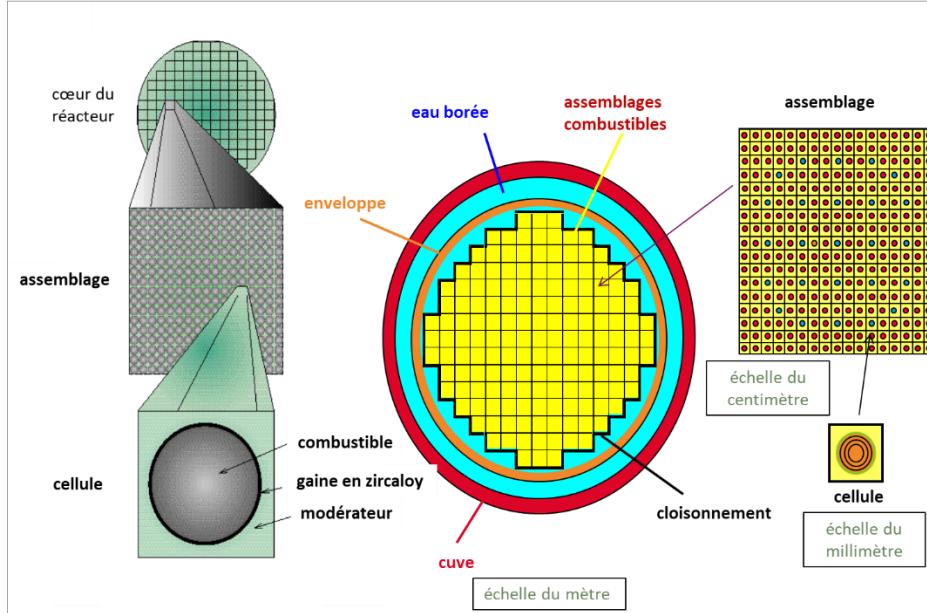


Figure 9-4 : Les différentes échelles de modélisation dans les calculs de neutroniques déterministes [55].

Au cours de ces deux étapes, le neutronicien fait des simplifications, choisit des solveurs numériques, la discréétisation énergétique et spatiale, des options d'autoprotection, et un critère de convergence dans le but de résoudre l'équation de transport avec une incertitude acceptable (se reporter au chapitre 2).

Par la suite, sera présentée la mise en place d'un schéma de calcul en deux étapes pour des calculs de neutronique associés à l'expérience FLUOLE2 réalisée dans la maquette critique EOLE.

L'utilisation du code déterministe APOLLO3® présente l'avantage d'être plus rapide qu'une simulation Monte-Carlo. En contrepartie, des écarts avec le code de référence TRIPOLI-4® peuvent se produire en fonction des paramètres de calcul choisis. Il est toutefois important d'assurer un bon accord entre le code déterministe APOLLO3® et le code Monte-Carlo TRIPOLI-4® pour les crayons périphériques du programme FLUOLE2 puisque les neutrons arrivant sur les structures externes au cœur du réacteur et notamment à la cuve proviennent majoritairement des assemblages périphériques [12]. Dans le programme FLUOLE2, ce sont les crayons périphériques qui sont représentatifs de ces assemblages périphériques. Cela requiert donc la recherche du schéma de calcul déterministe et de la modélisation associée qui satisfont cette exigence de représentativité.

9.4 CALCUL DES SECTIONS EFFICACES AUTOPROTÉGÉES POUR LE MODÈLE FLUOLE2

9.4.1 Objectif

L'expérience FLUOLE2 a été choisie dans notre cas d'étude car il s'agit d'un cœur de petite dimension. Pour le calcul des sections efficaces pour le modèle du cœur, nous avons opté pour la réalisation d'un calcul sur le cœur complet car le cœur est de petite dimension et l'environnement du cœur a un très fort impact sur les sections efficaces dans le cœur. Ces impacts proviennent notamment de l'interface entre le combustible d'oxyde mixte uranium et plutonium (MOX) et celui d'oxyde d'uranium (UOX), des interfaces entre le combustible et le cloisonnement, des différentes structures présentes dans le cœur...

Dans un premier temps, le calcul de la nappe de puissance 2D est réalisé avec un calcul réseau à l'aide du code déterministe APOLLO3®. Ce calcul permet d'obtenir les sections efficaces multigroupes autoprotégées pour le modèle FLUOLE2 afin de les réutiliser pour réaliser des calculs 3D cœur complet. Pour cela, il faut effectuer un calcul APOLLO3® réseau qui soit le plus réaliste possible. C'est la raison pour laquelle la nappe de puissance 2D a d'abord été comparée avec celle obtenue par simulation avec le code Monte-Carlo TRIPOLI-4® qui sert de référence.

9.4.2 Calcul de référence TRIPOLI-4®

Le calcul de référence est utilisé pour déterminer la nappe de puissance 2D crayon par crayon dans le cœur de la maquette FLUOLE2. Lors de ce calcul, il n'est donc pas nécessaire de modéliser toutes les structures qui sont présentes hors du cœur mais seulement celles qui ont un impact sur les taux de fission et d'absorption dans les crayons combustibles. La modélisation a donc été simplifiée en n'utilisant que le cœur et son cloisonnement, le tout étant entouré par de l'eau comme le présente la Figure 9-5.

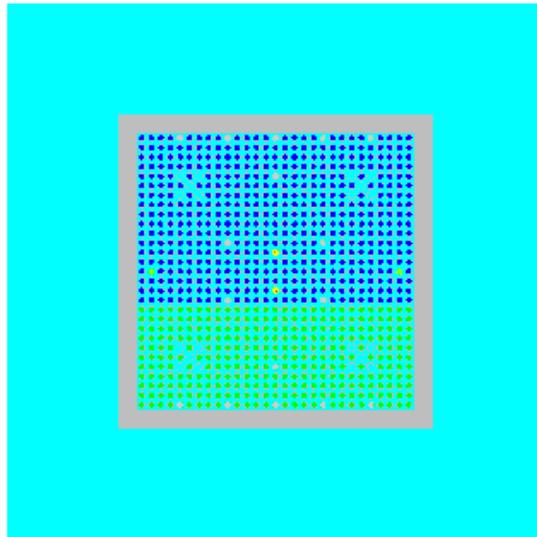


Figure 9-5 : Modélisation simplifiée utilisée pour le calcul TRIPOLI4®

Le calcul de référence TRIPOLI-4® a été réalisé pour correspondre à un plan 2D localisé au plan médian du cœur de la maquette FLUOLE2. La réalisation du calcul sur ce plan nécessite une épaisseur de la tranche de matériaux qui soit supérieure au libre parcours moyen de neutrons, dans le cas contraire le rebond des neutrons sur les surfaces de réflexion sur les parties supérieure et inférieure de la tranche choisie peut induire des problèmes (dans notre cas, une épaisseur d'1 mètre a été choisie).

Les crayons combustibles UOX et MOX ainsi que les différentes structures présentes dans le cœur sont modélisées à l'aide de réseaux de crayons qui utilisent donc le mode combinatoire de description de la géométrie dans le code TRIPOLI-4® (obligation de définir une « boîte »). Ceci entraîne des problèmes de fuites dues aux imprécisions numériques lorsque la surface de réflexion est au même niveau que la surface supérieure ou inférieure de la tranche définie. Pour pallier ce problème, il a fallu modéliser une très fine couche de vide entre la surface de réflexion et la tranche représentative de FLUOLE2 afin de définir une deuxième surface de réflexion qui sert à renvoyer les neutrons qui seraient passés à travers la première surface de réflexion (voir Figure 9-6).

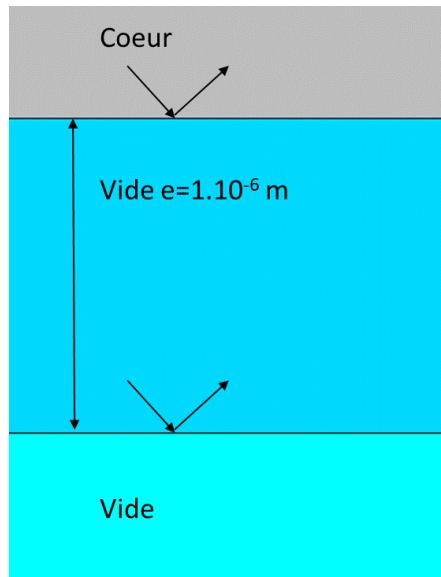


Figure 9-6 : Modélisation des surfaces de réflexion

Le cœur est quasiment symétrique à l'exception de deux barreaux absorbants de diamètres différents à l'est et à l'ouest du dispositif. Une comparaison entre un calcul TRIPOLI-4® pour un cœur contenant les deux barreaux légèrement différents et un cœur totalement symétrique montre un écart sur les taux de réaction compris entre 2 et 3% seulement pour les crayons immédiatement voisins du barreau absorbant et un effet négligeable pour le reste du cœur. Le cœur symétrique a été choisi pour le reste des calculs car celui-ci permet de ne simuler qu'un demi-cœur de symétrie est/ouest pour les calculs APOLLO3® et ainsi d'obtenir un gain de temps de simulation significatif.

9.4.3 Calcul APOLLO3® réseau 2D

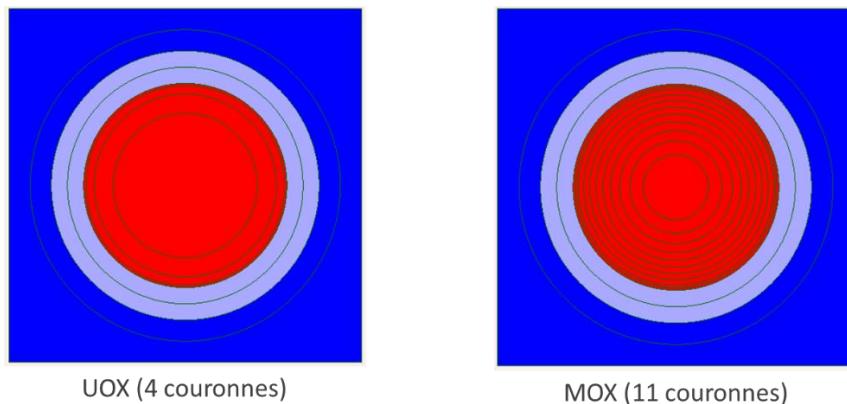
9.4.3.1 Objectif

L'obtention des sections efficaces multigroupes en énergie et autoprotégées sur le modèle 2D présente un intérêt pour les calculs de transport cœur réalisés par la suite à l'aide du code APOLLO3®. En effet, les sections efficaces ainsi obtenues vont être « chargées » pour lancer un calcul de transport APOLLO3® sans avoir besoin de les recalculer lors du calcul cœur 3D. Les géométries utilisées dans le calcul réseau sont produites à l'aide d'ALAMOS [56], qui est une interface graphique dont le but est de gérer des géométries pour les codes de calcul neutronique. Par la suite, toutes les géométries (calcul cœur ainsi que les géométries d'homogénéisation) utilisées pour les calculs APOLLO3® seront aussi produites à l'aide ce module.

9.4.3.2 Modèle d'autoprotection avec APOLLO3®

Le modèle d'autoprotection (voir paragraphe 7.1.3.1) est appliqué sur le motif 2D de la modélisation du demi-cœur FLUOLE2. La méthode d'autoprotection utilisée est la « méthode de Livant-Jeanpierre » avec « calcul Pij » sur la géométrie exacte.

Pour réaliser le calcul d'autoprotection, il y a plusieurs paramètres à prendre en compte afin de reproduire correctement le phénomène d'autoprotection. Les crayons combustibles UOX nécessitent d'être découpés en quatre couronnes concentriques (de surface correspondant à 50%, 30%, 15% et 5% de la section totale du crayon UOX en partant du centre de celui-ci vers la périphérie). Chaque couronne est équivalente à une région d'autoprotection. Les crayons combustibles MOX quant à eux nécessitent l'utilisation de 11 couronnes d'autoprotection (10% de la section du crayon MOX en partant du centre vers la périphérie pour les 9 premières couronnes et 5% pour les 2 dernières). Ces deux modèles de discréétisation spatiale sont illustrés par la Figure 9-7.



Dans notre cas d'étude, on cherche à avoir les meilleurs taux de fission et d'absorption possibles dans les crayons combustibles. C'est la raison pour laquelle il a été choisi de réaliser l'autoprotection sur le cœur complet et non pas sur des sous-motifs permettant de simplifier le problème comme il est usuel de faire. Ceci est possible car la géométrie du cœur étudié est de petite dimension et parce que, dans ce contexte expérimental, nous n'avons pas besoin de sections efficaces multi-paramétrées (pas d'évolution temporelle isotopique du combustible ou de contre-réactions neutroniques, donc seul suffit un jeu unique de sections efficaces pour le cœur en conditions nominales).

Il a aussi été nécessaire d'autoprotéger le cloisonnement en acier qui entoure le cœur car celui-ci comporte des éléments à sections efficaces résonnantes (fer et chrome notamment) et une mauvaise autoprotection du cloisonnement peut avoir un effet important sur le résultat des taux de fission et d'absorption calculés dans les crayons

en périphérie du cœur (proche du cloisonnement). Dans notre cas, il est important de mailler très finement les quelques millimètres de cloisonnement les plus proches du combustible en raison de l'« effet de peau ». En effet, l' « effet de peau » qui consiste en une fine couche aux interfaces entre deux matériaux, joue un rôle important dans la description correcte des phénomènes de transport, c'est la raison pour laquelle il est nécessaire de mailler correctement cette région dans nos simulations numériques [57]. Le reste du cloisonnement peut être maillé un peu plus grossièrement car son impact sur les taux de réaction des crayons périphériques est moindre. Le maillage défini pour le cloisonnement est présenté par la Figure 9-8.

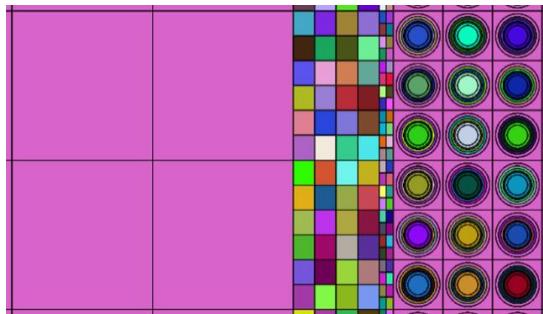


Figure 9-8 : Motif d'autoprotection du cloisonnement

Pour les options du calcul d'autoprotection utilisant le maillage énergétique « SHEM » (281 groupes d'énergie), nous avons utilisé celles recommandées dans la référence [58] qui conseille de réaliser l'autoprotection des éléments seulement sur les groupes d'énergie spécifiques du maillage énergétique afin de ne pas consommer du temps dans le calcul de l'autoprotection dans des groupes d'énergie qui ne présentent pas d'intérêt. Ces groupes d'énergie ne présentent pas d'intérêt car le nombre de groupes d'énergie dans le maillage « SHEM » est suffisamment élevé pour ne pas nécessiter de traitement d'autoprotection ou que les résonances présentes en dehors des plages conseillées ont une importance faible.

9.4.3.3 Modélisation du maillage spatial pour le calcul de flux avec le solveur TDT-MOC

Le calcul du flux est réalisé en utilisant la « méthode des caractéristiques » (MOC) du solveur « TDT » (approximation des sources constantes à l'intérieur de chaque maille) sur des cellules de combustible au maillage raffiné avec 16 secteurs dans l'eau ainsi qu'une couronne et 8 secteurs pour le reste de la cellule (voir Figure 9-9). Les paramètres de traçage ont été optimisés pour la méthode des caractéristiques (24 angles appartenant à $[0, \pi]$ pour la quadrature « *cyclic azimuthal* » et 3 angles sur $[0, \pi/2]$ pour la quadrature polaire de type Bickley). L'ordre d'anisotropie 3 a été utilisé.

Le critère de convergence retenu pour l'intégrale de fission est de 1.10^{-5} et celui pour le k_{eff} est de 1.10^{-6} . Ces critères de convergence ont été fixés car ils permettent d'obtenir des taux de réaction convenables dans les deux combustibles lorsqu'on les

compare à ceux obtenus avec le code de calcul de référence TRIPOLI-4®. En effet, ces taux de réaction présentent des écarts d'environ 1% avec un écart maximal pour un crayon pouvant atteindre 3%. Avec des critères moins contraignants, les taux de réaction seraient très sous-estimés dans l'UOX et très surestimés dans le MOX et conduiraient également à un important écart sur le k_{eff} (+1000 pcm) par rapport à la référence Monte-Carlo.

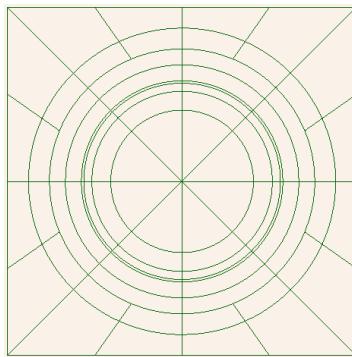


Figure 9-9 : Maillage raffiné d'une cellule combustible

9.4.3.4 Impact du maillage sur les résultats

Durant le réglage des différentes options du solveur, on a remarqué que le maillage du flux utilisé pouvait avoir un impact important sur le résultat de k_{eff} ainsi que sur les taux de réaction. Pour évaluer l'impact du maillage sur le flux dans le cloisonnement et l'eau entourant le réacteur, plusieurs simulations ont été réalisées. Dans un premier temps, un cœur 29 x 29 composé uniquement de crayons UOX en milieu infini a été simulé et un bon accord APOLLO3®/TRIPOLI-4® pour les taux de réaction et le k_{eff} (à 120 pcm près) a été obtenu dans cette configuration. Lorsque l'on rajoute le cloisonnement et l'eau autour du cœur, les résultats obtenus diffèrent en fonction du maillage de flux ou d'autoprotection choisi dans le cloisonnement et l'eau entourant le cœur.

Lorsque l'on maille finement le cloisonnement ainsi que les structures extérieures (cloisonnement et eau), une légère détérioration du k_{eff} calculé (écart de k_{eff} de près de 200 pcm) pour un cœur UOX est observée. En utilisant le même maillage et en ajoutant les crayons combustibles MOX, l'écart sur le k_{eff} monte à presque 650 pcm mais avec des taux de réaction acceptables (les écarts sur les taux de réaction sont en moyenne inférieurs à 1% avec des maxima en dessous de 2% aux niveaux des interfaces combustible/cloisonnement). En modifiant les paramètres des mailles pour améliorer les résultats, un écart sur le k_{eff} de 265 pcm a été obtenu pour une simulation avec un maillage du flux plus grossier dans les structures extérieures ce qui acceptable, mais cette amélioration du k_{eff} s'accompagne d'une détérioration sur les taux de réaction calculés dans les crayons périphériques. De nombreux crayons présentent un écart supérieur à 2% sur les taux de réaction en périphérie (voir Figure 9-10), alors que notre but est d'obtenir la meilleure

représentation possible de ces crayons périphériques. Les écarts obtenus sont cohérents avec des résultats que l'on retrouve dans la littérature. Par exemple, un schéma de calcul relatif au cœur du réacteur CABRI⁴, des écarts de l'ordre du pourcent sont obtenus pour les crayons dans le cœur avec des écarts allant à plus de 3% au niveau de l'interface avec le réflecteur [59]. La Figure 9-10 montre les écarts relatifs obtenus sur le cœur de FLUOLE2, les rangées de crayon allant de 0 à 10 sur l'axe de gauche représentent la partie sud du cœur, c'est-à-dire le combustible MOX et de 11 à 28 les rangées de crayon UOX, toutes les figures présentées par la suite auront cette orientation. Les résultats TRIPOLI-4® utilisés pour tracer cette figure ont une incertitude statistique inférieure à 0,2% et les résultats présentés sur la figure correspondent à l'écart relatif (APOLLO3®-TRIPOLI-4®)/TRIPOLI-4® (tous les résultats présentés par la suite utiliseront cette même définition de l'écart relatif et tous les calculs TRIPOLI-4® des taux de réaction crayon par crayon seront convergés à moins de 0,2%). Il s'agit donc de trouver le meilleur compromis entre l'amplitude des écarts afférents aux taux de réaction crayon par crayon et celle de l'écart sur le k_{eff} .

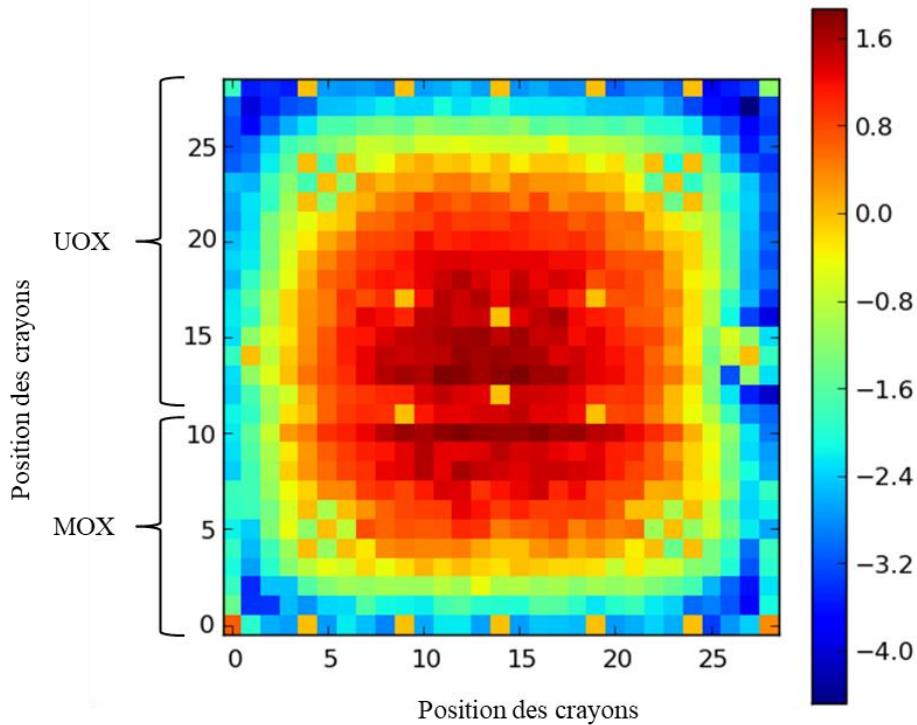


Figure 9-10 : Écarts relatifs (en %) obtenus en comparant les taux de fission calculés à l'aide des codes APOLLO3® et TRIPOLI-4® (taux de fission TRIPOLI-4® convergés à moins de 0,2 %)

⁴ Sur le Centre CEA de Cadarache.

9.4.4 Résultats obtenus et interprétation

On présente ici les résultats obtenus pour le calcul du k_{eff} , et des taux de réaction obtenus avec le solveur MOC du code APOLLO3®, ainsi que ceux obtenus en utilisant le code de référence TRIPOLI-4®.

À titre indicatif, le calcul réalisé avec APOLLO3® nécessite une dizaine d'heures de temps CPU et près de 120 Go de mémoire. Il peut être réalisé sur certains PCs de bureau possédant l'espace mémoire suffisant mais si l'on souhaite pousser la convergence (augmentation du nombre de mailles, anisotropie, etc.) il est nécessaire d'utiliser un cluster de calcul avec suffisamment de mémoire.

Le calcul de référence TRIPOLI-4® a quant à lui demandé environ 2 jours de temps de simulation pour un calcul parallélisé sur 100 processeurs.

9.4.4.1 Le facteur de multiplication effectif des neutrons K_{eff}

On peut voir dans le Tableau 1 que la réactivité est surestimée par APOLLO3® vis-à-vis du calcul de référence TRIPOLI-4®. L'écart observé entre le code de référence TRIPOLI4® et APOLLO3® est d'environ 380 pcm et il est acceptable dans notre cas car le motif de calcul utilisé présente de fortes hétérogénéités (barreau absorbant, tube guide, interface UOX/MOX, interface combustible/cloisonnement). En effet, les résultats peuvent être comparés avec ceux obtenus par J.-F. Vidal dans l'étude du benchmark BEAVRS utilisant aussi le solveur TDT-MOC d'APOLLO3® [60]. Dans cette étude, il obtient un écart entre les codes TRIPOLI-4® et APOLLO3® de presque 300 pcm pour un assemblage avec un absorbant AIC (Argent-Indium-Cadmium) en milieu homogène infini. Dans notre cas, l'écart est de 380 pcm pour un cœur contenant à la fois des crayons UOX et MOX et de nombreuses hétérogénéités. De plus, dans notre cas le milieu n'est pas homogène infini et l'interface entre le combustible et cloisonnement en acier dans le cœur a aussi un impact sur les résultats et explique l'écart légèrement supérieur observé. Le but est d'obtenir les meilleurs résultats possibles des taux de réactions dans les crayons périphériques tout en préservant un k_{eff} acceptable. Une dégradation des taux de fission et des taux d'absorption dans les crayons périphériques entre les calculs TRIPOLI-4® et APOLLO3® a été observée lorsque l'on cherche à améliorer le k_{eff} , dégradation dû à des phénomènes détériorant la compensation d'erreurs.

Codes	k_{eff}	Réactivité ρ (pcm)
TRIPOLI-4® \pm incertitude statistique (à 1σ)	$1,03170 \pm 0,00003$	3073
APOLLO3®	1,03544	3423

Tableau 9-1 : Valeurs de k_{eff} obtenues pour la configuration FLUOLE2 à l'aide du solveur MOC d'APOLLO3® et du calcul de référence TRIPOLI-4®

9.4.4.2 Nappe de fission radiale

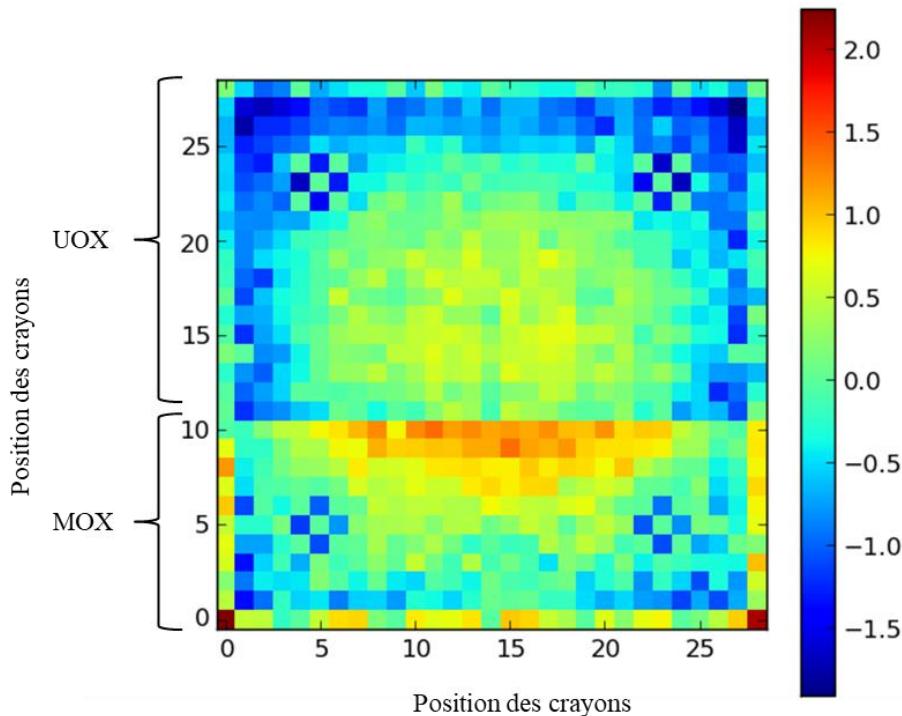


Figure 9-11 : Écarts relatifs (en %) obtenus en comparant les taux de fission calculés à l'aide des codes APOLLO3® et TRIPOLI-4® (taux de fission TRIPOLI-4® convergés à moins de 0,2 %)

Les écarts entre les valeurs obtenues à l'aide des codes TRIPOLI-4® et APOLLO3® sur la nappe de fission radiale sont donnés sur la Figure 9-11. Les taux de réaction dans le cas du calcul TRIPOLI-4® sont obtenus avec moins de 0,2 % d'erreur statistique. L'accord avec le calcul de référence est satisfaisant avec des écarts qui sont en moyenne de l'ordre du pourcent ou moins dans la zone centrale du combustible UOX. Dans la partie composée du combustible MOX, les écarts sont légèrement plus importants (compris entre 1 et 1,5 %) au niveau de l'interface entre les combustibles UOX et MOX. Ces écarts peuvent s'expliquer par un fort gradient de flux lorsque l'on change de milieu. Pour la même raison, les écarts sur les taux de fission sont plus élevés au niveau des interfaces entre le cloisonnement en acier et le combustible UOX ou MOX.

Lors de la réalisation de l'expérience FLUOLE2, des mesures de dosimétrie ont été réalisées sur un certain nombre de crayons présents dans le cœur du réacteur et sur les dosimètres présents à l'extérieur du cœur. 175 mesures sont disponibles pour les crayons présents dans le cœur, ce qui nous permet de comparer les résultats issus du code de calcul déterministe appliqué à la modélisation réalisée avec des valeurs

mesurées comme présenté sur la Figure 9-12. L'incertitude de mesure sur les différents taux de réactions est de 1,0 %. Sur cette comparaison, on remarque que les écarts entre les taux de réaction calculés par APOLLO3® et ceux provenant de mesures sont en général de l'ordre du pourcent. Des écarts plus marqués sont présents au niveau des interfaces entre le combustible et le cloisonnement ainsi qu'au niveau de l'interface MOX/UOX ce qui s'explique par de fort gradient de flux déjà noté dans ces régions.

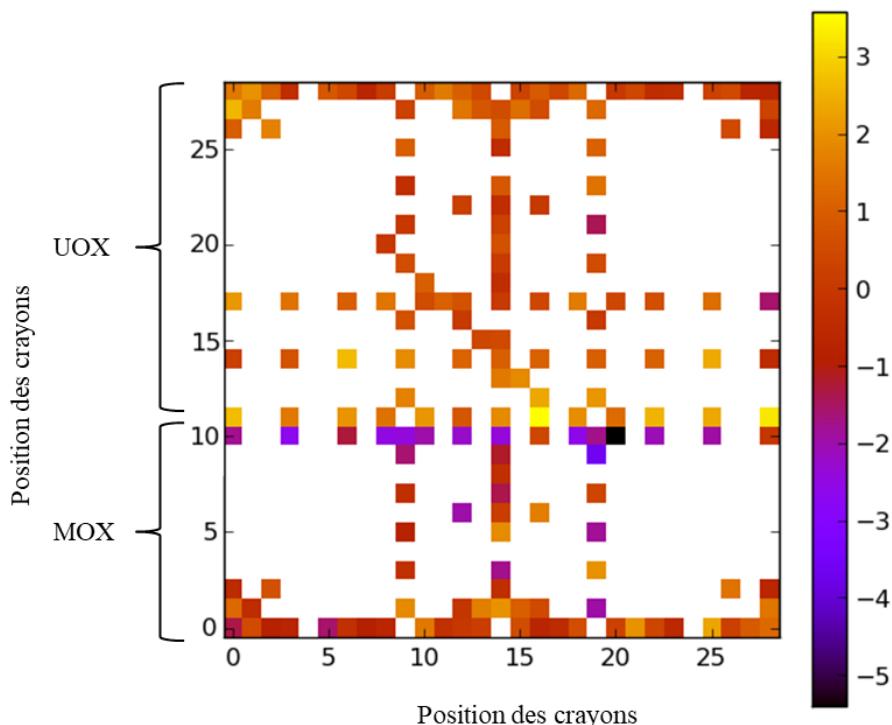


Figure 9-12 : Écarts relatifs (en %) obtenus en comparant les taux de fission calculés à l'aide du code TRIPOLI-4® et les valeurs mesurées (taux de fission TRIPOLI-4® convergés à moins 0,2 %)

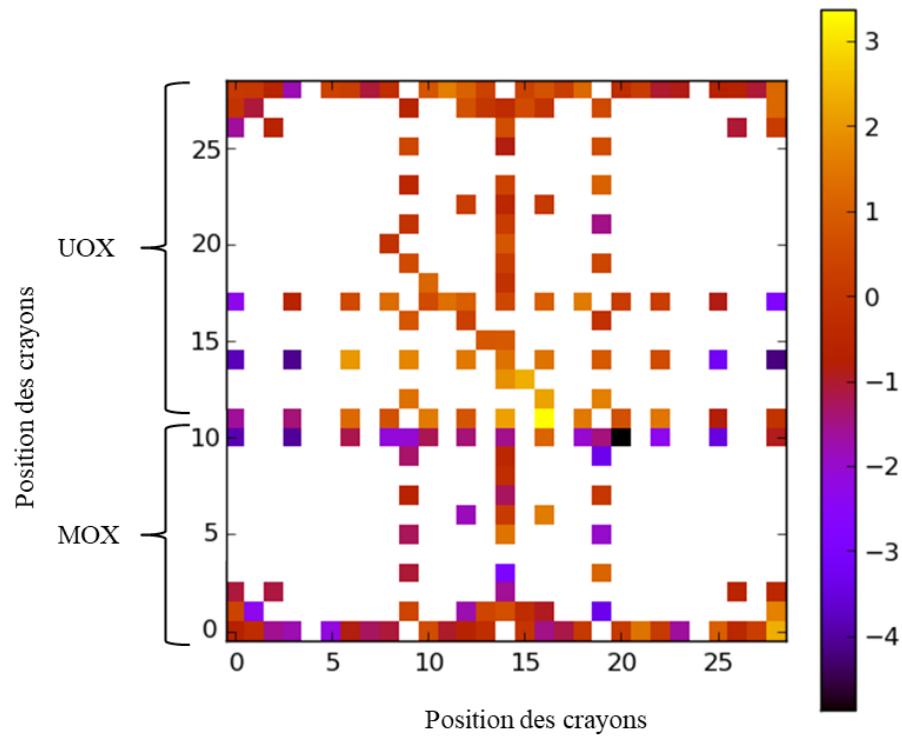


Figure 9-13 : Écarts relatifs (en %) obtenus en comparant les taux de fission calculés à l'aide du code APOLLO3® et les valeurs mesurées.

9.4.4.3 Nappe d'absorption radiale

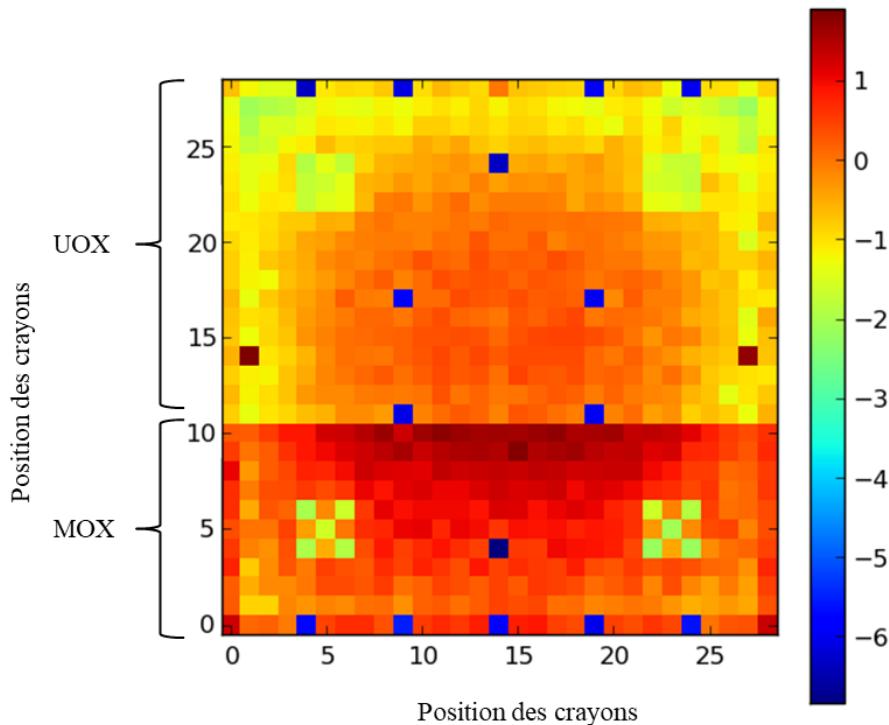


Figure 9-14 : Écarts relatifs (en %) obtenus en comparant les taux d'absorption calculés à l'aide des codes APOLLO3® et TRIPOLI4® (taux d'absorption TRIPOLI-4® convergés à moins de 0,2 %)

Les écarts entre les valeurs obtenues à l'aide des codes TRIPOLI-4® et APOLLO3® sur la nappe d'absorption radiale sont donnés sur la Figure 9-14. L'accord avec le calcul de référence est satisfaisant avec des écarts qui sont en moyenne de l'ordre du pourcent ou moins dans la zone centrale du combustible UOX. Dans la partie composée du combustible MOX, les écarts sont légèrement plus importants (compris entre 1 et 1,5 %) au niveau de l'interface entre les combustibles UOX et MOX. Ces écarts peuvent s'expliquer par le fort gradient de flux lorsque l'on change de milieu. Pour la même raison, les écarts sur les taux de fission sont plus élevés au niveau des interfaces entre le cloisonnement en acier et le combustible UOX ou MOX.

On remarque que les écarts sur les taux d'absorption des 15 tubes-guides qui contiennent des cales en aluminium sont assez conséquents (+6 %), mais l'impact global est limité car les taux d'absorption dans ces crayons sont faibles comparés aux crayons combustibles. Par ailleurs, ces cales ne constituent pas un terme source neutronique dans le cœur.

9.5 CALCUL DU FLUX AVEC LE SOLVEUR MINARET 3D

La partie précédente présentait le calcul APOLLO3® réseau sur un motif 2D du motif FLUOLE2. Les résultats obtenus lors de ces calculs ont été stockés sous la forme de bibliothèques de sections efficaces multigroupes au format « MPO » (MultiParameter Output) d'APOLLO3® qui contiennent toutes les sections efficaces autoprotégées et condensées sur le nombre de groupes d'énergie souhaité pour les calculs cœur d'APOLLO3®. Ces calculs ont été réalisés sur 20 groupes d'énergie et les sections efficaces sont homogénéisées spatialement sur un crayon combustible. La géométrie d'homogénéisation est montrée en Figure 9-15. Ces MPO étant disponibles, il est possible de les recharger dans les calculs cœur d'APOLLO3® pour alimenter le solveur MINARET et ainsi réaliser le calcul des flux à 3D.

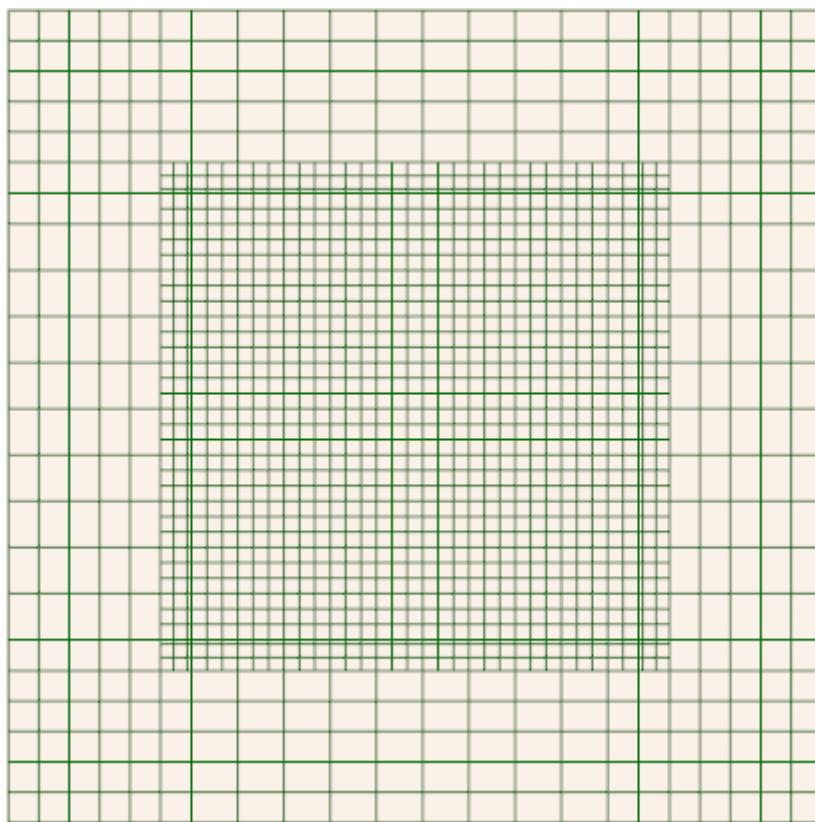


Figure 9-15 : Plan radial de la géométrie d'homogénéisation cellule par cellule utilisée pour condenser les sections efficaces pour le calcul cœur

Le calcul de cœur 3D a été réalisé afin de déterminer les taux de réaction dans les crayons périphériques et tout spécialement les taux de fission desquels se déduisent les sources de neutrons qui irradient les structures et dosimètres externes au cœur de la maquette FLUOLE2.

9.5.1 Modèle géométrique 3D

La géométrie du cœur 3D est réalisée à l'aide d'empilements des différentes couches présentes dans le cœur pour lesquelles les « MPO » correspondantes ont été générées. Une archive MPO (*Multi-Parameter Output*) sert à stocker les sections efficaces homogénéisées obtenues lors d'un calcul. Dans la configuration du cœur choisie, pour la hauteur des crayons combustibles il est nécessaire de générer deux MPO, une correspondant à la partie du cœur dans laquelle le barreau absorbant est inséré et l'autre correspondant à la partie sans celui-ci.

Pour les structures qui se trouvent au-dessus ou en dessous du cœur, notamment les grilles de support, les bouchons de crayons, ressorts..., une représentation sous forme de plaques de matériaux homogénéisés a été choisie afin de simplifier le calcul. Les sections efficaces pour ces plaques de matériaux homogénéisés sont obtenues en réalisant des traverses de matériaux 1D qui respectent les épaisseurs de matériaux que l'on peut trouver dans le cœur FLUOLE2 comme le représente la Figure 9-16.

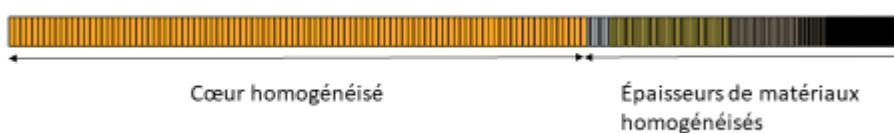


Figure 9-16 : traverse 1D utilisée pour obtenir les sections efficaces des plaques de matériaux homogénéisés

9.5.2 Résultat du calcul 3D

On présente ici les résultats qui sont obtenus avec le solveur MINARET S_N 3D du code APOLLO3® que l'on compare avec ceux obtenus avec le code de référence TRIPOLI-4® pour le modèle 3D. Le solveur utilise des éléments finis DGA (*Discontinuous Galerkin Approximation*) avec des options classiques, c'est à dire un ordre axial et radial d'ordre 2 (parabolique) et un ordre angulaire 8 (soit 80 directions). Le maillage pour le solveur MINARET a été réglé de façon à ce que chaque cellule combustible soit coupée en 2 triangles (ou prismes en 3D).

À titre indicatif, le calcul TRIPOLI-4® sur le modèle 3D avec toutes les structures présentes au-dessus ou en dessous du cœur a nécessité d'utiliser 400 000 batchs de 20 000 neutrons pour obtenir des taux de réaction convergés à moins de 0,2 % d'erreur sur des morceaux de crayons de hauteur 4 ou 10 cm. Le calcul a été réalisé sur un cluster du CEA avec 100 processeurs pour un temps de calcul d'environ 3,5 jours.

9.5.2.1 Le facteur de multiplication effectif des neutrons K_{eff}

On peut voir dans le Tableau 9-2 que la réactivité est sous-estimée par APOLLO3® vis-à-vis du calcul de référence TRIPOLI-4®. L'écart observé entre le code de référence TRIPOLI-4® et APOLLO3® est d'environ 200 pcm ce qui est acceptable pour notre configuration 3D au vu des simplifications géométriques utilisées pour les matériaux présents au-dessus et en dessous du cœur. Le calcul cœur est en accord avec le calcul réseau car on retrouve le même ordre de grandeur sur les erreurs sur les deux calculs et c'est un ordre de grandeur que l'on s'attendait à retrouver. De plus, cet accord correspond à ce que l'on peut retrouver dans la littérature [60] pour des coeurs avec moins d'hétérogénéité et en milieu infini.

Codes	k_{eff}
TRIPOLI-4® ± incertitude statistique (à 1 σ)	0,99921 ± 0,00001
APOLLO3®	1,00109

Tableau 9-2 : valeurs du k_{eff} obtenus pour la configuration FLUOLE2 3D à l'aide du solveur MINARET d'APOLLO3® et du calcul de référence TRIPOLI-4®

9.5.2.2 Profil de puissance axial

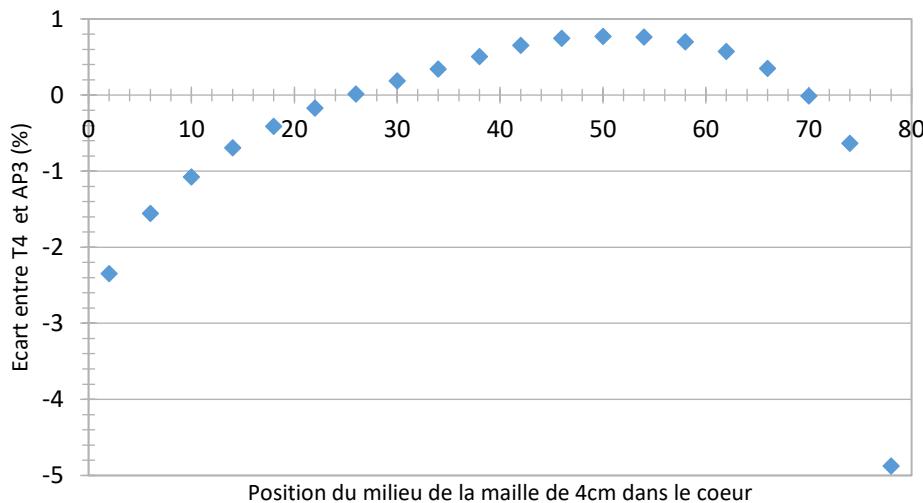


Figure 9-17 : Écarts relatifs (en %) de la puissance calculée pour des mailles axiales du cœur de 4 cm d'épaisseur par les codes APOLLO3® et TRIPOLI-4®

La Figure 9-17 présente le profil axial des écarts de puissance entre les calculs réalisés avec TRIPOLI-4® et avec le solveur MINARET 3D d'APOLLO3®. La convergence du calcul de référence est bonne sur l'ensemble du cœur, elle est plus faible en haut et en bas du cœur car le flux est plus faible qu'au centre du réacteur (facteur 2 à 3). Les taux de fission obtenus pour les différentes mailles présentes dans le cœur sont convergés à moins de 0,5% dans le calcul TRIPOLI-4®.

Les écarts observés sont positifs entre les altitudes $z=24$ et $z=70$ cm ce qui signifie qu'APOLLO3® surestime légèrement la puissance vers le centre du cœur. D'autre part, les résultats sont sous-estimés pour les extrémités du cœur, avec un écart atteignant presque 5 % pour le haut du cœur. Cette sous-estimation peut être expliquée par le fait que l'on a homogénéisé les matériaux présents au-dessus et en dessous du cœur pour simplifier la géométrie dans nos simulations APOLLO3®, par rapport à la modélisation TRIPOLI-4® qui ne contient pas ces approximations géométriques. Ces écarts de modélisation peuvent modifier la réflexion dans ces zones et expliquer les écarts observés en haut et en bas du cœur.

9.5.2.3 Nappe de fission radiale

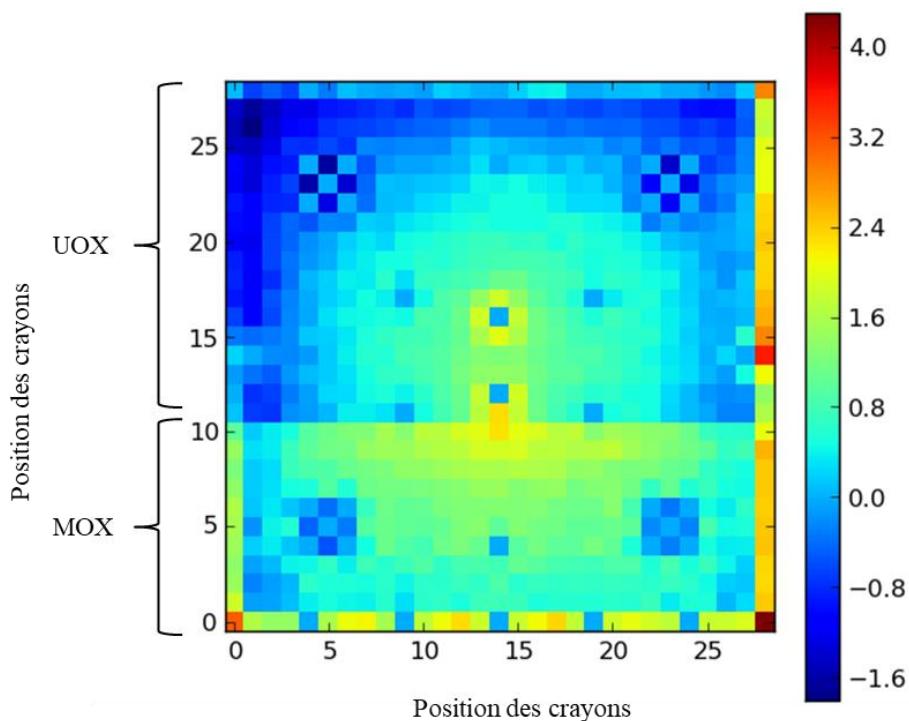


Figure 9-18 : Écarts relatifs (en %) obtenus en comparant les taux de fission calculés à l'aide des codes APOLLO3® et TRIPOLI-4® entre les hauteurs $z = 40$ cm et $z = 50$ cm

Les écarts entre les valeurs obtenues à l'aide des codes TRIPOLI-4® et APOLLO3® sur la nappe de fission radiale entre les hauteurs $z = 40$ cm et $z = 50$ cm sont montrés sur la Figure 9-18. Le plan entre $z = 40$ cm et $z = 50$ cm a été choisi car il correspond à un plan au milieu du cœur et il correspond aussi à la hauteur à laquelle les dosimètres sont placés dans la maquette EOLE. Les taux de réaction sont satisfaisants par rapport au calcul de référence, l'écart sur ces taux en moyenne inférieur à 1 % avec des taux en périphérie qui présentent un écart légèrement plus important tout en restant inférieur à 2 %. Les écarts sur les taux de fission plus importants au niveau de l'interface s'expliquent de la même façon que pour le

modèle 2D, c'est-à-dire qu'ils sont dus à un mauvais traitement du gradient de flux important dans ces régions.

Les écarts observés dans la région centrale du cœur montrent que le calcul APOLLO3® présente un bon accord avec le code de référence mais une dégradation conséquente est observée pour les résultats obtenus aux extrémités du cœur comme on peut le voir sur la nappe de fission radiale entre les hauteurs $z = 70\text{ cm}$ et $z = 80\text{ cm}$ (Figure 9-19) avec des écarts allant jusqu'à 4 % pour les crayons périphériques du cœur. C'est une valeur qui est le double de celles constatées dans le cas du calcul réseau et c'est un ordre de grandeur « classique » lors de la réalisation d'un calcul cœur à l'aide du solveur MINARET. Les écarts obtenus seraient beaucoup plus importants si l'approximation de la diffusion avait été utilisée.

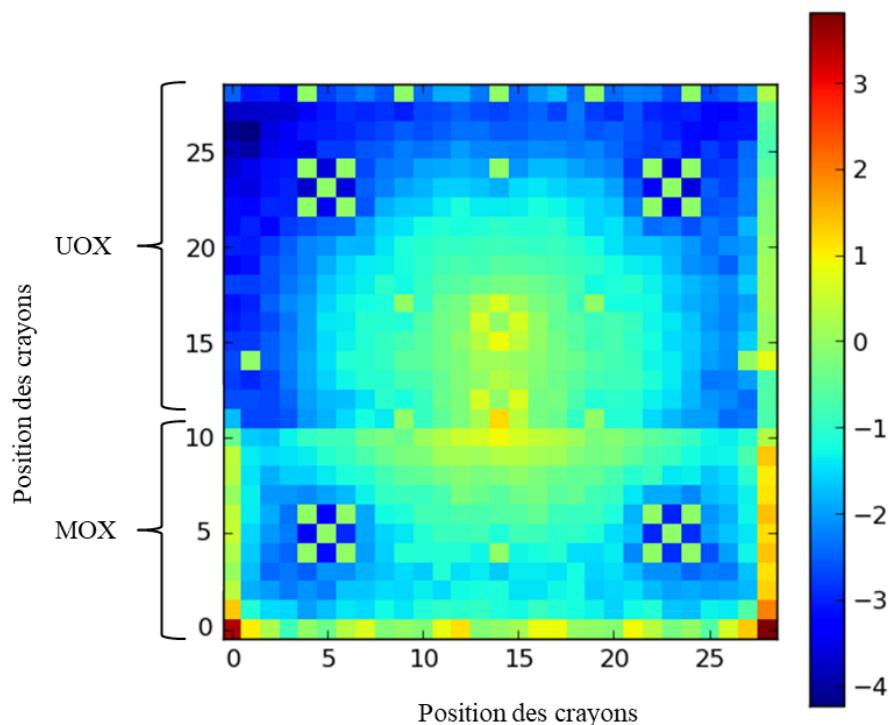


Figure 9-19 : Écarts relatifs (en %) obtenus en comparant les taux de fission calculés à l'aide des codes APOLLO3® et TRIPOLI-4® entre les hauteurs $z = 70\text{ cm}$ et $z = 80\text{ cm}$. (taux de fission TRIPOLI-4® convergés à moins de 0,2 %)

9.5.2.4 Nappe d'absorption radiale

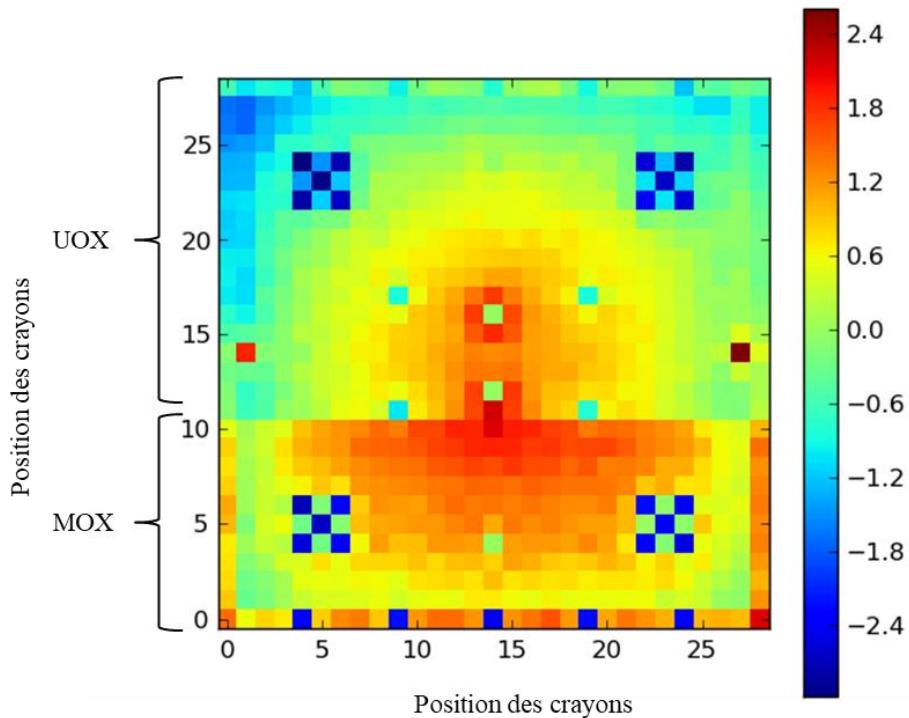


Figure 9-20 : Écarts relatifs (en %) obtenus en comparant les taux d'absorption calculés à l'aide des codes APOLLO3® et TRIPOLI-4® entre les hauteurs $z = 40$ et $z = 50\text{ cm}$ (taux d'absorption TRIPOLI4® convergés à moins de 0,2 %)

Les écarts entre les valeurs obtenues à l'aide des codes TRIPOLI-4® et APOLLO3® sur la nappe d'absorption radiale entre les hauteurs $z = 40\text{ cm}$ et $z = 50\text{ cm}$ sont donnés sur la Figure 9-20. Les taux de réaction sont satisfaisants par rapport au calcul de référence avec une erreur moyenne sur les taux inférieurs à 1 % pour la majorité des crayons. Les écarts sur les taux d'absorption plus importants aux interfaces ou dans les crayons tubes-guides s'expliquent ici aussi par un mauvais traitement des forts gradients de flux entre ces régions.

Les écarts observés dans la région centrale du cœur montrent que le calcul APOLLO3® est également en bon accord avec le code de référence pour les taux d'absorption, mais la dégradation des résultats aux extrémités du cœur est toujours présente avec des écarts pouvant aller jusqu'à 4,5 % pour certains crayons périphériques du cœur.

9.6 DISCUSSION

L'objectif était d'estimer les taux de réaction dans les crayons périphériques du cœur FLUOLE2. Pour cela, nous avons choisi de réaliser un modèle 3D de l'irradiation « FEX07 » de l'expérience FLUOLE2 à l'aide du solveur MINARET d'APOLLO3®. La mise au point de ce modèle a nécessité l'introduction de plusieurs approximations géométriques afin de réduire le temps de calculs et l'espace mémoire qui seraient requises pour effectuer ce même calcul sans approximation. L'intérêt d'un modèle déterministe est de pouvoir traiter des problèmes d'évolution du combustible qui demandent l'exécution de nombreuses simulations. Dans le cas où un seul calcul s'avérerait nécessaire, il pourrait être préférable de réaliser directement un calcul Monte-Carlo.

Les résultats obtenus en utilisant le solveur MINARET d'APOLLO3® pour le modèle 3D sont satisfaisants avec des écarts par rapport à la référence sur les taux de réaction considérés (absorption et fission) inférieurs en moyenne à 1% pour le plan médian du cœur, et des écarts qui sont un peu plus élevés pour les plans situés aux extrémités du cœur (écart maximal de 4,5 % pour certains crayons, mais en moyenne les écarts sont inférieurs à 2 %). Les écarts sont plus marqués aux extrémités axiales du cœur, dus aux simplifications géométriques utilisées pour les structures au-dessus et en-dessous du cœur. Ces simplifications ne sont cependant pas pénalisantes dans le cas où l'on s'intéresse aux dosimètres qui sont placés à mi-hauteur du cœur. Les réactivités obtenues par les deux codes affichent aussi un bon accord par rapport à ce que l'on trouve dans la littérature. De plus, les résultats ont également été comparés avec les mesures réalisées au cours de l'expérience avec lesquelles on retrouve un bon accord de l'ordre du pourcent en général, mais plus important, jusqu'à 4 %, dans des zones présentant des forts gradients de flux.

Le solveur MINARET montre donc de bonnes performances car les calculs effectués sur le modèle 3D peuvent être réalisés en moins d'une heure en utilisant l'option « *multithreads* » (32 « *threads* » dans la présente étude).

Au cours de ces travaux, un modèle déterministe du cœur de l'expérience « FEX07 » du programme FLUOLE2 a été élaboré. La mise en place de ce modèle déterministe a été plus longue que prévu car nous avons rencontré des difficultés dans la mise au point d'un modèle suffisamment satisfaisant. La durée de cette mise au point constitue un des points faibles des schémas de calcul déterministes. Nous avons cependant été en mesure de montrer qu'à l'aide d'un code déterministe il est possible de calculer les taux de réaction des crayons en périphérie du cœur avec une précision acceptable et contrôlée. Des résultats expérimentaux de mesures dans les dosimètres présents à l'extérieur du cœur sont disponibles pour l'irradiation FEX07. Il serait intéressant de les modéliser et de comparer les taux de réaction obtenus avec le modèle 3D APOLLO3® et ceux calculés par TRIPOLI-4®, voire avec les résultats expérimentaux [61]. De plus, il serait aussi possible de réaliser des calculs de perturbation sur les sections efficaces ou sur d'autres paramètres d'entrée afin de voir leur impact sur les taux de réaction des dosimètres.

La réalisation, initialement envisagée, du calcul d'une nappe fine de puissance d'un réacteur de type REP (« benchmark Hoogenboom » [62][63]) à la fois par un code déterministe et un code Monte-Carlo pourrait s'inscrire également dans le prolongement de l'étude réalisée.

10 CHAPITRE 5 : DÉVELOPPEMENT D'UNE MÉTHODE DE CALCUL DE LA FLUENCE NEUTRONIQUE

L'exploitation d'un réacteur nucléaire requiert la connaissance de la fluence neutronique (flux de neutrons intégré sur une durée) reçue par ses différentes structures, dont la cuve. En effet, les neutrons engendrent des dommages dans les structures irradiées. L'ampleur de ces dommages dans la cuve, structure non remplaçable, conditionne la durée de fonctionnement du réacteur. Des études antérieures (programme ESTEREL [1]) ont permis de corrélérer les dommages pour les cuves du parc français à la **fluence des neutrons d'énergie cinétique supérieure à 1 MeV**. Comme expliqué dans le paragraphe 6.1.2, dans le cadre de la surveillance de l'irradiation de la cuve, des capsules de surveillances contenant des dosimètres et des éprouvettes sont placées dans le réacteur. Les mesures de la dosimétrie de surveillance effectuées sur un réacteur ne permettent pas d'estimer directement une fluence (ou un flux) neutronique, ni le taux d'endommagement d'un matériau. Il s'agit de mesures d'activité de dosimètres « bien choisis » vis-à-vis du domaine d'énergie d'intérêt précité. La problématique à traiter comporte ainsi deux volets liés entre eux :

- S'assurer de la capacité prédictive des calculs de la fluence neutronique, par exemple, à l'aide du code de transport neutronique déterministe comme APOLLO3® [29] ou Monte-Carlo tel que TRIPOLI-4® [28].
- Interpréter les mesures dosimétriques : remonter à la fluence (ou flux) neutronique à partir des mesures des activités des dosimètres qui ont été exposés à l'irradiation des neutrons durant une période donnée du fonctionnement du réacteur.

Ces deux aspects qui soulèvent la question de la prise en compte des incertitudes de différentes natures qui affectent les calculs de la fluence neutronique d'une part et les mesures d'autre part :

- incertitudes sur les données technologiques relatives par exemple aux dimensions et compositions des structures ainsi qu'aux températures de fonctionnement du réacteur ;
- incertitudes sur les données nucléaires telles que les sections efficaces, les spectres de fission des différents isotopes fissiles ;
- incertitudes sur la détermination des sources neutroniques ;
- incertitudes sur le fonctionnement du réacteur (historique de fonctionnement...) ;
- incertitudes d'origine numérique ;
- incertitudes expérimentales proprement dites.

Ainsi que nous l'avons précisé au chapitre 1 le présent travail s'inscrit dans le cadre

du premier type d'approche de la détermination de la fluence neutronique tel que génériquement défini par l'expression (6-7) et reprise ci-après. On considère un dosimètre d dont on mesure l'activité, A_d ; on remonte au taux de réaction dit « mesuré » τ_d qui a conduit à la formation du radionucléide dont l'activité A_d a été préalablement mesurée ; compte tenu de la définition du taux de réaction, on déduit la valeur du flux de neutrons, ϕ_d , intégré dans le domaine d'énergie dans lequel la réaction nucléaire associée au dosimètre d peut se produire en divisant τ_d par la section efficace à « 1 groupe d'énergie », σ_d , déterminée à partir du flux scalaire des neutrons (dépendant de l'énergie E des neutrons), $\varphi(E)$, obtenu par un calcul :

$$\phi_d = \frac{\tau_d}{\sigma_d} \quad (10-1)$$

avec :

$$\sigma_d = \frac{\int_{E_{seuil,d}}^{\infty} \sigma_1(E) \varphi(E) dE}{\int_{E_{seuil,d}}^{\infty} \varphi(E) dE} \quad (10-2)$$

Cependant, notre observable est le flux des neutrons, ϕ_d , dont l'énergie E est supérieure à 1 MeV. On verra plus loin de quelle manière celui-ci peut être obtenu à partir de $\phi_{cal,1\text{MeV}}$.

Revisitant ce type d'approche, comme alternative à celle fondée sur un ajustement du spectre neutronique, technique usuellement pratiquée par des industriels, on y apporte de nouveaux compléments méthodologiques dans la manière de combiner les résultats issus de calculs de transport des neutrons, les résultats de mesures de l'activité de dosimètres et les incertitudes associées.

Les trois premières sections sont consacrées à la présentation théorique de la méthode initialement proposée et développée par J.-C. Nimal et S. Bourganel dans les références [64].

Le traitement des incertitudes est envisagé selon deux modes calculatoires d'une matrice de variance-covariance nécessaire à la méthodologie, l'un direct, l'autre dit « de la matrice » intermédiaire.

Les incertitudes technologiques sont décrites par un formalisme original fondé sur la théorie des tables de probabilités mathématiques de la référence [65].

À partir des éléments susmentionnés, un code a été écrit en langage Python dans le but de mettre en œuvre la nouvelle méthodologie proposée, pour déterminer la meilleure estimation de la fluence neutronique et l'incertitude associée, grâce à l'apport de résultats de mesures. Plus précisément ce programme permet d'obtenir la fluence neutronique en utilisant des données provenant de mesures de dosimétrie ainsi que les valeurs de la fluence (flux) neutronique calculées par le code de transport APOLLO3® [29] ou TRIPOLI-4® [8].

Cette approche méthodologique est mise en œuvre sur une configuration simplifiée d'un REP, dénommée « REP académique ». Après en avoir fait la description, on analyse l'ensemble des résultats obtenus pour la fluence neutronique totale (ou flux total), et pour la fluence des neutrons d'énergie supérieure à 1 MeV (ou du flux de neutrons d'énergie supérieure à 1 MeV), selon les options calculatoires choisies.

Une première étude de la robustesse de la méthode préconisée vis-à-vis d'un défaut de modélisation est également entreprise. Elle permet en particulier de concrétiser la notion d'« expérience numérique » introduite dans la démarche méthodologique mise en place pour étudier la fluence neutronique.

10.1 THÉORIE UTILISÉE DANS LA MÉTHODE DE DÉTERMINATION DE LA FLUENCE NEUTRONIQUE

La fluence, $F_1(\vec{r}, t)$, des neutrons d'énergie supérieure à 1 MeV est définie par la relation suivante :

$$F_1(\vec{r}, t) = \int_0^t dt' \int_{E=1 \text{ MeV}}^{E_{max}} \varphi(\vec{r}, E, t') dE = \int_0^t \phi_1(\vec{r}, t) dt' \quad (10-3)$$

où :

$\varphi(\vec{r}, E, t')$: flux de neutrons d'énergie E au point \vec{r} à l'instant t' .

$\phi_1(\vec{r}, t)$: flux de neutrons d'énergie supérieure à 1 MeV au point \vec{r} à l'instant t .

On a indiqué plus haut que la fluence neutronique est une grandeur physique qui n'est pas directement mesurable car on ne dispose pas d'un appareil capable de mesurer un flux neutronique qui est une quantité mathématique. Pour accéder à la fluence neutronique, on a recours à une grandeur physique qui est liée au flux neutronique dans le temps et que l'on peut directement mesurer : il s'agit de l'**activité d'un radionucléide** dont la formation dépend du flux neutronique dans une gamme d'énergie spécifique. On désigne par le terme de « **dosimètre** » le nucléide père par lequel le radionucléide fils mesuré est formé par une réaction nucléaire spécifique induite par un neutron. Le tableau 10.1 et la figure 10.1 ci-dessous présentent les dosimètres que nous avons choisis dans cette étude et les domaines d'énergies sur lesquels ils interagissent avec les neutrons. Ces dosimètres sont couramment utilisés dans l'industrie nucléaire pour la détermination de la fluence neutronique d'énergie supérieure à 1 MeV.

Dosimètre/ Réaction nucléaire associée	E_{seuil}	Énergie de seuil de la réaction (MeV)
Fe54(n,p)Mn54		2,8
Ni58(n,p)Co58		2,7
Co59(n, γ)Co60		-
Cu63(n, α)Co60		6,1
U238(n,f)		1,4
Nb93(n,n')Nb93m		1,2
Np237(n,f)		0,575

Tableau 10-1 : Dosimètres utilisés pour déterminer la fluence neutronique d'énergie supérieure à 1 MeV

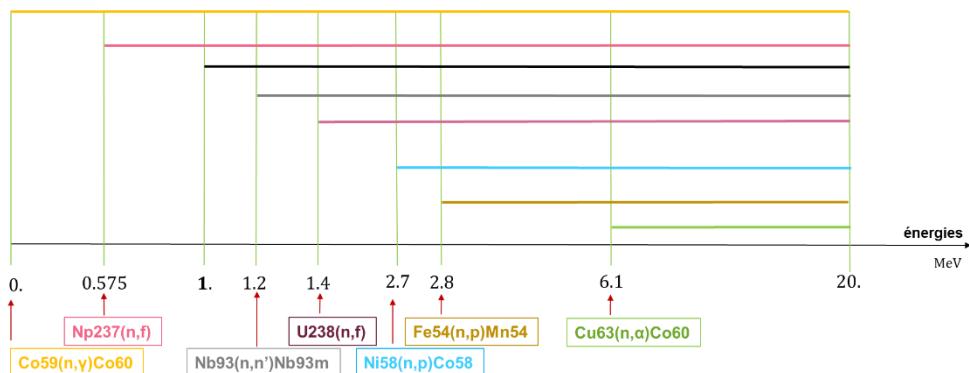


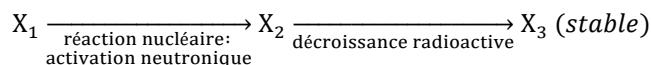
Figure 10-1 : Domaines d'énergie respectifs des dosimètres utilisés pour déterminer la fluence neutronique d'énergie supérieure à 1 MeV

Le fait qu'il ne soit pas possible de mesurer directement la fluence neutronique conduit à élaborer une méthode qui permet de la déduire à partir des mesures des activités des dosimètres. Pour cela il est nécessaire d'utiliser des codes de transport des neutrons qui offrent un moyen de « déconvoluer » les mesures afin d'accéder à la valeur de la fluence neutronique recherchée ainsi qu'à l'incertitude qui lui est associée.

Cette incertitude résulte d'une part des incertitudes expérimentales qui affectent les mesures et d'autre part des incertitudes qui proviennent des grandeurs calculées par le code de transport mis en œuvre. Elles ont été précédemment citées. Il faut préciser que l'incertitude liée à la méthode numérique implémentée dans le code de transport employé, est une erreur de nature statistique si ce code est de type Monte-Carlo, comme TRIPOLI-4®, et un biais de calcul s'il s'agit d'un code de transport déterministe. Par ailleurs, un code qui traite la radioactivité (ou code d'évolution) comme les codes DARWIN [66] ou MENDEL [67] peut être utilisé pour filtrer les mesures vis-à-vis des réactions nucléaires non pertinentes pour le problème étudié.

Pour préciser le rôle que peut jouer le calcul afin de remonter à la fluence neutronique, nous considérons un dosimètre dont l'activité $A_{mes}(t)$ est reléée expérimentalement à un instant t donné. Soit $A_{cal}(t)$ son activité calculée. On cherche à exprimer la fluence neutronique $F(t)$ responsable de l'activité mesurée $A_{mes}(t)$, ce qui va être illustré par l'exemple qui suit.

Les processus nucléaires suivants sous un régime d'irradiation uniforme sur la durée (niveau de flux et spectre en énergie des neutrons identiques tout au long de l'irradiation) sont pris en compte :



où :

X_1 représente le nucléide-dosimètre stable considéré ;

X_2 est le nucléide radioactif formé par activation neutronique, de constante de décroissance radioactive λ_2 ;

X_3 est le nucléide formé décroissance radioactive du nucléide X_2 et est supposé stable.

Pour des raisons de simplicité, on admet que X_2 et X_3 ont des sections efficaces d'activation neutronique très petites de sorte que l'on puisse négliger ce phénomène sur ces deux noyaux, les réactions photonucléaires sont également négligées et l'on omet de noter la variable spatiale \vec{r} .

Les équations d'évolution auxquelles satisfont les concentrations X_1 , X_2 et X_3 s'écrivent :

$$\frac{dN_1(t)}{dt} = -N_1(t) \int_{E_{seuil}}^{E_{max}} \sigma_1(E) \varphi(E) dE \quad (10-4)$$

$$\frac{dN_2(t)}{dt} = N_1(t) \int_{E_{seuil}}^{E_{max}} \sigma_1(E) \varphi(E) dE - \lambda_2 N_2(t) \quad (10-5)$$

$$\frac{dN_3(t)}{dt} = \lambda_2 N_2(t) \quad (10-6)$$

Avec :

$\sigma_1(E)$ la section efficace microscopique à l'énergie E de la réaction d'activation conduisant à la formation du radionucléide X_2

$\varphi(E)$: est le flux de neutrons à l'énergie E obtenu par un calcul de transport des neutrons.

E_{max} : borne supérieure du domaine en énergie des neutrons, $E_{max} = 20$ MeV.

La résolution des équations (10-4) et (10-5) aboutit à l'expression de la concentration du nucléide radioactif X_2 dont on veut déterminer l'activité :

$$N_2(t) = N_{01} \frac{\int_{E_{seuil}}^{E_{max}} \sigma_1(E) \varphi(E) dE}{\lambda_2 - \int_{E_{seuil}}^{E_{max}} \sigma_1(E) \varphi(E) dE} \left[e^{-[\int_{E_{seuil}}^{E_{max}} \sigma_1(E) \varphi(E) dE]t} - e^{-\lambda_2 t} \right] \quad (10-7)$$

où les conditions initiales choisies sont :

- N_{01} est la concentration du nucléide X_1 au temps initial, $t_0 = 0$, de début de l'irradiation neutronique $N_1(t_0 = 0) = N_{01}$
- $N_2(t = 0) = 0$
- $N_3(t = 0) = 0$

L'activité $A_{cal,d}(t)$ du radionucléide X_2 (dosimètre de type d , voir dans le Tableau 10-1) formé est par définition :

$$A_{cal,d}(t) = \lambda_2 N_2(t) \quad (10-8)$$

$$A_{cal,d}(t) = \lambda_2 N_{01} \int_{E_{seuil}}^{E_{max}} \sigma_1(E) \varphi(E) dE \left[\frac{e^{-[\int_{E_{seuil}}^{E_{max}} \sigma_1(E) \varphi(E) dE]t} - e^{-\lambda_2 t}}{\lambda_2 - \int_{E_{seuil}}^{E_{max}} \sigma_1(E) \varphi(E) dE} \right] \quad (10-9)$$

$$A_{cal,d}(t) = \lambda_2 N_{01} \tau_{cal,d} \left[\frac{e^{-\tau_{cal,d} t} - e^{-\lambda_2 t}}{\lambda_2 - \tau_{cal,d}} \right] \quad (10-10)$$

où l'on a posé :

$$\tau_{cal,d} = \int_{E_{seuil}}^{E_{max}} \sigma_1(E) \varphi(E) dE \quad (10-11)$$

On en déduit le « taux de réaction microscopique calculé », $\tau_{cal,d}$:

$$\tau_{cal,d} = \frac{A_{cal}(t)}{\lambda_2 N_{01}} \left[\frac{\lambda_2 - \tau_{cal,d}}{e^{-\tau_{cal,d} t} - e^{-\lambda_2 t}} \right] \quad (10-12)$$

On constate immédiatement que $\tau_{cal,d}$ n'est pas une grandeur variant *a priori* linéairement avec l'activité $A_{cal}(t)$ puisque l'on retrouve $\tau_{cal,d} = \int_{E_{seuil}}^{E_{max}} \sigma_1(E) \varphi(E) dE$ dans le membre de droite de (10-10). La raison de ce choix d'écriture de $\tau_{cal,d}$ apparaîtra plus loin dans l'établissement de la relation (10-20). Par ailleurs, la comparaison des valeurs respectives de λ_2 et de $\tau_{cal,d}$ peut conduire à une simplification de (10-10).

En effet, si $\tau_{cal,d} \ll \lambda_2$ et $\tau_{cal,d}t \ll 1$ la relation (10-10) devient :

$$A_{cal,d}(t) \approx \lambda_2 N_{01} \tau_{cal,d} \left[\frac{1 - e^{-\lambda_2 t}}{\lambda_2} \right] = N_{01} \tau_{cal,d} [1 - e^{-\lambda_2 t}] \quad (10-13)$$

De plus, si t est suffisamment grand, le terme $e^{-\lambda_2 t}$ tend vers 0 et l'on obtient l'activité à « saturation » :

$$A_{cal,d}^{sat} = N_{01} \tau_{cal,d} \quad (10-14)$$

L'activité mesurée, $A_{mes,d}(t)$, homologue de la relation (10-10) s'écrit :

$$A_{mes,d}(t) = \lambda_2 N_{01} \tau_{mes,d} \left[\frac{e^{-\tau_{mes,d} t} - e^{-\lambda_2 t}}{\lambda_2 - \tau_{mes,d}} \right] \quad (10-15)$$

À la différence de (10-10) où $\tau_{cal,d}$ est déterminé par le calcul, le taux de réaction microscopique $\tau_{mes,d}$ n'est pas directement obtenu par l'expérience. Il peut être déduit de (10-15) par itérations successives en amorçant celles-ci avec $\tau_{cal,d}$:

$$\tau_{mes,d}^{(0)} = \frac{A_{mes,d}(t)}{N_{01} \lambda_2} \left[\frac{\lambda_2 - \tau_{cal,d}}{e^{-\tau_{cal,d} t} - e^{-\lambda_2 t}} \right] \quad (10-16)$$

$$\tau_{mes,d}^{(1)} = \frac{A_{mes,d}(t)}{N_{01} \lambda_2} \left[\frac{\lambda_2 - \tau_{mes,d}^{(0)}}{e^{-\tau_{mes,d}^{(0)} t} - e^{-\lambda_2 t}} \right] \quad (10-17)$$

$$\tau_{mes,d}^{(i)} = \frac{A_{mes,d}(t)}{N_{01} \lambda_2} \left[\frac{\lambda_2 - \tau_{mes,d}^{(i-1)}}{e^{-\tau_{mes,d}^{(i-1)} t} - e^{-\lambda_2 t}} \right] \quad (10-18)$$

...

Si l'on s'arrête à la première itération on obtient :

$$\tau_{mes,d} \approx \frac{A_{mes,d}(t)}{N_{01} \lambda_2} \left[\frac{\lambda_2 - \tau_{cal,d}}{e^{-\tau_{cal,d} t} - e^{-\lambda_2 t}} \right] \quad (10-19)$$

Dans ce cas, en faisant le quotient membre à membre de (10-19) et (10-12), on obtient une égalité entre les rapports de taux de réaction mesuré et calculé d'une part, et des activités mesurée et calculée d'autre part :

$$\frac{\tau_{mes,d}}{\tau_{cal,d}} = \frac{A_{mes,d}(t)}{A_{cal,d}(t)} \quad (10-20)$$

Cette égalité est *a fortiori* vraie si l'on se place dans les conditions aboutissant aux expressions (10-13) et (10-14) de l'activité.

Les expressions (10-10) et (10-15) considèrent la détermination de l'activité au cours

de la période d'irradiation. Désignons par t_f l'instant de fin de l'irradiation et envisageons le cas où la mesure de l'activité est effectuée après t_f . Entre l'instant t_f marquant la fin de l'irradiation et l'instant t de mesure, le flux de neutrons est nul et le nombre de radionucléides X_2 diminue sous le seul effet de la radioactivité. Par suite, à un instant t quelconque après t_f la concentration $N_2(t)$ devient :

$$N_2(t) = N_{01} \frac{\tau_{cal,d}}{\lambda_2 - \tau_{cal,d}} [e^{-\tau_{cal,d}t} - e^{-\lambda_2 t}] e^{-\lambda_2(t-t_f)} \quad (10-21)$$

et l'activité calculée :

$$A_{cal,d}(t) = \lambda_2 N_{01} \int_{E_{seuil}}^{E_{max}} \sigma_1(E) \varphi(E) dE \left[\frac{e^{-\tau_{cal,d}t} - e^{-\lambda_2 t}}{\lambda_2 - \tau_{cal,d}} \right] e^{-\lambda_2(t-t_f)} \quad (10-22)$$

Le « taux de réaction microscopique calculé », $\tau_{cal,d}$ en est déduit :

$$\tau_{cal,d} = \int_{E_{seuil}}^{E_{max}} \sigma_1(E) \varphi(E) dE = \frac{A_{cal}(t)}{\lambda_2 N_{01} e^{-\lambda_2(t-t_f)}} \left[\frac{\lambda_2 - \tau_{cal,d}}{e^{-\tau_{cal,d}t} - e^{-\lambda_2 t}} \right] \quad (10-23)$$

Le « taux de réaction microscopique mesuré », $\tau_{mes,d}$ a alors pour expression :

$$\tau_{mes,d} = \int_{E_{seuil}}^{E_{max}} \sigma_1(E) \varphi(E) dE = \frac{A_{mes}(t)}{N_{01} \lambda_2 e^{-\lambda_2(t-t_f)}} \left[\frac{\lambda_2 - \tau_{cal,d}}{e^{-\tau_{cal,d}t} - e^{-\lambda_2 t}} \right] \quad (10-24)$$

Le quotient membre à membre de (10-23) et (10-22) montre que la relation (10-20) reste valable.

Remarque :

L'équation différentielle (10-5) suppose que la disparition par absorption d'un neutron du radionucléide formé est négligeable. Dans le cas général, pour tenir compte de ce phénomène il faut remplacer dans (10-7) λ_2 par λ_2^* défini par :

$$\lambda_2^* = \lambda_2 + \int_0^{E_{max}} \sigma_{a2}(E) \varphi(E) dE \quad (10-25)$$

où :

$\sigma_{a2}(E)$ est la section efficace d'absorption neutronique du radionucléide X_2 ,

$\int_0^{E_{max}} \sigma_{a2}(E) \varphi(E) dE$ est le taux d'absorption microscopique des neutrons par le radionucléide X_2

Si les mesures effectuées ne donnent pas accès à ce taux d'absorption alors il sera estimé par le calcul.

Il s'agit à présent de montrer comment il est possible de remonter à la fluence des neutrons d'énergie supérieure à 1 MeV compte tenu des remarques suivantes portant sur les expressions précédentes des taux de réaction microscopiques calculés et mesurés croisés avec les informations du Tableau 10-1 et de la Figure 10-1 :

- i. Elles ne couvrent pas tout le domaine d'énergie d'intérêt qui débute à 1 MeV.
- ii. Elles presupposent une qualité suffisante du calcul qui fournit le taux de réaction $\int_{E_{seuil}}^{E_{max}} \sigma_1(E) \phi(E) dE$. La qualité de ce calcul, mis à part la fidélité de la modélisation géométrique et des matériaux ainsi que celle de l'historique de fonctionnement vis-à-vis de la configuration réelle, repose sur la qualité des données nucléaires et du solveur de transport utilisé qu'il soit probabiliste Monte-Carlo ou bien déterministe.
- iii. Elles ne fournissent pas d'emblée l'incertitude associée à l'estimation qui est faite de la fluence $F(t)$ et qui résulte des incertitudes affectant les différents paramètres d'entrée (données technologiques, données nucléaires, diagramme de fonctionnement), des erreurs liées au choix du solveur de calcul (incertitudes statistiques par exemple si un code Monte-Carlo a été utilisé pour propager les neutrons) et enfin des incertitudes expérimentales.
- iv. Elles supposent une irradiation uniforme dans le temps et un niveau de flux constant sur une durée donnée. Une telle limitation doit être levée pour traiter une configuration réelle.

10.2 EXPRESSION DU FLUX DE NEUTRONS D'ÉNERGIE SUPÉRIEURE À 1 MEV « MESURÉ » ASSOCIÉ À UN DOSIMÈTRE DONNÉ

On se place ici dans l'hypothèse d'une irradiation uniforme dans le temps ce qui implique un niveau de flux constant sur une durée donnée. La prise en compte de variations de puissance sera discutée dans le paragraphe 12.

On suppose connue la durée t de l'irradiation ce qui est généralement le cas. On désigne par $\phi_{1\text{MeV}}$ le flux des neutrons d'énergie supérieure à 1 MeV ; la fluence neutronique cible correspondante, $F(t)$, est donc :

$$F(t) = \phi_{1\text{MeV}} \times t \quad (10-26)$$

La grandeur physique à estimer est donc le flux des neutrons d'énergie supérieure à 1 MeV.

Comme il n'existe pas de dosimètres possédant un seuil énergétique rigoureusement

égal à 1 MeV (voir Tableau 10-1), chacun d'entre eux apporte une information partielle sur la fluence supérieure à 1 MeV qu'il convient de combiner afin de déterminer la grandeur cible.

Pour obtenir le flux des neutrons d'énergie supérieure à 1 MeV, $\phi_{1\text{MeV}}$, deux variantes de l'approche générale adoptée sont envisagées. La première consiste à utiliser les résultats obtenus sur tout le domaine d'énergie alors que la seconde consiste à utiliser une méthode fractionnant le domaine énergétique en groupes d'énergie dont les bornes inférieures correspondent aux seuils respectifs d'activation des dosimètres choisis.

10.2.1 Variante 1 : Méthode sur tout le domaine énergétique

Il s'agit d'une approche à 1 groupe d'énergie. On définit le flux des neutrons d'énergie supérieure à 1 MeV calculé ainsi que le taux de réaction et la section efficace sur tout le domaine énergétique correspondant :

$$\phi_{cal,1\text{MeV}} = \int_{1\text{ MeV}}^{20\text{ MeV}} \varphi(E) dE \quad (10-27)$$

$$\tau_{cal,d,total} = \int_{0\text{ MeV}}^{20\text{ MeV}} \sigma_1(E) \varphi(E) dE \quad (10-28)$$

$$\sigma_{cal,d,total} = \frac{\tau_{cal,d,total}}{\phi_{cal,d,total}} \quad (10-29)$$

avec :

- $\varphi(E)$ le flux de neutron à l'énergie E vu par le dosimètre ;
- $\sigma_1(E)$ la section efficace microscopique à l'énergie E de la réaction d'activation conduisant à la formation du radionucléide X_2 ;
- $\phi_{cal,d,total}$ le flux total :

$$\phi_{cal,d,total} = \int_0^{20\text{ MeV}} \varphi(E) dE \quad (10-30)$$

La valeur moyenne de la section efficace $\sigma_{cal,d,total}$ sur le domaine énergétique est obtenue à partir de la valeur du taux de réaction calculé sur le dosimètre divisé par le flux calculé sur tout le domaine énergétique.

Le taux de réaction mesuré, $\tau_{mes,d}$, du dosimètre d , permet d'estimer un flux total à 1 groupe d'énergie, $\phi_{d,total}$, défini de telle sorte que, multiplié par la section efficace à un groupe $\sigma_{cal,d,total}$, il donne l'observation $\tau_{mes,d}$:

$$\phi_{d,total} = \frac{\tau_{mes,d}}{\sigma_{cal,d,total}} \quad (10-31)$$

L'expression (10-31) revient à définir un flux de neutrons, vu par le dosimètre d , dont le spectre s'étend de 0 à 20 MeV et dont l'intégrale sur ce même domaine en énergie est $\phi_{d,total}$. En effet, $\tau_{mes,d}$ est une mesure du taux de réaction (10-28). On peut donc voir $\phi_{d,total}$ comme une mesure du flux total $\phi_{cal,d,total}$ exprimé par (10-30).

On sait qu'une partie de ce flux est située au-dessus de l'énergie 1 MeV. Dans le but d'en extraire le flux des neutrons d'énergie supérieure à 1 MeV on multiplie le flux total, $\phi_{d,total}$, par la proportion du flux des neutrons d'énergie supérieure à 1 MeV déterminé à l'aide du calcul. Cette proportion s'écrit :

$$\frac{\phi_{cal,1\text{MeV}}}{\phi_{cal,d,total}} \quad (10-32)$$

Par conséquent, le « flux de neutrons d'énergie supérieur à 1 MeV mesuré », $\phi_{1,d}$, a pour expression :

$$\begin{aligned} \phi_{1,d} &= \frac{\tau_{mes,d}}{\sigma_{cal,d,total}} \times \frac{\phi_{cal,1\text{MeV}}}{\phi_{cal,d,total}} = \frac{\tau_{mes,d}}{\frac{\tau_{cal,d}}{\phi_{cal,d,total}}} \times \frac{\phi_{cal,1\text{MeV}}}{\phi_{cal,d,total}} = \\ &= \frac{\tau_{mes,d}}{\tau_{cal,d,total}} \phi_{cal,1\text{MeV}} \end{aligned} \quad (10-33)$$

Remarques :

- L'expression (10-33) peut être vue comme le flux des neutrons d'énergie supérieure à 1 MeV issu du calcul corrigé par la mesure.
- Une autre manière de procéder utilisée par des auteurs est de diviser directement le taux de réaction mesuré par la section efficace moyennée au-dessus de 1 MeV [68] supposée bien connue.

Pour un nombre N_d de dosimètres, l'utilisation de la formule précédente nécessite N_d mesures et $N_d + 1$ valeurs calculées à savoir les N_d valeurs calculées du taux de réaction ainsi que la valeur calculée du flux de neutrons d'énergie supérieure à 1 MeV.

D'après (10-19), on peut aussi utiliser directement la mesure de l'activité à l'instant t considéré :

$$\phi_{1,d} = \frac{\tau_{mes,d}}{\tau_{cal,d}} \phi_{cal,1\text{MeV}} = \frac{A_{mes}(t)}{A_{cal,d}(t)} \phi_{cal,1\text{MeV}} \quad (10-34)$$

La formule précédente utilisant les activités est celle actuellement implémentée dans le programme de calcul de la fluence neutronique et de son incertitude associée.

L'application de la méthode présentée au paragraphe 10.3 permet d'obtenir, à partir des $\phi_{1,d}$, la meilleure estimation, $R_{0,estim}$, du flux de neutrons d'énergie supérieure à 1 MeV et de son incertitude associée.

10.2.2 Variante 2 : Méthode des sous domaines énergétiques

On définit un découpage énergétique commun $[E_g, E_{g+1}], g = 1, 8$ comme montré sur la Figure 10-1 avec les bornes énergétiques suivantes : 0, 0,575, 1, 1,2, 1,4, 2,7, 2,8, 6,1, 20 MeV.

N° groupe d'énergie	Bornes groupe d'énergie	Dosimètres	Nombre de dosimètres
3	1 – 1,2	Np237(n,f), Co59(n,γ)Co60	2
4	1,2 – 1,4	Np237(n,f), Co59(n,γ)Co60 Nb93(n,n')	3
5	1,4 – 2,7	Np237(n,f), Co59(n,γ)Co60 Nb93(n,n') U238(n,f)	4
6	2,7 – 2,8	Np237(n,f), Co59(n,γ)Co60 Nb93(n,n') U238(n,f) Ni58(n,p)Co58	5
7	2,8 – 6,1	Np237(n,f), Co59(n,γ)Co60 Nb93(n,n') U238(n,f) Ni58(n,p)Co58 Fe54(n,p)Mn54	6
8	6,1 – 20	Np237(n,f), Co59(n,γ)Co60 Nb93(n,n') U238(n,f) Ni58(n,p)Co58 Fe54(n,p)Mn54 Cu63(n,α)Co60	7

Tableau 10-2 : Dosimètres contribuant au flux de neutrons pour les groupes d'énergie supérieure à 1 MeV

Le but visé est de trouver la meilleure estimation $R_{0,estim}$ comme étant la somme des meilleures estimations avec leurs incertitudes associées dans chaque groupe d'énergie.

$$R_{0,estim} = \sum_{g=3}^8 R_{0,estim}^g \quad (10-35)$$

Cette méthode des sous domaines d'énergie s'appuie :

- sur le calcul par un code de transport des flux neutroniques et des taux de réaction dans chacun des groupes d'énergie préalablement définis ;
- sur les mesures d'activité des dosimètres ; néanmoins celles-ci ne fournissent qu'une seule valeur globale de l'activité qui ne discrimine donc pas les groupes d'énergie considérés.

L'idée directrice est d'utiliser le calcul pour définir une activité mesurée pour chaque groupe d'énergie pour chacun des dosimètres. Pour chaque dosimètre, on en déduit ensuite, en utilisant une section efficace calculée dans chacun de ces groupes d'énergie, le flux correspondant des neutrons dans ces mêmes groupes d'énergie.

On détaille ci-après la démarche proposée en reprenant le même processus nucléaire que précédemment (paragraphes 10.1 et 10.2).

On détermine l'activité d'un dosimètre d dans un groupe d'énergie g par la relation :

$$A_{cal,d}^g(t) = \lambda_2 N_{01} \int_{E_g}^{E_{g+1}} \sigma_1(E) \varphi(E) dE \left[\frac{e^{-\left[\int_{E_g}^{E_{g+1}} \sigma_1(E) \varphi(E) dE\right] t} - e^{-\lambda_2 t}}{\lambda_2 - \int_{E_g}^{E_{g+1}} \sigma_1(E) \varphi(E) dE} \right] \quad (10-36)$$

$$\tau_{cal,d}^g = \int_{E_g}^{E_{g+1}} \sigma_1(E) \varphi(E) dE \quad (10-37)$$

On estime l'activité « mesurée » dans le groupe d'énergie g par :

$$A_{mes,d}^g(t) = A_{mes,d}(t) \times \frac{A_{cal,d}^g(t)}{\tau_{cal,d}^g} \quad (10-38)$$

Où l'activité $A_{cal,d}(t)$ est donné par (10-9).

Par ailleurs, on relie l'activité « mesurée » $A_{mes,d}^g(t)$ au taux de réaction microscopique « mesuré » dans le groupe d'énergie g , $\tau_{mes,d}^g$:

$$A_{mes,d}^g(t) = \lambda_2 N_{01} \tau_{mes,d}^g \left[\frac{e^{-\tau_{mes,d}^g t} - e^{-\lambda_2 t}}{\lambda_2 - \tau_{mes,d}^g} \right] \quad (10-39)$$

Comme montré précédemment (voir paragraphe 10.2) pour le taux de réaction microscopique mesuré pour tout le domaine d'énergie associé au dosimètre d , le taux de réaction microscopique mesuré dans le groupe d'énergie g , $\tau_{mes,d}^g$ peut s'obtenir par itérations successives :

$$\tau_{mes,d}^{g(0)} = \frac{A_{mes,d}^g(t)}{N_{01} \lambda_2} \left[\frac{\lambda_2 - \tau_{cal,d}^g}{e^{-\tau_{cal,d}^g t} - e^{-\lambda_2 t}} \right] \quad (10-40)$$

$$\tau_{mes,d}^{g(1)} = \frac{A_{mes,d}^g(t)}{N_{01} \lambda_2} \left[\frac{\lambda_2 - \tau_{mes,d}^{g(0)}}{e^{-\tau_{mes,d}^{g(0)} t} - e^{-\lambda_2 t}} \right] \quad (10-41)$$

$$\tau_{mes,d}^{g(i)} = \frac{A_{mes,d}^g(t)}{N_{01} \lambda_2} \left[\frac{\lambda_2 - \tau_{mes,d}^{g(i-1)}}{e^{-\tau_{mes,d}^{g(i-1)} t} - e^{-\lambda_2 t}} \right] \quad (10-42)$$

Si l'on s'arrête à la première itération on a :

$$\tau_{mes,d} \approx \frac{A_{mes,d}^g(t)}{N_{01}\lambda_2} \left[\frac{\lambda_2 - \tau_{cal,d}^g}{e^{-\tau_{cal,d}^g t} - e^{-\lambda_2 t}} \right] \quad (10-43)$$

Et on a de nouveau la propriété (10-20) cette fois-ci restreinte au groupe d'énergie g :

$$\frac{\tau_{mes,d}^g}{\tau_{cal,d}^g} = \frac{A_{mes,d}^g(t)}{A_{cal,d}^g(t)} \quad (10-44)$$

On définit la section efficace dans le groupe d'énergie g par l'expression :

$$\sigma_{cal,d}^g = \frac{\tau_{cal,d}^g}{\phi_{cal}^g} \quad (10-45)$$

$$\phi_{cal}^g = \int_{E_g}^{E_{g+1}} \varphi(E) dE \quad (10-46)$$

On en déduit le flux de neutron cherché, ϕ_d^g , dans le groupe d'énergie g :

$$\phi_d^g = \frac{\tau_{mes,d}^g}{\sigma_{cal,d}^g} = \frac{\tau_{mes,d}^g}{\tau_{cal,d}^g} \phi_{cal}^g \quad (10-47)$$

La meilleure estimation du flux de neutrons dans le groupe g , $R_{0,estim}^g$, sera recherchée en considérant l'ensemble des dosimètres d qui produisent une réponse non nulle dans ce groupe et auxquels on applique la méthode exposée au paragraphe 10.3.

La meilleure estimation de $R_{0,estim}$ est donc la somme des meilleures estimations obtenues dans chacun des groupes d'énergie :

$$R_{0,estim} = \sum_{g=3}^8 R_{0,estim}^g \quad (10-48)$$

L'incertitude de mesure relative à ϕ_d^g fait intervenir l'incertitude relative associée à l'activité partielle mesurée. Cette incertitude relative partielle est supposée indépendante de g .

Le résultat obtenu à l'aide la formule (10-48) pourra être comparé à celui issu de la première variante de la méthode adoptée (voir paragraphe 10.2.1).

10.3 LA MEILLEURE ESTIMATION R_0

On cherche à tirer parti au mieux d'un ensemble de mesures relatives à N_d dosimètres différents (voir Tableau 10-1 et Figure 10-1). Cela signifie qu'à partir des mesures on cherche la meilleure estimation, notée R_0 , du flux de neutrons d'énergie supérieure à 1 MeV ainsi que l'incertitude qui l'affecte provenant des différentes sources d'incertitudes déjà mentionnées :

- incertitudes sur les données technologiques se rapportant principalement aux erreurs sur les dimensions des composants et aux températures de fonctionnement du réacteur ;
- incertitudes sur les données nucléaires telles que les sections efficaces, les spectres de fissions des différents isotopes fissiles ;
- incertitudes expérimentales.

La meilleure estimation de la cible R_0 est appelée $R_{0,estim}$ et l'estimation de la variance associée $\sigma_0^2(R_0)$. La meilleure estimation est définie sous la forme d'une combinaison linéaire des N_d observations (mesures) :

$$R_{0,estim} = \sum_{d=1}^{N_d} W_d \phi_{1,d} \quad (10-49)$$

La formule précédente fait intervenir la distribution des poids W_d qui est obtenue en cherchant la variance minimum sur notre estimation. L'expression de cette variance est donnée par la relation (10-50) .

$$E \left[\left(\sum_d W_d \phi_{1,d} - E \left[\sum_d W_d \phi_{1,d} \right] \right)^2 \right] = \sum_d \sum_{d'} W_d W_{d'} \times COV(\phi_{1,d}; \phi_{1,d'}) \quad (10-50)$$

Pour éviter tout biais systématique, il est nécessaire que la somme des poids W_d soit égale à l'unité lors de la recherche du minimum de la variance :

$$\sum_{d=1}^{N_d} W_d = 1 \quad (10-51)$$

Il est possible de symboliser la distribution des poids par un vecteur \vec{W} (démonstration en Annexe 15.1) :

$$\vec{W} = \frac{\|CV\phi_1\|^{-1} \times \vec{1}}{\vec{1}^t \times \|CV\phi_1\|^{-1} \times \vec{1}} \quad (10-52)$$

Le terme $\|CV\phi_1\|$ dans la formule précédente représente la matrice de covariance des N_d observations et elle doit être nécessairement inversible. Cette condition est toujours vérifiée car toute matrice de covariance doit être définie positive. En cas de

modification forcée et aléatoire d'éléments de cette matrice (dans le cas d'une étude de sensibilité par exemple), il faut veiller au respect de son caractère inversible.

À l'aide des relations précédentes, les expressions suivantes pour la meilleure estimation $R_{0,estim}$ sont obtenues dans laquelle $\vec{\phi}_1$ représente le vecteur des observables $\phi_{1,d}$ et sa variance associée $\sigma_0^2(R_0)$. Ces expressions sont tirées de Donald R. Jones *et al.* [69].

$$R_{0,estim} = \sum_{d=1}^{N_d} W_d \phi_{1,d} = \frac{\vec{1}^t \times \|CV\phi_1\|^{-1} \times \vec{\phi}_1}{\vec{1}^t \times \|CV\phi_1\|^{-1} \times \vec{1}} \quad (10-53)$$

$$\sigma_0^2(R_0) = \frac{1}{\vec{1}^t \times \|CV\phi_1\|^{-1} \times \vec{1}} \quad (10-54)$$

Pour obtenir la meilleure estimation et la variance associée, il est nécessaire de construire la matrice de variance covariance $\|CV\phi_1\|$ des N_d observations $\phi_{1,d}$. Cette matrice renferme les informations décrivant les importances comparées des dosimètres utilisés d'où sont déduits les poids W_d . La méthodologie sur laquelle nous nous appuyons [64], a défini deux approches possibles pour obtenir la matrice $\|CV\phi_1\|$ comme nous allons l'exposer dans la section suivante.

10.4 LA MATRICE DE COVARIANCE $\|CV\phi_1\|$

Pour déterminer la matrice de covariance $\|CV\phi_1\|$ nécessaire pour la détermination de la meilleure estimation et de sa variance associée, les deux approches précitées sont :

- À partir de la connaissance des incertitudes sur les taux de réactions issus des calculs et en utilisant les incertitudes des mesures données par les expérimentateurs, il est possible de construire une matrice « **matrice intermédiaire** » $\|CoV(C, M)\|$. Cette dernière contient toutes les informations nécessaires (incertitudes et corrélations) pour déterminer les éléments de la matrice de covariance $\|CV\phi_1\|$.
- La réalisation par échantillonnage d'un grand nombre de simulations permettant d'obtenir un grand nombre d'observables, donnant **directement** la matrice $\|CV\phi_1\|$.

10.4.1 Approche fondée sur l'utilisation d'une matrice intermédiaire

La matrice de covariance $\|CV\phi_1\|$ est obtenue à l'aide d'une **matrice intermédiaire** $\|CoV(C, M)\|$ qui contient les incertitudes initiales ainsi que les corrélations sur les $N_d + 1$ valeurs calculées d'une part (N_d dosimètres et la cible) et les N_d valeurs mesurées d'autre part. La matrice intermédiaire est donc de dimension $2N_d + 1$. La propagation des incertitudes des $2N_d + 1$ valeurs provenant des mesures et des

calculs vers les N_d observations nous donne la matrice de covariance $\|CV\phi_1\|$. Cette propagation des incertitudes est réalisée à l'aide d'une méthode de sensibilité.

10.4.1.1 Structure de la matrice intermédiaire

La matrice intermédiaire $\|CoV(C, M)\|$ a une structure générale de la forme suivante :

$$\|CoV(C, M)\| = \begin{array}{||c||c||} \hline & \chi_c & 0 \\ \hline 0 & & \\ \hline & 0 & \chi_m \\ \hline \end{array}$$

On identifie distinctement 4 sous matrices qui constituent la matrice $\|CoV(C, M)\|$:

- $\|\chi_c\|$ qui est une sous matrice d'ordre $(N_d + 1)$ dont les termes constitutifs sont les variances/covariances sur les quantités issues des calculs (N_d dosimètres et la cible recherchée). La détermination de cette sous matrice est le point important et difficile de toutes les méthodes de calcul des incertitudes et de toutes les méthodes d'ajustement de résultats obtenus par le calcul. Le paragraphe 10.4.1.2 montre comment déterminer cette matrice.
- $\|\chi_m\|$ qui est une sous matrice d'ordre N_d qui regroupe les incertitudes sur les N_d quantités issues des mesures. Les $(N_d \times N_d)$ éléments constituant la matrice $\|\chi_m\|$ sont données par les expérimentateurs. Les termes diagonaux correspondent aux variances associées à chaque mesure. Les termes non-diagonaux correspondent aux éventuelles covariances entre différentes mesures.
- Deux sous matrices rectangulaires et symétriques l'une de l'autre qui traduisent une éventuelle corrélation entre les calculs et les mesures. Bien que la prise en compte de corrélations soit possible dans la démarche proposée, dans nos applications, ces matrices seront considérées comme nulles.

10.4.1.2 Détermination de la sous matrice $\|\chi_c\|$

La sous matrice de variance/covariance $\|\chi_c\|$ constitue un point essentiel et difficile de la démarche proposée et il s'agit de la partie de la méthode demandant le plus d'efforts. Il est intéressant de noter que cette étape devient inutile lorsqu'il est possible d'obtenir directement un échantillonnage des valeurs calculées (difficile dans la plupart des cas en raison de temps de calcul qui peuvent être très élevés).

Cette sous matrice $\|\chi_c\|$ est constituée d'éléments $\sigma_{d,d'}^2(\chi_c)$ où « d » et « d' » correspondent soit à la cible recherchée soit à un dosimètre, il y a donc ($N_d + 1$) valeurs possibles pour « d » et « d' ». Cet élément est obtenu en utilisant la relation suivante :

$$\sigma_{d,d'}^2(\chi_c) = r_{d,d'} \times \sigma_d \times \sigma_{d'} \quad (10-55)$$

La détermination de l'élément $\sigma_{d,d'}^2(\chi_c)$ fait donc intervenir le coefficient de corrélation $r_{d,d'}$ entre les quantités « d » et « d' » ainsi que l'écart-type σ_d associé à la quantité « d ». Le coefficient de corrélation $r_{d,d'}$ détermine la proximité entre les deux dosimètres. Étant donné que l'on fait intervenir des sous-groupes du flux total, la corrélation entre les différents dosimètres est importante et est en partie liée au seuil énergétique de réaction des dosimètres. Un dosimètre qui a un seuil proche de la cible recherchée (ex : flux de neutrons d'énergie supérieure à 1 MeV) devrait avoir une plus forte corrélation qu'un dosimètre avec un seuil éloigné (ex : $^{63}\text{Cu}(\text{n},\alpha)$ avec un seuil à 6,3 MeV).

Les écarts-types σ_d intervenant dans la détermination des coefficients de la matrice $\|\chi_c\|$ sont obtenus à l'aide du calcul de référence réalisé avec le code TRIPOLI-4® et leur obtention ne pose donc pas de problème particulier.

Les coefficients $\sigma_{d,d'}^2(\chi_c)$ peuvent être obtenus de deux façons différentes :

- Avec un apport externe de tous ces éléments : cela consiste à réaliser un grand nombre N de calculs de transport de neutrons en réalisant un échantillonnage des jeux de données correspondant à N modélisations (échantillonnage des données géométriques ou des sections efficaces) suivi d'une analyse statistique permettant de propager les incertitudes essentielles en utilisant la méthode des tables de probabilité.

Cette méthode est la plus rigoureuse mais elle peut être difficilement mise en place puisqu'il faut réaliser un nombre de simulations important sur un cas d'étude réel tel qu'un REP ce qui induit un coût de calcul prohibitif, mais elle ne nécessite pas de déterminer les coefficients de corrélation $r_{d,d'}$ si l'on se trouve dans une configuration permettant de réaliser ces calculs.

- En utilisant une matrice de variance/covariance sur les flux de neutrons multigroupes. Cette matrice $\|C\|$ qui est constituée d'éléments $C_{g,g'}$ est essentielle pour des applications à des cas d'études de grande taille tel qu'un REP.

En utilisant la matrice $\|C\|$ ainsi que les taux de réactions $\tau_{g,d}$ calculés sur le même domaine énergétique que les flux multigroupes pour chaque dosimètre « d ». Il est alors possible de calculer la covariance de 2 quantités X et Y (qui peuvent être deux taux de réaction pour deux dosimètres

différents par exemple) en utilisant la relation (10-56) suivante :

$$\sigma_{x,y}^2 = E[(X - E(X)) \times (Y - E(Y))] \quad (10-56)$$

De cette relation (10-56), le coefficient de corrélation $r_{d,d'}$ entre les taux de réaction des deux dosimètres « d » et « d' » peut être obtenu par la relation suivante (voir Annexe 15.2) :

$$r_{d,d'}(C) = \frac{\sum_{g,g'} \tau_{g,d} \times \tau_{g',d'} \times C_{g,g'}}{\sqrt{\sum_{g,g'} \tau_{g,d} \times \tau_{g',d'} \times C_{g,g}}} \times \sqrt{\sum_{g,g'} \tau_{g,d'} \times \tau_{g',d'} \times C_{g,g'}} \quad (10-57)$$

Les deux radicaux figurant au dénominateur de cette relation sont les écarts types des taux de réaction des dosimètres « d » et « d' ». Ainsi, la connaissance de la matrice de covariance des flux $\|C\|$ donne accès :

- à l'écart-type sur chaque taux de réaction y compris le taux de réaction associé à la cible ou tout autre grandeur physique (flux dans un domaine énergétique particulier, taux de réaction des dosimètres supplémentaires par exemple),
- à la matrice de covariance $\|\chi_c\|$ de tout couple de dosimètres « d, d' ».

La validité de ces deux types de quantités dépend de la qualité de la matrice $\|C\|$. Il est souhaitable d'avoir le même découpage énergétique multi-groupe pour les flux qui sont utilisés avec la matrice $\|C\|$ que pour les taux de réaction. La procédure la plus rigoureuse consiste à obtenir la matrice $\|C\|$ à l'aide de calculs de transports/sensibilités qui échantillonnent les incertitudes par la méthode dite « directe » présentée plus loin au paragraphe § 10.4.2.

10.4.1.3 Propagation des incertitudes par la méthode de sensibilité

La propagation des incertitudes est réalisée en utilisant les matrices de sensibilité des observations (Équation (10-58)) par rapport aux différents paramètres intervenant dans cette relation. La matrice de covariance est obtenue en utilisant la relation suivante :

$$\|CV(\phi_1)\| = \|S\|^t \times \|CoV(C, M)\| \times \|S\| \quad (10-58)$$

Le terme $\|S\|$ désigne la matrice de sensibilité qui est obtenue en réalisant les dérivées partielles sur les observables (Relation (10-34)) qui correspond donc à des calculs analytiques simples dans ce cas d'étude. Dans notre cas, pour une grandeur recherchée qui correspond à un flux supérieur à 1 MeV noté ϕ_1 , la matrice est de dimension $(2N_d + 1) \times N_d$ (nombre de paramètres nécessaires pour l'obtention des observables \times nombre d'observables). Pour x_k correspondant à un des paramètres des observables, la matrice de sensibilité est :

$$\|S\|^t = \begin{vmatrix} \frac{\partial \phi_{1,1}}{\partial x_1} & \frac{\partial \phi_{1,1}}{\partial x_2} & \dots & \dots & \frac{\partial \phi_{1,1}}{\partial x_{2N_d+1}} \\ \frac{\partial \phi_{1,2}}{\partial x_1} & \frac{\partial \phi_{1,2}}{\partial x_2} & \dots & \dots & \frac{\partial \phi_{1,2}}{\partial x_{2N_d+1}} \\ \vdots & \vdots & & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & & \vdots \\ \frac{\partial \phi_{1,N_d}}{\partial x_1} & \frac{\partial \phi_{1,N_d}}{\partial x_2} & \dots & \dots & \frac{\partial \phi_{1,N_d}}{\partial x_{2N_d+1}} \end{vmatrix} \quad (10-59)$$

La propagation des incertitudes en passant par une méthode de sensibilité est une approche classique pour des calculs d'incertitudes. En revanche, le point faible de cette méthode consiste à supposer une influence linéaire des variances/covariances des quantités issues des calculs ou des mesures sur les incertitudes des observables (dérivée au premier ordre). L'utilisation de la méthode directe présentée ci-après au paragraphe § 10.4.2 permet de s'affranchir de cette limitation.

10.4.2 Approche directe (sans matrice intermédiaire)

La pertinence du passage par une matrice intermédiaire peut se poser car cette matrice contient des valeurs trop condensées comme les covariances entre les différents termes intervenant dans le processus. **Cette condensation induit donc une perte d'information.** La méthode par approche directe qui sera présentée par la suite constitue la procédure la plus exacte et rigoureuse. La rigueur de cette méthode induit un besoin en ressources de calcul très conséquent. La matrice $\|CV(\phi_1)\|$ est construite à l'aide de données provenant de calculs ainsi que de mesures pour un nombre conséquent P de simulations.

Nous supposons que N_d mesures d'activité sur les dosimètres d'intérêt ont été obtenues (il peut s'agir d'une expérience ou d'une simulation de référence). Ces mesures sont entachées d'une incertitude fournie par les expérimentateurs. À l'aide des probabilités appropriées, P ensembles de « valeurs mesurées » sont générés aléatoirement.

P simulations de taille suffisante ont été réalisées de manière à échantillonner correctement les valeurs des principaux paramètres intervenant dans la modélisation utilisée dans les calculs. Cet échantillonnage prend en compte les incertitudes admises sur les paramètres de la modélisation ; le choix des paramètres retenus pour cet échantillonnage dépend (*de l'importance*) de leur influence sur les résultats recherchés. Ces paramètres doivent être échantillonnés en utilisant des densités de probabilité adaptées. Les simulations donnent donc P valeurs calculées pour la cible recherchée (flux supérieur à 1 MeV par exemple) ainsi que P ensembles de taux de réaction calculés pour les N_d dosimètres.

L'association des valeurs issues des calculs avec celles provenant des mesures selon la formule (10-34) donne P ensembles de N_d observations notées $\phi_{1,d,p}$ (avec l'indice « d » qui désigne le dosimètre variant de 1 à N_d et l'indice p désignant la simulation variant de 1 à P). En utilisant ces valeurs, il est possible de construire la matrice $\|CV(\phi_1)\|$ en utilisant la relation (10-60) donnée ci-dessous :

$$\sigma_{d,d'}^2 = \sum_{p=1}^P \frac{(\phi_{1,d,p} - \phi_{1,d}^*) \times (\phi_{1,d',p} - \phi_{1,d'}^*)}{P-1} \quad (10-60)$$

Avec $\phi_{1,d}^*$ la valeur moyenne des P observations échantillonées associées au dosimètre « d » :

$$\phi_{1,d}^* = \frac{1}{P} \times \sum_{p=1}^P \phi_{1,d,p} \quad (10-61)$$

Les deux relations précédentes sont valables dans le cas où chaque simulation a le même poids statistique. Dans le cas contraire, il faut adapter ces relations.

Pour tester la méthodologie de détermination du flux des neutrons d'énergie supérieure à 1 MeV précédemment décrite on se place dans le cadre d'une expérience numérique dont les principes de réalisation sont énoncés dans le paragraphe § 10.5 qui suit.

10.5 NOTION D'EXPÉRIENCE NUMÉRIQUE

Pour tester la méthode de détermination du flux des neutrons d'énergie supérieure à 1 MeV précédemment décrite dans ses deux variantes, on se place dans le cadre d'une « **expérience numérique** ». La notion d'expérience numérique est étroitement associée à l'exécution de simulations dans de nombreux domaines d'application. L'acception particulière qu'on lui donne ici en est précisée dans ce qui suit.

La **représentativité d'un benchmark** doit être questionnée. Dans le domaine considéré ici et dans la pratique un benchmark réalisé dans un réacteur expérimental ne peut être entièrement représentatif de la configuration réelle à laquelle on le rattache. Celle-ci est en générale plus complexe que la configuration du benchmark en raison notamment de plusieurs facteurs liés à la **multiplicité des paramètres d'entrée** et de la **connaissance plus ou moins fine** que l'on en a.

Les paramètres d'entrée sont schématiquement classés en quatre catégories :

- les **données nucléaires et spectroscopiques** relatives à l'interaction des particules avec la matière et aux phénomènes de radioactivité induits ;
- les **données technologiques** des dispositifs étudiés : la nature et composition isotopique des matériaux des différentes structures, la géométrie de ces structures (formes et dimensions) ;

- les **données de fonctionnement** des dispositifs étudiés : caractérisation des sources de particules, histogramme de fonctionnement des installations ;
- les **données relatives au processus de mesure** : mesure de l'activité des dosimètres qui permet de remonter à la fluence neutronique.

Les écarts éventuels constatés entre le calcul prédictif par simulation numérique et les résultats de mesure doivent être expliqués. Ils ont en général plusieurs origines. Idéalement chacune d'entre elles doit être identifiée et son impact quantifié. Un écueil qu'il faut surmonter est celui de ne pas faire porter par l'une des composantes de l'écart global observé la ou les incertitudes qui affectent les autres composantes de celui-ci : par exemple, imputer aux sections efficaces les incertitudes qui affectent les sources de particules ou encore celles relatives aux dimensions ou aux compositions des structures. D'autre part, comme cela a été mentionné plus haut, il s'avère utile de pouvoir évaluer l'impact, sur la fluence neutronique recherchée, d'éventuelles incertitudes épistémiques additionnelles à mettre en évidence.

La **méthodologie** préconisée pour contribuer à l'interprétation de résultats expérimentaux obtenus sur une configuration industrielle repose sur deux piliers : **l'interprétation de benchmarks et la réalisation d'« expériences numériques »** :

- **L'interprétation d'un benchmark** représentatif des caractéristiques majeures d'alternance de structures/matiériaux de la configuration « industrielle » d'intérêt, et dont l'ensemble des données d'entrée et mesures expérimentales sont supposées parfaitement maîtrisées pour valider les codes de transport utilisés et les données nucléaires associées, notamment les sections efficaces et les spectres d'émission de neutrons. Ces études de benchmark permettent d'attester de la qualité numérique et physique de l'outil de calcul mis en œuvre pour l'interpréter. Plusieurs benchmarks de ce type existent ciblant la problématique de l'évaluation de la fluence neutronique dans un réacteur nucléaire : REPLICA/PCA, NAIADE, ASPIS [70]. Les benchmarks récents FLUOLE2 et PERLE en sont aussi une illustration [48] [71]. Ils ont établi la validation du transport Monte Carlo réalisé par le code TRIPOLI-4® associé à l'évaluation des données nucléaires JEFF3.1.1 [43]. La représentativité de ces benchmarks, tout particulièrement FLUOLE2 en raison de la richesse des résultats de mesures, pourrait faire l'objet d'une étude complémentaire en utilisant le concept de « représentativité » introduit par V. V. Orlov [72]. Il s'agirait de quantifier un facteur de représentativité « r » en s'appuyant sur une modélisation du réacteur réel dont la description est parfaitement maîtrisée. En Annexe 15.6, une telle démarche est rappelée.

Si les deux conditions suivantes sont simultanément réunies :

- le benchmark fournit un bon accord entre calculs et mesures,
- le facteur de représentativité est proche de l'unité,

alors il est possible dans une première phase de ne pas intégrer les incertitudes liées aux sections efficaces dans la méthode de la détermination de la fluence neutronique décrite plus haut. Leur prise en compte pourra se faire *a posteriori*.

Demeurant ici dans ce cadre méthodologique, ces deux conditions seront considérées satisfaites et par conséquent nous nous affranchirons de la prise en compte des données nucléaires et des incertitudes qui les affectent.

Dès lors, si un désaccord significatif important apparaît entre les calculs et les mesures sur le réacteur réel on peut en inférer que celui-ci n'est pas dû à un biais attribuable aux sections efficaces, mais à d'autres types de biais :

- biais de modélisation des sources de neutrons ;
- biais de modélisation du réacteur (géométrie, compositions des matériaux, températures...) ;
- biais de modélisation de l'historique de fonctionnement du réacteur ;
- biais dans les résultats de mesures.

Des situations de compensations entre biais ne sont pas à exclure.

On se propose donc de concevoir une « **expérience numérique** » devant répondre à un double objectif :

- tester la méthodologie préconisée ci-dessus pour déterminer la fluence neutronique à partir de mesures dosimétriques ;
 - évaluer l'impact d'un défaut de modélisation sur la fluence neutronique devant présenter un double intérêt : contribuer à identifier les sources de biais et à évaluer la robustesse de la remontée à la fluence neutronique.
-
- Pour construire une « **expérience numérique** » on définit préalablement une **configuration « simplifiée »** (ou « académique ») dont les dimensions et les matériaux reflètent les caractéristiques de la configuration réelle, et sur laquelle il est possible de réaliser des simulations d'une durée acceptable.

On définit alors l'« **expérience numérique** » comme suit :

- La **configuration « académique »** est déclinée en deux versions :
 - la « **modélisation de référence** » qui représente le **dispositif réel** (jamais rigoureusement connu en pratique) ;

- et la « **modélisation opérationnelle** » qui est une représentation du dispositif réel affecté d'une ou plusieurs différences de modélisation vis-à-vis de la modélisation de référence, liée à une méconnaissance du dispositif réel et de son fonctionnement. Cette distinction renvoie au fait que les résultats expérimentaux voient le dispositif réel dans son fonctionnement (dont la description parfaite est en toute rigueur inaccessible à l'ingénieur) et que la simulation prédictive s'appuie sur une modélisation du dispositif réel et de son fonctionnement qui immanquablement comportent des approximations.
- La réalisation de la simulation sur les deux types de modélisation afin d'obtenir dans chaque cas les valeurs des grandeurs physiques d'intérêt. La simulation de référence est réalisée sur la « modélisation de référence » avec un haut degré de précision numérique,
- La mise en œuvre de la méthode de la meilleure estimation de la grandeur physique d'intérêt exposée plus haut. Cela suppose :
 - d'avoir préalablement affecté des incertitudes « expérimentales » aux observables calculées par la « **simulation de référence** », distinctes de l'incertitude statistique du calcul que l'on s'efforcera de rendre négligeable ;
 - et d'autre part d'avoir construit la matrice de variance-covariance $\|CoV\phi_1\|$ requise et décrite au paragraphe § 5. Il faut donc avoir fixé les paramètres d'entrée, indiqués plus haut, auxquels une incertitude est associée. Cela peut nécessiter des **études de sensibilité** sur un paramètre d'entrée donné, dites **études « à effet séparé »** ; elles peuvent être concomitamment effectuées sur plusieurs paramètres avec prise en compte de certaines corrélations inter-paramètres – étude « à effet global ». L'ensemble de cette séquence est réalisé sur la « **modélisation opérationnelle** ».

De cette expérience numérique on tire :

- une indication sur **l'amplitude de l'impact d'une méconnaissance** de chacun des paramètres d'entrée qui jouent un rôle déterminant dans l'estimation de la fluence neutronique ;
- l'apport d'informations nécessaires à la **construction de la matrice de variance-covariance** $\|CV\phi_1\|$;
- une évaluation de la **robustesse de la méthode de remontage de la fluence neutronique** en « perturbant » significativement les paramètres d'entrée.

Une expérience numérique ne remplace pas l'expérience réelle, mais elle devrait s'insérer dans un cadre méthodologique mis en place pour remonter, dans un cas réel, au flux des neutrons d'énergie supérieure à 1 MeV et par suite à la fluence neutronique. Elle se présente aussi comme une méthode alternative de l'estimation de la fluence neutronique.

11 CHAPITRE 6 : APPLICATION DE LA MÉTHODE DE CALCUL DE LA FLUENCE À UN CAS ACADEMIQUE

Dans ce chapitre, on applique la méthodologie de la détermination de la fluence neutronique présentée au chapitre précédent sur un « cas académique ». Celui-ci consiste en un modèle très simplifié d'un REP au sens qu'il respecte les ordres de grandeur des épaisseurs des milieux eau/acier qui alternent. Le traitement de ce modèle est suivi d'une étude de robustesse dont la finalité est d'évaluer l'impact des incertitudes technologiques et/ou de fonctionnement ou un biais de modélisation tel qu'une erreur dans la modélisation d'une structure ou encore l'omission d'un élément de structure.

11.1 ÉLABORATION DU MODÈLE « REP ACADEMIQUE »

Le choix de créer et d'utiliser un modèle simplifié appelé « REP académique » représentatif des structures que l'on retrouve dans un réacteur à eau pressurisée a été dicté par un double souci de simplicité et de limitation du temps d'exécution des simulations. L'outil de calcul utilisé dans cette partie de la thèse est le code de transport Monte-Carlo TRIPOLI-4®.

On a élaboré un modèle simplifié sphérique qui reproduit l'atténuation des neutrons dans un REP entre le cœur et la cuve, et par suite des valeurs typiques du flux neutronique au niveau d'un porte-capsules positionné derrière un écran thermique ainsi qu'au niveau de la cuve d'un REP.

Dans ce modèle simplifié, le cœur est représenté par une sphère de matériaux homogénéisés représentatifs de ceux présents dans le cœur d'un REP. Ce cœur est entouré de plusieurs couches de matériaux (cloisonnement, écran thermique, cuve) que l'on retrouve dans le REP lorsque les neutrons quittent les assemblages de combustible à mi-hauteur en passant par le porte-capsules jusqu'à la cuve.

Ce modèle simplifié est présenté dans la Figure 11-1, en vis-à-vis d'une vue schématique d'un REP 900 MWe :

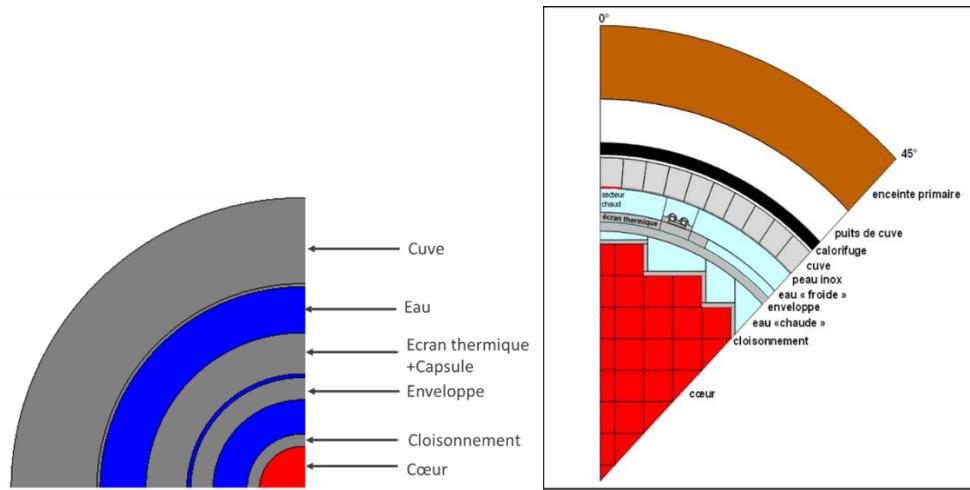


Figure 11-1: A gauche, vue en coupe d'un quart du modèle simplifié construit avec TRIPOLI-4® et à droite, vu d'un huitième d'un REP.

Le recours à un modèle simplifié permet de réduire très significativement les temps de simulation numériques autorisant ainsi le test de l'approche directe intrinsèquement chronophage (moins d'une heure pour une simulation sur le modèle simplifié avec un processeur contre 24 jours sur le REP réel). Il permet aussi d'obtenir la matrice de variance/covariance des flux $C_{g,g'}$ nécessaire dans l'approche de la matrice intermédiaire. La matrice de variance/covariance des flux $C_{g,g'}$ ainsi obtenue sur le modèle simplifié peut être utilisée pour un cas de REP réel sous la condition d'être représentatif.

Pour vérifier le caractère suffisamment représentatif de notre modèle simplifié par rapport à un REP, nous comparons en des positions homologues les spectres des neutrons calculés. En effet, le modèle académique a été construit dans le but d'avoir un parcours optique similaire au REP pour les neutrons arrivant aux portes-capsules. La Figure 11-2 montre la comparaison des spectres calculés au niveau d'un porte-capsules pour un REP et le modèle académique, dans cette figure les flux par groupe sont normalisés par le flux intégral.

Des écarts importants pour les neutrons de faible énergie sont observés (énergie inférieure à 10^{-7} MeV), ce qui s'explique par la faible statistique dans cette partie basse du domaine énergétique. Cela provient également des différentes simplifications apportées dans le modèle académique. En effet, dans le cas réel, les neutrons qui arrivent au niveau d'un porte-capsules peuvent avoir un trajet différent de ceux permis par le modèle simplifié. Ces différences expliquent l'écart important observé aux alentours de 27 keV qui correspond à un pic de résonance du ^{56}Fe . En effet, les neutrons n'ont pas vu la même épaisseur de fer dans le cas académique et dans le cas réel.

En revanche les flux des neutrons rapides obtenus en particulier au-dessus de 1 MeV sont très comparables, ce qui est essentiel pour le but visé.

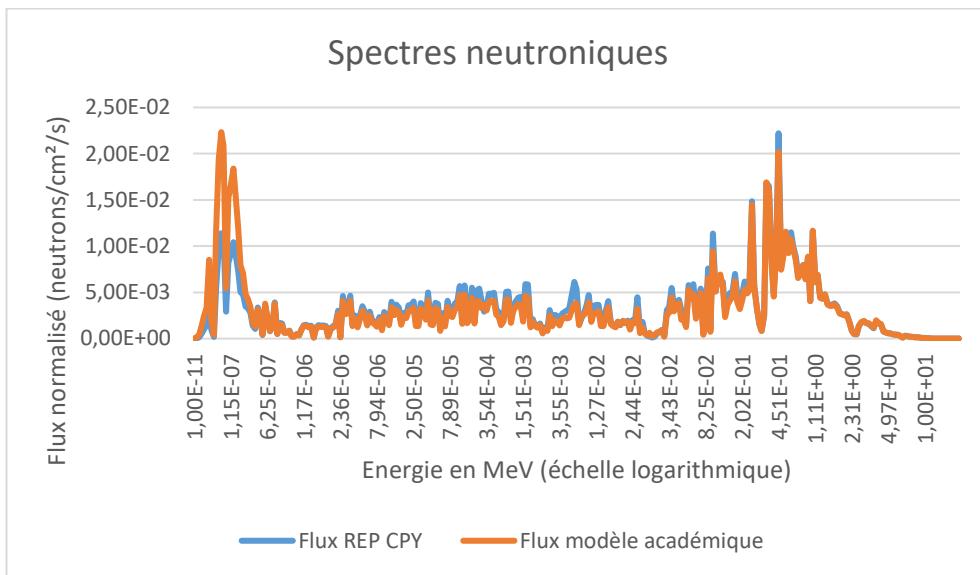


Figure 11-2 : Spectres neutroniques obtenus (échelle logarithmique pour l'énergie) dans le cas d'un REP et de celui du modèle académique

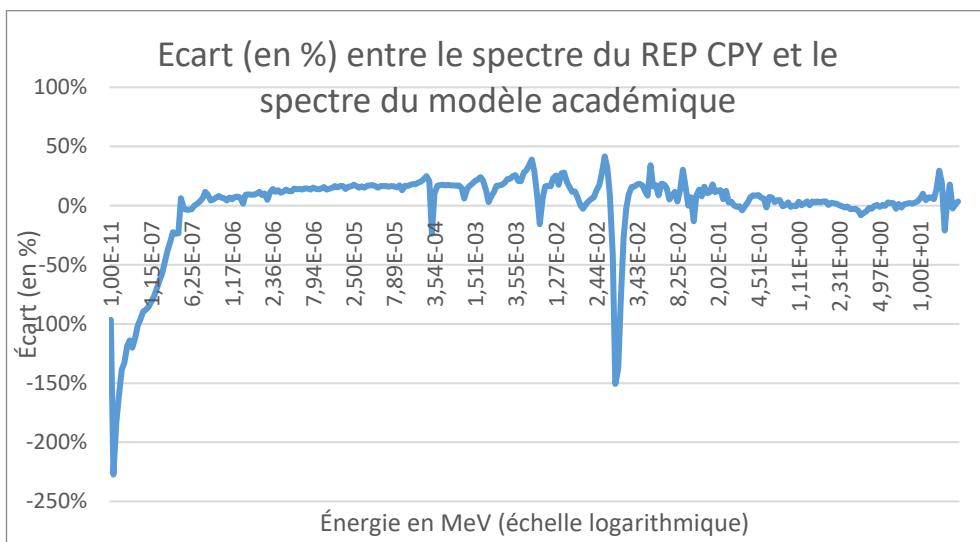


Figure 11-3 : Comparaison des spectres neutroniques calculés avec un REP et le modèle académique

11.2 MISE EN PLACE DE L'EXPÉRIENCE NUMÉRIQUE

En accord avec le paragraphe 10.5, la mise en place d'une expérience numérique se fait en plusieurs étapes décrites ci-après.

11.2.1 Simulation de référence

La simulation de référence se substitue à l'expérience réelle. Elle fait office de modèle « vrai ». Elle est réalisée avec le code Monte-Carlo TRIPOLI-4® : les résultats en sont statistiquement très bien convergés, avec moins de 0,1 % d'incertitude statistique sur les résultats.

On affecte aux valeurs des réponses dosimétriques calculées une **incertitude expérimentale**, celles que l'on aurait pour une expérience réelle.

11.2.2 Simulations opérationnelles

Les simulations opérationnelles sont aussi réalisées à l'aide de TRIPOLI-4® conduisant à des résultats statistiquement très bien convergés. La différence d'avec la simulation de référence réside dans le fait que certaines données de modélisation sont affectées d'une incertitude. Ce sont les épaisseurs du cloisonnement et de l'enveloppe d'une part, et d'autre part les températures respectives de l'eau chaude et de l'eau froide. C'est la prise en compte des incertitudes qui induit la réalisation de nombreuses simulations qualifiées d' « opérationnelles » pour les distinguer de la simulation de référence.

11.2.3 Construction de la matrice de variance-covariance $\|CV\phi_1\|$

Conformément à la démarche numérique exposée plus haut, la matrice de variance-covariance $\|CV\phi_1\|$ présentée au paragraphe 10.4 ne concerne pas les sections efficaces relatives à la propagation des neutrons (données nucléaires). Le modèle académique est donc utilisé pour tester l'impact sur la fluence neutronique des incertitudes liées à d'autres paramètres. Plus précisément on considère ici celles qui affectent les épaisseurs et les températures des milieux traversés par les neutrons. Les incertitudes expérimentales seront imposées en se référant aux ordres de grandeur de mesures existantes.

11.2.3.1 Cas de la matrice intermédiaire

Construction de la sous-matrice $\|\chi_c\|$

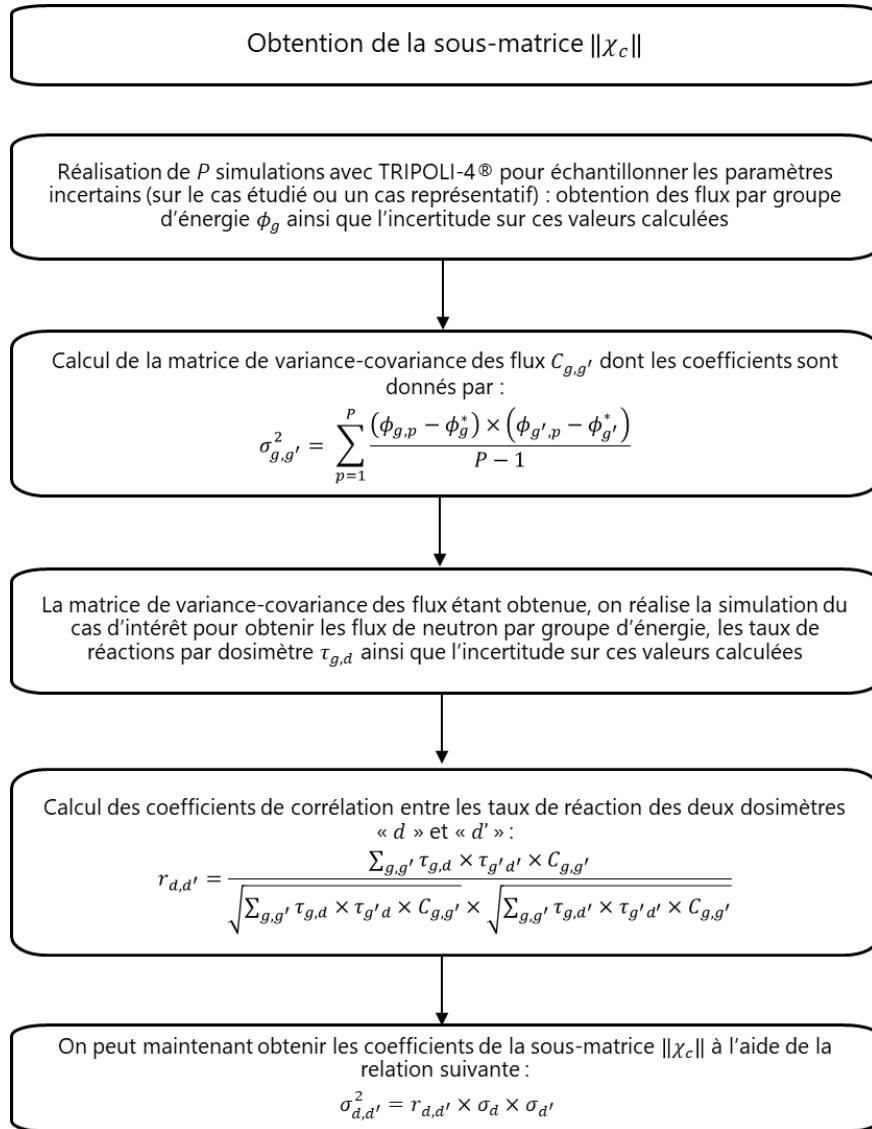


Figure 11-4 : Différentes étapes nécessaires à l'obtention de la sous-matrice $\|\chi_c\|$

La construction de la sous-matrice $\|\chi_c\|$ (voir paragraphe 10.4.1.1 et Figure 11-4) nécessite de prendre en compte les incertitudes sur les paramètres qui peuvent avoir un impact important sur le calcul du flux. Cette sous-matrice $\|\chi_c\|$ est constituée d'éléments $\sigma_{d,d'}^2(\chi_c)$ ou « d » et « d' » qui correspondent soit à la cible recherchée soit à un dosimètre ; il y a donc $(N_d + 1)$ valeurs possibles pour « d » et « d' ». La matrice est donc de dimension $(N_d + 1) \times (N_d + 1)$ et les termes diagonaux sont obtenus par le calcul (il s'agit des incertitudes sur les valeurs calculées) et les termes

non diagonaux sont obtenus à l'aide de la relation $\sigma_{d,d'}^2(\chi_c) = r_{d,d'} \times \sigma_d \times \sigma_{d'}$. Pour trois dosimètres nommés $d1, d2$ et $d3$ et une valeur cible recherchée, la matrice se construit de la façon suivante :

$$\|\chi_c\| = \begin{vmatrix} \sigma_{d1}^2 & \sigma_{d1,d2}^2 & \sigma_{d1,d3}^2 & \sigma_{d1,cible}^2 \\ \sigma_{d1,d2}^2 & \sigma_{d2}^2 & \sigma_{d1,d3}^2 & \sigma_{d2,cible}^2 \\ \sigma_{d1,d3}^2 & \sigma_{d2,d3}^2 & \sigma_{d3}^2 & \sigma_{d3,cible}^2 \\ \sigma_{d1,cible}^2 & \sigma_{d2,cible}^2 & \sigma_{d3,cible}^2 & \sigma_{cible}^2 \end{vmatrix}$$

On détaille ci-après les études préparatoires qui ont été menées pour construire cette sous-matrice $\|\chi_c\|$. Elles concernent successivement :

- la caractérisation de la sensibilité du flux des neutrons d'énergie supérieure à 1 MeV vis-à-vis de paramètres technologiques d'entrée influents (épaisseurs d'acier, températures),
- et la détermination de la distribution en probabilité du flux des neutrons d'énergie supérieure à 1 MeV à partir des incertitudes qui affectent les paramètres précités.

Étude de sensibilité sur les épaisseurs des structures en acier et les températures de l'eau

Les paramètres retenus pour cette étude sont les épaisseurs du cloisonnement et de l'enveloppe d'une part et les températures/masses volumiques de « l'eau chaude » et de « l'eau froide » d'autre part, car ils sont considérés parmi les plus influents. Leur impact sur le flux des neutrons d'énergie supérieure à 1 MeV a été testé en modifiant l'épaisseur ou la température jusqu'à 5 fois leur tolérance notée σ . Les résultats obtenus à l'aide du code de transport Monte-Carlo TRIPOLI-4® sont présentés dans le Tableau 11-1. Les paramètres les plus influents sont donc une modification de l'épaisseur du cloisonnement ou bien une modification de la masse volumique de l'eau chaude.

Flux de neutrons perturbé / Flux de neutrons de référence (non perturbé) %				
Structure	Cloisonnement	Eau froide	Eau chaude	Enveloppe
Tolérance (σ)	$\sigma = 0,1 \text{ cm}$	$\sigma = 0,0022 \text{ g/cm}^3$	$\sigma = 0,0022 \text{ g/cm}^3$	$\sigma = 0,1155 \text{ cm}$
Amplitude de la perturbation (σ)				
-5	9,88	-0,36	1,84	-1,55
-3	5,38	-0,30	0,93	-0,85
-2	3,40	-0,26	0,79	-0,75
-1	1,64	-0,23	0,45	-0,60
-0,5	-	-	-	-
0,5	-	-	-	-
1	-1,89	-0,32	-0,49	0,03
2	-3,70	-0,14	-0,91	0,40
3	-5,52	-0,28	-1,18	0,83
5	-8,84	-0,20	-1,97	1,20

Tableau 11-1 : Rapport entre le flux perturbé et le flux non perturbé au niveau des capsules avec le modèle académique en fonction de la perturbation sur les paramètres d'entrée.

Les résultats présentés dans le Tableau 11-1 sont obtenus par différence de calculs TRIPOLI-4® très bien convergés, avec moins de 0,1% d'erreur statistique (1σ) sur les calculs des flux de neutrons. Pour la construction de la sous-matrice $\|\chi_c\|$ il faut échantillonner chacun de ces paramètres incertains supposés indépendants les uns des autres, et pour chacun des jeux de valeurs échantillonées obtenues il faut réaliser un calcul de transport TRIPOLI-4®.

Distribution en probabilité du flux des neutrons d'énergie supérieure à 1 MeV à partir des incertitudes liées aux paramètres technologiques

Les incertitudes liées à ces différents paramètres sont supposées distribuées selon une loi gaussienne de densité :

$$f(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(u - \mu)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (11-1)$$

avec :

- σ l'écart-type ;
- μ l'espérance mathématique.

On fait le constat pratique qu'un échantillonnage direct selon la distribution gaussienne continue, avec 10000 tirages par exemple par paramètre conduirait à effectuer 10^{16} simulations Monte-Carlo TRIPOLI-4® ce qui est rédhibitoire en temps

de calcul.

On montre sur la Figure 11-5 le résultat de l'échantillonnage de l'épaisseur du cloisonnement en fonction du nombre de tirages allant de 10 000 à 64 000.

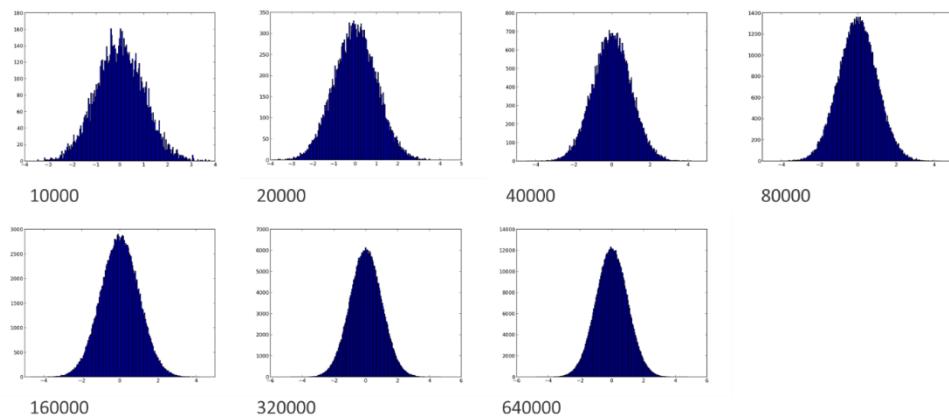


Figure 11-5 : Échantillonnage d'un paramètre par une distribution gaussienne en fonction du nombre de tirages

Afin de limiter ce nombre de simulations on propose de substituer à la distribution gaussienne continue, une distribution gaussienne discrète « équivalente » en utilisant le concept de tables de probabilité, tel que le schématise la Figure 11-6.

Il existe bien sûr d'autres méthodes permettant d'échantillonner un paramètre. Par exemple, la méthode LHS (*Latin Hypercube Sampling*) qui utilise une méthode statistique d'échantillonnage quasi aléatoire fondée sur des lois de probabilité à plusieurs variables et inspirée des techniques de Monte-Carlo. Une autre approche possible aurait été la création d'un méta-modèle de type réseau de neurones pour calculer les sensibilités.

Dans notre cas, étant donné que le nombre de paramètres que l'on cherche à échantillonner reste modeste (4 paramètres), on a choisi d'utiliser les tables de probabilités.

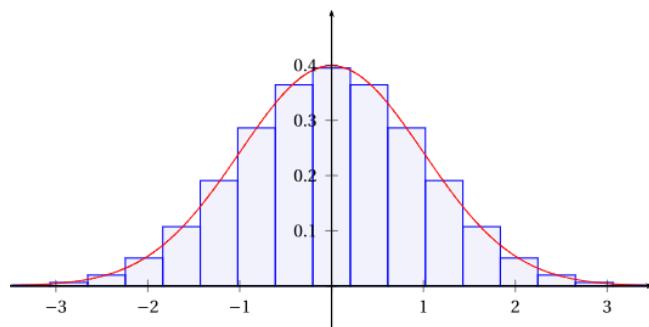


Figure 11-6 : Représentation discrète d'une gaussienne obtenue à l'aide de tables de probabilité

Les tables de probabilité se définissent de la manière suivante : soit une variable aléatoire ξ définie sur un domaine (D), dont la densité de probabilité $p(\xi)$ est connue. Elle peut être représentée par une table de probabilité d'ordre N : $\{(p_i, \xi_i), i = 1, N\}$ où les probabilités discrètes p_i et les « paliers » ξ_i sont calculés de façon à respecter $2N$ moments [65] :

$$M_n = \int_D \xi^n p(\xi) d\xi = \sum_{i=1}^N p_i \xi_i^n \quad n = L, \dots, 2N + L - 1 \quad (11-2)$$

où L est l'ordre du premier moment devant être préservé.

On en applique ci-après le principe pour calculer une distribution de flux de neutrons dépendant de quatre paramètres incertains.

On désigne par $p(u)$, $q(v)$, $r(w)$, $s(x)$ les densités de probabilité (gaussiennes par exemple) respectivement des variables aléatoires indépendantes u, v, w, x prenant leurs valeurs dans leurs domaines respectifs D_u , D_v , D_w et D_x . On décrit chacune d'entre elles par une table de probabilité :

$$\{p_l, u_l\}_{l=1,L} \quad (11-3)$$

$$\{q_m, v_m\}_{m=1,M} \quad (11-4)$$

$$\{r_n, w_n\}_{n=1,N} \quad (11-5)$$

$$\{s_o, x_o\}_{o=1,O} \quad (11-6)$$

où u_l , v_m , w_n , x_o représentent des bandes (ou paliers), c'est-à-dire des valeurs discrètes atteintes par les variables aléatoires u , v , w et x respectivement avec les probabilités p_l , q_m , r_n et s_o définies par :

$$\int_{D_l} p(u) du = p_l, \quad D_u = \bigcup_{l=1,L} D_l, \quad \sum_{l=1,L} p_l = 1 \quad (11-7)$$

$$\int_{D_m} q(v) dv = q_m, \quad D_v = \bigcup_{m=1,M} D_m, \quad \sum_{m=1,M} q_m = 1 \quad (11-8)$$

$$\int_{D_n} r(w) dw = r_n, \quad D_w = \bigcup_{n=1,N} D_n, \quad \sum_{n=1,N} r_n = 1 \quad (11-9)$$

$$\int_{D_o} s(x) dx = s_o, \quad D_x = \bigcup_{o=1,O} D_o, \quad \sum_{o=1,O} s_o = 1 \quad (11-10)$$

On cherche à déterminer la distribution en probabilité d'une grandeur physique flux, notée ϕ , qui dépend de quatre paramètres incertains et indépendants (conditions

du calcul : densités de matériaux et épaisseurs de structures par exemple) représentés par les quatre variables aléatoires u, v, w, x définies ci-dessus ($\phi \equiv \phi(u, v, w, x)$). On cherche également à déterminer la moyenne et la variance de ce flux.

Le flux $\phi(u, v, w, x)$ peut être ainsi représenté par la table de probabilité suivante :

$$\left\{ p_l q_m r_n s_o, \phi_{l,m,n,o} \right\}_{(l,m,n,o) \in \{1,L\} \otimes \{1,M\} \otimes \{1,N\} \otimes \{1,O\}} \quad (11-11)$$

où l'on a posé :

$$\phi_{l,m,n,o} = \phi(u_l, v_m, w_n, x_o) \quad (11-12)$$

La grandeur $\phi_{l,m,n,o}$ est appelée « flux multibande » ; il lui est associé la probabilité de réalisation :

$$\varpi_{l,m,n,o} = p_l q_m r_n s_o \quad (11-13)$$

Les flux multibandes $\phi_{l,m,n,o}$ caractérisent donc la distribution en probabilité discrète du flux ϕ .

Cette description revient par conséquent à associer au flux ϕ une variable aléatoire Φ dont l'espérance mathématique, $E[\Phi]$, et la variance, $\text{var}[\Phi]$, sont respectivement données par :

$$\begin{aligned} E[\Phi] &= \bar{\Phi} \approx \sum_{l=1}^L \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \sum_{o=1}^O \varpi_{l,m,n,o} \phi_{l,m,n,o} \\ &= \sum_{l=1}^L \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \sum_{o=1}^O p_l q_m r_n s_o \phi_{l,m,n,o} \end{aligned} \quad (11-14)$$

$$\begin{aligned} \text{var}[\Phi] &\approx \sum_{l=1}^L \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \sum_{o=1}^O \varpi_{l,m,n,o} (\phi_{l,m,n,o} - \bar{\Phi})^2 \\ &= \sum_{l=1}^L \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \sum_{o=1}^O p_l q_m r_n s_o (\phi_{l,m,n,o} - \bar{\Phi})^2 \end{aligned} \quad (11-15)$$

Cette distribution peut à son tour être représentée par une nouvelle table de probabilités d'un ordre donné J ,

$$\{\eta_j, \psi_j\}_{j=1,J} \quad (11-16)$$

construite à partir des moments M_k de Φ , définis par :

$$M_k[\Phi] \approx \sum_{l=1}^L \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \sum_{o=1}^O \varpi_{l,m,n,o} \phi_{l,m,n,o}^k = \sum_{l=1}^L \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \sum_{o=1}^O p_l q_m r_n s_o \phi_{l,m,n,o}^k \quad (11-17)$$

Il en résulte :

$$\mathbb{E}[\Phi] = \bar{\Phi} \approx \sum_{j=1}^J \eta_j \psi_j \quad (11-18)$$

$$\text{var}[\Phi] \approx \sum_{j=1}^J \eta_j (\psi_j - \bar{\Phi})^2 \quad (11-19)$$

Il est possible d'en déduire l'histogramme de la distribution de ϕ que l'on peut comparer à l'histogramme de référence obtenu par un échantillonnage des variables u, v, w et x à partir de leurs densités de probabilité respectives, via la plateforme URANIE par exemple.

Si l'on fait le choix de décrire la distribution des quatre paramètres-variables aléatoires u, v, w et x par des tables de probabilités d'ordre 10 ($L = M = N = O = 10$), alors le nombre de calculs à réaliser pour obtenir la distribution du flux de neutrons ϕ est 10^4 (cf. relation (11-11)). Cette valeur est donc nettement inférieure au nombre de calculs qu'il faudrait réaliser par échantillonnage des variables u, v, w et x à partir de leurs densités de probabilité continues respectives pour obtenir la distribution de ϕ .

Une distribution gaussienne des incertitudes, présente l'avantage de n'avoir à générer qu'une seule table de probabilité relative à la gaussienne centrée de moyenne 0 et d'écart type 1 (gaussienne normalisée) notée $G(0,1)$. Soit $\{(p_i, x_i)\}_{i=1,10}$ la table de probabilité associée. Les valeurs obtenues par application de (11-2) sont rassemblées dans le tableau ci-dessous :

p_i	x_i
4,310653E-6	-4,859463E+0
7,580709E-4	-3,581823E+0
1,911158E-2	-2,484326E+0
1,354837E-1	-1,465989E+0
3,446423E-1	-4,849357E-1
3,446423E-1	4,849357E-1
1,354837E-1	1,465989E+0
1,911158E-2	2,484326E+0
7,580709E-4	3,581823E+0
4,310653E-6	4,859463E+0

Tableau 11-2 : Table de probabilité pour une gaussienne $G(0,1)$ centrée de moyenne 0 et d'écart type 1

À la gaussienne $G(\mu, \sigma)$ associée à un paramètre incertain, de valeur moyenne μ et de variance σ , on associe une table de probabilité $\{(q_i, y_i)\}_{i=1,10}$ qui se déduit de celle associée à la gaussienne normalisée $G(0,1)$ par les expressions suivantes :

$$\begin{cases} q_i = p_i \\ z_i = \mu + y_i = \mu + (\sigma \times x_i) \end{cases} \quad (11-20)$$

Pour les quatre paramètres technologiques retenus, on a obtenu les tables de probabilité reproduites du Tableau 11-3 au Tableau 11-6 :

q_i	y_i	z_i
4,310653E-6	-4,859463E-1	2,374054
7,580709E-4	-3,581823E-1	2,501818
1,911158E-2	-2,484326E-1	2,611567
1,354837E-1	-1,465989E-1	2,713401
3,446423E-1	-4,849357E-2	2,811506
3,446423E-1	4,849357E-2	2,908494
1,354837E-1	1,465989E-1	3,006599
1,911158E-2	2,484326E-1	3,108433
7,580709E-4	3,581823E-1	3,218182
4,310653E-6	4,859463E-1	3,345946

Tableau 11-3 : Table de probabilité relative à l'épaisseur du cloisonnement représentée par une gaussienne $G(\mu, \sigma)$ avec : $\mu = 2,86 \text{ cm}$ (épaisseur moyenne) et $\sigma = 0,1 \text{ cm}$

q_i	y_i	z_i
4,310653E-6	-1,069082E-02	0,740213
7,580709E-4	-7,880011E-03	0,743024
1,911158E-2	-5,465517E-03	0,745438
1,354837E-1	-3,225176E-03	0,747679
3,446423E-1	-1,066859E-03	0,749837
3,446423E-1	1,066859E-03	0,751971
1,354837E-1	3,225176E-03	0,754129
1,911158E-2	5,465517E-03	0,756370
7,580709E-4	7,880011E-03	0,758784
4,310653E-6	1,069082E-02	0,761595

Tableau 11-4 : Table de probabilité relative à la masse volumique de l'eau froide représentée par une gaussienne $G(\mu, \sigma)$ avec $\mu = 0,750904 \text{ g.cm}^{-3}$ (masse volumique moyenne) et $\sigma = 0,0022 \text{ g.cm}^{-3}$

q_i	y_i	z_i
4,310653E-6	-1,069082E-02	0,714309
7,580709E-4	-7,880011E-03	0,717120
1,911158E-2	-5,465517E-03	0,719534
1,354837E-1	-3,225176E-03	0,721775
3,446423E-1	-1,066859E-03	0,723933
3,446423E-1	1,066859E-03	0,726067
1,354837E-1	3,225176E-03	0,728225
1,911158E-2	5,465517E-03	0,730466
7,580709E-4	7,880011E-03	0,732880
4,310653E-6	1,069082E-02	0,735691

Tableau 11-5 : Table de probabilité pour l'eau chaude de paramètres $\mu = 0,725 \text{ g.cm}^{-3}$ et $\sigma = 0,0022 \text{ g.cm}^{-3}$

q_i	y_i	z_i
4,310653E-6	-5,612680E-1	4,588732
7,580709E-4	-4,137006E-1	4,736299
1,911158E-2	-2,869396E-1	4,863060
1,354837E-1	-1,693217E-1	4,980678
3,446423E-1	-5,601007E-2	5,093990
3,446423E-1	5,601007E-2	5,206010
1,354837E-1	1,693217E-1	5,319322
1,911158E-2	2,869396E-1	5,436940
7,580709E-4	4,137006E-1	5,563701
4,310653E-6	5,612680E-1	5,711268

Tableau 11-6 : Table de probabilité relative à l'épaisseur de l'enveloppe représentée par une gaussienne $G(\mu, \sigma)$ avec $\mu = 5,15 \text{ cm}$ (épaisseur moyenne) et $\sigma = 0,1155 \text{ cm}$

Pour effectuer une validation de l'emploi des tables de probabilité on a comparé, les résultats de la distribution des flux de neutrons d'énergie supérieure à 1 MeV avec ceux issus d'un échantillonnage réalisé avec la densité de probabilité gaussienne continue par la méthode de Box-Muller [73]. Cette comparaison a été réalisée via des histogrammes partageant les mêmes plages de valeurs du flux, ce que montre la Figure 11-7.

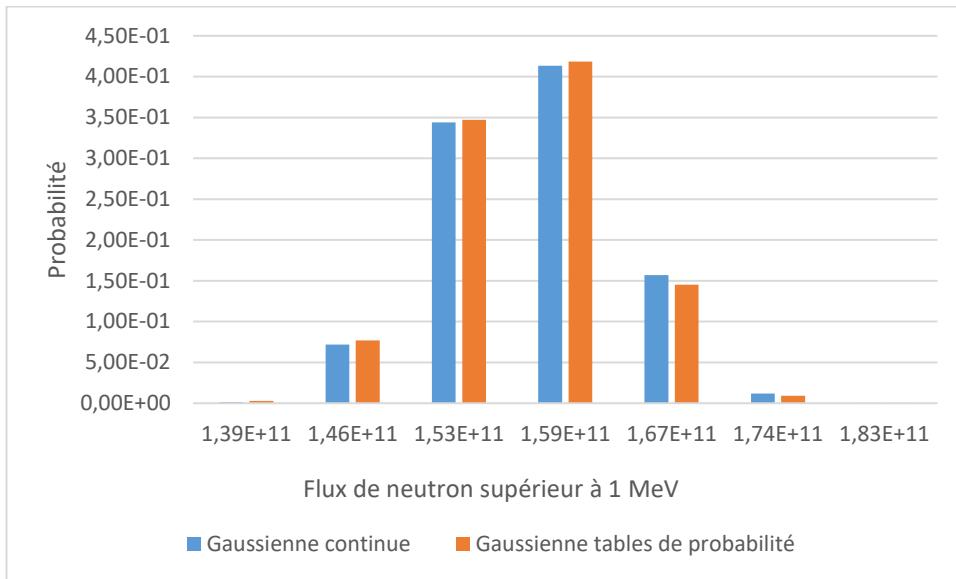


Figure 11-7: Pour un paramètre incertain (épaisseur cloisonnement), comparaison des histogrammes du flux de neutrons d'énergie supérieure à 1 MeV calculé par échantillonnage de la distribution gaussienne continue et par les tables de probabilité.

Cette étude avec un unique paramètre permet de voir que l'utilisation des tables de probabilité donne des résultats cohérents avec ceux de l'on obtient avec la gaussienne.

On a réalisé un test similaire avec plusieurs paramètres incertains. Les résultats obtenus pour le flux de neutrons d'énergie supérieure à 1 MeV avec les tables de probabilité ont été condensés en une nouvelle table de probabilité selon la formule (11-16) à partir de laquelle un histogramme a été construit pour comparaison avec celui déduit de l'échantillonnage des mêmes paramètres incertains selon une gaussienne continue.

La Figure 11-8 montre les résultats obtenus.

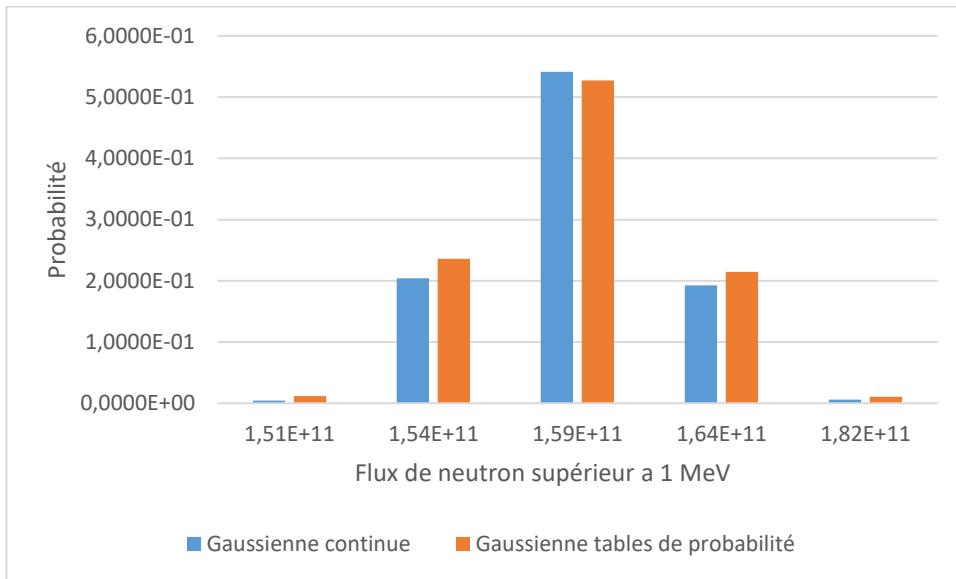


Figure 11-8 : Comparaison des histogrammes du flux de neutrons d'énergie supérieure à 1 MeV calculé par échantillonnage de la distribution gaussienne continue et par les tables de probabilité dans le cas de la prise en compte des quatre paramètres incertains du Tableau 11-1

Construction de la sous matrice $\|\chi_m\|$

$$\|\chi_m\| = \begin{vmatrix} \sigma^2_{dosi 1} & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \sigma^2_{dosi 2} & & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & 0 & \sigma^2_{dosi n} \end{vmatrix}$$

La matrice $\|\chi_m\|$ (voir paragraphe 10.4.1.1) est relative aux incertitudes de mesures. Ces incertitudes forment les termes diagonaux de la sous-matrice $\|\chi_m\|$ et on considère que les « mesures » sont indépendantes entre elles, c'est-à-dire que les termes non diagonaux sont nuls. Dans le cadre de l'expérience numérique, comme on l'a déjà mentionné plus haut, les valeurs de ces incertitudes expérimentales sont imposées en respectant des ordres de grandeur réalistes indiquées par le laboratoire de mesure MADERE du CEA de Cadarache [15] et reprises dans le Tableau 11-7.

Dosimètre	Incertitudes sur la mesure (1σ)	Seuil de réaction (MeV)
Fe54(n,p)Mn54	1,5%	2,8
Ni58(n,p)Co58	1,3%	2,7
Co59(n,y)Co60	1,4%	-
Cu63(n, α)Co60	1,8%	6,1
U238(n,f)	6,7%	1,4
Nb93(n,n')	4,1%	1,2
Np237(n,f)	2,6%	0,575

Tableau 11-7 : Incertitudes expérimentales sur les dosimètres

En utilisant les données d'incertitudes expérimentales sur les dosimètres, on est en mesure de construire la sous-matrice $\|\chi_m\|$ qui est présenté dans la figure suivante.

$$\|\chi_m\| = \begin{vmatrix} 1.5 & 0 & & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 1.3 & & & & \\ & & 1.4 & & & \vdots \\ & & & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & 1.8 & \vdots \\ \vdots & & & & & \vdots \\ & & & & & 6.7 \\ 0 & & & \dots & \dots & 4.1 & 0 \\ & & & & & 0 & 2.6 \end{vmatrix}$$

Figure 11-9 : Sous-matrice $\|\chi_m\|$ présentant les incertitudes sur les dosimètres expérimentaux (dans l'ordre Fe, Ni, Co, Cu, U, Nb, Np)

11.2.3.2 Cas de la méthode directe

Tout d'abord, N_d « mesures » sur les dosimètres d'intérêt sur notre simulation de référence sont supposées avoir été obtenues. À l'aide des « mesures » et de leurs incertitudes, et en se donnant des lois de densités de probabilités appropriées (gaussiennes), P ensembles de « valeurs mesurées » sont générés aléatoirement.

Ensuite, les paramètres incertains de la modélisation de l'expérience numérique ont été échantillonnés à l'aide des tables de probabilité. Les simulations réalisées fournissent donc P valeurs calculées pour la cible recherchée (flux supérieur à 1 MeV par exemple) ainsi que P ensembles de taux de réaction calculés pour les N_d dosimètres.

L'association des valeurs issues des calculs avec celles provenant des mesures selon la formule (10-34) donne P ensembles de N_d observations notées $\phi_{1,d,p}$ (avec l'indice « d » qui désigne le dosimètre variant de 1 à N_d et l'indice p désignant la simulation variant de 1 à P). En utilisant ces valeurs, il est possible de construire la matrice $\|CV(\phi_1)\|$ en modifiant la relation (10-60) car dans le cas de l'utilisation de table de probabilité, chaque simulation a un poids statistique w_p différent :

$$\sigma_{d,d'}^2 = \sum_{p=1}^P w_p \times (\phi_{1,d,p} - \bar{\phi}_{1,d}) \times (\phi_{1,d',p} - \bar{\phi}_{1,d'}) \quad (11-21)$$

Avec $\bar{\phi}_{1,d}$ la valeur moyenne des P observations échantillonnées associées au dosimètre « d » :

$$\bar{\phi}_{1,d} = \sum_{p=1}^P w_p \times \phi_{1,d,p} \quad (11-22)$$

11.2.4 Détermination de la meilleure estimation du flux des neutrons d'énergie supérieure à 1 MeV et de l'incertitude associée

Deux méthodes (voir 10.4.1 et 10.4.2) ont été mises en œuvre sur la configuration académique définie au paragraphe 11.1 pour obtenir une ré-estimation de la fluence neutronique ainsi que de son incertitude en ayant préalablement fait une estimation par le calcul. La première fondée sur la construction d'une « matrice intermédiaire » et la seconde qualifiée d'une « approche directe » qui requiert des ressources de calcul plus importantes que la première.

On a également mis en avant deux variantes de remontée à la fluence neutronique, la première ne considérant qu'un seul domaine en énergie au-dessus de 1 MeV et la seconde scindant ce domaine en sous-domaines d'énergie ou groupes d'énergie dont on a fait coïncider les bornes inférieures avec les énergies de seuil des dosimètres pour celles situées au-dessus de 1 MeV. La philosophie d'application de la méthode de ré-estimation la meilleure de la fluence des neutrons d'énergie supérieure à 1 MeV et de celle de son incertitude est la même que ce soit pour le seul domaine d'énergie supérieure à 1 MeV ou bien pour chacun des sous-domaines en énergie. La différence réside dans le nombre de dosimètres pris en compte, celui-ci allant diminuant lorsque l'on se déplace vers les groupes d'énergie plus élevée.

On rappelle que la meilleure estimation de la fluence neutronique est recherchée sous la forme des combinaisons linéaires suivantes (voir (10-49) et (10-48)) respectivement selon les deux variantes considérées :

$$R_{0,estim} = \sum_{d=1}^{N_d} W_d \phi_{1,d} \quad (11-23)$$

$$R_{0,estim} = \sum_{g=3}^8 R_{0,estim}^g = \sum_{g=3}^8 \sum_{d=1}^{N_{d,g}} W_{d,g} \phi_{1,d,g} \quad (11-24)$$

Les paragraphes qui suivent présentent les valeurs obtenues des poids W_d , $W_{d,g}$ et des flux $\phi_{1,d}$, $\phi_{1,d,g}$ sur la configuration académique traitée.

Les groupes d'énergie, g , ont déjà été définis dans le tableau 10-2 du chapitre précédent.

11.2.4.1 Méthode utilisant une matrice intermédiaire

Deux séries de calcul de la fluence neutronique ou du flux neutronique et de son incertitude associée ont été réalisées en utilisant la méthode avec une matrice intermédiaire, ce qui permet d'obtenir la contribution de chaque dosimètre au résultat de la fluence calculée. La première série de calculs prend en compte tous les dosimètres qui sont présents dans le porte-capsules puis dans une seconde série de calculs le dosimètre cobalt est retiré car sa sensibilité s'étend sur tout le domaine énergétique de 0 à 20 MeV (c'est le seul dosimètre possédant cette caractéristique) et par ailleurs il présente une forte contribution. L'objectif est de vérifier l'impact de son retrait sur la fluence neutronique calculée. Les résultats sont consignés dans les tableaux de la forme du Tableau 11-8.

La première ligne de ces tableaux correspond à la simulation de référence, la deuxième ligne à l'application de la méthode sur le domaine énergétique global de 1 MeV à 20 MeV, et enfin la troisième ligne à son application sur le domaine énergétique fractionné en sous-domaines énergétiques.

Série de calculs avec tous les dosimètres

Les seuils de réaction des dosimètres présentés dans le Tableau 11-7 correspondent à une valeur de seuil effectif, c'est-à-dire que 90 % de l'activation des neutrons se produit par des neutrons ayant une énergie supérieure à ce seuil. Cependant, une partie de l'activation du dosimètre est induite par des neutrons d'énergie inférieure à ce seuil. Il est donc normal d'observer des contributions au flux (fluence) ré-estimé(e) et par conséquent des valeurs de poids non nulles dans des sous domaines d'énergie situés en dessous des énergies de seuil des dosimètres.

Énergie (MeV)	Fe54(n,p)	Ni58(n,p)	Co59(n,γ)	Cu63(n,α)	U8(n,f)	Nb93(n,n')	Np237(n,f)
0 à 0,578	x	4,39E-01	3,79E-01	x	1,63E-02	1,17E-01	4,90E-02
0,578 à 1	2,53E-01	3,23E-01	2,87E-01	x	1,22E-02	8,78E-02	3,69E-02
1 à 1,225	2,59E-01	3,25E-01	2,81E-01	x	1,22E-02	8,64E-02	3,62E-02
1,225 à 1,423	2,59E-01	3,25E-01	2,81E-01	x	1,22E-02	8,64E-02	3,62E-02
1,423 à 2,725	2,21E-01	2,78E-01	2,41E-01	1,44E-01	1,05E-02	7,42E-02	3,11E-02
2,725 à 2,865	2,21E-01	2,77E-01	2,39E-01	1,48E-01	1,04E-02	7,36E-02	3,08E-02
2,865 à 6,065	2,21E-01	2,78E-01	2,40E-01	1,46E-01	1,05E-02	7,38E-02	3,09E-02
6,065 à 20	2,21E-01	2,77E-01	2,39E-01	1,47E-01	1,04E-02	7,36E-02	3,08E-02
Total	2,22E-01	2,78E-01	2,39E-01	1,45E-01	1,05E-02	7,43E-02	3,11E-02
>1MeV	2,21E-01	2,78E-01	2,42E-01	1,42E-01	1,06E-02	7,46E-02	3,13E-02

Tableau 11-8 : Valeurs des poids associés à chaque dosimètre obtenues avec la méthode utilisant une matrice intermédiaire.

Dans les tableaux qui suivent les écarts relatifs calculés sont définis par l'expression générique suivante :

$$\frac{\phi_1 - \phi_{1,ref}}{\phi_{1,ref}}$$

Flux neutronique	Domaine d'énergie supérieure à 1 MeV	Incrtitude (1 σ)	Domaine d'énergie total	Incrtitude (1 σ)
Modélisation de référence (valeur « vraie »)	1,524E+11	0,089%	1,741E+12	0,208%
Modélisation opérationnelle – Domaine énergétique global 1 MeV-20 MeV	1,537E+11	0,698%	1,756E+12	0,695%
Écart relatif à la référence	-0,807%	-	-0,837%	-
Modélisation opérationnelle – Sommation des contributions par sous-domaines en énergie	1,536E+11		1,764E+12	
Écart relatif à la référence	-0,761%	-	-1,283%	-

Tableau 11-9 : Valeurs du flux neutronique ($\text{neutrons.cm}^{-2}.\text{s}^{-1}$) obtenues par la méthode de la matrice intermédiaire ; comparaison au résultat de la simulation de référence.

Énergie (MeV)	Flux neutronique	Incrtitude associée
0 à 0,578	1,46E+12	0,868 %
0,578 à 1	1,51E+11	0,759 %
1 à 1,225	4,10E+10	0,751 %
1,225 à 1,423	2,24E+10	0,751 %
1,423 à 2,725	6,18E+10	0,696 %
2,725 à 2,865	2,83E+09	0,693 %
2,865 à 6,065	2,17E+10	0,694 %
6,065 à 20	4,01E+09	0,693 %

Tableau 11-10 : Valeurs des flux neutronique calculés par sous domaine en énergie avec la méthode utilisant une matrice intermédiaire.

Série de calculs en retirant le dosimètre cobalt

Énergie (MeV)	Fe54(n,p)	Ni58(n,p)	Co59(n,γ)	Cu63(n,α)	U8(n,f)	Nb93(n,n')	Np237(n,f)
0 à 0,578	x	7,06E-01	x	x	2,74E-02	1,88E-01	7,87E-02
0,578 à 1	3,55E-01	4,53E-01	x	x	1,72E-02	1,23E-01	5,17E-02
1 à 1,225	3,60E-01	4,52E-01	x	x	1,70E-02	1,20E-01	5,03E-02
1,225 à 1,423	3,60E-01	4,52E-01	x	x	1,70E-02	1,20E-01	5,03E-02
1,423 à 2,725	2,91E-01	3,66E-01	x	1,90E-01	1,39E-02	9,78E-02	4,10E-02
2,725 à 2,865	2,91E-01	3,65E-01	x	1,94E-01	1,37E-02	9,67E-02	4,05E-02
2,865 à 6,065	2,91E-01	3,65E-01	x	1,92E-01	1,38E-02	9,72E-02	4,07E-02
6,065 à 20	2,91E-01	3,65E-01	x	1,93E-01	1,37E-02	9,68E-02	4,05E-02
Total	2,91E-01	3,65E-01	x	1,93E-01	1,38E-02	9,69E-02	4,07E-02
>1MeV	2,92E-01	3,67E-01	x	1,87E-01	1,39E-02	9,84E-02	4,13E-02

Tableau 11-11 : Valeurs des poids associés à chaque dosimètre obtenues dans le cas de la suppression du dosimètre cobalt avec la méthode utilisant une matrice intermédiaire, le dosimètre cobalt étant retiré.

Flux neutronique	Domaine d'énergie supérieure à 1 MeV	Incertitude (1σ)	Domaine d'énergie totale	Incertitude (1σ)
Modélisation de référence (valeur « vraie »)	1,524E+11	0,089%	1,741E+12	0,208%
Modélisation opérationnelle – Domaine énergétique global 1 MeV- 20 MeV	1,531E+11	0,848%	1,749E+12	0,802%
Écart relatif à la référence	-0,348%	-	-0,915%	-
Modélisation opérationnelle – Sommation des contributions par sous-domaines en énergie	1,530E+11		1,757E+12	
Écart relatif à la référence	-0,433%	-	-0,471%	-

Tableau 11-12 : Valeurs du flux neutronique ($\text{neutrons.cm}^{-2}.\text{s}^{-1}$) obtenues par la méthode de la matrice intermédiaire ; comparaison au résultat de la simulation de référence, le dosimètre cobalt étant retiré.

Énergie (MeV)	Flux neutronique	Incertitude associée
0 à 0,578	1,45E+12	1,108 %
0,578 à 1	1,50E+11	0,903 %
1 à 1,225	4,08E+10	0,889 %
1,225 à 1,423	2,22E+10	0,889 %
1,423 à 2,725	6,15E+10	0,802 %
2,725 à 2,865	2,82E+09	0,797 %
2,865 à 6,065	2,16E+10	0,799 %
6,065 à 20	3,99E+09	0,797 %

Tableau 11-13 : Valeurs des flux neutroniques calculés par sous domaine en énergie avec la méthode utilisant une matrice intermédiaire, le dosimètre cobalt étant retiré.

Dans les tableaux présentés précédemment et dans ceux qui seront présentés par la suite, certaines cases pour les résultats d'incertitudes sont laissées vides. Cela s'explique par le fait que l'on ne dispose pas des corrélations entre les sous domaines énergétiques. Par conséquent, cette incertitude ne peut pas être calculée de manière précise mais on sait qu'elle est comprise entre la somme des incertitudes en absolu et la somme quadratique (voir la formule (11-25) donnée pour les groupes d'énergie supérieure à 1 MeV).

$$\sqrt{\sum_{\substack{g=3,8 \\ (E \geq 1 \text{ MeV})}} \sigma_g^2} < \text{Incertitude} < \sum_{\substack{g=3,8 \\ (E \geq 1 \text{ MeV})}} |\sigma_g| \quad (11-25)$$

Moyennant quelques efforts calculatoires supplémentaires, il serait possible de produire les corrélations entre les différents sous-domaines énergétiques et ainsi déterminer plus précisément l'incertitude.

Les résultats obtenus dans les deux configurations (avec ou sans dosimètres cobalt) pour la fluence supérieure à 1 MeV ou la fluence totale sont en bon accord avec le résultat qui est attendu (valeur expérimentale qui correspond ici à la vraie valeur que l'on devrait retrouver s'il n'y avait aucun défaut dans la méthode utilisée). En effet, l'écart entre les valeurs attendues et celle obtenue est de moins de 2%. Les résultats pour chaque sous domaine ont également été comparés et un bon accord est observé avec les résultats de la simulation expérimentale.

Concernant les poids, le fait d'enlever le cobalt a une grande influence sur les poids des autres dosimètres. Par exemple, dans le domaine 0 à 0,578 MeV, le poids du nickel a doublé en retirant le dosimètre cobalt. De plus, les dosimètres ayant une forte incertitude ont des poids faibles même s'ils sont sensibles à un domaine énergétique étendu : c'est le cas de l'U238 qui voit les neutrons d'énergie supérieure à 1,4 MeV.

On remarque également que le poids d'un dosimètre donné peut évoluer en fonction du sous-domaine et donc sa contribution à la fluence calculée varie. Ceci est logique vu que les dosimètres ont des seuils de réaction et qu'ils n'ont pas tous la même sensibilité à un neutron d'énergie donnée.

Les résultats obtenus pour le flux des neutrons d'énergie supérieure à 1 MeV (et la fluence neutronique totale) dans les deux configurations considérées, respectivement avec et sans dosimètres cobalt, sont en bon accord avec la valeur issue de la simulation de référence remplaçant l'expérience réelle. En effet, les écarts relatifs par rapport à la valeur de référence sont inférieurs à 2%. Le même constat vaut pour les valeurs de fluence neutronique calculée à partir des valeurs partielles obtenues sur chacun des sous domaines en énergie.

11.2.4.2 Méthode directe (sans matrice intermédiaire)

De la même façon que précédemment, les mêmes séries de calculs sont reproduits mais cette fois-ci avec la méthode directe.

Série de calculs avec tous les dosimètres

Énergie (MeV)	Fe54(n,p)	Ni58(n,p)	Co59(n,γ)	Cu63(n,α)	U8(n,f)	Nb93(n,n')	Np237(n,f)
0 à 0,578	x	3,62E-01	4,39E-01	x	1,60E-02	1,35E-01	4,84E-02
0,578 à 1	1,62E-01	2,92E-01	3,93E-01	x	1,25E-02	9,90E-02	4,11E-02
1 à 1,225	2,28E-01	3,24E-01	3,17E-01	x	1,27E-02	8,54E-02	3,29E-02
1,225 à 1,423	2,38E-01	3,36E-01	3,02E-01	x	9,54E-03	7,96E-02	3,40E-02
1,423 à 2,725	1,70E-01	2,80E-01	3,59E-01	5,98E-02	1,11E-02	8,52E-02	3,39E-02
2,725 à 2,865	1,98E-01	2,94E-01	2,63E-01	1,41E-01	1,18E-02	6,76E-02	2,45E-02
2,865 à 6,065	2,02E-01	2,93E-01	3,15E-01	6,78E-02	1,33E-02	7,73E-02	3,14E-02
6,065 à 20	2,13E-01	2,91E-01	2,58E-01	1,30E-01	1,15E-02	7,04E-02	2,68E-02
Total	7,53E-02	1,56E-01	5,78E-01	1,01E-02	1,49E-02	1,07E-01	5,97E-02
>1 MeV	1,29E-01	2,32E-01	4,43E-01	4,42E-02	1,64E-02	9,71E-02	3,90E-02

Tableau 11-14 : Valeurs des poids associés à chaque dosimètre obtenues par la méthode directe

Flux neutronique	Domaine d'énergie supérieure à 1 MeV	Incertitude (1 σ)	Domaine d'énergie total	Incertitude (1 σ)
Modélisation de référence (valeur « vraie »)	1,524E+11	0,089%	1,741E+12	0,208%
Modélisation opérationnelle – Domaine énergétique global 1 MeV- 20 MeV	1,508E+11	0,883%	1,722E+12	1,181%
Écart relatif à la référence	1,061%	-	1,088%	-
Modélisation opérationnelle – Sommation des contributions par sous-domaines en énergie	1,510E+11		1,719E+12	
Écart relatif à la référence	0,954%	-	1,265%	-

Tableau 11-15 : Valeurs du flux neutronique ($\text{neutrons.cm}^{-2}.\text{s}^{-1}$) obtenues par la méthode directe ; comparaison au résultat de la simulation de référence.

Énergie (MeV)	Flux neutronique	Incertitude associée
0 à 0,578	1,42E+12	1,052 %
0,578 à 1	1,49E+11	0,875 %
1 à 1,225	4,03E+10	0,785 %
1,225 à 1,423	2,20E+10	0,768 %
1,423 à 2,725	6,07E+10	0,807 %
2,725 à 2,865	2,79E+09	0,700 %
2,865 à 6,065	2,13E+10	0,751 %
6,065 à 20	3,94E+09	0,693 %

Tableau 11-16 : Valeurs des flux neutronique calculés par sous domaine en énergie avec la méthode directe

Série de calculs en retirant le dosimètre cobalt

Énergie (MeV)	Fe54(n,p)	Ni58(n,p)	Co59(n,γ)	Cu63(n,α)	U8(n,f)	Nb93(n,n')	Np237(n,f)
0 à 0,578	x	6,58E-01	x	X	2,90E-02	2,24E-01	8,98E-02
0,578 à 1	2,65E-01	4,92E-01	x	x	1,42E-02	1,65E-01	6,38E-02
1 à 1,225	3,32E-01	4,76E-01	x	x	1,69E-02	1,27E-01	4,92E-02
1,225 à 1,423	3,22E-01	4,91E-01	x	x	1,52E-02	1,24E-01	4,82E-02
1,423 à 2,725	2,72E-01	4,30E-01	x	8,80E-02	1,97E-02	1,39E-01	5,21E-02
2,725 à 2,865	2,64E-01	4,07E-01	x	1,79E-01	1,60E-02	9,49E-02	3,87E-02
2,865 à 6,065	2,97E-01	4,42E-01	x	7,64E-02	1,66E-02	1,21E-01	4,63E-02
6,065 à 20	2,86E-01	4,05E-01	x	1,66E-01	1,63E-02	9,16E-02	3,45E-02
Total	1,69E-01	3,76E-01	x	-1,88E-03	3,02E-02	2,81E-01	1,46E-01
> 1 MeV	2,47E-01	3,94E-01	x	6,46E-02	2,70E-02	1,87E-01	8,06E-02

Tableau 11-17 : Valeurs des poids associés à chaque dosimètre, obtenues par la méthode directe, le dosimètre cobalt étant retiré.

Flux neutronique	Domaine d'énergie supérieure à 1 MeV	Incertitude (1σ)	Domaine d'énergie total	Incertitude (1σ)
Modélisation de référence (valeur « vraie »)	1,524E+11	0,089%	1,741E+12	0,208%
Modélisation opérationnelle – Domaine énergétique global 1 MeV- 20 MeV	1,521E+11	1,239%	1,743E+12	1,897%
Écart relatif à la référence	0,203%	-	-0,145%	-
Modélisation opérationnelle – Sommation des contributions par sous-domaines en énergie	1,518E+11		1,728E+12	
Écart relatif à la référence	0,405%	-	0,766%	-

Tableau 11-18 : Valeurs du flux neutronique ($\text{neutrons.cm}^{-2}.\text{s}^{-1}$) obtenues par la méthode directe ; comparaison au résultatat de la simulation de référence, le dosimètre cobalt étant retiré.

Énergie (MeV)	Flux neutronique	Incertitude associée
0 à 0,578	1,43E+12	1,401 %
0,578 à 1	1,49E+11	1,132 %
1 à 1,225	4,06E+10	0,941 %
1,225 à 1,423	2,21E+10	0,911 %
1,423 à 2,725	6,10E+10	1,013 %
2,725 à 2,865	2,80E+09	0,828 %
2,865 à 6,065	2,14E+10	0,923 %
6,065 à 20	3,95E+09	0,817 %

Tableau 11-19 : Valeurs des flux neutroniques calculés par sous domaine en énergie avec la méthode directe, le dosimètre cobalt étant retiré.

Les remarques que l'on peut faire à la suite de ces différents calculs sont similaires à celles que l'on peut tirer dans le cas de la méthode utilisant le passage par la matrice intermédiaire. On notera cependant l'apparition, pour le flux total, d'un poids négatif pour le dosimètre cuivre.

Les poids négatifs ne sont pas problématiques d'un point de vue mathématique car ils permettent de respecter la condition de normalisation imposée, c'est-à-dire que la somme des poids est égale à 1. En revanche, leur interprétation physique nécessite une plus ample réflexion. Physiquement, cela pourrait indiquer que le dosimètre choisi n'est pas adapté à la situation, et le poids négatif pourrait alors être interprété comme une destruction d'information. Une autre interprétation serait qu'il indique un problème dans la simulation ou dans la mesure. Ce poids négatif n'apparaissant pas avec la méthode de la matrice intermédiaire la piste s'orientant vers un problème numérique est à privilégier.

11.2.4.3 Discussion sur les deux méthodes

La méthode directe de calcul de la fluence neutronique ainsi que celle passant par l'utilisation d'une matrice intermédiaire donnent des résultats comparables qui sont en bon accord avec la valeur de la fluence neutronique issue de la simulation de référence remplaçant l'expérience réelle.

Cependant, la méthode directe présente l'inconvénient de nécessiter de nombreuses simulations du cas étudié. Elles ont pu être réalisées pour le cas « académique » dont une simulation demande environ 15 minutes (calcul réalisé sur un unique processeur de fréquence 2,3 GHz) ; sur une modélisation plus réaliste d'un REP une simulation demanderait plusieurs heures chacune. Dans le cas de la méthode intermédiaire, les éléments de la matrice de variance/covariance du flux $C_{g,g'}$ peuvent être obtenus sur un cas simplifié à condition qu'il soit représentatif du REP étudié et une unique simulation de la configuration du REP serait alors nécessaire.

La méthode utilisant la méthode intermédiaire présente donc un avantage pratique à condition que cette matrice ait toute la qualité requise.

11.2.5 Robustesse

La robustesse désigne ici la capacité de la méthode de calcul de la fluence neutronique à « résister » à une altération volontaire de la modélisation afin de simuler une mauvaise connaissance des données technologiques et/ou nucléaires. La robustesse de la méthode a été testée en utilisant une matrice intermédiaire pour deux altérations de l'épaisseur du cloisonnement de la configuration « académique » de référence induisant respectivement environ 7 et 15 % de variation du flux total.

Dans cette partie, on ne présente pas les résultats détaillés obtenus (voir annexe 15.4) pour tous les sous domaines énergétiques mais seulement ceux du flux de neutrons d'énergie supérieure à 1 MeV et du flux total.

11.2.5.1 Altération de 5σ de l'épaisseur du cloisonnement

De la même façon que précédemment, les mêmes séries de calculs sont reproduits. L'épaisseur du cloisonnement en acier a été modifiée d'une valeur représentant 5 fois l'incertitude géométrique (5 sigmas) soit une diminution de 0,5 cm de l'épaisseur du cloisonnement. Le Tableau 11-20 et le Tableau 11-21 rassemblent les résultats obtenus. Les résultats des calculs intermédiaires (poids et flux neutronique par groupe d'énergie) sont présentés dans l'annexe 15.5.2.

Flux neutronique	Domaine d'énergie supérieure à 1 MeV	Incrtitude (1 σ)	Domaine d'énergie total	Incrtitude (1 σ)
Modélisation de référence (valeur « vraie »)	1,524E+11	0,089%	1,741E+12	0,208%
Modélisation opérationnelle perturbée – Domaine énergétique global 1 MeV- 20 MeV	1,654E+11	0,098%	1,859E+12	0,094%
Écart relatif à la référence	8,53 %		6,8 %	
Modélisation opérationnelle perturbée - Ré-estimation du flux neutronique	1,510E+11	0,839%	1,755e+12	0,695%
Écart relatif à la référence	0,961%	-	-0,837%	-
Modélisation opérationnelle perturbée – Ré-estimation avec sommation des contributions par sous-domaines en énergie	1,522E+11		1,735E+12	
Écart relatif à la référence	0,175%	-	0,356%	-

Tableau 11-20 : Valeurs du flux neutronique ($\text{neutrons.cm}^{-2}.\text{s}^{-1}$) obtenues pour une perturbation de 0,5 cm du cloisonnement dans la configuration du « REP académique ». Comparaison avec la valeur du flux neutronique issue de la simulation de référence.

Flux neutronique	Domaine d'énergie supérieure à 1 MeV	Incertitude (1 σ)	Domaine d'énergie total	Incertitude (1 σ)
Modélisation de référence (valeur « vraie »)	1,524E+11	0,089%	1,741E+12	0,208%
Modélisation opérationnelle perturbée – Domaine énergétique global 1 MeV-20 MeV	1,654E+11	0,098%	1,859E+12	0,094%
Écart relatif à la référence	8,53 %		6,8 %	
Modélisation opérationnelle perturbée - Ré-estimation du flux neutronique	1,503E+11	0,976%	1,691E+12	0,975%
Écart relatif à la référence	1,373%	-	2,950%	-
Modélisation opérationnelle perturbée – Ré-estimation avec sommation des contributions par sous-domaines en énergie	1,521E+11		1,726E+12	
Écart relatif à la référence	0,235%	-	0,888%	-

Tableau 11-21 : Valeurs du flux neutronique ($\text{neutrons.cm}^{-2}.\text{s}^{-1}$) obtenues pour une perturbation de 0,5 cm du cloisonnement dans la configuration du « REP académique ». Comparaison avec la valeur du flux neutronique issue de la simulation de référence. Cas avec retrait du dosimètre cobalt.

11.2.5.2 Altération de 10 σ de l'épaisseur du cloisonnement

L'épaisseur du cloisonnement en acier a été modifiée d'une valeur représentant 10 fois l'incertitude géométrique (10 σ) soit une diminution de 1 cm de l'épaisseur du cloisonnement. Les Figure 11-10 et Figure 11-11 permettent de visualiser l'impact de cette modification géométrique sur le spectre des neutrons.

Les Tableau 11-22 et Tableau 11-23 rassemblent les résultats obtenus du flux des neutrons d'énergie supérieure à 1 MeV et du flux neutronique total, respectivement avec et sans prise compte du dosimètre cobalt. Les résultats des calculs intermédiaires (poids et flux neutronique par groupe d'énergie) sont présentés dans l'annexe 15.5.3.

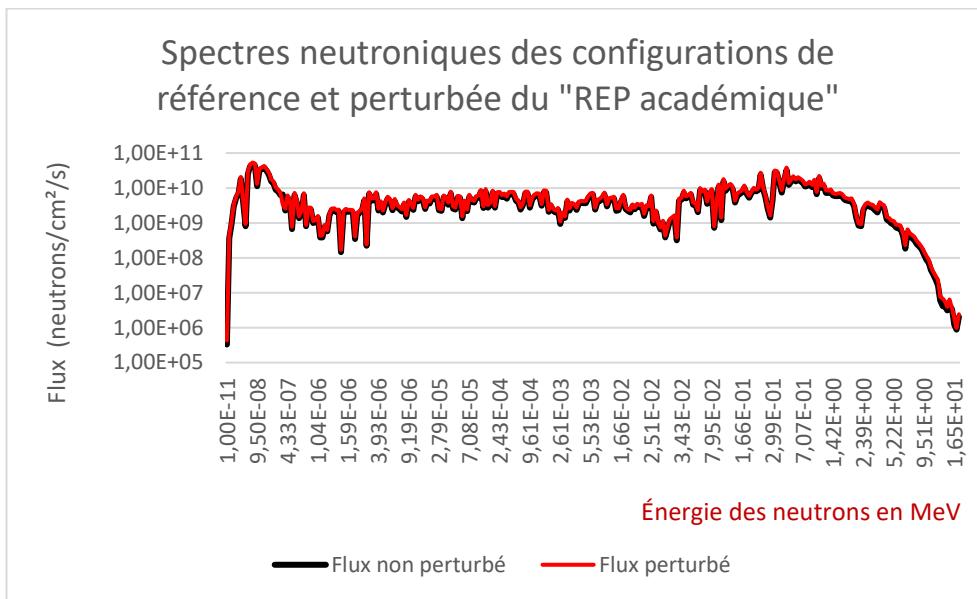


Figure 11-10 : Comparaison des spectres neutroniques entre la configuration perturbée (augmentation de l'épaisseur du cloisonnement d' 1 cm) et la configuration de référence du « REP académique », en fonction de l'énergie des neutrons (en échelle logarithmique).

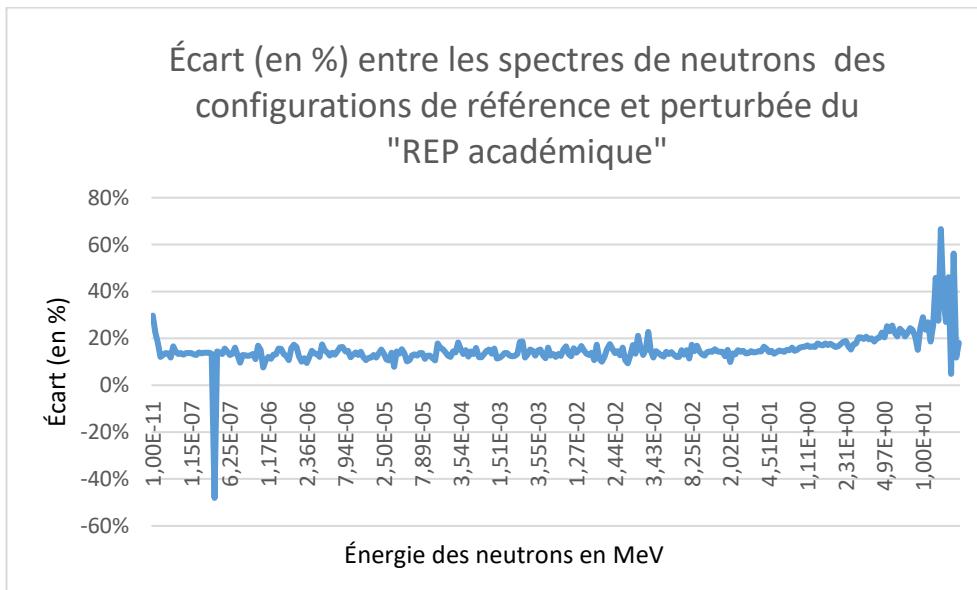


Figure 11-11 : Amplitude des écarts des spectres neutroniques entre la configuration perturbée (augmentation de l'épaisseur du cloisonnement d' 1 cm) et la configuration de référence du « REP académique », en fonction de l'énergie des neutrons (en échelle logarithmique).

On observe en particulier que le spectre des neutrons arrivant sur les dosimètres a donc été durci par l'augmentation de l'épaisseur du cloisonnement.

Flux neutronique	Domaine d'énergie supérieure à 1 MeV	Incertitude (1 σ)	Domaine d'énergie totale	Incertitude (1 σ)
Modélisation de référence (valeur « vraie »)	1,524E+11	0,089%	1,741E+12	0,208%
Simulation perturbée	1,795E+11	0,110%	1,984E+12	0,059%
Écart relatif à la référence	17,8 %		14 %	
Modélisation opérationnelle perturbée - Ré-estimation du flux neutronique	1,499E+11	0,996%	1,678E+12	0,977%
Écart relatif à la référence	1,676%	-	3,764%	-
Modélisation opérationnelle perturbée – Ré-estimation avec sommation des contributions par sous-domaines en énergie	1,521E+11		1,737E+12	
Écart relatif à la référence	0,249%	-	0,227%	-

Tableau 11-22 : Valeurs du flux neutronique ($\text{neutrons.cm}^{-2}.\text{s}^{-1}$) obtenues pour une perturbation de 1 cm du cloisonnement dans la configuration du « REP académique ». Comparaison avec la valeur du flux neutronique issue de la simulation de référence.

Flux neutronique	Domaine d'énergie supérieure à 1 MeV	Incertitude (1 σ)	Domaine d'énergie totale	Incertitude (1 σ)
Modélisation de référence (valeur « vraie »)	1,524E+11	0,089%	1,741E+12	0,208%
Simulation perturbée	1,795E+11	0,110%	1,984E+12	0,059%
Écart relatif à la référence	17,8 %		14 %	
Modélisation opérationnelle perturbée - Ré-estimation du flux neutronique	1,488E+11	1,163%	1,647E+12	1,164%
Écart relatif du cas 1 à la référence	2,405%	-	5,719%	-
Modélisation opérationnelle perturbée – Ré-estimation avec sommation des contributions par sous-domaines en énergie	1,519E+11		1,730E+12	
Écart relatif du cas 2 à la référence	0,300%	-	0,649%	-

Tableau 11-23 : Valeurs du flux neutronique ($\text{neutrons.cm}^{-2}.\text{s}^{-1}$) obtenues pour une perturbation de 1 cm du cloisonnement dans la configuration du « REP académique ». Comparaison avec la valeur du flux neutronique issue de la simulation de référence. Cas avec retrait du dosimètre cobalt.

11.2.5.3 Discussion

Les études de robustesse menées ont permis de montrer que la méthode de calcul de la fluence neutronique utilisant une matrice intermédiaire permettait de retrouver des résultats qui ont un bon accord avec ceux issus de simulation de référence, représentant l'expérience réelle, même lorsque les données d'entrée technologiques servant à la modélisation du réacteur ne sont pas exactement conformes à la réalité.

Un autre point qui a été mis en évidence concerne les poids de chacun des dosimètres dans le flux de neutrons d'énergie supérieure à 1 MeV (ou la fluence

correspondante) calculé. Le poids de chaque dosimètre reste stable quand la fluence est calculée avec le même ensemble de dosimètres qui contribue aux résultats et ce indépendamment des groupes d'énergie. Les poids ne changent sensiblement que lorsqu'un nouveau dosimètre contribue au résultat. On en déduit donc que le poids des dosimètres dépend grandement de leur contribution à la fluence et de leurs incertitudes respectives. Il serait intéressant de systématiser le changement des poids des dosimètres lorsque l'on ajoute, retire ou change d'autres dosimètres car cela permettrait de quantifier l'apport de chaque dosimètre ainsi que son intérêt.

Toujours en lien avec les poids de chaque dosimètre, la fluence neutronique ré-estimée par la somme des différentes contributions sur les sous domaines énergétiques présente un meilleur accord avec le calcul de référence que la fluence calculée pour des neutrons d'énergie supérieure à 1 MeV ou sur le domaine total. L'explication provient des poids des dosimètres, qui sur les sous-domaines en énergie, permettent de savoir avec une plus grande précision quelle est la contribution de chaque dosimètre à la fluence pour chaque sous domaine. Dans le cas où le domaine énergétique est plus étendu, une perte d'information sur les poids des dosimètres est observée. Ceci est dû au fait que la contribution du dosimètre est moyennée sur l'ensemble du domaine d'énergie. Cette perte d'information sur les poids explique la plus grande incertitude sur la fluence ré-estimée sur les domaines énergétiques les plus étendus (énergie supérieure à 1 MeV et total).

Les estimations du flux des neutrons d'énergie supérieure à 1 MeV ont été également faites sans le dosimètre cobalt pour examiner l'impact de son retrait. Ce dosimètre a été initialement choisi car il possède une contribution importante dans le domaine d'énergie inférieure à 1 MeV qui n'est donc pas le domaine d'intérêt. Néanmoins, il s'agit d'un dosimètre qu'il paraît utile de conserver car il « voit » tout le spectre des neutrons et parce qu'il est aussi un indicateur de la puissance du réacteur.

De plus, le cas où l'on retire le dosimètre cobalt correspond au seul cas d'étude où une valeur de poids négative apparaît et ceci pourrait être dû en partie à la perte d'information apportée par le dosimètre cobalt. Ce point reste à investiguer.

Il serait enfin intéressant de comparer le spectre des neutrons déduit du traitement des sous domaines en énergie au spectre des neutrons résultant de l'approche courante de l'estimation de la fluence neutronique par ajustement de spectre.

11.2.6 Conclusion

Nous avons proposé une estimation de la fluence neutronique en l'exprimant sous la forme d'une combinaison linéaire d'observables et en minimisant l'estimation de la variance associée. Cette minimisation est réalisée de façon analytique en prenant en compte toutes les incertitudes et les corrélations entre les grandeurs impliquées qu'elles proviennent des calculs ou des mesures.

En effet, les incertitudes qui influent sur l'évaluation de la fluence neutronique sont

de différentes natures attachées aux données d'entrée du schéma de calcul mis en œuvre : données nucléaires (sections efficaces, ...), données technologiques (épaisseur de matériaux, composition, température, ...), données de fonctionnement, etc.

Le formalisme développé propose deux voies d'obtention pratique de la fluence neutronique, l'une dite directe gourmande en temps de calcul l'autre passant par la construction préalable d'une dite « matrice intermédiaire » de variance-covariance.

Cette méthodologie a été appliquée dans une configuration de REP simplifiée, dénommée « REP académique » en ne retenant que les incertitudes technologiques et expérimentales. La non prise en compte, à ce stade, des incertitudes liées aux données nucléaires est motivée par deux types de considérations : le premier par un souci de simplicité et le second en arguant que des benchmarks tels que FLUOLE2 ont validé de manière satisfaisante le transport des neutrons dans des configurations représentatives des REP. Toutefois, la prise en compte des incertitudes associées aux sections efficaces qui interviennent dans la propagation des neutrons pourrait être envisagé dans le prolongement de ce travail. Il en va de même pour ce qui concerne les incertitudes que l'on pourrait associer aux taux de réactions calculés, liées aux sections efficaces des réactions nucléaires dosimétriques concernées.

Les deux voies de calcul appliquées au « REP académique » ont abouti à l'obtention de résultats cohérents. Néanmoins, la méthode directe, bien qu'étant la méthode la plus rigoureuse, présente de fortes limitations pour son application à des cas d'études réalistes, dues au grand nombre de simulations nécessaires pour échantillonner correctement les paramètres.

La méthode se basant sur la matrice intermédiaire est donc à privilégier une fois qu'une matrice de variance-covariance multi-groupe représentative de la situation étudiée a été construite à l'aide d'un cas simplifié représentatif de la configuration étudiée.

La faisabilité d'une mise en œuvre pratique de la méthodologie élaborée d'estimation de la fluence neutronique a ainsi été montrée. Celle-ci peut être appréhendée selon deux points de vue voisins mais distincts.

En se plaçant du point de vue de la capacité prédictive des outils de calcul de la fluence neutronique on peut dire que la mesure « corrige » le calcul susceptible de comporter des imperfections dans ses données d'entrée ; cela souligne tout l'intérêt voire la nécessité de disposer de mesures de qualité. L'expérience numérique fournit un moyen d'apprécier l'ampleur de cette correction. Elle contribue ainsi à évaluer la robustesse de l'estimation faite de la fluence neutronique.

En se plaçant du point de vue de l'interprétation de la mesure, l'outil de calcul permet de remonter à la grandeur physique d'intérêt non directement expérimentalement mesurable, à savoir ici le flux/fluence des neutrons, à partir d'une grandeur physique

mesurable, l'activité de dosimètres. La qualité de l'estimation de celle-ci est tributaire de la qualité de la modélisation du réacteur. Dans cet exercice on est conduit par le calcul à déterminer la valeur de grandeur physique mesurée, en l'occurrence l'activité des dosimètres. Si un désaccord significatif se manifeste entre l'activité mesurée et l'activité calculée, alors la cause en est recherchée. C'est à ce niveau que l'expérience numérique justifie de son intérêt comme outil d'investigation devant aider à cerner la ou les origines de ce désaccord.

La méthodologie précédemment développée suppose un seul palier d'irradiation. Le chapitre suivant se propose de jeter quelques bases de réflexion pour la généraliser à un historique d'irradiation quelconque.

12 CHAPITRE 7 : GÉNÉRALISATION À UN HISTORIQUE D'IRRADIATION QUELCONQUE

Il a été montré dans les parties précédentes qu'il était possible d'obtenir la fluence neutronique pour un palier d'irradiation donné à partir de résultats de calculs et de mesures. Dans la réalité, le fonctionnement normal d'un réacteur nucléaire ne correspond pas à un seul palier d'irradiation à flux constant et il est donc nécessaire de prendre en compte les variations de puissance et de spectre neutronique lors du fonctionnement du réacteur ainsi que les périodes de maintenance entre les différents cycles de fonctionnement.

La fluence neutronique est estimée à l'aide des différentes mesures provenant de dosimètres qui sont placés dans le réacteur ou dans toute autre expérience d'irradiation. Dans le cas des réacteurs à eau pressurisée, les dosimètres usuellement utilisés sont présentés dans le tableau suivant.

Dosimètre	Seuil de réaction (MeV)	Période de décroissance radioactive du produit de la réaction [74]
Fe54(n,p)Mn54	2,8	312,19 j
Ni58(n,p)Co58	2,7	70,85 j
Co59(n, γ)Co60	-	5,27 a
Cu63(n, α)Co60	6,1	5,27 a
U238(n,f) \rightarrow Cs137	1,4	30,05 a (Cs137)
Nb93(n,n')Nb93m	1,2	16,12 a
Np237(n,f) \rightarrow Cs137	0,575	30,05 a (Cs137)

Tableau 12-1 : Dosimètres couramment utilisés en réacteur

En fonction de la période de l'isotope produit dans chaque dosimètre, ainsi que de la durée des cycles d'irradiation, il est possible que la première partie du cycle d'irradiation ne soit pas accessible par les données apportées par un ou plusieurs dosimètres car les éléments produits auront déjà subi plusieurs périodes de décroissance. C'est le cas par exemple du dosimètre nickel pour lequel l'isotope produit aura presque intégralement disparu au bout de 10 périodes, soit 708,6 jours. À l'échelle du fonctionnement d'un REP, cette durée correspond à moins de deux cycles de fonctionnement. Ce phénomène est un facteur important à prendre en compte lors du choix d'un dosimètre en fonction de l'information de l'on souhaite obtenir. C'est la raison pour laquelle plusieurs types de dosimètres sont généralement utilisés en réacteur. Ces dosimètres ne sont pas sensibles aux mêmes domaines énergétiques et les renseignements apportés par plusieurs dosimètres se complètent.

12.1 GÉNÉRALISATION DE LA MÉTHODOLOGIE DE REMONTÉE À LA FLUENCE NEUTRONIQUE

Le fonctionnement d'un réacteur nucléaire est caractérisé par un ensemble de cycles d'irradiation à pleine puissance (ou en suivi de charge) et d'arrêts (maintenance par exemple). Dans le cadre de la surveillance de l'irradiation de la cuve, plusieurs lots de dosimètres ont été placés à la construction du réacteur dans différents porte-capsules. Périodiquement, tous les 3 ou 4 cycles environ, un lot de dosimètres est extrait du réacteur pour mesurer leur activité. La méthodologie présentée précédemment (voir partie 10) est limitée à un cycle. Elle n'est donc pas directement applicable.

Ce chapitre étend la méthodologie développée pour un palier d'irradiation à la prise en compte des différents cycles de fonctionnement. Cette généralisation repose sur l'hypothèse que les ratios calcul/mesure (C/M) associés à chaque dosimètre sont supposés constants entre deux retraits consécutifs de lots de dosimètres. Il est rappelé que ce ratio C/M intervient dans la détermination de la fluence totale du cycle recherchée (fluence des neutrons d'énergie supérieure à 1 MeV ; voir équation (10-34) et (10-47)).

Il s'agit d'une approximation car nous savons que les ratios C/M varient au cours du temps. Dans la référence [3], les ratios M/C suivants sont donnés pour les capsules de surveillance présentes dans le réacteur :

- $M/C = 0,967$ (4 ans)
- $M/C = 0,997$ (7 ans)
- $M/C = 1,024$ (9 ans)

Il est donc possible d'appliquer la méthodologie proposée précédemment en utilisant ces valeurs de rapports M/C (ou C/M) et des quantités définissant le fonctionnement du réacteur (notamment les temps d'irradiation et les variations de puissance). Il suffit donc d'appliquer la méthodologie pour chaque palier et ainsi obtenir le flux ré-estimé (et donc la fluence). Pour une succession de différents paliers, la condition initiale du calcul pour un palier n est obtenue à l'aide du résultat obtenu lors du palier précédent $n - 1$.

La fluence totale reçue après un temps d'irradiation t correspondra donc tout simplement à la somme de toutes les contributions des différents paliers considérés.

12.1.1 Application à un historique d'irradiation réaliste

Cette méthode a été appliquée sur un premier historique d'irradiation réaliste présenté dans le Tableau 12-2.

	Temps début du palier (j)	Temps fin du palier (j)	Puissance
Palier 1	0	427	100 %
Palier 2	526	806	100 %
Palier 3	840	1129	100 %

Tableau 12-2 : Durée des différents paliers de l'historique d'irradiation

Une puissance de 100 % signifie que le réacteur fonctionne à sa puissance nominale.

Pour la méthode présentée dans le paragraphe 10, la fluence totale est la contribution de la fluence calculée pour chaque palier :

$$F_{total} = F_{palier\ 1} + F_{palier\ 2} + F_{palier\ 3} \quad (12-1)$$

Étant donné que dans le cas considéré les 3 paliers sont à la même puissance et qu'ils ont le même flux, en appliquant la méthode proposée dans le paragraphe 10 on obtient les flux ré-estimés. À l'aide de ces flux et des durées des paliers, en se référant à la définition de la fluence (produit du flux par la durée d'irradiation), on peut donc ré écrire la relation (12-1) sous la forme suivante :

$$F_{total} = \Phi_{palier\ 1}\Delta t_{palier\ 1} + \Phi_{palier\ 2}\Delta t_{palier\ 2} + \Phi_{palier\ 3}\Delta t_{palier\ 3} \quad (12-2)$$

À l'aide de ces méthodes, on obtient donc la fluence totale pour les 3 paliers présentés dans le Tableau 12-2 et pour les flux de neutrons d'énergie supérieure à 1 MeV ré-estimés du cas non perturbé présenté dans le Tableau 11-9 :

Fluence obtenue par la méthode	Domaine d'énergie supérieure à 1 MeV
Modélisation de référence (valeur « vraie »)	1,3115E+19
Modélisation opérationnelle – Domaine énergétique global 1 MeV- 20 MeV	1,3218E+19
Écart relatif à la référence	0,787%
Modélisation opérationnelle – Sommation des contributions par sous-domaines en énergie	1,3227E+19
Écart relatif à la référence	0,853%

Tableau 12-3 : Comparaison de la fluence obtenue sur le cas à 3 paliers identiques

12.1.2 Application sur un autre historique d'irradiation

On se place désormais dans un cas où les trois paliers ont une puissance différente. L'historique est désormais de la forme :

	Temps début du palier (j)	Temps fin du palier (j)	Puissance
Palier 1	0	427	100 %
Palier 2	526	806	50 %
Palier 3	840	1129	100 %

Tableau 12-4 : Durée des différents paliers de l'historique d'irradiation

De la même manière que précédemment, il est possible de remonter à la fluence totale à la fin du cycle d'irradiation. On obtient :

Fluence obtenue par la méthode	Domaine d'énergie supérieure à 1 MeV
Modélisation de référence (valeur « vraie »)	1,1271E+19
Modélisation opérationnelle – Domaine énergétique global 1 MeV- 20 MeV	1,1360E+19
Écart relatif à la référence	0,787%
Modélisation opérationnelle – Sommation des contributions par sous-domaines en énergie	1,1367E+19
Écart relatif à la référence	0,853%

Tableau 12-5 : Comparaison de la fluence obtenue sur le cas à 3 paliers identiques

12.1.3 Limites de cette méthode

La méthode reposant sur la somme des contributions des différents paliers comporte des faiblesses car il est normalement nécessaire de disposer d'une mesure pour réaliser chaque ré-estimation du flux dans un palier. Il n'est cependant pas possible de réaliser des mesures après chaque changement de puissance dans un réacteur, raison pour laquelle on a choisi de considérer le rapport C/M constant entre deux mesures. Cette approximation se traduit par l'insertion d'un biais dans l'obtention de la fluence multi-paliers.



Figure 12-1 : Différents historiques d'irradiation

Dans le cas fictif où l'on a 3 paliers de puissances différentes mais de même durée d'irradiation (voir Figure 12-1 dans lequel l'unité de temps est arbitraire). Un rapport C/M étant obtenu à la fin du cycle d'irradiation, il s'ensuit que la fluence totale calculée est identique pour les deux historiques différents bien que l'activité à la fin des 3 paliers d'irradiation soit différente dans les deux cas. Ce résultat montre la limite de l'utilisation du même C/M pour tous les paliers et qui correspond à l'hypothèse utilisée. Il serait donc intéressant de pouvoir obtenir un plus grand nombre de mesures (une à la fin de chaque palier) dans le but de mieux quantifier la variation du rapport C/M en fonction des cycles d'irradiation du réacteur.

13 CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

Afin de contribuer à l'élaboration d'un schéma de calcul de la fluence neutronique reçue par les structures d'un réacteur à eau sous pression, dont la connaissance est requise pour le suivi de leur intégrité, différents aspects ont été explorés dans cette thèse.

Le premier concerne le calcul de la nappe de puissance dans le réacteur et plus particulièrement la détermination des sources de neutrons de fission en périphérie du cœur. En effet, les neutrons provenant de cette région contribuent à plus de 80% de la fluence reçue par la cuve par exemple. La connaissance suffisamment précise de la source de neutrons dans les régions périphériques du cœur est donc un enjeu important dans l'évaluation prédictive de la fluence neutronique reçue par les structures *ex-core* du réacteur.

À travers un modèle de réacteur unidimensionnel homogène, on a d'abord voulu illustrer la problématique de la convergence du calcul de la source neutronique périphérique qui demande un nombre accru d'itérations numériques par rapport au calcul de cette source neutronique dans une région plus interne du cœur. Un tel modèle peut servir à déterminer *a priori* un ordre de grandeur du nombre d'itérations nécessaires à la bonne convergence des taux de fission en périphérie de cœur, pour un réacteur d'une taille donnée et aux caractéristiques neutroniques connues.

L'autre volet du travail axé sur le calcul des sources de neutrons de fission a consisté à trouver ou tester les options de modélisation appropriées pour le calcul d'une nappe de puissance (délivrée par les réactions de fission induites par les neutrons) fine d'un cœur de réacteur à l'aide du code de calcul APOLLO3®. Notre préoccupation est d'introduire le minimum d'approximations dans le cadre d'un transport déterministe des neutrons dans la matière. La nappe de puissance calculée sur la configuration du benchmark expérimental FLUOLE2 a été validée à l'aide du code de référence Monte-Carlo TRIPOLI-4®, lui-même validé par les mesures effectuées sur la configuration expérimentale FLUOLE2. Le code de transport déterministe APOLLO3® a permis d'obtenir une nappe de puissance avec des écarts moyens sur les crayons combustibles de l'ordre de 1% avec des écarts maximaux de 2% pour les crayons périphériques qui sont les plus importants pour le calcul de la fluence neutronique reçue par la cuve. Les options de calcul mises en place ont permis de traiter avec succès une configuration d'étude très hétérogène comme un cœur mixte UOX/MOX avec les structures environnantes. Cette étude, par « transitivité », apporte des éléments de validation expérimentale à des schémas de calcul de cœur 3D basé sur le code APOLLO3®. Elle a fait l'objet d'une publication à la conférence PHYSOR 2022 [75].

La deuxième grande partie de la thèse a été consacrée à la mise en place d'une méthodologie de détermination de la fluence neutronique qui ne repose pas sur la

technique d'ajustement de spectre, technique couramment employée. Deux variantes calculatoires ont été développées. La première méthode dite « directe » nécessite la réalisation d'un très grand nombre de simulations indépendantes.

La seconde s'appuie sur le calcul et l'utilisation d'une matrice de variance-covariance des flux définissant l'ensemble des incertitudes et corrélations considérées dans le problème étudié.

Les deux méthodes ont été testées sur une configuration REP simplifiée, appelée « REP académique » et en définissant une « expérience numérique » spécifique, ou protocole de simulation numérique. Ces deux voies de calcul fournissent des résultats de fluence neutronique similaires et en accord avec la fluence neutronique de référence : pour la configuration étudiée, les écarts constatés sont d'environ 1% lors de la ré-estimation de la fluence neutronique totale et pour celle des neutrons d'énergie supérieure à 1 MeV. Les deux méthodes permettent donc une bonne estimation de la fluence neutronique reçue par les structures *ex-core* du réacteur, mais présentent chacune des avantages et des inconvénients.

La méthode directe permet d'obtenir une ré-estimation de la fluence à partir d'un formalisme mathématique simple. Cependant elle exige un nombre de simulations très important lié à l'échantillonnage des différents paramètres incertains intervenant dans le calcul.

La méthode s'appuyant sur l'utilisation d'une « matrice intermédiaire » ne nécessite de réaliser qu'une seule fois les calculs prenant en compte les perturbations sur les paramètres d'entrée pour obtenir les matrices de variance-covariance du flux neutronique : il s'agit de simples calculs de sensibilité. Ces paramètres peuvent aussi être échantillonnés sur une configuration représentative de la situation étudiée et cela constitue un des points forts de cette méthode car une fois la matrice de variance-covariance du flux établie, un seul calcul sur la configuration étudiée est alors nécessaire.

L'utilisation de la matrice intermédiaire devrait donc permettre de traiter des configurations complexes de grandes tailles, c'est-à-dire un REP à échelle réelle modélisé le plus fidèlement possible, en cohérence avec les caractéristiques de la propagation des neutrons dans la matière.

Une étude de robustesse a été menée en utilisant la méthode de la matrice intermédiaire, montrant quantitativement comment les mesures « corrigent » la valeur prédictive calculée de la fluence neutronique.

Ainsi qu'on l'a souligné à la fin du chapitre 6 les deux points de vue suivants peuvent être adoptés.

En se plaçant du point de vue de la capacité prédictive des outils de calcul de la fluence neutronique on peut dire que la mesure « corrige » le calcul susceptible de comporter des imperfections dans ses données d'entrée ; cela souligne tout l'intérêt

voire la nécessité de disposer de mesures de qualité. L'expérience numérique fournit un moyen d'apprécier l'ampleur de cette correction. Elle contribue ainsi à évaluer la robustesse de l'estimation de la fluence neutronique.

En se plaçant du point de vue de l'interprétation de la mesure, l'outil de calcul permet de remonter à la grandeur physique d'intérêt non directement mesurable, en l'occurrence ici le flux/fluence des neutrons. Cet outil utilise des grandeurs physiques mesurables : les activités des dosimètres. La qualité de l'estimation de celle-ci est tributaire de la qualité de la modélisation du réacteur. Dans cet exercice on est conduit par le calcul à déterminer la valeur d'une grandeur physique mesurée, en l'occurrence l'activité des dosimètres. Si un désaccord significatif se manifeste entre l'activité mesurée et l'activité calculée, alors la cause en est recherchée. C'est à ce niveau que l'expérience numérique justifie son intérêt comme outil d'investigation pour cerner la ou les origines de ce désaccord.

Quelques perspectives de poursuite du travail entrepris se dégagent :

- La détermination des sources de neutrons en périphérie de cœur à l'échelle du réacteur de puissance avec prise en compte de l'usure du combustible.
- Le calcul d'une nappe fine de puissance d'un réacteur de type REP (« benchmark Hoogenboom ») à la fois par un code déterministe et un code Monte-Carlo pourrait être instructive pour la maîtrise de la convergence des sources de neutrons en périphérie de cœur.
- La poursuite de la mise au point de la méthodologie élaborée pour la détermination de la fluence neutronique avec un histogramme de fonctionnement multi-paliers quelconque d'un réacteur.
- Le raffinement du traitement des incertitudes incluant un volet corrélations entre les données d'entrée.
- L'étude comparative en tant que méthodologie alternative de la fluence neutronique avec une ou plusieurs méthodologies existantes. Il serait notamment intéressant de comparer les fluences neutroniques obtenus.
- L'extension de la méthodologie élaborée à d'autres types d'observables : flux supérieur à 100 keV et les déplacements par atome (dpa).
- L'approfondissement de la réflexion sur la pertinence du concept d'« expérience numérique » tel qu'il est envisagé ici : circonscrire ses conditions d'applicabilité et ses limites. La justification *a posteriori* du découplage avec les sections efficaces sera à asseoir plus rigoureusement : il s'agira en particulier d'étudier les effets croisés des incertitudes sur les sections efficaces et de celles portant sur les paramètres technologiques d'entrée pour le transport des neutrons dans la matière.

- Par ailleurs, comme cela a été mentionné à la fin du chapitre 4, des résultats expérimentaux de mesures dans les dosimètres présents à l'extérieur du cœur sont disponibles pour l'irradiation FEX07 du benchmark FLUOLE2. Il serait dès lors intéressant de modéliser cette partie extérieure au cœur avec ces dosimètres et de comparer les taux de réaction obtenus avec le modèle 3D APOLLO3® avec ceux calculés par TRIPOLI-4®, voire avec les résultats expérimentaux. De plus, il serait aussi possible de réaliser des calculs de perturbation sur les sections efficaces ou sur d'autres paramètres d'entrée afin de voir leur impact sur les taux de réaction des dosimètres.

À terme, la méthodologie développée pourrait déboucher sur un schéma de calcul alternatif de la fluence neutronique sur les structures externes au cœur d'un réacteur nucléaire et de son incertitude associée.

14 RÉFÉRENCES

- [1] Alberman, A., Carcreff, H., Ermont, G., Soulat, P., Beretz, D., Pichon, C., et al., 1996. Neutron spectrum effect and damage analysis of pressure vessel steels irradiations. Proc. 9th Int. Symp. React. Dosim., 524-534. September 2-6.
- [2] Thiollay, N., 2019. Validation de la fluence reçue par la cuve. Journée Technique SFEN.
- [3] OCDE/ANE, 1997. Computing radiation dose to reactor pressure vessel and internals. State-of-the-art report, OECD/NEA/NSC/DOC(96)5.
- [4] Anderson, S.L., 2009. Methods for Determining Neutron Fluence in BWR and PWR Pressure Vessel and Reactor Internals. ANSI/ANS-19.10-2009 (R2021) - Methods for determining neutron fluence in BWR and PWR pressure vessel and reactor internals.
- [5] Jendrich, U., Tricot, N., 2003. Neutron fluence at the reactor pressure vessel wall - a comparison of French and German procedures and strategies in PWRs. Rapport IRSN/Département d'évaluation de sûreté n°546.
- [6] Maerker, R.E., Broadhead, B.L., Wagschal, J.J., 1985. Theory of a New Unfolding Procedure in Pressurized Water Reactor Pressure Vessel Dosimetry and Development of an Associated Benchmark Data Base. Nucl. Sci. Eng. 91, 369–392. <https://doi.org/10.13182/NSE85-A18355>
- [7] CEA, 2013. La neutronique. Le Moniteur.
- [8] Communication privée de Cédric Jouanne (CEA Saclay).
- [9] Castin, N., Bonny, G., Konstantinovic, M.J., Bakaev, A., et al., 2022. Multiscale modelling in nuclear ferritic steels: From nano-sized defects to embrittlement. Mater. Today Phys. 27, 100802. <https://doi.org/10.1016/j.mtphys.2022.100802>
- [10] CEA, 2016. Les matériaux du nucléaire - Modélisation et simulation des matériaux de structure. Le Moniteur. <https://www.cea.fr/multimedia/Pages/editions/ouvrages/monographies-nucleaire/materiaux-nucleaire-modelisation-simulation.aspx> (accessed December 14, 2022).
- [11] Vuiart, R., 2021. Analyse du vieillissement sous irradiation neutronique des cuves des réacteurs nucléaires à eau sous pression. Thèse de doctorat. Université Paris-Saclay.

Références

- [12] Communication privée de Stéphane Bourganel (CEA/Saclay DM2S/SERMA/CP2C).
- [13] Brillaud, C., De Keroula, F., Pichon, C., Teissier, A., 1993. Overview of French activities on neutron radiation embrittlement of pressure vessel steel. Atomic Energy Agency (IAEA) specialist meeting on irradiation embrittlement and optimization of annealing, Paris, France. September 20-23.
- [14] Brillaud, C., Hedin, F., 1992. In-Service Evaluation of French Pressurized Water Reactor Vessel Steel. Effects of radiation on materials: 15th Inter. Symp., ASTM STP 1125, 23–49.
- [15] Girard, J.M., Philibert, H., Testanière, S., Domergue, C., Beretz, D., 2009. The MADERE radio-activity measurement platform: Developments for a better addressing to the experimental needs. 1st Int. Conf. Adv. Nucl. Instrum. Meas. Methods Their Appl., 1–8. <https://doi.org/10.1109/ANIMMA.2009.5503714>
- [16] CEA, 2018. L'instrumentation et la mesure en milieu nucléaire. Le Moniteur.
- [17] Trkov, A., Griffin, P.J., Simakov, S.P., Greenwood, L.R., Zolotarev, K.I., Capote, R., et al., 2020. IRDFF-II: A New Neutron Metrology Library. Nucl. Data Sheets 163, 1–108. <https://doi.org/10.1016/j.nds.2019.12.001>
- [18] Klingberg, F., 2022. Capability to determine shielding around radioactive substances using gamma ray spectrometry. Thèse de doctorat. Université de Hambourg.
- [19] Sergeyeva, V., Domergue, C., Destouches, C., Girard, J.-M., Philibert, H., Bonora, J., et al., 2014. Improvements on low level activity gamma measurements and X-ray spectrometry at the CEA MADERE measurement platform. Proc. ISRD 15, Aix En Provence, France. May 18–23.
- [20] Kobayashi, T., 2002. Progress in the Instrumented Charpy Impact Test. J. Soc. Mater. Sci. Jpn 51, 141–50. https://doi.org/10.2472/jsms.51.9Appendix_141
- [21] Norgett, M.J., Robinson, M.T., Torrens, I.M., 1975. A proposed method of calculating displacement dose rates. Nucl. Eng. Des. 33, 50–54. [https://doi.org/10.1016/0029-5493\(75\)90035-7](https://doi.org/10.1016/0029-5493(75)90035-7)
- [22] Chen, S., 2022. Effective primary radiation damage model parameters for neutron irradiation experiments. J. Nucl. Mater. 568, 153883, <https://doi.org/10.1016/j.jnucmat.2022.153883>
- [23] Beretz, D., Brillaud, C., Destouches, C., Saitlet, S., 2001. French PWR Vessel Surveillance Program Dosimetry: Experience Feedback from More than a Hundred Capsules. ASTM International. <https://doi.org/10.1520/STP1357S>

Références

- [24] Zaritskiy, S., Platonov, P.A., Nikolaev, Y., Ošmera, B., Valenta, V., 2001. Review of problems and requirements in VVER reactor-type pressure vessel dosimetry. ASTM Spec. Tech. Publ., 53–60.
- [25] Colomb, F., Carcreff, H., Morin, C., 2001. Experimental Method of Neutron Spectra Determination with Activation Foils. ASTM International, 745-752. <https://doi.org/10.1520/STP13665S>
- [26] Sergeyeva, V., 2016. Développement d'une technique innovante de dosimétrie en réacteur pour la caractérisation du spectre neutronique dans le domaine d'énergie 1 keV - 1 MeV. Thèse de doctorat. Aix-Marseille Université.
- [27] Stallmann, F.W., Kam, F.B.K., 1975. Review of unfolding methods for neutron flux dosimetry. ASTM-Euratom symposium on reactor dosimetry; developments and standarization, Petten, Netherlands. September 22.
- [28] TRIPOLI-4® Project Team, 2015. TRIPOLI-4®, CEA, EDF and AREVA Reference Monte Carlo Code. Ann. Nucl. Energy 82, 151-160.
- [29] Schneider, D., Dolci, F., Gabriel, F., Palau, J.-M., Guillo, M., Pothet, B., 2016. APOLLO3® CEA/DEN deterministic multi-purpose code for reactor physics analysis. PHYSOR 2016, Sun Valley, US. May 1-5.
- [30] Reuss, P., 2012. Neutron Physics. EDP Sciences.
- [31] Duderstadt, J.J., Hamilton, L.J., 1976. Nuclear reactor analysis. John Wiley & Sons.
- [32] Hébert, A., 2009. Applied reactor physics. Presses internationales Polytechnique.
- [33] Bell, G.I., Glasstone, S., 1970. Nuclear Reactor Theory. Van Nostrand Reinhold Company.
- [34] Courant, R., Hilbert, D., 1989. Methods of Mathematical Physics, Partial Differential Equations. John Wiley & Sons.
- [35] Hébert, A., 2004. Revisiting the Stamm'ler Self-Shielding Method. 25th CNS Annual Conference, Toronto, Canada. June 6-9.
- [36] Livolant, M., Jeanpierre, F., 1974. Autoprotection dans les réacteurs nucléaires, application aux isotopes lourds. CEA.
- [37] Lux, I., Koblinger, L., 1991. Monte Carlo Particle Transport Methods. CRC-Press.

Références

- [38] Nowak, M., 2018. Accelerating Monte Carlo particle transport with adaptively generated importance maps. Thèse de doctorat. Université Paris-Saclay.
- [39] Askew, J.R., 1972. A Characteristics Formulation of the Neutron Transport Equation in Complicated Geometries. Tech. rep. UK Atomic Energy Establishment.
- [40] Halsall, M.J., 1980. CACTUS, A Characteristics Solution to the Neutron Transport Equation in Complicated Geometries. UK Atomic Energy Establishment.
- [41] Moller, J.-Y., Lautard, J.-J., 2011. MINARET, A Deterministic Neutron Transport Solver for Nuclear Core Calculations. M&C 2011, Rio de Janeiro, Brazil. May 8-12.
- [42] De Saint Jean, C., Archier, P., Privas, E., Noguère, G., Litaize, O., Leconte, P., 2015. Evaluation of Cross Section Uncertainties Using Physical Constraints: Focus on Integral Experiments. Nuclear Data Sheets 123, 178–184. <https://doi.org/10.1016/j.nds.2014.12.031>
- [43] Santamarina, A., Bernard, D., Rugama, Y., 2009. The JEFF-3.1.1 nuclear data library. JEFF Report 22.
- [44] International Atomic Energy Agency, 2006. International Reactor Dosimetry File 2002 (IRDF-2002). Technical Reports Series No. 452.
- [45] Urbatsch, T.J., 1995. Iterative Acceleration Methods for Monte Carlo and Deterministic Criticality Calculations. Los Alamos National Laboratory. LA-13052-T.
- [46] Dehaye, B., 2014. Accélération de la convergence dans le code de transport de particules Monte-Carlo TRIPOLI-4® en criticité. Thèse de doctorat. Université Paris Sud - Paris XI.
- [47] Marguet, S., 2017. Diffusion Approximation in Neutron Physics. Springer, Cham.
- [48] Thiollay, N., Di Salvo, J., Sandrin, C., Soldevila, M., Bourganel, S., Fausser, C., et al., 2016. FLUOLE-2: An Experiment for PWR Pressure Vessel Surveillance. EPJ Web Conf. 106, 02015. <https://doi.org/10.1051/epjconf/201610602015>
- [49] Bosq, J.C., Antony, M., Di Salvo, J., Klein, J., Thiollay, N., Blaise, P., et al., 2011. The Use of EOLE and MINERVE Critical Facilities for the Generation 3 Light Water Reactors Studies. Rev. Générale Nucl. 5, 63–69. <https://doi.org/10.1051/rgn/20115063>
- [50] Trama, J.C., Malouch, F., 2017. New Features of TRIPOLI-4® V version 10. ANS Annual Meeting 2017, San Francisco, US. June 11-15.

Références

- [51] Lebreton, M., Politello, J., Rimpault, G., Vidal, J.-F., 2019. Validation of an advanced APOLLO3® deterministic scheme for characterizing of the Jules Horowitz irradiation reactor core. M&C 2019, Portland, US. August 25-29.
- [52] Communication privée de Karim Ammar (CEA/Saclay DM2S/SERMA/LPEC).
- [53] Vaglio-Gaudard, C., 2010. Validation de données nucléaires du fer pour le calcul neutronique des réacteurs nucléaires. Thèse de doctorat. Institut polytechnique de Grenoble.
- [54] Leray, O., 2012. Détermination, maîtrise et réduction des biais et incertitudes de la réactivité du réacteur Jules HOROWITZ. Thèse de doctorat. Université de Grenoble.
- [55] Communication privée de Cheikh M. Diop (CEA/Saclay DM2S/SERMA).
- [56] Tomatis, D., Bidault, F., Bruneton, A., Stankovski, Z., 2022. Overview of SERMA's Graphical User Interfaces for Lattice Transport Calculations. Energies 15(4), 1417. <https://doi.org/10.3390/en15041417>
- [57] Gaggioli, E.L., Mitnik, D.M., Bruno, O.P., 2021. Skin effect in neutron transport theory. Phys. Rev. E 104, L032801. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.104.L032801>
- [58] Santamarina, A., Hfaiedh, N., 2007. The SHEM energy mesh for accurate fuel depletion and BUC calculations. ICNC 2007, St Petersburg, Russia.
- [59] Coissieux, T., Politello, J., Vaglio-Gaudard, C., Kooyman, T., Ammar, K., 2022. Development of a three-dimensional APOLLO3® neutrons deterministic scheme for the CABRI reactor. PHYSOR 2022, Pittsburgh, US. May 15-20.
- [60] Vidal, J.-F., Frölicher, K., Archier, P., Hébert, A., Buiron, L., Palau, J.-M., et al., 2021. New reference APOLLO3® calculation scheme for light water reactors – Analysis of the BEAVRS benchmark. EPJ Web Conf. 247, 06031, <https://doi.org/10.1051/epjconf/202124706031>
- [61] Bourganel, S., Soldevila, M., 2015. Preliminary Analysis of The FLUOLE-2 Experiment. NENE 2015, Portorož, Slovenia. September 14-17.
- [62] Hoogenboom, J.E., Martin, W.R., Petrovic, B., 2011. The Monte Carlo performance benchmark test - AIMS, specifications and first results. M&C 2011, Rio de Janeiro, Brazil. May 8-12.
- [63] Hoogenboom, J.E., Martin, W.R., Petrovic, B., 2011. Monte Carlo performance benchmark for detailed power density calculation in a full-size reactor core. Benchmark specifications Revision 1.2, June 2011.

- [64] Bourganel, S., Nimal, J.-C, 2017. Determination of a non-measurable quantity using information from calculations and experimental measurements: application to the damage rate determination. EPJ Web Conf. 153, 01025. <https://doi.org/10.1051/epjconf/201715301025>
- [65] Coste-Delclaux, M., Diop, C.M., Lahaye, S., 2017. Use of probability tables for propagating uncertainties in neutronics. Ann. Nucl. Energy 102, 376–385. <https://doi.org/10.1016/j.anucene.2016.11.044>
- [66] Tsilanizara, A., Diop, C.M., Nimal, B., Detoc, M., Lunéville, L., Chiron, M., et al., 2000. DARWIN: An Evolution Code System for a Large Range of Applications. J. Nucl. Sci. Technol. 37, 845–849. <https://doi.org/10.1080/00223131.2000.10875009>
- [67] Lahaye, S., Bellier, P., Mao, H., Tsilanizara, A., Kawamoto, Y., 2014. First verification and validation steps of MENDEL Release 1.0 cycle code system. PHYSOR 2014, Kyoto, Japan. September 28-October 3.
- [68] Lloret, R., 1993. Surveillance Dosimetry of the French 900-MW Pressurized Water Reactors (PWRs): Results, Uncertainties, and Reactor Series Effects. Radiat. Embrittlement Nucl. React. Press. Vessel Steels Int. Rev. 4, 139-146, ASTM International. <https://doi.org/10.1520/STP24770S>
- [69] Jones, D.R., Schonlau, M., Welch, W.J., 1998. Efficient Global Optimization of Expensive Black-Box Functions. J. Glob. Optim. 13, 455-492.
- [70] Kodeli, I.A., Sartori, E., 2021. SINBAD – Radiation shielding benchmark experiments. Ann. Nucl. Energy 159, 108254. <https://doi.org/10.1016/j.anucene.2021.108254>
- [71] Santamarina, A., Vaglio-Gaudard, C., Blaise, P., Klein, J.C., Huot, N., Litaize, O., et al., 2008. The PERLE experiment for the qualification of PWR heavy reflectors. PHYSOR 2008, Interlaken, Switzerland. September 14-19.
- [72] Orlov, V.V., 1980. Problems of Fast Reactor Physics Related to Breeding. At. Energy Rev. 184, 989–1077.
- [73] Box, G.E.P., Muller, M.E., 1958. A Note on the Generation of Random Normal Deviates. Ann. Math. Stat. 29, 610–611. <https://doi.org/10.1214/aoms/1177706645>
- [74] Données nucléaires – tableau – Laboratoire National Henri Becquerel. <http://www.lnhb.fr/donnees-nucleaires/donnees-nucleaires-tableau/> (accessed January 9, 2023).
- [75] Bertonazzi, R., Ammar, K., Gerard-Castaing, N., Bourganel, S., 2022. Recent progress on the APOLLO3® calculation scheme for the FLUOLE2 experiment. PHYSOR 2022, Pittsburgh, US. May 15-20.

Références

- [76] Dos Santos, N., 2013. Optimisation de l'approche de représentativité et de transposition pour la conception neutronique de programmes expérimentaux dans les maquettes critiques. Thèse de doctorat. Université de Grenoble.
- [77] Dos Santos, N., Blaise, P., Santamarina, A., 2013. A global approach of the representativity concept - Application on a high-conversion light water reactor MOX lattice case. M&C 2013, Sun valley, US. May 15-19.

15 ANNEXES

15.1 DÉTERMINATION DES POIDS

La distribution des poids W_d s'obtient par minimisation de l'estimation de la variance que nous pouvons faire sur la valeur ré estimée $\sigma_0^2(R_0)$ de la cible recherchée. La quantité λ définie ci-dessous représente cette valeur ; elle prend en compte les covariances $COV(\phi_{1,d} ; \phi_{1,d'})$ portant sur les N_d observations $\phi_{1,d}$.

$$\lambda = E \left[\left(\sum_d W_d \phi_{1,d} - E \left[\sum_d W_d \phi_{1,d} \right] \right)^2 \right] = \sum_d \sum_{d'} W_d W_{d'} \times COV(\phi_{1,d} ; \phi_{1,d'}) \quad (15-1)$$

L'expression des poids est obtenue par annulation des dérivées de λ par rapport aux poids en considérant la contrainte (15-2) qui est indispensable pour être sûr qu'il n'y ait pas de biais dans la relation qui définit la meilleure estimation $R_{0,estim}$ comme une combinaison linéaire.

$$\sum_{d=1}^{N_d} W_d = 1 \quad (15-2)$$

En utilisant cette contrainte, il est possible d'exprimer l'un des poids, par exemple W_{Nd} , en fonction des $(N_d - 1)$ autres poids. L'annulation des $(N_d - 1)$ dérivées totales qui correspondent conduit à l'expression suivante :

$$\vec{W} = \frac{\|COV(\phi_1)\|^{-1} \times \vec{1}}{\vec{1}^t \times \|COV(\phi_1)\|^{-1} \times \vec{1}} \quad (15-3)$$

Dans la relation (15-3), les éléments de la matrice $\|COV(\phi_1)\|$ correspondent aux covariances sur les observations $COV(\phi_{1,d} ; \phi_{1,d'})$. Une matrice de covariance est par définition définie positive, l'inversion de $\|COV(\phi_1)\|$ est par conséquent possible.

15.2 CALCUL DES COEFFICIENTS DE CORRÉLATION

On considère deux taux de réaction symbolisés par les indices « d » et « d' ». À partir du moment où les écarts-types sur ces quantités issues des calculs sont connus, alors la connaissance des coefficients de corrélations « $r_{d,d'}$ » permet la construction de la sous-matrice $\|\chi_c\|$ intervenant dans la matrice intermédiaire $\|COV(C, M)\|$.

Les coefficients de corrélation traduisent une notion de « distance », c'est-à-dire d'intérêt, entre les taux de réactions des deux dosimètres « d » et « d' » pour un spectre donné. À titre d'exemple, pour un spectre de réacteur à eau sous pression, le dosimètre $^{93}\text{Nb}(n,n')$ dont la réaction principale possède un seuil énergétique à 1,2 MeV est bien plus proche du flux de neutrons d'énergie supérieure à 1 MeV que le

dosimètre $^{63}\text{Cu}(n,\alpha)$ dont le seuil est de 6,1 MeV.

La notion de coefficient de corrélation $r_{d,d'}$ entre les taux de réaction des deux dosimètres résulte du caractère stochastique des deux valeurs de taux de réactions calculées. Les taux de réaction sont des variables aléatoires corrélées. Le caractère aléatoire découle des données communes utilisées dans le calcul de transport mais il ne résulte pas de l'utilisation d'une méthode de Monte-Carlo.

Un coefficient de corrélation $r_{l,m}$ entre deux quantités repérées par les indices « l » et « m » est donné par la relation suivante :

$$r_{l,m} = \frac{\sigma_{l,m}^2}{\sigma_l \times \sigma_m} \quad (15-4)$$

Pour le calcul du coefficient de corrélation, on utilise l'expression de la covariance entre deux variables aléatoires X et Y :

$$\sigma_{X,Y}^2 = E[(X - E(X)) \times (Y - E(Y))] \quad (15-5)$$

Dans cette expression, X et Y représentent un couple de deux quantités parmi les réponses étudiées.

Pour déterminer les coefficients de corrélation $r_{l,m}$, un échantillonnage représentatif des paramètres technologiques et nucléaires est réalisé à l'aide de lois de densités de probabilités appropriées. Cette approche est similaire à la méthode directe présentée dans le paragraphe 10.4.2. L'approche est rigoureuse à condition que la taille de l'échantillon soit représentative des paramètres nucléaires et technologiques influant.

La méthodologie de calcul des coefficients $r_{l,m}$ conserve le caractère stochastique des taux de réaction et elle repose sur l'utilisation des relations (15-4) et (15-5). Elle consiste à utiliser une matrice de variance-covariance décrivant les incertitudes sur les flux φ_g dans une structure multigroupe, notée $\|C\|$. Nous introduisons les éléments $C_{g,g'}$ qui correspondent aux coefficients de cette matrice $\|C\|$. Les corrélations $r_{l,m}$ traduisent la proximité des deux fonctions réponses « l » et « m » lorsque les deux dosimètres sont placés dans un spectre neutronique donné. Les valeurs des coefficients de corrélation ainsi obtenues prennent en compte les variances/covariances portant sur la connaissance imparfaite du spectre neutronique issu des calculs. Les incertitudes résultant d'une connaissance imparfaite des fonctions réponse seront prises en compte dans les valeurs des écarts-types utilisées pour la construction de la matrice $\|\chi_c\|$ (les incertitudes sur ces fonctions réponses ne doivent pas être prises en compte dans la notion de corrélation).

L'expression des taux de réaction pour le dosimètre « m » est donnée par :

$$\tau_m = \sum_g \tau_{g,m} \quad (15-6)$$

Dans cette expression, $\tau_{g,m}$ est le taux de réaction multigroupe obtenu directement par un calcul TRIPOLI-4® pour le dosimètre « m » et pour le groupe énergétique g .

En utilisant la définition du coefficient de corrélation de deux variables aléatoires (voir relations (15-4) et (15-5), on démontre la relation (15-7) suivante avec les indices l et m variant de 1 à $N_{d,max}$:

$$r_{l,m}(C) = \frac{\sum_{g,g'} (\tau_{g,l} \times \tau_{g',m} \times C_{g,g'})}{\sqrt{\sum_{g,g'} (\tau_{g,l} \times \tau_{g',l} \times C_{g,g'})} \times \sqrt{\sum_{g,g'} (\tau_{g,m} \times \tau_{g',m} \times C_{g,g'})}} \quad (15-7)$$

15.3 MÉTHODE DE L'ITÉRATION DE LA PUISSANCE

En conservant les notations du chapitre 2, la forme intégrale de l'équation de transport exprimant le flux angulaire et énergétique des neutrons s'écrit :

$$\begin{aligned} & \phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) \\ &= \int_0^\infty dE' \int_{4\pi} d\vec{\Omega}' G(\vec{r}', E', \vec{\Omega}') \\ &\rightarrow \vec{r}, E, \vec{\Omega}) \frac{\chi_f(E')}{4\pi k_{eff}} \int_0^\infty dE'' \int_{4\pi} d\vec{\Omega}'' \nu(E'') \Sigma_f(\vec{r}', E'') \phi(\vec{r}', E'', \vec{\Omega}'') \end{aligned} \quad (15-8)$$

où $G(\vec{r}', E', \vec{\Omega}') \rightarrow \vec{r}, E, \vec{\Omega})$ est la fonction de Green.

En multipliant chacun des membres de l'équation (15-8) par la section efficace de production de neutrons par fission, $\nu(E) \Sigma_f(\vec{r}, E)$, et en intégrant sur les variables angulaires et énergétique, il en résulte :

$$\begin{aligned} & \int \int \nu(E) \Sigma_f(\vec{r}, E) \phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) dEd\vec{\Omega} \\ &= \int \int \nu(E) \Sigma_f(\vec{r}, E) \int_0^\infty dE' \int_{4\pi} d\vec{\Omega}' G(\vec{r}', E', \vec{\Omega}') \\ &\rightarrow \vec{r}, E, \vec{\Omega}) \frac{\chi_f(E')}{4\pi k_{eff}} \int_0^\infty dE'' \int_{4\pi} d\vec{\Omega}'' \nu(E'') \Sigma_f(\vec{r}', E'') \phi(\vec{r}', E'', \vec{\Omega}'') dEd\vec{\Omega} \end{aligned} \quad (15-9)$$

On pose :

$$\varphi = \mathcal{F}\phi = \int \int \nu(E) \Sigma_f(\vec{r}, E) \phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) dE d\vec{\Omega} \quad (15-10)$$

où \mathcal{F} est l'opérateur :

$$\mathcal{F} = \int \int \nu(E) \Sigma_f(\vec{r}, E) \dots dE d\vec{\Omega} \quad (15-11)$$

La grandeur φ représente donc la source de neutrons de fission au point \vec{r} .

On peut alors réécrire l'équation aux valeurs propres (15-9) sous la forme :

$$\varphi = \frac{1}{k_{eff}} \mathbb{F}\varphi \quad (15-12)$$

où \mathbb{F} est l'opérateur :

$$\begin{aligned} & \int \int \nu(E) \Sigma_f(\vec{r}, E) \int_0^\infty dE' \int_{4\pi} d\vec{\Omega}' G(\vec{r}', E', \vec{\Omega}') \\ & \rightarrow \vec{r}, E, \vec{\Omega}) \frac{\chi_f(E')}{4\pi k_{eff}} \int_0^\infty dE'' \int_{4\pi} d\vec{\Omega}'' \dots dE d\vec{\Omega} \end{aligned} \quad (15-13)$$

Le facteur de multiplication effectif des neutrons peut être déduit en intégrant (15-11) sur le volume du système fissile considéré :

$$\int \varphi dV = \frac{1}{k_{eff}} \int \mathbb{F}\varphi dV \Rightarrow k_{eff} = \frac{\int \mathbb{F}\varphi dV}{\int \varphi dV} \quad (15-14)$$

Les étapes successives de la méthode d'itération de la puissance appliquée au calcul de la source de neutrons et du facteur de multiplication des neutrons sont explicitées dans le tableau suivant :

Ordre de l'itération	Source de neutrons de fission $\varphi = \mathcal{F}\phi$	Facteur de multiplication effectif de neutrons k_{eff}
Initialisation par un jeu de valeurs arbitraires	$\varphi^{(0)}$	$k^{(0)}$
1	$\varphi^{(1)} = \frac{1}{k^{(0)}} \mathbb{F} \varphi^{(0)}$	$k^{(1)} = \frac{\int_V \mathbb{F} \varphi^{(1)} dV}{\int_V \varphi^{(1)} dV} = \frac{\int_V \mathbb{F} \varphi^{(1)} dV}{\frac{1}{k^{(0)}} \int_V \mathbb{F} \varphi^{(0)} dV} = k^{(0)} \frac{\int_V \mathbb{F} \varphi^{(1)} dV}{\int_V \mathbb{F} \varphi^{(0)} dV}$
2	$\varphi^{(2)} = \frac{1}{k^{(1)}} \mathbb{F} \varphi^{(1)}$ $= \frac{1}{k^{(0)} k^{(1)}} \mathbb{F}^2 \varphi^{(0)}$	$k^{(2)} = \frac{\int_V \mathbb{F} \varphi^{(2)} dV}{\int_V \varphi^{(2)} dV} = \frac{\int_V \mathbb{F} \varphi^{(2)} dV}{\frac{1}{k^{(1)}} \int_V \mathbb{F} \varphi^{(1)} dV} = k^{(1)} \frac{\int_V \mathbb{F} \varphi^{(2)} dV}{\int_V \mathbb{F} \varphi^{(1)} dV}$
...
n	$\varphi^{(n)} = \frac{1}{k^{(n-1)}} \mathbb{F} \varphi^{(n-1)}$ $= \left[\prod_{i=0}^{n-1} \frac{1}{k^{(i)}} \right] \mathbb{F}^n \varphi^{(0)}$	$k^{(n)} = \frac{\int_V \mathbb{F} \varphi^{(n)} dV}{\int_V \varphi^{(n)} dV} = \frac{\int_V \mathbb{F} \varphi^{(n)} dV}{\frac{1}{k^{(n-1)}} \int_V \mathbb{F} \varphi^{(n-1)} dV}$ $= k^{(n-1)} \frac{\int_V \mathbb{F} \varphi^{(n)} dV}{\int_V \mathbb{F} \varphi^{(n-1)} dV}$
$n + 1$	$\varphi^{(n+1)} = \frac{1}{k^{(n)}} \mathbb{F} \varphi^{(n)}$ $= \left[\prod_{i=0}^n \frac{1}{k^{(i)}} \right] \mathbb{F}^{n+1} \varphi^{(0)}$	$k^{(n+1)} = \frac{\int_V \mathbb{F} \varphi^{(n+1)} dV}{\int_V \varphi^{(n+1)} dV} = \frac{\int_V \mathbb{F} \varphi^{(n+1)} dV}{\frac{1}{k^{(n)}} \int_V \mathbb{F} \varphi^{(n)} dV}$ $= k^{(n)} \frac{\int_V \mathbb{F} \varphi^{(n+1)} dV}{\int_V \mathbb{F} \varphi^{(n)} dV}$

Tableau 15-1 : Étapes de la méthode d'itération de puissance

La valeur propre de l'opérateur \mathbb{F} correspondant à sa fonction propre u_l est notée k_l . La distribution initiale de la source de neutrons peut par conséquent être décomposée sur la base formée par les fonctions propres $\{u_l, l = 0, \infty\}$:

$$\varphi^{(0)} = \sum_{l=1}^{\infty} \alpha_l u_l \quad \text{avec} \quad \alpha_l = \int \varphi^{(0)} u_l dV \quad (15-15)$$

On obtient par itération :

$$\mathbb{F}^n \varphi^{(0)} = \mathbb{F}^n \sum_{l=1}^{\infty} \alpha_l u_l = \sum_{l=1}^{\infty} \alpha_l k_l^n u_l \quad (15-16)$$

$$\mathbb{F}^{n+1}\varphi^{(0)} = \mathbb{F}^{n+1} \sum_{l=1}^{\infty} \alpha_l u_l = \sum_{l=1}^{\infty} \alpha_l k_l^{n+1} u_l \quad (15-17)$$

En utilisant ces expressions dans les formules $\varphi^{(n)}$ et $\varphi^{(n+1)}$ du tableau, on obtient :

$$\varphi^{(n)} = \left[\prod_{i=0}^{n-1} \frac{1}{k^{(i)}} \right] \left[\sum_{l=1}^{\infty} \alpha_l k_l^n u_l \right] = \left[\prod_{i=0}^{n-1} \frac{1}{k^{(i)}} \right] \left[\alpha_1 k_1^n u_1 + \sum_{l=2}^{\infty} \alpha_l k_l^n u_l \right] \quad (15-18)$$

$$\varphi^{(n)} = \left[\prod_{i=0}^{n-1} \frac{k_1}{k^{(i)}} \right] \alpha_1 u_1 \left[1 + \sum_{l=2}^{\infty} \frac{\alpha_l}{\alpha_1} \left(\frac{k_l}{k_1} \right)^n \frac{u_l}{u_1} \right] \quad (15-19)$$

$$\varphi^{(n+1)} = \left[\prod_{i=0}^n \frac{1}{k^{(i)}} \right] \left[\sum_{l=1}^{\infty} \alpha_l k_l^{n+1} u_l \right] = \left[\prod_{i=0}^n \frac{1}{k^{(i)}} \right] \left[\alpha_1 k_1^{n+1} u_1 + \sum_{l=2}^{\infty} \alpha_l k_l^{n+1} u_l \right] \quad (15-20)$$

$$\varphi^{(n+1)} = \left[\prod_{i=0}^n \frac{k_1}{k^{(i)}} \right] \alpha_1 u_1 \left[1 + \sum_{l=2}^{\infty} \frac{\alpha_l}{\alpha_1} \left(\frac{k_l}{k_1} \right)^{n+1} \frac{u_l}{u_1} \right] \quad (15-21)$$

Le facteur de multiplication effectif devient :

$$\begin{aligned} k^{(n)} &= k^{(n-1)} \frac{\int_V \mathbb{F} \varphi^{(n)} dV}{\int_V \mathbb{F} \varphi^{(n-1)} dV} = k^{(n-1)} \frac{\int_V \mathbb{F} \left[\prod_{i=0}^{n-1} \frac{1}{k^{(i)}} \right] \mathbb{F}^n \varphi^{(0)} dV}{\int_V \mathbb{F} \left[\prod_{i=0}^{n-2} \frac{1}{k^{(i)}} \right] \mathbb{F}^{n-1} \varphi^{(0)} dV} \\ &= k^{(n-1)} \frac{\int_V \left[\prod_{i=0}^{n-1} \frac{1}{k^{(i)}} \right] \mathbb{F}^{n+1} \varphi^{(0)} dV}{\int_V \left[\prod_{i=0}^{n-2} \frac{1}{k^{(i)}} \right] \mathbb{F}^n \varphi^{(0)} dV} \end{aligned} \quad (15-22)$$

$$\begin{aligned} k^{(n)} &= k^{(n-1)} \frac{\int_V \left[\prod_{i=0}^{n-1} \frac{1}{k^{(i)}} \right] \mathbb{F}^{n+1} \varphi^{(0)} dV}{\int_V \left[\prod_{i=0}^{n-2} \frac{1}{k^{(i)}} \right] \mathbb{F}^n \varphi^{(0)} dV} = \frac{\int_V \mathbb{F}^{n+1} \varphi^{(0)} dV}{\int_V \mathbb{F}^n \varphi^{(0)} dV} \\ &= \frac{\int_V \sum_{l=1}^{\infty} \alpha_l k_l^{n+1} u_l dV}{\int_V \sum_{l=1}^{\infty} \alpha_l k_l^n u_l dV} \end{aligned} \quad (15-23)$$

$$k^{(n)} = \frac{k_1^{n+1} \int_V dV \left[\alpha_1 u_1 + \sum_{l=2}^{\infty} \alpha_l \left(\frac{k_l}{k_1} \right)^{n+1} u_l \right]}{k_1^n \int_V dV \left[\alpha_1 u_1 + \sum_{l=2}^{\infty} \alpha_l \left(\frac{k_l}{k_1} \right)^n u_l \right]} \quad (15-24)$$

$$k^{(n)} = k_1 \frac{1 + \sum_{l=2}^{\infty} \frac{\alpha_l}{\alpha_1} \left(\frac{k_l}{k_1}\right)^{n+1} \int_V dV \frac{u_l}{u_1}}{1 + \sum_{l=2}^{\infty} \frac{\alpha_l}{\alpha_1} \left(\frac{k_l}{k_1}\right)^n \int_V dV \frac{u_l}{u_1}} \quad (15-25)$$

Au premier ordre et en supposant que le terme $\sum_{l=2}^{\infty} \frac{\alpha_l}{\alpha_1} \left(\frac{k_l}{k_1}\right)^n \int_V dV \frac{u_l}{u_1}$ est petit devant l'unité, on obtient:

$$k^{(n)} \approx k_1 \left[1 + \sum_{l=2}^{\infty} \frac{\alpha_l}{\alpha_1} \left(\frac{k_l}{k_1}\right)^{n+1} \int_V dV \frac{u_l}{u_1} \right] \left[1 - \sum_{l=2}^{\infty} \frac{\alpha_l}{\alpha_1} \left(\frac{k_l}{k_1}\right)^n \int_V dV \frac{u_l}{u_1} \right] \quad (15-26)$$

$$k^{(n)} \approx k_1 \left[1 + \sum_{l=2}^{\infty} \frac{\alpha_l}{\alpha_1} \left(\frac{k_l}{k_1}\right)^n \left(\frac{k_l}{k_1} - 1\right) \int_V dV \frac{u_l}{u_1} \right] \quad (15-27)$$

Lorsque n est suffisamment grand et en se limitant au développement jusqu'à la première harmonique $l = 2$, on a respectivement la distribution de la source (qui est proportionnelle au flux de neutrons) et le facteur de multiplication effectif des neutrons qui deviennent :

$$\varphi^{(n)} \approx u_1 \left[1 + \text{constante} \times \left(\frac{k_2}{k_1}\right)^n \frac{u_2}{u_1} \right] \quad (15-28)$$

$$k^{(n)} \approx k_1 \left[1 + \left(\frac{k_2}{k_1}\right)^n \left(\frac{k_2}{k_1} - 1\right) \int_V dV \frac{u_2}{u_1} \right] \quad (15-29)$$

Le rapport de dominance qui est le rapport des deux premières valeurs propres de l'opérateur \mathbb{F} est défini par la relation :

$$\rho = \frac{k_2}{k_1} \quad (15-30)$$

15.4 ÉTUDE DE LA SENSIBILITÉ DE LA FLUENCE CALCULÉE AUX DIFFÉRENTS PARAMÈTRES D'ENTRÉE

Incertitudes sur les taux de réaction

Dans cette étude, l'incertitude sur les taux de réaction calculés et mesurés a été imposée à différentes valeurs identiques pour tous les dosimètres. L'impact sur les poids de chaque dosimètre ainsi que sur la fluence et sa meilleure estimation a été étudié pour le flux total. Les résultats obtenus sont présentés dans les tableaux suivants.

Incertitude imposée sur les taux de réaction	Fe54(n,p)	Ni58(n,p)	Co59(n,γ)	Cu63(n,α)	U8(n,f)	Nb93(n,n')	Np237(n,f)
1%	0,1198	0,1227	0,2038	0,1100	0,1342	0,1504	0,1590
2%	0,1198	0,1227	0,2038	0,1100	0,1342	0,1504	0,1590
3%	0,1198	0,1227	0,2038	0,1100	0,1342	0,1504	0,1590
4%	0,1198	0,1227	0,2038	0,1100	0,1342	0,1504	0,1590
5%	0,1198	0,1227	0,2038	0,1100	0,1342	0,1504	0,1590

Tableau 15-2 : Poids de chaque dosimètre lors du calcul de la fluence pour différentes valeurs d'incertitudes imposées sur les taux de réaction calculés et mesurés

Incertitude imposée sur les taux de réaction	Fluence	Incertitude associée
1%	1,7135E+12	0,50%
2%	1,7135E+12	1,01%
3%	1,7135E+12	1,51%
4%	1,7135E+12	2,02%
5%	1,7135E+12	2,53%

Tableau 15-3 : Fluence et son incertitude associée obtenues pour différentes valeurs d'incertitudes imposées sur les taux de réaction calculés et mesurés.

Ces premiers résultats permettent de confirmer que les poids des différents dosimètres ne changent pas lorsque toutes les incertitudes sur le calcul et les mesures sont égales. Une augmentation de l'incertitude ne se traduit pas par un changement des poids ou de la fluence calculée mais seulement par une augmentation de l'incertitude sur la meilleure estimation. Ces résultats ont été obtenus pour des écarts calculs/mesures réalistes mais il serait aussi intéressant de regarder l'impact de nouvelles valeurs de ces écarts. Ces résultats, tout en étant attendus, permettent de vérifier le bon fonctionnement du programme.

Incertaines sur les écarts calculs/mesures

L'incertitude sur les taux de réaction calculés et mesurés a été imposée à 1% pour tous les dosimètres. Les écarts calculs/mesures sont également imposés de façon à être tous égaux. Une comparaison avec le cas réaliste précédent, c'est-à-dire le cas avec les vrais écarts C/M, a également été réalisée.

Écart C/M imposé	Fe54(n,p)	Ni58(n,p)	Co59(n,γ)	Cu63(n,α)	U8(n,f)	Nb93(n,n')	Np237(n,f)
Réaliste	0,1198	0,1227	0,2038	0,1100	0,1342	0,1504	0,1590
0,98	0,1188	0,1219	0,2048	0,1094	0,1332	0,1516	0,1599
1,00	0,1196	0,1227	0,2027	0,1104	0,1336	0,1513	0,1593
1,01	0,1200	0,1230	0,2017	0,1109	0,1338	0,1512	0,1591
1,03	0,1208	0,1237	0,1997	0,1119	0,1341	0,1510	0,1586
1,05	0,1216	0,1244	0,1979	0,1129	0,1344	0,1507	0,1580

Tableau 15-4 : Poids de chaque dosimètre lors du calcul de la fluence pour différentes valeurs d'écart C/M imposées

Écart C/M imposé	Fluence	Incertitude associée
Réaliste	1,7135E+12	0,50%
0,98	1,8974E+12	0,42%
1,00	1,8594E+12	0,43%
1,01	1,8410E+12	0,45%
1,03	1,8053E+12	0,46%
1,05	1,7779E+12	0,47%

Tableau 15-5 : Fluence et son incertitude associée obtenues pour différentes valeurs d'écart C/M imposées.

Ces simulations ont montré la faible dépendance du poids de chaque dosimètre aux valeurs d'écart calcul/mesure utilisées. La comparaison avec le cas utilisant les écarts C/M réalistes est la preuve de cette faible dépendance bien que dans les cas imposés, les écarts vont tous dans le même sens ce qui n'est pas vrai dans le cas réaliste. Ces études ont aussi montré que la meilleure estimation de la fluence est peu dépendante des écarts C/M mais qu'en revanche, le résultat de la fluence est fortement impacté par les valeurs d'écart C/M utilisées.

De plus, pour des écarts C/M fixés ou des incertitudes fixées à une même valeur, les résultats montrent que les dosimètres ayant les poids les plus importants sont les dosimètres qui ont des seuils de réaction les plus bas (voir Tableau 10-1). Il serait intéressant de voir l'évolution des poids lorsque l'on augmente l'incertitude sur le dosimètre ayant la plus forte contribution.

Incertitude sur le dosimètre de plus forte contribution

L'incertitude sur les taux de réaction calculés et mesurés a été imposée à 1% pour tous les dosimètres. Les écarts calculs/mesures sont également imposés de façon à être tous égaux à 1. L'incertitude sur le dosimètre cobalt est augmentée ou diminuée graduellement afin de quantifier l'impact d'un dosimètre moins bien connu.

Annexes

Incertitude sur le cobalt	Fe54(n,p)	Ni58(n,p)	Co59(n, γ)	Cu63(n, α)	U8(n,f)	Nb93(n,n')	Np237(n,f)
0,5%	0,1003	0,1046	0,3245	0,0805	0,1148	0,1341	0,1410
1%	0,1196	1,1227	0,2027	0,1104	0,1336	0,1513	0,1593
2%	0,1407	0,1435	0,0663	0,1351	0,1563	0,1743	0,1835
3%	0,1456	0,1486	0,0339	0,1399	0,1619	0,1802	0,1897

Tableau 15-6 : Poids de chaque dosimètre lors du calcul de la fluence pour différentes valeurs d'incertitude sur le dosimètre cobalt.

Incertitude sur le cobalt	Fluence	Incertitude associée
0,5%	1,8594E+12	0,41%
1%	1,8594E+12	0,43%
2%	1,8594E+12	0,47%
3%	1,8594E+12	0,48%

Tableau 15-7 : Fluence et son incertitude associée obtenues pour différentes valeurs d'incertitude sur le dosimètre cobalt.

Les résultats montrent que l'incertitude sur un dosimètre a une influence directe sur le poids de ce dosimètre. Lorsque l'incertitude sur le dosimètre cobalt diminue, on remarque que son poids devient plus important au détriment des autres, cela signifie qu'au vu de la meilleure connaissance de l'incertitude sur ce dosimètre par rapport aux autres, l'information apportée par ce dosimètre est davantage considérée. Ceci est aussi vrai dans le sens inverse, si l'incertitude associée au dosimètre est augmentée, son poids devient moins important.

15.5 TABLEAUX DES RÉSULTATS DES TESTS DE ROBUSTESSE POUR TOUS LES DOMAINES D'ÉNERGIE

15.5.1 Calcul de flux non perturbé

Énergie (MeV)	Flux de neutrons	écart/référence	Flux de neutrons ré-estimé	Incertitude associée	écart/référence
0 à 0,578	1,44E+12	-	1,46E+12	0,868%	1,40%
0,578 à 1	1,50E+11	-	1,51E+11	0,759%	0,79%
1 à 1,225	4,07E+10	-	4,10E+10	0,751%	0,78%
1,225 à 1,423	2,22E+10	-	2,24E+10	0,751%	0,78%
1,423 à 2,725	6,13E+10	-	6,18E+10	0,696%	0,82%
2,725 à 2,865	2,81E+09	-	2,83E+09	0,693%	0,81%
2,865 à 6,065	2,15E+10	-	2,17E+10	0,694%	0,81%
6,065 à 20	3,97E+09	-	4,01E+09	0,693%	0,81%
Total	1,52E+11	-	1,54E+11	0,695%	0,84%
>1MeV	1,74E+12	-	1,76E+12	0,698%	0,81%

Tableau 15-8 : Simulation de référence, flux de neutrons intégrés en énergie ($\text{cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$)

Énergie (MeV)	Flux TRI-POLI-4®	écart/référence	Flux ré-estimé	Incertitude associée	écart/référence
0 à 0,578	1,44E+12	-	1,42E+12	1,11%	-1,00%
0,578 à 1	1,50E+11	-	1,49E+11	0,903%	-0,41%
1 à 1,225	4,07E+10	-	4,07E+10	0,889%	-0,07%
1,225 à 1,423	2,22E+10	-	2,22E+10	0,889%	0,05%
1,423 à 2,725	6,13E+10	-	6,11E+10	0,802%	-0,23%
2,725 à 2,865	2,81E+09	-	2,81E+09	0,797%	-0,05%
2,865 à 6,065	2,15E+10	-	2,13E+10	0,799%	-0,69%
6,065 à 20	3,97E+09	-	3,98E+09	0,797%	0,08%
Total	1,52E+11	-	1,50E+11	0,804%	-1,35%
>1MeV	1,74E+12	-	1,69E+12	0,802%	-2,87%

Tableau 15-9 : Test de robustesse pour le calcul de référence non perturbé appliqué sur les différents sous domaines en retirant le dosimètre cobalt

15.5.2 Altération de $5\sigma = 0,5$ cm de l'épaisseur du cloisonnement

Altération de $5\sigma = 0,5$ cm de l'épaisseur du cloisonnement avec tous les dosimètres

Énergie (MeV)	Fe54(n,p)	Ni58(n,p)	Co59(n, γ)	Cu63(n, α)	U8(n,f)	Nb93(n,n')	Np237(n,f)
0 à 0,578	x	4,32E-01	3,96E-01	x	1,56E-02	1,12E-01	4,43E-02
0,578 à 1	2,47E-01	3,32E-01	2,91E-01	x	1,25E-02	8,39E-02	3,38E-02
1 à 1,225	2,50E-01	3,33E-01	2,88E-01	x	1,25E-02	8,34E-02	3,36E-02
1,225 à 1,423	2,50E-01	3,33E-01	2,87E-01	x	1,26E-02	8,33E-02	3,35E-02
1,423 à 2,725	2,12E-01	2,85E-01	2,52E-01	1,38E-01	1,10E-02	7,27E-02	2,93E-02
2,725 à 2,865	2,13E-01	2,84E-01	2,45E-01	1,48E-01	1,07E-02	7,10E-02	2,86E-02
2,865 à 6,065	2,18E-01	2,90E-01	2,60E-01	1,16E-01	1,11E-02	7,47E-02	3,00E-02
6,065 à 20	2,13E-01	2,84E-01	2,44E-01	1,48E-01	1,07E-02	7,10E-02	2,86E-02
Total	2,08E-01	2,78E-01	2,63E-01	1,37E-01	1,09E-02	7,31E-02	2,98E-02
>1MeV	2,10E-01	2,82E-01	2,55E-01	1,39E-01	1,10E-02	7,32E-02	2,96E-02

Tableau 15-10 : Valeurs des poids associés à chaque dosimètre obtenues par la méthode utilisant une matrice intermédiaire, pour $5\sigma = 0,5$ cm de perturbation

Énergie (MeV)	Flux TRI-POLI-4®	écart/référence	Flux ré-estimé	Incertitude associée	écart/référence
0 à 0,578	1,53E+12	6,55%	1,43E+12	1,000%	-0,39%
0,578 à 1	1,61E+11	7,32%	1,50E+11	0,872%	-0,29%
1 à 1,225	4,40E+10	8,08%	4,07E+10	0,878%	-0,05%
1,225 à 1,423	2,39E+10	7,91%	2,22E+10	0,873%	0,03%
1,423 à 2,725	6,64E+10	8,35%	6,12E+10	0,825%	-0,17%
2,725 à 2,865	3,08E+09	9,57%	2,81E+09	0,832%	-0,03%
2,865 à 6,065	2,37E+10	10,16%	2,14E+10	0,866%	-0,45%
6,065 à 20	4,40E+09	10,64%	3,97E+09	0,847%	0,03%
Total	1,65E+11	8,52%	1,51E+11	0,839%	-0,95%
>1MeV	1,86E+12	6,79%	1,76E+12	0,695%	0,84%

Tableau 15-11 : Test de robustesse pour 5σ de perturbation sur le calcul de référence appliqué sur les différents sous domaines

Altération de $5\sigma = 0,5$ cm de l'épaisseur du cloisonnement en retirant un dosimètre (Cobalt)

Énergie (MeV)	Fe54(n,p)	Ni58(n,p)	Co59(n,γ)	Cu63(n,α)	U8(n,f)	Nb93(n,n')	Np237(n,f)
0 à 0,578	x	7,16E-01	x	x	2,61E-02	1,84E-01	7,33E-02
0,578 à 1	3,49E-01	4,68E-01	x	x	1,76E-02	1,18E-01	4,77E-02
1 à 1,225	3,51E-01	4,67E-01	x	x	1,76E-02	1,17E-01	4,72E-02
1,225 à 1,423	3,51E-01	4,67E-01	x	x	1,76E-02	1,17E-01	4,70E-02
1,423 à 2,725	2,84E-01	3,81E-01	x	1,84E-01	1,46E-02	9,71E-02	3,92E-02
2,725 à 2,865	2,82E-01	3,76E-01	x	1,96E-01	1,42E-02	9,41E-02	3,78E-02
2,865 à 6,065	2,95E-01	3,93E-01	x	1,55E-01	1,51E-02	1,01E-01	4,06E-02
6,065 à 20	2,82E-01	3,76E-01	x	1,96E-01	1,41E-02	9,40E-02	3,78E-02
Total	2,82E-01	3,77E-01	x	1,87E-01	1,47E-02	9,89E-02	4,03E-02
>1MeV	2,82E-01	3,78E-01	x	1,87E-01	1,47E-02	9,82E-02	3,97E-02

Tableau 15-12 : Valeurs des poids associés à chaque dosimètre obtenues par la méthode utilisant une matrice intermédiaire, pour 5σ de perturbation, le dosimètre cobalt étant retiré.

Énergie (MeV)	Flux TRI-POLI-4®	écart/référence	Flux ré-estimé	Incertitude associée	écart/référence
0 à 0,578	1,53E+12	6,55%	1,42E+12	1,29%	-1,00%
0,578 à 1	1,61E+11	7,32%	1,49E+11	1,04%	-0,41%
1 à 1,225	4,40E+10	8,08%	4,07E+10	1,04%	-0,07%
1,225 à 1,423	2,39E+10	7,91%	2,22E+10	1,03%	0,05%
1,423 à 2,725	6,64E+10	8,35%	6,11E+10	0,955%	-0,23%
2,725 à 2,865	3,08E+09	9,57%	2,81E+09	0,958%	-0,05%
2,865 à 6,065	2,37E+10	10,16%	2,13E+10	1,01%	-0,69%
6,065 à 20	4,40E+09	10,64%	3,98E+09	0,974%	0,08%
Total	1,65E+11	8,52%	1,50E+11	0,976%	-1,35%
>1MeV	1,86E+12	6,79%	1,69E+12	0,975%	-2,87%

Tableau 15-13 : Test de robustesse pour 5σ de perturbation sur le calcul de référence appliqué sur les différents sous domaines, le dosimètre cobalt étant retiré.

15.5.3 Altération de $10\sigma = 1\text{cm}$ de l'épaisseur du cloisonnement

Altération de $10\sigma = 1 \text{ cm}$ de l'épaisseur du cloisonnement avec tous les dosimètres

Énergie (MeV)	Fe54(n,p)	Ni58(n,p)	Co59(n, γ)	Cu63(n, α)	U8(n,f)	Nb93(n,n')	Np237(n,f)
0 à 0,578	x	4,39E-01	3,90E-01	x	1,57E-02	1,11E-01	4,43E-02
0,578 à 1	2,47E-01	3,31E-01	2,91E-01	x	1,25E-02	8,39E-02	3,38E-02
1 à 1,225	2,50E-01	3,33E-01	2,88E-01	x	1,25E-02	8,34E-02	3,35E-02
1,225 à 1,423	2,50E-01	3,33E-01	2,87E-01	x	1,26E-02	8,33E-02	3,35E-02
1,423 à 2,725	2,13E-01	2,85E-01	2,51E-01	1,39E-01	1,09E-02	7,24E-02	2,92E-02
2,725 à 2,865	2,13E-01	2,84E-01	2,46E-01	1,47E-01	1,07E-02	7,12E-02	2,86E-02
2,865 à 6,065	2,14E-01	2,85E-01	2,49E-01	1,41E-01	1,08E-02	7,18E-02	2,89E-02
6,065 à 20	2,13E-01	2,84E-01	2,44E-01	1,48E-01	1,07E-02	7,11E-02	2,86E-02
Total	2,05E-01	2,75E-01	2,71E-01	1,35E-01	1,07E-02	7,29E-02	3,01E-02
>1MeV	2,10E-01	2,81E-01	2,57E-01	1,39E-01	1,09E-02	7,31E-02	2,97E-02

Tableau 15-14 : Valeurs des poids associés à chaque dosimètre obtenues par la méthode utilisant une matrice intermédiaire, pour 10σ de perturbation

Énergie (MeV)	Flux TRI-POLI-4®	écart/référence	Flux ré-estimé	Incertitude associée	écart/référence
0 à 0,578	1,63E+12	13,43%	1,44E+12	1,13%	-0,21%
0,578 à 1	1,72E+11	14,93%	1,49E+11	1,00%	-0,42%
1 à 1,225	4,74E+10	16,36%	4,07E+10	1,02%	-0,04%
1,225 à 1,423	2,60E+10	17,26%	2,22E+10	1,03%	0,02%
1,423 à 2,725	7,19E+10	17,45%	6,10E+10	0,970%	-0,36%
2,725 à 2,865	3,41E+09	21,18%	2,81E+09	1,02%	-0,01%
2,865 à 6,065	2,59E+10	20,77%	2,14E+10	1,02%	-0,43%
6,065 à 20	4,86E+09	22,43%	3,97E+09	1,04%	0,02%
Total	1,80E+11	17,76%	1,50E+11	0,996%	-1,65%
>1MeV	1,98E+12	13,94%	1,68E+12	0,977%	-3,63%

Tableau 15-15 : Test de robustesse pour 10σ de perturbation sur le calcul de référence appliqué sur les différents sous domaines

Altération de $10\sigma = 1\text{cm}$ de l'épaisseur du cloisonnement en retirant un dosimètre (Cobalt)

Énergie (MeV)	Fe54(n,p)	Ni58(n,p)	Co59(n,γ)	Cu63(n,α)	U8(n,f)	Nb93(n,n')	Np237(n,f)
0 à 0,578	x	7,20E-01	x	x	2,64E-02	1,81E-01	7,27E-02
0,578 à 1	3,49E-01	4,67E-01	x	x	1,76E-02	1,18E-01	4,77E-02
1 à 1,225	3,51E-01	4,67E-01	x	x	1,76E-02	1,17E-01	4,71E-02
1,225 à 1,423	3,51E-01	4,67E-01	x	x	1,76E-02	1,17E-01	4,70E-02
1,423 à 2,725	2,84E-01	3,81E-01	x	1,85E-01	1,46E-02	9,67E-02	3,90E-02
2,725 à 2,865	2,82E-01	3,77E-01	x	1,94E-01	1,42E-02	9,44E-02	3,80E-02
2,865 à 6,065	2,85E-01	3,79E-01	x	1,88E-01	1,44E-02	9,57E-02	3,85E-02
6,065 à 20	2,82E-01	3,76E-01	x	1,95E-01	1,41E-02	9,41E-02	3,78E-02
Total	2,82E-01	3,77E-01	x	1,86E-01	1,47E-02	9,98E-02	4,12E-02
>1MeV	2,82E-01	3,78E-01	x	1,87E-01	1,47E-02	9,83E-02	3,99E-02

Tableau 15-16 : Valeurs des poids associés à chaque dosimètre obtenues par la méthode utilisant une matrice intermédiaire, pour 10σ de perturbation, le dosimètre cobalt étant retiré.

Énergie (MeV)	Flux TRI-POLI-4®	écart/référence	Flux ré-estimé	Incertitude associée	écart/référence
0 à 0,578	1,63E+12	13,43%	1,43E+12	1,45%	-0,69%
0,578 à 1	1,72E+11	14,93%	1,49E+11	1,19%	-0,59%
1 à 1,225	4,74E+10	16,36%	4,07E+10	1,21%	-0,06%
1,225 à 1,423	2,60E+10	17,26%	2,22E+10	1,22%	0,03%
1,423 à 2,725	7,19E+10	17,45%	6,10E+10	1,12%	-0,50%
2,725 à 2,865	3,41E+09	21,18%	2,81E+09	1,17%	-0,01%
2,865 à 6,065	2,59E+10	20,77%	2,13E+10	1,18%	-0,64%
6,065 à 20	4,86E+09	22,43%	3,98E+09	1,19%	0,10%
Total	1,80E+11	17,76%	1,49E+11	1,16%	-2,38%
>1MeV	1,98E+12	13,94%	1,65E+12	1,16%	-5,41%

Tableau 15-17 : Test de robustesse pour 10σ de perturbation sur le calcul de référence appliquée sur les différents sous domaines, le dosimètre cobalt étant retiré.

15.6 REPRÉSENTATIVITÉ DU BENCHMARK FLUOLE2

La maquette FLUOLE2, qui a déjà été présentée dans le paragraphe 9.2, a été construite dans le but d'être représentative d'un réacteur à eau pressurisée 900 ou 1450 MWe du parc nucléaire français, c'est-à-dire que les neutrons qui vont atteindre les différentes structures externes de FLUOLE2 ont le même parcours optique que les neutrons dans un REP.

La notion de représentativité a été introduite par V. V. Orlov en 1980 [72] [76], il s'agit d'un paramètre sans dimension compris entre 0 et 1 qui permet de quantifier la similitude entre une expérience ou un benchmark avec une application industrielle en termes de sensibilité pour une grandeur physique d'intérêt. Elle s'obtient à partir des sensibilités de la grandeur d'intérêt (par exemple aux données nucléaires ou sur des données technologiques) et aux données de covariance associées. La représentativité se calcule à l'aide de la formule suivante :

$$r = \frac{S_r^t D S_e}{\sqrt{S_r^t D S_r} \sqrt{S_e^t D S_e}}$$

dans laquelle :

- r est la représentativité pour la grandeur d'intérêt ;
- S_r (et respectivement S_e) est la sensibilité à la grandeur d'intérêt dans l'application industrielle (et respectivement dans l'expérience) ;
- D est la matrice de covariance, définie positive, pour la grandeur d'intérêt.

D'un point de vue physique, la représentativité correspond à la corrélation entre les deux applications. Par conséquent, plus la représentativité est proche de 1, plus la similitude entre les applications est grande. La limite considérée entre une « bonne » ou une « mauvaise » représentativité est dépendante des applications étudiées. Mais il est considéré dans la littérature [77] qu'un coefficient supérieur à 0,9 traduit une bonne représentativité.

Un modèle académique représentatif d'un réacteur à eau pressurisée est également utilisé dans ce travail de thèse pour tester les méthodes de calcul de la fluence neutronique. Il serait intéressant de tester la représentativité de notre modèle académique utilisé par la suite avec le modèle FLUOLE2 ou avec un REP afin de vérifier si les conclusions que l'on peut obtenir à l'aide du modèle académique sont valides.

La représentativité de l'expérience FLUOLE2 par rapport au modèle académique a été testée pour deux paramètres indépendants qui sont l'épaisseur de l'enveloppe ainsi que la densité de l'eau (paramètre lié à sa température). Pour cela, des simulations prenant en compte des perturbations ont été réalisées. Les résultats ainsi obtenus permettent d'obtenir les sensibilités de la fluence des neutrons d'énergie supérieure à 1 MeV aux deux paramètres considérés puis la représentativité. Les

données obtenues dans le cas de l'eau sont :

$$\|S_e\| = \begin{vmatrix} 6,49E-10 & 0 & \dots \dots \dots & 0 \\ 0 & 1,05E-10 & \ddots & \vdots \\ \vdots & & 1,27E-09 & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 6,03E-10 \\ 0 & \dots \dots \dots & 0 & 4,83E-10 \end{vmatrix}$$

$$\|D\| = \begin{vmatrix} 0,0110 & 0 & \dots \dots \dots & 0 \\ 0 & 0,0066 & \ddots & \vdots \\ \vdots & & 0,0044 & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0,0022 \\ 0 & \dots \dots \dots & 0 & 0,0011 \end{vmatrix}$$

$$\|S_r\| = \begin{vmatrix} 3,50E+8 & 0 & \dots \dots \dots & 0 \\ 0 & 3,52E+8 & \ddots & \vdots \\ \vdots & & 9,99E+08 & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 4,85E+08 \\ 0 & \dots \dots \dots & 0 & 7,21E+08 \end{vmatrix}$$

Pour l'enveloppe, on obtient :

$$\|S_e\| = \begin{vmatrix} 1,96E-09 & 0 & \dots \dots \dots & 0 \\ 0 & 2,11E-09 & \ddots & \vdots \\ \vdots & & 1,31E-09 & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 1,83E-09 \\ 0 & \dots \dots \dots & 0 & 2,08E-09 \end{vmatrix}$$

$$\|D\| = \begin{vmatrix} 0,5775 & 0 & \dots \dots \dots & 0 \\ 0 & 0,3465 & \ddots & \vdots \\ \vdots & & 0,2310 & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0,1155 \\ 0 & \dots \dots \dots & 0 & 0,0578 \end{vmatrix}$$

$$||S_r|| = \begin{vmatrix} 1,61E+8 & 0 & \dots \dots & 0 \\ 0 & 2,82E+8 & \ddots & \vdots \\ \vdots & & 3,23E+08 & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 2,64E+07 \\ 0 & \dots \dots & 0 & 2,85E+08 \end{vmatrix}$$

À l'aide de ces matrices, les représentativités de FLUOLE2 par rapport au cas académique suivantes ont été obtenues :

- pour l'eau, $r = 0,9404$
- pour l'enveloppe, $r = 0,8994$

Les représentativités obtenues étant très proches ou supérieures à 0,9, cela implique que l'expérience FLUOLE2 est représentative du cas académique.

On notera que V. V. Orlov introduit également la notion de transposition qui permet également de « corriger » le calcul par l'apport de mesures provenant d'expériences intégrales, et d'en réduire l'incertitude associée. Cet aspect pourrait être approfondi ultérieurement dans le prolongement de cette thèse.