

## Table des matières

<b>Chapitre 1 : Introduction .....</b>	- 13 -
1.1 Contexte de la thèse.....	- 15 -
1.2 Problématique de la thèse.....	- 15 -
1.3 Principe de fonctionnement d'un système d'embrayage.....	- 16 -
1.4 Objectifs de la thèse .....	- 17 -
1.5 Organisation de la thèse .....	- 18 -
<b>Chapitre 2 : Les frottements : phénomènes physiques, modèles, et méthodes d'identification de leurs paramètres .....</b>	- 21 -
2.1 Introduction .....	- 23 -
2.2 Définitions, principes physiques et propriétés des frottements.....	- 23 -
2.2.1 HISTORIQUE .....	- 23 -
2.2.2 DEFINITIONS ET NOTATIONS .....	- 23 -
2.2.3 FROTTEMENTS : LES QUATRE REGIMES.....	- 24 -
2.2.4 LES FROTTEMENTS SECS .....	- 26 -
2.2.5 SIMULATION ET FROTTEMENTS .....	- 26 -
2.2.6 BILAN.....	- 27 -
2.3 Les différents modèles .....	- 27 -
2.3.1 MODELES STATIQUES .....	- 27 -
2.3.2 MODELES DYNAMIQUES .....	- 32 -
2.4 Bilan comparatif des modèles .....	- 42 -
2.5 Simulation des modèles.....	- 44 -
2.5.1 1 <sup>ERE</sup> EXPERIENCE : CORPS SUR UN PLAN HORIZONTAL SUBISSANT L'EFFORT D'UNE FORCE EXTERNE SINUSOIDALE.....	- 44 -
2.5.2 2 <sup>EME</sup> EXPERIENCE : CORPS SUR UN PLAN HORIZONTAL SUBISSANT L'EFFORT D'UNE FORCE EXTERNE SINUSOIDALE D'AMPLITUDE INSUFFISANTE POUR ENGENDRER LE GLISSEMENT DU CORPS .....	- 46 -
2.6 Identification des paramètres des différents modèles de frottement .....	- 50 -
2.6.1 METHODES D'IDENTIFICATION DES PARAMETRES DES MODELES DE FROTTEMENT .....	- 50 -
2.6.2 DESCRIPTION DES PROCEDURES D'ESSAIS POUR L'ESTIMATION DES PARAMETRES DES MODELES DE FROTTEMENT.....	- 69 -
2.7 Conclusions et perspectives .....	- 72 -
<b>Chapitre 3 : Banc d'essais frottement : conception, essais et recalage de modèles.....</b>	- 75 -
3.1 Introduction .....	- 76 -

d'essais.....	- 76 -
3.2.1 INTRODUCTION.....	- 76 -
3.2.2 EQUATIONS ET SCHEMA-BLOC DU MODELE DECRIVANT LE COMPORTEMENT DU BANC D'ESSAIS .....	- 77 -
3.2.3 IDENTIFICATION DES PARAMETRES DU MODELE DU BANC D'ESSAIS .....	- 79 -
3.2.4 CONCLUSION .....	- 89 -
3.3 Réalisation des essais frottement : mise en évidence des défauts du banc et solutions apportées.....	- 89 -
3.3.1 INTRODUCTION.....	- 89 -
3.3.2 PROCEDURES D'ESTIMATION DU COUPLE DE FROTTEMENT A PARTIR DES MESURES DU COURANT ET DE LA VITESSE .....	- 89 -
3.3.3 ESSAIS DE CARACTERISATION DU FROTTEMENT SUR LA PREMIERE VERSION DU BANC .....	- 92 -
3.3.4 ETUDE DE L'INFLUENCE DU JEU ET DES PHENOMENES DE TORSION D'ARBRES SUR L'ESTIMATION DU COUPLE DE FROTTEMENT ET DE LA VITESSE DE GLISSEMENT.....	- 96 -
3.3.5 AMELIORATION DU BANC ET NOUVEAUX ESSAIS .....	- 104 -
3.4 Recalage des modèles de frottement à partir des essais réalisés sur le banc.....	- 114 -
3.4.1 INTRODUCTION.....	- 114 -
3.4.2 CHOIX DU MODELE, DES METHODES D'IDENTIFICATION ET DES PROCEDURES D'ESSAIS EXPERIMENTALES A UTILISER POUR DECRIRE LE FROTTEMENT DES DISQUES .....	- 114 -
3.4.3 IDENTIFICATION DES PARAMETRES DES MODELES DE FROTTEMENT A PARTIR D'ESSAIS REALISES SUR LE BANC .....	- 118 -
3.4.4 DETERMINATION DES PARAMETRES DES MODELES DECRIVANT LE COEFFICIENT DE FROTTEMENT $\mu(\Omega_{ch})$ .....	- 130 -
3.5 Conclusion.....	- 131 -
<b>Chapitre 4 : Synthèse de la structure de commande en glissement piloté : modélisation de la chaîne de transmission d'un véhicule, élaboration de la loi de commande et validation en simulation et sur véhicule .....</b>	<b>- 133 -</b>
4.1 Introduction .....	- 134 -
4.2 Modélisation de la chaîne de transmission d'un véhicule.....	- 134 -
4.3 Etude de la solution envisagée pour le filtrage d'acyclismes, et linéarisation du modèle de commande .....	- 138 -
4.3.1 LINEARISATION DU MODELE DE LA CHAINE DE TRANSMISSION AUTOUR DE POINTS DE FONCTIONNEMENT DE GLISSEMENT .....	- 138 -
4.3.2 ANALYSE DU TRANSFERT $\Delta\Gamma_{emb}/\Delta\Gamma_m$ POUR ETUDIER L'INFLUENCE DU GLISSEMENT SUR LE FILTRAGE DES ACYCLISMES.....	- 141 -
4.4 Cahier des charges et valeurs numériques des différents paramètres et grandeurs.....	- 141 -
4.4.1 VALEURS DES PARAMETRES DU MODELE DE LA CHAINE DE TRANSMISSION.....	- 141 -
4.4.2 VALEURS DES COEFFICIENTS DU MODELE DE COUPLE RESISTANT.....	- 142 -
4.4.3 VALEURS DES PARAMETRES LIES AU MODELE DE FROTTEMENT .....	- 143 -
4.4.4 VALEURS DES POINTS DE FONCTIONNEMENT .....	- 144 -
4.4.5 VALEURS DES PULSATIONS DES ACYCLISMES .....	- 145 -
4.4.6 CAHIER DES CHARGES POUR LE FILTRAGE D'ACYCLISMES.....	- 146 -
4.4.7 INFLUENCE DE L'EFFET STRIBECK DANS LA LINEARISATION .....	- 146 -
4.4.8 INFLUENCE DE LA VALEUR DU GLISSEMENT SUR LA QUALITE DU FILTRAGE DES ACYCLISMES.....	- 147 -
4.4.9 INFLUENCE DE LA VALEUR DU REGIME MOTEUR.....	- 148 -
4.4.10 INFLUENCE DES DYNAMIQUES DE TORSION DE L'ARBRE DE TRANSMISSION NEGLIGEES .....	- 149 -
4.5 Synthèse du correcteur assurant le filtrage des acyclismes par glissement piloté .....	- 150 -

4.5.3 ANALYSE DE LA ROBUSTESSE DU REGULATEUR VIS-A-VIS DE VARIATIONS DE PARAMETRES SUR LE MODELE DE FROTTEMENT $M(\Delta\Omega)$ .....	- 154 -
4.5.4 ETUDE DE L'INFLUENCE DES BRUITS DE MESURE DE VITESSE DE GLISSEMENT $\Delta\Delta\Omega_B$ SUR LA SORTIE $\Delta\Gamma_{\text{EMB}}$ .....	- 160 -
4.5.5 ETUDE DE L'INFLUENCE DE LA CHARGE SUR LA QUALITE DE LA REGULATION ET DU FILTRAGE D'ACYCLISMES .....	- 162 -
4.6 Validation des performances du régulateur sur un modèle de simulation .....	- 164 -
4.7 Validation des performances du régulateur sur un modèle complet de véhicule .....	- 169 -
4.7.1 PRESENTATION DU LOGICIEL PILOT .....	- 169 -
4.7.2 ESSAIS REALISES A PARTIR DU SIMULATEUR PILOT .....	- 171 -
4.8 Validation des performances du régulateur sur véhicule .....	- 177 -
4.8.1 PRESENTATION DU VEHICULE .....	- 177 -
4.8.2 ESSAIS SUR VEHICULE .....	- 178 -
4.9 Conclusion .....	- 181 -
<b>Chapitre 5 : Influence de la charge – Synthèse d'une structure de correction assurant une meilleure qualité de filtrage des acyclismes .....</b>	- 183 -
5.1 Introduction .....	- 184 -
5.2 Etude de l'influence de la charge sur le système corrigé par le régulateur synthétisé au chapitre 4 .....	- 184 -
5.2.1 ETUDE DE LA DEGRADATION DES PERFORMANCES EN REGULATION ET FILTRAGE D'ACYCLISMES .....	- 184 -
5.2.2 ANALYSE DE LA ROBUSTESSE DE LA MARGE DE MODULE VIS-A-VIS DES INCERTITUDES SUR LES PARAMETRES A, B, C DU MODELE LINEARISE, SOUS L'EFFET DE FORTES CHARGES .....	- 185 -
5.3 Synthèse d'une structure de correction à deux actions .....	- 190 -
5.3.1 INTRODUCTION .....	- 190 -
5.3.2 SYNTHESE DU CORRECTEUR PARALLELE $C_1(P)$ .....	- 190 -
5.3.3 SYNTHESE DU REGULATEUR $C_2(P)$ .....	- 196 -
5.4 Validation en simulation des performances de la structure de correction synthétisée .....	- 200 -
5.4.1 ADAPTATION DE LA STRUCTURE DE CORRECTION POUR L'IMPLEMENTATION EN SIMULATION .....	- 200 -
5.4.2 RESULTATS DE SIMULATION .....	- 203 -
5.5 Conclusion et limitations .....	- 207 -
<b>Chapitre 6 : Conclusion et perspectives .....</b>	- 208 -
6.1 Contribution de la thèse .....	- 210 -
6.2 Perspectives .....	- 211 -
<b>Bibliographie .....</b>	- 212 -
<b>Annexes .....</b>	- 216 -
Annexe A : Démonstrations de la propriété de dissipativité des modèles de frottement	

A.1 Introduction : définition de la dissipativité [15].....	- 218 -
A.2 Dissipativité du modèle de Dahl .....	- 218 -
A.3 Dissipativité du modèle LuGre .....	- 218 -
A.4 Dissipativité du modèle élasto-plastique.....	- 219 -
A.5 Dissipativité du modèle « bristle » .....	- 220 -
A.6 Dissipativité du modèle « reset integrator ».....	- 220 -
A.7 Dissipativité des modèles de Bliman et Sorine.....	- 220 -
Annexe B : Etude du rendement, du courant et de la vitesse du moteur électrique constituant le banc d'essais en régime permanent.....	- 221 -
Annexe C : La $\mu$ -analyse.....	- 226 -
C.1 Structure générale de la matrice incertitude .....	- 226 -
C.2 Valeur singulière structurée .....	- 226 -
C.3 Robustesse de la stabilité : analyse structurée .....	- 226 -
C.4 Robustesse de la marge de module .....	- 227 -

# **Chapitre 1**

## **Introduction**

1.1 Contexte de la thèse.....	- 15 -
1.2 Problématique de la thèse.....	- 15 -
1.3 Principe de fonctionnement d'un système d'embrayage.....	- 16 -
1.4 Objectifs de la thèse .....	- 17 -
1.5 Organisation de la thèse .....	- 18 -



## 1.1 Contexte de la thèse

L'industrie automobile est un secteur qui a su utiliser les différentes avancées de la science et de la recherche, pour améliorer le comportement des véhicules.

Si l'on s'en tient à l'étymologie du mot automobile, « qui se meut par soi-même », c'est Ferdinand Verbiest qui vers 1668, fut le premier à mettre au point un petit véhicule à vapeur. Cependant, la première véritable automobile fut commercialisée en 1873 par Amédée Bolée : elle pouvait transporter jusqu'à douze personnes et atteindre une vitesse de pointe de 40 km/h. Jusqu'à la fin du XIXe siècle, la recherche et l'évolution de l'automobile vont progresser de manière fulgurante : moteurs à gaz, six cylindres, quatre cylindres verticaux et à soupapes commandées, moteur quatre temps, moteur diesel, carburateur,... C'est ensuite avec l'exploitation du Taylorisme au début du XXe siècle que l'industrie automobile va connaître son véritable essor. Ainsi au cours de ce siècle, les véhicules deviennent toujours plus rapides et économiques, grâce à l'amélioration des moteurs et la synchronisation des boîtes de vitesses [18].

Les efforts déployés par les inventeurs et ingénieurs ont d'abord été concentrées sur le niveau de performance des véhicules : réussir à faire rouler ces machines toujours plus vite, toujours plus longtemps. Puis une fois ces objectifs plus ou moins maîtrisés, c'est l'aspect sécurité qui a monopolisé leur attention : robustesse des véhicules, sécurité des personnes à bord,... Enfin en se rapprochant de la fin du XXe siècle, l'agrément du conducteur et des passagers est devenu un élément essentiel dans la recherche liée à l'automobile : réduction des bruits sonores du moteur, élimination des vibrations du châssis, direction assistée, climatisation,...

L'Automatique a permis à l'industrie automobile de connaître des avancées importantes dans ces trois domaines de recherche. Ainsi, des outils mathématiques tels que la modélisation, l'identification, l'estimation, l'asservissement, la régulation, le filtrage, le contrôle,... trouvent des applications innombrables dans le secteur automobile : contrôle moteur, boîtes de vitesses automatiques, contrôle châssis, ESP, régulateur de vitesse, modèle de conducteur, détecteur de pluie,...

De nos jours, performance, sécurité et confort restent trois axes de recherche primordiaux de l'industrie automobile (avec la pollution et la consommation). Les moyens consacrés à leur évolution se répartissent de façon à peu près équitable. Pour chacun d'entre eux, la contrainte de coût des solutions proposées, reste un élément essentiel à prendre en considération.

Le sujet de la thèse proposée ici, « Modélisation, identification et pilotage d'un organe de friction. Application au glissement piloté pour les systèmes d'embrayage », s'inscrit principalement dans le troisième de ces axes de recherche, à savoir l'amélioration du confort à bord du véhicule.

## 1.2 Problématique de la thèse

Dans un moteur thermique, l'alternance des compressions et des combustions engendre un acyclisme, phénomène parasite venant polluer le couple fourni par le moteur. Cette irrégularité cyclique est fonction de l'angle de rotation du vilebrequin, et son ressenti décroît avec le régime moteur. Son niveau dépend également du couple délivré par le moteur. Le maximum d'énergie de l'acyclisme se situe dans son harmonique 2, soit à une fréquence équivalente à deux ou quatre fois la vitesse de rotation du moteur, selon le nombre de cylindres de celui-ci.

Bien que filtré par un volant amortisseur, ce phénomène peut se propager à la chaîne cinématique (embrayage, boîte de vitesses, transmission) et être à l'origine de phénomènes vibro-acoustiques : bourdonnement, graillonnement, bruit de point-mort. Plus que par leur intensité, c'est essentiellement le timbre de ces bruits qui est le plus gênant. En effet, le bruit de graillonnement par exemple (choc des dents des engrenages de la boîte de vitesses) est perçu par le conducteur comme un bruit de casse mécanique, et nuit à l'image de qualité que va se faire une personne de son véhicule. De surcroît, sous la configuration particulière de faible régime moteur et fort couple de charge (cas se produisant en sous régime, lorsque la vitesse engagée n'a pas été rétrogradée alors que le véhicule a fortement ralenti, puis que ce-dernier essaie de ré'accélérer ; ou lorsque la vitesse n'est pas rétrogradée et que le véhicule est sur une côte ; ou lors d'un démarrage en seconde), l'amplitude des acyclismes devient très importante et crée des vibrations du châssis intolérables pouvant notamment amener le conducteur à croire que son véhicule va caler, ce qui n'est pas le cas réellement.

Pour limiter la propagation des acyclismes moteur tout au long de la chaîne de transmission d'un véhicule, il est nécessaire de les filtrer en amont des éléments la constituant. Ainsi des filtres peuvent être utilisés au niveau de l'arbre primaire, mais cette solution reste coûteuse puisqu'elle nécessite l'ajout d'une fonction dédiée au filtrage

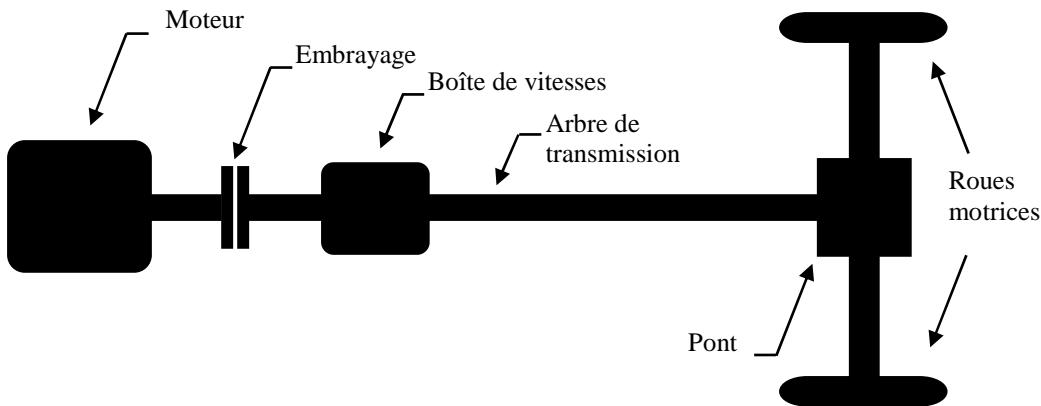
des acyclismes.

La solution proposée ici est d'utiliser le système d'embrayage comme filtre. En effet, en faisant glisser les deux disques d'embrayage, le couple transmis devient différent de celui engendré par le moteur et qui contient les acyclismes. En maîtrisant le comportement en frottement, il est donc possible d'éliminer ou de réduire de façon significative les acyclismes moteur : c'est le glissement piloté.

### 1.3 Principe de fonctionnement d'un système d'embrayage

Un système d'embrayage est un élément de la chaîne de transmission d'un véhicule qui comprend également (figure 1.1) :

- Une boîte de vitesses ;
- Un arbre de transmission, qui sert de liaison entre la boîte de vitesses et le pont ;
- Un pont, qui sert de réducteur et qui contient un différentiel permettant aux roues de tourner à des vitesses différentes ;
- Des roues motrices.



**Figure 1.1 : Schéma de principe d'une chaîne de transmission**

Quelle que soit la disposition des organes constituant une chaîne de transmission, l'embrayage est toujours situé entre le moteur et les autres éléments de la transmission. Son rôle est :

- Au démarrage du véhicule, d'assurer un accouplement progressif entre le moteur et les organes de transmission, jusqu'à leur parfaite liaison ;
- De désaccoupler temporairement ceux-ci lors des changements de rapports de vitesses.

Les qualités demandées à un embrayage sont d'être :

- Progressif : la prise de mouvement se fait sans à-coups, grâce à un léger glissement des deux disques ;
- Adhérent : lorsqu'il est embrayé, il ne doit plus patiner ;
- De faible inertie : il doit pouvoir s'arrêter rapidement lors d'un débrayage ;
- Résistant aux températures élevées : lorsque les disques sont en glissement, les pertes énergétiques sont grandes et ne doivent pas détériorer le matériau les constituant ;
- Facile à manœuvrer : le pilotage par la pédale (pour les boîtes de vitesses mécaniques) ne doit pas être ressenti comme une contrainte par le conducteur ;
- Débrayé totalement lors des changements de vitesses, pour ne pas détériorer la boîte.

Un embrayage est constitué de trois ensembles (figure 1.2) :

- Ensemble menant, solidaire du moteur ;
- Ensemble mené, solidaire des organes constituant la chaîne de transmission ;
- Ensemble de commande, permettant d'accoupler ou non les deux disques par une action sur la pédale d'embrayage.

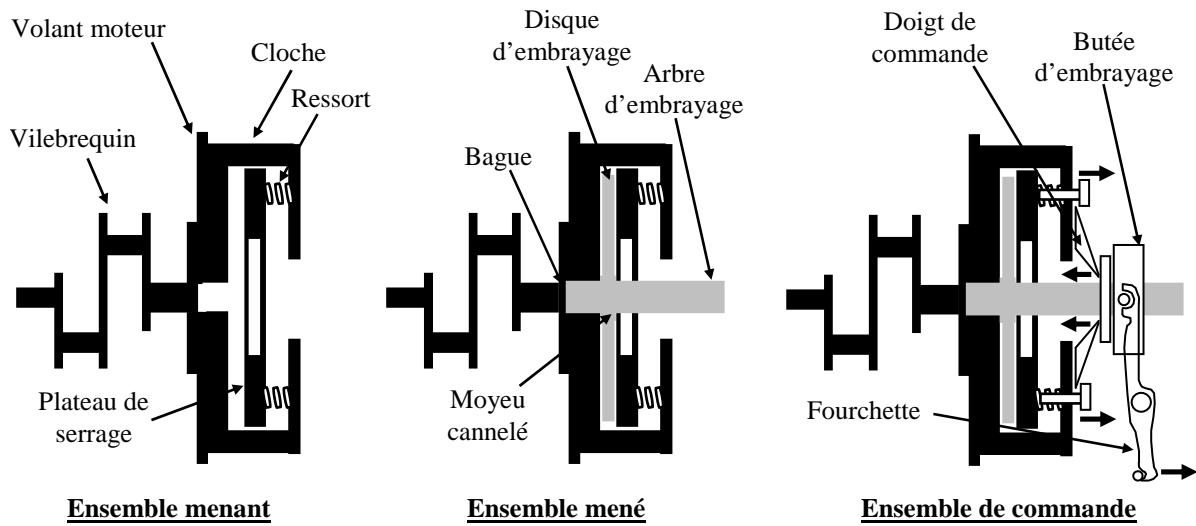


Figure 1.2 : Schéma de principe d'un embrayage

En position embrayée, le disque d'embrayage solidaire de la transmission, est fortement comprimé entre le plateau de serrage et le volant moteur par l'action des ressorts de pression. En position débrayée, par action sur la pédale d'embrayage :

- La butée d'embrayage se déplace et fait basculer les leviers (doigts de commande) ;
- Le disque est libéré, il coulisse sur l'arbre d'embrayage grâce aux cannelures : il y a débrayage.

## 1.4 Objectifs de la thèse

L'objectif principal de cette thèse est de mettre en place une solution de glissement piloté pour le filtrage d'acyclismes. Pour le réaliser, il est proposé de décomposer l'étude en trois étapes principales :

- Modélisation d'un système d'embrayage ;
- Caractérisation des disques d'embrayage utilisés sur véhicules. Cette étape est ainsi associée à l'élaboration d'un banc d'essais frottement ;
- Elaboration de la solution en glissement piloté : modélisation du comportement d'une chaîne de transmission, position du problème de commande, synthèse d'une structure de correction, validation des performances en simulation, validation sur véhicule.

Il est toutefois essentiel de remarquer que, même si l'objectif principal de la thèse reste de proposer une solution pour le filtrage des acyclismes, les moyens permettant d'aboutir à la solution en glissement piloté (étapes une et deux citées ci-dessus) sont également pour chacun d'eux un objectif en soi atteindre. En effet, ces deux étapes sont clairement nécessaires pour obtenir le pilotage en glissement du système d'embrayage car il est indispensable d'avoir un modèle représentatif du comportement d'un tel système sur véhicule pour mettre au point la structure de correction permettant d'atteindre l'objectif de filtrage des acyclismes. Cependant, elles représentent également des objectifs importants puisque :

- Savoir modéliser le comportement des frottements est un problème transversal au domaine de l'automobile, qui dépasse largement le cadre de la thèse présentée ici. Ainsi, des applications telles que le freinage, la transmission couple – route, l'embrayage,... sont confrontées au problème de la description des phénomènes de frottement. Un des objectifs de cette thèse est donc d'apporter une documentation précise concernant les possibilités de description selon des critères de précision de représentation, de complexité du modèle ou encore de facilité d'utilisation en simulation. Il est donc important de faire l'état de l'art sur les modèles de frottement, mais aussi de présenter plusieurs méthodes d'identification et procédures d'essais permettant de les recaler sur un comportement réel ;
- Elaborer un banc d'essais. Le banc a permis de mener la campagne d'essais conduisant à la caractérisation fine des disques d'embrayage utilisés sur le véhicule mis à disposition pour la validation de la solution en glissement piloté. Cependant, un autre objectif est de faire en sorte que le banc soit réutilisable pour mener d'autres essais de caractérisation de matériaux pour d'autres types de disques d'embrayage par exemple, mais également de tout type d'équipement utilisé en frottement, comme les disques de frein. Ainsi, il est essentiel de mettre au point un banc fiable, et de lui associer notamment

les procédures de mesure et d'estimation de grandeurs telles que le couple de frottement ou la vitesse de glissement.

Pour ces raisons, ces deux étapes font l'objet d'une large présentation dans ce mémoire.

## **1.5 Organisation de la thèse**

Cette thèse est divisée en cinq chapitres (cette introduction non comprise) qui développent les résultats originaux obtenus durant le travail de recherche.

### **Chapitre 2. Les frottements : phénomènes physiques, modèles et méthodes d'identification de leurs paramètres**

Ce chapitre présente dans un premier temps les modèles de frottement les plus connus et usités dans l'industrie ou la recherche. Il n'a pas vocation à mettre en avant un modèle par rapport à un autre, mais donne seulement les propriétés de chacun d'eux. Le choix de l'un d'entre eux pourra être effectué selon des critères tels que la précision de description du frottement souhaitée, les qualités en simulation, le nombre et la nature des paramètres des modèles à identifier, les vitesses de glissement relatives utilisées dans l'application,... Ce chapitre propose également plusieurs méthodes d'identification, ainsi que les essais à réaliser qui leur sont associés, permettant de recalier ces modèles sur un comportement particulier.

### **Chapitre 3. Banc d'essais frottement : conception, essais et recalage des modèles**

Dans ce chapitre, il est exposé la démarche d'élaboration d'un banc permettant de réaliser les essais utiles à la caractérisation de matériaux de friction, notamment les disques d'embrayage pour l'application qui nous intéresse ici. Dans un premier temps, la conception mécanique du banc ainsi que la modélisation de son comportement sont étudiées. Puis les résultats issus d'une première campagne d'essais ayant permis de mettre en évidence plusieurs défauts structurels du banc sont présentés. Une fois ces problèmes résolus, une seconde campagne d'essais, ayant pour objectif de recalier les modèles retenus, est menée et permet, à partir des méthodes d'identification exposées au chapitre 2, d'aboutir à un modèle précis du comportement du système d'embrayage étudié.

### **Chapitre 4. Synthèse de la structure de commande en glissement piloté : modélisation de la chaîne de transmission d'un véhicule, élaboration de la loi de commande et validation en simulation et sur véhicule**

Ce chapitre constitue le cœur du travail, avec la synthèse de la loi de commande assurant le filtrage des acyclismes du couple moteur. Dans un premier temps, le modèle de commande est déduit de celui de la chaîne de transmission d'un véhicule, par le biais de quelques simplifications acceptables et d'une linéarisation autour de points de fonctionnement. Puis la structure de correction est synthétisée selon une approche en plusieurs étapes : détermination de la structure générale adaptée au problème, amélioration de celle-ci selon des critères plus précis, analyse des propriétés de robustesse de la structure retenue vis-à-vis des variations de charge, des dynamiques négligées ou du modèle de frottement, et retuning du correcteur. Enfin, les performances de la solution de pilotage proposée, sont validées sur un modèle de simulation simple de la chaîne de transmission dans un premier temps, puis sur un modèle plus complet avec un simulateur de comportement de véhicule global prenant en compte toutes ses dynamiques, du moteur au châssis, en passant par la chaîne de transmission, les capteurs et actionneurs, ou encore toutes les autres unités de commande utilisées pour assurer le bon fonctionnement de tous les organes constitutifs du véhicule. Finalement, une dernière étude présente les résultats obtenus sur véhicule, avec des essais réalisés sur piste.

### **Chapitre 5. Synthèse d'une seconde structure de correction permettant d'obtenir une meilleure qualité de filtrage des acyclismes pour les charges élevées**

Ce chapitre présente une évolution de la structure de commande proposée au chapitre 4, permettant d'obtenir une meilleure qualité de filtrage des acyclismes. Celle-ci s'appuie sur la double action d'un correcteur intégré en parallèle dans la boucle de commande, dont le rôle est d'assurer le filtrage des acyclismes, et d'un autre mis en série et assurant la régulation de la vitesse de glissement. La loi obtenue est validée sur le simulateur de la chaîne de transmission et donne des résultats convaincants. Cependant, son application sur un système réel pose de nombreux problèmes qui sont explicités ici.

## **Chapitre 6. Conclusion**

Pour finir, ce dernier chapitre dresse le bilan du travail de recherche réalisé, établit les conclusions par rapport aux objectifs fixés et propose des perspectives dans la continuité de cette étude.



## Chapitre 2

# Les frottements : phénomènes physiques, modèles, et méthodes d'identification de leurs paramètres

2.1 Introduction .....	- 23 -
2.2 Définitions, principes physiques et propriétés des frottements.....	- 23 -
2.3 Les différents modèles .....	- 27 -
2.4 Bilan comparatif des modèles .....	- 42 -
2.5 Simulation des modèles.....	- 44 -
2.6 Identification des paramètres des différents modèles de frottement .....	- 50 -
2.7 Conclusions et perspectives .....	- 72 -



## 2.1 Introduction

Les phénomènes de frottement constituent le principe de fonctionnement de certains systèmes mécaniques, comme les embrayages, mais peuvent aussi poser des problèmes complexes dans les chaînes de transmission et de motorisation, en particulier lors des déplacements à basse vitesse. Ainsi la modélisation et la prise en compte du phénomène de frottement est essentielle dans les phases d'analyse et de synthèse de ce type de systèmes.

Les frottements apparaissent au niveau de l'interface entre deux surfaces en contact. Ils peuvent être de deux natures : secs si les deux surfaces sont directement mises en contact, ou humides si un lubrifiant (tel que de l'huile ou de la graisse) est utilisé pour créer un film à l'interface. Il existe différents phénomènes physiques à l'origine de ces frottements, les plus importants sont présentés dans la suite.

Un ensemble de modèles de frottement pouvant être utilisés pour l'analyse, ou éventuellement la synthèse de boucles de régulation, va être présenté ici. Dans cette optique, il est important de bien comprendre les phénomènes physiques qui sont à l'origine de ces frottements, c'est l'objet de la première section de ce chapitre. Dans la deuxième section, différents modèles sont présentés, en mettant l'accent sur leur type (statique ou dynamique), les propriétés physiques qu'ils modélisent, leur facilité à être utilisés en simulation et la difficulté de leur implémentation (notamment vis-à-vis de l'identification). La troisième section dresse un bilan comparatif de ces modèles. Dans la quatrième section, les modèles présentés précédemment sont étudiés en simulation afin d'analyser leur comportement sur des cas pratiques, et de vérifier leurs propriétés. Enfin, dans la cinquième section, est suggéré un ensemble de méthodes d'identification permettant d'estimer les paramètres des modèles de frottement à partir d'essais expérimentaux.

## 2.2 Définitions, principes physiques et propriétés des frottements

Cette étude a fait l'objet de l'article [5].

### 2.2.1 Historique

Depuis des milliers d'années, les hommes essaient de comprendre et de compenser l'effet négatif des frottements. Ainsi, il est possible de voir, sur une peinture représentant des Egyptiens tractant une colonne de pierre en 1880 avant JC, un homme, en avant des autres, qui lubrifie le sol afin de faciliter le travail des autres [10]. On peut penser que les Egyptiens n'avaient pas compris les phénomènes physiques mis en jeu, mais ils savaient que la lubrification pouvait réduire la résistance du frottement.

Les premières études importantes sur le frottement et ses phénomènes physiques sont à mettre à l'actif de Léonard De Vinci, au XVI<sup>e</sup> siècle. Il proposa deux lois : la première posant que le frottement est directement proportionnel à la charge appliquée, la deuxième postulant que le frottement est indépendant de l'aire de contact. Cependant, les travaux de De Vinci demeureront inconnus, et c'est un physicien français, Guillaume Amontons, qui, au début du XVIII<sup>e</sup> siècle, redécouvrit les résultats de De Vinci. Puis au milieu du XVIII<sup>e</sup> siècle c'est Euler qui permit encore à la science de progresser en identifiant le premier une distinction entre les frottements statique et dynamique.

En 1785, Coulomb valida les études précédentes, et observa que le niveau du frottement statique est dépendant du temps durant lequel le système reste immobile alors qu'une force externe lui est appliquée. Il mit en évidence le phénomène de *rising static friction* lié au *dwell-time* (cette propriété sera examinée par la suite). Coulomb observa aussi que dans les conditions d'un glissement sec, le frottement cinétique est indépendant de la vitesse de glissement. Mais le résultat le plus important de ses travaux concerne la cause de ces frottements. En effet, Coulomb observa que deux solides en contact ne le sont pas sur toute leur surface mais seulement à une échelle microscopique aux niveaux de leurs aspérités. Et c'est la déformation et la rupture de ces dernières qui sont à l'origine des frottements.

### 2.2.2 Définitions et notations

Par souci de simplicité de la présentation, un mouvement rectiligne suivant un seul axe est considéré ici. La figure 2.1 présente le cas d'un solide (S) soumis à une action  $\bar{P}$  suivant l'axe  $\vec{y}$  et à une action  $\bar{F}_e$  suivant l'axe  $\vec{x}$ . La vitesse suivant l'axe  $\vec{x}$  est notée  $v = \bar{V}(G, R_0) \cdot \vec{x}$ .

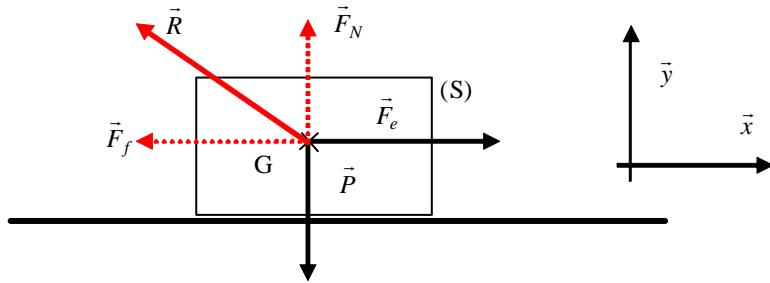


Figure 2.1 : Schéma des forces appliquées au solide

### Cas où $v = 0$

Si la force  $\vec{F}_e$  n'est pas suffisante, le solide est en équilibre (phase de collage) et le Principe Fondamental de la Dynamique donne :

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{F}_e = 0$$

où  $\vec{R}$  se décompose sous la forme  $\vec{R} = \vec{F}_f + \vec{F}_N$  avec  $\vec{F}_f$  la force de frottement et  $\vec{F}_N$  la force normale aux surfaces de contact. Quand il n'y a pas mouvement,  $\vec{F}_f$  s'oppose exactement à  $\vec{F}_e$ , de même que la force normale  $\vec{F}_N$  s'oppose exactement à l'action  $\vec{P}$ .

### Cas où $v \neq 0$

Si la force  $\vec{F}_e$  est suffisamment importante, le solide peut glisser. Lorsqu'il y a mouvement, le coefficient de frottement sec  $\mu$  est défini par :

$$\|\vec{F}_f\| = \mu \|\vec{F}_N\|$$

Le coefficient de frottement est donc le rapport de l'effort tangentiel (au déplacement) et de l'effort normal (au déplacement). La résultante du Principe Fondamental de la Dynamique appliquée à (S) donne alors :

$$m\vec{a} = \vec{F}_e + \vec{F}_f$$

soit, en notant  $\vec{F}_f = -F_f \vec{x}$ , et en projetant sur l'axe  $\vec{x}$  :

$$ma = F_e - F_f$$

Dans la suite, contrairement aux habitudes utilisées en mécanique, les modèles décriront directement la force de frottement plutôt que le coefficient de frottement  $\mu$ .

### 2.2.3 Frottements : les quatre régimes

Le cas où le solide (S) de la figure 2.1 est en contact lubrifié, encore dit humide, avec un support fixe est considéré ici. Il existe quatre régimes de lubrification [1], conditionnant l'évolution du frottement selon la vitesse de glissement :

- *Frottement statique ou pré-glisement*
- *Lubrification limite*
- *Lubrification partielle*
- *Lubrification totale*

$\left. \begin{array}{l} \text{– } \text{– } \text{– } \text{– } \\ \text{– } \text{– } \text{– } \text{– } \end{array} \right\}$

Frottement statique  $v = 0$

$\left. \begin{array}{l} \text{– } \text{– } \text{– } \text{– } \\ \text{– } \text{– } \text{– } \text{– } \end{array} \right\}$

Frottement dynamique  $v \neq 0$

La figure 2.2 illustre l'effet de chaque régime sur la valeur du frottement en fonction de la vitesse de glissement des surfaces. Cette courbe est connue comme étant la *courbe de Stribeck*.

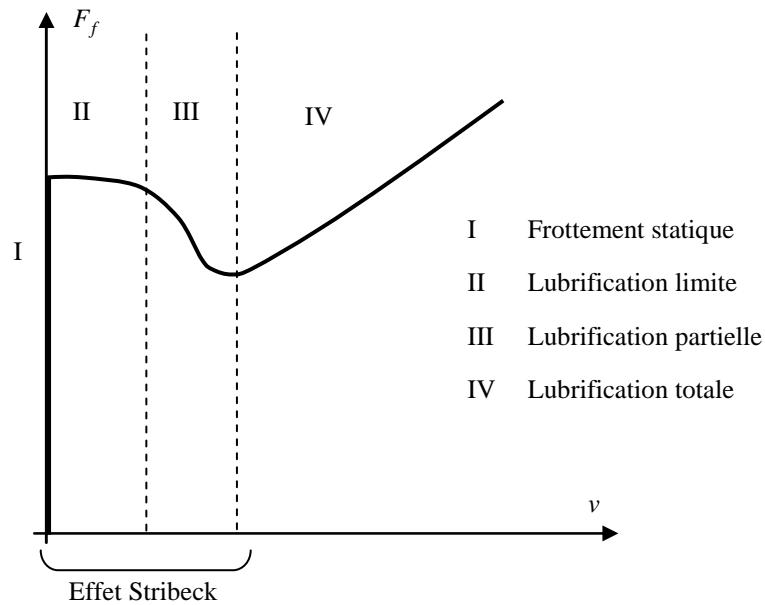
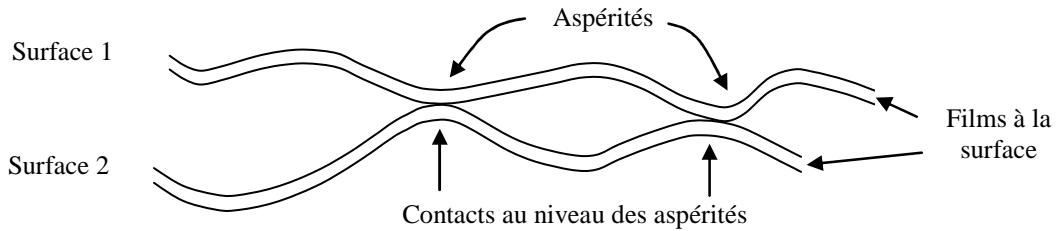


Figure 2.2 : Evolution du frottement en fonction de la vitesse de glissement

### 2.2.3.1 Frottement statique ou presliding displacement

Lorsque deux surfaces sont en contact, elles ne le sont de façon effective qu'en certaines zones, appelées aspérités (figure 2.3).



Les jonctions créées par les contacts au niveau des aspérités ont deux comportements :

- Sous l'effet d'une force extérieure de faible amplitude, les liaisons s'étirent et autorisent un déplacement relatif microscopique entre les deux surfaces en contact. Cette déformation est « réversible », c'est-à-dire que, si la force extérieure s'annule, la déformation disparait, les deux solides reprennent leur position relative de départ, il n'y a pas eu glissement. Ce comportement, dénommé dans la littérature anglaise *presliding displacement* (régime I), définit la phase de collage ;
- Sous l'effet d'une force d'amplitude supérieure à un seuil  $F_{ba}$ , appelée « force de rupture » (« *breakaway force* »), la déformation est irréversible : la liaison créée par l'aspérité rompt, il y a glissement relatif des deux corps (régimes II, III et IV). Ce comportement définit la phase de glissement.

Par ailleurs, Coulomb et Rabinowicz [16] ont mis en évidence une dépendance entre la force de rupture et la durée de la phase de collage (*dwell-time* en anglais). La force de rupture augmente avec le temps de collage pour atteindre une valeur maximale de saturation. Ce phénomène est appelé phénomène de *rising static friction*.

### 2.2.3.2 Lubrification limite

Ce régime a lieu pour des vitesses de glissement très faibles. A ces vitesses, la lubrification est presque nulle, et un film lubrifiant ne peut se former à l'interface des deux surfaces. Ainsi, le frottement est « quasi sec ». Or Coulomb a montré qu'un frottement de ce type était indépendant de la vitesse de glissement d'un solide par rapport à l'autre, ce qui explique l'allure quasi constante de la courbe de la figure 2.2 durant ce régime.

### 2.2.3.3 Lubrification partielle

Lorsque la vitesse de glissement devient plus importante, le lubrifiant est entraîné entre les deux surfaces. La pression exercée au niveau du contact rejette une partie de ce lubrifiant, mais la viscosité de ce-dernier empêche la totalité du fluide de s'échapper, et un film se forme. Cependant, lorsque les vitesses sont faibles, le film n'est pas assez épais pour séparer entièrement les deux surfaces en contact : il existe alors une situation de transition où le support d'un solide par rapport à l'autre est assuré d'une part par le film, d'autre part par les aspérités. Cette phase définit le régime de *lubrification partielle* (figure 2.4).

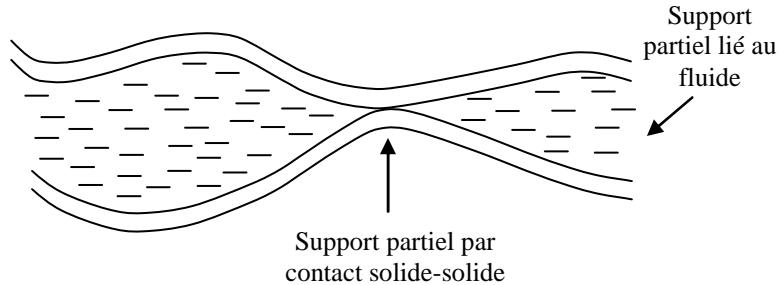


Figure 2.4 : Lubrification partielle

D'autre part, des expériences [16] ont montré que durant ce régime une variation sur la vitesse de glissement n'est pas instantanément répercutée sur la réponse du frottement. Il existe donc un certain retard, significatif de l'existence d'un comportement dynamique entre la valeur du frottement et celle de la vitesse durant ce régime. En effet une variation de la vitesse de glissement entraîne une modification progressive du film séparant les deux surfaces. Cette modification fait à son tour évoluer la relation  $F_f(v)$ . Ce phénomène est appelé *frictional memory*.

Enfin, au cours des régimes II et III, la valeur du frottement varie avec la vitesse de glissement. Ce comportement est appelé *effet Stribeck*. La forme de la courbe  $F_f(v)$  dépend des propriétés du fluide. Notamment, la valeur du frottement peut diminuer alors que la vitesse augmente (figure 2.2).

### 2.2.3.4 Lubrification totale

Lorsque la vitesse de glissement devient assez importante, le seul support entre les deux solides est le film créé par le fluide (figure 2.5). Le frottement dépend alors uniquement de l'épaisseur du film, donc de la viscosité du lubrifiant. Un modèle visqueux modélise alors très fidèlement le comportement du frottement.

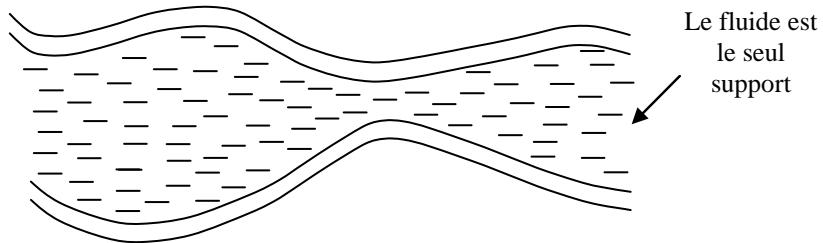


Figure 2.5 : Lubrification totale

### 2.2.4 Les frottements secs

Les frottements secs, sont dans un sens, une particularité des frottements humides puisqu'ils peuvent être décrits par les deux premiers régimes introduits précédemment : *frottement statique* et *lubrification limite*. En effet, comme cela a été vu précédemment, ces deux régimes ont lieu à des vitesses trop faibles pour entraîner le fluide. Dans le cas des frottements secs, les phénomènes tels que *l'effet Stribeck*, *frictional memory* ou *frottements visqueux* n'ont donc pas lieu.

### 2.2.5 Simulation et frottements

Pour l'exemple envisagé, masse posée sur un plan horizontal, la force de frottement compense l'effet de la force externe appliquée tant que celle-ci est inférieure à la force de rupture  $F_{ba}$ , et la masse ne se déplace pas. Cette propriété est appelée propriété de *non dérive*.

Certains modèles ne permettent pas la représentation en simulation de cette propriété, soit en raison de problèmes numériques, soit en raison de la structure adoptée (voir aussi 2.5.2).

## 2.2.6 Bilan

Au cours de cette première partie, six phénomènes physiques liés aux frottements ont été présentés. Par ailleurs, le problème de simulation de *non dérive* a été évoqué. Un des objectifs des modèles de frottement à mettre en place sera d'intégrer du mieux possible ces phénomènes :

**Stiction** : frottement statique, à vitesse de glissement nulle.

**Rising static friction** : dépendance entre le temps durant lequel les deux surfaces sont collées (*dwell-time*) et la valeur de la force de rupture.

**Frottement élastique** : phénomène de frottement, dont le comportement s'apparente à celui de raideurs, qui intervient dans la transition entre les phases de collage et glissement.

**Non dérive** : lorsque la force externe appliquée est inférieure à la force de rupture  $F_{ba}$ , la position relative des deux surfaces en contact reste constante.

**Effet Stribeck** : aux vitesses faibles (régime II et III), le frottement varie (augmente ou diminue selon les propriétés du fluide utilisé) avec la vitesse du fait de la mixité du support (contact et fluide) entre les deux surfaces.

**Frictional memory** : pour des vitesses de glissement faibles (régime III), l'effet d'une variation de vitesse se répercute avec un certain retard sur la valeur du frottement, du fait de l'existence d'un système dynamique caractérisant le lien de cause à effet entre les deux grandeurs physiques (modification de l'épaisseur du fluide par exemple).

**Frottements visqueux** : aux vitesses élevées (régime IV), le support étant entièrement assuré par le fluide entre les deux surfaces, les frottements sont dits visqueux, c'est-à-dire dépendants linéairement de la vitesse.

## 2.3 Les différents modèles

Ce paragraphe présente les principaux modèles utilisés pour représenter le comportement des frottements. Ceux-ci sont généralement répertoriés en deux grandes catégories : les modèles statiques, qui expriment le frottement comme étant fonction du déplacement ou de la vitesse instantanées ; et les modèles dynamiques qui expriment le frottement comme étant dépendant de ces mêmes grandeurs aux instants présents et passés, et sont décrits en conséquence par un système d'équations différentielles.

### 2.3.1 Modèles statiques

Les modèles de *Coulomb*, *statique + Coulomb + visqueux (SCV)*, de *Karnopp*, de *Stribeck* et d'*Armstrong* sont parmi les modèles statiques les plus répandus dans la littérature.

#### 2.3.1.1 Modèles élémentaires

##### 2.3.1.1.1 Modèle de Coulomb

Le frottement de Coulomb est généré par le glissement sec de deux surfaces l'une contre l'autre. Le modèle de Coulomb stipule que le frottement ne dépend pas en amplitude de la vitesse relative de glissement des surfaces (figure 2.6) :

$$\begin{cases} F_f = \text{sgn}(F_e) \min(|F_e|, F_c) & \text{si } v = 0 \\ F_f = F_c \text{ sgn}(v) & \text{si } v \neq 0 \end{cases}$$

Avec :

$F_c = \mu F_N$  = Force de frottement de Coulomb avec  $\mu$  coefficient de frottement et  $F_N$  module de la force normale appliquée ;

$F_f$  = Force de frottement ;

$F_e$  = Force externe tangentielle appliquée ;

$v$  = Valeur algébrique de la vitesse relative de glissement ;

$\text{sgn}()$  = Fonction signe.

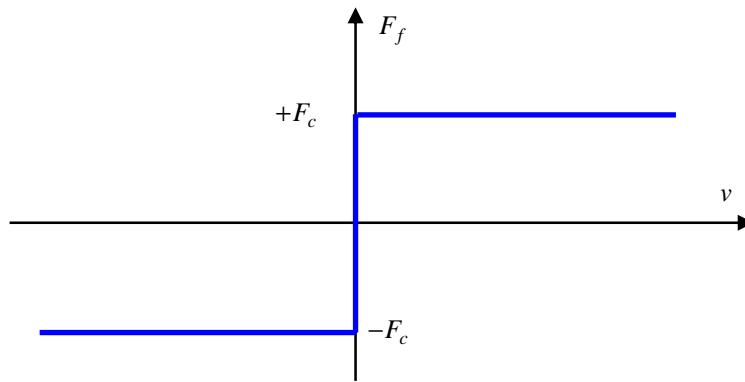


Figure 2.6 : Modèle de Coulomb

Le modèle distingue deux états différents :

- Il y a glissement lorsque les deux surfaces en contact se déplacent l'une par rapport à l'autre ( $v \neq 0$ ) ;
- Il y a collage lorsque ces deux surfaces tendent à glisser, sans toutefois se déplacer ( $v = 0$ ).

De par sa simplicité, le modèle de Coulomb est très utilisé. Cependant, il ne modélise pas les frottements humides et les phénomènes d'oscillation (« stick-slip ») pour des vitesses faibles (*effet Stribeck*) ou élevées (*frottements visqueux*). De plus, en simulation, la détection de la vitesse nulle permettant de commuter entre les deux équations de ce modèle, est difficile (voir 2.3.1.1.2 et 2.3.1.2). Enfin, pour éliminer la discontinuité du modèle, il est possible de le régulariser en lissant celle-ci par le remplacement de la fonction sgn par une fonction tanh ou arctan.

### 2.3.1.1.2 Modèle SCV : modèle statique + Coulomb + visqueux

Lorsqu'une force est appliquée sur un objet immobile, ce-dernier ne se met en mouvement que si cette force devient supérieure à un certain seuil critique (« breakaway force ») pouvant être différent (plus grand généralement) du niveau de Coulomb  $F_c$ . Le niveau de frottement statique est alors caractérisé par l'équation suivante :

$$F_f = \text{sgn}(F_e) \min(|F_e|, F_s) \quad \text{si } v = 0$$

Avec :

- $F_s$  = Frottement statique maximal ;
- $F_e$  = Composante tangentielle de la force externe appliquée ;
- $v$  = Vitesse relative des deux surfaces.

L'amplitude du frottement statique est donc fonction de la force externe mais pas de la vitesse de glissement. Une fois le glissement initié ( $v \neq 0$ ), la nature du frottement change (statique  $\Rightarrow$  cinétique) et celui-ci est alors représenté, suivant le modèle choisi, par le frottement de Coulomb (frottements secs, figure 2.7), ou frottement de Coulomb + frottements visqueux (frottements humides, figure 2.8).

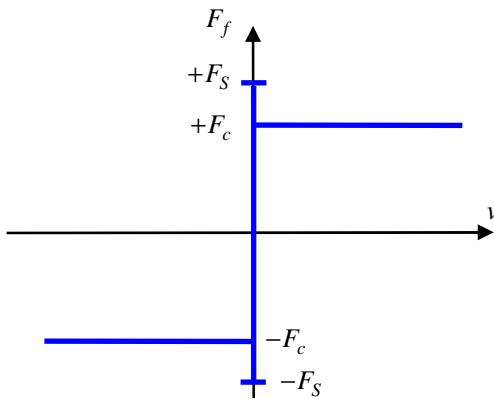


Figure 2.7 : Modèle Statique + Coulomb

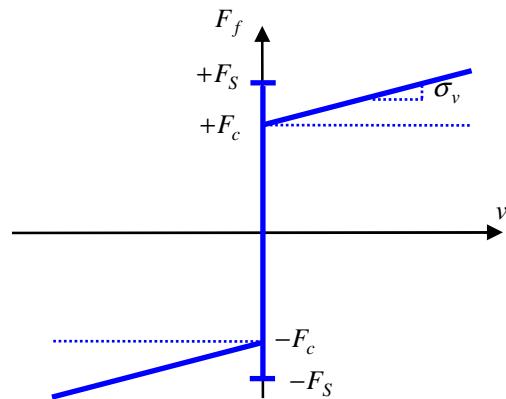


Figure 2.8 : Modèle Statique + Coulomb + visqueux

$$F_f = \begin{cases} \operatorname{sgn}(F_e) \min(|F_e|, F_s) & \text{si } v = 0 \\ F_c \operatorname{sgn}(v) & \text{si } v \neq 0 \end{cases}$$

$$F_f = \begin{cases} \operatorname{sgn}(F_e) \min(|F_e|, F_s) & \text{si } v = 0 \\ F_c \operatorname{sgn}(v) + \sigma_v v & \text{si } v \neq 0 \end{cases}$$

Avec :

$\sigma_v$  = Coefficient de frottements visqueux.

Bien que ce modèle soit assez simple à utiliser, et qu'il représente assez bien le frottement pour des vitesses de glissement assez élevées, il comporte plusieurs inconvénients importants :

- Pas de réalité physique pour des vitesses faibles (notamment à cause de la discontinuité du modèle en  $v = 0$ ) ;
- La plupart des phénomènes physiques liés aux frottements ne sont pas représentés (*effet Stribeck, comportement élastique, ...*) ;
- Modèle mal adapté aux changements d'états (glissement - collage = « stick-slip ») ;
- Modèle difficile à simuler, notamment à cause de la nécessité d'une détection précise du passage à  $v = 0$ , et des problèmes de convergence. En simulation le modèle peut être codé ainsi :

$$F_f = \begin{cases} \operatorname{sgn}(F_e) \min(|F_e|, F_s) & \text{si } v \in [-dv, dv] \\ F_c \operatorname{sgn}(v) + \sigma_v v & \text{si } v \notin [-dv, dv] \end{cases}$$

Avec :

$v$  = Vitesse délimitant les phases de collage et de glissement.

Cette modification fait perdre la propriété de *non dérive* au modèle (voir 2.5.2).

### 2.3.1.2 Modèle de Karnopp

Ce modèle a été proposé par Dean Karnopp [14]. Il a été montré précédemment que les modèles élémentaires caractérisent de façon convenable les frottements secs ou humides pour les grandes vitesses. Cependant, à faible vitesse, deux inconvénients majeurs ont été exposés : l'absence de corrélation avec la réalité physique (*effet Stribeck* non modélisé, discontinuité de la caractéristique du modèle alors qu'il n'y en a pas réellement,...) et les problèmes de convergence en simulation (problème de la détection précise de  $v = 0$  pour les commutations). Une solution à ce deuxième problème est apportée par le *modèle de Karnopp*, dans lequel la discontinuité entre les deux phases de collage ( $v = 0$ ) et glissement ( $v \neq 0$ ) survient à une très petite vitesse  $dv$  non nulle. Il sera montré plus loin qu'une solution au premier problème est de considérer des modèles dynamiques de type *Dahl* ou *LuGre* par exemple.

Le modèle de Karnopp définit un intervalle  $[-dv, dv]$  de vitesse nulle ( $v$  est forcée à 0 si  $|v| < dv$ ) dans lequel la force de frottement n'est plus dépendante de la vitesse  $v$  mais de la force externe appliquée  $F_e$  (figure 2.9). Le modèle est défini par la relation :

$$\begin{pmatrix} F_f \\ v \end{pmatrix} = \begin{cases} \begin{pmatrix} F_{col} = \operatorname{sgn}(F_e) \min(|F_e|, F_s) \\ 0 \end{pmatrix} & \text{pour } |v| < dv \\ \begin{pmatrix} F_{gliss} = F_c \operatorname{sgn}(v) + \sigma_v v \\ v \end{pmatrix} & \text{pour } |v| > dv \end{cases}$$

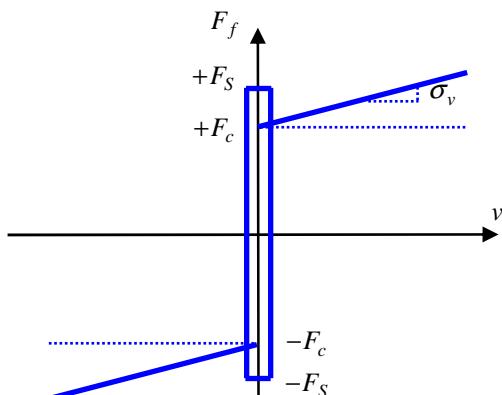


Figure 2.9 : Modèle de Karnopp

Une façon de définir ce modèle à partir d'un schéma-bloc est de considérer la loi classique de la mécanique :  $F_e - F_f = m \dot{v}$  avec  $F_f$ ,  $F_e$  et  $v$  définis précédemment, et  $m$  la masse du corps mobile. Contrairement aux modèles statiques précédents, le modèle de l'étude de Karnopp admet alors la force externe  $F_e$  comme entrée et la vitesse  $v$  comme sortie. Ce schéma-bloc est donné figure 2.10.

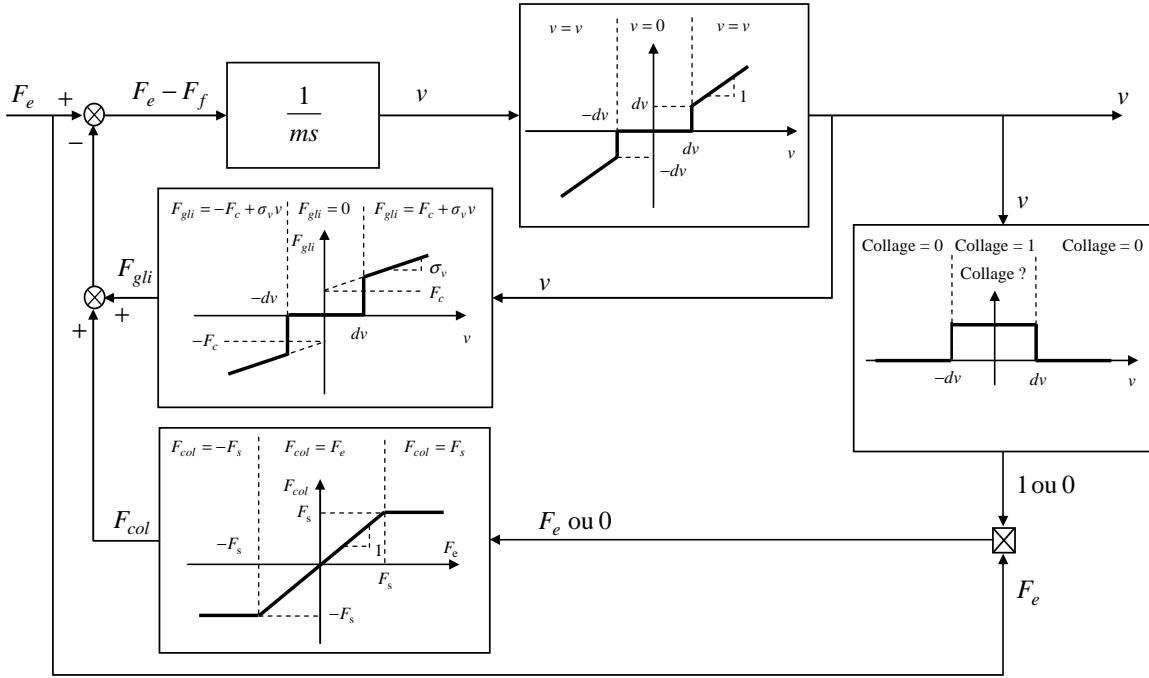


Figure 2.10 : Schéma-bloc du modèle de l'étude de Karnopp

Ce modèle permet de simuler le mouvement de type « stick-slip » et de garantir la propriété de *non dérive*, ce qui n'est pas faisable avec les modèles élémentaires vus précédemment.

### 2.3.1.3 Modèle de Stribeck

Le paragraphe 2.3.1.1.2 a montré qu'un modèle de type *statique + Coulomb + visqueux* est un modèle simple, permettant de modéliser fidèlement les effets du frottement (dans un contexte humide) pour des vitesses élevées. Cependant à faible vitesse, ce modèle représente assez mal la physique du problème puisqu'il présente notamment un saut (passage de  $F_s$  à  $F_c + \sigma_v v$ ) du frottement par rapport à la vitesse de glissement qui n'existe pas réellement (voir 2.2.3).

D'après les études de Stribeck [17], un modèle plus général a été apporté pour représenter le frottement. Celui-ci permet d'éliminer le saut de la caractéristique frottement - vitesse, tout en améliorant la représentation de la réalité physique :

$$F_f = \begin{cases} \text{sgn}(F_e) \min(|F_e|, F_s) & \text{si } v = 0 \\ F(v) & \text{si } v \neq 0 \end{cases}$$

Avec :

- $F(v)$  = Fonction arbitraire modélisant l'*effet Stribeck* ;
- $F_s$  = Frottement statique maximal ;
- $v$  = Vitesse de glissement entre les deux surfaces ;
- $F_e$  = Composante tangentielle de la force externe appliquée.

$F(v)$  doit être choisie de façon à donner à la réponse  $F_f(v)$  pour  $v \neq 0$  l'allure de la figure 2.11. Une forme classique pour  $F(v)$  est :

$$F(v) = [F_c + (F_s - F_c)e^{-\frac{|v|}{v_s}}] \operatorname{sgn}(v) + \sigma_v v$$

Où :

- Le paramètre  $\delta_s$  permet de maîtriser le comportement de  $F(v)$  au voisinage de  $v = 0$  ;
- Le paramètre  $v_s$ , appelé vitesse de Stribeck, permet de régler la décroissance de  $F_s$  vers  $F_c$  de la fonction  $F(v)$ .

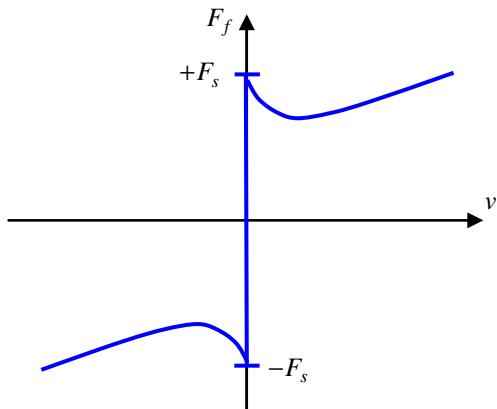


Figure 2.11 : Modèle de Stribeck

Il est à noter enfin que le problème de la détection de la vitesse nulle en simulation reste posé.

#### 2.3.1.4 Modèle d'Armstrong : modèle des 7 paramètres

Le modèle des 7 paramètres est présenté par Armstrong [1], a pour vocation de suivre le plus fidèlement possible la réalité physique des frottements. Ainsi ce modèle prend en compte tous les phénomènes physiques présentés dans la première partie de ce chapitre (*stiction, comportement élastique, frictional memory, rising static friction, coulomb + visqueux, effet Stribeck*).

Ce modèle introduit une dépendance temporelle pour prendre en compte les propriétés de *rising static friction* (en faisant apparaître explicitement un paramètre modélisant le *dwell-time*) et de *frictional memory*. Il décrit les phénomènes de glissement et collage (« stick-slip ») par deux équations distinctes, un mécanisme permettant de commuter de l'une à l'autre :

Collage :  $F_f(x) = \sigma_0 x$

Glissement :  $F_f(v, t) = (F_c + F_s(\gamma, t_d) \frac{1}{1 + (\frac{v(t - \tau_l)}{v_s})^2}) \operatorname{sgn}(v) + \sigma_v v$

Avec :

$$F_s(\gamma, t_d) = F_{s,a} + (F_{s,\infty} - F_{s,a}) \frac{t_d}{t_d + \gamma}$$

Où :

- $x$  = Déplacement ;
- $v$  =  $\dot{x}$  = Vitesse ;
- $F_s(\gamma, t_d)$  = Amplitude du frottement statique ;
- $F_{s,a}$  = Amplitude du frottement statique à la fin de la précédente période de glissement ;
- $t_d$  = *Dwell-time*, durée de collage.

Le modèle dépend donc des 7 paramètres suivants :

- $F_c$  = Coefficient de frottement de Coulomb ;
- $\sigma_v$  = Coefficient de frottements visqueux ;
- $F_{s,\infty}$  = Coefficient de frottement statique nominal, défini pour un *dwell-time* important ;
- $\sigma_0$  = Coefficient de raideur du contact statique ;
- $v_s$  = Coefficient de vitesse de Stribeck ;
- $\tau_l$  = Retard (*frictional memory*) ;
- $\gamma$  = Paramètre temporel de *rising static friction*.

En conclusion, même si le modèle d'Armstrong décrit de façon très précise les phénomènes physiques associés aux frottements, la complexité de l'identification de certains de ses paramètres ainsi que celle de son utilisation en simulation (notamment problème de commutation entre équations de collage et de glissement) en font un modèle très peu usité.

### 2.3.2 Modèles dynamiques

Les modèles de *Dahl*, *LuGre*, *élasto-plastique*, « *bristle* », « *reset integrator* » et de *Bliman et Sorine d'ordre 1 et 2* sont parmi les modèles dynamiques les plus répandus dans la littérature.

#### 2.3.2.1 Principe général

L'objectif commun aux modèles dynamiques est de représenter un des phénomènes physiques les plus importants dans les frottements qui est le *comportement élastique* des liaisons de contact. Une façon d'aborder cette représentation, est de modéliser la liaison par un ressort, de raideur  $\sigma$ , dont l'une des extrémités est fixée au corps mobile, et l'autre libre de se déplacer sur le corps fixe (figure 2.12). La force de frottement créée est la force de rappel de ce ressort, dont l'allongement  $z(t)$  est supposé ne pas pouvoir excéder  $z_{\max}$ .

$$F_f(t) = \sigma z(t)$$

Le déplacement relatif  $x$  est divisé en ses deux composantes élastique  $z$  (déformation de la liaison aux niveaux des aspérités) et plastique  $w$  (par opposition à élastique, déplacement lors du glissement) :

$$x = z + w$$

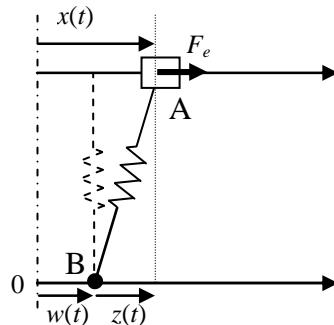


Figure 2.12 : Modélisation du déplacement en fonction de la force extérieure appliquée

Deux phases sont à distinguer :

- La phase de collage (« stick ») : B reste fixe ; A peut se déplacer, avec  $|z(t)| < z_{\max}$ .

$$\text{stick} \quad \begin{cases} x(t) = z(t) + w_0 \\ w = C^{te} = w_0 \\ \dot{w} = 0 \end{cases}$$

- La phase de glissement (« slip ») : A et B sont en mouvement en gardant l'étirement maximum du ressort.

$$\text{slip} \quad \begin{cases} x(t) = z_{\max} + w(t) \\ z = z_{\max} \\ \dot{z} = 0 \end{cases}$$

Partant d'une position d'équilibre  $x(0) = 0$ ,  $w(0) = 0$  :

- Lorsqu'une force extérieure  $F_e < F_{ba} = \sigma z_{\max}$  est appliquée au corps mobile, le point A va entrer en oscillation autour de B, d'abscisse constante  $w(0) = 0$  ;
- Lorsque la force appliquée est supérieure à  $F_{ba} = \sigma z_{\max}$ , A se déplace, le ressort est étiré jusqu'à une élongation maximale  $z_{\max}$ , et le point B se met en mouvement à la même vitesse que A. Le retour à la phase de collage a lieu dès que la force appliquée redévient inférieure à  $F_{ba}$ .

Le déplacement  $z$  en fonction de  $x$  est alors donné figure 2.13.

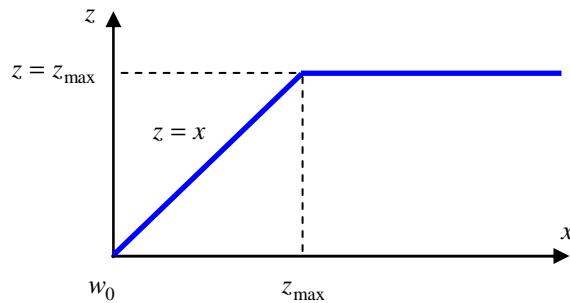


Figure 2.13 :  $z(x)$  dans le cas réel

Les modèles dynamiques présentés dans les paragraphes suivants, s'appuient sur ce principe de caractérisation du comportement élastique en cherchant à en pallier les inconvénients :

- Présence d'une discontinuité lors de la transition entre phases de collage et de glissement ;
- Lorsque le glissement s'arrête, la modélisation de la liaison par un ressort idéal fait osciller le corps mobile d'abscisse  $x$  autour d'un point B d'abscisse  $w = C^e$ .

### 2.3.2.2 Modèle de Dahl

Le modèle de Dahl s'attache à modéliser les phénomènes de frottements secs en adaptant les principes généraux présentés en 2.3.2.1 de sorte que la caractéristique  $z(x)$  de la figure 2.13 ne présente plus de discontinuité et ait l'allure donnée figure 2.14.

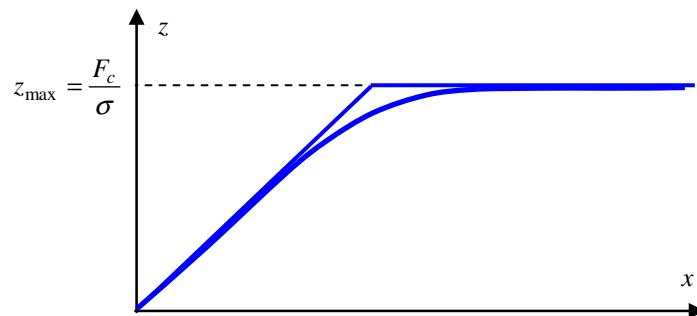


Figure 2.14 :  $z(x)$  d'après le modèle de Dahl

Ainsi, dans [9], Dahl propose de modéliser le frottement par la relation suivante :

$$\frac{dF_f}{dx} = \sigma \left| 1 - \frac{F_f}{F_c} \operatorname{sgn}(\dot{x}) \right|^i \operatorname{sgn}(1 - \frac{F_f}{F_c} \operatorname{sgn}(\dot{x}))$$

Avec :

$\sigma$  = Coefficient de raideur ;

$F_c$  = Coefficient de frottement de Coulomb ;

$i$  = Paramètre de réglage de l'allure globale de  $F_f(x)$  ;

$x$  = Déplacement relatif réel total ;

$\dot{x}$  =  $v$  = Vitesse relative associée.

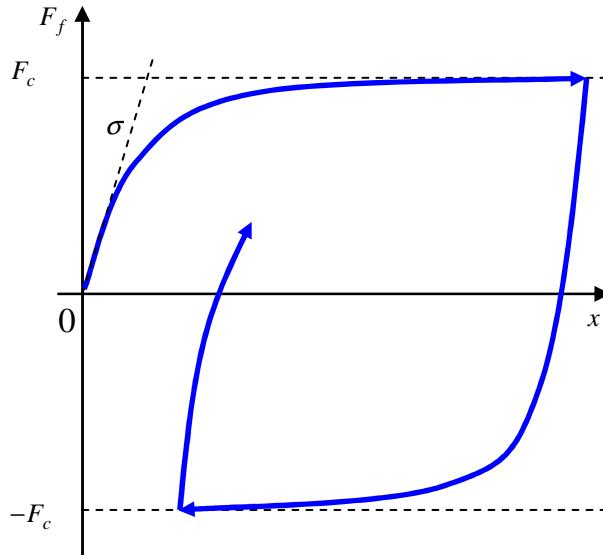
Un modèle du premier ordre permettant une représentation convenable du *comportement élastique*, et facilitant la manipulation et la simulation du modèle est considéré dans la suite ( $i = 1$ ,  $F_f = \sigma z$ ) :

$$\begin{aligned} \frac{dz}{dx} &= 1 - \frac{\sigma z}{F_c} \operatorname{sgn}(\dot{x}) \\ F_f &= \sigma z \end{aligned}$$

La résolution de cette équation pour les vitesses positives ( $\dot{x} > 0$ ) d'une part, et négatives ( $\dot{x} < 0$ ) d'autre part, permet d'aboutir aux relations suivantes (conditions initiales  $x(0) = x_0$ ,  $F_f(x_0) = F_0$ ) :

$$\begin{cases} \dot{x} > 0 \Rightarrow F_f = (F_0 - F_c) e^{-\frac{\sigma}{F_c}(x-x_0)} + F_c \\ \dot{x} < 0 \Rightarrow F_f = (F_0 + F_c) e^{\frac{\sigma}{F_c}(x-x_0)} - F_c \end{cases}$$

La figure 2.15 décrit l'évolution du frottement  $F_f$  en fonction du déplacement  $x$ .



**Figure 2.15 : Caractéristique force-position du modèle de Dahl**

Il est possible de réécrire l'équation différentielle du modèle vis-à-vis de la variable temporelle sous la forme d'une équation d'état  $z$  et de sortie  $F_f$  en posant :

$$\begin{aligned} \frac{dz}{dt} &= \frac{dz}{dx} \frac{dx}{dt} \\ \Rightarrow \begin{cases} \frac{dz}{dt} = \dot{x} \left(1 - \frac{\sigma z}{F_c} \operatorname{sgn}(\dot{x})\right) \\ F_f = \sigma z \end{cases} \end{aligned}$$

Il convient de remarquer que cette formulation apporte une solution aux problèmes évoqués en 2.3.2.1 :

- Une seule équation permet de gérer les transitions collage/glisement, en éliminant les discontinuités ;
- Lorsqu'une force extérieure cesse d'être appliquée, après un transitoire, le glissement s'arrête,  $\dot{x} = 0$ , et la déformation élastique  $z$  est contrainte à devenir constante, ce qui élimine les oscillations du corps mobile.

Par ailleurs, il est important de remarquer qu'en régime permanent de glissement, ( $dz/dt = 0$ ), le modèle de Dahl est équivalent au modèle de Coulomb :

$$F_f = F_c \operatorname{sgn}(\dot{x})$$

A partir de la présentation du modèle faite précédemment, les remarques suivantes peuvent être énoncées :

- L'exposant  $i$  du modèle de Dahl permet d'approcher plus ou moins finement la réponse  $z(x)$  de la figure 2.13 (la réponse du modèle se rapproche de celle de  $z(x)$  en diminuant  $i$ ) ;
- La modélisation des phases de collage et glissement par une seule équation, qui certes facilite la gestion de leur transition, présente l'inconvénient de ne plus les distinguer strictement : toute déformation élastique  $z(t)$  est accompagnée d'une déformation plastique  $w(t)$  ;
- Le modèle de Dahl ne représente pas la propriété de *non dérive* (voir démonstration mathématique en 2.3.2.4). De plus, il ne prend pas en compte la force de frottement statique  $F_s$  ;
- Ce modèle ne permet de décrire que des frottements secs. Ainsi, il ne représente pas des phénomènes physiques tels que *l'effet Stribeck*, *frictional memory*, *rising static friction* ou encore les *frottements visqueux*. Le modèle LuGre est une évolution du modèle de Dahl décrivant ces phénomènes ;
- Le modèle de Dahl est dissipatif. En effet, il est possible de montrer (voir annexe A) :

$$\int_0^T \dot{x} F_f dt \geq V(z(T)) - V(z(0))$$

Avec :

$$V(z(t)) = \frac{\sigma}{2} z(t)^2$$

### 2.3.2.3 Modèle LuGre

Le modèle LuGre (Lund-Grenoble) a été introduit par Canudas de Wit, Olsson, Aström et Lischinsky [7]. C'est une extension du modèle de Dahl qui inclut d'autres phénomènes physiques (en plus du *comportement élastique*) tels que ceux qui sont associés à la phase de glissement entre deux surfaces en contact lubrifié : *effet Stribeck*, *frottements visqueux*, *frictional memory*.

Pour tenir compte de l'*effet Stribeck*, les auteurs de ce modèle ont remplacé le frottement de Coulomb  $F_c$  de l'équation d'évolution de  $z(t)$  du modèle de Dahl, par une fonction de la vitesse  $g(v = \dot{x})$  décrivant la courbe de Stribeck donnant la relation frottement - vitesse des régimes II et III de lubrification (figure 2.16). La fonction la plus communément utilisée est la suivante :

$$g(\dot{x}) = F_c + (F_s - F_c) e^{-\left(\frac{\dot{x}}{v_s}\right)^2}$$

Avec :

$F_c$  = Frottement de Coulomb ;

$F_s$  = Frottement statique ;

$v_s$  = Vitesse de Stribeck ;

$\dot{x}$  = Vitesse relative de glissement.

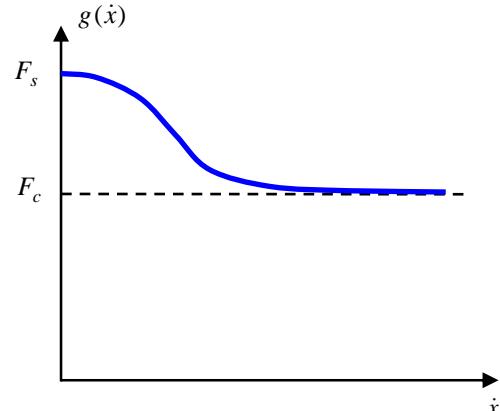


Figure 2.16 : Effet Stribeck

D'autre part, de manière à assurer une convergence plus rapide, la liaison élastique entre les deux surfaces en contact n'est plus modélisée comme un ressort pur (Dahl), mais comme un ressort couplé à un amortisseur. Enfin en ajoutant une dépendance linéaire du frottement envers la vitesse, le modèle LuGre prend en compte les frottements visqueux :

$$F_f = \sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z} + \sigma_v \dot{x}$$

Avec :

$\sigma_0$  = Coefficient de raideur ;

$\sigma_1$  = Coefficient d'amortissement ;

$\sigma_v$  = Coefficient de frottements visqueux ;

$z$  = Déformation élastique.

Finalement, le modèle LuGre est donné par les relations suivantes :

$$\begin{cases} \frac{dz}{dt} = \dot{x} \left( 1 - \frac{\sigma_0 z}{g(\dot{x})} \operatorname{sgn}(\dot{x}) \right) \\ g(\dot{x}) = F_c + (F_s - F_c) e^{-\left(\frac{\dot{x}}{v_s}\right)^2} \\ F_f = \sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z} + \sigma_v \dot{x} \end{cases}$$

En régime permanent de glissement ( $\dot{z} = 0$ ), le modèle LuGre est équivalent à un modèle de Stribeck pour  $\delta_s = 2$  :

$$F_f = g(\dot{x}) \operatorname{sgn}(\dot{x}) + \sigma_v \dot{x}$$

A partir de la présentation du modèle faite précédemment, les remarques suivantes peuvent être énoncées :

- Il apparaît clairement que le modèle LuGre est une extension du modèle de Dahl ; en effet, les deux modèles sont identiques en posant :

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= 0 \\ \sigma_v &= 0 \\ g(\dot{x}) &= F_c \text{ (soit } v_s \rightarrow 0)\end{aligned}$$

- L'équation différentielle non linéaire donnant la dynamique du modèle LuGre, associée à l'allure de la fonction  $g(\dot{x})$ , permettent à ce modèle de prendre en compte de façon implicite le phénomène de *frictional memory* ;

- Il est possible de montrer que le modèle LuGre est dissipatif sous la condition (voir annexe A) :

$$\sigma_1 < 4 \frac{g(\dot{x})}{|\dot{x}|}$$

- La propriété de *non dérive* n'est pas assurée par ce modèle.

#### 2.3.2.4 Modèle élasto-plastique

Le modèle élasto-plastique, proposé par Armstrong, Dupont et Hayward [12], est une extension du modèle LuGre qui permet de modéliser la propriété de *non dérive* en plus des phénomènes déjà représentés. Une condition suffisante pour éviter la *dérive* est la suivante :

$$\exists z_{ba} \text{ tq } \forall |z| \leq z_{ba} \Rightarrow \begin{cases} \dot{w} = 0 \\ w = 0 \end{cases}$$

En effet, dans ces conditions il vient :

$$\begin{cases} \dot{x} = \dot{z} \\ x = z \end{cases} \Rightarrow F_e \approx F_f = \sigma_0 x + (\sigma_1 + \sigma_v) \dot{x} \approx \sigma_0 x$$

Cette dernière expression est valable pour  $x$  petit, soit  $F_e$  faible. Finalement :

$$x \approx \frac{F_e}{\sigma_0}$$

Cette relation garantit la propriété de *non dérive* pour une force externe appliquée  $F_e$  constante (ou de moyenne constante).

Il a été vu précédemment que les modèles de Dahl et LuGre ne prennent pas en compte le phénomène de *non dérive*. En effet, le seul moyen d'obtenir  $\dot{w} = 0$ , c'est-à-dire  $\dot{z} = \dot{x}$ , est d'avoir :

$$\frac{\sigma_0}{g(\dot{x})} \operatorname{sgn}(\dot{x}) z = 0$$

Cette relation n'est vraie que pour  $z = 0$ . Autrement dit :

$$\nexists z_{ba} \text{ tq } \forall |z| \leq z_{ba} \Rightarrow \dot{w} = 0$$

L'idée d'Armstrong et de ses co-auteurs est d'intégrer une fonction  $\alpha(z)$  à l'équation d'évolution de  $z(t)$  du modèle LuGre qui force l'expression précédente à 0 lorsque  $|z| \leq z_{ba} < z_{\max}$  et qui n'ait pas d'effet sur le modèle lorsque  $|z| > z_{ba}$  :

$$\frac{dz}{dt} = \dot{x}(1 - \alpha(z) \frac{\sigma_0 z}{g(\dot{x})} \operatorname{sgn}(\dot{x}))$$

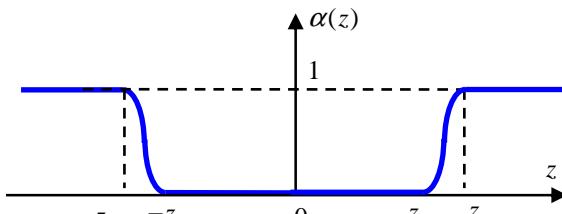


Figure 2.17 : Représentation de  $\alpha(z)$

Une allure possible pour  $\alpha(z)$  est donnée par la caractéristique de la figure 2.17.

Enfin, de façon à assurer que durant le glissement, la force de frottement  $-F_f$  s'oppose au glissement ( $\operatorname{sgn}(F_f) = \operatorname{sgn}(\dot{x})$ ), cette fonction ne sera introduite que si  $\operatorname{sgn}(\dot{x}) = \operatorname{sgn}(z)$  (voir explications dans la suite).

Le modèle élasto-plastique est alors défini par les relations suivantes :

$$\begin{cases} \frac{dz}{dt} = \dot{x}(1 - \alpha(z, \dot{x}) \frac{\sigma_0 z}{g(\dot{x})} \operatorname{sgn}(\dot{x})) \\ \alpha(z, \dot{x}) = \begin{cases} \alpha(z) & \text{si } \operatorname{sgn}(\dot{x}) = \operatorname{sgn}(z) \\ 0 & \text{si } \operatorname{sgn}(\dot{x}) \neq \operatorname{sgn}(z) \end{cases} \quad \text{avec } \alpha(z) = \begin{cases} 0 & \text{si } |z| \leq z_{ba} \\ \frac{1}{2} \left( \sin\left(\pi \frac{z - \frac{z_{\max} + z_{ba}}{2}}{z_{\max} - z_{ba}}\right) + 1 \right) & \text{si } z_{ba} \leq |z| < z_{\max} = \frac{F_s}{\sigma_0} \\ 1 & \text{si } |z| \geq z_{\max} = \frac{F_s}{\sigma_0} \end{cases} \\ g(\dot{x}) = F_c + (F_s - F_c) e^{-\left(\frac{\dot{x}}{v_s}\right)^2} \\ F_f = \sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z} + \sigma_v \dot{x} \end{cases}$$

Avec :

$F_c$  = Frottement de Coulomb ;  
 $F_s$  = Frottement statique ;  
 $v_s$  = Vitesse de Stribeck ;  
 $\sigma_0$  = Cefficient de raideur ;  
 $\sigma_1$  = Cefficient d'amortissement ;

$\sigma_v$  = Coefficient de frottements visqueux ;  
 $z_{ba}$  = Déplacement de pré-glisement ;  
 $z$  = Déformation élastique ;  
 $\dot{x}$  = Vitesse relative de glissement.

A partir de la présentation du modèle faite précédemment, les remarques suivantes peuvent être énoncées :

- Toutes les propriétés physiques présentées en première partie sont prises en compte par ce modèle, au prix d'un nombre de paramètres élevé (7). De plus, certains de ces paramètres n'ont pas de sens physique ( $\sigma_1, z_{\max}$ ) ce qui rend leur identification difficile ;
- Par l'action de la fonction  $\alpha(z, \dot{x})$ , le modèle élasto-plastique approche plus finement le comportement « physique » d'une liaison que le modèle de Dahl, comme il est possible de le voir sur la figure 2.18.

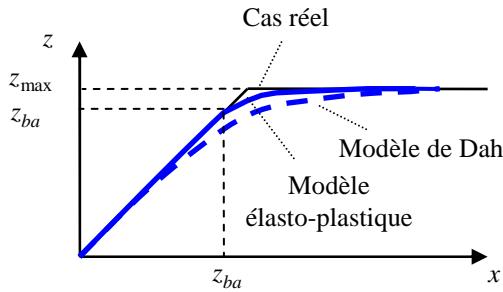


Figure 2.18 : Allures de  $z(x)$

- Le frottement créé par le modèle s'oppose toujours au glissement ( $\operatorname{sgn}(F_f) = \operatorname{sgn}(\dot{x}) = \operatorname{sgn}(\dot{w})$ ). En effet :

$$\begin{aligned} \operatorname{sgn}(F_f) &= \operatorname{sgn}(\sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z} + \sigma_v \dot{x}) \\ &= \operatorname{sgn}(\sigma_0 z + \sigma_1 (\dot{x}(1 - \alpha(z, \dot{x}) \frac{\sigma_0 z}{g(\dot{x})} \operatorname{sgn}(\dot{x}))) + \sigma_v \dot{x}) \end{aligned}$$

Clairement,  $\operatorname{sgn}(F_f) = \operatorname{sgn}(\dot{x})$  à la condition que  $\operatorname{sgn}(z) = \operatorname{sgn}(\dot{x})$ , ce qui est toujours vrai d'après la définition de  $\alpha(z, \dot{x})$  sauf lorsque les deux surfaces sont collées ;

- Le modèle élasto-plastique est dissipatif (voir annexe A).

### 2.3.2.5 Modèle « bristle »

Le modèle « bristle » a été introduit par Haessig et Friedland [13]. L'idée des auteurs est de modéliser les liaisons entre les deux surfaces en contact par des liens (« bristle » en anglais, soie en français) de masse nulle et de raideurs identiques  $K$ . En effet, à l'échelle microscopique, le contact entre les deux surfaces n'est réel qu'au niveau de nombreuses aspérités. Il semble donc intéressant d'essayer de tenir compte de chacun de ces liens dans un modèle.

Le contact entre les deux surfaces est caractérisé par un ensemble de « bristles » (ressorts) dont une des extrémités,  $A$  d'abscisse  $x(t)$ , est solidaire du corps glissant et l'autre accrochée au support fixe en un point  $B_i$ , d'abscisse  $b_i$  (figure 2.19). La force de frottement est générée par la somme des forces de rappel de chacun des « bristles »,  $F_i$  :

$$F_i = K(x(t) - b_i)$$

$$F_f = \sum_{i=1}^N F_i$$

Avec :

$x$  = Position du corps mobile ;

$b_i$  = Position du « bristle »  $i$  ;

$K$  = Coefficient de raideur ;

$N$  = Nombre de « bristles ».

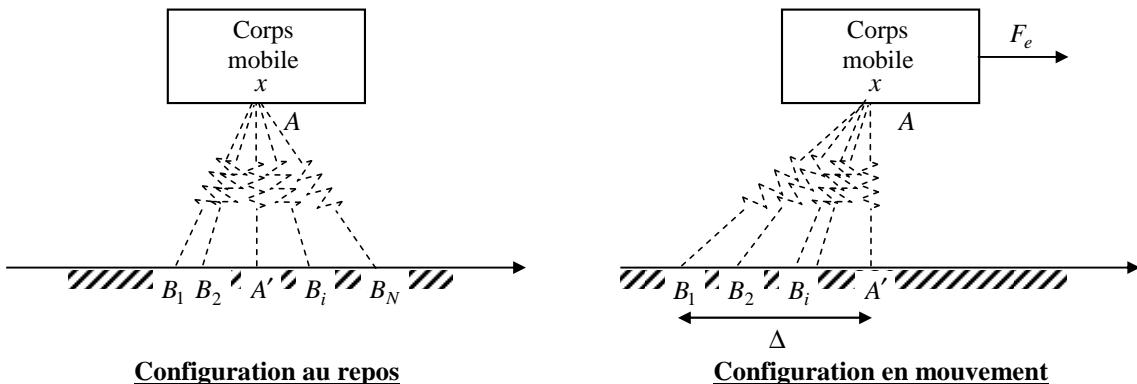


Figure 2.19 : Modèle « bristle »

Le niveau de la force de frottement dépend donc des positions relatives des corps mobile et fixe. Une influence de la vitesse relative  $\dot{x}$  peut être imposée en considérant un nombre  $N$  de « bristles » fonction de celle-ci :

$$N = f(\dot{x})$$

Par ailleurs, le nombre  $N$  de « bristles » du modèle n'est pas choisi pour tenir compte de toutes les liaisons physiques (très grand nombre !). Les auteurs préconisent de prendre  $N \leq 50$  pour obtenir un bon compromis entre représentativité du modèle et temps de simulation.

Lorsque l'étirement d'un « bristle » est trop grand, c'est-à-dire si  $x - b_i \geq \Delta$ , la liaison « casse » et le point  $B_i$  vient se repositionner de façon aléatoire entre son ancienne position et le point  $A'$  (figure 2.19) :

$$b_i^{(new)} = b_i^{(old)} + \text{uniform}(\Delta) \operatorname{sgn}(x(t) - b_i^{(old)})$$

Où  $\text{uniform}(\Delta)$  caractérise une variable aléatoire de distribution uniforme sur l'intervalle  $[0, \Delta]$ .

Par ailleurs, le modèle « bristle » est dissipatif, du fait de sa structure même qui ne fait pas intervenir d'équations différentielles. De plus, il prend en compte la propriété de *non dérive* puisque le frottement est uniquement défini à partir de la modélisation d'un *comportement élastique*, ce qui valide la condition suffisante de *non dérive* vue en 2.3.2.4.

L'avantage d'un tel modèle est qu'en plus de représenter toutes les propriétés physiques associées aux frottements, hormis *rising static friction*, il tient compte de leur nature aléatoire du fait de la relocalisation du « bristle ». Cependant, il comporte plusieurs inconvénients majeurs. Le premier est qu'il n'est pas adapté à la simulation : il nécessite de réaliser un très grand nombre de calculs pour une valeur de  $F_f$  à un instant donné. Un autre inconvénient est que le fait de modéliser le « bristle » par un ressort idéal (sans amortissement) peut amener le solide à osciller autour d'une position en phase de collage.

### 2.3.2.6 Modèle « reset integrator »

Le modèle « reset integrator », également proposé par Haessig et Friedland [13], met en œuvre précisément le

principe général exposé au paragraphe 2.3.2.1 (modélisation indépendante de chacune des phases de collage et glissement), en introduisant des spécificités dans la génération de la force de frottement à partir de la force de rappel d'un ressort élémentaire et de composantes de frottements visqueux.

Le modèle tient son nom du fait qu'il utilise une variable d'état interne  $p$  (élongation de la raideur) qui implique l'introduction d'un intégrateur. L'entrée de cet intégrateur est forcée à 0 (« reset ») dans certaines conditions, ou laissée égale à la vitesse de glissement (« integrator ») dans les autres cas. Ces deux états de l'entrée de l'intégrateur sont liés à la phase à représenter, à savoir le collage ou le glissement.

Le fonctionnement du modèle est représenté par le schéma-bloc de la figure 2.20.

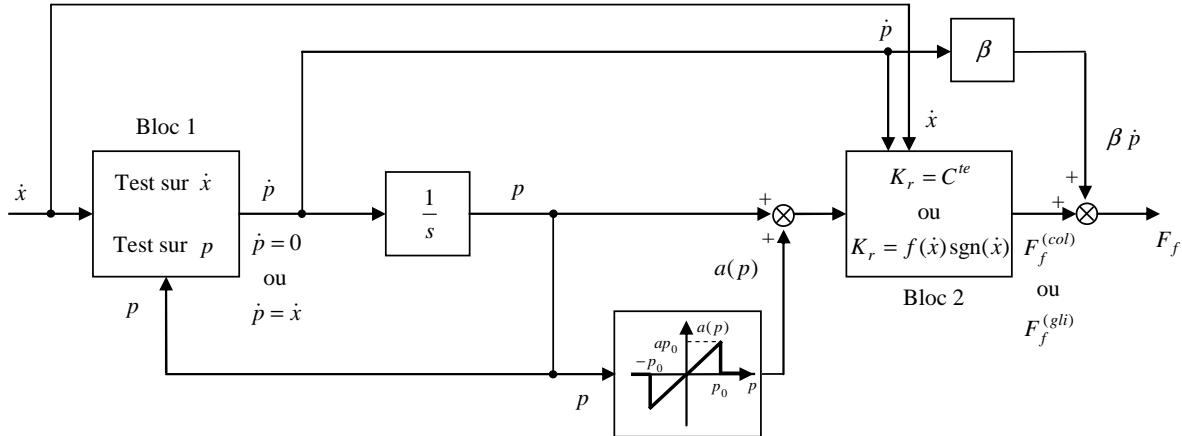


Figure 2.20 : Modèle « reset integrator »

Avec :

$K_r$  = Coefficient de raideur ;

$a$  = Coefficient de modélisation du frottement statique ;

$\beta$  = Coefficient d'amortissement ;

$p_0$  = Valeur maximale de l'état  $p$ .

Le bloc 1 fixe la valeur de  $p$  selon :

glissement :  $\dot{p} = 0$  si  $(\dot{x} > 0 \text{ et } p \geq p_0) \text{ ou } (\dot{x} < 0 \text{ et } p \leq -p_0)$

collage :  $\dot{p} = \dot{x}$  dans tous les autres cas

Le bloc 2 définit le gain à utiliser pour déterminer la force de frottement selon que le modèle décrive une phase de collage ou de glissement :

$$\begin{aligned} \text{glissement } (\Leftrightarrow \dot{p} = 0) : \quad K_r &= f(\dot{x}) & F_f &= K_r (1 + a(p)) p(t) \\ \text{collage } (\Leftrightarrow \dot{p} = \dot{x}) : \quad K_r &= C^{te} & \end{aligned}$$

La fonction  $a(p)$ ,  $a(p) = ap$  si  $p \in ]-p_0, p_0[$ , permet d'imposer de quitter la phase de collage pour une force de rupture de niveau supérieur au niveau de frottement en régime de glissement. En ce sens elle permet de modéliser le frottement statique.

La fonction  $f(\dot{x})$  permet d'imposer l'allure de la courbe frottement - vitesse relative lorsque le modèle décrit une phase de glissement. Par exemple,  $f(\dot{x})$  peut être donnée par :

$$\begin{aligned} f_1(\dot{x}) &= C^{te} \operatorname{sgn}(\dot{x}) \text{ (frottement de coulomb)} & f_3(\dot{x}) &= \begin{cases} f_1(\dot{x}) \\ \text{ou} \\ f_2(\dot{x}) \end{cases} + c_3 \dot{x} \text{ (frottements visqueux)} \\ f_2(\dot{x}) &= (c_1 + (c_2 - c_1) e^{-\left(\frac{\dot{x}}{v_0}\right)^2}) \operatorname{sgn}(\dot{x}) \text{ (effet Stribeck)} & f_4(\dot{x}) &= \dots \end{aligned}$$

Ce modèle considère donc le frottement, lorsque les deux surfaces sont collées, comme étant fonction de l'élongation  $p$  du ressort modélisant la liaison. Lorsque l'étiirement devient maximal,  $p$  reste constant à sa valeur maximale  $p_0$ ,  $a(p)$  devient nul et le glissement commence à se produire. L'évolution du niveau de la force de

frottement est alors décrite par  $p_0 f(\dot{x})$ .

Le modèle « reset integrator » prend en compte toutes les propriétés physiques liées aux frottements, hormis *frictional memory*. Notamment, la prise en compte de la propriété de *non dérive* par ce modèle est garantie par le fait de modéliser les comportements en phase de glissement et de collage indépendamment. En effet, il existe ainsi un déplacement maximal  $p_0$  tel que pour  $|p| < p_0$ , le frottement est uniquement représenté par un *comportement élastique* (condition suffisante de *non dérive* donnée en 2.3.2.4). Enfin, ce modèle est dissipatif (voir annexe A).

Toutefois, plusieurs inconvénients majeurs de ce modèle peuvent être énumérés. Le premier problème vient de la discontinuité qui existe lors de la commutation entre les deux phases de glissement et collage. En effet, chacune des deux phases exprime le frottement en fonction d'une grandeur différente : distance  $p$  pour le collage et vitesse  $\dot{x}$  en glissement. Ainsi, au moment de la commutation (en considérant  $f(\dot{x}) = f_2(\dot{x}) + c_3\dot{x}$ ) :

$$K_r(1+a)p_0 + \beta\dot{x} \neq p_0((c_1 + (c_2 - c_1)e^{-\frac{(\dot{x})^2}{v_0}})\operatorname{sgn}(\dot{x}) + c_3\dot{x})$$

La valeur du frottement peut donc varier brusquement au moment d'une commutation d'une phase de glissement vers une phase de collage, alors que, physiquement, cette transition est continue.

Un deuxième inconvénient important est qu'en phase de collage, la force de frottement ne peut être limitée à  $F_s$ . En effet, la présence du terme  $\beta\dot{x}$  ne permet pas de définir à l'avance un frottement maximal  $F_s = F_{col_{max}}$ .

### 2.3.2.7 Modèles de Bliman et Sorine

Les modèles présentés ici ont été proposés par Bliman et Sorine [2]. Ceux-ci décrivent la force de frottement à partir d'équations différentielles ordinaires du 1<sup>er</sup> ordre (1<sup>er</sup> modèle) ou du 2<sup>nd</sup> ordre (2<sup>ème</sup> modèle).

#### 2.3.2.7.1 Modèle de Bliman et Sorine du 1<sup>er</sup> ordre

Le modèle de Bliman et Sorine du 1<sup>er</sup> ordre est donné par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \varepsilon_0 \dot{x} = -|v|x + f_0 v \\ F_f = x \end{cases}$$

Avec :

- $x$  = Variable d'état (et non pas la position relative entre les solides en contact comme dans les paragraphes précédents) ;
- $f_0$  = Paramètre homogène à un niveau de force  $> 0$  ;
- $\varepsilon_0$  = Paramètre homogène à une distance  $> 0$  ;
- $v$  = Vitesse relative entre les deux corps considérés.

Il est possible de montrer que le modèle de Bliman et Sorine du 1<sup>er</sup> ordre est un cas particulier du modèle de Dahl (d'exposant  $i = 1$ ). En effet, les équations de ce modèle sont rappelées ci-dessous :

$$\begin{cases} \dot{z} = v - \frac{\sigma_0 z}{F_c} |v| \\ F_{f_D} = \sigma_0 z \end{cases} \Rightarrow F_{f_D} = -\frac{F_c}{|v|} \dot{z} + F_c \operatorname{sgn}(v)$$

Or le modèle de Bliman et Sorine du 1<sup>er</sup> ordre est donné par :

$$\begin{cases} \dot{x} = -\frac{x}{\varepsilon_0} |v| + \frac{f_0}{\varepsilon_0} v \\ F_{f_{BS}} = x \end{cases} \Rightarrow F_{f_{BS}} = -\frac{\varepsilon_0}{|v|} \dot{x} + f_0 \operatorname{sgn}(v)$$

En uniformisant les notations des deux modèles  $x_{BS} = (\sigma z)_D$  :

$$F_{f_{BS}} = -\frac{\sigma_0 \varepsilon_0}{|v|} \dot{z} + f_0 \operatorname{sgn}(v)$$

$$= F_{f_D} \text{ en posant } \begin{cases} f_0 = F_c \\ \varepsilon_0 = \frac{F_c}{\sigma_0} \end{cases}$$

Les deux modèles sont, dans ces conditions, équivalents. Celui de Bliman et Sorine d'ordre 1 possède donc les mêmes propriétés et inconvénients que celui de Dahl.

### 2.3.2.7.2 Modèle de Bliman et Sorine du 2<sup>nd</sup> ordre

Le modèle de Bliman et Sorine du 2<sup>nd</sup> ordre est donné par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \varepsilon_1 \dot{x} = |v| \begin{pmatrix} -\frac{1}{\eta} & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} x(t) + v \begin{pmatrix} \frac{f_1}{\eta} \\ -f_2 \end{pmatrix} \\ F_f(t) = (1 \ 1)x(t) \end{cases}$$

Avec :

$f_1, f_2$  = Paramètres homogènes à des niveaux de force  $> 0$ , avec  $f_1 > f_2$  ;

$\varepsilon_1$  = Paramètre homogène à une distance  $> 0$  ;

$\eta$  = Coefficient sans dimension,  $0 < \eta < 1$ .

En appelant  $s$ , la distance parcourue lors du déplacement relatif :

$$ds = |v| dt \Rightarrow \frac{dt}{ds} = \frac{1}{|v|}$$

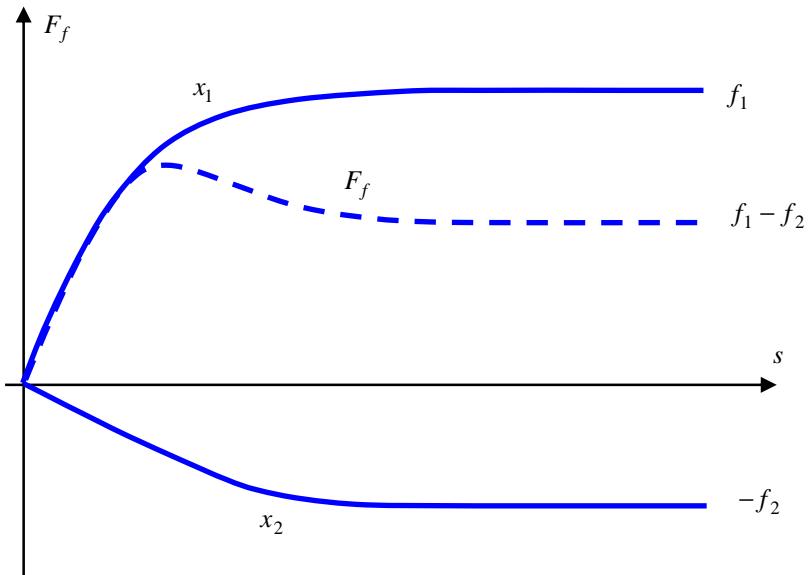
$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{dx_s}{ds} = \frac{dx}{dt} \frac{dt}{ds} = \frac{1}{\varepsilon_1} \begin{pmatrix} -\frac{1}{\eta} & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} x_s + \frac{1}{\varepsilon_1} \begin{pmatrix} \frac{f_1}{\eta} \\ -f_2 \end{pmatrix} \frac{v}{|v|} \\ F_f = (1 \ 1)x_s \end{cases}$$

Ces équations sont celles d'un système linéaire invariant (en espace et non en temps) :

$$\begin{cases} \frac{dx_s}{ds} = Ax_s + Bv_s & v_s = \operatorname{sgn}(v) \\ F_f = Cx_s \end{cases}$$

Avec  $x_s$  et  $v_s$  indicés en  $s$  pour rappeler que pour l'équation différentielle, les grandeurs évoluent selon la variable de position  $s$  et non de temps  $t$ .

Ce modèle consiste à générer la force de frottement par addition de deux composantes issues de systèmes du 1<sup>er</sup> ordre, décrits par des équations différentielles de la variable distance parcourue  $s$ , et de « dynamique spatiale » pour l'un lente, pour l'autre rapide. Pour un déplacement relatif à  $v > 0$ , quand la distance parcourue  $s$  tend vers l'infini, la composante rapide tend vers une valeur finale positive  $f_1$  alors que la plus lente tend vers une valeur finale négative  $-f_2$  avec  $f_2 < f_1$ . Ainsi, il est possible d'obtenir une force globale d'allure donnée figure 2.21.



**Figure 2.21 : Modèle du 2<sup>nd</sup> ordre ( $v \geq 0$ )**

En considérant le système linéaire en  $s$ , en résolvant indépendamment les deux équations différentielles du modèle (en étudiant les cas des vitesses  $v$  positives et négatives séparément), et en prenant en compte des conditions initiales nulles pour l'état, il vient :

$$F_f = (f_1(1 - e^{-\frac{s}{\eta \epsilon_1}}) - f_2(1 - e^{-\frac{s}{\epsilon_1}})) \operatorname{sgn}(v)$$

Cette expression conduit bien à l'allure de  $F_f$  annoncée à la figure 2.21.

Bien que le dépassement du frottement de la courbe de la figure 2.21 permette de modéliser un pseudo *effet Stribeck*, le modèle de Bliman et Sorine d'ordre 2 ne peut être vu comme étant représentatif des frottements humides. En effet, l'*effet Stribeck* ici est pris en compte dans le plan  $F_f - s$ , ce qui diffère de la définition classique où celui-ci est visualisé dans le plan  $F_f - v$ . D'autre part, les phénomènes tels que les *frottements visqueux*, *frictional memory* et *rising static friction* ne sont pas représentés ici. Enfin, le modèle est dissipatif (voir annexe A).

## 2.4 Bilan comparatif des modèles

Le tableau 2.1 récapitule les propriétés de chacun des modèles de frottement présentés au paragraphe 2.3.

	SCV	Karnopp	Stribeck	Armst.	Dahl	LuGre	Elasto plastique	Bristle	R/I	BS
Statique / Dynamique	S	S	S	S	D	D	D	D	D	D
Physique / Simulation	P / S	S	P	P	P	P	P	P	P	P
Stiction	+	+	+	-	-	-	-	-	-	-
Pré glissement	-	-	-	+	+	+	+	+	+	+
Effet Stribeck	-	-	+	+	-	+	+	+	+	±
Frottements visqueux	+	+	+	+	-	+	+	+	+	-
Frictional memory	-	-	-	+	-	±	±	±	-	-
Rising static friction	-	-	-	+	-	-	-	-	-	-
Non dérive	-	+	-	+	-	-	±	+	+	-
Nb paramètres	4	5	6	7+1	3	7	8	3+X	4+X	2 / 4
Identification	+	+	+	-	±	±	±	±	±	±

Tableau 2.1 : Bilan des modèles

Les signes ‘+’, ‘±’ et ‘-’ à l’intérieur des cases du tableau s’interprètent de la façon suivante :

‘+’ : La propriété est assurée par le modèle ;

‘±’ : La propriété est approximativement assurée ;

‘-’ : La propriété n'est pas assurée.

A la lecture de ce tableau, les commentaires suivants peuvent être effectués :

- Tous les modèles sont élaborés à partir de considérations physiques, c'est-à-dire dans le but de modéliser une propriété observée expérimentalement, excepté le modèle de Karnopp dont l'innovation apportée par rapport aux autres modèles statiques est la gestion du problème de la détection d'une vitesse de glissement nulle en simulation (transitions phases collage-glisement) ;

- La définition de la *stiction* varie selon les auteurs. Avec celle considérée ici (voir 2.2.6), seuls les modèles statiques peuvent représenter cette propriété puisque ce sont les seuls à définir un frottement en  $v = 0$  ;

- Le phénomène de pré-glisement (particularité du *comportement élastique*), c'est-à-dire la représentation du frottement à une échelle telle que la valeur de celui-ci dépende principalement du déplacement et non de la vitesse de glissement, est pris en compte uniquement par les modèles utilisant un ressort comme représentation de la liaison élastique entre les deux surfaces en contact. Ainsi, seuls les modèles dynamiques et le modèle d'Armstrong ont cette propriété ;

- L'*effet Stribeck* est représenté par la plupart des modèles, exceptés ceux de Karnopp, SCV et Dahl où la transition de  $F_s$  vers  $F_c$  est soit instantanée (SCV et Karnopp) soit non définie (Dahl). Le modèle de Bliman et Sorine d'ordre 2 définit explicitement un certain *effet Stribeck* puisqu'il assure une transition continue entre  $F_s$  et  $F_c$ . Cependant, il le fait en fonction du déplacement et non en fonction de la vitesse ;

- Les frottements visqueux sont représentés par tous les modèles exceptés ceux de Dahl et de Bliman et Sorine. Cependant, il est aisément d'ajouter cette propriété en additionnant à la force de frottement générée par le modèle un terme proportionnel à la vitesse de glissement ;

- Le phénomène de *frictional memory* ne peut être pris en compte ni par les modèles statiques, ni par ceux où l'*effet Stribeck* n'est pas modélisé. Lorsque ce dernier phénomène est caractérisé, le modèle en question vérifie implicitement cette propriété en réalisant simultanément la transition de  $F_s$  vers  $F_c$  et le

comportement dynamique entre  $F_f$  et  $v$ . Seul le modèle d'Armstrong introduit un élément explicite pour décrire ce comportement (retard dans l'équation du modèle) ;

- Le phénomène de *rising static friction* est uniquement représenté par le modèle d'Armstrong qui fait intervenir explicitement le *dwell-time* ;

- La propriété de *non dérive* est fidèlement représentée par les modèles de Karnopp, « bristle » et « reset integrator ». Le modèle élasto-plastique (pour  $z < z_{ba}$  et non  $z_{\max}$ ) représente partiellement ce phénomène alors que les autres modèles, sous certaines conditions (voir 2.5.2) peuvent dériver proportionnellement au temps alors que la force externe appliquée  $F_e$  est inférieure au niveau de Coulomb  $F_c$  ;

- L'identification des paramètres des modèles est enfin un dernier point important. Le nombre de ceux-ci, ainsi que leur nature, peuvent rendre certains modèles difficiles à utiliser. De ce point de vue, les modèles statiques sont assez simples à identifier. Certains paramètres des modèles dynamiques (tels  $\sigma_0$ ,  $\sigma_1$ ,  $z_{ba}$ ,...) peuvent être assez complexes à obtenir (voir 2.6). Enfin, la nature des paramètres du modèle d'Armstrong rend ceux-ci difficilement identifiables.

## 2.5 Simulation des modèles

Dans cette partie, les performances des modèles sont comparées en simulation sur deux expériences différentes :

- Corps sur un plan horizontal soumis à une force externe sinusoïdale ;
- Corps sur un plan horizontal soumis à une force externe sinusoïdale, d'amplitude insuffisante ( $< F_c$ ) pour engendrer le glissement du corps.

Les performances de chacun des modèles présentés en 2.3 sont étudiées ici. Toutefois le comportement du modèle d'Armstrong (7 paramètres) n'est pas abordé : sa complexité (structure et nature des paramètres) limite son intérêt à caractériser une situation pratique (identification et recalage difficiles).

### 2.5.1 1<sup>ère</sup> expérience : Corps sur un plan horizontal subissant l'effort d'une force externe sinusoïdale

#### 2.5.1.1 Description de l'expérience

La figure 2.22 donne le schéma de principe de l'expérience considérée ici.

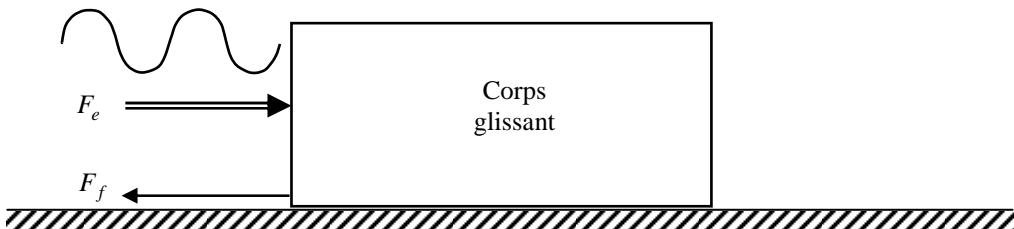


Figure 2.22 : Représentation schématique de l'expérience

L'équation modélisant le comportement d'une telle expérience est alors :

$$F_e - F_f = m\ddot{x}$$

Avec :

$F_e$  = Force externe appliquée ;

$F_f$  = Force de frottement ;

$m$  = Masse du corps glissant = 1kg ;

$x$  = Position relative du corps par rapport au plan horizontal.

Le schéma-bloc général représentant l'expérience est donné figure 2.23.

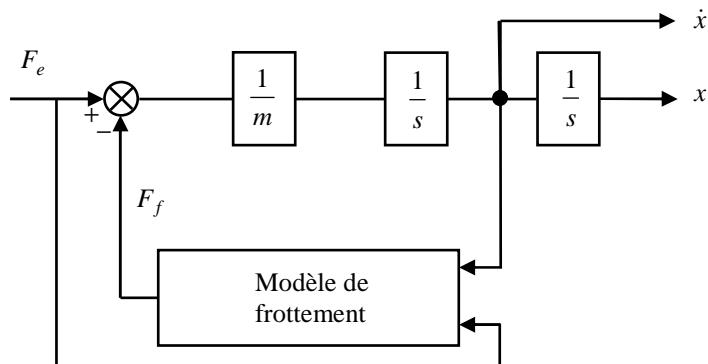


Figure 2.23 : Schéma-bloc modélisant l'expérience

### 2.5.1.2 Comparaison des modèles de frottement

Les divers paramètres sont fixés de façon cohérente afin de permettre la comparaison des comportements des différents modèles sur un même phénomène de frottement. Quelques caractéristiques communes sont fournies dans le tableau 2.2.

Coefficient de frottement de Coulomb	$F_c$	2 N
Coefficient de frottement statique	$F_s$	3 N
Coefficient de frottements visqueux	$\sigma_v$	0,2 N / (m/s)
Coefficient de Raideur	$\sigma_0$	20 N/m
Coefficient d'amortissement	$\sigma_1$	0,5 N/(m/s)
Coefficient de vitesse de Stribeck	$v_s$	0,1 m/s

Tableau 2.2 : Valeurs des paramètres

Une force externe sinusoïdale,  $F_e = 5\sin(2\pi f_0 t)$ ,  $f_0 = 0,1$  Hz, d'amplitude supérieure à  $F_s$  de manière à pouvoir initier le glissement, est appliquée à partir d'une position d'équilibre.

Les courbes de frottement obtenues pour chaque modèle en fonction de la vitesse sont présentées figures 2.24 et 2.25.

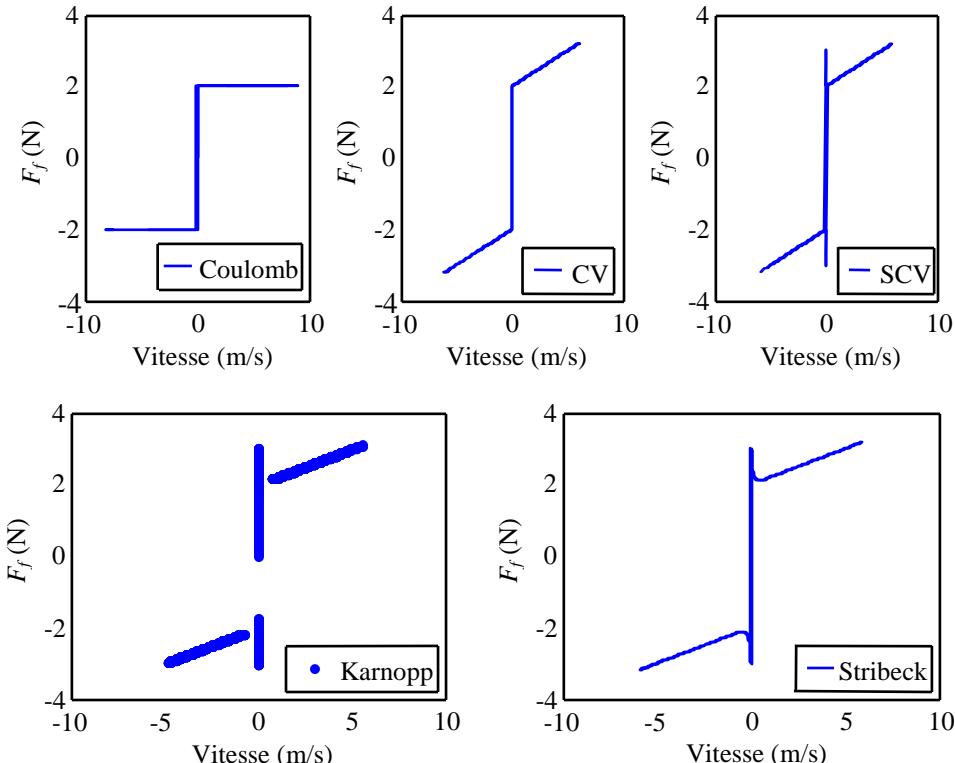
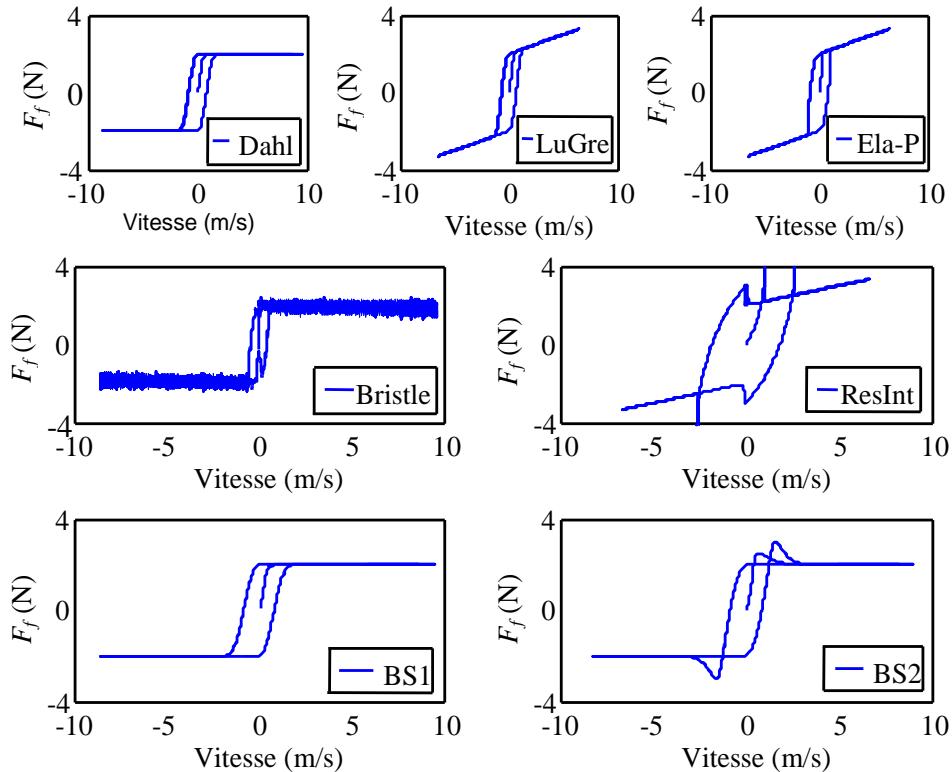


Figure 2.24 : Modèles statiques : force de frottement en fonction de la vitesse de glissement



**Figure 2.25 : Modèles dynamiques : force de frottement en fonction de la vitesse de glissement**

Les allures théoriques présentées au paragraphe 2.3 sont effectivement obtenues.

Concernant les aspects simulations et leurs résultats, plusieurs remarques s'imposent :

- L'implémentation des modèles statiques (autres que celui de Karnopp, qui gère explicitement ce problème), nécessite la définition d'un paramètre  $dv$  de façon à contourner les problèmes de détection de l'annulation de la vitesse relative (les seuils de détection sont  $0 + dv$  et  $0 - dv$  suivant le signe de la vitesse).  $dv = 10^{-3}$  m/s a été choisi ;
- Les modèles de Dahl et de Bliman et Sorine d'ordre 1 sont complètement équivalents ici puisque les conditions adéquates vues en 2.3.2.7.1 ont été respectées ;
- Les transitions entre phases de collage et glissement se réalisent de façon continue pour les modèles de Dahl, LuGre, élasto-plastique, « bristle » et de Bliman et Sorine. Les autres modèles présentent une discontinuité au niveau de la vitesse nulle ;
- Les modèles dynamiques donnent lieu à des réponses force de frottement - vitesse relative qui présentent effectivement un caractère d'hystérésis (le coefficient de raideur a été fixé exagérément faible de façon à faire clairement apparaître cette propriété) ;
- Le modèle « bristle » définit la force de frottement par un nuage de valeurs autour de  $\pm F_c$ , du fait de la nature aléatoire de sa détermination ;
- Le modèle « reset integrator » présente de fortes discontinuités dues à la description des phases de collage et de glissement faite à partir de deux variables différentes (position pour collage, vitesse pour glissement) ;
- La réponse du modèle de Bliman et Sorine d'ordre 2 présente un dépassement pour les vitesses proches de zéro, ce qui correspond à la simulation d'un pseudo *effet Stribeck*.

### **2.5.2 2<sup>ème</sup> expérience : Corps sur un plan horizontal subissant l'effort d'une force externe sinusoïdale d'amplitude insuffisante pour engendrer le glissement du corps**

#### **2.5.2.1 Description de l'expérience**

La figure 2.26 donne le schéma de principe de l'expérience considérée ici.

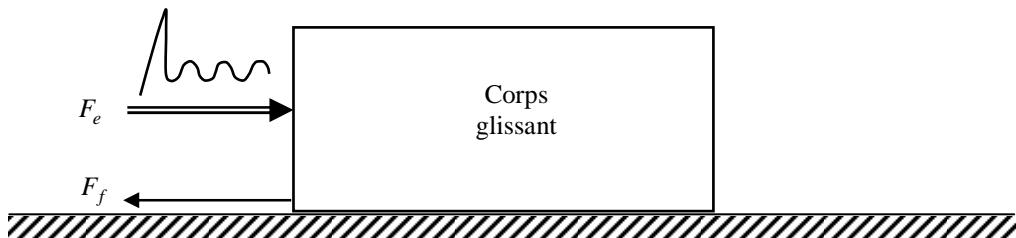
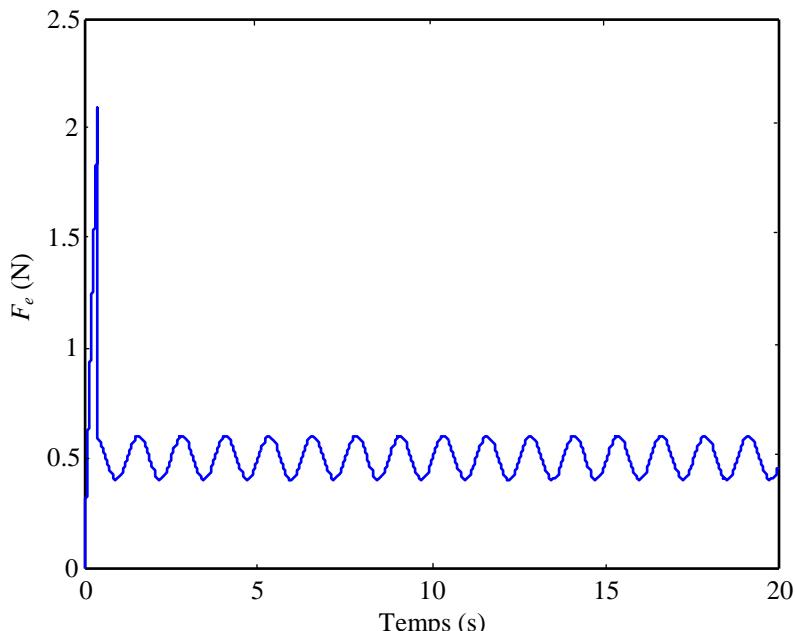


Figure 2.26 : Représentation schématique de l'expérience

L'expérience considérée dans cette partie [12] a pour objectif de mettre en évidence si les divers modèles considérés vérifient les propriétés de *comportement élastique* et de *non dérive* : le corps mobile est soumis à l'action d'une force externe  $F_e$  prenant tout d'abord des valeurs  $F_e > F_s$ , de façon à engendrer un glissement, puis des valeurs d'un niveau maximal inférieur à la force de frottement de Coulomb  $F_e < F_c$ , de façon à créer les conditions d'un retour en phase de collage. Le profil de la force  $F_e$  appliquée est donné par la figure 2.27.


 Figure 2.27 : Force externe appliquée  $F_e$ 

La visualisation des déplacements du corps glissant en fonction du temps pour chacun des modèles, permet de valider la propriété considérée :

- *Non dérive* : lorsque la force externe est inférieure à  $F_c$ , le déplacement du corps doit être nul (ou de valeur moyenne nulle, puisque la force externe considérée ici est sinusoïdale) ;

- *Comportement élastique* : lorsque la force externe est inférieure à  $F_c$  et sinusoïdale, le déplacement ne doit pas être strictement nul mais sinusoïdal puisque la force de frottement est alors déterminée par  $F_f = kx$ .

Les paramètres des modèles sont fixés aux valeurs données dans le tableau 2.3.

Coefficient de frottement de Coulomb	$F_c$	1 N
Coefficient de frottement statique	$F_s$	1.1 N
Coefficient de frottements visqueux	$\sigma_v$	0 N/(m/s)
Coefficient de raideur	$\sigma_0$	100 N/m
Coefficient d'amortissement	$\sigma_1$	2 N/(m/s)
Coefficient de vitesse de Stribeck	$v_s$	0.1 m/s

Tableau 2.3 : Valeurs des paramètres

Pour les modèles statiques, les problèmes de la détection de l'annulation de la vitesse relative sont résolus en envisageant un seuil de détection ( $dv = 10^{-3}$  m/s). Les autres paramètres sont spécifiques à chacun des modèles et

leur valeur numérique est fixée au cas par cas. D'autre part, il a été fixé  $\sigma_v = 0$ , ce qui implique notamment que les modèles de Coulomb et Coulomb + visqueux sont identiques.

### 2.5.2.2 Comparaison des modèles de frottement

Les déplacements au cours du temps pour chacun des modèles statiques sont donnés figure 2.28.

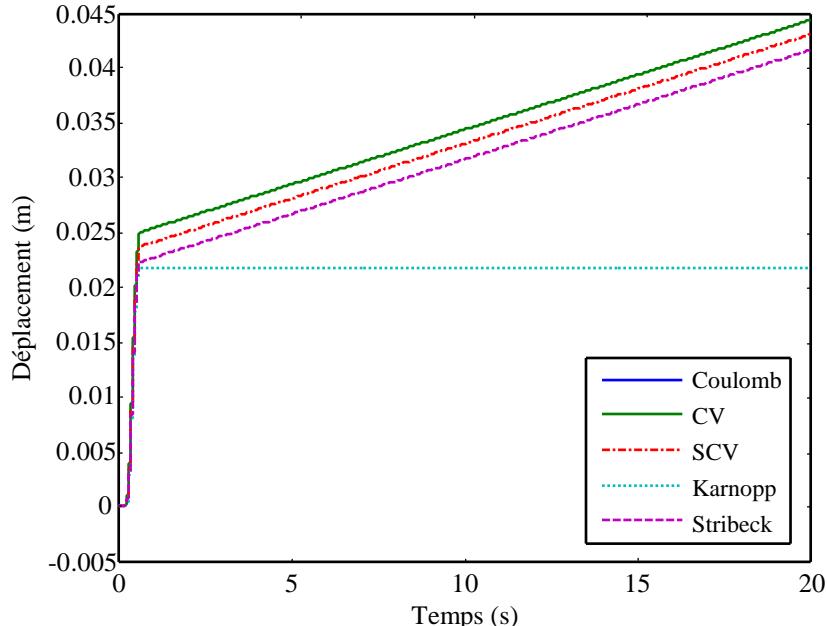


Figure 2.28 : Modèles statiques : déplacement en fonction du temps

Sur cette réponse, le déplacement augmente d'abord rapidement (phase de glissement où  $F_e > F_s$ ), puis reste constant dans le cas du modèle de Karnopp, croît linéairement dans le cas des autres modèles. Les conclusions répertoriées dans le tableau 2.4 peuvent être tirées.

Modèles	Non dérive	Comportement élastique
Coulomb	Non	Non
Coulomb + visqueux	Non	Non
Statique + Coulomb + visqueux	Non	Non
Stribeck	Non	Non
Karnopp	Oui	Non

Tableau 2.4 : Prise en compte de la propriété de *non dérive* et du *comportement élastique* par les modèles statiques

Il est clair qu'aucun des modèles considérés ne retranscrit le *comportement élastique* du fait de la définition même de ceux-ci (les équations de ces modèles ne tiennent pas compte explicitement du déplacement).

Les modèles de Coulomb, Coulomb + visqueux, statique + Coulomb + visqueux et Stribeck ne prennent pas non plus en compte la propriété de *non dérive* puisque chacun d'eux entraîne une dérive constante. Celle-ci est causée par la façon dont sont programmés ces modèles et dépend des caractéristiques du solveur. En effet, il est clair que la détection du 0 lors des changements de signe de la vitesse engendre des problèmes en simulation. Ainsi, lorsque  $v$  décroît (croît), c'est son passage par  $0 + dv$  ( $0 - dv$ ) et non par 0 qui est détecté. Cette détection implique  $F_f = F_e$ , l'application d'une accélération nulle et donc le gel de la vitesse relative à la valeur du seuil de détection, soit  $dv$  et non 0. Deux solutions peuvent être proposées pour résoudre ce problème : gérer les commutations entre phases de la même façon que dans le modèle de Karnopp, ou remettre la condition initiale de l'intégrateur de vitesse à 0 à chaque commutation d'une phase de glissement à une phase de collage.

Le schéma-bloc de la figure 2.29 résume ce comportement.

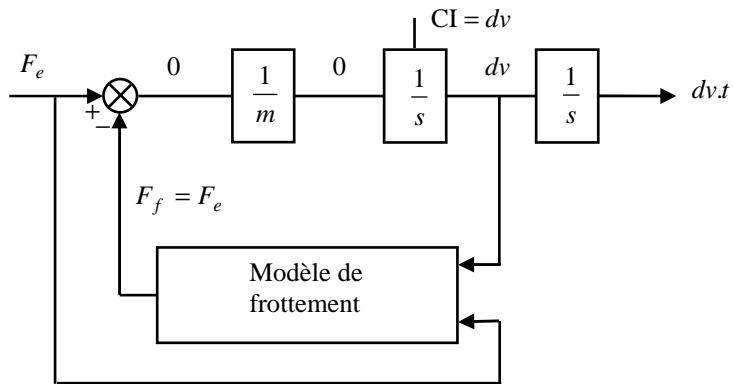


Figure 2.29 : Schéma-bloc de l'expérience lorsque  $F_e < F_c$

L'analyse précédente est validée par le comportement temporel de la vitesse relative : hormis pour le modèle de Karnopp qui impose un retour à zéro, la phase de collage simulée par les autres modèles est associée à une vitesse relative constante égale à  $dv$  (figure 2.30).

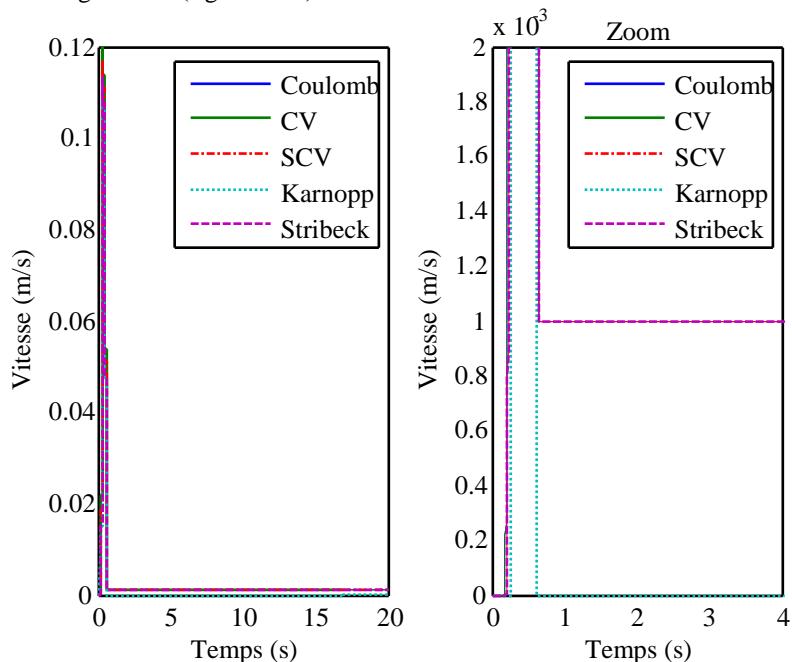
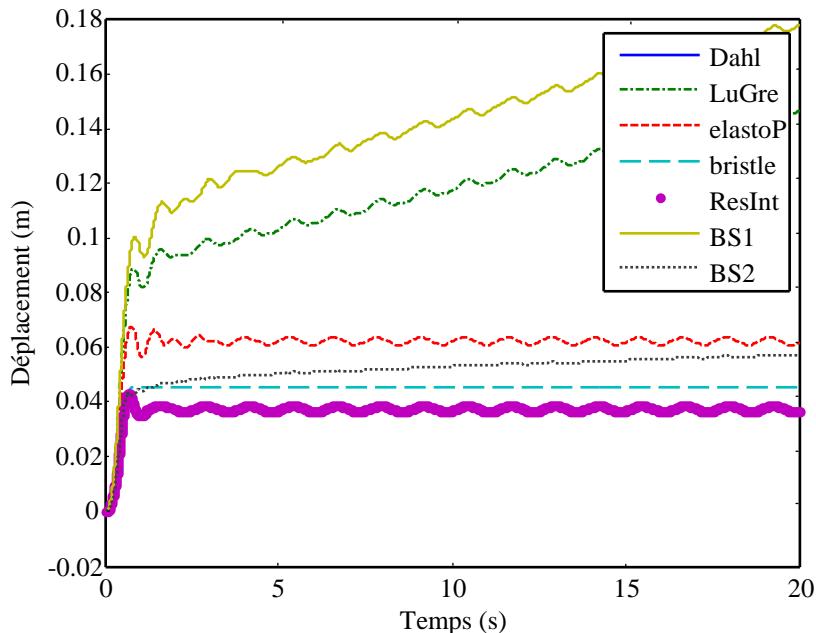


Figure 2.30 : Modèles statiques : vitesse en fonction du temps

Les déplacements au cours du temps pour chacun des modèles dynamiques sont donnés figure 2.31. les paramètres du modèle de Bliman et Sorine d'ordre 1 ont été initialisés de sorte que celui-ci ait le même comportement que le modèle de Dahl.



**Figure 2.31 : Modèles dynamiques : déplacement en fonction du temps**

A la lecture de ces réponses, les conclusions répertoriées dans le tableau 2.5 peuvent être tirées.

Modèles	Non dérive	Comportement élastique
Dahl	Non	Oui
LuGre	Non	Oui
Élasto-plastique	Oui	Oui
Bristle	Oui	Oui
Reset integrator	Oui	Oui
Bliman Sorine ordre 1	Non	Oui
Bliman Sorine ordre 2	Non	Oui

**Tableau 2.5 : Prise en compte de la propriété de *non dérive* et du comportement élastique par les modèles dynamiques**

Tous ces modèles caractérisent évidemment le *comportement élastique* puisque leur conception s'appuie sur une modélisation de la liaison entre les deux corps en contact par un ressort. La figure 2.31 illustre bien les oscillations du déplacement relatif lorsque  $F_e < F_c$ .

Il est à noter que seuls les modèles élasto-plastique, « bristle » et « reset integrator » prennent en compte la propriété de *non dérive*. Les conditions pour l'obtention de cette caractéristique ont déjà été étudiées en détail lors de la présentation des modèles de Dahl, LuGre, élasto-plastique et Bliman et Sorine d'ordre 1 et 2. Les modèles de « bristle » et « reset integrator », qui s'appuient sur un comportement purement élastique ( $F_f = kx$ ) pour la description du frottement en phase de collage, garantissent la propriété de *non dérive*, puisque de fait, ils satisfont la condition suffisante vue en 2.3.2.4.

## 2.6 Identification des paramètres des différents modèles de frottement

Les modèles de frottement présentés au paragraphe 2.3 s'appuient sur des équations statiques ou dynamiques pour décrire les phénomènes de frottement. Ces équations font donc apparaître des paramètres de réglage, qui sont d'ailleurs pour la plupart communs à plusieurs modèles. L'objectif principal de ce paragraphe est de proposer des procédures d'identification pour estimer les valeurs de ces paramètres (2.6.1). Ces procédures font intervenir des données expérimentales à recueillir dans des configurations particulières, qui sont également exposées ici (2.6.2).

### 2.6.1 Méthodes d'identification des paramètres des modèles de frottement

Il est apparu clairement au paragraphe 2.3 que plusieurs mêmes paramètres ( $F_c, F_s, \sigma_v, \dots$ ) étaient utilisés par des modèles différents. Ainsi dans la suite, plutôt que de présenter les méthodes d'identification modèle par modèle, il a été trouvé plus judicieux de suivre un déroulement paramètres par paramètres, tout en rappelant pour chacun

d'eux, les modèles par lesquels ils sont utilisés.

L'ensemble des paramètres à identifier est le suivant :

$$F_s, F_c, \sigma_v, v_s, \delta_s, dv, \sigma_0, \sigma_1, z_{ba}, K, N, \Delta, K_r, a, \beta, \varepsilon_0, f_0, \varepsilon_1, \eta, f_1, f_2$$

Cet ensemble ne tient pas compte des paramètres du modèle d'Armstrong. En effet, leur identification étant jugée trop complexe, celle-ci ne sera pas abordée ici.

Le tableau 2.6 récapitule par quels modèles est utilisé chaque paramètre.

	$F_s$	$F_c$	$\sigma_v$	$v_s$	$\delta_s$	$dv$	$\sigma_0$	$\sigma_1$	$z_{ba}$	$K$	$N$	$\Delta$	$K_r$	$a$	$\beta$	$p_0$	$\varepsilon_0$	$f_0$	$\varepsilon_1$	$N$	$f_1$	$f_2$
Coulomb																						
SCV																						
Karnopp																						
Stribeck																						
Dahl																						
LuGre																						
Elasto-p																						
Bristle	X	X	X	X	X	X	X	X	X													
R/I	X	X	X	X	X	X	X	X	X													
BS1																						
BS2																						

Tableau 2.6 : Bilan de l'utilisation faite par les modèles de chaque paramètre

Les signes à l'intérieur du tableau s'interprètent de la façon suivante :



Ce paramètre est utilisé par le modèle ;

Ce paramètre peut être utilisé par le modèle ;

Ce paramètre n'est pas utilisé par le modèle.

D'autre part, un modèle de simulation d'un moyen d'essais est utilisé dans la suite afin de valider à partir de relevés expérimentaux, les procédures d'identification proposées. Le schéma-bloc de cette structure est donné figure 2.32.

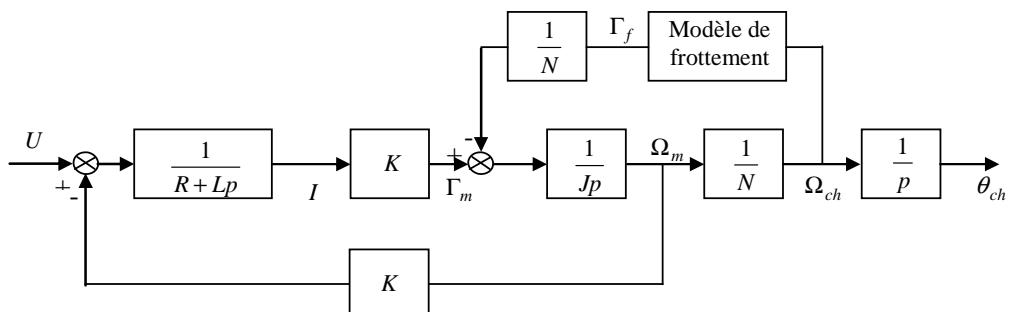


Figure 2.32 : Schéma-bloc du modèle du banc d'essais

Avec :

$U$	= Tension d'induit du moteur ;	$R$	= Résistance d'induit du moteur ;
$I$	= Courant d'induit du moteur ;	$L$	= Inductance d'induit du moteur ;
$\Gamma_m$	= Couple moteur ;	$K$	= Constante de couple ou de vitesse du moteur ;
$\Gamma_f$	= Couple de frottement créé par les disques ;	$J$	= Inertie du moteur ;
$\Omega_m$	= Vitesse de rotation de l'arbre moteur ;	$N$	= Facteur de réduction.
$\Omega_{ch}$	= Vitesse de rotation du disque rotatif ;		
$\theta_{ch}$	= Position angulaire du disque rotatif ;		

Le banc d'essais modélisé ici est constitué d'un moteur électrique à courant continu, auquel est associé un étage de réduction, mettant en rotation un arbre à l'extrémité duquel est fixé un disque d'embrayage. Ce disque rotatif vient frotter sur un disque fixe en rotation. Ce banc, et son modèle de simulation associé, sont plus largement présentés au cours du chapitre 3.

### 2.6.1.1 Le frottement statique $F_s$

Ce paramètre est utilisé par les modèles Statique + Coulomb + Visqueux, Karnopp, Stribeck, LuGre, élastoplastique, « bristle » et « reset integrator ». Plusieurs méthodes d'identification peuvent être envisagées.

#### 2.6.1.1.1 Identification par l'envoi d'une consigne de force en rampe croissante jusqu'à mise en mouvement

Le frottement statique  $F_s$  est la valeur que doit dépasser la force extérieure appliquée  $F_e$  (ou couple extérieur  $\Gamma_e$  ou couple moteur  $\Gamma_m$ ) pour mettre en mouvement l'objet sur lequel elle est appliquée. Ainsi en pilotant le système en force (couple), il est possible de demander une consigne en rampe croissante appliquée jusqu'à ce que l'objet considéré commence à se déplacer. A cet instant, les forces (ou couples) de consigne  $F_{cons}$ , motrice  $F_m$  et de frottement  $F_f$  sont égales et valent  $F_s$  :

$$F_s = F_f^{dec} = F_m^{dec} = F_{cons}^{dec}$$

A partir du schéma-bloc de la figure 2.32, la procédure ci-dessus explicitée peut être testée en simulation. Pour ce faire, le couple de frottement est engendré par un modèle de Stribeck dont la valeur du paramètre de frottement statique est fixée à :

$$F_s = 6,3 \text{ Nm}$$

La figure 2.33 présente la consigne en couple  $\Gamma_{cons}$ , le couple moteur  $\Gamma_m$ , le couple de frottement  $\Gamma_f$  et la position angulaire  $\theta_{ch}$  du disque rotatif.

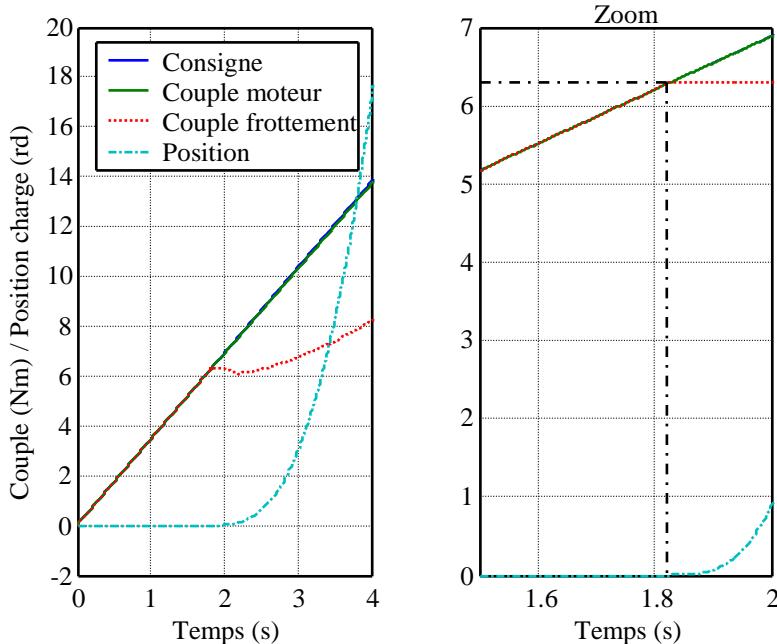


Figure 2.33 : Principales grandeurs caractérisant l'essai en consigne de force / couple

Le couple de consigne  $\Gamma_{cons}$  et le couple moteur  $\Gamma_m$  sont superposés, du fait de l'action d'un régulateur PI sur la grandeur de couple. Le couple de frottement  $\Gamma_f$  est égal au couple moteur  $\Gamma_m$  tant que le déplacement  $\theta_{ch}$  est nul. Lorsque le disque rotatif commence à glisser,  $\hat{F}_s$  est mesuré sur l'une des trois réponses en couple, et il vient :

$$\hat{F}_s = 6,3 \text{ Nm}$$

Dans le cas expérimental, les mesures du couple de frottement  $\Gamma_f$  ou du couple moteur  $\Gamma_m$  ne sont pas toujours réalisables.  $\Gamma_f$  peut être mesuré par un capteur de couple (couplemètre) et  $\Gamma_m$  peut être estimé, par exemple à partir de la mesure du courant  $I_{mes}$  ( $\Gamma_m = KI_{mes}$ , avec  $K$  constante de couple dans le cas des moteurs électriques à courant continu). Si aucune de ces mesures n'est réalisable, il est possible d'utiliser la consigne en couple  $\Gamma_{cons}$ .

#### 2.6.1.1.2 Méthode des auto-oscillations

Cette méthode a fait l'objet des articles [3] et [6].

Le cas d'une inertie pilotée par un régulateur PI en position angulaire est considéré ici (le même raisonnement pourrait être conduit en linéaire, en considérant une masse régulée en position, soumise à l'action de forces). Le

schéma-bloc de cette expérience est donné figure 2.34.

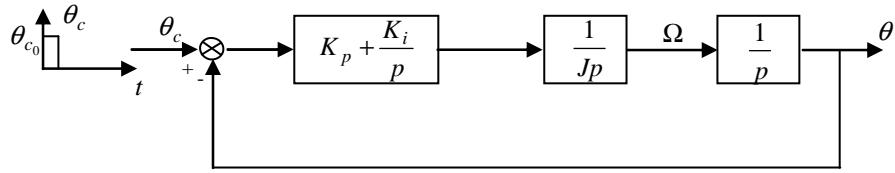


Figure 2.34 : Pilotage en position d'une inertie par un régulateur PI, sans frottement

La fonction de transfert  $\frac{\theta}{\theta_{cons}}$  en boucle fermée est donnée ci-dessous :

$$\frac{\theta}{\theta_{cons}} = \frac{1 + \frac{K_p}{K_i} p}{1 + \frac{K_p}{K_i} p + \frac{J}{K_i} p^3}$$

Ce système est instable puisque le dénominateur est de la forme  $1 + a_1 p + a_2 p^2 + a_3 p^3$  avec  $a_2 = \sum \text{pôles} = 0$   
 ⇒ Au moins un des pôles est à partie réelle positive.

Le cas où l'inertie est soumise en plus à un couple de frottement engendré par un modèle Statique + Coulomb + Visqueux (avec  $\sigma_v = 0$ ), est envisagé maintenant. Le schéma-bloc de cette expérience est donné figure 2.35.

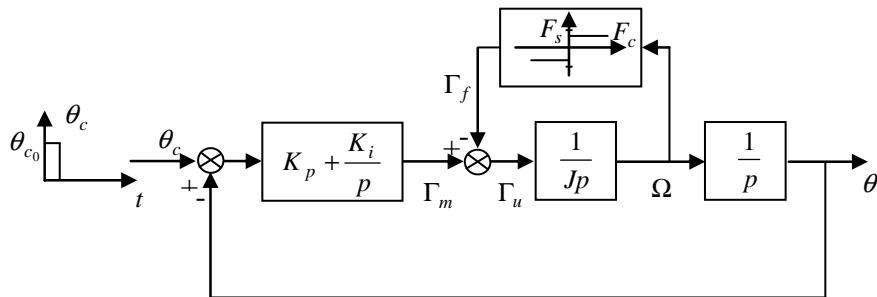


Figure 2.35 : Pilotage en position d'une inertie par un régulateur PI, avec frottement

Le frottement limite alors la divergence du système en créant un cycle d'auto-oscillations (voir [3]). En effet, la figure 2.36 présente les différents signaux de la chaîne une fois le régime établi.

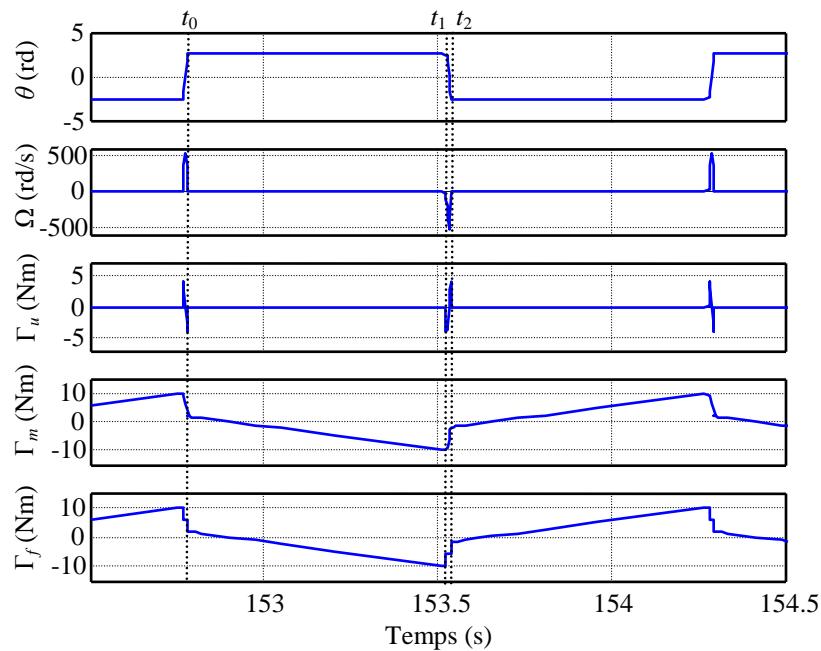


Figure 2.36 :  $\theta$ ,  $\Omega$ ,  $\Gamma_m$ ,  $\Gamma_u$ ,  $\Gamma_f$  en régime établi

- A  $t = t_0$ ,  $\theta$  devient constant :  $\theta = \theta_0$ . La vitesse  $\Omega$  est donc nulle, tout comme par conséquent le couple utile :  $\Gamma_u = 0$ . Il vient donc :  $\Gamma_m = \Gamma_f$ . Tant que  $|\Gamma_m| < F_s$ , le couple de frottement compense exactement le couple moteur, et le disque reste fixe :  $\theta = \theta_0$ .  $\Gamma_m(t)$  décroît alors linéairement, selon une pente  $-K_i\theta_0$ , jusqu'à atteindre  $-F_s$  à  $t = t_1$  ;
- A  $t = t_1$ , le couple moteur atteint  $-F_s$ , le mouvement est donc initié et  $\theta \neq \theta_0$ ,  $\Omega \neq 0$ . Le couple de frottement est alors constant :  $\Gamma_f = -F_c$ . Le couple utile change donc instantanément de valeur :  $\Gamma_u = \Gamma_m - \Gamma_f = -F_s + F_c$ . L'objet inertiel reste en mouvement jusqu'à  $t = t_2$  ;
- A  $t = t_2$ , par symétrie, le couple utile atteint la valeur opposée de celle qu'il avait à  $t = t_1$ , au moment de la mise en mouvement :  $\Gamma_u = F_s - F_c$ . Le disque est alors de nouveau fixe :  $\theta = -\theta_0$ ,  $\Omega = 0$ . Le couple moteur, à  $t = t_2$  est alors obtenu à partir des valeurs du couple utile et du couple de frottement :  $\Gamma_m = \Gamma_u + \Gamma_f = (F_s - F_c) - F_c = F_s - 2F_c$ . A  $t = t_2^+$ , le mouvement a cessé, et il vient donc :  $\Gamma_u = 0$ ,  $\Gamma_f = \Gamma_m = F_s - 2F_c$  ;
- A partir de  $t = t_2$ , le cycle reprend comme à  $t = t_0$ , avec des valeurs opposées pour chaque grandeur.

A partir des valeurs du couple moteur  $\Gamma_m$  aux instants  $t_0$ ,  $t_1$ ,  $t_2$  obtenues ci-dessus, il est possible de déterminer l'amplitude  $\theta_0$  et la période  $T$  des oscillations en fonction des paramètres  $K_p$ ,  $K_i$ ,  $F_s$  et  $F_c$ . Ainsi, d'après le schéma-bloc de la figure 2.35, en sortie du PI :

$$\Gamma_m(t) = -K_p\theta(t) - (K_i \int_{t_i}^t \theta(\tau) d\tau + A(t_i))$$

Avec :

$A(t_i)$  = Valeur de la condition initiale.

$$\text{Soit } I(t) = K_i \int_{t_i}^t \theta(\tau) d\tau + A(t_i).$$

$$\text{A } t = t_1 : \Gamma_m(t_1) = -F_s = -K_p\theta_0 - I(t_1)$$

$$\Rightarrow I(t_1) = F_s - K_p\theta_0$$

$$\text{A } t = t_2 : \Gamma_m(t_2) = F_s - 2F_c = K_p\theta_0 - I(t_1) - K_i \int_{t_1}^{t_2} \theta(\tau) d\tau \text{ avec } \int_{t_1}^{t_2} \theta(\tau) d\tau = 0 \text{ puisque } \theta(t) \text{ est centré.}$$

$$\Rightarrow F_s - 2F_c = K_p\theta_0 - (F_s - K_p\theta_0)$$

$$\Rightarrow \theta_0 = \frac{F_s - F_c}{K_p}$$

Pour ce qui concerne la relation liant la période  $T$  des oscillations aux paramètres  $K_p$ ,  $K_i$ ,  $F_s$  et  $F_c$  :

$$\text{A } t = t_0 : \Gamma_m(t_0) = -F_s + 2F_c = -K_p\theta_0 - I(t_0)$$

$$\Rightarrow I(t_0) = -F_c$$

$$\text{A } t = t_1 : \Gamma_m(t_1) = -F_s = -K_p\theta_0 - K_i \int_{t_0}^{t_1} \theta(\tau) d\tau$$

$$\Rightarrow -F_s = F_c - F_s - I(t_0) - K_i\theta_0(t_1 - t_0)$$

$$\Rightarrow t_1 - t_0 = \frac{2K_p}{K_i} \frac{F_c}{F_s - F_c}$$

$$\text{En négligeant les phases de glissement devant celles de collage : } t_1 - t_0 \approx \frac{T}{2}$$

$$\Rightarrow T = \frac{4K_p}{K_i} \frac{F_c}{F_s - F_c}$$

En inversant les expressions de  $\theta$  et  $T$ , il est possible d'obtenir deux relations donnant les paramètres de modèles de frottement  $F_s$  et  $F_c$  :

$$\begin{cases} F_s = \left(\frac{K_i T}{4} + K_p\right) \theta_0 \\ F_c = \frac{K_i \theta_0}{4} T \end{cases}$$

Remarque : Trois hypothèses doivent être vérifiées pour que ces relations soient valides :

- Symétrie en amplitude (par rapport au couple nul) du couple utile, et donc de  $\theta(t)$  ;
- Période fixe  $T$  des différents signaux ;
- Phase de glissement négligeable par rapport à la phase de collage.

Lorsque l'une de ces hypothèses n'est pas valide, il est toutefois possible d'estimer  $F_s$  par simple lecture sur l'évolution temporelle du couple de frottement (il est alors nécessaire de disposer d'un couplemètre), ou sur celle du couple moteur (qui peut être estimé à partir du courant pour un moteur à courant continu :  $\Gamma_m = K I_{mes}$ , avec  $K$  constante de couple) :  $F_s$  est la valeur maximale atteinte par ces deux grandeurs (ce qui peut être vérifié sur la figure 2.36 où  $F_s$  a été fixé à 10 Nm).

Pour valider les performances de cette méthode, les valeurs de  $F_s$  et  $F_c$  sont estimées à partir des réponses obtenues en simulation et présentées figure 2.36. Les valeurs de  $\theta_0$  et  $T$  relevées sur les courbes de cette figure, ainsi que les valeurs des gains du régulateur  $K_p$  et  $K_i$  fixées, sont données ci-dessous :

$$\begin{aligned}\theta_0 &= 2,54 \text{ rd} & K_p &= 1,6 \text{ Nm/rd} \\ T &= 1,52 \text{ s} & K_i &= 6,3 \text{ Nm/rds}\end{aligned}$$

Les valeurs de  $F_s$  et  $F_c$  ont été respectivement fixées à 10 Nm et 6 Nm ; et la méthode des auto-oscillations permet d'obtenir :

$$\begin{aligned}\hat{F}_s &= 10,14 \text{ Nm} \\ \hat{F}_c &= 6,08 \text{ Nm}\end{aligned}$$

#### 2.6.1.1.3 Estimation de $F_s$ par lecture du maximum de $F_f$

Le frottement statique  $F_s$  est la valeur maximale du frottement en  $v = 0$ . Une fois le solide en glissement, la valeur du frottement est donnée par  $F_c$  ou  $F_c + \sigma_v v$  dans le cas visqueux. Or  $F_s > F_c$  (ou  $F_s > F_c + \sigma_v v$ , pour  $v$  proche de 0). Ainsi, le frottement statique  $F_s$  est la valeur maximale du frottement. Il est donc possible d'estimer la valeur de ce paramètre par simple lecture du maximum de  $F_f$ . Toutefois, il faut s'assurer que l'expérience réalisée crée des transitions entre phases de glissement et collage afin que le frottement statique soit atteint. Par exemple, une possibilité est de piloter le système en vitesse de glissement et de créer une consigne qui permette de la faire changer de signe (consigne sinusoïdale centrée sur 0 par exemple).

L'évolution temporelle  $F_f(t)$  présentée figure 2.37 est obtenue à partir du modèle de simulation du banc d'essais piloté en vitesse dans lequel le frottement est créé par un modèle de Stribeck où  $F_s = 6,3$  Nm.

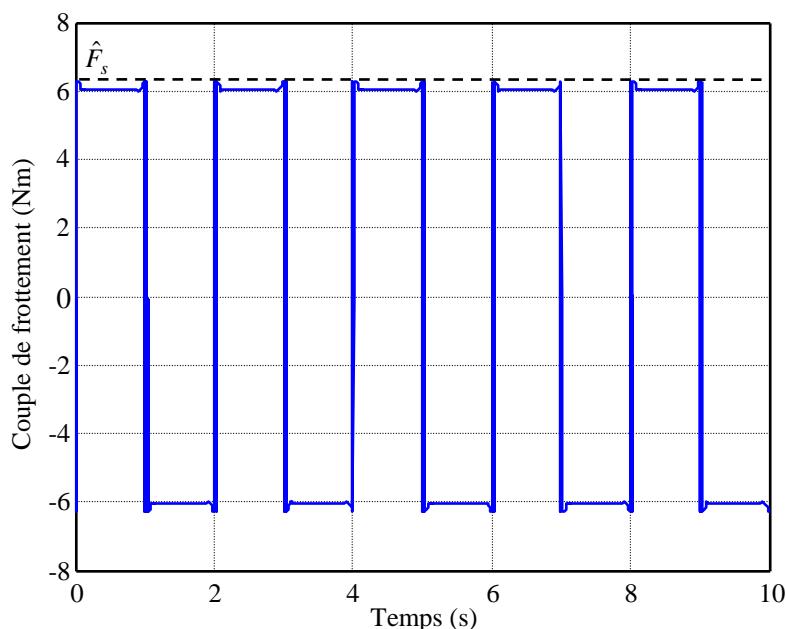


Figure 2.37 : Evolution temporelle du couple de frottement

Le maximum de cette réponse donne ainsi :

$$\hat{F}_s = 6,3 \text{ Nm}$$

#### 2.6.1.1.4 Estimation de $F_s$ par résolution d'un problème d'optimisation

Il est possible de poser le problème de l'identification de  $F_s$  sous la forme d'un problème d'optimisation, linéaire ou non, en s'appuyant sur l'équation d'un modèle de frottement  $F_f(\eta, \varphi_i)$  estimant la mesure  $F_{f_i}$  et en minimisant un critère tel que :

$$\begin{aligned} J &= \min_{\eta} \|F_{f_i} - F_f(\eta, \varphi_i)\|^2 \\ J &= \min_{\eta} |F_{f_i} - F_f(\eta, \varphi_i)| \\ J &= \dots \end{aligned}$$

Où  $\eta$  est le vecteur des paramètres à estimer.

Ainsi, l'équation du modèle de Stribeck fait apparaître explicitement le paramètre  $F_s$  pour définir le frottement :

$$F_f(\eta, \varphi_i) = (F_c + (F_s - F_c)e^{-\frac{(\frac{v_i}{v_s})^2}{2}}) \operatorname{sgn}(v_i) + \sigma_v v_i$$

A partir des  $N$  mesures  $F_{f_i}$  et  $v$ , il est possible de résoudre le problème d'optimisation non linéaire suivant, en utilisant par exemple une fonction d'optimisation telle « fmin » du logiciel « Matlab » :

$$\begin{cases} \min_{\eta} J_0(\eta) \\ J_0(\eta) = \sum_{i=1}^N (F_{f_i} - F_f(\eta, \varphi_i))^2 \\ \eta = [F_c \quad F_s \quad v_s \quad \sigma_v]^T \end{cases}$$

Ces équations définissent un problème de régression non linéaire, ou de moindres carrés non linéaires. La résolution de celui-ci permet d'estimer  $F_s$ , mais également d'autres paramètres tels que le frottement de Coulomb  $F_c$ , la vitesse de Stribeck  $v_s$  ou le coefficient de frottements visqueux  $\sigma_v$  (d'autres méthodes pour estimer ces derniers paramètres sont présentées dans la suite de ce paragraphe).

Il est par ailleurs possible de ramener ce problème à un problème d'optimisation linéaire en modifiant le vecteur des paramètres à estimer. Pour une structure de modèle  $y_i = F_f(\eta, \varphi_i) = \varphi_i \eta$ , la méthode des moindres carrés donne :

$$\hat{\eta} = (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T Y$$

Avec :

$$\begin{aligned} Y^T &= [y_1 \dots y_N] &= \text{Vecteur des } N \text{ observations de la variable d'intérêt} ; \\ \Phi^T &= [\varphi_1^T \dots \varphi_M^T] &= \text{Matrice contenant les } M \text{ vecteurs } \varphi_i^T \text{ des } N \text{ observations des variables explicatives} ; \\ \eta^T &= [\eta_1 \dots \eta_M] &= \text{Vecteur des } M \text{ paramètres à estimer de sorte à minimiser la norme euclidienne } \|y_i - \varphi_i \eta\|^2. \end{aligned}$$

En effet, en donnant une valeur arbitraire à  $v_s = v_{s_0}$  (par exemple, il est possible d'utiliser la méthode de régression non linéaire, pour estimer tous les paramètres et prendre la valeur de l'estimée  $\hat{v}_s$  pour  $v_{s_0}$ ), l'expression du modèle de frottement devient linéaire en ses paramètres  $F_c, F_s, \sigma_v$ . Le problème d'optimisation se réécrit alors :

$$\left\{
 \begin{array}{l}
 \min_{\eta} J_1(\eta) \\
 J_1(\eta) = \sum_{i=1}^N (F_{f_i} - F_f(\eta, \varphi_i))^2 \\
 = \sum_{i=1}^N (F_{f_i} - \varphi_i \eta)^2 \\
 \eta = [F_c \mid F_s - F_c \mid \sigma_v]^T \\
 y_i = F_{f_i} \\
 \varphi_i = [\text{sgn}(v_i) \mid e^{-\frac{(v_i - v_{s0})^2}{v_{s0}^2}} \mid \text{sgn}(v_i) \mid v_i]
 \end{array}
 \right.$$

D'après la formule des moindres carrés linéaires, la solution de ce problème d'optimisation est alors :

$$\hat{\eta} = (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T Y$$

La méthode d'identification de  $F_s$  par résolution d'un problème d'optimisation non linéaire est testée en simulation. Pour cela, le modèle du banc d'essais avec un couple de frottement engendré par un modèle de Stribeck initialisé de la façon suivante, est utilisé :

$$F_c = 6 \text{ Nm} \quad F_s = 6,3 \text{ Nm} \quad v_s = 0,5 \text{ rd/s} \quad \sigma_v = 0,1 \text{ Nm/rd/s}$$

La figure 2.38 présente le résultat de la régression non linéaire.

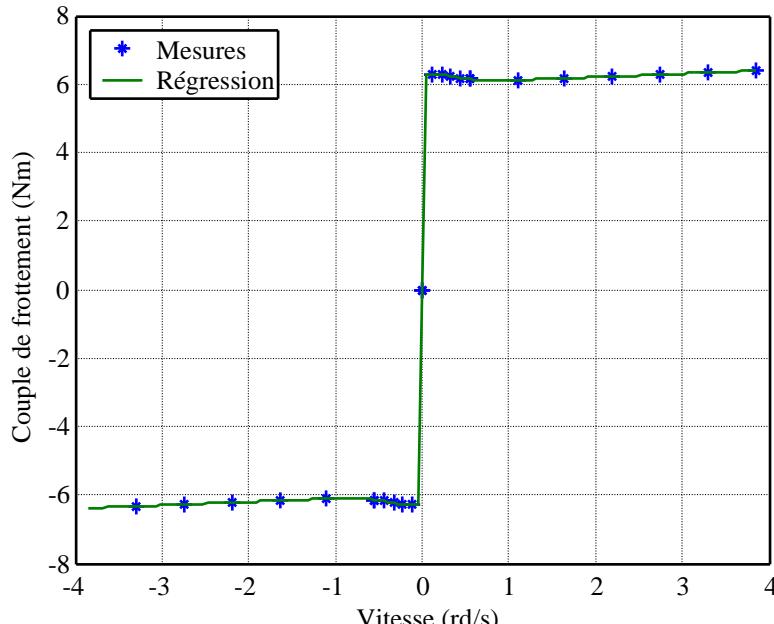


Figure 2.38 : Régression non linéaire – Estimation de  $F_s$

Les paramètres estimés ont alors pour valeur :

$$\hat{F}_c = 5,95 \text{ Nm} \quad \hat{F}_s = 6,23 \text{ Nm} \quad \hat{v}_s = 0,63 \text{ rd/s} \quad \hat{\sigma}_v = 0,12 \text{ Nm/rd/s}$$

### 2.6.1.2 Le frottement de Coulomb $F_c$

Ce paramètre est utilisé par tous les modèles de frottement. Plusieurs méthodes d'identification peuvent être envisagées.

#### 2.6.1.2.1 Estimation de $F_c$ par résolution d'un problème d'optimisation

Cette méthode a été exposée en 2.6.1.4. Toutefois, si  $F_c$  est le seul paramètre dont l'estimation est désirée, il est possible d'utiliser un modèle plus simple donnant  $\hat{F}_c$ , tel le modèle de Coulomb s'appuyant sur la relation :

$$F_f(\eta, \varphi_i) = F_c \text{ sgn}(v_i)$$

Le vecteur de paramètres  $\eta$  devient alors scalaire ( $\eta = F_c$ ), et la solution du problème d'optimisation linéaire obtenue à partir de la formule des moindres carrés s'écrit :

$$\begin{cases} \hat{F}_c = (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T Y \\ \varphi_i = \text{sgn}(v_i) \\ y_i = F_{f_i} \end{cases}$$

Cette méthode d'estimation de  $F_c$  est testée en simulation. Dans un premier temps, le modèle de frottement utilisé est un modèle de Coulomb avec  $F_c = 6 \text{ Nm}$ . La figure 2.39 présente le résultat de la régression linéaire.

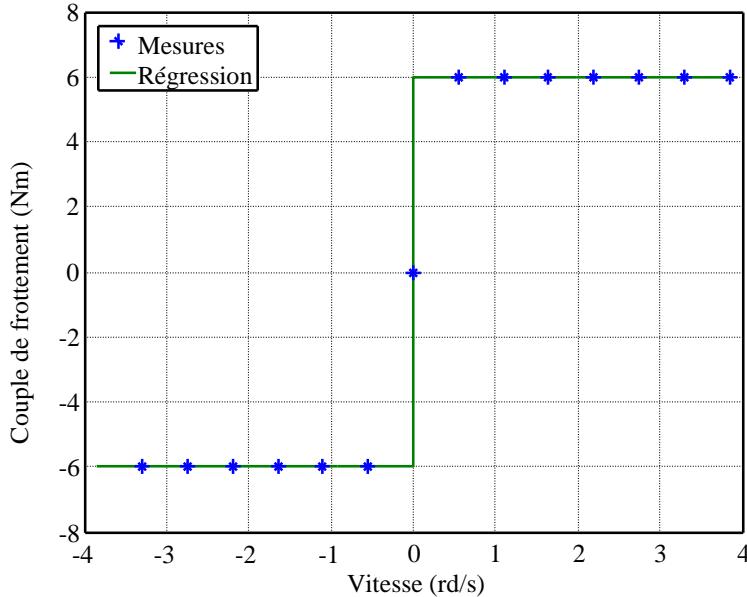


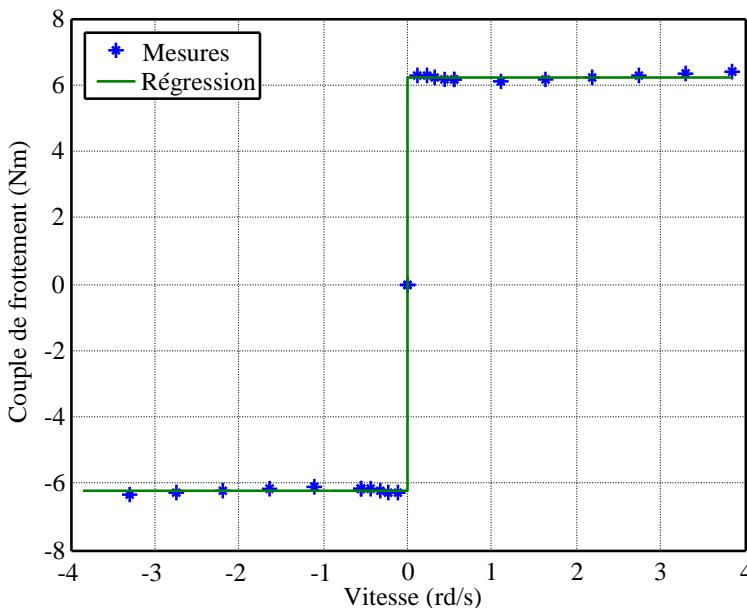
Figure 2.39 : Régression linéaire – Estimation de  $F_c$

Il s'en déduit :  $\hat{F}_c = 6 \text{ Nm}$ .

Toutefois, cet essai de simulation n'apporte que peu d'informations puisque la régression s'appuie sur l'équation qui a exactement créé  $F_{f_{mes}}$ , autrement dit :  $y_i = F_f(\eta, \varphi_i)$ . Le cas où le modèle de frottement utilisé en simulation est un modèle de Stribeck est considéré maintenant, avec :

$$F_c = 6 \text{ Nm} \quad F_s = 6,3 \text{ Nm} \quad v_s = 0,5 \text{ rd/s} \quad \sigma_v = 0,1 \text{ Nm/rd/s}$$

La figure 2.40 présente le résultat de la régression linéaire.



**Figure 2.40 : Régression linéaire – Estimation de  $F_c$**

Il s'en déduit :  $\hat{F}_c = 6,22 \text{ Nm}$ .

La valeur estimée est différente de celle définie dans le modèle de Stribeck, ce qui ne signifie pas que l'identification est mauvaise. En effet, la meilleure approximation réalisable de l'effet Stribeck et des frottements visqueux par un niveau constant est de placer ce niveau à peu près au milieu des points qu'il approche. La valeur  $F_c$  du modèle de Stribeck donne elle le minimum de la réponse de ce modèle en glissement, ce qui explique l'écart entre  $F_c$  et  $\hat{F}_c$ .

#### 2.6.1.2.2 Méthode des auto-oscillations

Cette méthode a été exposée en 2.6.1.1.2.

#### 2.6.1.3 Le coefficient de frottements visqueux $\sigma_v$

Ce paramètre est utilisé par les modèles Coulomb + Visqueux, Statique + Coulomb + Visqueux, Karnopp, Stribeck, LuGre, élasto-plastique, « bristle » et « reset integrator ».

Comme pour les paramètres  $F_s$  et  $F_c$ ,  $\sigma_v$  peut être estimé à partir de la résolution d'un problème de régression linéaire. Il a été donné en 2.6.1.1.4 une forme possible de  $F_f(\eta, \varphi_i)$  permettant l'identification de ce paramètre. Une autre modélisation envisageable est la suivante :

$$F_f(\eta, \varphi_i) = F_c \operatorname{sgn}(v_i) + \sigma_v v_i$$

Par ailleurs dans le cas général, le vecteur  $\eta$  représente tous les paramètres du modèle  $F_f(\eta, \varphi_i)$ . Cependant, si certains des paramètres ont déjà été estimés par une autre méthode,  $\eta$  peut être réduit au nombre de paramètres restant à déterminer.

La solution au problème d'optimisation obtenue à partir de la méthode des moindres carrés linéaires est alors la suivante :

$$\begin{cases} \hat{\eta} = (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T Y \\ \eta = [F_c \quad \sigma_v] \\ \varphi_i = [\operatorname{sgn}(v_i) \quad v_i] \\ y_i = F_{f_i} \end{cases}$$

Cette méthode d'identification de  $\sigma_v$  est testée en simulation. Le modèle de frottement utilisé est un modèle de Stribeck initialisé par :

$$F_c = 6 \text{ Nm} \quad F_s = 6,3 \text{ Nm} \quad v_s = 0,5 \text{ rd/s} \quad \sigma_v = 0,1 \text{ Nm/rd/s}$$

La figure 2.41 présente le résultat de la régression linéaire.

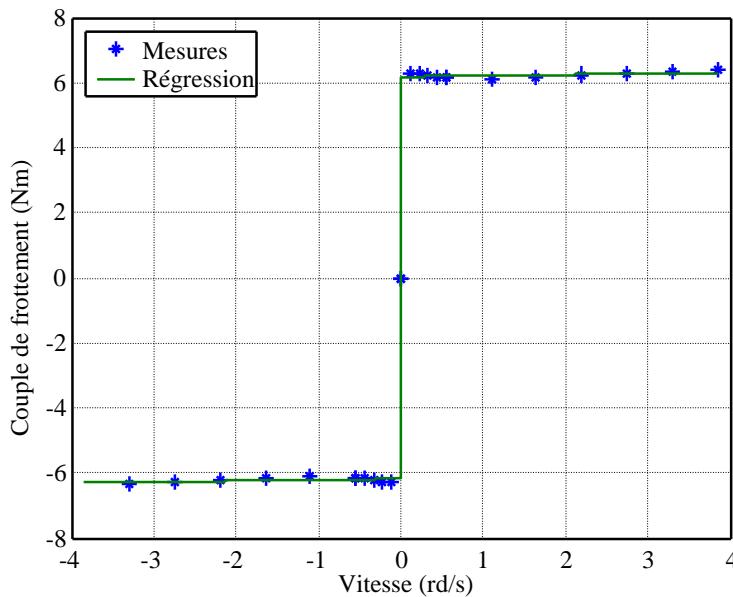


Figure 2.41 : Régression linéaire – Estimation de  $\sigma_v$

Il s'en déduit :  $\hat{\sigma}_v = 0,032 \text{ Nm/rd/s}$ .

Pour la même raison que celle explicitée en fin de la section 2.6.1.2.1, l'estimation  $\hat{\sigma}_v$  est assez éloignée du paramètre  $\sigma_v$  fixé dans le modèle de Stribeck sans que l'on ne puisse remettre en cause l'efficacité de la méthode d'identification (du fait de l'effet Stribeck, que ne peut pas modéliser cette forme de  $F_f(\eta, \varphi_i)$ , la solution optimale pour minimiser la fonction coût est d'augmenter  $\hat{F}_c$  puis diminuer  $\hat{\sigma}_v$ ).

Les résultats de l'estimation, en gardant le même modèle  $F_f(\eta, \varphi_i)$ , peuvent cependant être améliorés. En effet, les frottements visqueux deviennent prépondérants pour les vitesses de glissement suffisamment élevées. Ainsi le modèle  $F_f(\eta, \varphi_i)$  défini précédemment devient plus exact à ces vitesses. C'est pourquoi, si un tel modèle pour identifier les frottements visqueux est utilisé, il est plus judicieux de considérer un jeu de mesures  $(F_{f_i}, v_i)$  obtenu pour ce type de vitesses.

En simulation, il vient :  $\hat{\sigma}_v = 0,098 \text{ Nm/rd/s}$ .

#### 2.6.1.4 La vitesse de Stribeck $v_s$

Ce paramètre est utilisé par les modèles de Stribeck, LuGre, élasto-plastique, « bristle » et « reset integrator ».

##### 2.6.1.4.1 Estimation de $v_s$ par résolution d'un problème d'optimisation non linéaire

Cette méthode a été exposée en 2.6.1.1.4. Pour simplifier la résolution du problème d'optimisation, il est préférable d'identifier les autres paramètres définissant la fonction  $F_f(\eta, \varphi_i)$  ( $F_s$ ,  $F_c$ ,  $\sigma_v$ ) préalablement, de sorte que le vecteur  $\eta$  devienne scalaire et vaille  $v_s$ .

De plus, il est conseillé d'utiliser un jeu de mesures  $(F_{f_i}, v_i)$  obtenu pour des vitesses de glissement faibles puisque c'est dans ces conditions que le paramètre  $v_s$  est influent (effet Stribeck).

Cette méthode d'identification de  $v_s$  est testée en simulation. Le modèle de frottement utilisé est un modèle de Stribeck initialisé par :

$$F_c = 6 \text{ Nm} \quad F_s = 6,3 \text{ Nm} \quad v_s = 0,5 \text{ rd/s} \quad \sigma_v = 0,1 \text{ Nm/rd/s}$$

La figure 2.42 présente le résultat de la régression non linéaire.

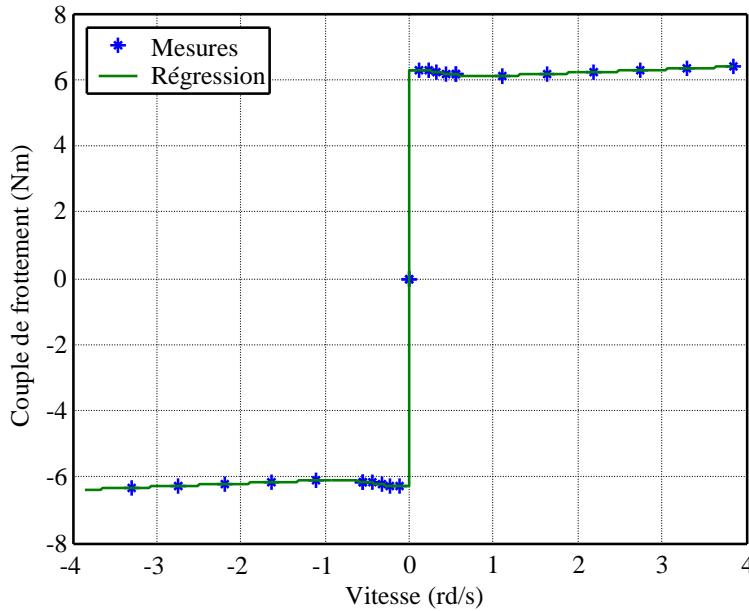


Figure 2.42 : Régression non linéaire – Estimation de  $v_s$

Il s'en déduit :  $\hat{v}_s = 0,5 \text{ rd/s}$ .

#### 2.6.1.4.2 Estimation de $v_s$ par résolution d'un problème d'optimisation linéaire

Il est possible de ramener le problème d'optimisation non linéaire précédent à un problème de régression linéaire. Pour cela, il faut considérer connus (ou préalablement estimés) les autres paramètres du modèle de Stribeck  $F_{s_0}$ ,  $F_{c_0}$ ,  $\sigma_{v_0}$ ,  $\delta_{s_0} = 2$ . Le modèle utilisé est fondé sur l'équation en glissement du modèle de Stribeck :

$$F_f(\eta, \varphi_i) = (F_{c_0} + (F_{s_0} - F_{c_0})e^{-\frac{(v_i)^2}{v_s^2}}) \operatorname{sgn}(v_i) + \sigma_{v_0} v_i$$

Après inversion de cette équation et utilisation des mesures  $F_{f_i}$ , il vient :

$$v_i^2 = v_s^2 \ln \frac{F_{s_0} - F_{c_0}}{(F_{f_i} - \sigma_{v_0} v_i) \operatorname{sgn}(v_i) - F_{c_0}} = v_s^2 \ln \gamma$$

De la forme :

$$y_i = \varphi_i \eta$$

Avec :

$$\begin{cases} y_i = v_i^2 \\ \eta = v_s^2 \\ \varphi_i = \ln \gamma \end{cases}$$

La solution du problème de régression linéaire obtenue à partir de la méthode des moindres carrés s'écrit alors :

$$\begin{cases} \hat{\eta} = (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T Y \\ \eta = v_s^2 \\ \varphi_i = \left[ \ln \frac{F_{s_0} - F_{c_0}}{(F_{f_i} - \sigma_{v_0} v_i) \operatorname{sgn}(v_i) - F_{c_0}} \right] \\ y_i = v_i^2 \end{cases}$$

Plusieurs remarques s'imposent ici :

- Pour garantir la validité de la fonction  $\ln$ , il ne faut considérer pour l'identification de  $v_s$  que les mesures  $F_{f_i}$  et  $v_i$  assurant  $\gamma > 0$  ;

- Pour garantir la validité de l'expression  $v^2 = v_s^2 \ln \gamma$ , il faut assurer  $\ln \gamma > 0$ , soit  $\gamma > 1$ . Il ne faut donc considérer finalement que les mesures vérifiant cette dernière relation ;
- L'expression  $\ln \gamma$  est très sensible aux bruits de mesures. En effet, le fait que les mesures apparaissent au dénominateur de  $\gamma$ , ajouté à l'action de la fonction  $\ln$ , amplifie de façon importante l'influence des erreurs de mesures, ce qui nuit considérablement à la qualité de l'estimation de  $v_s$  ;
- Pour la même raison que celle explicitée en 2.6.1.4.1, il est conseillé d'utiliser un jeu de mesures  $(F_{f_i}, v_i)$  obtenu pour des vitesses de glissement faibles.

Cette méthode d'identification du paramètre  $v_s$  est testée en simulation. Le modèle de frottement utilisé est un modèle de Stribeck initialisé par :

$$F_c = 6 \text{ Nm} \quad F_s = 6,3 \text{ Nm} \quad v_s = 0,5 \text{ rd/s} \quad \sigma_v = 0,1 \text{ Nm/rd/s}$$

La figure 2.43 présente le résultat de la régression linéaire de  $v^2 = v_s^2 \ln \gamma$ .

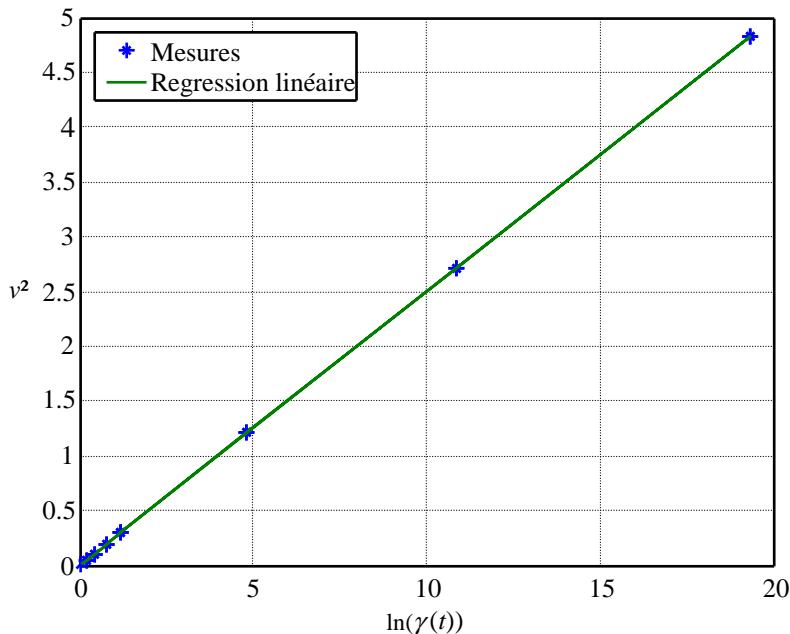


Figure 2.43 : Régression linéaire – Estimation de  $v_s$

Il s'en déduit :  $\hat{v}_s = 0,5 \text{ rd/s}$ .

### 2.6.1.5 Le coefficient $\delta_s$

Ce paramètre est utilisé par le modèle de Stribeck. Dans le cas général, la courbe de Stribeck est définie par :

$$F_f = (F_c + (F_s - F_c) e^{-\left|\frac{v}{v_s}\right|^{\delta_s}}) \operatorname{sgn}(v) + \sigma_v v$$

Classiquement ce paramètre est fixé arbitrairement à 2. Cependant, il est possible d'imaginer identifier ce paramètre par une régression, linéaire ou non, de façon duale à ce qui a été explicité précédemment pour le paramètre  $v_s$  (on considère alors  $v_s$  connue pour poser le problème d'optimisation linéaire). Dans le cas linéaire la solution du problème de régression obtenue à partir de la méthode des moindres carrés s'écrit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{\eta} = (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T Y \\ \eta = \delta_s \\ \varphi_i = [\ln(\ln \frac{F_{s_0} - F_{c_0}}{(F_{f_i} - \sigma_{v_0} v_i) \operatorname{sgn}(v_i) - F_{c_0}})] \\ y_i = \ln \frac{v_i}{v_{s_0}} \end{array} \right.$$

### 2.6.1.6 Le paramètre $dv$

Ce paramètre est utilisé par les modèles de Coulomb, Coulomb + Visqueux, Statique + Coulomb + Visqueux, Karnopp et Stribeck. Il n'a aucune nature physique et est utile uniquement pour la simulation des modèles précités. Il ne peut donc pas être identifié. Classiquement, il est choisi arbitrairement, suffisamment petit. Par exemple :

$$dv = 10^{-3} \text{ m/s}$$

### 2.6.1.7 Le paramètre de raideur $\sigma_0$

Ce paramètre est utilisé par les modèles de Dahl, LuGre et élasto-plastique. C'est un coefficient permettant de modéliser la liaison entre deux surfaces en contact par un ressort non linéaire. Ainsi, il apparaît dans l'équation d'état des modèles précités sous la forme (en prenant l'exemple du modèle de Dahl) :

$$\begin{cases} \dot{z} = \dot{x}(1 - \frac{\sigma_0 z}{F_c} \operatorname{sgn}(\dot{x})) \\ F_f = \sigma_0 z \end{cases}$$

En posant  $\dot{z} = \frac{dz}{dt} = \frac{dz}{dx} \frac{dx}{dt}$  :

$$\begin{aligned} \frac{dz}{dx} &= 1 - \frac{\sigma_0 z}{F_c} \operatorname{sgn}(\dot{x}) \\ \Rightarrow \frac{dF_f}{dx} &= \sigma_0 (1 - \frac{F_f}{F_c} \operatorname{sgn}(\dot{x})) \end{aligned}$$

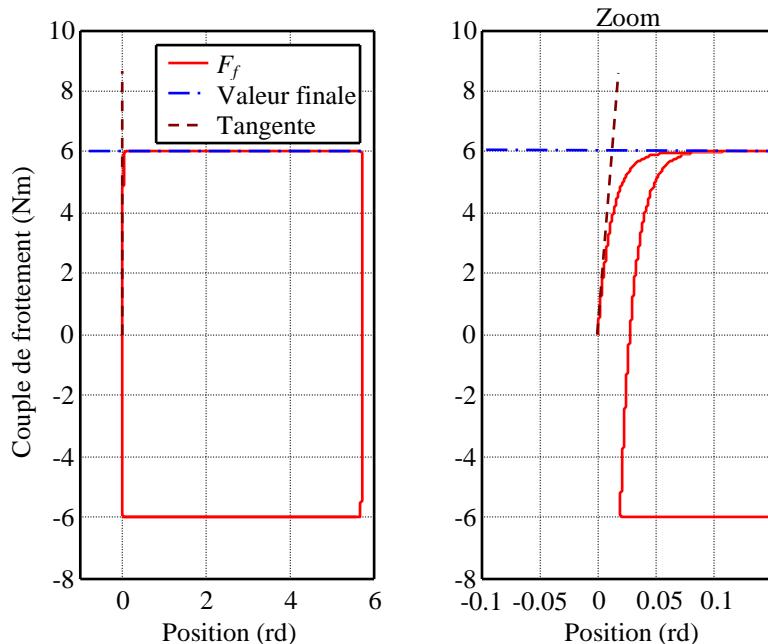
Cette équation différentielle est du premier ordre (en fixant le signe de la vitesse) dans le plan  $F_f - x$ , de constante de « temps » (espace en réalité)  $F_c/\sigma_0$  et de valeur finale  $F_c$ . Deux approches assez semblables pour identifier le paramètre  $\sigma_0$  peuvent être ainsi imaginées :

- Mesurer  $F_f$  et  $x$  sur toute la plage d'évolution de  $x$  et déterminer  $F_c$  à partir de la valeur finale de  $F_f$ , puis  $\sigma_0$  à partir de la pente de la tangente à l'origine de  $F_f(x)$  ;
- Mesurer  $F_f$  et  $x$  pour de très faibles déplacements. En effet, dans ces conditions :  $F_f \approx \sigma_0 x$ .

L'efficacité de ces deux méthodes d'identification de  $\sigma_0$  est étudiée en simulation. Pour cela le frottement est décrit par un modèle de Dahl paramétré ainsi :

$$\sigma_0 = 500 \text{ Nm/rd} \quad F_c = 6 \text{ Nm}$$

La figure 2.44 présente la réponse du cycle  $F_f(x)$  lorsque la plage des déplacements possibles est intégralement balayée.

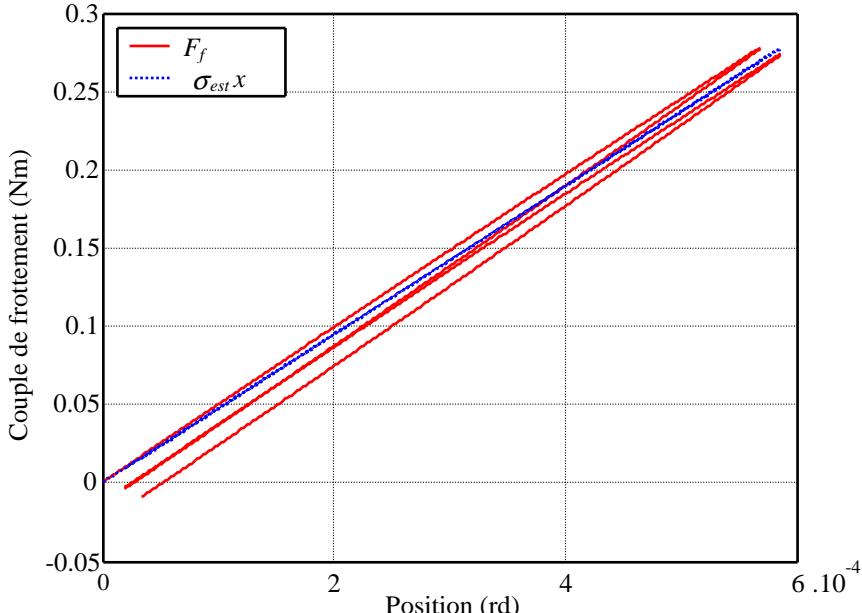


**Figure 2.44 :  $F_f(x)$  sur toute la plage d'évolution**

Il s'en déduit :

$$\hat{\sigma}_0 = 504,8 \text{ Nm/rd} \quad \hat{F}_c = 6,0001 \text{ Nm}$$

La figure 2.45 présente la réponse du cycle  $F_f(x)$  obtenue pour de très faibles déplacements.



**Figure 2.45 :  $F_f(x)$  pour de très faibles déplacements**

Il s'en déduit :  $\hat{\sigma}_0 = 473,9 \text{ Nm/rd}$ .

#### 2.6.1.8 Le coefficient d'amortissement $\sigma_1$

Ce paramètre est utilisé par les modèles LuGre et élasto-plastique. Contrairement au modèle de Dahl où la liaison entre les deux surfaces en contact est représentée par une raideur pure non linéaire, les deux modèles précités considèrent que celle-ci peut être plutôt assimilée à une raideur couplée à un amortissement, de manière à éliminer les éventuelles oscillations qui pourraient être introduites à partir de la première modélisation :

$$F_f = \sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z} \quad (+\sigma_v \dot{x})$$

Ainsi ce paramètre n'est pas réellement de nature physique et ne peut donc pas être estimé à partir d'une étude d'identification. Cependant, il peut être choisi de sorte à obtenir un amortissement  $\zeta$  désiré. En effet, dans le cas où le frottement  $F_f$  s'oppose à une action  $u$  faible, entraînant de faibles déplacements ( $z \approx x$ ) :

$$\begin{aligned} J \dot{x} &= u - F_f \\ &\approx u - [\sigma_0 x + (\sigma_1 + \sigma_v) \dot{x}] \end{aligned}$$

Le transfert de  $u$  à  $x$  s'écrit alors de la façon suivante :

$$\frac{X(p)}{U(p)} = \frac{1}{\sigma_0} \frac{1}{1 + \frac{\sigma_1 + \sigma_v}{\sigma_0} p + \frac{J}{\sigma_0} p^2}$$

D'où il se déduit la relation liant  $\sigma_1$  à  $\zeta$  :

$$\sigma_1 = 2\zeta\sqrt{J\sigma_0} - \sigma_v$$

Par exemple, dans le cas du modèle de simulation :

$$\begin{aligned} J &= 3,8 \cdot 10^{-5} \text{ kg.m}^2 \\ \sigma_0 &= 500 \text{ Nm/rd} \\ \sigma_v &= 0,1 \text{ Nm/rd/s} \\ \varsigma &= 1 \text{ (par exemple)} \end{aligned}$$

Il vient alors :  $\hat{\sigma}_1 = 0,176 \text{ Nm/rd/s}$ .

#### 2.6.1.9 Le paramètre $z_{ba}$

Ce paramètre est utilisé par le modèle élasto-plastique. Le coefficient  $z_{ba}$  est un paramètre de simulation marquant la valeur de l'étirement  $z$  pour lequel la phase de collage se termine. Ce paramètre doit donc être choisi de façon arbitraire, proche de  $z_{\max} = F_c/\sigma_0$  qui définit l'étirement maximal de la liaison, et caractérise la phase de glissement :

$$\begin{aligned} \hat{z}_{ba} &= az_{\max} \quad a < 1, a \approx 1 \\ z_{\max} &= \frac{F_c}{\sigma_0} \end{aligned}$$

Dans le cas du modèle de simulation du banc d'essais, les valeurs suivantes ont été choisies :

$$\begin{aligned} a &= 0,9 \\ z_{\max} &= 0,012 \text{ rd} \\ \hat{z}_{ba} &= 0,0108 \text{ rd} \end{aligned}$$

#### 2.6.1.10 Paramètres spécifiques au modèle « bristle » : $K, N, \Delta$

Le modèle « bristle » dépend des trois paramètres de réglage suivants :

$$K, N, \Delta$$

$K$  est un coefficient de raideur, de même nature que le paramètre  $\sigma_0$  du modèle de Dahl : la même méthode d'identification peut donc être utilisée pour estimer ce paramètre (voir 2.6.1.7).

$N$  est le nombre de « bristles » considérés par le modèle. C'est un paramètre de simulation qui ne peut donc pas être estimé à partir d'une expérience physique. Ce paramètre doit être choisi pour réaliser le meilleur compromis possible entre la qualité de l'estimation du frottement ( $N$  grand) et la rapidité en simulation ( $N$  petit). Souvent,  $N$  est choisi dans l'intervalle donné ci-dessous :

$$25 \leq N \leq 50$$

$\Delta$  est l'étirement maximal toléré pour chaque « bristle ». Ce paramètre peut être déterminé à partir de la connaissance des deux précédents, ainsi que du maximum  $F_{f_{\max}}$  de la force de frottement à modéliser. En effet, les équations de ce modèle sont :

$$\begin{aligned} F_i &= K(x_i - b_i) \\ F_f &= \sum_{i=1}^N F_i \end{aligned}$$

Le maximum de la force de frottement est alors atteint pour :

$$F_{f_{\max}} = NK\Delta$$

Ce qui donne finalement :

$$\Delta = \frac{F_{f_{\max}}}{NK}$$

#### 2.6.1.11 Paramètres spécifiques au modèle « reset integrator » : $K_r, a, \beta, p_0$

Le modèle « reset integrator » dépend des quatre paramètres de réglage suivant :

$$K_r, a, \beta, p_0$$

$K_r$  est un coefficient de raideur, de même nature que les paramètres  $\sigma_0$  du modèle de Dahl, et  $K$  du modèle

« bristle » : il peut donc être identifié à partir de la même méthode que celle utilisée pour ces paramètres, présentée en 2.6.1.7.

$a$  et  $p_0$  sont des paramètres permettant de modéliser les frottements statique  $F_s$  et de Coulomb  $F_c$ . En collage, les équations du modèle « reset integrator » (voir 2.3.2.6) donnent :

$$F_{f_{col}} = K_r(1+a)p + \beta\dot{p}$$

Lors de la transition d'une phase de collage à une phase de glissement :

$$\begin{aligned} p &= p_0 \\ \Rightarrow F_{f_{col}} &= K_r(1+a)p_0 \\ &= K_r p_0 + a K_r p_0 \\ &= F_c + (F_s - F_c) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} p_0 = \frac{\hat{F}_c}{K_r} \\ a = \frac{\hat{F}_s - \hat{F}_c}{\hat{F}_c} \end{cases}$$

$\hat{F}_s$  et  $\hat{F}_c$  sont les estimées de  $F_s$  et  $F_c$  respectivement, obtenues à partir de l'une des méthodes présentées en 2.6.1.1 et 2.6.1.2.

$\beta$  est un coefficient d'amortissement, de même nature que le paramètre  $\sigma_1$  utilisé par les modèles LuGre et élastoplastique. La méthode présentée en 2.6.1.8 (avec  $\sigma_v = 0$ ) peut donc être utilisée pour fixer une valeur de ce paramètre.

### 2.6.1.12 Paramètres spécifiques au modèle de Bliman et Sorine d'ordre 1 : $\varepsilon_0, f_0$

Le modèle de Bliman et Sorine d'ordre 1 dépend des deux paramètres suivants :

$$\varepsilon_0, f_0$$

Le paragraphe 2.3.2.7.1 a montré que les modèles de Dahl et de Bliman et Sorine d'ordre 1 sont parfaitement équivalents sous les conditions :

$$\begin{cases} f_0 = F_c \\ \varepsilon_0 = \frac{F_c}{\sigma_0} \end{cases}$$

Pour identifier  $f_0$  et  $\varepsilon_0$ , il est donc possible d'estimer  $\hat{F}_c$  et  $\hat{\sigma}_v$  à partir des méthodes présentées en 2.6.1.2 et 2.6.1.7 et d'utiliser les relations :

$$\begin{cases} f_0 = \hat{F}_c \\ \varepsilon_0 = \frac{\hat{F}_c}{\hat{\sigma}_0} \end{cases}$$

### 2.6.1.13 Paramètres spécifiques au modèle de Bliman et Sorine d'ordre 2 : $\varepsilon_1, \eta, f_1, f_2$

Le modèle de Bliman et Sorine d'ordre 2 dépend des quatre paramètres suivants :

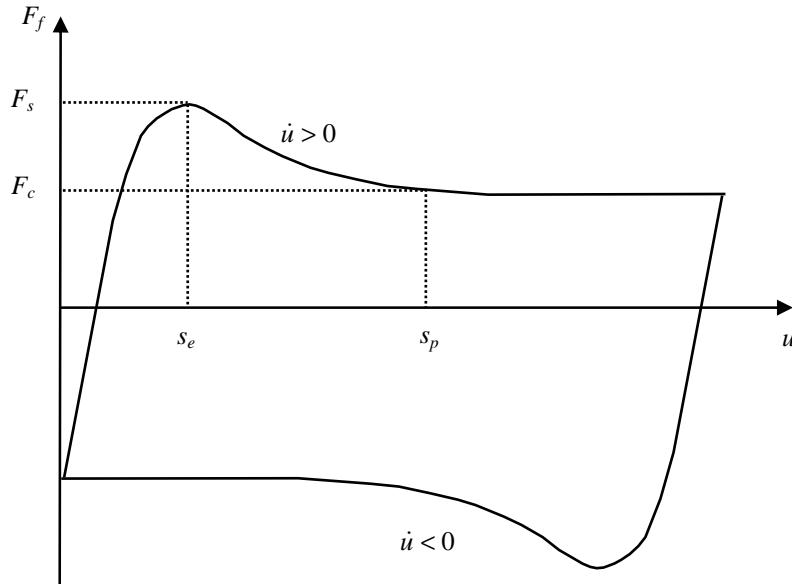
$$\varepsilon_1, \eta, f_1, f_2$$

Les équations de ce modèle, ainsi que la relation liant  $F_f$  à  $s$ , sont rappelées ici :

$$\begin{cases} \varepsilon_1 \dot{x} = |v| \begin{pmatrix} -\frac{1}{\eta} & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} x(t) + v \begin{pmatrix} \frac{f_1}{\eta} \\ -f_2 \end{pmatrix} \\ F_f(t) = (1 \ 1)x(t) \end{cases}$$

$$F_f = (f_1(1 - e^{-\frac{s}{\eta \varepsilon_1}}) - f_2(1 - e^{-\frac{s}{\varepsilon_1}})) \operatorname{sgn}(v)$$

Il a été vu au paragraphe 2.3.2.7 que le modèle de Bliman et Sorine d'ordre 2 décrit un cycle tel que celui représenté sur la figure 2.46.



**Figure 2.46 : Courbe de frottement pour le modèle de Bliman et Sorine d'ordre 2**

Ce cycle peut être parfaitement caractérisé à partir de la connaissance des quatre points suivants :

-  $F_c$  est la valeur asymptotique du frottement lorsque  $\dot{u} > 0$  :

$$F_c = \lim_{u \rightarrow +\infty} F_f(u)$$

-  $s_p$  est la distance à partir de laquelle  $F_f$  a atteint  $F_c$  à 5% près ;

-  $F_s$  est la valeur maximale du frottement :

$$F_s = \max_u F_f(u)$$

-  $s_e$  est la distance associée à ce maximum :

$$\dot{F}_f(u = s_e) = 0$$

Il est alors possible d'exprimer les paramètres physiques  $F_c$ ,  $F_s$ ,  $s_e$  et  $s_p$  en fonction des paramètres du modèle  $f_1$ ,  $f_2$ ,  $\varepsilon_1$  et  $\eta$  :

$$\begin{aligned} - F_c &= \lim_{s \rightarrow +\infty} F_f(s) \\ &\Rightarrow F_c = f_1 - f_2 \end{aligned}$$

- Ce modèle utilise deux systèmes du 1<sup>er</sup> ordre en parallèle, le « temps » (distance ici) d'établissement à 5% est donné par la constante de « temps » la plus lente. Or ici :  $\eta \ll 1$ .

$$\Rightarrow s_p \approx 3\varepsilon_1$$

-  $s_e$  est le déplacement pour lequel  $F_f$  est maximal.  $s_e$  est donc le déplacement qui annule la dérivée de  $F_f$  par rapport à  $s$ ,  $F_f$  étant définie pour des conditions initiales de l'état nulles ( $s_e$  ne dépend pas des conditions initiales, elles sont donc choisies nulles par souci de simplicité) :

$$\begin{aligned}
 \frac{dF_f}{ds} = 0 &= \frac{f_1}{\varepsilon_1 \eta} e^{-\frac{s_e}{\eta \varepsilon_1}} - \frac{f_2}{\varepsilon_1} e^{-\frac{s_e}{\varepsilon_1}} \\
 \Rightarrow e^{-\frac{s_e}{\eta \varepsilon_1}} &= \eta \frac{f_2}{f_1} e^{-\frac{s_e}{\varepsilon_1}} \\
 \Rightarrow s_e &= \frac{\varepsilon_1 \eta}{1-\eta} \ln\left(\frac{f_1}{\eta f_2}\right)
 \end{aligned}$$

- $F_s = F_f(s_e)$  avec  $F_f$  déterminée à partir de conditions initiales non nulles telles que :

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}(0) = \begin{pmatrix} -f_1 \\ f_2 \end{pmatrix} \operatorname{sgn}(\dot{u})$$

En effet, la valeur maximale de  $F_f$  dépend de l'amplitude maximale en  $F_f$  parcourue. Or cette amplitude est donnée par l'écart  $-F_c \rightarrow F_s$  ou  $F_c \rightarrow -F_s$  selon le signe de la vitesse. Les conditions initiales choisies permettent effectivement de partir de la condition initiale :

$$F_{f_0} = -F_c \operatorname{sgn}(\dot{u}).$$

En se plaçant dans les mêmes conditions de résolution que précédemment, mais en considérant cette fois des conditions initiales non nulles  $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}(0) = \begin{pmatrix} -f_1 \\ f_2 \end{pmatrix} \operatorname{sgn}(\dot{u})$  :

$$F_f = (f_1(1 - 2e^{-\frac{s}{\eta \varepsilon_1}}) - f_2(1 - 2e^{-\frac{s}{\varepsilon_1}})) \operatorname{sgn}(\dot{u})$$

A partir de cette relation il est possible d'exprimer  $F_s$  (pour  $\dot{u} \geq 0$ ) :

$$\begin{aligned}
 F_s = F_f(s_e) &= f_1(1 - 2e^{\frac{1}{1-\eta} \ln(\frac{\eta f_2}{f_1})}) - f_2(1 - 2e^{\frac{\eta}{1-\eta} \ln(\frac{\eta f_2}{f_1})}) \\
 &= F_c - 2f_1\left(\frac{\eta f_2}{f_1}\right)^{\frac{1}{1-\eta}} + 2f_2\left(\frac{\eta f_2}{f_1}\right)^{\frac{\eta}{1-\eta}} \quad (e^{a \ln(b)} = b^a) \\
 &= F_c - 2f_1 \frac{\eta f_2}{f_1} \left(\frac{\eta f_2}{f_1}\right)^{\frac{1}{1-\eta}-1} + 2f_2 \left(\frac{\eta f_2}{f_1}\right)^{\frac{\eta}{1-\eta}} \\
 \Rightarrow F_s &= F_c + 2f_2 \left(\frac{\eta f_2}{f_1}\right)^{\frac{\eta}{1-\eta}} (1-\eta)
 \end{aligned}$$

Il est alors possible d'exprimer les paramètres du modèle en fonction des paramètres physiques (inversion des relations). En posant :

$$m_1 = \frac{F_s - F_c}{F_c}, m_2 = e^{\frac{3s_e}{s_p}}$$

Il vient :

$$\begin{cases} f_1 = \frac{(m_1 m_2 + 2)p}{2(p-1)} F_c \\ f_2 = \frac{m_1 m_2 p + 2}{2(p-1)} F_c \\ \varepsilon_1 = \frac{s_p}{3} \\ \eta = \frac{m_1 m_2 + 2}{m_1 m_2 p + 2} \end{cases}$$

Où  $p$  est la solution de :

$$\begin{cases} \frac{m_1 m_2 + 2}{m_1 m_2} \ln p = (p - 1) \ln m_2 \\ p > 1 \end{cases}$$

Cette solution existe et est unique si et seulement si (pour garantir  $\ln p < p - 1$ ) :

$$\ln m_2 < \frac{m_1 m_2 + 2}{m_1 m_2}$$

#### 2.6.1.14 Conclusion

Ce paragraphe a permis de définir une ou plusieurs procédures d'identification pour chaque paramètre des modèles de frottement présentés en 2.3. Chacune de ces procédures nécessite de réaliser des mesures expérimentales de la position, la vitesse, la force ou couple de frottement... dans un cadre particulier à la procédure envisagée. Le paragraphe suivant dresse un bilan récapitulatif de l'ensemble des essais à réaliser pour pouvoir utiliser toutes les méthodes d'estimation décrites dans cette partie.

### 2.6.2 Description des procédures d'essais pour l'estimation des paramètres des modèles de frottement

Le paragraphe 2.6.1 présente plusieurs méthodes d'estimation de paramètres de modèles de frottement. Chacune de ces méthodes nécessite un relevé expérimental spécifique de grandeurs physiques telles que la force (respectivement le couple) de frottement, la vitesse de glissement d'une surface par rapport à l'autre, la position relative entre les deux surfaces ou encore la consigne (en force, couple, vitesse ou position) appliquée. Ce paragraphe détaille le contexte des six expériences à réaliser pour pouvoir utiliser toutes les procédures d'identification vues au chapitre précédent :

- Mesures de  $F_f$  et  $v$  pour une consigne en vitesse constante (statique) ;
- Mesures de  $F_f$  et  $v$  pour une consigne en vitesse sinusoïdale (dynamique) ;
- Mesures de  $F_f$  et  $x$  pour une consigne en vitesse sinusoïdale, sur une large plage de fonctionnement ;
- Mesures de  $F_f$  et  $x$  pour une consigne en vitesse sinusoïdale, pour une très faible amplitude de vitesse ;
- Mesures de  $F_f$  et  $x$  pour une consigne de couple en rampe ;
- Mesures de  $F_f$  et  $x$  pour une consigne de position impulsionale.

#### 2.6.2.1 Mesures de $F_f$ et $v$ pour une consigne en vitesse constante (statique)

Ces relevés peuvent être utilisés pour les procédures d'identification décrites en 2.6.1.1.3, 2.6.1.1.4, 2.6.1.2.1, 2.6.1.3, 2.6.1.4, 2.6.1.5 et 2.6.1.11.

Le système expérimental doit être piloté en vitesse (par l'action d'un régulateur PI par exemple). La procédure est alors la suivante :

- Créer un échelon de consigne de vitesse, d'amplitude proportionnelle à la vitesse désirée ( $V_{cons} = Capt\_Vit.v_i$ ) ;
- Relever la vitesse réelle et le frottement (ou les grandeurs nécessaires à leur reconstruction) ;
- Moyenner le relevé du frottement pour créer un unique point  $(v_i, F_{f_i})$  ;
- Réitérer la procédure pour les  $N$  points de vitesse désirés.

A partir des  $N$  couples de points  $(v_i, F_{f_i})$  obtenus, il est possible de tracer en statique la courbe caractéristique  $F_f(v)$ .

Cette procédure d'essais est particulièrement utile lorsque le frottement n'est pas directement mesuré par un capteur. En effet, elle simplifie singulièrement sa reconstruction en éliminant les phénomènes liés à la dynamique du système ( $m.dv/dt = 0$ ,  $J.d\Omega/dt = 0$ ). D'autre part, ce type d'essais permet de s'affranchir d'éventuels défauts physiques dynamiques tels les problèmes de jeux ou de raideurs d'arbre.

#### 2.6.2.2 Mesures de $F_f$ et $v$ pour une consigne en vitesse sinusoïdale (dynamique)

Ces relevés peuvent être utilisés pour les procédures d'identification décrites en 2.6.1.1.3, 2.6.1.1.4, 2.6.1.2.1, 2.6.1.3, 2.6.1.4, 2.6.1.5 et 2.6.1.11.

Le système expérimental doit être piloté en vitesse (par l'action d'un régulateur PI par exemple). La procédure

est alors la suivante :

- Créer une consigne de vitesse sinusoïdale, de pulsation quelconque et d'amplitude suffisamment grande pour engendrer le mouvement ( $V_{cons} = Capt\_Vit.v_0$ ) ;
- Relever la vitesse réelle et le frottement (ou les grandeurs nécessaires à leur reconstruction).

Cette procédure d'essais présente l'inconvénient, dans le cas où le frottement n'est pas mesurable, d'entacher sa reconstruction d'une erreur due à l'utilisation de dérivations numériques (souvent  $m \frac{dv}{dt} = F_m - F_f$  et  $F_f$  est reconstruit à partir de la mesure de la force motrice  $F_m$  et de la dérivée numérique de la mesure de vitesse  $\frac{dv}{dt}$ ).

Cependant, elle a pour avantage de pouvoir enregistrer un très grand nombre de points de mesures ( $N = T_0/T_e$ , avec  $T_0$  durée de l'expérience, et  $T_e$  période d'échantillonnage de l'acquisition) dans un temps très court  $T_0$ . De plus, le pas  $T_e$  entre chaque point de mesure permet d'obtenir un cycle  $F_f(v)$  presque continu (en prenant  $T_e$  suffisamment faible), ce qui n'est pas possible dans le cas statique (il faut réaliser un trop grand nombre d'expériences pour obtenir un maillage fin). Enfin, les essais peuvent être réalisés pour plusieurs pulsations, en remarquant que plus la pulsation choisie est faible, plus l'essai dynamique se rapproche du cas statique.

#### **2.6.2.3 Mesures de $F_f$ et $x$ pour une consigne en vitesse sinusoïdale, sur une large plage de fonctionnement**

Ces relevés peuvent être utilisés pour les procédures d'identification décrites en 2.6.1.1.3, 2.6.1.7, 2.6.1.10, 2.6.1.11 et 2.6.1.13.

Le système expérimental doit être piloté en vitesse (par l'action d'un régulateur PI par exemple). La procédure est alors la suivante :

- Créer une consigne de vitesse sinusoïdale, de pulsation quelconque et d'amplitude suffisamment grande pour engendrer le mouvement ( $V_{cons} = Capt\_Vit.v_0$ ) ;
- Relever le déplacement relatif et le frottement (ou les grandeurs nécessaires à leur reconstruction).

Les conditions de cette expérience sont exactement les mêmes que celles explicitées en 2.6.2.2. Ainsi, ces deux procédures peuvent être réalisées en même temps, à condition qu'il soit possible de réaliser l'acquisition des signaux de vitesse et de position en parallèle.

#### **2.6.2.4 Mesures de $F_f$ et $x$ pour une consigne en vitesse sinusoïdale, pour une très faible amplitude de vitesse, ou de position**

Ces relevés peuvent être utilisés pour les procédures d'identification décrites en 2.6.1.7, 2.6.1.10 et 2.6.1.11.

Le système expérimental doit être piloté en vitesse ou position (par l'action d'un régulateur PI par exemple). La procédure est alors la suivante :

- Créer une consigne :
  - de vitesse sinusoïdale, de pulsation quelconque et d'amplitude faible, de manière à engendrer un déplacement relatif très petit, ou ;
  - de position faible.
- Relever le déplacement relatif et le frottement (ou les grandeurs nécessaires à leur reconstruction).

Cette expérience est très difficile à mettre en œuvre, car pour que la méthode d'identification associée soit efficace, elle nécessite un déplacement vraiment faible. Ainsi, la résolution des capteurs, le bruit de mesures et la précision du pilotage sont autant de limites à cette procédure d'estimation.

#### **2.6.2.5 Mesures de $F_f$ et $x$ pour une consigne de couple en rampe**

Ces relevés peuvent être utilisés pour la procédure d'identification décrite en 2.6.1.1.1.

Le système expérimental doit être piloté en force (respectivement couple) par l'action d'un régulateur PI par exemple. La procédure est alors la suivante :

- Créer une consigne de force (couple) en rampe croissante, de pente faible ;
- Relever le déplacement relatif et le frottement (ou les grandeurs nécessaires à leur reconstruction). Si le frottement n'est pas mesurable, et que sa reconstruction est complexe, il convient de relever la consigne en force (couple).

L'intérêt de considérer une pente faible pour la rampe de consigne est que l'erreur de lecture de la valeur de la force (couple) pour laquelle la surface a commencé à glisser en est rendue plus faible.

### 2.6.2.6 Mesures de $F_f$ et $x$ pour une consigne en position impulsionale

Ces relevés peuvent être utilisés pour les procédures d'identification décrites en 2.6.1.1.2 et 2.6.1.2.2.

Le système expérimental doit être piloté en position par l'action d'un régulateur PI. La procédure est alors la suivante :

- Créer une consigne de position impulsionale ;
- Relever le déplacement relatif, le frottement (ou les grandeurs nécessaires à leur reconstruction) et la force motrice (respectivement couple moteur) une fois le régime permanent atteint.

La procédure d'identification présentée en 2.6.1.1.2 s'appuie uniquement sur les valeurs de l'amplitude et de la période du déplacement relatif. Cependant, il est intéressant de relever également le frottement et l'action motrice car les évolutions de ces grandeurs permettent de corroborer le raisonnement effectué sur le déplacement relatif.

### 2.6.2.7 Bilan récapitulatif et associations méthodes d'identification / procédures d'essais

Le tableau 2.7 récapitule les associations à réaliser entre paramètres à estimer et méthodes d'identification, et procédures d'essais à mener.

Méthodes identif. Procédures expérimentales	$F_s$				$F_c$		$\sigma_v$	$v_s$		$\delta_s$	$\sigma_0, K, K_r$	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Mesures de $F_f$ et $v$ pour une consigne en vitesse constante (statique)												
Mesures de $F_f$ et $v$ pour une consigne en vitesse sinusoïdale (dynamique)												
Mesures de $F_f$ et $x$ pour une consigne en vitesse sinusoïdale, sur une large plage de fonctionnement												
Mesures de $F_f$ et $x$ pour une consigne en vitesse sinusoïdale, pour une très faible amplitude de vitesse												
Mesures de $F_f$ et $x$ pour une consigne de couple en rampe												
Mesures de $F_f$ et $x$ pour une consigne en position impulsionale												

**Tableau 2.7 : Associations méthodes d'identification / procédures d'essais**

Les signes à l'intérieur du tableau s'interprètent de la façon suivante :



Association à réaliser ;

Pas d'association possible.

Légende :

1. Consigne en rampe croissante (2.6.1.1.1)
2. Méthode des auto-oscillations (2.6.1.1.2)
3. Maximum de  $F_f$  (2.6.1.1.3)
4. Résolution d'un problème d'optimisation – Estimation de  $F_s$  (2.6.1.1.4)
5. Résolution d'un problème d'optimisation – Estimation de  $F_c$  (2.6.1.2.1)
6. Méthode des auto-oscillations (2.6.1.2.2)
7. Résolution d'un problème d'optimisation – Estimation de  $\sigma_v$  (2.6.1.3)
8. Résolution d'un problème d'optimisation non linéaire – Estimation de  $v_s$  (2.6.1.4.1)
9. Résolution d'un problème d'optimisation linéaire - Estimation de  $v_s$  (2.6.1.4.2)
10. Résolution d'un problème d'optimisation - Estimation de  $\delta_s$  (2.6.1.5)
11. Tangente à l'origine du cycle  $F_f(x)$  (2.6.1.7)
12. Approximation  $F_f \approx \sigma_0 x$  (2.6.1.7)

Les paramètres  $dv$ ,  $\sigma_1$ ,  $z_{ba}$ ,  $N$  et  $\beta$  ne figurent pas dans ce tableau car ce ne sont pas des paramètres physiques et ils ne peuvent donc pas être identifiés à partir de procédures expérimentales (voir le paragraphe 2.6.1 pour leurs méthodes d'estimation).

Les paramètres  $\Delta$ ,  $a$ ,  $p_0$ ,  $\varepsilon_0$ ,  $f_0$ ,  $\varepsilon_1$ ,  $\eta$ ,  $f_1$  et  $f_2$  n'y figurent pas également car ceux-ci peuvent être identifiés à partir des estimées des paramètres listés dans le tableau 2.7 et ne nécessitent donc pas de réaliser une expérience supplémentaire (voir 2.6.1).

## 2.7 Conclusions et perspectives

Ce chapitre a permis d'étudier les différents phénomènes physiques associés aux frottements, ainsi qu'une série de modèles proposés dans la littérature afin de prendre en compte leurs effets dans une boucle de commande.

Ainsi, les mécanismes à l'origine des frottements ont été présentés. Il est apparu que deux surfaces en contact ne le sont effectivement qu'en certains points appelés aspérités. La déformation élastique de ces aspérités sous l'effet d'une force externe donne naissance à une force de frottement qui compense l'effort de la force externe : les deux surfaces sont alors en phase de collage. Lorsque les liaisons au niveau des aspérités cassent sous l'effet d'une force externe trop grande, les surfaces glissent relativement l'une par rapport à l'autre et un comportement plastique est alors observé à l'interface des surfaces en contact.

Pour modéliser ces comportements, deux classes de modèles sont répertoriées : les statiques et les dynamiques. Les modèles statiques sont très utilisés du fait de la simplicité de leur expression, et de la qualité convenable de la caractérisation du frottement faite pour les vitesses de glissement relativement élevées. Le modèle statique le plus connu est le modèle de Coulomb, qui permet de représenter le comportement des frottements secs. Plusieurs améliorations ont été proposées à partir de ce modèle : prise en compte des frottements visqueux pour les frottements humides (Coulomb + visqueux), modélisation du frottement statique (statique + Coulomb + visqueux), représentation de l'effet Stribeck (Stribeck), résolution des problèmes de détection du changement de signe de la vitesse en simulation (Karnopp). Cependant, ces modèles présentent certains inconvénients, notamment une discontinuité en  $v = 0$ . De plus, le fait de considérer des équations statiques restreint les possibilités de représentation des phénomènes physiques à l'origine des frottements.

Ainsi, une deuxième classe de modèles a été définie : les modèles dynamiques. Ceux-ci, à partir d'équations différentielles du 1<sup>er</sup> ou du 2<sup>eme</sup> ordre, essaient de représenter de façon mathématique les comportements élastique et plastique des liaisons à l'interface du contact. Le premier modèle présenté fut le modèle de Dahl. Celui-ci modélise uniquement le comportement élastique de la jonction. Il apporte une gestion continue des transitions au modèle de Coulomb. De manière à pouvoir intégrer d'autres phénomènes physiques, plusieurs améliorations ont été proposées, dont principalement la modélisation des propriétés liées aux frottements humides par le modèle LuGre et de la non dérive par le modèle élasto-plastique. Une autre approche permettant de représenter les deux comportements élastique et plastique a conduit à l'élaboration de nouveaux modèles : ceux de Bliman et Sorine d'ordre 1 et 2. Cependant ceux-ci, sous leur forme originale, ne permettent de décrire que des frottements secs. Enfin d'autres modèles s'appuyant sur l'aspect aléatoire des phénomènes liés aux frottements (« bristle »), ou représentant indépendamment les phases de collage et de glissement (« reset integrator ») ont été aussi proposés.

Par ailleurs, plusieurs méthodes d'identification ont été présentées pour estimer les paramètres des modèles de frottement à partir de relevés physiques. Celles-ci nécessitent des configurations d'essais spécifiques afin de mettre en évidence le phénomène physique lié au paramètre du modèle le décrivant. Ainsi l'identification de

certains paramètres s'avère très complexe, soit la méthode utilisée est difficile à mettre en œuvre ou est très sensible aux erreurs de mesures (par exemple, pour l'identification du paramètre  $v_s$  par optimisation linéaire, voir 2.6.1.4.2), soit la procédure d'essais ne permet pas de mettre en évidence le phénomène à modéliser (par exemple, pour l'identification du paramètre de raideur  $\sigma_0$ , il faut parvenir à mesurer le comportement élastique se produisant pour les très faibles variations de position).

Ce chapitre n'a pas vocation à mettre en avant un modèle par rapport à un autre, il présente seulement les propriétés de chacun d'eux. Le lecteur et futur utilisateur d'un de ces modèles pourra faire son choix selon les avantages et inconvénients de chacun d'eux, dans le cadre de l'application qui l'intéresse. Ainsi, la précision de représentation du frottement, les qualités en simulation, le nombre et la nature des paramètres des modèles à identifier, les vitesses de glissement relatives utilisées dans l'application... sont autant de critères dont il faudra tenir compte lors du choix du modèle.

## Chapitre 3

### **Banc d'essais frottement : conception, essais et recalage de modèles**

3.1 Introduction .....	- 76 -
3.2 Conception, modélisation et identification des paramètres du modèle du banc d'essais.....	- 76 -
3.3 Réalisation des essais frottement : mise en évidence des défauts du banc et solutions apportées.....	- 89 -
3.4 Recalage des modèles de frottement à partir des essais réalisés sur le banc.....	- 114 -
3.5 Conclusion.....	- 131 -



### 3.1 Introduction

Au cours du chapitre 2 ont été présentés un ensemble de modèles susceptibles de décrire le comportement des phénomènes de frottement, ainsi que plusieurs méthodes d'identification permettant d'estimer les paramètres de ces modèles à partir d'essais expérimentaux.

Le chapitre 3 propose de recalier certains de ces modèles de frottement sur des essais réalisés sur banc. Ainsi, dans le cadre de cette thèse, l'élaboration d'un moyen d'essais a été décidée afin de caractériser des matériaux de frottement, et plus précisément le comportement des disques d'embrayage humides utilisés sur véhicules. La capacité de modélisation d'un embrayage répond principalement à deux objectifs importants :

- Dans le cadre général des applications Renault, intégrer ce modèle à des logiciels de simulation de comportement de véhicules, et mettre au point différents systèmes de pilotage de l'embrayage (changements de rapports de vitesses, démarrage du véhicule,...) ;
- Dans le cadre plus particulier de la thèse, utiliser les équations du modèle dans la synthèse de la stratégie de commande en glissement piloté (chapitres 4 et 5).

Ainsi, la première partie de ce chapitre décrit le moyen d'essais conçu pour la caractérisation des disques d'embrayage, et présente le modèle simulant son comportement. Le deuxième paragraphe présente les premiers essais réalisés sur ce banc. Ceux-ci font apparaître deux défauts de conception majeurs, identifiés par une étude menée en simulation. Les modifications apportées au banc pour résoudre ces problèmes, ainsi que la campagne d'essais réalisée sur le banc amélioré, sont également présentées ici. Enfin, au cours du dernier paragraphe, certains des modèles de frottement présentés au chapitre 2 sont recalés à partir des essais réalisés. Les disques utilisés alors sont ceux qui sont implémentés sur véhicules et sur lesquels doivent être testées les stratégies de glissement piloté.

### 3.2 Conception, modélisation et identification des paramètres du modèle du banc d'essais

#### 3.2.1 Introduction

Le banc de la figure 3.1 a été élaboré afin de caractériser les matériaux de disques d'embrayage.

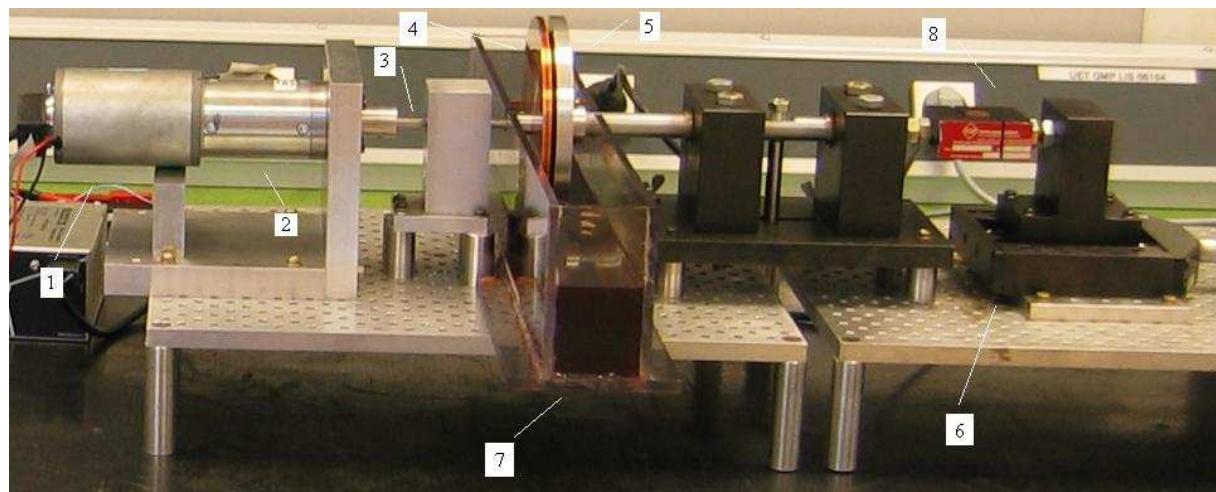


Figure 3.1 : Banc d'essais frottement

Il est constitué d'un moteur électrique à courant continu (1), auquel est associé un étage réducteur (2), mettant en rotation un arbre (3) à l'extrémité duquel est fixé un disque d'embrayage humide (4). Ce disque rotatif vient frotter sur un autre disque (5) fixe en rotation, mais pas en translation (déplacement à l'aide d'un vernier (6)), ce qui permet d'accoupler ou pas les deux disques. Ces derniers sont enfermés dans une boîte en plexiglas (7) contenant de l'huile, ce qui assure le contexte humide du frottement. Enfin un capteur (8) permet de mesurer la force normale appliquée par le disque libre en translation sur celui libre en rotation.

La vitesse de rotation maximale de l'arbre moteur est de 3260 tr/min, ce qui implique une vitesse maximale en sortie de l'arbre du réducteur de 36 tr/min. L'effort normal maximal applicable par le vernier est de 1250N.

Ce paragraphe traite de la caractérisation du moyen d'essais présenté ci-dessus. Ainsi dans une première partie,

les équations du moteur et du réducteur sont rappelées. Elles permettent d'aboutir à un schéma-bloc global modélisant le comportement du banc. La seconde partie de ce paragraphe présente l'étude d'identification menée afin d'estimer les paramètres du modèle pour recaler ce-dernier sur le comportement du moyen d'essais.

### 3.2.2 Equations et schéma-bloc du modèle décrivant le comportement du banc d'essais

#### 3.2.2.1 Equations de l'étage moteur + réducteur

##### 3.2.2.1.1 Equations du moteur

Le moteur électrique utilisé est de type courant continu. Il peut donc être défini à partir de trois équations : une électrique, une mécanique et une de couplage [8].

$$\text{Equation électrique :} \quad U_m = Ri + L \frac{di}{dt} + K_e \Omega_m \quad (3.1)$$

$$\text{Equation mécanique :} \quad \Gamma_m = J_m \frac{d\Omega_m}{dt} + a_m \Omega_m \quad (3.2)$$

$$\text{Equation de couplage :} \quad \Gamma_m = K_c i \quad (3.3)$$

Avec :

$U_m$	= Tension de l'induit du moteur ;	$R$	= Résistance de l'induit ;
$i$	= Courant d'induit ;	$L$	= Inductance de l'induit ;
$\Omega_m$	= Vitesse angulaire de l'arbre moteur ;	$K_c$	= Constante de couple ;
$\Gamma_m$	= Couple moteur ;	$K_e$	= Constante de vitesse ;
		$J_m$	= Inertie de l'arbre moteur ;
		$a_m$	= Coefficient de frottements visqueux du moteur.

Une étude du rendement, du courant et de la vitesse en régime permanent est disponible en annexe B.

##### 3.2.2.1.2 Equations du réducteur

Un schéma représentant le comportement de l'étage de réduction est donné figure 3.2.

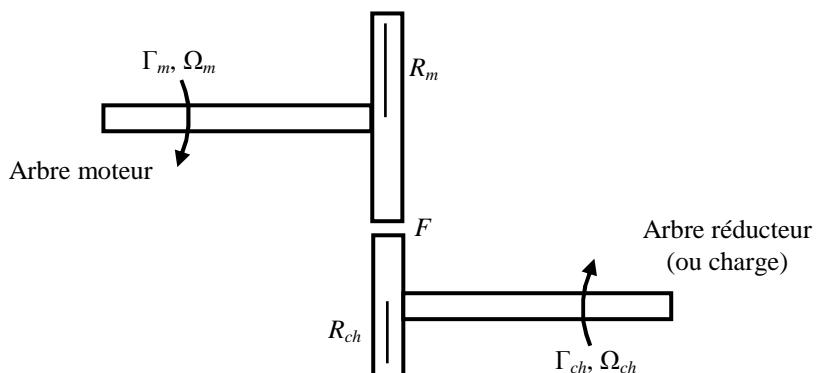


Figure 3.2 : Schéma de l'étage de réduction

Les équations du réducteur sont données ci-dessous :

$$\left\{ \begin{array}{l} J_m \frac{d\Omega_m}{dt} = \Gamma_m - a_m \Omega_m - FR_m \\ J_{ch} \frac{d\Omega_{ch}}{dt} = FR_{ch} - a_{ch} \Omega_{ch} - \Gamma_{ch} \end{array} \right. \quad (3.4a)$$

$$N = R_{ch}/R_m = \text{Rapport de réduction} ; \quad (3.4b)$$

$$\Omega_m = N \Omega_{ch} \quad (3.4c)$$

Avec :

$\Omega_m$	= Vitesse angulaire de l'arbre moteur ;	$R_m$	= Rayon de la roue dentée liée à l'arbre moteur ;
$\Gamma_m$	= Couple moteur ;	$R_{ch}$	= Rayon de la roue dentée liée à l'arbre de charge ;
$\Omega_{ch}$	= Vitesse angulaire de l'arbre de charge ;	$N$	= $R_{ch}/R_m$ = Rapport de réduction ;
$\Gamma_{ch}$	= Couple de charge ;	$J_{ch}$	= Inertie de l'arbre de charge ;
$F$	= Force transférée par les roues dentées ;	$a_{ch}$	= Coefficient de frottements visqueux du

réducteur.

En isolant  $F$  dans l'équation (3.4b) et en reportant cette nouvelle expression dans l'équation (3.4a) d'une part, et en utilisant la relation (3.4c) d'autre part, le comportement du réducteur peut être modélisé à partir des deux équations suivantes :

$$\Gamma_m = (J_m + \frac{J_{ch}}{N^2}) \frac{d\Omega_m}{dt} + (a_m + \frac{a_{ch}}{N^2}) \Omega_m + \frac{1}{N} \Gamma_{ch} \quad (3.5)$$

$$\Omega_m = N\Omega_{ch} \quad (3.6)$$

### 3.2.2.1.3 Equations de l'étage moteur + réducteur

Le comportement de l'ensemble moteur + réducteur est décrit par les relations (3.1), (3.3), (3.5) et (3.6) rappelées ici :

$$\begin{cases} U_m = Ri + L \frac{di}{dt} + K_e \Omega_m \\ \Gamma_m = (J_m + \frac{J_{ch}}{N^2}) \frac{d\Omega_m}{dt} + (a_m + \frac{a_{ch}}{N^2}) \Omega_m + \frac{1}{N} \Gamma_{ch} \\ \Gamma_m = K_c i \\ \Omega_m = N\Omega_{ch} \end{cases} \quad (3.7)$$

Ces équations peuvent être simplifiées en considérant les trois approximations suivantes :

$$- K_c = K_e = K$$

En effet, dans un moteur à courant continu, les constantes de couple et de vitesse sont égales [8].

$$- J_m \gg \frac{J_{ch}}{N^2}, \quad a_m \gg \frac{a_{ch}}{N^2}$$

En effet, ces deux approximations sont justifiées ici puisque le rapport de réduction est souvent assez élevé, et que celui-ci apparaît au carré au dénominateur des seconds membres.

A partir de l'ensemble des relations (3.7) et des trois approximations précédentes, les équations finales de l'étage moteur + réducteur sont établies ici :

$$\begin{cases} U_m = Ri + L \frac{di}{dt} + K\Omega_m \\ \Gamma_m = J_m \frac{d\Omega_m}{dt} + a_m \Omega_m + \frac{1}{N} \Gamma_{ch} \\ \Gamma_m = Ki \\ \Omega_m = N\Omega_{ch} \end{cases} \quad (3.8)$$

### 3.2.2.2 Schéma-bloc du moyen d'essais

Les équations (3.8) du motoréducteur peuvent être réécrites en utilisant la transformée de Laplace :

$$\begin{cases} U_m(p) = (R + Lp)I(p) + K\Omega_m(p) \\ \Gamma_m(p) = (a_m + J_m p)\Omega_m(p) + \frac{1}{N} \Gamma_{ch}(p) \\ \Gamma_m(p) = Ki(p) \\ \Omega_m(p) = N\Omega_{ch}(p) \end{cases} \quad (3.9)$$

Sur le moyen d'essais, le couple de charge  $\Gamma_{ch}$  vu par l'arbre de sortie du réducteur est en fait le couple  $\Gamma_f$  créé par le frottement du disque rotatif sur le disque fixe. Les équations (3.9) décrivant le comportement du motoréducteur permettent ainsi de modéliser le comportement complet du banc d'essais en prenant  $\Gamma_{ch} = \Gamma_f$ . Son schéma-bloc est donné figure 3.3.

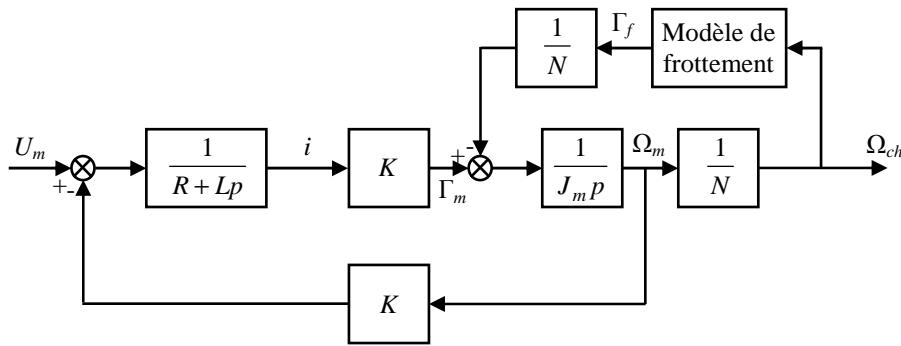


Figure 3.3 : Schéma-bloc du moyen d'essais

Sur ce schéma-bloc, les frottements visqueux ont été ramenés au bloc « modèle de frottement ».

Par ailleurs, le motoréducteur utilisé est commandé à l'aide d'une carte assurant une régulation PI en courant et en vitesse du moteur. Les gains de ces régulateurs PI ne sont pas accessibles par l'utilisateur, et ne peuvent donc pas être modifiés. De plus, la carte utilisée fournit en sortie des tensions « images » de la vitesse  $V_{\Omega_m}$  de l'arbre moteur (et non de l'arbre de charge) et du courant d'induit  $V_i$ .

Ainsi, le schéma-bloc du moyen d'essais intégrant le pilotage du moteur par la carte, est donné figure 3.4.

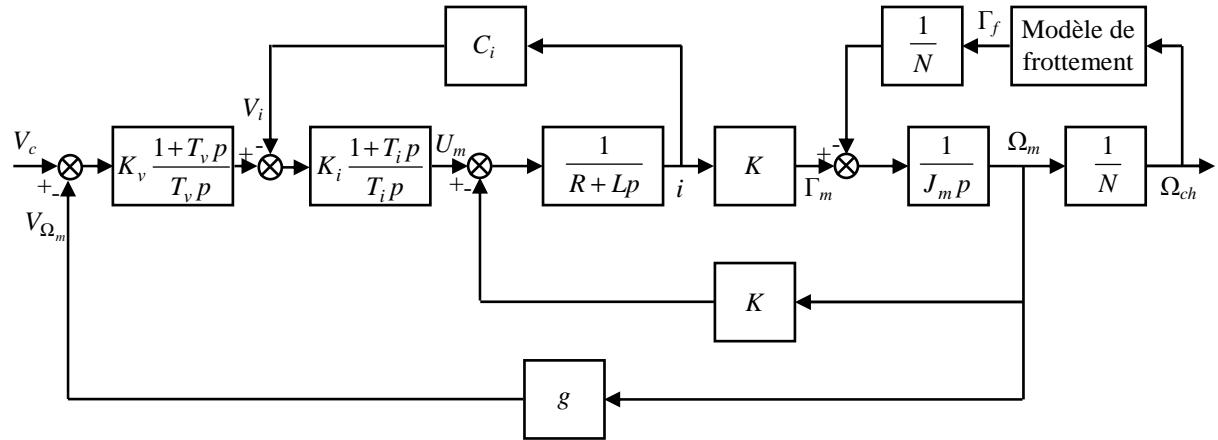


Figure 3.4 : Schéma-bloc du moyen d'essais + carte de pilotage

D'autre part, il est également possible de piloter le banc via un PC. L'intérêt d'un tel type de pilotage est de pouvoir implémenter des boucles de commande numériques afin de réguler le moteur :

- En couple, à l'aide de la mesure du courant faite par la carte, celle-ci n'étant utilisée qu'en tant que capteur de courant et amplificateur de puissance (la régulation PI de courant de la carte est désactivée) ;
- En vitesse, à l'aide de la mesure de vitesse faite par la carte, celle-ci n'étant utilisée qu'en tant que capteur de vitesse et amplificateur de puissance (la régulation PI de vitesse de la carte est désactivée) ;
- En position. La mesure de position est rendue par le codeur incrémental, implémenté sur l'arbre moteur, permettant à la carte de mesurer la vitesse de rotation de cet arbre.

### 3.2.3 Identification des paramètres du modèle du banc d'essais

Le schéma-bloc de la figure 3.4 fait apparaître un ensemble de paramètres à identifier afin de recalier le modèle sur le comportement du banc d'essais :

Paramètres du moteur :

$R$  = Résistance d'induit du moteur ;  
 $L$  = Inductance d'induit du moteur ;  
 $K$  = Constante de couple ou de vitesse ;  
 $J_m$  = Inertie de l'arbre moteur ;  
 $a_m$  = Coefficient de frottements visqueux internes.

Capteurs :

$g$  = Capteur de vitesse ;  
 $C_i$  = Capteur de courant.

Gains des régulateurs PI :

$K_i, T_i$  = Gains du régulateur PI de courant ;  
 $K_v, T_v$  = Gains du régulateur PI de vitesse.

Paramètre du réducteur :

$N = 91$  = Rapport de réduction (valeur donnée par le constructeur).

La procédure utilisée pour estimer les paramètres du modèle est la suivante :

- Détermination de la valeur du gain du capteur de vitesse  $g$  à partir de mesures chronométriques de la vitesse de l'arbre de charge  $\Omega_{ch}$  ;
- Détermination de la valeur du gain du capteur de courant  $C_i$ , à partir de mesures du courant obtenues via une pince ampèremétrique ;
- Détermination du coefficient de frottements visqueux  $a_m$  à partir d'une mesure du frottement interne du moteur en statique ;
- Détermination de la constante de couple ou de vitesse  $K$ , du produit  $RJ_m$  et du rapport  $L/R$  à partir du transfert  $V_{\Omega_m}/U_m$  ;
- Détermination de  $J_m$  à partir du transfert  $V_i/U_m$  (et donc détermination de  $R$  et  $L$  d'après le point précédent) ;
- Détermination des paramètres du régulateur PI de courant  $K_i, T_i$  à partir du transfert  $V_i/V_c$  et des paramètres du régulateur PI de vitesse  $K_v, T_v$  à partir du transfert  $V_{\Omega_m}/V_c$ .

### 3.2.3.1 Détermination de la valeur du gain du capteur de vitesse $g$

Pour déterminer la valeur du gain de ce capteur, la vitesse de rotation de l'arbre de charge est mesurée à l'aide d'un chronomètre, et cette valeur est comparée à celle fournie par le capteur. Ce procédé est répété pour quelques valeurs de vitesse, ce qui permet d'obtenir la courbe de la figure 3.5.

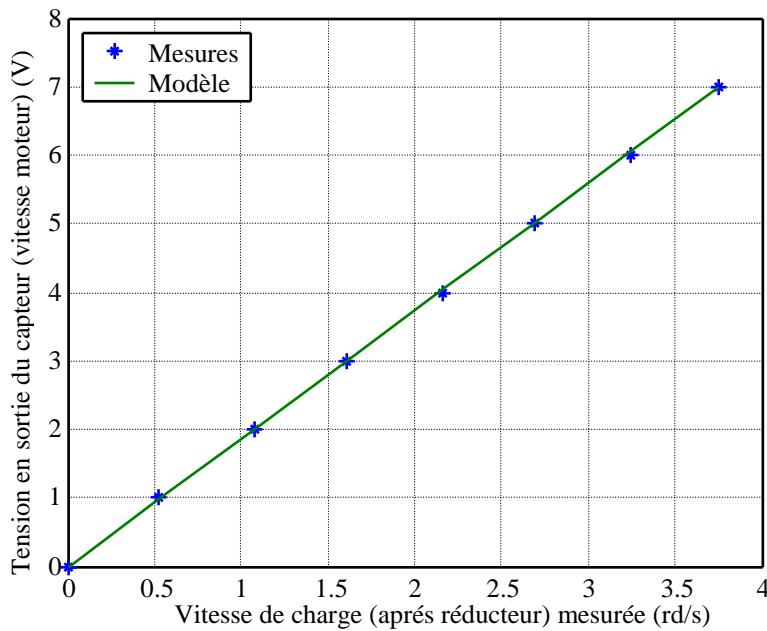


Figure 3.5 : Gain du capteur de vitesse

La courbe obtenue est une droite passant par l'origine, significative de la proportionnalité qui lie ces deux mesures. Le capteur de vitesse  $g$  peut donc être caractérisé par un simple gain, dont la valeur peut se déterminer à l'aide de la pente  $\alpha$  de la droite :

$$\begin{cases} V_{\Omega_m} = \alpha \Omega_{ch} \\ V_{\Omega_m} = g N \Omega_{ch} \end{cases} \Rightarrow g = \frac{\alpha}{N}$$

Avec :

$$\alpha = 1,87 \text{ V/rad/s}$$

$$N = 91$$

$$g = 0,0205 \text{ V/rad/s}$$

Par ailleurs, l'étude du capteur de vitesse a permis d'observer que la vitesse de rotation maximale de l'arbre moteur est atteinte pour  $V_c = 7 \text{ V}$ . Soit :

$$\begin{cases} \Omega_{m_{\max}} = 341,3 \text{ rad/s} = 3259 \text{ tr/min} \\ \Omega_{ch_{\max}} = 3,75 \text{ rad/s} = 35,8 \text{ tr/min} \end{cases}$$

### 3.2.3.2 Détermination de la valeur du gain du capteur de courant $C_i$

Pour déterminer la valeur du gain de ce capteur, le courant d'induit du moteur est mesuré à partir d'une pince ampèremétrique, et cette valeur est comparée à celle fournie par le capteur. Ce procédé est répété pour quelques valeurs du courant, ce qui permet d'obtenir la courbe de la figure 3.6.

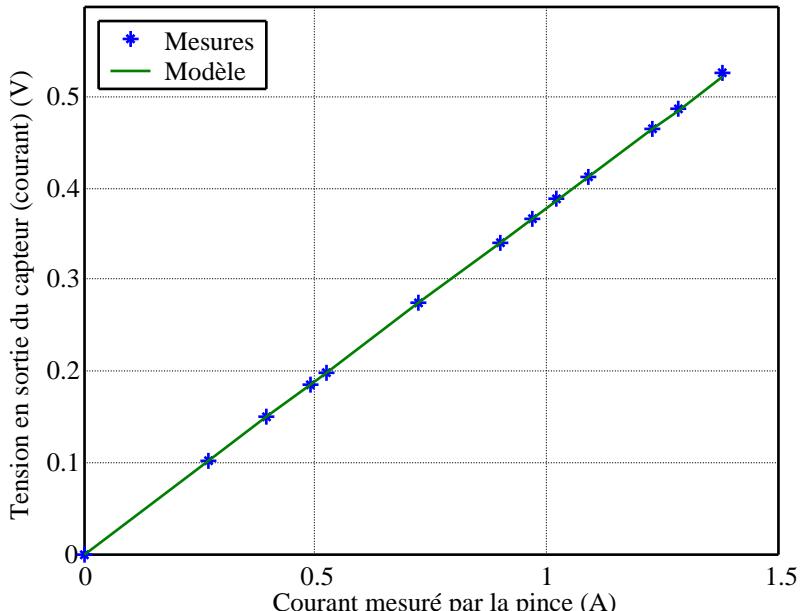


Figure 3.6 : Gain du capteur de courant

La courbe obtenue est une droite passant par l'origine, significative de la proportionnalité qui lie ces deux mesures. Le capteur de courant  $C_i$  peut donc être caractérisé par un simple gain, dont la valeur est donnée par la pente de la droite :

$$C_i = 0,3785 \text{ V/A}$$

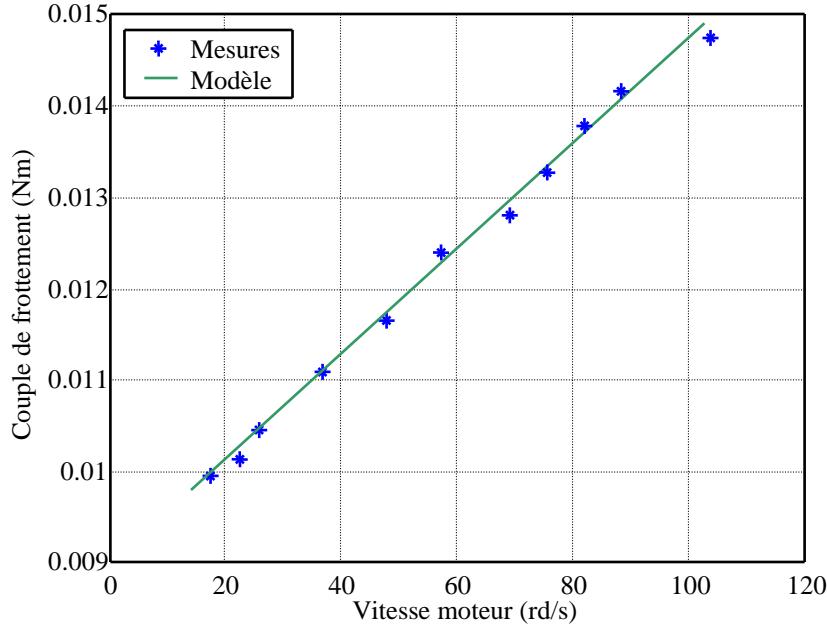
### 3.2.3.3 Détermination du coefficient de frottements visqueux $a_m$

La valeur du coefficient de frottements visqueux  $a_m$  est déterminée à partir de la mesure du couple de frottement interne du moteur  $\Gamma_{frott}$  (les disques ne sont pas couplés ici) pour différentes valeurs de la vitesse moteur  $\Omega_m$ . En effet, pour les vitesses de rotation élevées, les frottements sont dits visqueux et sont modélisables par l'expression  $F_c + a_m \Omega_m$  (voir 2.2.3.4). La pente du relevé de la courbe  $\Gamma_{frott}(\Omega_m)$  donne donc ce paramètre.

Le couple de frottement interne du moteur  $\Gamma_{frott}$  est estimé en régime statique ( $\Omega_m = C^{\text{te}}$ ) à partir de la mesure du courant d'induit. En effet, le schéma-bloc de la figure 3.3 donne dans ces conditions :

$$\begin{cases} \Gamma_{frott} = \Gamma_m = K_i = \frac{K}{C_i} V_i \\ \Omega_m = \frac{V_{\Omega_m}}{g} \end{cases}$$

La figure 3.7 présente le relevé expérimental  $\Gamma_{frott}(\Omega_m)$  pour des vitesses de rotation  $\Omega_m$  suffisamment élevées.



**Figure 3.7 : Couple de frottement interne du moteur en fonction de la vitesse moteur**

La courbe obtenue est une droite significative de la dépendance linéaire qui lie ces deux grandeurs. Le coefficient de frottements visqueux est donné par la pente de la droite obtenue :

$$a_m = 5,8 \cdot 10^{-5} \text{ Nm/rd/s}$$

### 3.2.3.4 Détermination de $K$ , $RJ_m$ et $L/R$ à partir du transfert vitesse / tension moteur

A partir du schéma-bloc de la figure 3.4, le transfert théorique entre la sortie du capteur de vitesse  $V_{\Omega_m}$  et la tension de l'induit du moteur  $U_m$  s'établit ainsi ( $\Gamma_{ch} = 0$ ) :

$$\frac{V_{\Omega_m}}{U_m} = \frac{\frac{K}{(Lp + R)(J_m p + a_m)}}{1 + \frac{K^2}{(Lp + R)(J_m p + a_m)}} = \frac{K}{a_m R + K^2} \frac{1}{\frac{J_m L}{a_m R + K^2} p^2 + \frac{RJ_m + a_m L}{a_m R + K^2} p + 1}$$

Soit :

$$\frac{V_{\Omega_m}}{U_m} \approx \frac{g K_v}{(1 + \tau_m p)(1 + \tau_e p)}$$

Avec :

$$\begin{cases} K_v = \frac{K}{a_m R + K^2} \\ \tau_m = \frac{RJ_m}{a_m R + K^2} \\ \tau_e = \frac{L}{R} \end{cases}$$

A partir d'un relevé harmonique, il est possible d'obtenir le diagramme de Bode expérimental (en module seulement) de ce transfert. Ainsi, en identifiant le gain statique  $K_v$  et les pulsations de brisures  $\omega_{m_{\text{exp}}}$  et  $\omega_{e_{\text{exp}}}$ , certains paramètres du modèle du moteur peuvent être déterminés à partir des relations suivantes :

$$\begin{cases} K_{v_{\text{exp}}} = \frac{K}{a_m R + K^2} \approx \frac{1}{K} \\ \omega_{m_{\text{exp}}} = \frac{a_m R + K^2}{RJ_m} \approx \frac{K^2}{RJ_m} \\ \omega_{e_{\text{exp}}} = \frac{R}{L} \end{cases}$$

Le diagramme de Bode expérimental, en module, du transfert  $V_{\Omega_m} / U_m$  est donné figure 3.8.

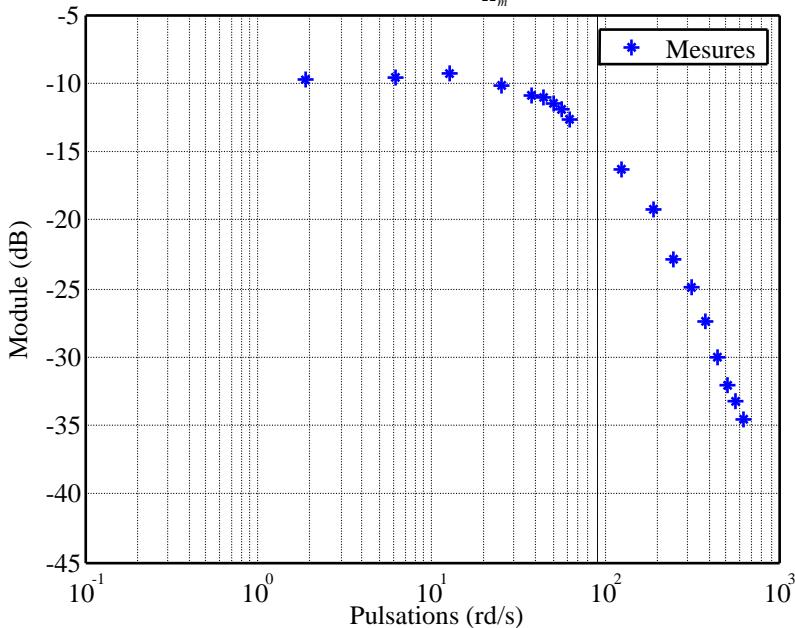


Figure 3.8 : Réponse fréquentielle du transfert vitesse / tension moteur : mesures

La figure 3.8 donne :

$$\begin{cases} gK_{v_{\text{exp}}} = -9,5 \text{ dB} \\ \omega_{m_{\text{exp}}} = 56 \text{ rd/s} \\ \omega_{e_{\text{exp}}} = 415 \text{ rd/s} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} K = 0,061 \text{ Nm/A ou V/rd/s} \\ RJ_m = 6,64 \cdot 10^{-5} \Omega \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2 \\ \frac{L}{R} = 0,0024 \text{ s} \end{cases}$$

L'exactitude de ces valeurs est validée par la figure 3.9 où sont tracées les réponses expérimentale et simulée, cette dernière étant obtenue à partir d'un modèle de simulation paramétré par  $K_{v_{\text{exp}}}$ ,  $\omega_{m_{\text{exp}}}$  et  $\omega_{e_{\text{exp}}}$ .

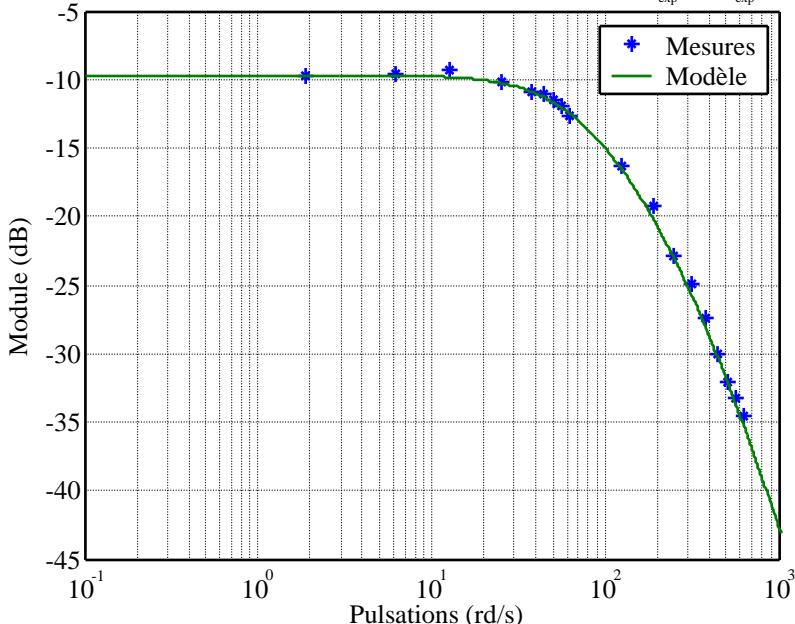


Figure 3.9 : Réponse fréquentielle du transfert vitesse / tension moteur : mesures et modèle

En conclusion ce relevé harmonique a permis de déterminer la constante de couple ou de vitesse  $K$ . De plus, il a permis d'obtenir deux relations liant les trois inconnues  $R$ ,  $L$  et  $J_m$ . Ainsi, en obtenant par ailleurs une troisième équation liant ces paramètres, il sera possible de déterminer la valeur de chacun d'eux, c'est l'objectif du

paragraphe 3.2.3.5.

### 3.2.3.5 Détermination de la valeur de l'inertie de l'arbre moteur $J_m$ , et donc de la résistance $R$ et de l'inductance $L$ de l'induit

Le transfert théorique entre la sortie du capteur de courant  $V_i$ , et la tension de l'induit du moteur  $U_m$  s'établit ainsi ( $\Gamma_{ch} = 0$ ) :

$$\begin{aligned}\frac{I}{U_m} &= \frac{I}{\Omega_m} \frac{\Omega_m}{U_m} \\ &= \frac{J_m p + a_m}{K} \frac{1}{a_m R + K^2} \frac{1}{(1 + \tau_m p)(1 + \tau_e p)} \\ &= \frac{a_m}{a_m R + K^2} \frac{1 + \frac{J_m}{a_m} p}{(1 + \tau_m p)(1 + \tau_e p)}\end{aligned}$$

Soit finalement :

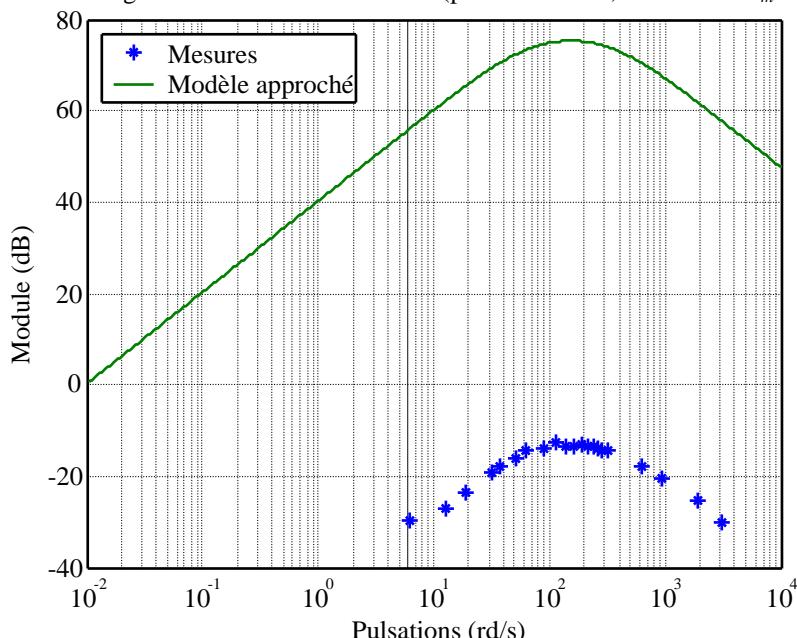
$$\frac{V_I}{U_m} = \frac{a_m C_i}{a_m R + K^2} \frac{1 + \frac{J_m}{a_m} p}{(1 + \tau_m p)(1 + \tau_e p)}$$

Par ailleurs, le zéro de cette fonction de transfert étant situé très bas en fréquence, son comportement peut être approché par une action dérivée pure ( $J_m/a_m$ ) $p$ . De plus, comme cela a été fait précédemment, le produit  $a_m R$  peut être négligé devant  $K^2$  dans l'expression du gain statique de la fonction de transfert  $V_i/U_m$  :

$$\frac{V_I}{U_m} \approx \frac{C_i J_m}{K^2} \frac{p}{(1 + \tau_m p)(1 + \tau_e p)}$$

Or les valeurs numériques des constantes de temps  $\tau_m$ ,  $\tau_e$ , ainsi que la valeur de la constante de couple  $K$  ont été déterminées en 3.2.3.4. De plus la valeur du capteur de courant  $C_i$  a été établie en 3.2.3.2. La seule valeur numérique manquante est donc la valeur de l'inertie  $J_m$ , qu'il est ainsi possible de déterminer en faisant se superposer sur un diagramme de Bode en module la réponse du modèle théorique approché sur le relevé harmonique expérimental.

La figure 3.10 présente ces diagrammes de Bode en module (pour le modèle, il a été fixé  $J_m = 1 \text{ kg.m}^2$ ).



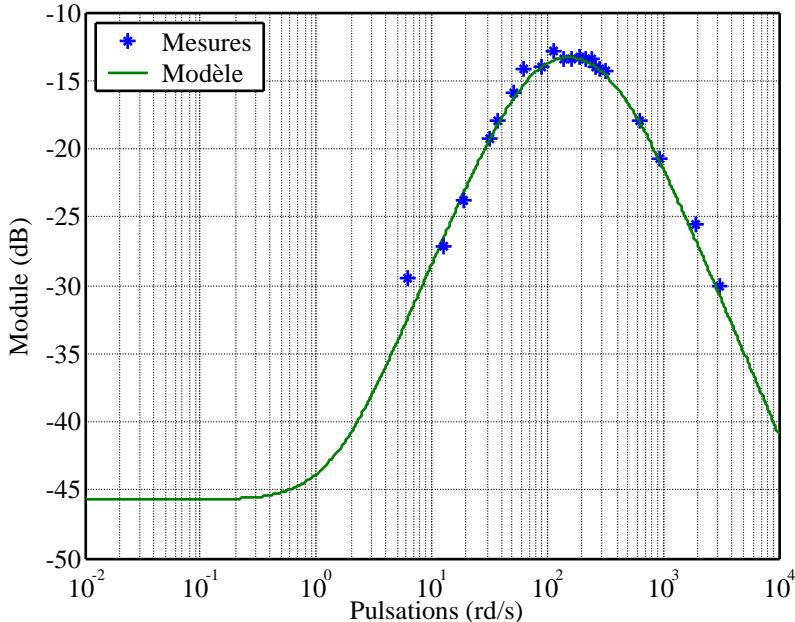
**Figure 3.10 : Réponse fréquentielle du transfert courant après capteur / tension de l'induit : mesures et modèle ( $J_m = 1 \text{ kg.m}^2$ )**

Les réponses théorique et expérimentale sont identiques, la première étant décalée vers le haut de 88,4 dB. Il s'en déduit :

$$J_m = -88,4 \text{ dB}$$

$$J_m = 3,8 \cdot 10^{-5} \text{ kg.m}^2$$

La figure 3.11 présente les diagrammes de Bode en module des transferts théorique réel et mesuré, avec  $J_m = 3,8 \cdot 10^{-5} \text{ kg.m}^2$ .



**Figure 3.11 : Réponse fréquentielle du transfert courant après capteur / tension de l'induit : mesures et modèle ( $J_m = 3,8 \cdot 10^{-5} \text{ kg.m}^2$ )**

Les deux réponses sont quasiment superposées, ce qui valide la valeur de l'inertie  $J_m$  précédemment déterminée. A partir de cette valeur de  $J_m$  et des valeurs des constantes de temps  $\tau_m$  et  $\tau_e$  déterminées en 3.2.3.4, il est possible de calculer les valeurs de la résistance  $R$  et de l'inductance  $L$  de l'induit :

$$\begin{cases} R = 1,75 \Omega \\ L = 4,2 \text{ mH} \end{cases}$$

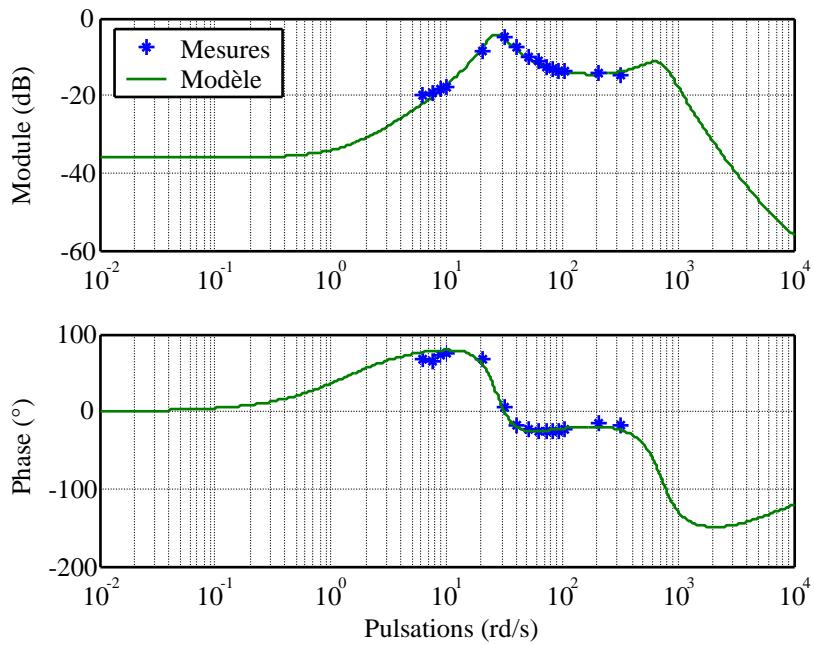
### 3.2.3.6 Détermination des paramètres des régulateurs de courant ( $K_i, T_i$ ) et de vitesse ( $K_v, T_v$ )

Afin de déterminer les quatre paramètres des deux régulateurs utilisés dans la boucle de commande, les diagrammes de Bode (module et phase) des transferts  $V_{\Omega_m}/V_c$  et  $V_i/V_c$  sont utilisés ici. En effet, à partir des relevés harmoniques expérimentaux, un programme d'optimisation (critère : minimisation de l'écart au carré) permet de faire se superposer au mieux les quatre tracés théoriques (deux diagrammes de Bode) sur les mesures recueillies, en jouant sur les paramètres  $K_v, T_v, K_i$  et  $T_i$ .

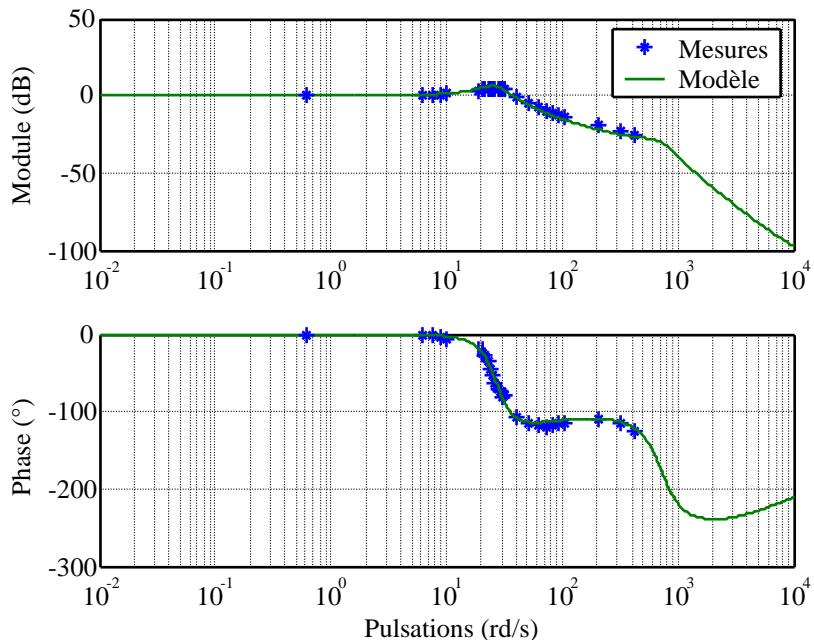
Les valeurs des gains des régulateurs rendues par l'optimisation sont les suivantes :

$$\begin{cases} K_i = 0,834 \\ T_i = 1,5 \cdot 10^{-4} \text{ s} \\ K_v = 0,175 \\ T_v = 0,0203 \text{ s} \end{cases}$$

Les figures 3.12 et 3.13 donnent les diagrammes de Bode des transferts  $V_{\Omega_m}/V_c$  et  $V_i/V_c$  obtenus expérimentalement et à partir des transferts théoriques.



**Figure 3.12 : Réponses fréquentielles du transfert courant (après capteur) / consigne : mesures et modèle**

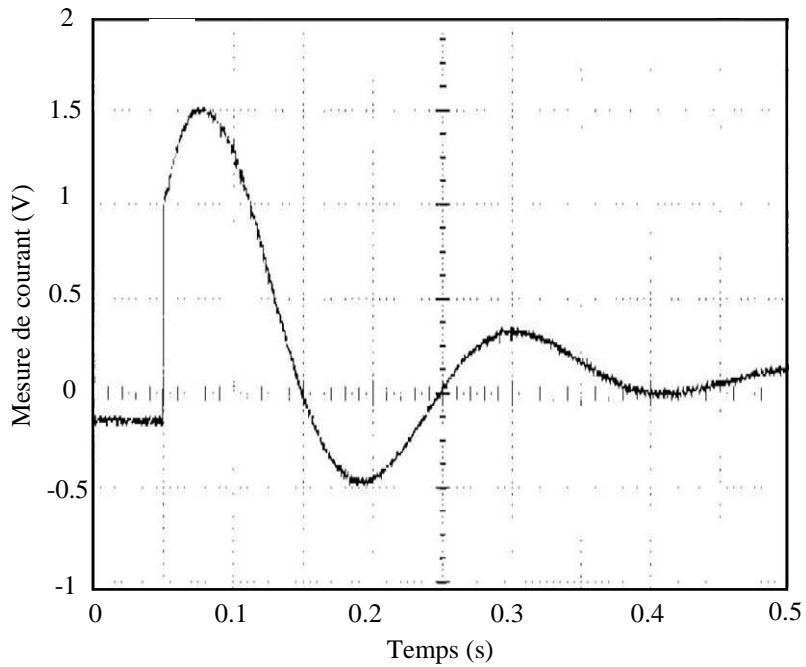


**Figure 3.13 : Réponses fréquentielles du transfert vitesse (après capteur) / consigne : mesures et modèle**

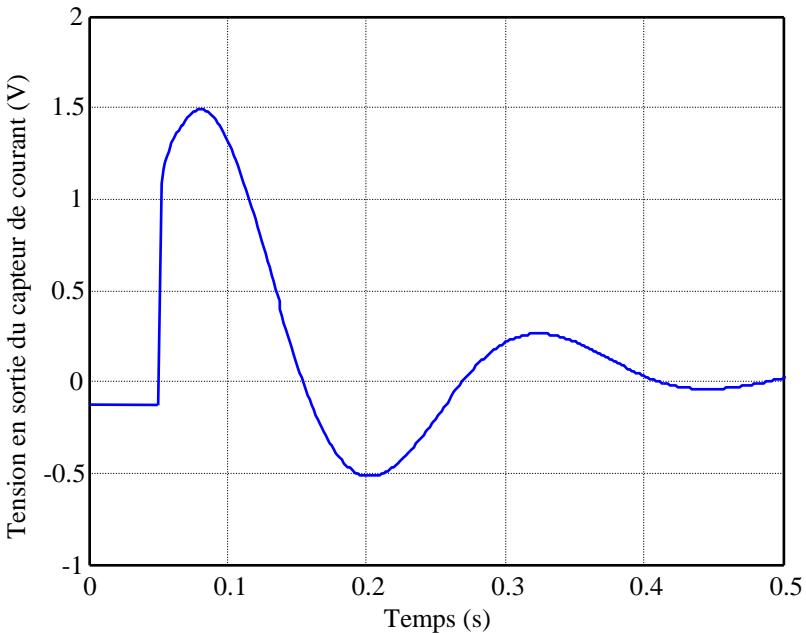
Les courbes obtenues à partir des modèles théoriques se superposent parfaitement sur les mesures. Cependant, en haute fréquence, le modèle obtenu présente une seconde résonance (les pôles des fonctions de transfert sont deux paires complexes conjuguées) due aux valeurs des paramètres  $K_v$ ,  $T_v$ ,  $K_i$  et  $T_i$  rendues par l'optimisation. Cette résonance théorique ne peut être validée par un relevé expérimental puisqu'elle se situe trop haute en pulsation. Pourtant, du fait de sa situation en pulsation ( $10^3$  rd/s) et de sa faible amplitude (-30 dB), celle-ci n'aura pas beaucoup d'influence et le modèle théorique peut être validé.

Enfin, comme cela a été vu précédemment, les pôles des fonctions de transfert sont deux paires complexes conjuguées. De plus, en basse fréquence, le relevé expérimental confirme la présence d'une résonance significative d'un fort dépassement en sortie en temporel, en réponse à un échelon de consigne, et donc synonyme d'un choix pour les paramètres  $K_v$ ,  $T_v$ ,  $K_i$  et  $T_i$  non optimal. Ces paramètres ont été fixés par le fournisseur de la carte de pilotage et ne peuvent pas être modifiés.

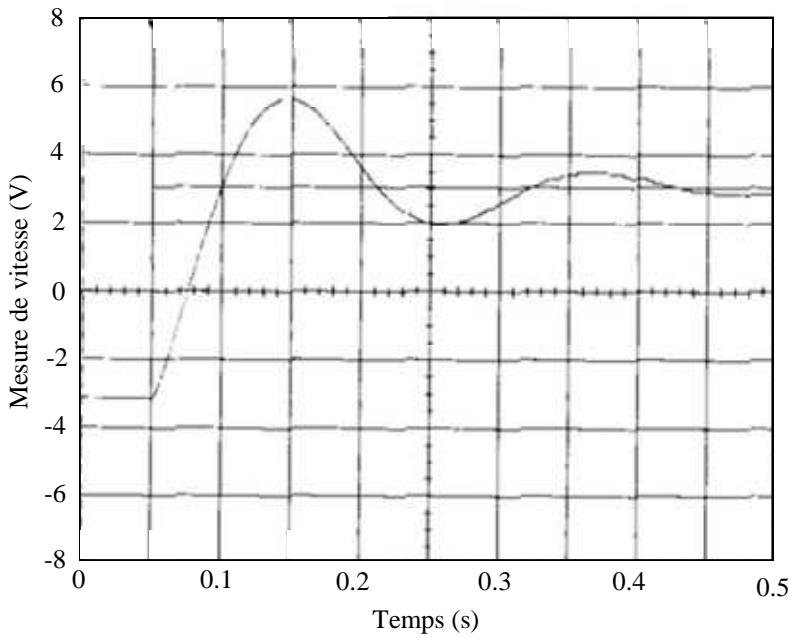
Les figures 3.14, 3.15, 3.16 et 3.17 présentent les réponses indicielles (échelon = 6 V) en vitesse et en courant obtenues expérimentalement et théoriquement.



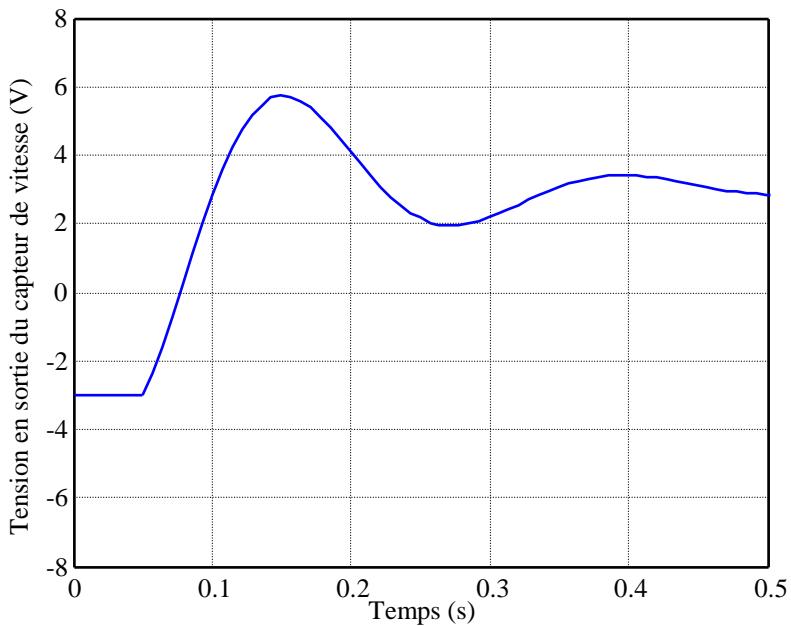
**Figure 3.14 : Réponse indicielle du transfert courant (après capteur) / consigne : mesures**



**Figure 3.15 : Réponse indicielle du transfert courant (après capteur) / consigne : modèle**



**Figure 3.16 : Réponse indicielle du transfert vitesse (après capteur) / consigne : mesures**



**Figure 3.17 : Réponse indicielle du transfert vitesse (après capteur) / consigne : modèle**

Les réponses théoriques et expérimentales sont très proches, ce qui valide le comportement du modèle théorique. De plus, les quatre figures font apparaître de forts dépassements pressentis du fait des choix des pôles des fonctions de transfert réalisés.

### 3.2.3.7 Bilan et valeurs numériques

Un récapitulatif des valeurs des paramètres déterminées au cours de ce paragraphe est fourni ici :

$$\left\{ \begin{array}{l} R = 1,75 \Omega \\ L = 4,2 \text{ mH} \\ K = 0,061 \text{ Nm/A ou V/rd/s} \\ J_m = 3,8 \cdot 10^{-5} \text{ kg.m}^2 \\ a_m = 5,2 \cdot 10^{-5} \text{ Nm/rd/s} \\ N = 91 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} g = 0,0205 \text{ V/rd/s} \\ C_i = 0,3785 \text{ V/A} \\ K_i = 0,834 \\ T_i = 1,5 \cdot 10^{-4} \text{ s} \\ K_v = 0,175 \\ T_v = 0,0203 \text{ s} \end{array} \right.$$

Avec ces valeurs de paramètres, les quatre transferts théoriques  $V_{\Omega_m}/U_m$ ,  $V_i/U_m$ ,  $V_{\Omega_m}/V_c$  et  $V_i/V_c$  peuvent être réécrits numériquement :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{V_{\Omega_m}}{U_m} = 0,328 \frac{1}{(1+0,0146p)(1+0,0029p)} \\ \frac{V_i}{U_m} = 0,0052 \frac{1+0,73p}{(1+0,0146p)(1+0,0029p)} \\ \frac{V_{\Omega_m}}{V_c} = \frac{(1+1,77 \cdot 10^{-4} p)(1+0,0207p)}{(0,0014p^2 + 0,0213p + 1)(1,93 \cdot 10^{-6} p^2 + 9,2 \cdot 10^{-4} p + 1)} \\ \frac{V_i}{V_c} = 0,0157 \frac{(1+1,77 \cdot 10^{-4} p)(1+0,0207p)(1+0,73p)}{(0,0014p^2 + 0,0213p + 1)(1,93 \cdot 10^{-6} p^2 + 9,2 \cdot 10^{-4} p + 1)} \end{array} \right.$$

### 3.2.4 Conclusion

Ce paragraphe a permis de présenter les caractéristiques du moyen d'essais utilisé dans la suite. Ainsi, à partir d'une étude théorique sur la caractérisation du moteur électrique à courant continu, un modèle mathématique représentant le comportement du banc a pu être établi. La suite de l'étude a consisté en l'identification des différents paramètres du modèle à partir de relevés temporels ou fréquentiels réalisés sur le banc. Enfin, la pertinence du modèle a pu être démontrée à partir de comparaisons de courbes théoriques et expérimentales.

## 3.3 Réalisation des essais frottement : mise en évidence des défauts du banc et solutions apportées

### 3.3.1 Introduction

Ce paragraphe présente les essais réalisés sur le banc. Plus précisément il donne les réponses caractéristiques du couple de frottement en fonction de la vitesse de glissement obtenues à partir d'un relevé statique (vitesse de glissement constante) d'une part, et dynamique (vitesse variable, ici selon un profil sinusoïdal) d'autre part, pour les disques d'embrayage humide utilisés sur véhicules. Cependant le couple de frottement n'est pas mesuré sur le banc. Il faut donc l'estimer à partir des mesures disponibles : les procédures d'estimation du couple de frottement pour les deux cas statique et dynamique font l'objet de la première partie de ce paragraphe. L'étude des réponses caractéristiques  $\Gamma_f(\Omega)$  est réalisée dans une deuxième partie. Elle fait apparaître des défauts technologiques qui sont mis en évidence à l'aide d'une analyse sur un modèle de simulation effectuée dans une troisième partie. Enfin le quatrième paragraphe présente les réponses caractéristiques obtenues sur le banc modifié.

### 3.3.2 Procédures d'estimation du couple de frottement à partir des mesures du courant et de la vitesse

#### 3.3.2.1 Procédure d'estimation du couple de frottement dans le cas statique

Le schéma-bloc de la figure 3.4 donne :

$$\Gamma_m - \frac{\Gamma_f}{N} = J_m \frac{d\Omega_m}{dt} \quad (3.10)$$

Avec :

$$\Gamma_m = Ki = \frac{K}{C_i} V_i$$

En régime statique ( $\Omega_m = C^{\text{te}}$ ), la relation (3.10) se réécrit :

$$\Gamma_f = N\Gamma_m$$

Soit :

$$\Gamma_f = N \frac{K}{C_i} V_i$$

D'autre part, la vitesse de glissement entre les deux disques n'est pas mesurée mais est identique à la vitesse du disque rotatif  $\Omega_{ch}$  puisque l'autre disque est immobile en rotation. Lorsque le moteur est piloté par la carte, seule la vitesse de l'arbre moteur  $\Omega_m$  est mesurée, et la vitesse du disque rotatif  $\Omega_{ch}$  est estimée par la relation donnée sur le schéma-bloc de la figure 3.4 :

$$\Omega_{ch} = \frac{V_{\Omega_m}}{gN}$$

Lorsque le moteur est piloté par le PC, seule la position de l'arbre moteur  $\theta_m$  est mesurée, et les vitesses moteur  $\Omega_m$  et du disque rotatif  $\Omega_{ch}$  sont estimées à partir de la dérivée numérique de  $\theta_m$  (formule d'Euler) :

$$\Omega_m[k] = \frac{\theta_m[k] - \theta_m[k-1]}{T_e}$$

$$\Omega_{ch}[k] = \frac{\Omega_m[k]}{N}$$

Finalement, pour obtenir un point de la courbe caractéristique  $\Gamma_f(\Omega_{ch})$ , il suffit de respecter la procédure suivante :

1. Choisir une vitesse  $\Omega_{ch_0}$  ;
2. Créer un échelon de consigne  $V_{c_0}(t)$  de manière à ce que la vitesse de rotation du disque soit effectivement  $\Omega_{ch_0}(t)$ , soit, dans le cas où le moteur est piloté par la carte :

$$V_{c_0}(t) = gN\Omega_{ch_0}(t)$$

3. Attendre que le régime établi soit atteint (il a été vu en 3.2.3.6 que la réponse indicielle du transfert  $V_{\Omega_m}/V_c$ , connaissait un fort dépassement) ;
4. Mesurer  $V_{\Omega_m}(t)$ , et en déduire  $\Omega_{ch_0}(t) = V_{\Omega_m}(t)/gN$ . Moyenner sur  $t$  la mesure  $\Omega_{ch_0}(t)$  pour n'obtenir qu'un seul point  $\Omega_{ch_0}$ . En effet, le point 2 permet de fixer approximativement la vitesse de rotation voulue. Mais un relevé de la vitesse permet de garantir une valeur plus précise ;
5. Mesurer  $V_{i_0}(t)$ , et en déduire  $\Gamma_{f_0}(t) = (NK/C_i)V_{i_0}(t)$ . Moyenner sur  $t$  la mesure  $\Gamma_{f_0}(t)$  pour n'obtenir qu'un seul point  $\Gamma_{f_0}$ .

Cette procédure est alors répétée pour recueillir un nombre de points permettant de tracer de façon suffisamment précise la réponse caractéristique  $\Gamma_f(\Omega_{ch})$  point par point.

### 3.3.2.2 Procédure d'estimation du couple de frottement dans le cas dynamique

Le schéma-bloc de la figure 3.4 donne :

$$\begin{cases} \Gamma_m - \frac{\Gamma_f}{N} = J_m \frac{d\Omega_m}{dt} \\ \Gamma_m = Ki = \frac{K}{C_i} V_i \\ V_{\Omega_m} = gN\Omega_{ch} \end{cases}$$

Ces trois relations permettent d'obtenir les estimateurs de couple de frottement  $\Gamma_f$  et de vitesse du disque rotatif  $\Omega_{ch}$  donnés ci-dessous :

$$\begin{cases} \Gamma_f = N(\frac{K}{C_i} V_i - J_m \frac{d\Omega_m}{dt}) \\ \Omega_{ch} = \frac{1}{gN} V_{\Omega_m} \end{cases}$$

La dérivée par rapport au temps de la vitesse moteur  $d\Omega_m/dt$  n'est pas mesurée. Elle peut être estimée à partir d'une dérivée numérique à quatre points (de préférence à une dérivée numérique d'Euler plus sensible aux bruits). Les équations des estimateurs se réécrivent alors de la façon suivante :

$$\begin{cases} \Gamma_f[k] = N(\frac{K}{C_i} V_i[k] - J_m \Omega_{der}[k]) \\ \Omega_{der}[k] = \frac{2V_{\Omega_m}[k+2] + V_{\Omega_m}[k+1] - V_{\Omega_m}[k-1] - 2V_{\Omega_m}[k-2]}{10gT_e} \\ \Omega_{ch}[k] = \frac{1}{gN} V_{\Omega_m}[k] \end{cases} \quad (3.11)$$

Avec :

$T_e$  = Période d'échantillonnage du système.

En régime dynamique, la vitesse  $\Omega_m$  est variable. Pour tracer une courbe caractéristique  $\Gamma_f(\Omega_{ch})$ , il suffit donc de créer une allure de variation de  $\Omega_{ch}$  via  $V_c$  (sinusoïde par exemple) et de faire l'acquisition de  $V_i$  et  $V_{\Omega_m}$ . A partir des formules (3.11),  $\Gamma_f$  et  $\Omega_{ch}$  sont reconstruits et permettent de tracer la courbe caractéristique  $\Gamma_f(\Omega_{ch})$ .

Toutefois, l'estimateur  $\Omega_{der}[k]$  impose d'avoir une mesure de vitesse la moins bruitée possible. Ainsi, afin d'éliminer une grande partie du bruit, un filtre moyenneur est utilisé :

$$\begin{cases} \Omega_{m_{filt}}[k] = \frac{V_{\Omega_m}[k] + V_{\Omega_m}[k-1] + \dots + V_{\Omega_m}[k-(N_f-1)]}{gN_f} \\ \Omega_{der}[k] = \frac{2\Omega_{m_{filt}}[k+2] + \Omega_{m_{filt}}[k+1] - \Omega_{m_{filt}}[k-1] - 2\Omega_{m_{filt}}[k-2]}{10T_e} \end{cases}$$

Avec :

$N_f$  = Nombre de points du filtre moyenneur.

La figure 3.18 permet de visualiser l'effet de ce filtrage. Elle présente dans le plan de gauche l'estimation de  $\Gamma_f$  à partir de la mesure  $V_{\Omega_m}$  non filtrée et d'une dérivée d'Euler, et dans le plan de droite  $\Gamma_f$  obtenue à partir de  $V_{\Omega_m}$  filtrée et d'une dérivée à quatre points.

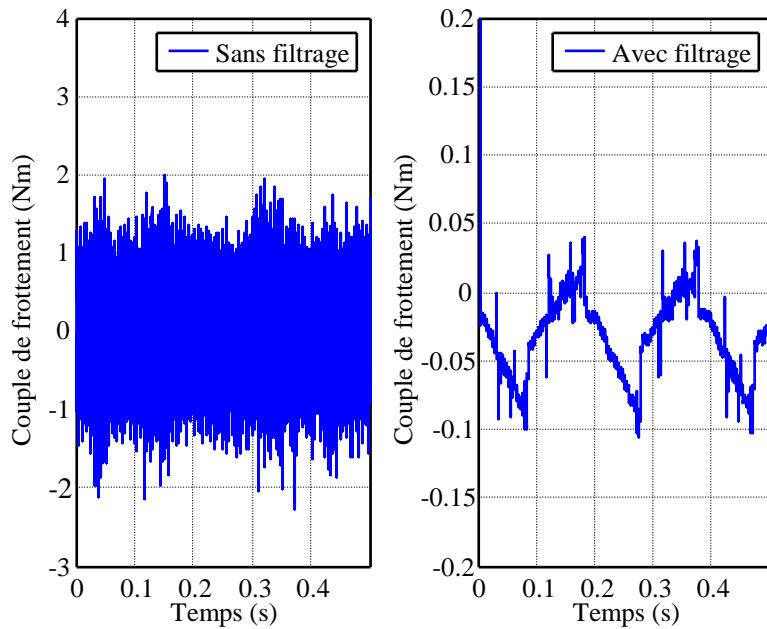


Figure 3.18 : Effet du filtrage pour l'estimation du couple de frottement

### 3.3.3 Essais de caractérisation du frottement sur la première version du banc

#### 3.3.3.1 Essais en configuration statique

Dans un premier temps, les frottements internes au moteur sont caractérisés. Pour cela, le couple de frottement  $\Gamma_{f_{int}}$  et la vitesse de charge  $\Omega_{ch}$  sont estimés à l'aide de la procédure présentée en 3.3.2.1, sans coller les disques d'embrayage. La figure 3.19 donne la réponse  $\Gamma_{f_{int}}(\Omega_{ch})$  caractérisant ces frottements internes.

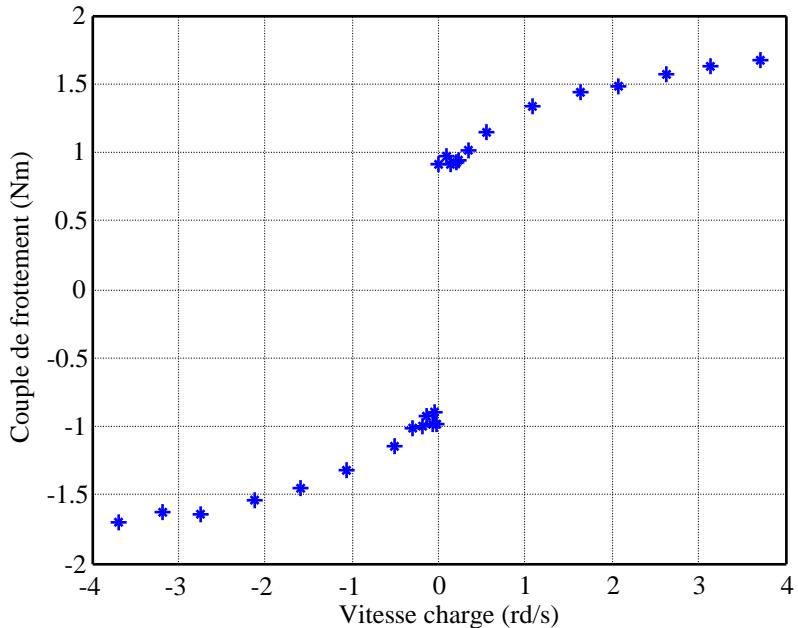
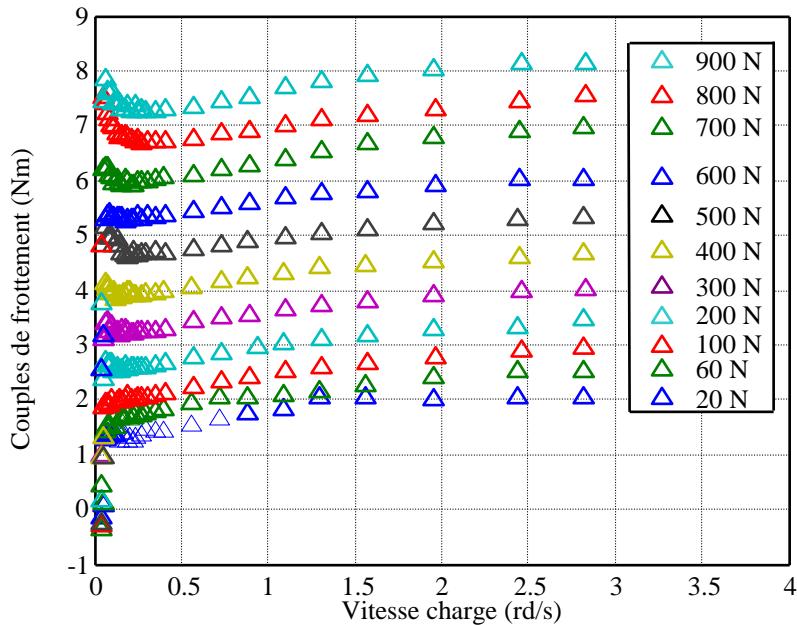


Figure 3.19 : Couple de frottement interne du moteur en régime statique

Dans la suite, les relevés présentés concernent les cas où les disques sont collés. Le couple de frottement donné est alors la somme du couple de frottement créé au niveau des disques avec celui créé par les frottements internes du moteur. Pour connaître le couple de frottement introduit par les disques uniquement, il faut donc retrancher à ces réponses celle liée aux frottements internes donnée figure 3.19.

Les disques sont donc maintenant mis en contact de manière à engendrer un couple de frottement. Plusieurs essais sont réalisés : à l'aide du vernier, plusieurs niveaux de pression sont appliqués. Ainsi, douze relevés sont effectués, avec des forces normales variant de 20 N à 900 N. La figure 3.20 présente ces relevés.



**Figure 3.20 : Couple de frottement en fonction de la vitesse de charge pour différentes valeurs de la force normale**

Les relevés de la figure 3.20 font apparaître les principaux phénomènes physiques présentés au chapitre 2 :

- Frottement statique à dépasser pour initier le glissement ;
- Effet Stribeck aux faibles vitesses ;
- Frottements visqueux aux vitesses élevées.

D'autre part, les allures des différentes courbes sont identiques, celles-ci étant différentes seulement en amplitude puisque le couple de frottement dépend linéairement de l'effort normal (voir 2.2.2).

A partir des courbes de la figure 3.20, il est possible de déterminer le coefficient de frottement  $\mu(\Omega_{ch})$ . En effet :

$$\Gamma_f(\Omega_{ch}) = \mu(\Omega_{ch}) R_{eq} F_N$$

Avec :

$\Gamma_f$  = Couple de frottement ;

$F_N$  = Force normale ;

$R_{eq}$  = Rayon équivalent des disques d'embrayage.

Ainsi, quel que soit l'essai considéré parmi les douze réalisés, les réponses caractéristiques  $\mu(\Omega_{ch})$  doivent être identiques.

Pour pouvoir tracer ces réponses, il reste à déterminer le rayon équivalent des disques d'embrayage utilisés. La pression exercée au niveau des disques est donnée par la relation :

$$P_0 = \frac{F_N}{S_{contact}} = \frac{F_N}{\pi(r_2^2 - r_1^2)}$$

Avec :

$P_0$  = Pression de contact ;

$S_{contact}$  =  $S$  = Surface de contact = Surface de la couronne du disque d'embrayage ;

$r_1, r_2$  = Rayons respectifs interne et externe de la couronne du disque d'embrayage.

La pression est considérée constante ici. Cela implique que les deux disques en contact doivent l'être de façon homogène sur toute leur surface, et donc que ceux-ci soient parfaitement parallèles.

En considérant les éléments différentiels :

$$dF_N = P_0 dS$$

$$\Rightarrow dF_N = \frac{F_N}{\pi(r_2^2 - r_1^2)} dS$$

A partir de  $dF_N$ , il est possible de reconstruire  $d\Gamma_f$  :

$$d\Gamma_f = \mu r dF_N$$

$$d\Gamma_f = \frac{\mu F_N r}{\pi(r_2^2 - r_1^2)} dS$$

En intégrant l'élément différentiel  $d\Gamma_f$  (coordonnées polaires) :

$$\Gamma_f = \int_{r_1}^{r_2} \int_0^{2\pi} \frac{\mu F_N}{\pi(r_2^2 - r_1^2)} r^2 dr d\theta$$

$$\Gamma_f = \frac{2}{3} \frac{r_2^3 - r_1^3}{r_2^2 - r_1^2} \mu F_N$$

Et le rayon équivalent  $R_{eq}$  est alors donné par :

$$R_{eq} = \frac{2}{3} \frac{r_2^3 - r_1^3}{r_2^2 - r_1^2}$$

Le coefficient de frottement  $\mu(\Omega_{ch})$  caractérisant les disques, peut donc être calculé en utilisant :

$$\mu(\Omega_{ch}) = \frac{\Gamma_f(\Omega_{ch}) - \Gamma_{f_{int}}(\Omega_{ch})}{F_N R_{eq}}$$

Avec :

$\Gamma_{f_{int}}(\Omega_{ch})$  = Couple de frottements internes du moteur.

La figure 3.21 présente le tracé  $\mu = f(\Omega_{ch})$  pour les douze essais précédemment réalisés.

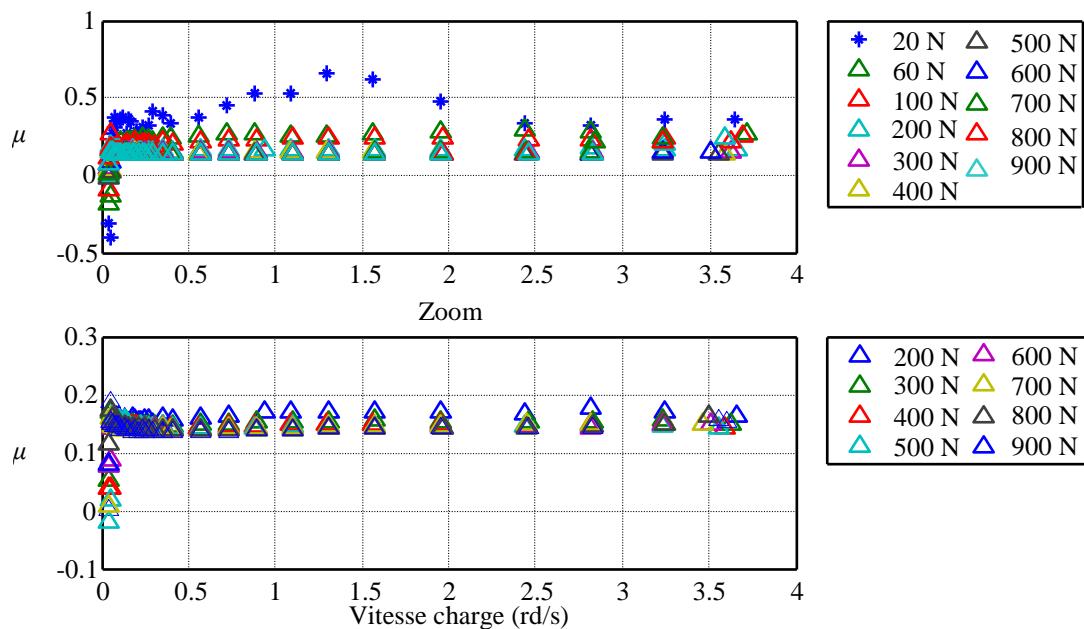


Figure 3.21 : Coefficient de frottement en fonction de la vitesse de charge

Globalement, le coefficient de frottement est constant d'un essai à l'autre, ce qui est conforme à ce qui était attendu et qui tend donc à valider la pertinence des relevés expérimentaux. L'essai donnant les moins bons résultats est celui associé à une force normale de 20 N. En effet, pour cette force de pression, trop faible, le frottement total est très peu différent du frottement interne au moteur (le frottement au niveau des disques est très faible). Ainsi, la soustraction de ces deux mesures donne un résultat trop proche de zéro, et donc trop sensible

aux erreurs de mesure.

En règle générale, les meilleurs résultats pour la courbe caractéristique de  $\mu(\Omega_{ch})$  sont obtenus pour des forces de pressions  $F_N$  élevées, c'est-à-dire lorsque le frottement au niveau des disques devient suffisamment supérieur aux frottements internes du moteur.

Enfin, la valeur de  $\mu$  comprise entre 0,1 et 0,2 est tout à fait en accord avec les valeurs fournies généralement par les constructeurs pour un coefficient de frottement.

### 3.3.3.2 Essais en configuration dynamique

Un seul essai dynamique est considéré dans la suite : le cas d'une consigne de vitesse sinusoïdale engendrant une vitesse de l'arbre de charge d'amplitude 3 rd/s (donc une vitesse moteur de 273 rd/s) et de fréquence 0,2 Hz, avec un effort normal de 700 N.

La figure 3.22 présente les évolutions temporelles des grandeurs  $\Omega_m$ ,  $i$  et  $\Gamma_f$ .

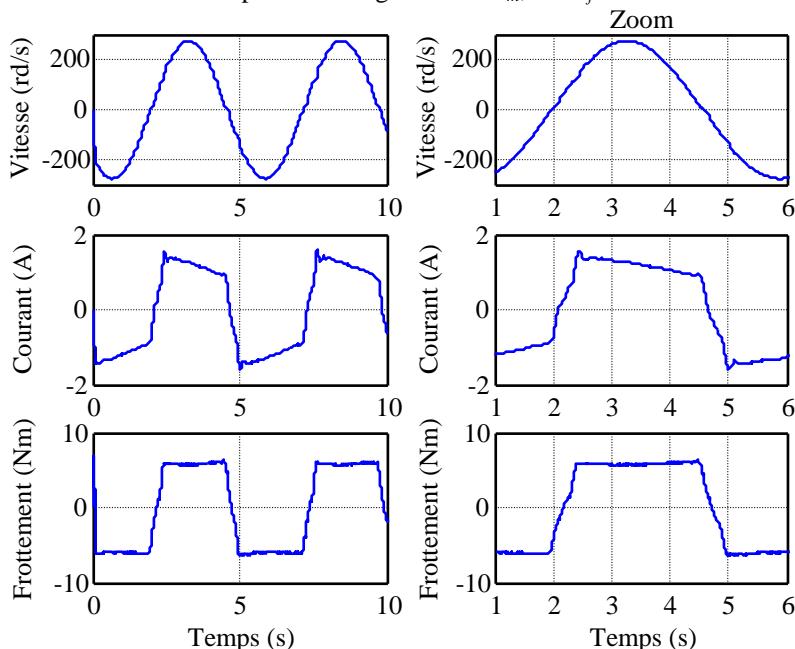
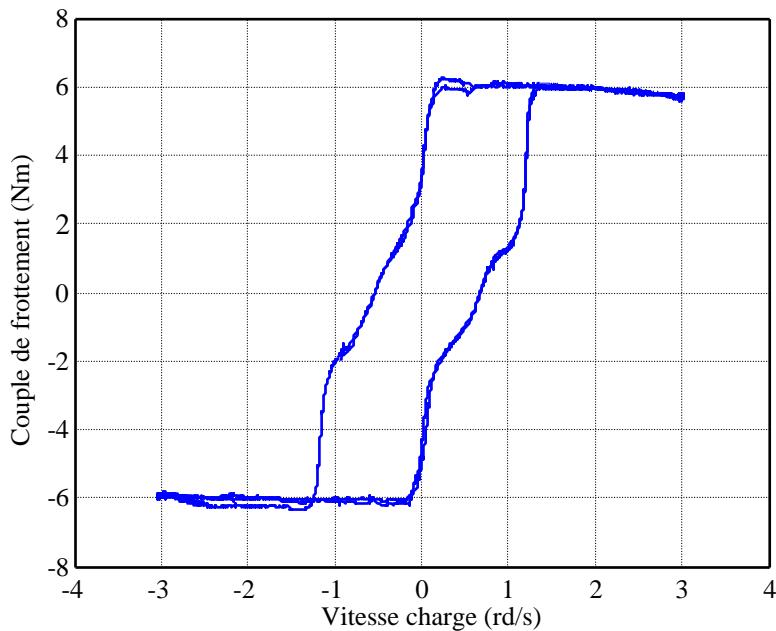


Figure 3.22 : Vitesse, courant et couple de frottement estimé en fonction du temps

Sur ces réponses, le couple de frottement change de signe en même temps que la vitesse, ce qui assure que le frottement s'oppose au mouvement. De plus, le couple sature à un niveau constant à partir d'une certaine valeur de la vitesse, ce qui est caractéristique de la présence d'un frottement de Coulomb. Cependant, au moment du changement de signe de la vitesse, la pente de la courbe  $\Gamma_f(t)$  est assez faible alors qu'au contraire, il était attendu qu'elle soit très grande dans cette situation, de façon à assurer une commutation rapide d'une valeur négative du couple de frottement à une valeur positive. Ceci préfigure d'une transition lente lors de la commutation entre phases de glissement positif et négatif, qui ne correspond pas au comportement réel attendu.

La figure 3.23 corrobore cette conclusion. Elle présente la réponse caractéristique  $\Gamma_f(\Omega_{ch})$ .



**Figure 3.23 : Couple de frottement estimé en fonction de la vitesse**

Les niveaux de saturation du couple de frottement pour les cas des vitesses constante (voir 3.3.3.1) et variable pour une même force normale appliquée (700 N) sont quasiment identiques (6 Nm). Cependant, la réponse de la figure 3.23 fait apparaître un problème important avec la présence d'un cycle d'hystérésis autour de la vitesse nulle assurant les transitions entre phases de collage et de glissement. Or, d'après l'étude théorique, ces transitions devraient être quasi instantanées, de façon à représenter les phases de collage (qui n'existent pas si on se fie au relevé de la figure 3.23). Cette courbe fait donc apparaître un défaut dans la procédure de mesure du couple de frottement en régime dynamique, défaut qui semble trouver son origine dans des problèmes mécaniques au niveau du banc.

### 3.3.3.3 Hypothèses quant aux sources d'erreurs sur la mesure du couple de frottement en régime dynamique

Le paragraphe 3.3.3.2 a mis en évidence le fait que les essais dynamiques n'aboutissent pas aux résultats attendus. Trois hypothèses peuvent être proposées pour expliquer ce problème :

- L'estimation du couple de frottement en régime dynamique est beaucoup moins précise que dans le cas statique. En effet, cette estimation dans le cas des régimes variables, fait intervenir des grandeurs fortement bruitées avec la vitesse de glissement, et surtout sa dérivée numérique. Bien que le traitement présenté en 3.3.2.2 permette d'éliminer une grande partie du bruit, l'estimation du couple de frottement en régimes variables reste de moins bonne qualité que son équivalente en régime statique ;
- Certaines dynamiques négligées jouent peut-être un rôle plus important que ce qui était attendu. Ainsi, la torsion des arbres portant les disques pourrait avoir une influence sur l'estimation de la valeur du couple de frottement ;
- Un jeu introduisant une liberté en rotation du disque lié au vernier a pu être identifié. Celui-ci semble être dû à une mauvaise fixation du disque d'embrayage sur l'arbre guidé par le vernier. Ainsi, lors du changement de signe de vitesse, le jeu permet au disque « fixe » de suivre le mouvement du disque de charge sur une certaine course (jusqu'à ce que le jeu atteigne un niveau de butée) et donc le frottement est moins important durant ce phénomène transitoire.

Le paragraphe suivant étudie plus précisément l'influence de ces deux dernières sources d'erreur sur le relevé du couple de frottement en régimes variables.

### 3.3.4 Etude de l'influence du jeu et des phénomènes de torsion d'arbres sur l'estimation du couple de frottement et de la vitesse de glissement

#### 3.3.4.1 Influence du jeu

De manière à évaluer son influence, le jeu au niveau du disque fixe est pris en compte dans le modèle de simulation du banc.

### 3.3.4.1.1 Mise en équations

Les relations suivantes, données en (3.8), décrivent le comportement de la partie mécanique du banc :

$$\begin{cases} J_m \frac{d\Omega_m}{dt} = \Gamma_m - \frac{\Gamma_f}{N} \\ \Omega_{ch} = \frac{\Omega_m}{N} \end{cases}$$

L'introduction d'un jeu au niveau du disque fixe revient à considérer que ce disque peut être en mouvement sur toute l'amplitude du jeu  $\theta_{jeu}$ , puis fixe lorsque celui-ci arrive en butée  $\theta_{jeu}/2$ . Ce comportement peut alors être décrit par les équations suivantes :

$$\begin{cases} J_{df} \frac{d\Omega_{df}}{dt} = \Gamma_f & \text{si } (\theta_{df} < \frac{\theta_{jeu}}{2} \text{ ET } \Gamma_f > 0) \text{ OU } (\theta_{df} > -\frac{\theta_{jeu}}{2} \text{ ET } \Gamma_f < 0) \\ \Omega_{df} = 0 & \text{si } (\theta_{df} = \frac{\theta_{jeu}}{2} \text{ ET } \Gamma_f > 0) \text{ OU } (\theta_{df} = -\frac{\theta_{jeu}}{2} \text{ ET } \Gamma_f < 0) \end{cases} \quad (3.12)$$

Avec :

$\Omega_{df}$  = Vitesse du disque fixe ;

$\theta_{df}$  = Position du disque fixe ;

$J_{df}$  = Inertie du disque fixe (considérée égale à celle du moteur) ;

$\theta_{jeu}$  = Amplitude du jeu (égale à +/- 1° ici).

Ainsi, alors que la vitesse de glissement est égale à la vitesse de rotation du disque tournant lorsque le jeu n'est pas pris en compte ( $\Delta\Omega = \Omega_{ch}$ ), celle-ci est donnée, en présence de jeu, par :

$$\Delta\Omega = \Omega_{ch} - \Omega_{df}$$

Le schéma-bloc représentant le comportement de la partie mécanique du banc lorsque le jeu au niveau du disque fixe est considéré, est donné figure 3.24.

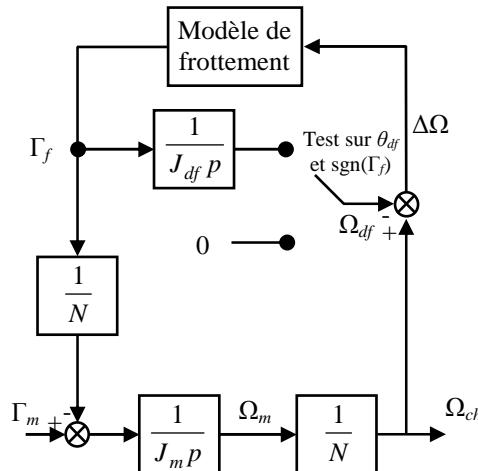


Figure 3.24 : Schéma-bloc de la partie mécanique du banc prenant en compte le jeu au niveau du disque fixe

### 3.3.4.1.2 Résultats de simulation

Pour se placer dans la même configuration que lors des essais à vitesse variable (voir 3.3.3.2), la même consigne est utilisée ici en simulation.

Pour valider le comportement du modèle de jeu, l'évolution des positions des deux disques est présentée sur la figure 3.25.

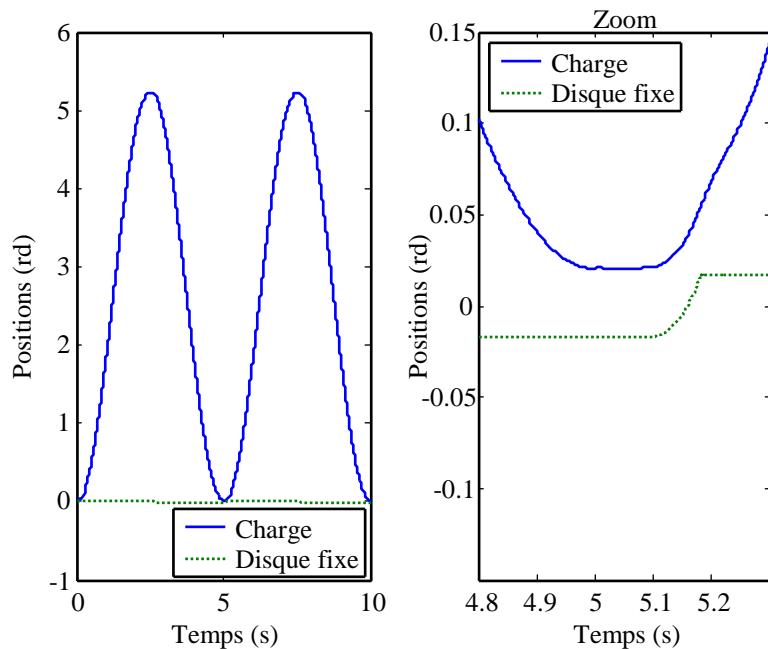


Figure 3.25 : Positions des deux disques en fonction du temps

Conformément à la consigne, le disque libre en rotation connaît un déplacement sinusoïdal. Le zoom sur la position du disque fixe fait apparaître clairement que celui-ci est en butée ( $|\theta_{jeu}/2| = 1^\circ$ , soit  $0.017$  rad) lorsque le disque de charge se déplace dans un sens. Puis les deux disques évoluent de la même façon lorsque le mouvement change de sens (c'est-à-dire lorsque la position du disque de charge change de sens de variation, ici à  $t = 5,1$  s) et ce sur toute l'amplitude du jeu.

L'évolution des différentes vitesses mises en jeu dans le modèle est donnée figure 3.26.

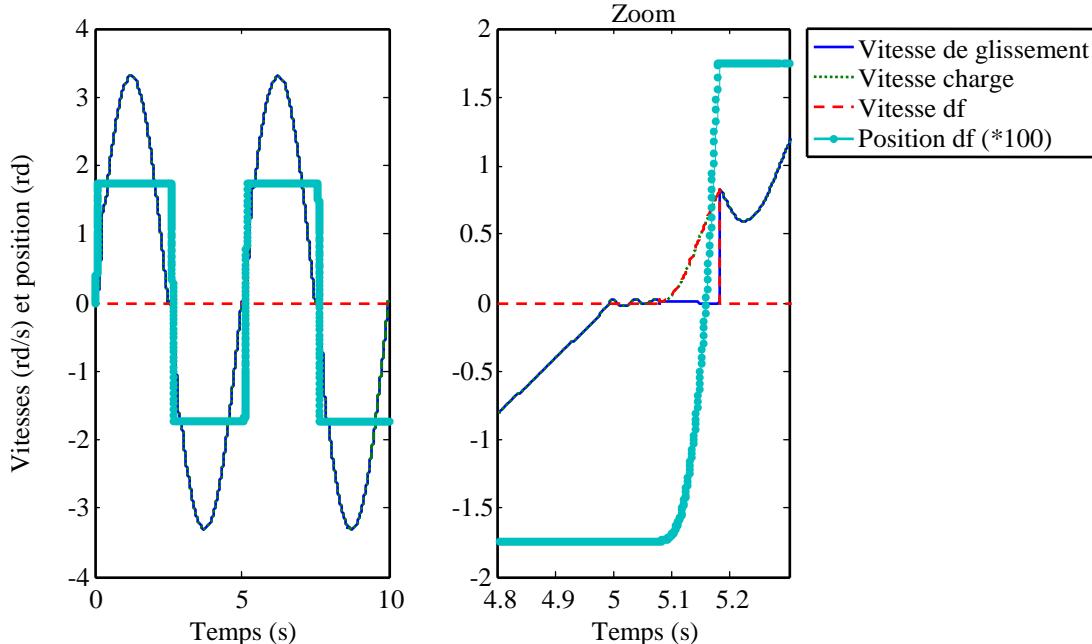
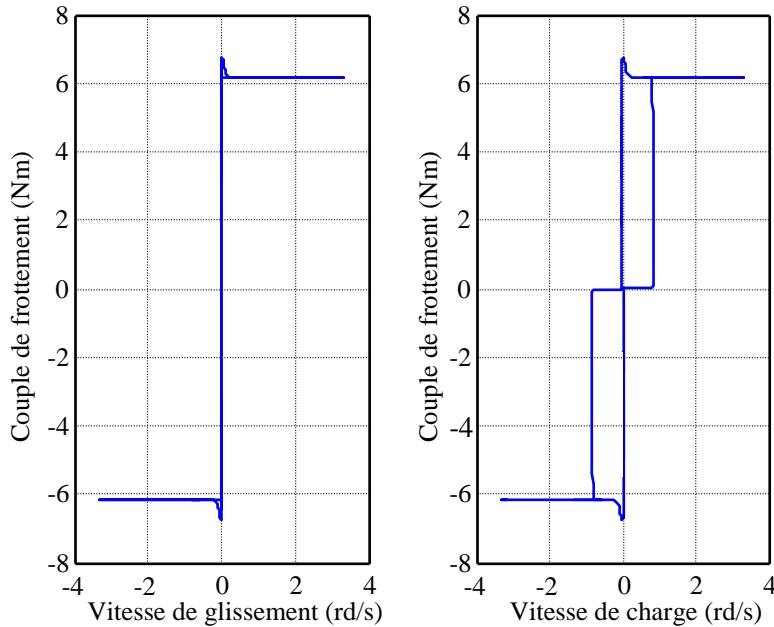


Figure 3.26 : Vitesses des deux disques et vitesse relative en fonction du temps

La position du disque fixe (df) a également été représentée afin de rendre plus visuels les moments où le jeu intervient. La vitesse de charge est conforme à la consigne demandée. La vitesse du disque fixe est nulle partout, excepté lorsque la vitesse du disque de charge change de signe : l'effet du jeu implique alors que la vitesse du disque fixe devient égale à celle du disque tournant. En conclusion, la vitesse de glissement est donc identique à la vitesse de charge lorsque le disque fixe est en butée, et est nulle dans le jeu, ce qui correspond au comportement attendu.

Ainsi, il apparaît ici un des problèmes principaux du banc d'essais. En effet, les courbes caractéristiques théoriques représentent le couple de frottement en fonction de la vitesse de glissement au niveau des disques. Dans le cas idéal (pas de jeu, pas de torsion), celle-ci est identique à la vitesse charge, soit la vitesse moteur au gain du réducteur près, dont on mesure la valeur à l'aide du capteur de vitesse de la carte de pilotage du moteur. Or ici, à cause de l'effet du jeu, il apparaît clairement sur la figure 3.26 que les vitesses de glissement et de charge sont différentes.

La figure 3.27 présente les courbes du couple de frottement en fonction respectivement des vitesses de glissement et de charge, en simulation.



**Figure 3.27 : Couple de frottement en fonction des vitesses charge et de glissement**

Le tracé réalisé à partir de la vitesse de glissement est tout à fait conforme aux attentes théoriques (voir chapitre 2). Au contraire, celui réalisé à partir de la vitesse de charge fait apparaître des cycles pour les vitesses faibles. Ces cycles sont dus au fait que dans le jeu, la vitesse de charge évolue, alors que le frottement est nul puisque la vitesse de glissement l'est également.

### 3.3.4.1.3 Conclusion

L'effet principal du jeu résulte dans le fait qu'il crée une vitesse de glissement différente de la vitesse de charge. Ainsi, lorsque le couple de frottement est tracé en fonction de cette vitesse de charge, ce qui est fait sur le banc, il est logique qu'il apparaîsse des phénomènes parasites tels que ceux vus sur la figure 3.27.

### 3.3.4.2 Influence des phénomènes de torsion d'arbres

De manière à évaluer leur influence, les phénomènes de torsion de l'arbre portant le disque rotatif sont pris en compte dans le modèle de simulation du banc.

#### 3.3.4.2.1 Mise en équations

Les relations suivantes, données en (3.8) décrivent le comportement de la partie mécanique du banc :

$$\begin{cases} J_m \frac{d\Omega_m}{dt} = \Gamma_m - \frac{\Gamma_f}{N} \\ \Omega_{ch} = \frac{\Omega_m}{N} \end{cases}$$

La modélisation des phénomènes de torsion de l'arbre portant le disque rotatif différencie les vitesses en sortie de réducteur  $\Omega_{red}$  et du disque tournant  $\Omega_{ch}$  :

$$\begin{cases} J_m \frac{d\Omega_m}{dt} = \Gamma_m - \frac{K_{raid}}{N}(\theta_{red} - \theta_{ch}) \\ \Omega_{red} = \frac{1}{N}\Omega_m \\ J_{ch} \frac{d\Omega_{ch}}{dt} = \frac{K_{raid}}{N}(\theta_{red} - \theta_{ch}) - \Gamma_f \end{cases} \quad (3.13)$$

Avec :

$\Omega_{red}, \theta_{red}$  = Vitesse de rotation et position angulaire de l'arbre de sortie du réducteur ;

$\Omega_{ch}, \theta_{ch}$  = Vitesse de rotation et position angulaire du disque tournant ;

$K_{raid}$  = Coefficient de raideur d'arbre ;

$J_{ch}$  = Inertie du disque tournant.

La valeur du gain  $K_{raid}$ , calculée à partir de la formule classique de la résistance des matériaux et des caractéristiques de l'arbre portant le disque tournant sur le banc, est de  $2,4 \text{ Nm}^2$ .

Ainsi, alors que la vitesse de glissement est égale à la vitesse de rotation du disque tournant  $\Omega_{red}$  lorsque les phénomènes de torsion sont négligés, celle-ci est donnée, lorsqu'ils sont pris en compte, par :

$$\Delta\Omega = \Omega_{ch}$$

Le schéma-bloc représentant le comportement de la partie mécanique du banc lorsque les phénomènes de torsion d'arbre sont pris en compte, est donné figure 3.28.

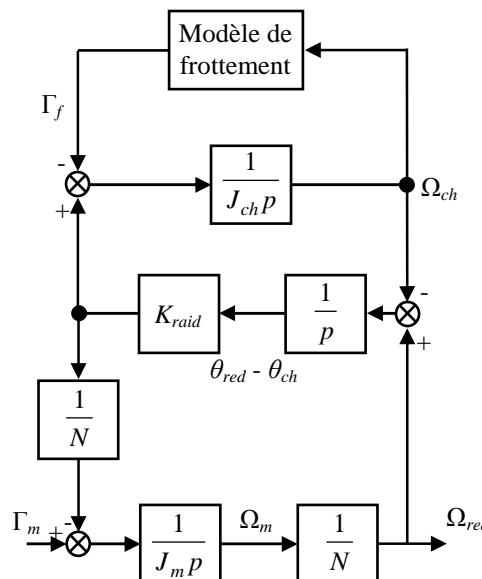
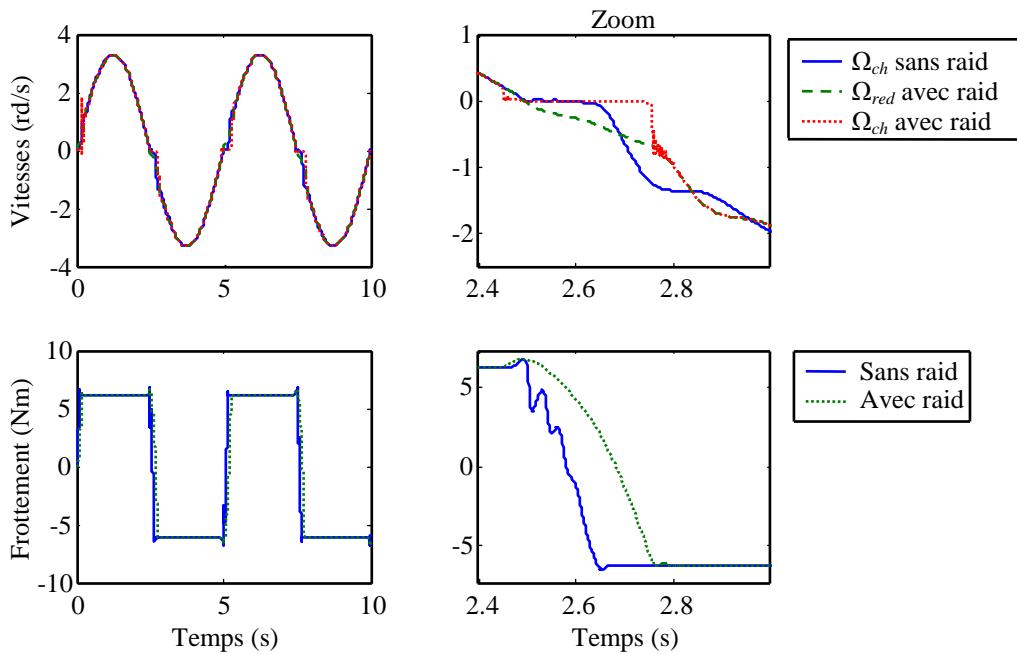


Figure 3.28 : Schéma-bloc de la partie mécanique du banc prenant en compte les phénomènes de torsion de l'arbre portant le disque rotatif

### 3.3.4.2.2 Résultats de simulation

La même consigne de vitesse que celle présentée en 3.3.4.1.2 est utilisée ici.

La figure 3.29 présente les allures temporelles des différentes vitesses de rotation mises en jeu, ainsi que celles du couple de frottement



**Figure 3.29 : Vitesses de charge, vitesse du réducteur et couples de frottement dans les cas avec et sans modélisation de la torsion d'arbre**

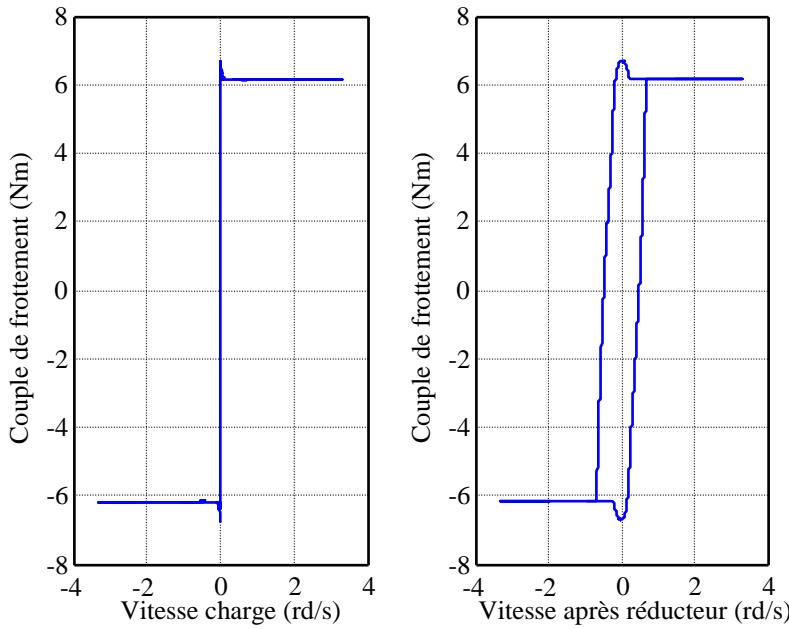
Toutes les vitesses sont bien sinusoïdales, d'amplitude identique conforme à la consigne demandée. Cependant, les réponses diffèrent au voisinage de zéro.

La vitesse de charge dans le cas où les phénomènes de torsion d'arbre ne sont pas pris en compte, est équivalente à la vitesse moteur au gain du réducteur près. Lorsque cette vitesse change de signe, le modèle de frottement, qui teste le signe de la vitesse, fait transiter le couple d'une situation de saturation d'un côté (glissement) vers une saturation opposée. Durant toute cette phase, le système est en situation de collage, c'est-à-dire que le couple moteur  $\Gamma_m$  annule parfaitement le couple de frottement  $\Gamma_f$ . Ainsi, la vitesse de charge reste nulle lors de cette phase de transition, ce qui apparaît clairement sur la figure 3.29.

Dans le cas du modèle avec raideur, le même comportement est observé pour la vitesse de charge, la différence venant de la transition plus lente du fait de l'action de la raideur de torsion. Cependant, le comportement de la vitesse après réducteur, c'est-à-dire de la vitesse moteur au gain du réducteur près, est tout autre. En effet, l'arbre, qui s'était déformé et était resté étiré dans une certaine position tant qu'il tournait dans le même sens de rotation, revient vers une position d'équilibre avant d'être étiré dans l'autre sens. Ainsi, alors que la position du disque de charge est figée dans cette zone, la position au niveau de l'arbre du réducteur évolue, engendrant de fait une certaine vitesse.

En conclusion, comme pour le cas avec jeu mais sous une autre mesure, les vitesses du moteur et du disque tournant (égale à la vitesse de glissement) sont différentes lorsque les phénomènes de torsion d'arbre sont pris en compte. Le tracé d'une courbe caractéristique couple de frottement / vitesse doit être réalisé à partir de la vitesse de charge. Or, sur le banc d'essais, seule la vitesse du moteur, via le capteur de la carte de pilotage, est mesurée.

La figure 3.30 présente ces courbes caractéristiques pour les deux vitesses étudiées.



**Figure 3.30 : Couple de frottement en fonction des vitesses au niveau du réducteur et du disque**

Le tracé réalisé à partir de la vitesse de charge fait apparaître une réponse conforme à la théorie, pour les raisons évoquées précédemment. A l'opposé, dans le cas de la vitesse après réducteur, il apparaît l'équivalent d'un cycle d'hystérésis. Celui-ci s'explique par le fait que lors de la transition du couple de frottement, cette vitesse évolue également lentement, ce qui n'est pas le cas de la vitesse charge qui reste nulle.

### 3.3.4.2.3 Conclusion

L'effet principal de la torsion de l'arbre portant le disque rotatif résulte dans le fait qu'il crée une vitesse de glissement différente de la vitesse après réducteur. Ainsi, lorsque le couple de frottement est tracé en fonction de cette vitesse après réducteur, ce qui est fait sur le banc, il est logique qu'il apparaisse des phénomènes parasites tels que ceux visualisés sur la figure 3.30.

### 3.3.4.3 Influence des deux phénomènes pris en compte en même temps

Les deux phénomènes présentés en 3.3.4.1 et 3.3.4.2 sont maintenant modélisés en même temps.

#### 3.3.4.3.1 Mise en équations

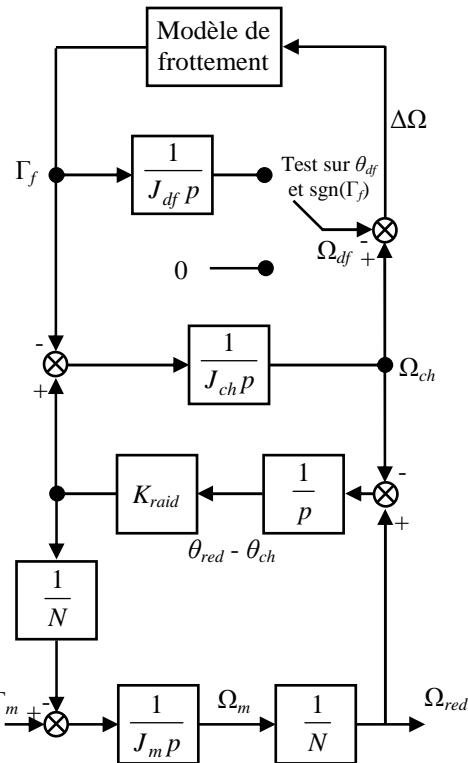
Les équations permettant de modéliser les deux phénomènes en même temps se déduisent des relations (3.12) et (3.13) :

$$\begin{cases} J_m \frac{d\Omega_m}{dt} = \Gamma_m - \frac{K_{raid}}{N} (\theta_{red} - \theta_{ch}) \\ \Omega_{red} = \frac{1}{N} \Omega_m \\ J_{ch} \frac{d\Omega_{ch}}{dt} = \frac{K_{raid}}{N} (\theta_{red} - \theta_{ch}) - \Gamma_f \\ \begin{cases} J_{df} \frac{d\Omega_{df}}{dt} = \Gamma_f & \text{si } (\theta_{df} < \frac{\theta_{jeu}}{2} \text{ ET } \Gamma_f > 0) \text{ OU } (\theta_{df} > -\frac{\theta_{jeu}}{2} \text{ ET } \Gamma_f < 0) \\ \Omega_{df} = 0 & \text{si } (\theta_{df} = \frac{\theta_{jeu}}{2} \text{ ET } \Gamma_f > 0) \text{ OU } (\theta_{df} = -\frac{\theta_{jeu}}{2} \text{ ET } \Gamma_f < 0) \end{cases} \end{cases}$$

La vitesse de glissement est alors donnée par :

$$\Delta\Omega = \Omega_{ch} - \Omega_{df}$$

Le schéma-bloc décrivant la partie mécanique du banc lorsque les deux phénomènes sont pris en compte, est donné figure 3.31.

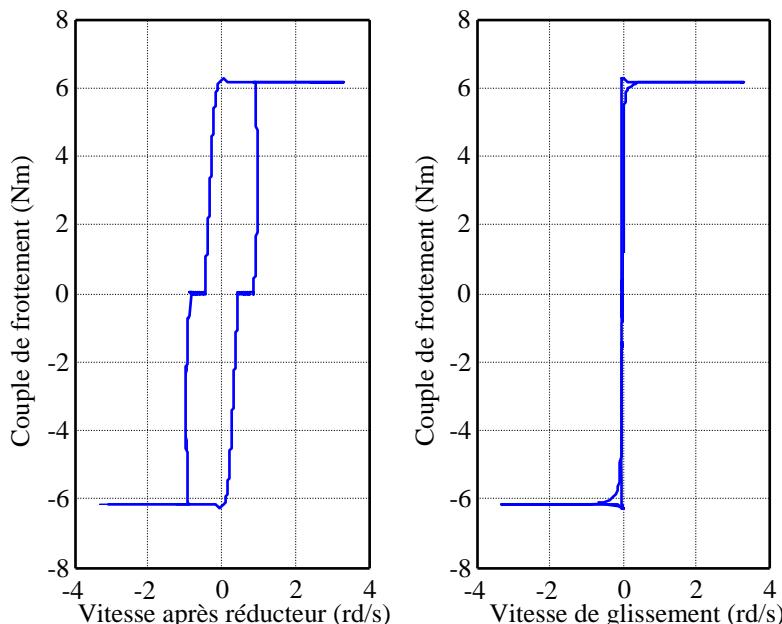


**Figure 3.31 : Schéma-bloc de la partie mécanique du banc prenant en compte les deux phénomènes parasites en même temps**

### 3.3.4.3.2 Résultats de simulation

La consigne utilisée ici est la même que celle des paragraphes 3.3.4.1.2 ou 3.3.4.2.2.

La figure 3.32 présente les courbes du couple de frottement en fonction des vitesses après réducteur (c'est-à-dire celle qui est mesurée sur le banc) et de glissement, estimés à partir de relevés réalisés sur le modèle du banc prenant en compte en même temps les phénomènes de jeu et de torsion d'arbre.



**Figure 3.32 : Couple de frottement en fonction des vitesses après réducteur et de glissement**

Les réponses obtenues sur la figure 3.32 sont très différentes. Le tracé réalisé à partir de la vitesse de glissement

fait apparaître une courbe couple de frottement / vitesse tout à fait conforme aux courbes théoriques, avec une allure proche d'une fonction signe. Lorsque la vitesse après réducteur est utilisée en abscisse, des cycles d'hystérésis apparaissent. Ces mêmes cycles sont observés sur les relevés expérimentaux, comme le montre la figure 3.23. Cette similitude des réponses pour les cas expérimentaux et simulés tend à prouver que l'origine de ces cycles serait liée aux phénomènes de jeu au niveau du disque fixe et de torsion de l'arbre rotatif.

### 3.3.4.3 Conclusion

L'effet simultané des deux phénomènes étudiés indépendamment précédemment, perturbe de façon assez importante les réponses couple de frottement / vitesse. Il semble donc essentiel de modifier la structure du banc d'essais afin de réduire le plus possible leur influence.

## 3.3.5 Amélioration du banc et nouveaux essais

### 3.3.5.1 Introduction

L'étude menée au paragraphe 3.3.4 a permis de mettre en évidence les problèmes principaux du banc d'essais. Ainsi, les phénomènes tels que le jeu ou la torsion de l'arbre rotatif, apparaissent comme des éléments perturbateurs importants. En effet, en désolidarisant des éléments constitutifs du banc, ils créent des vitesses de rotation différentes selon les points où elles sont mesurées : arbre moteur, disque de charge, interface des deux disques. Or physiquement, le seul organe dont la vitesse est mesurée est l'arbre moteur, alors qu'il faudrait mesurer la vitesse à l'interface. Ainsi, en traçant le couple de frottement en fonction d'une vitesse non appropriée, il apparaît des phénomènes tels que des cycles d'hystérésis ou autres discontinuités.

C'est pourquoi, des modifications technologiques sont apportées au banc d'essais. Pour éliminer les problèmes de torsion de l'arbre rotatif, son diamètre est augmenté et sa longueur est considérablement diminuée, afin d'augmenter sensiblement sa raideur et faire en sorte ainsi que celle-ci n'ait plus d'influence sur les mesures.

De plus, pour éliminer les problèmes de jeu, les éléments constitutifs du banc d'essais sont solidarisés entre eux. En effet, le jeu est créé principalement au niveau des différents raccords entre pièces. Ainsi, en soudant les disques aux arbres, ou en adaptant de façon plus précise l'arbre portant le disque de charge à l'arbre moteur, une grande partie de ces jeux est éliminée.

Ainsi, le banc modifié selon les considérations précédentes est donné figure 3.33.

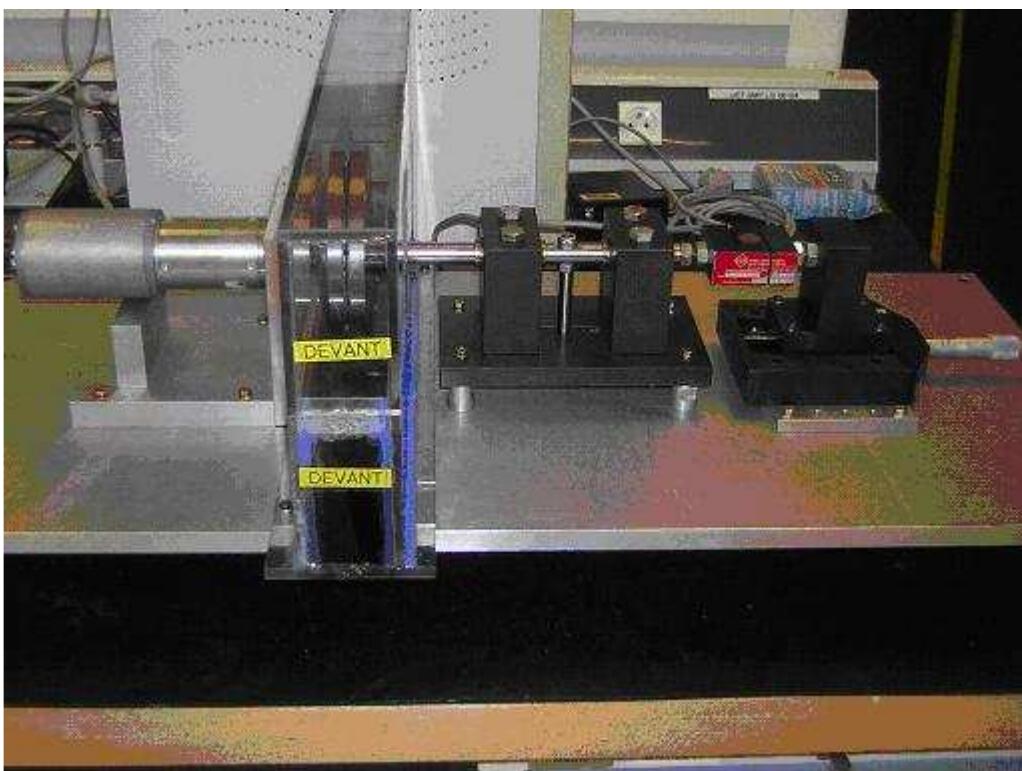
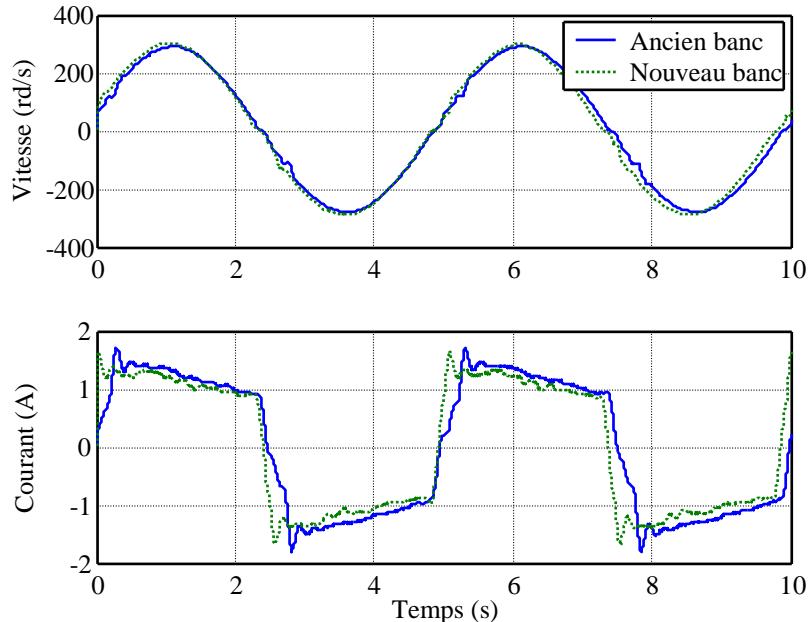


Figure 3.33 : Banc d'essais après modification

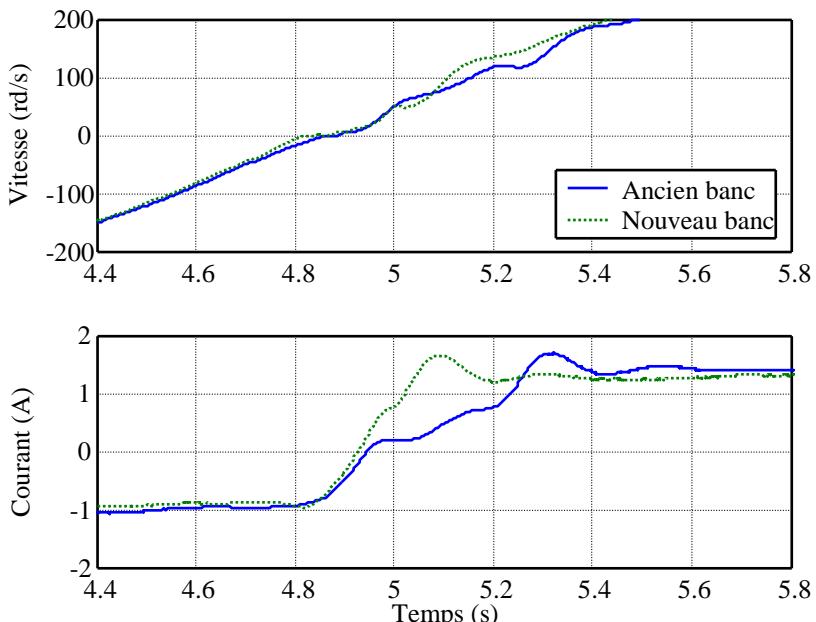
### 3.3.5.2 Comparaison entre les résultats obtenus sur les deux versions du banc

Les relevés expérimentaux réalisés pour des vitesses variables (voir 3.3.3.2) sont repris ici sur la nouvelle version du banc.

Les figures 3.34 et 3.35 présentent les relevés temporels du courant et de la vitesse réalisés à partir des deux versions du banc.



**Figure 3.34 : Evolutions temporelles du courant et de la vitesse pour chacune des deux versions du banc**



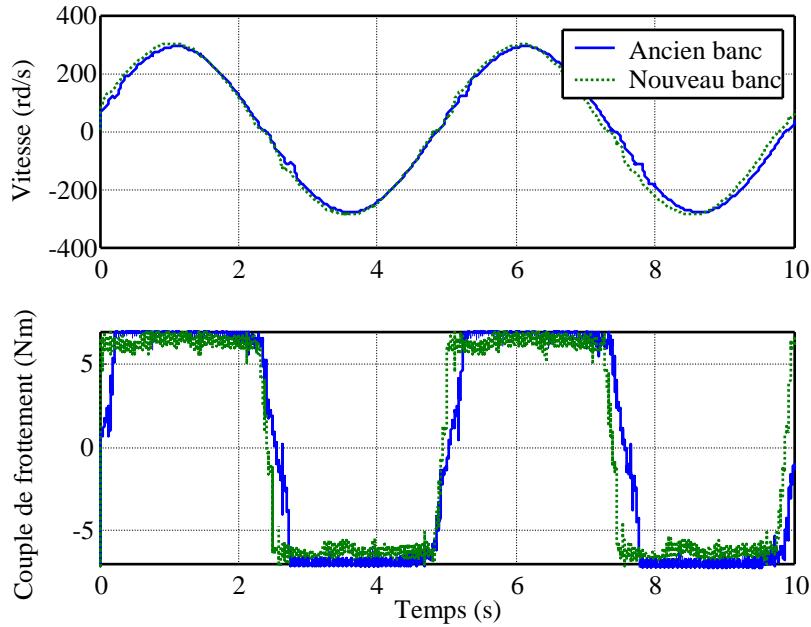
**Figure 3.35 : Zoom de la figure 3.34**

Globalement, d'après la figure 3.34, les vitesses relevées dans les deux cas sont assez semblables. Plus précisément, la figure 3.35 montre qu'après le passage de la vitesse nulle, chacun des deux relevés présente des oscillations différentes. Celles-ci sont introduites par le régulateur PI de vitesse qui, avant de ramener les mesures sur la consigne, crée un régime transitoire mal amorti. En conclusion, l'effet de la régulation de vitesse masque globalement les différences sur la mesure de la vitesse pour chacune des deux versions du banc.

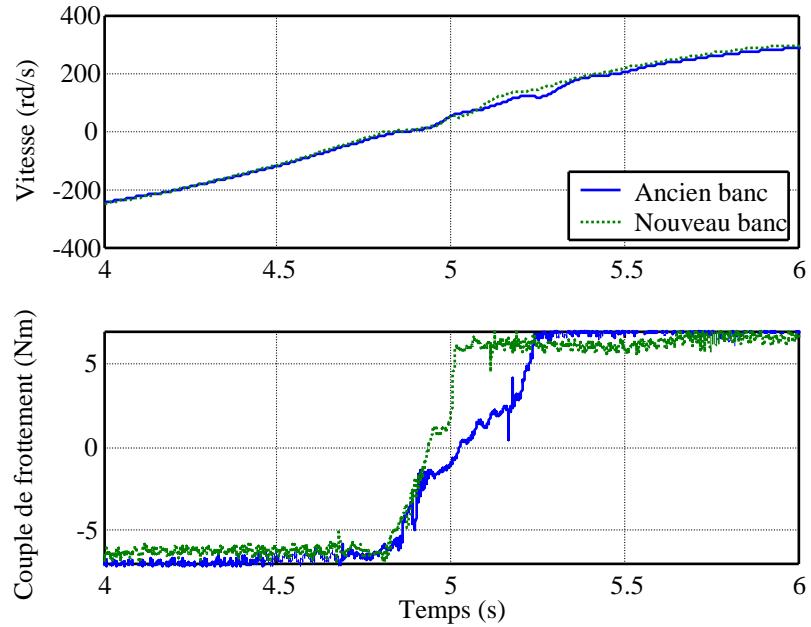
Concernant l'évolution du courant, la figure 3.34 montre que les niveaux pour chacun des deux cas sont quasiment identiques, ce qui confirme que l'amélioration du banc n'a pas eu d'influence sur son comportement

aux vitesses de glissement élevées. Cependant, il apparaît clairement sur la figure 3.35 que les phases de commutation sont bien meilleures puisque beaucoup plus raides. D'ailleurs la comparaison des deux relevés montre bien que c'est lors du passage en 0 que les comportements deviennent différents. Or c'est précisément lors de ce passage que la raideur de l'arbre tournant et les jeux présents sur l'ancienne version du banc avaient une influence sur les mesures réalisées (voir 3.3.4). L'amélioration de la rapidité de commutation du courant aura une influence directe sur la largeur du cycle d'hystérésis vu sur la figure 3.23.

Les figures 3.36 et 3.37 présentent les évolutions temporelles du couple de frottement et de la vitesse pour chacune des deux versions du banc.



**Figure 3.36 : Evolutions temporelles du couple de frottement et de la vitesse pour chacune des deux versions du banc**

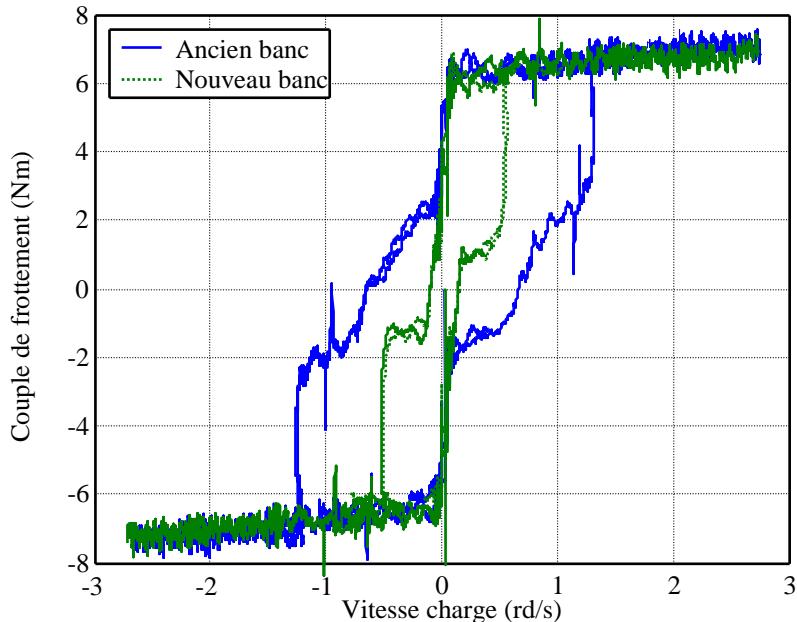


**Figure 3.37 : Zoom de la figure 3.36**

Globalement, les couples de frottement estimés à partir du courant et de la vitesse mesurés ont une allure semblable. Cependant, les transitions entre niveaux sont plus raides, conformément à ce qui était espéré. Toutefois un palier apparaît lors des commutations du couple de frottement sur les relevés réalisés à partir de la nouvelle version du banc. D'ailleurs la pente de commutation est différente selon que l'on se situe avant ou après le palier, comme si après celui-ci, la pente était plus raide pour rattraper le retard introduit dans la transition par

cette non-linéarité.

La figure 3.38 présente les courbes caractéristiques du couple de frottement en fonction de la vitesse de glissement obtenues pour chacune des deux versions du banc.



**Figure 3.38 : Couple de frottement en fonction de la vitesse pour chacune des deux versions du banc**

Il apparaît clairement que l'essai réalisé sur le banc amélioré présente une phase de commutation beaucoup plus rapide. Ainsi, le cycle d'hystérésis a été largement réduit, ce qui se rapproche des attentes théoriques (voir chapitre 2). De plus, les paliers vus sur les figures 3.36 et 3.37 contribuent grandement à la largeur de ce cycle. Or la nature de ceux-ci semble liée non pas au type d'essais réalisé mais plutôt à un nouveau problème mécanique du banc.

En effet, le cycle présenté figure 3.38 est tracé à partir de plusieurs périodes du courant et de la vitesse mesurés. Or sur cette figure, il apparaît clairement deux paliers (et deux seulement), symétriques par rapport au point (0, 0). Par conséquent, d'une période des signaux mesurés sur l'autre, ce phénomène non linéaire se produit exactement au même moment, c'est-à-dire pour les mêmes valeurs de couple et de vitesse. Cette « coïncidence » tend à montrer que ces paliers sont introduits par un phénomène parfaitement déterministe lié au banc, et donc peut-être par un défaut structurel de celui-ci. Une hypothèse quant à l'origine de ces paliers peut être avancée : ceux-ci peuvent être dus au jeu subsistant au niveau du réducteur. Ce jeu est créé par le système d'engrenages constituant cet élément, et ne peut donc être supprimé sur le banc.

Afin de valider l'hypothèse liant l'origine des paliers au jeu interne du réducteur, une étude de simulation, semblable à celle menée en 3.3.4, est réalisée dans la suite.

### 3.3.5.3 Comparaison entre les réponses obtenues à partir d'un modèle prenant en compte le jeu au niveau du réducteur et les essais expérimentaux

Dans un premier temps, un modèle prenant en compte le jeu au niveau du réducteur est établi, puis dans une deuxième partie les réponses obtenues à partir de ce modèle sont comparées avec celles issues des mesures expérimentales.

#### 3.3.5.3.1 Etablissement du modèle

Le bilan des couples appliqués au niveau des roues dentées de l'étage réducteur donne les relations suivantes (voir 3.2.2.1.2) :

$$\begin{cases} J_m \dot{\Omega}_m = \Gamma_m - R_m F \\ J_{red} \dot{\Omega}_{red} = R_{red} F - \Gamma_f \end{cases} \quad (3.14)$$

Avec :

$F$  = Force de contact appliquée aux roues dentées ;  
 $N = R_{red}/R_m$  = Rapport de réduction.

Soit  $C_l$  le couple de lien défini comme étant :

$$C_l = R_m F$$

Les équations (3.14) peuvent se réécrire de la façon suivante :

$$\begin{cases} J_m \dot{\Omega}_m = \Gamma_m - C_l \\ J_{red} \dot{\Omega}_{red} = N C_l - \Gamma_f \end{cases}$$

Lorsque les éléments sont en butée de jeu du réducteur, les vitesses des arbres moteur  $\Omega_m$  et réducteur  $\Omega_{red}$  sont égales au gain du réducteur près, c'est-à-dire :

$$\begin{aligned} \Omega_m &= N \Omega_{red} \\ \dot{\Omega}_m &= N \dot{\Omega}_{red} \end{aligned}$$

La valeur du couple de lien  $C_l = C_{l_{but}}$  permettant de vérifier les deux relations précédentes, peut être déterminée ainsi :

$$\begin{aligned} \dot{\Omega}_m &= \frac{1}{J_m} \Gamma_m - \frac{1}{J_m} C_{l_{but}} \\ \dot{\Omega}_m &= \frac{N^2}{J_{red}} C_{l_{but}} - \frac{N}{J_{red}} \Gamma_f \end{aligned}$$

D'où il se déduit :

$$C_{l_{but}} = \frac{J_{red}}{J_{red} + N^2 J_m} \Gamma_m + \frac{N J_m}{J_{red} + N^2 J_m} \Gamma_f$$

Dans le jeu, les arbres moteur et réducteur sont désolidarisés. Les vitesses des deux arbres sont alors différentes, celle du moteur étant fixée par le couple moteur et celle du réducteur tendant vers 0 sur la lancée du mouvement qui était le sien en butée de jeu. Ce comportement, au niveau des équations, se traduit par un couple de lien nul :

$$\begin{aligned} C_l &= C_{l_{jeu}} = 0 \\ \begin{cases} J_m \dot{\Omega}_m = \Gamma_m \\ J_{red} \dot{\Omega}_{red} = -\Gamma_f \end{cases} \end{aligned}$$

Finalement, les équations décrivant le comportement de la partie mécanique du motoréducteur avec un jeu au niveau de l'étage de réduction sont les suivantes :

$$\begin{cases} J_m \dot{\Omega}_m = \Gamma_m - C_l \\ J_{red} \dot{\Omega}_{red} = N C_l - \Gamma_f \end{cases}$$

Avec :

$$\begin{cases} C_l = C_{l_{but}} = \frac{J_{red}}{J_{red} + N^2 J_m} \Gamma_m + \frac{N J_m}{J_{red} + N^2 J_m} \Gamma_f & \text{en butée de jeu} \\ C_l = C_{l_{jeu}} = 0 & \text{dans le jeu} \end{cases}$$

Il reste maintenant à déterminer un test permettant de savoir si le réducteur est dans le jeu ou en butée.

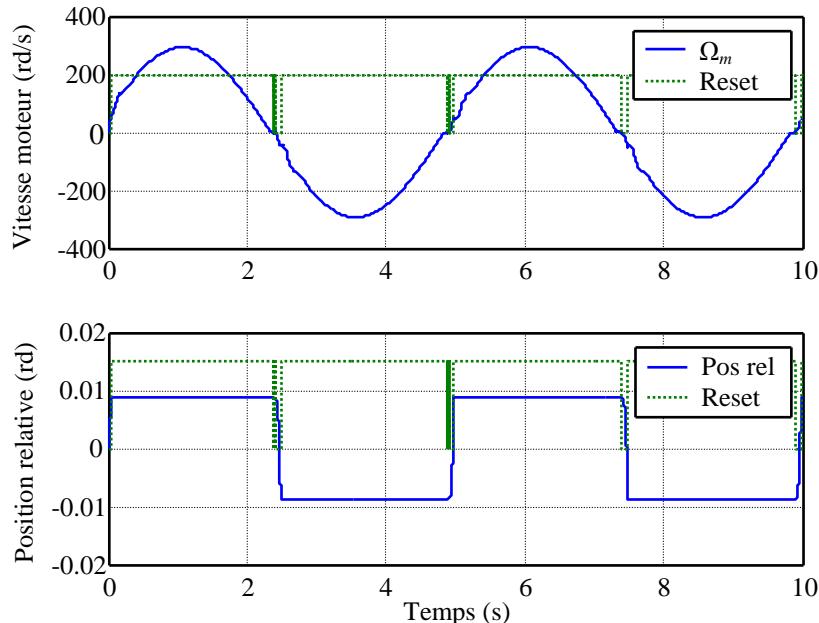
Lorsque le réducteur est en butée de jeu, puisque le mouvement est seulement créé par la partie moteur, la seule façon de sortir de la butée est de changer le signe de la vitesse moteur. Ce signe est alors testé et lorsqu'il change, une phase de jeu est initiée et :  $C_l = C_{l_{jeu}}$ .

Lorsque le réducteur est dans le jeu, la différence angulaire des arbres moteur et réducteur est comparée à la valeur de la butée  $\theta_{jeu}/2$ . Si elle est égale à  $\theta_{jeu}/2$ , le réducteur se met en butée et :  $C_l = C_{l_{but}}$ .

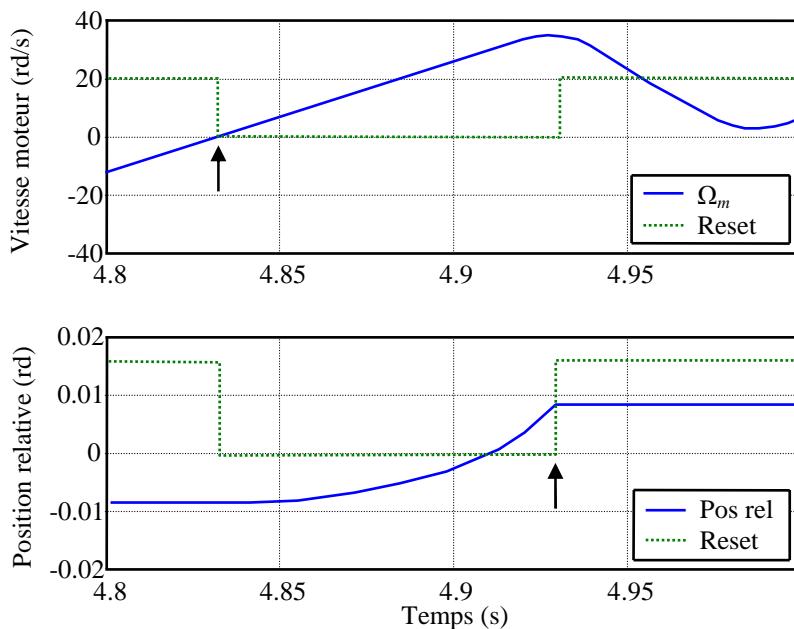
### **Validation du fonctionnement du modèle**

Dans tout ce paragraphe, le signal « reset » permet de visualiser si le réducteur est en phase de jeu ou de butée. Lorsque « reset » est à 0, le réducteur est en phase de jeu. Lorsque « reset » vaut une constante non nulle (la valeur de cette constante varie selon les courbes, de sorte que celle-ci soit mise à l'échelle de la figure considérée), le réducteur est en phase de butée. D'autre part, l'amplitude du jeu est prise à peu près équivalente à celle du banc. Ainsi elle est fixée à  $\pm 0.5^\circ$  ( $\pm 0,0087$  rd).

Les figures 3.39 et 3.40 présentent la vitesse de rotation de l'arbre moteur ainsi que la différence angulaire des arbres moteur et réducteur.



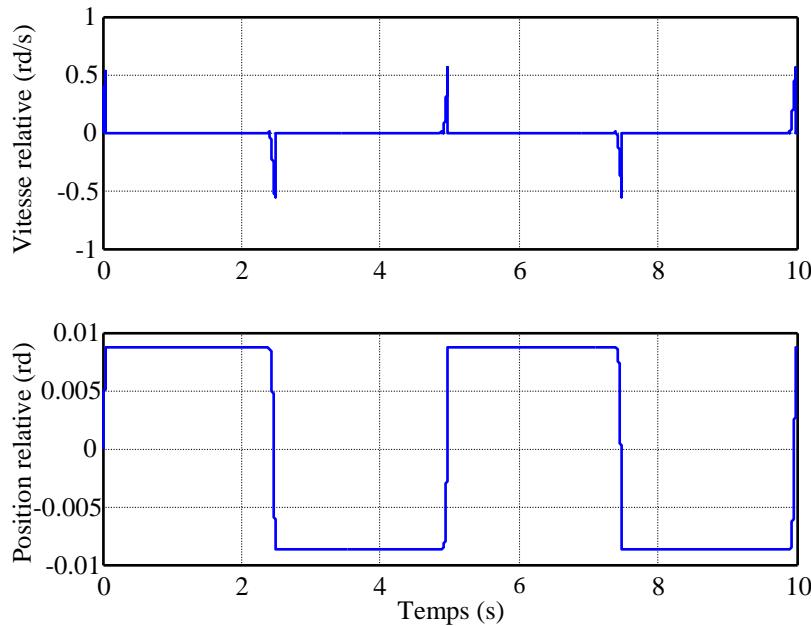
**Figure 3.39 : Evolutions temporelles de la vitesse moteur et du déplacement relatif angulaire**



**Figure 3.40 : Zoom**

Ces figures permettent de constater que les passages en situation de jeu vers butée et réciproquement se font selon les conditions fixées précédemment. En effet, pour une phase de butée, la transition vers une phase de jeu se produit dès que la vitesse moteur change de signe ( $t \approx 4,83$  s). Le déplacement relatif quitte alors la valeur de butée  $-0,0087$  rd. Puis la phase de jeu se termine dès que le déplacement relatif atteint sa valeur de butée opposée  $0,0087$  rd ( $t \approx 4,93$  s).

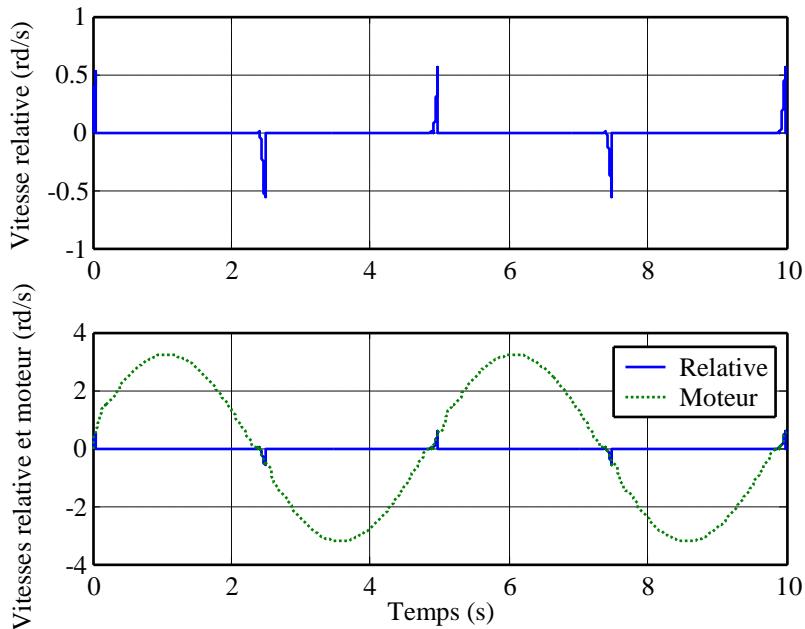
La figure 3.41 présente les évolutions temporelles de la vitesse et du déplacement relatifs (soit de glissement).



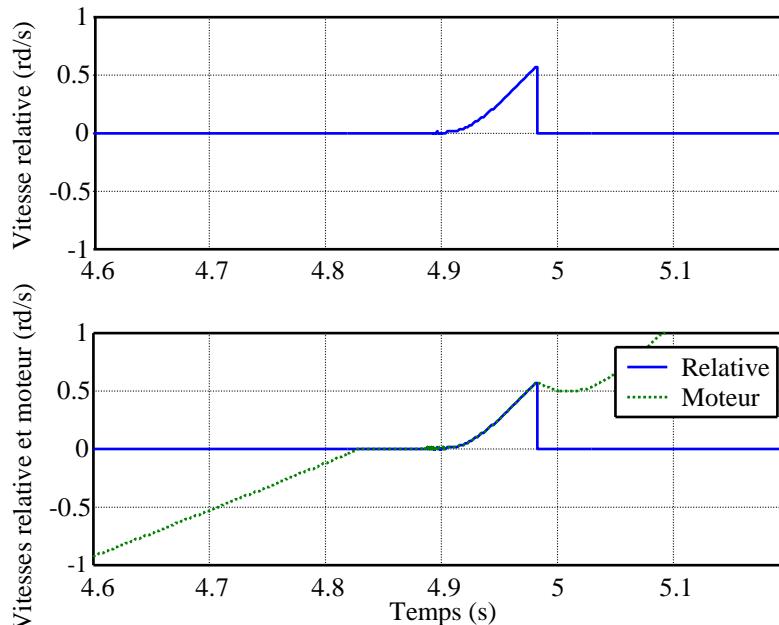
**Figure 3.41 : Evolutions temporelles de la vitesse et du déplacement relatifs**

Il apparaît clairement que la vitesse relative est nulle partout (c'est-à-dire que les vitesses des arbres moteur et réducteur sont identiques au gain du réducteur près) sauf dans le jeu. Alors, une vitesse relative négative crée un déplacement relatif vers la position de butée négative, et une vitesse positive crée un déplacement vers la butée positive. Ce comportement est conforme à la logique d'une mise en mouvement.

Enfin, les figures 3.42 et 3.43 présentent les évolutions temporelles des vitesses relative et moteur (ramenée au niveau de la charge :  $\Omega_m/N$ ).



**Figure 3.42 : Evolutions temporelles des vitesses moteur et relative (ramenée en amont du réducteur)**



**Figure 3.43 : Zoom**

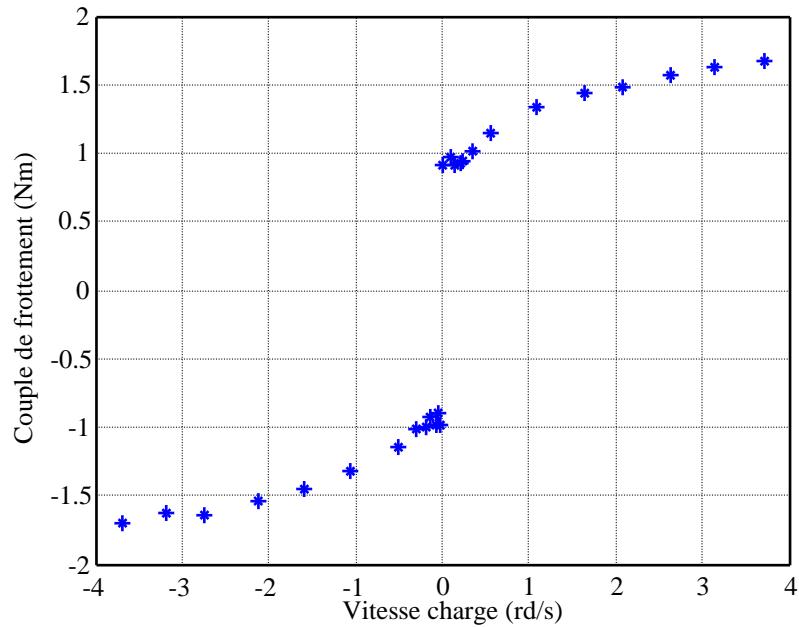
La vitesse relative est nulle partout sauf lorsque la vitesse moteur change de signe (ce qui est la condition d'entrée dans le jeu). Alors l'arbre moteur est désolidarisé de la charge, la vitesse de l'arbre réducteur est donc nulle et la vitesse relative est ainsi identique à celle du moteur tant que la phase de jeu perdure.

En conclusion, le comportement du modèle est parfaitement concordant avec celui attendu, ce qui valide le fonctionnement de celui-ci.

### 3.3.5.3.2 Comparaison simulation / essais

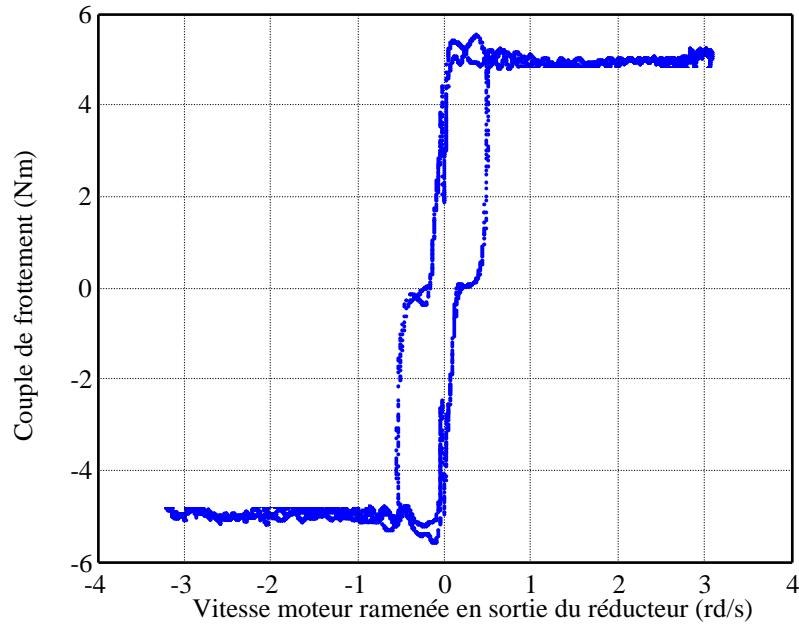
Avant de comparer les réponses obtenues en simulation avec celles des essais, les réponses expérimentales sont prétraitées. En effet, lorsque les courbes caractéristiques du couple de frottement en fonction de la vitesse sont tracées, le couple considéré prend en compte l'addition des pertes au niveau des disques et des pertes internes au moteur. Or ici il est intéressant de considérer uniquement le frottement au niveau des disques. En effet, ne prendre en compte que le couple de frottement des disques par rapport au couple de frottement total ne modifie pas l'allure globale des courbes caractéristiques mais agit principalement sur l'amplitude du couple (en première approximation, les pertes internes peuvent être vues comme une fonction signe de la vitesse de plus faible amplitude que la fonction signe décrivant les pertes au niveau des disques). L'objectif ici est de déterminer leur amplitude réelle et il est donc important de retrancher le couple de frottement interne du moteur à celui des disques.

La figure 3.44 présente le couple de frottement interne au moteur en fonction de la vitesse.



**Figure 3.44 : Couple de frottement interne au moteur**

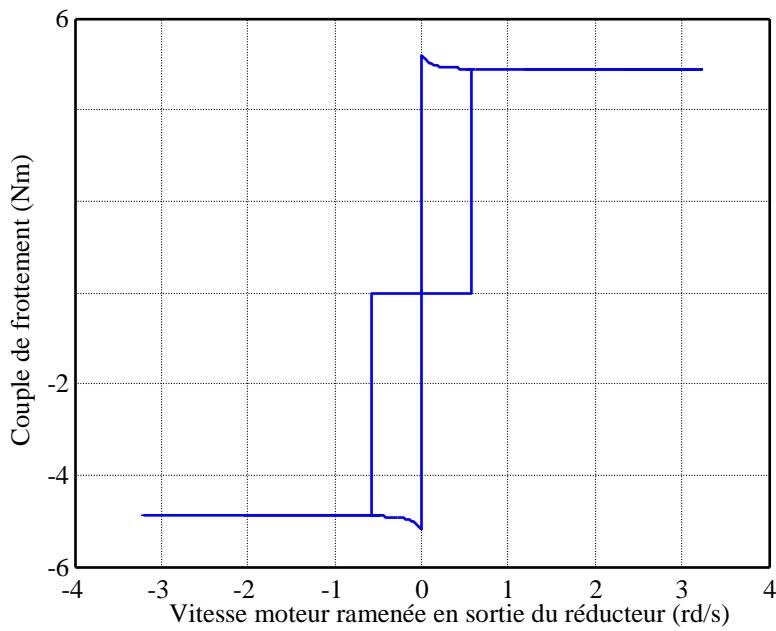
Le couple de frottement associé uniquement aux disques est alors donné figure 3.45.



**Figure 3.45 : Couple de frottement au niveau des disques**

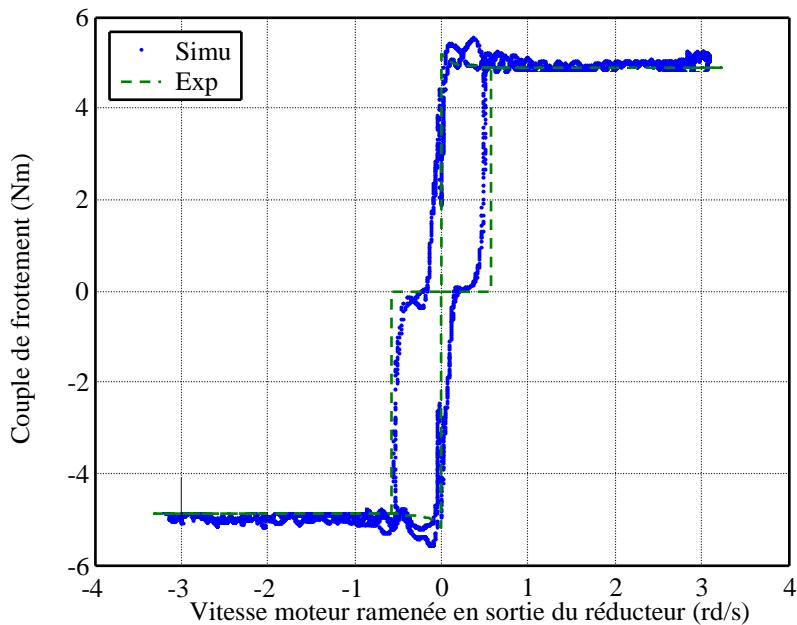
La constatation principale vient du fait que les paliers ont été translatés sur l'axe de couple nul. Intuitivement, ce comportement se rapproche alors de celui imputable à un jeu puisque dans le jeu de l'étage de réduction, l'arbre réducteur étant désolidarisé du moteur, aucun couple ne permet de l'entraîner, le disque ne peut pas alors avoir de mouvement et le couple de frottement au niveau des disques est nul.

La figure 3.46 permet de valider cette analyse. Elle présente le couple de frottement en fonction de la vitesse moteur (et non la vitesse de glissement, car expérimentalement c'est bien la vitesse moteur qui est mesurée) obtenu à partir du modèle de simulation prenant en compte le jeu du réducteur.



**Figure 3.46 : Couple de frottement en fonction de la vitesse moteur en simulation**

Ce comportement se rapproche assez précisément de celui vu sur la figure 3.45, c'est-à-dire un comportement en vitesse non nulle classique et des paliers sur l'axe de couple nul pour des vitesses proches de zéro. La figure 3.47 présente ces deux réponses sur un même graphique.



**Figure 3.47 : Comparaison des courbes de couple de frottement en fonction de la vitesse obtenues expérimentalement et en simulation**

Les courbes se superposent assez fidèlement, non seulement aux vitesses élevées, mais également autour des vitesses nulles, c'est-à-dire aux vitesses où le jeu a une influence.

En conclusion, le modèle prenant en compte le jeu au niveau du réducteur permet de décrire le comportement du banc de façon très satisfaisante, ce qui permet de valider le fait que les paliers vus sur les courbes de couple de frottement expérimentales sont introduits par ce phénomène parasite.

### 3.3.5.4 Conclusion

Ce paragraphe a permis d'établir le fait que les modifications apportées au banc d'essais en ont considérablement amélioré le comportement. Ainsi, les cycles d'hystérésis vus en 3.3.3.2 ont pu être réduits de façon significative

grâce à l'augmentation de la valeur de la raideur de l'arbre moteur et à la suppression des jeux au niveau des raccords entre éléments.

Cependant, il a pu être montré ici qu'un jeu subsistant au sein de l'étage de réduction, et qui ne peut être éliminé sur le banc, est à l'origine de non-linéarités apparaissant sur les courbes de couple de frottement en fonction de la vitesse. Ces paliers ont donc une origine parasite, et ne doivent pas être considérés comme étant liés aux phénomènes de frottement.

## 3.4 Recalage des modèles de frottement à partir des essais réalisés sur le banc

### 3.4.1 Introduction

La synthèse d'une stratégie de pilotage en glissement d'un système d'embrayage (chapitre 4) s'appuie sur une connaissance précise de la loi  $\mu(\Delta\Omega)$  des disques utilisés par celui-ci. Le paragraphe 3.3 a présenté les relevés expérimentaux du couple de frottement en fonction de la vitesse de glissement qu'il est possible d'obtenir à partir du banc d'essais. Ainsi, en utilisant les modèles et méthodes d'identification de paramètres vus au chapitre 2, il est possible de caractériser finement le comportement de ces disques d'embrayage.

### 3.4.2 Choix du modèle, des méthodes d'identification et des procédures d'essais expérimentales à utiliser pour décrire le frottement des disques

Le chapitre 2 a mis en évidence les nombreuses possibilités dans la façon de modéliser le frottement, offertes par les degrés de liberté suivants :

- Choix du modèle : Coulomb, Stribeck, Dahl,...
- Méthodes d'identification différentes pour un même paramètre : estimation de  $F_s$  par optimisation linéaire, méthode des auto-oscillations,...
- Procédures expérimentales différentes pour une même méthode d'identification : estimation de  $F_s$  par optimisation linéaire à partir d'un relevé statique, dynamique,...

Ce paragraphe a vocation à discriminer les modèles, méthodes d'identification et procédures d'essais de sorte à obtenir le meilleur modèle paramétré décrivant les phénomènes de frottement mesurés sur le banc.

#### 3.4.2.1 Choix du modèle

La figure 3.48 présente le couple de frottement mesuré de façon statique (voir 2.6.2.1) sur le banc en fonction de la vitesse de glissement, pour un effort normal de 1220N.

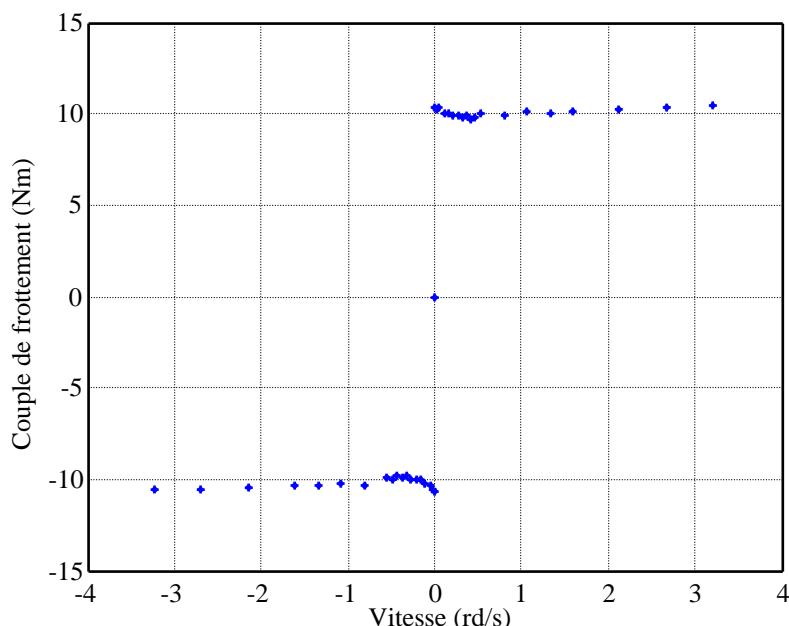


Figure 3.48 : Couple de frottement en fonction de la vitesse, cas statique

Les phénomènes physiques suivant apparaissent de façon explicite sur cette figure :

- Frottements visqueux : dépendance linéaire du couple de frottement envers la vitesse de glissement lorsque cette-dernière devient suffisamment élevée ;

- Effet Stribeck : diminution du couple de frottement pour les faibles vitesses croissantes.

Parmi les modèles présentés en 2.3, seuls ceux permettant de représenter les frottements humides sont susceptibles de prendre en compte ces deux phénomènes (les modèles de Coulomb, SCV, Karnopp, Dahl et Bliman et Sorine d'ordre 1 et 2 sont donc éliminés). Par ailleurs, les modèles cités ci-dessous ne seront pas conservés ici pour les raisons suivantes :

- « Bristle » : temps de simulation trop important ;
- « Reset integrator » : problème de commutation entre phases de collage et de glissement.

Finalement, seuls trois modèles parmi ceux présentés, seront choisis pour l'application considérée : Stribeck, LuGre et élasto-plastique. Cependant, hormis dans la prise en compte des phénomènes de non dérive (voir 2.2.5) qui ne sont pas étudiés ici, les deux derniers modèles sont parfaitement équivalents. C'est pourquoi finalement, deux structures de modèle, l'une statique l'autre dynamique, sont retenues dans la suite pour décrire les propriétés du frottement des disques d'embrayage utilisés : les modèles de Stribeck et LuGre.

### 3.4.2.2 Choix des méthodes d'identification et des procédures expérimentales

Pour déterminer les méthodes d'identification et procédures expérimentales à retenir afin d'estimer chaque paramètre des modèles, les performances de chacune d'elles sont comparées sur un même problème d'identification. Ainsi, le modèle de simulation du banc, dans lequel les paramètres d'un modèle de frottement sont fixés a priori, permet d'effectuer un relevé expérimental parfaitement équivalent à celui réalisable sur le moyen d'essais (mesures bruitées de  $I$  et  $\theta_{ch}$ ). Toutes les méthodes et procédures d'essais sont alors utilisées pour estimer les valeurs des paramètres du modèle, puis celles-ci sont comparées aux valeurs réelles connues.

Le modèle de frottement choisi pour la simulation est un modèle de Stribeck. En effet, les deux modèles retenus en 3.4.2.1 font intervenir les paramètres suivants :

$$F_s, F_c, \sigma_v, v_s, \delta_s, dv, \sigma_0, \sigma_1$$

Parmi eux, les seuls paramètres pour lesquels ont été présentées plusieurs méthodes d'identification sont les suivants :

$$F_s, F_c, \sigma_v, v_s$$

Or ces quatre paramètres sont utilisés par les deux modèles, ce qui permet de travailler en simulation indifféremment à partir de l'un ou de l'autre.

Par ailleurs, les mesures obtenues à partir du modèle du banc sont bruitées. Celles-ci peuvent être filtrées à partir, par exemple, d'un filtre moyenneur du type :

$$y_f[k] = \frac{y[k] + y[k-1] + \dots + y[k-(N_f - 1)]}{N_f}$$

Avec :

$N_f$  = Nombre de points du filtre moyenneur.

Trois configurations d'essais sont menées :

- Relevés dans le cas statique (2.6.2.1) : chaque point est obtenu en moyennant les mesures de  $I$  et  $\theta_m$  (voir 3.3.2.1), ce qui filtre indirectement ces données ;
- Relevés dans le cas dynamique (2.6.2.2) : les bruits de mesures, associés à l'utilisation de dérivées numériques pour estimer  $\Gamma_f$  et  $\Omega_{ch}$  (voir 3.3.2.2) conduisent à des réponses en couple fortement bruitées ;
- Relevés dans le cas dynamique + filtrage : des filtres moyenneurs sur  $N_f$  points sont utilisés pour réduire l'influence des bruits numériques et de mesures.

Les figures 3.49, 3.50 et 3.51 présentent les couples de frottement mesurés en fonction de la vitesse de glissement pour chacune des trois configurations explicitées, pour un effort normal de 700 N.

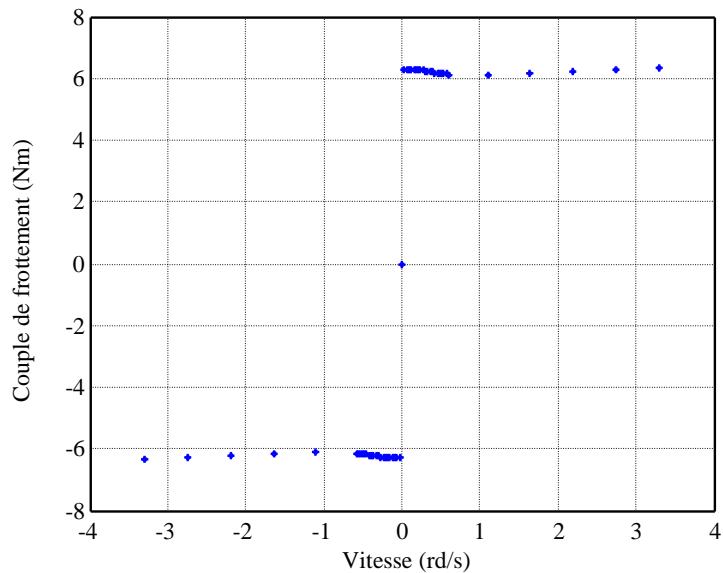


Figure 3.49 : Couple de frottement en fonction de la vitesse, cas statique

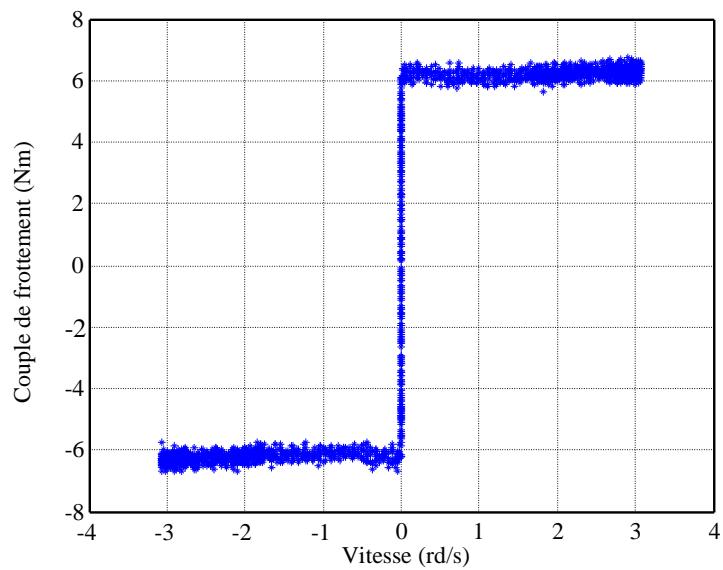


Figure 3.50 : Couple de frottement en fonction de la vitesse, cas dynamique

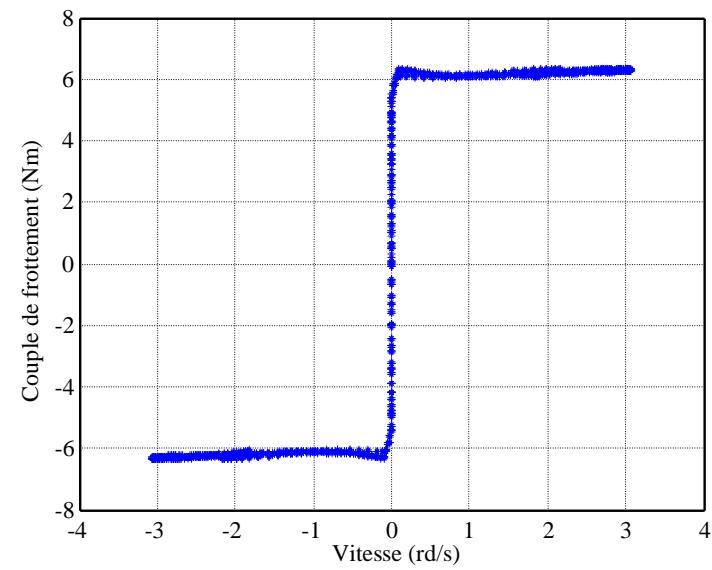


Figure 3.51 : Couple de frottement en fonction de la vitesse, cas dynamique filtré

Clairement les allures des cycles  $\Gamma_f(\Omega_{ch})$  obtenus de façon dynamique (figures 3.50 et 3.51) sont moins précises que celle du cycle obtenu de façon statique. L'estimateur du couple de frottement à partir de la dérivée numérique de la vitesse dans le cas dynamique n'est pas assez performant pour reconstruire parfaitement cette grandeur. Dans le cas statique, le couple de frottement est directement proportionnel au courant ce qui permet une meilleure reconstruction.

Cette étude comparative donne une première indication sur la procédure d'essais à utiliser (statique).

Le tableau 3.1 présente les valeurs des quatre paramètres du modèle de Stribeck pour les quatre configurations suivantes :

- Valeurs fixées ;
- Valeurs estimées pour chacune des méthodes à partir d'un relevé statique ;
- Valeurs estimées pour chacune des méthodes à partir d'un relevé dynamique ;
- Valeurs estimées pour chacune des méthodes à partir d'un relevé dynamique filtré.

Paramètres		$F_s$ (Nm)	$F_c$ (Nm)	$v_s$ (rd/s)	$\sigma_v$ (Nm/rd/s)
		Valeurs fixées			
Procédures expérimentales	Méthodes	6,3	6	0,5	0,1
Consigne position impulsionnelle	Auto-oscillations				
	- Formules	6,66	5,45		
	- Lecture courant	7,45	6,08		
Consigne couple rampe	Consigne de couple en rampe	6,36			
Statique	$F_s$ : max de $F_f$	6,33			
	$F_s$ , $F_c$ , $v_s$ , $\sigma_v$ : Optim NL	6,31	6,01	0,5	0,1
	$F_s$ , $F_c$ , $\sigma_v$ : Optim LIN	6,3	6		0,1
	$v_s$ : Optim NL			0,51	
	$v_s$ : Optim LIN			0,92	
Dynamique	$F_s$ : max de $F_f$	6,84			
	$F_s$ , $F_c$ , $v_s$ , $\sigma_v$ : Optim NL	-2,67	6,03	$-7.10^{-4}$	0,085
	$F_s$ , $F_c$ , $\sigma_v$ : Optim LIN	-1,93	6,11		0,061
	$v_s$ : Optim NL			$-9.10^{-4}$	
	$v_s$ : Optim LIN			1	
Dynamique, mesures filtrées	$F_s$ : max de $F_f$	6,37			
	$F_s$ , $F_c$ , $v_s$ , $\sigma_v$ : Optim NL	-2,7	6,02	$-6.10^{-4}$	0,094
	$F_s$ , $F_c$ , $\sigma_v$ : Optim LIN	-2,29	6,02		0,096
	$v_s$ : Optim NL			$-7.10^{-4}$	
	$v_s$ : Optim LIN			0,93	

**Tableau 3.1 : Bilan de l'estimation des paramètres du modèle de Stribeck en fonction des méthodes d'estimation et procédures d'essais**

Les signes à l'intérieur du tableau s'interprètent de la façon suivante :

	Meilleure estimée du paramètre considéré ;
	Estimation irréalisable de la valeur du paramètre par la méthode d'identification considérée.

Les méthodes de consigne de couple en rampe croissante, d'auto-oscillations (formules) ainsi que toutes celles utilisant un relevé statique, donnent de très bonnes estimations des paramètres du modèle. En effet, le banc d'essais ne dispose pas d'un couplémètre pour mesurer le couple de frottement. Ainsi, des estimateurs permettant de reconstruire cette grandeur sont utilisés (voir précédemment). Or le meilleur estimateur ici est celui utilisant la

mesure du courant du moteur électrique pour une vitesse de rotation de l'arbre prise constante (cas statique), car dans ce cas, le couple de frottement est directement proportionnel à cette mesure. Cependant, si une mesure du couple de frottement était disponible, les relevés statiques ou dynamiques seraient équivalents.

Dans les deux cas dynamiques, la méthode permettant d'estimer  $F_s$  à partir du maximum de  $F_f$  est moins précise que dans le cas statique, à cause des bruits numériques et de mesures. De plus, les estimations de  $F_s$  et  $v_s$  sont complètement erronées : en effet, il est clair que les courbes des figures 3.50 et 3.51 sont plus proches de celles qu'il serait possible d'obtenir à partir d'un modèle Coulomb + visqueux qu'à partir d'un modèle de Stribeck. Or une façon de décrire un tel comportement à partir des équations de ce dernier modèle est de faire :

$$\begin{aligned} v_s &\rightarrow 0 \\ F_s &\rightarrow \text{n'importe quelle valeur} \end{aligned}$$

En conclusion, les méthodes d'estimation retenues sont l'optimisation linéaire pour les paramètres  $F_s$ ,  $F_c$  et  $\sigma_v$ , et l'optimisation non linéaire pour  $v_s$ . La procédure d'essais retenue est le relevé statique.

### 3.4.2.3 Conclusion

Pour décrire le frottement engendré par les disques du banc d'essais, les modèles de Stribeck et LuGre ont été retenus. Afin d'estimer leurs paramètres  $F_s$ ,  $F_c$  et  $\sigma_v$ , la méthode d'estimation basée sur l'optimisation linéaire sera utilisée alors que pour le paramètre  $v_s$ , la méthode d'optimisation non linéaire sera considérée. Dans les deux cas, la procédure d'essais à suivre pour le relevé des données est celle du cas statique (2.6.2.1).

## 3.4.3 Identification des paramètres des modèles de frottement à partir d'essais réalisés sur le banc

La force normale est fixée à 1220N.

A partir de relevés réels effectués sur le banc, deux études sont menées :

- Identification des paramètres des modèles de Stribeck et LuGre sur la base d'une partie des essais, à partir des méthodes d'estimation et procédures d'essais sélectionnées en 3.4.2.2 :

$$F_s, F_c, \sigma_v, v_s, \delta_s, dv, \sigma_0, \sigma_1$$

- Validation des modèles en comparant les essais non utilisés pour l'identification, avec des réponses obtenues en simulation avec une configuration identique à celle des essais.

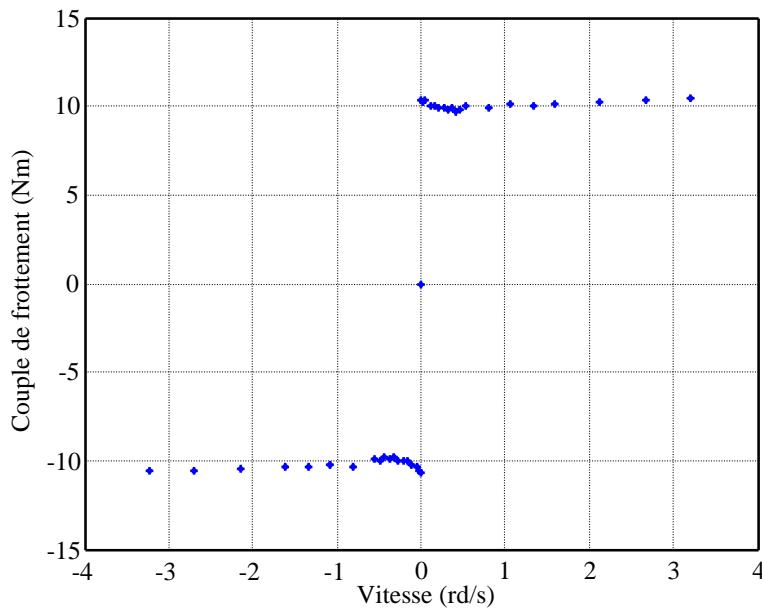
### 3.4.3.1 Identification des paramètres

#### 3.4.3.1.1 Identification de $F_s$ , $F_c$ , $v_s$ et $\sigma_v$ à partir de la méthode de régression (2.6.1.4) et de l'essai statique (2.6.2.1)

Pour réaliser le relevé de données, le protocole expérimental décrit en 2.6.2.1 est suivi. Plus précisément, la vitesse de rotation  $\Omega_{ch}$  (en rd/s) est estimée à partir de la mesure de  $\theta_m$ , et la mesure du courant  $I$  (en A) permet de reconstruire le couple de frottement  $\Gamma_{f_{mes}}$  à partir de la formule suivante, obtenue en 3.3.2.1 :

$$\Gamma_{f_{mes}} = N \frac{K}{C_i} V_i$$

La figure 3.52 présente le couple de frottement en fonction de la vitesse pour 30 points de mesures.



**Figure 3.52 : Couple de frottement en fonction de la vitesse, cas statique**

A partir de ce relevé, les méthodes de régression non linéaire, pour estimer  $v_s$ , et de régression linéaire, pour déterminer la valeur des trois autres paramètres à partir du critère et de l'équation du modèle donnés ci-dessous, sont utilisées :

$$J = \min \left\| \Gamma_{f_{mes}} - \Gamma_f(\theta, \Omega_{ch}) \right\|^2$$

$$\Gamma_f(\theta, \Omega_{ch}) = (F_c + (F_s - F_c) e^{-\frac{(\Omega_{ch})^2}{v_s}}) \operatorname{sgn}(\Omega_{ch}) + \sigma_v \Omega_{ch}$$

Les méthodes d'identification donnent alors les valeurs suivantes de paramètres :

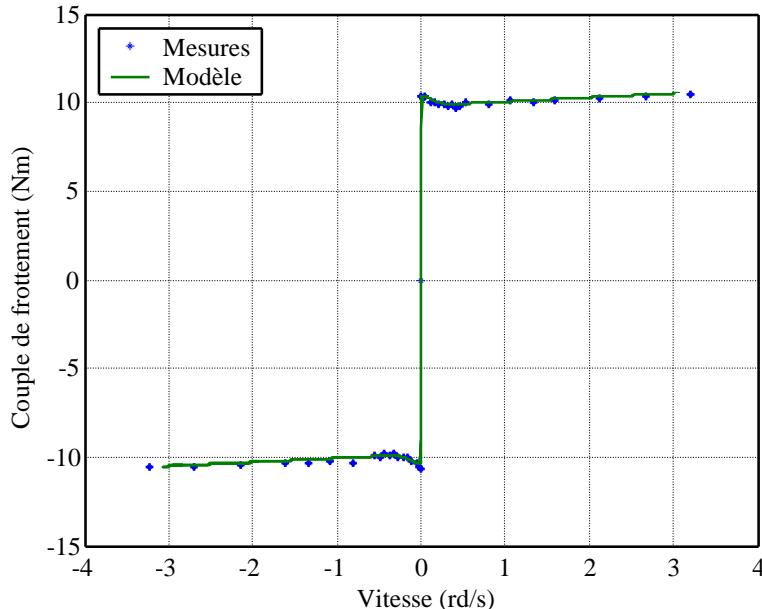
$$\hat{F}_s = 10,35 \text{ Nm}$$

$$\hat{F}_c = 9,83 \text{ Nm}$$

$$\hat{v}_s = 0,18 \text{ rd/s}$$

$$\hat{\sigma}_v = 0,23 \text{ Nm/rd/s}$$

La figure 3.53 compare la réponse expérimentale  $\Gamma_{f_{mes}}(\Omega_{ch})$  avec celle obtenue à partir du modèle utilisé pour l'optimisation  $\Gamma_f(\theta, \Omega_{ch})$  initialisé par les paramètres estimés.



**Figure 3.53 : Comparaison  $\Gamma_{f_{mes}}(\Omega_{ch})$  et  $\Gamma_f(\theta, \Omega_{ch})$**

Les courbes se superposent fidèlement, ce qui constitue une première validation de l'estimation des paramètres.

### 3.4.3.1.2 Identification de $\sigma_0$ à partir de la méthode de la pente de la tangente à l'origine du cycle $\Gamma_f(\theta_{ch})$ (2.6.1.7) et du relevé de $\Gamma_f(\theta_{ch})$ effectué sur une large plage de fonctionnement (2.6.2.3)

Pour réaliser le relevé de données, le protocole expérimental décrit en 2.6.2.3 est suivi.

La figure 3.54 présente le couple de frottement en fonction du déplacement, pour une consigne en vitesse sinusoïdale balayant toute la plage de fonctionnement.

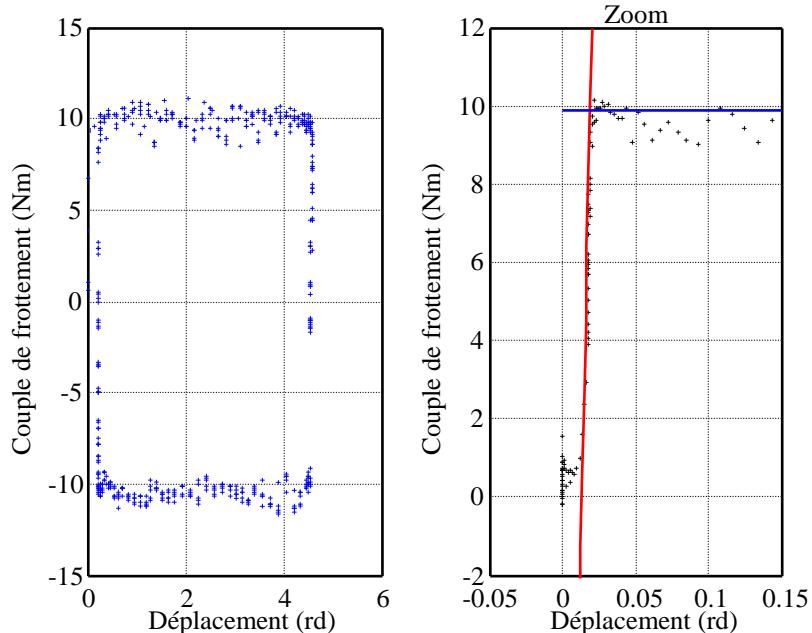


Figure 3.54 : Couple de frottement en fonction du déplacement

La méthode de la pente de la tangente à l'origine donne :

$$\hat{\sigma}_0 = 1916 \text{ Nm/rd}$$

### 3.4.3.1.3 Détermination de $\sigma_1$ et $z_{ba}$

$\sigma_I$  et  $z_{ba}$  (modèle élasto-plastique) peuvent être choisis à partir des paramètres  $\sigma_v$ ,  $\sigma_0$  et  $F_c$  estimés précédemment, et des relations suivantes (voir 2.6.1.8 et 2.6.1.9) :

$$\sigma_1 = 2\zeta_1 \sqrt{J\sigma_0} - \sigma_w$$

$$z_{ba} = a \frac{F_c}{\sigma_0}$$

Les coefficients  $\zeta$  et  $a$  sont à fixer arbitrairement, en respectant cependant les contraintes suivantes :

- $a$  doit être choisi proche mais inférieur à 1 :  $a = 0,9$  ;
- $\zeta$  doit être choisi selon l'amortissement de la liaison ressort désiré :  $\zeta = 1$ .

Finalement :

$$z_{ba} = 4,6 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

### 3.4.3.1.4 Détermination de $dy$ et $\delta_s$

Ces paramètres sont fixés arbitrairement.  $dv$  doit être choisi très proche de 0 (puisque il définit la vitesse nulle).  $\delta_s$  doit être choisi entier, selon l'allure à donner à la réponse statique  $\Gamma_f(\Omega_{ch})$  au voisinage de 0. Les valeurs suivantes sont ainsi choisies :

$$\frac{dv}{\delta} = 10^{-3} \text{ rd/s}$$

### 3.4.3.2 Validation des modèles de frottement

#### 3.4.3.2.1 Introduction

Ce paragraphe compare les réponses expérimentales avec celles obtenues en simulation pour chacun des modèles précédemment identifiés (3.4.3.1), pour trois configurations d'essais différentes :

- Cas statique : consigne en vitesse constante et recueil de plusieurs points de mesures pour différentes amplitudes de consigne. Tracé du cycle  $\Gamma_f(\Omega_{ch})$  ;
- Cas dynamique centré : consigne en vitesse sinusoïdale, centrée sur 0, d'amplitude suffisante pour initier le glissement. Tracés de  $\Gamma_f(t)$ ,  $\Omega_{ch}(t)$ ,  $\theta_{ch}(t)$ ,  $\Gamma_f(\Omega_{ch})$  et  $\Gamma_f(\theta_{ch})$  ;
- Cas dynamique décalé : consigne en vitesse sinusoïdale, centrée sur la moitié de l'amplitude de la sinusoïde, de sorte que la vitesse minimale atteinte en valeur absolue soit 0, et donc que celle-ci ne change pas de signe.

Cette troisième configuration d'essais est utilisée afin de s'affranchir des problèmes liés au jeu du réducteur sur le banc (voir 3.3). En effet si la vitesse moteur ne change pas de signe, le jeu n'a aucune influence sur l'expérience. Cette vitesse est donc forcée à tendre vers 0, pour observer tout de même les transitions au niveau du couple de frottement (afin de visualiser le frottement statique et l'effet Stribeck notamment), sans en changer son signe. Cette expérience met ainsi en évidence un des problèmes des modèles de frottement utilisés. En effet, si la vitesse ne change pas de signe, ceux-ci ne peuvent pas commuter puisque :

- Pour les modèles statiques, la commutation a lieu lorsque  $v$  devient inférieur à  $dv$  si  $v > 0$ , ou lorsque  $v$  devient supérieur à  $-dv$  si  $v < 0$ . Ainsi, si  $dv$  est choisi proche de 0 comme il est recommandé de le faire, il est possible de considérer approximativement que les commutations se font au changement de signe de la vitesse ;
- Pour les modèles dynamiques, la commutation a lieu lorsque la vitesse change de signe, du fait de la présence explicite du terme  $\text{sgn}(\dot{x})$  dans l'équation d'évolution :

$$\dot{z} = \dot{x}(1 - \frac{\sigma_0 z}{g(\dot{x})} \text{sgn}(\dot{x}))$$

Ainsi de manière à pouvoir faire commuter les modèles, une consigne de vitesse du type donné figure 3.55 est appliquée.

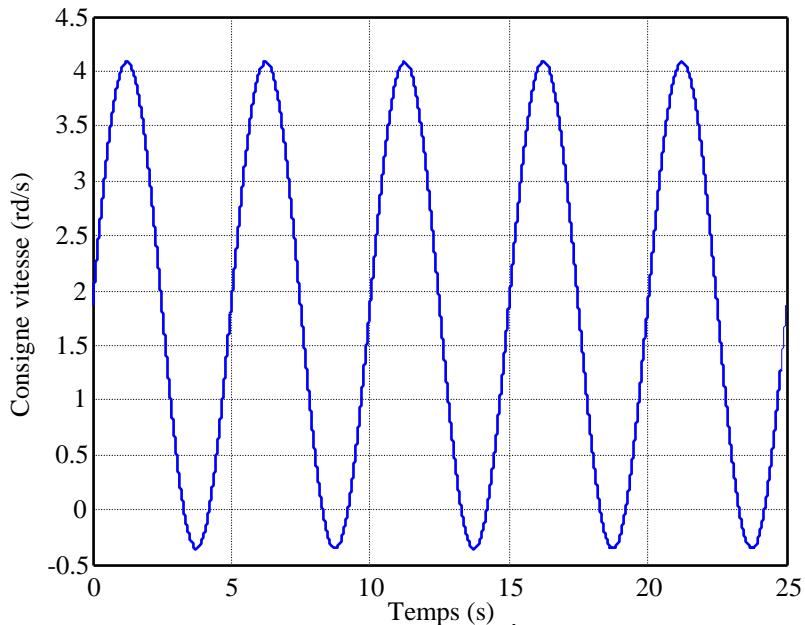
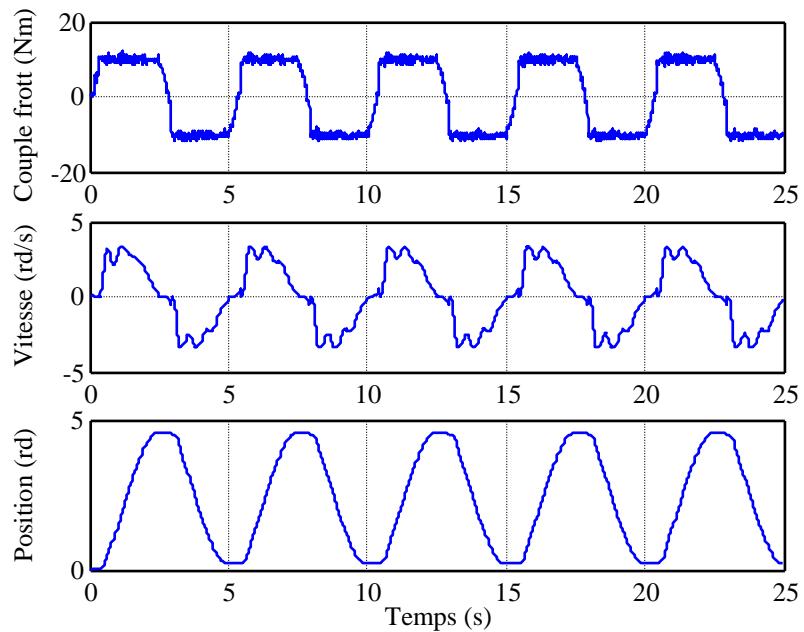


Figure 3.55 : Consigne de vitesse pour la 3<sup>ème</sup> configuration d'essais

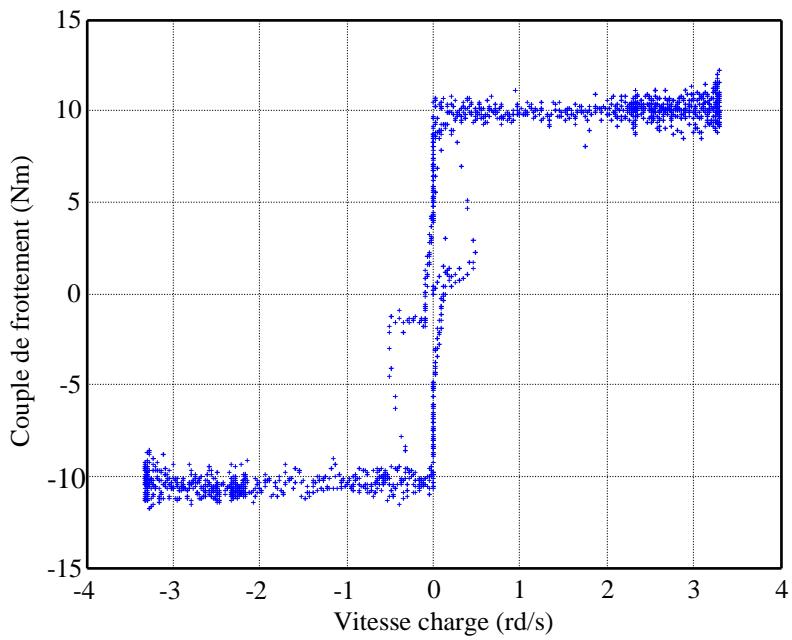
En simulation, ce type de consigne permet donc de faire commuter les modèles. Expérimentalement, le couple de frottement commute également alors que le jeu n'a toujours pas d'influence sur l'essai réalisé. En effet, avec une telle consigne, la vitesse moteur, lorsque la consigne change de signe, devient nulle jusqu'à ce que le couple moteur change de signe également. Sous cette condition seulement la vitesse moteur change de signe et le jeu influence les mesures. Il suffit donc de choisir  $v_{cons_{min}}$  de sorte que le couple moteur tende vers 0 sans dépasser cette valeur.

Sur la première configuration d'essais, le jeu n'a aucune influence également puisque la vitesse moteur est choisie constante (le système reste donc tout le temps en butée de jeu). Cependant, la deuxième configuration d'essais fait elle intervenir le jeu. Ainsi, l'influence de ce-dernier va induire des différences entre réponses expérimentales et simulées (puisque le jeu n'est pas pris en compte par le modèle de simulation du banc) qui ne sont pas imputables à la qualité de représentation des modèles de frottement.

La figure 3.56 présente les allures temporelles obtenues expérimentalement du couple de frottement  $\Gamma_f$ , de la vitesse  $\Omega_{ch}$  et de la position  $\theta_{ch}$  sous la deuxième configuration. La figure 3.57 présente le cycle  $\Gamma_f(\Omega_{ch})$  obtenu à partir de ces mesures.



**Figure 3.56 :  $\Gamma_f(t)$ ,  $\Omega_{ch}(t)$  et  $\theta_{ch}(t)$  obtenus expérimentalement**



**Figure 3.57 :  $\Gamma_f(\Omega_{ch})$  obtenu expérimentalement**

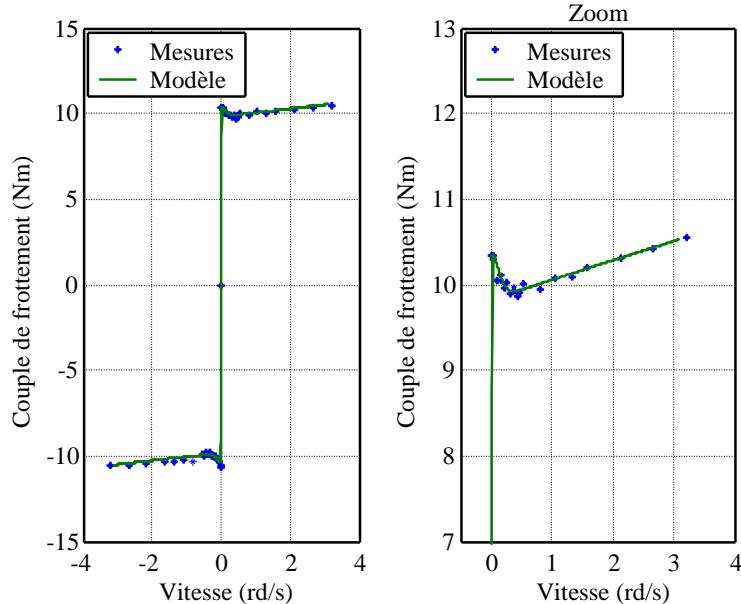
L'influence du jeu apparaît ici :

- Par la présence de paliers en  $\Omega_{ch} = 0$  sur la réponse  $\Omega_{ch}(t)$  (figure 3.56) ;
- Par l'aplanissement des extrema de  $\theta_{ch}$  sur la réponse  $\theta_{ch}(t)$  (figure 3.56) ;
- Par des paliers en  $\Gamma_f = 0$  sur la réponse  $\Gamma_f(\Omega_{ch})$  (figure 3.57).

Enfin, pour cette configuration d'essais, la qualité de la régulation (PI vitesse et courant), couplée à l'influence du jeu à chaque changement de signe de la vitesse, induisent une réponse en vitesse mal amortie. Même si le modèle de simulation du banc garde le même type de réglage des correcteurs (identification des paramètres des PI réalisée en 3.2), les réponses sont moins oscillantes car le jeu n'est pas pris en compte.

### 3.4.3.2.2 Modèle de Stribeck

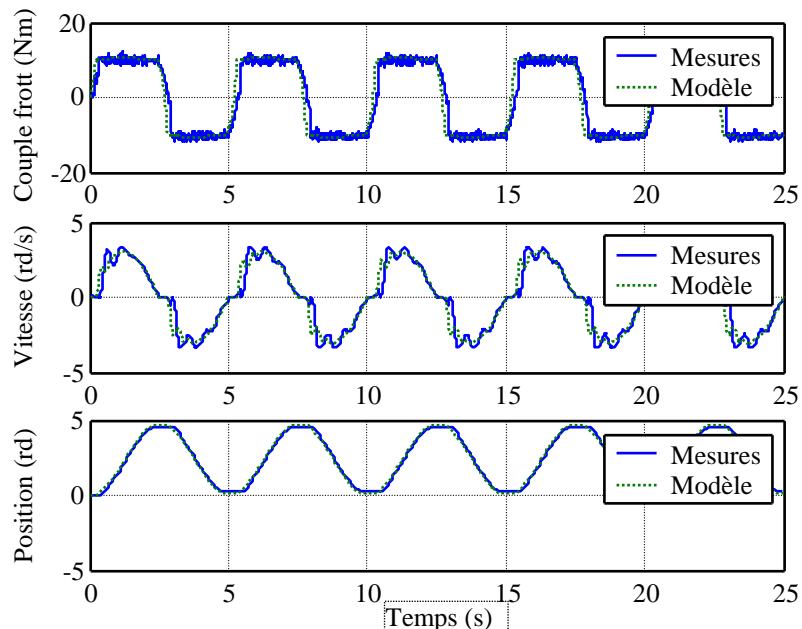
La figure 3.58 présente les réponses  $\Gamma_f(\Omega_{ch})$  obtenues dans le cas statique, pour les cas expérimental et simulé.



**Figure 3.58 :  $\Gamma_f(\Omega_{ch})$  obtenus expérimentalement et en simulation — Cas statique**

Le modèle colle de façon très précise aux mesures. En effet, il prend en compte aussi bien les phénomènes physiques se produisant aux faibles vitesses de glissement (frottement statique, effet Stribeck) que ceux prépondérants aux vitesses élevées (frottements visqueux).

La figure 3.59 présente les réponses temporelles  $\Gamma_f(t)$ ,  $\Omega_{ch}(t)$  et  $\theta_{ch}(t)$  obtenues sous la seconde configuration d'essais, pour les cas expérimental et simulé.



**Figure 3.59 :  $\Gamma_f(t)$ ,  $\Omega_{ch}(t)$  et  $\theta_{ch}(t)$  obtenus expérimentalement et en simulation – 2<sup>nde</sup> configuration d'essais**

Les réponses en couple se superposent globalement. En vitesse et en position, les signaux se superposent

convenablement si l'on excepte les problèmes liés au jeu explicités en 3.4.3.2.1.

Les figures 3.60 et 3.61 présentent respectivement les cycles  $\Gamma_f(\Omega_{ch})$  et  $\Gamma_f(\theta_{ch})$  obtenus à partir des données précédentes.

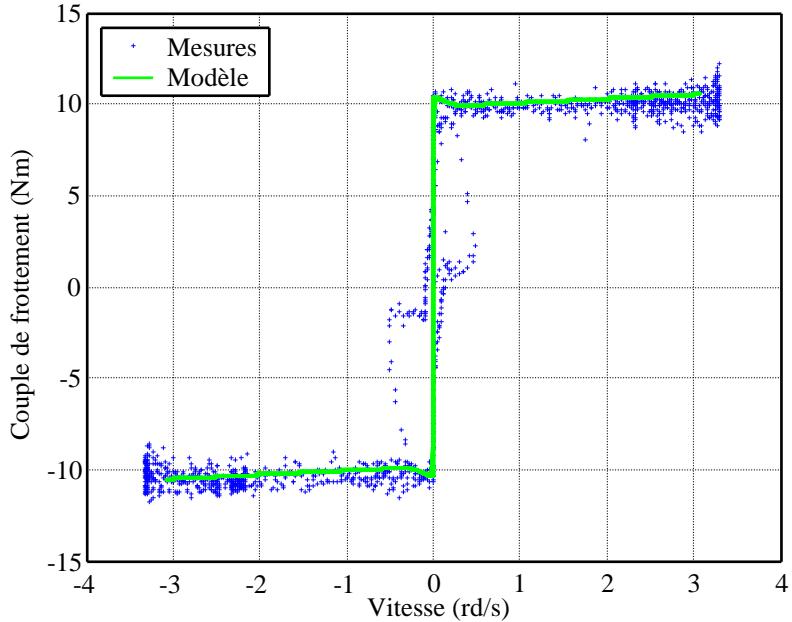


Figure 3.60 :  $\Gamma_f(\Omega_{ch})$  obtenu expérimentalement et en simulation – 2<sup>nde</sup> configuration d'essais

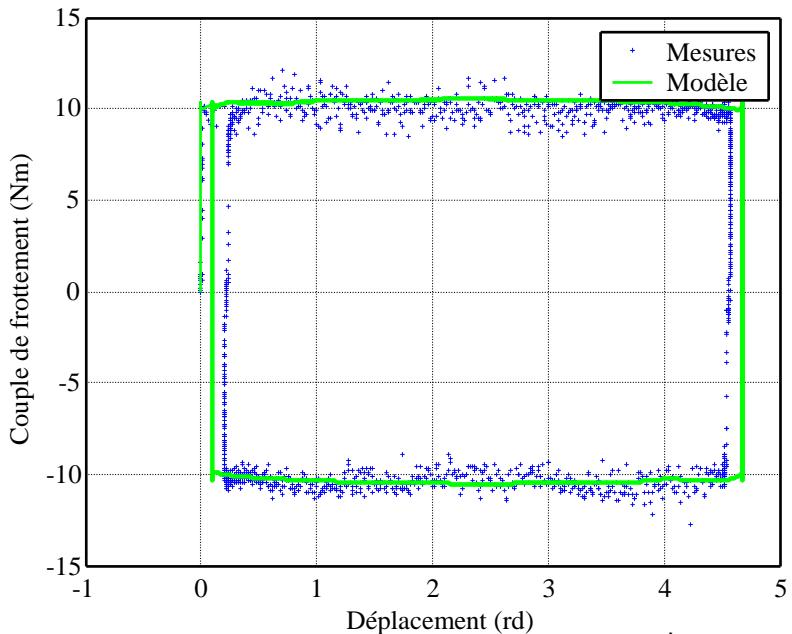
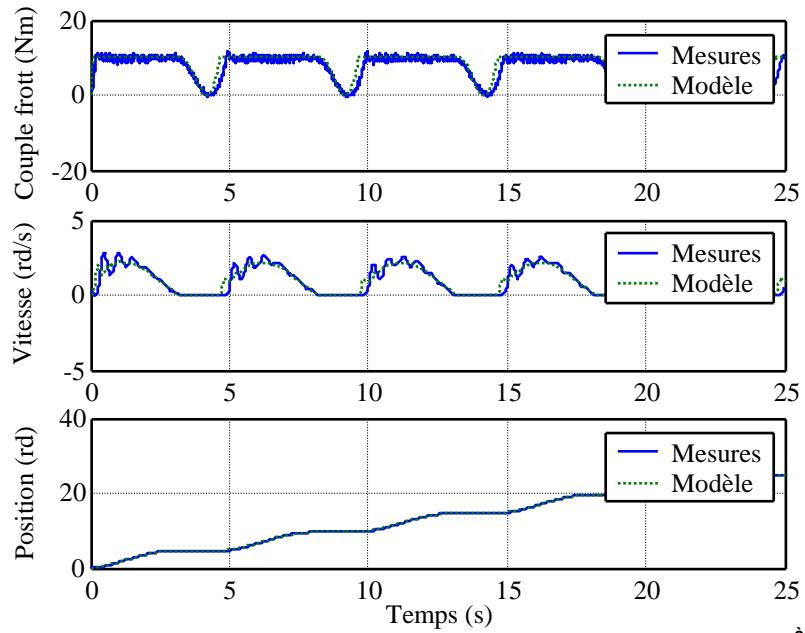


Figure 3.61 :  $\Gamma_f(\theta_{ch})$  obtenu expérimentalement et en simulation – 2<sup>nde</sup> configuration d'essais

Les deux cycles  $\Gamma_f(\Omega_{ch})$  obtenus expérimentalement et en simulation se superposent très convenablement en exceptant le problème des paliers lié au jeu (3.4.3.2.1). Cependant, du fait de l'action des bruits de mesures et numériques, les niveaux du couple de frottement expérimental sont assez épais, ce qui facilite la superposition des courbes. De même les deux cycles  $\Gamma_f(\theta_{ch})$  de la figure 3.61 se superposent assez fidèlement, même si l'aplanissement, lié au jeu (3.4.3.2.1), des extrema de  $\theta_{ch}$  obtenu expérimentalement fait commuter le cycle  $\Gamma_f(\theta_{ch})$  expérimental en avance par rapport au cycle de la simulation.

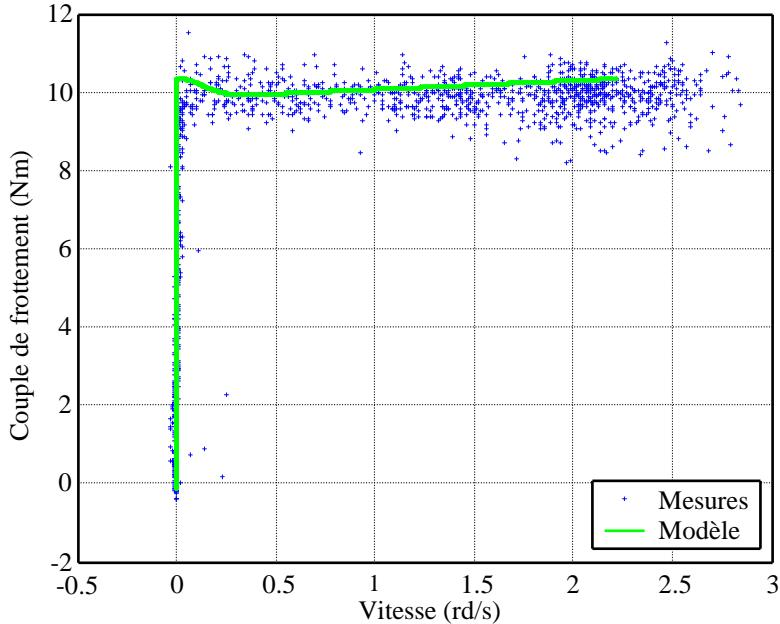
La figure 3.62 présente les réponses temporelles  $\Gamma_f(t)$ ,  $\Omega_{ch}(t)$  et  $\theta_{ch}(t)$  obtenues avec la troisième configuration d'essais, pour les cas expérimental et simulé.



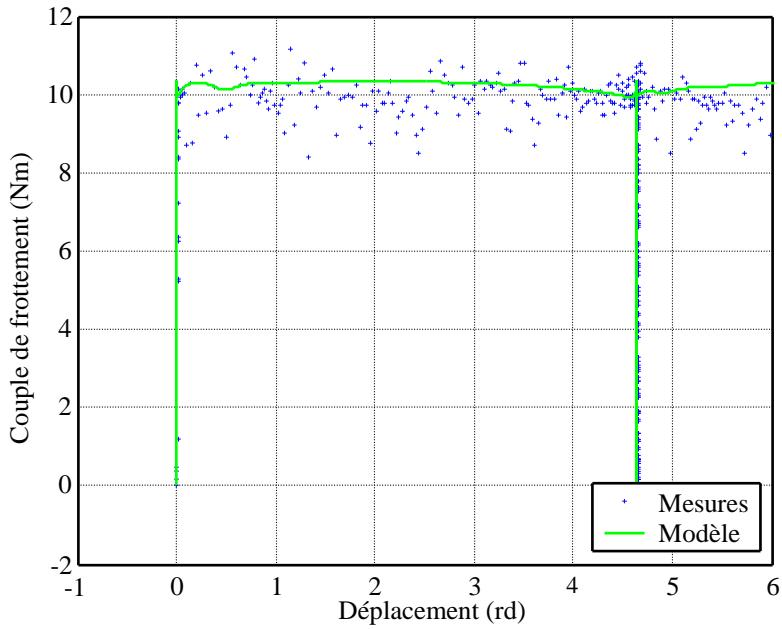
**Figure 3.62 :  $\Gamma_f(t)$ ,  $\Omega_{ch}(t)$  et  $\theta_{ch}(t)$  obtenus expérimentalement et en simulation – 3<sup>ème</sup> configuration d'essais**

Toutes les réponses se superposent très convenablement, excepté celles en vitesse, du fait de l'action des régulations PI mal retranscrite en simulation (3.4.3.2.1).

Les figures 3.63 et 3.64 présentent respectivement les cycles  $\Gamma_f(\Omega_{ch})$  et  $\Gamma_f(\theta_{ch})$  obtenus à partir des données précédentes.



**Figure 3.63 :  $\Gamma_f(\Omega_{ch})$  obtenu expérimentalement et en simulation — 3<sup>ème</sup> configuration d'essais**



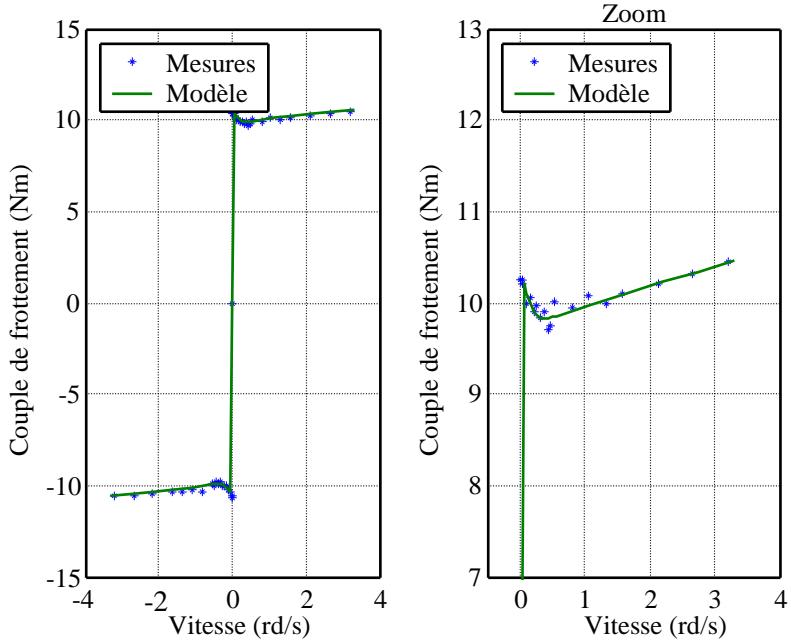
**Figure 3.64 :  $\Gamma_f(\theta_{ch})$  obtenu expérimentalement et en simulation — 3<sup>ème</sup> configuration d'essais**

Là encore les cycles obtenus en simulation et de façon expérimentale se superposent assez fidèlement.

En conclusion, le modèle de Stribeck colle de façon satisfaisante aux essais expérimentaux. Cependant, certaines propriétés dynamiques (frictional memory, rising static friction,... voir 2.2) ne peuvent pas être étudiées à partir des essais réalisés ici. Néanmoins, il est clair qu'un tel modèle, s'appuyant sur des équations statiques, ne permet pas de prendre en compte ces propriétés.

#### 3.4.3.2.3 Modèle LuGre

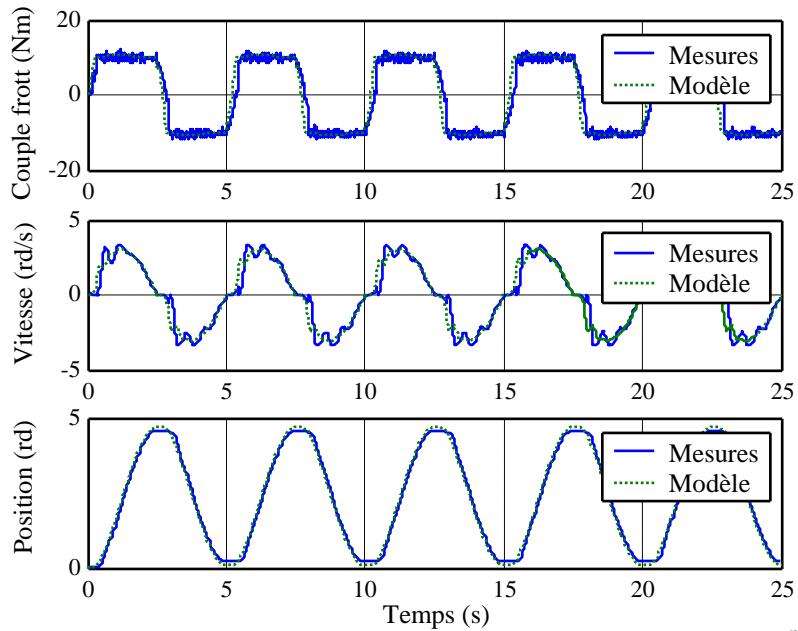
La figure 3.65 présente les réponses  $\Gamma_f(\Omega_{ch})$  obtenues dans le cas statique, pour les cas expérimental et simulé.



**Figure 3.65 :  $\Gamma_f(\Omega_{ch})$  obtenus expérimentalement et en simulation – Cas statique**

Le modèle colle de façon très précise aux mesures. En effet, il prend en compte aussi bien les phénomènes physiques se produisant aux faibles vitesses de glissement (frottement statique, effet Stribeck) que ceux prépondérants aux vitesses élevées (frottements visqueux).

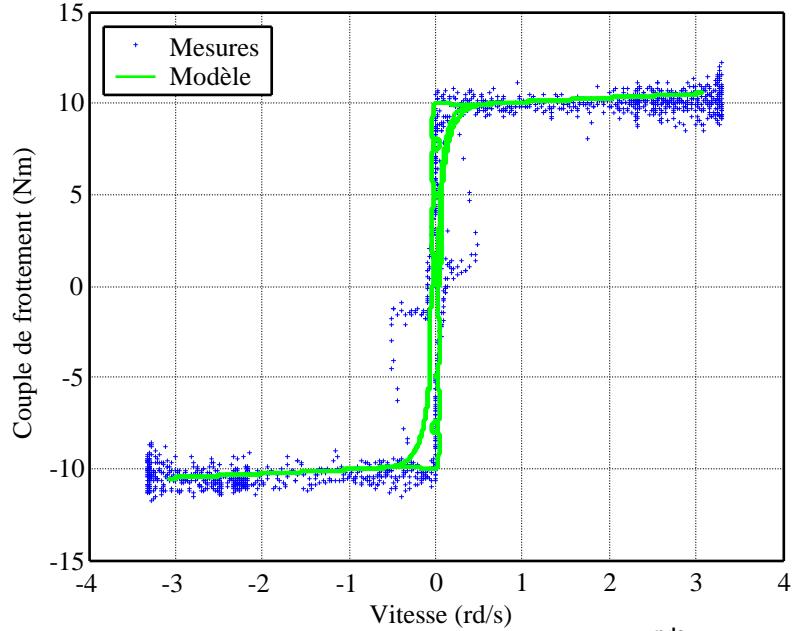
La figure 3.66 présente les réponses temporelles  $\Gamma_f(t)$ ,  $\Omega_{ch}(t)$  et  $\theta_{ch}(t)$  obtenues sous la seconde configuration d'essais, pour les cas expérimental et simulé.



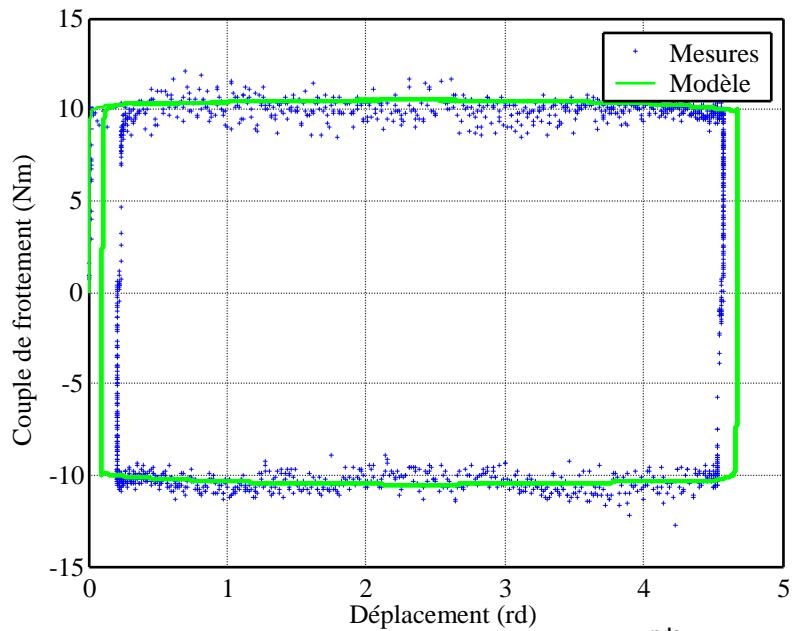
**Figure 3.66 :  $\Gamma_f(t)$ ,  $\Omega_{ch}(t)$  et  $\theta_{ch}(t)$  obtenus expérimentalement et en simulation - 2<sup>nde</sup> configuration d'essais**

Les réponses en couple se superposent globalement. En vitesse et en position, les signaux se superposent convenablement si l'on excepte les problèmes liés au jeu explicités en 3.4.3.2.1.

Les figures 3.67 et 3.68 présentent respectivement les cycles  $\Gamma_f(\Omega_{ch})$  et  $\Gamma_f(\theta_{ch})$  obtenus à partir des données précédentes.



**Figure 3.67 :  $\Gamma_f(\Omega_{ch})$  obtenu expérimentalement et en simulation - 2<sup>nde</sup> configuration d'essais**

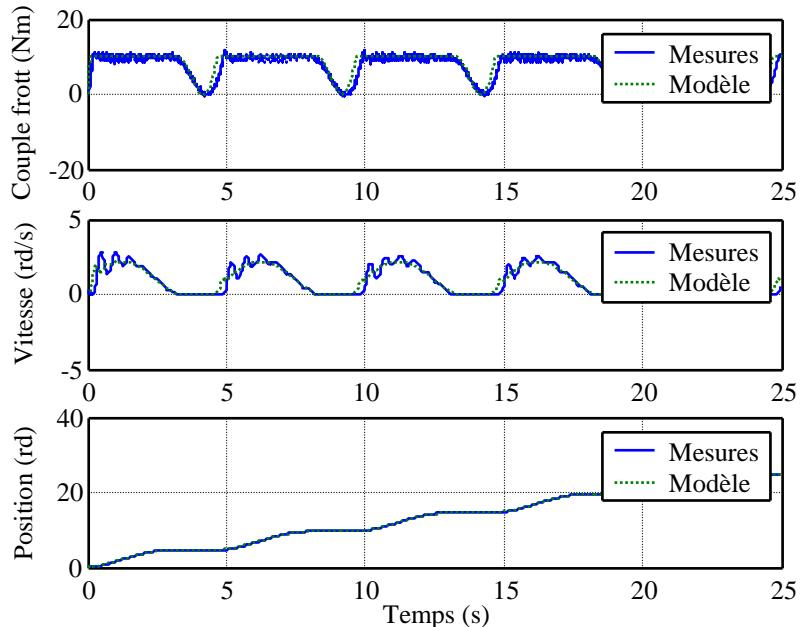


**Figure 3.68 :  $\Gamma_f(\theta_{ch})$  obtenu expérimentalement et en simulation - 2<sup>nde</sup> configuration d'essais**

Les deux cycles  $\Gamma_f(\theta_{ch})$  obtenus expérimentalement et en simulation se superposent très convenablement, en exceptant le comportement au niveau des commutations lié à l'estimation de la raideur (avec la même remarque qu'en 3.4.3.2.2 au sujet du bruit pour le couple expérimental).

Les deux cycles  $\Gamma_f(\theta_{ch})$  de la figure 3.68 se superposent assez fidèlement, y compris au niveau des transitions, même si l'aplanissement des extrema (3.4.3.2.1) de  $\theta_{ch}$  obtenu expérimentalement fait commuter le cycle  $\Gamma_f(\theta_{ch})$  expérimental en avance par rapport au cycle de la simulation.

La figure 3.69 présente les réponses temporelles  $\Gamma_f(t)$ ,  $\Omega_{ch}(t)$  et  $\theta_{ch}(t)$  obtenues sous la troisième configuration d'essais, pour les cas expérimental et simulé.



**Figure 3.69 :  $\Gamma_f(t)$ ,  $\Omega_{ch}(t)$  et  $\theta_{ch}(t)$  obtenus expérimentalement et en simulation – 3<sup>ème</sup> configuration d'essais**

Toutes les réponses se superposent très convenablement, exceptées celles en vitesse du fait de l'action des régulations PI mal retranscrite en simulation (3.4.3.2.1).

Les figures 3.70 et 3.71 présentent respectivement les cycles  $\Gamma_f(\Omega_{ch})$  et  $\Gamma_f(\theta_{ch})$  obtenus à partir des données précédentes.

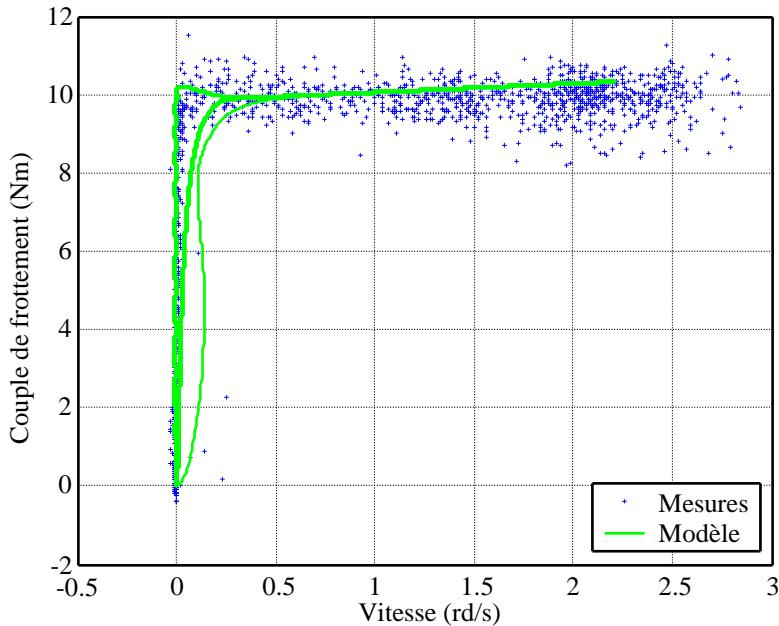


Figure 3.70 :  $\Gamma_f(\Omega_{ch})$  obtenu expérimentalement et en simulation – 3<sup>ème</sup> configuration d'essais

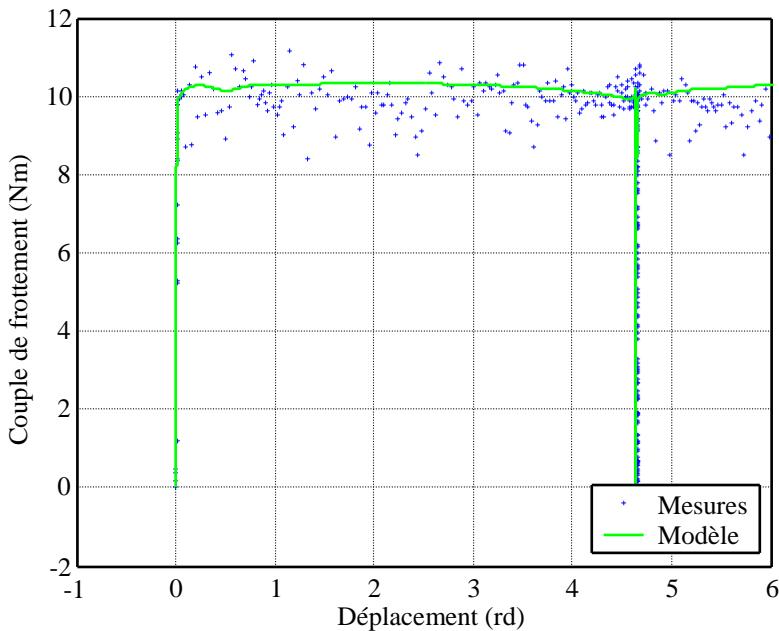
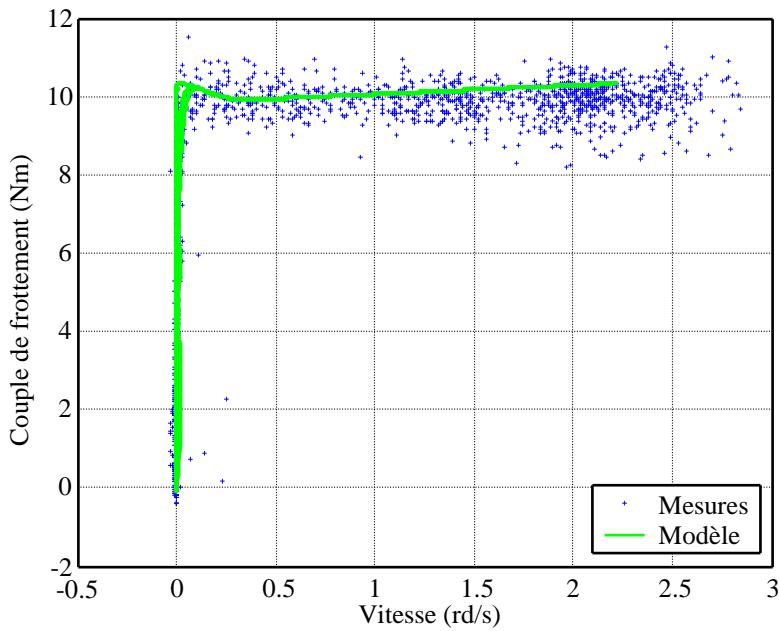


Figure 3.71 :  $\Gamma_f(\theta_{ch})$  obtenu expérimentalement et en simulation — 3<sup>ème</sup> configuration d'essais

Là encore les cycles obtenus en simulation et de façon expérimentale se superposent assez fidèlement.

Cependant, la figure 3.70 montre qu'au niveau des transitions entre phases de collage et glissement, le modèle n'est pas suffisamment précis. Il est toutefois possible d'obtenir de meilleurs résultats en augmentant légèrement la raideur  $\sigma_0$ , et en augmentant grandement la valeur du coefficient d'amortissement  $\sigma_1$  ( $\sigma_1$  est un paramètre de simulation et il est donc possible de modifier sa valeur). Le cycle obtenu est tel que celui donné figure 3.72.



**Figure 3.72 :  $\Gamma_f(\Omega_{ch})$  obtenu expérimentalement et en simulation - Modification des valeurs des paramètres**

En conclusion, le modèle LuGre colle de façon très satisfaisante aux essais expérimentaux. Cependant, certaines propriétés dynamiques, que ce modèle est susceptible de représenter n'ont pu être étudiées sur la base des essais considérés.

#### 3.4.4 Détermination des paramètres des modèles décrivant le coefficient de frottement $\mu(\Omega_{ch})$

Il est possible de modéliser le coefficient de frottement  $\mu(\Omega_{ch})$  à partir de l'étude réalisée en 3.4.3 et en utilisant la relation :

$$\mu = \frac{\Gamma_f}{R_{eq}F_N}$$

Avec :

$R_{eq} = 0,0505$  m = Rayon équivalent des disques ;

$F_N = 1220$  N = Force normale appliquée.

Les valeurs des paramètres des modèles de Stribeck et LuGre permettant de représenter la caractéristique  $\mu(\Omega_{ch})$  sont données ci-dessous :

##### Modèle de Stribeck :

$$\begin{aligned}\mu_{F_c} &= 0,168 \\ \mu_{F_n} &= 0,159 \\ \mu_{\sigma_c} &= 3,69 \cdot 10^{-3} \text{ (rd/s)}^{-1} \\ \mu_{v_c} &= 0,177 \text{ rd/s} \\ \mu_{\delta_c} &= 2 \\ \mu_{dv} &= 10^{-3}\end{aligned}$$

##### Modèle LuGre :

$$\begin{aligned}\mu_{F_c} &= 0,168 \\ \mu_{F_n} &= 0,159 \\ \mu_{\sigma_c} &= 3,69 \cdot 10^{-3} \text{ (rd/s)}^{-1} \\ \mu_{v_c} &= 0,177 \text{ rd/s} \\ \mu_{\delta_c} &= 1916 \text{ Nm/rd} \\ \mu_{dv} &= 0,31 \text{ Nm/rd/s}\end{aligned}$$

Les caractéristiques obtenues à partir de ces deux modèles sont données figure 3.73.

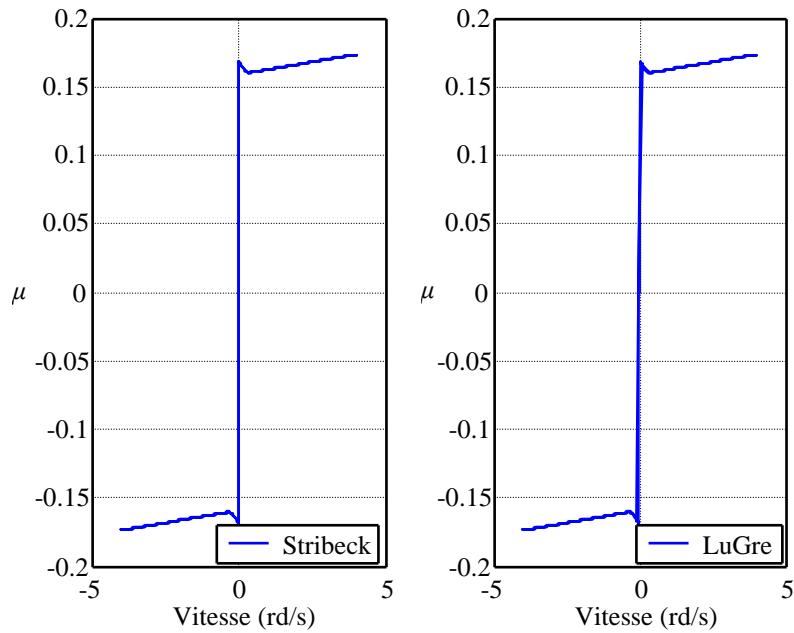


Figure 3.73 :  $\mu(\Omega_{ch})$  pour les modèles de Stribeck et LuGre

### 3.5 Conclusion

Le chapitre 3 a permis de caractériser de façon mathématique (par des équations de modèles de frottement) le comportement des disques d'embrayage utilisés sur véhicules. Pour ce faire, un banc d'essais faisant frotter ces disques a été élaboré afin de recueillir les données expérimentales nécessaires au recalage de modèles sur le comportement réel. Afin d'analyser en simulation le fonctionnement du banc, un modèle de ce dernier a d'abord été mis au point. Puis une première campagne d'essais, assortie d'une étude en simulation, ont permis de mettre en évidence des problèmes de jeux et de torsions d'arbres sur le banc. Après avoir résolu ces problèmes mécaniques sur le moyen d'essais, une nouvelle campagne a pu être menée sur la base de laquelle le recalage des modèles de frottement a été réalisé en cinq étapes :

- Choix du meilleur modèle pour l'application considérée ;
- Choix des meilleures méthodes d'identification pour l'application considérée ;
- Choix des meilleures procédures d'essais pour l'application considérée ;
- Recalage du modèle retenu ;
- Validation des performances du modèle.

A partir de l'étude de caractérisation du frottement des disques menée ici, la synthèse d'une stratégie de pilotage en glissement d'un système d'embrayage peut maintenant être effectuée.

## Chapitre 4

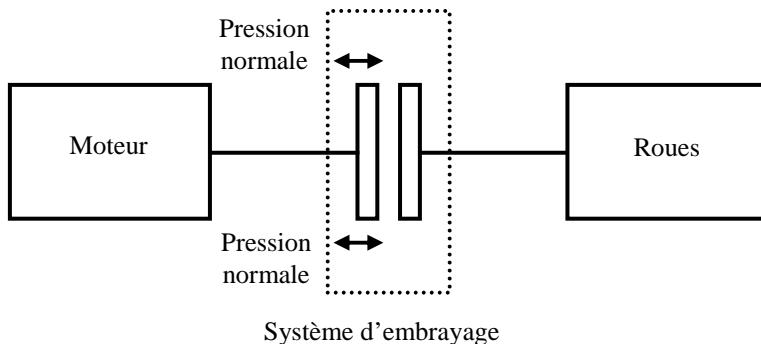
# **Synthèse de la structure de commande en glissement piloté : modélisation de la chaîne de transmission d'un véhicule, élaboration de la loi de commande et validation en simulation et sur véhicule**

4.1 Introduction .....	- 134 -
4.2 Modélisation de la chaîne de transmission d'un véhicule .....	- 134 -
4.3 Etude de la solution envisagée pour le filtrage d'acyclismes, et linéarisation du modèle de commande .....	- 138 -
4.4 Cahier des charges et valeurs numériques des différents paramètres et grandeurs.....	- 141 -
4.5 Synthèse du correcteur assurant le filtrage des acyclismes par glissement piloté .....	- 150 -
4.6 Validation des performances du régulateur sur un modèle de simulation .....	- 164 -
4.7 Validation des performances du régulateur sur un modèle complet de véhicule .....	- 169 -
4.8 Validation des performances du régulateur sur véhicule .....	- 177 -
4.9 Conclusion.....	- 181 -



## 4.1 Introduction

Un système d'embrayage a pour objectif de solidariser ou non le moteur d'un véhicule au reste de la chaîne de transmission : boîte de vitesses, arbres de transmission, roues. Pour ce faire, il utilise un principe de fonctionnement schématisé sur la figure 4.1.



**Figure 4.1 : Schéma de principe du fonctionnement d'un système d'embrayage**

Trois états de fonctionnement sont à distinguer :

- L'embrayage est ouvert : les disques sont alors découplés et aucune action motrice n'est transmise aux roues. Cet état permet de modifier le rapport de vitesse engagé ;
- L'embrayage est fermé : les disques sont alors collés et toute l'action motrice est transmise aux roues. Cet état permet au véhicule de rouler ;
- L'embrayage est utilisé en glissement : les disques sont alors en contact, mais la pression insuffisante exercée sur eux, autorise un glissement relatif entre les deux disques. La vitesse de l'arbre en sortie d'embrayage est alors différente de celle en entrée, et le couple moteur n'est pas intégralement transmis aux roues, puisqu'une partie est dissipée dans le glissement. Cet état est utilisé en transition des deux autres, afin d'éviter les à-coups liés à une solidarisation ou désolidarisation trop brutale du moteur au reste de la chaîne.

Pour représenter de façon mathématique le comportement d'un système d'embrayage, il est donc nécessaire de pouvoir décrire aussi bien les phases de collage que celles de glissement : c'est pourquoi les modèles de frottement sont utilisés.

Le chapitre 2 a permis de présenter plusieurs modèles susceptibles de décrire le fonctionnement d'un système d'embrayage, ainsi que plusieurs méthodes d'identification permettant de recaler ces modèles sur un comportement particulier. Le chapitre 3 a conduit à l'obtention d'un modèle fin d'un système d'embrayage, par l'application de ces méthodes sur des essais réalisés sur banc.

Le chapitre 4 présente la façon dont peut être utilisé le système d'embrayage pour filtrer les acyclismes du couple moteur. En effet, en pilotant celui-ci de façon appropriée (au moyen du modèle établi au chapitre 3), il est possible de diminuer le niveau des acyclismes en sortie d'embrayage, de sorte que ceux-ci deviennent imperceptibles au niveau des roues et de la caisse du véhicule. La synthèse du régulateur permettant de remplir cet objectif est réalisée en plusieurs étapes, qui sont exposées dans ce chapitre. Le premier paragraphe présente la modélisation d'une chaîne de transmission d'un véhicule. Le second paragraphe expose les principes généraux de la solution en glissement piloté proposée. Le cahier des charges à respecter, et les différentes valeurs numériques des paramètres, sont donnés dans une troisième partie. Puis le régulateur assurant le glissement piloté est synthétisé dans une quatrième partie. Enfin les performances de celui-ci sont étudiées en simulation, à partir du modèle mis au point au premier paragraphe, puis d'un modèle global prenant en compte toutes les entités présentes sur le système réel ; ainsi que sur véhicule, avec des essais réalisés sur piste.

Cette étude a fait l'objet de l'article [4].

## 4.2 Modélisation de la chaîne de transmission d'un véhicule

La figure 4.2 présente l'ensemble d'une chaîne de transmission de véhicule.

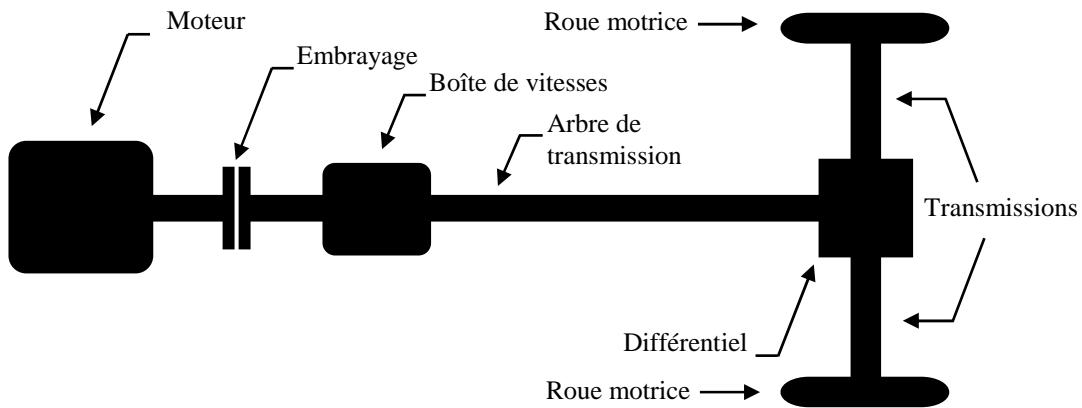


Figure 4.2 : Chaîne de transmission d'un véhicule

Le schéma de principe modélisant le comportement d'une telle chaîne est donné figure 4.3.

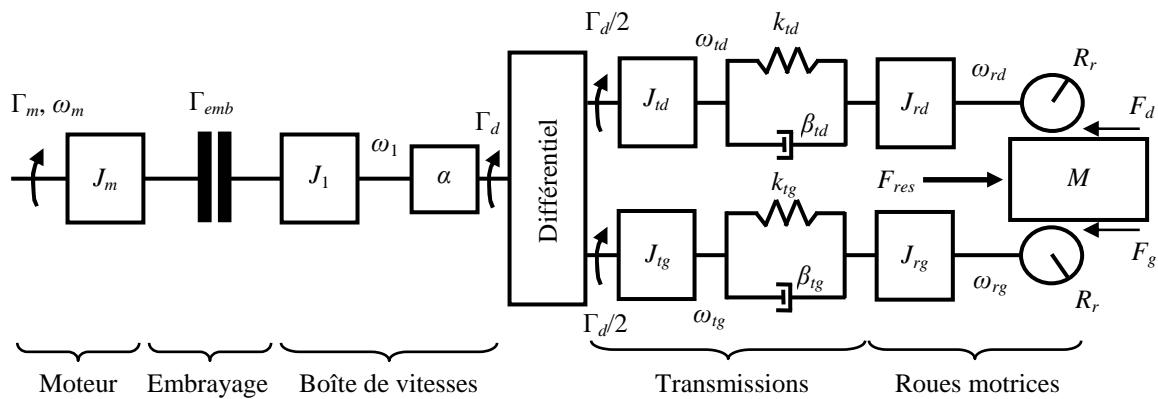


Figure 4.3 : Schéma de principe d'une chaîne de transmission d'un véhicule

Les équations (4.1) décrivant le comportement de cette chaîne, se déduisent du schéma de la figure 4.3 :

$$\begin{aligned}
 J_m \dot{\omega}_m &= \Gamma_m - \Gamma_{emb} \\
 J_1 \dot{\omega}_1 &= \Gamma_{emb} - \frac{\Gamma_d}{\alpha} \\
 \begin{cases} J_{td} \dot{\omega}_{td} = \frac{\Gamma_d}{2} - k_{td} \theta_{tr_d} - \beta_{td} (\omega_{td} - \omega_{rd}) \\ J_{tg} \dot{\omega}_{tg} = \frac{\Gamma_d}{2} - k_{tg} \theta_{tr_g} - \beta_{tg} (\omega_{tg} - \omega_{rg}) \end{cases} \\
 \begin{cases} J_{rd} \dot{\omega}_{rd} = k_{td} \theta_{tr_d} + \beta_{td} (\omega_{td} - \omega_{rd}) - R_r F_d \\ J_{rg} \dot{\omega}_{rg} = k_{tg} \theta_{tr_g} + \beta_{tg} (\omega_{tg} - \omega_{rg}) - R_r F_g \end{cases} \\
 \begin{cases} \dot{\theta}_{tr_d} = \omega_{td} - \omega_{rd} \\ \dot{\theta}_{tr_g} = \omega_{tg} - \omega_{rg} \end{cases} \\
 M \dot{v} &= F_d + F_g - F_{res}
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

Avec :

- $J_m, \omega_m, \Gamma_m$  = Inertie, vitesse de rotation et couple moteur ;
- $\Gamma_{emb}$  = Couple d'embrayage ;
- $J_1, \omega_1$  = Inertie et vitesse de rotation du primaire (sortie d'embrayage) ;
- $\Gamma_d$  = Couple entrant dans le différentiel ;
- $\alpha$  = Rapport de vitesse engagé ;
- $J_{td}, k_{td}, \beta_{td}$  = Inertie, raideur et amortissement de la transmission de droite ;
- $\omega_{td}, \theta_{tr_d}$  = Vitesse de rotation et position angulaire de la transmission de droite ;
- $J_{tg}, k_{tg}, \beta_{tg}$  = Inertie, raideur et amortissement de la transmission de gauche ;

$\omega_{tg}$ , $\theta_{tr}$	= Vitesse de rotation et position angulaire de la transmission de gauche ;
$J_{rd}$ , $\omega_{rd}$	= Inertie et vitesse de rotation de la roue motrice droite ;
$J_{rg}$ , $\omega_{rg}$	= Inertie et vitesse de rotation de la roue motrice gauche ;
$R_r$	= Rayon de roue ;
$F_d$ , $F_g$	= Forces d'action du véhicule, droite et gauche ;
$M$ , $v$	= Masse et vitesse linéaire du véhicule ;
$F_{res}$	= Force résistante à l'avancée du véhicule.

Les deux arbres de transmission droite et gauche sont supposés de caractéristiques identiques et présentent un comportement symétrique :

$$J_{td} = J_{tg} = J_t$$

$$k_{td} = k_{tg} = k_t$$

$$\beta_{td} = \beta_{tg} = \beta_t$$

$$\omega_{td} = \omega_{tg} = \omega_t$$

$$\theta_{tr_d} = \theta_{tr_g} = \theta_{tr}$$

$$J_{rd} = J_{rg} = J_r$$

$$\omega_{rd} = \omega_{rg} = \omega_r$$

$$F_d = F_g = F$$

Les équations (4.1) se réécrivent alors :

$$J_m \dot{\omega}_m = \Gamma_m - \Gamma_{emb} \quad (4.2a)$$

$$J_1 \dot{\omega}_1 = \Gamma_{emb} - \frac{\Gamma_d}{\alpha} \quad (4.2b)$$

$$J_t \dot{\omega}_t = \frac{\Gamma_d}{2} - k_t \theta_{tr} - \beta_t (\omega_t - \omega_r) \quad (4.2c)$$

$$J_r \dot{\omega}_r = k_t \theta_{tr} + \beta_t (\omega_t - \omega_r) - R_r F \quad (4.2d)$$

$$\dot{\theta}_{tr} = \omega_t - \omega_r \quad (4.2e)$$

$$Mv = 2F - F_{res} \quad (4.2f)$$

Les équations (4.2b) et (4.2c) permettent d'écrire :

$$J_1 \dot{\omega}_1 = \Gamma_{emb} - \frac{2}{\alpha} J_t \dot{\omega}_t - \frac{2k_t}{\alpha} \theta_{tr} - \frac{2\beta_t}{\alpha} (\omega_t - \omega_r) \quad (4.3)$$

Soit :

$$\omega_v = \alpha \omega_r \quad (4.4)$$

Avec :

$\omega_v$  = Vitesse de rotation d'une roue équivalente, ramenée en amont du rapport de vitesse.

Il est possible de définir  $\theta_1$ , déformation angulaire équivalente de l'arbre de transmission ramenée en amont du rapport de vitesse, par :

$$\dot{\theta}_1 = \omega_1 - \omega_v \quad (4.5)$$

D'autre part, il est clair que :

$$\begin{aligned} \omega_t &= \frac{1}{\alpha} \omega_1 \\ \dot{\omega}_t &= \frac{1}{\alpha} \dot{\omega}_1 \end{aligned} \quad (4.6)$$

En injectant les relations (4.4) et (4.6) dans (4.3), il vient :

$$\bar{J}_1 \dot{\omega}_1 = \Gamma_{emb} - \bar{k}_t \theta_1 - \bar{\beta}_t (\omega_1 - \omega_v) \quad (4.7)$$

Avec :

$$\begin{cases} \bar{J}_1 = J_1 + \frac{2}{\alpha^2} J_t \\ \bar{k}_t = \frac{2}{\alpha^2} k_t \\ \bar{\beta}_t = \frac{2}{\alpha^2} \beta_t \end{cases} \quad (4.8)$$

Par ailleurs, l'équation (4.2f) permet d'obtenir :

$$R_r F = \frac{MR_r^2}{2\alpha} \dot{\omega}_v + \frac{1}{2} \Gamma'_{res} \quad (4.9)$$

Avec :

$\Gamma'_{res} = R_r F_{res}$  = Couple résistant vu par le véhicule.

En injectant la relation (4.9) dans (4.2d), il vient :

$$J_v \dot{\omega}_v = \bar{k}_t \theta_1 + \bar{\beta}_t (\omega_1 - \omega_v) - \frac{1}{\alpha} \Gamma'_{res} \quad (4.10)$$

Avec :

$$J_v = \frac{2}{\alpha^2} J_r + \frac{MR_r^2}{\alpha^2} \quad (4.11)$$

Finalement, le modèle de la chaîne de transmission est donné par les relations (4.2a), (4.5), (4.7) et (4.10) rappelées ici :

$$\begin{cases} J_m \dot{\omega}_m = \Gamma_m - \Gamma_{emb} \\ \bar{J}_1 \dot{\omega}_1 = \Gamma_{emb} - \bar{k}_t \theta_1 - \bar{\beta}_t (\omega_1 - \omega_v) \\ J_v \dot{\omega}_v = \bar{k}_t \theta_1 + \bar{\beta}_t (\omega_1 - \omega_v) - \frac{1}{\alpha} \Gamma'_{res} \\ \dot{\theta}_1 = \omega_1 - \omega_v \end{cases} \quad (4.12)$$

Où les paramètres  $\bar{J}_1$ ,  $J_v$ ,  $\bar{k}_t$  et  $\bar{\beta}_t$  sont définis à partir des paramètres initiaux d'après les relations (4.8) et (4.11) rappelées ici :

$$\begin{cases} \bar{J}_1 = J_1 + \frac{2}{\alpha^2} J_t \\ J_v = \frac{2}{\alpha^2} J_r + \frac{MR_r^2}{\alpha^2} \\ \bar{k}_t = \frac{2}{\alpha^2} k_t \\ \bar{\beta}_t = \frac{2}{\alpha^2} \beta_t \end{cases} \quad (4.13)$$

Lorsque les phénomènes de torsion d'arbres sont négligés (l'acceptabilité de cette approximation est prouvée en 4.4.10), il vient :

$$\omega_1 = \omega_v$$

Les équations (4.12) du modèle de la chaîne de transmission se simplifient alors et deviennent :

$$\begin{cases} J_m \dot{\omega}_m = \Gamma_m - \Gamma_{emb} \\ J_{bv} \dot{\omega}_{bv} = \Gamma_{emb} - \Gamma_{res} \end{cases} \quad (4.14)$$

Avec :

$$\begin{aligned}\omega_{bv} &= \omega_1 \\ \Gamma_{res} &= \frac{1}{\alpha} \Gamma'_{res} \\ J_{bv} &= \bar{J}_1 + J_v = J_1 + \frac{2}{\alpha^2} (J_r + J_t) + \frac{MR_r^2}{\alpha^2}\end{aligned}$$

### 4.3 Etude de la solution envisagée pour le filtrage d'acyclismes, et linéarisation du modèle de commande

Comme cela a été présenté en introduction de ce chapitre, l'objectif de la loi de commande à mettre en place ici est de filtrer au niveau de l'embrayage, les acyclismes créés par le moteur. De façon intuitive, la solution à ce problème semble être de piloter le système d'embrayage en glissement. En effet, faire glisser les deux disques l'un par rapport à l'autre permet de transmettre un couple et une vitesse en sortie d'embrayage différents de ceux en entrée, et donc d'éliminer en sortie les acyclismes moteur.

Afin de valider de façon théorique cette solution « intuitive », il est possible d'étudier le transfert entre le couple moteur  $\Gamma_m$  en entrée d'embrayage et le couple primaire  $\Gamma_{emb}$  en sortie. Clairement sans glissement, ce transfert est unitaire puisque ces deux grandeurs sont identiques :

$$\left. \frac{\Gamma_{emb}}{\Gamma_n} \right|_{col} = 1$$

Il est donc intéressant d'étudier la valeur de ce transfert, en glissement, au niveau des pulsations où les acyclismes moteur sont ressentis et doivent être éliminés. Cette plage se situe en haute fréquence, et dépend du régime moteur (voir 4.4.5). Elle est donnée ci-dessous en pulsation :

$$[150 - 1000] \text{ rd/s}$$

Au cours de ce paragraphe, le système non linéaire (4.14) établi en 4.2, est linéarisé autour de points de fonctionnement de glissement, ce qui établit le modèle de commande. A partir de celui-ci, il est possible de faire apparaître le transfert  $\Gamma_{emb}/\Gamma_m$  en condition de glissement et d'en étudier les propriétés.

#### 4.3.1 Linéarisation du modèle de la chaîne de transmission autour de points de fonctionnement de glissement

Le modèle de commande non linéaire de la chaîne de transmission est défini par les relations (4.14) rappelées ici :

$$\begin{cases} J_m \dot{\omega}_m = \Gamma_m - \Gamma_{emb} \\ J_{bv} \dot{\omega}_{bv} = \Gamma_{emb} - \Gamma_{res} \end{cases}$$

Avec :

$$\Gamma_{emb} = \mu(\Delta\omega) \Gamma_n \quad (4.15a)$$

$$\Delta\omega = \omega_m - \omega_{bv} \quad (4.15b)$$

$$\begin{aligned}\Gamma_{res} &= \Gamma_{ch} + \Gamma_{aero} \\ &= \Gamma_{ch} + p + q\omega_{bv} + r\omega_{bv}^2\end{aligned} \quad (4.15c)$$

Où :

$\mu(\Delta\omega)$  = Coefficient de frottement caractérisant les disques d'embrayage ;

$\Delta\omega$  = Vitesse angulaire de glissement ;

$\Gamma_n$  = Couple normal équivalent appliqué ( $\Gamma_n = \Gamma_n(P)$  où  $P$  est la pression normale exercée sur les disques).

Le couple résistant  $\Gamma_{res}$  modélise les différents frottements vus par le véhicule ramenés au niveau de la boîte de vitesses : pente de la route, adhérence, aérodynamisme,... Le couple de charge  $\Gamma_{ch}$ , qui modélise l'influence de la pente de la route, peut être considéré comme une entrée extérieure. Le couple  $\Gamma_{aero}$ , qui représente les frottements d'adhérence à la route ( $p$ ) et aérodynamiques ( $q\omega_{bv} + r\omega_{bv}^2$ ), dépend de la vitesse en sortie de boîte et est créé par un rebouclage interne utilisant cette grandeur.

En injectant les relations (4.15) dans celles données en (4.14), le modèle de commande non linéaire devient :

$$\begin{cases} J_m \dot{\omega}_m = \Gamma_m - \mu(\omega_m - \omega_{bv})\Gamma_n \\ J_{bv} \dot{\omega}_{bv} = \mu(\omega_m - \omega_{bv})\Gamma_n - (\Gamma_{ch} + p + q\omega_{bv} + r\omega_{bv}^2) \end{cases} \quad (4.16)$$

Il est alors possible de définir un système à 3 entrées et 4 sorties, avec :

Entrées :

Commande :  $\Gamma_n$   
Perturbations :  $\Gamma_m, \Gamma_{ch}$

Sorties :

Vitesse moteur  $\omega_m$   
Vitesse primaire  $\omega_{bv}$   
Vitesse de glissement  $\Delta\omega$   
Couple d'embrayage  $\Gamma_{emb}$

Le système (4.16) peut être linéarisé autour des points de fonctionnement  $\Gamma_{n_0}, \Gamma_{m_0}, \Gamma_{ch_0}, \Gamma_{emb_0}, \omega_{m_0}, \omega_{bv_0}$  et  $\Delta\omega_0$  :

$$\begin{aligned} \Gamma_n &= \Gamma_{n_0} + \delta\Gamma_n \\ \Gamma_m &= \Gamma_{m_0} + \delta\Gamma_m \\ \Gamma_{ch} &= \Gamma_{ch_0} + \delta\Gamma_{ch} \\ \Gamma_{emb} &= \Gamma_{emb_0} + \delta\Gamma_{emb} \end{aligned} \quad \begin{aligned} \omega_m &= \omega_{m_0} + \delta\omega_m \\ \omega_{bv} &= \omega_{bv_0} + \delta\omega_{bv} \\ \Delta\omega &= \Delta\omega_0 + \delta\Delta\omega \end{aligned}$$

Il vient alors :

$$\begin{cases} J_m \delta\dot{\omega}_m = \delta\Gamma_m - \Gamma_{n_0} \frac{d\mu}{d\Delta\omega} \Big|_{\Delta\omega_0} \delta\omega_m + \Gamma_{n_0} \frac{d\mu}{d\Delta\omega} \Big|_{\Delta\omega_0} \delta\omega_{bv} - \mu(\Delta\omega_0) \delta\Gamma_n \\ J_{bv} \delta\dot{\omega}_{bv} = \Gamma_{n_0} \frac{d\mu}{d\Delta\omega} \Big|_{\Delta\omega_0} \delta\omega_m - \Gamma_{n_0} \frac{d\mu}{d\Delta\omega} \Big|_{\Delta\omega_0} \delta\omega_{bv} + \mu(\Delta\omega_0) \delta\Gamma_n - \delta\Gamma_{ch} - (q + 2r\omega_{bv_0}) \delta\omega_{bv} \\ \delta\Delta\omega = \delta\omega_m - \delta\omega_{bv} \\ \delta\Gamma_{emb} = \Gamma_{n_0} \frac{d\mu}{d\Delta\omega} \Big|_{\Delta\omega_0} \delta\omega_m - \Gamma_{n_0} \frac{d\mu}{d\Delta\omega} \Big|_{\Delta\omega_0} \delta\omega_{bv} + \mu(\Delta\omega_0) \delta\Gamma_n \end{cases}$$

En notant :

$$\begin{aligned} a &= \Gamma_{n_0} \frac{d\mu}{d\Delta\omega} \Big|_{\Delta\omega_0} \\ b &= \mu(\Delta\omega_0) \\ c &= q + 2r\omega_{bv_0} \end{aligned}$$

Le modèle se réécrit:

$$\begin{cases} J_m \delta\dot{\omega}_m = \delta\Gamma_m - a\delta\omega_m + a\delta\omega_{bv} - b\delta\Gamma_n \\ J_{bv} \delta\dot{\omega}_{bv} = a\delta\omega_m - (a+c)\delta\omega_{bv} + b\delta\Gamma_n - \delta\Gamma_{ch} \\ \delta\Delta\omega = \delta\omega_m - \delta\omega_{bv} \\ \delta\Gamma_{emb} = a\delta\omega_m - a\delta\omega_{bv} + b\delta\Gamma_n \end{cases} \quad (4.17)$$

### Modélisation sous forme de représentation d'état

Le système (4.17) peut s'écrire sous forme d'une représentation d'état  $x = \begin{pmatrix} \delta\omega_m \\ \delta\omega_{bv} \end{pmatrix}$ , de sorties  $y = \begin{pmatrix} \delta\omega_m \\ \delta\omega_{bv} \\ \delta\Delta\omega \\ \delta\Gamma_{emb} \end{pmatrix}$  et

d'entrées  $u = \begin{pmatrix} \delta\Gamma_n \\ \delta\Gamma_m \\ \delta\Gamma_{ch} \end{pmatrix}$ :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases} \quad (4.18)$$

Avec :

$$\begin{aligned} A &= \begin{pmatrix} -\frac{a}{J_m} & \frac{a}{J_m} \\ \frac{a}{J_{bv}} & -\frac{a+c}{J_{bv}} \end{pmatrix} & B &= \begin{pmatrix} -\frac{b}{J_m} & \frac{1}{J_m} & 0 \\ \frac{b}{J_{bv}} & 0 & -\frac{1}{J_{bv}} \end{pmatrix} \\ C &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & -1 \\ a & -a \end{pmatrix} & D &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ b & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (4.19)$$

### Modélisation sous forme de fonctions de transfert

Le système (4.17) peut s'écrire sous forme de fonctions de transfert :

$$\begin{aligned} \delta\omega_{bv} &= H_1(p)\delta\Gamma_n + H_2(p)\delta\Gamma_m + H_3(p)\delta\Gamma_{ch} \\ \delta\omega_m &= H_4(p)\delta\Gamma_n + H_5(p)\delta\Gamma_m + H_6(p)\delta\Gamma_{ch} \\ \delta\Delta\omega &= \delta\omega_m - \delta\omega_{bv} \\ \delta\Gamma_{emb} &= a(\delta\omega_m - \delta\omega_{bv}) + b\delta\Gamma_n \end{aligned} \quad (4.20)$$

Avec :

$$\begin{aligned} H_1(p) &= \frac{bJ_m}{ac} \frac{p}{1 + (\frac{1}{c}J_{bv} + \frac{a+c}{ac}J_m)p + \frac{J_mJ_{bv}}{ac}p^2} & H_4(p) &= -\frac{b}{a} \frac{1 + (\frac{J_m}{a} + \frac{J_{bv}}{c})p + \frac{J_mJ_{bv}}{ac}p^2}{(1 + \frac{J_m}{a}p)(1 + (\frac{1}{c}J_{bv} + \frac{a+c}{ac}J_m)p + \frac{J_mJ_{bv}}{ac}p^2)} \\ H_2(p) &= \frac{1}{c} \frac{1}{1 + (\frac{1}{c}J_{bv} + \frac{a+c}{ac}J_m)p + \frac{J_mJ_{bv}}{ac}p^2} & H_5(p) &= \frac{a+c}{ac} \frac{1 + (\frac{J_m}{a} + \frac{J_{bv}}{a+c})p + \frac{J_mJ_{bv}}{a(a+c)}p^2}{(1 + \frac{J_m}{a}p)(1 + (\frac{1}{c}J_{bv} + \frac{a+c}{ac}J_m)p + \frac{J_mJ_{bv}}{ac}p^2)} \\ H_3(p) &= -\frac{1}{c} \frac{1 + \frac{J_m}{a}p}{1 + (\frac{1}{c}J_{bv} + \frac{a+c}{ac}J_m)p + \frac{J_mJ_{bv}}{ac}p^2} & H_6(p) &= -\frac{1}{c} \frac{1}{1 + (\frac{1}{c}J_{bv} + \frac{a+c}{ac}J_m)p + \frac{J_mJ_{bv}}{ac}p^2} \end{aligned}$$

La figure 4.4 donne le schéma-bloc modélisant la chaîne de transmission dans le cas linéarisé.

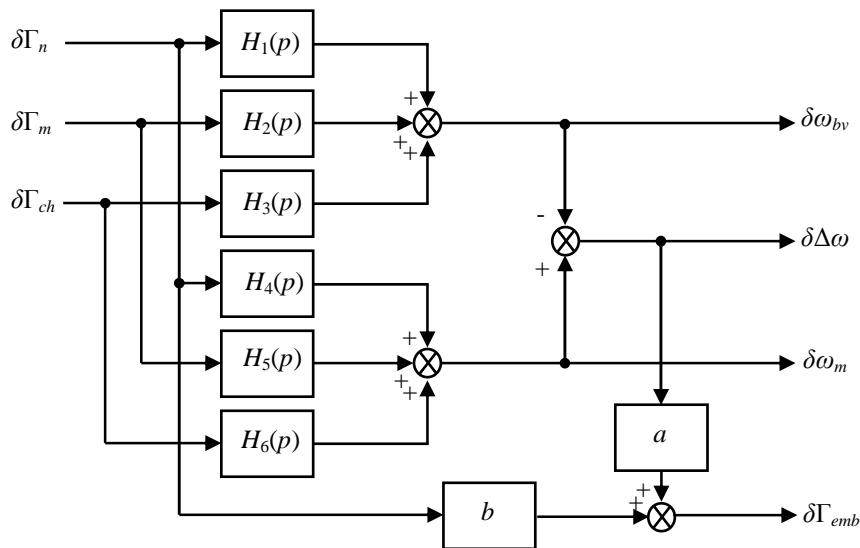


Figure 4.4 : Schéma-bloc du système linéarisé

### 4.3.2 Analyse du transfert $\delta\Gamma_{emb}/\delta\Gamma_m$ pour étudier l'influence du glissement sur le filtrage des acyclismes

D'après le schéma-bloc de la figure 4.4, le transfert  $\delta\Gamma_{emb}/\delta\Gamma_m$  est donné, en glissement, par:

$$\left. \frac{\delta\Gamma_{emb}}{\delta\Gamma_m} \right|_{gli} = a(H_5(p) - H_2(p))$$

La figure 4.5 présente le diagramme de Bode théorique de ce transfert.

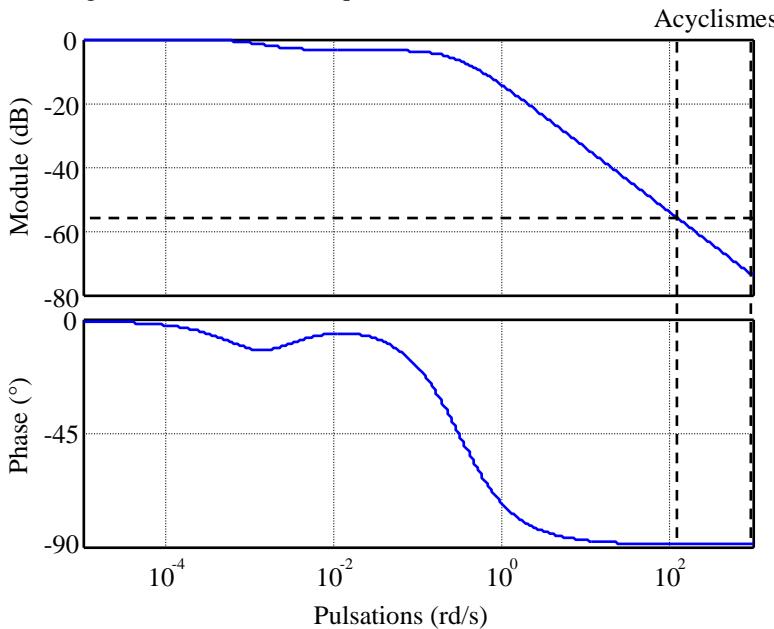


Figure 4.5 : Diagramme de Bode théorique du transfert  $\delta\Gamma_{emb}/\delta\Gamma_m$

La figure 4.5 met clairement en évidence l'intérêt du glissement piloté pour le filtrage d'acyclismes. En effet, sans glissement, le transfert  $\delta\Gamma_{emb}/\delta\Gamma_m$  est unitaire et est donc représenté sur la figure 4.5 par l'axe 0 dB. Cependant, lorsque le système est mis en glissement, le transfert devient passe-bas et filtre donc naturellement les acyclismes présents en haute fréquence.

En conclusion la solution à apporter pour filtrer les acyclismes créés par le moteur, est de piloter en glissement le système d'embrayage. Ainsi une structure de correction de type PI peut être mise en place afin de réguler cette grandeur à la valeur de référence désirée : la synthèse de ce régulateur est réalisée au paragraphe 4.5. Mais préalablement à cette synthèse, il est important de définir un cahier des charges numérique permettant de définir de façon précise les objectifs et contraintes à respecter lors de la synthèse de ce régulateur : c'est l'objectif du paragraphe suivant.

## 4.4 Cahier des charges et valeurs numériques des différents paramètres et grandeurs

Au cours de ce paragraphe, les valeurs numériques des différents paramètres et grandeurs intervenant dans le problème de commande sont établies. Il en découle un cahier des charges précis à respecter pour répondre aux attentes du filtrage d'acyclismes. Enfin, l'influence de la valeur de certains paramètres ou grandeurs critiques est également discutée.

### 4.4.1 Valeurs des paramètres du modèle de la chaîne de transmission

Les valeurs des paramètres suivants correspondent à la chaîne de transmission d'un véhicule de type Renault Clio, moteur diesel :

#### Inerties :

$$\begin{aligned} J_m &= 0,1806 \text{ kg.m}^2 \\ J_1 &= 7,67 \cdot 10^{-3} \text{ kg.m}^2 \\ J_t &= 0,152 \text{ kg.m}^2 \\ J_r &= 0,6759 \text{ kg.m}^2 \end{aligned}$$

#### Masse véhicule :

#### Torsion des arbres de transmission :

$$\begin{aligned} k_t &= 15000 \text{ Nm/rd} \\ \beta_t &= 150 \text{ Nms/rd} \end{aligned}$$

#### Rapports de vitesses :

$$M = 1169,2 \text{ kg}$$

Rayon roue :

$$R_r = 0,29 \text{ m}$$

$$\begin{aligned} \alpha_1^{\text{ère}} &= 16,24 \\ \alpha_2^{\text{ème}} &= 8,92 \\ \alpha_3^{\text{ème}} &= 6,07 \\ \alpha_4^{\text{ème}} &= 4,49 \\ \alpha_5^{\text{ème}} &= 3,57 \end{aligned}$$

#### 4.4.2 Valeurs des coefficients du modèle de couple résistant

La figure 4.6 présente une mesure du couple résistant  $\Gamma'_{res}$  vu par le véhicule en fonction de la vitesse linéaire  $v$  de celui-ci, lorsque la pente de la route est nulle ( $\Gamma_{ch} = 0$ ,  $\Gamma'_{res} = \Gamma_{aero}$ ).

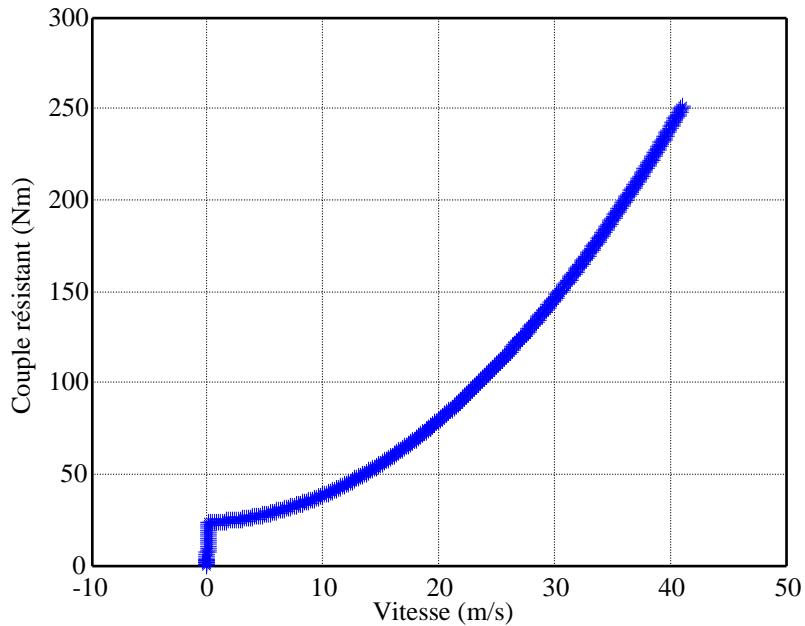


Figure 4.6 : Couple résistant en fonction de la vitesse du véhicule  $\Gamma'_{res}(v)$

Il est possible de recaler la valeur des paramètres  $p$ ,  $q$  et  $r$  de la relation (4.15c) à partir d'un tel relevé. En effet, il suffit d'utiliser une méthode d'optimisation visant à minimiser le critère suivant :

$$J = \left\| \Gamma'_{res} - (p_0 + q_0 v + r_0 v^2) \right\|^2$$

Les valeurs obtenues pour ces trois coefficients sont données ci-dessous :

$$p_0 = 23,5391 \text{ Nm}$$

$$q_0 = 0,1689 \text{ Ns}$$

$$r_0 = 0,1302 \text{ Ns}^2/\text{m}$$

La figure 4.7 présente les réponses  $\Gamma'_{res}(v)$  et  $p_0 + q_0 v + r_0 v^2$ , et prouve que le modèle proposé permet de caractériser finement la réponse réelle.

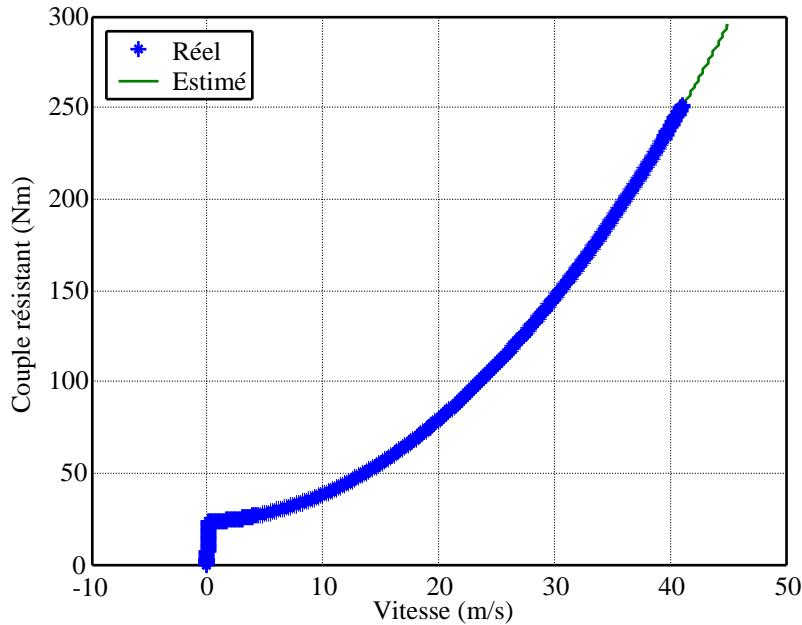


Figure 4.7 : Comparaison entre le relevé expérimental et le modèle de  $\Gamma'_{res}(v)$

Cependant, le relevé expérimental de la figure 4.6 donne le couple résistant vu par le véhicule en fonction de la vitesse de celui-ci  $\Gamma'_{res}(v)$ , alors que pour le modèle de commande établi en (4.14) est utilisé le couple résistant ramené en amont du rapport de vitesse en fonction de la vitesse de rotation de l'arbre primaire  $\Gamma_{res}(\omega_{bv})$ . Ces grandeurs sont liées par les relations :

$$\Gamma_{res} = \frac{1}{\alpha} \Gamma'_{res}$$

$$\omega_{bv} = \frac{\alpha}{R_r} v$$

Les paramètres  $p$ ,  $q$  et  $r$  se déduisent alors des estimées  $p_0$ ,  $q_0$  et  $r_0$  par les relations suivantes :

$$p = \frac{1}{\alpha} p_0$$

$$q = \frac{R_r}{\alpha^2} q_0$$

$$r = \frac{R_r^2}{\alpha^3} r_0$$

Pour un rapport de vitesse de première engagé, les coefficients prennent les valeurs :

$$p = 1,45 \text{ Nm}$$

$$q = 1,85 \cdot 10^{-4} \text{ Nms}$$

$$r = 2,537 \cdot 10^{-6} \text{ Nms}^2$$

#### 4.4.3 Valeurs des paramètres liés au modèle de frottement

Le chapitre 3 a permis de caractériser le comportement des disques d'embrayage par deux modèles de frottement, l'un statique (Stribeck), l'autre dynamique (LuGre). Ici, puisque le modèle de commande s'appuie sur la linéarisation d'un modèle plus complexe, c'est le modèle statique de Stribeck qui est retenu pour la suite, soit en glissement :

$$\mu(\Delta\omega) = (\mu_{F_c} + (\mu_{F_s} - \mu_{F_c}) e^{-\left(\frac{\Delta\omega}{\mu_{v_s}}\right)^2}) \operatorname{sgn}(\Delta\omega) + \mu_{\sigma_v} \Delta\omega$$

Avec :

$$\mu_{F_c} = 0,168$$

$$\mu_{F_s} = 0,159$$

$$\begin{aligned}\mu_{\sigma_{..}} &= 3,69 \cdot 10^{-3} \text{ (rd/s)}^{-1} \\ \mu_{v_{..}} &= 0,177 \text{ rd/s}\end{aligned}$$

La linéarisation du modèle de commande fait apparaître la dérivée par rapport à la vitesse de glissement du modèle de Stribeck (paramètre  $a$ ) :

$$\left. \frac{d\mu}{d\Delta\omega} \right|_{\Delta\omega_0} = -2 \frac{\mu_{F_s} - \mu_{F_c}}{\mu_{v_s}^2} \Delta\omega_0 e^{-\left(\frac{\Delta\omega_0}{\mu_{v_s}}\right)^2} + \mu_{\sigma_v}$$

La figure 4.8 présente les réponses du modèle ainsi que celles du modèle linéarisé pour différentes vitesses de glissement  $\Delta\omega_0$ .

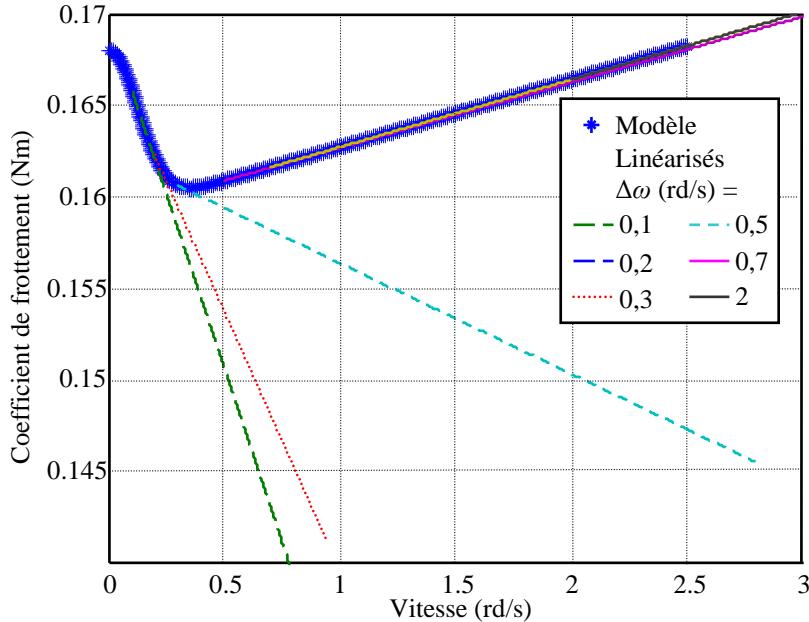


Figure 4.8 : Linéarisation du modèle de Stribeck

Cette figure fait ainsi apparaître un problème important : le signe du terme de linéarisation  $\left. \frac{d\mu}{d\Delta\omega} \right|_{\Delta\omega_0}$  (et donc de

$a$ ) varie avec le point de fonctionnement de vitesse de glissement choisi, et ce à cause de l'effet Stribeck. Ce changement de signe du paramètre  $a$  peut conduire le système à devenir instable : son influence sur les différents transferts  $H_1(p), H_2(p), H_3(p), H_4(p), H_5(p)$  et  $H_6(p)$  du modèle linéarisé, sera étudiée plus en détail plus loin dans ce paragraphe.

#### 4.4.4 Valeurs des points de fonctionnement

La linéarisation du modèle de commande a été effectuée autour des points de fonctionnement  $\Gamma_{n_0}$ ,  $\Gamma_{m_0}$ ,  $\Gamma_{ch_0}$ ,  $\omega_{m_0}$ ,  $\omega_{bv_0}$  et  $\Delta\omega_0$ . Il convient maintenant de fixer ou déterminer la valeur de ces grandeurs. Ainsi, le régime moteur  $\omega_{m_0}$ , la vitesse de glissement  $\Delta\omega_0$  et le couple de charge  $\Gamma_{ch_0}$  sont fixés selon des considérations théoriques, tandis que le régime primaire  $\omega_{bv_0}$ , le couple moteur  $\Gamma_{m_0}$  et le couple normal  $\Gamma_{n_0}$  sont déterminés à partir des deux premières grandeurs.

#### Régime moteur

Le régime moteur  $\omega_{m_0}$  est choisi dans la plage de fonctionnement où apparaissent les acyclismes, c'est-à-dire aux faibles régimes. Des études expérimentales permettent de montrer que la plage où les acyclismes sont les plus ressentis est la suivante :

$$\omega_{m_0} \in [80, 250] \text{ rd/s}$$

#### Vitesse de glissement

La valeur de la vitesse de glissement est à fixer selon un compromis entre :

- $\Delta\omega_0$  suffisamment élevée pour que les acyclismes soient filtrés : il sera cependant montré plus loin dans ce paragraphe que la qualité du filtrage ne dépend pas de la valeur du glissement ;

- $\Delta\omega_0$  suffisamment faible pour que les pertes énergétiques, sous forme de chaleur, soient acceptables ; et que la détérioration du matériau constituant les disques d'embrayage ne soit pas engagée ;
- $\Delta\omega_0$  suffisamment élevée pour que cette vitesse puisse être mesurée de façon suffisamment précise, selon la résolution du capteur utilisé et les bruits de mesures.

D'après ces considérations, la plage de vitesses de glissement retenue est la suivante :

$$\Delta\omega_0 \in [0, 10] \text{ rd/s}$$

### **Régime primaire**

La valeur du régime primaire se déduit de celle choisie pour chacune des deux grandeurs précédentes par la relation :

$$\omega_{bv_0} = \omega_{m_0} - \Delta\omega_0$$

### **Couple de charge**

Le couple de charge modélise le couple résistant créé par les variations de pente de la route, soit :

$$\Gamma_{ch_0} = \frac{MgR_r \sin \rho}{\alpha}$$

Avec :

$g = 9,81 \text{ ms}^{-2}$  = Accélération ;

$\rho$  = Pente de la route.

Ainsi, en considérant des pentes maximales de  $\pm 20\%$  ( $\sin \rho = \pm 0,2$ ), il est possible de définir une plage de variations pour  $\Gamma_{ch_0}$  :

$$\Gamma_{ch_0} \in [-185, 185] \text{ Nm}$$

Pour la synthèse du correcteur réalisée en 4.5, la valeur du couple de charge a été choisie nulle.

### **Couple aérodynamique**

La valeur du couple aérodynamique se déduit de celle du régime primaire par :

$$\Gamma_{aero_0} = p + q\omega_{bv_0} + r\omega_{bv_0}^2$$

La valeur du couple résistant total est alors donnée par :

$$\Gamma_{res_0} = \Gamma_{ch_0} + \Gamma_{aero_0}$$

### **Couples moteur et normal**

En régime statique, pour les points de fonctionnement considérés, les équations (4.14) deviennent :

$$\Gamma_{emb_0} = \Gamma_{m_0}$$

$$\Gamma_{m_0} = \Gamma_{res_0}$$

Les couples moteur et normal sont donc définis à partir des relations suivantes :

$$\Gamma_{m_0} = \Gamma_{res}(\omega_{bv_0})$$

$$\Gamma_{n_0} = \frac{\Gamma_{m_0}}{\mu(\Delta\omega_0)}$$

### **4.4.5 Valeurs des pulsations des acyclismes**

Les acyclismes sont créés par l'alternance des compressions et des combustions se produisant dans un moteur thermique. Ainsi leur fréquence est directement liée à la valeur du régime moteur. Aux vitesses élevées, les acyclismes ne sont pas ressentis au niveau de la caisse du véhicule. Cependant aux vitesses faibles, ceux-ci ont des amplitudes importantes et nécessitent d'être filtrés. La plage de régimes moteur pour laquelle le filtrage par glissement piloté doit être activé a été donnée en 4.4.4. Pour ces vitesses, la plage de pulsations des acyclismes est donnée ci-dessous :

$$\omega_{acyc} \in [150, 1000] \text{ rd/s}$$

#### 4.4.6 Cahier des charges pour le filtrage d'acyclismes

D'après les paragraphes précédents, le cahier des charges à respecter pour le filtrage d'acyclismes peut s'écrire :

*Pour des régimes moteur compris entre 80 et 250 rd/s, en utilisant un glissement des disques d'embrayage dont la vitesse maximale peut atteindre 10 rd/s, atténuer le transfert  $\delta\Gamma_{emb}/\delta\Gamma_m$  aux pulsations associées aux acyclismes [150, 1000] rd/s.*

#### 4.4.7 Influence de l'effet Stribeck dans la linéarisation

Comme cela a été présenté en 4.4.3, la linéarisation du modèle de Stribeck conduit à un paramètre  $a$  dont le signe peut changer selon la vitesse de glissement (effet Stribeck). En effet, ce paramètre est en fait fonction de la pente de la tangente à la réponse  $\mu(\Delta\omega)$ , à la vitesse  $\Delta\omega_0$  considérée. La figure 4.9 présente la réponse  $\mu(\Delta\omega)$ .

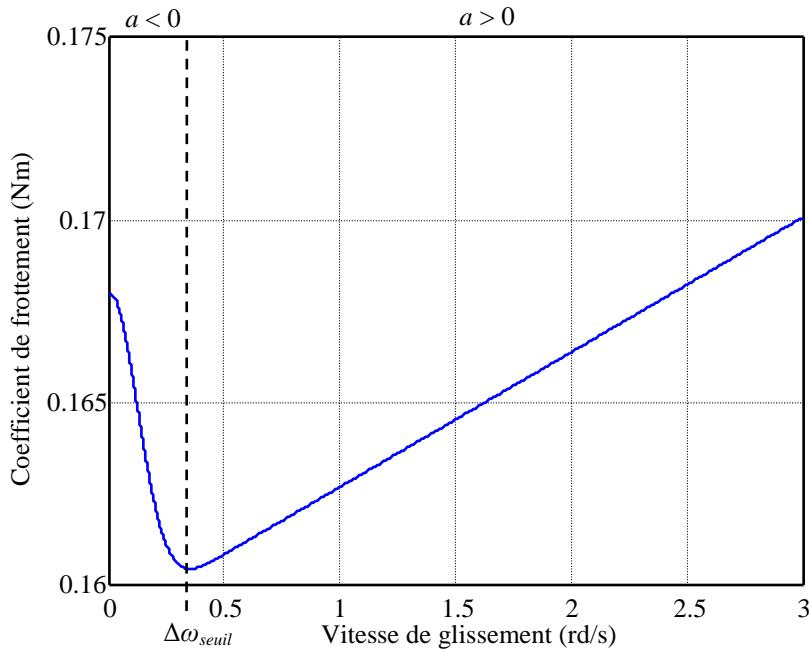


Figure 4.9 : Signe du paramètre  $a$  selon l'allure de  $\mu(\Delta\omega)$

Ainsi, lorsque la vitesse de glissement est inférieure à  $\Delta\omega_{seuil} = 0,4$  rd/s,  $a$  est négatif, et lorsque celle-ci est supérieure à cette valeur seuil,  $a$  est positif.

La figure 4.10 présente deux diagrammes de Bode du transfert  $\delta\Gamma_{emb}/\delta\Gamma_m$ , avec  $a > 0$  d'une part, et  $a < 0$  d'autre part.

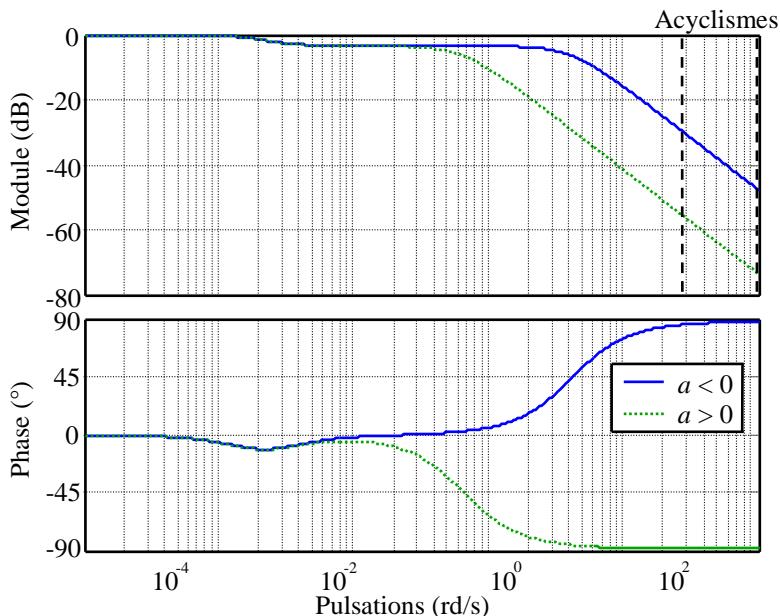


Figure 4.10 : Diagramme de Bode de  $\delta\Gamma_{emb}/\delta\Gamma_m$ , pour  $a > 0$  et  $a < 0$

Il apparaît sur cette figure que les comportements en basse fréquence sont identiques dans les deux cas. Par opposition, pour les hautes fréquences, c'est-à-dire pour celles où les acyclismes doivent être filtrés, les réponses en amplitude et en phase ont des comportements différents, du fait de l'introduction d'un pôle instable. La phase, pour  $a < 0$ , atteint  $90^\circ$  alors qu'elle est de  $-90^\circ$  dans le cas  $a > 0$ . De plus, le module pour le transfert  $a > 0$  est inférieur à celui du cas  $a < 0$  (25 dB environ). Ainsi, dans l'objectif de filtrer les acyclismes, il est plus intéressant de travailler avec un coefficient  $a > 0$ , c'est-à-dire des vitesses de glissement  $\Delta\omega_0 > \Delta\omega_{seuil}$  puisque le filtrage est naturellement meilleur pour cette configuration.

Enfin, il a été vu précédemment que le système de commande, avec  $a < 0$ , est instable. Or, même si le régulateur synthétisé au paragraphe 4.5 permet de piloter les disques en glissement autour d'une valeur de vitesse de référence  $\Delta\omega_{ref} > \Delta\omega_{seuil}$ , il est possible que dans le transitoire, des vitesses inférieures à  $\Delta\omega_{seuil}$  soient parcourues, ce qui peut déstabiliser le système. Il sera donc essentiel lors de la synthèse de s'assurer que le régulateur mis en place garantisse la stabilité du système bouclé, quel que soit le signe du paramètre  $a$ .

#### 4.4.8 Influence de la valeur du glissement sur la qualité du filtrage des acyclismes

De façon intuitive, il est possible de penser que la valeur de la vitesse de glissement choisie comme référence influe sur la qualité du filtrage des acyclismes. Plus exactement, il est possible de croire que plus la vitesse de glissement est élevée, plus les acyclismes sont filtrés.

Pour étudier l'influence de la valeur de la vitesse de glissement, les diagrammes de Bode du transfert  $\delta\Gamma_{emb}/\delta\Gamma_m$  pour différentes valeurs de glissement  $\Delta\omega_0$  sont tracés sur la figure 4.11. Toutes les valeurs de vitesse  $\Delta\omega_0$  sont choisies telles que  $\Delta\omega_0 > \Delta\omega_{seuil}$ .

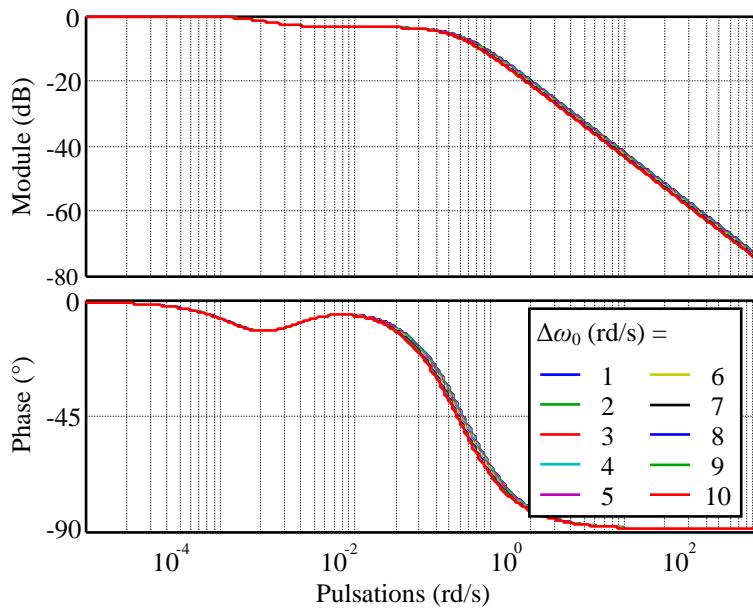


Figure 4.11 : Diagrammes de Bode de  $\delta\Gamma_{emb}/\delta\Gamma_m$ , pour différentes vitesses de glissement  $\Delta\omega_0$

Il apparaît clairement sur la figure 4.11 que, contrairement à ce qui était attendu a priori, la valeur de la vitesse de glissement de référence n'a pas d'influence sur la qualité du filtrage. En effet, la valeur de cette vitesse modifie uniquement les paramètres liés au modèle de frottement  $\mu(\Delta\omega)$ , c'est-à-dire les paramètres  $a$  et  $b$  du système linéarisé. Or le paramètre  $b$  dépend du niveau de frottement  $\mu(\Delta\omega_0)$ . La pente de la tangente à la réponse du modèle pour les vitesses de glissement élevées, étant assez faible, ce niveau varie très faiblement avec cette grandeur, ce qui implique que le paramètre  $b$  est invariant par rapport à la grandeur  $\Delta\omega_0$ .

De même, le paramètre  $a$  dépend de la pente de la tangente à la réponse du coefficient de frottement  $\mu(\Delta\omega)$ . Or pour les vitesses de glissement élevées, le modèle donnant  $\mu(\Delta\omega)$  se simplifie comme étant une droite de pente  $\mu_{\sigma_v}$ . Ainsi la pente de la tangente coïncide avec celle du modèle, et le coefficient  $a$  est donc invariant vis-à-vis de la vitesse de glissement.

Finalement, la valeur de la vitesse de glissement n'a que très peu d'influence sur les paramètres du modèle linéarisé, tant que  $\Delta\omega_0 > \Delta\omega_{seuil}$ . Ainsi, pour des considérations uniquement liées à la qualité du filtrage des

acyclismes, la vitesse de glissement de référence  $\Delta\omega_0$  peut être fixée indifféremment, tant que la condition de supériorité à la vitesse seuil est respectée (voir 4.4.7).

#### 4.4.9 Influence de la valeur du régime moteur

Il a été présenté en 4.4.4 que le régime moteur pouvait varier dans une plage de fonctionnement allant de 80 à 250 rd/s. Il est important de voir l'influence de la variation de ce paramètre sur le modèle de commande linéarisé établi par les relations (4.17). Ainsi, si le modèle varie beaucoup avec cette grandeur, il faudra considérer dans la synthèse plusieurs correcteurs, et interpoler ces-derniers. A contrario, si le modèle dépend très faiblement de cette grandeur, un seul correcteur, synthétisé sur un modèle moyen, pourra être mis au point.

Les figures 4.12 et 4.13 présentent les diagrammes de Bode respectivement des transferts  $\delta\Delta\omega/\delta\Gamma_n$  et  $\delta\Gamma_{emb}/\delta\Gamma_m$  pour différentes valeurs  $\omega_{m_0}$ , prises dans la plage [80, 250] rd/s.

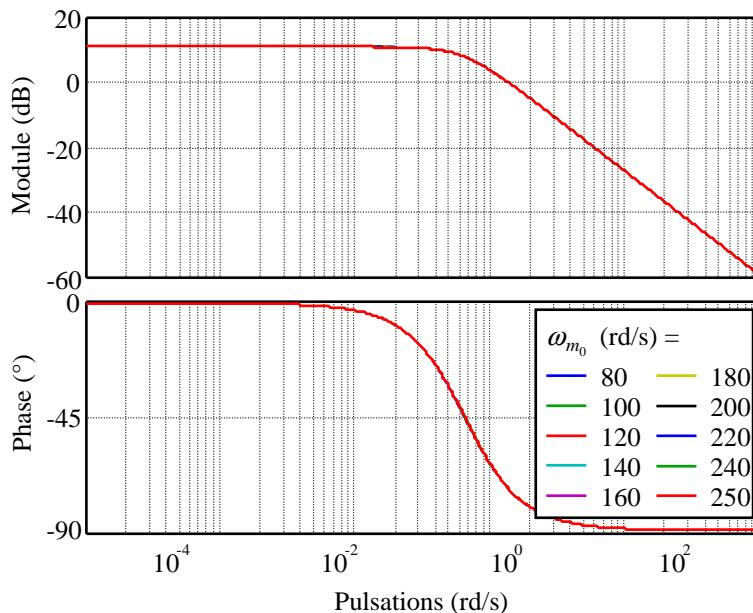


Figure 4.12 : Diagramme de Bode de  $\delta\Delta\omega/\delta\Gamma_n$ , pour différentes vitesses moteur  $\omega_{m_0}$

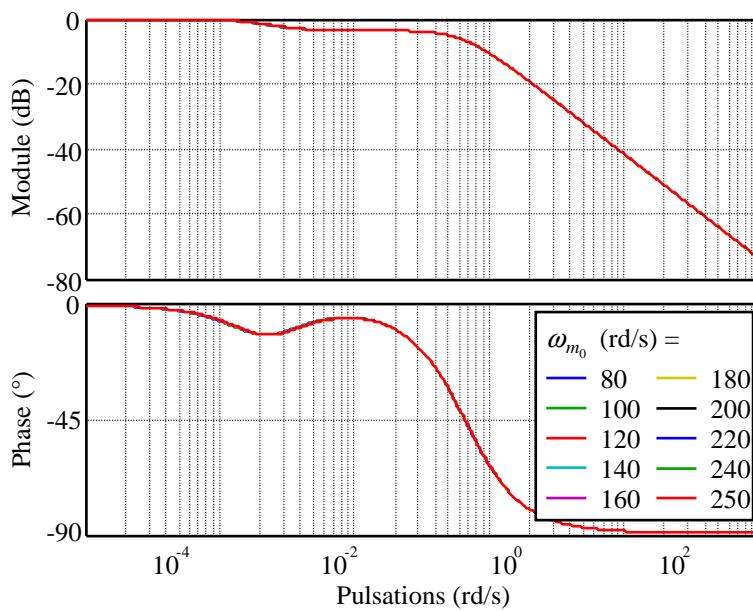


Figure 4.13 : Diagramme de Bode de  $\delta\Gamma_{emb}/\delta\Gamma_m$ , pour différentes vitesses moteur  $\omega_{m_0}$

Les différents transferts présentés sur ces figures se superposent fidèlement, ce qui valide la propriété d'invariance du système vis-à-vis du régime moteur, lorsque ce-dernier varie dans une plage de fonctionnement de [80, 250] rd/s. En effet, cette vitesse n'intervient pas directement dans les équations (4.17) du modèle

linéarisé. Elle influence uniquement, et de façon négligeable, les valeurs des paramètres  $c$ , via  $\omega_{bv_0}$  (la variation de la valeur de ce point de fonctionnement n'a pas d'influence du fait de la pondération de celle-ci par le paramètre  $r$ , très petit) ; et  $a$ , via  $\Gamma_{n_0}$  (la valeur de ce point de fonctionnement est donnée par celle de  $\Gamma_{ch_0}$ , qui est quasiment indépendante du régime moteur).

#### 4.4.10 Influence des dynamiques de torsion de l'arbre de transmission négligées

Les relations (4.14), définissant le modèle de commande simplifié rigide, ont été déduites des relations (4.12) donnant le modèle souple, sous l'hypothèse que les phénomènes de torsion de l'arbre de transmission pouvaient être négligés. Afin de valider cette hypothèse, les diagrammes de Bode des transferts  $\delta\Delta\omega/\delta\Gamma_n$  et  $\delta\Gamma_{emb}/\delta\Gamma_m$ , calculés à partir de chacun des deux modèles (4.12) et (4.14) linéarisés, sont donnés sur les figures 4.14 et 4.15.

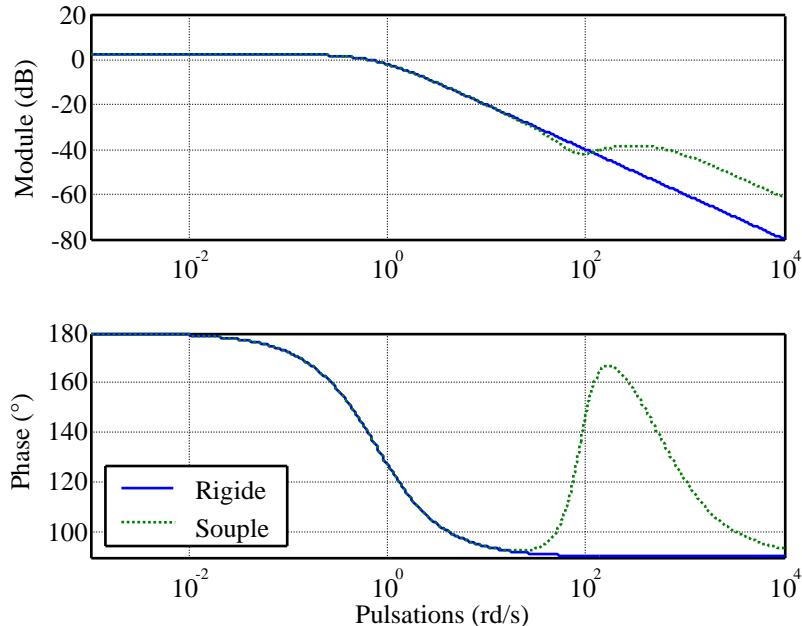


Figure 4.14 : Diagramme de Bode de  $\delta\Delta\omega/\delta\Gamma_n$ , pour les modèles rigide et souple

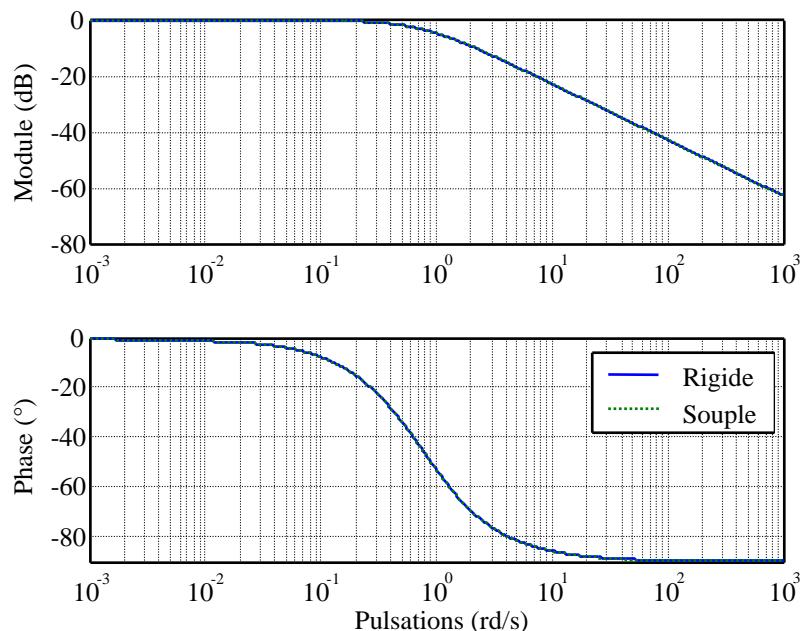


Figure 4.15 : Diagramme de Bode de  $\delta\Gamma_{emb}/\delta\Gamma_m$ , pour les modèles rigide et souple

Les réponses de la figure 4.14 montrent que ces phénomènes de torsion ont une influence sur le comportement du système uniquement en haute fréquence. Ceux-ci sont ainsi filtrés naturellement par la nature de type passe-bas de ce transfert. De plus, la prise en compte des modes souples conduit à considérer une avance de phase dans une certaine gamme de fréquences pour le transfert  $\delta\Delta\omega/\delta\Gamma_n$ . Les caractéristiques de marge de phase du transfert

de boucle ouverte d'une régulation de  $\delta\Delta\omega$  ne peuvent donc être qu'améliorées par rapport à la situation où ces phénomènes sont négligés.

Enfin la figure 4.15 montre que ces phénomènes de torsion n'ont aucune influence sur la qualité du filtrage des acyclismes. Finalement, ces deux figures valident le fait que ces phénomènes puissent être négligés, et donc l'utilisation du modèle de commande simplifié défini à partir des relations (4.14).

## 4.5 Synthèse du correcteur assurant le filtrage des acyclismes par glissement piloté

L'objectif ici est de synthétiser un correcteur régulant la vitesse de glissement entre les deux disques d'embrayage à une vitesse de référence  $\Delta\omega_{ref}$ . Ainsi une structure de correction de type PI est d'abord retenue.

### 4.5.1 Synthèse d'un régulateur PI

La sortie à réguler est le glissement  $\delta\Delta\omega$ . L'entrée de commande est le couple normal  $\delta\Gamma_n$ . Le régulateur PI est donc inséré en série dans la boucle, ainsi que cela est représenté sur le schéma-bloc de la figure 4.16.

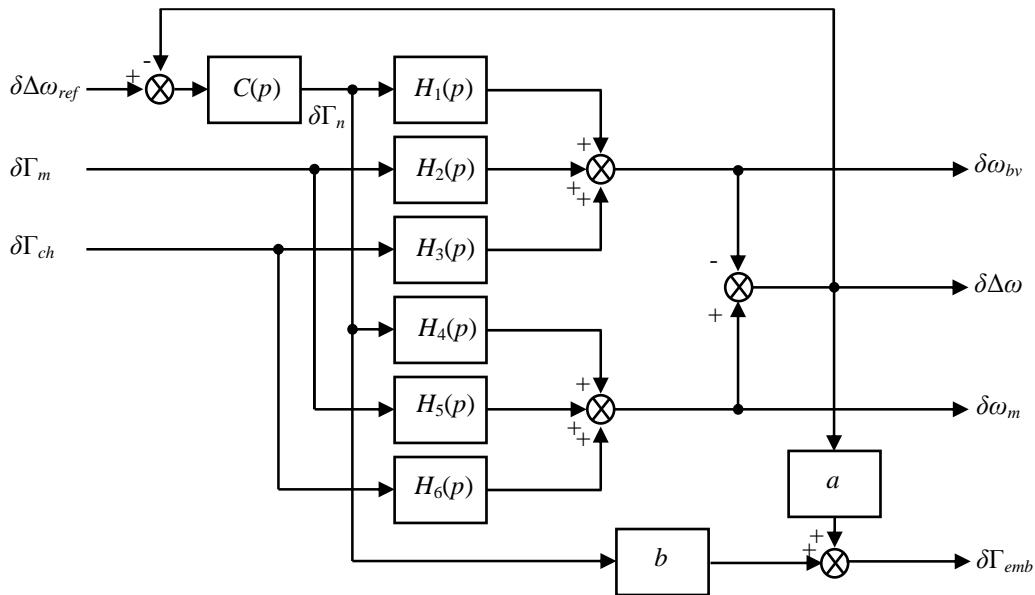


Figure 4.16 : Schéma-bloc du système régulé

Le régulateur  $C(p)$  est de la forme :

$$C(p) = K_{pi} \left(1 + \frac{1}{T_{pi} p}\right)$$

Le gain  $K_{pi}$  et la constante de temps  $T_{pi}$  du régulateur sont fixés à partir de considérations fréquentielles à respecter pour le transfert  $\delta\Delta\omega/\delta\Delta\omega_{ref}$ : temps de réponse suffisamment rapide ( $t_r \approx 0,5$  ms), marge de phase minimale ( $\Delta\Phi > 45^\circ$ ).

La figure 4.17 présente les diagrammes de Bode :

- Du transfert  $\delta\Delta\omega/\delta\Gamma_n$  avant correction ;
- Du régulateur  $C(p)$  ;
- De la boucle ouverte corrigée ;
- De la boucle fermée corrigée  $\delta\Delta\omega/\delta\Delta\omega_{ref}$ .

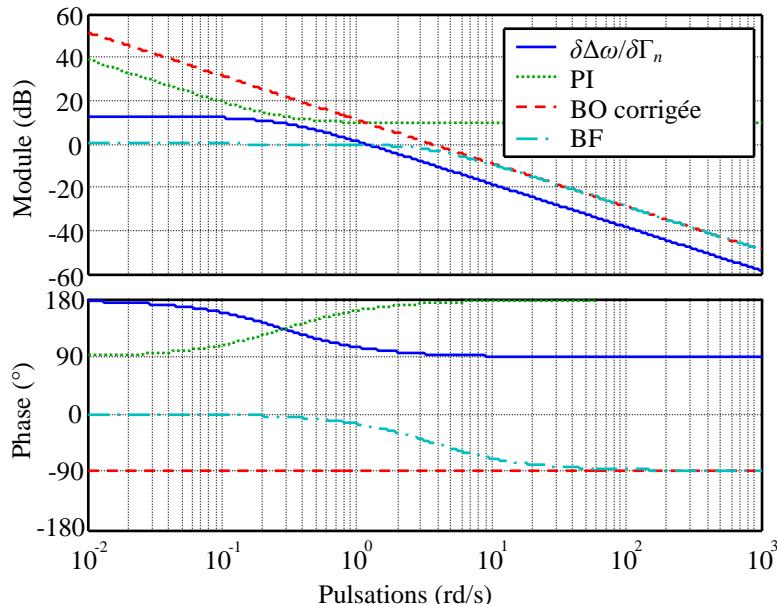


Figure 4.17 : Synthèse du régulateur PI

La structure bouclée obtenue permet de modifier la maîtrise de la vitesse de glissement :

- En améliorant légèrement le temps de réponse. Ainsi le système corrigé est plus rapide, mais pas de façon exagérée, de sorte que la commande nécessaire ne soit pas trop élevée ;
- En assurant le suivi d'une consigne de type échelon sans erreur, du fait de la présence d'une action intégrale dans le régulateur.

Le transfert de la boucle ouverte corrigée donne les informations suivantes :

$$\text{Pulsion de brisure (BO)} : \omega_c = 3,6 \text{ rd/s} \Rightarrow \text{Temps de réponse (BF)} : t_r = 0,833 \text{ s}$$

$$\text{Marge de phase (BO)} : \Delta\Phi = 90^\circ$$

Les valeurs des paramètres du régulateur permettant d'obtenir ces performances sont données ci-dessous :

$$K_{pi} = -3$$

$$T_{pi} = \frac{1}{0,3} \text{ s}$$

La figure 4.18 présente la réponse indicielle du système bouclé.

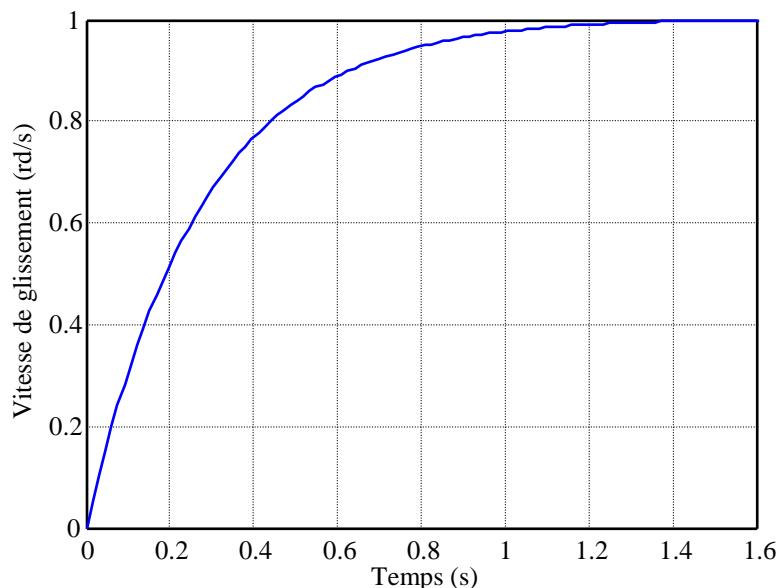


Figure 4.18 : Réponse indicielle du système bouclé

Celle-ci confirme les performances temporelles de la boucle fermée.

Afin de valider les performances en filtrage d'acyclismes, les diagrammes de Bode du transfert  $\delta\Gamma_{emb}/\delta\Gamma_m$  dans les deux cas sans et avec correction sont donnés sur la figure 4.19.

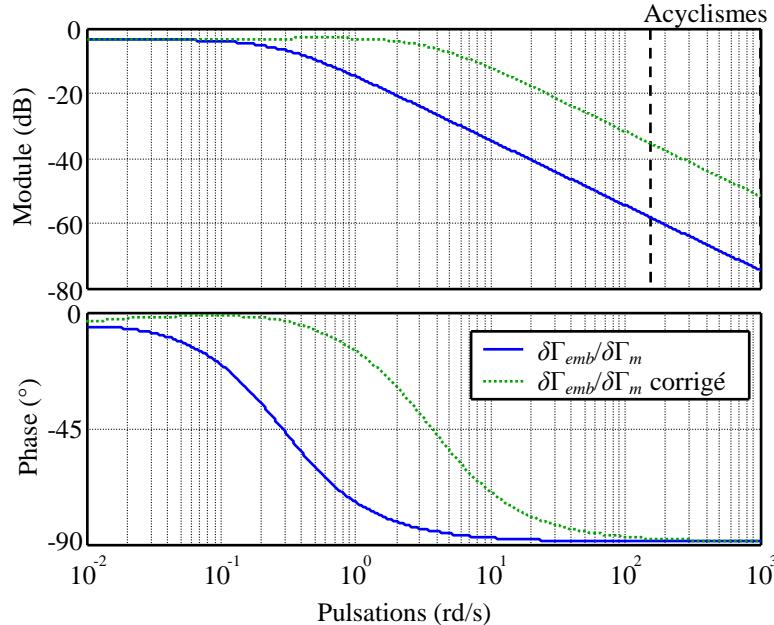


Figure 4.19 : Diagrammes de Bode du transfert  $\delta\Gamma_{emb}/\delta\Gamma_m$  avec et sans correction

Les deux réponses sont identiques en basse fréquence. Cependant en haute fréquence, au niveau des pulsations où les acyclismes doivent être filtrés, les deux transferts sont décalés en amplitude, avec une réponse corrigée plus élevée. Ainsi, le fait d'avoir ajouté un régulateur PI dans la boucle de commande dégrade les performances en filtrage.

Une solution à ce problème est de considérer une structure de correction PI + filtre passe-bas.

#### 4.5.2 Synthèse d'un régulateur PI + filtre passe-bas

D'après les schéma-blocs des figures 4.4 et 4.16, il est possible de calculer les transferts  $\delta\Gamma_{emb}/\delta\Gamma_m$  sans et avec correction :

$$\begin{aligned} \left. \frac{\delta\Gamma_{emb}}{\delta\Gamma_m} \right|_{sans\ cor} &= a(H_5(p) - H_2(p)) \\ \left. \frac{\delta\Gamma_{emb}}{\delta\Gamma_m} \right|_{avec\ cor} &= a \frac{H_5(p) - H_2(p)}{1 + C(p)(H_4(p) - H_1(p))} - b \frac{C(p)(H_5(p) - H_2(p))}{1 + C(p)(H_4(p) - H_1(p))} \end{aligned}$$

En étudiant de façon qualitative l'influence du correcteur selon que son amplitude est grande ou faible, il vient :

$$\left. \left| C(p) \right|_{p=j\omega} \right|_{faible} \Rightarrow \left. \frac{\delta\Gamma_{emb}}{\delta\Gamma_m} \right|_{avec\ cor} \approx a(H_5(p) - H_2(p)) - bC(p)(H_5(p) - H_2(p)) \approx a(H_5(p) - H_2(p)) \approx \left. \frac{\delta\Gamma_{emb}}{\delta\Gamma_m} \right|_{sans\ cor}$$

Ainsi, de façon à ne pas dégrader le transfert  $\delta\Gamma_{emb}/\delta\Gamma_m$  en haute fréquence lorsque le régulateur est intégré à la boucle, il convient de faire en sorte que ce-dernier ait un faible gain pour ces fréquences, et donc d'envisager une structure de correction PI + filtre passe-bas.

La figure 4.20 présente les diagrammes de Bode des mêmes transferts que ceux tracés figure 4.17, en considérant ici une structure de correction PI + filtre passe-bas de type :

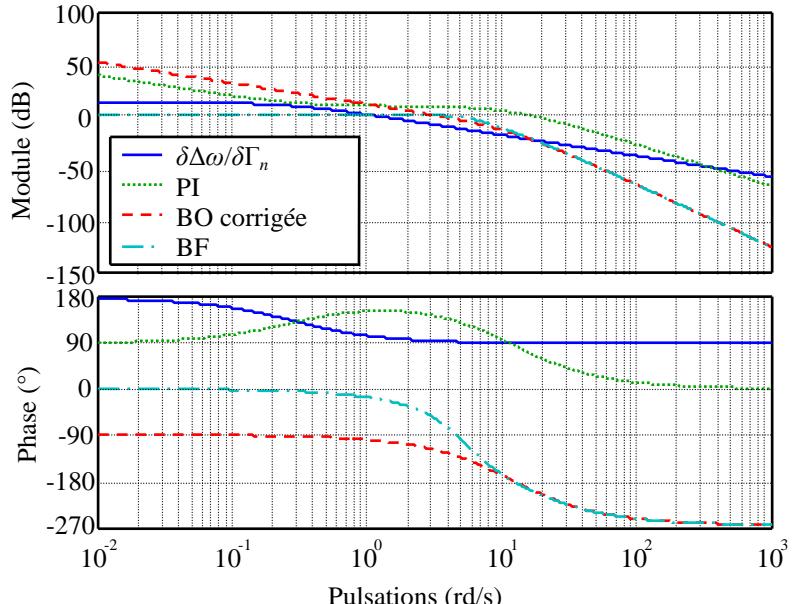
$$C(p) = K_{pi} \left( 1 + \frac{1}{T_{pi} p} \right) \left( \frac{1}{1 + T_f p} \right)^2$$

Avec :

$$K_{pi} = -3$$

$$T_{pi} = \frac{1}{0,3} \text{ s}$$

$$T_f = \frac{1}{12} \text{ s}$$



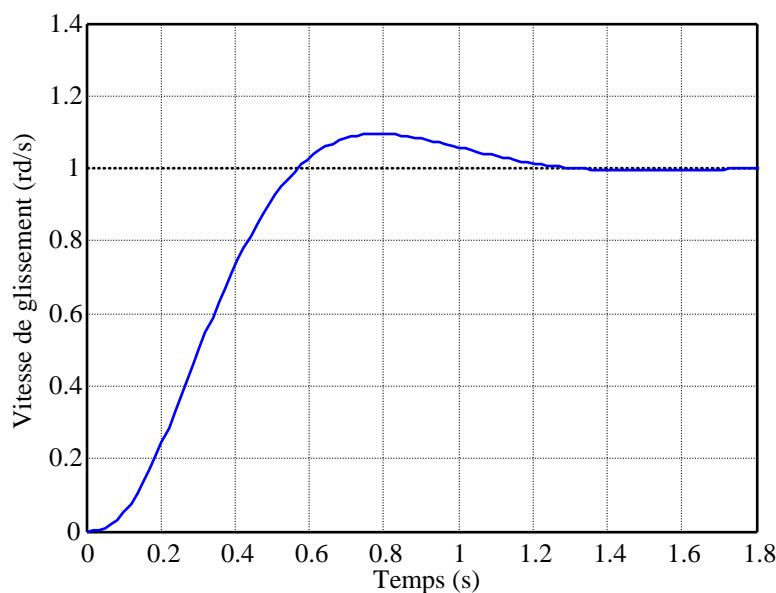
**Figure 4.20 : Synthèse du régulateur PI + filtre passe-bas**

Le transfert de la boucle ouverte corrigée donne les informations suivantes :

$$\omega_c = 3,7 \text{ rd/s} \Rightarrow t_r = 0,81 \text{ s}$$

$$\Delta\Phi = 65^\circ$$

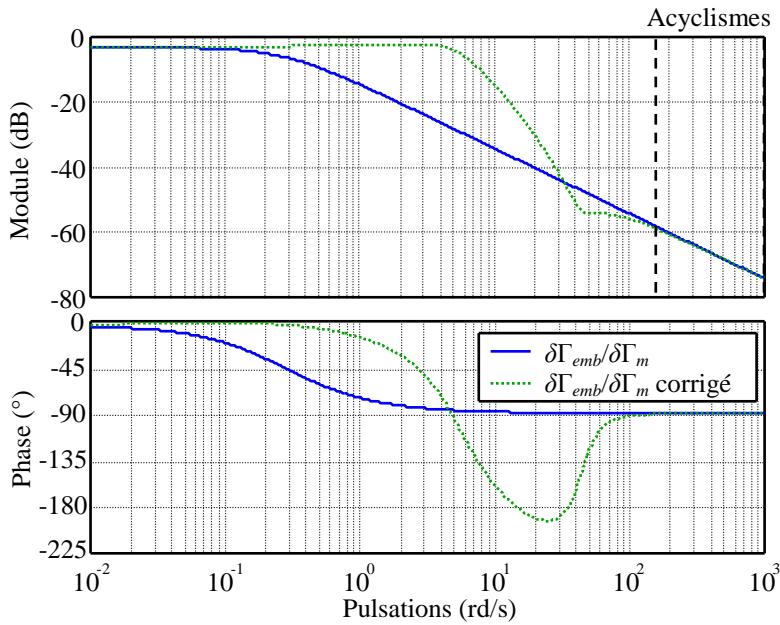
La figure 4.21 présente la réponse indicielle du système bouclé.



**Figure 4.21 : Réponse indicielle du système bouclé**

Celle-ci confirme les performances temporelles de la boucle fermée.

La figure 4.22 donne les diagrammes de Bode du transfert  $\delta\Gamma_{emb}/\delta\Gamma_m$  dans les cas sans et avec correction.



**Figure 4.22 : Diagrammes de Bode du transfert  $\delta\Gamma_{emb}/\delta\Gamma_m$  avec et sans correction**

L'intérêt du filtre passe-bas apparaît clairement sur cette figure. En effet, par son action, il permet au tracé du module du transfert  $\delta\Gamma_{emb}/\delta\Gamma_m$  corrigé de venir se superposer sur le même tracé sans correction, pour les pulsations des acyclismes.

#### 4.5.3 Analyse de la robustesse du régulateur vis-à-vis de variations de paramètres sur le modèle de frottement $\mu(\Delta\omega)$

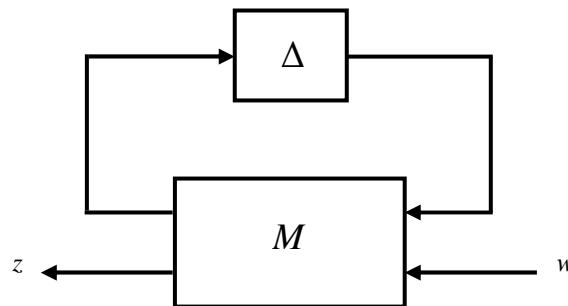
##### 4.5.3.1 Analyse de la robustesse vis-à-vis de l'effet Stribeck

Le paragraphe 4.4.7 a mis en évidence les problèmes de stabilité liés à l'effet Stribeck. Ainsi, le signe du coefficient  $a$  peut varier selon que la pente de la tangente à la réponse du coefficient de frottement pour une vitesse considérée, est positive ou négative. Plus précisément, le système est instable pour  $\Delta\omega < \Delta\omega_{seuil}$ .

L'objectif ici est de faire en sorte que le correcteur mis en place pour le glissement piloté, assure la stabilité du système pour toutes les valeurs admissibles de  $a$  : il convient donc de mener une étude de robustesse vis-à-vis de ce paramètre. Pour ce faire, les résultats liés au théorème du petit gain sont utilisés.

##### Théorème du petit gain [19]

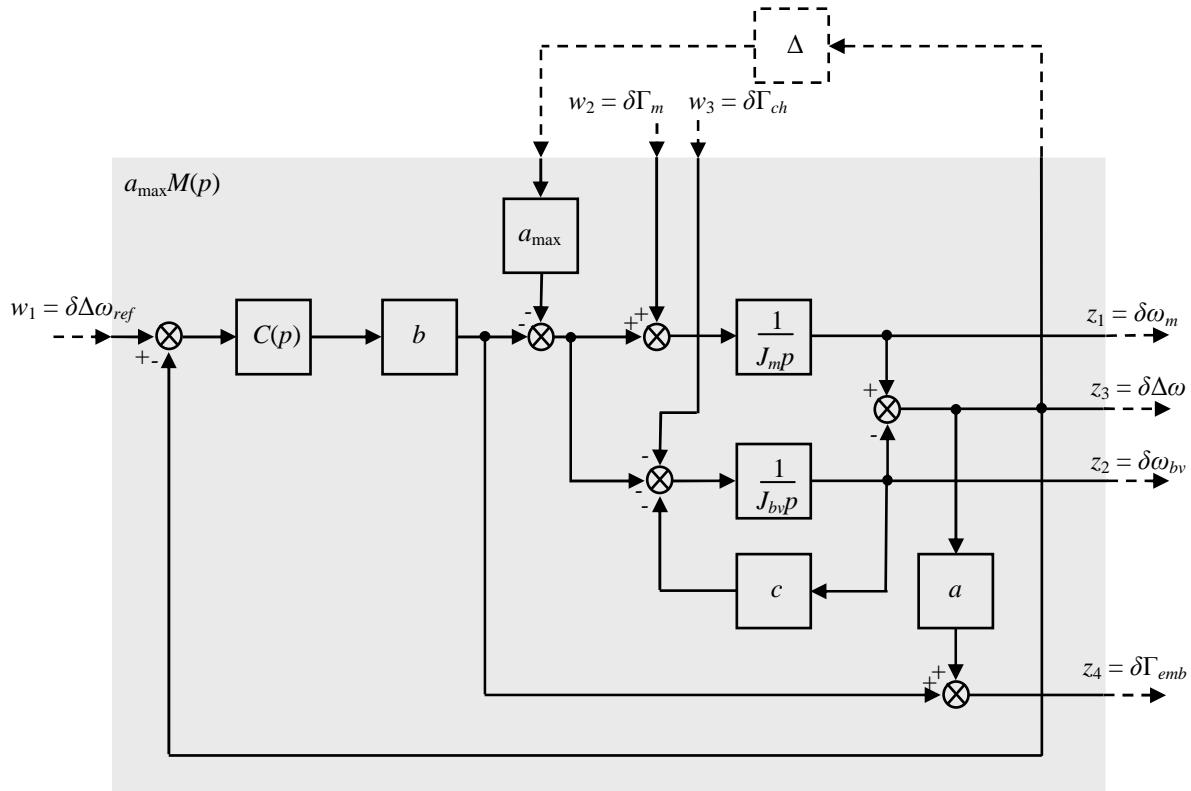
Soit  $M(p)$  une matrice de transfert stable et  $\Delta(p)$  une matrice de transfert inconnue représentant les incertitudes du système. Si  $M(p)$  et  $\Delta(p)$  appartiennent à  $RH_\infty$ , le système de la figure 4.23 est stable pour tout  $\Delta(p)$  tel que  $\|\Delta(p)\|_\infty < \alpha$  si et seulement si  $\|M(p)\|_\infty < 1/\alpha$ .



**Figure 4.23 : Théorème du petit gain**

Dans le cas monovariable, en appelant  $a_{\max}$  la valeur maximale que peut atteindre, en valeur absolue, le paramètre  $a$ , le théorème du petit gain peut se réécrire :

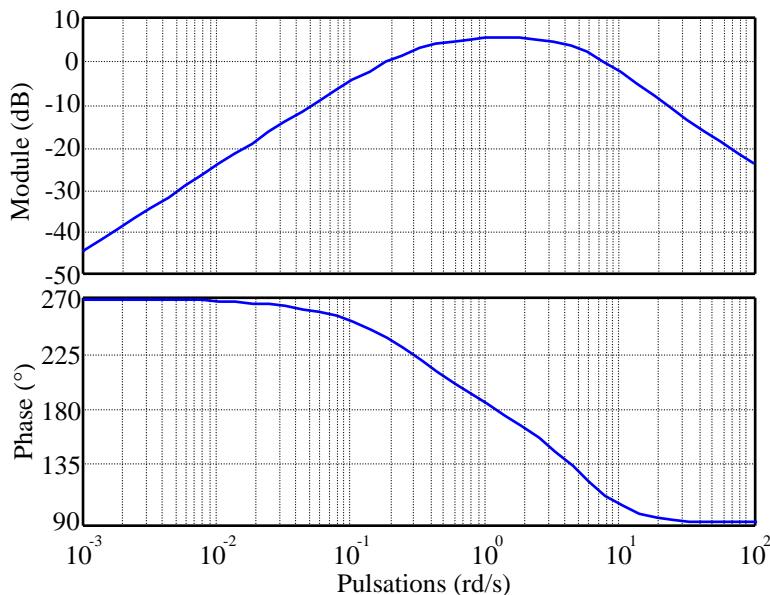
Soit  $M(p)$  la matrice de transfert stable et  $\Delta(p) = a/a_{\max}$  la matrice de transfert inconnue représentant les incertitudes du système. Si  $M(p)$  et  $\Delta(p)$  appartiennent à  $RH_\infty$ , le système de la figure 4.24 est stable pour tout  $\Delta(p)$  tel que  $|\Delta(p)| = |a/a_{\max}| < 1$  si et seulement si  $|a_{\max}M(p)| < 1$ .



**Figure 4.24 : Théorème du petit gain appliqué à l'étude de l'influence des variations du paramètre  $a$**

Le schéma-bloc de la figure 4.24 est obtenu à partir des relations (4.17).

La figure 4.25 donne le diagramme de Bode du transfert  $a_{\max}M(p)$  ( $a_{\max} = 0.37$  = valeur maximale de la pente de la tangente à la réponse  $\mu(\Delta\omega)$ , obtenue dans l'effet Stribeck) pour le régulateur synthétisé en 4.5.2.



**Figure 4.25 : Transfert  $a_{\max}M(p)$ , pour  $C(p)$  synthétisé en 4.5.2**

Le module de ce transfert n'est pas toujours inférieur à 1. La condition nécessaire et suffisante de stabilité du système donnée par le théorème du petit gain n'est donc pas respectée.

Le gain du régulateur PI est maintenant augmenté :

$$K_{pi} = -6$$

$$T_{pi} = \frac{1}{0,3} \text{ s}$$

$$T_f = \frac{1}{12} \text{ s}$$

La figure 4.26 donne le nouveau diagramme de Bode du transfert  $a_{\max}M(p)$ .

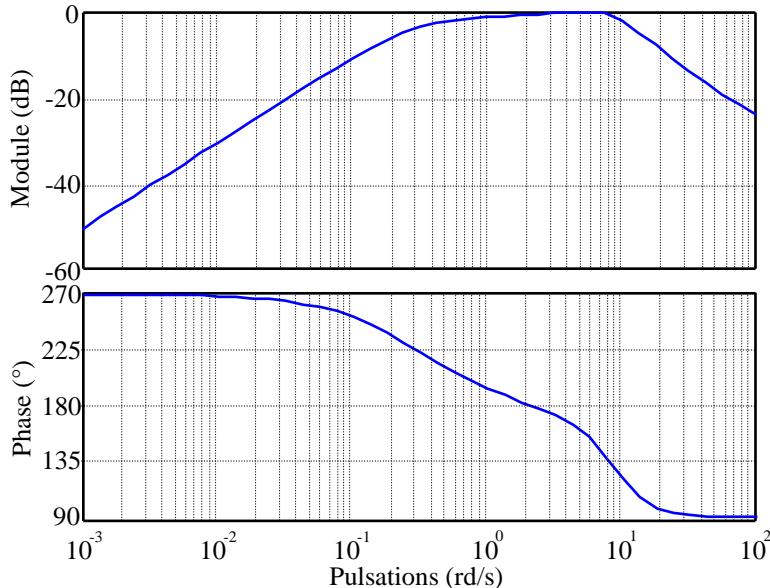


Figure 4.26 : Transfert  $a_{\max}M(p)$ , avec  $K_{pi} = -6$

Le module du transfert est maintenant toujours inférieur à 1, ce qui garantit la stabilité du système, et donc la robustesse de la stabilité vis-à-vis du signe du paramètre  $a$ . Cette propriété de robustesse est validée en simulation au paragraphe 4.6.

Enfin, il convient de vérifier que la modification apportée sur le gain du PI ne détériore pas ses propriétés de régulation et de filtrage des acyclismes. Les figures 4.27 et 4.28 présentent les diagrammes de Bode des transferts  $\delta\Delta\omega/\delta\Delta\omega_{ref}$  et  $\delta\Gamma_{emb}/\delta\Gamma_m$  obtenus avec les deux correcteurs  $C(p)$  ( $K_{pi} = -3$  et  $K_{pi} = -6$ ).

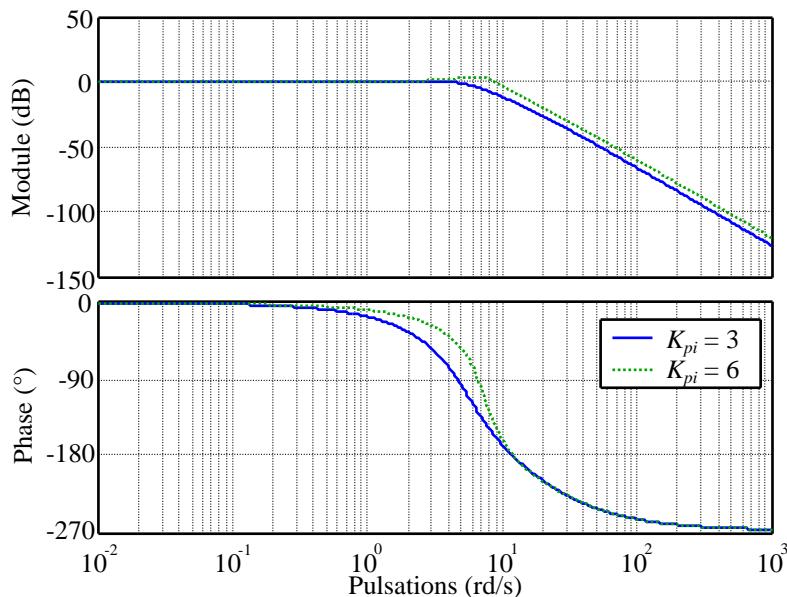


Figure 4.27 : Diagrammes de Bode des transferts  $\delta\Delta\omega/\delta\Delta\omega_{ref}$

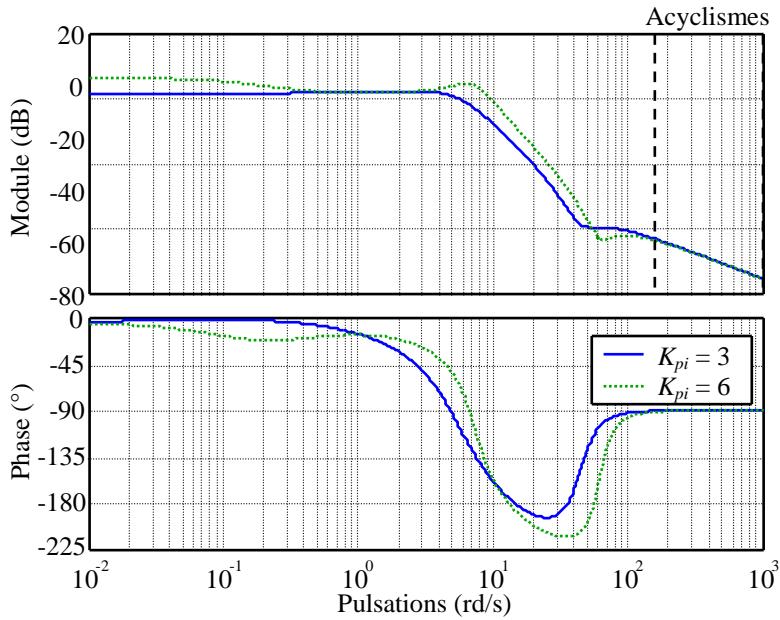


Figure 4.28 : Diagrammes de Bode des transferts  $\delta\Gamma_{emb}/\delta\Gamma_m$

Ces diagrammes de Bode font apparaître que les transferts gardent des propriétés de régulation et filtrage satisfaisantes.

#### 4.5.3.2 Analyse de la robustesse de la marge de module vis-à-vis des variations des paramètres $a$ , $b$ et $c$ prises en compte simultanément

La linéarisation du modèle de la chaîne de transmission d'un véhicule (4.17) a fait apparaître trois paramètres  $a$ ,  $b$ ,  $c$  dépendants des caractéristiques du coefficient de frottement des disques et du couple résistant à l'action motrice. Le paragraphe précédent a permis d'étudier de façon isolée l'influence des variations du paramètre  $a$  avec la vitesse de glissement des disques. L'analyse menée ici se veut plus générale, et a pour objectifs d'assurer la stabilité de la boucle en garantissant une marge de module minimale  $s_M = 0,5$  :

- Pour toutes les variations de  $a$ , positives ou négatives ; et donc assurer la stabilité vis-à-vis de l'effet Stribeck ;
- Pour toutes les variations de  $b$  dans une plage définie à l'avance ; et donc assurer la stabilité vis-à-vis d'une mauvaise représentation du coefficient de frottement ;
- Pour toutes les variations de  $c$  dans une plage définie à l'avance ; et donc assurer la stabilité vis-à-vis d'une mauvaise représentation du couple résistant vu par le véhicule.

L'outil utilisé pour étudier la robustesse de la marge de module vis-à-vis des incertitudes paramétriques sur  $a$ ,  $b$  et  $c$  est la  $\mu$ -analyse (voir annexe C).

La figure 4.29 donne le schéma-bloc du système permettant d'utiliser l'outil de la  $\mu$ -analyse. Il sépare les blocs déterministes des blocs des incertitudes de façon à poser le problème sous la forme générale donnée figure C.2.

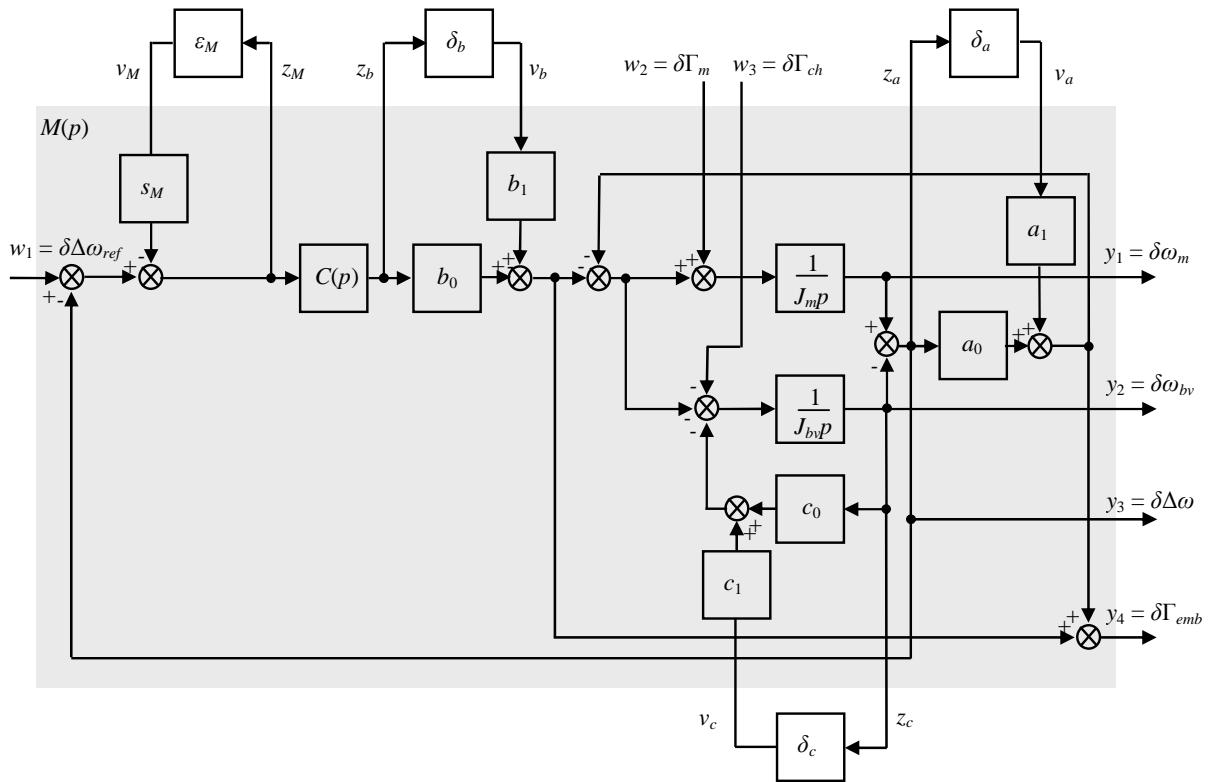


Figure 4.29 : Schéma d'analyse de la robustesse de la marge de module

Les paramètres  $a_0, a_1, b_0, b_1, c_0, c_1$  se déduisent des incertitudes minimales et maximales  $a_{\min} = 0,03 \text{Nm/s}$ ,  $a_{\max} = 0,37 \text{Nm/s}$ ,  $b_{\min} = 0,16$ ,  $b_{\max} = 0,179$ ,  $c_{\min} = 55 \text{Nm/s}$ ,  $c_{\max} = 95 \text{Nm/s}$  par :

$$\begin{aligned}
 a_{\min} &= a_0 - a_1 < a < a_0 + a_1 = a_{\max} & a &= a_0 + a_1 \delta_a \quad -1 < \delta_a < 1 \\
 b_{\min} &= b_0 - b_1 < b < b_0 + b_1 = b_{\max} & b &= b_0 + b_1 \delta_b \quad -1 < \delta_b < 1 \\
 c_{\min} &= c_0 - c_1 < c < c_0 + c_1 = c_{\max} & c &= c_0 + c_1 \delta_c \quad -1 < \delta_c < 1
 \end{aligned}$$

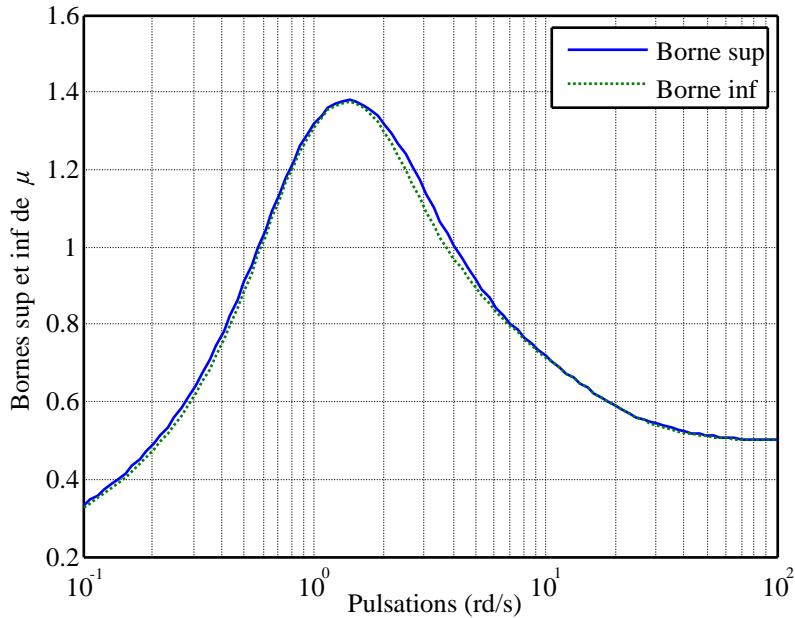
Le correcteur est premièrement paramétré de la façon suivante :

$$K_{pi} = -3$$

$$T_{pi} = \frac{1}{0,3} \text{s}$$

$$T_f = \frac{1}{12} \text{s}$$

Le calcul d'une borne supérieure et d'une borne inférieure de  $\mu_{\Delta}(M(j\omega))$  conduit aux courbes de la figure 4.30.



**Figure 4.30 : Robustesse de la marge de module,  $K_{pi} = -3$**

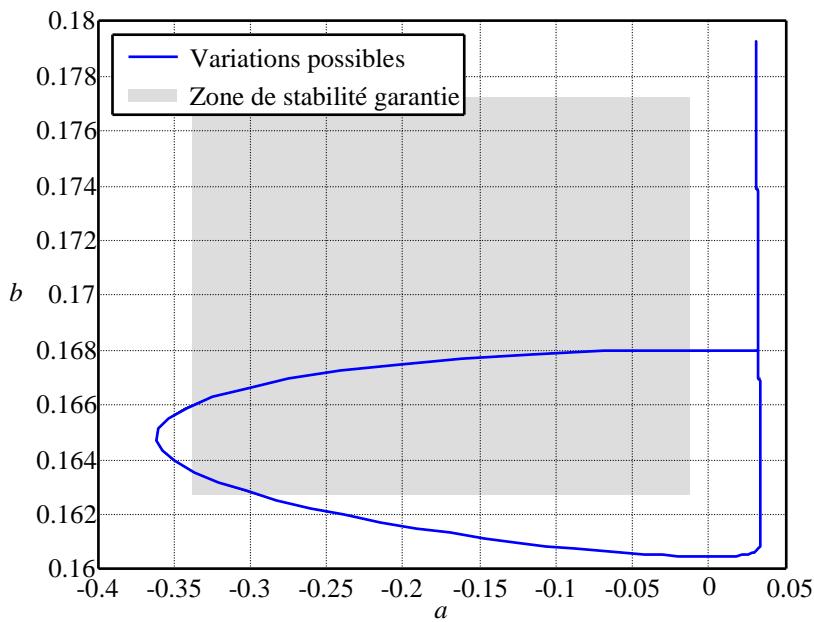
La borne supérieure présente un maximum égale à 1,38, d'où il se déduit que la marge de module garantie est au moins égale à  $0,5/1,38 = 0,36$ , pour tout  $\|\Delta(p)\|_\infty < 1/1,38 = 0,72$ , donc pour le domaine d'incertitudes suivant :

$$a \in \left[ \frac{a_{\min}}{1,38}; \frac{a_{\max}}{1,38} \right]$$

$$b \in \left[ \frac{b_{\min}}{1,38}; \frac{b_{\max}}{1,38} \right]$$

$$c \in \left[ \frac{c_{\min}}{1,38}; \frac{c_{\max}}{1,38} \right]$$

Le maximum de la borne supérieure de  $\mu_\Delta(M(j\omega))$  étant plus grand que 1, les spécifications recherchées quant à la robustesse de la marge de module vis-à-vis des incertitudes sur  $a, b, c$  sur les plages de variation considérées, ne sont pas obtenues. La figure 4.31 confirme ces conclusions en présentant dans le plan  $(a, b)$  la zone pour laquelle la robustesse de la marge de module est assurée, et celle des variations possibles de ces paramètres. Clairement, cette seconde zone n'est pas englobée par la première.



**Figure 4.31 : Variations des paramètres dans le plan  $(a, b)$ ,  $K_{pi} = -3$**

Le gain du régulateur PI est maintenant augmenté :

$$K_{pi} = -6$$

La figure 4.32 présente les courbes des bornes supérieure et inférieure de  $\mu_{\Delta}(M(j\omega))$ .

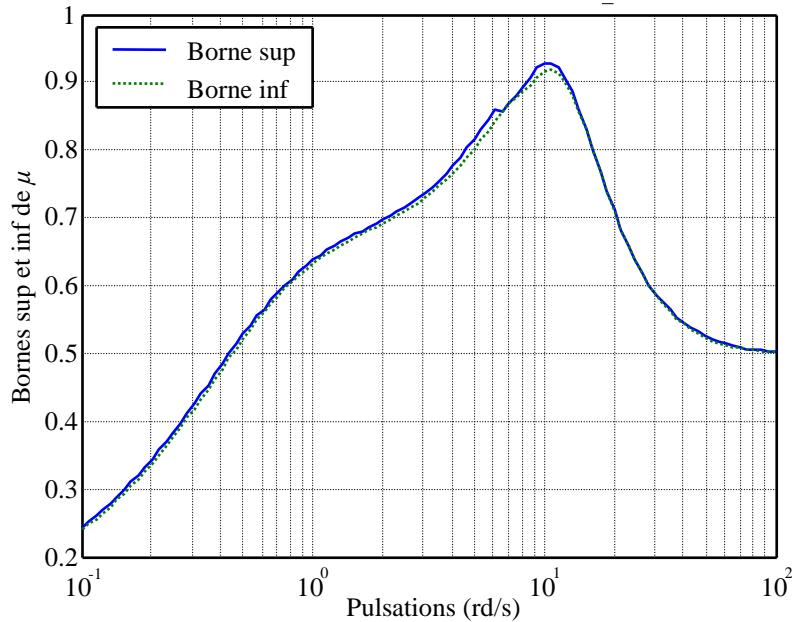


Figure 4.32 : Robustesse de la marge de module,  $K_{pi} = -6$

Sous ces nouvelles conditions, le maximum de la borne supérieure est maintenant de l'ordre de 0,93. Il s'en déduit que la marge de module garantie est supérieure à celle désirée, et ce quelles que soient les variations des paramètres  $a, b, c$  dans les plages définies  $[a_{\min}, a_{\max}], [b_{\min}, b_{\max}], [c_{\min}, c_{\max}]$ .

Ces résultats sont confirmés par les tracés dans le plan  $(a, b)$  des zones de variations et de robustesse assurée de ces deux paramètres (figure 4.33).

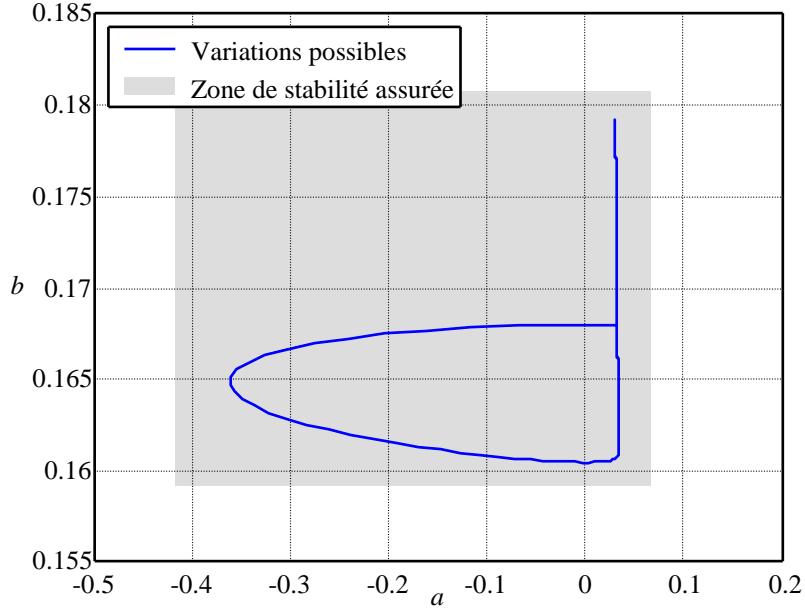


Figure 4.33 : Variations des paramètres dans le plan  $(a, b)$ ,  $K_{pi} = -6$

Le correcteur obtenu à la fin de cette section est conservé pour toute la suite de l'étude.

#### 4.5.4 Etude de l'influence des bruits de mesure de vitesse de glissement $\delta\Delta\omega_b$ sur la sortie $\delta\Gamma_{emb}$

Le schéma-bloc du système corrigé prenant en compte les bruits de mesure  $\delta\Delta\omega_b$  sur la vitesse de glissement, est

donné figure 4.34.

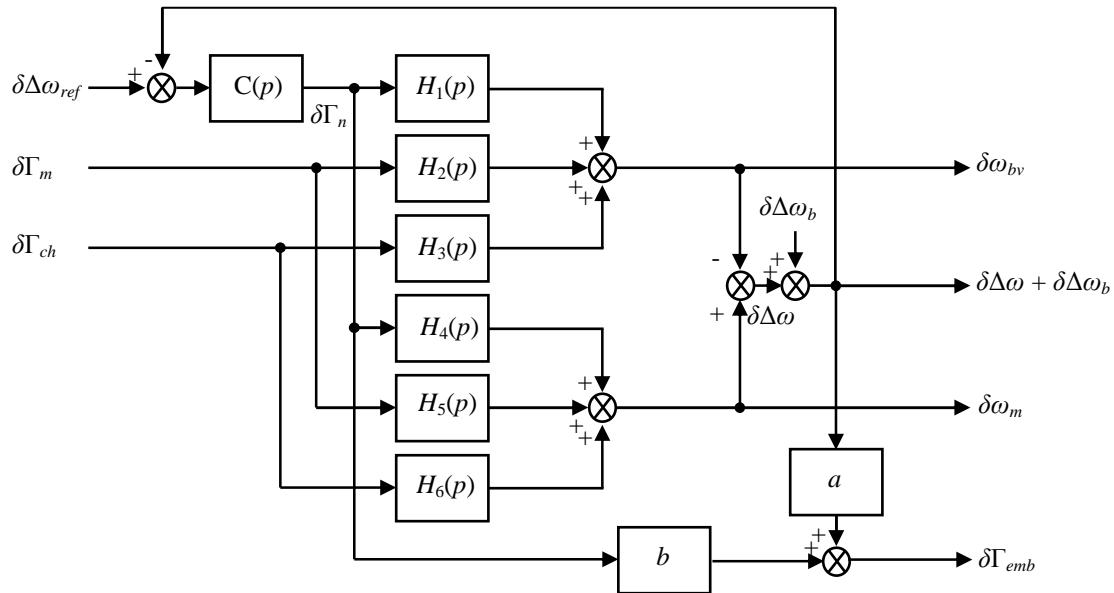


Figure 4.34 : Schéma-bloc du système régulé

D'après le schéma-bloc de la figure 4.34, le transfert  $\delta\Gamma_{emb}/\delta\Delta\omega_b$  est donné par :

$$\frac{\delta\Gamma_{emb}}{\delta\Delta\omega_b} = \frac{a - bC(p)}{1 + C(p)(H_4(p) - H_1(p))}$$

En haute fréquence, soit aux pulsations des acyclismes, le régulateur  $C(p)$  est de faible amplitude, du fait de la présence d'un filtre passe-bas dans la structure de correction (voir 4.5.2), et l'approximation suivante est alors acceptable :

$$\frac{\delta\Gamma_{emb}}{\delta\Delta\omega_b} \approx a$$

Avec  $a < 1$ .

En conclusion, les erreurs de mesure sur la vitesse de glissement sont filtrés selon un gain  $a$  du point de vue du couple embrayage, ce qui donne une bonne tolérance aux erreurs de mesure de cette grandeur.

La figure 4.35 donne le diagramme de Bode du transfert  $\delta\Gamma_{emb}/\delta\Delta\omega_b$ , avec  $a$  fixé tel que  $\Delta\omega_0 > \Delta\omega_{seuil}$ .

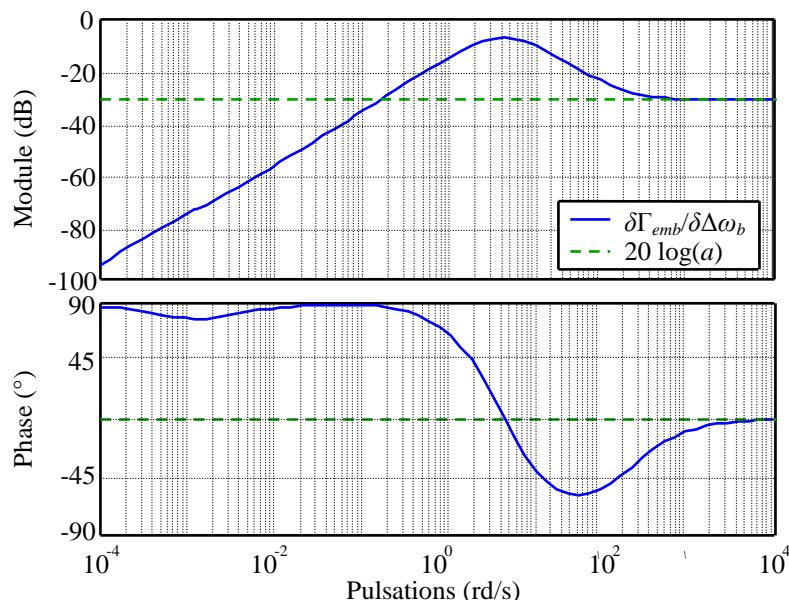


Figure 4.35 : Diagramme de Bode du transfert  $\delta\Gamma_{emb}/\delta\Delta\omega_b$

#### 4.5.5 Etude de l'influence de la charge sur la qualité de la régulation et du filtrage d'acyclismes

Le couple résistant à l'action d'avancée du véhicule vu au niveau du système d'embrayage peut varier grandement selon le rapport de vitesse engagé, la pente de la route, la force du vent, l'adhérence pneu-route,... Ainsi, les coefficients  $a$  et  $c$  du modèle linéarisé sont également susceptibles de varier beaucoup, tout comme l'amplitude des acyclismes puisque celle-ci dépend directement du niveau du couple moteur et que ce dernier dépend du couple résistant. Il est donc intéressant d'étudier les performances de la structure de correction mise en place en modifiant la charge vue par le système.

Les figures 4.36 et 4.37 présentent respectivement les diagrammes de Bode de la boucle ouverte corrigée et de la boucle fermée  $\delta\Delta\omega/\delta\Delta\omega_{ref}$  pour différentes valeurs de charge  $\Gamma_{ch_0}$ .

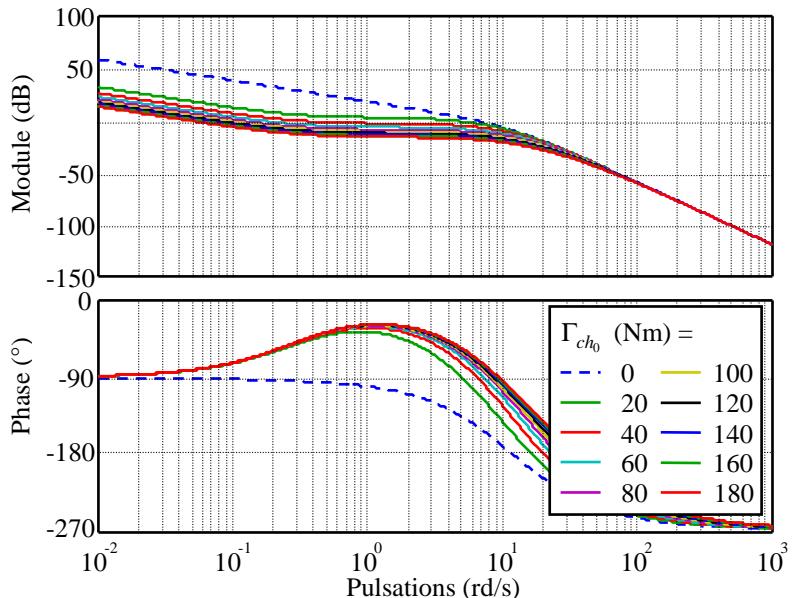


Figure 4.36 : Diagrammes de Bode de la boucle ouverte corrigée, pour différentes valeurs de charge

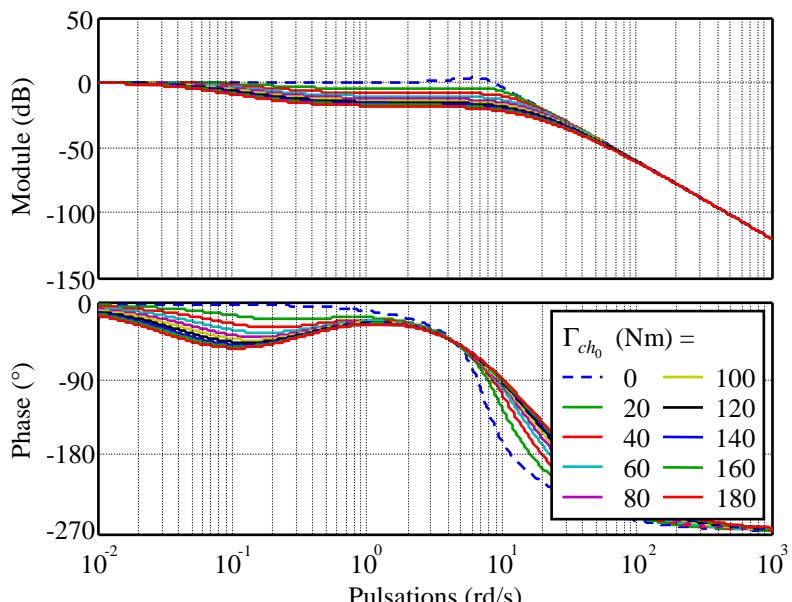
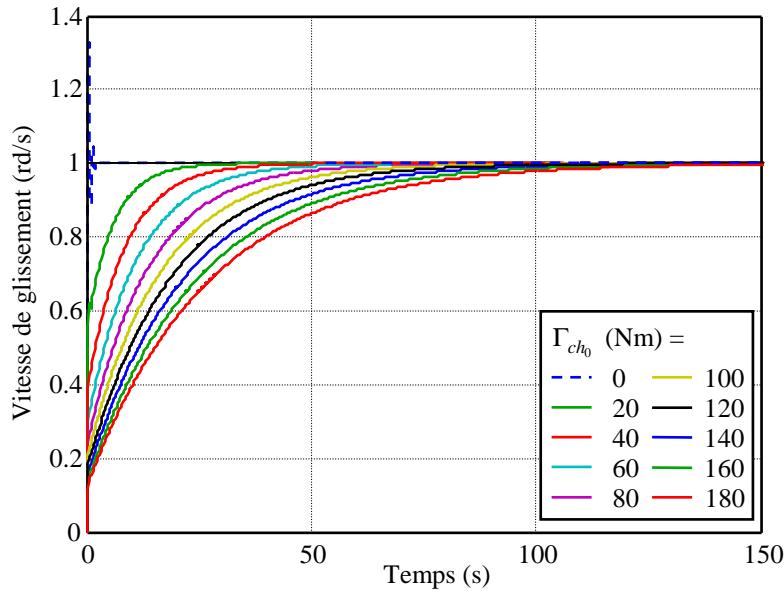


Figure 4.37 : Diagrammes de Bode de la boucle fermée, pour différentes valeurs de charge

Clairement les performances de la régulation se dégradent (trop lente), mais restent satisfaisantes, et ce même pour les charges extrêmes.

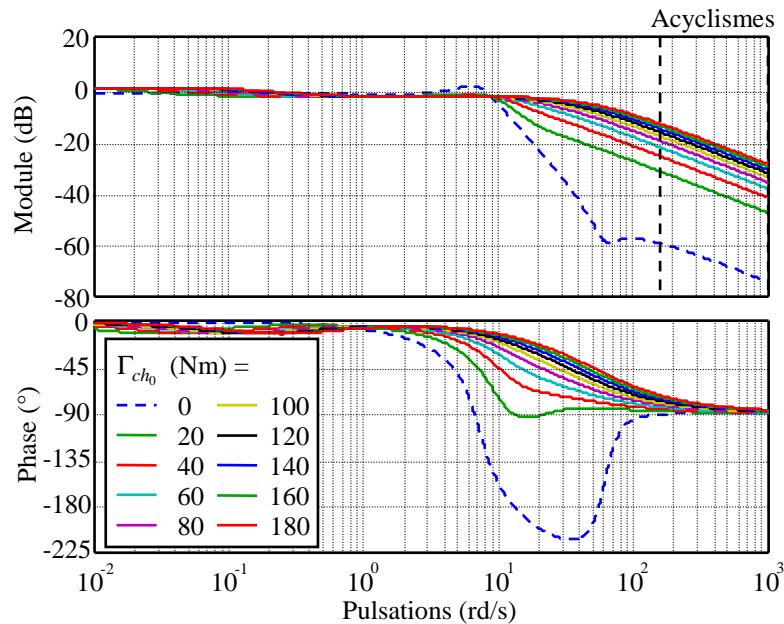
La figure 4.38 présente les réponses indicielles du système corrigé pour différentes charges  $\Gamma_{ch_0}$ .



**Figure 4.38 : Réponses indicielles de la boucle fermée, pour différentes valeurs de charge**

Les réponses de la figure 4.38 confirment les conclusions tirées des figures 4.36 et 4.37.

Enfin, la figure 4.39 présente les diagrammes de Bode du transfert  $\delta\Gamma_{emb}/\delta\Gamma_m$  pour différentes charges  $\Gamma_{ch_0}$ .



**Figure 4.39 : Diagrammes de Bode du transfert  $\delta\Gamma_{emb}/\delta\Gamma_m$ , pour différentes valeurs de charge**

De même que pour les performances de régulation, la figure 4.39 montre que la qualité du filtrage des acyclismes est moins bonne pour les charges extrêmes, mais reste globalement satisfaisante.

En conclusion, un régulateur unique permet de répondre favorablement au cahier des charges donné en 4.4.6. Ainsi, la structure de correction reste assez simple, ce qui facilitera son intégration et son fonctionnement en temps réel sur véhicule (une structure basée sur une interpolation de correcteurs reste plus difficile à mettre en œuvre sur véhicule, du fait des différentes contraintes venant de l'environnement physique comme le calculateur, l'échantillonnage, les bruits de mesures, la coexistence d'autres structures de corrections pour d'autres objectifs,...). Une étude visant à améliorer les performances en filtrage d'acyclismes de la structure de correction est menée au chapitre 5.

## 4.6 Validation des performances du régulateur sur un modèle de simulation

Le modèle non linéaire décrit par les relations (4.14) et (4.15), où le modèle de coefficient de frottement est le modèle LuGre obtenu au chapitre 3, est utilisé en simulation pour valider les performances du régulateur synthétisé en 4.5.

De manière à s'intégrer de la meilleure façon possible, la structure de correction est complétée par :

- Un filtre passe-bas (dont la pulsation de coupure est choisie de sorte que l'intégration du filtre dans la boucle de commande n'en dégrade pas ses performances, ici  $\omega_f = 100$  rd/s) sur la mesure du glissement  $\Delta\omega$ , éliminant le bruit de mesure haute fréquence ;
- Une saturation sur la commande, pour ne pas risquer d'endommager le système en cas de mauvais fonctionnement ;
- Un reset sur l'intégrateur du régulateur PI, afin que celui-ci ne se charge pas lorsqu'il n'est pas utilisé. En effet, le filtrage des acyclismes doit se réaliser uniquement lorsque le régime moteur est compris entre 80 et 250 rd/s ;
- Un lissage de la consigne de référence en glissement (utilisation d'un filtre passe-bas de pulsation de coupure  $\omega_l = 1$  rd/s), afin que le régulateur ne voit pas un échelon en entrée susceptible d'exciter son régime transitoire.

De plus, la commande fournie par le régulateur PI est en fait celle pour les petites variations  $\delta\Gamma_n$ . Il convient donc d'ajouter à celle-ci le point de fonctionnement  $\Gamma_{n_0}$  correspondant, se déduisant du couple moteur  $\Gamma_{m_0}$  par :

$$\Gamma_{n_0} = \frac{\Gamma_{m_0}}{\mu(\Delta\omega_0)}$$

Le schéma-bloc de la structure de correction intégré au système réel est donné figure 4.40.

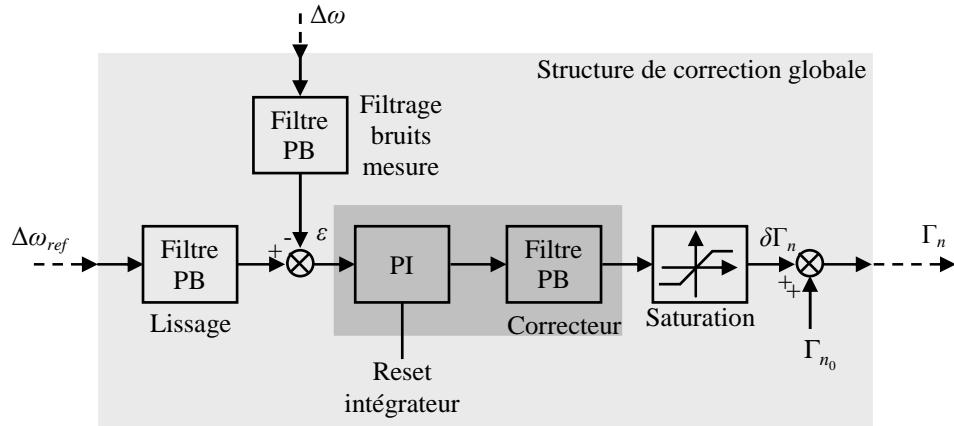
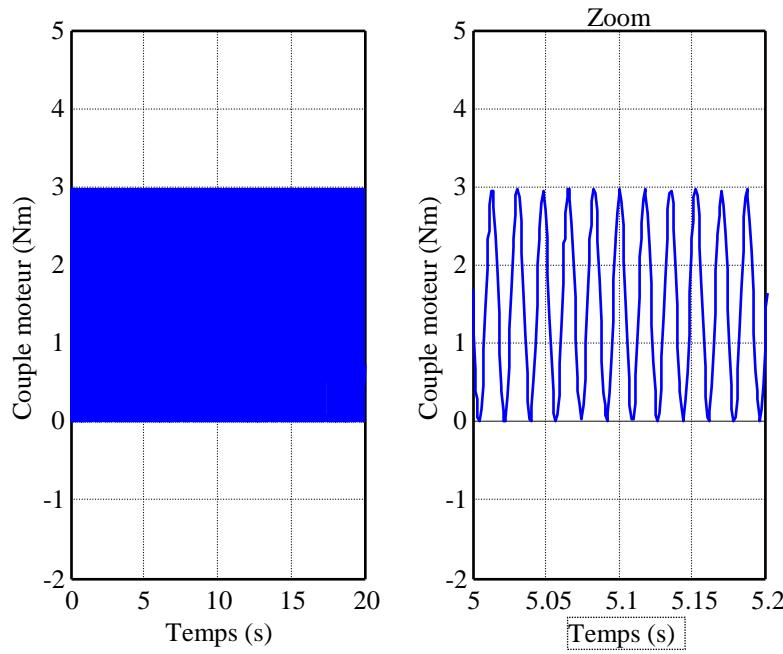


Figure 4.40 : Structure de correction globale

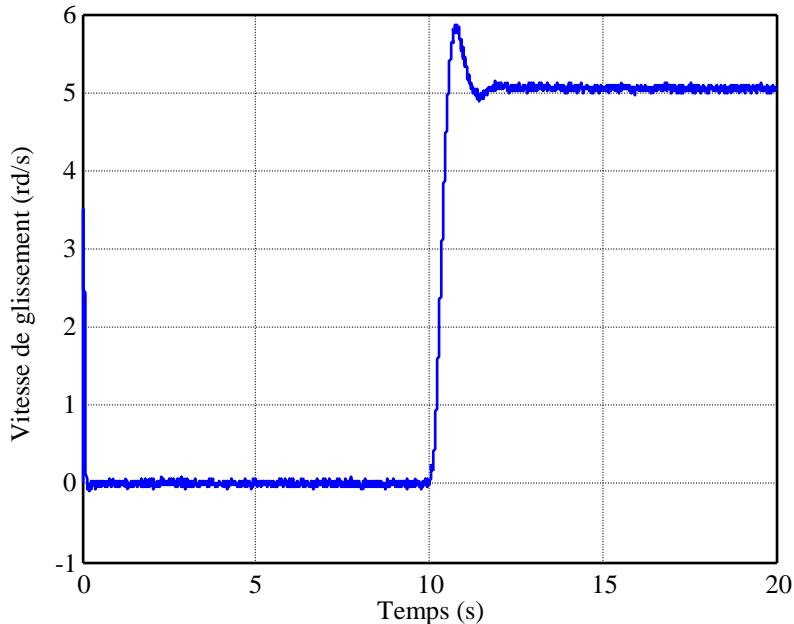
L'expérience réalisée consiste à partir d'une phase où les deux disques sont collés (fonctionnement nominal d'un système d'embrayage), puis d'imposer à  $t = 10$  s un glissement entre les deux disques. La consigne de glissement est fixée à 5 rd/s, et un bruit blanc centré, d'écart type  $\sigma = 0,1$  rd/s, est ajouté à la mesure de vitesse de glissement. Le couple moteur est donné par un niveau moyen proche du point de fonctionnement  $\Gamma_{m_0}$  auquel est ajoutée une fonction sinusoïdale centrée sur ce niveau moyen, de pulsation comprise entre 150 et 1000 rd/s, permettant de modéliser les acyclismes du moteur. La figure 4.41 donne l'allure du couple moteur  $\Gamma_m$  fourni.



**Figure 4.41 : Couple moteur**

L'amplitude des acyclismes est choisie exagérément élevée afin de bien mettre en évidence la qualité du filtrage.

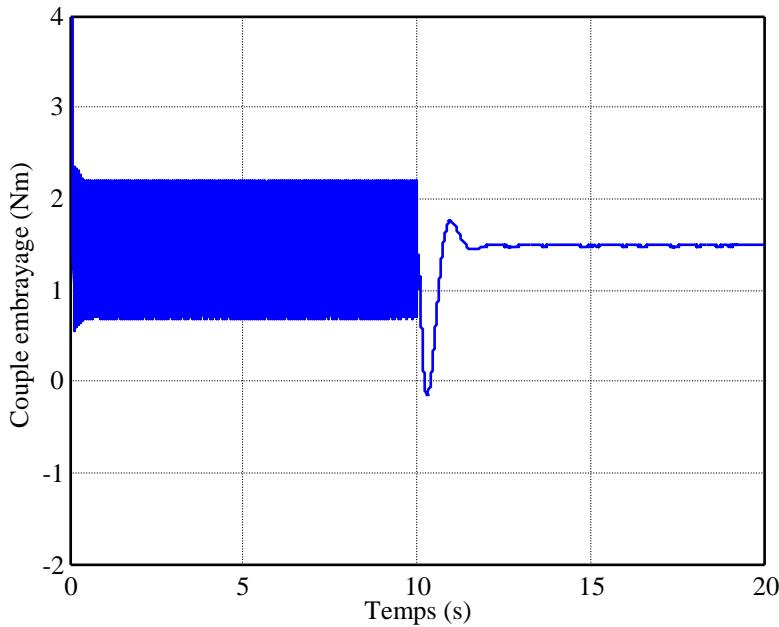
La figure 4.42 présente la vitesse de glissement mesurée.



**Figure 4.42 : Vitesse de glissement**

Avant  $t = 10$  s, cette vitesse est nulle, puisque les disques sont collés. A partir de  $t = 10$  s, la vitesse de glissement tend rapidement vers la référence désirée. Ce comportement est bien celui attendu, et valide les objectifs requis pour la régulation.

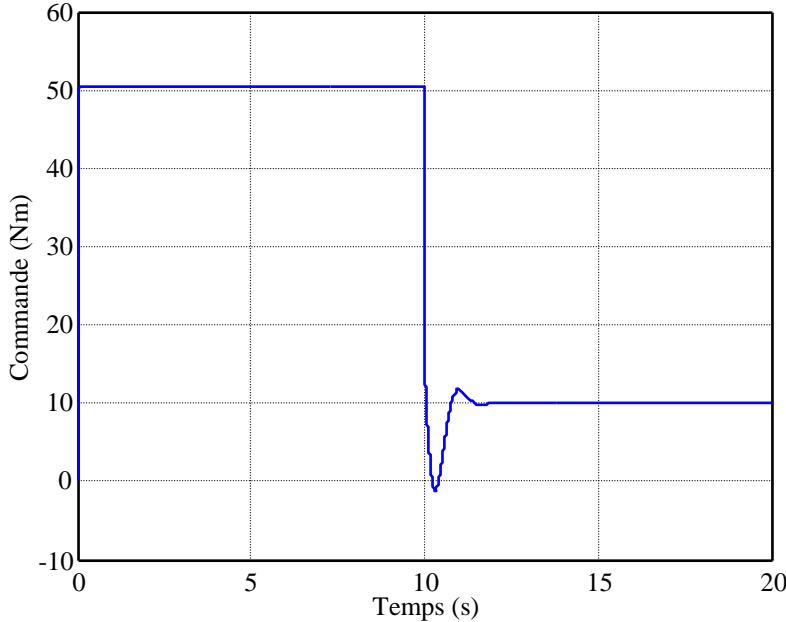
La figure 4.43 donne le couple en sortie d'embrayage  $\Gamma_{emb}$ .



**Figure 4.43 : Couple en sortie d'embrayage**

Lorsque les deux disques sont collés ( $t < 10$  s), les acyclismes moteurs sont directement transmis en sortie d'embrayage. A partir de  $t = 10$  s, ceux-ci sont filtrés par l'action du régulateur, et leur amplitude devient ainsi négligeable. Le transitoire créé par la mise en fonction du régulateur n'introduit pas de dépassement rédhibitoire, et reste suffisamment rapide. Ainsi les performances requises quant au filtrage des acyclismes sont convenablement obtenues.

La figure 4.44 présente la commande fournie par le régulateur.

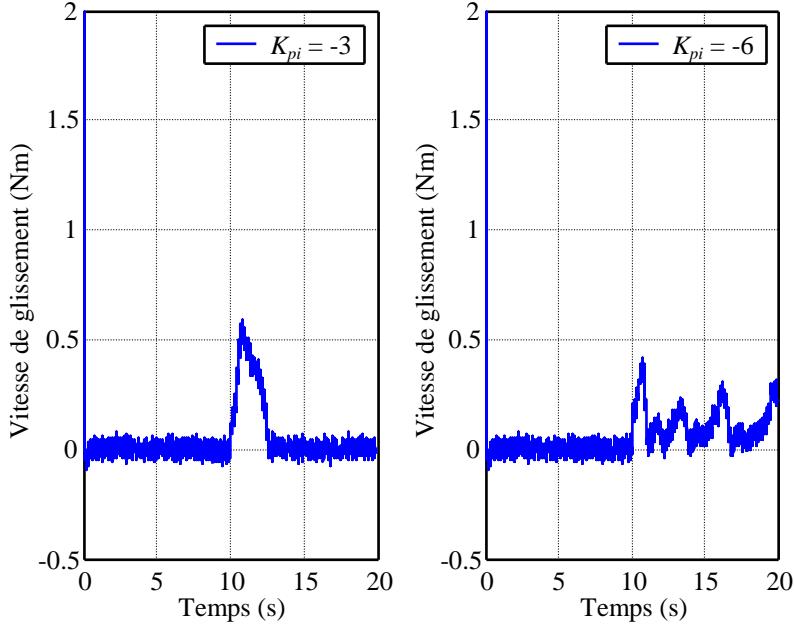


**Figure 4.44 : Commande  $\Gamma_n$**

Avant  $t = 10$  s, la commande est élevée, de manière à assurer que les disques soient collés : celle-ci n'est pas fournie par la structure de correction mise en place dans ce paragraphe. A partir de  $t = 10$  s, la commande est délivrée par le régulateur PI. Son amplitude est faible, ce qui assure qu'elle puisse être réalisée par un actionneur sur véhicule. De plus le comportement transitoire créé par la mise en fonction du régulateur est acceptable.

Par ailleurs, il est possible de valider la propriété de robustesse du régulateur vis-à-vis du signe de la pente de la tangente à la réponse du coefficient de frottement (effet Stribeck), en spécifiant une référence de glissement pour laquelle cette pente est négative, par exemple  $\Delta\omega_{ref} = 0,1$  rd/s.

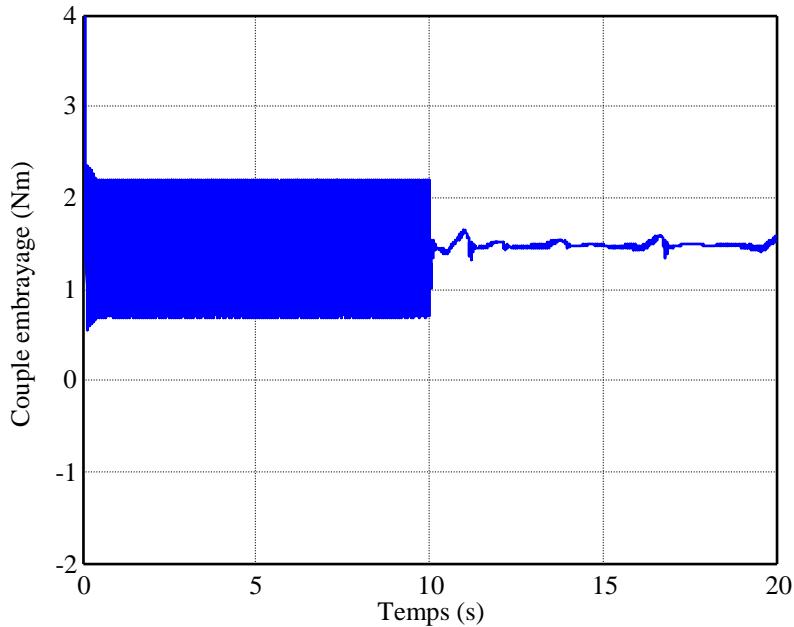
La figure 4.45 présente la vitesse de glissement obtenue d'une part pour le correcteur synthétisé sans prendre en compte ces problèmes de robustesse (4.5.2), et d'autre part celle obtenue par le correcteur robuste (4.5.3).



**Figure 4.45 : Vitesse de glissement pour les correcteurs robuste et non robuste**

Clairement, dans le premier cas, la régulation ne peut pas être assurée, alors que dans le cas du correcteur robuste, elle l'est, le système restant stable.

La figure 4.46 présente le couple en sortie d'embrayage  $\Gamma_{emb}$  pour une vitesse de glissement de référence de 0,1 rd/s, dans le cas du régulateur robuste.

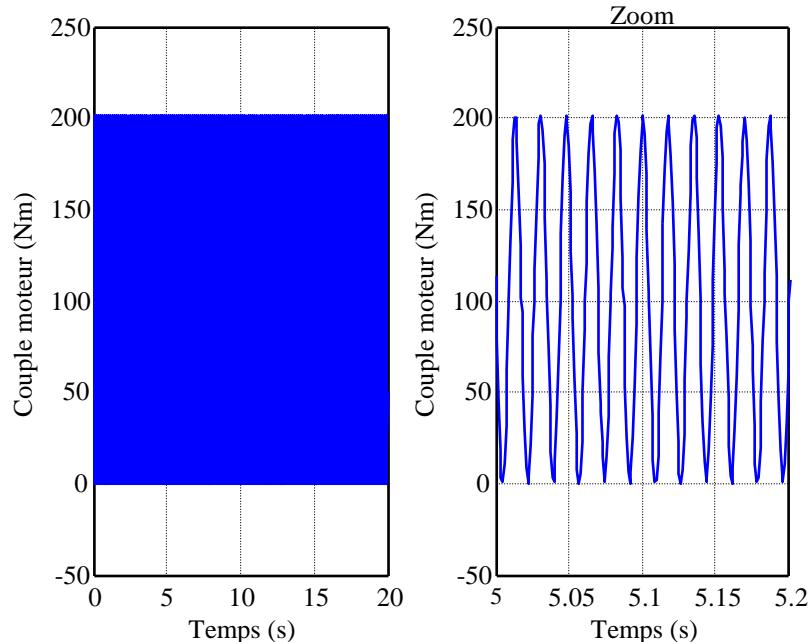


**Figure 4.46 : Couple en sortie d'embrayage pour le correcteur robuste**

Clairement, la mise en glissement permet de filtrer convenablement les acyclismes, avec une qualité de filtrage proche de celle obtenue pour une vitesse de glissement de référence plus élevée. En effet, comme cela a été présenté en 4.4.8, la valeur de la vitesse de glissement des disques n'a pas d'influence sur la qualité du filtrage (hormis dans le cas où elle est choisie inférieure à  $\Delta\omega_{seuil}$ , comme c'est le cas sur l'exemple traité ici ce qui explique la légère dégradation des qualités de filtrage, voir 4.4.7). La vitesse de glissement de référence doit donc être choisie :

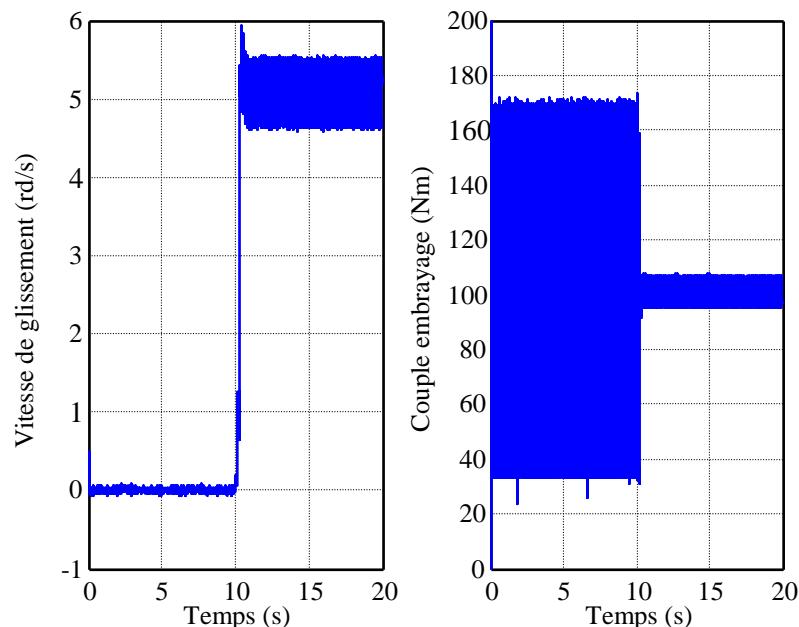
- La plus faible possible, de façon à ce que l'énergie dissipée dans les disques le soit également ;
- Suffisamment élevée, de façon à ce que la résolution des capteurs utilisés sur véhicules permette de la mesurer, et donne une information suffisamment précise, notamment vis-à-vis du niveau des bruits de mesure.

Il est également possible de réaliser la même simulation pour un niveau de charge  $\Gamma_{ch}$  différent. Pour cela, le couple résistant vu par le véhicule peut être augmenté, ou le rapport de vitesse engagé, diminué. Le couple moteur  $\Gamma_m$  est alors plus important, comme le prouve la figure 4.47 (l'amplitude des acyclismes est là encore choisie exagérément élevée).



**Figure 4.47 : Couple moteur pour un niveau de charge de 100 Nm**

La figure 4.48 présente les sorties en vitesse de glissement  $\Delta\omega$  et couple d'embrayage  $\Gamma_{emb}$  pour un niveau de charge de 100 Nm.



**Figure 4.48 : Vitesse de glissement et couple d'embrayage**

Ces réponses valident le fait que la structure de correction remplit toujours son rôle de régulation et de filtrage des acyclismes, même si les performances sont un peu dégradées.

## 4.7 Validation des performances du régulateur sur un modèle complet de véhicule

Le paragraphe 4.6 a présenté une première série d'essais de validation, réalisés à partir d'un modèle de simulation simple, ne prenant en compte que les dynamiques principales d'une chaîne de transmission d'un véhicule.

Ce paragraphe présente un outil de simulation, PILOT, développé par les ingénieurs Renault, modélisant finement le comportement global d'un véhicule. D'autres essais de validation sont ensuite exposés, réalisés à partir de ce modèle.

### 4.7.1 Présentation du logiciel PILOT

#### 4.7.1.1 L'outil de simulation PILOT

PILOT est un logiciel de simulation de véhicule permettant de mettre au point le calculateur de pilotage de la chaîne de transmission d'un véhicule, et de tester le comportement de celui-ci sur le véhicule réel. Il s'appuie sur une décomposition en trois éléments principaux :

- Le modèle de la dynamique du véhicule (remplacé par le véhicule lui-même lors du passage sur système réel) ;
- Les différents calculateurs permettant de piloter les organes du véhicule :
  - ECM = Engine Control Modul = contrôle moteur ;
  - BCM = Body Control Modul = contrôle châssis ;
  - ABS = AntiBlockierSystem = contrôle freins ;
  - TCU = Transmission Control Unit = contrôle chaîne de transmission.
- Les interfaces permettant la conversion de signaux analogiques en signaux numériques :
  - CAN VEM = convertisseur lié aux signaux du véhicule ;
  - CAN GBM = convertisseur lié aux signaux de la boîte de vitesses.

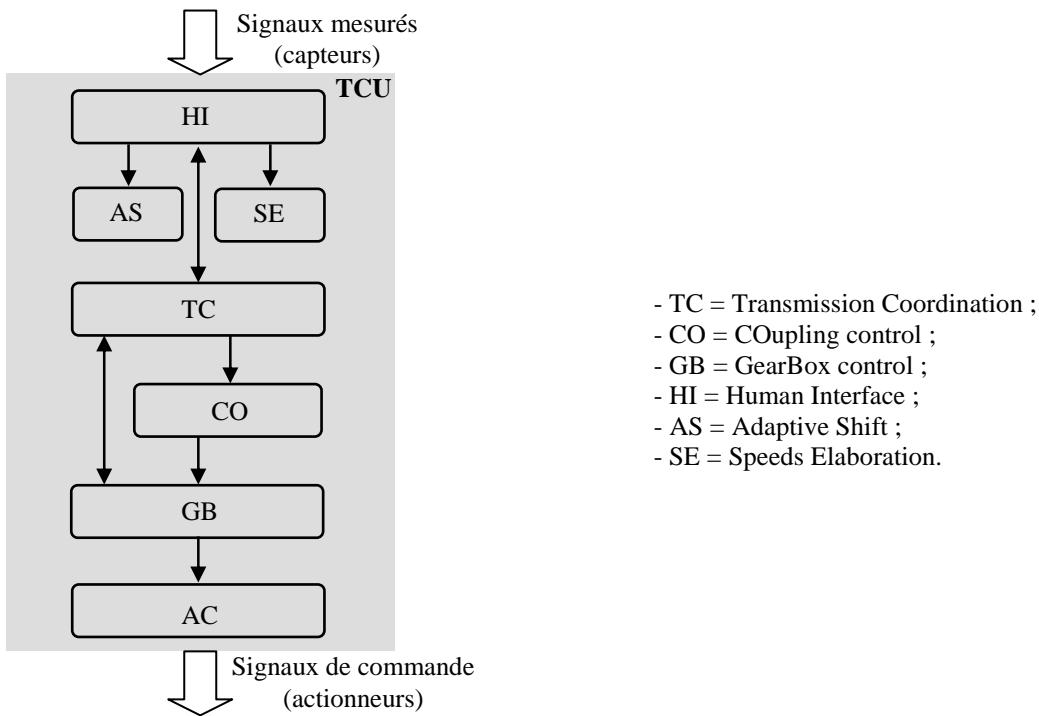
La structure de correction assurant le pilotage en glissement des disques d'embrayage sera logiquement intégrée au calculateur TCU.

##### 4.7.1.1.1 Modèle de la dynamique du véhicule

Le modèle de la dynamique globale d'un véhicule se décompose en quatre blocs principaux : l'embrayage, la boîte de vitesses, le véhicule et les actionneurs/capteurs. Le modèle véhicule prend en compte l'arbre différentiel, l'arbre de transmission (avec torsions) et le châssis (soumis aux forces de frottements aérodynamiques, forces dues à l'adhérence des pneus et forces de freinage).

##### 4.7.1.1.2 Le calculateur TCU

Il se décompose en sept modules principaux. Ces sept modules communiquent entre eux ainsi qu'avec les signaux extérieurs, comme schématisé sur la figure 4.49.



**Figure 4.49 : Architecture logicielle du calculateur TCU**

#### Blocs TC, CO, GB et AC

Ces blocs permettent de piloter le système d'embrayage. Celui-ci se commande en couple transmissible (c'est-à-dire le couple à transmettre en sortie d'embrayage) et permet de saturer le couple transmis entre ses arbres d'entrée et de sortie, et ce indépendamment des vitesses de ces arbres.

Le pilotage de l'embrayage est réalisé selon trois couches logicielles :

- TC et CO : Cette couche agit sur la coordination entre le pilotage de l'embrayage et les réducteurs de la boîte de vitesses. TC séquence les phases de pilotage et réalise une surveillance fonctionnelle. CO réalise la gestion des régimes d'entrée et de sortie de boîte de vitesses et émet les consignes de couple transmis ;
- GB : Cette couche assure la réalisation des consignes émises par TC et CO. Elle met la boîte de vitesses dans la configuration de réducteur demandée par TC, et réalise la consigne de couple transmissible émise par CO ;
- AC : Cette couche assure le pilotage rapproché des actionneurs et des mécanismes de commande interne, afin de réaliser les consignes de position, d'effort, de pression, émises par GB.

#### Bloc HI

Comme son nom l'indique, le module HI a pour rôle principal d'assurer l'interface entre le conducteur et le contrôle de transmission, mais fournit également certaines informations au système telles que l'autorisation de démarrage, la commande des feux de recul,... Il agit principalement sur :

- Le traitement des informations issues du levier de vitesses et/ou des palettes de commande au volant (gestion de conflit notamment) ;
- L'autorisation de démarrage ;
- L'affichage sur le tableau de bord des informations liées à la transmission.

#### Bloc AS

Le rôle de ce module est de gérer le rapport de réduction de la boîte de vitesses. En fonction de l'activité du conducteur, sous certaines contraintes liées au groupe motopropulseur et de conditions d'environnement, il détermine le rapport le mieux adapté afin de satisfaire à des critères de consommation, de dépollution, d'agrément de conduite et d'acoustique, ou un compromis de ces critères.

#### Bloc SE

De façon équivalente au bloc AS qui gère le rapport de réducteur de boîte, ce module gère le système d'embrayage, en assurant une fonction de supervision et d'arbitrage.

#### 4.7.1.2 Implantation de la structure de pilotage en glissement au logiciel PILOT

De façon à être intégré au logiciel de simulation PILOT, le correcteur synthétisé en 4.5 est discrétement à la période d'échantillonnage du simulateur ( $T_e = 10$  ms). Il est logiquement inséré au sein du module CO créant les consignes de couple transmis.

Cependant, le correcteur assurant la fonction de glissement piloté, délivre une commande de couple normal et non de couple d'embrayage. D'après la relation (4.15a), il convient donc de modifier ce correcteur en multipliant sa commande par le coefficient de frottement  $\mu(\Delta\omega)$ . La boucle de commande réelle est alors schématisée sur la figure 4.50. Elle comprend la partie logicielle (CO et GB + AC) et la partie matérielle (actionneur + diaphragme et système). Cette chaîne est établie de telle sorte que les transferts entre  $\Gamma_n$  et  $\Gamma_{n_{réel}}$ , et  $\Gamma_{emb}$  et  $\Gamma_{emb_{réel}}$ , soient unitaires.

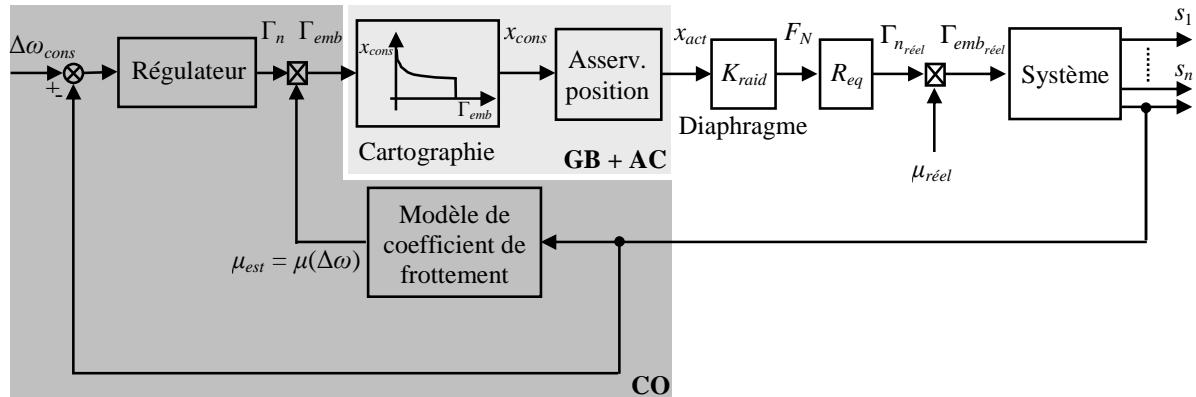


Figure 4.50 : Schéma représentant la boucle de commande réelle

Enfin, selon que le glissement piloté est à activer ou pas, la consigne de couple transmis par le correcteur est soit la commande qu'il délivre (cas activé), soit une valeur de saturation maximale (cas non activé). Ainsi, le régulateur synthétisé en 4.5 peut être inséré en série (en amont) avec les autres modules susceptibles de définir la consigne de couple à transmettre (par exemple : consigne pour faire en sorte que les disques d'embrayage soient collés), chacun des modules situé en aval des autres pouvant prendre la main si la consigne créée par le module précédent est la valeur de saturation maximale.

#### 4.7.2 Essais réalisés à partir du simulateur PILOT

Les figures 4.51 et 4.52 décrivent l'expérience réalisée.

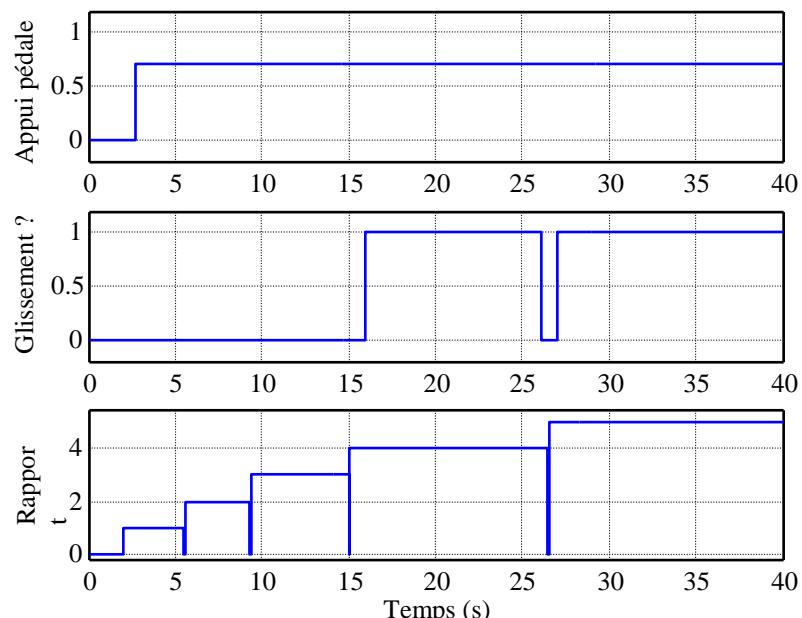


Figure 4.51 : Configuration de l'expérience (1)

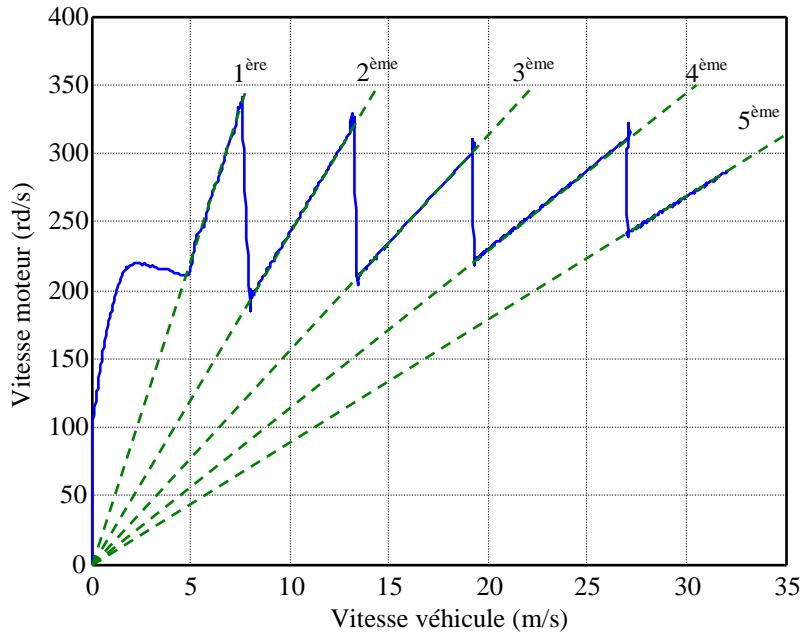


Figure 4.52 : Configuration de l'expérience (2)

L'essai consiste à partir de l'arrêt, et à accélérer selon un appui pédale constant. Le véhicule prend alors de la vitesse et change de rapport au fur et à mesure qu'il accélère, jusqu'à atteindre la 5<sup>ème</sup>. La fonction de glissement piloté est activée à  $t = 16$  s (avec une pause vers  $t = 26$  s afin de changer le rapport de vitesse), c'est-à-dire lorsque le rapport de vitesse de 4<sup>ème</sup> vient d'être engagé. La vitesse de glissement de référence spécifiée est de 10 rd/s. Le couple moteur est perturbé par les acyclismes, comme le prouve la figure 4.53.

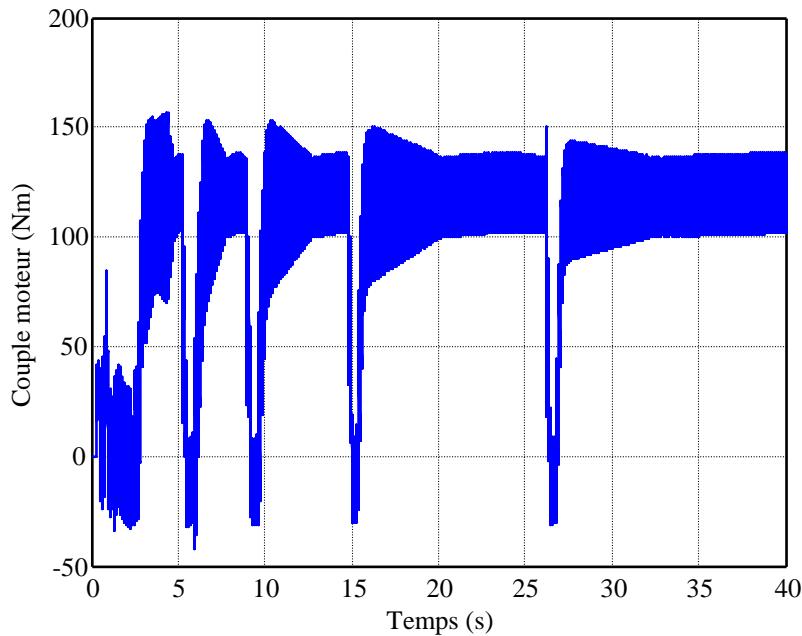
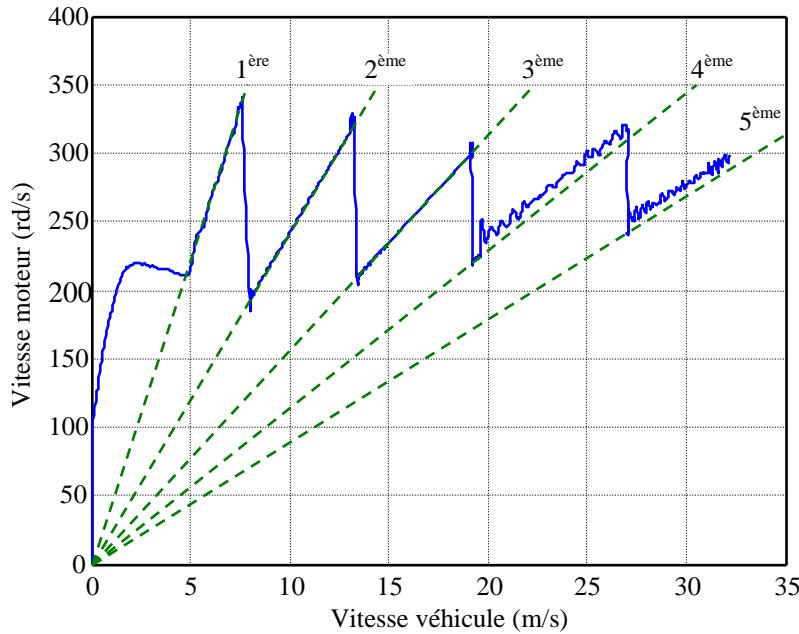


Figure 4.53 : Couple moteur

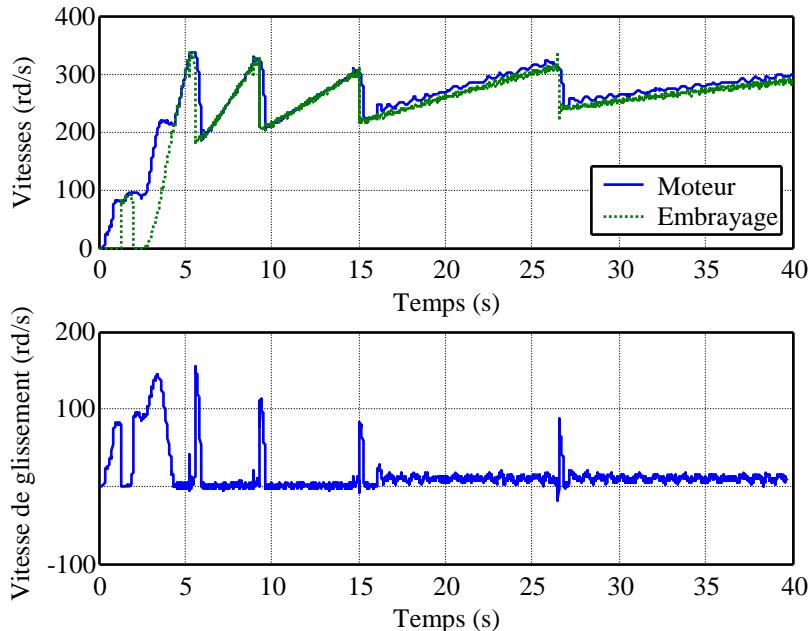
La figure 4.54 présente l'évolution de la vitesse moteur en fonction de celle du véhicule, lorsque la fonction de glissement piloté est activée à  $t = 16$  s.



**Figure 4.54 : Vitesse moteur en fonction de celle du véhicule**

Lors de l'activation du glissement piloté, la vitesse moteur devient plus élevée que la consigne qu'elle doit suivre, afin de faire en sorte que la vitesse en sortie d'embrayage suive celle-ci et que celle de glissement soit non nulle.

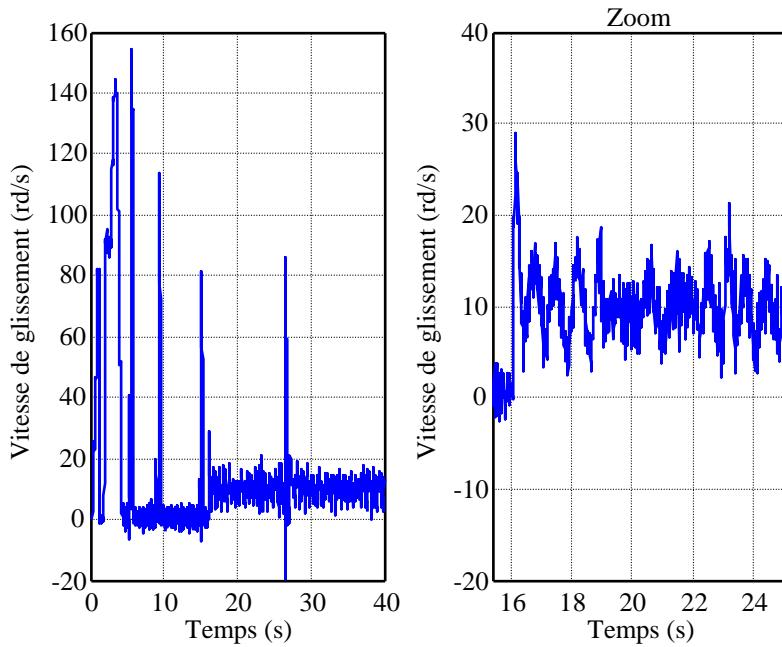
La figure 4.55 présente l'évolution des vitesses moteur et en sortie d'embrayage, ainsi que celle de glissement.



**Figure 4.55 : Vitesse moteur, en sortie d'embrayage et de glissement**

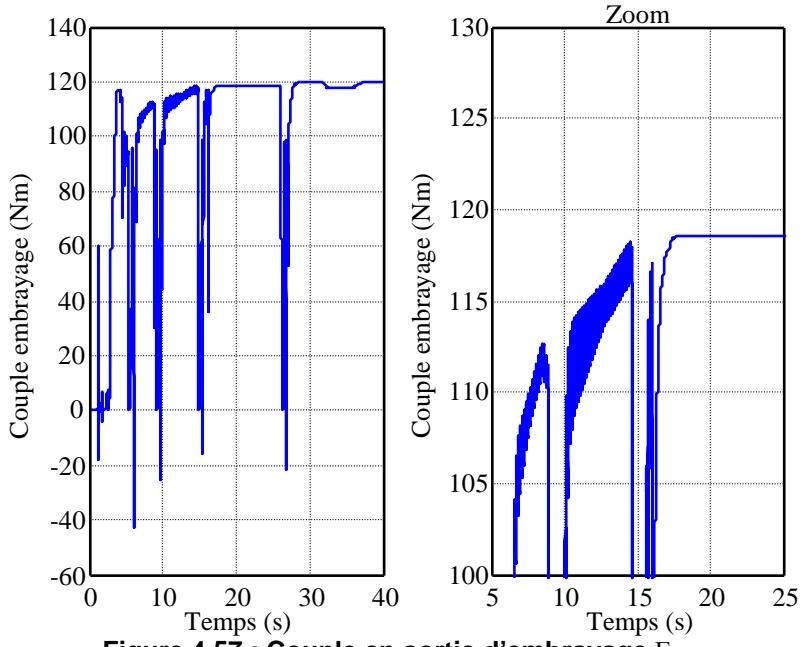
A chaque changement de rapport (ainsi qu'au démarrage), la vitesse de glissement est non nulle, afin d'éliminer les à-coups liés à la mise en contact directe des disques d'embrayage. Ce type de pilotage est assuré par une fonction indépendante de celle de mise en glissement étudiée ici.

Avant  $t = 16$  s, à rapport constant, les vitesses moteur et de sortie d'embrayage sont égales, de sorte que le couple moteur soit intégralement transmis au reste de la chaîne de transmission (les disques sont collés). A partir de  $t = 16$  s, la vitesse moteur devient supérieure à celle en sortie d'embrayage de façon à créer un glissement des disques. La vitesse de glissement est alors parfaitement régulée à sa valeur de référence, comme le prouve la figure 4.56.



**Figure 4.56 : Vitesse de glissement**

La figure 4.57 donne le couple en sortie d'embrayage.



**Figure 4.57 : Couple en sortie d'embrayage  $\Gamma_{emb}$**

Clairement, avant l'activation de la fonction de glissement piloté, le couple en sortie d'embrayage est perturbé par les acyclismes provenant du couple moteur. Cependant, lorsque le pilotage en glissement est réalisé, ceux-ci sont correctement filtrés et leur influence devient négligeable.

Il est également possible de valider les performances en filtrage d'acyclismes à partir de la réponse du couple mesuré au niveau des roues du véhicule présentée sur la figure 4.58. Celui-ci est équivalent au couple en sortie d'embrayage, au gain du rapport de vitesse engagé près.

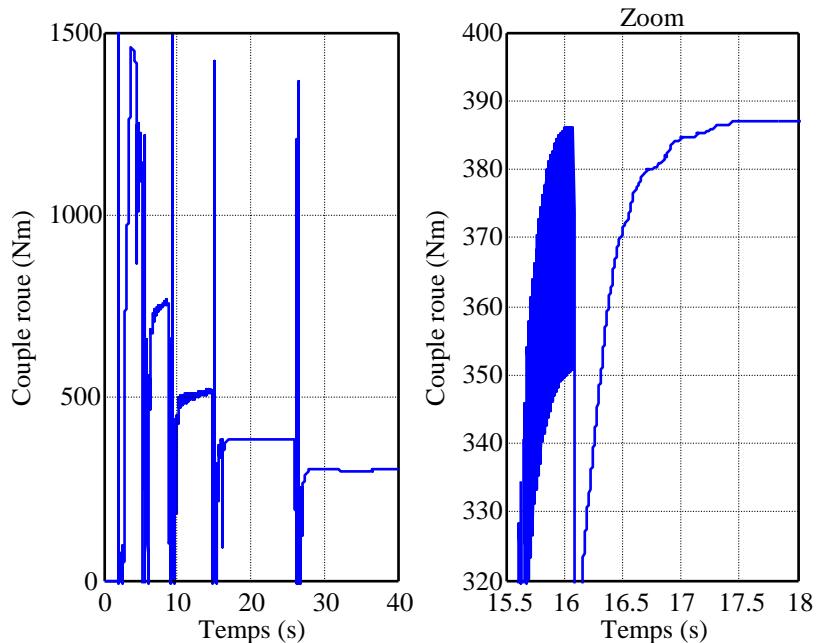


Figure 4.58 : Couple au niveau des roues du véhicule

L'évolution de la commande du système d'embrayage est présentée sur la figure 4.59.

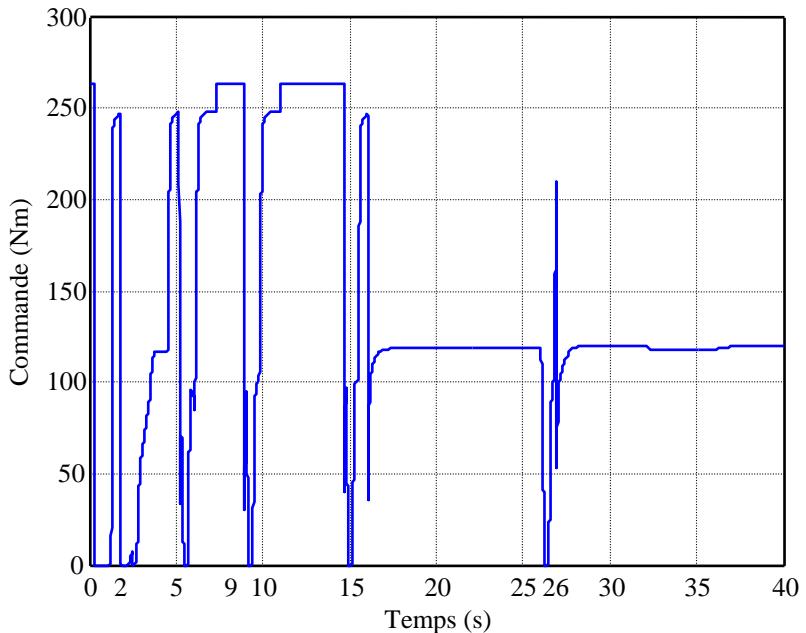


Figure 4.59 : Commande

Avant l'activation du glissement piloté ( $t = 16$  s), cette commande est élevée, de façon à assurer le collage des deux disques. Elle devient nulle (ouverture de l'embrayage) lors des changements de rapports de vitesse ( $t = 2, 5, 9, 15, 26$  s). Ces deux types de commande répondent à des consignes réalisées par des fonctions du module CO autres que celle gérant le glissement piloté.

Une fois les disques pilotés en glissement ( $t = 16$  s), cette commande devient plus faible puisque le couple à transmettre est moins important que celui en entrée, et que la pression à exercer sur les disques doit autoriser le glissement. Ce passage instantané d'un couple élevé à un couple plus faible, crée un échelon susceptible d'exciter la dynamique du correcteur, et pouvant conduire à un comportement transitoire dégradé lors de l'activation de la fonction de glissement piloté. Ce phénomène est particulièrement visible sur les essais sur véhicule (voir 4.8.2).

Enfin, l'énergie dissipée ( $E = \int_0^T \Gamma_{emb} \Delta \omega dt - \int_0^T P_{diss} dt$ , avec  $P_{diss}$  la puissance dissipée dans les contre-matériaux)

par la mise en glissement des disques est représentée sur la figure 4.60.

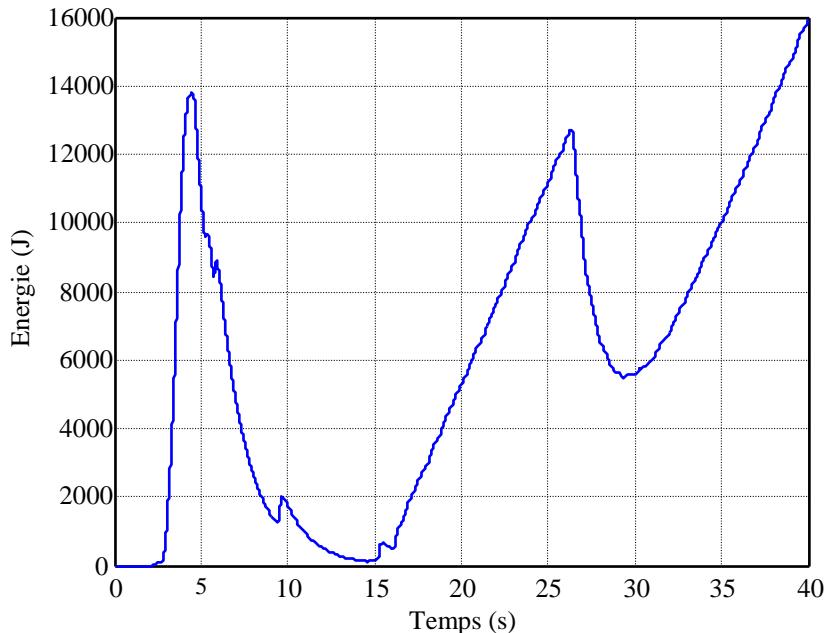


Figure 4.60 : Energie dissipée

Celle-ci est comparable à celle dissipée lors du démarrage du véhicule, et est donc largement acceptable.

Une seconde expérience est présentée maintenant. Elle consiste à réaliser un appui pédale constant jusqu'à ce que le véhicule atteigne une vitesse suffisamment élevée (rapport de vitesse de 5<sup>ème</sup>), puis à activer la fonction de glissement piloté en faisant varier l'appui pédale. Ainsi, cette expérience permet d'étudier les propriétés de cette fonction de pilotage de l'embrayage en configuration dynamique. Elle est décrite par les réponses de la figure 4.61.

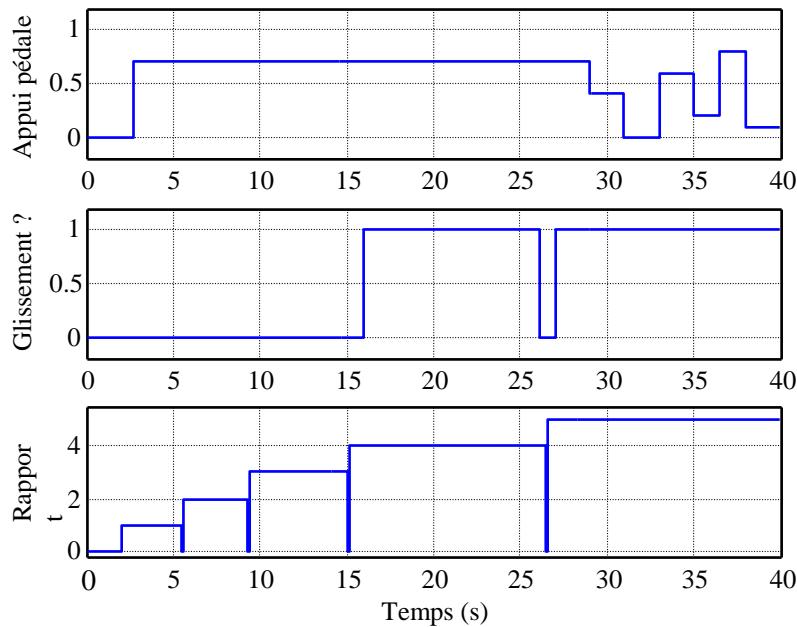


Figure 4.61 : Configuration de l'expérience

La figure 4.62 donne les vitesses moteur et en sortie d'embrayage, ainsi que celle de glissement.

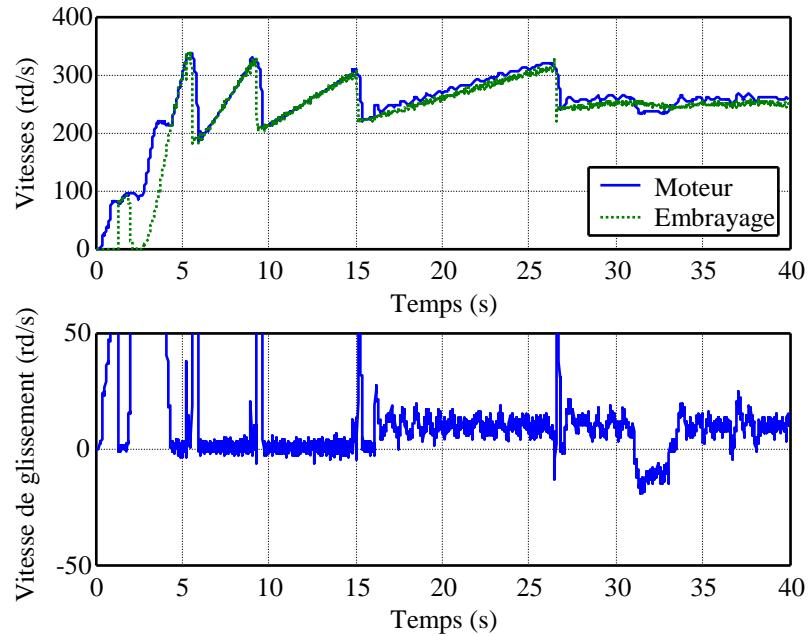


Figure 4.62 : Vitesses moteur, en sortie d'embrayage et de glissement

La figure 4.63 présente le couple en sortie d'embrayage.

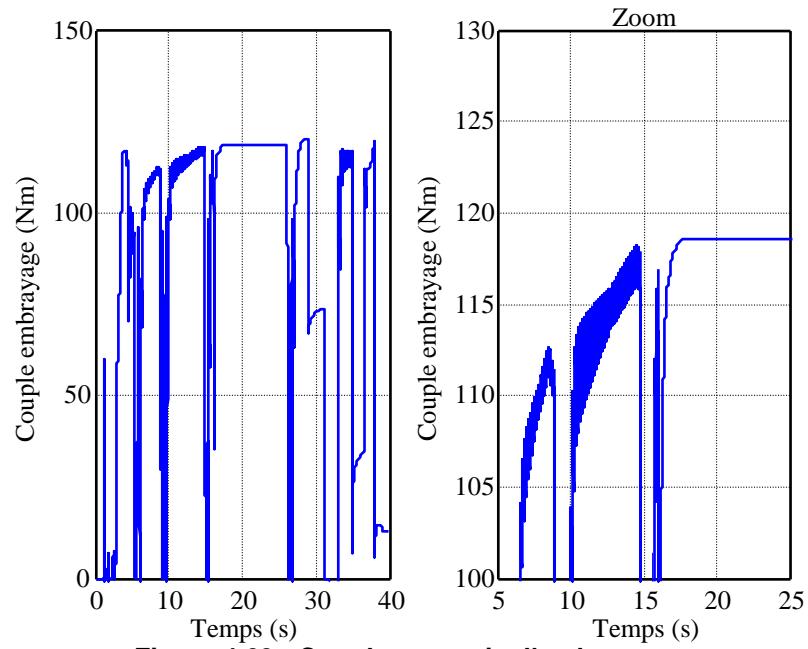


Figure 4.63 : Couple en sortie d'embrayage

Ces deux dernières figures valident le comportement de la fonction de glissement piloté en configuration dynamique.

## 4.8 Validation des performances du régulateur sur véhicule

### 4.8.1 Présentation du véhicule

Le véhicule utilisé est une Renault Clio, moteur diesel, équipée d'une boîte de vitesses robotisée. Cette dernière est commandée de sorte que les rapports de vitesse ne puissent être modifiés automatiquement, mais seulement mécaniquement (module AS).

L'intérêt de ce véhicule est que son moteur, de type diesel, crée des acyclismes d'amplitude importante (comparativement à un moteur essence). Cependant, il est équipé d'un DVA (Double Volant Amortisseur) dont

le rôle est de filtrer les acyclismes. Ainsi il est essentiel de noter que les réponses présentées dans ce paragraphe, concernant l'atténuation de ces phénomènes par glissement piloté, sont moins représentatives des performances en filtrage qu'elles ne le seraient si l'organe DVA n'était pas implanté.

Le programme de pilotage de l'embrayage synthétisé sous PILOT (TCU), est maintenant chargé sur le véhicule à l'aide du logiciel D-Space. Certaines grandeurs physiques visualisées sur le simulateur, comme le couple en sortie d'embrayage, ne sont maintenant plus accessibles. Ainsi, pour visualiser l'effet du filtrage des acyclismes, un couplemètre, permettant de mesurer le couple roue, est implanté sur la roue avant droite du véhicule.

#### 4.8.2 Essais sur véhicule

La figure 4.64 décrit les conditions de l'expérience réalisée.

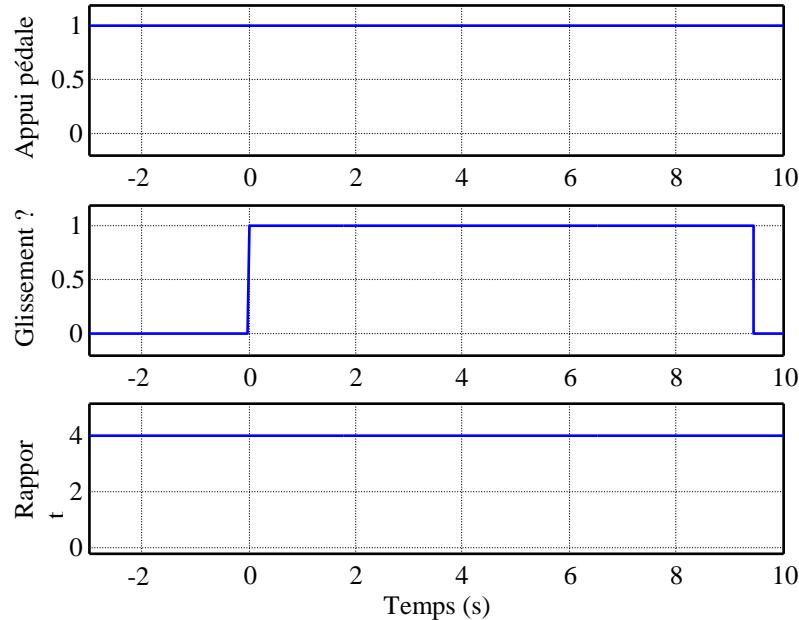
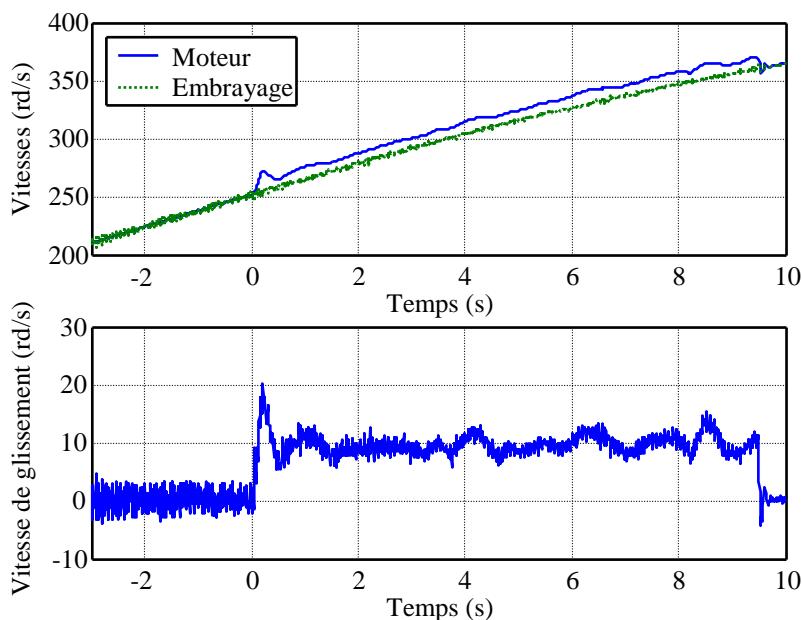


Figure 4.64 : Configuration de l'expérience

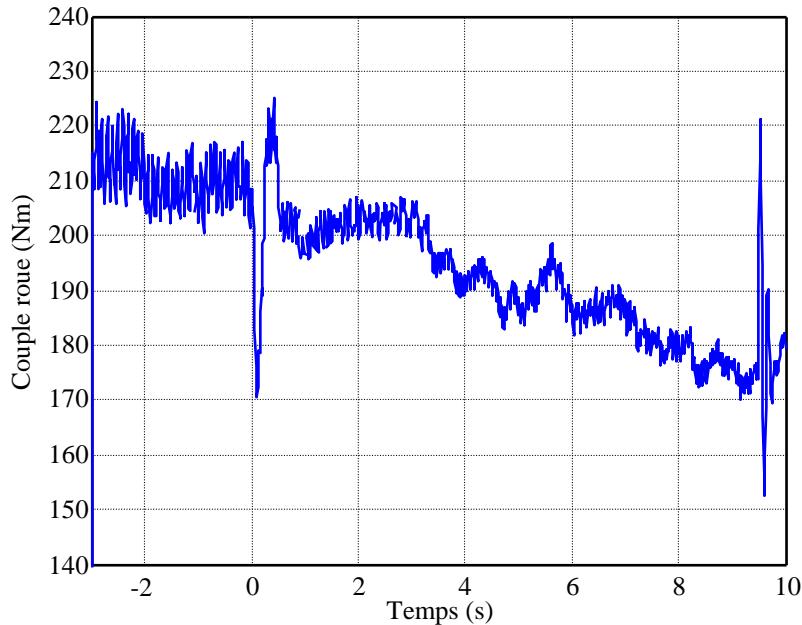
L'essai consiste à réaliser un appui pédale constant maximal, avec un rapport de vitesse de 4<sup>ème</sup> engagé, puis d'activer la fonction de glissement piloté à  $t = 0$  s. La vitesse de glissement de référence spécifiée est de 10 rd/s.

La figure 4.65 donne les vitesses moteur et en sortie d'embrayage, ainsi que celle de glissement, mesurées.



Clairement la vitesse moteur augmente lorsque la fonction de glissement piloté est activée afin de maintenir constante la vitesse en sortie d'embrayage, tout en créant une vitesse de glissement. Cette dernière vitesse est parfaitement régulée à la valeur de référence spécifiée.

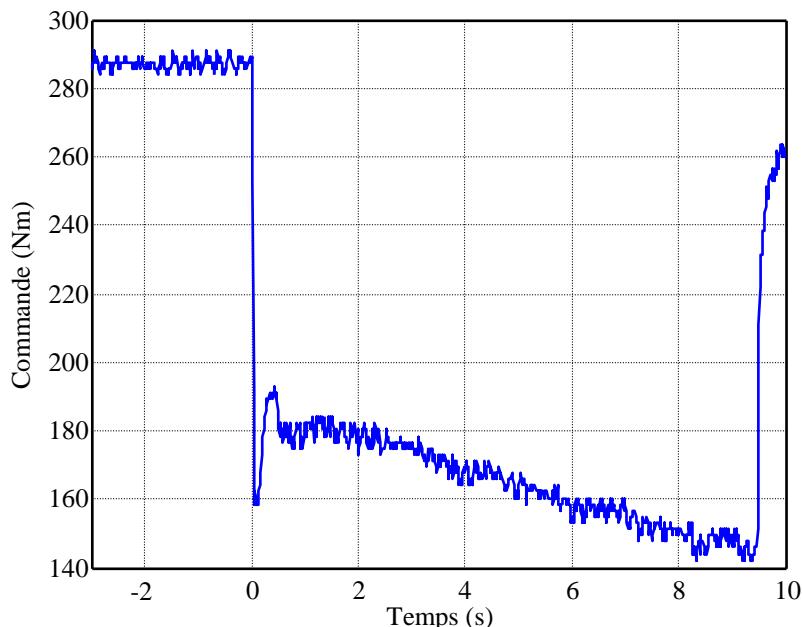
La figure 4.66 présente le couple mesuré au niveau de la roue avant droite du véhicule.



**Figure 4.66 : Couple au niveau de la roue du véhicule**

Cette figure montre que l'utilisation de la fonction de glissement piloté permet d'atténuer l'amplitude des acyclismes. Cette atténuation apparaît cependant assez faible sur cette figure du fait de l'action du DVA qui filtre grandement les acyclismes avant  $t = 0$  s.

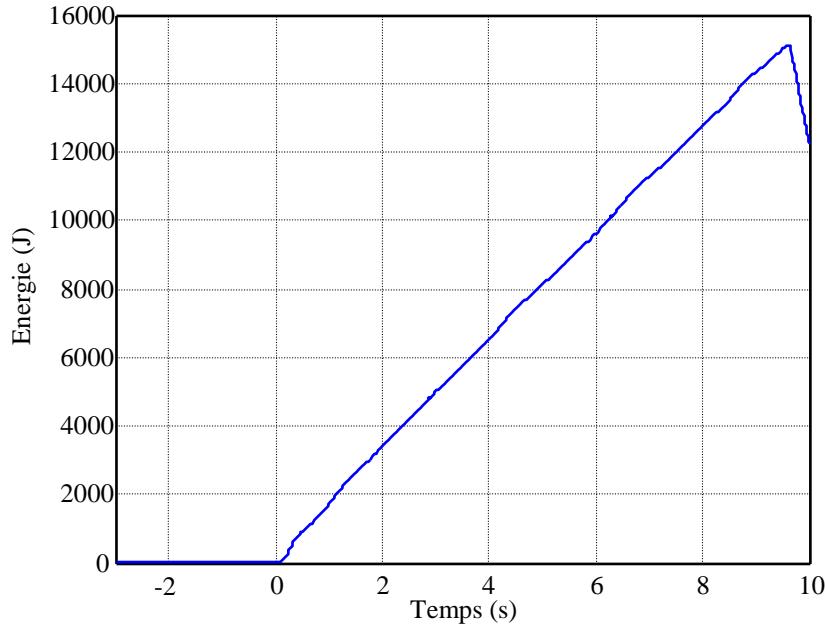
Par ailleurs, l'activation de la fonction crée un régime transitoire mal amorti au niveau du couple mesuré, qui se ressent à l'intérieur du véhicule. Celui-ci est principalement lié au changement brutal de la valeur de commande pour passer d'une phase de collage des disques d'embrayage à une phase de glissement. Cet échelon de transition de la commande est visualisable sur la figure 4.67.



**Figure 4.67 : Commande  $\Gamma_{emb}$**

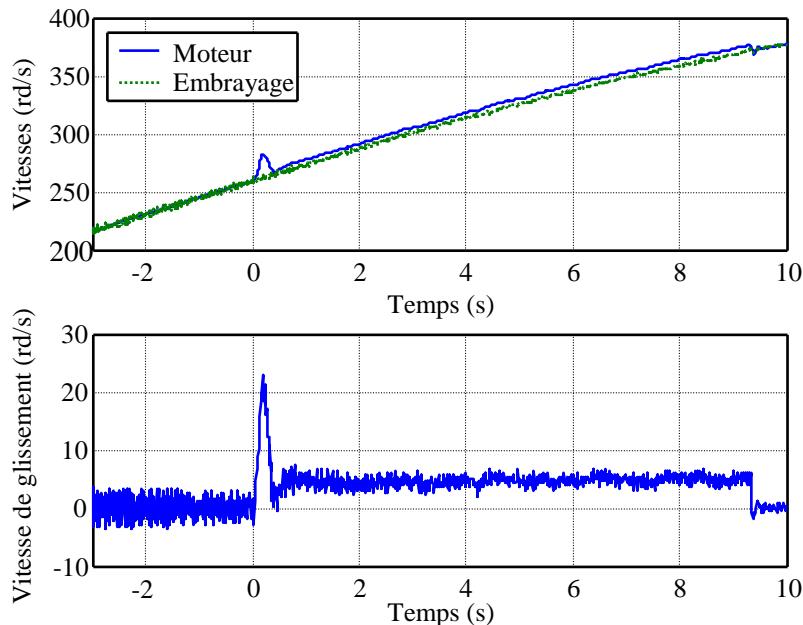
Sur ces deux dernières figures, les couples visualisés diminuent du fait que la puissance demandée est constante (car l'appui pédale est constant), et que le régime moteur est croissant.

Enfin, l'énergie dissipée reste parfaitement acceptable, comme le prouve la réponse de la figure 4.68 (le niveau d'énergie dissipée est comparable à celui qui l'est lors du démarrage du véhicule, comme le montre la figure 4.60).

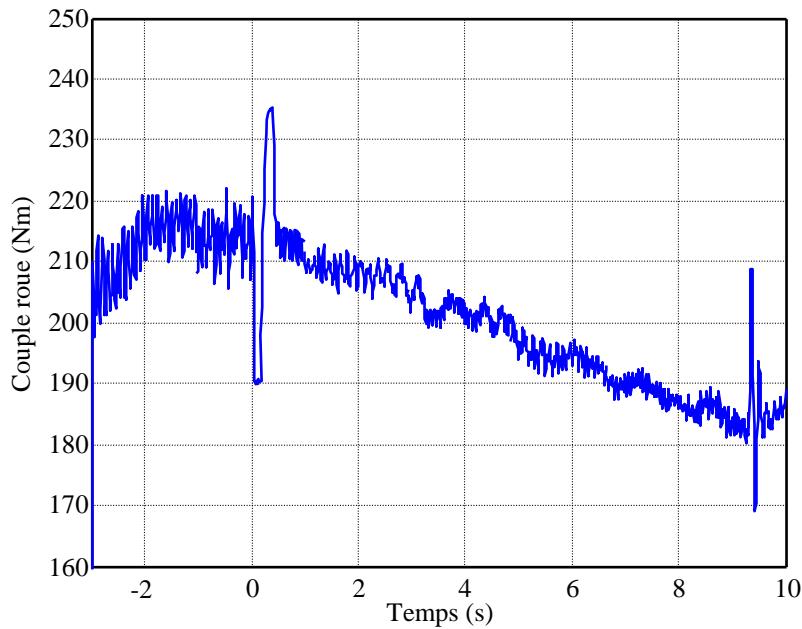


**Figure 4.68 : Energie dissipée**

L'expérience qui vient d'être présentée ici peut également être réalisée pour une consigne de référence en glissement de 5 rd/s. Les figures 4.69 et 4.70 présentent les évolutions des différentes vitesses mises en jeu, ainsi que celle du couple au niveau de la roue avant droite du véhicule, et prouvent que la fonction de glissement piloté remplit également parfaitement les objectifs fixés pour une consigne de référence plus faible.



**Figure 4.69 : Vitesses moteur, en sortie d'embrayage et de glissement**

**Figure 4.70 : Couple au niveau de la roue**

## 4.9 Conclusion

Ce chapitre a permis de mettre au point la structure de filtrage des acyclismes. Une étude qualitative de l'influence du glissement entre les deux disques d'embrayage, a d'abord mis en évidence l'intérêt qu'il pouvait représenter du point de vue filtrage des composantes hautes fréquences du couple moteur. L'objectif était alors de maîtriser cette vitesse relative entre disques, ce qui a pu être réalisé par l'utilisation d'un régulateur PI.

Une étude fréquentielle menée sur le système linéarisé d'une chaîne de transmission de véhicule, a conduit à la synthèse d'une structure de correction répondant au cahier des charges du problème de glissement piloté. Ainsi, un correcteur de type PI + filtre passe-bas a été retenu pour :

- Assurer la régulation de la vitesse de glissement à une vitesse de référence spécifiée (PI) ;
- Filtrer les acyclismes du couple moteur en haute fréquence, en diminuant le gain du correcteur pour ces pulsations (filtre passe-bas).

Les performances de cette structure de correction ont pu être étudiées en simulation sur un modèle de chaîne de transmission non linéaire simplifié. Les réponses obtenues, tant pour la vitesse de glissement que pour le couple en sortie d'embrayage, montrent que les objectifs de régulation et de filtrage d'acyclismes sont atteints. Puis celle-ci a pu être validée sur un modèle de simulation plus complet, prenant en compte tout l'environnement d'un véhicule (calculateurs, échantillonnage, dialogue et prise de main entre les différents correcteurs, capteurs, actionneurs,...). Enfin des essais expérimentaux sur mulet ont été menés et prouvent que le glissement piloté est réalisable sur véhicule, et permet d'obtenir de bons résultats en termes de filtrage d'acyclismes.

## **Chapitre 5**

### **Influence de la charge – Synthèse d'une structure de correction assurant une meilleure qualité de filtrage des acyclismes**

5.1 Introduction .....	- 184 -
5.2 Etude de l'influence de la charge sur le système corrigé par le régulateur synthétisé au chapitre 4 .....	- 184 -
5.3 Synthèse d'une structure de correction à deux actions .....	- 190 -
5.4 Validation en simulation des performances de la structure de correction synthétisée -	200 -
5.5 Conclusion et limitations.....	- 207 -



## 5.1 Introduction

Le chapitre 4 a permis de mettre au point un correcteur assurant le pilotage en glissement d'un système d'embrayage, et par la même, le filtrage des acyclismes du couple moteur. La synthèse de la structure de correction a été menée à partir d'un modèle de commande linéarisé autour de points de fonctionnement correspondants à des régimes stationnaires pour les vitesses moteur et de glissement (valeurs choisies) créant des niveaux de couples (moteur, embrayage, normal) imposés par le choix de la valeur du couple de charge. Le point de fonctionnement retenu dans le chapitre précédent pour cette dernière grandeur est le couple nul, correspondant à une pente de route nulle. Cependant le couple de charge est susceptible de varier fortement avec la pente, selon la relation :

$$\Gamma_{ch} = \frac{MgR_r \sin \rho}{\alpha}$$

En effet en considérant des variations de pente  $\sin \rho$  de  $\pm 20\%$ , le couple de charge peut varier dans la plage donnée ci-dessous :

$$\Gamma_{ch} \in [-185, 185] \text{ Nm}$$

De plus le point de fonctionnement du couple moteur dépend directement de celui du couple de charge :

$$\Gamma_{m_0} = \Gamma_{ch_0} + \Gamma_{aero_0}$$

Finalement, le modèle linéarisé est en réalité grandement dépendant de la charge vue par le véhicule, et les performances de la structure de correction mise en place au chapitre 4 risquent d'être fortement dégradées selon les variations de celle-ci.

Ce chapitre présente ainsi l'influence de la charge sur la qualité du glissement piloté. Dans un premier paragraphe, la dégradation des performances du régulateur synthétisé au chapitre 4 est étudiée plus en détail, à partir notamment des résultats présentés succinctement dans ce dernier chapitre. Puis une structure de correction à deux actions est présentée dans une seconde partie. Cette nouvelle solution permet de découpler les objectifs de régulation et de filtrage, et aboutit à une meilleure qualité de filtrage des acyclismes. Le troisième paragraphe présente les résultats obtenus en simulation. Enfin, en conclusion, les limitations de cette solution quant à une utilisation sur véhicule sont exposées.

## 5.2 Etude de l'influence de la charge sur le système corrigé par le régulateur synthétisé au chapitre 4

### 5.2.1 Etude de la dégradation des performances en régulation et filtrage d'acyclismes sous charge

Les figures 4.37 et 4.39 présentent l'influence de la charge sur le système corrigé par le régulateur PI synthétisé au cours du chapitre 4, à partir des diagrammes de Bode des transferts  $\delta\Delta\omega/\delta\Delta\omega_{ref}$  et  $\delta\Gamma_{emb}/\delta\Gamma_m$ . Ces réponses sont rappelées ici, figures 5.1 et 5.2.

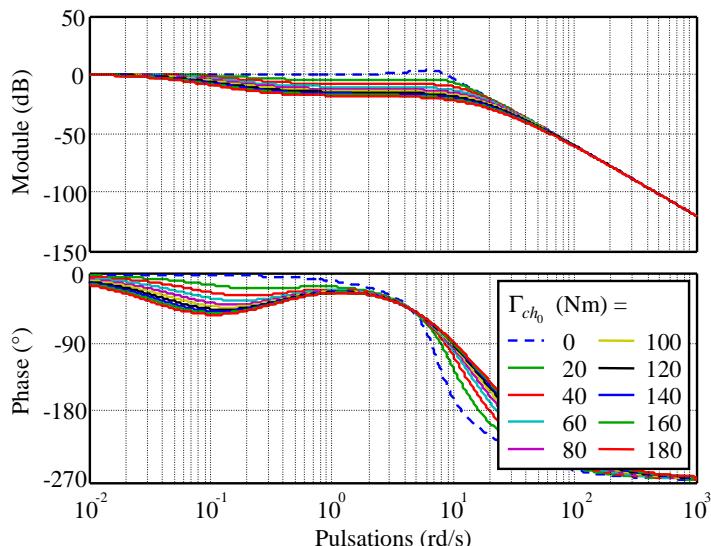
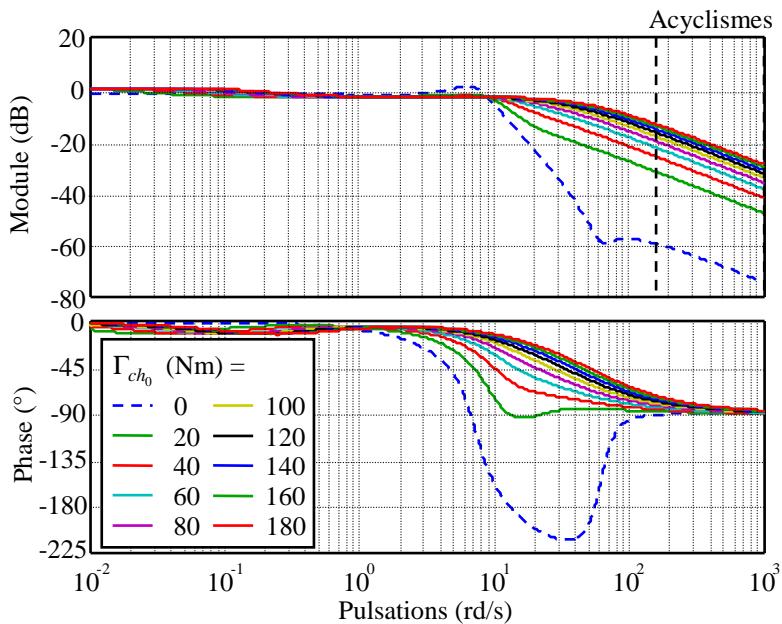


Figure 5.1 : Diagrammes de Bode de la boucle fermée, pour différentes valeurs de charge



**Figure 5.2 : Diagrammes de Bode du transfert  $\delta\Gamma_{emb}/\delta\Gamma_m$ , pour différentes valeurs de charge**

Les diagrammes de Bode du transfert  $\delta\Delta\omega/\delta\Delta\omega_{ref}$  montrent que la régulation en vitesse de glissement des disques d'embrayage, reste assurée, quelle que soit la valeur du couple de charge vue par le véhicule. Cependant les performances de régulation sont largement dégradées, principalement du point de vue de la rapidité. La stabilité de la boucle n'est, elle, pas remise en cause.

Les réponses de la figure 5.2 attestent d'une dégradation importante de la qualité du filtrage des acyclismes pour les fortes charges : en effet, pour les pulsations où ces-derniers doivent être éliminés, les modules du transfert  $\delta\Gamma_{emb}/\delta\Gamma_m$  augmentent d'environ 50 dB par rapport au cas sans charge. Cependant, par comparaison avec le cas sans glissement, les perturbations haute-fréquence du couple moteur sont tout de même filtrées d'un gain 10 en moyenne sur toute la plage [150, 1000] rd/s, ce qui reste un résultat satisfaisant.

En conclusion, la dégradation des performances en filtrage des acyclismes conduit à imaginer une structure de correction plus élaborée, assurant un filtrage plus important que celle présentée au chapitre 4. Cette solution est mise au point au paragraphe 5.3.

### 5.2.2 Analyse de la robustesse de la marge de module vis-à-vis des incertitudes sur les paramètres $a$ , $b$ , $c$ du modèle linéarisé, sous l'effet de fortes charges

Le paragraphe 4.4.7 a présenté les problèmes de stabilité liés à l'effet Stribeck. Ainsi, au cours de la partie 4.5.3.2, une étude de robustesse a été conduite afin d'aboutir à une structure de pilotage en glissement des disques d'embrayage garantissant la stabilité du système indépendamment des fluctuations que pouvaient connaître les paramètres  $a$ ,  $b$ ,  $c$  du modèle de commande linéarisé. Cette étude a été menée pour un couple de charge nul. Elle est reprise ici pour différentes valeurs de charge, correspondant à des pentes de la route comprise entre 0 et 10 %. En effet, la valeur du couple de charge influe directement celle des paramètres  $a$  et  $c$  du modèle de commande linéarisé.

La figure 5.3 donne le schéma-bloc permettant d'étudier le problème de robustesse présenté ci-dessus, en séparant la partie déterministe du système  $M(p)$ , de celle fluctuante  $\Delta(p)$ . A partir de celui-ci, il est possible d'utiliser l'outil de  $\mu$ -analyse (voir annexe C) afin d'étudier la robustesse de la marge de module vis-à-vis des incertitudes sur les paramètres  $a$ ,  $b$ ,  $c$  du modèle de commande linéarisé.

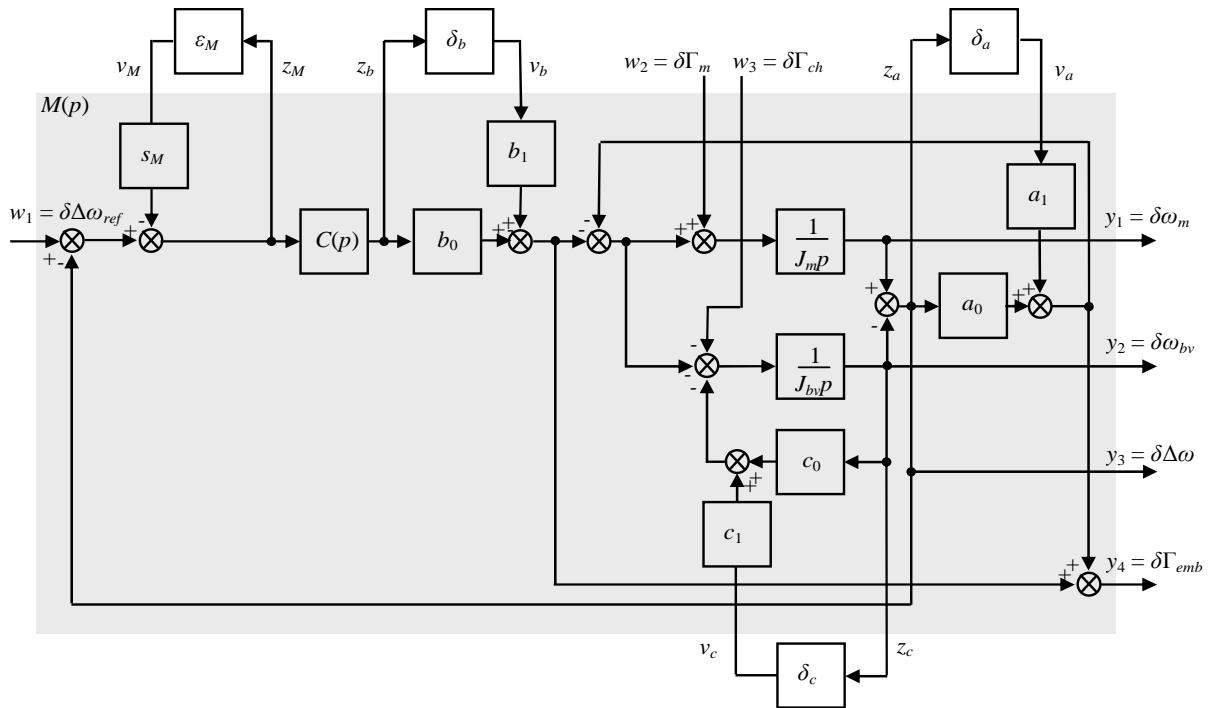


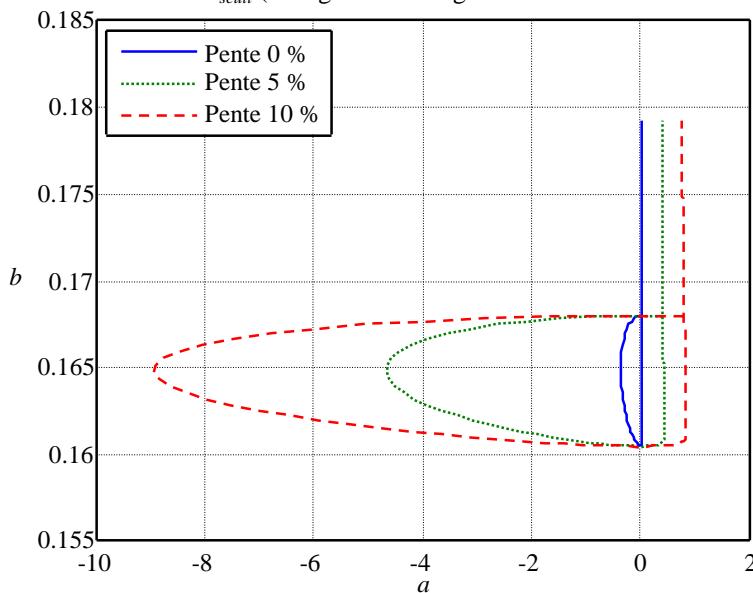
Figure 5.3 : Schéma d'analyse de la robustesse de la marge de module

Les paramètres  $a_0, a_1, b_0, b_1, c_0, c_1$  se déduisent des incertitudes minimales et maximales  $a_{\min}, a_{\max}, b_{\min}, b_{\max}, c_{\min}, c_{\max}$  par :

$$\begin{aligned}
 a_{\min} &= a_0 - a_1 < a < a_0 + a_1 = a_{\max} & a &= a_0 + a_1 \delta_a \quad -1 < \delta_a < 1 \\
 b_{\min} &= b_0 - b_1 < b < b_0 + b_1 = b_{\max} & b &= b_0 + b_1 \delta_b \quad -1 < \delta_b < 1 \\
 c_{\min} &= c_0 - c_1 < c < c_0 + c_1 = c_{\max} & c &= c_0 + c_1 \delta_c \quad -1 < \delta_c < 1
 \end{aligned}$$

Les valeurs minimales et maximales des paramètres  $a, b, c$  dépendent de la pente de route choisie, comme le montrent les réponses de la figure 5.4. La configuration la plus contraignante est retenue (pente 10 %), soit  $a_{\min} = -9 \text{ Nm/s}$ ,  $a_{\max} = 1 \text{ Nm/s}$ ,  $b_{\min} = 0,16$ ,  $b_{\max} = 0,179$ ,  $c_{\min} = 55 \text{ Nm/s}$ ,  $c_{\max} = 95 \text{ Nm/s}$ .

La figure 5.4 présente les variations possibles du paramètre  $b$  en fonction de  $a$  (paramètres dont les fluctuations ont le plus d'influence sur la stabilité de la boucle) pour différentes valeurs du couple de charge correspondant à des pentes de la route comprises entre 0 et 10 %, pour des valeurs de vitesse de glissement prises positives, inférieures ou supérieures à la vitesse  $\Delta\omega_{\text{seuil}}$  (changement de signe de  $a$  lié à l'effet Stribeck, voir 4.4.7).


 Figure 5.4 : Variations de  $b$  en fonction de  $a$ , sous charge

Clairement pour une charge nulle, la zone de dispersion de ces paramètres est restreinte (voir figure 4.31). Cependant pour les fortes charges, la dispersion du paramètre  $a$  devient très importante lorsque  $a < 0$ . Ainsi, les problèmes de stabilité liés à l'effet Stribeck présentés en 4.4.7, sont accentués par l'effet de l'augmentation de la charge. Plus exactement, le paramètre  $a$  est donné par la relation :

$$a = \Gamma_{n_0} \left. \frac{d\mu}{d\Delta\omega} \right|_{\Delta\omega_0}$$

La valeur de  $\left. \frac{d\mu}{d\Delta\omega} \right|_{\Delta\omega_0}$  augmente et change de signe lorsque la vitesse de glissement est prise inférieure à  $\Delta\omega_{seuil}$ ,

car la pente de la réponse du coefficient de frottement en fonction de la vitesse de glissement est plus importante en valeur absolue, et négative, dans l'effet Stribeck (voir figure 4.9). Mais le paramètre  $a$  dépend également de la valeur du point de fonctionnement  $\Gamma_{n_0}$  choisi pour linéariser le modèle de commande. Or cette valeur est directement liée à celle du couple de charge par les relations :

$$\begin{cases} \Gamma_{n_0} = \frac{\Gamma_{m_0}}{\mu(\Delta\omega_0)} \\ \Gamma_{m_0} = \Gamma_{ch_0} + \Gamma_{aero_0} \end{cases}$$

Ainsi, si le signe du paramètre  $a$  dépend de l'effet Stribeck et crée l'instabilité, la valeur du couple de charge accentue le phénomène. Pour assurer la robustesse de la marge de module vis-à-vis des incertitudes paramétriques, et du couple de charge  $\Gamma_{ch_0}$ , il est vraisemblable, d'après la forte dispersion de  $a$ , qu'il faille choisir un gain très élevé pour le régulateur PI. En effet, lorsque  $a < 0$ , des pôles instables apparaissent sur les transferts en boucle ouverte. Pour stabiliser le système bouclé, il convient donc d'avoir un gain de boucle suffisamment important.

La figure 5.5 présente les bornes supérieure et inférieure de  $\mu_{\Delta}(M(j\omega))$  en fonction de la pulsation, pour le régulateur PI synthétisé au chapitre 4 ( $K_{pi} = -6$ ,  $T_{pi} = 1/0,3$  s,  $T_f = 1/12$  s), pour un couple de charge maximal donné par une pente de la route de 10%.

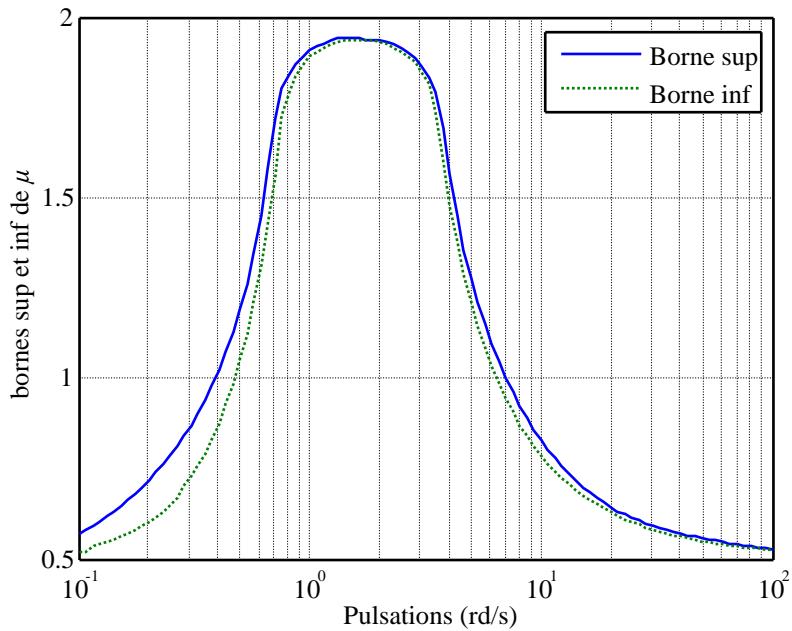


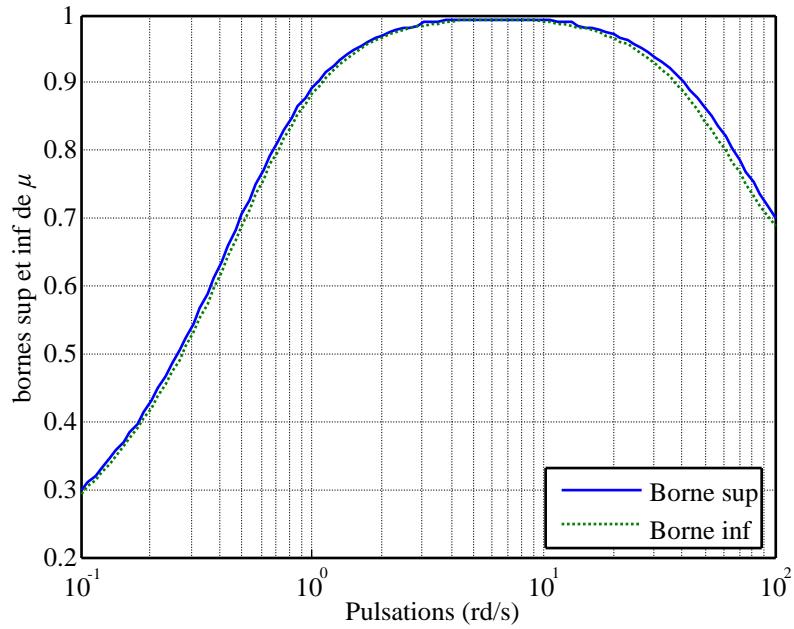
Figure 5.5 : Bornes supérieure et inférieure de  $\mu$

Clairement la valeur maximale de  $\mu_{\Delta}(M(j\omega))$  dépasse très largement 1, ce qui empêche d'assurer la robustesse de la marge de module pour le domaine de fluctuations définies des paramètres  $a, b, c$ . Le gain du régulateur PI est maintenant augmenté, afin d'obtenir  $\mu_{\Delta}(M(j\omega)) < 1$  :

$$K_{pi} = -85$$

L'action du filtre du correcteur est annulée ici ( $T_f = 0$ ) car du fait du fort gain  $K_{pi}$  choisi, celle-ci rend la boucle de commande instable.

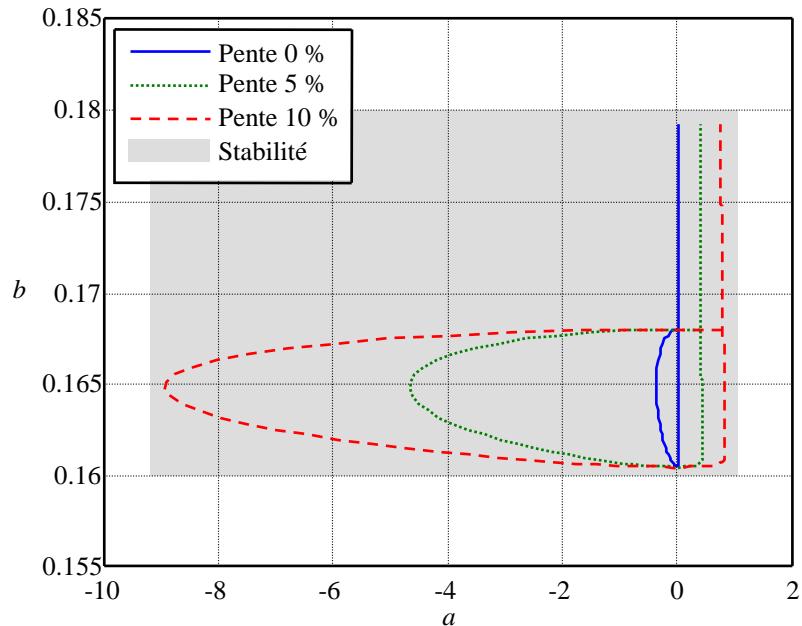
La figure 5.6 donne les bornes supérieure et inférieure de  $\mu_{\Delta}(M(j\omega))$  pour ce gain.



**Figure 5.6 : Bornes supérieure et inférieure de  $\mu$ ,  $K_{pi} = -85$**

Cette fois, la valeur de  $\mu_{\Delta}(M(j\omega))$  est toujours inférieure à 1. Le correcteur assure donc la robustesse de la marge de module vis-à-vis des incertitudes paramétriques, pour la plage de variation prédefinie.

La figure 5.7 donne les variations des paramètres  $a$  et  $b$  en fonction de la valeur de la charge vue par le véhicule, ainsi que la zone de variations possibles pour ces paramètres pour laquelle la robustesse de la marge de module est garantie.



**Figure 5.7 : Variations possibles des paramètres  $a$  et  $b$ , et zone de variations pour laquelle la marge de module est garantie**

Clairement la marge de module est garantie pour toutes les fluctuations envisageables de ces deux paramètres puisque la zone de variations tolérées englobe celle des variations possibles.

Cependant la valeur du gain requise pour garantir cette robustesse est très élevée, et demande donc une commande qui n'est pas forcément réalisable physiquement. De plus, cette valeur est très éloignée de celle choisie au chapitre 4, et il convient donc de vérifier que la modification apportée ne perturbe pas les performances de la structure de correction vis-à-vis du glissement piloté et du filtrage des acyclismes.

Les figures 5.8 et 5.9 présentent les diagrammes de Bode des transferts  $\delta\Delta\omega/\delta\Delta\omega_{ref}$  et  $\delta\Gamma_{emb}/\delta\Gamma_m$  obtenus lorsque le système est piloté par la structure de correction initialisée par  $K_{pi} = -85$  et  $T_{pi} = 1/0,3$  s (sans filtre). Les mêmes réponses lorsque le gain du PI est laissé à -6 sont également représentées.

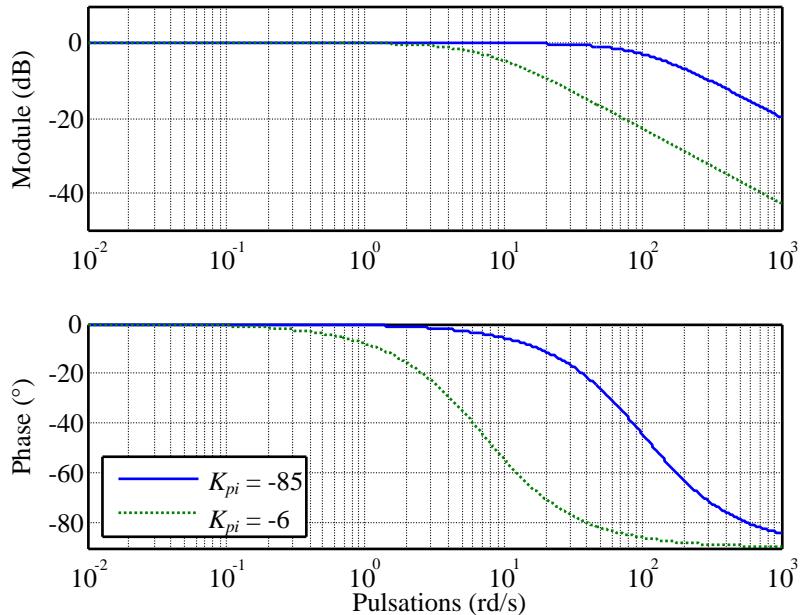


Figure 5.8 : Diagrammes de Bode du transfert  $\delta\Delta\omega/\delta\Delta\omega_{ref}$ , charge nulle

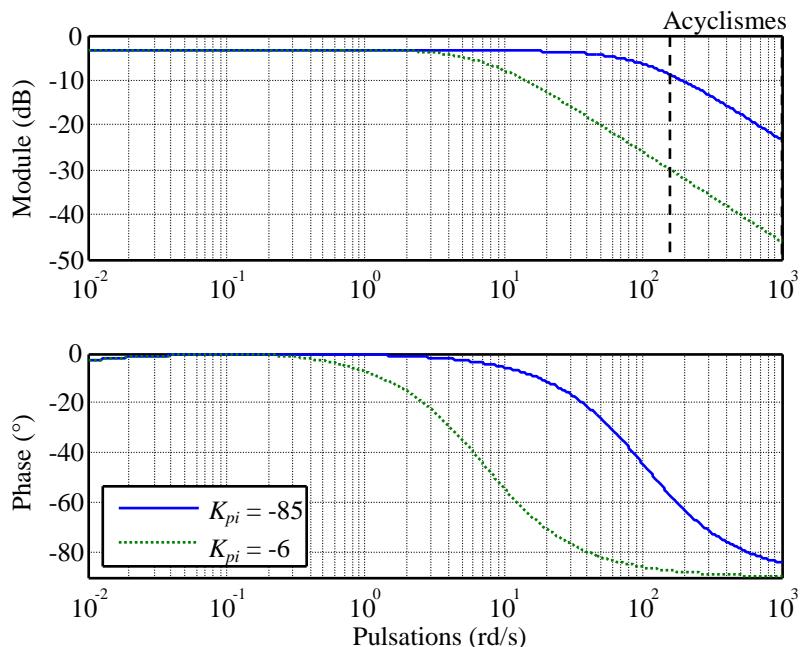


Figure 5.9 : Diagrammes de Bode du transfert  $\delta\Gamma_{emb}/\delta\Gamma_m$ , charge nulle

Clairement, la figure 5.8 montre que la régulation de la vitesse de glissement entre les disques est convenablement réalisée, avec des performances en rapidité bien meilleures que celles désirées. Cependant, il est important de remarquer qu'une telle qualité de régulation n'est pas réellement nécessaire pour le cas étudié ici.

La figure 5.9 met en évidence que la qualité du filtrage des acyclismes est largement détériorée. En effet, dans la bande des pulsations où ces phénomènes parasites doivent être éliminés, le module du transfert  $\delta\Gamma_{emb}/\delta\Gamma_m$  est

plus grand de 25 dB par rapport au cas où le gain du correcteur est laissé à -6, pour des conditions équivalentes (charge nulle).

En conclusion, le correcteur permettant d'assurer la robustesse de la marge de module est de gain trop élevé pour conserver ses propriétés de filtrage d'acyclismes et être utilisable sur un système réel. Ainsi, pour les fortes charges, en gardant la structure de correction proposée au chapitre 4, il est impossible de remplir correctement tous les objectifs fixés : régulation de la vitesse de glissement, filtrage des acyclismes et robustesse de la marge de module vis-à-vis des incertitudes sur les paramètres  $a, b, c$  du modèle de commande linéarisé.

### 5.3 Synthèse d'une structure de correction à deux actions

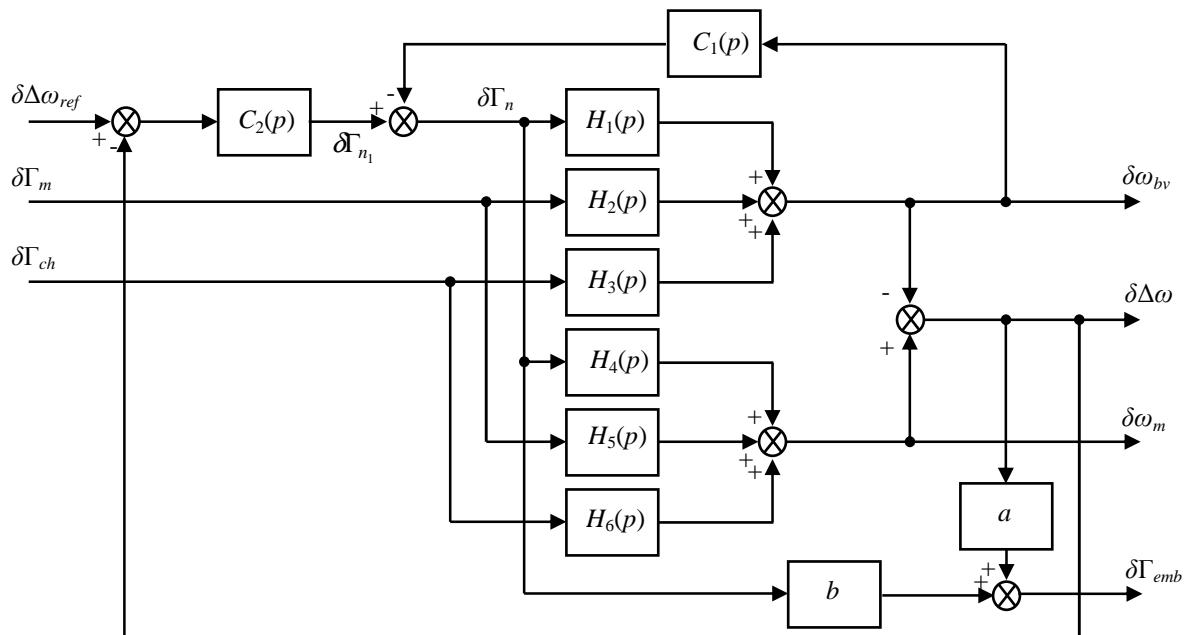
### 5.3.1 *Introduction*

L'étude menée en 5.2 a permis de montrer que les performances en filtrage d'acyclismes étaient dégradées sous forte charge. L'objectif de ce paragraphe est de mettre au point une nouvelle structure de correction assurant un filtrage des acyclismes plus important que celui réalisé par la structure établie au chapitre 4.

Le correcteur synthétisé précédemment assure le filtrage des acyclismes de façon indirecte : c'est le glissement des disques qui en étant réglé à une valeur spécifiée, filtre naturellement ces phénomènes parasites.

La structure présentée dans ce paragraphe propose de garder les propriétés de filtrage liées au glissement, et de lui ajouter une fonction dédiée à l'atténuation des acyclismes. Pour ce faire, les problèmes de pilotage du glissement et de filtrage des acyclismes sont décorrélés par l'utilisation de deux correcteurs (figure 5.10) :

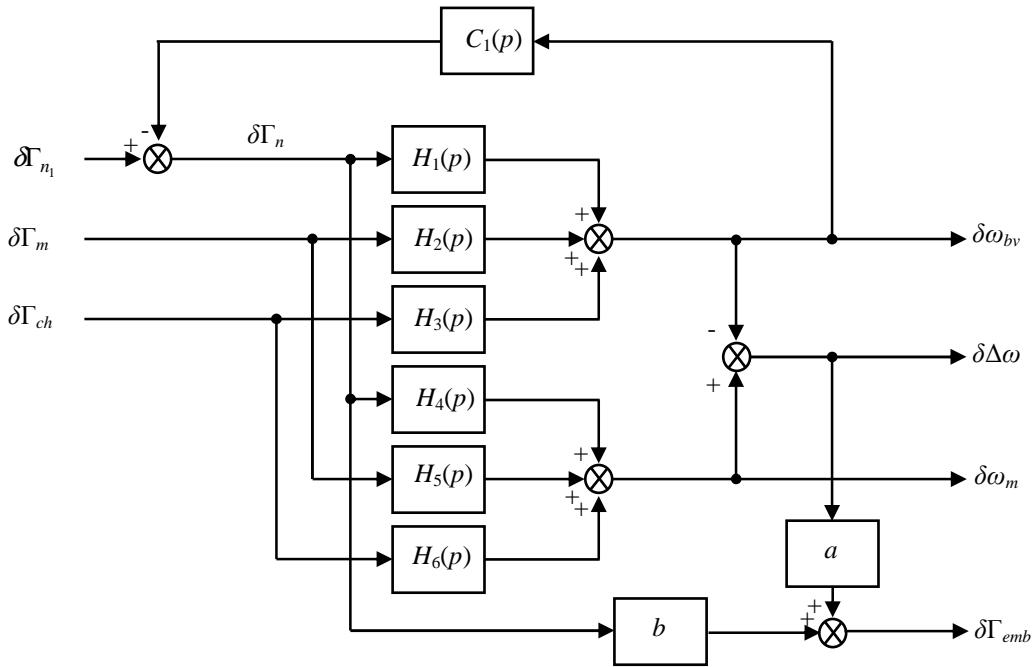
- Un premier ayant pour unique objectif de filtrer les acyclismes perturbant le couple moteur. Ce correcteur est intégré en parallèle dans la boucle de commande et utilise la mesure de la vitesse de l'arbre de sortie d'embrayage  $\omega_{bv}$  ;
- Un second ayant pour unique objectif d'assurer la régulation de la vitesse de glissement entre les deux disques. Il est intégré en série dans la boucle de commande et utilise la mesure de la vitesse de glissement  $\Delta\omega$ .



**Figure 5.10 : Schéma-bloc du système piloté par la structure de correction globale**

### 5.3.2 Synthèse du correcteur parallèle $C_1(p)$

Le correcteur  $C_1(p)$  est intégré en parallèle dans la boucle de commande, comme représenté sur le schéma-bloc de la figure 5.11.


 Figure 5.11 : Schéma-bloc du système corrigé par  $C_1(p)$ 

Il utilise comme entrée la vitesse  $\delta\omega_{bv}$  pour avoir une information sur les acyclismes. Le couple en sortie d'embrayage n'est pas utilisé car sa mesure n'est pas accessible sur véhicule.

Les transferts  $\delta\Delta\omega/\delta\Gamma_{n_1}$  et  $\delta\Gamma_{emb}/\delta\Gamma_m$  se déduisent du schéma-bloc de la figure 5.11 :

$$\left. \frac{\delta\Delta\omega}{\delta\Gamma_{n_1}} \right|_{cor} = \frac{H_4(p) - H_1(p)}{1 + C_1(p)H_1(p)}$$

$$\left. \frac{\delta\Gamma_{emb}}{\delta\Gamma_m} \right|_{cor} = \frac{a(H_5(p) - H_2(p)) + \frac{C_1(p)(-bH_2(p) - aH_2(p)H_4(p) + aH_1(p)H_5(p))}{1 + C_1(p)H_1(p)}}{1 + C_1(p)H_1(p)}$$

Les expressions de ces mêmes transferts, sans correction, sont rappelées ci-dessous :

$$\left. \frac{\delta\Delta\omega}{\delta\Gamma_{n_1}} \right|_{sans cor} = H_4(p) - H_1(p)$$

$$\left. \frac{\delta\Gamma_{emb}}{\delta\Gamma_m} \right|_{sans cor} = a(H_5(p) - H_2(p))$$

L'objectif de ce correcteur est uniquement de filtrer les acyclismes créés par le moteur. Il doit donc influencer le moins possible le transfert  $\delta\Delta\omega/\delta\Gamma_{n_1}$  en basse fréquence, tout en diminuant le plus possible le module du transfert  $\delta\Gamma_{emb}/\delta\Gamma_m$  pour les pulsations des acyclismes, c'est-à-dire en haute fréquence.

L'influence du correcteur  $C_1(p)$  sur ces deux transferts est étudiée de façon qualitative ci-dessous :

$|H_1(p)C_1(p)|_{p=j\omega}$  faible :

$$\left. \frac{\delta\Delta\omega}{\delta\Gamma_{n_1}} \right|_{cor} = \frac{H_4(p) - H_1(p)}{1 + C_1(p)H_1(p)} \approx H_4(p) - H_1(p) = \left. \frac{\delta\Delta\omega}{\delta\Gamma_{n_1}} \right|_{sans cor} \quad (5.1)$$

$$\left. \frac{\delta\Gamma_{emb}}{\delta\Gamma_m} \right|_{cor} = \frac{a(H_5(p) - H_2(p)) + \frac{C_1(p)(...)}{1 + C_1(p)H_1(p)}}{1 + C_1(p)H_1(p)} \approx a(H_5(p) - H_2(p)) = \left. \frac{\delta\Gamma_{emb}}{\delta\Gamma_m} \right|_{sans cor} \quad (5.2)$$

$|H_1(p)C_1(p)|_{p=j\omega}$  grand :

$$\left. \frac{\delta\Delta\omega}{\delta\Gamma_{n_1}} \right|_{cor} = \frac{H_4(p) - H_1(p)}{1 + C_1(p)H_1(p)} \approx \frac{H_4(p) - H_1(p)}{C_1(p)H_1(p)} \rightarrow 0 \quad (5.3)$$

$$\left. \frac{\delta\Gamma_{emb}}{\delta\Gamma_m} \right|_{cor} \approx \frac{a(H_5(p) - H_2(p))}{C_1(p)H_1(p)} + \frac{(\dots)}{H_1(p)} \approx \frac{a(H_5(p) - H_2(p))}{C_1(p)H_1(p)} = \left. \frac{\delta\Gamma_m}{\delta\Gamma_m} \right|_{sans\ cor} < \left. \frac{\delta\Gamma_{emb}}{\delta\Gamma_m} \right|_{sans\ cor} \quad (5.4)$$

La validité de ces approximations est confirmée par les réponses des figures 5.12, 5.13, 5.14 et 5.15.

Il est important de constater ici que le module du transfert  $H_1(p)$  est très faible en haute fréquence ( $|H_1(p)|_{p=j\omega} \approx \frac{b/J_{bv}}{p}$ , soit -50 à -70 dB dans la plage de pulsations où les acyclismes doivent être filtrés), et ne dépend pas du couple de charge. Ainsi, pour créer la condition «  $|H_1(p)C_1(p)|_{p=j\omega}$  grand », il convient de faire en sorte que le correcteur  $C_1(p)$  apporte un très fort gain à ces fréquences.

Les figures 5.12 et 5.13 donnent les diagrammes de Bode des transferts  $\delta\Delta\omega/\delta\Gamma_{n_1}$  et  $\delta\Gamma_{emb}/\delta\Gamma_m$  corrigés réels, ainsi que ceux des approximations données par les relations (5.1) et (5.2) de ces transferts, lorsque le correcteur  $C_1(p)$  est de faible gain ( $|C_1(j\omega)| = -40$  dB).

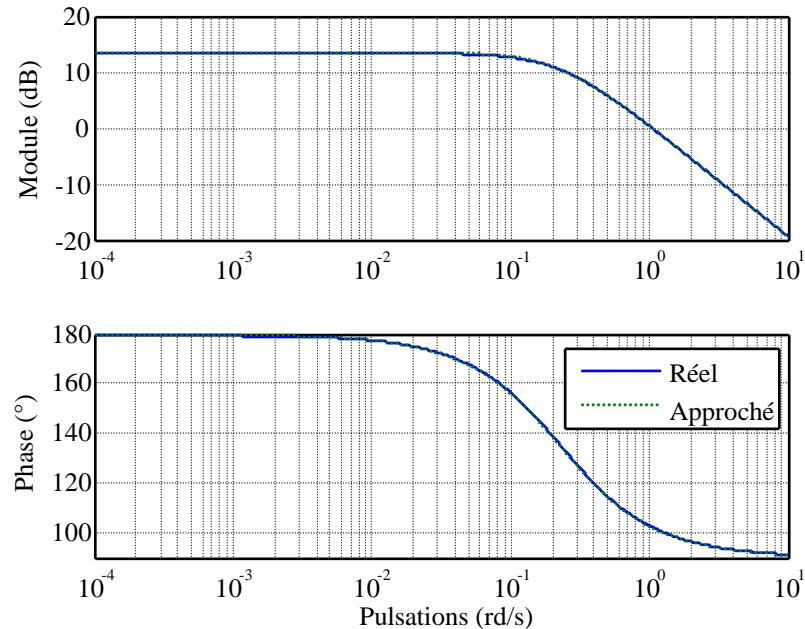
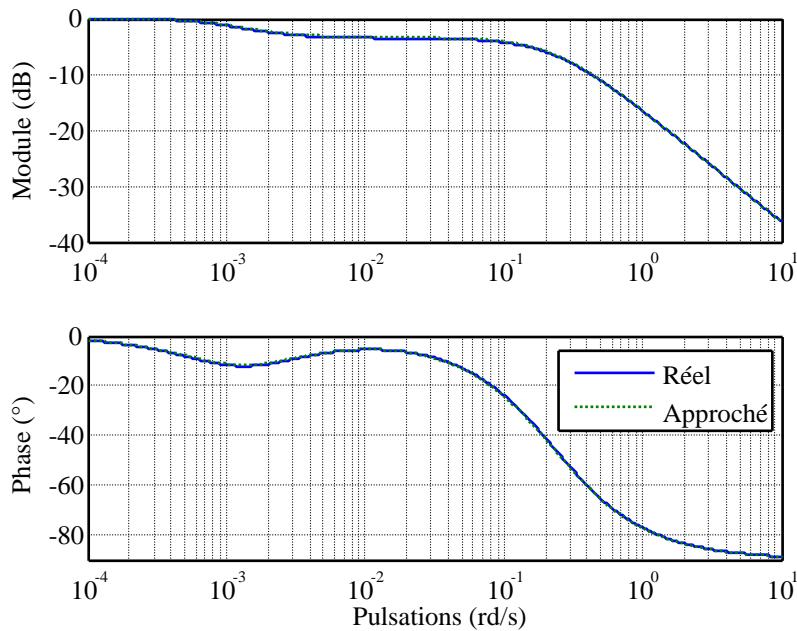


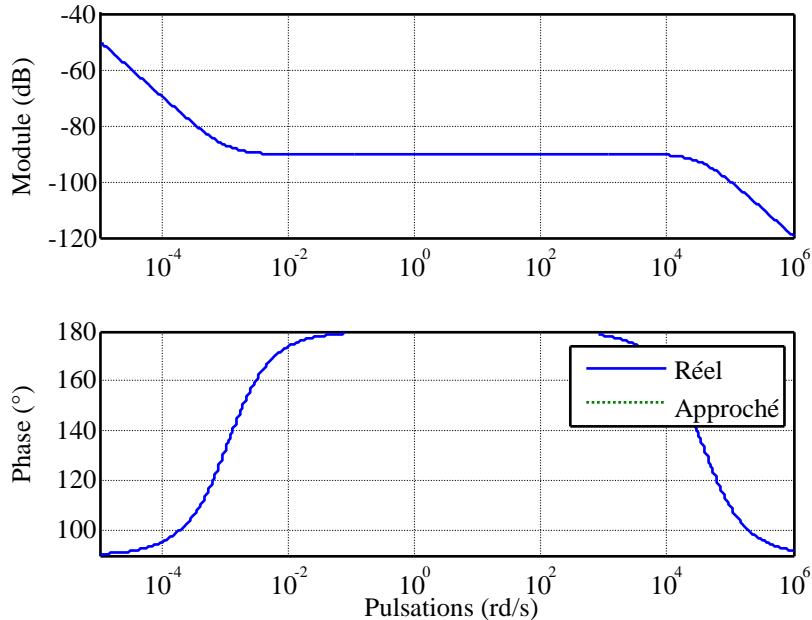
Figure 5.12 : Diagrammes de Bode du transfert  $\delta\Delta\omega/\delta\Gamma_{n_1}$ , réels et approchés



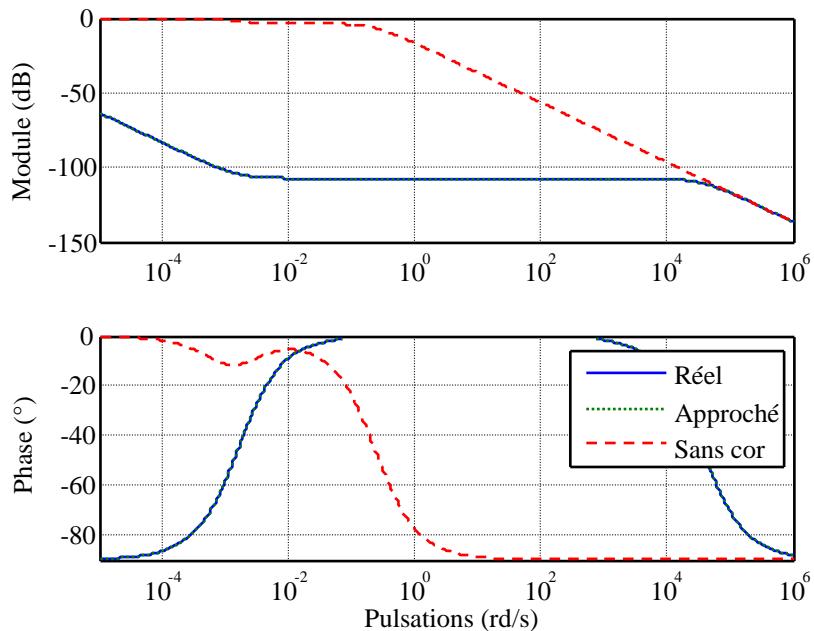
**Figure 5.13 : Diagrammes de Bode du transfert  $\delta\Gamma_{emb}/\delta\Gamma_m$ , réels et approchés**

Ces réponses valident les approximations réalisées par les relations (5.1) et (5.2).

De même, les figures 5.14 et 5.15 présentent les diagrammes de Bode des mêmes transferts, dans le cas où le correcteur  $C_1(p)$  est de gain élevé ( $|C_1(j\omega)| = 100$  dB). La figure 5.15 présente également le diagramme de Bode du transfert  $\delta\Gamma_{emb}/\delta\Gamma_m$  sans correction, afin de valider l'inégalité donnée par la relation (5.4).



**Figure 5.14 : Diagrammes de Bode du transfert  $\delta\Delta\omega/\delta\Gamma_{n_l}$ , réels et approchés**



**Figure 5.15 : Diagrammes de Bode du transfert  $\delta\Gamma_{emb}/\delta\Gamma_m$ , réels et approchés**

Là encore, ces réponses confirment la validité des approximations réalisées par les relations (5.3) et (5.4).

L'étude qualitative menée précédemment permet d'aboutir aux conclusions suivantes :

- Pour répondre à l'objectif de filtrage des acyclismes, il convient de choisir  $C_1(j\omega)$  de sorte que son module en haute fréquence soit important ;
- Pour répondre à l'objectif qui est de ne pas influencer le transfert  $\delta\Delta\omega/\delta\Gamma_{n_i}$  en basse fréquence, il convient de choisir  $C_1(j\omega)$  de sorte que son gain en basse fréquence soit faible.

Ainsi un correcteur fondé sur une structure d'action dérivée est retenu. Celle-ci est adaptée au système étudié ici en prenant :

- Une double action dérivée, afin d'assurer un gain de correcteur encore plus faible en basse fréquence et encore plus fort en haute fréquence ;
- Un filtre du second ordre, afin de couper l'amplification des très hautes fréquences et ainsi limiter l'influence des bruits de mesures. De plus, ce filtre est réglé de telle sorte qu'il soit mal amorti et que sa résonance se situe pour une pulsation incluse dans la plage de pulsations des acyclismes, afin d'augmenter encore le gain du correcteur dans cette bande et ainsi assurer un filtrage encore meilleur.

Finalement, la structure suivante est retenue pour le correcteur  $C_1(p)$  :

$$C_1(p) = \frac{K_1 p^2}{1 + 2\xi_1 T_1 p + T_1^2 p^2}$$

Avec :

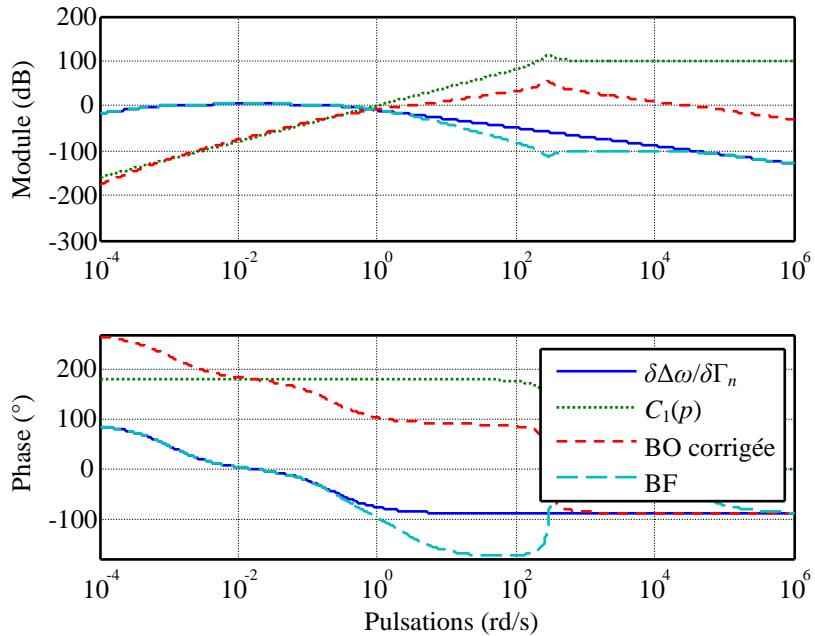
$$K_1 = -1 \text{ Nm/(rd/s)}$$

$$\xi_1 = 0,1$$

$$T_1 = \frac{1}{300} \text{ s}$$

La figure 5.16 donne les diagrammes de Bode :

- Du transfert  $\delta\Delta\omega/\delta\Gamma_n$  avant correction ;
- Du correcteur  $C_1(p)$  ;
- De la boucle ouverte corrigée  $H_1(p)C_1(p)$  ;
- De la boucle fermée  $\delta\Delta\omega/\delta\Gamma_{n_i}$ .

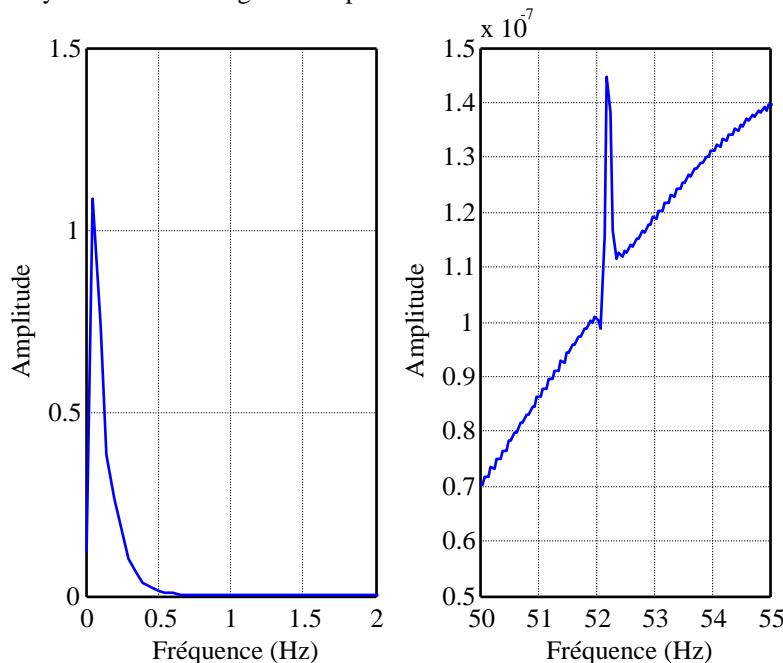

 Figure 5.16 : Synthèse du correcteur  $C_1(p)$ 

Le diagramme de Bode du correcteur confirme que le réglage réalisé remplit effectivement les objectifs visés : faible gain en basse fréquence, fort gain en haute fréquence, résonance dans la plage des acyclismes.

La boucle créée par l'insertion de ce correcteur parallèle (voir figure 5.11) présente un bon degré de stabilité comme l'atteste le tracé de la réponse fréquentielle du transfert en boucle ouverte.

Enfin, les réponses liées aux transferts  $\delta\Delta\omega/\delta\Gamma_n$  avant et après correction confirment que le correcteur  $C_1(p)$  n'a d'influence sur ceux-ci qu'autour des pulsations où les acyclismes doivent être filtrés. Notamment en basse fréquence, les deux réponses sont identiques, et le correcteur ne modifie donc pas les propriétés dynamiques du système.

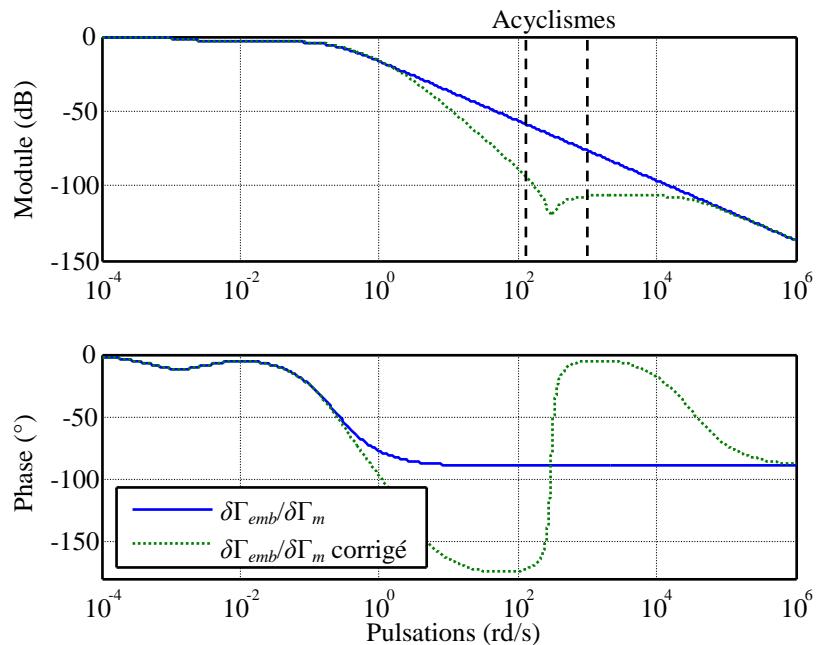
Cependant, le fort gain introduit en haute fréquence (100 dB) semble être une limitation à l'utilisation de ce correcteur : la commande créée par celui-ci multiplie par  $10^5$  toutes les variations haute fréquence de son entrée, à savoir la vitesse primaire  $\delta\omega_{bv}$ . En réalité, ce fort gain ne crée pas une commande d'amplitude rédhibitoire, comme le prouve l'analyse suivante. La figure 5.17 présente la transformée de Fourier de cette vitesse.


 Figure 5.17 : Transformée de Fourier du signal  $\delta\omega_{bv}$

Elle fait apparaître deux composantes principales :

- Une basse fréquence, qui n'est donc que faiblement amplifiée par le correcteur puisque le gain de ce dernier est faible pour ces pulsations ;
- Une haute fréquence, qui est en fait la fréquence des acyclismes. Cependant, l'amplitude de ceux-ci sur la réponse en vitesse  $\delta\omega_{bv}$  est extrêmement faible puisque la fonction de transfert  $H_2(p)$  entre  $\delta\Gamma_m$  et  $\delta\omega_{bv}$ , est de module très petit en haute fréquence ( $H_2(p) \approx \frac{a/J_m J_{bv}}{p^2}$ , soit environ -90 à -130 dB dans la bande de pulsation des acyclismes) et filtre donc naturellement l'effet des acyclismes sur la grandeur  $\delta\omega_{bv}$ . Ainsi, même si le gain du correcteur est très grand, il ne crée pas une commande d'amplitude importante.

La figure 5.18 présente les diagrammes de Bode du transfert  $\delta\Gamma_{emb}/\delta\Gamma_m$  avant et après correction.



**Figure 5.18 : Diagrammes de Bode de  $\delta\Gamma_{emb}/\delta\Gamma_m$ , avant et après correction, charge nulle**

Le transfert sans correction fait apparaître que le gain est déjà faible dans la bande de pulsations des acyclismes. En effet, même si la vitesse de glissement n'est pas régulée ici, la linéarisation du modèle de commande a été réalisée autour d'un point de fonctionnement de vitesse de glissement non nul ( $\Delta\omega_0 > \Delta\omega_{seuil}$ ). Cependant, le diagramme de Bode de ce même transfert pour le système corrigé, fait apparaître que le module du transfert considéré est encore plus atténué dans la plage de pulsations des acyclismes (entre -30 et -50 dB de mieux).

En conclusion, l'utilisation d'un correcteur parallèle exploitant la mesure de vitesse  $\omega_{bv}$ , s'avère être d'une grande efficacité pour le filtrage des acyclismes. Cependant, il est important de garder à l'esprit que son action vient s'ajouter à celle liée à la mise en glissement des disques d'embrayage. Il est donc essentiel de compléter la structure de correction pour assurer la régulation de cette vitesse à une valeur de référence spécifiée. La synthèse de ce régulateur fait l'objet du paragraphe suivant.

### 5.3.3 Synthèse du régulateur $C_2(p)$

Le régulateur  $C_2(p)$  est un correcteur « série » qui exploite l'erreur entre vitesse de glissement  $\delta\Delta\omega$  et vitesse de glissement de référence  $\delta\Delta\omega_{ref}$  pour élaborer la commande  $\delta\Gamma_{n_1}$ .

Le schéma-bloc du système corrigé par la structure globale est rappelé sur la figure 5.19.

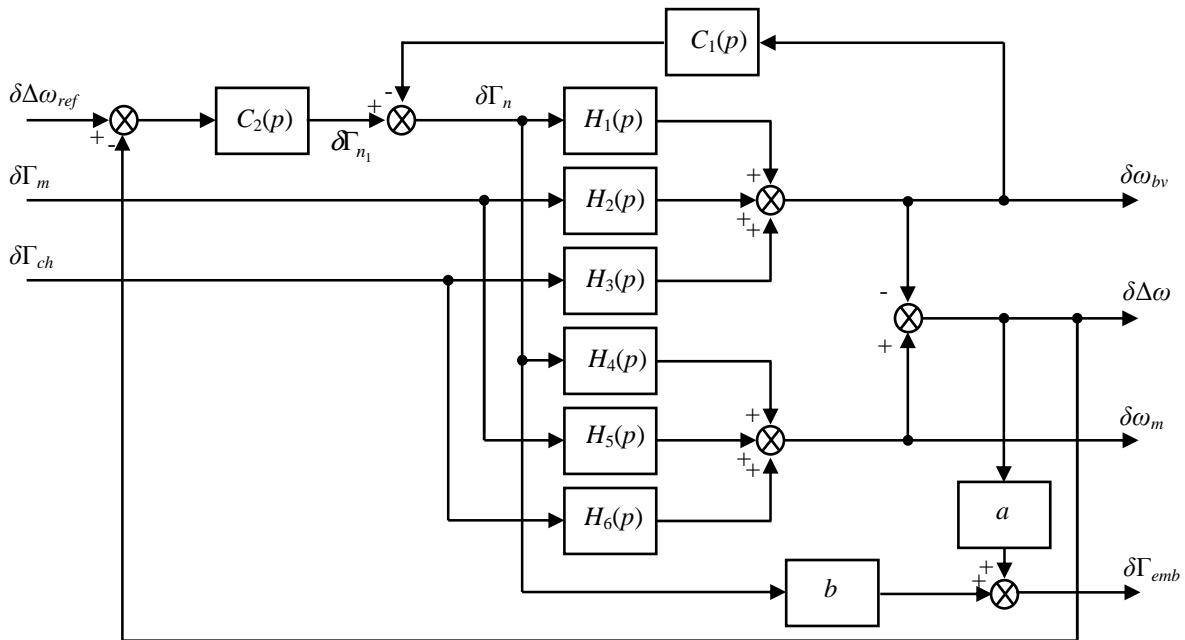


Figure 5.20 : Schéma-bloc du système piloté par la structure de correction globale

La figure 5.19 fait apparaître le diagramme de Bode du transfert  $\delta\Delta\omega/\delta\Gamma_{n_1}$ . En basse fréquence, le module de ce transfert est de 0 dB. Or pour assurer que l'erreur statique  $\delta\Delta\omega_{ref} - \delta\Delta\omega$  s'annule pour une entrée de référence en échelon, il convient d'intégrer une action intégrale au régulateur  $C_2(p)$ . L'objectif unique de ce correcteur étant d'assurer le pilotage en glissement des disques d'embrayage, une structure de type PI peut être retenue afin de prendre en compte les conclusions de la remarque précédente :

$$C_2(p) = K_2 \left(1 + \frac{1}{T_2 p}\right)$$

Pour les mêmes raisons que celles présentées en 4.5.2, c'est-à-dire pour que le régulateur ne vienne pas détériorer les performances en atténuation des acyclismes, un filtre passe-bas est ajouté au régulateur  $C_2(p)$  :

$$C_2(p) = K_2 \left(1 + \frac{1}{T_2 p}\right) \left(\frac{1}{1 + T_{f_2} p}\right)^2$$

Les valeurs des paramètres du régulateur sont choisies de sorte à compenser le pôle le plus bas en fréquence du transfert  $\delta\Delta\omega/\delta\Gamma_{n_1}$  :

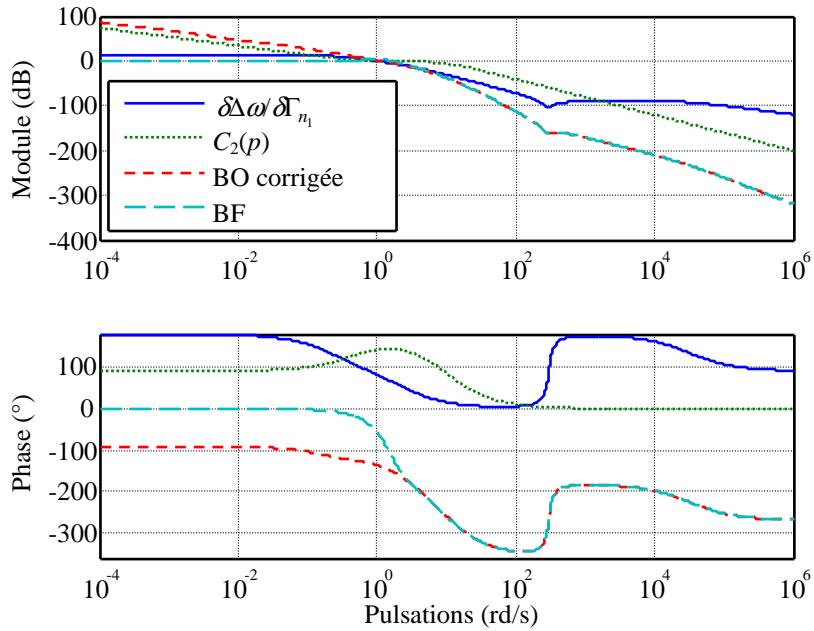
$$K_2 = -1 \text{ Nm/(rd/s)}$$

$$T_2 = 2 \text{ s}$$

$$T_{f_2} = \frac{1}{10} \text{ s}$$

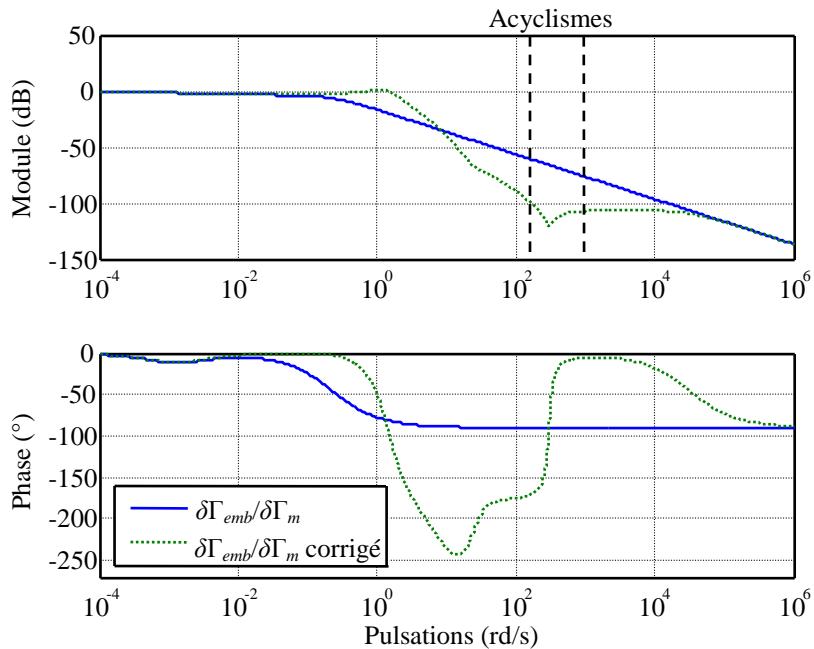
La figure 5.20 donne les diagrammes de Bode :

- Du transfert  $\delta\Delta\omega/\delta\Gamma_{n_1}$  ;
- Du régulateur  $C_2(p)$  ;
- De la boucle ouverte corrigée ;
- De la boucle fermée corrigée  $\delta\Delta\omega/\delta\Delta\omega_{ref}$ .

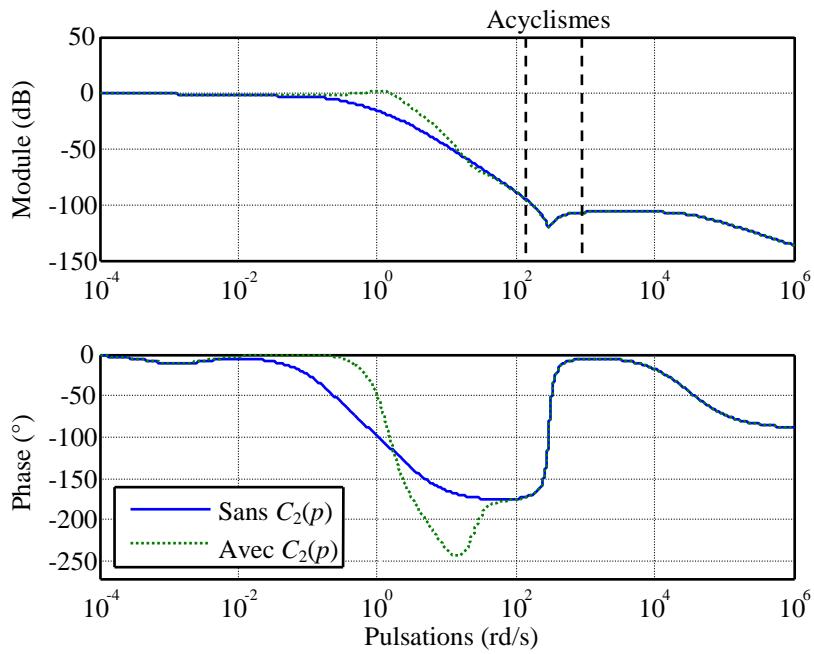

 Figure 5.20 : Synthèse du régulateur  $C_2(p)$ 

Le diagramme de Bode de la boucle ouverte corrigée présente un caractère intégrateur (introduit par le correcteur) et une marge de phase importante ( $\Delta\Phi = 55^\circ$ ) ; la boucle fermée présente donc un gain statique unitaire et un bon degré de stabilité. Les performances en rapidité sont gardées identiques à celles sans régulation, puisque la bande passante n'a pas été modifiée. En haute fréquence, l'influence du filtre introduit par le régulateur  $C_2(p)$  diminue le gain du transfert  $\delta\Delta\omega/\delta\Delta\omega_{ref}$ .

Il est important de valider à présent que l'intégration dans la boucle de commande du régulateur  $C_2(p)$  ne dégrade pas les performances en filtrage d'acyclismes. Pour ce faire, la figure 5.21 donne les diagrammes de Bode du transfert  $\delta\Gamma_{emb}/\delta\Gamma_m$  sans et avec intégration de la structure globale de correction.


 Figure 5.21 : Diagramme de Bode du transfert  $\delta\Gamma_{emb}/\delta\Gamma_m$ , sans et avec correction, charge nulle

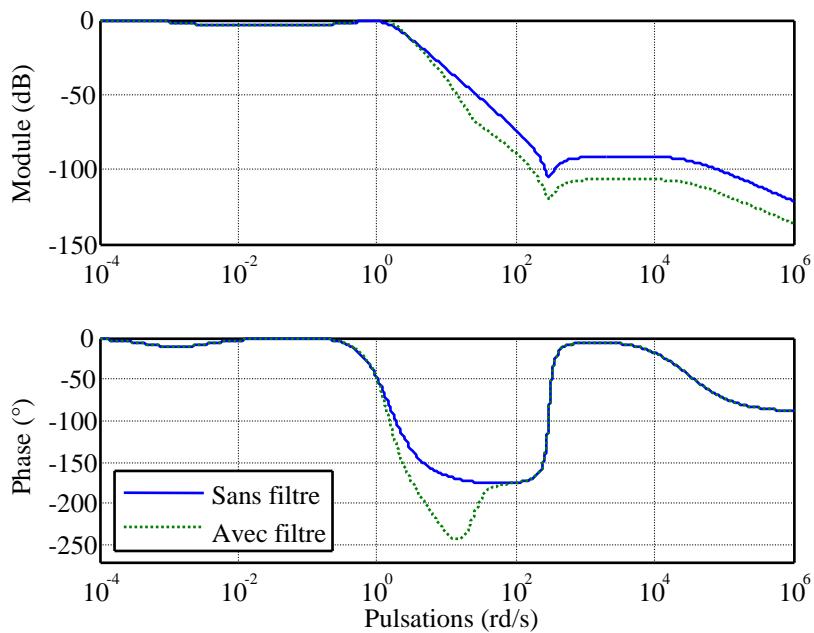
Clairement, l'action du correcteur parallèle  $C_1(p)$  est toujours importante, mais cette figure ne permet pas de savoir si les performances en filtrage d'acyclismes sont détériorées par l'ajout du régulateur série  $C_2(p)$ . Pour s'en persuader, il suffit de comparer les diagrammes de Bode en module du transfert  $\delta\Gamma_{emb}/\delta\Gamma_m$  corrigé par  $C_1(p)$ , sans et avec régulation, donnés figure 5.22.



**Figure 5.22 : Diagramme de Bode du transfert  $\delta\Gamma_{emb}/\delta\Gamma_m$ , sans et avec régulation, charge nulle**

Les courbes se superposent dans la bande de pulsations des acyclismes, ce qui valide que le régulateur ne perturbe pas les propriétés de filtrage.

Enfin, l'effet du filtre intégré au régulateur  $C_2(p)$  peut être visualisé sur la figure 5.23 qui donne les diagrammes de Bode du transfert  $\delta\Gamma_{emb}/\delta\Gamma_m$ , dans les cas où le filtre est ou pas désactivé.



**Figure 5.23 : Diagramme de Bode du transfert  $\delta\Gamma_{emb}/\delta\Gamma_m$ , sans et avec filtre, charge nulle**

Enfin, il est intéressant de comparer maintenant les performances de la structure de correction synthétisée au chapitre 4, avec celle mise au point dans ce paragraphe, lorsque le véhicule est soumis à une forte charge.

La figure 5.24 donne les diagrammes de Bode du transfert  $\delta\Gamma_{emb}/\delta\Gamma_m$  lorsque le système est corrigé par la structure PI + filtre du chapitre 4 d'une part, et par le correcteur  $C_1(p)$  d'autre part, lorsque le véhicule fait face à une pente de route de 20%.

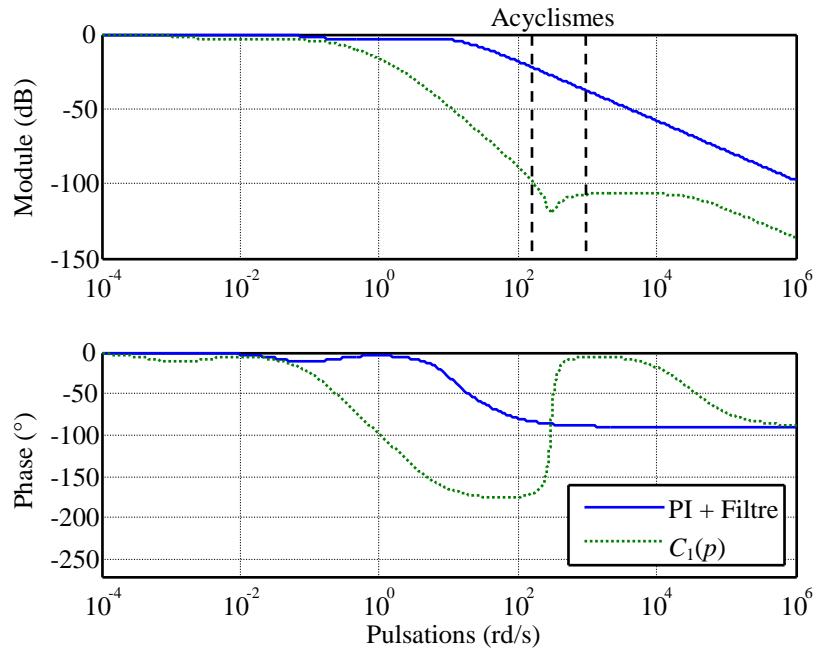


Figure 5.24 : Performances en filtrage des deux structures de correction, sous charge (180 Nm)

Pour la première structure, l'atténuation des acyclismes est comprise entre -20 et -40 dB, alors que pour la seconde, elle est comprise entre -90 et -120 dB.

## 5.4 Validation en simulation des performances de la structure de correction synthétisée

### 5.4.1 Adaptation de la structure de correction pour l'implémentation en simulation

La structure de correction synthétisée en 5.3 agit sur le modèle du système linéarisé. Ainsi, pour l'intégrer au système non linéaire réel, il convient d'ajouter ou de retrancher les valeurs des points de fonctionnement autour desquels le modèle est valable. La figure 5.25 donne le schéma-bloc de la structure de correction.

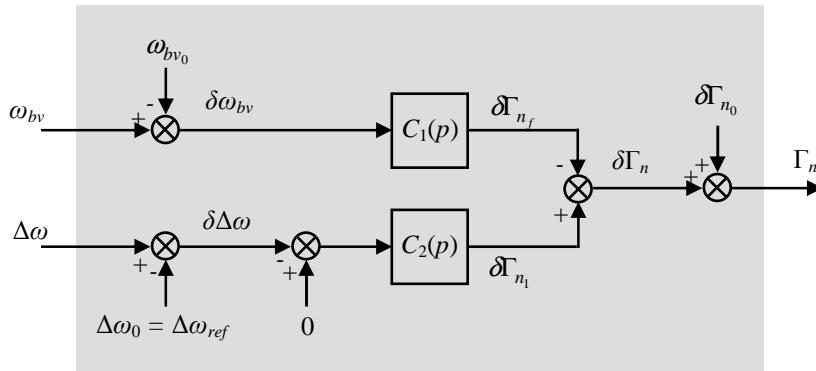
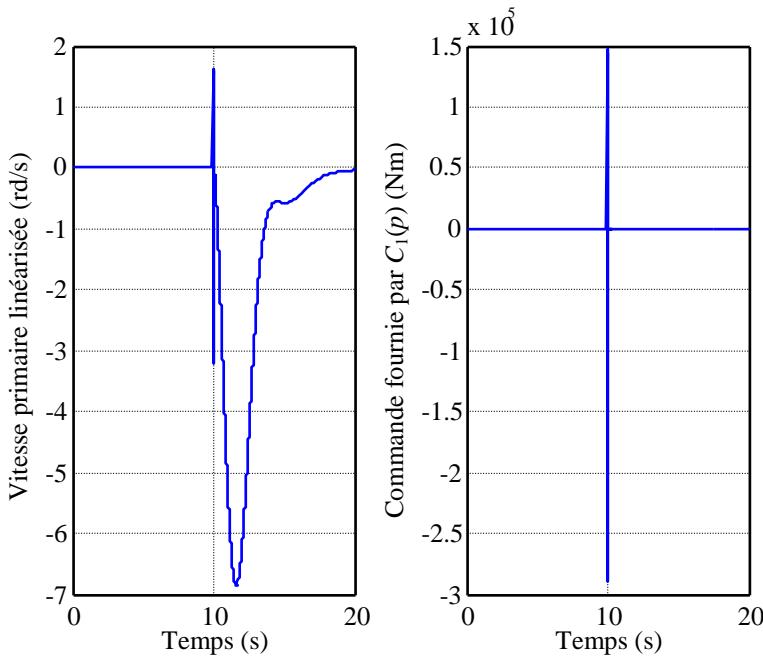


Figure 5.25 : Schéma-bloc de la structure de correction

Le pilotage en glissement des disques d'embrayage n'est pas permanent : en effet, il est activé uniquement sous certaines conditions, notamment liées à la valeur de la vitesse de rotation de l'arbre moteur (les acyclismes ne doivent être filtrés que pour  $\omega_m$  faible). Ainsi, lorsque l'organe de pilotage en glissement entre en fonction, les vitesses  $\omega_{bv}$  et  $\Delta\omega$  peuvent avoir des valeurs très éloignées de  $\omega_{bv_0}$  et  $\Delta\omega_0$ . Or en retranchant directement les valeurs des points de fonctionnement à ces vitesses, des échelons sont créés en  $\delta\omega_{bv}$  et  $\delta\Delta\omega$ , et excitent la dynamique des correcteurs  $C_1(p)$  et  $C_2(p)$  pour créer une commande  $\Gamma_n$  à fort dépassement.

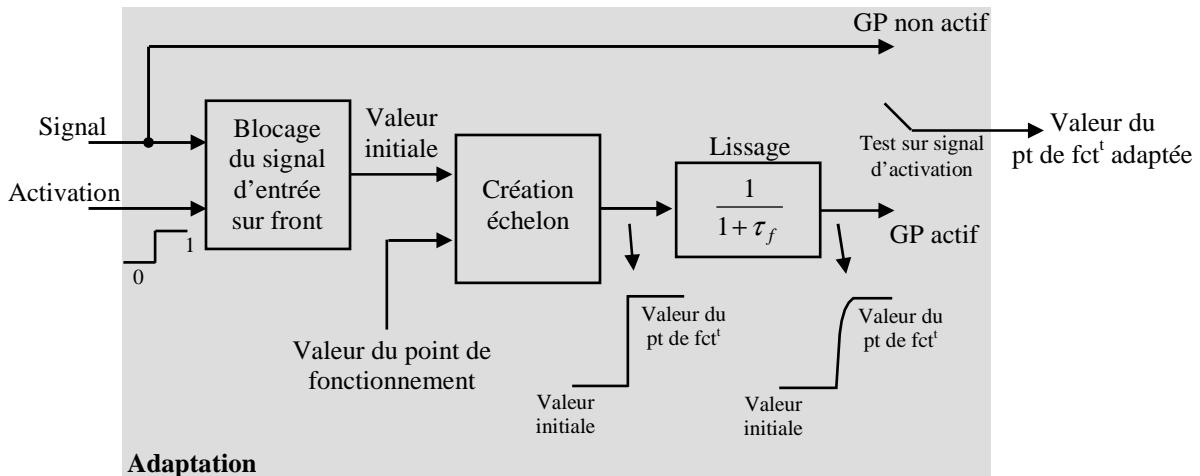
La figure 5.26 présente les réponses  $\delta\omega_{bv}$  et  $\delta\Gamma_{n_f}$  lorsqu'aucune précaution n'est prise. Le pilotage en glissement est activé à  $t = 10$  s.



**Figure 5.26 :  $\delta\omega_{bv}$  et  $\delta\Gamma_{n_f}$  lors de l'activation du glissement piloté**

La commande est présentée ici afin de constater que celle-ci atteint des amplitudes bien trop élevées ( $10^5$  Nm !).

Pour résoudre ce problème d'initialisation de l'organe de commande, l'adaptation présentée figure 5.27 est utilisée.



**Figure 5.27 : Adaptation pour l'activation du glissement piloté**

La sortie du bloc d'adaptation présenté ci-dessus, remplace la valeur du point de fonctionnement à retrancher sur le schéma-bloc de la figure 5.25.

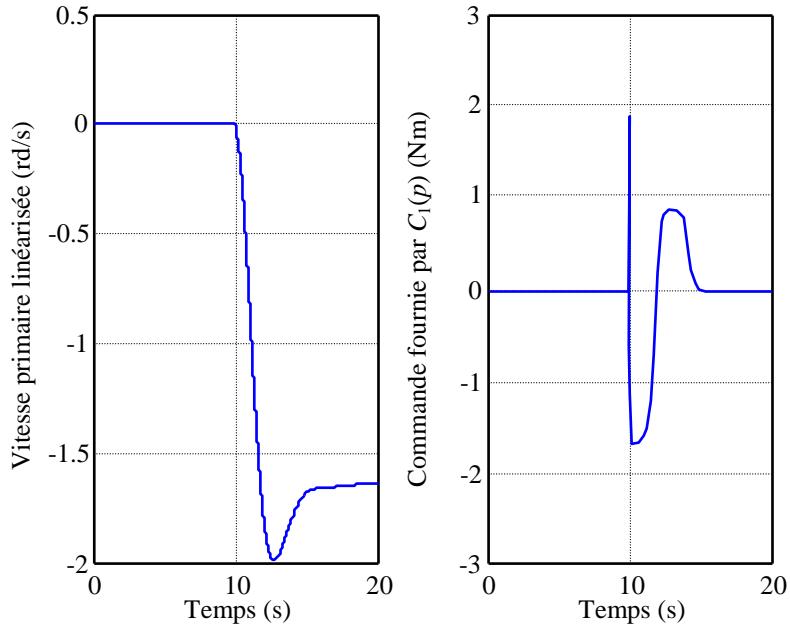
Lorsque le glissement piloté n'est pas actif, le bloc d'adaptation renvoie la valeur du signal, de sorte que l'entrée des correcteurs  $C_1(p)$  et  $C_2(p)$  soit nulle tant que la structure de correction n'est pas utilisée.

Lorsque le glissement piloté est actif, la fonction d'adaptation crée une transition continue et rapide entre la valeur du signal à l'instant de l'activation (« valeur initiale » sur le schéma-bloc de la figure 5.27) et la valeur du point de fonctionnement à retrancher à ce signal.

Ainsi, le signal aux petites variations  $\delta\omega_{bv}$  ou  $\delta\Delta\omega$  commute de façon continue de 0 vers  $\omega_{bv} - \omega_{bv_0}$  ou  $\Delta\omega - \Delta\omega_0$ , et la discontinuité vue par les correcteurs est éliminée.

La figure 5.28 présente les mêmes réponses que celles de la figure 5.26 lorsque la fonction d'adaptation est

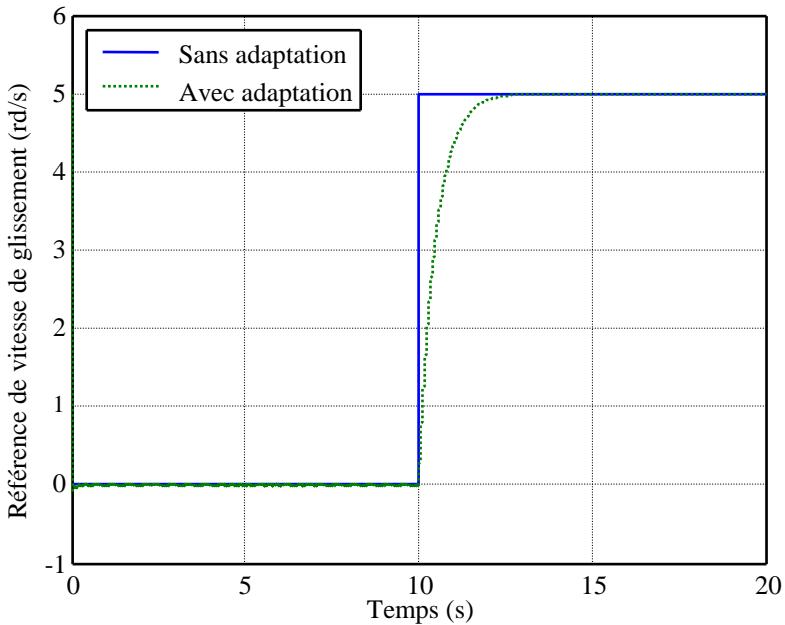
utilisée.



**Figure 5.28 :  $\delta\omega_{bv}$  et  $\delta\Gamma_{n_f}$  lors de l'activation du glissement piloté, avec adaptation**

Clairement les discontinuités apparaissant à l'activation de la fonction de glissement piloté, sont éliminées. De plus, l'amplitude de la commande  $\delta\Gamma_{n_f}$  en est fortement diminuée.

La figure 5.29 donne la référence de vitesse de glissement  $\Delta\omega_0 = \Delta\omega_{ref}$ , dans les deux cas où la fonction d'adaptation est ou pas utilisée, et fait également apparaître le lissage de la discontinuité.



**Figure 5.29 : Référence de vitesse de glissement, avec et sans adaptation**

Enfin, cette fonction d'adaptation est également utilisée pour créer le point de fonctionnement de commande  $\Gamma_{n_0}$ .

La figure 5.30 donne la structure de correction globale à implanter. La commande  $\Gamma_m$  est saturée, de sorte qu'un éventuel dysfonctionnement de cette structure, n'endommage pas le système.

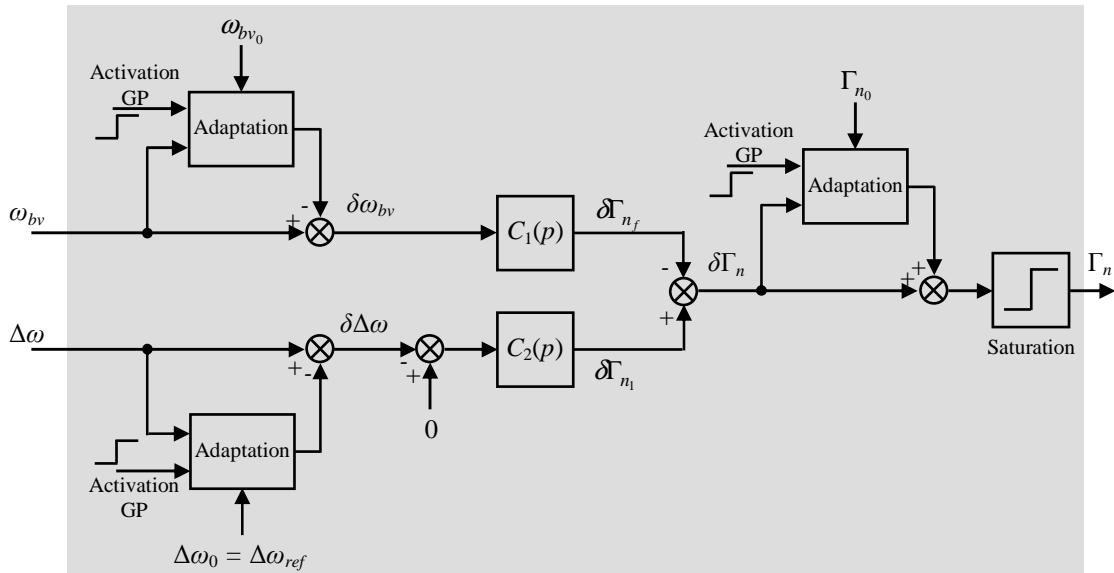


Figure 5.30 : Schéma de la structure globale de correction

#### 5.4.2 Résultats de simulation

Le modèle non linéaire décrit par les relations (4.14) et (4.15), où le coefficient de frottement est donné par le modèle LuGre obtenu au chapitre 3, est utilisé en simulation afin de valider les performances de la structure de correction établie par le schéma de la figure 5.30.

L'expérience consiste à partir d'une phase où les deux disques sont collés (fonctionnement nominal d'un système d'embrayage), puis d'imposer à  $t = 10$  s un glissement entre les deux disques. La consigne de vitesse de glissement est fixée à 5 rd/s. Le couple moteur est donné par un niveau moyen proche du point de fonctionnement  $\Gamma_{m_0}$  auquel est ajoutée une composante sinusoïdale centrée sur ce niveau moyen, de pulsation 300 rd/s, modélisant les acyclismes. Le couple de charge est dans un premier temps considéré nul.

La figure 5.31 présente la vitesse de glissement mesurée.

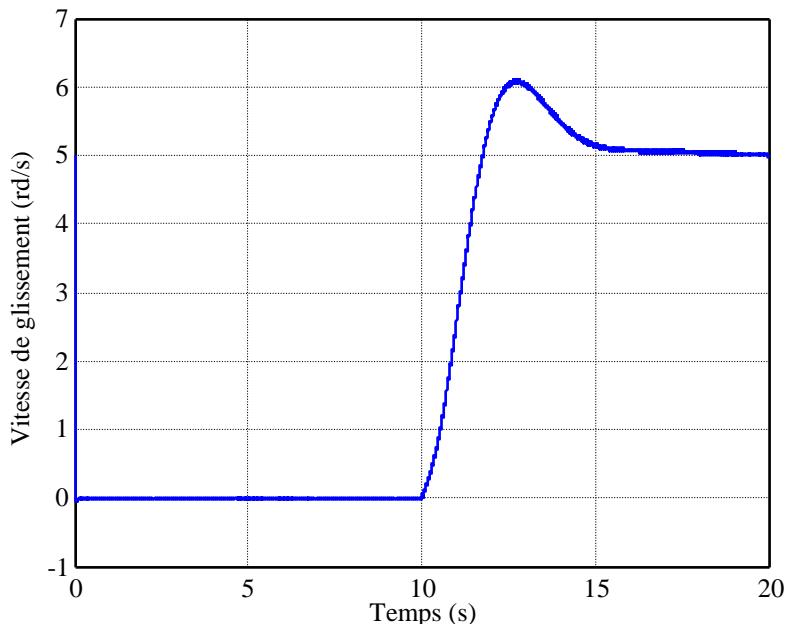
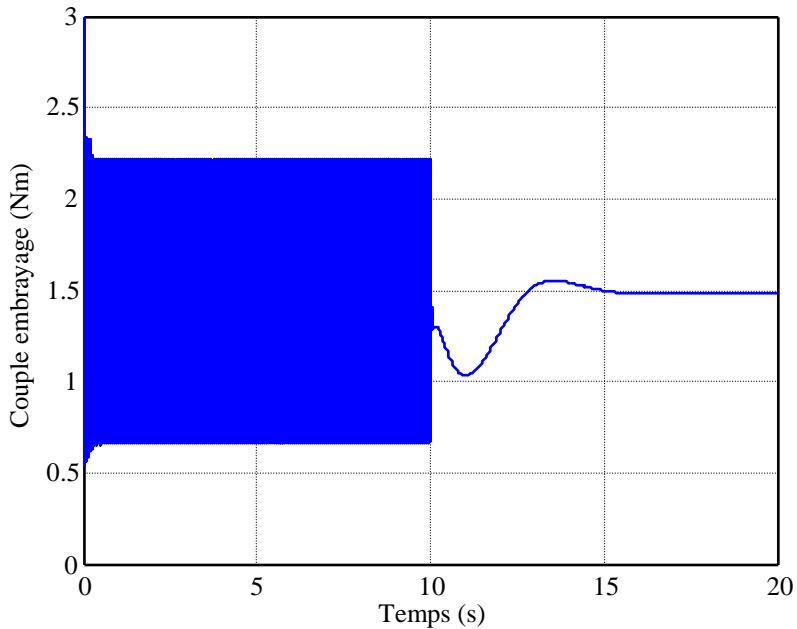


Figure 5.31 : Vitesse de glissement

Avant  $t = 10$  s, cette vitesse est nulle puisque les disques sont collés. A partir de  $t = 10$  s, la vitesse de glissement tend rapidement vers la référence spécifiée.

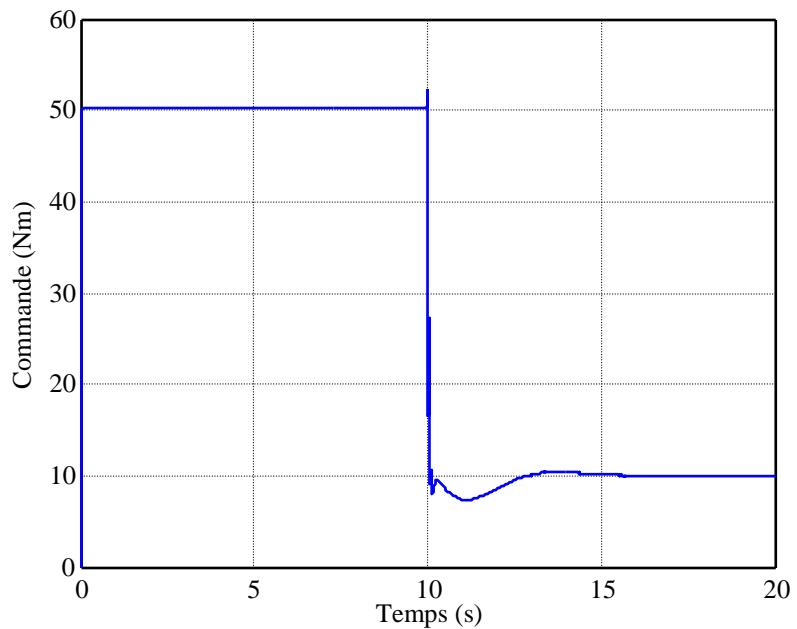
La figure 5.32 donne le couple en sortie d'embrayage  $\Gamma_{emb}$ .



**Figure 5.32 : Couple en sortie d'embrayage**

Lorsque les deux disques sont collés ( $t < 10$  s), les acyclismes moteur sont directement transmis en sortie d'embrayage. A partir de  $t = 10$  s, ceux-ci sont filtrés par l'action du correcteur, et leur amplitude devient ainsi négligeable. Le transitoire créé par l'activation de la structure de correction, n'introduit pas de dépassement rédhibitoire, et reste suffisamment rapide. Ainsi les performances requises quant au filtrage des acyclismes sont convenablement obtenues.

La figure 5.33 présente la commande fournie par la structure de correction.



**Figure 5.33 : Commande**

Avant  $t = 10$  s, la commande est élevée, de manière à assurer que les disques soient collés : celle-ci n'est pas fournie par la structure de correction synthétisée précédemment. A partir de  $t = 10$  s, la commande délivrée est d'amplitude faible, ce qui assure qu'elle puisse être réalisée par un actionneur sur véhicule. De plus, le transitoire créé par l'activation du correcteur n'introduit pas de dépassement important. La réponse de cette figure valide également la remarque faite en 5.3.2 : même si le gain du correcteur  $C_1(p)$  est très grand en haute fréquence (afin de filtrer les acyclismes), l'évolution lente (voir figure 5.28), donc basse fréquence, de  $\delta\omega_{bv}$ , ainsi que le très

faible niveau des acyclismes sur ce signal, induisent finalement une commande de faible amplitude.

Il est également possible de comparer les performances obtenues à partir des deux structures de correction mises au point aux paragraphes 4.5 (régulateur PI + filtre) et 5.3 (double correction). Ainsi, les figures 5.34 et 5.35 présentent la vitesse de glissement et le couple d'embrayage, mesurés pour chacune des deux structures, pour des expériences équivalentes.

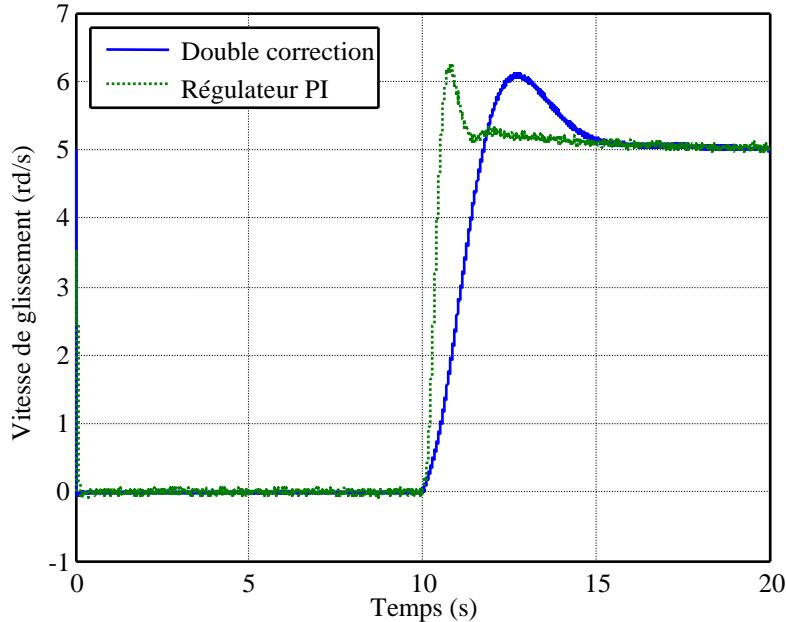


Figure 5.34 : Vitesse de glissement pour les deux structures de correction

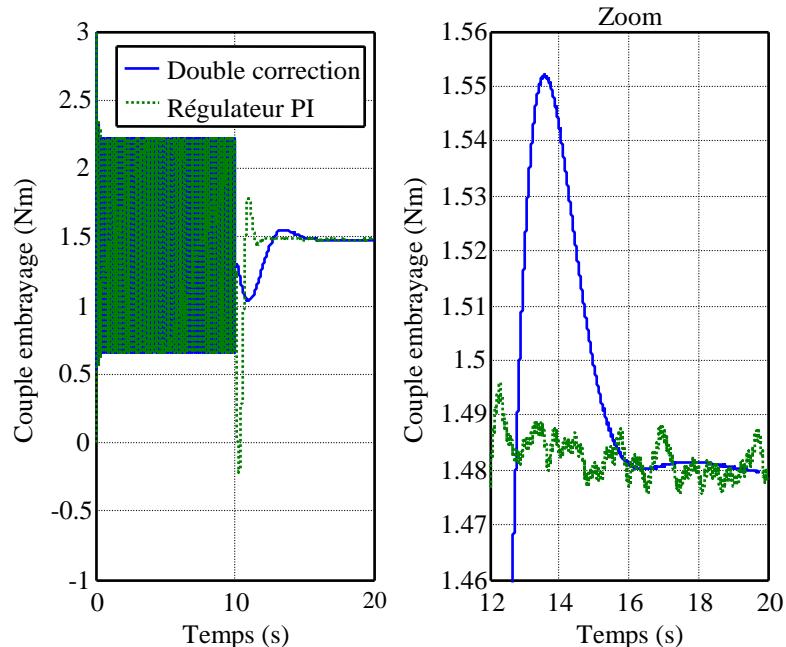


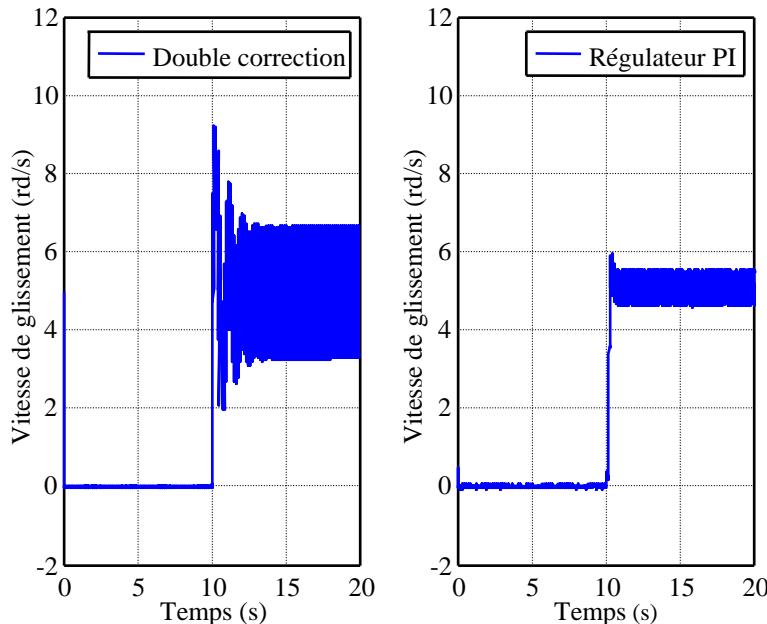
Figure 5.35 : Couple en sortie d'embrayage pour les deux structures de correction

La vitesse de glissement converge plus vite vers la référence spécifiée pour le régulateur PI + filtre, le lissage de la consigne (fonction d'adaptation, voir 5.4.1) ralentissant la convergence dans le cas du correcteur à double action. Cependant, la structure à double correction n'a pas été synthétisée dans le but d'assurer la convergence en vitesse la plus rapide possible : l'objectif est de mettre les disques en glissement à une vitesse acceptable selon des considérations de dissipation énergétique (il a été montré en 4.4.8 que la valeur de la vitesse n'avait pas d'effet sur la qualité du filtrage des acyclismes).

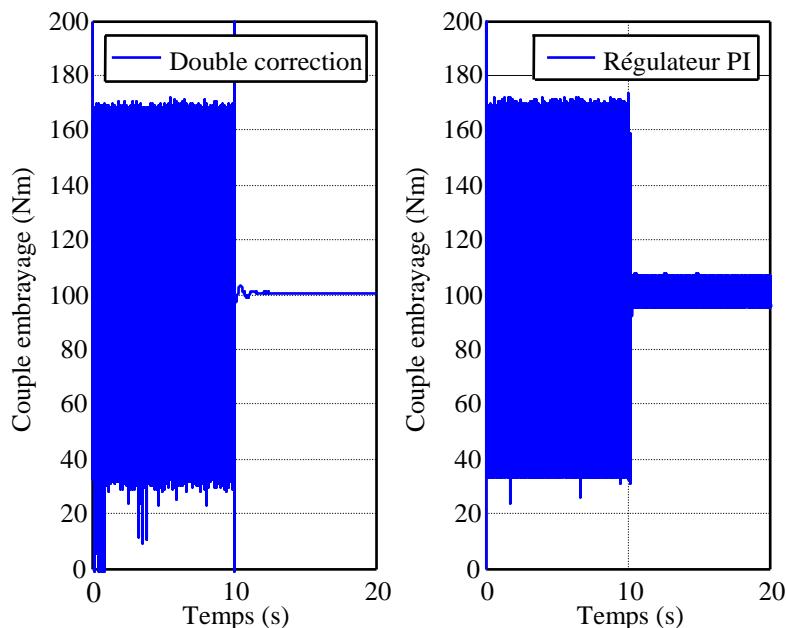
Le couple en sortie d'embrayage est lui bien mieux filtré à partir de la structure à deux correcteurs. De plus son

régime transitoire est mieux amorti : la figure 5.35 confirme que le fait d'ajouter un correcteur en parallèle, améliore la qualité du filtrage des acyclismes.

Enfin il est important de valider les performances du double correcteur lorsque le véhicule est soumis à l'action d'une forte charge extérieure. Pour cela, les mêmes réponses que celles données aux figure 5.34 et 5.35 sont reprises ici (figures 5.36 et 5.37), lorsque le véhicule est soumis à une charge de 100 Nm.



**Figure 5.36 : Vitesse de glissement pour les deux structures de correction, sous forte charge (100 Nm)**



**Figure 5.37 : Couple en sortie d'embrayage pour les deux structures de correction, sous forte charge (100 Nm)**

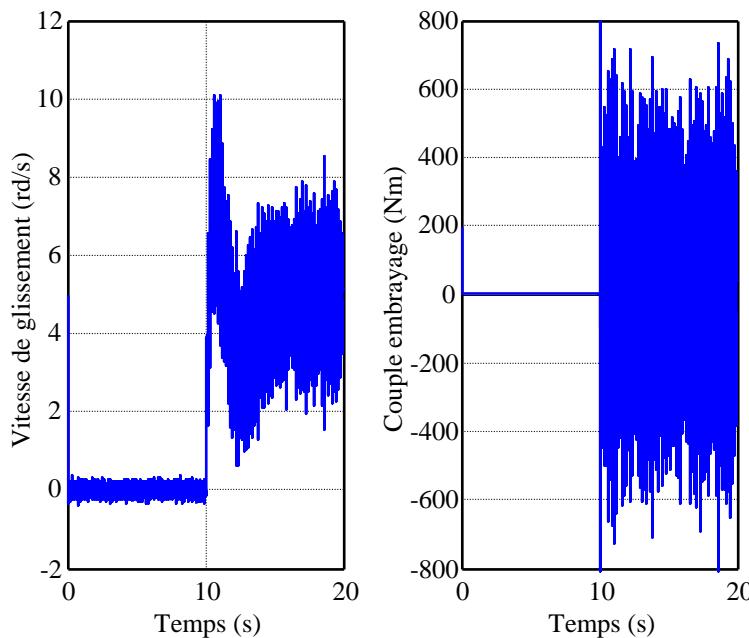
Ces figures font apparaître clairement que le filtrage des acyclismes est bien meilleur lorsque la structure à deux correcteurs est utilisée. Cependant la régulation de la vitesse de glissement est de moins bonne qualité, ce qui reste un inconvénient de moindre importance puisque le cahier des charges donné en 4.4.6 ne spécifie pas de contrainte sur celle-ci (il suffit de garantir  $\Delta\omega > \Delta\omega_{seuil}$ ).

Finalement, la structure de correction présentée dans ce chapitre offre de bien meilleures performances en qualité de filtrage des acyclismes que la précédente, que le véhicule soit soumis à de fortes charges ou pas.

## 5.5 Conclusion et limitations

Ce chapitre a permis d'étudier l'influence de la charge vue par le véhicule, sur les performances en filtrage d'acyclismes. Ainsi, il a été montré que ces performances pouvaient être améliorées en intégrant à la boucle de commande un correcteur en parallèle, utilisant la mesure de la vitesse en sortie d'embrayage. Ce correcteur présente un fort gain en haute fréquence de manière à diminuer le module du transfert du couple moteur vers le couple en sortie d'embrayage dans la bande de pulsations des acyclismes. Une boucle de régulation externe, permettant de piloter la vitesse de glissement, est également intégrée à la boucle de commande, de façon à s'assurer que cette vitesse ne devienne pas trop importante, et ainsi que la dissipation énergétique créée par le glissement des disques soit parfaitement maîtrisée.

Cependant, un problème important se pose quant à l'utilisation de cette structure de correction sur véhicule. En effet, celle-ci s'appuie sur les mesures des vitesses de glissement et de l'arbre en sortie d'embrayage qui sont réellement fortement bruitées. Notamment, le bruit haute fréquence polluant la mesure  $\omega_{bv}$  est très largement amplifié par le fort gain du correcteur parallèle. Ainsi, le système bouclé est d'une grande sensibilité aux bruits de mesure. Ces conclusions sont validées par les réponses de la figure 5.38 donnant la vitesse de glissement et le couple en sortie d'embrayage lorsqu'un bruit de mesure de très faible amplitude (bruit blanc centré, d'écart type  $\sigma = 0,1$  rd/s) est ajouté à la sortie  $\omega_{bv}$  sur le modèle de simulation.



**Figure 5.38 : Vitesse de glissement et couple en sortie d'embrayage lorsque la mesure  $\omega_{bv}$  est bruitée**

D'autre part, la mesure de la vitesse primaire  $\omega_{bv}$  est utilisée comme entrée du correcteur parallèle  $C_1(p)$  afin de fournir une information sur les acyclismes qui sera exploitée par ce correcteur. Or il a été montré dans ce chapitre que les acyclismes sont d'amplitudes très faible sur ce signal, puisque ceux-ci sont naturellement filtrés par la fonction de transfert  $H_2(p)$  liant  $\delta\Gamma_m$  à  $\delta\omega_{bv}$ . Il est donc peu évident, sur véhicule, que cette vitesse puisse être mesurée de façon suffisamment précise (problème de résolution de capteur) pour que ces phénomènes d'acyclismes apparaissent sur les relevés (même en négligeant les bruits de mesure).

La solution proposée dans ce chapitre est, d'un point de vue théorique, très intéressante mais nécessite encore d'être améliorée afin de pouvoir être intégrée sur un système physique. Les adaptations à lui apporter ne sont pas étudiées ici, mais quelques idées peuvent être avancées comme l'utilisation d'un filtre passe-bas sur la mesure, l'utilisation d'une estimation de la vitesse (obtenue via un observateur ou un filtre de Kalman par exemple) plutôt que celle de la mesure, ou encore la réduction du gain du correcteur parallèle (qui ne peut cependant être importante, du fait que  $|C_1(p)|_{p=j\omega}$  doit compenser  $|H_1(p)|_{p=j\omega}$  dont le module est très faible en haute fréquence, voir 5.3.2). Un nouvel axe de recherche pourrait être également de réaliser une étude équivalente à celle présentée dans ce chapitre, en exploitant, via le correcteur parallèle  $C_1(p)$ , la vitesse moteur  $\omega_m$  plutôt que la vitesse primaire  $\omega_{bv}$ . En effet, l'information relative aux acyclismes présente sur ce signal, est certainement plus pertinente puisqu'elle n'est jamais filtrée, même lorsque l'embrayage est piloté en glissement (ce qui n'est pas le cas de l'information présente sur le signal  $\omega_{bv}$ ).

## **Chapitre 6**

### **Conclusion et perspectives**



## 6.1 Contribution de la thèse

Ce mémoire a présenté une façon de mettre en œuvre une solution de filtrage d'acyclismes par glissement piloté. Afin que les acyclismes créés par le moteur thermique ne soient pas propagés dans toute la chaîne de transmission d'un véhicule, et créer ainsi des nuisances vibro-acoustiques, il a été proposé de filtrer ceux-ci au niveau du système d'embrayage. En effet, lorsque les deux disques de cet organe sont collés, le couple moteur est intégralement transmis au reste de la chaîne, mais lorsque l'embrayage est piloté de façon que ses disques glissent l'un par rapport à l'autre, le couple transmis en sortie d'embrayage est filtré comparativement à celui d'entrée, et les acyclismes peuvent être limités.

Un point essentiel pour assurer le pilotage du système d'embrayage est de disposer d'un modèle représentatif. Clairement un modèle de frottement est parfaitement approprié pour décrire le comportement d'un tel élément, et les successions de phases de collage et de glissement qui le caractérisent. Ainsi, un premier objectif important de cette thèse a été d'étudier les propriétés des modèles de frottement les plus utilisés. Ceux-ci s'appuient sur des équations statiques ou dynamiques afin de décrire des phénomènes physiques tels que les frottements visqueux, l'effet Stribeck, le frottement statique,... Leur type de structure, le nombre et la nature des paramètres qui les composent et qu'il faut donc identifier, la précision de description des phénomènes réels de frottement, les qualités en simulation, la gamme de vitesses où ils doivent être performants,... sont autant de critères pertinents permettant de les différencier et dont il faut tenir compte lors de la sélection de l'un d'eux.

Ainsi, le deuxième axe principal de travail a été de choisir et recaler le meilleur modèle possible pour l'application étudiée ici. Pour ce faire, des essais de caractérisation du matériau constituant les disques d'embrayage devaient être réalisés, et ont justifié l'élaboration d'un banc d'essais. De plus, des méthodes d'identification des paramètres des modèles de frottement ont été proposées, ainsi que les procédures d'essais à réaliser pour les mettre en œuvre. Finalement, l'obtention d'un modèle caractérisant le comportement d'un système d'embrayage a été rendue possible, par une analyse en cinq étapes s'appuyant sur :

- Le choix du modèle le plus pertinent pour l'application considérée ;
- Le choix des méthodes d'identification appropriées pour l'application considérée ;
- Le choix des procédures d'essais les plus pertinentes pour l'application considérée ;
- L'estimation des paramètres du modèle ;
- La validation des performances du modèle, par comparaison des comportements réel et simulé sur des expériences équivalentes.

A partir du modèle du système d'embrayage ainsi obtenu, il a été possible d'élaborer la solution de pilotage en glissement des disques de cet organe. Une étude qualitative de l'influence du glissement a d'abord mis en évidence l'intérêt qu'il pouvait représenter du point de vue filtrage des acyclismes. A partir d'un modèle de commande linéarisé autour de points de fonctionnement, une structure de correction a pu être synthétisée répondant aux objectifs :

- De qualité de régulation de la vitesse de glissement ;
- De filtrage des acyclismes ;
- De robustesse de la stabilité, vis-à-vis de phénomènes déstabilisants (effet Stribeck), de dynamiques négligées ou d'incertitudes paramétriques (modèle de frottement) ;
- D'insensibilité aux bruits de mesures ;
- De non dégradation des performances précédentes vis-à-vis des variations de charge, liées notamment à des changements de pente de route ou de rapports de vitesse.

Trois types d'essais de validation des performances de cette structure ont été ensuite présentés : simulation sur un modèle simple, simulation sur un modèle global de véhicule, essais sur véhicule. Ceux-ci font apparaître que la régulation de vitesse est parfaitement réalisée, et que les acyclismes sont fortement atténués, validant les performances de la structure de correction proposée.

Enfin, une étude plus approfondie concernant les variations de charge et leur influence sur les performances de la structure de correction a été présentée. Il a alors été montré qu'intégrer un correcteur parallèle de fort gain en haute fréquence, exploitant la mesure de la vitesse de l'arbre de sortie de l'embrayage, permettait en théorie, d'améliorer de façon importante les qualités de filtrage des acyclismes, et de rendre ainsi celles-ci indépendantes des fluctuations de charge. Cependant, la solution proposée reste beaucoup trop sensible aux bruits de mesures, et nécessite une précision de mesure de la vitesse en sortie d'embrayage  $\omega_b$ , irréalisable par un capteur, ce qui la rend, en l'état, inexploitable pour une application sur véhicule.

## 6.2 Perspectives

Cette étude a permis d'aboutir à une solution dont les performances ont pu être validées aussi bien en simulation que sur véhicule. Cependant, certains aspects doivent encore être améliorés, et d'autres sont encore à traiter.

En effet, si le glissement piloté est parfaitement réalisé sur véhicule, il s'enclenche pour l'instant par système de bouton marche/arrêt. Il reste donc à réfléchir aux cas possibles d'activation et de désactivation de cette fonction, et créer, par exemple à l'aide d'une machine d'états, la commande logique de cet organe. Notamment, des aspects tels que la gamme de vitesse moteur, le démarrage du véhicule, le changement de rapport, l'anticalage,... sont à prendre en considération pour définir quand le glissement piloté doit être réalisé.

D'autre part, le régime transitoire lors de la prise de main de la fonction peut être amélioré, afin que le changement brutal de valeur du couple de commande ne soit pas ressenti à l'intérieur du véhicule. Par exemple, une solution pourrait être de lisser cette transition en couple à l'aide d'un filtre passe-bas.

Enfin, la structure à deux correcteurs présentée au chapitre 5, pourrait être adaptée afin de devenir utilisable sur véhicule. Celle-ci reste encore trop sensible aux bruits de mesures sous sa forme originelle présentée ici, mais des solutions telles que le filtrage de la mesure de vitesse, l'utilisation d'un estimateur de la vitesse en sortie d'embrayage plutôt que celle de la mesure, ou encore la réduction de la valeur du gain du correcteur parallèle, semblent être des voies à explorer pour résoudre le problème rencontré. Par ailleurs, l'utilisation de la vitesse en sortie d'embrayage  $\omega_{bv}$  comme entrée du correcteur parallèle, s'avère présenter quelques inconvénients, dont le plus important est que les phénomènes d'acyclismes sont très peu observables sur ce signal. Ainsi, une analyse équivalente à celle réalisée dans le chapitre 5 pourrait être reprise, en exploitant la mesure de la vitesse moteur  $\omega_m$ , qui contient certainement une information plus pertinente (et surtout indépendante du filtrage par glissement piloté) concernant les acyclismes, que la mesure de la vitesse  $\omega_{bv}$ .

# **Bibliographie**



- [1] Armstrong-Helouvry B, Dupont P, Canudas de Wit C. *A survey of models, analysis tools and compensation methods for the control of machines with friction*, Automatica 30(7):1083-1138, 1994.
- [2] Bliman PA, Sorine M. *Easy-to-use realistic dry friction models for automatic control*, Proceedings of 3rd European Conference, Rome, Italy, pp3788-3794, 1995.
- [3] Borsotto B, Godoy E, Beauvois D, Devaud E, *An Identification Method for Static and Dynamic Friction Coefficients*, International Conference on Control, Automation and Systems, Seoul, Korea, 2007.
- [4] Borsotto B, Godoy E, Beauvois D, Negre E, *Glissement piloté d'un système d'embrayage – Application au filtrage d'acyclismes*, Conférence Internationale Francophone d'Automatique, Bucarest, Roumanie, 2008.
- [5] Borsotto B, Beauvois D, Devaud E, Godoy E, *Les frottements : origines physiques et modèles*, Technologies et formations, 128 : pp. 39-56, 2006.
- [6] Borsotto B, Godoy E, Beauvois D, Devaud E, *Modélisation d'un système d'embrayage – Identification par la méthode des auto-oscillations*, Conférence Internationale Francophone d'Automatique, Bucarest, Roumanie, 2008.
- [7] Canudas de Wit C, Olsson H, Astrom KJ, Lischinsky P. *A new model for control of systems with friction*, IEEE Transactions on Automatic Control, 40(3), 1995.
- [8] Collectif Automatique-EEI. *Entraînements à vitesse variable*, Polycopié Supélec n°01226, 2004.
- [9] Dahl P. *Solid friction damping of mechanical vibrations*, AIAA Journal, 14(12):1675-82, 1976.
- [10] Dowson D. *History of tribology*, Professional Engineering Publishing, London, 1998.
- [11] Duc G. *Commande robuste multivariable*, Polycopié Supélec n°03317, 2003.
- [12] Dupont P, Armstrong B, Hayward V. *Elastoplastic friction model: contact compliance and stiction*, Proc. Amer. Control Conf., Chicago, IL, pp1072-77, 2000.
- [13] Haessig DA, Friedland B. *On the modeling and simulation of friction*, Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Transactions ASME, 1991.
- [14] Karnopp D. *Computer simulation of stick-slip friction in mechanical dynamic systems*, Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Transactions ASME, 1985.
- [15] Ortega R, Garcia-Canseco E. *Control of multidomain physical systems via energy-shaping*, Polycopié Supélec n°01225, 2004.
- [16] Rabinowicz E. *The intrinsic variables affecting the stick-slip process*, Proc. Physical Society of London, 71(4):668-675, 1958.
- [17] Stribeck R. *Die wesentlichen Eigenschaften der Gleit-und Rollenlager-*, Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure, 46(38, 39):1342-48, 1432-37, 1902.
- [18] Wikipedia. *Histoire de l'automobile*.
- [19] Zhou K, Doyle JC, Glover K. *Robust and Optimal Control*, Prentice-Hall, 1996.



## **Annexes**

Annexe A : Démonstrations de la propriété de dissipativité des modèles de frottement dynamiques.....	- 217 -
Annexe B : Etude du rendement, du courant et de la vitesse du moteur électrique constituant le banc d'essais en régime permanent .....	- 222 -
Annexe C : La $\mu$ -analyse.....	- 226 -



## Annexe A : Démonstrations de la propriété de dissipativité des modèles de frottement dynamiques

### A.1 Introduction : définition de la dissipativité [15]

- Un système S est dissipatif s'il existe une fonction de stockage  $V(x(t)) \geq 0, V(0) = 0$  telle que  $\forall x \in \mathfrak{N}^n$  :

$$V(x(T)) - V(x(0)) \leq \int_0^T w(u(t), y(t)) dt \quad (\text{A.1})$$

$\forall u \in U \subset L_q$  et  $\forall T \geq 0$  tel que  $x(t) \in \mathfrak{N}^n \forall t \in [0, T]$

- Un système S est dit passif s'il est dissipatif avec  $w(u(t), y(t)) = u^T y$ .

Remarque : L'équation (A.1) exprime le fait que l'accroissement de l'énergie stockée ne peut être supérieur à l'énergie externe approvisionnée  $\int_0^T w(u(t), y(t)) dt$  à tout instant.

### A.2 Dissipativité du modèle de Dahl

Les équations du modèle de Dahl sont rappelées ci-dessous :

$$\begin{cases} \dot{z} = \dot{x} - \frac{\sigma z}{F_c} |\dot{x}| \\ F_f = \sigma z \end{cases} \quad \sigma, F_c > 0$$

L'entrée du modèle est donc la vitesse de glissement  $\dot{x}$  ( $u = \dot{x}$  dans la définition donnée en A.1), et la sortie est la valeur du frottement  $F_f$  ( $y = F_f$ ).

Prenons alors comme fonction de stockage :

$$\begin{aligned} V(z(t)) &= \frac{\sigma}{2} z(t)^2 \\ \Rightarrow \dot{V} &= \sigma z \dot{z} \end{aligned}$$

On a :

$$\begin{aligned} \dot{x} F_f &= \sigma z \dot{z} + \frac{(\sigma z)^2}{F_c} |\dot{x}| \\ &\geq \sigma z \dot{z} \\ \Rightarrow \int_0^T \dot{x} F_f dt &\geq V(z(T)) - V(z(0)) \end{aligned}$$

Le modèle de Dahl est donc dissipatif.

### A.3 Dissipativité du modèle LuGre

Les équations du modèle LuGre sont rappelées ci-dessous :

$$\begin{cases} \dot{z} = \dot{x} - \frac{\sigma_0 z}{g(\dot{x})} |\dot{x}| \\ F_f = \sigma_0 z + \sigma_1(\dot{x}) \dot{z} + \sigma_v \dot{x} \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{avec } g(\dot{x}) > 0 \\ \text{avec } \sigma_0, \sigma_1(\dot{x}), \sigma_v > 0 \end{array}$$

L'entrée du modèle est donc la vitesse de glissement  $\dot{x}$  ( $u = \dot{x}$  dans la définition donnée en A.1), et la sortie est la valeur du frottement  $F_f$  ( $y = F_f$ ).

Prenons alors comme fonction de stockage :

$$V(z(t)) = \frac{\sigma_0}{2} z(t)^2$$

$$\Rightarrow \dot{V} = \sigma_0 z \dot{z}$$

On a :

$$\begin{aligned} \dot{x}F_f &= \sigma_0 z \dot{z} + \frac{(\sigma_0 z)^2}{g(\dot{x})} |\dot{x}| + \sigma_1 \dot{z}^2 + \frac{\sigma_0 \sigma_1 z \dot{z}}{g(\dot{x})} |\dot{x}| + \sigma_v \dot{x}^2 \\ &\geq \sigma_0 z \dot{z} \quad \text{si } \frac{(\sigma_0 z)^2}{g(\dot{x})} |\dot{x}| + \sigma_1 \dot{z}^2 + \frac{\sigma_0 \sigma_1 z \dot{z}}{g(\dot{x})} |\dot{x}| + \sigma_v \dot{x}^2 \geq 0 \end{aligned}$$

C'est-à-dire :

$$\frac{(\sigma_0 z)^2}{g(\dot{x})} |\dot{x}| + \sigma_1 \dot{z}^2 \geq -\frac{\sigma_0 \sigma_1 z \dot{z}}{g(\dot{x})} |\dot{x}|$$

Clairement, si  $z \dot{z} > 0$ , l'inégalité est vérifiée. Etudions le cas où  $z \dot{z} < 0$  :

On sait que (identité remarquable) :

$$\frac{(\sigma_0 z)^2}{g(\dot{x})} |\dot{x}| + \sigma_1 \dot{z}^2 \geq -2\sigma_0 z \dot{z} \sqrt{\frac{\sigma_1 |\dot{x}|}{g(\dot{x})}}$$

Donc, il suffit de montrer que :

$$-2\sigma_0 z \dot{z} \sqrt{\frac{\sigma_1 |\dot{x}|}{g(\dot{x})}} \geq -\frac{\sigma_0 \sigma_1 z \dot{z}}{g(\dot{x})} |\dot{x}| \quad (\text{A.2})$$

et l'on aura bien :

$$\frac{(\sigma_0 z)^2}{g(\dot{x})} |\dot{x}| + \sigma_1 \dot{z}^2 \geq -\frac{\sigma_0 \sigma_1 z \dot{z}}{g(\dot{x})} |\dot{x}|$$

soit :

$$\dot{x}F_f \geq \sigma_0 z \dot{z}$$

Sachant que  $z \dot{z} < 0$ , l'inéquation (A.2) peut se réécrire :

$$\begin{aligned} 2\sqrt{\frac{\sigma_1 |\dot{x}|}{g(\dot{x})}} &\geq \frac{\sigma_1}{g(\dot{x})} |\dot{x}| \\ \Rightarrow \sigma_1 &\leq 4 \frac{g(\dot{x})}{|\dot{x}|} \end{aligned}$$

On obtient donc la condition de dissipativité suivante :

$$\sigma_1(\dot{x}) < 4 \frac{g(\dot{x})}{|\dot{x}|}$$

Qui conduit à :

$$\begin{aligned} \dot{x}F_f &\geq \sigma_0 z \dot{z} \\ \Rightarrow \int_0^T \dot{x}F_f dt &\geq V(z(T)) - V(z(0)) \end{aligned}$$

Le modèle LuGre est donc dissipatif si l'on prend  $\sigma_1(\dot{x}) < 4 \frac{g(\dot{x})}{|\dot{x}|}$ .

#### A.4 Dissipativité du modèle élasto-plastique

La même démonstration que celle réalisée en A.3 pour le modèle LuGre peut être menée ici. En effet, l'introduction de la fonction  $\alpha(z, \dot{x})$ , qui différencie les deux modèles, n'a aucune influence sur le raisonnement tenu.

### A.5 Dissipativité du modèle « bristle »

Le modèle « bristle » est dissipatif du fait de sa structure même qui ne fait pas intervenir d'équations différentielles.

### A.6 Dissipativité du modèle « reset integrator »

Les équations du modèle « reset integrator » sont rappelées ci-dessous :

$$\begin{cases} \text{collage} & \begin{cases} F_f = K_r(1+a)p + \beta\dot{p} \\ \dot{p} = \dot{x} \end{cases} \\ \text{glissement} & \begin{cases} F_f = K_r p_0 \\ \dot{p} = 0 \end{cases} \end{cases}$$

Avec  $K_r > 0$  dans tous les cas (que ce soit en collage avec  $K_r = C^{te}$  ou en glissement avec  $K_r = f(\dot{x})$ ).

L'entrée du modèle est donc la dérivée de l'état  $\dot{p}$  ( $u = \dot{p}$  dans la définition donnée en A.1), et la sortie est la valeur du frottement  $F_f$  ( $y = F_f$ ).

Considérons alors la fonction de stockage suivante :

$$\begin{aligned} V(p(t)) &= \frac{K_r}{2} p^2 \\ \Rightarrow \dot{V} &= K_r p \dot{p} \end{aligned}$$

En étudiant séparément les phases de collage et de glissement, on a :

Collage :

$$\begin{aligned} F_f \dot{p} &= (1+a)K_r p \dot{p} + \beta \dot{p}^2 \\ &\geq (1+a)K_r p \dot{p} \quad \text{puisque } \beta > 0 \\ \Rightarrow F_f \dot{p} &\geq K_r p \dot{p} \end{aligned}$$

Glissement :

$$\begin{aligned} F_f \dot{p} &= K_r p_0 \dot{p} \\ \text{Or : } p_0 &\geq p \Rightarrow K_r p_0 \dot{p} \geq K_r p \dot{p} \\ \Rightarrow F_f \dot{p} &\geq K_r p \dot{p} \end{aligned}$$

Finalement :  $\int_0^T F_f \dot{p} dt \geq V(p(T)) - V(p(0))$

Le modèle « reset integrator » est donc dissipatif.

### A.7 Dissipativité des modèles de Bliman et Sorine

Les modèles de Bliman et Sorine font intervenir des modèles de Dahl, modèles dont on a démontré qu'ils étaient dissipatifs en A.2. Les modèles de Bliman et Sorine le sont donc également.



## Annexe B : Etude du rendement, du courant et de la vitesse du moteur électrique constituant le banc d'essais en régime permanent

La documentation technique du moteur indique un rendement de 0.74. Cependant, il n'y est pas précisé à quel régime de fonctionnement correspond ce rendement. Or, le rendement dépend de la vitesse de rotation et du couple résistant donc du régime de fonctionnement. Il est donc possible de supposer que le rendement fourni est un rendement maximal. Par ailleurs, la documentation fournie par le constructeur présente une courbe du rendement, du courant et de la vitesse, en régime permanent, en fonction du couple résistant appliqué à l'arbre du moteur (figure B.1). L'étude menée ici a pour objectif de retrouver par le calcul l'expression de ces grandeurs en fonction du couple.

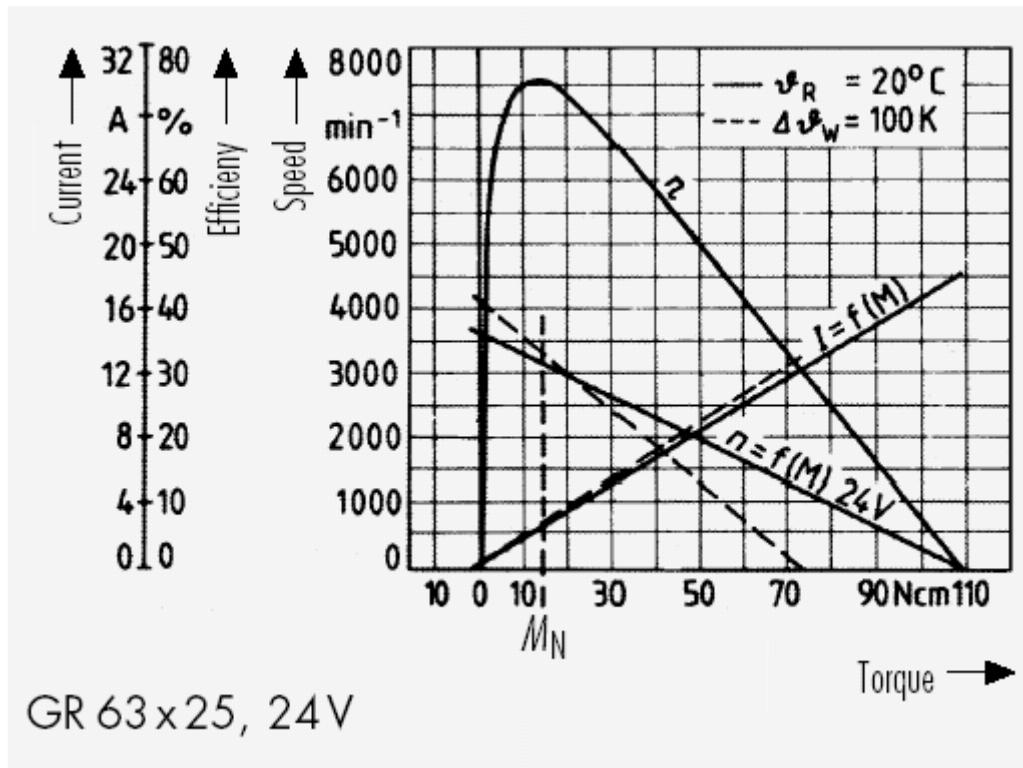


Figure B.1 : Rendement, courant et vitesse en fonction du couple résistant (constructeur)

Les équations caractérisant le fonctionnement du moteur électrique ont été présentées en 3.2.2.1.1. Elles sont rappelées ici :

$$\begin{cases} U_m = Ri + L \frac{di}{dt} + K\Omega_m \\ \Gamma_m = J_m \frac{d\Omega_m}{dt} + a_m \Omega_m \\ \Gamma_m = Ki \end{cases}$$

En régime permanent, et sous l'effet d'un couple résistant  $\Gamma_r$  agissant sur l'arbre moteur, ces équations deviennent :

$$\begin{cases} U_m = RI + K\Omega_m \\ \Gamma_m = a_m \Omega_m + \Gamma_r \\ \Gamma_m = KI \end{cases}$$

Pour déterminer les relations  $I = f(\Gamma_r)$  et  $\Omega_m = f(\Gamma_r)$  à  $U_m$  fixé ( $U_m = 24$  V), il suffit donc de résoudre le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} KI - a_m \Omega_m = \Gamma_r \\ RI + K\Omega_m = U_m \end{cases}$$

Les solutions de ce système d'équations sont les suivantes :

$$\begin{cases} \Omega_m = \frac{KU_m - R\Gamma_r}{a_m R + K^2} \\ I = \frac{a_m U_m + K\Gamma_r}{a_m R + K^2} \end{cases}$$

D'autre part, pour calculer le rendement du moteur, il est possible d'aborder le problème d'un point de vue énergétique. Pour cela, il faut déterminer la puissance utile délivrée par le moteur, par rapport à la puissance électrique qui lui est fournie :

$$\eta = \frac{P_{utile}}{P_{elec}}$$

Avec :

- $P_{elec} = U_m I$
- $P_{utile} = \Gamma_r \Omega_m$

D'après les relations obtenues précédemment pour  $\Omega_m$  et  $I$ , il vient :

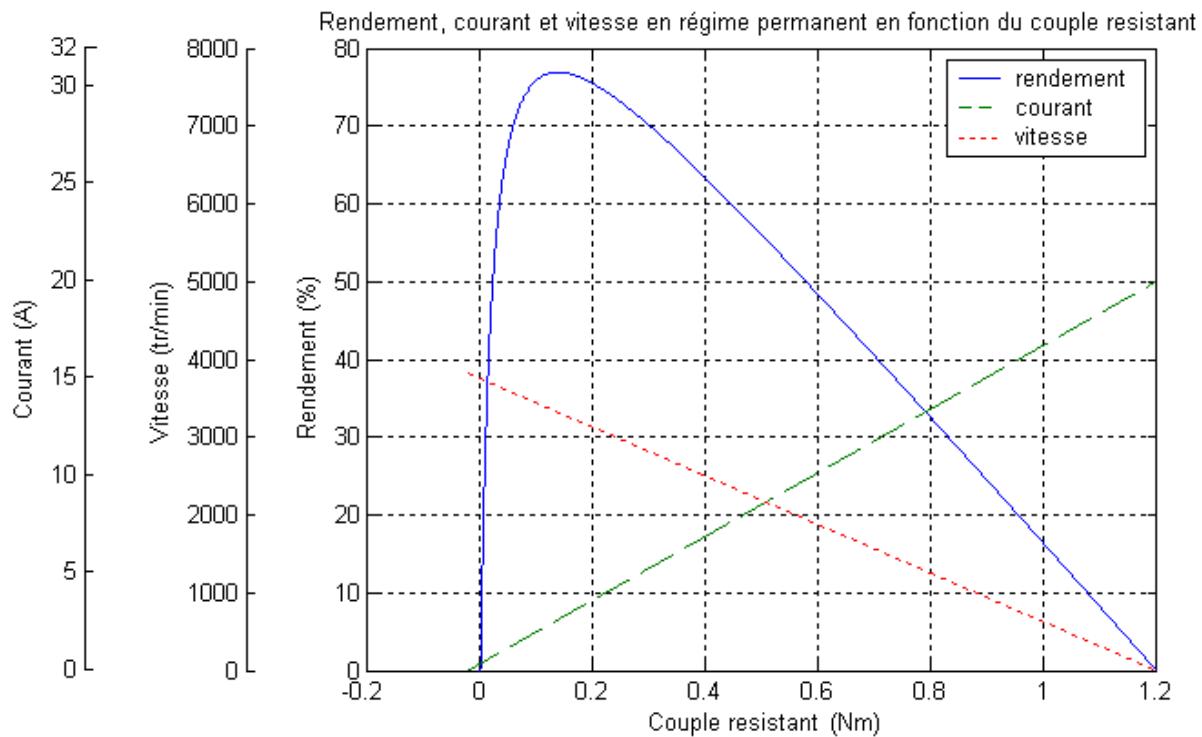
$$\eta = \frac{\Gamma_r \Omega_m}{U_m I} = \frac{\Gamma_r (KU_m - R\Gamma_r)}{U_m (a_m U_m + K\Gamma_r)}$$

Par ailleurs, pour garantir  $\eta > 0$  comme sur la courbe de référence (figure B.1), il faut  $\Omega_m > 0$ , qui implique une borne supérieure pour le couple résistant :

$$\Gamma_r < \frac{KU_m}{R} = 1,2 \text{ Nm}$$

Dans l'étude énergétique qui a servi à trouver l'expression du rendement, seules les pertes Joules et par frottements internes au moteur, sont prises en compte. Les pertes magnétiques qui se produisent entre le stator et le rotor du moteur sont donc négligées. Une comparaison avec la courbe du rendement fournie par le constructeur renseignera sur la pertinence de cette hypothèse.

La figure B.2 présente les courbes  $\eta = f(\Gamma_r)$ ,  $I = f(\Gamma_r)$  et  $\Omega_m = f(\Gamma_r)$  obtenues à partir des résultats présentés ci-dessus.



**Figure B.2 : Rendement, courant et vitesse en fonction du couple résistant**

Les courbes obtenues sont quasiment identiques à celles fournies par le constructeur, ce qui valide les différents calculs théoriques réalisés. Cependant, la valeur maximale du rendement (0.77) tracé sur la figure B.2 est supérieure de 2 à 3 pourcents environ à celle fournie dans la documentation (0.74). Ceci est peut-être dû aux pertes magnétiques qui ont été négligées dans cette étude énergétique. Toutefois, la différence entre les deux courbes étant minime, il est possible de considérer que l'approximation faite est acceptable, et que les pertes magnétiques au sein du système sont donc négligeables. Il en découle que la relation  $\Gamma_m=KI$  reste vraie quel que soit le régime.

Enfin, puisque les pertes mécaniques ( $a_m$ ) et électriques ( $R$ ) sont prises en compte dans le modèle, il est inutile de rajouter un terme modélisant explicitement le rendement dans celui-ci.



## Annexe C : La $\mu$ -analyse

Une présentation plus détaillée de cet outil peut être trouvée en [19] ou [11].

### C.1 Structure générale de la matrice incertitude

En rassemblant les différentes sources d'incertitudes de modèle (figure C.1) que sont les dynamiques négligées, les incertitudes sur les paramètres et les incertitudes complexes, il vient une matrice  $\Delta(p)$ , de dimension  $k \times k$ , ayant la structure générale suivante :

$$\begin{aligned} \Delta(p) &= \text{diag} \{ \Delta_1(p), \dots, \Delta_q(p), \delta_1 I_{r_1}, \dots, \delta_r I_{r_r}, \varepsilon_1 I_{c_1}, \dots, \varepsilon_c I_{c_c} \} \\ \Delta_i(p) &\in RH_\infty ; \delta_i \in R ; \varepsilon_i \in C \end{aligned} \quad (\text{C.1})$$

Et vérifiant les conditions de normalisation :

$$(\|\Delta_i(p)\|_\infty < 1 ; \delta_i \in ]-1 ; +1[ ; |\varepsilon_i| < 1) \Leftrightarrow (\|\Delta(p)\|_\infty < 1)$$

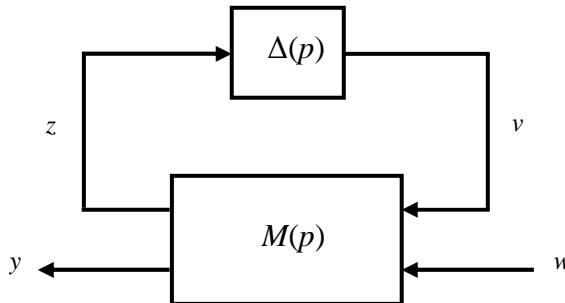


Figure C.1 : Schéma d'analyse de la robustesse de stabilité

La matrice  $\Delta(p)$  comprend donc  $q$  matrices de transfert stables quelconques,  $r$  blocs réels dits « scalaires répétés » et  $c$  scalaires complexes répétés.

### C.2 Valeur singulière structurée

La valeur singulière structurée est l'outil mathématique permettant d'effectuer les analyses de robustesse en tenant compte de la structure de  $\Delta(p)$ .

Soit  $\Delta(p)$  la matrice définie par la relation (C.1) et  $P \in C^{k \times k}$  une matrice de mêmes dimensions que  $\Delta(p)$ . L'ensemble  $\underline{\Delta}$  des matrices complexes présentant la même structure que  $\Delta(p)$  est donné par :

$$\underline{\Delta} = \left\{ \begin{array}{l} \text{diag} \{ \Delta_1, \dots, \Delta_q, \delta_1 I_{r_1}, \dots, \delta_r I_{r_r}, \varepsilon_1 I_{c_1}, \dots, \varepsilon_c I_{c_c} \} \in C^{k \times k} \\ \Delta_i \in C^{k_i \times k_i} ; \delta_i \in R ; \varepsilon_i \in C \end{array} \right\}$$

La valeur singulière structurée de  $P$  relative à l'ensemble  $\underline{\Delta}$  est définie par :

$$\mu_{\underline{\Delta}}(P) = (\inf_{\Delta \in \underline{\Delta}} (\bar{\sigma}(\Delta) : \det(I_k - \Delta P) = 0))^{-1}$$

$$\mu_{\underline{\Delta}}(P) = 0 \text{ si } \forall \Delta \in \underline{\Delta} \det(I_k - \Delta P) \neq 0$$

L'inverse de  $\mu_{\underline{\Delta}}(P)$  peut donc être interprétée comme la plus petite norme d'une matrice  $\Delta$  appartenant à l'ensemble  $\underline{\Delta}$  pour laquelle le système linéaire en  $x_1, x_2$  ci-dessous devient singulier :

$$\begin{cases} x_1 = \Delta x_2 \\ x_2 = P x_1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (I_k - \Delta P)x_1 = 0 \\ x_2 = P x_1 \end{cases}$$

### C.3 Robustesse de la stabilité : analyse structurée

Le théorème suivant [11] se déduit de la définition de  $\mu_{\underline{\Delta}}(P)$ . Il fonde le principe de l'analyse de robustesse utilisant la valeur singulière structurée appelée  $\mu$ -analyse.

**Théorème :** Si  $M(p)$  n'a que des pôles à partie réelle strictement négative, le système de la figure C.1 est stable pour toute incertitude  $\Delta(p)$  du type (C.1) telle que  $\|\Delta(p)\|_\infty < \alpha$  si et seulement si :

$$\forall \omega \mu_{\underline{\Delta}}(M(j\omega)) \leq \alpha^{-1}$$

Basée sur ce théorème, la  $\mu$ -analyse consiste à évaluer un réel positif  $\bar{\mu}$ , le plus faible possible, qui soit un majorant de  $\mu_{\underline{\Delta}}(M(p))$  sur l'axe imaginaire. La procédure usuelle consiste à choisir un ensemble suffisamment dense de valeurs de  $\omega$ , et à calculer une borne supérieure de  $\mu_{\underline{\Delta}}(M(j\omega))$  pour chaque valeur choisie :  $\bar{\mu}$  est alors donné par la valeur la plus élevée obtenue.

De la sorte, la robustesse de la stabilité est assurée pour tout  $\Delta(p)$  de norme  $H_\infty$  inférieure ou égale à  $\bar{\mu}^{-1}$ . Lorsque la matrice  $\Delta(p)$  incorpore des incertitudes réelles  $\delta_i$ , il s'en déduit notamment que le système reste stable pour tout  $\delta_i$  de valeur absolue inférieure ou égale à  $\bar{\mu}^{-1}$  : un intervalle admissible peut être ainsi affecté à chaque paramètre.

#### C.4 Robustesse de la marge de module

L'incorporation d'incertitudes complexes dans une boucle d'asservissement permet de garantir des marges de stabilité pour la boucle où elle est introduite. Soit par exemple le schéma de la figure C.2, où  $\Delta(p)$  est du type (C.1) et représente les incertitudes physiques,  $\varepsilon$  est complexe, et  $s_M \in R$ .

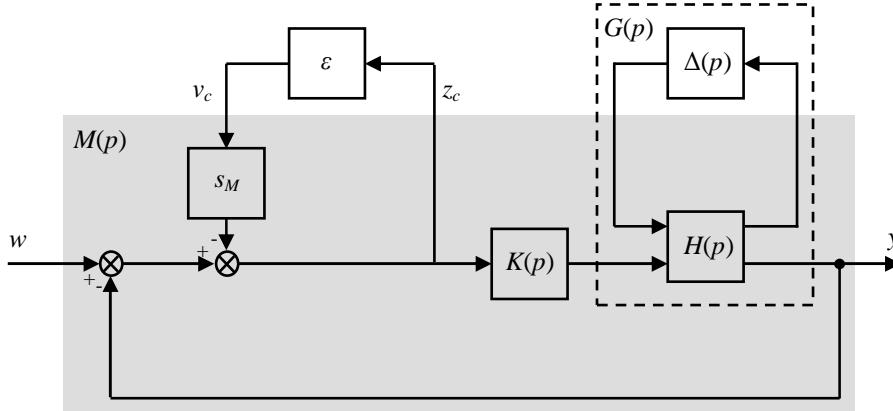


Figure C.2 : Incorporation d'incertitudes complexes en entrée du système

En rassemblant les deux incertitudes, la valeur singulière structurée doit à présent être calculée relativement à l'ensemble :

$$\underline{\Delta}' = \{\Delta' = \text{diag} \{\Delta, \varepsilon\}; \Delta \in \underline{\Delta}; \varepsilon \in C\}$$

La condition suivante est supposée vérifiée :

$$\forall \omega \mu_{\underline{\Delta}}(M(j\omega)) \leq \gamma^{-1}$$

Où  $M(p)$  est définie sur la figure C.2. Alors le système de cette figure est stable pour tout  $\Delta(p)$  de type (C.1) tel que  $\|\Delta(p)\|_\infty < \gamma$ , et pour tout  $\varepsilon$  tel que  $|\varepsilon| < \gamma$ .

Or le transfert entre la sortie  $v_c$  et l'entrée  $z_c$  de l'incertitude complexe s'écrit :

$$Z_c(p) = -s_M (1 - K(p)G(p))^{-1} V_c(p) = -s_M S(p) V_c(p)$$

Où  $S(p)$  est la fonction de sensibilité du système. D'après le théorème du petit gain, il est possible de déduire du résultat précédent que pour tout  $\Delta(p)$  du type (C.1) tel que  $\|\Delta(p)\|_\infty < \gamma$ ,  $s_M S(p)$  a un gain inférieur ou égale à  $\gamma^{-1}$  pour toute valeur de  $\omega$  :

$$\forall \omega |s_M (1 - K(j\omega)G(j\omega))^{-1}| \leq \gamma^{-1} \Leftrightarrow \forall \omega |1 - K(j\omega)G(j\omega)| \geq s_M \gamma$$

La quantité  $|1 - K(j\omega)G(j\omega)|$  représente la distance entre un point du lieu de Nyquist et le point critique  $(-1, 0)$ , dont le minimum est la marge de module. Il s'en conclut que la marge de module est au moins égale à  $s_M \gamma$ , et ce pour toutes les incertitudes physiques vérifiant  $\|\Delta(p)\|_\infty < \gamma$ .

Enfin, l'incorporation de cette incertitude complexe a en général pour effet d'adoucir la courbe  $\mu_{\underline{\Delta}}(M(j\omega))$ .



## Résumé

Dans un moteur thermique, les explosions dans les différents cylindres engendrent un couple moteur entaché de composantes harmoniques communément désignées par le terme d'acyclismes. A faible régime, la propagation de ces composantes à travers la chaîne cinématique du véhicule (embrayage, boîte de vitesse, transmission), peut être à l'origine de nombreuses nuisances vibro-acoustiques. Pour limiter ces nuisances, un filtrage de ces composantes est envisagé en utilisant le système d'embrayage, par la maîtrise du glissement relatif des disques le constituant : c'est le glissement piloté.

Afin de commander le système d'embrayage en conséquence, il est important d'en définir un modèle de comportement précis, s'appuyant sur la description des phénomènes de frottement. Les caractéristiques des principaux modèles de frottement issus de la littérature, ainsi que les méthodes d'identification de leurs paramètres et les conditions d'essais associés, ont ainsi été étudiées.

L'élaboration d'un banc autorisant la caractérisation de matériaux de friction, a ensuite été développée. Les essais expérimentaux réalisés à partir de celui-ci, ont alors permis de recalier les modèles de frottement retenus, sur le comportement particulier des disques d'embrayage utilisés sur véhicules.

Enfin, sur la base du modèle d'embrayage ainsi obtenu, une structure de commande simple a été synthétisée selon une approche en plusieurs étapes : détermination de la structure générale adaptée au problème, réglage du correcteur, analyse des propriétés de robustesse du système bouclé, et retouche des réglages. Les performances de la solution de pilotage proposée sont enfin validées sur un modèle de simulation, puis sur véhicule.

**Mots clés** : acyclismes, glissement piloté, frottements, système d'embrayage, filtrage, modélisation, identification, commande, automobile.

## Abstract

In a thermal motor, cylinders explosions create an engine torque polluted with harmonic components called acyclic phenomena. At low velocities, the propagation of these elements across the vehicle kinematics chain (clutch, gearbox, transmission) can introduce vibro-acoustical nuisances. To restrict them, their filtering is considered using the clutch system, by managing the disks relative behaviour in slipping phases: it is controlled sliding.

To be able to control the clutch system in such a way, it is important to describe a fine model of its behaviour, starting from friction phenomena properties. The main friction models, as well as parameters identification methods and their related experimental tries conditions, were so studied.

A mechanical benchmark, allowing friction material characterization, was then built. Experimental measurements led to friction models fitted to the specific behaviour of the clutch disks used on vehicles.

Finally, based on the obtained clutch model, a control structure is designed following an approach in several stages: determination of the general structure adapted to our problem, regulator tuning, robustness analysis of the closed loop system, and retuning. Performances offered by controlled sliding solution are finally validated in simulation and on vehicle.

**Keywords:** acyclisms, controlled sliding, friction, clutch system, filtering, modelling, identification, control, automotive.