

# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>I Le modèle cosmologique</b>	<b>3</b>
I.1 Bienvenue dans la plus belle histoire de tous les temps . . . . .	3
I.1.1 Quelques bases pour commencer . . . . .	5
I.1.2 <i>Redshift</i> et distances en cosmologie . . . . .	15
I.1.3 Paramètres cosmologiques . . . . .	20
I.1.4 Problèmes du modèle et nécessité de l'inflation . . . . .	24
I.1.5 Nucléosynthèse primordiale et CMB . . . . .	26
I.2 L'Univers vue par les perturbations . . . . .	31
I.2.1 Inflation, génération des perturbations . . . . .	33
I.2.2 Evolution dans le plasma . . . . .	36
I.2.3 Spectre de température du CMB . . . . .	43
I.2.4 Polarisation du CMB, mise en évidence de l'oscillation de la matière .	49
I.2.5 Vers la formation des structures, la réionisation . . . . .	58
I.2.6 Un petit mot de la <i>line of sight approach</i> . . . . .	67
<b>II Les structures dans l'Univers</b>	<b>69</b>
II.1 Evolution linéaire . . . . .	69
II.2 Un mot rapide sur les BAO . . . . .	74
II.3 Formation des amas de galaxies . . . . .	78
II.4 Fonction de masse . . . . .	82
II.4.1 Fonction de masse de Press-Schechter . . . . .	82
II.4.2 Les autres fonctions de masse . . . . .	83
II.5 Les amas de galaxies . . . . .	84
II.5.1 De Messier à Planck . . . . .	84

II.5.2	Description des composantes des amas . . . . .	87
II.5.3	Différentes observations des amas . . . . .	90
II.6	La cosmologie avec les amas . . . . .	106
II.6.1	Comptage des amas . . . . .	106
II.6.2	Rapport masse sur luminosité . . . . .	106
II.6.3	Fraction de gaz . . . . .	107
II.6.4	Distance angulaire . . . . .	107
<b>III</b>	<b>Les expériences</b>	<b>109</b>
III.1	Le satellite PLANCK . . . . .	109
III.2	Sloan Digital Sky Survey (SDSS) . . . . .	111
III.3	Large Synoptic Survey Télescope (LSST) . . . . .	112
<b>IV</b>	<b>Modélisation</b>	<b>115</b>
IV.1	Extension du modèle Optique/Infrarouge . . . . .	115
IV.1.1	Hypothèses utilisées . . . . .	116
IV.1.2	Test du modèle . . . . .	122
IV.2	Simulations . . . . .	124
IV.2.1	Simulations du premier ordre . . . . .	124
IV.2.2	Simulations Monte-Carlo . . . . .	129
<b>V</b>	<b>Algorithme de reconstruction des amas</b>	<b>138</b>
V.1	Algorithme . . . . .	138
V.1.1	Sélection des galaxies elliptiques . . . . .	139
V.1.2	Construction des amas potentiels . . . . .	140
V.1.3	Étude des amas potentiels . . . . .	142
V.2	Comparaison sur les amas proches ( $z < 0,3$ ) . . . . .	147
V.2.1	Construction du catalogue MaxBCG . . . . .	147
V.2.2	Test sur le catalogue . . . . .	148
V.3	Calibration . . . . .	149
V.3.1	Constitution du catalogue simulé . . . . .	151
V.3.2	Application de l'algorithme sur le catalogue . . . . .	153
V.3.3	Application de la méthode sur le catalogue simulé . . . . .	157
V.4	Comparaison avec les amas lointains ( $z > 0,3$ ) . . . . .	171
V.4.1	Construction du catalogue WHL . . . . .	171

V.4.2 Comparaison avec mon algorithme . . . . .	172
V.4.3 Travail sur les amas X . . . . .	172
V.5 Catalogue aléatoire . . . . .	175
<b>VI Conclusion et perspectives</b>	<b>181</b>
VI.1 Conclusion . . . . .	181
VI.2 Perspectives . . . . .	182
VI.2.1 Amélioration de l'algorithme de reconstruction . . . . .	182
VI.2.2 Application à d'autres expériences . . . . .	183
VI.2.3 Amélioration des simulations . . . . .	183
VI.2.4 Calibration de la CLF à haut <i>redshift</i> . . . . .	183
VI.2.5 Idées à creuser . . . . .	184
<b>Annexes</b>	<b>189</b>
<b>A Calcul pour les distances dans l'algorithme de reconstruction</b>	<b>191</b>
<b>B Distances en cosmologie</b>	<b>193</b>
<b>C Méthode des moindres carrés et matrice de Fisher</b>	<b>195</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>199</b>
<b>Index</b>	<b>205</b>

# Table des figures

I.1	Mesure historique de Edwin Hubble en 1931 . . . . .	4
I.2	Univers statistique . . . . .	9
I.3	Géométries de l'Univers . . . . .	11
I.4	Mesure <i>redshift</i> spectroscopique . . . . .	16
I.5	Effet du facteur d'échelle sur l'angle observé . . . . .	20
I.6	Courbe de l'accélération de l'expansion par les supernovae . . . . .	22
I.7	Valeurs des paramètres cosmologiques . . . . .	23
I.8	Evolution des paramètres énergétiques en fonction du <i>redshift</i> . . . . .	24
I.9	Horizon causal dans le CMB . . . . .	25
I.10	Abondance des éléments légers primordiaux . . . . .	29
I.11	Corps noir du CMB . . . . .	30
I.12	CMB vue par COBE et WMAP . . . . .	32
I.13	Modèle typique de potentiel pour le champs d'inflaton . . . . .	34
I.14	Etat initial des perturbations . . . . .	36
I.15	Début de la compression des perturbations . . . . .	37
I.16	Premier maximum de compression . . . . .	39
I.17	Cycle de compression-dilatation des perturbations . . . . .	41
I.18	Relation entre oscillation et température . . . . .	44
I.19	Amplification des compressions par la matière noire de $\Delta T$ . . . . .	45
I.20	Amplification des compressions par la matière noire sur $\Delta T^2$ . . . . .	46
I.21	Surface de dernière diffusion . . . . .	47
I.22	Spectre de puissance angulaire $\langle TT \rangle$ . . . . .	48
I.23	Polarisation linéaire par diffusion Thomson . . . . .	50
I.24	Flux non polarisé par diffusion Thomson . . . . .	51
I.25	Monopôle, Dipôle et Quadrupôle . . . . .	52
I.26	Quadrupôle, flux polarisé par diffusion Thomson . . . . .	52

---

I.27	Perturbation en phase de compression . . . . .	53
I.28	Polarisation d'une perturbation en phase de compression . . . . .	54
I.29	Perturbation en phase de dilatation . . . . .	55
I.30	Polarisation d'une perturbation en phase de dilatation . . . . .	56
I.31	Modes E . . . . .	56
I.32	Modes B . . . . .	56
I.33	Mesure du spectre de puissance angulaire $\langle EE \rangle$ par QUAD . . . . .	58
I.34	Estimation spectre de puissance $\langle BB \rangle$ en fonction de $T/S$ . . . . .	59
I.35	Modèle de réionisation en bulles . . . . .	60
I.36	Evolution de la répartition de la matière . . . . .	61
I.37	Diffusion des photons du CMB pendant la réionisation . . . . .	62
I.38	Evolution de la contribution aux moments angulaires d'un mode $k$ (1/3) . . . . .	63
I.39	Evolution de la contribution aux moments angulaires d'un mode $k$ (2/3) . . . . .	64
I.40	Evolution de la contribution aux moments angulaires d'un mode $k$ (3/3) . . . . .	64
I.41	Evolution des spectres avec la profondeur optique de la réionisation . . . . .	66
I.42	Resumé des spectres . . . . .	67
I.43	Courbure de l'Univers . . . . .	67
II.1	Facteur de croissance . . . . .	74
II.2	Modification des structures avec le facteur de croissance . . . . .	75
II.3	Evolution d'une coquille de surdensité . . . . .	76
II.4	Evolution des espèces BAO (1/3) . . . . .	77
II.5	Evolution des espèces BAO (2/3) . . . . .	77
II.6	Evolution des espèces BAO (3/3) . . . . .	78
II.7	Mesure du pic des BAO . . . . .	79
II.8	Modèle sphérique des surdensités . . . . .	80
II.9	Evolution du contraste critique et du contraste de virialisation . . . . .	82
II.10	Exemple de fonction de masse Press-Schechter . . . . .	84
II.11	Fonction de Jenkins Vs Simulation Millenium . . . . .	85
II.12	Photo de Abell 370 (HST) . . . . .	86
II.13	Abell1689 X-optique . . . . .	92
II.14	Spectre d'amas en X . . . . .	93
II.15	Effet Sunyaev-Zel'dovich - Spectres . . . . .	94
II.16	Effet Sunyaev-Zel'dovich - Images . . . . .	96

---

II.17	Mesure de la CLF de Yang et al . . . . .	98
II.18	Evolution des paramètres de la CLF en fonction de la masse . . . . .	99
II.19	Fonction de luminosité conditionnelle . . . . .	100
II.20	Évolution du biais $b_g$ galaxie-matière noire . . . . .	102
II.21	HOD de Brown <i>et al.</i> . . . . .	104
II.22	Paramètres bruts de la HOD de Brown . . . . .	105
II.23	Paramètres de la HOD de Brown avec évolution passive . . . . .	105
II.24	Contraintes cosmologiques de la fonction de masse . . . . .	107
III.1	Satellite PLANCK . . . . .	110
III.2	Relevés spectroscopique et photométrique . . . . .	112
III.3	Bandes de SDSS et LSST . . . . .	113
III.4	Comparaison SDSS - DLS . . . . .	114
III.5	Site de LSST . . . . .	114
IV.1	Spectres de galaxies elliptiques locales en fonction de $z_f$ . . . . .	117
IV.2	Spectres de galaxies elliptiques vivant à $z = 1$ en fonction de $z_f$ . . . . .	118
IV.3	Spectres de galaxies elliptiques à $z = 2$ en fonction de $z_f$ . . . . .	119
IV.4	Évolution des spectres avec l'âge . . . . .	120
IV.5	Dispersion M(N)-M(L) Johnston . . . . .	123
IV.6	Comparaison avec la relation de richesse de Johnston <i>et al. 2007</i> . . . . .	124
IV.7	Evolution des magnitudes bandes SDSS . . . . .	125
IV.8	Nombre de galaxies visibles pour $5.10^{14} \text{ M}_\odot$ . . . . .	127
IV.9	Proportion des amas PLANCK dans SDSS . . . . .	128
IV.10	Evolution de la cassure à 4000Å . . . . .	130
IV.11	Evolution des couleurs avec le <i>redshift</i> . . . . .	131
IV.12	Evolution de la matrice de Fisher avec le $z_{formation}$ . . . . .	133
IV.13	Evolution de la matrice de Fisher avec le $z_f$ . . . . .	134
IV.14	Evolution de la matrice de Fisher avec le $z_f$ pour SDSS . . . . .	135
IV.15	Tirage aléatoire des CLF . . . . .	135
IV.16	Prédictions pour les amas de LSST . . . . .	136
IV.17	Amas simulé . . . . .	137
V.1	Première coupure sur les galaxies . . . . .	141
V.2	Première coupure sur les galaxies . . . . .	142

V.3	Meilleur candidat . . . . .	144
V.4	Mauvais candidat . . . . .	145
V.5	Flux SZ associés aux candidats . . . . .	146
V.6	E/SO ridgeline . . . . .	148
V.7	Masses reconstruites pour MaxBCG . . . . .	150
V.8	Masses reconstruites pour MaxBCG avec <i>binning</i> . . . . .	151
V.9	Redshift reconstruits pour MaxBCG . . . . .	152
V.10	Cohérence entre mes estimateurs . . . . .	153
V.11	Approximation gaussienne de la distribution de $\mu$ . . . . .	154
V.12	Surface des deux paramètres d'approximation gaussienne . . . . .	155
V.13	Exemple de débiaisage $z = 0,22$ et $z = 0,34$ . . . . .	156
V.14	Exemple de débiaisage $z = 0,44$ et $z = 0,56$ . . . . .	157
V.15	Evolution du biais avec le <i>redshift</i> . . . . .	158
V.16	Evolution du biais avec le <i>redshift</i> . . . . .	159
V.17	Evolution du biais avec le <i>redshift</i> . . . . .	160
V.18	Reconstruction avec estimateur calibré $M = 5.10^{14} M_{\odot}$ . . . . .	162
V.19	Reconstruction avec estimateur calibré $M = 6.10^{14} M_{\odot}$ . . . . .	163
V.20	Reconstruction avec estimateur calibré $M = 7.10^{14} M_{\odot}$ . . . . .	164
V.21	Reconstruction avec estimateur calibré $M = 8.10^{14} M_{\odot}$ . . . . .	165
V.22	Reconstruction avec estimateur calibré $M = 9.10^{14} M_{\odot}$ . . . . .	166
V.23	Reconstruction avec estimateur calibré $M = 1.10^{15} M_{\odot}$ . . . . .	167
V.24	Distribution du $\chi^2$ en fonction de la masse . . . . .	168
V.25	Distribution du $\chi^2$ en fonction du <i>redshift</i> . . . . .	169
V.26	Distribution du $\chi^2$ en fonction de la qualité de reconstruction . . . . .	170
V.27	Comparaison entre mes <i>redshifts</i> et ceux du catalogue WHL . . . . .	173
V.28	Comparaison entre mes masses et celles du catalogue WHL . . . . .	174
V.29	Comparaison avec le catalogue MACS . . . . .	176
V.30	Reconstruction de l'amas à $z = 0,7$ . . . . .	177
V.31	Résultats du catalogue aléatoire . . . . .	178
V.32	Distribution du $\chi^2$ pour le catalogue aléatoire . . . . .	179
VI.1	Nouvelle CLF . . . . .	185
VI.2	Comparaison du $\chi^2$ en fonction du jeu de couleur choisi . . . . .	186
VI.3	Probabilité de présence d'une galaxie à une distance particulière du centre d'un amas	187

A.1 Repère équatorial . . . . .	192
---------------------------------	-----

# Liste des tableaux

II.1 Paramètres de la CLF de Yang <i>et al.</i> . . . . .	99
---	----



# Introduction

À l'instar de la géologie ou de la paléontologie, la cosmologie est une science qui avance pour regarder plus loin dans le passé. Tandis que les deux premières disciplines tentent de décrire l'évolution de la Terre et de ses habitants, la cosmologie tente de décrire l'Univers et son Histoire. Les avancées technologiques aidant, les vingt dernières années furent le théâtre de grandes découvertes. Parmi elles, la découverte de l'énergie noire par Riess *et al.*(1998) ainsi que Perlmutter *et al.* (1999) au travers de l'observation des supernovae. En ajoutant cette quantité dans le modèle standard de la cosmologie, plus de 90% de l'énergie totale provient de sources inconnues (L'autre composante étant la matière noire).

La nature de cette énergie est une des grandes énigmes qu'on essaie de comprendre actuellement en utilisant plusieurs sondes observationnelles. Les amas de galaxies sont une de ces sondes au même titre que l'étude du pic des BAO, les supernovae ainsi que l'étude de la distribution de la matière au travers de l'effet de lentillage faible (*weak-lensing*). Mon travail fut axé sur la première de ces sondes. Les amas de galaxies sont des objets fascinants autant par leur relation aux propriétés primordiales de l'Univers qu'à leur sensibilité à l'évolution de ce dernier tout au long de son Histoire.

Afin de bien introduire les spécificités de ces objets, j'ai orienté mon introduction à la cosmologie vers les structures. Je commencerai par donner les bases du modèle standard de la cosmologie (noté  $\Lambda$ CDM,  $\Lambda$  pour l'énergie noire et CDM pour la matière noire) en m'appuyant sur les différentes observations qui ont permis son avènement. Ceci passera par l'introduction de la relativité générale qui, sous les hypothèses du Principe cosmologique, nous fournira le cadre théorique. Après avoir développer l'évolution thermique de l'Univers, vue homogène de celui-ci, au travers des trois piliers observationnels que sont :

- la loi de Hubble (l'expansion de l'Univers) ;
- le fond diffus cosmologique ;
- la nucléosynthèse primordiale ;

je m'intéresserai à l'évolution des perturbations primordiales de densité qui sont à l'origine de la formation des structures telles qu'on les connaît. Je commencerai par la génération de ces perturbations lors de la période d'inflation (période primordiale), décrivant par la suite leur évolution jusqu'au découplage rayonnement-matière qui correspond à l'émission du fond diffus cosmologique. J'expliquerai alors les différentes empreintes laissées par ces dernières sur les photons de ce rayonnement au travers de la mesure de leur énergie ainsi que de leur polarisation. Ces empreintes sont la preuve de l'existence des perturbations primordiales, raison pour laquelle je me permettrai d'y consacrer une partie conséquente de cette introduction à la cosmologie.

J'entamerai alors mon second chapitre consacré à la formation des structures. Celui-

ci traitera dans un premier temps du cas des structures subissant des effets gravitationnels faibles (filaments et autres grandes structures) puis dans un second temps le cas des structures où la gravitation domine. Ce sera, bien évidemment, le moment d'introduire la formation des amas de galaxies. Je finirai ce chapitre par les différentes observations et modélisations existantes pour les amas de galaxies ainsi que par la description des différentes méthodes permettant de contraindre les modèles cosmologiques en utilisant ces objets. J'en profiterai pour présenter l'outil à partir duquel j'ai développé mon travail : la fonction de luminosité conditionnelle de Yang *et al.*(2008).

J'introduirai alors dans un troisième chapitre les expériences sur lesquels j'ai travaillé durant ma thèse. Je commencerai par le satellite PLANCK qui observe actuellement le fond diffus cosmologique avec une précision encore jamais atteinte pour une expérience spatiale. Ses caractéristiques permettent d'utiliser l'effet Sunyaev-Zel'dovich afin de détecter les amas de galaxies massifs sur tout le ciel. Cependant, cet effet ne se suffisant pas à lui même, le suivi des candidats dans les données optiques/infrarouge proche est indispensable pour obtenir leur *redshift* ainsi que l'estimation de leur masse. Ce sera tout le sujet de mon travail que j'appliquerai sur les données du relevé SDSS que je présenterai également dans ce chapitre. Pour finir, j'introduirai le futur observatoire LSST pour lequel j'ai réalisé des simulations afin de prédire le pouvoir d'observation des amas de galaxies de celui-ci.

Je présenterai les simulations des amas de galaxies dans le domaine optique/infrarouge dans le quatrième chapitre. Je commencerai par présenter l'outil de génération de spectres de galaxies de Bruzual & Charlot (2003) que j'ai utilisé pour faire évoluer le modèle optique/infrarouge des amas vers les hauts *redshifts*. Je détaillerai alors le modèle évolutif des amas de galaxies, que j'ai mis en place durant ma thèse, tout en présentant les différentes informations qu'on peut en tirer. De plus, ces simulations permettront de calibrer mon algorithme de reconstruction des amas de galaxies dans les données de SDSS dans le but d'assurer le suivi des candidats que détectera le satellite PLANCK.

Je présenterai cet algorithme dans le cinquième chapitre. Je commencerai par détailler l'algorithme en lui même avant d'exposer les résultats de son application sur un catalogue d'amas proches connus (MaxBCG ([Koester et al., 2007b](#))). J'utiliserai ensuite mes simulations afin de calibrer l'algorithme pour la reconstruction des amas lointains puis j'exposerai les résultats de son application sur un catalogue optique ([Wen et al., 2010](#)) ainsi que sur quelques amas observés en X. Je terminerai par l'application de l'algorithme sur un catalogue aléatoire dans le relevé SDSS afin d'évaluer les différents effets systématiques.

Dans une dernière partie, je reviendrai sur les différents points traités lors de mon travail avant de présenter les perspectives des outils que j'ai mis en place durant ces trois dernières années. Elles porteront aussi bien sur les diverses améliorations à apporter que sur les ouvertures envisageables pour mon modèle.

# I. Le modèle cosmologique

---

## I.1 Bienvenue dans la plus belle histoire de tous les temps

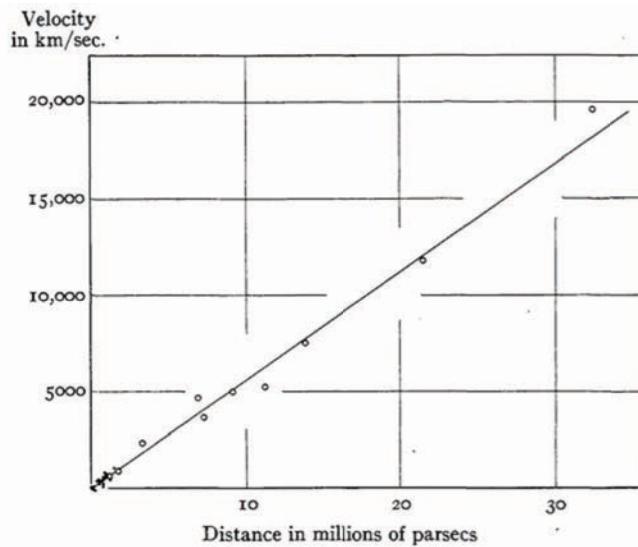
Je vais essayer de raconter la vie de l'univers observable au travers de l'évolution des perturbations qui y vivent. Je m'intéresserai tout particulièrement à ces dernières car sans elles les structures ne seraient pas ce quelles sont et nous ne serions pas là pour en parler. Je vais axer ma présentation sur les inhomogénéités ce qui ne doit pas faire oublier que l'Univers est principalement homogène et isotrope (en fait statistiquement homogène et isotrope, je reviendrai sur ce point par la suite).

La cosmologie est à la fois la science la plus ancienne et la plus récente. Une des premières questions que se sont posée les premiers Hommes doués de réflexion se rapportait à la voûte céleste. Très longtemps les étoiles ont formé dans le ciel les images des croyances les plus diverses.

La cosmologie moderne porte quant à elle sur trois piliers observationnels fondateurs :

- l'observation de l'expansion de l'Univers par Edwin Hubble en 1929 et 1931 ([Hubble, 1929](#)) et ([Hubble & Humason, 1931](#)) (figI.1)
- l'observation du fond diffus cosmologique par Penzias & Wilson ([1965](#))
- l'observation des quantités relatives entre les éléments les plus légers de l'Univers

L'observation de la loi éponyme de Hubble, qui nous dit que tous les objets extra-galactiques s'éloignent de nous avec une vitesse proportionnelle à leur distance depuis notre position, a été un grand tournant dans notre vision de l'Univers. En effet, cette loi met en évidence la nature non-statique de l'Univers car elle peut difficilement s'expliquer par un effet de répartition de la matière, bien que des modèles comme les «*Swiss-cheese Universe*» vont en ce sens, et doit donc s'expliquer par un effet local, égal en tout point au même instant, intégré sur la ligne de visée. C'est la façon la plus intuitive d'expliquer un phénomène proportionnel à la distance séparant l'objet de l'observateur. Dans le cadre de la relativité générale, cela s'exprime par l'introduction d'un facteur d'échelle qui est finalement la préoccupation majeure des cosmologistes depuis son introduction et j'en reparlerai donc tout au long de ma thèse. Ce facteur agit comme un multiplicateur sur les dimensions d'espaces augmentant un volume considéré. La seconde implication des observations de Hubble est la question de la densité du contenu énergétique de l'Univers. En effet, si on croit à la conservation de l'énergie et que l'on modifie le volume de l'univers observable, on modifie



**FIGURE I.1** – On peut voir la vitesse d'éloignement radiale par rapport à nous (mesurées par effet doppler) en fonction de la distance qui nous sépare des galaxies (mesurées par la méthode des Céphéïdes)

également la densité d'énergie de ce dernier. De plus, l'observation montrant que l'Univers est en expansion, implique que l'univers observable était contenu dans un volume plus petit dans le passé. Si on extrapole loin dans le passé, l'Univers peut atteindre une densité ainsi qu'une température infinie. C'est justement cette réflexion qui est à la base des modèles de type «Big-Bang». Ce nom fut donné sarcastiquement par Fred Hoyle à la fin des années 1940 pour ce genre de modèle qui semble donner un instant initial à l'Univers. Dans ces conditions initiales extrêmes, les particules (quarks et gluons sous forme de neutrons et protons, électrons) ont pu former les premiers noyaux légers dans des quantités relatives prédictibles en fonction du modèle choisi, c'est ce qu'on appelle la nucléosynthèse primordiale. Enfin, l'Univers étant tellement chaud à cette époque, les photons du bain thermique sont suffisamment énergétiques pour empêcher les électrons de se coupler aux noyaux afin de former des atomes. Ainsi, l'Univers doit être opaque à la propagation des photons, à la manière du brouillard vis à vis de la lumière visible, tant qu'il ne se refroidit pas suffisamment. L'expansion de l'Univers aidant, la température diminue jusqu'à devenir insuffisante pour garder tout ce petit monde sous forme ionisée et permettre donc aux atomes de se former. Les électrons libres n'étant plus, les photons peuvent à partir de ce moment voyager librement. Ces photons doivent alors être observables aujourd'hui et c'est justement ce qu'ont vu Penzias et Wilson (1965), ce qu'on appelle le rayonnement du fond diffus cosmologique (que j'appellerai CMB<sup>1</sup> par la suite). Ce rayonnement a la même température jusqu'à la troisième décimale  $T_{CMB} = 2,728K$  quelle que soit la direction ce qui est l'observation par excellence de l'homogénéité et de l'isotropie de l'Univers.

La cosmologie de précision est arrivée pour sa part dans les années 1990 avec la mesure de structures dans le CMB, liées à des perturbations primordiales prédictes dans les modèles, par le satellite COBE ce qui valut le prix Nobel à George Smoot (responsable de l'instrument DMR) en 2006. Ce résultat met en évidence que l'Univers, bien qu'homogène au premier abord à cette période, possède déjà en son sein les perturbations dans lesquelles vont se

1. CMB- *Cosmic Microwave Background*

former les structures telles que les galaxies, les amas de galaxies et les grands filaments de matière que l'on observe à notre époque. Dans la continuité, un travail similaire à celui de Hubble a été réalisé par deux équipes sur les supernovae afin d'aller beaucoup plus loin. Cette étude montra en 1998 que l'Univers est en expansion accélérée. Cela amène à l'introduction d'une énergie aux propriétés assez bizarres que l'on appelle, par méconnaissance de celle-ci, énergie noire. Puis en 2001, le satellite WMAP étudia plus précisément les anisotropies du CMB ce qui mit en évidence la quantité majoritaire de matière noire, sous forme de particules non standards<sup>2</sup>, dans l'ensemble de l'Univers et qui serait également nécessaire pour la formation des grandes structures de notre Univers. Ces différentes observations majeures ont conduit à l'introduction en grande quantité de la matière noire et de l'énergie noire. Elles représentent à elles deux 95% du contenu énergétique de l'Univers aujourd'hui. On comprend alors que les enjeux actuels de la physique des hautes énergies incorporent la compréhension de ces deux quantités.

Une part importante de la compréhension du point de vue cosmologique vient de l'étude de l'évolution des perturbations et c'est en ce sens que je vais m'intéresser à l'histoire de celles-ci. Je vais essayer de faire le lien entre tous les stades d'évolution de ces perturbations en partant de leur génération lors de la période inflationnaire, jusqu'à la formation des structures. Mais avant toute chose, il faut commencer par donner le cadre théorique de la cosmologie.

### I.1.1 Quelques bases pour commencer

Comme dit précédemment, la relativité générale est le cadre adapté pour décrire notre Univers. La relativité permet de décrire l'Univers avec une topologie non triviale, évolutive et surtout qui dépend de son contenu énergétique. Le cadre théorique dépend donc de ce que l'on observe dans l'Univers. Il est en ce sens bien compliqué de dissocier la théorie des observations dans la présentation d'un modèle cosmologique. En d'autres termes, l'observation d'une nouvelle source d'énergie (par exemple la matière noire) implique une modification des équations du cadre théorique. Ceci fait que l'observation d'un nouveau comportement de l'Univers peut être interprété soit par la présence d'une nouvelle énergie, aussi étrange soit-elle, soit par une modification du cadre en lui-même et donc d'une remise en question de la relativité générale telle qu'on l'utilise actuellement. Cela se comprendra directement en regardant les équations d'Einstein ([I.14](#)). Cette spécificité de la cosmologie se retrouve également dans la philosophie même de cette science car c'est le seul domaine qui observe son sujet depuis l'intérieur.

Cette spécificité reposant sur la théorie de la relativité générale, je me dois de l'introduire.

#### La relativité générale

En 1916, Albert Einstein ([Einstein, 1916](#)) publie ses travaux sur la relativité générale onze ans après avoir unifié l'espace et le temps en un seul objet (l'espace-temps) au travers de la relativité restreinte. Cette fois, ce sont les propriétés géométriques globales de l'espace-

---

2. Je précise sous forme de particules car une piste sérieusement étudiée était la matière baryonique sous forme de gaz neutre ou d'objets compact telles que les naines brunes. Dans ce cas, il est impossible d'invoquer ce genre d'objets pour expliquer la fonction de corrélation des anisotropies du CMB les températures en jeu alors étant bien trop élevées pour les permettre.

temps qu'il relie à son contenu énergétique. Il s'agit d'une introduction de la matière (au sens gravitationnel du terme) dans le cadre de la relativité restreinte. Mais contrairement à l'interprétation newtonienne de la gravitation, elle n'est plus considérée ici comme une force mais comme un effet géométrique. C'est la fameuse courbure de l'espace-temps. Une variété d'espace-temps sans matière est décrite par la métrique<sup>3</sup> de Minkowski :

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 = c^2 dt^2 - dr^2, \quad (\text{I.1})$$

où le terme  $ds^2$  est appelé «l'élément de distance» invariant. En effet, la partie spatiale seule ne permet pas en relativité de définir un intervalle invariant par changement de référentiel à cause du couplage avec le temps. Or, on veut que la distance entre deux événements (on ne peut plus parler de points mais on doit leur associer un temps ce qui donne un événement) ne varie pas en faisant un changement de référentiel. C'est donc cette quantité qui définit l'intervalle de "distance" au sens relativiste.

Pour des raisons pratiques, je vais tout de suite introduire les notations de sommation d'Einstein. Un événement s'exprime comme un vecteur  $\mathbf{x} = (x_0, x_1, x_2, x_3)^t$  où la composante  $x_0$  est reliée à la dimension de temps et les composantes  $x_1, x_2$  et  $x_3$  sont les dimensions d'espace. On peut donc réécrire la métrique de Minkowski de la manière suivante :

$$ds^2 = c^2 dx_0^2 - dx_1^2 - dx_2^2 - dx_3^2. \quad (\text{I.2})$$

De plus, dans le langage tensoriel les objets ayant un indice en bas sont dit *covariant* ( $x_\mu$ ) et ceux qui ont un indice en haut *contravariant* ( $x^\mu$ ). Un scalaire s'écrit comme le produit d'une forme covariante et d'une forme contravariante, ce qui ressemble furieusement à la convention du produit scalaire pour les vecteurs et pour cause c'est la même chose. Cela s'écrit explicitement  $dx_1^2 = dx_1 dx^1$ . Désormais nous pouvons passer à la sommation implicite d'Einstein sur les indices répétés. Lorsqu'un indice en haut se répète en bas dans un produit alors cela implique une sommation de la manière suivante :

$$\mathbf{v} = \sum_{\alpha} v^\alpha e_\alpha \equiv v^\alpha e_\alpha. \quad (\text{I.3})$$

Une dernière précision sur les indices, la convention usuelle en France est d'utiliser les lettres grecques pour des sommes de 0 à 3 (soit sur l'ensemble des composantes spatio-temporelles) et des lettres latines minuscules pour des sommes uniquement sur la partie spatiale donc variant de 1 à 3. Ainsi, nous pouvons au final écrire la métrique Minkowski comme :

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu, \quad (\text{I.4})$$

avec :

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} c^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (\text{I.5})$$

En fait, la forme que l'on vient d'utiliser avec  $g_{\mu\nu}$  est la forme générale de l'élément infinitésimal entre événements où  $g_{\mu\nu}$  est l'objet qu'on appelle le tenseur métrique. Lorsque l'on met une masse  $M$  ponctuelle à une distance  $R$  d'un observateur on obtient alors la métrique

---

3. objet qui donne la variation entre deux événements infiniment proches

de Schwarzschild. Pour exprimer cette dernière, il est plus aisé d'utiliser les coordonnées sphériques :

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2GM}{c^2 R}\right) c^2 dt^2 - \left(1 - \frac{2GM}{c^2 R}\right)^{-1} dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta^2 d\phi^2). \quad (\text{I.6})$$

J'ai surtout utilisé cet exemple pour montrer la façon d'écrire la métrique dans un repère qui sépare la composante radiale de la composante angulaire ce qui sera particulièrement utile dans l'utilisation de la relativité en cosmologie.

Dans le cas d'une métrique comme celle de Scwharzschild, mais aussi pour toute métrique ayant une courbure non nulle (donc différente d'une métrique de Minkowski), la trajectoire d'une particule soumise à aucune force n'est pas la ligne droite spatiale. De la même manière, pour aller de Paris à Los-Angeles en avion<sup>4</sup>, il est plus rapide de passer par le Canada à cause de la géométrie sphérique de la Terre. Il en va de même pour une particule dans un espace courbe et la trajectoire qui minimise la dépense énergétique (au sens du principe de moindre action, ou encore principe variationnel) est appelée géodésique<sup>5</sup>. L'équation des géodésiques est donnée par :

$$\frac{du^\mu}{ds} + \Gamma_{\alpha,\beta}^\mu u^\alpha u^\beta = 0, \quad (\text{I.7})$$

où  $\mathbf{u}$  est le vecteur quadrivitesse défini comme  $u^\mu = \frac{dx^\mu}{ds}$  et  $\Gamma_{\alpha\beta}^\mu$  est le symbole de Christoffel :

$$\Gamma_{\alpha\beta}^\mu = \frac{1}{2} g^{\mu\nu} (g_{\beta\nu,\alpha} + g_{\alpha\nu,\beta} - g_{\beta\alpha,\nu}), \quad (\text{I.8})$$

où les indices situés après les virgules sont les composantes selon lesquels on dérive. Cela est équivalent à écrire  $g_{\beta\alpha,\nu} = \frac{\partial g_{\beta\alpha}}{\partial x_\nu}$ . Le symbole de Christoffel est également très utile pour exprimer la courbure de la variété définie par la métrique  $g_{\mu\nu}$  au travers du tenseur de Riemann :

$$R_{\alpha\beta\gamma}^\mu = \Gamma_{\alpha\gamma,\beta}^\mu - \Gamma_{\alpha\beta,\gamma}^\mu + \Gamma_{\alpha\gamma}^\delta \Gamma_{\delta\beta}^\mu - \Gamma_{\alpha\beta}^\delta \Gamma_{\delta\gamma}^\mu. \quad (\text{I.9})$$

La trace de ce tenseur est lui-même un tenseur d'ordre 2 obtenu par la contraction  $R_{\mu\nu} = R_{\mu\alpha\nu}^\alpha$ . Celui-ci exprime la courbure spatiale sur une tranche de temps fixée. Si on le multiplie par la métrique  $g^{\mu\nu}$  on obtient alors un scalaire qui est le scalaire de Ricci  $\mathcal{R} = g^{\mu\nu} R_{\mu\nu}$ . Ces deux quantités interviennent dans le tenseur d'Einstein défini comme :

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} \mathcal{R}. \quad (\text{I.10})$$

Ce tenseur étant dérivé du tenseur de Riemann et ce dernier respectant les identités de Bianchi alors, le tenseur d'Einstein les respecte également :

$$G_{,\nu}^{\mu\nu} = \left( R^{\mu\nu} - \frac{1}{2} g^{\mu\nu} \mathcal{R} \right)_{,\nu}. \quad (\text{I.11})$$

Cela nous indique qu'il est de divergence nulle et qu'il est donc conservé dans le temps (la quantité qu'il représente est conservée). Ce tenseur représente la description géométrique de la variété. La partie énergétique est quant à elle décrite par le tenseur énergie-impulsion

4. Un grand merci à mon directeur de thèse qui m'a permis d'en faire l'expérience.

5. nom qui fait justement référence au déplacement sur Terre comme dans l'exemple du vol Paris Los-Angeles.

noté  $T_{\mu\nu}$ . Dans le cas d'un fluide parfait, il s'exprime simplement en fonction de la densité et de la pression comme :

$$T_{\mu\nu} = (p + \rho)u_\mu u_\nu - g_{\mu\nu}p. \quad (\text{I.12})$$

L'élément  $T_{00}$  est la densité volumique d'énergie, les composantes  $T_{i0}$  sont les densités de moments et les composantes  $T_{0i}$  sont les flux d'énergie. La sous-matrice  $T_{ij}$  est la matrice des flux de moment. Comme nous utilisons des fluides parfaits pour représenter les quantités d'énergie, il en résulte que les termes croisés de la sous-matrice  $T_{ij}$ , qui représentent les termes de viscosité, sont nuls. De plus, comme nous allons le voir juste après, le principe cosmologique stipule que l'Univers est statistiquement homogène et isotrope ce qui conduit à la conservation de l'énergie dans toutes les directions et donc  $T_{0i} = 0$ . Par symétrie du tenseur énergie-impulsion il vient également que  $T_{i0} = 0$ . Nous avons finalement un tenseur diagonal. De plus, ce tenseur est à divergence nulle, ce qui se traduit pour le cas du fluide parfait dans une métrique de Minkowski par l'équation :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} - \text{grad}(p) = 0, \quad (\text{I.13})$$

qui est l'équation de conservation de l'énergie locale standard. On peut noter la similitude des propriétés du tenseur d'Einstein et du tenseur énergie-impulsion. Les équations d'Einstein permettent d'exprimer l'un en fonction de l'autre et donc ainsi de relier la description géométrique au contenu énergétique comme :

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = 8\pi GT_{\mu\nu}. \quad (\text{I.14})$$

Le problème majeur pour Einstein avec ces équations est qu'un Univers statique n'en est pas une solution possible. Pour des raisons de croyances personnelles, il décida de trouver la modification la plus simple de ces équations, conservant la propriété de divergence nulle, admettant l'Univers statique comme solution. C'est ainsi qu'il ajouta un terme constant dans la partie géométrique que l'on connaît mieux sous le nom de constante cosmologique  $\Lambda$  :

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R - \Lambda g_{\mu\nu} = 8\pi GT_{\mu\nu}. \quad (\text{I.15})$$

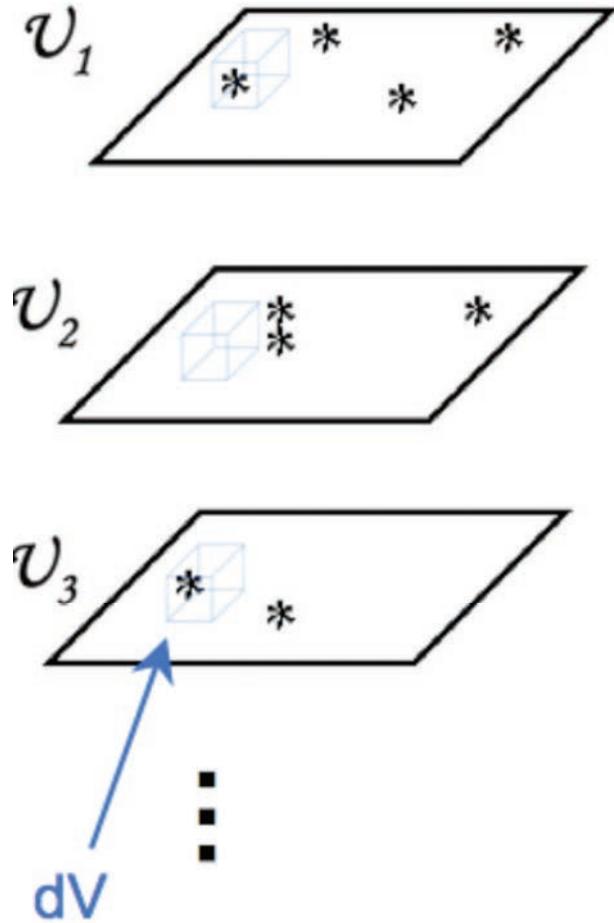
L'histoire montra rapidement, avec les travaux de Hubble ([Hubble, 1929](#)), que l'Univers n'était pas statique dans les observations ce qui mena au retrait de cette constante. Ce n'est que très récemment, en 1999, avec l'observation de l'accélération de l'expansion de l'Univers ([Perlmutter et al., 1999; Riess et al., 1998](#)) que cette constante a été réintroduite. Le but est tout à fait opposé à celui qui a motivé son introduction par Einstein mais le fond mathématique reste le même : c'est la solution la plus simple de divergence nulle qui permet de modéliser l'Univers.

Ces équations générales ne sont pas facilement utilisables sous cette forme. Heureusement pour nous, il y a un principe qui, une fois appliqué laisse des équations plus intuitives. Il s'agit du principe cosmologique et les équations ainsi produites donnent les modèles de Friedmann-Robertson-Walker-Lemaître.

### Modèles de Friedmann-Robertson-Walker-Lemaître

Le principe cosmologique stipule que l'Univers est **statistiquement homogène et isotrope**. Je vais faire une petite digression sur la signification de ce principe. Le mot statisti-

quement sous-entend que l'on considère notre univers observable comme une représentation possible parmi l'ensemble  $\Omega$  de toutes les représentations possibles. En d'autres termes, si je représente notre Univers comme une feuille  $v_1$  à temps  $t$  fixé, alors il appartient à un ensemble  $\Omega(t)$  qui contient cette même tranche pour toutes les représentations  $v_1 \dots v_N$  possibles de l'Univers (figure I.2).



**FIGURE I.2** – Représentation d'un ensemble d'Univers à un temps  $t$  fixé. Je représente la position de galaxies dans chacune de ces représentations ainsi qu'un volume de taille identique et centré sur les mêmes coordonnées spatiales. Dans certains cas il y a une galaxie, parfois deux et souvent aucune. Cependant la moyenne, sur l'ensemble des représentations d'Univers, du nombre de galaxies dans cette boîte vaut une quantité qui ne dépend pas de sa position. C'est en ce sens que l'Univers est statistiquement homogène. Cette figure est extraite du cours de Jim Bartlett

Je représente la position des galaxies dans chacune de ces représentations ainsi qu'un volume de taille identique et centré sur les mêmes coordonnées spatiales  $(x_0, y_0, z_0)$ , coordonnées pour lesquelles il y a une galaxie dans notre univers observable. Dans certains cas il y a une galaxie, parfois deux et souvent aucune. Cependant la moyenne, sur l'ensemble des représentations d'Univers, du nombre de galaxies dans cette boîte vaut une quantité qui ne dépend pas de sa position :

$$\langle N_{gal} \in dV_{(x_0, y_0, z_0)} \rangle_{\Omega(t)} = \left\langle N_{gal} \in dV_{(x'_0, y'_0, z'_0)} \right\rangle_{\Omega(t)}. \quad (\text{I.16})$$

On peut faire le même raisonnement sur la quantité de matière ou d'énergie  $E$  contenue dans la boîte de volume  $dV$  ce qui donne une densité  $\rho = E/dV$  :

$$\langle \rho \in dV_{(x_0, y_0, z_0)} \rangle_{\Omega(t)} = \langle \rho \in dV_{(x'_0, y'_0, z'_0)} \rangle_{\Omega(t)}. \quad (\text{I.17})$$

C'est en ce sens que l'Univers est statistiquement homogène. La moyenne sur l'ensemble des représentations de la densité d'énergie est la même en tout point de l'espace pour un temps fixé. L'isotropie résulte du fait que nous n'avons pas de place particulière dans l'Univers ce qui colle parfaitement avec le cadre relativiste. Cela implique notamment que les propriétés statistiques de l'Univers ne dépendent pas de l'orientation des objets. Seule la distance qui les sépare influe.

De plus, comme l'âge de la partie de l'univers que l'on observe dépend de la profondeur et que les propriétés statistiques sont homogènes et isotropes à un âge fixé il devient intuitif d'utiliser un système de coordonnées qui sépare ces deux composantes : radiale et angulaire. Le système de coordonnées naturel pour décrire cela est le système sphérique :

$$\begin{cases} x_1 = r \sin \theta \sin \phi \\ x_2 = r \sin \theta \cos \phi \\ x_3 = r \cos \theta \end{cases}, \quad (\text{I.18})$$

avec  $r^2 = x_i x^i$ . La métrique pour un Univers statique de courbure  $\kappa$ <sup>6</sup> exprimée dans le système d'unité  $c = 1$ , s'écrit alors comme :

$$ds^2 = dt^2 - \left[ \frac{dr^2}{1 - \kappa r^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \right]. \quad (\text{I.19})$$

L'introduction de la dynamique se fait via un facteur multiplicatif  $a(t)$  des dimensions spatiales variant avec le temps. L'isotropie fait que ce terme est identique qu'elle que soit l'orientation à un temps  $t$  fixé. On l'appelle le facteur d'échelle. Ainsi nous obtenons finalement la métrique de Robertson-Walker( (Robertson, 1935) et (Walker, 1936)) :

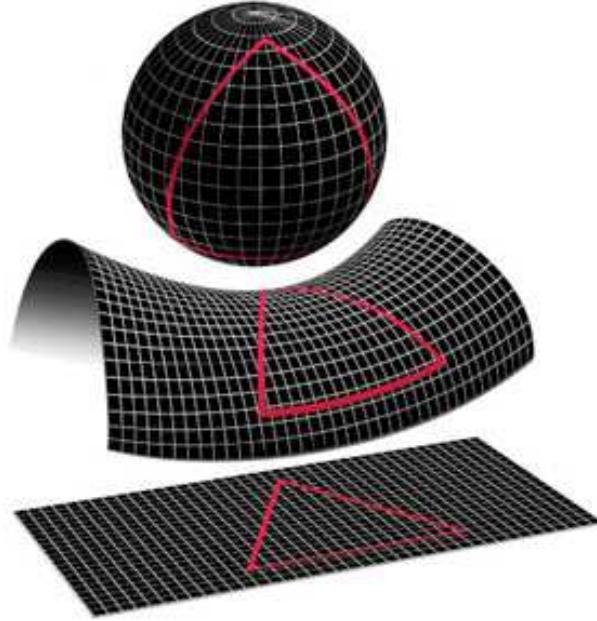
$$ds^2 = dt^2 - a^2(t) \left[ \frac{dr^2}{1 - \kappa r^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \right]. \quad (\text{I.20})$$

Le terme de courbure  $\kappa = R^{-2}$ , où  $R$  est le rayon de la sphère tangente à la variété, peut être soit positif, soit nul, soit négatif :

- $\kappa > 0$  : le rayon de la sphère tangente est fini ce qui nous donne tout de suite que la géométrie de l'Univers est fermé (ou encore sphérique)
- $\kappa = 0$  : le rayon de la sphère tangente tend vers l'infini ce qui donne un Univers plat
- $\kappa < 0$  : Dans ce cas on ne peut pas trouver de sphère tangente. Cela s'explique alors par le fait que les deux rayons de cercles tangents sont opposés ce qui donne  $\kappa = 1/R \times (-R)$ . Cela se traduit géométriquement par une selle de cheval ce qui donne un Univers ouvert.

On trouve assez généralement dans la littérature que la courbure prend trois valeurs précises  $\kappa = -1, 0$  ou  $1$ . Il s'agit en réalité de  $\kappa/|\kappa|$  et il faut alors faire attention au changement de variable dans les calculs.

6. La courbure en trois dimensions s'exprime comme l'inverse du produit des rayons des cercles tangents à la surface. Comme dans notre cas il y a isotropie il vient que ces deux rayons sont identiques et sont égaux au rayon  $R$  de la sphère tangente soit  $\kappa = R^{-2}$



**FIGURE I.3** – Représentation des trois types de géométrie d’Univers. En haut, la géométrie fermée ( $\kappa > 0$ ), au milieu un univers ouvert ( $\kappa < 0$ ) et en bas un univers plat ( $\kappa = 0$ ). En rouge sont indiquées les formes des géodésiques. On peut s’apercevoir que la somme des angles d’un triangle reste bien égale à  $180^\circ$  pour un univers plat mais qu’elle est supérieure pour un univers fermé et inférieure pour un univers ouvert. Ces formes de géodésiques ont une influence sur l’angle mesuré lors d’une observation ce que j’expose dans la section consacrée aux distances [I.1.2](#).

### Les équations de Friedmann

Comme je l’ai mentionné juste auparavant, la dynamique de l’Univers est décrite par le facteur d’échelle  $a(t)$ . Il faut donc relier son évolution aux quantités d’énergies grâce aux équations d’Einstein en utilisant la métrique de Robertson-Walker que nous venons de décrire. Les composantes non-nulles du tenseur de Ricci sont :

$$R_{00} = -3 \frac{\ddot{a}}{a} \quad (\text{I.21})$$

$$R_{ij} = - \left[ \frac{\ddot{a}}{a} + 2 \left( \frac{\dot{a}}{a} \right)^2 + \frac{2\kappa}{a^2} \right] g_{ij}. \quad (\text{I.22})$$

Le scalaire de Ricci devient pour sa part :

$$\mathcal{R} = -6 \left[ \frac{\ddot{a}}{a} + \left( \frac{\dot{a}}{a} \right)^2 + \frac{\kappa}{a^2} \right]. \quad (\text{I.23})$$

De plus, le tenseur énergie impulsion d’un fluide parfait s’écrivant dans le cadre homogène et isotrope comme :

$$\begin{pmatrix} \rho & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -p \end{pmatrix}, \quad (\text{I.24})$$

il vient alors que la composante 00 des équations d'Einstein laisse :

$$H^2 = \left( \frac{\dot{a}}{a} \right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{k}{a^2} + \frac{\Lambda}{3}, \quad (\text{I.25})$$

où  $H$  est la fonction de Hubble car donne directement le taux d'expansion de l'Univers ; étant égal à  $\frac{\dot{a}}{a}$ . On voit bien qu'il s'agit de la "vitesse" d'éloignement  $\dot{a}$  entre deux objets au repos l'un par rapport à l'autre par unité de distance  $a$ . La valeur de ce paramètre aujourd'hui, noté  $H_0$ , est la pente de la droite sur la figure I.1. La valeur de cette constante est aujourd'hui mesurée autour de  $70 \text{ km. s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1}$ .

Ensuite, la différence entre la composante  $ii$  des équations d'Einstein et l'équation I.25 est :

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p) + \frac{\Lambda}{3}. \quad (\text{I.26})$$

La relation de fermeture qui utilise la divergence nulle du tenseur énergie impulsion donne :

$$\dot{\rho} + 3\frac{\dot{a}}{a}(\rho + p) = 0. \quad (\text{I.27})$$

Ces trois équations sont suffisantes pour déterminer l'évolution du facteur d'échelle de l'Univers ainsi que les densités et pressions des différentes composantes énergétiques qui composent ce dernier. Comme nous décrivons ces composantes énergétiques comme des fluides parfaits, nous pouvons utiliser les équations de la thermodynamique pour déterminer leur équation d'état  $\omega = \frac{p}{\rho}$  et ainsi exprimer l'ensemble du modèle thermique comme dépendant des paramètres  $a$ ,  $\rho_i$  et  $\omega_i$  où les indices  $i$  représentent les différentes composantes ( $b$  pour la matière baryonique,  $m$  pour la matière noire,  $R$  pour la radiation des photon,  $K$  pour la courbure de l'Univers et  $\Lambda$  pour l'énergie noire).

### Les équations d'état et évolution des paramètres

Le plus simple est bien évidemment le cas d'un fluide qui n'a pas de pression. C'est le cas de la matière noire mais également de toute matière non relativiste. Ainsi,  $p$  valant zéro, il vient immédiatement que :

$$\omega_b = \omega_m = 0. \quad (\text{I.28})$$

Dans le cas d'un fluide relativiste, ce qui est notamment le cas des photons, la relation entre la pression et la densité d'énergie est :

$$p_{rel} = \frac{\rho}{3}, \quad (\text{I.29})$$

autrement dit  $\omega_\gamma = 1/3$ . Pour finir, l'équation d'état de l'énergie noire n'étant pas connue pour le moment, je vais la noter  $\omega_\Lambda$  puis je vais mettre les contraintes théoriques usuelles juste après en imposant un effet d'accélération sur l'expansion de l'Univers. En utilisant les équations I.25 et I.27 ainsi qu'en se plaçant dans un Univers plat et sans constante cosmologique, je peux faire la résolution simple de l'évolution de la densité d'énergie en fonction du facteur d'échelle ainsi que l'évolution du facteur d'échelle en fonction du temps. Je vais traiter de manière générale (sans spécifier la valeur de  $\omega$ ) les évolutions en prenant en

compte un seul fluide, celui qui domine. En partant de l'équation I.27 ainsi qu'en incorporant l'équation d'état du fluide on obtient :

$$\dot{\rho} + 3\frac{\dot{a}}{a}(\rho + \omega\rho) = \dot{\rho} + 3\frac{\dot{a}}{a}(1 + \omega)\rho = 0. \quad (\text{I.30})$$

On peut y reconnaître une équation à variables séparables ce qui nous permet la réécriture suivante :

$$\frac{\dot{\rho}}{\rho} + 3(1 + \omega) \times \frac{\dot{a}}{a} = \frac{1}{a^{3(1+\omega)}} \frac{d}{dt}(\rho a^{3(1+\omega)}) = 0. \quad (\text{I.31})$$

Cette équation nous informe donc que  $\rho a^{3(1+\omega)}$  est constant dans le temps ce qui nous donne finalement la solution :

$$\boxed{\rho \propto a^{-3(1+\omega)}}. \quad (\text{I.32})$$

On peut définir le rapport exact entre ces deux quantités en utilisant le fait que le facteur d'échelle est pris par définition comme valant 1 aujourd'hui. De plus, je noterai les densités avec un indice 0 pour leur valeur mesurée aujourd'hui. Comme  $\rho a^{3(1+\omega)}$  est constant dans le temps, nous avons  $\rho_0 a_0^{3(1+\omega)} = \rho a^{3(1+\omega)}$  et en utilisant  $a_0 = 1$  nous obtenons finalement :

$$\boxed{\rho = \rho_0 a^{-3(1+\omega)}}. \quad (\text{I.33})$$

On trouve alors facilement que la densité de la matière évolue comme l'inverse du cube du facteur d'échelle. Cela colle tout à fait avec l'intuition que l'on peut s'en faire puisque le volume, qui évolue en  $a^3$ , est le seul facteur à diluer la densité d'énergie, la masse étant un invariant. Comme la densité de matière s'écrit  $\rho_m = M/V$  on a bien :

$$\rho_m \propto a^{-3}. \quad (\text{I.34})$$

Pour ce qui est d'un fluide relativiste on trouve :

$$\rho_\gamma \propto a^{-4}. \quad (\text{I.35})$$

Cela se comprend comme une dilution de la densité numérique de photon en  $a^3$  ainsi qu'une perte d'énergie en  $a$  due au *redshift* subit par ces derniers. Pour terminer, on peut noter que pour obtenir une densité qui reste constante indépendamment de l'évolution du facteur d'échelle il faut une équation d'état  $\omega = -1$ .

Maintenant que nous avons l'évolution des différentes densités d'énergie en fonction du facteur d'échelle, nous allons pouvoir nous intéresser à l'évolution de ce facteur d'échelle en fonction du temps. Pour cela, nous utilisons l'équation I.25 dans laquelle nous incorporons le résultat que nous venons de trouver. Dans ce cas, il ne faut considérer que le fluide dominant de l'époque étudiée. Je vais faire la démarche pour une période dominée par un fluide d'équation d'état générale  $p = w\rho$ . On réutilise le résultat I.33 :

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho_0 \times a^{-3(1+\omega)}. \quad (\text{I.36})$$

Une solution simple et souvent réaliste est de prendre une forme en loi de puissance. On prend alors  $a(t)/a_0 = a(t) = (t/t_0)^\alpha$  où  $t_0$  est l'âge de l'Univers aujourd'hui. On obtient alors :

$$t^{-2} \propto \frac{8\pi G}{3} t^{-3(1+\omega)\times\alpha}. \quad (\text{I.37})$$

Comme il faut conserver la loi des deux côtés, nous devons avoir :

$$-2 = -3(1 + \omega) \times \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{2}{3(1 + \omega)}. \quad (\text{I.38})$$

Ce qui nous donne finalement que le facteur d'échelle évolue comme :

$$\boxed{a(t) = \left(\frac{t}{t_0}\right)^{\frac{2}{3(1+\omega)}}}, \quad (\text{I.39})$$

pour toute valeur de  $\omega$  différente de  $-1$ , valeur pour laquelle la solution est exponentielle. Je développe le calcul pour ce cas particulier dans la section I.2 avec l'évolution du facteur d'échelle dans la période inflationnaire. Pour ce qui est du cas où la matière non relativiste domine (que je note MD pour *Matter Dominated* en anglais), le facteur d'échelle évolue donc comme :

$$a_{MD}(t) = \left(\frac{t}{t_0}\right)^{\frac{2}{3}}, \quad (\text{I.40})$$

et évolue durant une période dominée par la matière relativiste (que je note RD pour "radiation dominated") comme :

$$a_{RD}(t) = \left(\frac{t}{t_0}\right)^{\frac{1}{2}}. \quad (\text{I.41})$$

Pour l'énergie noire il faut garder la forme générale en appliquant le  $\omega$  désiré. Toutefois, il y a une contrainte sur la valeur de ce paramètre pour que cette énergie permette de modéliser un univers en expansion accélérée. La condition  $\ddot{a}(t) > 0$  donne :

$$\frac{2}{3(1 + \omega)} \times \left(\frac{2}{3(1 + \omega)} - 1\right) t^{\frac{2}{3(1+\omega)} - 2} > 0. \quad (\text{I.42})$$

Comme le temps est ici toujours positif, il faut s'assurer que les deux termes multiplicatifs soient positifs pour respecter l'accélération, soit :

$$\frac{2}{3(1 + \omega)} > 0 \Rightarrow 3(1 + \omega) > 0 \Rightarrow \boxed{\omega > -1}, \quad (\text{I.43})$$

et

$$\frac{2}{3(1 + \omega)} > 1 \Rightarrow 3(1 + \omega) < 2 \Rightarrow \boxed{\omega < -\frac{1}{3}}. \quad (\text{I.44})$$

Il s'avère que pour le cas  $\omega = -1$  l'accélération est exponentielle. Ce point particulier sera développé plus loin (section I.2.1).

Pour finir, on obtient la variation dans le temps de la densité d'énergie d'un fluide en prenant en compte son évolution en fonction du facteur d'échelle puis en prenant l'évolution du facteur d'échelle en fonction du temps pour le fluide dominant l'Univers dans le cas considéré. Ainsi, la densité d'énergie de la matière non relativiste évolue dans un univers dominé par le rayonnement (relativiste) comme :

$$a_{RD}(t) \propto t^{\frac{1}{2}}, \rho_m \propto a^{-3} \Rightarrow \rho_m(RD) \propto t^{-3/2}. \quad (\text{I.45})$$

### I.1.2 Redshift et distances en cosmologie

De part sa nature dynamique, l'Univers dans lequel nous vivons est moins intuitif que ne l'est la vie sur Terre. Un rayonnement émit depuis une lampe fixée solidement au sol depuis un point  $A$ , observée par un joueur de l'équipe de France de football<sup>7</sup> bien fixé au sol au point  $B$ , subit une dilution de son flux comme l'inverse de la surface de sa coquille de propagation :

$$f_{obs} = \frac{L}{4\pi\|AB\|^2}, \quad (\text{I.46})$$

où  $L$  est la luminosité (soit l'intégrale du flux émis par la lampe dans une tranche de temps donnée) et  $\|AB\|$  la distance que l'on mesure avec une règle entre  $A$  et  $B$ . De plus, la taille angulaire qu'observe notre cher tricolore est donnée par la relation :

$$\theta_{obs} = \frac{D_{lampe}}{\|AB\|}, \quad (\text{I.47})$$

où  $D_{lampe}$  est le diamètre de la lampe. La distance utilisée dans cette relation est bien évidemment la même que dans la relation précédente. De plus, la répartition des longueurs d'ondes des photons reçus par notre athlète, toujours aussi statique que lors de ses appels de balles, reste complètement identique à celle émise par la lampe. Ces évidences n'ont lieu d'être qu'uniquement dans un espace plat et statique. Hors de ces conditions, il faut utiliser des distances différentes et c'est bien le cas en cosmologie. De plus, le caractère dynamique de l'Univers induit un effet *Doppler* sur les ondes entre un émetteur et un récepteur au repos l'un par rapport à l'autre. En effet, la dynamique de l'Univers implique une variation du facteur d'échelle entre l'instant  $t_e$ , où est émis le photon, et l'instant  $t_r$  où il est reçu. Dans un univers en expansion, le facteur d'échelle croît avec le temps et donc  $a(t_r) > a(t_e)$ . Or ce facteur s'applique sur toutes les longueurs, les longueurs d'ondes y compris, ce qui donne :

$$\lambda_r = \frac{a(t_r)}{a(t_e)} \times \lambda_e, \quad (\text{I.48})$$

où  $\lambda_e$  et  $\lambda_r$  sont la longueur d'onde émise et reçue. L'effet *Doppler* s'exprime en fonction de la vitesse  $v$  entre l'observateur et l'émetteur comme :

$$\lambda_r = (1 + \frac{v}{c}) \times \lambda_e. \quad (\text{I.49})$$

Dans notre cas, la vitesse n'est pas physique mais induite par l'évolution du facteur d'échelle. On préfère alors remplacer  $v/c$  par  $z$  qu'on appelle la mesure de *redshift*. On l'appelle ainsi car  $a(t_r) > a(t_e)$  implique toujours un agrandissement de la longueur d'onde et donc un étirement des longueurs d'ondes du spectre visible vers le rouge (qui est en définitive la traduction de *redshift*). Dans le cadre des observations cosmologiques, nous les effectuons toutes aujourd'hui avec le même facteur d'échelle  $a(t_0)$  que l'on fixe à 1, soit par égocentrisme, soit pour simplifier les calculs. Au final, la longueur d'onde reçue s'exprime comme :

$$\lambda_r = \frac{a(t_0)}{a(t_e)} \times \lambda_e = \frac{1}{a(t_e)} \times \lambda_e = (1 + z) \times \lambda_e. \quad (\text{I.50})$$

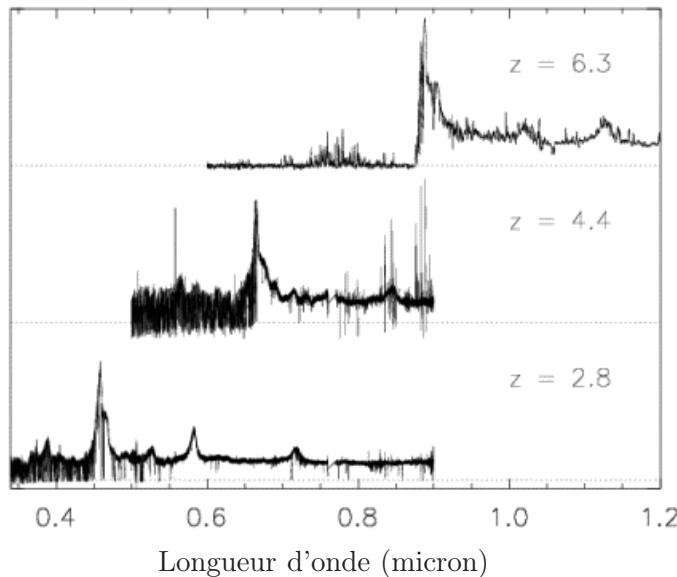
---

7. en cet été 2010, ces derniers font de parfaits observateurs au repos par rapport à la surface de la Terre !!

On en déduit immédiatement la relation entre le *redshift* et le facteur d'échelle de l'Univers au moment de l'émission du photon :

$$a(t_e) = \frac{1}{1+z}. \quad (\text{I.51})$$

Cette relation a un sens très fort car elle relie le paramètre dynamique à une mesure directe. En effet, si l'on mesure un spectre d'objet comme un quasar (figure I.4) à des distances différentes les unes des autres on peut voir un étirement du spectre. Cela apparaît nettement lorsque l'on retrouve les mêmes pics d'émissions qui sont dus aux transitions électroniques autour des atomes présents dans le gaz environnant le quasar. Si on connaît l'élément responsable d'un pic, il suffit alors de comparer la longueur d'onde reçue à la longueur d'onde prédict par la mécanique quantique. C'est ainsi que l'on mesure les *redshift* spectroscopiques. Une autre méthode moins gourmande en temps d'observation, mais modèle dépendante et donc sujette à nombre d'erreurs systématiques, existe. Il s'agit de la détermination photométrique des *redshifts* que je présente en détail dans la section IV.2.2.



**FIGURE I.4** – Trois spectres simulés de quasars pour trois *redshifts* différents. On reconnaît aisément les mêmes pics d'émissions sur chacun des spectres mais décalés (en toute rigueur on peut voir qu'ils sont étirés). Ces pics correspondant aux transitions électroniques d'un élément chimique et que ces transitions quantiques ne variant, a priori, pas en fonction du temps et de la position dans l'Univers on peut donc déduire directement le *redshift* de chacun de ces objets. (image tirée de la page de Robert Simcoe ([http://stuff.mit.edu/people/rsimcoe/FIRE\\_rob/FIREscience.htm](http://stuff.mit.edu/people/rsimcoe/FIRE_rob/FIREscience.htm))). La suppression du flux en amont du pic est due à l'effet Gunn-Peterson (Gunn & Peterson, 1965).

Comme dit précédemment, il faut faire très attention à la notion de distance dans un univers dynamique. Je vais développer le calcul de la distance comobile entre deux objets (celle que l'on voudrait assimiler à la distance mesurée par une règle bien que cela n'est pas de sens en cosmologie) en utilisant le trajet d'un photon émis de l'un vers l'autre. Pour être plus pratique, je vais considérer que le récepteur est sur Terre aujourd'hui. Le photon est émis par au temps  $t_{emis}$  dans un Univers qui possède donc un facteur d'échelle vallant

$a(t_{emis})$ . Il se propage en ligne droite (suivant la géodésique en espace plat) jusqu'à nous, réduisant notre besoin à la composante radiale de la métrique :

$$ds^2 = c^2 dt^2 - a^2(t) dr^2. \quad (\text{I.52})$$

Comme il s'agit d'une particule sans masse, il vient que le photon suit la géodésique donnant  $ds^2 = 0$ . Ce qui nous donne :

$$dr = \frac{cdt}{a(t)}. \quad (\text{I.53})$$

La distance comobile parcourue par le photon est l'intégrale de cette quantité entre l'instant  $t_{emis}$  et aujourd'hui  $t_0$  ce qui revient à :

$$D_{comobile}(t_{emis}) = c \int_{t_{emis}}^{t_0} \frac{dt}{a(t)}. \quad (\text{I.54})$$

Je fais le changement de variable en utilisant l'équation I.25, qui utilise la fonction de Hubble  $H^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2$ , ce qui mène à :

$$dt = \frac{da}{aH}, \quad (\text{I.55})$$

et donc que l'intégrale devient :

$$D_{comobile}(t_{emis}) = c \int_{a(t_{emis})}^{a(t_0)=1} \frac{da}{a^2(t)H(t)} \quad (\text{I.56})$$

Afin de relier la distance à une observable, j'utilise la relation entre le facteur d'échelle et le *redshift* :

$$a(t_{emis}) = \frac{1}{1+z_{emis}} \Rightarrow da = \frac{-dz}{(1+z)^2}, \quad (\text{I.57})$$

et j'utilise le fait que  $z(t_0) = 0$  ce qui donne :

$$D_{comobile}(z_{emis}) = -c \int_{z_{emis}}^0 \frac{dz \times (1+z)^2}{(1+z)^2 H(z)} = c \int_0^{z_{emis}} \frac{dz}{H(z)} \quad (\text{I.58})$$

En utilisant la définition I.25 de la fonction de Hubble ainsi qu'en incorporant les différentes quantités d'énergies mises en jeu ( $\rho_m$ ,  $\rho_R$  et  $\rho_\Lambda = \frac{\Lambda}{8\pi G}$  en considérant une constante cosmologique comme solution à l'énergie noire<sup>8</sup> ainsi qu'en prenant leur évolution en fonction du facteur d'échelle nous obtenons que :

$$H(a) = \sqrt{\frac{8\pi G}{3} \times (\rho_m(a) + \rho_R(a) + \rho_\Lambda)}, \quad \rho_m(a) = \rho_{m,0} a^{-3}, \rho_R(a) = \rho_{R,0} a^{-4}, \quad (\text{I.59})$$

ce qui donne en remplaçant le facteur d'échelle par le *redshift* :

$$H(z) = \sqrt{\frac{8\pi G}{3} \times (\rho_{m,0}(1+z)^3 + \rho_{R,0}(1+z)^4 + \rho_\Lambda)}. \quad (\text{I.60})$$

On définit également la densité critique de l'Univers  $\rho_c$ , quantité pour laquelle l'Univers est plat. On préfère exprimer cette équation en fonction des densités d'énergies rapportées à cette densité critique  $\Omega_i = \frac{\rho_i}{\rho_c}$  ce qui donne au final :

$$H(z) = \sqrt{\frac{8\pi G \rho_c}{3} \times (\Omega_{m,0}(1+z)^3 + \Omega_{R,0}(1+z)^4 + \Omega_\Lambda)}. \quad (\text{I.61})$$

8. dans le cas contraire il faut utiliser la forme générale en laissant le paramètre  $\omega_\Lambda$

On peut l'exprimer en factorisant par la valeur de la fonction de Hubble aujourd'hui  $H_0$  également appelée constante de Hubble :

$$H(z) = H_0 \times \sqrt{(\Omega_{m,0}(1+z)^3 + \Omega_{R,0}(1+z)^4 + \Omega_\Lambda)}. \quad (\text{I.62})$$

Il vient finalement que la distance propre entre un objet observé à un *redshift*  $z_{emis}$  et nous est :

$$D_{\text{propre}}(z_{emis}) = \frac{c}{H_0} \int_0^{z_{emis}} \frac{dz}{\sqrt{(\Omega_{m,0}(1+z)^3 + \Omega_{R,0}(1+z)^4 + \Omega_\Lambda)}}. \quad (\text{I.63})$$

Une chose très importante à noter ici est la présence des paramètres énergétiques caractérisant principalement le modèle cosmologique dans le calcul des distances. Cela implique que la mesure des distances est une sonde directe du modèle cosmologique. Cependant la distance comobile n'est pas utilisable ne correspondant pas à une observation possible. Deux autres distances intervenant dans l'évolution du flux I.46 (distance de luminosité notée  $D_L$ ) et dans le calcul de l'angle d'observation I.47 (distance angulaire notée  $D_A$ ) sont en revanche des observables et il nous faut les exprimer.

### Distance de luminosité

Le flux s'exprime comme une quantité d'énergie<sup>9</sup> par intervalle de temps en par unité de surface de réception. Son unité courante en astrophysique est  $\text{erg. s}^{-1}. \text{cm}^{-2}$ . À la relation I.46 qui exprime la dilution du flux sur la surface de la sphère de propagation (qui influe sur la surface ( $\text{cm}^{-2}$ )), effet bien caractérisé par la distance comobile, il faut ajouter l'effet sur l'énergie modifiée par le *redshift* ainsi que l'effet d'espacement dans le temps de l'arrivée des photons. L'énergie d'un photon s'exprime comme :

$$E = \hbar\nu = \frac{\hbar c}{\lambda}. \quad (\text{I.64})$$

Le photon est émis avec la longueur d'onde  $\lambda$  mais est observé avec la longueur d'onde  $\lambda(1+z)$  ce qui implique que l'énergie subit l'effet du *redshift* comme :

$$E_{\text{obs}} = \frac{\hbar c}{\lambda(1+z)} = \frac{E_{\text{emis}}}{(1+z)}. \quad (\text{I.65})$$

Pour ce qui est de l'espacement dans le temps, il faut prendre un tube de longueur égale à une seconde-lumière au niveau de la source. L'ensemble des  $N$  photons contenus dans ce tube sont observée dans un intervalle de temps valant une seconde car voyageant avec la célérité  $c$ . De par l'étirement des longueurs, il a une longueur d'une seconde-lumière multipliée par  $(1+z)$  au niveau de l'observateur :

$$L_{\text{tube}} = c.1 \text{ s} \rightarrow L'_{\text{tube}} = (1+z) \times c.1 \text{ s}, \quad (\text{I.66})$$

et comme  $c$  est une constante il faut un intervalle de temps de  $(1+z) \times 1 \text{ s}$  pour observer l'ensemble de ces mêmes  $N$  photons. Ceci revient à dire que dans l'intervalle de temps d'une seconde on observe simplement :

$$Nb_\gamma(\text{obs/s}) = \frac{Nb_\gamma(\text{emis/s})}{1+z} \quad (\text{I.67})$$

<sup>9</sup>. souvent exprimée en ergs en astrophysique

Au final, la relation entre le flux et la luminosité pour une source mesurée avec un *redshift*  $z$  est :

$$f_{obs} = \frac{L}{4\pi D_{comobile}^2(z)} \times \frac{1}{(1+z)^2} = \frac{L}{4\pi((1+z) \times D_{comobile}(z))^2}, \quad (\text{I.68})$$

ce qui nous donne directement que la distance de luminosité vaut :

$$D_L(z) = (1+z) \times D_{comobile}(z) = \frac{(1+z) \times c}{H_0} \int_0^{z_{emis}} \frac{dz}{\sqrt{(\Omega_{m,0}(1+z)^3 + \Omega_{R,0}(1+z)^4 + \Omega_\Lambda)}}. \quad (\text{I.69})$$

### Distance angulaire

Pour la mesure d'un angle, il n'y a pas d'énergie en jeu ni d'influence de l'espacement temporel entre les photons observés. Il ne s'agit là que d'une observation de diamètre apparent. Prenons par exemple une galaxie et intéressons nous uniquement à son grand axe de diamètre  $T_g$  (ce choix n'a aucune conséquence sur le raisonnement, le but est simplement de se ramener à une dimension pour incorporer l'effet dans la relation I.47). La taille angulaire, à une dimension, est la portion, occupée par l'objet, du cercle de rayon égal à la distance comobile. En ce sens c'est bien la distance comobile qui est appropriée. Autrement dit, l'angle observé est lié à l'écart entre les photons portant l'information des extrémités de la galaxie. Contrairement au cas statique, représenté en traits noirs sur la figure I.5, l'écart entre les photons extrêmes ne se réduit pas exactement linéairement par l'effet d'étirement dû au facteur d'échelle. Le trajet schématique qui représente le parcours des photons n'est que la somme de l'effet de rétrécissement avec la distance et de l'agrandissement dû au facteur d'échelle. Il n'y a aucun effet géométrique dans ce schéma, la courbure y est nulle. Au final, la galaxie nous semble plus grande d'un facteur  $(1+z)$  que sa taille normale, ce qui se traduit dans l'équation par :

$$\theta_{obs} = \frac{T_g \times (1+z)}{D_{comobile}}, \quad (\text{I.70})$$

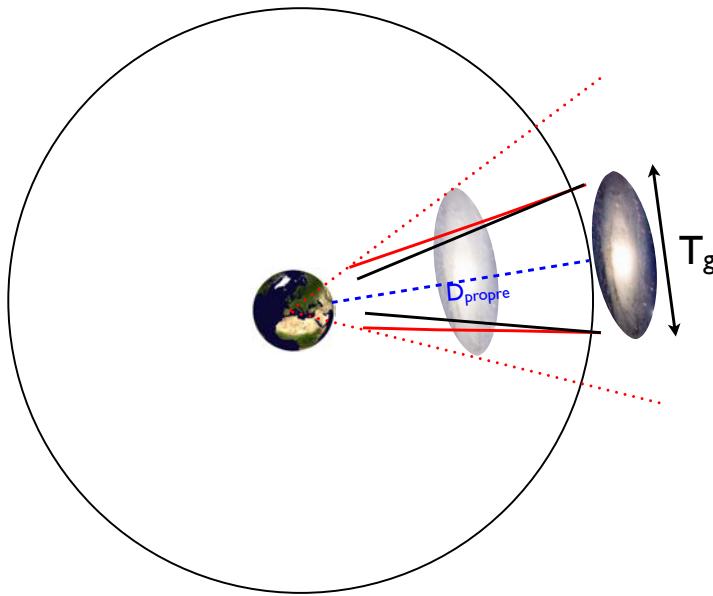
ce qui peut s'écrire :

$$\theta_{obs} = \frac{T_g}{\frac{D_{comobile}}{1+z}}, \quad (\text{I.71})$$

ce qui nous indique tout de suite que la distance angulaire s'exprime comme :

$$D_A(z) = \frac{D_{comobile}(z)}{1+z} = \frac{c}{(1+z) \times H_0} \int_0^{z_{emis}} \frac{dz}{\sqrt{(\Omega_{m,0}(1+z)^3 + \Omega_{R,0}(1+z)^4 + \Omega_\Lambda)}}. \quad (\text{I.72})$$

On peut donc également interpréter cet effet comme l'impression que la galaxie est plus proche qu'elle ne l'est en réalité. C'est ce que je représente avec les traits en pointillés rouges et l'image de la galaxie en transparence, endroit où elle nous semble être si l'on connaît sa taille réelle.



**FIGURE I.5** – Schéma montrant la différence entre le parcours des photons provenant des extrémités de la galaxie pour un univers statique (en noir) et pour un univers dynamique (en rouge). La seule différence est l’êtrement entre les deux faisceaux dû à l’évolution du facteur d’échelle. Au final, l’écart entre les trajets rouges est plus grand d’un facteur  $(1+z)$  qu’entre les trajets noirs. Au final, on a l’impression que la galaxie est plus grande d’un facteur  $(1+z)$  ou une autre façon de le voir est d’avoir l’impression qu’elle est plus proche que la réalité d’un facteur  $(1+z)$  (représenté par l’image de la galaxie en transparence)

### I.1.3 Paramètres cosmologiques

Cela fait quelques pages que j’utilise les paramètres énergétiques du modèle cosmologique sans avoir détaillé ce qu’ils sont.

#### Matière baryonique et Rayonnement

Les deux quantités légitimes qu’il convient d’introduire immédiatement sont la matière baryonique et les photons. La densité de matière baryonique s’exprime par la densité de protons et de neutrons ayant une masse quasiment identique (de l’ordre du  $\text{GeV}/c^2$ ) et plus de mille fois supérieure à celle de l’électron. Les baryons ayant pour la majorité d’entre eux une vitesse faible devant  $c$ , ils sont représentés par un fluide non-relativiste et est noté  $\rho_b = \frac{\Omega_b}{\rho_c}$ . La densité de photon est elle dominée par le rayonnement du fond diffus cosmologique qui présente aujourd’hui une densité de 410 photons par centimètre cube en tous points de l’Univers. Ceci est bien supérieur à la quantité de photons émise par les étoiles surtout lorsque l’on considère les grands espaces vides de notre Univers. S’agissant de particules sans masse, la densité d’énergie de rayonnement  $\rho_R = \frac{\Omega_R}{\rho_c}$  est bien évidemment modélisée par un fluide relativiste.

## Matière noire

La matière noire fut introduite pour la première fois par Fred Zwicky (1933) pour expliquer la vitesse de dispersion des galaxies dans les amas. J'explique plus en détail ce point dans la section consacrée aux amas de galaxies II.5. Cette matière noire fut utile plus tard pour expliquer la courbe de rotation des galaxies puis, plus important encore, pour comprendre les anisotropies du fond diffus cosmologique. J'irai en profondeur sur ce dernier point juste après dans la section réservée aux perturbations I.2.

Dans tous ces cas, la matière noire se doit d'être non-collisionnelle ce qui revient à ne pas interagir ni par interaction forte ni par interaction électromagnétique. Dans le cas contraire elle n'aurait pas les bonnes propriétés physiques pour expliquer les observations sans parler du fait que nous l'aurions déjà vu au travers de processus de désintégration.

Afin d'expliquer les plus petites structures dans le CMB ainsi que la forme du potentiel dans les amas de galaxies, cette matière noire se doit d'être de masse suffisante pour ne pas être relativiste et pour cette raison elle est appelée matière noire froide (CDM pour *Cold Dark Matter* en anglais) par opposition à la matière noire relativiste, dite chaude, représentée par les neutrinos. Elle est donc décrite, à l'instar de la matière baryonique par un fluide non-relativiste. C'est la raison pour laquelle on regroupe souvent la densité de matière noire froide  $\rho_{CDM} = \frac{\Omega_{CDM}}{\rho_c}$  avec la densité de matière baryonique sous le nom de densité de matière  $\rho_m = \frac{\Omega_m}{\rho_c}$ .

## L'énergie noire

Comme expliqué précédemment, l'énergie noire fut introduite en 1999 après l'observation, par Perlmutter *et al.* (1999) ainsi que celle de Riess *et al.* (1998), de l'accélération de l'expansion de l'Univers autour de *redshift* égal à 0,4 au travers de l'observation des supernovae.

Comme nous l'avons vu dans la section consacrée aux distances I.1.2, les paramètres énergétiques apparaissent directement dans le calcul des distances. Ces dernières ne dépendent que des paramètres énergétiques ainsi que du *redshift* qui est une mesure. Dans la relation qui relie le flux à la luminosité des supernovae :

$$f_{obs} = \frac{L}{4\pi D_L^2(z; \Omega_i)} \Rightarrow D_L^2(z; \Omega_i) = \frac{L}{4\pi f_{obs}}, \quad (\text{I.73})$$

le flux  $f_{obs}$  est une observation au même titre que le *redshift*  $z$ . Grâce aux relations de Phillips *et al.* (1993), qui relient la largeur à mi-hauteur de la courbe de lumière dans les différentes bandes d'observations à la luminosité intrinsèque de la supernova, permettent de mesurer indépendamment la luminosité  $L$ . Cela implique qu'au travers de la partie droite de l'équation I.73 nous avons la mesure de la distance de luminosité en fonction du *redshift*. Les résultats qui sont présentés dans la figure I.6 sont exprimés en fonction de la variable  $\mu = m - M$  qui est la différence entre magnitude absolue et magnitude observée. Il s'agit d'une façon masquée d'écrire la distance de luminosité car :

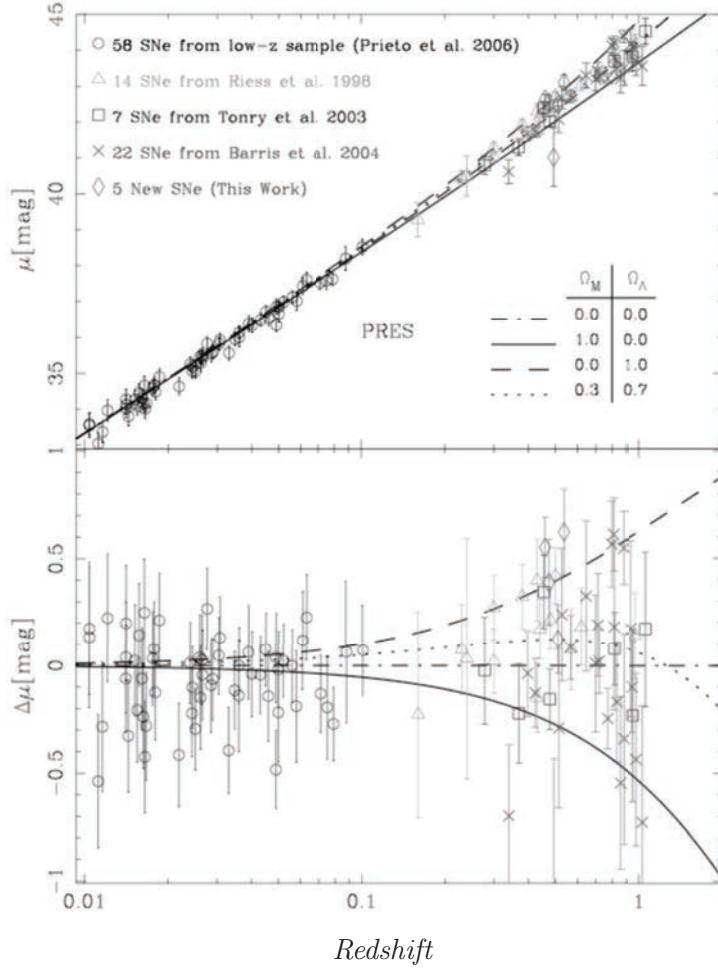
$$m(z) = -2,5 \times \log_{10} \left( \frac{L}{4\pi D_L^2(z)} \right) \quad \text{car} \quad \frac{L}{4\pi D_L^2(z)} = f_{obs}. \quad (\text{I.74})$$

De plus, la magnitude absolue est la magnitude si la supernova était située à 10 pc de nous, soit :

$$M = -2,5 \times \log_{10} \left( \frac{L}{4\pi(10 \text{ pc})^2} \right), \quad (\text{I.75})$$

ce qui donne au final :

$$\mu(z) = m(z) - M = -2,5 \times \log_{10} \left( \frac{L4\pi(10 \text{ pc})^2}{4\pi D_L^2 L} \right) = 2,5 \times \log_{10} \left( \frac{D_L^2(z)}{(10 \text{ pc})^2} \right). \quad (\text{I.76})$$



**FIGURE I.6** – Présentation de la courbe obtenue par l’observation des supernovae de plusieurs sondages traités par l’équipe *High-Z SN Search* ([Clochchiatti et al., 2006](#)). En haut, on voit l’évolution de  $\mu(z) = m(z) - M$  avec le *redshift* avec superposé le modèle avec différentes valeurs pour la densité de matière  $\Omega_{m,0}$  et pour la densité d’énergie pour la constante cosmologique  $\Omega_\Lambda$ . Le modèle privilégié est celui pour lequel  $\Omega_{m,0} = 0,3$  et  $\Omega_\Lambda = 0,7$

### Les principaux paramètres cosmologiques

Je viens de présenter les paramètres énergétiques du modèle du big bang, cependant ce ne sont pas les seuls car le modèle s’est bien affiné depuis ces cinquante dernières années.

Une bonne partie d'entre eux seront expliqués dans la partie réservée aux perturbations I.2. Les principaux paramètres qui s'ajoutent aux paramètres énergétiques sont liés à la période d'inflation ( $n_s; dn_s/d \ln k$  qui sont l'indice spectral des perturbations et le paramètre de roulement lent), aux observations du CMB ainsi qu'aux propriétés de l'Univers à cet instant ( $z_{dec}, r_{hor}(z_{dec})$ ), la normalisation du spectre de puissance de la matière  $\sigma_8$  ainsi qu'au moment où les premières étoiles et autres objets astrophysiques se sont allumés  $z_{reion}$  fournissant des électrons libres qui offrent une profondeur optique d'interaction avec les photons  $\tau$ .

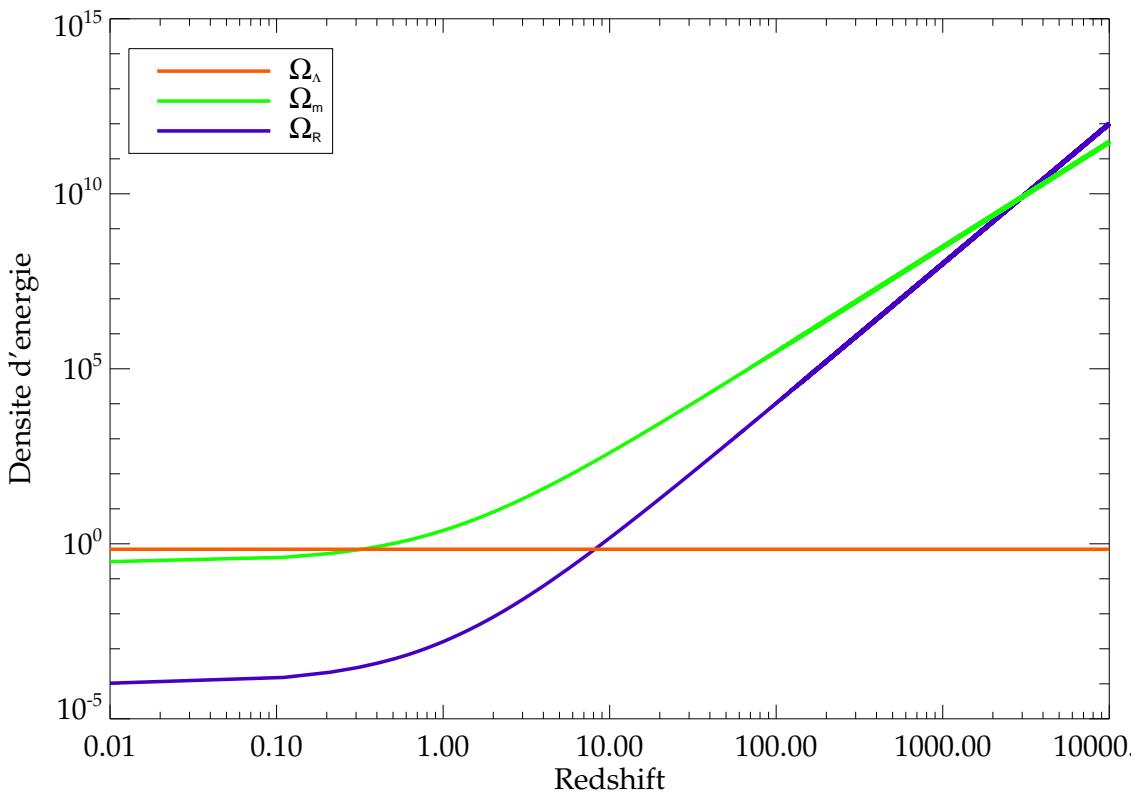
On peut préciser la présence du paramètre  $h$  qui n'est autre que la constante de Hubble normalisée  $h = H_0/(100. \text{ km. s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1})$ . Elle est souvent présente en facteur multiplicatif d'autres paramètres car intervient dans les mesures de distance ce qui influe considérablement sur nombre d'observations. On préfère alors utiliser explicitement la valeur de ces paramètres en fonction de  $h$  permettant à tout un chacun de conserver les bonnes valeurs tout en choisissant une valeur différente pour la constante de Hubble.

WMAP Cosmological Parameters			
Model: lcdm+sz+lens+run			
Data: wmap7+bao+h0			
$10^2 \Omega_b h^2$	$2.225^{+0.064}_{-0.063}$	$1 - n_s$	$-0.008 \pm 0.042$
$1 - n_s$	$-0.093 < 1 - n_s < 0.076$ (95% CL)	$A_{\text{BAO}}(z = 0.35)$	$0.474^{+0.012}_{-0.013}$
$C_{220}$	$5772 \pm 38$	$d_A(z_{\text{eq}})$	$14224^{+131}_{-130} \text{ Mpc}$
$d_A(z_*)$	$14059^{+132}_{-131} \text{ Mpc}$	$\Delta_{\mathcal{R}}^2$	$(2.395^{+0.099}_{-0.098}) \times 10^{-9}$
$dn_s/d \ln k$	$-0.022 \pm 0.020$	$dn_s/d \ln k$	$-0.061 < dn_s/d \ln k < 0.017$ (95% CL)
$h$	$0.696 \pm 0.016$	$H_0$	$69.6 \pm 1.6 \text{ km/s/Mpc}$
$k_{\text{eq}}$	$0.00994 \pm 0.00028$	$\ell_{\text{eq}}$	$139.6 \pm 2.8$
$\ell_*$	$302.36 \pm 0.74$	$n_s$	$1.008 \pm 0.042$
$\Omega_b$	$0.0459^{+0.0016}_{-0.0017}$	$\Omega_b h^2$	$0.02225^{+0.00064}_{-0.00063}$
$\Omega_c$	$0.235 \pm 0.017$	$\Omega_c h^2$	$0.1138 \pm 0.0038$
$\Omega_\Lambda$	$0.719 \pm 0.018$	$\Omega_m$	$0.281 \pm 0.018$
$\Omega_m h^2$	$0.1361 \pm 0.0038$	$r_{\text{hor}}(z_{\text{dec}})$	$284.0 \pm 2.0 \text{ Mpc}$
$r_s(z_d)$	$152.7 \pm 1.3 \text{ Mpc}$	$r_s(z_d)/D_v(z = 0.2)$	$0.1885 \pm 0.0042$
$r_s(z_d)/D_v(z = 0.35)$	$0.1133 \pm 0.0022$	$r_s(z_*)$	$146.1 \pm 1.1 \text{ Mpc}$
$R$	$1.729 \pm 0.011$	$\sigma_8$	$0.808^{+0.025}_{-0.024}$
$A_{\text{SZ}}$	$1.02^{+0.98}_{-0.67}$	$t_0$	$13.79 \pm 0.12 \text{ Gyr}$
$\tau$	$0.093 \pm 0.016$	$\theta_*$	$0.010390^{+0.000025}_{-0.000026}$
$\theta_*$	$0.5953 \pm 0.0015^\circ$	$t_*$	$376396^{+3474}_{-3462} \text{ yr}$
$z_{\text{dec}}$	$1088.7^{+1.1}_{-1.2}$	$z_d$	$1019.8 \pm 1.5$
$z_{\text{eq}}$	$3259 \pm 92$	$z_{\text{reion}}$	$11.1 \pm 1.3$
$z_*$	$1091.50^{+0.91}_{-0.92}$		

**FIGURE I.7** – Valeurs des paramètres cosmologiques contraintes à partir des données de WMAP sept ans, l'observation du pic des BAO (*Baryon Acoustic Oscillation*) dans le relevé de SDSS (section III) et les mesures sur le paramètre  $H_0$ . Ces valeurs sont fournies par le site <http://lambda.gsfc.nasa.gov/>

### I.1.4 Problèmes du modèle et nécessité de l'inflation

Comme nous l'avons vu, les observations poussent dans le sens d'un Univers qui est en expansion quelle que soit la nature de la densité d'énergie qui domine (énergie noire, matière ou rayonnement qui sont représentés sur la figure I.8). Cela implique que plus on remonte dans le passé et plus le volume contenant l'univers observable était petit. En vertu du principe de conservation de l'énergie, on comprend tout de suite que les densités d'énergies deviennent alors excessivement grandes. Si on pousse à l'extrême ce raisonnement, on finit par trouver une singularité en énergie qui a pour conséquence de fournir un point d'arrêt aux géodésiques. Apparaît alors la notion de commencement, de début ou encore d'instant zéro qui fit donné ironiquement à Fred Hoyle le nom de *Big Bang* à ce modèle.



**FIGURE I.8** – Evolution des paramètres énergétiques en fonction du *redshift*. En partant d'aujourd'hui ( $z = 0$ ) et en remontant dans le temps, on peut voir que nous sommes dominés par l'énergie noire (sous forme de constante cosmologique ici) jusqu'à un *redshift* de 0,4 puis l'Univers devient dominé par la matière jusqu'au *redshift* de  $\sim 3000$  puis on entre dans l'ère dominée par le rayonnement. L'instant de transition entre la domination du rayonnement et de la matière s'appelle l'égalité rayonnement-matière et se note couramment  $z_{eq}$  comme dans la table des paramètres cosmologiques I.7

Cependant, le modèle avec ces trois périodes de dominations ne suffit pas à expliquer plusieurs observations troublantes :

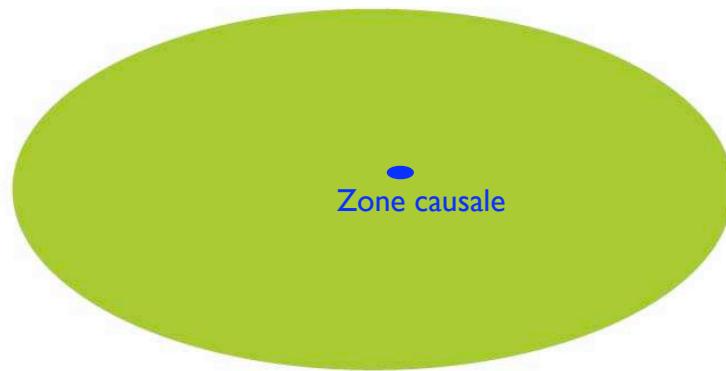
### Défauts topologiques primordiaux

La densité d'énergie devenant infiniment grande, l'énergie de grande unification des interactions est nécessairement dépassée (de l'ordre de  $10^{15} - 10^{19}$  GeV). À ces énergies, les interactions forte, faible et électromagnétique ne font qu'une sous forme d'un seul champ quantique.

Si l'on se contente du modèle précédemment décrit, l'Univers est alors dominé par le rayonnement et le facteur d'échelle évolue très rapidement avec le temps. L'énergie thermique de l'Univers décroissant avec le cube de ce facteur, cette dernière tombe assez rapidement en dessous de  $10^{15}$  GeV. Il y a alors découplage entre la force forte et la force électro-faible (électromagnétique et faible qui sont alors couplées) ce qui occasionne une brisure spontanée de symétrie. Durant cette phase, la valeur de l'état fondamental du champ d'interaction forte est fixée par un processus aléatoire. Cette valeur est alors la même dans une zone causalement liée mais n'a aucune raison de l'être avec une zone hors de son horizon causal. Comme ce processus intervient très tôt dans l'histoire de notre Univers, les zones causalement liées sont petites et il doit y avoir beaucoup de frontières entre domaines dont la valeur du fondamental d'interaction forte est différente. On s'attend alors à des défauts topologiques observables à ces nombreuses connexions de domaines. Cependant nous ne les avons jamais vu.

### Homogénéité du fond diffus cosmologique

Comme je l'ai dit dans les sections précédentes, Penzias et Wilson ont observé un rayonnement homogène et isotrope pour le CMB. Si l'on utilise l'âge que doit avoir l'Univers au moment du rayonnement du CMB dans le modèle simple, nous obtenons une zone causalement liée représentée par le cercle bleu sur la figure I.9.



**FIGURE I.9** – Représentation de l'observation du CMB dans le repère galactique avec une résolution de l'ordre du kelvin. On observe un rayonnement parfaitement homogène et isotrope. La zone bleue représente l'horizon causal au moment de l'émission de ce rayonnement.

Pourquoi l'univers observable peut-il être thermalisé sur des zones plus grandes que ne l'est l'horizon causal ?

## Platitude de l'Univers

Je montrerai dans la section réservée aux perturbations I.2.5 que l'on mesure la géométrie de l'Univers comme étant plate (ou quasiment) au travers du spectre de puissance de température du CMB. Pourquoi, alors que les conditions initiales n'ont aucune raison de donner un univers à géométrie plate, observe-t-on quand même cette solution si particulière (il faut en effet que la somme des densités énergies soit **égale** à la densité critique de l'Univers).

Il n'est pas compréhensible d'avoir un univers thermalisé sur des tailles non causalement liées. Il faut trouver un mécanisme qui permet de partir d'une zone causalement liée (et thermalisée) et qui l'agrandi de manière considérable de telle sorte qu'elle englobe l'ensemble de notre univers observable. De la même manière, si la brisure de symétrie de sortie de grande unification a lieu suffisamment tôt dans cette d'expansion rapide, cela expliquerait le faible nombre (voire la nullité) des frontières de domaines, dont la valeur du fondamental d'interaction forte, différents dans l'univers observable. Pour finir, une période de très forte expansion permet d'expliquer la solution particulière de la géométrie de l'Univers. En effet, si on part d'un univers à géométrie sphérique (ou autrement dit fermée) et que l'on agrandi très fortement la taille de celui-ci de telle sorte que la partie que l'on observe soit petite devant le rayon de courbure alors, on le mesure comme étant très proche de plat. Il en va de même de notre perception de la Terre. Notre planète est bien à géométrie sphérique ce qui n'a pas empêché nos ancêtres de la considérer comme plate durant bien des siècles, n'ayant qu'une vue très locale de cette dernière.

## Finalement

Je donnerai plus de détails sur la période inflationnaire dans la section I.2.1 qui lui est réservée mais il est utile d'en introduire un minimum à ce point. Dans les modèles actuels, l'expansion est exponentielle et se déroule sur une période extrêmement courte de l'ordre de  $10^{-30}$  s. Elle serait due à l'évolution d'un champ nommé "inflaton" qui provoquerait durant cette courte période une expansion étirant les dimensions spatiales de l'ordre de  $10^{50}$  fois leur taille initiale. On exprime ce facteur par le nombre de *e-folding*. Le champ d'inflaton doit ensuite disparaître pour que la période inflationnaire cesse. Il se désintègre alors en créant l'ensemble des particules que nous connaissons aujourd'hui.

### I.1.5 Nucléosynthèse primordiale et CMB

#### Nucléosynthèse primordiale

Commençons une seconde après la désintégration du champ d'inflaton en quarks, gluons, neutrinos (la brisure de la symétrie électro-faible est passée), antineutrinos, électrons, positrons et particules de matière noire s'il en est. Les quarks et les gluons sont désormais sous forme de protons et de neutrons. Les antiprotons et antineutrons se sont désintégrés en paires de photons en rencontrant des protons et neutrons en léger surnombre par rapport à eux. Cette différence est appelée «asymétrie matière-antimatière» et est due à la violation de la symétrie CP qui, au travers de la particule kaon neutre, favorise la matière sur l'antimatière. Cette particule se transforme spontanément en son antiparticule et vice versa. Cependant la violation de CP rend le processus «particule vers antiparticule» légèrement plus lent que

la transformation «antiparticule vers particule». Cela implique qu'en permanence il y a légèrement plus de kaons que d'antikaons. Cette asymétrie serait de l'ordre de  $10^{-9}$  ce qui explique du même coup qu'il y ait un milliard de photons pour un hadron (car  $p + \bar{p} \rightarrow 2\gamma$ ).

L'Univers est alors dominé par le rayonnement et sa température est de l'ordre de  $10^{10}$  K ce qui équivaut à 1 MeV. L'énergie thermique de l'Univers permet des collisions de très hautes énergies, suffisantes que les protons et neutrons ne puissent se coupler afin de former un noyau de deutérium. Ils sont dissociés par interaction avec les photons environants.

De plus, à cette énergie les neutrinos interagissent avec les baryons, ce qui occasionne trois processus principaux qui assurent l'équilibre entre le nombre de protons et le nombre de neutrons :

$$\begin{aligned} n + \nu_e &\leftrightarrow p + e^- \\ n + e^+ &\leftrightarrow p + \nu_e \\ n &\leftrightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e. \end{aligned} \tag{I.77}$$

En dessous de cette température, les neutrinos et antineutrinos n'interagissent plus avec les baryons et ces réactions n'ont plus lieu. Le rapport entre le nombre de protons et celui des photons est donné par la statistique de Maxwell-Boltzmann :

$$\frac{n_p}{n_n} = e^{-\frac{E_p - E_n}{kT}}, \tag{I.78}$$

où  $E_p$  et  $E_n$  sont respectivement l'énergie de masse du neutron et du proton tandis que  $k$  est la constante de Boltzmann et  $T$  la température de l'Univers. À cet instant, le rapport vaut  $n_p/n_n = 6$  et va continuer à augmenter par la désintégration  $\beta_-$  ( $n \rightarrow p + e^- + \nu_e$ ) du neutron libre.

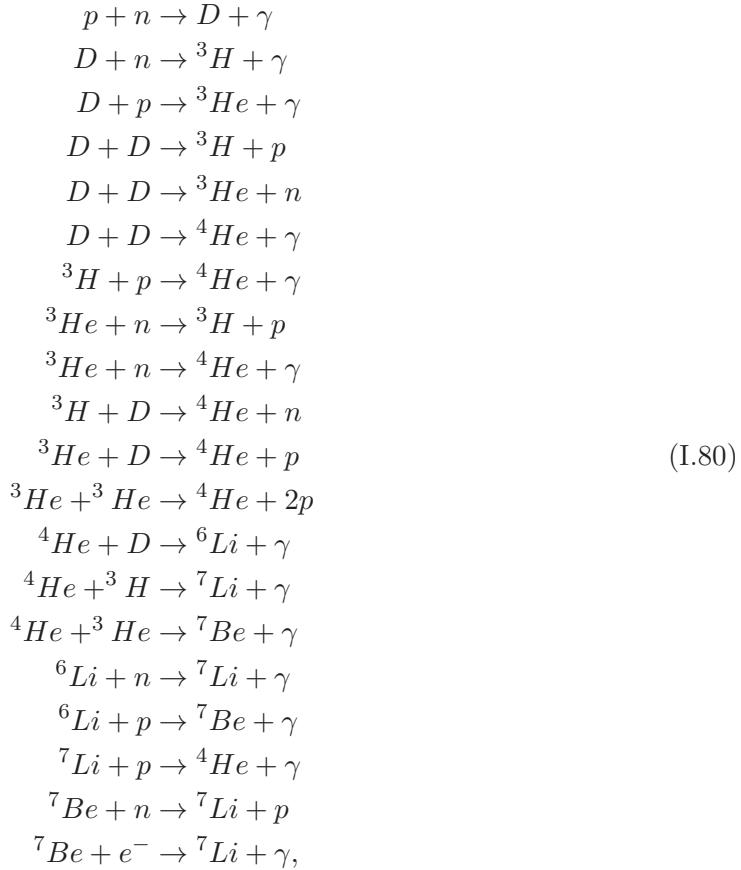
Il faut attendre la troisième seconde pour que le facteur d'échelle soit suffisamment accrue, atténuant ainsi la température thermique en deçà de  $5.10^9$  K ( $\sim 500$  KeV), pour voir les premiers noyaux de deutérium se former. À cet instant, les neutrons ne sont plus libres et ne se désintègrent plus. Le rapport proton/neutron est alors fixé à :

$$\boxed{\frac{n_p}{n_n} = 7}. \tag{I.79}$$

Pendant environ cent quatre vingt secondes, l'énergie thermique de l'Univers reste suffisante pour provoquer une série de réactions qui permettent de former les noyaux primordiaux (Alpher et al., 1948)<sup>10</sup> deutérium, hélium, lithium et beryllium :

---

10. Cet article est principalement écrit par Alpher et son directeur de thèse Gamow qui ont ajouté le nom de Bethe pour faire un trait d'esprit car cela donne "Alpher, Bethe, Gamow" en référence au début de l'alphabet Grecque " $\alpha, \beta, \gamma$ "

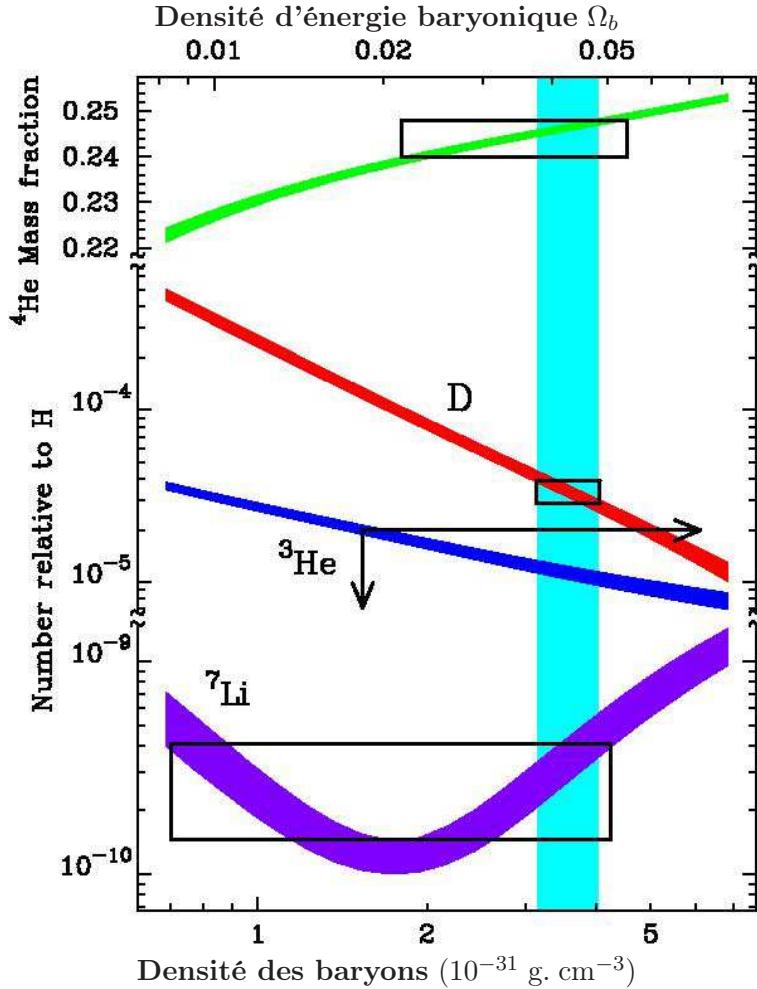


dont l'efficacité dépend de la fraction de baryon dans l'Univers. Les prédictions théoriques avec les mesures actuelles sont présentées sur la figure I.10. La mesure dans le CMB de la densité d'énergie baryonique est représentée par la bande verticale turquoise. Les rectangles noirs représentent les contraintes observationnelles sur les densités de chacune des espèces. On peut voir que les mesures sont en accord avec les prédictions théoriques pour la valeur  $\Omega_b = 0,04$ . Les barres d'erreurs sont importantes puisqu'il faut mesurer les quantités primordiales (donc loin des étoiles qui transforment au travers de processus thermonucléaires, les éléments légers en éléments lourds). Seulement, il est impossible d'observer des régions qui n'émettent pas de photons, il faut donc trouver un compromis entre le faible flux d'observation et le biais introduit par la nucléosynthèse stellaire.

### Rayonnement homogène du fond diffus cosmologique

À la fin de ces trois minutes, la température de l'Univers est devenue trop faible pour continuer les réactions mentionnées (réactions I.80) et encore moins suffisante pour permettre la création d'élément plus lourd. Les noyaux sont ainsi formés mais ne sont toujours pas des atomes car les électrons ne peuvent pas rester sur les orbites atomiques en raison de la grande quantité de photons d'énergie supérieure à 13,6 eV qui est l'énergie d'ionisation de l'orbite la plus stable existante : celle de l'état fondamental électronique de l'atome d'hydrogène.

En effet, au sortir de la nucléosynthèse primordiale, la température est de l'ordre de

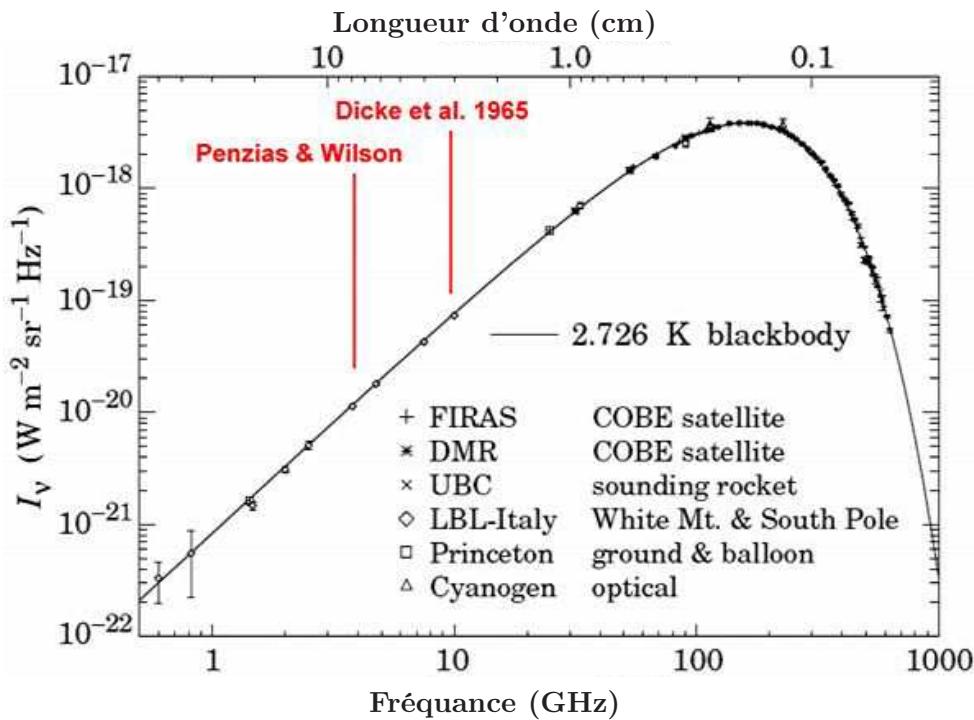


**FIGURE I.10** – Prédictions théoriques des quantités des différents éléments légers primordiaux (I.80) en fonction de la quantité de baryons dans l’Univers. Les résultats présentés sont les nombres relatifs de chaque espèces en fonction du nombre de noyaux d’hydrogène. La bande verticale correspond à l’espace qui est en accord avec la mesure de  $\Omega_b$  dans les données du CMB. Les rectangles noirs représentent les contraintes observationnelles sur les fractions primordiales de chacune des espèces.

100 keV. L’Univers est alors sous forme de plasma (noyaux, électrons et photons). Les photons interagissent alors avec tous les électrons libres par diffusion Thomson. On appelle ce plasma le fluide baryon-photon. On dit que l’Univers est opaque au rayonnement car les photons diffusants, il est impossible de percevoir une information via ces derniers. De la manière que les photons du visible diffusent dans le brouillard sur les molécules d’eau dont on ne peut pas extraire la position du soleil. L’Univers est alors toujours dominé par le rayonnement et le facteur d’échelle croît comme  $\sqrt{t}$ , l’Univers se refroidit donc rapidement. La densité de la matière évolue comme  $\rho_m \sim t^{-3/2}$  tandis que la densité de rayonnement évolue comme  $\rho_R \sim t^{-2}$ . Il s’en suit que les deux densités finissent par s’égaliser. On appelle cet instant l’égalité "rayonnement-matière" et est noté  $t_{eq}$  ou  $z_{eq}$  dans l’espace des *redshifts*.

La matière devient le fluide dominant de l’Univers ce qui a pour conséquence de modifier l’évolution du facteur d’échelle qui est désormais en  $a \sim t^{2/3}$ , ce qui conduit à une évolution

de la densité de matière en  $\rho_m \sim t^{-2}$  et de la densité de rayonnement en  $\rho_R \sim t^{-8/3}$ . La température continue donc de diminuer jusqu'à atteindre une température équivalente à 13,6 eV ce qui pourrait laisser penser que les électrons puissent se mettre sur le niveau fondamental de l'hydrogène. Cependant, comme on pourrait s'y attendre, et surtout comme l'a observé pour la première fois l'instrument FIRAS du satellite COBE (Mather et al., 1994), l'Univers est un corps noir parfait I.11. Lorsque l'Univers a une température de 13,6 eV cela implique que le pic du corps noir est centré sur cette énergie. L'ensemble des photons qui sont à droite du pic sont d'énergies plus importantes et donc capables d'ioniser tous les atomes susceptibles d'exister. De plus, si on prend en compte le fait qu'il y a un milliard de photons pour un électron, cela fait finalement une très grande quantité de photons ionisants ce qui empêche toujours la formation des atomes. Il faut attendre que l'Univers ait une température de 0,3 eV, soit 3000 K, pour qu'il y ait équilibre statistique entre le nombre d'électrons et de photons ionisants.



**FIGURE I.11** – Mesure du corps noir du CMB par différentes expériences. La première mesure mettant en évidence la forme du spectre des photons du CMB comme étant un corps noir est l'instrument FIRAS du satellite COBE

Les électrons commencent alors à se fixer autour des protons créant les premiers atomes stables d'hydrogène. Ainsi, ces derniers n'interagissent plus avec tous les photons qui passent mais uniquement avec ceux capables de les arracher ou de les exciter vers d'autres harmoniques de plus hautes énergies. Les photons peuvent alors commencer à se propager librement, on appelle cet instant le **découplage rayonnement matière** (à ne pas confondre avec l'égalité rayonnement matière). Ainsi le spectre de corps noir est émis dans toutes les directions en tout endroit de l'univers observable<sup>11</sup> durant cette même période, dite période de dernière diffusion. Ce sont ces photons que nous observons aujourd'hui nous arrivant avec

11. je précise dans notre Univers observable du fait qu'on ne pas présumer de ce qui se passe hors des limites observationnelles.

une distribution de corps noir ayant subit l'évolution du facteur d'échelle. Il y a deux choses importantes à noter sur ce point :

- L'évolution thermique de l'Univers ne dépend que du facteur d'échelle qui évolue de la même manière en tous points. Il vient que la transition "plasma-atomes" se passe au même instant dans tout l'Univers, ainsi le rayonnement de fond devient libre (ce qu'on appelle abusivement **l'émission** du fond diffus cosmologique) au même instant partout dans l'univers observable.
- La température de ce rayonnement est déterminé par l'énergie du pic de la distribution de corps noir. Comme tous les photons subissent le *redshift*, la position en énergie du pic évolue selon le facteur  $(1+z)$ . La température du CMB évolue donc en  $(1+z)$  et non en  $(1+z)^4$  comme on pourrait le penser en regardant l'évolution de la densité d'énergie de rayonnement.

Comme le rayonnement fut "émis" en tout point de l'Univers, on peut le voir à toute époque qui lui est postérieure. Plus l'époque est éloignée du découplage et plus les photons observés furent "émis" depuis des régions lointaines et donc observés avec une température plus faible. Ce rayonnement est observé aujourd'hui avec une température de 2,725 K. Il vient donc que le CMB a été "émis" à un *redshift* de :

$$\boxed{z_{CMB} = \frac{3000 \text{ K}}{T_{measure}} - 1 \propto 1100}. \quad (\text{I.81})$$

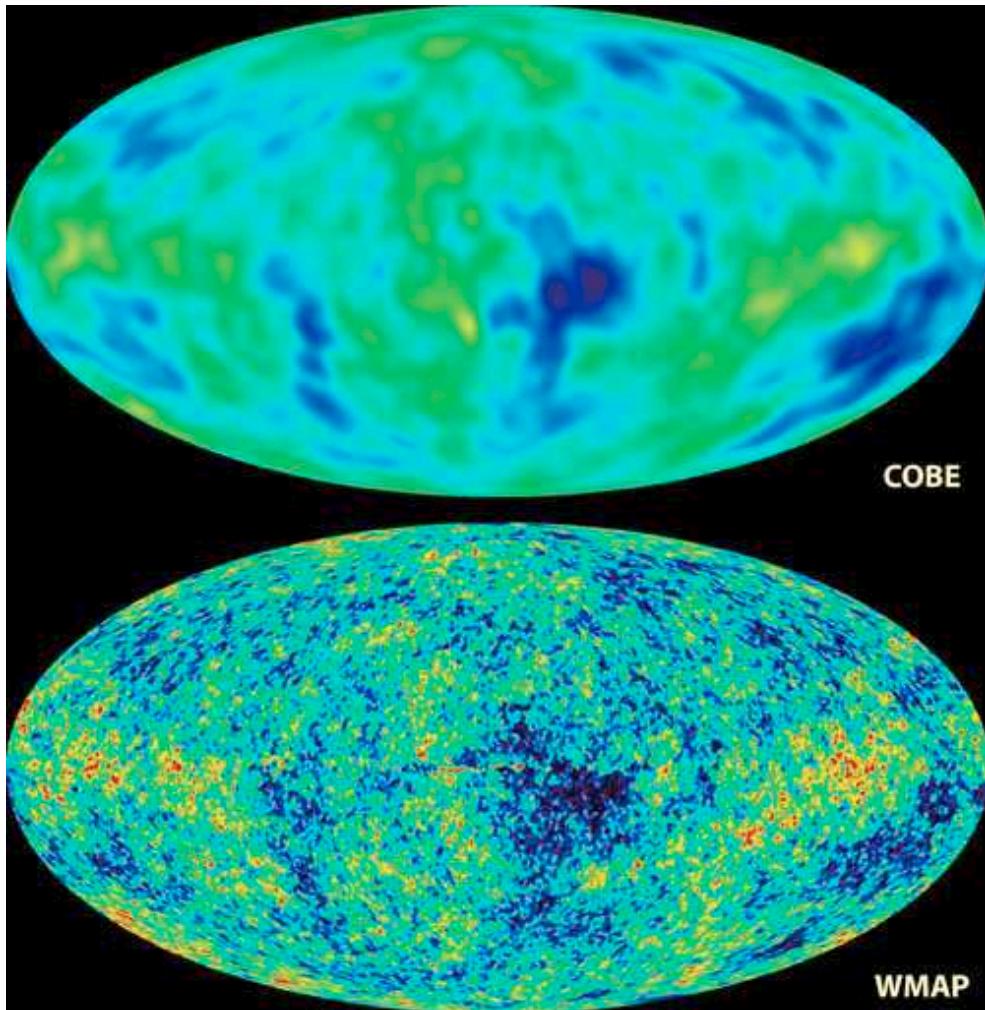
Ce qui correspond à un temps de  $T_{CMB} = 380.000$  ans après la fin de l'inflation. Après le découplage rayonnement-matière, les étoiles, les galaxies, les amas de galaxies et les plus grandes structures se forment pour nous donner l'Univers qu'on l'observe proche de nous.

### Vers les inhomogénéités primordiales

Je viens de présenter l'Univers comme homogène et isotrope mais notre existence résulte de la présence de structures et donc de fortes inhomogénéités. Celles-ci ne se sont pas simplement formées par instabilité gravitationnelle mais se sont effondrées dans des trous de potentiel préexistants. Cela se voit dans le CMB si on y regarde plus finement. Avec une précision à la quatrième décimale sur la mesure de la température de ce dernier, on peut voir apparaître des inhomogénéités. Ceci peut s'expliquer par la modification de la densité locale qui occasionne alors une légère variation de la pression et donc de la température locale. Cependant, une telle explication nécessite la présence de perturbations primordiales car le fluide baryon-photon ne peut pas générer de telles surdensités de par la force de rappel que la radiation exerce. Malgré cela, il s'agit bien de l'explication la plus probable étant parfaitement confirmée par la polarisation de ces photons mesurés par l'expérience QUAD (Brown et al., 2009). Nous allons voir tout cela en détail dans le chapitre qui suit ([I.2](#)).

## I.2 L'Univers vue par les perturbations

Notre présence aujourd'hui est la preuve même que l'Univers n'est pas homogène et qu'il y a donc des perturbations de la métrique. Une formidable découverte fut celle des anisotropies du fond diffus cosmologique qui nous prouve que ces perturbations existaient avant le découplage rayonnement-matière. De plus, nous allons voir que ces dernières ont dû



**FIGURE I.12** – Mesure de la température du rayonnement du CMB par les satellites COBE et WMAP. Les variations qui sont présentées sont de l'ordre de  $100\mu\text{K}$  autour de la valeur moyenne de  $2,725\text{ K}$ . La différence entre les deux cartes est due à la différence de taille des lobes d'observations (7 degrés pour COBE contre une trentaine de minutes d'arc pour WMAP)

être générées dans des conditions particulières pour permettre l'observation des spectres de corrélations, de température et de polarisation, du CMB.

Cette section est la partie principale de mon introduction à la cosmologie. Je veux, au travers de celle-ci, présenter le lien qu'il y a entre les perturbations primordiales, la fonction de corrélation de température du CMB, la fonction de corrélation de polarisation puis la formation des structures. Je ferai également une petite digression sur la période de réionisation qui marque de son empreinte les données du CMB et qui est reliée à la formation des premières étoiles et galaxies. Instant qui aura son importance pour l'étude des amas de galaxies dans le domaine optique/infrarouge.

Je commence tout de suite par introduire plus en détail la période inflationnaire, du moins un modèle simple à un seul champ scalaire.

### I.2.1 Inflation, génération des perturbations

La période d'inflation est modélisée par l'évolution d'un ou plusieurs champs scalaires. Cette évolution contient deux phases :

- une phase qui provoque l'expansion exponentielle, dite de roulement lent (*slow-roll* en anglais),
- une phase qui fait disparaître ce ou ces champs au profit des particules usuelles<sup>12</sup>, dite de réchauffement (*reheating* en anglais) .

C'est lors de la phase de *slow-roll*, que l'on peut traduire par roulement lent, que les perturbations sont générées. La phase de *reheating*, soit de réchauffement, est nécessaire pour sortir de la période d'expansion rapide ainsi que pour créer les particules.

La création d'un tel modèle se comprend assez facilement en regardant la forme des équations qui caractérisent un champ scalaire dynamique spatialement homogène (Kolb & Turner, 1990) :

$$\rho_\phi = \frac{\dot{\phi}^2}{2} + V(\phi), \quad (\text{I.82})$$

$$p_\phi = \frac{\dot{\phi}^2}{2} - V(\phi), \quad (\text{I.83})$$

$$w(\phi) = \frac{p_\phi}{\rho_\phi} = \frac{\frac{\dot{\phi}^2}{2} - V(\phi)}{\frac{\dot{\phi}^2}{2} + V(\phi)}. \quad (\text{I.84})$$

Dans les conditions de roulement lent, la variation du potentiel par rapport au temps est quasiment nulle (par définition de cette phase) et donc :

$$\frac{\dot{\phi}^2}{2} \ll V(\phi). \quad (\text{I.85})$$

En réutilisant la relation entre l'évolution du facteur d'échelle et l'équation d'état du fluide dominant, nous voyons directement apparaître que durant cette phase le facteur d'échelle croît exponentiellement avec le temps. En effet, d'après l'équation I.27, nous obtenons :

$$\dot{\rho}_\phi + 3\frac{\dot{a}}{a}(\rho_\phi - p_\phi) = 0 \Rightarrow \dot{\rho}_\phi = 0 \Rightarrow \rho_\phi = cte. \quad (\text{I.86})$$

En utilisant l'équation I.25 pour le seul fluide  $\phi$  existant durant cette période :

$$H^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho_\phi = cte, \quad (\text{I.87})$$

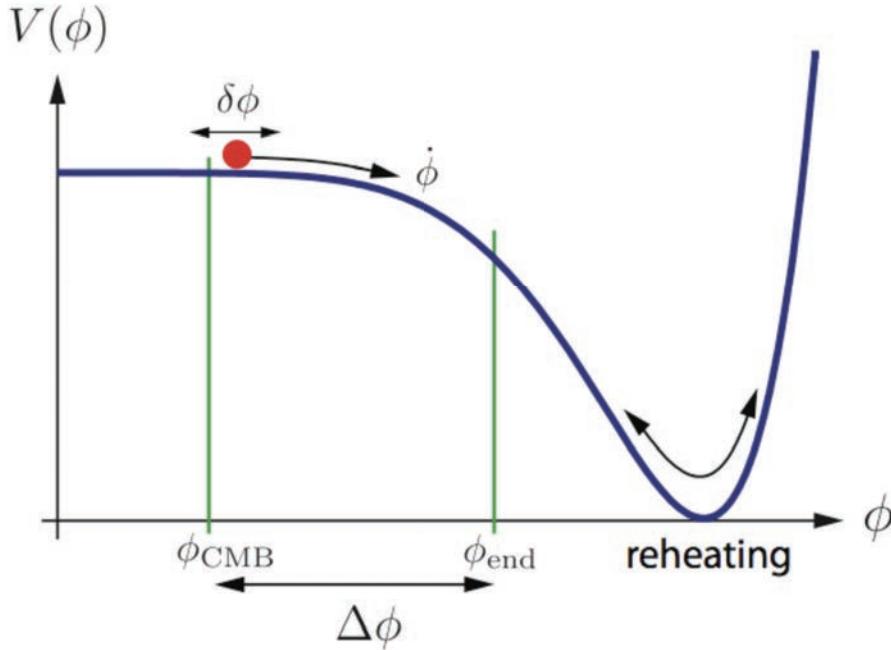
ce qui nous donne pour le facteur d'échelle :

$$\dot{a} = \sqrt{\frac{8\pi G}{3}\rho_\phi} \times a \Rightarrow a \propto \exp\left[\sqrt{\frac{8\pi G}{3}\rho_\phi} \times t\right]. \quad (\text{I.88})$$

La figure I.13 est fonction de la valeur moyenne du champ quantique  $\phi$ . Or, comme tout champ quantique, ce dernier fluctue. Ces fluctuations génèrent des perturbations scalaires

---

12. la matière baryonique, les neutrinos ainsi que la matière noire.



**FIGURE I.13** – Potentiel typique pour un champ d'inflaton avec une phase de roulement lent pour créer la phase d'expansion de l'Univers et une phase d'oscillation pour désintégrer le champ en les particules usuelles. Cette figure est tirée de (Baumann & Peiris, 2008).

et tensorielles qui, subissant l'expansion inflationnaire, deviennent rapidement des perturbations classiques. Le passage au régime classique, qui correspond à l'entrée dans son horizon causal, provoque une amplification de ces perturbations leur conférant une amplitude de l'ordre de  $10^{-4}$  par rapport à la densité moyenne<sup>13</sup>.

Les perturbations sont entièrement caractérisées par leur spectre de puissance (moment d'ordre 2 en corrélation) car étant prévues comme gaussiennes par ces modèles. Les prédictions pour le spectre de puissance des perturbations, scalaires  $P_S(k)$  et tensorielles  $P_T(k)$ , au passage classique dans les modèles à un champ sont :

$$P_S(k) = \frac{128\pi}{3m_{pl}^6} \frac{V^3}{V'^2} \quad (\text{I.89})$$

$$P_T(k) = \frac{32}{3m_{pl}^4} V, \quad (\text{I.90})$$

avec  $V'$  la dérivée du potentiel par rapport au champs  $\phi$  et  $m_{pl}$  la masse de Planck. On introduit également les indices spectraux de ces deux spectres de puissances :

$$n_s(k) - 1 = \frac{d \ln P_S(k)}{d \ln k} \Leftrightarrow P_S(k) \propto k^{n_s(k)-1}, \quad (\text{I.91})$$

$$n_T(k) = \frac{d \ln P_T(k)}{d \ln k} \Leftrightarrow P_T(k) \propto k^{n_T(k)}. \quad (\text{I.92})$$

13. Je ne décrirai pas les calculs qui dépassent le cadre de cette introduction. Dans l'équation différentielle d'évolution des perturbations apparaît un terme en  $k - a^2 H^2$  qui donne une solution hyperbolique lorsque la perturbation rentre dans son horizon. Ainsi se produit schématiquement l'amplification.

On voit immédiatement que les spectres de puissances sont invariants d'échelle (*i.e.* ne dépendent pas de la taille de la perturbation  $k$ ) si  $n_s = 1$  et  $n_T = 0$ . Les théories inflationnaires, même simples, prévoient une légère déviation à cette invariance d'échelle :

$$n_s(k) - 1 = -6\epsilon + 2\eta, \quad (\text{I.93})$$

$$n_T(k) = -2\epsilon, \quad (\text{I.94})$$

où les paramètres  $\epsilon$  et  $\eta$  sont ceux de roulement lent (donc avec une variation du potentiel  $V$  faible avec le champs  $\phi$ ) définis par :

$$\epsilon(\phi) = \frac{m_{pl}^2}{16\pi} \left( \frac{V'(\phi)}{V(\phi)} \right)^2, \quad (\text{I.95})$$

$$\eta(\phi) = \frac{m_{pl}^2}{8\pi} \frac{V''(\phi)}{V(\phi)}, \quad (\text{I.96})$$

qui sont tous les deux très petits devant l'unité. On voit ainsi que les spectres des perturbations prévus par l'inflation sont en première approximation invariant d'échelle. La valeur de ces deux derniers paramètres caractérisent entièrement la forme du potentiel au moment de la génération des fluctuations (Lidsey et al., 1997). Ainsi, une mesure du rapport entre les deux spectres de puissances permettrait de contraindre fortement les modèles d'inflations. On appelle ce rapport le «rapport tenseur sur scalaire» et on le note simplement  $r$ .

Bien que la durée de cette période reste un paramètre du modèle standard de la cosmologie, on sait néanmoins qu'elle est extrêmement courte (de l'ordre de  $10^{-30}$  s). On préfère l'exprimer comme le logarithme de l'accroissement du facteur d'échelle, ce qu'on appelle le nombre de *e-folding* :

$$\mathcal{N}_e = \int_{t_i}^{t_f} \frac{8\pi G}{3} \rho_\phi dt. \quad (\text{I.97})$$

Toujours est-il que cette période est tellement courte qu'elle ne permet aucune propagation d'information qui, dans le plasma est transmise via les ondes sonores. En d'autres termes, les perturbations n'ont jamais évoluées, au sens comobile, à la fin de la période de *slow roll*. Le champ se désintègre en entrant dans la phase de *reheating*. Le champ tombe dans le potentiel et prend alors de la «vitesse» tandis que le potentiel tombe vers zéro, soit  $\frac{\dot{\phi}^2}{2} \gg V(\phi)$ . En conséquence, les équations de densité et de pression deviennent :

$$\rho_\phi = \frac{\dot{\phi}^2}{2}, \quad (\text{I.98})$$

$$p_\phi = \frac{\dot{\phi}^2}{2}, \quad (\text{I.99})$$

ce qui donne l'équation d'état suivante :

$$w_\phi = \frac{\dot{\phi}^2/2}{\dot{\phi}^2/2} = 1. \quad (\text{I.100})$$

En réutilisant les résultats des équations I.33 et I.39 on obtient :

$$\rho_\phi \propto a^{-6}, \quad (\text{I.101})$$

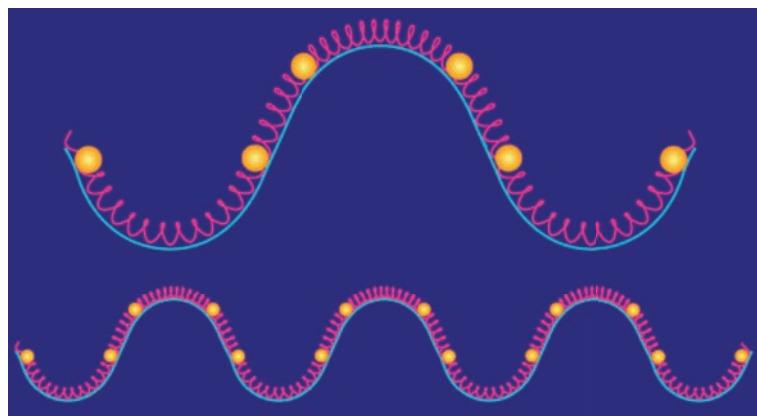
et que le facteur d'échelle évolue durant cette période comme :

$$a \propto t^{\frac{1}{3}}. \quad (\text{I.102})$$

Durant cette période, le champs d'inflaton se désintègre en toutes les particules primordiales énoncées dans la section réservée à la nucléosynthèse I.1.5. La proportion entre les différentes espèces produites dépend de la nature du champs d'inflaton. Dans un modèle de champs scalaire unique, ces proportions sont donc conservées partout dans l'Univers. On dit alors que les perturbations sont adiabatiques, la densité totale étant la seule à varier. Dans des modèles plus compliqués d'inflation, il peut y avoir plusieurs champs. Ainsi, les proportions entre les espèces produites lors du réchauffement dépendent du rapport d'amplitude entre les différents champs d'inflaton en tout point. De part la nature attractive et répulsive des différentes espèces, selon leurs proportions il sera possible de générer après évolution des perturbations de densités. En effet, une zone ayant généré plus de matière noire sera un attracteur qui formera une surdensité par la suite. A contrario, une zone ayant généré une majorité de neutrinos laissera place à une sous densité lorsque ceux-ci se seront échappés. Il est alors possible de former des perturbations de densités, après un temps d'évolution, sans avoir eu de perturbation de densité totale au départ, et donc aucune perturbation de la métrique. Pour cette raison, on les appelle les perturbations isocourbes, la courbure étant alors égale partout au départ. Cependant, les observations actuelles montrent que les perturbations sont principalement adiabatiques et c'est la raison pour laquelle je ne vais considérer par la suite que ce genre de perturbations.

Durant cette période, le facteur d'échelle est tel que l'information ne peut se propager entre les particules.

### I.2.2 Evolution dans le plasma



**FIGURE I.14** – Représentation de deux modes de perturbations au sortir de la période inflationnaire. Ils sont tous les deux dans l'état fixe, à savoir que le fluide baryon-photon (baryons représentés par les boules jaunes et les photons par les ressorts) n'a pas encore reçu l'information de la présence du puits de potentiel gravitationnel.

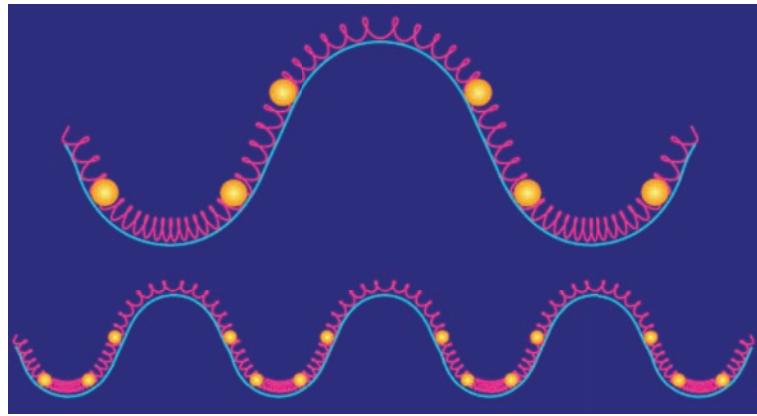
Nous partons de la fin de la période d'inflation. L'ensemble des perturbations créées sont gelées dans leur état initial n'ayant jamais eu l'occasion d'évoluer (figure I.14). Le fluide baryon-photon y est représenté comme des boules jaunes massives attirées dans le puits

gravitationnel de la perturbation tandis que les ressorts représentent la force de rappel due à la pression de radiation. Le rayon causal-particule comobile est à cet instant nul pour tout événement. Le champ d'inflaton maintenant désintégré, l'Univers devient alors dominé par le rayonnement. Le facteur d'échelle n'évolue plus exponentiellement ce qui permet à une information, telle qu'une surdensité, de se propager. Je vais désormais considérer une perturbation de mode comobile  $k_{com}$  fixé. Je vais également raisonner dans l'espace comobile. La zone surdense de la perturbation va propager l'information, au travers d'une onde sonore, la présence de son puits de potentiel. Cette information se propage avec la vitesse du son dans le fluide baryon-photon, qui dépend des conditions de densité d'énergie (Hu & Sugiyama, 1995) de la façon suivante :

$$c_s = \sqrt{\frac{1}{3(1+R)}} \quad \text{avec} \quad R = \frac{3\rho_b}{4\rho_R}, \quad (\text{I.103})$$

où  $\rho_b$  et  $\rho_R$  sont les densités d'énergie de la matière baryonique et de radiation à l'instant considéré. Cependant, pour des raisons de simplification, je vais l'utiliser comme constante dans le temps avec les conditions initiales ( $\rho_R \gg \rho_b$ ), soit  $c_{son} = c/\sqrt{3}$ . Cette vitesse est bien celle calculée dans l'espace comobile car elle ne prend pas en compte les effets de l'expansion. Il faut donc un temps non nul, et calculable, pour que l'onde atteigne les bords de la perturbation et ainsi qu'elle rentre dans son horizon causal. Cette distance est  $\lambda_{com}/2 = \pi/k_{com}$  car elle ne doit parcourir que le rayon et non le diamètre de la perturbation. La relation entre la longueur d'onde et le nombre d'onde nous donne le temps nécessaire pour faire ce trajet et que j'appelle «temps de rentrée dans l'horizon»  $t_{RH}(k)$  :

$$t_{RH}(k_{com}) = \frac{\lambda_{com}}{2 \times c_{son}} = \frac{\pi}{k_{com} \times c_{son}}. \quad (\text{I.104})$$



**FIGURE I.15** – Représentation de deux modes de perturbations dans lesquels le fluide commence à s'effondrer. Seulement, pour un même temps de compression, le mode plus petit (donc de nombre  $k_{com}$  plus grand) est dans un état plus avancé de compression. Cette figure est tirée de la page personnelle de Wayne Hu (<http://background.uchicago.edu/~whu/intermediate/intermediate.html>)

C'est à ce moment que la perturbation commence à s'effondrer I.15 dans son puits de potentiel. La matière baryonique tombe dans le puits ainsi que la matière noire et par extension les photons qui interagissent avec les baryons. En s'effondrant, la densité totale ainsi que la pression de radiation augmentent. Je présente sur cette figure deux modes de

perturbations de tailles différentes. On peut voir que la plus grande perturbation, en haut de la figure, et donc celle de nombre d'onde  $k$  plus petit, est en début de phase de compression tandis que celle du bas, plus petite, a terminé sa première phase de compression. Par là j'entends qu'elle a atteint le point d'équilibre entre l'attraction gravitationnelle du puits et la répulsion due à la pression de radiation des photons interagissant avec les baryons. On dit alors qu'elle est dans son état de compression maximum et qu'elle va commencer une phase de dilatation (ou décompression) sous l'effet de la pression de radiation. On peut voir sur la figure I.16 l'instant auquel la grande perturbation est en état de première compression maximum tandis que la petite est à la fin de sa phase de dilatation. Elle s'apprête déjà à comprimer pour la deuxième fois sous l'action de l'attraction gravitationnelle du puits. Cela ressemble au comportement d'un oscillateur harmonique et c'est d'ailleurs sous cette forme que je vais décrire, à l'ordre zéro, l'évolution des perturbations. La position d'une particule dans ce fluide est décrite par l'équation suivante :

$$\ddot{x} + \omega^2 x = 0, \quad (\text{I.105})$$

où  $x$  est l'écart à la position d'équilibre et  $\omega^2$  est la pulsation du système. Cette dernière est reliée au nombre d'onde comobile de la perturbation  $k_{com}$ , à travers l'expression de la période  $T$ , par la relation suivante :

$$\begin{aligned} T &= \frac{2\pi}{\omega} \\ T &= \frac{\lambda}{c_{son}} = \frac{2\pi}{k_{com} c_{son}}, \\ \Rightarrow \omega &= k_{com} c_{son}. \end{aligned} \quad (\text{I.106})$$

Comme la pulsation dépend uniquement de la valeur du nombre d'onde  $k_{com}$ , je la noterai désormais  $\omega(k_{com})$ . La solution de l'équation de l'oscillateur I.105 est directement, par les propriétés de la dérivée seconde de la fonction sinus :

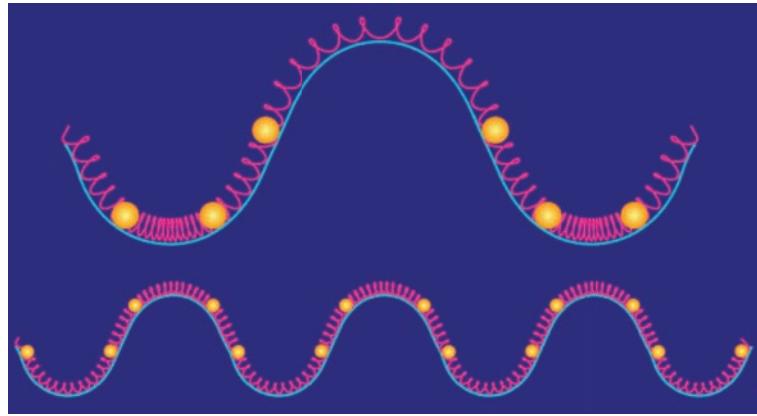
$$x(t - t_0) = \alpha \times \sin(\omega(k_{com}) \times (t - t_0)) + \gamma, \quad (\text{I.107})$$

où  $(t - t_0)$  est l'intervalle de temps durant lequel la perturbation à le temps d'osciller donc, où  $t_0 = t_{RH}(k_{com})$ . Les conditions initiales sont telles que la position est  $x(t_0) = 0$ , ce qui nous donne  $\gamma = 0$ . Pour finir, au moment de l'entrée dans l'horizon, la matière commence par être attirée par le puits gravitationnel ce qui nous donne une valeur négative pour  $\alpha$ .

$$x(t - t_0) = -|\alpha| \times \sin(k_{com} \times c_{son} \times (t - t_0)). \quad (\text{I.108})$$

Il faut maintenant s'intéresser au résultat final des oscillations. Elles se terminent au moment du découplage rayonnement-matière, moment durant lequel disparaît le support d'oscillation. De plus, il s'agit du moment de la dernière diffusion des photons sur les électrons libres. Ils porteront l'information de l'état de la perturbation dans laquelle ils ont interagi pour la dernière fois. C'est cette information que nous observons encore actuellement dans le CMB. Ce qui nous intéresse est donc l'état d'oscillation à  $t = t_{CMB} = 380.000$  ans. Une perturbation de mode  $k_{com}$  a oscillé pendant un temps  $t_{osc}(k_{com})$  :

$$t_{osc}(k_{com}) = t_{CMB} - t_{RH}(k_{com}) = t_{CMB} - \frac{\pi}{k_{com} \times c_{son}}. \quad (\text{I.109})$$



**FIGURE I.16** – Représentation de la première compression maximum pour le mode du haut tandis que le mode du bas a déjà entamé sa première décompression. Cette figure est tirée de la page personnelle de Wayne Hu (<http://background.uchicago.edu/~whu/intermediate/intermediate.html>) .

La perturbation se trouve dans l'état de première compression maximale si la fonction sinus atteind son premier maximum, ce qui revient à écrire :

$$k_{com} \times c_{son} \times \underbrace{(t - t_0)}_{T_{osc}(k_{com})} = k_{com} \times c_{son} \times \left( t_{CMB} - \frac{\pi}{k_{com} \times c_{son}} \right) = \frac{\pi}{2}. \quad (\text{I.110})$$

Ceci nous donne une solution unique dans l'espace des nombres d'onde comobiles, que je note  $k_{cmax,1}$  (pour première compression maximale) :

$$k_{cmax,1} = \frac{3\pi}{2c_{son} \times t_{CMB}} \Rightarrow \lambda_{cmax,1} = \frac{4}{3}c_{son} \times t_{CMB}, \quad (\text{I.111})$$

où  $c_{son} \times t_{CMB}$  est l'horizon causal sonore au moment de l'émission du CMB. Avec le calcul correct sans approximations, on trouve que la taille des perturbations dans le premier état de compression est **exactement de la taille de l'horizon sonore**. Je vais tout de même continuer le raisonnement sur mes calculs simplifiés bien qu'il faudra se souvenir qu'il y a un léger décalage dans la solution réelle. Intéressons nous désormais à l'ensemble des solutions.

### Perturbations en compression maximale

La solution de première compression maximale est donnée par l'équation I.110, et toutes les solutions de compression maximale (deuxième compression, troisième ...) sont modulo  $2\pi$  de la première solution de par la nature sinusoïdale de la fonction. Il vient alors que la taille des perturbations dans l'état maximale de leur  $j^{eme}$  compression, que je note  $k_{cmax,j}$ , est :

$$k_{cmax,j} = k_{cmax,1} + \frac{j \times 2\pi}{c_{son} \times t_{CMB}}. \quad (\text{I.112})$$

## Perturbations en dilatation maximale

La solution de la première dilatation maximale intervient la première fois que la fonction sinus atteint sont minimum  $-1$ , ce qui revient à :

$$k_{com} \times c_{son} \times \left( t_{CMB} - \frac{\pi}{k_{com} \times c_{son}} \right) = \frac{3\pi}{2}, \quad (\text{I.113})$$

ce qui donne finalement pour la première dilatation maximale, que je note  $k_{dmax,1}$  :

$$k_{dmax,1} = \frac{5\pi}{2c_{son} \times t_{CMB}} \Rightarrow \lambda_{dmax,1} = \frac{4}{5}c_{son} \times t_{CMB}. \quad (\text{I.114})$$

La taille des perturbations se trouvant exactement dans l'état maximal de leur  $j^{eme}$  dilatation  $k_{dmax,j}$  est donnée, de la même manière que pour les compressions, par :

$$k_{dmax,j} = k_{dmax,1} + \frac{j \times 2\pi}{c_{son} \times t_{CMB}}. \quad (\text{I.115})$$

## Perturbations en transition

La majorité des perturbations ne sont, ni en état de compression maximale, ni en état de dilatation maximale mais sont soit en phase de compression soit en phase de dilatation. Pour simplifier les explications qui vont suivre, j'introduit la variable  $\varphi(k_{com}) = k_{com} \times c_{son} \times \left( t_{CMB} - \frac{\pi}{k_{com} \times c_{son}} \right)$  qui ne dépend que de  $k_{com}$ .

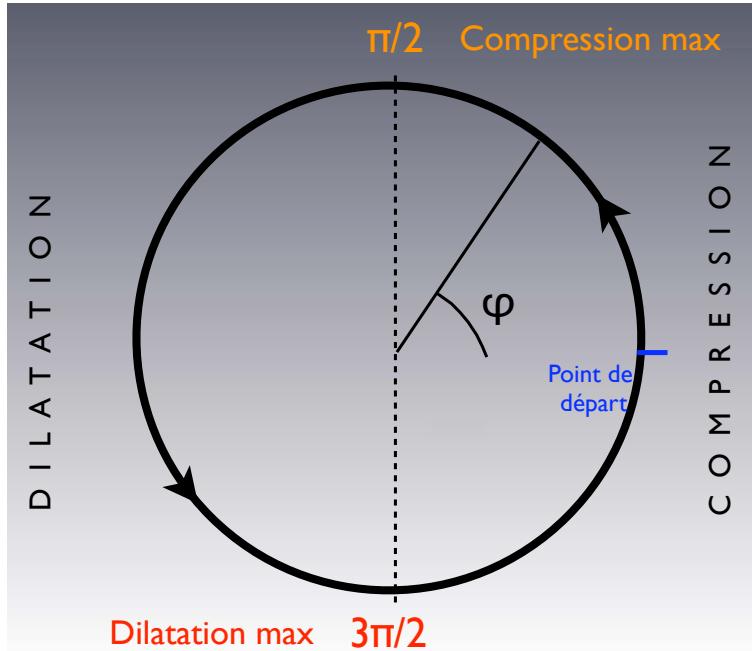
- Les perturbations sont en phase de compression si le mode  $k$  respecte la condition  $\frac{-\pi}{2} < \varphi(k_{com})[2\pi] < \frac{\pi}{2}$  (phase montante de la fonction sinus)
- Les perturbations sont en phase de dilatation si le mode  $k$  respecte la condition  $\frac{\pi}{2} < \varphi(k_{com})[2\pi] < \frac{3\pi}{2}$  (phase descendante de la fonction sinus)

Je montre sur la figure I.17 la représentation graphique, sur le cercle trigonométrique, de l'état d'oscillation à la surface de dernière diffusion des perturbations en fonction de leur mode  $k_{com}$  associé. Le trait bleu représente la position de l'espace des phases d'où partent toutes les perturbations lorsqu'elles rentrent dans leur horizon. Elles commencent alors à osciller en suivant le cercle dans le sens trigonométrique. Les équations développées ci-avant permettent de déterminer à quelle position de cet espace des phases se trouve les perturbations d'un mode  $k_{com}$  donné.

Il est très important de noter que toutes les perturbations d'un mode  $k_{com}$  donné sont toutes dans le même état d'oscillation à tout temps et donc particulièrement au moment du découplage rayonnement-matière. C'est cette propriété liée au modèle avec période inflationnaire qui va permettre d'expliquer les différentes fonctions de corrélation des anisotropies du CMB. Avant d'aller plus loin, je vais décrire les différentes façons d'écrire la fonction de corrélation ainsi que le spectre de puissance qui est sa transformée de Fourier.

## Fonction de corrélation

Pour étudier les propriétés des anisotropies du CMB, nous utilisons la fonction de corrélation de la température. Cela équivaut à étudier la valeur moyenne (sur les représentations



**FIGURE I.17** – Représentation des des phases de compression et de dilatation en fonction de la variable  $\varphi = k_{com} \times c_{son} \times \left( T_{CMB} - \frac{\pi}{k_{com} \times c_{son}} \right)$ . La représentation est modulo  $2\pi$ . La seule variable dans l'expression de  $\varphi$  étant  $k_{com}$  fait qu'on regarde l'état d'oscillation d'une perturbation de taille donnée au moment de la surface de dernière diffusion. Les pics de compressions sont donnés pour  $\varphi = \frac{\pi}{2}[2\pi]$  tandis que les pics de dilatation sont donnés par  $\varphi = \frac{3\pi}{2}[2\pi]$ . Les perturbations pour lesquelles  $\varphi$  est compris entre  $\frac{\pi}{2}$  et  $\frac{3\pi}{2}$  modulo  $[2\pi]$  sont en dilatation, les autres sont en phase de compression.

de l'Univers) d'une quantité (ou de deux quantités  $q_1$  et  $q_2$  différentes) entre des points séparés d'un certain vecteur  $(\vec{x}_1 - \vec{x}_2)$ , où  $\vec{x}_1$  et  $\vec{x}_2$  sont les deux vecteurs pointant vers les zones observées :

$$\xi^{q_1, q_2}(\vec{x}_1 - \vec{x}_2) = \langle q_1(\vec{x}_1) q_2(\vec{x}_2) \rangle_\Omega. \quad (\text{I.116})$$

Deux points sont à clarifier. Tout d'abord, le principe cosmologique impliquant l'isotropie de l'Univers, l'orientation du vecteur  $(\vec{x}_1 - \vec{x}_2)$  n'a alors aucune importance et seule l'écart entre les zones observées importe  $(|\vec{x}_1 - \vec{x}_2|)$ . Le deuxième point est le fait de moyennner sur les représentations d'Univers qui semble impossible de prime abord. Pour s'en sortir, on utilise le principe d'ergodicité. Cela revient à découper la carte du CMB en zone non causalement liée (qui n'ont plus été en contact causal depuis la fin de l'inflation) et de les considérer comme des représentations différentes de l'Univers. Cependant, plus la séparation considérée  $(\vec{x}_1 - \vec{x}_2)$  est grande, et moins il y a de représentations indépendantes d'Univers pour faire la moyenne ce qui implique une erreur statistique qu'on appelle variance cosmique (*cosmic variance* en anglais).

$$\xi^{q_1 q_2}(|\vec{x}_1 - \vec{x}_2|) = \langle q_1(\vec{x}_1) q_2(\vec{x}_2) \rangle_\Omega \quad (\text{I.117})$$

Dans le cas qui nous intéresse particulièrement dans cette partie,  $q_1 = q_2 = \frac{\Delta T}{T}$ . On voit tout de suite apparaître que la mesure de la fonction de corrélation est liée à  $(\frac{\Delta T}{T})^2$  sur des zones de la taille  $(|\vec{x}_1 - \vec{x}_2|)$ . L'outil équivalent dans l'espace de Fourier est le spectre

de puissance, qui n'est ni plus ni moins que la transformée de Fourier de la fonction de corrélation. Il faut également considérer les transformées de Fourier des quantités  $q$  :

$$q(\vec{k}) = \int q(\vec{x}) e^{i\vec{k} \cdot \vec{x}} d^3x. \quad (\text{I.118})$$

Si la quantité  $q$  est choisie de sorte à être de moyenne nulle (ce qui est le cas de  $\frac{\Delta T}{T}$ ), il vient alors :

$$\langle q_1(\vec{k}_1) q_2^*(\vec{k}_2) \rangle = (2\pi)^3 \delta(\vec{k}_1 - \vec{k}_2) P^{q_1 q_2}(k_1), \quad (\text{I.119})$$

où

$$P^{q_1 q_2}(k) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int \xi(r) e^{-i\vec{k} \cdot \vec{r}} d^3r, \quad (\text{I.120})$$

avec  $\vec{r} = \vec{x}_1 - \vec{x}_2$ . La décomposition sur la base de Fourier est correcte si on travail sur un ciel plat. Or, le CMB est observé comme étant une coquille autour de nous. La bonne décomposition n'est pas sur la base de Fourier mais sur la base des harmoniques sphériques. Dans ce cas, c'est la séparation angulaire  $\theta_{12}$  qui intervient à la place de  $(|\vec{x}_1 - \vec{x}_2|)$ , avec  $\cos(\theta_{12}) = \vec{x}_1 \cdot \vec{x}_2$ . La quantité  $q$  s'écrit alors comme :

$$q(\vec{x}) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l a_{lm}^q Y_{lm}(\vec{x}), \quad (\text{I.121})$$

avec  $a_{lm}^q$  les coefficients de la décomposition de la quantité  $q$  dans cette base :

$$a_{lm}^q = \int q(\vec{x}) Y_{lm}^*(\vec{x}) d\vec{x}, \quad (\text{I.122})$$

où le moment angulaire  $l$  peut être approximé par  $\pi/\theta$  quand  $l \gg 1$ , ce qui revient à  $l \sim k/2$  pour les petites zones du ciel. En effet, la signification du moment angulaire est l'équivalent du nombre d'onde  $k$  sur une sphère. Le moment  $l = 0$  est la valeur moyenne prise sur la sphère entière et est appelé monopôle,  $l = 1$  représente la décomposition en deux parties de la sphère et est appelé dipôle. Il y a 3 décompositions indépendantes ( $m = -1, 0, 1$ ) pour le dipôle.  $l = 2$  est représenté par une décomposition en quatre parties du ciel et est appelé quadrupôle. Il y a 5 décompositions indépendantes ( $m = -2, -1, 0, 1, 2$ ). Plus  $l$  augmente et plus les tailles concernées sont petites et il y a à chaque fois  $(2l+1)$  décompositions indépendantes. Pour finir, j'exprime le spectre de puissance angulaire  $C_l^{q_1 q_2}$  comme :

$$\langle a_{lm}^{q_1} a_{l'm'}^{q_2*} \rangle = \left\langle \int q_1(\vec{x}_1) Y_{lm}^*(\vec{x}_1) d\vec{x}_1 \int q_2(\vec{x}_2) Y_{l'm'}(\vec{x}_2) d\vec{x}_2 \right\rangle \quad (\text{I.123})$$

$$= \int \int \xi^{q_1 q_2}(\theta_{12}) Y_{lm}^*(\vec{x}_1) Y_{l'm'}(\vec{x}_2) d\vec{x}_1 d\vec{x}_2. \quad (\text{I.124})$$

En décomposant la fonction  $\xi^{q_1 q_2}(\theta_{12})$  sur les polynômes de Legendre en prenant la convention d'écrire les coefficients de cette décomposition comme  $(2l+1)C_l^{q_1 q_2}/4\pi$ , on obtient :

$$\langle a_{lm}^{q_1} a_{l'm'}^{q_2*} \rangle = \int \int \sum_{l''=0}^{\infty} \frac{2l''+1}{4\pi} C_{l''}^{q_1 q_2} P_{l''}(\cos \theta_{12}) Y_{lm}^*(\vec{x}_1) Y_{l'm'}(\vec{x}_2) d\vec{x}_1 d\vec{x}_2, \quad (\text{I.125})$$

avec les polynômes de Legendre qui s'écrivent comme :

$$P_l(\cos \theta) = \frac{4\pi}{2l+1} \sum_{m=-l}^l Y_{lm}^*(\vec{x}_1) Y_{lm}(\vec{x}_2), \quad (\text{I.126})$$

et en utilisant l'orthogonalité des  $Y_{lm}$  on obtient :

$$\langle a_{lm}^{q_1} a_{l'm'}^{q_2*} \rangle = C_l^{q_1 q_2} \delta_{ll'} \delta_{mm'} \quad (\text{I.127})$$

Avec cette description on se rend tout de suite compte de l'erreur statistique due au nombre de représentations indépendantes ( $2l+1$ ) de chaque mode angulaire  $l$ .

Je n'ai pas spécifié les quantités  $q_1$  et  $q_2$  qui sont usuellement utilisées. Le premier spectre qui nous intéresse est celui qui ne s'occupe que de la température et qui est noté  $\langle TT \rangle$  puis viennent les spectres de polarisations  $\langle EE \rangle$ ,  $\langle BB \rangle$  ainsi que le spectre croisé  $\langle TE \rangle$ . Je vais finir le travail de description du spectre  $\langle TT \rangle$  avant de parler des trois autres dans la section réservée à la polarisation du CMB [I.2.4](#).

### I.2.3 Spectre de température du CMB

À la fin de la section réservée à l'évolution des perturbations [I.2.2](#), nous avons relié l'état d'oscillation des perturbations à leur nombre d'onde. Cependant, l'oscillation n'est pas une observable. L'observable la plus simple qui lui est reliée est la variation de la température. En effet, une variation de la densité engendre une variation de la pression et ainsi de la température :

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} \Rightarrow \left( \frac{\Delta T}{T} \right)_{\text{pressure}} \propto \frac{1}{3} \frac{\Delta\rho}{\rho}. \quad (\text{I.128})$$

Ce qui signifie qu'une perturbation comprimée est plus chaude qu'une perturbation au repos et d'autant plus qu'une dilatée. Mais il faut également tenir compte de l'énergie cédée par le photon pour s'échapper du potentiel gravitationnel ([Hu et al., 1997](#)), que l'on appelle *redshift* gravitationnel :

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} \Rightarrow \left( \frac{\Delta T}{T} \right)_{\text{RG}} \propto -\frac{\Delta\rho}{\rho} \quad (\text{I.129})$$

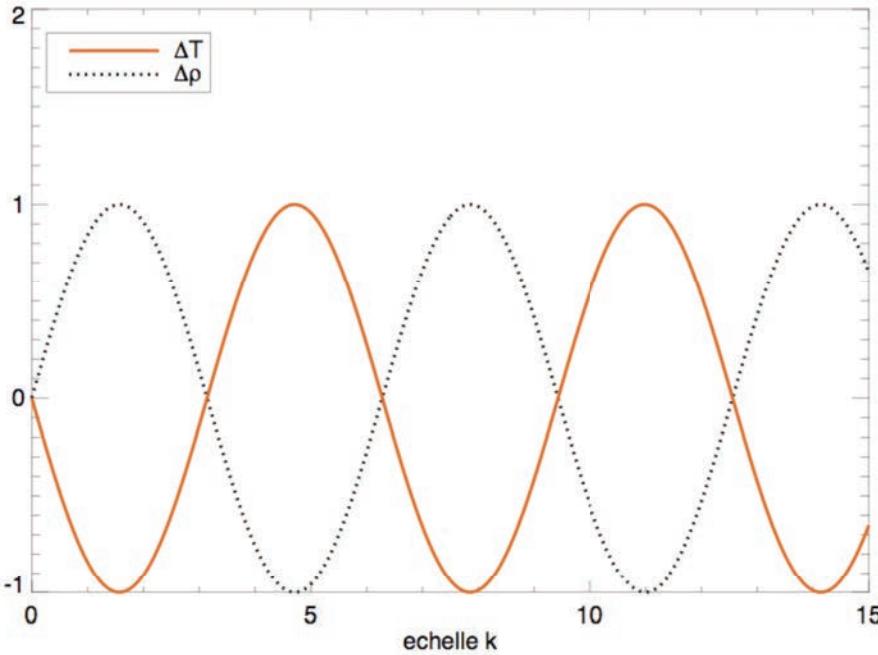
Cet effet est prédominant, impliquant qu'on **observe** les perturbations comprimées plus froides que les perturbations dilatées bien qu'elles soient réellement plus chaudes.

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} \Rightarrow \left( \frac{\Delta T}{T} \right)_{\text{obs}} \propto -\frac{2}{3} \frac{\Delta\rho}{\rho} \quad (\text{I.130})$$

Je représente cet effet schématiquement sur la figure [I.18](#) où la courbe en pointillé est la variation de la densité et la courbe rouge est la variation de température qu'on s'attend à observer en conséquence.

### Effet de la matière noire

Jusqu'à maintenant, je n'ai parlé que du fluide photon-baryon qui oscille. Cependant, il ne faut pas oublier la matière noire qui s'est également effondrée dans les trous de potentiels des perturbations. Cette dernière n'interagissant pas avec les photons, elle ne subit pas

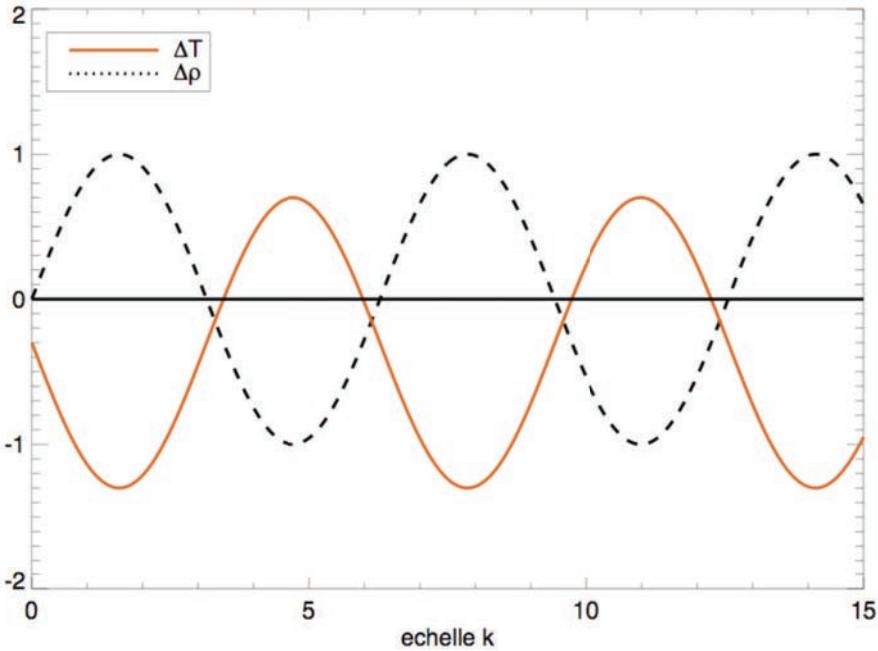


**FIGURE I.18** – Vue schématique de la variation de la température qu'on attend d'observer en fonction de leur mode  $k$ .

la pression de radiation et reste donc au fond du puits de potentiel. Ainsi, la phase de compression se trouve amplifiée par rapport à la phase de dilatation, le  $\frac{\Delta\rho}{\rho}$  se trouvant alors augmenté. Bien évidemment, le *redshift* gravitationnel s'en trouve également augmenté de la même manière, ce qui laisse inchangés les résultats précédents. De plus, en seconde correction il faut prendre en compte la masse des baryons qui, lorsqu'ils tombent dans le puits de potentiel le creusent également, bien que la matière noire soit de loin la principale source d'amplification. Pour leur part, les baryons représentent la partie qui interagit avec les photons et qui est donc porteuse de la dilatation. En poussant le raisonnement à l'extrême, sans baryon toute la matière tomberait dans le puits de potentiel sans jamais subir la pression de radiation. C'est pourquoi l'effet d'amplification de la phase de compression par rapport à la phase dilatation dépend directement du rapport  $\Omega_m/\Omega_b$ . Je présente schématiquement sur la figure I.19, l'effet en fonction du mode de la perturbation.

Cependant, on utilise la fonction de corrélation pour étudier les propriétés statistiques de l'Univers (voir la section suivante I.2.2) où nous mesurons la différence de température au carré :  $(\frac{\Delta T}{T})^2$ . Ainsi on s'attend à observer un spectre de la forme présentée sur la figure I.20.

On peut voir sur cette figure que les creux de températures, dus aux perturbations en phase compressées, deviennent les pics impairs dans la fonction de corrélation tandis que les pics de températures, dus aux perturbations en phase dilatée, deviennent les pics pairs de la fonction de corrélation. Ces derniers sont plus petits, par l'asymétrie entre la compression et la dilatation, et on voit que l'on va pouvoir mesurer le rapport  $\Omega_b/\Omega_m$  en mesurant la hauteur relative entre les pics pairs et impairs.



**FIGURE I.19** – Le puits gravitationnel étant creusé par la matière noire, ainsi que par la masse des baryons quand ils sont en phase de compression, il y a une amplification de la variation de la température dans les phases de compressions. À l'inverse, la masse des baryons diminue l'effet de la dilatation. Il vient alors un décalage qui dépend du rapport entre  $\Omega_b/\Omega_m$ .

### Durant le découplage, le *Silk Damping*

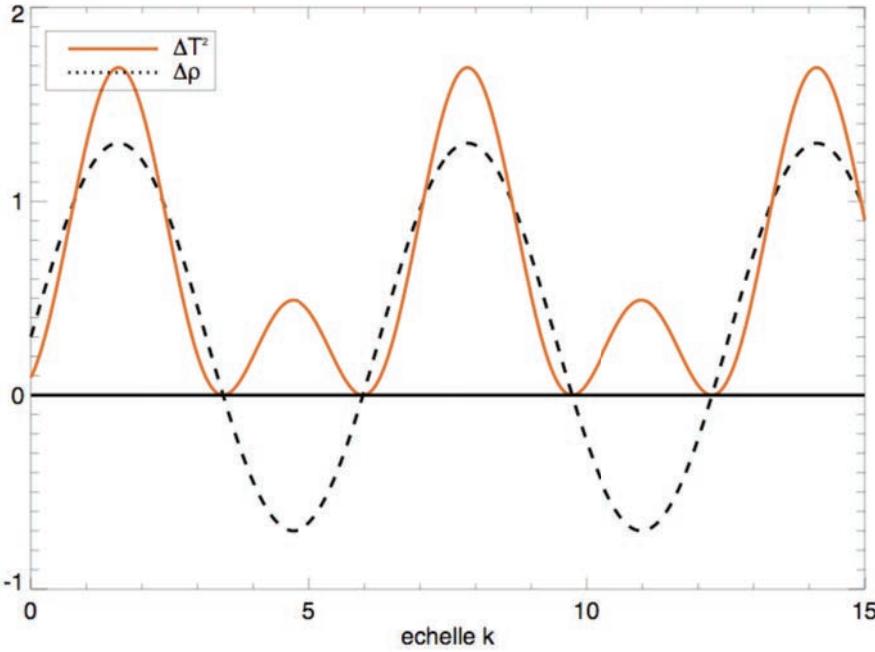
Pour le moment, j'ai fait comme si le processus de découplage rayonnement-matière était instantané, ce qui revient à considérer la surface de dernière diffusion comme étant d'épaisseur nulle. S'agissant d'un processus de mise à l'équilibre, il y a un temps de transition entre l'Univers totalement ionisé, sous forme de plasma, à l'Univers neutre. Durant cette transition, la densité d'électrons libres diminue jusqu'à devenir nulle. Comme la probabilité différentielle de diffusion Thomson s'écrit :

$$\frac{d\tau(t)}{dt} = \sigma_T n_e(t), \quad (\text{I.131})$$

la probabilité de diffusion d'un photon entre le début du découplage rayonnement-matière  $t_i$  et la fin du processus de découplage  $t_f$  est :

$$P(1 \text{ diffusion}) = e^{-\tau_{lss}} \quad \tau_{lss} = \int_{t_i}^{t_f} \sigma_T n_e(t) dt. \quad (\text{I.132})$$

Le paramètre  $\tau_{lss}$  est appelé profondeur optique de la surface de dernière diffusion (*last scattering surface optical depth* en anglais d'où l'indice *lss*). Si on regarde le CMB en direction de la perturbation, dont le décalage en température par rapport à la température moyenne  $\bar{T}$  est  $\Delta T_A$ , située en un point A dans le ciel; on s'attend à observer uniquement des photons portant l'information  $T_A = \bar{T} + \Delta T_A$ . Cependant, durant la traversée de la surface de dernière diffusion, une proportion  $e^{-\tau_{lss}}$  de photon diffuse et est déviée de sa trajectoire. Par isotropie du phénomène, ainsi que par la conservation du nombre de photons, la même



**FIGURE I.20** – La fonction de corrélation mesure  $(\frac{\Delta T}{T})^2$ . On s'attend donc à mesurer une courbe telle que présentée ci-dessus. Les pics impairs correspondent aux perturbations en phase compressée et les pics pairs correspondent aux perturbations en phase dilatée.

quantité de photons provenant de partout autour diffusent également et s'incorporent dans le flux de photons provenant de la perturbation A. Je montre un exemple de photon provenant de A, donc portant l'information  $T_A$  qui finalement nous semble arriver d'une perturbation B sur la figure I.21.

Partons d'un flux de  $\mathcal{N}$  photons portant l'information  $T_A = \bar{T} + \Delta T_A$  et regardons l'information qui nous arrive après la traversée de la surface de dernière diffusion. Au départ nous avons l'information  $\mathcal{I}$  :

$$\mathcal{I}_{emise} = \mathcal{N} \times (\bar{T} + \Delta T_A), \quad (I.133)$$

une portion diffuse sur les électrons libres et sort de l'information provenant de A :

$$\mathcal{I} = \mathcal{N} \times (\bar{T} + \Delta T_A) - e^{-\tau_{lss}} \mathcal{N} \times (\bar{T} + \Delta T_A), \quad (I.134)$$

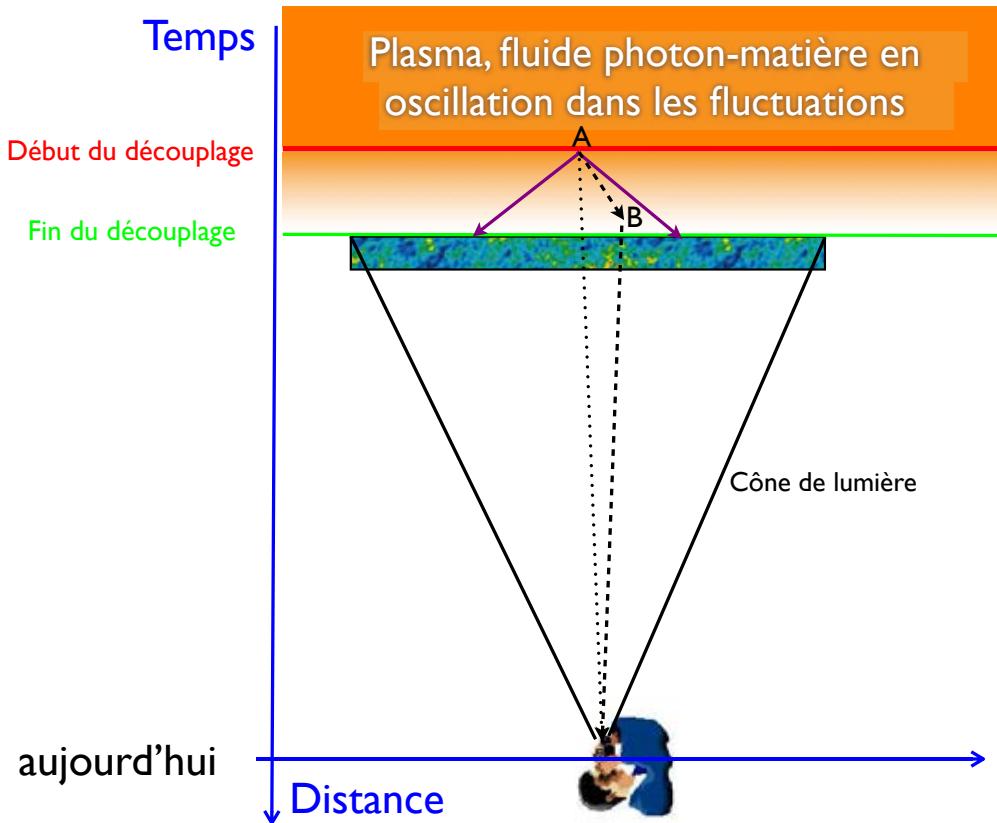
à laquelle vient s'ajouter la même proportion venant de n'importe quelle autre perturbation voisine portant donc l'information moyenne  $\bar{T}$  :

$$\mathcal{I} = \mathcal{N} \times (\bar{T} + \Delta T_A) - e^{-\tau_{lss}} \mathcal{N} \times (\bar{T} + \Delta T_A) + e^{-\tau_{lss}} \mathcal{N} \times \bar{T}. \quad (I.135)$$

Ceci nous donne finalement l'information reçue :

$$\boxed{\mathcal{I}_{recue} = \mathcal{N} \times (\bar{T} + \Delta T_A e^{-\tau_{lss}})}. \quad (I.136)$$

On voit que le terme de variation de température mesuré s'atténue exponentiellement avec la profondeur optique. Cet effet d'atténuation n'est pas invariant avec la taille des



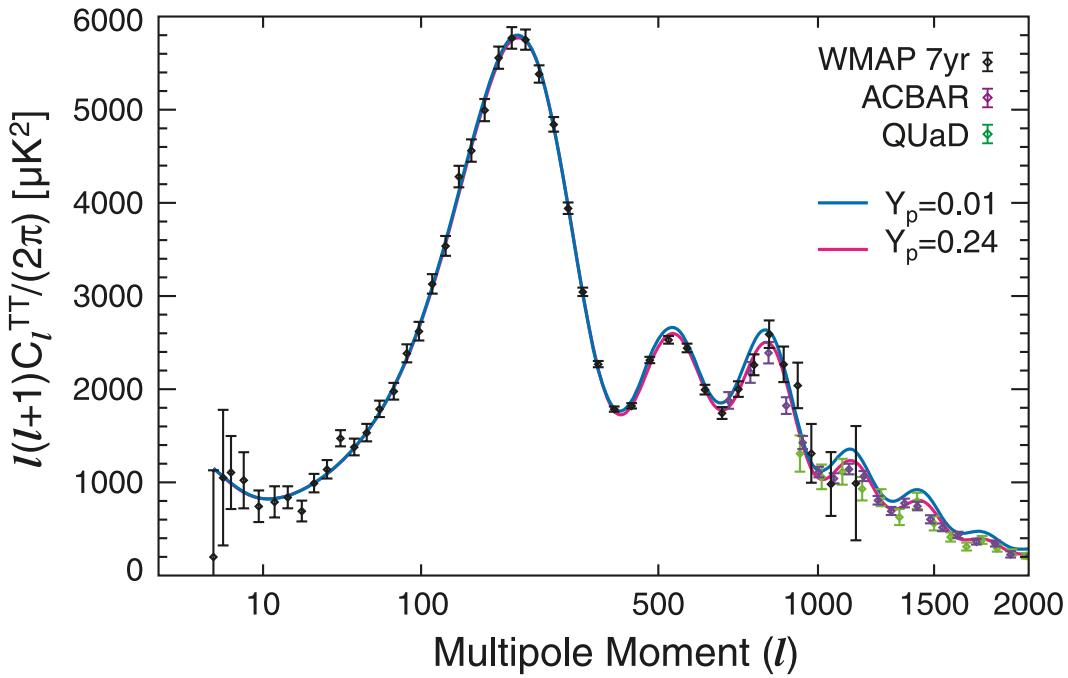
**FIGURE I.21** – Représentation de la possibilité pour un photon, partant d'une perturbation au point A, de diffuser dans une autre région B qui est décorrélée de la perturbation de provenance. Ainsi, ce photon portera une information relative à la perturbation A mais nous parviendra depuis la direction de la perturbation située en B. Il y a alors mélange de l'information.

perturbations considérée. Si l'on s'intéresse à un mode  $k$  petit (équivalent à un moment angulaire  $l$  petit également), alors les photons qui rentrent dans le faisceau d'information viennent quand même majoritairement de la perturbation initiale. Cela est d'autant plus vrai si sa taille est grande devant le libre parcours moyen des photons durant la surface de dernière diffusion. En revanche, pour les toutes petites perturbations (grand  $l$  ou grand  $k$ ) l'effet devient très important. L'effet dépend donc en toute rigueur de la taille des perturbations et s'accentue avec  $k$ . Au final, on perd de la puissance dans le spectre car  $\Delta T$  s'atténue. J'ai fait exprès de prendre le terme information tout le long du raisonnement car cela s'applique quelque soit la quantité concernée. Il s'agit de mélanger une information moyenne à une information corrélée à une échelle de perturbation spécifique. Ce raisonnement s'appliquera donc à la polarisation de la même manière.

La deuxième source d'atténuation de la variation de la température dans les anisotropies vient du fait que l'oscillateur n'est plus harmonique durant cette période où le couplage n'est plus total. Il y a un terme d'amortissement qui apparaît. Pour une très grande perturbation, le temps d'évolution, caractérisé par la pulsation du système, est grand par rapport au temps qui s'écoule durant le processus de découplage<sup>14</sup>. De plus, l'inertie du système est d'autant

14. On se rappellera qu'on a caractérisé précédemment la pulsation du système en fonction de la taille de

plus grande que la taille de la perturbation considérée est grande. L'amortissement n'a alors que très peu d'effet, voir aucun. Au contraire, pour une petite perturbation, le temps d'évolution est faible devant la durée du découplage et l'inertie est faible permettant ainsi d'effacer directement la variation de densité et donc de température. De la même manière que pour le mélange d'information, l'effet d'amortissement est d'autant plus grand que  $k$  ou  $l$  est grand. Au final, nous obtenons le spectre de puissance angulaire de température ( $\langle TT \rangle$ ) mesuré par le satellite WMAP et l'expérience au sol ACBAR sur la figure I.22.



**FIGURE I.22** – Mesure du spectre de puissance angulaire de température ( $\langle TT \rangle$ ) par le satellite WMAP et l'expérience au sol ACBAR. On voit que la puissance diminue quand  $l$  augmente. C'est le *Silk damping*. Le troisième pic reste tout de même supérieur au deuxième car, comme montré sur la figure I.20, les pics de compressions sont amplifiés par la matière noire.

On retrouve la figure I.20 dans l'espace des moments angulaires  $l$  avec l'effet de *Silk damping* qui atténue la puissance de manière croissante avec  $l$ . On peut noter que le troisième pic (qui correspond aux perturbations qui sont dans l'état de deuxième compression maximale) est supérieur au deuxième pic (premier de dilatation maximale) ce qui s'explique par la présence de la matière noire qui amplifie les pics impairs. C'est là un apport très important de la matière noire. De plus, le *Silk damping* dépend de la présence de la matière noire et de sa nature. Sans matière noire, l'inertie des petites perturbations serait faible et l'amortissement supprimerait complètement ces dernières. La coupure serait alors exponentielle dans le spectre de puissance de température, ce qui n'est pas le cas (en plus des hauteurs relatives entre pics pairs et impairs). Dans le cas de matière noire légère, dite chaude, la vitesse étant relativiste, la dispersion des particules est grande. L'étalement du puits de potentiel ainsi généré est grand ce qui ne permet pas de contrecarrer efficacement l'amortissement. La coupure prédictive est alors plus franche. En revanche, avec de la matière noire froide ou tiède, le modèle ajuste parfaitement les observations comme il est possible de le voir sur la

la perturbation comme  $\omega_k = k \times c_{son}$

figure I.22.

Nous avons utilisé la distribution spectrale de l'intensité des photons. Il est également possible de mesurer leur polarisation et de faire le même travail sur cette quantité.

#### I.2.4 Polarisation du CMB, mise en évidence de l'oscillation de la matière

Je tiens à développer le sujet de la polarisation dans le CMB bien que cela puisse sembler éloigné de mon sujet de thèse. L'observation du spectre de puissance angulaire de polarisation  $\langle EE \rangle$  est en soit une très belle observation. Mais la mise en évidence de l'anticorrélation de T et E est la mise en évidence de l'oscillation de la matière dans les perturbations confirmant grandement le modèle tel que présenté. Il faut en premier lieu comprendre le lien entre la polarisation et la diffusion Thomson.

Je vais m'appuyer énormément sur le site créé par Wayne Hu<sup>15</sup> sur lequel j'ai appris beaucoup de ce que je retranscrirai dans cette section. Je me suis également appuyé sur plusieurs publications de cette même personne (Hu & White, 1997), (Hu, 2003) et (Hu & Dodelson, 2002).

##### Polarisation linéaire

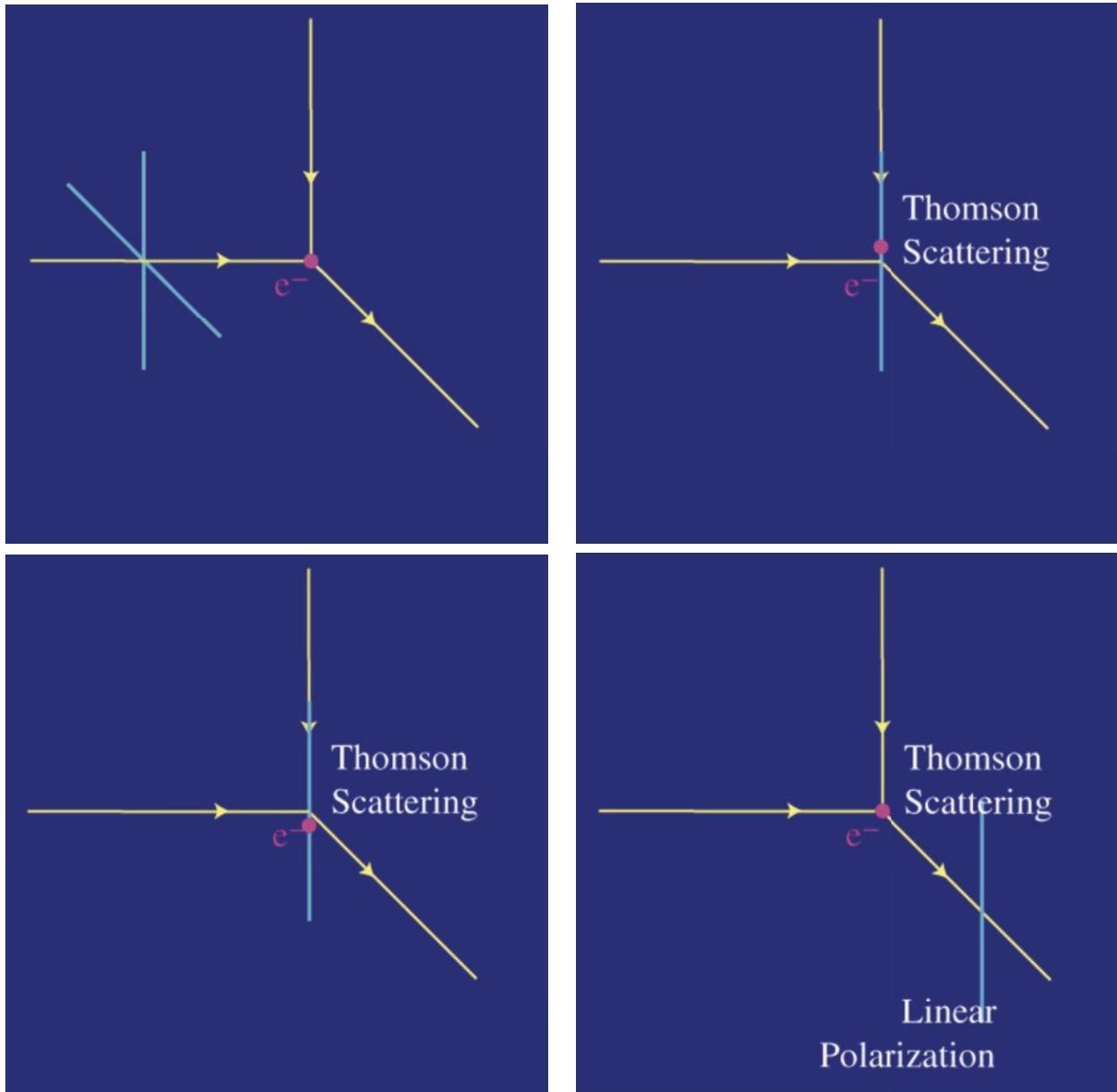
Un photon porte son champ électromagnétique perpendiculairement à sa direction de propagation. Lorsqu'un photon n'est pas polarisé, la projection du champ électromagnétique sur les deux axes ( $x, y$ ) orthogonaux à la direction de propagation est la même ( $E_x = E_y$ ) et ce, quelle que soit l'orientation des axes dans le plan, comme le photon dans la partie haute à gauche de la figure I.23. Lorsqu'il rencontre un électron, il est absorbé et fait osciller ce dernier dans le plan qui contenait le champ électromagnétique. Lorsque l'électron réemet le photon, il le fait dans une direction qui forme un angle  $\theta$  avec la direction incidente du photon. Si cet angle n'est pas égal à 0 ou  $\pi$  alors, la direction du photon sortant n'est pas perpendiculaire au plan d'oscillation de l'électron. Dans ce cas, le photon ne peut pas emporter toute l'information électromagnétique mais uniquement la projection orthogonale du plan d'oscillation de l'électron sur le plan perpendiculaire à la direction sortante. Il existe alors une orientation des axes ( $x', y'$ ), dans le plan électromagnétique du photon sortant, telle que les projections du champ sont différentes ( $E_{x'} \neq E_{y'}$ ). C'est ce qu'on appelle la polarisation linéaire. Dans l'exemple illustré sur la figure I.23, l'angle entre la direction entrante et la direction sortante du photon est pris à  $\pi/2$  qui est un cas extrême. Dans ce cas une composante du champ électromagnétique disparaît complètement tandis que la deuxième est inchangée. Cela rend l'illustration plus explicite.

Nous venons de raisonner avec un photon mais dans la réalité c'est un flux de photon que l'on observe. Comme il est de coutume, entre le raisonnement à un objet et la généralisation à N objets, on passe par le raisonnement à ...2 objets !

##### Cas isotropique, flux non polarisé

Prenons deux photons non polarisés, portant la même information, qui arrivent d'en haut et de la gauche comme présenté sur la partie gauche de la figure I.24. De la même manière que

15. <http://background.uchicago.edu/~whu/intermediate/intermediate.html>

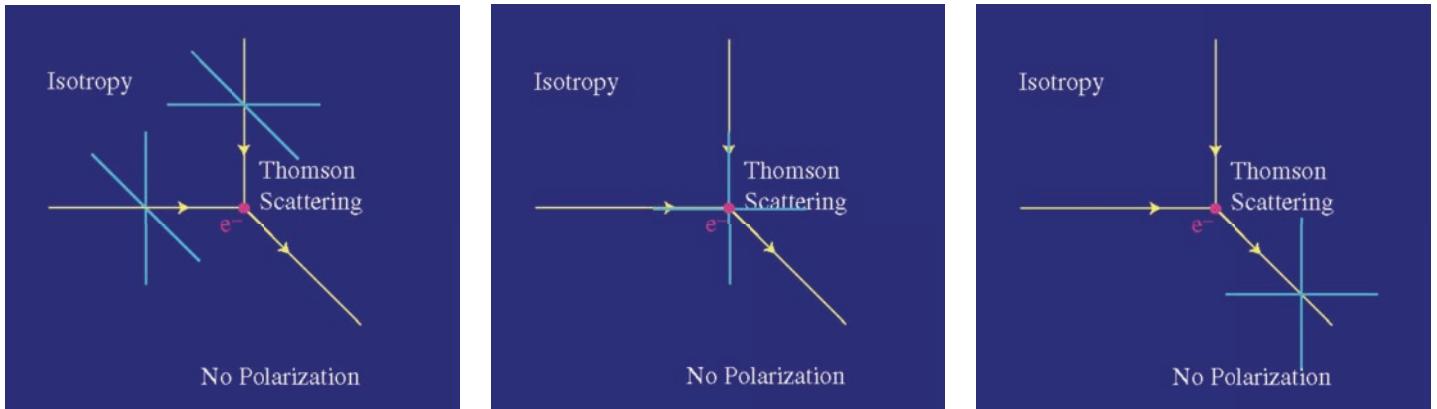


**FIGURE I.23** – Création de polarisation linéaire par diffusion Thomson. En haut à gauche, on part d'un photon non polarisé. Son champ électromagnétique est perpendiculaire à sa direction de propagation. En haut à droite, le photon interagit avec l'électron libre qui oscille dans le plan du champ électromagnétique. En bas à gauche, l'électron finit d'osciller et réémet le photon dans une direction perpendiculaire. En bas à droite, le photon a été réémis et est observé avec une polarisation linéaire pure du fait qu'il porte le champ électromagnétique perpendiculairement à son déplacement. Comme sa direction appartient au plan d'oscillation de l'électron il ne peut pas porter l'intégralité du champ mais uniquement la projection orthogonale à son déplacement.

sur la figure I.23, nous allons prendre le cas où les deux photons diffusent vers l'observateur en bas à droite. Ainsi, le photon de gauche ne porte que la composante verticale du champ électromagnétique après diffusion. En refaisant le raisonnement précédent sur le photon

provenant du haut, après diffusion il perd la composante électromagnétique qui est parallèle à la direction sortante. Il ne porte alors plus que la composante horizontale. L'observateur observe les deux photons et ne mesure alors aucune polarisation. Ce raisonnement est vrai pour tous les couples de photons arrivant perpendiculairement l'un par rapport à l'autre. Il en va donc de même pour des flux de photons arrivant perpendiculairement. De plus, si on considère un rayonnement isotrope portant la même information, les photons arrivent depuis toutes les directions. Pour tout faisceau incident existe son complémentaire par symétrie sphérique. Il vient alors que tous les faisceaux sortants sont observés sans polarisation deux à deux. Le flux total est donc également observé sans polarisation. Je rappel les deux conditions qui laissent les flux non polarisés après diffusion Thomson :

- Rayonnement isotrope, le flux incident est identique quelle que soit la direction.
- Information isotrope, l'information (intensité) des photons des flux incidents est identique quelle que soit la direction.

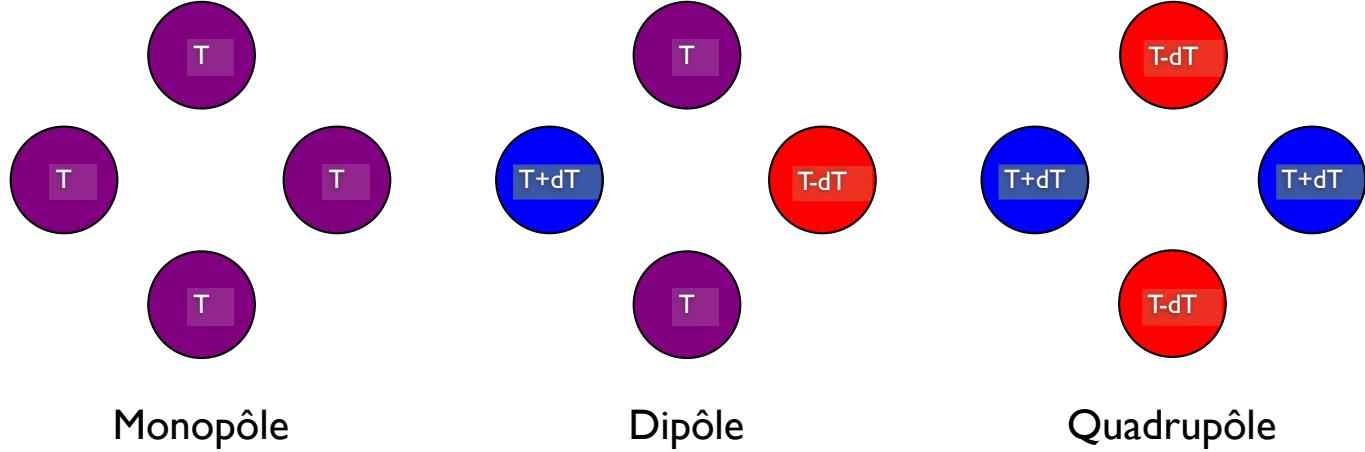


**FIGURE I.24** – Même raisonnement que pour la figure I.23 mais avec deux photons non polarisés identiques arrivant perpendiculairement l'un par rapport à l'autre sur l'électron libre. Après diffusion, le photon de gauche ne portera que la composante verticale du champ électromagnétique tandis que celui du haut ne portera que la composante horizontale. Au final, la combinaison observée n'est pas polarisée. Cela se comprend mieux en remplaçant désormais les photons par des flux de photons non polarisés identiques.

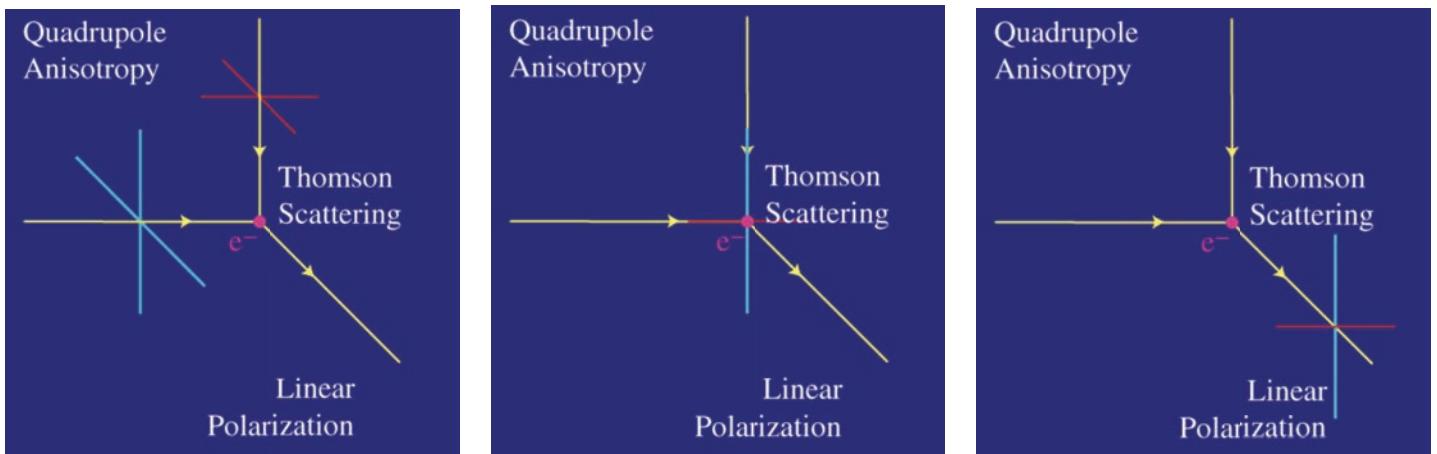
### Cas quadrupolaire, flux polarisé

Si nous ne respectons pas la condition d'isotropie, les propriétés de compensation évoquées précédemment ne s'appliquent plus. Le cas isotropique est ce qu'on peut appeler le cas monopolaire ( $l = 0$ ) car le monopôle est la valeur moyenne sur la sphère entière. Le cas dipolaire ( $l = 1$ ), est le cas où le flux à un minimum et un maximum géographiquement opposés. Cela ne crée pas de polarisation car, la somme des flux incidents de sens opposé (voir figure I.25) est égale quelle que soit la direction considérée. Comme les flux de sens opposés portent leur champ électromagnétique dans le même plan, ils participent de la même manière à la polarisation. Au finale, si on raisonne sur les directions, on peut appliquer les règles de symétrie évoquées pour le cas isotrope ce qui donne de nouveau un flux observé non polarisé. Le premier moment, et le seul, qui permet de faire de la polarisation est le quadrupôle ( $l = 2$ ). Dans ce cas, le flux possède deux minima et deux maxima qui sont opposés

deux à deux. La somme des flux de sens opposés n'est plus constante et la contribution à la polarisation du flux sortant n'est plus identique.



**FIGURE I.25** – Vue schématique d'un monopôle, d'un dipôle et d'un quadrupôle en température. Le monopôle est la valeur moyenne sur la sphère, le dipôle possède un minimum et un maximum opposés tandis que le quadrupôle possède deux minima opposés et deux maxima opposés.



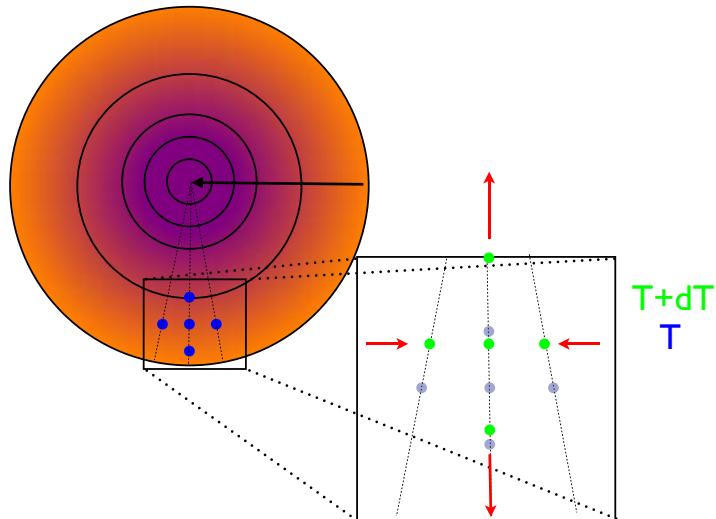
**FIGURE I.26** – Même raisonnement que pour la figure I.24 mais avec un flux de photons d'intensité plus faible arrivant en haut et plus forte pour le flux arrivant de la gauche. Le flux du haut ne contribue que pour la polarisation horizontale du flux sortant et le flux de gauche ne contribue que pour la partie verticale. Comme les intensités des flux incidents ne sont pas égales, il vient une polarisation linéaire sur le flux observé (à droite).

Je présente le raisonnement avec un quadrupôle sur la figure I.26 où il faut tenir le même raisonnement que pour la figure I.24 mais avec un flux de photons d'intensité plus faible arrivant en haut et plus forte pour le flux arrivant de la gauche. Le flux du haut ne contribue que pour la polarisation horizontale du flux sortant et le flux de gauche ne contribue que pour la partie verticale. Comme les intensités des flux incidents ne sont pas égales, il en résulte une polarisation linéaire sur le flux observé (à droite). Le raisonnement

marche aussi bien en ajoutant les flux arrivant du bas et de droite qui sont identiques à leurs opposés dans le cas du quadrupôle.

### Génération de quadrupôle par les perturbations

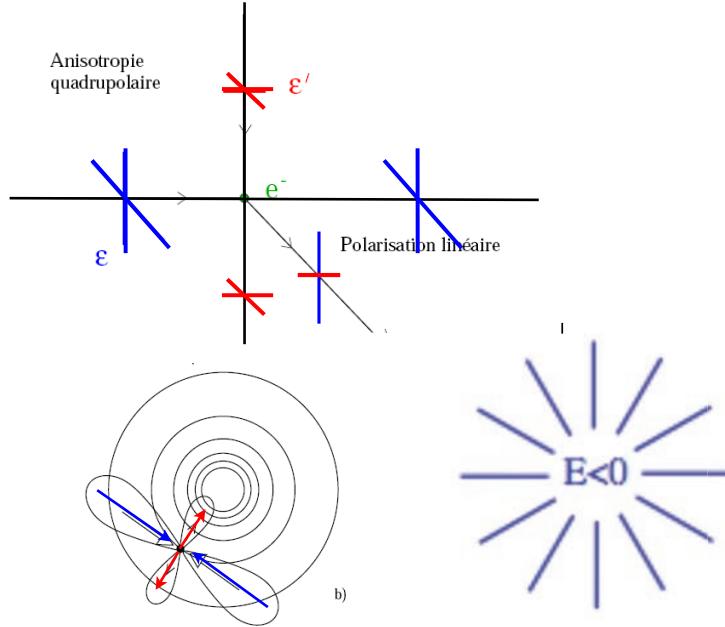
On vient de voir comment générer de la polarisation linéaire avec un quadrupôle mais je n'ai pas encore parlé de la source physique qui engendre ce genre d'objet. Considérons une perturbation en phase de compression et mettons nous à la place d'un électron tombant dans le puits gravitationnel. Plus l'électron se rapproche du centre du puits et plus il va vite. Il en va de même pour tous ses comparses. Sur la figure I.27, je représente l'évolution de la position relative entre des électrons libres dans une perturbation en phase de compression. En bleu, sont représentées les positions de cinq électrons à un instant  $T$  et en vert la position de ces mêmes électrons mais un intervalle de temps  $dT$  plus tard. Si on se place dans la position de l'électron central, on voit son voisin plus proche du puits s'éloigner, car tombant plus vite, et l'électron plus lointain s'éloigner car tombant moins vite dans le puits. Les électrons sur les côtés tombent à la même vitesse mais se rapprochent de par la forme sphérique du potentiel de la perturbation. Ainsi, l'électron voit un quadrupôle de flux de matière.



**FIGURE I.27** – Vue schématique de ce qui se passe dans le référentiel d'un électron en chute dans un puits de potentiel gravitationnel sphérique. En bleu, sont représentées les positions de cinq électrons à un instant  $T$  et en vert la position de ces mêmes électrons mais un intervalle de temps  $dT$  plus tard. Si on se place dans la position de l'électron central, on voit l'électron plus proche du puits s'éloigner, car tombant plus vite, et l'électron plus lointain s'éloigner car tombant moins vite dans le puits. Les électrons sur les côtés tombent à la même vitesse mais se rapprochent de par la forme sphérique du potentiel de la perturbation. Ainsi, l'électron voit un quadrupôle de flux de matière.

Le flux de matière entraîne une variation de flux de photons reçu par l'électron ne serait-ce que par effet Doppler. On se retrouve exactement dans la situation décrite dans la section I.2.4 que je représente plus concrètement sur la figure I.30. Le flux tangentiel, en bleu sur la figure, est plus important que le flux radial (en rouge). Le flux sortant est polarisé préférentiellement selon l'axe radial, ce qui est représenté sur la partie supérieur droite de la figure. En traçant la composante principale de polarisation pour des zones tout autour

de la perturbation, on obtient la figure en bas à droite. Ce mode de polarisation est noté  $E$  pour des raisons de symétrie que je vais évoquer juste après.



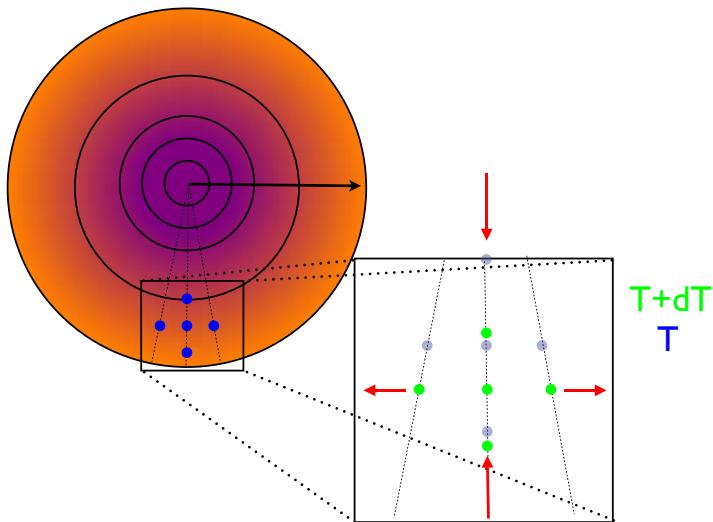
**FIGURE I.28** – Comme présenté dans la figure I.27, un électron libre voit un quadrupôle de flux de matière. Il en découle qu'il reçoit un flux plus important de photons depuis la partie tangentielle (flux de photons bleu) et moins important depuis l'axe radiale (flux de photons rouge). Ainsi, on peut voir que le flux sortant est polarisé linéairement selon l'axe radial. En traçant la composante principale de polarisation pour des zones tout autour de la perturbation, on obtient la figure en bas à droite. Cette figure est fortement basée sur la thèse de Benoît Revenu (2000).

Considérons désormais une perturbation en phase de dilatation où la situation est totalement inversée. Comme nous pouvons le voir sur la figure I.29, l'électron le plus près du centre se rapproche de l'électron central, étant repoussé plus rapidement par la pression de radiation. De même l'électron central se rapproche de l'électron le plus loin du centre. À contrario, les photons latéraux se meuvent à la même vitesse mais s'éloignent par symétrie sphérique du puits gravitationnel. Il y a alors de nouveau un quadrupôle de flux de matière qui entraîne un quadrupôle de flux de photon.

La situation est symétrique au cas de la phase de compression. Désormais, le flux est plus important radialement et moins important tangentiellement. Comme montré sur la figure I.30, le flux observé est polarisé linéairement selon l'axe tangentiel. En traçant cette figure tout autour de la perturbation nous obtenons la figure en bas à droite. Il s'agit de l'autre représentation du mode  $E$  de polarisation.

### Modes de polarisation

Je vais développer rapidement la base de polarisation. Il s'agit là d'une base locale qui permet de décomposer les modes de polarisation de symétrie paire (mode  $E$ ) et im-



**FIGURE I.29** – Même schéma que la figure I.27 mais pour une perturbation en dilatation. Ainsi les conditions sont inversées. L'électron central voit l'électron le plus proche du centre se rapprocher de lui, car étant repoussé plus rapidement, et l'électron le plus lointain se rapprocher également car étant repoussé plus lentement. Par la symétrie sphérique du potentiel, il voit les électrons latéraux s'éloigner.

paire (mode *B*). Le nom donné aux figures de base fait référence à la propriété de parité du champ électrique et du champ magnétique. Zaldarriaga et Seljak ont défini cette base dans leur article (Zaldarriaga & Seljak, 1997) ainsi que dans la thèse de Zaldarriaga (1998). Un formalisme similaire a été développé indépendamment par Kamionkowski, Kosowsky et Stebbins (1997).

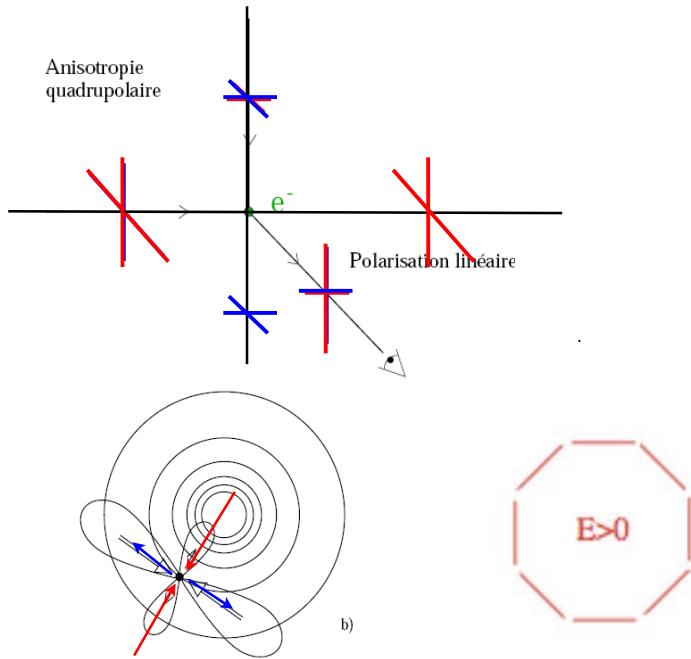
Comme nous venons de le voir avec les perturbations de densités, les perturbations scalaires permettent de créer des polarisations de symétrie paire. Cela se voit car en appliquant l'opérateur parité (image dans un miroir plus une rotation de 180 degrés ici) on obtient le même motif (voir figure I.31).

Les deux autres motifs de polarisation sont impairs et sont dits de mode *B*. Ils sont créés par des perturbations tensorielles, similaires aux ondes gravitationnelles. La polarisation est créée par l'apparition de quadrupôles au passage d'une perturbation tensorielle par un mouvement de cisaillement. Les motifs obtenus sont bien plus complexes et se transforment l'un en l'autre au travers de l'opération de parité (voir figure I.32).

Le formalisme mathématique sous-jacent est complexe et dépassant le cadre de cette introduction, je ne rentrerai pas dans les détails.

### Spectre de puissance angulaire de polarisation $\langle EE \rangle$

Nous avons vu la manière dont le mouvement du fluide baryon-photon dans les perturbations de densité permet de créer de la polarisation de mode pair. Le point important est le mouvement car, plus il est important et plus l'effet de quadrupôle est important impliquant une polarisation plus importante. Reprenons le résultat du spectre de puissance angulaire de la température  $\langle TT \rangle$  pour le CMB. Les pics impairs sont générés par les perturbations



**FIGURE I.30** – Comme présenté dans la figure I.29, un électron libre voit un quadru-pôle de flux de matière. Il en découle qu'il reçoit un flux de photons moins important depuis la partie tangentiale (flux de photons bleu) et plus important depuis l'axe radial (flux de photons rouge). Ainsi, on peut voir que le flux sortant est polarisé linéairement selon l'axe tangentiel. En traçant la composante principale de polarisation pour des zones tout autour de la perturbation, on obtient la figure en bas à droite. Cette figure est fortement basée sur la thèse de Benoît Revenu soutenue en 2000.



**FIGURE I.31** – Représentation des deux motifs de base des modes de polarisation pairs.



**FIGURE I.32** – Représentation des deux motifs de base des modes de polarisation impairs.

en état de compression maximale et les pics pairs sont générés par les perturbations en état de dilatation maximale. Dans les deux cas, le fluide baryon-photon est quasiment au repos, transitant entre la compression et la dilatation. À contraria, les creux de  $C_l^{TT}$  sont générés

par les perturbations en plein milieu d'une compression ou d'une dilatation donc avec une vitesse maximale pour le fluide baryon-photon. On s'attend donc à avoir les pics de  $C_l^{EE}$  pour les moments angulaires correspondant aux creux de  $C_l^{TT}$  et les creux de  $C_l^{EE}$  pour les moments angulaires correspondant aux pics de  $C_l^{TT}$ . Ainsi, si le modèle tel que décrit depuis le début est correct, on doit observer l'anticorrélation entre les spectres  $C_l^{EE}$  et  $C_l^{TT}$ . Ce fut mesuré par l'expérience QUAD (Brown et al., 2009) présenté sur la figure I.33. On peut très clairement voir l'anticorrélation entre le spectre de température (en haut) et le spectre de polarisation (au milieu). Ce résultat est très important car il confirme grandement le modèle standard de la cosmologique avec période inflationnaire. Il devient alors indispensable d'avoir un mécanisme qui permet une telle cohérence d'état de phase entre toutes les perturbations d'une taille donnée dans toutes les zones de l'univers observable. Je tenais fortement à présenter ce résultat car je trouve que l'on en parle bien peu par rapport à l'importance de la confirmation qu'il apporte.

### À la recherche des modes B

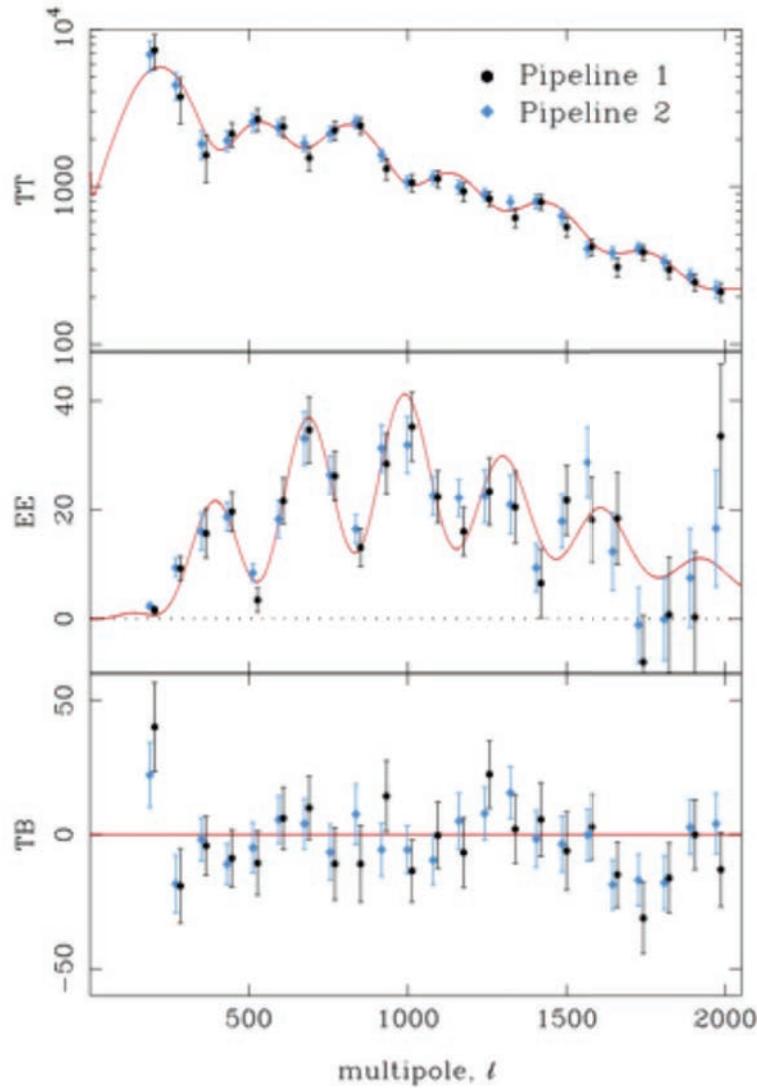
Comme expliqué lors de la section consacrée à l'inflation I.2.1, durant la phase d'expansion très rapide, les perturbations du champ d'inflaton ont provoqué des perturbations scalaires et tensorielles. Pour expliquer tout ce qui précède, je n'ai utilisé que les perturbations scalaires, les perturbations de densité. Selon les modèles d'inflation, le rapport d'amplitude entre les perturbations scalaires et tensorielles diffère. Ce rapport est appelé rapport Tenseur sur Scalaire et est noté  $T/S$  ou  $r$ . Prouver l'existence de telles ondes gravitationnelles primordiales serait une quasi-confirmation d'une période inflationnaire. Mesurer les propriétés de celles-ci, permettrait de trancher entre les différents modèles d'inflation et permettrait d'avoir des connaissances inestimables sur les propriétés primordiales de notre Univers ainsi que d'acquérir des connaissances sur la physique de très hautes énergies. Il faut tout d'abord trouver une observation qui permettrait de les mettre en évidence et le CMB est le terrain idéal.

Les ondes gravitationnelles génèrent un cisaillement de la métrique lors de leur passage. Ainsi, la matière est mise en mouvement selon des propriétés propres aux ondes gravitationnelles qui engendrent des quadrupôles. Cependant, contrairement aux cas des perturbations scalaires, ces quadrupôles permettent de générer de la polarisation selon les motifs des modes E et B. Il faut donc mesurer le spectre de puissance angulaire  $\langle BB \rangle$  du CMB pour les observer. Cependant, le niveau du signal est intrinsèquement très faible et demande des prouesses technologiques ainsi que des méthodes de traitement du signal performantes pour espérer y arriver (ou peut être une expérience basée sur un nouveau principe qui est en grande partie développée dans le laboratoire APC<sup>16</sup>). Je montre sur la figure I.34 à quel point il sera difficile de mesurer le spectre de polarisation  $\langle BB \rangle$  tant le signal est faible. Les contraintes actuelles tendent à montrer que le rapport  $T/S$  est au plus de l'ordre de 0,2 (Komatsu et al., 2009) ce qui est bien plus faible que les  $T/S = 0,6$  et  $T/S = 1,2$  utilisés pour générer les figures des spectres (I.34).

Cependant, il y a peut-être une possibilité de mesurer les modes B aux très grandes échelles grâce la période de réionisation que je présente tout de suite.

---

16. J'aime particulièrement le concept de l'expérience QUBIC!

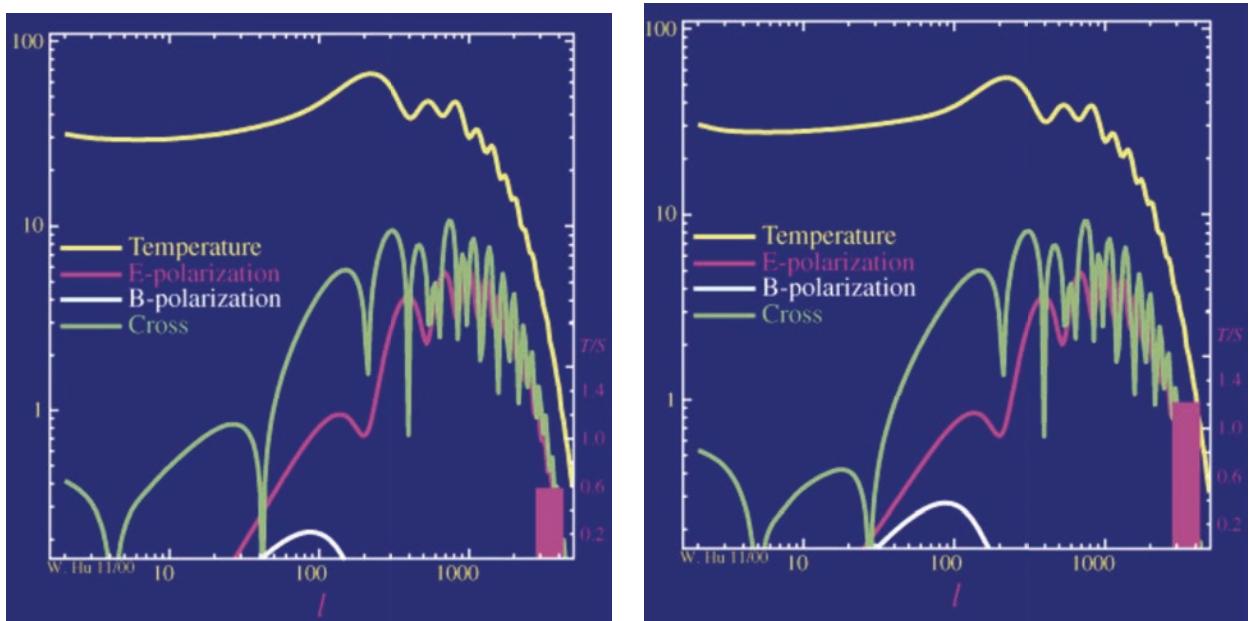


**FIGURE I.33** – Mesure du spectre de température  $\langle TT \rangle$  et de polarisation  $\langle EE \rangle$  par l’expérience QUAD. On voit très clairement l’anticorrélation entre les deux spectres. Ce résultat est une grande confirmation du modèle standard de la cosmologie avec inflation.

### I.2.5 Vers la formation des structures, la réionisation

Avant de commencer, j’aimerais préciser que j’ai pris le parti, somme toute assez bizarre, de regarder la réionisation du côté du CMB plutôt que du côté astrophysique. Ce choix vient d’une idée de cohérence que je me suis faite sur l’explication de l’Univers au travers des perturbations. De plus, l’effet de la réionisation sur le CMB est quelque chose d’assez peu connu alors qu’il pourrait bien permettre de détecter les modes B primordiaux. C’est ce que nous allons voir maintenant.

J’ai expliqué auparavant que l’Univers était transparent pour les photons du CMB depuis la surface de dernière diffusion jusqu’à leur observation aujourd’hui. Bien que les photons du CMB ne soient plus suffisamment énergétiques pour arracher les électrons des orbites des



**FIGURE I.34** – Mise en évidence de la difficulté de mesurer le spectre  $\langle BB \rangle$  dû à l'extrême faiblesse de son signal. À gauche, les spectres simulés pour un rapport  $T/S = 0,6$  et à droite pour  $T/S = 1,2$ . Dans les deux cas on peut voir que le spectre  $\langle BB \rangle$  en blanc est excessivement faible. On peut également voir que lorsque le rapport augmente, les spectres dûs aux perturbations de densités ( $\langle TT \rangle$ ,  $\langle TE \rangle$  et  $\langle EE \rangle$ ) diminuent contrairement à  $\langle BB \rangle$  qui augmente. Ces figures sont tirées de la page personnelle de Wayne hu (<http://background.uchicago.edu/~whu/intermediate/intermediate.html>).

atomes, d'autres vont pouvoir s'en charger à leur place. En effet, il vient bien un moment où les structures se forment. Je développerai plus en détail ce point dans la section réservé à la formation des structures II.1. Ce qui est important ici, c'est que les premières étoiles et les premiers objets astrophysiques comme les quasars<sup>17</sup> (trous noirs qui accrètent de la matière tout en l'accélérant ce qui provoquent des rayonnements très énergétiques) se forment à une époque donnée. Ces objets émettent une grande quantité de photons de hautes énergies, soit par processus thermonucléaire (étoiles), soit par accélération de la matière (quasars), qui peuvent ioniser de nouveau les atomes (principalement d'hydrogène) formés à la période de découplage rayonnement-matière.

Ces objets émettent une sphère de photons ionisants qui se propagent. Les atomes se trouvant sur le passage de ces photons se trouvent de nouveau ionisés, les électrons redevenant alors libres. On appelle ce genre de modèle des *Bubble Models*. Deux points sont très importants ici :

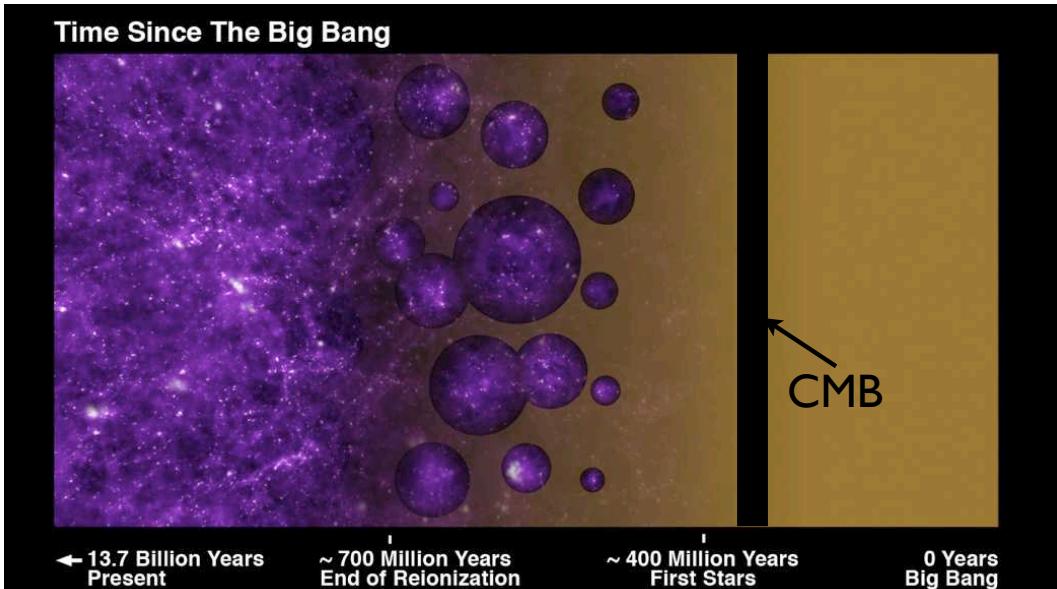
- Cette époque correspond à la période de formation des premières étoiles ce qui va influer très fortement la période de formation des premières galaxies (que je noterai dans la suite de ma thèse  $z_f$  pour le *redshift* de formation).
- Durant cette période, les photons du CMB vont rencontrer de nouveau des électrons libres et vont donc pouvoir de nouveau faire de la diffusion Thomson.

Le premier point est très égoïste car le  $z_f$  est un paramètre important pour estimer le

17. ces objets sont souvent considérés comme les géniteurs des galaxies. Ceci n'est toujours pas vérifié par les observations.

*redshift* photométrique des galaxies. Ce sont les *redshifts* que j'utiliserai dans toute la partie concernant mon travail (section IV.2.2). Le second point est quant à lui très important pour les observations du CMB. En effet, la présence d'une nouvelle surface de diffusion va modifier les spectres de puissance angulaire du CMB de deux façons différentes :

- Effet de mélange d'information qui s'apparente très fortement au *Silk damping* et ce, pour toutes les informations ( $\langle TT \rangle$ ,  $\langle EE \rangle$  et  $\langle BB \rangle$ ).
- Création de polarisation sur une échelle particulière.



**FIGURE I.35** – Représentation de la période de réionisation sous forme de bulles ionisantes. On considère que l'Univers est complètement ionisé au moment où les bulles se recouvrent.

### Mélange d'information

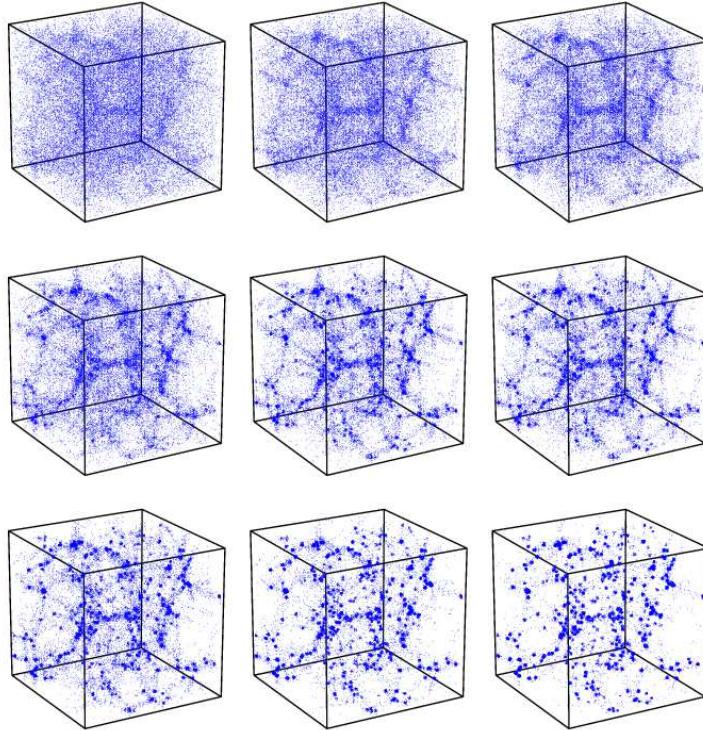
Le raisonnement est complètement analogue au mélange d'information du *Silk damping* I.2.3 mais sur des échelles plus étendues. En effet, comme on peut le voir sur la figure I.35, il y a un intervalle de temps de l'ordre de cent millions d'années qui s'écoule entre le découplage rayonnement-matière et la période de réionisation. Les photons voyagent librement pendant l'intervalle de temps conforme  $\eta_{ion} - \eta_{dec}$  qui s'écoule entre le découplage et la période de réionisation. Le temps conforme, qui est équivalent de temps comobile, est défini comme :

$$d\eta = \frac{dt}{a} \Rightarrow \eta(t_m) = \int_0^{t_m} \frac{dt}{a} \quad (\text{I.137})$$

et dans notre cas ce temps est le plus approprié car nous allons considérer les modes de Fourier comobiles des perturbations. Lorsque les photons du CMB traversent la période de réionisation, ils ont une probabilité non nulle d'interagir avec des électrons libres, donnée de la même manière que pour la surface de dernière diffusion :

$$P(1 \text{ diffusion}) = e^{-\tau_{ion}} \quad \tau_{ion} = \int_{t_i}^{t_f} \sigma_T n_e(t) dt, \quad (\text{I.138})$$

avec  $t_i$  l'instant de début de réionisation et  $t_f$  la fin de la période réionisée. La fin de la phrase précédente est en fait dénuée de sens car on voit bien aujourd'hui que les étoiles et autres objets astrophysiques ionisant sont encore omniprésents. Il en résulte que l'Univers est considéré comme complètement ionisé depuis que les bulles se recouvrent et qu'il le reste par la suite. Cependant, le terme qui va fortement changer est la densité d'électron libre dans le milieu inter galactique, noté IGM, où se propagent la majorité des photons du CMB. De par la formation des structures, l'Univers devient fortement contrasté dans sa distribution de matière. Cette dernière se retrouve principalement dans les galaxies, les amas de galaxies (contenant la moitié des galaxies visibles) et surtout dans de grands filaments de matière (voir figure I.36). Ce scénario fait que la densité d'électron libre dans les grandes zones devient très faible assez rapidement et rend assez vite l'influence des électrons libres sur le CMB négligeable. Il y a donc une période privilégiée durant laquelle la réionisation va affecter le CMB.

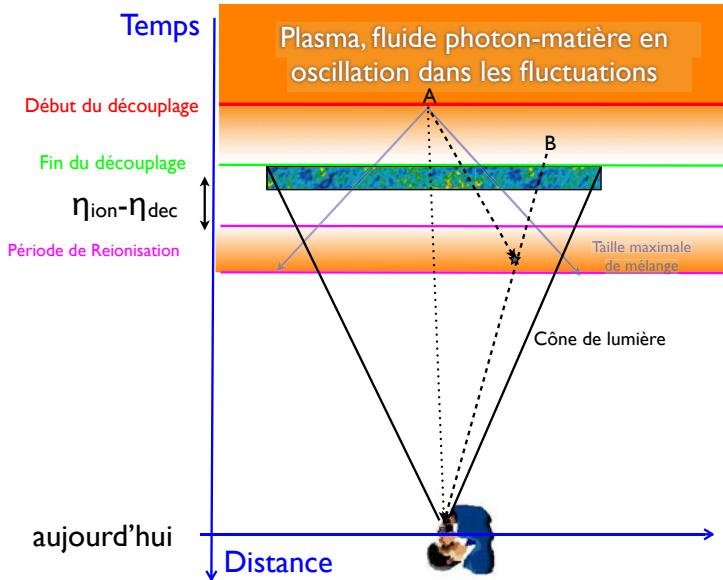


**FIGURE I.36** – Simulation de l'évolution de la répartition de la matière baryonique avec le temps. On part après le découplage en haut à gauche en évoluant jusqu'à aujourd'hui dans le sens de la lecture. On peut voir que la matière se concentre de plus en plus dans des structures laissant de grands vides.

De la même manière que pour la surface de dernière diffusion, les photons provenant d'une perturbation A peuvent diffuser sur les électrons de nouveau libres et nous parvenir depuis une direction qui correspond à une perturbation B dans nos observations. Ceci est représenté sur la figure I.37.

Le calcul pour estimer la perte d'information est le même que pour la surface de dernière diffusion en remplaçant  $\tau_{lss}$  par  $\tau_{ion}$  dans le résultat I.136. Il vient directement :

$$\mathcal{I}_{recue} = \mathcal{N} \times (\bar{T} + \Delta T_A e^{-\tau_{ion}}). \quad (I.139)$$



**FIGURE I.37** – Un photon partant de la perturbation A, dans une direction telle que nous n’aurions jamais dû le voir, diffuse durant la période de réionisation et nous arrive finalement en passant pour un photon de la perturbation B. Il y a alors mélange de l’information et donc perte de signal dans le spectre de puissance.

Les échelles concernées sont cette fois plus importantes car la distance parcourue par les photons est plus grande que lors de la surface de dernière diffusion. De plus, cela se produit sur une surface plus proche de nous augmentant encore la taille des moments angulaires touchés. L’effet est modélisé en fonction de l’échelle considérée de la manière suivante :

$$C_l \rightarrow R_l^2 C_l \quad R_l^2 = \frac{1 - e^{-2\tau_{ion}}}{c_0 + c_1 x + c_2 x^2 + \dots} + e^{-2\tau_{ion}} \quad x = \frac{l}{l_r + 1}, \quad (\text{I.140})$$

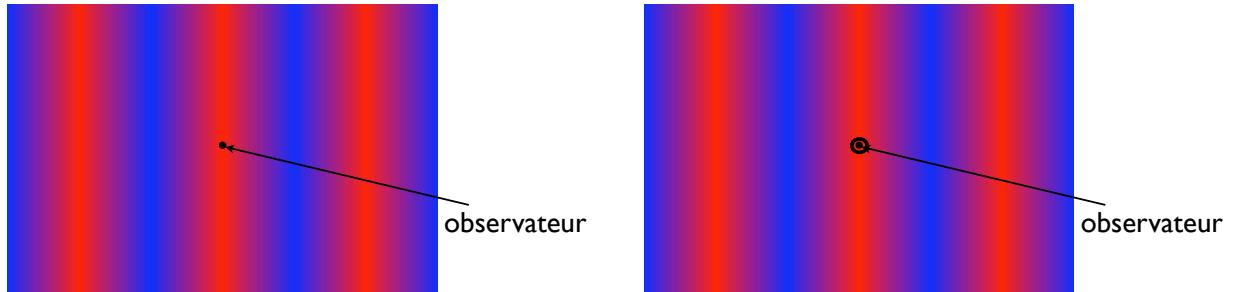
où  $l_r$  est la taille typique de mélange à la réionisation qui est caractérisée par la distance parcourue par les photons du CMB entre le découplage et la période de réionisation (taille qui est représentée par les flèches dans la zone en fuchsia sur la figure I.37). Cet intervalle de temps ainsi que la rapidité à laquelle se réionise l’Univers sont compris dans la forme intégrale qui définit la variable de profondeur optique de la réionisation  $\tau_{ion}$ .

### Création de polarisation

La période de réionisation n’est pas uniquement un mélangeur d’information mais également un générateur. Nous avons vu dans la section I.2.4, qu’il est possible de faire de la polarisation par diffusion Thomson si l’électron libre voit un quadrupôle. Or les anisotropies du CMB contribuent à tous les multipôles et donc au quadrupôle également. Plus précisément une taille d’anisotropie donnée contribue à un multipôle pour un observateur particulier. Cette phrase est assez compliquée à comprendre et je vais détailler maintenant sa signification.

Considérons une taille de fluctuation correspondant au mode comobile  $k_{comobile}$ . La perturbation de densité est représentée planairement dans les figures I.38 et I.39, où les zones bleues apparaissent plus chaudes (sous densités) et les zones rouges apparaissent plus froides

(surdensités). Plaçons nous comme observateur<sup>18</sup> au milieu d'une zone surdense. Avant le découplage rayonnement-matière, nous ne voyons rien, étant dans le plasma. Laissons passer un tout petit peu de temps ( $\Delta T_1$  après le découplage). Le découplage a eu lieu et nous commençons à voir les photons nous parvenir en portant l'information de leur zone de dernière diffusion. Nous voyons les photons qui ont été "émis" à une distance égale à  $\Delta T_1 \times c$  de nous. Cette distance est petite devant la taille de la perturbation de telle sorte que ces photons viennent tous de la zone surdense dans laquelle nous nous trouvons (illustration sur la partie droite de la figure I.38). Ainsi, tous ces photons portent la même information quelle que soit la direction de leur provenance. Ils nous apparaissent comme une sphère isotrope ne contribuant alors qu'au monopôle de la décomposition angulaire (pour rappel voir le schéma figure I.25). Tout ce que je dis ici est que la perturbation de mode  $k_{com}$  ne contribue qu'au monopôle du rayonnement que l'on perçoit à cet instant.



**FIGURE I.38** – À gauche, l'observateur est dans un puits de surdensité de la perturbation de mode  $k_{com}$ , juste avant le découplage rayonnement matière. Sa visibilité est nulle. À droite, un intervalle de temps  $\Delta T_1$  après le découplage, l'observateur observe un rayonnement isotrope, provenant du cercle noir, qui ne contribue qu'au monopôle du spectre angulaire.

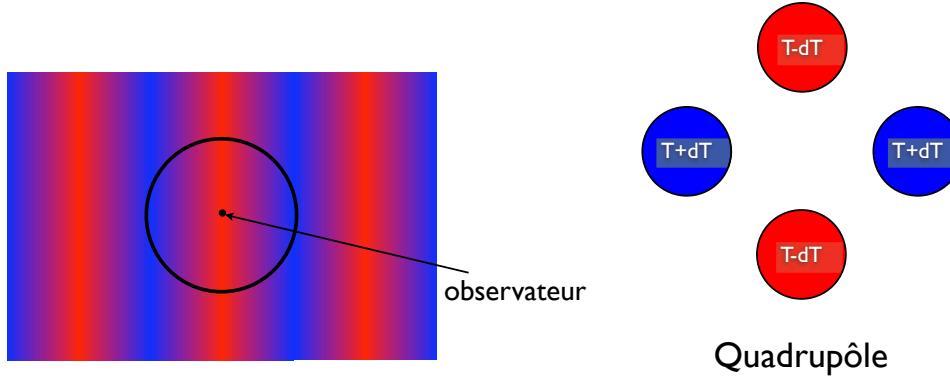
Attendons encore un peu plus longtemps. Un instant  $\Delta T_2$  après le découplage, les photons nous viennent de plus loin de telle sorte que nous arrivons à observer des photons provenant de zones sous denses de la perturbation. Comme illustré sur la partie gauche de la figure I.39, nous observons désormais un quadrupôle. La perturbation de mode  $k_{com}$  ne contribue alors plus au monopôle mais uniquement au quadrupôle.

Finissons encore un peu plus tard, un intervalle de temps  $\Delta T_3$  après la recombinaison. Les photons nous parviennent d'encore plus loin et cette fois ils ne contribuent ni au monopôle, ni au quadrupôle mais à l'octupôle, comme montré sur la figure I.40. On comprend bien alors qu'une perturbation contribue au spectre de puissance à des échelles angulaires qui varient avec le temps. La mise en équation de cette évolution s'écrit de la manière suivante (voir (Zaldarriaga, 1997)) :

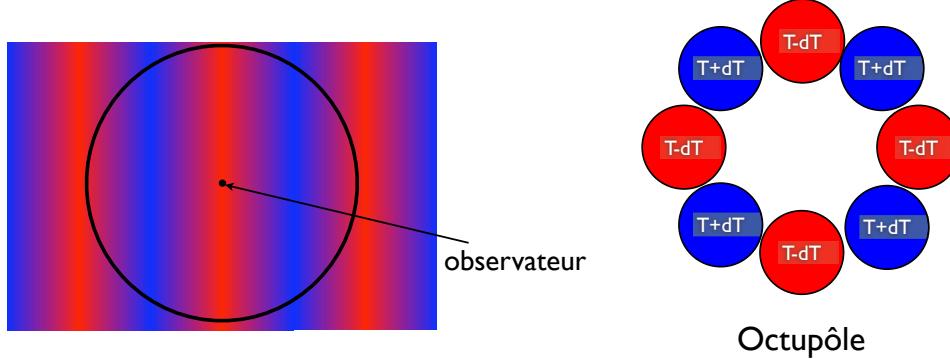
$$l \sim k \times (\eta_{obs} - \eta_{emis}). \quad (I.141)$$

Revenons en au cas spécifique de la réionisation. Nous voulons connaître la taille des perturbations qui contribuent au quadrupôle ( $l = 2$ ) vue par les électrons libres durant cette

18. La vie est a priori exclue à cet instant mais au nom de la Science tout est possible !



**FIGURE I.39** – À gauche, un intervalle de temps  $\Delta T_2$  après le découplage, l'observateur observe un rayonnement de type quadrupolaire. À droite, j'ai remis la forme schématique d'un quadrupôle pour rappel.



**FIGURE I.40** – À gauche, un intervalle de temps  $\Delta T_3$  après le découplage, l'observateur observe un rayonnement de type octupolaire. À droite, j'ai mis la forme schématique d'un octupôle. On voit bien la similitude entre la figure de droite et celle de gauche.

période. Ainsi nous recherchons le mode  $k_{ion}$  tel que :

$$k_{ion} \times (\eta_{ion} - \eta_{dec}) \sim 2 \Rightarrow k_{ion} \sim \frac{2}{(\eta_{ion} - \eta_{dec})}. \quad (\text{I.142})$$

Il y a donc de la polarisation qui est créée sur une taille typique qui correspond à ce mode. Nous voulons désormais savoir comment cette polarisation doit être vue dans le spectre de puissance actuellement. Autrement dit, nous recherchons sur quel moment angulaire,  $l_{ion}^{obs}$ , doit être centré ce pic de puissance de polarisation. Pour cela, il suffit de réutiliser la formule I.141 en partant du mode  $k_{ion}$  au temps conforme  $\eta_{ion}$  et en regardant ce qu'il vaut au temps  $\eta_0$ , donc aujourd'hui :

$$l_{ion}^{obs} \sim k_{ion} \times (\eta_0 - \eta_{ion}) = \frac{2 \times (\eta_0 - \eta_{ion})}{(\eta_{ion} - \eta_{dec})} \sim \sqrt{z_{ion}}, \quad (\text{I.143})$$

où  $z_{ion}$  est le *redshift* de la réionisation. Les différentes mesures à partir d'objets astrophysiques, comme les sursauts gamma (GRB pour *Gamma Ray Burst* en anglais) et les émetteurs

de raie Lyman- $\alpha$ , montrent que l'Univers était déjà complètement réionisé à  $z = 6$ . On pense aujourd'hui que cette période se situe aux alentour de  $z = 10$  ce qui donne un  $l_{ion} \sim 3 - 5$ .

Tout ceci est non seulement vrai pour la polarisation de type  $\langle EE \rangle$  mais également pour le type  $\langle BB \rangle$ . Les ondes gravitationnelles primordiales continuent d'exister et marquent de nouveau leur empreinte de cisaillement sur les électrons libres et donne de même de la puissance dans le spectre de polarisation  $\langle BB \rangle$  à cette échelle  $l_{ion}$ . Il s'agit là d'une grande chance de mesurer les modes B sur les très grandes échelles. Il faut pour cela une expérience satellite telle que PLANCK<sup>19</sup>.

### Spectres finaux

Je présente le résultat final des spectres en fonction de la valeur de la profondeur optique de la période de réionisation,  $\tau_{ion}$ , sur la figure I.41. Ne sont représentés que les spectres  $\langle TT \rangle$ ,  $\langle EE \rangle$  et  $\langle TE \rangle$  mais le résultat est du même genre pour  $\langle BB \rangle$ . On peut voir que le spectre de température ne subit que l'amortissement dû au mélange d'information tandis que le spectre de polarisation voit un pic apparaître aux très grandes échelles.

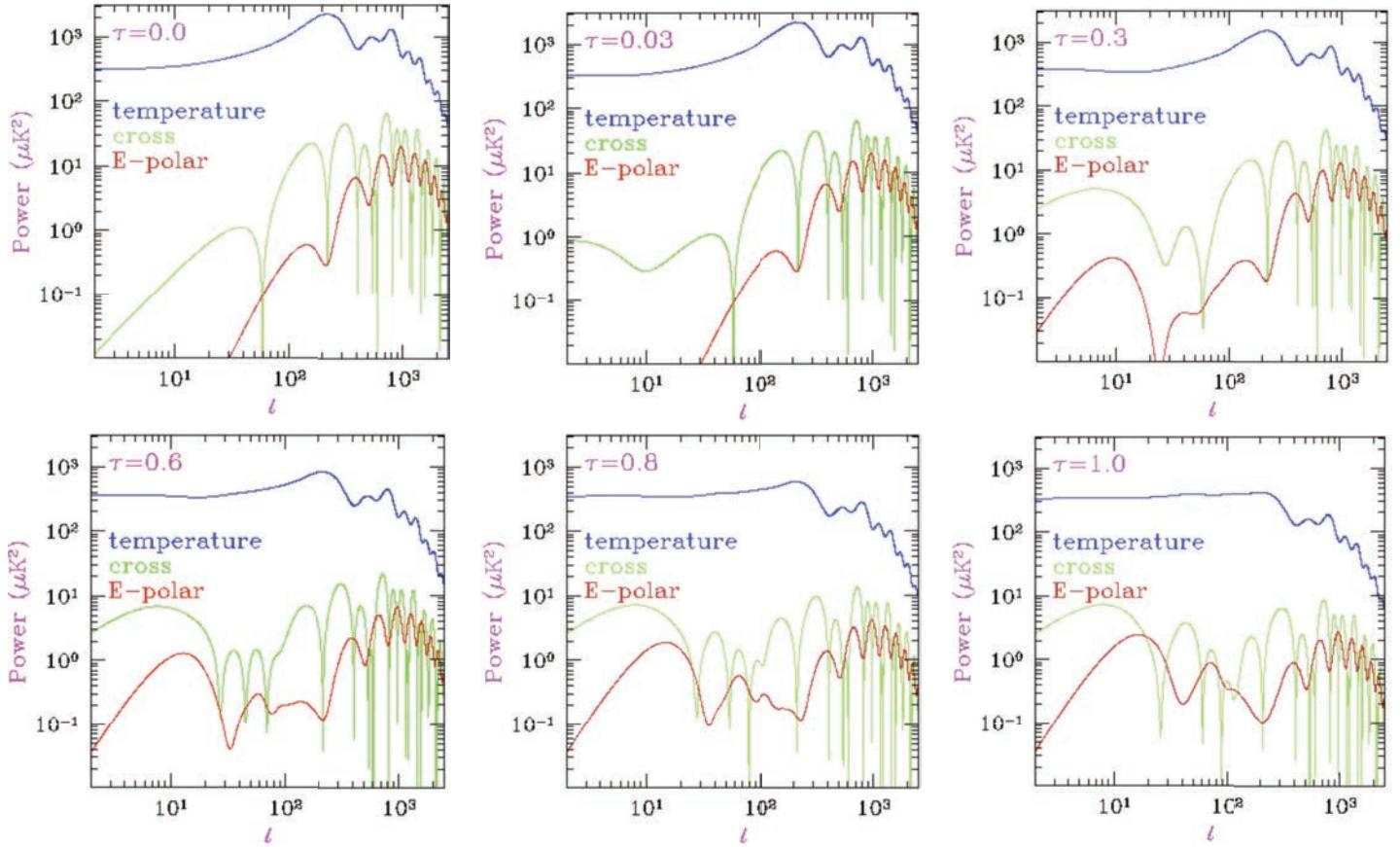
Pour finir, je présente sur la figure I.42 l'ensemble des spectres du CMB simulés par Wayne Hu et Scott Dodelson en (2002) où l'on peut voir l'ensemble des effets sur tous les spectres.

### Récapitulatif de ce qu'on peut tirer du CMB

Je vais commencer le récapitulatif par une mesure dont je n'ai pas encore parlé mais qui est très importante, à savoir, la mesure de la latitude de l'Univers. Pour ce faire, on s'intéresse à la positon du premier pic du CMB dans l'espace des moments angulaires. Nous avons vu comment était déterminée la taille du premier pic (bien que ce soit avec les mains) théoriquement. De plus, nous observons ce pic pour une taille angulaire de  $0,5^\circ$  sur un CMB de température de corps noir équivalent à 2,728 K. Or la température étant également résolue théoriquement par la physique statistique en considérant la proportion de photons, d'électrons et de noyaux (principalement des protons seuls) on connaît également le *redshift* auquel fut émis le CMB ( $z \propto 1080$ ). On peut alors utiliser la formule de distance angulaire pour contraindre différents paramètres cosmologiques et plus spécifiquement le paramètre de courbure de l'Univers. Comme illustré sur la figure I.43, nous pouvons voir la différence d'angle mesurée par l'observateur pour une taille de fluctuation et une distance comobile fixée. L'Univers est plat si la densité d'énergie totale de l'Univers est égale à la densité critique  $\rho_c$ , ce qui revient à dire que la densité d'énergie normalisée est égale à 1 ( $\Omega_0 = 1$ ). Il est ouvert si  $\Omega_0 < 1$  et fermé si  $\Omega_0 > 1$ . On peut voir sur la partie droite de cette figure que l'angle observé est alors changé. On s'attend à un angle de  $0,5^\circ$  dans le cas d'un Univers plat, un angle plus grand que  $0,5^\circ$  dans le cas d'un Univers fermé et plus petit que cette valeur pour un Univers ouvert. Or, la mesure est de  $0,5^\circ$ , ce qui signifie que notre Univers est plat ou du moins très proche de l'être. On se rappellera alors que l'inflation introduite dans le début des années 80 prédisait un Univers plat, bien avant cette observation.

---

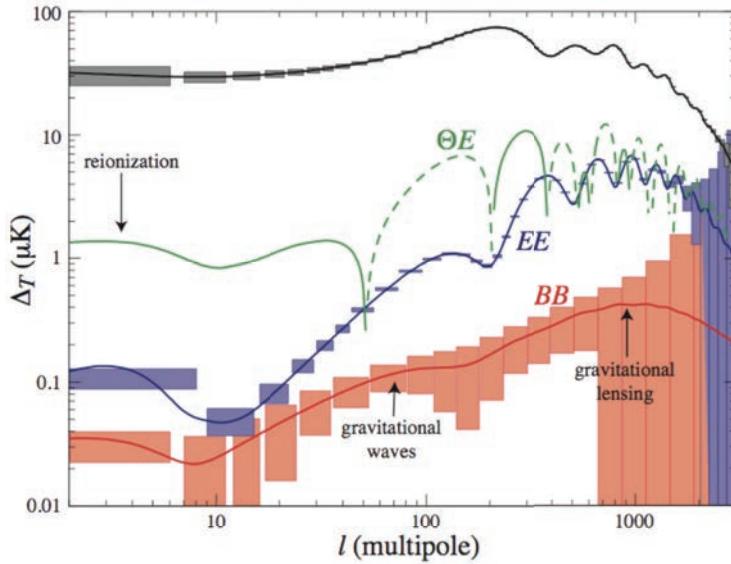
19. Je ne fais pas de publicité!



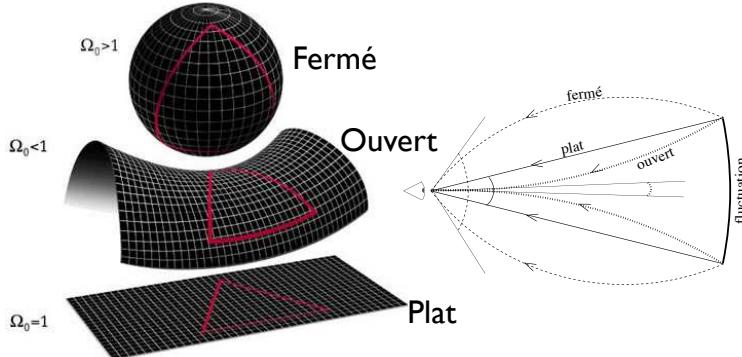
**FIGURE I.41** – Evolution des spectres  $\langle TT \rangle$ ,  $\langle EE \rangle$  et  $\langle TE \rangle$  en fonction de la valeur de la profondeur optique de la réionisation  $\tau_{ion} = 0; 0, 03; 0, 3; 0, 6; 0, 8$  et  $1$ . On voit bien apparaître l'amortissement des trois spectres et l'apparition du pic de réionisation dans les spectres de polarisation. Les figures sont tirés de la page personnelle de Wayne Hu (<http://background.uchicago.edu/~whu/metaanim.html>) et se basant sur le papier (Hu et al., 1997).

**Rapport matière baryonique/matière noire** Comme nous l'avons vu dans la section consacrée à l'évolution des perturbations dans le plasma I.2.2, le rapport entre la densité de matière noire et la densité d'énergie baryonique  $\Omega_b/\Omega_m$  détermine l'asymétrie entre la phase de compression et la phase de dilatation des oscillations. En résulte alors une différence de température  $\frac{\Delta T}{T}$  plus importante pour les phases de compressions que pour les phases de dilatations. Ainsi, la hauteur relative du deuxième pic et du troisième pic nous informe visuellement de la présence de la matière noire. En effet, le *Silk damping* pousse le troisième pic (compression) à être plus bas que le second (dilatation). Or on mesure le troisième pic au dessus du second ce qui indique directement l'effet de la matière noire. La valeur de ce rapport est donnée sur l'ajustement entier de la courbe sur les mesures.

**Indice spectral** Nous avons vu lors de la partie réservée à l'inflation I.2.1 qu'un paramètre important de ce modèle était l'indice spectral  $n_s$ . Il est d'ailleurs couplé aux paramètres de roulement lent qui caractérisent le modèle d'inflation utilisé. Il donne la pente moyenne du spectre de puissance des perturbations scalaires. Dans la représentation en  $l(l+1)C_l$  usuelle,



**FIGURE I.42** – Figure tirée du papier ([Hu & Dodelson, 2002](#)) qui utilise un  $z_{ion} = 7$  et  $\tau_{ion} = 0, 1$ .



**FIGURE I.43** – Figure tirée en partie de la thèse de Benoît Revenu (2000).

un indice spectral valant 1 implique une pente nulle. Cependant, le *Silk damping* provoque également une pente qui empêche de voir directement l'effet.

### I.2.6 Un petit mot de la *line of sight approach*

L'ensemble des effets que j'ai présenté ne sont pas mis à la main un par un dans les algorithmes pour contraindre les modèles cosmologiques à partir des observations du CMB. Uros Seljak et Matias Zaldarriaga ([Seljak & Zaldarriaga, 1996](#)) ont résolut l'équation de boltzmann sphérique et l'ont intégré à leur code. Il faut mettre en entrée la façon avec laquelle évolue la densité d'électron libre dans l'Univers en plus des différents paramètres cosmologiques. C'est en ajoutant la densité d'électrons libres durant la période de réionisation que Zaldarriaga s'est rendu compte qu'il devait y avoir un pic supplémentaire dans la polarisation dû à cette période. Tous les effets d'évolution de l'équation d'onde sont pour leur part pris directement en compte. J'invite quiconque intéressé au sujet de lire leur article. Cette méthode qui permet de générer très rapidement le spectre du CMB en fonction de

la cosmologie est appelée *line of sight approach*. Les codes qui l'utilise sont les très connus CMBFAST et CAMB.

Nous venons de voir l'évolution des perturbations jusqu'au moment du découplage matière-rayonnement ainsi que les effets de la formation des structures sur la mesure du CMB. Il reste maintenant à comprendre comment ces structures se sont formées et comment cette compréhension peut nous permettre de contraindre la cosmologie. Le chapitre suivant sera concentré sur les amas de galaxies, objets centraux de ma thèse.

## II. Les structures dans l'Univers

---

---

Nous venons de voir l'évolution des perturbations scalaires jusqu'au découplage et nous avons sous-entendu la formation des structures pour comprendre l'influence de la période de réionisation sur le rayonnement du CMB. Nous allons désormais nous intéresser à l'évolution de ces perturbations depuis le découplage jusqu'à aujourd'hui en nous focalisant sur les amas de galaxies tout en faisant une petite digression sur l'observation du pic des oscillations acoustiques des baryons (BAO).

On se souvient que la matière noire s'est effondrée depuis longtemps dans les trous gravitationnels des surdensités de toutes les échelles causales au moment du découplage. Sans l'interaction avec les photons, la matière baryonique, alors neutre, n'est plus repoussée par la pression de radiation et peut alors s'effondrer à son tour dans les trous de potentiels entretenus par la présence en grande quantité de la matière noire froide.

Lors de l'effondrement, on peut distinguer deux phases :

- évolution linéaire lorsque la gravité n'est pas trop forte (condition qui s'exprime avec le contraste de densité) qui peut être résolue analytiquement ;
- évolution non linéaire quand les effets de la gravité deviennent importants qui nécessite des simulations numériques.

La transition entre les deux régimes est mesuré dans les spectres de puissance de la matière aux alentours de 10 Mpc ce qui est la taille des super amas. Comme nous allons le voir, il s'agit de la taille en dessous de laquelle les structures ont pu s'effondrer. Ainsi les amas sont les plus grandes structures gravitationnellement liées de l'Univers. Je vais commencer par introduire la formation des grandes structures par le biais de l'approximation linéaire qui correspond à des effets gravitationnels faibles. Dans un second temps nous nous intéresseront à la formation des structures plus petites que sont les amas de galaxies.

### II.1 Evolution linéaire

Nous allons nous intéresser ici uniquement aux échelles "sub-horizon" qui correspondent donc aux perturbations plus petites que celles qui ont contribué au premier pic du CMB. Dans ce cadre, nous allons pouvoir utiliser les équations newtoniennes en prenant soin de choisir les coordonnées comobiles. Je vais m'appuyer sur la thèse d'Antoine Chamballu

(2007) ainsi que sur le cours de Francis Bernardeau ([Bernardeau, 1998](#)) pour développer cette section.

Dans la suite, j'utiliserai la variable  $\vec{r}$  comme étant la distance propre et  $\vec{x} = \vec{r}/a(t)$  la distance comobile. On peut définir la vitesse  $\vec{u} = d\vec{r}/dt$ . Les fluides seront caractérisés par leur densité  $\rho$  et leur pression  $p$ ; le potentiel gravitationnel est noté  $\Phi$ . Les points au dessus des variables marqueront les dérivées par rapport au temps et l'opérateur  $\nabla_{\vec{r}}$  représente la dérivée par rapport aux coordonnées spatiales.

Dans le cas d'un fluide parfait (sans vorticité notamment), ce qui peut se justifier sur les échelles suffisamment grandes ou du moins pour toutes les échelles au début de l'effondrement, les équations qui régissent un fluide de ce genre sont l'équation de conservation de la masse :

$$\dot{\rho} + \nabla_{\vec{r}} \cdot (\rho \vec{u}) = 0, \quad (\text{II.1})$$

l'équation d'Euler (principe fondamental de la dynamique pour un fluide parfait) :

$$\rho \left[ \dot{\vec{u}} + (\vec{u} \cdot \nabla_{\vec{r}}) \vec{u} \right] = -\nabla_{\vec{r}} p - \rho \nabla_{\vec{r}} \Phi, \quad (\text{II.2})$$

ainsi que l'équation de Poisson modifiée que nous avons déjà vue dans la partie d'introduction :

$$\nabla_{\vec{r}}^2 \Phi = 4\pi G(\rho + 3p) - \Lambda. \quad (\text{II.3})$$

Pour une meilleure compréhension des résultats il est préférable de s'affranchir des effets de l'expansion et ainsi tout exprimer en fonction des coordonnées comobiles y compris les opérateurs de dérivation :

$$\vec{u} = \dot{\vec{r}} = \dot{a}\vec{x} + \vec{v}(\vec{x}, t); \quad (\text{II.4})$$

$$\nabla_{\vec{r}}|_t f(t, \vec{x}) = \frac{1}{a} \nabla_{\vec{x}}|_t f(t, \vec{x}); \quad (\text{II.5})$$

$$\frac{\partial}{\partial t}|_{\vec{r}} f(t, \vec{x}) = \frac{\partial}{\partial t}|_{\vec{x}} f(t, \vec{x}) - \frac{\dot{a}}{a} \vec{x} \cdot \nabla_{\vec{x}}|_t f(t, \vec{x}). \quad (\text{II.6})$$

De plus, on va réécrire les quantités  $\rho$ ,  $p$  et  $\Phi$  comme la somme de la valeur moyenne de fond (indiqué par la lettre  $b$  pour *background*), qui ne dépend que du temps, et de l'écart à cette moyenne dépendant à la fois de la position et du temps :

$$\rho(t, \vec{x}) = \rho_b(t) + (\rho(t, \vec{x}) - \rho_b(t)) = \rho_b(t) \left( 1 + \frac{\rho(t, \vec{x}) - \rho_b(t)}{\rho_b(t)} \right) \equiv \rho_b (1 + \delta(t, \vec{x})) \quad (\text{II.7})$$

$$p(t, \vec{x}) = p_b(t) + \delta p(t, \vec{x}) \quad (\text{II.8})$$

$$\Phi(t, \vec{x}) = \Phi_b(t) + \phi(t, \vec{x}), \quad (\text{II.9})$$

où la variable  $\delta(t, \vec{x})$  est appelée contraste de densité. Cette variable sera très utilisée par la suite. Nous obtenons finalement les trois équations suivantes :

$$\dot{\delta} + \frac{1}{a} \nabla [(1 + \delta) \vec{v}] = 0 \quad (\text{II.10})$$

$$\dot{\vec{v}} + \frac{\dot{a}}{a} \vec{v} + \frac{1}{a} (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = -\frac{1}{a} \nabla \phi - \frac{1}{a \rho_b} \nabla \delta p \quad (\text{II.11})$$

$$\nabla^2 \phi = 4\pi G \rho_b a^2 \delta \quad (\text{II.12})$$

Nous obtenons un système de trois équations indépendantes pour quatre inconnues ( $\delta$ ,  $\vec{v}$ ,  $\delta p$  et  $\phi$ ). De la même manière que pour les équations de Friedmann dans la section I.1.1 nous allons utiliser l'équation d'état  $p = \omega \rho$  du fluide considéré pour fermer le système.

Bien que notre système soit complet, il n'admet pas pour autant de solutions analytiques. Pour en avoir, il faut se placer dans le régime dit "linéaire" dans lequel nous négligeons les termes d'ordre supérieurs ou égaux à deux (ici les termes en  $\delta \vec{v}$  et  $v^2$ ). Dans la description lagrangienne, cette condition est vérifiée pour des contrastes de densités faibles  $\delta \ll 1$ . Plus on regarde les petites échelles et plus la concentration peut être grande et donc les contrastes de densités deviennent trop grands. On se restreint donc ici aux grandes échelles pour lesquelles la densité ne peut pas trop différer de la densité moyenne de fond (densité moyenne de l'Univers) rapidement. Le système d'équations en régime linéaire devient finalement :

$$\dot{\delta} + \frac{1}{a} \nabla \cdot \vec{v} = 0 \quad (\text{II.13})$$

$$\dot{\vec{v}} + \frac{\dot{a}}{a} \vec{v} = -\frac{1}{a} \nabla \phi - \frac{1}{a \rho_b} \nabla \delta p \quad (\text{II.14})$$

$$\nabla^2 \phi = 4\pi G \rho_b a^2 \delta. \quad (\text{II.15})$$

En utilisant une combinaison linéaire de ces trois équations il est possible d'obtenir une équation ne dépendant plus de la vitesse :

$$\ddot{\delta} + 2 \frac{\dot{a}}{a} \dot{\delta} = 4\pi G \rho_b \delta + \frac{1}{a^2 \rho_b} \nabla^2 \delta p, \quad (\text{II.16})$$

qui décrit l'évolution du contraste de densité dans le cadre de l'approximation linéaire. La matière étant dominée par la matière noire, l'évolution du contraste de densité est dominée par le comportement de ce fluide qui a la propriété de ne pas interagir fortement et donc qui n'a pas de pression. Ainsi le dernier terme s'annule et nous obtenons une équation ne dépendant plus que du contraste de densité :

$$\boxed{\ddot{\delta} + 2 \frac{\dot{a}}{a} \dot{\delta} = 4\pi G \rho_b \delta}. \quad (\text{II.17})$$

Cette équation donne une solution croissante ( $\delta_+ \vec{x}$ ) et décroissante ( $\delta_- \vec{x}$ ) pour le contraste de densité de la forme :

$$\delta(t, \vec{x}) = D_+(t) \delta_+ \vec{x} + D_-(t) \delta_- \vec{x} \quad (\text{II.18})$$

**Durant la domination de la matière** Après la période d'équivalence rayonnement-matière c'est la domination de la matière noire. Comme nous l'avons montré dans la section I.1.1, durant cette période le facteur d'échelle évolue comme  $a \propto t^{2/3}$ . De plus, en utilisant l'équation I.26 dans le cas sans constante cosmologique (car elle ne domine pas ici) et considérant que  $p = 0$  nous obtenons que la densité de matière moyenne de la matière noire froide évolue comme  $4\pi G\rho_b = -\frac{-3\times 2t^{-4/3}}{9t^{2/3}} = \frac{2}{3t^2}$ <sup>1</sup> ce qui donne dans ce cas précis l'équation :

$$\ddot{\delta} + \frac{4}{3t}\dot{\delta} = \frac{2}{3t^2}\delta. \quad (\text{II.19})$$

La solution de cette équation est de la forme :

$$\delta(t, \vec{x}) = t^{2/3} \times \delta_+ \vec{x} + t^{-1} \times \delta_- \vec{x}, \quad (\text{II.20})$$

donc avec  $D_+(t) = t^{2/3}$  et  $D_-(t) = t^{-1}$ . On voit tout de suite que la solution notée  $D_+(t)$  est croissante avec le temps tandis que la solution notée  $D_-(t)$  est décroissante. Ainsi, la première partie de la solution décrit les zones surdenses qui s'effondrent et la deuxième partie décrit les zones sous-denses qui se vident peu à peu.

La quantité la plus naturelle (car intervenant directement dans les équations pour définir les modèles) est plutôt la dérivée du logarithme de  $D_+(t)$  par rapport au logarithme du facteur d'échelle car elle intervient directement dans l'équation de continuité. Cette quantité est appelée facteur de croissance

$$f_g = \frac{\ln(D_+)}{d\ln(a)}. \quad (\text{II.21})$$

**Durant la domination du rayonnement** Il faut quand même regarder quelles étaient les possibilités pour la matière noire de s'effondrer dans les structures au moment de la période dominée par le rayonnement au début de l'Univers. Dans ce cas nous avons :

$$a \propto t^{1/2} \quad (\text{II.22})$$

$$D_+(t) \propto \ln(t) \quad (\text{II.23})$$

$$D_-(t) \propto \text{cste.} \quad (\text{II.24})$$

Il y a bien un effondrement de la matière noire dans les perturbations au moment de la période dominée par le rayonnement mais celui-ci est extrêmement faible. On peut donc considérer que la matière à commencer à s'effondrer dans les trous de potentiel qu'après l'égalité rayonnement-matière.

**Durant la domination de l'énergie noire** Après  $z = 0,4$  c'est l'énergie noire qui domine. Considérons le cas où celle-ci est expliquée par une constante cosmologique. En utilisant la même méthode nous obtenons que :

---

1. attention,  $\rho_b$  ici est la valeur moyenne de  $\rho_m$  et non pas la densité baryonique

$$a \propto e^{Ht} \quad (\text{II.25})$$

$$D_+(t) \propto cste \quad (\text{II.26})$$

$$D_-(t) \propto e^{-2Ht} \quad (\text{II.27})$$

Dans ce cas, nous voyons que les surdensités des grandes échelles arrêtent d'évoluer. Cela semble tout à fait logique vu qu'une constante cosmologique tant à repousser les particules les unes des autres d'autant plus qu'elles sont éloignées.

Tout ceci est bien mais très schématique. Il faut plutôt regarder des travaux comme ceux de ([Lahav et al., 1991](#)) pour avoir un résultat plus général et plus proche de la réalité. Dans ce papier, ils trouvent que le facteur de croissance s'écrit comme :

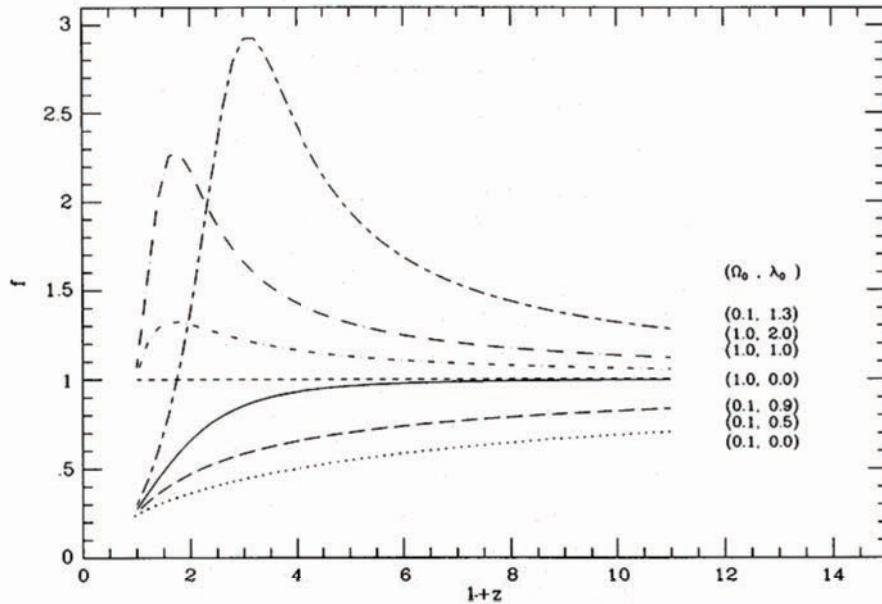
$$f_g(z = 0; \Omega_{m,0}; \Omega_\Lambda) \approx \Omega_{m,0}^{0,6} + \frac{1}{70} \Omega_\Lambda \left( 1 + \frac{1}{2} \Omega_{m,0} \right), \quad (\text{II.28})$$

et que son évolution avec le *redshift* s'exprime comme :

$$f_g(z; \Omega_{m,0}; \Omega_\Lambda) \approx \left( \frac{\Omega_{m,0}(1+z)^3}{\Omega_{m,0}(1+z)^3 - \underbrace{(\Omega_{m,0} + \Omega_\Lambda - 1)(1+z)^2 + \Omega_\Lambda}_{\Omega_\kappa}} \right)^{0,6}. \quad (\text{II.29})$$

La figure [II.1](#) illustre l'évolution du facteur de croissance avec le *redshift* en fonction de la quantité d'énergie noire dans l'Univers tout en conservant un Univers plat  $\Omega_{m,0} + \Omega_\Lambda = 1$ . On peut voir dessus que le facteur de croissance est bien différent en fonction du modèle choisi. Il en résulte que la mesure des propriétés des structures dans l'Univers est une sonde pour mesurer l'énergie noire.

Une façon plus directe de le voir est d'utiliser des simulations numériques à N-corps. Dans ce cas, il n'y a pas besoin de faire de résolution analytique du système et il n'y a donc pas d'approximation à faire. La figure [II.2](#) montre les structures obtenues dans les simulations numériques ([Borgani, 2006](#)) pour deux modèles cosmologiques différents à trois *redshifts* différents. Les simulations sont faites en imposant que les résultats finals (à  $z = 0$ ) soient en accord avec les observations de l'univers proche. Ainsi, les résultats finals sont identiques pour les deux modèles ( $\text{LO3} = [\Omega_{m,0} = 0,3; \Omega_\Lambda = 0,7]$  qui est le modèle standard actuel et  $\text{EdS} = [\Omega_{m,0} = 1,0; \Omega_\Lambda = 0]$  qui est le modèle Einstein-de Sitter). En revanche, les structures sont différentes entre les deux modèles lorsque l'on remonte dans le passé. Cela est somme toute logique, on s'attend à avoir un processus plus efficace pour former les structures s'il n'y a que de la matière plutôt qu'avec de l'énergie noire. Pour en arriver au même résultat aujourd'hui, on s'attend alors à voir moins de structures dans le passé dans le modèle EdS que dans le modèle LO3. L'étude des propriétés statistiques des structures dans l'Univers à des temps différents permet donc de contraindre le modèle cosmologique et particulièrement l'énergie noire. Les cercles jaunes représentent les structures virialisées avec une température cinétique supérieur à 3 keV. Nous allons voir dans la section sur la formation des amas de galaxies [II.3](#) les raisons de cette température très élevée dans les grosses structures qui se sont effondrées.



**FIGURE II.1** – Evolution du facteur de croissance en fonction du *redshift* et du modèle cosmologique choisi. La figure est tirée de l'article (Lahav et al., 1991) et est l’illustration de la formule II.29. Ici  $\lambda_0 = \Omega_i$  et  $\Omega_0 = \Omega_{m,0}$ .

Avant de partir définitivement sur mes très chers amas de galaxies, j’aimerais faire une rapide digression sur les BAO.

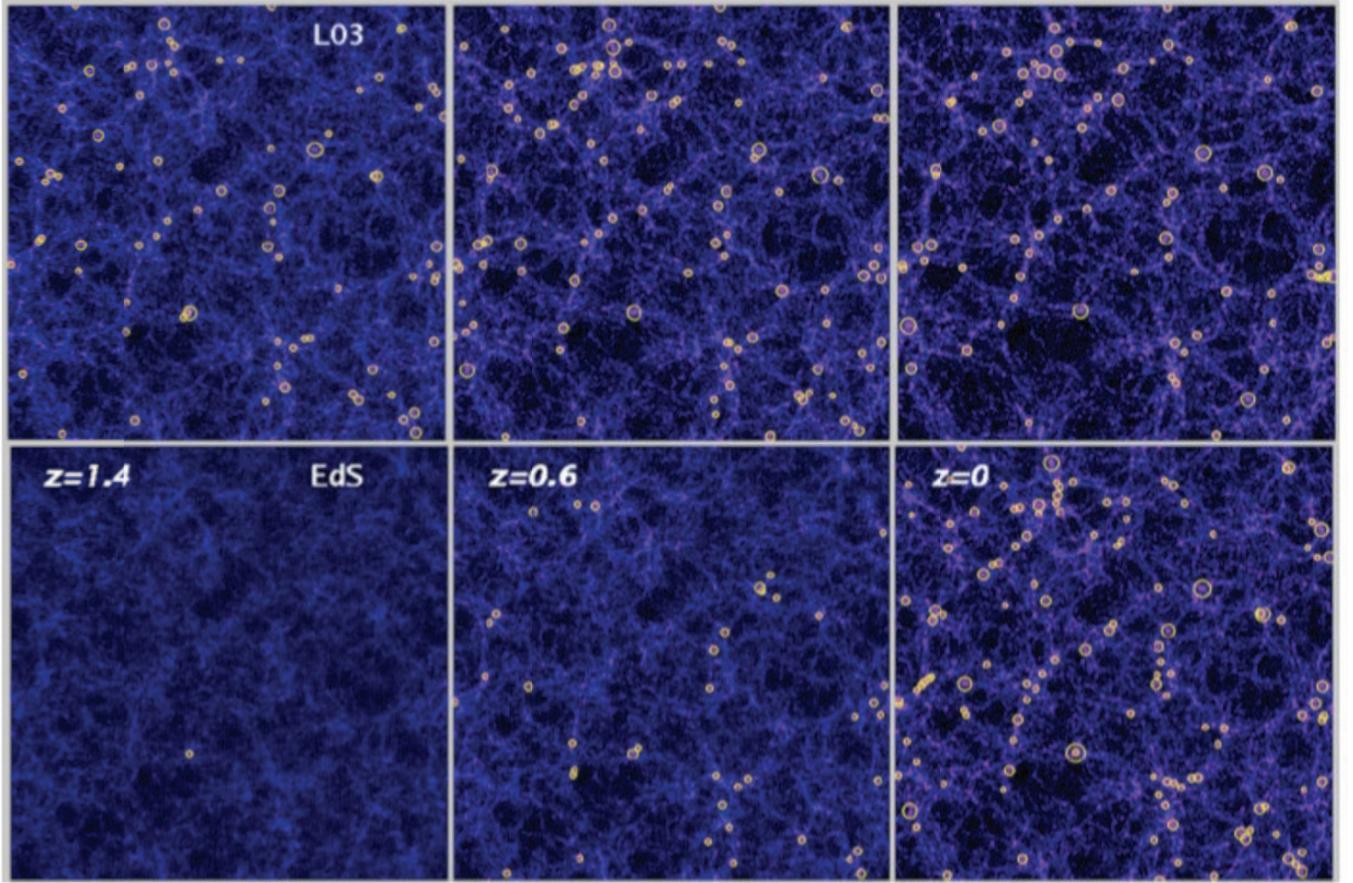
## II.2 Un mot rapide sur les BAO

Nous venons de voir que la matière noire s’effondre dans les trous de potentiel des perturbations primordiales. Il existe une autre source de surdensité que ces trous qui est une conséquence de leur existence. Il s’agit de l’onde de surdensité qui s’est propagée dans le fluide baryon-photon, celle-là même que nous avons décrit pour faire rentrer les perturbations dans leur horizon. Cette onde arrête de se propager lorsque le support (le fluide baryon-photon) disparaît au moment du découplage. La coquille de surdensité a alors la taille de l’horizon sonore, exactement la même taille que les perturbations qui forment le premier pic de compression du CMB. La figure II.3 tirée de la page personnelle de Daniel Eisenstein<sup>2</sup> montre l’évolution de cette coquille de surdensité sur deux dimensions d’espaces. À la fin de la propagation (image en bas à droite) il reste une surdensité de baryons au niveau de la coquille ainsi qu’une grande surdensité de matière noire au centre de la perturbation<sup>3</sup>.

Regardons de plus près ce qui se passe. Nous partons de la perturbation à la sortie de l’inflation. L’ensemble de toutes les espèces sont dans l’état de génération de la perturbation (partie gauche de la figure II.4). Nous nous intéresserons uniquement à la matière noire, la

2. <http://cmb.as.arizona.edu/~eisenste/acousticpeak/>

3. Bien entendu, la surdensité centrale entraîne in fine une surdensité de baryons et de la même manière, la surdensité de baryons sur l’onde sonore entraîne une surdensité de matière noire également.

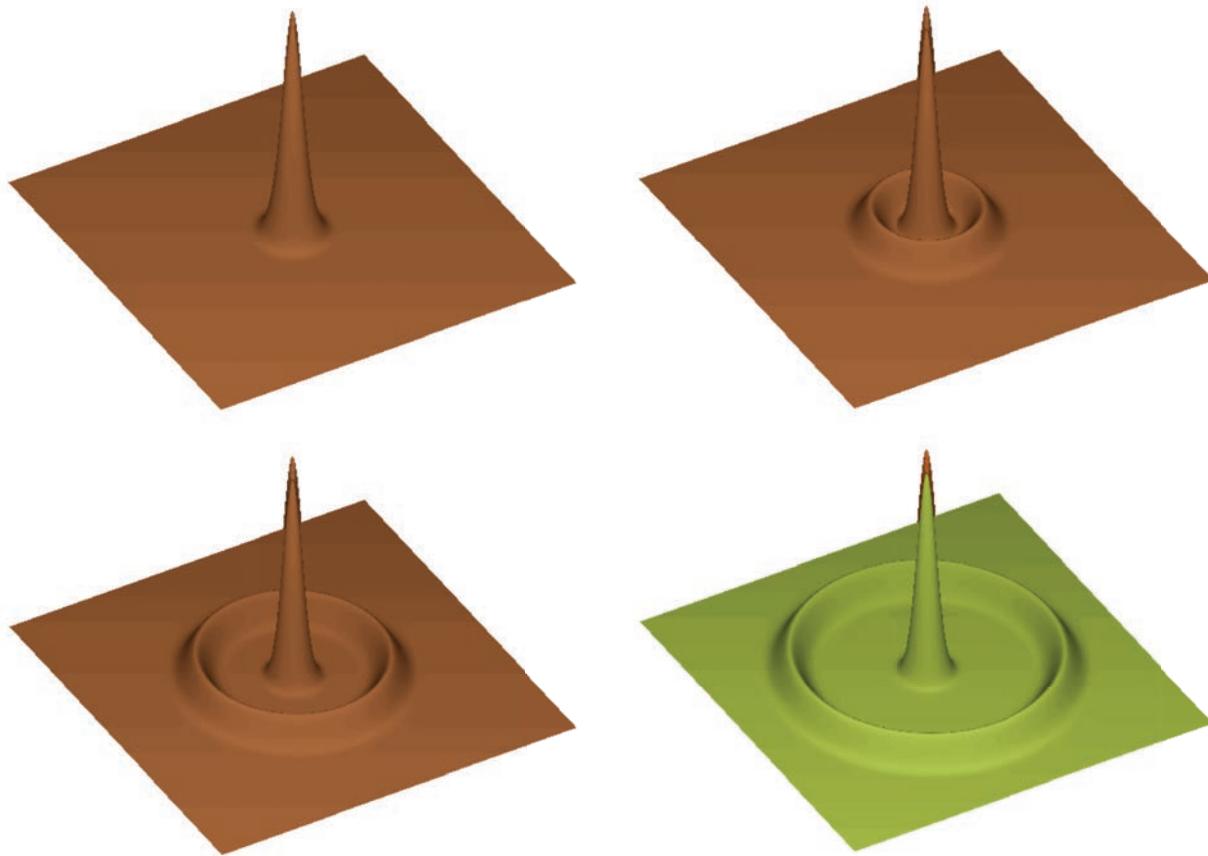


**FIGURE II.2** – Résultats des structures obtenues dans la simulation de (Borgani, 2006) pour deux modèles différents : LO3 =  $[\Omega_{m,0} = 0, 3; \Omega_\Lambda = 0, 7]$  qui est le modèle standard actuel et EdS =  $[\Omega_{m,0} = 1, 0; \Omega_\Lambda = 0]$  qui est le modèle dit Einstein-de Sitter. Les simulations sont faites de telle manière à ce qu’elles donnent les mêmes résultats pour  $z = 0$  que les observations que l’on fait sur l’univers proche. Chaque image représente une taille de  $250h^{-1}$  Mpc de côté pour une épaisseur de  $75h^{-1}$  Mpc. Les cercles jaunes représentent les structures virialisées avec une température cinétique supérieure à 3 keV.

matière baryonique et aux photons.

Sur la figure II.5, l’onde acoustique se propage jusqu’au découplage baryon-photon (partie gauche). Le fluide de photon s’échappe, c’est le rayonnement du CMB. La matière baryonique arrête de se propager. Le pic de densité ne sera alors plus déplacé que par l’évolution du facteur d’échelle (partie de droite).

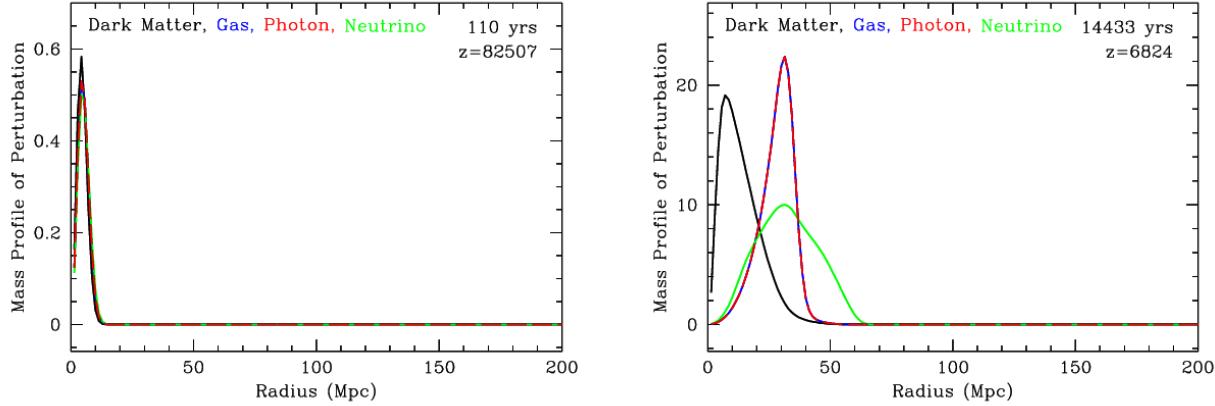
Sur la figure II.6, la matière noire continue de s’effondrer dans les trous de potentiel. Elle tombe également en partie dans la surdensité baryonique issue de l’onde. De même la matière baryonique n’étant plus sujette à la pression de radiation tombe à son tour dans le trou gravitationnel de la matière noire (à gauche). Finalement les deux espèces tombent l’une dans l’autre pour atteindre un équilibre qui présente un pic de densité à l’échelle causale sonore au découplage convolué par l’évolution du facteur d’échelle (à droite).



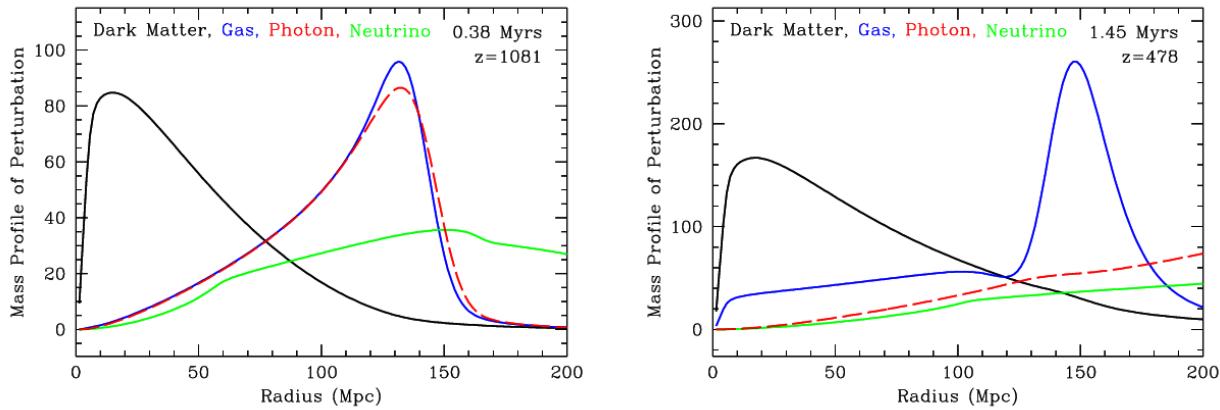
**FIGURE II.3** – Evolution de la coquille de surdensité. Au sortir de l'inflation (en haut à gauche), le pic de densité existe déjà mais n'a pas eu le temps de propager l'information. Dès que l'inflation s'arrête, l'onde surdensité est émise et commence à se propager dans le fluide baryon-photon (en haut à droite). Elle continue de se propager (en bas à gauche) jusqu'au moment du découplage (en bas à droite). À cet instant, il existe donc une surdensité forte au centre de la perturbation plus une légère surdensité sur la coquille.

Les baryons étant majoritairement dans les trous de potentiel des perturbations ainsi que dans la coquille de BAO on s'attend à avoir plus de galaxies formées dans ces régions que dans les autres régions. En calculant la fonction de corrélation des galaxies, on s'attend à trouver un pic correspondant à la distance entre le centre des perturbations et la coquille des BAO. On s'attend donc à mesurer un pic au niveau du rayon de la coquille. Il faut faire cette fonction de corrélation par tranche de *redshift* afin de mesurer le pic convolué avec un facteur d'échelle précis. C'est là toute la force de cette mesure, elle permet de réaliser une tomographie du facteur d'échelle en fonction du *redshift*. Ainsi, il est possible de faire une mesure du modèle cosmologique très précis et notamment concernant l'équation d'état de l'énergie noire.

Dans la pratique, ce sont les galaxies elliptiques brillantes (notées "LRG" pour *Lightest Red Galaxies*) qui sont utilisées pour faire la fonction de corrélation. Elles présentent l'avantage d'être un bon traceur des surdensités de matière (il faut une grande quantité de baryons pour les générer et les faire "vieillir" assez vite), d'être en grand nombre (ce qui est indispensable pour faire une mesure précise) et d'être relativement stables (elles ne se déplacent pas trop).



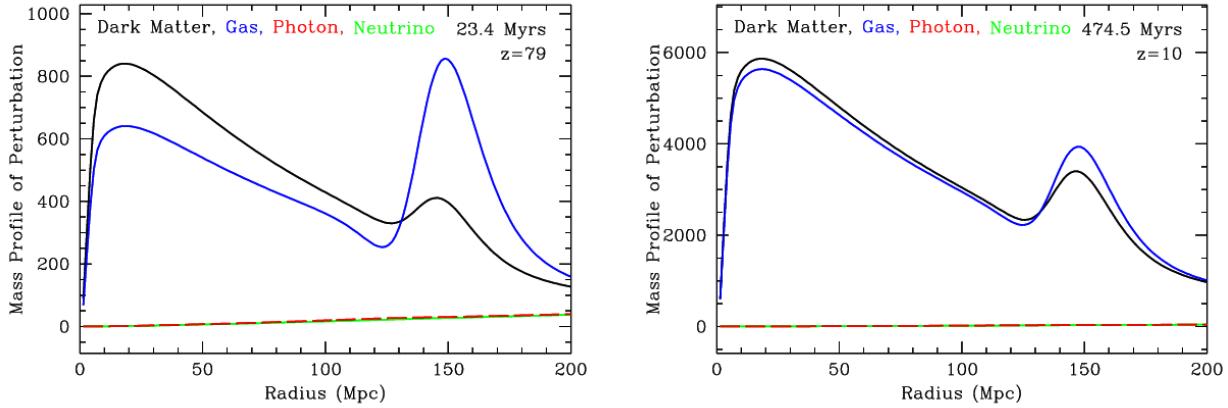
**FIGURE II.4** – Evolution des différentes espèces. La partie gauche correspond à l'état des différentes espèces à la fin de la période d'inflation. Elles sont toutes dans l'état initial de la perturbation adiabatique. L'ensemble des courbes a la même normalisation dans un souci de lisibilité des figures. À droite, l'onde acoustique se propage dans le fluide baryon photon (bleu plus rouge en tiret). Les six figures qui présentent l'évolution des espèces sont tirées de la page personnelle de Daniel Eisenstein<sup>4</sup>



**FIGURE II.5** – L'onde acoustique se propage jusqu'au découplage baryon-photon présenté sur la partie gauche. Le fluide de photon s'échappe, c'est le rayonnement du CMB. La matière baryonique arrête de se propager. Le pic de densité ne sera déplacer que par le facteur d'échelle (partie de droite).

sable pour avoir des erreurs statistiques suffisamment faibles) et de permettre l'obtention des *redshifts* photométriques avec une précision suffisante. Les nouvelles expériences comme BOSS utilisent les *redshifts* spectroscopiques mais cela nécessite de connaître à l'avance par photométrie les objets dont on désire mesurer le spectre en pointant une fibre optique.

Le résultat historique, bien que très récent, est publié dans l'article (Eisenstein et al., 2005) et a été obtenu avec le catalogue de 46748 LRGs de l'expérience SDSS situées dans un intervalle de *redshift*  $0,16 < z < 0,47$ . Le résultat est montré sur la figure II.7



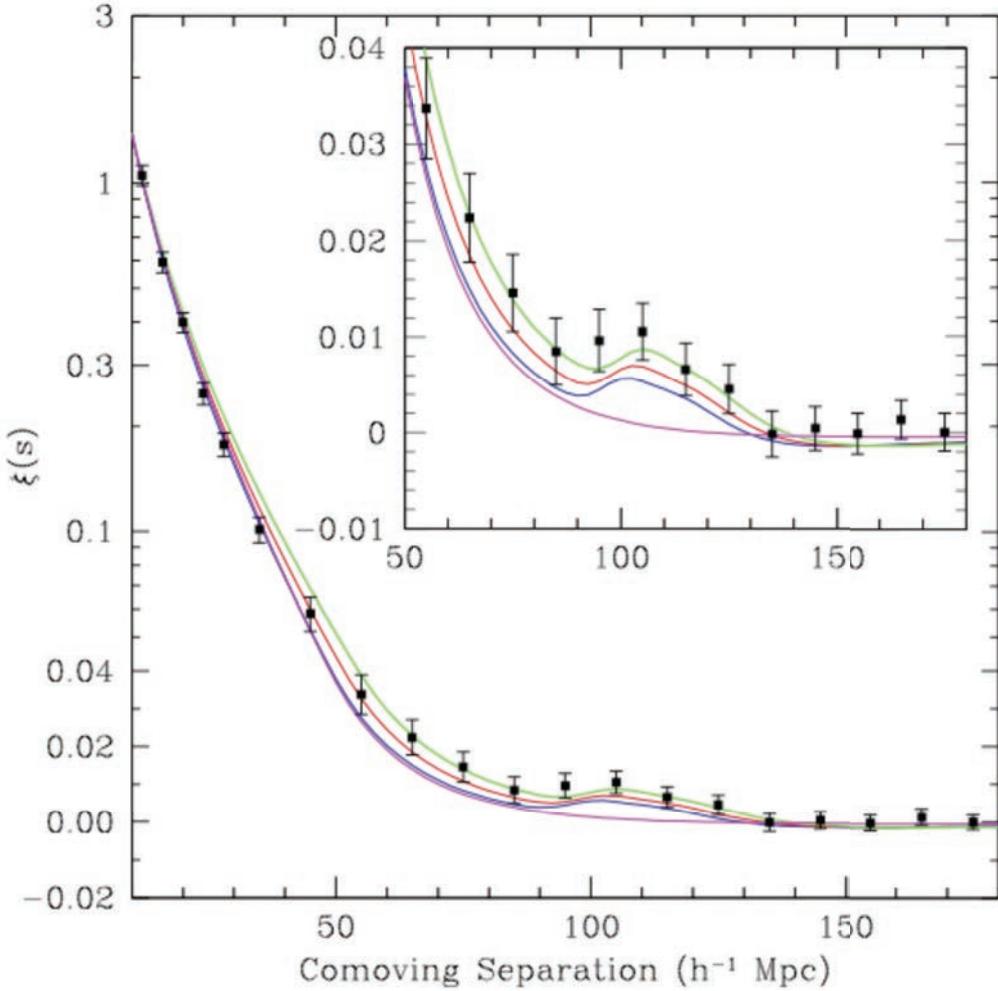
**FIGURE II.6** – La matière noire continue de s’effondrer dans les trous de potentiel. Elle tombe alors également en partie dans la surdensité baryonique issue de l’onde. De même la matière baryonique n’étant plus sujette à la pression de radiation tombe à son tour dans le trou gravitationnel de la matière noire (à gauche). Finalement les deux espèces tombent l’une dans l’autre pour finalement atteindre un équilibre qui présente un pic de densité à l’échelle causale sonore au découplage convolué par l’évolution du facteur d’échelle.

### II.3 Formation des amas de galaxies

Intéressons nous maintenant aux structures plus petites. Celles qui ne rentrent pas dans le cadre de l’approximation linéaire. Les simulations numériques à N-corps sont indispensables pour trouver les solutions correctes. Cependant, afin de comprendre ce qui se passe et quels paramètres sont en jeu, il est intéressant de considérer un modèle simple. Le modèle sphérique de Gunn et Gott (Gunn & Gott, 1972) permet cette compréhension bien que n’incluant pas l’énergie noire. Dans ce papier ils considèrent des surdensités qui ont une densité supérieure à la densité critique de l’Univers  $\rho_c$ . Il s’avère que l’Univers étant plat (I.2.5), ou très proche de l’être, la densité moyenne est de l’ordre de  $\rho_c$ . Il en résulte que la condition utilisée dans le papier est très proche de la réalité, une surdensité rentrant directement dans la condition  $\rho > \rho_c$ .

Le fait de considérer ces surdensités comme homogènes et sphériques (donc isotropes) permet d’appliquer les équations de Friedmann-Robertson-Walker directement à ces dernières en les considérant comme des micro-univers. Ainsi nous obtenons un facteur d’échelle évoluant différemment dans les surdensités que dans l’Univers moyen. L’idée, présentée sur la figure II.8, est donc de considérer une surdensité (notée B), de rayon comobile  $R$  et de densité  $\rho_B = \rho_c + \rho_+$ , dans l’Univers moyen (noté A) de densité de l’ordre de la densité critique.

On peut alors reprendre les équations sur le facteur d’échelle I.25 et utiliser le fait que la matière évolue comme  $\rho_m = \rho_{m,0}a^{-3}$ . De plus, on peut développer le terme de courbure noté  $k$  qui est en fait égal à  $\frac{8\pi G}{3}(\rho_{tot} - \rho_c)$  et évolue comme  $a^{-2}$ . Il vient directement que les densités comobiles s’expriment comme  $\rho_m = \rho_{m,com}a^{-3}$  pour la densité d’énergie de matière et  $\rho_k = (\rho_{tot} - \rho_c) = \rho_{k,com}a^{-2}$  pour la densité d’énergie liée à la courbure. L’équation I.25



**FIGURE II.7** – Mesure du pic des BAO par (Eisenstein et al., 2005) à partir du catalogue de LRGs de SDSS . Les modèles sont avec  $\Omega_m h^2 = 0,12$  en vert,  $0,13$  en rouge et  $0,14$  en bleu. Dans tous les cas  $\Omega_b h^2 = 0,024$ . La courbe magenta est un modèle de matière noire pure pour montrer qu'on n'attend pas ce pic sans la présence de baryons.

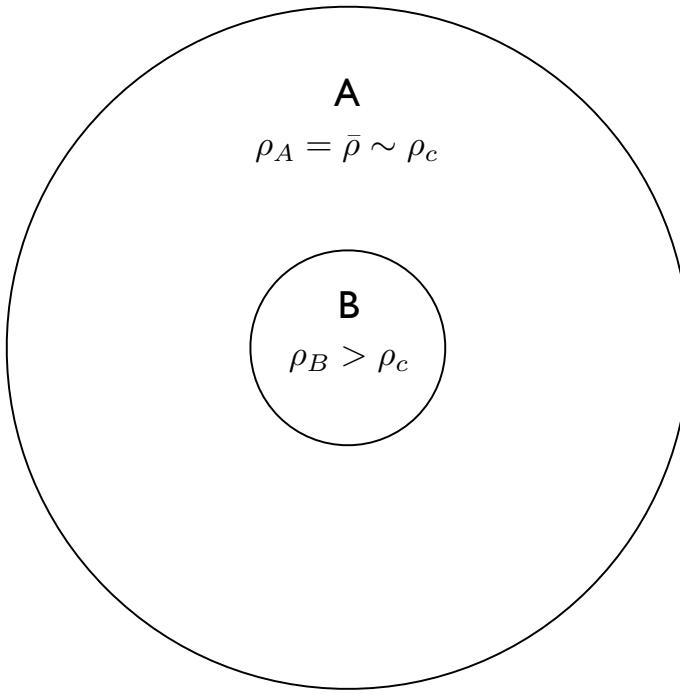
s'exprime alors comme :

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3a^3} \rho_{m,com} - \frac{8\pi G}{3a^2} (\rho_{tot} - \rho_c). \quad (\text{II.30})$$

Considérons une sphère de rayon comobile  $r_i$ , tel que  $r(r_i, t) = r_i a(r_i, t)$ , dans laquelle la densité moyenne est  $\bar{\rho}_i$ , supérieure à la densité critique, à un instant  $t$ . On obtient finalement, en repassant le facteur  $a^{-2}$  du membre de gauche dans le membre de droite, que le facteur d'échelle dans cette sphère évolue comme :

$$\left(\frac{da}{dt}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3a} \bar{\rho}_i - \frac{8\pi G}{3} (\bar{\rho}_i - \rho_c). \quad (\text{II.31})$$

On utilise ici un rayon différent de  $R$  pour généraliser un peu le raisonnement. Il faut



**FIGURE II.8** – On considère une région B correspondant à une surdensité vivant dans un univers plus grand A dont la densité moyenne est de la densité moyenne de l’Univers (donc de l’ordre de la densité critique puisque notre Univers est considéré comme plat). Ici, les deux "univers" sont considérés comme homogène et isotrope pour permettre l’utilisation des équations de Friedmann-Robertson-Walker.

définir plus précisément la valeur de la densité  $\bar{\rho}_i$  en fonction de  $r_i$ ,  $R$ ,  $\rho_c$  et  $\rho_+$ . Il suffit de faire la moyenne et on obtient facilement :

$$\bar{\rho}_i = \rho_c + \rho_+ \frac{R^3}{r_i^3} \quad r_i > R; \quad (\text{II.32})$$

$$\bar{\rho}_i = \rho_c + \rho_+ \quad r_i < R. \quad (\text{II.33})$$

La densité à l’intérieur du rayon considéré va alors décroître moins vite que la densité critique, qui dans cette période évolue en  $a^{-3}$ , l’Univers moyen étant plat et dominé par la matière noire. L’effet de courbure dans la surdensité considérée va donc s’amplifier avec le temps. Intéressons nous maintenant à la solution de l’évolution du facteur d’échelle. Pour simplifier l’écriture il est conseillé de réécrire l’équation d’évolution comme :

$$\left( \frac{da}{dt} \right)^2 = H^2 \left( \frac{\beta}{a} + \gamma \right), \quad (\text{II.34})$$

où

$$\beta = \frac{\bar{\rho}_i}{\rho_c}, \quad \gamma = \frac{\rho_c - \bar{\rho}_i}{\rho_c}. \quad (\text{II.35})$$

Les solutions de cette équation sont alors données par :

$$a = \frac{\beta}{2\gamma} \left[ \cos(|\gamma|^{1/2}\theta) - 1 \right] \quad (\text{II.36})$$

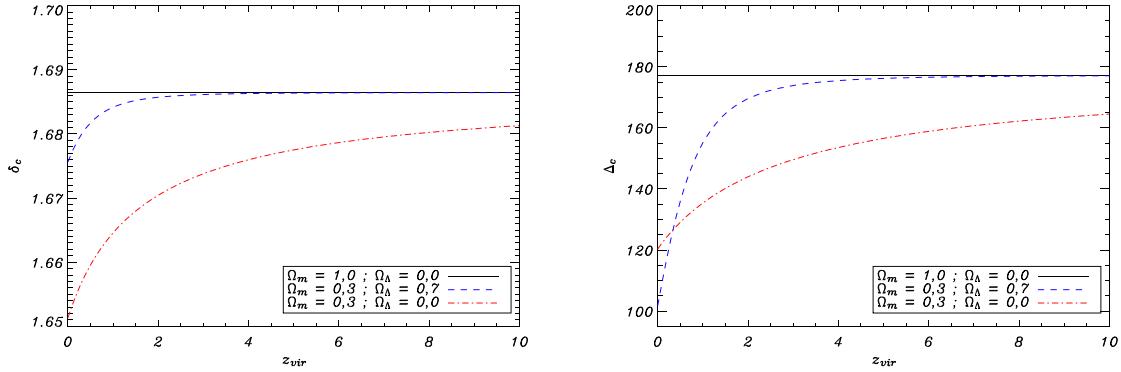
$$Ht = \frac{\beta}{2\gamma|\gamma|^{1/2}} \left[ \sin(|\gamma|^{1/2}\theta) - |\gamma|^{1/2} \right] \quad (\text{II.37})$$

avec la variable  $\theta$ , variable temporelle, définie comme  $d\theta = \frac{Hdt}{a}$ . Les solutions données ici ne sont valables que pour le cas de surdensité. La solution en  $\cos(|\gamma|^{1/2}\theta) - 1$  nous indique tout de suite que le facteur d'échelle va croître jusqu'à un maximum ( $\theta = \pi/|\gamma|^{1/2}$ ) puis va commencer à décroître. Cette phase de transition est appelée *turn-around* en anglais. On rentre ensuite ( $\theta > \pi/|\gamma|^{1/2}$ ) dans la phase de d'effondrement. Si on ne considère que la composante radiale (ce qui est le cas ici de par l'isotropie et l'homogénéité postulées) la matière va s'effondrer jusqu'à la "catastrophe", pour reprendre les termes de Gott et Gunn, en  $r = 0$  autrement dit pour  $a = 0$  et donc ( $\theta = 2\pi/|\gamma|^{1/2}$ ). On appelle cette solution le *collapse*. Le contraste de densité obtenu dans le cadre de l'approximation linéaire est de  $\delta_c \approx 1,69$ . Ce contraste de densité sera utilisé dans la fabrication de la fonction de masse (II.4).

La solution n'est cependant physiquement pas acceptable puisque l'on observe les structures comme non ponctuelles. On considère un phénomène de relaxation violente (Lynden-Bell, 1967) (White, 1996). Une symétrie sphérique parfaite ne peut représenter la réalité ; il existe des inhomogénéités dans la distribution de la matière de la surdensité qui font intervenir des forces gravitationnelles non radiales. La structure en effondrement va pouvoir atteindre un état d'équilibre lorsque son énergie vérifiera le théorème du viriel ( $E = E_c + E_p = -E_c$  où  $E$ ,  $E_c$  et  $E_p$  sont respectivement l'énergie totale, l'énergie cinétique et l'énergie potentielle). On connaît l'énergie totale au moment du *turn-around* car elle est égale à l'énergie potentielle de la structure à cet instant où la structure considérée (dépend totalement du  $r_i$  que l'on a choisi !) a sa taille maximale. Elle vaut alors  $E = E_p = -GM/r_{max}$  où  $M = 4\pi r_i^3 \bar{\rho}_i / 3$ . À la virialisation, la structure est contenue dans un rayon  $r_{vir}$  et on a  $E_p = E - E_c = -2E_c$ , d'où  $E = -GM/(2r_{vir})$ . La conservation de l'énergie nous indique tout de suite que  $r_{vir} = r_{max}/2$  ce qui correspond à la solution  $\theta = 3\pi/|2\gamma|^{1/2}$  mais on considère tout de même cette phase atteinte au temps correspondant au *collapse*. Par le calcul, on trouve que le contraste de densité vaut à cet instant  $\Delta_{vir} \approx 178$ . Cette valeur est donnée par rapport à la densité moyenne de l'Univers. On note  $\Delta_c$  lorsqu'elle est exprimée en fonction de la densité critique de l'Univers au *redshift* voulu. Comme les deux densités sont quasiment identiques cela ne change pas grand chose. On peut voir l'évolution des deux contrastes de densité qui nous ont intéressé en fonction du *redshift* de virialisation de l'amas sur la figure II.9.

On voit également au travers des équations, que le temps nécessaire pour atteindre les différentes phases (*turn-around* et *collapse*) dépend de la densité initiale, du rayon initial et surtout de la cosmologie. Nous avons regarder le cas le plus simple ici en considérant uniquement les effets de la matière (ce qui revient à un univers Einstein-de-Sitter). En ajoutant la constante cosmologique dans les équations, le raisonnement reste identique mais les résultats diffèrent. Ainsi, selon le modèle cosmologique, on n'obtient pas le même nombre d'amas virialisés pour une masse et un temps donné. Afin d'étudier cela en profondeur il est indispensable d'utiliser les fonctions de masse. C'est ce que nous allons voir dans la section qui suit.

Avant de clore cette section, il me semble important de parler de l'implication de ces résultats sur la matière visible dans les amas. La matière baryonique suit le comportement de la matière noire. Ainsi, le gaz acquiert l'énergie cinétique calculée précédemment ce qui donne des énergies de l'ordre du keV pour un gaz d'hydrogène dans une structure ayant une masse de l'ordre de  $10^{14} M_\odot$ . Cela explique entièrement la présence du gaz X dans les amas



**FIGURE II.9** – Evolution des contrastes de densité critiques en fonction du *redshift* de virialisation de l’amas considéré. Trois modèles sont illustrés : Einstein-de Sitter, le modèle de concordance et un modèle de faible densité sans constante cosmologique. Ces deux figures sont tirées de la thèse d’Antoine Chamballu (2007).

de galaxies. De plus, les galaxies sont des sous structures composées de gaz ayant évacué de l’énergie, mais peuvent être considérées comme des particules massives. Leur vitesse est également reliable à l’énergie obtenue durant l’effondrement. Ainsi, la dispersion des vitesses des galaxies en fonction de la masse de l’amas est une quantité prédictible.

## II.4 Fonction de masse

Comme nous venons de le voir, le temps nécessaire à la formation d’un amas d’une masse donnée dépend des conditions initiales ( $r_i$  et  $\bar{\rho}_i$ ) et du modèle cosmologique. L’idée fondamentale est d’estimer la probabilité d’obtenir un objet virialisé de masse  $m$  à un *redshift*  $z_1$  partant d’une masse  $M$  dans un volume  $V$  au *redshift*  $z_0$  (voir la revue dont je me suis pas mal servi (Cooray & Sheth, 2002)). Nous sommes donc intéressé par la quantité  $N(m, z_1 | M, V, z_0)$  pour un modèle cosmologique défini. La première fonction de masse, qui est toujours très utile, fut créée par Press et Schechter (1974). De plus, grâce à ce formalisme il sera possible par la suite de tirer des informations la fonction de luminosité de galaxies tout en la reliant à la cosmologie (Schechter, 1976) (Blanchard et al., 1992).

### II.4.1 Fonction de masse de Press-Schechter

L’hypothèse de base de la fonction de masse de Press-Schechter est que l’on peut lier la fraction de matière qui va finir dans un amas de masse  $M$  aux zones où le champ de densité linéaire lissé sur une échelle  $M$ ,  $\delta_M$ . Il faut bien évidemment que  $\delta_M$  soit supérieur au contraste de densité critique  $\delta_c$  pour être considérée comme effondrée. En considérant d’autre part que les fluctuations sont gaussiennes, la probabilité que  $\delta_M$  soit supérieure à  $\delta_c$  au *redshift*  $z$  est donnée par :

$$p_{>\delta_c}(M, z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_M(z)} \int_{\delta_c}^{\infty} e^{-\frac{\delta_M^2}{2\sigma_M^2(z)}} d\delta_M, \quad (\text{II.38})$$

où  $\sigma_M(z) = D_g(z)\sigma_M$  correspond à l'extrapolation linéaire au *redshift* de la variance à l'échelle  $M$ . On prend ici  $\delta_c$  constant avec le *redshift* car il ne varie quasiment pas, ce qui est visible sur la figure II.9. On peut obtenir la proportion de la probabilité par tranche de masse en dérivant l'équation II.38 par rapport à la masse :

$$dp_{>\delta_c}(M, z) = \left| \frac{\partial p_{>\delta_c}(M, z)}{\partial M} \right| dM. \quad (\text{II.39})$$

En intégrant sur toutes les masses, et donc sur toutes les échelles, on s'attend à retrouver tout la matière dans des structures. Cependant, le calcul ne donne que la moitié de la masse :

$$\int_0^\infty dp_{>\delta_c}(M, z) = \frac{1}{2}, \quad (\text{II.40})$$

indépendamment du *redshift* considéré. Ceci est dû au fait qu'on n'autorise pas un point à appartenir à plusieurs structures d'échelles différentes. Or les observations ainsi que les simulations vont très largement dans ce sens. Cet effet est connu sous le nom de *cloud-in-cloud problem* (Bond et al., 1991). Une solution est de faire intervenir un facteur 2. On obtient finalement le nombre d'objets par unité de volume en divisant par le résultat précédent par le volume occupé initialement par la matière  $V_M = M/\bar{\rho}$  :

$$\frac{dn(M, z)}{dM} = \frac{2}{V_M} \frac{dp_{>\delta_c}(M, z)}{\partial M} \quad (\text{II.41})$$

$$= \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\bar{\rho}}{M^2 \sigma_M(z)} \left| \frac{d \ln \sigma_M(z)}{d \ln M} \right| e^{-\frac{\delta_c^2}{2\sigma_M^2(z)}}. \quad (\text{II.42})$$

C'est la fonction de masse de Press-Schechter. On peut voir un exemple (figure II.10), tiré de la thèse d'Antoine Chamballu (2007), d'illustration de cette fonction sur le ciel complet pour le modèle cosmologique contraint par WMAP3 (Spergel et al., 2007).

#### II.4.2 Les autres fonctions de masse

Depuis, l'avènement des simulations numériques à hautes résolutions<sup>5</sup> a permis d'affiner les résultats en s'affranchissant de l'approximation linéaire. C'est le cas tout d'abord de la fonction de masse de Sheth & Tormen (1999) qui est ajustée sur les résultats de simulations à N-corps donnant l'expression suivante :

$$f_{ST}(M, z) = A \sqrt{\frac{2a}{\pi}} \left[ 1 + \left( \frac{\sigma_M^2}{a\delta_c^2} \right)^q \right] \frac{\delta_c}{\sigma_M} e^{-\frac{a\delta_c^2}{2\sigma_M^2(z)}} \quad (\text{II.43})$$

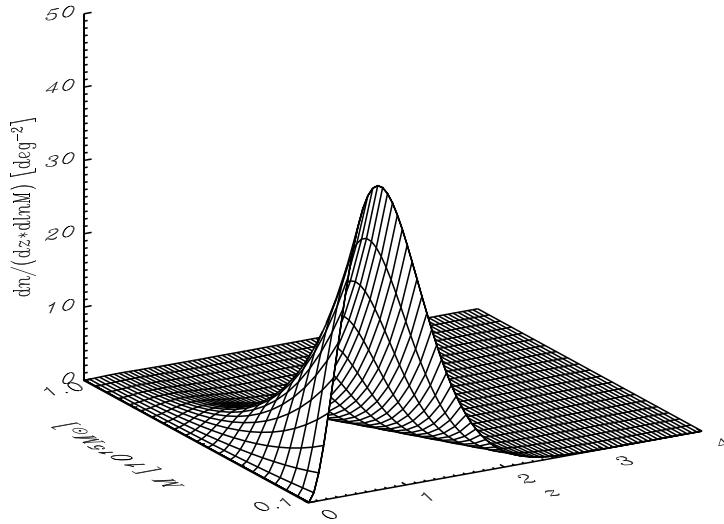
avec  $a = 0,707$ ,  $q = 0,3$  et  $A = 0,3222$  (facteur de normalisation pour que l'intégrale soit égale à 1). Il s'agit d'une fonction semi-analytique<sup>6</sup> qui se justifie par la prise en compte de l'effondrement d'objets non sphériques (Sheth et al., 2001).

Plus tard, Jenkins et al. (2001) ont pris en compte plus de simulations numériques pour proposer un autre ajustement :

$$f_J(M, z) = 0,315 \exp - |\ln \sigma_M^{-1} + 0,61|^{3,8}. \quad (\text{II.44})$$

5. Tout le souci pour les simulations des structures en cosmologie est contenu dans la nécessité d'avoir les grandes échelles (pour la cosmologie) et les petites échelles pour obtenir des informations sur les structures.

6. La forme est analytique et les résultats sont ajustés sur des simulations numériques.



**FIGURE II.10** – Exemple de fonction de masse de Press-Schechter donnant le nombre d'amas attendus dans le plan  $(z, M)$  pour la cosmologie de WMAP3. Cette figure est tirée de la thèse d'Antoine Chamballu (2007).

Nous pouvons voir la comparaison entre cette fonction et les résultats de la plus grande simulation numérique jamais réalisée, "Millenium Run", sur la figure II.11. On peut constater qu'elle reproduit parfaitement les résultats pour tous les *redshifts* compris entre 0 et 10.

La fonction de masse qui sera utilisée plus loin dans mon travail pour faire les prédictions pour les amas PLANCK sera donc basée sur la fonction de masse de Jenkins.

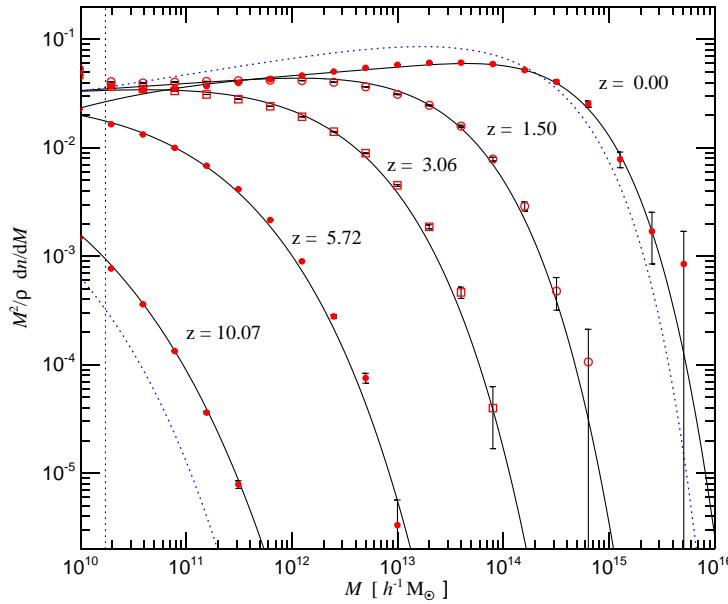
## II.5 Les amas de galaxies

Les amas de galaxies sont les plus grandes structures virialisées dans l'Univers. Autrement dit, ce sont les plus grandes structures sur lesquelles il est possible de faire de l'astrophysique et donc sur lesquelles on peut faire des relations d'échelles. De plus, le scénario *bottom-up* nous enseigne que ces structures ont mit beaucoup de temps pour se former et par ce biais ressentir les différents effets de la cosmologie et plus particulièrement les effets de l'énergie noire.

Je vais commencer par faire un tour d'horizon des différentes observations de ces objets en présentant leurs avantages et inconvénients. Dans un second temps, je présenterai plus précisément comment contraindre la cosmologie avec ces magnifiques objets.

### II.5.1 De Messier à Planck

La première observation d'un amas de galaxies remonte à Charles Messier en 1784 qui pensait alors observer une nébuleuse en direction de la constellation de la Vierge. Il s'agissait en fait de l'amas de Virgo, mais qui ne pouvait être pris pour tel car la philosophie humaine d'alors ne permettait pas l'existence de l'extragalactique. Ce n'est que dans les années 1920,



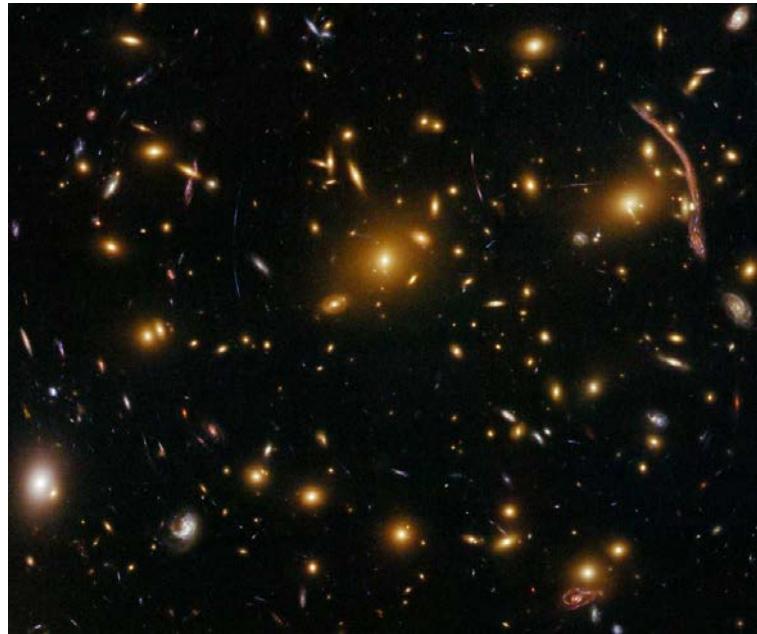
**FIGURE II.11** – Comparaison entre les résultats de la simulation "Millenium Run" et les fonctions de masse de Press-Schechter (bleu pointillé) et de Jenkins (traits noirs). La fonction de Jenkins reproduit très bien les résultats pour tous les *redshifts* compris entre 0 et 10 contrairement à celle de Press-Schechter. Cette figure est tirée de ([Springel, 2005](#))

notamment avec les travaux de Hubble, que nous avons pris connaissance, à l’instar de notre Soleil vis-à-vis des autres étoiles, que notre galaxie n’est pas un objet unique et sacré. En 1933, Fred Zwicky ([Zwicky, 1933](#)) estima pour la première fois la masse de l’amas de Coma en utilisant la dispersion des vitesses des galaxies en son sein. Il put mettre en avant que la masse nécessaire pour obtenir de telles vitesses était bien supérieure à la masse estimée pour l’ensemble des galaxies. Ce fut la découverte de la matière noire.

Deux grands catalogues d’amas ont été ensuite constitués par l’observation de surdensités de galaxies. Il s’agit du catalogue de Abell en 1958 ([Abell, 1958](#)) qui comprend pas moins de 2712 amas ainsi que du catalogue de Zwicky ([1968](#)) comprenant environ 10,000 amas. Je présente un des plus fameux amas de ce catalogue sur la figure II.12

Une grande avancée dans l’observation des amas de galaxies s’est produite dans les années 1970 avec la mise en évidence que ces derniers étaient fortement corrélés avec une source extrêmement brillante (supérieur à  $10^{43}$  erg s $^{-1}$ ), non variable, dans le rayonnement X ([Cavaliere et al., 1971](#)). Le premier satellite X, *Uhuru* ([Giacconi et al., 1972](#)) fit le premier sondage X sur le ciel entier. Il permit surtout, par l’étude des spectres, d’identifier l’origine physique de ce rayonnement comme étant un *bremssstrahlung* issu du gaz intra-amas d’une température de l’ordre de  $10^7 - 10^8$  K. La première réaction fut de voir en ce gaz la matière manquante mais elle s’avéra de nouveau insuffisante pour expliquer la dispersion des vitesses des galaxies. Pour le moment, nous considérons les amas comme étant composés en moyenne de (en terme de masse) :

- ~ 5% de matière visible sous forme de galaxies
- ~ 6 – 12% de matière dans le gaz chaud intra-amas



**FIGURE II.12** – Image optique de l'amas Abell 370 prise par le satellite "Hubble Space Telescope". Cette image montre, grâce aux arcs gravitationnels sur les galaxies d'arrière plan par le potentiel gravitationnel de l'amas le fait qu'on ne voit pas toute la matière.

-  $\sim 80 - 90\%$  de matière noire

Depuis, d'énormes progrès ont été fait dans tous les domaines d'observations. Le satellite *Einstein* donna accès aux premières études de la structure du gaz et le satellite ROSAT permit quant à lui de constituer le plus grand catalogue X d'amas existant au travers d'un sondage complet du ciel. Désormais, les deux observatoires spatiaux que sont XMM-NEWTON (européen) et CHANDRA (américain) permettent une étude approfondie de la structure interne du gaz intra-amas. On peut retenir que XMM-Newton possède un meilleur spectrographe tandis que Chandra possède une meilleure imagerie.

La partie optique/infrarouge a également fait d'énormes progrès avec des sondages sur tout le ciel comme 2MASS, sur champs profonds comme 2dF (Tago et al., 2006), un satellite avec une qualité photométrique exceptionnelle *Hubble Space Telescope* et enfin SDSS (Goto et al., 2002), dont je reparlerai plus longuement par la suite, ayant utilisé leurs données durant tout mon travail. Grâce à ce dernier, il fut possible de trouver plus de 13800 amas en appliquant l'algorithme MaxBCG (Koester et al., 2007a) avec un *redshift* compris entre 0,1 et 0,3 dans les 8000 degrés carrés du sondage. De plus, il est désormais possible, grâce à ces relevés, de faire des observations de lentillage gravitationnel fort (*strong-lensing*) ainsi que de lentillage faible avec des méthodes statistiques : cisaillement (*cosmic-shear*) et amplification lumineuse (*cosmic-magnification*) (Scranton et al., 2005)(Ménard et al., 2009). Je reviendrai sur l'ensemble de ces observations dans la suite du chapitre.

Pour finir, Messieurs Sunyaev et Zel'dovich (1972) ont proposé une observation un peu folle qui porte leur nom (communément appelé effet SZ) qui, consiste en un gain d'énergie des photons reliques du fond diffus cosmologique en passant au travers du gaz intra-amas (Il faut, de plus, rendre hommage au fait qu'ils avaient subodoré cet effet trois ans au-

paravant (Zel'dovich & Sunyaev, 1969)). Il faut se rendre compte que ce papier est publié la même année que les premiers résultats montrant la corrélation entre les amas et des sources X et que l'observation du CMB était alors plus que rudimentaire. C'est certainement la raison pour laquelle ils ne croyaient pas plus que cela à la possible détection de cet effet. Depuis cet effet a été mesuré, d'abord sur des amas connus, comme l'amas de Coma (Herbig et al., 1992), puis récemment de nouveaux amas ont été découverts par l'expérience *South Pole Telescope* (Staniszewski et al., 2009) (Vanderlinde et al., 2010). Aujourd'hui, avec le satellite PLANCK qui a été lancé le 14 mai 2009, nous attendons le premier sondage sur tout le ciel des amas par cet effet.

## II.5.2 Description des composantes des amas

### La matière noire

Comme nous venons de le voir, les galaxies et le gaz intra-amas ne suffisent pas à expliquer la masse des amas. L'estimation de la masse s'est d'abord faite à partir de la dispersion des vitesses des galaxies, puis par effet de lentillage gravitationnel fort puis plus récemment par les effets de lentillage faible. Il est plus que jamais nécessaire d'ajouter entre 80 et 90% de masse. Le nom matière noire vient simplement du fait que nous ne la voyons pas directement. Pour cette raison, il ne peut s'agir soit :

- de matière baryonique sous forme de structure stable qui ne rayonne pas (surtout sous forme compact ce qui se nomme des *MaCHO* pour "Massive Compact Halo Object")
- de matière non-baryonique qui n'interagit ni par interaction forte, ni électromagnétique

Ces deux cas garantissent un rayonnement suffisamment faible pour ne pas avoir déjà été détecté et permettent un comportement non-collisionnel de cette matière noire. Cette dernière condition est utile pour expliquer les courbes de rotation de galaxies loin du centre. Il ne faut pas que cette matière noire puisse se concentrer au centre. La première hypothèse a été mise à mal par la recherche de micro-lentilles, notamment par l'expérience EROS (Tisserand et al., 2007), qui fixe une limite supérieure à 8% de la matière noire dans le halo de notre galaxie. La seconde hypothèse, qui est la mieux acceptée dans la communauté à l'heure actuelle à plusieurs avantages. Conceptuellement, rien n'empêche d'avoir des particules qui n'interagissent ni fortement ni électromagnétiquement. Le deuxième point est que l'on connaît déjà des particules possédant cette propriété en la personne des neutrinos. Cependant, les observations nous disent également que les particules de matière noire doivent posséder une masse assez importante pour permettre une concentration suffisante, ce qui exclut les neutrinos standard. En effet, ces particules n'interagissent que faiblement, c'est par la force de rappel gravitationnel que le halo reste un ensemble. Plus les particules sont légères et plus elles ont une vitesse importante et donc un mouvement important. C'est ce qu'on appelle en anglais le *free-streaming*. Et c'est bien là le premier inconvénient à cette solution. La masse des particules étant liée aux interactions auxquelles elles sont soumises et que l'importance des contributions augmente avec la section efficace de chacune d'elle on se retrouve face à un paradoxe. Il faut donc invoquer une nouvelle physique pour expliquer cela. Parmi les modèles les plus courants pour ces particules massives interagissant faiblement (en anglais les *WIMPs* pour *Weakly Interacting Massive Particles*) :

- Les particules supersymétriques (interaction supplémentaire)
- Les particules de Kaluza-Klein (dimensions supplémentaires fermées)
- Neutrino neutre massif (quatrième famille)

**Profil NFW** Pour en revenir aux amas, la meilleur représentation du profil de matière noire est donnée par les simulations numériques de Navarro, Frenck et White (1996) que l'on appelle communément profil NFW. Il est caractérisé par une loi en  $1/r^3$  qui dépend de deux paramètres,  $r_{200}$  et la concentration  $c$  sans unités. Le rayon  $r_{200}$  est le rayon dans lequel la densité moyenne est 200 fois la densité critique de l'Univers  $\rho_{crit} = 3H^2/8\pi G$ , ce qui nous donne directement la masse  $M_{200} = 200 \times \rho_{crit}(4\pi/3)r_{200}^3$ . Le profil s'exprime de la manière suivante :

$$\frac{\rho(r)}{\rho_{crit}} = \frac{\delta_c}{(r/r_s)(1+r/r_s)^2} \quad (\text{II.45})$$

$$\delta_c = \frac{200}{3} \frac{c^3}{[\ln(1+c) - c/(1+c)]} \quad (\text{II.46})$$

où  $r_s = r_{200}/c$ .

**Autres profils** Il ne faut pas perdre de vue qu'il existe d'autres façons de modéliser le halo de matière noire. Le plus simple est celui de la sphère isotherme singulière que je vais détailler dans la section qui suit. Il y a également la sphère isotherme avec rayon de coeur mais le plus performant reste le profil NFW.

## Les galaxies

Les galaxies étant des objets "compacts", par opposition au gaz, elles ne collisionnent pas les unes avec les autres. C'est la raison pour laquelle il faut les considérer comme suivant, en première approximation, le profil de matière noire qui domine le potentiel gravitationnel. Comme il est facile d'avoir accès au profil projeté des galaxies sur la ligne de visée, il est intéressant d'utiliser la formulation du profil NFW projeté  $\Sigma(x)$  donné par Bartelmann (1996) et légèrement réadapté dans (Koester et al., 2007b) :

$$\Sigma(x) = \frac{2\rho_c r_s}{x^2 - 1} f(x) \quad , \quad x = \frac{r}{r_s} \quad (\text{II.47})$$

avec :

$$f(x) = \begin{cases} 1 - \frac{2}{\sqrt{x^2-1}} \tan^{-1} \sqrt{\frac{x-1}{x+1}} & (x > 1) \\ 1 - \frac{2}{\sqrt{1-x^2}} \tanh^{-1} \sqrt{\frac{1-x}{x+1}} & (x < 1) \\ 0 & (x = 1) \\ 0 & (x > 20) \end{cases} \quad (\text{II.48})$$

Cette description est aussi bien pratique pour chercher les amas de galaxies dans les données optiques que pour travailler sur du lentillage gravitationnel.

Une description plus simpliste permet cependant de remonter à certaines informations utiles. Une première approche de King ([King, 1962](#)) fut de considérer les galaxies comme des particules d'un fluide parfait ce qui se traduit par l'équation :

$$\frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{d \ln(\rho)}{dr} \right) = -\frac{4\pi G}{\sigma^2} r^2 \rho \quad (\text{II.49})$$

où  $\rho$  ne dépend que du rayon et  $\sigma$  représente la dispersion des vitesses des galaxies. Tout l'intérêt de cette description est donc de relier la dispersion des vitesses au potentiel gravitationnel de l'amas. Cette équation admet une solution en loi de puissance de la forme :

$$\rho = \frac{\sigma^2}{2\pi G r^2}. \quad (\text{II.50})$$

On voit cependant qu'il y a une singularité au centre de la sphère. La façon la plus simple et la plus directe est d'introduire un rayon en dessous duquel la densité ne croît plus. On appelle couramment ce dernier rayon de coeur et est noté  $r_c$ . Physiquement il s'agit d'un coeur qui est composé de matière ayant libérée de l'énergie et qui se retrouve au centre avec une densité finie  $\rho(0)$ . Cette solution est physiquement plus acceptable en plus d'être viable mathématiquement. L'équation [II.49](#) se réécrit alors en fonction des variables adimensionnées  $\bar{\rho} = \frac{\rho}{\rho(0)}$  et  $\bar{r} = \frac{r}{r_c}$  comme :

$$\frac{d}{d\bar{r}} \left( \bar{r}^2 \frac{d \ln(\bar{\rho})}{d\bar{r}} \right) = -9\bar{r}^2 \bar{\rho} \quad (\text{II.51})$$

En prenant en compte les conditions limites imposées par la présence du coeur, nous devons imposer  $\bar{\rho}(0) = 1$  (par définition) et  $\frac{d\bar{\rho}}{d\bar{r}}|_{\bar{r}=0} = 0$  (coeur à densité constante). Il n'y a pas de solution analytique pour ce système mais King propose dans son papier une solution approximative très utile :

$$\bar{\rho} = \frac{1}{(1 + \bar{r}^2)^{3/2}} \quad (\text{II.52})$$

On appelle cette solution profil de King. À l'inverse de la sphère isotherme, il permet de décrire correctement le centre de l'amas mais ne suit pas correctement les données à grand rayon. On peut alors utiliser l'un et l'autre pour décrire simplement les parties désirées des amas tout en étant relié à la donnée de température de l'amas. Pour décrire de manière complète l'amas le meilleur modèle actuellement est bien évidemment le profil NFW.

### Le gaz intra-amas

Le gaz intra-amas est certainement ce qui caractérise le mieux les amas de galaxies et est la meilleure source d'information directe sur sa composition interne. Il est composé majoritairement d'hydrogène et d'hélium ( $\sim 75\%$  et  $\sim 25\%$ , soit les proportions primordiales, ce qui donne déjà une indication sur la possibilité de tirer une information sur  $\Omega_b/\Omega_m$ ). Contrairement à la matière noire et la composante galactique, il est collisionnel. Cela implique un profil de densité différent du NFW. De part sa capacité à dissiper de l'énergie, on s'attend à ce qu'il puisse être plus concentré au centre. Il existe deux types de profils typiques, le  $\beta$ -model ([King, 1972](#)) et les profils type NFW généralisés ([Arnaud et al., 2009](#)).

**$\beta$ -model** Une façon de modéliser le gaz est de prendre la distribution de la sphère isotherme II.50 et du profil de King II.52 que nous venons de voir dans la section précédente. Cependant, le gaz chaud est, contrairement à la matière noire et aux galaxies, collisionnel. Ainsi, la température mesurée par la dispersion des galaxies  $T_\sigma$  et la température mesurée pour le gaz chaud  $T_X$  doivent être différentes. Cela revient à obtenir un profil avec une loi de puissance différente  $\rho_{gaz} \propto \rho_{gal}^\beta$ . Cette puissance est en fait directement reliée au rapport des températures :

$$\beta = \frac{T_\sigma}{T_X}, \quad (\text{II.53})$$

et le profil du  $\beta$ -model s'écrit simplement comme :

$$\rho_{gaz} = \frac{\rho_{gaz,0}}{(1 + \bar{r}^2)^{\frac{3}{2}\beta}}. \quad (\text{II.54})$$

Jones et Foreman (1984) ont mesuré la valeur du paramètre  $\beta$  et ont obtenu une valeur moyenne  $<\beta> = 0,65$ . Comme attendu, ce profil n'ajuste pas parfaitement les données surtout pour les grands rayons. Pour faire mieux il faut alors de nouveau se tourner vers le profil NFW.

**NFW généralisé** Il s'agit ici de reprendre la forme du profil NFW en le modifiant, pour la même raison que le  $\beta$ -model est une version modifiée du profil de King, le gaz X étant collisionnel. Un papier essentiel dans l'utilisation de cette généralisation est (Nagai et al., 2007). La quantité la plus proche des observations du gaz X n'est pas la densité mais la pression (qui est liée à la densité et à la température du gaz). Ainsi, il est plus commun d'utiliser le profil de pression pour l'étude du gaz. Le terme généralisation est ici employé car on introduit un troisième régime dans le profil. Le modèle permet de dissocier le coeur, la partie intermédiaire et les bords. Le profil de pression s'exprime alors comme :

$$\frac{P(x)}{P_{500}} = \frac{P_0}{x^\gamma(1 + x^\alpha)^{(\beta-\gamma)/\alpha}}, \quad (\text{II.55})$$

où  $x = r/r_s$ ,  $r_s = r_{500}/c_{500}$ ,  $P_{500}$  est la pression moyenne à l'intérieur de  $r_{500}$ ,  $P_0$  est la pression centrale,  $\gamma$  est la pente du profil dans le centre ( $r \ll r_s$ ),  $\alpha$  est la pente du profil dans la partie intermédiaire ( $r \propto r_s$ ) et  $\beta$  est la pente du profil dans les parties externes ( $r \gg r_s$ ). Ce modèle est réutilisé dans le papier de Arnaud et al. (2009) afin d'établir les relations d'échelles des observations en rayonnement X du satellite XMM-Newton (voir partie suivante).

### II.5.3 Différentes observations des amas

#### Rayonnement X

Il s'agit du rayonnement lié à la présence du gaz chaud intra-amas qui est à une température de l'ordre de quelques  $10^7 K$ . La densité de ce gaz est de l'ordre de  $10^{-3} \text{ cm}^{-3}$ . La physique statistique nous enseigne qu'un gaz chaud peu dense (dans des conditions de quasi vide) ne se désexcite pas facilement. Ainsi, un gaz du type intra-amas ne rayonne pas dans toutes les longueurs d'ondes. Le principal processus d'émission est le *bremssstralung*, qui

correspond à un rayonnement dans le spectre X pour les températures mises en jeu. La confirmation observationnelle de ce rayonnement vint très rapidement ([Cavaliere et al., 1971](#)) ([Giacconi et al., 1972](#)). L'émissivité de ce rayonnement, notée  $\epsilon^{ff}$  pour *free-free*, est dans le cas du modèle de la sphère isotherme ([Rybicki & Lightman, 1979](#)) :

$$\epsilon^{ff} = \frac{2^5 \pi e^6}{3 h m_e c^3} \sqrt{\frac{2\pi}{3m_e}} T_e Z^2 n_e n_i g_B \quad (\text{II.56})$$

où  $g_B$  est le facteur de Gaunt,  $Z$  est le nombre de charge de l'ion  $i$  considéré,  $n_i$  la densité de cette même espèce ionique,  $n_e$  la densité électronique,  $m_e$  et  $e$  la masse et la charge de l'électron. La quantité qui nous intéresse directement pour les observations est la luminosité de l'objet. Celle-ci est définie comme l'intégrale de l'efficacité sur le volume de la sphère :

$$L_X = \int_0^r \epsilon^{ff} d^3 r. \quad (\text{II.57})$$

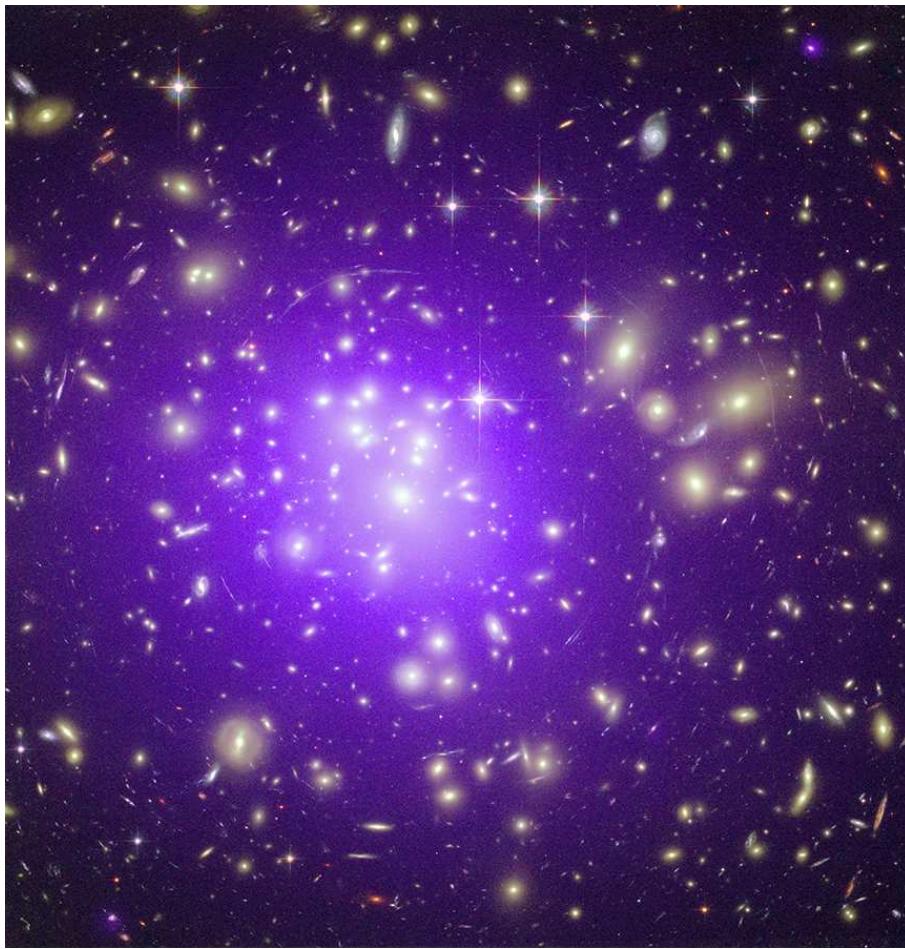
Il faut alors définir un rayon dans lequel nous voulons intégrer. Les amas n'ayant pas tous la même masse ni la même taille, on utilise les contours d'isodensité. Ainsi le rayon varie d'un amas à l'autre. On exprime ici la densité en multiplicatif de la densité critique de l'Univers  $\rho_c(z)$ . On peut alors définir le rayon dans lequel la densité moyenne est  $\Delta$  fois  $\rho_c(z)$  et on le note  $r_\Delta$ . Dans la communauté X, le rayon typiquement utilisé est  $r_{500}$  car il comprend la majorité du rayonnement X. Cela s'explique en regardant la formule II.56 de l'émissivité qui dépend de la densité électronique et de la densité des ions. Les noyaux respectent assez bien les rapports primordiaux, ce qui fait des protons les principaux ions. Il vient alors que  $n_i \sim n_e$ . Ainsi, le rayonnement X dépend de la densité électronique au carré. La distribution du gaz étant piquée au centre de l'amas, il n'y a pas besoin d'aller loin pour obtenir la majorité de l'information X. On peut le voir sur la figure II.13 qui présente la comparaison entre l'observation d'un amas en optique (par le HST<sup>7</sup>) et en X (par Chandra<sup>8</sup>).

Le *bremsstrahlung* est responsable de l'émission d'un continuum dans le domaine X mais n'est pas exactement la seule source d'émission du gaz intra-amas. À celui-ci s'ajoute la recombinaison radiative (ou *free-bound emission*) correspondant à l'émission d'un photon due à la capture d'un électron libre par un ion du plasma intra-amas et donc à l'origine d'un spectre continu pour les énergies supérieures au potentiel d'ionisation des ions concernés. Viennent également s'ajouter dessus quelques raies d'émission d'éléments présents dans l'amas. Elles sont principalement dues à la présence de fer ( $\text{Fe}^{24}$  et  $\text{Fe}^{25}$ ) dont les raies avoisinent les 7 keV. On peut voir sur la figure II.14 un spectre typique d'un amas mesuré par l'expérience XMM/EPIC

La détection d'une source étendue et intense en X est la preuve la plus révélatrice de la présence d'un amas de galaxie ainsi que la source d'informations indispensables pour l'étude de l'énergie noire. De plus, les raies quantiques du fer permettent, lorsqu'elles sont bien visibles dans le spectre, de déterminer le *redshift* spectroscopique. Cependant, l'atmosphère étant totalement opaque aux rayonnement de haute énergie, il est indispensable d'utiliser des missions spatiales pour effectuer les observations. De plus, les photons d'énergie supérieure au keV sont très difficiles à focaliser vers un capteur CCD à l'aide de miroirs. L'efficacité est de réflexion est quasiment nulle en dehors d'une incidence rasante (inférieur au degré). On comprend qu'il n'est pas aisément d'améliorer l'efficacité de l'observation par agrandissement du

7. <http://hubble.nasa.gov/>

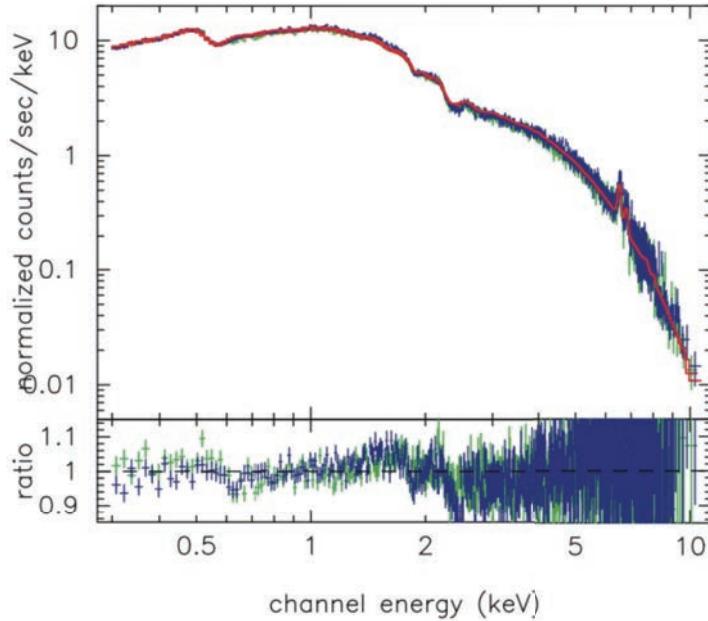
8. <http://chandra.harvard.edu>



**FIGURE II.13** – Superposition de la mesure en X du satellite Chandra et optique du satellite HST de l'amas Abell1689. On peut voir (en dehors de la beauté incroyable de cet objet) que l'émission X est très piquée au centre de l'amas, bien plus que la distribution des galaxies qui trace à un biais près la distribution de la matière noire. Il est à noter que la grande majorité des galaxies sur l'image appartiennent à l'amas

système optique. L'énergie importante des photons X déclenchent une cascade d'électrons, permettant l'estimation de l'énergie de ceux-ci mais compliquant l'observation simultanée de plusieurs d'entre eux. Cela impose dès lors d'envoyer les observatoires X dans l'espace ce qui coûte cher et limite la puissance des instruments. De plus, s'agissant d'une émission, le flux diminue en  $D_L^{-2}(z)$  ce qui rend les observations d'amas lointain très coûteuses en temps. Il devient alors impossible de faire une recherche profonde (*i.e.*  $z > 0,4$ ) sur tout le ciel pour trouver les amas.

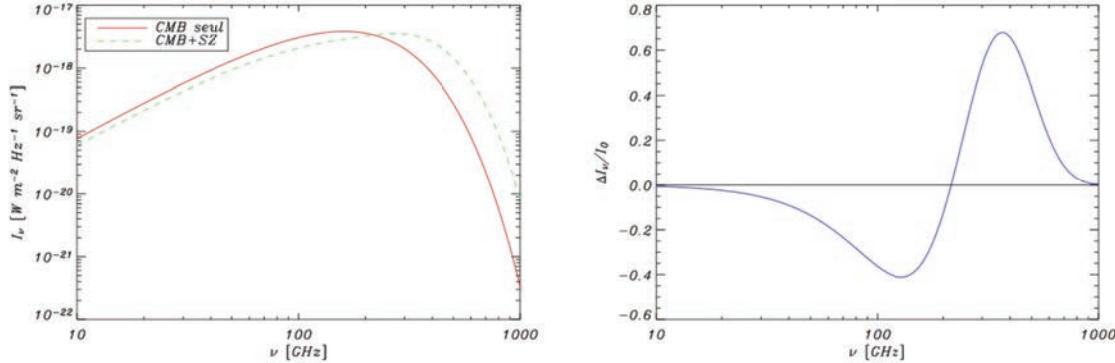
Heureusement, d'autres observations permettent de détecter plus facilement les amas lointains. La démarche est donc de détecter les amas en utilisant une méthode apportant moins d'information mais plus adaptée pour la détection puis en faire un suivi en pointant le laboratoire X sur les candidats. L'effet Sunyaev-Zel'dovich est certainement la méthode toute désignée pour remplir ce rôle.



**FIGURE II.14** – Exemple de spectre obtenu par l’expérience XMM/EPIC (Arnaud et al., 2001). En vert et bleu sont représentés les observations des instruments EPIC/MOS1 et EPIC/MOS2 tandis qu’en rouge est représenté le meilleur ajustement. Il s’agit de l’amas de COMA. On voit très clairement apparaître les deux pics du fer autour de 7 keV

### Effet Sunyaev-Zel'dovich

Une autre façon d’observer le gaz chaud intra-amas est basée sur l’effet Sunyaev-Zel’dovich du nom des co-auteurs du papier fondateur (Sunyaev & Zel’dovich, 1970). Il s’agit de l’empreinte laissée par les électrons du gaz chaud sur les photons du CMB. Les amas étant formés (en état virialisé ou proche de l’être) à des *redshifts* certainement inférieurs à 10, les photons du CMB qui les traversent suivent une loi de corps noir de température comprise entre 3 et 30 K. Dans le cas d’un amas typique (masse de l’ordre de  $10^{14} M_{\odot}$ ) un pourcent des photons du CMB le traversant interagissent avec les électrons par effet Compton inverse. On parle d’effet Compton inverse car ce sont les électrons ( $\sim 10^7$  K) qui cèdent de leur énergie aux photons du CMB ( $\sim 10$  K). Le spectre du corps noir se voit ainsi modifié par un décalage vers les hautes énergies d’un pourcent de ses représentants (partie gauche de la figure II.15). Comme montré sur la partie droite de la figure II.15, la signature spectrale de l’effet SZ est obtenue en soustrayant le spectre de corps noir attendu au spectre modifié. On peut voir trois fréquences qui caractérisent au mieux la signature avec un effet négatif maximum vers 140 GHz, un effet nul autour de 220 GHz et un effet positif maximal autour de 350 GHz. L’effet ne dépend pas du *redshift* auquel l’amas a interagi avec les photons car, la variation de température du CMB entre  $z = 0$  et  $z = 10$  est faible (au maximum une vingtaine de degrés supplémentaires) ce qui ne change rien à la différence de température entre le CMB et le gaz intra-amas qui reste de l’ordre de  $10^7$  K. L’efficacité ne varie donc pas en fonction du *redshift*. De plus, le spectre modifié subit l’effet d’étirement entre l’amas et nous. Au final, il n’est pas possible de connaître le *redshift* de l’amas en utilisant la signature spectrale de l’effet SZ.



**FIGURE II.15** – Représentation de la signature spectrale de l’effet Sunyaev-Zel’dovich. Les deux figures sont tirées de la thèse d’Antoine Chamballu (Chamballu 2007). À gauche, on peut voir la distribution de corps noir pour une température de l’ordre de 3K (en trait plein) ainsi que la distribution des photons après le passage dans un amas (en tirets). L’effet est ici amplifié de trois ordres de grandeurs par rapport à un amas typique afin de mieux voir l’effet (le paramètre Compton est de  $y = 0,1$ ). À gauche, est représenté la soustraction du corps noir au spectre modifié tous deux présentés sur la partie gauche. On obtient ainsi la signature spectrale de l’effet SZ. Un effet négatif maximum vers 140 GHz, un effet nul autour de 220 GHz et un effet positif maximal autour de 350 GHz

En revanche, l’efficacité de l’interaction entre les photons et les électrons du gaz dépend de la profondeur optique. Cette dernière s’exprime en fonction de la densité d’électrons libres ( $n_e$ ), de la section efficace de la diffusion Thomson ( $\sigma_T$ ) ainsi que de l’épaisseur de l’amas. Autrement dit, elle dépend du nombre d’électrons par unité de surface sur la ligne de visée (noté  $ldv$  dans l’équation) :

$$\tau = \int_{ldv} n_e \sigma_T dl. \quad (\text{II.58})$$

Pour un amas standard, la profondeur optique est de l’ordre de  $\tau \sim 10^{-2}$ . Ici, on ne prend pas en compte les effets relativistes. Les calculs deviennent alors très compliqués (Birkinshaw, 1999) (Rephaeli, 1995) pour donner des variations à l’approximation de Kompaneets (1957) qui ne sont pas détectables à l’heure actuelle même sur les amas les plus massifs ( $T > 10keV$ ) qui sont les plus sensibles à ces effets. La formule donnant accès à la distorsion du spectre de corps noir ( $I_\nu$ ) en fonction de la fréquence  $\nu$  est alors :

$$\frac{\Delta I_\nu}{I_0} = y.f(\nu) = y \frac{x^4 e^x}{(e^x - 1)^2} \left[ \frac{x(e^x + 1)}{e^x - 1} - 4 \right], \quad (\text{II.59})$$

où  $I_\nu = I_0 \frac{x^3}{e^x - 1}$  avec  $I_0 = \frac{2(kT_{CMB})^3}{(hc)^2}$  et  $x = \frac{h\nu}{kT_{CMB}}$ . Le dernier paramètre ( $y$ ) est appelé paramètre de comptonisation et est relié à la profondeur optique :

$$y = \int_{ldv} \frac{kT_e}{m_e c^2} n_e \sigma_T dl. \quad (\text{II.60})$$

On reconnaît alors qu’il s’agit de l’intégrale de la pression électronique ( $P_e = n_e kT_e$ ) sur la ligne de visée pondérée par l’efficacité de la diffusion. La déformation du spectre n’empêche tout de même pas d’ajuster assez correctement un spectre de corps noir sur les données et

ainsi mesurer une température surestimée pour le CMB (si on n'enlève pas l'amas de la carte bien sûr). L'écart à la vraie température s'exprime de la manière suivante :

$$\frac{\Delta T}{T_{CMB}} = y.g(\nu) = y \left[ \frac{x(e^x + 1)}{e^x - 1} - 4 \right]. \quad (\text{II.61})$$

Cette équation est constituée de deux composantes. D'une part le paramètre de comptonisation  $y$  qui décrit l'amplitude de la distorsion (qui dépend de l'amas) et d'autre part la signature spectrale de l'effet SZ, représentée sur la partie droite de la figure II.15, et qui ne varie pas d'un amas à l'autre.

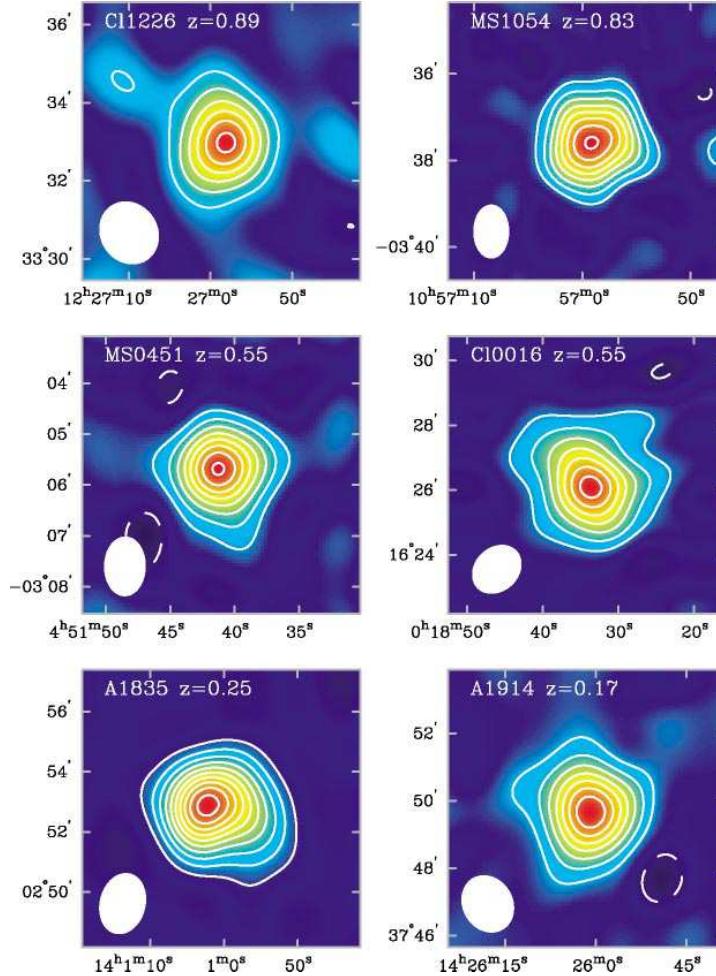
On peut alors se rendre compte rapidement d'une caractéristique très importante de l'effet SZ. Les équations II.59 et II.61 ne dépendent pas du *redshift*. C'est l'effet produit par l'amas sur le CMB qui est invariant de *redshift*. En revanche, la taille apparente de l'amas change avec la distance et donc avec le *redshift* ce qui implique une observation qui dépend tout de même de ce paramètre. Cependant, la taille intrinsèque de l'amas variant avec sa masse, il n'est pas possible de déterminer le *redshift* mais seulement de mettre une contrainte sur le *redshift* en fonction de la masse. Ce point est très important pour moi car il justifie en grande partie l'utilité de ma thèse. Comme le signal est imprimé dans le CMB, on peut voir le signal SZ aussi loin que l'on veut du moment que l'on a un instrument adéquate. C'est ce qu'on peut voir sur la figure II.16 avec six amas de luminosités X équivalentes mais avec des *redshifts* allant de  $z = 0,17$  à  $z = 0,89$  observés par les interféromètres OVRO (*Owens Valley Radio Observatory*) et BIMA (*Berkley Illinois Maryland Association*).

Une autre façon de voir la puissance de cet effet est de considérer le signal comme imprimé dans le CMB qui est passé au travers de l'amas. La quantité de photons portant l'information est donc directement liée à la taille apparente de l'amas sur le ciel. Par comparaison, on se souvient que le flux X décroît en  $D_L^{-2}(z)$  tandis que l'on parle d'une décroissance en  $D_A^{-2}(z)$ . En reprenant les équations I.69 et I.72 on voit apparaître un facteur  $(1+z)^4$  dans le rapport de l'évolution des flux SZ et X.

L'intérêt de l'effet SZ est accru par l'existence d'une mission comme PLANCK qui observe le CMB sur l'ensemble du ciel. Nous avons ainsi un outil permettant la détection des amas sur tout le ciel avec un *redshift* allant jusqu'à 1 pour les plus massifs. Cependant, comme nous venons de le voir cet effet fournit une information dégénérée entre la masse et le *redshift* de l'amas. Cette information n'est pas suffisante pour avoir une idée du temps nécessaire à l'observation de ces derniers avec un laboratoire X. Heureusement, il existe d'autres sources d'informations avec les observations en optique/infrarouge que nous allons étudier maintenant.

## Optique/infrarouge : les galaxies

Un outil standard dans les observations optiques est la fonction de luminosité, notamment celle introduite par Paul Schechter en 1976. Il s'agit de connaître le nombre d'objets possédant une luminosité donnée dans un volume d'observation donné. Dans notre cas, les objets sont des galaxies et le volume sera celui des amas. Plus précisément, il s'agit du nombre de galaxies ayant une luminosité comprise entre  $L$  et  $L + dL$  dans une bande d'observation donnée :



**FIGURE II.16** – Figure tirée du papier Carlstrom (2002) présentant six observations d'amas par effet SZ par les interféromètres OVRO et BIMA. Les six amas ont des *redshifts* allant de  $z = 0,17$  à  $z = 0,89$  et ont des luminosités X équivalentes. Il est remarquable que le signal ne dépende quasiment pas du *redshift*.

$$\Phi(L)dL = \phi^* \left( \frac{L}{L^*} \right)^\alpha \exp(-L/L^*)^2 d\left( \frac{L}{L^*} \right), \quad (\text{II.62})$$

où  $L^*$  est la luminosité caractéristique à laquelle la fonction de luminosité marque un changement rapide de pente (on passe dans la cassure exponentielle),  $\phi^*$  est le nombre d'objet par unité de volume (qui normalise la fonction) et enfin  $\alpha$  qui est le paramètre de pente qui gouverne la fonction de luminosité pour  $L < L^*$ . Cette fonction permet aussi bien de décrire les galaxies de champ que les galaxies d'un amas, avec bien évidemment des valeurs de paramètres différentes. Elle peut également s'écrire avec la différentielle logarithmique en rentrant le  $L^*$  dans la fraction :

$$\Phi(L)dL = \phi^* \left( \frac{L}{L^*} \right)^{\alpha+1} \exp(-L/L^*) d\ln L. \quad (\text{II.63})$$

Il s'avère que cette fonction de luminosité présente un défaut pour reproduire la courbe de lumière des amas de galaxies. Plus précisément, les observations montrent une difficulté à modéliser la courbe de lumière autour et au-delà de  $L^*$ . La raison en est la présence d'une galaxie extrêmement massive et lumineuse, dite BCG (pour Brightest Cluster Galaxy), qui siège au sein des amas de galaxies. En conséquence, les modèles de fonction de luminosité actuels utilisent une fonction de Schechter, afin de modéliser les galaxies satellites, ainsi qu'une loi log-normale pour la galaxie centrale.

### Fonction de luminosité conditionnelle

Un outil encore plus avancé est la fonction de luminosité conditionnelle. Le mot "conditionnelle" décrit le fait que les paramètres sont ajustés pour des masses de halo ( $M_h$ ) données. Dans tout ce qui suit  $M_h = M_{200}$ , la masse contenue dans la sphère de densité moyenne égale à 200 fois la densité critique de l'Univers. On obtient alors une fonction du type (Yang et al., 2008) :

$$\Phi_{sat}(L|M_h)dL = \phi^*(M_h) \left( \frac{L}{L^*(M_h)} \right)^{\alpha(M_h)+1} \exp(-L/L^*(M_h))^2 d\ln(L), \quad (\text{II.64})$$

$$\Phi_{cen}(L|M_h)dL = \frac{A(M_h)}{\sqrt{2\pi}\sigma_c(M_h)} e^{-\left(\frac{(\log^2(L)-\log^2(L_c(M_h)))}{2\sigma_c^2(M_h)}\right)} d(\log_{10} L), \quad (\text{II.65})$$

avec  $A(M_h)$  le nombre de galaxies centrales par halo en fonction de la masse de ce dernier (je considérerai toujours  $A(M_h) = 1$  pour les amas qui m'intéresse),  $L_c(M_h)$  est la luminosité moyenne de la galaxie centrale et  $\sigma_c(M_h)$  sa dispersion.

La valeur de ces différents paramètres est ajustée en utilisant un catalogue de 370.000 galaxies provenant des données de SDSS DR4 (quatrième année de prise de données). Ces galaxies ont toutes un *redshift* compris entre 0,01 et 0,2. De plus, ils évaluent les masses de halos à partir d'une relation Masse-Luminosité calibrée avec du *weak-lensing* quelques années auparavant par le même groupe (je décris en détail l'algorithme dans le paragraphe II.5.3). Je montrerai par la suite un test de robustesse de cette méthode en comparant les prédictions avec d'autres observations utilisant directement la masse de *weak-lensing* de chaque amas sans passer par une quelconque relation d'échelle.

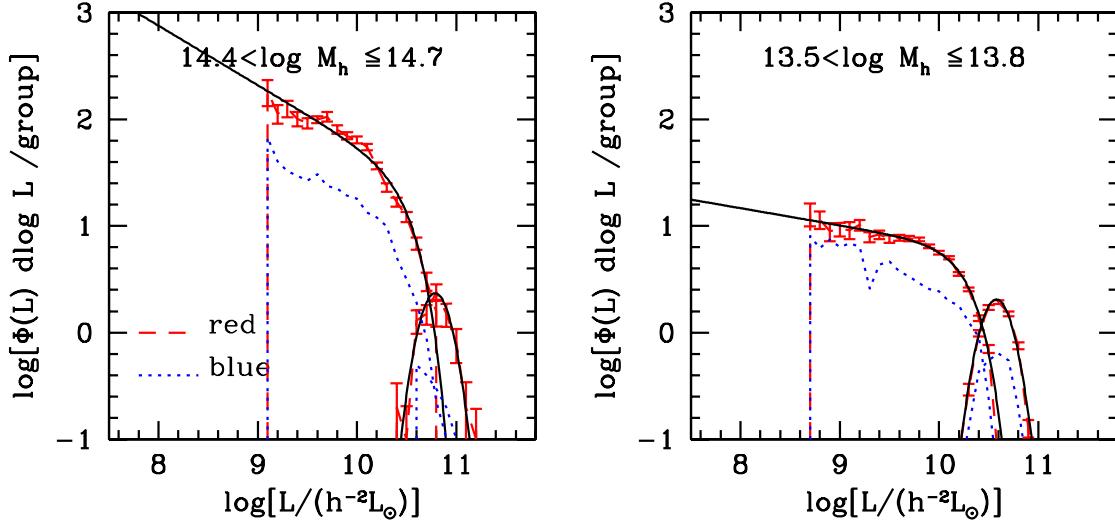
Après analyse, ils trouvent que le paramètre  $L_c(M_h)$  peut être bien relié au paramètre  $L^*(M_h)$  comme  $\log_{10}(L_c(M_h)) = \log_{10}(L^*(M_h)) + 0.25$ , c'est la raison pour laquelle tout peut être modélisé avec 4 paramètres (tableau ??).

Afin d'utiliser cet outil pour des masses particulières, je fais une interpolation linéaire en échelle logarithmique, en fonction de la masse, des quatre paramètres II.18. Pour les masses supérieures à  $\log_{10}(M_h) = 14,58$ , ce qui correspond au médian du dernier intervalle de masse, je fais une extrapolation de la valeur des paramètres.

Ces résultats sont donnés pour une k-correction<sup>9</sup> à *redshift* de 0,1 ce qui est le médian de leur catalogue.

---

9. Il s'agit de la correction en couleur des objets due à leur évolution ainsi qu'à l'étirement du spectre par le *redshift*



**FIGURE II.17** – Figure tirée du papier (Yang et al., 2008) présentant deux ajustements de CLF pour les deux intervalles de masse les plus importants. On peut voir en rouge les données moyennées des fonctions de luminosité mesurées pour les galaxies elliptiques avec en trait noir le meilleur ajustement. En bleu sont représentées les fonctions de luminosité pour les galaxies spirales. On voit directement que la grande majorité des galaxies dans les amas massifs sont elliptiques. On voit également la différence de comportement nette entre la composante centrale et la composante satellite.

Il est possible d'utiliser la fonction gamma II.68 pour faire le calcul rapide des quantités intégrées comme le nombre moyen de galaxies ou encore la luminosité totale d'un amas de masse  $M_h$ .

Le nombre moyen de galaxies qui ont une luminosité supérieure à  $L_{min}$  s'obtient par :

$$\langle N(M_h, L_{min}) \rangle = \int_{L_{min}}^{+\infty} \phi(M_h)^* \left( \frac{L}{L^*} \right)^{\alpha(M_h)+1} \exp(-L/L(M_h)^*)^2 d \ln L, \quad (\text{II.66})$$

$$\langle L_{tot}(M_h, L_{min}) \rangle = \int_{L_{min}}^{+\infty} L \times \phi(M_h)^* \left( \frac{L}{L^*} \right)^{\alpha(M_h)+1} \exp(-L/L(M_h)^*)^2 d \ln L. \quad (\text{II.67})$$

On peut alors utiliser les fonctions gamma et gamma incomplètes :

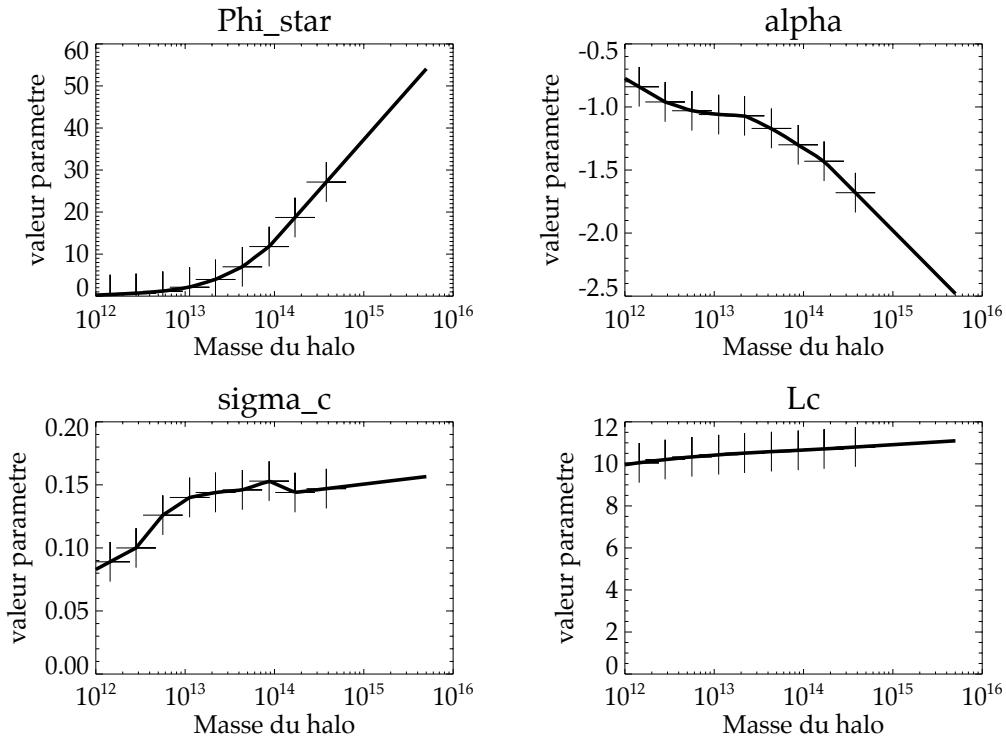
$$\Gamma(a) = \int_0^{+\infty} e^{-t} t^{a-1} dt, \quad (\text{II.68})$$

$$\gamma(a, x) = \int_0^x e^{-t} t^{a-1} dt, \quad (\text{II.69})$$

ce qui donne par un changement de variable  $y = (L/L^*)^2$  et donc  $y_{min} = (L_{min}/L^*)^2$  :

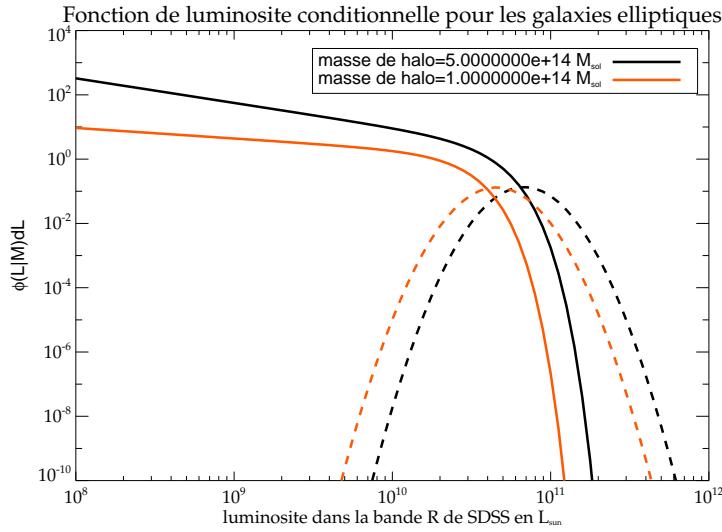
$\log(M_h/M_\odot)$	$\phi^*$	$\alpha$	$\log(L_c)$	$\sigma_c$
[14.40, 15.00]	$27.14 \pm 3.25$	$-1.68 \pm 0.13$	$10.801 \pm 0.022$	$0.147 \pm 0.021$
[14.10, 14.40)	$18.72 \pm 2.53$	$-1.43 \pm 0.07$	$10.709 \pm 0.051$	$0.144 \pm 0.029$
[13.80, 14.10)	$11.79 \pm 0.76$	$-1.30 \pm 0.07$	$10.644 \pm 0.011$	$0.153 \pm 0.006$
[13.50, 13.80)	$6.98 \pm 0.80$	$-1.17 \pm 0.04$	$10.581 \pm 0.005$	$0.146 \pm 0.008$
[13.20, 13.50)	$3.97 \pm 0.59$	$-1.07 \pm 0.05$	$10.510 \pm 0.008$	$0.144 \pm 0.007$
[12.90, 13.20)	$2.12 \pm 0.44$	$-1.06 \pm 0.09$	$10.438 \pm 0.011$	$0.140 \pm 0.012$
[12.60, 12.90)	$1.18 \pm 0.19$	$-1.03 \pm 0.04$	$10.335 \pm 0.026$	$0.126 \pm 0.023$
[12.30, 12.60)	$0.67 \pm 0.15$	$-0.96 \pm 0.09$	$10.207 \pm 0.031$	$0.100 \pm 0.014$
[12.00, 12.30)	$0.39 \pm 0.09$	$-0.84 \pm 0.16$	$10.046 \pm 0.046$	$0.089 \pm 0.005$

**TABLE II.1** – Tableau présentant la valeur des paramètres de la fonction de luminosité de Yang et al pour les galaxies rouges (elliptiques) en fonction de la masse du halo de matière noire ( $M_h$ ).



**FIGURE II.18** – Représentation de l'interpolation (et l'extrapolation) des paramètres en fonction de la masse du halo. Les croix représentent les valeurs du tableau ?? aux masses correspondant à la moyenne dans les bins d'observations.

$$\langle N(M_h, L_{min}) \rangle = \frac{\phi(M_h)^*}{2} \times \Gamma \left( \frac{\alpha(M_h) + 1}{2} \right) \left( 1 - \gamma \left( \frac{\alpha(M_h) + 1}{2}, y_{min} \right) \right), \quad (\text{II.70})$$



**FIGURE II.19** – Fonction de luminosité conditionnelle obtenues pour deux différentes masses de halo après interpolation des paramètres. Les courbes en traits pleins représentent la partie satellite tandis que les courbes pointillées représentent la partie centrale.

$$\langle L_{tot}(M_h, L_{min}) \rangle = \frac{\phi(M_h)^* L(M_h)^*}{2} \times \Gamma\left(\frac{\alpha(M_h) + 2}{2}\right) \left(1 - \gamma\left(\frac{\alpha(M_h) + 2}{2}, y_{min}\right)\right). \quad (\text{II.71})$$

Pour ma part, j'ai besoin de faire évoluer cette CLF en fonction du *redshift* pour l'utiliser comme pilier de mon algorithme de reconstruction des amas de galaxies dans le sondage SDSS .

**Construction du catalog de Yang et al** Ils présentent leur algorithme pour trouver les amas et les groupes de galaxies dans le relevé SDSS ainsi que le catalogue qu'ils ont obtenu dans le papier (Yang et al., 2007). L'algorithme présenté est une version modifiée de l'algorithme utilisé sur le relevé 2DFGRS dans le papier (Yang et al., 2005) :

- Ils commencent par chercher les centres de groupes potentiels par méthode de proche en proche (*Friend-Of-Friend approach*). Ils associent les galaxies qui ont une séparation en *redshift* inférieure à 0,3, et une séparation transverse inférieure à 0,05 fois la séparation moyenne dans la ligne de visée. Une fois cela fait, ils définissent tous les ensembles de plus de deux membres comme groupes potentiels. Le centre est associé à la galaxie la plus lumineuse.
- Ensuite, est déterminée la valeur de la luminosité totale  $L_{19,5}$  des galaxies ayant une magnitude absolue bande  $r$  ramenée à  $z = 0,1$  telle que  $^{0,1}M_r - 5 \log h < 19,5$  pour chacun des groupes. Cette luminosité n'est pas triviale car elle prend en compte la complétude du catalogue pour chaque *redshift* (pour plus de détails se référer au papier). Cette luminosité est importante car est utilisée pour déterminer une première masse pour chaque groupe.

- Ils utilisent un ratio masse sur luminosité constant  $\frac{M_h}{L_{19,5}} = 500h \frac{M_\odot}{L_\odot}$  où  $M_\odot$  est la masse du Soleil et  $L_\odot$  la luminosité bande  $r$  du Soleil également. À partir de cette masse, ils déterminent deux quantités essentielles,  $r_{180}$  (on se rappelle qu'il s'agit du rayon de viriel pour un univers EdS) et  $\sigma$  (la dispersion des vitesses des galaxies), pour l'association de toutes les galaxies satellites. En s'appuyant sur les papiers (van den Bosch et al., 2004) et (Macciò et al., 2007), ils obtiennent les deux relations suivantes :

$$r_{180} = 1,26h^{-1} \text{ Mpc} \left( \frac{M_h}{10^{14}h^{-1}M_\odot} \right)^{1/3} (1 + z_{group})^{-1} \quad (\text{II.72})$$

$$\sigma = 397,9 \text{ km.s}^{-1} \left( \frac{M_h}{10^{14}h^{-1}M_\odot} \right)^{0,3214}. \quad (\text{II.73})$$

- À partir de  $r_{180}$ , ils peuvent construire un profil NFW projeté (un peu différent que celui vu dans l'équation II.48). Ils obtiennent alors un estimateur incluant le profil NFW obtenu et la dispersion des vitesses (afin de contraindre la dispersion intrinsèque des redshifts) pour évaluer la probabilité qu'une galaxie dans le voisinage appartienne ou non à ce groupe. Une fois terminé, ils obtiennent un groupe plus conséquent. Il faut recommencer toute la séquence que je viens de décrire avec les nouveaux membres. La boucle s'arrête lorsque la masse obtenue par la relation  $M_h - L_{19,5}$  converge.

## Halo Occupation Distribution

Les fonctions de type *Halo Occupation Distribution* (Berlind & Weinberg, 2002) (Peacock & Smith, 2000), que j'appellerai HOD dans la suite, sont des outils qui s'intéressent à trois informations :

- la probabilité ( $P(N|M)$ ) qu'un amas de masse viriel <sup>10</sup>  $M$  contienne  $N_{gal}$  galaxies
- la distribution des galaxies dans le halo de matière noire connaissant  $M$ .
- la distribution des vitesses des galaxies dans les halos de matière noire  $M$ .

De plus, certaines HOD s'intéressent à ces informations en sélectionnant le type de galaxie ou encore en sélectionnant les objets de luminosité supérieure à une coupure. On peut alors avoir accès au nombre de galaxies elliptiques qui ont une luminosité (ou magnitude absolue) minimum pour une masse de halo donnée. Cela s'exprime par  $P(N_{gal}, L > L_{min}|M_h) = P(N_{gal}, m < m_{min}|M_h)$  pour une bande d'observation donnée. C'est ce que permet la HOD de Brown et al. (Brown et al., 2008).

La distribution spatiale s'apparente pour sa part à la fonction de corrélation "galaxie-galaxie". La fonction de corrélation pour une distance  $x$  entre les galaxies s'écrit de manière générale comme :

$$\xi_{gg}(x) = \xi_{1h}(x) + \xi_{2h}(x), \quad (\text{II.74})$$

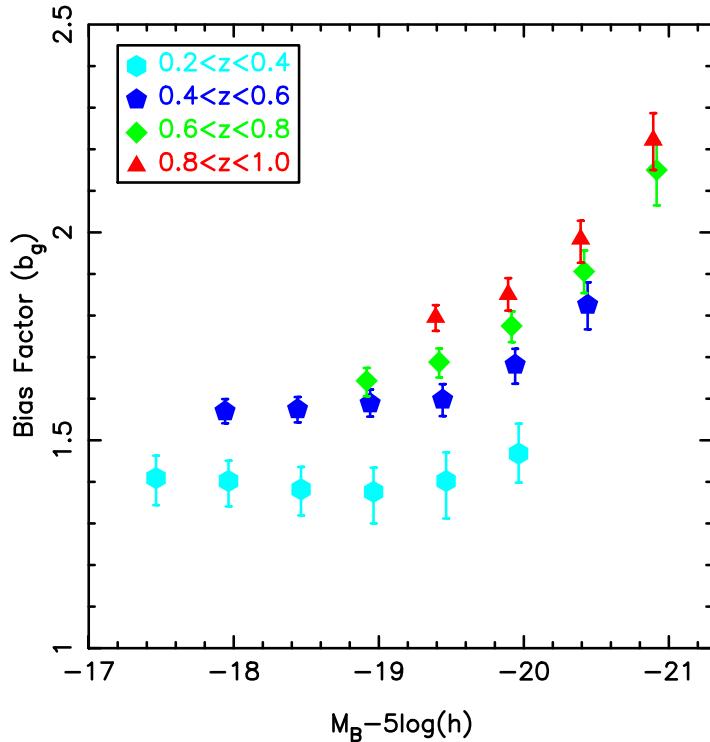
où  $\xi_{1h}(x)$  est le terme de corrélation entre deux galaxies du même halo et  $\xi_{2h}(x)$  est le terme de corrélation entre deux galaxies appartenant à deux halos différents. Il est évident que plus la distance  $x$  est petite et moins le deuxième terme n'a d'importance et qu'à l'inverse le premier terme s'atténue avec l'augmentation de la distance. Le but de la HOD est d'isoler la partie issue du premier terme pour obtenir l'information statistique sur la distribution des

<sup>10</sup>. Pour rappel, la masse du viriel est la masse contenue dans la sphère dont la densité moyenne est égale à  $\Delta_{vir} \times \rho_c$

galaxies dans les halos. Cette information est très importante pour comparer la distribution de la matière baryonique (pour les galaxies) à celle de la matière noire. Ainsi on peut remonter au fameux biais  $b_g$  qui s'exprime directement dans la relation entre les fonctions de corrélation :

$$\xi_{gg} \approx b_g^2 \xi_{CDM}, \quad (\text{II.75})$$

où  $\xi_{CDM}$  est la fonction de corrélation de la matière noire froide. Pour être plus précis, il faut faire dépendre ce biais de la taille de corrélation, du *redshift* et du type de galaxie utilisé. La mesure étant très compliquée, il n'est pour le moment pas envisageable d'étudier la dépendance du biais avec la taille de corrélation. Cependant, il est possible de faire l'étude de la dépendance en *redshift* et en type de galaxies. Pour ce faire, il faut sélectionner les galaxies par tranches de *redshift* et calculer la fonction de corrélation angulaire dans ces dernières. Pour des raisons de statistique, sont surtout utilisées les galaxies elliptiques car il est possible d'obtenir de bons *redshifts* photométriques pour ces dernières au contraire des galaxies spirales qui nécessitent souvent l'obtention du *redshift* spectroscopique. Il est également possible de faire la sélection par seuil de luminosité. Les résultats obtenus par Brown *et al.* sont présentés sur la figure II.20. On peut voir que les galaxies elliptiques sont un traceur biaisé de la matière noire et ce biais s'amplifie avec le *redshift*. On peut également voir que le choix de la luminosité des objets modifie considérablement le biais.



**FIGURE II.20** – Évolution du biais  $b_g$  pour les galaxies elliptiques en fonction du *redshift* et de leur magnitude absolue. On peut voir que les galaxies elliptiques sont un traceur biaisé de la matière noire et ce biais s'amplifie avec le *redshift*. On peut également voir que le choix de la luminosité des objets modifie considérablement le biais.

**Evolution passive des galaxies** De plus, l'évolution avec le *redshift* de la distribution spatiale et en luminosité des galaxies permet de contraindre le taux d'absorption des galaxies dans le halo (le *clustering*) ainsi que le taux de fusion des galaxies (le *merging*). Ce dernier point est très important car il permet de tester l'hypothèse d'évolution passive des galaxies. Cette hypothèse stipule que les galaxies conservent leur masse stellaire durant la phase d'évolution passive. Elle est très utile pour étudier les amas en optique/infrarouge. Tout d'abord, elle permet de transposer les observations locales vers les hauts *redshifts* en utilisant des modèles d'évolution comme les synthèses de population stellaire de Bruzual & Charlot (2003) (voir section IV.1.1) ou plus simplement en utilisant une forme analytique de k-correction pour les galaxies elliptiques (Blanton et al., 2003a). Pour cette même raison il est alors plus aisément de déterminer correctement le *redshift* photométrique des galaxies elliptiques lorsque cette hypothèse est vérifiée, les *templates* étant bien moins dégénérés (IV.2.2).

Diverses études (Mei et al., 2009) (Seo et al., 2008) (Brown et al., 2007) (De Lucia et al., 2007) (Faber et al., 2007) montrent que cette hypothèse est robuste pour un *redshift* inférieur à 1 (la ligne caractéristique des galaxies elliptiques dans le plan des couleurs évolue bien passivement), mais elles soulignent également qu'elle n'est pas parfaite : la luminosité des objets elliptiques croît plus que prévue par l'évolution passive. Cela est très souvent expliqué par la transition de galaxies spirales ou irrégulières vers des galaxies elliptiques au cours de leur évolution. De ce fait, elles augmentent la luminosité totale des galaxies elliptiques sans pour autant violer l'évolution passive. Autrement dit, la masse stellaire par galaxie elliptique évolue peu, mais la masse stellaire totale des galaxies elliptiques augmente plus significativement.

Il faut tout de même que je précise que dans mon cas cela induit une erreur systématique. En effet, je prends un modèle de CLF local pour le transposer à plus haut *redshift* alors que certaines galaxies, elliptiques aujourd'hui, étaient spirales à plus haut *redshift*. ainsi, je surestime légèrement le nombre de galaxies elliptiques attendues à ces *redshifts*.

Après cette digression nécessaire, je peux terminer sur la HOD. Un point important de l'utilisation de cet outil réside dans l'utilisation des données. Contrairement à la CLF, le travail est totalement statistique. Il n'y a pas de sélection individuelle des amas ce qui permet le traitement d'un plus grand nombre de données. De plus, les travaux les plus récents (Brown et al., 2008) (voir également (Zheng et al., 2005)) arrivent à séparer la composante due aux galaxies centrales (BCGs) en utilisant la forme suivante pour déterminer le nombre moyen de galaxies centrales en fonction de la masse :

$$\langle N_{cen}(M) \rangle = \frac{1}{2} \left[ 1 + \operatorname{erf} \left( \frac{\log M - \log M_{min}}{\sigma_{\log M}} \right) \right], \quad (\text{II.76})$$

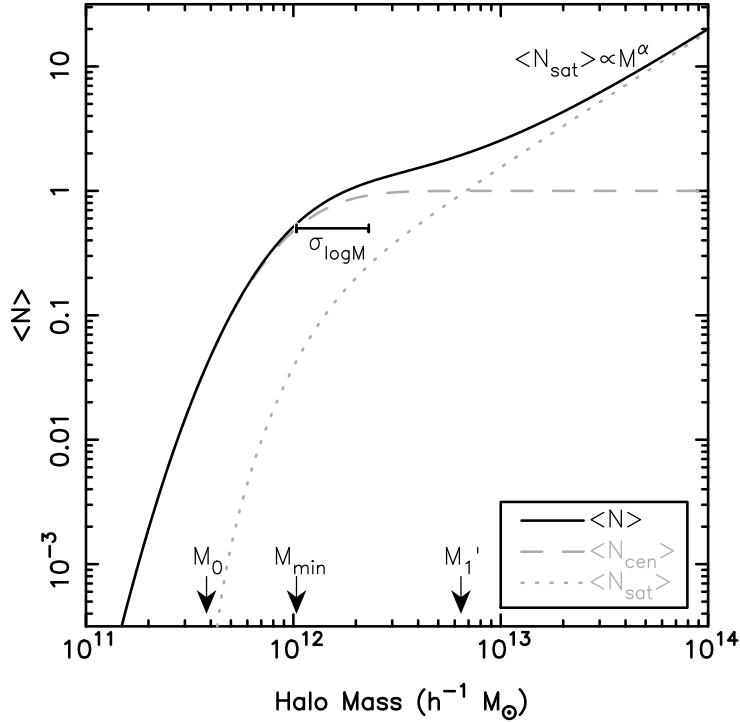
avec la fonction erreur définie comme :

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt. \quad (\text{II.77})$$

On peut voir que le nombre de galaxies centrales est donc compris entre 0 et 1 et qu'un halo de masse  $M_{min}$  a une chance sur deux de posséder une galaxie centrale. Le nombre moyen de galaxies satellites est quant à lui ajusté en utilisant la forme suivante :

$$\langle N_{sat}(M) \rangle = \langle N_{cen}(M) \rangle \times \left( \frac{M - M_0}{M'_1} \right)^\alpha, \quad (\text{II.78})$$

où le paramètre  $M'_1$  correspond à la masse de halo hébergeant en moyenne une galaxie satellite. Les paramètres sont ajustés pour plusieurs valeurs seuil en magnitude absolue bande B dans quatre tranches de *redshift*. On peut voir les résultats bruts pour  $M_{min}$  et  $M'_1$  (avec  $\sigma_{\log M}$ ,  $\alpha$  et  $M_0$  fixés) sur la figure II.22. On peut voir que les résultats ne sont pas identiques pour les différentes gammes de *redshift*.



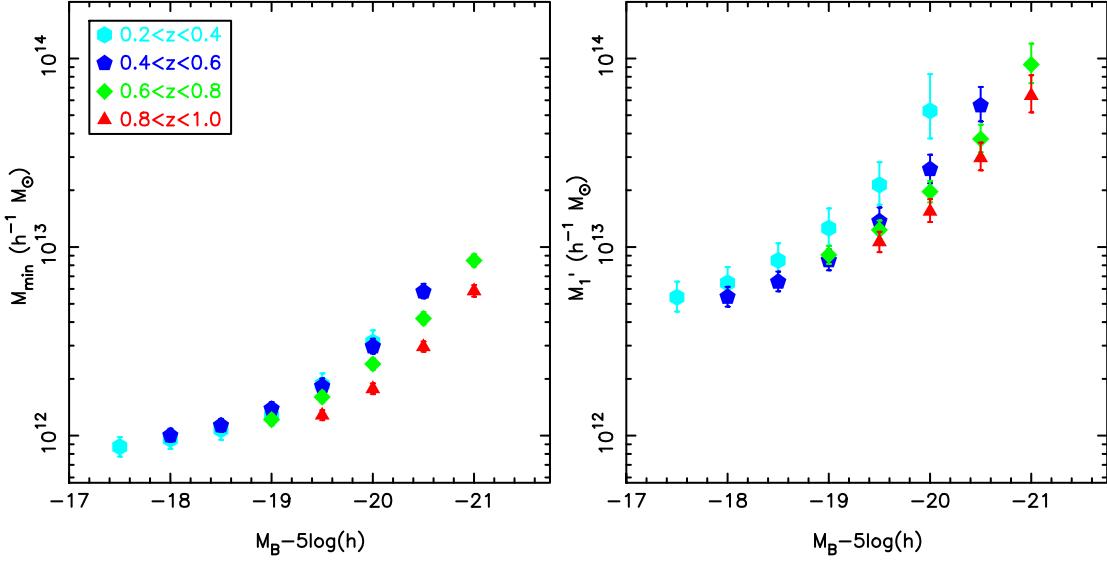
**FIGURE II.21** – Représentation graphique des paramètres de la HOD de Brown *et al.* (2008). La courbe en tirets représente la partie centrale tandis que la courbe en pointillés représente la partie satellite. La courbe en trait plein est la somme des deux composantes.

Cependant, en intégrant l'évolution passive on va voir que tout s'arrange. La loi d'évolution passive dans la bande B est donnée par la loi  $M_B(z) = M_B(z=0) - 1,2z$ . On peut voir sur la figure II.23 que les paramètres suivent la même loi d'évolution en fonction des seuils en magnitude absolue quelle que soit la tranche de *redshift* considérée. L'ajustement des deux paramètres en fonction du seuil en magnitude absolue est donné par :

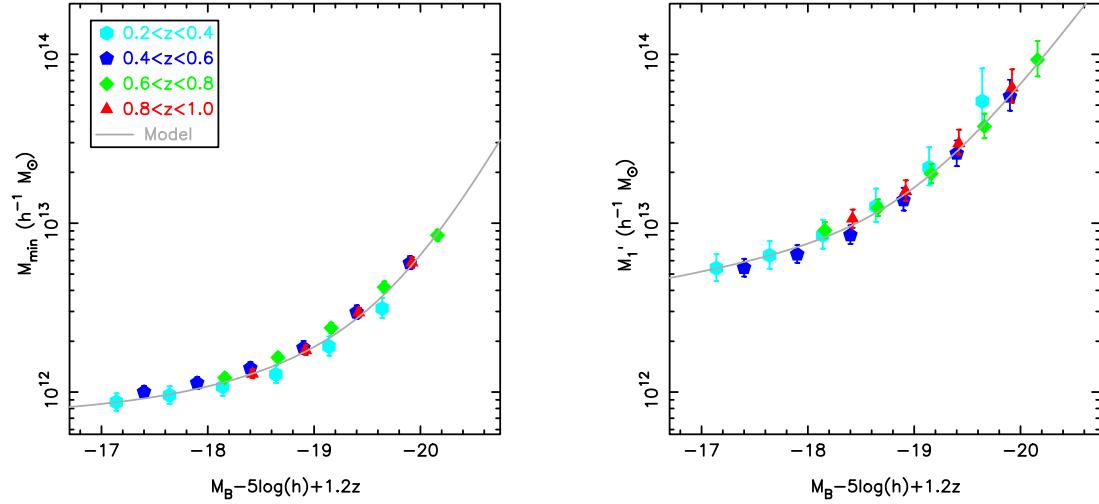
$$\begin{aligned} M_{min}(h^{-1} M_\odot) &= 10^{11.85} + 10^{11.95} \times 10^{0.40 \times [-19 - (M_B - 5 \log h + 1,2z)]} \\ &\quad + 10^{13.70} \times 10^{1.15 \times [-21 - (M_B - 5 \log h + 1,2z)]}, \end{aligned} \quad (\text{II.79})$$

et

$$\begin{aligned} M'_1(h^{-1} M_\odot) &= 10^{12.70} \times 10^{0.11 \times [-17 - (M_B - 5 \log h + 1,2z)]} \\ &\quad + 10^{14.60} \times 10^{0.85 \times [-21 - (M_B - 5 \log h + 1,2z)]}. \end{aligned} \quad (\text{II.80})$$



**FIGURE II.22** – Les paramètres sont ajustés pour plusieurs valeurs seuil en magnitude absolue bande B dans quatre tranches de *redshift*. On peut voir les résultats bruts pour  $M_{\min}$  et  $M'_1$  (avec  $\sigma_{\log M}$ ,  $\alpha$  et  $M_0$  fixés). On peut voir que les résultats ne sont pas identiques pour les différentes gammes de *redshift*. La figure est extraite de (Brown et al., 2008).



**FIGURE II.23** – Les paramètres sont ajustés pour plusieurs valeurs seuil en magnitude absolue bande B dans quatre tranches de *redshift*. On peut voir les résultats avec la prise en compte de l'évolution passive pour la bande B (le facteur  $1,2z$ ) pour  $M_{\min}$  et  $M'_1$  (avec  $\sigma_{\log M}$ ,  $\alpha$  et  $M_0$  fixés). On peut voir qu'après introduction du facteur d'évolution passive, les paramètres suivent la même loi d'évolution en fonction des seuils en magnitude absolue quelle que soit la tranche de *redshift* considérée. La ligne grise représente l'ajustement donné par les formules II.79 et II.80. La figure est extraite de (Brown et al., 2008).

## II.6 La cosmologie avec les amas

Je vais expliciter les contraintes que peuvent apporter les amas sur les modèles cosmologiques en m'appuyant sur ce que l'on a vu dans cette section. La diversité des observations des amas ainsi que la complexité de leur formation permet de contraindre plusieurs paramètres de la cosmologie. Pour avoir une vue d'ensemble de ce que l'on peut faire avec les amas ; on pourra se référer aux revues (Bartlett, 2004), (Borgani, 2006), (Percival, 2007) ou (Schuecker, 2005).

### II.6.1 Comptage des amas

Comme nous l'avons vu dans la partie réservée à la fonction de masse (II.4), cet objet prédit le nombre d'amas attendus par tranche de masse et par unité de volume comobile<sup>11</sup>. Il y a dégénérescence entre deux effets :

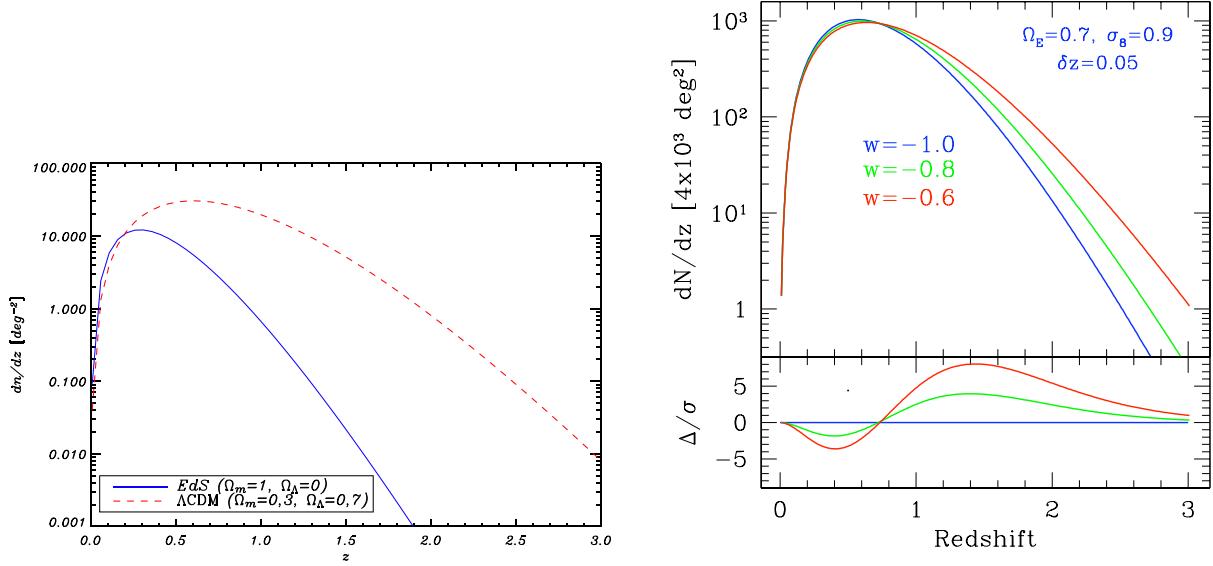
- évolution des structures dépendantes de la cosmologie au travers du facteur de croissance  $D_g(z)$ ,
- évolution du volume avec le modèle cosmologique choisi.

La dégénérescence se lève en mesurant la fonction de masse marginalisée sur la masse pour plusieurs *redshifts* (figure II.24) ou marginalisée sur le *redshift* et mesurée pour plusieurs masses. Au final, on obtient bien une mesure du modèle cosmologique qui dépend fortement de la valeur de l'énergie noire au cours du temps. Cette évolution dépend de sa fonction d'état  $\omega_\Lambda$  et plus finement encore, de l'évolution de son équation d'état. On parle alors de la mesure de  $\omega_1$ , le terme de premier ordre du développement limité de  $\omega_\Lambda$  par rapport au *redshift*. Cette mesure est recensée comme étant une des quatre sondes d'avenir pour contraindre l'énergie noire par le DETF (*Dark Energy Task Force*) (Albrecht et al., 2006).

### II.6.2 Rapport masse sur luminosité

On peut estimer le rapport masse sur luminosité des amas de galaxies dans une bande d'observation donnée si on est capable de définir le rayon de viriel correspondant et qu'on est capable d'associer les galaxies appartenant à l'amas. L'utilisation du lentillage gravitationnel est tout à fait indiqué pour faire cette estimation. Cependant, il est également possible de le faire en associant l'observation des amas en X, qui au travers des relations d'échelles fournit la masse et le rayon de viriel de l'amas, et les observations optiques des galaxies hôtes. Ainsi, on obtient le ratio masse sur luminosité pour le rayon de viriel. Il faut par ailleurs obtenir la valeur du même rapport pour la densité critique de l'Univers. Ce rapport a été mesuré dans la bande  $r$  par (Carlberg et al., 1996) avec une valeur de  $\left(\frac{M}{L_r}\right)_c = 1160 \pm 130 h \frac{M_\odot}{L_\odot}$  tandis que la mesure dans le rayon de viriel est de  $\left(\frac{M_{vir}}{L_r}\right) = 283 \pm 27 h \frac{M_\odot}{L_\odot}$ . En est déduit une valeur pour la densité d'énergie de la matière noire aujourd'hui de  $\Omega_{m,0} = 0,24 \pm 0,05 \pm 0,09$ .

11. Comme on mesure la densité par tranche de *redshift* et par unité de surface, la cosmologie rentre en jeu pour revenir au volume comobile



**FIGURE II.24** – À gauche : Distribution en *redshift* du  $\frac{dn}{dz}$  des amas pour lesquels  $M > 10^{14} M_\odot$  par unité de surface dans le ciel pour deux cosmologies différentes : EdS et  $\Lambda$ CDM. La valeur de  $\sigma_8$  est celle contrainte par WMAP ( $\sigma_8 = 0,78$ ) pour  $\Lambda$ CDM tandis qu'elle est ajustée à la main à  $\sigma_8 = 0,40$  pour le modèle EdS dans le but d'avoir des abondances locales comparables. Cette figure est extraite de la thèse d'Antoine Chamballu (2007). À droite : Même graphique mais en faisant varier la valeur de l'équation d'état de l'énergie noire dans un modèle  $\Lambda$ CDM. La partie basse montre les différences relatives entre chaque modèle. Cette figure est extraite de Mohr(2005)

### II.6.3 Fraction de gaz

La quantité relative de gaz dans les amas de galaxies par rapport à la masse totale est appelée fraction de gaz et est notée  $f_{gas} = \frac{M_{gas}}{M_{tot}}$ . Cette fraction, en général considérée comme représentative du rapport  $\frac{\Omega_b}{\Omega_m}$  (White et al., 1993; Evrard, 1997), est constante dans le temps sous l'hypothèse que la matière baryonique suit la matière sans biais. On peut alors déduire la valeur de  $\Omega_m$  en utilisant la valeur de  $\Omega_b$  mesurée par la densité des éléments légers prédicts dans le cadre de la nucléosynthèse primordiale (LaRoque et al., 2006).

Cependant,  $f_{gas}$  n'est pas exactement constant dans le temps comme montré par (Eke et al., 1998) et (Crain et al., 2007) grâce à des simulations dynamiques de gaz non raditif dans un modèle  $\Lambda$ CDM basé sur la simulation "Millenium". Une étude de cette quantité en fonction du *redshift* permet donc de sonder l'énergie noire et plus précisément son équation d'état. Allen et al. (2008) trouvent une valeur de  $\Omega_m = 0,28 \pm 0,06$  pour la densité de matière et  $\omega = -1,14 \pm 0,31$  pour l'équation d'état de l'énergie noire.

### II.6.4 Distance angulaire

L'observation du gaz dans les amas de galaxies par l'émission X et par l'effet SZ sont différemment sensibles au profil de celui-ci. En effet, l'émission X dépend de la densité d'électrons libres au carré  $f_X \propto n_e^2$  tandis que le flux SZ dépend directement de la densité d'électrons libres  $f_{SZ} \propto n_e$ . Grâce à l'observation des amas avec les deux méthodes, il est

possible de remonter à la taille intrinsèque de l'amas. Avec la mesure du *redshift* d'une part et de la taille angulaire de l'amas d'autre part il est possible de contraindre la cosmologie au travers de la distance angulaire de la même manière qu'en étudiant le pic des BAO. Il s'agit ici d'utiliser les amas comme des échelles standards. Comme il est évident que les amas ne peuvent pas être les meilleures échelles standards de par leur complexité astrophysique et leur diversité, on ne peut pas attendre une contrainte forte en utilisant uniquement cette méthode. En revanche, les résultats apportés sont indépendants de ceux obtenus par l'étude du pic des BAO ou encore ceux obtenus par l'étude des supernovae ce qui permet d'améliorer tout de même la contrainte finale.

Les amas sont donc des objets très intéressants pour contraindre la cosmologie. Cependant on peut voir que les méthodes ne sont jamais directes et demande une compréhension de leur formation ainsi que l'amélioration des diverses relations d'échelles. Pour améliorer les différentes méthodes, il faut constituer le plus grand catalogue d'amas possible sur une grande gamme de *redshift* et ce avec le plus d'observations différentes pour chacun des amas.

# III. Les expériences

---

l’OBSERVATION des amas de galaxies est rendue possible uniquement grâce aux prouesses technologiques qui ont permis la conception des observatoires actuels. Durant ma thèse, j’ai utilisé principalement les données publiques du *Sloan Digital Sky Survey* en optique et infrarouge proche dans le but d’assurer le suivi optique des amas de galaxies détectés dans l’hémisphère nord, par effet SZ, dans les données du satellite PLANCK. De plus, nous sommes à l’aube d’une nouvelle génération d’observatoires dont le but est de sonder très profondément le ciel sur des champs très larges (de l’ordre de la moitié du ciel). J’ai participé aux simulations sur la détectabilité des amas dans le futur *Large Synoptic Survey Telescope*. Je vais, pour ces raisons, présenter ces trois expériences en profondeur.

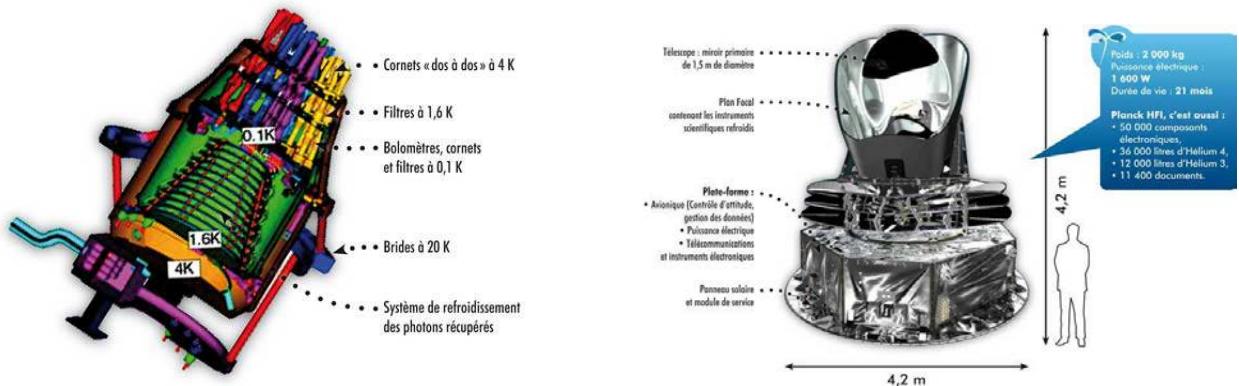
## III.1 Le satellite PLANCK

Le satellite PLANCK, troisième génération de satellites dédiés à l’observation du CMB après COBE en 1989 et WMAP en 2001, a été lancé le 14 mai 2009 depuis le centre spatial européen de Kourou en Guyane française. C’est une fusée Ariane 5 qui a permis la spatialisation conjointe de PLANCK et HERSCHEL. Le satellite PLANCK est actuellement au point de Lagrange *L2* du système Terre-Soleil mesurant le CMB au travers de ses deux instruments embarqués HFI (*High Frequency Instrument*) et LFI (*Low Frequency Instrument*) qui couvrent à eux deux des fréquences allant de 30 à 857 GHz sur 9 bandes d’observations. Afin de détecter les anisotropies de température et de polarisation (voir section I.2.3 et I.2.4) dans le CMB, il faut une très grande précision sur la mesure du flux d’énergie ce qui explique l’utilisation de bolomètres (52 dont 32 sensibles à la polarisation) très sensibles pour l’instrument HFI tandis que l’instrument LFI utilise des radiomètres. Ces fréquences sont définies par la taille des cornets placés en amont des bolomètres. Un bolomètre est composé d’un absorbeur de chaleur (un cristal dans le cas des bolomètres de PLANCK) relié à un thermomètre. Ce thermomètre mesure en fait la résistance du cristal, celle-ci dépendant de la température. Le but étant de mesurer des différences de températures de l’ordre de  $10^{-5}$  K autour d’une valeur inférieur à 3 K, il est nécessaire de se placer dans un environnement le plus froid possible (notamment pour s’affranchir d’un bruit thermique trop important). Dans le cas présent, une température de 0,1 K est suffisante. Pour obtenir une telle température, il faut procéder par étapes :

- Il y a une première phase de refroidissement passif pour atteindre 50 K
- puis il y a un réfrigérateur qui descend la température à 20 K. Ce dernier est très puissant car englobe notamment l'instrument LFI qui fonctionne à cette température.
- Ensuite il y a un étage de refroidissement à 4 K avant le fameux étage de refroidissement à 0,1 K qui fonctionne grâce au principe de dilution hélium 3-hélium 4.

Ce dernier étage est fameux pour deux raisons. Tout d'abord il permet d'atteindre la température la plus basse jamais réalisée dans l'espace (sur Terre certaines machines permettent d'aller plus bas encore, mais ne sont pas imaginables sur un satellite). Ensuite, la méthode usuelle utilise la gravité pour permettre le cycle de refroidissement ce qui est impossible dans l'espace. L'étage cryogénique de PLANCK fonctionne pour sa part en utilisant la capillarité ce qui est une première. Le dessin de gauche de la figure III.1 donne une vue de l'ensemble des étages de refroidissement ainsi que la position des cornets et bolomètres dans cette structure.

Grâce à la précision des mesures des instruments embarqués, il est possible de mesurer la variation de température des anisotropies du CMB très précisément dans les différentes bandes. Ainsi, il est également possible par le biais des PSB (bolomètres sensibles à la polarisation) d'obtenir les meilleurs spectres de polarisation du CMB (*EE* et *TE*) et pourquoi pas, via l'observation du pic de réionisation (situé à grande échelle et donc visible uniquement avec une couverture du ciel entier I.2.5), la première observation des modes *B*. Ceci serait alors une découverte majeure de notre domaine.



**FIGURE III.1** – Illustrations du satellite PLANCK. À gauche on peut voir une description rapide des étages de cryogénération ainsi que la place des cornets et des bolomètres qui sont embarqués sur le satellite. À droite, une vue du satellite une fois intégré à sa plate-forme (communément appelé *spacecraft* dans l'aéronautique). Les deux images sont issues du site public de la collaboration PLANCK<sup>1</sup>.

Afin d'obtenir un meilleur signal il est nécessaire de collecter le maximum de photons possible et donc mettre un miroir collecteur. Celui-ci est elliptique avec un diamètre typique de 1,5 mètre. Les cornets de l'instrument HFI et de LFI sont placés sur le plan focal de ce dernier. On peut voir une image du satellite une fois intégré, par Thales-Alenia-Space, sur sa plate-forme spatiale. Cette dernière est chargée de fournir la gestion de vol, la puissance électrique aux instruments ainsi que de transmettre les données via les transpondeurs. La durée de vie de l'expérience est ici limitée par les réserves d'hélium 3 nécessaire au cycle cryogénique. On estime aujourd'hui que le satellite pourra tenir durant une trentaine de mois ce qui permettra d'effectuer 5 observations totales du ciel (une observation complète du ciel

prenant environ 6 mois). La stratégie d'observation du satellite est, quand à elle, définie par l'orbite de la Terre. Il faut absolument garder le trio Terre-Soleil-Lune dans le dos du satellite avec une liberté de l'ordre de 10 degrés ce qui empêche les stratégies ambitieuses. Le satellite tourne sur lui-même à une fréquence d'un tour par minute dessinant un cercle perpendiculaire à l'axe Soleil-Terre. Ainsi, le satellite observe approximativement un ciel entier tous les 6 mois. L'approximation vient du fait que le satellite effectue un mouvement cycloïdique autour de l'axe Soleil-Terre dans la limite des 10 degrés d'acceptance afin d'observer certaines zones du ciel avec un angle différent d'un passage à l'autre permettant de tester certains effets systématiques<sup>2</sup>. Cette stratégie est notamment optimisée pour obtenir un angle maximal (de l'ordre de 15 degrés) au niveau du Crabe qui sert de source de calibration pour la mesure de polarisation. Au final, ce qui est toujours vrai est que le satellite observe deux fois le ciel entier par an.

L'observation du CMB est rendue plus compliquée par la présence d'avant plans (situés entre le satellite et la source du CMB). C'est en grande partie la raison pour laquelle l'utilisation de plusieurs bandes de fréquences est nécessaire. Il faut retirer le rayonnement de la poussière, le rayonnement galactique, les sources astrophysiques ponctuelles ainsi que les amas de galaxies pour obtenir la carte de CMB la plus propre possible. D'un autre côté, pour éliminer au mieux un avant plan comme les amas de galaxies, il est nécessaire de les identifier et ce que permet le satellite PLANCK grâce aux bandes de fréquences à 143 GHz, 217 GHz et 353 GHz. Ces trois bandes correspondent aux trois points extrêmes de la signature spectrale de l'effet Sunyaev-Zel'dovich [II.5.3](#) et ont une ouverture de l'ordre de 5 arcminutes ce qui est suffisamment grand pour contenir les amas massifs ayant un *redshift* supérieur à 0,1 (il y a une forte perte de rapport signal sur bruit lorsqu'un amas n'est pas résolu dans un lobe) et suffisamment petit pour ne pas noyer le signal SZ dans le fond moyen et permettre la localisation des sources. Dans ces conditions il est possible de constituer un catalogue d'amas de galaxies sur tout le ciel en utilisant l'effet SZ. Ce catalogue comportera principalement des amas massifs et sera donc très utile pour contraindre la fonction de masse et par conséquent le modèle cosmologique et l'énergie noire (voir [II.6](#)). Afin de confirmer les détections et d'obtenir le *redshift* de ces amas, il faut utiliser des données optiques sur tout le ciel. Pour ma part, je me suis cantonné durant ma thèse sur l'hémisphère nord avec le télescope SDSS .

### III.2 Sloan Digital Sky Survey (SDSS)

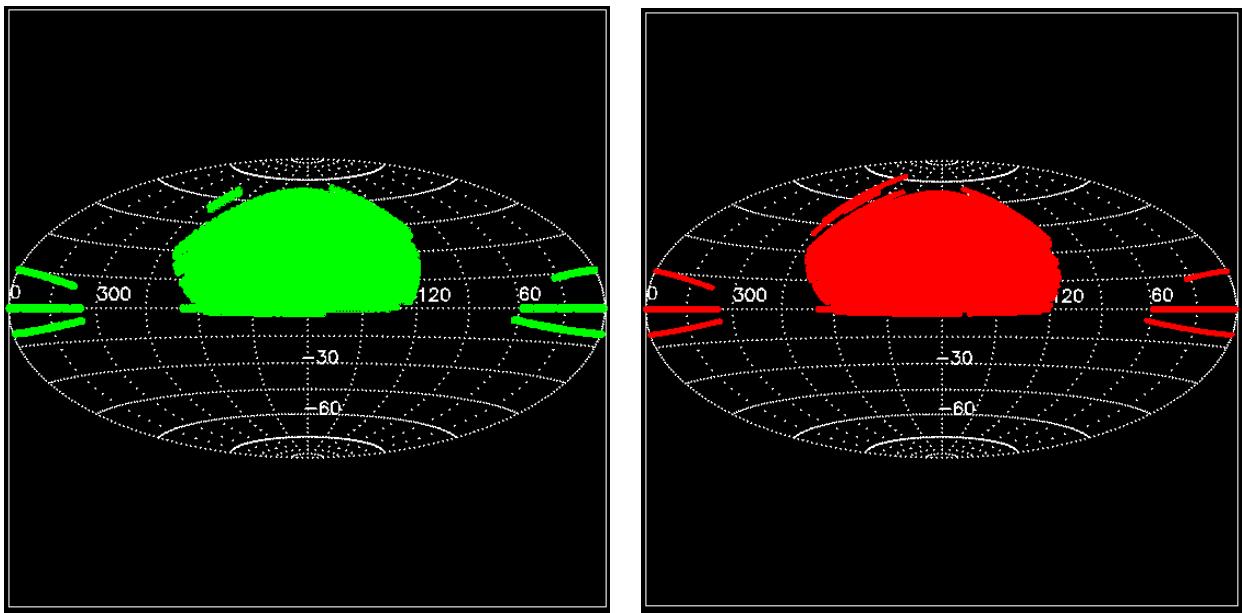
Le SDSS<sup>3</sup> est un télescope de 2,50 mètres à l'observatoire de *Apache Point Observatory* situé dans l'état du Nouveau-Mexique aux Etats-unis d'Amérique. Il est équipé, pour ce qui est de la photométrie, d'une caméra de 120 millions de pixels pour un champ de vue de 1,5 degré carré (soit environ 8 fois la taille apparente de la pleine lune) ; ainsi que d'une paire de spectrographes, à fibre optique, pouvant prendre le spectre de plus de 600 objets en une pause. Le champ d'observation photométrique est de l'ordre de 8000 degrés carrés dans l'hémisphère nord<sup>4</sup> et est sondé dans cinq bandes d'observations u', g', r', i'

2. l'idéal serait d'avoir un croisement de 90 degrés mais il faudrait modifier drastiquement l'orbite de la Terre ce qui est un peu compliquer surtout en période de grandes modifications climatiques

3. <http://www.sdss.org/>

4. depuis la septième data release il y a également une couverture de 750 degrés carrés dans l'hémisphère sud

et  $z'$  (voir FigIII.3) dont les longueurs d'ondes effectives sont respectivement 3216, 4240, 5595, 6792 et 8111 angströms (Blanton et al., 2003a). L'instrument est entré en fonction courant de l'année 2000 et la collaboration SDSS rend public tous les ans les données accumulées. Elles sont accessibles gratuitement sur le serveur de SDSS à l'adresse électronique <http://cas.sdss.org/astrodr7/en/>. Il s'agit là d'un outil formidable permettant à tous de récupérer facilement les données selon les critères désirés.



**FIGURE III.2** – Représentation des couvertures des sondages spectroscopique à gauche et photométrique à droite au moment de la septième version de données (DR7). Ces figures sont extraites du site internet de SDSS <http://www.sdss.org/>

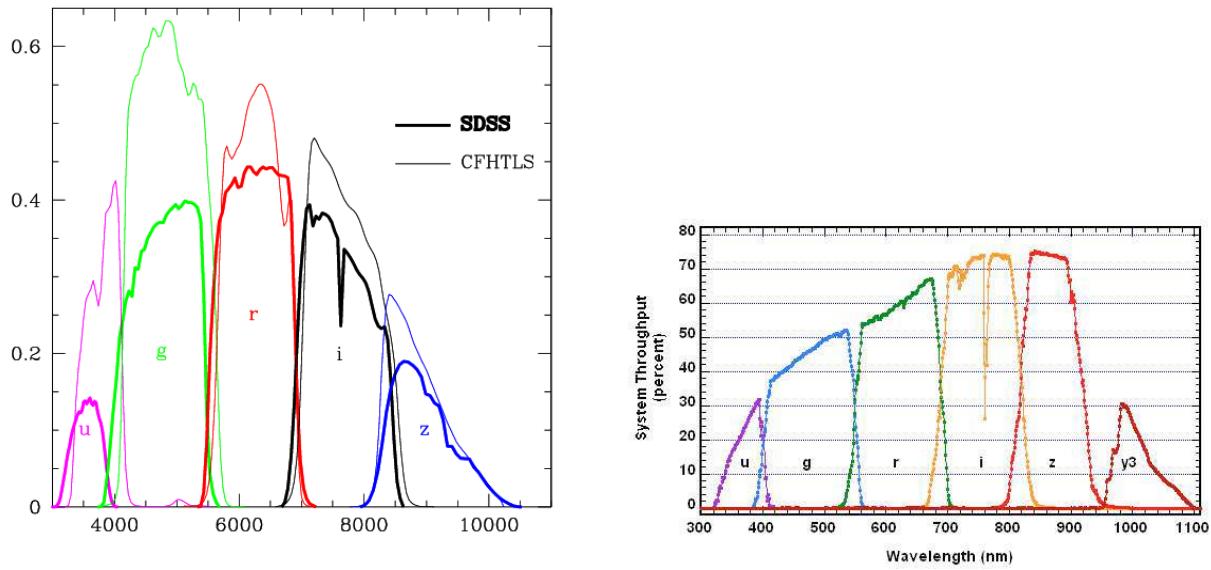
Le premier algorithme permettant de trouver les amas de galaxies en grande quantité et sur une large gamme de masse est utilisé pour la première fois sur les données de SDSS . Il s'agit de l'algorithme MaxBCG (Koester et al., 2007b) qui a permis de trouver un catalogue de 13823 amas de galaxies avec un *redshift* inférieur à 0,3 (Koester et al., 2007a).

Le caractère public des données, d'une part, et la couverture de la moitié nord du ciel (hors galaxie) ont mis ce sondage au centre de mon travail. J'ai construit mon algorithme autour des caractéristiques de ce télescope. Pour autant, je me suis arrangé pour que mes algorithmes soient adaptables aux autres expériences et ainsi faire les prédictions ainsi qu'adapter l'algorithme de reconstruction le plus facilement possible.

Dans cette veine, j'ai consacré une partie de ma thèse pour faire des prédictions sur les observations d'amas pour le futur télescope LSST.

### III.3 Large Synoptic Survey Télescope (LSST)

Le LSST est un projet qui va observer un large champ (20000 degrés carrés dans l'hémisphère sud soit la moitié du ciel), profondément dans six bandes optique/infrarouge (0,3 – 1,1 microns voir figure III.3), en sondant un millier de fois toutes les zones sur dix ans.



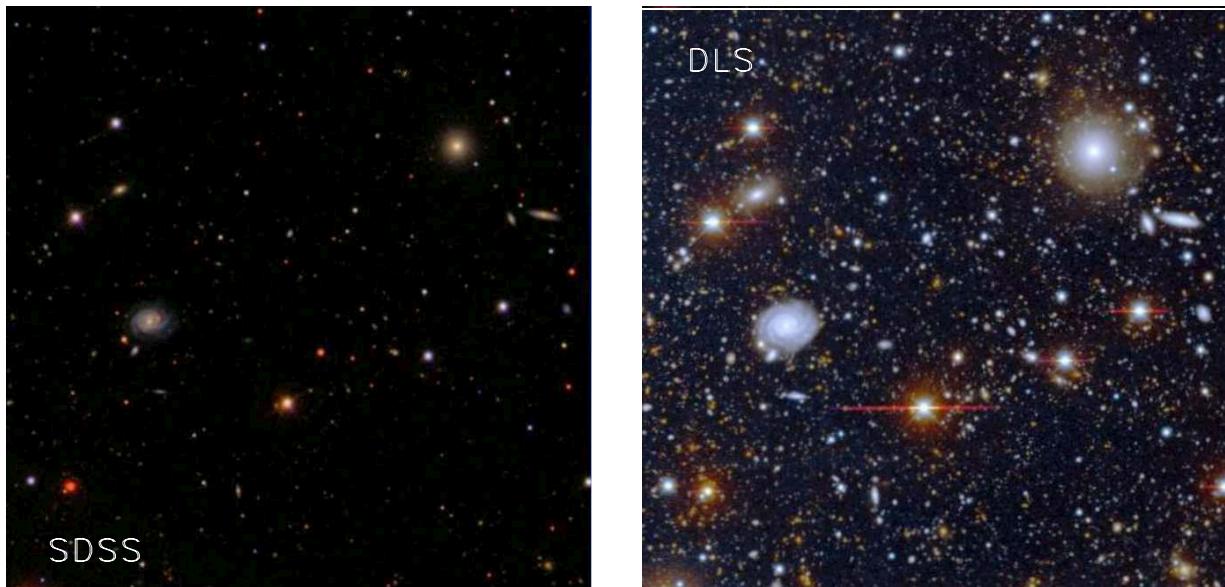
**FIGURE III.3** – Comparaison de l'efficacité des bandes de SDSS et du CFHT à gauche. A droite : prévisions de ce que seront les bandes de LSST que l'on trouve dans le papier (Ivezic et al., 2008)

Il sera équipé d'une caméra de 3,2 milliards de pixels montée sur un télescope de 8,4 mètres de diamètre installé sur le site du *National Optical Astronomy Observatory* (NOAO) au Chili (Cerro Pachon). Avec ce télescope, on espère atteindre une sensibilité de deux magnitudes meilleures (de l'ordre de 24–25) que SDSS en une seule observation et atteindre cinq magnitudes de mieux après dix années d'observations (de l'ordre de 27). Juste pour se rendre compte de l'impact attendu on peut voir sur la figure III.4 la différence entre un champs observé par SDSS (à gauche) et le DLS<sup>5</sup> (à droite) qui ont deux magnitudes d'écart en sensibilité.

Les différents buts scientifiques visés sont prioritairement :

- contraindre la nature de l'énergie noire ;
- l'étude du système solaire ;
- l'étude des structures galactiques.

5. Deep Lens Survey <http://dls.physics.ucdavis.edu/>



**FIGURE III.4** – Comparaison entre l’observation du même champ par SDSS à gauche et DLS à droite. Il y a une différence de deux magnitudes en sensibilité. La différence en profondeur est criante. Ces images sont extraites du papier (Ivezic et al., 2008)



**FIGURE III.5** – Illustration du futur site de LSST au Chili.

# IV. Modélisation

---

---

Comme nous l'avons vu dans le chapitre réservé aux structures [II](#), les amas de galaxies sont des objets très prometteurs pour contraindre les modèles cosmologiques et plus particulièrement pour l'étude de l'énergie noire. Avec le satellite PLANCK, nous allons observer des amas lointains grâce à l'effet Sunyaev-Zel'dovich. Cependant, cet effet ne permet pas à lui seul de déterminer le *redshift* et la masse des amas détectés de par la dégénérescence entre ces deux paramètres dans l'estimation du flux SZ. Il est nécessaire d'obtenir une mesure indépendante d'au moins une de ces deux quantités pour obtenir l'information idoine. De plus, il est nécessaire d'obtenir une confirmation de la détection dans une autre gamme de fréquence afin d'améliorer la pureté du catalogue d'amas de galaxies. Dans ce but, le moyen le plus direct et le moins coûteux pour faire le suivi des candidats est d'utiliser les données optiques. Plus précisément, ce sont les données photométriques qui sont disponibles en grandes quantités contrairement aux données spectroscopiques plus précises mais également bien plus coûteuses. L'estimation des *redshifts* photométriques pour les galaxies possédant une dispersion intrinsèque non négligeable, voir [IV.2.2](#), il n'est généralement pas suffisant de chercher les galaxies de *redshifts* photométriques identiques pour reconstruire un amas. Il faut un modèle d'amas pour les données photométriques incorporant la dispersion intrinsèque à l'estimation des *redshifts* photométriques. Pour cela, je m'appuierai sur la fonction de luminosité de Yang et al. ([2008](#)) (voir [II.5.3](#)). Il faut donc faire évoluer le modèle optique des amas car, comme présenté au chapitre précédent, il est ajusté sur des observations d'amas proches. Au travers de ce travail, j'ai pu réaliser des simulations permettant de prédirer la visibilité des amas pour différentes expériences existantes mais également pour des expériences optique/infrarouge futures comme LSST. Ces simulations sont également utilisées pour fabriquer un catalogue d'amas simulés que j'utiliserais dans la section réservée à l'algorithme de reconstruction [V](#).

## IV.1 Extension du modèle Optique/Infrarouge

Les modèles de fonction de luminosité existants fournissent des informations sur les amas de galaxies proches. Afin de construire des simulations réalistes, il faut faire évoluer ces informations avec le *redshift*. Pour ce faire, il est obligatoire de faire des hypothèses plus ou moins fortes.

### IV.1.1 Hypothèses utilisées

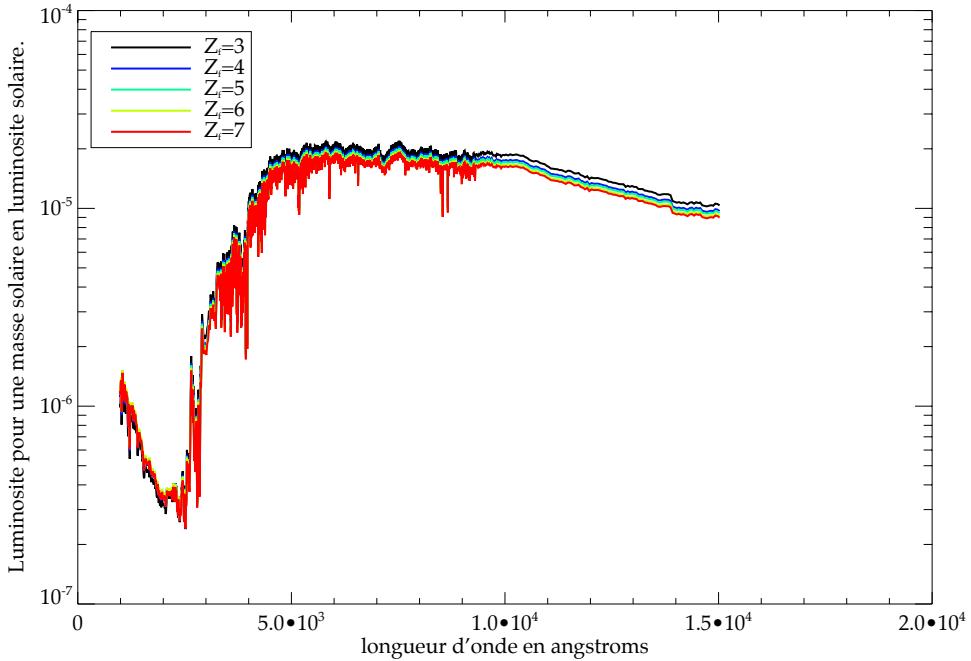
Une grande partie de mon travail est d'avoir implémenté cette évolution en prenant en compte trois hypothèses majeures :

- évolution passive des galaxies elliptiques
- formation des galaxies à un *redshift* de 7
- les amas de galaxies détectable par Planck possède une BCG

L'évolution passive des galaxies signifie que la masse stellaire est conservée au cours du temps. Des études sur des observations ont montré que cette hypothèse semble bien vérifiée jusqu'à 1 en *redshift* (Brown et al 2008 (Brown et al., 2008)). Ce point étant important, j'ai choisi de le développer dans la partie réservée aux amas de galaxies II.5.3. Cette hypothèse est très pratique pour modéliser l'évolution du spectre des galaxies car, il est alors possible d'utiliser le modèle stellaire de Bruzual et Charlot 2003 (Bruzual & Charlot, 2003). Le modèle fournit le spectre d'une galaxie pour un âge donné, une métallicité donnée et en fonction du taux de création d'étoiles au cours de son histoire ("star burst" en anglais). Je présente plus en détail l'outil de création des spectres dans le paragraphe IV.1.1. Je présente un spectre simulé de galaxie locale ( $z = 0$ ) pour une métallicité de l'ordre de la métallicité solaire avec une formation d'étoile en une seule fois ("single burst") à *redshift* égal à 3, 4, 5, 6 et 7 (figure IV.1). Dans le cas du choix de la formation massive des étoiles peuplant une galaxie à un instant particulier revient à choisir son "*redshift* de formation" que l'on note  $z_f$  ou  $z_{formation}$ . Il faut comprendre par *redshift* de formation, que les étoiles se sont formées à une époque qui correspond à  $z_f$  dans l'espace des *redshifts*. C'est majoritairement ce qui est utilisé pour faire de la cosmologie bien que les outils de génération de spectres permettent une bien plus grande diversité dans les scénarios de formation des galaxies.

La seconde hypothèse porte justement sur le choix particulier et constant du *redshift* de formation. Le fait est que dans la littérature, on trouve des contraintes sur  $z_f$  variant entre 3 et 7. Cependant, l'impact sur les spectres de galaxies situées entre  $z = 0$  et  $z = 1$  sont très proches les uns des autres quelque soit le *redshift* de formation. C'est ce qu'on peut constater sur les figures IV.1 et IV.2. Cela s'explique par le type d'étoile majoritaire dans les galaxies qui se trouve, quelque soit le  $z_f$  utilisé ici, dans sa phase principale du diagramme Hertzsprung-Russell (figure IV.4) durant laquelle leur spectre ne varie quasiment pas. En revanche, on peut voir sur la figure IV.3 que ce n'est pas du tout le cas pour les galaxies situées à *redshift* de deux. Dans ce cas, la différence d'âge des étoiles selon le  $z_f$  les place dans des phases d'évolutions assez différentes. Il s'en suit une différence notable entre les spectres simulés impliquant que le choix de ce paramètre sera important pour les études relatives aux futurs relevés profonds de galaxies. On pourra également voir l'impact du paramètre  $z_f$  sur l'estimation des *redshifts* photométriques sur la figure IV.12 en observant l'orientation des ellipses.

Le fait d'utiliser la création des étoiles en une flambée se justifie de la même manière que le choix du *redshift* de formation dans le sens où les spectres varient peu selon l'âge de formation pour les galaxies suffisamment proches de nous ( $z < 1$ ). De plus, n'ayant pas d'informations très précises sur la chronologie de la formation des étoiles dans les galaxies que je vais observer, je n'ai pas de raison particulière d'utiliser une forme plus compliquée. Cependant je me dois de mentionner le fait que l'outil de Bruzual & Charlot permet de mettre un taux de création d'étoile (SFR pour *Star Formation Rate*) plus complexe qui évolue avec le temps.



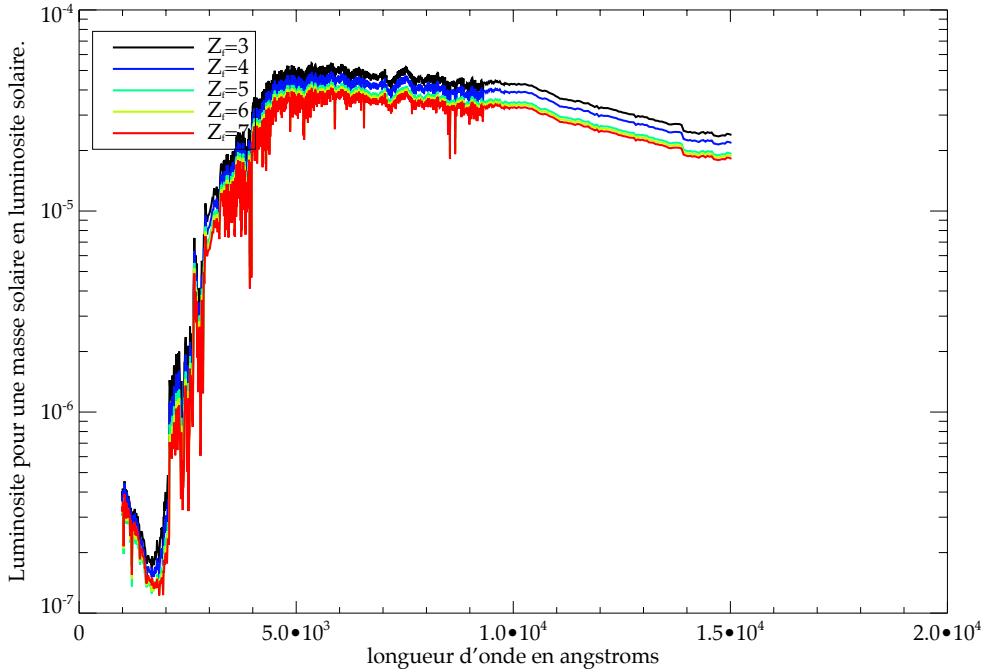
**FIGURE IV.1** – Spectres simulés pour cinq galaxies elliptiques locales ( $z = 0$ ) avec une seule flambée d'étoiles à  $z_f = 3, 4, 5, 6, 7$ . On constate que la différence pour les galaxies locales n'est pas importante. Cela s'explique par le fait que la majorité des étoiles sont dans la phase principale du diagramme Hertzsprung-Russell

La dernière hypothèse est quant à elle surtout utile pour la reconstruction des amas de galaxies. De plus, l'hypothèse est faible pour les amas massifs comme ceux attendus pour PLANCK si on prend en compte les résultats de la HOD de Brown *et al.* (2008) présentés sur la figure II.21. On peut voir que la valeur moyenne du nombre de galaxies centrales attendues est de 1 pour toutes les masses de halo supérieures à  $M_{200} \sim 2.10^{12} h^{-1} M_\odot$ . Les amas qui nous intéresserons ayant une masse de l'ordre de  $10^{14} h^{-1} M_\odot$  l'hypothèse devient presque un fait.

### Utilisation des spectres de Bruzual & Charlot 2003

Je vais détailler l'utilisation de ces spectres dans cette section. Le modèle de Bruzual & Charlot repose sur l'évolution spectrale des populations stellaires entre  $1 \times 10^5$  ans et  $2 \times 10^{10}$  ans. Leur modèle a une précision de 3Å dans la gamme de longueur d'onde comprise entre 3200 et 9500Å, autrement dit dans l'optique et le proche infrarouge. Il s'agit d'un point important dans le sens où cette gamme recouvre les bandes d'observation des télescopes optiques mais également, pour ne pas dire surtout, car il y a une variation forte dans la pente du spectre autour de 4000Å que l'on utilise pour estimer le *redshift* avec les données photométriques. De plus, les spectres modélisés sont fournis sur une gamme beaucoup plus large (entre 91Å et  $160\mu m$ ) avec une résolution moins fine. Cela demeure très utile pour étendre notre modèle vers l'infrarouge moyen pour des missions comme WISE ou SPITZER. Je vais détailler tout de suite ces spectres.

Le spectre d'une galaxie est considéré comme étant la somme des spectres des étoiles qui la compose. Ces derniers dépendent de la masse, de l'âge (évolution) ainsi que de la



**FIGURE IV.2** – Spectres simulés pour cinq galaxies elliptiques à  $z = 1$  avec une seule flambée d'étoiles à  $z_f = 3, 4, 5, 6, 7$ . On peut voir que la différence pour ces galaxies n'est pas trop importante. Cela s'explique par le fait que la majorité des étoiles sont dans la phase principale du diagramme Hertzsprung-Russell

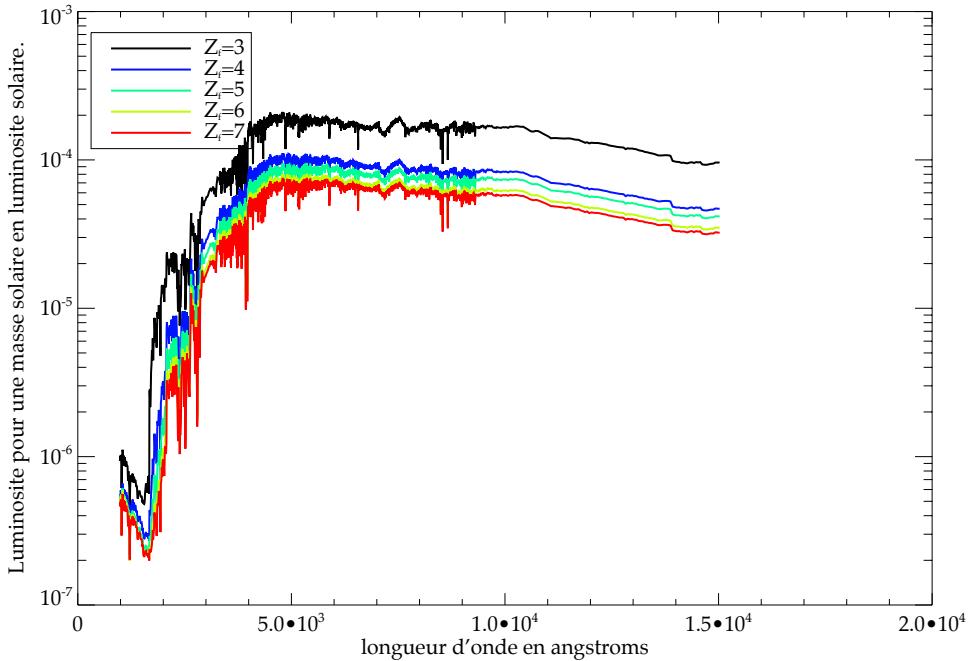
métallicité de l'étoile considérée. Les masses stellaires prisent en compte peuvent varier de  $0,6 M_{\odot}$  à  $120 M_{\odot}$  pour des valeurs de métallicité suivantes :

- $Z = 0,0001$  (seulement pour  $0,6 M_{\odot} < m < 120 M_{\odot}$ )
- $Z = 0,0004$
- $Z = 0,004$
- $Z = 0,008$
- $Z = 0,02$  qui est la métallicité solaire
- $Z = 0,05$
- $Z = 0,1$  (seulement pour  $0,6 M_{\odot} < m < 9 M_{\odot}$ ).

La métallicité  $Z$ , qui s'exprime en proportion d'atomes plus lourds que l'hélium dans les étoiles considérées, est un indicateur des espèces chimiques qui sont dans l'étoile et des processus qui vont modifiés l'évolution de l'étoile et donc de son spectre. De plus, pour chacune des métallicités, les auteurs ont choisi des librairies de spectres et ce par tranche de masse, les processus en jeu pouvant différés avec ce paramètre également. Pour ma part, j'utiliserai la métallicité solaire par défaut<sup>1</sup> ( $Z = 0,02$ ) dans l'ensemble de mon travail, pour laquelle trois librairies d'évolution stellaire sont utilisées :

- Schaller *et al.*(1992) pour  $m \geq 2 M_{\odot}$

1. Il s'agit là d'une considération assez banale dans le sens où les étoiles de type solaire dominent abondamment les populations d'étoiles.



**FIGURE IV.3** – Spectres simulés pour cinq galaxies elliptiques vivant  $z = 2$  avec une seule flambée d'étoiles à  $z_f = 3, 4, 5, 6, 7$ . On peut voir que la différence pour ces galaxies devient importante. Les étoiles commencent à ne plus être dans le même stade de leur évolution selon leur *redshift* de formation

- Charbonnel *et al.*(1996) pour  $0,8 \text{ M}_\odot \leq m < 2 \text{ M}_\odot$
- Charbonnel *et al.*(1999) pour  $0,6 \text{ M}_\odot \leq m < 0,8 \text{ M}_\odot$ ,

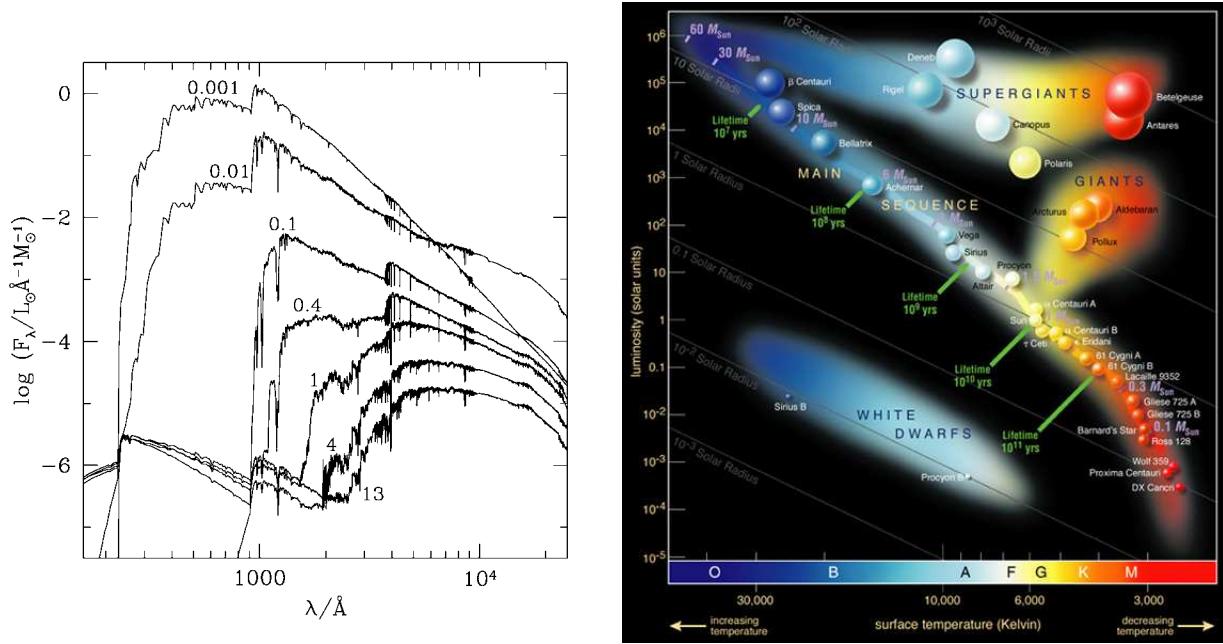
et les opacités radiatives (notamment dues au carbone et à l'oxygène) étant données par les travaux de Rogers & Iglesias (1992) et Iglesias & Rogers (1993).

Le dernier paramètre à définir est la distribution initiale des masses des étoiles (notée IMF pour *Initial Mass Function*). Dans l'hypothèse d'évolution passive, cette distribution correspond à la distribution de masse à tout temps, le nombre et la masse des étoiles restant constants par définition. On voit alors tout l'intérêt de cette hypothèse car sans elle, il serait nécessaire de changer l'IMF en fonction de l'âge considéré des galaxies. J'utiliserais dans tout mon travail la distribution recommandée par les auteurs, celle donnée par Chabrier (2003) qui se présente sous la forme suivante :

$$\phi(\log m) \propto \begin{cases} \exp\left[-\frac{(\log m - \log m_c)^2}{2\sigma^2}\right], & \text{pour } m \leq 1 \text{ M}_\odot, \\ m^{-1,3}, & \text{pour } m > 1 \text{ M}_\odot, \end{cases} \quad (\text{IV.1})$$

où  $m_c = 0,08 \text{ M}_\odot$  et  $\sigma = 0,69$  (les deux expressions étant forcées à coïncider en  $1 \text{ M}_\odot$ ). Elle est choisie car elle rend mieux compte de la réalité pour ce qui est des petites étoiles. Dans ces conditions (IMF,SFR et métallicité mentionnées si avant) on obtient les spectres en fonction de l'âge de la galaxie. On peut voir cette évolution dans ces mêmes conditions sur la figure IV.4 pour des âges de 0,001, 0,01, 0,1, 0,4, 1, 4 et 13 milliards d'années. Ces spectres sont appelés des SED pour *Spectral Energy Distribution*. A 0,001 milliard d'années, le spectre est dominé par les étoiles jeunes et massives de durée de vie très courte qui émettent fortement dans l'ultraviolet (en haut à gauche du diagramme HR sur la figure IV.4). Autour

de 0,01 milliard d'années, les étoiles les plus massives quittent alors la séquence principale pour devenir des supergéantes rouges diminuant ainsi la partie ultraviolette et augmentant l'émission infrarouge. Entre 0,1 et 1 milliard d'années, la branche asymptotique des géantes rouges (AGB) maintient l'émission infrarouge tandis que l'émission en ultraviolet diminue violemment. On voit de plus apparaître les raies d'absorption de la série de Balmer depuis  $H\alpha$  à 6563Å jusqu'à la limite du continuum situé à 3646Å ce qui produit la cassure de Balmer (*Balmer break*). À partir de quelques milliards d'années, les géantes rouges sont la source principale de l'émission infrarouge proche tandis que les étoiles de faibles masses, issues des restes des étoiles massives appartenant à l'AGB, produisent l'émission en ultraviolet lointain. À cause de la présence accrue de lignes d'absorptions métalliques en dessous de 4000Å dans les étoiles froides, la cassure de Balmer devient alors la cassure à 4000Å (4000Å *break*) qui sera utile pour l'obtention des *redshifts* photométriques IV.2.2. J'en profite ici pour marquer l'importance de la modélisation de la branche AGB et surtout la phase de transition (noté TP-AGB) qui est propre au travail de Bruzual & Charlot ce qui permet une amélioration des spectres obtenus.



**FIGURE IV.4** – À gauche : Spectres de galaxie simulés pour une IMF de Chabrier (2003) et une métallicité solaire ( $Z = 0,02$ ) pour des âges de 0,001, 0,01, 0,1, 0,4, 1, 4 et 13 milliards d'années. À droite : diagramme d'évolution stellaire de Hertzsprung-Russell où l'on peut distinguer les étoiles naines, les étoiles normales dans leur phase principale, les supergéantes et la branche asymptotique des géantes (AGB).

Après avoir fixé les autres paramètres, le spectre de la galaxie va essentiellement dépendre de la quantité d'étoiles hôtes ainsi que de leur âge. Le  $z_f$  étant fixé, l'âge des étoiles est donc directement donné par le temps écoulé entre ce dernier et le *redshift* auquel se situe la galaxie considérée :

$$\text{age}(z_{gal}) = \frac{1}{H_0} \int_{z_{gal}}^{z_f} \frac{dz'}{\sqrt{\Omega_{m,0} \times (1+z')^3 + \Omega_\Lambda}}. \quad (\text{IV.2})$$

Une fois que l'on a cette information on peut utiliser le modèle (Bruzual & Charlot, 2003)

pour obtenir le spectre de notre galaxie pour l'équivalent d'une masse solaire. Le spectre obtenu est exprimé en luminosité solaire par angstrom et par masse solaire (  $L_{\odot}/\text{\AA} \cdot M_{\odot}$  ). Le flux intégré normalisé<sup>2</sup> dans une bande  $b$  d'observation, dont le filtre est donné par  $R_b(\lambda)$ , pour une masse solaire à un *redshift*  $z$  est donné par :

$$F_b(z, 1M_{\odot}) = \frac{\int_0^{\infty} \frac{d\lambda}{(1+z)} \frac{f(\lambda(1+z))}{4\pi D_L(z)^2} \cdot R_b(\lambda)}{\int_0^{\infty} d\lambda \cdot \lambda \cdot R_b(\lambda) \cdot C(\lambda)}, \quad (\text{IV.3})$$

où  $D_L(z)$  est la distance de luminosité exprimée en cm. Le facteur  $C(\lambda)$  est le flux de référence que l'on choisit selon le système de magnitude désiré. Par exemple, si on utilise le système de magnitude Véga,  $C(\lambda)$  prendra les valeurs du flux de l'étoile de Véga pour chaque intervalle de longueur d'onde. Dans notre cas, nous utilisons le système *AB* ([Oke & Gunn, 1983](#)) qui a pour particularité d'utiliser une source de référence à flux constant par tranche de fréquence  $f_{ref} = 3631 Jy = 3,631 \times 10^{-20} \text{ ergs. cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Hz}^{-1}$ . Pour obtenir cette source de référence en fonction de la longueur d'onde il est nécessaire de la multiplier par  $c/\lambda^2$  où  $c$  et  $\lambda$  sont exprimés en angstroms. Nous avons donc accès à la magnitude dans le système *AB* par la formule suivante :

$$\text{mag}_{AB,b}(z, 1M_{\odot}) = -2,5 \times \log_{10} \left( \frac{\int_0^{\infty} \frac{d\lambda}{(1+z)} \frac{f(\lambda(1+z))}{4\pi D_L(z)^2} \cdot R_b(\lambda)}{\int_0^{\infty} \frac{d\lambda}{\lambda} \cdot R_b(\lambda)} \right) - 2,41, \quad (\text{IV.4})$$

où le  $-2,41$  est le résultat du logarithme de la partie constante du flux de référence. Pour finir, il faut multiplier le flux normalisé par la masse stellaire  $M_*$  pour obtenir le flux normalisé de la galaxie et donc avoir accès à la magnitude dans la bande  $b$  de cette dernière :

$$\text{mag}_{AB,b}(z, M_*) = -2,5 \times \log_{10} \left( M_* \times \frac{\int_0^{\infty} \frac{d\lambda}{(1+z)} \frac{f(\lambda(1+z))}{4\pi D_L(z)^2} \cdot R_b(\lambda)}{\int_0^{\infty} \frac{d\lambda}{\lambda} \cdot R_b(\lambda)} \right) - 2,41, \quad (\text{IV.5})$$

soit

$$\text{mag}_{AB,b}(z, M_*) = \text{mag}_{AB,b}(z, 1M_{\odot}) - 2,5 \times \log_{10}(M_*). \quad (\text{IV.6})$$

Nous avons désormais en main tout ce qu'il faut pour obtenir les magnitudes de nos galaxies à tout *redshift*. Grâce à cet outil nous pouvons également remonter depuis les données en magnitude pour les galaxies observées à leur masse stellaire. Cette étape est très importante pour notre modèle car une des hypothèses de base est la conservation de la masse stellaire au cours du temps, l'évolution passive. Si nous mesurons une galaxie à un *redshift*  $z_{gal}$  avec une magnitude  $\text{mag}_b^{mes}(z)$  nous pouvons remonter à sa masse stellaire par la relation suivante :

$$M_* = 10^{\frac{\text{mag}_{AB,b}(z, 1M_{\odot}) - \text{mag}_b^{mes}(z)}{-2,5}}. \quad (\text{IV.7})$$

Il est ensuite facile de simuler son évolution jusqu'à aujourd'hui en générant un spectre de galaxie à  $z = 0$  pour cette masse stellaire.

Tout ceci est fait dans l'optique d'utiliser la fonction de luminosité des amas de galaxies sur les données pour évaluer la masse des amas qu'on aura identifié par ailleurs. Cette démarche est novatrice dans le sens où les estimateurs optiques pour les masses sont plutôt

2. J'appelle flux normalisé le flux rapporté à un flux de référence. Ce flux de référence est ici donné par le dénominateur.

basés sur des relations entre le nombre de galaxies hôte d'un amas, ou encore de leur luminosité intégrée, et la masse du halo. Une des premières choses à faire sera donc de comparer les prédictions en richesse (nombre de galaxies dans un amas) et luminosité de notre modèle en comparaison des relations existantes.

#### IV.1.2 Test du modèle

Un travail conséquent sur les relations optiques des amas à été réalisé à partir du catalogue MaxBCG (Koester et al., 2007b) (présenté dans la section V.2.1) par Johnston et al.(2007). Une comparaison avec leurs mesures est importante pour plusieurs raisons. Tout d'abord, ils utilisent un étalonnage des relations optiques avec des mesures de masse obtenues par observation du "*weak-lensing*". De plus, ils utilisent des relations dans la bande I de SDSS utilisant un catalogue dont le *redshift* median est 0,25. Nous pouvons donc tester notre modèle sur le changement de bande ainsi que sur l'évolution en *redshift*.

##### Relations de Johnston

Ces relations concernent l'estimation de la masse dans  $r_{200}$  en utilisant le nombre de galaxies avec une luminosité supérieure à  $0,4L^*$  ainsi qu'en utilisant la luminosité totale des galaxies hôte des amas. Dans le cadre du catalogue MaxBCG,  $0.4L^*$  équivaut à  $0,9h^{-1}10^{10} L_\odot$ . Cette valeur correspond à la luminosité typique pour laquelle la complétude des galaxies est quasiment totale jusqu'à un *redshift* de 0,4 ce qui est important de prendre en compte pour ne pas biaiser les relations.

Pour commencer, ils utilisent la relation entre le nombre de galaxies associées à un amas dans un rayon de  $1 \text{ Mpc} \cdot h^{-1}$  et le rayon  $r_{200}$  de cet amas. Ils s'appuient sur les travaux de Hansen et al. (2005) qui donnent le résultat suivant :

$$r_{200}(N_{gal}) = 0.156 \times N_{gal}^{0.6} h^{-1} \text{ Mpc}. \quad (\text{IV.8})$$

Une fois ce rayon déterminé ils peuvent sélectionner les galaxies contenues dans  $r_{200}$  afin de créer la relation d'échelle suivante :

$$M_{200}(N_{200}) = M_{200|20} \times \left( \frac{N_{200}}{20} \right)^{\alpha_N}, \quad (\text{IV.9})$$

avec

$$M_{200|20} = (8.8 \pm 0.4_{stat} \pm 1.1_{sys}) \times 10^{13} h^{-1} M_\odot \quad \alpha_N = 1.28 \pm 0.04, \quad (\text{IV.10})$$

et

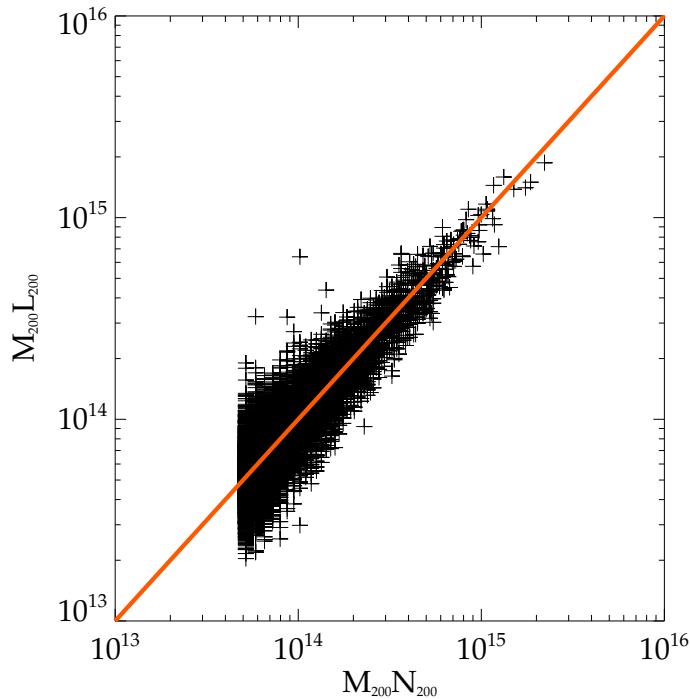
$$M_{200}(L_{200}) = M_{200|40} \times \left( \frac{L_{200}}{40} \right)^{\alpha_L}, \quad (\text{IV.11})$$

où  $L_{200}$  est exprimé dans l'unité  $10^{10} L_\odot$  et avec

$$M_{200|40} = (9.5 \pm 0.4_{stat} \pm 1.2_{sys}) \times 10^{13} h^{-1} M_\odot \quad \alpha_L = 1.22 \pm 0.04. \quad (\text{IV.12})$$

Les paramètres  $M_{200|20}$  et  $M_{200|40}$  sont respectivement les masses  $M_{200}$  pour lesquelles le nombre de galaxies moyen est 20 et la luminosité totale bande  $i$  est  $40.10^{10} L_\odot$ . Ils utilisent

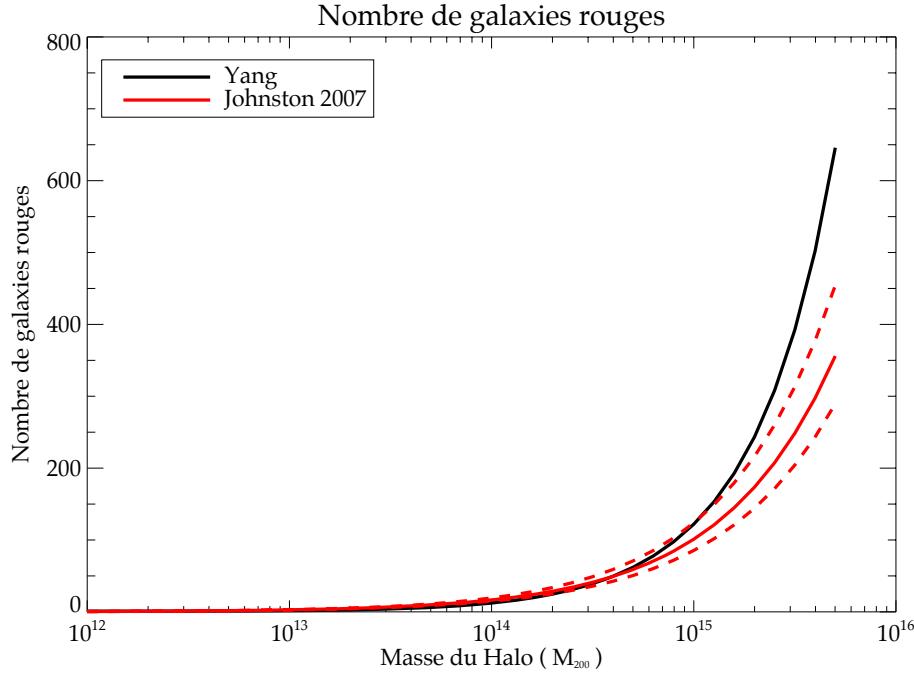
le même catalogue pour dériver les deux relations. Il est alors utile de connaître la dispersion entre ces deux dernières. C'est ce que je représente sur la figure IV.5 où l'on peut constater qu'il y a un bon accord moyen entre les deux relations mais avec une dispersion non négligeable. Cela nous montre que les amas de galaxies sont des objets complexes possédant chacun leur spécificité (dispersion importante) mais qu'il est tout de même possible d'en tirer des relations d'échelles simples (modélisables par une droite).



**FIGURE IV.5** – Dispersion entre les relations de masses de (Johnston et al., 2007). En abscisse est représentée la masse reconstruite par la relation IV.9 utilisant la richesse en galaxies tandis qu'en ordonnée la masse est reconstruite par la relation IV.11 qui s'appuie sur la luminosité totale dans la bande  $i$  des galaxies hôtes

### comparaison

Nous pouvons comparer le nombre de galaxies de luminosité supérieure à  $0,4L^*$  dans un rayon  $r_{200}(M_h)$  en utilisant la relation II.70 en faisant attention à bien choisir la borne inférieure en convertissant dans la bande  $r$  de SDSS. Afin de prendre en compte tous les facteurs, à savoir le passage de la bande  $i$  (utilisée par (Johnston et al., 2007) ) vers la bande  $r$  (utilisée dans (Yang et al., 2008) ) ainsi que l'évolution des galaxies avec le *redshift*, je génère un spectre de galaxie à  $z = 0,25$  (qui est le median du catalogue) afin de faire la conversion entre les deux bandes. Je trouve alors un facteur 0.83 entre la bande  $r$  et la bande  $i$ . J'ai donc une magnitude limite correspondant à la luminosité  $0,83 \times 0,9.h^{-1} L_\odot$  pour chaque *redshift*.



**FIGURE IV.6** – Comparaison entre la relation de richesse des amas de (Johnston et al., 2007) (en rouge) avec les prédictions de notre modèle (en noir). Nous pouvons constater qu'il y a une bonne correspondance entre les deux courbes dans la zone qui comprend la quasi-totalité des amas prévus pour PLANCK

## IV.2 Simulations

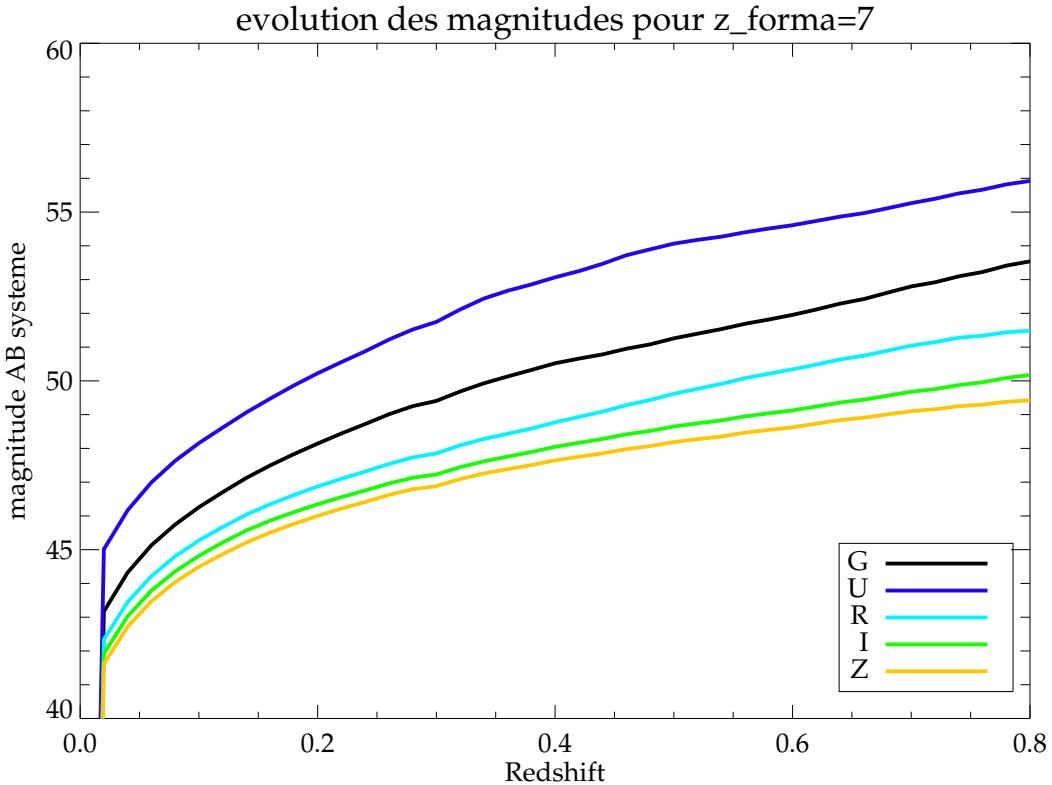
Afin de faire des prédictions pour la détectabilité des amas par différentes expériences optique/infrarouge, il faut faire des simulations d'amas. Mon travail s'est articulé autour de deux types de simulations. Le premier type se base sur le nombre moyen de galaxies détectables pour un rapport signal sur bruit (SNR dans la suite) donné dans les différentes bandes d'observation de l'instrument. Cette approche permet de donner facilement des réponses à la question : "Jusqu'à quel *redshift* peut-on voir 10 galaxies elliptiques pour un *SNR* = 5 pour un amas de masse  $4.10^{14} M_{\odot}$  dans la bande *r* de l'expérience SDSS ?". Le deuxième type est basé sur la prise en compte des erreurs de *redshifts* photométriques en faisant des tirages aléatoires d'amas suivant les propriétés optiques connues. Cela permet d'avoir une estimation de l'erreur sur la mesure du *redshift* des amas de galaxies en fonction de leur masse, de leur *redshift* et suivant l'expérience considérée. Pour finir, l'intérêt de faire des simulations réalistes d'amas est de permettre la calibration les différents estimateurs de l'algorithme de reconstruction que j'ai développé et que j'exposerai dans la prochaine section.

### IV.2.1 Simulations du premier ordre

Ces simulations sont une généralisation de la méthode appliquée pour comparer les résultats de Johnston avec notre modèle. Il s'agit de faire le même genre de travail mais

en modélisant la luminosité limite détectable, en fonction du *redshift*, pour une expérience donnée. Je vais faire le cheminement avec un amas de galaxies de masse  $M_{200} = M_h$  pour l'expérience SDSS .

Tout d'abord, il faut calculer la magnitude observée pour une galaxie d'une masse solaire dans chacune des bandes de SDSS . Pour cela, on suit la procédure définie dans la section IV.1.1. Nous obtenons alors les magnitudes que l'on peut voir sur la figure IV.7.



**FIGURE IV.7** – Evolution des magnitudes dans les 5 bandes de SDSS en fonction du *redshift* pour une masse solaire et un *redshift* de formation de 7

En utilisant la relation IV.6, nous obtenons facilement les magnitudes pour toutes les galaxies en fonction de leur masse stellaire. D'autre part il nous faut les valeurs des magnitudes correspondant à un signal sur bruit donné. Pour celà, nous utilisons les données à  $5\sigma$  fournies par la collaboration SDSS :

$$mag_u(5\sigma) = 21,9$$

$$mag_g(5\sigma) = 23,2$$

$$mag_r(5\sigma) = 22,8$$

$$mag_i(5\sigma) = 22,2$$

$$mag_z(5\sigma) = 20,7$$

pour passer à un autre *SNR*, il suffit d'utiliser la relation entre flux et magnitude ce qui nous donne :

$$mag(N\sigma) = mag(5\sigma) - 2,5 \times \log_{10}(N/5). \quad (\text{IV.13})$$

Pour notre exemple, nous pouvons prendre un  $SNR = 5$  qui est la valeur typique que j'ai utilisé dans les résultats que j'ai fourni au cours de ma thèse. L'étape suivante est de trouver la masse stellaire  $M_*(b, z)$  correspondante à la magnitude limite dans chaque bande et ce pour chaque *redshift*. En utilisant la relation IV.7, on obtient :

$$M_*(b, z) = 10^{\frac{mag_{AB,b}(z, 1M_\odot) - mag_b^{mes}(z)}{-2,5}}.$$

Il me suffit alors de générer la magnitude dans la bande  $r$  à  $z = 0$  pour chacune de ces masses stellaires et ainsi obtenir la magnitude absolue dans cette bande. Comme nous utilisons les luminosités et les magnitudes avec la CLF, il faut faire la conversion. La luminosité étant l'intégrale du flux émis sur la sphère de diffusion et que la magnitude absolue est définie pour un objet situé à 10 parsecs de l'observateur nous avons :

$$L_r = 4\pi \cdot (10 \text{ pc})^2 \times f_b \quad 10 \text{ pc exprimé en cm}, \quad (\text{IV.14})$$

$$mag_r = -2,5 \times log_{10} \left( \frac{f_r}{f_0(r)} \right), \quad (\text{IV.15})$$

où  $f_0(r)$  est le flux de référence dans la bande  $r$ . Comme nous l'avons dans la section IV.1.1, ce flux est constant dans les unités en fréquence mais dépend en  $\lambda^{-2}$  pour les flux exprimés en fonction de la longueur d'onde. Pour trouver le flux de référence effectif dans une bande, il faut utiliser la moyenne en pondérant par la efficacité du filtre pour chaque intervalle de longueur d'onde suivant le travail de Blanton *et al.*(2003b) :

$$\lambda_{eff}(r) = \exp \left[ \frac{\int_0^\infty d(\ln \lambda) R_r(\lambda) \ln \lambda}{\int_0^\infty d(\ln \lambda) R_r(\lambda)} \right]. \quad (\text{IV.16})$$

On obtient le flux de référence pour une bande  $b$  donnée, toujours selon (Blanton *et al.*, 2003b), de la manière suivante :

$$f_0(r) = (3631 \text{ Jy} = 3,631 \times 10^{-20} \text{ ergs. cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Hz}^{-1}) \times \frac{c}{\lambda_{eff}(r)^2}, \quad (\text{IV.17})$$

avec  $c$  exprimé encore une fois en *cm* pour des raisons de cohérence d'unités. Nous obtenons finalement la relation suivante entre la magnitude absolue et la luminosité :

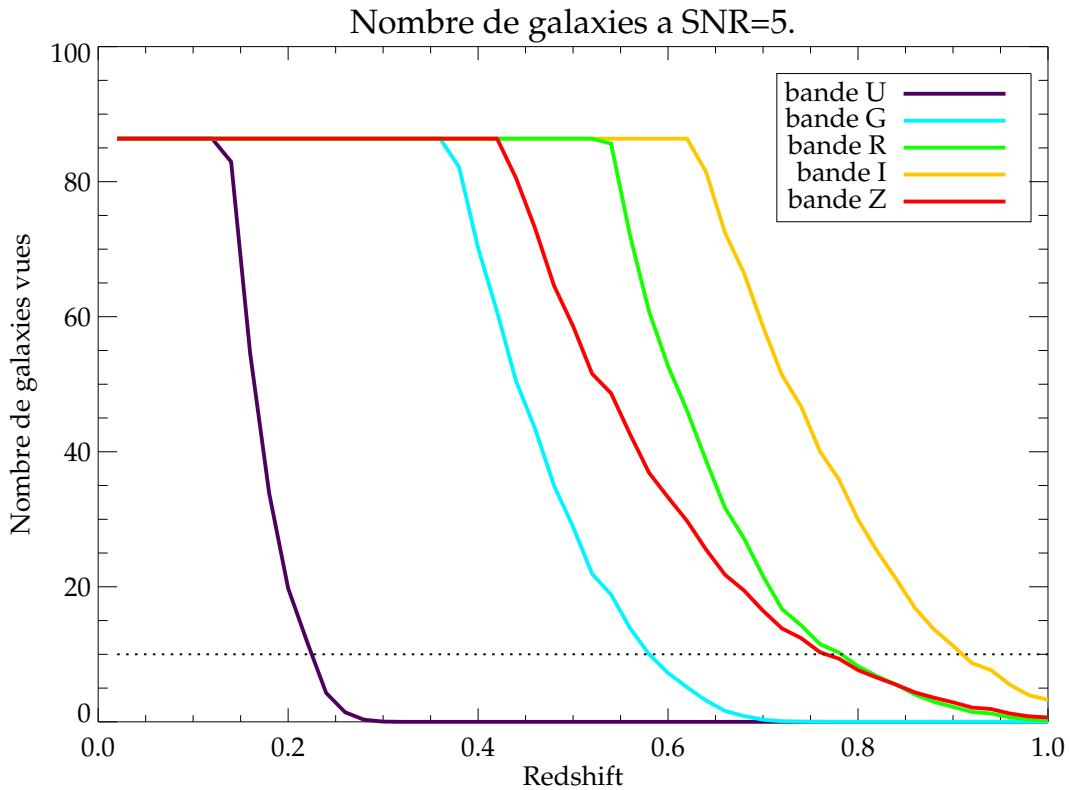
$$mag_{abs,r} = -2,5 \times log_{10} \left( \frac{L_r}{4\pi \cdot (10 \text{ pc})^2 \times f_0(r)} \right)$$

$$mag_{abs,r} = mag_{abs,r}(1M_\odot, z = 0) - 2,5 \times log_{10} (M_*(b, z))$$

$$L_r(M_*(b, z)) = 4\pi \cdot (10 \text{ pc})^2 \times f_0(r) \times 10^{-0.4(mag_{abs,r}(1M_\odot, z = 0) - 2,5 \times log_{10} (M_*(b, z)))}. \quad (\text{IV.18})$$

Nous avons maintenant la luminosité limite, équivalente bande  $r$ , pour chacune des bandes. Il s'agit de la luminosité dans la bande  $r$  d'une galaxie à la limite de détection dans une autre bande. Il ne nous reste plus qu'à intégrer la CLF de Yang pour obtenir le nombre de galaxies visibles dans chacune des bandes pour un amas de galaxies de masse  $M_h$  et à tout *redshift*  $z$ . Il faut pour cela utiliser la relation II.70 en mettant  $L_{min} = L_r(M_*(b, z))$  pour les galaxies satellites et également intégrer la relation II.65 pour la galaxie centrale.

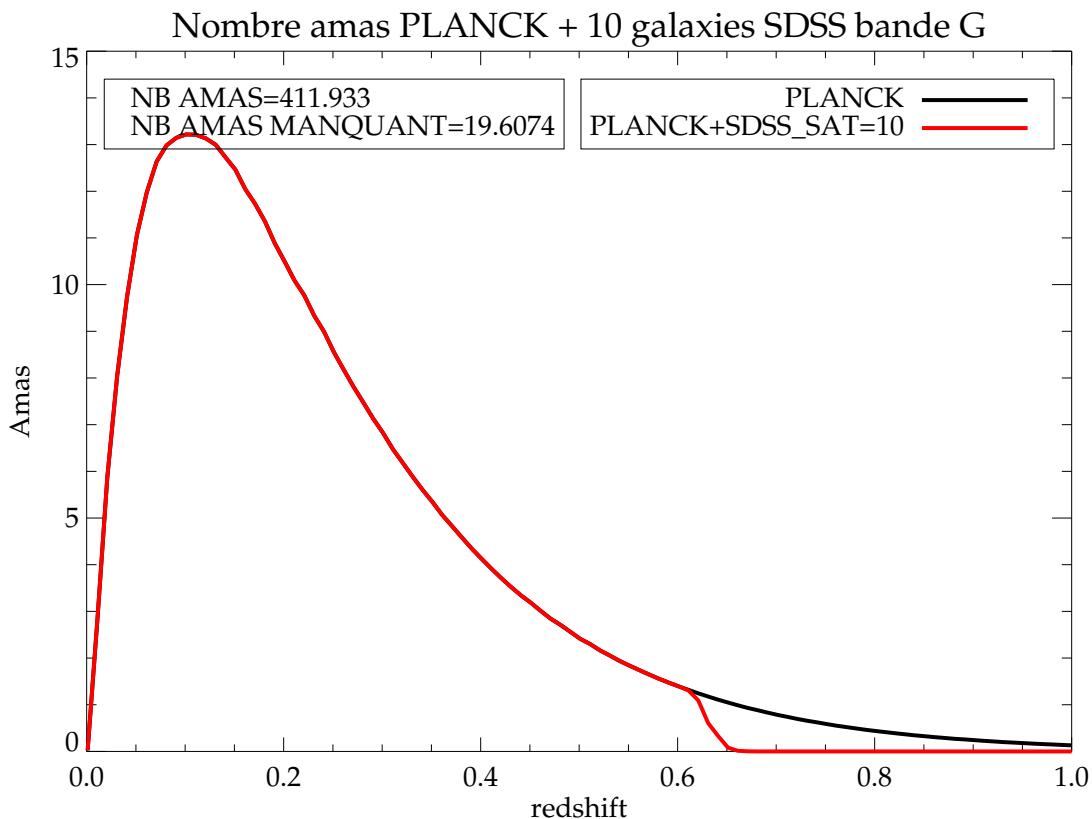
En pratique, je ne considère que la partie des galaxies satellites puis je rajoute 1 au résultat considérant que l'on voit toujours la BCG. Cela prend tout son sens lorsqu'on sait qu'on va prendre un critère de 10 galaxies minimum détectées et sachant que la BCG étant plus lumineuse que les autres, elle ne peut qu'être observée. Je présente le résultat pour un amas de masse  $M_h = 5 \cdot 10^{14} M_\odot$  dans les cinq bandes de SDSS sur la figure IV.8. On peut voir facilement sur cette figure jusqu'à quel *redshift* il est possible de détecter 10 galaxies elliptiques dans chacune des bandes. Pour mes estimations, j'ai toujours utilisé les trois bandes les plus fiables (et utiles) pour les galaxies elliptiques à savoir, les bandes *g*, *r* et *i*. La caractérisation de la bande *z* n'est pas très fiable de l'aveu même de la collaboration SDSS. On peut donc dire, à la vue de ce résultat, qu'il est possible détecter un amas de cette masse avec 10 galaxies jusqu'à un *redshift* de 0.6.



**FIGURE IV.8** – Nombre de galaxies elliptiques, de luminosité supérieure à  $0.4L^*$ , visibles avec un rapport signal sur bruit supérieur à 5 dans les bandes de SDSS pour un amas de masse  $5 \cdot 10^{14} M_\odot$ . La barre horizontale représente la barre des 10 galaxies visibles

En utilisant un catalogue simulé d'amas détectables par PLANCK, fourni par Jean-Baptiste Melin et James G. Bartlett, j'ai pu déterminer la quantité d'amas détectés dans SDSS avec au moins 10 galaxies dans chacune des bandes avec un rapport signal sur bruit fixé. Je peux donc définir la proportion des amas PLANCK que l'on est censé détecter dans les données de SDSS. Je présente sur la figure IV.9 la proportion, en fonction du *redshift*, d'amas PLANCK que l'on peut espérer avec plus de 10 galaxies visibles avec un *SNR* = 5 dans les données de SDSS. La simulation donne une complétude totale jusqu'à un *redshift* de 0,6 ce qui représente plus de 95% des objets attendus. On s'attend à manquer

seulement une vingtaine (sur un peu plus de 400) d'amas dans l'hémisphère nord en utilisant exclusivement les données de SDSS . On peut alors envisager un suivi individuel pour ces quelques amas en demandant quelques nuits d'observations sur des télescopes. C'est la solution envisagée par la collaboration à la vue de ce résultat.



**FIGURE IV.9** – Proportion des amas simulés détectables par PLANCK dont 10 galaxies sont visibles dans SDSS dans les trois bandes  $g$ ,  $r$  et  $i$ . La simulation donne une complétude totale jusqu'à un *redshift* de 0,6 ce qui représente plus de 95% des objets attendus.

Je me suis intéressé durant quelque temps à l'estimation du *redshift* photométrique. J'ai passé quelque mois sur l'implémentation d'un estimateur par ajustement sur les spectres obtenus en utilisant BC03. J'ai obtenu des résultats intéressants mais rien qui puisse apporter une pierre à l'édifice. Du moins, rien de présentable dans ce manuscrit à l'exception d'une idée permettant d'optimiser l'estimateur de  $\chi^2$  que je présente brièvement dans les perspectives VI.2. Cependant, ce travail m'a permis de comprendre comment sont estimés les *redshifts* photométriques et ainsi de proposer une simulation de l'erreur induite par une méthode simple (méthode de minimisation de  $\chi^2$  sur des modèles) en fonction des caractéristiques d'une expérience. Ainsi, j'ai pu améliorer mes simulations sur les amas en les rendant plus réalistes.

### IV.2.2 Simulations Monte-Carlo

Cette partie s'articule essentiellement autour de l'introduction des erreurs de l'estimation du *redshift* photométrique des galaxies. Pour commencer, je vais rentrer dans les détails de ce qu'est le *redshift* photométrique et comment en estimer les erreurs par méthode des moindres carrés (aussi appelée méthode de  $\chi^2$ ) puis j'introduirai l'utilisation de la matrice de Fisher. Je continuerai par la présentation des tirages aléatoires des amas avant de finir par la présentation des nouvelles prédictions possibles sur l'observation des amas dans les expériences futures telles que LSST, DES et autres.

#### Redshift photométrique

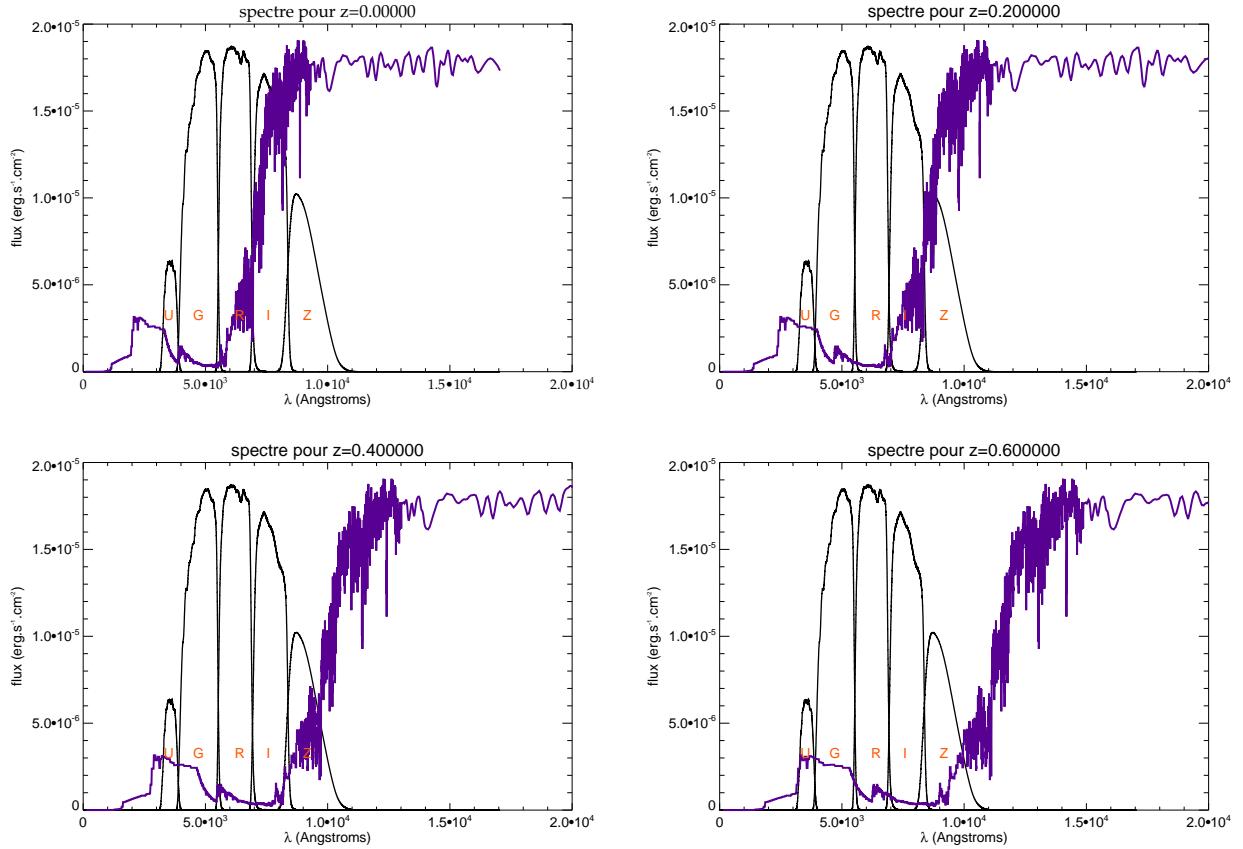
Comme nous pouvons le voir sur la figure IV.1, il y a une cassure nette dans le spectre vers 4000Å, que l'on nomme en anglais "*four thousands angstroms break*". Cette cassure est en fait de nature quantique. Il s'agit de la succession des raies de la série de Balmer<sup>3</sup> ainsi que de la présence de raies d'absorption métalliques dans les étoiles froides (voir IV.1.1). L'origine quantique est très importante car indépendante du lieu et de l'époque de l'émission du spectre, ce qui veut dire que dans son référentiel propre, cette cassure est toujours à la même longueur d'onde. De par le *redshift* cosmologique, le spectre se retrouve étiré ce qui déplace la cassure dans les différentes bandes d'observations (figure IV.10). Cela a pour effet de modifier les couleurs des galaxies (figure IV.11), une couleur étant la différence des magnitudes observées dans deux bandes différentes. Comme je l'ai expliqué auparavant, les *redshifts* photométriques permettent d'obtenir l'information temporelle sur une bien plus grande quantité de galaxies qu'avec la spectroscopie. De plus, pour les galaxies très lointaines, la spectroscopie devient très compliquée à utiliser de par la faiblesse des flux. Les *redshifts* photométriques deviennent indispensables pour obtenir l'information (Ilbert et al., 2006). Le but est de détecter la position de la cassure, de Balmer pour  $z < 1$  et de Lyman pour  $z > 3$ , en utilisant des modèles de génération de couleurs des galaxies. Lorsque seul des informations photométriques sont disponibles, il faut utiliser la minimisation du  $\chi^2(z)$ . Il s'agit de la méthode standard (Bolzonella et al., 2000). Certaines méthodes utilisent des données spectroscopiques, trop faibles pour estimer un *redshift* en cherchant une raie particulière. Ils utilisent une méthode d'apprentissage (*training method*) sur les spectres afin d'en tirer un *redshift* photométrique en se basant sur des spectres *templates* (Vanzella et al., 2004). Lorsque les deux informations sont disponibles, il est également possible de faire une méthode alliant les avantages des deux précédentes pour optimiser la précision de l'estimation des *redshifts* photométriques (Benítez et al., 2004). Pour ma part je me restreindrai à la méthode utilisant uniquement les données photométriques.

Pour faire l'estimation du meilleur *redshift* photométrique correspondant, on peut appliquer la méthode des moindres carrés sur le jeu de trois couleurs en prenant en compte l'erreur suivante, pour une couleur  $b_1 - b_2$  :

$$\sigma_{b_1 b_2} = \sqrt{\sigma_{b_1}^2 + \sigma_{b_2}^2}, \quad (\text{IV.19})$$

où  $\sigma_{b_1}$  et  $\sigma_{b_2}$  sont les erreurs sur les mesures des magnitudes dans les bandes  $b_1$  et  $b_2$ . Écrire cette relation revient à considérer les erreurs comme gaussiennes ce qui a du sens

3. Transition entre le premier état excité électronique autour du noyau d'hydrogène vers l'ensemble des autres états excités



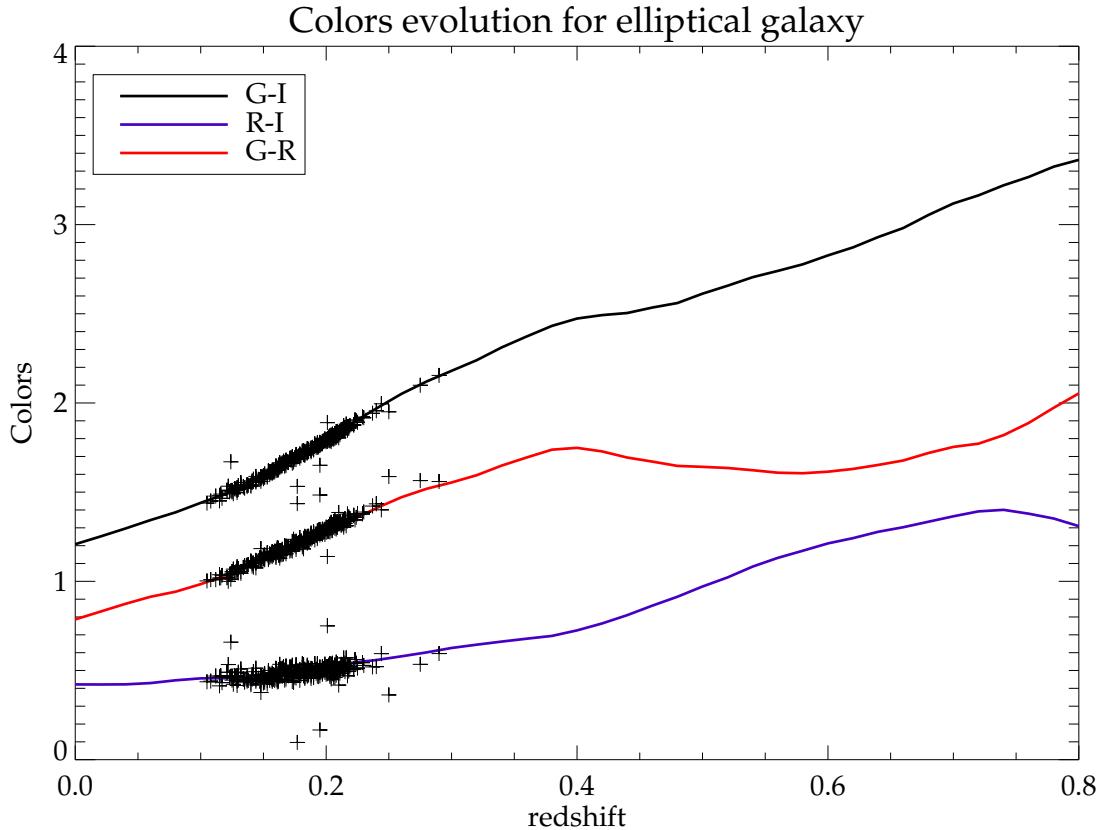
**FIGURE IV.10** – Evolution de la position de la cassure à 4000Åen fonction du *redshift* .

On peut voir que le flux observé dans les bandes varie rapidement avec le *redshift* de part la translation de la cassure.

s’agissant de la mesure de flux pas trop faibles (hors régime poissonnien donc). L’estimateur des moindres carrés sur les trois couleurs s’écrit alors :

$$\chi^2(z) = \sum_{col} \frac{(col_{th}(z) - col_{mesure})^2}{\sigma_{col}^2}, \quad (\text{IV.20})$$

où  $col_{mesure}$  sont les couleurs mesurées, représentées par les croix, et  $col_{th}(z)$  sont les couleurs prédites par le modèle de BC03 représentées par les lignes en trait plein de la figure IV.11. Le *redshift*  $z$  qui minimise cet estimateur sera pris comme étant le *redshift* photométrique de la galaxie. Il s’agit ici d’une version simple d’estimation de *redshift* photométrique mais qui n’en reste pas moins représentative de la méthode usuelle. Je me baserai sur cette méthode pour obtenir l’erreur de l’estimation du *redshift* photométrique en fonction des caractéristiques de l’expérience considérée ainsi que des propriétés des galaxies. Plus précisément, je vais m’appuyer sur la matrice de Fisher pour faire cette estimation (Je développe ce point en annexe C). Il s’agit de l’approximation en cuvette de la méthode des moindres carrés. Il s’agit d’un outil très pratique pour faire les simulations des erreurs de manière générale. De plus, je vais désormais introduire la dépendance par rapport au *redshift* de formation des étoiles hôtes des galaxies ( $z_f$ ) que je noterai parfois  $z_f$  pour simplifier la lecture des équations. De ce fait, les couleurs théoriques fournies par le modèle de BC03 se voient également



**FIGURE IV.11** – Evolution des trois couleurs  $G - I$ ,  $R - I$  et  $G - R$  prédictes par le modèle BC03. Les croix posées sur les courbes représentent les données de quelques centaines de galaxies classifiées comme elliptiques par la "Target-selection" de SDSS . On peut voir que cela colle très bien au modèle BC03

dépendre de ce paramètre. L'estimateur s'écrit alors :

$$\chi^2(z, z_f) = \sum_{col} \frac{(col_{th}(z, z_f) - col_{measure})^2}{\sigma_{col}^2}. \quad (\text{IV.21})$$

Nous verrons par la suite que cette dépendance se ressent surtout pour les galaxies situées à haut *redshift* ( $z > 1$ ). Cela conforte mon choix de fixer  $z_f = 7$  pour les estimations dans SDSS , mais montre qu'il faudra prendre en compte les effets de ce paramètre pour les futures observations.

Nous allons désormais nous intéresser uniquement à l'aspect de la matrice de Fisher pour le reste de ce travail. On peut synthétiser l'idée de la matrice de Fisher comme étant un développement limité à l'ordre 2 de l'estimateur des moindres carrés. Connaissant par avance le vrai jeu de paramètres  $(z, z_f)$  de la galaxie, puisqu'il s'agit d'une simulation, il nous suffit de considérer les dérivées secondes de l'estimateur par rapport aux deux paramètres autour du jeu de paramètres simulé. Cela revient à écrire notre estimateur sous forme de produit de gaussiennes, et donc à le relier à une fonction de vraisemblance  $\mathcal{L}(z, z_f) = \exp^{-\chi^2(z, z_f)/2}$ .

La relation entre la matrice de Fisher et la fonction de vraisemblance étant la suivante :

$$F_{ij} = - \left\langle \frac{\partial^2 \ln \mathcal{L}}{\partial_i \partial_j} \right\rangle, \quad (\text{IV.22})$$

nous obtenons après quelques lignes de calculs (développées dans l'annexe C) le résultat suivant :

$$F_{z_p z_p}(z'_p, z'_f) = \left\langle \sum_{\text{col}} \frac{1}{\sigma_{\text{col}}^2} \left( \frac{\partial \text{col}_{th}(z_p, z_f)}{\partial z_p} \Big|_{z'_p} \right)^2 \right\rangle. \quad (\text{IV.23})$$

$$F_{z_f z_p}(z'_p, z'_f) = \left\langle \sum_{\text{col}} \frac{1}{\sigma_{\text{col}}^2} \frac{\partial \text{col}_{th}(z_p, z_f)}{\partial z_p} \Big|_{z'_p} \frac{\partial \text{col}_{th}(z_p, z_f)}{\partial z_f} \Big|_{z'_f} \right\rangle \quad (\text{IV.24})$$

La relation entre la matrice de Fisher et l'erreur à  $1\sigma$  sur l'estimation du paramètre  $z_p$  est donnée par l'élément diagonal de la matrice inverse :

$$\sigma_{z_p}(z'_p, z'_f) = \sqrt{F_{z_p z_p}^{-1}(z'_p, z'_f)}. \quad (\text{IV.25})$$

L'inversion de la matrice permet de mélanger les erreurs sur les paramètres considérés. Il s'agit bien ici de l'élément digonale après inversion et non pas de l'inverse de l'élément diagonal, raison pour laquelle nous avons besoin de calculer l'ensemble des termes de la matrice de Fisher au départ.

Pour passer à l'application, il suffit de générer les couleurs théoriques avec le modèle BC03 pour chaque  $z$  et  $z_f$  puis de calculer les dérivées numériques. Il nous faut également estimer les erreurs sur les mesures. Pour cela, il faut relier l'incertitude de la mesure en magnitude au rapport signal sur bruit  $S/N = f/\delta f$ , ce qui se fait de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \delta \text{mag}_b &= -2.5 \times \delta(\log_{10}(f_b/f_0(b))) = \frac{-2.5}{\ln(10)} \times \delta(\ln(f_b/f_0(b))) \Rightarrow \\ \delta \text{mag}_b &= \frac{-2.5}{\ln(10)} \times \left( \frac{\delta f_b}{f_b} \right) \Rightarrow \delta \text{mag} = \frac{-2.5}{S/N \times \ln(10)}. \end{aligned} \quad (\text{IV.26})$$

Pour finir, il faut relier le rapport signal sur bruit aux caractéristiques de l'instrument supposé faire les observations ainsi qu'aux magnitudes des galaxies observées (en l'occurrence simulées). Nous partons de la donnée de la magnitude équivalente à un signal sur bruit  $S/N = k$  (qui caractérise la sensibilité de l'expérience dans une bande donnée), ce qui correspond à la magnitude pour un flux valant  $k$  fois le bruit dans cette bande. Il s'agit de la magnitude  $\text{mag}_b(k\sigma)$  pour la bande  $b$  :

$$\text{mag}_b(k\sigma) = -2,5 \times \log_{10} \left( \frac{k \times \delta f_b}{f_0(b)} \right). \quad (\text{IV.27})$$

D'autre part nous mesurons une magnitude  $\text{mag}_b(gal)$  pour une galaxie dans cette même bande  $b$ . Elle s'écrit en terme de flux comme :

$$\text{mag}_b(gal) = -2,5 \times \log_{10} \left( \frac{f_b(gal)}{f_0(b)} \right). \quad (\text{IV.28})$$

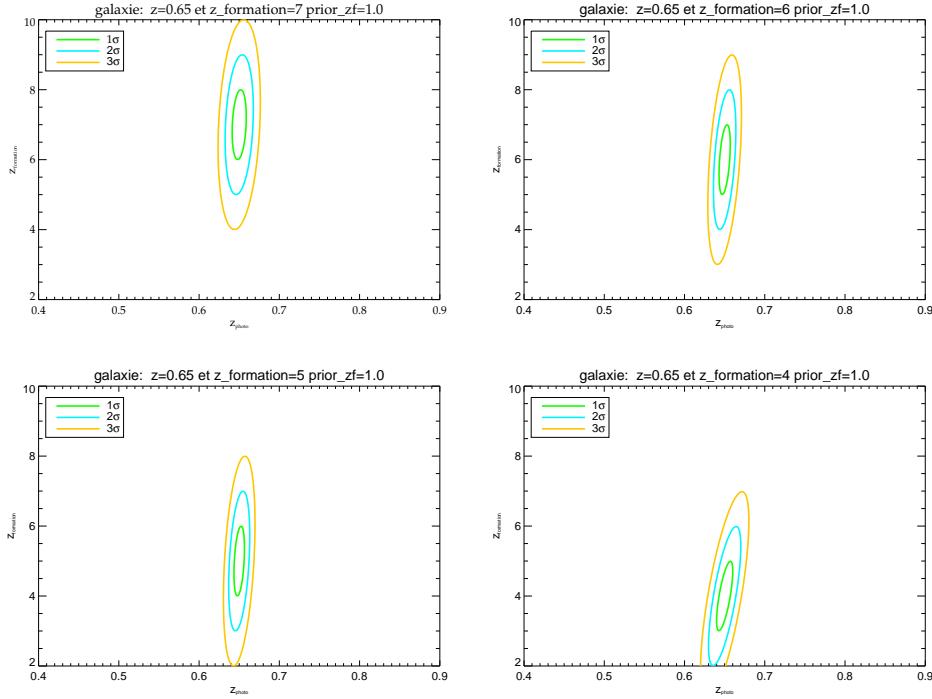
Nous pouvons exprimer la différence de ces deux magnitudes, ce qui nous donne :

$$\text{mag}_b(k\sigma) - \text{mag}_b(gal) = -2,5 \times \log_{10} \left( \frac{k \times \delta f_b}{f_b(gal)} \right), \quad (\text{IV.29})$$

ce qui donne finalement :

$$\frac{f_b(gal)}{\delta f_b} = k \times 10^{0.4 \times (mag_b(k\sigma) - mag_b(gal))} = S/N(gal). \quad (\text{IV.30})$$

### LSST POUR UN PASSAGE



**FIGURE IV.12** – Evolution de la matrice de Fisher avec le  $z_f$  pour LSST avec 5 bandes ( $g, r, i, z$  et  $y$ ) d’observations toutes mises avec  $mag_b(10\sigma) = 24$  ce qui correspond aux caractéristiques prévues pour un passage sur les galaxies. Les résultats sont présentés pour une galaxie de masse stellaire égale à  $10^{11} M_\odot$

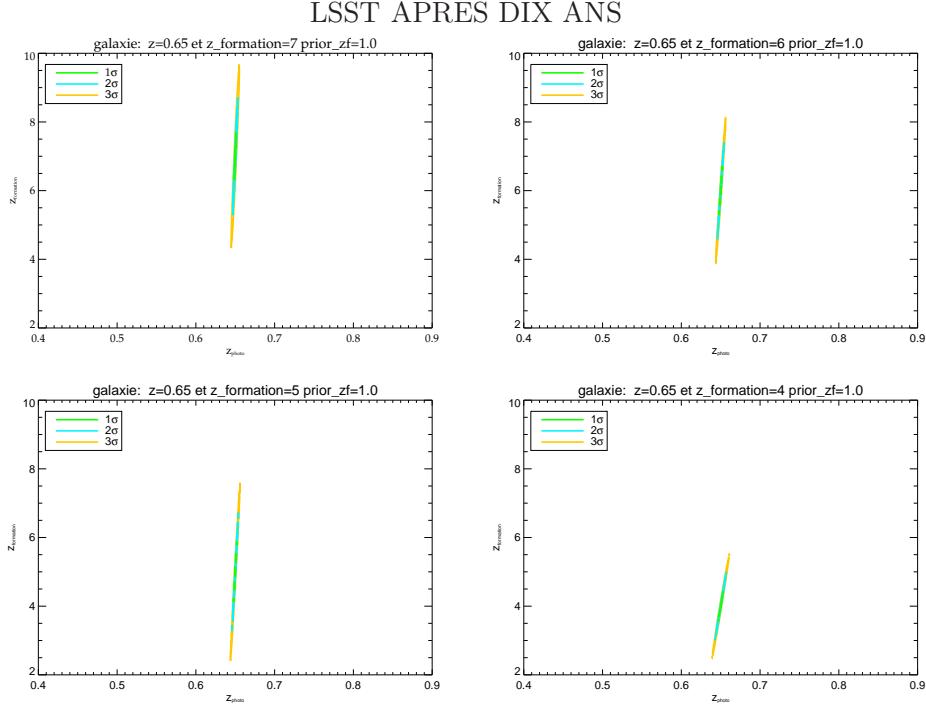
Tout est désormais réuni pour calculer la matrice de Fisher. Je présente le résultat pour LSST en utilisant les bandes  $g$ ,  $r$ ,  $i$ ,  $z$  et  $y$  avec deux caractéristiques différentes, :  $mag_b(10\sigma) = 24$  correspondant à une seule observation des galaxies (figure IV.12) et  $mag_b(10\sigma) = 27$  pour dix ans d’observation (figure IV.13), pour des galaxies de masse stellaire égale à  $10^{11} M_\odot$  situées à un *redshift* de 0,65 avec des *redshifts* de formations variant de  $z_f = 4$  à  $z_f = 7$ .

Les ellipses représentent les domaines d’espace des phases qui contiennent le bon jeu de paramètre  $(z, z_f)$  avec une confiance de :

- 65% pour le contour à  $1\sigma$
- 95% pour le contour à  $2\sigma$
- 99% pour le contour à  $3\sigma$

Le fait que les ellipses penchent selon l’axe des *redshift* de formations implique une dégénérescence dans la contrainte du *redshift* photométrique avec la détermination du *redshift* de formation. On peut également voir que cette dépendance varie avec le *redshift* de formation réel de la galaxie. De plus, on peut constater, sans surprise, que les contraintes

sont meilleures pour les galaxies observées pendant dix ans de par la meilleure sensibilité photométrique qui en résulte.



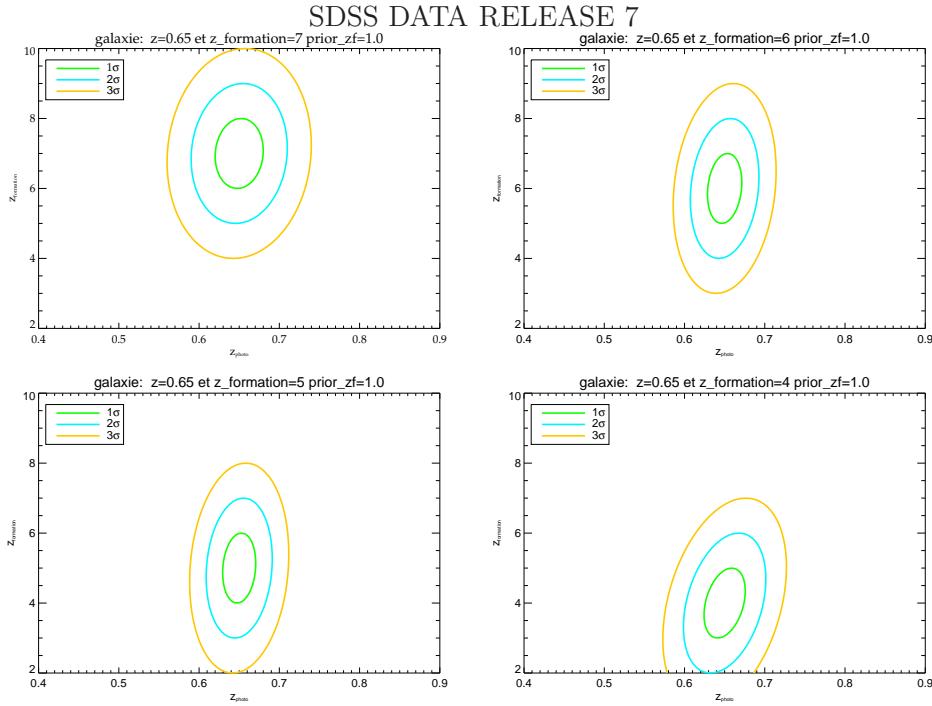
**FIGURE IV.13** – Evolution de la matrice de Fisher avec le  $z_f$  pour LSST avec 5 bandes ( $g, r, i, z$  et  $y$ ) d’observations toutes mises avec  $mag_b(10\sigma) = 27$  ce qui correspond à dix années d’observation. Les résultats sont présentés pour une galaxie de masse stellaire égale à  $10^{11} M_\odot$

Pour voir la différence entre SDSS et LSST, je présente sur la figure IV.14 le même résultat mais en utilisant des galaxies quatre fois plus massives pour être un minimum détectable par l’expérience. On peut voir que les résultats sont déjà nettement moins bons que ceux obtenus pour LSST.

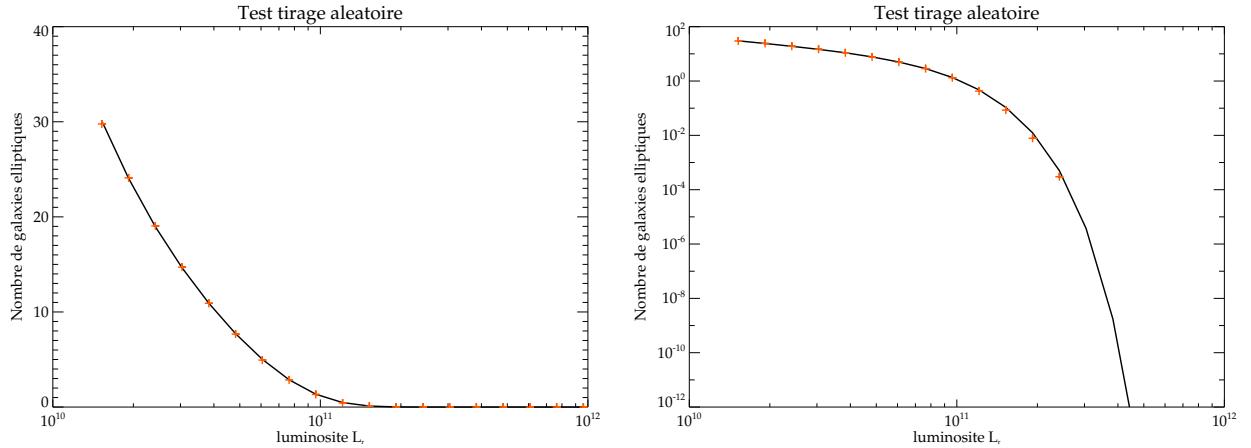
### Simulation des amas

Ces résultats pouvant être appliqués sur n’importe quelle masse stellaire, on peut le faire pour des galaxies générées suivant la fonction de luminosité conditionnelle (II.64 et II.65) et ainsi générer, du point de vue de la photométrie, un amas réaliste. On peut ensuite associer, par le biais d’un tirage aléatoire sur l’erreur que l’on vient juste de calculer, un *redshift* mesuré qui diffère en conséquence du *redshift* simulé pour l’amas.

En considérant dans un premier temps que l’ensemble des galaxies simulées peut être retrouvé et réassocié à leur amas d’origine, je peux simuler l’erreur sur l’estimation du *redshift* de l’amas en considérant le produit des distributions gaussiennes propres à chaque galaxie. Je ne considérerai les effets d’association qu’au prochain chapitre avec la présentation de mon algorithme de reconstruction d’amas de galaxies (l’association étant entièrement dépendante de l’algorithme choisi). À Chaque galaxie est associée une erreur gaussienne  $\sigma_{gal}$  estimée par la méthode présentée précédemment, ce qui nous donne une probabilité



**FIGURE IV.14** – Evolution de la matrice de Fisher avec le  $z_f$  pour SDSS en utilisant les 5 bandes ( $u, g, r, i$  et  $z$ ). Les résultats sont présentés pour une galaxie de masse stellaire égale à  $4 \times 10^{11} M_\odot$



**FIGURE IV.15** – Comparaison entre 10,000 tirages aléatoires (croix rouge) et la courbe théorique de la fonction de luminosité pour un amas de masse  $10^{15} M_\odot$

d'estimer son *redshift*,  $z_{gal}$ , connaissant son vrai *redshift*,  $z_{vrai}$  :

$$\mathcal{P}(z_{gal}|z_{vrai}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{gal}} \times \exp \left[ -\frac{(z_{gal} - z_{vrai})^2}{2\sigma_{gal}^2} \right]. \quad (\text{IV.31})$$

Pour un amas, le  $z_{vrai}$  de toutes les galaxies hôtes est égal au *redshift* de l'amas  $z_{amas}$ . Toutes les distributions sont donc centrées sur cette même valeur, il est alors facile de calculer la

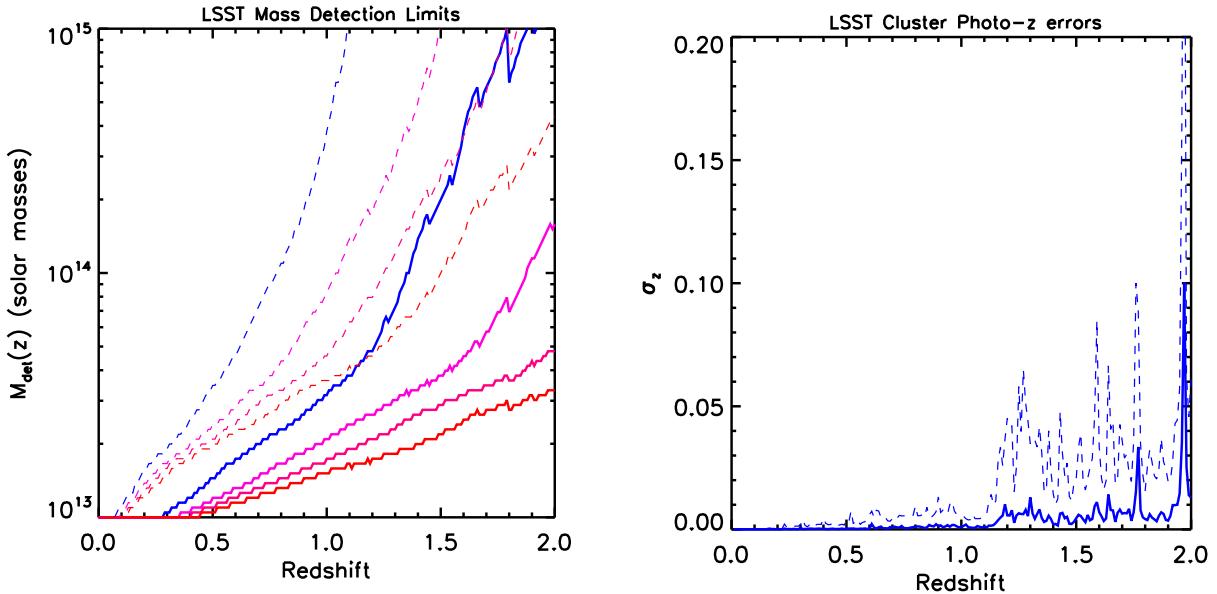
distribution de l'ensemble des *redshifts* :

$$\mathcal{P}(z|z_{amas}) = \frac{1}{Norm} \times \exp - \left[ \frac{\sum_{i=1}^N \Pi_{j \neq i} \sigma_{gal,j}^2}{\prod_{i=1}^N \sigma_{gal,i}^2} \times \frac{(z - z_{amas})^2}{2} \right]. \quad (\text{IV.32})$$

On obtient donc une gaussienne de dispersion totale :

$$\sigma_{amas}^2 = \frac{\prod_{i=1}^N \sigma_i^2}{\sum_{i=1}^N \Pi_{j \neq i} \sigma_{gal,j}^2}, \quad (\text{IV.33})$$

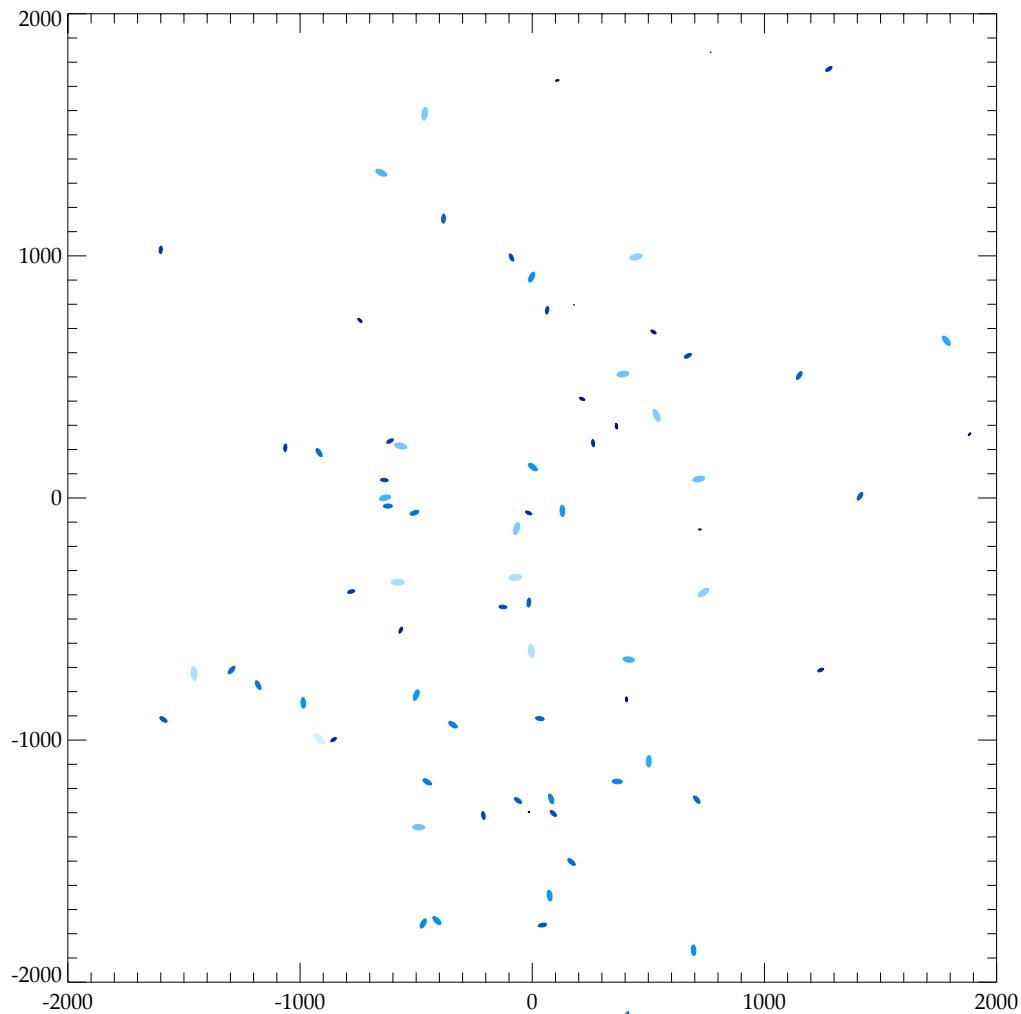
ce qui nous permet de réécrire simplement le facteur de normalisation comme  $Norm = \sqrt{2\pi}\sigma_{amas}$ . Surtout, le  $\sigma_{amas}$  nous donne directement l'erreur sur l'estimation du *redshift* de ce dernier si on utilise l'information de toutes les galaxies qui le composent. En utilisant cette simulation pour LSST, j'obtiens les prédictions pour les amas détectables avec 10 galaxies dans les bandes *R*, *I*, *Z* et *Y* (présenté sur la figure IV.16) ainsi que l'erreur sur l'estimation du *redshift* photométrique pour un amas de masse  $10^{14} M_\odot$  en utilisant ces quatre bandes. Ces résultats ne sont à prendre qu'à titre représentatif car l'hypothèse de l'évolution passive n'est, a priori, qu'utilisable pour des *redshifts* inférieurs à l'unité. Les résultats que je présente utilisent des simulations de 10 amas à chaque pas de *redshift* avec une répartition équitable entre les *redshifts* de formation 4, 5, 6 et 7.



**FIGURE IV.16 –** À gauche : prédiction de la masse limite de détection à  $10\sigma$  des amas avec 10 galaxies de luminosité  $L_R > 0,4L_*$  dans les bandes *R*, *I*, *Z* et *Y* (courbes bleues à rouge). Les traits pleins sont les résultats pour 10 années d'observation tandis que les traits pointillés représentent les résultats pour une seule observation. À droite : Résultat de l'erreur sur l'estimation du *redshift* photométrique pour un amas de  $10^{14} M_\odot$ .

Dans le but d'utiliser mes simulations pour calibrer mon algorithme de reconstruction (attendre patiemment le prochain chapitre), je dois introduire la modélisation spatiale de mes galaxies au sein des amas. Pour cela, j'utilise un profil de matière noire type *NFW* (Eq.II.45) en interpolant les valeurs des paramètres  $c$  et  $r_{200}$ , en fonction de la masse du

halo. Je me base sur les résultats du papier fondateur ([Navarro et al., 1996](#)) en prenant en compte l'évolution avec le *redshift*. Je représente un tirage d'amas complet sur la figure [IV.17](#), où la taille des galaxies est proportionnelle à leur luminosité et l'ellipticité n'a d'autre utilité que de donner un aspect plus réaliste.



**FIGURE IV.17** – Illustration d'un amas simulé avec la méthode décrite dans cette section pour une masse de  $M_{200} = 5 \cdot 10^{14} M_\odot$  et un *redshift* de 0, 1. Les galaxies ont une taille proportionnelle à leur luminosité sans pour autant être réaliste. Plus une galaxie est lumineuse et plus elle est blanche. Pour finir, l'ellipticité n'est ici qu'artistique.

# V. Algorithme de reconstruction des amas

---

---

Le premier objectif de ma thèse étant d'assurer le suivi optique des amas détectés par le satellite PLANCK via l'effet Sunyaev-Zel'dovich, une part importante de mon travail s'est tournée vers l'implémentation d'un algorithme de reconstruction des amas de galaxies dans les données optiques/infrarouges proches. Au cours de ma thèse, mon travail s'est progressivement spécialisé sur le relevé de SDSS dans l'hémisphère nord. L'objectif est de trouver les contreparties optiques le plus profondément possible, ce qui permet en premier lieu une confirmation des cibles *SZ*, et dans un second temps l'obtention d'un estimateur fiable pour tester la cohérence entre les flux mesurés par PLANCK et les données optiques des candidats trouvés. Cela passe par l'estimation la plus précise possible de la masse de l'amas ainsi que de son *redshift*.

Je vais commencer par décrire la construction de l'algorithme de reconstruction, puis je présenterai les résultats de celui-ci sur mon catalogue généré par Monte-Carlo. Je continuerai par la présentation des travaux sur la calibration de l'estimateur à haut *redshift* puis de son application sur différents catalogues d'amas connus le comparant ainsi à différents autres estimateurs de masses. Je terminerai par l'étude d'un catalogue aléatoire pour comprendre les effets systématiques non relevables par l'étude du catalogue simulé.

## V.1 Algorithme

L'ensemble du travail que j'ai présenté dans le chapitre IV va m'être utile dans ma quête de recherche des amas dans les données de SDSS . Pour une position donnée, j'envoie une requête aux serveurs de SDSS afin d'obtenir l'ensemble des objets ciblés comme étant des galaxies possédant un *redshift* photométrique associé. Je récupère les positions, données en ascension droite et déclinaison (que je noterai RA et DEC de l'anglais *Right Ascension* et *Declination*), les tables photométriques, les magnitudes dans les cinq bandes et leurs erreurs associées, ainsi que les *redshifts* photométriques pour chacun des objets dans une fenêtre de 12 arcminutes de côté centrée sur la position voulue. Le choix de cette taille de fenêtre est motivé par le temps de calcul de l'algorithme qui augmente avec la puissance 4 de celle-ci. Je commence avec cette taille ce qui me permet d'étudier, dans un temps raisonnable, un catalogue de sources possibles. Puis dans un second temps, je peux relancer les requêtes avec

une taille plus importante pour les candidats intéressants. C'est notamment ce que je ferai pour la comparaison avec les autres catalogues.

### V.1.1 Sélection des galaxies elliptiques

J'ai choisi de prendre le plus d'objets possibles dans le champ, ciblés comme étant des galaxies, puis de faire ma sélection sur des critères de couleurs en utilisant les spectres générés par BC03. Cette décision vient de l'envie de faire un algorithme auto cohérent<sup>1</sup> car je vais réutiliser ces spectres pour ramener les galaxies dans l'univers local, soit à un *redshift* nul et à une distance de 10 pc.

J'utilise un spectre de galaxie ayant un *redshift* de formation stellaire de 7 pour définir certains critères de sélection en couleur en fonction du *redshift*. L'intérêt d'une sélection en couleur est d'être indépendant de l'intensité du flux et donc uniquement sensible au type de la galaxie. Je commence par faire une sélection des objets «rouges» en faisant une coupure sur la couleur  $g - r$  :

$$g - r = -2,5 \times \log_{10} \frac{f_g}{f_r} = 2,5 \times \log_{10} \frac{f_r}{f_g}. \quad (\text{V.1})$$

La couleur  $g - r$  est donc positive si le flux en bande  $r$  (sur les longueurs d'ondes équivalentes à la couleur rouge) est plus important que le flux dans la bande  $g$  (sur les longueurs d'ondes équivalentes à la couleur verte) ce qui correspond bien à un objet "rouge". Plus précisément, j'ai pris une première coupure très peu sélective juste pour éliminer les objets bleus.

$$g - r > 0,5. \quad (\text{V.2})$$

Ce choix se justifie en regardant l'évolution théorique de la couleur  $g - r$  représentée en rouge sur la figure IV.11. On constate que celle-ci ne passe jamais en dessous de 0,7. Mon critère permet donc d'enlever les objets bleus tout en restant très conservatif.

Je visualise les galaxies dans l'espace des phases  $[g - r; i]$  ramené dans l'univers local. Pour cela, j'ai évalué la masse stellaire de chacune des galaxies en utilisant la formule IV.7 pour les trois bandes  $g$ ,  $r$  et  $i$ . J'obtiens alors trois masses stellaires  $M_{*,g}$ ,  $M_{*,r}$  et  $M_{*,i}$ . Je fais une comparaison entre la valeur de  $M_{*,r}$  et  $M_{*,i}$  (car ce sont les deux bandes les moins affectées par les erreurs de mesures photométriques) afin d'enlever les objets s'écartant trop du modèle. J'impose la coupure suivante :

$$0,2 < \frac{M_{*,r}}{M_{*,i}} < 5,0.$$

Je peux ensuite retranscrire ces masses stellaires en magnitudes dans l'univers local en utilisant la formule IV.6 avec  $z = 0$ . J'en tire directement la luminosité équivalente à celle qu'elle aurait localement dans la bande  $r$  puis je sélectionne uniquement les objets qui dépassent le seuil de  $0,4L_*$ . Ces deux critères forment la première coupure qui nous donne le passage de la partie supérieure de la figure V.1 à la partie inférieure de cette même figure. J'utiliserai dans toute cette partie l'exemple de reconstruction sur l'amas Abell 1319 (qui est également un amas Zwicky aussi répertorié dans le catalogue de MaxBCG, section V.2.1,

1. Ce qui ne garanti pas de prime abord sa cohérence absolue !

chose utile pour comparer mon estimation de la masse). Les figures de gauche représentent la distribution de la couleur  $g - r$  en fonction du *redshift* photométrique des galaxies tandis que les figures de droite représentent la distribution de la couleur  $g - r$  équivalente dans l'univers local<sup>2</sup> en fonction de la valeur de la magnitude équivalente dans l'univers local dans la bande  $i$ . Cet espace des phases est très utile pour trouver la ligne caractéristique des galaxies elliptiques (*ridgeline* en anglais) afin de mieux contraindre la sélection, c'est ce que l'on va voir à la fin de ce paragraphe. Il faut se rappeler que le modèle sous-jacent de la CLF utilisée sépare les galaxies hôtes d'un amas en une BCG et des galaxies satellites. L'ensemble de ces galaxies seront utilisées comme possibles galaxies satellites dans des amas. Pour sélectionner les galaxies qui sont de possibles BCG, j'applique un dernier critère de sélection<sup>3</sup>. J'échantillonne l'espace des *redshifts* en sept intervalles ( $[0; 0, 1]$ ,  $[0, 1; 0, 2]$ ,  $[0, 2; 0, 3]$ ,  $[0, 3; 0, 4]$ ,  $[0, 4; 0, 5]$ ,  $[0, 5; 0, 6]$ ,  $[0, 6; 1]$ ) et je prends pour chacun d'eux les valeurs minimales et maximales de la couleur  $g - r$  que l'on peut voir sur la figure IV.11. J'obtiens les valeurs minimales  $(g - r)_{int,min} = [0, 8; 1; 1, 3; 1, 6; 1, 7; 1, 6; 1, 6]$  ainsi que les valeurs maximales  $(g - r)_{int,max} = [1, 1; 1, 3; 1, 6; 1, 7; 1, 8; 1, 7; 2]$ . Je prends en compte les erreurs sur les mesures des magnitudes et je les intègre de manière gaussienne à l'erreur sur la mesure de la couleur suivant l'équation V.3. J'applique alors le critère de sélection dans l'intervalle en *redshift* correspondant à chaque galaxie en autorisant une erreur à  $1\sigma$  par rapport au modèle :

$$(g - r)_{int,min} - \sqrt{\sigma_g^2(gal) + \sigma_r^2(gal)} < (g - r)_{gal} < (g - r)_{int,max} + \sqrt{\sigma_g^2(gal) + \sigma_r^2(gal)}. \quad (\text{V.3})$$

Après cette sélection, j'obtiens la figure V.2. On peut voir sur la partie gauche l'effet de la sélection sur la couleur qui impose de suivre le modèle avec une dispersion qui augmente avec le *redshift* : ceci est tout à fait cohérent avec le fait que les erreurs photométriques sont plus importantes pour des objets lointains. Sur la partie droite, on peut constater l'apparition d'un segment qui regroupe la majorité des points. C'est ce qu'on appelle la «*ridgeline*» des galaxies elliptiques (E/SO) ou encore la «*red sequence*». Cette figure nous montre que les coupures semblent tout à fait correctes au niveau de la pureté. Sachant que je suis resté très conservateur, la complétude ne doit également pas être trop mauvaise.

### V.1.2 Construction des amas potentiels

Maintenant que ces deux groupes de sélections sont créés, je considère toutes les galaxies qui ont passé le dernier critère comme étant des centres potentiels d'amas (donc des BCGs). J'associe à ces dernières toutes les galaxies qui :

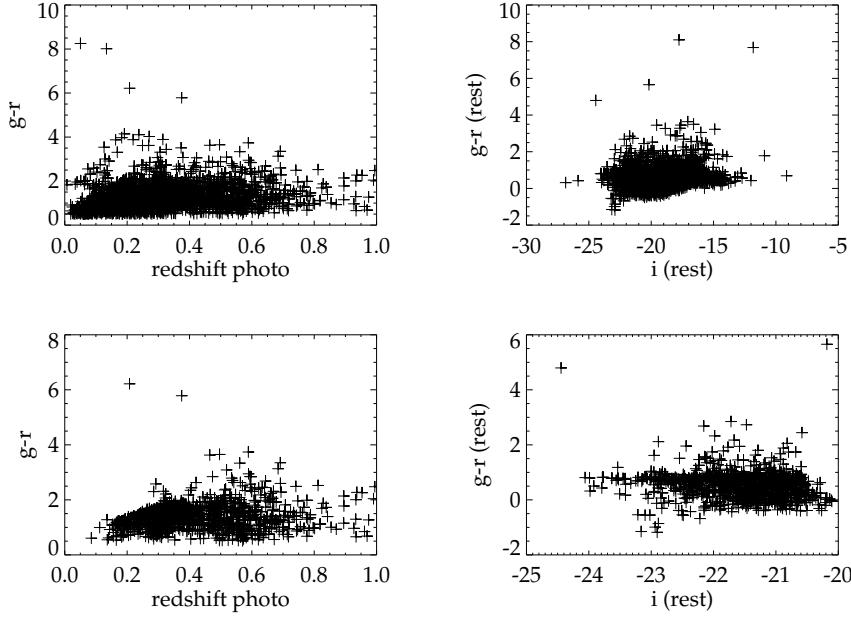
- ont passé la deuxième coupure (y compris celles qui passent la dernière coupure)
- sont éloignées d'une distance inférieure à  $2 \text{ Mpc}.h^{-1}$
- qui ont un écart en *redshift* inférieur à  $[0, 02 \times (1 + z_{bcg})]$

où  $z_{bcg}$  est le *redshift* de la galaxie centrale potentielle considérée. La sélection en *redshift* suit l'erreur typique sur l'estimation du *redshift* photométrique dans SDSS . Le second

---

2. donc après utilisation du modèle indépendamment pour chacune des bandes, autrement dit en utilisant la masse stellaire reconstruite pour chacune des bandes

3. Le fait de chercher une galaxie elliptique comme BCG est basée sur l'historique cannibale de ces objets, le processus de fusion de galaxies accélérant la consommation du gaz en étoiles

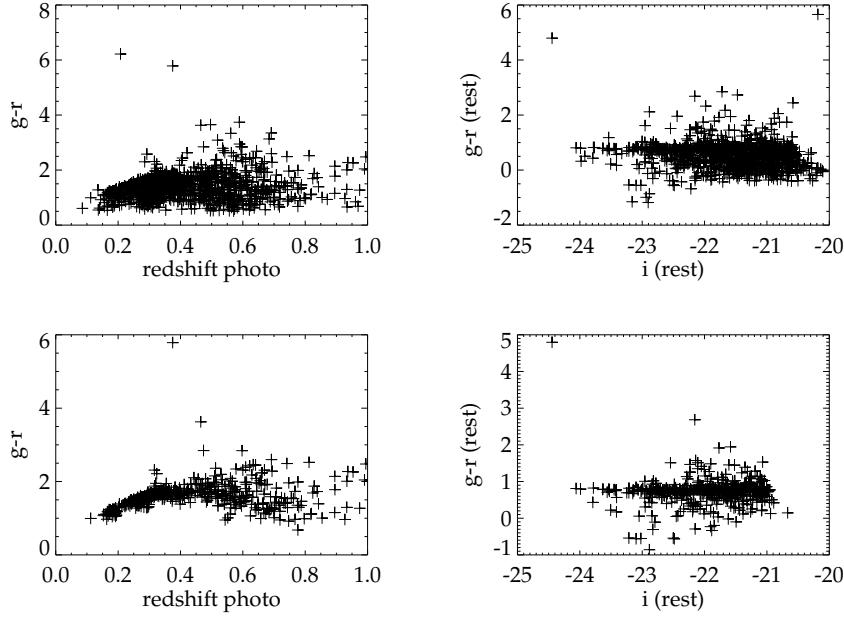


**FIGURE V.1** – Résultat de la première coupure en couleur sur les galaxies. À gauche, la distribution des galaxies dans l'espace de la couleur  $g - r$  en fonction du *redshift* photométrique et à droite la distribution dans l'espace couleur  $g - r$  équivalent dans l'univers local en fonction de la magnitude absolue dans la bande  $i$  équivalente locale. En haut, les résultats après la première coupure (uniquement  $g - r > 0,5$ ) tandis qu'en bas ce sont les résultats après la deuxième coupure (notamment sur la luminosité). On peut voir apparaître la *ridgeline* en bas à droite.

point doit être précisé du fait que les données sont en position angulaire dans le ciel (RA, DEC) ; il faut se ramener à des distances propres entre les objets. Comme je fais une sélection sur les *redshifts* proches de celui de la galaxie supposée centrale<sup>4</sup>, je peux utiliser la distance angulaire calculée pour  $z_{bcg}$  et l'appliquer pour estimer la distance projetée entre les galaxies au sein de cet amas potentiel. J'insiste sur le fait que les coupures réalisées jusqu'ici sont faibles laissant plus de galaxies centrales potentielles qu'il n'y a d'amas dans la zone du ciel regardée. J'utilise donc la distance angulaire  $D_A(z_{bcg})$  et les coordonnées de la BCG ( $RA_{bcg}, DEC_{bcg}$ ) ainsi que la galaxie potentiellement dans l'amas ( $RA_{gal}, DEC_{gal}$ ). Le calcul de cette distance est détaillé dans l'annexe A.

J'obtiens alors pour chacune des galaxies centrales potentielles un nombre de galaxies voisines. Je prends celle qui en a le plus puis je la retire ainsi que toutes ses galaxies voisines des groupes de sélection. Comme certaines des galaxies voisines étaient des galaxies potentiellement centrales et que d'autres étaient également voisines d'autres galaxies centrales, il faut faire retourner l'algorithme pour trouver de nouveau le plus gros amas potentiel. Je vide ainsi par blocs ma liste de galaxies sous forme d'amas potentiels. Dans la pratique, je mets une limite de 10 galaxies pour qu'un candidat puisse être considéré comme amas potentiel. C'est cette condition qui met fin à la récursivité du programme. Ce choix s'appuie

4. cette précision s'applique uniquement aux galaxies qui ne font pas partie de l'amas, si celui-ci existe. En effet, les galaxies d'un amas ont toutes, par définition, le même *redshift* cosmologique.



**FIGURE V.2** – Résultat de la première coupure en couleur sur les galaxies. À gauche, la distribution des galaxies dans l'espace de la couleur  $g-r$  en fonction du *redshift* photométrique et à droite la distribution dans l'espace couleur  $g-r$  équivalent dans l'univers local en fonction de la magnitude absolue dans la bande  $i$  équivalente locale. En haut, les résultats après la deuxième coupure (notamment sur la luminosité) tandis qu'en bas ce sont les résultats après la dernière coupure en utilisant le modèle par tranche de *redshift*. On peut voir clairement apparaître la *ridgeline* en bas à droite.

sur le critère utilisé par l'algorithme MaxBCG pour avoir une bonne complétude sans trop de contamination. S'agissant uniquement d'amas massifs, j'ai peu de chance de rejeter un vrai amas avec cette coupure.

### V.1.3 Étude des amas potentiels

Nous avons maintenant un certain nombre de candidats mais heureusement, comme il peut difficilement y avoir plus qu'un vrai amas dans une zone aussi restreinte du ciel, considérant la profondeur du SDSS qui limite le volume observé, nous devons voir ressortir un candidat, si celui-ci existe, par rapport aux autres. Le premier critère venant à l'esprit est le nombre de galaxies lumineuses contenues dans chacun des candidats. Par construction de mon algorithme, les candidats sont triés par ordre décroissant du nombre de ces galaxies lumineuses. Cependant, il ne faut pas se fier uniquement à ce critère car, bien qu'il s'agisse d'une coupure qui garantisse une bonne complétude, les effets de l'erreur sur le *redshift* photométrique tend à diviser les amas lointains en trois parties<sup>5</sup>. Ce phénomène s'accentue avec le *redshift* et introduit donc un biais dans la sélection des galaxies. Je vais revenir sur ce

5. En effet, faisant une coupure à  $1\sigma$  sur la dispersion en *redshift* photométrique, il est naturel de rejeter des galaxies de l'amas ayant un *redshift* estimé dans la queue inférieure et supérieure de la distribution gaussienne

point dans la partie traitant de la calibration de l'estimateur. Toujours est-il que j'utilise la fonction de luminosité pour choisir le meilleur amas potentiel avec évaluation de sa masse en considérant le flux théorique qui devrait être mesuré par une expérience qui observe en rayon X ou encore une expérience qui regarde le flux SZ (par exemple PLANCK!). L'objectif de mon travail est en effet de permettre un suivi optique des amas déjà détectés par une autre méthode ; je n'ai pas cherché à réaliser un algorithme de recherche en aveugle. Je privilégie donc le candidat ayant le flux théorique associé le plus proche de celui mesuré par une expérience comme PLANCK. La dernière manipulation que j'effectue sur les candidats est d'attribuer, à toutes les galaxies, la luminosité bande  $r$  en utilisant le *redshift* évalué pour l'amas. Cela permet d'être cohérent avec la définition d'un amas.

Je continue avec l'exemple sur lequel j'ai fait les sélections de galaxies. Je présente les résultats pour le meilleur candidat sur la figure V.3. En haut à gauche, on peut voir la fonction de luminosité construite avec la luminosité, estimée par le modèle, dans la bande  $r$ . La courbe rouge représente la CLF de Yang pour la masse qui maximise la fonction de vraisemblance sur le nombre de galaxies observées. La courbe bleue en pointillés correspond à la CLF qui ajuste le mieux la fonction de luminosité observée. Je rappelle que cet ajustement ne dépend que du seul paramètre qu'est la masse du halo. Je détaille juste après ce point crucial. Pour finir, en bas à gauche est représentée la distribution en *redshift* des galaxies sélectionnées et en bas à droite le nombre de galaxies dans le disque de rayon indiqué en abscisse.

### Estimation de la masse par maximum de vraisemblance

J'utilise deux méthodes pour évaluer la masse des amas. La première consiste en l'utilisation du nombre de galaxies observées avec une luminosité supérieure à  $0,4L_*$ . J'utilise l'intégrale II.70 avec  $L_{min} = 0,4L_*$ . J'ai donc accès au nombre moyen  $N_{gal}^{th}(M_h)$  de galaxies attendues au-dessus de cette coupure pour toutes les masses. Je définis ma fonction de vraisemblance poissonnienne pour un nombre de galaxies mesurées  $N_{gal}^{mes}$  :

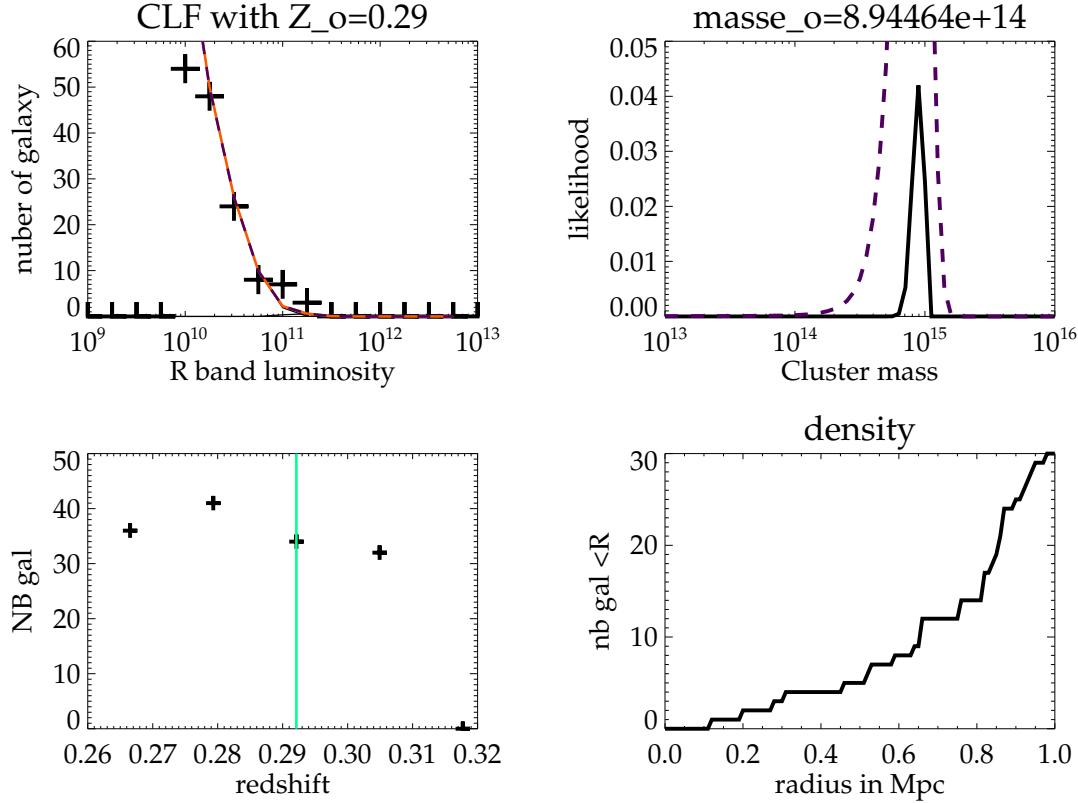
$$\mathcal{L}(M_h | N_{gal}^{mes}) = \frac{N_{gal}^{th}(M_h)^{N_{gal}^{mes}}}{N_{gal}^{mes}!} \times \exp^{-N_{gal}^{th}(M_h)}. \quad (\text{V.4})$$

Cette fonction est bien évidemment maximum pour  $N_{gal}^{th}(M_h) = N_{gal}^{mes}$  mais l'utilité de la méthode réside en l'obtention de l'erreur sur l'estimation de la masse. Lorsque je trace la CLF correspondant à la masse qui maximise la fonction de vraisemblance, je peux estimer son  $\chi^2$  sur les données. Cependant, une autre méthode consiste à regarder l'accord entre cette estimation et la masse que j'estime directement par la méthode des moindres carrés en ajustant le modèle sur les données.

### Estimation de la masse par ajustement de la CLF

Cette deuxième méthode est tout à fait usuelle. Il s'agit d'évaluer la fonction  $\chi^2(M_h)$  telle que :

$$\chi^2(M_h) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{(N_{gal}^{th}(M_h, [L; L + dL]_i) - N_{gal}^{mes}([L; L + dL]_i))^2}{\left(\sqrt{N_{gal}^{mes}([L; L + dL]_i)}\right)^2}, \quad (\text{V.5})$$

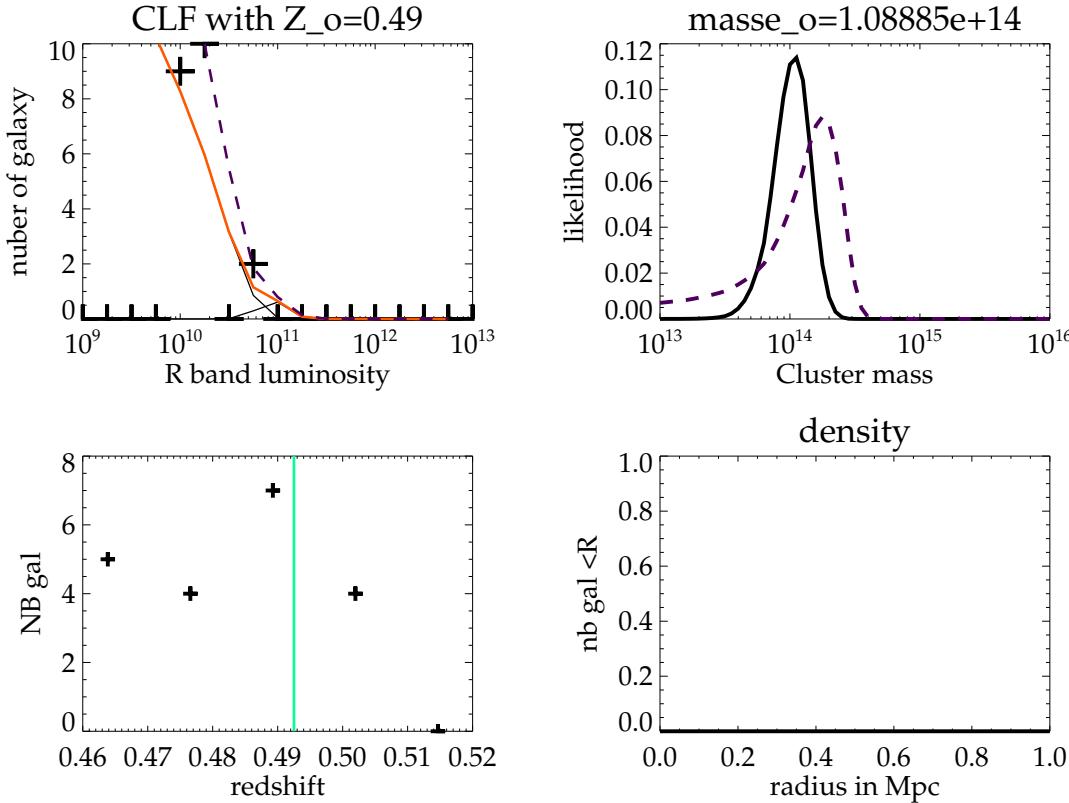


**FIGURE V.3** – Présentation des résultats pour le meilleur candidat amas dans la zone du candidat Abell 1319 (qui est également un amas de Zwicky). En haut à gauche est représentée la fonction de luminosité de mon amas en luminosité bande  $r$ . La courbe rouge est le modèle pour la masse donnant le maximum de la fonction de vraisemblance sur le nombre de galaxies hôtes tandis que la courbe en bleu pointillée représente le meilleur ajustement par minimisation des moindres carrés (section V.1.3). Dans cet exemple, les courbes sont superposées car la masse trouvée par les deux méthodes est identique (environ  $9 \cdot 10^{14} M_{\odot}$ ). En haut à droite, la représentation de la fonction de vraisemblance en noir ainsi que de l'exponentielle, en bleu pointillée, de l'estimateur de moindres carrés sur la CLF. Celà nous renseigne sur la confiance dans la masse estimée. En bas à gauche, la distribution en *redshift* des galaxies hôtes, la barre verte nous renseigne sur le *redshift* de la galaxie considérée comme centrale dans l'algorithme. En bas à droite, représentation du nombre intégré de galaxie à l'intérieur du disque de rayon indiqué en abscisse.

où les intervalles  $[L; L+dL]_i$  sont les intervalles de luminosité supérieurs à  $0,4L_*$  pour lesquels la CLF théorique est non nulle. Il faut faire attention à ne pas utiliser des intervalles nuls car cela aurait pour effet d'ajouter des degrés de liberté inutiles et donc faire tomber notre estimateur vers zéro (C). Je représente en bleu pointillée la CLF qui correspond à la masse qui minimise la fonction  $\chi^2(M_h)$  sur la partie en haut à gauche de la figure V.3. Sur la partie en haut à droite je représente la fonction  $\exp(-\chi^2/2)$  pour avoir une comparaison visuelle avec la fonction de vraisemblance.

Je présente maintenant les mêmes résultats pour un autre candidat dans cette zone du

ciel (figure V.4). On peut voir le manque de cohérence entre les masses évaluées par les deux méthodes. Le résultat du  $\chi^2$  est extrêmement mauvais. Pour finir, on peut voir que la distribution des galaxies est très éparses (aucun compagnon dans un rayon de 1 Mpc) : ceci est rédhibitoire à un aussi bas *redshift*, la complétude du catalogue de galaxies étant encore grand.



**FIGURE V.4** – Mêmes graphiques que la figure V.3 pour un autre candidat dans la même ligne de visée. On peut notamment voir que la cohérence entre l'estimation de la masse par la fonction de vraisemblance et celle estimée par ajustement de la CLF n'est pas très bonne. De plus, le  $\chi^2$  associé est très mauvais (0,005) car seul deux points sont utilisés pour faire l'ajustement.

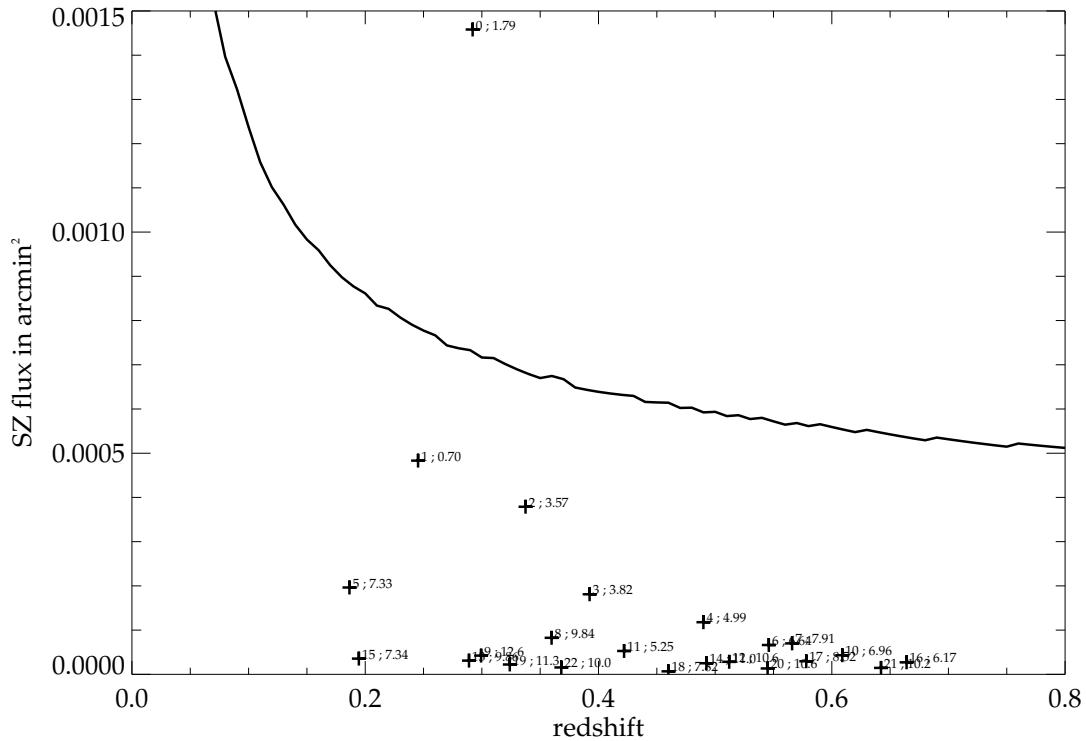
Ayant toutes ces informations pour l'ensemble des candidats, je vais convertir, au travers d'un modèle, le couple (*masse, redshift*) en flux *SZ* correspondant.

### Estimation du flux SZ associé

J'utilise ici les programmes de Jean-Baptiste Melin, James Bartlett et Antoine Chamballu pour obtenir le flux *SZ* théorique dans un rayon choisi (ici  $r_{200}$ ) pour un amas de masse  $M_{200}$  et de *redshift*  $z$ . Les programmes sont basés sur les travaux présentés dans les thèses de Jean-Baptiste Melin (2004) et d'Antoine Chamballu (2007) et sont régulièrement mis à jour par les mêmes personnes. Il faut utiliser un profil de pression du gaz intra-amas pour obtenir le flux *SZ*, ce sont les résultats publiés par Arnaud *et al.* (2009) qui sont actuellement

utilisés.

Je présente sur la figure V.5 la valeur du flux  $SZ$  théorique pour l'ensemble des candidats en fonction de leur *redshift*. La courbe noire représente la valeur simulée de détection en flux  $SZ$  pour l'instrument PLANCK. Cette courbe n'est à prendre qu'à titre indicatif car elle ne prend pas en compte tous les effets liés à la mesure (un événement juste en dessous ne sera pas nécessairement exclu). Il s'agit d'une valeur simulée par James Bartlett et Jean-Baptiste Melin (communication privée) dans le cadre du catalogue SZ simulé pour PLANCK. On peut clairement voir un candidat ressortir du lot avec un *redshift* de  $z = 0,29$ . Il s'agit du candidat que j'ai présenté comme étant le meilleur. Le *redshift* réel de l'amas Abell 1319 est de  $z = 0,288$  dans la base de données NED ce qui note une très bonne cohérence. Le *redshift* trouvé avec l'algorithme MaxBCG est de  $z = 0,291$ . De plus, la masse trouvée par mon algorithme, par les deux méthodes, est de  $9 \cdot 10^{14} M_{\odot}$  tandis qu'elle est évaluée à  $8 \cdot 10^{14} M_{\odot}$  par MaxBCG.



**FIGURE V.5** – Présentation des flux SZ associés théoriquement à chaque candidat potentiel en fonction de leur *redshift*. La courbe noire représente une limite simulée pour la détection du satellite PLANCK. On peut clairement voir un candidat ressortir du lot avec un *redshift* de  $z = 0,29$ . Il s'agit du candidat que j'ai présenté comme étant le meilleur.

On vient de voir un exemple en détail. Les résultats finals sont bons mais il ne s'agit là que d'un cas particulier. Il faut appliquer l'algorithme sur un bien plus grand nombre de candidats afin de conclure sur son efficacité. C'est ce que je vais faire tout de suite avec l'étude des amas massifs du catalogue MaxBCG (Koester et al., 2007a).

## V.2 Comparaison sur les amas proches ( $z < 0,3$ )

Je différencie les amas en deux catégories, lointaine et proche, dont le critère de séparation est basé sur la limite de complétude de l'observation des galaxies usuellement considérées pour chercher les amas de galaxies dans le relevé SDSS . Je considère les amas comme étant proches si les effets dus à leur distance ne provoquent pas de biais importants dans l'estimation de leur masse. Cela dépend donc de l'instrument utilisé pour faire les observations mais également de l'algorithme utilisé pour reconstruire les amas à partir des données. Il est communément admis que la complétude dans le catalogue de SDSS est très bonne jusqu'à un *redshift* de 0,3 avec des erreurs sur les *redshifts* photométriques qui restent bonnes, raison pour laquelle le catalogue MaxBCG (Koester et al., 2007a) s'est arrêté à ce *redshift* pour le moment. De plus, je montrerai dans la section concernant la calibration de mon estimateur (section V.3) que mes simulations montrent un biais qui commence à devenir important à partir de  $z = 0,3$  également. Pour toutes ces raisons ma séparation est toute indiquée.

### V.2.1 Construction du catalogue MaxBCG

L'algorithme fut construit par Koester et al. (2007b) et est basé sur l'idée de la sélection en couleur des galaxies centrales. Le fait est que les galaxies elliptiques (E), et plus largement les galaxies lenticulaires (SO), ont des propriétés en couleur très particulières. La plus marquante est appelée «*E/SO ridgeline*» et est souvent présentée dans le référentiel ( $(g - r)$  Vs  $i$ ) comme montré sur deux exemples de ce même catalogue sur la partie gauche de la figure V.6.

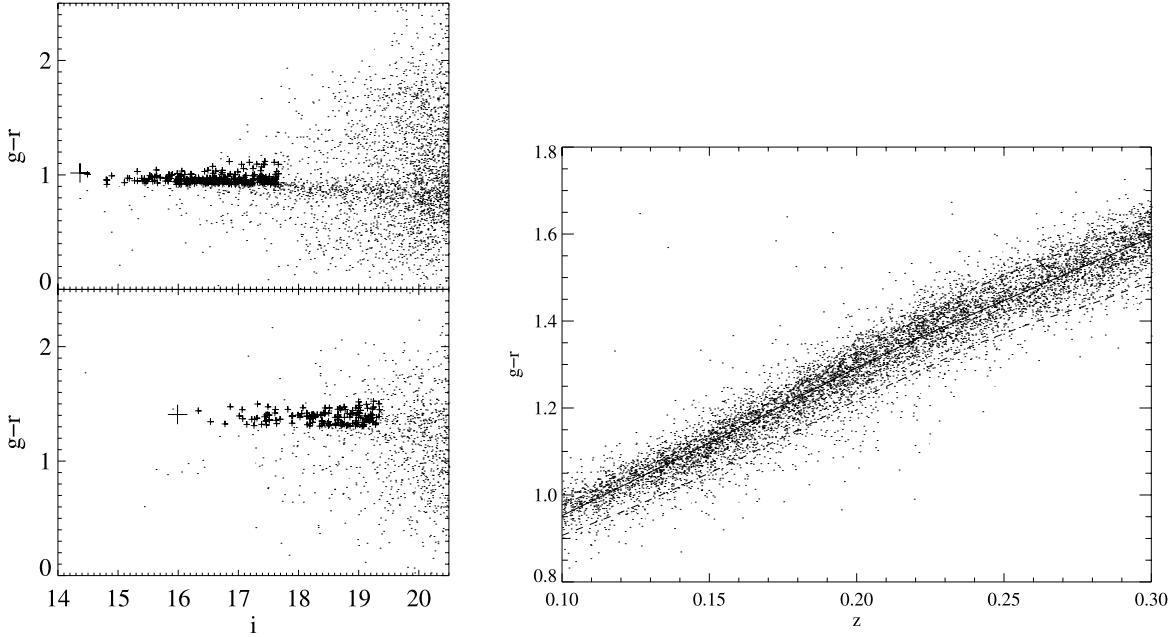
Les auteurs commencent par sélectionner les objets appartenant à cette ligne caractéristique en utilisant le modèle de Eisenstein et al. (2001) présenté sur la partie droite de la figure V.6. On peut d'ailleurs s'amuser à attribuer le *redshift* des deux amas présentés sur la partie gauche en utilisant ce modèle. Cela est rendu possible par la présence de la cassure à 4000Å (voir IV.1.1) qui induit une variation rapide de cette couleur en fonction du *redshift*.

Pour chacune de ces galaxies, ils testent leur appartenance à cette ligne en maximisant une fonction de vraisemblance basée sur les couleurs et le *redshift*. La fonction de vraisemblance totale prend en compte également un *match-filter* basé sur un profil NFW projeté (voir II.5.2)<sup>6</sup>. Elles se voient attribuer le *redshift* qui maximise cette fonction de vraisemblance. Ils classent les galaxies par ordre décroissant de valeur de maximum de cette fonction. Ils commencent par le premier objet dans cette liste et définissent un rayon  $r_{200}$  en utilisant le nombre de galaxies  $N_{gal}$  dans un rayon de  $1h^{-1}\text{Mpc}$  autour de la galaxie centrale et avec une tolérance sur le *redshift* de  $\pm 0,02$ . La relation est donnée par Hansen et al (2005) :

$$r_{200} = 0,156N_{gal}^{0,6}h^{-1} \text{ Mpc} \quad (\text{V.6})$$

Toutes les galaxies de la liste des centres potentiels qui sont associées à un autre centre de meilleure vraisemblance sont retirées de la liste et deviennent des galaxies satellites. Une fois fait pour le premier objet, ils recommencent avec le centre potentiel suivant dans l'ordre de vraisemblance. Ils vident ainsi la liste jusqu'à la fin. Après étude sur un catalogue simulé, ils calibrent leur relation entre le nombre réel de galaxies et celui reconstruit. Ils

6. Pour plus de précision il faut regarder le papier car cette fonction est complexe et il me faudrait réécrire l'article pour la décrire.



**FIGURE V.6** – À gauche, deux exemples d’amas dans le référentiel ( $g - r$  Vs  $i$ ), le premier est Abell 2142 ( $z = 0,092$ ) et le second Abell 1682 ( $z = 0,23$ ). On voit très clairement qu’il y a un grand nombre de galaxies avec la même couleur  $g - r$  indépendamment de leur luminosité. La distribution s’amenuise vers les basses magnitudes bande  $i$  (ie. hautes luminosités) laissant apparaître une galaxie très brillante : la BCG (croix la plus grosse). À droite, est présenté le modèle de la couleur  $g - r$  pour la « *E/SO ridgeline* » donné par (Eisenstein et al., 2001). On peut l’utiliser directement pour évaluer le *redshift* des deux amas de gauche. C’est d’ailleurs en partie la méthode du *redshift* photométrique. Ces deux figures sont tirées du papier (Koester et al., 2007b).

retirent également la contamination moyenne de galaxies isolées dans leur reconstruction afin d’obtenir une richesse (nombre de galaxies) dans  $r_{200}$  pour chacun de leur amas. Les masses sont associées avec les relations de Johnston *et al.* (2007) que j’ai présentées dans la section IV.1.2. Ils obtiennent alors un catalogue de 13 823 amas dans une gamme de *redshift*  $0,1 < z < 0,3$  avec une complétude supérieure à 90% pour les masses  $M_{200} > 1.10^{14} h^{-1} M_\odot$ .

### V.2.2 Test sur le catalogue

J’ai sélectionné les amas les plus massifs du catalogue MaxBCG en prenant comme limite  $M_{200}(N_{200}) = 4.10^{14} M_\odot$ . Ainsi, il me reste 218 amas en direction desquels je lance mon algorithme dans une fenêtre de 24 arcminutes de côté car il s’agit là d’amas proches et massifs donc d’amas étendus sur le ciel. En prenant le candidat le plus massif dans la zone, je trouve les résultats présentés sur les figures V.7 et V.9. Sur la première figure je présente la comparaison entre la masse reconstruite par mon algorithme via les deux méthodes (nombre de galaxies et ajustement de la CLF) et les deux masses obtenues par MaxBCG (nombre de galaxies et luminosité totale). Cela nous donne donc quatre graphiques sur lesquels j’ai séparé les amas selon quatre intervalles de *redshifts*  $0,1 < z < 0,15$ ,  $0,15 < z < 0,2$ ,  $0,2 < z < 0,25$  et  $0,25 < z < 0,3$ . En haut à gauche, je compare la masse reconstruite

par le nombre de galaxie («*Masse likelihood*») et la masse MaxBCG se basant également sur le nombre de galaxies lumineuses ( $M - N_{200}$  IV.9). On voit apparaître une barre au niveau de la limite de sélection de  $4.10^{14} M_\odot$  due à la coupure sur la masse estimée avec la richesse du catalogue MaxBCG. En bas à gauche je présente la comparaison entre la même masse MaxBCG avec la masse estimée par mon algorithme en utilisant l'ajustement de CLF (Masse  $\chi^2$ ). On voit apparaître la même forme à basse masse pour la même raison de coupure avancée pour le premier graphique. En haut à droite nous retrouvons la «*Masse likelihood*») de mon algorithme comparée à la masse estimée par la relation masse-luminosité ( $M - L_{200}$  IV.11) et pour finir en bas à droite je présente la comparaison entre la «*Masse  $\chi^2$* » et la masse  $M - L_{200}$ . On peut noter une très bonne cohérence sur l'ensemble des ces comparaisons mais il apparaît également une surestimation systématique de la masse estimée par mon algorithme pour les amas dont le *redshift* est compris entre 0,20 et 0,25. Avant d'aller plus loin dans l'analyse de ces résultats il nous faut vérifier quelques étapes intermédiaires.

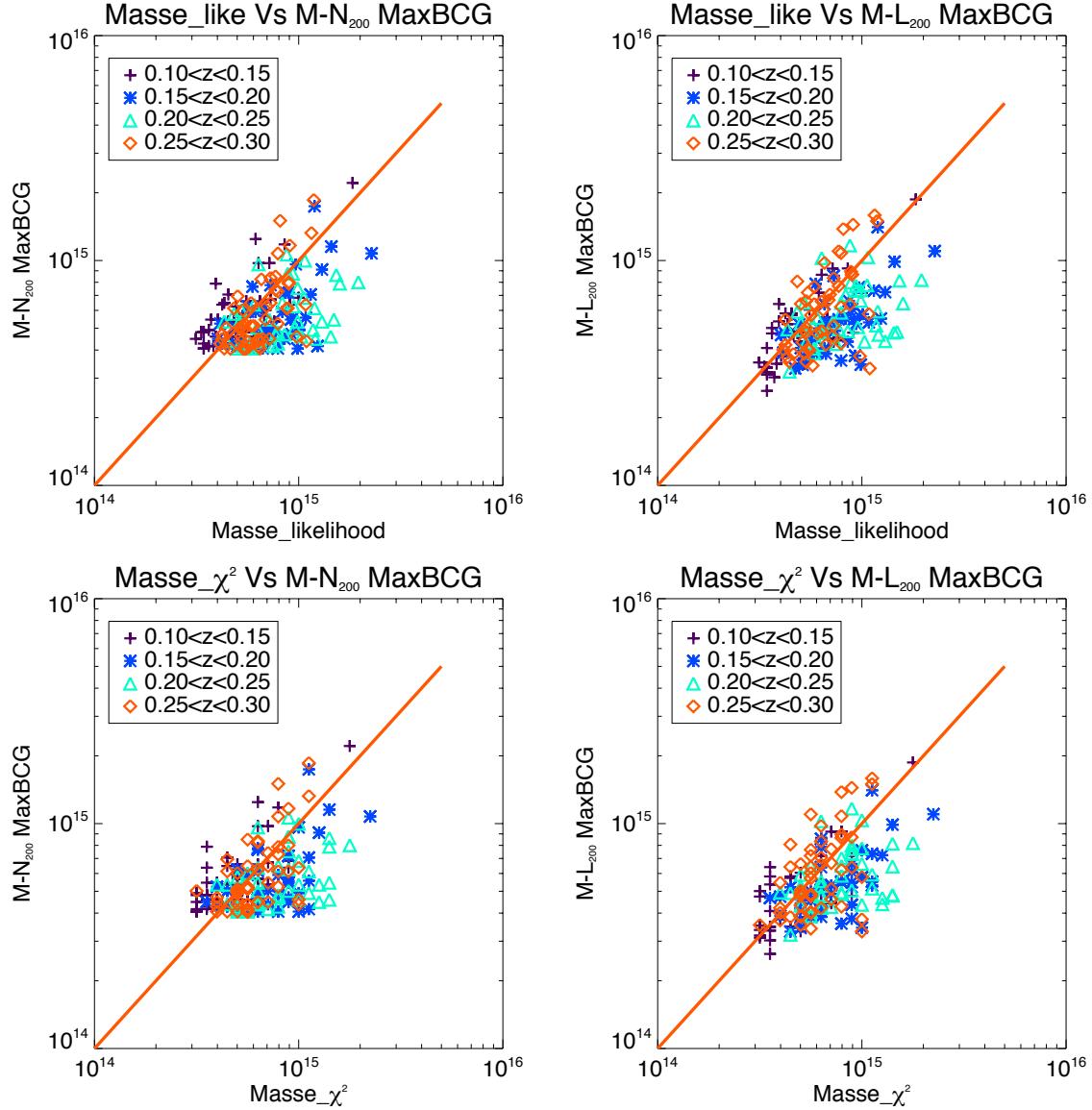
Il faut également s'assurer que nous comparons bien les mêmes objets. Un bon accord entre l'estimation des *redshifts* de mon algorithme et ceux de MaxBCG en sera le juge de paix.

On peut voir sur la figure V.9 la bonne cohérence entre les *redshifts* du catalogue MaxBCG et ceux obtenus avec mon algorithme. Cependant, il y a un effet systématique pour les amas situés entre  $z = 0,20$  et  $z = 0,25$  dans l'espace des *redshifts* trouvés par le catalogue MaxBCG. Je ne comprends pas pour le moment cet effet car il n'apparaît pas lorsque j'applique l'algorithme sur les simulations que je présente dans la section suivante. Je montre sur la partie gauche de la figure V.10 le résultat trouvé pour la reconstruction des amas de galaxies générés à *redshift* de 0,20 et il n'apparaît pas d'effet notable sur l'estimation du *redshift* quelle que soit la masse considérée. Pour revenir à l'effet de surestimation de la masse dans cette même zone de *redshift*, on peut faire le lien avec la sous-estimation de la distance de luminosité qui amplifie la luminosité de l'ensemble des galaxies hôtes. Il vient alors un décalage vers les hautes luminosités de la CLF ce qui augmente artificiellement la masse correspondante. C'est à ce jour la seule explication possible et cohérente que j'ai trouvé. Pour finir, un test de la cohérence entre mes deux estimateurs de masses est présenté sur la partie droite de la figure V.10.

Nous avons vu que mon algorithme retrouve l'ensemble des amas massifs du catalogue MaxBCG mais cela ne suffit pas, les amas que l'on espère détecter avec PLANCK allant jusqu'à un *redshift* de 1 pour les plus massifs. Cependant, il est délicat d'appliquer mon algorithme directement sur les données de SDSS pour les *redshifts* supérieurs à 0,3 à cause des erreurs photométriques qui deviennent grandes. Il faut d'abord calibrer l'algorithme et l'estimateur de masse sur un catalogue simulé.

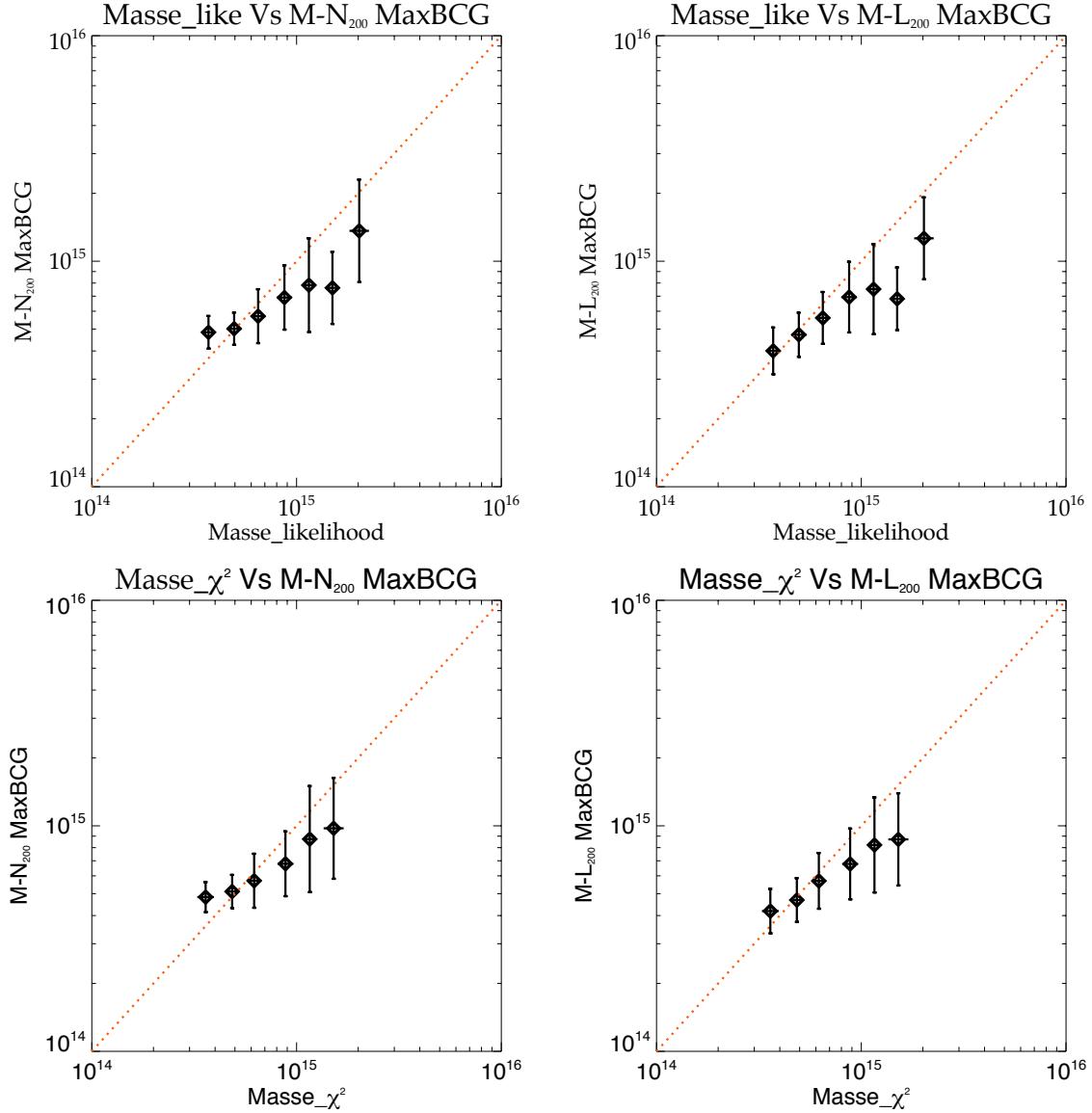
### V.3 Calibration

Comme je l'ai dit auparavant, les amas lointains (au delà de  $z = 0,3$  donc) ne peuvent pas être reconstruit sans biais en utilisant ma méthode. Afin de remonter à la masse réelle de l'amas connaissant sa masse reconstruite par l'algorithme  $\mu$  et son *redshift*, je dois utiliser des simulations. Pour commencer, je dois constituer un catalogue suffisamment important d'amas respectant les caractéristiques photométriques du télescope SDSS en suivant la



**FIGURE V.7** – Résultats des masses estimées par mon algorithme en direction des amas massifs du catalogue MaxBCG. Je compare les masses obtenues par maximum de vraisemblance (*likelihood*) et par méthode d'ajustement de la CLF ( $\chi^2$ ) avec les masses obtenues par MaxBCG en utilisant la relation  $M - N_{200}$  et par la relation de luminosité  $M - L_{200}$ . On peut voir qu'il y a une bonne cohérence générale malgré une surestimation systématique de mon estimateur pour la gamme de *redshift* comprise entre 0,20 et 0,25.

méthode décrite dans le chapitre précédent IV.2.2. Je vais ensuite construire une méthode de débiaisage bayésienne en comparant les masses simulées et les masses reconstruites par mon algorithme de reconstruction. Je me limiterai ici à appliquer la méthode sur les amas ayant une complétude de reconstruction de 100% sur toutes les gammes de *redshifts* simulées ( $[0, 1; 0, 2; 0, 3; 0, 4; 0, 5; 0, 6; 0, 7]$ ). C'est la raison pour laquelle la méthode s'appliquera uniquement aux amas de masse supérieure à  $M_{200} = 5 \cdot 10^{14} M_\odot$ . Une fois la calibration effectuée, j'appliquerai mon algorithme sur le catalogue d'amas simulés afin de déterminer

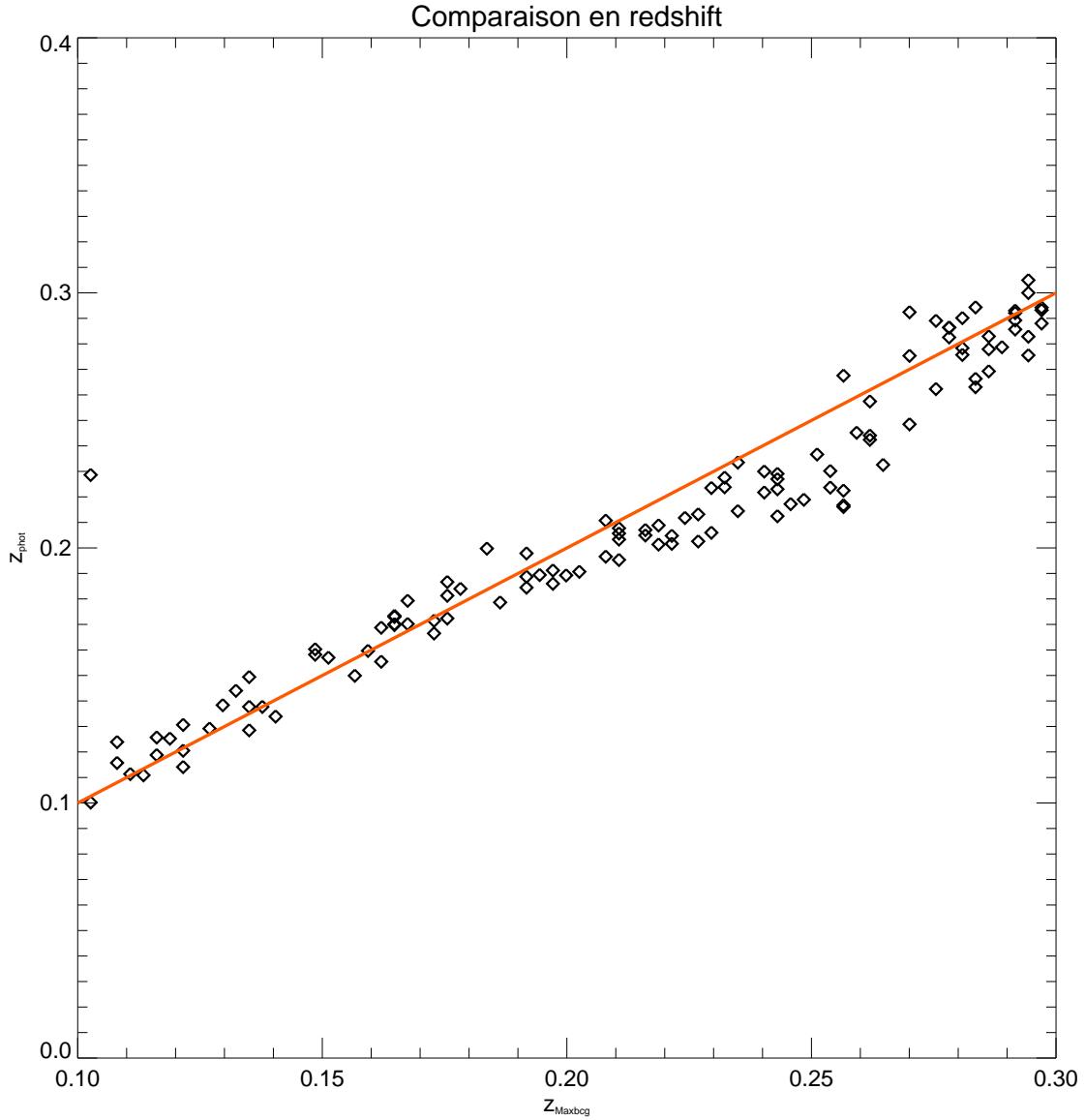


**FIGURE V.8** – Mêmes résultats que la figure V.7 mais avec *binning* sur les masses pour plus de visibilité. L’ensemble des *redshifts* sont cumulés pour faire cette figure. On peut voir un léger effet systématique de surestimation de la masse par mon algorithme.

dans quelles proportions celle-ci améliore les résultats.

### V.3.1 Constitution du catalogue simulé

Afin d’obtenir des résultats utilisables avec une méthode bayésienne, je me dois de simuler, en nombre suffisant, des amas sur une gamme de masses et de *redshifts* adaptés. J’ai choisi de générer cent amas par intervalle dans le quadrillage donné par  $[5; 6; 7; 8; 9; 10] \times 10^{14} \text{ M}_\odot$  en masse et  $[0, 1; 0, 2; 0, 3; 0, 4; 0, 5; 0, 6; 0, 7]$  en *redshift*. Pour chaque amas, j’utilise le nombre moyen de galaxies satellites  $\langle N_{sat} \rangle$  de luminosité supérieure à  $L_{min} = 0,4 \times 0,9 h^{-1} \text{ L}_\odot$

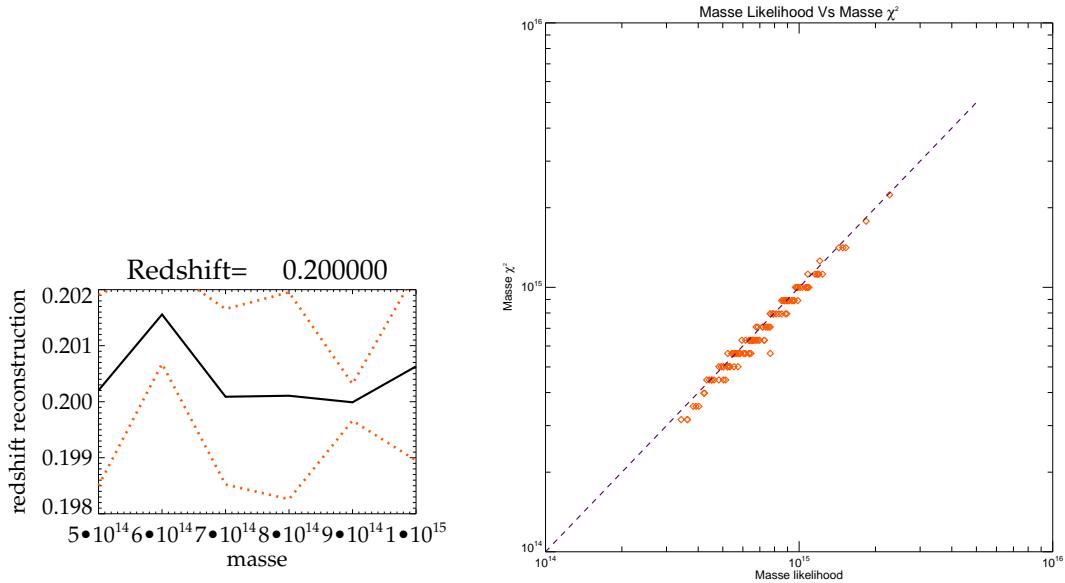


**FIGURE V.9** – Comparaison entre les *redshifts* obtenus par mon algorithme et ceux donnés par MaxBCG. On peut voir de toute évidence que je reconstruis bien les bons amas. Cependant, il y a un effet systématique de sous estimation pour les *redshifts* compris entre  $z = 0,20$  et  $z = 0,25$  ce qui semble également se traduire par une surestimation systématique de la masse pour les amas compris dans cette gamme de *redshift* (V.7).

en fonction de la masse  $M_h = M_{200}$  donnée par la formule II.70 que je rappelle ici :

$$\langle N(M_h, L_{min}) \rangle = \frac{\phi(M_h)^*}{2} \times \Gamma\left(\frac{\alpha(M_h) + 1}{2}\right) \left(1 - \gamma\left(\frac{\alpha(M_h) + 1}{2}, y_{min}\right)\right).$$

Je fais alors un tirage poissonnien sur cette valeur  $\mathcal{P}(\langle N_{sat} \rangle)$  ainsi qu'un tirage aléatoire uniforme pour le signe afin d'obtenir le nombre de galaxie  $N_{sat} = \langle N_{sat} \rangle \pm \mathcal{P}(\langle N_{sat} \rangle)$ . Je tire alors ce nombre de galaxies sur la partie satellite de la CLF correspondant à la masse simulée. Pour chacune des galaxies, j'obtiens une luminosité et donc une masse stellaire. De plus,



**FIGURE V.10** – À gauche, résultat de l'estimation du *redshift* par mon algorithme sur les amas de toutes les masses simulées pour un *redshift* établit à 0,20. La ligne noire en trait plein représente la valeur moyenne estimée et les traits pointillés rouges représentent les erreurs gaussiennes à  $1\sigma$ . On peut voir qu'il n'y a pas d'effet particulier à noter. À droite, est représentée la masse reconstruite par les deux méthodes que j'utilise sur les amas du catalogue MaxBCG. Il y a de nouveau un très bon accord entre les deux estimations de masse.

je tire aléatoirement une galaxie supplémentaire, la BCG, sur la partie centrale de la CLF. J'utilise alors la méthode décrite pour les simulations monte carlo dans la section IV.2.2. J'obtiens alors pour chacune des galaxies les magnitudes dans les bandes  $u, g, r, i, z$  prenant en compte l'évolution des spectres selon BC03, ainsi que les erreurs photométriques calculées avec les caractéristiques de SDSS . Pour finir, j'obtiens une erreur à  $1\sigma$  de l'estimation du *redshift* photométrique en prenant en compte toutes les informations précédentes. Une fois toutes ces informations obtenues, je fais un tirage aléatoire de la position des galaxies satellites sur un profil NFW pour la masse et le *redshift* correspondant puis je projette sur la ligne de visée. J'ai incorporé la possibilité d'ajouter la vitesse de dispersion des galaxies dans l'amas mais l'effet est ici négligeable en comparaison de la dispersion des *redshifts* photométriques. Je place ensuite la BCG au centre de l'amas. Pour finir, j'utilise l'information sur l'erreur du *redshift* photométrique ( $\sigma_{z,i}$ ) de la galaxie  $i$  pour lui attribuer un *redshift* mesuré [ $z_i^{mes} = z_{amas} + \mathcal{N}(0, \sigma_i^2)$ ] où  $\mathcal{N}(0, \sigma_i)$  est le tirage gaussien centré sur 0 et de variance  $\sigma_i^2$ . J'ai alors un fichier contenant toutes les informations sur mes galaxies comme s'il s'agissait des données de SDSS .

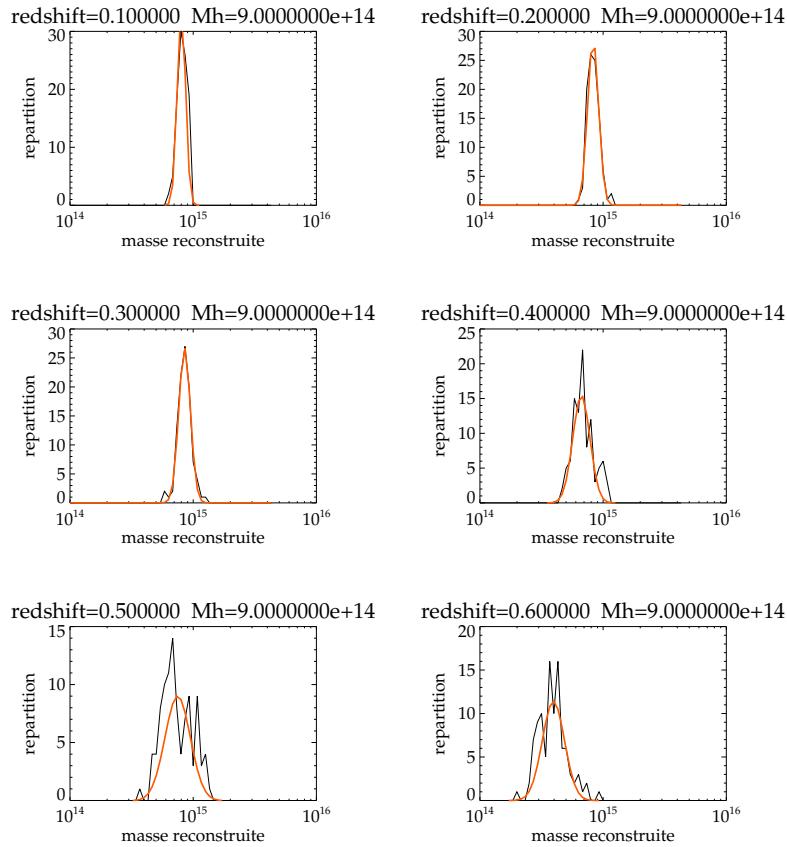
### V.3.2 Application de l'algorithme sur le catalogue

J'applique alors mon algorithme de reconstruction sur les simulations puis je fais une étude statistique sur ces résultats. Je montre sur la figure V.11 la distribution des résultats obtenus pour la masse *likelihood* pour certains de ces intervalles. J'ajuste une gaussienne dessus, ce qui semble bien fonctionner (courbe rouge). Cet ajustement rend possible l'expression

analytique, en fonction de deux paramètres, de mes distributions de masses reconstruites  $\mu$  en fonction de la masse réelle (*i.e.* simulée) et du *redshift* :

$$\mathcal{P}(\mu|M_h, z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma(M_h, z)} \times \exp\left(\frac{(\log_{10}(\mu) - \bar{m}(M_h, z))^2}{2\sigma^2(M_h, z)}\right), \quad (\text{V.7})$$

où  $\bar{m}(M_h, z)$  est la valeur moyenne reconstruite, exprimée en logarithme base dix de la masse, et  $\sigma(M_h, z)$  est la dispersion de cette valeur. L'intérêt premier de cette méthode est de pouvoir faire une interpolation des paramètres dans l'espace (masse ; *redshift*) afin d'obtenir les mêmes résultats pour n'importe quelle valeur dans cet espace de phase. J'obtiens ainsi les surfaces présentées sur la figure V.12 pour mes paramètres.



**FIGURE V.11** – Distribution des masses reconstruites pour les *redshifts* 0, 1, 0, 2, 0, 3, 0, 4, 0, 5 et 0, 6 pour une masse simulée de  $9.10^{14} M_\odot$ . On peut voir que l'approximation gaussienne (courbe rouge) n'est pas trop éloignée de la distribution obtenue après application de l'algorithme sur les simulations.

Le but final est d'obtenir la probabilité de la masse réelle en fonction de la masse reconstruite à un *redshift* donné. La quantité que je désire obtenir est donc :

$$\mathcal{P}(M_h|\mu, z). \quad (\text{V.8})$$

Cependant, comme j'applique le débiaisage après application de mon algorithme sur les données, je connais déjà le *redshift* du candidat. Ainsi, la quantité que je cherche réellement

à connaître est :

$$\mathcal{P}(M_h|\mu)|_z. \quad (\text{V.9})$$

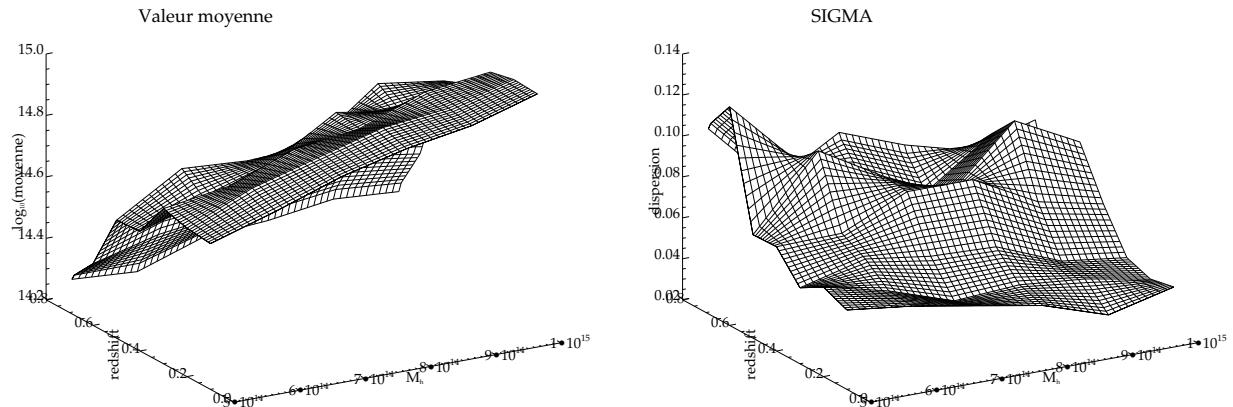
Pour passer de l'équation V.7 à cette quantité, j'utilise le théorème de Bayes en prenant des probabilités *a priori* uniforme (*flat prior* en anglais). Ce théorème nous dit que :

$$\mathcal{P}(A) \times \mathcal{P}(B|A) = \mathcal{P}(B) \times \mathcal{P}(A|B), \quad (\text{V.10})$$

où  $\mathcal{P}(A)$  et  $\mathcal{P}(B)$  sont les probabilités *a priori*. Dans mon cas, ce sont ces probabilités que je ne considère pas. Cette égalité se réécrit alors pour ce qui nous intéresse comme :

$$\mathcal{P}(\mu) \times \mathcal{P}(M_h|\mu)|_z = \mathcal{P}(M_h) \times \mathcal{P}(\mu|M_h)|_z. \quad (\text{V.11})$$

On voit immédiatement que ne pas considérer  $\mathcal{P}(\mu)$  et  $\mathcal{P}(M_h)$  revient à ne pas mettre d'*a priori* sur la quantité des amas pour une masse donnée. Cette quantité est ce qu'on appelle, en cosmologie, la fonction de masse et, comme nous désirons mesurer cette dernière, l'imposer à l'avance introduirait un biais non négligeable sur les estimations. De plus, nous allons appliquer l'algorithme sur des amas très massifs. Or, ils se trouvent dans la partie faible de la fonction de masse, ce qui imposerait un faible poids systématique sur la probabilité de présence de ces objets, sans tenir compte du fait que nous sommes sensible qu'aux amas massifs. On introduirait un biais favorisant les faibles masses sans raison valable.



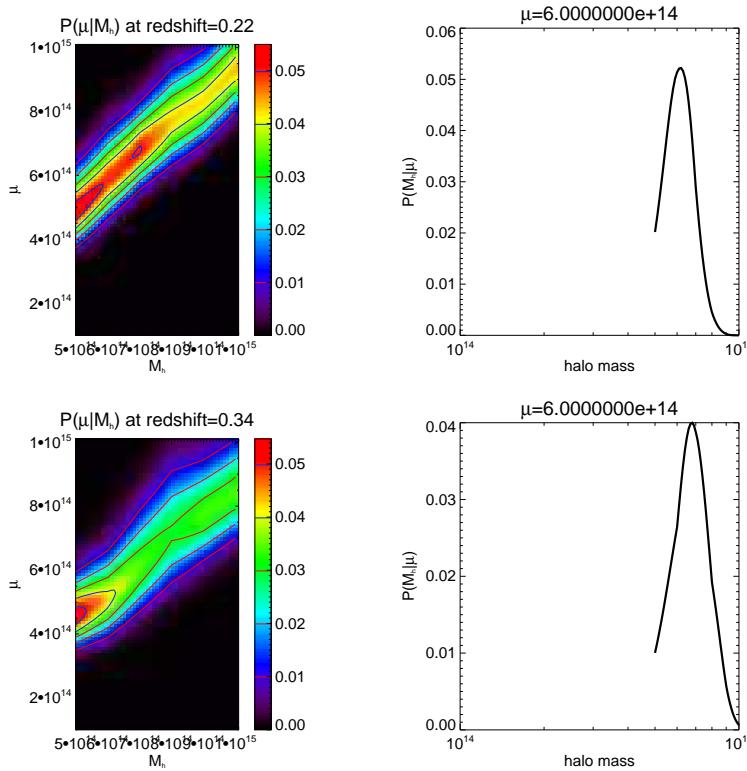
**FIGURE V.12** – La figure de gauche montre la valeur de la moyenne de l'ajustement gaussien en fonction de la masse réelle  $M_h$  et du *redshift*. La figure de droite montre la valeur de la dispersion à  $1\sigma$  pour le même ajustement. De plus, les deux figures montrent l'interpolation entre les valeurs simulées explicitement.

Pour ces raisons, j'utilise directement :

$$\mathcal{P}(M_h|\mu)|_z = \mathcal{P}(\mu|M_h)|_z, \quad (\text{V.12})$$

ce qui revient, graphiquement, à renverser le problème comme montré sur l'exemple V.13 et V.14. On peut voir sur la partie gauche la représentation des gaussiennes  $\mathcal{P}(\mu|M_h)|_z$  pour des *redshifts* fixés à 0, 22, 0, 34, 0, 44 et 0, 56. En abscisse est représentée la masse réelle simulée et en ordonnée la masse estimée par l'algorithme. La couleur donne accès à la valeur de la distribution pour chaque intervalle de masse réelle. Le code couleur étant adapté au maximum de chacune des figures, celui-ci n'est donc pas comparable entre différents *redshifts*.

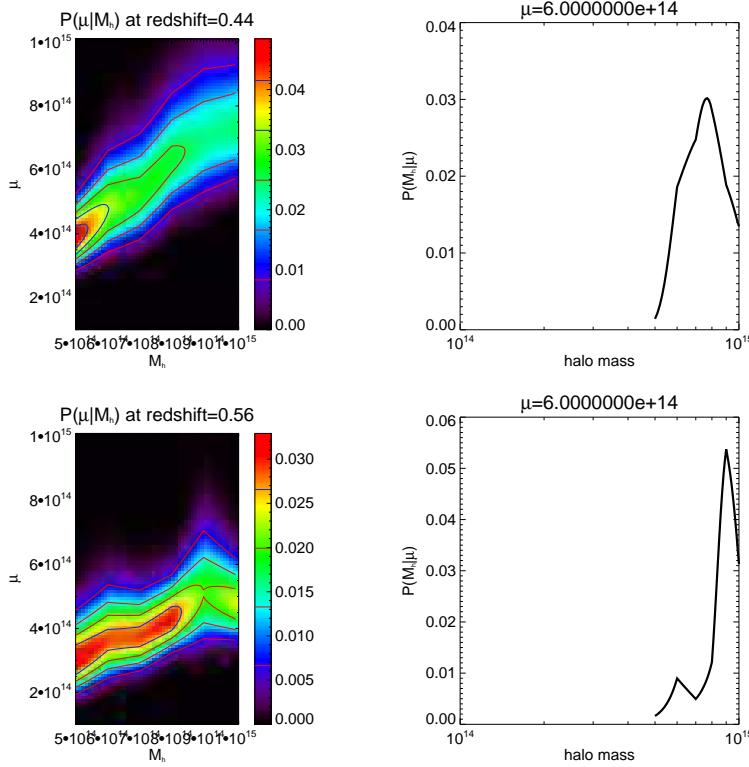
Sur la partie droite, je représente la coupe normalisée de la partie gauche pour une masse estimée par l'algorithme à  $6.10^{14} M_{\odot}$ . On se place sur la valeur de la masse reconstruite  $\mu$  puis on regarde la coupe horizontale des probabilités correspondantes. La distribution obtenue nous renseigne alors sur la masse réelle de l'amas. En faisant cela, on renverse effectivement le problème suivant la formule V.12. On peut faire cette coupe pour toute valeur de  $\mu$ . Il faut bien voir que les figures de gauche sont fixées par mes simulations une fois pour toutes. À chaque *redshift* correspond un graphique de ce genre. Je présente les résultats pour les quatre *redshifts* mentionnés ci-dessus pour une masse reconstruite identique de  $6.10^{14} M_{\odot}$ . On peut constater que la masse réelle correspond parfaitement pour  $z = 0, 22$ . Cela se voit très bien sur la partie gauche avec la première bissectrice qui est bien respectée. Sur la représentation de la coupe (à droite), on peut également voir que le maximum de la probabilité est donné pour  $M_h = \mu = 6.10^{14} M_{\odot}$ . En revanche, on peut voir que la masse reconstruite commence à être sous-estimée par rapport à la masse simulée pour  $z = 0, 34$ . On commence à voir un léger décrochage par rapport à la première bissectrice. La masse réelle qui maximise la probabilité est alors de  $M_h = \mu = 6.8.10^{14} M_{\odot}$ .



**FIGURE V.13** – Exemple de débiaisage pour des *redshifts* de 0,22 et 0,34. À droite, on peut voir la tranche normalisée pour une masse estimée de  $6.10^{14} M_{\odot}$ . On peut voir que la masse réelle correspondant le mieux est de  $6.10^{14} M_{\odot}$  pour  $z = 0, 22$  et de  $7.10^{14} M_{\odot}$  pour  $z = 0, 34$

Cet effet s'amplifie fortement pour l'exemple à  $z = 0, 44$ . L'exemple nous montre que la masse réelle correspondante pour  $\mu = 6.10^{14} M_{\odot}$  à ce *redshift* est de l'ordre de  $8.10^{14} M_{\odot}$ . Pour finir, on peut voir que la masse reconstruite sous-estime grandement la masse simulée pour  $z = 0, 56$  et, plus embêtant encore, on voit que l'ensemble des masses reconstruites reste dans un intervalle assez étroit impliquant une dégénérescence dans le débiaisage. Pour

illustrer ce fait, on voit sur la tranche  $\mu = 6 \cdot 10^{14} M_\odot$  (partie droite de la figure V.14) qu'il y a une remontée dans la probabilité sur les basses masses. Cela rend la méthode de plus en plus incertaine.



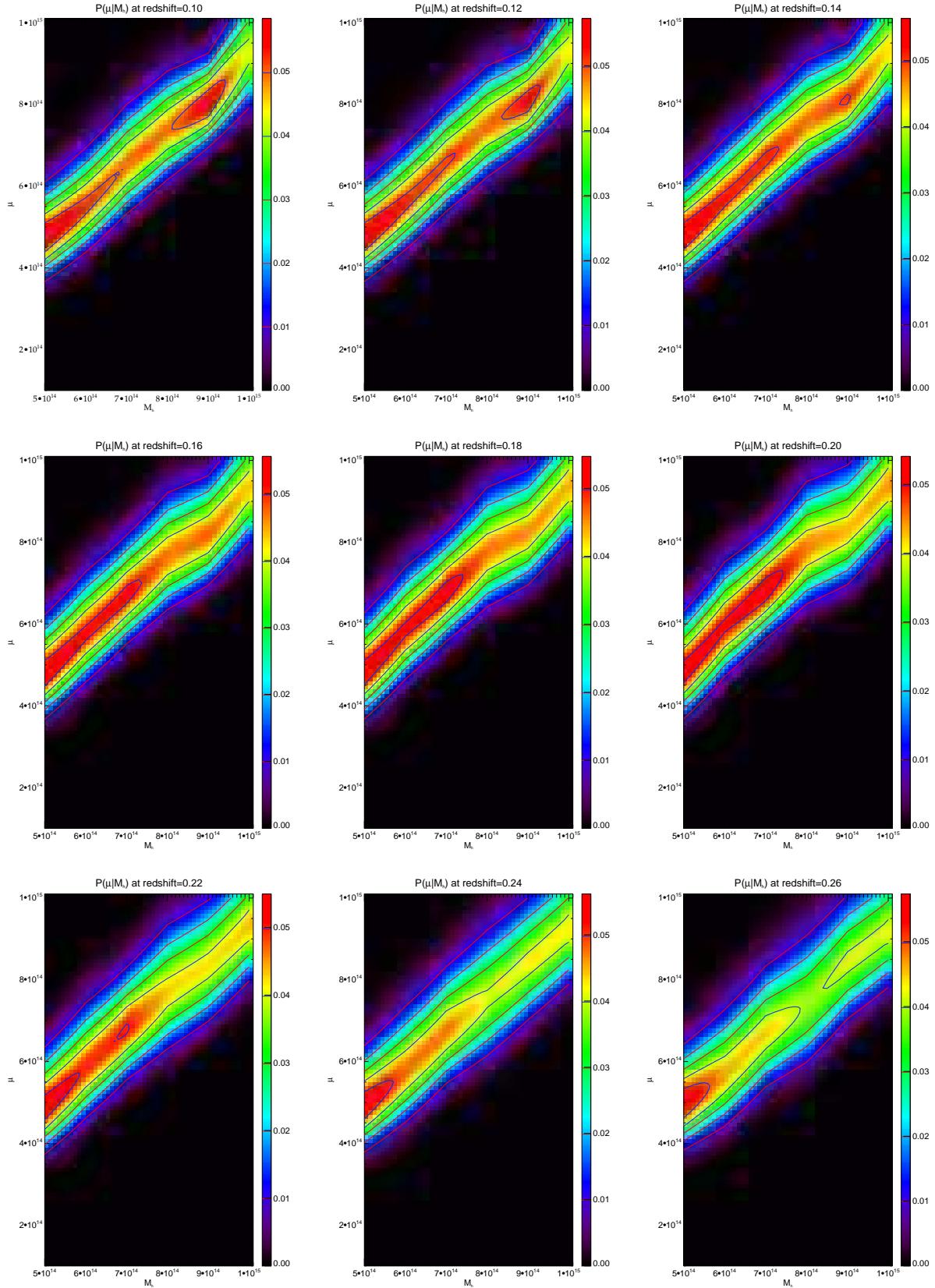
**FIGURE V.14** – Exemple de débiaisage pour des *redshifts* de 0,44 et 0,56. À droite, on peut voir la tranche normalisée pour une masse estimée de  $6 \cdot 10^{14} M_\odot$ . On peut voir que la masse réelle correspondant le mieux est de  $8 \cdot 10^{14} M_\odot$  pour  $z = 0,44$  et de  $9 \cdot 10^{14} M_\odot$  pour  $z = 0,56$

Je présente sur les figures V.15, V.16 et V.17 l'évolution de la distribution  $\mathcal{P}(\mu|M_h)|_z$  pour une gamme de *redshift* allant de 0,10 à 0,62. On voit clairement l'effet de décrochage progressif de la première bissectrice qui s'intensifie avec l'augmentation du *redshift*. Ceci s'explique simplement par la décomposition de l'amas en plusieurs parties dans l'espace des *redshifts*. La perte des galaxies dans la reconstruction induit une masse estimée plus faible par l'estimateur de la masse *likelihood*.

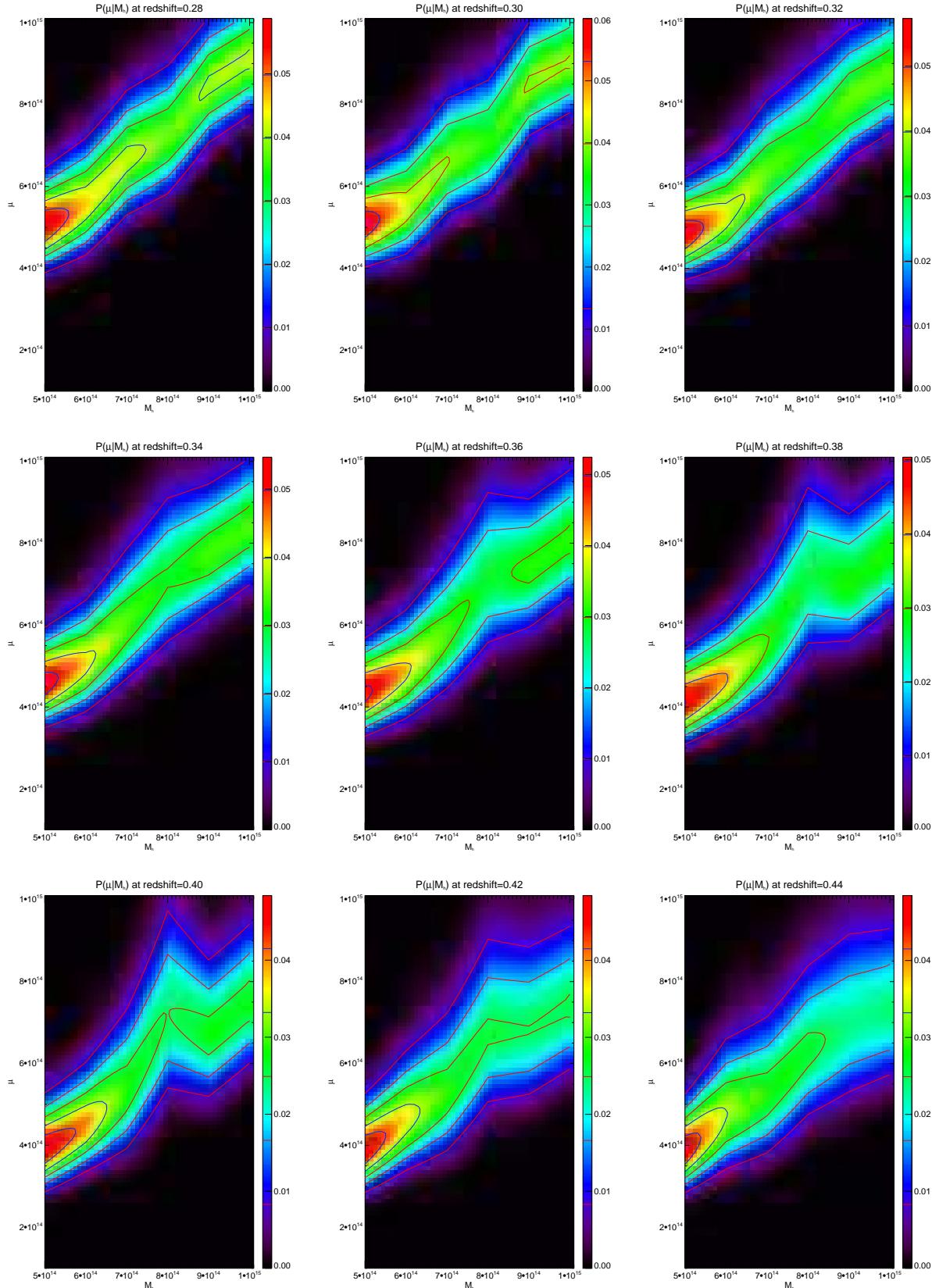
Afin de savoir si cette méthode permet d'améliorer l'estimateur de masse sur les hauts *redshifts*, je vais l'appliquer sur ce même catalogue et comparer les résultats obtenus.

### V.3.3 Application de la méthode sur le catalogue simulé

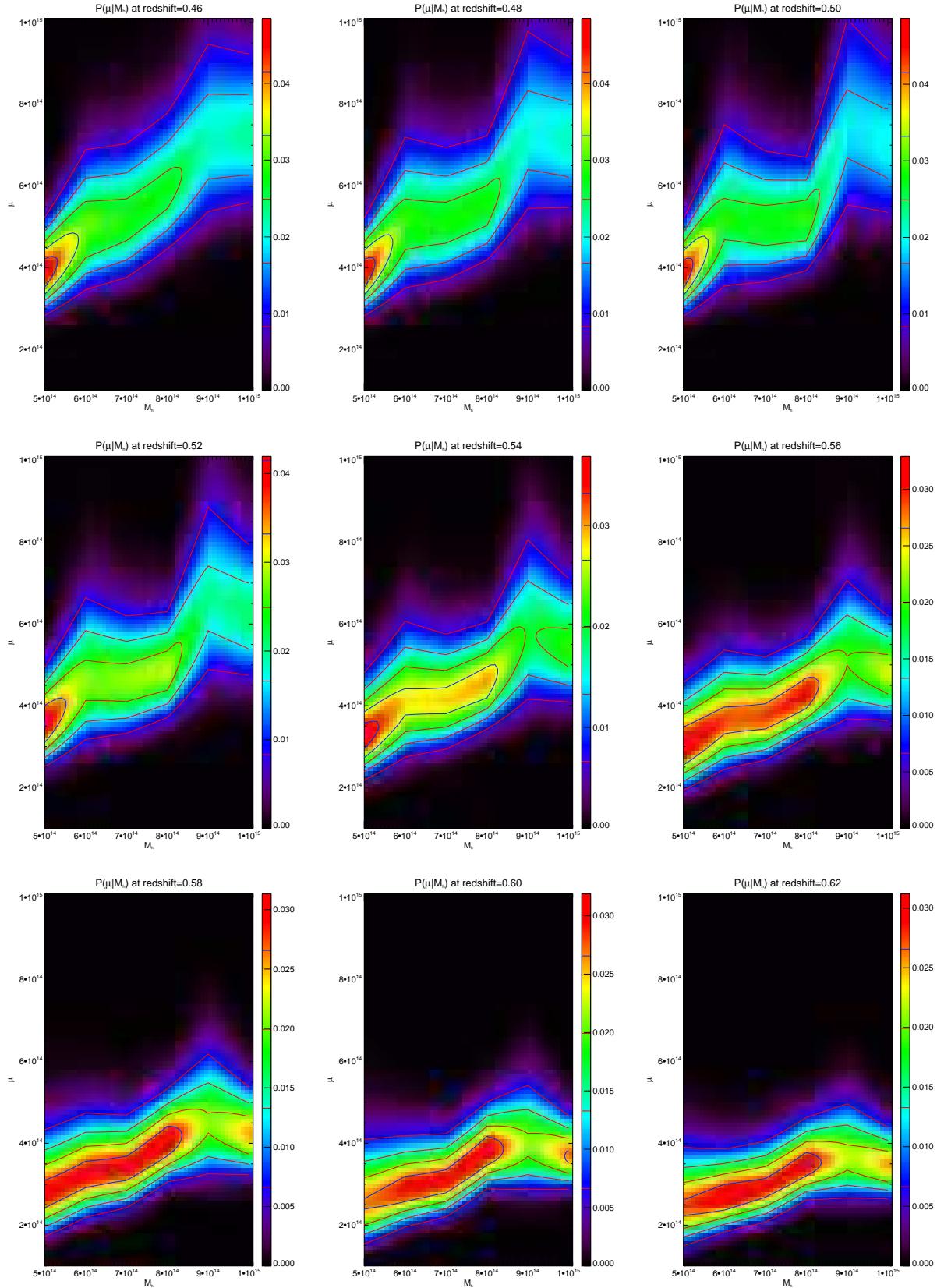
La première étape de validation consiste en l'application de l'estimateur calibré sur le catalogue simulé. J'applique de nouveau l'algorithme sur l'ensemble des amas obtenant ainsi un *redshift* estimé ainsi qu'une masse reconstruite biaisée (plus ou moins selon le *redshift* et la masse de l'amas simulé). Je regroupe les résultats de reconstruction de masse pour chaque noeud de simulation ( $z, M_{200}$ ) sous forme d'histogrammes que je présente sur



**FIGURE V.15** – Evolution du biais entre la masse réelle (abscisse) et la masse reconstruite (ordonnée) en fonction du *redshift*



**FIGURE V.16** – Evolution du biais entre la masse réelle (abscisse) et la masse reconstruite (ordonnée) en fonction du *redshift*

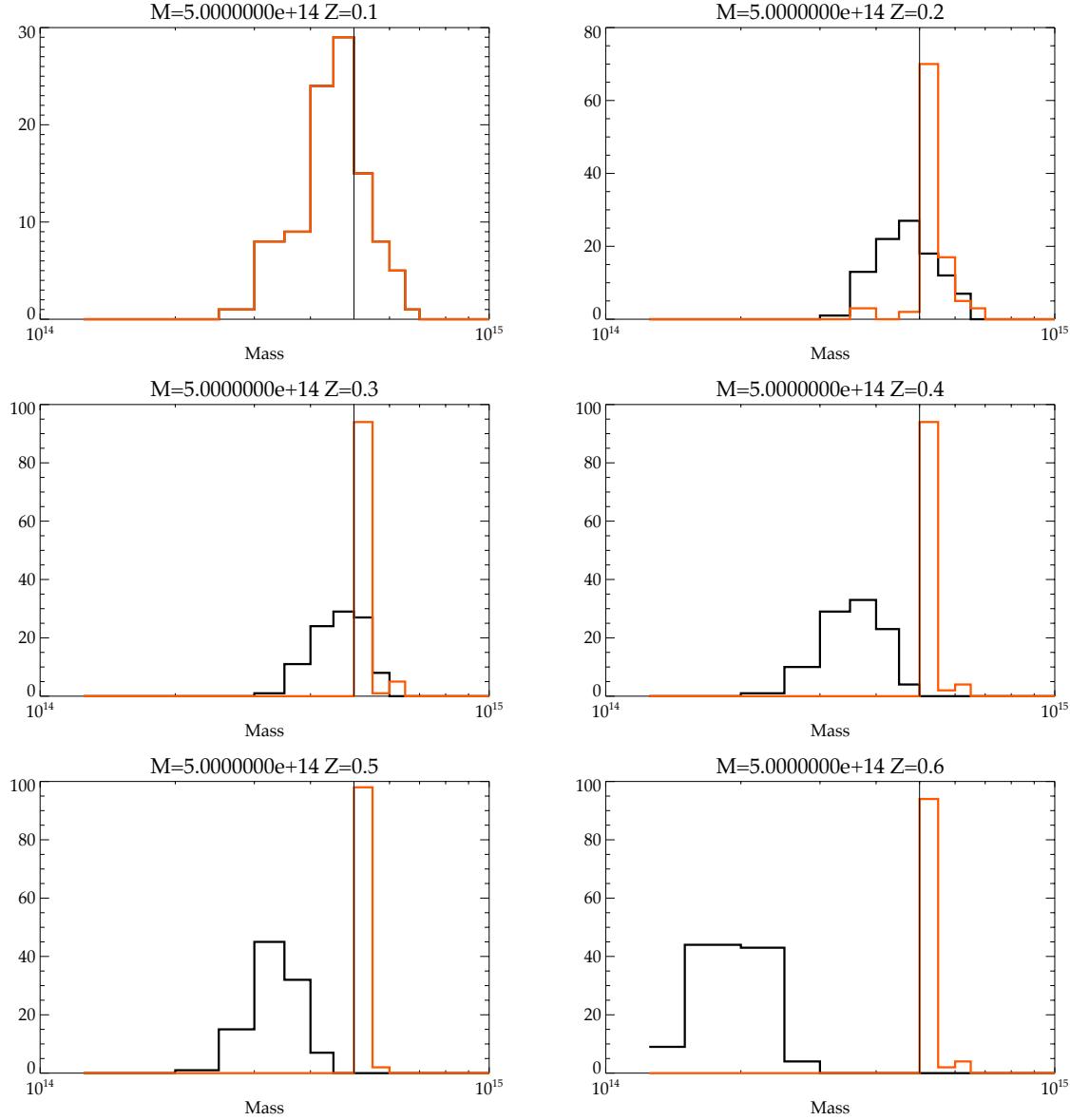


**FIGURE V.17** – Evolution du biais entre la masse réelle (abscisse) et la masse reconstruite (ordonnée) en fonction du *redshift*

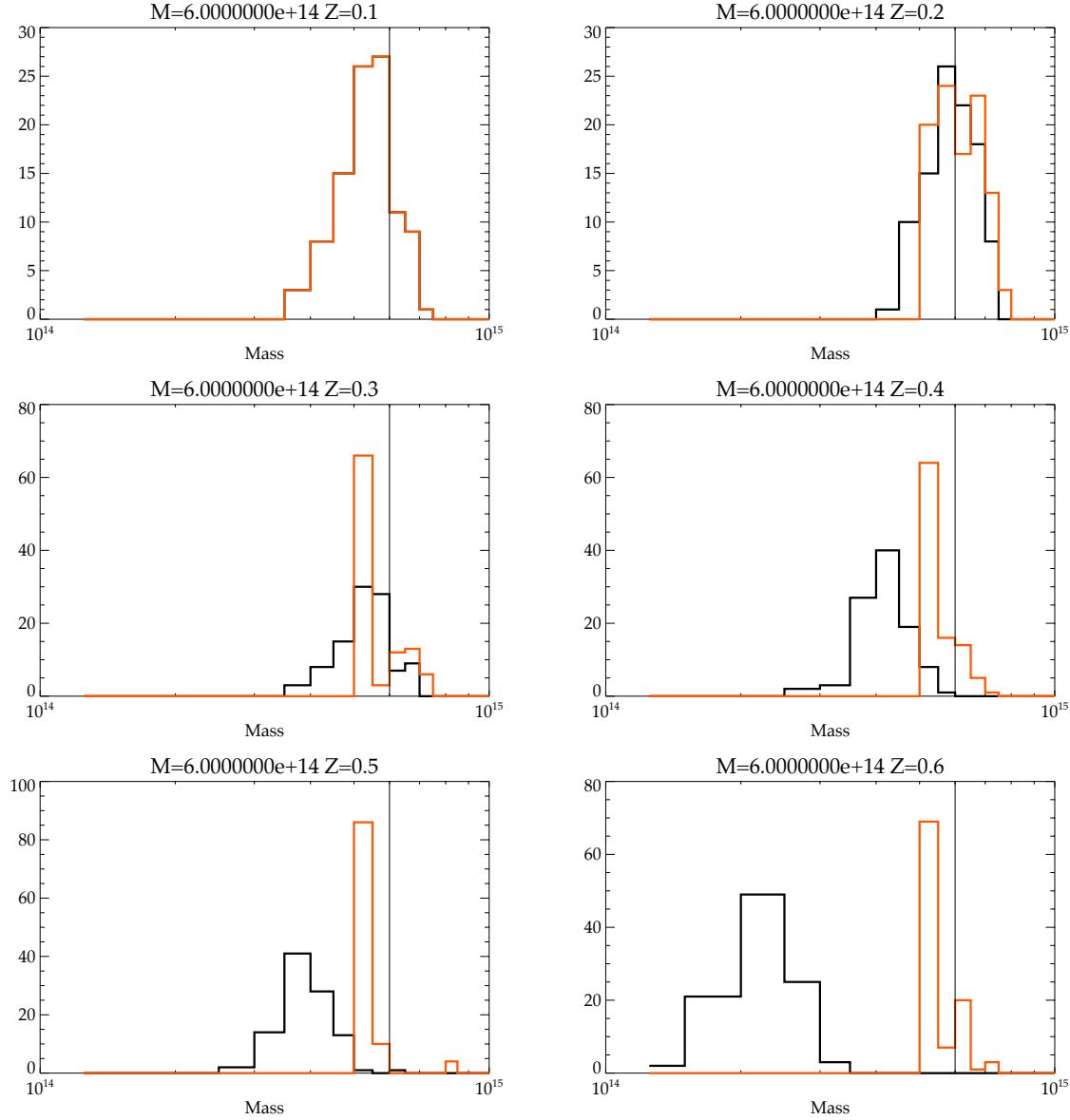
les figures V.18, V.19, V.20, V.21, V.22 et V.23. Les histogrammes en noir représentent la distribution des masses *likelihood* estimées par mon algorithme avant calibration et en rouge les distributions de masses après calibration. On peut voir que les résultats sont améliorés quelque soit le noeud considéré. Ceci est un excellent point car rien ne garantissait *a priori* ce comportement. Le second point général est que l'amélioration n'est pas parfaite dans le sens où les masses restent globalement sous-estimées. Il faudra améliorer la calibration à l'avenir. Une possibilité dont le travail est déjà bien avancé est de calibrer l'évolution même de la CLF avec le *redshift*. Je présente ce travail dans la partie réservée aux perspectives VI.2.

Je m'intéresse désormais à la valeur du  $\chi^2$  de mes ajustements de CLF pour chacune des tranches en masse en incluant tous les *redshifts* puis à toutes les tranches de *redshifts* en incluant toutes les masses (figures V.24 et V.25). On constate que la distribution est piquée autour de 0,3 – 0,5 quelle que soit la tranche de masse considérée et quelle que soit la tranche de *redshift* considérée. Cette indépendance pourrait être un bon élément si la dispersion n'était pas aussi grande. En effet, cet étalement présage de l'inefficacité du pouvoir discriminant de mon  $\chi^2$ . Cela se confirme lorsqu'on regarde la distribution de  $\chi^2$  par tranche de qualité de reconstruction de masse présentée sur la figure V.26. La dispersion est encore une fois sensiblement la même quelque soit la qualité choisie. Cette intuition se confirmera avec l'étude du catalogue aléatoire dans la section V.5.

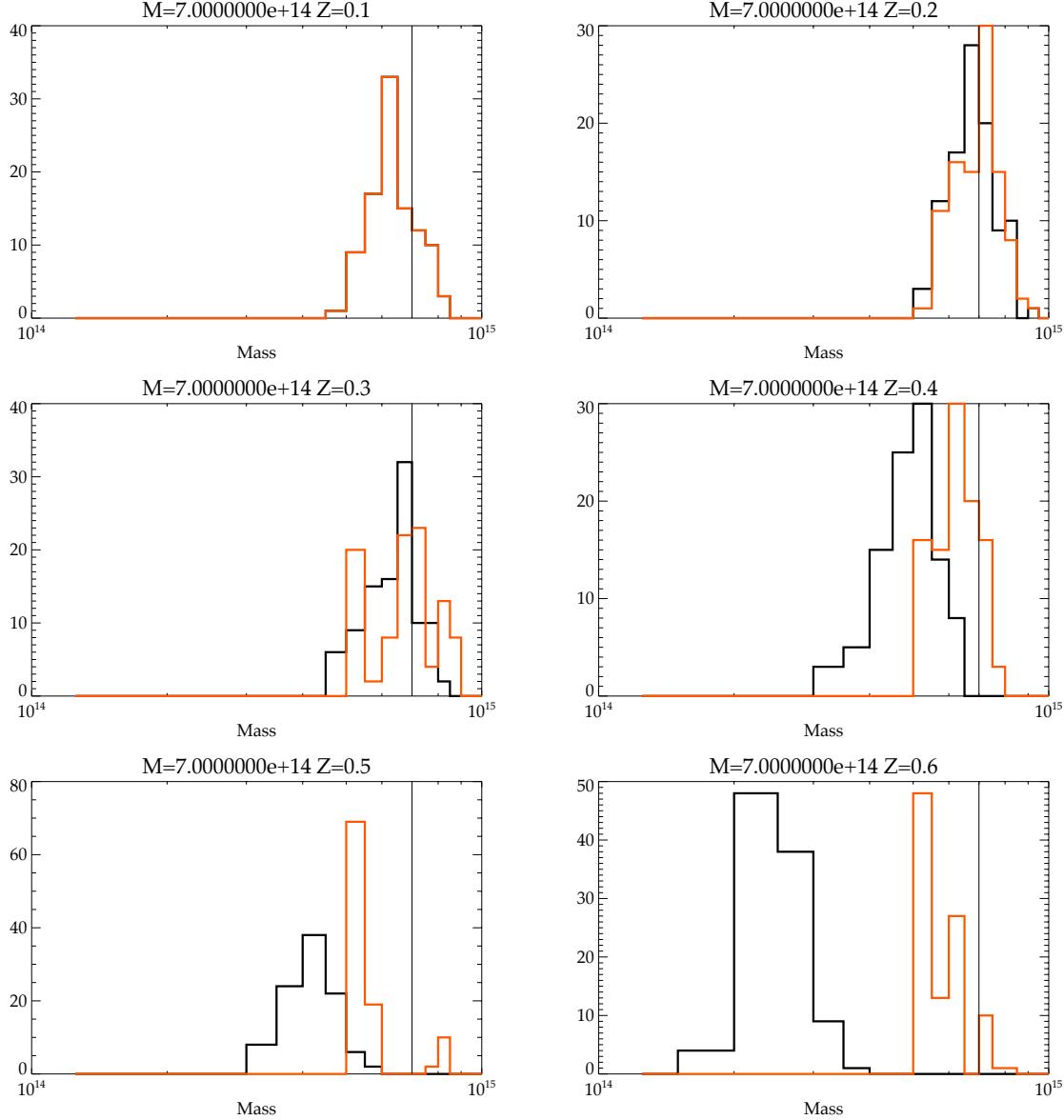
Je dois maintenant tester l'estimateur calibré sur différentes données pour voir si j'arrive à reconstruire correctement les amas lointains en leur attribuant une masse correcte. Je vais tester ces deux aspects tout de suite.



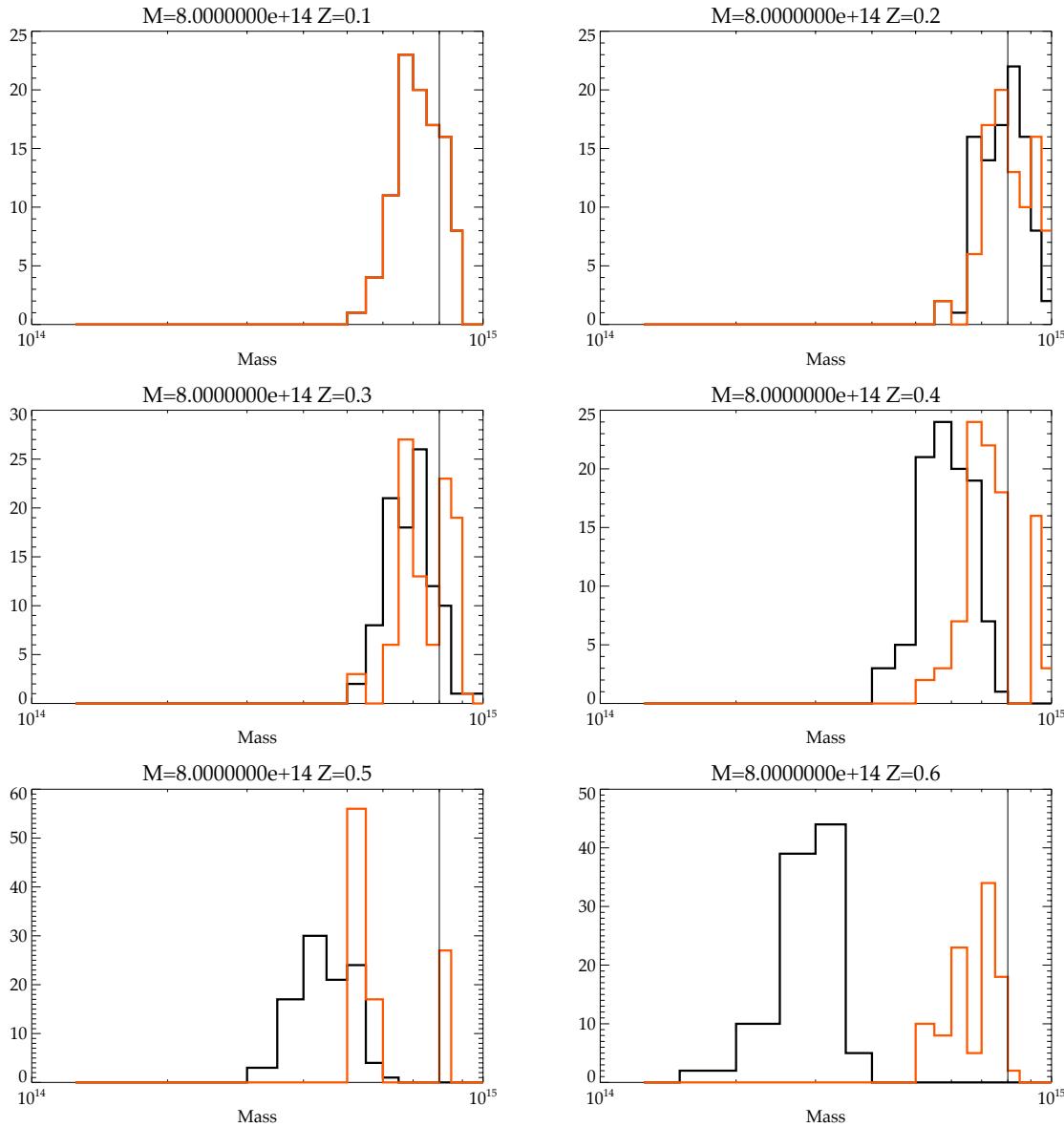
**FIGURE V.18** – Reconstruction de la masse sur les amas simulés pour  $M = 5.10^{14} M_{\odot}$ . En noir, la distribution pour l'estimateur non-calibré et en rouge la distribution pour l'estimateur calibré. Ce qui est intéressant pour ce cas particulier est le fait que la calibration ne tend pas à surestimer la masse de l'amas. Comme il s'agit de la valeur limite basse, le fait d'obtenir une aussi bonne calibration est purement artificiel. La calibration ne commence pas avant  $z = 0,12$  ce qui explique la superposition à  $z = 0,1$ .



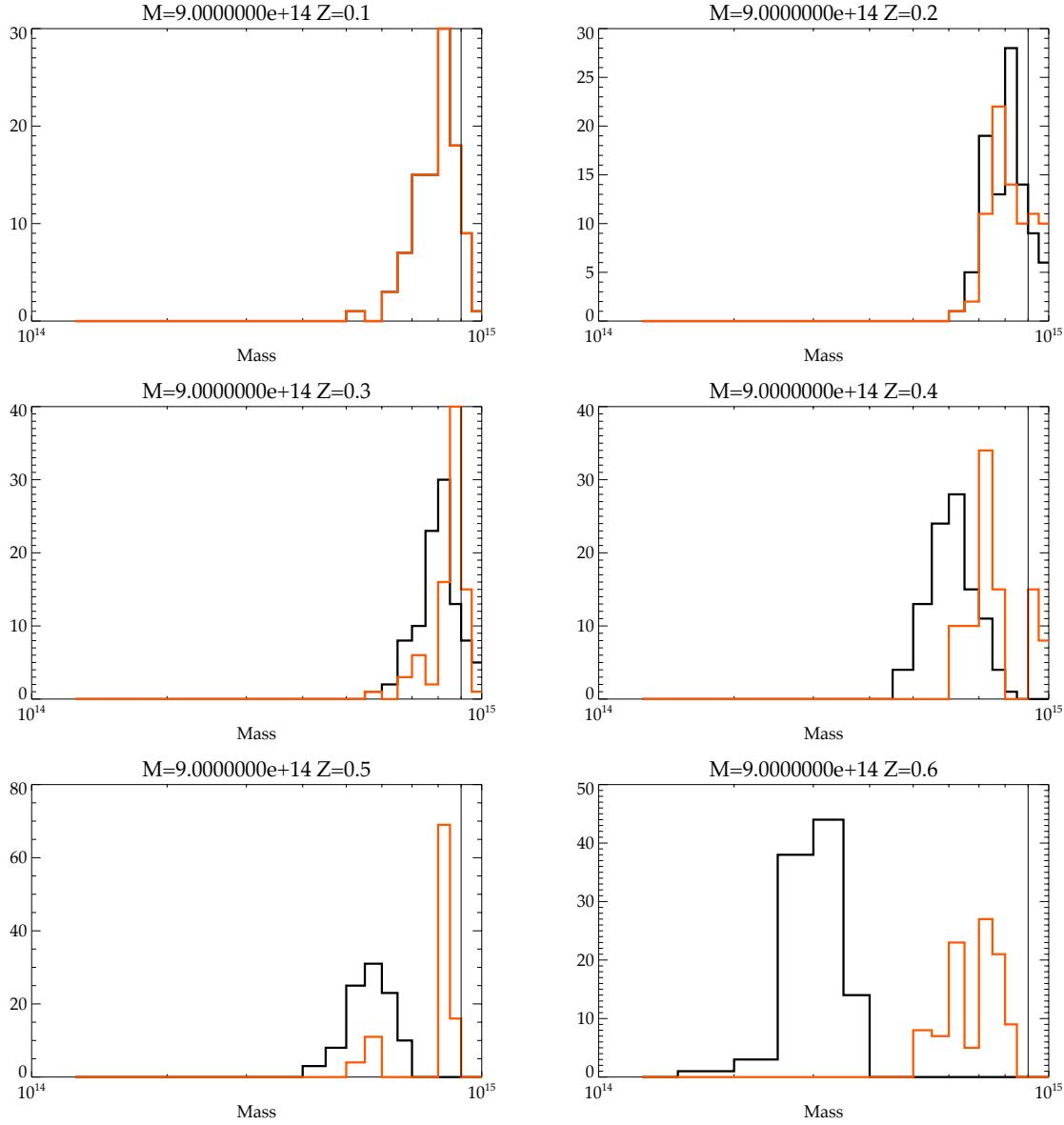
**FIGURE V.19** – Reconstruction de la masse sur les amas simulés pour  $M = 6.10^{14} \text{ M}_\odot$ . En noir, la distribution pour l'estimateur non-calibré et en rouge la distribution pour l'estimateur calibré. On peut voir que la calibration améliore de manière globale les résultats mais tend tout de même vers la valeur limite de  $M = 5.10^{14} \text{ M}_\odot$  vers les hauts *redshifts*. La calibration ne commence pas avant  $z = 0,12$  ce qui explique la superposition à  $z = 0,1$ .



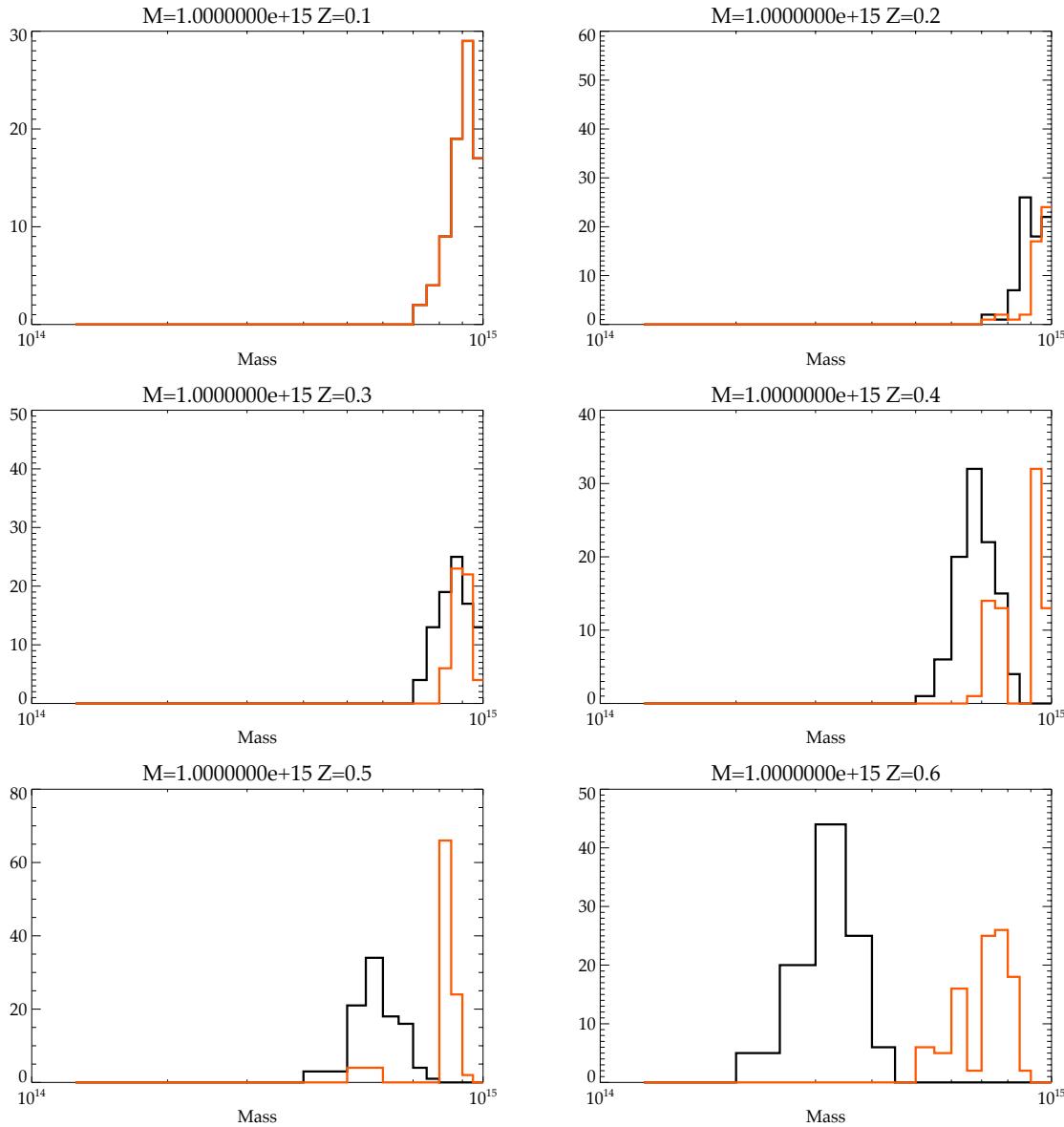
**FIGURE V.20** – Reconstruction de la masse sur les amas simulés pour  $M = 7.10^{14} M_{\odot}$ . En noir, la distribution pour l'estimateur non-calibré et en rouge la distribution pour l'estimateur calibré. Même constat que pour le cas  $M = 6.10^{14} M_{\odot}$  avec une particularité. On peut voir apparaître une dégénérescence à  $z = 0,5$  avec la masse limite. Il apparaît une remontée dans la probabilité de cette dernière à cause de la dispersion de l'ajustement gaussien. La calibration ne commence pas avant  $z = 0,12$  ce qui explique la superposition à  $z = 0,1$ .



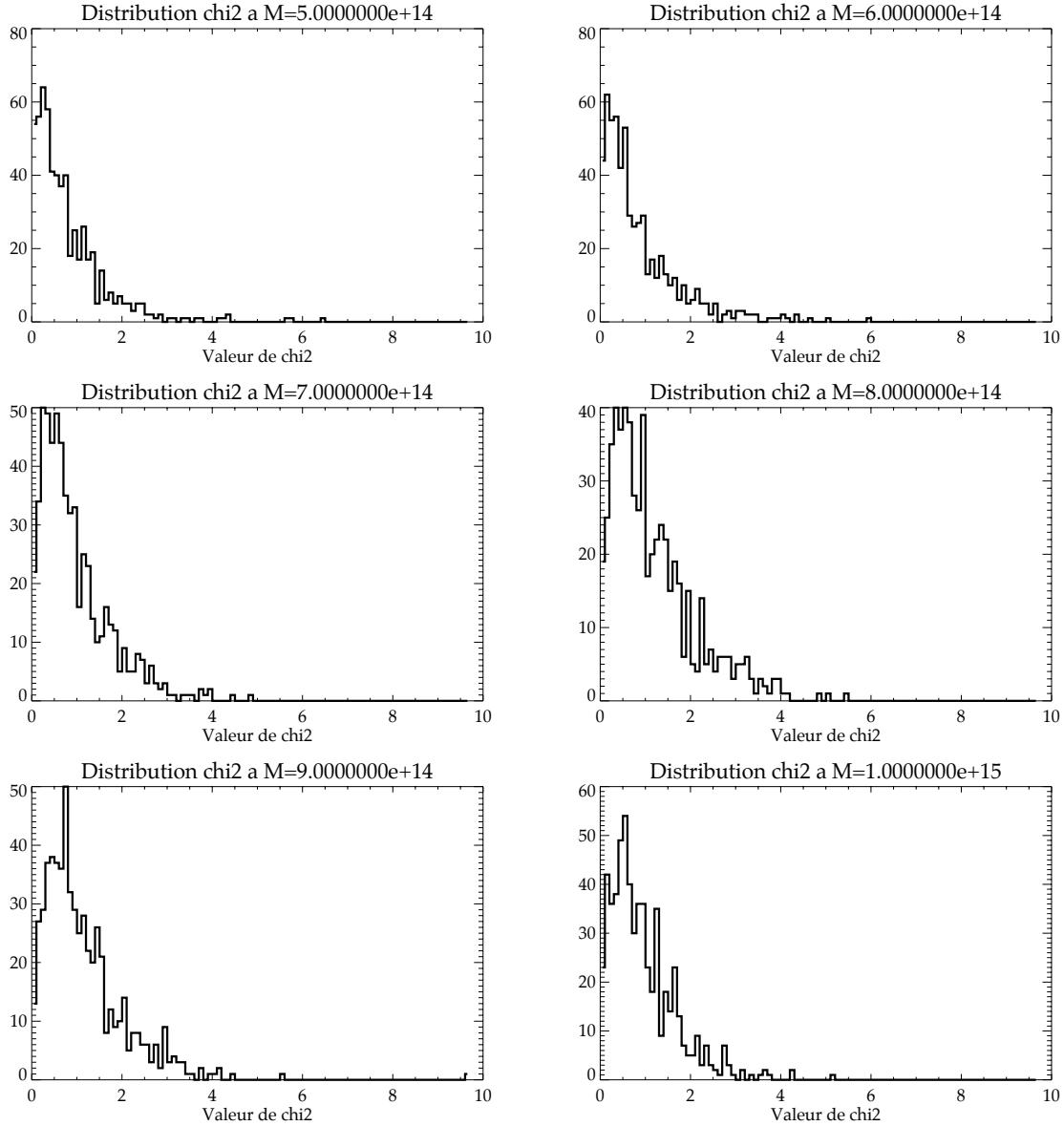
**FIGURE V.21** – Reconstruction de la masse sur les amas simulés pour  $M = 8.10^{14} \text{ M}_\odot$ . En noir, la distribution pour l'estimateur non-calibré et en rouge la distribution pour l'estimateur calibré. Même constat que pour  $M = 7.10^{14} \text{ M}_\odot$ . La calibration ne commence pas avant  $z = 0,12$  ce qui explique la superposition à  $z = 0,1$ .



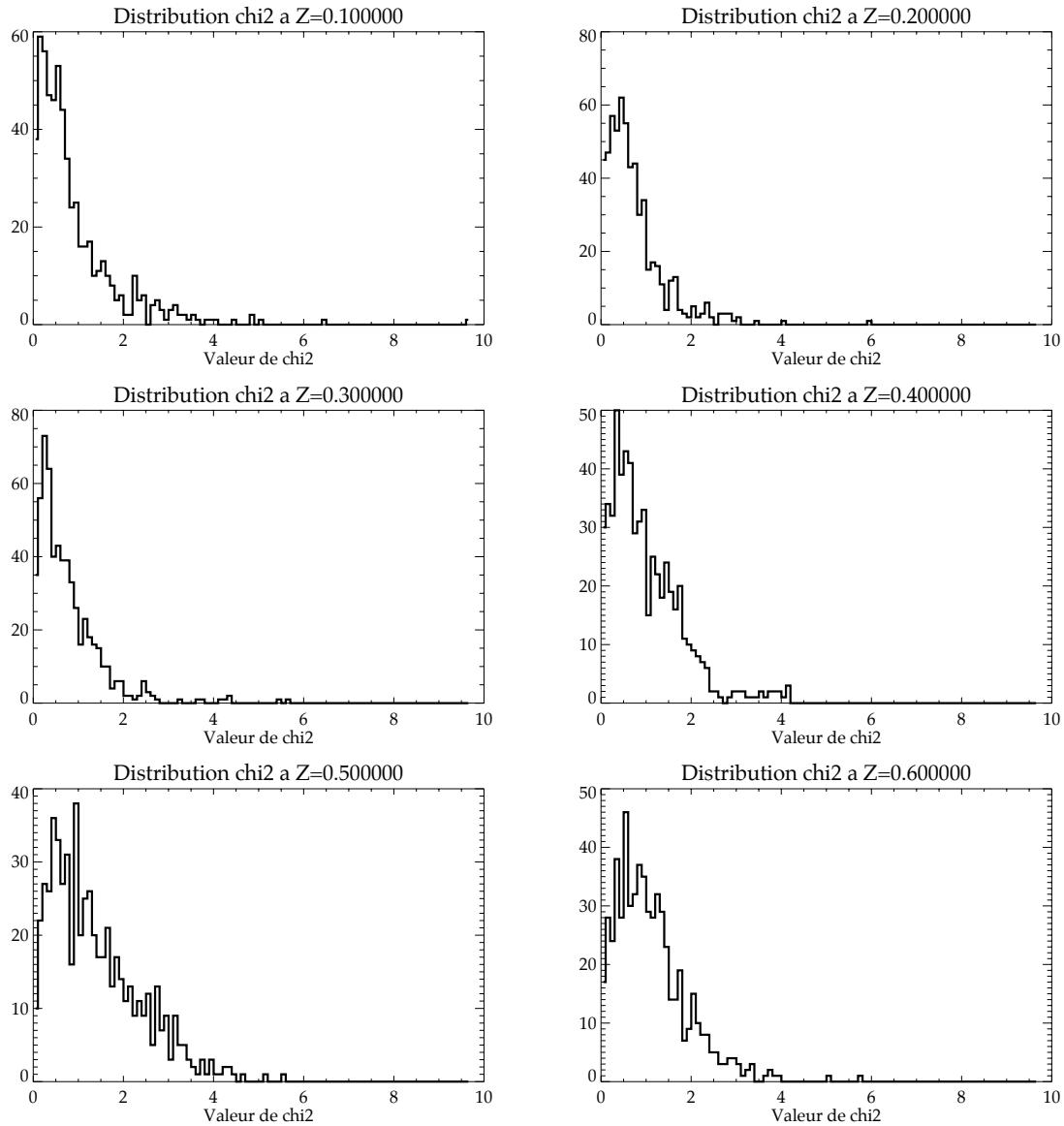
**FIGURE V.22** – Reconstruction de la masse sur les amas simulés pour  $M = 9.10^{14} M_{\odot}$ . En noir, la distribution pour l'estimateur non-calibré et en rouge la distribution pour l'estimateur calibré. Dans ce cas, la dégénérescence à  $z = 0, 5$  disparaît ce qui améliore grandement le résultat. La calibration ne commence pas avant  $z = 0, 12$  ce qui explique la superposition à  $z = 0, 1$ .



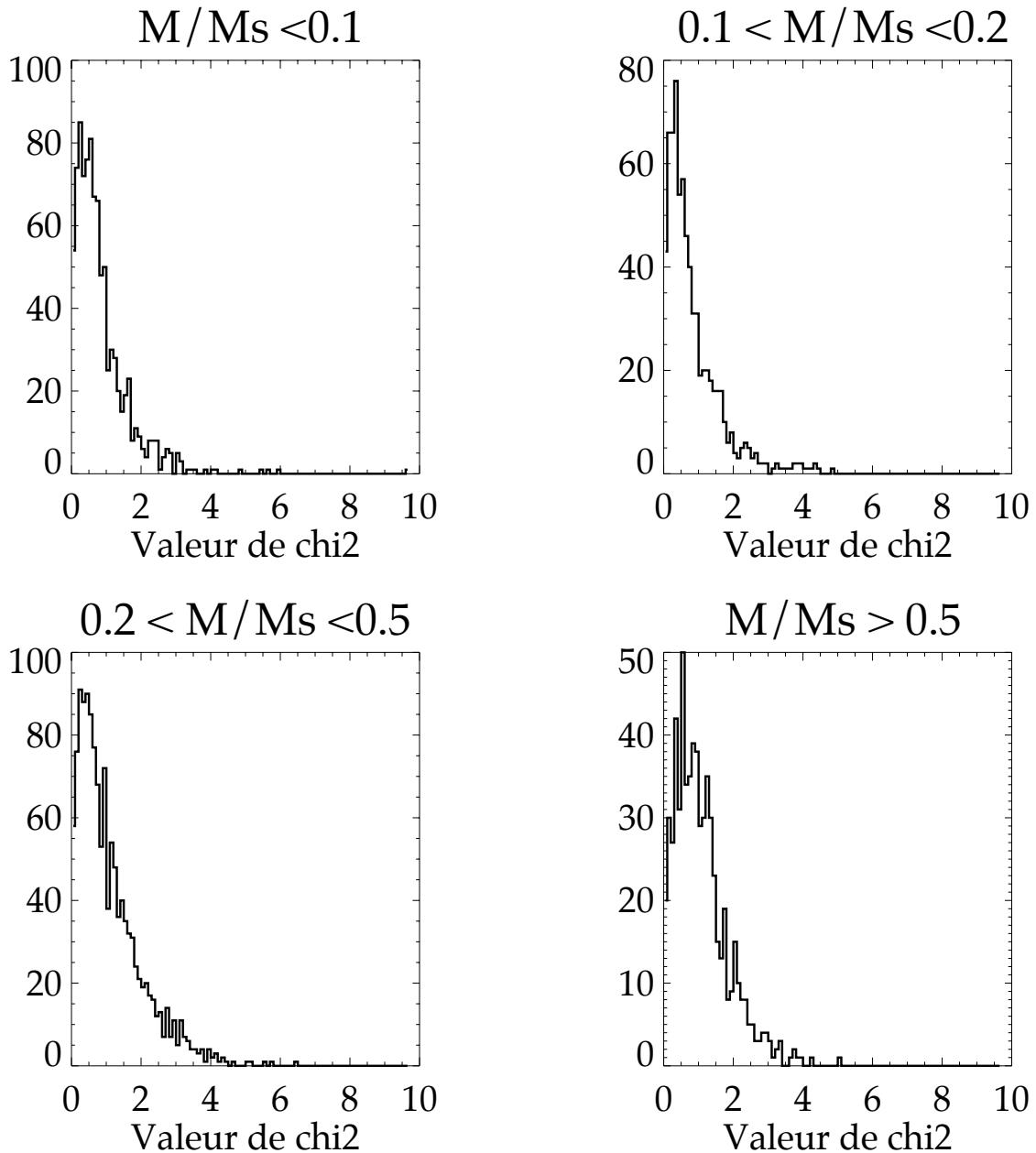
**FIGURE V.23** – Reconstruction de la masse sur les amas simulés pour  $M = 1.10^{15} M_{\odot}$ . En noir, la distribution pour l'estimateur non-calibré et en rouge la distribution pour l'estimateur calibré. Même constat que pour le cas  $M = 9.10^{14} M_{\odot}$ . La calibration ne commence pas avant  $z = 0,12$  ce qui explique la superposition à  $z = 0,1$ .



**FIGURE V.24** – Distribution des valeurs de  $\chi^2$  obtenus pour la CLF de masse  $M_{200}$  estimée par la méthode *likelihood* posée sur les données de la fonction de luminosité mesurée pour chaque candidat. Les distributions sont réalisées pour chaque tranche de masse simulée. On constate que la distribution est assez insensible à la variation de la masse ce qui est satisfaisant.



**FIGURE V.25** – Distribution des valeurs de  $\chi^2$  obtenus pour la CLF de masse  $M_{200}$  estimée par la méthode *likelihood* posée sur les données de la fonction de luminosité mesurée pour chaque candidat. Les distributions sont réalisées pour chaque tranche de *redshift* simulée. On constate que la distribution est assez insensible à la variation du *redshift* ce qui est satisfaisant bien que l'on constate un léger étalement  $z > 0,5$ .



**FIGURE V.26** – Distribution des valeurs de  $\chi^2$  obtenus pour la CLF de masse  $M_{200}$  estimée par la méthode *likelihood* posée sur les données de la fonction de luminosité mesurée pour chaque candidat. Les distributions sont réalisées par facteur de qualité de reconstruction de la masse. On constate que la distribution est assez insensible à la variation du facteur de qualité ce qui est inquiétant. Je m'attendais à une variation plus nette pensant que la dégradation des fonctions de luminosité empêcherait un ajustement correct.

## V.4 Comparaison avec les amas lointains ( $z > 0,3$ )

Pour tester mon algorithme sur les amas lointains, j'utilise en premier lieu le catalogue optique de Wen *et al.* (2010) dont la construction est présentée dans l'article (Wen et al., 2009). Le catalogue est constitué par les six premières années de données de SDSS (le DR6 donc).

### V.4.1 Construction du catalogue WHL

L'algorithme utilisé par les auteurs de ce catalogue est basé sur la recherche de surdensités de galaxies plus lumineuses que  $M_r = -21$  dans un rayon de 0,5 Mpc avec une tolérance en *redshift* de  $z \pm 0,04(1+z)$ . Ils utilisent le *redshift* photométrique nommé «photoz» dans les données de SDSS, produit par Csabai *et al.* (2003). Ils utilisent également les magnitudes absolues (ou luminosités) données par ce même groupe.

Afin d'éviter les répétitions de détection du même amas, ils ne permettent qu'un seul amas dans un rayon de 1Mpc et dans un intervalle de *redshift* de 0,1. Le centre de l'amas est associé à la galaxie qui possède le plus de voisins. Dans le cas de plusieurs centres potentiels, la galaxie la plus lumineuse est choisie.

Toutes les galaxies qui se trouvent à moins de 1Mpc de la galaxie centrale avec un écart en *redshift* plus petit que  $0,04(1+z)$  sont considérées comme appartenant à l'amas. Les magnitudes absolues sont alors réévaluées pour chacune d'entre elles avec le *redshift* de l'amas (donc de la galaxie centrale). La suite consiste en l'évaluation du nombre de galaxies réellement contenu dans l'amas. Pour cela, ils évaluent le nombre moyen de galaxies, de magnitudes absolue inférieure à  $-21$  dans la bande r, dans un rayon de 0,5Mpc ( $< N(0,5) >$ ) ainsi que la dispersion de cette quantité ( $\sigma_{N(0,5)}$ ). Ils définissent alors la surdensité liée à l'amas comme  $D = (N(0,5) - < N(0,5) >) / \sigma_{N(0,5)}$  et ne sélectionnent que les amas pour lesquels la valeur est supérieure à 4,5 (ce qui correspond à une limite de  $N(0,5) = 8$ ).

Pour tous les amas restants, ils définissent quatre nouvelles quantités  $N_{gal}$ ,  $R$ ,  $r_{GGN}$  et  $GGN$  :

- $N_{gal}$  est le nombre de galaxies remplissant les conditions de luminosité et de *redshift* mentionnées auparavant dans un rayon de 1Mpc autour du centre.
- Par la suite, ils regardent dans un rayon de 3Mpc autour du centre en divisant la zone en 36 anneaux de surfaces identiques. Ils comptent de nouveau le nombre de galaxies remplissant les mêmes critères de luminosité et de *redshift* obtenant ainsi la distribution du nombre d'anneaux en fonction du nombre de galaxies hébergées.
- Ils obtiennent ainsi un nombre de galaxies  $n$ , correspondant au pic de la distribution, qui va définir en grande partie la limite entre l'amas et l'extérieur de l'amas. Ils estiment le nombre moyen de galaxies de fond comme le nombre moyen de galaxies contenues dans les anneaux hébergeant moins de  $n + \sigma_{N(0,5)} \sim n + 1$  galaxies qu'ils notent  $< N_{cb} >$ .
- La richesse de l'amas  $R$  est alors définie dans un rayon de 1Mpc comme  $R = N_{gal} - 4 < N_{cb} >$ . Pour finir, ils définissent le rayon de l'amas  $r_{GGN}$  comme le premier anneau en partant du centre dont les deux suivants hébergent moins de  $n + 1$  galaxies. Le nombre de galaxies contenues dans ce rayon, une fois les galaxies de fond soustraites, est défini comme *GGN* (*Gross Galaxy Number*).

Après calibration sur un catalogue simulé, ils utilisent des données X d'amas de ROSAT pour établir deux relations entre les observables optiques que sont  $R$  et  $L_{r,10}$  (la luminosité

bande  $r$  des galaxies en unité de  $10 L_{\odot}$ ). Les relations établies sont :

$$\log \left( \frac{M_{200}}{10^{14} M_{\odot}} \right) = (-2,08 \pm 0,06) + (1,90 \pm 0,04) \log R, \quad (\text{V.13})$$

et

$$\log \left( \frac{M_{200}}{10^{14} M_{\odot}} \right) = (-2,67 \pm 0,07) + (1,64 \pm 0,03) \log L_{r,10}. \quad (\text{V.14})$$

Le catalogue constitué comprend 39,668 amas avec un *redshift* compris entre 0,05 et 0,6

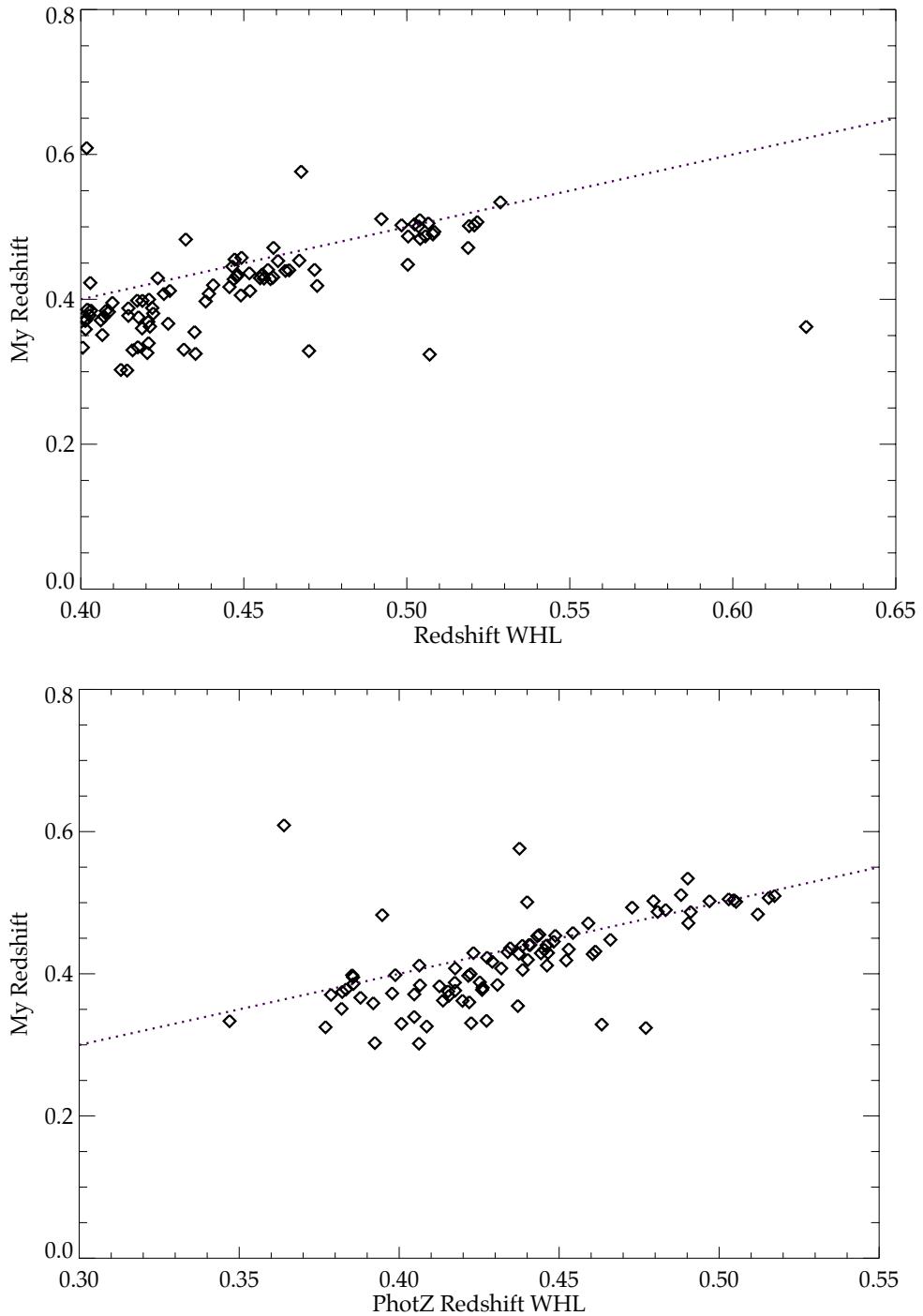
#### V.4.2 Comparaison avec mon algorithme

J'ai récupéré les données de SDSS dans la direction de certains amas de ce catalogue. J'ai constitué un sous catalogue d'amas lointains ( $z > 0,4$ ), riches ( $N_{gal} > 20$ ) et possédant un *redshift* spectroscopique. Ces critères sont assez représentatifs des amas que l'on peut espérer détecter par effet SZ avec PLANCK. J'ai fait le choix de prendre les amas possédant un *redshift* spectroscopique pour avoir une base solide de comparaison. J'ai lancé mon algorithme avec l'estimateur de masse recalibré pour les hauts *redshifts*. Je présente la cohérence entre le *redshift* reconstruit par mon algorithme et les *redshifts* photométriques et spectroscopiques donnés par le catalogue de Wen *et al.* dans la figure V.27. Les résultats sont très corrects avec une complétude de presque 100%. Dans le cas où l'amas reconstruit est trop éloigné en *redshift* du candidat du catalogue WHL, j'ai regardé les seconds candidats proposés par mon algorithme qui s'avèrent à chaque fois bien correspondre. Au final, je retrouve tous les amas de WHL. Cependant, la possibilité d'obtenir des amas à haut *redshift*, qui ne semble pas exister, suggère une contamination pour les grandes valeurs de  $z$ .

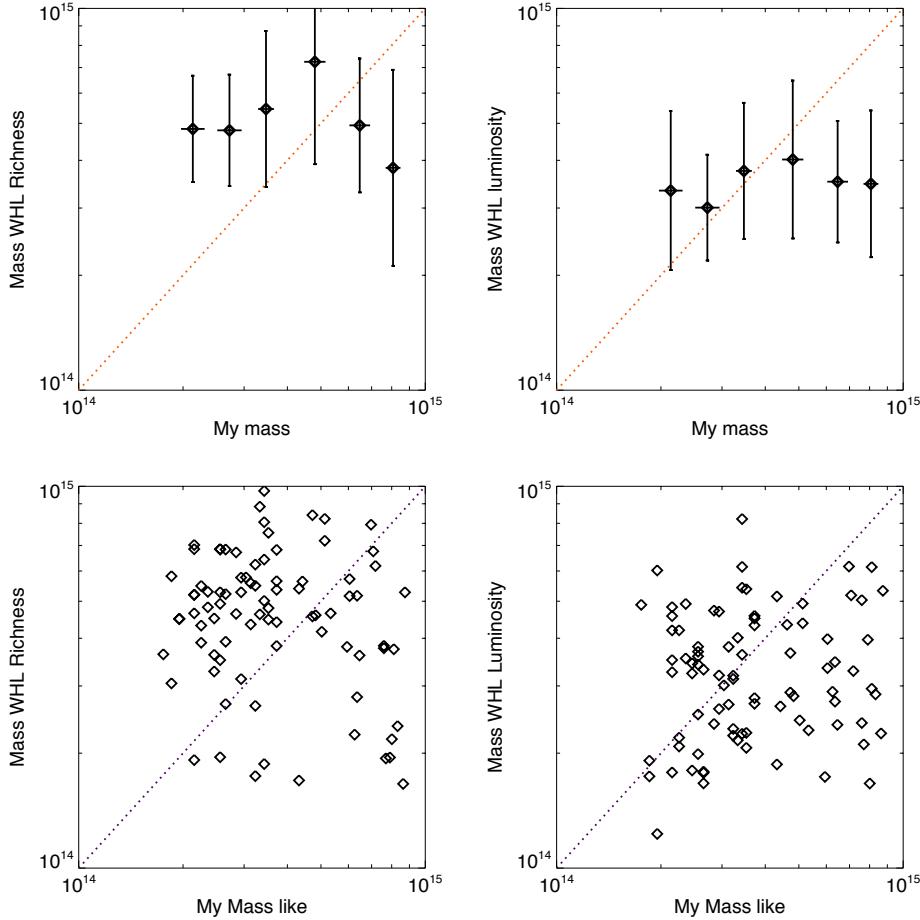
J'ai ensuite appliqué les formules V.13 et V.14 sur les données du sous catalogue. Je compare alors les masses obtenues par mon algorithme et les masses données par la relation de richesse et celle de luminosité de WHL. Je présente les résultats sur la figure V.28. À gauche sont représentés les résultats pour la relation masse-richesse et à droite les résultats pour la relation masse-luminosité de Wen *et al.* En haut sont présentées les moyennes par tranche de masse. De manière générale, la cohérence entre les masses n'est pas très bonne, surtout pour la relation masse-richesse. Pour la relation masse-luminosité, il y a une bonne cohérence pour les masses inférieures à  $7 \cdot 10^{14} M_{\odot}$  mais passé cette valeur je surestime fortement la masse par rapport à eux. Cependant, leur masse étant calibrée sur quelques amas X, il me faut comparer l'algorithme sur des catalogues X plus conséquents pour avoir une meilleure idée de la qualité de mon travail.

#### V.4.3 Travail sur les amas X

Pour cela, j'ai commencé à regarder quelques amas X du catalogue MACS pour lesquels une masse était déjà estimée. J'ai lancé 12 requêtes dans le SDSS et j'ai appliqué mon algorithme dessus. J'ai sélectionné l'amas contenant le plus de galaxies dans la ligne de visée. Je présente le résultat du début d'étude sur la figure V.29. On peut voir que je reconstruis correctement les *redshifts*. J'ai corrigé le candidat sélectionné par mon algorithme pour l'amas à 0,7 car il y avait un autre amas à  $z = 0,3$  dans les données. Or, ce qui m'intéresse ici est de comparer la masse estimée pour les bons amas. J'ai regardé dans mon fichier de



**FIGURE V.27** – En haut : comparaison entre les *redshifts* spectroscopiques de Wen *et al.* avec les *redshifts* reconstruits par mon algorithme. En bas : comparaison entre les *redshifts* photométriques de Wen *et al.* avec les *redshifts* reconstruits par mon algorithme.



**FIGURE V.28** – Comparaison entre les masses reconstruites avec mon algorithme calibré et celles données par le catalogue WHL. À gauche sont représentés les résultats pour la relation masse-richesse et à droite les résultats pour la relation masse-luminosité de Wen *et al.* En haut sont présentées les moyennes par tranche de masse. De manière générale, la cohérence entre les masses n'est pas très bonne, surtout pour la relation masse-richesse. Pour la relation masse-luminosité, il y a une bonne cohérence pour les masses inférieures à  $7.10^{14} M_{\odot}$  mais ensuite je surestime fortement la masse par rapport à eux.

reconstruction et il s'avère que je construis bien un amas à un *redshift* de 0,67 avec une masse de  $4.10^{14} M_{\odot}$  qui devient  $9.10^{14} M_{\odot}$  après calibration. Je présente sa fiche d'identité sur la figure V.30. Je présente également la reconstruction de ma masse calibrée en comparaison de la masse  $M_{500}$  donnée par le catalogue MACS sur la partie basse de la figure V.29. On peut voir que l'accord est plutôt bon ce qui est très encourageant. De plus, la détection de l'amas à  $z = 0,7$  est une véritable réussite pour mon algorithme car aucun des catalogues d'amas construits sur SDSS ne contient d'amas aussi lointain. C'est là toute la force de mon algorithme : il est capable de reconstruire des amas très lointains dès lors qu'un jeu de coordonnées est préalablement spécifié. Le caractère conservateur de ma méthode permet de rechercher des amas très loin dans les données de SDSS. Cependant, la contamination en devient plus grande, ce que je constate avec l'étude d'un catalogue aléatoire. Je présente cela dans la section qui suit.

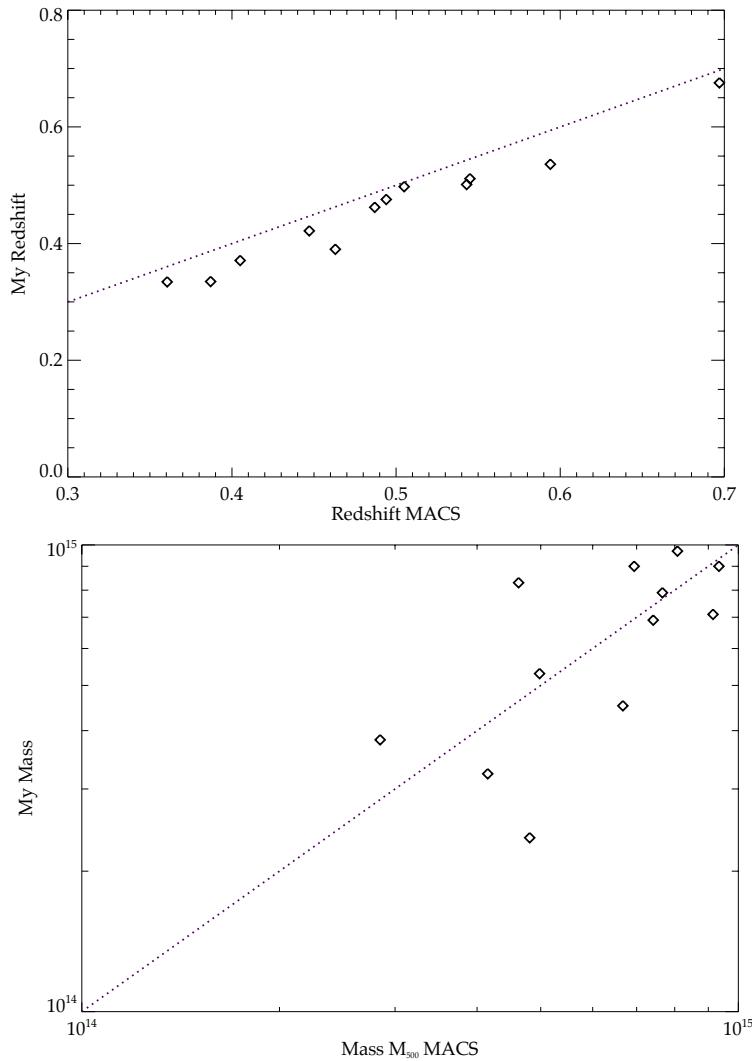
Ces résultats sont très encourageants mais la statistique reste insuffisante. Je vais continuer cette étude et reprendre le catalogue profond tiré de ROSAT de Vikhlinin *et al.*(2005), sur lequel j'avais commencé à travailler au début de ma thèse, pour comparer les résultats en utilisant les dernières lois d'échelles de Arnaud *et al.* (2009).

Pour finir, je dois étudier les effets systématiques de mon algorithme de reconstruction sur un catalogue aléatoire.

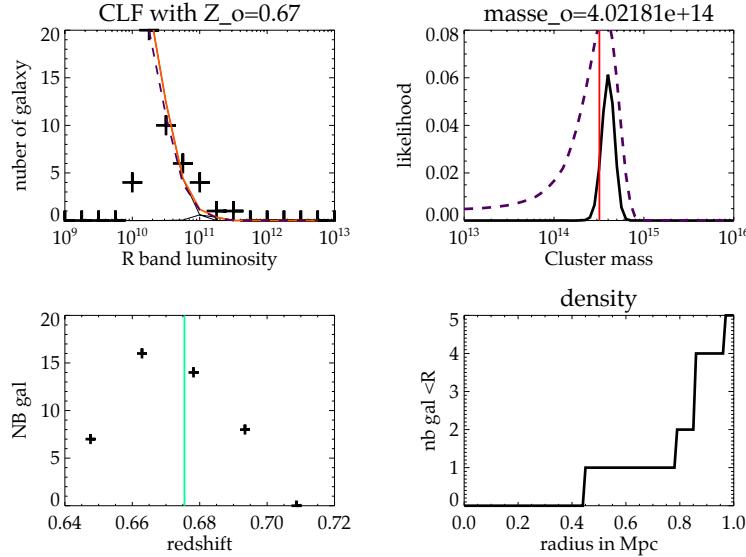
## V.5 Catalogue aléatoire

Afin d'étudier les effets systématiques de mon algorithme, j'ai réalisé un tirage aléatoire sur le ciel entier. Le fait de ne pas me restreindre à la zone d'observation théorique de SDSS permet d'avoir des cas pathologiques sur le bord des zones observées. Je lance mes requêtes et récupère toutes les données puis je lance mon algorithme sur l'ensemble des cibles qui ont été fructueuses (plusieurs galaxies retournées).

Mon algorithme à toujours trouvé au moins un candidat sauf dans le cas où le pointage était trop proche du bord du relevé SDSS. Cela s'explique de par la nature de mon algorithme qui est très conservateur et qui produit un tri sur la comparaison des flux obtenus. Le nombre d'amas obtenu est de 440 dont 106 ont une contrepartie dans le catalogue de Wen *et al.* (WHL) à moins de 10 minutes d'arcs entre les centres. Dans chaque ligne de visée, je sélectionne le candidat le plus massif, n'ayant pas de critère particulier à imposer sur le flux SZ équivalent. Seuls 47 amas avec contrepartie dans WHL sont bien reconstruits en *redshift* du fait du décentrage initial des requêtes. Je décide tout de même de traiter ces amas comme ayant une contrepartie. Je montre sur la figure V.31 la répartition en *redshift* ainsi qu'en nombre de galaxies associées aux candidats sélectionnés. On peut voir que la majorité des candidats se trouvent à haut *redshift* ce qui s'explique par la dégradation des données photométriques. En effet, on se souvient que l'algorithme prend en compte dans la sélection en couleur et l'association en *redshift* les erreurs fournies par SDSS. Ainsi, il est facile d'associer fortuitement des galaxies isolées à haut *redshift* car l'écart autorisé est proportionnel à l'erreur sur les *redshifts* photométriques. Cependant, il est très intéressant de voir que la distribution du nombre de galaxies est très concentrée en dessous de 30 galaxies. Sept candidats ont plus de 40 galaxies dont 5 qui n'ont pas de contreparties dans le catalogue WHL. Après étude de ces 5 amas, seuls 2 ressemblent à des amas selon les différents critères. Cependant, je n'ai pas encore trouvé de contreparties existantes dans les différents



**FIGURE V.29** – Comparaison en *redshift* et masse du sous catalogue d’amas MACS. La reconstruction en *redshift* est très correcte en gardant à l’esprit que l’amas à 0,7 à été corrigé à la main. La reconstruction de la masse est quant à elle plutôt correcte ce qui est très encourageant pour la suite.

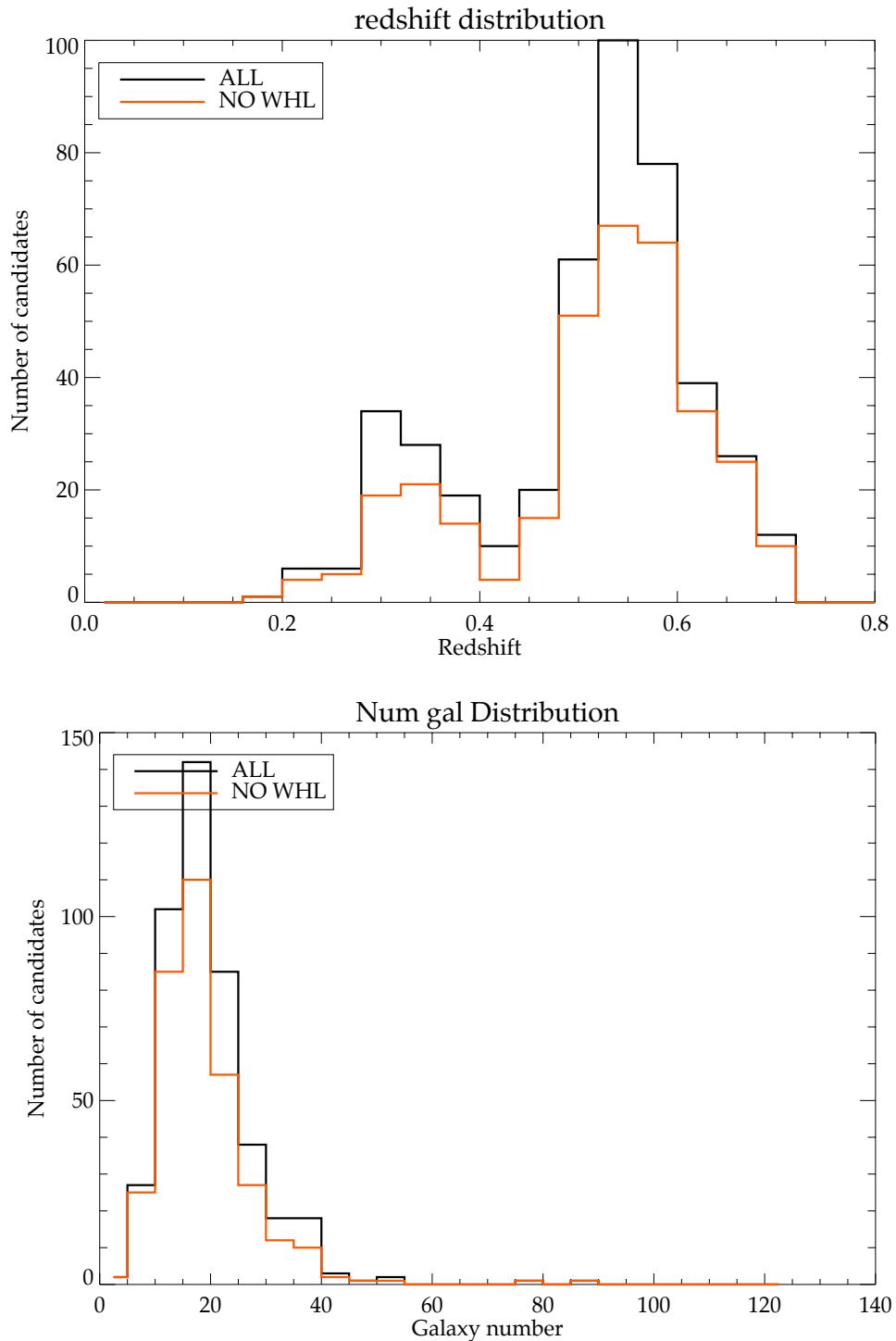


**FIGURE V.30** – Je présente la reconstruction de l’amas à  $z = 0,7$ . On voit que la CLF est bien ajustée avec un  $\chi^2 = 0,33$  ce qui correspond au pic de ma distribution de  $\chi^2$  dans les simulations.

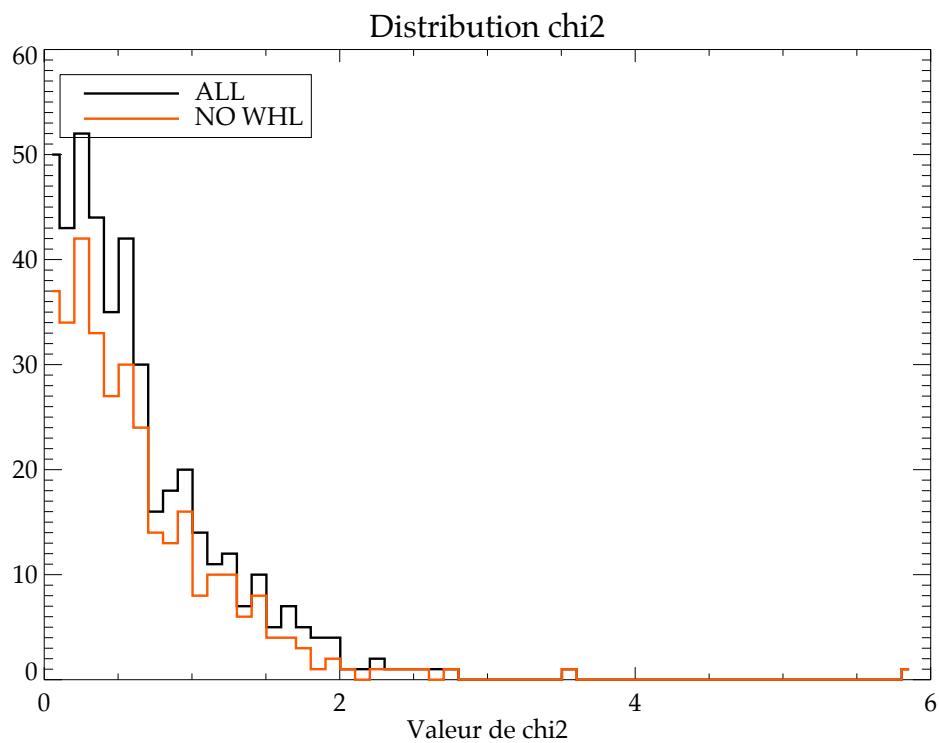
catalogues. Un approfondissement est nécessaire afin de déterminer s’il s’agit d’artefacts ou de vrais amas, étant donné que je garderais ces deux candidats si PLANCK donnait une source dans leur direction. Je n’ai malheureusement pas encore la réponse.

Pour finir, je présente la distribution de  $\chi^2$  obtenue pour l’ajustement des CLF sur les candidats sur la figure V.32. La distribution en noir est obtenue avec tous les candidats tandis que la courbe rouge est obtenue en utilisant uniquement les cibles sans contrepartie dans le catalogue WHL. La forme de la distribution ne varie pas tellement avec ou sans les contreparties WHL ce qui dénote le faible pouvoir discriminant de mon  $\chi^2$ . De plus, cette distribution ressemble fort à celle obtenue avec l’étude des vrais amas ainsi que sur le catalogue simulé. Ceci me conforte dans l’idée que cette quantité ne doit pas être utilisée pour sélectionner les amas dans l’état actuel de l’algorithme.

J’ai donc mis en place un algorithme de reconstruction des amas que j’ai appliqué sur le relevé SDSS. Il fonctionne très correctement sur les amas proches ( $z < 0,3$ ), ce que nous avons pu constater avec l’étude des amas massifs du catalogue MaxBCG. L’estimation de la masse est en effet en très bon accord avec celle donnée dans le catalogue. Pour les amas lointains, la grande satisfaction réside dans la complétude obtenue sur l’étude des différents catalogues. En revanche, une calibration est nécessaire pour améliorer l’estimation de la masse. En utilisant les outils développés pour faire les simulations d’amas, j’ai pu mettre en place une méthode de calibration qui améliore les résultats mais qui reste somme toute imparfaite. Il sera intéressant d’améliorer cette calibration, ce que je développe dans les perspectives. L’étude des amas lointains est également encore incomplète. Une étude complémentaire sur différents catalogues d’amas observés en X permettra également d’étudier les différents biais de sélection et d’estimateurs entre les deux observables. Cependant, j’ai déjà un outil qui permet de reconstruire les amas, de manière assez fiable, que j’utilise à l’heure actuelle dans le cadre de la collaboration PLANCK.



**FIGURE V.31** – En haut : distribution en *redshift* des candidats les plus massifs dans chaque ligne de visée. On peut voir un net regroupement à haut *redshift*. En bas : distribution du nombre de galaxies associées à chacun des candidats sélectionnés. Seulement 7 candidats dépassent 40 galaxies. Les courbes noires représentent l'ensemble des candidats tandis que les courbes rouges sont les candidats n'ayant pas de contrepartie dans le catalogue WHL.



**FIGURE V.32** – Distribution du  $\chi^2$  calculée sur l’ajustement de la CLF. En noir, le catalogue complet et en rouge le catalogue sans contreparties dans WHL. On peut noter que la distribution garde une forme identique à celle obtenue sur la reconstruction de vrais amas. Cette variable n’est donc pas utilisable pour discriminer fortement les candidats.



# VI. Conclusion et perspectives

---

## VI.1 Conclusion

Une des grandes problématiques de la cosmologie, mais aussi plus généralement de la Physique, est l'énergie noire. Nous en avons observé les effets indirectement mais sa nature nous échappe encore. Dans la quête de sa compréhension, l'étude de l'évolution de ses effets sur l'expansion de l'univers est un point essentiel. Comme nous l'avons vu au cours de ce manuscrit, les amas de galaxies sont des objets extrêmement intéressants car sensibles aux évolutions depuis leur formation. Ils descendent directement des perturbations primordiales et leur formation complexe est gouvernée par les diverses densités d'énergies qui composent l'Univers. Cette formation est directement sensible à l'influence de l'énergie noire ce qui en fait donc une sonde privilégiée. Cependant, ce sont également des objets complexes, astrophysiquement parlant, difficiles à détecter et chers à étudier. Cependant, avec l'avènement d'un satellite comme PLANCK, nous possédons un outil pour détecter les amas les plus massifs, et donc les plus intéressants, sur le ciel entier.

Au début de ma thèse, il y a trois ans, l'étude des amas de galaxies en optique/infrarouge n'était qu'à ses débuts dans le groupe de cosmologie de l'APC. Dans la collaboration PLANCK, il y avait une demande forte d'études préparatoires au suivi optique des amas que l'on essaie de détecter aujourd'hui par le biais de l'effet SZ. Après un travail bibliographique je me suis rendu compte qu'il n'existaient pas forcément d'outil encore bien adapté. J'ai commencé par travailler avec la fonction de luminosité de Schechter (1976) puis avec celle de Cooray & Milosavljević (2005) sans arriver à obtenir les résultats escomptés. Par bonheur le travail de Yang et al. (2008) me permit de commencer à produire des résultats utiles pour prédire l'observabilité des amas PLANCK pour différentes expériences (SDSS , PAN-STARRS, LSST et bien d'autres encore). Ce travail me permit également de travailler plus précisément pour le compte de l'expérience LSST, ce qui m'obligea à me pencher sur l'obtention des *redshifts* photométriques. J'ai passé quelques mois à travailler dessus en construisant mon algorithme d'estimation de photo-z. Comme celui-ci ne s'est pas avéré meilleur<sup>1</sup> que celui proposé dans les données de SDSS . Le seul moment où j'ai cru tenir un résultat intéressant, l'algorithme était devenu bien trop gourmand en temps de calcul. J'espère le reprendre un jour pour voir ce qu'il est possible d'en faire. Cette expérience fut

1. pour ne pas dire qu'il était moins bien ! Comment l'orgueil façonne mon écriture. Il n'ajoute aucune poésie et enlève la modestie

très utile pour implémenter mon simulateur d'amas me permettant d'inclure les problèmes de dispersion des *redshifts* photométriques dans mes estimations. J'ai bien évidemment utilisé l'ensemble de ce travail pour l'appliquer sur le catalogue d'amas simulés pour PLANCK, par Jean-Baptiste Melin et James Bartlett, dans le cadre des différentes expériences optique/infrarouge envisageables. Cette phase était importante pour le groupe de travail WG5 de PLANCK afin de connaître l'utilité de chacune des expériences. En effet, toutes les expériences n'étant pas publiques, il était nécessaire d'estimer la valeur ajoutée que pouvait permettre chacune d'entre elle et donc avoir les informations nécessaires pour négocier du temps d'observation le cas échéant.

Vers la fin de ma thèse, le satellite étant lancé il fallut me préparer à l'analyse des données qui allaient arriver. Dans ce cadre j'ai concentré mes efforts sur l'élaboration de l'algorithme de reconstruction des amas dans les données de SDSS . Je me suis également appliqué à faire les algorithmes de détections croisées avec les catalogues MaxBCG et WHL en utilisant les différentes relations de masses. Mon algorithme de reconstruction est assez spécial car hybride. Je l'ai développé dans l'idée qu'il y avait toujours un amas dans la direction que me donne le satellite PLANCK, raison pour laquelle il n'y a pas pour le moment de probabilité associée à l'existence ou non de l'amas reconstruit. L'idée de base était plutôt de retrouver l'amas détecté par PLANCK et d'obtenir son *redshift* ainsi qu'une bonne idée de sa masse dans le but d'aider le groupe travaillant sur les données X dans la sélection des cibles intéressantes. L'algorithme est alors centré sur la détermination de la masse en optique, la forme de l'ajustement de la CLF et la comparaison entre les flux SZ mesurés par PLANCK et ceux équivalents à la détection optique. Je ne peux pas présenter le travail concernant cette partie, les données étant encore privées. Mais tout ce que je peux dire c'est que mon travail est utilisé en ce moment dans le WG5 de PLANCK.

J'utilise ici le singulier mais il faut bien évidemment associer à tout mon travail James Bartlett qui m'a supervisé, orienté et encouragé durant toute la durée de ma thèse.

## VI.2 Perspectives

### VI.2.1 Amélioration de l'algorithme de reconstruction

Bien que mon algorithme de reconstruction arrive à retrouver tous les amas connus sur lesquels je l'ai testé, il a également la fâcheuse tendance à en trouver quelques uns supplémentaires, surtout à haut *redshift*, qui n'en sont pas. Il y a donc encore du travail à faire de ce côté là. De plus, pour le moment je me contente de critères simplistes qui ne me permettent pas d'attribuer une probabilité d'être un amas aux objets que je reconstruis. Il faut que je m'inspire des différents algorithmes que j'ai détaillé dans ce manuscrit pour trouver une façon intelligente d'y arriver tout en conservant les intérêts actuels de mon travail. J'ai commencé à introduire l'étude de la taille des candidats ainsi que la comparaison de la distribution des galaxies hôtes avec un profil NFW projeté. Je n'ai pas présenté les résultats car ce travail n'était pas suffisamment avancé et testé.

### VI.2.2 Application à d'autres expériences

L'heure est au démarrage de grandes expériences d'observation du ciel dans le domaine de l'optique/infrarouge avec PAN-STARRS et WISE qui fonctionnent déjà ainsi que LSST, EUCLID et certainementWFIRST dans un avenir proche. Les données seront photométriques et il faudra des algorithmes de reconstruction d'amas applicables sur ces différents relevés. Comme je l'ai montré lors des deux derniers chapitres, mon travail est applicable sur n'importe quel relevé du moment que les bandes soient modélisables tout en utilisant les spectres de BC03. Il faut alors réutiliser mes simulations avec les spécifications photométriques de chaque expérience et recommencer le travail de calibration. Ceci est fastidieux mais ne présente pas de difficultés particulières. Je vais d'ailleurs commencer à travailler sur de nouveaux relevés dès l'année prochaine toujours dans le cadre de la collaboration PLANCK.

### VI.2.3 Amélioration des simulations

Toujours dans l'optique d'utiliser mon algorithme sur les relevés futurs, il faut que je pense à certaines améliorations. Tout d'abord, l'hypothèse d'évolution passive est mise à mal pour les *redshifts* supérieurs à l'unité. Or, les relevés futurs iront au-delà de ce *redshift*. Il faut alors prendre en compte l'évolution de la masse stellaire contenue dans les galaxies elliptiques avec le temps mais également l'évolution du nombre de galaxies elliptiques. Plus on s'intéresse à des âges éloignés et moins il doit y avoir de galaxies elliptiques. L'étude des résultats obtenus par les dernières HOD devrait me permettre d'implémenter une évolution réaliste. Pour finir, j'ai montré dans le chapitre réservé aux simulations IV l'importance de la connaissance du *redshift* de formation. Plus précisément, il faut connaître le taux de formation d'étoiles dans le temps (SFR) pour utiliser au mieux les spectres simulés afin d'obtenir les meilleures *redshifts* photométriques.

### VI.2.4 Calibration de la CLF à haut *redshift*

J'ai présenté la calibration de la masse que j'appelle *likelihood* avec mes simulations. Cette calibration améliore les résultats obtenus pour les amas situés à haut *redshift* mais n'est pas parfaite, loin de là. L'autre solution est de calibrer une nouvelle CLF en utilisant les simulations. J'ai déjà bien entamé le travail mais n'ai pas encore réussi à rendre les résultats exploitables. Le but est de reconstituer la fonction de luminosité moyenne simulée pour l'ensemble des amas pour une masse et un *redshift* particulier puis d'ajuster la CLF de Yang et al. (2008). Cela revient à ajuster les trois paramètres libres  $\phi^*$ ,  $\alpha$  et  $L_c$  présentés dans la section II.5.3. Je présente sur la figure VI.1 la CLF moyenne simulée puis reconstruite de cent amas de masse  $M_{200} = 9 \cdot 10^{14} M_\odot$  à un *redshift* de 0,4. En haut, je présente la CLF de départ en tirets bleus, sur laquelle j'ai simulé les galaxies représentées par les étoiles (les barres d'erreurs sont poissonniennes). Le décalage entre les étoiles et la CLF de départ est dû aux effets de dispersion du *redshift* photométrique simulé. Dans cette figure, je n'ai pas appliqué mon algorithme de reconstruction. J'ai pris l'ensemble des galaxies telles quelles pour faire la fonction de luminosité totale simulée. La courbe pointillée rouge représente le meilleur ajustement trouvé en conservant la forme de la CLF de Yang et al. La figure du bas montre les mêmes résultats mais après application de mon algorithme de reconstruction. Il y a nettement moins de galaxies, ce qui est imputable encore une fois à la dispersion dans l'espace des *redshifts*. J'arrive bien à ajuster une CLF correcte. Ce résultat est vrai pour

toutes les gammes de *redshift* et de masse. Cependant, le problème réside dans l'interpolation des paramètres de la CLF. Il y a une forte variation des trois paramètres d'une masse à une autre ou d'un *redshift* à un autre. Cela m'empêche d'exploiter les résultats. Je travaille encore pour trouver une façon de contraindre mes ajustements à suivre une évolution assez lisse dans les paramètres lorsque je passe entre deux masses successives ainsi qu'entre deux *redshifts* successifs. J'espère converger assez rapidement sur ce résultat qui pourra peut être me permettre d'avoir un estimateur de masse sans biais dans sa construction (sauf les effets systématiques de la simulation bien entendu!).

### VI.2.5 Idées à creuser

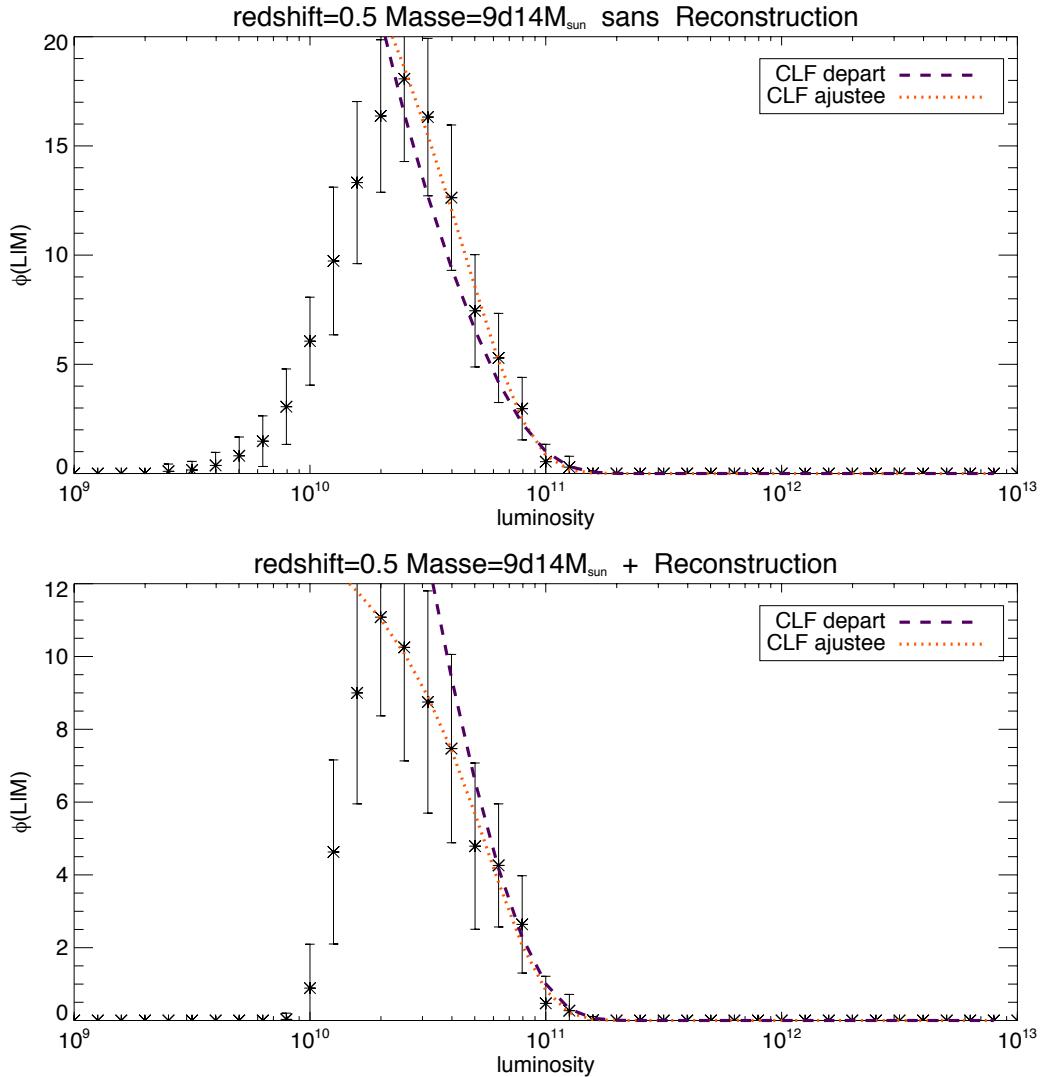
J'ai eu la chance d'avoir un directeur de thèse qui m'a laissé la possibilité de m'intéresser à nombre de sujets annexes au mien. J'en ai profité pour m'intéresser à deux sujets en particulier : les *redshifts* photométriques et l'effet de lentillage gravitationnel causé par les amas sur les objets d'arrière plan.

#### *Redshifts* photométriques

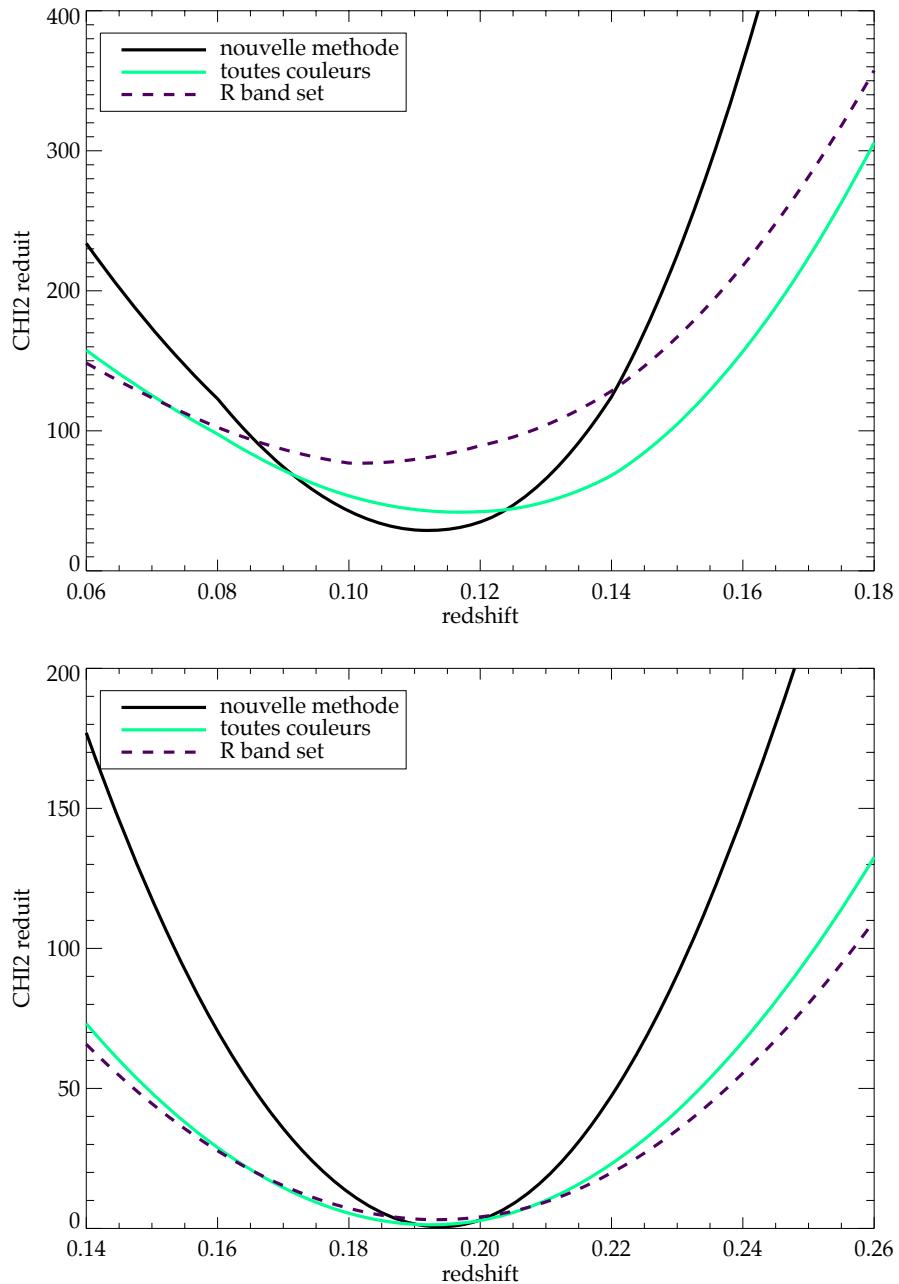
Comme je l'ai présenté dans la section IV.2.2, les *redshifts* photométriques sont obtenus par ajustement d'un modèle de couleurs des galaxies elliptiques évoluant avec le *redshift* sur les données. Pour 5 bandes d'observation, comme c'est le cas pour le relevé SDSS , il est possible de créer 4 couleurs indépendantes. Il est même possible de créer plusieurs jeux de 4 couleurs indépendantes. Cependant, selon le jeu considéré, le nombre d'utilisation d'une bande diffère. Or chaque bande n'apporte pas la même information selon la qualité de la mesure mais également selon le *redshift* auquel on l'utilise pour minimiser le  $\chi^2(z)$ . En effet, la variation du flux mesuré dans une bande en fonction du *redshift* dépend fortement de la position de la cassure à 4000Å. Si l'évolution de la couleur en fonction du *redshift* est forte alors, le pouvoir discriminant de cette dernière est également fort. Cependant, il faut pondérer par l'erreur associée à la couleur. La méthode des moindres carrés utilise la différence des données au modèle divisée par l'erreur. Une forte erreur enlève tout pouvoir discriminant à la couleur même si la dérivée par rapport au *redshift* est grande. J'ai donc implémenté un algorithme permettant d'optimiser le choix du jeu de couleurs indépendantes à utiliser aux différents  $z$ . Ainsi, je définis pour chaque jeu de données et d'erreurs dans les 5 bandes, un jeu de couleur optimal à utiliser pour chaque  $z$  où je teste l'estimateur de  $\chi^2$ . On comprend alors qu'il faut faire le calcul de toutes les dérivées de couleurs sur toute la gamme de *redshift* que l'on souhaite tester afin de choisir, pour chacun des intervalles, le jeu optimal. Le jeu choisi dépendant également des erreurs photométriques mesurées, il faut répéter l'opération pour chaque galaxie. Cependant, j'ai tout de même appliqué cette méthode pour visualiser la fonction de  $\chi^2(z)$  que j'obtiens et je l'ai comparé à celle obtenue en fixant un jeu de couleur indépendant standard. Je présente le résultat obtenu pour deux galaxies elliptiques de SDSS sur la figure VI.2

#### Lentillage des amas de galaxies

Un autre sujet que j'ai commencé à développer concerne l'effet de lentillage gravitationnel d'un amas de galaxies sur les objets d'arrière plan. Possédant un outil de simulation des

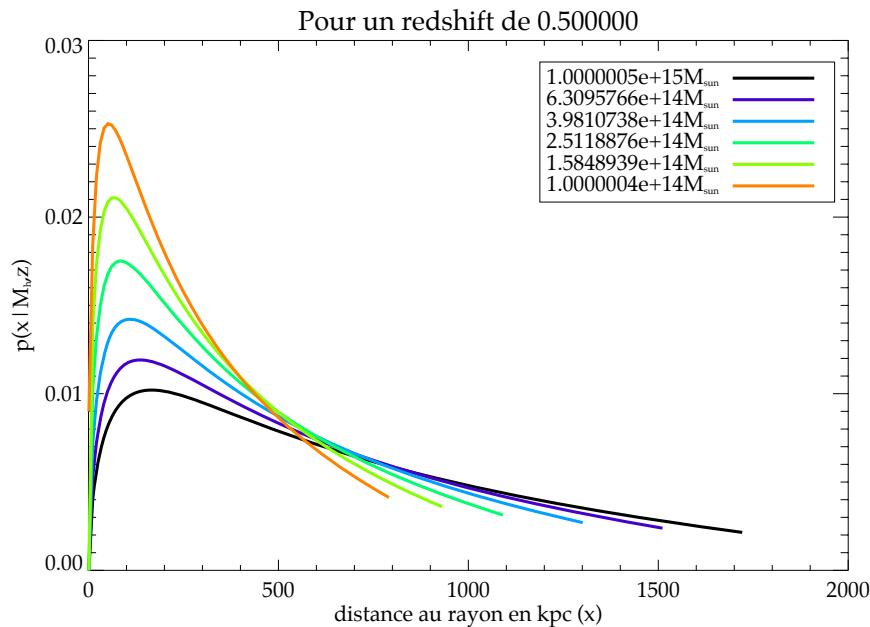


**FIGURE VI.1** – En haut, je présente la CLF de départ en tirets bleus, sur laquelle j'ai simulé les galaxies représentées par les étoiles (les barres d'erreurs sont poissonniennes). Le décalage entre les étoiles et la CLF de départ est due aux effets de dispersion du *redshift* photométrique simulé. Dans cette figure, je n'ai pas appliqué mon algorithme de reconstruction. J'ai pris l'ensemble des galaxies telles quelles pour faire la fonction de luminosité totale simulée. La courbe pointillée rouge représente le meilleur ajustement trouvé en conservant la forme de la CLF de Yang et al. La figure du bas montre les mêmes résultats mais après application de mon algorithme de reconstruction.



**FIGURE VI.2** – Valeur de la fonction du  $\chi^2$  obtenue en fonction du *redshift* pour le jeu de couleur dynamique que je propose d'utiliser (en noir), en utilisant uniquement le jeu de couleur utilisant au plus la bande *r* (en bleu pointillés) ainsi qu'en utilisant toutes les couleurs possibles (en vert). On constate que la méthode que je propose améliore la forme de la cuvette de  $\chi^2$  qui permet d'évaluer les erreurs sur la détermination du *redshift*.

galaxies au sein d'un amas, je peux trouver la probabilité qu'une galaxie de luminosité mesurée appartienne à un amas de masse  $M_{200}$ . Pour cela, je dois introduire une fonction de masse afin de pondérer la quantité de galaxies dans une tranche de luminosité donnée. Sans cela, la galaxie est systématiquement associée à la masse la plus importante permise. Je peux également calculer la probabilité que la galaxie soit la BCG de l'amas en question. De plus, en utilisant le profil de matière noire NFW, je peux également remonter à la probabilité que cette galaxie soit à une distance  $D$  du centre de cet amas. Je présente ce résultat sur la figure VI.3 pour plusieurs masses d'amas. On voit que la probabilité est plus diluée pour les amas massifs. Le rayon  $r_{200}$  grandissant avec la masse des amas, le comportement est donc cohérent.



**FIGURE VI.3** – Représentation de la probabilité de présence d'une galaxie en fonction de la distance au centre de l'amas. J'ai effectué le calcul pour différentes masses  $M_{200}$ . La probabilité est plus diluée pour les amas massifs le rayon  $r_{200}$  grandissant.

Un tel résultat pourrait permettre d'évaluer statistiquement les effets de lentillage du potentiel gravitationnel des amas sur des sources particulières d'arrière plan à des galaxies elliptiques. L'idée est notamment d'appliquer cette méthode sur les supernovae afin d'enlever l'effet d'amplification de luminosité qui pourrait affecter les relations *stretch-color*. Cependant, je n'ai pas encore résolu tous les problèmes d'intégration ce qui m'empêche d'avoir un résultat utilisable.



## Annexes



## A. Calcul pour les distances dans l'algorithme de reconstruction

---



---

Le référentiel équatorial est représenté sur la figure A.1 avec les axes du repère cartésien par dessus. Un vecteur en coordonnées équatoriales s'écrit  $(r, \alpha, \delta)$  où  $r$  est le rayon de la sphère considérée. Ce référentiel est très proche du système de coordonnées sphériques, il y a juste une inversion au niveau de la définition de la déclinaison. L'expression des coordonnées cartésiennes en fonction des coordonnées équatoriales s'écrit donc simplement comme :

- $x = r \cdot \cos(\text{dec}) \cos(\text{ra})$
- $y = r \cdot \sin(\text{dec}) \cos(\text{ra})$
- $z = r \cdot \sin(\text{dec})$

En appliquant le produit scalaire, dans le repère cartésien, entre deux vecteurs  $\vec{V}_1 = (x_1, y_1, z_1)$  et  $\vec{V}_2 = (x_2, y_2, z_2)$  nous obtenons d'une part :

$$\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2 = x_1 \times x_2 + y_1 \times y_2 + z_1 \times z_2, \quad (\text{A.1})$$

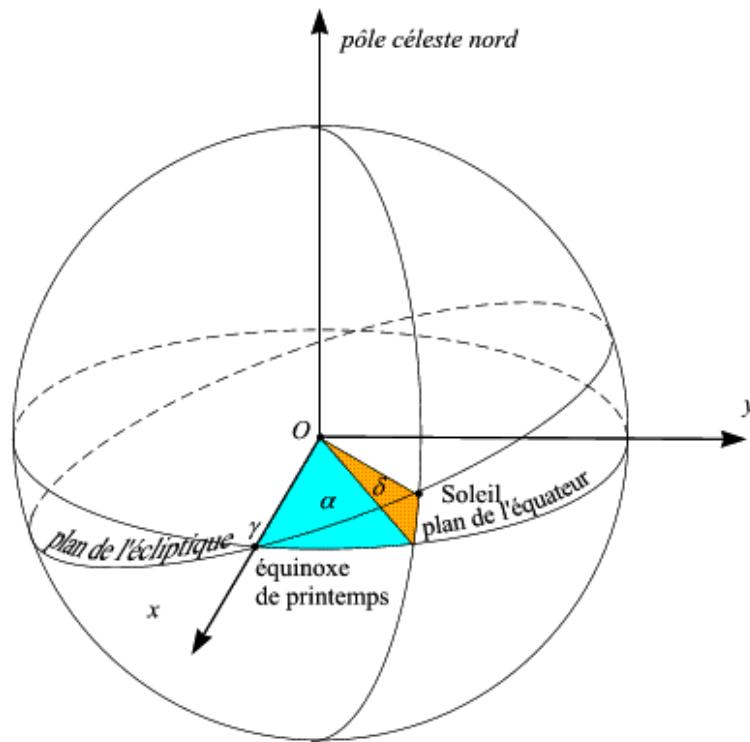
et d'autre part la séparation angulaire entre les deux vecteurs :

$$\Theta(\vec{V}_1, \vec{V}_2) = \cos^{-1} \left( \frac{\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2}{\|\vec{V}_1\| \cdot \|\vec{V}_2\|} \right). \quad (\text{A.2})$$

Dans mon cas, je prends les galaxies avec la même profondeur et donc le même  $r$ . De plus, pour obtenir la séparation angulaire, il est plus simple de poser  $r = 1$  afin de normaliser les deux vecteurs. Ainsi, on obtient la séparation angulaire, en passant par les coordonnées cartésiennes, entre les deux galaxies :

$$\begin{aligned} \Theta(BCG, gal) &= \cos^{-1} [\cos(\text{dec}_{bcg}) \cdot \cos(\text{ra}_{bcg}) \cdot \cos(\text{dec}_{gal}) \cdot \cos(\text{ra}_{gal}) \\ &\quad + \cos(\text{dec}_{bcg}) \cdot \sin(\text{ra}_{bcg}) \cdot \cos(\text{dec}_{gal}) \cdot \sin(\text{ra}_{gal}) \\ &\quad + \sin(\text{dec}_{bcg}) \cdot \sin(\text{dec}_{gal})]. \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

On obtient finalement la distance projetée entre les deux galaxies par la multiplication de la distance angulaire au redshift  $z_{bcg}$  ce qui nous donne :



**FIGURE A.1** – Présentation du repère équatorial. L'ascension droite est représentée par  $\alpha$  et la déclinaison par  $\delta$ .

$$\text{Distance}(BCG, gal) = \Theta(BCG, gal) \times D_A(z_{bcg}) \quad (\text{A.4})$$

## B. Distances en cosmologie

---



---

En cosmologie, le calcul des distances est primordial car dépend des paramètres du modèle sous-jacent. Pour cette raison, une mesure indépendante de la distance et du redshift donne accès directement à une contrainte des paramètres cosmologiques.

Nous allons développer le calcul de la distance propre d'un photon. Il faut nous rappeler que la cosmologie prend pour cadre un univers régit par la métrique de Robertson-Walker :

$$ds^2 = c^2 dt^2 - a^2(t) \left( \frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2(\theta)d\phi^2) \right). \quad (\text{B.1})$$

Comme nous allons nous intéresser au trajet d'un photon sur la ligne de visée, la partie angulaire disparaît alors de l'équation. De plus, pour des raisons de simplicité, je vais me placer dans le cadre d'un univers plat donc pour lequel  $k = 0$ . De plus, comme nous considérons un photon nous savons que  $ds^2 = 0$ . Nous partons donc de l'équation suivante :

$$c^2 dt^2 - a^2(t) dr^2 = 0, \quad (\text{B.2})$$

nous aboutissons au calcul suivant, où je remplace  $dr$  par  $d\chi$  pour mieux rappeler qu'il s'agit de la distance comobile :

$$\lambda_{recu} = \lambda_{emis} \left(1 + \frac{v}{c}\right) = \lambda_{emis} (1 + z) \quad (\text{B.3})$$

$$\lambda_{recu} = \lambda_{emis} \frac{a(t_{recu})}{a(t_{emis})}, \quad a(t_{recu}) = 1 \Rightarrow a(t) = \frac{1}{1 + z(t)} \quad (\text{B.4})$$

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + a^2(t) d\chi^2, \quad \gamma \Rightarrow ds^2 = 0 \quad (\text{B.5})$$

$$d\chi = \frac{c}{a(t)} dt \Rightarrow \chi(t_{emis}) = c \int_0^{t_{emis}} \frac{dt}{a(t)} \quad (\text{B.6})$$

$$H(t) = \frac{\dot{a}(t)}{a(t)} \Rightarrow dt = \frac{da}{a(t)H(t)} \Rightarrow \chi(a_{emis}) = c \int_1^{a_{emis}} \frac{da}{a^2 H(a)} \quad (\text{B.7})$$

$$a = \frac{1}{1 + z} \Rightarrow da = \frac{-dz}{(1 + z)^2} \Rightarrow \chi(z_{emis}) = c \int_0^{z_{emis}} \frac{dz(1 + z)^2}{(1 + z)^2 H(z)} \quad (\text{B.8})$$

$$\chi(z_{emis}) = c \int_0^{z_{emis}} \frac{dz}{H(z)} \text{ or } H(z) = H_0 \sqrt{\Omega_{M,0}(1 + z)^3 + \Omega_{R,0}(1 + z)^4 + \Omega_\Lambda} \quad (\text{B.9})$$

$$\chi(z_{emis}) = \frac{c}{H_0} \int_0^{z_{emis}} \frac{dz}{\sqrt{\Omega_{M,0}(1 + z)^3 + \Omega_{R,0}(1 + z)^4 + \Omega_\Lambda}} \quad (\text{B.10})$$

C'est ainsi qu'on obtient l'expression de la distance comobile. Il suffit alors d'utiliser les expressions présentées dans la section I.1.2 pour obtenir toutes les autres distances simplement en fonction de ce résultat.

## C. Méthode des moindres carrés et matrice de Fisher

---



---

Je vais développer ici la méthode usuelle pour déterminer le meilleur jeu de paramètres connaissant un modèle en faisant un ajustement sur des données ou des simulations.

Lorsque l'on possède des données, nous avons les mesures ainsi que les barres d'erreurs associées. De plus, supposons que nous ayons un modèle dépendant d'une famille de paramètres  $\{p_\alpha\}$  avec  $\alpha \in [1\dots N]$ . Si nous voulons déterminer le jeu de paramètres ajustant au mieux les mesures, nous devons minimiser la distances entre les points de mesures ( $mes_i$ ) et les prédictions du modèle ( $mes_i^{th}(\{p_\alpha\})$ ) tout en pondérant par l'importance des barres d'erreurs  $\sigma_i$ . En quelques sortes, ce qui nous intéresse est la comparaison entre la distance  $mes_i - mes_i^{th}(\{p_\alpha\})$  et l'erreur  $\sigma_i$ . On peut donc définir la distance relative suivante :

$$Dist_i(\{p_\alpha\}) = \frac{mes_i - mes_i^{th}(\{p_\alpha\})}{\sigma_i} \quad (\text{C.1})$$

Cependant, nous ne voulons pas que les distances positives se compensent avec les négatives. Nous pouvons prendre le carré de cette quantité pour avoir une vrai distance. Nous verrons par la suite que cette convention à un avantage bien plus grand en reliant cette quantité à une gaussienne. Au final, la quantité qui nous intéresse est la somme de ces distances sur l'ensemble des  $k$  mesures. Nous avons alors l'estimateur de moindre carré noté  $\chi^2$  :

$$\chi^2(\{p_\alpha\}) = \sum_{i=1}^k \frac{mes_i - mes_i^{th}(\{p_\alpha\})^2}{\sigma_i^2} \quad (\text{C.2})$$

Comme on s'attend à ce que les points de mesures se distribuent autour du meilleur modèle selon les erreurs, on attend donc une valeur moyenne de l'ordre de 1 pour chacun des termes de la somme et donc un total de l'ordre de  $k$ . Il est évident que le meilleur jeu de paramètres est celui qui minimise cet estimateur, d'où le nom de "moindres carrés". En revanche, si la valeur du minimum est très grande, ou très faible, devant  $k$  alors cela implique que le modèle en lui même n'est pas bon. Un minimum proche de zéro met en évidence un modèle sur-paramétrisé. En effet, ajuster un modèle de type polynôme d'ordre 3 avec 3 points de mesures n'a pas de sens car il est toujours possible de faire passer ce dernier exactement par les points de mesure. On obtient donc un minimum à zéro. Une valeur minimum trop haute met en évidence un modèle sous-paramétrisé. En effet tenter d'ajuster une droite sur un

grand nombre de points de mesures qui ne suivent pas une droite menne systématiquement à un grand écart moyen. On sent alors qu'une grande difficulté réside dans le choix du modèle et du nombre de paramètres indépendants qu'il faut choisir pour ajuster les données.

**Loi de delta de  $\chi^2$**  Un autre intérêt est de relier l'erreur sur l'estimation des paramètres par la loi de  $\Delta\chi^2$  décrite comme :

$$\Delta\chi^2(\{p_\alpha\}) = \chi^2(\{p_\alpha\}) - \chi^2(\{p_\alpha\}_{min}) \quad (\text{C.3})$$

Cette loi nous donne la variation de la loi de  $\chi^2$  pour laquelle on a une certaine probabilité de contenir le vrai jeu de paramètre. Il faut pour cela utiliser la fonction de répartition de la loi de  $\chi^2$  pour  $k$  paramètres, en fonction de la valeur  $x$  mesurée :

$$F_{\chi^2}(k, x) = \frac{\gamma(k/2, x/2)}{\Gamma(k/2)} = \frac{\int_0^x e^{-t} \cdot t^{k/2-1} dt}{\int_0^{+\infty} e^{-t} \cdot t^{k/2-1} dt}. \quad (\text{C.4})$$

**Passage à la matrice de Fisher** Nous venons de voir l'estimateur des moindres carrés appliqué sur des données. On veut désormais appliquer une méthode sur des données simulées. La différence vient principalement du fait que nous connaissons dans ce cas le meilleur jeu de paramètres  $\{p_\alpha\}_{min}$  car nous l'avons fixé en générant l'événement. Une méthode d'approximation de la loi de  $\chi^2$  par un polynôme d'ordre deux s'avère alors un outil très pratique. Pour ce faire, il suffit de réécrire la loi de  $\chi^2$  en utilisant le développement limité à l'ordre 2 autour du meilleur jeu de paramètres :

$$\chi^2(\{p_\alpha\}) = \chi^2(\{p_\alpha\}_{min}) + \sum_{\beta} \Delta p_{\beta} \left. \frac{\partial \chi^2(\{p_\alpha\})}{\partial p_{\beta}} \right|_{\{p_\alpha\}_{min}} + \sum_{\beta, \gamma} \frac{\Delta p_{\beta} \Delta p_{\gamma}}{2} \left. \frac{\partial^2 \chi^2(\{p_\alpha\})}{\partial p_{\beta} \partial p_{\gamma}} \right|_{\{p_\alpha\}_{min}}. \quad (\text{C.5})$$

Pour ce qui est de l'estimation de l'erreur par la matrice de Fisher, je procède de deux manières. Une où je ne laisse pas libre le paramètre  $z_f$  et une où je le laisse libre. Dans les deux cas, je dois utiliser un programme spécifique au  $z_f$  que j'ai simulé (en fait le  $z_f$  est précisé en entrée de programme et celui-ci réalise le calcul pour l'ensemble des galaxies qui avaient ce  $z_f$  dans la simulation). Le calcul est le suivant dans le cas où le redshift de formation est un paramètre libre :

$$F_{ij} = - \left\langle \frac{\partial^2 \ln \mathcal{L}}{\partial_i \partial_j} \right\rangle \quad (\text{C.6})$$

$$F_{z_f z_p} = - \left\langle \frac{\partial^2 \ln \mathcal{L}}{\partial_{z_f} \partial_{z_p}} \right\rangle \quad (\text{C.7})$$

$$F_{z_f z_p}(z'_p, z'_f) = - \left\langle \frac{\partial^2 - 1/2 \chi^2(z_p, z_f)}{\partial_{z_f} \partial_{z_p}} \Big|_{z'_p, z'_f} \right\rangle \quad (\text{C.8})$$

$$\chi^2(z_p, z_f) = \sum_{\text{col}} \frac{(col_{th}(z_p, z_f) - col_{measure})^2}{\sigma_{col}^2} \quad (\text{C.9})$$

$$F_{z_f z_p}(z'_p, z'_f) = \left\langle \frac{\partial^2 1/2 \sum_{\text{col}} \frac{(col_{th}(z_p, z_f) - col_{measure})^2}{\sigma_{col}^2}}{\partial_{z_f} \partial_{z_p}} \Big|_{z'_f, z'_p} \right\rangle \quad (\text{C.10})$$

$$F_{z_f z_p}(z'_p, z'_f) = \left\langle \frac{\partial}{\partial_{z_f}} \Big|_{z'_f} \sum_{\text{col}} \frac{(col_{th}(z_p, z_f) - col_{measure})}{\sigma_{col}^2} \frac{\partial col_{th}(z_p, z_f)}{\partial_{z_p}} \Big|_{z'_p} \right\rangle \quad (\text{C.11})$$

$$F_{z_f z_p}(z'_p, z'_f) = \left\langle \sum_{\text{col}} \frac{1}{\sigma_{col}^2} \frac{\partial col_{th}(z_p, z_f)}{\partial_{z_p}} \Big|_{z'_p} \frac{\partial col_{th}(z_p, z_f)}{\partial_{z_f}} \Big|_{z'_f} + \right. \quad (\text{C.12})$$

$$\left. + \sum_{\text{col}} \frac{(col_{th}(z_p, z_f) - col_{measure})}{\sigma_{col}^2} \frac{\partial^2 col_{th}(z_p, z_f)}{\partial_{z_f} \partial_{z_p}} \Big|_{z'_f, z'_p} \right\rangle \quad (\text{C.13})$$

$$F_{z_f z_p}(z'_p, z'_f) = \left\langle \sum_{\text{col}} \frac{1}{\sigma_{col}^2} \frac{\partial col_{th}(z_p, z_f)}{\partial_{z_p}} \Big|_{z'_p} \frac{\partial col_{th}(z_p, z_f)}{\partial_{z_f}} \Big|_{z'_f} \right\rangle \quad (\text{C.14})$$

De la même manière que pour le cas à un seul paramètre, le terme qui se simplifie vient du fait que l'on regarde toujours la matrice de Fisher autour du point où  $col_{th} = col_{measure}$ . Nous cherchons à estimer l'erreur sur l'estimation du *redshift* photométrique ( $z_p$ ). Nous devons donc regarder le terme  $F_{z_p z_p}^{-1}$ . L'inversion permet de mélanger l'erreur des termes non-diagonaux avec le terme diagonal. Il vient que l'erreur est :

$$\sigma_{z_p}(z'_p, z'_f) = \sqrt{F_{z_p z_p}^{-1}(z'_p, z'_f)} \quad (\text{C.15})$$



# Bibliographie (de Abell à Zwicky...)

- Abell G. O., 1958, *ApJS* **3**, 211
- Albrecht A., Bernstein G., Cahn R., Freedman W. L., Hewitt J., Hu W., Huth J., Kamionkowski M., Kolb E. W., Knox L., Mather J. C., Staggs S. & Suntzeff N. B., 2006, *ArXiv Astrophysics e-prints*
- Allen S. W., Rapetti D. A., Schmidt R. W., Ebeling H., Morris R. G. & Fabian A. C., 2008, *MNRAS* **383**, 879
- Alpher R. A., Bethe H. & Gamow G., 1948, *Physical Review* **73**, 803
- Arnaud M., Aghanim N., Gastaud R., Neumann D. M., Lumb D., Briel U., Altieri B., Ghizzardi S., Mittaz J., Sasseen T. P. & Vestrand W. T., 2001, *A&A* **365**, L67
- Arnaud M., Pratt G. W., Piffaretti R., Boehringer H., Croston J. H. & Pointecouteau E., 2009, *ArXiv e-prints*
- Bartelmann M., 1996, *A&A* **313**, 697
- Bartlett J. G., 2004, *Ap&SS* **290**, 105
- Baumann D. & Peiris H. V., 2008, *ArXiv e-prints*
- Benítez N., Ford H., Bouwens R., Menanteau F., Blakeslee J., Gronwall C., Illingworth G., Meurer G., Broadhurst T. J., Clampin M., Franx M., Hartig G. F., Magee D., Sirianni M., Ardila D. R., Bartko F., Brown R. A., Burrows C. J., Cheng E. S., Cross N. J. G., Feldman P. D., Goliowski D. A., Infante L., Kimble R. A., Krist J. E., Lesser M. P., Levay Z., Martel A. R., Miley G. K., Postman M., Rosati P., Sparks W. B., Tran H. D., Tsvetanov Z. I., White R. L. & Zheng W., 2004, *ApJS* **150**, 1
- Berlind A. A. & Weinberg D. H., 2002, *ApJ* **575**, 587
- Bernardeau F., 1998, *ArXiv Astrophysics e-prints*
- Birkinshaw M., 1999, *Phys. Rep.* **310**, 97
- Blanchard A., Valls-Gabaud D. & Mamon G. A., 1992, *A&A* **264**, 365
- Blanton M. R., Brinkmann J., Csabai I., Doi M., Eisenstein D., Fukugita M., Gunn J. E., Hogg D. W. & Schlegel D. J., 2003a, *AJ* **125**, 2348
- Blanton M. R., Brinkmann J., Csabai I., Doi M., Eisenstein D., Fukugita M., Gunn J. E., Hogg D. W. & Schlegel D. J., 2003b, *AJ* **125**, 2348
- Bolzonella M., Miralles J. & Pelló R., 2000, *A&A* **363**, 476
- Bond J. R., Cole S., Efstathiou G. & Kaiser N., 1991, *ApJ* **379**, 440
- Borgani S., 2006, *ArXiv Astrophysics e-prints*, astro-ph/0605575
- Brown M. J. I., Dey A., Jannuzi B. T., Brand K., Benson A. J., Brodwin M., Croton D. J. & Eisenhardt P. R., 2007, *ApJ* **654**, 858
- Brown M. J. I., Zheng Z., White M., Dey A., Jannuzi B. T., Benson A. J., Brand K., Brodwin M. & Croton D. J., 2008, *ApJ* **682**, 937
- Brown M. L., Ade P., Bock J., Bowden M., Cahill G., Castro P. G., Church S., Culverhouse T., Friedman R. B., Ganga K., Gear W. K., Gupta S., Hinderks J., Kovac J., Lange

- A. E., Leitch E., Melhuish S. J., Memari Y., Murphy J. A., Orlando A., O'Sullivan C., Piccirillo L., Pryke C., Rajguru N., Rusholme B., Schwarz R., Taylor A. N., Thompson K. L., Turner A. H., Wu E. Y. S., Zemcov M. & The QUaD collaboration, 2009, *ApJ* **705**, 978
- Bruzual G. & Charlot S., 2003, *MNRAS* **344**, 1000
- Carlberg R. G., Yee H. K. C., Ellingson E., Abraham R., Gravel P., Morris S. & Pritchett C. J., 1996, *ApJ* **462**, 32
- Carlstrom J. E., Holder G. P. & Reese E. D., 2002, *ARA&A* **40**, 643
- Cavaliere A., Gursky H. & Tucker W., 1971, *Nature* **231**, 437
- Chabrier G., 2003, *PASP* **115**, 763
- Charbonnel C., Däppen W., Schaerer D., Bernasconi P. A., Maeder A., Meynet G. & Mowlavi N., 1999, *A&AS* **135**, 405
- Charbonnel C., Meynet G., Maeder A. & Schaerer D., 1996, *A&AS* **115**, 339
- Clocchiatti A., Schmidt B. P., Filippenko A. V., Challis P., Coil A. L., Covarrubias R., Diercks A., Garnavich P., Germany L., Gilliland R., Hogan C., Jha S., Kirshner R. P., Leibundgut B., Leonard D., Li W., Matheson T., Phillips M. M., Prieto J. L., Reiss D., Riess A. G., Schommer R., Smith R. C., Soderberg A., Spyromilio J., Stubbs C., Suntzeff N. B., Tonry J. L. & Woudt P., 2006, *ApJ* **642**, 1
- Cooray A. & Milosavljević M., 2005, *ApJ* **627**, L89
- Cooray A. & Sheth R., 2002, *Phys. Rep.* **372**, 1
- Crain R. A., Eke V. R., Frenk C. S., Jenkins A., McCarthy I. G., Navarro J. F. & Pearce F. R., 2007, *MNRAS* **377**, 41
- Csabai I., Budavári T., Connolly A. J., Szalay A. S., Győry Z., Benítez N., Annis J., Brinkmann J., Eisenstein D., Fukugita M., Gunn J., Kent S., Lupton R., Nichol R. C. & Stoughton C., 2003, *AJ* **125**, 580
- De Lucia G., Poggianti B. M., Aragón-Salamanca A., White S. D. M., Zaritsky D., Clowe D., Halliday C., Jablonka P., von der Linden A., Milvang-Jensen B., Pelló R., Rudnick G., Saglia R. P. & Simard L., 2007, *MNRAS* **374**, 809
- Einstein A., 1916, *Annalen der Physik* **354**, 769
- Eisenstein D. J., Annis J., Gunn J. E., Szalay A. S., Connolly A. J., Nichol R. C., Bahcall N. A., Bernardi M., Burles S., Castander F. J., Fukugita M., Hogg D. W., Ivezić Ž., Knapp G. R., Lupton R. H., Narayanan V., Postman M., Reichart D. E., Richmond M., Schneider D. P., Schlegel D. J., Strauss M. A., SubbaRao M., Tucker D. L., Vanden Berk D., Vogeley M. S., Weinberg D. H. & Yanny B., 2001, *AJ* **122**, 2267
- Eisenstein D. J., Zehavi I., Hogg D. W., Scoccimarro R., Blanton M. R., Nichol R. C., Scranton R., Seo H., Tegmark M., Zheng Z., Anderson S. F., Annis J., Bahcall N., Brinkmann J., Burles S., Castander F. J., Connolly A., Csabai I., Doi M., Fukugita M., Frieman J. A., Glazebrook K., Gunn J. E., Hendry J. S., Hennessy G., Ivezić Z., Kent S., Knapp G. R., Lin H., Loh Y., Lupton R. H., Margon B., McKay T. A., Meiksin A., Munn J. A., Pope A., Richmond M. W., Schlegel D., Schneider D. P., Shimasaku K., Stoughton C., Strauss M. A., SubbaRao M., Szalay A. S., Szapudi I., Tucker D. L., Yanny B. & York D. G., 2005, *ApJ* **633**, 560
- Eke V. R., Navarro J. F. & Frenk C. S., 1998, *ApJ* **503**, 569
- Evrard A. E., 1997, *MNRAS* **292**, 289
- Faber S. M., Willmer C. N. A., Wolf C., Koo D. C., Weiner B. J., Newman J. A., Im M., Coil A. L., Conroy C., Cooper M. C., Davis M., Finkbeiner D. P., Gerke B. F., Gebhardt K., Groth E. J., Guhathakurta P., Harker J., Kaiser N., Kassin S., Kleinheinrich M., Konidaris N. P., Kron R. G., Lin L., Luppino G., Madgwick D. S., Meisenheimer K.,

- Noeske K. G., Phillips A. C., Sarajedini V. L., Schiavon R. P., Simard L., Szalay A. S., Vogt N. P. & Yan R., 2007, *ApJ* **665**, 265
- Giacconi R., Murray S., Gursky H., Kellogg E., Schreier E. & Tananbaum H., 1972, *ApJ* **178**, 281
- Goto T., Sekiguchi M., Nichol R. C., Bahcall N. A., Kim R. S. J., Annis J., Ivezić Ž., Brinkmann J., Hennessy G. S., Szokoly G. P. & Tucker D. L., 2002, *AJ* **123**, 1807
- Gunn J. E. & Gott J. R. I., 1972, *ApJ* **176**, 1
- Gunn J. E. & Peterson B. A., 1965, *ApJ* **142**, 1633
- Hansen S. M., McKay T. A., Wechsler R. H., Annis J., Sheldon E. S. & Kimball A., 2005, *ApJ* **633**, 122
- Herbig T., Readhead A. C. S. & Lawrence C. R., 1992, dans *Bulletin of the American Astronomical Society*, Vol. 24 of *Bulletin of the American Astronomical Society*, pp 1263–+
- Hu W., 2003, *Annals of Physics* **303**, 203
- Hu W. & Dodelson S., 2002, *ARA&A* **40**, 171
- Hu W. & Sugiyama N., 1995, *ApJ* **444**, 489
- Hu W., Sugiyama N. & Silk J., 1997, *Nature* **386**, 37
- Hu W. & White M., 1997, *New Astronomy* **2**, 323
- Hubble E., 1929, *Proceedings of the National Academy of Science* **15**, 168
- Hubble E. & Humason M. L., 1931, *ApJ* **74**, 43
- Iglesias C. A. & Rogers F. J., 1993, *ApJ* **412**, 752
- Ilbert O., Arnouts S., McCracken H. J., Bolzonella M., Bertin E., Le Fèvre O., Mellier Y., Zamorani G., Pellò R., Iovino A., Tresse L., Le Brun V., Bottini D., Garilli B., Maccagni D., Picat J. P., Scaramella R., Scoggio M., Vettolani G., Zanichelli A., Adami C., Bardelli S., Cappi A., Charlot S., Ciliegi P., Contini T., Cucciati O., Foucaud S., Franzetti P., Gavignaud I., Guzzo L., Marano B., Marinoni C., Mazure A., Meneux B., Merighi R., Paltani S., Pollo A., Pozzetti L., Radovich M., Zucca E., Bondi M., Bongiorno A., Busarello G., de La Torre S., Gregorini L., Lamareille F., Mathez G., Merluzzi P., Ripepi V., Rizzo D. & Vergani D., 2006, *A&A* **457**, 841
- Ivezic Z., Tyson J. A., Allsman R., Andrew J., Angel R. & for the LSST Collaboration, 2008, *ArXiv e-prints*
- Jenkins A., Frenk C. S., White S. D. M., Colberg J. M., Cole S., Evrard A. E., Couchman H. M. P. & Yoshida N., 2001, *MNRAS* **321**, 372
- Johnston D. E., Sheldon E. S., Wechsler R. H., Rozo E., Koester B. P., Frieman J. A., McKay T. A., Evrard A. E., Becker M. R. & Annis J., 2007, *ArXiv e-prints*
- Jones C. & Forman W., 1984, *ApJ* **276**, 38
- Kamionkowski M., Kosowsky A. & Stebbins A., 1997, *Phys. Rev. D* **55**, 7368
- King I., 1962, *AJ* **67**, 471
- King I. R., 1972, *ApJ* **174**, L123+
- Koester B. P., McKay T. A., Annis J., Wechsler R. H., Evrard A., Bleem L., Becker M., Johnston D., Sheldon E., Nichol R., Miller C., Scranton R., Bahcall N., Barentine J., Brewington H., Brinkmann J., Harvanek M., Kleinman S., Krzesinski J., Long D., Nitta A., Schneider D. P., Snedden S., Voges W. & York D., 2007a, *ApJ* **660**, 239
- Koester B. P., McKay T. A., Annis J., Wechsler R. H., Evrard A. E., Rozo E., Bleem L., Sheldon E. S. & Johnston D., 2007b, *ApJ* **660**, 221
- Kolb E. W. & Turner M. S., 1990, *The early universe*
- Komatsu E., Dunkley J., Nolta M. R., Bennett C. L., Gold B., Hinshaw G., Jarosik N., Larson D., Limon M., Page L., Spergel D. N., Halpern M., Hill R. S., Kogut A., Meyer

- S. S., Tucker G. S., Weiland J. L., Wollack E. & Wright E. L., 2009, *ApJS* **180**, 330
- Kompaneets A. S., 1957, *Sov. Phys. JETP* **4**, 730
- Lahav O., Lilje P. B., Primack J. R. & Rees M. J., 1991, *MNRAS* **251**, 128
- LaRoque S. J., Bonamente M., Carlstrom J. E., Joy M. K., Nagai D., Reese E. D. & Dawson K. S., 2006, *ApJ* **652**, 917
- Lidsey J. E., Liddle A. R., Kolb E. W., Copeland E. J., Barreiro T. & Abney M., 1997, *Reviews of Modern Physics* **69**, 373
- Lynden-Bell D., 1967, *MNRAS* **136**, 101
- Macciò A. V., Dutton A. A., van den Bosch F. C., Moore B., Potter D. & Stadel J., 2007, *MNRAS* **378**, 55
- Mather J. C., Cheng E. S., Cottingham D. A., Eplee, Jr. R. E., Fixsen D. J., Hewagama T., Isaacman R. B., Jensen K. A., Meyer S. S., Noerdlinger P. D., Read S. M., Rosen L. P., Shafer R. A., Wright E. L., Bennett C. L., Boggess N. W., Hauser M. G., Kelsall T., Moseley, Jr. S. H., Silverberg R. F., Smoot G. F., Weiss R. & Wilkinson D. T., 1994, *ApJ* **420**, 439
- Mei S., Holden B. P., Blakeslee J. P., Ford H. C., Franx M., Homeier N. L., Illingworth G. D., Jee M. J., Overzier R., Postman M., Rosati P., Van der Wel A. & Bartlett J. G., 2009, *ApJ* **690**, 42
- Ménard B., Scranton R., Fukugita M. & Richards G., 2009, *ArXiv e-prints*
- Mohr J. J., 2005, dans S. C. Wolff & T. R. Lauer (eds.), *Observing Dark Energy*, Vol. 339 of *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, p. 140
- Nagai D., Kravtsov A. V. & Vikhlinin A., 2007, *ApJ* **668**, 1
- Navarro J. F., Frenk C. S. & White S. D. M., 1996, *ApJ* **462**, 563
- Oke J. B. & Gunn J. E., 1983, *ApJ* **266**, 713
- Peacock J. A. & Smith R. E., 2000, *MNRAS* **318**, 1144
- Penzias A. A. & Wilson R. W., 1965, *ApJ* **142**, 419
- Percival W., 2007, dans L. Papantonopoulos (ed.), *The Invisible Universe : Dark Matter and Dark Energy*, Vol. 720 of *Lecture Notes in Physics*, Berlin Springer Verlag, pp 157–+
- Perlmutter S., Aldering G., Goldhaber G., Knop R. A., Nugent P., Castro P. G., Deustua S., Fabbro S., Goobar A., Groom D. E., Hook I. M., Kim A. G., Kim M. Y., Lee J. C., Nunes N. J., Pain R., Pennypacker C. R., Quimby R., Lidman C., Ellis R. S., Irwin M., McMahon R. G., Ruiz-Lapuente P., Walton N., Schaefer B., Boyle B. J., Filippenko A. V., Matheson T., Fruchter A. S., Panagia N., Newberg H. J. M., Couch W. J. & The Supernova Cosmology Project, 1999, *ApJ* **517**, 565
- Phillips M. M., 1993, *ApJ* **413**, L105
- Press W. H. & Schechter P., 1974, *ApJ* **187**, 425
- Rephaeli Y., 1995, *ARA&A* **33**, 541
- Riess A. G., Filippenko A. V., Challis P., Clocchiatti A., Diercks A., Garnavich P. M., Gilliland R. L., Hogan C. J., Jha S., Kirshner R. P., Leibundgut B., Phillips M. M., Reiss D., Schmidt B. P., Schommer R. A., Smith R. C., Spyromilio J., Stubbs C., Suntzeff N. B. & Tonry J., 1998, *AJ* **116**, 1009
- Robertson H. P., 1935, *Proc. N.A.S.* **15**, 822
- Rogers F. J. & Iglesias C. A., 1992, *ApJS* **79**, 507
- Rybicki G. B. & Lightman A. P., 1979, *Radiative processes in astrophysics*
- Schaller G., Schaefer D., Meynet G. & Maeder A., 1992, *A&AS* **96**, 269
- Schechter P., 1976, *ApJ* **203**, 297
- Schuecker P., 2005, *ArXiv Astrophysics e-prints*, astro-ph/0502234
- Scranton R., Ménard B., Richards G. T., Nichol R. C., Myers A. D., Jain B., Gray A.,

- Bartelmann M., Brunner R. J., Connolly A. J., Gunn J. E., Sheth R. K., Bahcall N. A., Brinkman J., Loveday J., Schneider D. P., Thakar A. & York D. G., 2005, *ApJ* **633**, 589
- Seljak U. & Zaldarriaga M., 1996, *ApJ* **469**, 437
- Seo H., Eisenstein D. J. & Zehavi I., 2008, *ApJ* **681**, 998
- Sheth R. K., Mo H. J. & Tormen G., 2001, *MNRAS* **323**, 1
- Sheth R. K. & Tormen G., 1999, *MNRAS* **308**, 119
- Spergel D. N., Bean R., Doré O., Nolta M. R., Bennett C. L., Dunkley J., Hinshaw G., Jarosik N., Komatsu E., Page L., Peiris H. V., Verde L., Halpern M., Hill R. S., Kogut A., Limon M., Meyer S. S., Odegard N., Tucker G. S., Weiland J. L., Wollack E. & Wright E. L., 2007, *ApJS* **170**, 377
- Springel V., 2005, *MNRAS* **364**, 1105
- Staniszewski Z., Ade P. A. R., Aird K. A., Benson B. A., Bleem L. E., Carlstrom J. E., Chang C. L., Cho H., Crawford T. M., Crites A. T., de Haan T., Dobbs M. A., Halverson N. W., Holder G. P., Holzapfel W. L., Hrubes J. D., Joy M., Keisler R., Lanting T. M., Lee A. T., Leitch E. M., Loehr A., Lueker M., McMahon J. J., Mehl J., Meyer S. S., Mohr J. J., Montroy T. E., Ngeow C., Padin S., Plagge T., Pryke C., Reichardt C. L., Ruhl J. E., Schaffer K. K., Shaw L., Shirokoff E., Spieler H. G., Stalder B., Stark A. A., Vanderlinde K., Vieira J. D., Zahn O. & Zenteno A., 2009, *ApJ* **701**, 32
- Sunyaev R. A. & Zel'dovich Y. B., 1970, *Comments on Astrophysics and Space Physics* **2**, 66
- Sunyaev R. A. & Zel'dovich Y. B., 1972, *Comments on Astrophysics and Space Physics* **4**, 173
- Tago E., Einasto J., Saar E., Einasto M., Suhonenko I., Jõeveer M., Vennik J., Heinämäki P. & Tucker D. L., 2006, *Astronomische Nachrichten* **327**, 365
- Tisserand P., Le Guillou L., Afonso C., Albert J. N., Andersen J., Ansari R., Aubourg É., Bareyre P., Beaulieu J. P., Charlot X., Coutures C., Ferlet R., Fouqué P., Glicenstein J. F., Goldman B., Gould A., Graff D., Gros M., Haissinski J., Hamadache C., de Kat J., Lasserre T., Lesquoy É., Loup C., Magneville C., Marquette J. B., Maurice É., Maury A., Milsztajn A., Moniez M., Palanque-Delabrouille N., Perdereau O., Rahal Y. R., Rich J., Spiro M., Vidal-Madjar A., Vigroux L., Zylberajch S. & The EROS-2 Collaboration, 2007, *A&A* **469**, 387
- van den Bosch F. C., Norberg P., Mo H. J. & Yang X., 2004, *MNRAS* **352**, 1302
- Vanderlinde K., Crawford T. M., de Haan T., Dudley J. P., Shaw L., Ade P. A. R., Aird K. A., Benson B. A., Bleem L. E., Brodwin M., Carlstrom J. E., Chang C. L., Crites A. T., Desai S., Dobbs M. A., Foley R. J., George E. M., Gladders M. D., Hall N. R., Halverson N. W., High F. W., Holder G. P., Holzapfel W. L., Hrubes J. D., Joy M., Keisler R., Knox L., Lee A. T., Leitch E. M., Loehr A., Lueker M., Marrone D. P., McMahon J. J., Mehl J., Meyer S. S., Mohr J. J., Montroy T. E., Ngeow C., Padin S., Plagge T., Pryke C., Reichardt C. L., Rest A., Ruel J., Ruhl J. E., Schaffer K. K., Shirokoff E., Song J., Spieler H. G., Stalder B., Staniszewski Z., Stark A. A., Stubbs C. W., van Engelen A., Vieira J. D., Williamson R., Yang Y., Zahn O. & Zenteno A., 2010, *ArXiv e-prints*
- Vanzella E., Cristiani S., Fontana A., Nonino M., Arnouts S., Giallongo E., Grazian A., Fasano G., Popesso P., Saracco P. & Zaggia S., 2004, *A&A* **423**, 761
- Vikhlinin A. & 400d Survey Team, 2005, dans *Bulletin of the American Astronomical Society*, Vol. 37 of *Bulletin of the American Astronomical Society*, pp 1402–+
- Walker A. G., 1936, *Proc. London Math. Soc.* **42**, 90
- Wen Z. L., Han J. L. & Liu F. S., 2009, *ApJS* **183**, 197
- Wen Z. L., Han J. L. & Liu F. S., 2010, *VizieR Online Data Catalog* **218**, 30197

- White S. D. M., 1996, dans O. Lahav, E. Terlevich, & R. J. Terlevich (eds.), *Gravitational dynamics*, p. 121
- White S. D. M., Navarro J. F., Evrard A. E. & Frenk C. S., 1993, Nature **366**, 429
- Yang X., Mo H. J. & van den Bosch F. C., 2008, ApJ **676**, 248
- Yang X., Mo H. J., van den Bosch F. C. & Jing Y. P., 2005, MNRAS **356**, 1293
- Yang X., Mo H. J., van den Bosch F. C., Pasquali A., Li C. & Barden M., 2007, ApJ **671**, 153
- Zaldarriaga M., 1997, Phys. Rev. D **55**, 1822
- Zaldarriaga M., 1998, *Fluctuations in the Cosmic Microwave Background %J Ph.D. Thesis, M. I.T astro-ph/9806122., Thèse de doctorat*, , M. I.T astro-ph/9806122., (1998)
- Zaldarriaga M. & Seljak U., 1997, Phys. Rev. D **55**, 1830
- Zel'dovich Y. B. & Sunyaev R. A., 1969, Ap&SS **4**, 301
- Zheng Z., Berlind A. A., Weinberg D. H., Benson A. J., Baugh C. M., Cole S., Davé R., Frenk C. S., Katz N. & Lacey C. G., 2005, ApJ **633**, 791
- Zwicky F., 1933, *Helvetica Physica Acta* **6**, 110
- Zwicky F., Herzog E., Wild P., Karpowicz M. & Kowal C. T., 1961-1968, dans *Catalogue of Galaxies and of Clusters of Galaxies*, Pasadena : California Institute of Technology, Vol. 1-6

# Index

<b>A</b>		<b>H</b>	
Amas de galaxies .....	84	HOD .....	101
Asymétrie matière-antimatière .....	26		
<b>B</b>		<b>I</b>	
Baryon Acoustic Oscillations.....	74	IMF .....	119
Beta-modèle .....	90	Inflation .....	33
<b>C</b>		<b>L</b>	
Catalogue MaxBCG .....	147	LSST .....	112
Catalogue simulé .....	151		
Catalogue WHL .....	171	<b>M</b>	
Catalogue Yang <i>et al.</i> .....	100	Métallicité .....	118
Collapse .....	81	Matière baryonique .....	20
<b>D</b>		Matière noire .....	21, 87
Densité			
fluctuations .....	69	<b>N</b>	
Distance angulaire .....	19	Nucléosynthèse primordiale .....	26
Distance de luminosité .....	18		
Distances .....	15	<b>P</b>	
distances .....	193	Perturbations .....	31
<b>E</b>		PLANCK .....	109
Effet SZ .....	93	Polarisation du CMB .....	49
Energie noire .....	21	Principe cosmologique .....	8
Equations d'Einstein .....	8	Profil NFW .....	88
Equations de Friedmann .....	11, 12		
Evolution paramètres .....	12	<b>R</b>	
Evolution passive .....	102	Réionisation .....	58
<b>F</b>		Rayonnement .....	20
Facteur d'échelle .....	11	Rayonnement X .....	90
Facteur de croissance .....	69	Redshift .....	15
Fonction de corrélation .....	40	Redshift spectroscopique .....	15, 16
Fonction de luminosité .....	97		
Fonction de masse .....	82	<b>S</b>	
Fond diffus cosmologique .....	28	SDSS .....	111
Formation des amas de galaxies .....	78	SED .....	117
<b>G</b>		SFR .....	116
<i>Growth factor</i> .....	<i>voir</i> Facteur de croissance	Silk damping .....	45
		Spectre de puissance .....	41
		Spectre de température .....	43
<b>T</b>			
Turn-arround .....	81		

**V**

Variance cosmique ..... 41



**Titre :** Modélisation et reconstruction des amas de galaxies dans le domaine optique/infrarouge

**Résumé :** Les amas de galaxies sont des objets des plus fascinants qu'il soit pour la cosmologie moderne. Ils permettent de comprendre le scénario de formation des structures de l'Univers, qui est sensible à l'intensité et la nature de l'énergie noire. Dans le but d'étudier la nature de cette énergie, il est nécessaire de constituer de grands catalogues d'amas avec la meilleure estimation conjuguée de leur *redshift* et de leur masse. Avec un relevé actuel comme SDSS ou les futurs relevés comme LSST, PAN-STARRS ou encore EUCLID, les données optiques/infrarouges jouent de nouveau un grand rôle dans la construction et/ou à la consolidation de ces catalogues. Cependant, il n'est pas toujours évident de trouver un amas de galaxies lointain avec ces données de par la grande densité d'objets et l'incertitude de l'estimation des redshifts photométriques. Il est également possible de détecter les amas par l'observation du gaz chaud intra-amas. Le satellite PLANCK le permet par le biais de l'effet Sunyaev-Zel'dovich. Cependant, cette mesure n'étant pas auto-suffisante, il est nécessaire d'obtenir une autre observation dans le but de consolider ainsi que d'obtenir l'ensemble des informations utiles. C'est dans cette optique que j'ai développé un algorithme de détection d'amas de galaxies sur données optique/infrarouge photométriques en champ restreint (quelques centaines d'arcminutes carrées). Afin d'estimer l'utilité d'un tel algorithme dans différents relevés présents et futurs, notamment dans le cadre de PLANCK, j'ai consacré une partie conséquente à la modélisation des effets de reconstructions des amas de galaxies dans les données photométriques.

**Mots-clés :** <Cosmologie - Amas de galaxies - Modélisation - Algorithme de détection>

---

**Title:** Galaxy clusters modelisation and detection in optical/infrared data

**Abstract:** Galaxy clusters are objects of importance for modern cosmology, particularly to study the dark energy. They allow us to constrain the formation of the structures scenario, which is sensitive to the nature of the dark energy. In order to understand this nature, it's necessary to establish huge catalogs of galaxy clusters with a good estimation of both mass and *redshift*. With the actual survey SDSS and the next generation as LSST, PAN-STARRS and EUCLID, the optical/Near-infrared data have to play an important role in the establishment of this catalogs. On the other hand, because of the huge amount of galaxies in the sky, it's powerful to have others data to detect clusters. One of the best observation is the very hot gas intra-cluster and the satellite PLANCK is observing this using the Sunyaev-Zel'dovich effect. Combining the two, we will create the greatest robust catalog of massive clusters. I have developed a specific algorithm to confirm clusters detected by PLANCK and consolidate the estimation of the *redshifts* and masses. Moreover, I developed a model to estimate the utility of the future optical/Near-infrared photometric surveys in the detection of galaxy clusters in the future.

**Keywords:** <Cosmology - Galaxy cluster - Modelisation - Cluster finder >