

## Table des matières

Introduction .....	3
Chapitre I : Définitions et état de l'art.....	7
1. Propriétés d'un peigne de fréquences optiques .....	7
1.1. Principe du peigne de fréquences optiques .....	7
1.2. Stabilisation d'un peigne de fréquences optiques .....	11
2. Applications des peignes de fréquences optiques .....	12
3. Techniques de génération de peignes optiques .....	16
3.1. Lasers à blocage de modes.....	17
3.2. Peignes à base de modulateurs électro-optiques .....	17
3.3. Peignes par lasers à cascades quantiques .....	18
3.4. Peignes de fréquences à base de résonateurs passifs .....	18
4. Technologies pour les résonateurs passifs .....	22
4.1. Résonateurs à modes de galerie .....	22
4.2. Résonateurs intégrés à base de guides d'onde planaires.....	26
4.3. Résonateurs Fibrés .....	27
4.4. Récapitulatif .....	30
Chapitre II : Modélisation des résonateurs passifs pour l'étude des peignes Kerr .....	39
1. Modélisation de résonateurs passifs non linéaires .....	39
1.1. Cavité résonante.....	40
1.2. Coupleur d'accès.....	42
1.3. Attracteur d'Ikeda .....	43
2. Fonction de transfert d'un résonateur passif .....	45
2.1. Propagation linéaire .....	45
2.2. Facteur de qualité .....	49
2.3. Facteur d'accumulation de puissance .....	51
3. Effets de dispersion et impact sur la structure modale d'un résonateur .....	54
3.1. Effets de dispersion.....	54
3.2. Structure modale .....	56
4. Non linéarités de type Kerr .....	60
4.1. Accumulation de puissance dans les cavités passives non linéaires .....	61
4.2. Instabilité modulationnelle.....	64
Chapitre III : Formation de peignes Kerr dans les résonateurs avec couplage ponctuel .....	73
1. Résolution numérique de l'Attracteur d'Ikeda pour l'étude des peignes Kerr.....	73
1.1. Algorithme de résolution numérique .....	74

1.2. Résultats de simulations de balayage en fréquences.....	77
1.3. Génération déterministe de peignes de Type 2 .....	93
2. Oscillateur hyper-paramétrique optique.....	96
Génération de peignes Kerr de type I.....	98
2.1. Principe du montage .....	99
2.2. Stabilisation de la fréquence de pompe par une boucle Pound-Drever-Hall .....	99
Chapitre IV : Modélisation de résonateurs avec un couplage d'accès optimisé .....	111
1. Propriétés des résonateurs étudiés .....	112
1.1. Le nitrule de Silicium comme plateforme pour la génération de peignes Kerr... ..	112
1.1.1. Paramètres de propagation de la cavité en $\text{Si}_3\text{N}_4$ .....	113
1.1.2. Paramètres des coupleurs étudiés .....	114
1.2. Propriétés de transfert des résonateurs .....	117
1.2.1. Facteur de qualité et facteur d'accumulation de puissance .....	117
1.2.2. Structure Modale .....	119
2. Génération de peignes Kerr dans des résonateurs couplés verticalement.....	121
2.1. Balayage de la fréquence de pompe.....	122
2.2. Peignes Kerr en régime de soliton unique .....	124
2.3. Spectres de sortie .....	129
Conclusion Générale .....	134

## Introduction

Un peigne de fréquences optiques est un spectre formé de raies reparties de manière équidistante dans le domaine fréquentiel. Ces peignes de fréquences trouvent des applications dans de nombreux domaines tels que la spectroscopie de précision, l'optoélectronique pour la génération de signaux microondes de haute pureté spectrale et la synthèse de fréquence optiques.

Dans le domaine des télécommunications les peignes de fréquences fournissent des sources polychromatiques cohérentes générées par un seul système au lieu d'un réseau de lasers stabilisés. Plus récemment, des applications dans la physique quantique commencent à être explorées, telles que la génération de photons intriqués et l'étude expérimentale de phénomènes optiques quantiques.

Historiquement, le laser à verrouillage de modes est le système à l'origine des peignes de fréquences optiques. C'est ce type de générateur de peignes de fréquences qui a été utilisé par J. Hall et T. Hänsch pour la mise en place de l'auto-référencement d'un peigne de fréquences par la méthode f-2f, ce qui a donné lieu à leur attribution du prix Nobel de physique en 2005. La complexité et le fort encombrement du système ont cependant motivé la recherche de techniques de génération de peignes de fréquences par des méthodes présentant un meilleur potentiel d'intégration, ceci afin de réaliser des systèmes compacts et adresser des applications embarquées ou simplement transportables.

Différentes techniques de génération de peignes de fréquences ont été explorées telles que les lasers à verrouillage de modes fibrés, les peignes de fréquences par lasers à cascades quantiques et les systèmes à base de modulateurs optiques cascadés. Les micro-résonateurs et mini-résonateurs optiques ont naturellement émergé comme systèmes alternatifs grâce à leur compacité ainsi que leurs propriétés de sélectivité modale (filtrage) et d'accumulation de puissance optique. Ces propriétés, intégrées naturellement dans un même dispositif passif, s'avèrent favorables au renforcement d'effets non linéaires de type Kerr permettant la formation de peignes de fréquences optiques, appelés peignes Kerr, tout en utilisant des puissances d'excitation relativement faibles.

Le processus de génération de peignes Kerr dans les résonateurs optiques présente un comportement riche et complexe qui résulte de l'interaction d'un grand nombre de composantes

fréquentielles (souvent des centaines de modes). Même dans des résonateurs de grande qualité, la génération de peignes n'est pas immédiate et une compréhension fine du mécanisme est nécessaire pour sa mise en œuvre en pratique.

Les objectifs des travaux de recherche présentés sont, d'une part la modélisation et l'étude des peignes Kerr dans les résonateurs passifs, d'autre part, la génération répétable de peignes Kerr dans des résonateurs intégrés.

A cet effet une étude analytique et numérique de l'attracteur d'Ikeda, modélisant des cavités passives non linéaires génériques, sera menée dans le but d'expliquer de manière détaillée le processus de formation de peignes Kerr ainsi que les mécanismes physiques qui déterminent leur comportement et les régimes de fonctionnement dans les résonateurs passifs. La génération répétable de peignes Kerr sera démontrée à partir de résonateurs intégrés et un système d'asservissement de la fréquence du laser de pompe (excitateur) permettant l'opération ininterrompue d'un peigne Kerr stable.

Le premier chapitre de ce manuscrit examine les différentes techniques de génération de peignes de fréquences optiques et met en avant les avantages et inconvénients de chacune de ces approches par rapport aux résonateurs passifs. Cette partie fournit de même un état de l'art des différentes technologies de résonateurs passifs utilisées jusqu'à présent pour la génération de peignes Kerr.

Le chapitre II fournit un modèle mathématique générique basé sur l'attracteur d'Ikeda (1979), utile pour la description de résonateurs passifs à cavité unidimensionnelle. Les propriétés de transfert d'un résonateur passif sont dérivées à partir de ce modèle. L'influence des effets de dispersion chromatique sur les propriétés de transfert du résonateur est étudiée ici et une explication de l'initiation du peigne par instabilité de modulation est fournie.

Dans le troisième chapitre, l'outil numérique est utilisé pour illustrer de manière détaillée le comportement du modèle introduit dans le chapitre II. Un riche comportement dynamique du champ optique dans le résonateur est révélé par cette étude. L'existence de plusieurs régimes de fonctionnement des peignes Kerr est mise en lumière et une étude des interactions entre les composantes fréquentielles du peigne est effectuée dans le but de caractériser la nature chaotique ou stable des régimes identifiés.

D'autre part, la génération de peignes Kerr dans des résonateurs intégrés en verre HYDEX est présentée ainsi qu'une tentative pour mettre en place la génération répétable de peignes Kerr et

leur maintien dans le temps pendant de longues durées. Les outils théoriques et numériques développés jusqu'à présent sont utilisés pour déterminer le régime de fonctionnement des peignes et expliquer la réponse des dispositifs mesurés.

Les modèles mathématiques décrivant la génération de peignes Kerr utilisés conventionnellement considèrent le couplage entre guide d'accès du résonateur et cavité comme indépendant de la fréquence. Des études récentes ont montré que lorsque les interactions de couplage entre le guide d'accès et le résonateur se font sur des longueurs d'interaction étendues, les propriétés du couplage d'accès peuvent présenter une forte dépendance spectrale. Le dernier chapitre étudie, pour la première fois dans la littérature, les effets de ce phénomène sur la formation de peignes Kerr. Les travaux d'optimisation effectués par Clément Arlotti durant sa thèse sont implémentés dans une étude numérique de peignes Kerr rendue possible grâce à l'utilisation du modèle générique introduit dans le chapitre II. Les résultats obtenus dans ce chapitre permettent de mettre en avant l'importance d'un bon dimensionnement de la zone de couplage des résonateurs passifs prenant en compte le comportement large bande du coupleur d'accès.



## Chapitre I : Définitions et état de l'art

Ce premier chapitre vise à fournir un état de l'art sur les peignes de fréquences optiques par effet Kerr dans les résonateurs passifs. A cet effet, les définitions nécessaires pour la compréhension du manuscrit de thèse seront fournies dans ce chapitre en premier abord.

Les applications des peignes de fréquences optiques seront étudiées et expliquées brièvement dans la section 2. L'avantage des résonateurs passifs non linéaires pour la mise en pratique de ces applications sera mis en avant dans cette partie.

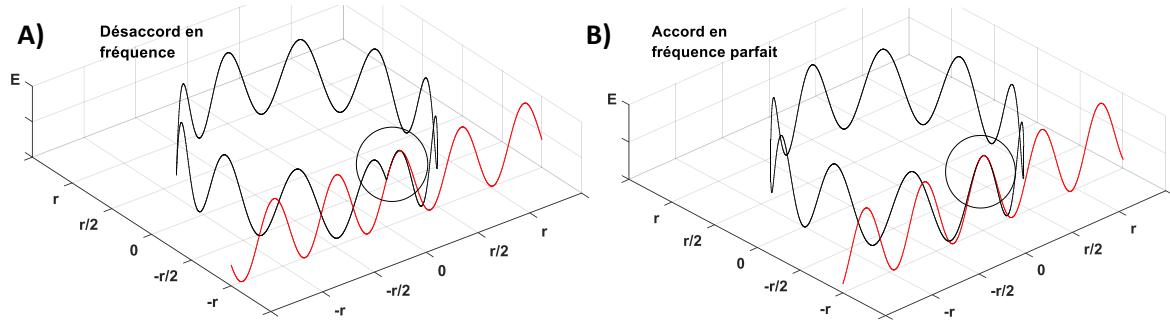
La section 3 comprendra un état de l'art des différentes techniques de génération de peignes de fréquences optiques et aura comme but de justifier l'intérêt de l'utilisation de résonateurs passifs comme plateformes génératrices de peignes de fréquences.

Finalement, dans la section 4 de ce premier chapitre, les différentes technologies de résonateurs passifs qui ont émergées jusqu'à présent seront étudiées plus en détail. Nous allons présenter un comparatif des caractéristiques de chaque plateforme et des avantages apportés par les différentes technologies de résonateurs passifs qui sont utilisées conventionnellement pour la génération de peignes Kerr.

### 1. Propriétés d'un peigne de fréquences optiques

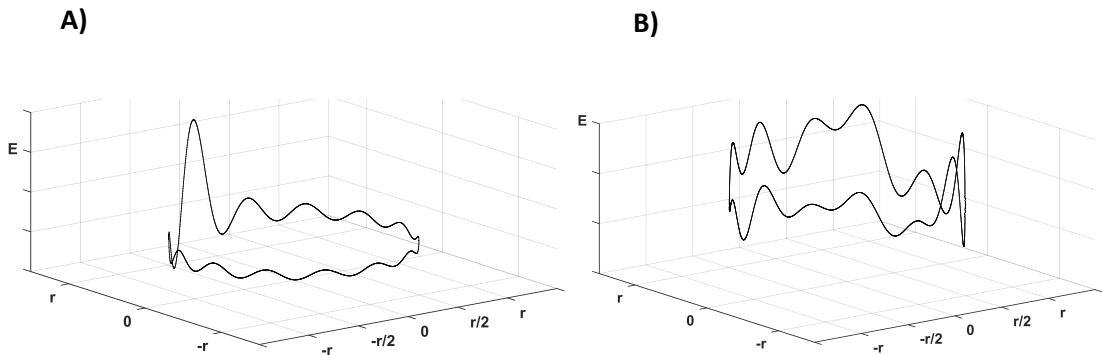
#### 1.1. Principe du peigne de fréquences optiques

Dans toute structure (cavité) optique résonante, la lumière interfère de manière constructive et destructive avec elle-même selon sa fréquence. Cet effet permet l'oscillation libre de composantes discrètes de fréquences déterminées par les modes longitudinaux de la structure résonante. Les composantes qui peuvent interférer de manière constructive, oscillent librement dans la cavité alors que les composantes qui sont en désaccord de fréquence sont atténuées par interférence destructive. Ce principe est illustré dans la figure 1 pour le cas spécifique d'une cavité de type résonateur circulaire de rayon  $r$ .



**Fig 1.** Illustration du concept d'interférence dans un résonateur optique (ici circulaire mais applicable à toute géométrie de cavité). **A)** Interférence destructive du signal intra-cavité dû à un désaccord en fréquence du signal d'excitation par rapport aux fréquences de résonance de la cavité. **B)** Interférence constructive du signal intra-cavité grâce à un accord parfait de la fréquence du signal d'excitation et une des fréquences de résonance de la cavité optique

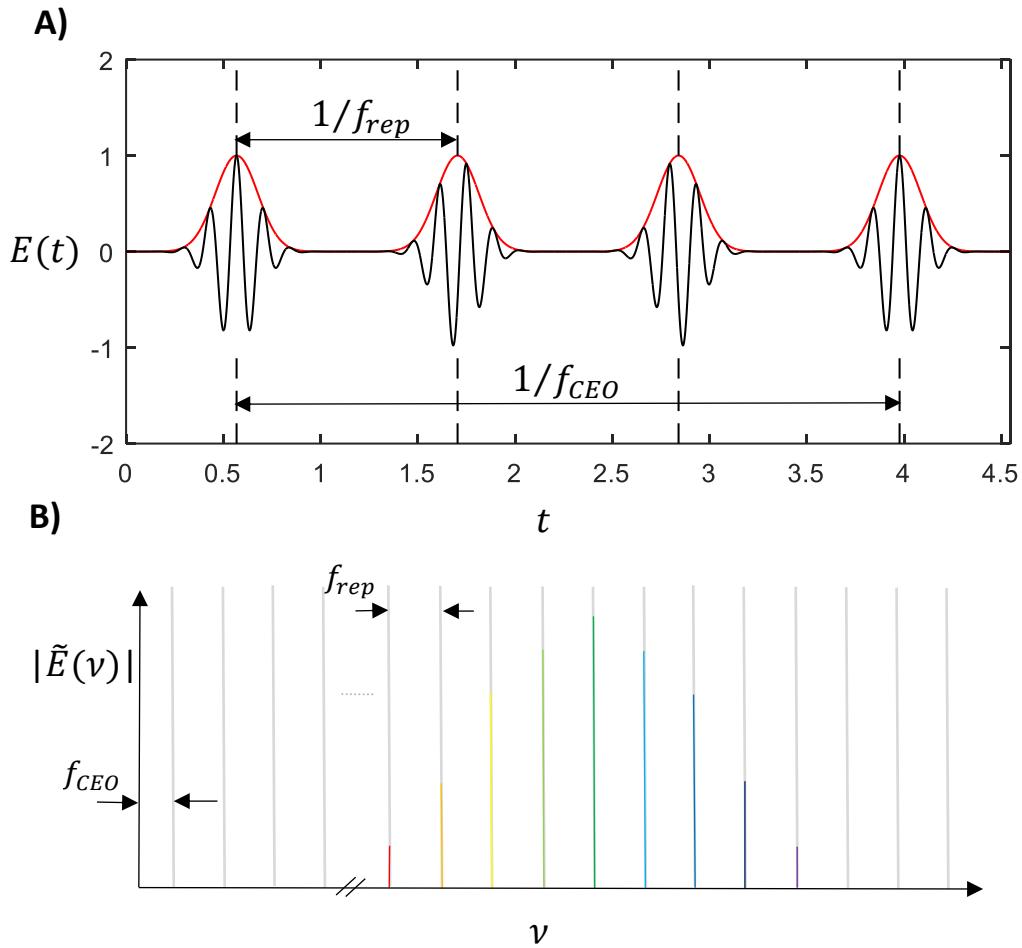
Si une relation de phase constante (fixe) existe entre les composantes fréquentielles qui occupent ces modes discrets, elles peuvent interférer entre elles de manière périodique et former un train d'impulsions (figure 2.A). En absence de relation de phase fixe entre les composantes fréquentielles qui circulent dans la cavité résonante, le signal produit présente un comportement chaotique dans le domaine temporel et n'est que de faible utilité d'un point de vue pratique (figure 2.B).



**Fig 2. A)** Signal impulsif résultant de l'addition de modes possédant une relation de phase constante entre eux (Blocage de modes). **B)** Signal chaotique résultant de l'addition de modes de même amplitude possédant une relation de phase aléatoire entre eux.

Le verrouillage de modes d'un peigne de fréquences est le processus par lequel un déphasage constant entre les composantes fréquentielles qui composent le peigne peut être obtenu. Comme conséquence du verrouillage de modes, un déphasage constant est imposé entre le signal porteur et l'enveloppe optique du signal entre chaque impulsion successive. Ce déphasage est appelé déphasage enveloppe-porteuse et il est représenté dans la figure 3 comme  $\Delta\phi_{CEO}$ . La différence

entre la vitesse de phase et la vitesse de groupe de la lumière dans l'oscillateur qui génère le peigne est à l'origine de ce déphasage [1]. Le déphasage enveloppe-porteuse est relié directement au décalage en fréquence,  $f_{CEO}$ , du peigne de fréquences optiques (PFO) par rapport à la fréquence nulle. En effet, la fréquence  $f_{CEO}$  est la dérivée temporelle du déphasage  $\Delta\phi_{CEO}$  de la porteuse par rapport à l'enveloppe optique entre deux impulsions et représente aussi l'inverse du temps écoulé entre deux impulsions où le signal porteur a subi un déphasage de  $2\pi$  (une période entière du signal porteur - voir figure 3).



**Fig 3.** Représentation d'un train d'impulsions **A)** dans le domaine temporel et **B)** dans le domaine spectral

Dans le domaine fréquentiel, le spectre d'un train d'impulsions correspond à un peigne de fréquences optiques (PFO) dont l'enveloppe est la transformée de Fourier d'une seule impulsion isolée dans le domaine temporel. L'emplacement fréquentiel de toute composante du peigne respecte alors la relation

$$f_n = f_{CEO} + n \cdot f_{rep}$$

Où,  $n$  est un nombre entier positif. La grandeur  $f_n$  représente la fréquence d'une composante donnée du peigne,  $f_{rep}$  désigne la fréquence de répétition du train d'impulsions associé au peigne de fréquences dans le domaine temporel,  $f_{CEO}$  désigne la fréquence de décalage du peigne par rapport à la fréquence nulle.

Les caractéristiques d'un peigne de fréquences optiques étudié dans le domaine spectral peuvent se résumer de la manière suivante :

- **Fréquence centrale :** La fréquence autour de laquelle le spectre du PFO est centré. En absence de dispersion d'ordre supérieur à 2, la fréquence centrale du peigne est la même que celle du laser de pompe utilisé pour exciter le peigne. Cependant, les propriétés dispersives d'un résonateur peuvent modifier le centre du spectre et le décaler par rapport à la fréquence de pompe. Une grande majorité des peignes de fréquences optiques sont générés autour de 1550 nm à cause des faibles pertes de nombreux matériaux dans cette gamme spectrale et de la disponibilité de sources laser de qualité. Toutefois, pour les applications à la spectroscopie, ces peignes doivent couvrir toute la gamme infra-rouge jusqu'au visible. Enfin, pour étendre encore la gamme spectrale, des peignes centrés dans le domaine de l'optique visible ont déjà été démontrés, par exemple autour de 794 nm [2].
- **ISL :** L'intervalle spectral libre (ISL) d'un peigne optique est l'espacement fréquentiel entre les composantes du peigne optique. Dans le cas d'un peigne cohérent (à modes verrouillés), l'ISL du peigne est égale à  $f_{rep}$  comme expliqué précédemment. La différence entre ISL et  $f_{rep}$  est qu'un peigne de fréquences optiques avec un ISL donné peut exister dans un état non cohérent (sans verrouillage de modes). Dans ce cas, le signal temporel associé au peigne présentera des fluctuations aléatoires et aucune information sur une fréquence de répétition  $f_{rep}$  ne pourra être obtenue à partir de ce signal temporel (voir figure 2). Dans ce cas, l'ISL du peigne peut être mesuré avec un analyseur de spectre optique, mais la notion de  $f_{rep}$  n'a pas de sens dans ce mode de fonctionnement.

Si le peigne est cohérent, cette grandeur peut être mesurée par photo détection du signal de battement issu du peigne si une photodiode assez rapide est à disposition.

- **Occupation spectrale :** Plage spectrale couverte par le peigne de fréquences optiques. Dans le cas d'un peigne cohérent, elle est inversement proportionnelle à la durée des impulsions associées au spectre. Une occupation spectrale d'une octave est nécessaire pour mettre en place l'auto-référencement du peigne par la méthode f-2f [3].
- **Puissance :** Peut désigner la puissance d'une composante spécifique du peigne ou la puissance totale du peigne.

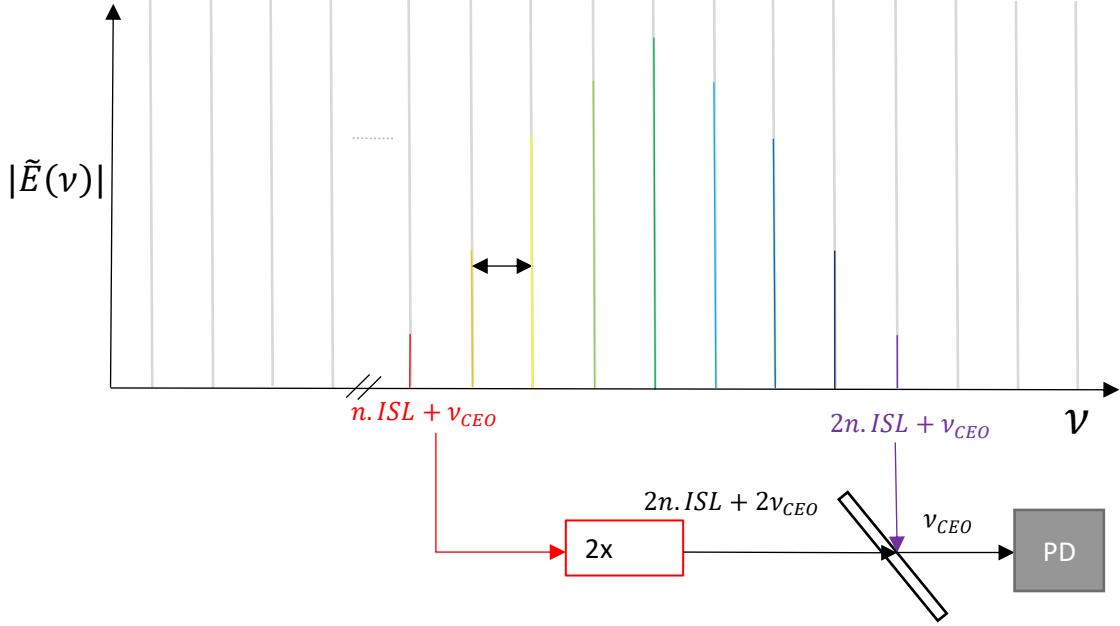
D'un point de vue pratique, l'ISL d'un peigne de fréquences optiques cohérent peut-être mesurée et donc stabilisée facilement. Si une photodiode de bande passante supérieure à l'ISL du peigne est disponible, cette grandeur peut être mesurée par simple photo-détection du signal de battement produit par les raies qui forment le peigne. La fréquence de décalage du peigne  $f_{CEO}$  est une valeur qu'il est nécessaire de connaître pour déterminer de manière exacte  $f_n$  la fréquence d'une raie donnée du PFO. La mesure directe de  $f_{CEO}$  est par contre beaucoup plus difficile du fait qu'elle nécessite que le peigne de fréquences mesuré couvre plus d'une octave dans le domaine optique.

## 1.2. Stabilisation d'un peigne de fréquences optiques

La stabilisation d'un peigne de fréquences optiques consiste à verrouiller en fréquence le peigne avec une source de lumière cohérente dont la fréquence est connue. Cette source de référence peut être monochromatique, comme par exemple un laser stable ou une transition atomique. De cette manière, la stabilité de la source de référence peut être conférée aux raies du peigne qui peut être utilisé pour des nombreuses applications qui seront étudiées dans la section à venir.

### *Auto-référencement f-2f*

Un peigne de fréquences optiques d'occupation spectrale suffisamment large peut être utilisé pour mettre en place la technique d'auto-référencement f-2f. Cette technique permet de mesurer avec exactitude la fréquence de décalage du peigne et, par conséquent, la fréquence exacte de toute autre raie composant le peigne.



**Fig 4.** Principe de l'auto-référencement d'un peigne de fréquences par la méthode f-2f

Le principe de l'auto-référencement d'un peigne de fréquences par la méthode f-2f est illustré sur la figure 4 [4], [5]. La méthode consiste à sélectionner et isoler deux composantes aux extrémités du peigne à des fréquences  $n.ISL + f_{CEO}$  et  $2n.ISL + f_{CEO}$  respectivement. La composante basse fréquence  $n.ISL + f_{CEO}$  est alors doublée en fréquence avec un cristal photonique non linéaire produisant ainsi un signal optique de fréquence  $2n.ISL + 2f_{CEO}$  qui est combiné avec l'harmonique haute fréquence  $2n.ISL + f_{CEO}$  puis photo-détectée. Le signal de battement photo-détecté donne alors la valeur exacte de  $f_{CEO}$ . La connaissance de la valeur de  $f_{CEO}$ , l'ISL du peigne et l'ordre de l'harmonique mesurée, permettent de déterminer la fréquence exacte de toute composante du peigne de fréquences.

## 2. Applications des peignes de fréquences optiques

Les applications des peignes de fréquences optiques sont nombreuses et couvrent la métrologie, la génération de signaux hyperfréquences faible bruit, la spectroscopie optique et la conception de références de temps ultra-stables entre autres. Dans cette section nous allons voir plus en détail ces applications et le rôle des peignes de fréquences dans chacune d'elles.

### *Métrie (mesures précises de fréquences)*

Un peigne de fréquences optiques permet la mesure précise de fréquences et peut donc servir dans une horloge comme un compteur d'événements réguliers. C'est le principe d'une horloge

atomique-optique. Dans une horloge atomique optique, des transitions hyper fines d'énergie des électrons du cortège électronique d'un état vers l'état fondamental sont utilisées pour créer une source stable d'événements périodiques. La fréquence des événements est déterminée par l'énergie du photon émis lors de cette transition. La nature discrète des transitions atomiques confère une très bonne stabilité en fréquence à la source de fréquence. Certaines références sont même basées sur un ion unique. D'autres utilisent le refroidissement des atomes par laser qui permet d'atteindre des températures qui approchent le zéro absolu [6], réduisant ainsi l'effet Doppler qui parasite la fréquence de la transition atomique mesurée.

Le rôle du peigne optique dans cette application est celui d'un compteur de cycles. Il sert à mesurer une fréquence associée à la transition atomique de référence avec la plus grande précision possible. A cet effet, un laser stable est verrouillé sur la transition atomique de référence et puis sa fréquence est mesurée à l'aide d'un peigne stabilisé. La mesure s'effectue dans le domaine des microondes par photo-détection du signal de battement entre le laser verrouillé à la source atomique et l'harmonique plus proche du peigne stabilisé. Connaissant l'ordre de l'harmonique avec lequel bat le laser mesuré, la fréquence exacte du signal émis lors des transitions atomiques peut alors être mesurée avec la précision conférée par le peigne stabilisé. Cette précision est d'autant plus importante si le peigne est auto-référencé par la méthode  $f$ -2 $f$  déjà présentée, qui permet de connaître de manière exacte la fréquence de toutes les harmoniques du peigne stabilisé.

Jusqu'à présent, les horloges atomiques optiques sont des systèmes très encombrants qui occupent souvent des nombreux bancs de manipulations pour opérer. Les meilleures performances sont obtenues avec des lasers à blocage de modes de grande taille. Toutefois, l'utilisation de micro peignes pourrait permettre la miniaturisation de ces systèmes d'horloges optiques [7].

### *Synthèse de fréquences optiques*

Les peignes de fréquences stabilisés sont aussi utilisés pour la synthèse de fréquences optiques [4] suivant le même principe que les synthétiseurs de fréquence en électronique. Le peigne est tout d'abord stabilisé sur un laser ultra-stable puis auto-référencé par annulation ou blocage du  $f_{CEO}$ . Un laser accordable peut ensuite être verrouillé à une harmonique donnée du peigne stabilisé, avec un décalage de fréquence qui peut être contrôlé dans le domaine radio-fréquence (RF). La précision de fréquence ainsi obtenue est de l'ordre de celle des meilleures sources RF, c'est-à-dire de l'ordre de 1 Hz, ou mieux encore si l'application l'exige.

### *Génération de signaux microondes à très faible bruit de phase*

Dans le domaine des radiofréquences, les peignes de fréquences optiques permettent la génération de signaux précis et ultra-stables en termes de bruit de phase dans la gamme du GHz jusqu'au THz par photo détection du signal de battement produit par les composantes spectrales d'un peigne stabilisé. En effet, lorsque  $f_{CEO}$  a été stabilisé, un lien direct est établi entre la fréquence du laser de référence sur lequel le peigne est verrouillé en gamme optique et la fréquence de répétition  $f_{rep}$  en gamme radio-fréquence ou micro-onde. On réalise donc une division de fréquence du domaine optique vers le domaine micro-onde, avec un facteur de division de l'ordre  $10^4$  ou  $10^5$ . La fluctuation de fréquence du laser de référence est divisée par ce même facteur et la pureté spectrale du signal ainsi généré est sans équivalent dans le domaine RF.

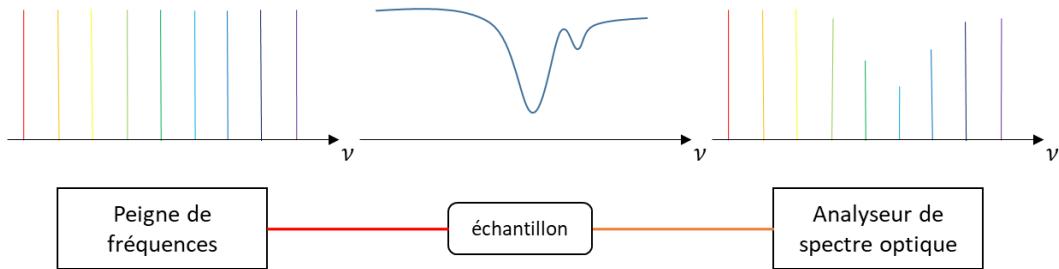
Les meilleures performances en termes de bruit de phase et de stabilité reportées jusqu'à présent dans le domaine des microondes ont été obtenues par cette technique en utilisant des peignes de fréquences générés par lasers à verrouillage de modes à base de Titane :Saphir [8]. L'encombrement des systèmes auto référencés à base de lasers à verrouillage de modes et la nécessité d'équipements complexes pour réaliser la stabilisation restent l'inconvénient principal de cette approche. L'utilisation de résonateurs optiques passifs pour la génération de peignes de fréquences optiques par effet Kerr (peignes Kerr), présente une alternative intéressante pour la miniaturisation des générateurs microondes photoniques ultra-stables. La génération de signaux microondes à 10 GHz par des systèmes miniaturisés à base d'un résonateur passif non linéaire a été démontrée en [9]. La compacité du système est possible grâce à l'utilisation d'un mini résonateur en  $MgF_2$  et la mise en place d'un couplage du laser de pompe avec des prismes d'injection. Des stratégies d'optimisation telles que la stabilisation thermique du résonateur et l'utilisation d'un prisme de couplage de sortie pour une configuration « ADD-DROP » permettent une réduction supplémentaire du bruit de phase du signal généré. Pour le moment, ces systèmes ne sont pas auto-référencés par la technique du f-2f, mais cette approche est tout à fait possible sur des micro-combs [10]. Par ailleurs, le caractère monolithique du résonateur  $MgF_2$  confère déjà une très bonne stabilité en fréquence et un faible bruit de phase à la source RF ainsi obtenue, sans pour autant réaliser une véritable division de fréquence.

### *Spectroscopie de précision*

En pratique, le peigne peut être utilisé pour éclairer un échantillon avec des raies très fines possédant un espace-ment constant. Chacune de ces raies peut ensuite être détectée après propagation à travers l'échantillon mesuré avec un réseau de détecteurs ou spectromètre pour

étudier le spectre de transmission [11]. On peut également utiliser le peigne pour calibrer l'image issue d'un spectromètre de précision. Cette technique est aujourd'hui couramment utilisée en astrophysique [12].

Des variations très subtiles et précises du spectre peuvent être détectées avec un peigne optique et associées à la signature des vibrations moléculaires des gaz dans le moyen infra-rouge.



**Fig 5.** Principe de la spectroscopie dans le moyen infra-rouge

L'existence de fortes transitions rovibrationnelles (rotationnelles et vibrationnelles) de nombreuses molécules ( $\text{H}_2\text{O}$  ;  $\text{CO}_2$  ;  $\text{O}_3$  ;  $\text{N}_2\text{O}$  ...) dans le domaine du moyen infrarouge [13] nécessite de peignes de fréquences centrés dans le domaine infra-rouge pour la spectroscopie de ces milieux. Les matériaux à faible absorption dans le domaine infra-rouge permettent la génération de peignes de fréquences par effet Kerr par mini/micro résonateurs dans le domaine du moyen infra-rouge et facilitent la spectroscopie moléculaire de précision et le contrôle des conditions de gaz atmosphérique [13], [14]. Des peignes d'occupation spectrale de  $200\text{ nm}$  autour d'une longueur d'onde de pompe de  $2.5\text{ }\mu\text{m}$  ont été générés à base de micro résonateurs cristallins en  $\text{MgF}_2$  dans la référence [15]. L'opération d'un peigne Kerr dans l'infrarouge à partir de résonateurs intégrés en silicium et compatibles avec les technologies compactes compatibles CMOS a été démontrée en [14] avec une consommation de puissance raisonnable.

### Télécommunications optiques

Dans le domaine des télécommunications optiques, les peignes de fréquences optiques cohérents sont intéressants comme sources multi-longueur d'onde cohérentes dans le contexte du multiplexage de longueur d'onde. Ces sources polychromatiques peuvent remplacer des réseaux complexes de lasers individuels stabilisés en température.

Le peignes Kerr à base de micro-résonateurs permettent l'opération de peignes de fréquences naturellement cohérents grâce au processus de formation du spectre. Ils peuvent ainsi fournir

des nombreux canaux de transmission verrouillés en phase et couvrant des larges plages de fréquences. Ces générateurs de peignes Kerr sont à présent étudiés dans le domaine des télécommunications par fibre optique à fort débit pour effectuer du multiplexage par division de longueur d'onde [16].

#### *Applications quantiques des peignes Kerr à base de résonateurs passifs*

Les applications quantiques des peignes de fréquences concernent uniquement les peignes de fréquences générés par effet Kerr dans les résonateurs passifs non linéaires. Les peignes Kerr étant le résultat d'interactions entre photons peuvent posséder des propriétés quantiques [17]. Selon le régime d'opération du peigne Kerr, deux cas de figure peuvent être identifiés. Le premier cas est celui où le résonateur est pompé en dessous de la puissance de seuil pour le déclenchement d'un peigne Kerr et la lumière de pompe interagit avec les modes latéraux via une interaction de type mélange quatre ondes spontané. Le deuxième est le cas où la puissance de pompe couplée vers la cavité optique est suffisante pour déclencher un peigne Kerr. Des investigations théoriques du comportement quantique d'un peigne Kerr dans les deux cas décrits ci-dessus ont été menées par Y. Chembo en [18]. L'opération des résonateurs optiques en dessous du seuil de déclenchement de peignes Kerr peut être utilisée pour la génération de photons intriqués [19], [20]. Dans le régime d'opération de mélange quatre ondes stimulé (puissance supérieure au seuil de déclenchement d'un peigne Kerr), des corrélations quantiques entre des raies du peigne générée ont été identifiées, démontrant de cette manière l'intérêt des micro-résonateurs pour l'étude expérimentale de phénomènes optiques quantiques [21].

### 3. Techniques de génération de peignes optiques

L'origine des peignes de fréquences optiques remonte à 1964 avec l'invention du laser à verrouillage de modes actif [22]. De nombreuses méthodes de génération de peignes de fréquences ont été proposées depuis cet avènement telles que l'utilisation de modulateurs électro-optiques en cascade [23], l'utilisation de lasers à cascades quantiques [24], l'exploitation de l'effet Kerr dans les fibres optiques fortement non linéaires [25], [26] et la génération de peignes Kerr dans des résonateurs passifs non linéaires [27]–[29]. Ces différentes techniques de génération de PFOs seront décrites dans la section à venir.

### 3.1. Lasers à blocage de modes

#### *Lasers à blocage de modes à état solide*

Les lasers à blocage de modes consistent à coupler un milieu amplificateur dans une cavité optique de manière à produire des oscillations à partir de l'amplification du bruit du milieu actif. L'ISL des peignes générés avec ces systèmes dépend de la longueur totale du chemin optique de la lumière dans la cavité. Ces lasers couvrent des plages spectrales de plus d'une octave avec des taux de répétition qui vont de la centaine de mégahertz jusqu'au gigahertz [30]–[32] sans utilisation d'étages d'élargissement spectral supplémentaires. Le premier inconvénient des lasers à verrouillage de modes à état solide est l'encombrement et poids des systèmes générateurs de peignes.

#### *Lasers à blocage de modes fibrés*

Les lasers à blocage de modes fibrés sont une alternative faible coût et compacte relativement aux lasers à état solide de type Titane : Saphir. Ils sont souvent conçus pour opérer dans la gamme des télécommunications, c'est-à-dire avec une fréquence centrale autour de  $1550\text{ nm}$ , mais peuvent également fonctionner à des longueurs d'onde plus courtes suivant le milieu à gain utilisé. Cette technologie se base en effet sur des fibres dopées à l'erbium, à l'ytterbium ou au thulium. Les ISL des systèmes fibrés restent dans la centaine de mégahertz. L'inconvénient des lasers à blocage de modes fibrés est lié à la nécessité d'utiliser des étages d'élargissement spectral supplémentaires pour que le peigne puisse atteindre une occupation spectrale suffisamment large (une octave) pour mettre en place la technique d'autoréférencement.

#### *Verrouillage de modes actif*

Le verrouillage actif des modes consiste à introduire un modulateur dans un laser à blocage de modes pour moduler activement les pertes de la cavité. L'avantage principal du verrouillage actif est la possibilité de contrôler l'ISL des impulsions générées intra-cavité avec le signal électronique de commande du modulateur.

### 3.2. Peignes à base de modulateurs électro-optiques

La mise en cascade de modulateurs électro-optiques d'amplitude et de phase permet la génération de peignes de fréquences à taux de répétition contrôlable. Les générateurs de peignes de fréquences optiques à base de modulateurs électro-optiques ont pour avantage de permettre

la génération de peignes d'enveloppes spectrales plates avec un contrôle précis de la forme d'onde du signal modulant RF [23]. Ce système a été simplifié en utilisant des larges amplitudes RF et en exploitant le comportement non linéaire des modulateurs électro-optiques [33]. A partir d'un spectre plat il est possible d'obtenir un générateur de signaux optiques arbitraires par la mise en forme de lignes individuelles du spectre généré [34]. En pratique, l'occupation spectrale des peignes générés par modulation électro-optique est limitée à approximativement 20 nm par la puissance maximale supportée par les modulateurs. L'inconvénient d'une faible occupation spectrale peut être contourné par la mise en place d'étages supplémentaires de d'élargissement spectral.

### 3.3. Peignes par lasers à cascades quantiques

Les lasers à cascade quantique (LCQ) sont des lasers à base de semi-conducteur qui peuvent être utilisés pour émettre des peignes de fréquences dans le moyen et lointain infra-rouge. De manière similaire aux peignes Kerr à base de résonateurs passifs, le mélange quatre ondes est le mécanisme par lequel les peignes de fréquences se forment et prolifèrent dans les lasers à cascades quantiques. Ce mécanisme produit un peigne avec un fort degré de cohérence où le bruit en fréquence de chacune des composantes du spectre généré est corrélé entre elles [24], [35].

Comme pour les micro-résonateurs, les LCQs sont intéressants d'un point de vue technologique de par leur intégrabilité et leur compacité [36]. Ils présentent également l'avantage d'intégrer dans le même résonateur, la cavité qui détermine la sélectivité modale du générateur et le milieu actif qui produit l'énergie nécessaire pour générer un peigne de fréquences. En pratique, le facteur limitant avec cette technologie est la puissance relativement faible du signal récupérable à la sortie du générateur de peignes.

### 3.4. Peignes de fréquences à base de résonateurs passifs

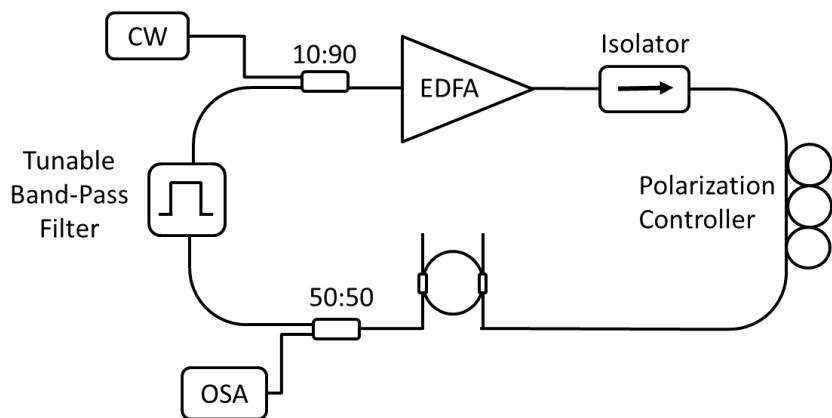
Les résonateurs passifs intègrent naturellement des propriétés de sélectivité modale, de filtrage et d'accumulation de puissance intra-cavité permettant d'exacerber les effets non linéaires paramétriques avec des puissances de laser de pompe modestes et une faible consommation de puissance. Leur nature compacte et monolithique dans le cas de micro et mini-résonateurs leur

confère une très bonne stabilité mécanique et par conséquent une très bonne stabilité de l'espacement modal de la cavité et de l'ISL des peignes générés avec ces dispositifs.

Cette technologie a donc naturellement émergé pour la miniaturisation de générateurs de peignes de fréquences optiques. Deux méthodes de génération de peignes Kerr à base de résonateurs passifs ont été proposées dans la littérature et sont détaillées ci-après.

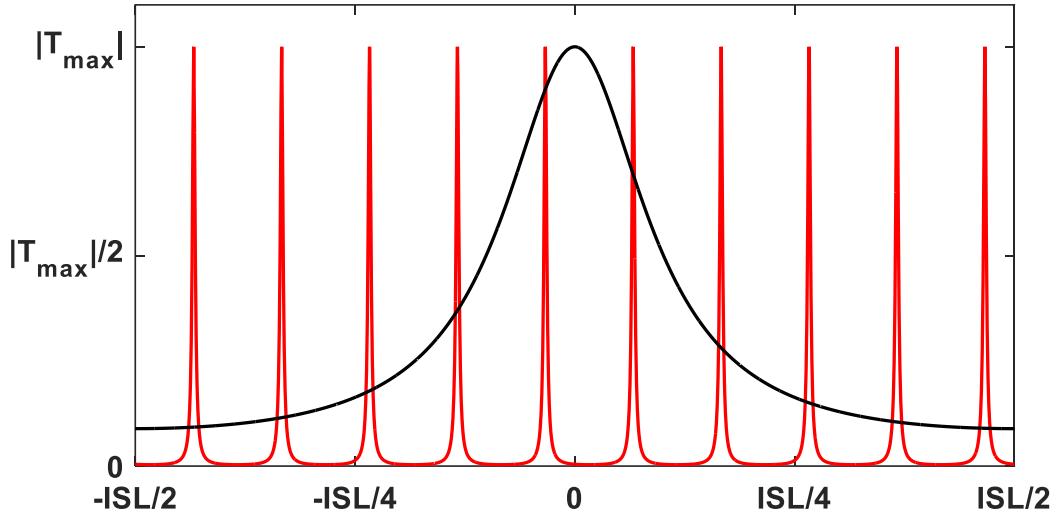
#### *Peignes Kerr en régime d'auto-oscillation*

Le mélange quatre ondes stimulé par filtre est un montage qui peut simplifier significativement la nécessité d'un accord en fréquence précis d'un laser monochromatique qui pompe la cavité optique. Le principe du montage est schématisé sur la figure 6. Le micro-résonateur, que nous appelons ici cavité secondaire est inséré dans une cavité fibrée, appelée cavité primaire, qui contient un amplificateur (ici un EDFA), et un filtre pour sélectionner la fréquence centrale du peigne généré. Le laser CW est utilisé uniquement pour déclencher l'émission de l'amplificateur qui n'émet pas de lumière sans signal en entrée. La source CW est alors éteinte lorsque le système entre en oscillation. L'isolateur permet d'éviter tout phénomène de rétrodiffusion dans la boucle fibrée (cavité primaire). Si un amplificateur optique à base de semi-conducteur est utilisé (SOA) l'isolateur détermine le sens de circulation de la lumière dans la cavité primaire. Le polariseur permet d'aligner la polarisation de la lumière de pompe avec celle de la cavité secondaire. Des coupleurs sont utilisés pour visualiser à l'analyseur de spectre optique et dans le domaine RF, grâce à une photodiode rapide, le signal à la sortie de la microcavité.



**Fig 6.** Système auto-oscillant pour la génération de peignes dans un mini-résonateur

Cette approche est limitée par la difficulté d'obtenir un régime d'oscillation où un seul mode de la cavité principale oscille par mode de micro cavité. L'espacement modal de la cavité principale étant dans la gamme des  $\sim 50\text{MHz}$ , plusieurs modes de la cavité primaire peuvent être superposés aux modes de la microcavité comme l'illustre la figure 7.



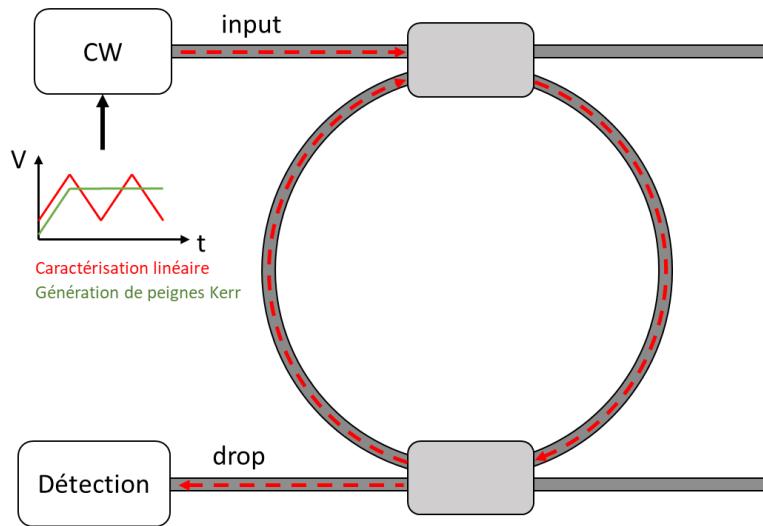
**Fig 7.** Compétition de Modes dans un montage de mélange quatre ondes par filtre.

Deux phénomènes limitent cette méthode pour la génération de peignes Kerr. La limitation principale de ce montage est l'accord en fréquence entre les modes des cavités primaire et secondaire sur de larges bandes de fréquences. D'autre part, un régime d'oscillation où la microcavité détermine l'ISL du peigne généré est difficile à obtenir du fait que, très souvent, plusieurs modes de la cavité primaire peuvent osciller dans chaque mode de la microcavité. Un régime d'oscillation stable avec deux modes de cavité primaire par mode de micro-résonateur a été démontré par Pasquazi *et al.* en [37]. Dans cette étude deux copies d'un peigne d'ISL de 200 GHz oscillent simultanément dans les lasers avec un décalage de 65 MHz entre les peignes. Un régime d'oscillation stable où un seul peigne se forme dans le système présenté ci-dessus n'a pas encore été démontré à notre connaissance et requiert un contrôle complexe des propriétés de dispersion des cavités primaire et secondaire.

#### *Peignes Kerr par excitation continue*

L'excitation par un laser continu est la méthode la plus largement mise en œuvre pour la génération de peignes Kerr. Une source laser est accordée en fréquence sur une des résonances d'une cavité optique. Par interférence constructive à l'intérieur du résonateur, de fortes densités de puissance sont accumulées dans la cavité optique, même pour des puissances de pompe

modestes. Cette forte accumulation de puissance, accompagnée du fort confinement du champ électrique dans le milieu de propagation qui compose la cavité optique, améliore l'efficacité des effets non linéaires paramétriques tels que le mélange à 4 ondes (4WM) dégénéré et non dégénéré, pourvu que les propriétés dispersives de la cavité soient favorables pour l'accord de phase permettant la manifestation de ces phénomènes. L'intensification des non linéarités par piégeage de la lumière favorise donc la génération d'harmoniques dans un résonateur passif et les propriétés de filtrage et dispersives déterminent les emplacements spectraux dans lesquels les harmoniques générées par effet Kerr peuvent osciller librement.



**Fig 8.** Montage classique pour la génération de peignes Kerr. Un laser continu est balayé en fréquence à travers une résonance d'un résonateur optique

En pratique, plusieurs défis concernant la génération de peignes de fréquences à partir de résonateurs passifs sont à prendre en compte. Tout d'abord, un élément essentiel est le choix des matériaux utilisés pour la fabrication des résonateurs optiques, lesquels doivent présenter des propriétés de transparence et de dispersion de la vitesse de groupe en adéquation avec la génération de peignes Kerr dans la cavité ainsi qu'un indice de réfraction non linéaire ( $n_2$ ) assez élevé. Ensuite, la problématique du couplage de la lumière entre le résonateur et un guide d'accès, permettant d'injecter un signal d'excitation dans la cavité et de récupérer le signal généré, est d'une importance cruciale dans le contexte des peignes Kerr.

Plusieurs types de peignes Kerr peuvent être générés dans les résonateurs optiques et sont reliés à différents régimes de fonctionnement tels que la formation de motifs temporels [38], des peignes en régime chaotique [39] et la formation de peignes stables et cohérents [29] qui seront étudiés plus en détail dans les chapitres à venir (2 et 3). La génération répétable de peignes Kerr

stables, fonctionnant en régime faible bruit, est souvent difficile à obtenir d'un point de vue expérimental. Elle a cependant été démontrée expérimentalement pour la première fois par T. Herr *et al.* dans la référence [29].

## 4. Technologies pour les résonateurs passifs

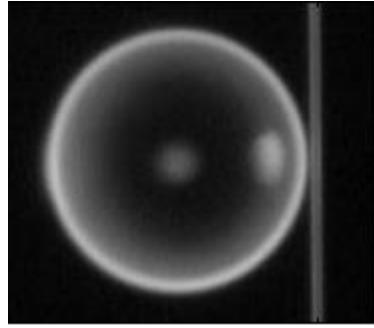
Des nombreuses technologies ont émergé depuis l'avènement des micro-peignes Kerr. Ces différentes technologies peuvent être classées en trois catégories qui sont : les résonateurs à base de fibres optiques, les résonateurs à modes de galerie et les résonateurs à base de guide d'onde planaires.

### 4.1. Résonateurs à modes de galerie

Les résonateurs à mode de galerie (ou WGM pour whispering gallery mode en anglais) sont des résonateurs de géométrie cylindrique ou sphérique dans lesquels la lumière se propage à l'extrémité extérieure de la cavité, comme illustré sur la Figure 9. On peut distinguer les résonateurs à modes de galerie monolithiques des résonateurs à mode de galerie intégrés, qui génèrent des peignes d'ISL plus ou moins larges compte tenu de la différence de taille des cavités.

#### *Résonateurs sphériques à modes de galerie*

Les sphères en verre sont un type de résonateur à modes de galerie fabriquées par fusion de la pointe d'une fibre optique avec un arc électrique, une flamme à hydrogène ou un laser à CO<sub>2</sub>. La forme sphérique de ces résonateurs résulte de la tension superficielle du verre à l'état liquide et de la rapide solidification de la sphère après qu'elle ait été retirée de la source de chaleur. Cette technique de fabrication permet une géométrie sphérique presque parfaite et l'obtention d'une surface très lisse. Elle autorise des facteurs de qualité extrêmement élevés, jusqu'à des valeurs qui approchent 10<sup>10</sup> par minimisation des pertes par diffusion à la surface de la sphère [40].



**Fig 9.** Résonateur sphérique en silice [41]

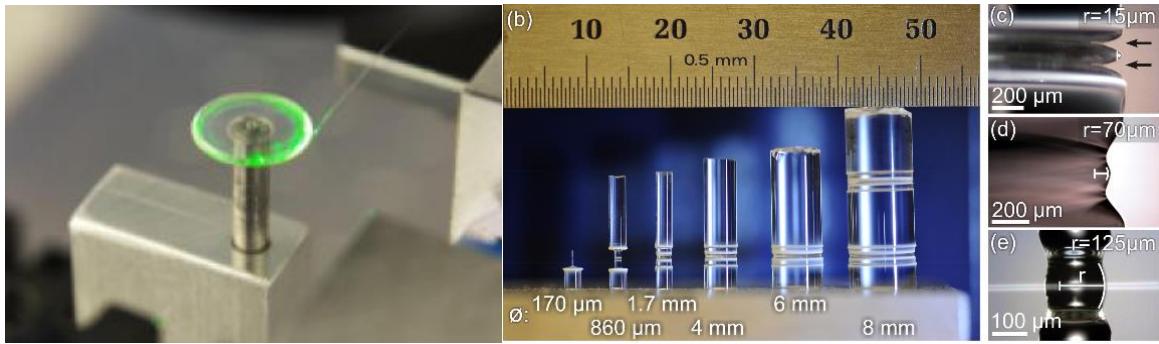
La génération directe de peignes Kerr dans les résonateurs sphériques est difficile à cause des propriétés de dispersion des sphères en silice et de la forte dégénérescence de modes dans cette géométrie. L'effet Raman peut être utilisé pour le déclenchement de peignes de fréquences dans les sphères en silice. Une fois les premières fréquences sont générées par effet Raman, l'effet Kerr peut mener à la formation d'un peigne de fréquences par mélange quatre ondes entre le signal de pompe et les raies générées par effet Raman [41].

L'oscillation paramétrique initiée purement par effet Kerr a cependant été démontrée par Agha *et al.* dans des sphères de  $150 \mu m$  de diamètre et d'espacement modal d'approximativement  $4nm$  ou  $500 GHz$  en unités de fréquence. Cette oscillation paramétrique a été obtenue grâce à un contrôle précis de la polarisation de la lumière de pompe ainsi que du rayon de la sphère de manière à obtenir une compensation de la dispersion normale qui caractérise les sphères en verre et permettre ainsi la manifestation du mélange quatre ondes dégénéré [42]. Finalement, Webb *et al.* ont démontré en 2016 la génération de peignes Kerr cohérents dans des microsphères en silice par un alignement précis de la sphère avec la fibre étirée d'accès permettant la suppression de modes spatiaux d'ordre élevé [43].

#### *Résonateurs à modes de galerie cristallins*

Les résonateurs monolithiques sont fabriqués par polissage de cristaux qui présentent une forte transparence à la longueur d'onde à laquelle on souhaite générer des peignes Kerr. Dans un résonateur optique, le facteur de qualité est limité par l'absorption du milieu de propagation, le couplage pouvant quant à lui être contrôlé lors du processus de fabrication ou de l'assemblage. De ce fait, les cristaux de fluorures tels que  $MgF_2$  [29],  $CaF_2$  [28],  $BaF_2$  [44] et  $SrF_2$  [45] permettent d'obtenir les meilleurs facteurs de qualité grâce à leur forte transparence dans la bande des télécommunications optiques. Les valeurs les plus extrêmes ont été obtenues avec le  $CaF_2$ , un facteur de qualité supérieur à  $10^{10}$  ayant été mesuré dans un résonateur de ce type [46].

Cependant, le  $\text{CaF}_2$  n'est pas le matériau le mieux positionné pour la génération de peignes Kerr de par son coefficient de dispersion de la vitesse de groupe à 1550 nm qui est caractéristique d'un matériau à dispersion normale et rend plus difficile le processus d'accord de phase nécessaire à la génération de peignes Kerr. Par contre, le  $\text{MgF}_2$  présente une dispersion anormale à 1550 nm et une très forte transparence, ce qui permet d'obtenir avec ce matériau des facteurs de qualité supérieurs à  $10^8$  et des peignes Kerr avec des faibles puissances d'excitation [47]. C'est donc le matériau favori pour la génération de peignes Kerr avec cette technologie. En particulier, un résonateur en  $\text{MgF}_2$  a permis pour la première fois l'observation de solitons temporels dans un résonateur optique passif pompé par un laser continu [29].



**Fig 10. A)** Résonateur en fluorure de magnésium opérant par couplage par fibre étirée [48]; **B)** Résonateurs fabriqués par usinage Laser de barreaux de Quartz [49].

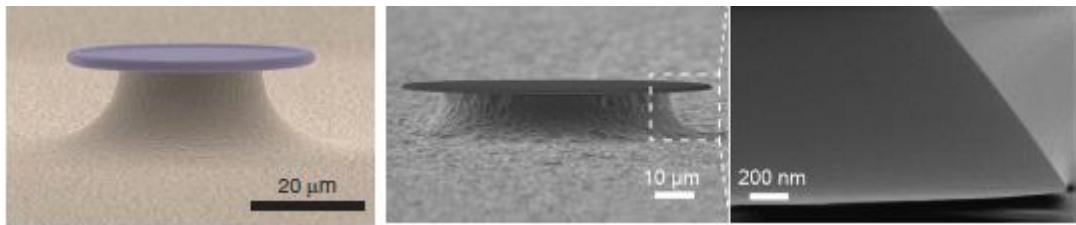
Les ISLs des résonateurs à base de cristaux de fluorure sont typiquement compris entre 5 et 100 GHz. Ce type de résonateur est utilisé pour générer des peignes dans la plage des télécommunications, mais aussi dans le moyen infra-rouge et dans le proche infra-rouge autour de 800 nm [15],[2]. Le couplage de la lumière vers les micro-disques et minidisques cristallins peut s'effectuer par fibre optique étirée ou en utilisant des prismes [50]. Bien que le couplage par prisme soit difficile à mettre en place, c'est une méthode de couplage qui rend possible l'intégration de mini-résonateurs monolithiques cristallins dans des systèmes miniaturisés ou intégrés [7], [51], [52].

Les résonateurs à cristaux de quartz sont une autre classe de résonateurs cristallins. Le quartz (la silice cristallisée) est un matériau bien maîtrisé et disponible en cristaux très purs car il est utilisé dans de nombreuses applications (dont les résonateurs piézoélectriques). Les résonateurs optiques à quartz peuvent être fabriqués par polissage ou par usinage laser de barreaux de quartz. Avec cette dernière technologie il est possible d'atteindre des facteurs de qualité dépassant les  $10^9$  avec des espacements de modes entre 8 GHz et 390 GHz [53]. L'usinage laser

des barreaux de quartz permet la fabrication de résonateurs en quelques minutes, selon la référence [49]. Le fort facteur de qualité obtenu avec cette méthode de fabrication facilite de plus la génération de peignes Kerr à base de résonateurs à quartz, démontrée avec des espacements de modes de 300 GHz et de 8.4 GHz [49].

#### *Résonateurs à modes de galerie intégrés*

La première démonstration expérimentale de peignes Kerr dans un résonateur passif a été obtenue dans un résonateur intégré en  $\text{SiO}_2$  en 2007 [54]. Les géométries utilisées pour les résonateurs sur puce sont les tores [55] et les disques [56], qui permettent de résoudre en partie les problèmes de dégénérescence modale (modes qui oscillent à la même fréquence mais qui ont des motifs spatiaux différents) que l'on observe dans les sphères résonantes. Ces résonateurs ne sont que partiellement intégrés car le couplage de la lumière vers le résonateur se fait avec l'utilisation de fibres étirées. Il doit être contrôlé de manière précise pour obtenir le régime de couplage désiré et par conséquent un bon facteur de qualité. C'est d'ailleurs la difficulté du couplage qui limite pour le moment le potentiel d'intégration de ces résonateurs monolithiques sur puce. Le couplage de la lumière entre la fibre étirée d'accès et la cavité résonante dépend de manière très précise de la distance entre la fibre étirée et la cavité toroïdale/disque ainsi que du diamètre de la fibre dans sa partie étirée qui détermine l'extension spatiale du mode. Toute variation due à des vibrations ou des chocs résulte en une dégradation non négligeable du facteur de couplage et même du facteur de qualité du résonateur ce qui perturbe largement le processus de génération des peignes Kerr. De plus, le couplage par prisme est plus compliqué à mettre en place dans le cas des résonateurs sur puce à cause de la faible élévation des tores/disques par rapport au support sur puce.



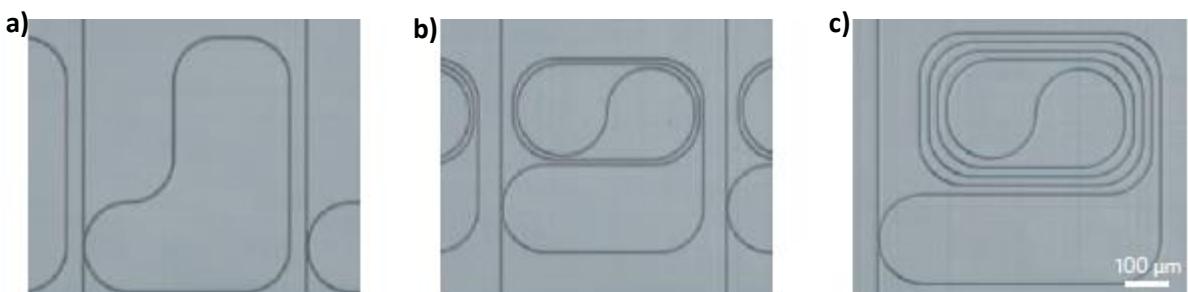
**Fig 11.** Les deux géométries de résonateurs en Silice. A gauche : Résonateur Toroïdale [57]. A droite : Résonateur en forme de disque [56]

Les micro-tores et micro-disques à base de  $\text{SiO}_2$  sur puce ont l'avantage de présenter des très forts facteurs de qualité, entre  $10^8$  et  $10^9$  [55], [57], [58]. Un avantage de cette plateforme de

résonateur réside dans la possibilité de fabriquer des cavités de très petite taille et des résonateurs avec des espacements de modes allant de 20 GHz [55], [58] à 850 GHz [57]. L'opération de résonateurs sur puce en  $\text{SiO}_2$  est possible au voisinage de 1550 nm, dans la bande des télécommunications, tout comme dans le domaine de l'optique visible où des peignes ont été générés avec un laser de pompe à 780 nm [56] ainsi qu'autour de 1064 nm, dans le proche infra-rouge [59].

#### 4.2. Résonateurs intégrés à base de guides d'onde planaires

Les résonateurs à base de guide d'onde constituent une plateforme intéressante pour la génération de peignes Kerr grâce au fort potentiel d'intégration de ces technologies et à leur compatibilité avec les technologies CMOS. Des peignes Kerr ont été générés avec des résonateurs en guide d'onde fabriqués en niobate de lithium [60], en nitride d'aluminium [61], en AlGaAs [62] et en silicium [14], mais les matériaux les plus utilisés pour cette fonction restent le nitride de silicium ( $\text{Si}_3\text{N}_4$ ) [63], [64] et le verre HYDEX (oxyniture de silicium) [65], [66]. Le principal inconvénient des résonateurs à base de guide d'onde par rapport aux résonateurs monolithiques est la difficulté de fabriquer des résonateurs à très fort facteur de qualité avec cette géométrie. Généralement, le facteur Q de ces résonateurs est de l'ordre de  $10^5$ - $10^6$ . Toutefois, récemment, un facteur de qualité de  $6,7 \cdot 10^7$  a été obtenu avec des guides d'onde en  $\text{Si}_3\text{N}_4$  à fort confinement. Il s'agit à notre connaissance du plus grand facteur de qualité de cette classe de résonateurs [63]. Le facteur Q plus faible des résonateurs à base de guides d'onde est cependant compensé par le fort coefficient de non linéarité Kerr qui caractérise ces matériaux. Il est de  $233 \text{ W}^{-1}\text{km}^{-1}$  pour le verre HYDEX et de  $1400 \text{ W}^{-1}\text{km}^{-1}$  pour le  $\text{Si}_3\text{N}_4$  à fort confinement [64], [65].



**Fig 12.** Résonateurs à base de guides d'onde planaires intégrés. Des longues cavités résonantes peuvent être fabriquées sur supports d'aire faible en contrôlant la géométrie du guide d'onde planaire. **a)** Résonateur d'espacement modal de 80 GHz **b)** 40 GHz **c)** 20 GHz. [65]

L'utilisation de guides d'onde donne un degré de liberté supplémentaire sur la longueur des cavités fabriquées. Avec les guides d'ondes, la géométrie de la cavité n'est pas limitée à des formes circulaires ou symétriques (comme illustré sur la figure 12) et permet donc la fabrication et l'intégration sur puce de résonateurs avec des espacements de modes contrôlés et dans des gammes de fréquence très différentes. Les résonateurs planaires intégrés présentent en effet des ISL allant de quelques GHz jusqu'au THz. De plus, les propriétés dispersives des résonateurs à base de nitride de silicium peuvent être contrôlées lors de la conception sur le choix de la géométrie du guide qui compose la cavité du résonateur de manière à réaliser une dispersion anormale sur une très large plage de fréquence, permettant la génération de peignes Kerr large et avec un centrage pouvant se décaler largement en fréquence par rapport à la gamme des télécommunications [67]. Le contrôle des propriétés de dispersion d'un tel résonateur peut être utilisé pour élargir les peignes générés par émission d'ondes dispersives (radiation de Cherenkov) en créant des points de dispersion nulle loin de la fréquence de pompe et permettant la génération de peignes Kerr qui couvrent une octave du spectre optique [68]–[70].

Le deuxième avantage de cette technologie réside dans la possibilité de contrôler le couplage entre le guide d'accès et le résonateur. Le coupleur étant intégré, les propriétés de couplage sont déterminées au préalable de la fabrication et le système résonateur + coupleur est très stable. L'utilisation pratique de ces dispositifs est largement simplifiée. Le facteur Q et la puissance optique injectée dans le résonateur deviennent insensibles à toute perturbation mécanique. Les progrès technologiques qui ont permis la fabrication de résonateurs en  $\text{Si}_3\text{N}_4$  à fort confinement et fort facteur de qualité ( $Q > 10^7$ ) [63] ont mené à l'intégration d'un résonateur avec un laser de pompe accordable dans un générateur de peignes Kerr intégré alimenté par batterie [71].

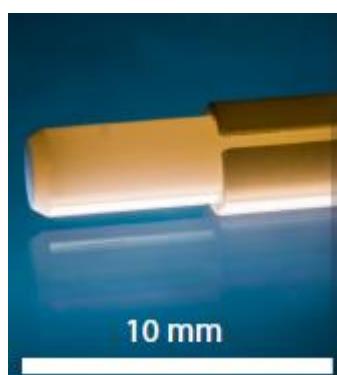
### 4.3. Résonateurs Fibrés

Les résonateurs fibrés comprennent les boucles de fibres ainsi que les résonateurs Fabry-Perot fibrés. Les boucles fibrées présentent généralement un espacement modal de l'ordre de quelques dizaines à quelques centaines de MHz et, par conséquent, ne sont souvent pas utilisés comme des plateformes pour la génération de peignes Kerr. Exploitant l'effet Kerr, ces résonateurs ont néanmoins été mis à profit pour la démonstration de l'utilisation de solitons comme des bits dans les mémoires optiques [72]. Le principal frein à la génération de peignes Kerr dans ces résonateurs est lié à l'ISL du résonateur qui, étant trop faible, autorise l'émission stimulée par effet Brillouin. Lorsqu'il se manifeste, cet effet génère des signaux parasites

espacés de la fréquence Brillouin (10.8 GHz dans une fibre) qui accaparent la puissance de pompe et bloquent la génération d'autres phénomènes non linéaires. On observe bien un peigne, mais avec un ISL fixe de 10.8 GHz et une extension spectrale qui n'est pas toujours suffisante pour les applications visées. La génération de peignes de fréquences optiques par effet Brillouin a néanmoins été explorée par Saleh *et al.* pour la génération de signaux millimétriques RF de haute pureté spectrale [73].

Les cavités fibrées Fabry-Perot permettent la fabrication de résonateurs fibrés de plus courte longueur (1 à 2 cm) et par conséquent d'un espacement modal de l'ordre de 10 GHz qui correspond mieux au besoin recherché dans les générateurs de peignes Kerr. On peut également contrôler précisément cette longueur pour éviter la construction d'une onde résonante Brillouin ou au contraire la favoriser. La nature contre-propagatrice de la lumière dans les cavités Fabry-Perot permet l'exploitation de l'effet Brillouin pour la génération de peignes de fréquences optiques en conjonction avec l'effet Kerr. Cette approche a été proposée et démontrée par Brage *et al.* [45]. En principe, la génération paramétrique par effet Kerr produit un peigne principal d'espacement fréquentiel large d'approximativement 2 THz. L'effet Brillouin et le mélange quatre ondes non-dégénéré permettent de peupler les modes entre les dents du peigne principal par un peigne d'espacement fréquentiel autour de 10 GHz correspondant à la fréquence de décalage Brillouin. L'espacement modal du Fabry-Perot est idéalement accordé à la fréquence Brillouin du milieu de propagation lors de la conception et fabrication de la cavité.

La génération directe de peignes Kerr dans les cavités Fabry-Perot a également été démontrée récemment par Obrzud *et al.* en utilisant un signal de pompe pulsé pour générer des solitons à partir de ce type de cavité [75]. L'effet Brillouin est ici supprimé par interférence destructive en déterminant une longueur de cavité telle que le décalage en fréquence de la rétrodiffusion Brillouin soit différent de l'espacement modal de la cavité.



**Fig 13.** Résonateur fibré Fabry-Perot monté dans une férule standardisée de fibre optique [75].

Un grand avantage des résonateurs fibrés Fabry-Perot par rapport à d'autres technologies de résonateurs passifs tels que les résonateurs monolithiques est l'existence de peu de familles modales qui puissent interférer ou parasiter le processus de génération de peignes Kerr et la simplicité du couplage d'accès vers la cavité Fabry-Perot qui peut s'effectuer avec des systèmes fibrés sans avoir besoin d'un système d'alignement micrométrique. La figure 13 montre le résonateur Fabry-Perot utilisé par le groupe de Obrzud pour la génération de peignes Kerr [75]. La cavité optique consiste en une fibre optique standard montée dans une férule conforme aux standards commerciaux utilisables dans des systèmes fibrés génériques et des miroirs fortement réfléchissants sont déposés sur les facettes de la cavité afin d'obtenir un très fort facteur de qualité dans ce résonateur.

#### 4.4. Récapitulatif

Les caractéristiques de résonateurs passifs pour la génération de peignes Kerr sont résumées dans le tableau 1. Les résonateurs à base de cristaux de fluorures sont les plateformes préférées lorsqu'un fort facteur de qualité est recherché et permettent la génération de peignes Kerr avec les plus faibles puissances de pompe et des ISL qui sont dans la gamme de 5 GHz à 40 GHz.

Matériel	Facteur Q	Coeff Kerr ( $W^{-1}km^{-1}$ )	Espacement modal (GHz)	Etendue spectrale (THz)	Puissance utilisée (mW)
CaF <sub>2</sub>	$>10^{10}$	-	14 - 25	4,3 24 [76]	25 50 [76]
MgF <sub>2</sub>	$10^9$	-	6 - 35	4,4 [27]	2
SrF <sub>2</sub>	$9,76 \cdot 10^8$	-	6.3	-	-
BaF <sub>2</sub>	$1,1 \cdot 10^9$	-	-(Pas spécifié)		
Quartz	$5 \cdot 10^9$	-	8 - 390		
SiO <sub>2</sub>	$10^8 - 10^9$	22.3 [57]	2-220-850	165 [57]	2500
Si <sub>3</sub> N <sub>4</sub>	$6,7 \cdot 10^7$	1400 [64]	2- ~1000	128 [77] 200 [78]	1300 [77] 245 [78]
HYDEX	$10^6$	230 [79]	50-220		
AlN	$6 \cdot 10^5$	2 <sup>nd</sup> et 3 <sup>e</sup> ordre : $\gamma = 409$ [59] ou 695 d'après [58]	348 ; 361 ; 370	25.2	500
AlGaS	$1,5-2,0 \cdot 10^5$	$660 \cdot 10^3$	98 - 995	40 [62]	72
LiNb	$6-6,6 \cdot 10^5$	-	250	71,4 [60]	300

**Tableau 1.** Caractéristiques des différentes plateformes de génération de peignes Kerr

Les disques et tores en silicium sont des plateformes très attrayantes de par leur compacité, leur forte non linéarité et la faible dégénérescence modale (par rapport aux sphères). La génération de peignes de fréquences couvrant une octave à base de ce type de résonateurs a été démontrée par Del'Haye *et al.* à partir d'un résonateur d'espacement modal de 850 GHz, et un facteur Q de  $2,7 \cdot 10^8$  en utilisant 2,5 W de puissance de pompe [57]. Ce résultat est d'autant plus impressionnant qu'aucune opération d'élargissement spectral supplémentaire n'a été nécessaire pour générer ce peigne. Les résonateurs à modes de galerie sont intéressants de par les facteurs

de qualité qui peuvent être atteints avec cette technologie. Des peignes générés dans le domaine du visible, des télécommunications et du moyen infrarouge ont été démontrés avec des résonateurs de ce type.

Comme le montre ce tableau récapitulatif, les résonateurs à base de guides d'onde ont des facteurs de qualité qui sont au moins deux ordres de grandeur inférieurs à ceux des résonateurs à modes de galerie monocristallins. Néanmoins, la difficulté pour obtenir des résonateurs à fort facteur de qualité avec des guides d'onde planaires est compensée par leur forte non-linéarité due au fort confinement de la lumière. La puissance nécessaire pour obtenir des peignes de fréquences optiques est quand même supérieure dans ces résonateurs par rapport aux résonateurs à modes de galerie, mais reste accessible à des approches intégrées. Le degré de liberté conféré par la géométrie des résonateurs à base de guides d'onde planaires permet aussi de fabriquer des structures avec des espacements de modes qui vont du GHz au THz permettant de répondre au cahier des charges de nombreuses applications. La compatibilité avec les technologies CMOS est aussi un facteur majeur pour le développement de cette approche, offrant la possibilité de combiner sur une seule puce un générateur de peigne et son électronique associée, incluant par exemple des boucles à verrouillage de phase et une commande numérique de la fréquence.

Enfin, les résonateurs Fabry-Perot fibrés ont été explorés récemment pour la génération de peignes Kerr. La nature contra-propagatrice de la lumière dans cette géométrie de résonateurs modifie leur comportement non linéaire par rapport aux cavités conventionnelles et peut nécessiter des approches d'excitation plus complexes pour la génération de peignes cohérents [80]. Il s'agit de plateformes intéressantes grâce à la facilité d'utilisation et d'alignement par utilisation de férules de fibres qui respectent les standards industriels. En théorie, de très forts facteurs de qualité peuvent être obtenus de par la faible absorption des fibres optiques, à condition d'être capable de déposer des miroirs avec de très faibles pertes. La conception des miroirs dans cette géométrie de résonateur détermine également le régime de couplage, lequel peut être très précisément contrôlé si la technologie des miroirs est bien maîtrisée. L'utilisation de fibres monomodes élimine tout problème de dégénérescence modale qui peut apparaître dans les technologies présentées antérieurement (dans les sphères, mais partiellement aussi dans les disques et les tores suivant leurs dimensions). En perspective, la fabrication de résonateurs Fabry-Perot fibrés avec des fibres exotiques est un champ de recherche qui n'a pas encore été exploré et qui pourrait donner lieu à une nouvelle famille de générateurs de peignes Kerr.

compacts. La gestion de la dispersion et de la non linéarité des fibres utilisées peut être très largement optimisée pour la génération de peignes Kerr à partir de ces résonateurs.

## Références

- [1] F. W. Helbing, G. Steinmeyer, J. Stenger, H. R. Telle, et U. Keller, « Carrier-envelope-offset dynamics and stabilization of femtosecond pulses », *Appl. Phys. B*, vol. 74, n° S1, p. s35-s42, juin 2002, doi: 10.1007/s00340-002-0898-4.
- [2] A. A. Savchenkov, A. B. Matsko, W. Liang, V. S. Ilchenko, D. Seidel, et L. Maleki, « Kerr combs with selectable central frequency », *Nat. Photonics*, vol. 5, n° 5, p. 293-296, mai 2011, doi: 10.1038/nphoton.2011.50.
- [3] T. W. Hänsch, « Nobel Lecture: Passion for precision », *Rev. Mod. Phys.*, vol. 78, n° 4, p. 1297-1309, nov. 2006, doi: 10.1103/RevModPhys.78.1297.
- [4] R. Holzwarth, Th. Udem, T. W. Hänsch, J. C. Knight, W. J. Wadsworth, et P. St. J. Russell, « Optical Frequency Synthesizer for Precision Spectroscopy », *Phys. Rev. Lett.*, vol. 85, n° 11, p. 2264-2267, sept. 2000, doi: 10.1103/PhysRevLett.85.2264.
- [5] D. J. Jones *et al.*, « Carrier-envelope phase control of femtosecond mode-locked lasers and direct optical frequency synthesis », *Science*, vol. 288, n° 5466, p. 635-639, 2000.
- [6] H. J. Metcalf et P. Van der Straten, « Laser Cooling and Trapping of Atoms », *J Opt Soc Am B*, vol. 20, n° 5, p. 887-908, mai 2003.
- [7] A. A. Savchenkov *et al.*, « Miniature Optical Atomic Clock: Stabilization of a Kerr Comb Oscillator », *ArXiv13013198 Phys.*, janv. 2013.
- [8] T. M. Fortier *et al.*, « Generation of ultrastable microwaves via optical frequency division », *Nat. Photonics*, vol. 5, n° 7, p. 425-429, juill. 2011, doi: 10.1038/nphoton.2011.121.
- [9] W. Liang *et al.*, « High spectral purity Kerr frequency comb radio frequency photonic oscillator », *Nat. Commun.*, vol. 6, p. 7957, août 2015, doi: 10.1038/ncomms8957.
- [10] D. T. Spencer *et al.*, « An Integrated-Photonics Optical-Frequency Synthesizer », p. 10.
- [11] N. Picqué et T. W. Hänsch, « Frequency comb spectroscopy », *Nat. Photonics*, vol. 13, n° 3, p. 146-157, mars 2019, doi: 10.1038/s41566-018-0347-5.
- [12] M. T. Murphy *et al.*, « High-precision wavelength calibration of astronomical spectrographs with laser frequency combs », *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, vol. 380, n° 2, p. 839-847, sept. 2007, doi: 10.1111/j.1365-2966.2007.12147.x.
- [13] A. Schliesser, N. Picqué, et T. W. Hänsch, « Mid-infrared frequency combs », *Nat. Photonics*, vol. 6, n° 7, p. 440-449, juin 2012, doi: 10.1038/nphoton.2012.142.
- [14] A. G. Griffith *et al.*, « Silicon-chip mid-infrared frequency comb generation », *Nat. Commun.*, vol. 6, n° 1, p. 6299, mai 2015, doi: 10.1038/ncomms7299.
- [15] C. Y. Wang *et al.*, « Mid-infrared optical frequency combs at 2.5  $\mu$ m based on crystalline microresonators », *Nat. Commun.*, vol. 4, n° 1, p. 1345, juin 2013, doi: 10.1038/ncomms2335.
- [16] P. Marin-Palomo *et al.*, « Microresonator-based solitons for massively parallel coherent optical communications », *Nature*, vol. 546, n° 7657, p. 274-279, juin 2017, doi: 10.1038/nature22387.
- [17] Y. K. Chembo, « Kerr optical frequency combs: theory, applications and perspectives », *Nanophotonics*, vol. 5, n° 2, p. 17, janv. 2016, doi: 10.1515/nanoph-2016-0013.
- [18] Y. K. Chembo, « Quantum Dynamics of Kerr Optical Frequency Combs below and above Threshold: Spontaneous Four-Wave-Mixing, Entanglement and Squeezed States of Light », *Phys. Rev. A*, vol. 93, n° 3, p. 033820, mars 2016, doi: 10.1103/PhysRevA.93.033820.
- [19] C. Reimer *et al.*, « Generation of multiphoton entangled quantum states by means of integrated frequency combs », *Science*, vol. 351, n° 6278, p. 1176-1180, mars 2016, doi: 10.1126/science.aad8532.

- [20] M. Kues *et al.*, « On-chip generation of high-dimensional entangled quantum states and their coherent control », *Nature*, vol. 546, n° 7660, p. 622-626, juin 2017, doi: 10.1038/nature22986.
- [21] A. Dutt, K. Luke, S. Manipatruni, A. L. Gaeta, P. Nussenzveig, et M. Lipson, « On-Chip Optical Squeezing », *Phys. Rev. Appl.*, vol. 3, n° 4, p. 044005, avr. 2015, doi: 10.1103/PhysRevApplied.3.044005.
- [22] L. E. Hargrove, R. L. Fork, et M. A. Pollack, « Locking of He-Ne laser modes induced by synchronous intracavity modulation », *Appl. Phys. Lett.*, vol. 5, n° 1, p. 4, juill. 1964.
- [23] R. Wu, V. R. Supradeepa, C. M. Long, D. E. Leaird, et A. M. Weiner, « Generation of very flat optical frequency combs from continuous-wave lasers using cascaded intensity and phase modulators driven by tailored radio frequency waveforms », *Opt. Lett.*, vol. 35, n° 19, p. 3234, oct. 2010, doi: 10.1364/OL.35.003234.
- [24] J. Faist *et al.*, « Quantum Cascade Laser Frequency Combs », *Nanophotonics*, vol. 5, n° 2, p. 272-291, janv. 2016, doi: 10.1515/nanoph-2016-0015.
- [25] F. C. Cruz, « Optical frequency combs generated by four-wave mixing in optical fibers for astrophysical spectrometer calibration and metrology », *Opt. Express*, vol. 16, n° 17, p. 13267–13275, 2008.
- [26] M. Hirano, T. Nakanishi, T. Okuno, et M. Onishi, « Silica-Based Highly Nonlinear Fibers and Their Application », *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.*, vol. 15, n° 1, p. 103-113, janv. 2009, doi: 10.1109/JSTQE.2008.2010241.
- [27] W. Liang, A. B. Matsko, A. A. Savchenkov, V. S. Ilchenko, D. Seidel, et L. Maleki, « Generation of Kerr Combs in MgF<sub>2</sub> and CaF<sub>2</sub> Microresonators », *2011 Jt. Conf. IEEE Int. Freq. Control Eur. Freq. Time Forum FCS Proc.*, mai 2011, doi: 10.1109/FCS.2011.5977756.
- [28] I. S. Grudinin, N. Yu, et L. Maleki, « Generation of optical frequency combs with a CaF<sub>2</sub> resonator », *Opt. Lett.*, vol. 34, n° 7, p. 878–880, 2009.
- [29] T. Herr *et al.*, « Temporal solitons in optical microresonators », *Nat. Photonics*, vol. 8, n° 2, p. 145-152, févr. 2014, doi: 10.1038/nphoton.2013.343.
- [30] F. X. Kärtner, A. Benedick, R. Ell, O. D. Mücke, J. Birge, et M. Sander, « Octave-Spanning Ti:Sapphire Lasers », in *Advanced Solid-State Photonics*, Vancouver, 2007, p. WA1, doi: 10.1364/ASSP.2007.WA1.
- [31] F. Krausz *et al.*, « Femtosecond solid-state lasers », *IEEE J. Quantum Electron.*, vol. 28, n° 10, p. 2097-2122, oct. 1992, doi: 10.1109/3.159520.
- [32] M. C. Stumpf, S. Pekarek, A. E. H. Oehler, T. Südmeyer, J. M. Dudley, et U. Keller, « Self-referencable frequency comb from a 170-fs, 1.5-μm solid-state laser oscillator », *Appl. Phys. B*, vol. 99, n° 3, p. 401-408, mai 2010, doi: 10.1007/s00340-009-3854-8.
- [33] Y. Dou, H. Zhang, et M. Yao, « Improvement of flatness of optical frequency comb based on nonlinear effect of intensity modulator », *Opt. Lett.*, vol. 36, n° 14, p. 2749, juill. 2011, doi: 10.1364/OL.36.002749.
- [34] V. Torres-Company et A. M. Weiner, « Optical frequency comb technology for ultra-broadband radio-frequency photonics: Optical frequency comb technology for RF photonics », *Laser Photonics Rev.*, vol. 8, n° 3, p. 368-393, mai 2014, doi: 10.1002/lpor.201300126.
- [35] L. Consolino *et al.*, « Fully phase-stabilized quantum cascade laser frequency comb », *Nat. Commun.*, vol. 10, n° 1, p. 2938, déc. 2019, doi: 10.1038/s41467-019-10913-7.
- [36] B. Schwarz *et al.*, « Monolithically Integrated Mid-Infrared Quantum Cascade Laser and Detector », *Sensors*, vol. 13, n° 2, p. 2196-2205, févr. 2013, doi: 10.3390/s130202196.
- [37] A. Pasquazi, M. Peccianti, B. E. Little, S. T. Chu, D. J. Moss, et R. Morandotti, « Stable, dual mode, high repetition rate mode-locked laser based on a microring resonator », *Opt. Express*, vol. 20, n° 24, p. 27355, nov. 2012, doi: 10.1364/OE.20.027355.

- [38] A. Coillet *et al.*, « Azimuthal Turing Patterns, Bright and Dark Cavity Solitons in Kerr Combs Generated With Whispering-Gallery-Mode Resonators », *IEEE Photonics J.*, vol. 5, n° 4, p. 6100409-6100409, août 2013, doi: 10.1109/JPHOT.2013.2277882.
- [39] A. B. Matsko, W. Liang, A. A. Savchenkov, et L. Maleki, « Chaotic dynamics of frequency combs generated with continuously pumped nonlinear microresonators », *Opt. Lett.*, vol. 38, n° 4, p. 525, févr. 2013, doi: 10.1364/OL.38.000525.
- [40] M. L. Gorodetsky, A. A. Savchenkov, et V. S. Ilchenko, « Ultimate Q of optical microsphere resonators », *Opt. Lett.*, vol. 21, n° 7, p. 453-455.
- [41] S. M. Spillane, T. J. Kippenberg, et K. J. Vahala, « Ultralow-threshold Raman laser using a spherical dielectric microcavity », *Nature*, vol. 415, n° 6872, p. 621-623, févr. 2002, doi: 10.1038/415621a.
- [42] I. H. Agha, Y. Okawachi, M. A. Foster, J. E. Sharping, et A. L. Gaeta, « Four-wave-mixing parametric oscillations in dispersion-compensated high-Q silica microspheres », *Phys. Rev. A*, vol. 76, n° 4, p. 4.
- [43] K. E. Webb, M. Erkintalo, S. Coen, et S. G. Murdoch, « Experimental observation of coherent cavity soliton frequency combs in silica microspheres », *Opt. Lett.*, vol. 41, n° 20, p. 4613, oct. 2016, doi: 10.1364/OL.41.004613.
- [44] G. Lin, S. Diallo, R. Henriet, M. Jacquot, et Y. K. Chembo, « Barium fluoride whispering-gallery-mode disk-resonator with one billion quality-factor », *Opt. Lett.*, vol. 39, n° 20, p. 6009, oct. 2014, doi: 10.1364/OL.39.006009.
- [45] R. Henriet *et al.*, « Kerr optical frequency comb generation in strontium fluoride whispering-gallery mode resonators with billion quality factor », *Opt. Lett.*, vol. 40, n° 7, p. 1567, avr. 2015, doi: 10.1364/OL.40.001567.
- [46] A. A. Savchenkov, A. B. Matsko, V. S. Ilchenko, et L. Maleki, « Optical resonators with ten million finesse », *Opt. Express*, vol. 15, n° 11, p. 6768, 2007, doi: 10.1364/OE.15.006768.
- [47] H. Tavernier, P. Salzenstein, K. Volyanskiy, Y. K. Chembo, et L. Larger, « Magnesium Fluoride Whispering Gallery Mode Disk-Resonators for Microwave Photonics Applications », *IEEE Photonics Technol. Lett.*, p. 5570900, nov. 2010, doi: 10.1109/LPT.2010.2075923.
- [48] A. Coillet *et al.*, « Microwave Photonics Systems Based on Whispering-gallery-mode Resonators », *J. Vis. Exp.*, n° 78, août 2013, doi: 10.3791/50423.
- [49] P. Del'Haye, S. A. Diddams, et S. B. Papp, « Laser-machined ultra-high-Q microrod resonators for nonlinear optics », *Appl. Phys. Lett.*, vol. 102, n° 22, p. 221119, juin 2013, doi: 10.1063/1.4809781.
- [50] P. S. Donvalkar, A. Savchenkov, et A. Matsko, « Self-injection locked blue laser », *J. Opt.*, vol. 20, n° 4, p. 045801, avr. 2018, doi: 10.1088/2040-8986/aaae4f.
- [51] A. A. Savchenkov *et al.*, « Generation of Kerr combs centered at 4.5  $\mu$ m in crystalline microresonators pumped with quantum-cascade lasers », *Opt. Lett.*, vol. 40, n° 15, p. 3468, août 2015, doi: 10.1364/OL.40.003468.
- [52] G. Liu *et al.*, « Low-loss prism-waveguide optical coupling for ultrahigh-Q low-index monolithic resonators », vol. 5, n° 2, p. 219-226, févr. 2018.
- [53] S. B. Papp, P. Del'Haye, et S. A. Diddams, « Mechanical control of a microrod-resonator optical frequency comb », *Phys. Rev. X*, vol. 3, n° 3, p. 031003, juill. 2013, doi: 10.1103/PhysRevX.3.031003.
- [54] P. Del'Haye, A. Schliesser, O. Arcizet, T. Wilken, R. Holzwarth, et T. J. Kippenberg, « Optical frequency comb generation from a monolithic microresonator », *Nature*, vol. 450, n° 7173, p. 1214-1217, déc. 2007, doi: 10.1038/nature06401.

- [55] D. K. Armani, T. J. Kippenberg, S. M. Spillane, et K. J. Vahala, « Ultra-high-Q toroid microcavity on a chip », *Nature*, vol. 421, n° 6926, p. 925-928, févr. 2003, doi: 10.1038/nature01371.
- [56] J. Ma *et al.*, « Visible Kerr comb generation in a high-Q silica microdisk resonator with a large wedge angle », *Photonics Res.*, vol. 7, n° 5, p. 573, mai 2019, doi: 10.1364/PRJ.7.000573.
- [57] P. Del'Haye, T. Herr, E. Gavartin, M. L. Gorodetsky, R. Holzwarth, et T. J. Kippenberg, « Octave Spanning Tunable Frequency Comb from a Microresonator », *Phys. Rev. Lett.*, vol. 107, n° 6, p. 063901, août 2011, doi: 10.1103/PhysRevLett.107.063901.
- [58] X. Yi, Q.-F. Yang, K. Y. Yang, M.-G. Suh, et K. Vahala, « Soliton frequency comb at microwave rates in a high-Q silica microresonator », *Optica*, vol. 2, n° 12, p. 1078, déc. 2015, doi: 10.1364/OPTICA.2.001078.
- [59] S. H. Lee *et al.*, « Towards visible soliton microcomb generation », *Nat. Commun.*, vol. 8, n° 1, p. 1295, déc. 2017, doi: 10.1038/s41467-017-01473-9.
- [60] C. Wang, M. Zhang, R. Zhu, H. Hu, et M. Loncar, « Monolithic photonic circuits for Kerr frequency comb generation, filtering and modulation », *Nat. Commun.*, vol. 10, n° 1, p. 978, déc. 2019, doi: 10.1038/s41467-019-08969-6.
- [61] H. Jung, C. Xiong, K. Y. Fong, X. Zhang, et H. X. Tang, « Optical frequency comb generation from aluminum nitride microring resonator », *Opt. Lett.*, vol. 38, n° 15, p. 2810, août 2013, doi: 10.1364/OL.38.002810.
- [62] M. Pu, L. Ottaviano, E. Semenova, et K. Yvind, « Efficient frequency comb generation in AlGaAs-on-insulator », *Optica*, vol. 3, n° 8, p. 823, août 2016, doi: 10.1364/OPTICA.3.000823.
- [63] X. Ji *et al.*, « Ultra-low-loss on-chip resonators with sub-milliwatt parametric oscillation threshold », *Optica*, vol. 4, n° 6, p. 619, juin 2017, doi: 10.1364/OPTICA.4.000619.
- [64] J. S. Levy, A. Gondarenko, M. A. Foster, A. C. Turner-Foster, A. L. Gaeta, et M. Lipson, « CMOS-compatible multiple-wavelength oscillator for on-chip optical interconnects », *Nat. Photonics*, vol. 4, n° 1, p. 37-40, janv. 2010, doi: 10.1038/nphoton.2009.259.
- [65] D. J. Moss, R. Morandotti, A. L. Gaeta, et M. Lipson, « New CMOS-compatible platforms based on silicon nitride and Hydex for nonlinear optics », *Nat. Photonics*, vol. 7, n° 8, p. 597-607, juill. 2013, doi: 10.1038/nphoton.2013.183.
- [66] L. Razzari *et al.*, « CMOS-compatible integrated optical hyper-parametric oscillator », *Nat. Photonics*, vol. 4, n° 1, p. 41-45, janv. 2010, doi: 10.1038/nphoton.2009.236.
- [67] S. Kim *et al.*, « Dispersion engineering and frequency comb generation in thin silicon nitride concentric microresonators », *Nat. Commun.*, vol. 8, n° 1, déc. 2017, doi: 10.1038/s41467-017-00491-x.
- [68] S. Wang, H. Guo, X. Bai, et X. Zeng, « Broadband Kerr frequency combs and intracavity soliton dynamics influenced by high-order cavity dispersion », *Opt. Lett.*, vol. 39, n° 10, p. 2880, mai 2014, doi: 10.1364/OL.39.002880.
- [69] Y. Okawachi *et al.*, « Bandwidth shaping of microresonator-based frequency combs via dispersion engineering », *Opt. Lett.*, vol. 39, n° 12, p. 3535, juin 2014, doi: 10.1364/OL.39.003535.
- [70] C. Bao *et al.*, « High-order dispersion in Kerr comb oscillators », *J. Opt. Soc. Am. B*, vol. 34, n° 4, p. 715, avr. 2017, doi: 10.1364/JOSAB.34.000715.
- [71] B. Stern, X. Ji, Y. Okawachi, A. L. Gaeta, et M. Lipson, « Battery-operated integrated frequency comb generator », *Nature*, vol. 562, n° 7727, p. 401-405, oct. 2018, doi: 10.1038/s41586-018-0598-9.
- [72] J. K. Jang, M. Erkintalo, S. G. Murdoch, et S. Coen, « Writing and erasing of temporal cavity solitons by direct phase modulation of the cavity driving field », *Opt. Lett.*, vol. 40, n° 20, p. 4755, oct. 2015, doi: 10.1364/OL.40.004755.

- [73] K. Saleh, P. Merrer, O. Llopis, et G. Cibiel, « Millimeter wave generation using Brillouin scattering in a high Q fiber ring resonator », in *2012 IEEE International Topical Meeting on Microwave Photonics*, Noordwijk, 2012, p. 164-167, doi: 10.1109/MWP.2012.6474082.
- [74] D. Braje, L. Hollberg, et S. Diddams, « Brillouin-Enhanced Hyperparametric Generation of an Optical Frequency Comb in a Monolithic Highly Nonlinear Fiber Cavity Pumped by a cw Laser », *Phys. Rev. Lett.*, vol. 102, n° 19, p. 193902, mai 2009, doi: 10.1103/PhysRevLett.102.193902.
- [75] E. Obrzud, S. Lecomte, et T. Herr, « Temporal Solitons in Microresonators driven by Optical Pulses », *ArXiv161208993 Phys.*, déc. 2016.
- [76] A. A. Savchenkov, A. B. Matsko, V. S. Ilchenko, I. Solomatine, D. Seidel, et L. Maleki, « Tunable Optical Frequency Comb with a Crystalline Whispering Gallery Mode Resonator », *Phys. Rev. Lett.*, vol. 101, n° 9, août 2008, doi: 10.1103/PhysRevLett.101.093902.
- [77] Y. Okawachi, K. Saha, J. S. Levy, Y. H. Wen, M. Lipson, et A. L. Gaeta, « Octave-spanning frequency comb generation in a silicon nitride chip », *Opt. Lett.*, vol. 36, n° 17, p. 3398, sept. 2011, doi: 10.1364/OL.36.003398.
- [78] M. H. P. Pfeiffer *et al.*, « Octave-spanning dissipative Kerr soliton frequency combs in Si<sub>3</sub>N<sub>4</sub> microresonators », *Optica*, vol. 4, n° 7, p. 684, juill. 2017, doi: 10.1364/OPTICA.4.000684.
- [79] D. Duchesne *et al.*, « Efficient self-phase modulation in low loss, high index doped silica glass integrated waveguides », *Opt. Express*, vol. 17, n° 3, p. 1865, févr. 2009, doi: 10.1364/OE.17.001865.
- [80] D. C. Cole, A. Gatti, S. B. Papp, F. Prati, et L. Lugiato, « Theory of Kerr frequency combs in Fabry-Perot resonators », *Phys. Rev. A*, vol. 98, n° 1, p. 16, juill. 2018, doi: 10.1103/PhysRevA.98.013831.



## Chapitre II : Modélisation des résonateurs passifs pour l'étude des peignes Kerr

Le deuxième chapitre de cette thèse est dédié à l'étude de la fonction de transfert d'un résonateur optique passif. Les éléments étudiés dans ce chapitre serviront de base pour le chapitre suivant pour étudier la formation de peignes Kerr et expliquer les mécanismes qui permettent la formation de structures temporelles dans les résonateurs passifs.

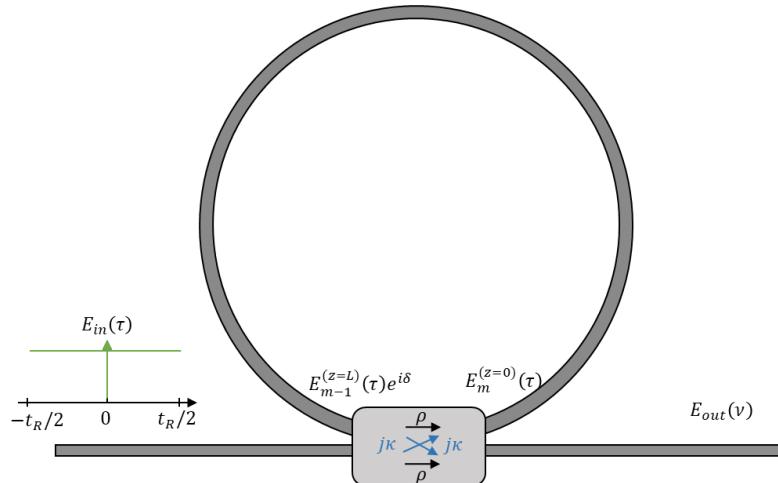
La première partie du chapitre présente le modèle que nous utiliserons dans ce manuscrit pour décrire le comportement des résonateurs passifs dans le contexte des peignes Kerr. En particulier, la fonction de transfert d'un résonateur en régime linéaire de propagation sera présentée. Les paramètres qui caractérisent un tel résonateur passif seront définis et les expressions analytiques de ces paramètres seront déterminées à partir des propriétés physiques du résonateur.

Dans la deuxième partie du chapitre, l'influence des effets de dispersion de la vitesse de groupe sur la fonction de transfert large-bande du résonateur sera étudiée.

La dernière partie vise à inclure l'influence des effets non linéaires dans la fonction de transfert du résonateur dans le régime de fonctionnement monochromatique. Une étude sur le processus d'instabilité de modulation à l'origine des peignes Kerr sera présentée ici.

### 1. Modélisation de résonateurs passifs non linéaires

Un résonateur optique est composé de deux éléments, sa cavité résonante et son coupleur d'accès. Ce système est schématisé sur la figure 1. La cavité résonante est représentée par la boucle circulaire sur la figure. Le coupleur d'accès du résonateur représente la région sur laquelle se font des transferts d'énergie entre le port d'accès du résonateur et la cavité résonante. Les coefficients  $\rho$  et  $\kappa$  quantifient la magnitude du transfert en puissance entre le signal d'entrée (correspondant au signal de pompe dans le cas d'un résonateur non-linéaire), le signal intra-cavité et le signal de sortie.



**Fig 1.** Schéma d'un résonateur optique circulaire. La région de couplage est caractérisée par les paramètres  $\rho$  et  $\kappa$  qui quantifient les échanges d'énergie entre le guide d'accès et la cavité résonante.

## 1.1. Cavité résonante

La cavité résonante doit présenter un chemin optique fermé pour la lumière. Sur le schéma de la figure 1 est représentée une cavité circulaire mais différentes géométries peuvent être considérées. Elles ont été présentées en détail dans le chapitre I de ce manuscrit et sont toujours circulaires dans le cas des résonateurs monolithiques. Pour les résonateurs à base de guides d'onde, les cavités résonantes peuvent avoir des formes exotiques qui permettent de confiner des grandes longueurs de cavité sur des très faibles surfaces. De tels résonateurs présentent un faible espacement modal pour une surface occupée minimale. Une alternative pour créer un chemin optique fermé consiste à utiliser deux miroirs alignés, comme dans le cas des cavités Fabry-Perot ou des cavités fibrées à miroirs de Bragg. Dans tous les cas, la cavité optique est le milieu de propagation dans lequel se forme le peigne Kerr par accumulation de puissance et est caractérisée par les éléments suivants :

- **Longueur** : détermine l'espacement entre les modes longitudinaux de la cavité et donc l'ISL des peignes qui seront générés à partir du dispositif utilisé.
  - **Absorption** : les pertes par absorption lors de la propagation du signal optique à l'intérieur de la cavité optique. Cette grandeur détermine la limite du facteur de qualité qui peut être conçu à partir d'un matériau donné.

- **Dispersion :** quantifie la variation en fréquence de l'indice effectif du mode de propagation et du matériau. Cette grandeur détermine la structure modale d'un résonateur optique. Elle est d'une importance majeure dans le contexte des peignes Kerr puisqu'elle détermine la forme et l'étalement du spectre des peignes Kerr générés dans le résonateur.
- **Aire effective du mode de propagation :** Notée  $A_{eff}$ , quantifie le confinement du champ électrique dans le guide d'onde étudié. L'aire effective du mode de propagation est une mesure de l'aire sur laquelle l'énergie du champ électrique est distribuée. Cette grandeur est définie par la relation

$$A_{eff} = \frac{(\int_{-\infty}^{+\infty} I dA)^2}{\int_{-\infty}^{+\infty} I^2 dA}$$

où  $I$  représente l'intensité lumineuse d'une onde optique se propageant dans le milieu de propagation considéré. L'aire effective permet de relier l'intensité lumineuse de l'onde  $I$  (puissance optique par unité de surface) à la puissance optique du champ qui se propage dans le guide,  $P_{opt}$ , via la relation

$$P_{opt} = I \cdot A_{eff}$$

- **Indice de réfraction nonlinéaire :** quantifie la variation de l'indice de réfraction du milieu optique avec l'intensité lumineuse de l'onde qui circule dans le milieu. L'indice de réfraction non-linéaire  $n_2$  est relié aux variations de l'indice de réfraction dues à l'effet Kerr  $\Delta n$  par la relation

$$\Delta n = n_2 I$$

Les effets non linéaires tels que l'auto modulation de phase (SPM), modulation croisée de phase (XPM), et mélange quatre ondes (4WM) résultent tous de cette dépendance en intensité de l'indice de réfraction du milieu optique. Il est important de noter, que les peignes Kerr sont générés par 4WM, ce qui est possible grâce à la compensation des effets dispersifs par les effets non linéaires de SPM et XPM. Le coefficient de non-linearité Kerr d'un guide d'onde particulier est défini à partir de l'indice non-linéaire du milieu matériel et l'aire effective du mode de propagation par la relation

$$\gamma = \frac{n_2 \omega_0}{c A_{eff}}$$

où  $\omega_0$  représente la pulsation centrale,  $c$  est la célérité de la lumière dans le vide. Ainsi, pour un signal optique de puissance continue  $|E|^2$  le déphasage de celui-ci par unité de longueur, dû à l'effet d'auto-modulation de phase peut être déterminé à partir du paramètre non-linéaire  $\gamma$ .

L'indice de réfraction non-linéaire étant inhérent au milieu de propagation, la valeur de  $\gamma$  peut être contrôlée par des modifications de  $A_{eff}$ . Ainsi, une diminution de l'aire effective d'un guide d'onde peut exacerber les effets non-linéaires dans celui-ci par une augmentation de l'intensité lumineuse due à un plus fort confinement du champ optique.

## 1.2. Coupleur d'accès

Le coupleur d'accès du résonateur est l'élément qui permet d'injecter de la puissance optique dans la cavité résonante et de récupérer une copie du signal intra-cavité à la sortie du résonateur au niveau du guide d'accès. Un coupleur conventionnel et symétrique est caractérisé par un coefficient de couplage ( $\kappa$ ) et de transmission ( $\rho$ ) comme illustré par la figure 1 où les éléments  $E$  représentent des champs électriques. Les champs à la sortie du coupleur, considéré sans pertes, sont reliés aux champs à l'entrée du coupleur par la relation matricielle

$$\begin{bmatrix} E_m^{(z=0)} \\ E_{out} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j\kappa & \rho \\ \rho & j\kappa \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{in} \\ E_{m-1}^{(z=L)} \exp(-i\delta) \end{bmatrix} \quad (1)$$

où  $\delta \in ]-\pi; \pi]$  détermine le déphasage par tour de cavité subi par le signal intra-cavité par rapport à la fréquence de résonance étudiée. Le désaccord en phase  $\delta$  peut être relié au désaccord en fréquence  $\delta_f$  par la relation

$$\delta_f = \frac{-\delta}{2\pi} EM = \frac{-\delta}{2\pi} \frac{c}{nL} = \frac{-\delta}{2\pi} \frac{v_g}{L} \quad (2)$$

où  $EM = c/nL$  avec  $n$ , l'indice de groupe associé au mode de propagation est l'espacement modal du résonateur à la fréquence de résonance étudiée. Le terme  $\delta$  (et  $\delta_f$ ) permettent de quantifier le désaccord en phase (fréquence) de la fréquence centrale du signal de pompe (d'entrée)  $E_0$  par rapport à la fréquence de résonance la plus proche de celle du signal de pompe.

En ce qui concerne le coupleur d'accès, le principe de conservation de l'énergie impose comme condition que la valeur absolue du déterminant de la matrice du coupleur doit être unitaire, ce qui peut être simplifié dans le cas présent comme suit

$$\rho^2 + \kappa^2 = 1 \quad (3)$$

Pour le moment les grandeurs,  $\rho$  et  $\kappa$  qui caractérisent le coupleur sont considérées comme réelles et indépendantes de la fréquence. Cette condition sera relaxée dans le chapitre 4 où nous allons étudier l'impact d'un couplage dépendant de la longueur d'onde sur la formation de peignes Kerr.

Afin d'étudier le comportement d'un résonateur optique non-linéaire, nous ferons appel à trois hypothèses qui permettront la simplification du problème. Celles-ci sont :

- **Propagation unidimensionnelle**

Nous allons considérer une propagation selon une direction unique qu'on appellera  $z$  et qui sera alignée en tout moment avec l'axe de la cavité résonante et les effets de rétrodiffusion seront négligés. Ainsi, le modèle est insensible à la géométrie de la cavité étudiée.

- **Pas d'effets de biréfringence**

Nous allons considérer que la polarisation de la lumière se propageant dans la cavité est parfaitement linéaire et nous allons négliger tous les effets de dépolarisation. Dans les cavités fibrées ceci n'est pas un problème et dans les micro et mini-cavités les effets de biréfringence restent négligeables sur les distances de l'ordre de la longueur de la cavité (du micromètre à la dizaine de millimètre). Cette hypothèse est alors vérifiée dans la grande majorité de cas d'étude

- **Milieu Isotrope**

Le milieu de propagation est considéré isotrope. C'est-à-dire que le champ de polarisation électrique induit par le champ électrique et le champ électrique oscillent toujours dans le même plan (les vecteurs qui dirigent leur sens d'oscillation sont colinéaires).

### 1.3. Attracteur d'Ikeda

Tenant compte de ces simplifications, un résonateur optique non linéaire peut être modélisé par un attracteur d'Ikeda [1]. Cet attracteur est un système dynamique qui décrit de manière itérative l'évolution de l'enveloppe lentement variable du champ intra-cavité suivant des tours de cavité successifs. Le système dynamique est décrit par une relation de récurrence et une équation de propagation. La relation de récurrence décrit les interactions entre le champ intra-cavité en fin de propagation au tour  $m - 1$  appellé  $E_{m-1}^{(z=L)}$  et le champ de pompe  $E_{in}$  au niveau

du couplage d'accès pour donner ainsi le champ intra-cavité en début du tour  $m$  appellé  $E_m^{(z=0)}$ .

La relation de récurrence s'écrit de la manière suivante :

$$E_m^{(z=0)} = j\kappa E_{in} + \rho E_{m-1}^{(z=L)} \exp(-i\delta) \quad (4)$$

où  $E_m$  représente l'enveloppe lentement variable du champ électrique intra-cavité au tour de cavité  $m$  ; avec  $z$  étant la coordonnée longitudinale du la cavité optique et  $\kappa; \rho$  les coefficients de couplage et transmission respectivement du coupleur d'accès du résonateur.

L'équation de propagation permet d'obtenir le champ intra-cavité  $E_m^{(z=L)}$  après propagation à travers la longueur de cavité  $L$  à partir du champ intra-cavité  $E_m^{(z=0)}$  en début d'itération. En tenant en compte les hypothèses de simplification faites au début de cette section et supposant que l'effet Kerr agit avec des constantes de temps supposées très inférieures aux variations temporelles associées à l'enveloppe du champ optique, la propagation de l'enveloppe lentement variable du champ électrique le long de la cavité peut être décrite par l'équation non-linéaire de Schrödinger (NLS) [2]

$$\frac{\partial E_m(z, \tau)}{\partial z} = -\frac{\alpha}{2} E_m + i \sum_{k \geq 2} \frac{\beta_k}{k!} \left( i \frac{\partial}{\partial \tau} \right)^k E_m + i\gamma |E_m|^2 E_m \quad (5)$$

Le paramètre  $\alpha$  prend en compte l'effet de pertes par absorption et caractérise l'atténuation de l'enveloppe  $E_m(z, \tau)$  du champ électrique, les paramètres  $\beta_k$  correspondent aux coefficients de dispersion d'ordre  $k$  qui déterminent le développement de Taylor du nombre d'onde de la lumière dans le milieu de propagation en fonction de la fréquence et modélisant les effets de dispersion. Le paramètre  $\gamma$  est le coefficient de non-linéarité Kerr qui détermine le déphasage non-linéaire que subit une onde en fonction de la puissance instantanée de son enveloppe lentement variable et modélise l'effet Kerr instantané.

La variable temporelle  $\tau$  décrit les variations sur des courtes durées de temps de l'enveloppe lentement variable. Elle est obtenue à partir de la transformation :

$$\tau = T - \frac{z}{v_g} = T - \beta_1 z \quad (6)$$

où la variable  $T$  représente le temps. Le paramètre  $\tau$  est une variable de temps autour d'une fenêtre temporelle de référence qui se propage à la vitesse de groupe  $v_g$  du signal intra-cavité. Elle doit être comprise dans la fenêtre  $\tau \in [-t_R/2; t_R/2]$ , avec  $t_R$  le temps que prend la lumière pour effectuer un tour de cavité. La condition  $\tau \in [-t_R/2; t_R/2]$  permet une synchronisation parfaite entre la fenêtre temporelle étudiée, l'équation NLS et l'évolution du champ intra-cavité

décrit par l'attracteur d'Ikeda. Une variable de temps dite « lente » peut être associée à un tour de cavité  $m$  donné et définie par la relation  $t = mt_R$ , le temps total écoulé depuis les conditions initiales. Cette variable de temps lente est équivalente à une distance totale propagée  $z_{eq} = mL$  où  $L$  représente la longueur de cavité du résonateur.

La NLS (équation 5) avec les conditions limites imposées par l'équation 4 décrivent la dynamique de tout résonateur optique pouvant être modélisé par une propagation intra-cavité unidimensionnelle, indépendamment de sa géométrie ou facteur de qualité. Pour les cavités de haute finesse, ces deux équations peuvent être moyennées en une seule suivant le formalisme de Lugiato-Lefever qui permet les développements analytiques sur la dynamique des cavités optiques non-linéaires de haute finesse [3]–[5]. Cette approximation ne reste valide que dans le cas des cavités de haute finesse où le champ intra-cavité ne varie que très lentement entre des tours de cavité successifs et si la dispersion de la vitesse de groupe et le déphasage non linéaire par effet Kerr sont faibles sur un tour de cavité [3].

## 2. Fonction de transfert d'un résonateur passif

Il est utile de modéliser le comportement d'un résonateur optique passif en régime linéaire. La fonction de transfert du résonateur donne des informations très utiles pour la génération d'un peigne Kerr telles que le facteur de qualité du résonateur et son coefficient d'accumulation de puissance.

### 2.1. Propagation linéaire

En négligeant les effets de dispersion et les effets non-linéaires, l'équation de propagation peut être simplifiée comme suit :

$$\frac{\partial E_m(z, \tau)}{\partial z} = -\frac{\alpha}{2} E_m \quad (7)$$

L'équation différentielle (7) peut être facilement résolue. En présence uniquement de pertes dans le milieu de propagation, le champ intra-cavité après propagation sur une distance  $L$  est décrit par la relation

$$E_{m-1}^{(z=L)} = E_{m-1}^{(z=0)} \exp(-\alpha L/2) = a E_{m-1}^{(z=0)}$$

où  $\alpha$  représente le coefficient d'absorption en puissance du milieu de propagation et modélise l'atténuation d'un signal lors de sa propagation sur une longueur  $L$ . La constante  $a$  est utilisée ici pour modéliser directement l'atténuation du champ électrique lors de sa propagation dans la cavité. En introduisant la constante complexe :

$$\underline{a} = a \exp(-i\delta)$$

qui permet de simplifier les notations dans le raisonnement qui suit et en utilisant l'équation 4, le champ intra-cavité au tour de cavité  $m$  peut être exprimé comme suit :

$$E_m^{(z=0)} = j\kappa E_{in} + \rho \underline{a} E_{m-1}^{(z=0)}$$

L'expression du champ  $E_m^{(z=0)}$  peut alors s'étendre de la manière suivante :

$$E_m^{(z=0)} = j\kappa E_{in} + \rho \underline{a} (j\kappa E_{in} + \rho \underline{a} E_{m-2}^{(z=0)}) = j\kappa E_{in} + \rho \underline{a} (j\kappa E_{in} + \rho \underline{a} (j\kappa E_{in} + \rho \underline{a} E_{m-3}^{(z=0)}))$$

Sous forme de série, le champ intra-cavité  $E_m^{(z=0)}$  s'exprime alors par :

$$E_m^{(z=0)} = (\underline{a} \rho)^m E_{m=0}^{(z=0)} + j\kappa E_{in} \sum_{k=0}^{m-1} (\underline{a} \rho)^k$$

En assumant comme condition initiale que le champ intra-cavité est nul,  $E_{m=0}^{(z=0)} = 0$ , cette expression se simplifie comme suit

$$E_m^{(z=0)} = j\kappa E_{in} \sum_{k=0}^{m-1} (\underline{a} \rho)^k$$

Il est alors possible de déterminer une expression analytique de  $E_m^{(z=0)}$  en fonction du champ de pompe  $E_{in}$ .

$$E_m^{(z=0)} = j\kappa E_{in} \frac{1 - (\rho \underline{a})^m}{1 - \rho \underline{a}} \quad (8)$$

En utilisant l'expression 8 de  $E_m^{(z=0)}$  il est possible de déterminer la fonction de transfert qui caractérise le comportement linéaire d'un résonateur optique. La fonction de transfert étant définie comme le ratio  $E_{out}/E_{in}$ , peut être obtenue à partir de la relation matricielle 1 :

$$T(\delta) = \frac{E_{out}}{E_{in}} = \frac{\rho E_{in} + j\kappa E_{m-1}^{(z=L)} \exp(-i\delta)}{E_{in}} = \rho + j\kappa \frac{a E_{m-1}^{(z=0)}}{E_{in}} \quad (9)$$

Nous pouvons alors exprimer le champ  $E_{m-1}^{(z=0)}$  à partir de l'expression de  $E_m^{(z=0)}$  donnée par l'équation 8 :

$$E_{m-1}^{(z=L)} \exp(-i\delta) = a E_{m-1}^{(z=0)} = \underline{a} \times j\kappa E_{in} \frac{1 - (\rho \underline{a})^{m-1}}{1 - \rho \underline{a}}$$

Cette expression peut être injectée dans l'expression 9 de  $T(\delta)$  de manière à obtenir

$$T(\delta) = \frac{E_{out}}{E_{in}} = \rho - \underline{a} \times \kappa^2 \frac{1 - (\rho \underline{a})^{m-1}}{1 - \rho \underline{a}} = \frac{\rho - \underline{a}(\rho^2 + \kappa^2) + \underline{a}\kappa^2(\rho \underline{a})^{m-1}}{1 - \rho \underline{a}}$$

En faisant appel à l'hypothèse de conservation de l'énergie dans le coupleur (passif),  $\rho^2 + \kappa^2 = 1$ , la fonction de transfert en amplitude du résonateur s'écrit finalement comme suit :

$$T(\delta) = \frac{\rho - \underline{a} + \underline{a}\kappa^2(\rho \underline{a})^{m-1}}{1 - \rho \underline{a}}$$

Cette fonction est utile dans le régime de fonctionnement établi, c'est-à-dire lorsque  $m$  devient très grand. Dans un résonateur passif, le produit  $\rho a$  est toujours inférieur à 1 du fait des pertes de propagation du signal à l'intérieur de la cavité optique ( $a < 1$ ) et du couplage de la lumière intra-cavité vers le guide de sortie du résonateur ( $\rho < 1$  ;  $\kappa > 0$ ). L'expression de  $T(\delta)$  dans le régime stationnaire se simplifie alors comme suit

$$T(\delta) = \frac{\rho - \underline{a}}{1 - \rho \underline{a}} \quad (10)$$

L'équation 10 est d'une importance cruciale pour l'étude de résonateurs passifs du fait qu'elle décrit le transfert en amplitude et en phase d'une onde en régime linéaire. Le transfert de puissance entre le port de sortie du résonateur et son port d'entrée est régit par la relation :

$$|T(\delta)|^2 = \frac{|\rho - \underline{a}|^2}{|1 - \rho \underline{a}|^2} = \frac{a^2 + \rho^2 - 2a\rho \cos(\delta)}{(a\rho)^2 + 1 - 2a\rho \cos(\delta)} \quad (11)$$

*Régimes de couplage d'un résonateur passif ( $a < 1$ )*

Dans les résonateurs passifs, trois régimes de couplage peuvent être identifiés selon la valeur des pertes intrinsèques par rapport aux pertes extrinsèques dans le résonateur. Les pertes intrinsèques constituent toute source de pertes lors de la propagation du signal optique dans la cavité du résonateur. Les pertes extrinsèques sont représentatives de l'énergie qui s'échappe de

la cavité du résonateur à travers son coupleur d'accès. Les pertes extrinsèques ne résultent pas d'une absorption ou conversion d'énergie électromagnétique en chaleur mais sont effectivement perçues comme des pertes pour le signal intra-cavité, qui souffre d'une atténuation due à la fuite de signal via ce coupleur d'accès. Les trois régimes de couplage identifiés dans un résonateur passif sont les suivants :

#### Régime de sous couplage : $a < \rho$

En régime de sous-couplage, les pertes lors de la propagation de la lumière dans la cavité sur un tour de cette dernière (par absorption ou tout autre mécanisme) quantifiées par  $a$  sont plus importantes que la fuite de puissance par tour de cavité due au coupleur d'accès, quantifiées par  $\kappa$ . Un résonateur est donc en régime de sous-couplage si la condition  $a < \rho$  est satisfaite. Le régime de sous couplage est caractérisé par des pertes intrinsèques plus fortes que les pertes extrinsèques.

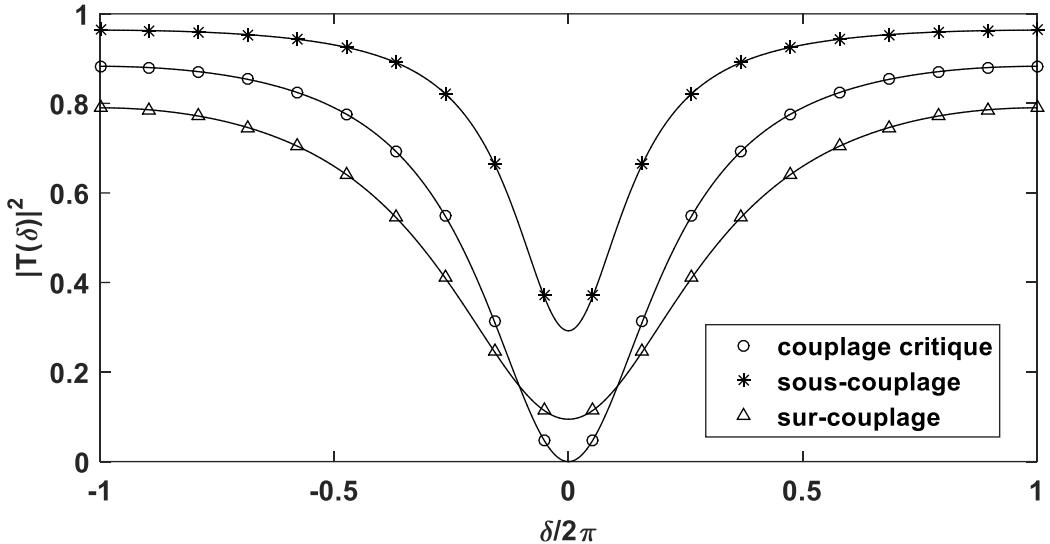
#### Régime de couplage critique : $a = \rho$

En régime de couplage critique les pertes de puissance intra-cavité dues à la propagation du signal dans la cavité sont exactement égales à la puissance injectée par le coupleur. Les pertes extrinsèques sont ici égales aux pertes intrinsèques.

#### Régime de sur-couplage : $1 > a > \rho$

En régime de sur-couplage, la fuite de signal de la cavité est plus importante que les pertes intra-cavité lors de la propagation. Les pertes extrinsèques sont plus importantes que les pertes intrinsèques.

La fonction de transfert d'un résonateur optique est représentée en figure 2 pour les trois régimes de couplage des résonateurs passifs pour une valeur constante de  $a = 0,7$  pour illustration. Le régime de couplage critique est caractérisé par une extinction totale du signal en sortie de la cavité comme mis en évidence par l'équation 11.



**Fig 2.** Fonction de transfert d'un résonateur passif dans les trois régimes de couplage. Les pertes intra-cavité sont identiques pour chaque courbe.

## 2.2. Facteur de qualité

Le facteur de qualité ( $Q$ ) d'un résonateur est une grandeur qui quantifie les pertes et la sélectivité d'un résonateur. Dans le contexte des peignes Kerr, cette grandeur est importante du fait qu'elle est proportionnelle à la durée de vie du champ électromagnétique dans la cavité limitée par les pertes de propagation (pertes intrinsèques) et par le couplage de la cavité vers le guide de sortie (pertes extrinsèques). Le facteur de qualité quantifie alors l'amélioration des longueurs d'interaction due à l'utilisation d'une structure résonante. Il est défini par  $Q = \omega_0 \tau_0 / 2$  et peut s'exprimer sous la forme :

$$Q = \frac{\nu_0}{\Delta f_{1/2}}$$

Avec  $\nu_0$  la fréquence de la résonance étudiée et  $\Delta f_{1/2}$  la largeur à mi-hauteur de la fonction de transfert du résonateur. Il est possible de déterminer une expression analytique de  $\Delta f_{1/2}$  en fonction des paramètres du coupleur d'accès du résonateur et des propriétés d'absorption du matériau qui composent le résonateur. A cet effet, nous devons déterminer la valeur à mi-hauteur de la fonction de transfert en puissance, notée  $|T(\delta)|_{1/2}^2$ .

$$|T(\delta)|_{1/2}^2 = \frac{|T(0)|^2 + |T(\pi)|^2}{2} = \frac{a^2 + \rho^2 - 4(a\rho)^2 + (a^2\rho)^2 + (\rho^2a)^2}{(1 - (a\rho)^2)^2} \quad (12)$$

Pour trouver la demi-largeur à mi-hauteur de la résonance il faut résoudre l'équation  $12 = 11$  ayant le déphasage  $\delta$  pour variable. La solution de cette équation donne l'angle de déphasage  $\delta = \varphi_{1/2}$  par rapport à la fréquence de la résonance étudiée pour lequel  $|T(\varphi_{1/2})|^2 = |T(\delta)|_{1/2}^2$  correspondant à la demi-largeur à mi-hauteur de la courbe de résonance.

$$\varphi_{1/2} = \arccos\left(\frac{2a\rho}{1 + (a\rho)^2}\right)$$

La largeur à mi-hauteur de la résonance  $\delta_{1/2} = 2\varphi_{1/2}$  peut être exprimée en unités de fréquence sachant que pour  $\delta_{1/2}$ , un angle de  $2\pi$  radians représente un intervalle fréquentiel égal à l'espacement modal du résonateur à la fréquence étudiée.

L'espacement modal est la distance fréquentielle entre deux modes longitudinaux d'un résonateur. Il correspond à la différence en fréquence entre deux résonances successives autour d'une fréquence optique donnée. L'espacement modal  $EM$  est fonction du chemin optique de la lumière dans le résonateur  $nL$

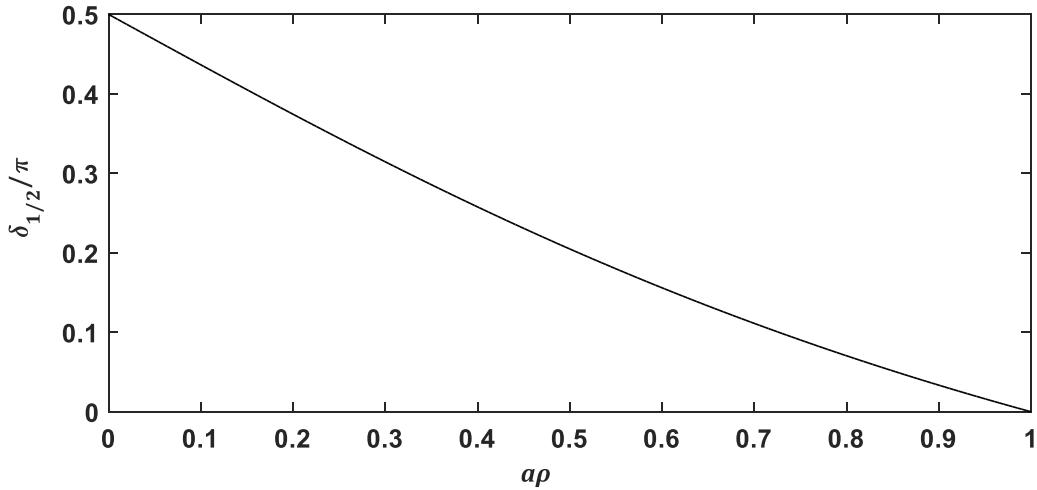
$$EM = \frac{c}{nL}$$

Connaissant l'expression de l'espacement modal du résonateur, la largeur à mi-hauteur de sa fonction de transfert, en unités de fréquence, peut s'exprimer de la manière suivante :

$$\Delta f_{1/2} = \frac{c}{\pi nL} \arccos\left(\frac{2a\rho}{1 + (a\rho)^2}\right) \quad (13)$$

Il est important de noter que la largeur à mi-hauteur de la fonction de transfert est fonction des pertes totales de signal par tour de cavité  $a\rho$ . Comme expliqué précédemment, le terme  $\rho$  ne désigne pas ici des pertes au sens strict mais quantifie la fuite de signal qui est couplé de la cavité résonante vers le guide de sortie du résonateur lors de sa propagation à travers le coupleur d'accès, ce qui constitue effectivement une atténuation du signal intra-cavité.

Nous avons représenté en figure 3 la demi-largeur à mi-hauteur en phase normalisée en fonction des pertes totales par tour de cavité. Si le signal est complètement atténué en un tour de cavité, la demi-largeur à mi-hauteur correspond à la moitié de l'espacement modal du résonateur ce qui corresponds à une fonction de transfert parfaitement plate, déterminée par le coefficient de transmission du guide d'accès vers le guide de sortie.



**Fig 3.** Demi-largeur à mi-hauteur de la résonance en fonction du produit  $a\rho$ .

Dans le cas où les pertes par tour de cavité tendent vers 0 ( $a\rho \rightarrow 1$ ), la largeur à mi-hauteur de la cavité tend aussi vers 0 correspondant à une résonance infiniment sélective et un facteur  $Q \rightarrow +\infty$ . Connaissant l'expression analytique de la largeur à mi-hauteur de la résonance, le facteur de qualité peut être exprimé :

$$Q = \nu_0 / \left( \frac{c}{\pi n L} \arccos \left( \frac{2a\rho}{1 + (a\rho)^2} \right) \right) \quad (14)$$

En pratique, la seule grandeur qui peut être contrôlée lors de la conception d'un résonateur est  $\rho$  vue que  $a$  sera limité par les pertes totales du milieu de propagation.

### 2.3. Facteur d'accumulation de puissance

Le facteur d'accumulation de puissance *PEF* (de l'anglais « Power Enhancement Factor ») est défini comme le ratio entre la puissance du champ intra-cavité et la puissance du champ électrique incident à la fréquence de résonance. Le *PEF* d'un résonateur étant défini à la fréquence de résonance, son calcul implique un déphasage  $\delta = 0$  et par conséquent  $\underline{a} = a$ . Nous pouvons alors déterminer le *PEF* du résonateur, à partir du calcul du ratio  $E_m^{(z=0)}/E_{in}$  en gardant le couple de valeurs  $[\delta = 0; \underline{a} = a]$  :

$$\frac{E_m^{(z=0)}}{E_{in}} = j\kappa \frac{1 - (\rho a)^m}{1 - \rho a} \quad (15)$$

A partir duquel nous pouvons déterminer le ratio entre la puissance optique stockée intra-cavité  $|E_m^{(z=0)}|^2$  et la puissance optique de pompe  $|E_{in}|^2$

$$PEF = \frac{|E_m^{(z=0)}|^2}{|E_{in}|^2} = |\kappa|^2 \frac{|1 - (\rho a)^m|^2}{|1 - \rho a|^2} \quad (16)$$

Sachant que dans un résonateur passif il n'y a pas d'amplification du signal lors de sa propagation intra-cavité, le produit  $\rho a$  respecte la relation  $\rho a < 1$ . Dans le régime établi ( $m \rightarrow \infty$ ), le terme  $(\rho a)^m$  dans la relation 16 tend vers 0 et l'expression de  $PEF$  se simplifie de la manière suivante :

$$PEF = \frac{|E_m^{(z=0)}|^2}{|E_{in}|^2} = \frac{\kappa^2}{(1 - \rho a)^2} = \frac{1 - \rho^2}{(1 - \rho a)^2} \quad (17)$$

Afin d'optimiser le  $PEF$  du résonateur optique, une étude des variations de la  $PEF$  en fonction de  $\rho$  est utile pour déterminer les paramètres de couplage qui permettront une accumulation optimale de puissance. A cet effet nous pouvons déterminer la dérivée de  $PEF$  par rapport au coefficient de transmission du coupleur d'accès  $\rho$  :

$$\frac{\partial PEF}{\partial \rho} \Big|_a = \frac{2a(1 - \rho^2)}{(1 - a\rho)^3} - \frac{2\rho}{(1 - a\rho)^2}$$

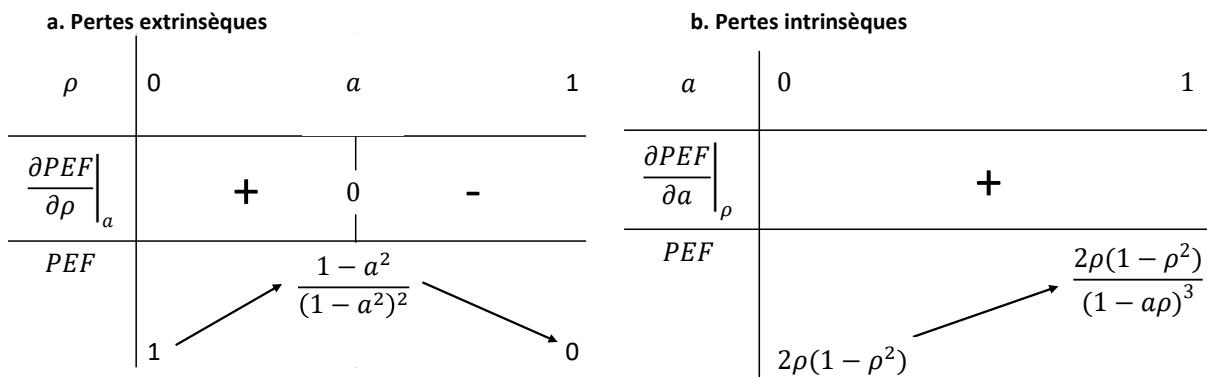
Le tableau de variation de la dérivée de  $PEF$  en fonction de  $\rho$  présenté en figure 4.a. montre que à pertes intra cavité constantes ( $a = cte$ ),  $PEF$  est maximum dans le régime de couplage critique ( $a = \rho$ ). Il est important de noter qu'en régime de couplage critique le champ extrait de la cavité interfère de manière destructive avec le champ incident, de sorte que la puissance de sortie est nulle. Ceci est mis en évidence par la figure 2 et l'équation 11 qui quantifie le transfert en puissance du résonateur.

En régime de sur-couplage,  $PEF$  est une fonction monotone croissante de  $\rho$  jusqu'à atteindre le couplage critique  $\rho = a$ . En régime de sous-couplage,  $PEF$  est monotone décroissante en fonction de  $\rho$ .

La dérivée de  $PEF$  par rapport aux pertes intra-cavité  $a$  (à  $\rho$  constant) donne des informations sur l'influence qu'aura le matériau utilisé pour la conception de la cavité sur l'accumulation de puissance dans la cavité. Elle s'exprime :

$$\frac{\partial PEF}{\partial a} \Big|_\rho = \frac{2\rho(1 - \rho^2)}{(1 - a\rho)^3}$$

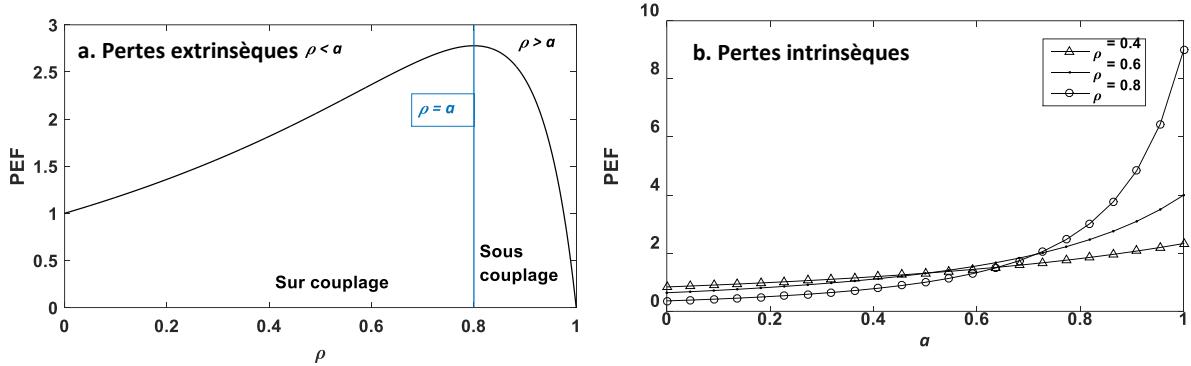
Le tableau de variation de  $PEF$  en fonction de  $\alpha$  est représenté dans la figure 4.b. Ce tableau illustre le fait que le  $PEF$  augmente quand les pertes intrinsèques du résonateur diminuent, indépendamment du régime de couplage du résonateur et met en avant l'importance de l'utilisation de matériaux à forte transparence pour la conception de résonateurs optiques. Ce n'est donc pas surprenant que les cristaux de fluorure soient donc des plateformes utilisées couramment pour la génération de peignes Kerr [6]–[8] du fait que leur faible absorption ( $\alpha \rightarrow 1$ ) qui permet l'obtention de très forts facteurs de qualité et par conséquent un très fort  $PEF$  si un couplage adéquat est mis en place.



**Fig 4.a.** Tableau de variation de  $PEF$  en fonction du coefficient de transmission  $\rho$ .

**b.** Tableau de variation de  $PEF$  en fonction du coefficient de pertes intra-cavité  $a$ .

Le facteur d'accumulation de puissance est représenté en figure 5.a en fonction de  $\rho$  ( $PEF$  en fonction des pertes extrinsèques) pour une valeur de  $a = 0,8$ . Nous pouvons remarquer que le facteur d'accumulation de puissance du résonateur souffre d'une brusque dégradation lors du passage en régime de sous-couplage si la valeur de  $\rho$  devient grande devant  $a$ . Cette dégradation devient plus brusque lorsque  $a \rightarrow 1$  et le couplage doit être maintenu proche du couplage critique du côté sur-couplé pour ne pas dégrader les propriétés d'accumulation de puissance de la cavité.



**Fig 5.** a. *PEF* en fonction du coefficient de transmission du coupleur d'accès.

b. *PEF* en fonction des pertes de propagation dans la cavité.

En ce qui concerne les pertes intrinsèques du résonateur, le *PEF* en fonction de  $a$  est représenté en figure 5.b pour différentes valeurs de  $\rho$ , illustrant l'importance de l'utilisation d'un milieu transparent pour la conception de résonateurs optiques.

### 3. Effets de dispersion et impact sur la structure modale d'un résonateur

La structure modale d'un résonateur est la répartition spectrale des fréquences de résonance du résonateur. Généralement, la répartition spectrale des modes longitudinaux varie très peu sur des échelles fréquentielles de l'ordre de l'espacement modal des résonateurs optiques (10 GHz – 1 THz). La génération de peignes Kerr est cependant un phénomène très large bande qui peut couvrir des plages spectrales allant jusqu'à la centaine de Téra-Hertz [9] représentant une plage de fréquences où des variations significatives de l'indice de réfraction du milieu de propagation auront lieu. Nous allons étudier dans cette partie les effets de dispersion dans un résonateur optique et nous allons voir que ces effets se traduisent par une modification de la structure modale du résonateur. Il est important de noter que les effets de dispersion sont nécessaires à la génération de peignes Kerr et peuvent être manipulés pour améliorer la couverture spectrale des peignes [10], [11]. Une étude détaillée sur ce phénomène sera menée dans le chapitre IV de ce manuscrit.

#### 3.1. Effets de dispersion

La constante de propagation d'une onde détermine le déphasage par unité de longueur que subit l'onde pendant sa propagation. Dans les milieux optiques dispersifs, cette grandeur est

dépendante de la fréquence, ce qui traduit une variation du chemin optique de la lumière selon sa fréquence.

Les constantes de dispersion résultent d'un développement en série de Taylor de la constante de propagation des ondes dans le milieu étudié par rapport à la fréquence angulaire  $\omega$ . La pulsation  $\omega$  représente ici une différence de pulsation entre la pulsation étudiée  $\omega_e$  et la pulsation centrale  $\omega_0$  ( $\omega = \omega_e - \omega_0$ ).

L'utilisation de développements de Taylor est due au fait que, généralement, une expression exacte de la constante de propagation  $\beta(\omega)$  d'un milieu n'est pas connue. Nous pouvons exprimer  $\beta(\omega)$  autour d'une pulsation d'étude  $\omega_0$  à partir d'un développement en série de Taylor comme suit

$$\beta(\omega) = n(\omega) \frac{\omega}{c} = \beta_0 + (\omega - \omega_0)\beta_1 + \frac{(\omega - \omega_0)^2}{2!} \beta_2 + \frac{(\omega - \omega_0)^3}{3!} \beta_3 + \dots$$

où

$$\beta_k = \left. \frac{\partial^k \beta(\omega)}{\partial \omega^k} \right|_{\omega_0} \quad (k \in \mathbb{N})$$

Les paramètres  $\beta_0$  et  $\beta_1$  ont pour expression :

$$\beta_0 = n(\omega_0) \frac{\omega_0}{c}$$

$$\beta_1 = \frac{1}{v_g} = \frac{n_g}{c}$$

où  $n_g$  est l'indice de groupe et  $v_g$  est la vitesse de groupe. L'équation NLS ne prend en compte que les coefficients de dispersion d'ordre supérieurs ou égaux à 2 du fait que le coefficient  $\beta_1$  est déjà pris en compte lors du changement de variable effectué en équation 6 et permettant de définir la vitesse de propagation de la fenêtre temporelle glissante utilisée pour l'étude de la propagation d'impulsions dans les milieux optiques.

Les paramètres de dispersion d'ordres supérieurs à 2 quantifient les variations du chemin optique de la lumière en fonction de la fréquence et jouent un rôle très important dans la génération de peignes Kerr car ils permettent, sous des conditions adéquates, la manifestation d'effets non linéaires paramétriques de type Kerr [3], [12].

Pour étudier l'impact qu'ont les effets de dispersion sur la fonction de transfert large bande d'un résonateur optique il est utile de considérer une propagation du signal intra-cavité dans le régime dispersif en absence de non linéarités comme suit

$$\frac{\partial E_m(z, \tau)}{\partial z} = -\frac{\alpha}{2} E_m + i \sum_{k \geq 2} \frac{\beta_k}{k!} \left( i \frac{\partial}{\partial \tau} \right)^k E_m \quad (18)$$

L'équation de propagation dans ces conditions peut facilement être résolue dans le domaine fréquentiel (domaine de Fourier) à l'aide des transformations de Fourier. La propagation intra-cavité avec des effets dispersifs est alors décrite par

$$\tilde{E}_m(\nu_k) = \tilde{E}_{m-1}(\nu_k) e^{-\left(\frac{\alpha}{2} - i \left(\sum_{n \geq 2} \frac{\beta_n}{n!} (-2\pi(\nu_k - \nu_0))^n\right)\right)L} \quad (19)$$

La propagation du signal peut être écrite plus facilement avec l'aide d'opérateurs linéaire  $a$  et dispersif  $D = e^{+i \left(\sum_{n \geq 2} \frac{\beta_n}{n!} (-2\pi(\nu_k - \nu_0))^n\right)L}$  qui décrit la différence en déphasage par tour de cavité subie par toute composante de fréquence  $\nu_k$  par rapport à la fréquence centrale  $\nu_0$ .

$$\tilde{E}_m(\nu_k) = \tilde{E}_{m-1}(\nu_k) a D$$

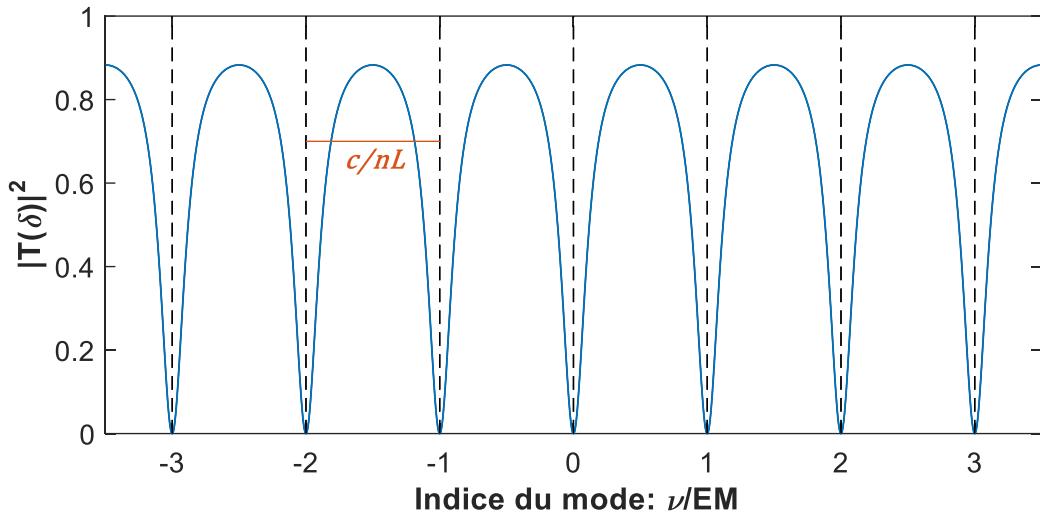
En incluant l'opérateur  $D$  dans la propagation du signal intra-cavité, la fonction de transfert du résonateur devient

$$T(\varphi) = \frac{\tilde{A}_{out}}{\tilde{A}_{in}} = \frac{\rho_1 + (\kappa_1 \kappa_2 - \rho_1 \rho_2) a D e^{j\delta}}{1 - \rho_2 a D e^{j\delta}} \quad (20)$$

La PEF et le facteur Q sont des grandeurs qui ne sont pas sensibles à l'existence de dispersion dans le résonateur.

### 3.2. Structure modale

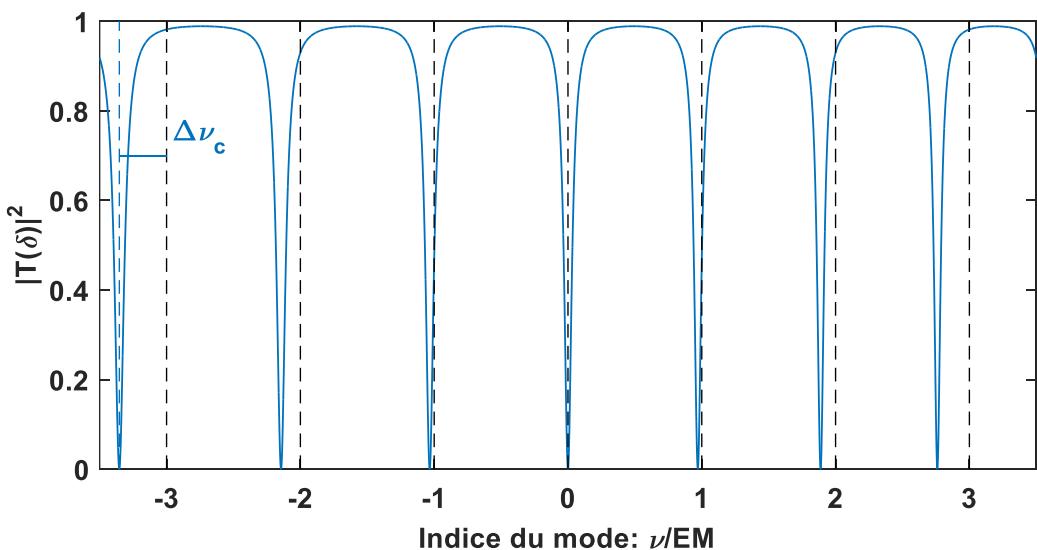
En absence totale de dispersion, le chemin optique de la lumière dans le résonateur est indépendant de la fréquence. Comme conséquence, les pics de résonance du résonateur se trouvent tous espacés d'un même intervalle fréquentiel et décrivent une grille spectrale équidistante d'un intervalle spectral égal à  $EM = c/nL$ . La fonction de transfert large bande d'un résonateur à un coupleur et possédant une structure modale équidistante est présentée en figure 6 pour illustration. Toute modification du chemin optique de la lumière avec la fréquence a pour conséquence une modification de la structure modale d'un résonateur.



**Fig 6.** Structure modale d'un résonateur optique en absence de dispersion. L'espacement modal du résonateur est constant et indépendant de la fréquence.

#### Dispersion normale

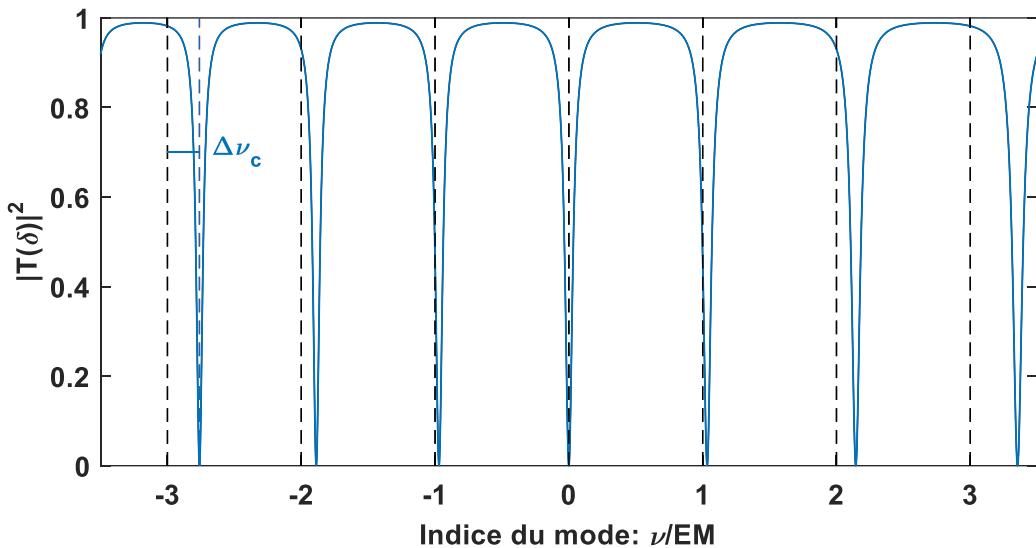
En régime de dispersion normale, l'indice de réfraction du milieu de propagation augmente avec la fréquence. Les composantes hautes fréquences se propagent plus lentement que les composantes basses fréquences. Pourvu que la longueur physique de propagation soit la même pour tous les modes longitudinaux (dégénérescence spatiale totale des modes longitudinaux), l'espacement modal d'un résonateur en régime de dispersion normale diminue avec la fréquence. Ce phénomène est illustré par la figure 7 à l'aide d'un très fort coefficient  $\beta_2 > 0$  pour illustration.



**Fig 7.** Structure modale d'un résonateur optique en régime de dispersion normale. L'espacement modal du résonateur diminue avec la fréquence en régime de dispersion normal.

### Dispersion anormale

Inversement, dans le régime de dispersion anormale, l'indice de réfraction du milieu de propagation diminue avec la fréquence. Dans ce régime, les composantes de hautes fréquences se propagent plus vite que les composantes basses fréquences ce qui a comme effet une augmentation de l'espacement modal du résonateur avec la fréquence. La figure 8 illustre l'impact d'une dispersion anormale sur la structure modale d'un résonateur



**Fig 8.** Structure modale d'un résonateur en régime de dispersion anormale. L'espacement modal du résonateur augmente avec la fréquence.

### Désaccord en fréquence des résonances froides

Une cavité optique est dite «froide» lorsqu'on considère l'absence totale de signal intra-cavité. Sur une large plage de fréquences, il est plus utile de représenter la structure modale à partir du désaccord en fréquence des résonances de la cavité froide par rapport à une grille fréquentielle équidistante de référence,  $\Delta\nu_c$ , comme illustré dans les figures 7 et 8 par les lignes verticales en pointillé.

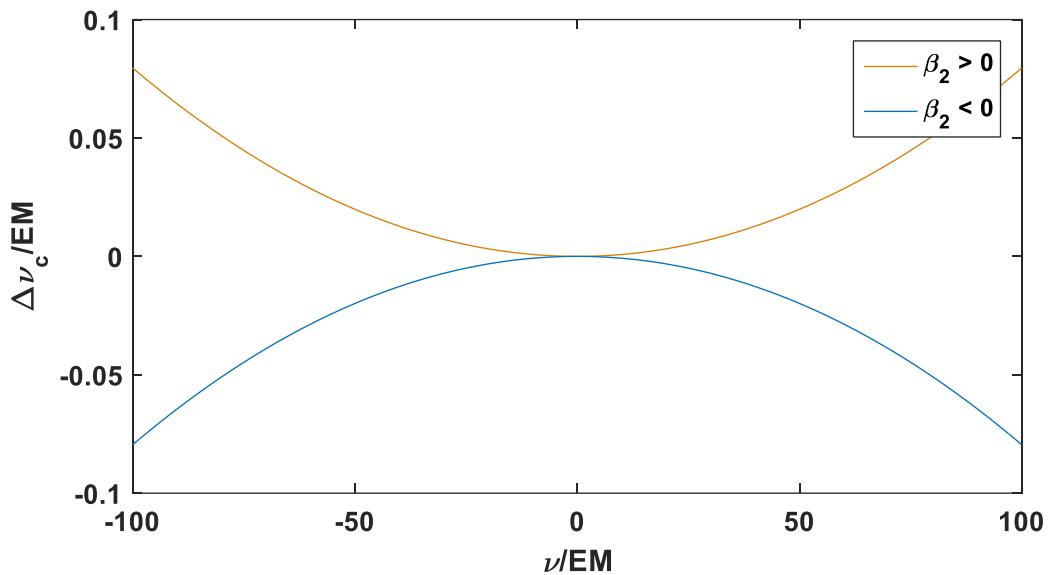
Si le coupleur d'accès ne présente pas de dispersion ( $\rho; \kappa \in \mathbb{R}$ ), le paramètre de désaccord de la fréquence de résonance,  $\Delta\nu_c$ , peut être déterminé directement à partir de la relation

$$\Delta\nu_c = \frac{EM}{2\pi} L \left( \sum_{n \geq 2} \frac{\beta_n}{n!} (-(\omega - \omega_0))^n \right)$$

Si ce n'est pas le cas, il est nécessaire d'utiliser l'équation 20 pour déterminer la position des résonances à partir de cette dernière, comme nous le verrons plus tard dans le chapitre 4. Pour l'étude des peignes de fréquences très large bande, par exemple ceux couvrant une octave du

spectre optique, il est nécessaire d'inclure des termes de dispersion supplémentaires (au-delà de  $\square_2$ ) de manière à modéliser avec une meilleure précision les effets de dispersion sur des plages fréquentielles plus importantes.

Le désaccord en fréquences d'une cavité froide est représenté en figure 9 sur une plage spectrale de 200 modes de part et d'autre du mode central pour une le cas d'une dispersion normale et une dispersion anormale en prenant en compte uniquement le coefficient de dispersion d'ordre 2 pour illustration.



**Fig 9.** En présence d'ordre 2, le désaccord en fréquences des résonances décrit une parabole correspondant à un incrément linéaire de l'espacement modal du résonateur avec la fréquence

Un peigne Kerr aura naturellement un ISL (intervalle spectral libre) constant due à la conservation de l'énergie. En plus, pour qu'il existe un peigne de fréquences il est donc nécessaire que les raies générées par le peigne soient en accord avec les résonances de la cavité. L'importance des effets de désaccord des résonances dans le contexte des peignes Kerr provient du fait que c'est par ce désaccord en fréquences que l'effet Kerr peut se manifester et mener vers la formation d'harmoniques et c'est aussi par ce désaccord des fréquences de résonance que le recouvrement spectral du peigne est limité [10].

Nous verrons dans le chapitre III que dans le régime stabilisé d'un peigne Kerr, le désaccord en fréquence des résonances froides est compensé par la modulation de phase non linéaire associée à l'effet Kerr, créant ainsi une structure modale à espacement fréquentiel constant qui permet au peigne Kerr d'exister dans la cavité.

#### 4. Non linéarités de type Kerr

Dans cette partie, les effets non linéaires paramétriques engendrés par l'effet Kerr ainsi que les conditions nécessaires pour leur manifestation seront étudiés brièvement. Cette présentation a pour but d'expliquer, plus avant dans le manuscrit, la génération de peignes Kerr par ces mécanismes.

L'effet Kerr optique a pour conséquence une variation de l'indice de réfraction dépendante de l'intensité optique de la lumière qui se propage dans le milieu. Cette variation de l'indice de réfraction est responsable des effets non-linéaires paramétriques tels que l'auto-modulation de phase, le mélange quatre ondes et la génération de troisième harmonique. L'effet Kerr optique n'a un effet significatif que pour des densités de puissance optique assez fortes et donc susceptibles d'interagir avec la matière dans laquelle l'onde se propage.

Une non-linéarité paramétrique est une interaction dans laquelle les échanges d'énergie et de moment se font uniquement entre ondes optiques, ce qui fait de ces effets, des interactions fortement dépendantes de la polarisation et très sensibles à l'accord de phase. Des exemples d'effets non-linéaires paramétriques sont l'auto modulation de phase, la modulation croisée de phase, la génération de deuxième et troisième harmonique et le mélange à quatre ondes.

Les effets non-linéaires non-paramétriques sont les effets optiques non-linéaires dans lesquels il existe un échange d'état d'énergie et de moment entre la lumière et la matière dans laquelle elle se propage. Un exemple notable d'effet non-linéaire et non-paramétrique est la diffusion Brillouin qui résulte de l'interaction par électrostriction entre la lumière et les ondes acoustiques présentes dans le milieu de propagation. D'autres effets non-linéaires non-paramétriques sont la diffusion Raman et Rayleigh et l'absorption multi photons.

L'effet Brillouin a été utilisé dans les résonateurs passifs pour la génération de peignes de fréquences avec succès [13], [14] mais la nature contra-propagative du phénomène ainsi que la forte puissance nécessaire pour l'excitation de l'effet Brillouin stimulé limitent les géométries utiles pour son exploitation dans le contexte des peignes de fréquences large bande. De plus, l'ISL des peignes Brillouin est déterminé par le décalage Brillouin, qui est fonction des propriétés du milieu de propagation. Ceci met une contrainte sur l'espacement des peignes Brillouin comparée aux peignes Kerr, où l'ISL des peignes est déterminé par l'espacement modal du résonateur qui ne dépend que de la longueur de cavité.

Les milieux de propagation centro-symétriques, tels que les verres (HYDEX, fibres optiques), sont caractérisés par des susceptibilités électriques d'ordre pair nul. L'étude se limite donc aux résonateurs à non linéarités d'ordre 3. Concernant les résonateurs présentant des non linéarités d'ordre 2, des peignes de fréquences générés par non linéarités d'ordre 2 dans des résonateur en nitrate d'aluminium (AlN) ont été démontrés [15]. A notre connaissance, il s'agit cependant du seul cas de peignes Kerr à base de micro résonateurs passifs présentant des non linéarités d'ordre pair reporté dans la littérature. Ce cas ne sera pas traité dans ce manuscrit.

#### 4.1. Accumulation de puissance dans les cavités passives non linéaires

Une cavité est dite « chaude » lorsqu'il existe un signal qui circule à l'intérieur de la cavité. Considérons un résonateur passif excité par un laser de puissance continu en absence de toute perturbation. Dans les conditions décrites ci-dessous, le seul effet non linéaire qui peut avoir lieu dans le résonateur est l'auto modulation de phase du champ électrique monochromatique dans la cavité. En considérant un laser continu et l'absence absolue de perturbations,  $\frac{\partial E_m}{\partial \tau} = 0$  et le terme de dispersion de l'équation NLS s'annule. L'équation de propagation peut s'écrire alors comme suit

$$\frac{\partial E_m(z, \tau)}{\partial z} = -\frac{\alpha}{2} E_m + i\gamma |E_m|^2 E_m \quad (21)$$

Une solution exacte de cette équation est accessible par le calcul, en introduisant la notion de longueur effective d'interaction qui permet de prendre en compte l'atténuation de l'onde électrique lors de l'étude d'effets non linéaires dans un milieu optique :

$$L_{eff} = \frac{1 - e^{-\alpha L}}{\alpha}$$

L'équation 21 accepte donc comme solution :

$$E_m(L, \tau) = E_m(0, \tau) \exp\left(-\frac{\alpha}{2} L + i\gamma |E_m(0, \tau)|^2 L_{eff}\right) \quad (22)$$

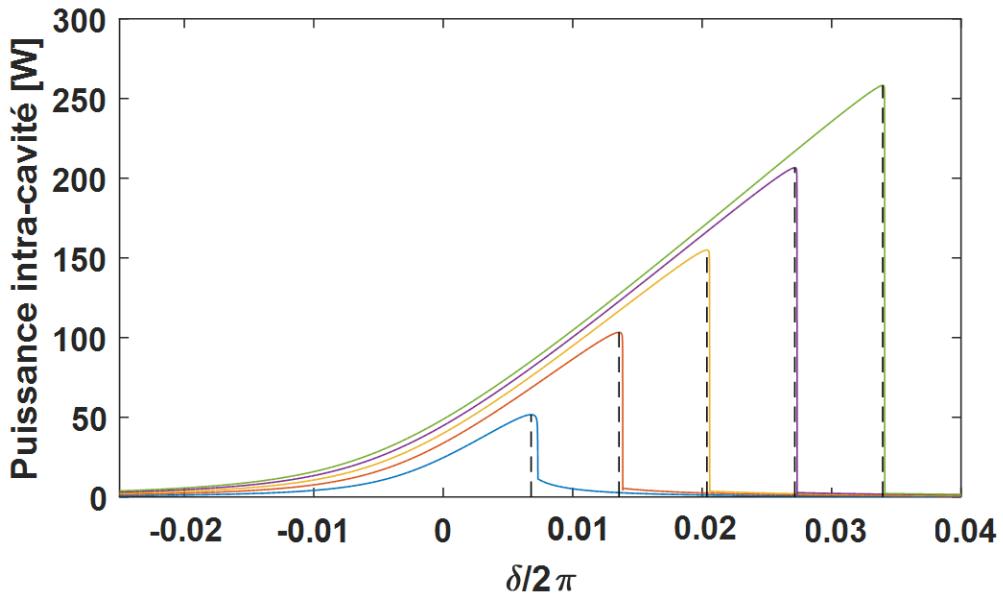
Dans l'équation 22, le terme de déphasage non-linéaire induit par l'auto-modulation de phase peut être identifié :

$$\phi_{NL} = \gamma |E_m(0, \tau)|^2 L_{eff}$$

Dans le cas d'un résonateur passif dont nous pouvons déterminer le  $PEF$ , le déphasage non linéaire du signal intra-cavité dans les conditions présentes est alors :

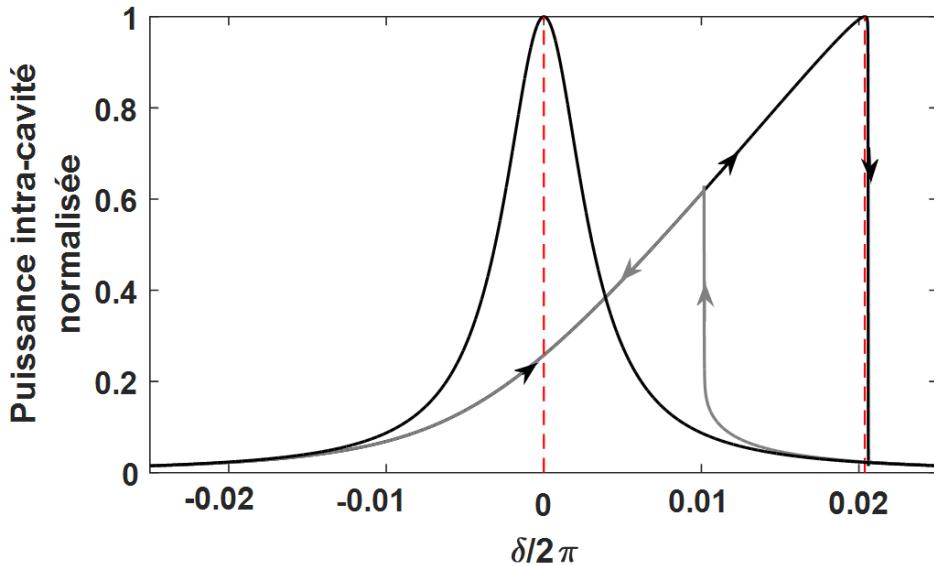
$$\phi_{NL} = \gamma PEF |E_0(0, \tau)|^2 L_{eff} \quad (23)$$

A cause du signe du coefficient non linéaire  $\gamma$ , l'effet Kerr résulte systématiquement d'une augmentation de l'indice de réfraction  $n$  avec la puissance, le chemin optique de la lumière circulant dans la cavité étant allongé au fur et à mesure que la puissance optique est accumulée dans la cavité. Ceci produit un décalage de la fréquence de résonance du résonateur vers les basses fréquences comme illustré par la figure 10 où nous avons tracé l'évolution de la puissance intra-cavité d'un résonateur excité avec un laser continu dont la fréquence centrale est balayée des hautes vers les basses fréquences (ce qui corresponds à une variation du paramètre  $\delta$  allant des valeurs négatives vers les valeurs positives) à travers la fréquence de résonance froide du résonateur pour différentes puissances continues. Les courbes ont été obtenues par implémentation numérique de l'attracteur d'Ikeda, tel que présenté en [16]. Cette méthode sera expliquée en détail dans le chapitre III (simulations). L'équation de propagation est résolue à l'aide d'un algorithme Runge-Kutta d'ordre 4 à pas variable. La position des traits verticaux pointillés a été calculée à partir des équations 17 et 23.



**Fig 10.** Accumulation de puissance intra-cavité pour une excitation continue en absence de perturbations. La cavité simulée est de longueur  $L = 681,35 \mu m$  ;  $Q = 1,42 \cdot 10^5$  ;  $PEF = 211.3$  et  $\gamma = 1200 W^{-1} \cdot km^{-1}$ . La fréquence du signal de pompe est balayée à travers la résonance froide de la cavité en allant des hautes vers les basses fréquences.

L'auto modulation de phase explique le comportement hystérétique de la résonance des résonateurs non linéaires optiques illustré en figure 11. La réponse d'un résonateur à une excitation est non seulement dépendante de la fréquence d'excitation mais aussi de l'état initial de l'excitation et du chemin suivi pour arriver à son état final. Dans la figure 11 nous avons tracé la puissance intra-cavité normalisée d'un résonateur excité par un laser d'enveloppe continue dont on balaye la fréquence centrale à travers la résonance de la cavité froide suivant deux sens différents. A fur et à mesure que la fréquence d'excitation se rapproche de la fréquence de résonance, la puissance optique est accumulée dans la cavité allongeant ainsi le chemin optique de la lumière et décalant la fréquence de résonance vers les basses fréquences. Lorsque le balayage en fréquence s'effectue des hautes vers les basses fréquences, la position du signal exciteur et la fréquence de résonance de la cavité chaude se décalent dans le même sens ce qui permet l'accumulation stable de puissance intra-cavité. Dans le cas inverse, où la fréquence du signal d'excitation est balayée des basses vers les hautes fréquences, la résonance de la cavité chaude et le signal exciteur ne se croisent que très brièvement comme mis en évidence par la courbe grise de la figure 11.



**Fig 11.** Cycle d'hystérésis de la résonance due à l'effet Kerr. Le sens de balayage de la résonance détermine l'accumulation de puissance optique dans le résonateur.

Pour obtenir une accumulation de puissance optique optimale dans un résonateur, il est nécessaire d'accorder la fréquence du laser de pompe de manière à ce qu'elle suive le décalage de la fréquence de résonance due à l'auto modulation de phase. Le sens d'accord en fréquence

entre le laser d'excitation et la résonance de la cavité doit donc s'effectuer en allant des hautes vers les basses fréquences.

#### 4.2. Instabilité modulationnelle

En présence de perturbations, les résonateurs non linéaires présentent un comportement dynamique et chaotique complexe [17], [18]. L'instabilité modulationnelle (IM) est un effet par lequel une onde continue peut amplifier une faible perturbation de manière exponentielle. Cet effet peut être vu comme du mélange quatre ondes dégénéré et peut être étudié dans les milieux optiques à partir de l'équation NLS. C'est l'effet qui donne naissance aux premières raies générées par effet Kerr et qui donne donc naissance au peigne de fréquences [19].

La manifestation de l'instabilité modulationnelle résulte d'une compensation des effets de dispersion par les effets non linéaires (considéré focalisant i.e.  $\gamma > 0$ ) permettant un accord de phase qui mène à l'amplification de manière exponentielle d'une faible perturbation. Son spectre de gain peut être obtenu à partir d'une analyse de stabilité linéaire de l'équation NLS en négligeant le terme de pertes. En présence de pertes d'absorption, il n'existe pas d'expression analytique générale permettant de décrire le spectre de gain d'instabilité modulationnelle et les études numériques se prêtent mieux pour l'étude du phénomène en présence de pertes.

En limitant les effets de dispersion à l'ordre 2, le spectre de gain paramétrique engendré par une onde d'amplitude constante ( $E_{CW} = \sqrt{P}$ ) et de puissance continue  $P$  lors de sa propagation dans un milieu optique non linéaire est décrit par

$$g(\omega) = \begin{cases} \sqrt{-\frac{\beta_2^2 \omega^4}{4} - \gamma P_0 \beta_2 \omega^2} ; si -\frac{\beta_2^2 \omega^2}{4} - \gamma P_0 \beta_2 > 0 \\ 0 ; si -\frac{\beta_2^2 \omega^2}{4} - \gamma P_0 \beta_2 \leq 0 \end{cases} \quad (24)$$

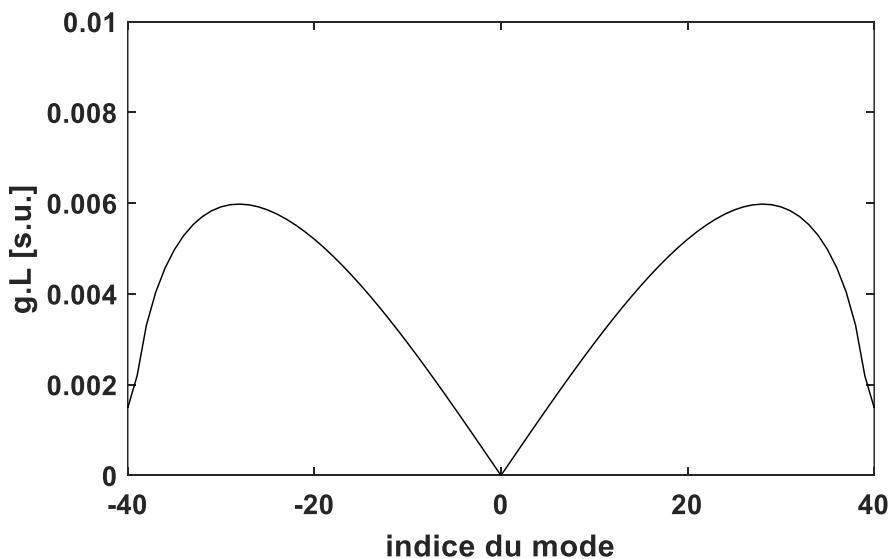
Ce résultat, bien connu dans la littérature [2] montre que dans le cas de la propagation linéaire d'une onde, il est nécessaire que les paramètres  $\beta_2$  et  $\gamma$  soient de signes opposés pour que le gain paramétrique engendré par une onde continue soit réel et puisse résulter en un phénomène d'amplification paramétrique. Avec un coefficient de non linéarité de Kerr  $\gamma > 0$ , le paramètre de dispersion  $\beta_2$  doit être négatif (dispersion anormale) pour qu'un signal continu puisse engendrer un spectre de gain paramétrique.

Le spectre de gain d'instabilité modulationnelle subi par une onde sur une longueur de propagation  $L$  correspondant à la longueur de cavité d'un résonateur en verre HYDEX d'espacement modal de 200 GHz est représenté sur la figure 12. Les paramètres du résonateur HYDEX et du signal continu sont donnés dans le tableau 1 et ont été extraits des références [20], [21].

Paramètre	Valeur
$\lambda_0$	1550 nm
$\beta_2$	$-10,9 \text{ ps}^2 \cdot \text{km}^{-1}$
$\gamma$	$233 \text{ W}^{-1} \text{km}^{-1}$
$L$	882 $\mu\text{m}$
$P$	29.1 W
$n$	1,7

**Tableau 1. Paramètres physiques d'un résonateur en verre HYDEX d'espacement modal de 200 GHz**

Une perturbation subira une amplification si le produit  $gL > 0$ . Ce spectre de gain est utile pour considérer l'initiation du phénomène et sur des longueurs qui permettent de négliger les pertes par absorption. Après l'initiation du processus d'instabilité modulationnelle, l'enveloppe de l'onde se propageant dans le milieu est fortement changée et l'étude du phénomène requiert une analyse plus complexe qui peut bénéficier fortement de l'outil numérique.



**Fig 12.** Allure du spectre de gain d'IM engendré sur une propagation linéique de longueur  $L$  pour un résonateur en anneau en verre Hydex (EM = 200 GHz)

Le problème de l'étude du gain d'instabilité modulationnelle est fortement complexifié lorsque nous considérons ce phénomène dans le contexte des résonateurs passifs. Les conditions aux limites (Eq.4) imposées par l'attracteur d'Ikeda modifient fondamentalement les mécanismes à l'origine de l'instabilité de modulation [12], [22].

Des études sur ce phénomène tel que décrit par l'équation de Lugiato-Lefever (LL) ont été menées par Hansson et *al.* dans la référence [23]. Cette équation n'est cependant pas adaptée pour décrire l'instabilité de modulation dans le régime de dispersion normal comme démontré en référence [24].

L'étude rigoureuse de l'instabilité modulationnelle dans les résonateurs optiques est en dehors des objectifs de ces travaux de thèse. Une étude théorique complète de ce gain dans les résonateurs passifs à partir d'un attracteur d'Ikeda à temps discret, comme celui utilisé dans ce manuscrit pour modéliser les résonateurs passifs, a été menée par Coen et Haelterman [12]. Cette démonstration a prouvé que le modèle d'Ikeda discréétisé permet la formation d'un spectre de gain d'IM même en présence d'un paramètre  $\beta_2$  positif. Tous les autres facteurs étant constants, le gain d'IM en régime de dispersion normale ( $\beta_2 > 0$ ) est considérablement plus faible que celui en régime de dispersion anormale ( $\beta_2 < 0$ ) [24].

Le gain d'IM dans un résonateur passif peut se produire sous des conditions de résonance, c'est-à-dire proche des pics de résonance, noté  $|q_+|$  ou sous des conditions anti-résonantes, c'est-à-dire entre deux pics de résonance, correspondant au spectre de gain noté  $|q_-|$ . Deux cas différents doivent donc être considérés pour l'étude du gain d'instabilité modulationnelle. Les spectres de gain résonant et anti résonant sont donnés par l'équation [24]

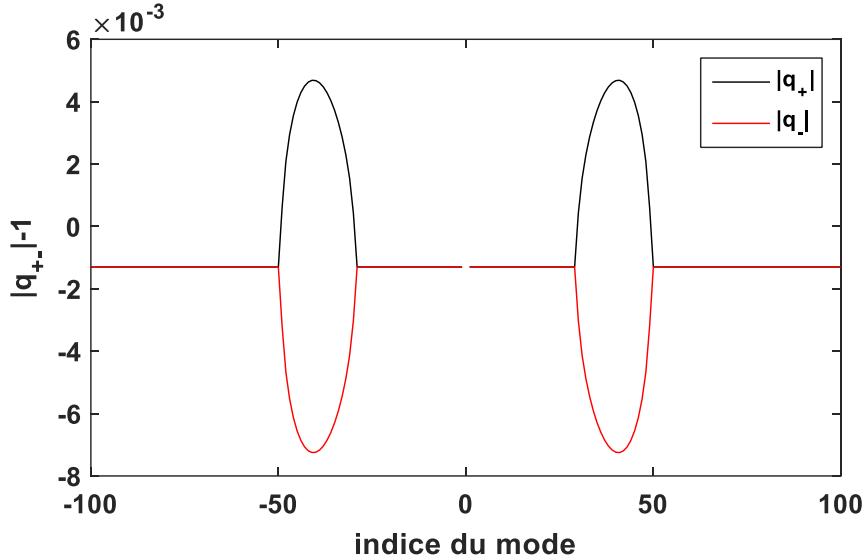
$$q_{\pm} = \rho \left( p \pm \sqrt{p^2 - 1} \right) \quad (25)$$

Le paramètre  $p$  est donné par :

$$p = \cos(\phi) \cosh(gL) - (\gamma P_0 + \beta_2 \omega^2/2) \sin(\phi) \sinh(gL) / g$$

Le paramètre  $g$  est donné par l'équation 24 et le paramètre  $\phi = \delta + \gamma P_0 L$  représente le déphasage total (dû au déphasage du laser de pompe  $\delta$  et à l'effet d'auto modulation de phase  $\gamma P_0 L$ ) subi par le signal continu intra-cavité par rapport à la résonance de la cavité froide sur un tour de cavité. Le spectre de gain d'IM pour un résonateur optique dont les paramètres sont donnés par le tableau 1 est présenté en figure 13 pour les conditions de gain d'IM résonant et anti-résonant pour un désaccord en phase du laser de pompe  $\delta = 0,6 \cdot 10^{-3} \text{ rad}$ . Dans ce cas précis de figure, seul le gain d'instabilité modulationnelle résonant est positif (seulement  $|q_+| >$

1). Cependant, à des plus fortes puissances et pour des jeux de paramètres différents, des lobes de gain supplémentaires dus au gain d'IM anti-résonant peuvent apparaître à des fréquences beaucoup plus éloignées de la pompe comme mis en évidence en [12], [24].



**Fig 13.** Allure du spectre de gain d'IM engendré lors de la propagation dans un résonateur passif non linéaire.

Le gain d'instabilité de modulation par unité de longueur d'un résonateur est naturellement beaucoup plus important que dans le cas d'une propagation linéaire. Ceci peut s'expliquer par les conditions de résonance qui augmentent la longueur d'interaction dans un résonateur comparé à une propagation libre considérée ici sur la longueur de la cavité du résonateur.

Il a été démontré plus tard que l'instabilité de modulation possède un comportement différent si un attracteur d'Ikeda continu est utilisé comme modèle de base pour les résonateurs optiques [22]. C'est le modèle de l'attracteur d'Ikeda à temps continu qui décrit de manière la plus précise le phénomène. Cependant, ce modèle ne sera pas utilisé dans notre étude à cause sa lourdeur de calcul et du besoin excessif en termes de mémoire pour son implémentation en simulation, qui ne justifie pas son utilisation. En effet, la différence entre l'attracteur à temps discret et à temps continu se réduit si le facteur de qualité augmente.

L'étude de l'instabilité modulationnelle permet d'expliquer la naissance d'un peigne Kerr (en tenant compte des hypothèses simplificatrices). Cependant, en présence de nombreuses composantes spectrales (c'est le cas des peignes Kerr qui peuvent être composés de plusieurs centaines de modes [6] [23]), l'étude analytique des interactions non linéaires isolées devient très compliquée, voire impossible en pratique. Ceci est dû au fait que toutes les raies qui

composent le peigne sont en constante interaction de par les effets de modulation croisée de phase et d'auto modulation de phase pour maintenir le peigne dans un état d'équilibre. A ces effets non linéaires de modulation de phase, se rajoutent les effets des conditions limites (Eq.4) et du désaccord en fréquence du laser de pompe qui complexifient encore plus le problème.

Sachant que des solutions analytiques générales de l'équation NLS n'existent pas, les études numériques donnent une alternative intéressante pour l'exploration des peignes Kerr, notamment pour le comportement dynamique du peigne après son initiation par instabilité modulationnelle. L'étude de la formation de peignes Kerr sera donc effectuée par une approche numérique dans le chapitre suivant. Nous allons voir que la formation de structures temporelles dans les résonateurs optiques passifs présente un comportement dynamique et chaotique complexe que nous tenterons d'expliquer par une étude semi-analytique.

L'utilisation de l'outil numérique nous permettra dans le chapitre 4 d'étudier le problème avec des conditions limites plus générales (et donc plus complexes) quand nous allons implémenter un couplage dépendant de la longueur d'onde dans le modèle décrit par l'attracteur d'Ikeda.

## Références

- [1] K. Ikeda, « Multiple-valued stationary state and its instability of the transmitted light by a ring cavity system », *Opt. Commun.*, vol. 30, n° 2, p. 257-261, août 1979, doi: 10.1016/0030-4018(79)90090-7.
- [2] G. Agrawal, *Nonlinear fiber optics*, 4<sup>e</sup> éd. 2006.
- [3] M. Haelterman, S. Trillo, et S. Wabnitz, « Dissipative modulation instability in a nonlinear dispersive ring cavity », *Opt. Commun.*, vol. 91, n° 5-6, p. 401-407, août 1992, doi: 10.1016/0030-4018(92)90367-Z.
- [4] Y. K. Chembo et C. R. Menyuk, « Spatiotemporal Lugiato-Lefever formalism for Kerr-comb generation in whispering-gallery-mode resonators », *Phys. Rev. A*, vol. 87, n° 5, mai 2013, doi: 10.1103/PhysRevA.87.053852.
- [5] S. Coen, H. G. Randle, T. Sylvestre, et M. Erkintalo, « Modeling of octave-spanning Kerr frequency combs using a generalized mean-field Lugiato–Lefever model », *Opt. Lett.*, vol. 38, n° 1, p. 37, janv. 2013, doi: 10.1364/OL.38.000037.
- [6] H. Tavernier, P. Salzenstein, K. Volyanskiy, Y. K. Chembo, et L. Larger, « Magnesium Fluoride Whispering Gallery Mode Disk-Resonators for Microwave Photonics Applications », *IEEE Photonics Technol. Lett.*, p. 5570900, nov. 2010, doi: 10.1109/LPT.2010.2075923.
- [7] W. Liang, A. B. Matsko, A. A. Savchenkov, V. S. Ilchenko, D. Seidel, et L. Maleki, « Generation of Kerr Combs in MgF<sub>2</sub> and CaF<sub>2</sub> Microresonators », 2011.
- [8] R. Henriet *et al.*, « Kerr optical frequency comb generation in strontium fluoride whispering-gallery mode resonators with billion quality factor », *Opt. Lett.*, vol. 40, n° 7, p. 1567, avr. 2015, doi: 10.1364/OL.40.001567.
- [9] Y. Okawachi, K. Saha, J. S. Levy, Y. H. Wen, M. Lipson, et A. L. Gaeta, « Octave-spanning frequency comb generation in a silicon nitride chip », *Opt. Lett.*, vol. 36, n° 17, p. 3398, sept. 2011, doi: 10.1364/OL.36.003398.
- [10] S. Coen et M. Erkintalo, « Universal scaling laws of Kerr frequency combs », *Opt. Lett.*, vol. 38, n° 11, p. 1790–1792, 2013.
- [11] Y. Okawachi *et al.*, « Bandwidth shaping of microresonator-based frequency combs via dispersion engineering », *Opt. Lett.*, vol. 39, n° 12, p. 3535, juin 2014, doi: 10.1364/OL.39.003535.
- [12] S. Coen et M. Haelterman, « Modulational Instability Induced by Cavity Boundary Conditions in a Normally Dispersive Optical Fiber », *Phys. Rev. Lett.*, vol. 79, n° 21, p. 4139-4142, nov. 1997, doi: 10.1103/PhysRevLett.79.4139.
- [13] D. Braje, L. Hollberg, et S. Diddams, « Brillouin-Enhanced Hyperparametric Generation of an Optical Frequency Comb in a Monolithic Highly Nonlinear Fiber Cavity Pumped by a cw Laser », *Phys. Rev. Lett.*, vol. 102, n° 19, p. 193902, mai 2009, doi: 10.1103/PhysRevLett.102.193902.
- [14] K. Saleh, P. Merrer, O. Llopis, et G. Cibiel, « Millimeter wave generation using Brillouin scattering in a high Q fiber ring resonator », in *2012 IEEE International Topical Meeting on Microwave Photonics*, Noordwijk, 2012, p. 164-167, doi: 10.1109/MWP.2012.6474082.
- [15] H. Jung, C. Xiong, K. Y. Fong, X. Zhang, et H. X. Tang, « Optical frequency comb generation from aluminum nitride microring resonator », *Opt. Lett.*, vol. 38, n° 15, p. 2810, août 2013, doi: 10.1364/OL.38.002810.
- [16] N. Gutierrez, A. Fernandez, O. Llopis, S. T. Chu, et S. Balac, « An iterative method for the dynamic modeling of ultra-short pulse generation in nonlinear optical ring resonator », 2017, p. 1-1, doi: 10.1109/CLEOE-EQEC.2017.8087724.

- [17] A. Coillet et Y. K. Chembo, « Routes to spatiotemporal chaos in Kerr optical frequency combs », *Chaos Interdiscip. J. Nonlinear Sci.*, vol. 24, n° 1, p. 013113, mars 2014, doi: 10.1063/1.4863298.
- [18] A. B. Matsko, W. Liang, A. A. Savchenkov, et L. Maleki, « Chaotic dynamics of frequency combs generated with continuously pumped nonlinear microresonators », *Opt. Lett.*, vol. 38, n° 4, p. 525, févr. 2013, doi: 10.1364/OL.38.000525.
- [19] T. Herr *et al.*, « Universal formation dynamics and noise of Kerr frequency combs in microresonators », *Nat. Photonics*, vol. 6, n° 7, p. 480-487, juill. 2012, doi: 10.1038/nphoton.2012.127.
- [20] D. J. Moss, R. Morandotti, A. L. Gaeta, et M. Lipson, « New CMOS-compatible platforms based on silicon nitride and Hydex for nonlinear optics », *Nat. Photonics*, vol. 7, n° 8, p. 597-607, juill. 2013, doi: 10.1038/nphoton.2013.183.
- [21] M. Ferrera *et al.*, « Low power four wave mixing in an integrated, micro-ring resonator with  $Q = 1.2$  million », *Opt. Express*, vol. 17, n° 16, p. 14098, août 2009, doi: 10.1364/OE.17.014098.
- [22] D. A. Zezyulin, V. V. Konotop, et M. Taki, « Modulational instability in a passive fiber cavity, revisited », *Opt. Lett.*, vol. 36, n° 23, p. 4623, déc. 2011, doi: 10.1364/OL.36.004623.
- [23] T. Hansson, D. Modotto, et S. Wabnitz, « Dynamics of the modulational instability in microresonator frequency combs », *Phys. Rev. A*, vol. 88, n° 2, p. 023819, août 2013, doi: 10.1103/PhysRevA.88.023819.
- [24] T. Hansson et S. Wabnitz, « Frequency comb generation beyond the Lugiato–Lefever equation: multi-stability and super cavity solitons », *J. Opt. Soc. Am. B*, vol. 32, n° 7, p. 1259, juill. 2015, doi: 10.1364/JOSAB.32.001259.
- [25] P. Del’Haye, T. Herr, E. Gavartin, M. L. Gorodetsky, R. Holzwarth, et T. J. Kippenberg, « Octave Spanning Tunable Frequency Comb from a Microresonator », *Phys. Rev. Lett.*, vol. 107, n° 6, p. 063901, août 2011, doi: 10.1103/PhysRevLett.107.063901.





## Chapitre III : Formation de peignes Kerr dans les résonateurs avec couplage ponctuel

### 1. Résolution numérique de l'Attracteur d'Ikeda pour l'étude des peignes Kerr

Dans cette partie nous allons utiliser l'outil numérique pour résoudre l'attracteur d'Ikeda dans le but de simuler la formation de peignes Kerr dans les résonateurs optiques passifs et étudier le comportement de ces structures dans le domaine temporel et spectral.

Nous rappelons que l'attracteur d'Ikeda est un système de deux équations qui modélise le comportement du champ intra-cavité d'un résonateur optique non-linéaire. Il est décrit par les équations II.4. et II.5.

L'équation (II.4) obtenue à partir de la relation matricielle du coupleur (II.1) décrit les interactions entre le champ de pompe et le champ intra-cavité dans la région de couplage d'accès du résonateur. L'équation (II.5.) est l'équation utilisée pour décrire la propagation de la lumière intra-cavité. Nous utilisons ici une équation NLS conventionnelle ici comme présenté dans le chapitre II.

En étudiant l'attracteur d'Ikeda, il est évident que d'un point de vue pratique, le seul degré de liberté conféré par le système étudié ici est le contrôle du signal de pompe. Les paramètres physiques de la cavité sont intrinsèques au matériau qui la compose et à la géométrie de la cavité. Il est important de noter que la structure modale (les paramètres de dispersion) du résonateur est fonction de la géométrie de sa cavité et peut être modifiée lors du processus de fabrication dans les résonateurs monolithiques cristallins cylindriques [1] comme dans les résonateurs intégrés en nitrure de silicium [2].

Les degrés de liberté conférés par le système sont donc la puissance optique du laser de pompe, et sa fréquence centrale. Si des peignes Kerr ont été excités en utilisant des lasers de pompe pulsés [3] et des signaux de pompe bi-fréquence [4], [5], nous allons considérer ici l'excitation d'un peigne Kerr par un signal continu, ce qui est le cas de la majorité des dispositifs pratiques [6], [7]. Les degrés de liberté du système sont alors la puissance du signal de pompe et sa fréquence centrale. Sachant que la puissance intra-cavité dans le système est fonction du désaccord en fréquences du laser de pompe par rapport à la résonance dite froide du résonateur, il est inutile de contrôler simultanément les deux paramètres libres. Comme dans l'expérience,

nous allons opérer en simulation à une puissance de pompe constante et nous contrôlerons l'accumulation de puissance intra-cavité uniquement via le paramètre de désaccord  $\delta$ .

Classiquement, les expériences menant vers la génération de peignes Kerr consistent à exciter le peigne dans la cavité par accord à un laser continu avec la résonance de la cavité. Cette méthode implique un balayage adiabatique de la fréquence du laser de pompe des hautes vers les basses fréquences en traversant la fréquence de résonance de la cavité froide jusqu'à obtenir dans la cavité la formation d'un peigne de fréquences [8]–[11]. Les peignes Kerr peuvent aussi être excités par des changements non-adiabatiques des paramètres de pompe. Cette dernière méthode a été étudiée théoriquement par Matsko *et al.* en [12] et sera explorée aussi dans les simulations présentées dans ce chapitre.

### 1.1. Algorithme de résolution numérique

L'algorithme de résolution numérique utilisé est basé sur l'attracteur d'Ikeda présenté dans le chapitre II qui modélise les résonateurs non-linéaires. La propagation du signal intra-cavité, modélisée par l'équation NLS est résolue ici avec un algorithme Runge Kutta d'ordre 4 dit de « Interaction picture » [13], [14]. L'algorithme utilisé dans notre étude a été développé par S. Balac et A. Fernandez, un code C de celui-ci peut-être trouvé à la référence [15].

#### *Considérations pour la discréétisation du domaine temporel et spectral*

La résolution numérique de l'équation NLS nécessite de discréétiser le domaine temporel et spectral. L'attracteur d'Ikeda discréétisé impose comme condition que la fenêtre temporelle du champ intra-cavité étudié soit strictement égale au temps de groupe lié au parcours dans la cavité à la fréquence de pompe. Cette condition impose que la variable de temps rapide respecte la condition

$$\tau \in \left[ -\frac{t_R}{2}; \frac{t_R}{2} \right]$$

où le temps de parcours de la cavité à la fréquence de pompe est donné par,

$$t_R = \frac{L}{v_g} = \frac{Ln_g(\nu_0)}{c}$$

avec  $\nu_0$  la porteuse du signal d'entrée. En conséquence, le domaine spectral est échantillonné avec un échantillonnage spectral égal à l'espacement modal du résonateur à  $\nu_0$ . En considérant  $n_{tot}$  le nombre total d'échantillons utilisés lors de l'échantillonnage temporel des signaux étudiés, l'espace entre deux échantillons fréquentiels est relié à  $t_R$  par la relation,

$$\Delta\nu = \frac{1}{n_{tot}\Delta t} = \frac{1}{t_R} = EM$$

L'utilisation d'un attracteur d'Ikeda impose une valeur spécifique de la fenêtre temporelle étudiée et par conséquent une valeur spécifique de  $\Delta\nu$ , le pas d'échantillonnage du domaine spectral. Ainsi, le nombre d'échantillons  $n_{tot}$  détermine la résolution temporelle  $\Delta t$  du signal étudié et la largeur totale du domaine spectral simulé ( $n_{tot}\Delta\nu$ ) mais n'a pas d'impact sur la résolution spectrale simulée.

#### *Algorithme pour la simulation de balayage du laser de pompe*

Considérons le tour de cavité d'indice  $m$ . Toute itération dans la méthode commence par la détermination du champ intra-cavité  $E_m^{(z=0)}$  en sortie du coupleur (Fig.1. du chapitre II). Le calcul de  $E_m^{(z=0)}$  se fait à partir de l'équation II.4. Une fois,  $E_m^{(z=0)}$  obtenu, nous modélisons la propagation de ce champ sur la longueur de cavité  $L$  en résolvant l'équation NLS :

$$\frac{\partial E_m(z, \tau)}{\partial z} = -\frac{\alpha}{2} E_m + i \sum_{k \geq 2} \frac{\beta_k}{k!} \left( i \frac{\partial}{\partial \tau} \right)^k E_m + i\gamma |E_m|^2 E_m$$

Cette modélisation consiste à considérer que le membre de droite de la NLSE est la somme d'un opérateur linéaire  $\widehat{D}$  et non-linéaire  $\widehat{N}$  tels que :  $\widehat{D} = -\frac{\alpha}{2} + i \sum_{k \geq 2} \frac{\beta_k}{k!} \left( i \frac{\partial}{\partial \tau} \right)^k$  et  $\widehat{N} = i\gamma |E_m|^2$

L'algorithme utilisé est appelé RK4IP (Runge-Kutta 4 Interaction Picture). Cet algorithme a été largement étudié dans le passé [16]. Ainsi, nous n'allons pas nous étendre trop sur sa description. L'intérêt principal de l'algorithme RK4IP est qu'il présente une convergence d'ordre 4 à la différence des algorithmes de type *split-step* dont la convergence est limitée par la non-commutativité des opérateurs linéaire et non-linéaire. Le changement d'inconnue opéré dans la RK4IP contourne cette limitation. De plus, une stratégie de pas adaptatif est employée

afin de définir le pas  $\Delta z$  maximal satisfaisant une erreur numérique inférieure à une tolérance fixée. Cette erreur numérique est associée à l'application de la technique Runge-Kutta 4 qui est employée pour calculer une dérivée partielle du premier ordre. Cette dérivée partielle est associée au calcul de l'opérateur non-linéaire de la NLSE ( $\widehat{N}$ ). Ainsi, l'erreur numérique est proportionnelle à  $\widehat{N}$ . C'est par la technique CQEM (Conservation Quantity Error Method) que nous estimons cette erreur numérique. Cette technique consiste à comparer la quantité de photons avant et après chaque propagation  $\Delta z$  tout en excluant l'effet de pertes linéaires ( $-\frac{\alpha}{2}E_m$ ). Si l'erreur dépasse la tolérance plafond, le résultat n'est pas validé et la propagation est recalculée suivant un pas  $\Delta z$  plus faible. Si l'erreur est inférieure à une tolérance plancher, le résultat est validé et le pas  $\Delta z$  est augmenté. Sinon on valide le résultat et on conserve  $\Delta z$  pour le calcul suivant.

Cette opération donne ainsi le champ intra-cavité  $E_m^{(z=L)}$  après propagation le long de la cavité du résonateur. Ensuite le champ  $E_m^{(z=L)}$  est multiplié par le terme  $\exp(-i\delta)$  qui caractérise le désaccord en fréquence entre le signal de pompe  $E_{in}$  et la fréquence de résonance froide de la cavité. Le déphasage linéaire  $\delta$  est l'accumulation de phase linéaire au cours de la propagation du champ dans la cavité froide. Le déphasage non-linéaire est inclus dans l'expression de l'enveloppe du champ  $E_m(z = L)$  (dont l'expression est obtenue après résolution de l'équation NLS).

En absence totale de perturbations, la génération de peignes Kerr n'est pas possible. La génération des premières harmoniques se fait par interaction paramétrique entre le signal continu accumulé dans la cavité et un bruit blanc additif simulant le bruit du laser de pompe. Ainsi, le signal d'entrée est décrit par

$$E_{in}(z, \tau) = E_{CW}(z, \tau) + n(z, \tau)$$

où  $E_{CW}(z, \tau)$  est l'enveloppe lentement variable du signal d'entrée, ici une enveloppe d'amplitude constante  $E_{CW}$ . La puissance associée à  $E_{CW}(z, \tau)$  est  $P_{CW} = |E_{CW}(z, \tau)|^2$ . Le terme  $n(z, \tau)$  est un terme qui modélise des fluctuations aléatoires de très faible amplitude autour du signal de pompe. Dans nos simulations la puissance du paramètre perturbateur  $n(z, \tau)$  respecte toujours

$$\frac{|n(z, \tau)|^2}{|E_{CW}(z, \tau)|^2} \leq 10^{-30}$$

Dans le domaine spectral,  $|n(z, \tau)|^2$  corresponds à un plancher de bruit blanc du laser de pompe d'amplitude 300 dB plus faible que l'amplitude de ce dernier. Un nouveau vecteur  $n(z, \tau)$  est généré à chaque itération de manière à simuler le mieux possible un comportement aléatoire. Des fluctuations aussi faibles que  $n(z, \tau)$  sont suffisantes pour interagir avec le signal continu accumulé dans la cavité et déclencher la génération d'harmoniques par instabilité de modulation.

Pour simuler un balayage adiabatique de la fréquence du laser de pompe, cette opération est répétée jusqu'à l'obtention d'un régime établi dans la cavité. Une fois le régime établi obtenu, la valeur de  $\delta$  est incrémentée de manière à simuler un retard de phase correspondant à un décalage fréquentiel du signal de pompe (excitateur) vers les basses fréquences.

#### *Temps minimum de simulation*

Le temps de simulation du balayage en fréquence adiabatique du laser de pompe est fortement dépendant des propriétés du résonateur étudié. Le facteur de qualité d'un résonateur détermine principalement le temps de simulation nécessaire du fait qu'il est proportionnel au temps de vie des photons dans la cavité et, par conséquent, au temps nécessaire pour que le champ intra-cavité atteigne un régime stationnaire comme mis en évidence par l'équation II.8. Le module de  $|\rho a| = \rho a < 1$  étant le produit qui détermine le facteur de qualité du résonateur, nous voyons comment le temps d'établissement du régime stationnaire augmente rapidement lorsque le facteur de qualité du résonateur augmente.

Dans le cas de résonateurs de très fort facteur de qualité, le champ intra-cavité ne varie que très peu entre deux tours de cavité successifs. Le schéma de résolution numérique associé à un tel résonateur peut donc bénéficier d'un large pas de propagation spatial  $\Delta z$  pour réduire le temps de calcul associé à la simulation de génération de peignes Kerr. Le principal problème associé à l'algorithme présenté dans ce manuscrit est que le modèle d'Ikeda, sur lequel il est basé, ne permet pas l'utilisation de pas de propagation supérieurs à la longueur de cavité. C'est-à-dire que le pas de propagation  $\Delta z$  doit respecter la condition :

$$\Delta z < L$$

#### 1.2. Résultats de simulations de balayage en fréquences

Deux résonateurs de cavité circulaire en verre HYDEX d'espacement modal de 50 GHz et 200 GHz sont à disposition au LAAS. Ces dispositifs ont été fournis par le professeur Sai Tak Chu de Hong Kong city University. Le verre HYDEX est une plateforme matérielle pour l'optique intégrée sur silicium [17], [18]. Par rapport au nitrate de silicium ( $Si_3N_4$ ), plus souvent

utilisé dans ces applications, l'indice de l'HYDEX est plus faible ( $1.5 < n < 1.9$ ) mais les pertes dans ce matériau sont également plus faibles que pour le nitrate de silicium et comparables à celles de l'oxynitrate de silicium ( $\text{Si}_2\text{N}_2\text{O}$ ). Par ailleurs, l'HYDEX ne nécessite pas de recuit à haute température, ce qui le rend compatible avec un procédé technologique CMOS. Le fort indice de réfraction non-linéaire de l'HYDEX ( $n_2 = 1,15 \cdot 10^{-19} \text{m}^2 \text{W}^{-1}$ ) permet un fort confinement de la lumière dans le cœur du guide d'onde et, par conséquent, l'obtention d'un très fort coefficient non-linéaire pour l'onde guidée :  $\gamma \sim 233 \text{W}^{-1} \text{km}^{-1}$ . Les simulations présentées ici tenteront de décrire la génération de peignes Kerr dans ces deux structures spécifiques. Les paramètres utilisés pour ces simulations sont présentés dans le tableau 1 et extraits des références [17], [18].

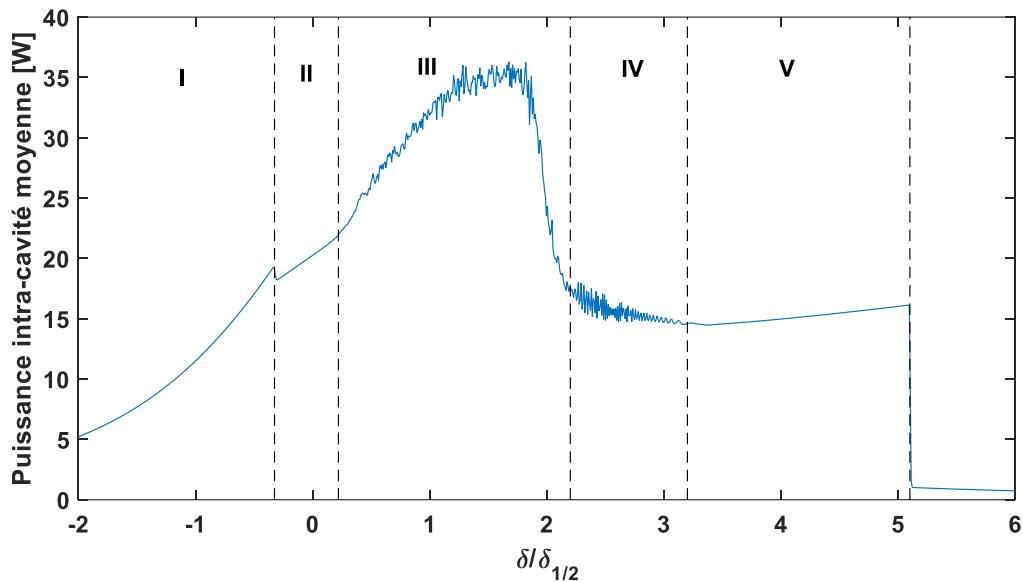
Paramètre	Désignation	Valeur
<b>Verre HYDEX</b>		
Indice de réfraction de groupe	$n_g$	1,7
Indice de réfraction nonlinéaire	$n_2$	$1,15 \cdot 10^{-19} \text{m}^2 \text{W}^{-1}$
Paramètre de pertes de propagation	$\alpha$	$1,3815 \text{m}^{-1}$
Pertes de propagation en $dB$	$\alpha_{dB}$	$6 \text{dB.m}^{-1}$
Paramètre de dispersion d'ordre 2	$\beta_2$	$-10.1 \text{ps}^2 \text{km}^{-1}$
Coefficient de non-linéarité Kerr	$\gamma$	$233 \text{W}^{-1} \text{km}^{-1}$
<b>Résonateur</b>		
Longueur de la cavité	$L$	$882 \mu\text{m}$
Espacement modal à $\lambda_0$	$EM$	50 GHz
Largeur à mi-hauteur de la résonance froide	$\Delta\nu_{1/2}$	174,6 MHz
Largeur à mi-hauteur de la résonance froide en unités de phase	$\Delta\delta_{1/2}$	0.0219 rad
Facteur de qualité	$Q$	$1,108 \cdot 10^6$
Facteur d'accumulation de puissance	$PEF$	142.15
<b>Laser de pompe</b>		
Longueur d'onde de pompe	$\lambda_0$	1550 nm
Puissance de pompe	$P$	750 mW

**Tableau 1. Paramètres de simulation liés à la génération d'un peigne Kerr dans un résonateur en verre HYDEX d'espacement modal de 50 GHz**

Les paramètres de dispersion liés au verre HYDEX seront ici limités à l'ordre 2 mais le chapitre 4 examinera l'impact de structures modales complexes sur la formation de peignes Kerr.

### *Puissance intra-cavité moyenne*

La puissance intra-cavité moyenne en fonction du paramètre de désaccord  $\delta$  est représentée sur la figure 1. La forme Lorenzienne de la fonction de transfert n'est plus identifiable du fait que le comportement de la lumière intra-cavité lorsque les effets non-linéaires de type Kerr se manifestent est drastiquement différent du comportement linéaire. Cinq régimes de fonctionnement différents peuvent être identifiés dans la courbe présentée dans la figure 1. Chacun de ces régimes, délimités par les lignes pointillées, est associé à une région de désaccord de la fréquence du laser de pompe différente et correspond à différents types de comportement du champ intra-cavité. Les cinq comportements identifiés sur cette figure seront étudiés en détail dans la section à venir.



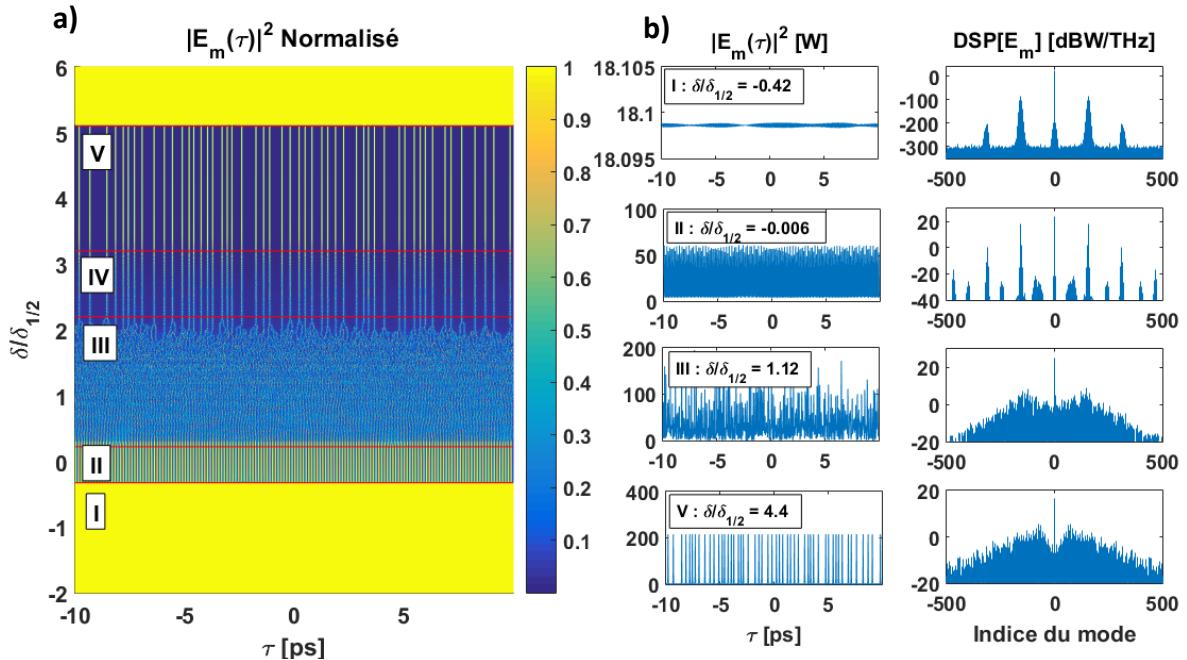
**Fig 1.** Accumulation de puissance intra-cavité lors du balayage en fréquence du laser de pompe. Les différents régimes de fonctionnement de peigne Kerr sont séparés par les lignes pointillées verticales.

La région I correspond à l'accumulation de puissance intra-cavité en présence d'un gain paramétrique inférieur aux pertes intra-cavité. Dans ce régime, l'auto-modulation de phase du signal intra-cavité est le seul effet non-linéaire qui se manifeste, ayant pour conséquence un décalage de la fréquence de résonance vers les basses fréquences suivant l'augmentation de

puissance continue intra-cavité. La région II suivant une légère baisse de puissance intra-cavité, correspond à la formation d'un peigne Kerr primaire de spectre cohérent. La région III signale la déstabilisation du peigne Kerr primaire et son passage d'un état cohérent vers un état chaotique. La transition du peigne vers l'état de soliton est marquée par la réduction abrupte de puissance intra-cavité lors du passage de la région III vers la région de désaccord IV [8], [19]. La région IV corresponds à un état de soliton instable de type *breather* où un train d'impulsions d'amplitudes oscillatoires est créé dans la cavité [20], [21]. Un spectre instable (qui varie entre tours de cavité successifs) est associé à ce régime. Finalement, le régime soliton stable s'établit dans la région V de désaccord. Dans cette région, la distribution temporelle du signal intra-cavité (et par conséquent sa DSP) reste constante tant que les paramètres de pompe restent inchangés.

*Distribution temporelle du signal intra-cavité pendant le balayage en fréquences du laser de pompe*

En figure 2. a) est représentée la distribution temporelle de puissance du champ intra-cavité pendant la simulation de balayage en fréquence. Les différentes zones de désaccord identifiées dans la courbe de puissance moyenne intra-cavité sont aussi délimitées dans le graphe 3D présenté en figure 2. a). Des distributions temporelles impulsionales peuvent être identifiées dans les régions II, IV et V et une région complètement chaotique qui correspond à la région III.

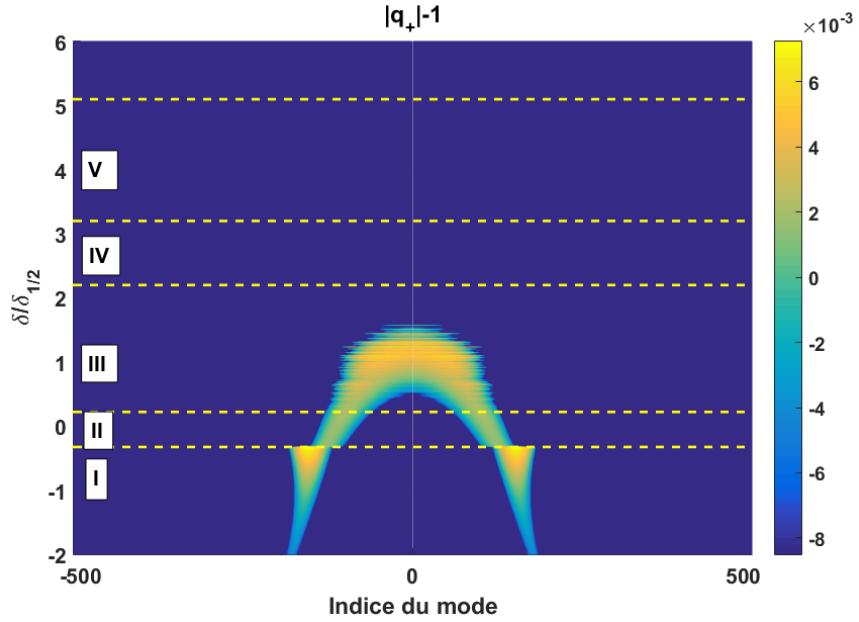


**Fig 2.** Représentation du champ optique lors de la simulation de balayage en fréquence du laser de pompe. **a)** Evolution de la distribution temporelle de puissance intra-cavité. **b)** Distribution temporelle et spectrale de puissance intra-cavité à différents stades de la simulation.

#### Initiation du peigne Kerr

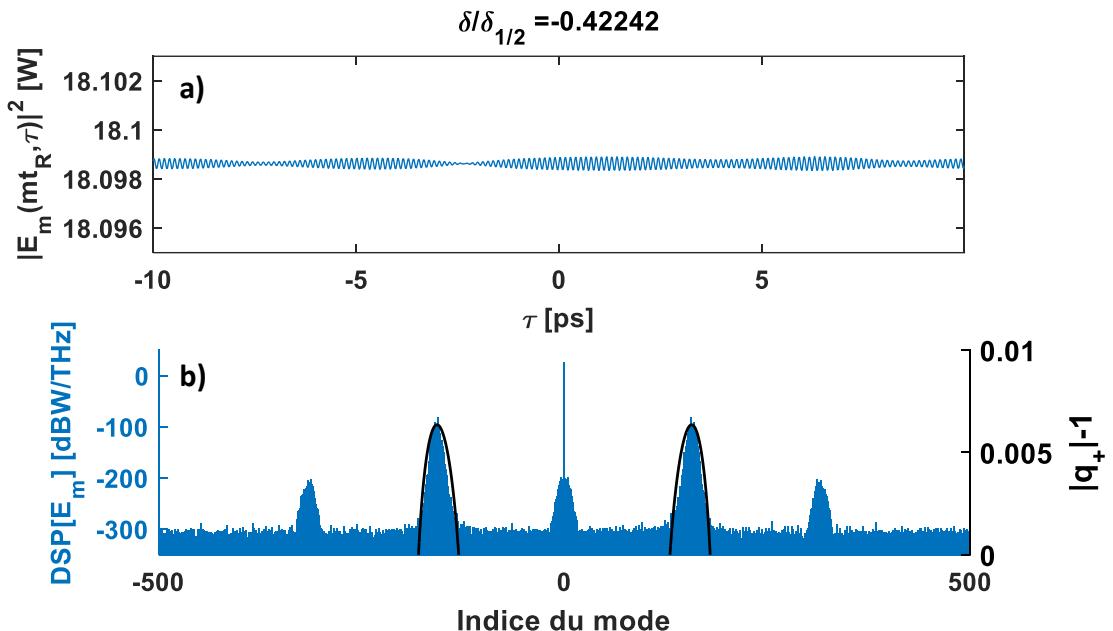
L'initiation du peigne Kerr se produit lorsque le laser de pompe arrive à la zone de désaccord II. Quand la puissance circulant dans la cavité est suffisante pour exciter un peigne Kerr, les premières bandes d'instabilité de modulation se génèrent (fig 2.b région I). L'emplacement des raies dépend des propriétés de la cavité, du coupleur et des paramètres de pompe. Nous avons tracé sur la figure 3 le gain d'instabilité de modulation engendré par la composante continue (ou composante centrale) accumulée dans la cavité du résonateur pendant le balayage en fréquence du signal exciteur. Ce gain d'instabilité de modulation a été obtenu à partir de l'équation II.25. Le gain d'instabilité de modulation résonant  $|q_+|$  est positif et responsable ici de la génération de composantes fréquentielles. Quand la valeur de  $|q_+|$  devient supérieure à 1, une perturbation à la fréquence telle que  $|q_+| > 1$  subit une croissance exponentielle.

Il est important de remarquer que le gain d'instabilité de modulation engendré par le signal de pompe accumulé dans la cavité est utile uniquement pour décrire le déclenchement du peigne primaire de fréquences, c'est-à-dire sur la région I.



**Fig 3.** Gain d'instabilité de modulation résonant engendré par la pompe accumulée dans le résonateur pendant le balayage en fréquences du laser de pompe.

En effet, comme illustré sur la figure 3, une fois que de nouvelles composantes fréquentielles ont été générées par le spectre Kerr primaire, le gain d'instabilité de modulation calculé par l'équation (II.25) ne décrit pas correctement les interactions entre les composantes du peigne.



**Fig 4.** Champ optique intra-cavité à l'initiation du peigne Kerr ( $\delta/\delta_{1/2} = -0,42242$ ). **a)** Distribution temporelle de la puissance optique **b)** DSP et gain d'instabilité de modulation résonant  $|q_+|$  engendré par la composante continue intra-cavité.

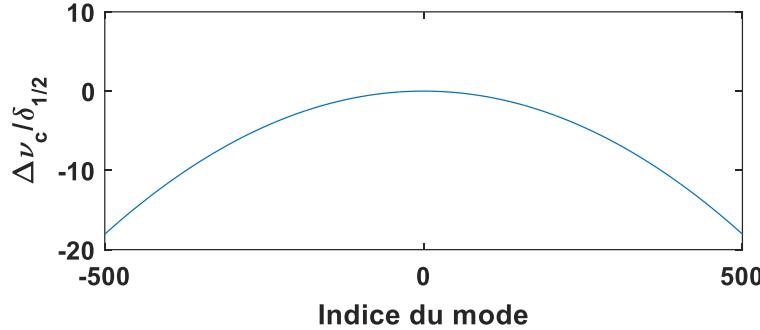
La figure 4.b. représente la densité spectrale de puissance du signal intra-cavité à la limite entre les régions I et II, pour une valeur exacte de  $\delta/\delta_{1/2} = -0,42242$ . Dans cette même figure nous pouvons observer qu'il existe une correspondance remarquable entre le pic de gain d'instabilité de modulation résonant  $|q_+|$  et la position des premières bandes de modulation générées par effet Kerr en simulation. La théorie comme les simulations prédisent l'apparition des premières raies du peigne aux modes  $\pm 157$  c'est-à-dire à  $7,85\text{ THz}$  du laser de pompe. Un élargissement autour de la fréquence de pompe se produit, provenant de la modulation de phase croisée à partir des bandes latérales créées par instabilité de modulation. Les pics observés aux extrémités se produisent par mélange à quatre ondes non dégénéré. Dans la fig 4.a. nous pouvons observer que le champ optique commence à subir une faible modulation de son amplitude indiquant l'apparition de motifs temporels.

#### Alignement modal et accord de phase

Pour caractériser le régime de fonctionnement d'un peigne Kerr et comprendre les mécanismes qui permettent la formation et la stabilisation de ce dernier il est très utile d'étudier l'accord de phase entre les composantes qui forment le peigne Kerr. Une approche analytique de ce problème est presque impossible d'un point de vue calculatoire, due au grand nombre de composantes spectrales qui sont en constante interaction. Cependant, l'accord de phase entre les composantes du peigne Kerr peut facilement être quantifié à l'aide de l'outil numérique, quand l'équation NLS est utilisée pour décrire la propagation de la lumière intra-cavité.

L'accord de phase signifie qu'une relation de phase correcte existe entre les ondes qui sont en interaction paramétrique ce qui permet d'assurer un transfert de puissance optique optimum entre harmoniques. Pour que cette condition soit satisfaite, il est nécessaire que les ondes en interaction voient le même chemin optique dans le milieu de propagation, ce qui n'est souvent pas le cas en raison de la dispersion chromatique. La présence d'un champ optique dans un milieu non-linéaire module la phase des ondes en interaction via l'auto-modulation de phase et la modulation croisée de phase *i.e.* l'effet Kerr. Ainsi, en présence d'un accord de phase entre deux ondes de fréquences différentes, des transferts d'énergie peuvent avoir lieu.

Comme nous l'avons vu au chapitre II, dans les résonateurs optiques, l'espacement modal d'un résonateur n'est pas constant en fonction de la fréquence à cause des effets de dispersion chromatique. L'accord de phase dans ces dispositifs se manifeste comme un alignement des modes du résonateur avec un peigne Kerr d'ISL (Intervalle Spectral Libre) constant qui résulte de la modulation de phase du signal intra-cavité par effet Kerr.



**Fig 5.** Structure modale normalisée de la cavité froide d'un résonateur HYDEX d'espacement modal de 50 GHz et de facteur de qualité de  $1,07 \cdot 10^6$

En présence d'un champ avec une grande couverture spectrale, il est compliqué d'étudier ces effets de manière isolée. Cependant, à partir de l'équation II.5.(NLS) cette étude peut être fortement simplifiée.

L'approche décrite par la suite a été initialement utilisée par Bao *et al.* pour étudier spécifiquement l'influence de l'effet Kerr sur la structure modale des résonateurs optiques dans le processus de formation de peignes Kerr [22]. Leur approche est appliquée au modèle de Lugiato-Lefever très similaire au modèle utilisé ici. Elle consiste à étudier l'équation de propagation dans le domaine de Fourier (domaine fréquentiel) de manière à identifier dans l'équation les termes d'effet Kerr qui peuvent avoir un impact sur la modulation de la phase du signal intra-cavité lors de sa propagation. En appliquant une transformation de Fourier à l'équation NLS, nous trouvons que dans le domaine fréquentiel celle-ci s'écrit

$$\frac{\partial \tilde{E}(z, \omega)}{\partial z} = \left\{ -\frac{\alpha}{2} + j \sum_{n \geq 2} \frac{\beta_n}{n!} (-(\omega - \omega_0))^n + \frac{j\gamma \text{Re}\{\tilde{E}(z, \cdot) \otimes \tilde{E}(z, \cdot) \otimes \tilde{E}^*(z, \cdot)\}}{\tilde{E}(z, \omega)}(\omega) - \frac{\gamma \text{Im}\{\tilde{E}(z, \cdot) \otimes \tilde{E}(z, \cdot) \otimes \tilde{E}^*(z, \cdot)\}}{\tilde{E}(z, \omega)}(\omega) \right\} \tilde{E}(z, \omega) \quad (1)$$

Ici,  $\tilde{E}^*$  représente le complexe conjugué de  $\tilde{E}$ , la transformée de Fourier de l'enveloppe complexe du champ intra-cavité  $E$ . Le symbole  $\otimes$  représente le produit de convolution. Dans le membre de droite de l'équation 1, les termes imaginaires sont les termes de modulation de phase lors de la propagation du signal intra-cavité alors que les termes réels sont les termes de

modulation d'amplitude du signal intra-cavité lors de sa propagation. Le deuxième membre de droite,  $\sum_{n \geq 2} \frac{\beta_n}{n!} (-(\omega - \omega_0))^n$  modélise le déphasage subi par toute composante fréquentielle du champ  $\tilde{E}(z, \omega)$  due aux effets de dispersion chromatique et détermine la structure modale du résonateur froid ( $\Delta\nu_c$ ). Le troisième terme du membre de droite  $j\gamma Re\{\tilde{E}(z, \cdot) \otimes \tilde{E}(z, \cdot) \otimes \tilde{E}^*(z, \cdot)\}(\omega) / \tilde{E}(z, \omega)$  modélise le déphasage subi par toute composante fréquentielle de  $\tilde{E}(z, \omega)$  dû à l'effet Kerr. Tout déphasage induit par effet Kerr entraîne des modifications de la structure modale de la cavité chaude, quantifiées par ce troisième terme. Le dernier terme du membre de droite de l'équation 1  $\gamma Im\{\tilde{E}(z, \cdot) \otimes \tilde{E}(z, \cdot) \otimes \tilde{E}^*(z, \cdot)\}(\omega) / \tilde{E}(z, \omega)$  décrit la modulation d'amplitude de toute composante fréquentielle de  $\tilde{E}(z, \omega)$  due à l'effet Kerr.

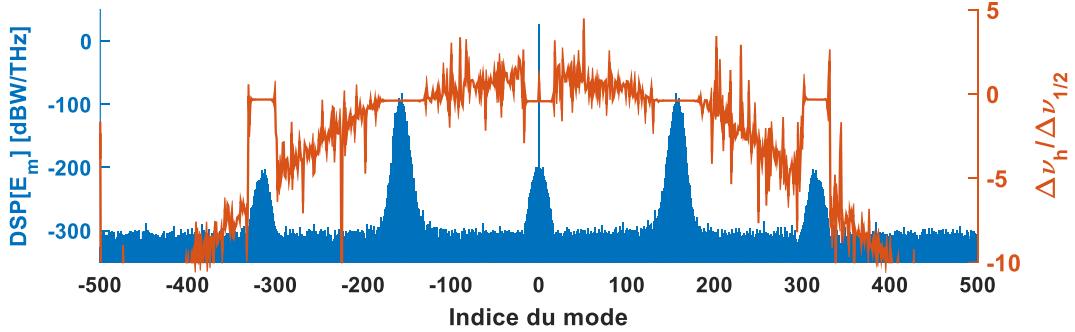
Les modifications de la structure modale du résonateur en unités de fréquences dues à l'effet Kerr sont données par la relation

$$\Delta\nu_k = \frac{FSR}{2\pi} \gamma Re\{\tilde{E}(z, \cdot) \otimes \tilde{E}(z, \cdot) \otimes \tilde{E}^*(z, \cdot)\}(\omega) / \tilde{E}(z, \omega) \quad (2)$$

La structure modale de la cavité chaude  $\Delta\nu_h$  ( $h$  pour « hot cavity ») est alors donnée par la somme de la structure modale de la cavité froide  $\Delta\nu_c$  et les modifications de cette dernière dues à l'effet Kerr  $\Delta\nu_k$ .

$$\Delta\nu_h = \Delta\nu_c + \Delta\nu_k$$

$\Delta\nu_h$  est un désaccord en fréquence résiduel entre les modes du résonateur chaud et les composantes fréquentielles du peigne Kerr d'ISL constant. Finalement, il est utile de normaliser tout désaccord en fréquence par rapport à la largeur à mi-hauteur de la résonance locale  $\Delta\nu_{1/2}$  pour mesurer ce désaccord en fréquence en relation à une métrique connue du résonateur qui permet de déterminer dans quelle mesure une fréquence générée par effet Kerr oscille à proximité d'une des résonances de la cavité.

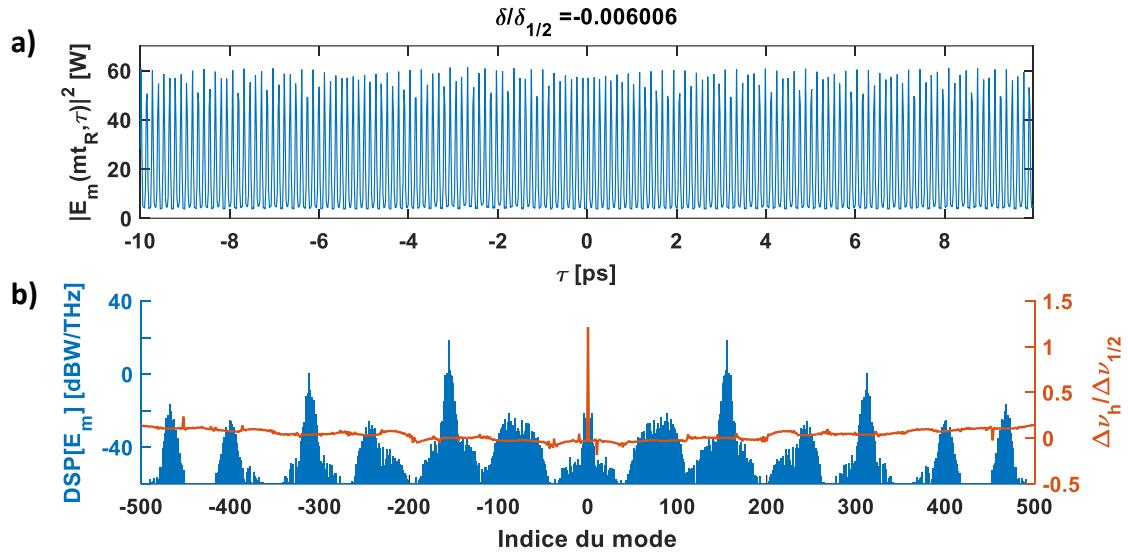


**Fig 6.** DSP du champ intra-cavité à l’initiation du peigne Kerr ( $\delta/\delta_{1/2} = -0,42242$ ) et désaccord résiduel en fréquences de la cavité chaude par rapport aux raies du peigne Kerr ( $\Delta\nu_h$ ) normalisé par la largeur à mi-hauteur de la courbe de résonance du résonateur ( $\Delta\nu_{1/2}$ ).

Notons sur la figure 6 que les modes du résonateur et le peigne Kerr sont alignés, illustrant le processus d’alignement modal (où accord de phase) nécessaire à la génération d’harmoniques et la formation d’un peigne Kerr.

#### Motifs temporels : Peignes Kerr de type I

Une fois ces premières composantes spectrales générées, des raies successives ayant le même espacement se créent par mélange 4 ondes formant ainsi un peigne Kerr dont l’ISL est déterminé par la position des premières bandes de modulation en relation au mode excité. Ce régime de peigne Kerr se produit dans la région II de désaccord présentée dans les figs 1 et 2. Ce type de peigne Kerr est aussi connu comme un peigne Kerr de type 1 [7]. Les peignes Kerr de type I sont caractérisés par un ISL qui est supérieur à l’espacement modal du résonateur et ils existent uniquement pour une fréquence de pompe plus élevée que la fréquence de résonance de la cavité chaude. Ce sont des peignes cohérents dont la distribution de puissance dans le domaine temporel correspond à un train d’impulsions comme illustré dans la figure 7 dont le taux de répétition est déterminé par l’ISL du peigne. Cette distribution temporelle est connue sous le nom de motifs de Turing ou aussi des motifs temporels dans la littérature des peignes Kerr [6], [23].

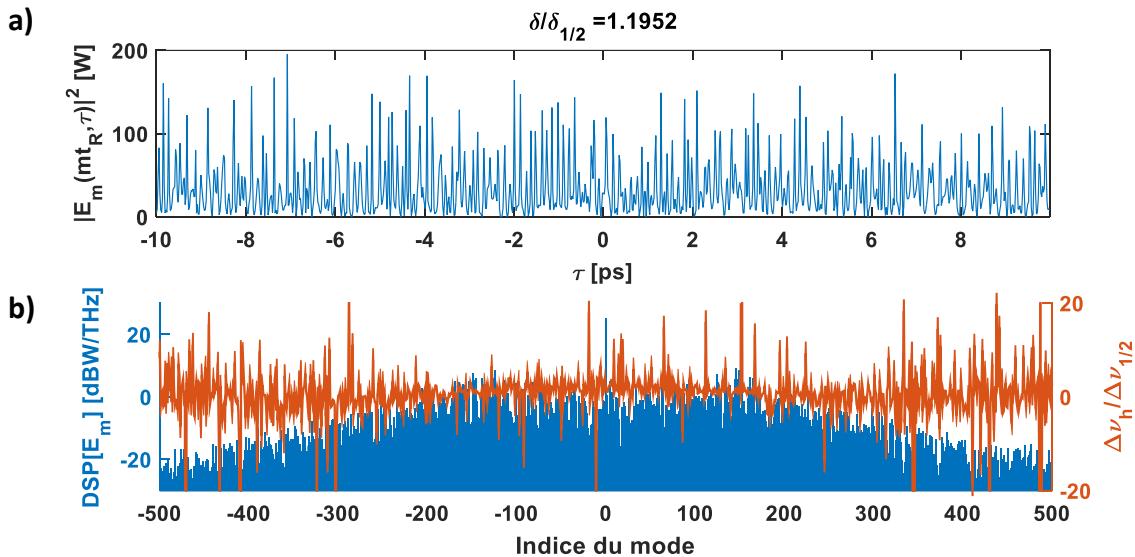


**Fig 7.** Peigne Kerr de type I et motif de Turing associé (région II). **a)** Distribution temporelle de puissance intra-cavité. **b)** DSP du champ intra-cavité et déphasage résiduel de la cavité chaude normalisé.

Dans la représentation du déphasage résiduel  $\Delta\nu_h$  illustré par la figure 7.b, nous pouvons observer qu'il existe tout de même un alignement imparfait des modes du résonateur avec les fréquences optiques générées. Cet alignement modal présente de soudaines variations autour des modes  $\pm 380$ ;  $\pm 220$ . Cependant ces variations sont d'amplitude inférieure à  $0.5 \cdot \delta_{1/2}$ , et nous permettent de déduire que les composantes fréquentielles du peigne Kerr oscillent à moins d'une demi-largeur à mi-hauteur de résonance près des modes du résonateur. L'invariance du spectre du champ intra-cavité entre tours successifs nous permet de qualifier ce régime de stable.

### Régime chaotique (région III)

A mesure que le désaccord du laser de pompe se poursuit vers les basses fréquences, de nouvelles raies issues du peigne de type 1 apparaissent jusqu'à occuper les modes adjacents du résonateur.



**Fig 8.** Peigne chaotique et distribution temporelle de puissance associée (région III). **a)** Distribution temporelle de puissance intra-cavité. **b)** DSP du champ intra-cavité et déphasage résiduel de la cavité chaude normalisé.

Dans la région III, le peigne (et son motif temporel associé) entre alors dans un régime chaotique où les interactions entre les raies qui forment le peigne se font de manière aléatoire. Ce type de peigne Kerr possède un ISL qui correspond à l'espacement modal du résonateur. Cependant aucune relation cohérente de phase entre les dents du peigne ne s'établit dans ce régime. Ceci se traduit par un signal temporel chaotique comme illustré dans la fig. 8.a. En ce qui concerne l'accord de phase entre les composantes du peigne, la courbe de  $\Delta\nu_h$  (fig.8.b) semble répliquer le comportement chaotique du peigne. Le peigne peut être maintenu pendant une durée de temps indéfinie dans cet état chaotique ce qui suggère que les raies du peigne sont en constante interaction. Ces interactions se font cependant de manière désordonnée, d'où l'allure du signal temporel intra-cavité associé au peigne Kerr.

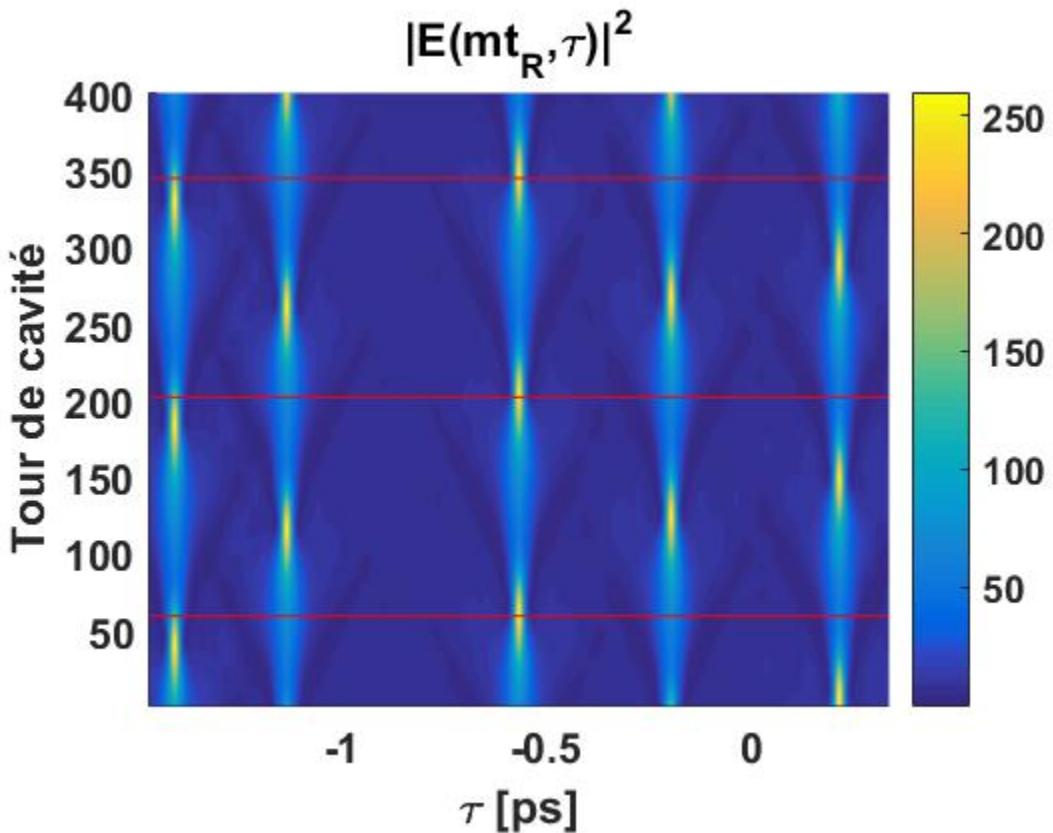
« Breather » Soliton

La transition du régime chaotique vers le régime soliton est caractérisée par une chute abrupte de puissance intra-cavité, comme démontré par les figures 1 et 2. La région IV est une région

intermédiaire entre l'état chaotique (région III) et le régime soliton stable (région V). Elle correspond à la zone de désaccord où des solitons de type « *breather* » se forment dans le résonateur optique [20], [21], [24]. Un *breather* est une onde non-linéaire dans laquelle l'énergie est localisée dans l'espace et oscille dans le temps ou vice-versa et peut être identifié en observant le caractère oscillatoire dans le temps de l'amplitude des impulsions dans la zone de désaccord IV.

Le régime *breather* peut être identifié dans la fig 1-région IV, qui montre clairement une chute abrupte de puissance intra-cavité au niveau de la transition entre la région III et IV accompagnée de fluctuations chaotiques de faible amplitude de la puissance intra-cavité dans la région IV. Il est difficile d'identifier le régime de solitons *breathers* dans la fig.2.a. directement due à la présence simultanée d'un grand nombre d'impulsions *breathers* dans la cavité et à cause d'une résolution trop faible de l'axe de déphasage (axe vertical :  $\delta/\delta_{1/2}$ ) relativement au nombre de tours de cavité effectuées entre deux points de déphasage.

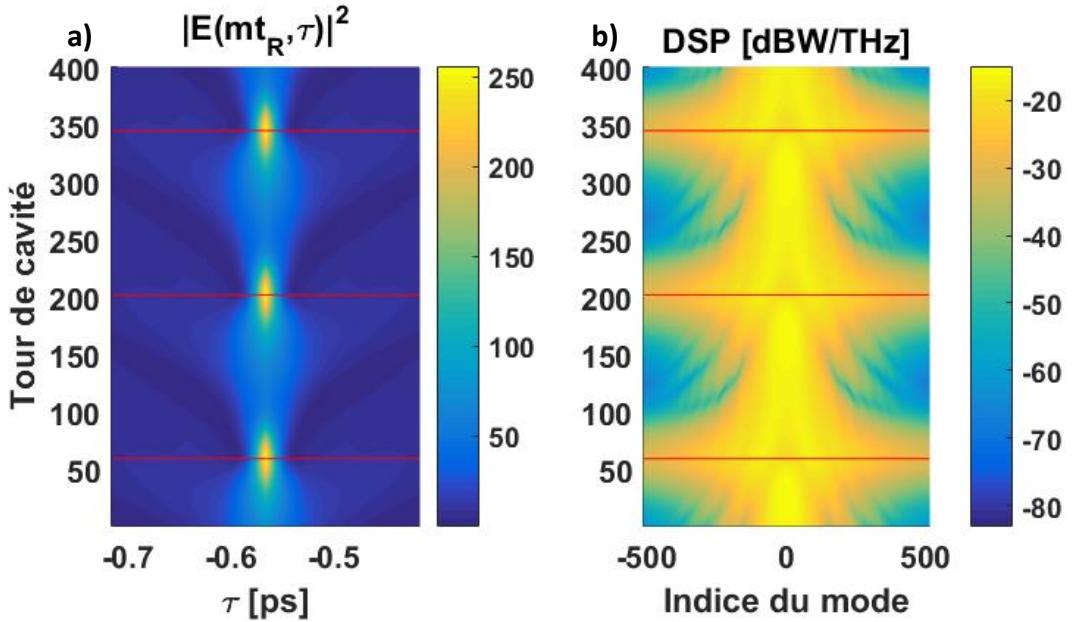
En effet, la période temporelle d'oscillation qui caractérise les *breathers* est très courte par rapport au nombre de tours de cavité qui se déroulent entre deux points de déphasage ( $\delta$ ). Pour identifier le régime *breather*, il est nécessaire d'observer le comportement de chaque impulsion isolée entre tours de cavité successifs. L'évolution entre tours successifs du champ intra-cavité dans la région IV pour un désaccord  $\delta = 2,4\delta_{1/2}$ , centré autour d'une impulsion spécifique est représenté dans la figure 9. Nous pouvons observer ici la nature oscillatoire de chaque soliton *breather*. La période d'oscillation est la même pour tous les *breathers* et elle est de 144 tours de cavité (ou 2,88 ns).



**Fig 9.** Evolution d'un train d'impulsions *breather* (région IV ;  $\delta = 2,4\delta_{1/2}$ ) sur une courte échelle de temps lent (400 tours de cavité). Les traits rouges horizontaux marquent la périodicité de l'amplitude de l'impulsion au centre du graphe 3D.

Le spectre du champ intra-cavité varie entre tours de cavité successifs et semble se comporter de manière chaotique, comme dans la région IV dans la fig.2.b. du fait qu'il résulte de la superposition de spectres associés à chacun des *breathers* isolés.

Pour contourner ce problème de représentation, nous devons étudier le régime dans lequel un seul *breather* circule dans la cavité. Pour exciter ce régime particulier en simulation, nous gardons la puissance de pompe fixe à 750 mW, le paramètre  $\delta = 2,4\delta_{1/2}$  (région IV) et nous utilisons une impulsion unique du champ intra-cavité à ce déphasage donné (en mettant le reste du champ intra-cavité à un plancher de puissance constante) comme condition initiale du champ intra-cavité. Cette méthode permet de suivre l'évolution d'une impulsion unique et son spectre entre tours de cavité successifs. L'impulsion et son spectre sont représentées dans les figures 10.a. et b. respectivement



**Fig 10.** a) Evolution d'un *breather* (région IV ;  $\delta = 2,4\delta_{1/2}$ ) b) et évolution de sa DSP sur une courte échelle de temps lent (400 tours de cavité). Les traits rouges horizontaux marquent la périodicité de l'amplitude de l'impulsion et celle de la couverture spectrale de sa DSP.

Nous pouvons voir qu'à mesure que le soliton intra-cavité évolue dans le temps lent (entre tours de cavité successifs), il subit une oscillation périodique de son amplitude et sa largeur-à-mi-hauteur (fig 10.a.) qui est accompagnée par la « respiration » de même période de son enveloppe spectrale (fig 10.b.). Notons que l'enveloppe spectrale du *breather* isolé présente ici un comportement prédictible et oscillatoire contrairement au spectre du train de *breathers*.

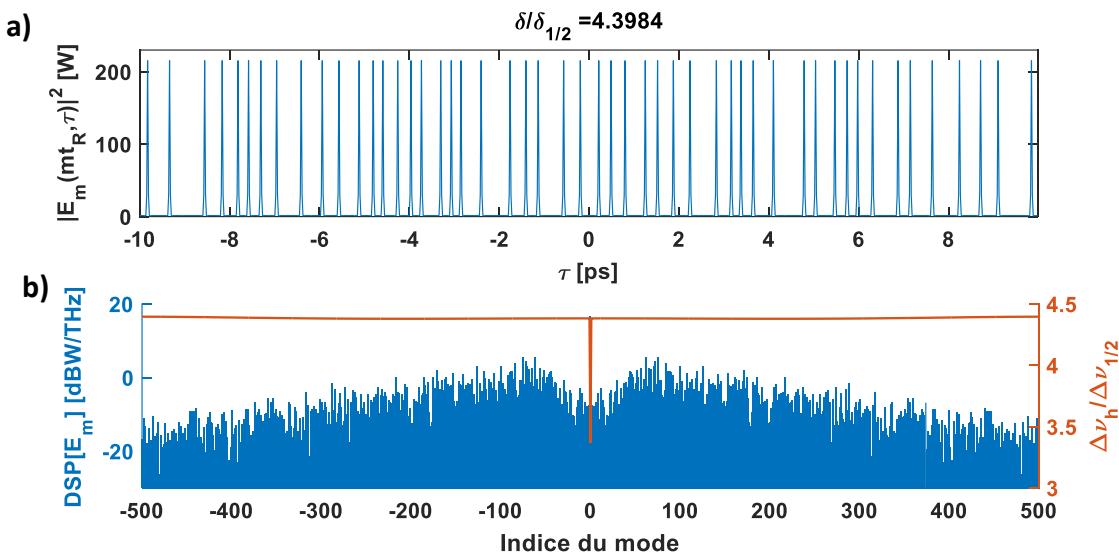
#### Région V : Régime soliton (Peignes Kerr de type II)

Nous pouvons identifier dans la figure 1 que la puissance optique intra-cavité se stabilise après le régime *breather*. La région V correspond au régime impulsif stabilisé. A fur et à mesure que le balayage en fréquence du laser de pompe se poursuit, une relation de phase s'établit entre les composantes du peigne Kerr. Le peigne Kerr fait une transition d'un état instable à un état stable et cohérent où la lumière intra-cavité s'auto-arrange formant un train d'impulsions de puissance constante dont le taux de répétition de chaque impulsion isolée correspond à l'espacement modal du résonateur. La figure 11 montre la distribution temporelle et spectrale de puissance du champ optique intra-cavité et illustre bien le régime impulsif.

Les raies du peigne de fréquences occupent tous les modes longitudinaux adjacents du résonateur dans ce régime et une relation de phase est établie. Ce type de peigne de fréquences

cohérent est aussi connu comme peigne Kerr de type II [7]. Dans ce régime, les impulsions générées gardent leur forme et leur position dans la fenêtre temporelle et ce quel que soit le tour de cavité.

La fig. 11.b. montre la DSP et la distribution temporelle de puissance associée au signal intra-cavité en régime soliton. Ce spectre n'est cependant pas lisse car il résulte de la superposition de spectres associés à chacune des impulsions isolées. Par contre, le spectre est stable (sa forme ne varie pas entre tours de cavité) et sa forme peut être maintenue indéfiniment tant que les paramètres du signal de pompe sont gardés constants. Ce sont les interférences entre les spectres respectifs de chaque impulsion qui produisent cette enveloppe spectrale irrégulière observé ici pouvant laisser supposer un caractère incohérent du signal intra-cavité ce qui n'est pas le cas.



**Fig 11.** Peigne Kerr en régime soliton et distribution temporelle de puissance associée (région V). **a)** Distribution temporelle de puissance intra-cavité. **b)** DSP du champ intra-cavité et déphasage résiduel de la cavité chaude normalisé.

Le désaccord résiduel (fig. 11.b) des fréquences de résonance met en évidence un alignement exceptionnellement précis entre les fréquences de résonance du résonateur « chaud » et les raies du peigne généré avec une fluctuation maximale de  $\Delta\nu_h$  inférieure à  $0.02\Delta\nu_{1/2}$  ( $\sim 0.0170\Delta\nu_{1/2}$ ) sur 1024 modes simulés (51.2 THz). Ainsi, dans le régime impulsif, la distribution spectrale de puissance est telle que le chemin optique de la lumière est le même pour toutes les raies du peigne généré. De cette manière les modes du résonateur s'alignent avec les composantes fréquentielles du peigne permettant leur oscillation libre et le transfert cohérent

de puissance optique entre les raies du peigne. Nous pouvons ainsi déduire que la formation de peignes Kerr de type II résulte d'un phénomène d'auto-arrangement temporel et spectral de la lumière qui est régi par la structure modale du résonateur froid. En d'autres termes, la distribution temporelle et spectrale du signal intra-cavité doit être telle que  $\Delta\nu_h$  s'approche d'une fonction linéaire de la fréquence, indiquant l'alignement de la structure modale du résonateur chaud avec le peigne Kerr.

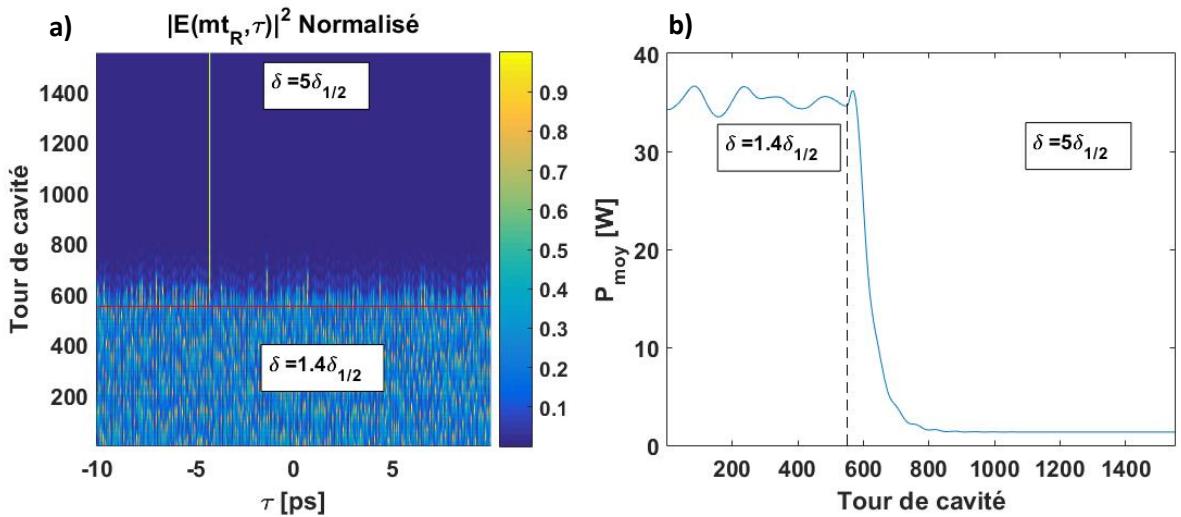
### 1.3. Génération déterministe de peignes de Type 2

Avec les paramètres de résonateur utilisés dans cette étude, les simulations de balayage en fréquence du laser de pompe ne permettent pas d'obtenir un régime de fonctionnement où une seule impulsion stable circule dans la cavité optique.

#### *Excitation non-adiabatique de peignes de type 2*

Il a été proposé initialement par Matsko *et al.* de générer des peignes Kerr dans un résonateur optique en effectuant des changements soudains de puissance [12]. La méthode d'excitation consiste à balayer la fréquence du laser de pompe jusqu'à obtention du régime intra-cavité chaotique (région III). Une fois ce régime atteint, effectuer une modification abrupte de la fréquence du laser de pompe peut produire l'état impulsif soliton si le désaccord et le point de départ sont adéquats.

L'amplitude du saut de désaccord ainsi que son point de départ influencent le spectre final obtenu en régime impulsif. Des sauts de désaccord d'amplitudes différentes auront un impact sur la puissance intra-cavité finale et détermineront principalement le nombre d'impulsions circulant dans la cavité dans le régime établi final.



**Fig 12.** **a)** Puissance du champ intra-cavité à l'instant du saut de désaccord qui même vers le régime d'une impulsion unique dans le résonateur. **b)** Puissance intra-cavité moyenne pendant l'excitation non adiabatique d'un peigne Kerr dans le résonateur. Le saut de désaccord du laser de pompe a lieu au tour de cavité 750 marqué par une ligne droite horizontale rouge dans la figure a) et une ligne droite verticale pointillée dans la figure b).

Dans la figure 12 nous avons représenté la formation d'un soliton intra-cavité par l'utilisation de la méthode décrite ci-dessus. Dans cette simulation, nous avons « *arrêté* » le balayage du laser de pompe dans le régime chaotique pour une valeur de désaccord normalisé de  $\delta/\delta_{1/2} = 1,4$  ( $\delta_f = 244,48 \text{ MHz}$ ). A ce stade de la simulation, nous avons forcé un saut soudain de désaccord du laser de pompe jusqu'à la valeur  $\delta/\delta_{1/2} = 5$ .

Comme prédict par l'étude de A. Matsko *et al.* [12], une soudaine baisse de puissance intra-cavité mène ici vers le régime du peigne stabilisé. Dans notre simulation nous nous intéressons au régime où un soliton unique circule dans la cavité, mais en fonction du saut de fréquence forcé sur le laser de pompe, des états où plusieurs solitons circulent dans la cavité peuvent être excités.

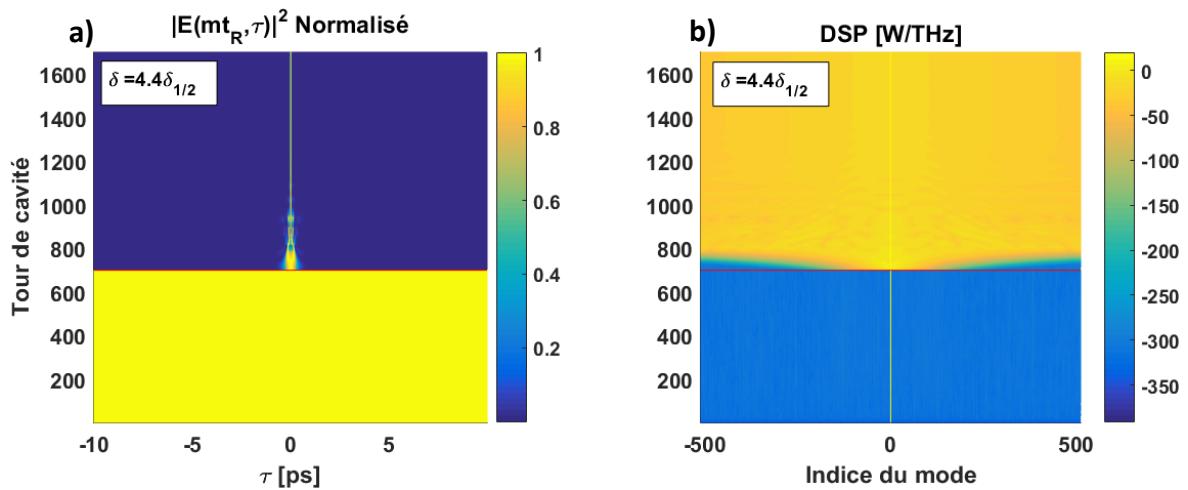
#### *Excitation par une impulsion de forte puissance crête*

Une méthode alternative d'excitation non-adiabatique d'un peigne Kerr a été proposée par Kang *et al.* [25]. Cette méthode consiste à exciter l'état impulsionnel soliton par l'injection d'un signal impulsionnel de très forte puissance crête dans la cavité.

A notre connaissance, cette méthode étudiée uniquement en théorie n'a jamais été mise en pratique. Le désaccord du laser de pompe doit correspondre à l'apparition d'un régime impulsionnel dans le résonateur (région V) pour la puissance de pompe utilisée. Une fois ce

paramètre fixé, une impulsion de très forte amplitude crête est injectée dans la cavité. Sous réserve de paramètres correctement choisis pour le laser de pompe et l'impulsion, le signal intra-cavité s'auto-arrange en régime impulsif. Le nombre d'impulsions dans ce régime sera encore fonction des paramètres de l'impulsion et du laser de pompe.

Nous avons testé numériquement ce protocole. Les résultats numériques de la fig. 13 montrent l'évolution entre tours successifs des enveloppes temporelle et spectrale du signal intra-cavité au moment de l'envoi de l'impulsion dans la cavité, symbolisé par une ligne rouge sur les graphiques de surface aux fig. 13.a) et 13.b) décrivant l'évolution de la puissance intra-cavité moyenne autour de l'instant de l'injection de l'impulsion.



**Fig 13.** Evolution de a) la puissance intra-cavité et b) de la d.s.p. du champ optique intra-cavité suite à l'envoi d'une impulsion intense de 10 kW de puissance crête et 0.5 ps de largeur à mi-hauteur au 750<sup>ème</sup> tour de cavité (trait rouge). Cette perturbation occasionnée dans la région V de désaccord conduit à l'établissement d'un régime d'impulsion unique.

Nous avons utilisé une impulsion gaussienne de puissance crête de 10  $kW$  avec une largeur à mi-hauteur de 0.5  $ps$  pour obtenir le régime présenté dans la figure 13. La mise en place d'un tel signal est très compliquée en pratique et peut expliquer la raison pour laquelle cette méthode spécifique n'est pas encore utilisée.

Comme nous venons de le voir, les peignes Kerr ont un comportement complexe qui résulte de l'interaction par effet Kerr d'un grand nombre de modes rendue possible par des effets de dispersion adéquats. L'étude numérique des peignes Kerr donne accès à une représentation détaillée de leur comportement. Les informations présentées dans cette première partie permettent de comprendre phénoménologiquement les peignes Kerr et facilitent donc

l’interprétation de résultats obtenus expérimentalement qui seront présentés dans la section à venir.

## 2. Oscillateur hyper-paramétrique optique

Très similaire au système décrit dans ce chapitre, un oscillateur paramétrique optique (OPO) est un système qui utilise un résonateur optique présentant des non linéarités de type  $\chi_2$  pour générer des composantes fréquentielles à partir d’un signal monochromatique de pompe. Tout milieu optique présentant une distribution moléculaire centrosymétrique, tels que les cristaux et les verres, ne présente pas d’effets non-linéaires d’ordre 2. Dans ces milieux, la génération d’harmoniques se fait par les mécanismes qui résultent des non-linéarités d’ordre 3. Un oscillateur hyper-paramétrique optique est alors un système qui, comme l’oscillateur paramétrique, utilise un signal monochromatique de pompe pour générer des harmoniques dans un résonateur optique, à la différence que la génération d’harmoniques résulte des effets non-linéaires d’ordre 3 et non pas d’ordre 2.

Les oscillateurs hyper-paramétriques basés sur des cavités *HYDEX* d’espacement modal de 200 *GHz* ont été démontrées initialement par Razzari *et al.* [26]. Nous avons démontré la faisabilité d’oscillateurs hyper-paramétriques optiques dans les cavités *HYDEX* de 50 *GHz* et 200 *GHz* d’espacement modal en appliquant une méthode de stabilisation active de la fréquence du laser de pompe qui sera détaillée dans cette partie [27]. Ces cavités ont été fournies par le professeur Sai Tak Chu de Hong Kong CityU.

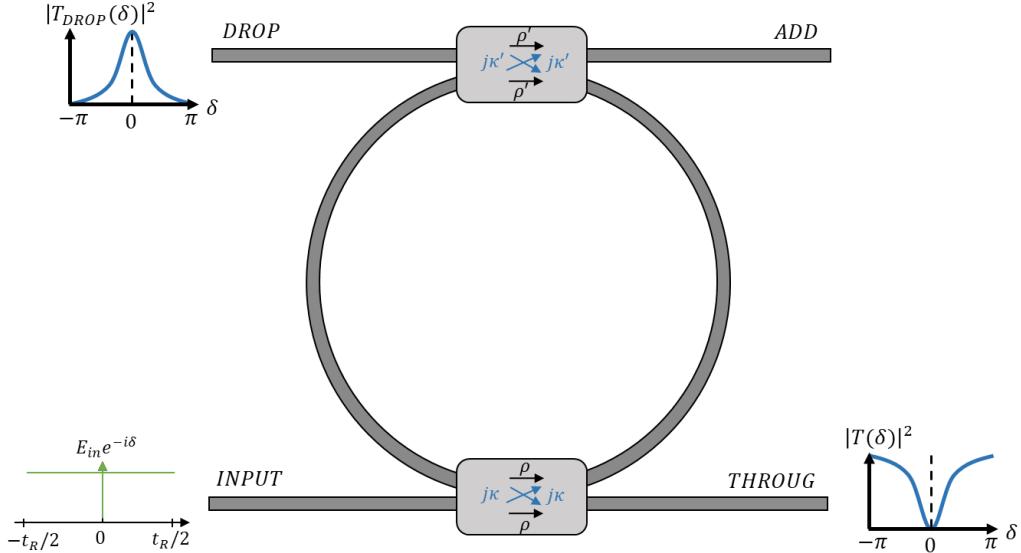
Les propriétés du matériau ont été présentées préalablement dans le tableau **1**. Les caractéristiques de chaque résonateur sont présentées dans le tableau **2**. Ces paramètres ont été mesurés à une longueur d’onde centrale  $\lambda_0$  de 1545 *nm*. Les cavités des résonateurs sont très similaires, la principale différence entre les deux cavités réside dans le taux de dopage du verre *HYDEX* qui modifie légèrement le paramètre  $\gamma$  de chaque cavité. Le résonateur 2 ( $EM = 200$  *GHz*) est caractérisé par un paramètre  $\gamma$  légèrement plus fort que le résonateur 1 d’espacement modal 50 *GHz*.

<b>Résonateur 1</b>		
Largeur à mi-hauteur de la résonance	$\Delta\nu_{1/2}$	180 MHz
Facteur de qualité	$Q_1$	$1,1 \cdot 10^6$
Espacement modal	$EM_1$	49 GHz
Pertes au port DROP		-10 dB
<b>Résonateur 2</b>		
Largeur à mi-hauteur de la résonance	$\Delta\nu_{1/2}$	215 MHz
Facteur de qualité	$Q_2$	$0,9 \cdot 10^6$
Espacement modal	$EM_2$	200 GHz
Pertes au port DROP		-10 dB

**Tableau 2. Paramètres physiques des résonateurs HYDEX**

$$50 \text{ GHz et } 200 \text{ GHz à } \lambda_0 = 1545 \text{ nm}$$

Les deux résonateurs utilisés dans nos recherches ont été fabriqués en configuration « ADD/DROP ». C'est-à-dire, avec un coupleur supplémentaire qui permet d'extraire une fraction du signal intra-cavité. Cette topologie de résonateur est schématisée sur la figure 14. Un inconvénient de cette configuration est que, lorsqu'il est recherché le déclenchement de peignes Kerr, l'addition du coupleur de sortie (coupleur ADD/DROP) est perçue comme une source supplémentaire de pertes intra-cavité pouvant affecter le facteur  $Q$  et le  $PEF$  du résonateur.

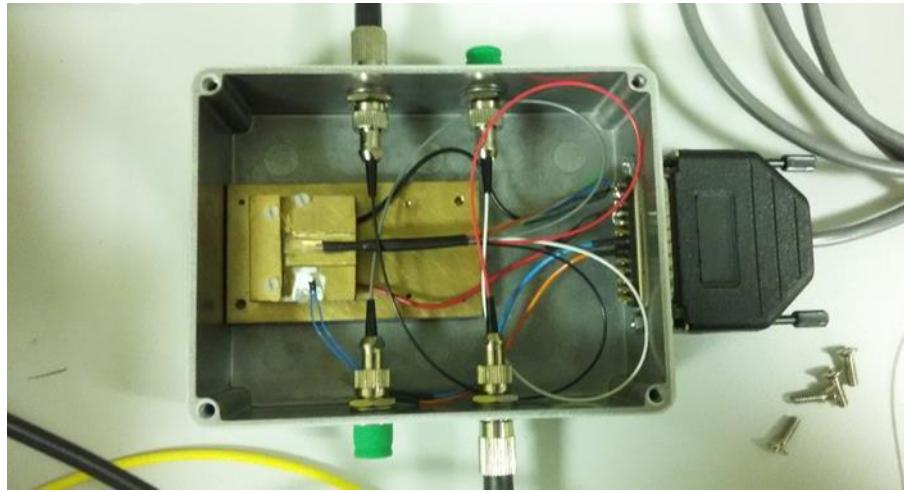


**Fig 14.** Schématique d'un résonateur optique en configuration ADD/DROP.

En pratique, lorsqu'il est bien dimensionné, ce coupleur présente des avantages beaucoup plus importants que le désavantage mentionné ci-dessus. Cette configuration permet la conception de filtres passe-bande (de périodicité égale à l'espacement modal du résonateur) [28]. Pour les applications de type peigne Kerr, le principal avantage est le niveau de puissance récupérable au port *DROP* lorsque le résonateur est pompé très proche de sa fréquence de résonance. Un résonateur conçu pour fonctionner proche du couplage critique ne transmet pas de puissance du port *INPUT* vers le port *THROUGH* lorsque le laser de pompe est aligné avec la résonance de ce dernier. Par contre, la transmission du port *INPUT* vers le port *DROP* est maximale à la résonance. Comme explicité dans le tableau 2, les deux résonateurs présentent des pertes de 10dB au port *DROP* à la fréquence de résonance en régime linéaire.

### Génération de peignes Kerr de type I

Les résonateurs ont été fixés sur des plaques en laiton dans des boîtiers thermalisés par un dispositif Peltier de manière à stabiliser le mieux possible les fluctuations thermiques du dispositif (voir fig. 15). La température de commande utilisée est toujours quelques degrés Celsius plus élevée que la température ambiante pour assurer une meilleure stabilité du dispositif.



**Fig 15.** Boîtier de thermalisation du résonateur HYDEX intégré.

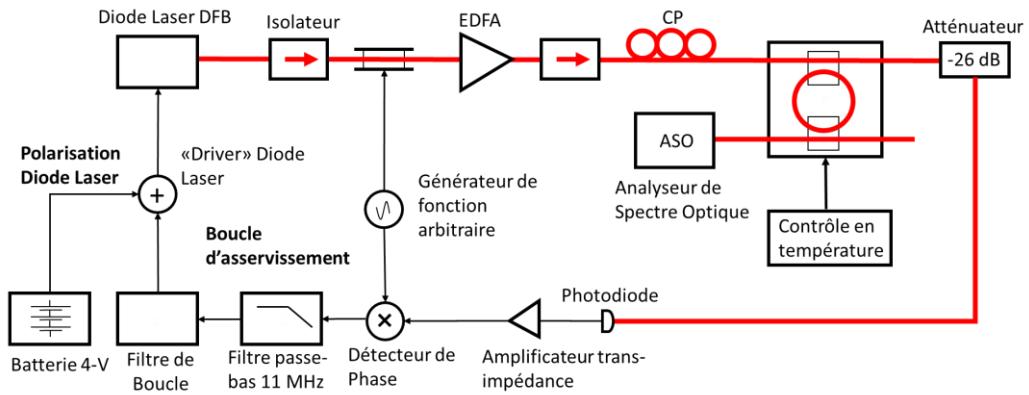
## 2.1. Principe du montage

Un laser de pompe dont la fréquence est contrôlée via son courant d'alimentation a été utilisé pour exciter des peignes Kerr suivant le protocole de balayage en fréquence décrit dans la partie 1 de ce chapitre. Un laser DFB Mitsubishi FU-68PDF-5 a été utilisé pour la manipulation, choisi principalement pour sa large accordabilité en fréquence conférée par un facteur  $\frac{\Delta\nu}{\Delta I} = 1.1 \text{ GHz}/\text{mA}$ . Le problème que nous avons rencontré avec des lasers plus fins est principalement leur faible plage d'accordabilité (cas du laser à cavité externe RIO et du laser à fibre Koheras) qui ne nous a pas permis de les utiliser pour balayer le signal de pompe à travers la résonance sur une plage de fréquence assez large. Un amplificateur EDFA Keopsys, de puissance maximale de 40 dBm (5W) et fonctionnant à puissance de sortie constante, a été utilisé en sortie du laser pour réguler la puissance injectée dans le résonateur. Un contrôleur de polarisation est nécessaire pour aligner la polarisation de la lumière de pompe avec un des modes transversaux du résonateur.

## 2.2. Stabilisation de la fréquence de pompe par une boucle Pound-Drever-Hall

Une méthode de verrouillage thermique du laser de pompe sur une résonance d'un résonateur HYDEX très similaire au nôtre a déjà été mise en place dans la référence [26]. Cette méthode consiste à accorder le laser avec la résonance de la cavité en balayant lentement la fréquence

du laser en allant des hautes vers les basses fréquences de manière à suivre la dérive de la fréquence de résonance de la cavité qui, elle, se décale vers les basses fréquences par effet Kerr optique et par effet thermo-optique lors de l'accumulation de puissance dans le résonateur. Dans notre expérience, cette méthode ne nous a pas permis un maintien stable du verrouillage du laser de pompe avec la résonance de la cavité. Nous n'avons pas réussi à obtenir des peignes Kerr qui soient maintenus plus de quelques secondes sans asservissement de la fréquence du signal excitateur.



**Fig 16.** Schéma détaillé du dispositif expérimental utilisé pour la génération de peignes Kerr dans des résonateurs HYDEX. EDFA : *Erbium Doped Fiber Amplifier* ; CP : Contrôleur de Polarisation

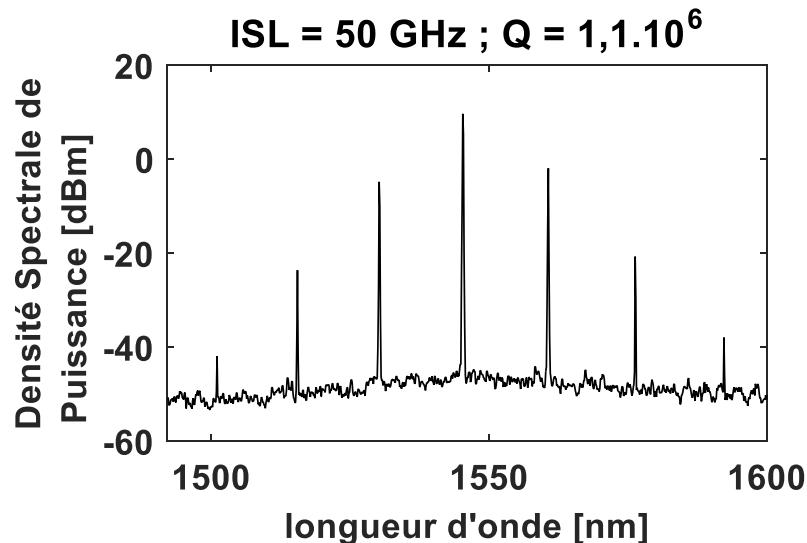
Nous avons donc opté pour l'implémentation d'une boucle Pound Drever Hall (PDH) de stabilisation active de la fréquence du laser pompe par rapport à la fréquence de résonance de la cavité [29]. Le principe de cette technique de stabilisation est de moduler la phase d'un signal monochromatique injecté dans une cavité à une fréquence supérieure à sa largeur de résonance. Le signal au port *THROUGH* de la cavité est alors formé de deux bandes latérales (générées lors de la modulation de phase) qui restent inchangées et d'une composante porteuse déphasée sortant du résonateur. Ce signal est photo-détecté et mélangé avec un oscillateur local pour produire un signal d'erreur qui mesure le désaccord en fréquence du laser de pompe par rapport à la fréquence de résonance.

Le schéma détaillé du dispositif expérimental est présenté en figure 16. La lumière émise par le laser DFB est envoyée vers un modulateur de phase. A la sortie du modulateur, la lumière est dirigée vers l'entrée du résonateur à travers un EDFA de forte puissance (puissance maximale de 5W) opérant à puissance de sortie constante, et un contrôleur de polarisation qui permettent de pomper la cavité avec une puissance suffisante pour déclencher un peigne Kerr.

Le rôle des isolateurs est d'éviter les réflexions et rétrodiffusions dans le montage optique. Le port *DROP* du résonateur est utilisé pour observer le peigne Kerr généré dans la cavité à l'aide d'un analyseur de spectre optique. Un étage d'atténuation de  $-26dB$  à la sortie du port *THROUGH* permet d'éviter d'endommager la photodiode. Le modulateur de phase est excité par un signal sinusoïdal provenant du générateur de fonction arbitraire qui permet de créer des bandes fréquentielles latérales de la lumière laser. Le signal issu du photo-détecteur est démodulé avec le détecteur de phase et le filtre passe-bas pour produire un signal d'erreur utilisé pour corriger la fréquence du laser de pompe à travers son courant d'alimentation.

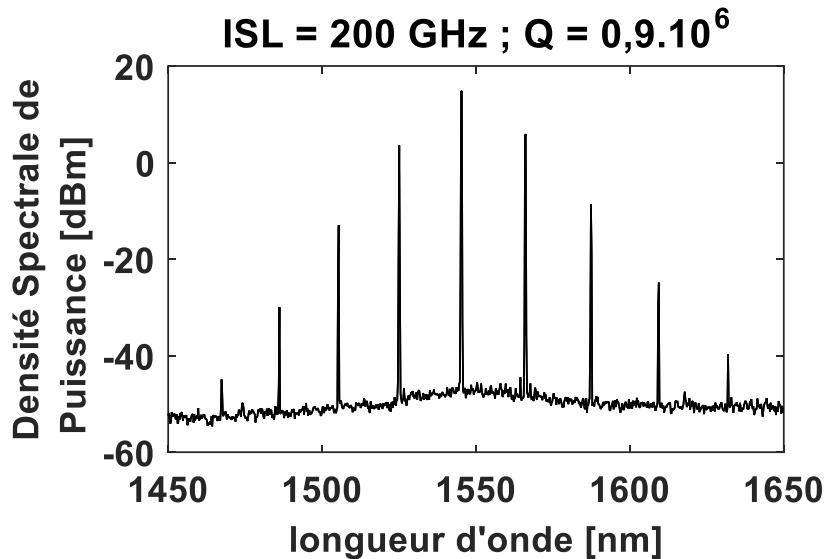
### *Spectres générés*

Les spectres générés à partir des deux résonateurs HYDEX sont représentés dans la figure 17. Grâce à la stabilisation active de la fréquence du laser de pompe, ces spectres peuvent être obtenus de manière répétable et maintenus pendant la durée de la manipulation sans problèmes (durées supérieures à 30 minutes).



**Fig 17.** Spectre généré dans le résonateur HYDEX de 50GHz. Pour un laser de pompe de puissance 29 dBm à une longueur d'onde centrale de 1545 nm.

Dans le résonateur 50 GHz, une puissance de 29 dBm en sortie de l'EDFA est nécessaire pour exciter des peignes Kerr. L'ISL de ces peignes est de 15 nm autour de 1545 nm. L'oscillateur hyper paramétrique présente un total de 7 lignes qui couvrent une plage spectrale de 100 nm.



**Fig 18.** Spectre générée dans le résonateur HYDEX de 200GHz. Pour un laser de pompe de puissance 29 dBm à une longueur d'onde centrale de 1545 nm.

En ce qui concerne le résonateur d'espacement modal de 200 *GHz*, une puissance en sortie de l'EDFA de 28 *dBm* est suffisante pour exciter un peigne dans la cavité. L'espacement du peigne est ici de 20 *nm* et un total de 9 composantes peuvent être observées couvrant une plage spectrale proche des 200 *nm*. Il semble étonnant qu'un peigne plus large puisse être généré dans le résonateur 2 malgré son facteur de qualité légèrement plus faible que celui du résonateur 1, mais ceci est probablement dû à une accumulation de puissance intra-cavité plus importante à cause des dimensions plus faibles de la boucle optique.

Une autre explication réside dans les propriétés du milieu optique. Le professeur Chu, fournisseur des deux dispositifs, nous a informés que le résonateur 2 est plus fortement dopé et, par conséquent, possède un indice de réfraction plus fort et un coefficient de non linéarité plus important, diminuant ainsi la puissance de seuil nécessaire pour déclencher un peigne dans la cavité. De plus, nous pensons que les différents niveaux de dopage peuvent modifier aussi les propriétés de dispersion des cavités et expliquer la différence de 5 *nm* retrouvée entre l'ISL du peigne 1 et celui du peigne 2.

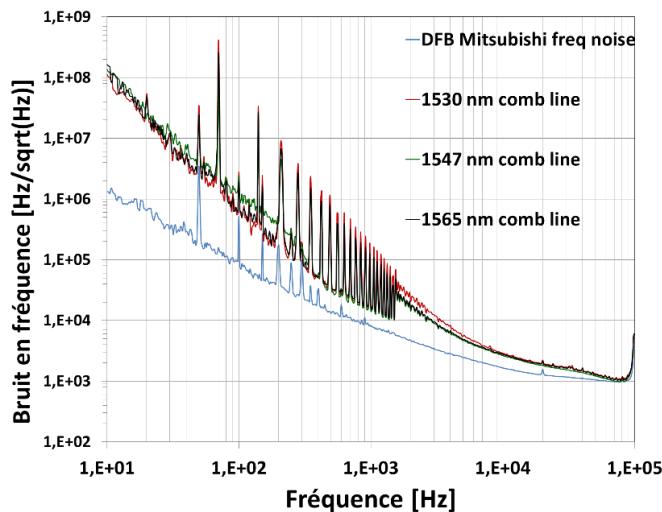
L'ISL des peignes générés, supérieur à l'espacement modal des résonateurs ainsi que le fort niveau de puissance intra-cavité indiquent que les peignes obtenus dans les deux dispositifs sont des peignes Kerr de type I correspondant à des motifs temporels de Turing, régime de fonctionnement qui correspond à la région II présentée en simulation (Fig. 7). Ce qui prédit un peigne de fréquences cohérent dont l'ISL correspond à un nombre entier de fois l'espacement modal des résonateurs.

Il est quelque peu étonnant que les peignes générés aient des espacements modaux qui ne soient pas en accord avec celui qui a été obtenu en simulation, qui est de  $60\text{ nm}$ . Il est important de répéter ici que les résultats de simulation concernant les peignes de type I sont en accord avec les prédictions théoriques de gain d'instabilité modulationnelle obtenues par l'étude perturbatrice du modèle d'Ikeda (voir II.25). Ceci est illustré dans la figure 4.

Nous pensons que cette déviation peut venir d'une estimation erronée des propriétés de dispersion des résonateurs que nous avons étudiés expérimentalement.

#### *Bruit de fréquence des lignes individuelles*

Pour la mesure de bruit de fréquence, un filtre optique a été utilisé pour isoler chacune des raies du peigne. Ensuite, le bruit de fréquence de chaque raie individuelle a été mesuré par photo-détection du signal de battement de la raie isolée avec elle-même après propagation dans une ligne à retard comme décrit dans la référence [30].



**Fig 19.** Bruit de fréquence des lignes individuelles d'un peigne de type I généré dans un résonateur HYDEX d'espacement modal de 50 GHz.

Le bruit de phase de chaque raie individuelle est représenté sur la figure 19 avec celui du laser de pompe. Il existe une corrélation claire entre le bruit de phase de chaque ligne et les pics du spectre de bruit en fréquence du laser de pompe semblent être recopiés sur ceux des composantes générées par effet Kerr. Cette observation couplée à notre compréhension de la formation de peignes Kerr nous permet de déduire que le spectre présenté ici correspond bien

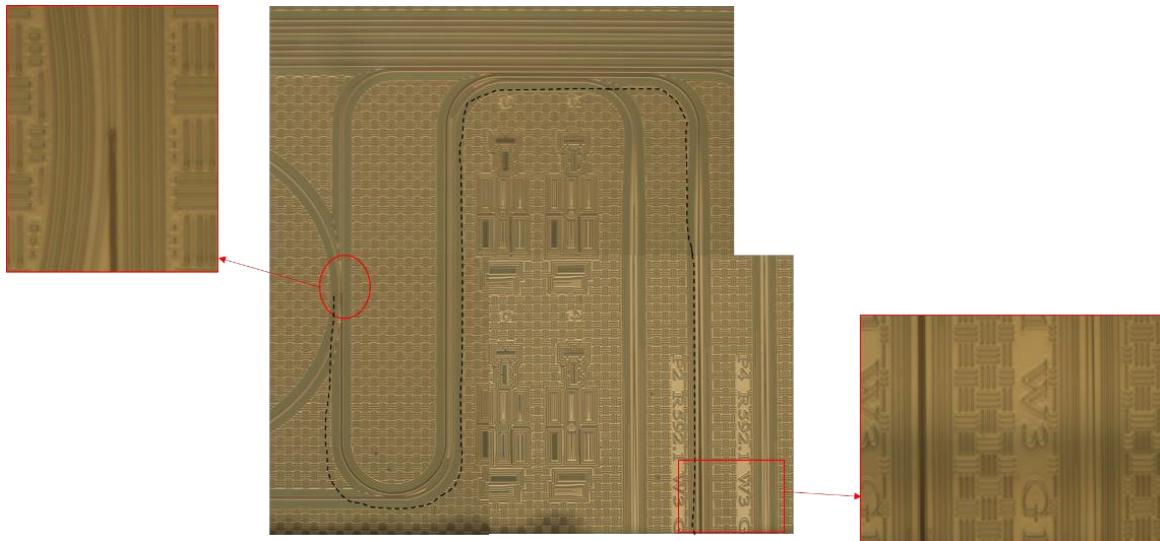
à un peigne Kerr de type I ou motif temporel de Turing dans lequel les interactions entre raies du peigne sont stables et cohérentes.

*Tentative de génération de peigne de Type II : Puissance maximale supportée par le résonateur*

Ni le régime chaotique, ni le régime soliton n'ont pu être observés dans les résonateurs HYDEX avec les puissances de pompe utilisées. Les régimes chaotique et soliton (régions II-IV et V) sont caractérisés par un peigne de fréquences dont l'ISL correspond à l'espacement modal du résonateur dans lequel celui-ci est créé. Si un peigne de type I peut être créé dans le résonateur mais les régimes qui suivent ne peuvent pas être observés, c'est parce que une puissance intracavité plus importante est nécessaire.

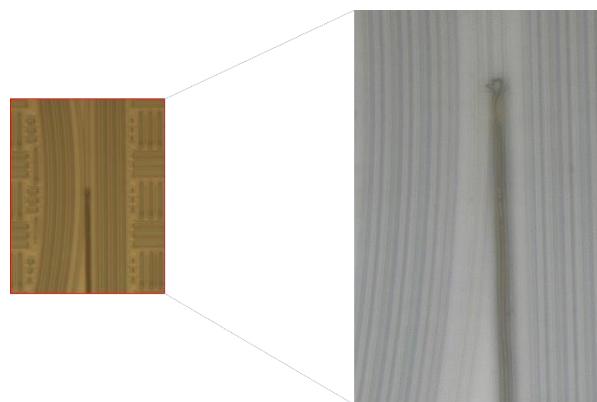
Dans le but de générer des peignes cohérents de type II, la puissance du laser de pompe a été augmentée progressivement en gardant le même dispositif de contrôle de la fréquence de pompe et le même protocole de génération de peignes Kerr. Nous avons mené un de nos deux dispositifs jusqu'à la limite de sa puissance supportée pour laquelle nous avons observé brièvement le régime de peigne Kerr chaotique que nous n'avons pas eu le temps de capturer à l'analyseur de spectre optique. La destruction du dispositif a résulté de cette opération lorsque nous avons atteint une puissance de 33.5 dBm (supérieure à 2W) à la sortie de l'EDFA.

En fait, le port d'entrée du résonateur n'a pas supporté la puissance nécessaire pour la génération du signal désiré. Ceci peut être observé dans la figure 20 qui montre une image au microscope du guide d'accès carbonisé sur le chemin marqué en ligne noire pointillée.



**Fig 20.** Capture au microscope du guide d'onde d'accès du résonateur carbonisé par une utilisation d'une puissance de pompe trop forte en entrée du dispositif.

La cavité elle-même est par contre restée intacte. Ceci paraît normal du fait que, de manière générale, les puissances intra-cavité impliquées dans la génération de peignes Kerr peuvent monter jusqu'à la centaine de Watts de par le fort confinement de puissance. Le guide d'accès, cependant, n'était pas conçu pour supporter une puissance de pompe suffisamment forte pour l'excitation des peignes de type II recherchés ici. Une image rapprochée du point d'accès de la cavité est présentée dans la figure 21 qui montre jusqu'où a été carbonisé le guide d'accès.



**Fig 21.** agrandissement sur la région de couplage montrant la localisation où s'arrêtent les dommages causés par l'utilisation d'une puissance de pompe trop élevée.

La génération stable et répétable de peignes Kerr de type I a été démontrée dans des résonateurs HYDEX intégrés en utilisant un laser DFB intégré. L'utilisation d'un dispositif PDH de verrouillage de la fréquence du laser de pompe permet l'opération ininterrompue du peigne

dans ce régime. Cependant, l'espacement des peignes générés est, pour le moment, trop large pour la photo-détection de leur signal de battement et leur utilisation dans le domaine des microondes.

Pour la génération de peignes Kerr de type II dans ces dispositifs il semble nécessaire d'augmenter encore un peu le coefficient de qualité des résonateurs de manière à optimiser l'accumulation de puissance intra-cavité. Une alternative serait de diminuer les pertes par absorption à l'interface entre la fibre optique d'accès et le guide HYDEX d'accès vers la cavité du résonateur. En effet, comme nous l'avons vu dans les figures **20** et **21**, ce sont les pertes dans le guide d'accès du résonateur qui ont limité son seuil de puissance de fonctionnement.

## Références

- [1] I. S. Grudinin et N. Yu, « Dispersion engineering of crystalline resonators via microstructuring », *Optica*, vol. 2, n° 3, p. 221, mars 2015, doi: 10.1364/OPTICA.2.000221.
- [2] S. Kim *et al.*, « Dispersion engineering and frequency comb generation in thin silicon nitride concentric microresonators », *Nat. Commun.*, vol. 8, n° 1, déc. 2017, doi: 10.1038/s41467-017-00491-x.
- [3] E. Obrzud, S. Lecomte, et T. Herr, « Temporal Solitons in Microresonators driven by Optical Pulses », *ArXiv161208993 Phys.*, déc. 2016.
- [4] C. Bao *et al.*, « Dual-pump generation of high-coherence primary Kerr combs with multiple sub-lines », *Opt. Lett.*, vol. 42, n° 3, p. 595, févr. 2017, doi: 10.1364/OL.42.000595.
- [5] Y. Okawachi *et al.*, « Dual-pumped degenerate Kerr oscillator in a silicon nitride microresonator », *Opt. Lett.*, vol. 40, n° 22, p. 5267, nov. 2015, doi: 10.1364/OL.40.005267.
- [6] Y. K. Chembo, « Kerr optical frequency combs: theory, applications and perspectives », *Nanophotonics*, vol. 5, n° 2, p. 17, janv. 2016, doi: 10.1515/nanoph-2016-0013.
- [7] A. Pasquazi, « Micro-combs: A novel generation of optical sources », *Phys. Rep.*, p. 81, 2018.
- [8] T. Herr *et al.*, « Temporal solitons in optical microresonators », *Nat. Photonics*, vol. 8, n° 2, p. 145-152, févr. 2014, doi: 10.1038/nphoton.2013.343.
- [9] P. Del'Haye, A. Coillet, W. Loh, K. Beha, S. B. Papp, et S. A. Diddams, « Phase steps and resonator detuning measurements in microresonator frequency combs », *Nat. Commun.*, vol. 6, 2015.
- [10] M. Karpov *et al.*, « Universal dynamics and controlled switching of dissipative Kerr solitons in optical microresonators », *Nat. Phys.*, vol. 13, n° 1, p. 94-102, janv. 2017, doi: 10.1038/nphys3893.
- [11] T. Herr *et al.*, « Universal formation dynamics and noise of Kerr frequency combs in microresonators », *Nat. Photonics*, vol. 6, n° 7, p. 480-487, juill. 2012, doi: 10.1038/nphoton.2012.127.
- [12] A. B. Matsko, A. A. Savchenkov, V. S. Ilchenko, D. Seidel, et L. Maleki, « Hard and Soft Excitation Regimes of Kerr Frequency Combs », *Phys. Rev. A*, vol. 85, n° 2, p. 023830, févr. 2012, doi: 10.1103/PhysRevA.85.023830.
- [13] J. Hult, « A Fourth-Order Runge–Kutta in the Interaction Picture Method for Simulating Supercontinuum Generation in Optical Fibers », *J. Light. Technol.*, vol. 25, n° 12, p. 3770-3775, déc. 2007, doi: 10.1109/JLT.2007.909373.
- [14] S. Balac, A. Fernandez, F. Mahé, F. Méhats, et R. Texier-Picard, « The Interaction Picture method for solving the generalized nonlinear Schrödinger equation in optics », *ESAIM Math. Model. Numer. Anal.*, vol. 50, n° 4, p. 945-964, juill. 2016, doi: 10.1051/m2an/2015060.
- [15] S. Balac et A. Fernandez, « SPIP : A computer program implementing the Interaction Picture method for simulation of light-wave propagation in optical fibre », *Comput. Phys. Commun.*, vol. 199, p. 139-152, févr. 2016, doi: 10.1016/j.cpc.2015.10.012.
- [16] A. Fernandez *et al.*, « Numerical simulation of incoherent optical wave propagation in nonlinear fibers », *Eur. Phys. J. Appl. Phys.*, vol. 64, n° 2, p. 24506, nov. 2013, doi: 10.1051/epjap/2013120462.
- [17] D. Duchesne *et al.*, « Hydex Glass: a CMOS Compatible Platform for Integrated Waveguide Structures for Nonlinear Optics », *Adv. Lasers Electro Opt.*, p. 674.

- [18] D. J. Moss, R. Morandotti, A. L. Gaeta, et M. Lipson, « New CMOS-compatible platforms based on silicon nitride and Hydex for nonlinear optics », *Nat. Photonics*, vol. 7, n° 8, p. 597-607, juill. 2013, doi: 10.1038/nphoton.2013.183.
- [19] T. Herr, M. L. Gorodetsky, et T. J. Kippenberg, « Dissipative Kerr solitons in optical microresonators », *ArXiv150804989 Phys.*, août 2015.
- [20] A. B. Matsko, A. A. Savchenkov, et L. Maleki, « On excitation of breather solitons in an optical microresonator », *Opt. Lett.*, vol. 37, n° 23, p. 4856, déc. 2012, doi: 10.1364/OL.37.004856.
- [21] M. Yu *et al.*, « Breather soliton dynamics in microresonators », *Nat. Commun.*, vol. 8, n° 1, p. 14569, avr. 2017, doi: 10.1038/ncomms14569.
- [22] C. Bao et C. Yang, « Mode-pulling and phase-matching in broadband Kerr frequency comb generation », *J. Opt. Soc. Am. B*, vol. 31, n° 12, p. 3074, déc. 2014, doi: 10.1364/JOSAB.31.003074.
- [23] A. Coillet *et al.*, « Azimuthal Turing Patterns, Bright and Dark Cavity Solitons in Kerr Combs Generated With Whispering-Gallery-Mode Resonators », *IEEE Photonics J.*, vol. 5, n° 4, p. 6100409-6100409, août 2013, doi: 10.1109/JPHOT.2013.2277882.
- [24] P. Parra-Rivas, D. Gomila, M. A. Matías, S. Coen, et L. Gelens, « Dynamics of localized and patterned structures in the Lugiato-Lefever equation determine the stability and shape of optical frequency combs », *Phys. Rev. A*, vol. 89, n° 4, avr. 2014, doi: 10.1103/PhysRevA.89.043813.
- [25] Z. Kang *et al.*, « Deterministic generation of single soliton Kerr frequency comb in microresonators by a single shot pulsed trigger », *Opt. Express*, vol. 26, n° 14, p. 18563, juill. 2018, doi: 10.1364/OE.26.018563.
- [26] L. Razzari *et al.*, « CMOS-compatible integrated optical hyper-parametric oscillator », *Nat. Photonics*, vol. 4, n° 1, p. 41-45, janv. 2010, doi: 10.1038/nphoton.2009.236.
- [27] N. Gutierrez, O. Llopis, A. Fernandez, et G. Bailly, « Oscillateurs optiques hyper-paramétriques stabilisés par une boucle de contre-réaction Pound-Drever-Hall », *Journ. Club Opt. Micro-Ondes*, p. 3, 2018.
- [28] S. T. Chu, B. E. Little, W. Pan, T. Kaneko, S. Sato, et Y. Kokubun, « An eight-channel add-drop filter using vertically coupled microring resonators over a cross grid », *IEEE Photonics Technol. Lett.*, vol. 11, n° 6, p. 691-693, juin 1999, doi: 10.1109/68.766787.
- [29] R. W. P. Drever *et al.*, « Laser phase and frequency stabilization using an optical resonator », *Appl. Phys. B Photophysics Laser Chem.*, vol. 31, n° 2, p. 97-105, juin 1983, doi: 10.1007/BF00702605.
- [30] O. Llopis, « Phase noise measurement of a narrow linewidth CW laser using delay lines approaches », p. 3.





## Chapitre IV : Modélisation de résonateurs avec un couplage d'accès optimisé

Le couplage d'accès des résonateurs optiques est considéré comme indépendant de la longueur d'onde dans le modèle de Lugiato-Lefever utilisé conventionnellement pour modéliser les résonateurs de haute finesse. Dans le cas particulier où le couplage entre le guide d'accès et la cavité du résonateur se fait sur une longueur étendue, des variations des propriétés du couplage d'accès avec la fréquence peuvent avoir lieu et mener vers la dégradation des propriétés de transfert du résonateur. Selon la géométrie du couplage d'accès, ces variations peuvent être drastiques et produire de fortes dégradations des propriétés de transfert du résonateur, comme nous le verrons plus loin dans ce chapitre.

Face à la problématique d'un couplage dépendant de la longueur d'onde, Arlotti *et al.* ont développé des géométries de couplage optimisées pour minimiser les fluctuations fréquentielles du transfert de puissance entre le guide d'accès du résonateur et sa cavité [1]. Leur étude est basée sur des micro-résonateurs en nitride de silicium ( $\text{Si}_3\text{N}_4$ ) d'espacement modal de 220 GHz. Une configuration géométrique de couplage conventionnelle, dite en « quasi-accord de phase » est utilisée comme référence. Cette configuration est dite en accord de phase du fait que le guide d'accès du résonateur et la cavité sont caractérisés par des constantes de propagation en accord de phase. Cette configuration produit de fortes fluctuations des coefficients du coupleur d'accès avec la fréquence. Le coupleur de référence sera appelé **coupleur 1** dans notre étude. Les travaux d'optimisation d'Arlotti ont produit des designs de couplage qui améliorent de plus d'un ordre de magnitude l'uniformité (invariance) des paramètres de couplage avec la longueur d'onde. Deux designs de coupleurs optimisés de configuration dite en « désaccord de phase » sont proposés. Ces structures sont dites en « désaccord de phase » du fait que le guide d'accès du résonateur et la cavité sont caractérisés par des constantes de propagation différentes. Nous nous référerons à ces deux structures optimisées comme **coupleur 2** et **coupleur3**.

Le modèle d'Ikeda sur lequel repose notre étude numérique et théorique des peignes Kerr permet l'implémentation de paramètres de couplage et de transmission qui dépendent de la fréquence. Ce degré de liberté est valide quelle que soit l'amplitude des dégradations des coefficients de la zone de couplage d'accès du résonateur. Notre méthode est donc adaptée pour étudier l'effet des fluctuations des paramètres de couplage sur la génération de peignes Kerr.

Nous allons présenter dans ce chapitre le travail numérique qui a été mené sur la génération de peignes Kerr dans ces résonateurs avec un couplage d'accès optimisé et qui ont fait l'objet d'une publication récente [2]. Cette étude a pour objectif de valider l'optimisation effectuée par Arlotti dans ses travaux mais cette fois dans le contexte de la génération de peignes Kerr, ainsi que d'étudier numériquement, pour la première fois à notre connaissance, le phénomène de génération de peignes Kerr dans des résonateurs où le couplage d'accès dépend de la longueur d'onde.

## 1. Propriétés des résonateurs étudiés

### 1.1. Le nitre de Silicium comme plateforme pour la génération de peignes Kerr

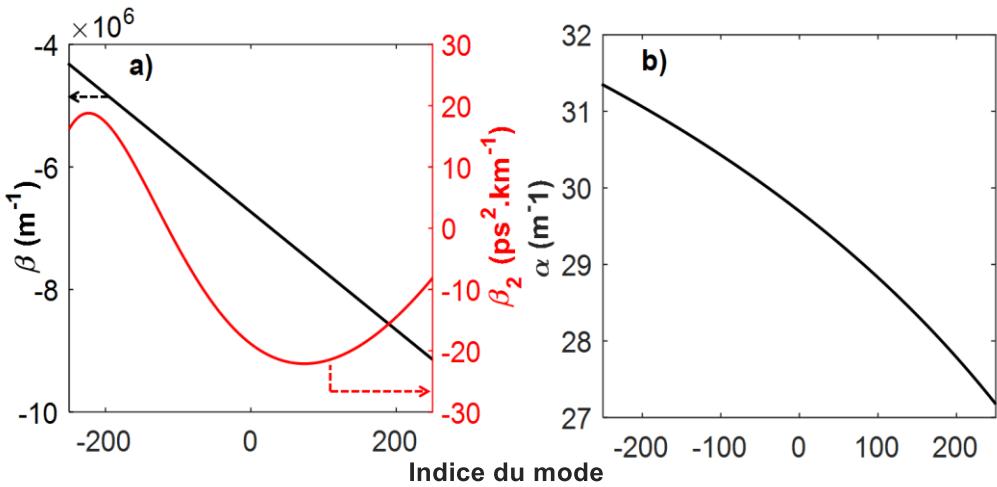
L'intérêt du nitre de silicium comme plateforme pour la conception de générateurs de peignes Kerr provient du fait qu'il présente des propriétés adaptées pour cet objectif, ainsi que pour la conception de systèmes miniaturisés et compatibles avec l'électronique silicium (circuits CMOS en particulier). Parmi ces propriétés, on peut noter son fort indice de réfraction non-linéaire  $n_2 = 2,5 \cdot 10^{-15} \text{ cm}^2 \cdot \text{W}^{-1}$  qui équivaut à un coefficient de non-linéarité Kerr  $\gamma \approx 1200 \text{ W}^{-1} \cdot \text{km}^{-1}$  dans le  $\text{Si}_3\text{N}_4$  à fort confinement [3]–[5]. En plus des fortes propriétés non-linéaires du matériau, il s'agit d'une technologie qui est libre d'absorption non-linéaire (absorption à deux photons) dans la bande des télécommunications [5]. De plus, il a été prouvé que la dispersion de la lumière dans ces structures peut être ajustée en modifiant la géométrie des guides ou en utilisant des cavités concentrique pour fournir des propriétés dispersives adéquates pour la génération de peignes Kerr dans presque toute la gamme de longueurs d'ondes optiques [6].

D'un point de vue pratique, cette technologie est intéressante du fait qu'elle permet l'intégration des guides d'accès du résonateur et la cavité sur la même puce, comme pour le cas des résonateurs *HYDEX* présentés dans le chapitre précédent. La génération de peignes Kerr couvrant plus d'une octave du domaine spectral a été démontrée par Okawachi *et al.* en 2011 dans les résonateurs en  $\text{Si}_3\text{N}_4$  [7]. Ceci fait du nitre de silicium une plateforme particulièrement intéressante d'un point de vue pratique pour la conception de générateurs de peignes Kerr de large occupation spectrale.

Tous ces avantages ne viennent cependant pas sans inconvénient. Le principal problème du  $\text{Si}_3\text{N}_4$  pour la génération de peignes Kerr est une absorption non négligeable dans ce matériau, qui limite le facteur de qualité des résonateurs conçus avec cette plateforme. Initialement, des fortes puissances de pompe allant jusqu'à 2 W de puissance optique continue étaient nécessaires pour exciter des peignes Kerr cohérents dans ces dispositifs [7], [8] en partie dû aux fortes pertes à l'interface entre le laser de pompe et le guide d'accès des résonateurs. Jusqu'à récemment, la fabrication de résonateurs en nitre de silicium de fort confinement et de facteurs de qualité de l'ordre de  $10^7$  a constitué un défi technologique. Une meilleure maîtrise des pertes à l'interface laser pompe/guide d'accès, en conjonction avec une meilleure maîtrise de la fabrication des guides d'onde en nitre de silicium ayant permis de minimiser les pertes par diffusion sur la bordure du guide, a conduit à la fabrication de résonateurs présentant des facteurs de qualité intrinsèques de  $3,7 \cdot 10^7$  et  $6,7 \cdot 10^7$  reportés en 2017 par Ji *et al.* [9]. Ces progrès technologiques ont récemment permis la fabrication d'un générateur de peignes Kerr à très faible consommation et capable d'opérer alimenté par une simple batterie AAA avec des puissances de pompe de l'ordre de 10 mW et un résonateur en nitre de silicium de facteur  $Q$  total de  $8 \cdot 10^6$  [10].

### 1.1.1. Paramètres de propagation de la cavité en $\text{Si}_3\text{N}_4$

Les travaux de modélisation d'Arlotti sur les guides d'onde en nitre de silicium nous donnent directement accès au nombre d'onde de la lumière en fonction de la fréquence ainsi que les pertes par absorption. Le nombre d'onde  $\beta(\omega)$  quantifie le déphasage que subit une onde par unité de longueur lors de sa propagation. Il permet donc de quantifier le chemin optique de la lumière dans un milieu donné et de modéliser la dispersion chromatique dans le milieu étudié. Généralement, ce paramètre n'est pas connu sur une large bande de fréquence dans un milieu donné et il est alors utile de faire appel à des développements de Taylor de  $\beta(\omega)$  pour approximer sa valeur autour de la longueur d'onde de pompe. Ayant accès directement à  $\beta(\omega)$  nous pouvons déterminer, à partir de celui-ci, une expression de  $\beta_2(\omega)$  que nous utiliserons pour modéliser la propagation du champ intra-cavité. Le nombre d'onde et le coefficient de dispersion d'ordre 2  $\beta_2(\omega)$ , tels que fournis par Clément Arlotti, sont représentés sur la figure 1.a) selon les axes verticaux gauche et droit respectivement.



**Fig 1.** a) Nombre d'onde de la lumière (axe de gauche), coefficient de dispersion d'ordre 2 (rouge : axe de droite) et b) coefficient d'absorption des guides en  $\text{Si}_3\text{N}_4$  simulés.

Le profil spectral du coefficient d'absorption du matériau utilisé est aussi présenté en figure 1.b). Les fluctuations de cette grandeur sont faibles relativement à sa valeur moyenne allant de (approximativement)  $31 \text{ m}^{-1}$  à  $27 \text{ m}^{-1}$  sur la plage de fréquence simulée et ont un impact négligeable dans la génération de peignes Kerr. Pour mettre les choses en perspective, ceci correspond à des atténuations en décibels d'approximativement  $1,35 \text{ dB.cm}^{-1}$  et  $1,17 \text{ dB.cm}^{-1}$  respectivement, correspondant à une atténuation en puissance de 0,979 à 0,982 par tour de cavité.

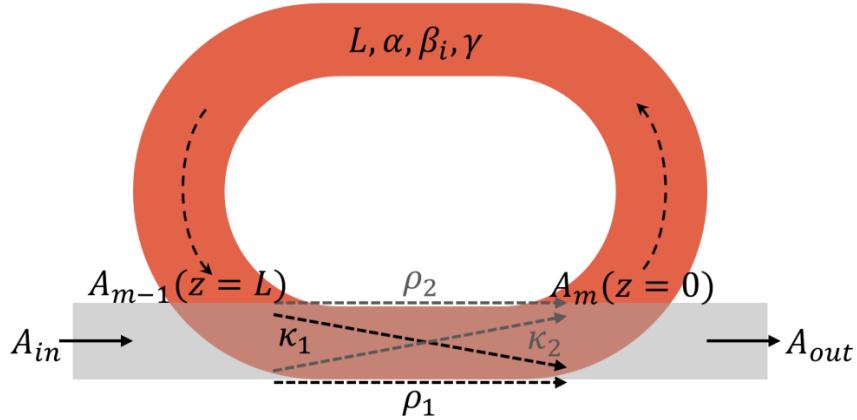
### 1.1.2. Paramètres des coupleurs étudiés

La disposition des paramètres du coupleur d'accès et leur relation entre les différents signaux intervenant dans le modèle d'Ikeda est représentée sur la figure 2. La seule différence entre le modèle généralisé présenté ici et celui étudié dans le chapitre III est l'utilisation d'un coupleur d'accès caractérisé par une matrice de transfert non-symétrique dont les paramètres varient en fonction de la fréquence.

Les coefficients du coupleur d'accès ont été déterminés par Clément Arlotti *et al.* en utilisant la théorie des modes couplées pour créer un modèle générique décrivant les interactions de couplage entre deux guides lorsque les longueurs d'interaction sont finies et non nulles (couplage non-ponctuel). Si bien les coefficients étudiés ici correspondent spécifiquement à une géométrie de couplage verticale, la nature générique du modèle utilisé permet de déterminer les

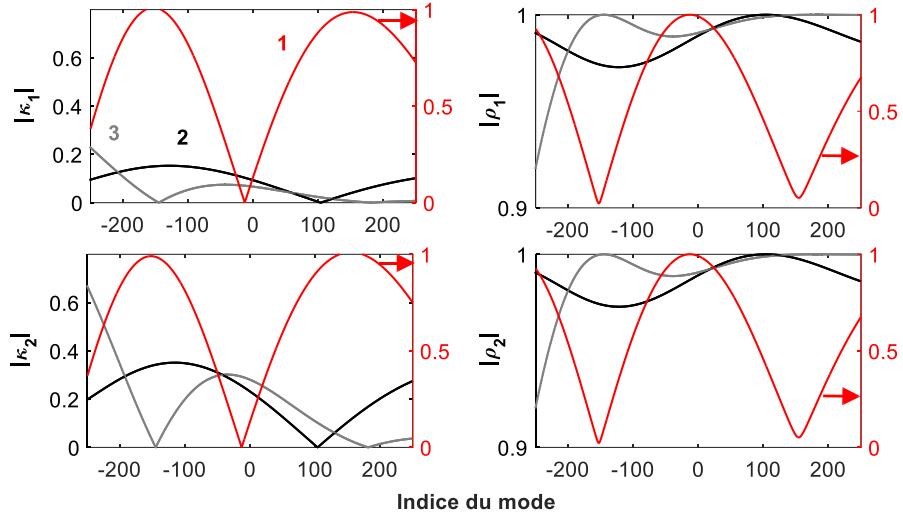
propriétés de couplage entre guides quelle que soit la géométrie de couplage pourvu que celui-ci se fasse sur une longueur finie non-nulle [1]. Les paramètres qui déterminent les propriétés de couplage ici sont les matériaux constituant les guides, les sections transversales des guides et la position du guide d'accès par rapport à la cavité du résonateur.

Lorsque le coupleur d'accès considéré n'est pas symétrique, la disposition des paramètres de celui-ci est importante. Les propriétés de transfert d'un résonateur sous ces conditions ne sont pas les mêmes si les coefficients  $\rho_1; \kappa_1$  et les coefficients  $\rho_2; \kappa_2$  sont inversés. Le paramètre  $\kappa_2$  quantifie le couplage de puissance du guide d'accès du résonateur vers sa cavité et le coefficient  $\rho_2$  quantifie la transmission intra-cavité lors du passage de la lumière dans la zone de couplage.



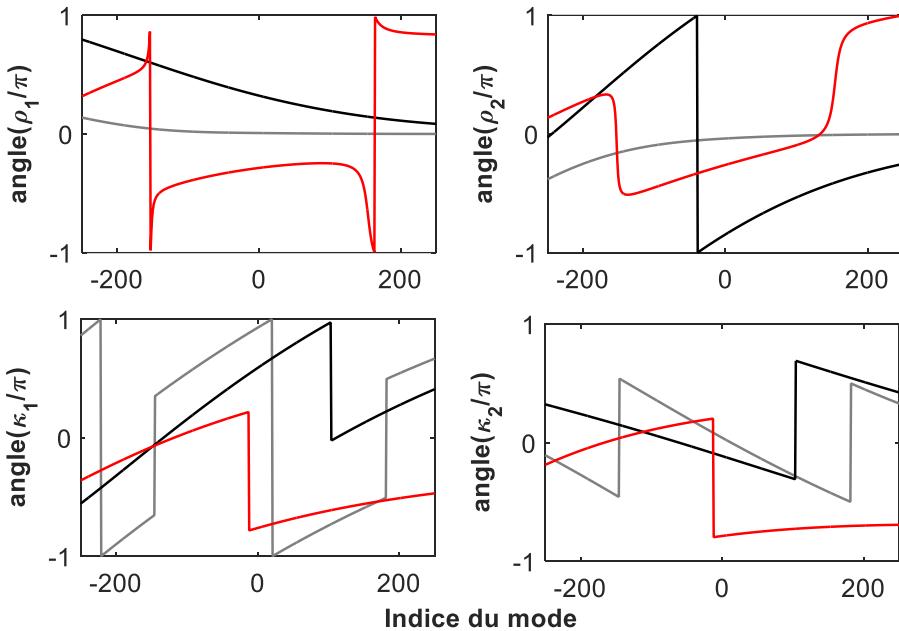
**Fig 2.** Schématique du système modélisé. La zone de couplage indique l'indexage des paramètres de la zone de couplage d'accès du résonateur.

La valeur absolue des coefficients  $\kappa_1; \kappa_2; \rho_1; \rho_2$  est représentée sur la figure 3. Cette grandeur quantifie les échanges de puissance qui se produisent entre la cavité et le guide d'accès du résonateur à une fréquence donnée. Sur cette figure nous pouvons observer que les variations des paramètres liés au coupleur 1, de configuration conventionnelle (« configuration en accord de phase ») sont beaucoup plus importantes comparées à celles des coupleurs 2 et 3 qui ont été optimisés dans le but de produire un couplage critique achromatique. Concernant les coefficients de transmission  $\rho_1; \rho_2$  nous observons que dans les coupleurs 2 et 3 des fluctuations inférieures à 0.1 se produisent sur 500 modes simulés à l'opposé du résonateur 1 où des fluctuations de l'ordre de l'unité (1) ont lieu.



**Fig 3.** Valeurs absolues des paramètres du coupleur d'accès en fonction de la fréquence, normalisées par l'espacement modal du résonateur, pour trois coupleurs différents : 1, 2, et 3.

La phase des coefficients  $\kappa_1; \kappa_2; \rho_1; \rho_2$  est représentée sur la figure 4. Cette grandeur quantifie les variations du chemin optique de la lumière avec la fréquence lors de sa propagation dans la zone de couplage. La phase de chaque coefficient  $\kappa_1; \kappa_2; \rho_1; \rho_2$  modélise donc la dispersion de la lumière lors de sa propagation dans le coupleur.



**Fig 4.** Phase des paramètres du coupleur d'accès en fonction de la fréquence normalisée par l'espacement modal du résonateur.

Dans notre étude, la phase du coefficient  $\rho_2$  est d'une importance particulière par rapport aux autres coefficients. Ceci est dû au fait qu'elle modifie directement le chemin optique de la lumière intra-cavité en plus de la dispersion de la lumière lors de sa propagation dans le guide d'onde intra-cavité. Comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent, la structure modale du résonateur optique détermine la forme du peigne qui peut se former intra-cavité du fait que ce dernier doit s'ajuster à elle de manière à aligner les modes du résonateur et permettre la formation d'un peigne Kerr. Dans les résonateurs étudiés ici, leur structure modale sera donc déterminée par le paramètre  $\beta(\omega)$  ainsi que par la phase de  $\rho_2$  qui contribue également au chemin optique de la lumière intra-cavité pour la cavité froide.

Pour un coupleur d'accès sans pertes, les paramètres du coupleur respectent toujours la relation 1 de conservation de l'énergie dans le coupleur. Cette condition a été vérifiée a priori pour les trois cas de résonateur étudiés ici.

$$|\kappa_1\kappa_2 - \rho_1\rho_2| = 1 \quad (1)$$

## 1.2. Propriétés de transfert des résonateurs

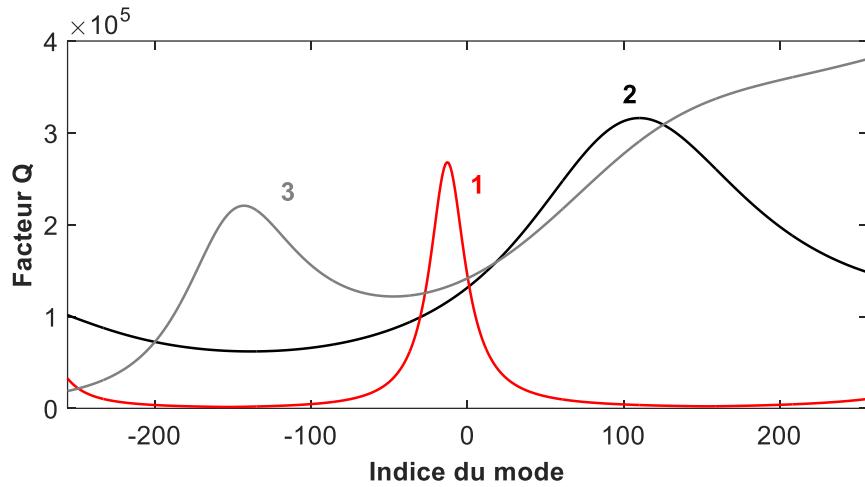
### 1.2.1. Facteur de qualité et facteur d'accumulation de puissance

Dans le cas simplifié d'un coupleur réciproque (i.e.  $\kappa_1 = \kappa_2 = j\kappa$ ;  $\rho_1 = \rho_2 = \rho$  comme vu au chapitre II), la condition de conservation de l'énergie dans le coupleur permet la simplification  $\rho^2 + \kappa^2 = 1$ , qui mène aux expressions du facteur  $Q$  et  $PEF$  établies dans le chapitre II. Dans le cas général où le coupleur d'accès n'est pas réciproque, les expressions de  $Q$  et  $PEF$  sont dépendantes de l'orientation du coupleur d'accès. Les paramètres  $Q$  et  $PEF$  sont indépendants du chemin optique et peuvent être calculés à partir des valeurs absolues de  $\kappa_1; \kappa_2; \rho_1; \rho_2$ .

Le facteur de qualité est calculé ici à partir de l'expression :

$$Q = \nu_k / \left( \frac{c}{\pi n L} \arccos \left( \frac{2a|\rho_2|}{1 + (a|\rho_2|)^2} \right) \right) \quad (2)$$

où  $\nu_k$  est la fréquence du mode autour duquel  $Q$  est calculé et  $a$  les pertes de propagation à cette fréquence donnée. Les variations de facteur de qualité sur la plage de fréquence simulée sont représentées sur la figure 5.



**Fig 5.** Facteur de qualité des résonateurs étudiés en fonction de la fréquence normalisée par l’espacement modal du résonateur

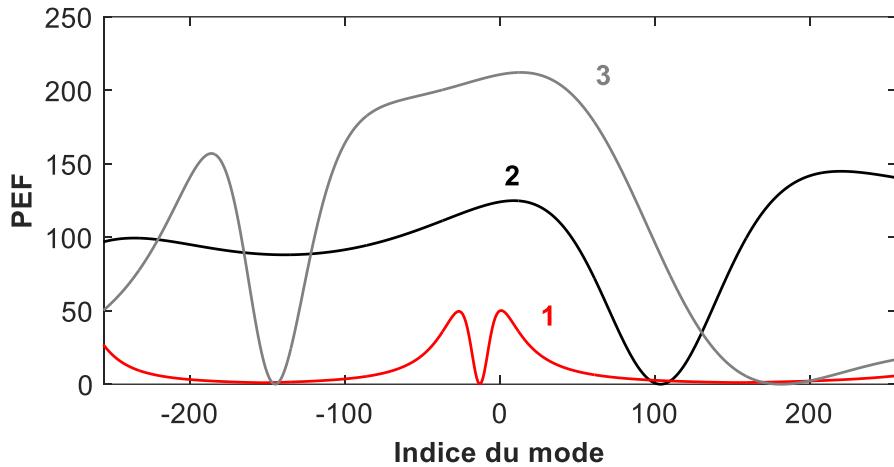
Nous pouvons voir qu’à la fréquence de pompe, les trois résonateurs possèdent des valeurs de facteur de qualité très similaires correspondant à  $1,44 \cdot 10^5$  ;  $1,32 \cdot 10^5$  et  $1,41 \cdot 10^5$  pour les résonateurs 1, 2 et 3 respectivement. Les profils spectraux de facteur  $Q$  des résonateurs 2 et 3 gardent le même ordre de grandeur dans toute la plage de fréquence étudiée du fait que les variations de  $|\rho_2|$  pour ces deux coupleurs sont faibles. Concernant le résonateur 1, nous observons un facteur  $Q$  qui est fort proche du mode pompé et qui se dégrade brusquement avec la fréquence. Le facteur de qualité maximum du résonateur 1 se trouve au mode  $-13$  correspondant au mode tel que  $|\rho_2|$  est maximum et les minima de facteur  $Q$  sont en parfait accord avec les maxima de  $|\kappa_1|$  qui indiquent une fuite quasi-totale de tout signal généré à ces emplacements.

L’expression de  $PEF$  dans le cas d’un coupleur d’accès non-réiproque dépend des pertes totales intra-cavité  $\hat{L}\rho_2$  et du coefficient qui décrit le couplage de puissance du guide d’accès vers la cavité du résonateur  $|\kappa_2|$ . L’expression générale de  $PEF$  est

$$PEF = \frac{|\tilde{E}_m|^2}{|\tilde{E}_{in}|^2} = \frac{|\kappa_2|^2}{|1 - \hat{L}\rho_2|^2} \quad (3)$$

Le facteur d’accumulation de puissance est représenté dans la figure 6 en fonction de la fréquence. En pratique, cette information est utile uniquement à la fréquence de pompe. Par définition, ce facteur quantifie l’accumulation de puissance de pompe dans la cavité et par conséquent n’est pas utile pour tout mode qui n’est pas directement excité par un signal extérieur à la cavité. Le profil fréquentiel de  $PEF$  reste une grandeur extrêmement importante

si un résonateur est destiné à être utilisé dans différents domaines spectraux (infra-rouge lointain, télécoms, etc...).



**Fig 6.** Facteur d'accumulation de puissance des résonateurs étudiés en fonction de la fréquence normalisée par l'espacement modal du résonateur

Le *PEF* de chaque résonateur varie drastiquement selon la géométrie de couplage, principalement à cause des différences sur  $|\kappa_2|^2$  à la fréquence du mode pompé. Les valeurs de *PEF* sont de 50 ; 124,7 ; 210,7 au mode pompé pour les résonateurs de coupleurs 1 ; 2 et 3 respectivement. Les propriétés de transfert de chaque résonateur à la fréquence du mode excité (mode pompé) sont résumées dans le tableau 1.

$\lambda_0 = 1550 \text{ nm}$				
Coupleur	$Q$	<i>PEF</i>	$\delta_{1/2} [\text{rad}]$	$\Delta\nu_{1/2} [\text{GHz}]$
1	$1,44 \cdot 10^5$	50	0.038	1.34
2	$1,32 \cdot 10^5$	124.1	0.042	1.47
3	$1,41 \cdot 10^5$	210.7	0.039	1.37

**Tableau 1. Propriétés de la fonction de transfert à la longueur d'onde de pompe pour les trois résonateurs étudiés**

### 1.2.2. Structure Modale

Dans le chapitre III nous avons vu que la structure modale du résonateur était dépendante uniquement des paramètres de dispersion de l'équation NLS. Ceci est le cas pour le modèle conventionnel d'Ikeda où les paramètres de couplage et transmission  $\kappa_1; \kappa_2; \rho_1; \rho_2$  sont des

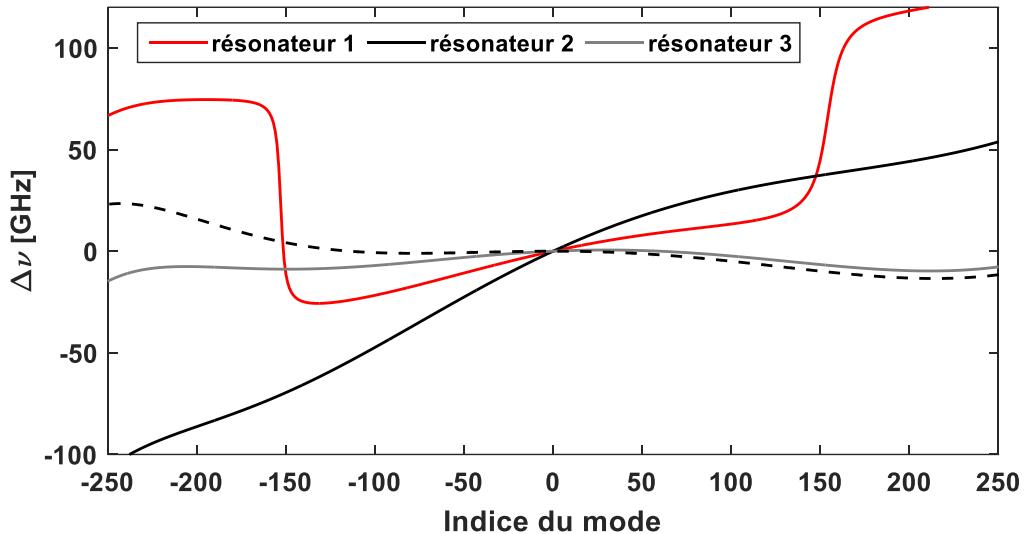
réels purs ou imaginaires purs ( $\rho \in \mathbb{R}$  ;  $j\kappa \in j\mathbb{R}$ ). Dans les coupleurs à structure verticale, le chemin optique de la lumière dans le coupleur est fonction de la fréquence. Cette propriété est modélisée par la phase des coefficients de couplage et de transmission du coupleur.

La structure modale du résonateur étant déterminée par le chemin optique de la cavité, elle dépendra donc à la fois des paramètres de dispersion intra-cavité et de la phase du paramètre  $\rho_2$ , qui composent le chemin optique total de la lumière dans le résonateur.

Dans ce cas la structure modale se détermine à partir du déphasage subi par la lumière par propagation intra-cavité auquel on additionne le déphasage subi par le signal intra-cavité lors de son passage dans le coupleur d'accès, modélisé par l'angle du paramètre  $\rho_2(\omega)$ . La structure modale du résonateur froid ( $\Delta\nu_c$ ) est alors donnée par l'expression :

$$\Delta\nu_c = \frac{EM}{2\pi} \left[ L \left( \sum_{n \geq 2} \frac{\beta_n}{n!} (-(\omega - \omega_0))^n \right) + \text{angle}(\rho_2(\omega)) \right] \quad (4)$$

Dans la figure 7 sont présentées les structures modales froides de chaque résonateur et la contribution des effets de dispersion intra-cavité en ligne noire pointillée donnée par le terme  $\frac{EM}{2\pi} L \left( \sum_{n \geq 2} \frac{\beta_n}{n!} (-(\omega - \omega_0))^n \right)$  de l'équation 4, prenant en compte les coefficients de dispersion jusqu'à l'ordre 7. Les structures modales représentées sur la figure 7 montrent le fort impact qu'a la géométrie de la zone de couplage d'accès sur les propriétés de dispersion de chaque résonateur.



**Fig 7.** Structure modale de la cavité froide en unités de fréquence des trois résonateurs étudiés. En ligne pointillée : Effet de la dispersion intra-cavité sur la structure modale de chaque cavité.

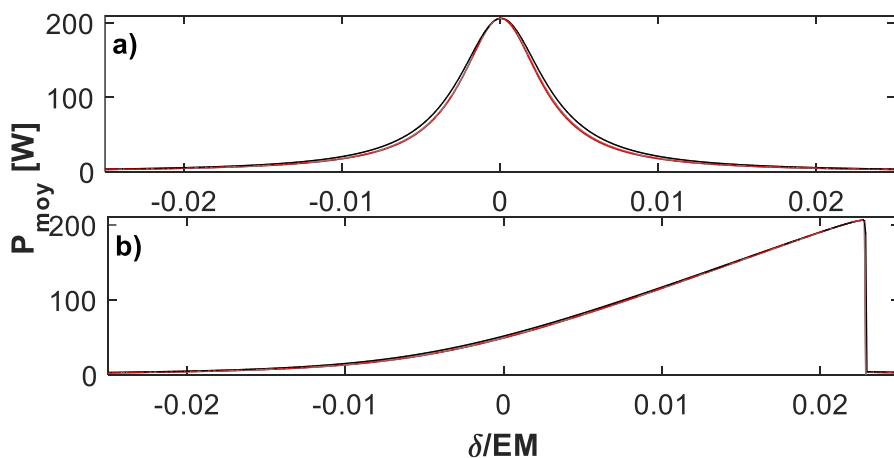
Nous pouvons observer que les courbes de  $\Delta\nu_c$  présentent une variation linéaire dominante autour du mode central qui est particulièrement visible pour les résonateurs 1 et 2. Une modification linéaire de la structure modale d'un résonateur indique une variation du chemin optique de la lumière qui est indépendant de la fréquence, c'est-à-dire une longueur de propagation linéaire.

Une pente positive de cette composante linéaire indique un retard supplémentaire des composantes fréquentielles qui circulent dans le résonateur correspondant à une incrémentation du chemin optique de la lumière alors qu'une pente négative correspond à l'effet inverse (diminution ou raccourcissement du chemin optique). Physiquement l'élargissement du chemin optique provient ici du déphasage linéaire subi par la lumière lors de sa propagation dans la zone de couplage de longueur non nulle (couplage non-ponctuel) du résonateur.

## 2. Génération de peignes Kerr dans des résonateurs couplés verticalement

### *Normalisation de la puissance de pompe*

Pour que la génération de peignes Kerr dans chaque résonateur soit comparable, la puissance de pompe utilisée en simulation est normalisée de manière à maintenir le produit  $PEF(\nu_0)P_0$  constant. Ceci revient à des puissances de pompe de 4,2 W ; 1,7 W et 1 W pour les résonateurs 1 ; 2 et 3 respectivement, qui correspondent à un produit  $PEF(\nu_0)P_0 = 210W$ .



**Fig 8.** Puissance intra-cavité moyenne lors des simulations de balayage de fréquence du laser de pompe pour une puissance de pompe normalisée telle que  $PEF(\nu_0)P_0 = 210W$ . **a)** Simulations en absence d'effets non-linéaires ( $\gamma = 0$ ). **b)** Simulations en absence totale de perturbations des signaux de pompe et intra-cavité ( $\gamma = 1200 W^{-1}.km^{-1}$  ;  $n(\tau) = 0$ ).

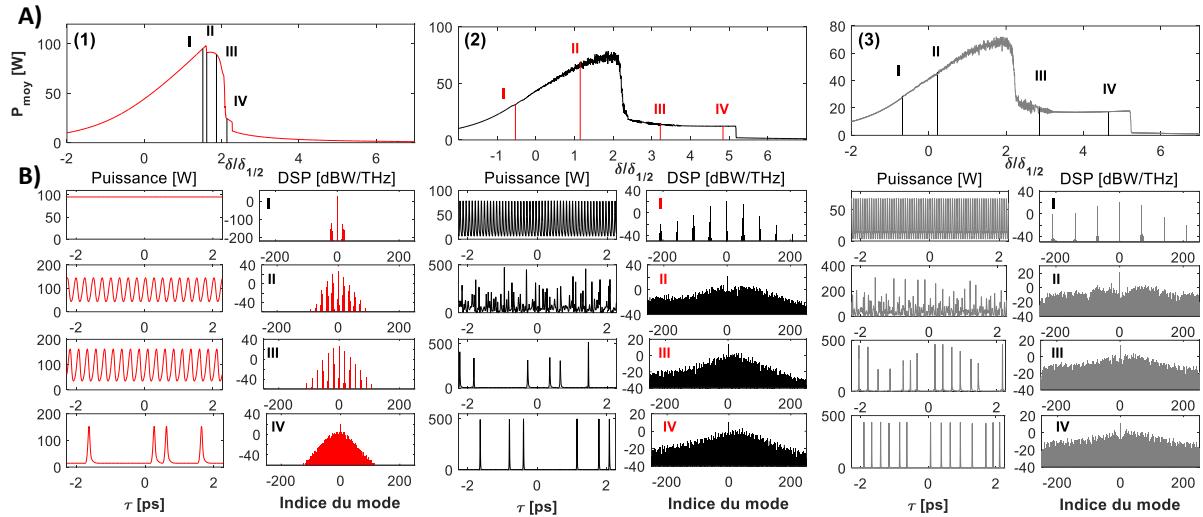
Pour vérifier la validité de cette normalisation, des simulations de balayage du laser de pompe sont effectuées en absence d'effets non-linéaires. La puissance intra-cavité moyenne pendant cette simulation est représentée dans la figure 8.a). La légère différence observée sur la largeur à mi-hauteur de la résonance de chaque résonateur est due à la légère différence en facteur de qualité à la fréquence de pompe. La puissance maximale accumulée dans la cavité est identique pour les trois résonateurs.

Une deuxième simulation de balayage en fréquence du laser de pompe est effectuée avec un coefficient non-linéaire correspondant à celui des guides en nitrate de silicium à fort confinement ( $\gamma = 1200 \text{ W}^{-1} \cdot \text{km}^{-1}$ ) mais en l'absence totale de toute perturbation des signaux de pompe ou intra-cavité. Sous ces conditions, seulement l'auto modulation de phase du signal de pompe accumulé dans la cavité a lieu. Comme le montre la figure 8.b), sous ces conditions, la même puissance intra-cavité est accumulée dans chaque résonateur et le même décalage de la fréquence de résonance est observé dans les trois résonateurs.

Sur la base de ces résultats, nous pouvons déduire que dans les simulations de génération de peignes Kerr pour chaque résonateur, toute différence observée pourra être attribuée à des différences entre les structures modales et les profils de facteur Q de chaque résonateur et non pas aux propriétés d'accumulation de puissance de chaque cavité.

## 2.1.Balayage de la fréquence de pompe

Les simulations de balayage en fréquence du laser de pompe ont été effectuées pour des paramètres correspondant à chaque structure de couplage étudiée. L'évolution de la puissance intra-cavité moyenne pendant les simulations est présentée dans la figure 9. La distribution temporelle et spectrale du champ intra-cavité est aussi présentée aux différents régimes de peigne Kerr pour chaque résonateur.



**Fig 9.** Résultats de simulations montrant le processus de génération de peignes Kerr dans chaque résonateur étudié. **A)** Puissance intra-cavité moyenne pendant les simulations de balayage de laser de pompe. **B)** Distribution temporelle de puissance intra-cavité à différents stades de la simulation : **I.** Formation de motifs temporels de Turing **II.** Régime chaotique (sauf pour le résonateur 1) **III.** Régime *breather* (résonateurs 2 et 3) **IV.** Régime soliton stable.

Les résonateurs 2 et 3 présentent un profil d'accumulation de puissance qui permet d'identifier le comportement classique étudié en détail dans le chapitre III. Les différents régimes de peigne Kerr peuvent être associés à un déphasage précis par simple observation de l'évolution de puissance moyenne intra-cavité lors du balayage en fréquence du laser de pompe. Ce comportement classique peut être expliqué par le fait que le facteur de qualité de chacun de ces deux résonateurs garde le même ordre de grandeur sur le domaine spectral simulé. Ceci traduit une faible variation des pertes totales du résonateur en fonction de la fréquence et peut être déduit de l'observation du paramètre  $\rho_2$  dans la fig 3.

L'initiation du peigne Kerr a lieu pour des puissances intra-cavité continues très similaires dans ces deux structures (autour de 25W) du à leur similarités en termes de facteur de qualité. Le fait que le résonateur 3 possède un meilleur PEF permet d'exciter un peigne avec une plus faible puissance de pompe.

Quant au résonateur 1, le profil d'accumulation de puissance présente un comportement particulier. La différence la plus évidente entre le résonateur 1 et ses contreparties est le domaine de déphasage  $\delta$  pour lequel se forment des solitons dans le résonateur, qui est considérablement plus restreint. De plus, le régime chaotique, observé clairement dans les

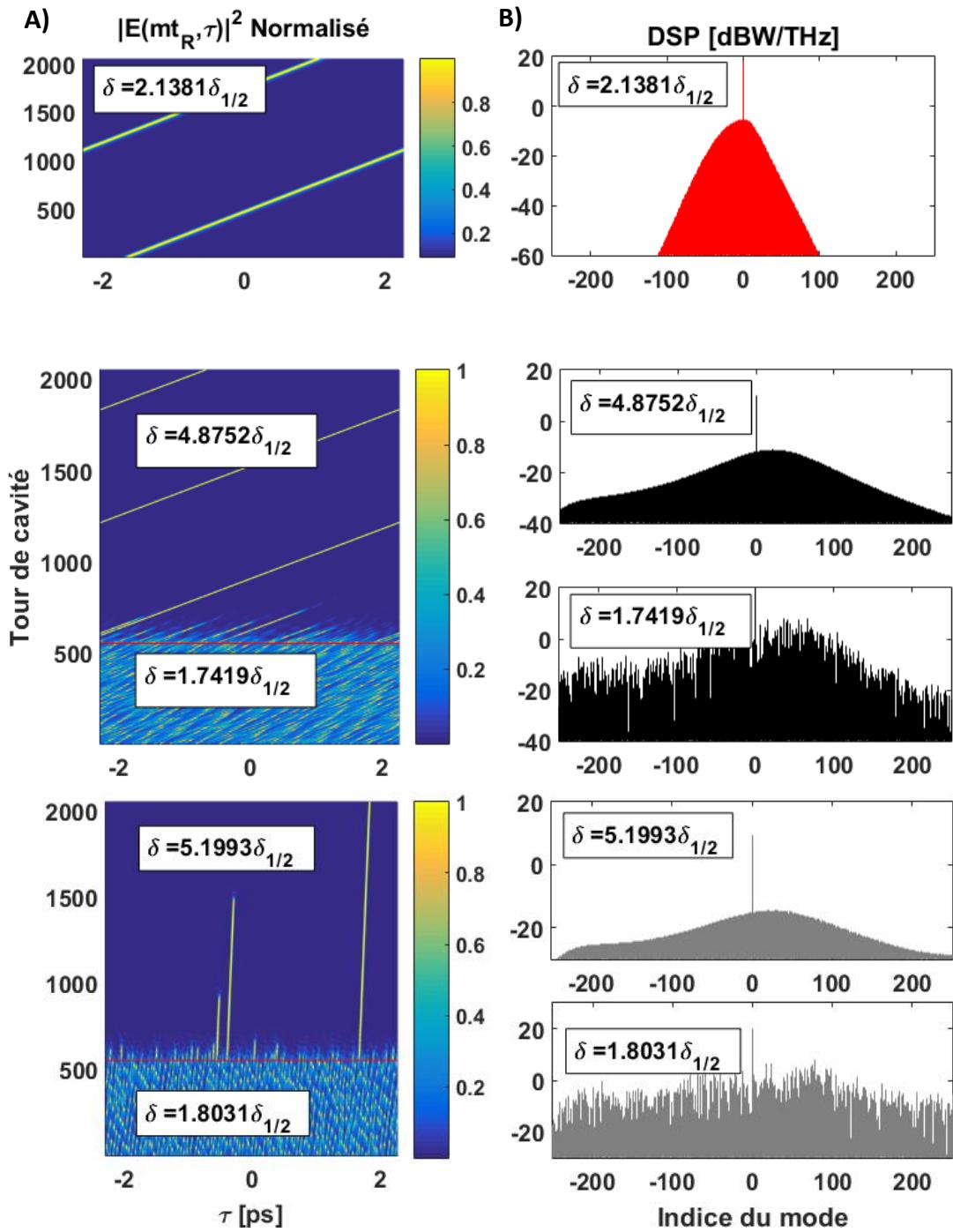
courbes associées aux résonateurs 2 et 3, n'est pas visible sur la courbe de puissance moyenne du résonateur 1.

La puissance intra-cavité nécessaire pour l'initiation du peigne Kerr est plus importante (autour de 90W de puissance continue) dans ce résonateur même si son facteur de qualité au niveau du mode pompé est légèrement plus important que pour les résonateurs 2 et 3. La forte dégradation de celui-ci avec la fréquence (fig.5) affecte considérablement le processus d'initiation du peigne Kerr. Notre interprétation du phénomène est la suivante : le gain paramétrique engendré par le mode pompé doit être plus fort dans le résonateur de coupleur 1 pour compenser les pertes extrinsèques du résonateur qui se dégradent avec la fréquence. Les pertes dans ce cas de figure sont causées par une fuite de puissance à travers la zone de couplage, où la valeur absolue du coefficient  $|\kappa_1|$  prend des valeurs qui approchent 1 (ou  $|\rho_2|$  qui atteint des valeurs proches de 0) autour des modes  $\pm 140$  (voir fig.3). Le régime chaotique et *breather* ne se manifestent pas dans le résonateur 1 pour la puissance de pompe utilisée et le régime soliton stable se produit directement après le passage de forte vers faible puissance.

## 2.2. Peignes Kerr en régime de soliton unique

Nous utilisons la méthode d'excitation forte pour produire le régime de soliton unique dans les résonateurs 2 et 3. Comme nous avons vu que pour la puissance de pompe utilisée, le régime chaotique ne se manifeste pas dans le résonateur 1, une méthode différente doit être utilisée. Celle-ci consiste à fixer le désaccord du laser de pompe à une valeur qui permet l'existence d'un soliton intra-cavité à la puissance de pompe utilisée ( $\delta = IV$  d'après la fig. 9). En utilisant un soliton extrait de la fig. 9 1.IV comme condition initiale du champ intra-cavité, celui-ci tends naturellement vers la solution de soliton unique recherchée.

L'évolution du champ intra-cavité en régime de soliton stable est présentée dans la fig.10.A) et le spectre du champ intra-cavité associé est représenté en fig.10.B).



**Fig 10. A)** Evolution de la distribution temporelle de puissance intra-cavité entre tours successifs dans le régime soliton unique. Ce régime est obtenu par une méthode d'excitation non-adiabatique dans les résonateurs 2 et 3. Une ligne rouge horizontale marque l'instant du changement soudain de la fréquence du laser de pompe menant du régime chaotique vers le régime soliton. **B)** DSP du champ intra-cavité. Pour les résonateurs 2 et 3, les DSP du régime chaotique et du régime soliton stable sont illustrées.

Une caractéristique particulière observée dans les impulsions présentées dans la figure 10 est le fait que les impulsions formées subissent un retard constant à chaque tour de cavité. Il a été démontré que cette dérive temporelle du soliton est causée par les coefficients de dispersion impairs, responsables pour l'asymétrie de la structure modale du résonateur [11], [12]. Ceci traduit une différence entre le taux de répétition de l'impulsion et le temps de parcours de la cavité  $t_R$  défini pour les simulations.

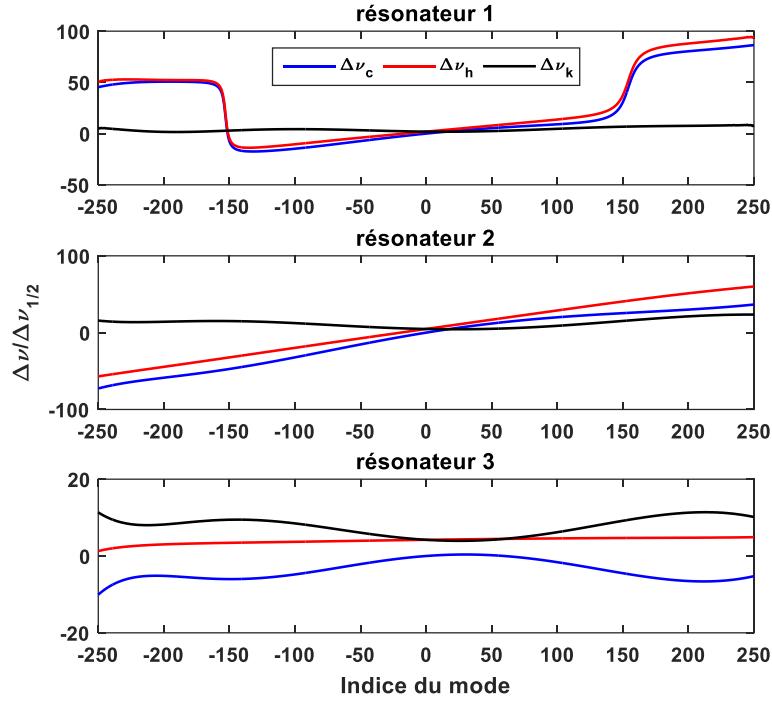
#### *Accord de phase*

En observant la structure modale de chaque résonateur chaud ( $\Delta\nu_h$ ) en régime soliton, présentée dans la figure 11, nous remarquons que celle-ci suit une variation linéaire autour du mode pompé dans les trois cas présentés ici. La pente de  $\Delta\nu_h$  au mode pompé (mode 0) donne la différence entre l'ISL du peigne Kerr (ISL) et l'espacement modal défini en simulations (EM). Cette grandeur est en parfait accord avec le taux de répétition des impulsions observées en fig. 10 et peut être retrouvée par l'expression

$$EM \cdot \frac{\partial \Delta\nu_h}{\partial \nu} \Big|_{\nu=\nu_0} = ISL - EM \quad (5)$$

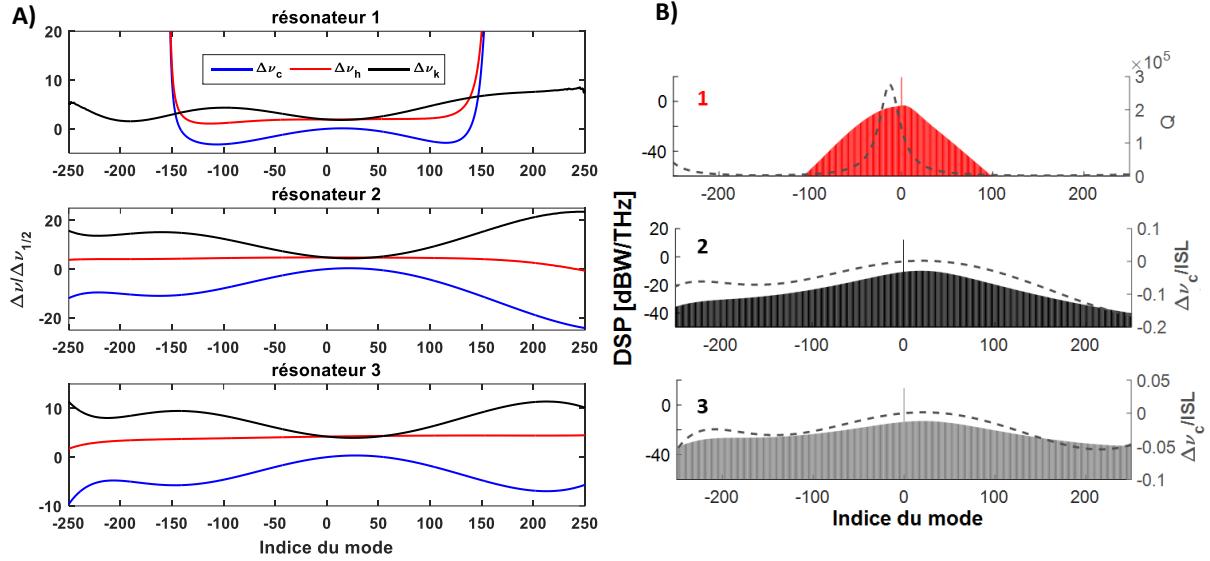
En ce qui concerne l'étude de l'accord de phase pour la génération de peignes Kerr, nous considérons qu'il est plus intéressant de centrer la structure modale étudiée à l'ISL du peigne Kerr plutôt qu'à l'espacement modal du mode pompé. De cette manière  $\Delta\nu_h$  recentré représente directement le désaccord en fréquences entre la résonance du mode  $j$  et la composante  $j$  du peigne.

Pour accomplir ce changement d'échelle fréquentielle, il est nécessaire de calculer la pente de  $\Delta\nu_h$  au mode pompé en utilisant la relation 5 ou de mesurer le retard par tour de cavité subi par l'impulsion et de déterminer son taux de répétition.



**Fig 11.** Structures modales chaude ( $\Delta\nu_h$ ), froide ( $\Delta\nu_c$ ), et contribution modification de la structure modale par effet Kerr ( $\Delta\nu_k$ ) normalisées par la largeur à mi-hauteur de la résonance pompée ( $\Delta\nu_{1/2}$ ).

La structure modale de chaque résonateur, centrée par rapport à l'ISL du peigne Kerr en régime soliton est représentée dans la figure 12.A). Cette figure est intéressante du fait qu'elle met en évidence comment la forme d'un peigne Kerr est régie par les propriétés de dispersion du résonateur. En effet, comme nous l'avons montré au chapitre III, la distribution spectrale de puissance intra-cavité doit être telle qu'un alignement se produise entre les modes du résonateur chaud et le peigne Kerr généré. Dans les graphes qui présentent les spectres des solitons uniques superposés à la structure modale (recentrée) des résonateurs 2 et 3, nous pouvons observer une corrélation entre la forme de l'impulsion générée et  $\Delta\nu_c$  recentré.



**Fig 12. A)** Structures modales centrés par rapport à l'ISL du peigne Kerr intra-cavité pour la cavité chaude ( $\Delta\nu_h$ ), froide ( $\Delta\nu_c$ ), et modification de la structure modale par effet Kerr ( $\Delta\nu_k$ ) (normalisées par  $\Delta\nu_{1/2}$ ). **B)** DSP du champ intra-cavité en régime soliton superposée au facteur Q pour le résonateur 1 et à  $\Delta\nu_c$  normalisé par l'ISL du peigne pour les résonateurs 2 et 3.

Le résonateur 1 est un cas particulier dans le sens où la couverture spectrale de son peigne Kerr est limitée par la bande étroite de son facteur  $Q$  (fig. 5) plutôt que par sa structure modale. En effet, la structure modale du résonateur 1 (fig. 12.I.a.) prédit la formation d'ondes dispersives autour des modes -142 et 130 où se produit un croisement de  $\Delta\nu_c$  avec la valeur 0 qui seraient responsables d'un élargissement de son spectre [12]–[14]. Vu que le facteur de qualité est minimum (pertes totales sont maximales) autour des modes  $\pm 140$  la formation d'ondes dispersives n'a pas lieu. Le spectre de ce résonateur souffre d'un décalage vers les basses fréquences qui semble être lié au profil de facteur de qualité du résonateur, lequel est maximum au mode -13 (à  $-2.86\text{ THz}$  de  $\nu_0$ ).

Il est important de noter que dans les régimes stabilisés (Motifs de Turing et soliton stable), le champ intra-cavité s'accommode systématiquement de manière à produire une structure modale chaude alignée avec toutes les composantes fréquentielles du peigne Kerr. Ceci est le cas, quel que soit le résonateur étudié. Cependant en présence de fortes pertes, comme dans le cas du résonateur 1, la couverture spectrale du peigne généré peut être limitée par ce mécanisme, d'où l'importance d'un dimensionnement pertinent du couplage d'accès du résonateur lorsque celui-ci peut dépendre de la fréquence. La dégradation du facteur  $Q$  dans le résonateur 1 est due à un couplage d'accès non-optimisé pour la génération de peignes Kerr. La bande étroite du facteur

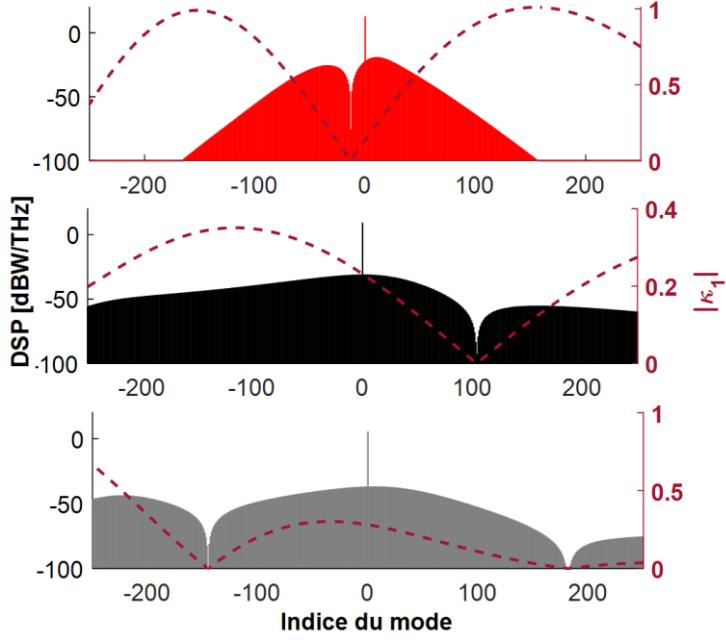
Q de ce résonateur est due à une forte augmentation des coefficients  $\kappa_1; \kappa_2$  (voir fig. 3) lorsque nous nous éloignons du mode pompé (plus spécifiquement le mode -13). En conséquence, les composantes fréquentielles générées par effet Kerr dans les régions où  $\kappa_1$  est grand ( $\kappa_1$  : coefficient de couplage de la cavité vers le guide de sortie) est rapidement couplée vers l'extérieur du résonateur ayant pour conséquence un stockage d'énergie générée par effet Kerr de très faible efficacité.

Dans le cas des résonateurs 2 et 3, l'impact des variations de facteur Q n'est pas assez marqué pour déterminer l'effet sur la formation de peignes Kerr. Il est clair dans les figures 12.II.b) et c) que le spectre des peignes Kerr générés à partir de ces paramètres est déterminé par les propriétés dispersives des résonateurs et les fluctuations de facteur de qualité ne sont pas assez marquées pour avoir un impact observable sur la forme de ces derniers.

### 2.3. Spectres de sortie

Une implication pratique potentiellement importante des structures de couplage vertical dans le contexte des peignes Kerr est la distorsion du spectre de sortie du résonateur par les coefficients du coupleur.

Nous avons représenté dans la figure 13 les spectres de sortie en simulation de soliton unique. Comme nous pouvons le remarquer sur cette dernière, des fortes fluctuations du module du coefficient de couplage de sortie  $|\kappa_1|$  ont pour conséquence une forte modulation de l'amplitude du spectre de sortie par rapport celui qui se forme intra-cavité.



**Fig 13.** DSP du champ intra-cavité en régime soliton superposé au coefficient de couplage de sortie  $|\kappa_1|$  du coupleur d'accès de chaque résonateur (rouge : 1 ; noir : 2 ; gris : 3).

Si le profil fréquentiel de  $|\kappa_1|$  n'est pas connu, le spectre récupéré au port de sortie du résonateur n'est plus un indicateur fiable du comportement du peigne Kerr intra-cavité. Pour des résonateurs conçus pour la génération de peignes Kerr, ce phénomène de modulation de l'enveloppe spectrale du peigne doit être pris en compte si le couplage d'accès se fait sur une longueur non ponctuelle.

Les résultats de simulation présentés dans ce chapitre indiquent que les travaux d'Arlotti *et al.* [1] permettent une amélioration substantielle des performances de la génération de peignes Kerr. L'amélioration du PEF du résonateur permet une optimisation de puissance intra-cavité accumulée. Nous avons démontré dans notre étude numérique que même à puissance intra-cavité normalisée, les deux modèles de coupleurs en désaccord de phase (coupleurs 2 et 3) conçus pour obtenir un couplage critique achromatique permettent la génération de peignes Kerr plus larges que le résonateur à structure de couplage conventionnelle (structure à quasi-accord de phase : coupleur 1). La différence considérable entre la couverture spectrale des peignes 2 et 3 avec le peigne 1 illustre l'importance des travaux menés pour l'optimisation du couplage d'accès des résonateurs.

Il est important de noter que, même si les travaux d'Arlotti ont été menés dans le but d'optimiser le couplage dans les structures couplées verticalement, le modèle utilisé dans leur étude est

générique. La seule hypothèse faite lors de l'établissement de leur modèle est que le couplage entre la cavité du résonateur et son guide d'accès s'effectue sur une longueur étendue à l'opposé d'un couplage ponctuel. Les conditions de couplage achromatique dans leur travaux peuvent potentiellement être appliquées à d'autres structures telles que les résonateurs couplés latéralement ou les anneaux couplé à des guides d'accès courbés [1].

Les travaux numériques que nous avons présentés ici sont rendus possibles par l'utilisation d'un attracteur d'Ikeda pour modéliser les résonateurs optiques. En effet, les propriétés dispersives du coupleur peuvent être étudiées au préalable et être intégrées sans trop de difficulté dans les paramètres de dispersion ( $\beta_k$ ) d'un modèle conventionnel de Lugiato-Lefever. Par contre, les pertes extrinsèques modélisées par la valeur absolue des paramètres  $|\kappa_1|$ ;  $|\kappa_2|$ ;  $|\rho_1|$ ;  $|\rho_2|$  ne peuvent pas être considérées avec le modèle de Lugiato-Lefever du fait que celui-ci n'est valide que pour des cavités optiques de haute finesse alors que la finesse des résonateurs est le paramètre qui se dégrade lorsque le paramètre  $|\rho_2|$  diminue ( $|\kappa_1|$  augmente).

## Références

- [1] C. Arlotti, O. Gauthier-Lafaye, A. Monmayrant, et S. Calvez, « Achromatic critically coupled racetrack resonators », *J. Opt. Soc. Am. B*, vol. 34, n° 11, p. 2343, nov. 2017, doi: 10.1364/JOSAB.34.002343.
- [2] N. Gutierrez, A. Fernandez, O. Llopis, S. Calvez, et S. Balac, « Numerical study on Kerr frequency comb generation in Si3N4 microresonators with frequency-dependent access coupler properties », *J. Opt. Soc. Am. B*, vol. 36, n° 10, p. 2896, oct. 2019, doi: 10.1364/JOSAB.36.002896.
- [3] D. J. Moss, R. Morandotti, A. L. Gaeta, et M. Lipson, « New CMOS-compatible platforms based on silicon nitride and Hydex for nonlinear optics », *Nat. Photonics*, vol. 7, n° 8, p. 597-607, juill. 2013, doi: 10.1038/nphoton.2013.183.
- [4] C. Grillet *et al.*, « Amorphous silicon nanowires combining high nonlinearity, FOM and optical stability », *Opt. Express*, vol. 20, n° 20, p. 22609, sept. 2012, doi: 10.1364/OE.20.022609.
- [5] J. S. Levy, A. Gondarenko, M. A. Foster, A. C. Turner-Foster, A. L. Gaeta, et M. Lipson, « CMOS-compatible multiple-wavelength oscillator for on-chip optical interconnects », *Nat. Photonics*, vol. 4, n° 1, p. 37-40, janv. 2010, doi: 10.1038/nphoton.2009.259.
- [6] S. Kim *et al.*, « Dispersion engineering and frequency comb generation in thin silicon nitride concentric microresonators », *Nat. Commun.*, vol. 8, n° 1, déc. 2017, doi: 10.1038/s41467-017-00491-x.
- [7] Y. Okawachi, K. Saha, J. S. Levy, Y. H. Wen, M. Lipson, et A. L. Gaeta, « Octave-spanning frequency comb generation in a silicon nitride chip », *Opt. Lett.*, vol. 36, n° 17, p. 3398, sept. 2011, doi: 10.1364/OL.36.003398.
- [8] A. R. Johnson *et al.*, « Chip-based frequency combs with sub-100 GHz repetition rates », *Opt. Lett.*, vol. 37, n° 5, p. 875, mars 2012, doi: 10.1364/OL.37.000875.
- [9] X. Ji *et al.*, « Ultra-low-loss on-chip resonators with sub-milliwatt parametric oscillation threshold », *Optica*, vol. 4, n° 6, p. 619, juin 2017, doi: 10.1364/OPTICA.4.000619.
- [10] B. Stern, X. Ji, Y. Okawachi, A. L. Gaeta, et M. Lipson, « Battery-operated integrated frequency comb generator », *Nature*, vol. 562, n° 7727, p. 401-405, oct. 2018, doi: 10.1038/s41586-018-0598-9.
- [11] M. Liu *et al.*, « Influences of high-order dispersion on temporal and spectral properties of microcavity solitons », *Opt. Express*, vol. 26, n° 13, p. 16477, juin 2018, doi: 10.1364/OE.26.016477.
- [12] C. Bao *et al.*, « High-order dispersion in Kerr comb oscillators », *J. Opt. Soc. Am. B*, vol. 34, n° 4, p. 715, avr. 2017, doi: 10.1364/JOSAB.34.000715.
- [13] A. B. Matsko, W. Liang, A. A. Savchenkov, D. Eliyahu, et L. Maleki, « Optical Cherenkov radiation in overmoded microresonators », *Opt. Lett.*, vol. 41, n° 13, p. 2907, juill. 2016, doi: 10.1364/OL.41.002907.
- [14] A. Cherenkov, V. Lobanov, et M. Gorodetsky, « Dissipative Kerr solitons and Cherenkov radiation in optical microresonators with third order dispersion », *Phys. Rev. A*, vol. 95, n° 3, mars 2017, doi: 10.1103/PhysRevA.95.033810.





## Conclusion Générale

L'utilisation de résonateurs passifs non-linéaires a permis la miniaturisation et la simplification des systèmes générateurs de peignes de fréquences optiques initialement basés sur les lasers à verrouillage de modes. Les travaux récents basés sur les plateformes de l'optique sur silicium présentent des résultats prometteurs pour la conception de générateurs de peignes de fréquences optiques intégrés, miniatures et fonctionnant avec une très faible consommation (98 mW de puissance électrique et 1,3 mW optique intra-cavité).

L'émergence de tels systèmes intégrés à base de guides d'ondes pose la problématique de la gestion du couplage de la lumière vers la cavité du résonateur. Il a été cependant prouvé que le dimensionnement géométrique de cette zone de couplage a une forte influence sur le comportement large-bande des interactions entre le guide d'onde d'accès et la cavité du résonateur. Cette problématique n'avait été que très peu abordée jusqu'à présent, aussi bien au niveau théorique qu'expérimental.

Sur le plan théorique et numérique, les travaux de recherche présentés dans ce manuscrit de thèse se sont focalisés sur la modélisation des peignes Kerr par un modèle générique permettant d'étudier les propriétés de transfert des résonateurs et la formation de peignes Kerr dans ces dispositifs. Le comportement dynamique des peignes Kerr est correctement décrit par ce modèle. Par quantification de l'accord de phase entre les composantes fréquentielles des peignes Kerr, nous sommes à même d'étudier les différents régimes de fonctionnement des peignes de fréquences optiques générés dans les résonateurs optiques non-linéaires.

Sur le plan expérimental, nous avons généré des peignes Kerr de type I dans des résonateurs intégrés en verre HYDEX. Nous avons mis en place une technique de stabilisation de la fréquence du laser de pompe qui permet la génération répétable de peignes Kerr et l'opération ininterrompue du peigne pendant la durée des mesures effectuées. Nous avons tenté la génération de peignes Kerr de type II mais nous avons été limité par la puissance supportée par le guide d'accès des dispositifs HYDEX, qui ne sont pas adaptés pour supporter les niveaux de puissance nécessaires à l'excitation du régime soliton. Une augmentation du facteur de qualité dans cette plateforme devrait permettre le fonctionnement en régime soliton, et donc la génération de signaux microondes très stables ou le référencement de lasers sur de larges plages de fréquence à partir d'un système miniaturisé.

Finalement, le caractère générique du modèle sur lequel se base notre étude nous permet d'intégrer dans celui-ci la dépendance spectrale du comportement du coupleur tout en restant valide même pour des fortes fluctuations spectrales des propriétés de transfert du résonateur. En implémentant des travaux d'optimisation du couplage d'accès des résonateurs en  $\text{Si}_3\text{N}_4$  dans notre modèle de résonateur, nous avons pu mettre en avant l'importance de la conception adaptée de la zone de couplage pour obtenir un comportement achromatique dans celle-ci. En effet, nous avons pu observer que la dégradation des propriétés de couplage peut, dans certains cas, être responsable de la limitation de l'occupation spectrale des peignes Kerr générés dans ces résonateurs. De plus, nous avons observé que ces variations des propriétés de couplage peuvent induire une dégradation du facteur de qualité du résonateur avec la fréquence et augmenter considérablement la puissance de pompe nécessaire pour le déclenchement du peigne Kerr. Elles peuvent être une source forte de disparité entre le peigne Kerr prédict par les propriétés du résonateur à la fréquence de pompe et son comportement large bande.

De plus, les propriétés de couplage du résonateur vers son guide de sortie peuvent induire une modulation de l'enveloppe fréquentielle du peigne et masquer ainsi le comportement intra-cavité du peigne si la dépendance en fréquence du couplage n'est pas prise en compte.

En guise de perspectives, l'étude expérimentale des résonateurs avec un couplage d'accès qui est connu sur une large bande de fréquences peut s'avérer intéressant et pourrait faire office de support des résultats numériques présentés dans ce manuscrit. De même, l'implémentation de micro et mini-résonateurs intégrés dans des systèmes plus complexes tels que les oscillateurs optoélectroniques couplés peut s'avérer intéressante pour exploiter l'effet Kerr dans les résonateurs, améliorant ainsi l'occupation spectrale des peignes générés dans ces dispositifs.

## **Liste des travaux**

### **Articles scientifiques**

- Napoléon Gutierrez, Arnaud Fernandez, Olivier Llopis, Stéphane Calvez, Stéphane Balac. 2019. Numerical study on Kerr frequency comb generation in Si3N4 microresonators with frequency dependent access coupler properties, Journal of Optical Society of America (JOSA B), Vol. 36, Issue 10, pp. 2896-2906 (2019).
- Aliou Ly, Vincent Auroux, Ramin Khayatzadeh, Napoleon Gutierrez, Arnaud Fernandez, Olivier Llopis, Highly spectrally pure 90 GHz millimeter-wave synthesis using a 30 GHz coupled optoelectronic oscillator, IEEE Photonics Technology Letters, Vol. 30, Issue 14, July 2018, pp. 1313-1316.

### **Conférences internationales**

- Napoléon Gutierrez, Arnaud Fernandez, Olivier Llopis, Sai Tak Chu, Stéphane Balac, An iterative method for the dynamic modeling of ultra-short pulse generation in nonlinear optical ring resonator, Conference on Lasers and Electro-optics & European Quantum Electronics Conference, CLEO-EQUEC, Munich (Germany), June 2017.
- Napoléon Gutierrez, Arnaud Fernandez, Olivier Llopis, Stéphane Calvez, Stéphane Balac, Numerical studies on Kerr comb generation in Si3N4 resonators with frequency dependent access coupler properties, SPIE photonics west, San Francisco, Feb 2019, 9 pages.
- Arnaud Fernandez, Napoleon Gutierrez, Zeina Abdallah, Vincent Auroux, Olivier Llopis, Passive and active fibered resonant systems for microwave synthesis”, Conférence invitée, ICOCON’16 (Intl. Conf. on Optical Communications and Networks), Hangzhou, China, Sept 24-27, 2016.

- Clément Arlotti, Antoine Monmayrant, Olivier Gauthier-Lafaye, Napoleon Gutierrez, Arnaud Fernandez, Olivier Llopis, Stéphane Calvez, Wideband critically-coupled resonators, SPIE Photonics West Conference, San Francisco, 2018.

### Conférences nationales

- Napoléon Gutierrez, Arnaud Fernandez, Olivier Llopis, Sai Tak Chu, Méthode numérique pour la modélisation de la génération d'impulsions ultracourtes dans un micro résonateur optique, Journées Nationales de l'Optique Guidée-JNOG 2017, Limoges, 2 pages.
- Napoléon Gutierrez, Clément Arlotti, Arnaud Fernandez, Stéphane Calvez, Olivier Llopis, Simulation numérique itérative pour la génération de peignes Kerr: optimisation de la fonction de couplage, Journée du Club Optique Micro-onde JCOM 2017, Limoges, 2 pages.
- Napoléon Gutierrez, Olivier Llopis, Arnaud Fernandez, Gilles Bailly 2018. Oscillateurs optiques hyper-paramétriques stabilisés par une boucle de contre-réaction Pound-Drever-Hall, Journée du Club Optique Micro-onde - JCOM 2018, Toulouse, 2 pages.
- Napoléon Gutierrez, Aranud Fernandez, Stéphane Calvez, Olivier Llopis, « Etude numérique sur la dépendance spectrale complexe du couplage optique dans la génération de peignes Kerr par des résonateurs de Si3N4 », Journées Nationales de l'Optique Guidée - JNOG 2018, Toulouse, Juillet 2018, 2 pages.
- Aliou Ly, Ramin Khayatzadeh, Vincent Auroux, Napoléon Gutierrez, Arnaud Fernandez, Olivier Llopis, « Oscillateur optoélectronique couplé pour la génération d'ondes millimétriques à haute pureté spectrale », Horizons de l'Optique, Toulouse 2018, 2 pages.

# **Peignes de fréquences optiques par effet Kerr dans les micro et mini résonateurs optiques**

## Résumé

Les peignes de fréquences optiques trouvent de nombreuses applications dans les domaines de l'optique, la physique, la spectroscopie et l'optoélectronique entre autres. Le laser à verrouillage de modes est, historiquement, le système à l'origine de ces peignes de fréquences. Plus récemment, dans la quête pour la miniaturisation des générateurs de peignes de fréquences optiques, les micro-résonateurs et mini-résonateurs ont émergé comme des alternatives attrayantes grâce à leur compacité et aux propriétés d'accumulation de puissance, de sélectivité modale et de stabilité mécanique.

Les travaux de thèse présentés ici portent sur l'étude et la modélisation des peignes Kerr à base de résonateurs passifs. Le premier chapitre fait un état de l'art des micro et mini peignes Kerr et met en avant les avantages de ces plateformes pour la génération de peignes de fréquences optiques.

Le deuxième chapitre présente le formalisme utilisé pour l'étude des résonateurs passifs en régime linéaire et non-linéaire. L'approche non-linéaire est basée sur un modèle itératif issu des travaux d'Ikeda, permettant d'étudier la formation de peignes Kerr dans les résonateurs passifs.

Dans le troisième chapitre, des résultats de génération de peignes Kerr dans un résonateur intégré sont présentés et confrontés à des résultats de simulations basés sur le modèle introduit dans le chapitre qui précède.

Le dernier chapitre vise à étudier l'impact d'un couplage d'accès non idéal sur la génération de peignes Kerr dans les résonateurs passifs. Des simulations sont présentées, mettant en lumière l'influence importante du choix du coupleur sur le type de peigne généré par l'ensemble résonateur-coupleur.

Mots clés : Peigne Kerr, Micro résonateur, mini résonateur.

# **Kerr optical frequency combs in microresonators and mini resonators**

## **Summary**

Optical frequency combs find applications in optics, physics, precision spectroscopy and opto-electronics among others. The mode-locked laser is historically the system at the origin of these combs. More recently, in the quest for the miniaturization of optical frequency comb generators, micro-resonators and mini-resonators have emerged as attractive alternatives due to their compact nature as well as their mode selectivity and power enhancement properties.

The work presented in this thesis is centered on the modeling of passive resonator based Kerr frequency combs. The first chapter of this thesis presents a state of the art of micro and mini Kerr frequency combs and puts forth the advantages of resonator-based platforms for the generation of optical frequency combs.

The second chapter presents the model used to study passive optical resonators in the linear and non-linear regimes. The non-linear approach is based on an Ikeda map, allowing the study of Kerr comb formation in passive resonators.

In the third chapter, Kerr frequency combs generated in an integrated resonator are presented. These results are compared to simulation results based on the model presented in the preceding chapter.

The last chapter studies the impact of frequency-dependent access coupling parameters on the generation of Kerr frequency combs. Simulation results are presented, bringing to light the importance of the influence that these coupling parameters have on the combs generated in the resonator.

Key words : Kerr Frequency Comb, Microresonator, mini resonator.