

# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>I Formalisme</b>	<b>5</b>
<b>1 Approche microscopique de la dynamique nucléaire</b>	<b>7</b>
1.1 Introduction . . . . .	7
1.2 Stratégie de l'approche . . . . .	8
1.2.1 Approche variationnelle de la mécanique quantique . . . . .	8
1.2.2 Problématique et philosophie de l'approche . . . . .	9
1.3 Formalisme de la densité fonctionnelle d'énergie dépendant du temps	10
1.3.1 Modélisation de la dynamique nucléaire . . . . .	11
1.3.2 Equations Hartree-Fock-Bogoliubov . . . . .	14
1.3.3 Equation Hartree-Fock-Bogoliubov dépendante du temps . . .	16
1.3.4 Constantes du mouvement . . . . .	18
1.3.5 Limite d'appariement nul (équations TDHF) . . . . .	19
1.4 Fonctionnelle d'énergie de Skyrme . . . . .	19
1.4.1 Densités et courants (quasi-)locaux . . . . .	20
1.4.2 Fonctionnelle d'énergie totale . . . . .	21
1.5 Implémentation de la dynamique nucléaire . . . . .	22
1.5.1 Dynamique superfluide en symétrie sphérique . . . . .	22
1.5.2 Dynamique normale pour les collisions nucléaires . . . . .	29
<b>II Excitations collectives dans les noyaux</b>	<b>31</b>
<b>2 Structure et décroissance de la résonance géante monopolaire</b>	<b>33</b>
2.1 Introduction : les résonances géantes . . . . .	33
2.2 Approche théorique des décroissances de résonances géantes . . . . .	36
2.2.1 Modèle simple . . . . .	36
2.2.2 Approche TDEDf . . . . .	39
2.3 Décroissance directe des résonances géantes monopolaires . . . . .	40
2.3.1 Décroissance et structure des résonances géantes . . . . .	40
2.3.2 Méthode d'investigation : exemples du $^{40}\text{Ca}$ et du $^{208}\text{Pb}$ . . .	42
2.3.3 Résultats sur quelques noyaux à (sous-)couche fermée . . . . .	50
2.4 Conclusions . . . . .	54
<b>3 Les vibrations d'appariement</b>	<b>57</b>
3.1 Introduction . . . . .	57
3.2 Approche théorique . . . . .	60
3.2.1 Réponse linéaire et transfert de paires . . . . .	60

3.2.2	Approche TDEDF . . . . .	61
3.3	Vibrations d'appariement dans le formalisme TDHFB . . . . .	64
3.3.1	Considérations numériques . . . . .	64
3.3.2	Méthode d'analyse . . . . .	66
3.4	Vibrations d'appariement dans les isotopes de Calcium . . . . .	70
3.4.1	Distributions de force pour les isotopes de Calcium . . . . .	71
3.4.2	Vibrations d'appariement de basse énergie . . . . .	74
3.4.3	Candidats aux vibrations géantes d'appariement . . . . .	76
3.4.4	Discussions . . . . .	78
3.5	Exploration sur la table de masse . . . . .	79
3.5.1	Localisation de l'appariement et distribution de force . . . . .	80
3.5.2	Influence de la fonctionnelle de Skyrme : Cas du $^{208}\text{Pb}$ . . . . .	81
3.6	Conclusion . . . . .	84
<b>III</b>	<b>Fusion d'ions lourds par voie symétrique</b>	<b>87</b>
<b>4</b>	<b>Fusion d'ions lourds presque symétriques</b>	<b>89</b>
4.1	Introduction . . . . .	89
4.2	Etude des mécanismes de la fusion avec TDHF . . . . .	93
4.2.1	La fusion avec TDHF . . . . .	94
4.2.2	Fusion de systèmes lourds presque symétriques avec TDHF . . . . .	98
4.3	Approche expérimentale . . . . .	101
4.3.1	Tenants et aboutissants . . . . .	101
4.3.2	Méthode d'identification . . . . .	103
4.3.3	Dispositif expérimental . . . . .	104
4.3.4	Montage électronique . . . . .	108
4.3.5	Calibrations du système de détection . . . . .	110
4.4	Analyse . . . . .	112
4.4.1	Détails expérimentaux . . . . .	112
4.4.2	Reconstruction des événements . . . . .	113
4.4.3	Analyse statistique des corrélations . . . . .	119
4.4.4	Section efficace de fusion-évaporation . . . . .	123
4.5	Conclusion . . . . .	126
	<b>Conclusion</b>	<b>129</b>
	<b>Annexes et bibliographie</b>	<b>135</b>
<b>A</b>	<b>Algèbre de fermions et vides de quasi-particule</b>	<b>135</b>
A.1	Formalisme de la seconde quantification . . . . .	135
A.2	Fonctions d'onde produits de particules indépendantes . . . . .	136
A.2.1	Transformations de bases d'opérateurs à une particule . . . . .	136

---

A.2.2	Fonctions d'onde produits de fermions . . . . .	137
A.3	Transformation de Bogoliubov et vides de quasiparticule . . . . .	138
A.3.1	Notations . . . . .	138
A.3.2	Transformation générale de Bogoliubov . . . . .	138
A.3.3	Fonctions d'onde vides de quasiparticule . . . . .	141
A.4	Variations au premier ordre . . . . .	142
<b>B</b>	<b>Méthode statistique d'analyse en présence d'un bruit de fond</b>	<b>143</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>147</b>
	<b>Résumé</b>	<b>157</b>



# Introduction

Les expériences de Geiger et Mardsen [Gei09] de diffusion de particules  $\alpha$  sur différentes feuilles métalliques furent à l'origine de la mise en évidence d'un noyau dense chargé positivement au cœur de l'atome par Rutherford [Rut11]. Il fallut cependant attendre 1932 et la découverte du neutron par Chadwick [Cha32] pour jeter les bases actuelles de la structure du noyau, formé de neutrons et de protons.

Les recherches qui s'ensuivent poussent à modéliser le noyau comme un fluide constitué de nucléons confinés par l'interaction forte dans un volume fini de l'espace : le modèle de la goutte liquide [Wei35], qui offrait une bonne description des masses des atomes connus alors. Ce modèle permettait aussi d'expliquer le phénomène de la fission des noyaux lourds [Mei39], interprétée alors comme le mouvement *collectif* des nucléons au sein du noyau causé par la répulsion Coulombienne entre protons et aboutissant à la scission.

L'étude des données nucléaires, qui devenaient plus nombreuses et plus précises, confirma l'évidence d'une stabilité accrue de certains noyaux possédant des nombres de neutrons et de protons appartenant à des séquences bien déterminées (les « nombres magiques » 2, 8, 20, 28, 50, 82...). L'explication donnée par le modèle de particules quantiques<sup>1</sup> indépendantes possédant un couplage spin-orbite important, le modèle en couche [May48, May49], permettait finalement de comprendre ces séquences, ainsi que la majorité des spins des noyaux connus jusqu'alors [May50a, May50b]. Cependant, de nombreuses données expérimentales ne pouvaient s'expliquer par ce modèle en couche de particules individuelles, mais étaient comprises comme des phénomènes d'ensemble du noyau : des phénomènes *collectifs*. C'était en particulier le cas de certaines résonances de haute énergie (les résonances géantes) découvertes par Baldwin et Klaiber [Bal47], et interprétées comme des vibrations dipolaires (Goldhaber et Teller [Gol48]), vibrations *collectives* des neutrons et des protons en opposition de phase. Parmi les données expérimentales mettant en défaut le modèle en couche figurait aussi la mise en évidence de moments quadrupolaires dans certains noyaux (non magiques...), impliquant une déformation importante [Tow49]. On peut ajouter enfin certains états du spectre nucléaire, présentant de fortes analogies avec des modes de vibration ou de rotation du noyau dans sa totalité [Boh53a, Boh53b].

L'unification de ces interprétations (modèles collectifs et structure en couche) fût possible par les travaux de Bohr et Mottelson [Boh75], qui permirent l'interprétation des *phénomènes collectifs* à partir des mouvements de *particules individuelles*. Peu après les développements de la théorie microscopique de la supraconductivité par Bardeen, Cooper et Schrieffer [Coo56, Bar57], Bohr, Mottelson et Pines suggérèrent enfin l'analogie entre les spectres des noyaux et ceux des milieux supraconducteurs [Boh58], impliquant une composante d'appariement

---

1. la structure en couche des noyaux est un phénomène quantique, relié au principe d'exclusion de Pauli.

dans l'interaction entre nucléons au sein du noyau. Cela permettait finalement de comprendre le moment d'inertie des noyaux déformés, ainsi que les phénomènes de rebroussement (« back-bending » en anglais) observés dans les bandes rotationnelles des noyaux superfluides. Les bases actuelles de la physique nucléaire avaient alors pris forme, grâce à l'accumulation de résultats expérimentaux et de leurs interprétations théoriques.

Depuis, les développements considérables des techniques expérimentales et des modèles ont permis et permettent une compréhension toujours plus fine de la structure des noyaux et des mécanismes de réaction. D'un point de vue expérimental, les récents et futurs faisceaux d'ions radioactifs (FAIR (GSI), Spiral/Spiral2 (GANIL), RIBF (RIKEN), ISAC (TRIUMF), REX-ISOLDE (CERN), HRIBF (ORNL), NSCL/FRIB (MSU), EURISOL, etc...) permettent d'explorer les noyaux exotiques, proches de la limite de la stabilité. Ces derniers ont déjà fait apparaître des phénomènes nouveaux. Par exemple, l'étude des noyaux très riches en neutrons ou en protons a révélé la possibilité de formation de halos nucléaires [Tan85], mais aussi des évolutions inattendues de la structure en couche avec le degré de liberté d'isospin [Sor08]. Dans le même temps, l'utilisation de faisceaux stables pour les études spectroscopiques et de mécanisme de réaction continue. Par exemple, l'étude des noyaux présentant une coexistence de formes (allongée et aplatie) [Goe05], de la fission [Sch00], des résonances géantes [You04a, Hun04, Hun07, Nay09] continuent de livrer des informations précieuses sur les comportements collectifs des noyaux. Les études de synthèse [Hof00, Arm00, Ack07, Oga07] et de spectroscopie [Her04, Lei04, Her08] des éléments très lourds (transfermiums et superlourds) permettent aussi de sonder l'évolution de la stabilité et la structure des noyaux le long d'un autre degré de liberté : le nombre total de nucléons.

D'un point de vue théorique, une description microscopique et quantique de la structure et des réactions nucléaires est nécessaire à l'interprétation des nombreux phénomènes rencontrés en physique nucléaire. Cependant, une telle description complète demeure encore un problème ouvert. En effet, elle se heurte à des difficultés considérables. Tout d'abord, les nucléons sont eux-mêmes des entités composites. L'élaboration d'une interaction nucléon-nucléon à partir de ses constituants élémentaires, les quarks et les gluons, est encore aujourd'hui hors de portée. La nécessité d'une répulsion à courte portée ainsi que la prise en compte d'une composante à trois corps voire plus rend leur construction et leur implémentation très compliquée. De plus, une description du noyau repose sur le traitement du problème à  $N$  corps quantique. La modélisation *ab initio* des noyaux à partir d'une interaction nucléon-nucléon donnée se heurte alors rapidement à des limitations théoriques et numériques du fait des nombreux degrés de liberté à traiter. Une modélisation adéquate (microscopique et quantique) à reproduire les phénomènes nucléaires de basse énergie, incluant la description des états fondamentaux des noyaux, des modes collectifs de petite et grande amplitude, ainsi que la description des réactions nucléaires sur un pied d'égalité, n'est pas encore bien établie. Les approximations faites pour le traitement des systèmes nucléaires permettent ainsi difficilement des interpolations

dans les régions inconnues de la table de masse.

Pour les noyaux moyens à lourds, la modélisation la plus aboutie permettant à la fois la description de la structure et de la dynamique nucléaire est la méthode de la densité fonctionnelle d'énergie, aussi appelée méthode du champ moyen auto-cohérent [Ben03]. Basée sur des fonctionnelles d'énergie empiriques (par exemple de Skyrme [Sky56] ou de Gogny [Dec80]), elle permet une description microscopique des mouvements collectifs des nucléons au sein du noyau et lors de réactions nucléaires.

L'objet de ce manuscrit est d'explorer certains aspects des phénomènes collectifs rencontrés dans la dynamique nucléaire. La première partie de ce manuscrit présentera le formalisme de la densité fonctionnelle d'énergie dépendant du temps (TDEDF), en insistant sur l'inclusion de l'appariement nucléaire [Rin80, Bla86, Ben03]. La prise en compte de la superfluidité nucléaire est très importante pour la description de la structure des noyaux à couche ouverte. Nous proposerons ainsi une des premières implémentations du formalisme de la densité fonctionnelle d'énergie dépendante du temps (aboutissant à la résolution des équations Hartree-Fock-Bogoliubov dépendantes du temps) permettant de traiter la dynamique des noyaux appariés. Cette dernière sera cependant limitée à la description d'un unique noyau en symétrie sphérique [Ave08]. Nous présenterons aussi une implémentation ne prenant pas en compte l'appariement nucléaire, mais permettant de décrire des collisions de noyaux, et qui a été réalisée par P. Bonche *et al.* [Kim97].

La seconde partie de ce manuscrit sera dédiée à l'étude de certains modes collectifs du noyau à l'aide du formalisme TDEDF. Tout d'abord, nous étudierons certaines propriétés de la résonance géante monopolaire isoscalaire dans des noyaux à (sous-)couche fermée. Cette dernière donne des informations cruciales sur la compressibilité de la matière nucléaire [Bla76]. Son évolution avec l'isospin et la masse des noyaux est d'un intérêt majeur pour contraindre les modèles. On discutera en particulier les propriétés de structure et de décroissance par émission de nucléons de cette résonance géante. Elles sont en effet très variables d'un noyau à l'autre, et pourraient aider à construire des modèles plus fins et plus prédictifs pour ce type d'excitations collectives. Nous nous focaliserons enfin sur des modes spécifiquement créés par les corrélations d'appariement : les vibrations d'appariement [Bès66, Bro73, Boh75]. On explorera ce mode de vibrations tant dans le régime des basses énergies que celui des plus hautes énergies. L'effet des paramétrisations des densités fonctionnelles d'énergie, en particulier leur partie liée à l'appariement -généralement ajustée de manière empirique-, sera discuté.

Dans une troisième partie, nous nous pencherons sur la fusion de systèmes lourds quasi-symétriques. Mise en commun des nucléons des deux partenaires de collision, les mécanismes de fusion pour ces systèmes, sujets au phénomène de suppression de la fusion [Sch91], sont particulièrement sensibles aux couplages entre degrés de liberté collectifs et mouvements individuels des nucléons. Nous illustrerons ce phénomène au moyen du formalisme TDEDF à l'approximation d'appariement nul (Har-

tree Fock dépendant du temps) pour les collisions [Kim97]. Nous entrerons enfin dans le vif de cette troisième partie, dédiée à la mise en œuvre expérimentale de la fusion par voie symétrique, dont l'étude est d'un intérêt majeur en vue de l'utilisation des faisceaux très intenses de noyaux riches en neutrons, prochainement disponibles avec Spiral2 au GANIL. Cette expérience de fusion du  $^{260}\text{Rf}^*$  à partir des noyaux  $^{124}\text{Sn}$  et  $^{136}\text{Xe}$  a eu lieu à Ganil en Novembre 2008, et a pour but principal l'étude de la faisabilité d'expériences de synthèse de noyaux superlourds par voie symétrique.



Première partie

Formalisme



# Approche microscopique de la dynamique nucléaire

---

## 1.1 Introduction

Les noyaux atomiques sont des systèmes auto-organisés à nombre fini de constituants. Leur aptitude à s'exciter et se désexciter de diverses façons, ainsi que la complexité des réactions nucléaires sont autant de manifestations de leur nature quantique et composite. Il est donc nécessaire autant que faire se peut de les modéliser par des approches microscopiques. Cependant, la résolution du problème à  $N$  corps quantique est très complexe à mettre en œuvre, et nécessite, en l'absence de simplifications découlant de principes premiers, d'avoir recours à des approximations ou à des approches phénoménologiques. Nous allons, dans ce chapitre, énoncer le formalisme de la densité fonctionnelle d'énergie dépendante du temps (TD EDF) qui nous permettra de modéliser la dynamique nucléaire. S'inspirant à la fois du formalisme de champ moyen [Har28, Foc30, Dir30] et de la théorie de la fonctionnelle de la densité [Hoh64, Koh65, Run84], les méthodes basées sur la densité fonctionnelle d'énergie sont, en physique nucléaire, sujettes à d'intenses recherches afin de faire le lien entre des principes premiers de la mécanique quantique et leurs applications effectives. Bien que la formulation actuelle de ces méthodes relève de la phénoménologie, leurs succès les rendent extrêmement attrayantes. Nous allons en énoncer les ingrédients.

L'approche TD EDF est quantique et microscopique, c'est à dire que les degrés de liberté considérés sont les degrés de liberté nucléoniques du noyau, traités comme des particules quantiques sans structure interne. Un tel traitement est nécessaire à la reproduction de la structure en couche des noyaux [May48, May49]. L'approche TD EDF permet aussi de tenir compte des aspects de déformation et d'appariement, qui sont importants pour la reproduction des caractéristiques rotationnelles, vibrationnelles et superfluides des noyaux [Boh75, Rin80]. Initialement développé en lien avec des fonctionnelles de Skyrme [Sky56, Vau72] puis de Gogny [Dec80], ce formalisme est aujourd'hui identifié comme étant le modèle théorique le plus général pour reproduire les propriétés de structure des noyaux en physique nucléaire de basse énergie. En effet, son application est possible sur une grande partie des systèmes nucléaires, permettant la description des noyaux mi-lourds jusqu'aux noyaux superlourds en passant par les étoiles à neutrons, avec un jeu de paramètres restreint et identique quelque soit le système étudié [Ben03, Hil07]. Il est enfin applicable à l'étude des réactions de basse énergie,

où la nature quantique des nucléons est dominante [Neg82, Bon00]. En effet, les récents progrès des unités de calculs ont permis des applications réalistes aux réactions de fusion [Kim97, Uma05, Uma06, Uma08, Sim08a, Was08], en négligeant cependant les effets d'appariement nucléaire. La prise en compte de ces effets de manière réaliste commence seulement à être possible pour l'étude des vibrations nucléaires [Has07, Ave08].

C'est ce formalisme TDEDF incluant l'appariement nucléaire (dynamique nucléaire superfluide) que l'on se propose d'introduire dans ce chapitre. Afin de mettre en exergue la philosophie de ce formalisme, on décrira d'abord ses principes. Le formalisme lui-même sera ensuite exposé, avant d'aborder sa mise en œuvre pratique du point de vue de la fonctionnelle utilisée et de l'implémentation numérique. On étudiera également la limite d'appariement nul (dynamique « normale ») de son implémentation afin de traiter les collisions nucléaires.

## 1.2 Stratégie de l'approche

### 1.2.1 Approche variationnelle de la mécanique quantique

La modélisation quantique de la dynamique non relativiste d'un système initialement dans un état pur repose sur l'équation de Schrödinger dépendante du temps :

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\Psi\rangle = \hat{H} |\Psi\rangle, \quad (1.1)$$

où  $|\Psi\rangle$  est la fonction d'onde et  $\hat{H}$  le Hamiltonien du système nucléaire considéré. Cette équation peut s'écrire de manière variationnelle. En effet, en considérant l'action :

$$S = \int_{t_0}^{t_f} dt \langle \Psi(t) | i\hbar \frac{\partial}{\partial t} - \hat{H} | \Psi(t) \rangle, \quad (1.2)$$

on peut montrer que toute solution de l'équation de Schrödinger peut s'obtenir en recherchant les solutions  $|\Psi(t)\rangle$  ( $t_i < t < t_f$ ) normées de l'espace de Hilbert pour lesquelles l'action  $S$  est stationnaire. La condition de stationnarité s'écrit alors  $\delta S = 0$ , avec les conditions aux limites  $|\Psi(t_i)\rangle$  et  $|\Psi(t_f)\rangle$  fixées. Dans le cas où l'on s'intéresse à l'état fondamental du système, d'énergie  $E_0$ , ce principe variationnel se réduit au principe de minimisation de Ritz :

$$E_0 = \min_{\{|\Psi\rangle\}} \langle \Psi | \hat{H} | \Psi \rangle. \quad (1.3)$$

Ces méthodes variationnelles sont très puissantes pour construire des schémas d'approximations pour la modélisation de systèmes quantiques. En effet, la recherche par calcul aux variations des solutions dans un sous-espace restreint de l'espace de Hilbert (fonctions d'onde d'essai) permet d'approximer la structure et la dynamique des systèmes quantiques, et a donné notamment naissance aux modèles de champ moyen que nous allons rappeler dans la section suivante.

### 1.2.2 Problématique et philosophie de l'approche

#### Approche historique : champ moyen et au delà

Comme nous l'avons évoqué précédemment, les approches variationnelles ont été à l'origine des développements des théories de champ moyen (voir [Rin80, Bla86]). Ces théories reposent sur une approximation de la fonction d'onde à N corps du noyau par des états de particules indépendantes, et aboutit aux formalismes Hartree-Fock (HF) et Hartree-Fock dépendant du temps (TDHF).

Tout en restant à ce niveau d'approximation, le principe variationnel nous permet d'autoriser le système à briser les symétries du Hamiltonien initial afin d'obtenir une meilleure approximation de l'énergie de l'état fondamental du système. Cela permet ainsi d'inclure des corrélations collectives dites « statiques » induites par le Hamiltonien à plusieurs corps en restant dans un formalisme très simple à appliquer [Rin80]. Cela consiste, par exemple, à autoriser la brisure de l'invariance par rotation afin de prendre en compte des corrélations multipolaires, ou alors à utiliser le formalisme Hartree-Fock-Bogoliubov permettant de traiter des systèmes appariés via la brisure de la symétrie de jauge associée au nombre de particules. La possibilité de restaurer ces symétries en superposant des états dont la phase de la symétrie brisée diffère permet dans un second temps de travailler avec une fonction d'onde ayant les bons nombres quantiques attendus (méthodes de projection). Plus généralement, l'incorporation de fluctuations de l'amplitude de la symétrie brisée par l'intermédiaire de superpositions d'états (qu'on appelle configurations) permet également dans une seconde procédure variationnelle de prendre en compte des corrélations collectives « dynamiques ». C'est l'essence de la méthode des coordonnées génératrices [Hil53, Rin80], qui est une des méthodes dites « au delà du champ moyen ».

Cette approche à deux niveaux (champ moyen puis au-delà), constitue l'approche historique du formalisme de la densité fonctionnelle d'énergie.

#### Problématique en physique nucléaire

Cependant, en physique nucléaire, l'interaction nucléon-nucléon nue est complexe, en particulier du fait de la nature composite des neutrons et des protons. Par exemple, certains termes de l'interaction nucléon-nucléon contiennent une répulsion forte à courte portée (appelée traditionnellement le « cœur dur » de la force). Cela rend aussi nécessaire l'inclusion de termes à trois corps, voire plus, de l'interaction entre nucléons, qui constitue un véritable défi pour la description du noyau.

Les caractéristiques des interactions entre nucléons s'adaptent, de fait, difficilement à un traitement en champ moyen. Des méthodes ont alors été développées, comme les méthodes de Brueckner-Hartree-Fock [Bru55, Bet56] (BHF) ou les méthodes d'opérateur corrélateur unitaire [Fel98, Nef03] (UCOM), afin de traiter les corrélations répulsives à courte portée de l'interaction nucléon-nucléon. On peut aussi citer la méthode du groupe de renormalisation (aboutissant aux interactions « douces »  $V_{low-k}$  [Bog03]), qui permettent de s'affranchir du cœur répulsif de l'inter-

action. Cependant, ces méthodes permettent difficilement des applications réalistes à grande échelle, en particulier de la description de la dynamique des noyaux.

### Philosophie de l'approche fonctionnelle

L'approche que nous allons aborder se détache strictement de ce type de formulation Hamiltonienne. Elle est fondée sur une approche fonctionnelle de l'énergie. Cette approche a été historiquement appréhendée par un formalisme de champ moyen utilisant des interactions *effectives* [Sky56, Dec80], où une partie des corrélations, notamment les corrélations à courte portée, sont incorporées lors de l'ajustement pour permettre une approche en champ moyen.

Récemment, une reformulation de ce formalisme a vu le jour partant d'une approche fonctionnelle d'énergie plutôt que d'une interaction effective. Cette reformulation reflète des analogies importantes avec la théorie de la fonctionnelle de la densité (DFT). Cette dernière, méthode *ab initio* découlant de principes premiers [Hoh64, Koh65, Run84, vL99], est utilisée de manière extensive en matière condensée et chimie théorique pour la résolution de problèmes de structure électronique, ainsi que son extension dépendante du temps (TDDFT) pour les études d'excitations et de transport électroniques. Elle permet, en principe, le calcul exact des densités locales à un corps de ces systèmes par l'intermédiaire de fonctions d'onde de particules indépendantes évoluant dans des potentiels à un corps auto-cohérents, dérivés à partir d'une fonctionnelle d'énergie. Le lien existant entre le formalisme (TD)EDF que nous allons exposer et la théorie (TD)DFT n'est qu'une analogie [Eng07]. Des recherches intenses ont lieu afin de trouver un possible lien formel entre ces méthodes permettant de garder les spécificités des systèmes nucléaires [Lac09, Ben09, Dug09]. Tout d'abord, les noyaux sont auto-liés, contrairement aux systèmes électroniques qui sont plongés dans le potentiel coulombien des noyaux, et où la résolution du problème à N corps électronique intervient comme un raffinement -certes nécessaire- du modèle<sup>1</sup>. De plus, il est tentant de conserver la possibilité d'exploiter au maximum le concept de brisure de symétrie<sup>2</sup> (et possible restauration, non abordée dans ce manuscrit), nécessaire à la description de l'appariement, des déformations, et d'un apport énorme dans la compréhension des variables collectives à l'œuvre dans les études de la structure et de la dynamique nucléaire.

## 1.3 Formalisme de la densité fonctionnelle d'énergie dépendant du temps

Nous allons donc aborder le formalisme de la densité fonctionnelle d'énergie dépendante du temps dans sa formulation incluant l'appariement nucléaire. En effet, depuis l'analogie suggérée par Bohr, Mottelson et Pines [Boh58] du spectre d'excitations nucléaires avec celui des métaux supraconducteurs, de nombreuses observa-

---

1. La DFT pour les systèmes auto-liés a cependant récemment été démontrée [Mes09].

2. notion qui n'entre pas dans le cadre de la DFT traditionnelle.

tions ont confirmé le caractère superfluide du noyau atomique. On peut citer, entre autres, les oscillations de masses entre noyaux pairs et impairs, mais aussi le phénomène de rebroussement (« backbending ») des spectres d'excitations rotationnelles des noyaux pairs. Ce dernier est dû à l'existence de paires de Cooper de nucléons favorisant, à bas spin, des moments d'inertie faibles ne survivant pas aux spins élevés. L'origine de la superfluidité nucléaire est cependant encore mal connue, et fait l'objet aujourd'hui d'intenses recherches [Pas08, Les09, Her09].

Ce phénomène d'appariement nucléaire est traité de manière analogue à la supraconductivité en matière condensée par la théorie de Bardeen-Cooper-Schrieffer [Coo56, Bar57] (BCS), ou par sa généralisation énoncée par Bogoliubov et Valatin [Bog58, Val58]. C'est cette dernière que l'on utilisera dans ce manuscrit. Elle aboutit aux équations Hartree-Fock-Bogoliubov (HFB) pour les cas stationnaires et HFB dépendant du temps (TDHFB) pour la dynamique<sup>3</sup>. Notons que dans les cas de systèmes non superfluides (par exemple les noyaux doublement magiques), ces équations se ramènent aux équations Hartree-Fock et Hartree-Fock dépendant du temps.

### 1.3.1 Modélisation de la dynamique nucléaire

#### Formulation fonctionnelle

Dans le formalisme de la densité fonctionnelle d'énergie, la valeur moyenne du Hamiltonien nucléaire, l'énergie du système, est remplacée par une fonctionnelle  $\mathcal{E}[\rho, \kappa, \kappa^*]$  de la densité à un corps  $\rho$  et du tenseur d'appariement  $\kappa$  :

$$\rho_{ij} = \langle \phi | \hat{a}_j^\dagger \hat{a}_i | \phi \rangle, \quad \kappa_{ij} = \langle \phi | \hat{a}_j \hat{a}_i | \phi \rangle, \quad (1.4)$$

où les opérateurs  $\{\hat{a}^\dagger, \hat{a}\}$  sont des opérateurs créateurs et annihilateurs de fermions (imposant les relations  $\rho^\dagger = \rho$  et  $\kappa^t = -\kappa$  où «  $\dagger$  » et «  $t$  » définissent respectivement le conjugué Hermitique et la transposée). Ces valeurs moyennes sont calculées par l'intermédiaire d'un vecteur d'état auxiliaire  $|\phi\rangle$  qui est un vide de quasiparticules dans la formulation (TD)HFB et qui sera explicité par la suite.

Pour la recherche des états fondamentaux, le principe variationnel revient à la minimisation de la fonctionnelle  $\mathcal{E}$  :

$$E_0 = \min_{\phi} (\mathcal{E}[\rho, \kappa, \kappa^*]), \quad (1.5)$$

et pour la dynamique, à rendre stationnaire l'action<sup>4</sup> :

$$\delta S = \delta \int_{t_0}^{t_f} \left( \langle \phi(t) | i\hbar \frac{\partial}{\partial t} | \phi(t) \rangle - \mathcal{E}[\rho(t), \kappa(t), \kappa^*(t)] \right) dt = 0. \quad (1.6)$$

3. Bien que les méthodes basées sur les formalismes HF(B) soient *stricto-sensu* des méthodes de type champ moyen basées sur une formulation Hamiltonienne, nous utiliserons ces appellations historiques pour désigner les formalismes correspondants en formulation fonctionnelle.

4. On pourra noter l'importance plus grande accordée à l'état auxiliaire du à la dérivée temporelle.

On désire alors obtenir les équations d'évolution des matrices  $\rho(t)$  et  $\kappa(t)$ , suffisantes pour calculer l'évolution des observables « à un corps généralisées » qui s'écrivent :

$$\hat{O} = \sum_{ij} \left( \mathcal{O}_{ij} \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_j + \frac{1}{2} \left( \tilde{\mathcal{O}}_{ij}^* \hat{a}_i \hat{a}_j - \tilde{\mathcal{O}}_{ij} \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_j^\dagger \right) \right), \quad (1.7)$$

avec  $\mathcal{O}$  hermitique et  $\tilde{\mathcal{O}}$  antisymétrique. Leurs valeurs moyennes s'écrivent alors :

$$\langle \hat{O} \rangle(t) = \text{Tr} \left( \mathcal{O} \rho(t) + \frac{1}{2} \left( \tilde{\mathcal{O}}^* \kappa(t) + \tilde{\mathcal{O}} \kappa^*(t) \right) \right). \quad (1.8)$$

### Forme de la fonctionnelle

Les fonctionnelles d'énergie utilisées ont le plus souvent été construites à partir de Hamiltoniens effectifs (au minimum à 2 corps et dépendant du milieu). Une telle fonctionnelle prend généralement la forme :

$$\mathcal{E} = \sum_{ij} t_{ij} \rho_{ji} + \frac{1}{2} \sum_{ijkl} \bar{v}_{ijkl}^{\rho\rho} [\rho] \rho_{ji} \rho_{lk} + \frac{1}{4} \sum_{ijkl} \bar{v}_{ijkl}^{\kappa\kappa} [\rho] \kappa_{ij}^* \kappa_{kl}, \quad (1.9)$$

où  $t_{ij}$  est le terme d'énergie cinétique, et où  $\bar{v}_{ijkl}^{\rho\rho}$  et  $\bar{v}_{ijkl}^{\kappa\kappa}$  sont des vertex effectifs, gouvernant respectivement les propriétés normales et superfluides du système nucléaire. En pratique, ces vertex sont dépendants du milieu. En particulier, la dépendance en densité du vertex  $\bar{v}^{\rho\rho}$  permet de reproduire les propriétés de saturation de la matière nucléaire. Leurs formes et leurs intensités sont ajustées sur certaines propriétés de la matière nucléaire infinie et sur certaines propriétés de noyaux bien connus expérimentalement. On abordera plus précisément la forme de la fonctionnelle de Skyrme dans la partie 1.4.

### Choix des états auxiliaires

Dans le formalisme (TD)HFB, l'état auxiliaire  $|\phi\rangle$  est un vide pour un jeu d'opérateurs de création et d'annihilation de quasiparticules fermioniques  $\{\hat{\beta}^\dagger, \hat{\beta}\}$ , c'est à dire un vecteur d'état  $|\phi\rangle = |0_\beta\rangle$  tel que :

$$\forall i, \hat{\beta}_i |0_\beta\rangle = 0, \quad (1.10)$$

où les opérateurs de quasiparticules  $\{\hat{\beta}^\dagger, \hat{\beta}\}$  sont obtenus par combinaison linéaires d'opérateurs d'une base de Fock respectant les lois d'anticommutation canoniques. Cette transformation, appelée transformation de Bogoliubov [Bog58], peut s'exprimer dans une base quelconque  $\{\hat{a}^\dagger, \hat{a}\}$  d'opérateurs de particules (ou de quasiparticules) :

$$\hat{\beta}_i = \sum_j \left( U_{ji}^* \hat{a}_j + V_{ji}^* \hat{a}_j^\dagger \right), \quad (1.11)$$

$$\hat{\beta}_i^\dagger = \sum_j \left( U_{ji} \hat{a}_j^\dagger + V_{ji} \hat{a}_j \right), \quad (1.12)$$



qu'il est fréquent d'écrire sous la forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} \hat{\beta} \\ \hat{\beta}^\dagger \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U^\dagger & V^\dagger \\ V^T & U^T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{a} \\ \hat{a}^\dagger \end{pmatrix} = \mathcal{W} \begin{pmatrix} \hat{a} \\ \hat{a}^\dagger \end{pmatrix}. \quad (1.13)$$

La matrice de transformation  $\mathcal{W}$  est contrainte par les relations d'anticommutation canoniques des opérateurs  $\{\hat{\beta}^\dagger, \hat{\beta}\}$ . En particulier, elle obéit à :

$$\begin{aligned} \mathcal{W}\mathcal{W}^\dagger &= \mathcal{W}^\dagger\mathcal{W} = \delta \quad \text{et} \quad \mathcal{W}\sigma\mathcal{W}^t = \sigma, \\ \text{avec } \delta &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \sigma = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (1.14)$$

On pourra se référer, pour une caractérisation plus complète de ces transformations, à l'annexe A.3. On peut montrer que les vides de Bogoliubov sont entièrement déterminés par leur matrice densité généralisée  $\mathcal{R}$  :

$$\mathcal{R} = \begin{pmatrix} \rho & \kappa \\ -\kappa^* & 1 - \rho^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V^*V^t & V^*U^t \\ U^*V^t & U^*U^t \end{pmatrix}, \quad (1.15)$$

qui a alors les propriétés :

$$\mathcal{R}^2 = \mathcal{R}, \quad \mathcal{R}^\dagger = \mathcal{R} \quad \text{et} \quad \sigma\mathcal{R}\sigma = \delta - \mathcal{R}^* \quad (1.16)$$

et qui contient toute l'information permettant de calculer les observables à un corps généralisées (voir Eq. (1.7)). En vertu de l'hermiticité de  $\rho$  et de l'antisymétrie de  $\kappa$ , le jeu de paramètres indépendants nécessaires à la description complète de  $\mathcal{R}$  se résume à :

$$\{\rho_{ij}, \kappa_{ij}, \rho_{ij}^*, \kappa_{ij}^*; \forall i > j\} \quad \text{et} \quad \{\rho_{ii}; \forall i\}. \quad (1.17)$$

Nous montrons maintenant que les états vides de quasiparticules (1.10) permettent de traiter la superfluidité nucléaire. En effet, en vertu du théorème de Zumino-Bloch-Messiah [Zum62, Blo62], on peut montrer qu'un tel vide peut s'écrire, dans une base de particules appelée base *canonique*  $\{\hat{c}^\dagger, \hat{c}\}$ , sous la forme (dans le cas de noyaux pairs-pairs, qui seront les seuls considérés dans ce mémoire) :

$$|0_\beta\rangle = \prod_p \left( u_p + v_p \hat{c}_p^\dagger \hat{c}_{\bar{p}}^\dagger \right) |-\rangle, \quad (1.18)$$

où  $|-\rangle$  est le vide de particule, et où les états  $\{p, \bar{p}\}$  sont les états appariés. Le vide de Bogoliubov prend alors la forme d'une fonction d'onde BCS [Bar57, Rin80], traitant des nucléons appariés deux à deux. L'application de l'opérateur  $(u_p + v_p \hat{c}_p^\dagger \hat{c}_{\bar{p}}^\dagger)$  crée une paire de nucléons appelée paire de Cooper. Cependant, contrairement à la théorie BCS, les états  $\{p, \bar{p}\}$  ne sont pas choisis *a priori*<sup>5</sup>, ce qui rend la transformation de Bogoliubov plus générale vis à vis du formalisme BCS.

5. Le formalisme BCS suppose des paires de nucléons appariés qui sont renversés du temps l'un de l'autre, ce qui constitue une limitation, surtout pour le cas d'études dynamiques.

On peut remarquer que la fonction d'onde  $|0_\beta\rangle$  n'est pas état propre de l'opérateur nombre de particules (neutrons  $\hat{N}$  ou protons  $\hat{Z}$ ). Il est alors nécessaire, lors de la procédure de minimisation de  $\mathcal{E}[\mathcal{R}]$ , de contraindre les nombres de neutrons et de protons à avoir, *en moyenne*, les valeurs  $N_0$  et  $Z_0$  du système considéré. Ceci est rendu possible en ajoutant à la fonctionnelle des contraintes de Lagrange :

$$\bar{\mathcal{E}}[\mathcal{R}] = \mathcal{E}[\mathcal{R}] - \lambda_n \text{Tr}(\rho_n) - \lambda_p \text{Tr}(\rho_p). \quad (1.19)$$

La procédure de minimisation se fait alors en imposant  $\text{Tr}(\rho_n) = N_0$  et  $\text{Tr}(\rho_p) = Z_0$ . Les paramètres de Lagrange  $\lambda_q$  sont alors considérés comme des potentiels chimiques pour chaque espèce d'isospin :

$$\lambda_n = \left. \frac{\partial \mathcal{E}[\mathcal{R}]}{\partial N} \right|_{N=N_0} \quad \text{et} \quad \lambda_p = \left. \frac{\partial \mathcal{E}[\mathcal{R}]}{\partial Z} \right|_{Z=Z_0}. \quad (1.20)$$

Il s'agit de la quantité d'énergie nécessaire, en première approximation, pour ajouter ou retirer un nucléon ( $n$  ou  $p$ ).

### 1.3.2 Equations Hartree-Fock-Bogoliubov

L'intérêt de tels états auxiliaires réside dans l'existence d'un groupe continu de transformations permettant de passer d'un vide de quasiparticules  $|0_\beta\rangle$  à un autre  $|0_\gamma\rangle$ . Comme démontré dans l'annexe A (section A.3), ces transformations peuvent s'écrire :

$$|0_\gamma\rangle = \exp \left( -\frac{i}{2} \sum_{i,j} Y_{ij} \hat{\alpha}_i^\dagger \hat{\alpha}_j \right) |0_\beta\rangle, \quad (1.21)$$

où la matrice  $Y$  prend la forme :

$$Y = \begin{pmatrix} Z & X \\ -X^* & -Z^* \end{pmatrix} \quad \text{avec} \quad Z^\dagger = Z \quad \text{et} \quad X^t = -X, \quad (1.22)$$

et où les  $2N$  opérateurs fermioniques  $\hat{\alpha}_i^\dagger$  (et leur conjugués hermitiques  $\hat{\alpha}_i$ ) s'écrivent, en se plaçant dans une base d'opérateurs de particules de dimension  $N$  :

$$\hat{\alpha}_i^\dagger = \begin{cases} \hat{a}_i^\dagger & \text{si } 1 \leq i \leq N, \\ \hat{a}_i & \text{si } N+1 \leq i \leq 2N. \end{cases} \quad (1.23)$$

En particulier, la valeur moyenne de  $\hat{\alpha}_i^\dagger \hat{\alpha}_j$  sur un vide de Bogoliubov est reliée à la matrice densité généralisée de ce dernier par la relation  $\langle \hat{\alpha}_i^\dagger \hat{\alpha}_j \rangle = \mathcal{R}_{ji}$ .

Cette transformation de Bogoliubov prend ainsi la forme d'une rotation de paramètre  $Y$  dans l'espace des vides de Bogoliubov. Elle va permettre d'explorer l'espace des vides de quasiparticules afin de trouver le minimum de la fonctionnelle  $\bar{\mathcal{E}}[\mathcal{R}]$ . En supposant que la condition de minimum soit obtenue pour un vide  $|0_\beta\rangle$ , on a alors la propriété que toute variation infinitésimale autour de ce vide (restant un vide de quasiparticules) doit avoir un effet nul au premier ordre sur l'énergie.

Une variation infinitésimale conservant ces propriétés s'écrit selon l'équation (1.21)  $|0_\gamma\rangle = \left(1 - \frac{i}{2} \sum_{i,j} \delta Y_{ij} \hat{\alpha}_i^\dagger \hat{\alpha}_j\right) |0_\beta\rangle$ , et a pour effet au premier ordre en  $\delta Y$  sur la matrice densité généralisée (voir équation (A.37) de l'annexe A.4) :

$$\mathcal{R}' = \mathcal{R} + \delta\mathcal{R} = \mathcal{R} + i [\delta Y, \mathcal{R}]. \quad (1.24)$$

Cela induit sur la fonctionnelle d'énergie la variation  $\delta\bar{\mathcal{E}}[\mathcal{R}] = \bar{\mathcal{E}}[\mathcal{R} + \delta\mathcal{R}] - \bar{\mathcal{E}}[\mathcal{R}]$  :

$$\delta\bar{\mathcal{E}} = \sum_{i>j} \left( \frac{\delta\bar{\mathcal{E}}}{\delta\rho_{ji}} \delta\rho_{ji} + \frac{\delta\bar{\mathcal{E}}}{\delta\rho_{ji}^*} \delta\rho_{ji}^* + \frac{\delta\bar{\mathcal{E}}}{\delta\kappa_{ji}} \delta\kappa_{ji} + \frac{\delta\bar{\mathcal{E}}}{\delta\kappa_{ji}^*} \delta\kappa_{ji}^* \right) + \sum_i \frac{\delta\bar{\mathcal{E}}}{\delta\rho_{ii}} \delta\rho_{ii} \quad (1.25)$$

où la dérivation fonctionnelle a été faite en utilisant uniquement les paramètres indépendants de  $\mathcal{R}$  (voir Eq. (1.17)). En réécrivant ces variations avec la matrice densité généralisée, l'équation précédente devient :

$$\delta\bar{\mathcal{E}} = \frac{1}{2} \sum_{ij} \frac{\delta\bar{\mathcal{E}}[\mathcal{R}]}{\delta\mathcal{R}_{ji}} \delta\mathcal{R}_{ji} = \frac{i}{2} \text{Tr}(\delta Y [\mathcal{H}, \mathcal{R}]) \quad \text{avec} \quad \mathcal{H}_{ij} = \frac{\delta\bar{\mathcal{E}}[\mathcal{R}]}{\delta\mathcal{R}_{ji}}, \quad (1.26)$$

où le facteur  $\frac{1}{2}$  vient du double comptage des paramètres indépendants de  $\mathcal{R}$  dans la dérivation fonctionnelle et où l'invariance cyclique de la trace a été utilisée. La matrice  $\mathcal{H}$ , appelée Hamiltonien de Bogoliubov, s'écrit plus précisément :

$$\mathcal{H} = \begin{pmatrix} h - \lambda & \Delta \\ -\Delta^* & -h^* + \lambda \end{pmatrix} \quad (1.27)$$

où  $h$  est le hamiltonien à un corps parfois appelé hamiltonien Hartree-Fock, et où  $\Delta$  est le champ d'appariement, qui s'écrivent :

$$h_{ij} = \frac{\delta\bar{\mathcal{E}}[\mathcal{R}]}{\delta\rho_{ji}} = h_{ji}^*, \quad \Delta_{ij} = \frac{\delta\bar{\mathcal{E}}[\mathcal{R}]}{\delta\kappa_{ij}^*} = -\Delta_{ji}, \quad (1.28)$$

$$h_{ij}^* = \frac{\delta\bar{\mathcal{E}}[\mathcal{R}]}{\delta\rho_{ji}^*} = h_{ji}, \quad \Delta_{ij}^* = \frac{\delta\bar{\mathcal{E}}[\mathcal{R}]}{\delta\kappa_{ij}} = -\Delta_{ji}^*. \quad (1.29)$$

Finalement, l'arbitraire laissé par les variations de  $\delta Y$  dans l'Eq. (1.26) nous permet d'obtenir la condition de stationnarité de l'énergie autour de son état fondamental :

$$[\mathcal{H}, \mathcal{R}] = 0, \quad (1.30)$$

qui constitue l'équation de Hartree-Fock-Bogoliubov. La diagonalisation de  $\mathcal{R}$  et  $\mathcal{H}$  dans la même base nous donne alors la solution du problème HFB. En remarquant que, en vertu des relations (1.14) et (1.15), on a :

$$\mathcal{R}\mathcal{W}^\dagger = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \mathcal{W}^\dagger, \quad (1.31)$$

on en déduit que les vecteurs propres de  $\mathcal{R}$ , de valeurs propres 0 ou 1, sont les vecteurs colonnes de  $\mathcal{W}^\dagger$ , que l'on appellera par la suite fonctions d'onde de quasiparticules, avec :

$$\mathcal{R} \begin{pmatrix} U \\ V \end{pmatrix}_\mu = 0 \quad \text{et} \quad \mathcal{R} \begin{pmatrix} V^* \\ U^* \end{pmatrix}_\mu = \begin{pmatrix} V^* \\ U^* \end{pmatrix}_\mu. \quad (1.32)$$

La résolution de l'équation (1.30) se réduit alors, dans la base diagonalisant à la fois  $\mathcal{R}$  et  $\mathcal{H}$ , au problème aux valeurs propres :

$$\begin{pmatrix} h - \lambda & \Delta \\ -\Delta^* & -h^* + \lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U \\ V \end{pmatrix}_\mu = E_\mu \begin{pmatrix} U \\ V \end{pmatrix}_\mu, \quad (1.33)$$

$$\begin{pmatrix} h - \lambda & \Delta \\ -\Delta^* & -h^* + \lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V^* \\ U^* \end{pmatrix}_\mu = -E_\mu \begin{pmatrix} V^* \\ U^* \end{pmatrix}_\mu. \quad (1.34)$$

Ces deux équations sont équivalentes. Un état fondamental lié devant avoir une extension finie, on peut enfin montrer [Dob84] que la résolution des équations (1.33) avec  $E_\mu \geq 0$  est suffisante pour résoudre le problème HFB complet et avoir les bonnes conditions d'extension finie pour les noyaux dans leur état fondamental.

### 1.3.3 Equation Hartree-Fock-Bogoliubov dépendante du temps

La généralisation de ce formalisme au cas hors équilibre repose quant à lui sur le principe d'action stationnaire (1.6). Avec la même procédure que précédemment, on utilise la variation au premier ordre de la « trajectoire »

$$|0_\gamma(t)\rangle = \left( 1 - \frac{i}{2} \sum_{i,j} \delta Y_{ij}(t) \hat{\alpha}_i^\dagger \hat{\alpha}_j \right) |0_\beta(t)\rangle \quad (1.35)$$

autour de la solution  $|0_\beta(t)\rangle$  du problème, complétée par les conditions aux limites  $\delta Y(t_i) = \delta Y(t_f) = 0$ . En utilisant la relation (1.26), et en utilisant la relation pour le terme de dérivation temporelle (voir équation (A.38) de l'annexe A.4)

$$\int_{t_i}^{t_f} \langle 0_\gamma(t) | i\hbar \frac{\partial}{\partial t} | 0_\gamma(t) \rangle dt = \int_{t_i}^{t_f} \left[ \langle 0_\beta(t) | i\hbar \frac{\partial}{\partial t} | 0_\beta(t) \rangle + \frac{-\hbar}{2} \text{Tr} \left( \delta Y \frac{\partial \mathcal{R}}{\partial t} \right) \right] dt, \quad (1.36)$$

la variation sur la fonctionnelle d'action  $\delta S = S[\delta Y(t)] - S[0]$  devient :

$$\delta S = \frac{i}{2} \int_{t_i}^{t_f} \text{Tr} \left[ \delta Y(t) \left( i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \mathcal{R} - [\mathcal{H}, \mathcal{R}] \right) \right] dt. \quad (1.37)$$

L'arbitraire laissé dans le choix de la « trajectoire »  $\delta Y(t)$  nous permet alors de traduire la condition de stationnarité par :

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \mathcal{R} = [\mathcal{H}, \mathcal{R}] \quad (1.38)$$

qui constitue l'équation Hartree-Fock-Bogoliubov dépendante du temps (TDHFB).

On peut retrouver explicitement le propagateur en réécrivant à partir de la condition initiale (solution du problème HFB stationnaire)  $|0_\beta(0)\rangle$  :

$$\mathcal{R}_{\nu\mu}(t) = \langle 0_\beta(t) | \hat{\alpha}_\mu^\dagger \hat{\alpha}_\nu | 0_\beta(t) \rangle \quad (1.39)$$

$$= \langle 0_\beta(0) | e^{\left(\frac{i}{2} \sum_{i,j} Y_{ij}(t) \hat{\alpha}_i^\dagger \hat{\alpha}_j\right)} \hat{\alpha}_\mu^\dagger \hat{\alpha}_\nu e^{\left(-\frac{i}{2} \sum_{i,j} Y_{ij}(t) \hat{\alpha}_i^\dagger \hat{\alpha}_j\right)} | 0_\beta(0) \rangle, \quad (1.40)$$

La dérivation temporelle de cette équation se traduit ainsi par :

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \mathcal{R}_{\mu\nu} = -\frac{\hbar}{2} \sum_{i,j} \frac{\partial Y_{ij}(t)}{\partial t} \langle 0_\beta(t) | [\hat{\alpha}_i^\dagger \hat{\alpha}_j, \hat{\alpha}_\mu^\dagger \hat{\alpha}_\nu] | 0_\beta(t) \rangle \quad (1.41)$$

$$= \hbar \left[ \frac{\partial Y(t)}{\partial t}, \mathcal{R} \right]_{\mu\nu} \quad (1.42)$$

Par identification, on trouve que le propagateur du vide de Bogoliubov prend la forme :

$$\hat{U}(t) = \exp \left( -\frac{i}{2} \sum_{i,j} Y_{ij}(t) \hat{\alpha}_i^\dagger \hat{\alpha}_j \right) \text{ avec } \frac{\partial Y(t)}{\partial t} = \frac{1}{\hbar} \mathcal{H}(t). \quad (1.43)$$

Le problème peut s'écrire comme une équation de type Schrödinger pour le vide de Bogoliubov  $|0_\beta(t)\rangle$  :

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |0_\beta(t)\rangle = \frac{1}{2} \hat{\mathcal{H}} |0_\beta(t)\rangle \quad (1.44)$$

$$\hat{\mathcal{H}} = \sum_{ij} \left( (h - \lambda)_{ij} \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_j - (h^* - \lambda)_{ij} \hat{a}_i \hat{a}_j^\dagger + \Delta_{ij} \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_j^\dagger - \Delta_{ij}^* \hat{a}_i \hat{a}_j \right), \quad (1.45)$$

où  $\hat{\mathcal{H}}$  est l'opérateur Hamiltonien de Bogoliubov. Enfin, l'évolution des opérateurs de quasiparticules associées à  $|0_\beta(t)\rangle$  s'écrit (selon l'Eq. A.27) :

$$\hat{\beta}_i(t) = \hat{U}(t) \hat{\alpha}_i \hat{U}^\dagger(t) = \sum_j \left\{ e^{iY(t)} \right\}_{ij} \hat{\alpha}_j \quad (1.46)$$

$$= \sum_j \mathcal{W}_{ij}(t) \hat{\alpha}_j \text{ avec } e^{iY(0)} = \mathcal{W}(0), \quad (1.47)$$

où  $\mathcal{W}(t)$  est la transformation de Bogoliubov (1.13) à chaque instant  $t$ . Le problème à N corps se réduit alors aux équations TDHFB pour les fonctions d'onde de quasiparticules (1.32) :

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} U(t) \\ V(t) \end{pmatrix}_\mu = \begin{pmatrix} h(t) - \lambda & \Delta(t) \\ -\Delta^*(t) & -h^*(t) + \lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U(t) \\ V(t) \end{pmatrix}_\mu, \quad (1.48)$$

qui sont les équations que l'on évoluera en pratique.

On remarquera enfin la cohérence du formalisme HFB et TDHFB entre les régimes stationnaires et hors équilibre. En effet, les effets de structure et de dynamique sont ainsi traités sur un pied d'égalité. C'est un des avantages du formalisme de la densité fonctionnelle d'énergie. On a alors désormais la possibilité de calculer l'évolution de n'importe quelle observable à un corps généralisée (1.7), en réécrivant les équations Hartree-Fock-Bogoliubov dépendantes du temps (1.38) sous la forme :

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \mathcal{R} = [\mathcal{H}, \mathcal{R}] \equiv \quad (1.49)$$

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \rho & \kappa \\ -\kappa^* & 1 - \rho^* \end{pmatrix} = \left[ \begin{pmatrix} h - \lambda & \Delta \\ -\Delta^* & -h^* - \lambda \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \rho & \kappa \\ -\kappa^* & 1 - \rho^* \end{pmatrix} \right] \quad (1.50)$$

Enfin, ce type de formalisme doit satisfaire certaines lois de conservation. En particulier, la conservation de l'énergie est fondamentale dans les applications que l'on se propose de faire, lorsque les systèmes nucléaires étudiés sont isolés. De plus, la conservation du nombre *moyen* de particules est aussi fondamentale, afin de sonder le système voulu et non pas d'autres noyaux, surtout dans le cadre de la transformation de Bogoliubov qui rend cette conservation non triviale. On se propose donc maintenant de montrer ces deux lois de conservation.

### 1.3.4 Constantes du mouvement

#### Conservation de l'énergie totale

La conservation de l'énergie découle des hypothèses du formalisme de la densité fonctionnelle d'énergie. En effet, en l'absence de champ extérieur dépendant du temps, l'évolution de l'énergie est donnée par l'évolution de  $\mathcal{R}(t)$ . En ayant recours à l'analyse fonctionnelle (et en prenant garde au nombre de variables indépendantes de  $\mathcal{R}$  (1.17), faisant intervenir encore une fois le facteur 1/2), l'équation d'évolution de  $\bar{\mathcal{E}}$  obéit à l'équation :

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \bar{\mathcal{E}}[\mathcal{R}(t)] = \frac{1}{2} \text{Tr} \left( \frac{\delta \bar{\mathcal{E}}[\mathcal{R}(t)]}{\delta \mathcal{R}(t)} i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \mathcal{R}(t) \right) = \frac{1}{2} \text{Tr} (\mathcal{H}[\mathcal{H}, \mathcal{R}]) = 0, \quad (1.51)$$

qui est nulle en vertu de l'invariance cyclique de la trace. On a alors bien la propriété de conservation de l'énergie propre à l'équation de Schrödinger.

#### Conservation du nombre moyen de particules

La conservation du nombre de particules est moins évidente. En effet, dans le cadre de l'approche Hartree-Fock-Bogoliubov, nous avons introduit une brisure de symétrie (symétrie  $\mathcal{U}(1)$  associée à l'opérateur  $e^{i\theta\hat{N}}$ ) qui se traduit par le fait que les états auxiliaires n'ont plus un nombre de particules défini. De plus, il est clair que le Hamiltonien de Bogoliubov (1.45) ne commute pas avec  $\hat{N}$ . Cependant l'équation d'évolution de  $\langle \hat{N} \rangle(t) = \text{Tr}(\rho(t))$  montre que le nombre moyen de particules est une constante du mouvement. En utilisant l'équation (1.50), on a en effet :

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \langle \hat{N} \rangle(t) = \text{Tr} ([h - \lambda, \rho] + \kappa \Delta^* - \Delta \kappa^*). \quad (1.52)$$

Le premier terme étant un commutateur, sa trace est nulle indépendamment de la valeur de  $\lambda$ . De plus, avec la fonctionnelle (1.9), on a  $\text{Tr}(\kappa \Delta^*) = \text{Tr}(\Delta \kappa^*)$ . La valeur moyenne  $\langle N \rangle(t)$  est donc bien dans ces conditions une constante du mouvement. Ceci est lié au fait que bien que le tenseur d'appariement  $\kappa$  ne soit pas invariant par transformations  $e^{i\theta\hat{N}}$  (donnant alors  $\kappa \rightarrow e^{2i\theta}\kappa$ ), la fonctionnelle d'énergie est bien invariante sous ces transformations. On en conclut alors que le potentiel chimique, qui a servi à contraindre le nombre de neutrons et de protons à avoir, en moyenne, la valeur souhaitée, n'a pas à être réajusté durant l'évolution du système. D'ailleurs, l'utilisation de n'importe quel potentiel chimique n'aurait aucun effet sur l'évolution du nombre de particules. Par soucis de cohérence, on utilisera le potentiel chimique initial (on abordera à nouveau ce problème par l'exemple à la section 1.5.1.4).

### 1.3.5 Limite d'appariement nul (équations TDHF)

Lorsque l'appariement nucléaire est nul (ou lorsqu'on se contente de le négliger), le vide de Bogoliubov se réduit à un déterminant de Slater, soit un état produit du type :

$$|\phi_a\rangle = \prod_{k=1}^N \hat{a}_{i_k}^\dagger |-\rangle \quad (1.53)$$

pour lequel les valeurs moyennes d'opérateurs créant deux particules  $\langle \hat{a}^\dagger \hat{a}^\dagger \rangle$  ou deux trous  $\langle \hat{a} \hat{a} \rangle$  sont nulles. On remarque que les déterminants de Slater sont états propres de l'opérateur nombre de particules  $\hat{N}$ . Les transformations permettant de passer d'un déterminant de Slater à  $N$  particules à un autre, qui sont rappelées dans l'annexe A, constituent un cas particulier des transformations de Bogoliubov ne mélangeant pas opérateurs de création et d'annihilation.

Dans ce cas, l'équation d'évolution de la densité à un corps suffit à caractériser la dynamique. Elle se ramène alors à l'équation Hartree-Fock dépendant du temps (TDHF) :

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \rho = [h, \rho], \quad (1.54)$$

que l'on peut obtenir selon la même procédure que pour les équations TDHFB en utilisant la relation (A.12) de l'annexe A. Une particularité de cette équation vis-à-vis des équations TDHFB réside dans le fait qu'en se plaçant dans la base diagonalisant  $\rho$  à chaque pas en temps, seules les  $N$  fonctions d'onde initialement occupées  $|i_k(t)\rangle = \hat{a}_{i_k}^\dagger(t)|-\rangle$ , indexées  $(i_k)_{0 < k \leq N}$ , suffisent à résoudre l'équation TDHF. Cela se traduit par un coût numérique beaucoup moins important, le problème à  $N$  corps étant modélisé par  $N$  problèmes à 1 corps (couplés par l'auto-cohérence du hamiltonien de Hartree-Fock) :

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |i_k(t)\rangle = \hat{h}(t) |i_k(t)\rangle, 1 \leq k \leq N. \quad (1.55)$$

Ce sont ces équations que l'on résoudra dans le cas de noyaux magiques ou lors de l'étude de réactions nucléaires, beaucoup plus coûteuses numériquement.

## 1.4 Fonctionnelle d'énergie de Skyrme

Dans ce travail de thèse, seules des fonctionnelles basées sur l'interaction effective de Skyrme [Sky56] seront utilisées. La fonctionnelle d'énergie totale  $\mathcal{E}$  peut alors se décomposer, de manière usuelle, comme la somme des contributions des énergies cinétiques  $\mathcal{E}_k$ , de Skyrme  $\mathcal{E}_{Sky}$ , et coulombienne  $\mathcal{E}_{Coul}$  (particule-trou), et de l'énergie d'appariement  $\mathcal{E}_{pair}$  (particule-particule) :

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_k + \mathcal{E}_{Sky} + \mathcal{E}_{Coul} + \mathcal{E}_{pair}, \quad (1.56)$$

qui peut se réécrire comme une densité d'énergie locale en espace  $\mathcal{H}(\mathbf{r})$  :

$$\mathcal{E} = \int \mathcal{H}(\mathbf{r}) d\mathbf{r}. \quad (1.57)$$

Dans un premier temps, les densités locales utilisées dans l'approche Skyrme-HFB (dépendant du temps) seront d'abord présentées, avant d'explicitier la forme générale de la fonctionnelle de Skyrme qui sera utilisée dans les calculs des chapitres 2, 3 et 4.

### 1.4.1 Densités et courants (quasi-)locaux

La partie locale des densités à un corps (normales et anormales) et des courants se déduit de la matrice densité à un corps et du tenseur d'appariement, qui s'écrivent en représentation de coordonnées d'espace  $\mathbf{r}$ , de spin  $\sigma$  ( $\sigma = \pm\frac{1}{2}$ ) et d'isospin  $q$  ( $q = n, p$ )<sup>6</sup> :

$$\rho_q(\mathbf{r}\sigma, \mathbf{r}'\sigma') = \langle \hat{a}_{\mathbf{r}'\sigma'q}^\dagger \hat{a}_{\mathbf{r}\sigma q} \rangle, \quad (1.58)$$

$$\kappa_q(\mathbf{r}\sigma, \mathbf{r}'\sigma') = \langle \hat{a}_{\mathbf{r}'\sigma'q} \hat{a}_{\mathbf{r}\sigma q} \rangle. \quad (1.59)$$

De manière générale, les densités normales quasi-locales prises en compte dans les fonctionnelles de Skyrme, vont jusqu'à l'ordre 2 dans le développement de Taylor spatial des matrices densité  $\rho_q(\mathbf{r}\sigma, \mathbf{r}'\sigma')$ , et elles se limitent à l'utilisation du tenseur d'appariement local en espace. Ceci se traduit pour les densités normales par l'apparition de dépendances en gradient. Ainsi, elles modélisent l'effet de la portée et de la non-localité de l'interaction tout en gardant un caractère local. On les appelle densités quasi-locales. On définit ainsi la densité  $\rho_q(\mathbf{r})$ , la densité cinétique  $\tau_q(\mathbf{r})$ , la densité de spin  $\mathbf{s}_q(\mathbf{r})$ , la densité cinétique de spin  $\mathbf{T}_q(\mathbf{r})$ , le courant de matière  $\mathbf{j}_q(\mathbf{r})$ , le courant de spin  $\mathbf{J}_q(\mathbf{r})$  (lequel peut se déduire du tenseur de couplages spin-gradient  $\mathbb{J}_q^{\mu\nu}(\mathbf{r})$ ), ainsi que la densité anormale  $\tilde{\rho}_q(\mathbf{r})$  :

$$\rho_q(\mathbf{r}) = \sum_{\sigma} \rho_q(\mathbf{r}\sigma, \mathbf{r}'\sigma')|_{\mathbf{r}=\mathbf{r}'} \quad (1.60)$$

$$\tau_q(\mathbf{r}) = \sum_{\sigma} \nabla \cdot \nabla' \rho_q(\mathbf{r}\sigma, \mathbf{r}'\sigma')|_{\mathbf{r}=\mathbf{r}'} \quad (1.61)$$

$$\mathbf{s}_q(\mathbf{r}) = \sum_{\sigma\sigma'} \rho_q(\mathbf{r}\sigma, \mathbf{r}'\sigma') \langle \sigma | \hat{\sigma} | \sigma' \rangle |_{\mathbf{r}=\mathbf{r}'} \quad (1.62)$$

$$\mathbf{T}_q(\mathbf{r}) = \sum_{\sigma\sigma'} \nabla \cdot \nabla' \rho_q(\mathbf{r}\sigma, \mathbf{r}'\sigma') \langle \sigma | \hat{\sigma} | \sigma' \rangle |_{\mathbf{r}=\mathbf{r}'} \quad (1.63)$$

$$\mathbf{j}_q(\mathbf{r}) = \frac{1}{2i} \sum_{\sigma} (\nabla - \nabla') \rho_q(\mathbf{r}\sigma, \mathbf{r}'\sigma')|_{\mathbf{r}=\mathbf{r}'} \quad (1.64)$$

$$\mathbf{J}_q(\mathbf{r}) = \frac{1}{2i} \sum_{\sigma\sigma'} (\nabla - \nabla') \rho_q(\mathbf{r}\sigma, \mathbf{r}'\sigma') \langle \sigma | \hat{\sigma} | \sigma' \rangle |_{\mathbf{r}=\mathbf{r}'} \quad (1.65)$$

$$\mathbb{J}_q^{\mu\nu}(\mathbf{r}) = \frac{1}{2i} \sum_{\sigma\sigma'} (\nabla_{\mu} - \nabla'_{\mu}) \rho_q(\mathbf{r}\sigma, \mathbf{r}'\sigma') \langle \sigma | \hat{\sigma} | \sigma' \rangle_{\nu} |_{\mathbf{r}=\mathbf{r}'} \quad (1.66)$$

$$\tilde{\rho}_q(\mathbf{r}) = \sum_{\sigma} -2\sigma \kappa_q(\mathbf{r}\sigma, \mathbf{r} - \sigma). \quad (1.67)$$

6. Dans le cadre de ce travail, les espèces d'isospin sont pures et l'appariement entre protons et neutrons étant négligé, on peut se limiter à définir ces densités pour chaque espèce d'isospin.



On définit enfin les densités et courants isoscalaires et isovectoriels par :

$$\rho_0 = \rho_n + \rho_p, \quad \rho_1 = \rho_n - \rho_p. \quad (1.68)$$

Ces densités et courants permettent de définir la fonctionnelle d'énergie que nous allons maintenant expliciter.

### 1.4.2 Fonctionnelle d'énergie totale

#### Fonctionnelle d'énergie de Skyrme

Dans le cas où la partie tenseur est négligée [Les06], la fonctionnelle de Skyrme prend usuellement la forme :

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{Sky}(\mathbf{r}) = & \sum_{q=0,1} [(C_q^\rho + C_q^{\alpha,\rho} \rho_0^\alpha) \rho_q^2 + C_q^\tau (\rho_q \tau_q - \mathbf{j}_q^2) + C_q^{\Delta\rho} \rho_q \Delta\rho_q \\ & + (C_q^s + C_q^{\alpha,s} \rho_0^\alpha) \mathbf{s}_q^2 + C_q^T (\mathbf{s}_q \cdot \mathbf{T}_q - (\mathbb{J}_q^{\mu\nu})^2) + C_q^{\Delta s} \mathbf{s}_q \cdot \Delta \mathbf{s}_q \\ & + C_q^{\nabla \cdot \mathbf{J}} (\rho_q \nabla \cdot \mathbf{J}_q + \mathbf{s}_q \cdot \nabla \times \mathbf{j}_q)]. \end{aligned} \quad (1.69)$$

où les constantes de couplage  $C_q^\tau$ ,  $C_q^T$  et  $C_q^{\nabla \cdot \mathbf{J}}$  lient différentes contributions de densités et courants afin de préserver l'invariance par transformation de jauge [Per04]. En particulier, cela permet d'assurer l'invariance par transformation de Galilée [Eng75]. Les constantes de couplage sont traditionnellement obtenues à partir des paramètres des parties centrales et spin-orbite de l'interaction effective de Skyrme [Sky56, Sky59] :

$$\begin{aligned} \hat{V}_{Sky}(1,2) = & t_0 (1 + x_0 \hat{P}_\sigma) \delta(\mathbf{r}_{12}) \\ & + \frac{t_1}{2} (1 + x_1 \hat{P}_\sigma) (\vec{\mathbf{k}}^2 - \overleftarrow{\mathbf{k}}^2) \delta(\mathbf{r}_{12}) \end{aligned} \quad (1.70)$$

$$+ t_2 (1 + x_2 \hat{P}_\sigma) \overleftarrow{\mathbf{k}} \cdot \vec{\mathbf{k}} \delta(\mathbf{r}_{12}) \quad (1.71)$$

$$+ \frac{t_3}{6} (1 + x_3 \hat{P}_\sigma) \rho^\alpha(\mathbf{R}) \delta(\mathbf{r}_{12}) \quad (1.72)$$

$$+ iW_0 (\hat{\sigma}_1 + \hat{\sigma}_2) \cdot \overleftarrow{\mathbf{k}} \times \vec{\mathbf{k}} \delta(\mathbf{r}_{12}), \quad (1.73)$$

où  $\mathbf{r}_{12} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$  est la position relative,  $\mathbf{R} = \frac{\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2}{2}$  la position médiane,  $\hat{P} = \frac{1}{2} (1 - \hat{\sigma}_1 \cdot \hat{\sigma}_2)$  est l'opérateur d'échange de spin et  $\vec{\mathbf{k}} = \frac{1}{2i} (\nabla_1 - \nabla_2)$  est l'opérateur de moment relatif. On a donc un lien étroit entre le vertex effectif  $v^{\rho\rho}$  de l'équation (1.9) et cette interaction. Il est en effet possible de faire le lien entre les constantes de couplage de la fonctionnelle et les paramètres de l'interaction de Skyrme [Ben03]. Notons que dans la paramétrisation SLy4 [Cha97] que nous utiliserons, le terme  $C_q^T$  est négligé. Ainsi,  $\mathcal{H}_{Sky}$  ne dérive plus strictement d'une interaction effective phénoménologique.

#### Fonctionnelles d'énergie cinétique et coulombienne

La contribution cinétique  $\sum_{i=1}^A \frac{\hat{p}_i^2}{2m_i}$  de la fonctionnelle d'énergie s'écrit :

$$\mathcal{H}_k = \frac{\hbar^2}{2m} \tau_0 \left( 1 - \frac{1}{A} \right), \quad (1.74)$$

où les masses des neutrons et des protons sont prises identiques. Le facteur  $(1 - \frac{1}{A})$  est une correction du mouvement spurieux du centre de masse, dite correction « à un corps »<sup>7</sup>. Cette correction ne sera pas considérée dans le cas de collisions nucléaires (cf partie 1.5.2).

L'interaction coulombienne entre protons est, quant à elle, modélisée par la fonctionnelle :

$$\mathcal{H}_{Coul}(\mathbf{r}) = \frac{e^2}{2} \rho_p(\mathbf{r}) \int \frac{\rho_p(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r}' - \frac{3e^2}{4} \left( \frac{3}{\pi} \right)^{\frac{1}{3}} \rho_p^{\frac{4}{3}}(\mathbf{r}), \quad (1.75)$$

somme des contributions coulombiennes directe et d'échange. Le terme d'échange est pris à l'approximation de Slater [Sla51] afin de préserver le caractère local de la fonctionnelle.

### Fonctionnelle d'énergie d'appariement

Enfin, la fonctionnelle d'appariement que nous utilisons est locale, et dépendante de la densité, et s'écrit :

$$\mathcal{H}_{pair}(\mathbf{r}) = \sum_{q=n,p} C_q^{\tilde{\rho}} \left[ 1 - \gamma \left( \frac{\rho_0}{\rho_{sat}} \right)^\alpha \right] \tilde{\rho}_q^* \tilde{\rho}_q, \quad (1.76)$$

où  $\rho_{sat} = 0.16 \text{ fm}^{-3}$  est la densité de saturation de la matière nucléaire infinie, et  $\alpha$  et  $\gamma$  des coefficients permettant d'ajuster l'influence de l'appariement dans le volume du noyau ou à sa surface. Elle peut être reliée elle aussi à un vertex effectif particule-particule qui prend alors la forme :

$$v^{\kappa\kappa} = \tilde{t}_{0q} \left[ 1 - \gamma \left( \frac{\rho_0(\mathbf{R})}{\rho_{sat}} \right)^\alpha \right] \delta(\mathbf{r}_{12}), \quad (1.77)$$

avec la relation  $C_q^{\tilde{\rho}} = \frac{\tilde{t}_{0q}}{4}$ .

## 1.5 Implémentation de la dynamique nucléaire

### 1.5.1 Dynamique superfluide en symétrie sphérique

Alors que la résolution du problème TDHF, où l'appariement est négligé, a connu très tôt de nombreuses applications numériques réalistes [Bon76, Flo78] pour les collisions et les études de structure, la modélisation de la dynamique (avec propagation en temps) superfluide microscopique n'a été initialement résolue que dans des cas simples [Blo76, Neg78, Cus79, Cus80]. Seules les équations linéarisées de TDHFB, aboutissant aux équations QRPA [Rin80], ont été utilisées de manière extensive pour l'étude des modes collectifs de petite amplitude du noyau [Ter05, Ter06, Kha02, Pér07]. Ce n'est que très récemment que des solutions numériques réalistes des équations TDHFB ont été obtenues [Has07, Ave08].

7. Cette correction constitue la partie diagonale  $-\sum_i \frac{\mathbf{p}_i^2}{2M}$  de la soustraction de l'énergie cinétique du centre de masse  $-\frac{\mathbf{P}^2}{2M}$  où  $\mathbf{P} = \sum_i \mathbf{p}_i$  et  $M = \sum_i m_i$ .

Dans cette partie, nous allons expliciter l'implémentation qui a été faite de la dynamique nucléaire superfluide, qui a abouti sur la construction d'un code TDHFB en symétrie sphérique [Ave08].

### 1.5.1.1 Paramétrisations utilisées

#### Fonctionnelle particule-trou

La paramétrisation de la fonctionnelle de Skyrme que nous utilisons repose sur les travaux de Chabanat *et al.* [Cha97, Cha98] qui ont construit les forces dites de Saclay-Lyon. Plus particulièrement, la fonctionnelle SLy4, que nous utilisons dans ce mémoire, a été largement employée depuis sa création [Ben03]. Ces fonctionnelles sont cependant amenées à évoluer afin d'améliorer certains défauts comme de mauvaises évolutions des masses effectives isovectorielles avec l'isospin [Les06], et afin d'avoir des descriptions toujours plus fines de la structure nucléaire. Par exemple, une extension naturelle récemment étudiée concerne la prise en compte de termes tenseurs [Les07].

La paramétrisation SLy4 repose sur l'ajustement des constantes de couplages  $C_q^\rho$ ,  $C_q^{\alpha,\rho}$ ,  $C_q^\tau$ ,  $C_q^{\Delta\rho}$ ,  $C_q^s$  et  $C_q^{\nabla\cdot\mathbf{J}}$ , où certains couplages spin-gradient sont négligés :  $C_q^{\mathbf{T}} = 0$  et  $C_q^{\Delta s} = 0$ . Ces paramètres sont ajustés sur certaines propriétés de la matière nucléaire infinie et certaines énergies de liaison et rayons de charge de noyaux doublement magiques [Cha98].

#### Fonctionnelle particule-particule

La partie particule-particule de la fonctionnelle d'énergie a la forme (1.76). Une telle fonctionnelle, par son caractère *local*, n'a cependant pas de coupure en moment naturelle. On peut montrer que si on considère un jeu complet de quasiparticules, la densité anormale  $\tilde{\rho}(\mathbf{R}, \mathbf{r}_{12})$  diverge en  $\frac{1}{|\mathbf{r}_{12}|}$  (divergence dite « ultra-violette »). Il existe des procédures de renormalisation de cette divergence, par exemple fondées sur l'approximation de Thomas-Fermi [Bul02a, Bul02b, Yu03, Bor06]. Cette méthode est cependant difficilement adaptable pour les systèmes hors-équilibres. En effet, cette régularisation induit une auto-cohérence supplémentaire du couplage d'appariement vis à vis du problème (TD)-HFB. L'implémentation de l'appariement nucléaire a donc été effectuée avec la procédure de régularisation usuelle qui consiste à introduire une énergie de coupure  $E_{cut}$  dans le spectre de quasiparticules [Dob84]. L'intensité du couplage sera donc liée à cette coupure énergétique, que l'on prend égale à 80 MeV. Cette coupure, relativement haute, permet de maximiser la complétude de la base de quasiparticules d'une part, et d'éviter lors de la dynamique de coupler des états importants qui n'auraient pas été inclus lors du calcul statique d'autre part. La coupure permet ainsi d'exciter des états à deux quasiparticules jusqu'à  $\approx 160$  MeV, en s'assurant de plus que tous les états liés (qui peuvent avoir des énergies de quasiparticules  $\approx 60$  MeV) ont bien subi la transformation de Bogoliubov. La fonctionnelle est ensuite ajustée de manière empirique afin d'obtenir un gap spectral neutrons  $\langle\Delta_n\rangle$  de 1.25 MeV dans le noyau  $^{120}\text{Sn}$ . Cette quantité,

TABLE 1.1: Coefficients obtenus après ajustement de l'appariement afin d'obtenir un gap spectral de 1.25 MeV dans  $^{120}\text{Sn}$ , avec une fonctionnelle particule-trou  $\text{SLy4}$ , une énergie de coupure  $E_{\text{cut}} = 80$  MeV pour les quasi-particules et le coefficient  $\alpha = 1$

Appariement	$\gamma$	$\tilde{t}_{0q}$ (MeV.fm $^{-3}$ )
Surface	1.0	-433.65
Volume	0.0	-187.00
Mixte	0.5	-275.50

modélisant de manière satisfaisante les gaps expérimentaux [Ben00], s'écrit :

$$\langle \Delta_q \rangle = \frac{\left| \int \tilde{h}(\mathbf{r}) \tilde{\rho}^*(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \right|}{\left| \int \tilde{\rho}^*(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \right|} \quad \text{avec} \quad \tilde{h}(\mathbf{r}) = \frac{\delta \mathcal{E}}{\delta \tilde{\rho}(\mathbf{r})}. \quad (1.78)$$

La définition de la fonctionnelle d'appariement dépendante du milieu autorise enfin plusieurs formes d'appariement. La paramètre  $\alpha$  sera toujours choisi égal à un, mais le paramètre  $\gamma$  peut être choisi de telle sorte à avoir un appariement agissant dans le volume du noyau, à sa surface, ou mixte. Les paramétrisations de tels appariements sont résumées dans le tableau TAB. 1.1.

### 1.5.1.2 Equations TDHFB sphériques en représentation « coordonnée »

Les applications que l'on se propose de faire dans le formalisme Skyrme-TDHFB concernent les noyaux semi-magiques. Ces derniers étant sphériques, on peut donc se limiter à l'hypothèse de symétrie sphérique pour ce noyaux, hypothèse qui simplifie grandement la résolution numérique.

#### Equations TDHFB en représentation coordonnée

L'utilisation d'une fonctionnelle d'énergie locale en espace permet de réécrire les équations TDHFB (1.89), en termes de coordonnées d'espace  $\mathbf{r}$ , de spin  $\sigma$  et d'isospin  $q$  ( $q = n, p$ ) :

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \mathcal{U}_k^q(\mathbf{r}\sigma; t) \\ \mathcal{V}_k^q(\mathbf{r}\sigma; t) \end{pmatrix} = \sum_{\sigma'} \begin{pmatrix} h'_q{}^{\sigma\sigma'}(\mathbf{r}; t) & \Delta_q^{\sigma\sigma'}(\mathbf{r}; t) \\ -\Delta_q^{\sigma\sigma'*}(\mathbf{r}; t) & -h'_q{}^{\sigma\sigma'*}(\mathbf{r}; t) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathcal{U}_k^q(\mathbf{r}\sigma'; t) \\ \mathcal{V}_k^q(\mathbf{r}\sigma'; t) \end{pmatrix}, \quad (1.79)$$

où les champs  $h' = h - \lambda$  et  $\Delta$  sont désormais diagonaux en espace.

#### Fonctions d'onde de quasi-particules

En symétrie sphérique, on peut réécrire la transformation de Bogoliubov (Eq. (1.12)) dans la base irréductible associée à l'invariance par rotation, avec les

nombres quantiques usuels  $n, l, j, m$  (l'isospin étant omis pour simplifier les notations) :

$$\hat{\beta}_{nljm}^\dagger = \sum_k (V_{kn}^{(ljm)} (-1)^{j-m} \hat{a}_{klj-m} + U_{kn}^{(ljm)} \hat{a}_{kljm}^\dagger). \quad (1.80)$$

On choisit alors de résoudre les équations TDHFB en représentation coordonnée, en utilisant les fonctions d'onde de quasiparticules :

$$\begin{pmatrix} \mathcal{U}_{nljm}(\mathbf{r}\sigma) \\ \mathcal{V}_{nljm}(\mathbf{r}\sigma) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \langle \mathbf{r}\sigma | \hat{\beta}_{nljm}^\dagger | - \rangle \\ \langle - | \hat{\beta}_{nljm}^\dagger | \mathbf{r}\sigma \rangle \end{pmatrix}, \quad (1.81)$$

où  $| - \rangle$  est le vide de particule. Soit une base de fonctions d'onde à une particule

$$\langle \mathbf{r}\sigma | \hat{a}_{kljm}^\dagger | - \rangle = \langle \mathbf{r}\sigma | kljm \rangle = \frac{\varphi_{klj}(r)}{r} \Omega_{ljm}^\sigma(\theta, \phi), \quad (1.82)$$

où les  $\Omega_{ljm}(\theta, \phi)$  sont les spineurs sphériques, dont les composantes définies en fonction des harmoniques sphériques et des coefficients de Clebsch-Gordan [Var88] :

$$\Omega_{ljm}^\sigma(\theta, \phi) = \langle l(m-\sigma) \frac{1}{2} \sigma | jm \rangle Y_l^{m-\sigma}(\theta, \phi), \quad (1.83)$$

et qui obéissent à la relation  $\Omega_{lj-m}^{\sigma*} = -2\sigma(-1)^{m+l-j} \Omega_{ljm}^{-\sigma}$ . En posant :

$$u_{nlj}(r) = \sum_k U_{kn}^{(ljm)} \varphi_{klj}(r) \quad (1.84)$$

$$v_{nlj}(r) = (-1)^{l+1} \sum_k V_{kn}^{(ljm)} \varphi_{klj}^*(r) \quad (1.85)$$

on peut réécrire les fonctions d'onde de quasiparticules sous la forme :

$$\begin{pmatrix} \mathcal{U}_{nljm}(\mathbf{r}\sigma) \\ \mathcal{V}_{nljm}(\mathbf{r}\sigma) \end{pmatrix} = \frac{1}{r} \begin{pmatrix} u_{nlj}(r) \Omega_{ljm}^\sigma(\theta, \phi) \\ 2\sigma v_{nlj}(r) \Omega_{ljm}^{-\sigma}(\theta, \phi) \end{pmatrix}. \quad (1.86)$$

Il est utile de réécrire ces équations (les composantes  $\mathcal{U}$  et  $\mathcal{V}$  étant des spineurs) sous la forme [Rot08] :

$$\begin{pmatrix} \mathcal{U}_{nljm}(\mathbf{r}) \\ \mathcal{V}_{nljm}(\mathbf{r}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -i\hat{\sigma}_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathcal{U}_{nljm}^{\tilde{\rho}}(\mathbf{r}) \\ \mathcal{V}_{nljm}^{\tilde{\rho}}(\mathbf{r}) \end{pmatrix} \quad (1.87)$$

avec

$$\begin{pmatrix} \mathcal{U}_{nljm}^{\tilde{\rho}}(\mathbf{r}) \\ \mathcal{V}_{nljm}^{\tilde{\rho}}(\mathbf{r}) \end{pmatrix} = \frac{1}{r} \begin{pmatrix} u_{nlj}(r) \Omega_{ljm}(\theta, \phi) \\ v_{nlj}(r) \Omega_{ljm}(\theta, \phi) \end{pmatrix}. \quad (1.88)$$

Cette dernière représentation labellisée  $\tilde{\rho}$  simplifie les notations dans le cas de la symétrie sphérique. En effet, on peut alors montrer que les équations se réduisent à des équations de type Skyrme-TDHFB pour les fonctions d'onde *radiales* de quasiparticules :

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} u_{nlj}(r; t) \\ v_{nlj}(r; t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_{lj}(r; t) - \lambda & \tilde{h}(r; t) \\ \tilde{h}^\dagger(r; t) & -h_{lj}^*(r; t) + \lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{nlj}(r; t) \\ v_{nlj}(r; t) \end{pmatrix}. \quad (1.89)$$

Ce sont ces équations que l'on se propose de résoudre pour l'étude de la dynamique nucléaire superfluide.

## 1.5.1.3 Propagation temporelle

Les conditions initiales, à la limite stationnaire, sont obtenues dans un premier temps grâce au code HFBRAD [Ben05], résolvant les équations HFB en symétrie sphérique par intégration directe dans la base de quasiparticules grâce à un algorithme de Numerov. Les fonctions d'onde radiales de quasiparticules sont propagées en temps en intégrant les équations (1.89) (avec l'extension dépendante du temps du code HFBRAD, le code TDHFBRAD [Ave08]). D'une part, l'auto-cohérence du problème nous force à résoudre ce problème de manière itérative (les champs  $h$  et  $\tilde{h}$  dépendent du temps par l'intermédiaire de la densité généralisée). On discrétise alors le temps avec un pas  $\delta t$  petit pendant lequel les variations des champs sont négligeables. On obtient ainsi le problème itératif suivant :

$$\exp \left[ -\frac{i}{\hbar} \begin{pmatrix} h_{lj}(r; t + \frac{\delta t}{2}) - \lambda & \tilde{h}(r; t + \frac{\delta t}{2}) \\ \tilde{h}^\dagger(r; t + \frac{\delta t}{2}) & -h_{lj}^*(r; t + \frac{\delta t}{2}) + \lambda \end{pmatrix} \delta t \right] \begin{pmatrix} u_{nlj}(\mathbf{r}; t) \\ v_{nlj}(\mathbf{r}; t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{nlj}(\mathbf{r}; t + \delta t) \\ v_{nlj}(\mathbf{r}; t + \delta t) \end{pmatrix} \quad (1.90)$$

Cependant, cette discrétisation induit une brisure des lois de conservation élémentaires comme la conservation de l'énergie. Afin de minimiser ces effets néfastes, on utilise une méthode de type prédiction-correction [Flo78], schématisée sur la figure FIG. 1.1. Partant de la solution à l'instant  $t$ , on procède alors en évaluant dans

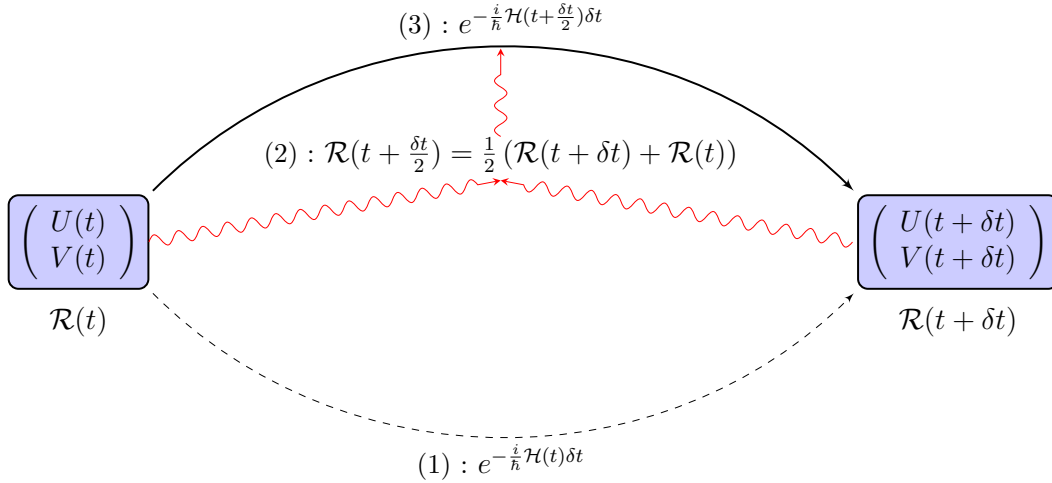


FIGURE 1.1: Schéma de la procédure d'évolution « predictor-corrector ».

un premier temps la solution à  $t + \delta t$  (1). Les solutions à l'instant  $t$  et  $t + \delta t$  sont alors moyennées (2), ce qui permet d'évaluer le propagateur à l'instant  $t + \frac{\delta t}{2}$  (3). Il est possible d'itérer infiniment cette procédure pour plus de précision. Cependant, dans la pratique, on réalise une seule itération, en tronquant le développement de

Taylor du propagateur à l'ordre 2 en  $\delta t$  dans un premier temps, puis d'effectuer la propagation finale tronquée à l'ordre 4 en  $\delta t$ .

#### 1.5.1.4 Problème TDHFB et mode de Nambu-Goldstone

Afin de donner une première application du formalisme TDHFB, on se propose tout d'abord de revenir sur la brisure spontanée de symétrie (continue)  $\mathcal{U}(1)$  dont les transformations sont données par l'opérateur  $e^{i\theta\hat{N}}$ . Ces transformations modifient la matrice densité généralisée  $\mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}'$  :

$$\mathcal{R}' = \begin{pmatrix} \rho & e^{2i\theta}\kappa \\ -e^{-2i\theta}\kappa^* & 1 - \rho^* \end{pmatrix}. \quad (1.91)$$

Nous avons déjà évoqué que la fonctionnelle utilisée est invariante sous ces transformations. On a alors une dégénérescence de la fonctionnelle d'énergie  $\mathcal{E}$  pour toute valeur de  $\theta$ , comme modélisé sur la figure FIG. 1.2, où le paramètre d'ordre est  $P = \int \tilde{\rho}(\mathbf{r})d\mathbf{r}$  (alors  $P \rightarrow P e^{i2\theta}$ ). Ainsi, une telle transformation sur un état fondamental permet de se déplacer au fond d'un puit de potentiel. Une telle propriété est révélatrice du mode de Nambu-Goldstone lié à la brisure spontanée de symétrie du problème HFB. Dans le cas dépendant du temps, il est facile de se convaincre

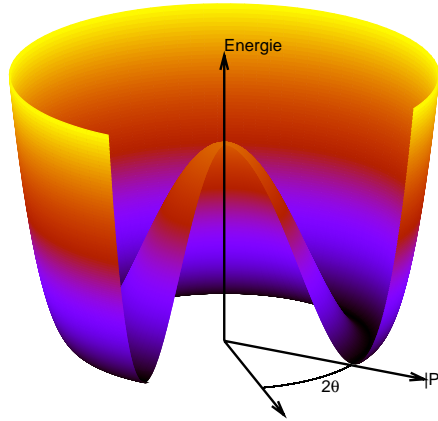


FIGURE 1.2: Illustration de la brisure de symétrie  $\mathcal{U}(1)$  dans la procédure HFB, invariante par transformation de jauge unitaire.

que le paramètre de jauge  $\theta$  a un lien très important avec le potentiel chimique  $\lambda$ . Nous avons déjà abordé le fait qu'il n'est pas nécessaire de contraindre le nombre de particules lorsque la fonctionnelle est invariante de jauge. Si on propage en temps un état stationnaire sans cette contrainte, les équations d'évolution des quasiparticules

se réécrivent [Bul90] (la dépendance en temps étant implicite) :

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} U \\ V \end{pmatrix}_\mu = \begin{pmatrix} h & \Delta \\ -\Delta^* & -h^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U \\ V \end{pmatrix}_\mu = \begin{pmatrix} E_\mu + \lambda & 0 \\ 0 & E_\mu - \lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U \\ V \end{pmatrix}_\mu \quad (1.92)$$

induisant pour  $P$  (et  $\kappa$ ) une variation de la forme  $P(t) = P(0)e^{\frac{2i\lambda t}{\hbar}}$ , toutes valeurs moyennes d'opérateurs qui s'écrivent comme combinaison linéaire de  $\langle \hat{a}^\dagger \hat{a}^\dagger \rangle$  et  $\langle \hat{a} \hat{a} \rangle$  ayant des dépendances similaires. On illustre cette caractéristique sur le cas du noyau  $^{44}\text{Ca}$ , dont les neutrons sont dans la phase superfluide. Une fois le problème HFB résolu, on laisse évoluer l'état stationnaire avec et sans la contrainte de Lagrange initiale (le potentiel chimique des neutrons). Les dépendances temporelles de

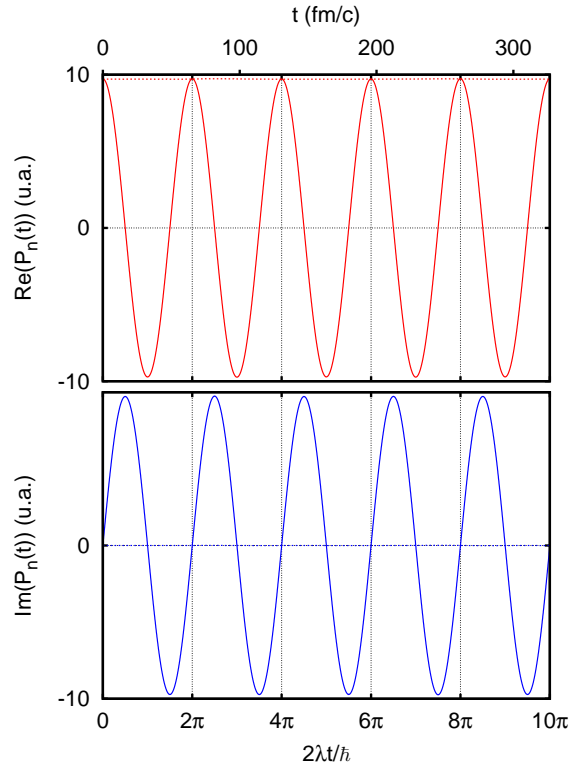


FIGURE 1.3: Illustration de la brisure de symétrie  $U(1)$  dans le  $^{44}\text{Ca}$  calculé avec un appariement mixte. Les figures représentent les parties réelle (haut) et imaginaire (bas) de  $P_n(t)$ , dans le cas où la jauge de référence a été changée à  $t = 0$  (courbe pleine,  $\lambda_n \rightarrow 0$ ) et dans le cas où l'on conserve la jauge initiale (courbe pointillée,  $\lambda_n = -9.49 \text{ MeV}$ ).

ses parties réelle (en rouge) et imaginaire (en bleu) sont représentées sur la figure FIG. 1.3 en trait plein lorsque le potentiel chimique a été enlevé du propagateur, et en ligne pointillée dans le cas où le potentiel chimique initial a été conservé lors de la propagation. On voit que dans le premier cas, les variations de  $P_n$  sont parfaitement sinusoïdales. Leur fréquence est égale exactement à  $\frac{2\lambda}{\hbar}$  où  $\lambda$  est le potentiel



chimique issu du calcul HFB *statique*. Dans le second cas,  $\text{Re}(P_n(t)) = P_n(0)$  et  $\text{Im}(P_n(t)) = 0$  sont constantes. Ces résultats sont donc en accord avec les variations escomptées. Il est enfin nécessaire de conserver le potentiel chimique initial du noyau afin de conserver une cohérence parfaite entre les calculs statiques et dynamiques. En particulier cela permet de ne pas avoir de rotation spurieuse (dans l'espace de jauge) de la phase superfluide.

Cette étude nous a aussi permis de vérifier que l'algorithme de propagation temporel laisse l'énergie  $\mathcal{E}$  et le nombre de particules invariants (avec une précision numérique  $\sim 30$  keV pour l'énergie et meilleure que  $10^{-7}$  pour le nombre de neutrons pour ce calcul). Ceci valide la robustesse de l'algorithme de résolution du problème TDHFB.

Cette brisure spontanée de symétrie est due à la transformation de Bogoliubov, et intervient dans le cadre de la modélisation. Il est donc légitime de se questionner quant à sa signification physique. En particulier, un noyau isolé a un nombre de particule bien déterminé. En matière condensée cependant, cette brisure de symétrie peut être vue expérimentalement. En effet, les jonctions normales ou isolantes entre deux matériaux supraconducteurs, appelées jonctions Josephson [Jos74], une manifestation de cette brisure spontanée de symétrie existe bel et bien. C'est alors la différence de potentiel entre les deux supraconducteurs qui est responsable d'un courant tunnel de paires de Cooper entre les deux domaines supraconducteurs. Il est ainsi possible, lors de collisions entre deux milieux (noyaux) superfluides avec des potentiels chimiques différents, qu'un tel courant puisse voir le jour, permettant ainsi un échange/équilibre rapide de paires de Cooper (de nucléons) entre les deux systèmes [vO01, Bri05].

### 1.5.2 Dynamique normale pour les collisions nucléaires

Les applications de la dynamique nucléaire superfluide pour les réactions ne sont pas à l'heure actuelle envisageables en raison de l'effort numérique nécessaire. En effet, la nécessité d'évoluer une base complète de quasiparticules rend difficile les calculs sur de grands réseaux en 3 dimensions. De plus, contrairement aux fonctions d'onde individuelles Hartree-Fock qui décroissent de manière exponentielle lorsqu'on s'éloigne du noyau (pour les orbites occupées qui sont liées), les fonctions d'onde de quasiparticules ont toutes des composantes délocalisées dans l'espace [Dob84]. Il est donc là encore difficile de réunir deux noyaux sur un même réseau selon les mêmes techniques employées pour les calculs TDHF.

On négligera donc les corrélations d'appariement dans les applications du formalisme TDEDf du chapitre 4 qui traitera des réactions de fusion.

#### Paramétrisation de la fonctionnelle d'énergie

La fonctionnelle d'énergie que nous allons utiliser pour la réalisation de la dynamique nucléaire non superfluide est la paramétrisation SLy4d de la fonctionnelle de Skyrme [Kim97]. Elle a été ajustée selon la même procédure que la fonctionnelle SLy4, à la différence que les corrections liées au mouvement spurieux du centre de

masse n'ont pas été prises en compte dans sa construction. En effet, dans le cas de collisions nucléaires, on ne se place plus dans les référentiels intrinsèques des noyaux, mais dans le référentiel du laboratoire. On l'utilise dans le code TDHF3D construit par P. Bonche [Kim97].

### Conditions initiales et évolution

Le point de départ d'un calcul TDHF repose sur la mise en commun des fonctions d'onde de deux noyaux initialement calculés par minimisation du problème Hartree-Fock statique  $|\phi_1\rangle$  et  $|\phi_2\rangle$ . Les réseaux ayant servi aux calculs statiques sont alors insérés dans un réseau plus global sans que ceux-ci ne se recouvrent, comme schématisé sur la figure FIG. 1.4. La fonction d'onde totale  $|\phi_{tot}\rangle = |\phi_1\rangle \otimes |\phi_2\rangle$  reste alors un déterminant de Slater. La vitesse initiale des noyaux est alors calculée en

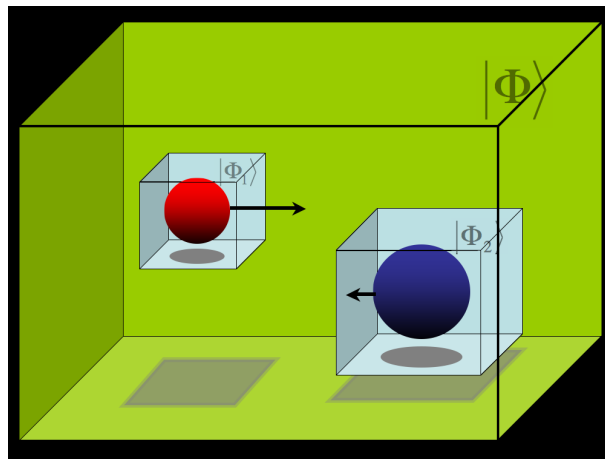


FIGURE 1.4: Schéma représentant la mise en commun de 2 noyaux HF dans un réseau TDHF en vue d'une collision nucléaire.

supposant que les partenaires de collisions aient suivi au préalable une trajectoire de Rutherford. On applique ensuite une transformation de Galilée sur chaque noyau  $i$  :

$$|\phi'_i\rangle = e^{im\mathbf{v}_i \cdot \mathbf{\hat{r}}} |\phi_i\rangle. \quad (1.93)$$

Deuxième partie

Excitations collectives dans les  
noyaux



# Structure et décroissance de la résonance géante monopolaire

---

Nous avons énoncé dans le chapitre précédent les bases du formalisme TDEDf incluant l'appariement nucléaire, traité à partir du formalisme Hartree-Fock-Bogoliubov dépendant du temps. Avant d'aborder les applications incluant l'appariement nucléaire, on se propose dans cette partie d'introduire une des applications possibles du formalisme TDEDf à la limite d'appariement nulle (formalisme TDHF) : la structure et les décroissances des résonances géantes monopolaires.

## 2.1 Introduction : les résonances géantes

Le caractère composite du noyau atomique procure à ce dernier la possibilité de s'exciter de maintes façons. En effet, les nucléons peuvent se mouvoir les uns par rapport aux autres, générant de nombreux degrés de liberté internes dans les noyaux. Les noyaux, ainsi que d'autres systèmes auto-organisés comme les agrégats atomiques, peuvent s'exciter sur certains modes privilégiés que sont ses excitations collectives [Boh75]. Ces dernières traduisent un mouvement cohérent des nucléons et sont révélatrices d'une forme d'ordre au sein des noyaux. L'étude de ces modes collectifs est très enrichissante. Révélatrice des propriétés d'interaction entre nucléons, elle donne des indications précieuses sur la manière dont vont se comporter les noyaux lors de réactions nucléaires ou lors de couplages électromagnétiques [Boh75, Rin80].

### Modes de vibration

Parmi ces excitations collectives, certaines peuvent s'interpréter comme des vibrations. C'est le cas, par exemple, des résonances géantes qui sont sujettes à d'intenses recherches depuis la découverte en 1947 par Baldwin et Klaiber [Bal47] de la résonance géante dipolaire, interprétée comme une oscillation des protons et des neutrons en opposition de phase par Goldhaber et Teller [Gol48]. Génériques à tous les noyaux, les résonances géantes sont comprises comme des excitations de nature "une particule-un trou" (1p-1t) induites par les couplages « à un corps » électromagnétiques ou nucléaires lors d'une réaction. Elles sont classifiées de manière naturelle par leurs moment multipolaire, spin et isospin [Har01].

Une vision hydrodynamique du noyau, où les fluides correspondraient aux densités d'isospin (neutrons, protons) et de spin (haut, bas), permet d'interpréter de manière classique les résonances géantes comme des mouvements de ces quatre fluides, en phase ou en opposition de phase. Les plus connues sont les résonances

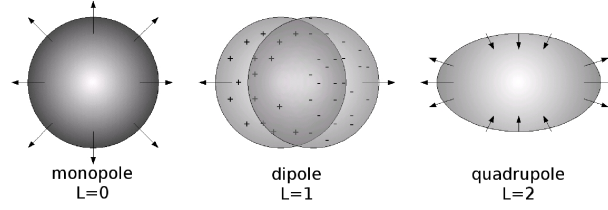


FIGURE 2.1: Représentation schématique des résonances géantes monopolaire ( $L=0, S=0, T=0$ ), dipolaire ( $L=1, S=0, T=1$ ), et quadrupolaire ( $L=2, S=0, T=0$ ).

géantes de basse multipolarité  $L = 0, 1, 2$ , dont certaines sont illustrées sur la figure FIG. 2.1. Leur énergie est relativement haute, au delà du seuil d'émission de nucléons. Elles sont par ailleurs caractérisées par des mouvements de petite amplitude. De manière schématique, on peut considérer alors qu'à une coordonnée collective du noyau donnée (par exemple un moment multipolaire, noté de manière générique  $q$ ), les résonances géantes explorent la courbure du potentiel du noyau  $V(q)$  selon cette coordonnée, comme illustré sur la figure FIG. 2.2. En première ap-

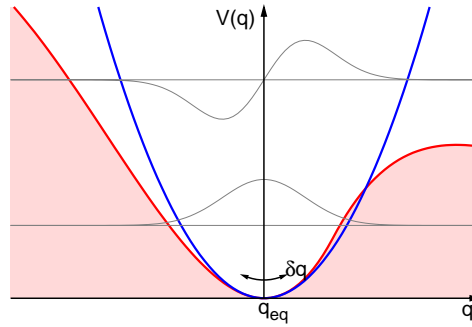


FIGURE 2.2: Approximation harmonique (en bleu) pour les mouvements de petite amplitude selon la variable collective  $q$  dont la valeur d'équilibre est  $q_{eq}$ . Les fonctions d'onde de l'état fondamental et de l'état de résonance géante, à un phonon, issues de la quantification canonique des variables  $\{q, i\hbar \frac{\partial}{\partial q}\}$  sont illustrées en gris.

proximation, on peut donc considérer les résonances géantes comme résultant d'un mouvement harmonique. La nature vibratoire de ces modes collectifs a par ailleurs été confirmée par l'existence d'états à plusieurs phonons (appelés états « multiphonons ») [Mor88a, Mor88b, Cho95].

### Structure microscopique : cohérence et collectivité

Comme nous l'avons déjà évoqué, les résonances géantes sont des excitations collectives créées par des potentiels à un corps. Ces trois caractéristiques (résonant, à un corps, collectif) sont liées à leur structure microscopique. Ainsi, ces résonances

géantes sont interprétées comme une superposition cohérente d'excitations individuelles 1p-1t, comme représenté sur la figure FIG. 2.3. Cette superposition d'exci-

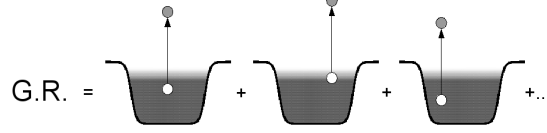


FIGURE 2.3: *Interprétation microscopique des résonances géantes (GR pour Giant resonance en anglais) : superposition cohérente d'excitations 1 particule-1 trou (1p-1t).*

tations 1p-1t du noyau<sup>1</sup> met en jeu un grand nombre de nucléons du noyau, où chaque excitation 1p-1t procure à un nucléon une promotion énergétique de l'ordre de l'énergie de la résonance géante.

### Largeur des résonances géantes

Une dernière caractéristique importante des résonances géantes concerne leur largeur [Ber83, Har01]. En effet, ces dernières reposent au delà du seuil d'émission de nucléon, et donc de forts couplages au continuum sont attendus, en particulier dus à leur décroissance. Les mécanismes responsables des largeurs des résonances géantes peuvent être décomposés en trois :

- $\Delta\Gamma$ , la largeur dite de Landau, est due à la structure en couche des noyaux et à une densité d'états élevée des excitations une particule-un trou autour de l'énergie de la résonance géante. Cette contribution à la largeur n'est pas responsable de la décroissance des résonances géantes.
- $\Gamma^\uparrow$ , la largeur d'échappement, provient du couplage de l'excitation avec le continuum. Elle est responsable de la décroissance directe, c'est à dire de l'émission (ou l'« évaporation ») de nucléons avant toute équilibration statistique. Cette décroissance directe permet de remonter, via les états de trous, à la structure de la résonance géante. Elle sera étudiée en détails dans ce chapitre.
- $\Gamma^\downarrow$ , la largeur d'étalement, est induite par les couplages des états une particule-un trou (1p-1t) à des états plus complexes du noyaux via les collisions entre nucléons, jusqu'à atteindre un système complètement équilibré. A ce stade, la mémoire de la voie d'entrée est complètement perdue<sup>2</sup>.

On a alors pour la largeur totale de la résonance géante la somme de ces trois contributions :

$$\Gamma^{tot} = \Delta\Gamma + \Gamma^\uparrow + \Gamma^\downarrow. \quad (2.1)$$

1. dans son état fondamental ou pas, un état de résonance géante pouvant être construit sur un noyau froid ou chaud, ou sur une autre résonance géante (état multiphonon) [Bor98, Har01].

2. On peut aussi avoir des couplages entre résonance géante et excitations de basse énergie amenant à la décroissance de pré-équilibre, conservant une mémoire partielle de la voie d'entrée.

Le caractère à un corps de ces modes d'excitation de petite amplitude permet finalement une bonne description microscopique de ces résonances géantes dans le formalisme TD EDF, grâce à la théorie des perturbations dépendantes du temps, que nous allons aborder dans la section suivante. L'étude des résonances géantes monopolaires de certains noyaux sera ensuite abordée à l'aide du formalisme TDHF. En particulier, nous étudierons la structure microscopique de ces résonances géantes, à partir de leur désexcitation par émission de nucléons. On gardera à l'esprit que ce formalisme ne permet pas de modéliser l'équilibration statistique des degrés de libertés nucléoniques du noyau, et donc ne permet pas de rendre compte de la largeur d'étalement. Seules les contributions de Landau  $\Delta\Gamma$  et de la décroissance directe  $\Gamma^\uparrow$  sont reproduites avec TDHF. Un formalisme plus complexe pouvant traiter les collisions de nucléons de manière explicite est requis pour une description plus fine de ces résonances géantes [Col92, Lac04].

## 2.2 Approche théorique des décroissances de résonances géantes

### 2.2.1 Modèle simple

La théorie des perturbations au premier ordre permet de décrire les modes de vibration d'un système quantique. En perturbant le système que l'on désire étudier à l'aide d'un potentiel extérieur composé d'un opérateur  $\hat{F}$ , dont l'intensité est quantifiée par  $\varepsilon$  et la dépendance en temps donnée par la fonction  $f(t)$ , l'équation d'évolution de la fonction d'onde du noyau s'écrit :

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\Psi(t)\rangle = \left( \hat{H} + \varepsilon f(t) \hat{F} \right) |\Psi(t)\rangle. \quad (2.2)$$

Pour décrire des états non-liés comme les résonances géantes, il faut prendre en compte leur décroissance. Dans le cas de l'émission directe de nucléon, la résonance d'un noyau à  $A$  nucléons va alors se dépeupler vers des noyaux fils avec  $A - 1$  particules, un nucléon étant alors émis du noyau. Afin de modéliser ces décroissances, on utilise ici (dans un modèle simple) des états d'énergie complexe qui sont pertinents dans le cas de décroissance exponentielle des états à  $A$  nucléons [Gia88].

#### Développement perturbatif

On décompose dans un premier temps  $|\Psi(t)\rangle$  sur une base orthogonale formée des états propres  $|n\rangle$  de  $\hat{H}$  de valeur propre complexe :

$$\hat{H}|n\rangle = \left( E_n - i \frac{\Gamma_n}{2} \right) |n\rangle, \quad (2.3)$$

où l'énergie propre  $E_n$  est reliée à la pulsation propre  $\omega_n$  ( $E_n = \hbar\omega_n$ ) et où  $\Gamma_n$  correspond à la largeur éventuelle des états (pour les états liés,  $\Gamma_n = 0$ ), reliée à leur temps de décroissance  $\tau_n$  par la relation  $\Gamma_n = \frac{\hbar}{\tau_n}$ . A tout instant  $t$ , on peut



décomposer l'état  $|\Psi(t)\rangle$  sur les états propres du système sous la forme :

$$|\Psi(t)\rangle = \sum_n c_n(t) e^{-i\omega_n t} e^{-t/2\tau_n} |n\rangle. \quad (2.4)$$

La résolution de l'équation (2.2) se résume alors à la résolution des équations couplées :

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} c_n(t) = \varepsilon f(t) \sum_i \langle n|\hat{F}|i\rangle c_i(t) e^{-i(\omega_i - \omega_n)t} e^{-t/2\tau_n - t/2\tau_i}. \quad (2.5)$$

Le développement perturbatif des coefficients d'évolution  $c_n(t)$  selon l'intensité de la perturbation  $\varepsilon$  peut s'écrire :

$$c_n(t) = b_n^{(0)}(t) + \varepsilon b_n^{(1)}(t) + \varepsilon^2 b_n^{(2)}(t) + \dots \quad (2.6)$$

Les coefficients  $b_n^{(k)}(t)$  obéissent alors aux équations :

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{\partial}{\partial t} b_n^{(0)}(t) &= 0 \\ i\hbar \frac{\partial}{\partial t} b_n^{(k)}(t) &= f(t) \sum_i \langle n|\hat{F}|i\rangle b_i^{(k-1)}(t) e^{-i(\omega_i - \omega_n)t} e^{-t/2\tau_n - t/2\tau_i}. \end{aligned} \quad (2.7)$$

### Réponse linéaire

L'approximation de la réponse linéaire revient à tronquer le développement (2.6) au premier ordre en  $\varepsilon$ . L'utilisation de ce formalisme dans ce manuscrit se limite à une perturbation soudaine ( $f(t) = \delta(t)$ ) de l'état fondamental  $|0\rangle$ . Au premier ordre des perturbations, ces équations deviennent :

$$b_n^{(0)}(t) = \delta_{n0}, \quad (2.8)$$

$$b_n^{(1)}(t) = \frac{1}{i\hbar} \langle n|\hat{F}|0\rangle \Theta(t), \quad (2.9)$$

où  $\Theta(t)$  est la fonction de Heaviside ( $\Theta(t) = 1$  si  $t > 0$ ,  $\Theta(t) = 0$  sinon). L'équation d'évolution d'une observable quelconque  $\hat{O}$  s'écrit alors ( $\Gamma_0 = 0$ ) :

$$\langle \hat{O} \rangle(t) = \langle 0|\hat{O}|0\rangle + \left( \frac{\varepsilon}{i\hbar} \sum_{n=0}^{\infty} \langle 0|\hat{O}|n\rangle \langle n|\hat{F}|0\rangle \Theta(t) e^{-i(\omega_n - \omega_0)t} e^{-t/2\tau_n} + h.c. \right) \quad (2.10)$$

Dans le cas particulier où  $\hat{O} = \hat{F}$ , les variations de  $\langle \hat{F} \rangle(t)$  s'écrivent :

$$\begin{aligned} \Delta F(t) &= \langle \hat{F} \rangle(t) - \langle \hat{F} \rangle(0) \\ &= -\frac{2\varepsilon}{\hbar} \sum_n \left| \langle 0|\hat{F}|n\rangle \right|^2 \Theta(t) \sin((\omega_n - \omega_0)t) e^{-t/2\tau_n}. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Bien que cette méthode ne donne pas à proprement parler les états  $|n\rangle$ , la fonction de réponse temporelle  $\Delta F(t)$  possède néanmoins les informations sur les probabilités de transitions de l'état fondamental vers les états excités induites par l'opérateur

$\hat{F}$ , ainsi que les énergies de ces états. En effectuant sa transformée de Fourier temporelle :

$$\Delta\tilde{F}(E) = \int_{-\infty}^{+\infty} \Delta F(t) e^{-iEt/\hbar} dt, \quad (2.12)$$

l'analyse de Fourier nous permet d'obtenir la fonction de réponse spectrale, aussi appelée distribution de force<sup>3</sup>

$$S(E) = \frac{1}{\pi} \sum_n \left| \langle 0 | \hat{F} | n \rangle \right|^2 \frac{\Gamma_n/2}{(\Gamma_n/2)^2 + (E - E_n)^2}, \quad (2.13)$$

$$= -\frac{1}{\pi\varepsilon} \text{Im} \left( \Delta\tilde{F}(E) \right), \quad (2.14)$$

qui prend alors la forme d'une somme de distributions de Breit-Wigner. On retrouve, dans les cas où les largeurs  $\Gamma_n \rightarrow 0$ , la définition standard pour la distribution de force

$$S(E) = \sum_n \left| \langle 0 | \hat{F} | n \rangle \right|^2 \delta(E - E_n). \quad (2.15)$$

### Décroissance exponentielle des états

Il est enfin intéressant, dans le cadre des études de résonances géantes, d'étudier la décroissance des populations  $n_n(t) = |c_n(t)|^2$  des états 1p-1t  $|n\rangle$  qui ont été peuplés initialement. En injectant les équations (2.8) et (2.9) dans (2.4), et en utilisant l'orthogonalité des états, on peut montrer qu'ils ne subissent pas de décroissance à l'ordre 1 en  $\varepsilon$ . On peut pousser le développement (2.4) au second ordre. Les coefficients  $b_n^{(2)}(t)$  sont alors de la forme :

$$b_n^{(2)}(t) = -\frac{1}{\hbar^2} \langle n | \hat{F}^2 | 0 \rangle \Theta(t). \quad (2.16)$$

En réinjectant le développement des  $c_n(t)$  tronqué à l'ordre 2 dans (2.4), on montre de la même manière que précédemment que les  $b_n^{(2)}(t)$  n'interviennent pas à l'ordre  $\varepsilon^2$ . Les seuls termes du second ordre subsistants sont les termes du premier ordre croisés. On peut alors montrer que la population  $n_n(t)$  de l'état résonant  $|n\rangle$  suit la loi de décroissance exponentielle :

$$n_n(t) = \frac{\varepsilon^2}{\hbar^2} \left| \langle 0 | \hat{F} | n \rangle \right|^2 \Theta(t) e^{-t/\tau_n}. \quad (2.17)$$

Il est ainsi intéressant de voir que la décroissance des populations des états résonants est du second ordre en  $\varepsilon$  mais peut être extraite de la réponse linéaire.

### Règles de somme

Afin de déterminer l'énergie des résonances géantes, on utilise souvent les moments énergétiques  $m_k$  de la distribution de force :

$$m_k = \int_0^\infty E^k S(E) dE. \quad (2.18)$$

---

3. avec  $\int_{-\infty}^{+\infty} \Theta(t) \sin(\Omega t) e^{-t/2\tau} e^{-i\omega t} dt = \frac{1}{2} \left( \frac{i\pi/2\tau + (\omega - \Omega)}{(1/2\tau)^2 + (\omega - \Omega)^2} + \frac{i\pi/2\tau + (\omega + \Omega)}{(1/2\tau)^2 + (\omega + \Omega)^2} \right)$  et en nous limitant aux énergies  $\Omega$  positives ( $E_n = \hbar\omega_n > E_0 = \hbar\omega_0$ ).

En particulier, le rapport des moments  $\frac{m_1}{m_0}$  est égal à l'énergie moyenne des états excités par la perturbation. On notera enfin que certains moments énergétiques peuvent être estimés *a priori* [Rin80, Bla86].

### 2.2.2 Approche TDEDF

Nous avons introduit au paragraphe précédent la théorie de la réponse linéaire dans le cas général. On se propose dans cette partie de l'introduire dans le cas du formalisme TDEDF du chapitre 1. Elle se formule de manière analogue, l'équation (2.2) prenant alors la forme :

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \rho(t) = [h(t) + \varepsilon f(t)F, \rho(t)], \quad (2.19)$$

où  $F$  est la matrice associée à l'opérateur hermitique

$$\hat{F} = \sum_{ij} F_{ij} \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_j. \quad (2.20)$$

L'évolution de la valeur moyenne de l'opérateur  $\hat{F}$

$$\langle \hat{F} \rangle(t) = \text{Tr} (F \rho(t)) \quad (2.21)$$

nous permet, au premier ordre des perturbations, de trouver la distribution de force (2.13) en utilisant l'analyse de Fourier (2.12). Les modes et énergies propres contenus dans cette dernière sont alors ceux de la RPA (Random Phase Approximation). En effet, la RPA peut s'obtenir en linéarisant l'équation (2.19) [Bla86].

Enfin, on notera qu'il a été montré que la réponse linéaire obtenue à partir du formalisme TDHF est en bon accord avec la RPA prenant en compte le continuum (cRPA) [Cho87]. De plus, lorsque les calculs sont effectués avec des conditions aux limites absorbantes ou dans des discrétisations très fines du continuum, TDHF devient compétitif pour l'étude des noyaux lourds en termes de temps de calcul vis à vis de la cRPA [Nak05]. De plus, le formalisme TDHF est une généralisation naturelle du formalisme HF, ce qui facilite son implémentation numérique, en particulier la cohérence (au niveau de la fonctionnelle utilisée) entre les calculs HF et TDHF. A contrario, il est possible, voire fréquent, de négliger certains termes de la fonctionnelle dans les implémentations cRPA (par exemple, les termes en gradient de la densité et le terme Coulombien). Cela peut mener à des résultats légèrement différents [Col04, Pér05, Sil06], en particulier pour les résonances géantes monopolaires isoscalaires [Sil06]. Ces dernières bénéficient en effet de mesures expérimentales très précises afin d'estimer l'incompressibilité de la matière nucléaire. Ce sont ces résonances géantes que l'on va étudier dans ce chapitre.

Enfin, un des avantages de l'approche TDHF (des approches TDEDF en général, incluant TDHF et TDHFB) repose en la possibilité d'aller au delà du régime linéaire, pour par exemple étudier les anharmonicités [Sim03, Rei07] des résonances géantes.

C'est dans le contexte du formalisme TDHF que l'on se propose donc d'étudier les résonances géantes monopolaires isoscalaires. Les calculs TDHFB complets prenant en compte l'appariement nucléaire sont en effet très coûteux numériquement.

Son utilisation alors permet difficilement des études fines de décroissance directe, qui nécessitent des espaces très grands afin de prendre en compte les couplages au continuum. On ne se limitera donc dans ce chapitre qu'à des noyaux doublement magiques, ou éventuellement à des noyaux dont les dernières sous-couches sont fermées.

## 2.3 Décroissance directe des résonances géantes monopolaires

### 2.3.1 Décroissance et structure des résonances géantes

Expérimentalement, l'étude de la décroissance des résonances géantes par émission de nucléons peut être effectuée par des mesures en coïncidence de l'énergie des éjectiles et des nucléons émis suite à la décroissance directe. De telles études permettent de déduire la structure microscopique de la résonance en terme d'énergie de promotion des excitations une particule-un trou. On peut de cette manière savoir à quelle orbitale nucléonique est associée telle ou telle partie de la distribution de force de la résonance géante. De plus, on peut aussi en déduire les rapports d'embranchement vers les noyaux fils à un trou venant de la décroissance directe. Ces informations sont schématisées sur la figure FIG. 2.4. On

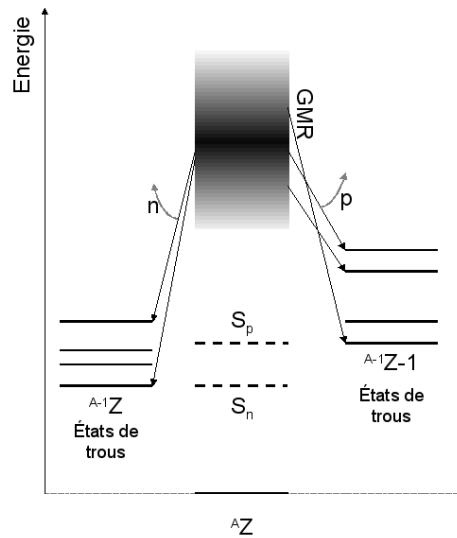


FIGURE 2.4: Schéma de la décroissance directe d'une résonance géante (monopolaire) par émission de nucléons vers les états de trous d'un noyau  $AZ$ .

peut ainsi comprendre la nature microscopique d'éventuels épaulements ou même de multiplets dans le cas de distribution de force très fragmentées. La comparaison à l'expérience de modèles tels que le formalisme TD EDF pourrait ainsi permettre de raffiner considérablement les fonctionnelles utilisées. En effet, il est envisagé,

notamment dans le projet UNEDF (<http://unedf.org>) d'ajuster les fonctionnelles sur des données de résonances géantes (voir aussi [Gia81, Agr06]). En particulier, les résonances dipolaires isovectorielles et monopolaires isoscalaires, sont souvent utilisées pour contraindre les valeurs d'énergie d'asymétrie et d'incompressibilité de la matière nucléaire, qui jouent des rôles majeurs dans la structure et la dynamique nucléaire. Les états extrêmes de la matière tels qu'ils sont étudiés en astrophysique nucléaire sont en effet très dépendants de modèles prédictifs fins pour modéliser, par exemple, le diamètre des étoiles à neutrons [Duo94].

D'un point de vue expérimental, les études de décroissance de résonances géantes ont vu le jour assez tôt. Cependant, les composantes statistiques et directes de ces décroissances par émission de nucléons sont très difficiles à démêler, et reposent sur des modèles de décroissance statistique afin de soustraire sa contribution à la décroissance totale. De plus, l'émission directe de protons des résonances de noyaux lourds (qui possèdent une barrière Coulombienne importante) est difficilement observable. En effet, l'énergie de la résonance géante n'est alors souvent pas suffisante pour permettre aux protons de franchir la barrière Coulombienne.

En ce qui concerne les résonances géantes monopolaires, des études de décroissances sur le  $^{208}\text{Pb}$  [Bra87, Bra89],  $^{124}\text{Sn}$  [Bor90] et  $^{90}\text{Zr}$  [Bor89] ont mis en exergue le caractère principalement statistique de la décroissance des résonances géantes monopolaires dans ces noyaux<sup>4</sup>, et la difficulté d'extraire des informations sur la décroissance directe [Bra89]. Récemment, des techniques expérimentales très précises ont été appliquées afin de déterminer les voies de décroissance directe d'un autre mode de compression du noyau, la résonance géante dipolaire isoscalaire [Hun04, Hun07, Nay09].

D'un point de vue théorique, les méthodes microscopiques utilisées pour la description des résonances géantes et de leur largeur de décroissance directe reposent sur le formalisme continuum-RPA (cRPA) [Shl75, Liu76] et cQRPA [Hag01, Kha02] ou TDHF [Blo79, Cho87, Gia88, Nak05, Nak07, Ste07]. Certains modèles allant au-delà du formalisme TD EDF, comme par exemple TDHF étendu [Ayi85, Lac99, Lac04] pour les études « en temps réel » ou la seconde RPA incluant les états 2p-2t permettent d'appréhender la largeur due à la décroissance statistique des résonances géantes, et en particulier la décroissance de prééquilibre. Enfin, des variantes du modèle cRPA existent où la largeur d'étalement est prise en compte de manière phénoménologique, et ont été utilisées pour des études de décroissance par émission de nucléons [Gor00, Uri08].

On se propose, dans cette partie, d'étudier l'émission de nucléons issue de la décroissance directe des résonances géantes monopolaires. En particulier, nous déduiront les rapports d'embranchement pour les résonances géantes monopolaires isoscalaires (GMR) de certains noyaux doublement magiques grâce au formalisme

---

4. On s'attend cependant à ce que les noyaux légers soient plus propices à ces études, ayant une contribution de la décroissance directe plus grande.

TDHF. L'étude du spectre énergétique des nucléons émis lors de la décroissance de la GMR permettra de remonter à la structure de la résonance géante. Dans un premier temps, la méthode d'investigation sera exposée sur les noyaux de Calcium 40 et Plomb 208, avant de résumer des résultats plus systématiques.

### 2.3.2 Méthode d'investigation : exemples du $^{40}\text{Ca}$ et du $^{208}\text{Pb}$

Les calculs de décroissance des GMR sont réalisés en symétrie sphérique, avec le code TDHFBRAD dans la limite d'appariement nul, la majeure partie des noyaux que l'on étudiera étant doublement magiques. Ils sont réalisés sur un réseau radial de pas  $dr = 0.3$  fm, dans une sphère aux bords durs de rayon 450 fm (induisant une discrétisation en énergie de l'ordre de 150 keV), et un pas en temps  $dt = 0.015$  fm/c. Les calculs sont réalisés pendant un temps  $T = 2250$  fm/c. Les propriétés de conservation de la norme et de l'énergie sont bien réalisées dans de telles conditions (précision de l'ordre de  $10^{-6}$  sur le nombre de particules et de l'ordre de 100 eV pour l'énergie).

A l'instant initial, on dispose de l'état fondamental Hartree-Fock. Le schéma de niveaux des fonctions d'onde de nucléons ainsi que leurs potentiels moyens sont représentés sur la figure FIG. 2.5 pour les noyaux de  $^{40}\text{Ca}$  et de  $^{208}\text{Pb}$ .

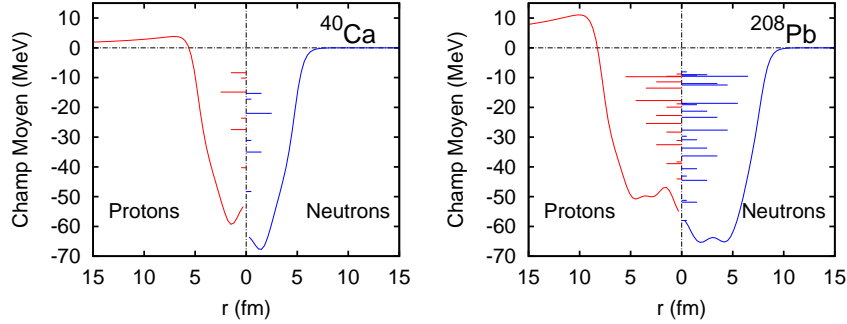


FIGURE 2.5: Champs moyens protons (en rouge) et neutrons (en bleu) pour le  $^{40}\text{Ca}$  et le  $^{208}\text{Pb}$ . Les niveaux de particules individuelles  $\{nlj\}$  obtenus sont indiqués aux énergies correspondantes  $e_{nlj}$  par des barres horizontales dont la longueur est proportionnelle à leur dégénérescence  $(2j + 1)$ .

#### Etude de la fonction de réponse monopolaire

On applique alors à ces noyaux l'opérateur d'excitation monopolaire  $e^{ik\hat{Q}_0}$  avec

$$\hat{Q}_0 = \sum_{\sigma,q} \int g(r) \mathbf{r}^2 \hat{a}_{\mathbf{r}\sigma q}^\dagger \hat{a}_{\mathbf{r}\sigma q} d\mathbf{r} \quad (2.22)$$

où  $g(r) = \frac{1}{(1+e^{5(r-2R_{rms})})}$  est une fonction de coupure localisée à deux fois le rayon quadratique moyen du noyau considéré. Elle permet d'éviter de prendre en compte

les nucléons émis hors du noyau suite à la désexcitation de la GMR<sup>5</sup> lors du calcul de la fonction de réponse temporelle  $\Delta Q_0(t) = \langle \hat{Q}_0 \rangle(t) - \langle \hat{Q}_0 \rangle_{HF}$ . L'évolution en temps de la valeur moyenne  $\Delta Q_0(t)$  suite à cette excitation est illustrée sur la figure FIG. 2.6 pour les noyaux de  $^{40}\text{Ca}$  et de  $^{208}\text{Pb}$ . L'amplitude maximale des

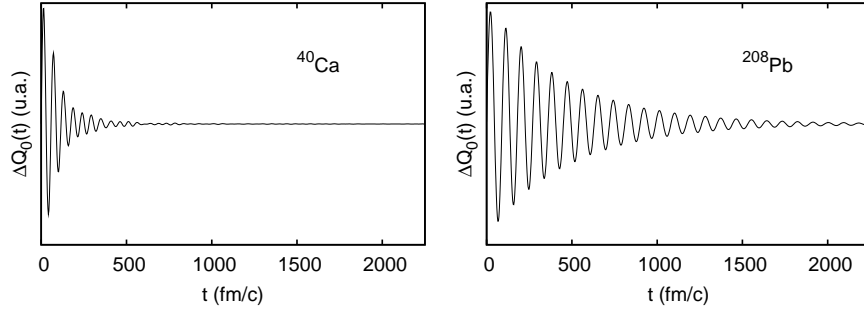


FIGURE 2.6: Evolution de la fonction de réponse temporelle de la GMR  $\Delta Q_0(t)$  sur les noyaux de  $^{40}\text{Ca}$  (à gauche) et de  $^{208}\text{Pb}$  (à droite).

oscillations de  $\langle \hat{Q}_0 \rangle(t)$  a été vérifiée comme étant linéaire en fonction de l'intensité de la perturbation  $k$ . On peut voir sur ces figures des oscillations amorties. Cet amortissement est dû à la décroissance de la GMR par évaporation de nucléons. On peut remarquer que l'amortissement est beaucoup plus rapide dans le  $^{40}\text{Ca}$  que dans le  $^{208}\text{Pb}$ . Les distributions de force de la GMR (2.13) sont ensuite obtenues à

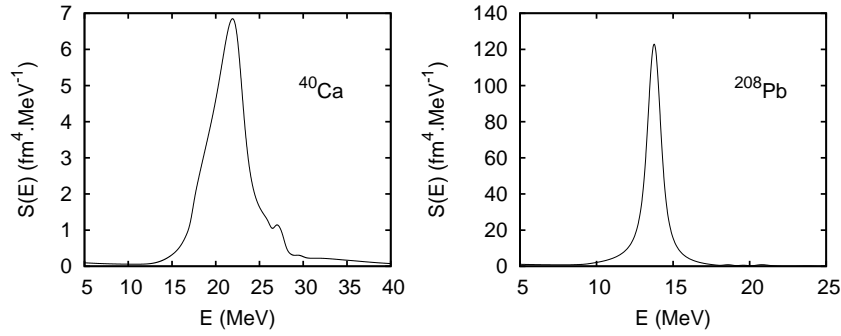


FIGURE 2.7: Distribution de force de la GMR dans les noyaux  $^{40}\text{Ca}$  (à gauche) et  $^{208}\text{Pb}$  (à droite).

partir des fonctions de réponse temporelles par analyse de Fourier (Eq. (2.12)). Cette

5. Cette fonction de coupure n'est nécessaire que pour l'observation. Nous l'utilisons aussi pour l'excitation par soucis de cohérence avec la théorie de la réponse linéaire où l'utilisation du même opérateur pour l'excitation et l'observation est préférable (cf Eq. (2.11)).

dernière est effectuée avec un filtre temporel de la forme  $f(t) = \cos^2(\pi * t/2T)$  afin d'éviter les artefacts dus à la transformation de Fourier sur un temps fini (entre 0 et 2250 fm/c) et de la réflexion des nucléons par les bords de boîte [Rei06]. Ce protocole induit une largeur supplémentaire de l'ordre de 500 keV. Les distributions de force  $S(E)$  sont illustrées sur la figure FIG. 2.7. Leurs énergies moyennes  $E_{GMR} = \frac{m_1}{m_0}$  sont égales à 22.1 MeV pour le  $^{40}\text{Ca}$  et 13.9 MeV pour le  $^{208}\text{Pb}$ , en bon accord avec les résultats obtenus avec la RPA (21.5 MeV pour le  $^{40}\text{Ca}$  [Col07]).

Afin d'avoir une estimation de la largeur de ces résonances, on peut finalement étudier l'évolution des maxima et minima des fonctions de réponse temporelle  $\Delta Q_0(t)$  [Cho87]. Ils sont reportés en échelle logarithmique pour les deux noyaux sur la figure FIG. 2.8. Leurs ajustements par lois de décroissance exponentielle sont aussi reportés sur cette figure. Ils montrent bien le caractère exponentiel des décrois-

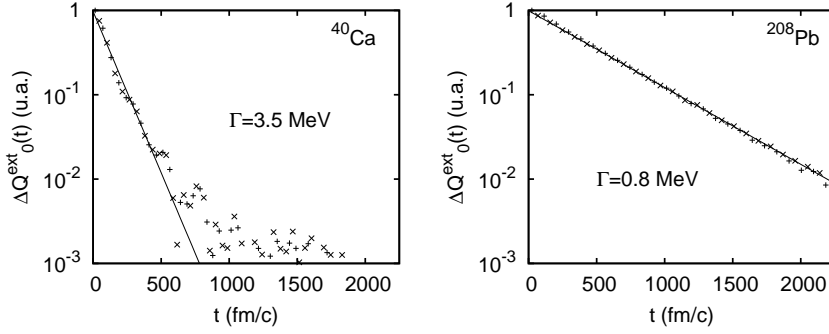


FIGURE 2.8: Evolution des maxima ("x") et minima ("+") de  $\Delta Q_0(t)$  pour les noyaux de  $^{40}\text{Ca}$  (à gauche) et de  $^{208}\text{Pb}$  (à droite). Les droites représentent l'ajustement de ces données par une décroissance exponentielle  $e^{-\Gamma t/2\hbar}$ . Les largeurs de résonance correspondantes sont inscrites sur les figures.

sances, en accord avec l'équation (2.11) et des études antérieures [Cho87]. Pour le  $^{40}\text{Ca}$ , la résonance est plus fragmentée, induisant à la fois des battements et différentes contributions à la décroissance exponentielle. Dans ce cas, l'ajustement a été réalisé pour les temps courts ( $< 500$  fm/c). On sonde alors la décroissance rapide parmi les modes excités participant à la décroissance totale. On obtient les estimations de ces largeurs de 3.5 MeV pour le  $^{40}\text{Ca}$  et à 0.8 MeV pour le  $^{208}\text{Pb}$ . Compte tenu de la forme de Breit-Wigner de la distribution de force, ces quantités sont à comparer à la largeur à mi-hauteur de la distribution de force (resp. 4.5 MeV et 1.1 MeV).

Ce type d'étude avait déjà été mené lors de l'étude de la GMR du  $^{40}\text{Ca}$  avec TDHF [Cho87], aboutissant sur les mêmes observations. Les différences quantitatives importantes qui émergent entre les deux modélisations sont liées à l'utilisation de fonctionnelles d'énergies différentes, qui sont désormais plus raffinées.



### Spectres d'émission de nucléons

Nous nous intéressons désormais à l'étude des nucléons émis lors de la décroissance de la GMR dans ces noyaux, afin notamment de calculer les rapports d'embranchement vers les états de trou du noyau de départ. On calcule alors la densité dans l'espace des impulsions des nucléons émis après un temps théoriquement infini ( $t_f = 1500$  fm/c dans la pratique). Cette densité est décomposée sur chaque jeu de nombres quantiques des états individuels  $\{n, l, j\}$ , que nous noterons  $\rho_{nlj}(k)$ . Elle est calculée en développant les fonctions d'onde de nucléon émis  $\varphi_{nljm}(\mathbf{r}, \sigma, q, t)$  sur la base des fonctions d'onde planes sphériques d'énergie  $\frac{\hbar^2 k^2}{2m}$  :

$$\phi_{kljm}(\mathbf{r}\sigma) = \langle \mathbf{r}\sigma | kljm \rangle = \sqrt{\frac{2k^2}{\pi}} j_l(kr) \Omega_{ljm}^\sigma(\mathbf{r}), \quad (2.23)$$

où  $j_l(kr)$  sont les fonctions de Bessel sphériques, et  $\Omega_{ljm}^\sigma(\mathbf{r})$  les spineurs sphériques [Var88]. Un tel développement devant se faire à l'extérieur du noyau, il s'écrit alors :

$$\rho_{nlj}(k) = \sum_{m=-j}^j \left| \sum_{\sigma} \int \varphi_{nljm}(\mathbf{r}, \sigma, q; t_f) f^{ext}(r) \phi_{kljm}^*(\mathbf{r}\sigma) d\mathbf{r} \right|^2 \quad (2.24)$$

$$f^{ext}(r) = \begin{cases} 0 & \text{si } r < R_1, \\ \cos^2\left(\frac{\pi(r-R_2)}{2(R_2-R_1)}\right) & \text{si } R_1 < r < R_2, \\ 1 & \text{si } r > R_2. \end{cases}$$

On choisit  $R_1 = 30$  fm et  $R_2 = 100$  fm afin d'être à la fois assez loin du noyau (afin d'éviter toute interaction avec ce dernier) tout en ayant une bonne résolution en impulsion.

Les spectres en énergie des nucléons émis, issus de la procédure décrite ci-dessus, sont illustrés sur la figure FIG. 2.9 pour le  $^{40}\text{Ca}$  et le  $^{208}\text{Pb}$ . Les spectres obtenus pour les neutrons sont tracés en lignes pleines, et ceux des protons en pointillés. A chaque nombre quantique  $\{l, j\}$  correspond une couleur (voir légende). Les calculs effectués avec deux valeurs de l'intensité de la perturbation  $k_1 = 0.001$  fm $^{-2}$  et  $k_2 = k_1/2$  sont représentés sur cette figure. Les spectres des nucléons émis calculés avec la perturbation  $k_2$  ont été multipliés par 4. Les courbes se superposent parfaitement. Les spectres des nucléons émis sont alors bien quadratiques en fonction de l'intensité de la perturbation, vérifiant ainsi l'équation (2.17).

Ces spectres montrent aussi que pour le  $^{40}\text{Ca}$ , principalement toutes les orbitales de la dernière couche majeure (couche  $s - d$  pour les neutrons et les protons) ont subi une émission de nucléon. Il en est de même pour les neutrons du  $^{208}\text{Pb}$  (aucune émission de proton n'a lieu). Enfin, on voit que chaque orbitale nucléonique est évaporée en quantité et à des énergies différentes.

### Reconstruction de la structure microscopique de la GMR

La GMR étant construite comme une superposition d'excitations 1p-1t, il est intéressant de comparer la fonction de réponse spectrale  $S(E)$  et les densités

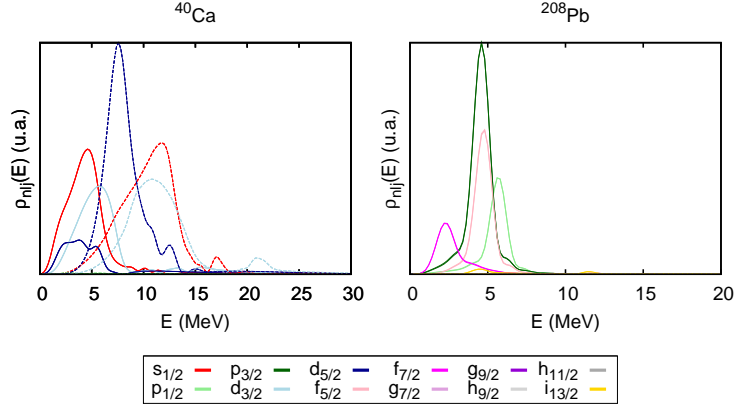


FIGURE 2.9: Spectres d'émission de nucléons consécutifs à une excitation monopolaire dans les noyaux  $^{40}\text{Ca}$  et  $^{208}\text{Pb}$ . Les densités dans l'espace des impulsions sont tracées en lignes pleines pour les neutrons et tiretées pour les protons, avec le code couleur indiqué sur la légende pour les états de nombre quantique  $l, j$ . Deux intensités de perturbations ont été effectuées  $k_1 = 0.001 \text{ fm}^{-2}$  et  $k_2 = k_1/2$ . Les spectres de ces dernières perturbations en  $k_2$  ont été multipliés par 4. Les spectres se superposent alors parfaitement.

$\rho_{nlj}(\hbar^2 k^2/2m - e_{nlj})$  des nucléons émis décalées de leur énergie de particule individuelle. Ces dernières peuvent être interprétées comme l'énergie de promotion qu'ont subi les nucléons. Ces deux quantités sont tracées sur les panneaux supérieurs et inférieurs de la figure FIG. 2.10.

On s'intéresse d'abord à l'énergie de promotion qu'ont subi chaque orbitale nucléonique. On s'aperçoit que tous les nucléons émis ont subi une promotion énergétique similaire à l'énergie de la GMR. Ceci est une manifestation criante de la collectivité (nombre important de nucléons participant à l'excitation) et de la cohérence (tous subissant une promotion énergétique équivalente) de la GMR. Si on additionne les contributions des différentes orbitales, on s'aperçoit que cette dernière, en ligne pointillée noire sur les panneaux inférieurs de la figure FIG. 2.10, a une forme quasi-identique à celle de la distribution de force  $S(E)$  pour les deux noyaux étudiés, y compris pour les structures fines, comme c'est le cas dans la partie haute énergie de  $S(E)$  dans le  $^{40}\text{Ca}$ . On peut alors comprendre les différentes contributions microscopiques de la résonance. Pour le  $^{40}\text{Ca}$ , par exemple, la position du maximum de  $S(E)$  est ainsi dominée par les protons de nombres quantiques  $d_{5/2}$  ( $\pi d_{5/2}$ ), cette dernière étant aussi responsable, avec les orbitales  $\pi s_{1/2}$  et  $\nu d_{5/2}$  de l'épaule visible à 27.5 MeV.

En revenant alors sur les énergies des neutrons émis (FIG. 2.9), on remarque qu'elles sont en moyenne plus petites que celles des protons. A la lumière de ce qui a été observé précédemment, ceci est principalement lié aux énergies de liaison

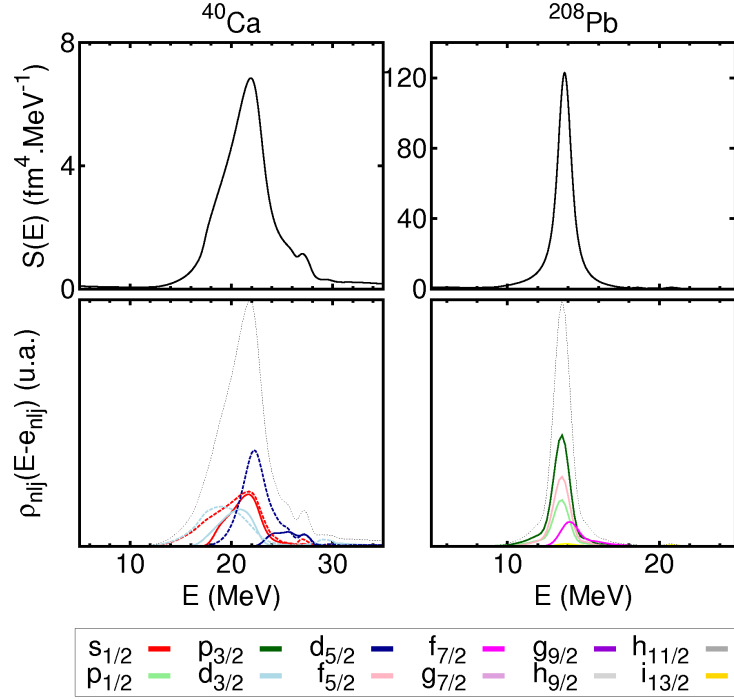


FIGURE 2.10: (bas) : Energie de promotion  $1p-1t$  de chaque orbitale nucléonique de nombres quantiques  $l, j$  donnés (voir texte) pour les noyaux  $^{40}\text{Ca}$  et  $^{208}\text{Pb}$ . Leur somme est représentée par la ligne noire pointillée. Les différentes densités dans l'espace des impulsions sont tracées en lignes pleines pour les neutrons et tiretées pour les protons, avec le code couleur indiqué sur la légende pour les états de nombres quantiques  $l, j$ . (haut) : Distribution de force  $S(E)$ .

des neutrons, plus grande que celles des protons ( $\approx -19$  MeV pour la couche  $s-d$  neutrons, contre  $\approx -12$  MeV pour celle des protons, voir FIG. 2.5). Les neutrons sont ainsi promus (avec l'énergie de  $\approx 20$  MeV de la GMR) à des énergies plus basses dans le continuum. Enfin, le fait qu'aucun proton ne soit émis aux énergies  $\lesssim 3$  MeV est relié à la présence de la barrière Coulombienne (3.8 MeV).

En ce qui concerne le  $^{208}\text{Pb}$ , il est plus difficile de tirer des conclusions quant à la structure de la GMR du fait de l'absence d'émission de proton. En effet, en revenant sur la figure FIG. 2.5, on s'aperçoit qu'une promotion d'un proton d'une énergie  $E \sim E_{GMR} (= 13.9 \text{ MeV})$  peut difficilement mener à une évaporation de ce dernier du fait de la barrière Coulombienne ( $\approx 11$  MeV) et de son énergie de séparation (8.8 MeV pour le dernier état de proton occupé).

### Extraction des rapports d'embranchement vers les états de trou

Enfin, l'intégration des densités  $\rho_{njl}(k)$  peut nous fournir, en utilisant la conser-

vation de la masse, les rapports d'embranchement vers les différents états de trou du noyau de départ :

$$B_{nlj} = \frac{\int_0^\infty \rho_{njl}(k) dk}{\sum_{nlj} \int_0^\infty \rho_{njl}(k) dk}. \quad (2.25)$$

En particulier, les largeurs partielles d'échappement  $\Gamma_{nlj}^\uparrow$  sont les quantités qui sont généralement extraites des travaux expérimentaux. Elles représentent la contribution à la largeur d'échappement totale d'une orbitale nucléonique  $\{nlj\}$ . Dans le cadre de notre modèle, ces largeurs partielles prennent la forme :

$$\Gamma_{nlj}^\uparrow = B_{nlj} * \Gamma^{tot}, \quad (2.26)$$

où  $\Gamma^{tot}$  sera pris égal à la largeur à mi-hauteur de la distribution de force de la GMR  $\Gamma^{FWHM}$ .

Les rapports d'embranchements de la GMR vers les états de trou pour le  $^{40}\text{Ca}$  ainsi que leurs largeurs partielles d'échappement sont indiqués dans le tableau TAB. 2.1, où seuls les états de trou de la dernière couche majeure du  $^{40}\text{Ca}$  sont indiqués, les autres n'ayant pas de contribution (ou négligeable) à l'émission. On

TABLE 2.1: *Rapports d'embranchement et largeurs partielles d'échappement de la décroissance directe de la GMR du  $^{40}\text{Ca}$  vers les différents états de trous (en prenant  $\Gamma^{tot} = \Gamma^{FWHM} = 4470 \text{ keV}$ ), nommés par les nombres quantiques des nucléons émis  $\mu^{-1}$ . La deuxième colonne indique l'énergie de liaison Hartree-Fock des orbitales correspondantes.*

$\mu^{-1}$	$e_{nlj} \text{ (MeV)}$	$B_{nlj} \text{ (\% tot)}$	$\Gamma_{nlj}^\uparrow \text{ (keV)}$
$\nu 3d_{5/2}^{-1}$	-22.0	6.8	304
$\nu 3s_{1/2}^{-1}$	-17.3	20.2	903
$\nu 3d_{3/2}^{-1}$	-15.3	14.0	626
$\pi 3d_{5/2}^{-1}$	-14.9	23.7	1059
$\pi 3s_{1/2}^{-1}$	-10.2	19.8	885
$\pi 3d_{3/2}^{-1}$	-8.4	14.9	666
somme		99.4	4470

remarque tout d'abord que les contributions des neutrons et des protons pour les états  $s_{1/2}$  et  $d_{3/2}$  sont sensiblement égales dans ce noyau  $N = Z$ . En revanche, les contributions relatives des orbitales neutrons et protons  $d_{5/2}$  sont très différentes. Ceci est du à l'énergie de liaison de l'orbitale  $\nu 3d_{5/2}$  ( $-22.0 \text{ MeV}$ ), qui est de l'ordre de l'énergie de la GMR, et de son moment angulaire  $l = 2$ , ayant une barrière centrifuge non nulle. Ainsi peu d'états lui sont accessibles dans la fourchette d'énergie de la GMR limitant de ce fait son implication, contrairement aux protons pour lesquels l'énergie de promotion de la GMR est amplement suffisante pour vaincre liaison, barrière centrifuge et barrière Coulombienne.

Les rapports d'embranchement et largeurs d'échappement partielles obtenus pour le  $^{208}\text{Pb}$  sont indiqués dans le tableau TAB. 2.2. La décroissance par émission de nucléons de ce noyau a été précédemment étudiée théoriquement [Bra88, Gor00] et expérimentalement [Bra88, Bra89]. Les largeurs partielles d'échappement des travaux théoriques de [Gor00] et expérimentaux issus de [Bra88, Bra89] sont reportées sur le tableau TAB. 2.2. Les résultats des travaux théoriques [Gor00] ont été obtenus à partir du formalisme cRPA avec une interaction résiduelle de Landau-Migdal couplant des niveaux d'un potentiel de Woods-Saxon, prenant en compte la largeur d'étalement de manière phénoménologique. On note tout d'abord le désaccord tiré du

TABLE 2.2: *Rapports d'embranchement et largeurs partielles d'échappement de la décroissance directe de la GMR du  $^{208}\text{Pb}$  vers les différents états de trou (en prenant  $\Gamma^{\text{tot}} = \Gamma^{\text{FWHM}} = 1300 \text{ keV}$ ). La deuxième colonne indique l'énergie de liaison Hartree-Fock des orbitales correspondantes. Les trois dernières colonnes, quant à elle, reprennent les résultats de décroissance semi-directe des références [Gor00, Bra89, Bra88].*

$\mu^{-1}$	$e_{nlj}$ (MeV)	$B_{nlj}$ (%)	$\Gamma_{nlj}^{\uparrow}$ (keV)	Th.[Gor00]	$\Gamma_{lj}^{\uparrow}$ (keV) Exp.[Bra89]	Exp.[Bra88]
$\nu 5h_{9/2}$	-12.5	0.2	2	3	-	-
$\nu 5f_{7/2}$	-12.0	14.8	163	135	$< 140 \pm 30$	$165 \pm 45$
$\nu 6i_{13/2}$	-9.6	1.4	15	4	$75 \pm 35$	(incl. $1/2^-$ )
$\nu 5p_{3/2}$	-9.2	42.3	465	57	$75 \pm 40$	$50 \pm 10$
$\nu 5f_{5/2}$	-9.0	24.7	272	180	$< 35$	$70 \pm 15$
$\nu 5p_{1/2}$	-8.1	16.3	179	31	(incl. $13/2^+$ )	$140 \pm 35$
somme		99.7	1095	410	$325 \pm 105$	$425 \pm 100$

calcul de la somme des largeurs partielles d'échappement à celle tirée de la décroissance exponentielle ( $\Gamma = 0.8 \text{ MeV}$ ). La décroissance exponentielle étant très propre, on peut alors en conclure que la somme des états 1p-1t peuplés, bien que possédant un même temps de décroissance caractéristique, ne sont pas centrés aux mêmes énergies, pouvant ainsi élargir la largeur de la distribution de force. De plus, on remarque que les largeurs obtenues avec TDHF sont plus importantes que celles des autres travaux (théoriques et expérimentaux) évoqués. En effet, le couplage des états 1p-1t par des corrélations 2p-2t, non incluses dans TDHF (ni dans la cRPA conventionnelle, mais qui sont traitées de manière phénoménologique dans [Gor00]), peut dépeupler les candidats à la décroissance directe vers d'autres modes. Cependant, en faisant l'hypothèse que ces couplages ont lieu de manière uniforme selon les orbitales, on peut comparer les ratios des largeurs partielles d'échappement. Ainsi, les travaux présentés dans ce manuscrit ainsi que ceux décrits dans [Gor00] s'accordent à donner une importance mineure à la décroissance des orbitales de haut moment angulaire  $\nu 6i_{13/2}$  et  $\nu 5h_{9/2}$ . En revanche, les comparaisons pour les autres orbitales sont beau-

coup plus difficiles. En particulier, le rôle important joué par  $\nu 5p_{3/2}$  dans TDHF est en désaccord frappant avec les autres résultats, théoriques et expérimentaux. On notera cependant que la relation d'ordre entre les largeurs d'échappement  $\Gamma_{5p_{3/2}}$  et  $\Gamma_{5f_{5/2}}$  obtenue dans ce travail est conforme à celle des travaux expérimentaux de la référence [Bra89], alors que celle de [Gor00] ( $\Gamma_{5p_{3/2}} < \Gamma_{5f_{5/2}}$ ) est en accord avec les travaux expérimentaux [Bra88]. Ainsi, il semble que tant au niveau théorique qu'expérimental, des progrès sont à réaliser afin de comprendre et d'extraire les quantités reliées à la décroissance des résonances géantes.

### 2.3.3 Résultats sur quelques noyaux à (sous-)couche fermée

Des études similaires ont été entreprises sur les noyaux d' $^{16}\text{O}$ , de  $^{48}\text{Ca}$ , de  $^{56}\text{Ni}$  et de  $^{90}\text{Zr}$ . Leurs distributions de force et leurs densités dans l'espace des impulsions des nucléons émis sont tracées sur la figure FIG. 2.11. Les mêmes calculs ont aussi été effectués sur les isotopes d'étain  $^{100}\text{Sn}$ ,  $^{114}\text{Sn}$ ,  $^{120}\text{Sn}$  et  $^{132}\text{Sn}$ , et sont illustrés sur la figure FIG. 2.13. Les isotopes de  $^{114}\text{Sn}$  et  $^{120}\text{Sn}$  ne sont pas doublement magiques, mais ont une sous-couche fermée qui permet, à la limite Hartree-Fock, de les traiter en symétrie sphérique. La chaîne isotopique des Etains constitue de fait une sonde très importante pour l'évolution de l'incompressibilité nucléaire en fonction de l'asymétrie d'isospin. Elle est aussi un laboratoire pour la compréhension et la modélisation (prédictivité lors de l'approche de la limite de stabilité) des résonances géantes [Har02]. Les énergies moyennes  $E = \frac{m_1}{m_0}$  des GMR ainsi que les largeurs obtenues avec TDHF par les temps de décroissance ( $\Gamma^\dagger = \hbar/\tau$ ) et  $\Gamma^{\text{rms}} = \sqrt{\frac{m_2}{m_0} - E^2}$  pour ces noyaux sont indiquées dans le tableau TAB. 2.3, où sont reportées aussi les valeurs expérimentales récentes. Les résultats des énergies des GMR obtenues avec TDHF surestiment globalement les résultats expérimentaux, mais on peut remarquer que les résultats sont en meilleur accord lorsque la masse augmente. En effet, la collectivité augmente avec le nombre de nucléons. Les vibrations sont alors plus harmoniques que pour les noyaux légers. En d'autres termes, le rôle de l'interaction résiduelle responsable des anharmonicités dont une partie seulement est comprise dans TDHF [Sim03] diminue avec la masse des noyaux.

Nous nous intéressons maintenant aux structures de ces résonances, que l'on peut déduire des figures FIG. 2.11 et FIG. 2.13.

#### Noyaux $A \leq 90$

On s'intéresse d'abord à la série des noyaux « légers » ( $A \leq 90$ ). Pour ces différents isotopes, on peut tout d'abord remarquer, en regardant les panneaux médians et du bas de la figure FIG. 2.11, que les protons et les neutrons des dernières couches majeures du noyau contribuent. La promotion énergétique des états 1p-1t excités dans la GMR est en effet assez importante pour vaincre l'énergie de séparation et les barrières Coulombienne (pour les protons) et centrifuge. Comme pour le cas du  $^{40}\text{Ca}$ , on peut alors en déduire la structure microscopique des résonances géantes. Ces états des dernières couches majeures sont les seuls pouvant subir des promotions

TABLE 2.3: Energies  $E_{GMR} = \frac{m_1}{m_0}$  et largeurs  $\Gamma^\dagger = \hbar/\tau$  (ajustement exponentiel de la décroissance de  $\Delta Q$  aux temps courts) des résonances géantes monopolaires isoscalaires obtenues avec le code TDHFBRAD ( $SLy_4$ ) dans la limite d'appariement nul. Les résultats expérimentaux sont indiqués dans les colonnes de droite.

Noyau	TDHF			Exp.	
	$E_{GMR}$ (MeV)	$\Gamma_{GMR}^\dagger$ (MeV)	$\Gamma_{GMR}^{rms}$ (MeV)	$E_{GMR}$ (MeV)	$\Gamma_{GMR}^{tot}$ (MeV)
$^{16}\text{O}$	26.3	4.8	6.7	$21.1 \pm 0.5$ [Lui01]	$8.76 \pm 1.8(\text{rms})$
$^{40}\text{Ca}$	22.1	3.5	4.6	$19.2 \pm 0.4$ [You01]	$4.9 \pm 0.6(\text{rms})$
$^{48}\text{Ca}$	21.1	3.8	4.1	-	-
$^{56}\text{Ni}$	20.6	1.9	3.7	$19.3 \pm 0.5$ [Mon08]	-
$^{90}\text{Zr}$	18.1	1.1	3.2	$17.8 \pm_{0.2}^{0.3}$ [You04a]	$3.3 \pm_{0.3}^{0.6}(\text{rms})$
$^{100}\text{Sn}$	17.5	0.8	3.2	-	-
$^{114}\text{Sn}$	16.7	1.2	3.2	$16.1 \pm 0.1$ [Li07]	$4.1 \pm 0.4$
$^{120}\text{Sn}$	16.4	2.2	3.4	$15.7 \pm 0.1$ [Li07]	$4.9 \pm 0.5$
$^{132}\text{Sn}$	15.8	2.0	3.3	-	-
$^{208}\text{Pb}$	13.9	0.8	3.5	$14.0 \pm 0.2$ [You04b]	$2.9 \pm 0.2$

1p-1t. En effet, les états d'énergie de liaison plus profonde sont sujets au blocage de Pauli, un nucléon ne pouvant être promu sur un état occupé.

On remarque là encore que les densités d'énergie de promotion subies par les nucléons (panneaux médians de FIG. 2.11) reproduisent de manière très satisfaisante les distributions de force de la GMR pour tous ces isotopes. Dans les cas de  $^{16}\text{O}$  et du  $^{90}\text{Zr}$ , on peut tout d'abord remarquer qu'il n'y a pas de nucléon de nombres quantiques  $l, j$  dont la contribution soit dominante vis-à-vis des autres. Ce n'est pas le cas pour les isotopes de  $^{48}\text{Ca}$  et de  $^{56}\text{Ni}$ , dont les orbitales respectives  $\nu 3f_{7/2}$  et  $\pi 3f_{7/2}$  contribuent beaucoup plus que les autres. Cette différence de contribution ne peut pas s'expliquer par la dégénérescence de ces orbitales (les orbitales  $f_{7/2}$  peuvent accueillir 8 nucléons, ce qui est plus que les autres dans ces noyaux), mais plutôt par la liaison plus intense des autres orbitales provoquée par les fermetures de couche successives  $N = 20$  et  $N = 28$ .

### Cas du $^{90}\text{Zr}$

Le cas du  $^{90}\text{Zr}$  est intéressant car on possède une distribution de force  $S(E)$  très précise depuis les travaux de Youngblood *et al.* [You04a]. La distribution de force expérimentale du  $^{90}\text{Zr}$  est reproduite sur la figure FIG. 2.12 (figure extraite de [You04a]). Ces résultats expérimentaux montrent très clairement un épaulement important à haute énergie entre 20 et 25 MeV.

Bien que les formes de la distribution de force expérimentale et obtenue avec TDHF soient légèrement différentes (la distribution de force expérimentale est plus

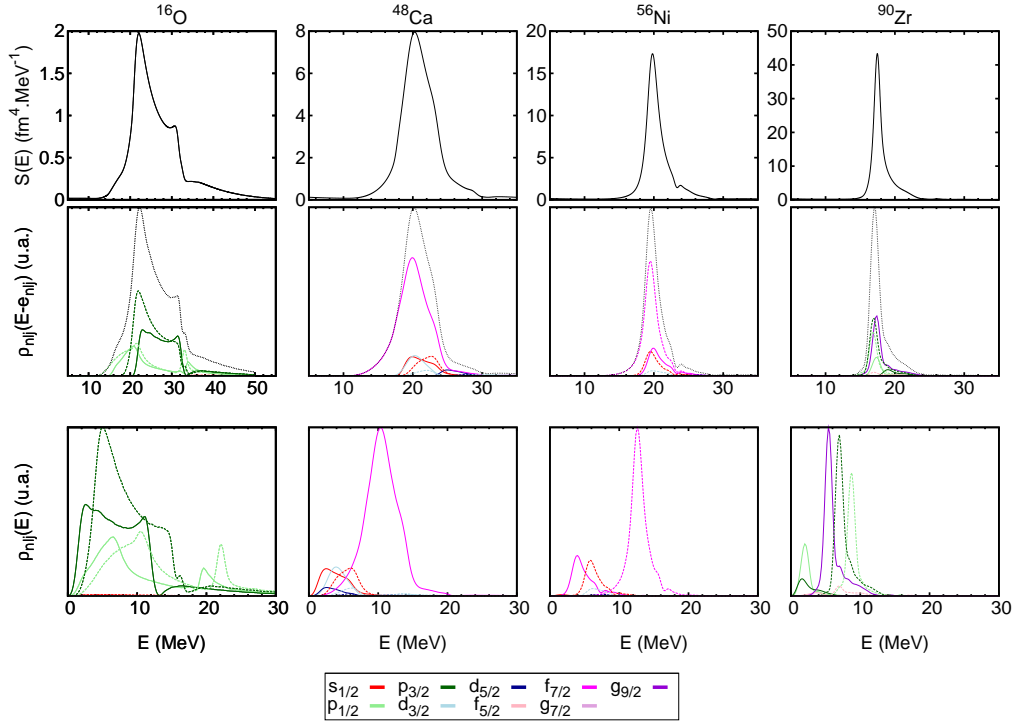


FIGURE 2.11: (bas) : spectre d'émission de nucléons suite à une excitation monopolaire pour les noyaux d' $^{16}\text{O}$ , de  $^{48}\text{Ca}$ , de  $^{56}\text{Ni}$  et de  $^{90}\text{Zr}$ . Les densités dans l'espace des impulsions sont tracées en lignes pleines pour les neutrons et tiretées pour les protons, avec le code couleur indiqué sur la légende pour les états de nombre quantique  $l, j$ . (milieu) : énergie de promotion  $1p-1t$  de chaque orbitale nucléonique de nombres quantiques  $l, j$  donnés. Leur somme est représentée par la ligne noire pointillée. (haut) : Fonction de réponse spectrale  $S(E)$  à titre de comparaison.

étalée et son maximum se situe à une énergie légèrement plus basse), toutes deux font apparaître un épaulement dans la partie haute énergie de la distribution de force. Dans le cas de TDHF, ce dernier est cependant bien moindre. Lorsqu'on analyse en détail les densités d'énergie de promotion des nucléons de nombres quantiques  $l, j$  issue de TDHF, on s'aperçoit que l'orbitale  $\nu 3p_{3/2}$  est la seule orbitale nucléonique à avoir son maximum dans cet épaulement. On peut donc émettre l'hypothèse qu'elle en est responsable.

On se propose aussi d'étudier les différents rapports d'embranchement induits par l'émission de nucléons. Ces derniers sont résumés dans le tableau TAB. 2.4 avec les largeurs partielles d'échappement qui en sont déduites. On s'aperçoit que la GMR décroît préférentiellement vers les états de trou  $\nu g_{9/2}$ . Ceci est en accord avec l'expérience [Bor89]. On remarque enfin que le rapport d'embranchement vers l'état



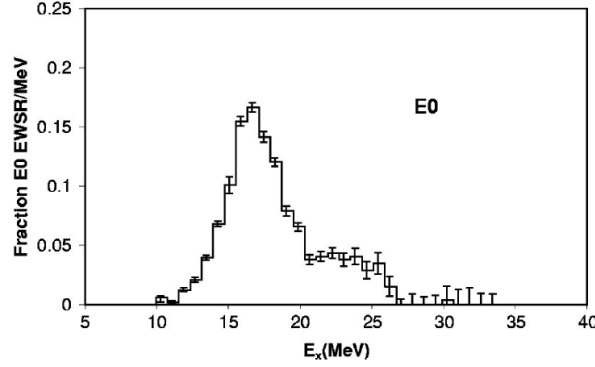


FIGURE 2.12: Distribution de force expérimentale de la GMR du  $^{90}\text{Zr}$ . Cette figure est extraite de [You04a].

TABLE 2.4: Rapports d'embranchement et largeurs partielles d'échappement de la décroissance directe de la GMR du  $^{90}\text{Zr}$  vers les différents états de trous du noyau de départ. La deuxième colonne indique l'énergie de liaison Hartree-Fock des orbitales correspondantes. Les largeurs partielles d'échappement sont obtenues en prenant une largeur totale  $\Gamma^{\text{tot}} = \Gamma^{\text{FWHM}} = 1480 \text{ keV}$ .

$\mu^{-1}$	$e_{nlj} \text{ (MeV)}$	$B_{nlj} \text{ (\%)}$	$\Gamma_{nlj}^{\uparrow} \text{ (keV)}$
$\nu 3f_{7/2}$	-23.2	0.2	3
$\nu 3p_{3/2}$	-17.6	7.6	112
$\nu 3f_{5/2}$	-17.1	1.3	19
$\nu 3p_{1/2}$	-15.5	14.3	212
$\nu 4g_{9/2}$	-12.1	30.7	454
$\pi 3f_{7/2}$	-16.3	0.2	3
$\pi 3p_{3/2}$	-10.2	27.0	400
$\pi 3f_{5/2}$	-10.2	2.3	34
$\pi 3p_{1/2}$	-8.3	16.3	241
somme		99.9	1478

de trou  $\nu p_{3/2}$ <sup>6</sup> est faible comparé aux états  $\nu p_{1/2}$  et  $\nu g_{9/2}$ . Ceci est probablement dû à la liaison forte de cette orbitale.

La comparaison de ce type d'études en incluant des corrélations 2p-2t et en sondant différentes fonctionnelles de Skyrme, pourrait alors déterminer quel ingrédient, corrélations 2p-2t ou bien enrichissement de la fonctionnelle, sont nécessaires au modèle afin de reproduire la structure fine des résonances géantes. Des distributions de forces expérimentales très précises possédant des singularités comme celle du  $^{90}\text{Zr}$

6. l'orbitale qui est responsable du léger épaulement à haute énergie de la distribution de force de TDHF

pourraient en particulier être utiles afin de raffiner les modèles, en plus des études expérimentales de décroissance directe.

### Chaîne isotopique des Etains

L'étude de la chaîne isotopique des Etains est importante afin de comprendre l'évolution de l'incompressibilité avec l'asymétrie en isospin [Har02]. Des expériences récentes ont été réalisées à ce sujet [Li07]. Les résultats obtenus avec TDHF sur les noyaux de  $^{100}\text{Sn}$ ,  $^{114}\text{Sn}$ ,  $^{120}\text{Sn}$  et  $^{132}\text{Sn}$  sont tracés sur la figure FIG. 2.13 dans le même format que précédemment. On peut remarquer que pour cette chaîne isotopique, alors que la distribution de la réponse spectrale de la GMR est sensiblement identique dans les isotopes présentés, les propriétés de décroissance de la résonance géante sont bien différentes. Ainsi, bien que la décroissance directe du  $^{100}\text{Sn}$  décroît presque uniquement par émission de protons (en raison de leur liaison faible vis-à-vis des neutrons), les isotopes plus lourds décroissent par émission de neutrons uniquement.

Les distributions de force de la GMR semblent ainsi relativement universelles le long de cette chaîne isotopique, alors que les propriétés de décroissance de ces dernières sont elles caractéristiques de chaque noyau.

## 2.4 Conclusions

Dans ce chapitre, nous avons étudié la décroissance directe par émission de nucléons des résonances géantes monopolaires dans le formalisme TDEDF. Bien que ce formalisme ne prenne pas en compte certains effets très importants, comme par exemple l'équilibration statistique, il est néanmoins connu et largement utilisé pour prédire les centroïdes des résonances géantes.

A l'aide de ce formalisme, nous avons donc étudié la structure microscopique des résonances géantes à partir des spectres de nucléons émis. En particulier, nous avons vu qu'il est possible de comprendre la structure microscopique *fine* de ces résonances par cette méthode. De plus, nous avons aussi calculé pour quelques noyaux les rapports d'embranchement vers les noyaux de trous dû à l'émission directe de nucléons. Une des particularités assez frappante des résonances géantes est leur distribution de force relativement similaire d'un noyau à l'autre dans une même région de masse, alors que leur décroissance directe peut être très différente. C'est ce que nous avons vu lorsque nous avons abordé la chaîne isotopique des Etains mais aussi les isotopes doublement magiques de  $^{40}\text{Ca}$  et  $^{48}\text{Ca}$ .

Récemment, des études expérimentales très précises de résonances géantes dipolaires isoscalaires et de leurs décroissances ont été menées sur différents noyaux. En particulier, l'étude récente du  $^{208}\text{Pb}$ , pour lequel l'énergie de la résonance est assez haute pour émettre des protons, a permis l'extraction de rapports d'embranchement assez précis vers les états de trou de protons. De telles études sur les résonances géantes monopolaires pourraient être très intéressantes afin de comparer avec les résultats obtenus, en particulier sur les noyaux  $A \leq 90$ , où la décroissance

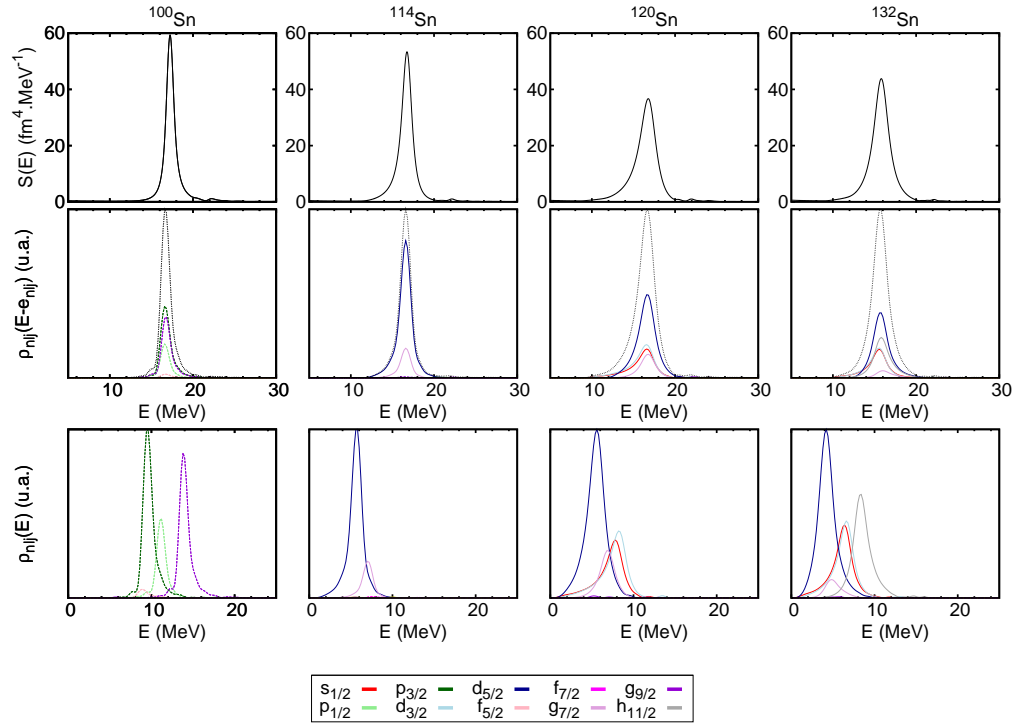


FIGURE 2.13: *Idem figure FIG. 2.11 pour les isotopes  $^{100}\text{Sn}$ ,  $^{114}\text{Sn}$ ,  $^{120}\text{Sn}$  et  $^{132}\text{Sn}$ .*

directe est prépondérante (pour les noyaux légers, elle est cependant en compétition avec l'émission d'alphas que l'on ne peut pas modéliser avec TDHF). Les fonctionnelles pourraient ainsi être raffinées avec les informations de structure microscopique de ces résonances que l'on pourrait extraire. Enfin, il serait intéressant de réitérer ces études avec des modèles plus complexes, comme par exemple les extensions du modèle TDEDF que sont TDHF étendu (ETDHF [Ayi85, Lac99]), ou le modèle TDDM [Ass09], qui prennent des corrélations d'ordre supérieur. Notamment, la décroissance statistique pourrait ainsi être sondée théoriquement dans un modèle plus élaboré.

Une amélioration majeure de l'étude précédente est la prise en compte des effets d'appariement nucléaire afin de traiter les noyaux à couche ouverte. L'appariement peut en effet influencer sur la structure microscopique des résonances géantes dans les noyaux non doublement magiques, comme ceux d'étain que nous avons étudiés. Cela se traduit par l'utilisation du formalisme TDHFB, mais qui s'est révélé trop lourd numériquement pour faire de telles études. Cependant, nous allons l'utiliser dans le chapitre suivant pour étudier d'autres modes de vibration du noyau : les vibrations d'appariement.



# Les vibrations d'appariement

---

## 3.1 Introduction

L'appariement nucléaire est un ingrédient indispensable pour la description des noyaux non doublement magiques. Responsable du comportement superfluide des noyaux (voir chapitre 1), il est induit par une composante attractive de l'interaction nucléaire au sein du noyau, favorisant l'organisation des systèmes nucléaires sous forme de paires de nucléons. Ces corrélations, dites corrélations d'appariement, sont aussi responsables de modes d'excitation spécifiques du noyau comme les vibrations d'appariement [Hog61, Boh64] que nous étudierons dans ce chapitre. Ces modes de vibration peuvent être excités lors de réactions de transfert de paires de nucléons, par exemple les réactions (p,t) ou (t,p). Elles constituent alors des modes d'excitation privilégiés du noyau pour le retrait ou l'addition d'une paire de nucléons [Bès66, Boh75, Bro73]. Une forte analogie existe entre ces vibrations d'appariement et les vibrations de surface du noyau. C'est en particulier le cas avec les vibrations quadrupolaires, où l'analogie entre les déformations, vibrations, et rotations quadrupolaires et d'appariement est complète [Bro73].

La différence majeure entre les vibrations normales que sont les vibrations quadrupolaires et les vibrations d'appariement est relative à l'espace dans lequel elles se forment. Pour les excitations quadrupolaires, les déformations ou excitations ont lieu dans l'espace réel comme des variations de la forme des noyaux. En ce qui concerne les vibrations d'appariement, cependant, l'espace à considérer est plus abstrait car les vibrations prennent naissance lors de transitions entre noyaux avec  $A \pm 2$  nucléons par rapport au noyau de départ.

Ces vibrations sont bien connues expérimentalement au voisinage de certains noyaux doublement magiques [Boh75, Bro73]. Dans ces noyaux, les énergies de liaison des états fondamentaux au voisinage d'une fermeture de couche font apparaître un spectre de niveaux d'énergie équidistants selon l'addition ou le retrait de paires de nucléons. Une représentation de ces niveaux équidistants peut se construire relativement à l'énergie du noyau magique considéré (à  $A_0$  nucléons), selon la formule [Boh75] :

$$\varepsilon = E(A) - E(A_0) - \lambda_0 (A - A_0), \quad (3.1)$$

où  $A$  et  $A_0$  ont même parité et où  $\lambda_0$  est le potentiel chimique du noyau magique, choisi de telle manière à ce que les modes d'ajout et de retrait de paires de nucléons aient la même énergie. L'analogie avec les modes de vibrations se comprend alors par le fait que les états quantiques associés à l'ajout (a) ou au retrait (r) de paires

de nucléons sont des phonons<sup>1</sup>. Ces derniers, états propres de l'oscillateur harmonique, possèdent en effet un spectre d'énergies équidistantes. Il doit donc exister un potentiel harmonique responsable de ces vibrations d'appariement. Son paramètre d'ordre (ou degré de liberté collectif) correspond à la valeur moyenne d'un opérateur changeant le nombre de nucléons du noyau par paires<sup>2</sup>. Les vibrations d'appariement sont donc associées à des vibrations de la densité anormale  $\tilde{\rho}$  (cf. Eq. (1.67) du paragraphe 1.4.1), et non pas de la densité normale comme dans le cas des vibrations quadrupolaires (ou des résonances géantes monopolaires, voir chapitre 2). Cette représentation des vibrations d'appariement (à l'approximation harmonique) est illustrée sur la figure FIG.3.1, où les transitions vers les états excités de vibrations d'appariement sont indiquées par les flèches. Pour un noyau magique (dont l'état fondamental est un état à zéro phonon, noté (0,0)), l'état de vibration d'appariement de basse énergie est un état à un phonon d'ajout et un phonon de retrait, noté (1,1). Dans la limite d'appariement nul, il est interprété comme une excitation 2p-2t, où une paire de nucléons est promue de la dernière sous-couche occupée vers la première sous-couche vide (au voisinage immédiat du niveau de Fermi). Ces états sont fortement peuplés lors de réaction de transfert venant des noyaux à  $A_0 \pm 2$  nucléons [Bro73, Boh75].

Les états de vibration d'appariement des noyaux voisins, à (2,1) et (1,2) phonons sont de même nature (les excitations mettent en jeu les mêmes orbitales nucléoniques). Il est cependant difficile de les peupler à partir du noyau magique (0,0) [Bro73], étant de la forme 4p-2t ou 2p-4t à partir de ce dernier, et non des excitations 2p ou 2t que l'on sonde dans les réactions de transfert de paires. On peut cependant les peupler à partir des états (2,0) et (0,2).

Ainsi, l'ajout ou le retrait d'une paire de nucléons peut peupler des états vibrationnels de basse énergie *spécifiques aux corrélations d'appariement*, appelés vibrations d'appariement.

La possibilité, lors de réactions de transfert de paires, d'exciter des états de vibrations d'appariement mettant en jeu non pas des nucléons au voisinage direct du niveau de Fermi, mais sur la couche majeure suivante des noyaux a fait émerger le concept de vibrations d'appariement de haute énergie<sup>3</sup> [Bro77], appelées aussi vibrations géantes d'appariement [Her85]. Ces dernières sont similaires aux résonances géantes usuelles<sup>4</sup>. Tandis que l'existence des vibrations d'appariement de

1. Les états fondamentaux des noyaux voisins de la fermeture de couche apparaissent alors dans cette vision comme des excitations du noyau magique construites avec uniquement un type de phonon (retrait ou ajout). Si l'on considère les excitations d'un noyau donné, ses vibrations d'appariement sont alors construites en créant autant de phonon d'ajout que de retrait.

2. Pour les vibrations quadrupolaires, l'analogie à ce paramètre d'ordre est la valeur moyenne du moment quadrupolaire.

3. Dans le cas où la vibration d'appariement est sondée dans un noyau magique, correspondant à l'état (1,1) de la figure FIG. 3.1, la paire de nucléons ajoutée a lieu sur la couche majeure supérieure du noyau. Cependant, la proximité directe du niveau de Fermi nous permet de considérer ces modes comme des vibrations de basse énergie.

4. Les résonances géantes sont des superpositions d'excitations 1p-1t sautant au moins une couche majeure du noyau.

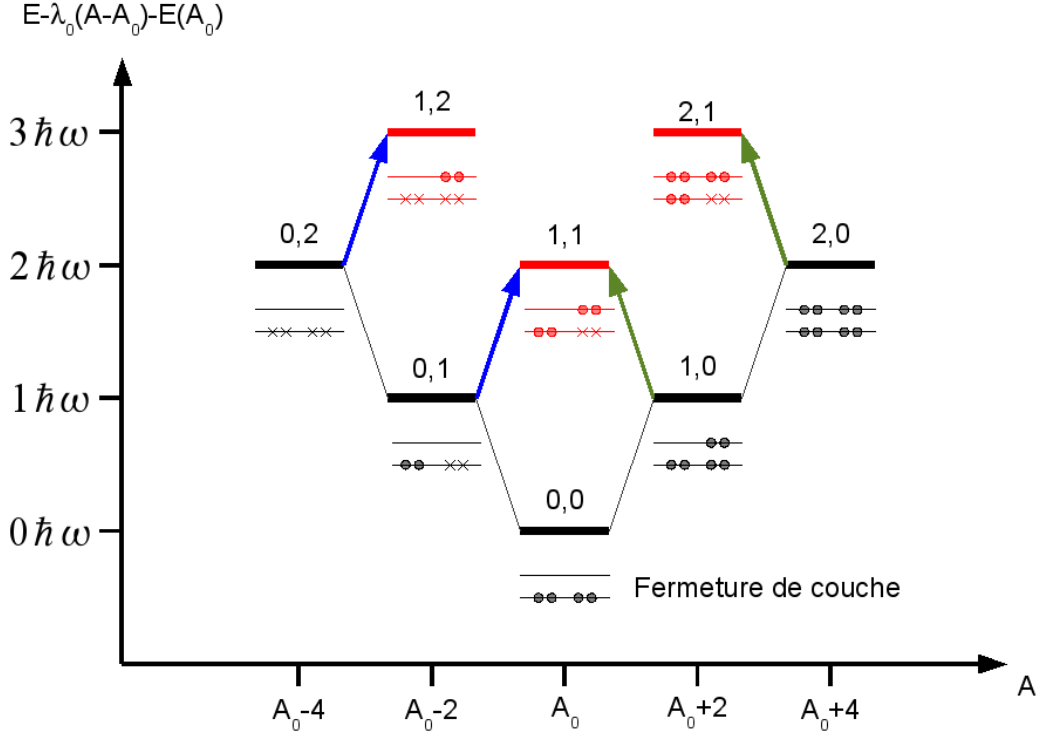


FIGURE 3.1: Evolution des énergies de vibration d'appariement autour du noyau doublement magique  $A_0$ . Les états fondamentaux sont représentés en noir. Le mode d'excitation correspondant à la vibration d'appariement de plus basse énergie du noyau magique considéré est représenté en rouge. Les états de vibration d'appariement des noyaux voisins de même nature sont aussi indiqués en rouge. Les transitions correspondant aux phonons de retrait et d'ajout de paires de nucléons vers des états de vibration d'appariement sont indiqués par des flèches vertes (retrait) et bleues (ajout), d'énergie  $\hbar\omega$  ( $\hbar\omega_a = \hbar\omega_r$ ). Les nombres de phonons de retrait et d'ajout sont indiqués au dessus de chaque état  $(a,r)$ , l'état à zéro phonon étant le noyau magique de la chaîne considérée. La visualisation des excitations dans un modèle simple à deux niveaux est indiquée pour chaque état.

basse énergie est bien établie, ces vibrations de haute énergie n'ont quant à elles jamais été observées expérimentalement. Cet état de fait peut venir de difficultés expérimentales pour sonder de telles excitations et de la compétition entre transfert séquentiel et direct des paires de nucléons [vO01]. Comme on le verra au cours de ce chapitre, l'importance que peuvent prendre ces excitations lors de réactions (associée à leur collectivité) peuvent fortement dépendre de la nature de l'appariement. Elles connaissent cependant un regain d'intérêt [vO01, Kha04, Ave08], depuis que des travaux théoriques [For02] ont prédit que l'utilisation de noyaux exotiques pour-

rait être très favorable à leur étude expérimentale. De telles études pourraient ainsi bénéficier de l'avènement des accélérateurs d'ions radioactifs de nouvelle génération.

Dans ce chapitre, nous nous proposons d'étudier ces vibrations d'appariement avec le formalisme TDHFB décrit au chapitre 1. Dans un premier temps, l'approche théorique sera rappelée, avant d'explicitier en détails la méthode d'investigation pour le  $^{44}\text{Ca}$ . Ensuite, les vibrations d'appariement de basse énergie et de haute énergie le long de la chaîne isotopique des Calciums seront étudiées. L'influence de la fonctionnelle d'appariement sera discutée. Enfin, nous présenterons une étude plus systématique sur la table de masse relative à la dépendance des résultats vis à vis de la fonctionnelle d'appariement et de la fonctionnelle de Skyrme utilisées. Enfin, l'accent sera mis tout au long de ce chapitre sur l'impact des corrélations *dynamiques* d'appariement, afin d'appuyer les discussions sur la collectivité des vibrations d'appariement.

## 3.2 Approche théorique

### 3.2.1 Réponse linéaire et transfert de paires

Les méthodes expérimentales utilisées pour sonder l'appariement nucléaire, et en particulier les vibrations d'appariement, sont basées sur les réactions de transfert de paire de nucléons. Lorsque la probabilité du transfert est faible devant la diffusion élastique, on peut étudier les vibrations d'appariement excitées par ce transfert de paires dans le formalisme de la réponse linéaire [Rip69], qui a été abordé au chapitre précédent. Le transfert de deux nucléons peut être modélisé par l'opérateur :

$$\hat{F} = \sum_{ij} \left( F_{ij} \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_j^\dagger - F_{ij}^* \hat{a}_i \hat{a}_j \right), \quad (3.2)$$

où les modes d'ajout et de retrait de nucléons sont tous deux présents pour satisfaire l'Hermiticité de  $\hat{F}$ . L'évolution du système soumis à la perturbation  $\hat{F}$  est gouvernée par l'équation de Schrödinger :

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\Psi(t)\rangle = \left( \hat{H} - \lambda_0 \hat{A} + \varepsilon \delta(t) \hat{F} \right) |\Psi(t)\rangle, \quad (3.3)$$

où la perturbation est soudaine, comme dans le chapitre précédent. L'inclusion du potentiel chimique du noyau initial n'est qu'une jauge de référence, discutée dans le chapitre 1. Elle permet, en particulier (voir figure FIG.3.1) de rendre les spectres énergétiques des noyaux excités positifs [Bès66, Boh75, Bla86]. Dans le même esprit qu'au chapitre 2, on développe la fonction d'onde  $|\Psi(t)\rangle$  sur les états propres du Hamiltonien  $\hat{H}' = \hat{H} - \lambda_0 \hat{A}$ . Cependant, dans le cas des vibrations d'appariement, l'opérateur d'excitation va coupler des états à nombre de nucléons différents. On considère alors les états  $|A, n\rangle$ , états propres à  $A$  nucléons du Hamiltonien  $\hat{H}'$  :

$$\hat{H}' |A, n\rangle = (E_n(A) - \lambda_0 A) |A, n\rangle, \quad (3.4)$$

$$|\Psi(t)\rangle = \sum_{n,A} c_{A,n}(t) e^{-i\left(\omega_n(A) - \frac{\lambda_0}{\hbar} A\right)t} |A, n\rangle, \quad (3.5)$$



où  $\lambda_0$  est le potentiel chimique du noyau initial à  $A_0$  nucléons, et  $E_n(A) = \hbar\omega_n(A)$ . En suivant les notations de la partie 2.2.1, le développement perturbatif (2.6) se réécrit :

$$c_{A,n}(t) = b_{A,n}^{(0)}(t) + \varepsilon b_{A,n}^{(1)}(t) + \varepsilon^2 b_{A,n}^{(2)}(t) + \dots \quad (3.6)$$

Lorsqu'on excite un noyau à  $A_0$  nucléons initialement dans son état fondamental  $|A_0, 0\rangle$  au moyen de l'opérateur  $\hat{F}$ , l'évolution des coefficients  $b_{A,n}^{(0)}(t)$  et  $b_{A,n}^{(1)}(t)$  prend la forme (Eq. (2.9)) :

$$b_{A,n}^{(0)}(t) = \delta_{n,0} \delta_{A,A_0}, \quad (3.7)$$

$$b_{A,n}^{(1)}(t) = \frac{1}{i\hbar} \langle A, n | \hat{F} | A_0, 0 \rangle \Theta(t). \quad (3.8)$$

On voit que seules des transitions entre les noyaux à  $A_0$  et  $A_0 \pm 2$  nucléons sont présentes. En notant  $\hat{F}^+ = \sum_{ij} F_{ij} \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_j^\dagger$  et  $\hat{F}^- = -\sum_{ij} F_{ij}^* \hat{a}_i \hat{a}_j$ , les amplitudes de transitions intervenant dans (3.8) se réduisent à  $\langle A_0 \pm 2, n | \hat{F}^\pm | A_0, 0 \rangle$ . Ceci se traduit, pour les variations temporelles de la valeur moyenne de l'opérateur  $\hat{F}$ , par :

$$\begin{aligned} \Delta F(t) &= \langle \hat{F} \rangle(t) - \langle \hat{F} \rangle(0) \\ &= -\frac{2\varepsilon}{\hbar} \Theta(t) \sum_n \left[ \left| \langle A_0, 0 | \hat{F}^- | A_0 + 2, n \rangle \right|^2 \sin\left(\frac{E_n^+ t}{\hbar}\right) \right. \\ &\quad \left. + \left| \langle A_0, 0 | \hat{F}^+ | A_0 - 2, n \rangle \right|^2 \sin\left(\frac{E_n^- t}{\hbar}\right) \right], \end{aligned} \quad (3.9)$$

où  $E_n^+ = E_{A_0+2,n} - E_{A_0,0} - 2\lambda_0$  et  $E_n^- = E_{A_0-2,n} - E_{A_0,0} + 2\lambda_0$  sont finalement, si l'on part d'un noyau magique, les énergies intervenant dans la figure FIG. 3.1. La distribution de force de l'excitation  $S(E)$  s'obtient alors par transformation de Fourier (Eq. (2.12)) de l'équation (3.9), et s'écrit :

$$\begin{aligned} S(E) &= \sum_n \left| \langle A_0 - 2, n | \hat{F}^- | A_0, 0 \rangle \right|^2 \delta(E - E_n^-) \\ &\quad + \sum_n \left| \langle A_0 + 2, n | \hat{F}^+ | A_0, 0 \rangle \right|^2 \delta(E - E_n^+). \end{aligned} \quad (3.10)$$

### 3.2.2 Approche TDEDF

On se propose de réaliser une telle étude des vibrations d'appariement dans le formalisme TDEDF décrit au premier chapitre. L'équation que nous résolvons s'écrit alors :

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \mathcal{R}(t) = [\mathcal{H}(t) + \varepsilon \delta(t) \mathcal{F}, \mathcal{R}(t)], \quad (3.11)$$

où  $\mathcal{F} = \begin{pmatrix} 0 & F \\ -F^* & 0 \end{pmatrix}$  est composée des éléments de matrice de l'opérateur (3.2).

On rappelle ici que la résolution des équations TDHFB dans le régime linéaire en  $\varepsilon$  est équivalente à la QRPA [Rin80, Bla86] (au même titre que TDHF est équivalent à la RPA, cf. partie 2.2.2). Contrairement au chapitre précédent où les vibrations

(normales) étaient sondées en négligeant l'appariement nucléaire, nous allons ici utiliser le formalisme TDHFB dans sa version complète. Ainsi, à part pour les noyaux doublement magiques, tous les noyaux que l'on étudiera seront appariés. En particulier, les excitations partant de noyaux doublement magiques vont aussi pouvoir présenter de l'appariement, quand bien même ils n'en avaient pas dans leur état fondamental.

On rappelle que les vides de Bogoliubov n'ont pas un nombre déterminé de particules. Pour les noyaux pair-pair que l'on étudie dans ce chapitre, ils peuvent en effet s'écrire comme une somme de fonctions d'onde à nombres pairs de nucléons différents (cf Eq. (1.18)). Le formalisme de la réponse linéaire que l'on a évoqué dans la partie précédente se trouvera alors biaisé par la présence de fonctions d'onde appariées des noyaux voisins dans l'état fondamental HFB. Cependant, la contrainte d'avoir un nombre de particule en moyenne égal à celui du noyau escompté permet de minimiser cet effet. Ce biais est commun aux calculs QRPA ou TDHFB, que l'on sonde des vibrations normales ou d'appariement, dès que le noyau de départ n'est pas doublement magique. Ceci a pour effet de « lisser » les excitations collectives d'un noyau avec celles de ses voisins. En principe, nous devrions considérer des états à bon nombre de nucléons, obtenu par exemple à l'aide d'une méthode de projection [Ben03]. Cependant, l'état HFB constitue une bonne approximation de l'état fondamental du noyau. En pratique, nous négligeons donc la variance sur le nombre de particules dans l'état de départ. Toutes les interprétations que l'on fera seront alors basées sur le modèle à bon nombre de particules évoqué dans la partie précédente.

### Opérateur d'excitation

Nous nous intéressons dans ce travail à des transferts de paires de neutrons. L'interaction d'appariement dans les noyaux étant de courte portée<sup>5</sup>, nous nous focaliserons sur les modes de vibrations d'appariement induits par des ajouts ou retraits de nucléons au même point  $\mathbf{r}$  et dans des états de spin opposés [Bès66]. Un tel opérateur prend, dans l'espace des coordonnées d'espace, de spin et d'isospin, la forme :

$$\hat{F} = \int d\mathbf{r} f(\mathbf{r}) \left( \hat{a}_{\mathbf{r},\downarrow,n}^\dagger \hat{a}_{\mathbf{r},\uparrow,n}^\dagger + \hat{a}_{\mathbf{r},\uparrow,n} \hat{a}_{\mathbf{r},\downarrow,n} \right), \quad (3.12)$$

où la distribution spatiale  $f(\mathbf{r})$  est réelle. La valeur moyenne de l'opérateur  $\hat{F}$  s'écrit donc :

$$F(t) = \frac{1}{2} \int d\mathbf{r} f(\mathbf{r}) (\tilde{\rho}_n(\mathbf{r}; t) + \tilde{\rho}_n^*(\mathbf{r}; t)). \quad (3.13)$$

Dans le cas de vibrations d'appariement monopolaires, l'opérateur d'excitation possède la symétrie sphérique  $f(\mathbf{r}) = f(r)$ . On choisit alors pour sa forme une distribution de Fermi-Dirac

$$f(r) = \frac{1}{1 + e^{a(r-R_c)}} \quad (3.14)$$

---

5. Et les paires de nucléons transférées lors de réaction  $(t, p)$  par exemple étant très localisées.

où les paramètres de coupure  $R_c = 2.5R_{rms}$  et  $a = 4 \text{ fm}^{-1}$  sont choisis dans le but d'agir sur le noyau entier sans pour autant considérer des excitations non physiques où les paires de nucléons sont ajoutées en dehors du noyau.

### Extraction de la structure microscopique

Afin de comprendre la composition microscopique des états que l'on a excité, on décompose l'opérateur d'excitation sur ses composantes  $\hat{F} = \sum_{l,j} \hat{F}_{l,j}$  associées aux nombres quantiques des quasiparticules  $l, j$  :

$$\hat{F}_{l,j} = \sum_{nn'm} \int d\mathbf{r} f(r) \langle nljm | \mathbf{r} \uparrow \rangle \langle n'lj(-m) | \mathbf{r} \downarrow \rangle \hat{a}_{nljm}^\dagger \hat{a}_{n'lj(-m)}^\dagger + \text{h.c.}, \quad (3.15)$$

où « h.c. » signifie conjugué hermitique. Les distributions de force  $S_{lj}(E)$  associées à ces opérateurs s'obtiennent elles aussi par transformation de Fourier (Eq. (2.12)). En décomposant ainsi la distribution de force, nous serons à même de déterminer quelles sont les quasiparticules intervenant dans chaque excitation afin de conclure quant à la nature microscopique de ces états.

### Mesure de la collectivité

Enfin, il convient d'avoir une idée de la collectivité des vibrations d'appariement excitées par l'opérateur  $\hat{F}$ . Celle-ci peut être mesurée en comparant les spectres d'états excités issus de la réponse TDHFB (auto-cohérente) et les spectres non-perturbés, calculés sans qu'aucun réarrangement des densités n'intervienne. Cela permet en effet de mesurer les effets des réarrangements auto-cohérents induits par les corrélations *dynamiques* [Lhe93]. On calculera donc les spectres non perturbés  $S^0(E)$ . A l'approximation linéaire, les seuls modes que l'on puisse exciter dans le formalisme TDHFB sont les excitations de 2 quasiparticules sur le vide de Bogoliubov [Rin80, Bla86]. Le spectre non perturbé s'écrit alors :

$$S_F^0(E) = \sum_{\mu\nu} \left| \langle 0_{HFB} | \hat{F} | \mu\nu \rangle \right|^2 \delta(E - (E_\mu + E_\nu)), \quad (3.16)$$

où l'état  $|0_{HFB}\rangle$  est le vide de Bogoliubov, état fondamental obtenu au niveau HFB, et l'état  $|\mu\nu\rangle$  est un état à deux quasiparticules (obtenues lors du calcul du fondamental HFB) d'énergie non perturbées  $E_\mu$  et  $E_\nu$  :  $|\mu\nu\rangle = \hat{\beta}_\mu^\dagger \hat{\beta}_\nu^\dagger |0_{HFB}\rangle$ .

### Discrimination des modes d'ajout et de retrait de paire

Une autre utilisation des spectres non-perturbés consiste à repérer les modes d'addition et de retrait. Pour ce faire, on étudiera les contributions d'addition et de retrait (notées respectivement + et -) non perturbées :

$$S_{F^\pm}^0(E) = \sum_{\mu\nu} \left| \langle 0_{HFB} | \hat{F}^\pm | \mu\nu \rangle \right|^2 \delta(E - (E_\mu + E_\nu)). \quad (3.17)$$

Leurs positions nous permettra de conjecturer de manière assez forte à quel noyau ( $A \pm 2$ ) correspondent les excitations obtenues dans le calcul TDHFB.

Avant de détailler les résultats, nous proposons un intermède sur les difficultés numériques liées à l'appariement soulevées lors de l'implémentation du code, ainsi que sur la méthode d'analyse.

### 3.3 Vibrations d'appariement dans le formalisme TDHFB

#### 3.3.1 Considérations numériques

Comme nous l'avons évoqué au premier chapitre, la propagation d'un vide de Bogoliubov est numériquement coûteuse. Le code TDHFBRAD [Ave08] étant un des tout premiers codes TDHFB réalistes (avec le code basé sur les fonctionnelles de Gogny [Has07]), nous allons dans un premier temps nous attarder sur les difficultés numériques qui ont été soulevées lors de son implémentation.

Plusieurs difficultés sont à mettre en relief. Tout d'abord, l'évolution d'un jeu le plus complet possible de quasiparticules impose l'évolution de plusieurs centaines de fonctions d'onde de quasiparticule radiales. Cette première difficulté dépend de plusieurs facteurs. Les fonctionnelles d'appariement utilisées couplent des quasiparticules de moment angulaire assez grand. En particulier, une convergence fine est atteinte pour des moments angulaires  $j = 19/2$  pour les Oxygènes, et allant jusqu'à  $j = 27/2$  pour les noyaux les plus lourds, et qui est importante pour les propriétés de surface de l'appariement. De plus, l'espace actif d'appariement, déterminé par la coupure dans les énergies de quasiparticule (80 MeV) imposent finalement de prendre en compte une partie assez grande du continuum de quasiparticule. Enfin, la taille de la sphère dans laquelle sont faits les calculs (nous réalisons les calculs dans des boîtes sphériques avec des conditions aux limites aux bords durs) doit être assez grande pour ne pas influencer sur l'asymptotique des fonctions d'onde de quasiparticule.

Ensuite, le couplage important des fonctionnelles d'appariement locales aux quasiparticules de haut moment angulaire, en plus d'augmenter considérablement le nombre d'états à évoluer, rendent la propagation temporelle difficile. En effet, la partie angulaire du Hamiltonien de Bogoliubov (due à l'opérateur cinétique) contient une partie en  $\frac{l(l+1)}{r^2}$  divergente au voisinage de l'origine. Pour une discrétisation spatiale donnée, un pas en temps très petit est nécessaire lors de la propagation temporelle pour que le développement de Taylor du propagateur (cf. partie 1.5.1.3) converge rapidement<sup>6</sup>.

Enfin, une dernière difficulté provient de la discrétisation spatiale et de l'approximation que l'on fait de l'opérateur cinétique radial. Les dérivations spatiales sont en effet approchées par des formules de différences finies à 7 points centrées, extraites d'une approximation à l'ordre 6 en  $\delta r$  du développement de Taylor des fonctions d'onde de quasiparticule. Bien que très précise pour les dérivations de fonctions

---

6. Une méthode alternative serait de développer les fonctions d'onde de quasiparticule sur les fonctions de Bessel sphériques, l'opérateur cinétique devenant alors trivial.

lisses, cette approximation se dégrade à mesure que les fonctions d'onde deviennent accidentées vis à vis du pas de réseau. Plus particulièrement, ces formules de dérivations induisent que la base sur laquelle sont développées les fonctions d'onde n'est pas exactement la même que celle servant à calculer les opérateurs dérivatifs. Ceci se traduit pour la conservation de l'énergie totale par des sauts périodiques peu importants (de l'ordre de  $\approx 10$  keV). En utilisant une fonctionnelle très simple

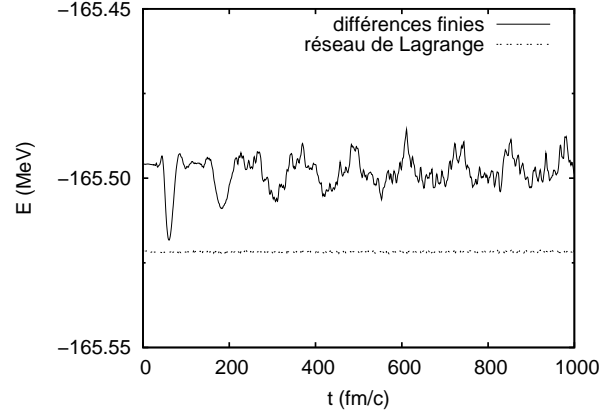


FIGURE 3.2: Evolution sans perturbation extérieure des énergies de liaison de l'Oxygène 18 dans son état fondamental, calculé avec une interaction simpliste («  $(t_0, t_3)$  ») et un appariement mixte schématisé afin d'avoir un gap spectral neutron de 2 MeV dans cet isotope. Les calculs ont été réalisés sur un réseau radial de 80 points de pas 0.3 fm. L'évolution avec un propagateur basé sur les différences finies apparaît en traits pleins. Le même calcul dans le cas du réseau de Lagrange apparaît en pointillés.

«  $t_0 t_3$  » (pas de dépendance en gradient, pas de partie Coulombienne ni spin-orbite), nous avons pu déterminer que l'amplitude de ces sauts était liée au pas de réseau et leur périodicité à la fois à la taille de boîte et à l'énergie de coupure. Pour montrer que ces spuriétés proviennent de l'approximation des différences finies pour les opérateurs dérivatifs, nous avons développé (pour la fonctionnelle  $(t_0, t_3)$ ) les fonctions d'onde radiales de quasiparticules sur un réseau de Lagrange à pas constant [Bay95]. La conservation de l'énergie de liaison pour le noyau  $^{18}\text{O}$  est illustrée sur la figure FIG. 3.2 pour les deux méthodes, différences finies (traits pleins) et réseau de Lagrange (pointillés). On observe que les sauts énergétiques spurieux obtenus avec la méthode des différences finies disparaissent pour le calcul sur réseau de Lagrange. Dans le cas des réseaux de Lagrange, les matrices de dérivation sont exactes, mais hautement non-locales (la dérivation d'une fonction d'onde demande  $N^2$  calculs dans ce cas contre  $7N$  pour les différences finies avec  $N$  le nombre de points du réseau) et alourdissent donc considérablement les calculs. Nous conservons donc la méthode des différences finies en prenant soin de contrôler l'amplitude de ces variations. Cependant, pour ne pas avoir de contribution spurieuse liée à ces

sauts dans les observables d'appariement, nous retranchons à l'évolution de  $\langle \hat{F} \rangle(t)$  dans l'équation (3.9) la valeur moyenne de cet opérateur sur un état fondamental subissant une évolution sans perturbation extérieure (indiqué 0) :

$$\Delta F(t) = \langle \hat{F} \rangle(t) - \langle \hat{F} \rangle_0(t), \quad (3.18)$$

procédure que l'on illustrera dans le paragraphe suivant.

### 3.3.2 Méthode d'analyse

Avant de présenter les distributions de force de l'opérateur d'excitation, on propose d'illustrer la méthode d'analyse décrite au paragraphe 3.2.2 dans le cas du noyau  $^{44}\text{Ca}$  calculé avec la fonctionnelle SLy4 complétée par un appariement volumique (SLy4+V).

Après avoir obtenu le noyau dans son état fondamental via la résolution des équations HFB, on excite le noyau avec l'opérateur  $\hat{F}$  à l'instant  $t = 0$  :

$$|\Psi(t=0)\rangle = e^{ik\hat{F}}|0_{HFB}\rangle, \quad (3.19)$$

où  $k$  quantifie l'intensité de l'excitation (« boost »). L'action de cet opérateur est équivalent au premier ordre à une perturbation soudaine. On propage ensuite les fonctions d'onde radiales de quasiparticules au moyen des équations TDHFB (1.89). L'évolution de l'observable  $\langle \hat{F} \rangle(t)$  en fonction du temps est illustrée sur la figure FIG. 3.3 (a) pour une excitation de paramètre  $k = 0.0005$ . Sur le panneau du milieu (b) est représenté la même quantité lorsque le noyau n'a subi aucune excitation. Les fluctuations observées sont attribuées à l'approximation faite sur les dérivées spatiales. Le panneau de droite (c) est quant à lui la différence des deux, qui nous servira à calculer les distributions de force, comme suggéré par l'équation Eq. (3.18). On remarque aux petits temps un plongeon important dans les variations de  $\langle \hat{F} \rangle(t)$

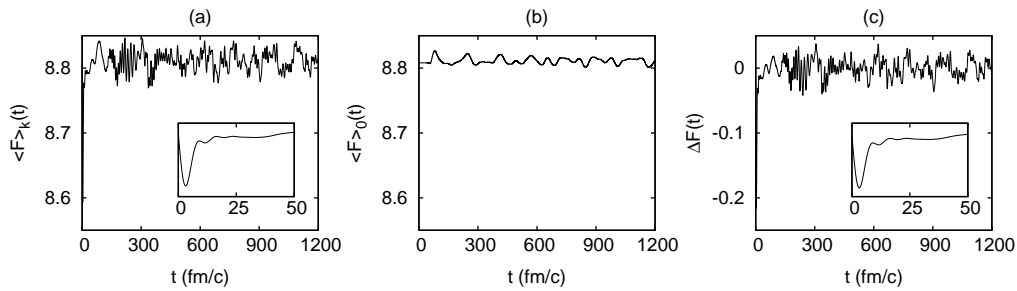


FIGURE 3.3: Evolution temporelle de la valeur moyenne de l'opérateur  $\hat{F}$  (a) après perturbation, (b) sans perturbation et (c) soustraction des deux valeurs. Les agrandissements de l'évolution aux petits temps sont aussi illustrés.

(absent pour  $\langle \hat{F} \rangle_0(t)$ ). Ceci est cohérent avec la théorie des perturbations appliquée

à une excitation soudaine qui suggère qu'à l'instant initial, tous les modes se développent en phase. En particulier, l'amplitude de ce plongeon est le paramètre qui nous sert à quantifier l'amplitude de la réponse. On s'assure ainsi que les résultats sont bien obtenus dans le régime de la réponse linéaire. Cette amplitude est représentée sur la figure FIG. 3.4 en fonction du paramètre  $k$ . Nous pouvons voir que sur

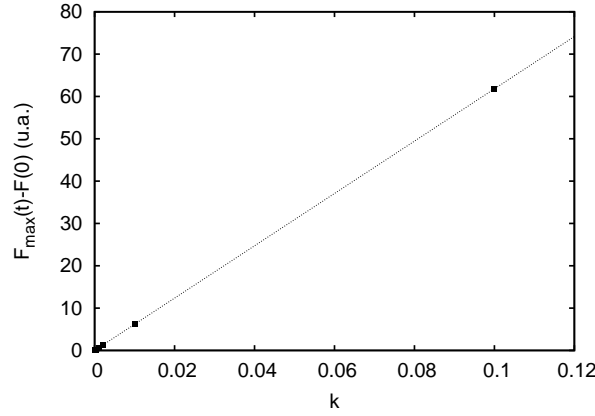


FIGURE 3.4: Evolution de l'amplitude de la première oscillation en fonction de l'amplitude  $k$  de l'excitation pour le  $^{44}\text{Ca}$ . La droite représente un ajustement linéaire de ces points.

toute la plage d'excitation considérée, la réponse de  $\langle \hat{F} \rangle(t)$  est bien linéaire en  $k$ .

On notera que l'opérateur d'excitation ne commute pas avec l'opérateur nombre de particules. Cependant, l'opérateur  $\hat{F}$  étant constitué des générateurs du groupe des transformations de Bogoliubov (voir annexe A), la procédure de minimisation statique abordée au premier chapitre nous assure la stabilité au premier ordre en  $k$  de l'énergie et du nombre de particules.

Néanmoins, des effets du second ordre peuvent se manifester<sup>7</sup>. Par exemple, rappelons que l'excitation induit un changement du nombre de neutrons quadratique en  $k$ . Ceci modifie donc le potentiel chimique du noyau, et par suite l'amplitude de  $\langle \hat{F} \rangle(t)$  peut se voir modulée par un facteur  $\cos(2\delta\lambda t/\hbar)$  pour un changement de potentiel chimique  $\delta\lambda$ . Dans le régime linéaire, l'effet lié à ce changement de potentiel chimique est minime. Le mode de Goldstone lié à la brisure du nombre de particules sera donc faible voire absent. Cependant, si le changement du nombre de particules est important, une rotation de jauge a lieu, faisant apparaître un important mode de Goldstone à une énergie  $2\delta\lambda$  (voir partie 1.5.1.4). Une valeur de  $k = 0.0005$  nous assure cependant d'être dans un régime exempt d'effets quadratiques.

On extrait alors la distribution de force de l'opérateur  $\hat{F}$  pour ce noyau grâce

7. Par exemple, pour  $k = 0.0005$ , l'énergie est variée à l'instant initial de 4.6 KeV et le nombre de neutrons de 0.00013, alors que pour  $k = 0.1$  l'énergie a varié de 234 MeV et le nombre de particules de 7.98 neutrons! Se placer à  $k = 0.0005$  nous assure un développement perturbatif correct au premier ordre du vide de Bogoliubov, et non pas uniquement de l'opérateur d'excitation.

à l'analyse de Fourier<sup>8</sup> (Eq.(2.12)). Les distributions de force extraites à partir de deux perturbations,  $k = 0.0005$  et  $k = 0.001$  sont illustrées sur la figure FIG. 3.5. Comme le montre la superposition parfaite des deux courbes, la procédure décrite

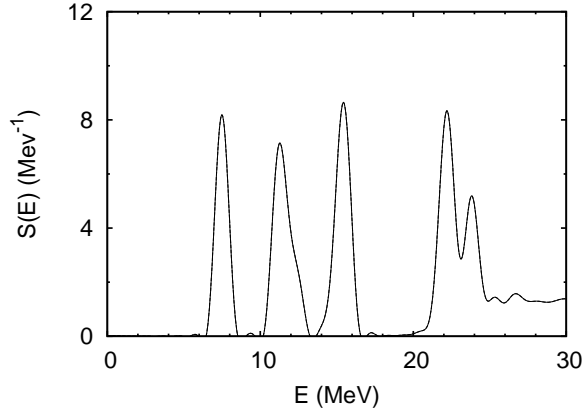


FIGURE 3.5: Distribution de force de l'opérateur  $\hat{F}$  du noyau de  $^{44}\text{Ca}$  obtenu avec une amplitude d'excitation  $k = 0.0005 \text{ fm}^{-1}$  (en traits plein) et  $k = 0.001$  (en pointillés). Les deux courbes se superposent parfaitement.

dans l'équation (3.18) permet d'extraire une distribution de force parfaitement indépendante de  $k$  dans le régime linéaire.

Après avoir explicité ces considérations *numériques* entrant dans la phase préliminaire de l'analyse des résultats, on étudie la physique de ces modes d'excitation. Pour ce faire, nous avons tracé la distribution de force  $S_F(E)$  du  $^{44}\text{Ca}$  venant du calcul TDHFB auto-cohérent (en traits noirs pleins) avec le spectre non perturbé de l'équation (3.16)<sup>9</sup> (en pointillés noirs) sur la figure FIG. 3.6 (a). Le panneau (b) de cette figure contient la décomposition microscopique de la distribution de force sur les nombres quantiques de quasiparticule  $\{l, j\}$  (obtenus à partir des opérateurs (3.15)). Enfin, le panneau (c) illustre les spectres non perturbés de l'opérateur d'addition de paire indépendamment de celui de retrait (Eq. (3.17)).

Considérons tout d'abord la distribution de force (trait plein) en deçà de 20 MeV sur la figure FIG. 3.6 (a). La distribution de force est composée de trois pics, localisés à 7.5, 11.2 et 15.5 MeV. La comparaison de ce spectre avec le spectre non perturbé, en pointillés sur la courbe, nous donne une information sur la collectivité de ces états. En particulier, nous pouvons voir que tous ces états ont subi une augmentation de leur distribution de force induite par l'appariement dynamique, qui constitue une signature de la collectivité de la réponse des nucléons à l'application de l'opérateur

8. Cette dernière est réalisée à l'aide d'un filtre temporel [Rei06] de la forme  $f(t) = \cos(\pi * t/2T)$ .

9. que l'on a calculé de manière à ce que les largeurs des états soient exactement les mêmes que celles obtenues dans le calcul dynamique. On rappelle que ces dernières sont dues essentiellement au filtre temporel de la transformation de Fourier.



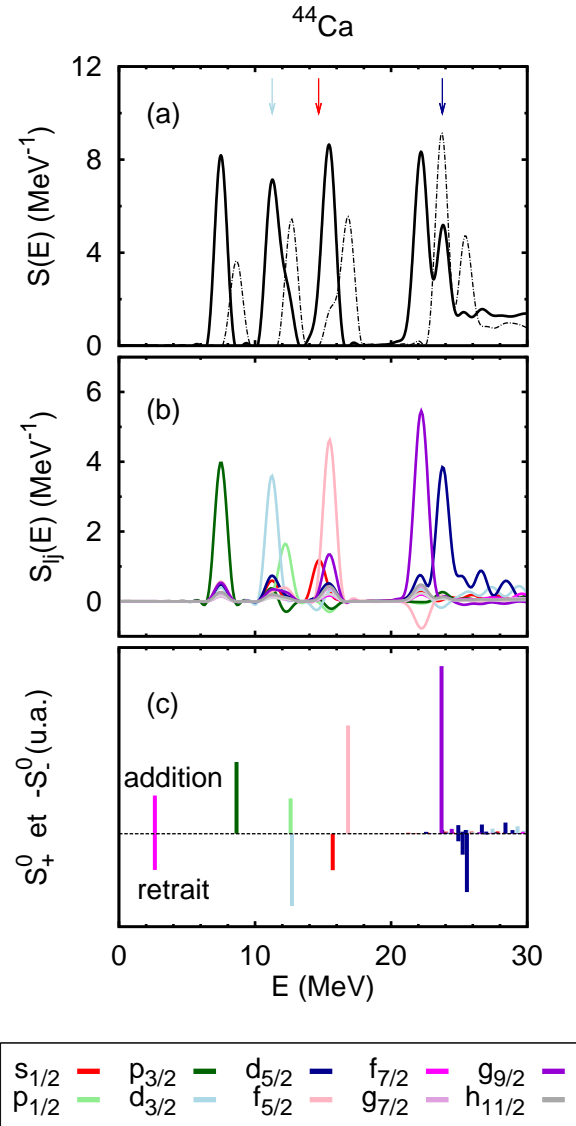


FIGURE 3.6: (a) : Distribution de force  $S(E)$  de l'opérateur  $\hat{F}$  du  $^{44}\text{Ca}$  (en traits plein) et son équivalent non perturbé ( $S^0(E)$ ) (traits pointillés). (b) : Distribution de force décomposée selon ses contributions en termes de nombres quantiques de quasiparticule  $S_{ij}$ . Chaque nombre quantique est associé à une couleur, indiquée dans la légende. (c) : Spectre non perturbé des opérateurs ajout  $S^0_+(E)$  et retrait de paire de nucléons  $-S^0_-(E)$  indiqué en échelle négative. Ces derniers servent à discriminer les modes de type ajout ou retrait de paires de nucléons. Les flèches au dessus de certains pics du panneau (a) correspondent aux modes de retrait (excitations du noyau  $A - 2$ ).

$\hat{F}^{10}$ . De plus, on note que les pics de la réponse TDHFB se situent à plus basse énergie que dans le spectre non perturbé. Ceci s'explique par le caractère attractif des corrélations dynamiques liées à l'appariement nucléaire. Ces deux effets sont aussi présents dans les calculs QRPA [Kha04].

À plus haute énergie ( $E > 20$  MeV), nous avons toujours un décalage des spectres vers les basses énergies, mais nous ne décelons pas d'augmentation de la distribution de force. Ces états ne sont donc pas collectifs.

Afin de comprendre la nature microscopique de ces états, on compare la distribution de force totale du panneau (a) avec sa décomposition sur les excitations de deux quasiparticules de nombres quantiques  $\{l, j\}$ , illustrée sur le panneau (b). Si l'on s'intéresse à la première excitation, nous remarquons que sa contribution principale vient de quasiparticules de nombre quantique  $p_{3/2}$ . On peut ainsi attribuer, à chaque état excité, sa contribution principale en termes de nombres quantiques de quasiparticule. On remarque cependant que certains états se juxtaposent. C'est par exemple le cas du pic à 11.2 MeV, nourri principalement par des quasiparticules  $d_{3/2}$ , mais possède un épaulement sur sa partie de haute énergie attribué à des états  $p_{1/2}$ .

Une séparation des contributions d'ajout et de retrait de paire est possible grâce à la figure FIG. 3.6 (c). Sur cette dernière sont tracés les spectres non perturbés de l'opérateur d'ajout de paire  $\hat{F}^+$  en ordonnées positives, et de l'opérateur de retrait de paire  $\hat{F}^-$  en ordonnées négatives. Nous pouvons ainsi déterminer le caractère d'ajout ou de retrait de paire des modes excités. Par exemple, si l'on se focalise sur l'excitation à 7.5 MeV, on peut conclure que cette dernière, d'énergie la plus basse et la plus collective du spectre, correspond au dépôt d'une paire de Cooper sur la couche  $2p_{3/2}$  de ce noyau.

### 3.4 Vibrations d'appariement dans les isotopes de Calcium

Nous allons dans cette partie étudier les vibrations de paires le long de la chaîne isotopique  $Z = 20$ , du  $^{38}\text{Ca}$  au  $^{50}\text{Ca}$ . L'effet des fonctionnelles d'appariement utilisées sera discuté, notamment la dépendance des résultats vis à vis de leur caractère plus ou moins surfacique. On abordera ensuite les vibrations d'appariement de plus basse énergie autour des fermetures de couche  $N = 20$  et  $N = 28$ . Nous étudierons enfin les modes de haute énergie, candidats aux vibrations géantes d'appariement.

#### Paramètres numériques des calculs

Dans toute cette partie, les calculs ont été effectués sur un réseau radial de 200 points de pas 0.15 fm. Les calculs de cette chaîne isotopique ont été réalisés avec un moment angulaire maximal pour les neutrons (seule espèce d'isospin appariée)  $j_{max} = 23/2$ . La discrétisation temporelle utilisée pour ces paramètres est de  $\delta t =$

---

10. La notion de collectivité est reliée à l'opérateur qui les crée.

0.002 fm/c. Enfin, la procédure d'extraction de la distribution de force induit une largeur des états de l'ordre de 400 KeV.

### 3.4.1 Distributions de force pour les isotopes de Calcium

On se propose de résumer les résultats pour la chaîne isotopique des Calciums, avec différentes fonctionnelles d'appariement, toutes basées sur la fonctionnelle de Skyrme SLy4, mais avec une localisation de l'appariement variant du volume du noyau (SLy4+V) à la surface du noyau (SLy4+S) en passant par un appariement mixte (SLy4+M) (voir partie 1.5.1.1). Les distributions de force obtenues pour ces appariement volumique, mixte et surfacique sont illustrées en rouge (de haut en bas) sur la figure FIG. 3.7 pour les isotopes pairs de Calcium. Nous avons aussi reporté sur cette figure les spectres non-perturbés de chacun de ces systèmes. Enfin, les modes interprétés comme des retraits de nucléons sont indiqués par des flèches, et ont été identifiés selon la procédure décrite dans la section précédente.

On précise qu'au niveau HFB, le potentiel chimique des noyaux magiques tels que le  $^{40}\text{Ca}$  et le  $^{48}\text{Ca}$  est mal défini : les potentiels chimiques de retrait et d'ajout de nucléons sont en effet différents. Pour les déterminer, on peut considérer un calcul HFB contraint sur un nombre de neutrons au voisinage du nombre voulu  $N^\pm(\varepsilon) = N_0 \pm \varepsilon$  ( $\varepsilon \gtrsim 0$ ). En se rappelant que le potentiel chimique est donné par la définition

$$\lambda_N = \left. \frac{dE}{dN'} \right|_{N'=N}, \quad (3.20)$$

il constitue la tangente à la courbe des énergies de liaison au point  $N$ , et est donc discontinu au passage d'une fermeture de couche. On peut cependant choisir le potentiel chimique des noyaux magiques à  $N_0$  neutrons comme la moyenne des potentiels chimiques calculés au voisinage immédiat de la fermeture de couche  $N^\pm(\varepsilon \rightarrow 0)$  (donnant alors les valeurs pour les potentiels chimiques  $\lambda_{N^\pm}$ ) :

$$\lambda_{N_0} = \frac{1}{2} (\lambda_{N^+} + \lambda_{N^-}). \quad (3.21)$$

Cette prescription a en particulier la caractéristique de placer les modes de Goldstone d'ajout et de retrait, différenciés dans les cas de ces noyaux, à la même énergie. Ils correspondent au premier pic visible pour les isotopes de  $^{40}\text{Ca}$  et  $^{48}\text{Ca}$ .

Les énergies des états excités apparaissant dans la figure FIG. 3.7 sont indiquées dans le tableau TAB. 3.1 pour les trois types d'appariement étudiés. Elles sont classées en fonction de leur contribution principale en termes de nombres quantiques de quasiparticule. Les potentiels chimiques issus du calcul HFB qui leur sont associés sont aussi indiqués dans ce tableau.

On s'intéresse tout d'abord aux différences entre le spectre non-perturbé (en bleu) et le spectre TDHFB (en rouge) de la figure FIG. 3.7. Nous pouvons voir que pour chaque type d'appariement utilisé, pour un isotope donné, les distributions de force des spectres non perturbés sont sensiblement identiques. C'est en particulier le cas de leur amplitude, qui change peu en fonction de l'appariement utilisé.

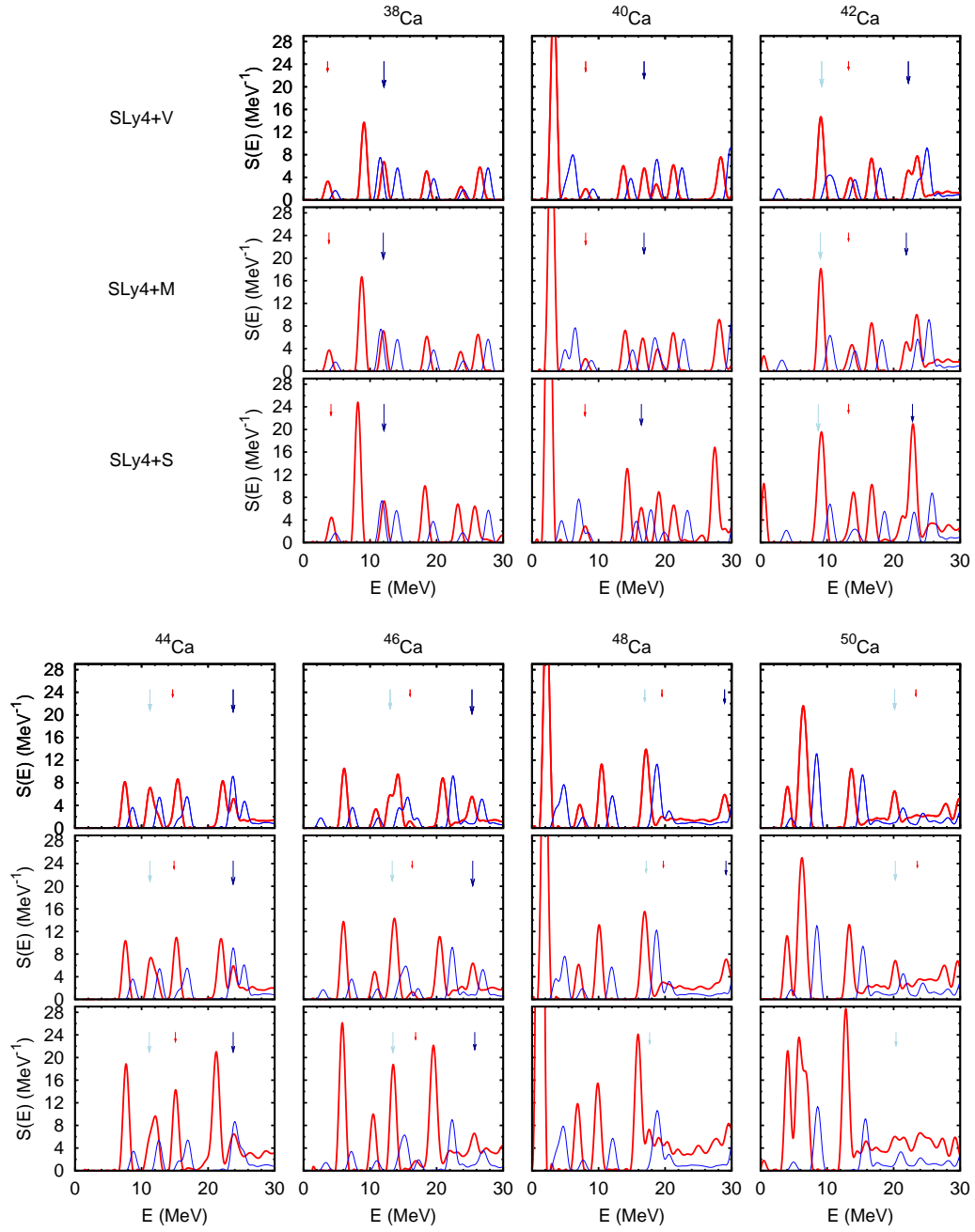


FIGURE 3.7: Distributions de forces pour les isotopes de Calciums 38 à 50, calculées avec les fonctionnelles d'appariement volumique ( $\text{SLY4+V}$ ), mixte ( $\text{SLY4+M}$ ) et surfacique ( $\text{SLY4+S}$ ) (de haut en bas). Les distributions de force obtenues avec TDHFB sont tracées en rouge alors que les spectres non perturbés sont tracés en bleu. Les flèches indiquent les modes identifiés comme des retraits de paire de nucléons.

TABLE 3.1: *Energies des modes de vibration d'appariement (en MeV) pour les isotopes de  $^{38}\text{Ca}$  à  $^{50}\text{Ca}$ , classés en fonction de leur contribution principale en terme de nombres quantiques de quasiparticule. Pour chaque isotope, les calculs ont été réalisés avec un appariement de type volumique (SLy4+V), mixte (SLy4+M) et surfacique (SLy4+S). A chaque fois, le potentiel chimique du noyau initial est indiqué (en MeV). Les modes de vibration identifiés comme des retraits de paires de neutrons sont indiqués par des crochets. Les transitions vers les états fondamentaux des noyaux voisins, apparentés aux modes de Goldstone liés à la brisure de symétrie  $\mathcal{U}(1)$ , sont indiqués par un tiret – et n'apparaissent pas dans les spectres (sauf pour les noyaux magiques  $^{40}\text{Ca}$  et  $^{48}\text{Ca}$  qui sont alors indiqués par la lettre G).*

		$^{38}\text{Ca}$	$^{40}\text{Ca}$	$^{42}\text{Ca}$	$^{44}\text{Ca}$	$^{46}\text{Ca}$	$^{48}\text{Ca}$	$^{50}\text{Ca}$
SLy4+V	$\lambda$	-15.2	-12.7	-10.2	-9.5	-9.0	-7.4	-5.8
	$d_{5/2}$	[12.1]	[16.8]	[22.2]	[23.8]	[25.3]	[28.9]	[>30]
	$s_{1/2}$	[3.6]	[8.1]	[13.2]	[14.7]	[16.0]	[19.5]	[23.3]
	$d_{3/2}$	-	G	[9.2]	[11.3]	[13.0]	[16.9]	[20.1]
	$f_{7/2}$	9.1	G	-	-	-	G	[6.2]
	$p_{3/2}$	18.5	13.7	8.9	7.5	6.1	G	-
	$p_{1/2}$	23.7	18.7	13.6	12.2	10.8	7.2	4.0
	$f_{5/2}$	26.5	21.3	16.6	15.5	14.1	10.4	6.7
	$g_{9/2}$	>30	28.4	23.6	22.2	21.0	17.2	13.6
SLy4+M	$\lambda$	-15.2	-12.8	-10.3	-9.5	-8.9	-7.3	-5.7
	$d_{5/2}$	[12.0]	[16.6]	[21.9]	[23.8]	[25.4]	[29.1]	[>30]
	$s_{1/2}$	[3.8]	[8.1]	[13.2]	[14.9]	[16.3]	[19.7]	[23.6]
	$d_{3/2}$	-	G	[9.0]	[11.3]	[13.3]	[17.1]	[20.2]
	$f_{7/2}$	8.8	G	-	-	-	G	[6.0]
	$p_{3/2}$	18.5	14.0	9.0	7.5	6.0	G	-
	$p_{1/2}$	23.6	18.9	13.8	12.2	10.7	7.0	4.0
	$f_{5/2}$	26.2	21.2	16.7	15.3	13.8	10.1	6.6
	$g_{9/2}$	>30	28.1	23.4	21.9	20.5	16.7	13.3
SLy4+S	$\lambda$	-15.1	-13.1	-10.3	-9.4	-8.7	-7.4	-5.8
	$d_{5/2}$	[12.1]	[16.4]	[21.5]	[23.8]	[25.7]	[29.6]	[>30]
	$s_{1/2}$	[4.1]	[8.0]	[13.2]	[15.1]	[16.8]	[20.2]	[23.8]
	$d_{3/2}$	-	G	[8.7]	[11.2]	[13.4]	[17.7]	[20.3]
	$f_{7/2}$	8.2	G	-	-	-	G	[5.7]
	$p_{3/2}$	18.3	14.3	9.3	7.6	5.8	G	-
	$p_{1/2}$	23.2	19.0	14.0	12.2	10.4	6.8	4.1
	$f_{5/2}$	25.7	21.3	16.7	15.1	13.4	9.9	6.8
	$g_{9/2}$	>30	27.5	22.9	21.3	19.5	15.9	12.8

Ces conclusions sont contraires aux observations faites sur les spectres TDHFB. En

effet, nous pouvons déceler, dans ces calculs prenant en compte les corrélations dynamiques d'appariement, une augmentation claire de la distribution de force lorsque l'appariement agit de plus en plus à la surface du noyau.

On se propose d'expliciter en détail les résultats obtenus, tout d'abord pour les vibrations d'appariement de basse énergie au voisinage des fermetures de couche, avant de mettre l'accent sur des états de plus haute énergie : les candidats aux vibrations géantes d'appariement.

### 3.4.2 Vibrations d'appariement de basse énergie

On s'intéresse tout d'abord aux vibrations d'appariement de basse énergie autour des fermetures de couche  $N = 20$  et  $N = 28$ . En particulier, on s'attend à ce que les premiers modes d'ajout et de retrait de paire de nucléons soient très influencés par les corrélations dynamiques d'appariement. En effet, ces dernières agissent principalement au niveau de Fermi du noyau. Les noyaux de référence autour desquels vont se construire ces vibrations d'appariement de basse énergie sont les isotopes  $^{40}\text{Ca}$  et  $^{48}\text{Ca}$ , les modes vibratoires prenant alors naissance autour des fermetures de couche  $N = 20$  et  $N = 28$ . Ces deux noyaux sont doublement magiques et leurs propriétés sont bien reproduites à l'approximation de Hartree-Fock. Leurs structures en couche (neutrons) au voisinage du niveau de Fermi sont indiquées sur la figure FIG. 3.8. Les

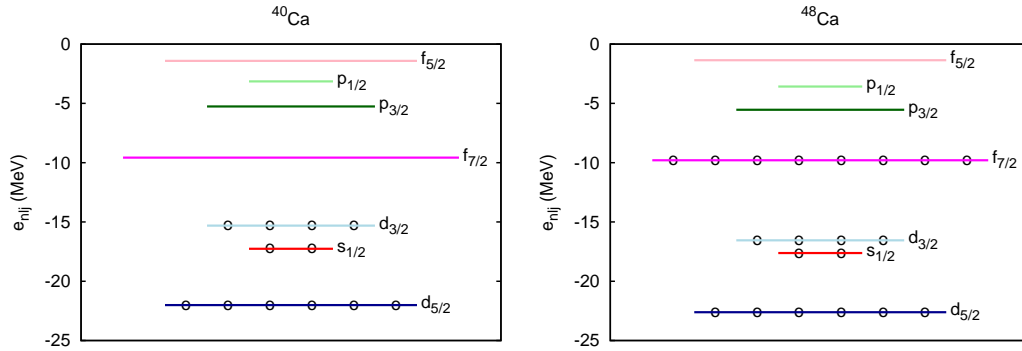


FIGURE 3.8: Structure en couche des noyaux  $^{40}\text{Ca}$  et  $^{48}\text{Ca}$  : niveaux individuels Hartree-Fock des couches majeures (sd et pf) au voisinage du niveau de Fermi.

vibrations d'appariement autour des fermetures de couche  $N = 20$  et  $N = 28$  vont donc consister en la promotion d'une paire de Cooper de type  $(d_{3/2})_{0+}^{-2} (f_{7/2})_{0+}^2$  et  $(f_{7/2})_{0+}^{-2} (p_{3/2})_{0+}^2$  respectivement.

En vertu de l'équation Eq. (3.10), il est possible de retrouver les énergies

$$E_{A_0 \pm 2, n} - E_{A_0, 0} = E_n^{\pm} \pm 2\lambda_0, \quad (3.22)$$

TABLE 3.2: *Energies (et augmentation de la force, éventuellement entre parenthèses) des phonons de vibration d'appariement correspondant au retrait et à l'ajout d'une paire de nucléons pour les différentes fonctionnelles d'appariement utilisées. Les transitions entre noyaux sont indiquées dans la première colonne, tandis que le type de transition (addition, retrait, et contribution principales en termes de quasiparticules de nombres quantiques  $\{l, j\}$ ) est indiqué dans la seconde colonne.*

transition ( $N = 20$ )	type	$E_{\text{phonon}} = E_{A_0 \pm 2, n} - E_{A_0, 0} \pm 2\lambda_{40\text{Ca}}$ (MeV)		
		SLy4+V	SLy4+M	SLy4+S
$^{38}\text{Ca}_{gs} \rightarrow ^{40}\text{Ca}_{pv}$	$(f_{7/2})^{+2}$	4.1 ( $\times 1.8$ )	4.1 ( $\times 2.3$ )	4.1 ( $\times 3.3$ )
$^{42}\text{Ca}_{gs} \rightarrow ^{40}\text{Ca}_{pv}$	$(d_{3/2})^{-2}$	4.2	3.9	3.2
$^{44}\text{Ca}_{gs} \rightarrow ^{42}\text{Ca}_{pv}$	$(d_{3/2})^{-2}$	5.0	4.6	3.8
$^{46}\text{Ca}_{gs} \rightarrow ^{44}\text{Ca}_{pv}$	$(d_{3/2})^{-2}$	5.6	5.5	4.7
$^{48}\text{Ca}_{gs} \rightarrow ^{46}\text{Ca}_{pv}$	$(d_{3/2})^{-2}$	6.4	6.2	5.0

transition ( $N = 28$ )	type	$E_{\text{phonon}} = E_{A_0 \pm 2, n} - E_{A_0, 0} \pm 2\lambda_{48\text{Ca}}$ (MeV)		
		SLy4+V	SLy4+M	SLy4+S
$^{40}\text{Ca}_{gs} \rightarrow ^{42}\text{Ca}_{pv}$	$(p_{3/2})^{+2}$	3.2 ( $\times 1.6$ )	3.1 ( $\times 1.9$ )	2.9 ( $\times 3.5$ )
$^{42}\text{Ca}_{gs} \rightarrow ^{44}\text{Ca}_{pv}$	$(p_{3/2})^{+2}$	3.3	3.3	3.4
$^{44}\text{Ca}_{gs} \rightarrow ^{46}\text{Ca}_{pv}$	$(p_{3/2})^{+2}$	3.3 ( $\times 2.3$ )	3.2 ( $\times 2.9$ )	3.6 ( $\times 5.5$ )
$^{46}\text{Ca}_{gs} \rightarrow ^{48}\text{Ca}_{pv}$	$(p_{3/2})^{+2}$	2.9 ( $\times 2.9$ )	2.9 ( $\times 3.9$ )	3.2 ( $\times 7.8$ )
$^{50}\text{Ca}_{gs} \rightarrow ^{48}\text{Ca}_{pv}$	$(f_{7/2})^{-2}$	2.9	2.8	2.4

et les probabilités de transitions

$$\left| \langle A_0 \pm 2, n | \hat{F}^{\pm} | A_0, 0 \rangle \right|^2, \quad (3.23)$$

des états fondamentaux des noyaux de départ vers les états vibrationnels d'appariement. On s'intéresse plus particulièrement aux énergies de transitions des vibrations d'appariement illustrées sur la figure FIG. 3.1. Ces dernières constituent, à l'approximation harmonique, les phonons d'addition et de retrait de paire de neutrons vers les états de vibration d'appariement. Elles sont calculées en additionnant (ou retranchant) à l'équation (3.22) le potentiel chimique du noyau à couche fermée pour lequel on désire reconstruire le spectre (FIG. 3.1). Les énergies des phonons de vibration d'appariement autour des couches magiques  $N = 20, 28$  sont indiqués, pour chaque transition et chaque fonctionnelle, dans le tableau TAB. 3.2. Lorsqu'il a été possible d'y reporter l'augmentation de la distribution de force entre le spectre non-perturbé et le spectre TDHFB, le facteur d'augmentation est indiqué entre parenthèse<sup>11</sup>.

Comme nous pouvons le voir grâce au tableau TAB. 3.2, les phonons d'addition et de retrait correspondant aux vibrations de plus basse énergie au voisinage immédiat

11. Lorsque deux modes se superposent, notamment modes de retrait et d'ajout, le calcul du facteur de collectivité est impossible dans l'approche que nous avons réalisée.

du  $^{40}\text{Ca}$  ( $^{38}\text{Ca}_{gs} \rightarrow ^{40}\text{Ca}_{pv}$  et  $^{42}\text{Ca}_{gs} \rightarrow ^{40}\text{Ca}_{pv}$ ) ont une énergie d'environ 4 MeV pour toutes les fonctionnelles d'appariement utilisées. Nous pouvons voir de plus qu'à mesure que l'on s'éloigne de la fermeture de couche  $N = 20$ , les énergies des transitions sont de plus en plus grandes, impliquant une perte d'harmonie rapide des vibrations d'appariement. L'image harmonique n'est donc pas adéquate pour les vibrations autour de ce noyau.

On s'intéresse désormais aux résultats obtenus pour les phonons de la bande vibrationnelle partant du  $^{48}\text{Ca}$ . Pour ces derniers, il a été possible pour nombre d'entre eux d'extraire le facteur d'augmentation de la distribution de force pour ces états, permettant une mesure de la collectivité engendrée par les corrélations dynamiques d'appariement. Les énergies des phonons d'ajout et de retrait nourrissant l'état de vibration d'appariement du  $^{48}\text{Ca}$  se situent pour tous les types d'appariement autour de 3 MeV. Cette valeur est en bon accord avec les valeurs expérimentales pour ces phonons d'énergie 2.86 MeV [Bro73]. Enfin, la transition  $^{40}\text{Ca}_{gs} \rightarrow ^{42}\text{Ca}_{pv}$  de type  $(p_{3/2})^{+2}$  est particulièrement intéressante aussi au regard du fait qu'à la fois une mesure expérimentale et des calculs de modèle en couche récents [Szi04] ont mis en évidence ce mode de vibration d'appariement du  $^{42}\text{Ca}$  à environ 6 MeV. Les vibrations d'appariement au sein d'un même noyau étant constituées de deux phonons (un phonon d'addition et un phonon de retrait, pour une énergie alors égale à  $\hbar\omega_a + \hbar\omega_r$ ), on en déduit que les phonons de transfert de paire autour du  $^{48}\text{Ca}$  sont en accord avec le modèle harmonique, avec  $\hbar\omega_a \approx \hbar\omega_r \approx 3$  MeV même en début de remplissage de la couche  $f_{7/2}$ .

On s'intéresse désormais au facteur d'augmentation de force induite par les corrélations dynamiques d'appariement. Ces derniers sont une mesure de la collectivité des états considérés. Ils sont indiqués entre parenthèses dans le tableau TAB. 3.2. Lorsque leur détermination est incertaine (notamment lorsqu'ils sont superposés à d'autres modes de vibrations), cette estimation n'a pas été réalisée. Dans le cas des vibrations d'appariement autour de la fermeture de couche  $N = 28$ , on remarque tout d'abord que l'augmentation de la collectivité de ces modes est accrue lorsqu'on se rapproche de la fermeture de couche. Cet effet, bien connu, est du au changement abrupte de la courbure des énergies de liaison des noyaux dans leurs états fondamentaux, les rendant particulièrement stables au regard des corrélations d'appariement [Rip69]. De fait, la force de rappel associé aux transferts de paires au voisinage de la magie est importante, favorisant la collectivité des modes de vibrations d'appariement. On s'intéresse enfin à l'effet des différentes fonctionnelles d'appariement. Nous pouvons remarquer que l'effet des corrélations dynamiques d'appariement sur la collectivité de ces états est beaucoup plus important lorsque l'appariement agit préférentiellement à la surface du noyau vis à vis d'un appariement purement volumique ou mixte.

### 3.4.3 Candidats aux vibrations géantes d'appariement

Nous nous intéressons enfin aux candidats aux vibrations géantes d'appariement des isotopes de Calcium de la couche  $p - f$ . Selon la structure en couche de ces



TABLE 3.3: *Energies (et augmentation de la force, éventuellement entre parenthèses) des vibrations d'appariement correspondantes à l'ajout d'une paire de nucléons pour les différentes fonctionnelles d'appariement utilisées. Les transitions entre noyaux sont indiquées dans la première colonne, tandis que le type de transition (contribution principale en termes de quasiparticules de nombres quantiques  $\{l, j\}$ ) est indiqué dans la seconde colonne.*

transition	type	$E_{GPV}^+$ (MeV)		
		SLy4+V	SLy4+M	SLy4+S
$^{40}\text{Ca}_{gs} \rightarrow ^{42}\text{Ca}_{gpv}$	$(g_{9/2})^{+2}$	28.4 ( $\times 0.8$ )	28.1 ( $\times 1.0$ )	27.5 ( $\times 1.8$ )
$^{42}\text{Ca}_{gs} \rightarrow ^{44}\text{Ca}_{gpv}$	$(g_{9/2})^{+2}$	23.6 ( $\times 0.9$ )	23.5 ( $\times 1.1$ )	22.9 ( $\times 2.4$ )
$^{44}\text{Ca}_{gs} \rightarrow ^{46}\text{Ca}_{gpv}$	$(g_{9/2})^{+2}$	22.2 ( $\times 0.9$ )	21.9 ( $\times 1.2$ )	21.3 ( $\times 2.5$ )
$^{46}\text{Ca}_{gs} \rightarrow ^{48}\text{Ca}_{gpv}$	$(g_{9/2})^{+2}$	21.0 ( $\times 1.0$ )	20.5 ( $\times 1.2$ )	19.5 ( $\times 2.5$ )
$^{48}\text{Ca}_{gs} \rightarrow ^{50}\text{Ca}_{gpv}$	$(g_{9/2})^{+2}$	17.3	16.7	15.9
$^{50}\text{Ca}_{gs} \rightarrow ^{52}\text{Ca}_{gpv}$	$(g_{9/2})^{+2}$	13.6 ( $\times 1.1$ )	13.3 ( $\times 1.4$ )	12.8 ( $\times 3.1$ )

isotopes, ils correspondent à l'ajout de paire de nucléons sur la couche majeure supérieure ( $s - d - g$ ) de la couche de valence, ayant pour composante principale  $(g_{9/2})^{+2}$ . Les énergies de ces états sont indiquées dans le tableau TAB. 3.3, avec leurs facteurs d'augmentation dûs aux corrélations dynamiques d'appariement pour les trois fonctionnelles d'appariement utilisées. On précise que l'orbitale  $g_{9/2}$  se trouve dans le continuum, et peut donc être sensible au traitement de ce dernier. On remarque une tendance claire de ces états à ne pas ou peu subir d'effet des corrélations dynamiques lorsque l'appariement n'agit pas purement à la surface du noyau. Dans le cas de la fonctionnelle SLy4+S, on remarque au contraire une augmentation très significative de la collectivité de ces états. Cela est probablement dû au fort moment angulaire de l'orbitale  $g_{9/2}$ , qui de par sa barrière centrifuge, est plutôt localisée à la surface du noyau. En particulier, on remarque que dans le cas de la transition  $^{50}\text{Ca}_{gs} \rightarrow ^{52}\text{Ca}_{gpv}$  calculée avec un appariement dynamique (TDHFB), ce mode de vibration d'appariement est celui qui remporte le plus de distribution de force parmi toutes les transitions présentes. Sachant que la distribution de force d'un état donné influe de manière importante sur les probabilités de transition dans les modèles de réaction, il semble que la nature de l'appariement puisse jouer un rôle significatif, non seulement pour la collectivité de cet état, mais aussi sur la probabilité de le peupler lors d'une réaction de transfert de paire de neutrons.

Enfin, nous pouvons remarquer, pour chaque fonctionnelle d'appariement utilisée dans ces calculs, une augmentation de la collectivité de ces états à mesure que la masse des isotopes de Calcium augmente. Cette constatation peut s'expliquer en considérant que l'appariement joue un rôle prépondérant à la surface de Fermi du noyau. Ainsi, à mesure que l'on se déplace vers des isotopes riches en neutrons, le rapprochement entre les états du continuum et le niveau de Fermi permet alors de

tirer meilleur avantage des corrélations d'appariement.

### 3.4.4 Discussions

La procédure d'ajustement des fonctionnelles d'appariement utilisées pour cette étude émerge d'une prescription empirique. Elle repose sur la reproduction du gap spectral de l'étain 120. Cette prescription n'implique pas forcément une reproduction égale des propriétés de structure des états fondamentaux de noyaux sur la table de masses pour les différentes fonctionnelles utilisées. C'est par exemple le cas des observables de structure comme les gaps d'appariement  $\langle \Delta_n \rangle$  ou les énergies de séparation de deux neutrons  $S_{2n}$ . Ces différences peuvent en particulier biaiser les interprétations que l'on peut faire sur les vibrations d'appariement.

Afin de sonder les effets d'un tel ajustement sur les vibrations d'appariement, on se propose de revenir sur les propriétés des états fondamentaux de la chaîne isotopique des Calciums. Les énergies de séparation  $S_{2n}$  ainsi que les gaps d'appariement sont illustrés pour les trois fonctionnelles d'appariement utilisées sur la figure FIG. 3.9, où sont aussi reportées les données expérimentales (formule à trois points centrés sur les noyaux impairs [Ben00, Dug01]). Nous pouvons voir que ces deux ob-

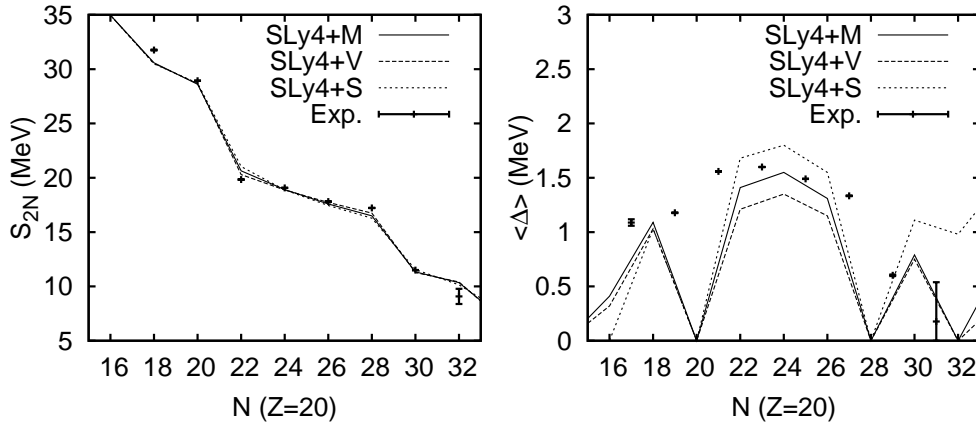


FIGURE 3.9: (gauche) : Evolution des énergies de séparation de deux neutrons obtenues avec le modèle HFB en utilisant une fonctionnelle  $SLy4+(V,M,S)$  et expérimentales dans la chaîne isotopique des Calciums. (droite) : Evolution des gaps spectraux obtenus avec le modèle HFB et expérimentaux issus de la formule à trois points centrés sur les noyaux impairs.

servables, reliées à l'appariement nucléaire, sont reproduites de manière satisfaisante dans les modélisations proposées, compte tenu de leur ajustement empirique sur le gap de l'étain 120. Cependant, des différences notables ont lieu entre les différents schémas d'appariement. En particulier, l'appariement surfacique est celui qui possède les gaps les plus grands, tandis que l'appariement volumique, possédant les gaps

les moins importants, reproduit quant à lui au mieux les énergies de séparation  $S_{2N}$  autour des fermetures de couche. On notera que la fonctionnelle SLy4+M est celle ayant les meilleures propriétés pour ces deux observables le long de la chaîne isotopique. La confrontation de ces données de structure des états fondamentaux HFB avec les résultats de vibration d'appariement monopolaire que nous avons obtenus au paragraphe précédent nous permet de conjecturer que l'accord avec l'expérience des vibrations d'appariement autour de la fermeture de couche  $N = 28$  va de paire avec la bonne reproduction des énergies de séparation  $S_{2n}$  dans cette région de la chaîne isotopique. Cependant, nous pouvons remarquer que la reproduction des gaps d'appariement théoriques et expérimentaux est bien moins satisfaisante. En particulier, il semble clair que la sous-estimation des gaps d'appariement volumiques peut se corrélérer à une sous-estimation de la collectivité des vibrations d'appariement, de haute comme de basse énergie. A contrario, la surestimation des gaps d'appariement avec la fonctionnelle SLy4+S peut induire quant à elle une possible surestimation de la collectivité de ces états, en particulier lorsqu'on se déplace vers les isotopes riches en neutrons. On notera donc que la localisation de l'appariement joue un rôle prépondérant sur la collectivité des états considérés. Elle peut ainsi constituer une observable discriminante pour les différents modèles d'appariement. Une telle étude a récemment été élaborée par Khan *et al.* [Kha09].

### 3.5 Exploration sur la table de masse

On se propose maintenant de donner un aperçu du comportement de ces vibrations d'appariement sur une plage plus grande de la table de masse. Tout d'abord, des résultats sur la chaîne isotopique des Oxygènes ont été obtenus [Ave08] et comparés aux résultats cQRPA [Kha04] pour ces modes de vibration d'appariement. Ensuite, la chaîne isotopique des Etains est très importante pour les observables reliées à l'appariement nucléaire. En effet, cette chaîne isotopique contient de nombreux isotopes stables et sphériques, bien connus expérimentalement et servant de banc de test pour les modèles microscopiques prenant en compte l'appariement nucléaire. C'est par exemple le cas pour les fonctionnelles d'appariement que l'on utilise dans ce manuscrit, étant ajustées sur le gap d'appariement de l' $^{120}\text{Sn}$ . Enfin, on s'intéressera aussi aux vibrations d'appariement des neutrons autour du noyau doublement magique de  $^{208}\text{Pb}$ , qui ont été mises en évidence très tôt [Bro67, Boh75, Bro73].

Dans un premier temps, on se propose de montrer l'évolution sur la table de masse des vibrations d'appariement sur certains isotopes d'Oxygène, de Calcium et d'Etain, où là encore l'influence de la fonctionnelle d'appariement sera discutée. Dans un deuxième temps, on mettra l'accent sur le cas du  $^{208}\text{Pb}$  où les fonctionnelles basées sur l'interaction SLy4 échouent à reproduire les propriétés de structure autour de la fermeture de couche  $N = 126$  [Cha98].

### 3.5.1 Localisation de l'appariement et distribution de force

Les distributions de force TDHFB et non perturbées sont illustrées sur la figure FIG. 3.10 pour les noyaux  $^{20}\text{O}$ ,  $^{44}\text{Ca}$  et  $^{120}\text{Sn}$ . On se focalise sur les états à  $\approx$

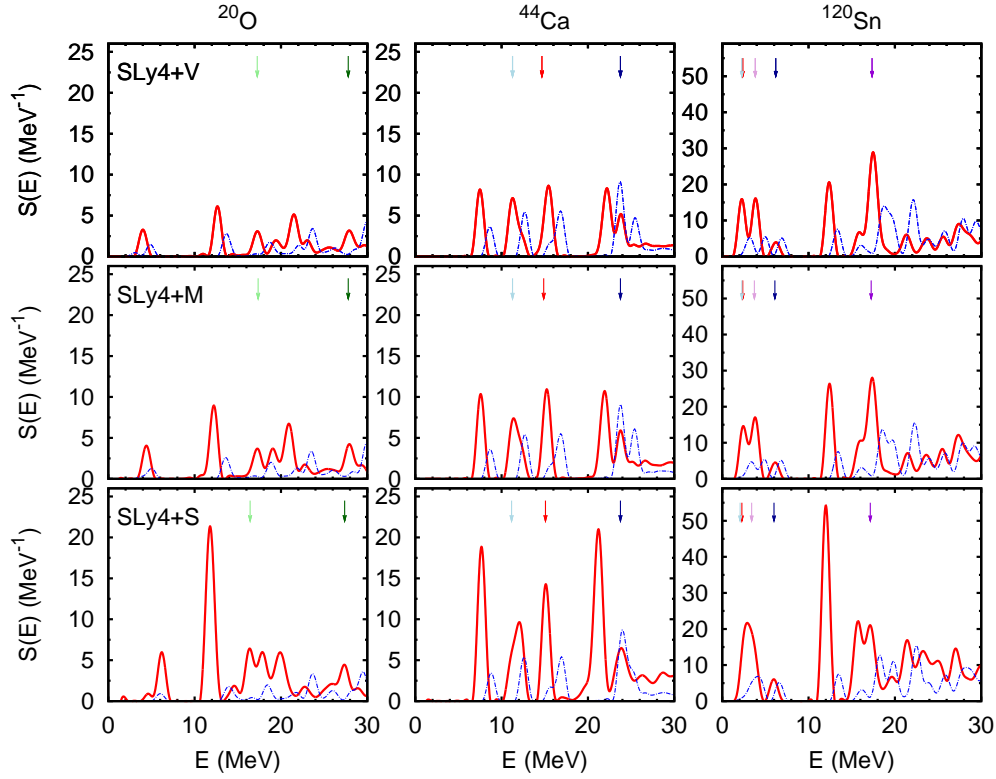


FIGURE 3.10: Distributions de force des vibrations d'appariement TDHFB (en rouge) et non perturbées (en bleu) des noyaux  $^{20}\text{O}$ ,  $^{44}\text{Ca}$  et  $^{120}\text{Sn}$  calculées avec les fonctionnelles  $\text{SLy4}+V$ ,  $\text{SLy4}+M$  et  $\text{SLy4}+S$ . Les modes de retrait sont indiqués par les flèches.

12 MeV pour la transition  $^{20}\text{O} \xrightarrow{(d_{3/2})^{+2}} ^{22}\text{O}$ , à  $\approx 7.5$  MeV pour la transition  $^{44}\text{Ca} \xrightarrow{(p_{3/2})^{+2}} ^{46}\text{Ca}$  et à  $\approx 12$  MeV pour la transition  $^{120}\text{Sn} \xrightarrow{(f_{7/2})^{+2}} ^{122}\text{Sn}$ . Ces modes correspondent tous à une transition vers le noyau à  $A + 2$  nucléons, et ne se juxtaposent pas avec des modes de retrait de paire. On s'attend donc à ce qu'ils soient de bons indicateurs de leur collectivité respective. Comme nous pouvons le voir, ces trois modes subissent une augmentation très marquée de leur force lorsque l'appariement agit plutôt en surface du noyau, alors qu'en l'absence de corrélations dynamiques, ils ont sensiblement la même force. En comparaison, les énergies de ces modes sont relativement similaires à la centaine de keV près. Cette conclusion

est la même que celle qui a été dressée pour les isotopes de Calcium dans la partie précédente, et qui semble donc valable sur la totalité de la table des noyaux. Le cas de  $^{120}\text{Sn}$  est particulièrement intéressant. En effet, les fonctionnelles d'appariement volumique, mixte et surfacique ont toutes été ajustées sur le gap de ce noyau de telle sorte que la collectivité des vibrations d'appariement n'a pas à être mise en perspective avec les valeurs des gaps d'appariement pour ce noyau.

On en tire la conclusion, plus forte que dans la section précédente, que la probabilité de transition induite par des opérateurs de transfert de paire<sup>12</sup> est plus importante pour un appariement surfacique. Ce facteur d'augmentation est uniquement lié à la collectivité de ces états induite par des corrélations dynamiques. En effet, lorsque ces dernières n'interviennent pas, les probabilités de transitions sont sensiblement égales. Ces conclusions sont similaires à celles obtenues avec la QRPA par Khan *et al.* [Kha09].

### 3.5.2 Influence de la fonctionnelle de Skyrme : Cas du $^{208}\text{Pb}$

Nous avons discuté jusque là l'influence de la fonctionnelle d'appariement. Dans ces études, nous avons mis en exergue le fait que la collectivité des vibrations d'appariement soit significativement affectée par la nature de l'appariement. Par contre nous avons vu que les énergies de ces excitations étaient beaucoup moins affectées par la nature de cet appariement. On peut imaginer que l'énergie de ces modes d'excitation soit plus influencée par la densité d'état de particules individuelles que par la nature de l'appariement. La position des états de particule individuels est cependant principalement dominée par la fonctionnelle du canal particule-trou, qui est la fonctionnelle de Skyrme dans notre cas [Ben03].

Un cas intéressant à étudier concerne les vibrations de plus basse énergie autour du noyau doublement magique  $^{208}\text{Pb}$ . On sait que les énergies de séparation  $S_{2n}$  de ce dernier sont mal reproduites avec la fonctionnelle SLy4 que l'on utilise [Cha98]. En effet, pour ce noyau, même des corrélations supplémentaires (monopolaires, quadrupolaires, octupolaires prises au niveau HFB+GCM) ne parviennent pas à reproduire les énergies de séparation  $S_{2n}$ , bien qu'il ait été montré que les vibrations d'appariement dans l'état fondamental permettaient de réduire cette différence sans la combler totalement [Hee01].

La prise en compte de corrélations plus complexes semble donc nécessaire pour la reproduction des états fondamentaux de Plomb. Ces corrélations devraient renormaliser fortement la densité d'état au voisinage du niveau de Fermi. Cette dernière est fortement dépendante de la masse effective  $m^*$  de la fonctionnelle (pour SLy4,  $m^* = 0.7$ ). On peut donc sonder ces effets par l'utilisation d'une force de même nature avec une masse effective plus importante. C'est ainsi que nous allons comparer deux calculs différents sur les vibrations d'appariement dans le  $^{208}\text{Pb}$ . L'un est effectué avec la fonctionnelle SLy4+M que nous avons déjà abordée, et que l'on comparera à la fonctionnelle ( $m^* = 1$ )+M, couplée avec une fonctionnelle d'appariement

12. On limite cette affirmation aux modes d'ajout, les modes de retrait étant plus difficiles à isoler car se juxtaposant toujours à des modes d'ajouts.

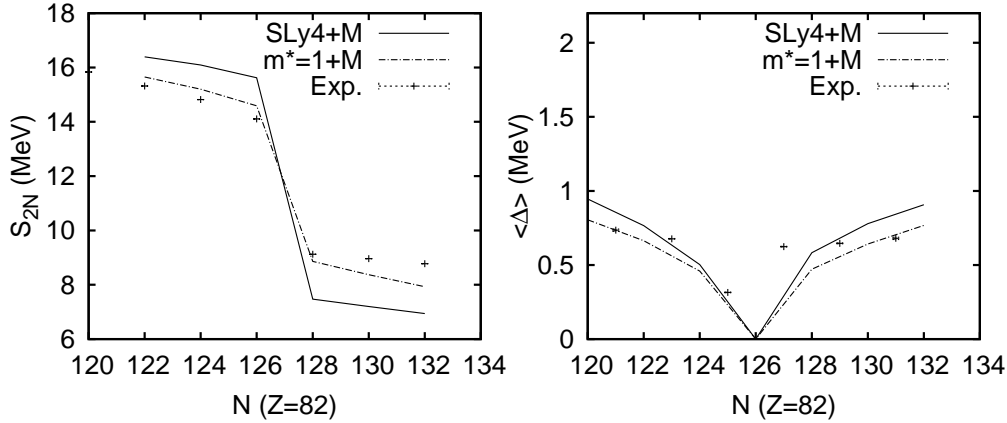


FIGURE 3.11: (gauche) Energies de séparation  $S_{2n}$  des isotopes de Plomb autour de la fermeture de couche  $N = 126$  comparés aux énergies expérimentales. (droite) Gaps spectraux neutrons  $\langle \Delta_n \rangle$  autour de cette même fermeture de couche comparés aux gaps expérimentaux obtenus par formule à trois points centrés sur les noyaux impairs. Les résultats obtenus pour les fonctionnelles SLy4+M et  $(m^* = 1)+M$  sont indiqués respectivement en trait plein et en pointillés.

similaire (dont l'intensité du couplage a pour les deux cas été ajustée avec la procédure empirique du gap spectral neutron de l' $^{120}\text{Sn}$ . La fonctionnelle  $(m^* = 1)$  [Les08] est une fonctionnelle de masse effective  $m^* = 1$  calculée dans la lignée des forces de Saclay-Lyon [Cha98]. La figure FIG. 3.11 présente les énergies de séparation  $S_{2n}$  des isotopes de Plomb au voisinage de la fermeture de couche  $N = 126$  (à gauche) et les gaps spectraux correspondants (à droite). Les calculs sont effectués avec la fonctionnelle SLy4+M (trait plein) et  $(m^* = 1)+M$  (pointillés). Les valeurs expérimentales sont aussi reportées sur cette figure.

Comme nous pouvons le voir, alors que les gaps d'appariement expérimentaux sont reproduits de manière satisfaisante pour les deux fonctionnelles utilisées, les énergies de séparation sont quant à elles en moins bon accord dans le cas de la fonctionnelle SLy4+M. Un accord bien meilleur est obtenu avec la fonctionnelle  $(m^* = 1)+M$ . Les niveaux individuels neutrons du  $^{208}\text{Pb}$  obtenus à l'approximation Hartree-Fock sont quant à eux reproduits sur la figure FIG. 3.12, à gauche pour la fonctionnelle SLy4+M et à droite pour  $(m^* = 1)+M$ . Les niveaux occupés sont indiqués par des cercles. Nous pouvons remarquer la densité d'états au niveau de Fermi plus importante avec la fonctionnelle  $(m^* = 1)+M$ . En particulier, le gap de la fermeture de couche  $N = 126$  apparaît réduit lors de l'utilisation de cette fonctionnelle.

Au regard de ce schéma de niveaux, les vibrations d'appariement de basse énergie au sein de ce noyau seront principalement construites par une excitation de type  $(p_{1/2})^{-2} (g_{9/2})^{+2}$ . Comme toujours, nous allons sonder cet état de vibration d'appa-

Nous obtenons donc des phonons d'ajout et de retrait autour de la fermeture de couche de l'ordre de 4 MeV avec la fonctionnelle SLy4+M, et de l'ordre de 2.7 MeV pour la fonctionnelle  $(m^* = 1)+M$ . Ces phonons d'ajout et de retrait de paire de nucléons sont connus expérimentalement depuis longtemps [Bro67] et ont une valeur de l'ordre de 2.5 MeV. Ils sont en particulier responsables du mode d'excitation  $0^+$  du  $^{208}\text{Pb}$  qui se trouve expérimentalement à 4.9 MeV [Bro67, Bro73, Boh75].

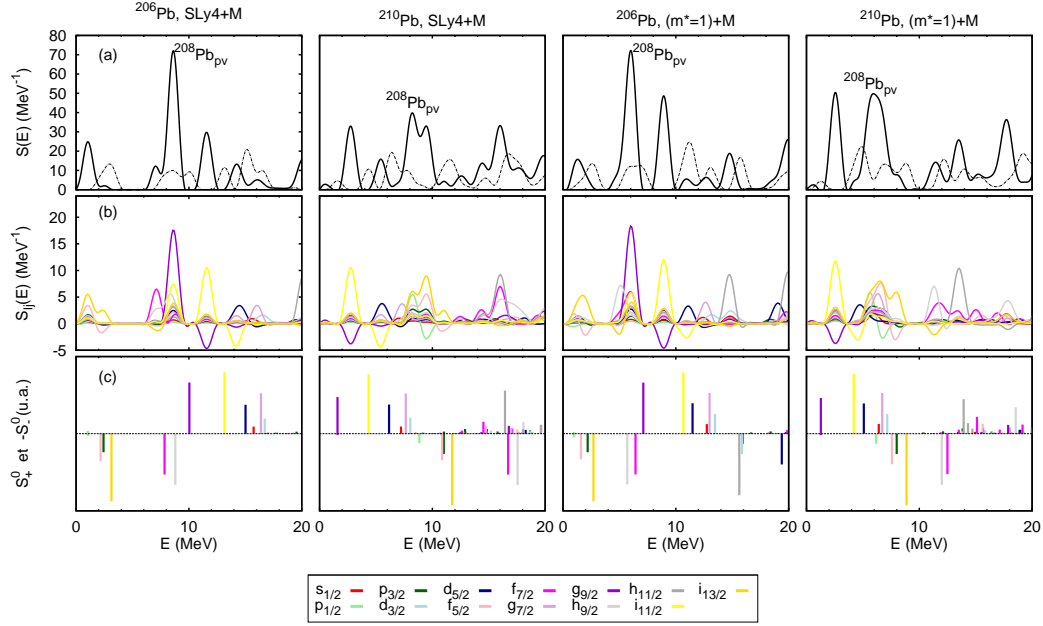


FIGURE 3.13: (a) Distribution de force  $S(E)$  pour le transfert de paires pour les isotopes  $^{206}\text{Pb}$  et  $^{210}\text{Pb}$ , calculés avec les fonctionnelles  $\text{SLy4}+M$  (deux colonnes de gauche) et  $(m^* = 1)+M$  (deux colonnes de droite). Les spectres non perturbés sont indiqués en pointillés. (b) Décomposition de la distribution de force sur les nombres quantiques de quasiparticule  $S_{ij}(E)$ . (c) Spectres non perturbés des opérateurs d'ajout  $S_+^0(E)$  et de retrait  $S_-^0(E)$  (ce dernier en échelle négative) de paires.

A l'image harmonique, cet état se trouverait dans notre modèle à 8.3 MeV avec la fonctionnelle  $\text{SLy4}+M$  et à 5.4 MeV avec la fonctionnelle  $(m^* = 1)+M$  (le phonon de retrait additionné au phonon d'ajout). Nous pouvons ainsi voir qu'avec la fonctionnelle  $\text{SLy4}+M$  l'énergie obtenue est très loin de celle expérimentale. Dans une bien moindre mesure, l'énergie de cette excitation est aussi supérieure avec la fonctionnelle  $(m^* = 1)+M$ . Cela montre l'importance de la densité d'états dans la reproduction des transitions de paire de nucléons vers les états de vibration d'appariement, (donc de la fonctionnelle particule trou principalement).

### 3.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons abordé l'étude des vibrations d'appariement grâce au formalisme TDHFB dans sa limite de petite amplitude afin de se placer dans le cadre de la réponse linéaire obtenue traditionnellement avec la QRPA. Cela montre d'une part la faisabilité des études de la dynamique nucléaire prenant en compte



TABLE 3.4: *Energies des transitions  $E_{pv}^{\pm}$  induites par l'opérateur de transfert de paire (3.12) calculées avec les fonctionnelles SLy4+M et  $(m^* = 1)+M$ . Les potentiels chimiques des noyaux de départ sont indiqués entre parenthèses. Les potentiels chimiques du  $^{208}\text{Pb}$  calculés à partir de l'équation (3.21) sont  $\lambda = -5.83$  MeV avec la fonctionnelle SLy4+M et  $\lambda = -5.91$  MeV avec la fonctionnelle  $(m^* = 1)+M$ .*

transition	type	$E_{pv}^{\pm}$ (MeV)	$E_{phonon}$ (MeV)
SLy4+M			
$^{206}\text{Pb}_{gs} \rightarrow ^{208}\text{Pb}_{pv}$	$(g_{9/2})^{+2}$	8.6 ( $\lambda_{206\text{Pb}} = -8.0$ MeV)	<b>4.2</b>
$^{210}\text{Pb}_{gs} \rightarrow ^{208}\text{Pb}_{pv}$	$(p_{1/2})^{-2}$	8.3 ( $\lambda_{210\text{Pb}} = -3.8$ MeV)	<b>4.1</b>
$(m^* = 1)+M$			
$^{206}\text{Pb}_{gs} \rightarrow ^{208}\text{Pb}_{pv}$	$(g_{9/2})^{+2}$	6.0 ( $\lambda_{206\text{Pb}} = -7.6$ MeV)	<b>2.7</b>
$^{210}\text{Pb}_{gs} \rightarrow ^{208}\text{Pb}_{pv}$	$(p_{1/2})^{-2}$	5.7 ( $\lambda_{210\text{Pb}} = -4.4$ MeV)	<b>2.7</b>

l'appariement. Cependant, un bon contrôle des aspects numériques s'est révélé primordial pour ces études. Tout d'abord, l'évolution d'une base complète de quasiparticules possédant un bon critère de convergence au niveau stationnaire des observables d'appariement est lourde. Lors de l'évolution temporelle, la discrétisation sur réseau couplée à l'utilisation d'opérateurs dérivatifs approchés et des fonctionnelles d'appariements locales diffusant des paires à haute énergie (une coupure naturelle venant non pas du vertex d'appariement mais de la discrétisation spatiale) induisent des fluctuations numériques qu'il est nécessaire de contrôler. Des tests de cette implémentation dans le régime linéaire ont cependant montré la pertinence de ce formalisme.

Une étude détaillée des modes de vibrations d'appariement dans la chaîne isotopique des Calciums a été proposée, en portant une attention particulière à la localisation de l'appariement au sein du noyau. Ainsi, les modes de vibrations d'appariement de basse énergie autour des fermetures de couche  $N = 20$  et  $N = 28$  ont été réalisées. Un bon accord avec les données expérimentales pour l'énergie des phonons de retrait et d'ajout de paire a été obtenu pour la bande vibrationnelle partant du  $^{48}\text{Ca}$ . En l'occurrence, la localisation de l'appariement au sein du noyau ne s'est pas révélé jouer un rôle majeur sur les valeurs de ces énergies. Cependant, cette localisation joue un rôle important quant à leur degré de collectivité mesuré par l'augmentation de la distribution de force obtenue lorsque les corrélations dynamiques d'appariement sont mises en jeu. Les vibrations d'appariement de haute énergie, tout particulièrement les candidats aux vibrations géantes d'appariement, ont aussi été étudiées. Pour ces derniers, aucune indication expérimentale de leur existence n'a jamais été obtenue. Nous avons pu constater que l'existence même de leur collectivité dépendait fortement de l'appariement utilisé. Alors qu'un appariement volumique ne procure pas d'effet collectif, l'effet contraire est obtenu avec un appariement surfacique. Enfin, nous avons observé dans ces isotopes une augmen-

tation relative de leur distribution de force à mesure que l'on sonde des noyaux de plus en plus riches en neutrons. Cet effet est du à l'action de l'appariement, qui agit plutôt autour du niveau de Fermi des noyaux. Ainsi, le continuum (ou de manière plus générale la couche majeure supérieure du noyau) se rapproche du niveau de Fermi, et l'appariement peut tirer meilleur avantage de cette proximité. L'impact de la fonctionnelle d'appariement a également été étudié dans les isotopes d'Oxygène et d'Etain. L'influence de la localisation de l'appariement sur l'augmentation des distributions de force et en particulier le degré de collectivité des états de vibration d'appariement a ainsi été confirmée sur une région plus importante de la table de masse.

Enfin, l'effet de la fonctionnelle d'énergie agissant dans le canal particule-trou a été abordé, l'ajustement des constantes de couplage reliées à l'appariement dépendant fortement de la densité d'état au niveau de Fermi [Ben03]. En prenant pour exemple les vibrations d'appariement autour de la fermeture  $N = 126$  de la chaîne isotopique du Plomb, l'influence de la densité d'état a été illustrée. En particulier, la fonctionnelle SLy4 échoue à reproduire les phonons de vibration autour de cette fermeture de couche, alors qu'une fonctionnelle avec une densité d'états plus importante ( $m^* = 1$ ) est plus proche des résultats expérimentaux. On fait cependant la remarque que la fonctionnelle ( $m^* = 1$ ), tout comme la fonctionnelle T6 [Ton84] (elle aussi de masse effective égale à 1) ne sont pas satisfaisantes à reproduire les observables de structure des états fondamentaux des isotopes de Calcium, les effets de couche étant trop lissés. Une meilleure stratégie pour la reproduction des vibrations d'appariement autour du  $^{208}\text{Pb}$  serait donc de prendre en compte des corrélations qui sont absentes au niveau TDHFB/QRPA, et qui seraient susceptibles, en renormalisant la densité d'états, de donner une meilleure reproduction des données expérimentales.

L'influence des fonctionnelles d'énergie a donc été démontrée comme ayant un rôle important à la fois sur les énergies et la collectivité de ces états. C'est en particulier le cas pour les fonctionnelles agissant dans le canal d'appariement, où les probabilités de transition de type  $(A)_{gs} \rightarrow (A \pm 2)_{pv}$  sont affectées de manière significative par la localisation de l'appariement au sein du noyau. Afin de pouvoir comparer ces résultats à l'expérience, il convient cependant de coupler ces calculs théoriques à des modèles de réaction pour ces transferts de paire [Kha04, Pot09], ce qui permettrait au final de contraindre les fonctionnelles d'appariement [Kha09].

Troisième partie

Fusion d'ions lourds par voie  
symétrique



# Fusion d'ions lourds presque symétriques

---

## 4.1 Introduction

### Les éléments superlourds

La recherche d'éléments nouveaux est d'une importance majeure pour la compréhension des phénomènes à l'œuvre donnant à ces éléments leur structure électronique et nucléaire. Pour les physiciens, la quête et l'étude des noyaux appartenant à des régions non explorées de la table de masse est un véritable Graal afin de comprendre et de prédire la structure des noyaux atomiques. C'est par exemple le cas pour les éléments très lourds (voire superlourds, généralement définis comme ayant un nombre de protons  $Z \geq 104$ ). Ils n'ont jamais été découverts dans la nature. Il est nécessaire de les synthétiser au moyen de réactions nucléaires.

Ces éléments présentent des durées de vie assez courtes. En effet, ils sont le siège d'une compétition très forte, en raison de leur nombre élevé de protons, entre l'interaction nucléaire et la répulsion Coulombienne. Cette compétition induit bien souvent dans ces régions de la table de masse des noyaux radioactifs de durée de vie courte et très fissiles [Mei39]. Cela limite l'existence même de noyaux ayant un numéro atomique trop grand. Cependant, en extrapolant la structure en couche des noyaux connus, l'existence d'un îlot de stabilité [Whe55] a été prédite. Les modèles microscopiques les plus récents le situent dans la région  $N = 184$  et  $114 \leq Z \leq 126$  [Ćwi96, Rut97, Ben99, Kru00, Ben01] sans s'accorder sur une valeur précise. La localisation de cet îlot de stabilité pourrait aussi apporter des données cruciales sur l'interaction nucléaire (par exemple l'évolution des couplages spin-orbite, importante dans la reproduction de la structure en couche des noyaux).

### La quête des noyaux superlourds

La synthèse des éléments lourds (jusqu'à  $Z = 100$ ) a initialement été faite par capture de neutrons puis décroissance  $\beta^-$  dans les réacteurs et les explosions nucléaires. Pour les éléments plus lourds (les *transfermiums*), leur synthèse a été rendue possible grâce aux réactions de fusion [Sch91, Hof00] suivie de l'évaporation de neutrons (fusion-évaporation), lors de collisions d'ions lourds. Les éléments allant du Mendelevium ( $Z = 101$  [Ghi55]) jusqu'au Dubnium ( $Z = 105$  [Fle68, Ghi70]) furent ainsi découverts lors de réactions de fusion en irradiant des cibles d'actinides avec des faisceaux légers. Ce type de réaction est appelé fusion « chaude », car les noyaux formés lors de la réaction ont une énergie d'excitation assez grande.

A partir de 1974, une autre méthode est aussi utilisée pour la synthèse des éléments superlourds : la fusion froide. Elle consiste à irradier une cible très fortement liée (généralement  $^{208}\text{Pb}$  ou  $^{209}\text{Bi}$ ). Les noyaux alors formés ont une énergie d'excitation plus faible. Les deux types de réaction (fusion froide, fusion chaude) permirent la co-découverte du Seaborgium  $Z = 106$  [Ghi74, Oga74]. C'est par fusion froide que les éléments suivants, jusqu'à l'élément 112 furent découverts à GSI [Mün81, Mün82, Mün84, Hof95a, Hof95b, Hof96]. Des éléments plus lourds ont ensuite été synthétisés à Dubna en fusion chaude [Oga99, Oga00], qui permit en particulier la découverte de l'élément le plus lourd connu à ce jour ( $Z = 118$  [Oga06]). Dans la quête de l'îlot de stabilité dans la région des superlourds, on mentionnera enfin une autre méthode permettant de sonder la stabilité dans la région des noyaux superlourds : la mesure des temps de fission [Mor08]. On pourra se reporter à la référence [The02] pour un historique plus complet de la découverte des noyaux superlourds.

### Les mécanismes de la fusion

Le mécanisme de réaction de la fusion menant aux éléments très lourds est schématisé sur la figure FIG. 4.1. Après la phase d'approche entre les deux partenaires

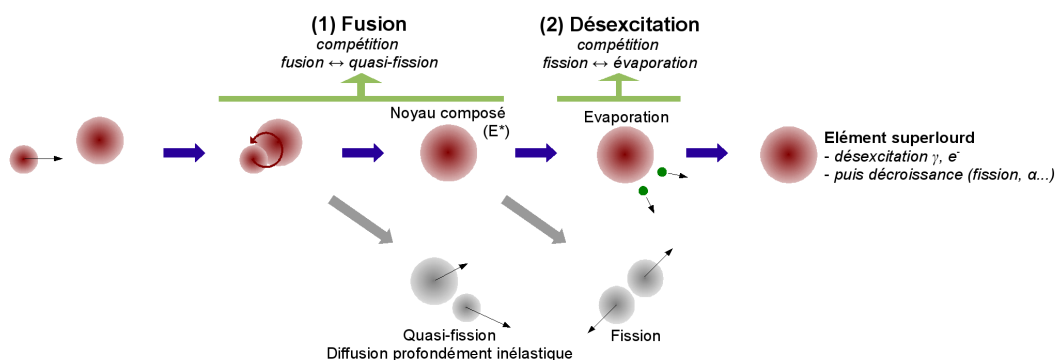


FIGURE 4.1: Illustration des mécanismes de réaction de fusion menant à la synthèse des éléments superlourds.

de collision, lorsque l'énergie est assez grande pour que les deux noyaux subissent un contact nucléaire (phase de capture) peut commencer la phase de fusion (1). Pendant cette dernière, les deux noyaux vont former un système dinucléaire de relativement haut moment angulaire. Selon l'énergie cinétique dans le centre de masse, la compétition entre interaction nucléaire, répulsion Coulombienne et force centrifuge vont alors conduire le système soit à former un noyau composé (fusion), soit à se reséparer en deux fragments (quasi-fission, diffusion profondément inélastique). Lorsque les deux noyaux ont fusionné pour former un noyau composé, ce dernier a une énergie d'excitation relativement importante (10 à 40 MeV pour les expériences de synthèse de noyaux superlourds). Le noyau composé se désexcite alors (2) soit en

évaporant des nucléons, soit en fissionnant (fission « rapide ») (et aussi en émettant des  $\gamma$ ). Dans le cas favorable de l'émission, un noyau super-lourd est alors formé, qui va se désexciter avant d'arriver dans son état fondamental, qui peut finalement être étudié (identification, spectroscopie  $\alpha$ ,  $\gamma$ , temps de vie, etc...).

La phase de formation d'un noyau composé (1) dépend des mécanismes de réaction gouvernant la compétition entre fusion et quasi-fission et dépend du couple de partenaires de collision (voie d'entrée). La phase de désexcitation (2) est quant à elle gouvernée par la compétition entre fission et évaporation, selon l'énergie à laquelle est formé le noyau composé<sup>1</sup>, l'énergie de liaison de ses neutrons ainsi que sa barrière de fission. Elle est en particulier le siège d'une compétition dynamique entre l'évaporation de neutrons (permettant de diminuer l'énergie d'excitation et d'augmenter la barrière de fission) et la fission. Ces deux phases sont cruciales pour la synthèse d'éléments superlourds.

### L'influence de la voie d'entrée

Dans ce chapitre, nous nous intéressons plus spécifiquement à l'influence de la voie d'entrée sur le mécanisme de fusion (formation d'un noyau composé). Comme nous l'avons déjà suggéré, la description des réactions de fusion, siège d'une compétition entre les interactions Coulombienne et nucléaire (autour de la barrière), constitue un véritable défi pour les théoriciens. En effet, les mécanismes gouvernant la compétition entre fusion et quasi-fission sont mal connus, alors que des prédictions théoriques sont nécessaires afin de prédire les meilleurs couples de partenaires de collisions pour former des éléments superlourds, la statistique des expériences étant très faibles.

Il est cependant déjà bien établi que l'influence de la structure des noyaux dans la voie d'entrée est très importante à ces énergies de réaction [Sch91, Hof00]. Par exemple, les sections efficaces de réactions de fusion destinées à former un même noyau composé en utilisant des partenaires de collision différents peuvent parfois différer de plusieurs ordres de grandeur. C'est le cas pour la synthèse du  $^{220}\text{Th}^*$  qui a été étudiée avec plusieurs partenaires de collisions ( $^{124}\text{Sn} + ^{96}\text{Zr}$  [Sah85],  $^{172}\text{Yb} + ^{48}\text{Ca}$  [Sah85],  $^{180}\text{Hf} + ^{40}\text{Ar}$  [Ver84] et  $^{150}\text{Nd} + ^{70}\text{Zn}$  [Sto98]). Les résultats concernant les sections efficaces de fusion-évaporation de ces réactions sont reproduits sur la figure FIG. 4.2 [Sto98]. Comme cette figure nous le suggère, les sections efficaces de fusion-évaporation varient de plusieurs ordres de grandeur. Deux phénomènes sont à mettre en exergue pour expliquer les différences entre ces systèmes. Tout d'abord, nous pouvons voir une tendance à la diminution des sections efficaces lorsque l'asymétrie des partenaires de collisions est moindre (par exemple, les différences entre les réactions  $^{180}\text{Hf} + ^{40}\text{Ar}$  et  $^{150}\text{Nd} + ^{70}\text{Zn}$  ou  $^{124}\text{Sn} + ^{96}\text{Zr}$  et  $^{172}\text{Yb} + ^{48}\text{Ca}$ ). Nous pouvons aussi remarquer que la présence de fermetures de couches dans les noyaux a tendance à augmenter les sections efficaces de fusion [Qui93, Sto98, Sat02].

---

1. C'est suivant l'énergie d'excitation du noyau composé que sont nommées les différents types de fusion (« froide » et « chaude »), et qui gouverne la compétition entre évaporation et fission.

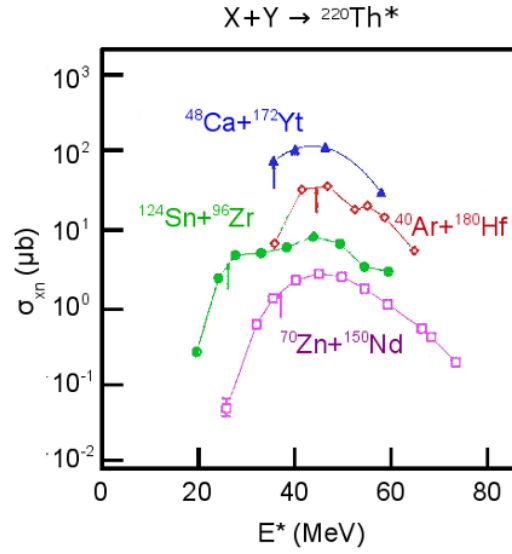


FIGURE 4.2: Sections efficaces de fusion-évaporation passant par la formation du noyau composé de  $^{220}\text{Th}^*$ , obtenu avec différents partenaires de collision ( $^{124}\text{Sn} + ^{96}\text{Zr}$  [Sah85],  $^{172}\text{Yb} + ^{48}\text{Ca}$  [Sah85],  $^{180}\text{Hf} + ^{40}\text{Ar}$  [Ver84] et  $^{150}\text{Nd} + ^{70}\text{Zn}$  [Sto98]). Cette figure est extraite de [Sto98].

### La suppression de la fusion et les systèmes symétriques

Nous allons étudier dans ce chapitre les réactions de fusion dont les partenaires de collision sont lourds et presque symétriques. Ces systèmes sont connus pour être le siège d'une très grande quasi-fission, défavorable à la fusion [Hin02, Chi03, Sag03]. Cette compétition, encore aujourd'hui mal comprise, est très importante à prendre en compte pour optimiser les partenaires de collision dans les réactions de synthèse. En effet, utiliser de tels systèmes lourds quasi-symétriques pourrait s'avérer très intéressant pour synthétiser de nouveaux isotopes ou même de nouveaux éléments. Cependant, ces systèmes, lorsque le produit des numéros atomiques des partenaires de collision  $Z_1 \times Z_2 \gtrsim 1600$ , sont sujets au phénomène de suppression de la fusion (« *fusion hindrance* ») [Gäg84, Tök85, Sah85, Sch91, Rei92, Qui93], empêchant fortement la synthèse des éléments lourds comparé aux extrapolations faites avec des systèmes plus asymétriques [Hin02]. Ils sont aussi parfois appelés systèmes à « *extra-push* » [Swi81, Swi82], en relation à l'énergie cinétique nécessaire à ces systèmes pour fusionner (la barrière de fusion). En effet, les systèmes asymétriques, avec des paramètres  $Z_1 \times Z_2 \lesssim 1600$ , ont une barrière de fusion prédite de manière satisfaisante par des paramétrisations de potentiel noyau-noyau selon la distance entre les centres de masse des partenaires de collision [Bas74, Bas77, Bło77]. Le passage de cette barrière (phase de capture) mène presque automatiquement à la fusion. Cependant, pour les systèmes lourds et symétriques, le passage de cette barrière n'est pas suffisant



pour fusionner. Ils ont besoin de cette énergie d'« extra-push » supplémentaire pour compléter la fusion, qui est parfois interprété par la présence d'une seconde barrière qu'il faut franchir pour éviter la quasi-fission [Swi82].

Dans une première partie, nous illustrerons la phénoménologie des mécanismes de cette suppression de la fusion de systèmes quasi-symétriques de manière théorique au moyen du formalisme TDHF pour les collisions d'ions lourds, que nous avons abordé au chapitre 1. Nous exposerons ensuite brièvement certains phénomènes pouvant contrebalancer cette suppression de la fusion ainsi que les motivations expérimentales d'utiliser des systèmes de voie d'entrée symétrique pour la formation d'éléments superlourds. Nous aborderons enfin l'analyse de l'expérience e533 effectuée au GANIL. Cette dernière avait pour objet d'étudier la synthèse de Rutherfordium au moyen de la réaction de fusion-évaporation  $^{136}\text{Xe} + ^{124}\text{Sn}$ .

## 4.2 Etude des mécanismes de la fusion avec TDHF

Il existe des modèles sophistiqués permettant de modéliser les phénomènes de suppression de la fusion. Certains modèles sont par exemple basés sur une paramétrisation d'un paysage de potentiel selon une coordonnée radiale (et une coordonnée de déformation ou/et d'asymétrie de masse, comme le modèle de Aritomo *et al.* [Ari04] où les trajectoires sont recherchées par un modèle de type fluctuation-dissipation). D'autres sont encore basés sur le concept de système dinucléaire (DNS, « *DiNuclear System* ») où la fusion s'accomplit par transferts successifs de nucléons [Ant95, Ada97]. Tous ces modèles supposent à priori les variables collectives pertinentes intervenant dans le mécanisme de réaction.

On se propose, dans ce chapitre principalement expérimental, de faire un intermède théorique afin de décrire de manière phénoménologique les mécanismes menant au phénomène de suppression de la fusion à l'aide du formalisme TDHF. Les récentes performances des unités de calcul permettent en effet désormais d'étudier les réactions de fusion de manière réaliste [Kim97, Uma05, Uma06, Uma08, Sim08a, Was08]. Malgré le fait qu'elle soit un modèle de particules indépendantes, et qu'elle ne puisse reproduire la dynamique nucléaire de manière exhaustive, l'approche TDHF possède néanmoins de grands avantages comparé aux modèles de réaction que nous avons évoqués. Tout d'abord, TDHF reproduit de manière naturelle la structure en couche et les éventuelles déformations des noyaux, qui peut influencer sur la probabilité de fusion [Sim04, Uma06]. De plus, TDHF est une théorie microscopique. En ce sens, aucune coordonnée collective ou choix de mécanisme de réaction n'est nécessaire. Le système évolue librement selon une équation de type Schrödinger sous la seule contrainte que la fonction d'onde reste un déterminant de Slater à chaque instant (voir chapitre 1). Les implémentations récentes de ce modèle sont enfin connues pour donner de bonnes estimations des barrières de fusion [Sim08a, Was08].

Après avoir brièvement décrit les succès obtenus avec le formalisme TDHF pour les systèmes asymétriques, on se penchera sur les systèmes lourds et presque symétriques qui sont sujets au phénomène de suppression de la fusion.

### 4.2.1 La fusion avec TDHF

#### Barrière de fusion du système $^{208}\text{Pb} + ^{16}\text{O}$

La barrière de fusion est une des observables d'intérêt des réactions de fusion. De manière intuitive, c'est l'énergie cinétique minimale nécessaire dans la voie d'entrée pour permettre au système de former un noyau composé. Les barrières sont obtenues, de manière expérimentale, par la centroïde de la distribution de barrière  $D(B) = \frac{\partial^2 E \sigma_{fus}(E)}{\partial E^2}$  [Row91] où  $E$  est l'énergie dans le centre de masse et  $\sigma_{fus}$  la section efficace de fusion. Ces barrières de fusion constituent une des observables caractérisant la dynamique de la collision, qui peuvent être comparées directement aux modèles théoriques.

On s'intéresse en particulier aux barrières de fusion que l'on peut extraire du formalisme TDHF. Pour ce faire, on utilisera dans toute la suite le code TDHF3D construit par P. Bonche [Kim97] avec l'interaction SLy4d que l'on a introduit au premier chapitre.

On peut extraire les barrière de fusion de TDHF en calculant la distance entre les centres de masse des partenaires de collision au cours d'une réaction de fusion. Cette quantité est représentée sur la figure FIG.4.3 pour le système  $^{208}\text{Pb} + ^{16}\text{O}$  à différentes énergies d'injection (de 74.2 MeV à 75 MeV dans le centre de masse) en fonction du temps. Comme nous pouvons le voir sur cette figure, lorsque l'énergie d'injection passe de 74.44 MeV à 74.45 MeV, l'état final du système passe d'un état à deux fragments (il y a alors eu reséparation) à un système à un seul fragment (il y a alors eu fusion). On peut alors déduire la barrière de fusion extraite de TDHF :  $V_B^{TDHF} = 74.445 \pm 0.005$  MeV. Cette valeur est en très bon accord avec les résultats expérimentaux ( $\approx 74.5$  MeV [Mor99]).

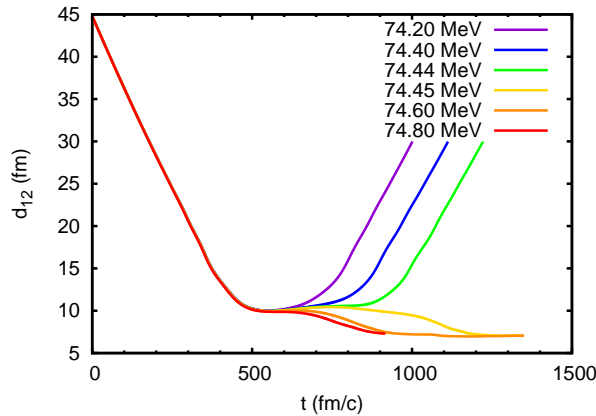


FIGURE 4.3: Trajectoires (distances entre les fragments) en fonction du temps pour une collision centrale  $^{208}\text{Pb} + ^{16}\text{O}$  à différentes énergies de collision dans le centre de masse.

Afin d'estimer les effets dynamiques intervenant dans le processus de fusion, comparons cette barrière de fusion à celle obtenue dans une approche purement sta-

tique : la barrière du potentiel noyau-noyau donnée par l'approximation des densités gelées en fonction de leur distance d'approche, en utilisant la même fonctionnelle d'énergie et les mêmes approximations numériques que le calcul TDHF<sup>2</sup>. Le potentiel noyau-noyau à l'approximation des densités gelées est représenté sur la figure FIG. 4.4 en fonction de la distance entre les noyaux, qui possède comme nous pouvons le voir, une barrière de  $V_B^{frozen} = 76$  MeV. Nous pouvons ainsi voir que la

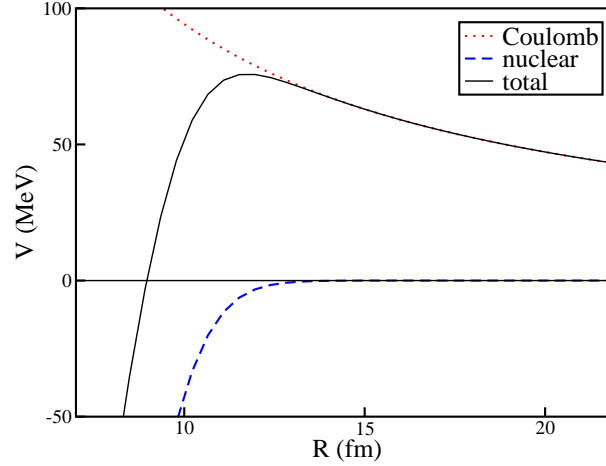


FIGURE 4.4: Potentiel noyau-noyau en fonction de la distance entre les fragments obtenu à l'approximation des densités Hartree-Fock gelées des noyaux en voie d'entrée (figure extraite de [Sim09]).

barrière de fusion  $V_B^{TDHF}$  est légèrement plus basse que  $V_B^{frozen}$ . Ceci peut être dû aux effets dynamiques inclus dans TDHF, en particulier le transfert de nucléons entre les partenaires de réaction [Sim08a, Sim09], mais aussi des excitations du système nucléaire dans les phases d'approche et de contact.

### Barrières de fusion : systématique

Une étude systématique des barrières de fusion obtenues avec le modèle TDHF a été réalisée dans [Sim08a], pour des systèmes allant de la réaction  $^{40}\text{Ca} + ^{40}\text{Ca}$  à la réaction  $^{208}\text{Pb} + ^{48}\text{Ti}$ . La comparaison de ces résultats avec les barrières expérimentales obtenues à partir des centroïdes des distributions de barrières est représentée sur la figure FIG. 4.5. Les résultats obtenus avec le modèle de Bass [Bas77] (potentiel noyau-noyau unidimensionnel ajusté spécifiquement sur les réactions de fusion) est aussi reproduit sur cette figure. Comme nous pouvons le voir, l'accord entre les résultats TDHF et l'expérience est très satisfaisant, et en particulier meilleur que la paramétrisation de Bass.

2. Cette approximation est cependant valable pour les recouvrements faibles entre les noyaux, le principe d'exclusion de Pauli entre les nucléons des deux noyaux n'étant pas respecté dans ce cas.

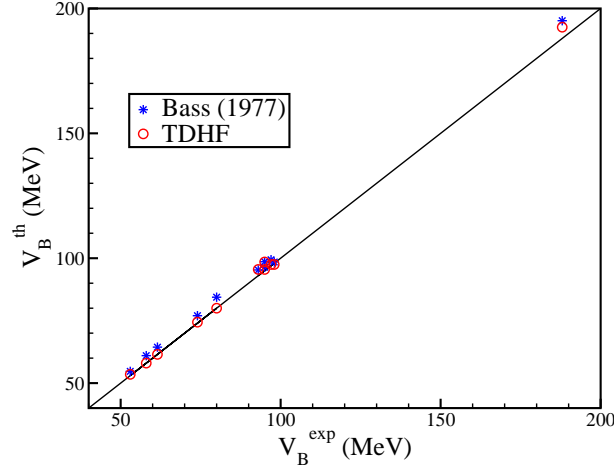


FIGURE 4.5: Barrières de fusion obtenues avec le modèle TDHF (cercles) en fonction des barrières expérimentales (issues des centroïdes de distribution de barrières). La même courbe pour les barrières de Bass est aussi reproduite (étoiles). (figure extraite de [Sim09]).

### Fonctions d'excitation

On s'intéresse désormais aux fonctions d'excitation (sections efficaces de fusion en fonction de l'énergie). Ces dernières sont obtenues par la relation :

$$\sigma_{fus}(E) = \frac{\pi \hbar^2}{2\mu E} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) P_{fus}(E, l), \quad (4.1)$$

où  $P_{fus}(E, l)$  est la probabilité de fusion du système à l'énergie dans le centre de masse  $E$  et au moment angulaire  $l$ , et  $\mu$  est la masse réduite du système initial. Appliquée au formalisme TDHF où  $P_{fus} = 0$  ou  $1$ , cette expression peut être approximée par [Sim08b] :

$$\sigma_{fus}(E) = \pi b_{max}^2(E), \quad (4.2)$$

où  $b_{max}(E)$  est le paramètre d'impact maximum pour lequel la fusion a lieu lorsque l'énergie dans le centre de masse des partenaires de collision vaut  $E$ .

La fonction d'excitation du système  $^{208}\text{Pb} + ^{16}\text{O}$  obtenue avec TDHF est illustrée (lignes rouges) sur la figure FIG. 4.6, où sont aussi reportées les valeurs expérimentales [Mor99]. On se focalise tout d'abord sur la fonction d'excitation au delà de la barrière de fusion de TDHF ( $E_{CM} > 74.45$  MeV). Nous pouvons voir un bon accord entre les résultats théoriques et expérimentaux. Cependant, la section efficace de fusion obtenue avec TDHF surestime d'environ 16% les résultats expérimentaux, montrant ainsi que le modèle TDHF nécessite des raffinements, soit pour la fonctionnelle utilisée, soit par l'inclusion de degrés de liberté plus complexes que l'on n'a pas inclus à ce niveau.

Si on se focalise désormais sur les résultats TDHF obtenus au voisinage immédiat et sous la barrière de fusion, on s'aperçoit que le modèle TDHF n'est pas apte à

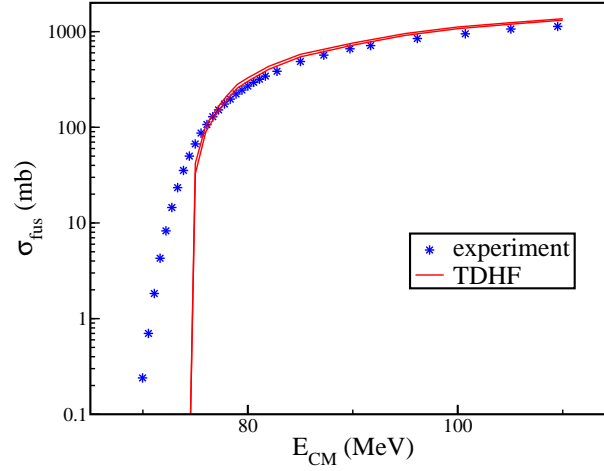


FIGURE 4.6: Fonction d'excitation théorique obtenue avec TDHF du système  $^{208}\text{Pb} + ^{16}\text{O}$  (lignes). La fonction d'excitation expérimentale [Mor99] est indiquée par les étoiles. (figure extraite de [Sim08a]).

reproduire ces sections efficaces de fusion. En particulier, le caractère classique de la théorie interdit la fusion sous barrière qui existe pourtant expérimentalement grâce à l'effet tunnel. Ce défaut du formalisme TDHF est lié à l'approximation de la fonction d'onde à N corps modélisant les deux noyaux par un état de particules indépendantes. Ce dernier interdit en effet le couplage de différentes voies de réaction de la fonction d'onde à N corps. Il est nécessaire d'aller au delà de TDHF pour reproduire la fusion sous la barrière.

### Discussion

Nous avons jusqu'alors abordé les succès du formalisme TDHF quant à la reproduction des barrières de fusion pour les systèmes conventionnels, c'est à dire pour la fusion de systèmes asymétriques. Nous avons en particulier vu que la prise en compte d'une dynamique complète était nécessaire pour la reproduction de ces barrières, des phénomènes de couplage entre les deux partenaires de collisions pouvant influencer sur la position de ces dernières. Ceci est particulièrement vrai à leur voisinage, bien qu'à plus haute énergie, les barrières ressenties par le système sont très similaires aux barrières estimées à l'approximation des densités gelées [Was08]. Nous avons enfin abordé les limites du formalisme TDHF. Ce dernier ne prend pas en compte les fluctuations quantiques ni les collisions entre nucléons. Ceci a pour effet de nous fournir uniquement des trajectoires de caractère classique, interdisant par exemple le passage par effet tunnel de la fonction d'onde à N corps, nécessaire à la reproduction de la fusion sous la barrière.

Forts de ces succès et en gardant en tête les limitations inhérentes au formalisme, on se propose, dans le cadre de ce travail de thèse, d'étendre l'étude précédente au cas de la fusion de systèmes massifs presque symétriques.

### 4.2.2 Fusion de systèmes lourds presque symétriques avec TDHF

Les collisions de systèmes lourds presque symétriques, ( $Z_1 \times Z_2 \gtrsim 1600$ ), sont sujets, comme nous l'avons déjà évoqué, au phénomène de suppression de la fusion. Ils sont en particulier impossibles à décrire à l'aide de potentiels noyau-noyau unidimensionnels comme le potentiel de Bass [Bas77]. En effet, comparé aux prédictions de ces modèles, les systèmes nécessitent une énergie supplémentaire pour fusionner, phénomène ayant par exemple donné naissance au modèle d'« extra-push » [Swi82].

La dissipation à un corps, c'est à dire le transfert de l'énergie cinétique entre les fragments vers les degrés de liberté nucléoniques des partenaires de collision est principalement responsable de ce phénomène [Swi81, Swi82]. L'approche microscopique de la dynamique nucléaire que nous fournit TDHF devrait ainsi être capable de traiter ce phénomène de suppression de la fusion. On se propose de vérifier cela en

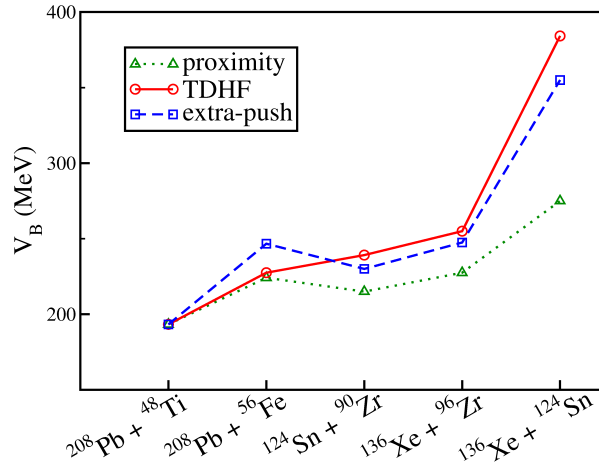


FIGURE 4.7: Barrières de fusion de différents systèmes obtenues par le modèle de proximité [Blo77] (triangles), le modèle d'extra-push [Swi82] (carrés) et TDHF (cercles). (figure extraite de [Sim09]).

étudiant les barrières de fusion de systèmes avec différentes (a)symétries de masse. Les résultats obtenus avec TDHF pour les réactions  $^{48}\text{Ti} + ^{208}\text{Pb}$ ,  $^{56}\text{Fe} + ^{208}\text{Pb}$ ,  $^{90}\text{Zr} + ^{124}\text{Sn}$ ,  $^{96}\text{Zr} + ^{136}\text{Xe}$  et  $^{124}\text{Sn} + ^{136}\text{Xe}$  sont illustrés sur la figure FIG. 4.7, et comparés aux résultats du modèle d'extra-push de Swiatecki *et al.* [Swi82] et au modèle de proximité de Blocki *et al.* [Blo77] (ne prenant pas en compte la dissipation à un corps responsable de la suppression de la fusion). Pour ces calculs TDHF, on suppose qu'il y a fusion lorsqu'un système compact est formé pendant un temps minimal de 1200 fm/c. De plus, certains des partenaires de collision dans ces réactions ( $^{136}\text{Xe}$  et  $^{124}\text{Sn}$ ) sont légèrement déformés au niveau Hartree-Fock, déformation que nous avons négligée dans les calculs TDHF (une seule orientation des partenaires de collision a été considérée). Bien que préliminaires, ces résultats suivent la même tendance que le modèle d'extra-push, induisant une augmentation de la barrière de fusion vis-à-vis du modèle de pénétration de barrière unidimensionnelle (modèle de

proximité). Il semble ainsi que TDHF reproduise bien la suppression de la fusion comme nous pouvions l'espérer.

Au contraire des modèles macroscopiques exposés précédemment, TDHF ne pré-suppose aucun mécanisme de réaction et ne réduit pas la dynamique nucléaire à N corps à certains degrés de liberté pertinents. En ce sens, TDHF pourrait ainsi s'avérer très utile pour la compréhension des mécanismes menant à la suppression de la fusion. Pour avoir un aperçu de ces possibilités, nous nous focalisons désormais sur le système  $^{90}\text{Zr} + ^{124}\text{Sn}$ . On note que l'état fondamental Hartree-Fock du noyau  $^{124}\text{Sn}$  est légèrement déformé (forme oblongue). Les trajectoires des distances entre les fragments en fonction du temps de ce système calculées pour une orientation (axe de déformation du  $^{124}\text{Sn}$  confondu avec celui de son impulsion) sont représentées pour différentes énergies (de 210 MeV à 240 MeV) sur la figure FIG. 4.8. Comme nous

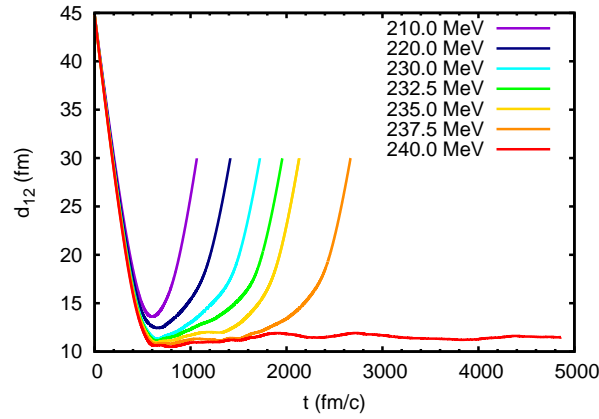


FIGURE 4.8: Trajectoires (distance entre les fragments  $d_{12}$ ) en fonction du temps pour les collisions frontales des noyaux  $^{124}\text{Sn}$  et  $^{90}\text{Zr}$  à différentes énergies (de 210 à 240 MeV) pour une orientation donnée (axe de déformation du  $^{124}\text{Sn}$  confondu avec celui de son impulsion).

pouvons le voir, pour toutes les énergies inférieures ou égales à 237.5 MeV, il y a re-séparation du système en deux noyaux. Cependant, pour l'énergie  $E_{CM} = 240$  MeV, nous pouvons voir que le système reste compact pendant un temps très long, sans émettre de signes précurseur de reséparation. Le système a alors fusionné, et on estime alors la barrière à  $V_B^{TDHF} = 238.75 \pm 1.25$  MeV<sup>3</sup>. Ceci est à comparer à la barrière calculée à l'approximation HF avec les densités nucléaires gelées, donnant une barrière  $V_B^{frozen} \approx 218.1$  MeV. Ainsi, alors que pour le système  $^{208}\text{Pb} + ^{16}\text{O}$ , l'inclusion des effets dynamiques de TDHF avait la propriété de baisser légèrement la barrière de fusion, pour ce système lourd et quasi-symétrique, l'inclusion des effets dynamiques augmente d'environ 20 MeV la barrière de fusion.

3. L'autre orientation extrême (axe de déformation du  $^{124}\text{Sn}$  perpendiculaire à la direction de son impulsion) donne exactement la même barrière de fusion bien que les trajectoires de reséparation soient quelque peu différentes.

Afin d'avoir une idée sur les possibles mécanismes à l'œuvre dans la plage d'énergie [218.1, 238.75] MeV, où les mécanismes menant à la suppression de la fusion ont lieu, les profils de densité de la réaction  $^{90}\text{Zr} + ^{124}\text{Sn}$  à 235 MeV dans le centre de masse et dans la même configuration que précédemment sont illustrés sur la figure FIG. 4.9. Nous pouvons voir qu'après la phase d'approche, un col naissant se forme

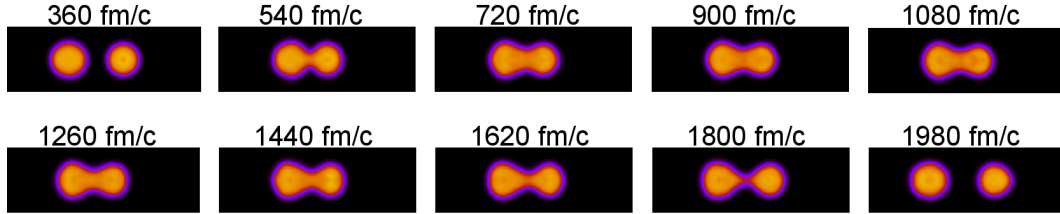


FIGURE 4.9: *Profils de densité dans le plan de réaction de la collision frontale  $^{90}\text{Zr} + ^{124}\text{Sn}$  à 235 MeV dans le centre de masse dans la même configuration (orientation) que la figure FIG. 4.8 à différents temps. Les couleurs chaudes représentent les densités proches de la saturation.*

(540 fm/c) entre les deux noyaux pour arriver à un système dinucléaire très déformé pendant un intervalle de temps de 720  $\rightarrow$  1440 fm/c). Pendant cet intervalle de temps relativement long (comparé à une trajectoire de Rutherford), nous pouvons voir que la déformation du système dinucléaire n'évolue que très peu. Par contre, la présence d'un col important laisse suggérer de nombreux couplages à des degrés de liberté internes. En effet, la densité au col atteint  $0.14 \text{ fm}^{-3}$ , avoisinant la densité de saturation de la matière nucléaire. Ceci suppose des réarrangements très importants (équilibration en isospin, transferts de masse, excitations du système dinucléaire) dissipant l'énergie cinétique d'injection. Ainsi, la dynamique de la collision est sensible aux propriétés de ce col [Gol09]. Cependant, l'attraction nucléaire ne l'emporte pas sur la répulsion Coulombienne, très forte entre les deux fragments du système (qui est très déformé et trop loin de son équilibre (quasi-)sphérique). Ainsi, l'injection des  $\approx 17$  MeV d'énergie cinétique supplémentaires aux partenaires de collision (le passage de la barrière Coulombienne ne nécessitait que 218.1 MeV) ne permet pas de trouver le chemin vers la fusion, et le système se resépare alors en deux fragments (1620 fm/c  $\rightarrow \infty$ ).

### Discussion

Cette étude est très encourageante. Tout d'abord, l'effet de suppression de la fusion est bien présent dans les calculs TDHF. D'un point de vue quantitatif, peu de données expérimentales ont été réalisées sur de tels systèmes symétriques et lourds. Le système auquel nous nous sommes intéressés,  $^{90}\text{Zr} + ^{124}\text{Sn}$  a été étudié expérimentalement, et une barrière de fusion a été estimée à  $237 \pm 4$  MeV [Sah85], en bon accord avec nos résultats TDHF. Cependant, une étude détaillée des mécanismes de réaction est nécessaire pour comprendre les mécanismes de la suppression de la



fusion dans TDHF. Une évaluation précise des moments multipolaires du système dinucléaire, mais aussi des transferts de masse et l'équilibration en isospin serait ainsi nécessaire afin de comprendre ces mécanismes à l'approximation TDHF.

## 4.3 Approche expérimentale

### 4.3.1 Tenants et aboutissants

Comme nous l'avons abordé dans le paragraphe précédent, la fusion d'éléments lourds par voie symétrique est sensible à la dissipation à un corps. Celle-ci réduit de manière drastique la probabilité de fusion aux basses énergies par rapport à des modèles de pénétration de barrière unidimensionnelle, quand bien même ces derniers reproduisent de manière satisfaisante les données pour les systèmes plus légers ou asymétriques en masse (et charge). Ce phénomène est donc très défavorable à la formation d'un noyau composé. De plus, la fusion par voie symétrique est attendue pour former des éléments à haut moment angulaire, diminuant encore la probabilité de fusion pour les collisions non centrales.

Cependant, d'autres phénomènes pourraient contrebalancer cet effet. Tout d'abord, le rôle des fermetures de couches dans les noyaux en voie d'entrée semble favoriser la formation des noyaux composés [Qui93, Sto98, Sat02]. Enfin, un nombre élevé de neutrons dans les noyaux en voie d'entrée pourrait aussi favoriser la probabilité de survie des noyaux composés, ces derniers étant souvent déficients en neutrons. Par exemple, lors d'expériences de synthèse de l'élément  $Z = 110$  avec des projectiles de  $^{62}\text{Ni}$  et  $^{64}\text{Ni}$  [Hof00], les deux neutrons additionnels pourraient être la cause d'une augmentation de section efficace de fusion d'un facteur 4, mettant en exergue l'intérêt d'étudier la fusion avec des noyaux riches en neutrons. En plus de ces deux effets susceptibles de contrebalancer le phénomène de suppression de la fusion, nous pouvons aussi avancer des effets liés au dispositif expérimental. En effet, l'utilisation de projectiles plus lourds dans les réactions de fusion presque symétriques permet une meilleure transmission le long de la ligne optique. En effet, dans ce cas, les trajectoires des résidus d'évaporation sont beaucoup plus focalisées vers l'avant (leur vitesse étant plus grande) et sont moins sujettes à la dispersion angulaire, évitant ainsi les pertes le long de la ligne optique avant d'arriver dans le système de détection. Tout en bénéficiant de faisceaux plus lourds, les réactions symétriques permettent tout de même de conserver des vitesses de résidus d'évaporation et du faisceau incident différentes (typiquement d'un facteur 2), rendant la séparation en vol de ces noyaux encore possible<sup>4</sup>.

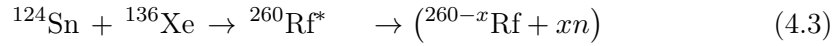
L'expérience que l'on se propose d'étudier a pour but d'explorer la synthèse de noyaux superlourds par voie symétrique. Les données physiques que l'on peut tirer de telles réactions pourraient permettre une meilleure compréhension des mé-

4. Une tentative en « cinématique inverse » pour la synthèse du Seaborgium avec un faisceau de  $^{208}\text{Pb}$  (sur un cible de  $^{54}\text{Cr}$ ) réalisée sur la ligne LISE3 à GANIL a en effet échoué, la réjection du filtre de vitesse n'étant pas suffisante ( $< 10^5$ ) pour soutenir de hautes intensités de faisceau dans ce cas.

canismes en jeu lors de ces réactions de synthèse et un raffinement des modèles théoriques, dont la prédictivité est questionable pour ces réactions extrêmes. De plus, l'avènement de nouveaux accélérateurs tels que Spiral2 à GANIL vont fournir des faisceaux d'isotopes lourds et riches en neutrons. Ces derniers sont très intéressants pour les études de la fusion en voie symétrique. En effet, les hautes intensités attendues pour certains isotopes, notamment ceux de Krypton et de Xénon, pourraient permettre des expériences de synthèse de noyaux superlourds. Grâce à leur nombre élevé de neutrons, l'utilisation de ces faisceaux pourraient aussi permettre la synthèse de nouveaux isotopes plus riches en neutrons d'éléments ayant déjà été synthétisés. L'expérience que l'on va étudier s'inscrit dans cet objectif, afin d'évaluer la faisabilité d'expériences de synthèse de noyaux super-lourds avec les futurs faisceaux d'ions lourds radioactifs Spiral2.

### L'expérience $^{124}\text{Sn} + ^{136}\text{Xe}$

On se propose ainsi d'étudier la réaction de fusion



à une énergie d'excitation du noyau composé d'environ 20 MeV, devant ouvrir principalement le canal d'évaporation  $2n$ <sup>5</sup>. Ce système, sondant les réactions de fusion symétriques avec des projectiles très similaires à ceux prévus par Spiral2, constituent un des systèmes les plus favorables pour les réactions de synthèse d'éléments superlourds. En effet, les deux fermetures de couches  $Z = 50$  du  $^{124}\text{Sn}$  et  $N = 82$  du  $^{136}\text{Xe}$  devraient diminuer les effets de suppression de fusion liés à la symétrie de masse (et de charge) des partenaires de collision. De plus, l'énergie d'excitation relativement faible devrait permettre une probabilité de survie du noyau composé importante contre la fission rapide. Cette expérience a déjà été tentée deux fois à des énergies d'excitation du noyau composé de 15 MeV (1n) [Ike02] et de 26 MeV (1n,2n) [Pop01] donnant toutes deux des limites de section efficace de fusion-évaporation de  $\approx 200$  pb. Du point de vue théorique, cette réaction a été étudiée avec différents modèles. Le modèle DNS, où la fusion s'accomplit par transferts successifs de nucléons lors de la phase de contact des partenaires de collision, prévoit une section efficace inférieure au picobarn [Ada00]. Un autre modèle, basé sur une approche de type fluctuation-dissipation dans un paysage de potentiel macroscopique (dans ce cas, les partenaires de collision ont perdu leurs individualités dès le contact pour former un système nucléaire super-déformé) prédisent une section efficace de fusion-évaporation pouvant aller jusqu'à 100 pb [Oht01]. Enfin, un modèle macroscopique de pénétration de barrière estime quant à lui une section efficace de fusion évaporation pouvant aller jusqu'à  $\approx 200$  pb [Zag01a]. Le même modèle prenant en compte la collectivisation des nucléons lors de la phase de formation du noyau composé [Zag01b] estime le maximum pour ces sections efficaces à  $\approx 50$  pb. Ces prédictions sont reportées sur la figure FIG. 4.10 par les courbes de couleur

5. Initialement, deux énergies d'excitation étaient prévues, celle-ci à 20 MeV et une autre à 30 MeV qui n'a pu être réalisée.

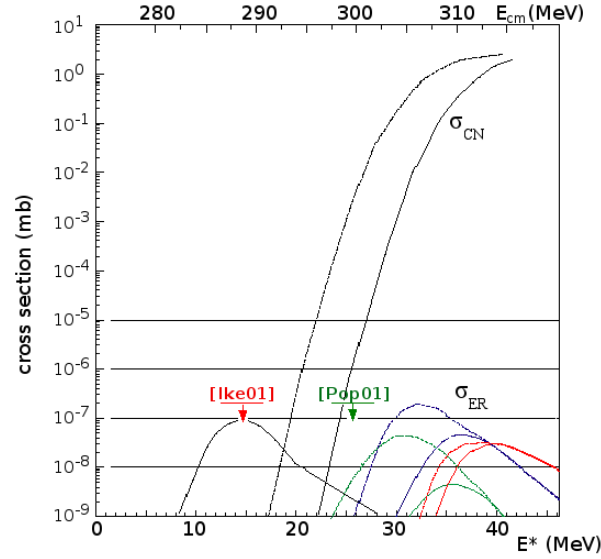


FIGURE 4.10: Différentes évaluations théoriques des sections efficaces de fusion-évaporation (courbes en cloche noire : canal  $1n$  [Oht01]; vertes, bleues et rouges : resp.  $2$ ,  $3$ ,  $4n$  [Zag01a]). Les limites supérieures de section efficaces qui ont déjà été obtenues expérimentalement sont indiquées par les flèches [Ike02, Pop01].

vertes (canal  $2n$ ), bleues ( $3n$ ) et rouge ( $4n$ ) qui représentent les sections efficaces de fusion-évaporation<sup>6</sup>. L'estimation de [Oht01] est reportée sur cette figure (courbe en cloche avec son maximum à  $E^* \approx 15$  MeV), ainsi que les précédents résultats expérimentaux [Ike02, Pop01]. Comme nous pouvons le voir, l'énergie d'excitation à laquelle on se place (20 MeV en moyenne, mais couvrant la gamme de 17 à 23 MeV, voir partie 4.4.1) se trouve entre les deux maxima théoriques (15 et 32 MeV). Idéalement, il serait possible de discriminer entre les modèles avec un dispositif permettant de mesurer des sections efficaces de l'ordre de quelques picobarns.

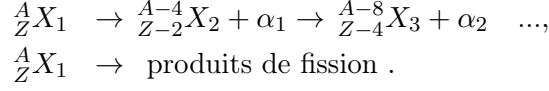
L'expérience (e533) a été réalisée au Grand Accélérateur National d'Ions Lourds (GANIL) à Caen. Elle est le fruit d'une collaboration internationale, regroupant des chercheurs de différents laboratoires : l'Irfu/SPhN du CEA-Saclay, le LPC de Caen, le GANIL de Caen, l'Institut de Physique de Cracovie, le CSNSM d'Orsay, l'IPN d'Orsay, et le JINR de Dubna.

#### 4.3.2 Méthode d'identification

Une des méthodes expérimentales permettant d'identifier les résidus d'évaporation est la méthode d'identification par décroissance du noyau de recul, appelée aussi méthode des corrélations génétiques. Elle consiste à identifier les résidus d'évapo-

6. Deux courbes sont représentées à chaque fois : une prévision "optimiste" (sans collectivisation) et une prévision "pessimiste" (avec collectivisation des nucléons).

ration consécutifs à une réaction de fusion à partir de leurs décroissances  $\alpha$  ou de fission spontanée :



Elle consiste à collecter les possibles résidus d'évaporation dans un détecteur à localisation. On mesure alors la position dans le détecteur, le temps et l'énergie de chaque évènement (implantation d'un résidu et les éventuelles décroissances par émission  $\alpha$  ou fission spontanée). En particulier, les corrélations spatiales et temporelles d'émissions  $\alpha$  avec l'implantation antérieure d'un résidu d'évaporation<sup>7</sup> constituent une empreinte de chaque résidu d'évaporation, permettant leur identification.

C'est cette méthode qui a été choisie pour l'identification des résidus d'évaporation. Les décroissances des isotopes de Rutherfordium (et de Nobelium, leurs noyaux « fils » consécutifs à une première décroissance  $\alpha$ ) sont connues expérimentalement. Elles sont indiquées, pour les canaux 1..3n, sur le tableau TAB. 4.1.

Lorsque les modes de décroissance sont connus, la méthode des corrélations génétiques est très sélective, en particulier pour les émissions  $\alpha$ , pour lesquelles énergie et durée de vie peuvent servir à l'identification en plus des corrélations spatiales et temporelles.

Enfin, on remarquera que les résidus d'évaporation que l'on désire former ont tous (y compris les noyaux « fils » de No) des temps de vie longs comparés à leurs temps de vol dans la ligne optique (de l'ordre de la  $\mu\text{s}$ ) mais aussi aux temps de l'électronique (de l'ordre de  $\approx 16 \mu\text{s}$ ), permettant ainsi leur détection en négligeant les cas d'empilement ER- $\alpha$  et  $\alpha$ - $\alpha$ .

### 4.3.3 Dispositif expérimental

L'expérience e533 a été réalisée sur la ligne LISE3 [Ann92] (Ligne d'Ions Super-Épluchés) du GANIL, dans sa configuration FULIS [Gré02]. Les schémas de la ligne optique allant de la chambre à réaction au système de détection (salles D5 et D6) est illustré sur la figure FIG. 4.11. Dans cette configuration, le faisceau incident arrive dans la chambre de réaction FULIS (a), où sont placées les cibles. Les produits de réaction sont alors séparés du faisceau incident par un séparateur de vitesse (Filtre de Wien) (b), avant d'arriver dans le système de détection (c).

#### 4.3.3.1 La chambre à réaction (a)

FULIS est une chambre à réaction spécialement dédiée aux expériences de fusion (FUSion@LISe). Elle se compose de deux roues de 36 cm de rayon. La première est destinée à accueillir 18 cibles enrichies en  $^{124}\text{Sn}$  d'épaisseur  $400 \mu\text{g}\cdot\text{cm}^{-2}$ , où vont se produire les réactions de fusion pour donner les isotopes de Rutherfordium. La seconde est destinée à équilibrer en charges les résidus d'évaporation et

7. Cette méthode est aussi adaptée pour des mesures de spectroscopie ( $\alpha$ ,  $\gamma$ ) sur des noyaux mal connus [Pau95], et a été utilisée à GANIL en 2003 pour la spectroscopie du  $^{251}\text{Md}$  [Cha06, Cha07].

TABLE 4.1: Temps de demi-vie, rapports d'embranchement des différents modes de décroissance ( $\alpha$ , fission spontanée (sf) et conversion électronique (EC)) et énergie des décroissances  $\alpha$  issus des résidus d'évaporation  $x = 1..3n$  de  $^{260}\text{Rf}^*$  et de leur noyaux « fils »  $^{260-x}\text{Rf} \rightarrow ^{256-x}\text{No} + \alpha$ . Les données (ou évaluations) sont issues des références  $^{257}\text{Rf}$  [Hes97],  $^{258}\text{Rf}$  [Gat08],  $^{259}\text{Rf}$  [Gat08],  $^{253}\text{No}$  [Hes97, Qia09],  $^{254}\text{No}$  [Chu99],  $^{255}\text{No}$  [Chu99]. Les points de suspension indiquent des branches de décroissance  $\alpha$  supplémentaires (connues) et relativement proches.

isotope	$^{257}\text{Rf}$	$^{258}\text{Rf}$	$^{259}\text{Rf}$
$t_{1/2}$	$4.5 \pm 1$ s	$14.7^{+1.2}_{-1.0}$ ms	$2.5^{+0.4}_{-0.3}$ s
mode $\alpha$	$> 89\%$	$31 \pm 11\%$	$85 \pm 4\%$
mode sf	$\leq 3.5\%$	$69 \pm 11\%$	
mode EC	$11 \pm 1\%$		$15 \pm 4\%$
$E_\alpha$ (keV)	$\begin{cases} 8283 \pm 18 \\ \dots \\ 9021 \pm 18 \end{cases}$	$9050 \pm 30$	$\begin{cases} 8770 \pm 15 \\ \dots \\ 8865 \pm 15 \end{cases}$
isotope	$^{253}\text{No}$	$^{254}\text{No}$	$^{255}\text{No}$
$t_{1/2}$	$1.57^{+0.18}_{-0.15}$ min	$55 \pm 3$ s	$3.1 \pm 0.2$ min
mode $\alpha$	$\approx 80\%$	$90 \pm 4\%$	$61.4 \pm 2.5\%$
mode sf		$0.17 \pm 0.05\%$	
mode EC	$\approx 20\%$	$10 \pm 4\%$	$38.6 \pm 2.5\%$
$E_\alpha$ (keV)	$\begin{cases} 8011 \pm 21 \\ \dots \\ 8114 \pm 18 \end{cases}$	$8093 \pm 14$	$\begin{cases} 7620 \pm 10 \\ \dots \\ 8312 \pm 9 \end{cases}$

les atomes du faisceau incident. Elle est composée de 18 feuilles de Carbone d'épaisseur  $40 \mu\text{g.cm}^{-2}$ . Une illustration de cette chambre à réaction se trouve sur la figure FIG. 4.12. Ces roues peuvent tourner à une cadence de 2000 tours par minute (vitesse à laquelle la roue a tourné pendant l'expérience). Cette chambre à réaction permet ainsi d'utiliser les grandes intensités nécessaires pour les réactions à faible section efficace que sont les réactions de synthèse de noyaux très lourds. Ces cibles rotatives permettent ainsi de ne pas dégrader les cibles, en particulier les cibles d'Etain que nous utilisons et qui possèdent un point de fusion très bas ( $232^\circ\text{C}$ ). Enfin, le faisceau incident est synchronisé sur les fenêtres des cibles afin de ne pas toucher les portes-cibles. Cette synchronisation est vérifiée à l'aide d'un détecteur  $\gamma$   $\text{BaF}_2$ , dont les signaux sont visualisés en ligne, les émissions  $\gamma$  étant liées à l'épaisseur des cibles (et des portes-cibles).

#### 4.3.3.2 Le filtre de vitesse (b)

Les noyaux formés par les réactions de fusion-évaporation sont alors focalisés au centre d'un filtre de Wien à l'aide d'un premier jeu de trois quadrupôles. Le filtre de Wien est décomposé en deux segments séparés par un bouclier. Chaque

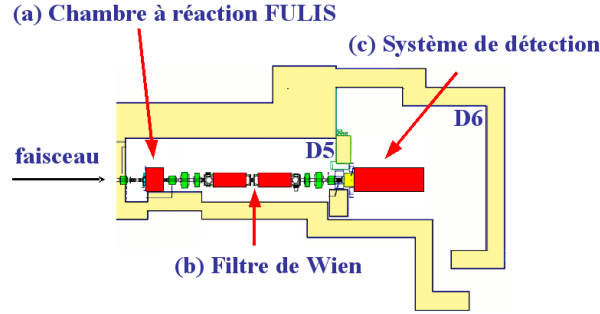


FIGURE 4.11: Schéma des salles expérimentales D5 et D6 de la ligne LISE3.

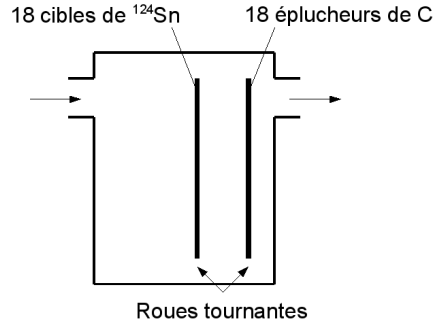


FIGURE 4.12: Schéma de la chambre à réaction FULIS. Cette dernière est composée de deux roues de rayon 36 cm destinées à accueillir 18 cibles et 18 éplucheurs de Carbone. Les roues effectuent (jusqu'à) 2000 rotations par minute afin de ne pas dégrader les cibles et rester en dessous de leur point de fusion.

section est le siège d'une combinaison de champs électrique  $\vec{E}$  et magnétique  $\vec{B}$  formant avec la vitesse des ions incidents  $\vec{v}$  (de charge  $q$ ) un trièdre orthogonal, comme indiqué sur la figure FIG. 4.13. Les champs  $\{\vec{E}, \vec{B}\}$  sont idéalement choisis de telle manière à ce que les forces  $\vec{F}_E = q\vec{E}$  et  $\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$  se compensent pour les résidus d'évaporation formés ( $\frac{E}{B} = v_{re}$ ). Les ions du faisceau incident, de vitesse supérieure, seront eux déviés vers le haut et stoppés par le bouclier à mi-filtre. Les éventuels produits de transfert dont la vitesse n'est pas égale à celle des résidus d'évaporation seront eux aussi déviés. Le filtre de Wien est un des organes principaux du dispositif expérimental. Ses réglages seront abordés lors de l'analyse des données expérimentales (partie 4.4.1).

#### 4.3.3.3 Le système de détection (c)

A la sortie du filtre de Wien, les ions résiduels sont enfin refocalisés par trois quadrupôles vers le système de détection. Ce dernier est composé de deux parties. Il est schématisé sur la figure FIG 4.14. La première partie est constituée de ga-

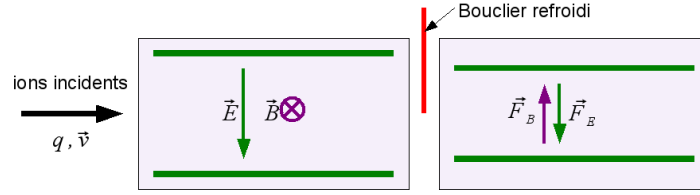


FIGURE 4.13: Schéma du filtre de Wien de la ligne LISE3. Séparé en deux sections par un bouclier refroidi destiné à stopper le faisceau incident, il est le siège d'une combinaison de champ électrique et magnétique orthogonaux dont l'action est de laisser passer les ions de vitesse considérée en bloquant les autres, notamment les ions du faisceau incident. Les distances entre les plaques électrostatiques du filtre de Wien de LISE3 n'étaient pas les mêmes dans les deux sections, mais les potentiels appliqués étaient destinés à y créer le même champ électrique.

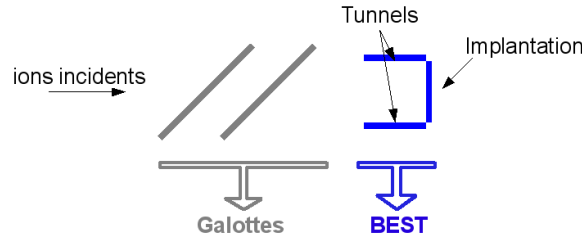


FIGURE 4.14: Schéma du système de détection, couplant deux galottes à micro-canaux desquelles on extrait des informations sur le temps de vol des ions incidents, et du détecteur BEST composé d'un Silicium d'implantation à localisation et de 4 détecteurs Siliciums logés dans un tunnel en amont de l'implantation.

lottes à micro-canaux, destinées à obtenir des informations sur le temps de vol des ions incidents. La seconde est constituée du détecteur BEST, illustré sur la figure FIG. 4.15. Ce dernier est composé d'un détecteur Silicium à localisation (Silicium d'implantation) qui donne des informations sur l'énergie des ions implantés et sur les décroissances de ces derniers ( $\alpha$ , fission spontanée). C'est un détecteur double face segmenté (*Double Sided Stripped Detector*, DSSD) de 5 cm de côté et de 300  $\mu\text{m}$  d'épaisseur, qui est placé au plan focal des trois derniers quadrupôles et qui a été polarisé à  $-80$  MeV. Chaque face est segmentée en 48 pistes, horizontales ou verticales, permettant une localisation spatiale ( $X, Y$ ). Ce détecteur est couplé à un tunnel de 4 détecteurs Silicium (eux-mêmes segmentés en 4) destinés à détecter les éventuels  $\alpha$  et produits de fission issus des décroissances des résidus d'évaporation s'échappant du détecteur d'implantation. L'ensemble BEST a été refroidi à  $-10^\circ$  durant l'expérience afin d'obtenir une meilleure résolution. Les galottes à micro-canaux, en plus de donner les temps de vol des ions incidents, permettent enfin de déterminer par véto la nature du signal perçu. Ainsi, si un signal de l'implantation



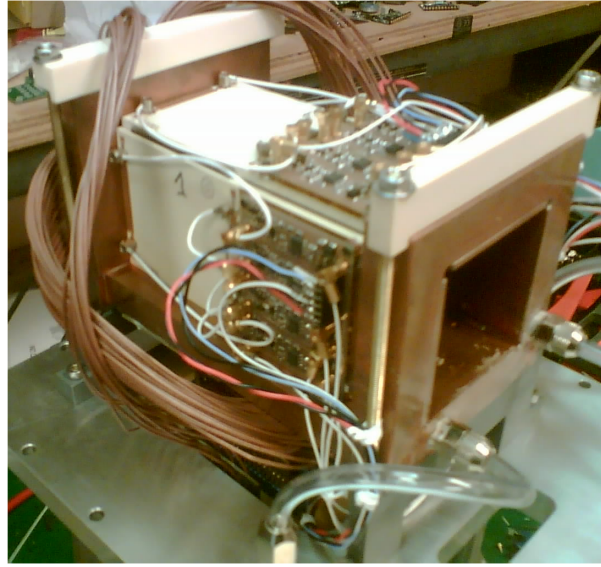


FIGURE 4.15: Photographie du détecteur BEST. Les ions arrivent de face. Le châssis est entouré des préamplificateurs pour les Siliciums du tunnel. Le détecteur d'implantation se trouve au fond.

est obtenu en coïncidence avec un signal des galottes, l'évènement est issu d'un ion incident (faisceau ou résidu d'évaporation). Sinon, il est issu soit d'un évènement de fission, soit d'une décroissance  $\alpha$ . Elles permettent non seulement de discriminer les éventuels résidus d'évaporation des ions du faisceau incident n'ayant pas été stoppés dans le filtre de Wien (corrélations énergie-temps de vol), et de discriminer les ions incidents des évènements de décroissance (mode veto).

Enfin, la segmentation du détecteur d'implantation permet de discriminer les décroissances des résidus d'évaporation du bruit de fond du système de détection, un évènement de type décroissance devant avoir lieu au voisinage d'une implantation antérieure.

Initialement, il était prévu d'intercaler entre les galottes et le détecteur BEST une chambre d'ionisation. Les pertes d'énergies codées par ces dernières permettent en effet une séparation en numéro atomique des ions incidents, rendant la discrimination entre faisceau incident et résidu d'évaporation encore plus sélective. Cependant, ce détecteur (appelé SID pour *Scintillation Ionization Detector* [Sos09]) n'a pas pu être utilisé lors de cette expérience (rupture de l'alimentation en gaz de la chambre qui a détruit les pré-amplificateurs du détecteur).

#### 4.3.4 Montage électronique

Le montage électronique utilisé lors de cette expérience est décrit sur la figure FIG. 4.16. Les 96 signaux analogiques préamplifiés issus du détecteur d'implantation ( $2 \times 48$  pistes) sont envoyés dans 6 amplificateurs linéaires (amplificateurs CAEN



16 voies). Ces derniers possèdent trois types de sorties, deux destinées à être codées (bas gain et haut gain) et une dotée d'une mise en forme rapide. La première sortie analogique (bas gain) amplifie le signal selon un gain donné. La seconde (haut gain) procure un signal qui lui est dix fois supérieur. Ces deux possibilités d'amplification sont très intéressantes : elles permettent en effet d'obtenir de bonnes résolutions énergétiques à la fois pour les événements à faible trace énergétique (nécessitant un haut gain), typiquement les décroissances  $\alpha$  des résidus d'évaporation, et pour les dépôts d'énergie des ions incidents (bas gain) qui s'implantent dans le détecteur avec des énergies bien supérieures. Ces deux sorties sont destinées à entrer dans des codeurs (6 ADC -*Analog to Digital Converter*- 32 voies) dont chaque voie est configurée en mode déclenchement individuel. La troisième sortie est dirigée vers 6 discriminateurs à fraction constante (6 CFD -*Constant Fraction Discriminator*- 16 voies de type FCC16B). Ces derniers procurent les signaux logiques (si les signaux d'entrée se démarquent du bruit électronique) qui sont envoyés aux déclenchements individuels des 6 ADC pour valider le codage d'une voie. Un "OU" de ces 96 signaux logiques est envoyé au déclencheur maître (le « trigger » GMT -Ganil Master Trigger-), qui déclenche (ou pas) le stockage et le traitement des événements. Les 16 signaux analogiques préamplifiés venant des détecteurs tunnels suivent la même procédure de codage, sans avoir le double codage haut-gain/bas-gain. Les 16 signaux amplifiés sont alors envoyés vers un ADC en déclenchements individuels, et un "OU" de ces signaux envoyé vers le GMT permet aussi le déclenchement du système d'acquisition.

L'électronique des galottes est différente. Les seules données que l'on en extrait sont des temps de vols. Leurs signaux analogiques sont d'abord envoyés dans un amplificateur rapide, puis dans un CFD. Les deux signaux logiques sortant du CFD sont ensuite envoyés vers le TAC0 (TAC : *Time to Analog Converter*), la première galotte déclenche le « start » et la seconde le « stop ». Le signal obtenu, proportionnel au temps de vol d'un ion incident entre les deux galottes, est enfin envoyé dans un ADC en déclenchement commun (par le GMT). Les deux signaux logiques des galottes entrent aussi en « start » des TAC destinés à coder les temps de vol entre les galottes et le détecteur d'implantation (TAC1 et TAC2 sur le schéma), qui sont eux aussi codés par le même ADC en déclenchement commun.

Un des organes majeurs du système d'acquisition est le « Centrum » (*Clock Event Number Transmitter Receiver Universal Module*). C'est une horloge universelle codée sur 3 mots de 16 bits de fréquence 100 MHz. Déclenchée en début d'expérience, elle donne un temps universel très précis (à 10 ns près) à tous les événements<sup>8</sup> pendant un temps très long (une trentaine de jours) avant de se réinitialiser. A chaque déclenchement du GMT (et donc à chaque événement validé par l'électronique), son signal est stocké avec les autres signaux des ADC.

Enfin, tous les signaux sont envoyés vers des échelles (U2M) afin d'évaluer leur statistique. L'intensité du faisceau incident est en particulier elle aussi codée dans ces échelles, ce qui permet de compter les particules incidentes sur les cibles d'Etain<sup>9</sup>.

8. ce temps est largement assez précis pour cette expérience, les plus petits temps de demi-vie étant de l'ordre de la milliseconde.

9. Le déclenchement de ces échelles n'est pas synchronisé avec le GMT, et permet ainsi de

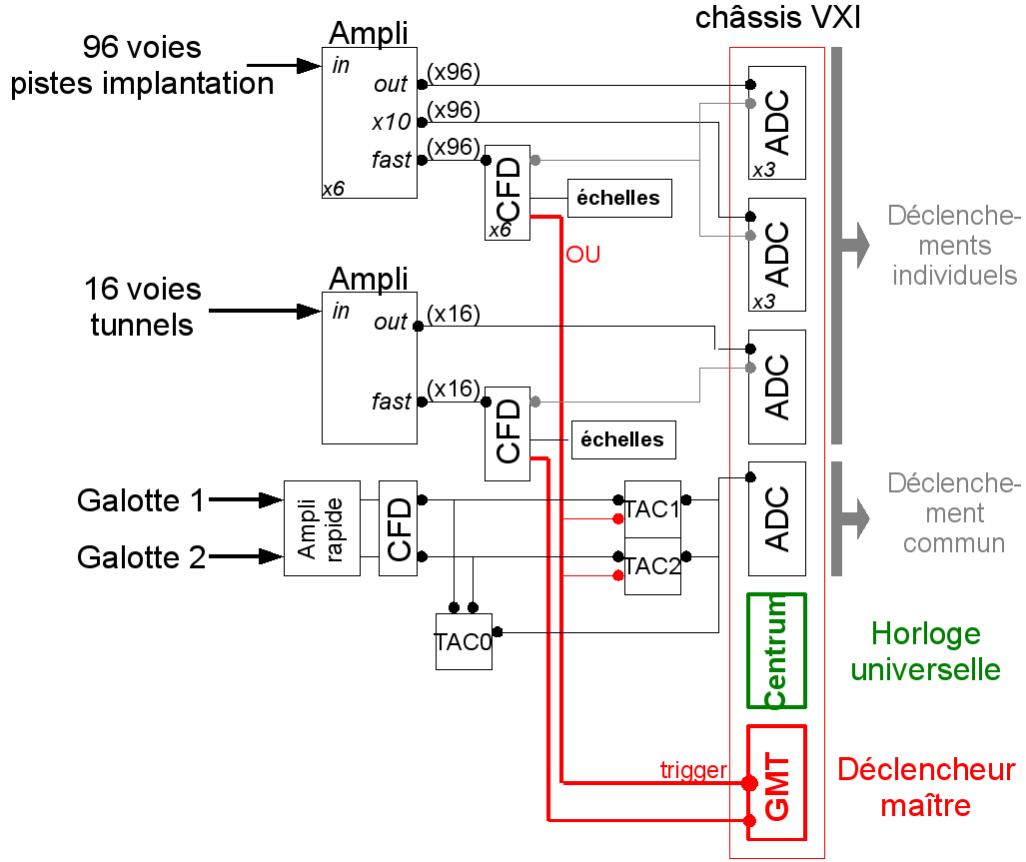


FIGURE 4.16: Schéma de l'électronique utilisée lors de l'expérience e533.

#### 4.3.5 Calibrations du système de détection

Les calibrations des signaux du détecteur d'implantation « haut gain » (pour les  $\alpha$ ) ont été réalisées grâce à une source  $3\alpha$  ( $^{239}\text{Pu}$ ,  $^{241}\text{Am}$ ,  $^{244}\text{Cm}$ ). Le spectre obtenu en sommant les pistes horizontales (respectivement verticales) du détecteur d'implantation est représenté sur le panneau de droite (resp. gauche) de la figure FIG. 4.17. Une résolution de l'ordre de 60 keV (largeur totale à mi-hauteur) a été obtenue. Cette calibration est destinée à la mesure des énergies des décroissances  $\alpha$ . On notera cependant que cette calibration sous-estime les énergies des  $\alpha$  de la source, du fait de la zone morte de la face avant du détecteur. De plus, l'énergie de recul du noyau émetteur n'est pas mesurée lors de la calibration, contrairement au cas de la décroissance d'un noyau implanté dans le volume actif du détecteur.

compter tous les signaux qui lui sont soumis. Ceci est nécessaire pour compter le nombre de particules incidentes afin de pouvoir normaliser les sections efficaces.

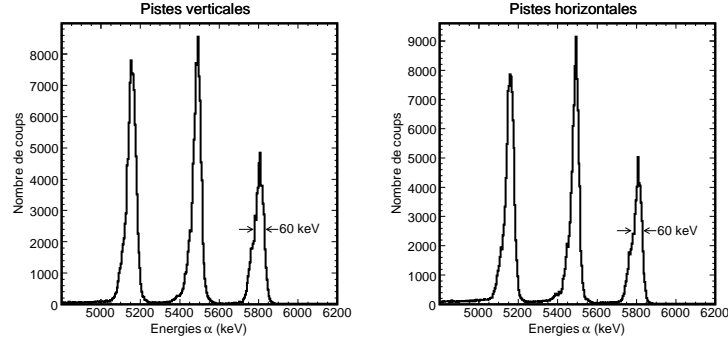


FIGURE 4.17: Spectres  $3\alpha$  issus de la somme des signaux des pistes verticales (à gauche) et horizontales (à droite). La calibration a été réalisée sur les émissions  $\alpha$  des isotopes de  $^{239}\text{Pu}$  (5155 keV),  $^{241}\text{Am}$  (5486 keV) et  $^{244}\text{Cm}$  (5805 keV). La résolution obtenue pour les deux faces du détecteur d'implantation est d'environ 60 keV (largeur totale à mi-hauteur).

Dans ce cas, le recul du noyau résiduel laisse aussi une trace énergétique superposée à celle de l' $\alpha$ . La combinaison de ces deux effets (opposés) a déjà été estimée dans des expériences précédentes pour des résidus d'évaporation de masse très similaire (255 nucléons) et pour ce même détecteur. Nous nous baserons sur ces résultats qui donnent alors une sous-estimation des énergies des décroissances  $\alpha$  d'environ 100 keV [The09].

Les spectres du détecteur d'implantation bas gain n'ont pas été calibrés avec une source  $\alpha$ . La grande disparité des énergies  $\alpha$  ( $\approx 6$  MeV) et des ions incidents ( $\approx 200$  MeV) rendant cette calibration non pertinente. Néanmoins, les pistes du détecteur d'implantation ont été alignées à l'aide d'un générateur d'impulsions injecté dans les préamplificateurs. La même procédure a été utilisée pour les tunnels, pour lesquels une calibration  $\alpha$  était difficile du fait de la géométrie du détecteur BEST (voir la photographie FIG. 4.15) et de son intégration au sein de la ligne optique. En effet, une calibration des tunnels de BEST nécessite la mise en œuvre d'un bras articulé. Le système de détection de l'expérience ayant été réalisé avec la chambre d'ionisation SID juste devant BEST<sup>10</sup>, un tel mécanisme n'a pas pu être envisagé avec de telles contraintes géométriques et mécaniques.

Enfin, les codeurs en temps (les « TAC ») ont été calibrés à l'aide d'un « time calibrator ». Le temps de vol entre les deux galottes a de plus été étalonné par passage du faisceau direct.

10. Cette disposition était nécessaire afin de ne pas perdre trop de particules ralenties et diffusées par le gaz et les fenêtres de la chambre d'ionisation.

## 4.4 Analyse

Dans le chapitre précédent, nous avons présenté le dispositif expérimental. On se propose désormais de passer à l'analyse de l'expérience. Dans un premier temps, on s'attardera sur les conditions expérimentales obtenues lors de cette expérience. L'accent sera en particulier mis sur son élément majeur : le filtre de vitesse. Après la présentation de la reconstruction des événements et de la mise en pratique de la méthode d'identification des résidus d'évaporation, nous aborderons enfin le calcul de la section efficace de production du Rutherfordium par la réaction  $^{136}\text{Xe} + ^{124}\text{Sn}$ .

### 4.4.1 Détails expérimentaux

#### Conditions expérimentales

Durant l'expérience, un faisceau de  $^{136}\text{Xe}^{18+}$  accéléré par le cyclotron CSS1 à une énergie de 4.607 MeV/u a bombardé les cibles de  $^{124}\text{Sn}$  (enrichies à  $\approx 99.9\%$ ) de  $400 \mu\text{g}/\text{cm}^{-2}$  placées sur les roues tournantes de la chambre FULIS avec une intensité moyenne de  $1.9 \mu\text{A}$ . Les calculs de perte d'énergie réalisés avec le programme LISE++ [Tar02] donnent une énergie à mi-cible dans le centre de masse de 293.9 MeV. La chaleur de réaction étant égale à  $-273.8$  MeV, ces conditions permettent de produire les noyaux composés de  $^{260}\text{Rf}^*$  à une énergie d'excitation d'environ 20.1 MeV (selon l'endroit où a lieu la réaction au sein de la cible, de 16.8 à 23.3 MeV), devant ouvrir principalement le canal d'évaporation  $2n$  ( $^{258}\text{Rf}$ ). L'estimation de la transmission le long des différents éléments optiques est faite pour une distribution d'états de charge donnée [Bar91].

#### Réglages du filtre de vitesse

Le point critique du dispositif expérimental réside en l'optimisation de la transmission le long de la ligne optique. Les champs des quadrupôles ont été optimisés à l'aide du programme ZGOUBI [Méo99] pour l'état de charge principal ( $^{258}\text{Rf}^{43+}$  [Bar91]) des résidus d'évaporation attendus. Le premier triplet de quadrupôles a ainsi été réglé afin d'avoir son plan focal à la moitié du filtre de Wien. Le second, quant à lui, focalise sur le système de détection. Le réglage du filtre de Wien a été réalisé en ligne. Nous avons déjà abordé la sélection en vitesse du filtre de Wien, optimisée pour la vitesse  $v_{re}$  des résidus d'évaporation lorsque  $v_{re} = \frac{E}{B}$ . On peut en particulier montrer que la déviation des ions n'ayant pas la bonne vitesse incidente à l'entrée du filtre de Wien est d'autant plus grande que les champs  $\{E, B\}$  sont grands pour le même rapport  $v_{re}$ <sup>11</sup>. Les réglages initialement prédits par ZGOUBI ne nous ont cependant pas permis d'utiliser les filtre de Wien de manière optimale pour la séparation en vitesse. En effet, nous avons du faire face à de nombreux claquages des électrodes du filtre de Wien avec de tels champs ( $E \approx 300 - 600 \text{ kV.m}^{-1}$ ). Ces derniers étaient probablement dus au fait qu'une partie trop grande du faisceau de  $^{136}\text{Xe}$  diffusé n'était pas arrêtée par le bouclier à mi-filtre, mais par les plaques

11. L'accélération transverse à la trajectoire est en effet proportionnelle à  $(v - v_{re}) B$ .

électrostatiques du filtre. Nous nous sommes ainsi tournés vers un réglage à champs plus faibles afin de nous placer dans un régime d'utilisation du filtre de Wien stable.

Nous avons donc réglé le filtre de vitesse en ligne afin d'une part de laisser passer au maximum les ions ayant la vitesse des résidus d'évaporation, et d'autre part de maximiser la rejection du faisceau incident. Ce compromis a aboutit sur les réglages de champs  $E = 200 \text{ kV.m}^{-1}$  et  $B = 190 \text{ G}$  pour le filtre de Wien, permettant d'obtenir une rejection du faisceau incident  $\approx 5.10^8$  ( $\approx 1300$  coups par seconde dans le détecteur d'implantation). Les calculs réalisés par Antoine Drouart avec le logiciel ZGOUBI donnent une transmission de 45.2% pour l'état de charge principal (43+) <sup>12</sup>. On notera qu'à même champ  $E$ , l'optimum de la transmission pour cet état de charge est obtenu pour un champ  $B = 150 \text{ G}$  (89.3%). Cette configuration ne donnait cependant pas une rejection de faisceau suffisante pour le déroulement de l'expérience.

La transmission obtenue avec le logiciel ZGOUBI pour la configuration de champs  $\{E = 200 \text{ kV.m}^{-1}, B = 190 \text{ G}\}$ , estimée en prenant en compte les transmissions de chaque état de charge pondérées par leurs probabilités respectives [Bar91] aboutit finalement sur la valeur  $\mathcal{T}_{Lise} = 37.3\%$ . Le taux de comptage du système d'acquisition obtenu avec cette configuration est d'environ 1300 évènements par seconde <sup>13</sup>. Ce fort taux de comptage induit un temps mort du système d'acquisition d'environ 20% qui a été mesuré lui aussi en ligne.

Les conditions expérimentales mentionnées ci-dessus sont résumées dans le tableau TAB.4.2.

TABLE 4.2: *Résumé des conditions obtenues lors de l'expérience e533.*

Faisceau	$^{136}\text{Xe}^{18+}$
Energie	4.607 MeV/u
Intensité	$\approx 1.9 \mu\text{A}$ ( $6.9.10^{11}$ pps)
Rejection	$\approx 5.10^8$
Cible	$^{124}\text{Sn}$ (99.9%)
Epaisseur	$400 \mu\text{g.cm}^{-2}$
$E^*$ ( $^{260}\text{Rf}$ )	20.1 MeV (mi-cible)
Temps d'irradiation	43.1 heures
Dose totale	$1.07.10^{17}$ part.

#### 4.4.2 Reconstruction des évènements

Nous avons abordé dans le chapitre précédent le montage électronique nous permettant de coder les différentes informations obtenues par le système de détection.

12. Les transmissions d'autres états de charge, plus périphériques tels que 39+ et 48+, résultent en une transmission de (respectivement) 30% et 31.8%.

13. Evènements issus (presqu'uniquement) de la partie du faisceau diffusé non arrêtée par le filtre de Wien.

Le décodage des données associées au système d'acquisition GANIL se fait événement par événement. Dans cette expérience, presque toutes les données sont de type ADC (détecteurs Silicium, TAC etc...), codées sur des mots de 16 bits, que l'on reconstruit avec les calibrations et/ou alignements réalisés pendant l'expérience. Le seul autre type de donnée vient de l'horloge universelle (« Centrum »), codée sur  $3 \times 16$  bits. Le temps est reconstruit sachant que les incréments de l'horloge ont lieu à une fréquence de 100 MHz (10 ns). On a alors toutes les données relatives aux événements.

Dans cette expérience, chaque événement enregistré peut correspondre à deux types d'événements physiques : les événements « ions lourds », conditionnés par la présence d'une donnée temps de vol (ToF), et les événements de type « décroissance » ( $\alpha$  ou fission), conditionnés par l'absence de signal dans les galottes. Les informations pertinentes relatives à ces deux types d'événements sont résumées dans le tableau TAB. 4.3.

TABLE 4.3: Signaux obtenus, et informations pertinentes à traiter pour les différents types d'événements.

Type d'évènement	Signal			Informations pertinentes
	Implantation	Galotte	Tunnels	
« ion lourd »	oui	oui	non	$E_{imp}$ (bas gain) ToF galottes $T_{univ}$
« décroissance »	oui	non	éventuel	$E_{imp}$ (haut gain) $E_{tun}$ (éventuellement) $T_{univ}$

### Localisation des résidus d'évaporation

La localisation des résidus d'évaporation peut se faire à l'aide de la matrice  $\{E_{IMP}, t_{G1-IMP}\}$  (énergie déposée dans le détecteur d'implantation en fonction du temps de vol entre la première galotte et le détecteur d'implantation<sup>14</sup>). Elle permet de différencier les ions du faisceau incident non stoppés par le filtre de Wien des éventuels résidus d'évaporation. En effet, pour une même vitesse (et donc un même temps de vol), les ions du faisceau incident diffusé ( $^{136}\text{Xe}$ ) vont déposer une énergie environ deux fois inférieure à celle des résidus d'évaporation ( $^{260-x}\text{Rf}$ ) en raison de leurs différentes masses.

Cette matrice d'identification est reproduite sur la figure FIG. 4.18, où les couleurs froides (resp. chaudes) représentent des statistiques événementielles peu (resp.

14. La mesure du temps de vol entre les deux galottes aurait pu être plus précise, mais était d'une efficacité de détection moindre (efficacité de détection d'une galotte est tout de même  $> 97\%$ ). Nous avons ainsi choisi le temps de vol entre la première galotte et le détecteur d'implantation, qui procure un temps assez long, et donc assez précis.

très) importantes. Elle fait en particulier apparaître une « banane » principale cor-

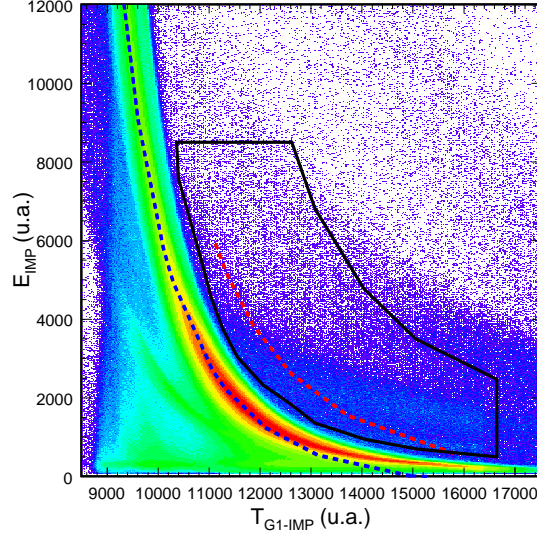


FIGURE 4.18: Matrice d'identification  $\{E_{IMP}, t_{G1-IMP}\}$  des ions traversant le système de détection. Les localisations des événements de type  $^{136}\text{Xe}$  diffusé (ligne pointillée bleue) et des résidus d'évaporation (ligne pointillée rouge) a été élaborée en recoupant les données expérimentales avec les calibrations et les simulations de perte d'énergie obtenues avec le programme LISE++ [Tar02]. La coupure graphique utilisée pour sélectionner les résidus d'évaporation est alors indiquée par le polygone noir.

respondant aux événements assimilés à des ions du faisceau diffusé. Nous avons alors simulé les pertes d'énergie du faisceau diffusé de  $^{136}\text{Xe}$  ainsi que des résidus d'évaporation  $^{258}\text{Rf}$  dans les différents éléments du dispositif expérimental à l'aide du programme LISE++ [Tar02]. Ces simulations permettent d'estimer les énergies déposées dans le détecteur d'implantation de façon cohérente avec les temps de vol mesurés. Le recoupement de ces prédictions avec la position des événements expérimentaux venant du faisceau diffusé de  $^{136}\text{Xe}$  (qui constitue la banane principale) peuvent alors nous permettre de localiser les résidus d'évaporation sur la matrice énergie-temps de vol. Les résultats de ces simulations sont indiqués sur la figure FIG. 4.18 par les lignes pointillées bleues pour le faisceau diffusé ( $^{136}\text{Xe}$ ) et rouges pour les événements de type résidus d'évaporation ( $^{258}\text{Rf}$ ). Pour ces derniers, l'extremum de la courbe associé aux petits temps de vol et grandes énergies déposées correspond au maximum énergétique attendu pour les résidus d'évaporation, conditionné par l'énergie maximale disponible du centre de masse de la réaction.

Nous avons alors réalisé une coupure graphique pour la localisation des résidus d'évaporation. Cette coupure est reportée sur la matrice  $\{E_{IMP}, t_{G1-IMP}\}$  par le polygone noir. Nous pouvons voir qu'aucune région autre que celles correspondant

aux événements de faisceau diffusé ne se démarque du bruit de fond par sa statistique.

### Méthode des corrélations génétiques

L'identification définitive de ces résidus d'évaporation se fait ensuite grâce à leurs décroissances. A chaque candidat appartenant à la coupure graphique précédente, on recherche alors les corrélations avec des éventuelles décroissances,  $\{\text{ER-}\alpha_1\}$ ,  $\{\text{ER-}\alpha_1\text{-}\alpha_2\}$  ainsi que  $\{\text{ER-fission}\}$ . Ces dernières doivent avoir laissé un signal dans le même pixel (ou touchant ses plus proches voisins) du détecteur d'implantation, pendant un temps cohérent avec les temps de demi-vie  $t_{1/2}$  (en pratique,  $3t_{1/2}$ , englobant 95% des événements potentiels) des résidus d'évaporation attendus (et de ses « fils » lorsqu'il s'agit de décroissances  $\alpha$ ). La sélectivité de la méthode des corrélations génétiques est illustrée sur la figure FIG. 4.19 pour des signaux équivalents à des  $\alpha$  déposant toute leur énergie dans le détecteur d'implantation. Les temps de recherche utilisés sont pour les corrélations  $\{\text{ER-}\alpha_1\}$  de  $\Delta T_1 = 13.5$  s et  $\{\text{ER-}\alpha_1\text{-}\alpha_2\}$  de  $\Delta T_2 = 5.1$  min (correspondant au  $^{257}\text{Rf}$ ). Sur cette figure, cumulant toute la statistique de l'expérience, l'histogramme (a) représente le spectre du détecteur d'implantation brut (haut-gain, pertinent pour les énergies  $\alpha$ ), sans qu'aucune condition concernant le type d'évènement ne soit appliquée. Toutes les particules traversant le filtre de Wien ainsi que les éventuelles décroissances  $\alpha$  et fissions sont alors prises en compte. L'histogramme (b) représente les mêmes données pour les événements de type décroissance, c'est à dire les événements en anti-coïncidence avec les galottes. Nous pouvons alors voir une diminution très nette de la statistique, sans cependant pouvoir conclure quand à la présence de décroissances  $\alpha$ . Lorsque l'on sélectionne dans ce spectre les événements corrélés à l'implantation d'un possible résidu d'évaporation, on purifie grandement le spectre, comme illustré sur l'histogramme (c). Cependant, nous ne pouvons pas conclure quand à la présence d'évènement de type décroissance  $\alpha$  tant le bruit de fond reste important. Enfin, lorsqu'on sélectionne les événements corrélés à la fois à une précédente corrélation recul- $\alpha$ , on obtient alors l'histogramme (d), beaucoup plus épuré, mais ne permettant pas de conclure quand à une chaîne de décroissance. Une augmentation des temps de recherche de corrélations  $\Delta T_1$  et  $\Delta T_2$  pourrait englober plus de décroissances éventuelles. Cependant, une telle procédure augmenterait principalement le bruit de fond de ces spectres sans permettre de conclure quant aux décroissances éventuelles.

Pour l'étude des décroissances de isotopes de Rutherfordium, on rappelle que les énergies  $\alpha$  sont connues (de même que pour ses isotopes « fils » de Nobelium). Dans la suite, en plus des corrélations spatiales et temporelles pour la recherche des chaînes de décroissances, nous utiliserons de plus les énergies des émissions  $\alpha$  de ces isotopes<sup>15</sup>, permettant de cibler plus précisément les chaînes de décroissance<sup>16</sup>.

On rappelle aussi que les isotopes de Rutherfordium que l'on espère former dans cette expérience ne décroissent pas forcément par émission  $\alpha$ . En effet, le  $^{258}\text{Rf}$ ,

15. Dans des intervalles énergétiques de 200 keV autour des énergies  $\alpha$  connues.

16. Cette procédure très commode ne peut cependant pas être appliquée pour la synthèse de nouveaux éléments, dont les décroissances sont inconnues.



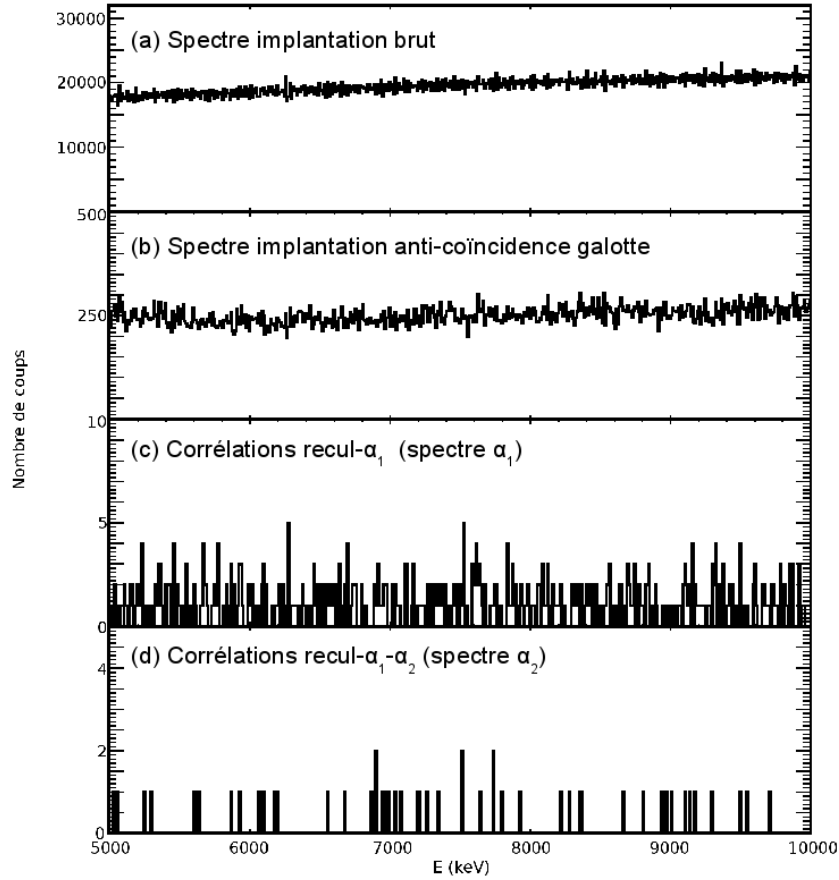


FIGURE 4.19: Recherche des corrélations génétiques entre résidus d'évaporation et décroissances  $\alpha$ . (a) Spectre brut des énergies du Silicium d'implantation obtenues sans sélection sur les événements de décroissance. (b) Spectre obtenu pour les événements en anti-coïncidence avec les galottes (événements de type « décroissance »). (c) Spectre d'événements ayant été précédés (durant un interval de temps  $\Delta T_1 = 13.5$  s) par un possible résidu d'évaporation (ou autre noyau de recul). (d) : Spectre d'événements ayant été précédés (durant un interval de temps  $\Delta T_2 = 5.1$  min) par une corrélation  $\{ER-\alpha_1\}$ . Ces spectres intègrent toute la statistique, et les temps de recherche des corrélations génétiques sont ceux utilisés pour le  $^{257}\text{Rf}$ . Les gammes d'énergies  $\alpha_1$  ( $\alpha_2$ ) dans lesquelles sont recherchées les corrélations appartiennent à l'intervalle  $[8283 : 9221]$  keV ( $[8011 : 8314]$  keV) (fenêtres de 200 keV autour des énergies  $\alpha$ , en prenant en compte la sous-estimation de 100 keV induite par les effets combinés de zone morte et de recul du noyau « fils »).

canal d'évaporation principal estimé pour cette réaction, décroît principalement par fission spontanée. De plus, si on se focalise sur les émissions  $\alpha$ , le parcours moyen de ces derniers excède celui des résidus d'évaporation dans le détecteur d'implantation.

Certains  $\alpha$  peuvent ainsi être émis à l'arrière, où seul une partie de leur signal sera détectée dans le Silicium, l'autre pouvant être soit perdue, soit perçue dans le tunnel de BEST. On se propose alors de rechercher, pour les canaux d'évaporation, différentes corrélations génétiques :

- les corrélations  $\{\text{ER-}\alpha_1\}$  et  $\{\text{ER-}\alpha_1\text{-}\alpha_2\}$  précédemment évoquées, déposant toute leur énergie dans le Silicium d'implantation,
- les corrélations  $\{\text{ER-}\alpha_1\text{-}\alpha_2\}$  où (uniquement) un  $\alpha$  a pu s'échapper et est détecté par les tunnels de BEST (indiquées par le symbole  $\uparrow$ ),
- les corrélations  $\{\text{ER-fission spontanée}\}$  caractérisées par un grand dépôt d'énergie dans le Silicium d'implantation (de 25 MeV à la saturation),

Les nombres d'événements obtenus pour ces événements sont indiquées dans le tableau TAB. 4.4 (a). A chaque type de corrélations ER-décroissance recherché, nous

TABLE 4.4: (a) : Nombre de corrélations détectées pour chaque type d'évènement. A chaque noyau correspond une chaîne de décroissance recherchée (à la fois par les énergies des transitions  $\alpha$  et par les temps de demi-vie des isotopes considérés). Le symbole  $\uparrow$  signifie que pour ces événements, une trace a été laissée dans le tunnel de BEST. Les cases sont laissées vides lorsque les corrélations n'ont pas été recherchées pour les isotopes considérés (typiquement la fission lorsque ce n'est pas le canal majoritaire et que le noyau a un temps de demi-vie élevé). (b) : Estimation des fausses corrélations en analysant les données en sens inverse du temps, avec le même protocole d'analyse (décroissance AVANT implantation d'un résidu d'évaporation).

isotope	$^{257}\text{Rf}$	$^{258}\text{Rf}$	$^{259}\text{Rf}$
$\Delta T_1$	13.5 s	44.1 ms	7.5 s
$\Delta T_2$	5.1 min	2.75 min	9.3 min
a : Corrélations obtenues			
$\{\text{ER-}\alpha_1\}$	105	0	22
$\{\text{ER-}\alpha_1\text{-}\alpha_2\}$	0	0	0
$\{\text{ER-}\alpha_1\text{-}\alpha_2\} (\uparrow)$	0	0	0
$\{\text{ER-fission spontanée}\}$		9	
b : Estimation des corrélations fortuites			
$\{\text{ER-}\alpha_1\}$	103	0	14
$\{\text{ER-}\alpha_1\text{-}\alpha_2\}$	2	0	0
$\{\text{ER-}\alpha_1\text{-}\alpha_2\} (\uparrow)$	0	0	0
$\{\text{ER-fission spontanée}\}$		12	

avons aussi estimé les taux de corrélations fortuites en analysant les données selon le même protocole, mais en sens inverse du temps (par exemple pour les chaînes de décroissance  $\alpha$ , on recherche les corrélations  $\{\alpha_2\text{-}\alpha_1\text{-recul}\}$  et  $\{\alpha_1\text{-recul}\}$ ) (TAB. 4.4 (b)). Les statistiques des différents types de corrélation obtenues avec les deux analyses (directe et inverse) sont similaires.

### 4.4.3 Analyse statistique des corrélations

Il semble ainsi que toutes les corrélations que l'on a extraites de l'analyse précédente soient principalement des corrélations fortuites. Il convient cependant de faire une analyse statistique plus poussée de l'occurrence d'éventuelles corrélations physiques.

On suppose tout d'abord que les réalisations des événements fortuits et des événements physiques suivent des lois de Poisson. Ceci est équivalent à supposer un taux de « production » constant en fonction du temps pour ces deux types d'événements<sup>17</sup>. Cependant, une des difficultés majeures liée à cette analyse concerne l'évaluation du nombre de corrélations fortuites. Nous n'avons en effet qu'une seule réalisation pour estimer la loi que suivent ces dernières. Nous allons proposer une méthode prenant en compte les incertitudes sur ces corrélations fortuites ou « bruit de fond ».

#### Méthode statistique d'analyse en présence d'un bruit de fond connu

Nous allons dans un premier temps suivre la démarche proposée dans [Brü03]. Elle permet des évaluations statistiques d'événements rares en présence d'un bruit de fond poissonnien dont le taux d'occurrence est *connu*, lorsque ces derniers suivent une statistique de Poisson. Une telle statistique permet de déduire à partir d'un paramètre  $\lambda$ , assimilé à un taux d'occurrence par unité de temps<sup>18</sup> et généralement appelé espérance, les probabilités<sup>19</sup>  $p(N|\lambda)$  d'obtenir  $N$  événement(s) pendant cette durée :

$$p(N|\lambda) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^N}{N!}. \quad (4.4)$$

C'est ce taux d'occurrence moyen que l'on désire évaluer pour les corrélations génétiques issues d'implantations de résidus d'évaporation, appelés événements réels et que l'on nommera  $\lambda_r$ . On suppose dans ce paragraphe le taux d'événements fortuits (bruit de fond) appelé  $\lambda_b$  connu. Lors d'une réalisation de l'expérience, on note le nombre d'événements mesurés (nombre total d'événements)  $K$ , qui se trouve être la somme des nombres d'événements de bruit  $B$  et des événements réels  $R$  ( $K = B + R$ ).

A partir de la loi de probabilité gouvernant la statistique du bruit de fond, on peut évaluer la probabilité que parmi ces  $K$  événements, il y en ait  $B$  correspondant à des événements fortuits [Brü03] (probabilité d'avoir  $B$  sachant  $K$  et  $\lambda_b$ ) :

$$p(B|K \text{ \& } \lambda_b) = \frac{e^{-\lambda_b} \frac{\lambda_b^B}{B!}}{\sum_{n=0}^K e^{-\lambda_b} \frac{\lambda_b^n}{n!}}. \quad (4.5)$$

17. Ceci en négligeant le fait que ces corrélations ne sont pas ponctuelles en temps. Cette approximation est valide lorsque l'expérience se déroule en régime stationnaire, c'est à dire que l'apparition de ces dernières en début d'expérience suit un régime transitoire très court vis-à-vis de la durée de l'expérience, ce qui est le cas ici.

18. L'unité de temps que l'on prendra ici sera la durée totale de l'expérience.

19. La notation  $p(N|\lambda)$  signifie « probabilité d'avoir  $N$  sachant  $\lambda$  ».

Le dénominateur intervient ici comme une normalisation, et représente la probabilité d'avoir un maximum de  $K$  évènements fortuits ( $0 \leq B \leq K$ ). Nous pouvons ainsi déduire que la probabilité d'avoir  $R = K - B$  évènements réels est égale à  $p(B|K \& \lambda_b)$ . De plus, on rappelle que les évènements réels suivent eux aussi une statistique de Poisson de paramètre  $\lambda_r$ . On peut donc en déduire la densité de probabilité de la variable  $\lambda_r$  pour une réalisation de  $K$  évènements incluant un bruit de fond poissonnien d'espérance  $\lambda_b$  :

$$\begin{aligned} p(\lambda_r|K \& \lambda_b) &= \sum_{B=0}^K p(B|K \& \lambda_b) \times p(\lambda_r|R = K - B) \\ &= \sum_{B=0}^K \frac{e^{-\lambda_b} \frac{\lambda_b^B}{B!}}{\sum_{n=0}^K e^{-\lambda_b} \frac{\lambda_b^n}{n!}} \times e^{-\lambda_r} \frac{\lambda_r^{K-B}}{(K-B)!}. \end{aligned} \quad (4.6)$$

Il s'agit donc de la somme des probabilités d'avoir un taux moyen  $\lambda_r$  pour une réalisation à  $R$  évènements réels pondérées par les probabilités d'occurrence de  $R = K - B$  évènements réels (dans une réalisation de  $K$  évènements connaissant le taux moyen de bruit de fond  $\lambda_b$ ). Cette méthode est illustrée dans l'annexe B.

#### Extension au cas d'un bruit de fond inconnu et application

Dans cette expérience, le taux moyen du bruit de fond n'est pas connu. On possède uniquement une estimation de ce bruit de fond (lors de l'étude des corrélations en sens inverse du temps, qui donne pour un type de corrélations recherché  $B_{\leftarrow}$  évènements fortuits). On pourrait supposer l'espérance du bruit de fond égale à  $B_{\leftarrow}$ , seule réalisation que l'on en a (c'est d'ailleurs le maximum de vraisemblance lorsqu'on a qu'une seule réalisation de ce dernier), puis utiliser la méthode ci-dessus pour l'évaluation du taux d'occurrence des évènements réels. Cependant, on ne pourrait pas donner un niveau de confiance réaliste de l'estimation du taux de production d'évènements réels (ou de sa valeur maximale), ne connaissant pas l'incertitude sur le taux d'occurrence de bruit de fond.

On peut en revanche, pour un type de corrélations donné, utiliser le fait que le taux d'occurrence d'évènements fortuits suit une densité de probabilité poissonnienne, connaissant une réalisation d'évènements fortuits  $B_{\leftarrow}$  :

$$p(\lambda_b|B_{\leftarrow}) = e^{-\lambda_b} \frac{\lambda_b^{B_{\leftarrow}}}{B_{\leftarrow}!}. \quad (4.7)$$

La probabilité qu'une mesure comporte  $B$  évènements de bruit parmi  $K$  évènements observés (et donc  $R = K - B$  évènements réels) se traduit alors par :

$$p(B|K \& B_{\leftarrow}) = \int_0^\infty \frac{e^{-\lambda_b} \frac{\lambda_b^B}{B!}}{\sum_{n=0}^K e^{-\lambda_b} \frac{\lambda_b^n}{n!}} e^{-\lambda_b} \frac{\lambda_b^{B_{\leftarrow}}}{B_{\leftarrow}!} d\lambda_b, \quad (4.8)$$

qui est l'analogue de l'équation (4.5) lorsqu'on a une (unique) réalisation permettant d'estimer les corrélations fortuites. Les distributions de probabilité d'avoir  $B$

événements fortuits (en rouge) et  $R$  événements réels (en bleu) lors des recherches de corrélations génétiques de type  $\{ER-\alpha_1\}$  pour le  $^{257}\text{Rf}$ ,  $\{ER\text{-fission spontanée}\}$  ( $^{258}\text{Rf}$ ) et  $\{ER-\alpha_1\}$  ( $^{259}\text{Rf}$ ) sont illustrées respectivement dans les panneaux (a), (b) et (c) de la figure FIG. 4.20<sup>20</sup>. Les données utilisées sont celles présentées dans le tableau TAB. 4.4. Comme nous pouvons le remarquer, alors que pour les pan-

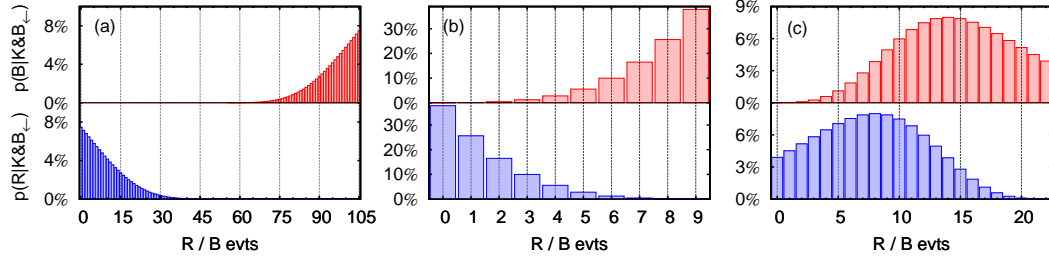


FIGURE 4.20: Distributions de probabilité  $p(B|K \& B_{\leftarrow})$  (et  $p(R|K \& B_{\leftarrow})$ ) sont illustrées en rouge (en bleu) dans différents cas : (a) les recherches de corrélations génétiques  $\{ER-\alpha_1\}$  du  $^{257}\text{Rf}$  ( $B_{\leftarrow} = 103$  et  $K = 105$ ), (b)  $\{ER\text{-fission spontanée}\}$  du  $^{258}\text{Rf}$  ( $B_{\leftarrow} = 12$  et  $K = 9$ ) et (c)  $\{ER-\alpha_1\}$  du  $^{259}\text{Rf}$  ( $B_{\leftarrow} = 14$  et  $K = 22$ ).

neaux (a) et (b), la probabilité la plus forte est d'avoir aucun événement réel (et donc uniquement des événements fortuits), la probabilité maximale du panneau (c) (corrélations  $\{ER-\alpha_1\}$  du  $^{259}\text{Rf}$ ) est elle piquée sur 8 événements réels. Ceci est dû au fait qu'il y a une asymétrie assez importante entre le nombre de corrélations obtenues dans la réalisation en sens inverse du temps (uniquement des événements fortuits) et le nombre de corrélations obtenues en suivant le sens du temps (corrélations fortuites+réelles). Cependant, on peut remarquer que la probabilité de n'avoir aucun événement n'est clairement pas négligeable devant les autres possibilités.

A partir des calculs précédents, on peut déduire pour un type de corrélations donné la densité de probabilité du taux d'occurrence d'événements réels  $R = K - B$  lui correspondant, de manière analogue à l'équation (4.6) :

$$p(\lambda_r|K \& B_{\leftarrow}) = \sum_{B=0}^K p(B|K \& B_{\leftarrow}) e^{-\lambda_r} \frac{\lambda_r^{K-B}}{(K-B)!}. \quad (4.9)$$

A partir de ces dernières, on peut finalement estimer les taux de production  $\lambda_r^{max}$  maxima<sup>21</sup> complétés par des intervalles de confiance, qui prennent la forme :

$$\int_0^{\lambda_r^{max}} p(\lambda_r|K \& B_{\leftarrow}) d\lambda_r = (1 - \varepsilon), \quad (4.10)$$

20. Pour les autres cas, le nombre de corrélations total (fortuites + réelles) étant nul ( $K = 0$ ), les probabilités d'avoir  $B = 0$  et  $R = K - B = 0$  sont égales à 100%.

21. Au vu des résultats que l'on a obtenu, la statistique des événements réels semble compatible avec 0, sauf peut-être pour les corrélations  $\{ER-\alpha_1\}$  du  $^{259}\text{Rf}$ . Cependant, ces dernières ont une probabilité non négligeable d'être 0. On estime ainsi des taux de production maxima d'événements réels, plutôt que des intervalles compris entre un minimum et un maximum.

où  $100 \times (1 - \varepsilon)\%$  est le % de chance d'avoir un taux de production d'évènements réels inférieur à  $\lambda_r^{max}$ .

Les distributions de probabilités  $p(\lambda_r | K \& B_{\leftarrow})$  de différentes réalisations (a)  $\{ER-\alpha_1\}$  pour le  $^{257}\text{Rf}$  ( $B_{\leftarrow} = 103$  et  $K = 105$ ), (b)  $\{ER\text{-fission spontanée}\}$  pour le  $^{258}\text{Rf}$  ( $B_{\leftarrow} = 12$  et  $K = 9$ ) et (c)  $\{ER-\alpha_1\}$  pour le  $^{259}\text{Rf}$  ( $B_{\leftarrow} = 14$  et  $K = 22$ ) sont illustrées sur la figure FIG. 4.21. Sur ces dernières, les régions dans lesquelles  $\lambda_r \leq \lambda_r^{max}$  avec un niveau de confiance (NC) de 68.2% sont colorées <sup>22</sup>.

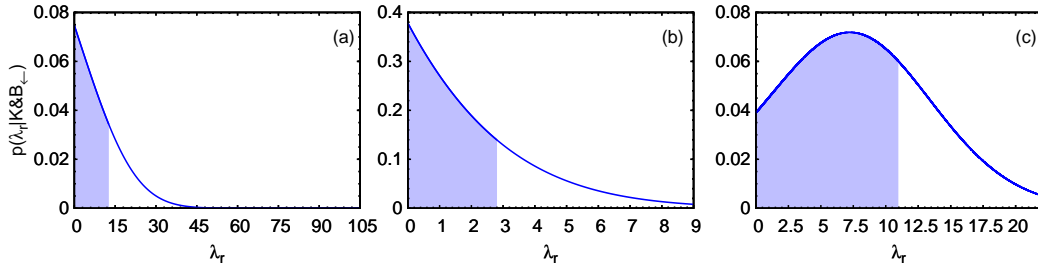


FIGURE 4.21: Densités de probabilité des taux d'occurrence d'évènements réels pour différentes réalisations : (a)  $\{ER-\alpha_1\}$  pour le  $^{257}\text{Rf}$  ( $B_{\leftarrow} = 103$  et  $K = 105$ ), (b)  $\{ER\text{-fission spontanée}\}$  pour le  $^{258}\text{Rf}$  ( $B_{\leftarrow} = 12$  et  $K = 9$ ) et (c)  $\{ER-\alpha_1\}$  pour le  $^{259}\text{Rf}$  ( $B_{\leftarrow} = 14$  et  $K = 22$ ).

Pour les autres types de corrélations recherchées, aucun évènement n'a été détecté. La densité de probabilité du taux d'occurrence d'évènement réels (Eq. (4.9)) se simplifie en :

$$p(\lambda_r) = e^{-\lambda_r}. \quad (4.11)$$

La loi suit ainsi une simple loi de décroissance exponentielle, et la valeur maximale  $\lambda_r^{max}$  en dessous de laquelle on a 68.2% de chance d'avoir  $\lambda_r < \lambda_r^{max}$  est égale à 1.14.

Les estimations des taux d'occurrence maxima à 68.2% NC sont finalement résumés dans le tableau TAB. 4.5.

TABLE 4.5: Estimations des taux d'occurrence maxima (pour la durée de l'expérience) à 68.2% NC.

isotope	$^{257}\text{Rf}$	$^{258}\text{Rf}$	$^{259}\text{Rf}$
$\{ER-\alpha_1\}$	$\leq 12.68$	$\leq 1.14$	$\leq 10.97$
$\{ER-\alpha_1-\alpha_2\}$	$\leq 1.14$	$\leq 1.14$	$\leq 1.14$
$\{ER\text{-fission spontanée}\}$		$\leq 2.81$	

22. 68.2% correspond à un intervalle de  $\pm 1\sigma$  pour des distributions gaussiennes.

#### 4.4.4 Section efficace de fusion-évaporation

L'analyse statistique précédente nous amène enfin à évaluer une section efficace *maximale* de fusion-évaporation à partir des distributions de probabilité des taux de production de résidus d'évaporation que nous avons évaluées au paragraphe précédent. Pour un canal d'évaporation donné  $xn$ , le taux de production moyen  $\lambda_{tot}^{xn}$  d'une expérience de fusion-évaporation est lié à la section efficace  $\sigma_{tot}^{xn}$  par la formule :

$$\lambda_{tot}^{xn} = N_p \times N_t \times \sigma_{tot}^{xn}, \quad (4.12)$$

où  $N_p$  est le nombre de projectiles envoyés sur la cible et  $N_t$  est le nombre d'atomes de la cible par unité de surface.

#### Les différents facteurs d'efficacité

Dans la pratique, on ne mesure pas directement le taux de production total. En effet, divers facteurs liés à la méthode et au dispositif expérimental entrent en compte.

- Tout d'abord, la séparation en vitesse des ions du faisceau incident et des résidus d'évaporation par le filtre de Wien n'est pas parfaite. L'estimation de la transmission du filtre de Wien a ainsi été estimée à  $\mathcal{T}_{LISE} = 37.3\%$  pour les résidus d'évaporation. De plus, le système d'acquisition est soumis à un temps mort d'environ 20% du fait de la réjection du filtre de Wien. Parmi les résidus d'évaporation arrivant dans le détecteur d'implantation, seuls  $\varepsilon_{temps-mort} = 80\%$  seront traités par l'acquisition.
- Ensuite, les résidus d'évaporation sont identifiés par leurs décroissances. La probabilité de détecter une première décroissance ( $\alpha$  ou fission spontanée) va elle aussi être sujette au temps mort de l'acquisition  $\varepsilon_{temps-mort}$ . De plus, les chaînes de décroissance sont recherchées sur un intervalle de temps de trois fois la demi-vie des résidus d'évaporation considérés. On a dans ce cas  $\varepsilon_{recherche} = 95\%$ . Enfin, leur détection est soumise à l'efficacité du détecteur. Pour une émission  $\alpha$  déposant tout son signal dans le détecteur, la probabilité de détection (géométrique, dépendant de la profondeur d'implantation des résidus d'évaporation et du parcours moyen des  $\alpha$  dans le Silicium) est estimée à  $\varepsilon_\alpha = 55\%$ . Pour une décroissance par fission spontanée, l'efficacité de détection de ce signal est complète, les produits de fission étant émis dans des directions opposées. On est alors sûr d'observer leur signal dans le détecteur d'implantation<sup>23</sup> et  $\varepsilon_{fs} = 1$ . Nous avons finalement les efficacités de détection  $\varepsilon_{ER-\alpha_1}$  et  $\varepsilon_{ER-fs}$  qui prennent la forme :

$$\varepsilon_{ER-\alpha_1} = \mathcal{T}_{LISE} \varepsilon_{temps-mort} \times \varepsilon_{temps-mort} \varepsilon_{recherche} \varepsilon_\alpha = 0.12,$$

$$\varepsilon_{ER-fs} = \mathcal{T}_{LISE} \varepsilon_{temps-mort} \times \varepsilon_{temps-mort} \varepsilon_{recherche} \varepsilon_{fs} = 0.23.$$

23. Si il est supérieur à 25 MeV, soit 0.25 MeV/A pour un produit de fission de 100 nucléons, sachant que les produits de fission sont généralement émis avec une énergie cinétique de 0.5 à 1.5 MeV/u.

- Enfin, si on recherche une corrélation supplémentaire, comme nous l'avons fait pour les chaînes de décroissance  $\{\text{ER-}\alpha_1\text{-}\alpha_2\}$ , les mêmes facteurs de réduction interviennent pour la recherche du second  $\alpha$ , impliquant une efficacité de détection de ce type de corrélations qui prend finalement la forme :

$$\varepsilon_{\text{ER-}\alpha_1\text{-}\alpha_2} = \varepsilon_{\text{ER-}\alpha_1} \times \varepsilon_{\text{temps-mort}} \varepsilon_{\text{recherche}} \varepsilon_{\alpha} = 0.05.$$

Enfin, il faut aussi prendre aussi en compte pour chaque canal d'évaporation considéré les rapports d'embranchement vers les différentes voies de décroissance des résidus d'évaporation, ces données étant connues *a priori*.

### Estimation des sections efficaces de fusion-évaporation

Les estimations des taux d'occurrence maxima (avec NC de 68.2%) que l'on a déduit de l'analyse statistique de la partie 4.4.3 sont ainsi les taux d'occurrence totaux (fusion-évaporation) pondérés par le produit des efficacités de détection pour chaque type corrélations et des rapports d'embranchement vers chaque type de décroissance :

$$\begin{aligned} \lambda_{\alpha}^{xn} &= B_{\alpha_1}^{xn} \varepsilon_{\text{ER-}\alpha_1} \lambda_{\text{tot}}^{xn} &= \eta_{\alpha}^{xn} \lambda_{\text{tot}}^{xn}, \\ \lambda_{\alpha-\alpha}^{xn} &= B_{\alpha_1}^{xn} B_{\alpha_2}^{xn} \varepsilon_{\text{ER-}\alpha_1\text{-}\alpha_2} \lambda_{\text{tot}}^{xn} &= \eta_{\alpha-\alpha}^{xn} \lambda_{\text{tot}}^{xn}, \\ \lambda_{fs}^{xn} &= B_{fs}^{xn} \varepsilon_{\text{ER-fs}} \lambda_{\text{tot}}^{xn} &= \eta_{fs}^{xn} \lambda_{\text{tot}}^{xn}, \end{aligned}$$

où les  $B_{fs}^{xn}$ ,  $B_{\alpha_1}^{xn}$ ,  $B_{\alpha_2}^{xn}$  sont les rapports d'embranchement des différentes décroissances pour les canaux d'évaporation  $xn$ . On s'intéresse dans la suite aux sections efficaces de fusion-évaporation que l'on peut déduire des corrélations {résidu d'évaporation-1<sup>ère</sup> décroissance} et {résidu d'évaporation-1<sup>ère</sup> décroissance-2<sup>nde</sup> décroissance} de manière indépendante. Ces dernières s'écrivent :

$$\sigma_{\text{tot}}^{xn} \leq \frac{\lambda_{\text{corr}}^{\text{max}, xn}}{N_p N_t \eta_{\text{corr}}^{xn}}. \quad (4.13)$$

pour les différentes corrélations ( $\text{corr} = \alpha, \alpha-\alpha$  et  $fs$ ). Les section efficaces de fusion-évaporation maximales à 68.2% de niveau de confiance sont indiquées dans le tableau TAB. 4.6. Ces estimations de section efficaces maximales ont été faite en ne prenant en compte que les fluctuations statistiques. Nous n'avons pas pris en compte les erreurs systématiques<sup>24</sup>. En effet, certaines des erreurs systématiques, comme celles liées à la transmission du filtre de Wien, sont difficilement accessibles.

Pour le  $^{258}\text{Rf}$ , cependant, nous disposons pour les corrélations {résidu d'évaporation-1<sup>ère</sup> décroissance} de deux estimations indépendantes du taux de production total (i) à partir de sa décroissance  $\alpha$  et (ii) de sa décroissance par fission spontanée. Sachant que les rapports d'embranchement vers les différentes décroissances sont connus *a priori*, on peut alors envisager de combiner les lois de probabilité que l'on a obtenu de manière indépendante pour les taux de production

24. exemple sur les temps de demi-vie ou les rapports d'embranchement des décroissances des isotopes de Rutherfordium



TABLE 4.6: Estimation des sections efficaces maximales de fusion-évaporation déduites pour chaque type de corrélation (de manière indépendante) à 68.2% de niveau de confiance (comprenant uniquement les erreurs statistiques).

isotope	$^{257}\text{Rf}$	$^{258}\text{Rf}$	$^{259}\text{Rf}$
$\{\text{ER-}\alpha_1\}$	$\leq 554.4 \text{ pb}$	$\leq 143.1 \text{ pb}$	$\leq 502.2 \text{ pb}$
$\{\text{ER-}\alpha_1\text{-}\alpha_2\}$	$\leq 172.4 \text{ pb}$	$\leq 440.8 \text{ pb}$	$\leq 235.1 \text{ pb}$
$\{\text{ER-fission spontanée}\}$		$\leq 87.2 \text{ pb}$	

$p(\lambda_{\alpha}^{2n}|K^{\alpha,2n} \& B_{\leftarrow}^{\alpha,2n})$  et  $p(\lambda_{fs}^{2n}|K^{fs,2n} \& B_{\leftarrow}^{fs,2n})$ . En effet, les taux de production  $\lambda_{fs}^{2n}$  et  $\lambda_{\alpha}^{2n}$  sont reliés à  $\lambda_{tot}^{2n}$  par les relations :

$$\lambda_{tot} = \frac{\lambda_{\alpha}}{\eta_{\alpha}} = \frac{\lambda_{fs}}{\eta_{fs}}, \quad (4.14)$$

où  $\eta_{\alpha} = B_{\alpha_1}\varepsilon_{\text{ER-}\alpha_1}$  et  $\eta_{fs} = B_{fs}\varepsilon_{\text{ER-fs}}$  et les indices  $2n$  ont été omis pour simplifier les notations. Avec cette connaissance *a priori*, la distribution de probabilité du taux de production des isotopes de  $^{258}\text{Rf}$  peut se mettre sous la forme :

$$p\left(\lambda_{tot}|K^{\alpha} \& B_{\leftarrow}^{\alpha} \& K^{fs} \& B_{\leftarrow}^{fs}\right) = \frac{p\left(\eta_{fs}\lambda_{tot}|K^{fs} \& B_{\leftarrow}^{fs}\right) p\left(\eta_{\alpha}\lambda_{tot}|K^{\alpha} \& B_{\leftarrow}^{\alpha}\right)}{\int_0^{\infty} p\left(\eta_{fs}\lambda|K^{fs} \& B_{\leftarrow}^{fs}\right) p\left(\eta_{\alpha}\lambda|K^{\alpha} \& B_{\leftarrow}^{\alpha}\right) d\lambda}.$$

Plusieurs distributions de probabilités de  $\lambda_{tot}$  sont illustrées sur la figure FIG. 4.22. La courbe rouge correspond à la définition ci-dessus. Les courbes bleues correspondent aux distributions de probabilité de  $\lambda_{tot}$  conditionnées soit (i) uniquement par  $\lambda_{\alpha}$  (pointillés), soit (ii) uniquement par  $\lambda_{fs}$  (tirets). La zone rouge correspond à la limite supérieure  $\lambda_{tot}^{max} = 16.8$  du taux de production total de  $^{258}\text{Rf}$  (à 68.2% NC). On peut alors en déduire une section efficace totale maximale de 80.8 pb à partir de l'équation (4.12).

Les limites supérieures optimales des sections efficaces de fusion-évaporation que l'on retire de cette analyse sont finalement résumées dans le tableau suivant (contribution statistique) :

isotope	$^{257}\text{Rf}$	$^{258}\text{Rf}$	$^{259}\text{Rf}$
$\sigma_{max} \text{ (pb), 68.2\% NC}$	$\leq 172.4$	$\leq 80.8$	$\leq 235.1$

rejoignant les précédentes limites supérieures de section efficace de production pour cet isotope.

A titre de comparaison, la formation du noyau composé  $^{258}\text{Rf}^* (1, 2n)$  par la réaction (plus asymétrique)  $^{50}\text{Ti} + ^{208}\text{Pb}$  [Hes97, Dra08] atteint des sections efficaces de l'ordre de la dizaine de nanobarns. La différence entre la section efficace de fusion-évaporation observée pour la réaction  $^{50}\text{Ti} + ^{208}\text{Pb} \rightarrow ^{258}\text{Rf}^*$  et la limite supérieure de celle de notre système  $^{124}\text{Sn} + ^{136}\text{Xe} \rightarrow ^{260}\text{Rf}^*$  suggère ainsi un facteur de suppression de la fusion d'environ deux ordres de grandeur.

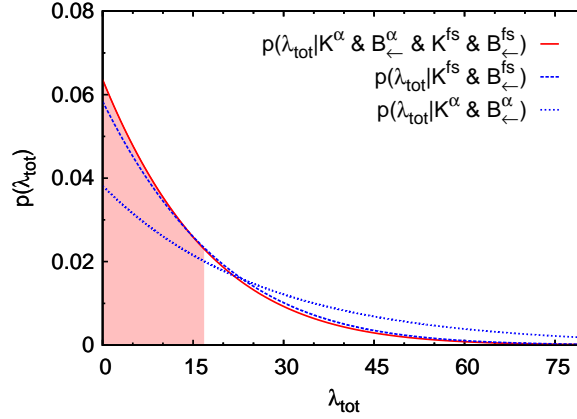


FIGURE 4.22: Distributions de probabilité du taux de production total  $\lambda_{\text{tot}}$  de  $^{258}\text{Rf}$  selon certaines conditions : en bleu, les distributions de probabilité conditionnées uniquement par  $\lambda_\alpha$  (pointillés) et uniquement par  $\lambda_{fs}$  (tirets). La courbe rouge représente la distribution de probabilité de la même variable, en combinant ces deux distributions grâce à la connaissance des rapports d'embranchement et des différentes efficacités de détection.

Nous mentionnerons que très récemment, une limite supérieure de 4 pb a été déduite d'une expérience de fusion symétrique  $^{136}\text{Xe} + ^{136}\text{Xe}$  pour former l'élément  $Z = 108$   $^{272}\text{Hs}^*$  (canaux  $1..3n$ ) à Dubna [Oga09], précisant ainsi la suppression drastique de la fusion par voie symétrique pour la synthèse d'éléments superlourds. En effet, la synthèse de l'élément  $Z = 108$  ( $^{266}\text{Hs}^*$ , déficient en neutrons) avait déjà été réalisée par la réaction  $^{58}\text{Fe} + ^{208}\text{Pb}$ , aboutissant sur une section efficace de l'ordre de 60 pb pour le canal  $1n$  [Hof97].

## 4.5 Conclusion

Cette expérience test sur la fusion d'ions très lourds par voie symétrique a donné des résultats compatibles avec les prédictions théoriques [Ada00, Zag01a, Oht01] et les précédents résultats expérimentaux [Ike02, Pop01] concernant ces systèmes quasi-symétriques, sans pouvoir pour autant discriminer entre les différents modèles. Le phénomène de suppression de la fusion est en effet très défavorable au processus de formation d'un noyau composé. Cette expérience a permis d'ajouter une limite de section efficace de fusion-évaporation aux résultats existants à une énergie d'excitation différente (dans le but de la recherche de l'énergie optimale). Cette expérience a aussi permis de tester la ligne LISE3 dans sa configuration FULIS pour la première fois pour ces réactions de fusion quasi-symétriques.

Expérimentalement, la focalisation vers l'avant obtenue pour ces réactions de fusion quasi-symétriques, permettant une meilleure transmission, ne s'est pas révélée satisfaisante en vue de la formation d'ions superlourds via de telles voies d'entrée.

En plus de la suppression de la fusion induite par les phénomènes d'extra-push, nous avons été confrontés à la difficulté de séparation des ions du faisceau incident et des résidus d'évaporation, accrue par cette focalisation à l'avant. La recherche d'un compromis entre transmission des résidus d'évaporation et réjection du faisceau incident s'est révélée néfaste afin de sonder des sections efficaces très petites. En effet, le compromis a abouti à une transmission estimée à 37.3% et un fort taux de comptage au plan focal ( $\approx 1300$  coups par seconde dans l'implantation<sup>25</sup>), induisant un temps mort du système d'acquisition important. Quant bien même le taux de transmission utilisé n'était pas optimal (estimé à  $\approx 70\%$  en moyennant sur les différents états de charge pour les champs  $\{E, B\}$  optimaux), il était toutefois meilleur que ceux obtenus en cinématique directe (généralement 15 à 20% sur LISE3). On rappelle cependant que les transitions  $\alpha$  et les temps de demi-vie des résidus d'évaporation désirés (Rf) étaient connus. Ces données permettaient une approche de la méthode des corrélations génétiques facilitée en comparaison avec les expériences de synthèse d'éléments ou d'isotopes nouveaux. Nous avons cependant vu que l'application de cette méthode sans imposer les énergies  $\alpha$  dans de telles conditions expérimentales pouvait difficilement fournir des données claires aux expériences à très petite section efficace rencontrées lors de la synthèse d'éléments superlourds (FIG. 4.19).

Pour les expériences de synthèse de noyaux superlourds, l'utilisation des faisceaux radioactifs très intenses que pourrait fournir Spiral2 ne semble pas pouvoir combler les ordres de grandeur perdus par le phénomène de suppression de la fusion dans les systèmes symétriques et les difficultés expérimentales rencontrées pour la réjection du faisceau. De plus, la radioactivité engendrée par de tels faisceaux serait prohibitive pour faire des études dans les conditions expérimentales qui ont été les nôtres. Par exemple, dans le cas d'un faisceau de  $^{140}\text{Xe}$  avec un taux de comptage similaire dans le détecteur d'implantation<sup>26</sup>, la radioactivité  $\beta^-$  engendrée par les ions du faisceau Spiral2 aveuglerait tout simplement le système de détection, sans parler des problèmes de radioprotection engendrés par les émetteurs  $\beta^-$  qui lui succèderaient (arrêt faisceau ET détecteur d'implantation).

Il est cependant très important d'avoir des informations expérimentales précises sur la fusion de tels systèmes, afin d'améliorer notre connaissance des mécanismes de réaction. En effet, les modèles reposent souvent sur des suppositions quant aux mécanismes de réaction. Bien que des modèles complètement quantiques et microscopiques existent, comme le modèle TDHF, ils ne peuvent cependant reproduire des observables expérimentales comme les sections efficaces de fusion-évaporation ou même la fusion sous barrière. Améliorer le niveau de description de ces modèles et les contraindre est une nécessité, surtout dans ces réactions extrêmes. Ils pourraient ainsi donner des informations plus fiables, en vue de l'optimisation du choix des partenaires de collision dans la course aux éléments superlourds. A ce titre, les modèles basés sur le formalisme TDEDf (quantique, microscopique) semblent déjà donner de bonnes estimations des barrières de fusion. Comprendre les mécanismes à

25. Pour une intensité de faisceau de  $\approx 6.9.10^{11}$  pps avec un taux de réjection d'environ  $\approx 5.10^8$ .

26. Les taux de production Spiral2 prédits pour cet isotopes sont de l'ordre de  $10^{12}$  pps [Fad08], on peut donc espérer aboutir à un réglage similaire de la ligne optique.

l'œuvre dans ces modèles et les développer, afin de modéliser correctement la fusion, notamment sous barrière, semble une perspective très encourageante.

# Conclusion

Au cours de ce travail, nous nous sommes intéressés à certains aspects des mouvements collectifs rencontrés dans la dynamique des systèmes nucléaires. La première partie de ce travail a été consacrée à la présentation du formalisme TDEDF qui a été utilisé pour les calculs théoriques. Ce formalisme, microscopique et quantique, permet de traiter sur un pied d'égalité structure et dynamique nucléaire, et permet de modéliser les mouvements collectifs des nucléons au sein du noyau. L'accent a particulièrement été mis sur la prise en compte des corrélations d'appariement au sein de ce formalisme, aboutissant sur la résolution des équations TDHFB. Une des premières implémentations complètes du problème TDHFB a ainsi été exposée.

La seconde partie de ce manuscrit était vouée à l'étude de certaines excitations collectives du noyau. Nous avons d'abord abordé l'étude de la décroissance par émission de nucléons de la résonance géante monopolaire dans certains noyaux à (sous-)couche fermée. Nous nous sommes plus particulièrement focalisés sur la reconstruction de la distribution de force de la GMR à partir des spectres des nucléons émis à l'aide du modèle TDHF dans sa limite de petite amplitude. Cette étude a illustré les phénomènes de cohérence et de collectivité de la résonance géante monopolaire. Nous avons en particulier discuté les spectres des nucléons émis, à partir desquels peuvent être déduits les rapports d'embranchement vers les états de trous des noyaux fils. Ces derniers peuvent être comparés à l'expérience. Cependant, le formalisme TDHF ne modélise pas la dynamique nucléaire de manière exhaustive. Ainsi, la décroissance statistique des résonances géantes n'est pas incluse dans ce modèle. Nous avons ainsi vu que les largeurs partielles d'échappement expérimentales de la GMR du  $^{208}\text{Pb}$  étaient mal reproduites, non seulement par leurs ordres de grandeur, mais aussi par leurs intensités relatives. Nous avons cependant illustré le fait qu'alors que la GMR (ou les résonances géantes en général) possédait une distribution de force relativement stable le long de la table des noyaux, sa structure et sa décroissance directe pouvaient être très différentes d'un noyau à l'autre, au sein d'une même chaîne isotopique.

Dans un second temps, nous avons abordé l'étude des vibrations d'appariement au moyen du formalisme TDHFB. L'impact des fonctionnelles d'appariement, possédant des localisations spatiales différentes (volume, surface et mixte), a été discuté. Nous nous sommes particulièrement appuyés sur les isotopes de Calcium. Nous avons ainsi montré, dans le cas de l'appariement surfacique, que les corrélations dynamiques d'appariement avaient un effet très grand sur les probabilités de transition vers les vibrations d'appariement, alors que dans le cas d'un appariement volumique, les effets étaient bien moindres, en particulier pour les vibrations de haute énergie. Les vibrations d'appariement semblent ainsi être plus collectives dans les modélisations où l'appariement agit principalement à la surface des noyaux. A l'instar des

travaux de E. Khan *et al.* [Kha09], cette étude a ainsi suggéré que les vibrations d'appariement pourraient être des observables très intéressantes pour contraindre les fonctionnelles d'appariement dans les modèles (TD)EDF.

Nous avons aussi sondé l'impact de différentes fonctionnelles de Skyrme dans le canal particule-trou possédant des masses effectives différentes. Ceci procure aux noyaux des densités d'états différentes au voisinage du niveau de Fermi<sup>27</sup>, et peut avoir un impact important sur les énergies de séparation de deux neutrons à l'approche des fermetures de couche. C'est par exemple le cas de la fonctionnelle SLy4 [Cha98] ( $m^* = 0.7$ ) qui reproduit mal les énergies de séparation de deux neutrons de la chaîne isotopique des Pb au voisinage de la fermeture de couche  $N = 126$ . En s'appuyant sur les modes de vibration d'appariement du  $^{208}\text{Pb}$ , nous avons aussi montré que les énergies de ces modes de vibration étaient mal reproduites avec une telle fonctionnelle, alors qu'une fonctionnelle de masse effective ( $m^* = 1$ ) [Les08] reproduisait mieux à la fois les énergies de séparation de deux neutrons mais aussi les énergies des transitions vers les vibrations d'appariement.

La troisième partie de ce manuscrit a eu pour objet l'étude de réactions de fusion pour former des ions très lourds et superlourds par voie symétrique. Nous avons tout d'abord brièvement vu que le modèle TDHF semblait à même de reproduire le phénomène de suppression de la fusion propre à ce type de systèmes. L'étude expérimentale du système  $^{136}\text{Xe} + ^{124}\text{Sn} \rightarrow ^{260}\text{Rf}^*$  a ensuite été entreprise. Au phénomène de suppression de la fusion, défavorable à la fusion dans ce type de systèmes, se sont ajoutées des difficultés expérimentales. En effet, alors que ce type de réaction, plus focalisées vers l'avant et moins sujettes à la dispersion angulaire qu'une réaction asymétrique employant des projectiles légers, permet une meilleure transmission, la séparation du faisceau et des potentiels résidus d'évaporation avec le filtre de Wien de la ligne LISE3 n'a pas pu être réglée de manière optimale, les vitesses du faisceau incident et des résidus d'évaporation étant trop proches. Le compromis entre séparation et réjection auquel ont aboutit les réglages n'a ainsi pas permis une mesure optimale de la section efficace de formation de résidus d'évaporation, et s'est révélé induire un fort taux de comptage des ions du faisceau incident dans le détecteur d'implantation. L'utilisation d'un tel dispositif expérimental, dans l'optique d'effectuer des expériences de synthèse avec les faisceaux d'ions riches en neutrons et radioactifs que pourra fournir Spiral2 (par exemple  $^{140}\text{Xe}$ ), semble difficile. En effet, en plus des difficultés induites par les très faibles sections efficaces de fusion-évaporation des noyaux superlourds (qui sont, de plus, sujets au phénomène de suppression de la fusion pour les voies symétriques), vont venir s'ajouter des problèmes importants liés à la radioactivité de tels faisceaux : aveuglement du détecteur d'implantation par les décroissances  $\beta^-$  de la partie non rejetée du faisceau incident induisant aussi des problèmes de radio-protection. Cependant, cette expérience nous a permis tout de même d'apporter une confirmation supplémentaire du phénomène de suppression de la

27. Plus la masse effective est élevée, plus la densité d'états est importante.

fusion. En effet, aucun résidu d'évaporation n'a été identifié, et une limite supérieure pour la section efficace de fusion-évaporation de cette réaction a été établie à  $\approx 80$  pb pour la voie  $2n$ , complétant les résultats d'expériences précédemment menées [Ike02, Pop01]. En comparant avec des expériences de synthèse de l'élément  $Z = 104$  par voie asymétrique ( $^{50}\text{Ti} + ^{208}\text{Pb} \rightarrow ^{258}\text{Rf}^*$ , menant cependant à des isotopes de Rf différents) [Hes97, Dra08], le phénomène de suppression entre ces deux expériences de synthèse atteint ainsi un facteur de suppression d'au moins 50. Des conclusions similaires ont été récemment dressée pour la synthèse de l'élément  $Z = 108$  (Hs) [Oga09].

### Perspectives

Les perspectives ouvertes par ce travail de thèse sont diverses. D'un point de vue théorique, nous avons exploré différents aspects des excitations collectives du noyau à l'aide de modèles basés sur l'approche TD EDF. Dans le régime de petite amplitude, ce modèle permet de traiter les excitations collectives du noyau au même titre que la RPA et la QRPA [Rin80, Bla86], mais permet aussi la prise en compte d'effets *non linéaires*. On pourrait ainsi sonder les anharmonicités et couplages entre modes collectifs [Sim03, Rei07] qui pourraient bénéficier en particulier du traitement de l'appariement nucléaire grâce au code TDHFBRAD [Ave08] (pour l'instant, uniquement des couplages entre modes  $0^+$  à cause de la symétrie sphérique).

De plus, la méthode que l'on a développée permettant l'étude de la décroissance directe des résonances géantes est d'un intérêt certain pour la compréhension de la structure fine de ces dernières. Cependant, nous avons illustré les manquements du formalisme TDHF lors de comparaisons aux résultats expérimentaux. La prise en compte des corrélations 2p-2t dans les modèles dynamiques est connue pour permettre une meilleure reproduction des distributions de force des résonances géantes [Col92, Lac04]. Les études qui ont été menées dans ce travail de thèse couplées à une description plus élaborée prenant en compte des corrélations 2p-2t pourraient ainsi aboutir sur des contraintes supplémentaires des paramétrisations des fonctionnelles utilisées, lors de comparaisons à l'expérience. De plus, il pourrait aussi être intéressant d'étendre ces études de décroissance à l'inclusion de l'appariement nucléaire au sein du modèle TDHFB, afin de permettre d'étudier ces décroissances dans les noyaux superfluides. Pour ce faire, il faudrait alors bénéficier d'un traitement du continuum et/ou d'une implémentation adéquate, la lourdeur des implémentations TDHFB nécessitant des bases complètes de quasiparticules ne permettant pas à l'heure actuelle des calculs aussi fins des résonances géantes et de leurs décroissances.

L'utilisation de TDHFB s'est cependant montrée efficace pour les calculs des distributions de force. Son utilisation lors de l'étude des vibrations d'appariement a ouvert de nombreuses perspectives. En effet, l'étude de ces modes de vibrations pourrait contraindre les fonctionnelles d'appariement qui sont généralement ajustées

de manière empirique. A ce titre, il faudrait alors coupler ces études à des modèles de réaction afin d'obtenir des comparaisons expérimentales plus directes [Kha04]. Enfin, l'utilisation de nouvelles fonctionnelles plus complètes, comme les fonctionnelles possédant des dépendances en isospin et/ou ajustées sur des domaines plus grands de la table de masse [Mar08, Yam08] pourrait aussi être envisagée. Des études similaires basées sur des fonctionnelles d'appariement non empiriques [Les09] permettrait aussi de sonder les effets de l'appariement sur les excitations collectives de manière plus précise et probablement plus prédictive. Enfin, une implémentation du formalisme TDHFB permettant de briser des symétries supplémentaires (en particulier l'invariance par rotation) serait aussi souhaitable afin de couvrir des domaines plus grands de la table de masse et d'étudier d'autres modes d'excitations (quadrupolaires, dipolaires etc...).

Concernant l'extension du formalisme TDHFB au traitement des collisions nucléaires, cela semble à l'heure actuelle difficile. Cependant, un tel traitement doit être envisagé. Il permettrait une meilleure description des réactions nucléaires au voisinage de la barrière de fusion, qui sont aujourd'hui sondées avec le modèle TDHF. En particulier, il fournirait un modèle complètement microscopique permettant de traiter le transfert de paires de nucléons entre noyaux superfluides, et pourrait aussi sonder un possible effet Josephson nucléaire [Jos74, vO01] de manière réaliste.

Il faudrait aussi, de manière parallèle, aller au delà du modèle TDHF afin d'obtenir de meilleures reproductions des sections efficaces de fusion, en particulier sous la barrière, par exemple par la prise en compte de conditions initiales fluctuantes et/ou par mélange de configuration (GCM dépendante du temps). En effet, le modèle TDHF, par sa nature quantique et microscopique, semble très prometteur afin de comprendre les mécanismes de réaction menant à la fusion, alors que ceux-ci sont la plupart du temps supposés *a priori* dans les modèles macroscopiques traitant la fusion [Ari04, Ant95, Ada97, Zag01b].

D'un point de vue expérimental, nous avons vu la difficulté de synthétiser des éléments superlourds par fusion symétrique. Il semble clair que la synthèse de noyaux superlourds par voie symétrique soit difficilement envisageable, en particulier avec des faisceaux radioactifs qui nécessiteraient des systèmes de séparations en vitesse beaucoup plus efficaces que celui de la ligne LISE3 que nous avons utilisé. L'utilisation des faisceaux riches en neutrons que pourra fournir Spiral2, avec des voies d'entrée plus asymétriques pour la synthèse de noyaux (moins lourds) doit cependant être envisagée afin de sonder les mécanismes de ces réactions, en particulier avec le degré de liberté d'isospin. On mentionnera enfin la future installation de  $S^3$  (Super Separator Spectrometer) dotée d'un spectromètre à deux étages, qui sera utilisé avec des faisceaux stables très intenses (10 à 100 fois supérieurs à ce qui est aujourd'hui disponible à GANIL) que pourra fournir l'accélérateur linéaire supraconducteur LINAG de Spiral2. Cette installation pourra pousser encore plus loin les études de synthèse de noyaux superlourds (par fusion chaude), et aussi permettre des études spectroscopiques de noyaux rares.



## Annexes et bibliographie



# Algèbre de fermions et vides de quasi-particule

---

## Sommaire

---

<b>A.1 Formalisme de la seconde quantification . . . . .</b>	<b>135</b>
<b>A.2 Fonctions d'onde produits de particules indépendantes . . .</b>	<b>136</b>
A.2.1 Transformations de bases d'opérateurs à une particule . . . .	136
A.2.2 Fonctions d'onde produits de fermions . . . . .	137
<b>A.3 Transformation de Bogoliubov et vides de quasiparticule .</b>	<b>138</b>
A.3.1 Notations . . . . .	138
A.3.2 Transformation générale de Bogoliubov . . . . .	138
A.3.3 Fonctions d'onde vides de quasiparticule . . . . .	141
<b>A.4 Variations au premier ordre . . . . .</b>	<b>142</b>

---

Le formalisme EDF que nous avons introduit au premier chapitre est basé sur l'utilisation d'états auxiliaires qui sont, en général, des vides de quasiparticule de Bogoliubov. La puissance de ce formalisme repose sur l'existence d'un groupe de transformations de Bogoliubov permettant de passer d'un vide à un autre par transformation infinitésimale, permettant ainsi la recherche de solutions par calcul aux variations. Dans cette annexe, nous rappellerons d'abord le formalisme de la seconde quantification. Ensuite, la notion d'état produit de fermions sera abordée à travers les fonctions d'onde de particules indépendantes, en insistant sur le groupe de transformations existant pour passer d'un état produit à un autre. Enfin, le cas plus compliqué des vides de quasiparticule sera abordé, avant de décrire finalement quelques effets de variations au premier ordre d'un vide de quasiparticules, la base du formalisme (TD)EDF reposant sur le calcul variationnel. Ce chapitre rassemble donc des considérations générales sur les transformations de Bogoliubov. Pour plus de détails, on pourra notamment se tourner vers les références [Dob05, Rin80, Bla86, Deu87].

## A.1 Formalisme de la seconde quantification

Nous faisons ici quelques rappels concernant la seconde quantification en mécanique quantique, qui facilite grandement le développement du formalisme de Bogoliubov. Dans toute la suite, nous supposons donc une base de fonctions d'onde à une particule de dimension finie  $M$  représentant les états de nucléons. Les nucléons

étant des particules de spin ( $s = \frac{1}{2}$ ) et d'isospin ( $t = \frac{1}{2}$ ) ne pouvant prendre que deux valeurs, nous supposons donc  $M$  pair<sup>1</sup>.

L'état à une particule  $|i\rangle$  dont la fonction d'onde normée s'écrit :

$$\varphi_i(\mathbf{r}, \sigma, q) = \langle \mathbf{r} \sigma q | i \rangle, \quad (\text{A.1})$$

s'obtient en appliquant l'opérateur de création de particule  $\hat{a}_i^\dagger$  sur un vide "nu" de particule  $|-\rangle$  :

$$|i\rangle = \hat{a}_i^\dagger |-\rangle. \quad (\text{A.2})$$

Son opérateur conjugué hermitique  $\hat{a}_i$  agissant sur le vide de particule donne zéro  $\hat{a}_i |-\rangle = 0$ , et sur le vecteur d'état  $|i\rangle$  le vide de particule  $\hat{a}_i |i\rangle = |-\rangle$ .

Ces opérateurs de Fock à une particule, lorsqu'ils représentent des fermions, doivent obéir au postulat d'anti-symétrisation. Cela se traduit par leur relation d'anti-commutation :

$$\{\hat{a}_i^\dagger, \hat{a}_j^\dagger\} = \{\hat{a}_i, \hat{a}_j\} = 0, \quad (\text{A.3})$$

$$\{\hat{a}_i^\dagger, \hat{a}_j\} = \delta_{ij}. \quad (\text{A.4})$$

## A.2 Fonctions d'onde produits de particules indépendantes

Nous avons rappelé le formalisme de la seconde quantification. Nous allons désormais évoquer les transformations de bases de particules individuelles, sur lesquelles repose le formalisme Hartree-Fock et son extension dépendante du temps. Ensuite, nous étudierons les fonctions d'onde produits de particules indépendantes, aussi appelées déterminants de Slater.

### A.2.1 Transformations de bases d'opérateurs à une particule

En vertu des principes premiers de la mécanique quantique, tout passage d'une base de fonctions d'onde à une particule  $\{|i\rangle\}$  associée aux opérateurs  $\{\hat{a}^\dagger, \hat{a}\}$  à une autre base  $\{|\alpha\rangle\}$  peut se déduire à partir d'une transformation linéaire et unitaire de la base des états  $|i\rangle$  :

$$|\alpha\rangle = \sum_i U_{i\alpha}^{ab} |i\rangle \quad (\text{A.5})$$

$$\hat{b}_\alpha^\dagger = \sum_i U_{i\alpha}^{ab} \hat{a}_i^\dagger \quad (\text{A.6})$$

et leurs relations conjuguées hermitiques, avec  $(U^{ab})^{-1} = (U^{ab})^\dagger$ . C'est une transformation canonique, c'est à dire qu'elle conserve les relations de commutations pour

1. Une base quelconque de fonctions continues et orthonormées étant doublée par les nombres quantiques de spin et d'isospin induit nécessairement la parité de  $N$ . Dans toute cette annexe, la non-parité de  $N$  induirait un changement uniquement au niveau du théorème de Zumino-Bloch-Messiah [Zum62, Blo62] évoqué à la section 1.3.1.

les opérateurs de création et d'annihilation. Cela induit *in fine* l'unitarité de la matrice de passage. L'ensemble des matrices unitaires d'ordre  $M$  (noté  $\mathcal{U}(M)$ ) forme un groupe dont les éléments, appelés de manière générique  $U$ , peuvent s'écrire sous la forme :

$$U = e^{iY} \text{ avec } Y = Y^\dagger, \quad (\text{A.7})$$

où  $Y$  est une matrice hermitique d'ordre  $M$ . En utilisant les relations de commutation

$$[\hat{a}_i^\dagger, \hat{a}_m^\dagger \hat{a}_n] = -\delta_{ni} \hat{a}_m^\dagger, \quad (\text{A.8})$$

on peut finalement réécrire<sup>2</sup> la transformation (A.6) sous la forme opératorielle suivante :

$$\hat{b}_i^\dagger = \hat{\mathcal{T}}_{a \rightarrow b} \hat{a}_i^\dagger \hat{\mathcal{T}}_{a \rightarrow b}^\dagger \text{ avec } \hat{\mathcal{T}}_{a \rightarrow b} = \exp \left( -i \sum_{\mu\nu} \hat{a}_\mu^\dagger Y_{\mu\nu}^{ab} \hat{a}_\nu \right), \quad (\text{A.9})$$

où l'ensemble des transformations  $\hat{\mathcal{T}}_{a \rightarrow b}$  a le statut de groupe (de Lie) de transformation, et permet de définir toute base de Fock à une particule. Dans ce cas particulier, l'action de cette transformation sur le vide « nu » de particule est identitaire :

$$\hat{\mathcal{T}}_{a \rightarrow b} |-\rangle = \hat{\mathcal{T}}_{a \rightarrow b}^\dagger |-\rangle = |-\rangle. \quad (\text{A.10})$$

### A.2.2 Fonctions d'onde produits de fermions

Un état produit de  $N$  particules indépendantes peut s'écrire sous la forme :

$$|\phi_a\rangle = \prod_{k=1}^N \hat{a}_{i_k}^\dagger |-\rangle \quad (\text{A.11})$$

où les opérateurs de création et d'annihilation de fermions  $\{\hat{a}^\dagger, \hat{a}\}$  représentent une base quelconque de l'espace de Fock, et le jeu d'indice  $\{i_k\}$  une séquence quelconque d'indices (unique). Tous les jeux de produits possibles de  $N$  opérateurs de création forment eux-même une base de l'espace de Hilbert des fonctions d'onde à  $N$  particules. Ces fonctions d'onde sont aussi connues sous le nom de déterminants de Slater, et sont utilisées dans les formalismes HF et TDHF. Tout autre état produit de cet espace peut s'écrire à partir d'une autre base de créateurs et d'annihilateurs de particule  $\{\hat{b}^\dagger, \hat{b}\}$

$$|\phi_b\rangle = \prod_{k=1}^N \hat{b}_{i_k}^\dagger |-\rangle = \hat{\mathcal{T}}_{a \rightarrow b} |\phi_a\rangle, \quad (\text{A.12})$$

en vertu des équations (A.9) et (A.10). Cette relation constitue une généralisation du théorème de Thouless [Tho60]. Elle est très utile afin de dériver les équations TDHF évoquées à la partie 1.3.5. Nous allons désormais nous intéresser à sa généralisation proposée par Bogoliubov et Valatin [Bog58, Val58].

---

2. en utilisant la relation  $e^R A e^{-R} = A + \frac{1}{1!} [R, A] + \frac{1}{2!} [R, [R, A]] + \dots$

### A.3 Transformation de Bogoliubov et vides de quasiparticule

#### A.3.1 Notations

Pour aborder les transformations de Bogoliubov, qui agissent à la fois sur les opérateurs de création et d'annihilation de (quasi)-particule, nous considérons les opérateurs de Fock avec les notations colonnes et lignes suivantes :

$$\hat{\alpha} = \begin{pmatrix} \hat{a} \\ \hat{a}^\dagger \end{pmatrix}, \quad \hat{\alpha}^\dagger = \begin{pmatrix} \hat{a}^\dagger & \hat{a} \end{pmatrix}, \quad (\text{A.13})$$

indiqués de 1 à  $2M$  (où  $M$  est la dimension de la base des opérateurs à une particule  $\{\hat{a}_i^\dagger, \hat{a}_i; 1 \leq i \leq M\}$ ). On a donc

$$\hat{\alpha}_i^\dagger = \begin{cases} \hat{a}_i^\dagger & \text{si } 1 \leq i \leq M, \\ \hat{a}_i & \text{si } M+1 \leq i \leq 2M. \end{cases} \quad (\text{A.14})$$

Les relations d'anticommutation s'écrivent alors :

$$\{\hat{\alpha}_i, \hat{\alpha}_j\} = \{\hat{\alpha}_i^\dagger, \hat{\alpha}_j^\dagger\} = \sigma_{ij} \quad (\text{A.15})$$

$$\{\hat{\alpha}_i^\dagger, \hat{\alpha}_j\} = \delta_{ij} \quad (\text{A.16})$$

où les matrices  $\delta$  et  $\sigma$ , d'ordre  $2M \times 2M$  sont respectivement :

$$\delta = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \sigma = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.17})$$

Tout opérateur  $\hat{\alpha}_i^\dagger$  peut alors s'écrire  $\hat{\alpha}_i^\dagger = \sum_{m=1}^{2M} \sigma_{im} \hat{\alpha}_m$ , et on montre aisément les relations de commutation :

$$[\hat{\alpha}_i, \hat{\alpha}_j^\dagger \hat{\alpha}_k] = \delta_{ij} \hat{\alpha}_k - \sigma_{ik} \sum_{m=1}^{2M} \sigma_{jm} \hat{\alpha}_m, \quad (\text{A.18})$$

$$[\hat{\alpha}_i^\dagger \hat{\alpha}_j, \hat{\alpha}_k^\dagger \hat{\alpha}_l] = \delta_{jk} \hat{\alpha}_i^\dagger \hat{\alpha}_l - \delta_{il} \hat{\alpha}_k^\dagger \hat{\alpha}_j + \sum_m \left( \sigma_{im} \sigma_{lj} \hat{\alpha}_k^\dagger \hat{\alpha}_m - \sigma_{jm} \sigma_{ik} \hat{\alpha}_m^\dagger \hat{\alpha}_l \right). \quad (\text{A.19})$$

On notera donc chaque opérateur de création ou d'annihilation, de particule ou de quasi-particule, avec des lettres romaines, alors que la représentation vectorielle (A.13) sera notée avec les lettres grecques correspondantes, contrairement à l'usage où sont employées lettres romaines pour les opérateurs de particules et lettres grecques pour les opérateurs de quasi-particules.

#### A.3.2 Transformation générale de Bogoliubov

La transformation de Bogoliubov est une généralisation de la transformation (A.6), qui mélange cette fois créateurs et annihilateurs de particule. Partant de la base des opérateurs de *particule*  $\{\hat{a}^\dagger, \hat{a}\}$ , la transformation de Bogoliubov, qu'il est

commode d'écrire directement en représentation matricielle, permet de construire des opérateurs créateurs et annihilateurs de *quasi-particule*  $\{\hat{b}^\dagger, \hat{b}\}$  :

$$\begin{pmatrix} \hat{b} \\ \hat{b}^\dagger \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U^\dagger & V^\dagger \\ V^T & U^T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{a} \\ \hat{a}^\dagger \end{pmatrix}, \quad (\text{A.20})$$

ou de manière équivalente avec les notations (A.13) :

$$\hat{\beta} = \mathcal{W}\hat{\alpha}. \quad (\text{A.21})$$

La matrice  $\mathcal{W}$ , afin d'assurer les relations d'anticommutations (A.15) et (A.16) pour les opérateurs  $\{\hat{b}^\dagger, \hat{b}\}$ , satisfait aux relations :

$$\mathcal{W}\mathcal{W}^\dagger = \mathcal{W}^\dagger\mathcal{W} = \delta \quad \text{et} \quad \mathcal{W}\sigma\mathcal{W}^t = \sigma. \quad (\text{A.22})$$

On peut montrer que l'ensemble des matrices  $\mathcal{W}$  forme un groupe. Introduisons la matrice unitaire  $T$  :

$$T = \frac{e^{i\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & -i \\ i & -1 \end{pmatrix} \quad \text{qui satisfait à :} \quad TT^\dagger = T^\dagger T = \delta$$

$$\text{ainsi qu'à} \quad T^t T = -TT^t = \sigma. \quad (\text{A.23})$$

Elle permet de transformer la matrice  $\mathcal{W}$  en  $\mathcal{W}_T = T\mathcal{W}T^\dagger$  qui est réelle orthogonale puisque :

$$\mathcal{W}_T = \begin{pmatrix} \text{Re}(U^t) + \text{Im}(V^t) & -\text{Im}(U^t) - \text{Re}(V^t) \\ \text{Im}(U^t) - \text{Re}(V^t) & \text{Re}(U^t) - \text{Im}(V^t) \end{pmatrix} \quad \text{avec} \quad \mathcal{W}_T \mathcal{W}_T^t = \delta. \quad (\text{A.24})$$

L'ensemble des matrices réelles orthogonales d'ordre  $2M$  forme un groupe noté  $\mathcal{O}(2M, \mathbb{R})$ . Ce groupe est subdivisé en deux : les éléments du groupe spécial orthogonal  $\mathcal{SO}(2M, \mathbb{R})$  dont les éléments sont de déterminant 1 et leurs complémentaires  $\mathcal{O}(2M, \mathbb{R}) - \mathcal{SO}(2M, \mathbb{R})$  de déterminant  $-1$  (ne formant pas un groupe, mais dont l'ensemble est stable et couvert par transformation de  $\mathcal{SO}(2M, \mathbb{R})$ ). La matrice  $T$  étant bijective, il en résulte que l'ensemble des transformations de Bogoliubov est isomorphe à  $\mathcal{O}(2M, \mathbb{R})$ . Nous allons alors voir comment construire les transformations de Bogoliubov à partir des matrices de  $\mathcal{O}(2M, \mathbb{R})$ . Nous appellerons par la suite les transformations de Bogoliubov isomorphes à  $\mathcal{SO}(2M, \mathbb{R})$  les transformations de Bogoliubov propres, tandis que les autres seront appelées impropres.

### Transformations de Bogoliubov propres

Tout élément de  $\mathcal{SO}(2M, \mathbb{R})$ , appelé de manière générique  $S$ , peut s'écrire sous la forme :

$$S = e^A \quad \text{avec} \quad A = A^* = -A^t, \quad (\text{A.25})$$

où  $A$  est une matrice antisymétrique réelle d'ordre  $2M$ . La transformation  $T$  étant inversible, il en résulte que toute matrice de Bogolyubov isomorphe à  $\mathcal{SO}(2M, \mathbb{R})$  peut s'écrire sous la forme :

$$\mathcal{W} = e^{iY} \quad \text{avec} \quad Y = Y^\dagger = -\sigma Y^t \sigma, \quad (\text{A.26})$$

où  $Y$  est une matrice d'ordre  $2M$  qui peut s'écrire  $Y = -iT^\dagger AT$ . En utilisant les relations (A.26) et (A.18), on en déduit que toute transformation de Bogoliubov propre  $\hat{\mathcal{T}}_{\alpha \rightarrow \beta}$  entre les opérateurs  $\hat{\alpha}$  et  $\hat{\beta}$  peut s'écrire :

$$\hat{\beta}_i = \hat{\mathcal{T}}_{\alpha \rightarrow \beta} \hat{\alpha}_i \hat{\mathcal{T}}_{\alpha \rightarrow \beta}^\dagger \quad \text{avec} \quad \hat{\mathcal{T}}_{\alpha \rightarrow \beta} = \exp \left( -\frac{i}{2} \sum_{\mu\nu} \hat{\alpha}_\mu^\dagger Y_{\mu\nu}^{\alpha\beta} \hat{\alpha}_\nu \right). \quad (\text{A.27})$$

Pour revenir à une transformation plus intelligible, il suffit de revenir à la structure de  $Y = -iT^\dagger AT$ . La matrice  $A$  étant anti-symétrique, sa transformation unitaire  $T$  va donner à  $Y$  sa structure en blocs particulière :

$$Y = \begin{pmatrix} Z & X \\ -X^* & -Z^* \end{pmatrix}, \quad \text{ce qui implique} \quad (\text{A.28})$$

$$\hat{\mathcal{T}}_{a \rightarrow b} = \exp \left( -\frac{i}{2} \sum_{i,j=1}^N \hat{a}_i^\dagger Z_{ij} \hat{a}_j - \hat{a}_i Z_{ij}^* \hat{a}_j^\dagger + X_{ij} \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_j^\dagger - \hat{a}_i \hat{a}_j X_{ij}^* \right) \quad (\text{A.29})$$

où la matrice  $Z$  est hermitique ( $Z^\dagger = Z$ ) et la matrice  $X$  est anti-symétrique ( $X^t = -X$ ).

### Transformations de Bogoliubov impropres

Nous avons ici décrit les transformations de Bogoliubov propres, qui permettent de parcourir chacun des deux espaces dissociés (propre et impropre), dissociation induite par les deux valeurs *discrètes*  $\pm 1$  que peut prendre le déterminant de la transformation<sup>3</sup>. Considérons la transformation de Bogoliubov de déterminant  $+1$  la plus simple, la matrice unité d'ordre  $2M \times 2M$ , passant d'un jeu de quasi-particules notées  $\{\hat{a}^\dagger, \hat{a}\}$  à un autre (identique) noté  $\{\hat{b}^\dagger, \hat{b}\}$ . Il est facile de se convaincre qu'afin de conserver les relations d'anticommutation fermioniques, la transformation élémentaire permettant de changer le signe du déterminant consiste à échanger un nombre impair de fois deux colonnes de la matrice de transformation, chaque échange ayant nécessairement lieu entre des colonnes d'indice  $k$  et  $k + M$  :

$$\mathcal{W}_{ab} = \begin{pmatrix} \mathbf{1}_{1..} & \mathbf{0} & ..\mathbf{1}_M & \mathbf{0}.. & \mathbf{1}_k & ..\mathbf{0} \\ \vdots & & & & & \\ \hline \mathbf{0}.. & \mathbf{1}_k & ..\mathbf{0} & \mathbf{1}_{1..} & \mathbf{0} & ..\mathbf{1}_M \\ \vdots & & & & & \end{pmatrix},$$

3. et il est donc impossible de trouver une transformation infinitésimale connectant les deux sous-ensembles, ce qui a des conséquences importantes dans les approches variationnelles.



où  $\mathbf{1}_k$ , ( $1 \leq k \leq M$ ) et sont les vecteurs colonnes dont les éléments d'indice  $i$  ( $1 \leq i \leq M$ ) sont définis par  $(\mathbf{1}_k)_i = \delta_{ik}$ , et  $\mathbf{0}$  vecteur colonne de dimension  $M$  nul. Un opérateur permettant cet échange peut s'écrire :

$$\hat{\mathcal{T}}_{a \rightarrow b} = i \left( \hat{a}_k^\dagger - \hat{a}_k \right). \quad (\text{A.30})$$

On en déduit que toute transformation de Bogoliubov de déterminant  $-1$  peut s'écrire :

$$\hat{\mathcal{T}}_{a \rightarrow b} = i \exp \left( -\frac{i}{2} \sum_{i,j=1}^M \hat{a}_i^\dagger Z_{ij} \hat{a}_j - \hat{a}_i Z_{ij}^* \hat{a}_j^\dagger + X_{ij} \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_j^\dagger - \hat{a}_i \hat{a}_j X_{ij}^* \right) \left( \hat{a}_k^\dagger - \hat{a}_k \right). \quad (\text{A.31})$$

### Opérateur nombre parité et transformations de Bogoliubov

On définit l'opérateur nombre parité  $\hat{\pi}_N$  tel que :

$$\hat{\pi}_N = e^{i\pi \hat{N}}. \quad (\text{A.32})$$

L'action de  $\hat{\pi}_N$  sur un état propre de  $\hat{N}$  de valeur propre  $n$  est égal à :

$$\begin{aligned} \hat{\pi}_N |n\rangle &= 1 \quad \text{si } n \text{ est pair,} \\ &= -1 \quad \text{si } n \text{ est impair,} \end{aligned}$$

et définit donc la parité du nombre de particules. On peut montrer qu'une transformation de type (A.29) laisse le nombre parité inchangé alors que les transformations de type (A.31) changent le nombre parité. Ainsi,

$$\hat{\pi}_N \hat{\mathcal{T}}_{a \rightarrow b} \hat{\pi}_N^{-1} = \det(\mathcal{W}_{ab}) \hat{\mathcal{T}}_{a \rightarrow b}. \quad (\text{A.33})$$

Il est alors intéressant de voir qu'une transformation de Bogoliubov propre ne change pas la parité du nombre de particule, mais permet de cartographier tous les vides de Bogoliubov à parité du nombre de particules donné.

#### A.3.3 Fonctions d'onde vides de quasiparticule

Le vide de quasiparticule est un des concepts centraux du formalisme (TD)EDF. Un tel vide, associé à un jeu d'opérateurs de quasi-particules  $\{\hat{a}^\dagger, \hat{a}\}$  est défini comme un vecteur d'état  $|0_a\rangle$  tel que

$$\forall i, \quad \hat{a}_i |0_a\rangle = 0. \quad (\text{A.34})$$

C'est ce type de vecteur d'état qui est utilisé dans le formalisme (TD)HFB utilisé tout au long de ce mémoire. En particulier, on s'intéresse dans ce mémoire uniquement à des systèmes nucléaires paires-pairs. Dans ce cas, et en remarquant que tout vide de Bogoliubov est état propre de l'opérateur nombre parité, tout autre jeu de quasi-particules  $\{\hat{b}^\dagger, \hat{b}\}$  obtenu par la transformation  $\hat{\mathcal{T}}_{a \rightarrow b}$  du jeu d'opérateurs de quasiparticules  $\{\hat{a}^\dagger, \hat{a}\}$  aura pour vide :

$$|0_b\rangle = \hat{\mathcal{T}}_{a \rightarrow b} |0_a\rangle, \quad (\text{A.35})$$

avec le même nombre parité, et où  $\hat{\mathcal{T}}_{a \rightarrow b}$  est la transformation définie aux équations (A.28) et (A.29). La structure de groupe de ces transformations sont exploitées au maximum lors de la dérivation des équations TDHFB de la partie 1.3.

## A.4 Variations au premier ordre

Le formalisme TDEDF reposant sur le calcul variationnel, on se propose enfin de montrer quelques effets de transformations de Bogoliubov infinitésimales de la matrice densité généralisée. On rappelle la définition de la matrice densité généralisée  $\mathcal{R}$  sur un vide de Bogoliubov  $|0_a\rangle$  :

$$\mathcal{R} = \begin{pmatrix} \rho & \kappa \\ -\kappa^* & 1 - \rho^* \end{pmatrix}, \text{ soit } \mathcal{R}_{ij} = \langle 0_a | \hat{\alpha}_j^\dagger \hat{\alpha}_i | 0_a \rangle \quad (\text{A.36})$$

dans les notations définies par l'équation (A.13). L'action d'une transformation infinitésimale de paramètre  $\delta Y$  sur  $\mathcal{R}$  peut s'écrire :

$$\begin{aligned} \mathcal{R}_{ij}^{\delta Y} &= \langle 0_a | e^{\frac{i}{2} \sum_{\mu\nu} \delta Y_{\mu\nu} \hat{\alpha}_\mu^\dagger \hat{\alpha}_\nu} \hat{\alpha}_j^\dagger \hat{\alpha}_i e^{-\frac{i}{2} \sum_{\mu\nu} \delta Y_{\mu\nu} \hat{\alpha}_\mu^\dagger \hat{\alpha}_\nu} | 0_a \rangle \\ &= \mathcal{R}_{ij} + \frac{i}{2} \sum_{\mu\nu} \delta Y_{\mu\nu} \langle 0_a | [\hat{\alpha}_\mu^\dagger \hat{\alpha}_\nu, \hat{\alpha}_j^\dagger \hat{\alpha}_i] | 0_a \rangle \\ &= \mathcal{R}_{ij} + i [\delta Y, \mathcal{R}]_{ij}, \end{aligned} \quad (\text{A.37})$$

en utilisant les relations (A.19) et (A.26). Ainsi, il n'est pas nécessaire de forcer la matrice densité généralisée à satisfaire aux relations (1.16), ces relations étant satisfaites par les propriétés de  $\delta Y$ .

Enfin, une transformation de Bogoliubov infinitésimale a pour effet, sur la partie temporelle de la fonctionnelle d'action  $S$  de l'équation (1.6) :

$$\begin{aligned} & \int_{t_i}^{t_f} \langle 0_a | e^{\frac{i}{2} \sum_{\mu\nu} \delta Y_{\mu\nu} \hat{\alpha}_\mu^\dagger \hat{\alpha}_\nu} \left( i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \right) e^{-\frac{i}{2} \sum_{\mu\nu} \delta Y_{\mu\nu} \hat{\alpha}_\mu^\dagger \hat{\alpha}_\nu} | 0_a \rangle dt \\ &= \int_{t_i}^{t_f} \left( \langle 0_a | i\hbar \frac{\partial}{\partial t} | 0_a \rangle + \frac{i}{2} \sum_{\mu\nu} \left[ \langle 0_a | \delta Y_{\mu\nu} \hat{\alpha}_\mu^\dagger \hat{\alpha}_\nu i\hbar \frac{\partial}{\partial t} | 0_a \rangle - \langle 0_a | i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \delta Y_{\mu\nu} \hat{\alpha}_\mu^\dagger \hat{\alpha}_\nu | 0_a \rangle \right] \right) dt, \end{aligned}$$

où la dérivation temporelle agit à droite. En utilisant les conditions aux limites  $\delta Y(t_i) = \delta Y(t_f) = 0$ , on peut intégrer par parties le troisième terme de l'équation précédente. Nous obtenons alors :

$$\begin{aligned} & \int_{t_i}^{t_f} \langle 0_a | e^{\frac{i}{2} \sum_{\mu\nu} \delta Y_{\mu\nu} \hat{\alpha}_\mu^\dagger \hat{\alpha}_\nu} \left( i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \right) e^{-\frac{i}{2} \sum_{\mu\nu} \delta Y_{\mu\nu} \hat{\alpha}_\mu^\dagger \hat{\alpha}_\nu} | 0_a \rangle dt \\ &= \int_{t_i}^{t_f} \left( \langle 0_a | i\hbar \frac{\partial}{\partial t} | 0_a \rangle + \frac{i}{2} \sum_{\mu\nu} \delta Y_{\mu\nu} \left( \langle 0_a | \hat{\alpha}_\mu^\dagger \hat{\alpha}_\nu i\hbar \frac{\partial}{\partial t} | 0_a \rangle + i\hbar \frac{\partial}{\partial t} (\langle 0_a | \hat{\alpha}_\mu^\dagger \hat{\alpha}_\nu | 0_a) \right) \right) dt, \\ &= \int_{t_i}^{t_f} \left( \langle 0_a | i\hbar \frac{\partial}{\partial t} | 0_a \rangle + \frac{i}{2} \sum_{\mu\nu} \delta Y_{\mu\nu} i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \mathcal{R}_{\nu\mu} \right) dt. \end{aligned} \quad (\text{A.38})$$

Cette relation est utilisée lors de la dérivation des équations TDHFB de la partie 1.3.3.

# Méthode statistique d'analyse en présence d'un bruit de fond

---

On se propose dans cette annexe d'illustrer la démarche proposée dans [Brü03] et expliquée à la partie 4.4.3. On a supposé que l'on désire connaître le taux d'occurrence d'événements physiques assez rares en présence d'un bruit de fond d'espérance connue. Ces événements physiques ainsi que les événements fortuits suivent une statistique de Poisson, c'est à dire que la probabilité qu'une mesure donne  $N$  événements sachant que le taux d'occurrence de ces derniers est  $\lambda$  s'écrit :

$$p(N|\lambda) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^N}{N!}. \quad (\text{B.1})$$

On désire évaluer le taux d'occurrence pour les événements physiques cachés dans un bruit de fond. On suppose ici le taux d'événements fortuits (bruit de fond) appelé  $\lambda_b$  connu. Lors d'une réalisation de l'expérience, on note le nombre d'événements mesurés (nombre total d'événements)  $K$ , qui se trouve être la somme des nombres d'événements de bruit  $B$  et des événements réels  $R$  ( $K = B + R$ ).

On rappelle alors qu'on peut évaluer la probabilité que parmi ces  $K$  événements, il y en ait  $B$  correspondant à des événements fortuits [Brü03] connaissant  $\lambda_b$  :

$$p(B|K \text{ \& } \lambda_b) = \frac{e^{-\lambda_b} \frac{\lambda_b^B}{B!}}{\sum_{n=0}^K e^{-\lambda_b} \frac{\lambda_b^n}{n!}}. \quad (\text{B.2})$$

En particulier, la probabilité d'avoir  $B$  événements fortuits est égale à la probabilité d'avoir  $R = K - B$  événements réels. Afin d'illustrer cette méthode, on propose de reprendre exactement le même exemple que la référence [Brü03] : une réalisation de 3 événements (fortuits+réels) avec un taux d'occurrence des événements fortuits connu *a priori*  $\lambda_b = 1.2$ . La distribution de Poisson  $p(N|\lambda_b)$ , représentant la probabilité d'obtenir dans une expérience quelconque (réalisée dans des conditions identiques -durée, méthode et dispositif expérimental- que celle ayant permis d'obtenir l'espérance de bruit de fond  $\lambda_b$ ) d'obtenir  $N$  événements de bruit de fond est représentée sur la partie gauche de la figure FIG. B.1. Sur cette même figure (à droite), est représenté la probabilité, pour une réalisation de l'expérience où le nombre total d'événements détectés (fortuits+réels) est égal à  $K = 3$ , d'avoir  $B$  événements de bruit de fond (connaissant le taux d'occurrence  $\lambda_b = 1.2$ ). Cette distribution de probabilité est issue de l'équation (B.2).

On aussi que les événements réels suivent une statistique de Poisson (on note son paramètre (aussi appelé espérance)  $\lambda_r$ ). On peut donc en déduire la densité de

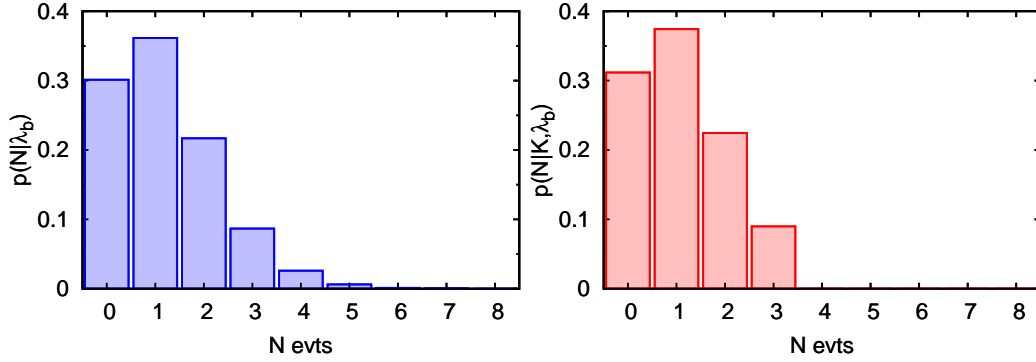


FIGURE B.1: (gauche) Distribution de probabilité (loi de Poisson) d'obtenir  $B$  événements de bruit de fond dans une expérience donnée. (droite) Distribution de probabilité que dans une réalisation où 3 événements ont été obtenus,  $B$  d'entre eux soient des événements de bruit de fond ( $\lambda_b = 1.2$  dans les deux cas).

probabilité de la variable  $\lambda_r$  pour une réalisation de  $K$  événements incluant un bruit de fond poissonnien d'espérance  $\lambda_b$  :

$$p(\lambda_r|K \ \& \ \lambda_b) = \sum_{B=0}^K \frac{e^{-\lambda_b} \frac{\lambda_b^B}{B!}}{\sum_{n=0}^K e^{-\lambda_b} \frac{\lambda_b^n}{n!}} \times e^{-\lambda_r} \frac{\lambda_r^{K-B}}{(K-B)!}, \quad (B.3)$$

somme des probabilités d'avoir un taux moyen  $\lambda_r$  pour une réalisation à  $R$  événements réels pondérées par les probabilités d'occurrence de  $R = K - B$  événements réels (dans une réalisation de  $K$  événements connaissant le taux moyen de bruit de fond  $\lambda_b$ ). Cette densité de probabilité est représentée sur la figure FIG. B.2, toujours pour l'exemple  $K = 3$  et  $\lambda_r = 1.2$ .

A partir de cette densité de probabilité, on peut finalement déduire les taux d'occurrence des événements réels. Par exemple, la valeur moyenne de cette densité de probabilité, ou sa valeur médiane (50% au dessus, 50% en dessous), ou encore sa valeur la plus probable, agrémenté d'un intervalle d'incertitude (pourvu d'un niveau de confiance). On peut aussi dans les cas où les événements réels ne se démarquent pas du bruit de fond (cas que l'on a utilisé dans ce manuscrit), proposer une valeur maximale toujours agrémentée d'un niveau de confiance (« Confidence Level » en anglais).

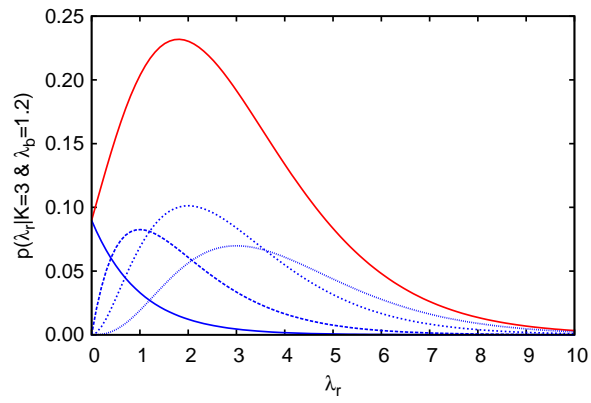


FIGURE B.2: Distribution de probabilité  $p(\lambda_r|K \text{ \& } \lambda_b)$  de  $\lambda_r$  sachant  $\lambda_b = 1.2$  et  $K = 3$  (courbe rouge). Les courbes bleues représentent ses différentes composantes intervenant dans la somme de l'équation (4.6), pour  $B=3, R=0$  en trait plein jusqu'à  $B=0, R=3$  en pointillés fins.



# Bibliographie

- [Ack07] D. Ackermann, Nucl. Phys. A 787, 353c (2007). [2](#)
- [Ada97] G. G. Adamian, N. V. Antonenko, W. Scheid et V. V. Volkov, Nucl. Phys. A 627, 361–378 (1997). [93](#), [132](#)
- [Ada00] G. G. Adamian, N. V. Antonenko et W. Scheid, Nucl. Phys. A 678, 24–38 (2000). [102](#), [126](#)
- [Agr06] B. K. Agrawal, S. K. Dhiman et R. Kumar, Phys. Rev. C 73, 034319 (2006). [41](#)
- [Ann92] R. Anne et A. C. Mueller, Nucl. Inst. Meth. B 70, 276–285 (1992). [104](#)
- [Ant95] N. V. Antonenko, E. A. Cherepanov, A. K. Nasirov, V. P. Permjakov et V. V. Volkov, Phys. Rev. C 51, 2635–2645 (1995). [93](#), [132](#)
- [Ari04] Y. Aritomo et M. Ohta, Nucl. Phys. A 744, 3–14 (2004). [93](#), [132](#)
- [Arm00] P. Armbruster, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 50, 411 (2000). [2](#)
- [Ass09] M. Assié et D. Lacroix, Phys. Rev. Lett. 102, 202501 (2009). [55](#)
- [Ave08] B. Avez, C. Simenel et P. Chomaz, Phys. Rev. C 78, 044318 (2008). [3](#), [8](#), [22](#), [23](#), [26](#), [59](#), [64](#), [79](#), [131](#)
- [Ayi85] S. Ayik et M. Dworzecka, Nucl. Phys. A 440, 424 – 436 (1985). [41](#), [55](#)
- [Bal47] G. C. Baldwin et G. S. Klaiber, Phys. Rev. 71, 3 (1947). [1](#), [33](#)
- [Bar57] J. Bardeen, L. Cooper et J. Schrieffer, Phys. Rev. 108, 1175–1204 (1957). [1](#), [11](#), [13](#)
- [Bar91] E. Baron, GANIL (1991). [112](#), [113](#)
- [Bas74] R. Bass, Nucl. Phys. A 231, 45–63 (1974). [92](#)
- [Bas77] R. Bass, Phys. Rev. Lett. 39, 265–268 (1977). [92](#), [95](#), [98](#)
- [Bay95] D. Baye, J. Phys. B 28, 4399–4412 (1995). [65](#)
- [Ben99] M. Bender, K. Rutz, P.-G. Reinhard, J. A. Maruhn et W. Greiner, Phys. Rev. C 60, 034304 (1999). [89](#)
- [Ben00] M. Bender, K. Rutz, P.-G. Reinhard et J. Maruhn, Eur. Phys. J. A 8, 59–75 (2000). [24](#), [78](#)
- [Ben01] M. Bender, W. Nazarewicz et P.-G. Reinhard, Phys. Lett. B 515, 42–48 (2001). [89](#)
- [Ben03] M. Bender, P.-H. Heenen et P.-G. Reinhard, Rev. Mod. Phys. 75, 121–180 (2003). [3](#), [7](#), [21](#), [23](#), [62](#), [81](#), [86](#)
- [Ben05] K. Bennaceur et J. Dobaczewski, Comp. Phys. Com. 168, 96–122 (2005). [26](#)
- [Ben09] M. Bender, T. Duguet et D. Lacroix, Phys. Rev. C 79, 044319 (2009). [10](#)

- [Ber83] G. F. Bertsch, P. F. Bortignon et R. A. Broglia, *Rev. Mod. Phys.* 55, 287–314 (1983). 35
- [Bès66] D. Bès et R. Broglia, *Nucl. Phys. A* 80, 289–313 (1966). 3, 57, 60, 62
- [Bet56] H. Bethe, *Phys. Rev.* 103, 1353 (1956). 9
- [Bla76] J. P. Blaizot, D. Gogny et B. Grammaticos, *Nucl. Phys. A* 265, 315–336 (1976). 3
- [Bla86] J.-P. Blaizot et G. Ripka, *Quantum Theory of Finite Systems*, MIT Press (1986). 3, 9, 39, 60, 61, 63, 131, 135
- [Blo62] C. Bloch et A. Messiah, *Nucl. Phys.* 39, 95 (1962). 13, 136
- [Blo76] J. Blocki et H. Flocard, *Nucl. Phys. A* 273, 45–60 (1976). 22
- [Blo77] J. Blocki, J. Randrup, W. J. Świątecki et C. F. Tsang, *Ann. Phys.* 105, 427–462 (1977). 92, 98
- [Blo79] J. Blocki et H. Flocard, *Phys. Lett. B* 85, 163–166 (1979). 41
- [Bog58] N. Bogoliubov, *Sov. Phys. JETP* 7, 41 (1958). 11, 12, 137
- [Bog03] S. Bogner, T. Kuo et A. Schwenck, *Phys. Rep.* 386, 1 (2003). 9
- [Boh53a] A. Bohr et B. R. Mottelson, *Phys. Rev.* 89, 316–317 (1953). 1
- [Boh53b] A. Bohr et B. R. Mottelson, *Phys. Rev.* 90, 717–719 (1953). 1
- [Boh58] A. Bohr, B. R. Mottelson et D. Pines, *Phys. Rev.* 110, 936–938 (1958). 1, 10
- [Boh64] A. Bohr, in *Comptes rendus du congrès international de physique nucléaire, Paris (France)*, vol. 1, 487 (1964). 57
- [Boh75] A. Bohr et B. Mottelson, *Nuclear Structure*, 2 vol., W.A. Benjamin, Inc. (1975). 1, 3, 7, 33, 57, 58, 60, 79, 83
- [Bon76] P. Bonche, S. Koonin et J. W. Negele, *Phys. Rev. C* 13, 1226 (1976). 22
- [Bon00] P. Bonche, *P. Th. Ph.* 140, 156–175 (2000). 8
- [Bor89] W. T. A. Borghols *et al.*, *Nucl. Phys. A* 504, 231 – 268 (1989). 41, 52
- [Bor90] W. T. A. Borghols *et al.*, *Nucl. Phys. A* 515, 173 – 206 (1990). 41
- [Bor98] P. F. Bortignon, A. Bracco et R. A. Broglia, *Giant Resonances : Nuclear Structure at Finite Temperature*, CRC Press (1998). 35
- [Bor06] P. Borycki, J. Dobaczewski, W. Nazarewicz et M. Stoitsov, *Phys. Rev. C* 73, 044319 (2006). 23
- [Bra87] S. Brandenburg *et al.*, *Nucl. Phys. A* 466, 29 – 69 (1987). 41
- [Bra88] A. Bracco *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* 60, 2603–2606 (1988). 49, 50
- [Bra89] S. Brandenburg *et al.*, *Phys. Rev. C* 39, 2448–2451 (1989). 41, 49, 50
- [Bri05] D. Brink et R. Broglia, *Nuclear Superfluidity : Pairing in finite systems*, Cambridge University Press (2005). 29
- [Bro67] R. A. Broglia et C. Riedel, *Nucl. Phys. A* 92, 145–174 (1967). 79, 83



- [Bro73] R. Broglia, O. Hansen et C. Riedel, *Advances in Nuclear Physics* 6, 287 (1973). 3, 57, 58, 76, 79, 83
- [Bro77] R. Broglia et D. Bès, *Phys. Lett. B* 69, 129–133 (1977). 58
- [Bru55] K. A. Brueckner, *Phys. Rev.* 97, 1353 (1955). 9
- [Brü03] W. Brühle, *Rad. Act.* 91, 071 (2003). 119, 143
- [Bul90] A. Bulgac, *Phys. Rev. C* 41, 2333–2339 (1990). 28
- [Bul02a] A. Bulgac, *Phys. Rev. C* 65, 051305 (2002). 23
- [Bul02b] A. Bulgac et Y. Yu, *Phys. Rev. Lett.* 88, 042504 (2002). 23
- [Cha32] J. Chadwick, *Roy. Soc. Lond. Proc. A* 136, 692–708 (1932). 1
- [Cha97] E. Chabanat, P. Bonche, P. Haensel, J. Meyer et R. Schaeffer, *Nucl. Phys. A* 627, 710–746 (1997). 21, 23
- [Cha98] E. Chabanat, P. Bonche, P. Haensel, J. Meyer et R. Schaeffer, *Nucl. Phys. A* 635, 231–256 (1998). 23, 79, 81, 82, 130
- [Cha06] A. Chatillon *et al.*, *Eur. Phys. J. A* 30, 397–411 (2006). 104
- [Cha07] A. Chatillon *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* 98, 132503–+ (2007). 104
- [Chi03] A. Y. Chizhov *et al.*, *Phys. Rev. C* 67, 011603 (2003). 92
- [Cho87] P. Chomaz, N. V. Giai et S. Stringari, *Phys. Lett. B* 189, 375 – 380 (1987). 39, 41, 44
- [Cho95] P. Chomaz et N. Frascaria, *Phys. Rep.* 252, 275 – 405 (1995). 34
- [Chu99] S. Chu, L. Ekström et R. Firestone, *www Table of Radioactive Isotopes*, url : <http://nucleardata.nuclear.lu.se/nucleardata/toi/> (1999). 105
- [Col92] G. Colò, P. F. Bortignon, N. van Giai, A. Bracco et R. A. Broglia, *Phys. Lett. B* 276, 279–284 (1992). 36, 131
- [Col04] G. Colò et N. Van Giai, *Nucl. Phys. A* 731, 15 (2004). 39
- [Col07] G. Colò, P. F. Bortignon, S. Fracasso et N. van Giai, *Nucl. Phys. A* 788, 173–181 (2007). 44
- [Coo56] L. Cooper, *Phys. Rev.* 104, 1189–1190 (1956). 1, 11
- [Cus79] R. Y. Cusson et H. W. Meldner, *Phys. Rev. Lett.* 42, 694 (1979). 22
- [Cus80] R. Y. Cusson, J. A. Maruhn et H. Stöcker, *Zeit. Phys. A* 294, 257 (1980). 22
- [Ćwi96] S. Ćwiok, J. Dobaczewski, P.-H. Heenen, P. Magierski et W. Nazarewicz, *Nucl. Phys. A* 611, 211–246 (1996). 89
- [Dec80] J. Dechargé et D. Gogny, *Phys. Rev. C* 21, 1568–1593 (1980). 3, 7, 10
- [Deu87] E. Deumens, B. Weiner et Y. Ohrn, *Nucl. Phys. A* 466, 85–108 (1987). 135
- [Dir30] P. A. M. Dirac, *Proc. Cambridge Philos. Soc.* 26, 376 (1930). 7

- [Dob84] J. Dobaczewski, H. Flocard et J. Treiner, Nucl. Phys. A 422, 103–139 (1984). 16, 23, 29
- [Dob05] J. Dobaczewski, *Teoria układów jądrowych*, Lecture given at the university of Varsaw (2005). 135
- [Dra08] I. Dragojevic *et al.*, Phys. Rev. C 78, 024605 (2008). 125, 131
- [Dug01] T. Duguet, P. Bonche, P.-H. Heenen et J. Meyer, Phys. Rev. C 65, 014311 (2001). 78
- [Dug09] T. Duguet, M. Bender, K. Bennaceur, D. Lacroix et T. Lesinski, Phys. Rev. C 79, 044320 (2009). 10
- [Duo94] H. L. Duorah et T. K. Phukon, A&A 283, 867 (1994). 41
- [Eng75] Y. Engel, D. Brink, K. Goeke, S. Krieger et D. Vautherin, Nucl. Phys. A 249, 215–238 (1975). 21
- [Eng07] J. Engel, Phys. Rev. C 75, 014306 (2007). 10
- [Fad08] M. Fadil *et al.*, Nucl. Inst. Meth. B 266, 4318–4321 (2008). 127
- [Fel98] H. Feldmeier, T. Neff, R. Roth et J. Schnack, Nucl. Phys. A 632, 61 (1998). 9
- [Fle68] G. Flerov *et al.*, JINR preprint P7-3808 (1968). 89
- [Flo78] H. Flocard, S. E. Koonin et M. S. Weiss, Phys. Rev. C 17, 1682–1699 (1978). 22, 26
- [Foc30] V. Fock, Z. Phys. A 61, 126–148 (1930). 7
- [For02] L. Fortunato, W. von Oertzen, H. M. Sofia et A. Vitturi, Eur. Phys. J. A 14, 37–42 (2002). 59
- [Gäg84] H. Gäggeler *et al.*, Zeit. Phys. A 316, 291–307 (1984). 92
- [Gat08] J. M. Gates *et al.*, Phys. Rev. C 77, 034603 (2008). 105
- [Gei09] H. Geiger et E. Marsden, Roy. Soc. Lond. Proc. A 82, 495–500 (1909). 1
- [Ghi55] A. Ghiorso *et al.*, Phys. Rev. 98, 1518 (1955). 89
- [Ghi70] A. Ghiorso *et al.*, Phys. Rev. Lett. 26, 1498 (1970). 89
- [Ghi74] A. Ghiorso *et al.*, Phys. Rev. Lett. 33, 1490 (1974). 90
- [Gia81] N. V. Giai et H. Sagawa, Nucl. Phys. A 371, 1 – 18 (1981). 41
- [Gia88] N. V. Giai, P. Chomaz, P. F. Bortignon, F. Zardi et R. A. Broglia, Nucl. Phys. A 482, 437 – 452 (1988). 36, 41
- [Goe05] A. Goergen *et al.*, Act. Phys. Pol. B 36, 1281 (2005). 2
- [Gol48] M. Goldhaber et E. Teller, Phys. Rev. 74, 1046–1049 (1948). 1, 33
- [Gol09] C. Golabek et C. Simenel, arXiv : 0904.3047 [nucl-th] (à paraître dans Phys. Rev. Lett.) (2009). 100
- [Gor00] M. L. Gorelik, S. Shlomo et M. H. Urin, Phys. Rev. C 62, 044301 (2000). 41, 49, 50

- [Gré02] S. Grévy *et al.*, Jour. Nucl. Rad. Sci. 4, 1 (2002). 104
- [Hag01] K. Hagino et H. Sagawa, Nucl. Phys. A 695, 82 – 94 (2001). 41
- [Har28] D. R. Hartree, Proc. Cambridge Philos. Soc. 24, 89 (1928). 7
- [Har01] M. N. Harakeh et A. van der Woude, *Giant Resonances : Fundamental High-Frequency Modes of Nuclear Excitation*, Oxford University Press (2001). 33, 35
- [Har02] M. N. Harakeh, Eur. Phys. J. A 13, 169–175 (2002). 50, 54
- [Has07] Y. Hashimoto et K. Nodeki arXiv :0707.3083 [nucl-th] (2007). 8, 22, 64
- [Hee01] P.-H. Heenen, A. Valor, M. Bender, P. Bonche et H. Flocard, Eur. Phys. J. A 11, 393–402 (2001). 81
- [Her85] M. Herzog, R. Liotta et T. Verste, Phys. Lett. B 165, 35–38 (1985). 58
- [Her04] R. Herzberg, J. Phys. G : Nucl. Part. Phys. 30, R123 (2004). 2
- [Her08] R. Herzberg et P. Greenlees, Prog. Part. Nucl. Phys. 61, 674–720 (2008). 2
- [Her09] H. Hergert et R. Roth, arXiv :0902.3933 [nucl-th] (2009). 11
- [Hes97] F. Hessberger *et al.*, Zeit. Phys. A 359, 415–425 (1997). 105, 125, 131
- [Hil53] D. L. Hill et J. A. Wheeler, Physical Review 89, 1102–1145 (1953). 9
- [Hil07] S. Hilaire et M. Girod, Eur. Phys. J. A 33, 237–241 (2007). 7
- [Hin02] D. J. Hinde, M. Dasgupta et A. Mukherjee, Phys. Rev. Lett. 89, 282701 (2002). 92
- [Hof95a] S. Hofmann *et al.*, Zeit. Phys. A 350, 277 (1995). 90
- [Hof95b] S. Hofmann *et al.*, Zeit. Phys. A 350, 281 (1995). 90
- [Hof96] S. Hofmann *et al.*, Zeit. Phys. A 354, 229 (1996). 90
- [Hof97] S. Hofmann *et al.*, Zeit. Phys. A 358, 377 (1997). 126
- [Hof00] S. Hofmann et G. Münzenberg, Rev. Mod. Phys. 72, 733–767 (2000). 2, 89, 91, 101
- [Hog61] J. Hogaasen-Feldman, Nucl. Phys. 28, 258 (1961). 57
- [Hoh64] P. Hohenberg et W. Kohn, Phys. Rev. 136, B864–B871 (1964). 7, 10
- [Hun04] M. Hunyadi *et al.*, Nucl. Phys. A 731, 49 – 56 (2004). 2, 41
- [Hun07] M. Hunyadi *et al.*, Phys. Rev. C 75, 014606 (2007). 2, 41
- [Ike02] H. Ikezoe *et al.*, (Antoine Drouart, *Communication privée*) (2002). 102, 103, 126, 131
- [Jos74] B. Josephson, Rev. Mod. Phys. 46, 251–254 (1974). 29, 132
- [Kha02] E. Khan, N. Sandulescu, M. Grasso et N. V. Giai, Phys. Rev. C 66, 024309 (2002). 22, 41
- [Kha04] E. Khan, N. Sandulescu, N. Van Giai et M. Grasso, Phys. Rev. C 69, 014314 (2004). 59, 70, 79, 86, 132

- [Kha09] E. Khan, M. Grasso et J. Margueron, ArXiv e-prints (2009). [79](#), [81](#), [86](#), [130](#)
- [Kim97] K.-H. Kim, T. Otsuka et P. Bonche, J. Phys. G : Nucl. Part. Phys. 23, 1267–1273 (1997). [3](#), [4](#), [8](#), [29](#), [30](#), [93](#), [94](#)
- [Koh65] W. Kohn et L. Sham, Phys. Rev. 140, A1133–A1138 (1965). [7](#), [10](#)
- [Kru00] A. T. Kruppa *et al.*, Phys. Rev. C 61, 034313 (2000). [89](#)
- [Lac99] D. Lacroix, P. Chomaz et S. Ayik, Nucl. Phys. A 651, 369 – 378 (1999). [41](#), [55](#)
- [Lac04] D. Lacroix, S. Ayik et P. Chomaz, Prog. Part. Nucl. Phys. 52, 497–563 (2004). [36](#), [41](#), [131](#)
- [Lac09] D. Lacroix, T. Duguet et M. Bender, Phys. Rev. C 79, 044318 (2009). [10](#)
- [Lei04] M. Leino et F. Hessberger, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 54, 175 (2004). [2](#)
- [Les06] T. Lesinski, K. Bennaceur, T. Duguet et J. Meyer, Phys. Rev. C 74, 044315 (2006). [21](#), [23](#)
- [Les07] T. Lesinski, M. Bender, K. Bennaceur, T. Duguet et J. Meyer, Phys. Rev. C 76, 014312 (2007). [23](#)
- [Les08] T. Lesinski et V. Rotival, *Communication privée*(2008). [82](#), [130](#)
- [Les09] T. Lesinski, T. Duguet, K. Bennaceur et J. Meyer, Eur. Phys. J. A 85 (2009). [11](#), [132](#)
- [Lhe93] I. Lhenry, T. Suomijarvi, P. Chomaz et N. Giai, Nucl. Phys. A 565, 524 (1993). [63](#)
- [Li07] T. Li *et al.*, Phys. Rev. Lett. 99, 162503 (2007). [51](#), [54](#)
- [Liu76] K. F. Liu et N. V. Giai, Phys. Lett. B 65, 23 – 26 (1976). [41](#)
- [Lui01] Y.-W. Lui, H. L. Clark et D. H. Youngblood, Phys. Rev. C 64, 064308 (2001). [51](#)
- [Mar08] J. Margueron, H. Sagawa et K. Hagino, Phys. Rev. C 77, 054309 (2008). [132](#)
- [May48] M. G. Mayer, Phys. Rev. 74, 235–239 (1948). [1](#), [7](#)
- [May49] M. G. Mayer, Phys. Rev. 75, 1969–1970 (1949). [1](#), [7](#)
- [May50a] M. G. Mayer, Phys. Rev. 78, 16–21 (1950). [1](#)
- [May50b] M. G. Mayer, Phys. Rev. 78, 22–23 (1950). [1](#)
- [Mei39] L. Meitner et O. R. Frisch, Nat. 143, 239–240 (1939). [1](#), [89](#)
- [Méo99] F. Méot, Nucl. Inst. Meth. A 427, 353–356 (1999). [112](#)
- [Mes09] J. Messud, M. Bender et E. Suraud, arXiv : 0904.0162 [nucl-th] (2009). [10](#)
- [Mon08] C. Monrozeau *et al.*, Phys. Rev. Lett. 100, 042501 (2008). [51](#)
- [Mor88a] S. Mordechai *et al.*, Phys. Rev. Lett. 60, 408 (1988). [34](#)

- [Mor88b] S. Mordechai *et al.*, Phys. Rev. Lett. 61, 531 (1988). 34
- [Mor99] C. R. Morton *et al.*, Phys. Rev. C 60, 044608 (1999). 94, 96, 97
- [Mor08] M. Morjean *et al.*, Phys. Rev. Lett. 101, 072701 (2008). 90
- [Mün81] G. Münzerberg *et al.*, Zeit. Phys. A 300, 107 (1981). 90
- [Mün82] G. Münzerberg *et al.*, Zeit. Phys. A 309, 89 (1982). 90
- [Mün84] G. Münzerberg *et al.*, Zeit. Phys. A 317, 317 (1984). 90
- [Nak05] T. Nakatsukasa *et al.*, Phys. Rev. C 71, 024301 (2005). 39, 41
- [Nak07] T. Nakatsukasa *et al.*, Nucl. Phys. A 788, 349 – 354 (2007), proceedings of the COMEX 2 conference. 41
- [Nay09] B. Nayak *et al.*, Phys. Lett. B 674, 281 – 285 (2009). 2, 41
- [Nef03] T. Neff *et al.*, Nucl. Phys. A 713, 311 (2003). 9
- [Neg78] J. W. Negele, S. E. Koonin, P. Möller, J. R. Nix *et al.*, Phys. Rev. C 17, 1098–1115 (1978). 22
- [Neg82] J. W. Negele, Rev. Mod. Phys. 54, 913 (1982). 8
- [Oga74] Y. Oganessian *et al.*, JETP Lett. 20, 265 (1974). 90
- [Oga99] Y. Oganessian *et al.*, Phys. Rev. Lett. 83, 3154 (1999). 90
- [Oga00] Y. Oganessian *et al.*, Phys. Rev. C 63, 011301 (2000). 90
- [Oga06] Y. Oganessian *et al.*, Phys. Rev. C 74, 044602 (2006). 90
- [Oga07] Y. Oganessian, Nucl. Phys. A 787, 343c (2007). 2
- [Oga09] Y. Oganessian *et al.*, Phys. Rev. C 79, 024608 (2009). 126, 131
- [Oht01] M. Ohta *et al.*, (Antoine Drouart, *Communication privée*) (2001). 102, 103, 126
- [Pas08] A. Pastore, F. Barranco, R. Broglia *et al.*, Phys. Rev. C 78, 024315 (2008). 11
- [Pau95] E. Paul *et al.*, Phys. Rev. C 51, 78 (1995). 104
- [Per04] E. Perlińska, S. Rohoziński, J. Dobaczewski *et al.*, Phys. Rev. C 69, 014316 (2004). 21
- [Pér05] S. Péru, J.-F. Berger *et al.*, Eur. Phys. J. A 26, 25 (2005). 39
- [Pér07] S. Péru, H. Goutte *et al.*, Nucl. Phys. A 788, 44c–49c (2007). 22
- [Pop01] A. G. Popeko *et al.*, (Antoine Drouart, *Communication privée*) (2001). 102, 103, 126, 131
- [Pot09] G. Potel, B. F. Bayman, F. Varranco, E. Vigezzi *et al.*, arXiv :0906.4298 [nucl-th] (2009). 86
- [Qia09] J. Qian *et al.*, Phys. Rev. C 79, 064319 (2009). 105
- [Qui93] A. B. Quint *et al.*, Zeit. Phys. A 346, 119–131 (1993). 91, 92, 101
- [Rei92] W. Reisdorf *et al.*, Zeit. Phys. A 342, 411–427 (1992). 92

- [Rei06] P.-G. Reinhard, P. D. Stevenson, D. Almedeh, J. A. Maruhn et M. R. Strayer, Phys. Rev. E 73, 036709 (2006). 44, 68
- [Rei07] P. G. Reinhard, L. Guo et J. A. Maruhn, Eur. Phys. J. A 32, 19–24 (2007). 39, 131
- [Rin80] P. Ring et P. Schuck, *The Nuclear Many-Body Problem*, Springer Verlag (1980). 3, 7, 9, 13, 22, 33, 39, 61, 63, 131, 135
- [Rip69] G. Ripka et R. Padjen, Nucl. Phys. A 132, 489–511 (1969). 60, 76
- [Rot08] V. Rotival, *Fonctionnelles d'énergie non-empiriques pour la structure nucléaire*, Thèse, Université Denis Diderot - Paris VII (2008). 25
- [Row91] N. Rowley, G. R. Satchler et P. H. Stelson, Phys. Lett. B 254, 25–29 (1991). 94
- [Run84] E. Runge et E. Gross, Phys. Rev. Lett. 52, 997 (1984). 7, 10
- [Rut11] E. Rutherford, Phys. Mag. 21, 669–698 (1911). 1
- [Rut97] K. Rutz *et al.*, Phys. Rev. C 56, 238–243 (1997). 89
- [Sag03] R. N. Sagaidak *et al.*, Phys. Rev. C 68, 014603 (2003). 92
- [Sah85] C. C. Sahm *et al.*, Nucl. Phys. A 441, 316–343 (1985). 91, 92, 100
- [Sat02] K. Satou, H. Ikezoe, S. Mitsuoka, K. Nishio et S. C. Jeong, Phys. Rev. C 65, 054602 (2002). 91, 101
- [Sch91] K.-H. Schmidt et W. Morawek, Rep. Prog. Phys. 54, 949–1003 (1991). 3, 89, 91, 92
- [Sch00] K.-H. Schmidt *et al.*, Nucl. Phys. A 665, 221–267 (2000). 2
- [Shl75] S. Shlomo et G. Bertsch, Nucl. Phys. A 243, 507 – 518 (1975). 41
- [Sil06] T. Sil, S. Shlomo, B. K. Agrawal et P. G. Reinhard, Phys. Rev. C 73, 034316–7 (2006). 39
- [Sim03] C. Simenel et P. Chomaz, Phys. Rev. C 68, 024302 (2003). 39, 50, 131
- [Sim04] C. Simenel, P. Chomaz et G. de France, Phys. Rev. Lett. 93, 102701 (2004). 93
- [Sim08a] C. Simenel et B. Avez, Int. J. Mod. Phys. E 17, 31–40 (2008). 8, 93, 95, 97
- [Sim08b] C. Simenel, B. Avez et D. Lacroix, *Cours de l'école Joliot-Curie 2007, Maubuisson*. arXiv : 0806.2714 [nucl-th] (2008). 96
- [Sim09] C. Simenel, B. Avez et C. Golabek, arXiv : 0904.2653 [nucl-th] (2009). 95, 96, 98
- [Sky56] T. Skyrme, Phil. Mag. 1, 1043 (1956). 3, 7, 10, 19, 21
- [Sky59] T. Skyrme, Nucl. Phys. 9, 615 (1959). 21
- [Sla51] J. C. Slater, Phys. Rev. 81, 385–390 (1951). 22
- [Sor08] O. Sorlin et M.-G. Porquet, Prog. Part. Nucl. Phys. 61, 602–673 (2008). 2

- [Sos09] Z. Sosin *et al.*, Act. Phys. Pol. B 40, 741 (2009). 108
- [Ste07] P. Stevenson, D. Almehed, P.-G. Reinhard et J. Maruhn, Nucl. Phys. A 788, 343 – 348 (2007), proceedings of the COMEX 2 conference. 41
- [Sto98] C. Stodel, *Experimental Study of the Influence of the Structure of Partners in the Fusion of Nearly Symmetric Systems*, Thèse, Université de Caen et GSI (1998). 91, 92, 101
- [Swi81] W. J. Swiatecki, Phys. Scr. 24, 113 (1981). 92, 98
- [Swi82] W. J. Swiatecki, Nucl. Phys. A 376, 275–291 (1982). 92, 93, 98
- [Szi04] S. Szilner *et al.*, Eur. Phys. J. A 21, 87–91 (2004). 76
- [Tan85] I. Tanihata *et al.*, Phys. Rev. Lett. 55, 2676–2679 (1985). 2
- [Tar02] O. Tarasov, D. Bazin, M. Lewitowicz et O. Sorlin, Nucl. Phys. A 701, 661–665 (2002). 112, 115
- [Ter05] J. Terasaki *et al.*, Phys. Rev. C 71, 034310 (2005). 22
- [Ter06] J. Terasaki et J. Engel, Phys. Rev. C 74, 044301 (2006). 22
- [The02] C. Theisen, *Cours de l'école Joliot-Curie 2002, Maubuisson.* (2002). 90
- [The09] C. Theisen, *Communication privée*(2009). 111
- [Tho60] D. Thouless, Nucl. Phys. A 21, 225–232 (1960). 137
- [Tōk85] J. Tōke *et al.*, Nucl. Phys. A 440, 327–365 (1985). 92
- [Ton84] F. Tondeur, M. Brack, M. Farine et J. M. Pearson, Nucl. Phys. A 420, 297–319 (1984). 86
- [Tow49] C. H. Townes, H. M. Foley et W. Low, Phys. Rev. 76, 1415–1416 (1949). 1
- [Uma05] A. S. Umar et V. Oberacker, Phys. Rev. C 71, 034314 (2005). 8, 93
- [Uma06] A. Umar et V. Oberacker, Phys. Rev. C 73, 054607 (2006). 8, 93
- [Uma08] A. S. Umar, V. E. Oberacker et J. A. Maruhn, Eur. Phys. J. A 110 (2008). 8, 93
- [Uri08] M. Urin, Nucl. Phys. A 811, 107 – 126 (2008). 41
- [Val58] J. Valatin, Nuov. Cim. 7, 843 (1958). 11, 137
- [Var88] D. Varshalovich, A. Moskalev et V. Khersonskii, *Quantum Theory of Angular Momentum*, World Scientific (1988). 25, 45
- [Vau72] D. Vautherin et D. M. Brink, Phys. Rev. C 5, 626–647 (1972). 7
- [Ver84] D. Vermeulen *et al.*, Zeit. Phys. A 318, 157–169 (1984). 91, 92
- [vL99] R. van Leeuwen, Phys. Rev. Lett. 82, 3863 (1999). 10
- [vO01] W. von Oertzen et A. Vitturi, Rep. Prog. Phys. 64, 1247–1337 (2001). 29, 59, 132
- [Was08] K. Washiyama et D. Lacroix, Phys. Rev. C 78, 024610 (2008). 8, 93, 97
- [Wei35] C. F. V. Weizsäcker, Zeit. Phys. 96, 431–458 (1935). 1

- [Whe55] J. Wheeler, in *Proceedings of the international conference on the peaceful uses of atomic energy, Geneva*, vol. 2, 155 (1955). [89](#)
- [Yam08] M. Yamagami, Y. Shimizu et T. Nakatsukasa arXiv :0812.3197 [nucl-th] (2008). [132](#)
- [You01] D. H. Youngblood, Y.-W. Lui et H. L. Clark, Phys. Rev. C 63, 067301 (2001). [51](#)
- [You04a] D. H. Youngblood *et al.*, Phys. Rev. C 69, 054312 (2004). [2](#), [51](#), [53](#)
- [You04b] D. H. Youngblood *et al.*, Phys. Rev. C 69, 034315 (2004). [51](#)
- [Yu03] Y. Yu et A. Bulgac, Phys. Rev. Lett. 90, 222501 (2003). [23](#)
- [Zag01a] V. I. Zagrebaev, (Antoine Drouart, *Communication privée*) (2001). [102](#), [103](#), [126](#)
- [Zag01b] V. I. Zagrebaev, Phys. Rev. C 64, 034606 (2001). [102](#), [132](#)
- [Zum62] B. Zumino, J. Math. Phys. 3, 1055 (1962). [13](#), [136](#)



**Résumé :** Ce mémoire traite de différents aspects des phénomènes collectifs rencontrés en dynamique nucléaire. Le formalisme de la densité fonctionnelle d'énergie dépendante du temps (TDEDF) constitue un des modèles les plus aboutis pour réaliser de telles études. Une des premières implémentations du formalisme TDEDF permettant de traiter l'appariement nucléaire, basée sur la résolution des équations Hartree-Fock-Bogoliubov dépendantes du temps, est présentée. Dans une seconde partie, le formalisme TDEDF est appliqué à l'étude de certaines excitations collectives du noyau. Tout d'abord, l'accent est mis sur les propriétés de structure et de décroissance de la résonance géante monopolaire pour des noyaux à (sous-)couche fermée. Un autre mode d'excitation du noyau atomique est ensuite étudié : les vibrations d'appariement. L'impact des fonctionnelles utilisées a été discuté. La troisième partie est dédiée à l'étude de la synthèse des éléments les plus lourds par fusion d'ions lourds presque symétriques. Ces réactions sont sujettes au phénomène de suppression de la fusion. Ce dernier est illustré au moyen du formalisme TDEDF. Une expérience test sur la fusion par voie symétrique, menée au GANIL sur le système  $^{136}\text{Xe} + ^{124}\text{Sn} \rightarrow ^{260}\text{Rf}^*$ , est ensuite analysée. Aucun résidu d'évaporation n'a été observé. Une section efficace maximale de fusion-évaporation de 81 pb a été obtenue pour la voie  $2n$ . Les difficultés expérimentales rencontrées sont discutées et mises en perspectives avec l'avènement d'une nouvelle génération de faisceaux d'ions radioactifs tels que ceux qui seront disponibles avec Spiral2.

---

**Abstract :** This manuscript is devoted to the study of collective behaviors encountered in nuclear physics. The time dependent energy density functional method (TDEDF) is one of the most achieved model for such studies. One of the first implementation of TDEDF formalism treating pairing correlation (through the resolution of the time dependent Hartree-Fock-Bogoliubov equations) is presented. In a second part, we apply the TDEDF formalism to the study of some collective excitations. First, we focus on the study of structure and decay properties of the giant monopole resonance in some closed shells nuclei. The study of another type of excitation of the atomic nucleus is also investigated : the pairing vibrations. The impact of different energy density functionals is discussed. The third part of this work is devoted to the synthesis of the heaviest elements through nearly symmetric heavy ions fusion. The latter is known to present fusion hindrance. This phenomenon is illustrated through the TDEDF formalism. A test experiment has finally been undertaken at GANIL for the system  $^{136}\text{Xe} + ^{124}\text{Sn} \rightarrow ^{260}\text{Rf}^*$ . No evaporation residue has been identified, and a maximal cross-section of 81 pb has been deduced for the  $2n$  channel. Experimental difficulties encountered during this experiment are discussed, in particular in the perspective of the use of a new generatio of radioactive ions beams such as those which will be available at Spiral2.

---

**Keywords :** Collective motion, energy density functional methods, time-dependent Hartree-Fock-Bogoliubov, giant resonances, pairing vibrations, superheavy elements, nearly symmetric fusion, fusion hindrance

