

# TABLE DES MATIÈRES

<b>Introduction.....</b>	<b>2</b>
<b>Chapitre 1. Généralités sur l'émission acoustique et ses capteurs.....</b>	<b>6</b>
I. Quelques généralités sur le phénomène d'émission acoustique.....	6
I.1 Définitions.....	6
I.2 Brève histoire de l'émission acoustique.....	7
I.3 Principes généraux d'un contrôle par émission acoustique .....	7
I.3.1 Mécanismes sources d'émission acoustique .....	9
I.3.2 Propagation des ondes élastiques.....	9
I.3.3 Détection des événements et traitement des signaux .....	12
II. Présentation générale des capteurs d'émission acoustique .....	15
II.1 Différents types de capteurs .....	15
II.2 Détails sur les capteurs piézoélectriques .....	17
II.2.1 Capteurs piézoélectriques large bande .....	17
II.2.2 Capteurs piézoélectriques résonnants.....	19
II.3 Calibration des capteurs d'émission acoustique.....	21
II.3.1 Étalonnage absolu .....	21
II.3.2 Étalonnage relatif .....	24
III. Conclusion .....	25
<b>Chapitre 2. Réponse d'un capteur par le principe de réciprocité .....</b>	<b>26</b>
I. Formulation du principe de réciprocité pour des systèmes élastodynamiques.....	26
I.1 Élastodynamique linéaire des solides.....	26
I.2 Théorème de réciprocité élastodynamique.....	29
II. Formulation du principe de réciprocité pour des systèmes piézoélectriques .....	31
II.1 Piézoélectricité .....	31
II.2 Établir la relation de réciprocité électromécanique.....	32
II.2.1 Termes élastodynamiques .....	33
II.2.2 Termes électriques.....	34
II.2.3 Couplages des termes élastiques et électriques.....	35
II.3 Simplification des termes électriques .....	36
III. Détermination de la fonction de sensibilité d'un capteur EA par le principe de réciprocité.....	38
III.1 Formulation exacte de la sensibilité d'un capteur .....	38
III.2 Formulation approchée de la sensibilité d'un capteur .....	39

IV. Conclusion .....	42
----------------------	----

### **Chapitre 3. Configurations simplifiées pour le calcul de la réponse des capteurs en émission 44**

I. Modèle unidimensionnel : Méthode de Thomson-Haskell.....	45
I.1 Matrices de transfert pour les solides isotropes .....	46
I.1.1 Décomposition du champ de déplacement .....	46
I.1.2 Superposition d'ondes planes dans un milieu stratifié .....	47
I.1.3 Matrice de transfert d'une couche de solide isotrope .....	48
I.2 Conditions aux limites .....	50
I.2.1 Déplacement imposé et condition de surface libre en sortie du système .....	50
I.2.2 Cas d'application : imposition d'une contrainte en entrée et d'un milieu semi-infini en sortie du système .....	51
I.3 Matrice de transfert d'une couche de piézoélectrique .....	52
I.4 Validation numérique du modèle de Thomson Haskell .....	54
I.5 Description d'un capteur d'émission acoustique par la méthode de Thomson-Haskell .....	56
II. Simulation d'une pastille piézoélectrique sans boîtier.....	58
II.1 Résonances au centre de la pastille .....	58
II.2 Rapport des composantes normales et tangentielles du déplacement et de la traction d'une pastille piézoélectrique.....	60
II.3 Comparaison de la réponse du capteur calculées par le modèles simplifiés et par éléments finis .....	61
II.3.1 Composantes élastodynamiques normales au centre de la face avant.....	61
II.3.2 Moyennes du déplacement et de la traction sur la face avant.....	62
II.3.3 Intensité électrique.....	63
II.3.4 Réciprocité au centre du capteur.....	64
II.3.5 Quantités élastodynamiques et électriques pour deux piézoélectriques différents .....	65
III. Conclusion .....	65

### **Chapitre 4. Configurations réalistes pour le calcul de la réponse des capteurs en émission 68**

I. Configuration 2D axisymétrique du capteur CETIM .....	69
I.1 Composante normale du déplacement et de la traction .....	70
I.2 Composantes tangentielles du déplacement et de la traction .....	71
I.3 Applicabilité de la configuration 2D axisymétrique .....	72
II. Validation expérimentale du calcul par éléments finis .....	72
II.1 Description de la configuration expérimentale .....	72

II.2	Comparaison simulation-expérience .....	75
III.	Variations de la configuration éléments finis.....	78
III.1	Influence du matériau piézoélectrique .....	78
III.2	Variation d'épaisseur de semelle .....	78
III.3	Piézoélectrique seul .....	80
III.4	Configuration sans capuchon.....	81
IV.	Conclusion .....	83
<b>Chapitre 5.</b>	<b>Sensibilité des capteurs d'émission acoustique.....</b>	<b>84</b>
I.	Utilisation du principe de réciprocité pour déterminer la réponse d'un capteur .....	84
I.1	Formulation complète de la sensibilité.....	87
I.1.1	Source localisée sous le capteur .....	87
I.1.2	Source localisée à la surface de la pièce .....	88
I.1.3	Source localisée arbitrairement dans la pièce.....	90
I.2	Formulation approchée de la sensibilité.....	91
I.2.1	Source localisée sous le capteur .....	91
I.2.2	Source localisée à la surface de la pièce pour une configuration simplifiée...	92
II.	Cas d'applications.....	93
II.1	Configuration de Calibration .....	94
II.2	Capteur sur une plaque.....	95
III.	Cartographie de sensibilité.....	99
III.1	Sensibilité du capteur .....	99
III.2	Comparaison de la sensibilité d'une pastille piézoélectrique et d'un capteur .....	101
IV.	Conclusion .....	102
<b>Chapitre 6.</b>	<b>Exploitations des cartographies de sensibilités.....</b>	<b>104</b>
I.	Comparaison de différents capteurs .....	105
I.1	Capteurs résonnants de différentes conceptions .....	105
I.2	Capteurs large bande .....	109
II.	Comparaisons de cartographies .....	111
II.1	Sensibilité du capteur sur différents milieux.....	111
II.2	Influence de l'épaisseur de colle .....	113
III.	Optimisation de conception des capteurs .....	116
III.1	Privilégier la sensibilité maximale du capteur.....	116
III.2	Privilégier une réponse fréquentielle uniforme.....	119
IV.	Conclusion .....	122
<b>Conclusion</b>	<b>.....</b>	<b>124</b>

<b>Bibliographie .....</b>	<b>128</b>
<b>Annexe A. Calcul de la matrice de passage <math>Dn</math> pour les milieux isotropes .....</b>	<b>134</b>
<b>Annexe B. Liste des matériaux .....</b>	<b>140</b>

---

# Introduction

---

L'émission acoustique (EA) est une méthode de contrôle non-destructif (CND) très répandue industriellement. La méthode de CND / EA repose sur plusieurs éléments fondamentaux qui la singularisent ; ils en font l'intérêt mais sont aussi à l'origine de certaines de ses faiblesses.

Tout d'abord, l'EA est une méthode passive : un éventuel défaut émet des ondes élastiques dans une structure à contrôler lorsque, soumis à une contrainte extérieure, il évolue. Les capteurs d'EA préalablement positionnés à la surface de la structure reçoivent (ou pas) une portion de l'énergie acoustique émise par le défaut. Le comptage passif des événements reçus par les capteurs est à la base de l'exploitation de la méthode.

L'EA est une méthode sensible. En effet, un défaut commence à libérer de l'énergie acoustique au stade initial de son évolution.

L'EA est adaptée à la surveillance : les capteurs d'EA peuvent être installés de façon permanente sur la structure ; la plupart des capteurs utilisés industriellement n'ont pas besoin d'apport d'énergie pour être sensibles aux événements.

L'EA est utilisable pour des mesures spécifiques : les contraintes nécessaires au déclenchement d'un événement d'EA peuvent être celles existant lors de l'utilisation habituelle de la structure (par exemple une enceinte sous pression) ; mais il est aussi possible dans certains cas d'imposer des contraintes supplémentaires pour réaliser un contrôle (lors d'épreuves hydrauliques par exemple) pour déclencher ces événements.

L'EA fournit des résultats difficiles à interpréter : les signaux sont généralement reçus par plusieurs capteurs à des instants différents du fait de leur distance respective à la source d'EA. Les signaux mesurés résultent d'une physique complexe liée, 1) aux mécanismes d'évolution des défauts, 2) à la propagation d'ondes élastiques dans une structure pouvant être complexe (par sa géométrie et par les matériaux qui la constituent), propagation elle-même complexe, y compris dans des structures simples, et 3) à la conception spécifique des capteurs d'EA qui leur donne une sensibilité elle-même difficile à décrire quantitativement.

L'EA n'est pas quantitative : peu de méthodes de CND peuvent être qualifiées de « quantitatives », *i.e.*, peu de méthodes permettent de caractériser complètement les défauts qu'elles détectent, en précisant leur position, leur type et leur géométrie. L'EA permet la détection de la présence d'un défaut et parfois en permet la localisation avec une bonne précision. La caractérisation possible des phénomènes à l'origine des événements d'EA mesurés repose sur des traitements statistiques raffinés qui ne permettent cependant pas le dimensionnement des défauts.

L'EA est historiquement une méthode dont les spécialistes sont praticiens : l'évolution des connaissances en EA est dominée par des améliorations de la pratique pour mettre en œuvre la méthode et par le développement d'outils d'interprétation des résultats. Un très haut niveau de technicité est requis, comme le montre la littérature spécialisée.

Au sein de la communauté de l'EA, la volonté d'aller plus loin en vue de plus complètement exploiter la richesse des signaux mesurés. L'étude de la littérature récente montre une tendance de plus en plus marquée à souhaiter faire évoluer la méthode, non-plus seulement par amélioration de la pratique, mais aussi grâce à un approfondissement des connaissances sur les différents phénomènes physiques qui prennent place lors d'une expérience standard de CND / EA.

Dans le cadre du projet ANR MACSIM [1], un simulateur de contrôle par émission acoustique a été développé. Ce simulateur peut se décomposer en trois sous-ensembles ; le modèle de source d'EA, le modèle de propagation des ondes et le modèle de réception, le tout étant administré par un modèle global reposant sur la méthode des moments sismiques. Au cours de ce projet, les modèles de sources [2] et de propagation [3], [4] ont été développés mais le modèle de réception par les capteurs d'EA s'est limité à une solution reposant sur les hypothèses classiques simplificatrices de la littérature sur leur sensibilité.

Ces travaux de thèse, réalisés dans le cadre d'une collaboration entre le CEA LIST et le CETIM (déjà partenaires du *consortium* du projet MACSIM), s'inscrivent dans cette démarche de conception du simulateur de contrôle par EA et visent à développer un modèle de réception qui soit à la fois rapide (comprendre, un temps d'exécution situé entre le temps réel et quelques minutes de calculs sur un poste de travail standard) et précis reproduisant fidèlement le comportement des capteurs d'émission acoustique, qui s'avère beaucoup plus complexe que ce que les hypothèses classiques prévoient.

Dans ce but, nous articulerons ce manuscrit autour de six chapitres. Tout d'abord, nous introduirons les concepts de base sur le phénomène d'émission acoustique et présenterons les différents capteurs utilisés en pratique pour ce type de contrôle. Ce premier chapitre nous permettra notamment d'identifier certaines hypothèses simplificatrices couramment utilisées dans la littérature concernant le comportement des capteurs ainsi que certaines difficultés inhérentes à leurs conceptions.

Dans le chapitre suivant, nous établirons une formulation exacte basée sur le principe de réciprocité électromécanique de la réponse des capteurs d'émission acoustique à un champ d'ondes élastiques quelconque. Nous décomposerons ensuite le problème de réception de l'onde par un capteur en deux sous-problèmes afin d'aboutir à une forme approchée de la formulation exacte de la réponse du capteur qui puisse se coupler facilement avec des modèles de calcul de propagation des ondes élastiques.

Le chapitre trois sera consacré au développement de modélisations simplifiées des capteurs d'EA (un modèle analytique unidimensionnel de propagation dans un milieu multi-couches et une configuration simplifiée de calcul par éléments finis), se basant sur les hypothèses relevées au chapitre 1, en vue d'obtenir de fournir à la formulation de la réponse de capteur les quantités élastodynamiques nécessaires. Ce chapitre nous permettra de statuer sur la validité de ces hypothèses.

Toujours dans cet objectif d'obtenir les données nécessaires à la formulation de la réponse d'un capteur en réception, le chapitre quatre verra le développement d'une configuration éléments finis représentative d'un capteur d'émission acoustique. Cette configuration sera validée expérimentalement et l'effet de la variation de certains paramètres sera également étudié.

Le chapitre cinq détaillera la notion de sensibilité d'un capteur au travers d'une représentation sous forme de cartographies de sensibilités, fonctions de la fréquence et de la position à la surface sensible du capteur, représentation plus complète de la sensibilité que celle couramment donnée d'une simple fonction de la fréquence. Il comportera des validations numériques du modèle de réception et de sa formulation approchée pour différentes configurations canoniques et pour des cas d'application plus réalistes.

Finalement, le chapitre six présentera plusieurs exploitations possibles des cartographies de sensibilités découplées du simulateur de contrôle par EA. Ces exploitations couvriront tout le cycle de vie du capteur, de sa conception à son utilisation finale en passant par sa caractérisation

Rapport-Gratuit.com



---

# Chapitre 1.

## Généralités sur l'émission acoustique et ses capteurs

---

### I. QUELQUES GÉNÉRALITÉS SUR LE PHÉNOMÈNE D'ÉMISSION ACOUSTIQUE

#### I.1 DÉFINITIONS

La norme européenne EN 1330-9 définit l'émission acoustique comme des *phénomènes produisant des ondes élastiques transitoires par exemple par déformation plastique, propagation des fissures, érosion, corrosion, impact, fuite*. Les ondes élastiques transitoires sont donc générées par des micro-déplacements locaux internes au matériau.

Nous rapportons ici les termes principaux décrits dans la norme précédemment citée ainsi que les termes spécifiques relatifs aux capteurs utilisés pour la détection des phénomènes d'émission acoustique.

**Événement d'émission acoustique** : Phénomène physique générant une émission acoustique.

**Source d'émission acoustique** : Élément spatial qui constitue l'origine d'un ou plusieurs événements d'émissions.

**Onde d'émission acoustique** : Ondes élastiques transitoires générées par la libération d'énergie dans un matériau ou par un processus.

**Capteur d'émission acoustique** : Dispositif qui transforme le mouvement des particules associé à une onde élastique en un signal électrique.

**Couplant d'émission acoustique** : Matériau utilisé pour l'interface objet-capteur afin d'améliorer la transmission d'ondes d'émission acoustique sur l'interface.

**Signal d'émission acoustique** : Signal électrique provenant d'un capteur d'émission acoustique produit par l'onde d'émission acoustique.

**Salve** : Signal d'émission acoustique ayant un début et une fin identifiable.

**Émission de la salve** (*émission discrète*) : Occurrence des événements d'émission acoustique qui peuvent être séparés dans le temps.

**Émission continue** : Occurrence des événements d'émission acoustique qui ne peuvent pas être séparés dans le temps.

**Voie d'émission acoustique** : Ensemble composé du capteur unique d'émission acoustique et de l'instrumentation associée des mesurages et du traitement.

**Sensibilité du capteur d'émission acoustique** : Relation entre le déplacement de l'onde d'émission acoustique à l'emplacement du capteur et la puissance électrique du capteur d'émission acoustique.

## I.2 BRÈVE HISTOIRE DE L'ÉMISSION ACOUSTIQUE

L'émission acoustique (EA) est un phénomène naturel courant (craquement des roches, des os, des couches inférieures de neige, ...) et son utilisation pour le contrôle non-destructif est probablement aussi vieille que la poterie. Vers le VII<sup>e</sup> millénaire av. J.-C., les potiers utilisaient déjà le phénomène d'émission acoustique dans le domaine des fréquences audibles pour déterminer la qualité de leur production en écoutant les craquements des céramiques refroidissant dans le four [5].

Dans les métaux, l'un des premiers exemples d'émission acoustique est le « cri de l'étain », ce petit craquement audible lorsque ce matériau est plié. Cette manifestation de l'EA est connue depuis l'antiquité mais sa première observation documentée n'apparaît qu'au huitième siècle avec l'ouvrage *summa perfectionis magisterii*. Toutefois, ce n'est qu'en 1916 que Czochralski relie le cri de l'étain au phénomène de maclage c'est-à-dire à la déformation plastique qui se crée lors du refroidissement de certains matériaux cristallisés [6]. En 1923, Portevin et Le Chatelier observent « un petit bruit sec, parfois perceptible à plusieurs mètres de distance » qui accompagne une déformation hétérogène [7]. Par la suite, de nombreux travaux sont menés dans le domaine de l'audible jusqu'aux travaux sur l'émission acoustique dans le domaine ultrasonore réalisés par Joseph Kaiser [8] en 1950, marquant ainsi les débuts de l'émission acoustique moderne.

Lors d'essais hydrostatiques menés sur l'enveloppe des propulseurs des fusées Polaris en 1961, Allen T. Green, Charles S. Lockman et Richard K. Steele remarquent que des sons audibles accompagnent systématiquement les essais. Ils décident donc d'instrumenter la structure en utilisant des microphones pour détecter, enregistrer et analyser les signaux acoustiques. En 1965, en collaboration avec la NASA, ils instrumentent un réservoir Thiokol SL-1 de 6.6 m de diamètre qui échoue lors d'un test hydraulique. Lors de l'analyse des enregistrements d'émission acoustique, ils déterminent précisément le début du phénomène de fissuration ainsi que sa propagation et, avec l'aide d'algorithmes de triangulation, déterminent à 0.3 m près le lieu de l'événement [9]. La prédiction de l'apparition d'un défaut critique ainsi que sa localisation marquent le début des contrôles industriels par émission acoustique.

L'utilisation du contrôle par émission acoustique pour la surveillance en service des réacteurs nucléaires fut immédiate et l'US Atomic Energy Commission subventionna en 1966 un programme de recherche aboutissant au développement par Phillips Petroleum Company d'un système instrumental permettant de détecter, localiser et caractériser un défaut naissant.

## I.3 PRINCIPES GÉNÉRAUX D'UN CONTRÔLE PAR ÉMISSION ACOUSTIQUE

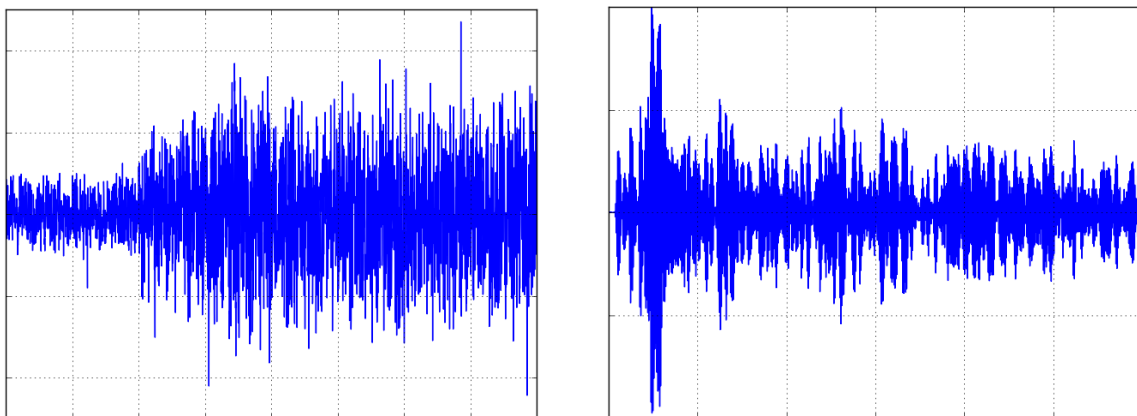
L'émission acoustique présente certaines particularités par rapport aux techniques ultrasonores classiques. En effet, la source d'EA n'est pas contrôlée par l'opérateur et survient, par exemple, par un mécanisme d'endommagement tel que la propagation d'une fissure.

L'utilisation d'un réseau de capteurs permet une surveillance passive d'une structure dans son intégralité. Bien qu'un réseau de capteurs et son appareillage puissent sembler contraignants à utiliser, les capteurs d'émission acoustique (que nous décrirons dans la section II de ce chapitre) sont peu coûteux, simples d'utilisation et de mise en œuvre, faisant de cette méthode un choix incontournable pour le suivi des structures en fonctionnement.

Contrairement aux techniques ultrasonores, l'EA ne permet pas de détecter des défauts non évolutifs. En effet, de tels défauts n'engendrent pas de libération spontanée d'énergie et ne seront donc pas détectés. Afin que ces événements surviennent, il est nécessaire que la structure soit soumise à une sollicitation (mécanique, chimique, thermique, ...).

Un opérateur peut observer deux types de signaux d'émission acoustique. On peut distinguer l'émission continue (ou pseudo-continue) et l'émission discrète.

- L'émission continue se traduit par une augmentation apparente du bruit de fond due à des salves trop fréquentes pour être discernables. Dans les matériaux métalliques, ce type d'émission intervient généralement en présence de mouvements de dislocation.
- L'émission discrète quant à elle, est constituée d'événements transitoires d'énergie importante et se traduit généralement sous la forme d'ondes sinusoïdales amorties (pour les capteurs résonants utilisés dans la pratique industrielle).



**Figure 1.1 - Signaux type d'une émission continue (à gauche) et d'une émission discrète (à droite)**

Parmi ces deux formes d'émission (Figure 1.1), la plus exploitée dans les contrôles industriels est l'émission discrète. En effet, l'émission continue est faiblement énergétique et son utilisation dans un milieu industriel bruyant est délicate.

Un contrôle par émission acoustique peut être séparé en trois parties distinctes (Figure 1.2) dont la modélisation présente, pour chacune d'entre elles, des échelles spatiales différentes : la source de l'émission acoustique, la propagation de l'onde émise et sa détection. Les micro-déplacements locaux internes à la structure et formant la source de l'EA, sont de l'ordre du micromètre tandis que la propagation de l'onde est souvent de l'ordre du mètre dans la pratique. Enfin, la détection fait intervenir des géométries de capteurs dont les dimensions sont de l'ordre de quelques millimètres.

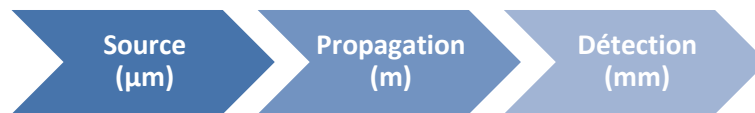


Figure 1.2 - Chaîne d'émission acoustique

### I.3.1 Mécanismes sources d'émission acoustique

Les causes de défaillances dans une structure soumise à une sollicitation peuvent être nombreuses [10]. Nous pouvons par exemple citer les déformations plastiques, la fatigue, la création de fissures, etc. Toutefois, nous pouvons distinguer trois grandes catégories [3], [11] : les sources d'origines mécaniques, c'est-à-dire les systèmes évoluant sous une sollicitation mécanique, les sources dues à des processus physico-chimiques et les sources artificielles.

Les sources artificielles tout d'abord, sont utilisées dans le cadre de l'étalonnage des capteurs ou pour des expériences en laboratoire. Ce type de sources peut être de toute sorte comme par exemple un autre capteur d'EA utilisé en tant qu'émetteur (classiquement utilisé dans la calibration par réciprocité) ou encore des sources Hsu-Nielsen [12], aussi appelé P.L.B. pour *Pencil Lead Break* qui consistent à venir briser une mine de crayon sur une pièce. Cette dernière est très utilisée de par sa simplicité de mise en œuvre et sa reproductibilité. Une étude paramétrique basée sur des simulations éléments-finis de cette source a été menée par M.G.R. Sause [13] et permet de mieux cerner l'influence du diamètre de la mine de crayon ou de l'angle d'incidence entre le crayon et la pièce sur les ondes élastiques que cette source émet.

En l'absence de sollicitation mécanique, l'émission acoustique peut être générée par plusieurs processus tels que l'apparition de microfissures suite à un changement de phase induit par un traitement thermique, différents types de corrosion (généralisée, caverneuse, etc.), la formation et le déplacement de bulles, ...

Lorsqu'une structure est soumise à une sollicitation mécanique, différents mécanismes d'endommagement peuvent générer de l'émission acoustique. Ces mécanismes sont fonction du matériau constitutif de la structure et sont généralement répartis en trois catégories :

- L'émission acoustique dans le béton peut être engendrée par des microfissurations du liant, des décohésions entre le liant et l'agrégat ou encore par la rupture des agrégats. Ce type d'EA est très utilisé en génie civil pour détecter des défaillances dans des structures critiques telles que les ponts.
- Les sources d'émission acoustique dans les matériaux composites sont principalement dues à des ruptures de fibres, des délaminages intermédiaires, des décollements de l'interface fibre/matrice ou encore des fissurations de la matrice.
- Enfin, dans les matériaux métalliques, les mécanismes potentiellement émissifs peuvent être des mouvements de dislocation, la création et la propagation de fissure ou encore des phénomènes de clivage.

### I.3.2 Propagation des ondes élastiques

Une fois l'onde élastique générée, elle va se propager dans la structure. La géométrie de la structure mais également ses matériaux constitutifs vont avoir une influence sur le signal mesuré par le capteur lors de la détection. La géométrie la plus simple à considérer est celle

d'un milieu homogène isotrope élastique infini. Nous discuterons ensuite le cas du milieu homogène isotrope semi-infini et enfin nous présenterons brièvement le cas des plaques.

### ***Milieu homogène isotrope élastique infini***

Ce cas n'existe pas en pratique mais peut s'avérer intéressant à considérer lorsque les différentes dimensions du solide sont très supérieures à la longueur d'onde des ondes propagées. Une source quelconque dans ce type de milieu engendre deux types d'ondes de volume : une onde longitudinale (L) dont la déformation du milieu associée se fait dans la même direction que la propagation et une onde transversale (T) dont la déformation est perpendiculaire à la direction de propagation. Ces deux ondes ont des vitesses de propagation différentes calculables en utilisant les paramètres matériau du solide : le module de Young  $E$ , le coefficient de Poisson  $\nu$  et la masse volumique  $\rho$ .

Pour les ondes longitudinales, plus rapides, leur célérité est donnée par la relation suivante :

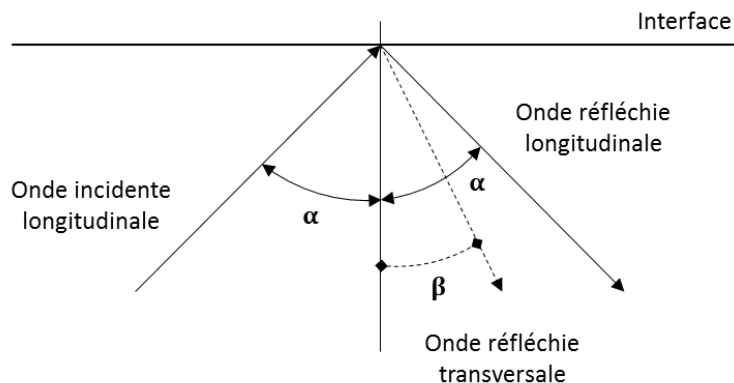
$$c_L = \sqrt{\frac{E(1-\nu)}{\rho(1+\nu)(1-2\nu)}}. \quad (\text{Eq. 1.1})$$

Pour les ondes transversales, on a :

$$c_T = \sqrt{\frac{E}{2\rho(1+\nu)}}. \quad (\text{Eq. 1.2})$$

### ***Milieu homogène isotrope élastique semi-infini***

Le cas des milieux semi-infinis est plus réaliste et peut notamment s'appliquer à des structures épaisses comme par exemple les blocs de test utilisés en calibration. Les calculs pour la propagation s'effectuent à la fois sur les ondes longitudinales et transversales se propageant dans le milieu et sur les ondes se réfléchissant à l'interface. Lorsqu'une onde (L ou T) arrive à l'interface, elle génère une nouvelle onde longitudinale, une nouvelle onde transversale (Figure 1.3) ; si la source d'EA est située à proximité de la surface, une onde de surface appelée onde de Rayleigh peut également être créée.



**Figure 1.3 - Réflexion d'une onde longitudinale à la frontière d'un milieu semi-infini**

Cette onde combine des mouvements particuliers de compression dilatation et de cisaillement couplés par les conditions limites de surface libre de la surface. Elle décroît en amplitude exponentiellement avec la distance à la surface tandis qu'à la surface, dans le cas où la source

est ponctuelle (localisée), elle décroît en  $1/\sqrt{r}$  avec  $r$  la distance radiale. L'amplitude des ondes de volume décroît, quant à elle, en  $1/r$ . Ainsi, l'onde de Rayleigh s'atténue plus lentement en surface. Une approximation de la vitesse des ondes de Rayleigh généralement donnée dans la littérature est fournie par Viktorov [14]:

$$c_R \approx c_T \frac{0,87 + 1,12\nu}{1 + \nu}, \quad (\text{Eq. 1.3})$$

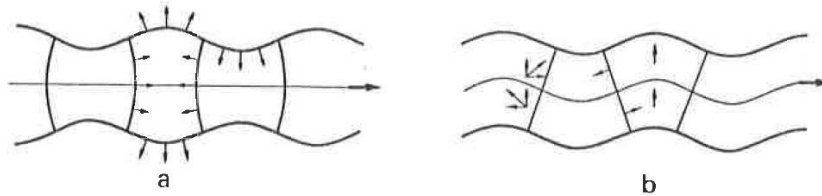
avec  $c_T$  la célérité des ondes transversale et  $\nu$  le coefficient de Poisson. Une meilleure approximation peut toutefois être trouvée dans les travaux de Royer [15] avec :

$$K = \frac{\nu}{1 - \nu} = \frac{c_L^2 - 2c_T^2}{c_L^2}$$

$$c_R \approx c_T \sqrt{\frac{0,4395 + K}{0,5797 + K}}. \quad (\text{Eq. 1.4})$$

### ***Propagation dans une plaque***

Enfin, abordons le cas de la propagation d'ondes dans les plaques. Ce type de configuration se retrouve très fréquemment dans le cadre des contrôles par EA puisque de nombreuses structures contrôlées sont des structures « fines », c'est-à-dire, ont une épaisseur de l'ordre de la longueur d'onde des ondes élastiques émises. Dans ce cas, de multiples couplages s'effectuent entre les ondes réfléchies sur les deux interfaces de la plaque. Ces ondes sont appelées ondes de Lamb et sont guidées par les faces de la plaque. Les ondes de Lamb peuvent être décrites comme la superposition de modes symétriques  $S_i$  et de modes antisymétriques  $A_i$  (Figure 1.4). Elles sont dispersives, c'est-à-dire que les vitesses des différents modes dépendent de la fréquence (Figure 1.5).



**Figure 1.4 - (a) Mode symétrique et (b) mode antisymétrique d'ondes de Lamb [12]**

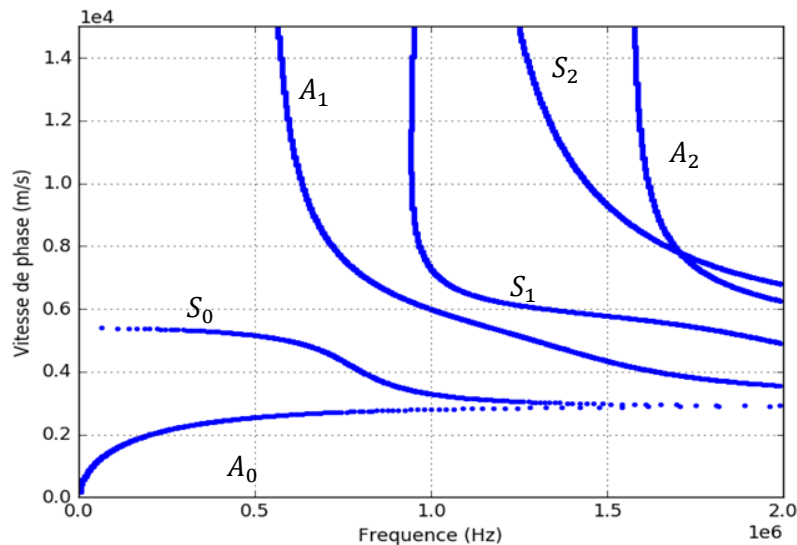


Figure 1.5 - Courbes de dispersion des vitesses de phase dans une plaque d'aluminium de 3mm

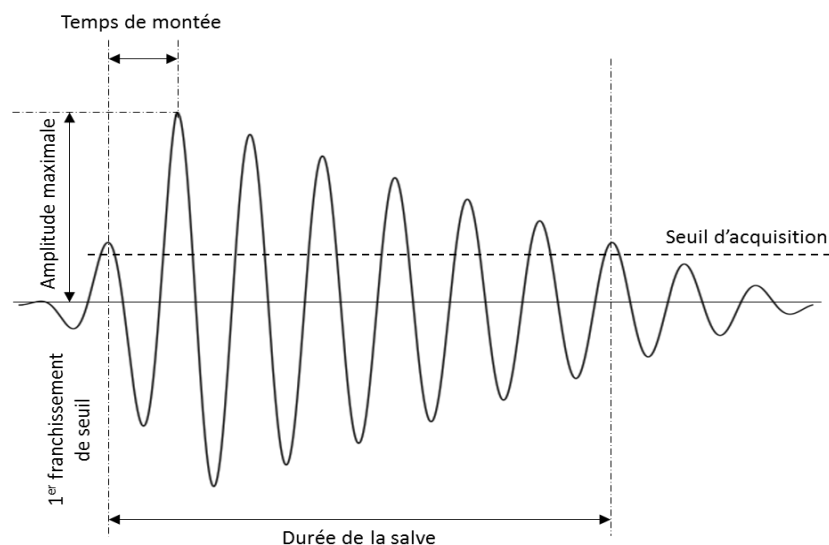
### I.3.3 Détection des événements et traitement des signaux

Une voie d'émission acoustique assure trois fonctions essentielles : la détection des ondes émises, le conditionnement et le traitement des signaux créés par leur réception par le capteur. Ainsi, la détection est assurée par un capteur transformant l'énergie mécanique en signal électrique, généralement de très faible amplitude du fait de la très faible amplitude des ondes émises. Le conditionnement du signal est assuré par un préamplificateur placé à proximité immédiate du capteur permettant d'acheminer le signal sur de longues distances. En pratique, il ne doit pas y avoir plus d'un mètre de câble entre le capteur et le préamplificateur. Un amplificateur vient ensuite porter le signal au niveau désiré pour le traitement. Ce traitement est généralement effectué par la carte d'acquisition multivoies et par ordinateur.

#### *Traitement des signaux*

Le traitement des signaux d'émission acoustique fait intervenir plusieurs paramètres. Le premier de ces paramètres est le seuil d'acquisition utilisé pour « marquer » le début d'une salve (voir Figure 1.6). La durée entre le premier franchissement de seuil et l'instant où le signal atteint son amplitude maximale correspond au temps de montée.

La technique d'analyse la plus simple consiste à compter le nombre de dépassements de seuil d'une salve. Bien entendu, le nombre de hits (ou nombre de coups) dépend du seuil fixé. Toutefois, à partir d'essais répétés sur des échantillons identiques, des déductions empiriques peuvent être faites concernant l'endommagement de la structure ou encore le mécanisme à l'origine de cette émission. Malgré sa simplicité, cette technique d'analyse n'a que peu d'application industrielle. Nous pourrions toutefois citer les travaux de J. P. Favre et J. C. Laizet [16] ainsi que ceux de Y. A. Dzenis et J. Qian [17] qui montrent l'intérêt qu'elle peut avoir. Une autre technique consiste à compter, non-plus les dépassements de seuil, mais les salves.



**Figure 1.6 - Caractéristiques mesurées sur une salve d'émission acoustique**

Bien que très utilisées dans les débuts de l'EA en tant que méthodes de contrôle, ces techniques d'analyse ne permettent pas une interprétation physique simple et quantitative. À la place, les opérateurs leur préfèrent les techniques permettant d'obtenir les grandeurs comme la valeur moyenne du signal, sa valeur efficace (valeur RMS) ou encore l'énergie délivrée par le capteur depuis le début de l'essai. En effet, ces grandeurs permettent de mettre en évidence les modifications globales du comportement de la structure et permettent également de déterminer l'apparition de nouveaux phénomènes en cours d'essai.

Une fois les signaux de chaque capteur traités et caractérisés par les paramètres précédemment cités, il est possible de mener des analyses plus détaillées. Par exemple, un suivi chronologique des paramètres des salves permet d'observer finement l'évolution de l'émission acoustique au cours de l'essai. Un autre exemple concerne l'analyse statistique de la distribution d'amplitude crête qui permet de distinguer des mécanismes physiques générant des signaux d'émission acoustique d'énergies différentes. On peut également citer les analyses de corrélation permettant de discriminer des populations de signaux d'origines différentes comme par exemple des signaux provenant d'une émission acoustique et des signaux ne provenant que de parasites électriques. Enfin, les dernières techniques d'analyses concernent l'analyse multi-variables, telles que les méthodes de classifications automatiques.

### ***Localisation des sources***

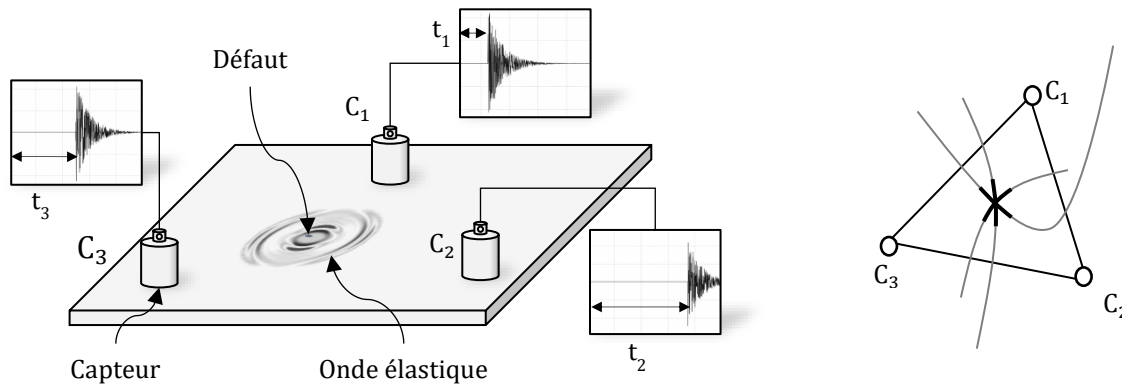
L'un des avantages principaux des contrôles par émission acoustique réside dans la possibilité de surveiller une structure complète, de déterminer l'instant d'apparition d'un défaut mais également de pouvoir le localiser. Jusqu'à présent, et malgré les nombreuses tentatives en ce sens, l'émission acoustique ne permet pas d'être véritablement quantitative. Toutefois, la méthode permet, dans des cas favorables, de localiser les défauts ; d'autres méthodes de contrôle plus locales sont ensuite mises en œuvre afin de caractériser les défauts détectés et localisés par émission acoustique.

La méthode la plus fréquemment utilisée pour la localisation consiste à mesurer les différences de temps d'arrivée d'une même salve sur les capteurs répartis sur la structure. Ces capteurs forment ce qui est couramment appelé une maille de localisation. Pour un couple de capteurs,

lorsque la différence des temps d'arrivée  $\Delta t$ , pour une même salve, est connue, la position du défaut se situe sur l'hyperbole d'équation :

$$v\Delta t = cst, \quad (\text{Eq. 1.5})$$

où  $v$  est la vitesse de propagation de l'onde, considérée dans cette méthode comme constante. La localisation du défaut par triangulation se fait en déterminant l'intersection des hyperboles pour au moins trois couples de capteurs (Figure 1.7).



**Figure 1.7 - Schéma d'une maille et différences de temps d'arrivée (gauche), localisation dans une maille (droite)**

D'autres techniques de localisation existent, comme par exemple la localisation par atténuation consistant à mesurer l'amplitude des salves atteignant les capteurs et, en couplant ces mesures avec la loi d'atténuation du matériau, à déterminer pour chaque couple de capteurs une nouvelle équation d'hyperbole. Cette méthode n'est pas facilement utilisable dans le cas des matériaux métalliques peu atténuants mais peut être utilisée dans le cas de matériaux composites ou dans le béton. Enfin, la méthode de localisation par zone est très utilisée pour les structures en fonctionnement. Son principe est identique à celui de la localisation classique, mais dans ce cas, les capteurs forment un maillage continu. En utilisant la même approche par différence des temps d'arrivée, il est possible de déterminer les zones de localisation de plusieurs défauts apparus simultanément. Cette méthode a également l'avantage d'améliorer la fiabilité de la localisation (plus de capteurs détecteront l'événement). Toutefois, certains signaux peu énergétiques peuvent être rejetés dans le cas où l'opérateur impose qu'un certain nombre de capteurs doivent être atteints par l'onde d'émission acoustique.

Dans la technique de localisation classique et dans celle de localisation par zone, nous avons vu qu'une vitesse  $v$  constante était utilisée. Pourtant, en fonction de la géométrie du milieu il existe plusieurs types d'ondes de célérités différentes. En pratique on peut distinguer deux cas. Tout d'abord le cas le plus simple des structures « épaisses ». On considère, en pratique, qu'une structure est épaisse lorsque son épaisseur est supérieure à  $3\lambda_R$  où  $\lambda_R$  est la longueur d'onde de l'onde de Rayleigh dans le milieu considéré. Dans le cas où la structure est mince  $e < 3\lambda_R$  il y a apparition d'ondes de Lamb multimodales et de vitesse dépendant de la fréquence et du mode, ce qui est le cas le plus délicat en pratique. En effet, les événements typiques d'émission acoustique sont de très courte durée et donc de largeur spectrale importante. Chaque composante fréquentielle se propage à une vitesse différente, ce qui se traduit par l'élargissement de la forme temporelle de l'onde. Le caractère multi-modal des ondes guidées peut conduire à des erreurs de localisation dans le cas où les temps d'arrivée sur les capteurs

ne sont pas déterminés sur les mêmes modes. Les déformations des allures temporelles des signaux dues à leur caractère dispersif sont également sources d'erreur de détermination des temps d'arrivée aux différents capteurs.

## II. PRÉSENTATION GÉNÉRALE DES CAPTEURS D'ÉMISSION ACOUSTIQUE

Le terme *capteur d'émission acoustique* est utilisé de façon générique pour désigner différents dispositifs permettant de convertir une grandeur vibratoire engendrée par un événement d'émission acoustique (EA), en signal électrique. Nous avons vu que la réception par une voie d'émission acoustique peut se décomposer en trois parties : la détection par le capteur, le conditionnement par le préamplificateur puis par l'amplificateur et enfin le traitement du signal. En fin de voie, le traitement du signal permet d'extraire des informations concernant le comportement mécanique de la structure contrôlée. Le capteur constitue l'élément clé de cette chaîne mais pour autant, sa maîtrise pratique est souvent incomplète.

Dans ce chapitre, nous nous attacherons tout d'abord à décrire succinctement les différents types de capteurs EA. Dans un second temps, nous nous concentrerons plus particulièrement sur les capteurs piézoélectriques utilisés majoritairement dans la pratique industrielle. Enfin, nous présenterons quelques méthodes d'étalonnage des capteurs les plus répandus.

### II.1 DIFFÉRENTS TYPES DE CAPTEURS

En émission acoustique, l'opérateur n'est maître ni de l'amplitude de l'onde, ni de son contenu fréquentiel à la différence du contrôle ultrasonore par exemple. Cette méconnaissance de l'onde incidente conduit à l'utilisation de capteurs spécifiques dont nous allons parler ici.

Il existe de nombreuses technologies permettant d'effectuer la conversion d'une grandeur vibratoire en un signal électrique. Ces technologies peuvent utiliser des mécanismes de transduction variés et convertir différentes grandeurs vibratoires telles que le déplacement, la vitesse, la contrainte, etc. On peut par exemple citer les capteurs piézoélectriques, capacitifs, les interféromètres laser ou encore les réseaux de Bragg sur fibre optique. Cette large gamme de traducteurs amène à déterminer certains critères facilitant le choix du capteur.

Le capteur d'émission acoustique idéal peut être défini par trois propriétés : il doit être très sensible afin de détecter des déplacements particuliers pouvant être inférieurs à  $10^{-10}$  m ; il doit également être robuste tout en étant facile de mise en œuvre et peu coûteux ; enfin, il doit avoir une fonction de transfert connue permettant de remonter aux caractéristiques de l'onde en partant du signal électrique mesuré [18].

#### *Capteur piézoélectrique*

Ces capteurs sont constitués d'un élément (ou pastille) piézoélectrique, usuellement en titanate-zirconate de plomb (PZT) et de forme cylindrique, collé dans un boîtier métallique. La pastille peut être amortie ou non afin de privilégier une réponse plate en fréquence ou une plus grande sensibilité.

Les capteurs piézoélectriques, dont nous discuterons plus longuement au II.2, sont généralement très sensibles mais également fiables dans le temps et de coût de fabrication très faible. Toutefois leurs fonctions de transfert sont mal connues.

### Capteur capacitif

Les capteurs capacitifs sont des capteurs de déplacement sans contact utilisant l'effet capacitif pour détecter une faible variation de distance. Le capteur est constitué d'une électrode, entourée d'un anneau de garde isolé de l'électrode centrale qui forme, avec la pièce, un condensateur plan (Figure 1.8).

Sous une tension de polarisation constante  $V_0$ , toute modification de l'écartement entre les deux électrodes (le capteur et la pièce) entraînera une modification de la capacité du condensateur. En effet, la capacité  $C$  du condensateur ainsi formé est reliée à l'écartement  $e$  par l'équation :

$$C = \frac{\varepsilon S}{e},$$

avec  $S$  la surface de l'électrode du capteur et  $\varepsilon$  la permittivité du diélectrique existant entre le capteur et la pièce. Ainsi, en mesurant  $dC$  la variation de la capacité du condensateur, il est possible de retrouver la variation de la distance entre le capteur et la pièce.

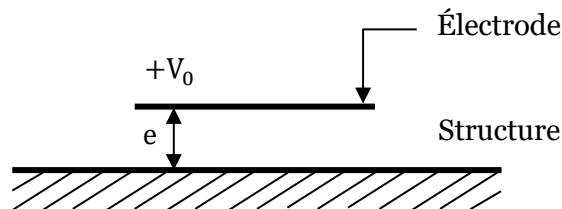


Figure 1.8 - Schéma de fonctionnement des capteurs capacitifs

Ces capteurs possèdent une réponse en fréquence très plate ce qui permet de remonter précisément à la forme de l'onde incidente. De plus, cette réponse peut s'étendre jusqu'à plusieurs mégahertz et leur coût de fabrication est réduit. Toutefois, leur sensibilité est bien plus faible que celle des capteurs piézoélectriques et il est difficile de détecter un déplacement pour certains matériaux non conducteurs comme les composites. Enfin, ils sont sensibles aux parasites électromagnétiques.

### Capteur optique

Le capteur optique repose sur le principe d'interférométrie et permet de mesurer de manière absolue et avec une précision très satisfaisante, de faibles déplacements. De plus, ces capteurs sont sans contact, large bande et avec une distorsion minimale du signal. Mais ces capteurs sont fragiles, leur coût est très élevé et ils sont complexes à mettre en œuvre dans un cadre industriel.

Les limitations des capteurs optiques restreignent leur utilisation au cadre du laboratoire. Néanmoins, leur mesure absolue, précise et sans distorsion les rend particulièrement adaptés en tant que capteur étalon.

### Autres types de capteurs

Il existe de nombreux autres types de capteurs capables de détecter un événement d'émission acoustique. On peut par exemple citer les réseaux de Bragg sur fibre optique, les MEMS, ... Toutefois, que ce soit par manque de sensibilité, par manque de simplicité de mise en œuvre ou simplement du fait d'un coût trop élevé, ces types de capteurs n'ont pas encore été adoptés industriellement par la communauté d'émission acoustique.

Type de capteurs	Piézoélectriques	Optiques	Capacitifs
<b>Grandeur vibratoire convertie</b>	Pression, vitesse ou déplacement	Déplacement	Déplacement
<b>Principe de fonctionnement</b>	Piézoélectricité	Interféromètre de Michelson	Charge ou décharge d'un condensateur
<b>Avantages</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Très bonne sensibilité</li> <li>▪ Bonne fiabilité et stabilité dans le temps</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Large bande : pas de déformation du signal</li> <li>▪ Mesure sans contact</li> <li>▪ Bonne sensibilité</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Réponse en fréquence plate jusqu'à plusieurs MHz</li> <li>▪ Réalisation simple</li> <li>▪ Coût limité</li> <li>▪ Étalonnage absolu</li> <li>▪ Faible sensibilité</li> <li>▪ Non utilisable pour les matériaux isolants</li> <li>▪ Sensibles aux parasites électromagnétiques</li> </ul>
<b>Inconvénients</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Déformation du signal, spectre complexe</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Encombrement</li> <li>▪ Fragilité</li> <li>▪ Prix élevé</li> </ul>	

**Tableau 1.1 - Comparaison des différents types de capteurs (extrait d'un document interne au CETIM)**

Ainsi, le choix du capteur sera fait en fonction des objectifs de l'opérateur (voir le Tableau 1.1) pour un récapitulatif des avantages et inconvénients des principaux capteurs). Toutefois, dans la pratique industrielle, ce sont les capteurs piézoélectriques qui sont généralement utilisés. En effet, ceux-ci sont à la fois sensibles, fiables, stables dans le temps, de coût réduit et utilisent une technologie bien établie. Leur fonction de transfert, en contrepartie, est généralement mal connue et ne permet pas de remonter aux caractéristiques de l'onde. Les autres types de capteurs sont généralement moins sensibles, plus coûteux et plus complexes d'utilisation.

## II.2 DÉTAILS SUR LES CAPTEURS PIÉZOÉLECTRIQUES

Cette catégorie de capteur se divise en deux groupes partageant de fortes similarités structurelles. En effet, la partie active de ces détecteurs est un élément piézoélectrique cylindrique avec, sur chacune de ses faces, une électrode. La pastille piézoélectrique est généralement en Titano-Zirconate de Plomb (PZT) dont l'épaisseur est comparable au rayon. La partie active est ensuite collée à une semelle métallique ou en céramique [19] et intégrée dans un boîtier métallique permettant de l'isoler des bruits externes, de la protéger et de rendre l'ensemble facilement maniable.

### II.2.1 Capteurs piézoélectriques large bande

Le premier groupe de capteurs est celui des capteurs large bande. La différence structurelle fondamentale avec la configuration décrite précédemment réside dans le recouvrement de la pastille par un matériau amortisseur à l'intérieur du boîtier, comme par exemple de l'époxy enrichi au tungstène. Ainsi, les ondes élastiques peuvent passer du piézoélectrique au matériau amortisseur en réduisant les réflexions sur les bords de la pastille. Cela engendre une perte de sensibilité mais permet d'obtenir une réponse fréquentielle plus plate sur une bande spectrale élargie (Figure 1.9).

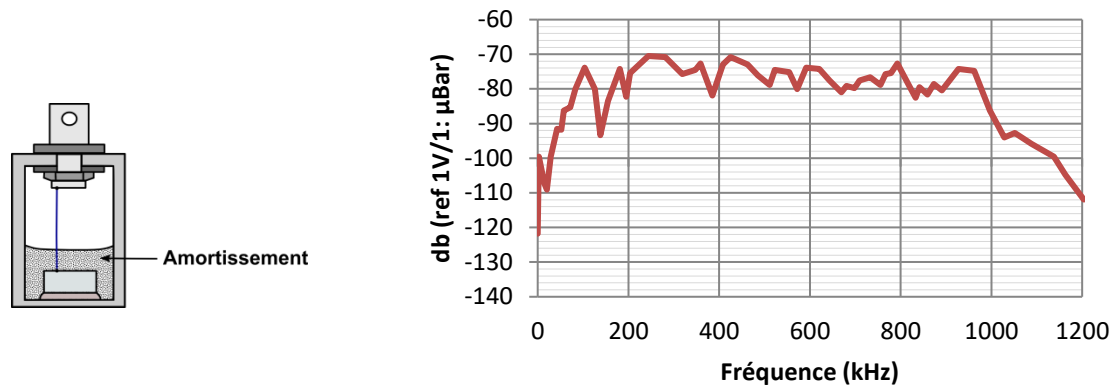


Figure 1.9 - Schéma d'un capteur large bande et courbe de sensibilité du capteur UT-1000

Un autre type de capteurs large bande a été développé dans les années 1980 par le *National Bureau of Standards* NBS, à présent le *National Institute of Standards and Technology* NIST aux États-Unis. La particularité de ces capteurs réside dans l'utilisation d'un élément piézoélectrique de forme conique, tronqué et polarisé dans la direction de son axe [20].

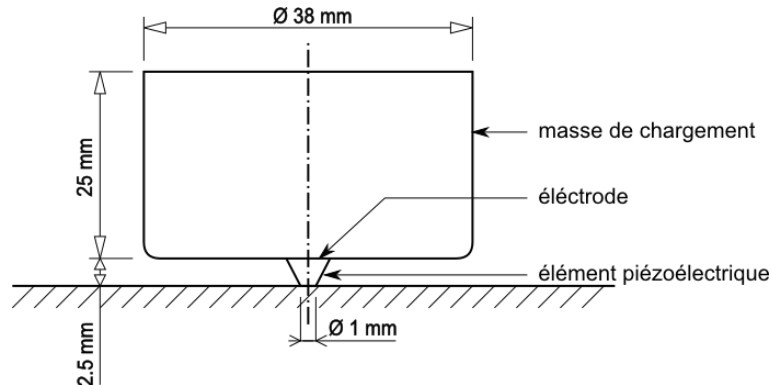


Figure 1.10 - Schéma du capteur à élément piézoélectrique conique

L'élément piézoélectrique est surmonté d'une électrode ainsi que d'une masse de chargement, généralement en laiton. Le cône étant directement en contact avec la surface de la structure, c'est cette dernière qui fait office de seconde électrode. Cette géométrie (Figure 1.10), ainsi que le chargement mécanique, permettent de supprimer les résonances de la pastille mais est surtout utile pour réduire l'effet d'ouverture du capteur. Cet effet, dont nous discuterons plus longuement dans la section II.3.1, caractérise la relation entre la réponse du capteur et la longueur d'onde de l'onde incidente. Pour un capteur conique, la surface en contact avec la pièce étant plus petite que la longueur d'onde des ondes étudiées, l'effet d'ouverture devient négligeable [21]. Bien entendu, cette conclusion dépend fortement du petit diamètre du cône mais ceux-ci sont généralement de l'ordre du millimètre [22].

Plusieurs études ont été menées pour déterminer les paramètres physiques influençant le signal de sortie du capteur NBS. Une étude par éléments finis pour simuler la réponse d'un capteur à un déplacement normal sur une surface, menée par l'*Institute of thermomechanics of the ASCR, v.v.i.* [23], a montré que l'un de ces paramètres est le rapport entre le plus petit rayon du cône et le plus grand. En effet, plus ce rapport est grand, plus la réponse en fréquence du capteur est lisse et plate. Il est à noter, toutefois, que cette étude a été réalisée avec un « petit rayon » constant (valant 0.5 mm), seul le « grand rayon » était variable. Cette étude met

également en avant le fait que les dimensions de la masse de chargement modifient aussi cette réponse et que le rayon de la masse de chargement influence de manière plus prononcée la réponse en fréquence du capteur que ne le fait sa hauteur. Le matériau de la masse de chargement, quant à lui, n'a que peu d'influence [24].

Bien que ce type de capteur présente de nombreux avantages (à la fois les avantages d'un capteur large bande, c'est-à-dire une réponse fréquentielle plate, mais également un effet d'ouverture négligeable), il présente également certains inconvénients notables. En effet, bien que leur géométrie résolve de nombreux problèmes, l'élément piézoélectrique étant en contact avec la pièce à sonder (puisque celle-ci fait office de seconde électrode), elle les rend également beaucoup plus fragiles. De plus, ils ne peuvent être utilisés facilement pour des structures isolantes. Enfin, ils sont fortement instables mécaniquement, leur point d'appui étant de l'ordre du millimètre. Bien que plusieurs modèles dérivés du capteur NBS aient été proposés par la suite – notamment une version miniaturisée proposée par Y.C. Lee et Z. Lin [25] permettant de réduire les dimensions, d'augmenter la sensibilité aux hautes fréquences mais également de sonder des structures non conductrices – leur fragilité reste un frein à leur utilisation.

## II.2.2 Capteurs piézoélectriques résonnants

Le second groupe concerne les capteurs résonnants. Leur structure est exactement celle définie précédemment, mais la pastille n'est pas chargée mécaniquement par une résine enrichie. Ce sont les traducteurs les plus utilisés. Lorsqu'une onde incidente atteint la pastille, elle est réfléchiée de manière répétée à l'intérieur de celle-ci. Ces nombreuses réflexions interfèrent constructivement autour de fréquences particulières (résonances) et permettent d'augmenter la sensibilité au déplacement et à la contrainte. Ainsi, ces capteurs tirent parti des fréquences de résonance de la pastille pour obtenir une forte sensibilité. En contrepartie, une analyse des caractéristiques de l'onde incidente est très délicate.

La Figure 1.11 montre le schéma typique des capteurs résonnants ainsi que la courbe de sensibilité en fréquence du capteur R15 $\alpha$  résonnant à 150kHz. Ce type de graphique, fourni par les constructeurs, représente la réponse fréquentielle du dispositif, en décibels, en considérant ici que 0dB correspond à 1V/ $\mu$ Bar.

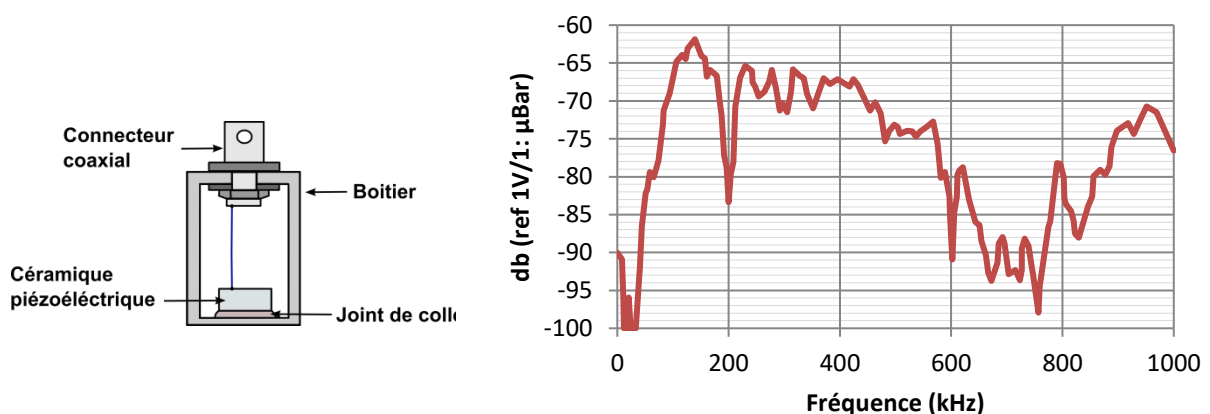


Figure 1.11 - Schéma d'un capteur résonnant et courbe de sensibilité du capteur résonnant R15 $\alpha$

Les constructeurs de céramiques piézoélectriques fournissent des constantes permettant de calculer les fréquences de résonances naturelles des pastilles.

- Constante de fréquence longitudinale  $N_{3a}$
- Constante de fréquence d'épaisseur  $N_{33}$
- Constante de fréquence transversale  $N_1$
- Constante de fréquence radiale  $N_p$
- Constante de fréquence circonférentielle  $N_c$

Ainsi, pour des géométries privilégiant une dimension, comme par exemple une pastille peu épaisse mais de grand diamètre, la fréquence de résonance principale peut être calculée simplement par la relation suivante :

$$f_r = \frac{\text{Constante de fréquence}}{\text{Dimension concernée}} .$$

Pour des géométries classiques telles que des cylindres longs ou des disques minces, cette méthode de calcul donne des résultats satisfaisants. Lorsque le rapport diamètre/épaisseur est compris entre 0.5 et 2, ce calcul est très imprécis. En effet pour ce type de géométrie, les modes de vibration d'épaisseur et radiaux sont alors fortement couplés. Or les pastilles utilisées en émission acoustique présentent précisément ce genre de rapport.

En pratique, pour les cylindres de ce type, on peut utiliser les formules empiriques suivantes pour déterminer la fréquence de résonance principale (avec  $D$  le diamètre et  $e$  l'épaisseur) [18], suivant la valeur du rapport  $D/e$  :

$$0 \leq \frac{D}{e} \leq \frac{N_p}{N_{33}} ; \quad f_r = \frac{N_{33}}{e} \left[ 1 - \frac{1}{3} \left( \frac{N_{33} D}{N_p e} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} ;$$

dans ce cas, le solide est un cylindre et le mode fondamental correspond à une vibration axiale. Par ailleurs, on a

$$\frac{D}{e} > \frac{N_p}{N_{33}} ; \quad f_r = \frac{N_p}{D} \left[ 1 - \frac{1}{3} \left( \frac{N_p e}{N_{33} D} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} ;$$

dans ce cas, le solide est considéré comme un disque et son mode fondamental correspond à une vibration radiale.

Bien que les résultats calculés semblent donner des résultats proches de ceux obtenus expérimentalement, ils sont déterminés pour une pastille nue, c'est-à-dire sans couplage avec la semelle du capteur. Or, ce couplage peut avoir un effet non négligeable. En effet, un piézoélectrique couplé voit généralement sa fréquence de résonance principale abaissée.

Il est souvent avantageux d'employer des capteurs résonnants pour améliorer la sensibilité de détection. Toutefois, le gain de sensibilité est significatif uniquement dans le cas où la bande passante du signal est bien inférieure à la bande passante du bruit [26]. En pratique, les capteurs large bande sont uniquement utilisés lorsque l'analyse spectrale des signaux est nécessaire.

On distingue également deux sous-catégories de capteurs en fonction du montage de la pastille piézoélectrique. Dans le premier cas, l'une des faces de la pastille est reliée au boîtier et la seconde est isolée de celui-ci : ce sont les capteurs asymétriques. Dans le second cas, les deux

faces sont isolées du boîtier et placées à un potentiel flottant. Cette configuration est utile lorsqu'il est nécessaire de réduire les bruits électromagnétiques.

Dans cette thèse, nous nous focaliserons sur les capteurs les plus utilisés en pratique, c'est-à-dire les capteurs piézoélectriques résonnants asymétriques. Toutefois, nous avons vu précédemment que la fonction de transfert (ou fonction de sensibilité) de ces capteurs est mal connue et engendre une modification importante du signal électrique mesuré par rapport aux variations temporelles des quantités élastiques associées aux ondes captées. Ainsi, pour espérer rendre la méthode du CND par émission acoustique plus quantitative et rendre possible la comparaison entre résultats expérimentaux, il est nécessaire d'étalonner (calibrer) les capteurs.

### II.3 CALIBRATION DES CAPTEURS D'ÉMISSION ACOUSTIQUE

La calibration consiste à mesurer un signal électrique en sortie du capteur en fonction d'une excitation mécanique connue afin d'en déduire la sensibilité [5]. Il existe une grande variété de méthodes de calibration que l'on peut classer en deux catégories principales : les méthodes d'étalonnage absolu (aussi appelé étalonnage primaire) [27], [28] et les méthodes d'étalonnage relatif (ou étalonnage secondaire). En pratique, l'opérateur est confronté à un problème de normalisation. En effet, chaque constructeur utilise sa propre méthode d'étalonnage, fournissant des courbes de sensibilité en  $V/m$ ,  $V/\mu\text{bar}$ ,  $V/m/s$ , ... Cette diversité rend complexe la comparaison de capteurs provenant de constructeurs différents.

#### II.3.1 Étalonnage absolu

Afin de mesurer la sensibilité d'un capteur de façon absolue, il est nécessaire de connaître les caractéristiques temporelles et fréquentielles de l'excitation à laquelle est soumis le capteur. Cette excitation peut être mécanique comme nous le verrons dans le cas de la calibration par fonction échelon ou encore électrique dans le cas de la calibration par réciprocité. Toutefois, en raison du grand nombre de catégories de capteur, du fait qu'ils sont conçus pour détecter plutôt un type d'onde qu'un autre et pour certains milieux, ou encore pour leur résistance à différentes conditions externes (chaleur, bruit électromagnétique, ...), il n'existe pas de méthode de calibration standard. À la place, il existe une grande variété de méthodes, ayant chacune son lot d'avantages et d'inconvénients.

L'étalonnage absolu est généralement complexe à mettre en œuvre et peut demander des moyens importants, comme par exemple le fait de disposer d'un bloc de test de très grande taille. Il existe également quelques problèmes fondamentaux concernant les méthodes de calibration, listés dans « *Nondestructive Testing Handbook* » [5] et rapportés ici :

- le déplacement particulière d'un point à la surface du bloc de test est une quantité vectorielle à trois composantes mais la sortie du capteur est un scalaire (le signal électrique) ;
- le déplacement particulière associé à l'onde que l'on mesure est altéré par la présence du capteur ;
- la face avant du capteur couvre une surface du bloc de test et le déplacement n'est pas uniquement fonction du temps mais aussi de la position sur cette surface.

Les nombreuses méthodes de calibration existantes utilisent toutes implicitement des hypothèses simplificatrices permettant de s'affranchir plus ou moins de ces difficultés.

Les trois difficultés précédentes ont imposé certaines approximations concernant la définition que l'on donne généralement de la sensibilité des capteurs. En effet, le premier point amène à considérer que le capteur est uniquement sensible au déplacement normal. L'effet de chargement mécanique décrit par le second point est significatif mais son analyse est complexe. Par conséquent on considère le plus souvent que le capteur n'a aucune influence sur le déplacement particulière parvenant à la surface du bloc, c'est-à-dire qu'on suppose une surface libre. Enfin, le troisième point amène à ce que la taille finie du capteur ne soit pas considérée, ce qui équivaut à dire que le diamètre de la face avant du capteur est « petit » devant les longueurs d'onde d'intérêt [5].

Il est attendu des capteurs d'émission acoustique qu'ils soient surtout utilisés sur de l'acier. Ainsi, les blocs de test sont généralement fabriqués dans ce matériau. Toutefois, le milieu de propagation de l'onde a une influence conséquente sur la réponse du capteur et un même capteur au contact de deux milieux d'impédances mécaniques différentes répondra différemment à une même sollicitation. On perçoit ici toute la difficulté de créer une méthode d'étalonnage absolu qui soit générique et simple de mise en œuvre, même pour un unique type de capteur.

### *Effet d'ouverture*

Dans le cas où le traducteur est soumis à un front d'onde plan se propageant perpendiculairement à sa face avant, la répartition de la composante normale du déplacement particulière arrive en phase au capteur. Dans le cas d'une onde de surface, cette répartition sera dépendante de la longueur d'onde de l'onde incidente car celle-ci n'excite pas en phase tous les points de la surface. Or, la tension instantanée aux bornes du capteur est considérée comme étant proportionnelle à la moyenne instantanée du déplacement en tout point de la surface. Ainsi, dans le cas général d'une onde incidente ayant un front d'onde non parallèle à la surface, la réponse du capteur est fonction de la longueur d'onde : c'est l'effet d'ouverture.

En négligeant l'interaction entre le capteur et le bloc de test, la réponse d'un capteur d'émission acoustique subissant un effet d'ouverture est couramment écrite sous la forme suivante [5] :

$$V(t) = \frac{1}{S} \iint_S \mathbf{A}(x, y) \cdot \mathbf{u}(x, y, t) dy dx, \quad (\text{Eq. 1.6})$$

avec  $V(t)$  la tension aux bornes du capteur,  $S$  la surface de la face avant du capteur au contact avec la pièce,  $\mathbf{A}(x, y)$  le vecteur de sensibilité locale et  $\mathbf{u}(x, y, t)$  le déplacement particulière de l'onde élastique incidente sur le capteur. Nous avons vu au paragraphe précédent que seule la sensibilité normale du capteur est prise en compte. De plus, considérer une sensibilité uniforme sur la face avant du capteur est une autre approximation courante de la littérature, soit  $\mathbf{A}(x, y) = A_0$ . L'équation Eq. 1.6 se réduit alors à la formule suivante :

$$V(t) = \frac{A_0}{S} \iint_S u_z(x, y, t) dx dy. \quad (\text{Eq. 1.7})$$

Une hypothèse moins restrictive est utilisée dans [29] en considérant la sensibilité locale comme fonction de la position sur la surface.

$$A(r) = A_0 \psi(x, y) e^{-i\varphi(x, y)},$$

où  $A_0$  est le maximum de sensibilité au déplacement normal,  $\varphi$  le déphasage et  $\psi$  une fonction de pondération. Dans ce cas, la réponse du capteur est donnée par la relation suivante.

$$V(t) = \frac{A_0}{S} \iint_S \psi(x, y) e^{-i\varphi(x, y)} u_z(x, y) dx dy . \quad (\text{Eq. 1.8})$$

### Méthodes d'étalonnage

La procédure standard d'étalonnage absolu développée par Breckenridge *et al.* [5], [30], [31] correspond à une rupture de capillaire de verre sur un large bloc de test en acier afin de générer une onde acoustique servant à calibrer le capteur. Dans cette méthode, une vis de serrage applique une force sur une tige de verre positionnée perpendiculairement à un capillaire du même matériau. Ce capillaire repose lui-même sur une glissière de verre en contact avec le bloc d'acier. L'objectif de ce montage développé au *National Institute of Standards and Technology* (NIST – USA) est de simuler une source ponctuelle à la surface d'un milieu semi-infini.

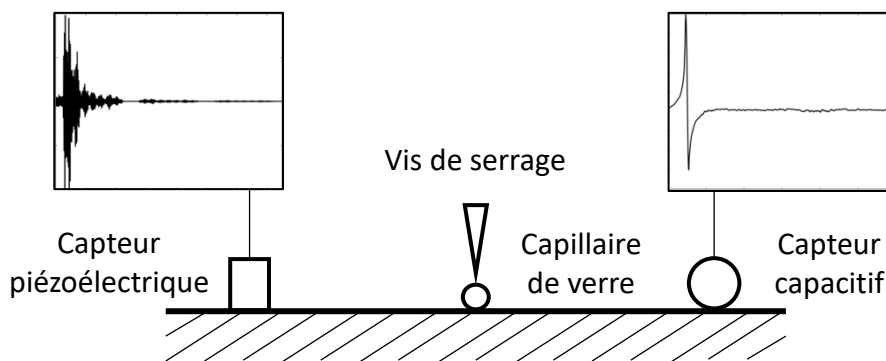


Figure 1.12 - Schéma de la calibration NIST

Afin de déterminer la forme d'onde que devrait mesurer le capteur à étalonner, la méthode NIST repose sur la redondance d'information. En effet, d'une part l'onde générée par la rupture du capillaire est mesurée de manière absolue par un capteur capacitif positionné à 100 mm de la source et d'autre part, un calcul analytique [32] est mené correspondant au calcul du déplacement à la surface d'un milieu semi-infini soumis à une source ponctuelle d'ondes élastiques. La forme d'onde enregistrée par le capteur EA, positionné lui aussi à 100 mm de la source, est ensuite comparée aux résultats fournis par les deux méthodes précédentes (Figure 1.12).

Dans le cas où l'opérateur chercherait à effectuer une calibration en onde de volume, le même montage peut être utilisé, mais en positionnant le capteur sur la face opposée à celle où agit la source et en vis-à-vis de celle-ci. Le capteur capacitif ne pouvant pas être situé au même endroit, le déplacement normal de la surface libre du bloc est, cette fois-ci, uniquement déterminé analytiquement.

Les travaux de B. Burks [33] ont montré, en utilisant des simulations par éléments-finis, que la source utilisée n'était pas ponctuelle mais elliptique. Ainsi, le calcul analytique mené parallèlement à la mesure par un capteur capacitif devient problématique. De plus, la seconde partie des travaux précédemment mentionnés, réalisée par M. A. Hamstad [34], met en évidence les changements dans le champ résultant de la rupture du capillaire en fonction de certains paramètres inconnus dans la méthode (tels que le temps de montée de la source ou la

taille spatiale de celle-ci). Ces résultats et la complexité de la mesure des paramètres analysés dans [34] rendent difficile toute modification du calcul analytique.

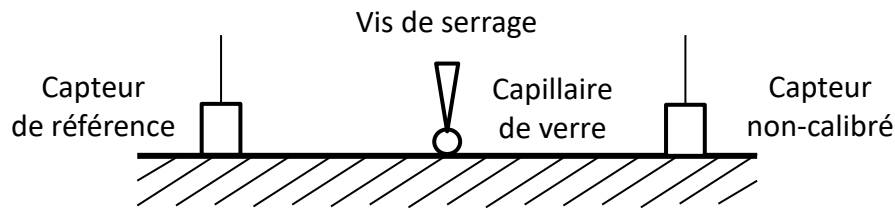
Une autre méthode d'étalonnage absolu standard existe et permet de s'affranchir des problèmes liés à la source : la calibration par réciprocité [35]. Cette méthode a été abondamment étudiée dans la littérature et s'applique aux traducteurs réversibles, ce qui correspond à la plupart des capteurs EA commerciaux sans préamplificateur intégré. Cette méthode est basée sur le théorème de réciprocité pour les circuits électriques : « *Si une branche d'un circuit est soumise à une source de tension  $U$ , elle engendrera un courant  $I$  dans une autre branche du circuit. Inversement si la seconde branche est soumise à la même tension  $U$ , elle engendrera une intensité  $I$  identique dans la première branche* ». Si nous considérons un circuit électromécanique constitué d'un capteur en émission et d'un capteur en réception, tous deux couplés à un bloc de test, nous pouvons relier les quantités électriques du capteur en émission à celles du capteur en réception par la relation de réciprocité précédente. En effet, si deux traducteurs identiques sont couplés à un milieu commun, que l'un agit en tant qu'émetteur, l'autre en tant que récepteur et que la fonction de Green élastodynamique du milieu est connue, alors il est possible de déterminer de manière absolue la réponse de ce type de capteur en mesurant le courant de l'émetteur et la tension aux bornes du récepteur.

L'intérêt principal de la calibration par réciprocité repose sur le fait qu'il n'est pas nécessaire de produire un déplacement connu. Toutes les mesures de cette méthode sont électriques. Toutefois, il est nécessaire de connaître la fonction de Green élastodynamique du milieu liant les deux capteurs.

### II.3.2 Étalonnage relatif

Dans le cas de l'étalonnage relatif, un capteur dont la sensibilité a déjà été calibrée doit être utilisé afin de le comparer au capteur non étalonné. Pour une même source, les tensions en réception des deux capteurs sont mesurées et la sensibilité du capteur non calibré est calculée en se basant sur celle du capteur dont la sensibilité est connue et sur les signaux mesurés par les deux capteurs. Ce type d'étalonnage est bien adapté à une utilisation industrielle où de nombreux capteurs doivent être étalonnés et se révèle souvent plus simple à mettre en œuvre.

La calibration secondaire décrite dans [36] et schématisée par la Figure 1.13 permet de déterminer la réponse fréquentielle d'un capteur soumis à une onde de Rayleigh. Le système est très similaire à celui utilisé pour la calibration primaire NIST à ceci près que le capteur capacitif est remplacé par un capteur EA classique déjà étalonné et que le bloc de test est de dimension réduite (cylindre en acier de 40x18 cm). La source, quant à elle, peut être une autre source que la rupture d'un capillaire. Un soin particulier doit être porté sur les matériaux du bloc de test utilisé lors de la calibration primaire du capteur de référence et la calibration secondaire du second capteur. En effet, et comme nous l'avons mentionné précédemment, une calibration est faite pour un matériau spécifique. Ainsi, si le capteur de référence a été étalonné sur de l'acier (cas standard), le bloc de test de la calibration secondaire doit être en acier également.



**Figure 1.13 - Schéma de la calibration secondaire**

Une autre méthode d'étalonnage est parfois utilisée : la calibration en Face-à-Face. Cette méthode simple de mise en œuvre a l'avantage de ne pas nécessiter de bloc de test mais nécessite toutefois un capteur large bande étalonné en plus du capteur de référence et du capteur non calibré. Le capteur large bande est utilisé en émission en tant que source de déplacement et permet une bonne reproductibilité de l'émission. La première phase de la calibration va consister à coupler le traducteur large bande au capteur de référence et à enregistrer le signal de sortie. La seconde phase consiste cette fois à coupler la source au capteur non calibré et à enregistrer ici aussi le signal généré. La sensibilité du capteur non calibré peut ensuite être calculée en utilisant les deux signaux enregistrés et la sensibilité du capteur de référence [37].

### III. CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons présenté brièvement la méthode de contrôle non-destructif par émission acoustique et nous nous sommes attachés particulièrement à décrire les capteurs utilisés dans la pratique industrielle de cette méthode. Le contrôle par émission acoustique présente un intérêt certain pour la surveillance des structures en fonctionnement en raison de sa simplicité de mise en œuvre et de son faible coût. Les capteurs utilisés sont de conception simple et permettent de mesurer avec une grande sensibilité le déplacement particulière associé aux ondes engendrées par un défaut évolutif présent dans la structure.

Cependant la sensibilité des capteurs s'accompagne d'une fonction de transfert difficile à caractériser. Le signal mesuré dépend fondamentalement de la réponse du capteur et permet difficilement d'analyser quantitativement l'onde élastique détectée.

Lors d'un contrôle par émission acoustique, un opérateur doit étalonner les capteurs utilisés en faisant appel à certaines méthodes de calibration. Ces méthodes reposent cependant sur tout ou partie d'un ensemble de trois hypothèses fondamentales : le capteur est uniquement sensible à la composante normale du déplacement, le capteur n'a pas d'influence sur l'onde mesurée et sa taille finie est considérée comme étant suffisamment petite pour n'être pas prise en compte.

Malgré ces hypothèses fortes qui, nous le verrons par la suite, sont mal fondées scientifiquement, aucun modèle général n'existe permettant d'obtenir la fonction de sensibilité des capteurs d'émission acoustique. Un tel modèle est pourtant nécessaire dans le cadre de la simulation complète d'un contrôle par EA. Dans le chapitre suivant, nous nous proposons donc de développer une formulation de la sensibilité des capteurs en nous basant sur le principe de réciprocité électromécanique.

---

# Chapitre 2.

## Réponse d'un capteur par le principe de réciprocité

---

Nous avons vu, dans le chapitre précédent, que l'une des inconnues dans un contrôle par émission acoustique est la fonction de sensibilité du capteur. Nous nous proposons donc dans ce chapitre d'établir de façon théorique précisément ce qu'est cette sensibilité. Nous ferons pour cela appel au principe de réciprocité électromécanique. Cette approche va nous permettre de définir la sensibilité du capteur en réception comme une fonction de grandeurs physiques du traducteur lorsque celui-ci est utilisé en tant qu'émetteur.

Pour obtenir cette sensibilité, nous ferons tout d'abord quelques rappels sur l'élastodynamique linéaire [38], [39] afin de bien comprendre le principe de réciprocité élastodynamique qui en découle. Ce cas nous permettra de détailler, dans un cadre assez simple, les étapes de développement aboutissant à une équation de réciprocité. Nous aborderons ensuite le principe de réciprocité électromécanique pour déboucher sur une écriture des fonctions de sensibilité des capteurs basée sur ce théorème.

Dans la suite de ce chapitre, les grandeurs notées en gras représentent des quantités vectorielles ou tensorielles. Concernant les notations indicielles, nous utiliserons la notation usuelle des dérivées partielles  $\partial u_i / \partial x_j = u_{i,j}$  ainsi que la notation pour la dérivée temporelle  $\partial u_i / \partial t = \dot{u}_i$ .

### I. FORMULATION DU PRINCIPE DE RÉCIPROCITÉ POUR DES SYSTÈMES ÉLASTODYNAMIQUES

#### I.1 ÉLASTODYNAMIQUE LINÉAIRE DES SOLIDES

Sous l'action de forces extérieures, un solide peut subir une déformation, c'est-à-dire que les particules se déplacent les unes relativement aux autres. Cette déformation engendre des contraintes résultant des forces moléculaires de rappel qui tendent à ramener le solide à son état d'équilibre. Le comportement d'un solide élastique est décrit par des variations de champs vectoriels et tensoriels, dont l'évolution est traduite par exemple par des relations entre les efforts internes au solide et les déformations locales autour d'un point. Notons  $\mathbf{u} \equiv \mathbf{u}(t, x_1, x_2, x_3)$  le vecteur déplacement particulaire au cours du temps dans un repère cartésien. Nous pouvons déterminer la déformation locale comme la différentielle totale du déplacement :

$$d\mathbf{u} = \text{grad}(\mathbf{u}) \cdot d\mathbf{x}, \quad (\text{Eq. 2.1})$$

avec  $\mathbf{x}$  le vecteur position. Le gradient du déplacement est un tenseur d'ordre 2 pouvant se décomposer comme la somme d'un tenseur symétrique et d'un tenseur antisymétrique représentant respectivement la déformation, c'est-à-dire la variation de longueur, et la rotation de l'élément considéré.

$$\text{grad}(\mathbf{u}) = \text{grad}_S(\mathbf{u}) + \text{grad}_A(\mathbf{u}) = \mathbf{S} + \mathbf{\Omega}. \quad (\text{Eq. 2.2})$$

Le tenseur des déformations, noté  $\mathbf{S}$  est un tenseur symétrique,  $S_{ij} = S_{ji}$  en notation indicielle, possédant six composantes indépendantes et pouvant s'écrire :

$$S_{ij}(\mathbf{u}) = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right). \quad (\text{Eq. 2.3})$$

Nous pouvons également définir le tenseur de rotation  $\mathbf{\Omega}$ , antisymétrique ( $\Omega_{ij} = -\Omega_{ji}$ ) comme :

$$\Omega_{ij}(\mathbf{u}) = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right). \quad (\text{Eq. 2.4})$$

Le tenseur des contraintes représente les efforts internes du solide. Ces efforts peuvent être modélisés par des forces agissant au travers d'une surface séparant deux petits éléments contigus. Considérons une base  $(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3)$  de l'espace, un point M soumis à une force extérieure  $\mathbf{F}$  et un cube de matière autour de ce point (Figure 2.1).

Notons  $j$  la face normale à  $\mathbf{e}_j$ , en partant du centre du cube ;  $\mathbf{e}_j$  pointe vers  $j$ . Notons également  $-j$  la face opposée à celle-ci (représentée en gris sur la Figure 2.1)

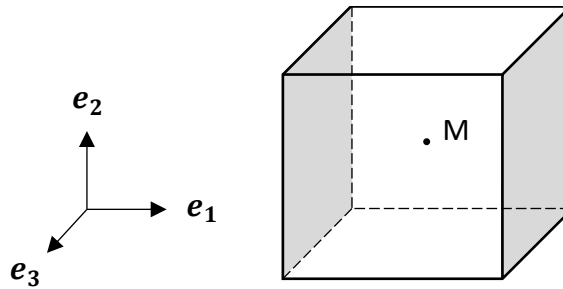


Figure 2.1 - Cube élémentaire autour d'un point M

Sur la face  $j$ , de surface élémentaire  $dS$ , s'exerce donc une force élémentaire  $d\mathbf{F} = \mathbf{t}dS$ , où le vecteur  $\mathbf{t}(M, \mathbf{e}_j)$  a les dimensions d'une contrainte et représente la contrainte au point M appliquée par la force  $\mathbf{F}$  dans la direction  $\mathbf{e}_j$ . Sur la face  $-j$  nous avons donc une force égale et opposée.

Dans le cas le plus général d'un vecteur contrainte non-colinéaire à  $\mathbf{e}_i$ , la composante normale de la contrainte représente un effort de traction-compression et sa composante tangentielle un effort de cisaillement. Nous pouvons finalement définir le tenseur d'ordre 2 des contraintes comme :

$$\sigma_{ij} = \frac{dF_{ij}}{dS},$$

où  $dF_{ij}$  est la composante selon  $\mathbf{e}_i$  de la force élémentaire appliquée sur la face  $j$ . Ce tenseur est symétrique et nous avons [38] :

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ji},$$

réduisant ainsi le tenseur des contraintes à 6 composantes indépendantes. De manière générale et dans le cadre de l'élastodynamique linéaire, il est possible de relier les composantes du tenseur des contraintes aux composantes du tenseur des déformations (loi de Hooke) :

$$\sigma_{ij} = c_{ijkl} S_{kl}, \quad (\text{Eq. 2.5})$$

où  $c_{ijkl}$  est le tenseur des rigidités élastiques. Ce tenseur (d'ordre 4) comporte 81 composantes. Toutefois, il possède les symétries suivantes

$$c_{ijkl} = c_{jikl} = c_{klij} = c_{ijlk}, \quad (\text{Eq. 2.6})$$

permettant de réduire le nombre de composantes indépendantes à 21 dans le pire des cas de symétrie cristalline (tri-clinique).

Dans le cas d'un solide isotrope, c'est-à-dire d'un solide dont les propriétés d'élasticité sont les mêmes dans toutes les directions, le tenseur des rigidités élastiques ne comporte que deux constantes indépendantes et peut s'exprimer comme :

$$c_{ijkl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}), \quad (\text{Eq. 2.7})$$

avec  $\delta_{ij}$  le symbole de Kronecker :

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases} \quad (\text{Eq. 2.8})$$

et  $\lambda, \mu$ , les coefficients de Lamé définis comme :

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad \text{et} \quad \mu = \frac{E}{2(1+\nu)}, \quad (\text{Eq. 2.9})$$

avec  $E$  et  $\nu$  le module de Young et le coefficient de Poisson. Finalement, nous pouvons écrire le tenseur des contraintes sous la forme suivante :

$$\sigma_{ij} = \lambda S_{kk} \delta_{ij} + 2\mu S_{ij}. \quad (\text{Eq. 2.10})$$

On peut maintenant écrire pour un volume infinitésimal la relation fondamentale de la dynamique qui, avec les notations indicielles, est traduite par la relation suivante :

$$\sigma_{ij,i} + F_j = \rho \ddot{u}_j, \quad (\text{Eq. 2.11})$$

avec  $\rho$  la masse volumique du solide et  $\mathbf{F}$  la résultante des forces volumiques extérieures. Dans ces travaux, nous nous plaçons dans le cadre de l'hypothèse des petites perturbations, c'est-à-dire que les déformations de la structure relativement à ses dimensions sont petites et réversibles. Dans ce cas, nous pouvons décomposer le tenseur des contraintes en une partie correspondant aux contraintes statiques à l'équilibre, que nous appellerons  $\sigma_S$  et une partie correspondant aux ondes élastiques, notée  $\sigma_E$ .

$$\sigma = \sigma_S + \sigma_E \quad (\text{Eq. 2.12})$$

De cette manière, nous pouvons écrire, d'une part l'équation à l'équilibre et d'autre part l'équation du mouvement correspondant uniquement à la perturbation.

$$\text{div } \sigma_S + \mathbf{F} = 0, \quad (\text{Eq. 2.13})$$

$$\text{div } \sigma_E = \rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2}. \quad (\text{Eq. 2.14})$$

## I.2 THÉORÈME DE RÉCIPROCITÉ ÉLASTODYNAMIQUE

Les relations de réciprocité permettent de relier deux états d'un système à deux jeux de paramètres ; elles ont été discutées pour la première fois au cours du 19<sup>ème</sup> siècle pour les ondes électromagnétiques et élastiques. Ce type de relations est abondamment utilisé pour démontrer la symétrie d'un problème de transmission d'ondes par rapport à la permutation entre la source et le récepteur [40]. En élastodynamique, ce type de relation a notamment été utilisé dans le cadre de la diffraction d'une onde élastique par un défaut de forme arbitraire [41]. Nous développerons ici le cas de l'élastodynamique afin de présenter dans un cas simple les étapes nécessaires à l'obtention d'une relation de réciprocité. Cette démarche est très similaire dans le cas électromécanique mais fait en plus intervenir les phénomènes électriques et leur couplage avec les phénomènes élastiques, rendant plus complexe le déroulement du calcul pour obtenir la relation de réciprocité.

Une définition formelle de ce principe [42] est donnée par : « *Un théorème de réciprocité relie, d'une manière spécifique, deux états élastodynamiques possibles pouvant se dérouler dans le même corps élastique linéaire indépendamment du temps. Chacun de ces deux états peut être associé avec son propre jeu de paramètres matériaux indépendant du temps et ses propres conditions de chargement. Le domaine dans lequel le théorème de réciprocité s'applique peut être borné ou non.* »

Considérons donc deux états  $a$  et  $b$  d'un matériau élastique linéaire et écrivons les équations du mouvement associées à ces deux états (Eq. 2.11) :

$$\text{div}(\sigma^a) + \mathbf{F}^a = \rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}^a}{\partial t^2}, \quad (\text{Eq. 2.15})$$

$$\text{div}(\sigma^b) + \mathbf{F}^b = \rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}^b}{\partial t^2}. \quad (\text{Eq. 2.16})$$

En effectuant le produit scalaire de l'équation (2.15) par  $\mathbf{u}^b$ , le produit scalaire de l'équation (2.16) par  $\mathbf{u}^a$  puis en soustrayant ces deux expressions, nous obtenons la relation suivante :

$$(\mathbf{F}^a - \rho \ddot{\mathbf{u}}^a) \cdot \mathbf{u}^b - (\mathbf{F}^b - \rho \ddot{\mathbf{u}}^b) \cdot \mathbf{u}^a = -(\operatorname{div}(\boldsymbol{\sigma}^a) \cdot \mathbf{u}^b - \operatorname{div}(\boldsymbol{\sigma}^b) \cdot \mathbf{u}^a). \quad (\text{Eq. 2.17})$$

Utilisons à présent la propriété suivante :

$$\begin{aligned} \operatorname{div}(\boldsymbol{\sigma}) \cdot \mathbf{u} &= \operatorname{div}(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{u}) - \boldsymbol{\sigma} : \operatorname{grad}(\mathbf{u}) \\ &= \operatorname{div}(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{u}) - (\boldsymbol{\sigma} : \operatorname{grad}_S(\mathbf{u}) + \boldsymbol{\sigma} : \operatorname{grad}_A(\mathbf{u})). \end{aligned}$$

Les propriétés de symétrie du tenseur des contraintes et l'antisymétrie de  $\operatorname{grad}_A$  nous permettent d'obtenir la relation :

$$\operatorname{div}(\boldsymbol{\sigma}) \cdot \mathbf{u} = \operatorname{div}(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{u}) - \boldsymbol{\sigma} : \operatorname{grad}_S(\mathbf{u}), \quad (\text{Eq. 2.18})$$

où le symbole « : » représente le double produit scalaire (ou produit doublement contractant). De plus la loi de Hooke nous permet d'écrire :

$$\boldsymbol{\sigma}^a : \operatorname{grad}_S(\mathbf{u}^b) - \boldsymbol{\sigma}^b : \operatorname{grad}_S(\mathbf{u}^a) = \mathbf{c} : (\operatorname{grad}_S(\mathbf{u}^a) : \operatorname{grad}_S(\mathbf{u}^b) - \operatorname{grad}_S(\mathbf{u}^b) : \operatorname{grad}_S(\mathbf{u}^a)) = 0.$$

Nous pouvons donc réécrire l'expression (2.17) comme :

$$(\mathbf{F}^a - \rho \ddot{\mathbf{u}}^a) \cdot \mathbf{u}^b - (\mathbf{F}^b - \rho \ddot{\mathbf{u}}^b) \cdot \mathbf{u}^a = \operatorname{div}(\boldsymbol{\sigma}^b \cdot \mathbf{u}^a - \boldsymbol{\sigma}^a \cdot \mathbf{u}^b). \quad (\text{Eq. 2.19})$$

Cette relation est appelée *théorème de réciprocité local*. Le théorème global, quant à lui, s'obtient en intégrant la relation précédente sur le volume  $V$  du solide élastique.

$$\int_V ((\mathbf{F}^a - \rho \ddot{\mathbf{u}}^a) \cdot \mathbf{u}^b - (\mathbf{F}^b - \rho \ddot{\mathbf{u}}^b) \cdot \mathbf{u}^a) dV = \int_V \operatorname{div}(\boldsymbol{\sigma}^b \cdot \mathbf{u}^a - \boldsymbol{\sigma}^a \cdot \mathbf{u}^b) dV. \quad (\text{Eq. 2.20})$$

Rappelons, pour un champ vectoriel quelconque  $\mathbf{A}$ , le théorème de Green-Ostrogradski (ou théorème de la divergence) établissant l'égalité entre l'intégrale de ce champ sur un volume  $V$  et le flux du champ à travers la surface  $S$ , de normale unitaire sortante  $\mathbf{n}$ , formant la frontière du volume :

$$\int_V \operatorname{div}(\mathbf{A}) dV = \int_S \mathbf{A} \cdot \mathbf{n} dS. \quad (\text{Eq. 2.21})$$

En appliquant ce théorème sur le membre de droite nous pouvons convertir l'intégrale volumique en intégrale surfacique :

$$\begin{aligned} &\int_V ((\mathbf{F}^a - \rho \ddot{\mathbf{u}}^a) \cdot \mathbf{u}^b - (\mathbf{F}^b - \rho \ddot{\mathbf{u}}^b) \cdot \mathbf{u}^a) dV \\ &= \int_S (\boldsymbol{\sigma}^b \cdot \mathbf{u}^a - \boldsymbol{\sigma}^a \cdot \mathbf{u}^b) \cdot \mathbf{n} dS. \end{aligned} \quad (\text{Eq. 2.22})$$

Dans le cadre de cette thèse, nous nous plaçons généralement dans le cas harmonique. Nous avons donc les relations suivantes :

$$\begin{aligned} F_i(\mathbf{x}, t) &= F_i(\mathbf{x}) e^{-i\omega t}, \\ u_i(\mathbf{x}, t) &= u_i(\mathbf{x}) e^{-i\omega t}, \\ \sigma_{ij}(\mathbf{x}, t) &= \sigma_{ij}(\mathbf{x}) e^{-i\omega t}, \end{aligned}$$

qui nous permettent d'écrire :

$$\begin{aligned} \int_V \left( (\mathbf{F}^a + \rho \omega^2 \mathbf{u}^a) \cdot \mathbf{u}^b - (\mathbf{F}^b + \rho \omega^2 \mathbf{u}^b) \cdot \mathbf{u}^a \right) dV \\ = \int_S (\boldsymbol{\sigma}^b \cdot \mathbf{u}^a - \boldsymbol{\sigma}^a \cdot \mathbf{u}^b) \cdot \mathbf{n} dS. \end{aligned} \quad (\text{Eq. 2.23})$$

Les termes correspondant aux dérivées secondes du déplacement par rapport au temps s'annulent et nous obtenons une expression du théorème de réciprocité de la forme :

$$\int_V (\mathbf{F}^a \cdot \mathbf{u}^b - \mathbf{F}^b \cdot \mathbf{u}^a) dV = \int_S (\boldsymbol{\sigma}^b \cdot \mathbf{u}^a - \boldsymbol{\sigma}^a \cdot \mathbf{u}^b) \cdot \mathbf{n} dS. \quad (\text{Eq. 2.24})$$

En utilisant la traction, définie comme  $\mathbf{t} = \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}$ , nous pouvons finalement écrire :

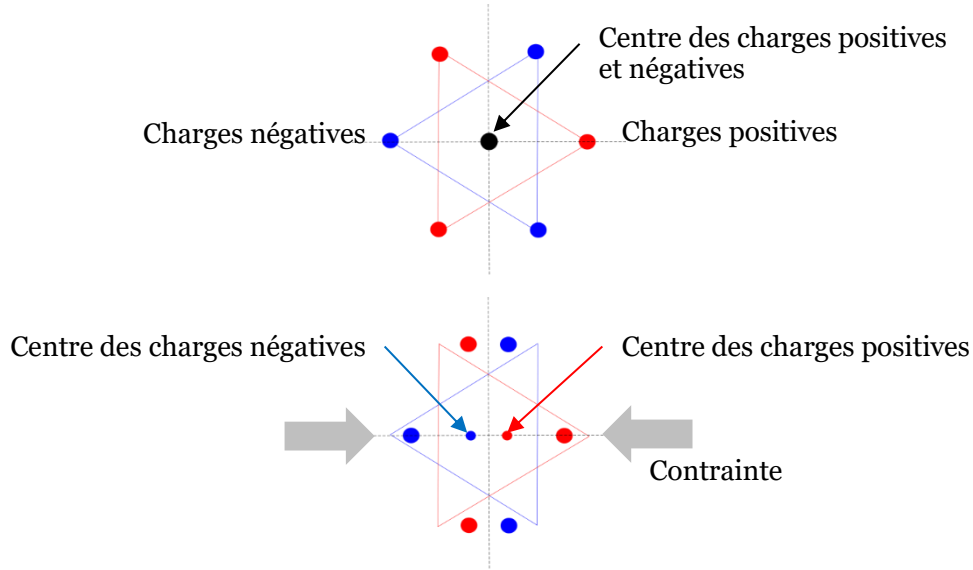
$$\int_V (\mathbf{F}^a \cdot \mathbf{u}^b - \mathbf{F}^b \cdot \mathbf{u}^a) dV = \int_S (\mathbf{t}^b \cdot \mathbf{u}^a - \mathbf{t}^a \cdot \mathbf{u}^b) dS. \quad (\text{Eq. 2.25})$$

## II. FORMULATION DU PRINCIPE DE RÉCIPROCITÉ POUR DES SYSTÈMES PIÉZOÉLECTRIQUES

Dans cette section, nous utiliserons les équations de Maxwell et de l'élasticité afin d'obtenir la formulation générale du principe de réciprocité électromécanique développé par Foldy et Primakoff [43] et Primakoff et Foldy [44] puis plus tard par Auld [40], [45], [46], qui nous permet de relier deux états différents «  $a$  » et «  $b$  » d'un système électromécanique. Pour les traducteurs piézoélectriques, une autre façon de parvenir à cette équation consiste à considérer le traducteur comme un quadripôle électromécanique avec la force et la vitesse particulaire remplaçant la tension et l'intensité dans l'une des paires de pôles [47].

### II.1 PIÉZOÉLECTRICITÉ

La piézoélectricité est la propriété que possèdent certains corps de se polariser électriquement sous l'action d'une contrainte mécanique (effet piézoélectrique direct) et réciproquement de se déformer lorsqu'on leur applique un champ électrique (effet piézoélectrique inverse). Cette propriété n'est possible qu'à la condition que la structure cristallographique du matériau ne présente pas de centre de symétrie, car un cristal ayant un centre de symétrie ne peut pas être déséquilibré électriquement lorsqu'on lui applique une contrainte (voir Figure 2.2).



**Figure 2.2 - Apparition de la piézoélectricité dans une maille cristalline**

Ainsi, dans un milieu piézoélectrique, les champs élastiques et les champs électromagnétiques sont couplés. Il existe 20 classes cristallines piézoélectriques [48] ayant chacune des propriétés différentes. Toutefois, les pastilles piézoélectriques utilisées en pratique sont généralement formées de cristaux à mailles hexagonales. Nous ne détaillerons pas les différentes propriétés des différents cristaux piézoélectriques et resterons très généraux.

## II.2 ÉTABLIR LA RELATION DE RÉCIPROCITÉ ÉLECTROMÉCANIQUE

Le principe de réciprocité électromécanique permet de faire le lien entre les états électrique et élastique de deux systèmes. Aussi, commençons par exprimer les équations de Maxwell pour la partie électromagnétique des systèmes. On a :

$$-\text{rot}(\mathbf{E}) = \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (\text{Eq. 2.26})$$

$$\text{rot}(\mathbf{H}) = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J}_e, \quad (\text{Eq. 2.27})$$

avec  $\mathbf{E}$  le champ électrique,  $\mathbf{B}$  le champ magnétique,  $\mathbf{H}$  l'excitation magnétique,  $\mathbf{D}$  le déplacement électrique et  $\mathbf{J}_e$  la densité de courant électrique.

Introduisons à présent la quantité de mouvement (avec  $\mathbf{v}$  la vitesse particulaire) :

$$\mathbf{p} = \rho \mathbf{v}, \quad (\text{Eq. 2.28})$$

afin de réécrire les équations de l'élasticité sous la forme suivante :

$$\text{div}(\boldsymbol{\sigma}) = \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial t} - \mathbf{F}, \quad (\text{Eq. 2.29})$$

$$\text{grad}_s(\mathbf{v}) = \frac{\partial \mathbf{S}}{\partial t}. \quad (\text{Eq. 2.30})$$

On peut remarquer que ces deux équations présentent des ressemblances très fortes avec les équations de Maxwell et que chaque couple d'équations fait intervenir quatre quantités physiques. Ces quantités peuvent être reliées les unes aux autres par des relations constitutives faisant intervenir les propriétés du milieu. Dans le cas anisotrope général, ces relations sont les suivantes :

$$\begin{aligned} \mathbf{B} &= \boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{H}, \\ \mathbf{D} &= \boldsymbol{\varepsilon}^\sigma \cdot \mathbf{E} + \mathbf{d} : \boldsymbol{\sigma}, \\ \mathbf{p} &= \rho \mathbf{v}, \\ \mathbf{S} &= \mathbf{d} \cdot \mathbf{E} + \mathbf{s}^E : \boldsymbol{\sigma}, \end{aligned} \quad (\text{Eq. 2.31})$$

où  $\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\varepsilon}^\sigma$  représentent respectivement les tenseurs du second ordre de perméabilité et de permittivité du matériau. L'exposant  $\sigma$  représente la permittivité prise à contrainte nulle. La quantité  $\mathbf{d}$ , quant à elle, représente le tenseur d'ordre trois des constantes piézoélectriques et  $\mathbf{s}^E$  représente le tenseur d'ordre quatre de la flexibilité (ou souplesse) prise à champ électrique nul. La dernière des quatre équations précédentes peut être utilement réécrite sous la forme suivante :

$$\boldsymbol{\sigma} = -\mathbf{e} \cdot \mathbf{E} + \mathbf{c}^E : \mathbf{S}, \quad (\text{Eq. 2.32})$$

où  $\mathbf{c}^E$  représente le tenseur des rigidités élastiques prises à champ électrique nul, défini comme :

$$c_{ijkl}^E s_{klmn}^E = \delta_{ijmn}.$$

Enfin,  $\mathbf{e}$  représente le tenseur des contraintes piézoélectriques :

$$\mathbf{e} = \mathbf{c}^E : \mathbf{d}.$$

### II.2.1 Termes élastodynamiques

À présent, considérons deux états «  $a$  » et «  $b$  ». Tout comme dans le cas de la réciprocité élastodynamique, effectuons le produit scalaire de l'équation du mouvement de l'état  $a$  (Eq. 2.29) avec  $\mathbf{v}^b$  et le produit scalaire de l'équation du mouvement de l'état  $b$  avec  $\mathbf{v}^a$ .

$$\mathbf{v}^a \cdot \frac{\partial \mathbf{p}^b}{\partial t} = \mathbf{v}^a \cdot \text{div}(\boldsymbol{\sigma}^b) + \mathbf{v}^a \cdot \mathbf{F}^b, \quad (\text{Eq. 2.33})$$

$$\mathbf{v}^b \cdot \frac{\partial \mathbf{p}^a}{\partial t} = \mathbf{v}^b \cdot \text{div}(\boldsymbol{\sigma}^a) + \mathbf{v}^b \cdot \mathbf{F}^a. \quad (\text{Eq. 2.34})$$

Dans le cas harmonique, la dérivée temporelle de la quantité de mouvement s'écrit simplement  $\dot{\mathbf{p}} = -i\omega\rho\mathbf{v}$  et en soustrayant les deux équations précédentes nous obtenons :

$$0 = -i\omega\rho(\mathbf{v}^a \cdot \mathbf{v}^b - \mathbf{v}^a \cdot \mathbf{v}^b) = \mathbf{v}^a \cdot \text{div}(\boldsymbol{\sigma}^b) - \mathbf{v}^b \cdot \text{div}(\boldsymbol{\sigma}^a) + \mathbf{v}^a \cdot \mathbf{F}^b - \mathbf{v}^b \cdot \mathbf{F}^a. \quad (\text{Eq. 2.35})$$

À nouveau, utilisons l'identité (2.18). On obtient alors :

$$\begin{aligned}
 0 &= -i\omega\rho(\mathbf{v}^a \cdot \mathbf{v}^b - \mathbf{v}^a \cdot \mathbf{v}^b) \\
 &= \text{div}(\mathbf{v}^a \cdot \boldsymbol{\sigma}^b - \mathbf{v}^b \cdot \boldsymbol{\sigma}^a) - (\boldsymbol{\sigma}^a : \text{grad}_S(\mathbf{v}^b) - \boldsymbol{\sigma}^b : \text{grad}_S(\mathbf{v}^a)) \\
 &\quad + \mathbf{v}^a \cdot \mathbf{F}^b - \mathbf{v}^b \cdot \mathbf{F}^a.
 \end{aligned} \tag{Eq. 2.36}$$

Jusqu'à présent, le développement était identique à celui effectué dans le cas élastodynamique ; toutefois, la contrainte n'est plus uniquement fonction de la déformation mais aussi du champ électrique (Eq. 2.32). La partie de l'équation présentant les doubles produits scalaires des contraintes avec le gradient symétrique des vitesses peut se décomposer en utilisant l'équation (2.32) :

$$\begin{aligned}
 -\boldsymbol{\sigma}^a : \text{grad}_S(\mathbf{v}^b) + \boldsymbol{\sigma}^b : \text{grad}_S(\mathbf{v}^a) &= \mathbf{e} \cdot \mathbf{E}^a : \text{grad}_S(\mathbf{v}^b) - \mathbf{c}^E : \mathbf{S}^a : \text{grad}_S(\mathbf{v}^b) \\
 &\quad - \mathbf{e} \cdot \mathbf{E}^b : \text{grad}_S(\mathbf{v}^a) + \mathbf{c}^E : \mathbf{S}^b : \text{grad}_S(\mathbf{v}^a).
 \end{aligned} \tag{Eq. 2.37}$$

Or, nous pouvons écrire  $\text{grad}_S(\mathbf{v}) = -i\omega\mathbf{S}$ . Par conséquent :

$$\begin{aligned}
 &\mathbf{c}^E : \mathbf{S}^b : \text{grad}_S(\mathbf{v}^a) - \mathbf{c}^E : \mathbf{S}^a : \text{grad}_S(\mathbf{v}^b) \\
 &= -\frac{\mathbf{c}^E}{i\omega} : (\text{grad}_S(\mathbf{v}^b) : \text{grad}_S(\mathbf{v}^a) - \text{grad}_S(\mathbf{v}^b) : \text{grad}_S(\mathbf{v}^b)) = 0.
 \end{aligned}$$

Nous avons, finalement, l'expression :

$$-\boldsymbol{\sigma}^a : \text{grad}_S(\mathbf{v}^b) + \boldsymbol{\sigma}^b : \text{grad}_S(\mathbf{v}^a) = \mathbf{e} \cdot \mathbf{E}^a : \text{grad}_S(\mathbf{v}^b) - \mathbf{e} \cdot \mathbf{E}^b : \text{grad}_S(\mathbf{v}^a), \tag{Eq. 2.38}$$

qui nous permet de réécrire l'équation (2.36) de la façon suivante :

$$\begin{aligned}
 &-i\omega\rho(\mathbf{v}^a \cdot \mathbf{v}^b - \mathbf{v}^a \cdot \mathbf{v}^b) \\
 &= \text{div}(\mathbf{v}^a \cdot \boldsymbol{\sigma}^b - \mathbf{v}^b \cdot \boldsymbol{\sigma}^a) + \mathbf{e} \cdot \mathbf{E}^a : \text{grad}_S(\mathbf{v}^b) - \mathbf{e} \cdot \mathbf{E}^b : \text{grad}_S(\mathbf{v}^a) \\
 &\quad + \mathbf{v}^a \cdot \mathbf{F}^b - \mathbf{v}^b \cdot \mathbf{F}^a.
 \end{aligned} \tag{Eq. 2.39}$$

## II.2.2 Termes électriques

Considérons la relation constitutive reliant  $\mathbf{B}$  à  $\mathbf{H}$ , celle reliant  $\mathbf{D}$  à  $\mathbf{E}$  et effectuons le produit scalaire de l'équation (2.26) dans l'état  $a$  avec le champ magnétique dans l'état  $b$  (et réciproquement) et le produit scalaire de l'équation (2.27) dans l'état  $a$  avec le champ électrique dans l'état  $b$  (et réciproquement) :

$$-i\omega\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{H}^b \cdot \mathbf{H}^a = -\mathbf{H}^b \cdot \text{rot}(\mathbf{E}^a) \tag{Eq. 2.40}$$

$$-i\omega\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{H}^a \cdot \mathbf{H}^b = -\mathbf{H}^a \cdot \text{rot}(\mathbf{E}^b) \tag{Eq. 2.41}$$

$$-i\omega\boldsymbol{\epsilon}^\sigma \cdot \mathbf{E}^b \cdot \mathbf{E}^a = \mathbf{E}^b \cdot \text{rot}(\mathbf{H}^a) + \mathbf{E}^b \cdot \mathbf{J}_e^a - \mathbf{E}^b \cdot \mathbf{d} : \boldsymbol{\sigma}^a \tag{Eq. 2.42}$$

$$-i\omega\boldsymbol{\epsilon}^\sigma \cdot \mathbf{E}^a \cdot \mathbf{E}^b = \mathbf{E}^a \cdot \text{rot}(\mathbf{H}^b) + \mathbf{E}^a \cdot \mathbf{J}_e^b - \mathbf{E}^a \cdot \mathbf{d} : \boldsymbol{\sigma}^b \tag{Eq. 2.43}$$

Nous pouvons combiner ces expressions afin d'obtenir l'équation suivante :

$$\begin{aligned}
 0 &= -i\omega \left( \boldsymbol{\mu} \cdot (\mathbf{H}^b \cdot \mathbf{H}^a - \mathbf{H}^a \cdot \mathbf{H}^b) + \boldsymbol{\varepsilon}^\sigma \cdot (\mathbf{E}^b \cdot \mathbf{E}^a - \mathbf{E}^a \cdot \mathbf{E}^b) \right) \\
 &= \mathbf{H}^b \cdot \text{rot}(\mathbf{E}^a) - \mathbf{H}^a \cdot \text{rot}(\mathbf{E}^b) + \mathbf{E}^b \cdot \text{rot}(\mathbf{H}^a) - \mathbf{E}^a \cdot \text{rot}(\mathbf{H}^b) \\
 &\quad - i\omega (\mathbf{E}^a \cdot \mathbf{d} : \boldsymbol{\sigma}^b - \mathbf{E}^b \cdot \mathbf{d} : \boldsymbol{\sigma}^a) + \mathbf{E}^b \cdot \mathbf{J}_e^a - \mathbf{E}^a \cdot \mathbf{J}_e^b.
 \end{aligned}$$

Arrivés à ce stade, nous utiliserons l'identité suivante :

$$\text{div}(\mathbf{E} \times \mathbf{H}) = \mathbf{H} \cdot \text{rot}(\mathbf{E}) - \mathbf{E} \cdot \text{rot}(\mathbf{H}), \quad (\text{Eq. 2.44})$$

qui nous permet d'écrire :

$$\begin{aligned}
 0 &= -i\omega \left( \boldsymbol{\mu} \cdot (\mathbf{H}^b \cdot \mathbf{H}^a - \mathbf{H}^a \cdot \mathbf{H}^b) + \boldsymbol{\varepsilon}^\sigma \cdot (\mathbf{E}^b \cdot \mathbf{E}^a - \mathbf{E}^a \cdot \mathbf{E}^b) \right) \\
 &= \text{div}(\mathbf{E}^a \times \mathbf{H}^b - \mathbf{E}^b \times \mathbf{H}^a) - i\omega (\mathbf{E}^a \cdot \mathbf{d} : \boldsymbol{\sigma}^b - \mathbf{E}^b \cdot \mathbf{d} : \boldsymbol{\sigma}^a) + \mathbf{E}^b \cdot \mathbf{J}_e^a - \mathbf{E}^a \cdot \mathbf{J}_e^b
 \end{aligned} \quad (\text{Eq. 2.45})$$

En utilisant à nouveau l'équation (2.32), nous pouvons réduire le terme suivant :

$$\begin{aligned}
 &(\mathbf{E}^a \cdot \mathbf{d} : \boldsymbol{\sigma}^b - \mathbf{E}^b \cdot \mathbf{d} : \boldsymbol{\sigma}^a) \\
 &= \mathbf{E}^a \cdot \mathbf{d} : \mathbf{c}^E : \mathbf{S}^b - \mathbf{E}^a : \mathbf{e} \cdot \mathbf{E}^b - \mathbf{E}^b \cdot \mathbf{d} : \mathbf{c}^E : \mathbf{S}^a + \mathbf{E}^b : \mathbf{e} \cdot \mathbf{E}^a
 \end{aligned} \quad (\text{Eq. 2.46})$$

Et donc, en utilisant les propriétés de symétrie de  $\mathbf{d}$  et  $\mathbf{c}^E$  nous obtenons :

$$\mathbf{E}^a \cdot \mathbf{d} : \boldsymbol{\sigma}^b - \mathbf{E}^b \cdot \mathbf{d} : \boldsymbol{\sigma}^a = \mathbf{E}^a \cdot \mathbf{e} : \mathbf{S}^b - \mathbf{E}^b \cdot \mathbf{e} : \mathbf{S}^a \quad (\text{Eq. 2.47})$$

### II.2.3 Couplages des termes élastiques et électriques

Afin d'obtenir la relation de réciprocité pour les milieux piézoélectriques, il ne reste plus qu'à soustraire les équations (2.39) et (2.45) :

$$\begin{aligned}
 0 &= \text{div}(\mathbf{v}^a \cdot \boldsymbol{\sigma}^b - \mathbf{v}^b \cdot \boldsymbol{\sigma}^a) - \text{div}(\mathbf{E}^a \times \mathbf{H}^b - \mathbf{E}^b \times \mathbf{H}^a) \\
 &+ \mathbf{e} \cdot \mathbf{E}^a : \text{grad}_S(\mathbf{v}^b) - \mathbf{e} \cdot \mathbf{E}^b : \text{grad}_S(\mathbf{v}^a) + i\omega (\mathbf{E}^a \cdot \mathbf{e} : \mathbf{S}^b - \mathbf{E}^b \cdot \mathbf{e} : \mathbf{S}^a) \\
 &+ \mathbf{v}^a \cdot \mathbf{F}^b - \mathbf{v}^b \cdot \mathbf{F}^a - \mathbf{E}^b \cdot \mathbf{J}_e^a + \mathbf{E}^a \cdot \mathbf{J}_e^b.
 \end{aligned} \quad (\text{Eq. 2.48})$$

De plus, en utilisant la relation (Eq. 2.30) nous avons :

$$\mathbf{e} \cdot \mathbf{E}^a : \text{grad}_S(\mathbf{v}^b) - \mathbf{e} \cdot \mathbf{E}^b : \text{grad}_S(\mathbf{v}^a) = -i\omega (\mathbf{e} \cdot \mathbf{E}^a : \mathbf{S}^b - \mathbf{e} \cdot \mathbf{E}^b : \mathbf{S}^a).$$

Ainsi, nous avons l'expression de la réciprocité électromécanique locale :

$$\begin{aligned}
 0 &= \text{div}(\mathbf{v}^a \cdot \boldsymbol{\sigma}^b - \mathbf{v}^b \cdot \boldsymbol{\sigma}^a) - \text{div}(\mathbf{E}^a \times \mathbf{H}^b - \mathbf{E}^b \times \mathbf{H}^a) \\
 &+ \mathbf{v}^a \cdot \mathbf{F}^b - \mathbf{v}^b \cdot \mathbf{F}^a - \mathbf{E}^b \cdot \mathbf{J}_e^a + \mathbf{E}^a \cdot \mathbf{J}_e^b.
 \end{aligned} \quad (\text{Eq. 2.49})$$

Nous retrouvons ici une forme d'équation très proche de celle obtenue dans le cas élastodynamique. À nouveau, nous pouvons utiliser l'intégration de cette équation sur un volume et le théorème de Green-Ostrogradski afin d'obtenir la relation de réciprocité globale électromécanique :

$$\begin{aligned}
 & \int_S (\mathbf{v}^a \cdot \boldsymbol{\sigma}^b - \mathbf{v}^b \cdot \boldsymbol{\sigma}^a - \mathbf{E}^a \times \mathbf{H}^b + \mathbf{E}^b \times \mathbf{H}^a) \cdot \mathbf{n} dS \\
 &= \int_V (\mathbf{v}^b \cdot \mathbf{F}^a - \mathbf{v}^a \cdot \mathbf{F}^b + \mathbf{E}^b \cdot \mathbf{J}_e^a - \mathbf{E}^a \cdot \mathbf{J}_e^b) dV.
 \end{aligned}
 \tag{Eq. 2.50}$$

Dans le cas où le solide n'est soumis à aucune force externe, la relation précédente se réduit encore et peut finalement s'écrire :

$$\int_S (\mathbf{v}^a \cdot \mathbf{t}^b - \mathbf{v}^b \cdot \mathbf{t}^a) dS = \int_S (\mathbf{E}^a \times \mathbf{H}^b - \mathbf{E}^b \times \mathbf{H}^a) \cdot \mathbf{n} dS.
 \tag{Eq. 2.51}$$

### II.3 SIMPLIFICATION DES TERMES ÉLECTRIQUES

Considérons le schéma de la Figure 2.3 représentant un capteur d'émission acoustique et supposons ce capteur couplé à un milieu semi-infini (pour plus de lisibilité, nous n'avons pas représenté la pièce à laquelle le capteur est couplé).

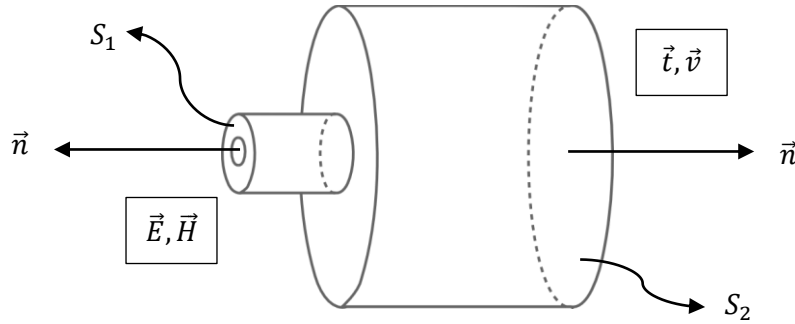


Figure 2.3 - Schéma d'un capteur d'émission acoustique

La formulation générale du principe de réciprocité pour deux états différents du système est donnée par la relation (2.51). Nous pouvons décomposer un capteur d'émission acoustique en trois sous-parties. La première correspond au câble coaxial servant à véhiculer l'information électrique (courant et tension) entre le système d'émission et le capteur ou entre le capteur et le système d'acquisition. Le câble est relié à la seconde partie : l'élément piézoélectrique. Enfin, cet élément est lui-même couplé mécaniquement au boîtier permettant de véhiculer l'information élastodynamique (vitesse particulaire et traction) vers la pièce ou de la pièce vers le capteur. Ainsi, on peut considérer que les composantes électriques s'appliquent uniquement sur la « surface de coupe » du connecteur coaxial (représentée par la surface  $S_1$  sur le schéma). Les composantes élastodynamiques, quant à elles, s'appliquent sur  $S_2$  en raison des conditions de surfaces libres sur les surfaces de la pièce et du capteur (en dehors de  $S_2$ ) et des conditions de rayonnement de Sommerfeld à l'infini. Nous avons donc l'expression suivante :

$$\int_{S_2} (\mathbf{t}^a \cdot \mathbf{v}^b - \mathbf{t}^b \cdot \mathbf{v}^a) dS + \int_{S_1} (\mathbf{E}^b \times \mathbf{H}^a - \mathbf{E}^a \times \mathbf{H}^b) \cdot \mathbf{n} dS = 0.
 \tag{Eq. 2.52}$$

Considérons momentanément uniquement l'intégrale constituée des champs électromagnétiques. Un câble coaxial est composé de deux conducteurs : l'âme centrale est entourée d'un matériau diélectrique isolant lui-même entouré d'un conducteur puis enfin d'une gaine isolante (Figure 2.4). En posant l'hypothèse que le câble est sans perte, que les

contours  $c_1, c_2$  sont dans le plan  $(x, y)$ , que le conducteur extérieur  $c_1$  est relié à la terre et que le potentiel dans le conducteur intérieur  $c_2$  est  $U$ , nous pouvons écrire :

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(x, y, z = 0) &= -\text{grad } U(x, y, z = 0), \\ \text{rot } \mathbf{H}(x, y, z = 0) &= 0. \end{aligned}$$

Sur  $c_1$ ,  $U = 0$  car le contour est relié à la masse. Sur  $c_2$ ,  $U(x, y, z = 0) = U$  où  $U$  est une constante.

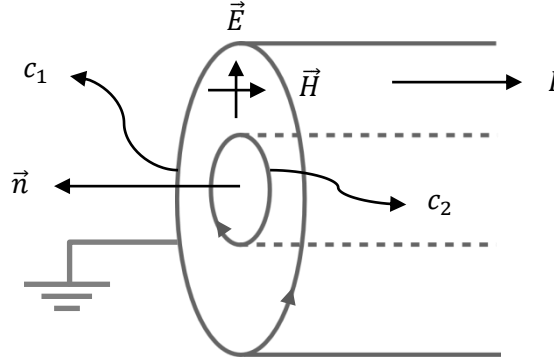


Figure 2.4 - Schéma d'un câble coaxial

Sachant que :

$$\text{rot}(U\mathbf{H}) = U \text{rot}(\mathbf{H}) + \text{grad}(U) \times \mathbf{H},$$

nous avons la relation suivante :

$$\begin{aligned} \mathbf{E} \times \mathbf{H} &= -\text{grad}(U) \times \mathbf{H}, \\ &= U \text{rot}(\mathbf{H}) - \text{rot}(U\mathbf{H}) \\ &= -\text{rot}(U\mathbf{H}) \end{aligned} \tag{Eq. 2.53}$$

Ainsi nous pouvons réécrire le terme électromagnétique du principe de réciprocité comme :

$$\begin{aligned} &\int_{S_1} (\mathbf{E}^b \times \mathbf{H}^a - \mathbf{E}^a \times \mathbf{H}^b) \cdot \mathbf{n} dS \\ &= \int_{S_1} (\text{rot}(U^a \mathbf{H}^b) - \text{rot}(U^b \mathbf{H}^a)) \cdot \mathbf{n} dS \end{aligned} \tag{Eq. 2.54}$$

Si un champ vectoriel quelconque  $\mathbf{A}$  admet des dérivées partielles continues, le théorème de Stokes nous permet de mettre en relation l'intégrale sur la surface  $S$  du rotationnel de ce champ et l'intégrale curviligne du même champ sur la frontière  $\delta S$  :

$$\int_S \text{rot}(\mathbf{A}) \cdot d\mathbf{S} = \oint_{\delta S} \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l}.$$

Finalement nous obtenons la formulation suivante :

$$\int_{S_1} (\mathbf{E}^b \times \mathbf{H}^a - \mathbf{E}^a \times \mathbf{H}^b) \cdot \mathbf{n} dS = \oint_{c_1+c_2} (U^a \mathbf{H}^b - U^b \mathbf{H}^a) \cdot \mathbf{n} dl. \tag{Eq. 2.55}$$

Toutefois, nous avons déterminé que sur le contour  $c_1$ ,  $U_{c_1}^a = U_{c_1}^b = 0$  et sur le contour intérieur  $c_2$ ,  $U_{c_2}^a = U^a, U_{c_2}^b = U^b$  avec  $U^a, U^b$  des constantes. Par conséquent, l'intégrale sur le contour extérieur est nulle et nous avons :

$$\int_{S_1} (\mathbf{E}^b \times \mathbf{H}^a - \mathbf{E}^a \times \mathbf{H}^b) \cdot \mathbf{n} dS = U^a \oint_{c_2} \mathbf{H}^b \cdot \mathbf{n} dl - U^b \oint_{c_2} \mathbf{H}^a \cdot \mathbf{n} dl. \quad (\text{Eq. 2.56})$$

Or, il découle de la loi de Maxwell-Ampère que :

$$\oint_{c_2} \mathbf{H} \cdot \mathbf{n} dl = I, \quad (\text{Eq. 2.57})$$

où  $I$  est le courant circulant dans le conducteur intérieur dans la direction  $-\mathbf{n}$ . Nous obtenons donc au final :

$$\int_{S_1} (\mathbf{E}^b \times \mathbf{H}^a - \mathbf{E}^a \times \mathbf{H}^b) \cdot \mathbf{n} dS = U^a I^b - U^b I^a. \quad (\text{Eq. 2.58})$$

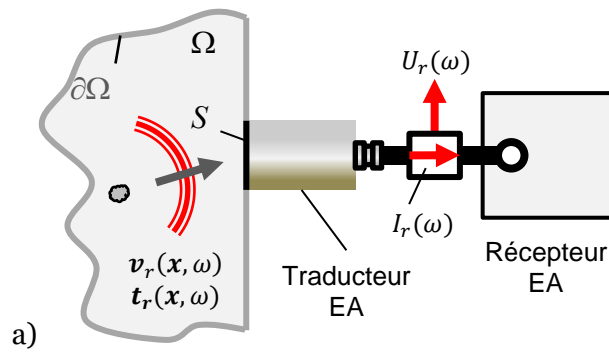
Cette relation nous permet de réécrire le principe de réciprocité appliqué au capteur d'émission acoustique comme :

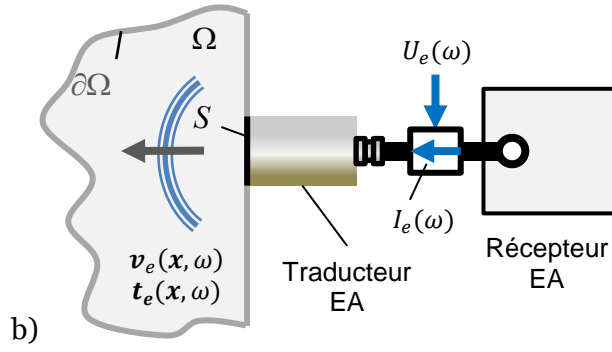
$$U^a I^b - U^b I^a = \int_{S_2} (\mathbf{t}^b \cdot \mathbf{v}^a - \mathbf{t}^a \cdot \mathbf{v}^b) dS \quad (\text{Eq. 2.59})$$

### III. DÉTERMINATION DE LA FONCTION DE SENSIBILITÉ D'UN CAPTEUR EA PAR LE PRINCIPE DE RÉCIPROCITÉ

#### III.1 FORMULATION EXACTE DE LA SENSIBILITÉ D'UN CAPTEUR

Considérons un capteur d'émission acoustique chargé mécaniquement (en contact avec un milieu semi-infini) et considérons ce capteur dans deux états distincts. L'état  $r$  représente le capteur lorsqu'il est utilisé en tant que récepteur tandis que l'état  $e$  le représente lorsqu'il est utilisé en tant qu'émetteur (voir Figure 2.5).





**Figure 2.5 – a) Traducteur d'émission acoustique soumis à un champ d'ondes élastiques et b) traducteur d'émission acoustique en émission**

En utilisant la formulation précédente du principe de réciprocité (Eq. 2.59) pour ces deux états, nous pouvons écrire la relation suivante :

$$U^e I^r - U^r I^e = \int_S (\mathbf{t}^r \cdot \mathbf{v}^e - \mathbf{t}^e \cdot \mathbf{v}^r) dS,$$

soit :

$$U^r = \frac{U^e I^r}{I^e} + \frac{1}{I^e} \int_S (\mathbf{t}^e \cdot \mathbf{v}^r - \mathbf{t}^r \cdot \mathbf{v}^e) dS. \quad (\text{Eq. 2.60})$$

De plus, le traducteur en réception étant en circuit ouvert, c'est-à-dire que le courant n'y circule pas, on a  $I^r = 0$ . Nous pouvons par conséquent réduire la précédente expression à :

$$U^r = \frac{1}{I^e} \int_S (\mathbf{t}^e \cdot \mathbf{v}^r - \mathbf{t}^r \cdot \mathbf{v}^e) dS. \quad (\text{Eq. 2.61})$$

Cette dernière expression nous permet de prédire la tension aux bornes du capteur lorsque celui-ci est soumis à un champ incident de vitesse  $\mathbf{v}^r$  et de traction  $\mathbf{t}^r$ , uniquement en fonction de quantités accessibles que sont  $\mathbf{t}^e$ ,  $\mathbf{v}^e$  et  $I^e$ , lorsque le traducteur est utilisé en émetteur.

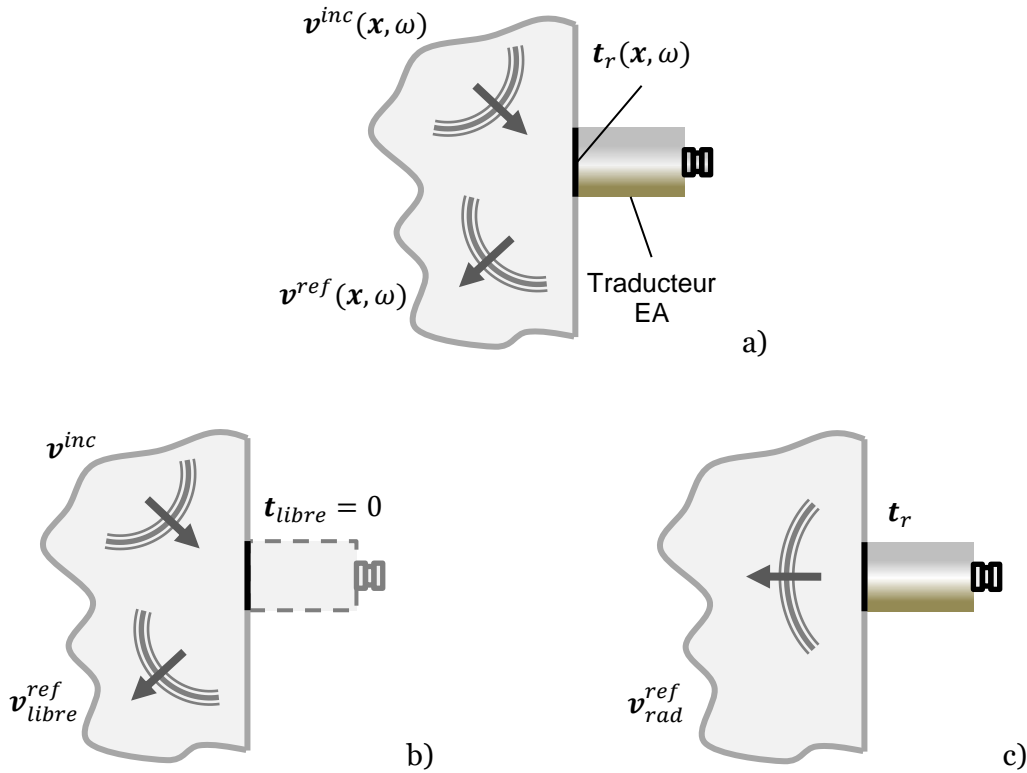
Cette expression est fondamentale pour la suite de ce mémoire car, sous les hypothèses faites, compatibles avec la réalité des capteurs d'émission acoustique et de leur environnement, elle constitue la réponse exacte du capteur à un champ élastodynamique quelconque. D'un point de vue opérationnel, la formule fait apparaître d'une part des quantités en émission, qui sont indépendantes du champ élastodynamique qui règne à la surface  $S$  du capteur qui a pu être créé par une source d'émission acoustique, et d'autre part des quantités élastodynamiques en réception qui sont significatives à la fois du champ créé par une source d'émission acoustique et des conditions de couplage du capteur à la pièce. Cette dernière caractéristique rend la formule difficilement opérationnelle. Dans le prochain paragraphe, nous allons étudier les moyens permettant de rendre opérationnelle cette formule fondamentale.

### III.2 FORMULATION APPROCHÉE DE LA SENSIBILITÉ D'UN CAPTEUR

Intéressons-nous à la partie élastodynamique de la relation de réciprocité (Eq. 2.61) et plus particulièrement aux quantités relatives au capteur en réception. De manière analogue à l'approche suivie par Dang *et al.* [49] dans le cas plus simple des ondes acoustiques (en milieu fluide), nous pouvons décomposer cette configuration en deux sous-problèmes (Figure 2.6).

Le premier est constitué du champ incident  $v^{inc}(x, \omega)$  se propageant dans la configuration en l'absence du capteur ainsi que de la réflexion totale  $v_{libre}^{ref}(x, \omega)$  de ce champ à la surface libre de la pièce. Nous noterons la somme de ces deux champs  $v_{libre}^r(x, \omega)$ . Le capteur n'étant pas monté sur la pièce, la surface est en effet libre de toute contrainte et la traction y est nulle.

Dans le second sous-problème, le capteur est présent et l'interface pièce-capteur est soumise à la même traction que dans la configuration complète. Ainsi, le traducteur rayonne une onde dont la vitesse particulière est  $v_{rad}^{ref}(x, \omega)$ .



**Figure 2.6 – a) configuration complète d'un capteur sur un milieu semi-infini soumis à une onde incidente quelconque, b) Même onde incidente en l'absence du capteur et c) capteur dont la traction sur la face avant est imposée à  $t_r(x, \omega)$ .**

La vitesse particulière en réception et en présence du capteur peut être décomposée comme :

$$v^r = (v^{inc} + v_{libre}^{ref}) + v_{rad}^{ref} = v_{libre}^r + v_{rad}^{ref} \quad (\text{Eq. 2.62})$$

Cela nous permet de séparer la composante élastodynamique du principe de réciprocité en une partie « libre », c'est-à-dire en l'absence du capteur et donc non-chargée mécaniquement et une partie radiative. Ainsi,

$$\begin{aligned} & \int_S (t^e \cdot v^r - t^r \cdot v^e) dS \\ &= \int_S (t^e \cdot v_{libre}^r - t_{libre} \cdot v^e) dS + \int_S (t^e \cdot v_{rad}^{ref} - t^r \cdot v^e) dS. \end{aligned} \quad (\text{Eq. 2.63})$$

La traction dans la configuration libre est nulle, ainsi :

$$\int_S (\mathbf{t}^e \cdot \mathbf{v}^r - \mathbf{t}^r \cdot \mathbf{v}^e) dS = \int_S \mathbf{t}^e \cdot \mathbf{v}_{libre}^r dS + \int_S (\mathbf{t}^e \cdot \mathbf{v}_{rad}^{ref} - \mathbf{t}^r \cdot \mathbf{v}^e) dS. \quad (\text{Eq. 2.64})$$

À présent, notons  $W^r$  et  $P_c^r$  les quantités suivantes ayant chacune les dimensions d'une tension :

$$W^r = \frac{1}{I^e} \int_S \mathbf{t}^e \cdot \mathbf{v}_{libre}^r dS, \quad (\text{Eq. 2.65})$$

$$P_c^r = \frac{1}{I^e} \int_S (\mathbf{t}^e \cdot \mathbf{v}_{rad}^{ref} - \mathbf{t}^r \cdot \mathbf{v}^e) dS. \quad (\text{Eq. 2.66})$$

Nous avons donc finalement la relation de réciprocité totale suivante :

$$U^r = W^r + P_c^r, \quad (\text{Eq. 2.67})$$

où  $W^r$  représente la réponse du capteur aux ondes se propageant dans le solide lorsque le traducteur n'a aucune influence sur ces ondes. Le second terme de l'équation (Eq. 2.67),  $P_c^r$ , quant à lui, représente la perturbation engendrée par la présence du capteur.

Un « bon » capteur doit permettre de mesurer le plus fidèlement possible, en engendrant le moins de perturbation, une certaine quantité à laquelle il est supposé être sensible (ici la vitesse particulière par exemple). En utilisant la formulation précédente de la sensibilité, ceci peut être traduit par le fait que  $P_c^r$  doit être le plus faible possible.

Toutefois,  $P_c^r$  ne représente que la perturbation créée par la présence du capteur et non la déformation engendrée par la sensibilité intrinsèque du capteur entre le signal d'entrée (ici la vitesse particulière) et celui de sortie (la tension). Cette sensibilité, que nous noterons  $A$ , est une fonction complexe dépendante de multiples facteurs tels que le rayon ou l'épaisseur de la pastille piézoélectrique, la géométrie du boîtier, les matériaux constitutifs, etc... En utilisant l'expression (2.65), nous pouvons la définir simplement comme :

$$A(\mathbf{x}, \omega) = \frac{\mathbf{t}^e(\mathbf{x}, \omega)}{I^e(\omega)}. \quad (\text{Eq. 2.68})$$

Cette sensibilité intrinsèque comporte bien une partie concernant l'influence mécanique et une partie concernant l'influence électrique. Elle est dépendante de la fréquence et de la position sur la face avant du capteur. Elle est calculable en utilisant uniquement des quantités en émission, donc indépendamment du type de sources d'émission acoustique mises en jeu, ce qui représente un avantage majeur. Un autre avantage de cette formulation approchée par rapport à la formulation exacte réside dans l'absence du capteur sur la pièce dans l'état de réception. En effet, déterminer numériquement ou analytiquement le déplacement (ou la vitesse) particulière en réception sur une surface en l'absence du capteur, par nature de géométrie complexe, est généralement plus simple et moins coûteux en termes de temps de calculs que de le déterminer quand le capteur doit être intégralement pris en compte.

Il importe de noter que la division par l'intensité  $I(\omega)$  peut être problématique dès lors que l'intensité peut prendre une valeur nulle à une ou plusieurs fréquences. En pratique, les trois quantités calculées dans la configuration en émission (deux mécaniques et une électriques) dans la formulation exacte, ou les deux quantités (une mécanique et une électrique) dans le cas de la formulation approchée, peuvent être calculées, fréquence par fréquence pour une tension excitatrice monofréquentielle d'amplitude constante. Ceci permet, en termes de la théorie des filtres linéaires, de calculer sur le spectre considéré la fonction de transfert de sensibilité du capteur. En procédant ainsi, le risque que l'intensité apparaissant au dénominateur soit nulle n'est pas exclu mais hautement improbable.

Une façon alternative mais équivalente dans le sens de la théorie des filtres linéaires, peut être d'effectuer le calcul de ces quantités pour une tension excitatrice impulsionnelle (un Dirac) dans le domaine temporel et revenir (ou pas) au domaine fréquentiel par simple transformée de Fourier. Les formulations exactes ou approchées obtenues, exprimées dans le domaine fréquentiel pourraient en effet être obtenues en suivant exactement la même démarche que celle utilisée ici mais dans le domaine temporel. Les écritures des principes de réciprocité peuvent en effet être exprimées dans le domaine temporel : les multiplications ordinaires deviennent des produits de convolution temporelle car les deux états considérés dans la réciprocité sont pris, l'un à un instant  $\tau$ , l'autre à un instant  $t - \tau$  et une intégration temporelle sur la variable  $\tau$  est effectuée. La division par l'intensité devient alors une déconvolution. La réponse temporelle obtenue n'est autre que la réponse impulsionnelle du filtre exprimant la sensibilité du capteur.

Cependant, bien que très intéressante, cette sensibilité ne peut montrer son utilité que dans le cas où la perturbation  $P_c'$  est négligeable. Dans le cas contraire, le calcul de la vitesse particulière en réception doit obligatoirement se faire en présence du capteur et cela oblige à mener des calculs plus complexes. Le chapitre 4 traite notamment de cette problématique et cherche à déterminer les limites de validité dans lesquelles il est possible d'approcher la réponse réelle d'un capteur par sa réponse sans perturbation, c'est-à-dire en utilisant l'approximation de la sensibilité (2.65) pour un état de réception en l'absence du capteur.

## IV. CONCLUSION

Le principe de réciprocité (électromécanique) permet de relier deux états d'un même système électromécanique. En considérant le premier état comme étant celui où le capteur est utilisé comme émetteur et le second comme étant celui où le capteur est utilisé comme récepteur, nous avons pu déterminer une formulation de la sensibilité en réception du capteur. Cette formulation, très générale, permet de déterminer la sensibilité d'un capteur piézoélectrique à une onde incidente quelconque en fonction de son comportement en émission. Elle est applicable non-seulement au cas des capteurs piézoélectriques utilisés dans la pratique du contrôle par émission acoustique mais à tout capteur piézoélectrique (sans préamplificateur intégré) en général, quel que soit l'usage que l'on en fait. Ainsi, la sensibilité des capteurs NBS décrits au chapitre précédent pourrait également être calculée de cette manière.

Deux formules définissant la sensibilité ont été développées dans ce chapitre : la première est une formule exacte et fait intervenir, en plus des quantités électromécaniques du capteur en émission, le comportement de l'onde en réception influencé par la présence du capteur. Les difficultés de calcul liées à la présence du capteur en réception peuvent s'avérer très pénalisantes en termes de performance de calcul. Aussi, une seconde formule de sensibilité a

## Conclusion

---

été développée faisant intervenir uniquement le comportement de l'onde en réception en l'absence du capteur. Cette formule approchée obéit à l'hypothèse couramment employée pour la calibration revenant à considérer que le capteur a une influence négligeable sur l'onde incidente. La formulation approchée de la sensibilité des capteurs est cohérente avec la forme postulée dans la littérature (II.3.1).

Bien que la forme exacte de la sensibilité fasse intervenir à la fois la vitesse particulière et la traction en réception, le terme de sensibilité proportionnel à la traction correspond à la perturbation engendrée par la présence du capteur. Ainsi, la sensibilité intrinsèque du capteur est plutôt une sensibilité en vitesse particulière (ou en déplacement en faisant explicitement apparaître le facteur  $i\omega$ ). Chercher à minimiser le terme de sensibilité en traction pourrait ainsi conduire à une meilleure conception du capteur.

---

## Chapitre 3.

# Configurations simplifiées pour le calcul de la réponse des capteurs en émission

---

Dans le chapitre précédent, nous avons obtenu deux expressions de la fonction de sensibilité d'un capteur d'émission acoustique en utilisant le principe de réciprocité. En considérant la formulation de l'équation Eq. 2.61, nous avons pu constater que cette sensibilité pouvait être calculée en utilisant le traducteur en tant qu'émetteur. De plus, nous avons vu au chapitre 1 (section II.3.1) que les hypothèses couramment admises dans la communauté du contrôle par émission acoustique concernant le capteur sont que celui-ci est uniquement sensible au déplacement normal et que sa taille finie n'est pas prise en compte (généralement en considérant uniquement le champ élastodynamique au centre de la face avant du capteur).

Dans ce chapitre, nous nous attacherons à obtenir le modèle le plus simple de la réponse des capteurs fonctionnant en émission, et permettant, une fois implémenté numériquement, d'avoir des temps des calculs les plus réduits possible. En effet, l'un des objectifs de cette thèse est d'établir un modèle permettant d'obtenir la réponse d'un capteur à une onde incidente quelconque en temps (quasi) réel.

Ainsi, nous chercherons dans un premier temps à utiliser les simplifications apportées par les deux hypothèses de sensibilité à la seule composante normale et d'effets négligeables de l'ouverture en utilisant le modèle unidimensionnel de Thomson-Haskell. Ce modèle permet d'obtenir le déplacement et la traction normale ( $z$ ) en considérant que le traducteur est un milieu stratifié infini dans le plan  $(x, y)$ . Les résultats découlant de cette première approche nous permettront d'étudier la validité de ces hypothèses et d'améliorer notre compréhension du problème.

Dans la seconde partie de ce chapitre, nous utiliserons une approche parfois utilisée dans la littérature [50] consistant à simuler uniquement la réponse de l'élément piézoélectrique. Cette méthode suppose toutefois que le boîtier n'a qu'une influence limitée sur la sensibilité du capteur. Les simulations numériques de cette dernière partie seront menées par éléments finis afin de déterminer la validité de cette approche.

## I. MODÈLE UNIDIMENSIONNEL : MÉTHODE DE THOMSON-HASKELL

Nous avons pu voir au chapitre 1 de ce manuscrit que trois hypothèses majeures étaient habituellement faites et interprétées comme découlant des difficultés rencontrées durant la calibration. Ces hypothèses sont rappelées ici :

1. le capteur est uniquement sensible au déplacement normal ;
2. le capteur n'a aucune influence sur le déplacement particulière à la surface de la pièce ;
3. les effets de diffraction dus à la taille finie du capteur sont négligeables.

Nous nous intéresserons plus particulièrement ici aux hypothèses 1 et 3. Celles-ci supposent en effet que le capteur d'émission acoustique est dépendant de sa géométrie « verticale » mais indépendant de sa géométrie « horizontale », c'est-à-dire que les seules dimensions d'intérêt sont les épaisseurs des différentes couches constitutives. L'un des modèles permettant de représenter un système complexe comportant plusieurs couches de différents solides (isotropes, piézoélectrique, ...) est le modèle de Thomson-Haskell que nous allons détailler dans cette section.

Ce modèle a tout d'abord été développé en 1950 dans le cadre de la sismologie par W. T. Thomson dans son article « *Transmission of Elastic Waves through a Stratified Solid Medium* » [51]. Il permet notamment de déterminer le vecteur d'état (composé du déplacement particulière et de la contrainte) en tout point d'un milieu stratifié infini dans le plan parallèle aux strates, composé de couches de solides isotropes ou de fluides, en fonction du vecteur d'état à l'une des frontières du milieu. Il a ensuite été repris et corrigé par N. A. Haskell en 1953 dans l'article « *The dispersion of surface waves on multilayered media* » [52]. Il s'agit d'un modèle de matrices de transfert et a été par la suite étendu afin de prendre en compte d'autres matériaux tels que les matériaux anisotropes [53], viscoélastiques [54]–[56], poreux [57] et piézoélectriques [58]–[61]. Cette méthode de calcul est utilisable pour déterminer les courbes de dispersion d'un milieu stratifié [62] ou pour déterminer les coefficients de réflexion et de transmission des ondes élastiques à travers un tel milieu.

Dans le cadre de la prédiction du comportement des capteurs d'émission acoustique, cette méthode a été utilisée par Hill et El-Dardiry [63], [64] dans le but de comprendre l'influence de l'épaisseur de la couche de couplant sur la réponse des traducteurs. Toutefois, ces travaux ont été réalisés dans le cas d'une onde incidente de direction de propagation normale au capteur et ne permettent pas d'obtenir la fonction de sensibilité de celui-ci pour une onde incidente quelconque.

Dans le cadre de la modélisation d'un capteur d'émission acoustique, plusieurs types de matériaux, empilés les uns sur les autres, doivent être pris en compte (voir Figure 3.1). En effet, l'élément actif est une pastille piézoélectrique, le joint de colle et le boîtier peuvent être considérés comme des solides isotropes et le couplant entre le capteur et la pièce peut être solide (cément) ou viscoélastique (silicone).

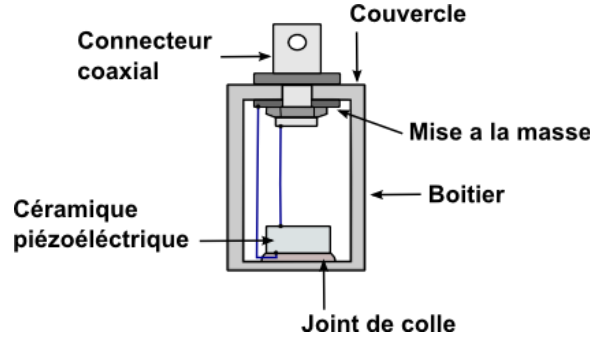


Figure 3.1 - Schéma d'un capteur d'émission acoustique

Dans la suite de cette section, nous modéliserons le traducteur sur une pièce par un ensemble constitué de cinq couches. La première est constituée d'un milieu piézoélectrique et représente la partie active du traducteur. La suivante représente le joint de colle, suivie par une couche correspondant à la semelle (le boîtier) et par une couche de couplant. Enfin la dernière couche représente la pièce.

## I.1 MATRICES DE TRANSFERT POUR LES SOLIDES ISOTROPES

### I.1.1 Décomposition du champ de déplacement

Intéressons-nous tout d'abord aux solides isotropes composant, dans le meilleur des cas, quatre des cinq strates du multicouche représentant le traducteur sur une pièce. Pour cela, repartons du principe fondamental de la dynamique (Eq. 2.11) en l'absence de force extérieure :

$$\text{div}(\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u})) = \rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2}(\mathbf{x}, t). \quad (\text{Eq. 3.1})$$

Rappelons que la position d'un point dans le solide est donnée par  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)$  et son déplacement particulière par  $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3)$ . Appliquons la décomposition de Helmholtz sur le champ de déplacement  $\mathbf{u}$ .

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \text{grad } \phi(\mathbf{x}, t) + \text{rot } \boldsymbol{\Psi}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{u}_L(\mathbf{x}, t) + \mathbf{u}_S(\mathbf{x}, t). \quad (\text{Eq. 3.2})$$

Cette décomposition permet de décrire les ondes longitudinales ( $L$ ) par la fonction scalaire  $\phi$  et les ondes transversales ( $S$ ) par la fonction vectorielle  $\boldsymbol{\Psi}$  dont la direction est orthogonale à la direction de propagation de l'onde et à la direction du déplacement particulière. Pour une onde plane, nous pouvons écrire :

$$\phi = A_L e^{i(\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{x})} \quad (\text{Eq. 3.3})$$

$$|\boldsymbol{\Psi}| = A_S e^{i(\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{x})} \quad (\text{Eq. 3.4})$$

où  $A_L$  et  $A_S$  sont les amplitudes des potentiels des ondes longitudinales et transversales,  $\mathbf{k}$  le vecteur d'onde dont la direction est la direction de propagation de l'onde et  $\omega$  la fréquence angulaire. La direction  $x_1$  est prise parallèle aux couches du système et la direction  $x_2$  est normale à celles-ci (voir Figure 3.2).

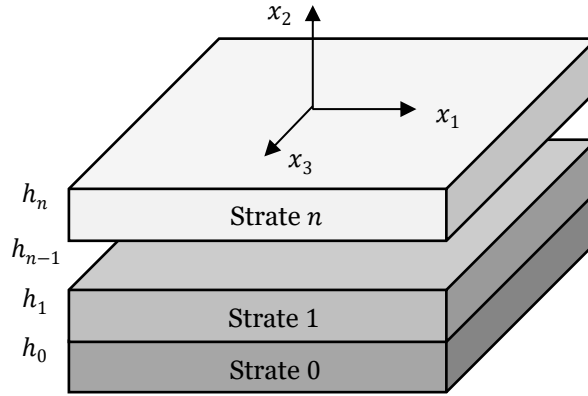


Figure 3.2 - Schéma d'un multicouche

Le modèle est réduit au cas des ondes dont le déplacement particulière est entièrement dans le plan  $u_3 = 0$ . Ainsi, nous pouvons écrire les champs de déplacement des ondes longitudinales et transversales comme :

$$\mathbf{u}_L = \begin{pmatrix} -k_1 \\ -k_2 \\ 0 \end{pmatrix} A_L e^{i(\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{x})}, \quad (\text{Eq. 3.5})$$

$$\mathbf{u}_S = \begin{pmatrix} -k_2 \\ k_1 \\ 0 \end{pmatrix} A_S e^{i(\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{x})}, \quad (\text{Eq. 3.6})$$

où les déplacements particuliers sont dans le plan  $(x_1, x_2)$ . Finalement, posons  $\alpha$  et  $\beta$  les vitesses des ondes longitudinales et transversales ayant pour expression :

$$\alpha = \frac{\omega}{|\mathbf{k}_L|} \quad \text{et} \quad \beta = \frac{\omega}{|\mathbf{k}_S|} \quad (\text{Eq. 3.7})$$

### I.1.2 Superposition d'ondes planes dans un milieu stratifié

Dans un milieu stratifié, le déplacement peut être calculé en le décrivant comme la superposition d'ondes longitudinales et transversales et en imposant les conditions aux limites aux interfaces entre les couches. À chacune des interfaces, on doit considérer huit ondes (dans le cas des solides élastiques isotropes). Quatre ondes se propageant dans la direction  $x_2$  croissante (deux ondes ( $L +$ ,  $S +$ ) dans le milieu supérieur et deux autres dans le milieu inférieur) et quatre ondes se propageant dans la direction  $x_2$  décroissante (deux ondes ( $L -$ ,  $S -$ ) dans le milieu supérieur ainsi que deux autres dans le milieu inférieur).

Les lois de Snell-Descartes indiquent que la projection des vecteurs d'ondes aux interfaces est conservée ; dans notre cas, nous avons donc conservation de la composante  $k_1$  du vecteur d'onde. Ainsi, nous pouvons exprimer  $k_2$  pour toutes les ondes d'un milieu :

$$k_{2(L\pm)} = \pm \left( \frac{\omega^2}{\alpha^2} - k_1^2 \right)^{\frac{1}{2}},$$

$$k_{2(S\pm)} = \pm \left( \frac{\omega^2}{\beta^2} - k_1^2 \right)^{\frac{1}{2}}.$$

Afin d'alléger les notations, posons les variables suivantes :

$$C_\alpha = \left( \frac{\omega^2}{\alpha^2} - k_1^2 \right)^{\frac{1}{2}}, \quad C_\beta = \left( \frac{\omega^2}{\beta^2} - k_1^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$g_\alpha = e^{-iC_\alpha x_2}, \quad g_\beta = e^{-iC_\beta x_2}$$

Rappelons la relation (Eq. 2.10) du tenseur des contraintes que nous écrirons sous la forme suivante :

$$\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) = \lambda \operatorname{div}(\mathbf{u}) \mathbf{Id} + 2\mu \mathbf{S}(\mathbf{u})$$

où  $\lambda$  et  $\mu$  sont les coefficients de Lamé. En sachant que les quantités d'intérêt sont celles qui sont continues aux interfaces ( $u_1, u_2, \sigma_{22}$  et  $\sigma_{12}$ ), que  $\mu = \rho\beta^2$ ,  $\lambda = \rho(\alpha^2 - 2\beta^2)$  et en posant  $F = e^{i(\omega t - k_1 x_1)}$  et  $B = \omega^2 - 2\beta^2 k_1^2$ , nous avons pour les ondes ( $L \pm$ ) et ( $S \pm$ ) [Annexe A]:

$$\begin{aligned} u_1 &= -k_1 A_{(L\pm)} F e^{\pm iC_\alpha x_2}, & u_1 &= \mp C_\beta A_{(S\pm)} F e^{iC_\beta x_2}, \\ u_2 &= \mp C_\alpha A_{(L\pm)} F e^{\pm iC_\alpha x_2}, & u_2 &= k_1 A_{(S\pm)} F e^{\pm iC_\beta x_2}, \\ \sigma_{12} &= \pm 2i\rho\beta^2 k_1 C_\alpha A_{(L\pm)} F e^{\pm iC_\alpha x_2}, & \sigma_{12} &= i\rho B A_{(S\pm)} F e^{\pm iC_\beta x_2}, \\ \sigma_{22} &= i\rho B A_{(L\pm)} F e^{\pm iC_\alpha x_2}, & \sigma_{22} &= \mp 2i\rho\beta^2 k_1 C_\beta A_{(S\pm)} F e^{\pm iC_\beta x_2}. \end{aligned}$$

Les quantités d'intérêt dans une couche sont donc exprimées par la relation matricielle suivante :

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{pmatrix} = F \begin{pmatrix} -k_1 g_\alpha & -\frac{k_1}{g_\alpha} & -C_\beta g_\beta & \frac{C_\beta}{g_\beta} \\ -C_\alpha g_\alpha & \frac{C_\alpha}{g_\alpha} & k_1 g_\beta & \frac{k_1}{g_\beta} \\ i\rho B g_\alpha & \frac{i\rho B}{g_\alpha} & -2i\rho k_1 \beta^2 C_\beta g_\beta & \frac{2i\rho k_1 \beta^2 C_\beta}{g_\beta} \\ 2i\rho k_1 \beta^2 C_\alpha g_\alpha & -\frac{2i\rho k_1 \beta^2 C_\alpha}{g_\alpha} & i\rho B g_\beta & \frac{i\rho B}{g_\beta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_{(L+)} \\ A_{(L-)} \\ A_{(S+)} \\ A_{(S-)} \end{pmatrix} \quad (\text{Eq. 3.8})$$

### I.1.3 Matrice de transfert d'une couche de solide isotrope

L'origine de l'axe  $x_2$  peut être placée arbitrairement et peut être différente pour chacune des couches. Appelons  $\mathbf{D}_m$  la matrice reliant le vecteur d'état déplacement-contrainte aux amplitudes des ondes ( $L \pm$ ) et ( $S \pm$ ) dans le milieu  $m$ . Ainsi, pour l'interface  $m$ , nous avons la relation suivante (Eq. 3.8) :

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{pmatrix}_m = \mathbf{D}_m^F \begin{pmatrix} A_{(L+)} \\ A_{(L-)} \\ A_{(S+)} \\ A_{(S-)} \end{pmatrix}_m \quad (\text{Eq. 3.9})$$

Plaçons à présent l'origine de l'axe  $x_2$  à l'interface  $m - 1$  et appelons  $\mathbf{E}_m$  la matrice  $\mathbf{D}_m$  pour  $x_2 = 0$ . La continuité du vecteur déplacement-contrainte permet d'écrire pour cette interface :

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{pmatrix}_{m-1} = \mathbf{E}_m F \begin{pmatrix} A_{(L+)} \\ A_{(L-)} \\ A_{(S+)} \\ A_{(S-)} \end{pmatrix}_m, \quad (\text{Eq. 3.10})$$

avec :

$$\mathbf{E}_m = \begin{pmatrix} -k_1 & -k_1 & -C_\beta & C_\beta \\ -C_\alpha & C_\alpha & k_1 & k_1 \\ i\rho B & i\rho B & -2i\rho k_1 \beta^2 C_\beta & 2i\rho k_1 \beta^2 C_\beta \\ 2i\rho k_1 \beta^2 C_\alpha & -2i\rho k_1 \beta^2 C_\alpha & i\rho B & i\rho B \end{pmatrix}.$$

Par conséquent, nous pouvons relier le vecteur déplacement-contrainte à l'interface  $m - 1$  à celui à l'interface  $m$  par :

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{pmatrix}_m = \mathbf{D}_m \mathbf{E}_m^{-1} F^{-1} F \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{pmatrix}_{m-1} = \mathbf{D}_m \mathbf{E}_m^{-1} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{pmatrix}_{m-1}. \quad (\text{Eq. 3.11})$$

Nous pouvons maintenant déterminer une matrice de couche pour un milieu isotrope  $\mathbf{L}_m = \mathbf{D}_m \mathbf{E}_m^{-1}$  dont les composantes sont données ci-après :

$$\begin{aligned} L_{11} &= \frac{\beta^2 k_1^2}{\omega^2} \left( g_\alpha + \frac{1}{g_\alpha} \right) + \frac{B}{2\omega^2} \left( g_\beta + \frac{1}{g_\beta} \right) \\ L_{12} &= \frac{k_1 B}{\omega^2} \left( g_\alpha - \frac{1}{g_\alpha} \right) + \frac{c_\beta k_1 \beta^2}{\omega^2} \left( -g_\beta + \frac{1}{g_\beta} \right) \\ L_{13} &= \frac{ik_1}{2\rho\omega^2} \left( g_\alpha + \frac{1}{g_\alpha} - g_\beta - \frac{1}{g_\beta} \right) \\ L_{14} &= \frac{ik_1^2}{2c_\alpha \rho \omega^2} \left( g_\alpha - \frac{1}{g_\alpha} \right) + \frac{ic_\beta}{2\rho\omega^2} \left( g_\beta - \frac{1}{g_\beta} \right) \\ L_{21} &= \frac{c_\alpha \beta^2 k_1}{\omega^2} \left( g_\alpha - \frac{1}{g_\alpha} \right) + \frac{k_1 B}{2c_\beta \omega^2} \left( -g_\beta + \frac{1}{g_\beta} \right) \\ L_{22} &= \frac{B}{2\omega^2} \left( g_\alpha + \frac{1}{g_\alpha} \right) + \frac{k_1^2 \beta^2}{\omega^2} \left( g_\beta + \frac{1}{g_\beta} \right) \\ L_{23} &= \frac{ic_\alpha}{2\rho\omega^2} \left( g_\alpha - \frac{1}{g_\alpha} \right) + \frac{ik_1^2}{2\rho c_\beta \omega^2} \left( g_\beta - \frac{1}{g_\beta} \right) \\ L_{24} &= L_{13} \\ L_{31} &= \frac{i\rho B \beta^2 k_1}{\omega^2} \left( -g_\alpha - \frac{1}{g_\alpha} + g_\beta + \frac{1}{g_\beta} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
L_{32} &= \frac{i\rho B^2}{2c_\alpha \omega^2} \left( -g_\alpha + \frac{1}{g_\alpha} \right) + \frac{2i\rho \beta^4 k_1^2 c_\beta}{\omega^2} \left( -g_\beta + \frac{1}{g_\beta} \right) \\
L_{33} &= L_{22} \\
L_{34} &= L_{12} \\
L_{41} &= \frac{2i\rho \beta^4 k_1^2 c_\alpha}{\omega^2} \left( -g_\alpha + \frac{1}{g_\alpha} \right) + \frac{i\rho B^2}{2c_\beta \omega^2} \left( -g_\beta + \frac{1}{g_\beta} \right) \\
L_{42} &= L_{31} \\
L_{43} &= L_{21} \\
L_{44} &= L_{11}
\end{aligned}$$

La continuité aux interfaces des composantes étudiées dans ce modèle permet de connaître le vecteur d'état pour n'importe quelle profondeur dans le milieu, simplement en multipliant les matrices de couches. Si nous notons  $\xi_i$  le vecteur d'état à une interface  $i$ , nous pouvons écrire pour toutes interfaces  $n$  :

$$\xi_n = L_n L_{n-1} \dots L_1 L_0 \xi_0 \quad (\text{Eq. 3.12})$$

## I.2 CONDITIONS AUX LIMITES

Dans la suite de cette section, nous entendrons par « système » un milieu stratifié quelconque, par « entrée du système » ou « base du système » la première interface  $h_0$  et par « sortie du système » la dernière interface  $h_m$ .

La formulation (3.12) impose de n'avoir que quatre conditions aux limites. S'il y a plus de quatre conditions, le système n'est plus solvable analytiquement, car il est surdéterminé. Prenons l'exemple d'un milieu stratifié quelconque dont les conditions à l'interface  $h_0$  ont été entièrement posées. La matrice de transfert du système global est une matrice (4 x 4) complètement déterminée. Trouver le vecteur d'état en sortie du système revient à multiplier le vecteur d'état en  $h_0$  par la matrice de transfert. Toutes ces valeurs étant déterminées (qu'il s'agisse des composantes du vecteur d'état ou des composantes de la matrice de transfert globale), il n'est pas possible d'imposer une condition aux limites supplémentaire sauf à surdéterminer le système d'équations. Pour résoudre ce problème, il nous faudra donc évaluer quelles quantités doivent être imposées.

Nous détaillerons ici deux couples de conditions aux limites. Le premier couple consiste à imposer un déplacement particulière en entrée du système et une condition de surface libre en sortie tandis que le second couple consiste à imposer une contrainte en entrée du système et un milieu semi-infini en sortie.

### I.2.1 Déplacement imposé et condition de surface libre en sortie du système

Nous avons vu que nous ne pouvions pas obtenir analytiquement le vecteur d'état en sortie du système en ayant un vecteur d'état initial complet (comprendre, que l'on impose le déplacement et la contrainte en entrée du milieu stratifié). Dans le cas où nous voudrions imposer une condition de surface libre (contrainte nulle à l'interface) en sortie d'un système stratifié composé de  $m$  couches, le système d'équations doit donc être revu. En effet, il n'y a aucune raison pour que les équations pour  $\sigma_{22}^m$  et  $\sigma_{12}^m$  nous donnent un résultat nul.

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_m \neq \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{pmatrix}_m = \mathbf{L}_{global} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{pmatrix}_0,$$

avec :

$$\mathbf{L}_{global} = \prod_{i=0}^n \mathbf{L}_i.$$

Les quatre conditions nécessaires ne doivent toutefois pas être obligatoirement imposées à la base du système. Il est tout à fait possible de choisir, par exemple, d'imposer uniquement un déplacement à la base du système et une condition de surface libre en sortie.

Dans ce cas, déterminer le vecteur d'état en tout point du système doit se faire en plusieurs étapes. Le système d'équations suivant doit tout d'abord être résolu afin de pouvoir déterminer un vecteur d'état initial compatible avec le vecteur d'état final :

$$\begin{pmatrix} u_1^m \\ u_2^m \\ \sigma_{22}^0 \\ \sigma_{12}^0 \end{pmatrix} = \mathbf{M}_{global} \begin{pmatrix} u_1^0 \\ u_2^0 \\ \sigma_{22}^m \\ \sigma_{12}^m \end{pmatrix},$$

où  $(u_1^0, u_2^0)$  est le déplacement imposé à la base du système et  $(\sigma_{22}^m, \sigma_{12}^m) = (0, 0)$  les conditions de surface libre en sortie du système (interface  $m$ ).  $\mathbf{M}_{global}$  est la matrice de transfert du milieu stratifié complet  $\mathbf{L}_{global}$  dont les équations ont été remaniées afin d'obtenir le système d'équations adéquat.

Une fois que le vecteur d'état initial est connu, il est possible de connaître le vecteur d'état pour toute profondeur dans le système en utilisant la méthode décrite au paragraphe I.1.3.

### I.2.2 Cas d'application : imposition d'une contrainte en entrée et d'un milieu semi-infini en sortie du système

À présent, plaçons-nous dans le cas, plus réaliste, où une contrainte est imposée sur la première interface (par exemple une pression). Dans ce cas, nous n'avons plus aucune information sur le déplacement : il est libre. Si aucune condition aux limites n'est fixée sur la dernière interface, alors le système d'équations est sous-déterminé et n'est pas solvable analytiquement.

Il est toutefois possible de résoudre ce problème en fonction des conditions imposées sur la dernière interface du système. En effet, si la sortie du système est une surface libre de toute contrainte, nous nous ramenons, à de très légers détails près, au cas précédemment étudié. Si le dernier milieu est semi-infini, cette approche nécessite quelques modifications.

La relation (3.12) nous donne le vecteur déplacement-contrainte en sortie du système en fonction de la matrice de transfert du système stratifié et du vecteur d'état initial. Nous pouvons réécrire cette expression sous la forme :

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{pmatrix}_m = \mathbf{L}_{global} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{pmatrix}_0$$

Nous avons également la relation entre le vecteur déplacement-contrainte et les amplitudes des potentiels pour l'interface  $n$  (posons  $t = 0$  et  $x = 0$  afin d'avoir un coefficient  $F = 1$ ) :

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{pmatrix}_n = \mathbf{D}_n \begin{pmatrix} A_{(L+)} \\ A_{(L-)} \\ A_{(S+)} \\ A_{(S-)} \end{pmatrix}_n$$

Or, dans le milieu semi-infini, il n'y a pas d'onde de retour, autrement dit il n'y a que des ondes sortantes (du fait des conditions de rayonnement de Sommerfeld à l'infini). Par conséquent les coefficients  $A_{(L-)}$  et  $A_{(S-)}$  sont nuls. Ainsi nous obtenons bien quatre conditions aux limites :

$$\begin{pmatrix} A_{(L+)} \\ 0 \\ A_{(S+)} \\ 0 \end{pmatrix}_m = \mathbf{D}_m^{-1} \mathbf{L}_{global} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \sigma_{22}^{imp} \\ \sigma_{12}^{imp} \end{pmatrix}_0$$

où  $\sigma_{22}^{imp}, \sigma_{12}^{imp}$  sont les contraintes imposées en entrée du système. Avec ce système, nous pouvons déterminer les déplacements  $(u_1, u_2)$  qui satisfont la condition de rayonnement de Sommerfeld. Une fois que ces déplacements sont connus, nous avons à nouveau un vecteur d'état initial complet et nous pouvons nous ramener au cas précédent.

Dans le cadre de cette étude, nous cherchons à déterminer la réponse d'un capteur d'émission acoustique chargé mécaniquement. Toutefois, il est préférable que nos résultats soient le plus indépendants possible de l'épaisseur de la pièce sur laquelle celui-ci est posé ou de ses propriétés. Un milieu semi-infini en sortie du système permet cela car il n'y a que des ondes sortantes et donc aucune réflexion qui influencerait le vecteur d'état dans tout le système.

### I.3 MATRICE DE TRANSFERT D'UNE COUCHE DE PIÉZOÉLECTRIQUE

Les matériaux piézoélectriques couplent les équations constitutives de l'électromagnétisme et celles de l'élasticité dynamique. Les relations constitutives des milieux piézoélectriques permettant de décrire les efforts mécaniques et la polarisation d'un milieu piézoélectrique soumis à un champ électrique et à des déformations sont décrites dans les équations (Eq. 2.31) et peuvent être écrites sous la forme suivante :

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{c} : \mathbf{S} - \mathbf{e} \cdot \mathbf{E}, \quad (\text{Eq. 3.13})$$

$$\mathbf{D} = \boldsymbol{\varepsilon} \cdot \mathbf{E} + \mathbf{e} : \mathbf{S}. \quad (\text{Eq. 3.14})$$

Considérons un milieu piézoélectrique anisotrope qui ne varie que selon la direction  $z$ . Les quantités d'intérêt sont, comme pour les milieux élastiques isotropes, le déplacement particulaire et la contrainte auxquelles viennent s'ajouter le déplacement électrique normal et le potentiel électrique qui doivent être continus aux interfaces diélectriques [58]. Ainsi nous pouvons définir un déplacement et une contrainte « généralisés » comme :

$$U = \begin{bmatrix} u \\ \phi \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad T = \begin{bmatrix} \sigma \\ D_3 \end{bmatrix},$$

où  $\phi$  est le potentiel électrique et  $D_3$  le déplacement électrique normal. On peut redéfinir ensuite le vecteur d'état (ou vecteur déplacements-contraintes) comme :

$$\xi = \begin{bmatrix} U \\ T \end{bmatrix}.$$

Plaçons-nous dans un système de coordonnées  $(x_1, x_2, x_3)$  où  $x_3$  est normal aux interfaces des couches. Le plan  $(x_1, x_3)$  est le plan de propagation de l'onde. La solution générale pour le vecteur d'état peut s'écrire sous la forme [60], [61], [65] :

$$\xi = \xi(x_3)e^{i(\omega t - k_1 x_1)},$$

avec  $\omega$  la pulsation de l'onde et  $k_1$  la composante du vecteur d'onde dans la direction  $x_1$ . L'équation régissant le vecteur d'état est donnée par un système d'équations différentielles :

$$\frac{d\xi(x_3)}{dx_3} = iA\xi(x_3).$$

Le tenseur  $A$  est appelé tenseur acoustique fondamental et s'écrit comme [60]:

$$A = \begin{bmatrix} k_1 \mathbf{X} \Gamma_{31} & -i\mathbf{X} \\ -i(\Gamma_{11} - \Gamma_{13} \mathbf{X} \Gamma_{31})k_1^2 + i\rho\omega^2 \mathbf{Id}' & k_1 \Gamma_{13} \mathbf{X} \end{bmatrix},$$

où  $\rho$  est la masse volumique du matériau. Dans le cas de matériaux anisotropes non-piézoélectriques, les matrices  $\Gamma_{ik}$  et  $\mathbf{X}$  sont des matrices (3 x 3) composées des constantes d'élasticité  $c_{ijkl}$  associées au système de coordonnées choisi. Dans le cas des matériaux piézoélectriques, cette matrice est reliée aux constantes d'élasticité  $c_{ijkl}$  ainsi qu'aux constantes piézoélectriques  $e_{ijk}$  et aux composantes de la permittivité diélectrique  $\varepsilon_{ik}$  par :

$$\Gamma_{ik} = \begin{bmatrix} c_{1i1k} & c_{1i2k} & c_{1i3k} & e_{k1i} \\ c_{2i1k} & c_{2i2k} & c_{2i3k} & e_{k1i} \\ c_{3i1k} & c_{3i2k} & c_{3i3k} & e_{k1i} \\ e_{i1k} & e_{i2k} & e_{i3k} & -\varepsilon_{ik} \end{bmatrix}$$

La matrice  $\mathbf{X}$ , quant à elle, est l'inverse de la matrice  $\Gamma_{33}$ . Enfin, la matrice (4 x 4)  $\mathbf{Id}'$  est la matrice identité dont le dernier élément (4, 4) est nul (dans le cas des matériaux non piézoélectriques, on utilise la matrice identité (3 x 3) non modifiée  $\mathbf{Id}$ ). La solution de l'équation différentielle peut donc s'exprimer par la relation matricielle :

$$\xi(x_3 + h) = \mathbf{B}\xi(x_3),$$

avec  $\mathbf{B}$  la matrice de couche :

$$\mathbf{B} = e^{iAh}.$$

Nous avons finalement la relation :

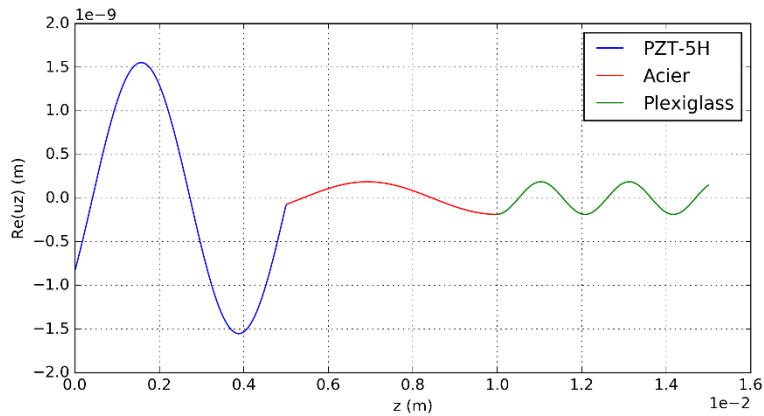
$$\xi(x_3 + h) = \mathbf{B}\xi(x_3),$$

c'est-à-dire, une relation permettant d'obtenir le vecteur d'état à une interface  $n + 1$  en fonction du vecteur d'état à l'interface  $n$  :

$$\xi_{n+1} = \mathbf{B}\xi_n. \quad (\text{Eq. 3.15})$$

En couplant les différentes matrices de transfert des différents milieux, il est donc possible de déterminer le vecteur d'état en un point quelconque d'un milieu stratifié pouvant contenir des solides isotropes ou piézoélectriques.

La Figure 3.3 permet d'illustrer le couplage entre les matrices de transfert des matériaux piézoélectriques et isotropes ainsi que les variations du déplacement en fonction de la profondeur dans un milieu multicouche. La configuration est constituée d'un piézoélectrique (PZT-5A), d'acier et de plexiglass, chacune des couches ayant une épaisseur de 4.5 mm. Le piézoélectrique est soumis à une tension de 60 V pour une fréquence de 1 MHz et le plexiglass est un milieu semi-infini. L'acier et le plexiglass sont deux matériaux isotropes aux propriétés très différentes permettant ainsi de bien distinguer le déplacement dans une couche et dans la suivante.

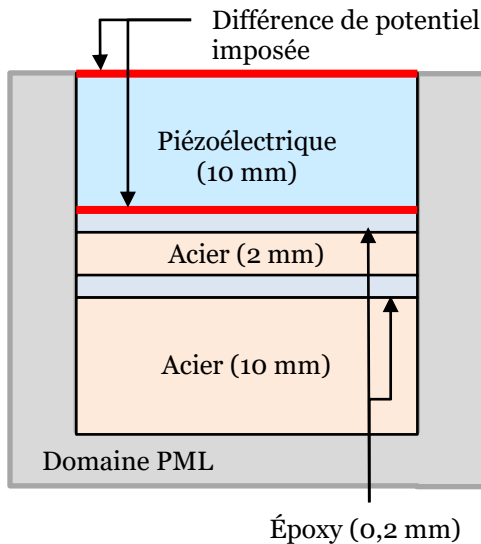


**Figure 3.3 – Partie réelle du déplacement normal (en m) dans un multicouche comportant une couche piézoélectrique soumise à une tension de 60 V et deux couches isotropes**

Si la continuité du déplacement présenté ici n'est pas suffisante pour conclure sur la validité du couplage entre les différentes matrices de transfert, elle offre un premier point positif en ce sens. Pour s'assurer de cette validité, une comparaison du modèle de Thomson-Haskell avec des résultats obtenus par éléments finis sera effectuée dans la section suivante.

#### I.4 VALIDATION NUMÉRIQUE DU MODÈLE DE THOMSON HASKELL

Afin de vérifier la validité de l'implémentation du modèle de Thomson-Haskell, considérons un milieu stratifié constitué d'une couche de piézoélectrique de 10 mm d'épaisseur suivie par de l'époxy (0.2 mm) et de l'acier (2 mm), puis à nouveau par de l'époxy (0.2 mm) et de l'acier (10 mm). Considérons également la configuration éléments finis représentant ce milieu (Figure 3.4) et comparons les composantes normales du déplacement et de la traction calculées par ces deux méthodes.

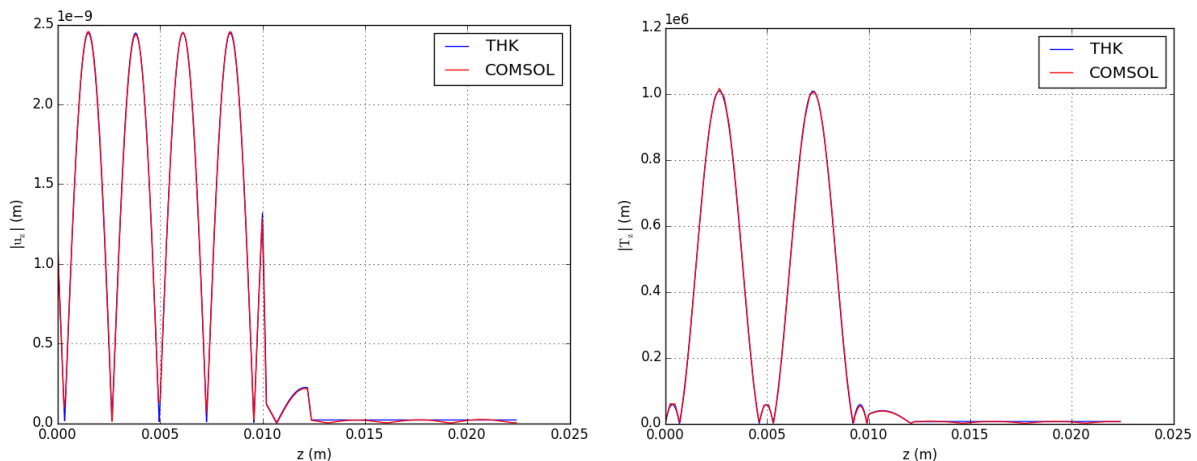


**Figure 3.4 - Schéma de la configuration E.F. du multicouche**

de simuler une onde plane, la tension imposée à l'interface supérieure est pondérée par une fenêtre de Hann et les quantités d'intérêt (déplacement et traction) sont prises sur une ligne traversant le multicouche de haut en bas.

Le logiciel de simulation par éléments finis utilisé est le logiciel COMSOL multiphysics® permettant notamment de coupler les équations de la piézoélectricité aux équations de l'élastodynamique pour des géométries potentiellement complexes, à la fois dans le domaine temporel et dans le domaine fréquentiel. La configuration est entourée d'une couche parfaitement absorbante, ou PML (pour *perfectly matched layers*) permettant d'absorber les ondes sortantes afin que leurs réflexions aux frontières du domaine ne viennent pas perturber le champ élastodynamique d'intérêt.

Une tension de 200 V est imposée sur la face supérieure du piézoélectrique tandis que l'interface inférieure est mise à la masse. Afin



**Figure 3.5 - Comparaison de la valeur absolue des composantes normales du déplacement (gauche) et de la traction (droite) calculées par le modèle de Thomson-Haskell (bleu) et par éléments finis (rouge) pour une fréquence de 1 MHz**

La comparaison des composante normales du déplacement et de la traction calculées par le modèle de Thomson-Haskell et par éléments finis (ici pour une fréquence de 1 MHz) est donnée par la Figure 3.5 et montre un accord quasi parfait entre ces deux méthodes de calculs, validant ainsi l'implémentation du modèle. La configuration étudiée ici est proche de celle d'un multicouche représentant un capteur d'EA et permet de constater que le modèle peut traiter avec précision le cas de milieux constitués de couches de dimensions très différentes.

## I.5 DESCRIPTION D'UN CAPTEUR D'ÉMISSION ACOUSTIQUE PAR LA MÉTHODE DE THOMSON-HASKELL

Le capteur d'émission acoustique que nous allons principalement étudier dans ce manuscrit comme un exemple significatif des capteurs d'EA est développé par le CETIM (voir Figure 3.6). Il s'agit d'un capteur résonnant de fréquence centrale de 200 kHz, contenant une pastille piézoélectrique de 5 mm d'épaisseur pour 10 mm de diamètre, collée dans un boîtier en aluminium. La semelle de ce traducteur, quant à elle, est en aluminium.

Considérons un milieu stratifié comportant 5 couches, représentatif de ce capteur (Figure 3.7), constitué d'une couche de matériau piézoélectrique suivie de quatre couches de solides isotropes.

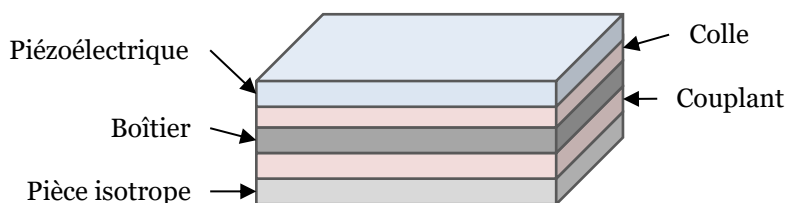


Figure 3.7 - Milieu stratifié représentatif d'un capteur EA

Pour simuler un capteur d'émission acoustique en émission, considérons une surface libre et une tension imposée sur la première interface du piézoélectrique. Considérons également une tension nulle à l'interface entre le piézoélectrique et la colle (la masse) et des conditions de rayonnement de Sommerfeld sur la dernière interface. Les matériaux ainsi que l'épaisseur des couches sont donnés dans le Tableau 3.1.

Élément	Matériau	Épaisseur (mm)
Piézoélectrique	PZT-5H	5
Colle	Époxy	0.2
Boîtier	Aluminium	2
Couplant	Époxy	0.2
Pièce	Acier structurel	$\infty$

Tableau 3.1 - Matériaux et épaisseurs utilisés pour représenter le capteur CETIM

Intéressons-nous au déplacement et la traction normale sur la dernière interface en fonction de la fréquence. En effet, cette interface représente l'interface d'intérêt pour le calcul de la sensibilité des capteurs d'émission acoustique par le principe de réciprocité. Les résultats en fonction de la fréquence sont donnés par la Figure 3.8 et représentent ce que nous appellerons les diagrammes de résonances en déplacement et en traction.

La fréquence de résonance de ce capteur se situe aux alentours de 200 kHz (données constructeurs). On s'attend donc à obtenir un maximum de déplacement et de traction autour

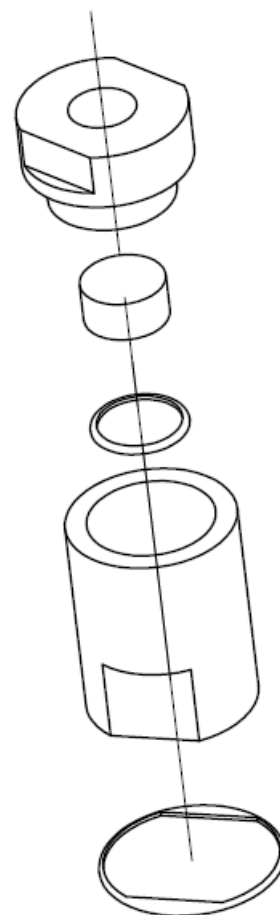
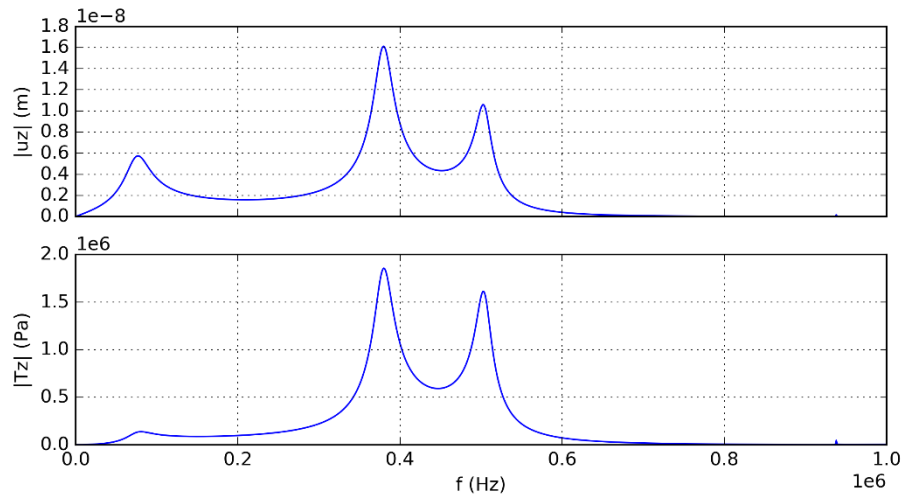


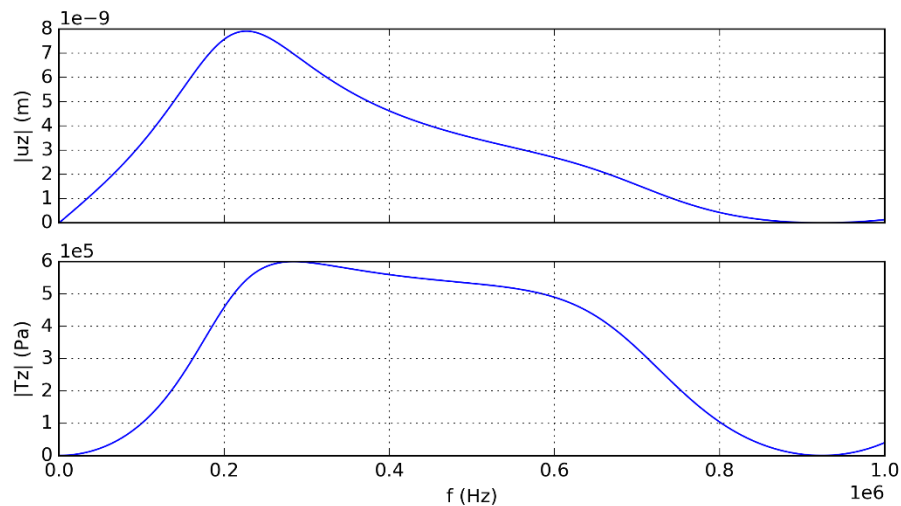
Figure 3.6 - Schéma éclaté du capteur d'émission acoustique CETIM

de cette valeur. Pourtant, le pic de résonance principal de ce multicouche est situé à 380 kHz (Figure 3.8).



**Figure 3.8 - Déplacement (haut) et contrainte (bas) normaux calculés par le modèle de Thomson-Haskell à l'interface d'intérêt pour un traducteur en émission soumis à une tension  $V_0 = 60\text{ V}$**

Afin d'observer l'influence des couches intermédiaires entre l'élément piézoélectrique et la pièce (colle, boîtier, couplant) sur le déplacement et la contrainte, nous pouvons considérer une configuration constituée uniquement d'une couche piézoélectrique sur un milieu semi-infini en acier. Les diagrammes de résonances de cette configuration (Figure 3.9) sont fondamentalement différents du multicouche précédent. La fréquence de résonance principale est cohérente avec celle supposée du capteur et le déplacement et la contrainte subissent moins de variations en fonction de la fréquence.



**Figure 3.9 – Composantes normales du déplacement (haut) et de la contrainte (bas) à l'interface piézoélectrique/pièce pour une pastille seule en émission soumise à une tension  $V_0 = 60\text{ V}$**

Le modèle en cinq couches est plus proche de la réalité d'un capteur d'EA mais ne fournit pas les fréquences de résonances attendues contrairement au modèle de la pastille seule, moins réaliste. La méthode des éléments finis nous permet de simuler des configurations 2D/3D plus réalistes que le modèle de Thomson-Haskell. Par conséquent, dans la prochaine section, nous comparerons le comportement de la pastille piézoélectrique (et du capteur) obtenue par E.F. à

celui obtenu par le modèle de Thomson-Haskell afin de déterminer si ce modèle est une approximation justifiée de la réalité, c'est-à-dire si les seules dimensions d'intérêt d'un capteur sont les épaisseurs des différentes couches.

## II. SIMULATION D'UNE PASTILLE PIÉZOÉLECTRIQUE SANS BOÎTIER

Dans la section précédente, nous avons déterminé la réponse du traducteur en émission par un modèle unidimensionnel. Toutefois, nous avons pu constater que le modèle en cinq couches ne fournit pas les fréquences de résonances attendues contrairement à la représentation de la pastille seule.

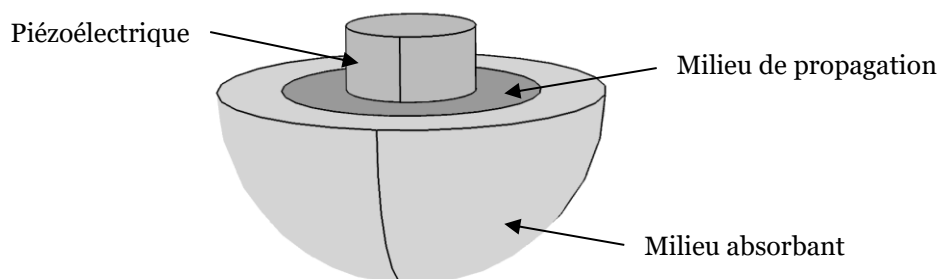
Afin de déterminer si le modèle de Thomson-Haskell (TH) est une bonne approximation de la réalité des capteurs d'émission acoustique, nous allons dans un premier temps comparer le comportement d'une couche piézoélectrique sur un milieu semi-infini d'acier calculé par ce modèle au comportement d'une pastille piézoélectrique seule (dont les dimensions sont celles utilisées pour les pastilles des capteurs d'EA) sur un milieu semi-infini d'acier calculé par la méthode des éléments finis. Dans le même ordre d'idée, nous comparerons, dans un second temps, le comportement de la configuration en cinq couches obtenues par TH au comportement d'un capteur de géométrie réaliste obtenu par la méthode des éléments finis.

Dans cette section, nous nous limiterons généralement à étudier la réponse de la pastille en émission sur le centre de sa face avant afin d'illustrer son comportement. Bien entendu, au vue de la formule de réciprocité développée précédemment, il sera nécessaire par la suite d'étudier le comportement du capteur en considérant chaque point de la face avant. Ce traitement sera réalisé dans les chapitres suivants.

### II.1 RÉSONANCES AU CENTRE DE LA PASTILLE

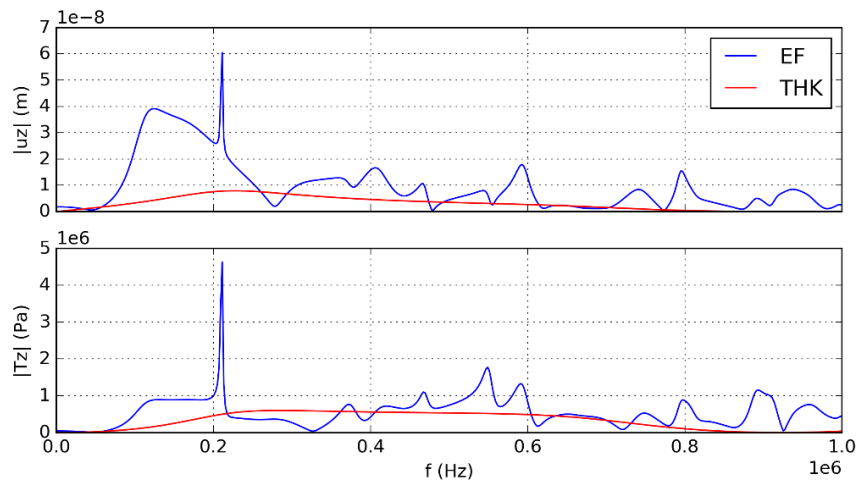
Considérons le cas d'une pastille piézoélectrique de 5 mm de hauteur et de 10 mm de diamètre, posée sur un milieu semi-infini. Tout au long de cette section, nous imposerons une tension de 60 V aux bornes de la pastille. Le milieu de propagation, *i.e.* la pièce, est en acier structural et est entouré de couches parfaitement absorbantes (Figure 3.10). Le domaine spatial à mailler peut être réduit à un minimum à l'aide de ces conditions aux limites artificielles.

Dans ce premier cas, aucun couplant n'est simulé entre la pastille et le milieu de propagation, le contact entre eux étant supposé être un contact solide-solide parfait.



**Figure 3.10 - Configuration éléments finis**

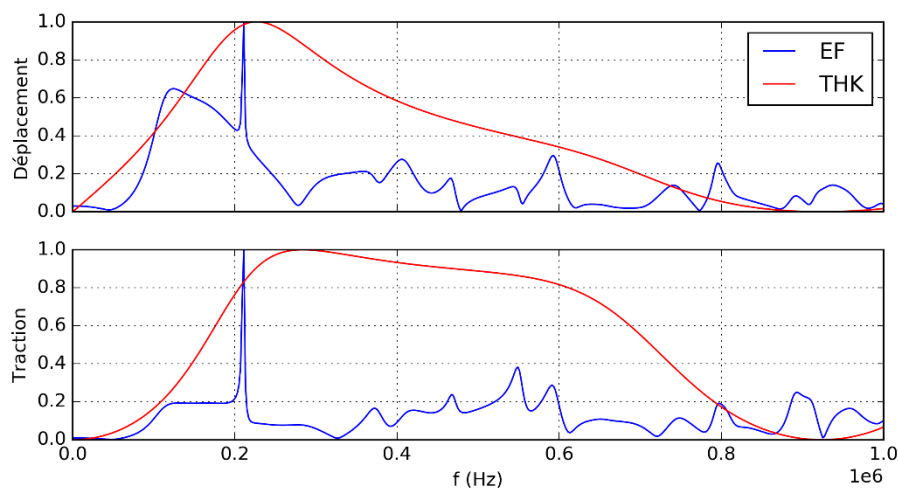
La Figure 3.11 présente le déplacement normal ainsi que la traction normale au centre de la pastille à l'interface piézoélectrique/pièce, calculés par éléments finis et par le modèle de Thomson-Haskell (TH).



**Figure 3.11 – Comparaison du déplacement  $u_z$  (haut) et de la traction  $T_z$  (bas) au centre du capteur calculés par éléments finis (bleu) et par le modèle de Thomson-Haskell (rouge).**

Les résultats de ces deux simulations présentent de grandes différences, notamment en termes d'amplitude. En effet, les amplitudes maximales des courbes de déplacement et de traction calculées par TH sont environ 10 fois plus faibles que celles fournies par le code de calcul éléments finis.

On peut toutefois constater sur la Figure 3.12 où les courbes ont été normalisées, que la fréquence de résonance principale est correctement déterminée (pour le déplacement). La simulation par éléments finis, plus réaliste, présente un grand nombre de pics. La géométrie cylindrique de l'élément piézoélectrique fait notamment apparaître des résonances entre 880 kHz et 980 kHz tandis que le modèle de Thomson-Haskell prédit un déplacement et une traction quasi-nuls. Ainsi, la dimension latérale finie de la pastille contribue de manière fondamentale à sa réponse.



**Figure 3.12 - Comparaison du déplacement et de la traction normalisés calculés par éléments finis (bleu) et par le modèle de Thomson-Haskell (rouge)**

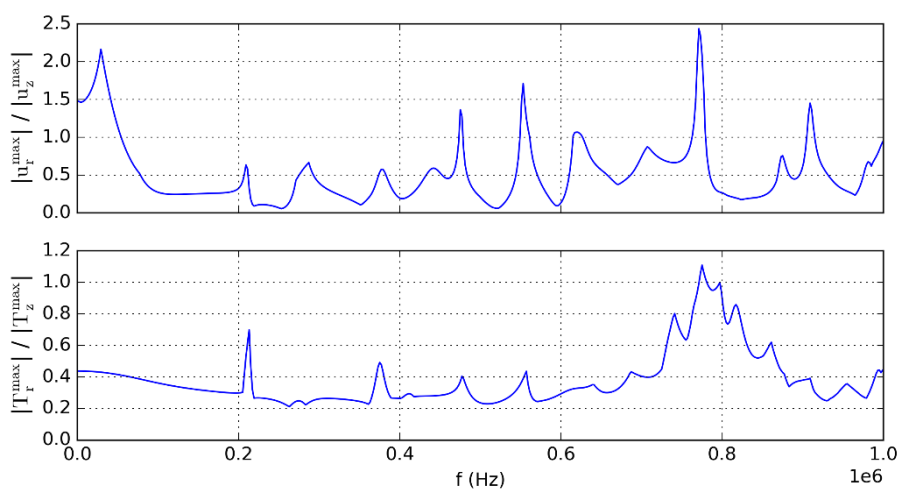
Ces résultats mettent en évidence l'aspect résonnant du piézoélectrique, c'est-à-dire qu'une onde pénétrant dans la pastille est réfléchi de manière répétée sur toutes les parois de celle-ci et pas seulement dans l'épaisseur entre les deux électrodes. Ces nombreuses réflexions peuvent interférer constructivement (suivant les fréquences) et conduisent à l'augmentation

de l'amplitude du déplacement et de la contrainte autour de fréquences particulières. Ce type de géométrie rend ainsi les pastilles plus sensibles autour de ces fréquences de résonance. La modélisation unidimensionnelle ne faisant intervenir que les réflexions dans l'épaisseur, celles-ci sont moins nombreuses et l'amplitude des ondes ne subit pas autant d'amplification mais la sensibilité est plus uniformément répartie sur l'ensemble du spectre considéré.

## II.2 RAPPORT DES COMPOSANTES NORMALES ET TANGENTIELLES DU DÉPLACEMENT ET DE LA TRACTION D'UNE PASTILLE PIÉZOÉLECTRIQUE

En moyenne, sur la surface constituant l'interface entre le piézoélectrique et le milieu de propagation, les composantes tangentielles du déplacement et de la traction en émission sont nulles du fait de la symétrie de la pastille. Toutefois, dans le cas de la réception d'une onde quelconque de direction non-normale à la face avant, ces composantes ne sont plus en moyenne nulles. De plus, la formulation de la sensibilité par le principe de réciprocité (Eq. 2.61) montre que les composantes de l'onde en réception vont être pondérées par le déplacement et la traction en émission.

La première hypothèse découlant des méthodes de calibration consiste à considérer uniquement le déplacement particulaire normal sur la face avant du capteur. Afin d'évaluer un peu plus en détail cette hypothèse dans le cas d'une pastille nue, la Figure 3.13 présente le rapport entre le déplacement tangentiel maximal et le déplacement normal maximal sur la face avant de la pastille ainsi que le rapport entre la traction tangentielle maximale et la traction normale maximale.



**Figure 3.13 – rapport des maxima des déplacements tangentiels et normaux et rapport des maxima des tractions tangentielles et normales d'une pastille piézoélectrique sur un milieu semi-infini en acier**

Les fréquences pour lesquelles le rapport des déplacements (ou des contraintes) est proche de zéro montre une composante tangentielle négligeable tandis qu'un rapport proche de 1 correspond à une composante tangentielle comparable à la composante normale, correspondant donc à un mode de vibration couplant les mouvements radiaux et normaux.

Nous pouvons constater que les déplacements tangentiels et normaux sont du même ordre de grandeur bien qu'en moyenne les composantes radiales (tangentielles) soient d'amplitude plus faible ; il existe même des fréquences pour lesquelles la composante tangentielle est deux fois plus grande que la composante normale

Le rapport des tractions est plus constant excepté à quelques fréquences, et dans une bande passante située aux alentours de 770 kHz et n'atteint presque jamais des valeurs où la composante tangentielle est supérieure.

L'hypothèse fondamentale conditionnant l'utilisation du modèle de Thomson-Haskell est que les composantes tangentielles du déplacement et de la contrainte soient négligeables. Par conséquent, les résultats présentés amènent à conclure que le modèle de Thomson-Haskell ne permet pas d'obtenir une approximation réaliste de la pastille seule. Dans la section suivante, nous étudions de façon équivalente le cas du capteur complet, afin d'établir si des conclusions semblables peuvent être tirées dans ce cas.

### II.3 COMPARAISON DE LA RÉPONSE DU CAPTEUR CALCULÉES PAR LE MODÈLES SIMPLIFIÉS ET PAR ÉLÉMENTS FINIS

#### II.3.1 Composantes élastodynamiques normales au centre de la face avant

Considérons les configurations éléments finis présentées Figure 3.10 et Figure 3.15, chacune soumises à une tension de 60 V. Dans la première configuration, seul le piézoélectrique est considéré tandis que dans la seconde, le capteur complet ainsi que le couplant sont représentés. Dans ce dernier cas, le capteur est considéré comme axisymétrique et les matériaux utilisés sont ceux décrits dans le Tableau 3.1. Le câble coaxial est un assemblage de couches de caoutchouc, d'acier inoxydable, d'isolant plastique et enfin de câble de cuivre.



Figure 3.14 – Vis de connexion d'un câble coaxial

Ces nombreuses couches de matériaux très différents et d'épaisseurs très fines peuvent engendrer des instabilités dans une simulation éléments finis. De plus, la partie du câble coaxial située à proximité du capteur est majoritairement constituée d'acier inoxydable en raison de la présence de la vis de connexion du câble (Figure 3.14). Pour simplifier, nous faisons ici le choix de considérer un seul milieu pour le câble coaxial : de l'acier inoxydable.

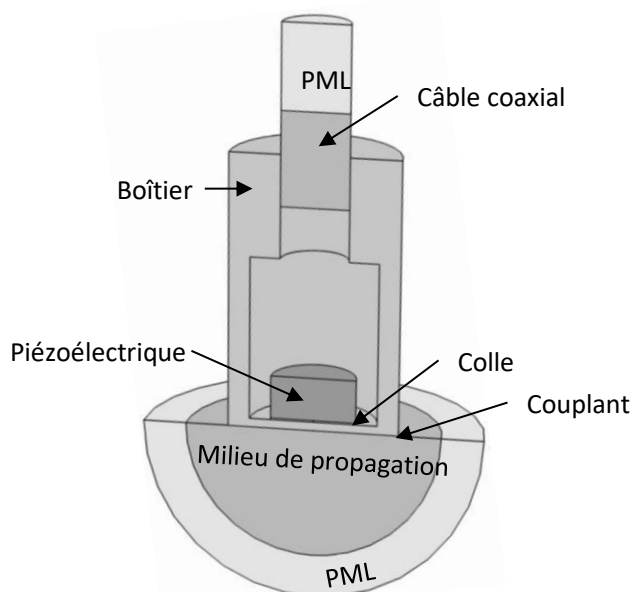


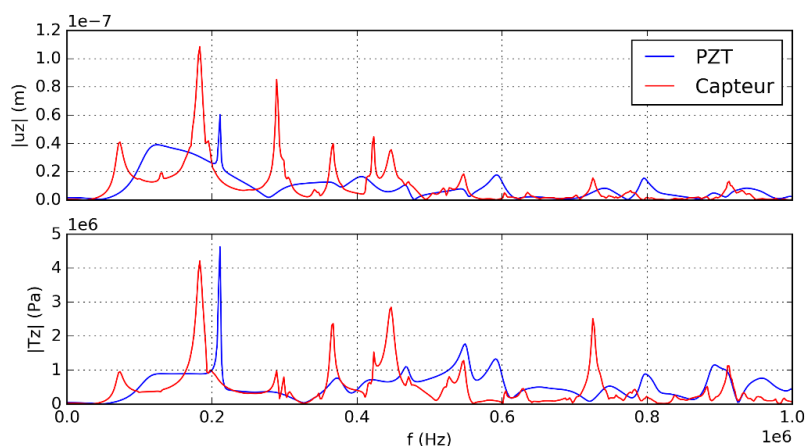
Figure 3.15 - Vue en coupe de la configuration éléments-finis du capteur

Comparons à présent les résultats des calculs E.F. au centre de la face avant de la pastille et du capteur pour le déplacement normal et la traction normale (Figure 3.16).

Nous pouvons constater que les courbes correspondant à la réponse de la pastille et du capteur complet sont très différentes. En effet, si un léger décalage s'opère pour la fréquence de résonance principale, en revanche de nombreux autres pics de résonances font leur apparition dans le cas du capteur complet.

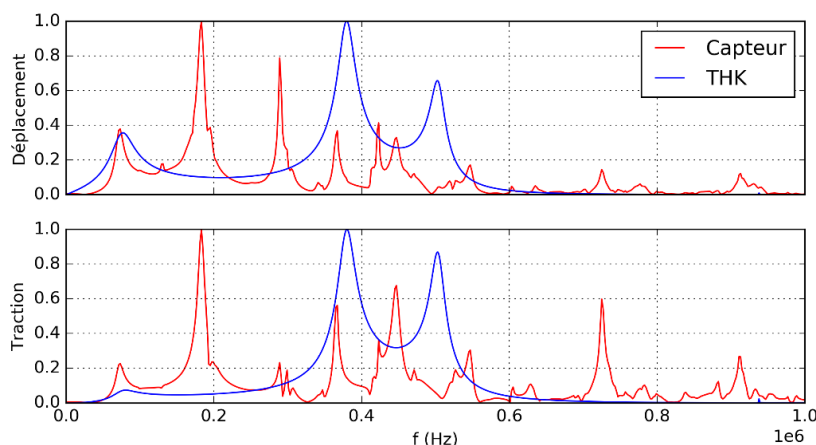
Intuitivement, nous aurions pu penser que le déplacement et la traction auraient dû être globalement d'amplitude plus

faible sur le centre de la face avant du capteur que sur celle de la pastille seule. Pourtant, étant données les nombreuses résonances supplémentaires, le capteur engendre globalement, sur la plage spectrale considérée, un déplacement et une traction d'amplitude plus forte. Cela n'est cependant pas vrai pour tous les points de la face avant.



**Figure 3.16 - Comparaison du déplacement  $u_z$  (haut) et de la traction  $T_z$  (bas) au centre du capteur, calculés par EF dans le cas du piézoélectrique seul (bleu) et du capteur (rouge)**

Une comparaison des composantes normales du déplacement et de la traction calculées par le modèle de Thomson-Haskell et celles déterminées par la simulation E.F. du capteur montre également de grandes différences (Figure 3.17). En effet, dans ce cas aussi, la configuration du capteur fait apparaître de très nombreux pics de résonance et d'antirésonance. Cependant, les résultats obtenus à l'aide du modèle de Thomson-Haskell nous permettent de déterminer les fréquences pour lesquelles le centre de la face avant du capteur vibre de manière essentiellement normale à la surface d'intérêt (par exemple pour à 75 kHz).

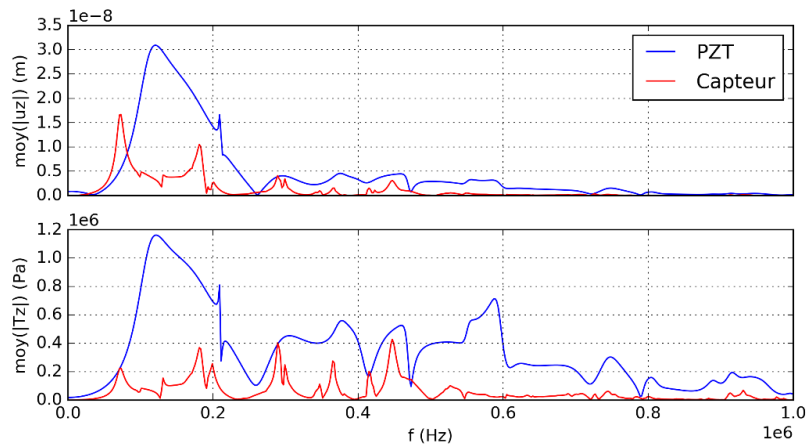


**Figure 3.17 - Composantes normales (normalisées) du déplacement (haut) et de la traction (bas), sur le centre de la surface d'intérêt calculées par THK (bleu) et simulation EF du capteur (rouge)**

### II.3.2 Moyennes du déplacement et de la traction sur la face avant

Une autre façon d'observer les différences fondamentales de comportement entre la configuration constituée uniquement de l'élément piézoélectrique et celle du capteur complet consiste à étudier la moyenne des composantes normales du déplacement et de la traction sur la surface d'intérêt (Figure 3.18). Dans ce cas, en moyenne et pour une même tension d'excitation, le comportement du capteur et de la pastille nue sont aussi très dissemblables. Le

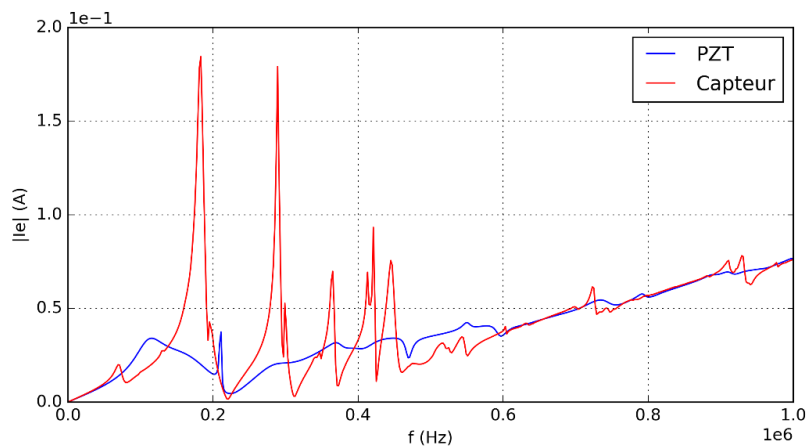
capteur présente en effet beaucoup plus d'antirésonances que la pastille en raison de la géométrie complexe du boîtier.



**Figure 3.18 - Composantes normales du déplacement (haut) et de la traction (bas) moyennées sur la surface, pour la pastille seule (bleu) et le capteur complet (rouge) calculées par EF**

### II.3.3 Intensité électrique

La formulation de la sensibilité du capteur par le principe de réciprocité (Eq. 2.61) fait intervenir, en plus du déplacement et de la traction, l'intensité électrique. Cette intensité peut être calculée en intégrant sur la face supérieure du piézoélectrique la densité de courant. Ainsi nous pouvons comparer l'intensité du piézoélectrique seul et celle du capteur complet.



**Figure 3.19 - Intensité sur la face supérieure du piézoélectrique seul (bleu) et du piézoélectrique dans le capteur (rouge) calculée par EF**

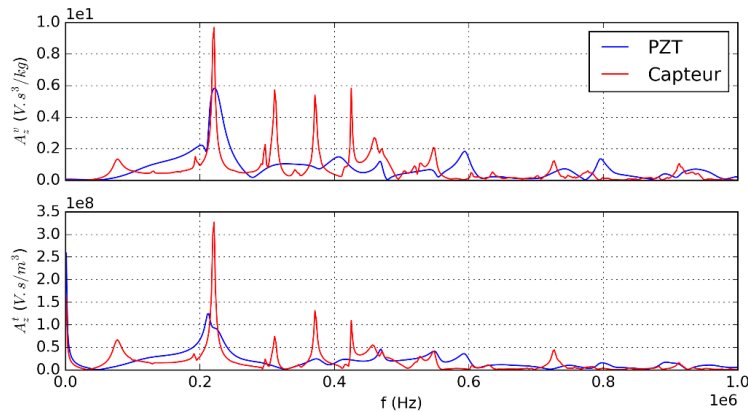
Tout comme dans le cas des quantités élastodynamiques, la Figure 3.19 montre des résonances et antirésonances bien plus marquées dans le cas du capteur complet que dans le cas de la pastille seule. Cette figure montre également qu'aux hautes fréquences (au-delà de 600 kHz) l'intensité calculée pour le capteur est très similaire à celle de la pastille. Aux basses fréquences, l'amplitude et la forme des courbes d'intensité sont très différentes. Or ce type de capteur est justement utilisé dans cette plage fréquentielle (typiquement 50-600 kHz). De plus, la sensibilité dépendant de l'inverse de l'intensité électrique (EQ), les maxima locaux de l'intensité vont atténuer la sensibilité du capteur tandis que les minima vont l'amplifier. Ainsi, les pics et les creux d'intensité étant très différents, les sensibilités de ces deux configurations seront différentes.

### II.3.4 Réciprocité au centre du capteur

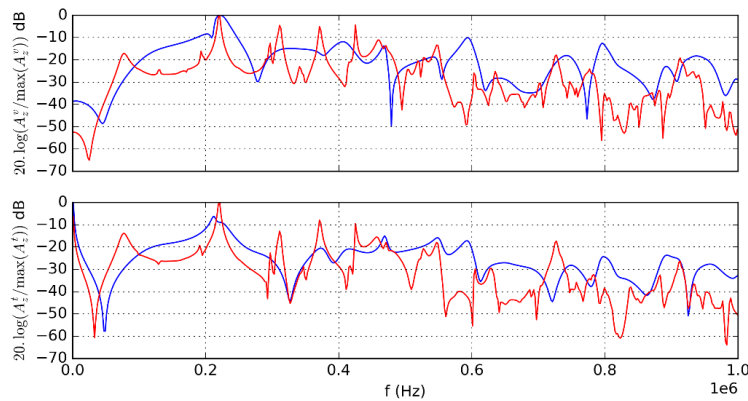
Considérons l'expression de la sensibilité (Eq. 2.61) uniquement au centre du capteur. Notons  $A_z^t$  et  $A_z^v$  les coefficients suivants :

$$A_z^t(r=0, f) = \frac{t_z^e(r=0, f)}{I^e(f)} \quad \text{et} \quad A_z^v(r=0, f) = \frac{v_z^e(r=0, f)}{I^e(f)}, \quad (\text{Eq. 3.16})$$

avec  $t_z^e$  et  $v_z^e$  la traction et la vitesse normales sur la face avant du traducteur en émission. Le premier coefficient,  $A_z^t$ , vient pondérer la composante normale de la vitesse particulaire sur la face avant du capteur d'une onde incidente quelconque tandis que le second coefficient vient pondérer la composante normale de la traction. Ces deux coefficients sont représentés en fonction de la fréquence par la Figure 3.20.



**Figure 3.20 – Sensibilité, au centre de la face avant, au déplacement et à la traction d'un piézoélectrique seul (bleu) et du capteur (rouge).**



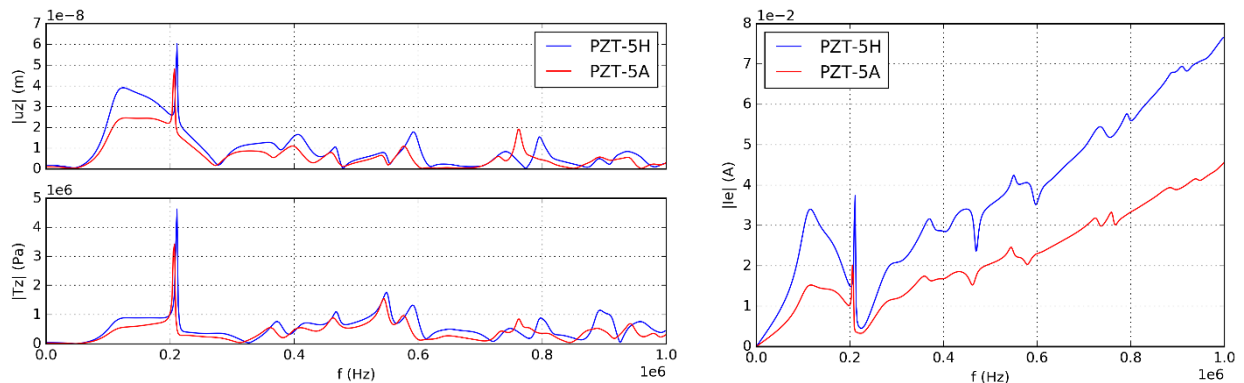
**Figure 3.21 – Représentation logarithmique des sensibilités au centre de la face avant pour une pastille nue (bleu) et pour le capteur (rouge).**

La sensibilité moyenne (au centre du capteur) est légèrement supérieure dans le cas de la pastille nue, traduisant le fait que l'onde générée dans la pastille doit traverser moins de solide pour arriver sur l'interface d'intérêt. Le capteur, pour sa part, est plus sensible à certaines fréquences spécifiques et présente une sensibilité plus « accidentée », c'est-à-dire possédant plus de pics de résonance.

Ces courbes de sensibilité au centre de la face avant peuvent également être tracées en échelle logarithmique, classiquement utilisée pour montrer les courbes de sensibilité des capteurs commerciaux (Figure 3.21).

### II.3.5 Quantités élastodynamiques et électriques pour deux piézoélectriques différents

Dans certaines sections de ce document, nous utiliserons d'autres types de matériaux piézoélectriques ou d'autres types de géométries (pour les capteurs commerciaux par exemple). Toutefois, le calcul de la sensibilité est générique et valable pour différentes configurations. Les figures suivantes (Figure 3.22) montrent les différences qu'il peut y avoir entre deux pastilles piézoélectriques (en l'absence de boîtier) pour les quantités élastodynamiques et électriques, conduisant ainsi, à des sensibilités dissemblables une fois ces pastilles montées dans un boîtier.



**Figure 3.22 – Gauche : Composante normale du déplacement (haut) et de la contrainte (bas) au centre de la face avant de deux piézoélectriques différents (PZT-5A et PZT-5H). Droite : Intensité électrique pour ces deux matériaux piézoélectriques**

Ainsi, on peut constater que le déplacement et la traction pour la pastille de PZT-5A ont une forme très similaire mais leur amplitude est plus faible que celle obtenue dans le cas de la pastille de PZT-5H. De plus, on remarque un léger déplacement des résonances et antirésonances ainsi qu'une résonance supplémentaire aux alentours de 750 kHz pour le PZT-5A. Ces décalages de résonances se retrouvent également dans l'intensité électrique mais les différences d'amplitude sont plus marquées. La pastille de PZT-5H présente également une pente moyenne pour l'intensité plus forte que celle calculée dans le cas du PZT-5A.

## III. CONCLUSION

L'objectif de ce chapitre était d'obtenir un modèle permettant de prédire la sensibilité du capteur qui conduise à des temps de calculs compatibles avec une simulation globale d'une expérience d'émission acoustique. Pour ce faire, nous avons étudié certaines hypothèses simplificatrices concernant les capteurs afin de déterminer leur applicabilité.

Ainsi, en partant des hypothèses que les capteurs d'émission acoustique sont uniquement sensibles à la composante normale du déplacement (hypothèse 1) et que la taille finie du capteur peut être négligée (hypothèse 3), nous avons étudié le modèle de Thomson-Haskell permettant de modéliser la propagation d'ondes dans des milieux stratifiés. Ce type de modèle unidimensionnel s'est avéré inapplicable de façon générale, car la géométrie de la pastille piézoélectrique influence de façon fondamentale la sensibilité. En effet, les modes de vibrations normales et tangentielles sont fortement couplés dans ce type de pastille dont le rayon est comparable (ici, égal) à son épaisseur. Or ce modèle ne considère aucune réflexion sur les bords de la pastille ou du boîtier, mais seulement celles aux interfaces entre les différents constituants du capteur parallèles à l'interface du capteur avec la pièce. Seules les résonances correspondant aux modes normaux de vibration peuvent être déterminées de cette manière.

Ainsi, l'utilisation du modèle de Thomson-Haskell sur un milieu stratifié représentant le capteur nous permet de remettre en cause l'hypothèse 3 stipulant que la taille finie du capteur a un effet négligeable sur l'allure de sa réponse.

Les simulations par éléments-finis de configurations de géométrie complexe peuvent demander beaucoup de temps et de ressources (espace disque, mémoire vive, ...). La configuration du capteur complet comprend de nombreux éléments à mailler mais également des matériaux faisant intervenir des phénomènes tels que la viscoélasticité, et est particulièrement contraignante. Nous avons comparé le comportement de la pastille sans boîtier, *i.e.* de géométrie plus simple et moins contraignante numériquement, au comportement d'un capteur complet. Nous avons mis en évidence que les autres constituants du capteur ainsi que leur géométrie complexe ont eux aussi une influence fondamentale sur sa réponse. Les rapports d'amplitudes des composantes tangentielles sur les composantes normales des quantités élastodynamiques montrent que ces composantes sont du même ordre de grandeur bien que l'amplitude de la composante normale soit en moyenne quatre fois plus importante que la composante tangentielle. Ainsi, l'hypothèse 1 relative à la sensibilité à la seule composante normale est également mise en défaut, notamment pour certaines fréquences présentant des modes de vibration essentiellement radiaux. Cette hypothèse n'est bien applicable que lorsque le capteur est soumis à une onde incidente dont les composantes tangentielles sont négligeables.

Ainsi, deux hypothèses simplificatrices couramment faites sur le fonctionnement d'un capteur d'émission acoustique ont donc été mises en défaut. Nous avons pu montrer que l'utilisation de modèles unidimensionnels n'est pas suffisante pour représenter ces capteurs en raison des couplages complexes entre les modes de vibration tangentiels et normaux de la pastille piézoélectrique. Nous avons également pu observer que la simulation de la pastille seule sur un milieu de propagation ne permet pas d'obtenir une réponse fidèle du capteur. Ainsi, l'étude de ces deux représentations simplifiées des capteurs d'émission acoustique nous permet de postuler que les fortes variations de la réponse fréquentielle d'un capteur d'EA résultent à la fois des dimensions particulières de l'élément piézoélectrique mais également de la géométrie complexe de ses constituants.

La complexité géométrique des capteurs nous amène donc à déterminer leur sensibilité en effectuant des simulations éléments finis dans lesquelles cette complexité est prise en compte. Nous nous focaliserons dans le prochain chapitre sur les simplifications envisageables des configurations de calcul, sur leur mise en œuvre ainsi que sur leur validité.



---

## Chapitre 4.

# Configurations réalistes pour le calcul de la réponse des capteurs en émission

---

Les deux modèles développés suivant des approches simplifiées décrits au chapitre précédent (modèle unidimensionnel et simulation de la pastille piézoélectrique seule) ont montré que, pour déterminer la sensibilité d'un capteur d'émission acoustique, il est nécessaire de considérer sa géométrie complète et ses différents constituants. De telles simulations peuvent être menées par éléments finis. Cependant, l'un de nos objectifs est de simuler « rapidement » la réponse d'un capteur à une onde incidente quelconque. Or, les simulations par éléments finis peuvent être coûteuses en temps de calcul et/ou en ressource matérielle.

Toutefois, la formulation de la sensibilité obtenue par le principe de réciprocité nous permet de simuler la réponse d'un capteur en utilisant des données fournies par un calcul où le capteur agit en tant qu'émetteur. On peut donc pré-calculer leur sensibilité pour des configurations de référence.

Une configuration de référence pour un capteur donné correspond à la simulation de ce capteur dans son état standard, c'est-à-dire avec des valeurs moyennes d'épaisseur de colle, de couplant, etc. Mais la réponse des capteurs dépend du matériau constitutif du milieu de propagation. Ainsi, tout comme pour les méthodes de calibration, il est nécessaire d'avoir une configuration de référence par matériau. Il est cependant possible de limiter ce nombre de configurations aux matériaux principalement utilisés lors de contrôles tels que l'acier ou l'aluminium. La même problématique se pose quant au type de couplant utilisé.

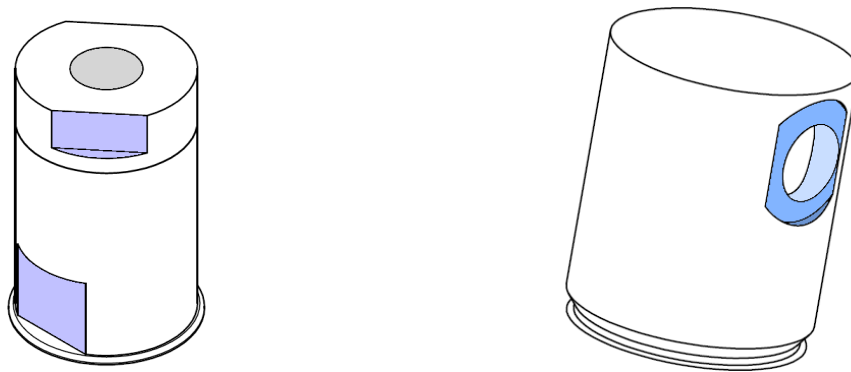
Considérons que nous voulons simuler la sensibilité de  $N$  capteurs différents, que nous avons  $C$  couplants possible et  $M$  matériaux de propagation. Le nombre de configurations de référence s'élèverait à  $N \times C \times M$ . Prenons par exemple le cas de deux capteurs utilisables avec deux couplants et sur trois matériaux de propagation. Le nombre de simulations nécessaires pour représenter toutes ces combinaisons serait de 12. L'ajout d'un seul type de capteur supplémentaire ferait passer ce nombre à 18. Cette problématique nous amène à réduire à son minimum (tout en assurant la précision des résultats) le temps de calcul des simulations afin de pouvoir calculer le maximum de configurations.

Ainsi, la première partie de ce chapitre sera consacrée à déterminer si l'approximation 2D axisymétrique du capteur CETIM est valide. En effet, ce capteur présente des bords usinés

rompant la symétrie cylindrique. Une configuration de calcul axisymétrique étant beaucoup moins coûteuse en temps et ressources de calcul qu'une configuration tridimensionnelle, l'approximation est tentante dans l'idée de constituer une base de données de réponses pré-calculées, mais doit être validée par comparaison des résultats obtenus dans l'un et l'autre cas. La seconde partie de ce chapitre présentera, quant à elle, l'expérimentation ayant pour but de valider la configuration éléments finis. Enfin, la dernière partie sera consacrée à des comparaisons (dans le domaine temporel) entre les simulations par éléments finis et l'expérimentation et reviendra sur l'importance de la géométrie du boîtier dans le calcul de la sensibilité du capteur.

### I. CONFIGURATION 2D AXISYMÉTRIQUE DU CAPTEUR CETIM

Une approximation courante relative aux capteurs consiste à les considérer axisymétriques d'une part, et d'autre part à considérer que leur sensibilité est indépendante de la direction de l'onde incidente. Dans le chapitre précédent nous avons fait l'approximation d'un capteur purement axisymétrique que nous avons comparée au modèle de Thomson-Haskell et à la simulation d'une pastille sans boîtier. Toutefois, le capteur développé par le CETIM présente des bords usinés rompant cette symétrie et les capteurs commerciaux ont généralement leur connectique située sur le côté des capteurs (Figure 4.1).



**Figure 4.1 - Schéma du capteur d'EA CETIM à gauche et schéma du capteur commercial R15α avec leurs bords usinés (bleu)**

L'approximation 2D axisymétrique permet un gain de temps de calcul qui, sur un poste de travail standard, est de l'ordre d'un facteur x500 par rapport à une configuration 3D utilisant deux plans de symétrie (simulant un quart du capteur), donc un facteur x1000 s'il n'y a qu'un plan de symétrie. Une configuration 3D complète sans aucun plan de symétrie demande quant à elle trop de ressource de mémoire vive pour un poste standard. Nous nous proposons donc ici de comparer les configurations 2D axisymétrique et 3D avec deux plans de symétrie, dans le cas du capteur CETIM, afin de déterminer si l'approximation 2D axisymétrique est applicable.

Le cas 3D utilisant deux plans de symétrie est décrit par le schéma de la Figure 4.2. Dans cette configuration, les bords usinés sont alignés de façon à pouvoir simuler uniquement un quart du capteur. Les matériaux utilisés sont décrits dans le Tableau 3.1 et, ici aussi, le câble coaxial est uniquement représenté par un milieu en acier inoxydable surmonté d'une couche absorbante.

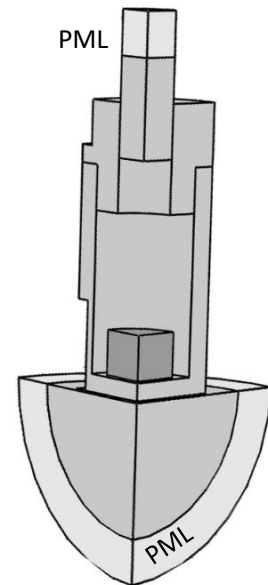
La seconde configuration, quant à elle, est celle décrite dans la Figure 3.15 et correspond au même capteur représenté en 2D axisymétrique, c'est-à-dire en l'absence d'usinage, couplé à un milieu semi-infini en acier structurel.

En raison des temps de calculs prohibitifs de la configurations 3D, les simulations ont été effectuées pour 100 fréquences au lieu de 500 dans le cas 2D axisymétrique.

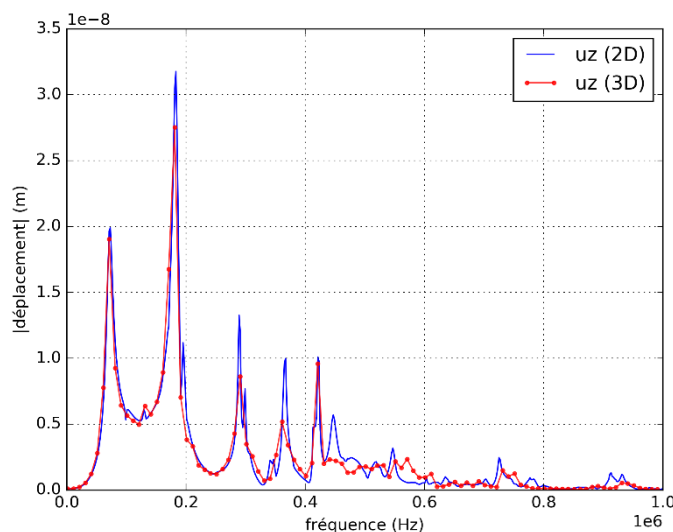
### I.1 COMPOSANTE NORMALE DU DÉPLACEMENT ET DE LA TRACTION

Au chapitre précédent, nous avons pu voir que, bien que non négligeable contrairement à ce que nous dit l'hypothèse classique (la première des trois déjà évoquées), la composante tangentielle du déplacement (ou de la traction) à la surface du capteur EA fonctionnant en émetteur est plus faible en amplitude que sa composante normale, ce qui se traduit par le fait que le capteur est plus sensible à la composante normale des ondes qu'il mesure.

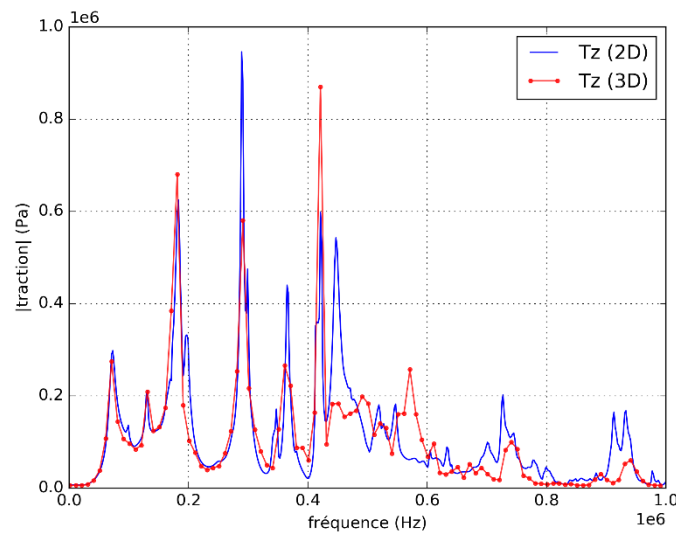
Par conséquent, une bonne approximation axisymétrique doit rendre compte le plus fidèlement possible de ces composantes. Afin de comparer les résultats fournis par les simulations 2D et 3D, nous comparerons la moyenne de la valeur absolue des composantes normales du déplacement et de la traction sur la face avant du capteur (Figure 4.3 pour le déplacement et Figure 4.4 pour la contrainte).



**Figure 4.2 – Configuration EF 3D**



**Figure 4.3 - Comparaison des composantes normales du déplacement particulaire pour la configuration 2D axisymétrique (bleu) et 3D (rouge)**

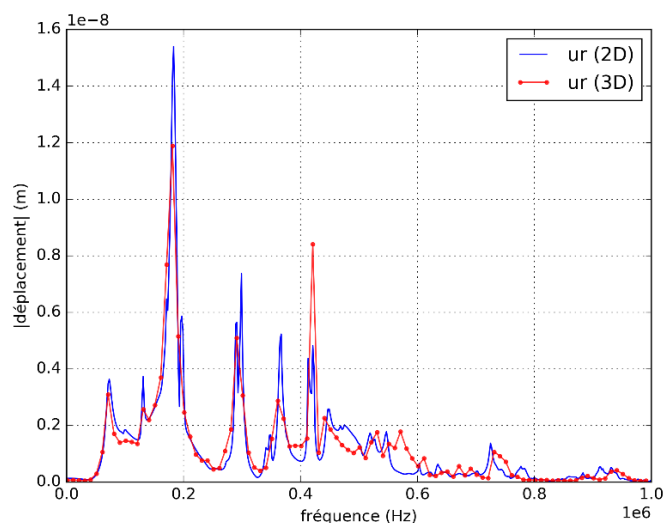


**Figure 4.4 - Comparaison des composantes normales de la traction pour la configuration 2D axisymétrique (bleu) et 3D (rouge)**

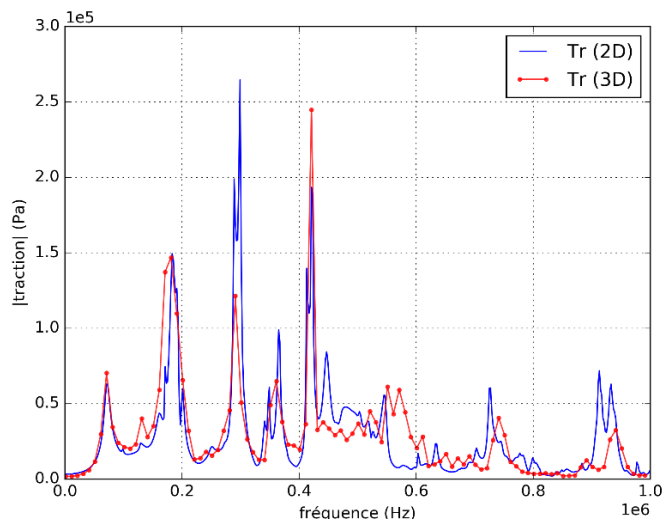
Les résultats des deux simulations sont en très bon accord jusqu'à 400 kHz. Au-delà de cette fréquence, des différences apparaissent en particulier concernant la traction, pour des valeurs d'amplitude de plus en plus faibles prédites par les deux calculs. Nous pouvons par exemple constater l'absence du pic de résonance à 450 kHz pour la configuration 3D et la présence d'un pic vers 550 kHz. Cependant, dans la bande passante de ce capteur située entre 10-400 kHz, l'accord est globalement très bon.

## I.2 COMPOSANTES TANGENTIELLES DU DÉPLACEMENT ET DE LA TRACTION

Comparons à présent la moyenne des valeurs absolues des composantes tangentielles (radiales) du déplacement (Figure 4.5) et de la traction (Figure 4.6) calculées par les simulations 2D axisymétrique et 3D. Ces quantités ont une amplitude environ moitié moins grande que celle des composantes normales et participent donc moins à la sensibilité du capteur. Toutefois, elles ne sont pas négligeables et doivent être prises en compte pour déterminer fidèlement la sensibilité des capteurs.



**Figure 4.5 - Comparaison des composantes radiales du déplacement particulière pour la configuration 2D axisymétrique (bleu) et 3D (rouge)**



**Figure 4.6 - Comparaison des composantes radiales de la traction pour la configuration 2D axisymétrique (bleu) et 3D (rouge)**

Bien que légèrement moins bons que dans le cas de la composante normale, les résultats entre les deux simulations montrent à nouveau un très bon accord pour le déplacement sur la bande spectrale d'intérêt (Figure 4.5). La traction quant à elle présente plus de différences mais reste en bon accord sur la bande d'intérêt (Figure 4.6).

À nouveau, la simulation 3D affiche un pic de résonance supplémentaire vers 550 kHz mais également un petit décalage en fréquence des pics de résonance aux hautes fréquences.

### I.3 APPLICABILITÉ DE LA CONFIGURATION 2D AXISYMÉTRIQUE

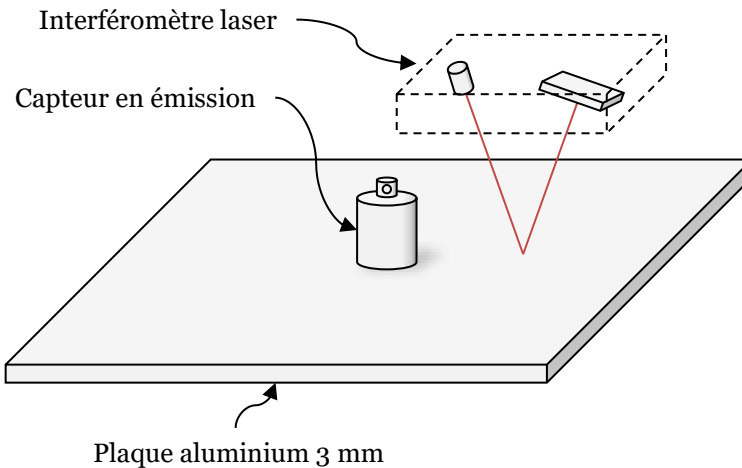
Les comparaisons des simulations 2D et 3D ont montré que le comportement global du capteur d'émission acoustique développé par le CETIM peut être modélisé par une configuration axisymétrique. Bien entendu, au vu de l'équation Eq. 2.61 faisant intervenir le produit scalaire des quantités élastodynamiques en émission avec celles en réception en tout point de la face avant, la sensibilité réelle du capteur sera légèrement différente, notamment au niveau des bords usinés du capteur. Le comportement global du capteur étant bien représenté, et afin de pouvoir mener à bien des études paramétriques en un temps raisonnable sur un poste de travail standard, nous avons fait le choix de considérer le capteur comme axisymétrique. Ce choix, par ailleurs, est cohérent avec l'hypothèse couramment faite dans la pratique. Les simulations éléments finis du capteur, dans la suite de ce manuscrit, seront donc toujours réalisées sous cette hypothèse d'axisymétrie.

## II. VALIDATION EXPÉRIMENTALE DU CALCUL PAR ÉLÉMENTS FINIS

### II.1 DESCRIPTION DE LA CONFIGURATION EXPÉRIMENTALE

Dans le but de valider le calcul résultant de la modélisation par élément finis du capteur, nous comparerons la simulation, dans le domaine temporel, d'un capteur d'émission acoustique constitué d'une pastille piézoélectrique de PZT-5A en émission sur une plaque infinie avec l'expérience représentée (Figure 4.7).

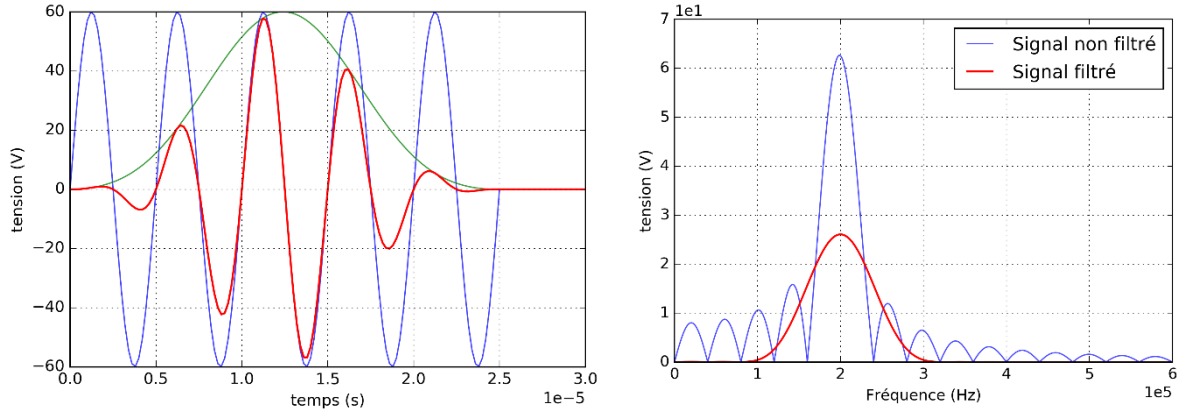




**Figure 4.7 - Schéma de la configuration expérimental**

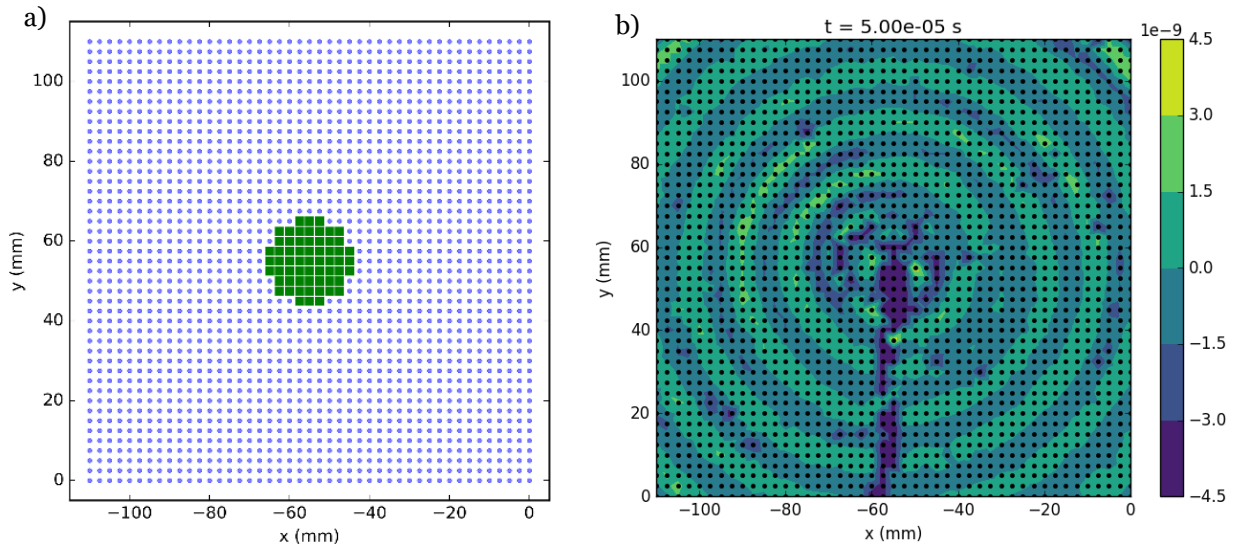
L'expérience consiste à utiliser un capteur en émission (soumis à une tension de 60 V) au centre d'une plaque d'aluminium de 3 mm d'épaisseur pour 1 m de côté. Dans le même temps, un interféromètre laser cartographie la composante normale du déplacement particulière à la surface de la plaque. Ainsi, pour un point donné à la surface de celle-ci, nous pouvons comparer les résultats du déplacement expérimental et simulé.

Le capteur est couplé à la structure en utilisant du Salol [66]. Le signal d'entrée quant à lui est constitué d'une sinusoïde de fréquence 200 kHz comprenant 5 cycles, apodisée par une fenêtre de Blackman (Figure 4.8) et se répétant toutes les 30 ms.



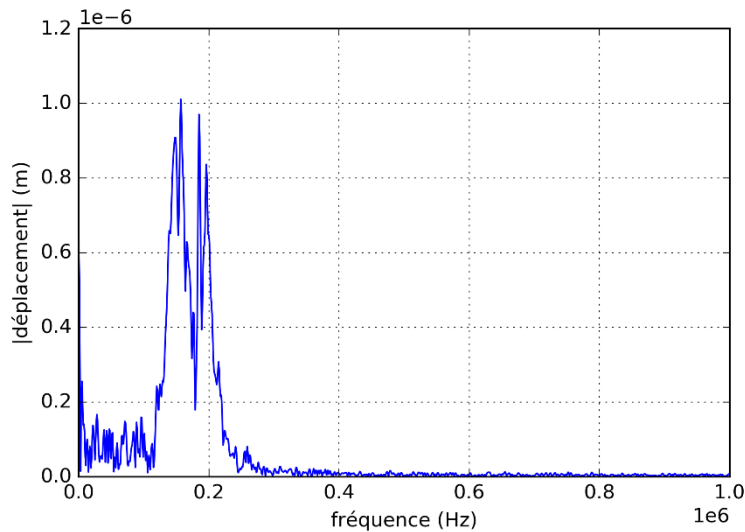
**Figure 4.8 – Gauche : signal non fenêtré (bleu), fenêtre de Blackman (vert) et signal d'excitation fenêtré (rouge). Droite : spectre du signal non fenêtré (bleu) et fenêtré (rouge).**

Le déplacement est mesuré en 2025 positions réparties sur une grille de 110 mm de côté avec le capteur en son centre (Figure 4.9). En raison de la configuration expérimentale, les mesures aux points situés sur la position du capteur sont erronées. En effet, en ces points, le laser mesure le déplacement sur le boîtier du capteur et non plus sur la plaque. De même, certains points se situent à l'emplacement du câble coaxial, clairement visible sur la cartographie du déplacement entre la position du capteur et la position (-60, 0), pour lesquels à nouveau la mesure est erronée.



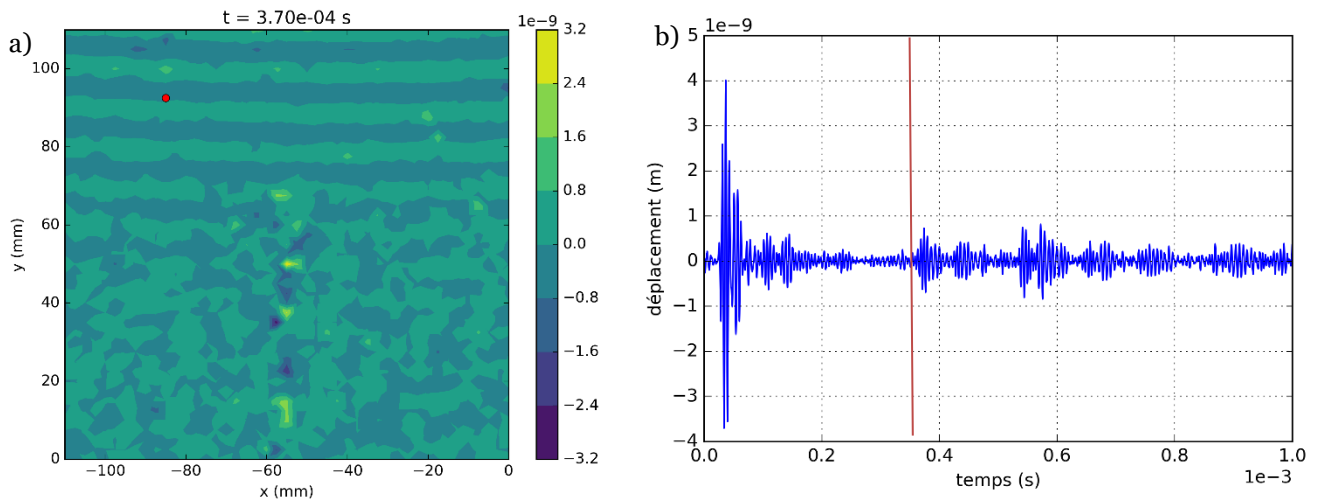
**Figure 4.9 – a) Grille de mesure (bleu) et position du capteur (vert) de la configuration expérimentale. b) grille de mesure (points noirs) et cartographie de la composante normale du déplacement à l'instant  $t = 0.05$  ms**

L'acquisition de 25 000 échantillons temporels par position est effectuée avec une fréquence d'échantillonnage de 25 MHz. Compte tenu du spectre du déplacement (Figure 4.10) et du spectre du signal d'excitation, nous appliquons un filtre passe-bande (numérique) de bande passante  $[0.1 - 1]$  MHz.



**Figure 4.10 – Spectre du déplacement sur la bande  $[0-1]$  MHz pour le point situé à la position  $(-85.0, 92.51)$**

Enfin, l'apparition de la première réflexion, en provenance du bord supérieur, se situe aux alentours de  $t = 0.37$  ms (Figure 4.11). Par la suite, nous représenterons donc le déplacement uniquement dans l'intervalle  $[0 - 0.3]$  ms afin de comparer les résultats expérimentaux à la simulation qui suppose une plaque infinie dans laquelle aucune réflexion n'est donc calculée.



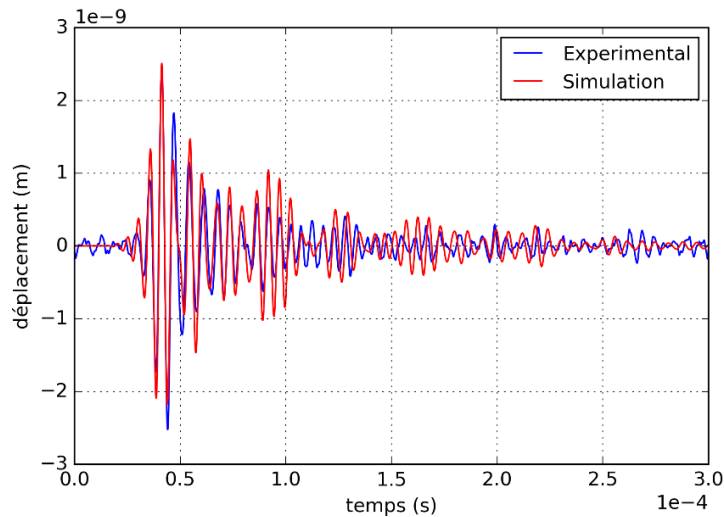
**Figure 4.11 – a) Cartographie du déplacement pour la première réflexion et point d'étude (point rouge). b) Déplacement au cours du temps pour le point d'étude et apparition de la première réflexion (ligne rouge)**

## II.2 COMPARAISON SIMULATION-EXPÉRIENCE

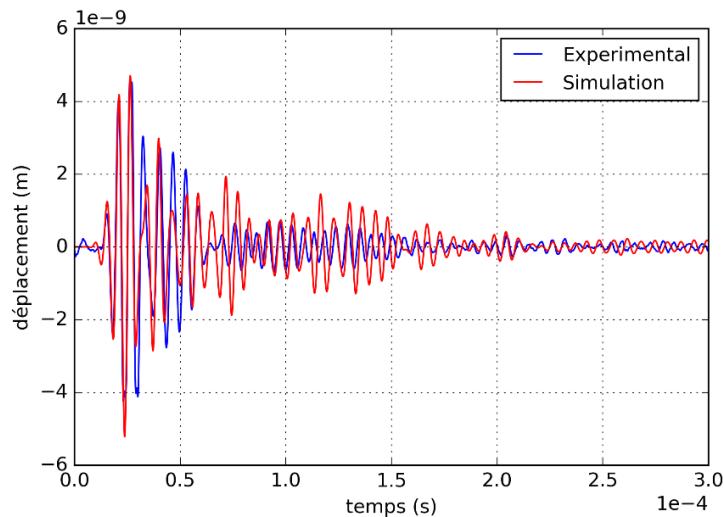
Dans les simulations, nous considérerons à nouveau la configuration 2D axisymétrique (décrite au 4.I), en y ajoutant certains éléments visant à la rendre plus réaliste. Ces éléments sont un joint de caoutchouc (torique) entre le capuchon et le boîtier et une frontière absorbante à l'interface entre le capuchon et le câble coaxial. Le capteur est couplé à une plaque d'aluminium infinie d'épaisseur 3 mm. Nous effectuons ici les simulations dans le domaine temporel afin de pouvoir comparer directement les résultats de la simulation à ceux mesurés. Ce changement de domaine d'étude nous oblige à une modification des conditions aux limites. En effet, les conditions limites PML de COMSOL ne sont utilisables que dans le domaine fréquentiel. Elles sont ici remplacées par des frontières faiblement réfléchissantes (*Low-Reflecting Boundary Condition*) permettant d'absorber les ondes sortantes dans le domaine temporel [67], [68].

Avant de décrire les résultats obtenus, il est important de noter que les résultats vont être comparés de façon quantitative. En effet, la mesure interférométrique est une mesure absolue du déplacement. Puisque l'amplitude du signal délivré par le système excitateur est maîtrisée, le même signal de même amplitude absolue est pris en compte dans la simulation.

Les Figure 4.12 et Figure 4.13 comparent des déplacements mesurés expérimentalement et ceux simulés pour deux points de la grille d'étude. Le premier point se situe à une distance d'environ 67.5 mm du centre du capteur (point A) tandis que le second se situe à environ 17.6 mm (point B). Dans les deux cas, les résultats simulés et expérimentaux sont en très bon accord, tout particulièrement pour le premier paquet d'ondes qui est très bien représenté, tandis que les paquets secondaires ont une amplitude un peu plus forte dans la simulation que dans l'expérimentation et subissent un déphasage. L'accord en amplitude absolue est particulièrement remarquable, les incertitudes expérimentales d'une part et les choix simplificateurs pour modéliser le capteur d'autre part étant des facteurs conduisant en général naturellement à ce que les comparaisons de ce type soient plutôt réalisées en amplitude relative.

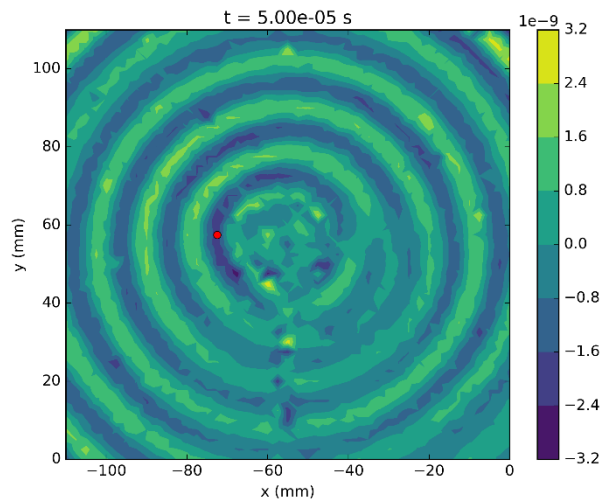


**Figure 4.12 - Comparaison simulation expérience de la composante normale du déplacement au point A (-97.5, 2.5)**



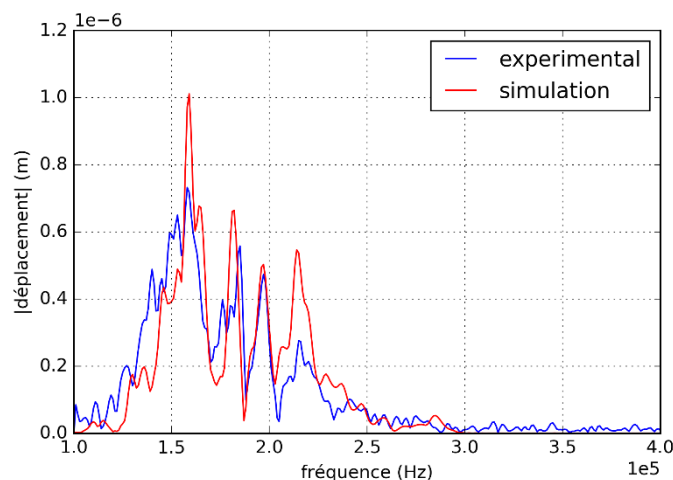
**Figure 4.13 – Comparaison simulation expérience de la composante normale du déplacement au point B (-72.5, 57.5)**

On peut également constater que les désaccords sont un peu plus importants dans le cas du point le plus proche du capteur. La cartographie du déplacement sur la plaque pour le temps  $t = 0.05$  ms (Figure 4.14) permet de voir que ce point est à la limite du couplant mais également que le déplacement engendré n'est pas tout à fait axisymétrique dans la zone proche du capteur.



**Figure 4.14 - Cartographie du déplacement pour  $t = 0.05$  ms. Le point rouge représente le point d'étude B**

Les spectres des signaux expérimentaux et simulés pour le point A sont représentés sur la Figure 4.15 pour une plage fréquentielle allant de 100 à 400 kHz. Tout comme le montre la comparaison des formes d'onde du déplacement, la comparaison des spectres mesurés et simulés montre une forte similarité en général mais des différences notables en amplitude peuvent être observées, notamment sur l'amplitude du premier et du dernier pic de résonance. Cependant le spectre des signaux simulés fait bien apparaître les quatre pics principaux présents dans les résultats mesurés.



**Figure 4.15 - Spectre expérimental (bleu) et simulé (rouge) pour un point A de la grille (-97.5, 2.5)**

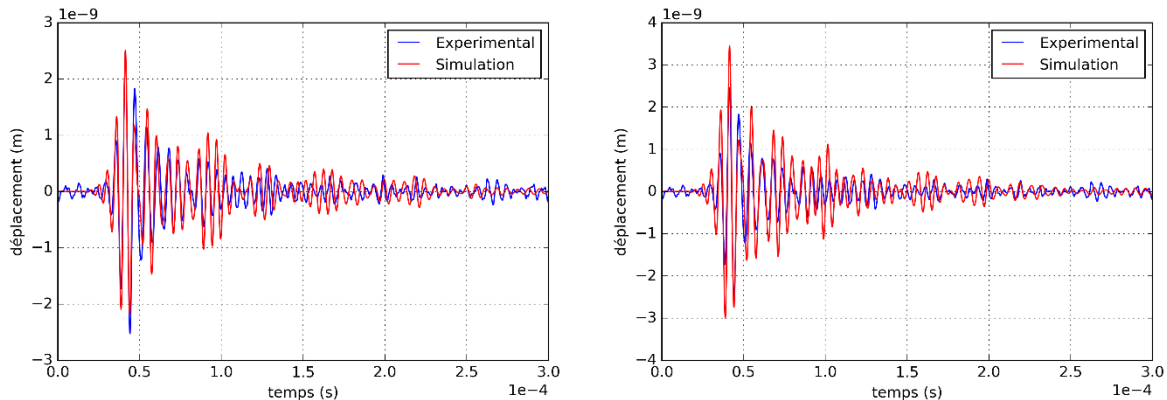
De nombreuses incertitudes existent pouvant expliquer les différences entre les résultats simulés et expérimentaux, notamment concernant les paramètres associés aux éléments constituant le capteur, tels que l'épaisseur exacte de la semelle, l'épaisseur de colle, etc. Dans la section suivante, une étude paramétrique est menée afin d'explorer l'influence de la variation de certains de ces paramètres sur l'onde émise.

### III. VARIATIONS DE LA CONFIGURATION ÉLÉMENTS FINIS

Deux capteurs de même type peuvent montrer certaines variations dans leur fabrication comme par exemple une épaisseur de colle entre l'élément piézoélectrique et la semelle non identique ou encore une pastille dont l'épaisseur de colle n'est pas constante du fait d'une légère pente. Ces variations, inhérentes à tout procédé de fabrication, peuvent modifier le comportement du capteur. Dans le chapitre suivant, nous étudierons plus en détail l'influence de la variation de certains paramètres sur la sensibilité du capteur. Dans cette section, nous présentons un bref aperçu de l'influence de ces variations sur l'émission d'une onde. Rappelons qu'il a été précédemment montré dans ce mémoire que la sensibilité des capteurs peut être calculée en simulant son comportement en émission ; un changement dans ce comportement du fait de la variation d'un paramètre est donc significatif d'un changement de sa sensibilité.

#### III.1 INFLUENCE DU MATÉRIAU PIÉZOÉLECTRIQUE

Une première incertitude concernant le capteur vient de la capacité que l'on a à modéliser son élément piézoélectrique. En effet, les propriétés fournies par les constructeurs sont trop lacunaires pour une simulation par éléments finis. Ainsi, le matériau piézoélectrique modélisé dans la simulation présente le comportement moyen de la « famille » de piézoélectrique (PZT-5A) sans garantie que l'on modélise ainsi le comportement de l'élément piézoélectrique effectivement utilisé. À titre d'exemple, la Figure 4.16 représente le déplacement, en un même point (point A), engendré par des capteurs constitués de pastilles différentes. Les deux éléments piézoélectriques n'appartiennent pas, ici, à la même famille mais à chacune des deux familles les plus utilisées pour la conception d'actuateurs ou de capteurs [69], [70], y compris pour les capteurs d'émission acoustique [71], que sont les PZT-5A et les PZT-5H.



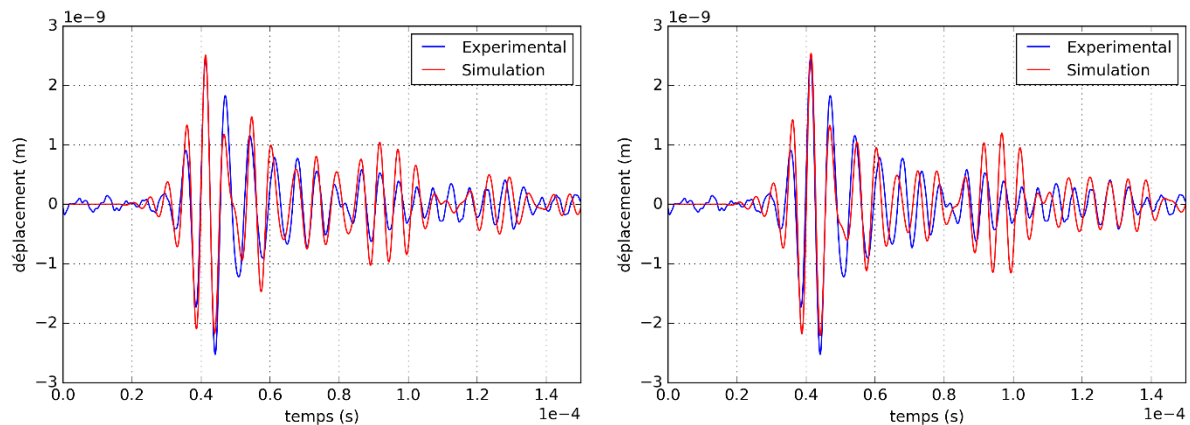
**Figure 4.16 - Comparaison expérimentation (bleu) et simulation (rouge) du déplacement au point A engendré par un capteur avec une pastille de PZT-5A à gauche et par un capteur avec une pastille de PZT-5H à droite.**

Les simulations sont réalisées pour deux capteurs EA en tous points identiques à l'exception des matériaux piézoélectriques. Les différences entre les déplacements simulés pour les deux pastilles différentes sont faibles. Mais il est possible de constater que le PZT-5H engendre globalement une amplitude plus forte. Ainsi, malgré les incertitudes concernant l'élément piézoélectrique, la simulation fournit des résultats similaires pour deux familles proches d'éléments piézoélectriques.

#### III.2 VARIATION D'ÉPAISSEUR DE SEMELLE

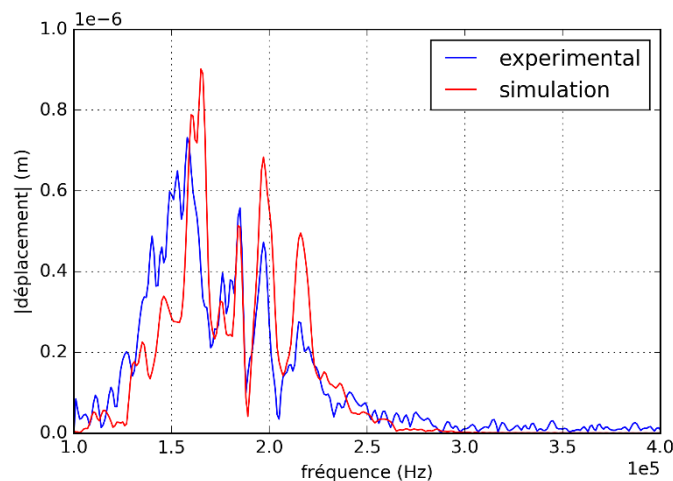
Une autre variation potentielle concerne l'épaisseur de la semelle. Ce type de variation est peu fréquent du fait du soin apporté à la conception du capteur. Il est cependant plus susceptible

d'intervenir pour des capteurs dont la semelle est partie intégrante du boîtier induisant un contrôle plus difficile de son épaisseur lors de l'usinage du boîtier. La Figure 4.17 compare les résultats pour une configuration où la semelle est de 1 mm avec ceux obtenus dans une seconde où la semelle est de 2 mm. Nous pouvons constater que les deux cas ont un comportement très similaire. La semelle plus épaisse opère toutefois un léger déphasage sur les oscillations de la fin du premier paquet d'onde et conduit à une augmentation de l'amplitude du second paquet.



**Figure 4.17 - Comparaison simulation (rouge)/ expérience (bleu) du déplacement au point A pour deux épaisseurs de semelle. Épaisseur de 1 mm à droite et 2mm à gauche.**

L'analyse du contenu fréquentiel du résultat précédent pour le cas de l'épaisseur la plus grande (représenté Figure 4.18) montre que l'augmentation de l'épaisseur de la semelle amortit légèrement l'amplitude du pic de résonance principal tout en le décalant vers les hautes fréquences. Il résulte également de cette configuration une meilleure représentation du pic secondaire par rapport à la configuration constitué d'une semelle de 1 mm d'épaisseur (Figure 4.15).



**Figure 4.18 - Spectres expérimental (bleu) et simulé (rouge) de la composante normale du déplacement pour un capteur avec une semelle de 2mm**

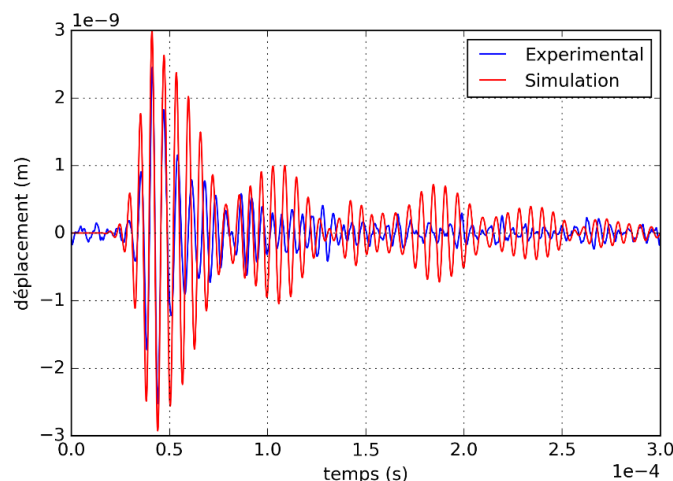
La variation d'épaisseur de semelle considérée ici est importante afin d'observer un cas « extrême ». On peut donc conclure que les variations réelles ne doivent en pratique avoir qu'une influence faible sur le comportement des capteurs fabriqués ainsi.

Par ailleurs, de nombreux capteurs commerciaux possèdent une semelle en céramique collée au boîtier. L'épaisseur de la semelle est alors très bien maîtrisée, mais le collage de la semelle au boîtier (non représenté dans notre cas d'étude) l'est moins ; un défaut de collage pourrait sans doute également perturber la sensibilité du capteur.

### III.3 PIÉZOÉLECTRIQUE SEUL

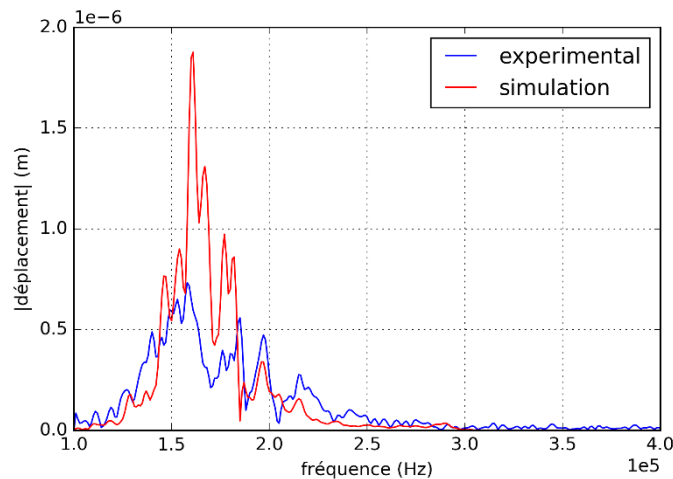
Nous avons pu constater au chapitre précédent qu'une configuration éléments finis constituée uniquement du piézoélectrique n'est pas suffisante pour modéliser le comportement du capteur. Cependant, seuls les déplacements et les contraintes au centre de la face avant étaient représentés. Nous nous proposons ici de comparer les résultats expérimentaux à ceux simulés en ne considérant qu'une pastille seule puisque cette configuration de calcul met en œuvre des phénomènes physiques plus variés, incluant la propagation du champ rayonné comme des ondes guidées.

La Figure 4.19 compare les résultats expérimentaux et simulés au point A en considérant uniquement le piézoélectrique sans boîtier en émission. Nous pouvons constater des différences très importantes entre les deux signaux, à la fois en termes d'amplitude et de forme d'onde. L'influence fondamentale du boîtier sur la génération des ondes par le capteur et par conséquent sur sa sensibilité en réception est une fois encore démontrée.



**Figure 4.19 - Comparaison du déplacement au point A mesuré pour un capteur complet (bleu) avec la simulation du déplacement au même point (rouge) rayonné par une pastille seule**

Contrairement au spectre de la simulation du capteur complet, le spectre de cette configuration présente une très forte amplitude pour les deux premiers pics de résonance (Figure 4.20) et un déplacement du premier pic vers les hautes fréquences. Pour des fréquences supérieures à 180 kHz, le spectre est fortement atténué et plus cohérent avec le spectre expérimental. Ainsi, le boîtier entraîne une forte atténuation des pics de résonances principaux ainsi qu'une modification du contenu fréquentiel des ondes générées. La simulation de l'élément piézoélectrique seul ne permet pas de simuler quantitativement le comportement du capteur.

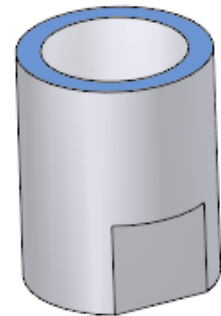


**Figure 4.20 - Spectre de la composante normale du déplacement au point A mesuré pour un capteur complet (bleu) et simulation du déplacement au même point rayonné par une pastille seule (rouge)**

### III.4 CONFIGURATION SANS CAPUCHON

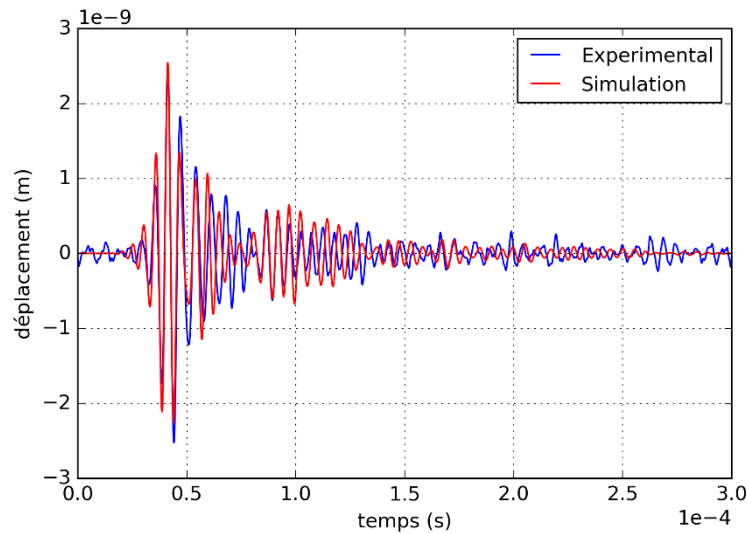
Considérons à présent une configuration où le capuchon, c'est-à-dire la partie supérieure du capteur, est remplacé par une frontière absorbante (Figure 4.21), nous permettant de déterminer l'influence du capuchon sur l'onde émise.

La configuration où les ondes se dirigeant vers le capuchon à l'aide de cette condition limite particulière sont absorbées numériquement correspond au cas le plus différent possible de la configuration jusqu'à présent prise en compte où ces ondes peuvent se propager librement à travers le capuchon et donc redescendre vers la base du capteur. Si la nouvelle configuration conduit à de meilleurs résultats, cela peut signifier que dans la réalité du capteur, les réflexions sur l'interface supérieure du capuchon ont une influence négligeable sur l'onde générée par le capteur, soit parce que se forment des interférences destructives avec les ondes dans le reste du boîtier, soit parce que les ondes se dispersent dans le câble coaxial.



**Figure 4.21 - Boîtier sans capuchon et avec frontière absorbante (bleue)**

La Figure 4.22 présente la comparaison, pour le point A, des déplacements mesurés avec les déplacements simulés dans cette configuration. Nous pouvons constater que les signaux simulés sont globalement en très bon accord. Toutefois, la fin du premier paquet d'ondes n'est pas correctement représentée, que ce soit en amplitude ou en phase contrairement à la configuration du capteur muni d'un capuchon. Le second paquet, quant à lui, est bien simulé, y compris en amplitude, mais les paquets d'ondes suivants montrent à nouveau quelques différences.

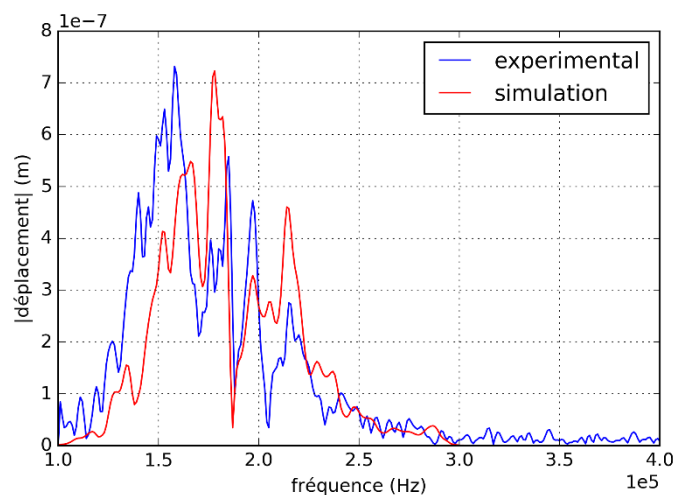


**Figure 4.22 – Comparaison expérience (bleu) et simulation (rouge) du déplacement au point A pour un capteur sans capuchon et avec une frontière absorbante**

Contrairement au cas du capteur complet, le spectre du déplacement simulé de cette configuration ne présente pas de pics de résonance très marqués aux alentours de 160 et de 200 kHz (Figure 4.23). Par conséquent, bien que cette configuration permette d'obtenir des résultats généralement cohérents avec les résultats expérimentaux, elle représente moins bien la réalité que la configuration du capteur dans sa globalité et ne permet pas de simuler quantitativement son comportement.

La réalité du capteur utilisé en pratique pour les mesures doit se situer entre ces deux configurations un peu extrêmes : l'interface, en pratique entre le câble et le capuchon est taraudée et doit en partie absorber de l'énergie élastique mais en partie en transmettre.

Nous pouvons de toute façon retenir de ces résultats de simulation qu'un élément constitutif du capteur comme le capuchon, distant de la face avant supposée être la face sensible du capteur, peut avoir une influence non négligeable sur la sensibilité du capteur.



**Figure 4.23 - Spectre expérimental (bleu) et simulé (rouge) de la composante normale du déplacement pour un capteur sans capuchon et avec une frontière absorbante**

## IV. CONCLUSION

Le principe de réciprocité nous a permis de formuler la sensibilité des capteurs comme une fonction complexe des quantités élastodynamiques à l'interface capteur – pièce lorsque le capteur est utilisé comme un émetteur. À l'aide de cette formulation, il apparaît comme possible de pré-calculer (à un coût numérique significatif) cette sensibilité et l'enregistrer afin qu'elle soit accessible rapidement pour une simulation globale d'un contrôle par émission acoustique mettant en jeu des sources élastodynamiques quelconques.

Les sensibilités pré-calculées peuvent être stockées sous la forme d'une base de données comprenant une sensibilité pour chacun des principaux capteurs utilisés en émission acoustique. La sensibilité étant dépendante du matériau constituant la pièce à étudier et du type de couplant utilisé, il est nécessaire d'ajouter à chaque configuration de référence des configurations présentant certaines variations paramétriques telles que celles décrites précédemment.

Constituer une telle base de données nécessite de très nombreuses simulations. Par conséquent et afin de réduire le plus possible le temps de calcul de chaque configuration, nous avons considéré une configuration 2D axisymétrique que nous avons comparée à une modélisation 3D plus précise. Bien que pour les hautes fréquences les effets de cette approximation se fassent sentir, dans la plage spectrale d'intérêt du capteur, les comportements moyens des deux configurations sont en très bon accord.

La validité de la représentation du capteur par une configuration éléments finis simplifiée a été étudiée à l'aide d'une comparaison avec des résultats expérimentaux. La configuration étudiée est celle d'un capteur en émission couplé à une plaque d'aluminium. Nous avons pu comparer les déplacements particuliers expérimentaux et simulés engendrés par le capteur et avons constaté que la simulation permet de rendre compte quantitativement des phénomènes complexes mis en jeu. Ces résultats permettent notamment de conforter notre choix d'une configuration 2D axisymétrique dans la plage fréquentielle d'intérêt.

Nous avons également pu étudier l'effet de la variation de certains paramètres tels que le type de matériau piézoélectrique utilisé ou l'épaisseur de la semelle du capteur et de la manière de modéliser la partie haute du capteur à travers lequel le câble alimente l'élément piézoélectrique. Chacune de ces variations, de ces manières de modéliser, influence de façon parfois non négligeable l'onde générée par le capteur fonctionnant comme émetteur et donc la sensibilité du capteur fonctionnant comme récepteur. La simulation quantitative du comportement des capteurs d'émission acoustique passe donc par une connaissance précise des matériaux le constituant et de leurs géométries.

La configuration de modélisation par éléments finis du capteur en émission permet de simuler un comportement complexe et réaliste. Une fois ce comportement en émission établi, nous pouvons utiliser la formulation de la sensibilité développée précédemment afin de simuler la tension engendrée par un capteur en réception soumis à une onde quelconque.

---

# Chapitre 5.

## Sensibilité des capteurs d'émission acoustique

---

Au chapitre 2, nous avons pu développer une formulation de la sensibilité dont le paramètre clé est le comportement du capteur en émission, et au chapitre précédent, nous avons réalisé une configuration éléments finis du capteur permettant de simuler ce comportement de façon réaliste et validée expérimentalement. Ces deux briques vont nous permettre, dans ce chapitre, d'étudier plus en détail les deux formulations de la sensibilité des capteurs : la formulation complète d'une part et la formulation approchée dans laquelle on considère que le capteur n'influence pas l'onde élastique se propageant dans la pièce contrôlée.

Dans un premier temps nous comparerons la réponse du capteur d'émission acoustique soumis à une onde incidente calculée par le principe de réciprocité (Eq. 2.61), à des simulations éléments finis en réception. Cependant, certaines configurations de réception doivent être réalisées en 3D ; par conséquent nous utiliserons dans ce chapitre un modèle éléments finis légèrement simplifié du capteur qui ne comprend pas de joint de caoutchouc ni de frontière absorbante au niveau du câble coaxial. En effet, le joint de caoutchouc étant d'épaisseur faible impose une certaine finesse de maillage rendant la configuration 3D trop lourde pour un poste de travail standard.

Ensuite, nous présenterons les cartographies de sensibilité des capteurs, outils dont la fonction est comparable à celle des courbes de sensibilité fournies par les constructeurs de capteurs mais donnant accès à une information complète contrairement à ces dernières. Nous présenterons ici les cartographies de sensibilité pour différents matériaux constituant la pièce à contrôler, mais également pour différents capteurs.

Enfin, nous étudierons l'influence sur les cartographies de sensibilité et sur la réponse du capteur d'émission acoustique d'une variation d'épaisseur de colle.

### **I. UTILISATION DU PRINCIPE DE RÉCIPROCITÉ POUR DÉTERMINER LA RÉPONSE D'UN CAPTEUR**

Rappelons tout d'abord l'expression générale de la réponse en tension  $U^r$  d'un capteur piézoélectrique (Eq. 2.61) soumis à une onde incidente quelconque de vitesse particulière  $v^r$  et de traction  $t^r$  à l'interface capteur/pièce :

$$U^r = \frac{1}{I^e} \int_S (\mathbf{t}^e \cdot \mathbf{v}^r - \mathbf{t}^r \cdot \mathbf{v}^e) dS,$$

où  $I^e$ ,  $\mathbf{v}^e$ ,  $\mathbf{t}^e$  sont respectivement l'intensité électrique, la vitesse particulière sur la face avant et la traction sur cette surface dans le cas où le même capteur est utilisé en émission. Si nous considérons à présent le déplacement particulière  $\mathbf{u}$  à la place de la vitesse, nous avons l'expression suivante :

$$U^r = \frac{-i\omega}{I^e} \int_S (\mathbf{t}^e \cdot \mathbf{u}^r - \mathbf{t}^r \cdot \mathbf{u}^e) dS.$$

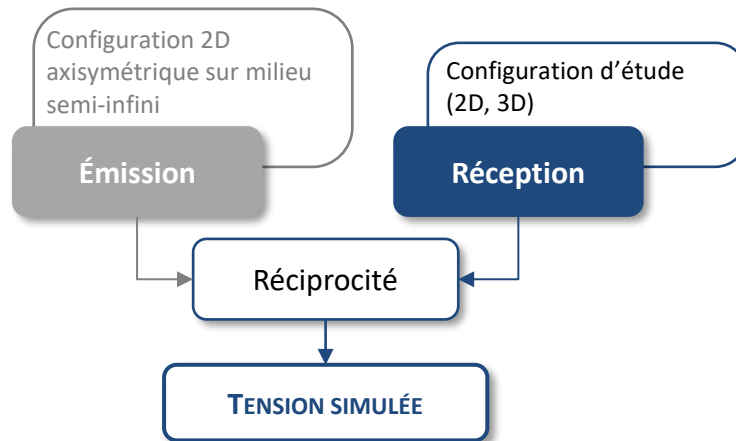
Cette formulation permet de déterminer deux coefficients de sensibilité, fonctions de la position sur la face avant du capteur ; la sensibilité au déplacement et la sensibilité à la traction. Ces coefficients sont constitués de rapports de quantités électromécaniques du capteur en émission. Ainsi, la sensibilité au déplacement est définie comme le rapport entre la traction sur la face avant et l'intensité tandis que la sensibilité à la traction est définie par le rapport du déplacement particulière sur la face avant du capteur avec l'intensité. Redéfinissons les coefficients de sensibilité en déplacement et en traction (Eq. 2.68) :

$$\mathbf{A}_u(r, \omega) = -i\omega \frac{\mathbf{t}^e(r, \omega)}{I^e(\omega)} \quad \text{et} \quad \mathbf{A}_t(r, \omega) = -i\omega \frac{\mathbf{u}^e(r, \omega)}{I^e(\omega)}, \quad (\text{Eq. 5.1})$$

avec respectivement  $r$  et  $\omega$  la position sur la face avant et la pulsation. Finalement nous obtenons une expression de la forme :

$$U^r = \int_S (\mathbf{A}_u \cdot \mathbf{u}^r - \mathbf{t}^r \cdot \mathbf{A}_t) dS. \quad (\text{Eq. 5.2})$$

Les coefficients de sensibilité  $\mathbf{A}_u$  et  $\mathbf{A}_t$  sont indépendants de la configuration en réception et peuvent être calculés une unique fois si le matériau constituant la pièce dans la configuration d'émission est le même que celui de la configuration de réception. Ainsi, chaque calcul de la réponse d'un capteur par cette formule sera mené en trois étapes (Figure 5.1).

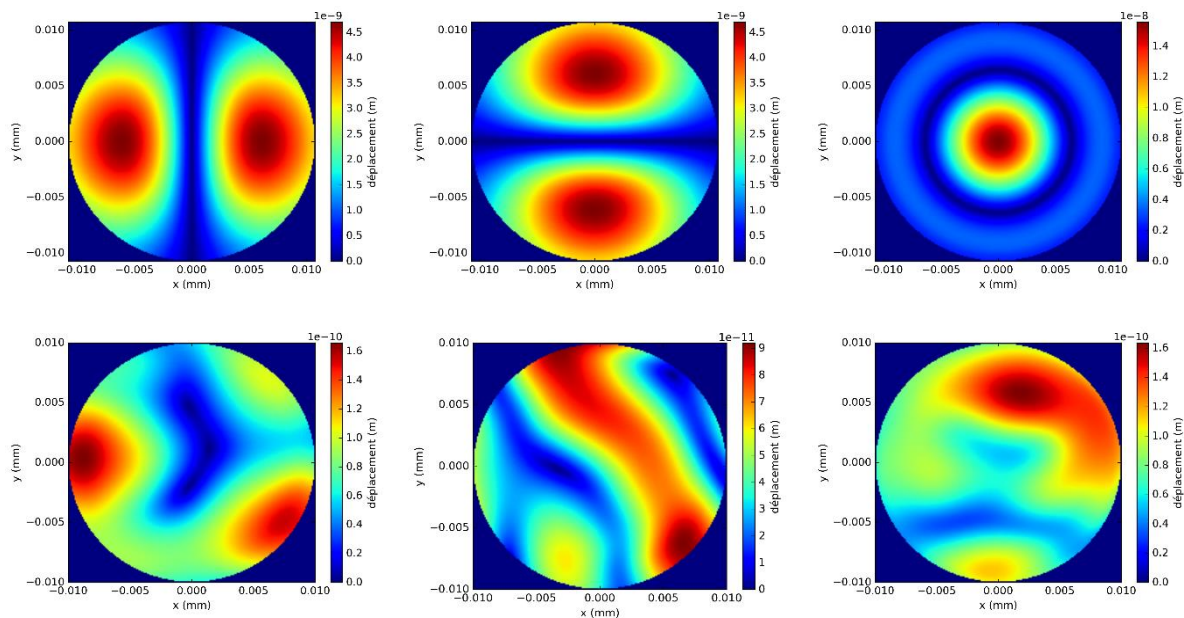


**Figure 5.1 – Étapes de calcul de la réponse d'un capteur par le principe de réciprocité**

La première étape correspond à la simulation en émission du capteur permettant de calculer les coefficients de sensibilité. Dans le cadre d'un module de simulation de contrôle par

émission acoustique, cette étape peut être effectuée en amont et ses résultats stockés dans une base de données de sensibilité permettant ainsi à un utilisateur de s'en affranchir. Nous avons choisi d'effectuer ces simulations par éléments finis car cela nous permet d'obtenir le déplacement particulaire et la traction à l'interface pièce/capteur en prenant en considération la géométrie complexe de ce dernier.

La seconde étape correspond aux simulations en réception, c'est-à-dire au calcul de la propagation d'une onde élastique dans la configuration complète (pièce et capteur ou simplement la pièce dans le cas de la formulation approchée) à partir d'une source. Ici aussi nous avons choisi d'effectuer ces simulations par éléments finis. Cependant, en pratique n'importe quelle méthode numérique ou expérimentale permettant d'obtenir le déplacement particulaire (pour les formulations approchées et complète de la réponse d'un capteur) et la traction (pour la formulation complète uniquement) à l'emplacement du capteur est utilisable pour cette étape. À terme, en étant intégré dans la suite logicielle CIVA, le calcul du champ déplacement particulaire à l'emplacement du capteur peut être calculé par des méthodes semi-analytiques, par la méthode des éléments finis semi-analytiques, par éléments finis ou même au moyen de méthodes hybrides semi-analytique / numérique.



**Figure 5.2 – De gauche à droite : cartographies des composantes x, y et z de la valeur absolue du déplacement particulaire pour une configuration en émission (ligne du haut) et une configuration en réception (ligne du bas)**

Enfin la dernière étape correspond au calcul à proprement parlé de la réponse du capteur en utilisant l'expression Eq. 5.2. Ce calcul fait intervenir les quantités élastodynamiques sur l'interface entre le capteur et la pièce. Ainsi, à titre d'illustration, la Figure 5.2 présente des cartographies typiques de la valeur absolue des composantes du déplacement particulaire pour la configuration en émission et pour une configuration en réception prises pour une fréquence de 200 kHz. En émission, le capteur EA étant axisymétrique, les composantes cartésiennes du déplacement particulaire font apparaître des symétries évidentes. En réception, la source (située à la surface de la pièce) n'étant pas symétrique par rapport au reste de la configuration, les déplacements particuliers à la surface du capteur ne présentent aucune symétrie particulière.

## I.1 FORMULATION COMPLÈTE DE LA SENSIBILITÉ

Dans un premier temps, nous cherchons à vérifier numériquement la formulation complète de la réponse d'un capteur à une onde incidente quelconque. Dans cette section nous utiliserons une seule et unique configuration pour l'étape d'émission constituée d'un capteur sur un milieu semi-infini en acier et soumis à une tension de 60 V.

Pour l'étape de réception, nous considérerons trois configurations constituées du même capteur sur un milieu semi infini mais dans lesquelles les sources (de déplacement) sont situées en différents endroits de la pièce. Pour chacune de ces configurations nous effectuerons également une simulation complète afin d'obtenir la tension générée par le capteur. Cette simulation sera notre simulation de référence et la tension simulée  $U^{sim}$  sera comparée à la tension  $U^r$  calculée par l'équation Eq. 5.2. Ainsi, les termes « tension simulée » ou « tension de référence » feront toujours référence à  $U^{sim}$  et donc à une tension directement extraite de la simulation E.F. tandis que le terme « tension calculée » fera toujours référence à la tension obtenue par les expressions basées sur le principe de réciprocité.

### I.1.1 Source localisée sous le capteur

Considérons tout d'abord une source de déplacement située directement sous le centre de la face avant du capteur (Figure 5.3). Cette source engendre un déplacement dans la direction de la normale à la face avant du capteur, d'amplitude 1 nm, et aucun déplacement dans le plan parallèle à cette face.

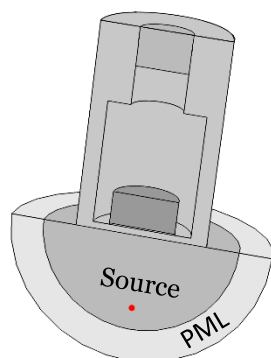
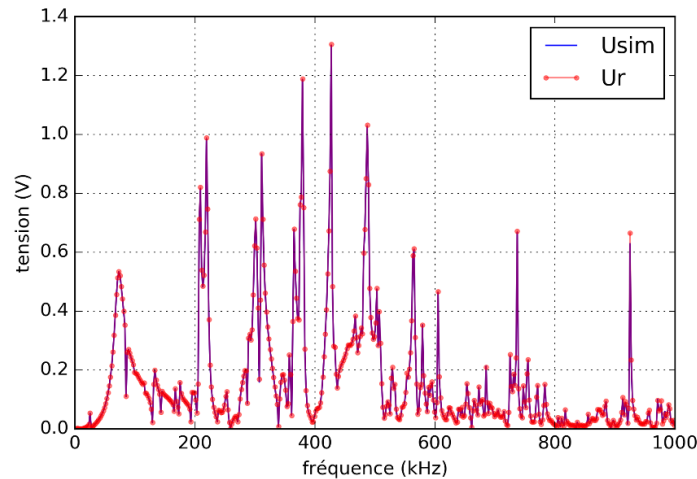


Figure 5.3 - Schéma de la configuration E.F.

Élément	Matériau
Piézoélectrique	PZT-5H
Colle	Époxy
Boîtier	Aluminium
Couplant	Salol
Pièce	Acier structurel
Connecteur	Acier inoxydable

Tableau 5.1 - Matériaux utilisé dans la configuration E.F.

Dans cette configuration, la source est située à 16 mm de l'interface d'intérêt et forme un disque de 2 mm de rayon et parallèle à la surface. Les matériaux utilisés dans cette configuration sont donnés dans le Tableau 5.1.

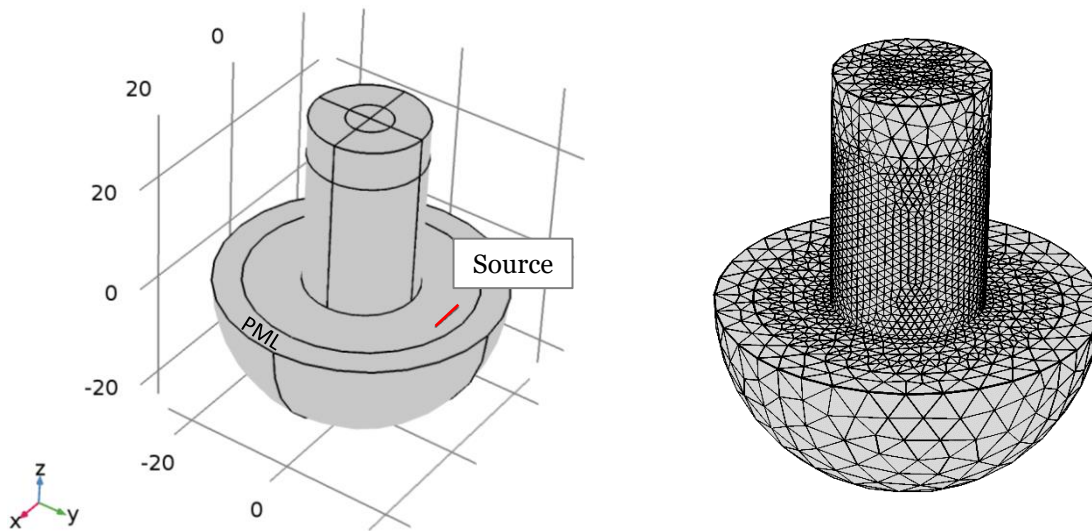


**Figure 5.4 - Comparaison de la tension simulée de référence et de la tension calculée en utilisant le principe de réciprocité**

La Figure 5.4, qui compare la tension de référence  $U^{sim}$  à la tension calculée par le principe de réciprocité  $U^r$ , montre que ces deux tensions sont parfaitement en accord sur toute la bande passante étudiée, discrétisée en 500 fréquences.

### 1.1.2 Source localisée à la surface de la pièce

Considérons, cette fois-ci, une ligne de sources de déplacement située à la surface de la pièce à une distance de 17 mm du centre de la face avant du capteur (Figure 5.5). Cette source impose un déplacement particulier dont les composantes dans le plan constituant la surface valent 1 nm et la composante normale à ce plan est nulle.

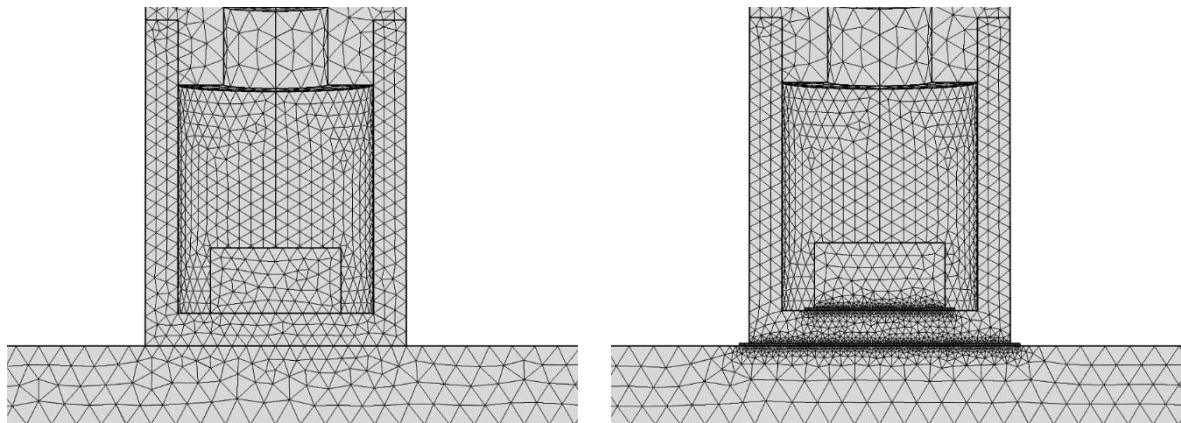


**Figure 5.5 - Schéma de la configuration E.F. pour une source localisée à la surface de la pièce (gauche) et maillage de la configuration (droite)**

Dans ce cas, les calculs E.F. doivent être effectués en 3D. Par conséquent, nous simulerons cette configuration pour une centaine de fréquences seulement. De plus dans notre cas, une configuration 3D impose certains compromis concernant le maillage pour que la simulation puisse être menée à son terme. Ainsi, les parties « critiques » de la géométrie, c'est-à-dire les parties directement en contact avec la source et le piézoélectrique, ont été maillées plus finement (taille de maille maximale de 1.14 mm) tandis que le capuchon ou les régions dans

lesquelles des conditions PML s'appliquent utilisent un maillage plus grossier (taille de maille maximale de 2 mm, voir Figure 5.5). À titre de comparaison, dans un cas 2D axisymétrique, la taille de maille maximale est de 0.2 mm.

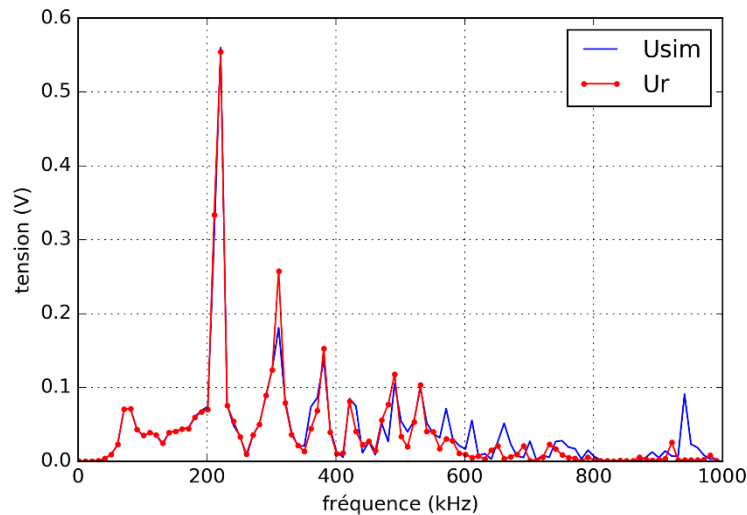
Afin d'alléger le maillage, nous remplacerons les couches de colle et de couplant par des couches élastiques minces (*Thin elastic layer*). En effet, les couches de colle sont d'épaisseur faible (0.2 mm) ce qui conduit à un raffinement du maillage important dans et autour de ces zones (Figure 5.6 à droite). Dans ces conditions, le calcul n'aboutit pas (sur un poste de travail standard) en raison d'un nombre d'éléments trop important. L'utilisation du modèle des couches élastiques minces permet de s'affranchir de cette difficulté en remplaçant la couche physique (ici de colle ou de couplant) par une couche de matériau virtuel permettant de simuler un matériau représentant deux ressorts, l'un perpendiculaire à l'interface et l'autre tangentiel à celle-ci [72], [73]. De cette manière, le maillage ne subit plus un raffinement conséquent dans les couches de colle et de couplant et permet de garder un nombre raisonnable d'éléments (c'est-à-dire permettant au calcul d'aboutir, Figure 5.6 à gauche).



**Figure 5.6 - Maillage avec modèle de couche élastique mince (gauche) et avec les couches physiques de colle et de couplant (droite)**

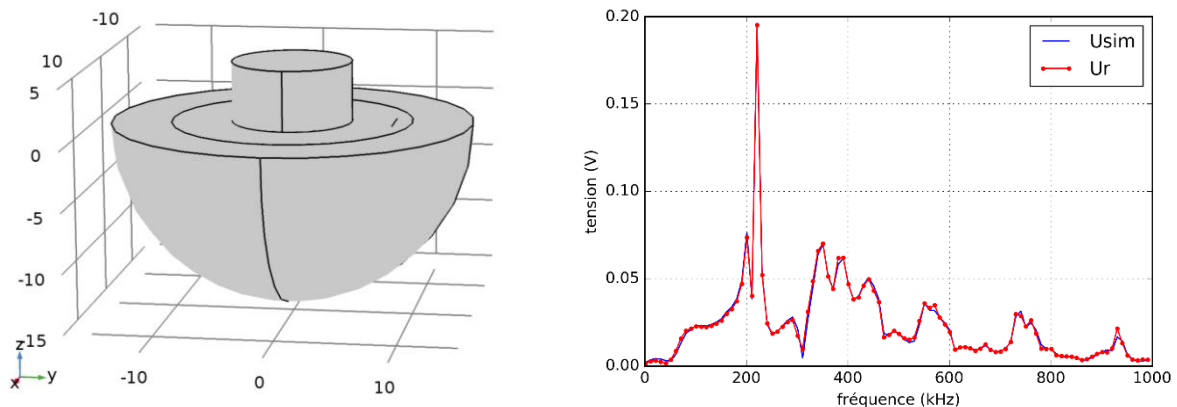
La limite basse concernant la finesse du maillage éléments finis est généralement considérée comme devant être de cinq mailles par longueur d'onde. Ainsi, aux vues des paramètres matériaux mis en jeu dans cette configuration, la simulation reste précise jusqu'à environ 310 kHz puis est de moins en moins précise à mesure que la fréquence augmente.

La Figure 5.7 montre une superposition parfaite de la tension de référence et de la tension calculée par le principe de réciprocité aux basses fréquences. Cependant, en raison des compromis faits sur le maillage, les résultats des deux simulations présentent plus de différences aux fréquences les plus hautes.



**Figure 5.7 - Comparaison de la tension simulée de référence et de la tension calculée en utilisant le principe de réciprocité pour une source de déplacement localisée à la surface de la pièce**

Une façon de s'assurer que ces différences sont bien dues à un manque de finesse de maillage consiste à utiliser un cas géométriquement plus simple permettant de mailler plus finement l'ensemble de la configuration. Dans ce cas, nous choisirons de simuler la réponse d'une pastille piézoélectrique en contact solide parfait avec la pièce pour la même source (Figure 5.8).



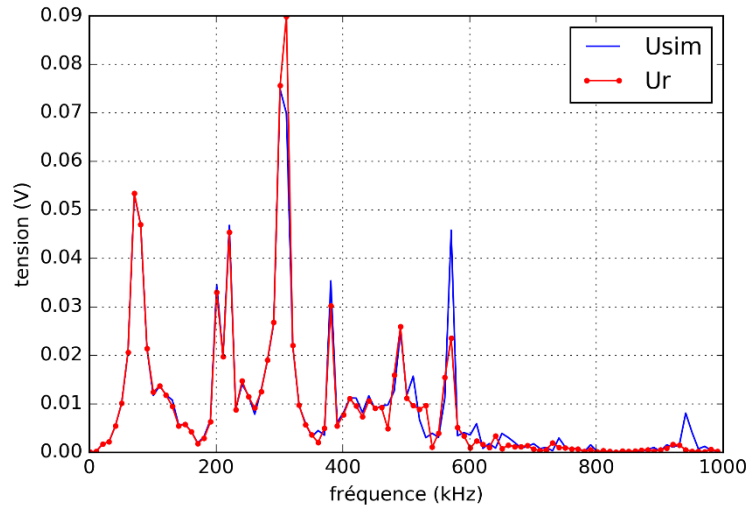
**Figure 5.8 – Schéma de la configuration simplifiée et comparaison de la tension simulée de référence et de sa tension calculée pour une source de déplacement localisée à la surface de la pièce**

Bien entendu, cette simulation ne représente pas fidèlement un capteur d'émission acoustique comme nous avons pu le montrer dans les chapitres précédents. Mais elle nous permet de valider le concept du calcul d'une tension en réception par le principe de réciprocité lorsque le « capteur » (ici l'élément piézoélectrique) est soumis à une onde dont le déplacement est principalement dans le plan de l'interface pièce/capteur. En effet nous pouvons constater, dans ce cas, que la tension calculée est quasiment identique à la tension de référence.

### I.1.3 Source localisée arbitrairement dans la pièce

Finalement, utilisons une source placée arbitrairement dans la pièce (ici une source ponctuelle placée en  $y = 14$  mm et  $z = -8$  mm avec le centre du repère situé au centre de la face avant du capteur). Cette source engendre un déplacement dont toutes les composantes valent 1 nm. Cette configuration nécessite également des calculs 3D.

Encore une fois, on peut constater une similarité quasi parfaite entre la tension de référence et la tension calculée aux basses fréquences (Figure 5.9).



**Figure 5.9 - Comparaison de la tension simulée de référence et de la tension calculée en utilisant le principe de réciprocité pour une source de déplacement localisée arbitrairement dans la pièce**

Ainsi, nous avons pu étudier différents types de sources ayant différentes localisations par rapport au capteur et constater que la formulation complète obtenue par application du principe de réciprocité permettant d'obtenir la réponse du capteur fournit toujours des résultats excellents. Cependant la formulation complète de la réponse des capteurs est contraignante car elle nécessite de simuler le capteur en réception, et dans les deux cas précédents, nous avons pu voir que cette modélisation par éléments-finis peut poser différents problèmes sur un poste de travail standard. D'autres méthodes numériques ou analytiques ne sont pas utilisables lorsque l'on est en présence du capteur car limitées à la prise en compte de géométries canoniques de pièce.

## I.2 FORMULATION APPROCHÉE DE LA SENSIBILITÉ

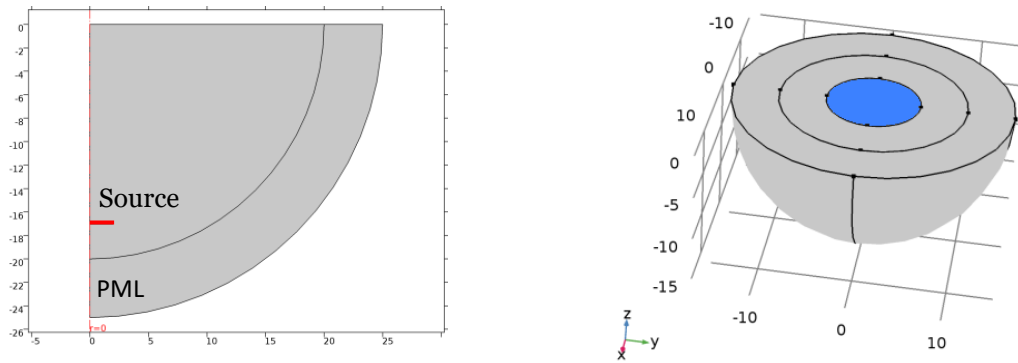
Afin de pouvoir coupler plus simplement d'autres méthodes de résolution numérique de propagation d'onde avec la formulation de la sensibilité des capteurs que nous avons développée, nous étudierons, dans cette section, la formulation approchée (Eq. 2.65) permettant de s'abstraire de la présence du capteur en réception. Pour rappel, cette formulation permet d'obtenir la réponse approchée en tension  $W^r$  du capteur en fonction du déplacement particulière  $\mathbf{u}_{libre}^r$  engendré par une source à la surface de la pièce en l'absence du capteur :

$$W^r = \int_S \mathbf{A}_u \cdot \mathbf{u}_{libre}^r dS \quad \text{avec} \quad \mathbf{A}_u = -i\omega \frac{\mathbf{t}^e}{I^e} \quad (\text{Eq. 5.3})$$

Dans cette section, nous étudierons à nouveau la configuration d'une source située sous le capteur ainsi que la configuration du piézoélectrique seul afin d'étudier le « comportement » de cette formulation approchée pour différents cas de figure tout en gardant un maillage adapté à la bande passante d'intérêt.

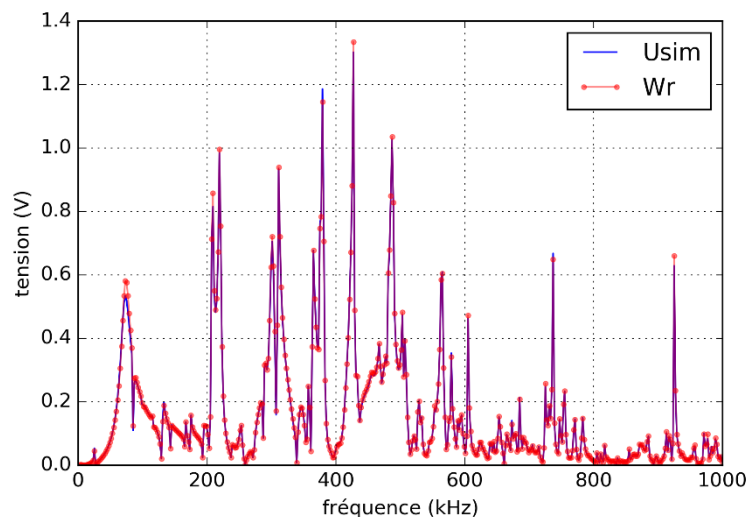
### I.2.1 Source localisée sous le capteur

Reprenons le cas d'une source de déplacement située à 16 mm de la surface de la pièce mais considérons cette fois-ci que le capteur n'est pas couplé à la pièce (Figure 5.10).



**Figure 5.10 - Schéma de la configuration vue en coupe (gauche) et vue de dessus (droite) avec l'emplacement qu'aurait occupé le capteur (bleu)**

De cette simulation nous pouvons extraire le déplacement particulaire à l'emplacement qu'aurait occupé le capteur s'il avait été présent et effectuer le calcul de la réponse approchée du capteur. Ainsi, nous obtenons les comparaisons entre la tension de référence et  $W^r$  la tension approchée présentée dans la Figure 5.11 montrant à nouveau des résultats quasiment identiques, bien que l'on puisse remarquer de très faibles différences d'amplitude pour certains pics de résonances.



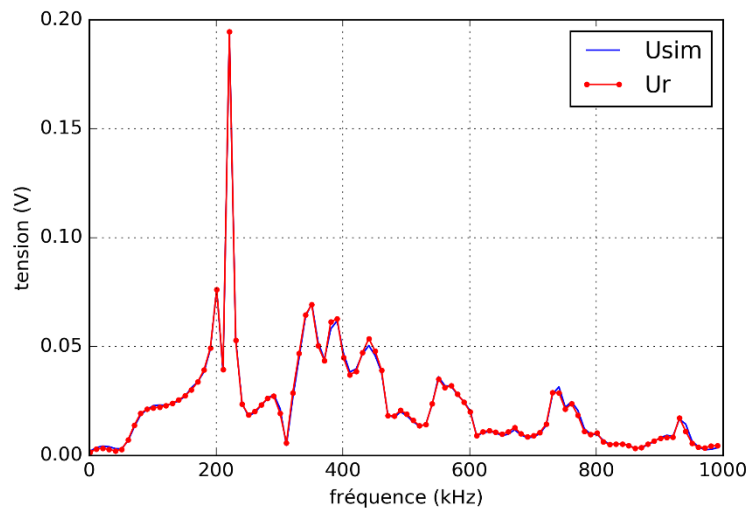
**Figure 5.11 - Comparaison de la tension simulée de référence et de la tension calculée approchée pour une source sous le capteur**

Ainsi, pour ce type de configuration, la relation approchée est totalement applicable pour calculer la réponse d'un capteur d'émission acoustique.

### 1.2.2 Source localisée à la surface de la pièce pour une configuration simplifiée

Pour cette simulation, nous nous placerons dans la configuration simplifiée consistant à simuler une pastille piézoélectrique sur un milieu semi-infini soumis à une onde incidente dont la source est à la surface de la pièce.

La Figure 5.12 présente la comparaison entre la tension de référence et la tension calculée suivant la formulation approchée. Elle montre, ici aussi, des résultats excellents.



**Figure 5.12 - Comparaison de la tension simulée de référence et de la tension calculée approchée pour une source à la surface de la pièce**

Ainsi nous avons pu montrer au travers les configurations précédentes que la formulation approchée de la sensibilité des capteurs donne des résultats très semblables aux tensions de référence, alors que le calcul approché demande beaucoup moins de ressources matérielles. Bien entendu, deux simulations doivent être réalisées pour pouvoir utiliser la formulation de la réponse du capteur basée sur le principe de réciprocité (un cas en émission et un cas en réception), mais la configuration en émission peut être pré-calculée et utiliser la symétrie axiale du capteur tandis que la configuration en réception est effectuée en l'absence du capteur ce qui en réduit fortement la complexité géométrique.

Nous avons pu constater jusqu'à présent que la formulation approchée de la sensibilité des capteurs permet d'obtenir précisément leurs réponses à un champ incident quelconque lorsqu'ils sont couplés à un milieu semi-infini. Toutefois, ce type de configuration correspond au cas d'un capteur positionné sur une pièce très volumineuse (comme un bloc de test pour la calibration par exemple). Dans le cas d'un capteur positionné sur une structure fine, ce type de configuration n'est plus réaliste et les sources présentées ici sont totalement artificielles. Par conséquent et afin d'étudier des configurations réalistes, nous étudierons dans la section suivante deux configurations plus proches des configurations de contrôle ; la première correspond à une configuration de calibration en onde de volume et la seconde à une configuration de contrôle sur une plaque.

## II. CAS D'APPLICATIONS

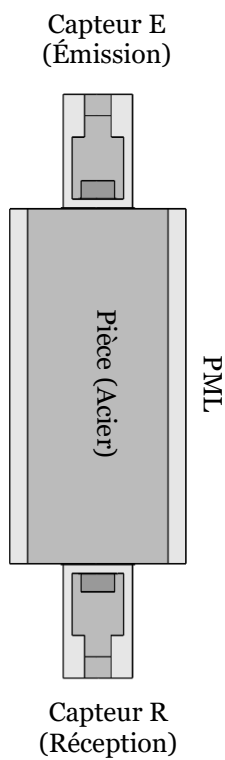
Dans la section précédente, nous avons identifié deux points nécessitant d'être approfondis : la représentativité des géométries de configurations étudiées et celle des sources considérées. Nous allons étudier ici deux cas.

La première configuration est représentative d'une configuration de calibration avec un capteur en émission sur un bloc de test et un second capteur en réception de l'autre côté du bloc. Le bloc est modélisé par un milieu en acier de 10 cm d'épaisseur, infini dans le plan parallèle à la face avant des capteurs et les capteurs sont en vis-à-vis afin de conserver la symétrie axiale.

La seconde concerne une géométrie plus représentative d'une situation de contrôle par EA, constituée d'un capteur positionné sur une plaque en acier infinie de 3 mm d'épaisseur. La source utilisée ici sera une source de déplacement située sous le capteur. Cette source n'est pas réaliste, mais elle nous permet d'observer le comportement des deux formulations dans un cas très défavorable du fait des ondes guidées en présence.

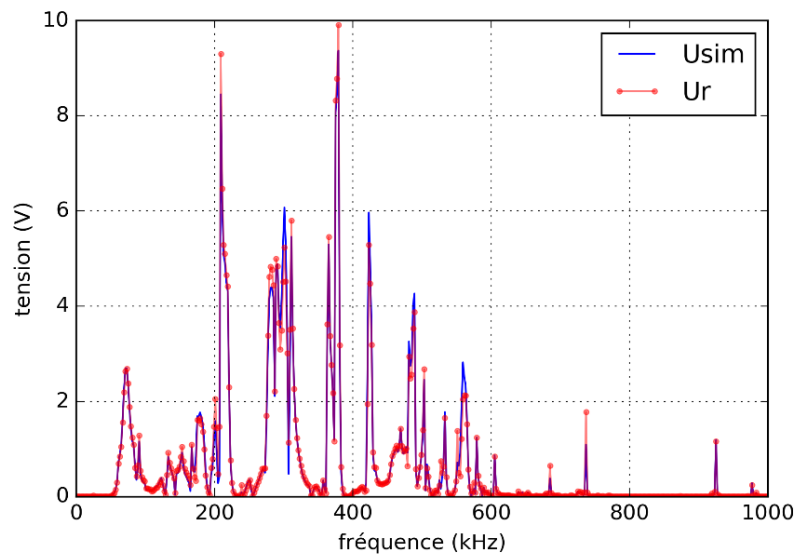
## II.1 CONFIGURATION DE CALIBRATION

Étudions une configuration constituée de deux capteurs en vis-à-vis, séparés par un bloc d'acier de 10 cm (Figure 5.13). Le premier capteur (capteur E) est en émission et est utilisé comme source tandis que le second est en réception (capteur R). Bien que l'épaisseur du bloc soit petite par rapport aux dimensions d'un bloc de test classique, ce cas peut s'apparenter à une configuration de calibration en onde de volume (voir chapitre 1, section II.3.1).



**Figure 5.13 – Schéma de la configuration E.F. de deux capteurs en vis-à-vis**

Ce cas fait intervenir un capteur en émission, le capteur E, qui est ici la source des ondes émises dans la configuration. Il est important de noter que ce ne sont pas le déplacement et la traction engendrés par ce capteur qui sont utilisés dans le calcul de la réponse du capteur en réception par le principe de réciprocité. En effet, celles utilisées dans les formulations obtenues par application du principe de réciprocité sont celles qui ont été générées pour un capteur positionné à la surface d'un milieu semi-infini.

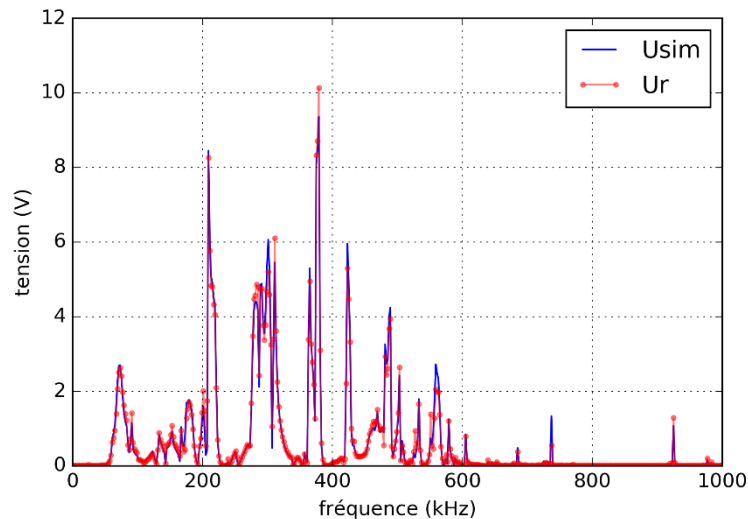


**Figure 5.14 – Comparaison de la tension simulée de référence et de la tension calculée pour une configuration de deux capteurs en vis-à-vis**

La tension de référence du capteur R de cette configuration et la tension obtenue par la formulation complète de la réponse du traducteur (Figure 5.14) sont, ici aussi, quasiment identiques. Cela démontre l'applicabilité de cette méthode de calcul de la réponse d'un capteur pour des sources complexes.

Considérons à présent la même configuration mais sans le capteur R afin de pouvoir observer le comportement de la formulation approchée de la réponse du capteur. Dans ce cas nous extrayons le déplacement  $u_{libre}^r$  au niveau de l'interface inférieure, à l'emplacement qu'occupait le capteur récepteur R dans la configuration précédente. La comparaison entre la tension simulée de référence et la tension calculée par la formulation approchée est donnée par la Figure 5.15 et montre également une excellente concordance.

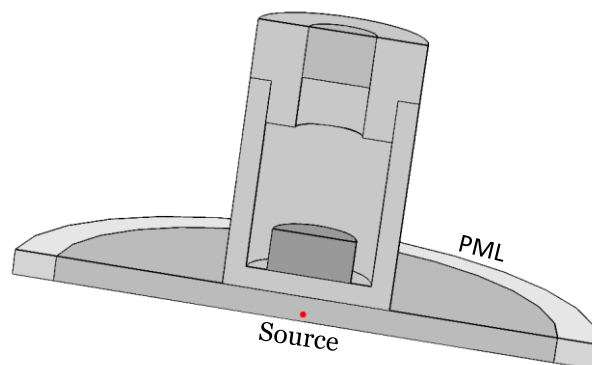
Ainsi, dans le cas d'une source complexe située dans une pièce de grandes dimensions par rapport aux longueurs d'onde mises en jeu, la formulation approchée de la réponse d'un capteur permet d'obtenir des résultats quantitativement très proches de la tension obtenue par une simulation beaucoup plus complexe. Insistons une fois de plus sur le fait que le déplacement particulière  $u_{libre}^r$  peut être calculé par d'autres méthodes numériques moins coûteuses que la méthode des éléments finis. Par exemple pour une source ponctuelle dans une pièce de grandes dimensions, si les dimensions de la pièce sont assez grandes pour que le milieu soit considéré comme semi-infini, ce déplacement peut être calculé analytiquement.



**Figure 5.15 - Comparaison de la tension simulée de référence et de la tension calculée par la formulation approchée pour une configuration de deux capteurs en vis-à-vis**

## II.2 CAPTEUR SUR UNE PLAQUE

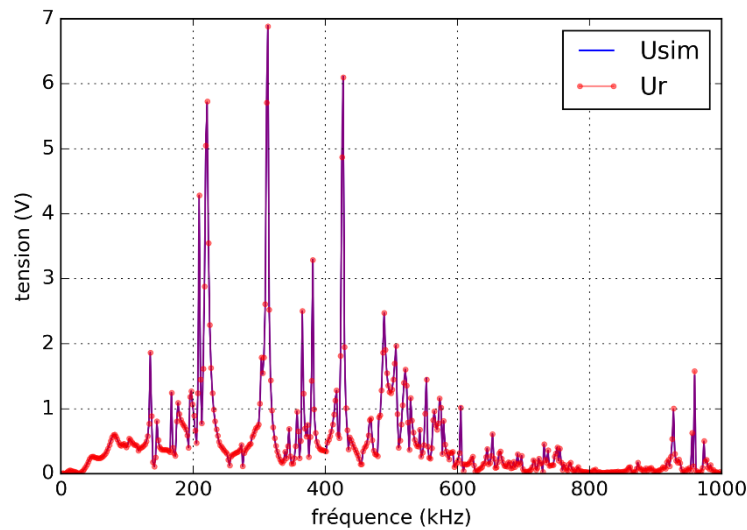
Étudions le comportement du capteur couplé à une plaque d'acier infinie de 3 mm d'épaisseur. La source, située directement sous le capteur est une source de déplacement particulière dans la direction de la normale à la surface, d'amplitude 1 nm (Figure 5.16). Bien que la source manque de réalisme, les cas de contrôle sur des plaques (structures fines) sont des cas d'application très fréquents ; il est donc indispensable d'évaluer l'applicabilité de la formulation approchée de la réponse du capteur à ce type de configuration.



**Figure 5.16 – Schéma de la configuration E.F. d'un capteur sur une plaque avec une source localisée sous le capteur**

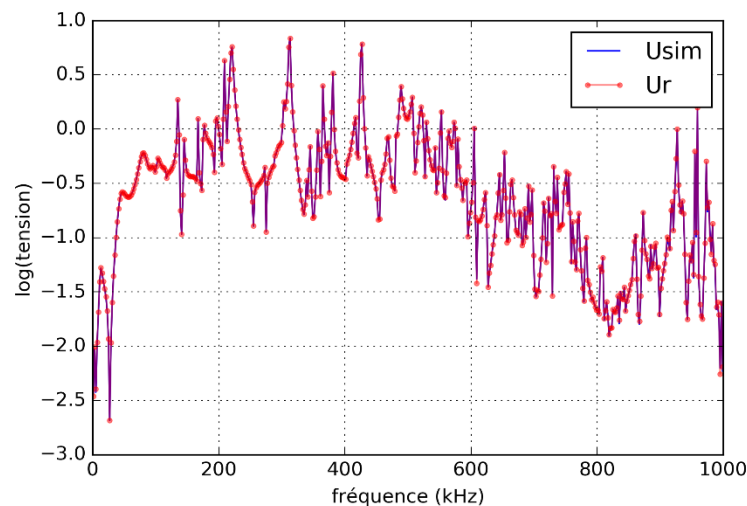
Dans un premier temps, comparons la tension de référence à celle calculée par la formulation complète de la réponse du traducteur obtenue par application du principe de réciprocité

(Figure 5.17) afin de se convaincre de l'utilité de cette formulation pour des géométries complexes.



**Figure 5.17 - Comparaison de la tension simulée de référence et de la tension calculée par la formulation complète de la sensibilité du capteur pour une source dans une plaque**

La formulation complète étant exacte, on obtient bien une concordance excellente entre la simulation de référence et la tension calculée par réciprocité. Les hautes fréquences étant écrasées par la dynamique de la courbe, le logarithme des tensions (Figure 5.18) permet de comparer les résultats pour toutes les fréquences étudiées. On constate une nouvelle fois la concordance est très bonne sur l'ensemble du spectre fréquentiel.



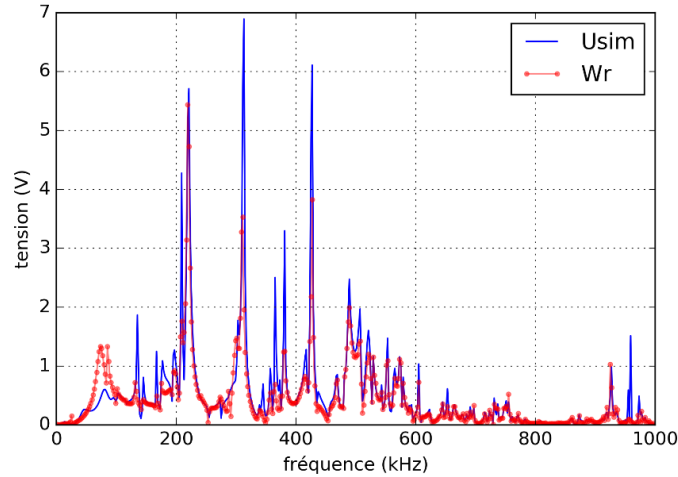
**Figure 5.18 - Comparaison des logarithmes de la tension simulée de référence et de la tension calculé par la formulation complète de la sensibilité du capteur pour une source dans une plaque**

À présent considérons la formulation approchée de la sensibilité des capteurs d'émission acoustique. La source proche de l'interface d'intérêt et la propagation des ondes sous forme d'ondes guidées rend cette configuration très défavorable à l'utilisation de la formule approchée. En effet, les résonances du capteur mais également les résonances de la plaque vont engendrer une traction en réception plus forte sur la face avant que dans le cas d'une configuration constituée d'une pièce de grandes dimensions. Par conséquent, la perturbation

induite par la présence du capteur  $P_c^r$  est beaucoup plus forte dans ce cas. Pour rappel, la perturbation est donnée par l'expression :

$$P_c^r = \int_S (\mathbf{A}_u \cdot \mathbf{u}_{rad}^{ref} - \mathbf{t}^r \cdot \mathbf{A}_t) dS, \quad (\text{Eq. 5.4})$$

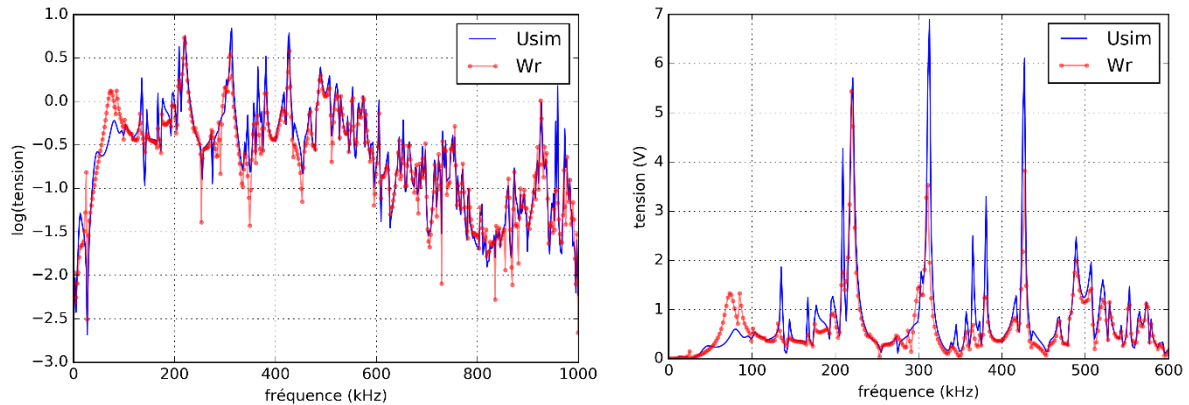
avec  $\mathbf{u}_{rad}^{ref}$  le déplacement particulaire rayonné par le capteur,  $\mathbf{t}^r$  la traction sur la face avant dans la configuration de réception et  $\mathbf{A}_u, \mathbf{A}_t$  les coefficients de sensibilité au déplacement et à la traction.



**Figure 5.19 - Comparaison de la tension simulée de référence et de la tension calculée par la formulation approchée pour un capteur sur une plaque**

Les comparaisons des tensions de référence et calculée par la formulation approchée montrent, de fait, des différences plus prononcées que dans les cas de milieux semi-infinis, principalement aux basses fréquences et en particulier aux alentours de 100 kHz (Figure 5.19).

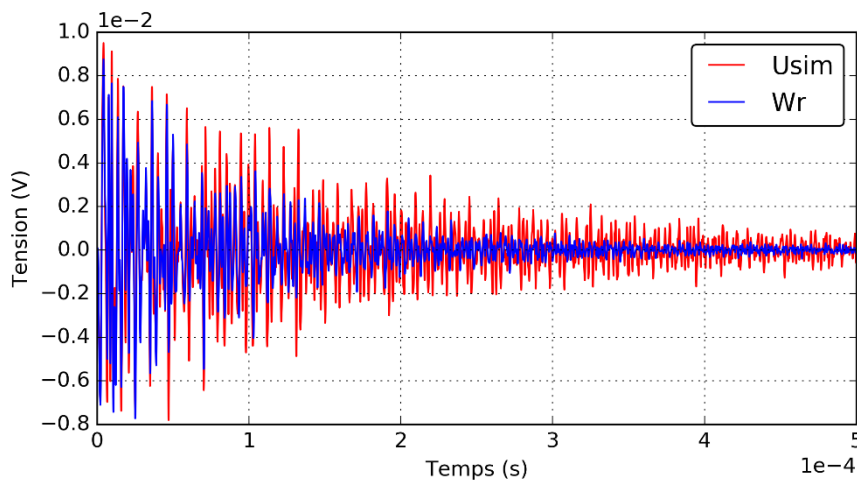
En complément de la Figure 5.19, les logarithmes des tensions de référence et calculée par la formulation approchée permettent de constater que les pics de résonances ont globalement une amplitude plus faible dans le cas de la formulation approchée mais présentent tout de même une très bonne concordance (Figure 5.20).



**Figure 5.20 – Logarithmes de la tension simulée de référence et de la tension calculée (gauche) et comparaison de la tension simulée de référence et de la tension calculée sur la bande passante [1 - 600 kHz] (droite) pour un capteur sur une plaque**

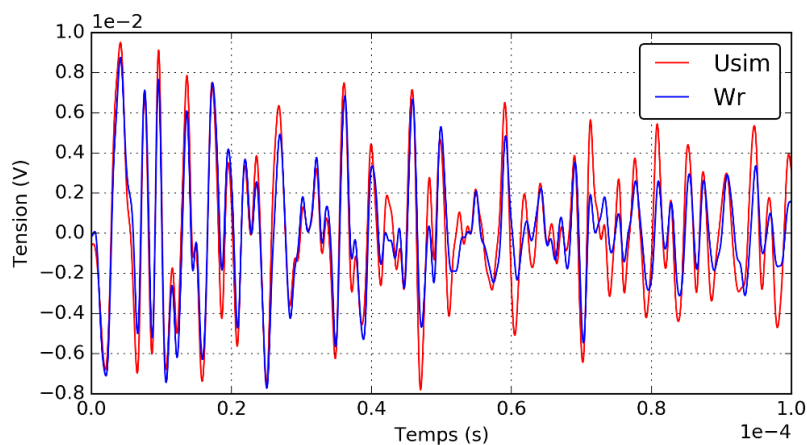
Une vue plus détaillée des basses fréquences de la courbe des tensions montre, malgré certaines différences d'amplitude, un bon accord entre tension de référence et tension calculée par la formulation approchée.

Observons le comportement du capteur sur une plaque dans le domaine temporel en effectuant une transformée de Fourier inverse des tensions de référence et calculée (Figure 5.21). On peut constater que les signaux semblent similaires jusqu'à 0.075 ms, c'est-à-dire sur le premier paquet d'onde. Après cela, l'amplitude du signal calculé commence à différer fortement.



**Figure 5.21 – Tension de référence et tension calculée par la formulation approchée en fonction du temps pour un capteur sur une plaque**

En regardant plus en détail le signal sur la durée [0 – 0.1 ms] (Figure 5.22), nous pouvons en effet constater que le premier paquet d'onde est très bien représenté par la formulation approchée de la réponse du capteur. Nous avons pu voir dans la section I.3.3 du chapitre 1, que les caractéristiques mesurées sur une salve d'émission acoustique sont : le temps de montée, l'amplitude maximale, le premier franchissement de seuil et la durée de la salve. Or nous pouvons constater que la tension calculée par la formulation approchée permet d'obtenir toutes ces données à l'exception de la durée de la salve en raison de la perte d'amplitude observable dans le signal calculé de façon approchée.



**Figure 5.22 - Tension de référence et tension calculé par la formulation approchée en fonction du temps pour un capteur sur une plaque**

Ainsi, même dans un cas très défavorable d'un capteur sur une plaque, le calcul par la formulation approchée de sa réponse lorsqu'il est soumis à une source très proche de l'interface d'intérêt est en bon accord avec la tension de référence.

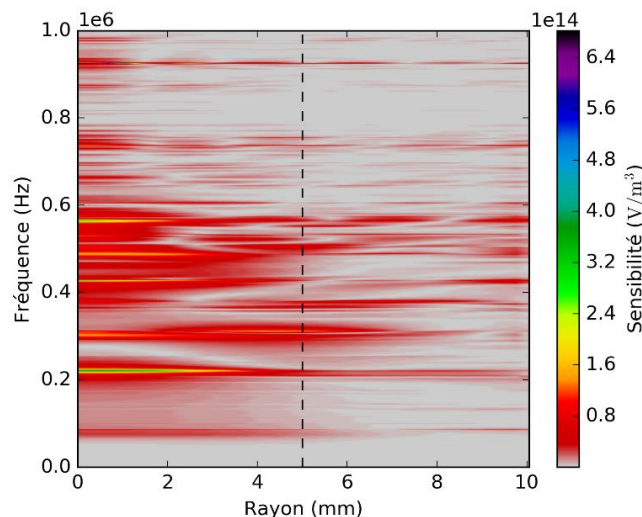
### III. CARTOGRAPHIE DE SENSIBILITÉ

#### III.1 SENSIBILITÉ DU CAPTEUR

Nous avons pu montrer que la formulation approchée de la réponse du capteur permet d'obtenir quantitativement la réponse du capteur à une onde incidente arbitraire pour des pièces de géométrie quelconque, y compris dans des cas extrêmement défavorables à la formulation approchée. Dès lors, le coefficient de sensibilité en déplacement  $A_u(\omega, r)$  affecté au déplacement à la surface de la pièce en l'absence du capteur est suffisant pour calculer la tension engendrée par le capteur soumis à cette onde incidente.

Le coefficient de sensibilité en déplacement, ayant pour unité le  $V/m^3$ , est dépendant à la fois de la fréquence et de la position sur la face avant du capteur. Dans le cas où le capteur possède une symétrie axiale, les composantes de  $A_u(\omega, r)$  peuvent être représentées sous la forme d'une cartographie en fonction de la fréquence et du rayon. La plupart des capteurs d'émission acoustique sont considérés comme étant axisymétriques. Dans le cas contraire, les composantes du coefficient de sensibilité dépendraient de quatre paramètres et ne pourraient plus être représentées simplement sous forme de cartographies.

La Figure 5.23 représente la sensibilité à la composante normale du déplacement et permet d'observer les pics de sensibilité du capteur ainsi que sa plage opérationnelle de fréquences mais également les zones actives sur la face avant, c'est-à-dire les zones participant plus fortement à la sensibilité du capteur.

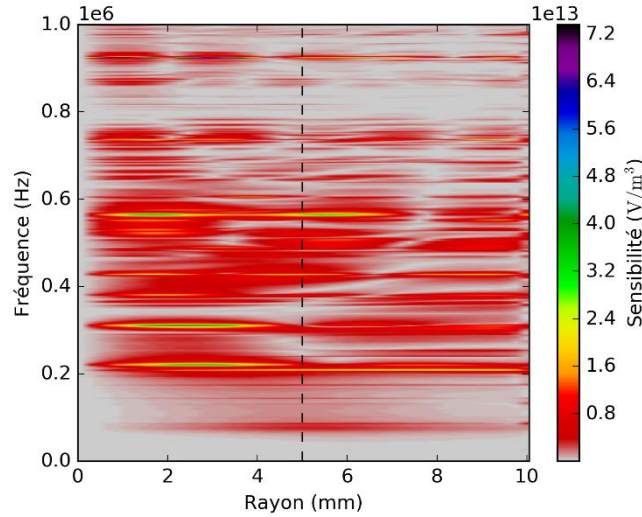


**Figure 5.23 – Cartographie de la sensibilité du capteur à la composante normale du déplacement pour un capteur sur une pièce en acier. Le rayon de l'élément piézoélectrique est indiqué par une ligne pointillée.**

On peut constater dans ce cas une zone active sur la face avant située entre zéro et 5 mm de rayon, c'est-à-dire directement sous la pastille piézoélectrique. Dans cet exemple, on peut constater que la zone située dans l'intervalle  $[5 - 10 \text{ mm}]$  ne participe pas de manière optimale

au calcul de l'intégrale contrairement à la zone [0 – 5 mm]. Enfin, notons que la dynamique de cette cartographie est perturbée par un fort pic de sensibilité isolée à 925 kHz.

De la même manière, la Figure 5.24 représente la sensibilité du capteur à la composante tangentielle du déplacement et montre que ce capteur est moins sensible à un déplacement tangentiel à sa face avant qu'à un déplacement normal (un ordre de grandeur inférieur).



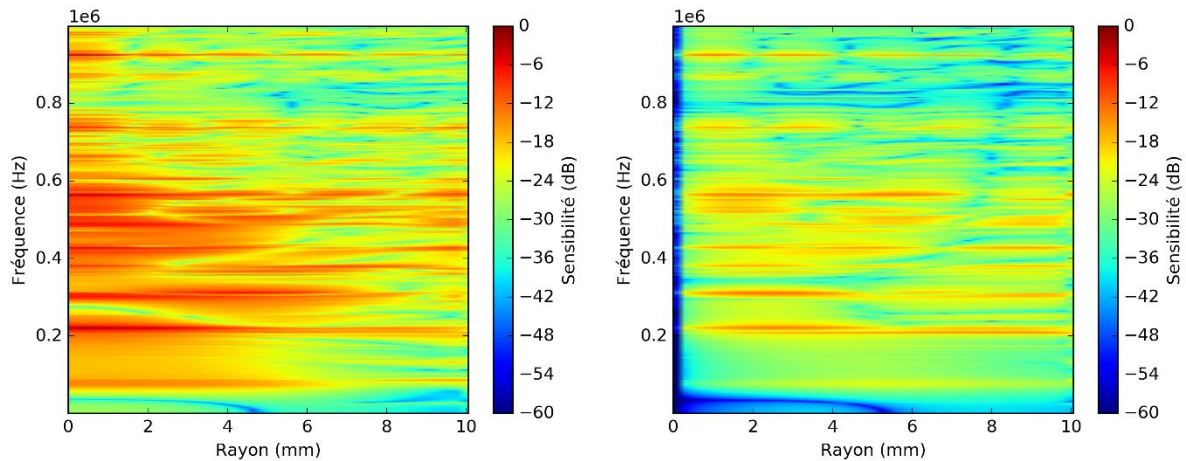
**Figure 5.24 - Cartographie de la sensibilité du capteur à la composante tangentielle du déplacement et rayon de l'élément piézoélectrique (ligne pointillé) pour un capteur sur une pièce en acier**

Une autre manière de représenter les cartographies de sensibilité consiste à représenter le rapport (en dB) de la sensibilité par rapport à une sensibilité de référence.

$$\bar{A}_u = 10 \cdot \log \left( \frac{A_u}{\max(A_u^{acier})} \right) \quad (\text{Eq. 5.5})$$

L'acier étant le milieu le plus couramment inspecté dans les contrôles par émission acoustique, nous considérerons la sensibilité de référence comme la sensibilité maximale à la composante normale du déplacement lorsque le capteur est couplé à de l'acier.

Cette représentation (Figure 5.25) se rapproche des courbes de sensibilité fournies par les constructeurs mais prend en compte une dimension supplémentaire (la position sur la face avant du capteur). Elle permet également de comparer rapidement les pertes ou gains de sensibilité lorsque le capteur est couplé à différents matériaux, comme nous le verrons dans le chapitre suivant.

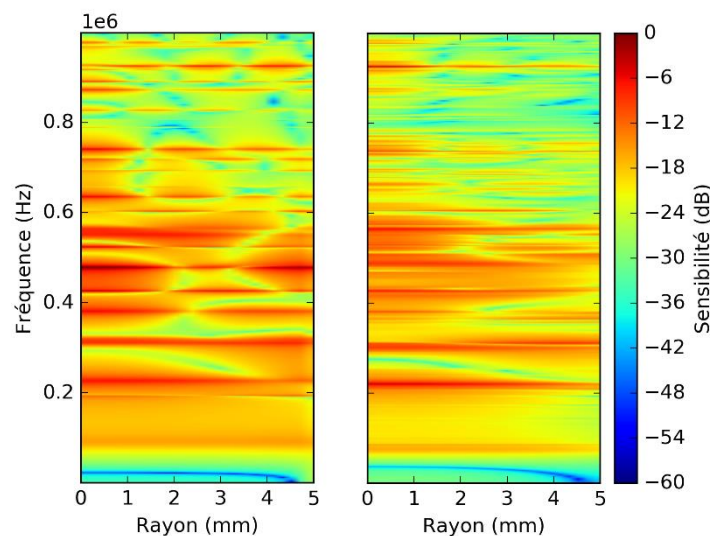


**Figure 5.25 - Cartographies de la sensibilité du capteur à la composante normale (gauche) et tangentielle (droite) pour un capteur sur une pièce en acier**

### III.2 COMPARAISON DE LA SENSIBILITÉ D'UNE PASTILLE PIÉZOÉLECTRIQUE ET D'UN CAPTEUR

Nous avons vu dans ce manuscrit que la sensibilité d'une pastille piézoélectrique sans boîtier est différente de celle d'un capteur ; il est intéressant de regarder la modification de la sensibilité apportée par la présence du boîtier dans la représentation donnée sous forme de cartographies.

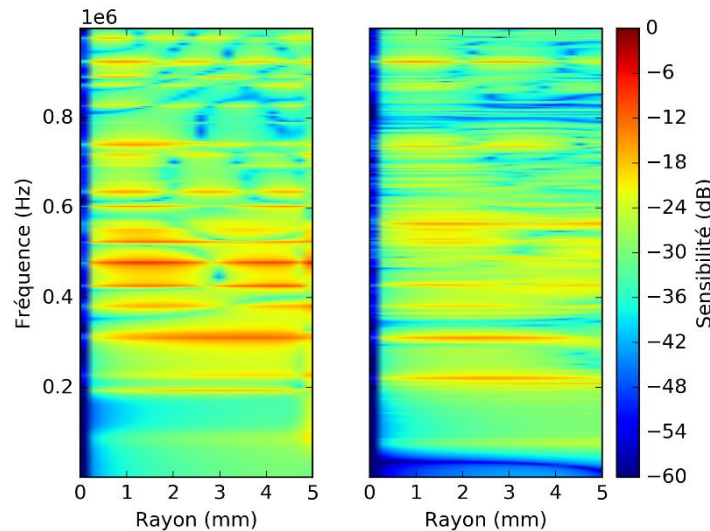
Pour effectuer cette comparaison, nous limiterons la représentation des cartographies de sensibilité du capteur au 5 premiers millimètres. De plus, nous utiliserons exceptionnellement le maximum de la sensibilité du piézoélectrique sans boîtier comme sensibilité de référence pour les cartographies. En effet, le piézoélectrique étant directement en contact avec la pièce il est plus sensible qu'un capteur complet.



**Figure 5.26 - Cartographies de la sensibilité d'un élément piézoélectrique seul (gauche) et d'un capteur complet (droite) à la composante normale du déplacement pour une pièce en acier**

L'élément piézoélectrique présente plus de zones d'antirésonances en fonction du rayon que le capteur complet (Figure 5.26 et Figure 5.27). Les éléments constitutifs du capteur complet situés entre le piézoélectrique et la pièce (semelle, colle et couplant) ont tendance à niveler la

sensibilité sur la face avant. Cependant, il est également possible de voir que le boîtier augmente le nombre de pics secondaires de sensibilité en fonction de la fréquence. Ainsi, l'ajout du boîtier vient d'une part lisser spatialement la sensibilité et d'autre part augmenter ses variations avec la fréquence.



**Figure 5.27 - Cartographies de la sensibilité d'un élément piézoélectrique seul (gauche) et d'un capteur complet (droite) à la composante tangentielle du déplacement pour une pièce en acier**

#### IV. CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons utilisé la formulation approchée de la réponse d'un capteur basée sur le principe de réciprocité afin d'en valider l'usage dans différentes configurations. Les comparaisons de la tension en réception calculée par éléments finis et la tension calculée par cette méthode en ont prouvé la validité ; même dans un cas très défavorable, la formulation approchée permet d'obtenir une très bonne approximation de la tension générée par le capteur.

Ainsi, nous avons pu redéfinir la sensibilité du capteur comme le rapport entre la traction sur la face avant et l'intensité électrique lorsque le capteur est utilisé en tant qu'émetteur. Cette définition amène naturellement à considérer la sensibilité comme une fonction de la fréquence mais, contrairement aux courbes de sensibilité fournies actuellement par les constructeurs, également comme une fonction de l'espace. Lorsque le capteur peut être considéré comme axisymétrique, sa sensibilité peut être représentée sous la forme de cartographies permettant de visualiser, en plus de la bande passante du capteur, les zones sensibles de sa face avant et celles qui participent peu à sa réponse.

La formulation approchée de la réponse du capteur utilisant uniquement sa sensibilité et le déplacement particulière en l'absence du capteur sur la surface de la pièce, il est tout à fait possible d'utiliser d'autres méthodes de résolution de propagation d'ondes élastiques que la méthode des éléments finis utilisée dans les exemples donnés, telles que les méthodes analytiques, les méthodes de résolution par lancer de rayons ou même d'utiliser des données expérimentales. Ainsi, une fois le déplacement particulière calculé ou mesuré aux points qu'occuperait le capteur en réception, la réponse du capteur est calculée en un temps très rapide, compatible avec une simulation d'une configuration de contrôle par émission acoustique, dès lors que l'on a pris soin de créer au préalable une base de données de

## Conclusion

---

sensibilité. Celle-ci peut être aisément conçue en stockant les cartographies de sensibilités calculées par des simulations éléments finis du capteur en émission.

Des exemples d'utilisations des cartographies seront présentés dans le chapitre suivant pour des cas de figure allant de la variation de sensibilité en fonction du matériau de la pièce à l'optimisation de la conception des capteurs.

---

## Chapitre 6.

# Exploitations des cartographies de sensibilités

---

La réponse d'un capteur d'émission acoustique dans une configuration de contrôle quelconque peut être calculée en utilisant une formulation approchée basée sur le principe de réciprocité élastodynamique. Au chapitre précédent nous avons ainsi pu redéfinir la sensibilité du capteur comme le rapport entre la traction sur sa face avant lorsqu'il est utilisé en tant qu'émetteur et son intensité. Cette définition nous a amené à représenter le coefficient de sensibilité sous la forme d'une cartographie en fonction de la fréquence et de la position sur la face avant du capteur permettant notamment de cerner sa bande passante et de localiser les zones sensibles de sa surface.

Dans ce chapitre nous présenterons différents cas d'application possible des cartographies de sensibilité des capteurs ainsi que leurs réponses dans une configuration simple. La configuration utilisée sera celle décrite au chapitre précédent dans la section I.1.1, soit une source située à 16 mm sous le centre de la face avant du capteur et engendrant un déplacement normal à l'interface capteur/pièce de 1 nm.

Les cas d'application que nous allons étudier remonteront le cycle de vie du capteur, c'est-à-dire que nous placerons tout d'abord du point de vue d'un utilisateur confronté au choix de différents capteurs puis du point de vue du fabricant voulant caractériser ses capteurs et enfin, toujours du point de vue du fabricant en phase de conception du produit.

Ainsi, la première partie traitera de la comparaison entre différents capteurs réalistes, ici le capteur CETIM dont la configuration éléments finis a été validée au chapitre 4 et une configuration axisymétrique représentant le capteur commercial R15α. Nous présenterons également les cartographies de sensibilité d'un capteur large bande.

Dans la seconde partie, nous observerons les effets du matériau constituant la pièce sur la sensibilité du capteur en comparant les cartographies de sensibilité pour un capteur couplé à une pièce en acier et pour un capteur couplé à une pièce en aluminium. Nous observerons également les effets d'une variation d'épaisseur de colle entre l'élément piézoélectrique et le boîtier sur la sensibilité du capteur.

Enfin, nous aborderons l'utilisation des cartographies de sensibilité en tant qu'outil utilisable pour l'optimisation de la conception des capteurs d'émission acoustique.

## I. COMPARAISON DE DIFFÉRENTS CAPTEURS

### I.1 CAPTEURS RÉSONNANTS DE DIFFÉRENTES CONCEPTIONS

Dans le chapitre précédent, nous avons principalement étudié un capteur de test fictif de géométrie simple afin d'étudier les différentes formulations de la réponse d'un capteur d'émission acoustique ou encore d'étudier les variations des cartographies de sensibilité induites par la variation de certains paramètres. Cependant, au chapitre 4 nous avons développé une configuration éléments finis représentative du capteur CETIM que nous allons prendre en compte dans cette section. Nous étudierons également une configuration basée sur le capteur commercial R15 $\alpha$  qui, bien que ses paramètres de fabrication ne soient pas tous précisément connus (type d'élément piézoélectrique, de colle et de semelle), permet de présenter un type de cartographies de sensibilité très différentes de celles observées jusqu'à présent. Nous considérerons ici que ce capteur possède une symétrie axiale.

Les sensibilités à la composante normale et à la composante tangentielle du déplacement pour le capteur CETIM sont représentées dans les figures Figure 6.1 et Figure 6.2 et montrent une répartition plus uniforme sous l'élément piézoélectrique que la sensibilité du capteur de test (Figure 5.23 et Figure 5.24).

Ce type de capteur possède une résonance principale évaluée autour de 200 kHz, correspondant ici à la sensibilité maximale à la composante normale du déplacement et à une très forte sensibilité à la composante tangentielle. On peut également remarquer une zone de forte sensibilité plus étalée en fréquence entre 400 kHz et 500 kHz.

Les données du capteur commercial R15 $\alpha$  sont pour la plupart inconnues. Pour le matériaux constituant la semelle, nous utiliserons donc des données de la littérature concernant la simulation de capteur large bande [74], [75]. Ainsi, l'élément piézoélectrique est une pastille cylindrique de la famille des PZT-5A de 13 mm de rayon et de 6.5 mm d'épaisseur, la semelle en céramique est en oxyde d'aluminium et le boîtier en acier inoxydable. Une épaisseur de colle époxy entre la pastille et la semelle de 0.2 mm est également considérée ainsi qu'un couplant en Salol.

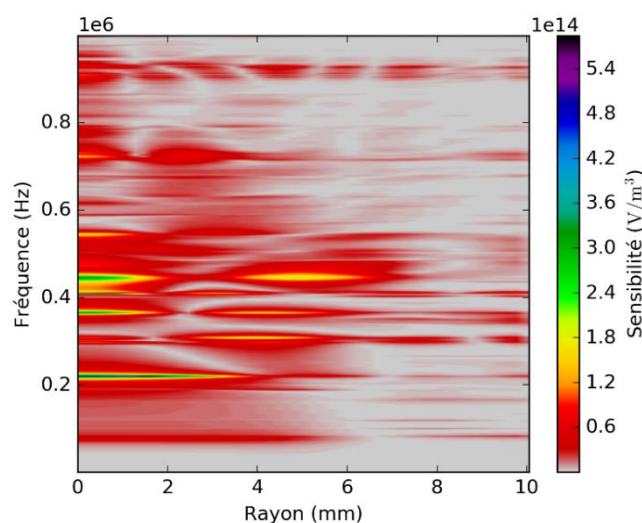
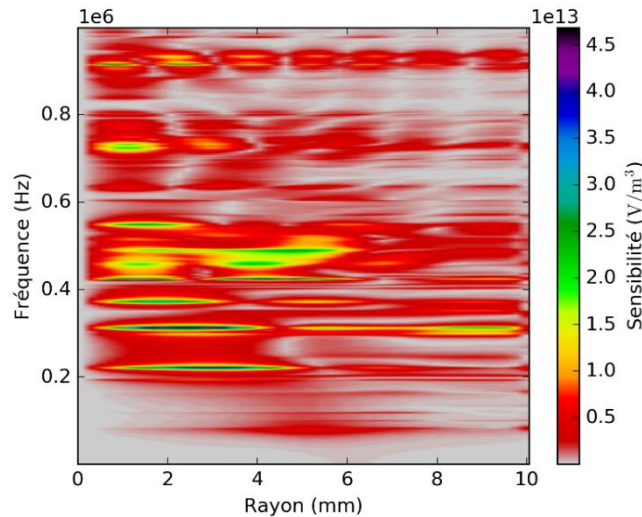


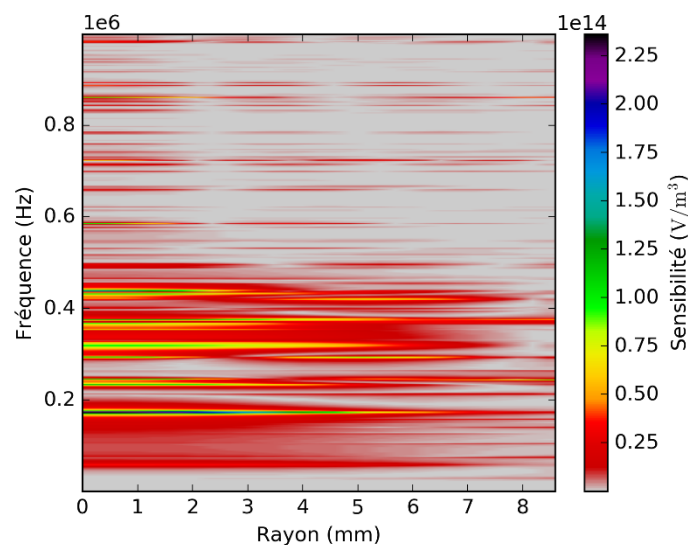
Figure 6.1 - Composante normale de la sensibilité du capteur CETIM sur de l'acier



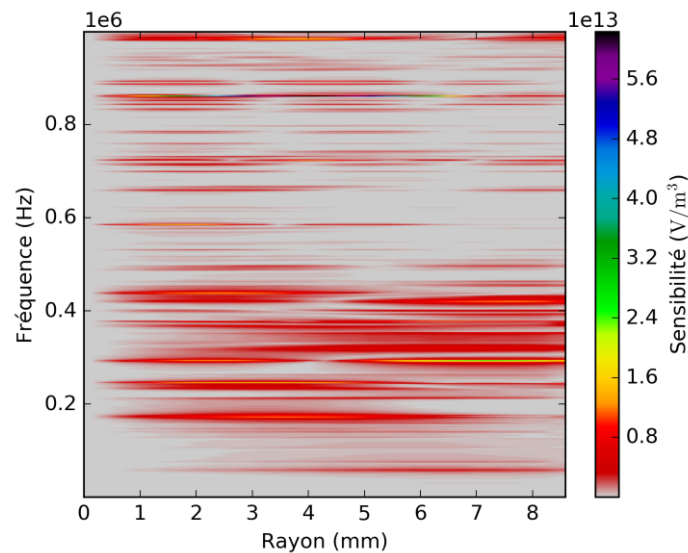
**Figure 6.2 - Composante tangentielle de la sensibilité du capteur CETIM sur de l'acier**

Cette configuration se base sur le capteur R15α pour sa géométrie mais ne peut pas être considérée comme représentative de son comportement du fait des inconnues précédemment mentionnées. Cependant, les matériaux utilisés étant tout à fait appropriés au cas d'un capteur d'émission acoustique, elle nous permet d'observer le comportement d'un capteur de conception différente. Par la suite nous utiliserons la dénomination COM-1 pour parler de cette configuration.

Les cartographies de sensibilité de ce capteur (Figure 6.3 et Figure 6.4) nous permettent d'observer un comportement « en spectre de raies » très différent du cas précédent ainsi qu'une sensibilité maximale plus faible. On peut déduire de ces cartographies une bande passante clairement définie se situant entre 50 kHz et 500 kHz avec un pic de sensibilité maximale vers 170 kHz. Enfin, de manière similaire au cas du capteur de test, ce capteur présente une sensibilité à la composante tangentielle du déplacement très forte à 860 kHz qui vient perturber la dynamique de la cartographie.

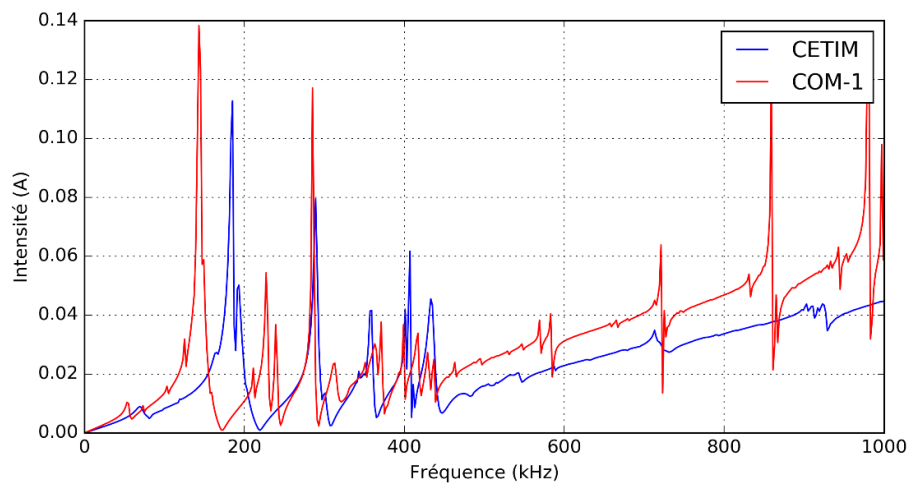


**Figure 6.3 - Composante normale de la sensibilité du capteur COM-1 sur de l'acier**



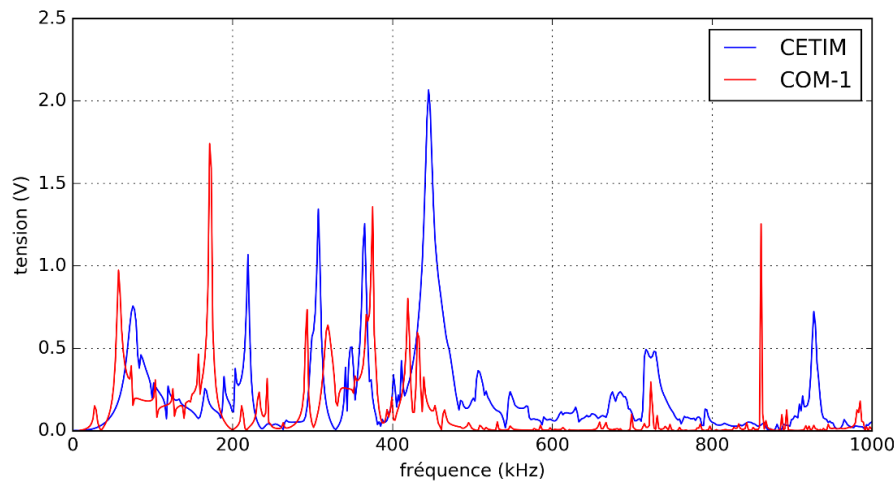
**Figure 6.4 – Composante tangentielle de la sensibilité du capteur COM-1 sur de l'acier**

En raison probablement des dimensions de la pastille piézoélectrique, l'intensité électrique du capteur COM-1 représentée sur la Figure 6.5 est plus forte que celle du capteur CETIM avec laquelle elle est comparée et présente de plus nombreux pics. Or, la formulation de la sensibilité des capteurs induit qu'une forte intensité réduit la sensibilité.



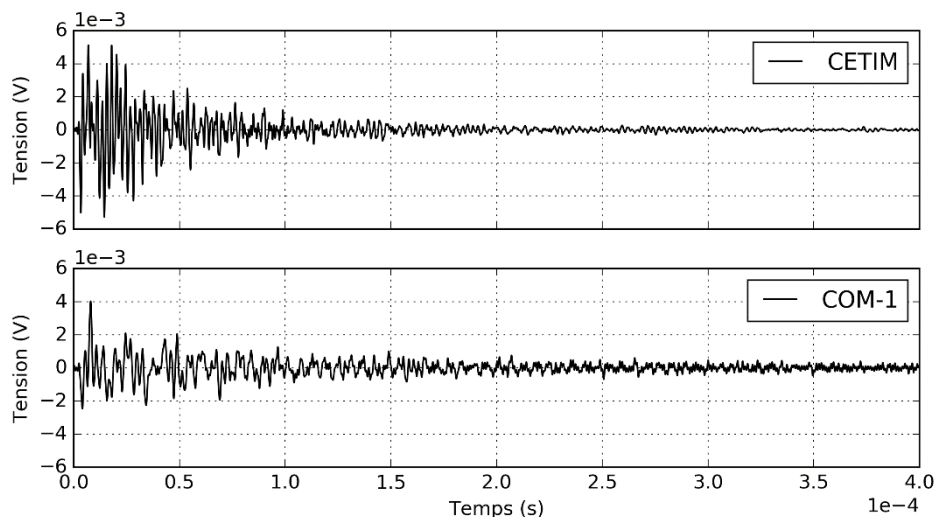
**Figure 6.5 – Intensité électrique des capteurs CETIM (bleu) et COM-1 (rouge) en émission sur une pièce en acier**

La Figure 6.6 présente la tension obtenue pour les deux configurations avec une source située sous le capteur et permet de constater que le capteur est pratiquement insensible aux ondes de fréquences supérieures à 500 kHz.



**Figure 6.6 - Tension calculée pour le capteur CETIM (bleu) et le capteur COM-1 (rouge) soumis à une source de déplacement localisée sous le capteur**

Ceci est encore plus facilement visible sur les signaux temporels correspondants synthétisés par synthèse de Fourier et représentés par la Figure 6.7. La source utilisée ici de large spectre conduit à ce que la tension générée par le capteur COM-1 est nettement plus faible que celle générée par le capteur CETIM.



**Figure 6.7 - Tension dans le domaine temporel pour le capteur CETIM (haut) et le capteur COM-1 (bas) soumis à une source de déplacement localisé sous le capteur**

Nous avons pu observer, dans cette section, deux capteurs résonnants de conceptions différentes : le capteur CETIM et le capteur fictif COM-1. Leurs cartographies de sensibilités nous permettent de prédire leur bande passante mais également de pouvoir les comparer entre eux pour une application donnée. Par exemple, le capteur COM-1 a une sensibilité plus faible mais une bande passante bien définie, c'est-à-dire une forte sensibilité sur une certaine bande passante et une sensibilité négligeable en dehors de cette bande, permettant de s'affranchir de potentiels bruits à hautes fréquences tandis que le capteur CETIM est plus sensible et peut détecter des déplacements particuliers de plus faible amplitude.

## I.2 CAPTEURS LARGE BANDE

Considérons à présent le cas d'un capteur piézoélectrique large bande. Pour rappel, ce type de capteur est conçu de la même manière qu'un capteur résonnant mais l'élément piézoélectrique est entouré par un milieu absorbant qui va venir amortir les vibrations de la pastille, lui accordant une réponse fréquentielle plus plate au prix d'une baisse de sensibilité.

Ce type de capteur n'est pas le sujet principal de ce manuscrit et n'a pas été traité jusqu'ici. Cependant, les développements effectués sur la réponse d'un capteur d'émission acoustique sont indépendants de la géométrie des capteurs et sont donc tout à fait applicables à ce cas, ou même à d'autres capteurs piézoélectriques « simples » (sans connectique intégrée). Afin de simuler un capteur large bande, nous nous baserons sur la géométrie du capteur CETIM en ajoutant un milieu amortisseur en époxy chargé à l'aluminium [74] (Figure 6.8).

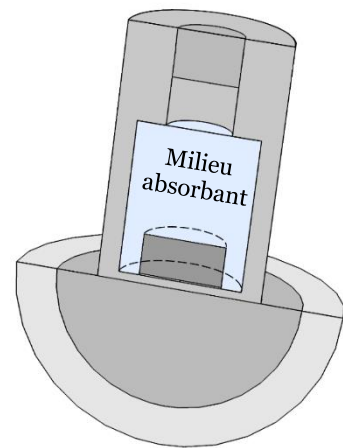


Figure 6.8 – Schéma d'un capteur large bande

Les cartographies de sensibilité pour cette configuration (Figure 6.9 et Figure 6.10) présentent en effet une sensibilité beaucoup plus uniforme que celle du capteur résonnant et sur une bande passante plus large mais présente malgré tout des variations de sensibilité prononcées. De plus, comme prévu du fait de l'utilisation d'un matériau amortisseur, la sensibilité de ce type de capteur est plus faible.

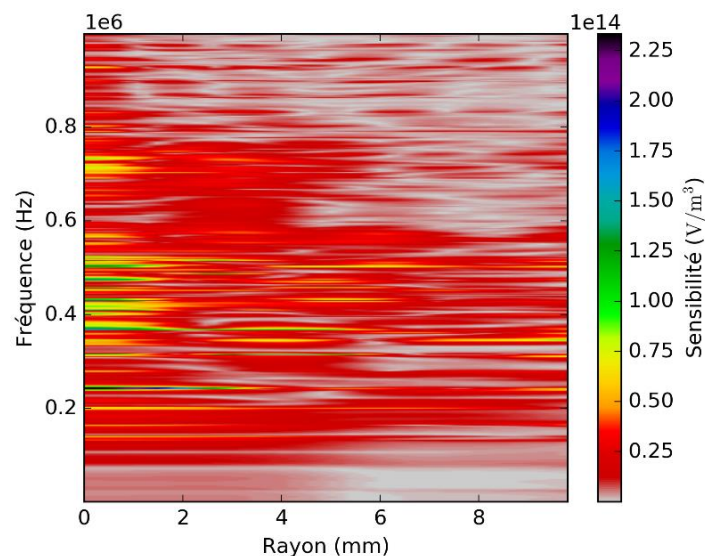
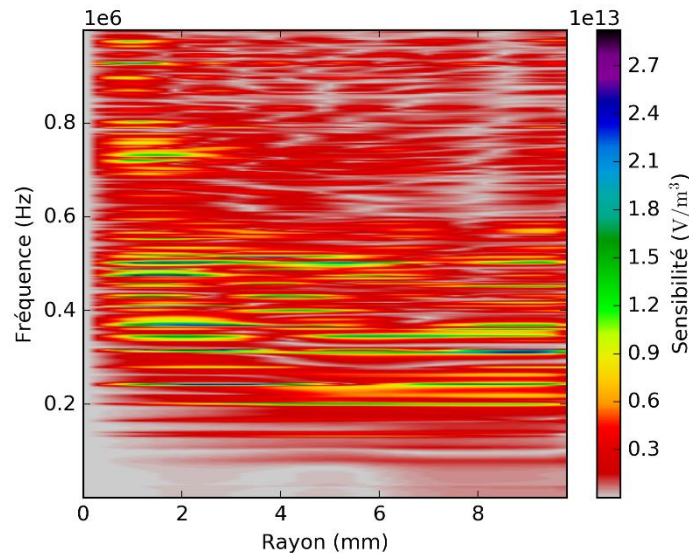
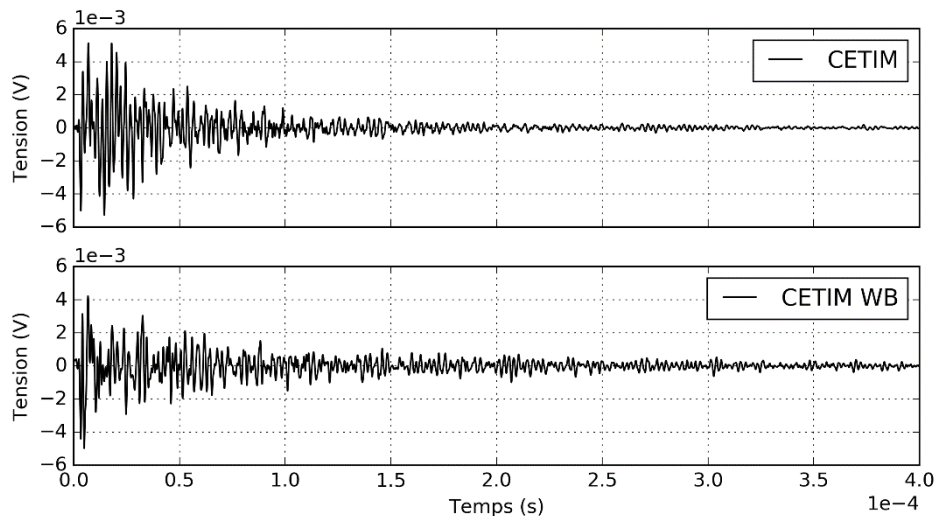


Figure 6.9 - Composante normale de la sensibilité du capteur large bande sur de l'acier



**Figure 6.10 - Composante tangentielle de la sensibilité du capteur large bande sur de l'acier**

La zone sensible du capteur résonnant correspondant (même capteur sans le matériau amortisseur) se situait directement sous la pastille piézoélectrique tandis que dans le cas du capteur large bande, la résine entourant le capteur augmente la surface de la zone sensible. Enfin, la réponse de ce capteur à une source localisée sous le centre de sa face avant nous permet bien d'observer une baisse globale de l'amplitude du signal généré (Figure 6.11).



**Figure 6.11 - Tension dans le domaine temporel pour le capteur CETIM (haut) et le capteur Large bande (bas) soumis à une source de déplacement localisée sous le capteur**

Ainsi, il est possible de déterminer la sensibilité d'un capteur large bande (ou plus généralement d'un capteur piézoélectrique sans connectique intégrée) en suivant strictement la même procédure que celle suivie pour les capteurs résonnants. La généricité de cette méthode permet notamment de traiter le cas des capteurs dont la sensibilité (ou la réponse à une onde incidente quelconque) ne peut pas être obtenue simplement.

## II. COMPARAISONS DE CARTOGRAPHIES

Dans le cadre d'un contrôle par émission acoustique, l'opérateur doit choisir les capteurs adaptés à la configuration de contrôle, c'est-à-dire qu'il doit choisir un capteur qui présente la plus forte sensibilité sur la bande passante considérée et, dans certain cas, la sensibilité la plus uniforme possible afin d'extraire plus facilement la forme de l'onde incidente de la tension mesurée.

Afin de choisir un capteur adapté au besoin, les cartographies de sensibilité pourront aider un opérateur à comparer la sensibilité de différents capteurs ou encore lui permettre de comparer la sensibilité d'un capteur sur des milieux différents.

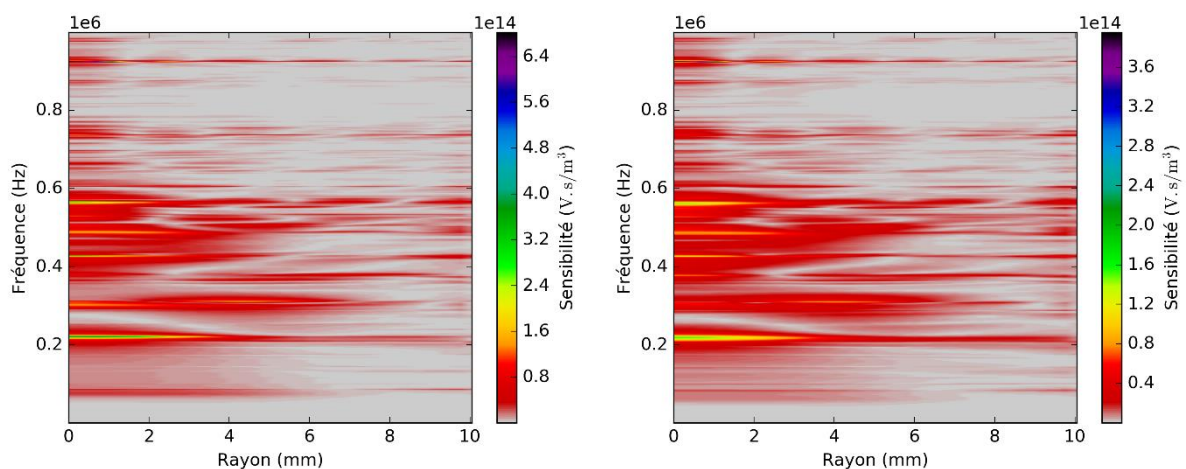
Nous nous proposons donc, dans cette section, d'observer les variations de sensibilité induites par un changement du matériau constitutif de la pièce. Nous utiliserons pour cela deux matériaux couramment rencontrés dans les contrôles : de l'acier et de l'aluminium. Nous observerons également les différences de sensibilité entre deux capteurs réalistes : le capteur CETIM et le capteur R15α. Le but ici n'est pas d'avancer que l'un des capteurs est meilleur que l'autre mais plutôt d'observer des cartographies très différentes basées sur des choix de conception distincts.

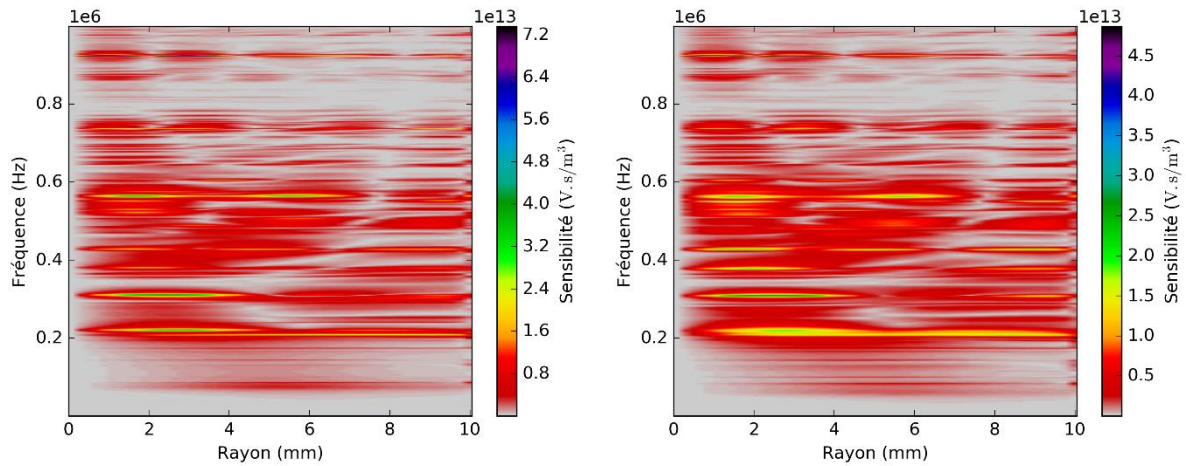
### II.1 SENSIBILITÉ DU CAPTEUR SUR DIFFÉRENTS MILIEUX

La sensibilité des capteurs est dépendante du matériau constituant la pièce. Nous avons pu voir au chapitre 1 que les capteurs sont calibrés sur un bloc d'acier, matériau le plus couramment rencontré dans les contrôles industriels. Toutefois, d'autres matériaux peuvent être rencontrés en pratique tels que l'aluminium. Effectuer un étalonnage absolu des capteurs pour divers matériaux est en pratique très difficile tandis qu'obtenir les cartographies de sensibilité du capteur pour ces milieux est à la fois plus simple et moins coûteux. En effet, il n'est pas nécessaire de se munir d'un nouveau bloc de test.

Nous nous proposons ici d'étudier la sensibilité du capteur de test considéré jusqu'à présent lorsque celui-ci est couplé à de l'acier et à de l'aluminium. Le capteur que nous utiliserons ici est le capteur de test utilisé au chapitre précédent.

Afin de pouvoir analyser en détails les différences entre ces deux configurations, nous pouvons étudier les cartographies de sensibilité linéaire fournies par la Figure 6.12.





**Figure 6.12 – Ligne supérieure : composante normale de la sensibilité pour de l’acier (gauche) et de l’aluminium (droite). Ligne inférieure : composante tangentielle de la sensibilité pour de l’acier (gauche) et de l’aluminium (droite)**

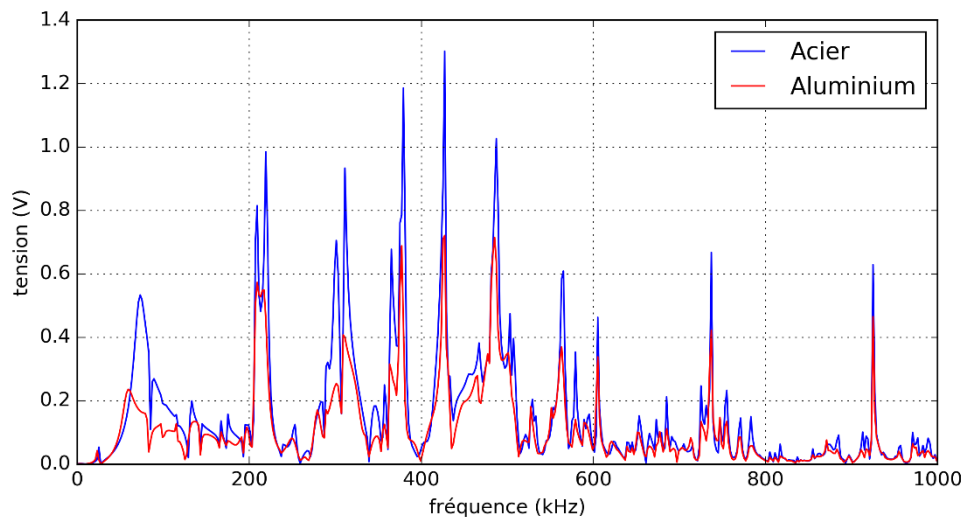
Il apparaît que la sensibilité dans le cas de l’aluminium est environ moitié plus faible que dans le cas de l’acier mais également qu’elle est répartie de façon plus uniforme sur la face avant. Cette meilleure répartition est particulièrement prononcée sur la composante tangentielle de la sensibilité.

Par ailleurs, les pics de résonances de la composante tangentielle de sensibilité sont plus étalés en fréquence pour l’aluminium que pour l’acier. Enfin, on peut constater qu’aux alentours de 75 kHz, la sensibilité du capteur sur de l’acier montre un pic de résonance de faible amplitude, quasiment absent du cas de l’aluminium.

Considérons à présent la réponse du capteur dans une configuration simple de contrôle. Cette configuration, décrite au chapitre précédant dans la section I.1.1, consiste en un capteur positionné sur un milieu semi-infini soumis à une onde engendrée par une source se situant sous sa face avant. Ainsi, nous comparerons les résultats pour cette configuration avec un milieu semi-infini en acier à ceux obtenus pour l’aluminium.

La tension générée par le capteur dans ces deux cas est donnée par la Figure 6.13 et montre bien la perte d’amplitude, principalement aux basses fréquences, de la tension dans le cas de l’aluminium. Ces pertes sont particulièrement observables sur les pics de résonances dans la bande passante [0 – 600 kHz]. De plus, on observe une nette différence entre le cas acier et le cas aluminium dans la bande passante [0 – 200 kHz] principalement sur le pic de résonance aux alentours de 75 kHz.

Par conséquent, l’analyse des cartographies de sensibilité pour ces deux milieux nous a permis, dans un cas simple, de comprendre les différences observables dans la réponse en tension du capteur soumis à une onde élastique quelconque.



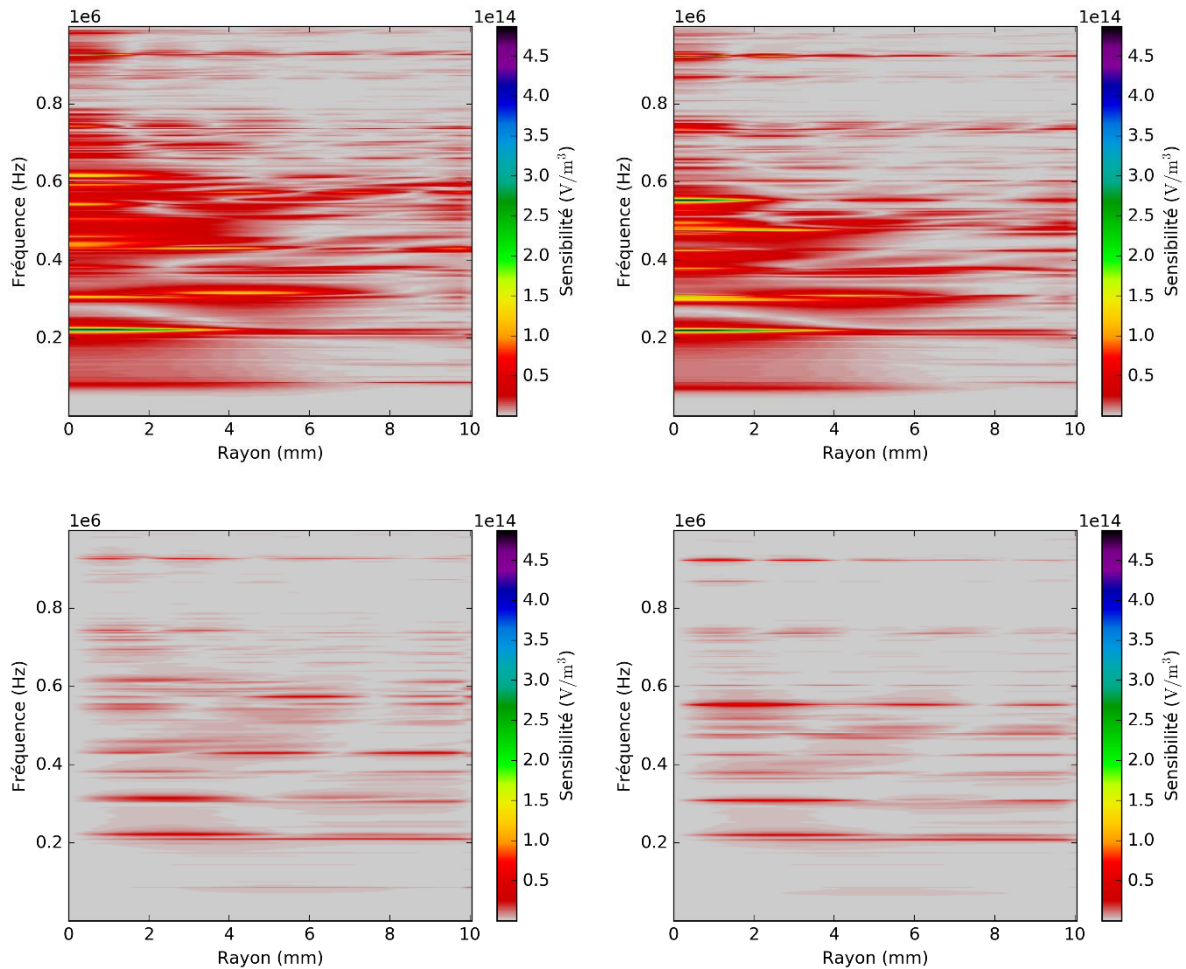
**Figure 6.13 – Tension calculée pour un capteur sur une pièce en acier (bleu) et pour un capteur sur une pièce en aluminium (rouge)**

## II.2 INFLUENCE DE L'ÉPAISSEUR DE COLLE

Durant la fabrication d'un capteur d'émission acoustique, l'épaisseur de colle entre la pastille piézoélectrique et la semelle est peut-être l'élément le moins bien maîtrisé. La quantité de colle, par exemple, est complexe à évaluer et celle-ci peut se répartir de manière non uniforme. Une répartition non uniforme de l'épaisseur ou encore des défauts de collage peuvent compromettre la symétrie axiale du capteur considéré. Nous nous limiterons ici à étudier des configurations dans lesquelles l'épaisseur de colle entre le piézoélectrique et le boîtier varie mais la colle reste répartie uniformément.

L'épaisseur de colle standard du capteur de test est de 0.2 mm (Figure 5.23 et Figure 5.24). Pour représenter une incertitude expérimentale, nous étudierons deux configurations ayant des épaisseurs de colle de 0.1 mm et 0.3 mm. Les composantes normale et tangentielle de la sensibilité pour ces deux configurations sont données dans la Figure 6.14. Afin de mieux les comparer, nous étudierons ces cartographies pour une même plage de sensibilité (de zéro à  $4.8 \cdot 10^{14}$  V/m<sup>3</sup>, le maximum de sensibilité atteint pour la configuration 0.3 mm). La sensibilité maximale du capteur ayant une épaisseur de colle de 0.3 mm est plus grande d'environ  $0.5 \cdot 10^{14}$  V/m<sup>3</sup> que celle d'un capteur ayant une épaisseur de colle plus fine (0.1 mm). Cette différence de sensibilité maximale est encore plus prononcée pour la composante tangentielle de la sensibilité valant respectivement  $6.3 \cdot 10^{13}$  V/m<sup>3</sup> pour la configuration où l'épaisseur de colle vaut 0.3 mm et  $3.9 \cdot 10^{13}$  V/m<sup>3</sup> pour celle à 0.1 mm.

Sur la bande passante [0 – 400 kHz], les pics de sensibilité à la composante normale ou tangentielle du déplacement se situent globalement aux mêmes fréquences malgré un léger décalage de certains pics. Toutefois, sur la bande passante [400 kHz – 1 MHz] le comportement des deux configurations est plus nettement différent. Par exemple, on peut localiser un pic de sensibilité vers 615 kHz pour la configuration à 0.1 mm de colle qui n'est pas présent dans la configuration à 0.3 mm.

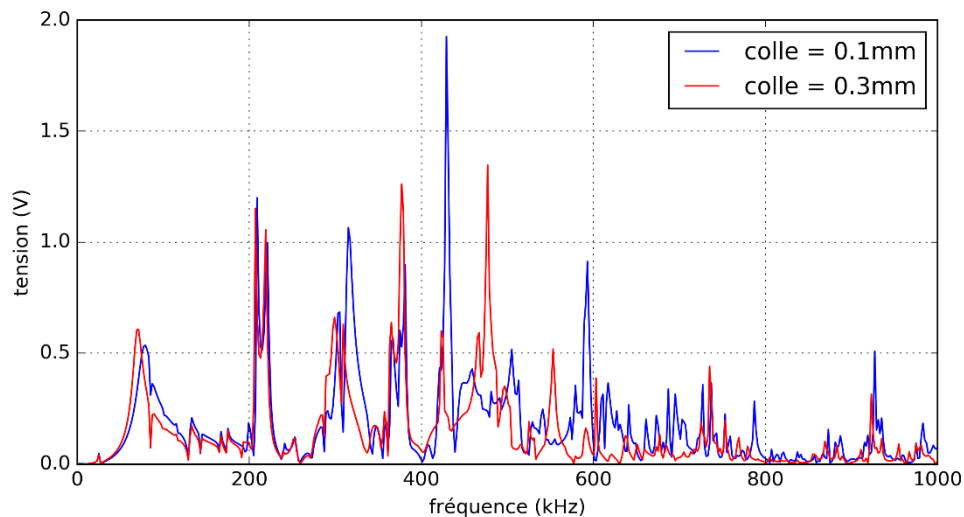


**Figure 6.14 - Ligne supérieure : composante normale de la sensibilité pour un capteur avec une épaisseur de colle de 0.1 mm (gauche) et 0.3 mm (droite). Ligne inférieure : composante tangentielle de la sensibilité de la sensibilité pour un capteur avec une épaisseur de colle de 0.1 mm (gauche) et 0.3 mm (droite)**

On peut remarquer également que la sensibilité de la configuration où l'épaisseur vaut 0.1 mm est répartie de façon plus uniforme sur la face avant du capteur, c'est-à-dire que la surface occupée par les zones de faible sensibilité est moins grande.

La Figure 6.15 présente la tension obtenue pour les deux configurations pour une source située sous le capteur de test dont la fréquence de résonance principale se situe aux alentours de 200 kHz. Les deux courbes de tension sont en accord dans cette zone située vers les basses fréquences. Pour les fréquences plus élevées, conformément aux résultats obtenus pour les cartographies de sensibilités, on peut constater des différences conséquentes entre les deux configurations, principalement entre 400 et 600 kHz.

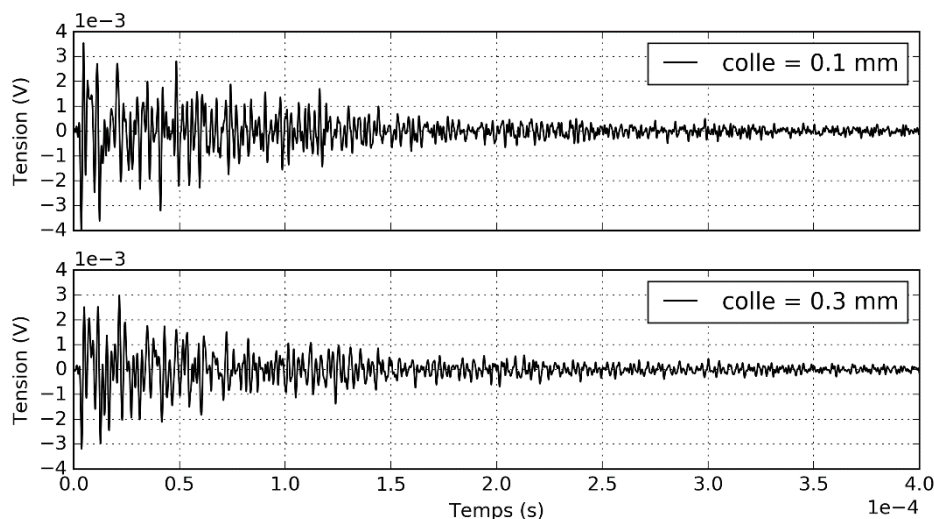
Bien que la sensibilité maximale de la configuration à 0.3 mm d'épaisseur de colle soit plus forte que celle à 0.1 mm, la meilleure répartition de la sensibilité sur la face avant de cette dernière induit, après le calcul de l'intégrale, une réponse en tension plus forte.



**Figure 6.15 - Tension calculée pour un capteur avec une épaisseur de colle de 0.1 mm (bleu) et de 0.3 mm (rouge) soumis à une source de déplacement localisée sous le capteur**

La Figure 6.16 présente les tensions des deux configurations synthétisées dans le domaine temporel et permet d'illustrer les différences que pourrait observer un opérateur avec ces deux capteurs pour une même source.

Ainsi, on peut constater une réponse variable en fonction de l'épaisseur de colle présente entre l'élément piézoélectrique et la semelle du capteur. Les résonances peuvent être légèrement déplacées dans les sensibilités aux basses fréquences et les sensibilités aux plus hautes fréquences sont manifestement influencées par les variations de ce paramètre. On peut utiliser ce type d'études paramétriques pour déterminer la bande passante utile dans laquelle le capteur réagit de manière globalement identique : dans le cas présent, il s'agit de la bande passante [0 – 400 kHz].



**Figure 6.16 - Tension dans le domaine temporel pour un capteur avec une épaisseur de colle de 0.1 mm (haut) et de 0.3 mm (bas) soumis à une source localisée sous le capteur**

Cet exemple montre également l'importance d'une bonne répartition de la sensibilité sur la face avant. Un capteur avec une sensibilité maximale plus basse mais une meilleure répartition

sur la face avant peut se montrer plus sensible qu'un capteur ayant une forte sensibilité maximale et une répartition de sa sensibilité plus chaotique.

### III. OPTIMISATION DE CONCEPTION DES CAPTEURS

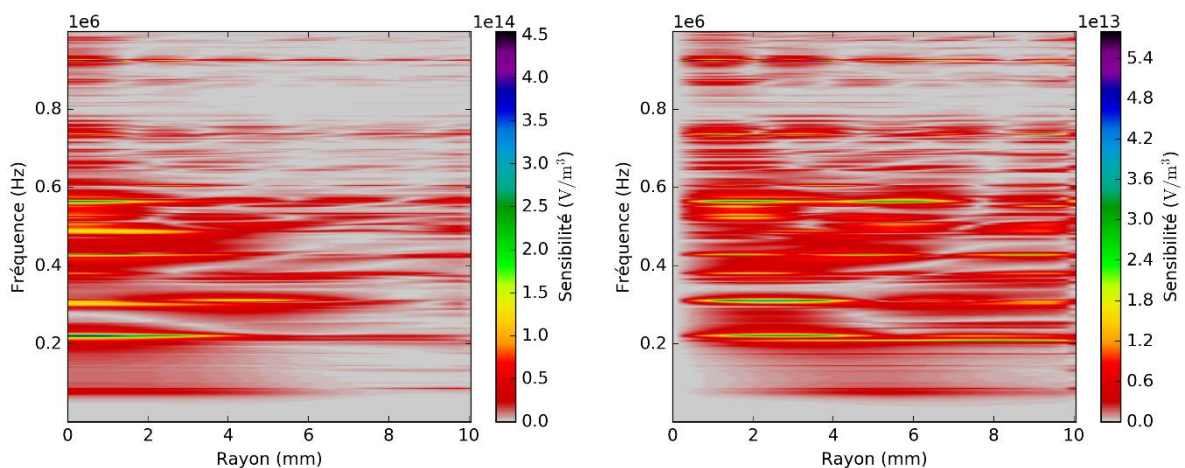
Une utilisation envisageable des cartographies de sensibilité concerne l'optimisation de la conception des capteurs. Nous avons pu voir, au cours de ce chapitre, diverses cartographies mettant en avant certains traits caractéristiques des capteurs tels que leur sensibilité maximale ou leur bande passante. L'utilisation d'un capteur plutôt qu'un autre va dépendre de l'objectif de l'opérateur. Un fabricant pourrait vouloir accentuer une caractéristique d'un capteur plutôt qu'une autre afin de répondre à un besoin spécifique.

Dans cette section nous aborderons l'optimisation de deux caractéristiques différentes : la sensibilité que l'on peut chercher à maximiser, et la réponse fréquentielle que l'on peut chercher à rendre la plus uniforme possible.

#### III.1 PRIVILÉGIER LA SENSIBILITÉ MAXIMALE DU CAPTEUR

Supposons que nous cherchions à augmenter la sensibilité du capteur de test utilisé au cours du chapitre 5 (Figure 5.3 et Tableau 5.1). L'une des façons d'arriver à ce résultat consiste à réduire la quantité de matériau que l'onde devra traverser avant d'arriver sur l'élément piézoélectrique. Ainsi nous considérerons dans cette section l'optimisation triviale consistant à réduire l'épaisseur de la semelle du capteur dans l'objectif d'illustrer avec un exemple simple une optimisation possible de la conception des capteurs d'émission acoustique par l'utilisation des cartographies de sensibilité.

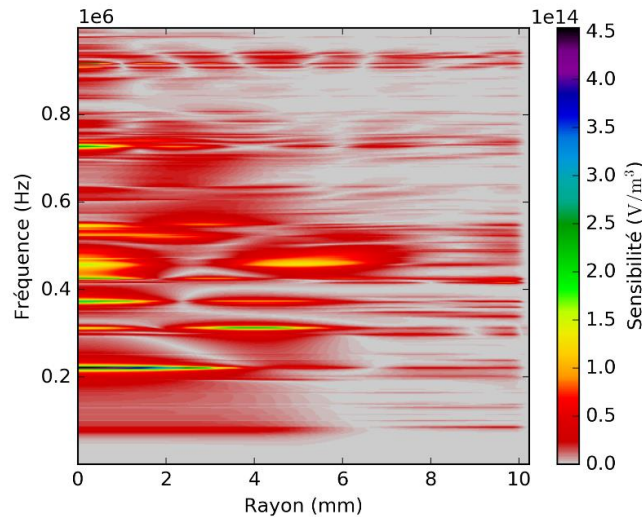
Le capteur de test est composé d'une semelle de 2.5 mm d'épaisseur et ses cartographies de sensibilité sont rappelées Figure 6.17. Sa bande passante utile, c'est-à-dire la bande fréquentielle où la sensibilité est la plus forte et la mieux répartie sur la face avant, se situe globalement entre 50 kHz et 600 kHz avec une sensibilité maximale à 220 kHz pour une valeur de  $4 \cdot 10^{14}$  V/m<sup>3</sup>. Enfin, la composante normale de la sensibilité affiche une zone de moindre sensibilité entre 6 mm et 10 mm du centre du capteur.



**Figure 6.17 - Composante normale (gauche) et tangentielle (droite) de la sensibilité du capteur de test (semelle de 2.5 mm) sur une pièce en acier**

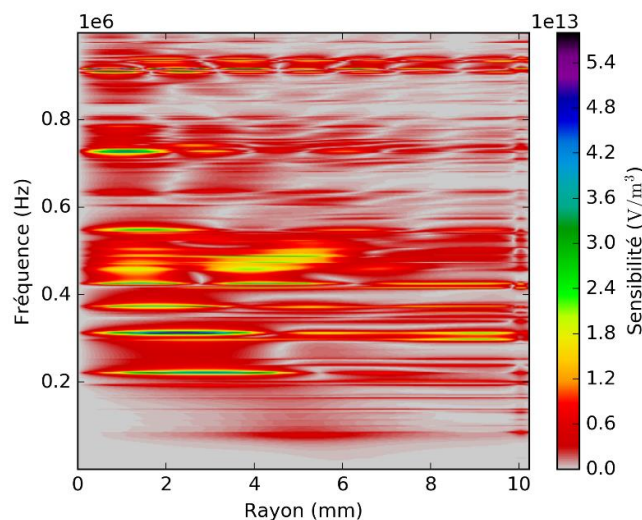
Le capteur « optimisé » que nous allons étudier quant à lui possède une épaisseur de semelle de 1 mm. Cette amélioration est critiquable d'un point de vue pratique car une semelle trop fine pourrait être trop fragile mais elle permet d'améliorer la sensibilité globale du capteur.

La configuration composée d'une semelle fine de 1 mm d'épaisseur possède aussi sa sensibilité maximale à 220 kHz d'une valeur de  $4.5 \cdot 10^{14} \text{ V/m}^3$  (Figure 6.18). La comparaison des cartographies de la sensibilité à la composante normale du déplacement pour les deux configurations sur la plage de sensibilité  $[0 - 4.5 \cdot 10^{14} \text{ V/m}^3]$  semble également montrer un élargissement de la bande passante utile pour la configuration avec une semelle fine et une augmentation de la sensibilité globale sur la bande fréquentielle  $[200 - 500 \text{ kHz}]$ .



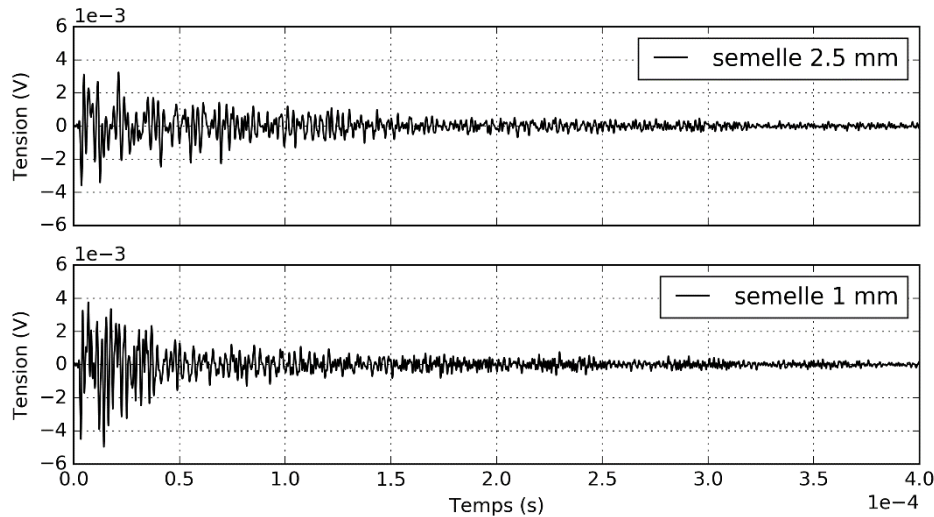
**Figure 6.18 - Composante normale de la sensibilité du capteur avec une épaisseur de semelle de 1 mm**

La composante tangentielle quant-à-elle (Figure 6.19) montre une amélioration similaire concernant à la fois la répartition fréquentielle et l'augmentation globale de la sensibilité, particulièrement entre 400 kHz et 500 kHz.



**Figure 6.19 - Composante tangentielle de la sensibilité du capteur avec une épaisseur de semelle de 1 mm**

Autour de 925 kHz, les cartographies de sensibilité du capteur de test standard (épaisseur de semelle de 2.5 mm) montrent une résonance très forte mais aussi très localisée dans le domaine fréquentiel. Cette fréquence perturbe la dynamique des cartographies et se trouve hors de la bande passante utile du capteur qui se situe dans l'intervalle [50 – 600 kHz]. La réduction de l'épaisseur de la semelle a pour effet de réduire l'amplitude maximale de cette résonance et surtout de l'étaler sur une bande fréquentielle plus large.



**Figure 6.20 - Tensions dans le domaine temporel pour le capteur avec une semelle de 2.5 mm (haut) et le capteur avec une semelle de 1 mm (bas) soumis à une source de déplacement localisée sous le capteur**

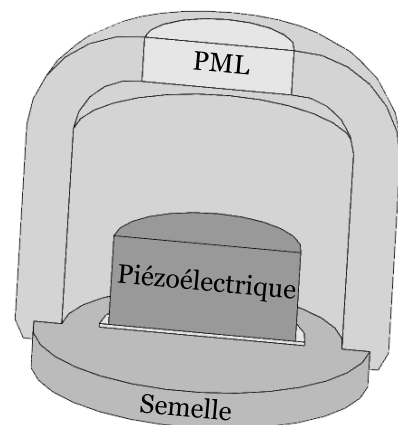
Pour une source de déplacement localisée à 16 mm sous le centre de la face avant du capteur, la tension engendrée par le capteur dans le domaine temporel est plus forte pour le capteur avec une semelle d'épaisseur plus faible (Figure 6.20). Ainsi, ce capteur semble capable de détecter des déplacements particuliers de plus faible amplitude que le capteur standard pour un même seuil d'acquisition.

En comparant les cartographies de sensibilité des deux configurations, il a donc été possible de montrer que la nouvelle géométrie présente une sensibilité plus forte. Cet outil (les cartographies de sensibilité) peut ainsi être utilisé à des fins d'optimisation et comme critère de sélection ou de rejet pour de capteur. Dans ce cas, la simulation du capteur en émission et ses cartographies permettent d'opérer une pré-sélection sur de nouvelles configurations afin d'améliorer l'efficacité de la chaîne de conception et de s'abstraire d'une phase coûteuse de recherche expérimentale de configuration optimale par essai-erreur.

### III.2 PRIVILÉGIER UNE RÉPONSE FRÉQUENTIELLE UNIFORME

Dans la section précédente, nous avons présenté une optimisation triviale consistant à réduire l'épaisseur de la semelle du capteur de test afin d'améliorer sa sensibilité. Ici, nous étudierons un capteur de géométrie différente conçu afin de privilégier une réponse en fréquence plus uniforme.

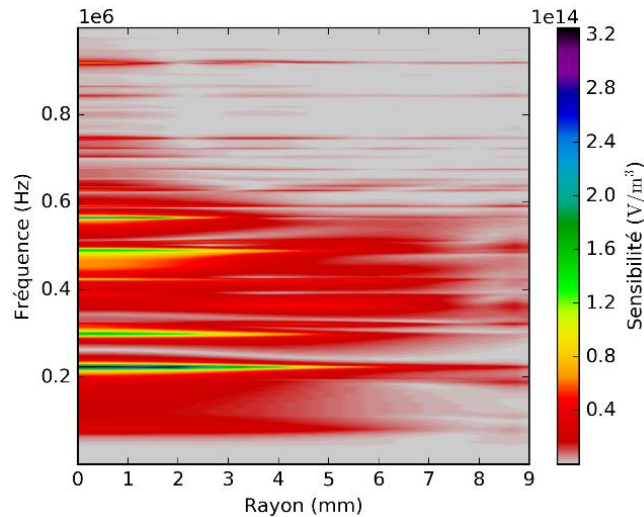
Cet objectif est l'objectif principalement recherché pour les capteurs large bande afin de remonter plus facilement aux propriétés de l'onde élastique mesurée. Dans notre cas, nous étudierons une configuration de capteur résonnant visant cette propriété et conçu par essai-erreur (Figure 6.21). Pour cela nous sommes partis de plusieurs observations. Tout d'abord, des semelles en céramiques sont principalement utilisées pour les capteurs d'émission acoustique afin d'obtenir une bonne adaptation d'impédance entre les matériaux des pièces étudiées (majoritairement métallique) et l'élément piézoélectrique. Nous avons donc utilisé une semelle de 2 mm en oxyde d'aluminium. Ensuite, les expérimentations et les simulations présentées au chapitre 4 ont montré une certaine influence de la partie supérieure du capteur CETIM (le capuchon) sur l'onde générée par le capteur en émission. Par conséquent nous avons fait le choix de réduire la hauteur du capteur et, afin d'éviter certaines réflexions aux angles aigus, nous avons utilisé une géométrie arrondie pour la partie supérieure du capteur (que nous nommons pour cela « BELL »). L'élément piézoélectrique considéré reste quant à lui une pastille de PZT 5A de 5 mm de rayon et de 5 mm d'épaisseur.



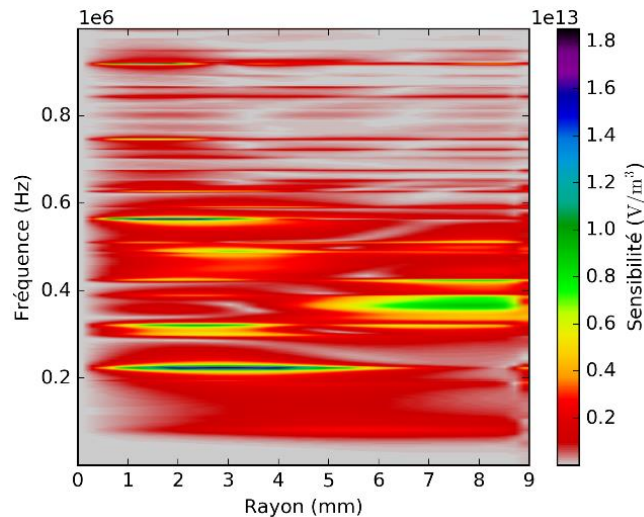
**Figure 6.21 - Schéma du capteur « BELL » privilégiant une réponse fréquentielle uniforme**

Les cartographies de sensibilité de ce capteur (Figure 6.22 et Figure 6.23) affichent une sensibilité plus homogène en fréquence sur une bande passante comprise entre 50 kHz et 650 kHz, mais également spatialement. Comme pour le cas du capteur de test, la fréquence de résonance principale se situe à 220 kHz. Mais on peut constater une zone de forte sensibilité à la composante tangentielle du déplacement pour des fréquences comprises entre 330 kHz et 390 kHz. Pour des fréquences supérieures à 600 kHz, la sensibilité de ce capteur se rapproche de celle du capteur test ou du capteur CETIM, c'est-à-dire qu'il présente des raies de sensibilité plus marquées.

La sensibilité de ce nouveau capteur est cependant plus faible que celle du capteur test ou du capteur CETIM. Cette perte de sensibilité pourrait être due à la semelle utilisée car le capteur COM-1, qui utilisait la même semelle, avait lui aussi une sensibilité à la composante normale du déplacement plus faible.

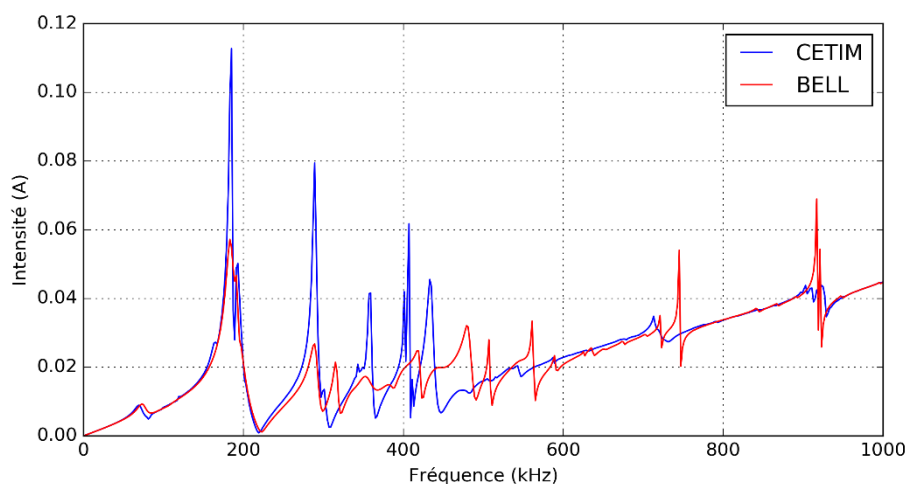


**Figure 6.22 - Composante normale de la sensibilité, sur de l'acier, du capteur BELL privilégiant une réponse fréquentielle uniforme**



**Figure 6.23 - Composante tangentielle de la sensibilité, sur de l'acier, du capteur BELL privilégiant une réponse fréquentielle uniforme**

Le « lissage » de la sensibilité du capteur peut également être observé sur la courbe représentant l'intensité électrique du capteur en émission en fonction de la fréquence (Figure 6.24) montrant des variations moins prononcées pour des fréquences inférieures à 550 kHz. À titre de comparaison, l'intensité électrique du capteur CETIM montre des variations plus fortes sur cette bande passante. Au-delà de 550 kHz, et comme pour les cartographies de sensibilité précédentes, les variations en fonction de la fréquence sont plus brutales.



**Figure 6.24 – Intensité électrique en émission du capteur CETIM (bleu) et du capteur BELL privilégiant une réponse fréquentielle uniforme (rouge).**

Cette section concernant l’optimisation de la conception des capteurs d’émission acoustique a permis de montrer, sur deux exemples simples, que les cartographies de sensibilité peuvent être utilisées dans le but d’améliorer un trait caractéristique précis des capteurs (ici nous avons pu montrer une amélioration de la sensibilité maximale ou de l’uniformité en fréquence de la sensibilité). Nous avons présenté deux configurations créées empiriquement par essai-erreur, mais il est tout à fait imaginable d’utiliser des méthodes automatiques telles que des méthodes d’optimisation topologique ou d’optimisation de forme, déjà accessibles dans certains logiciels de conception assistée par ordinateur. Un premier critère d’optimisation pourrait utiliser l’intensité électrique en fonction de la fréquence. En effet, les minima de ce paramètre scalaire conditionnent l’amplitude des pics de sensibilité et ses maxima conditionnent la non-sensibilité. De plus, nous avons pu observer que, en dehors des pics de résonances, l’intensité forme toujours une droite croissante dans la plage fréquentielle [1 – 1000 kHz]. Cette croissance conditionne en partie le comportement de la sensibilité pour les hautes fréquences comme nous avons pu le constater dans le cas du capteur COM-1.

Ainsi, une procédure automatique cherchant d’une part, à minimiser l’intensité électrique en émission et d’autre part à obtenir une courbe lisse et plus proche d’une droite en faisant varier un ou plusieurs paramètres (tels que l’épaisseur de la semelle ou le matériau du boîtier) pourrait générer un lot de capteurs « pré-optimisés » pouvant faire l’objet d’études approfondies. La sensibilité étant également dépendante de la traction, une fois cette pré-sélection opérée, il serait nécessaire d’étudier les cartographies de sensibilité pour s’assurer de la bonne optimisation du capteur.

Bien entendu, cette même procédure de minimisation/lissage pourrait être faite directement sur les cartographies de sensibilité et permettrait d’obtenir des capteurs optimisés en une seule étape. Toutefois, l’intensité électrique est un scalaire ne dépendant que de la fréquence tandis que la sensibilité est un paramètre vectoriel dont chaque composante est fonction de la fréquence mais également de l’espace rendant la tâche d’optimisation plus complexe.

Les cartographies de sensibilité ne permettent pas d’orienter les choix géométriques ou les choix de matériaux utilisés pour de nouveaux capteurs mais peuvent être utilisées en fin de chaîne d’optimisation comme critère d’acceptation ou de rejet d’un nouveau modèle de capteur.

## IV. CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons présenté différentes utilisations possibles des cartographies de sensibilité en considérant à la fois leur exploitation par les utilisateurs de capteurs d'émission acoustique et par leurs fabricants.

En premier lieu, nous avons comparé les cartographies de sensibilité du point de vue d'un utilisateur c'est-à-dire en cherchant à déterminer quel capteur serait le plus adéquat en fonction de l'objectif à atteindre.

Dans un second temps, nous nous sommes placés du point de vue d'un fabricant voulant caractériser un capteur, c'est-à-dire déterminer son comportement pour différents cas de figure. Nous avons ainsi utilisé les cartographies de sensibilité pour représenter des variations de configurations expérimentales telles que des pièces de différents matériaux et l'impact de l'incertitude de l'épaisseur de colle sur la sensibilité du capteur. Actuellement la sensibilité des capteurs est déterminée de manière expérimentale sur des blocs de test en acier. La simulation de la sensibilité des capteurs permet quant à elle une grande souplesse en termes de configuration, qu'il s'agisse de la géométrie test ou du matériau constitutif pris en compte.

Enfin nous avons abordé le point de vue d'un fabricant en phase de conception de capteur. Nous avons ainsi pu exploiter les cartographies de sensibilité comme critère permettant l'optimisation de deux configurations, chacune ayant un but différent.

Ainsi, les différents exemples présentés dans ce chapitre ont permis d'illustrer la variété d'applications envisageables pour les cartographies de sensibilité tout au long du cycle de vie du capteur.



---

# Conclusion

---

## PRINCIPAUX RÉSULTATS

Le travail présenté dans ce mémoire de thèse s'inscrit dans le cadre du développement d'un simulateur de contrôle non-destructif par émission acoustique. Ce simulateur a vu le développement de modèles de source d'émission acoustique, d'un modèle de rayonnement de ces sources et de propagation des ondes élastiques dans les plaques fines (les ondes reçues se propageant comme des ondes guidées) ou épaisses (les ondes reçues se propageant alors comme des ondes de Rayleigh) mais ne bénéficiait pas encore du développement d'un modèle précis de la réception des ondes par les capteurs. Aucun modèle de la littérature ne permettait de simuler rapidement la sensibilité ou la réponse d'un capteur d'émission acoustique ; au mieux, la réponse d'un capteur soumis à une onde incidente quelconque a pu être simulée à l'aide de codes de calculs éléments finis 3D utilisant d'éventuelles symétries. Si ce type de simulations permet de prédire précisément le comportement d'un capteur, c'est au prix d'un calcul EF 3D pour chaque configuration de réception, à répéter donc pour chaque nouvelle simulation d'un contrôle, le temps de calcul pouvant être très long sur un poste de travail standard, comme nous avons pu le constater au chapitre 4. Toutes ces caractéristiques font qu'il ne peut pas être fait systématiquement appel à ce type de calcul dans un simulateur devant pouvoir être utilisable intensivement industriellement pour les besoins d'études par simulation telles qu'elles sont couramment réalisées avec CIVA pour les contrôles par ultrasons, par courant de Foucault ou radiographiques.

Ainsi, dans le but de développer les moyens d'une simulation globale d'un contrôle par émission acoustique qui soit à la fois rapide (comprendre, un temps d'exécution situé entre le temps réel et quelques minutes de calculs sur un poste de travail standard) et précise, nos travaux ont porté sur le développement d'un modèle dont l'utilisation finale devait être peu coûteuse en calcul et qui reproduise fidèlement le comportement des capteurs d'émission acoustique.

Nous avons développé et présenté dans ce manuscrit une expression de la tension du capteur en réception qui se base sur le principe de réciprocité électromécanique. Cette formulation exacte met en relations croisées deux situations élastodynamiques impliquant le capteur, l'une en émission et l'autre en réception. La configuration en réception est la configuration d'intérêt pour laquelle on cherche à simuler la réponse du capteur tandis que la configuration en émission est constituée du capteur utilisé comme émetteur d'un champ positionné à la surface d'un milieu semi-infini. Cette formulation présente l'avantage d'être générique, c'est-à-dire qu'elle est valable pour tout type de capteur piézoélectrique et ne fait aucune hypothèse concernant la nature du milieu de la pièce (isotrope, anisotrope, ...). L'un des inconvénients de

cette expression réside dans le fait que la configuration en réception doit prendre en compte la présence du capteur, conduisant à nouveaux à utiliser des calculs par éléments finis 3D.

Pour pallier cette difficulté, une formulation approchée a pu être dérivée de l'expression exacte de la réponse du capteur afin de considérer non plus une configuration de réception en présence du capteur mais en l'absence de celui-ci. En s'affranchissant de la présence du capteur, cette configuration permet de lier le modèle de prédiction de la réponse d'un capteur à tout type de modèle de propagation d'onde dans un milieu. Par exemple, il est tout à fait possible d'utiliser un modèle de lancer de rayons pour calculer le champ ultrasonore dans la pièce et de se servir des résultats de ce calcul comme donnée d'entrée de l'expression de la réponse du capteur.

Les quantités électromécaniques calculées dans la configuration en émission dans la formulation exacte permettent de déterminer deux coefficients de sensibilité, l'un représentant la sensibilité du capteur au déplacement particulaire et l'autre à la traction. Ainsi, nous avons montré au chapitre 2 que la sensibilité au déplacement d'un capteur en réception peut s'écrire comme le rapport entre la traction sur sa face avant et l'intensité électrique lorsque ce capteur est utilisé en émetteur. De même, le coefficient de sensibilité à la traction peut s'écrire comme le rapport du déplacement particulaire sur la face avant et de l'intensité, toujours lorsque le capteur est utilisé en émetteur. Dans le cas de la formulation approchée, seule la sensibilité au déplacement est utilisée.

Les configurations en émission sont toujours constituées du capteur à étudier sur un milieu semi-infini, afin de ne pas perturber le calcul de sa sensibilité intrinsèque par des réflexions intervenant dans la pièce. Ces configurations sont indépendantes de la géométrie de la pièce en réception et du type de source présent dans celle-ci ; cependant elles ne sont pas indépendantes des matériaux utilisés. Par conséquent, dans l'idée d'utiliser une base de données pré-calculée de la sensibilité des capteurs d'EA pour gagner en performances de calcul final complet, il est nécessaire de constituer cette base de données comme un ensemble de résultats calculés pour différents triplets capteur – matériau du couplant – matériau de la pièce. Bien que la constitution d'une telle base puisse sembler contraignante, il faut cependant noter que la plupart des applications industrielles de l'émission acoustique se font avec des pièces ou des structures constituées d'acier ou d'aluminium. De plus les différents types de capteurs utilisés industriellement et de milieux couplants utilisés en pratique sont en nombres restreints.

Pour répondre à la contrainte de rapidité, nous avons tout d'abord cherché à obtenir les déplacement et traction en émission à l'interface capteur-pièce par un modèle unidimensionnel en accord avec les hypothèses couramment utilisées dans les expériences de calibration des capteurs d'émission acoustique. Les comparaisons des résultats fournis par ce modèle avec des résultats fournis par la simulation EF d'un capteur dans toute sa complexité ont cependant montré que cette approche est inapplicable et que les hypothèses couramment admises, voulant que les effets de diffraction dus à la taille finie du capteur soient négligeables et que le capteur soit uniquement sensible aux composantes normales des champs élastodynamiques, ne sont pas valides dans la plage de fréquence d'intérêt de la plupart des capteurs résonnants.

Les modèles unidimensionnels s'étant avérés inadaptés, nous avons développé au chapitre 4 une configuration éléments finis 2D axisymétrique du capteur CETIM qui nous a permis d'étudier les deux formulations de la réponse d'un capteur obtenues à l'aide du principe de

réciprocité électromécanique, l'exacte et l'approchée. Nous avons pu valider numériquement et expérimentalement les résultats simulés à l'aide de la formulation approchée. Les variations de certains paramètres de cette configuration ont permis de démontrer la nécessité d'être le plus précis possible concernant les paramètres physiques des matériaux utilisés et les dimensions des constituants du capteur. De plus, la modélisation 2D axisymétrique du capteur en émission nous a permis de représenter les coefficients de sensibilité sous la forme de cartographies dépendantes de la fréquence et de la position sur la face avant. Le choix d'un capteur pour une application peut ainsi se faire au travers de leurs cartographies de sensibilité respective en sélectionnant, par exemple, un capteur ayant une sensibilité maximale plus importante ou une réponse en fréquence plus uniforme.

Finalement, les cartographies de sensibilité de chaque combinaison capteur – matériau du couplant – matériau de la pièce peuvent être stockées dans une base de données de sensibilité accessible rapidement pour une simulation globale d'un contrôle par émission acoustique.

## PERSPECTIVES ET DISCUSSION

Les travaux développés au cours de cette thèse vont, dans un premier temps, venir en complément des travaux précédents, concernant la simulation des sources d'émission acoustique et de la propagation des ondes dans les plaques, dans le but de concevoir un module de simulation de contrôle par émission acoustique dans le logiciel CIVA.

Dans ce but, la création d'une base de données comportant les principaux capteurs industriels est nécessaire. La structure de la base de données ainsi que certaines configurations concernant le capteur CETIM ont déjà été mises en place mais une utilisation dans un cadre industriel nécessite qu'une plus grande variété de capteurs soit traitée.

D'un point de vue applicatif, nous avons montré au chapitre 6 que les cartographies de sensibilité peuvent être utilisées tout au long du cycle de vie d'un capteur, que ce soit lors de sa conception ou lors de son utilisation par un opérateur. Cet outil offre notamment un solide critère permettant d'optimiser, grâce à la simulation, la conception d'un capteur, qu'il s'agisse de sa géométrie ou des matériaux utilisés pour sa fabrication.

Les résultats obtenus grâce à formulation établie par nos travaux de la sensibilité d'un capteur nous amène finalement à considérer que l'objectif visant à rendre la méthode de contrôle par émission acoustique plus quantitative ne peut être atteint qu'au moyen d'une prise en compte rigoureuse de la réalité des capteurs, voire, qu'à la condition de passer par une étape préalable d'amélioration des capteurs.



---

# Bibliographie

---

- [1] A. Lhémy, M. Ben Tahar, F. Foucher, A. Mesinele, P. Recolin and F. Zhang, « Emission acoustique: simulation des contrôles—le projet ANR MACSIM », actes du Congrès COFREND 2011, publié en ligne  
<http://www.ndt.net/article/cofrend2011/papers/237.pdf>.
- [2] G. Hello, M. Ben Tahar, and J.-M. Roelandt, “Analytical determination of coefficients in crack-tip stress expansions for a finite crack in an infinite plane medium,” *Int. J. Solids Struct.*, **49** (2012), 556-566.
- [3] W. B. Khalifa, *Modélisation de la propagation et de la réception des ondes élastiques émises par un défaut sous contrainte. Application à la simulation des contrôles non destructifs par émission acoustique*, thèse de doctorat de l’Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambresis, 2013.
- [4] W. B. Khalifa, K. Jezzine, S. Grondel, G. Hello, and A. Lhémy, “Modeling of the Far-field Acoustic Emission from a Crack under Stress,” *J. Acoust. Emis.* **30** (2012), 137–152.
- [5] R. K. Miller and P. McIntire, *Nondestructive Testing Handbook - Acoustic Emission Testing* (American Society for Nondestructive Testing, 1987).
- [6] J. Czochralski, “Die Metallographie des Zinns und die Theorie des Formänderung bildsamer Metalle,” *Met. Erz.*, XIII (N. F. IV), n° 18, (1916), 381-393.
- [7] A. Portevin et F. Le Chatelier, “Sur un phénomène observé lors de l’essai de traction d’alliages en cours de transformation,” *CR Acad. Sc.* **176** (1923), 507-510.
- [8] J. Kaiser, *Untersuchungen über das Auftreten von Geräuschen beim Zugversuch*, PhD thesis, Technisch Hochschule München, München, Allemagne, 1950.
- [9] J. E. Srawley and J. B. Esgar, “Investigation of hydrotest failure of Thiokol Chemical Corporation 260-inch-diameter SL-1 motor case,” NASA report TM X-1194 , 1966.
- [10] J. F. Knott, *Fundamentals of Fracture Mechanics*, (Butterworth, 1973).
- [11] T. Le Gall, *Simulation de l’émission acoustique: Aide à l’identification de la signature acoustique des mécanismes d’endommagement*, thèse de doctorat de l’Université de Lyon, 2016.
- [12] N. N. Hsu and F. R. Breckenridge, “Characterization and calibration of acoustic emission sensors,” *Mater. Eval.* **39** (1981), 60-68.
- [13] M. G. R. Sause, “Investigation of pencil-lead breaks as acoustic emission sources,” *J. Acoust. Emis.* **29** (2011), 184-196.

- [14] I. A. Viktorov, *Rayleigh and Lamb Waves, Physical Theory and Applications* (Springer US, 1967).
- [15] D. Royer and D. Clorennec, "An improved approximation for the Rayleigh wave equation," *Ultrasonics* **46** (2007), 23-24.
- [16] J.-P. Favre and J.-C. Laizet, "Amplitude and counts per event analysis of the acoustic emission generated by the transverse cracking of cross-ply CFRP," *Compos. Sci. Technol.* **36** (1989), 27-43.
- [17] Y. A. Dzenis and J. Qian, "Analysis of microdamage evolution histories in composites," *Int. J. Solids Struct.* **38** (2001), 1831-1854.
- [18] J. Roget, *Essais non destructifs: L'émission acoustique. Mise en œuvre et applications* (AFNOR-CETIM, 1988).
- [19] H. Inaba, "AE Sensor (AE Transducer)," in *Practical Acoustic Emission testing* (Springer, Japan, 2016), 35-43.
- [20] T. M. Proctor, "An improved piezoelectric acoustic emission transducer," *J. Acoust. Soc. Am.*, **71** (1982), 1163-1168.
- [21] L. Goujon and J.-C. Baboux, "Behaviour of acoustic emission sensors using broadband calibration techniques," *Meas. Sci. Technol.* **14** (2003), 903-908.
- [22] M. G. R. Sause, M. A. Hamstad and S. Horn, "Finite emission modeling of conical acoustic emission sensors and corresponding experiments," *Sens. Actuators A: Phys.* **184** (2012), 64-71.
- [23] O. Cervená and P. Hora, "Analysis of the conical piezoelectric acoustic emission transducer," *Appl. Comput. Mech.* **2** (2008), 13-24.
- [24] M. Greenspan, "The NBS conical transducer: Analysis," *J. Acoust. Soc. Am.* **81** (1987), 173-183.
- [25] Y.-C. Lee and Z. Lin, "Miniature piezoelectric conical transducer: Fabrication, evaluation and application," *Ultrasonics* **44** (2006), 693-697.
- [26] C. B. Scruby, "An introduction to acoustic emission," *J. Phys. E: Sc. Instr.* **20** (1987), 946-953.
- [27] K. Ono, "Calibration methods of acoustic emission sensors," *Materials* **9** (2016), 508-545.
- [28] K. Ono, "Correction: Ono, K. Calibration methods of acoustic emission sensors. *Materials* **9**, 2016), 508," *Materials*, **9** (2016), 784.
- [29] T. Monnier, D. Seydou, N. Godin and F. Zhang, "Primary calibration of acoustic emission sensors by the method of reciprocity, theoretical and experimental considerations," *J. Acoust. Emiss.* **30** (2012), 152-166.
- [30] F. R. Breckenridge, C. E. Tschiegg and M. Greenspan, "Acoustic emission: some applications of Lamb's problem," *J. Acoust. Soc. Am.* **57** (1975), 626-631.

- 
- [31] J. Kepert and P. Benes, "Progress in primary calibration of acoustic emission sensors," in *Proc. of Acoustics 08 Paris* (2008), 3596-3600.
  - [32] C. L. Pekeris, "The seismic surface pulse," *Proc. Natl. Acad. Sci.* **41** (1955), 469-480.
  - [33] B. Burks, "Re-examination of NIST acoustic emission sensor calibration: Part I—Modeling the loading from glass capillary fracture," *J. Acoust. Emis.* **29** (2011), 167-174.
  - [34] M. A. Hamstad, "Re-examination of NIST acoustic emission sensor calibration: Part II—Finite element modeling of acoustic emission signal from glass capillary fracture," *J. Acoust. Emis.* **29** (2011), 175-183.
  - [35] H. Hatano and E. Mori, "Acoustic-emission transducer and its absolute calibration," *J. Acoust. Soc. Am.* **59** (1976), 344-349.
  - [36] ASTM International, « Standard Practice for Secondary Calibration of Acoustic Emission Sensors », ASTM E1781-98, 2003.
  - [37] D. Xiao, Z. Zhang, H. Ren, B. Yang, Q. Pan and C. Xu, "Calibration principle for acoustic emission sensor sensitivity," in *Advances in Acoustic Emission Technology*, vol. 158, eds. G. Shen, Z. Wu, and J. Zhang (New York, Springer, 2015), p. 33-45.
  - [38] D. Royer et E. Dieulesaint, *Ondes élastiques dans un solide* (Masson, Paris, 1996).
  - [39] J.-F. de Belleval, M. Castaings, Ph. Gagniol, C. Potel, « Milieux homogènes et homogènes stratifiés - Modèles linéaires de propagation », in M. Bruneau et C. Potel eds., *Matériaux et Acoustique 1 - Propagation des ondes acoustiques*. (Lavoisier, Paris, 2006).
  - [40] B. A. Auld, "General electromechanical reciprocity relations applied to the calculation of elastic wave scattering coefficients," *Wave Motion* **1** (1979), 3-10.
  - [41] V. Varatharajulu, "Reciprocity relations and forward amplitude theorems for elastic waves," *J. Math. Phys.* **18** (1977), 537-543.
  - [42] J. D. Achenbach, "Reciprocity and related topics in elastodynamics," », *Appl. Mech. Rev.* **59** (2006), 13-32.
  - [43] L. L. Foldy and H. Primakoff, "A general theory of passive linear electroacoustic transducers and the electroacoustic reciprocity theorem - part I," *J. Acoust. Soc. Am.* **17** (1945), 109-120.
  - [44] H. Primakoff and L. L. Foldy, "A general theory of passive linear electroacoustic transducers and the electroacoustic reciprocity theorem. II," *J. Acoust. Soc. Am.* **19** (1947), 50-58.
  - [45] B. A. Auld, "Application of microwave concepts to the theory of acoustic fields and waves in solids," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* **MTT-17** (1969), 800-811.
  - [46] M. Kobayashi and T. Sugita, "Complex Reciprocity Theorem for Multiregions, with Piezoelectric Media and Surface Impedance," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* **27** (1979), 343-345.
  - [47] L. W. Schmerr Jr, C. Dang and A. Sedov, "Electromechanical modeling of ultrasonic transducers," *Review of Progress in QNDE* **17**, ed. D. O. Thompson and D. E. Chimenti (Springer, 1998), p. 891-898.

- [48] Standards Committee of the IEEE Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control Society. *IEEE Standard on piezoelectricity* (IEEE, 1987).
- [49] C. Dang, L. W. Schmerr and A. Sedov, "Modeling and measuring all the elements of an ultrasonic nondestructive evaluation system I: Modeling foundations," *Res. Nondestruct. Eval.* **14** (2002), 141-176.
- [50] F. Lanza di Scalea, H. Matt and I. Bartoli, "The response of rectangular piezoelectric sensors to Rayleigh and Lamb ultrasonic waves," *J. Acoust. Soc. Am.* **121** (2007), 175-187.
- [51] W. T. Thomson, "Transmission of elastic waves through a stratified solid medium," *J. Appl. Phys.* **21** (1950), 89-93.
- [52] N. A. Haskell, « The dispersion of surface waves on multilayered media », *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 1953.
- [53] L. Wang and S. I. Rokhlin, "Stable reformulation of transfer matrix method for wave propagation in layered anisotropic media," *Ultrasonics* **39** (2001), 413-424.
- [54] R. P. Shaw and P. Bugl, "Transmission of plane waves through layered linear viscoelastic media," *J. Acoust. Soc. Am.* **46** (1969), 649-654.
- [55] M. Fehler, "Interaction of seismic waves with a viscous liquid layer," *Bull. Seismol. Soc. Am.* **72** (1982), 55-72.
- [56] D. Lévesque and L. Piché, "A robust transfer matrix formulation for the ultrasonic response of multilayered media," *J. Acoust. Soc. Am.* **92** (1992), 452-467.
- [57] T. M. Louw, T. C. Jackson, A. Subramanian and H. J. Viljoen, "Simulation of acoustic fields in fluid-, solid- and porous layers by the combined transfer matrix/angular spectrum approach with applications in bioacoustics," *Wave Motion* **56** (2015), 122-136.
- [58] E. A. Kraut, "New mathematical formulation for piezoelectric wave propagation," *Phys. Rev.* **188** (1969), 1450-1455.
- [59] B. Honein, A. M. B. Braga, P. Barbone and G. Herrmann, "Wave propagation in piezoelectric layered media with some applications," *J. Intell. Mater. Syst. Struct.* **2** (1991), 542-557.
- [60] E. L. Adler, "SAW and pseudo-SAW properties using matrix methods," *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, **UFFC-41** (1994), 699-705.
- [61] L. Wang and S. I. Rokhlin, "A compliance/stiffness matrix formulation of general Green's function and effective permittivity for piezoelectric multilayers," *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control* **UFFC-51** (2004), 453-463.
- [62] M. J. Lowe, "Matrix techniques for modeling ultrasonic waves in multilayered media," *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*. **UFFC-42** (1995), 525-542.
- [63] R. Hill and S. M. El-Dardiry, "A theory for optimization in the use of acoustic emission transducers," *J. Acoust. Soc. Am.* **67** (1980), 673-682.
- [64] R. Hill and S. M. A. El-Dardiry, "Variables in the use and design of acoustic emission transducers," *Ultrasonics* **19** (1981), 9-16.

- 
- [65] A. H. Fahmy and E. L. Adler, "Propagation of acoustic surface waves in multilayers: A matrix description," *Appl. Phys. Lett.* **22** (1973), 495-497.
  - [66] H. Kamioka, "Elastic behaviour of Salol during melting and solidification processes," *Jpn. J. Appl. Phys.* **32** (1993), 2216-2219.
  - [67] COMSOL Multiphysics® v. 5.2, *Structural Mechanics Module User's Guide*. COMSOL AB, 2015.
  - [68] M. Cohen and P. Jennings, *Silent boundary methods for transient analysis*, PhD thesis, California Institute of Technology, Pasadena, California, 1981.
  - [69] A. Erturk and D. J. Inman, *Piezoelectric energy harvesting*. (Wiley, Chichester 2011).
  - [70] T. Acc, "How can Acoustic Emission signals be used in condition monitoring and diagnosis of diesel engine condition?" *Adv. Automob. Eng.* **1** n°S1 (2016), doi:10.4172/2167-7670.S1-002.
  - [71] D. K. Lemon, "A review of advanced acoustic emission sensors," report ADA098989 Pacific Northwest Labs (Richland WA), 1981. <http://www.dtic.mil/get-tr-doc/pdf?AD=ADA098989>
  - [72] B. Hosten and M. Castaings, "Finite elements methods for modeling the guided waves propagation in structures with weak interfaces," *J. Acoust. Soc. Am.* **117** (2005), 1108-1113.
  - [73] M. Castaings, E. Siryabe, M. Renier, A. Meziane and J. Galy, "Ultrasonic characterization of cohesive and adhesive properties of adhesive bonds," *J. Acoust. Soc. Am.* **138** (2015), 1766-1766.
  - [74] M. G. R. Sause, *Identification of failure mechanisms in hybrid materials utilizing pattern recognition techniques applied to acoustic emission signals* (Mensch und Buch Verlag, 2010).
  - [75] M. G. R. Sause and S. Horn, "Influence of specimen geometry on acoustic emission signals in fiber reinforced composites: FEM-simulations and experiments," in *Conf. Proc. 29th European Conf. on Acoustic Emission Testing, Vienna, Austria, 2010* [http://www.ndt.net/article/ewgae2010/papers/49\\_Sause.pdf](http://www.ndt.net/article/ewgae2010/papers/49_Sause.pdf)
  - [76] M. J. Lowe, *Plate waves for the NDT of diffusion bonded titanium*, PhD thesis, University of London, London, England, 1992.



---

## Annexe A.

# Calcul de la matrice de passage $Dn$ pour les milieux isotropes

---

Cette annexe a pour but de développer les étapes de calculs permettant d'obtenir les matrices de passage pour les milieux isotropes. Pour cela nous exprimerons le vecteur d'état (vecteur déplacements-contraintes) pour un milieu isotrope en fonction des amplitudes des potentiels des ondes longitudinales (L) et transversales (S).

### DÉPLACEMENT PARTICULAIRE

En partant des expressions suivantes :

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_L &= \nabla \phi = \begin{pmatrix} -k_1 \\ -k_2 \\ 0 \end{pmatrix} A_L e^{i(\omega t - kx)}, \\ \mathbf{u}_S &= \nabla \wedge \Psi = \begin{pmatrix} -k_2 \\ k_1 \\ 0 \end{pmatrix} A_S e^{i(\omega t - kx)}, \end{aligned}$$

on pose  $g_\alpha = e^{-ik_2^L x_2}$  et  $g_\beta = e^{-ik_2^S x_2}$ . Par la suite nous omettrons le facteur  $e^{i\omega t}$  pour plus de concision. Nous avons donc :

$$\begin{aligned} \nabla \phi_+ &= \begin{pmatrix} -k_1 \\ -k_2^L \\ 0 \end{pmatrix} A_{L+} g_\alpha, & \nabla \phi_- &= \begin{pmatrix} -k_1 \\ k_2^L \\ 0 \end{pmatrix} \frac{A_{L-}}{g_\alpha}, \\ \nabla \wedge \Psi_+ &= \begin{pmatrix} -k_2^S \\ k_1 \\ 0 \end{pmatrix} A_{S+} g_\beta, & \nabla \wedge \Psi_- &= \begin{pmatrix} k_2^S \\ k_1 \\ 0 \end{pmatrix} \frac{A_{S-}}{g_\beta}. \end{aligned}$$

Posons  $c_\alpha = k_2^L$ , et  $c_\beta = k_2^S$ . Nous avons donc pour  $u_1$  et  $u_2$  :

$$\begin{aligned} u_1 &= -k_1 g_\alpha A_{L+} - \frac{k_1}{g_\alpha} A_{L-} - c_\beta g_\beta A_{S+} + \frac{c_\beta}{g_\beta} A_{S-}, \\ u_2 &= -c_\alpha g_\alpha A_{L+} + \frac{c_\alpha}{g_\alpha} A_{L-} + k_1 g_\beta A_{S+} + \frac{k_1}{g_\beta} A_{S-}. \end{aligned}$$

Soit en notation matricielle :

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -k_1 g_\alpha & -\frac{k_1}{g_\alpha} & -c_\beta g_\beta & \frac{c_\beta}{g_\beta} \\ -c_\alpha g_\alpha & +\frac{c_\alpha}{g_\alpha} & k_1 g_\beta & \frac{k_1}{g_\beta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_{L+} \\ A_{L-} \\ A_{S+} \\ A_{S-} \end{pmatrix}$$

## CONTRAINTES

Le tenseur des contraintes dans les milieux isotropes est donné par la relation :

$$\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) = \lambda \operatorname{div}(\mathbf{u}) \mathbf{Id} + 2\mu \mathbf{S}(\mathbf{u})$$

Avec  $\lambda, \mu$  les paramètres de Lamé,  $\mathbf{Id}$  la matrice identité et :

$$\begin{aligned} \operatorname{div}(\mathbf{u}) &= \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \\ S_{ij}(\mathbf{u}) &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \end{aligned}$$

Calculons à présent les expressions des dérivées du déplacement particulaire :

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_1^{L+}}{\partial x_1} &= i k_1^2 g_\alpha A_{L+}, & \frac{\partial u_1^{L-}}{\partial x_1} &= i \frac{k_1^2}{g_\alpha} A_{L-}, \\ \frac{\partial u_1^{S+}}{\partial x_1} &= i c_\beta k_1 g_\beta A_{S+}, & \frac{\partial u_1^{S-}}{\partial x_1} &= -i \frac{c_\beta k_1}{g_\beta} A_{S-}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_2^{L+}}{\partial x_2} &= i c_\alpha^2 g_\alpha A_{L+}, & \frac{\partial u_2^{L-}}{\partial x_2} &= i \frac{c_\alpha^2}{g_\alpha} A_{L-}, \\ \frac{\partial u_2^{S+}}{\partial x_2} &= -i c_\beta k_1 g_\beta A_{S+}, & \frac{\partial u_2^{S-}}{\partial x_2} &= i \frac{c_\beta k_1}{g_\beta} A_{S-}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_1^{L+}}{\partial x_2} &= i k_1 c_\alpha g_\alpha A_{L+}, & \frac{\partial u_1^{L-}}{\partial x_2} &= -i \frac{k_1 c_\alpha}{g_\alpha} A_{L-}, \\ \frac{\partial u_1^{S+}}{\partial x_2} &= i c_\beta^2 g_\beta A_{S+}, & \frac{\partial u_1^{S-}}{\partial x_2} &= i \frac{c_\beta^2}{g_\beta} A_{S-}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_2^{L+}}{\partial x_1} &= i c_\alpha k_1 g_\alpha A_{L+}, & \frac{\partial u_2^{L-}}{\partial x_1} &= -i \frac{c_\alpha k_1}{g_\alpha} A_{L-}, \\ \frac{\partial u_2^{S+}}{\partial x_1} &= -i k_1^2 g_\beta A_{S+}, & \frac{\partial u_2^{S-}}{\partial x_1} &= -i \frac{k_1^2}{g_\beta} A_{S-}. \end{aligned}$$

Ainsi nous avons :

$$\begin{aligned} \operatorname{div}(\mathbf{u}) &= i g_\alpha (k_1^2 + c_\alpha^2) A_{L+} + \frac{i}{g_\alpha} (k_1^2 + c_\alpha^2) A_{L-} + i g_\beta (c_\beta k_1 - c_\beta k_1) A_{S+} + \frac{i}{g_\beta} (c_\beta k_1 - c_\beta k_1) A_{S-} \\ &= i g_\alpha (k_1^2 + c_\alpha^2) A_{L+} + \frac{i}{g_\alpha} (k_1^2 + c_\alpha^2) A_{L-} \end{aligned}$$

Comme  $\lambda = \rho(\alpha^2 - 2\beta^2)$ ,  $|\vec{k}|c = \omega$  et en posant  $B = \omega^2 - 2\beta^2 k_1^2$ , nous pouvons écrire :

$$\begin{aligned}
\lambda \operatorname{div}(\mathbf{u}) &= \rho(\alpha^2 - 2\beta^2)i(k_1^2 + c_\alpha^2)\left(g_\alpha A_{L+} + \frac{A_{L-}}{g_\alpha}\right) \\
&= i\rho\alpha^2(k_1^2 + c_\alpha^2)\left(g_\alpha A_{L+} + \frac{A_{L-}}{g_\alpha}\right) - 2i\rho\beta^2(k_1^2 + c_\alpha^2)\left(g_\alpha A_{L+} + \frac{A_{L-}}{g_\alpha}\right) \\
&= i\rho\omega^2\left(g_\alpha A_{L+} + \frac{A_{L-}}{g_\alpha}\right) - 2i\rho\beta^2(k_1^2 + c_\alpha^2)\left(g_\alpha A_{L+} + \frac{A_{L-}}{g_\alpha}\right) \\
&= i\rho(\omega^2 - 2\beta^2k_1^2 - 2\beta^2c_\alpha^2)\left(g_\alpha A_{L+} + \frac{A_{L-}}{g_\alpha}\right) \\
&= i\rho(B - 2\beta^2c_\alpha^2)\left(g_\alpha A_{L+} + \frac{A_{L-}}{g_\alpha}\right)
\end{aligned}$$

Sachant que  $= \rho\beta^2$ , que les quantités d'intérêt sont celles qui sont continues aux interfaces ( $\sigma_{12}, \sigma_{22}$  pour la contrainte) nous avons :

$$\begin{aligned}
\sigma_{12} &= \mu S_{12} \\
\sigma_{12} &= \rho\beta^2\left(ik_1c_\alpha g_\alpha A_{L+} + ic_\alpha k_1 g_\alpha A_{L+} - i\frac{k_1c_\alpha}{g_\alpha}A_{L-} - i\frac{c_\alpha k_1}{g_\alpha}A_{L-} + ic_\beta^2 g_\beta A_{S+} - ik_1^2 g_\beta A_{S+} \right. \\
&\quad \left. + i\frac{c_\beta^2}{g_\beta}A_{S-} - i\frac{k_1^2}{g_\beta}A_{S-}\right) \\
\sigma_{12} &= 2i\rho\beta^2k_1c_\alpha g_\alpha A_{L+} - 2i\rho\beta^2\left(\frac{k_1c_\alpha}{g_\alpha}\right)A_{L-} + i\rho\beta^2g_\beta(c_\beta^2 - k_1^2)A_{S+} + \frac{i\rho\beta^2}{g_\beta}(c_\beta^2 - k_1^2)A_{S-} \\
\sigma_{12} &= 2i\rho\beta^2k_1c_\alpha\left(g_\alpha A_{L+} - \frac{A_{L-}}{g_\alpha}\right) + i\rho\beta^2(c_\beta^2 + k_1^2 - 2k_1^2)\left(g_\beta A_{S+} - \frac{A_{S-}}{g_\beta}\right) \\
\sigma_{12} &= 2i\rho\beta^2k_1c_\alpha\left(g_\alpha A_{L+} - \frac{A_{L-}}{g_\alpha}\right) + i\rho(\beta^2|\vec{k}|^2 - 2\beta^2k_1^2)\left(g_\beta A_{S+} - \frac{A_{S-}}{g_\beta}\right) \\
\sigma_{12} &= 2i\rho\beta^2k_1c_\alpha\left(g_\alpha A_{L+} - \frac{A_{L-}}{g_\alpha}\right) + i\rho(\omega^2 - 2\beta^2k_1^2)\left(g_\beta A_{S+} - \frac{A_{S-}}{g_\beta}\right) \\
\sigma_{12} &= 2i\rho\beta^2k_1c_\alpha g_\alpha A_{L+} - \frac{2i\rho\beta^2k_1c_\alpha}{g_\alpha}A_{L-} + i\rho B g_\beta A_{S+} + \frac{i\rho B}{g_\beta}A_{S-}
\end{aligned}$$

Enfin, exprimons la contrainte normale  $\sigma_{22}$  en fonction des amplitudes des potentiels des ondes L et S :

$$\begin{aligned}
\sigma_{22} &= \lambda \operatorname{div}(\mathbf{u}) + 2\mu S_{22} \\
\sigma_{22} &= \lambda \operatorname{div}(\mathbf{u}) + 2\rho\beta^2\left(ic_\alpha^2 g_\alpha A_{L+} + i\frac{c_\alpha^2}{g_\alpha}A_{L-} - ic_\beta k_1 g_\beta A_{S+} + i\frac{c_\beta k_1}{g_\beta}A_{S-}\right) \\
\sigma_{22} &= i\rho(B - 2\beta^2c_\alpha^2)\left(g_\alpha A_{L+} + \frac{A_{L-}}{g_\alpha}\right) + 2\rho\beta^2\left(ic_\alpha^2 g_\alpha A_{L+} + i\frac{c_\alpha^2}{g_\alpha}A_{L-} - ic_\beta k_1 g_\beta A_{S+} + i\frac{c_\beta k_1}{g_\beta}A_{S-}\right) \\
\sigma_{22} &= i\rho(B - 2\beta^2c_\alpha^2 + 2\beta^2c_\alpha^2)\left(g_\alpha A_{L+} + \frac{A_{L-}}{g_\alpha}\right) - 2i\rho\beta^2c_\beta k_1\left(g_\beta A_{S+} - \frac{A_{S-}}{g_\beta}\right) \\
\sigma_{22} &= i\rho B g_\alpha A_{L+} + \frac{i\rho B}{g_\alpha}A_{L-} - 2i\rho\beta^2c_\beta k_1 g_\beta A_{S+} + \frac{2i\rho\beta^2c_\beta k_1}{g_\beta}A_{S-}
\end{aligned}$$

Finalement nous obtenons la matrice de passage suivante, que nous noterons  $D$  :

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -k_1 g_\alpha & -\frac{k_1}{g_\alpha} & -c_\beta g_\beta & \frac{c_\beta}{g_\beta} \\ -c_\alpha g_\alpha & \frac{c_\alpha}{g_\alpha} & k_1 g_\beta & \frac{k_1}{g_\beta} \\ i\rho B g_\alpha & \frac{i\rho B}{g_\alpha} & -2i\rho k_1 \beta^2 c_\beta g_\beta & \frac{2i\rho k_1 \beta^2 c_\beta}{g_\beta} \\ 2i\rho k_1 \beta^2 c_\alpha g_\alpha & -\frac{2i\rho k_1 \beta^2 c_\alpha}{g_\alpha} & i\rho B g_\beta & \frac{i\rho B}{g_\beta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_{(L+)} \\ A_{(L-)} \\ A_{(S+)} \\ A_{(S-)} \end{pmatrix}$$

## DES MATRICES DE PASSAGE AUX COEFFICIENTS DES MATRICES DE COUCHES

Nous pouvons à présent déterminer une matrice de couche  $L_m$  par l'équation suivante :

$$L_m = D_m E_m^{-1}$$

Où  $E_m$  est la matrice de passage du milieu isotrope  $m$  à l'interface  $x_2 = 0$  et  $D_m$  cette matrice à l'interface suivante. Nous avons donc :

$$E_m = \begin{pmatrix} -k_1 & -k_1 & -c_\beta & c_\beta \\ -c_\alpha & c_\alpha & k_1 & k_1 \\ i\rho B & i\rho B & -2i\rho k_1 \beta^2 c_\beta & 2i\rho k_1 \beta^2 c_\beta \\ 2i\rho k_1 \beta^2 c_\alpha & -2i\rho k_1 \beta^2 c_\alpha & i\rho B & i\rho B \end{pmatrix}$$

$$E_m^{-1} = \frac{1}{\omega^2} \begin{pmatrix} -\beta^2 k_1 & -\frac{B}{2c_\alpha} & -\frac{i}{2\rho} & -\frac{ik_1}{2c_\alpha \rho} \\ -\beta^2 k_1 & \frac{B}{2c_\alpha} & -\frac{i}{2\rho} & \frac{ik_1}{2c_\alpha \rho} \\ -\frac{B}{2c_\beta} & \beta^2 k_1 & \frac{ik_1}{2c_\beta \rho} & -\frac{i}{2\rho} \\ \frac{B}{2c_\beta} & \beta^2 k_1 & -\frac{ik_1}{2c_\beta \rho} & -\frac{i}{2\rho} \end{pmatrix}$$

Les coefficients de la matrice  $L$  sont donnée par :

$$L_{11} = \frac{1}{\omega^2} \left( (-k_1 g_\alpha)(-\beta^2 k_1) + \left(-\frac{k_1}{g_\alpha}\right)(-\beta^2 k_1) + (-c_\beta g_\beta) \left(-\frac{B}{2c_\beta}\right) + \left(\frac{c_\beta}{g_\beta}\right) \left(\frac{B}{2c_\beta}\right) \right)$$

$$L_{11} = \frac{\beta^2 k_1^2}{\omega^2} \left( g_\alpha + \frac{1}{g_\alpha} \right) + \frac{B}{2\omega^2} \left( g_\beta + \frac{1}{g_\beta} \right)$$

$$L_{12} = \frac{1}{\omega^2} \left( (-k_1 g_\alpha) \left(-\frac{B}{2c_\alpha}\right) + \left(-\frac{k_1}{g_\alpha}\right) \left(\frac{B}{2c_\alpha}\right) + (-c_\beta g_\beta)(\beta^2 k_1) + \left(\frac{c_\beta}{g_\beta}\right)(\beta^2 k_1) \right)$$

$$L_{12} = \frac{k_1 B}{\omega^2} \left( g_\alpha - \frac{1}{g_\alpha} \right) + \frac{c_\beta k_1 \beta^2}{\omega^2} \left( -g_\beta + \frac{1}{g_\beta} \right)$$

$$L_{13} = \frac{1}{\omega^2} \left( (-k_1 g_\alpha) \left(-\frac{i}{2\rho}\right) + \left(-\frac{k_1}{g_\alpha}\right) \left(-\frac{i}{2\rho}\right) + (-c_\beta g_\beta) \left(\frac{ik_1}{2\rho c_\beta}\right) + \left(\frac{c_\beta}{g_\beta}\right) \left(-\frac{ik_1}{2\rho c_\beta}\right) \right)$$

$$L_{13} = \frac{ik_1}{2\rho \omega^2} \left( g_\alpha + \frac{1}{g_\alpha} - g_\beta - \frac{1}{g_\beta} \right)$$

$$\begin{aligned}
L_{14} &= \frac{1}{\omega^2} \left( (-k_1 g_\alpha) \left( -\frac{ik_1}{2c_\alpha \rho} \right) + \left( -\frac{k_1}{g_\alpha} \right) \left( \frac{ik_1}{2c_\alpha \rho} \right) + (-c_\beta g_\beta) \left( -\frac{i}{2\rho} \right) + \left( \frac{c_\beta}{g_\beta} \right) \left( -\frac{i}{2\rho} \right) \right) \\
L_{14} &= \frac{ik_1^2}{2c_\alpha \rho \omega^2} \left( g_\alpha - \frac{1}{g_\alpha} \right) + \frac{ic_\beta}{2\rho \omega^2} \left( g_\beta - \frac{1}{g_\beta} \right) \\
L_{21} &= \frac{1}{\omega^2} \left( (-c_\alpha g_\alpha) (-\beta^2 k_1) + \left( \frac{c_\alpha}{g_\alpha} \right) (-\beta^2 k_1) + (k_1 g_\beta) \left( -\frac{B}{2c_\beta} \right) + \left( \frac{k_1}{g_\beta} \right) \left( \frac{B}{2c_\beta} \right) \right) \\
L_{21} &= \frac{c_\alpha \beta^2 k_1}{\omega^2} \left( g_\alpha - \frac{1}{g_\alpha} \right) + \frac{k_1 B}{2c_\beta \omega^2} \left( -g_\beta + \frac{1}{g_\beta} \right) \\
L_{22} &= \frac{1}{\omega^2} \left( (-c_\alpha g_\alpha) \left( -\frac{B}{2c_\alpha} \right) + \left( \frac{c_\alpha}{g_\alpha} \right) \left( \frac{B}{2c_\alpha} \right) + (k_1 g_\beta) (\beta^2 k_1) + \left( \frac{k_1}{g_\beta} \right) (\beta^2 k_1) \right) \\
L_{22} &= \frac{B}{2\omega^2} \left( g_\alpha + \frac{1}{g_\alpha} \right) + \frac{k_1^2 \beta^2}{\omega^2} \left( g_\beta + \frac{1}{g_\beta} \right) \\
L_{23} &= \frac{1}{\omega^2} \left( (-c_\alpha g_\alpha) \left( -\frac{i}{2\rho} \right) + \left( \frac{c_\alpha}{g_\alpha} \right) \left( -\frac{i}{2\rho} \right) + (k_1 g_\beta) \left( \frac{ik_1}{2\rho c_\beta} \right) + \left( \frac{k_1}{g_\beta} \right) \left( -\frac{ik_1}{2\rho c_\beta} \right) \right) \\
L_{23} &= \frac{ic_\alpha}{2\rho \omega^2} \left( g_\alpha - \frac{1}{g_\alpha} \right) + \frac{ik_1^2}{2\rho c_\beta \omega^2} \left( g_\beta - \frac{1}{g_\beta} \right) \\
L_{24} &= L_{13} \\
L_{31} &= \frac{1}{\omega^2} \left( (i\rho B g_\alpha) (-\beta^2 k_1) + \left( \frac{i\rho B}{g_\alpha} \right) (-\beta^2 k_1) + (-2i\rho \beta^2 k_1 c_\beta g_\beta) \left( -\frac{B}{2c_\beta} \right) \right. \\
&\quad \left. + \left( \frac{2i\rho \beta^2 k_1 c_\beta}{g_\beta} \right) \left( \frac{B}{2c_\beta} \right) \right) \\
L_{31} &= \frac{i\rho B \beta^2 k_1}{\omega^2} \left( -g_\alpha - \frac{1}{g_\alpha} + g_\beta + \frac{1}{g_\beta} \right) \\
L_{32} &= \frac{1}{\omega^2} \left( (i\rho B g_\alpha) \left( -\frac{B}{2c_\alpha} \right) + \left( \frac{i\rho B}{g_\alpha} \right) \left( \frac{B}{2c_\alpha} \right) + (-2i\rho \beta^2 k_1 c_\beta g_\beta) (\beta^2 k_1) + \left( \frac{2i\rho \beta^2 k_1 c_\beta}{g_\beta} \right) (\beta^2 k_1) \right) \\
L_{32} &= \frac{i\rho B^2}{2c_\alpha \omega^2} \left( -g_\alpha + \frac{1}{g_\alpha} \right) + \frac{2i\rho \beta^4 k_1^2 c_\beta}{\omega^2} \left( -g_\beta + \frac{1}{g_\beta} \right) \\
L_{33} &= L_{22} \\
L_{34} &= L_{12} \\
L_{41} &= \frac{1}{\omega^2} \left( (2i\rho \beta^2 k_1 c_\alpha g_\alpha) (-\beta^2 k_1) + \left( -\frac{2i\rho \beta^2 k_1 c_\alpha}{g_\alpha} \right) (-\beta^2 k_1) + (i\rho B g_\beta) \left( -\frac{B}{2c_\beta} \right) \right. \\
&\quad \left. + \left( \frac{i\rho B}{g_\beta} \right) \left( \frac{B}{2c_\beta} \right) \right) \\
L_{41} &= \frac{2i\rho \beta^4 k_1^2 c_\alpha}{\omega^2} \left( -g_\alpha + \frac{1}{g_\alpha} \right) + \frac{i\rho B^2}{2c_\beta \omega^2} \left( -g_\beta + \frac{1}{g_\beta} \right) \\
L_{42} &= L_{31} \\
L_{43} &= L_{21} \\
L_{44} &= L_{11}
\end{aligned}$$



---

## Annexe B.

### Liste des matériaux

---

#### MATÉRIAUX ISOTROPES

	Module de Young (GPa)	Coefficient de Poisson	Masse volumique (kg/m <sup>3</sup> )	Source
Acier structurel	200	0.33	7850	[67]
Aluminium	70	0.33	2700	[67]
Époxy	3.24	0.3223	1170	[76]
Oxyde d'aluminium	400	0.22	3965	[67]
Salol	1.99	0.424	1180	[66]
Acier inoxydable	219	0.29	7970	[67]

#### MATÉRIAUX PIÉZOÉLECTRIQUES

Les propriétés des matériaux piézoélectriques [67] sont présentées sous la forme de trois matrices : La matrice des coefficients d'élasticité  $C$  en GPa, la matrice des constantes piézoélectriques  $e$  en C/m<sup>2</sup> et la matrice de permittivité relative  $\varepsilon$  :

$C$	$e^T$
$e$	$\varepsilon$

**PZT-5H :**

Masse volumique : 7500.0 kg/m<sup>3</sup>

127.2	80.2	84.6	0	0	0
80.2	127.2	84.6	0	0	0
84.6	84.6	117.4	0	0	0
0	0	0	22.9	0	0
0	0	0	0	22.9	0
0	0	0	0	0	23.4

0	0	-6.6
0	0	-6.6
0	0	23.2
0	17.0	0
17.0	0	0
0	0	0

0	0	0	0	17.0	0
0	0	0	17.0	0	0
-6.6	-6.6	23.2	0	0	0

1704.4	0	0
0	1704.4	0
0	0	1433.6

**PZT-5A :**

Masse volumique : 7750.0 kg/m<sup>3</sup>

120.3	75.2	75.1	0	0	0
75.2	120.3	75.1	0	0	0
75.1	75.1	110.9	0	0	0
0	0	0	21.1	0	0
0	0	0	0	21.1	0
0	0	0	0	0	22.2

0	0	-5.4
0	0	-5.4
0	0	15.8
0	12.3	0
12.3	0	0
0	0	0

0	0	0	0	12.3	0
0	0	0	12.3	0	0
-5.4	-5.4	15.8	0	0	0

919.1	0	0
0	919.1	0
0	0	826.6



**Titre :** Modélisation des capteurs d'émission acoustique en vue de la simulation d'un contrôle

**Mots clés :** Émission acoustique – capteur – simulation – sensibilité – réciprocité électromécanique

**Résumé :** Le contrôle non-destructif (CND) par émission acoustique (EA) permet la détection de la création ou de l'évolution de défauts. Il repose sur l'utilisation d'un ou plusieurs capteurs pouvant être installés de façon permanente à l'écoute d'événements pouvant se dérouler au sein de structures de grandes dimensions. Dans le cadre du développement d'un simulateur de CND/EA, cette thèse s'intéresse à la modélisation de la mesure par un capteur d'EA d'un champ d'ondes élastiques quelconque. Une formulation exacte, puis une formulation approchée qui en dérive, sont obtenues à partir du principe de réciprocité électromécanique, de la réponse d'un capteur d'EA à une onde. On démontre que le calcul précis de ces réponses ne peut pas être effectué sous les hypothèses simplificatrices couramment faites conduisant naturellement à un modèle unidimensionnel.

Au contraire, on démontre que pour les capteurs courants, du fait de leur conception visant à les rendre sensibles sur une large gamme de fréquences, les modes complexes de vibration de l'élément piézoélectrique et la propagation des ondes dans le boîtier du capteur influencent fondamentalement sa réponse. Un modèle éléments finis de capteur est proposé, validé expérimentalement et utilisé pour mener à bien des études paramétriques utiles à l'opérateur pour choisir un capteur, ou au fabricant de capteur pour en optimiser la conception. Une représentation de la sensibilité des capteurs d'EA est proposée beaucoup plus complète que ce qui est généralement connu des capteurs. Une stratégie de simulation reposant sur la constitution d'une base de données de ces sensibilités est développée.

**Title :** Modelling Acoustic Emission sensors for simulating an examination

**Keywords :** Acoustic emission – sensor – simulation – sensitivity – electromechanical reciprocity

**Abstract :** Nondestructive testing (NDT) by acoustic emission (AE) allows the detection of the formation or the evolution of defects. It relies on the use of one or several sensors that can be permanently attached to a large structure to listen to AE events that can happen. In the framework of the development of a tool for simulating NDT/AE, this thesis aims at modeling the measurement of arbitrary elastic wave field by AE sensor. An exact formulation, then an approximate one which derives from it, are obtained from the electromechanical reciprocity principle, of the response of an AE sensor to elastic waves. It is demonstrated that the accurate calculation of these responses cannot be made under the usual simplifying hypotheses which lead naturally to one-dimensional model.

Rather the opposite, it is demonstrated that for standard sensors conceived to be highly sensitive over a large bandwidth, complex vibration modes together with the sensor case influence fundamentally their response. A finite element model is proposed, experimentally validated and used to conduct parametric studies helpful for an operator choosing a sensor, for a manufacturer to optimally conceive sensors. A representation of AE sensor sensitivity is proposed, far more complete than what is usually known about sensors. A simulation strategy is developed relying on the formation of a database of sensor sensitivities.