

Table des matières

1	Introduction	15
2	Applications scientifiques	19
2.1	Vers des CUBESATS interplanétaires	19
2.2	Météorologie de l'espace en interplanétaire	22
2.3	Géodésie spatiale d'astéroïdes	27
2.4	D'autres applications	35
2.4.1	Tour interplanétaire vers plusieurs astéroïdes	36
2.4.2	Interférométrie radio-basse fréquence	37
3	Détermination de position en interplanétaire	41
3.1	Nanosatellites en interplanétaire	41
3.2	Techniques de localisation depuis le sol	43
3.3	Solutions embarquées en vol	46
3.3.1	Expériences AutoNav de la NASA	47
3.3.2	XNAV ou Radio-Nav	48
3.3.3	Navigation de proximité	49
3.4	Algorithmique utile	50
3.4.1	Modèles de dynamique du vol	50
3.4.2	Filtrage de Kalman	51
3.4.3	Traitement d'image	53
3.4.4	Logiciel scientifique et logiciel embarqué	53
4	Pré-requis	57
4.1	Capteur embarqué : un « Object Tracker » (OT)	57
4.1.1	Un nouvel instrument d'astrométrie	57
4.1.2	Algorithme de <i>Multiple Cross-Correlation</i> (MCC)	58
4.1.3	Nombre d'étoiles disponibles	60
4.1.4	Objets d'avant-plan disponibles	61
4.2	« Propagateur DOCKS » en préparation de mission	63
5	Démarche initiale	65
5.1	Triangulation asynchrone	65
5.1.1	Inversion par la méthode des moindres carrés	65

5.1.2	Pondérations et redimensionnements	68
5.2	Filtre de Kalman Linéaire	69
5.3	Architecture de simulation	71
5.3.1	Langage	71
5.3.2	Scénario de validation	72
5.3.3	Premiers résultats	75
5.3.4	Domaine de validité	80
6	Améliorations de la démarche	85
6.1	Processus d'évaluation	85
6.1.1	Des Monte-Carlo à l'analyse de covariance	85
6.1.2	Intégration à l'approche <i>MBSE</i>	87
6.2	Limites du filtre linéaire	89
6.3	Filtre de Kalman séquentiel	91
6.3.1	Implémentation du filtre séquentiel	91
6.3.2	Résultats intermédiaires	92
6.4	Filtre par maillage, dit « unscented »	94
6.4.1	Modèles non linéaires	94
6.4.2	Implémentation du filtre par maillage	95
6.5	Limites de validité	97
6.6	Résultats améliorés	98
7	Coût CPU du logiciel embarqué	105
7.1	Simulation sur le banc logiciel GERICOS	105
7.1.1	GERICOS, un banc LESIA	105
7.1.2	Architecture ARM : ST Micro STM32F407	106
7.2	Coûts CPU élémentaires	108
7.2.1	Opérations basiques : τ_{ob}	108
7.2.2	Opérations complexes : τ_{oc}	109
7.2.3	Opérations trigonométriques : τ_{ot}	110
7.2.4	Inversions de matrices : τ_{gsl}	110
7.3	Extrapolation : $\simeq 1$ seconde par itération	111
8	Améliorations futures	113
8.1	Bilan des exigences	113
8.2	Améliorations du filtrage	115
8.2.1	Plusieurs leviers d'améliorations	115
8.2.2	Stabilité	116
8.2.3	Modèle physique, couplage avec la propulsion	117
8.2.4	Modèle de mesures	117
8.3	Banc de test <i>end-to-end</i>	118
8.4	Prototypage d'un <i>Object Tracker</i> (OT)	119
8.5	Segment sol	120
9	Conclusion	123
	Acronymes	125

A Publications	135
A.1 Articles à comité de relecture	135
A.2 Articles et communications en premier auteur	156
A.3 Articles et communications en co-auteur	158
B Résultats détaillés UKF	161
B.1 Série UKF-8000	162
B.2 Série UKF-5FGB	166
C Mesures de CPU	171
C.1 Décompte d'opérations élémentaires AT+LKF	171
C.2 Décompte d'opérations élémentaires UKF	173
C.3 Relevé de mesures CPU	175

Le secteur des nanosatellites interplanétaires se développe et devra disposer de solutions de navigation autonome, au moins partiellement. Avant même des applications commerciales, des applications scientifiques ont été identifiées et l'Observatoire de Paris - Université Paris Sciences & Lettres (PSL) s'y intéresse de près. Pourtant, l'Observatoire de Paris et son laboratoire LESIA en particulier se concentrent d'habitude sur les instruments et laissent aux agences spatiales ou aux maîtrises d'œuvre industrielles les compétences de la plateforme. Était-il donc légitime de notre part d'explorer la fonction de navigation ? Y sommes-nous parvenus ? Devrons-nous poursuivre, en particulier dans le contexte du pôle spatial « Centre et Campus d'Etude et de Recherche pour l'Exploration Spatiale (C²ERES) » de PSL ? Ma réponse sera sans surprise trois fois oui.

Les CUBESATS représentent une rupture technologique dans les concepts de mission, ils ouvrent la voie à des observations scientifiques jusqu'alors inenvisageables. Ce fameux « changement de paradigme » mentionné dans les conférences du secteur est présenté dans le chapitre 2 sous l'angle des attentes qu'il suscite en interplanétaire, notamment pour la navigation. Le chapitre 2 présente également des applications scientifiques nouvelles où la détermination autonome d'orbite est un point critique de faisabilité. Des « exigences » (*requirements*) qui s'imposent à une solution d'*In-Flight Orbit Determination* (IFOD) sont alors identifiées. En particulier, les deux objectifs scientifiques qui ont motivé cette thèse et qui portent le projet technologique dit BIRDY-T sont détaillés : le premier appartient à la météorologie de l'espace interplanétaire, le deuxième à la géodésie spatiale des astéroïdes. D'autres besoins scientifiques sont également présentés plus succinctement comme autant de tendances futures : l'étude NOIRE pour de l'interférométrie spatiale en radioastronomie basse fréquence propose un essaim de 50 nanosatellites en orbite lunaire ; plusieurs concepts de vol d'une petite formation de nanosatellites ciblent une mission de tour interplanétaire vers plusieurs astéroïdes successivement, l'objectif pouvant être scientifique ou commercial (*asteroid mining*).

Ces travaux ont commencé il y a plus de trois ans, par tâtonnements, en parallèle d'autres tâches au profit d'autres projets. Ainsi, la démarche pourra sembler candide par endroits puisque d'autres acteurs ont adopté d'autres approches dont il sera fait un tour d'horizon au chapitre 3. Les premières tentatives remontent à la sonde DEEP SPACE 1 de la NASA mais la solution d'un guidage depuis le sol a toujours été privilégiée malgré les coûts importants des antennes « Deep-Space » et des équipes et calculateurs mobilisés pour ce suivi. Au sol, les puissances de calcul

autorisent l'estimation fine de vecteurs d'état complexes, comme pour ROSETTA en approche de la comète 67P/Churyumov-Gerosimenko. En vol, surtout à bord d'un nanosatellite dont les capacités de calcul sont limitées, les filtrages de Kalman sont apparus de bons candidats pour estimer la position courante du satellite dans un champ gravitationnel complexe à partir de mesures bruitées. Quant aux mesures optiques, elles résultent d'un traitement d'image partiellement seulement partiellement maîtrisé. Finalement, l'examen des pratiques actuelles met aussi en lumière des habitudes de longue date qui n'ont pas été remises en question jusqu'à l'apparition des nanosatellites.

Avant d'aller au cœur de la solution développée, le chapitre 4 présente l'environnement requis en amont : il faut faire l'hypothèse d'un capteur optique et d'une préparation de mission. Nous supposons ici un capteur optique classique pour les nanosatellites, soit un viseur d'étoiles utilisé dans un mode « imageur » (*full frame*), soit directement un imageur spatialisable. Il lui est ajouté un traitement d'image appelé *Multiple Cross-Correlation* (MCC), qui est ici spécifié en détails et qui doit fournir une mesure de la direction d'un objet du champ de vue consolidée à partir des étoiles reconnues dans le champ. La précision de mesure attendue est alors, théoriquement, bien meilleure que $0.2''$, valeur qui sera ensuite considérée pour les analyses de performance. La préparation de mission doit calculer et stocker à bord du nanosatellite les données requises par la solution d'IFOD, en particulier une trajectoire de référence \mathcal{T}_R que le nanosatellite devrait suivre plus ou moins. Pour les besoins de calcul de \mathcal{T}_R , un propagateur de trajectoire a été développé, et suit désormais sa propre destinée au sein de la suite logicielle « DOCKS » de C²ERES. Il sera également présenté.

À partir de ces deux premières briques techniques, le développement s'est alors engagé et sera restitué ici en deux temps particuliers.

Dans un premier temps, le chapitre 5 rapporte quels ont été les résultats et les enseignements tirés d'une démarche initiale volontiers qualifiée de candide. Partant d'une triangulation de plusieurs directions d'objets d'avant-plan sur fonds d'étoiles connues, la précision 3σ obtenue est sans surprise médiocre à $\simeq 1200$ km. Cette triangulation inclut un modèle de propagation de la trajectoire du nanosatellite afin de lier les mesures optiques successives. Un filtre de Kalman, tout d'abord linéaire, est conçu et conduit à des performances améliorées, jusqu'à $\simeq 300$ km à 3σ en milieu de croisière. Par ailleurs, le filtrage requiert plus d'une journée d'observation continue pour converger. Toute cette première phase a permis de choisir le vecteur d'état nécessaire, de caractériser la propagation des erreurs optiques et l'impact des erreurs numériques, d'expérimenter un premier filtrage pour affiner les estimations des mesures optiques brutes et, finalement, de comprendre les limites d'une modélisation linéaire. Au cours de cette phase, une chaîne robuste d'évaluation de l'algorithme développé a été mise en place pour ce développement qui promettait d'être long. Un scénario de trajectoire Terre-Mars a notamment été considéré, avec les planètes principales prises comme cibles de triangulation. Il examine le comportement de notre solution tout au long de la phase de croisière depuis la sortie de la sphère d'influence de la Terre jusqu'au survol de Mars à plus ou moins grande distance.

Dans un deuxième temps, le chapitre 6 industrialise la démarche et améliore l'algorithme. L'analyse des matrices de variances-covariances estimées par le filtrage lui-même est adoptée pour l'évaluation des performances, et confrontée à une reconstruction fine des erreurs résiduelles du filtre. Elle s'intègre en plus naturellement à une approche d'ingénierie système fondée sur les modèles, appelée *Model-Based Sys-*

tem Engineering (MBSE), qui est stratégique pour la capacité de nos laboratoires à « vendre » leurs nouveaux concepts observationnels et nous en verrons l'emploi avec la détermination d'orbite dans BIRDY-T. L'étape de triangulation, qui était précédemment explicite dans la première démarche, est fusionnée dans le filtre lui-même lors de son évolution en filtre séquentiel (*sequential filter*) : celui-ci exploite chaque mesure optique directement et au fur et à mesure qu'elle arrive au lieu d'attendre un jeu complet de plusieurs mesures (*batch filter*). La durée de convergence est améliorée à moins de 6 heures ainsi que la précision à $\simeq 150$ km à 3σ . Cette modification permet aussi d'envisager des mesures non plus seulement de direction des objets d'avant-plan mais aussi par exemple d'imagerie (un diamètre angulaire d'astéroïde) ou de radio-science (distance et Doppler) qui viendront toutes alimenter le filtre. Enfin, le filtrage est encore amélioré pour se dispenser des hypothèses initialement adoptées d'un problème linéaire : la méthode, dite en anglais « *unscented* », correspond à un maillage de l'espace des estimations autour du point de fonctionnement, à la fois pour le champ d'accélération locale comme pour le modèle d'observation qui lie le vecteur d'état avec les mesures optiques. Les performances, toujours en milieu de croisière, s'améliorent encore à mieux que 30 km de précision à 3σ . Les résultats sont alors nettement améliorés, non seulement en valeur (jusqu'à mieux que 30 km à 3σ sur l'essentiel du scénario) mais aussi en stabilité. Surtout, cette étape est importante pour passer à des contextes fortement non linéaires comme des opérations au voisinage d'un astéroïde où le champ de gravité attendu est complexe (objets non sphériques, proches, multiples...).

Le chapitre 7 est dédié à l'analyse de la charge de calcul (CPU) d'une telle solution. La méthode mise en œuvre a été permise grâce au banc pour logiciel embarqué spatial GERICOS du LESIA à l'Observatoire de Paris. Le coût CPU d'opérations élémentaire en C++ sur un processeur représentatif des nanosatellites est d'abord mesuré. Puis un décompte de l'algorithme en opérations élémentaires est présenté et permet d'estimer à 1.3s CPU la durée d'une itération de type linéaire (incluant le traitement d'un jeu de 5 mesures optiques) et à 0.65s CPU l'itération de type non-linéaire (mais pour exploiter chaque mesure).

Le chapitre 8 fait le bilan de cette thèse à une étape où des performances honorables en contexte de croisière interplanétaire sont obtenues. Mais ce qu'il reste à faire est immense. Les exigences identifiées au chapitre 2 sont passées en revue et une présentation est faite des prochaines étapes déjà engagées ou souhaitables dans le cadre de C²ERES. Il s'agit d'abord des techniques de filtrage, purement numériques ou portant sur l'intégration de modèles de champ d'accélération locale ou de modèles de mesures plus riches. Plus largement, l'architecture initiée pour les améliorations de filtrage a inspiré le besoin d'un banc *end-to-end* sur l'ensemble du développement. Une de ses composantes majeures, conduite comme sous-projet de charge utile d'astrométrie, concerne le capteur optique. Enfin, le segment sol dans son rôle de préparation de mission ou de rejeu d'opérations est vu comme un sous-ensemble du banc *end-to-end*.

La conclusion reviendra alors sur mes trois questions d'origine : en tant que laboratoire chargé des instruments, étions-nous légitimes à développer une fonction de navigation sur un nanosatellite ? avons-nous réussi ? devons-nous continuer ?

La rupture technologique qu'a représentée le format de satellite CUBESAT, standard de satellite répondant à la norme publiée par cubesat.org (CUBESAT) en orbite basse terrestre, se propage désormais à l'espace extraterrestre. Mais son succès d'origine ne se confirmera que si les mêmes verrous qui ont sauté pour l'orbite basse sautent également pour l'interplanétaire. Le travail présenté ici est applicable à d'autres formats de satellites, mais nous présenterons les hypothèses directement héritées de la révolution CUBESAT qui ont changé les pratiques du secteur et motivent la recherche d'une solution de détermination d'orbite qui soit embarquée et autonome, IFOD, telle qu'étudiée ici.

Ceci étant posé, des objectifs scientifiques ont motivé le projet de développement d'une solution IFOD. Le premier, dit contexte *Cruise* ou phase de croisière (CRUISE), est la phase de croisière Terre-Mars pour réaliser de la météorologie de l'espace. Il sert de référence aux travaux présentés ici. Par sa relative simplicité il prépare le second contexte présenté, de géodésie spatiale à proximité d'astéroïdes, dit contexte *Proximity Operations* ou opérations de proximité (PROXOPS).

D'autres contextes sont déjà envisagés par les chercheurs et pourraient justifier l'IFOD. Par exemple, un tour interplanétaire vers plusieurs astéroïdes sera présenté, qui combinerait les besoins CRUISE et PROXOPS. Ou encore, un essaim de nano-satellites pour réaliser de l'interférométrie radio basse-fréquence loin des pollutions radio de la Terre : une solution de maintenance d'orbite autonome de l'essaim serait alors nécessaire.

2.1 Vers des CubeSats interplanétaires

Le CUBESAT et le *New Space* se sont désormais durablement établis. En 1999, les universités américaines *California Polytechnic State University, San Luis Obispo* et le *Space Systems Development Lab* de *Stanford University* ont créé ce standard pour faciliter l'accès des étudiants à l'espace. Il a fallu une dizaine d'années pour que le succès s'installe au-delà du seul cadre de la formation des étudiants. Quelques idées majeures sont à l'origine du standard et de son succès :

- Proposer une taille minimaliste, comparée aux satellites classiques, qui justifie d'emporter ce satellite « en plus » (*piggy-back*) du client principal d'un tir de fusée et donc à coût très faible. Aux débuts, les missions de CUBESAT devaient se contenter d'une orbite non choisie. Ensuite des exigences orbitales

2.1. VERS DES CUBESATS INTERPLANÉTAIRES

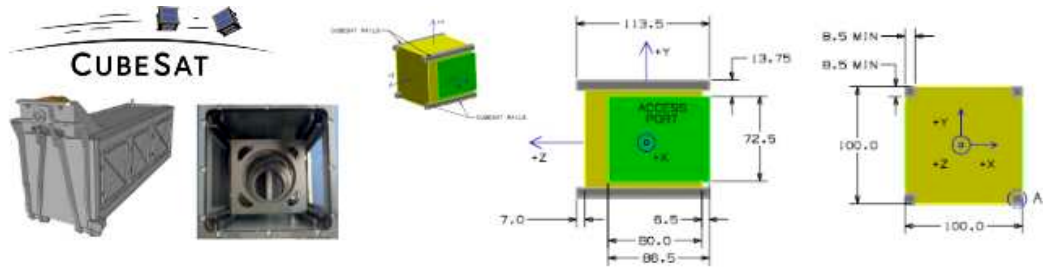


FIGURE 2.1 – *Extraits du CubeSat Design Specification, Rev.13 : à gauche le dépoyeur (design extérieur et photo de l'intérieur), à droite les dimensions pour 1U*

sont apparues, mais les CUBESATS restent de taille petite pour être lancés en *ride-sharing* et doivent rester flexibles dans leur trajectoire.

- Standardiser les interfaces géométriques et fonctionnelles du satellite pour qu'il soit transporté pendant toute la phase de lancement dans un « dépoyeur », dont il est éjecté une fois dans l'espace. Une importante part de complexité est ainsi déportée sur le dépoyeur qui, lui, est spécifique à chaque lanceur envisagé. Le dépoyeur et le standard mis au point garantissent ensemble que ni le lanceur ni ses autres passagers ne sont mis en danger par un des CUBESATS transportés.
- Permettre une liaison de télécommunication bon marché, d'une part sans imposer d'orientation complexe du satellite vers la station sol, d'autre part sans nécessiter les infrastructures sol complexes des missions spatiales traditionnelles.

Le résultat de ces réflexions a conduit à une « unité de base » du CUBESAT, notée 1U et de masse maximum 1.33 kg, qui est un cube de 10 cm de côté, et un dépoyeur pouvant emporter 3 CUBESATS 1U (Fig.2.1). Avec cet encombrement, il devenait possible dès cette époque (aujourd'hui toutes les performances sont meilleures qu'alors) de couvrir les faces du CUBESAT avec des cellules photovoltaïques assurant environ 1W d'énergie disponible, éclipses comprises, et d'installer une carte et une antenne quasi-omnidirectionnelle de télécommunication en UHF/VHF suffisantes pour assurer la liaison entre le sol et les orbites basses terrestres. Il restait même encore un peu de place pour y installer, éventuellement, une « charge utile ». En fait, aux débuts de l'aventure, l'objectif était seulement de réussir un tel satellite et la charge utile pouvait n'être qu'un transpondeur capable d'envoyer son identification et de renvoyer ce qu'il recevait. Ce seul objectif a motivé des gouvernements de pays qui n'avaient pas d'industrie spatiale à faire leur premier satellite, via leurs universités et de bénéficier ainsi d'un impact fort de politique intérieure (PEHUENSAT 1, Argentine et LIBERTAD-1, Colombie, premiers succès sud-américains en 2007, ITUPSAT-1, Turquie en 2009, F-1, Vietnam en 2012, ESTCUBE-1, Estonie en 2013, parmi d'autres succès de primo-entrants). De plus, la fonction de transpondeur a rencontré un enthousiasme fulgurant dans la communauté des radio-amateurs qui dispose justement d'une liberté d'attribution de fréquences dans des bandes UHF et VHF qui leur sont réservées.

Par la suite, le CUBESAT s'est adapté à des dimensions plus grandes par combinaison de plusieurs « unités » de volume $10 \times 10 \times 10 \text{ cm}^3$: les standards 1.5 U (longueur 15 cm), 2 U (20 cm), 3 U / 3 U+ (30 cm + éventuellement une « Tuna Can »

en bas de structure) étaient déjà spécifiés par `cubesat.org` en 2013 dans sa révision 13 avec un déployeur 3 U. Aujourd'hui, des déployeurs pour 4 U (4 unités en ligne) sont qualifiés pour des lancements depuis la Station Spatiale Internationale par la société américaine NANORACKS ou encore des déployeurs 12 U ($3 \times 2 \times 2$ unités) sont qualifiés pour divers lanceurs par la société néerlandaise ISIS. Des panneaux solaires déployables sont apparus, ainsi que des systèmes de contrôle d'attitude, des solutions de télécommunication en bande S ou X, et bien d'autres systèmes encore.

Toute une industrie s'est ainsi développée autour de ce standard car il a pu sortir du strict cadre universitaire en bousculant les pratiques établies du secteur spatial. À « l'excellence à n'importe quel prix » des pionniers de la conquête spatiale que sont les agences et les grands industriels, a succédé le « juste-assez à prix réduit » des nouveaux entrants. Cela ne s'est pas fait sans résistance des acteurs traditionnels ni sans errance de ce qu'il est convenu aujourd'hui d'appeler le *New Space*. Il faut ici en faire une courte analyse en relation avec la solution d'IFOD proposée.

L'IFOD présentée ici fait trois hypothèses centrales directement inspirées de la révolution CUBESAT, en jugeant qu'elles sont les raisons mêmes du futur succès des nanosatellites interplanétaires :

- La plateforme doit rester petite et favoriser les standards : le volume contraint force à des instruments plus petits, si besoin au profit d'une instrumentation répartie entre plusieurs satellites ; les systèmes doivent privilégier la série au sur-mesure, ils sont alors dits *Commercial Off-The-Shelf* (COTS), et le nanosatellite lui-même doit offrir une flexibilité d'intégration par recours au principe du déployeur. À ces conditions les opportunités d'emport en *piggy-back* de missions traditionnelles se multiplieront. Dans la recherche d'une solution d'IFOD, cela se traduit par le besoin d'un capteur optique compact, si possible issu du marché, intégré dans une structure de type CUBESAT, avec une seule ligne de visée solidaire du corps de la plateforme. Quant au processing embarqué, l'idéal sera de l'intégrer à la carte principale *On-Board Computer* (OBC). En cas de ressource trop limitée, une deuxième carte OBC sera à prévoir, toujours en COTS.
- Les développements doivent être plus courts qu'aujourd'hui, sans toutefois tomber dans le dogme des « trois ans » qui prévalait pour un CUBESAT étudiant. À cette époque et parfois encore aujourd'hui, la charge utile et la mesure collectée étaient vues moins prioritaires que l'ingénierie de la plateforme et qu'un planning compatible avec les cursus universitaires, ce qui ne sera plus acceptable dans le futur. Là encore, le recours à des systèmes COTS, certes adaptés à l'espace profond, est déterminant pour offrir une phase d'intégration rapide. Mais la polyvalence des concepts de mesure doit devenir une priorité afin de profiter des opportunités de missions : une solution IFOD doit pouvoir analyser facilement un nouveau contexte de vol et caractériser les limites de performances sans avoir à re-développer toute une chaîne de test du logiciel. Il faut donc un banc de test, banc *end-to-end*, qui teste aussi le capteur physique et la carte OBC, et qui soit réutilisable dans divers contextes.
- Le segment sol doit se dispenser le plus possible de moyens lourds spécialisés tels que les antennes *Deep Space* (DSN américain ou ESTRACK européen, par exemple) ou le support d'une équipe de *Flight Dynamics*. On touche ici à la nécessité de l'autonomie, mais aussi aux pratiques traditionnelles. Le pilotage pas-à-pas depuis le sol semble bien naturel pour une mission qui a coûté

plusieurs centaines de millions voire quelques milliards d'euros sur deux décennies. Mais la mobilisation d'une chaîne d'opérations *Deep Space* pour piloter un CUBESAT paraîtrait à juste titre sur-dimensionnée, sauf s'il est vu comme n'importe quel autre instrument dans le *pipeline* d'opérations d'une mission principale. Mais alors il y a deux risques. Le premier est de retomber dans les développements longs par intégration trop forte à la mission mère avec des processus lourds et spécifiques de planification à long, moyen et court termes : au contraire l'IFOD ne doit nécessiter qu'une ressource Télémessure-Télécommande (TMTC) minimaliste de type data-relais simple. Le deuxième risque est de manquer l'occasion de prendre des risques : sans autonomie locale du CUBESAT point de réactivité, mais en contrepartie les opérations devront rester simples car le CUBESAT n'est pas en pilotage à vue ni temps-réel.

À l'opposé, l'IFOD doit profiter du *New Space* sans tomber dans ses fragilités. Justement, la position des laboratoires spatiaux est stratégique dans le succès futur des nanosatellites interplanétaires. Si l'IFOD est un problème d'abord technique, il lui faut toutefois aussi un environnement institutionnel. Les laboratoires sont bien placés pour convaincre les acteurs traditionnels, parfois leurs propres équipes mais surtout les agences spatiales, que le changement de pratiques est possible pour le *Deep Space* comme il l'a été pour l'orbite basse. Ils sont porteurs d'idées scientifiques nouvelles, ils ont le savoir-faire instrumental (déjà à l'échelle CUBESAT), ils veulent éviter le simple « revol » d'instruments passés et profiter de plus d'opportunités. En revanche, ils doivent apprendre à concevoir une mission complète, et non plus seulement l'instrument, à choisir la plateforme, à intégrer tout le satellite et notamment par recours à des COTS qui bouleversent leurs habitudes d'achat et de test, puis à conduire les opérations en vol.

En un mot, la fonction d'IFOD doit elle-même devenir un « COTS », une fonction sur étagère, prête à être intégrée à une architecture matérielle particulière, une fonction à haute crédibilité et testable pour les futurs nanosatellites interplanétaires. Les exigences associées au format « NANO » sont résumées dans la table 2.1.

2.2 Météorologie de l'espace en interplanétaire

L'idée de profiter de tout départ vers Mars pour lancer aussi un CUBESAT de météorologie de l'espace « sur étagère » est tentante car les mesures de vent solaire et de particules énergétiques en interplanétaire sont rares. Le capteur est trouvé, il peut effectivement tenir dans un CUBESAT 3U. Il faudra que la mission rapporte des données à coup sûr, sans avoir d'impact sur la mission hôte, en restant flexible face aux dates de lancement, et ne coûte en opérations qu'une fraction d'une mission interplanétaire.

En 2013, inspirés par l'instrument RAD (Fig.2.2) du rover de la NASA MSL-CURIOSITY, Jordan Vannitsen et l'auteur de cette thèse avons proposé un CUBESAT dédié à la mesure des radiations sur le trajet Terre-Mars. Il en a résulté un avant-projet en coopération avec l'université taïwanaise NCKU¹, le soutien de la branche française de la MARS SOCIETY² et une aide ponctuelle du LATMOS³ pour aller présenter cette idée à la convention annuelle de 2013 de la MARS SOCIETY à Boulder (Colorado, USA).

¹National Cheng Kung University, Department of Aeronautics and Astronautics, Tainan, Taiwan

²Association Planète Mars, membre fondateur de la Mars Society

³Laboratoire Atmosphères, Milieux, Observations Spatiales, Université Versailles-Saint Quentin

TABLE 2.1 – *Exigences industrielles posées à l'IFOD*

NANO-1	l'IFOD ne requiert qu'un capteur optique, fixe par rapport au corps du satellite (de préférence disponible en COTS)
NANO-2	le logiciel de l'IFOD peut fonctionner dans une carte OBC disponible en COTS
NANO-3	l'intégration de l'IFOD à un profil de mission particulier utilise un banc <i>end-to-end</i> qui caractérise ses limites de fonctionnement ainsi que les performances du capteur et les ressources CPU requises dans la carte OBC ciblée
NANO-4	le budget de liaison sol pour l'IFOD est nul en nominal, cette liaison passant si nécessaire par un data-relais via un autre satellite dans son voisinage.
NANO-5	l'IFOD doit apporter assez d'autonomie pour que le segment sol se limite à un contrôle passif de bon fonctionnement en nominal (hors changements de stratégies), de type <i>house keeping</i>
NANO-6	l'IFOD doit afficher un développement conforme aux standards de la filière spatiale traditionnelle

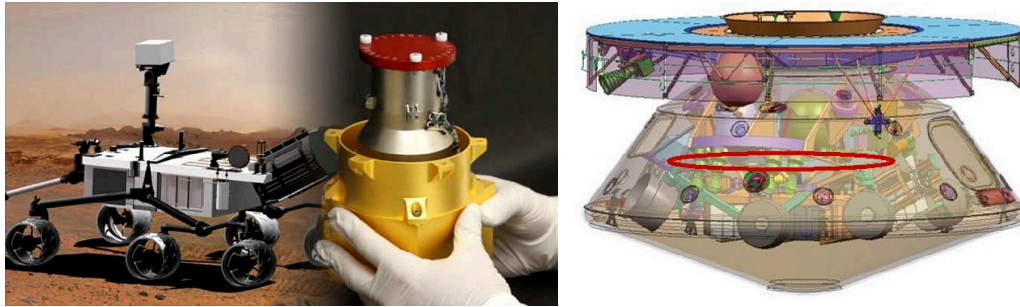


FIGURE 2.2 – *Rover MSL-CURIOSITY et son instrument Radiation Assessment Detector (RAD) installé sur le pont supérieur entouré en rouge à droite (crédits gracieux : NASA et Southwest Research Institute)*

Donald HASSLER, à l'époque chercheur au SwRI⁴, présentait à cette convention (Hassler [1]) un tout premier jeu de mesures faites par RAD, dont il était le *Principal Investigator* (P.I.). Pendant la croisière vers Mars en 2012, RAD avait été allumé et avait collecté un jeu de données depuis son logement dans MSL sous le bouclier thermique de rentrée. Deux événements SPE (*Solar Particle Event*) avaient eu lieu dans la période et avaient bien été détectées par RAD. Les capteurs sur Terre et les sondes en orbite autour de Mars avaient également vu ces événements : la propagation avait ainsi été mesurée à deux reprises en de multiples endroits du système solaire. Toutefois, l'exploitation des mesures nécessitait de modéliser fidèlement l'effet de la structure complexe qui faisait écran entre RAD et les radiations afin d'en soustraire la contribution dans les mesures. Plus généralement, les événements étaient datés avec précision mais les données ne pouvaient pas être étalonnées. Une tendance toutefois semblait indiquer une quantité moins importante qu'attendue de

⁴Southwest Research Institute, Instrumentation & Space Research Division, Boulder Office, Colorado, USA

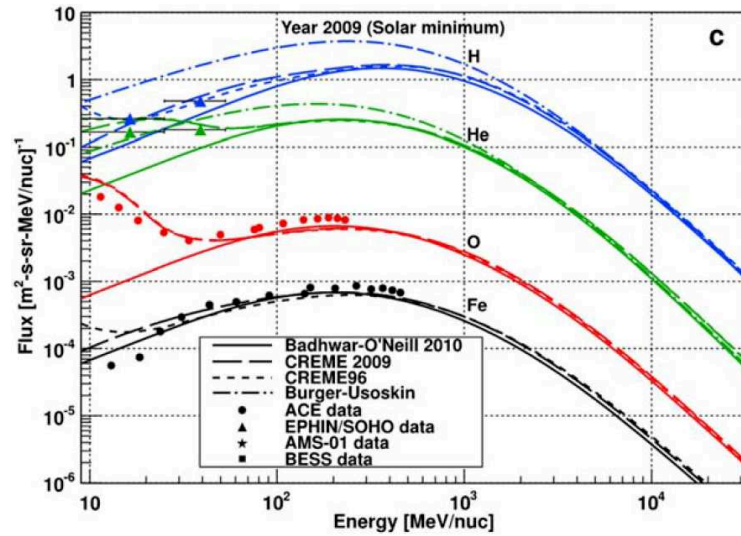


FIGURE 2.3 – *Modèles d'abondances de différentes particules cosmiques galactiques (H, He, O, Fe) en fonction de leur énergie Mrigakshi et al. [2]*

radiations de basses énergies, donc une possible remise en cause de la rhétorique régulièrement opposée à la Mars Society que les équipages recevraient une dose trop élevée lors de vols habités. En effet, une comparaison par Mrigakshi et al. [2] des modèles d'abondances de rayons cosmiques (2.3) montre qu'il n'y a pas de consensus pour les énergies inférieures à 100 MeV/nuc alors que, bien sûr, les mesures hors magnétosphère terrestre sont rares.

De nos jours, l'abondance des rayons cosmiques, leur direction d'arrivée, leur interaction avec le vent solaire et la propagation du vent solaire lui-même sont des phénomènes qui restent mal observés, car il faudrait aller les mesurer in-situ, dans le milieu interplanétaire et si possible en plusieurs endroits simultanément. L'intérêt de profiter d'un départ vers Mars, et même de tout départ interplanétaire, pour envoyer un capteur supplémentaire de météorologie de l'espace ne fait aucun doute. Mais le retour scientifique ne vaut que si les mesures sont plus qu'une simple datation d'événements. Un CUBESAT dédié répondrait aux deux exigences principales :

- Le capteur doit être utilisable dans les conditions de son étalonnage, ce qu'un CUBESAT permet, en minimisant les interactions avec sa structure.
- Un capteur directionnel est nécessaire, faisable (certes à champ large) et un CUBESAT dédié autorise une stratégie de balayage du ciel fournissant ainsi une information de provenance.

Lors de diverses réunions de travail autour du besoin en 2014-2015, Ludwig KLEIN (LESIA⁵) a suggéré que le projet soit concentré sur l'étude de l'effet Hohmann-Parker, ce qui a orienté ensuite l'analyse de mission. Les « spirales de Parker » sont la figure de propagation du vent solaire dans l'espace interplanétaire à la vitesse des particules solaires. Le long d'une trajectoire de Hohmann d'une sonde spatiale de la Terre à Mars, il y a toujours des branches de spirale qui relient les positions de la Terre, de la sonde spatiale et de Mars, c'est-à-dire qu'un même flux de particules

⁵Laboratoire d'études spatiales et d'instrumentation en astrophysique, Observatoire de Paris - Université PSL

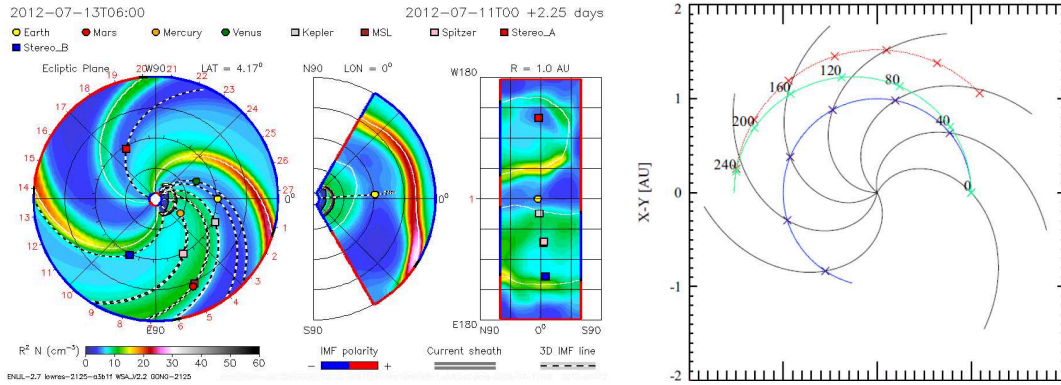


FIGURE 2.4 – *Propagation du vent solaire. Gauche : suivi en ligne par NASA/GSFC. Droite, de Posner et al. [3] : Spirales de Parker pour un niveau d'énergie donné (noir), connectant les orbites de la Terre (bleu), Mars (rouge) et d'une orbite de transfert de Hohmann (vert). Les croix donnent les positions respectives successives aux dates indiquées (jours) de la Terre, de la sonde en transfert, et de Mars.*

de vent solaire balayera ces trois positions (2.4). Des observations à trois points sont donc possibles à chaque départ de fusée de la Terre vers Mars et tout au long du transfert, offrant ainsi un cas d'étude à fort intérêt scientifique pour valider le concept d'un CUBESAT de météorologie spatiale, peu coûteux, très flexible, sans impact sur la mission hôte.

Concernant le capteur, celui de RAD est déjà de taille limitée. R.F. Wimmer-Schweingruber, Jingnan Guo et leur laboratoire de la CAU en Allemagne⁶ ont développé le capteur de RAD. Lors de notre visite en septembre 2015 à Kiel, ils nous en ont présenté la génération suivante et confirmé que l'intégration à un nanosatellite est tout à fait faisable. De plus, la donnée scientifique produite est de petit volume et convient donc à un budget de liaison en interplanétaire. En revanche, il faut noter la difficulté particulière de lever l'ambiguïté entre particules incidentes et secondaires : comment les distinguer en effet si une particule de haute énergie se décompose lors de l'impact avec le capteur ou la structure du nanosatellite ? Il faudrait pouvoir absorber entièrement toute particule incidente, or il y aura toujours une limite, notamment en raison des matériaux et de leur épaisseur à l'échelle nanosatellite.

Pour la trajectoire Terre-Mars, l'idée générale est de profiter de l'injection en orbite interplanétaire de la mission hôte, d'éjecter alors le CUBESAT qui sera le plus souvent en silence radio après la phase de *commissionning*, accumulant ainsi les observations jusqu'à son passage proche de Mars où il renverra vers la Terre son jeu de données en profitant d'un data-relais avec un des orbiteurs déjà sur place. Puis, à condition de réussir un survol précis de Mars, le CUBESAT pourra produire un deuxième jeu de données sur un trajet de libre-retour vers la Terre, téléchargeant alors ses données avant de se détruire dans l'atmosphère (2.5). Justement, toujours à cette convention de la MARS SOCIETY de 2013, Dennis TITO, promoteur à l'époque d'une initiative de premier survol habité de Mars à travers sa fondation INSPIRATION MARS⁷, suggérait la trajectoire de libre-retour en 2018 présentée en figure 2.5

⁶Christian Albrechts Universität Kiel, Institut für Experimentelle und Angewandte Physik, Leibnizstr. 11, 24118 Kiel, Germany

⁷La fondation ne semble plus exister mais les archives en ligne de la MARS SOCIETY témoignent de l'initiative : <http://archives.marssociety.org/2013/08/>

FIGURE 2.5 – *in* Feasibility Analysis for a Manned Mars Free-Return Mission in 2018, *Tito et al. [4]*

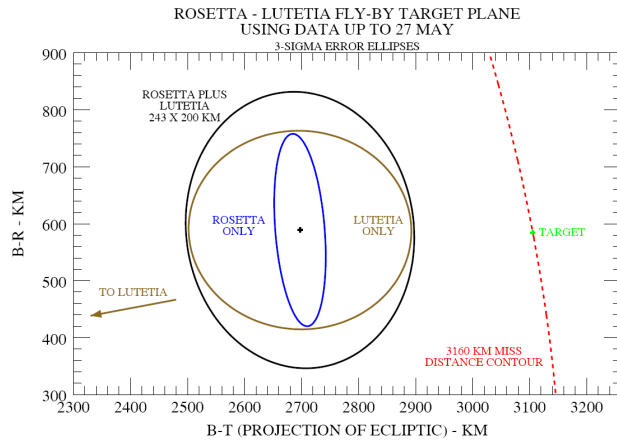
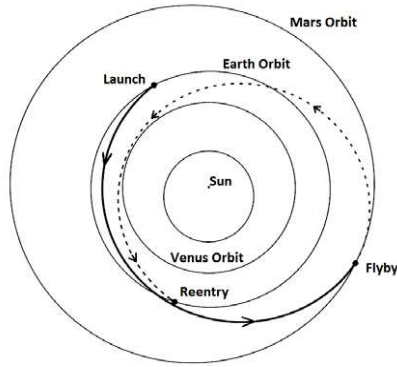


FIGURE 2.6 – *Exemple de projections des erreurs de positions dans le B-Plane (source : ESA)*

(Tito et al. [4], Tito and MacCallum [5]), en s'appuyant sur son expérience passée de dynamique de vol au JPL⁸. La fenêtre de 2018 était bien adaptée à son projet de survol habité de Mars en 501 jours en offrant une sécurité en cas de perte de la propulsion. L'idée de TITO peut être poussée plus loin, en recherchant des trajectoires au voisinage de ces libres-retours, moyennant un très petit budget de ΔV . Ces « quasi-libre-retours » consistent à réussir le survol de Mars précis qui change le plan orbital pour rediriger effectivement la trajectoire de retour vers la Terre. Pour un vol habité, le problème de ces trajectoires serait une vitesse de retour bien trop élevée pour une rentrée atmosphérique sur Terre, mais ce n'est pas un problème pour un CUBESAT qu'on laisserait se désintégrer lors de la rentrée. Selon l'approche de Mars, l'assistance gravitationnelle obtenue lors du survol permet d'ajuster la trajectoire de retour (dans certaines limites). Une très faible propulsion embarquée suffirait pour modifier fortement l'effet du survol. La précision d'approche requise doit s'exprimer sur le *B-plane* (plan perpendiculaire à l'asymptote d'approche de Mars puisqu'en repère mobile martien, la sonde suit une trajectoire gravitationnelle hyperbolique, entrant depuis l'infini dans la sphère d'influence de Mars, exemple avec le survol de Lutetia par ROSETTA en Fig. 2.6).

Dans ce concept d'opérations en CRUISE, il faut noter que le premier tronçon, de la Terre à Mars, est l'objectif de vol nécessaire et suffisant du CUBESAT. Le trajet retour permettrait un deuxième jeu de mesure mais n'est qu'un bonus scientifique. La première exigence est donc d'approcher Mars avec suffisamment de précision pour être à la fois à portée de data-relais d'un orbiteur martien et à distance de sécurité de la planète et des orbiteurs. L'IFOD doit donc produire une estimation de position en milieu de croisière, sans assistance du sol, avec assez de précision pour qu'une dérive de trajectoire soit détectable et qu'il soit encore possible de la corriger avec la micropropulsion embarquée. L'IFOD peut se faire pendant des phases planifiées avant le départ. Si possible, l'IFOD ne doit pas conduire à interrompre les mesures scientifiques, et donc doit être compatible avec le balayage du ciel requis pour la charge utile.

L'idée scientifique a certes reçu des marques d'intérêt et plusieurs aides financières. Peut-être trop ambitieuse pour un début, elle n'a pas trouvé son P.I. à

⁸Jet Propulsion Laboratory, California Institute of Technology, USA

l'époque, ni son financement véritable. Le profil de mission a néanmoins continué de mûrir en tant que cas d'étude entre l'université NCKU et C²ERES, et à l'occasion de nombreuses conférences (Cf. annexe A, p. 135).

Les autres aspects principaux du concept de CUBESAT sont résumés ici :

- L'objectif scientifique a fait l'objet du sujet de doctorat de Jordan VANNITSEN à NCKU [6]. Son article Vannitsen et al. [7] présente un outil d'exploitation de données hétérogènes d'événements d'activité solaire vus par des sondes différentes, avec ou sans un CUBESAT comme présenté ici.
- Une architecture 3U suffit avec notamment 1U dédiée à la charge utile, inspirée d'un capteur RAD miniature. Le balayage du ciel est assuré principalement dans le plan de l'écliptique par une rotation lente et permanente autour de l'axe Sud-Nord du système solaire, donc compatible avec les observations requises pour l'IFOD.
- Une micropropulsion novatrice de 0.5U est proposée, de type *Pulsed Plasma Thruster* (PPT) avec téflon liquide, qui assure à la fois la poussée linéaire et la désaturation des roues à inertie. La thèse de Gary QUINSAC dans C²ERES en 2019 a évalué la complexité système qu'introduit la micropropulsion dans des plateformes nanosatellites et a ainsi montré que la dispersion et le biais du vecteur de poussée, de même que l'interruption récurrente de la poussée sur de longues périodes, sont des risques majeurs de mauvais dimensionnement.
- Le système de télécommunication est dimensionné pour des liaisons de moyenne proximité en bande UHF/VHF et en bande S. Hors *commissioning* et *safe mode*, un signal de balise à plusieurs valeurs est émis et décrit le statut général du CUBESAT qui est écouté une fois par semaine par une antenne large du réseau *Very-Large Base Interferometry* (VLBI)⁹.
- Enfin, en tant que charge utile opportuniste, l'ensemble de l'analyse de mission doit pouvoir être révisé facilement pour une opportunité de tir donnée, ce qui a conduit notamment à une ligne de développement dans C²ERES d'un propagateur de trajectoire *Deep Space* et d'outils de prototypage de profils de mission interplanétaire.

Ce cas d'étude a rapidement pris le nom de BIRDY pour *Bleeping Interplanetary Radiation Determination Yo-yo*. Le nom a été ensuite repris en BIRDY-T pour désigner la technologie de navigation développée depuis cette époque.

Les exigences relatives à la météorologie de l'espace (*Space Weather*) sont résumées dans la table 2.2.

2.3 Géodésie spatiale d'astéroïdes

Un nanosatellite auxiliaire d'une mission mère, du fait de son coût moindre, pourrait-il faire des mesures à proximité immédiate d'un astéroïde, là où le risque serait inacceptable pour son vaisseau-mère ? Plusieurs nanosatellites pourraient constituer autant de capteurs pour une mesure multi-points ou pour plusieurs cibles. La seule détermination de masse de l'astéroïde justifiera amplement le coût spécifique d'un

⁹réseau scientifique d'antennes radio exploité par le consortium européen public JIVE

TABLE 2.2 – *Exigences de météorologie de l'espace posées à l'IFOD*

SPW-1	l'IFOD doit fournir une estimation de position en milieu de CRUISE compatible avec l'agilité de la propulsion pour approcher Mars à la distance d'un data-relais sur place
SPW-2	la précision de l'IFOD doit permettre de quantifier le risque de passer en-dessous d'une distance de sécurité à Mars, à une lune de Mars ou à un orbiter martien
SPW-3	l'IFOD est exécutée à partir de données optiques issues d'un balayage lent du plan de l'écliptique, balayage adapté à la charge utile scientifique
SPW-4	le segment sol requis par l'IFOD se limite à des données embarquées en préparation de mission, dans le cas nominal
SPW-5	si des données optiques supplémentaires sont requises (directions hors écliptique, temps d'intégration longs), l'interruption des mesures scientifiques doit être minimale
SPW-6	si des données optiques supplémentaires sont requises, le recours aux ressources de contrôle d'attitude doit être minimisé

nanosatellite du point de vue scientifique. C'est aussi un intérêt économique de prospection minière. Et, si l'astéroïde menace la Terre, la détermination de sa masse est un objectif de sauvegarde planétaire. Un tel nanosatellite devra avoir de l'autonomie car de multiples survols à basse altitude et basse vitesse sont nécessaires lorsque l'astéroïde est de faible masse.

En 2015, deux idées de l'Observatoire de Paris déjà soutenues par C²ERES ont été retenues lors d'un appel à projet de recherche du CNES et peuvent nécessiter une navigation autonome : l'étude « QBDIM » qui a ensuite été intégrée au projet BIRDY-T est présentée dans cette section ; l'étude « NOIRE » est présentée dans la section suivante.

TABLE 2.3 – *Quelques petits astéroïdes, avec vitesses de libération depuis 100 m d'altitude (valeurs indicatives, $v_{lib} = \sqrt{2GM/(0.5d + h)}$, avec d l'envergure et $h = 100$ m). La marque « (?) » signale des valeurs possibles mais encore inconnues.*

Masse (kg)	Astéroïde / mission	envergure (m)	v_{lib} (cm/s)
10^9 (?)	Didymoon / DART (NASA)	160	3
$1.4 \cdot 10^{11}$	Bennu / OSIRIS-REX (NASA)	250	29
$3.5 \cdot 10^{11}$	Itokawa / HAYABUSA (JAXA)	500	37
$5 \cdot 10^{11}$ (?)	Didymain / HERA (ESA)	800	37
10^{14} (?)	Steins / ROSETTA (ESA)	5 000	230

L'idée du P.I. de QBDIM, Daniel HESTROFFER (IMCCE¹⁰), est d'adapter la navigation autonome de BIRDY-T à un contexte d'opérations d'extrême proximité autour d'un astéroïde. L'objectif est de produire une mesure de radio-science lors de plusieurs tronçons de vol libre (sans propulsion), espacés par des retournements de

¹⁰Institut de Mécanique Céleste et de Calcul des Éphémérides, Observatoire de Paris - Université PSL

la trajectoire grâce à la propulsion. La sonde ROSETTA de l'ESA avait ainsi enchaîné plusieurs arcs hyperboliques à distance de sécurité de la comète 67P/Churyumov-Gerasimenko pour en déterminer le champ de gravité avant de s'en approcher davantage (Godard et al. [8]), moyennant une équipe au sol dont la dextérité avait fait l'admiration de la communauté du spatial et la une de l'actualité mondiale de vulgarisation scientifique pendant plusieurs mois. Ici, la navigation autonome est recherchée pour maximiser les opérations sans nécessiter un pilotage expert (et complexe) depuis le sol qu'il faudrait ensuite relayer via la mission mère. Par accumulation de suffisamment de mesures, une reconstruction précise d'orbite est possible au sol et contraint progressivement les modèles de structure interne de l'astéroïde. La première donnée souhaitée est la masse totale de l'astéroïde. Or, à des masses de 10^{11} kg (Cf. table 2.3) et à une altitude de quelque 100 mètres, les vitesses de libération sont déjà inférieures à 1 m/s. La déflexion due à l'astéroïde est même imperceptible pour un survol à 1 m/s. Il faut donc voler bas et lentement, si possible plusieurs fois. Mais si la déflexion est perçue, alors la masse est contrainte, puis la densité par combinaison avec l'imagerie de l'astéroïde. Or les densités observées varient considérablement, de 1.2 à 4.9 (base de données en ligne, [9]), selon le degré de porosité et la composition moyenne des astéroïdes. Enfin, l'accès à des propriétés telles que l'homogénéité de l'astéroïde est également possible sur le même principe, moyennant de multiplier les mesures, et donc les survols, à toutes les latitudes.

Il apparaît clairement qu'un nanosatellite autonome capable de mesures de radio-science est un concept prometteur. L'alternative d'un atterrisseur est également intéressante, et même complémentaire, car elle permet de sonder l'intérieur du corps par tomographie. En fin de mission, le nanosatellite peut d'ailleurs s'échouer doucement à la surface, évitant ainsi de constituer un débris mobile et continuant d'émettre des données jusqu'à son dernier watt.

La mesure de radio-science est une technique déjà arrivée à maturité pour la géodésie spatiale. Ainsi des expériences de survols rapprochés de la lune martienne Phobos par la sonde MARS EXPRESS de l'ESA (à 77 km de distance en 2010, Pätzold et al. [10]) ont permis d'en estimer la masse totale, les premières harmoniques sphériques C_{20} et C_{22} et sa masse volumique. Plus tôt et en complément de données d'imagerie, Rosenblatt [11] proposait en 2011 un scénario de formation des lunes martiennes.

La première étape est la collecte de la mesure brute : écouter depuis le sol un signal radio émis (ou retourné) par la sonde spatiale pendant toute la phase de survol, afin de mesurer la durée de propagation du signal et son Doppler, puis d'en déduire $(\varrho, \dot{\varrho})$, la distance et la vitesse radiale de la sonde. La mesure est entachée d'erreurs essentiellement liées à la durée d'intégration du signal, à la précision de datation du signal et à la propagation à travers la bande atmosphérique terrestre, au départ et au retour du signal :

- La durée d'intégration d'une mesure élémentaire pour disposer d'un rapport signal sur bruit suffisant dépend de la fréquence du signal. Elle doit être adaptée à la résolution de vitesse recherchée et à la durée du phénomène observé, donc aux vitesses relatives en jeu. Par exemple les orbites de référence a posteriori pour les opérations de la sonde ESA VENUS EXPRESS étaient régulièrement reconstruites par écoute depuis le VLBI des télécommunications nominales montantes en bande X et descendantes en bandes S et X (Bocanegra-Bahamón et al. [12]). Pour les CUBESATS, la bande S existe déjà en COTS et la bande X le sera prochainement.

- Pour la datation, il y a plusieurs configurations, en particulier *1-way* et *2-way*. Dans la mesure *1-way*, la sonde émet un signal daté qui est exploité au sol. L'antenne sol n'est que réceptrice (par exemple, le réseau VLBI) mais la sonde doit alors embarquer un oscillateur ultra-stable - USO - dont la stabilité impose une régulation thermique complexe et consommatrice pour un nanosatellite, et elle doit procéder à des synchronisations d'horloge à intervalles réguliers. Dans la mesure *2-way*, un émetteur envoie un signal avec une datation précise et la sonde réceptrice retourne ce signal par son transpondeur. L'émetteur est soit une antenne *Deep Space* au sol, soit le vaisseau-mère qui doit alors embarquer un USO pour la datation.
- Pour les erreurs liées à la bande atmosphérique, des mesures météo locales sont nécessaires (et sont réalisées) afin de produire une bonne modélisation de la traversée.

La deuxième étape est de reconstruire le plus précisément possible la trajectoire de la sonde, ou *Precise Orbit Determination* (POD). Dans ce but, un outil comme GINS (Géodésie par Intégration Numérique Simultanée)¹¹ est proposé par le CNES à la communauté scientifique, porté par le Groupe de Recherche de Géodésie Spatiale (GRGS)¹². D'autres outils existent, passés en revue par Bertone et al. [13], comme GEODYN de NASA GSFC, MIRAGE/MONTE de NASA JPL ou ODS de l'ESA ESOC, avec des objectifs analogues. Les mesures brutes de radio-science, séries de points en distance et Doppler, sont exploitées dans l'outil de POD de GINS pour trouver le meilleur ajustement de ces observations avec le modèle gravitationnel recherché. Par exemple, la sphère de Hill d'un astéroïde de 10^{10} kg (typiquement 100 m) à 2 UA a un rayon de 35 km et illustre jusqu'à quelle distance il reste pertinent de reconstruire l'orbite d'un objet qui aurait subi une perturbation gravitationnelle. In-fine, seule la performance de POD compte et doit être spécifiée en fonction du contexte scientifique, pour conditionner la performance de l'ensemble de la chaîne de mesure : bandes de fréquence, précision d'horloge, segment sol, nombre de jeux de mesures.

Puisque BIRDY-T est une expérience auxiliaire dans une mission mère, les cibles scientifiques résultent de deux catégories possibles de mission : les missions de survol unique et les missions de rendez-vous.

Dans la catégorie des survols uniques, la performance attendue s'exprime en termes de distance et de vitesse du survol. La figure 2.7 montre la relation suivante (Eq.2.1), interprétée de Anderson et al. [14] et Pätzold et al. [15] :

$$\frac{\sigma_{GM}}{GM} = \frac{v \cdot r}{GM} \cdot \sigma_v \quad (2.1)$$

Elle illustre le gabarit de précision σ_{GM}/GM atteignable par radio-science pour la détermination de la masse M d'un objet survolé, en fonction de la distance r et de la vitesse v de survol et compte-tenu d'une précision de mesure de vitesse σ_v (ici la bande X est supposée et permet $\sigma_v = 0.02$ mm/s). La vitesse de survol est présentée par un rapport à l'estimation de GM du corps afin de constituer des « iso- (v/GM) » dont quelques valeurs sont données en exemple en table 2.4. Par

¹¹<https://grgs.obs-mip.fr/recherche/logiciels/gins/>, documentation 12/2013

¹²ce groupement scientifique fédère en France des équipes de recherche de 11 institutions nationales ; le GRGS et son regretté coordinateur Richard Biancale, décédé le 4 février 2019, ont invité l'auteur de cette thèse à présenter BIRDY-T lors de l'école d'été 2016

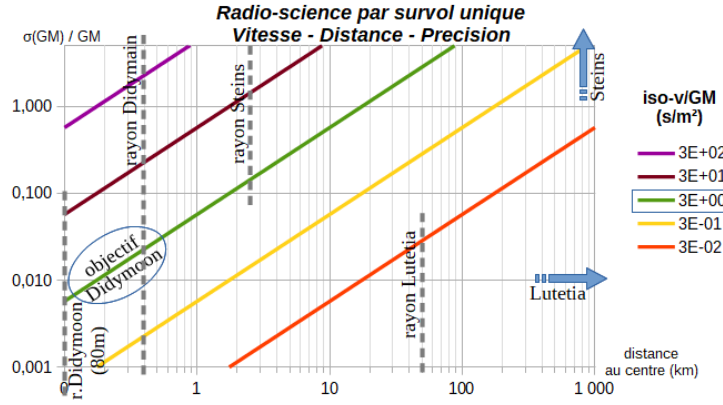


FIGURE 2.7 – Précisions atteintes par radio-science lors d'un survol unique ($\sigma_v = 0.02 \text{ mm/s}$, quelques $\text{iso-}(v/GM)$ donnés en table 2.4).

exemple, le survol en 2008 de Steins par ROSETTA a eu lieu à 800 km et à 8.6 km/s (v/GM attendu à $\simeq 6E-01$ S.I.) : sa masse était en-dessous des limites de sensibilité (pour une taille d'environ 5 km) et n'a pas pu être déterminée (Accomazzo et al. [16]). En revanche, deux ans plus tard, le survol de Lutetia qui est 20 fois plus gros que Steins (100 km), s'est fait à 15 km/s et à une distance de 3170 km (Schulz et al. [17]) : $v/GM \simeq 1E-04$ S.I., ce survol unique a bien permis de déterminer la masse de Lutetia par radio-science à 1% près, soit $(1.700 \pm 0.017) \cdot 10^{18} \text{ kg}$ (Pätzold et al. [18]).

TABLE 2.4 – Estimations d' $\text{Iso-}(v/GM)$ pour Fig.2.7 (S.I. : s.m^{-2})

rayon (\simeq)	$v \longrightarrow$	1 m/s	30 m/s	1 km/s	30 km/s
80 m	Didymoon	3E+00	9E+01	3E+03	9E+04
400 m	Didymain	3E-02	9E-01	3E+01	9E+02
2500 m	Steins	7E-05	2E-03	7E-02	2E+00
50 km	Lutetia	9E-09	3E-07	9E-06	3E-04

Aujourd'hui plusieurs propositions de mission ciblent des comètes ou astéroïdes de gabarits très différents (jusqu'à 150 m d'envergure en limite inférieure pour une thématique *Space Situational Awareness*). Lorsque les vitesses de survol sont suffisamment basses (moins de 5 km/s) un des concepts d'opération est de faire le survol avec une formation en « peigne » de 2 nanosatellites ou plus, séparés d'une distance telle qu'au moins 1 nanosatellite soit défléchi et au moins 1 ne le soit pas. L'observation consiste alors à détecter après le survol, par radio-science (positions relatives) ou Lidar (Doppler), une déflexion de l'un par rapport à l'autre. J'ai proposé ce concept en avril 2019 lors d'une session d'analyse de mission organisée par *University of Strathclyde Engineering* où j'avais été invité comme expert : le *bump* de vitesse transversale lors d'un survol à 1 km de distance avait alors été estimé à 10^{-4} à 10^{-3} mm/s , soit $\sim 10 \text{ cm/jour}$. Cette déflexion donne directement accès à la masse de l'astéroïde et elle est mesurable si les 2 nanosatellites sont gardés strictement passifs pendant quelques jours après le survol, orientés Soleil, de sorte que toutes les perturbations autres que la gravitation subie sont identiques pour les 2 pendant toute la mesure radio-science. Dans ces survols uniques, l'IFOD est plutôt

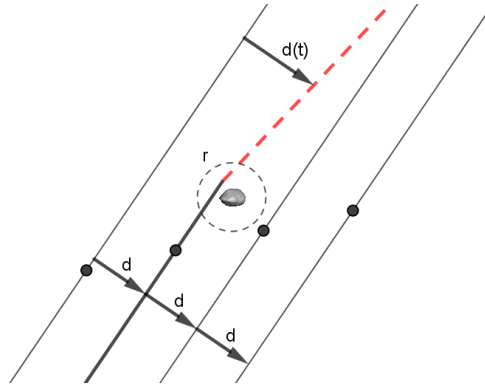


FIGURE 2.8 – *Survol d'astéroïde par une formation en peigne*

presentie comme moyen d'économiser des télécommunications avec le sol pendant la croisière. Toutefois, le concept de « vol en peigne » d'une flotille de n nanosatellites de distance moyenne d entre les satellites (Cf.Fig.2.8), où le but est que l'un d'eux soit assez proche de la cible pour être défléchi, donne une contrainte de précision de navigation de $3\sigma \leq (n + 1).r$ avec $d \leq 2r$, où r est la distance maximum de survol scientifiquement nécessaire. Les autres nanosatellites peuvent alors réaliser de l'imagerie sous plusieurs angles et des mesures plasmas multi-points, complétant utilement la radio-science.

Dans la catégorie des rendez-vous, la configuration mère-fille la plus probable est que le satellite-mère reste à distance de sécurité de l'astéroïde, largue le satellite-fille une fois sur place, donc à vitesse relative proche de la vitesse de largage, et lui assure le data-relais avec le sol à intervalles réguliers. Plusieurs missions ou propositions de missions existent sur ce principe. En particulier HAYABUSA 2 autour de l'astéroïde Ryugu a libéré une petite caméra autonome en même temps qu'un impacteur pour filmer l'impact sur Ryugu alors que le satellite-mère était mis à l'abri de l'autre côté de l'astéroïde (Soldini and Tsuda [19]). La proposition en cours à l'ESA pour la mission HERA (Michel et al. [20]) cible le système double 65803 Didymos (1996 GT), dont les deux composantes sont surnommées Didymain et Didymoon. Ce géocroiseur est également ciblé par la mission DART de la NASA pour impacter le corps secondaire Didymoon en septembre ou octobre 2022 lors de sa plus courte distance à la Terre (0.013 UA). Il s'agit d'une tentative à échelle réduite de déflexion d'un astéroïde (Didymoon mesure environ 160 m) dans le cadre de la protection planétaire face aux géocroiseurs menaçant la Terre. Pour apprécier l'efficacité de la manœuvre, une grande inconnue du problème est la masse de Didymoon, et plus généralement sa composition. HERA est prévue en rendez-vous avec Didymos pour des observations in-situ de longue durée et emporte 2 CUBESATS 6U. Des mesures de Didymoon par tomographie entre les 2 CUBESATS sont prévues. Il n'y a pas encore de radio-science avec les CUBESATS, ce qui pourrait encore évoluer : si un Oscillateur Ultra-Stable (USO) est ajouté dans le satellite-mère (plus facilement que dans le CUBESAT), cela autorise des mesures radio-science *2-way* entre mère et fille et entre sol et fille, et *1-way* ou *2-way* entre mère et sol. Dans le cas particulier du corps secondaire Didymoon, sa masse sera recherchée à mieux que 10%, et même 1% souhaité. Une proposition par imagerie depuis le vaisseau-mère du *wobbling* induit par Didymoon sur Didymain est avancée mais reste peu étayée et donc encore assez spéculative (résumé de conférence par Grieger and Kuppers [21], instrument *AFC*). Une mesure radio-science est également proposée avec l'instrument *RSE* par Zannoni et al. [22]

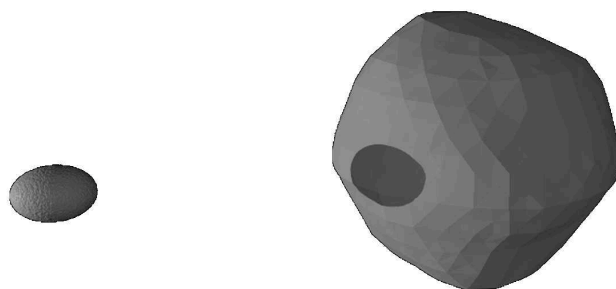


FIGURE 2.9 – *Modélisation préliminaire de Didymos à partir de données radar et photométrique de 2003, Michel et al. [23]*

qui fournirait, en combinaison avec l'imagerie, la masse de Didymoon à 1.6% sur la base de 8 survols à 10 km.

D'après la figure 2.7 (certes pour des survols uniques), l'objectif de 1% exigerait plutôt des survols à 1 m/s ($\text{Iso}-(v/GM) \simeq 3E+00$ S.I.) et des distances inférieures au kilomètre. Ce besoin de mesure correspond très précisément à ce que l'on peut espérer d'une mission PROXOPS avec nanosatellite, et l'ambition raisonnable d'accéder en plus aux premières harmoniques sphériques après plusieurs survols.

Une mission de rendez-vous avec Didymos est ainsi caractéristique de ce que l'IFOD peut utilement apporter. Les propriétés de Didymos qui sont à considérer ici sont les suivantes (extraites de Michel et al. [23] citant des sources PDS et JPL, et de Michel et al. [20], voir Fig. 2.9) :

- Système double sur une orbite très elliptique ($e \simeq 0.4$) dont le périhélie est à 1.013 UA, Didymos sera donc à plus de 2 millions de km de la Terre lors du rendez-vous avec HERA
- Distance Didymain-Didymoon $1180+40/-20$ m ; période orbitale $11.920+0.004/-0.006$ h (3σ), masse estimée de l'ensemble $(5.28 \pm 0.54) \times 10^{11}$ kg (essentiellement du primaire).
- Didymain : diamètre 780 m ($\pm 10\%$, 3σ), densité 2.1 ($\pm 30\%$)
- Didymoon : masse inconnue, objectif de connaissance à mieux que 10% ; densité inconnue, attendue entre 1 et 2.1, objectif de connaissance à mieux que 20% ; diamètre estimé 163 ± 18 m, non sphérique (probablement ovoïde).

J'ai proposé un concept d'opérations pour BIRDY-T par « *flying-legs* », une alternance d'arcs hyperboliques en vol libre à faible vitesse, $\simeq 1$ m/s pendant moins de 1 jour, et de *Trajectory Correction Maneuver* (TCM) de retournement de la trajectoire, ou *TCM Loop*, sur $\simeq 1$ jour. Les *TCM Loops* sont conçues pour minimiser les effets des incertitudes de l'environnement local (Fig.2.10) : hors perturbations, une modulation simple du vecteur de poussée permet, en fin de TCM, de revenir au point de départ de la TCM. Ainsi, même en cas de petites perturbations, le point d'arrivée restera assez proche du point de départ. Cette manœuvre est très flexible : elle peut se dérouler en aveugle (ou avec une boucle de contrôle d'attitude) et elle assure aussi bien le changement de plan orbital (pour sonder différentes latitudes de survol) que l'ajustement de la direction de sortie en allongeant ou raccourcissant

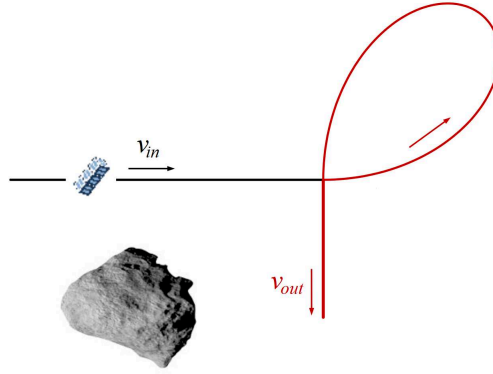


FIGURE 2.10 – *Concept de TCM Loop (illustration G.QUINSAC)*

sa durée. Son analyse détaillée est en cours au titre des travaux de thèse de Gary Quinsac en 2019, [24].

L'IFOD est exécutée en fin de chaque arc, avant et afin de calculer la boucle TCM suivante. Selon les ressources à bord en parallèle de la radio-science, elle pourrait être exécutée plus tôt, ce qui est aussi l'objet de la présente thèse : plus l'algorithme sera tolérant face au gradient du champ local d'accélération, plus les arcs hyperboliques pourront être courts et plus nombreux seront les survols donc les mesures. Le critère de précision peut s'exprimer ainsi : une erreur $\vec{\epsilon}$ de positionnement en début de TCM, et donc idéalement aussi en sortie, se traduirait par une différence d'altitude de survol, par rapport à celle initialement ciblée, de $\delta h = \|\vec{\epsilon} \wedge \vec{u}_{out}\|$, où \vec{u}_{out} est la direction unitaire de la vitesse de sortie. Une exigence de précision simple est d'avoir une précision meilleure que la valeur de l'altitude de survol elle-même.

Un autre concept d'opération en rendez-vous a été envisagé pour maximiser la radio-science mais semble plus délicat. Il consiste à installer une orbite entretenue autour du corps d'intérêt (par exemple Didymoon ici). La radio-science consisterait à déterminer quels sont les paramètres orbitaux osculateurs qui permettent de reconstruire la trajectoire observée. Or pour des masses très petites d'astéroïdes, il n'y a pas de mise en orbite pratique sur le plan opérationnel. La vitesse linéaire de rotation de Didymoon autour de Didymain est estimée à 17 cm/s, une vitesse de seulement 1 m/s est donc déjà au-dessus des vitesses d'évasion du système (une orbite circulaire à moins de 100 m d'altitude de Didymain, dont le rayon est de 400 m, signifierait une vitesse de 60 cm/s). Or une orbite entretenue, avec pour but une POD par mesures radio-science au sol, suppose une excellente maîtrise des perturbations autres que le champ gravitationnel recherché, incompatible avec l'imprécision de la poussée d'une micropropulsion nanosatellite d'aujourd'hui, comme démontré par Quinsac et al. [25]. Quant à installer une orbite autour de Didymoon, c'est encore plus délicat puisque son champ est dominé par celui de Didymain. Plus généralement, il n'y a pas de sphère d'influence par rapport au Soleil facilement exploitable pour un trop petit corps, au mieux des co-orbites avec le soleil peuvent être recherchées comme cela est tenté autour de Phobos dans le système Phobos-Mars par Canalias et al. [26]. Le concept d'opérations d'orbites entretenues n'est donc pas retenu ici en priorité.

Pour récapituler :

- Le concept d'opérations envisagé dans les missions de survols uniques est similaire au CRUISE. Les exigences de précisions sur l'IFOD s'expriment facilement

TABLE 2.5 – *Exigences de géodésie spatiale posées à l'IFOD*

GSPA-1	Pour un survol unique d'astéroïde, l'IFOD doit fournir une estimation de position en milieu de CRUISE compatible avec l'agilité de la propulsion pour approcher l'astéroïde (similaire SPW-1)
GSPA-2	Pour un survol en « peigne » à n nanosatellites, la précision de l'IFOD doit être $3\sigma \leq (n + 1).r$, avec r la distance maximum de survol scientifiquement requise
GSPA-3	En rendez-vous, la précision de l'IFOD doit être meilleure que l'altitude de survol recherchée
GSPA-4	En rendez-vous, l'IFOD doit s'exécuter en un temps minimum et compatible avec des vitesses typiques de survol de 1 m/s, afin de maximiser le nombre de survols
GSPA-5	En rendez-vous, l'IFOD doit s'exécuter y compris pendant la phase de plus forte déflexion (au plus proche de l'astéroïde)
GSPA-6	En rendez-vous, l'IFOD doit quantifier le risque de passer en-dessous d'une distance de sécurité à l'astéroïde ou aux sondes qui opèrent dans le voisinage
GSPA-7	En rendez-vous, le segment sol requis par l'IFOD doit être compatible avec une liaison faible débit relayée par mission-mère, et fournir assez d'autonomie pour plusieurs jours d'opérations

dans le cas d'un nanosatellite ou d'une formation de plusieurs en « peigne ».

- Le concept d'opérations pour les missions de rendez-vous sera désigné par PROXOPS. L'IFOD y est exécutée à distance de l'astéroïde (jusqu'à 40 km mais moins si besoin, selon la durée voulue de l'arc en vol libre). Les exigences associées visant à l'évitement de l'astéroïde, la précision attendue est alors de même ordre que les altitudes de survol ciblées. Les risques de collisions avec la mission-mère ou un autre satellite-fille seront aussi à ajouter. Comme pour CRUISE, la performance de l'IFOD doit être ajustée avec celle des TCM.

Les exigences relatives à la géodésie spatiale sont résumées dans la table 2.5.

2.4 D'autres applications

Les applications précédentes pour la météorologie de l'espace et pour la géodésie spatiale ont montré à la fois que l'objectif scientifique était le moteur de la performance de l'IFOD et que, faute d'avoir une vision exacte de la mission envisagée, la performance de précision voulue restait une abstraction. Une solution technique doit avant tout être portée par un besoin scientifique, ce qui constitue la première justification de C²ERES au sein de l'Observatoire de Paris.

Ainsi, d'autres idées scientifiques y sont explorées, en interne ou en coopération avec d'autres organisations scientifiques, qui pourraient nécessiter l'IFOD. Nous en mentionnons deux ici : la première est un besoin très proche de la géodésie spatiale de « tour interplanétaire » pour visiter en séquence plusieurs astéroïdes, la deuxième visant à ouvrir le champ de l'imagerie radio basse-fréquence du ciel. Ce sont là deux

exemples de ruptures dans les propositions de missions scientifiques qui pourront convaincre les acteurs traditionnels grâce à une « approche » CUBESAT, même si finalement le « facteur de forme CUBESAT » n'est pas forcément celui retenu.

2.4.1 Tour interplanétaire vers plusieurs astéroïdes

Plusieurs équipes scientifiques réfléchissent à un profil de mission générique de tour interplanétaire vers des astéroïdes. Au titre de BIRDY-T, nous avons engagé des discussions avec Andris SLAVINSKIS en 2018, suite à son idée d'une flotte de nano-satellites pour un tour vers plusieurs astéroïdes avec une propulsion par voile solaire (concept de mission *MAT*, *Multi-Asteroid Tour*, [27]).

La première motivation de ce profil de mission est la diversité des astéroïdes. Maintenant que les principaux objets du système solaire (en termes de tailles) ont été visités par des missions dédiées, il apparaît que la caractéristique qui les réunit tous est l'extrême diversité des planètes et de leurs lunes. Nous en sommes aux débuts de l'exploration des exoplanètes et, là aussi, au-delà de la « pluralité des mondes » anticipée par Giordano BRUNO, le dénominateur commun apparaît clairement être la diversité de ces mondes. Dans la classification des astéroïdes aussi, de nombreuses familles se distinguent, présageant de nouvelles connaissances sur leur composition, leur origine et celle du système solaire, notamment : *Main Belt Comets* (MBC), *Dynamic New Comets* (DNC), *Fast Rotators* et *Non-Principal Axis Rotators* (NPA), satellites de planètes irréguliers, *Trans-Neptunian Orbits* (TNO). Les premières images des astéroïdes visités confirment l'extrême diversité de tous ces petits corps qui constituent probablement tout un continuum depuis la poussière interplanétaire jusqu'aux comètes et aux produits de premières collisions spatiales.

Dans ce nouveau champ de recherche, l'approche traditionnelle d'une mission spatiale vers un objet céleste qui nécessite des années de développement et encore des années de vol vers sa destination unique ne sera bientôt plus permise. Elle induit un biais dommageable : les objets les plus accessibles (trajet et *DeltaV* moindres), les plus prévisibles (instrumentation déjà adaptée) ou les plus dangereux (protection planétaire) sont privilégiés, au détriment d'une découverte et d'une compréhension plus panoramique des phénomènes en jeu. Ces biais sont bien connus, sans qu'ils soient pour autant contrecarrés. Par exemple, en exoplanétologie par la recherche des seules « exoterras » au détriment des divers systèmes planétaires possibles. Encore avant, la recherche du vivant privilégiait anormalement la « zone d'habitabilité » autour de l'étoile à cause de l'exemple de la Terre. Désormais, pour notre système solaire, elle se fait plutôt dans le sous-sol des lunes de Jupiter ou de Saturne. Au moins pour ces raisons, et sans même évoquer les possibles ressources minières (pour fabrication dans et pour l'espace, stations service de véhicules spatiaux), il est probable que la reconnaissance de dizaines voire de centaines d'astéroïdes ou l'exploration systématique de tous les satellites d'une planète seront des évidences dans les années à venir. Les exigences en termes de navigation seront compensées par le nombre de sondes envoyées, chaque tir de fusée pouvant emporter plusieurs flottilles de nanosatellites et chaque flottille pouvant cibler une série d'astéroïdes de la ceinture principale entre Mars et Jupiter.

Ainsi le principal objectif du concept *MAT* par Slavinskis et al. [27] est de combler l'écart de connaissance entre la poignée d'astéroïdes déjà visités et la vaste population d'astéroïdes surveillés. Les astéroïdes ciblés ont des tailles de 400 m à 200 km. Ils subissent des pertes de masse de 10 g à 150 kg par seconde, créant donc un voisinage risqué (on se rappelle le *safe mode* de Rosetta lors des premiers déga-

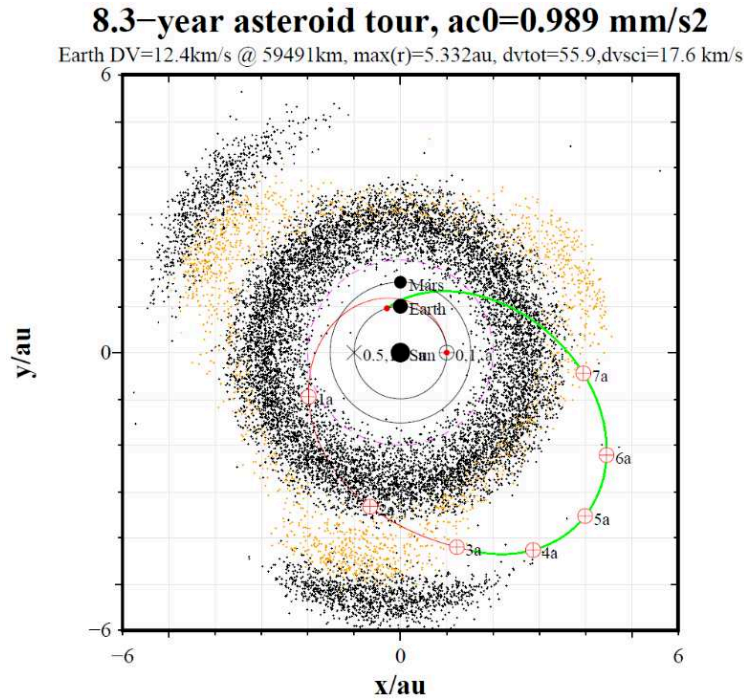


FIGURE 2.11 – *Concept MAT, Tour interplanétaire visant la famille d’astéroïdes Hilda et les Troyens de Jupiter, Slavinskis et al. [27].*

zages de la comète 67P). Certains sont des binaires avec un demi-grand axe de 1 à 600 km. Pour chaque cible, une flottille de 2 sondes est prévue, et une flotte de 40 à 80 sondes par lancement depuis la Terre. À ce stade de la maturité du concept, une instrumentation à base de spectromètres IR et d’imagerie à haute résolution fait consensus. La spectrométrie de surface étant peu révélatrice de la structure interne, un sondage de l’intérieur, par exemple par tomographie ou par déflexion lors du survol, sera pertinent pour déduire la masse de l’objet en combinaison avec son imagerie.

Ce profil de mission est donc très similaire à ceux envisagés pour la géodésie spatiale lors de survols uniques, avec des vitesses de survol de l’ordre de 10 km/s. La différence principale, en plus de la propulsion qui est ici une voile solaire, est dans la nature générique recherchée, en vue d’une production en série des sondes spatiales. Ici plus qu’ailleurs, la généricité et l’adaptabilité du concept de survol d’une formation en « peigne » se justifie. Quelques exemples de profils de mission ont été publiés comme ici en figure 2.11 une trajectoire de 8.3 ans visitant la famille d’astéroïdes Hilda et les Troyens de Jupiter, la population d’astéroïdes montrée étant issue du plus récent recensement par la mission GAIA de l’ESA.

2.4.2 Interférométrie radio-basse fréquence

Dans la dynamique du projet de radioastronomie spatiale OLFAR porté notamment par Bentum and Boonstra [28], l’échelle nanosatellite est apparue comme solution possible pour réaliser un interféromètre basse fréquence depuis l’espace. Lors de son appel à projets de recherche pour 2016, le CNES a ainsi décidé de conduire une

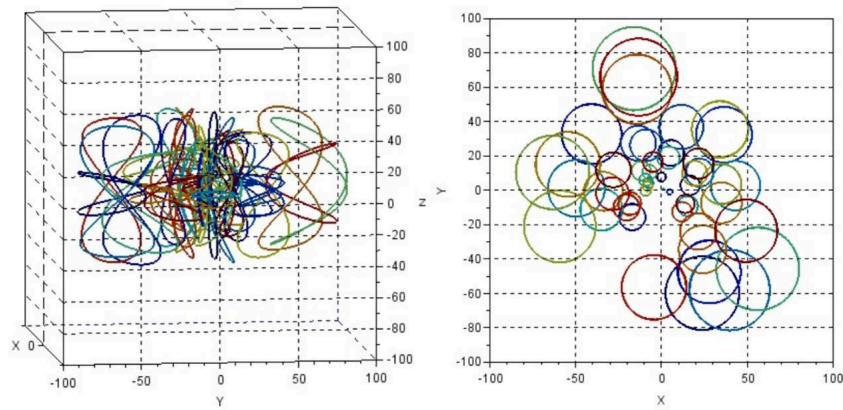


FIGURE 2.12 – Évolution d'un essaim de nanosatellites en orbite lunaire circulaire, par rapport au centre de masse de l'essaim, en 3D (à gauche) et en projection sur le plan orbital de l'essaim (à droite). Distances en km. Réf. : Cecconi et al. [29].

étude appelée NOIRE, inspirée par OLFAR et portée par Baptiste CECCONI¹³, étude conduite au PASO¹⁴ : un essaim de nanosatellites évolue en orbite lunaire pour constituer un observatoire radio basse-fréquence à l'abri des pollutions terrestres. L'objectif n'est rien moins que d'ouvrir une nouvelle fenêtre spectrale pour l'imagerie, celle des fréquences en-dessous de 30 MHz filtrées par l'atmosphère terrestre. La résolution angulaire requise pour produire de l'imagerie nécessite de l'interférométrie ou un réseau phasé (*beamforming*) avec des lignes de base supérieures à 100 mètres et si possible jusqu'à 50 kilomètres pour résoudre les fréquences 30 MHz à 60 kHz (c/ν de 10 m à 5 km). L'essaim de nanosatellites fournirait alors des lignes de base de longueurs multiples et dans de multiples directions.

Le récepteur radio considéré est la technologie STAR co-financée par le CNES, en développement au LESIA : dans un domaine basse-fréquence, il apporte une dynamique de mesure considérablement améliorée par rapport à aujourd'hui, dans un volume compatible d'un nanosatellite (la référence considérée étant l'instrument RPW réalisé par le LESIA pour la mission SOLAR ORBITER de l'ESA). La difficulté aux fréquences visées sera d'assurer une propreté électromagnétique de la plateforme, ce qui est un enjeu en soi compte tenu du recours aux COTS souhaité pour un essaim de plateformes.

L'essaim de nanosatellites envisagé va jusqu'à 50 unités. Dans un régime orbital autour de la Lune, non entretenu, l'essaim « pulse » naturellement sur des distances de quelques kilomètres à $\simeq 100$ km sans se disperser, du moins à court ou moyen terme (Fig. 2.12). Ce comportement est très favorable à l'objectif scientifique : il permet d'ajuster le traitement embarqué aux fréquences les plus favorablement observées.

Un des enjeux majeurs de la navigation est de connaître les positions relatives et les orientations de chaque nœud de l'essaim. Le problème n'est pas de piloter le nuage, mais on devine qu'une propulsion devra être prévue afin d'assurer la maintenance orbitale. En l'absence de constellation GNSS disponible depuis la Lune, ce qui pourrait certes changer, la navigation fournie par l'IFOD pourrait constituer une réponse.

¹³Laboratoire d'études spatiales et d'instrumentation en astrophysique, Observatoire de Paris - Université PSL

¹⁴Plateau d'Architecture des Systèmes Orbitaux, dispositif CNES d'ingénierie concourante pour des études inter-disciplinaires exploratoires

Le besoin scientifique de navigation est donc de connaître la forme et l'orientation de l'essaim collectivement. Les exigences de précision de position ne sont pas encore consolidées. À titre indicatif (discussions de travail avec Baptiste CECCONI, 2019), la précision de position relative dans l'essaim est attendue au cm sur reconstruction à partir des inter-distances fournies en Doppler, et la précision de position absolue d'un des nœuds est attendue entre 1 et 10 km.

Détermination de position en interplanétaire

La navigation autonome n'a pas encore été tentée à l'échelle nanosatellite. De manière générale, les techniques de localisation pratiquées en interplanétaire passent encore par du calcul intensif au sol et les solutions embarquées, à part sur DEEP SPACE 1, sont encore à l'état d'idées. Par ailleurs, une partie des besoins de code embarqué apparaissant dans cette thèse peut bénéficier de l'expérience existante : traitements d'image, filtres de Kalman comme estimateurs par chaîne de Markov, traduction finale en C++. Ce chapitre passera en revue les expériences en interplanétaire pour les nanosatellites et pour les techniques de localisation et les solutions embarquées, puis les enjeux d'algorithmique.

3.1 Nanosatellites en interplanétaire

Les petites sondes auxiliaires à une mission principale ne datent pas d'hier, mais jusqu'à présent aucune n'a été autonome pour sa navigation. La mission de double CUBESATS MarCO de NASA/JPL a été, elle aussi, entièrement pilotée depuis le sol, même si elle représente tout de même un nouveau cap par l'emploi du format CUBESAT en interplanétaire et son ambition de mission *low-cost*.

De nombreuses missions spatiales ont prévu des sondes auxiliaires plus ou moins petites. Il s'agit souvent d'atterrisseurs bardés d'instruments, comme HUYGENS de l'ESA sur Titan à bord de la mission CASSINI de la NASA, PHILAE avec ROSETTA de l'ESA sur 67P/Churyumov-Gerasimenko, ou récemment MASCOT de CNES-DLR (environ 10 kg) avec la mission HAYABUSA 2 de la JAXA. Ces accompagnateurs sont complexes et ont d'ailleurs été développés spécifiquement en complément et en parallèle d'une mission mère. Une capacité de localisation est nécessaire : par exemple PHILAE n'a pas pu être sauvée suite à ses rebonds imprévus, limitant ainsi le retour scientifique depuis le point où il était bloqué. HAYABUSA 2, en train d'explorer l'astéroïde Ryugu en 2019, emportait d'autres passagers que MASCOT, ultra-spécialisés, simples, adaptés à la prise de risque : notamment trois micro-rovers MINERVA de 500 g, destinés à la surface et emportant chacun un imageur et des capteurs d'attitude ; ainsi qu'un petit module avec caméra pour rester en orbite et filmer une explosion provoquée volontairement à la surface tandis que le satellite-mère se protégeait de l'autre côté de l'astéroïde (Soldini and Tsuda [19]). Toutes ces missions auxiliaires n'ont pas encore fait l'objet de retour d'expérience et les opérations continuent. Leur multiplicité marque un changement d'esprit, même si les micro-rovers n'ont finalement pas contribué efficacement, justement du fait de la difficulté à les



FIGURE 3.1 – Image par la sonde NASA MARCO-B dite « Wall-E », le 26/11/2018 à 7 600 km de Mars (source : NASA/JPL-Caltech)

localiser à la surface (Hockman et al. [30]).

La mission MARCO de la NASA a représenté un tournant. Certes, le pilotage a été entièrement réalisé depuis le sol, mais le magnifique autoportrait, où la planète Mars se reflète dans l'antenne à grand gain (Fig. 3.1), démontre que l'espace profond est bien la nouvelle frontière du format CUBESAT. L'objectif principal de MARCO était de relayer la descente d'INSIGHT sur Mars. Elle n'était pas indispensable à INSIGHT et consistait en plusieurs démonstrations technologiques (Sternberg [31]). Les CUBESATS jumeaux ont été éjectés de la mission hôte dès le début de la croisière interplanétaire, suivant un scénario proche du contexte CRUISE de BIRDY-T, à la différence près que la liaison avec le sol était maintenue en continu (antenne à grand gain, Fig. 3.2). Lors de discussions informelles, un coût de 15 M\$US a été évoqué pour les deux CUBESATS (sans préciser si la quote-part du lancement ou la totalité du coût humain sont inclus). Le jour de l'arrivée de INSIGHT sur Mars, la salle d'opérations prévoyait deux opérateurs MARCO, aux côtés mais séparés (et avec des sweat-shirts différents) de l'équipe INSIGHT. L'effet a été de marquer la dimension « bonus » de MARCO, dans un esprit de science complémentaire à moindre coût. De fait, les enseignements de MARCO sont bien là : une mission décidée en plus de INSIGHT et sans l'impacter, ni dans le développement ni dans les opérations, développée en un délai court, avec un budget incomparablement inférieur aux missions planétaires traditionnelles. MARCO a montré que des systèmes COTS pouvaient être durcis, pour résister aux radiations, inaugurant une nouvelle génération de systèmes. En revanche, le changement de paradigme n'a pas eu lieu au niveau « mission » puisque le guidage a été entièrement mené depuis la Terre avec recours aux antennes NASA du *Deep Space Network*, depuis la reconstruction d'orbite jusqu'à l'envoi des télécommandes de navigation.

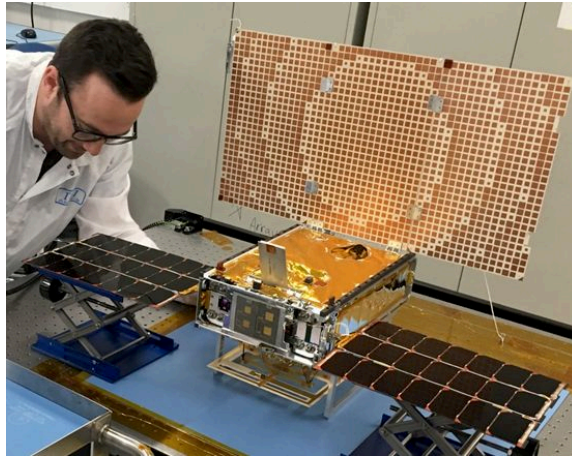


FIGURE 3.2 – *Un des 2 CUBESATS de MARCO de la NASA, antenne à grand gain verticalement (source : NASA/JPL-Caltech)*

3.2 Techniques de localisation depuis le sol

Nous parlerons ici de détermination d'orbite, qui est l'expression couramment employée. Pourtant le sujet de cette thèse est *stricto sensu* la détermination de position, sans recherche de paramètres orbitaux éventuels. De manière générale, les techniques pour l'orbite terrestre ne sont pas applicables en interplanétaire et celles pour l'interplanétaire sont majoritairement prévues pour des moyens sol. Elles varient selon que les mesures utilisées (optiques ou radio) sont faites au sol ou partiellement à bord et selon la finalité de la détermination d'orbite (interprétation ou pilotage).

Les techniques d'ajustement d'un modèle cinématique à un jeu de mesures supposent en général un mouvement orbital, décrit par les six paramètres orbitaux qu'il s'agit donc de déterminer. Mais dans les cas traités ici, une telle hypothèse n'est pas souhaitable. Les paramètres orbitaux décrivent la conique képlérienne osculatrice à un instant donné, c'est-à-dire « tangente » au mouvement, à savoir : demi-grand axe (a), excentricité (e), inclinaison (i), longitude du nœud ascendant (Ω), argument du périastre (ω) et position sur l'ellipse décrite par l'anomalie (vraie ou moyenne, notée M). C'est une description très pratique pour une orbite stable ou à évolution lente, où les cinq premiers paramètres évoluent lentement tandis que l'anomalie décrit l'évolution à court terme du mouvement. Mais cette description du mouvement impose un corps attracteur dominant comme point focal de la conique, l'hypothèse étant que le mouvement est « peu différent » du problème à deux corps. Dans un problème à trois corps, où deux corps sont supposés attracteurs de façon comparable, des descriptions mieux adaptées sont disponibles et conduisent en particulier à parler de *Quasi-Satellite Orbit* (QSO), des mouvements temporairement stables lorsque vus dans un repère particulier (par exemple une étude pour Phobos avec la mission MMX de la JAXA, Canalias et al. [26], Wiesel [32], Fig. 3.3). Une autre limite des descriptions en paramètres orbitaux est la prise en compte de perturbations non gravitationnelles non négligeables. C'est le cas à l'échelle nanosatellite de la pression solaire de radiation (SRP) ou des possibles effets aérodynamiques (dans les très hautes atmosphères de la Terre ou de Mars, ou dans le dégazage d'une comète). Ces forces sont proportionnelles à la surface exposée, donc au carré de la dimension du satellite. Or l'inertie d'un satellite est proportionnelle à sa masse donc au cube de sa dimension. Les forces surfaciques sont donc d'autant plus percep-

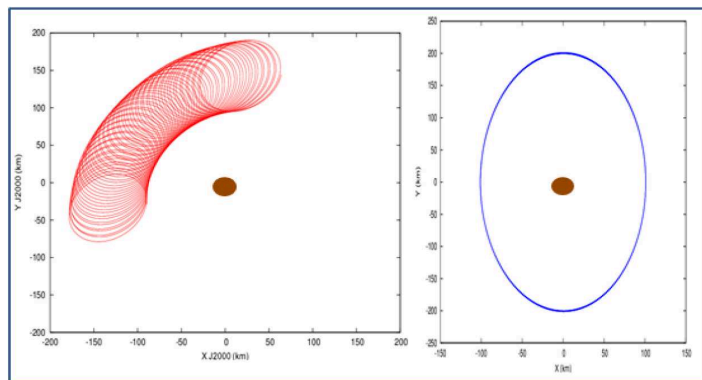


FIGURE 3.3 – Exemple de 2D-QSO autour de Phobos, projetée en repère inertiel (à gauche) ou en repère fixe lié à Phobos (à droite), par Canalias et al. [26].

tibles que le satellite est petit. Pour préparer à la fois le contexte PROXOPS (où le problème à trois corps est une description insuffisante) et les modélisations non gravitationnelles (effets surfaciques ou propulsion continue), la description directement par coordonnées cartésiennes a été adoptée : le vecteur d'état sera donc à neuf éléments, $x(t) = (\vec{r}, \vec{v}, \vec{a})$, rapporté à une référence non intertielle \mathcal{T}_R , représentant des éphémérides calculées au sol des valeurs attendues pour $x(t)$.

Les techniques mises en œuvre pour des satellites autour de la Terre s'appuient sur des mesures depuis le sol ou, potentiellement, utilisent une constellation GNSS (*Global Navigation Satellite System*). Le suivi sol assuré par le NORAD (*North American Aerospace Defense Command*) fournit un descriptif appelé *Two-Line Elements* (TLE) mis en ligne publiquement qui contient les paramètres orbitaux régulièrement rafraîchis. Le NORAD utilise des mesures radar et optiques qui restent possibles jusqu'à des distances à la Terre de 8 000 km pour des objets de 10 cm et jusqu'à l'orbite géostationnaire pour de plus gros objets, le besoin étant de surveiller cette orbite stratégique. Toute cette chaîne de mesure est donc spécifique au voisinage terrestre. Certains projets de satellites au voisinage de la Terre, ou même en orbite de transfert vers la Lune, envisagent d'embarquer un récepteur GNSS. Cette approche suppose de développer un décodage spécifique des signaux car les vitesses Doppler bien plus élevées qu'au sol empêchent de ré-utiliser les algorithmes de réception au sol déjà maîtrisés.

En interplanétaire, les réseaux « Deep Space » sont classiquement utilisés. Il y a, à ce jour, le réseau américain DSN (*Deep Space Network*), l'europpéen ESTRACK (*European Space TRACKing*) mais aussi le russe, l'indien et nouvellement le chinois. Leur valeur vient du fait qu'ils permettent non seulement le suivi de position (en fait des mesures de direction et Doppler de la porteuse d'émission du satellite) mais également la réception des télémesures (donc des données scientifiques) et l'envoi de télécommandes. Toutes les antennes qui composent ces réseaux ont au moins la capacité d'émission et de réception en bandes S et X. Elles sont paraboliques (*dish*), très directives, à forte puissance et à très large diamètre pour décoder les porteuses les plus faibles (2.4 et 5.5 m pour les plus petites d'ESTRACK et jusqu'à 35 m pour la plus grande, d'autres réseaux ayant des antennes encore plus grandes).

Pour les besoins stricts de localisation, le recours à une seule antenne de ces réseaux *Deep Space* peut se révéler insuffisant et il faut alors une mesure interférométrique entre plusieurs antennes (dispositif Delta-DOR d'ESTRACK). La mesure de direction peut également se faire en détectant la porteuse sans la décoder : c'est

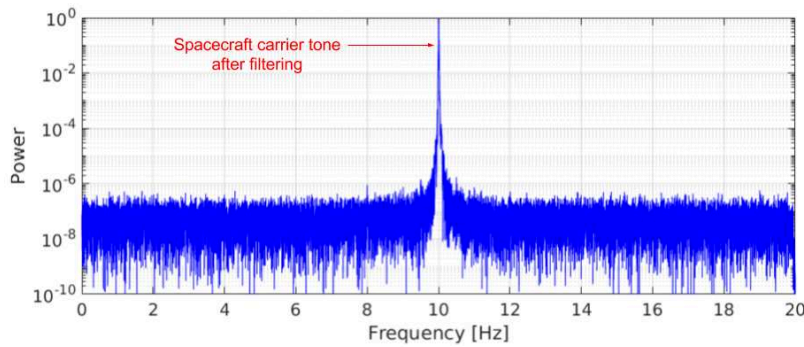


FIGURE 3.4 – Exemple d'extraction du Doppler après traitement du signal radio de MARS EXPRESS lors d'un survol de Phobos, in Bocanegra-Bahamón et al. [12].

la technique des réseaux de radio-astronomie VLBI (*Very-Large-Baseline Interferometry*). Les réseaux VLBI poursuivent des objectifs scientifiques. Par exemple, le réseau européen animé par le *Joint Institute for VLBI ERIC* (JIVE) lance plusieurs appels par an vers la communauté scientifique pour des observations. Le JIVE a ainsi fourni une partie des mesures radio-science de suivi de l'orbiter ESA MARS EXPRESS pendant le survol de Phobos à faible distance (~ 45 km, le 29/12/2013), en coordination avec d'autres antennes hors VLBI (Bocanegra-Bahamón et al. [12]). L'objectif était alors de fournir une mesure de géodésie spatiale comme mentionné en section 2.3. La chaîne de traitement est complexe (exemple en Fig. 3.4 pour extraire un Doppler avec une résolution de 2 mHz après intégration du signal pendant ~ 10 s). Après la chaîne de mesure, une autre série de traitement reconstruit le vecteur d'état de la sonde spatiale et, finalement, sa trajectoire. Les méthodes de reconstruction d'orbite sont conduites soit directement par les équipes scientifiques pour les besoins de géodésie spatiale, soit par les équipes de dynamique du vol dans les centres d'opération des agences spatiales.

Lorsque la reconstruction de trajectoire est conduite par une agence spatiale¹, le but est opérationnel : bien comprendre l'état de fonctionnement de la sonde spatiale pour la piloter et prédire son évolution. Les modèles de propagation de la trajectoire utilisés combinent des mesures de multiples sources à bord comme les capteurs internes d'attitude, de température et de fonctionnement de divers actionneurs (propulsion, roue à inertie) ou perturbateurs (champ électromagnétique induit). Ces modèles sont alors ajustés à des mesures externes (radio-science, imagerie, météorologie de l'espace). L'ajustement se fait soit par inversion de problème sur des vecteurs d'état de plus ou moins grande taille, soit par des algorithmes d'estimation des modèles et de leurs erreurs au cours du temps (filtres, processus de Markov), au fur et à mesure que de nouvelles mesures sont disponibles. Dans tous les cas, il s'agit de calculs intensifs adaptés à des ressources informatiques au sol. Par exemple la description en position, vitesse, attitude, rotations et masse nécessite un vecteur d'état de 15 paramètres. La présence d'éléments mobiles (antennes orientables, déploiement puis orientation de panneaux solaires) modifie la matrice

¹Les éléments de ce paragraphe sont une synthèse d'échanges informels avec des équipes de dynamique du vol des agences ESA et CNES, d'articles sur les opérations de dynamique de vol de diverses missions en orbite terrestre ou en interplanétaire (Lorda et al. [33], Godard et al. [34], Lauer [35]), et de mon expérience dans les opérations pour un instrument de la sonde ESA VENUS EXPRESS de 2011 à 2013.

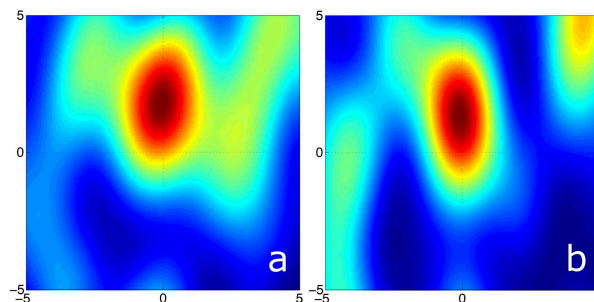


FIGURE 3.5 – *Image radio de VENUS EXPRESS, obtenues avec 7 (a) et 8 (b) antennes du réseau VLBI EVN, échelles en millisecondes d'angle (exemples, Duev et al. [36]).*

d'inertie de la sonde et augmente encore le vecteur d'état. En phase de croisière, lorsque des points de restitution sont décidés, la précision visée est en-dessous du kilomètre.

En dehors du besoin de pilotage, le seul suivi d'une sonde interplanétaire peut se faire via une seule antenne d'un réseau VLBI. Il appartient alors au projet de se rapprocher du gestionnaire de l'antenne voulue². Pour BIRDY-T, nous envisagions ainsi un suivi du *beacon* (balise radio) une fois par semaine avec une antenne de taille modérée. Un produit délivrable par une antenne VLBI est une carte de la région du ciel avec l'image radio du signal, en association avec le décalage Doppler mesuré. L'exemple avec VENUS EXPRESS donné en Fig. 3.5 correspond à une précision transversale d'environ 500 m pour un signal à 0.7 UA (distance Venus-Terre à la quadrature).

Il existe donc des méthodes éprouvées de reconstruction d'orbite au sol, certaines utilisant d'ailleurs des données obtenues en vol et envoyées au sol (navigation optique de ROSETTA, Lauer [35]), mais elles sont inapplicables en vol. Jusqu'à présent, l'état d'esprit est plutôt de ne pas laisser sans télécommunication continue une sonde interplanétaire, à l'exception notable de l'hibernation de ROSETTA dont le réveil a été au moins aussi angoissant que son lancement ou que l'atterrissage d'une sonde sur Mars, sur Titan ou sur une comète. Dès lors que le lien radio est maintenu avec la sonde, mieux vaut profiter de la puissance de calcul au sol, autant pour la détermination d'orbite que pour le calcul de manœuvres. En dehors d'un besoin de réactivité, le rapport fiabilité sur complexité ne justifie pas une fonction embarquée.

3.3 Solutions embarquées en vol

La première tentative de navigation autonome en interplanétaire s'est faite avec la sonde DEEP SPACE 1 de la NASA. La technique était fondée sur un traitement d'image embarqué qui a inspiré la solution d'IFOD présentée ici. Parmi les alternatives régulièrement envisagées, il y a la XNAV ou la Radio-Nav, pourtant inapplicable à l'échelle d'un nanosatellite, reposant sur l'utilisation des signaux de pulsars X ou pulsars radio connus. Enfin, des techniques comme la navigation sur horizon et les marques de surface (*landmarks*) sont proposées en contexte PROXOPS et pour certaines phases.

²Discussions de travail en 2014 pour BIRDY-T avec Giuseppe Cimò, coordinateur au JIVE.

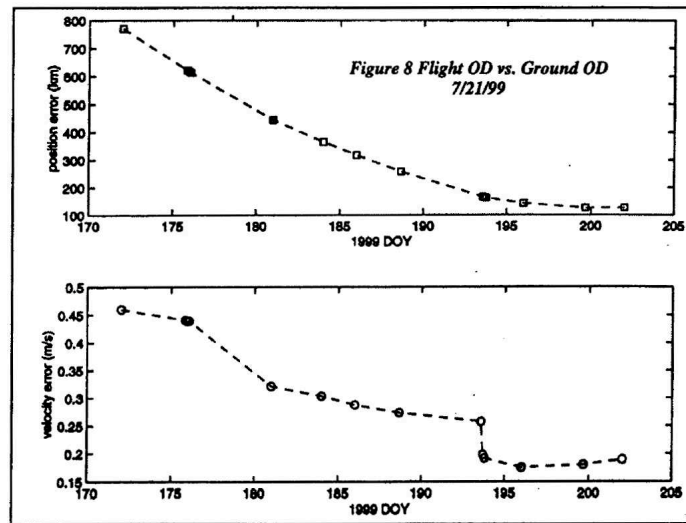


FIGURE 3.6 – Résultats de l’AutoNav de DEEP SPACE 1 comparés à la reconstruction au sol, après rechargement du logiciel incluant des correctifs Riedel et al. [40]).

3.3.1 Expériences AutoNav de la NASA

Dans un inventaire des initiatives de la NASA, Riedel et al. [37] identifiait la sonde DEEP SPACE 1 comme étant la première à utiliser une fonction « d’AutoNav » entre 1996 et 1998, puis à nouveau en 2001 au passage de la comète Borelly. Le terme AutoNav employé par Riedel désigne un logiciel embarqué capable d’opérations autonomes de navigation optique, notamment de prise d’images, indépendamment du fait que ces images soient ensuite exploitées au sol ou en vol. Avec cette appellation, les sondes NASA STARDUST en 2004 puis en 2011, et DEEP IMPACT en 2005 puis en 2010 ont également embarqué une solution d’AutoNav.

Pour DEEP IMPACT (Kubitschek et al. [38]), le module impacteur était largué 24 heures avant l’impact et réalisait son auto-guidage. Il estimait d’abord la distance de son passage au centre de brillance de la cible en cas de « zéro effort » (chûte libre, sur la base d’une dynamique de vol renseignée avant largage), puis estimait et appliquait les ΔV latéraux requis pour taper dans la cible. Pour le survol par le vaisseau-mère, les besoins d’AutoNav étaient de maintenir la bonne orientation des instruments et de synchroniser les modes instrumentaux avec le survol. Les éphémérides étaient actualisées par le sol jusqu’à 24 h avant impact pour initialiser l’estimateur, celui-ci poursuivant ensuite en toute autonomie.

Pour STARDUST (Bhaskaran et al. [39]), le besoin d’AutoNav était d’assurer le pointage correct des instruments pendant les seules phases de survol des cibles. Il s’agit donc à nouveau d’un contexte PROXOPS, *encounter* en l’occurrence, pendant les 20 min couvrant le survol. La stratégie était de mesurer la direction du centre de brillance de la cible (*centerfinding* ou *centroiding*, déjà hérité de VOYAGER, précis à une fraction de pixel... nous sommes en 1997!) puis d’alimenter un filtre de Kalman (présenté plus bas). Ici, le but du filtre est d’estimer le centre de la cible en rotation et pendant le survol, compte tenu de possibles dégazages de courte durée venant bruyé les images. Une itération était faite à chaque nouvelle image, toutes les 10 secondes. Le processeur utilisé était durci contre les radiations et cadencé à 20 MHz. Il a été estimé que l’itération prenait environ 2.7 s CPU.

L’AutoNav de DEEP SPACE 1 est antérieure et visait à couvrir les deux contextes

CRUISE et PROXOPS. En PROXOPS, le fonctionnement était similaire à celui de DEEP IMPACT (pour le survol) et de STARDUST. En CRUISE, la validation a eu lieu pendant le trajet vers l'astéroïde Braille, atteint le 29 juillet 1999 et a fait l'objet d'un retour d'expérience détaillé par Riedel et al. [40]. La partie de l'AutoNav qui concerne la détermination d'orbite se composait d'un capteur optique CCD de nouvelle technologie, d'un traitement d'image et d'un algorithme de détermination d'orbite. Le capteur posait des problèmes de fuites de pixels (*bleeding*) dès les tests au sol et de lumière solaire parasite découvert en vol obligeant à un changement de stratégie dans la prise de mesures optiques. Les problèmes persistants avec le capteur, même après amélioration et rechargement du logiciel en vol, ont fait renoncer à la détermination d'orbite embarquée comme solution nominale. Malgré tout, les résultats obtenus en vol ont montré à plusieurs reprises une précision meilleure que 150 km à 1σ en position et 0.2 m/s en vitesse (Fig. 3.6) mais aussi, à certains moments, des erreurs jusqu'à 10 000 km et 7 m/s. Selon Rayman et al. [41], la précision démontrée serait plutôt à 1 000 km et 0.4 m/s, et une capacité d'amélioration à 400 km et 0.2 m/s par simple ajout d'un algorithme d'élimination de certaines images de moindre qualité.

Le traitement d'images atteignait des précisions de *centroiding* d'objets ponctuels (étoiles ou astéroïde non résolu) entre 0.4 et 1.5 pixel, là où 0.1 à 0.25 était attendu (la taille angulaire des pixels, telle que déduite de Rayman and Varghese [42], est de $\sim 2.5''$). Enfin, les distorsions optiques allaient jusqu'à $7\ \mu\text{-rad}$ ($1.4''$) ce qui a également conduit à reléguer l'AutoNav à un simple test technologique. Même avec 20 ans de modernisation supplémentaire sur les capteurs CCD et CMOS spatialisés, ces mésaventures de DEEP SPACE 1 avec le capteur optique doivent inciter à la prudence dans les hypothèses adoptées pour les mesures optiques d'entrée de l'IFOD.

La fonction de détermination d'orbite à bord s'est donc comportée comme prévu. Néanmoins elle n'était qu'un démonstrateur technologique puisque la fonction opérationnelle a été conduite au sol à partir des images collectées à bord. Le traitement d'images assurait le *centroiding* d'objets d'intérêt (astéroïdes), ce qui alimentait un estimateur de trajectoire fonctionnant par intégration sur le temps et par recalages avec les mesures optiques. L'approche semble donc très similaire à BIRDY-T, sans toutefois qu'il ait été possible de préciser le traitement d'images lui-même, ni l'estimateur, son codage ou son coût CPU à bord.

3.3.2 XNAV ou Radio-Nav

La navigation par triangulation sur des pulsars connus répond, en théorie, à des besoins de précision de l'ordre du mètre. Hélas, elle n'est pas adaptée à toutes les plateformes spatiales, loin de là. Un atelier de 2015 sur la navigation interplanétaire autonome avait permis de présenter plusieurs détecteurs de pulsars X, notamment une tentative d'inventaire par Martindale et al. [43] des solutions à l'étude et des contraintes associées.

Les capteurs présentent deux caractéristiques communes : un jeu de miroirs occupant un volume d'environ 10×10 centimètres de section sur 10 à centimètres de longueur (aux longueurs d'onde X, les « miroirs » sont de géométrie très différente de celle pour le spectre visible) et une longueur focale de l'ordre du mètre (Cf. Fig. 3.7). Pour pouvoir trianguler sur plusieurs pulsars X, il faut dater des observations dans plusieurs directions avec une précision de l'ordre de la picoseconde (10^{-12} s), ce qui pose de lourdes contraintes d'horloge embarquée avec un contrôle thermique fin sur des durées longues. De plus, les pulsars évoluent et il faut donc disposer à bord

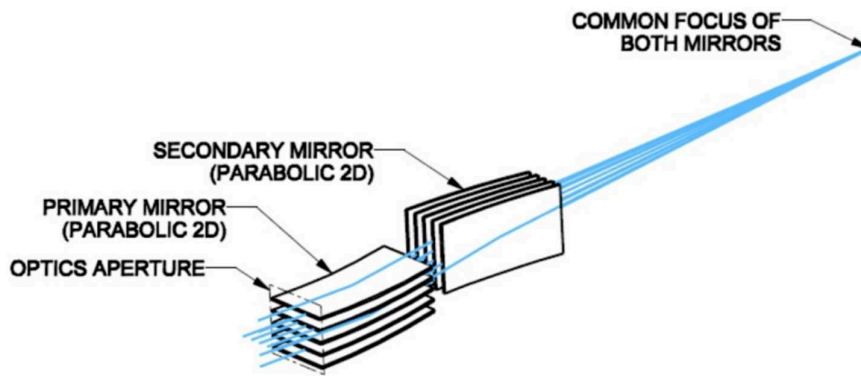


FIGURE 3.7 – Schéma optique d'un collecteur de signaux de Pulsars en X, source Martindale et al. [43]

de la mise à jour la plus récente du catalogue des pulsars choisis... mise à jour qui est produite sur Terre. Aucune de ces exigences n'est compatible avec un nanosatellite.

La radio-navigation suit le même principe avec des pulsars radio. Elle présente plus de potentiel d'application aux futurs nanosatellites mais, à ce jour, reste hors de portée. En effet, Jessner [44] donne quelques exemples chiffrés qui illustrent la difficulté : antenne à trois dipôles de plusieurs mètres et pointée avec une précision optique, avec des sources à 200 MHz, pour une durée d'intégration de 20 à 60 ms, la précision espérée serait de 60-180 km. À nouveau un contrôle en température complexe est requis, cette fois pour abaisser la température des récepteurs à 100 K compte tenu des très faibles sources radio.

3.3.3 Navigation de proximité

Nous avons vu que les missions DEEP SPACE 1, DEEP IMPACT et STARDUST disposaient d'une fonction AutoNav adaptée au survol de la cible (phase *encounter*). Ce sont déjà là des contextes PROXOPS pour lesquels une initialisation de la navigation est faite avec des données récentes reçues du sol, avant que la fonction embarquée poursuive en toute autonomie.

Deux autres techniques de navigation sont ici mentionnées : la navigation sur horizon qui est proposée pour une très prochaine mission CUBESAT vers la Lune et la navigation sur des marques de surface (*landmarks*) qui est déjà validée par plusieurs missions. Toutefois, le contexte PROXOPS n'ayant pas été approfondi dans le cadre de cette thèse, les techniques utilisées ne seront pas détaillées ici.

Les premières applications de navigation sur horizon remontent à Apollo : la méthode était alors manuelle³ ! Les opportunités prochaines de lancement vers la Lune ont conduit à la ré-émergence de concepts de navigation sur horizon. En particulier, il conviendra de suivre le tir prochain de la mission CUBESAT 12 U LUMIO de *Politecnico Milano* (Franzese et al. [45]). LUMIO doit être placé au point de Lagrange L2 du système Terre-Lune, sur une orbite de quasi-halo dont l'amplitude est $\sim 100\,000$ km. L'objectif de la navigation est la maintenance d'orbite à partir d'images de la Lune. Le logiciel exploite en autonomie les images faites à bord : extrusion de la partie ensoleillée de la Lune, ajustement d'un limbe par moindres carrés, fourniture à un estimateur par filtre de Kalman étendu (voir plus bas).

³article référencé dans certaines bases mais introuvable : R. R. Schehr and P. J. Smith, "Manual Astronaut Navigation ; Apollo Mission Applications," 1968.

La technique des *landmarks* consiste à repérer, manuellement ou automatiquement, des motifs à la surface d'une cible et à les suivre individuellement pour reconstruire le mouvement relatif de l'observateur (la sonde spatiale) par rapport à la cible. Elle a été utilisée dans plusieurs missions (dont HAYABUSA sur Itokawa, ROSETTA sur 67P/C-G et HAYABUSA 2 sur Ryugu). Elle est efficace pour assurer en autonomie le guidage d'un lander : les marques de surface sont définies automatiquement puis suivies d'une image à la suivante au fur et à mesure de la descente et du zoom que provoque cette descente. Dans le cas particulier de ROSETTA, Godard et al. [8] exploite cette technique pour la navigation de la sonde et pour caractériser la rotation de la comète. Dans ce cas, les marques de surface sont autant de points de mesure d'un vecteur d'état. Le vecteur d'état est complexe puisqu'il inclut non seulement la cinématique de l'observateur mais aussi celle du repère solide attaché à la comète dont le centre de masse est lui-même une inconnue du problème. Jusqu'à présent, les calculs d'un tel niveau ont été réalisés au sol et non en vol.

3.4 Algorithmique utile

3.4.1 Modèles de dynamique du vol

Il pourra paraître surprenant que seule cette brève section soit consacrée aux modèles disponibles de dynamique du vol. Ces modèles sont particulièrement bien adaptés à la conception de trajectoires mais, à la réflexion, peuvent être des impasses pour une solution généraliste de détermination d'orbite.

La conception d'une trajectoire en vue d'aller d'un point à un autre est un besoin de « solveur » de trajectoire, qui ne sera pas traité ici. Élaborer une mission vers une série d'astéroïdes, profiter d'une orbite de parking depuis un point de Lagrange Terre-Lune ou Terre-Soleil, s'installer sur une orbite quasi-satellite (QSO) façon MMX ou multiplier des arcs hyperboliques façon ROSETTA pour couvrir au mieux le champ gravitationnel d'un petit corps céleste réclameraient autant de solveurs différents. Les outils à mettre en œuvre vont de la solution au problème de Lambert, moyennant une simplification en *patched conic approach* qui met bout à bout des solutions képlériennes, à des solutions du « problème à N corps ». Les modélisations correspondantes manipulent des vecteurs d'état différents selon les repères de projection, inertiels ou non, cartésiens ou orbitaux, plans ou à trois dimensions, ou selon les coefficients appelés par une théorie donnée. Chaque application à l'un de ces contextes de dynamique du vol pourrait sans doute justifier une thèse entière.

En revanche, le besoin d'un propagateur de trajectoire généraliste sera traité. En effet, le sujet abordé ici n'est pas de concevoir mais de retrouver une trajectoire existante, celle suivie par une sonde, donc de produire une estimation de position et l'erreur maximum commise dans cette estimation. Pour cette estimation, il est souhaitable de minimiser les hypothèses sur le mouvement de la sonde, car toute représentation particulière limiterait le contexte d'emploi. L'exemple le plus parlant est celui, effectivement rencontré dans le contexte de l'astéroïde double Didymos, où l'on tente de modéliser un survol à faible altitude par des paramètres orbitaux. Les masses en jeu sont tellement faibles que pour une vitesse relative de seulement 1 m/s, le domaine où cette description est possible est... à altitude négative ! Le corps dominant est le plus souvent le Soleil, la sonde et l'astéroïde double ne faisant que co-orbiter ensemble autour du Soleil. La recherche en vol de paramètres orbitaux de la sonde conduirait à une divergence de l'estimateur. Un propagateur de trajectoire

est bien nécessaire, soit en préparation de mission soit comme modèle physique embarqué, mais sans préjuger d'un mouvement particulier.

La description la plus conservative est celle qui ne préjuge ni d'un centre particulier (Soleil, astéroïde...), ni d'un mouvement prédominant (conique, N corps, QSO...) : pas de force « radiale » a priori, pas d'hypothèse de référentiel inertiel, pas de simplification. La dynamique de vol est alors décrite comme une simple somme de contributions individuelles au champ local d'accélération, que les contributions soient des forces surfaciques, propulsives ou gravitationnelles. La conséquence de cette approche complètement généraliste est une plus grande vulnérabilité aux imprécisions numériques qui seront donc particulièrement surveillées ici.

Il ne sera adopté ici aucun système spécialisé de dynamique de vol mais ce parti pris n'a rien de définitif. Une première solution opérationnelle et généraliste sera établie. Son adaptation ultérieure à des modèles dynamiques particuliers reste envisageable et sera peut-être souhaitable, voire facilitée par la présente approche généraliste. L'avenir de la présente thèse le dira.

3.4.2 Filtrage de Kalman

La notion de filtre de Kalman est centrale dans cette thèse. Il s'agit d'un procédé d'estimation popularisé dans le secteur spatial (notamment) lorsque le NASA Ames Research Center a choisi de soutenir son inventeur, Rudolph E. Kalman, et de développer plusieurs « filtres de Kalman » dans le programme APOLLO. Les études dans ce sens étaient engagées depuis la fin de la seconde guerre mondiale et il est donc naturel d'y voir une parenté avec les travaux successifs de Markov, Kolmogorov et Wiener. Il existe une très abondante littérature universitaire et d'ingénierie sur le filtre de Kalman, aussi je ne citerai qu'une seule référence, volumineuse mais très pédagogique, qui m'a tout particulièrement aidé pour cette thèse : le livre de Dan Simon, « Optimal State Estimation »[46].

Les différentes formes du filtre de Kalman développées dans cette thèse sont accompagnées par les justifications nécessaires en temps voulu. J'introduis ici son contexte d'emploi et son mécanisme général.

La détermination d'orbite s'appuie sur des mesures, inévitablement bruitées, et des hypothèses de lois physiques à l'œuvre, toujours incomplètes et imparfaitement connues. Il en résulte une impossibilité de décrire le mouvement exact, qu'on tentera de décrire par un « état » et une certaine distribution de probabilité de cet état. Il s'agit d'un processus de Markov puisque l'état futur, c'est-à-dire la future distribution de probabilité, peut être déduit de la seule connaissance de l'état présent. Dans le contexte de cette thèse, il s'agit plus exactement de chaîne de Markov puisque les états sont estimés à des instants successifs (temps discret). L'état à un instant donné t_k peut être noté x_k : c'est un vecteur composé du nombre de paramètres voulu, n , pour décrire le système étudié. L'état x_k est en fait décrit par un vecteur de n variables aléatoires, noté X_k , dont la distribution de probabilité est elle aussi estimée, notée P_k . Le but d'un estimateur est alors de prédire l'état suivant du système, donc de fournir un nouveau vecteur de variables aléatoires X_{k+1} à l'instant t_{k+1} avec sa nouvelle distribution de probabilité P_{k+1} , dont le maximum de probabilité correspond à la valeur x_{k+1} . Sur un plan pratique, le maximum de probabilité des variables aléatoires du vecteur d'état X_{k+1} est appelé l'état « estimé » x_{k+1} du système.

Le « filtre » de Kalman est un mécanisme de deux mises à jour indépendantes de l'estimation de l'état X_{k+1} et de sa distribution de probabilité P_{k+1} . La méthode

suppose que les distributions de probabilités sont gaussiennes, faute de quoi la propagation des covariances ne serait plus valide. La distribution de probabilité peut alors être simplifiée par une loi normale dont P_k est la matrice de variance-covariance : chaque terme $P_{k,ij}$ est la covariance des variables aléatoires $X_{k,i}$ et $X_{k,j}$. Le filtre « converge » si « P_k diminue », ceci étant défini par le fait que la trace de la matrice, $\text{tr}(P_k)$, diminue. En d'autres termes, la somme globale des écart-types des différents paramètres du système diminue.

La première étape de mise à jour de l'estimation est dite *a priori* et consiste à appliquer le modèle de lois physiques auquel le système est censé être soumis : dans notre cas, il s'agit d'un modèle de propagation du nanosatellite dans un champ d'accélération local ; le vecteur d'état est la position et la vitesse en coordonnées cartésiennes, auxquelles nous ajouterons le vecteur accélération qui doit, lui aussi, être estimé. En l'absence de mesure nouvelle, il faut se contenter de ce seul modèle pour prédire les états successifs du système (c'est-à-dire ici, la trajectoire), sachant que les incertitudes, ou « bruit de process », s'accumulent avec le temps qui passe. La mise à jour *a priori* est notée avec un exposant « - » : x_{k+1}^- .

La deuxième étape de mise à jour est dite *a posteriori*, c'est-à-dire sur la base de nouvelles mesures. Dans un problème linéaire, il s'agit précisément d'une solution d'ajustement d'un modèle par la méthode des moindres-carrés pondérés, où le modèle est le vecteur d'état x_{k+1} qu'on essaye d'ajuster à une mesure notée z_{k+1} , elle-même entachée de bruit de mesure. Il en résulte un nouvel état estimé et sa nouvelle matrice de variance-covariance. En présence de plusieurs mesures simultanées (au même instant t_{k+1}), le raisonnement est le même, mais avec un vecteur de mesures z_{k+1} . Dans notre cas, le vecteur de mesure se compose d'une élévation et d'un azimut pour décrire la direction d'un objet céleste vu depuis le système qu'est le nanosatellite. Si des mesures nouvelles apparaissent, la méthode veut qu'on actualise d'abord le vecteur d'état par une mise à jour *a priori* à la date de la mesure, puis par une mise à jour *a posteriori* avec le vecteur de mesure. Le filtre de Kalman combine alors le modèle de propagation et le modèle de mesure à travers un « gain de Kalman » recalculé à chaque mise à jour *a posteriori*. Le lecteur pourra voir là un lien avec d'autres estimateurs, le filtre de Wiener, par exemple, étant une forme de filtre de Kalman. La mise à jour *a posteriori* est notée avec un exposant « + » : x_{k+1}^+ .

Les filtres de Kalman ont été déclinés dans plusieurs contextes mathématiques, selon qu'ils concernent des systèmes discrets ou continus, des régimes permanents ou convergents ou ni l'un ni l'autre, des vecteurs d'état ou de mesures discrets ou continus, ou encore des modèles linéaires ou non. Les formulations classiques du filtre de Kalman sont les suivantes :

- Le filtre de Kalman linéaire, lorsque les deux modèles (physique et de mesures) sont linéaires, ce sera le choix de la première approche dans cette thèse.
- Le filtre de Kalman linéarisé ou le filtre de Kalman étendu, lorsque le système n'est pas linéaire mais peut être linéarisé autour d'un état de fonctionnement ; ce filtre ne sera pas choisi (et la raison en sera donnée).
- Le filtre de Kalman par maillage, dit *unscented*, lorsque les modèles ne sont pas linéarisables ; cette forme sera choisie dans l'approche améliorée.
- Le filtre par *batch* ou le filtre séquentiel, selon qu'un jeu complet ou partiel de mesures est utilisé au cours de la mise à jour *a posteriori*, les deux approches étant successivement utilisées ici.

- Le filtre H_∞ qui recherche directement l'état final d'un système en régime permanent, par exemple pour identifier les paramètres orbitaux si le mouvement pouvait être décrit ainsi (ce qui n'est pas le cas ici).
- Le « *particle filter* », qui n'est ni plus ni moins qu'une méthode de Monte-Carlo par Chaîne de Markov, « MCMC », dans un autre champ sémantique.

On le voit, le filtre de Kalman est avant tout un type d'estimateur de processus de Markov. Il bénéficie en outre d'une forte dynamique de recherche pour diverses situations particulières (stabilité, rapidité, coût CPU...).

3.4.3 Traitement d'image

La solution étudiée ici suppose un capteur optique et, avec celui-ci, un traitement d'image dont le résultat sera de fournir des directions d'objets célestes (Cf. « Object Tracker », section 4.1). La littérature rapporte essentiellement deux techniques : la recherche de photocentre (*centroiding*) et la corrélation croisée multiple (*Multiple Cross-Correlation*, MCC).

Toutefois, conscient que le développement du capteur optique nécessiterait un développement à part entière distinct de la présente thèse, j'ai choisi de me limiter ici à une spécification détaillée de la MCC. En effet, la méthode est mentionnée rapidement dans Riedel et al. [40] comme étant reprise pour DEEP SPACE 1 de la mission GALILEO en 1991 vers les astéroïdes Gaspra et Ida (Vaughan et al. [47]). La finalité est claire : il s'agit de consolider une mesure de direction d'un objet du champ de vue à partir des étoiles connues du champ. Mais rien n'est dit sur son implémentation concrète ni sur la précision espérée. N'ayant pas trouvé d'autres références à cette méthode, j'ai choisi de développer dans cette thèse l'algorithme correspondant. J'ai pu mettre en lumière que l'amélioration de précision d'une telle méthode peut être bien supérieure au simple facteur attendu $\sqrt{n^*}$, où n^* serait le nombre d'étoiles reconnues.

L'autre hypothèse sous-entendue par la méthode MCC est d'identifier les objets du champ. Cette fois, la littérature disponible concerne les viseurs d'étoiles (*star tracker*). Ceux-ci proposent classiquement un mode d'identification des étoiles reconnues du champ de vue sous la forme d'une liste actualisée en temps réel. D'après des discussions avec les fournisseurs, la difficulté résiduelle peut venir du fait que l'obtention d'une image du champ (par utilisation du capteur en mode « *full frame* ») est incompatible avec la fourniture simultanée de la liste des étoiles reconnues du champ de vue (mode « *quaternions* »). Mais le champ de vue étant identifié, le catalogue d'étoiles embarqué fournit une identification des régions d'intérêt, comme autant de vignettes dans l'image où rechercher ces étoiles. Un algorithme de *centroiding* peut alors être exécuté dans ces vignettes. Au sol, les méthodes d'ajustement de la PSF (*Point Spread Function*) sont des techniques maîtrisées pour localiser finement la position d'une étoile dans une image. Une simplification par l'ajustement d'une gaussienne 2D devrait être suffisamment léger pour un algorithme de vol. Ces hypothèses méritent toutefois un développement spécifique qui sort du cadre de cette thèse.

3.4.4 Logiciel scientifique et logiciel embarqué

Plusieurs articles déjà mentionnés ont utilisé le logiciel de calcul scientifique MATLAB de Mathworks® pour prototyper les algorithmes envisagés. Le besoin de mo-

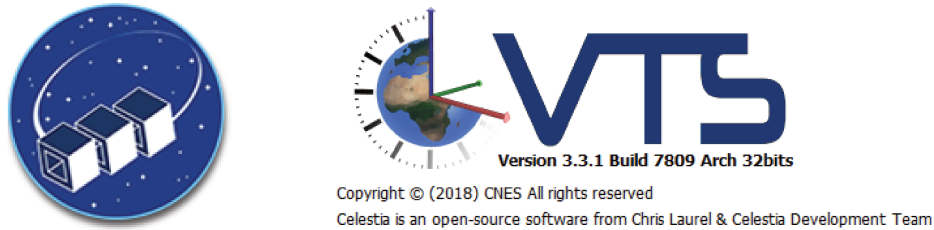


FIGURE 3.8 – Logos des logiciels DOCKS (C^2 ERES, Observatoire de Paris, PSL Université) et VTS (CNES), utilisés ensemble dans l'approche d'ingénierie système par les modèles.

déliser la propagation de trajectoires peut même inciter à l'emploi de Simulink, toujours en prototypage. La tentation naturelle est de s'en remettre à la traduction automatique en C++ pour produire le code embarqué, ce qui serait certainement une erreur.

Les ordinateurs de bord pour CUBESATS donnent la préférence à C++ et disposent de compilateurs puissants (fonctions d'optimisation) et libres. De plus, une librairie scientifique libre et open source est disponible en C++, la « GSL » (pour GNU Scientific Library), dont les fonctions d'algèbre linéaire couvrent les besoins mathématiques présentés ici. L'étape de codage ne fait en général pas l'objet de publication scientifique. Parfois de rares indications sont fournies sur le processeur cible comme dans Bhaskaran et al. [39], déjà cité, pour STARDUST qui cible un R6000 ou dans Pellacani et al. [48] pour la proposition AIM (devenue HERA) qui cible un processeur en architecture LEON cadencé à 80 MHz. Il est très probable qu'une étape de ré-écriture ex-nihilo en C++ soit nécessaire après l'étape de prototypage. En effet, ayant discuté avec au moins deux équipes qui ont expérimenté les fonctions « d'auto-codage » de MATLAB, je ne pense pas que cette solution soit viable aujourd'hui. Le code produit en C++ est volumineux et inintelligible, uniquement fonctionnel pour des ordinateurs au sol. En vitesse d'exécution, il peut également s'avérer plus lent que sa version d'origine sous MATLAB (ce qui ne doit pas surprendre compte tenu des efforts d'optimisation de MATLAB). Pour un logiciel embarqué dans l'espace, la pratique veut qu'il soit possible de mettre à jour une fraction seulement du code, ce qui suppose une table des adresses dans le code exécutable de chaque routine du code source. Cette opération est appelée le *mapping*. Elle n'est plus maîtrisable humainement lorsque le code a préalablement été auto-traduit de MATLAB vers le C++. Sans ce *mapping*, la seule manière de mettre à jour en vol le logiciel est de le télécharger complètement, ce qui peut représenter une durée incompatible avec la mission.

Toutefois, l'étape de prototypage apparaît indispensable à la fois pour régler les algorithmes complexes et démontrer leurs performances à travers des tests intensifs, et pour comparer les résultats du code final en C++ avec les jeux de tests obtenus lors du prototypage. Il est donc important, et ce sera mon approche dans ces travaux, de mettre en place un banc de test où ce qui a été montré au début de l'étude peut être reproduit à la fin du développement.

Enfin, la philosophie CUBESAT est de s'ouvrir au plus grand nombre et le standard lui-même est libre de droits. Quelques mots sur les logiciels de notre thématique sont donc nécessaires : les outils de calcul de trajectoires et de visualisation associée, et les outils de calcul scientifique.

Pour les calculs de trajectoire, le logiciel GMAT développé par la NASA est

fiable, libre, *open source* et puissant. Certaines limitations me sont toutefois apparues, sauf à y dédier un temps d'apprentissage déraisonnable. Ainsi, face au besoin de produire des trajectoires de référence en milieu interplanétaire et en survol de Mars, il est apparu qu'un pas de temps fixe est trop rigide : l'échantillonnage sera trop large au moment du survol ou trop fin en croisière. La trajectoire étant destinée à être chargée dans la mémoire (limitée) du CUBESAT pour interpolation par l'algorithme de vol, le choix du pas de temps lui-même est délicat. En contexte PROXOPS, la perspective d'étudier la dynamique de vol dans des champs gravitationnels complexes (avec une description en harmoniques sphériques, par exemple) et de même ordre de grandeur que les perturbations non gravitationnelles nécessite un apprentissage lourd de l'outil (avec GMAT ou tout autre outil). Enfin, le choix des éphémérides est également apparu limité avec GMAT pour le non expert de cet outil, en dehors des modèles « DExxx » pour les objets célestes déjà bien connus. Une alternative à GMAT existe avec le logiciel libre et *open source* SCILAB complété par la librairie de mécanique céleste CELESTLAB développée et maintenue par le CNES. La solution SCILAB+CELESTLAB est alors puissante mais la propagation d'une trajectoire particulière (c'est-à-dire un jeu de conditions initiales) dans un environnement particulier d'objets gravitationnels et de perturbations non gravitationnelles reste à coder de toute pièce, même si elle est aidée par des routines spécialisées de CELESTLAB. Dans ces conditions, nous avons choisi d'engager, au sein du pôle spatial C²ERES, un programme de développement logiciel libre et *open source*, écrit principalement en python. Baptisé DOCKS, le projet contient non seulement un propagateur mais aussi un certain nombre d'assistants au dimensionnement d'une mission nanosatellite (dimensionnement du contrôle d'attitude, du système de télécommunications, de la gestion de l'énergie). Tous les assistants sont prévus pour interagir ensemble et produire des visualisations compatibles avec le logiciel gratuit VTS du CNES pour la visualisation de données spatiales. Cet environnement sera commenté au titre de l'approche d'ingénierie système par les modèles (voir les logos en Fig. 3.8 et la section 6.1.2 pour le MBSE).

Pour le calcul scientifique, j'adopterai le langage MATLAB mais pas le logiciel, ni son extension SIMULINK. Des logiciels comme MATLAB, tout comme STK (Satellite Tool Kit par Analytical Graphics, Inc.) sont chers et proposés en version « éducative » gratuitement, ce qui ensuite rend l'auteur du code dépendant, comme pour une drogue, d'une licence devenue payante une fois qu'il a son diplôme. MATLAB est un logiciel propriétaire, dont la valeur technique - qui est grande - tient autant à la syntaxe qu'à la performance de calcul, à la qualité et à la richesse des représentations graphiques. Concernant la syntaxe, le projet libre GNU OCTAVE est antérieur à MATLAB et se trouve compatible avec les fonctions du noyau de MATLAB (c'est-à-dire à l'exclusion des fonctions des bibliothèques développées par des tiers). Ainsi OCTAVE peut interpréter tout code source MATLAB dès lors que celui-ci se limite à des fonctions du noyau. Le même parallèle pourrait être fait avec IDL et GDL. Comme OCTAVE, l'environnement SCILAB+CELESTLAB aurait pu être adopté. Une simple préférence pour le langage explique mon choix MATLAB / OCTAVE pour la totalité du prototypage et de l'architecture de tests.

La solution de détermination d'orbite étudiée ici fonctionne à partir de mesures optiques réalisées à bord et d'une référence pré-calculée au sol. Le *hardware* du capteur existe en composant sur étagère (« COTS », pour *Commercial Off-The-Shelf*) mais pas le traitement d'image associé, l'ensemble nécessitant un développement instrumental à part entière, spécifié ici mais qui vient en complément de cette thèse. Quant à la préparation de mission, elle a conduit à un développement logiciel complémentaire à cette thèse qui est aujourd'hui en phase d'industrialisation.

4.1 Capteur embarqué : un « Object Tracker » (OT)

4.1.1 Un nouvel instrument d'astrométrie

La solution de détermination d'orbite repose sur des mesures optiques de la direction d'objets célestes connus, dits *Fore-Ground Body(ies)* (FGB), par rapport à un fond d'étoiles connues. Le capteur embarqué se trouve ainsi au cœur des performances attendues et il est nécessaire d'en arrêter les propriétés globales.

Dans ce but, en parallèle de cette thèse et avec l'appui d'un premier stagiaire de Master (Jimmy FOUQUART, 2017-18), j'ai démarré des études préliminaires à un développement de charge utile d'astrométrie, baptisé *Object Tracker*. L'idée centrale est de fournir une mesure optimisée de direction d'un objet grâce à la connaissance des étoiles voisines, suivant un algorithme de *Multiple Cross-Correlation* (MCC). Cet algorithme semble suffisamment simple pour pouvoir être embarqué et combiné avec des imageurs spatiaux réalistes à l'échelle nanosatellite. La MCC étant seulement évoquée, par exemple dans Bhaskaran [49], en termes très généraux, je l'ai développée en détail dans la section suivante 4.1.2 avec une estimation de sa performance. Les autres principes généraux que j'ai posés pour cet instrument sont présentés ici mais l'*Object Tracker* (OT) lui-même sort du cadre de la présente thèse.

D'une part, les distances aux FGB sont telles, de l'ordre de l'Unité Astronomique (UA), qu'une erreur optique d'1 seconde d'angle induit une erreur transversale dans la triangulation de plus de 700 km par UA de distance. Comme on le verra par la suite, ni l'*Asynchronous Triangulation* (AT) ni ensuite le filtrage de Kalman ne peuvent rattraper de telles erreurs de départ. Il faut donc améliorer en premier la mesure optique elle-même. Un facteur entre 5 à 10 paraît un minimum.

D'autre part, pour rester dans le format CUBESAT, les systèmes optiques envisageables sont limités et sont même si possible des COTS (Cf. Fig. 4.1). Bien sûr, il

4.1. CAPTEUR EMBARQUÉ : UN « OBJECT TRACKER » (OT)



FIGURE 4.1 – Capteurs optiques envisageables : Viseur d'étoiles Auriga de Sodern (France), imageur C1U de GomSpace (Pays-Bas), à droite simulation de champ de vue ($5^\circ \times 5^\circ$) avec objet d'avant-plan.

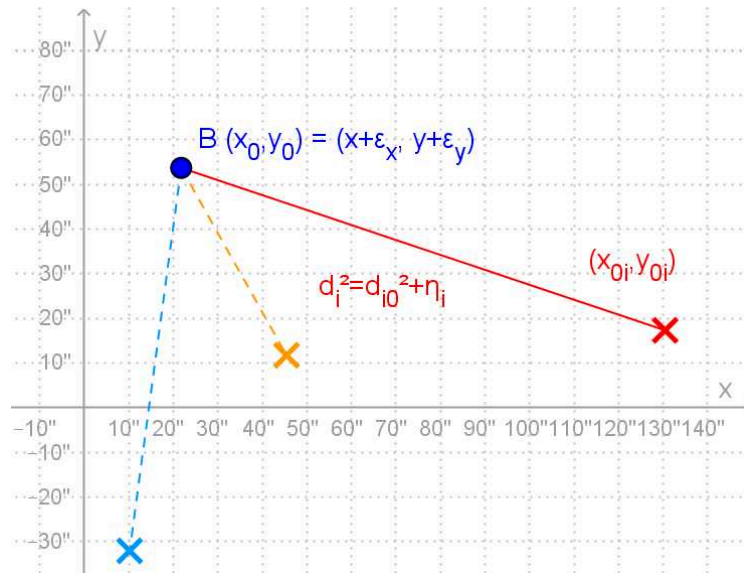


FIGURE 4.2 – Exemple de plan focal de l'OT pour MCC ; les "X" représentent des étoiles connues, le point B est l'objet d'avant-plan.

peut y avoir de gros CUBESATS, mais ce n'est pas le contexte pressenti pour qu'un tel instrument soit utilisable sur des missions variées. Ainsi, une ouverture approchant 10 cm, dans le visible, donnerait une résolution angulaire voisine de $2''$. Il faut même plutôt s'attendre à $10''$ avec des COTS et notamment des *Stars Trackers*. En combinant alors avec des capteurs CCD ou CMOS envisageables en COTS, un premier étage algorithmique peut fournir la position du photocentre de l'image d'un objet ponctuel dans le plan focal avec une précision σ_o de l'ordre de $1''$ (soit le dixième d'un pixel pour des optiques classiques). À nouveau ce même facteur d'amélioration de 5 à 10 semble nécessaire. Un deuxième étage algorithmique en serait chargé, c'est le but de l'algorithme de MCC présenté dans la section suivante.

4.1.2 Algorithme de *Multiple Cross-Correlation* (MCC)

La MCC consiste à rechercher la direction d'un objet d'avant-plan (FGB) par meilleur ajustement d'un modèle $(\varepsilon_x, \varepsilon_y)$ à 2 paramètres. Les notations employées sont illustrées en figure 4.2.

Tous les objets du plan focal, étoiles connues ou FGB, sont supposés mesurés avec une précision optique de $\sigma_o = 1''$. Le FGB, mesuré en (x, y) du plan focal, se trouve en fait physiquement en $(x_0, y_0) = (x + \varepsilon_x, y + \varepsilon_y)$, précision inaccessible par la mesure. De même pour les étoiles connues, elles sont mesurées en $(x_i, y_i)_{i=1..n}$ mais se trouvent, d'après le catalogue embarqué et après projection sur le plan focal, aux positions (x_{0i}, y_{0i}) (Cf. Fig. 4.2). La distance angulaire aux n^* étoiles s'écrit au carré $d_{0i}^2 = (x_0 - x_{0i})^2 + (y_0 - y_{0i})^2$. Un estimateur de cette distance est donné par les mesures $d_i^2 = (x - x_i)^2 + (y - y_i)^2$, de sorte que $d_i^2 = d_{0i}^2 + \eta_i$, où η_i est une variable aléatoire supposée de moyenne nulle et de distribution normale, construite sur les mesures (x_i, y_i) . Ici on ne considère pas (x, y) comme une variable aléatoire mais comme un simple choix arbitraire de repère avec lequel le modèle $(\varepsilon_x, \varepsilon_y)$ est recherché. Un système de transformation linéaire peut s'écrire après développement limité au premier ordre :

$$\begin{pmatrix} \vdots \\ d_i^2 - (x - x_{0i})^2 - (y - y_{0i})^2 \\ \vdots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vdots & \vdots \\ 2(x - x_{0i}) & 2(y - y_{0i}) \\ \vdots & \vdots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \vdots \\ \eta_i \\ \vdots \end{pmatrix}$$

soit

$$D = CE + N, \text{ où } N \sim \mathcal{N}(0, W)$$

Ce système s'inverse alors selon la méthode des moindres carrés pondérés, avec la matrice de poids W , pour fournir une estimation de $(\varepsilon_x, \varepsilon_y)$ avec sa covariance :

$$\begin{aligned} \hat{E} &= (C^T W C)^{-1} C^T W D \\ \text{Cov}(E) &= (C^T W C)^{-1} \end{aligned} \quad (4.1)$$

La solution implique l'inversion de la matrice $(C^T W C)$ qui est seulement de rang 2 et dont les éléments se calculent aisément, une fois que W est connue. W résulte de n^* mesures indépendantes non corrélées et sera donc la matrice diagonale des *inverses* des variances $\text{Var}(\eta_i)$. Notons que (x, y) et (x_{0i}, y_{0i}) sont ici des constantes du problème. De plus, pour toute étoile i , les variables aléatoires x_i et y_i sont indépendantes, non corrélées et supposées de distribution normale, il est donc possible d'introduire $u_i = (x_i - x_{0i})/\sigma_o = \mathcal{N}(0, 1)$ et $v_i = (y_i - y_{0i})/\sigma_o = \mathcal{N}(0, 1)$. Alors $\text{Var}(\eta_i)$ se développe ainsi :

$$\begin{aligned} \text{Var}(\eta_i) &= \text{Var}(d_i^2 - (x - x_{0i})^2 - (y - y_{0i})^2) \\ &= \text{Var}(d_i^2) \text{ car } x, y, x_{0i}, y_{0i} \text{ sont ici des constantes} \\ &= \text{Var}((x - x_i)^2 + (y - y_i)^2) \\ &= \sigma_o^4 (\text{Var}(u_i^2) + \text{Var}(v_i^2)) \\ &= 2\sigma_o^4 \text{Var}(\mathcal{N}(0, 1)) \\ &= 2\sigma_o^4 \end{aligned}$$

W est donc la matrice diagonale $(2\sigma_o^4)^{-1} I_{n^*}$. Il est désormais possible d'estimer $\text{Cov}(E) = (C^T W C)^{-1}$ dans un cas particulier, pour avoir un ordre de grandeur de l'erreur résultante de l'OT, notée σ_{OT} :

$$\text{Cov}(E) \simeq 2\sigma_{OT}^2$$

et

$$C^T W C = \frac{2}{\sigma_o^4} \cdot \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^n (x - x_{0i})^2 & \sum_{i=1}^n (x - x_{0i})(y - y_{0i}) \\ \sum_{i=1}^n (x - x_{0i})(y - y_{0i}) & \sum_{i=1}^n (y - y_{0i})^2 \end{pmatrix}$$

TABLE 4.1 – Précision σ_{OT} (arcsec) : applications numériques pour la MCC dans un cas idéal, avec pixels de taille $px=10''$ et $\sigma_o=5''$ (demi-pixel), pour n^* étoiles dans le champ, de répartition d (écart type).

	$2d = 50px$	$2d = 100px$
$n^* = 2$	0.035	0.018
$n^* = 3$	0.029	0.015
$n^* = 5$	0.022	0.011

Un cas particulier est lorsque l'image du FGB se trouve au barycentre des images des étoiles connues du champ de vue. Pour des étoiles réparties avec des distances angulaires caractéristiques d en x et en y , la matrice C^TWC devient simplissime :

$$C^TWC = \frac{2}{\sigma_o^4} \cdot \begin{pmatrix} n^*d^2 & 0 \\ 0 & n^*d^2 \end{pmatrix} = \frac{2n^*d^2}{\sigma_o^4} \cdot I_2$$

D'où l'expression de σ_{OT} , dans ce cas particulier, avec tr qui désigne la trace :

$$\begin{aligned} 2\sigma_{OT}^2 &\simeq \text{tr}(\text{Cov}(E)) = \text{tr}\left((C^TWC)^{-1}\right) \\ &\Leftrightarrow \sigma_{OT} \simeq \frac{\sigma_o}{\sqrt{n^*}} \cdot \left(\frac{\sigma_o}{2d}\right) \end{aligned} \quad (4.2)$$

Dans ce cas, certainement idéal, la précision obtenue de l'OT est améliorée par la MCC d'un facteur attendu $1/\sqrt{n^*}$, mais aussi du rapport $\sigma_o/(2d)$, lequel traduit l'erreur optique brute rapportée à l'étendue du champ d'étoiles. Ce deuxième facteur domine clairement l'amélioration de précision, c'est-à-dire la contrainte sur la valeur de $(\varepsilon_x, \varepsilon_y)$. Quelques applications numériques sont données en table 4.1. Des chiffres $\sigma_{OT} < 0.04''$ peuvent faire rêver, mais ils sont peu crédibles dans la pratique. Dans un cas non idéal, le champ d'étoiles disponible est peu contrôlable et le FGB ne sera pas au barycentre de ce champ. Même dans un cas idéal, il faut en plus s'attendre à ce que d'autres facteurs viennent à dominer les erreurs commises, en particulier des aberrations optiques (η_i non uniformes) ou un biais de mesure (algorithme de centrage corrélant les bruits de mesure η_i) ou encore la précision des directions dans les catalogues d'étoiles (de l'ordre de la milliseconde d'angle).

En conclusion de cette partie sur la MCC, considérant des pixels de taille angulaire de $10''$, il apparaît raisonnable de tabler sur une précision en sortie de la MCC de l'ordre de $0.1''$. C'est, en effet, encore un ordre de grandeur moins précis que le cas idéal étudié ($n^* = 5$ et $2d = 100$ pixels) qui est lui-même un cas plutôt conservatif.

4.1.3 Nombre d'étoiles disponibles

Nous l'avons vu en section précédente 4.1.2, un petit nombre d'étoiles visibles dans le champ de vue suffit au système de mesure (*Object Tracker*, OT). Un budget photométrique simplifié est présenté ici, étant rappelé que l'OT fait l'objet d'un développement, toujours en cours, en dehors du périmètre de cette thèse.

Considérons un ordre de grandeur reconnu qui est le nombre d'étoiles visibles dans le ciel : à magnitude 6, il y a environ $N_6 = 6000$ étoiles et ce nombre augmente d'un facteur 2.5 par magnitude. Il est ainsi possible de lier le nombre moyen d'étoiles n^* dans un champ de vue avec la magnitude m_V en limite de sensibilité du capteur.

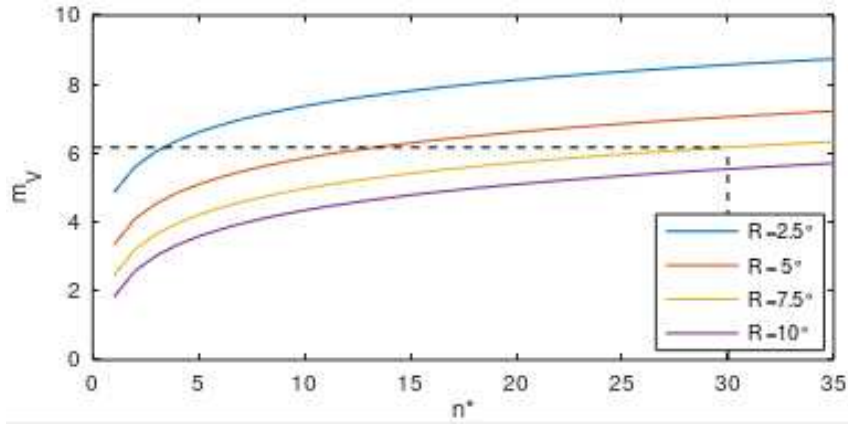


FIGURE 4.3 – Sensibilité minimum de l'OT (exprimée en magnitude détectable) pour avoir en moyenne n^* étoiles dans un champ de vue conique de demi-angle R .

Un champ de vue conique de demi-angle R correspond à une fraction de ciel $\tau = \pi R^2 / (4\pi sr)$ ou, avec R exprimé en degrés, $\tau = \pi R^2 / 41253 \text{ deg}^2$. La relation entre n^* et m_V s'écrit alors en fonction de τ :

$$\frac{n^*}{\tau} = N_6 (2.5)^{m_V - 6}$$

ou bien

$$m_V = 6 + \ln \left(\frac{n^*}{\tau N_6} \right) / \ln(2.5)$$

La figure 4.3 montre qu'une sensibilité typique de *Star Tracker* en COTS, à savoir $m_V \simeq 6$, suffit à avoir 30 étoiles dans un cône de vue de 15° ($R = 7.5^\circ$) et environ 15 étoiles dans un cône de 10° ($R = 5^\circ$)¹. Bien sûr la répartition des étoiles n'est pas uniforme mais en général un *Star Tracker* est dimensionné pour reconnaître des constellations de 4 étoiles dans 90 à 99% du ciel. Les performances optiques d'un *Star Tracker* en COTS ne sont donc pas limitantes pour gagner un facteur 10 sur la résolution optique grâce à la MCC.

4.1.4 Objets d'avant-plan disponibles

Les FGB envisageables sont en premier lieu les planètes. Pour ces objets, les erreurs d'éphémérides sont négligeables devant celles des mesures optiques. Un aperçu des précisions obtenues par les modèles planétaires INPOP ou EPM est donné en table 4.2. Rapportées en erreurs angulaires à des distance représentatives d'une trajectoire Terre-Mars, elles sont très inférieures à la performance de l'OT.

D'autres FGB pourraient être considérés tels que la Lune, les lunes de Mars, les satellites galiléens. Dans un contexte CRUISE, ils n'apportent pas de valeur-ajoutée dans la triangulation du fait de leur proximité avec les planètes déjà envisagées. Il en irait tout autrement dans un contexte PROXOPS au voisinage d'un tel corps, par exemple au voisinage de la Lune ou de Phobos. Mais alors, comme d'ailleurs pour les planètes parentes, ces objets deviennent optiquement résolus et la précision angulaire de l'OT n'est plus dimensionnée par l'algorithme de MCC. La précision devient celle permise par la méthode de détermination du centre d'image d'un objet résolu : elle

¹par exemple, en entrée de gamme, le *Mini Star Tracker* développé par l'Université Catholique de Louvain a une sensibilité de $m_V = 5.5$ et un champ de vue de $12 \text{ deg} \times 16 \text{ deg}$

4.1. CAPTEUR EMBARQUÉ : UN « OBJECT TRACKER » (OT)

TABLE 4.2 – ‘Ephémérides de planètes : précisions par rapport aux observations passées selon les théories INPOP10a (distances et directions depuis la Terre, Fienga et al. [50]) et EPM13 (demi grand axe, Pitjeva and Pitjev [51]), et erreurs angulaires correspondantes aux distances indiquées

précision	INPOP10a dist./dir.	EPM13 demi-axe	distance (UA)	angle (arcsec)
Venus	3.9 m / 2.5 mas	0.038 m	0.5 UA	<0.009
Earth	-	0.10 m	0.1 UA	~0.001
Mars	1.7 m / 0.4 mas	0.468 m	0.1 UA	<0.01
Jupiter	1.6 km / 18 mas	347 m	3.5 UA	<0.0002

TABLE 4.3 – Nombre d’astéroïdes visibles à $m_V < 8.33$ en fonction des distances. H : magnitude absolue (à 1 UA). Root Mean Square, écart-type 1σ (RMS) fit : écart-type normalisé de l’orbite ajustée (source : JPL/NASA, Small-Body Browser)

distances	0.5 UA	3 UA	5.5 UA
H pour $m_V < 8.33$	<9.63	<5.95	<4.62
Nombre d’astéroïdes (par secteur de 10°)	3678 102	358 10	79 2
Nombre si RMS fit<0.2” (par secteur de 10°)	1075 30	24 <1	5 ≪ 1

n’est pas traitée ici car elle relève de l’OT et de son adaptation au contexte PROXOPS, toutefois des méthodes suffisamment légères pour être embarquées existent, comme l’ajustement de limbe utilisé par exemple par Duxbury and Callahan [52] y compris sur des objets non sphériques, et fournissent de bonnes précisions.

Des corps célestes moins facilement observables que les planètes ou les lunes principales sont encore accessibles à la mesure : les astéroïdes de la ceinture principale. Toutefois leur utilisation dépend de la sensibilité du capteur optique et de la précision de leurs éphémérides. Un décompte rapide par le moteur de recherche *Small-Body Browser* de JPL/NASA est donné en table 4.3 : alors que plusieurs centaines sont visibles à des distances de plusieurs UA jusqu’à la magnitude 8.33 (prise comme spécification de départ pour l’OT), le nombre de ceux dont la précision 1σ des éphémérides est meilleure que 0.2” est de 24 à 3 UA (typiquement le long des 360° d’une ellipse complète entre Terre et Mars) et de seulement 5 pour ceux qui seraient visibles en permanence. C’est peu mais cela double presque, tout de même, le nombre d’objets par rapport aux seules planètes. En revanche, dans un contexte CRUISE à l’approche de la ceinture d’astéroïdes, ce nombre monte probablement à une trentaine et même à une soixantaine dans toutes les directions depuis l’intérieur même de la ceinture (en considérant ceux à moins de 0.5 UA avec un périmètre moyen de la ceinture de 19 UA : $1075 \times (2 \times 0.5)/19 \simeq 57$). Compte tenu de l’importance de disposer de FGB variés, la solution d’IFOD proposée peut se trouver tout particulièrement bien adaptée à des missions vers la ceinture principale d’astéroïdes.

Enfin, il reste la catégorie des objets artificiels que sont les sondes spatiales dont la trajectoire est connue et qui restent visibles jusqu’à quelques centaines ou milliers de kilomètres selon leur albedo :

- Dans un contexte CRUISE, la trajectoire de la mission hôte est en général planifiée avec une extrême précision et, si besoin, ré-actualisée juste après le

lancement. Elle peut donc être exploitée par le nanosatellite pendant sa phase de *commissionning* et peut-être au-delà pendant plusieurs jours.

- Dans un contexte PROXOPS, la trajectoire de la mission-mère est exploitable, celle-ci pouvant être actualisée à bord du nanosatellite lors des passes de communication planifiées.
- À des fins de qualification de BIRDY-T au voisinage de la Terre, il a également été envisagé d'exploiter des éphémérides de satellites géostationnaires ou des satellites de constellations GNSS sous réserve que leur vitesse de défilement vue depuis BIRDY-T ne soit pas trop élevée

4.2 « Propagateur DOCKS » en préparation de mission

Les sections précédentes ont déjà identifié des éléments de la préparation de mission : les étoiles à utiliser pour la MCC, les objets d'avant plan (FGB) à rechercher dans le champ de vue de l'OT et, donc, la fraction du champ de vue dans laquelle les rechercher. Cette dernière dépend à la fois de la trajectoire attendue du nanosatellite et d'une hypothèse d'écart maximum à cette trajectoire.

Compte tenu de distances et de vitesses interplanétaires, un a priori avait été adopté dès l'origine d'une recherche de solution d'IFOD, à savoir qu'il serait plus facile de mesurer un petit écart par rapport à une référence que de tenter une triangulation dans l'absolu. En effet, avec de petits écarts à une référence, les écarts de directions des FGB étaient attendus petits et le problème à inverser serait plus facilement linéarisable. Mon idée a donc été de produire au sol une telle référence en vue de la stocker et l'exploiter à bord. L'analyse de performance devrait alors inclure de caractériser le domaine, spatial et temporel, dans lequel un écart à cette référence peut être mesuré avec suffisamment de confiance. L'idée est d'autant plus séduisante que l'incertitude sur la référence n'a pas d'incidence tant qu'elle reste petite à l'échelle du domaine de validité de la méthode.

Puisqu'un filtre linéaire de Kalman a été installé au départ, l'a priori s'est trouvé justifié. Avec les plus récentes améliorations de l'IFOD, la complexité a augmenté mais dispense en revanche de l'hypothèse de modèles linéaires. Il sera donc justifié de vérifier dans les travaux futurs si une trajectoire de référence produite au sol pour être stockée à bord est encore nécessaire. En tout cas, cette référence doit être connue pour prédire dans quelles directions observer les FGB.

Un « propagateur » de trajectoire a alors été développé comme une des composantes de la préparation de mission du projet BIRDY-T.

Comme pour l'OT, le propagateur a fait l'objet d'un développement spécifique, distinct de la présente thèse, initialement dans le cadre de BIRDY-T puis repris dans le cadre plus général du pôle spatial C²ERES au sein d'une suite logicielle de prototypage de mission baptisée DOCKS et offerte en *open source*. Il faut mentionner ici les belles contributions d'étudiants de Masters qui se sont succédés, co-encadrés par Sébastien DURAND depuis 2017 et moi-même depuis 2014, à savoir : Audrey PORQUET (2014, stage), Jim LIN (2015, stage), Nima TRAORE (2016, stage), Edouard LEICHT (2017, projet), Florian JOUSSEAU (2017, stage), Laëticia LEBEC (2018, stage), Guillaume JUIF & Fabien LAFARGUE (2018, projet), Rashika JAIN (2019, stage).

En CRUISE, contexte de croisière interplanétaire pour l'IFOD, le propagateur est relativement simple : il s'agit d'un intégrateur numérique par méthode Runge-Kutta

d'ordre 4 ou Runge-Kutta-Fehlberg d'ordre 4-5 (RKF45, par Erwin FEHLBERG, 1969). Le pas de temps étant variable, la méthode RKF45 se prête particulièrement bien aux besoins de BIRDY-T qui est d'optimiser le volume des données embarquées en maîtrisant la précision de l'échantillonnage : intervalles courts à proximité de corps massifs, longs à distance de ces corps.

Dans toute la suite, lorsqu'une trajectoire est évoquée, elle est supposée produite par le « segment sol » de BIRDY-T et donc par ce propogateur DOCKS. En revanche, les éphémérides d'objets d'avant-plan, FGB, sont extraites des meilleurs modèles disponibles pour les corps célestes connus. Il arrivera cependant, pour les besoins particuliers de création d'un scénario ex-nihilo, notamment en PROXOPS qu'une trajectoire de FGB soit produite avec le propogateur DOCKS et ce sera alors précisé.

En théorie, il devrait suffire de trianguler sur 3 directions différentes pour se localiser dans l'espace. Mais, à l'échelle nanosatellite, on fait l'hypothèse qu'un seul capteur optique est employé. Ceci impose donc de pointer successivement ces directions alors que, pendant ce temps, la sonde se déplace à quelque 30 km/s de manière non rectiligne uniforme. Cette situation conduit à parler de triangulation asynchrone et nécessite plus de 3 mesures. Les erreurs optiques limitant la précision, il faut multiplier les mesures alors que le déplacement se poursuit. D'où le besoin d'ajouter à la triangulation un estimateur, initialement linéaire et appelé filtre de Kalman linéaire, qui déduira la localisation avec sa précision et l'améliorera progressivement au fur et à mesure des observations et du déplacement. Un scénario d'évaluation est ensuite présenté où la validité de l'hypothèse de linéarisation est finalement discutée.

5.1 Triangulation asynchrone

5.1.1 Inversion par la méthode des moindres carrés

Dans une première approche, intuitive, plusieurs mesures de direction d'objets d'avant-plan doivent suffire à contraindre une position absolue de l'observateur. Le système d'équations qui traduirait ces contraintes n'est pas linéaire et son inversion est donc problématique. En revanche, si les directions sont comparées à ce qu'elles devraient être telles que mesurées depuis une position préjugée, les écarts attendus sont assez faibles pour autoriser la linéarisation du système. Cette hypothèse sera vérifiée dans la section 5.3.4 (domaine de validité).

L'idée de départ est donc d'embarquer dans le nanosatellite une trajectoire de référence, dite \mathcal{T}_R , ainsi que les éphémérides d'objets d'avant-plan $B_j, j = 1..n$. Les mesures seront alors comparées aux valeurs attendues pour reconstruire un écart par rapport à \mathcal{T}_R .

La relation qui lie la mesure de direction (λ_A, φ_A) d'un corps d'avant-plan FGB vu depuis la trajectoire réelle du nanosatellite, notée \mathcal{T}_A pour *Actual*, et celle (λ_R, φ_R) depuis \mathcal{T}_R est donnée par

5.1. TRIANGULATION ASYNCHRONE

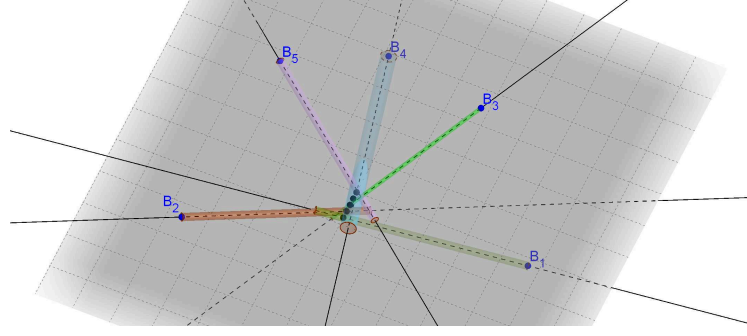


FIGURE 5.1 – *Triangulation asynchrone sur des directions d'objets d'avant-plan mesurées avec erreurs, formant des tubes, depuis 5 positions successives de l'observateur.*

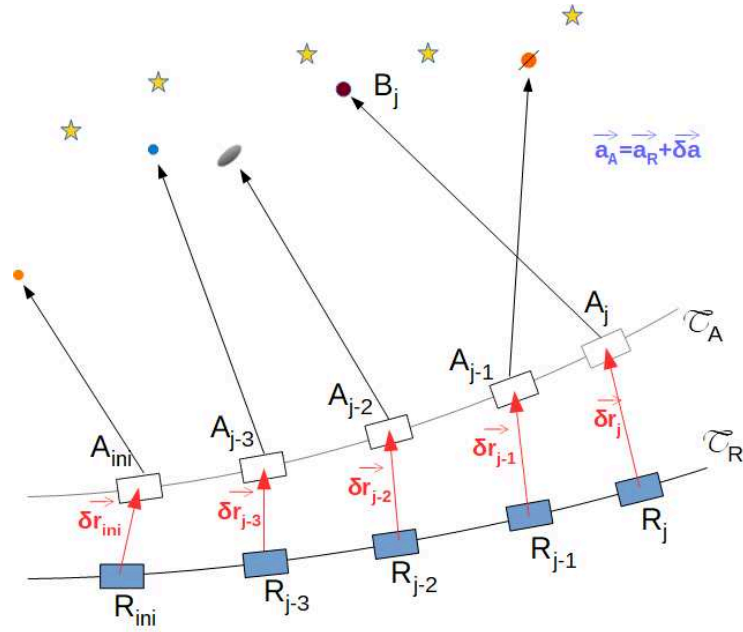


FIGURE 5.2 – *Notations pour la Triangulation Asynchrone (AT).*

$$\begin{aligned} \overrightarrow{\delta r_j} &= \overrightarrow{R_j A_j} - \overrightarrow{R_j B_j} - \overrightarrow{A_j B_j} \Leftrightarrow \\ \begin{pmatrix} \delta x_j \\ \delta y_j \\ \delta z_j \end{pmatrix} &= \begin{bmatrix} \varrho_R \cos \varphi_R \cos \lambda_R - (\varrho_R + d\varrho_j) \cos(\varphi_R + d\varphi_j) \cos(\lambda_R + d\lambda_j) \\ \varrho_R \cos \varphi_R \sin \lambda_R - (\varrho_R + d\varrho_j) \cos(\varphi_R + d\varphi_j) \sin(\lambda_R + d\lambda_j) \\ \varrho_R \sin \varphi_R - (\varrho_R + d\varrho_j) \sin(\varphi_R + d\varphi_j) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.1)$$

avec les notations de la figure 5.2, où $(d\varrho_j, d\lambda_j, d\varphi_j)$ traduit l'écart en coordonnées sphériques du point d'observation réel par rapport à la référence sur l'observation de B_j .

Sous réserve d'écarts angulaires petits, les développements limités conduisent à des simplifications et, après abandon de la relation sur $d\varrho_j$ qui n'est pas accessible,

le problème géométrique peut s'exprimer sous forme matricielle

$$\begin{pmatrix} d\lambda_j \\ d\varphi_j \end{pmatrix} = \frac{1}{\varrho_j} \cdot \begin{bmatrix} \sin \lambda_j / \cos \varphi_j & -\cos \lambda_j / \cos \varphi_j & 0 \\ \cos \lambda_j \cdot \sin \varphi_j & \sin \lambda_j \cdot \sin \varphi_j & -\cos \varphi_j \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \delta x_j \\ \delta y_j \\ \delta z_j \end{pmatrix} \quad (5.2)$$

ou

$$[Y_j] = [C_j][X_j]$$

où l'indice R désignant \mathcal{T}_R à la mesure j a été remplacé par l'indice j seul. Le cas où $\cos \varphi_j$ serait nul correspond à une discontinuité transitoire, et même ponctuelle, où l'objet observé serait exactement au pôle Nord ou Sud du référentiel utilisé, sans remettre en question la méthode générale.

Comme le nanosatellite est supposé n'embarquer qu'un seul capteur OT, les opérations de pointage successifs vers les objets d'avant-plan conduiront donc à des mesures optiques à des dates différentes. Une *propagation* de la trajectoire du nanosatellite doit être modélisée pour lier entre elles les mesures. Il s'agit donc d'une triangulation sur des mesures non simultanées, nommée « asynchrone », AT.

Pour le contexte CRUISE, il est supposé que le champ local d'accélération est uniforme à l'échelle d'un jeu de mesures et de l'écart entre \mathcal{T}_R et \mathcal{T}_A . Alors la localisation du nanosatellite depuis une date t_{ini} à une date t_j est donnée par l'équation 5.4, où l'écart d'accélération, supposé constant à l'échelle de l'AT, est noté $\vec{\delta a}$.

$$\vec{\delta r}_j = \vec{\delta r}_{ini} + (t_j - t_{ini}) \cdot \vec{\delta v}_{ini} + \frac{(t_j - t_{ini})^2}{2} \cdot \vec{\delta a} \quad (5.3)$$

soit, en notant $dt_j = (t_j - t_{ini})$:

$$[X_j] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & dt_j & 0 & 0 & \frac{1}{2} \cdot dt_j^2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & dt_j & 0 & 0 & \frac{1}{2} \cdot dt_j^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & dt_j & 0 & 0 & \frac{1}{2} \cdot dt_j^2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \vec{\delta r}_{ini} \\ \vec{\delta v}_{ini} \\ \vec{\delta a} \end{pmatrix} \quad (5.4)$$

Sous cette nouvelle forme, les inconnues du problème sont les 9 coordonnées à t_{ini} d'écart à \mathcal{T}_R en position, vitesse et accélération. Or la relation 5.2 apporte 2 équations par mesure de direction de FGB. La triangulation asynchrone (AT) devient donc envisageable à partir d'un jeu de 5 mesures.

À partir de 5 mesures, un système linéaire sur-contraint peut être construit pour déterminer le meilleur modèle, ou vecteur d'état à t_{ini} , noté $[\xi] = [\vec{\delta r}_{ini}^T \ \vec{\delta v}_{ini}^T \ \vec{\delta a}^T]^T$ dans la suite, qui correspondra aux mesures $[Y_j]$. L'écriture en matrices par blocs permet de clarifier ce système.

$$\text{Eq.5.4} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} I_3 & I_3 dt_j & I_3 dt_j^2/2 \end{bmatrix} [\xi] = [X_j]$$

Cette expression est alors introduite dans l'équation 5.2 :

$$[Y]_{10 \times 1} = \begin{bmatrix} \vdots \\ [Y_j]_{2 \times 1} \\ \vdots \end{bmatrix}_{j=1..5} = \begin{bmatrix} \vdots \\ [C_j]_{2 \times 3} \begin{bmatrix} I_3 & I_3 dt_j & I_3 dt_j^2/2 \end{bmatrix}_{3 \times 9} \\ \vdots \end{bmatrix}_{10 \times 9} [\xi]_{9 \times 1}$$

D'où l'écriture conduisant directement à l'inversion de problème :

$$Y = [C][\xi], \text{ avec } [C] = \begin{bmatrix} \vdots \\ [C_j] \begin{bmatrix} I_3 & I_3 dt_j & I_3 dt_j^2/2 \end{bmatrix} \\ \vdots \end{bmatrix}$$

$$[\xi] = [C^T C]^{-1} C^T Y \quad (5.5)$$

5.1.2 Pondérations et redimensionnements

Sur le plan mathématique, la solution 5.5 donne le meilleur ajustement avec les mesures disponibles si celles-ci sont toutes considérées avec le même poids. Or l'OT fournit une précision de mesure variable selon les FGB. Par ailleurs, les inversions de matrices sont instables face aux imprécisions numériques et il est de bonne pratique de ramener les variables en jeu dans des domaines de variations les plus proches possibles les uns des autres. Nous allons ici traiter à la fois de la pondération et des modifications d'échelles mises en œuvre dans l'IFOD.

Nous commençons ici par le besoin de changement d'échelle des variables qui interviennent. Soient U et V les matrices diagonales de changement d'échelle de ξ et Y respectivement, de sorte que l'IFOD fera les calculs sur les variables transformées ξ^* et Y^* définies par

$$\xi^* = U\xi$$

$$Y^* = VY$$

La solution obtenue en 5.5 est alors transformée en son équivalent redimensionné. Par combinaison de matrices, on établit ainsi la nouvelle solution d'AT :

$$\xi^* = [C^{*T} C^*]^{-1} C^{*T} Y^*$$

$$[C^*] = \begin{bmatrix} \vdots \\ [C_j^*] \begin{bmatrix} I_3 & I_3 dt_j & I_3 dt_j^2/2 \end{bmatrix} \\ \vdots \end{bmatrix} [U]^{-1} \text{ avec } [C_j^*] = [V_j][C_j], \quad (5.6)$$

où $[V_j]$ représente la matrice diagonale 2×2 , sous-matrice de V , des deux facteurs d'échelle sur la mesure j .

Afin de conserver le plus possible des domaines de variation « autour » de 1, l'IFOD utilisera les redimensionnements suivants pour ξ et Y :

$$U = \frac{1}{D} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \ddots & 1 & & \\ & & & T & \\ & & & T & \\ & & & & T \\ & & & & & T^2/2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & & & & & \ddots & T^2/2 & 0 \\ 0 & \cdots & & & \cdots & 0 & T^2/2 \end{bmatrix} \quad \text{où } \begin{cases} D = \|\overrightarrow{R_1 R_5}\| \\ T = (t_5 - t_1) \end{cases} \quad (5.7)$$

$$V = \begin{bmatrix} \ddots & & & & \\ & \begin{bmatrix} \varrho_j & \cos \varphi_j & 0 \\ 0 & \varrho_j \end{bmatrix} & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & \ddots \end{bmatrix}_{j=1..5} \quad (5.8)$$

Remarque : Si ξ^* est désormais sans dimension, on peut noter que le Jacobien du problème C^* et le vecteur de mesures Y^* sont désormais homogènes à des distances. En particulier Y^* est caractéristique de l'erreur de mesure transversale à la direction d'un FGB introduite par la mesure de sa direction du fait de sa distance.

Quant à la pondération des mesures entre elles, l'*Object Tracker* (OT) fournit la covariance de chaque direction mesurée, notée $[\Omega_j]_{2 \times 2}$ (Cf. section 4.1), et donc la covariance d'un jeu de 5 mesures $[\Omega]_{10 \times 10}$ comme étant la matrice diagonale par blocs des $[\Omega_j]_{j=1..5}$. La solution des moindres carrés avec pondération Ω^{-1} modifie légèrement l'équation 5.5 en

$$[\xi] = [C^T \Omega^{-1} C]^{-1} C^T \Omega^{-1} Y$$

et la covariance de cette solution qui propage l'incertitude Ω s'exprime à son tour comme

$$[C^T \Omega^{-1} C]^{-1}$$

Compte tenu du redimensionnement introduit par U et V , le redimensionnement associé de Ω est donné par $(V\Omega V)$. Son inverse est la matrice de pondération de mesures W . La solution complète peut alors s'écrire sur les variables redimensionnées, c'est-à-dire celles effectivement calculées. Afin de rappeler la nature probabiliste de ces propagations, supposées linéaires et avec l'hypothèse de lois de distributions normales des erreurs, la notation Ξ^* est utilisée pour désigner la variable aléatoire dont ξ^* est la meilleure « estimation », correspondant au maximum de probabilité :

$$W = (V\Omega V)^{-1}, \quad \begin{cases} \widehat{\xi^*} = [C^{*T} W C^*]^{-1} C^{*T} W Y^* \\ \Xi^* \sim \mathcal{N}(\widehat{\xi^*}, [C^{*T} W C^*]^{-1}) \end{cases} \quad (5.9)$$

5.2 Filtre de Kalman Linéaire

Comme il sera confirmé par les premiers résultats, les erreurs attendues après triangulation asynchrone (AT) sont importantes puisqu'elles propagent l'erreur optique du capteur proportionnellement à la distance de chaque objet observé. Il est donc logique de vouloir accumuler le plus de mesures possibles pour améliorer l'estimation d'orbite et donc, comme le nanosatellite est en mouvement, d'envisager un filtre de Kalman, dans un premier temps linéaire.

Le filtre *Linear Kalman Filter* (LKF) mis en place (voir les principes du filtrage de Kalman en section 3.4.2, page 51) comporte deux « modèles » linéaires :

- Le modèle « physique » décrit la cinématique du nanosatellite sur sa trajectoire \mathcal{T}_A , à partir de la trajectoire \mathcal{T}_R . Il s'agit du même propagateur de trajectoire que pour l'AT, embarqué à bord du nanosatellite, à la différence près que l'accélération locale n'est plus supposée constante entre deux itérations. L'erreur commise dans la modélisation, souvent appelée "bruit de process", est supposée de moyenne nulle et de distribution normale. En reprenant les notations

présentées en section 3.4.2, l'évolution du vecteur d'état entre deux itérations s'écrit

$$x_{k+1} = A_k x_k + B u + w_k, \quad w_k \sim \mathcal{N}(0, Q_k),$$

où $x_k = (\vec{r}_k, \vec{v}_k, \vec{a}_{\text{local}})^T$; u décrit les commandes appliquées sur le système et sera pris nul dans toute l'étude (par exemple une propulsion); w_k est le bruit associé au processus.

- Le modèle « d'observations » (ou modèle de mesures) lie l'état du système aux mesures disponibles, cette mesure étant prise ici comme la solution en sortie de l'AT : position, vitesse et accélération. En effet, les mesures optiques n'étant pas linéaires, l'idée a été de considérer l'AT comme un appareil de mesure qui, de fait, fournit une estimation $\hat{\xi}$ avec sa précision $\text{Cov}(\xi)$. Comme pour le modèle physique, l'erreur commise dans la description de la mesure est supposée de moyenne nulle et de distribution normale. La transformation de x_k en observations s'écrit

$$z_k = C_k x_k + v_k, \quad v_k \sim \mathcal{N}(0, R_k),$$

où z_k est le résultat de l'AT et v_k le bruit de mesure, c'est-à-dire la covariance issue de l'AT.

Compte tenu des modélisations adoptées, l'exploitation du filtre est simple. Comme pour l'AT, une matrice diagonale de re-dimensionnement $S_{(9 \times 9)}$ est utilisée sur x_k pour limiter les instabilités numériques. Dans le même but de stabilité numérique, la symétrie de certaines matrices est forcée quand elle est attendue par construction.

S est construite pour avoir une cohérence entre les facteurs d'échelle en distance (f_x), vitesse (f_v), accélération (f_a) et temps (f_t) :

$$S = \begin{bmatrix} f_x \cdot I_3 & 0_3 & 0_3 \\ 0_3 & f_v \cdot I_3 & 0_3 \\ 0_3 & 0_3 & f_a \cdot I_3 \end{bmatrix}_{(9 \times 9)}, \quad \text{avec} \begin{cases} f_t, f_x \text{ fixés arbitrairement} \\ f_v = f_x / f_t \\ f_a = f_v / f_t \end{cases} \quad (5.10)$$

où I_3 et 0_3 désignent les matrices « unité » et « nulle » de rang 3.

Les variables redimensionnées sont précisées ci-dessous avec l'indice *redim*.

en entrées :

$$x_{k,\text{redim}} = S^{-1} x_k$$

$$z_{k,\text{redim}} = S^{-1} z_k$$

$$R_{k,\text{redim}} = S^{-1} R_k S^{-1}$$

en sorties :

$$x_k = S x_{k,\text{redim}}$$

$$P_k = S P_{k,\text{redim}} S$$

Remarque : Sauf besoin particulier de clarification, les indices *redim* ne sont pas conservés dans la suite afin d'alléger les notations, et les variables sont désormais considérées redimensionnées.

Le détail de A_k est donné par

$$A_k = \begin{bmatrix} I_3 & dt_k \cdot I_3 & 0_3 \\ 0_3 & I_3 & dt_k \cdot I_3 \\ 0_3 & 0_3 & I_3 \end{bmatrix}_{(9 \times 9)} \quad (5.11)$$

On note Q_k la covariance représentant l'accumulation de bruit de process pendant une itération de durée dt_k . Ce bruit est considéré de moyenne nulle et de covariance uniforme donnée par l'incertitude d'accélération σ_a homogène à un écart type (redimensionné par f_a).

$$Q_k = \begin{bmatrix} (\sigma_a dt_k^2/2)^2 I_3 & 0_3 & 0_3 \\ 0_3 & (\sigma_a dt_k)^2 I_3 & 0_3 \\ 0_3 & 0_3 & \sigma_a^2 I_3 \end{bmatrix}$$

L'observation z_k et sa covariance R_k sont directement prises du résultat de l'AT formulé en 5.9 (moyennant redimensionnement après AT et en entrée du filtre). De plus, on notera que $C_k = I_9$.

$$\begin{cases} z_{k,\text{redim}} = S^{-1} U^{-1} \widehat{\xi}^\star \\ R_{k,\text{redim}} = S^{-1} U^{-1} \text{Cov}(\Xi^\star) U^{-1} S^{-1} \end{cases}$$

Les modèles étant alors entièrement mis en place, le filtre est initialisé à l'itération $k = 0$ à partir d'un premier jeu de mesures, après AT. L'origine du repère pour le filtre est translatée à la position de *référence* de \mathcal{T}_R telle que pré-calculée au sol pour la date correspondant à $k = 0$. En revanche, les vitesses et accélérations ne sont pas translatées par rapport aux vitesses et accélérations de \mathcal{T}_R (cet aspect sera modifié ultérieurement).

$$\begin{aligned} x_0 &= S^{-1} \left[\begin{pmatrix} \vec{0}_3 \\ \vec{v}_0 \\ \vec{a}_0 \end{pmatrix} + U^{-1} \widehat{\xi}_0^\star \right] \\ P_0 &= S^{-1} U^{-1} \text{Cov}(\Xi_0^\star) U^{-1} S^{-1} \end{aligned} \quad (5.12)$$

Les mises à jour des estimations *a priori* (c'est-à-dire avant exploitation d'une nouvelle mesure, exposant « - ») et *a posteriori* (exposant « + », après exploitation d'une nouvelle mesure) sont alors explicitées par

$$\begin{aligned} \widehat{x}_k^- &= A_k + \widehat{x}_{k-1}^+ \\ P_k^- &= A_k P_{k-1}^+ A_k^T + Q_k \\ K_k &= P_k^- C_k^T (C_k P_k^- C_k^T + R_k)^{-1} \\ \widehat{x}_k^+ &= \widehat{x}_k^- + K_k (z_k - C_k \widehat{x}_k^-) \\ P_k^+ &= (I_9 - K_k C_k) P_k^- \end{aligned} \quad (5.13)$$

Remarque : Les formules se simplifient encore par le fait que $C_k = I_9$. Toutefois, nous conservons ici la notation générale C_k pour faire le lien avec les améliorations ultérieures.

5.3 Architecture de simulation

5.3.1 Langage

L'algorithme de détermination d'orbite est prototypé en langage MATLAB de Mathworks[®], compatible avec une exécution sous logiciel libre GNU OCTAVE : c'est-à-dire que seules des fonctions du noyau MATLAB sont utilisées, à l'exclusion de toute fonction spécialisée issue d'une librairie non accessible publiquement. Tout

l'environnement d'évaluation de l'algorithme est également codé en langage MATLAB compatible OCTAVE, à l'exception de quelques spécificités graphiques dans les résultats, sans conséquence sur l'algorithme, qui sont codées séparément pour les deux environnements. En effet, comme mentionné au chapitre 3, cette approche sécurise la future ré-écriture du code en langage C++ (pas de traduction automatique de code, pas de dépendance à une version particulière ou à des droits de propriété particuliers). Cette approche est aussi une condition nécessaire pour que l'estimation de charge CPU présentée au chapitre 7 soit valide.

5.3.2 Scénario de validation

Le scénario de validation se définit par une performance optique de l'OT (*Object Tracker*), un jeu de 2 trajectoires Terre-Mars, \mathcal{T}_R et \mathcal{T}_A , et une séquence d'observation de FGB (objets d'avant-plan) :

- La précision des mesures optiques est fixée à $\sigma_{opt} = 0.2''$ (hypothèse conservative pour un capteur comme celui présenté en section 4.1). C'est-à-dire que les mesures $[Y_j] = (d\lambda_j, d\varphi_j)$ dans les équations 5.2 puis 5.5 seront simulées en ajoutant un bruit de distribution normale à moyenne nulle et covariance $\text{Cov}(E)$ constante :

$$\text{Cov}(E) = \Omega = \begin{pmatrix} \sigma_{opt}^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{opt}^2 \end{pmatrix}$$

- \mathcal{T}_R a été générée par le propagateur de trajectoire DOCKS présenté en section 4.2 avec des conditions initiales extraites d'une première simulation « pilotée » : en adoptant les dates suggérées par Tito et al. [4] pour un départ en 2018 vers Mars, une trajectoire réaliste de départ de la Terre et d'insertion en orbite interplanétaire (IOI) a été recherchée avec le simulateur *Orbiter*, *Space Flight Simulator*¹ afin de simuler le lancement de la mission hôte du CUBESAT BIRDY-T ; le vecteur d'état en sortie de la sphère d'influence de la Terre, à environ 600 000 km de distance, a alors été prélevé et utilisé comme conditions initiales du propagateur DOCKS. La trajectoire produite, \mathcal{T}_R , réalise bien un survol de Mars après environ 220 jours de croisière avec changement d'inclinaison lors du survol (Fig.5.3).
- \mathcal{T}_A a alors été générée par DOCKS en modifiant les conditions initiales de \mathcal{T}_R de 1 m/s en rétrograde (vers l'arrière, à l'opposé du vecteur vitesse), afin de simuler l'éjection depuis la mission hôte, conformément aux limites possibles spécifiées par le standard CUBESAT. Des ΔV de 1 m/s dans d'autres directions ont également été essayés mais n'apportent pas d'enseignement supplémentaire particulier. De plus, il est probable que pour prévenir tout rapprochement avec la mission hôte, celle-ci imposera une éjection du CUBESAT vers l'arrière, créant un retard suffisant pour éviter tout risque de collision.
- Les FGB sont choisis parmi les planètes Terre, Mars, Jupiter et l'astéroïde Cérès. À la période considérée, leur élongation solaire depuis les trajectoires \mathcal{T}_R ou \mathcal{T}_A est jugée suffisante pour ne pas gêner les mesures optiques par l'OT. La direction de ces objets sera alors comparée, lorsqu'ils sont vus depuis \mathcal{T}_R ou \mathcal{T}_A qui s'éloignent l'une de l'autre au cours du scénario (5.4).

¹jeu créé par Martin Schweiger en 2000 de simulation de dynamique de vol spatial suivant les lois de Kepler, gratuit pour usages non-commerciaux et pédagogiques, orbit.medphys.ucl.ac.uk

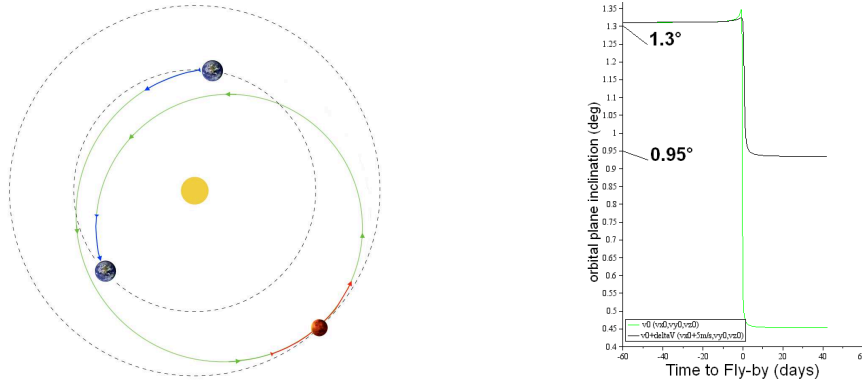


FIGURE 5.3 – Trajectoire CUBESAT en 2018; À dr. : changement d'inclinaison du plan orbital lors du survol de Mars pour 2 trajectoires d'arrivée différentes, de 1.3° à 0.95° pour T_R en noir (la courbe en vert n'est pas T_A). Source : stage A.PORQUET, 2014

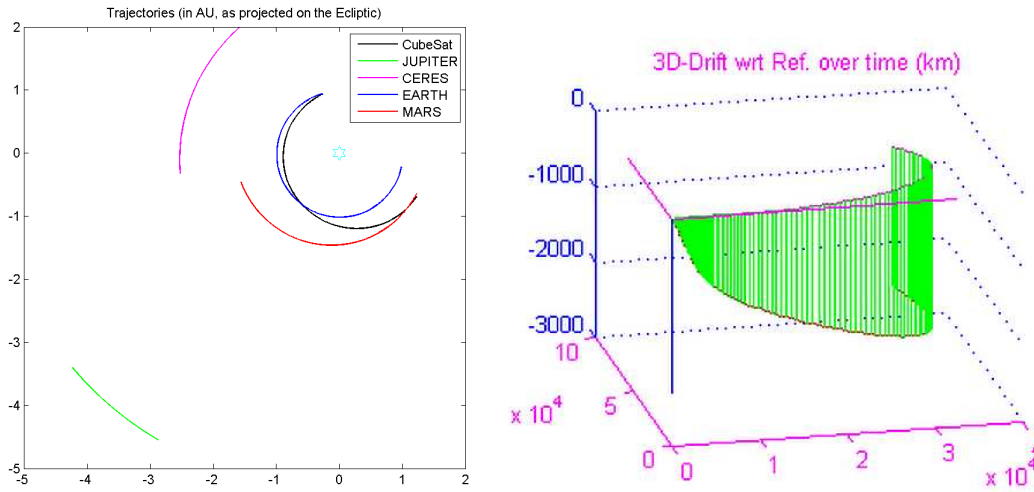


FIGURE 5.4 – Trajectoires CUBESAT et FGB en 2018 (à gauche, en UA); Écart T_A par rapport à T_R (à droite, en km).

- Une séquence d'observation consiste à pointer successivement une sélection de FGB, par exemple Terre-Mars-Jupiter-Cérès. À partir du démarrage d'un processus de détermination d'orbite (lancement du filtrage de Kalman), la séquence est répétée pendant toute la durée du processus d'IFOD. Entre les observations de deux FGB différents, une durée forfaitaire est laissée, entre 5 et 12 min selon le scénario, représentant un délai de changement de pointage du CUBESAT (*slew*) puis sa tranquillisation, 5 min de *slew* étant une durée réaliste pour un CUBESAT pour se retourner de 180° . Le processus complet est alors ré-initialisé à intervalle régulier pour évaluer les résultats de la méthode dans les différentes phases du scénario de vol.

Entre le cycle principal des processus IFOD et le cycle des séquences d'observation dans chaque processus IFOD, une série de tirages Monte-Carlo sur les erreurs optiques de chaque mesure est mise en place. La raison est historique : initialement, il était souhaitable d'évaluer la performance statistique de la triangulation asynchrone (AT) seule, donc avec des tirages Monte-Carlo ; puis le filtre LKF a été mis en place, toujours avec tirages Monte-Carlo et seulement ensuite l'analyse de covariance a

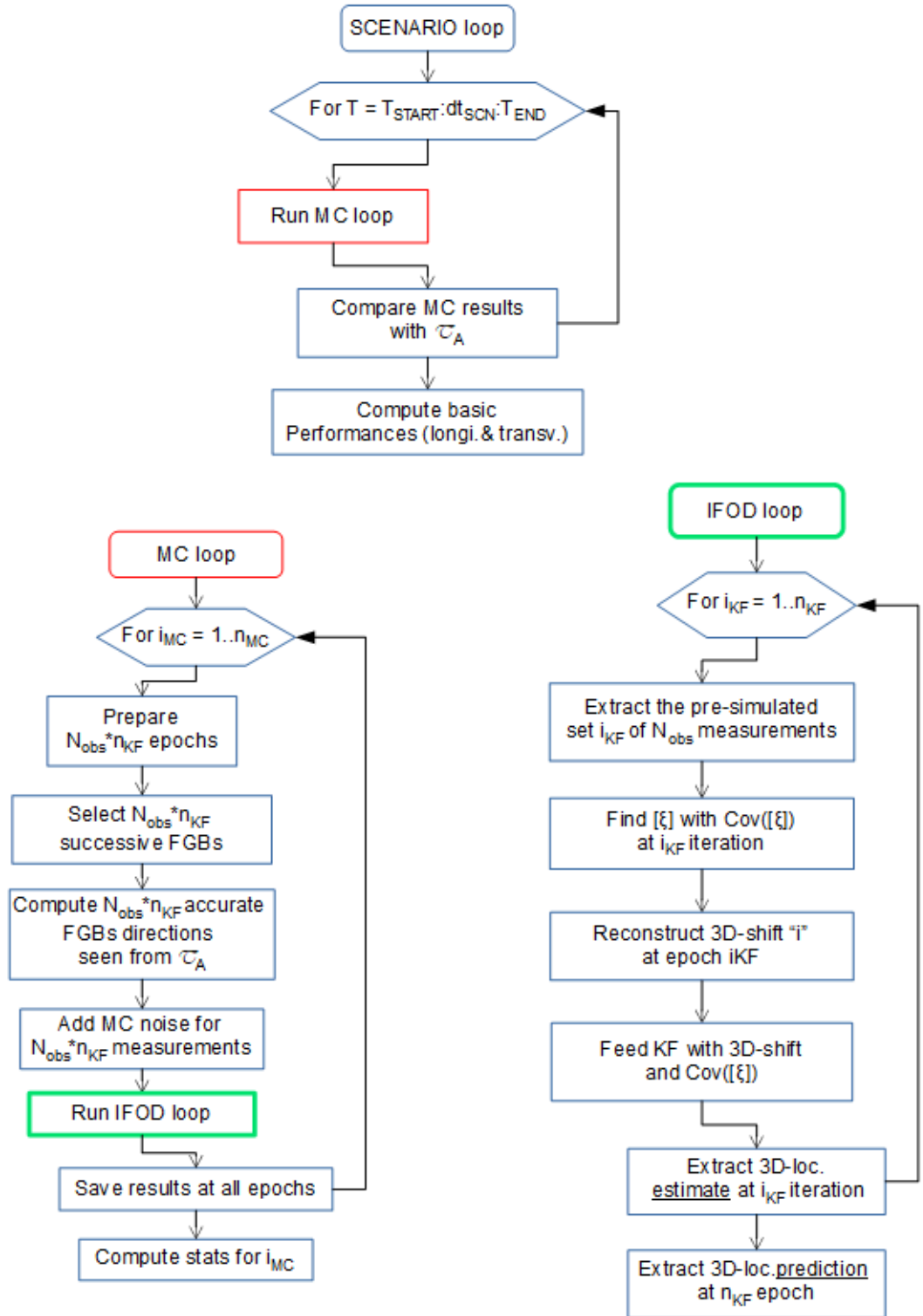


FIGURE 5.5 – Architecture des tests de validation

remplacé et rendu inutile ces tirages. Par souci de clarté, l'analyse de covariance est présentée au titre des améliorations, au chapitre 6.

Ainsi, aux débuts des développements, l'architecture de test est celle présentée par la figure 5.5 :

1. Le programme d'évaluation est lancé pour tout un scénario de vol : « Scenario loop »
2. À intervalles réguliers (typiquement 5 ou 10 jours), le processus complet d'IFOD est initialisé et configure un nombre n_{KF} d'itérations du filtre de Kalman, chaque itération portant sur un jeu de N_{obs} mesures optiques, et une série de n_{MC} tirages Monte-Carlo
 - (a) « MC loop » : une série de tirages aléatoires est générée, soit $n_{MC} \times n_{KF} \times (2.N_{obs})$ valeurs,
 - (b) pour chaque observation depuis une position sur \mathcal{T}_A la direction réelle est augmentée d'une erreur aléatoire issue d'un tirage Monte-Carlo puis comparée à la direction attendue d'après \mathcal{T}_R ,
 - (c) l'ensemble de ces mesures simulées est envoyé dans la boucle pour un processus particulier « IFOD loop » :
 - i. toutes les mesures étant préparées à l'avance, elles sont regroupées 5 par 5 en vue de réaliser une triangulation,
 - ii. le résultat de la triangulation est injecté comme une mesure unique dans le filtre de Kalman et le cycle est répété n_{KF} fois,
 - (d) les résultats à chaque itération et chaque tirage Monte-Carlo sont gardés et des statistiques sont calculées pour le processus IFOD déroulé,
3. les résultats obtenus sont comparés aux positions effectives de \mathcal{T}_A pour fournir des résidus.

Par la suite, ce processus a évolué et n_{MC} a été fixé à 1 avec l'analyse de covariance, mais son principe est resté le même : les résultats sont présentés sous forme de résidus statistiques par rapport à la « vraie » trajectoire \mathcal{T}_A .

5.3.3 Premiers résultats

Les tout premiers résultats ont permis de constater que les performances sont conditionnées par la stratégie et la période d'observation. De plus, les larges excursions initiales du filtre (LKF) et la durée nécessaire pour qu'il converge sont apparus comme le facteur le plus limitant de la méthode.

Triangulation asynchrone seule

Les résultats d'une première étude de sensibilité de l'AT, sans filtre de Kalman, ont été présentés à l'école d'été de 2016 du GRGS à Aussois (Cf. annexe A). Un stage d'analyse numérique réalisé par Aurore BOINEAU (stage M1, 2018) a confirmé le poids prépondérant de l'erreur optique parmi les sources d'erreur possibles en entrée du filtrage. Les résidus sont ici présentés en écarts transversaux et longitudinaux par rapport à la direction de la trajectoire.

L'enseignement le plus important est l'extrême variabilité de la solution en fonction de la séquence d'observation des FGB (objets d'avant-plan). La figure 5.6 montre

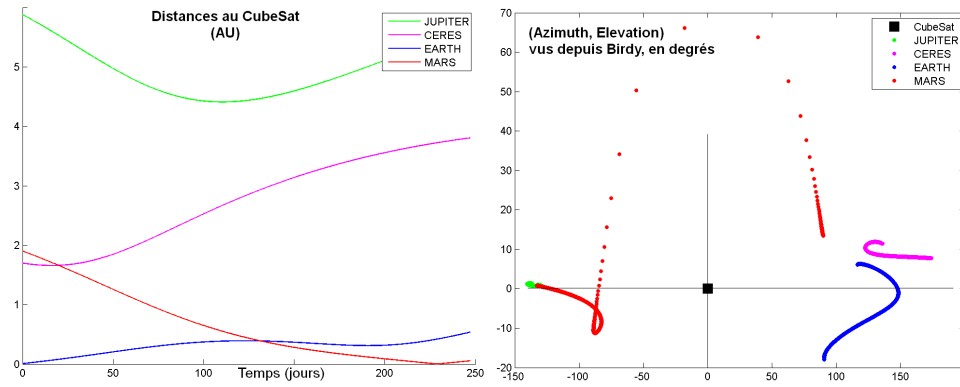


FIGURE 5.6 – Distances et directions des objets d'avant-plan vus du CUBESAT au cours du vol Terre-Mars

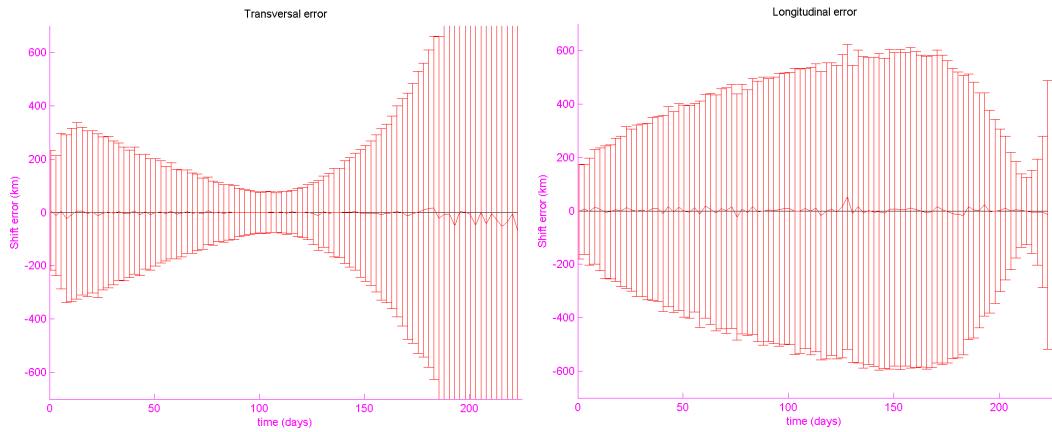


FIGURE 5.7 – Résidus transversaux (à g.) et longitudinaux (à dr.) lors de la détermination de position par la seule triangulation asynchrone. Séquence d'observation Jupiter-Cérès-Terre-Mars-Jupiter (pas de LKF, $n_{MC} = 400$). $\sigma_{opt} = 0.1''$.

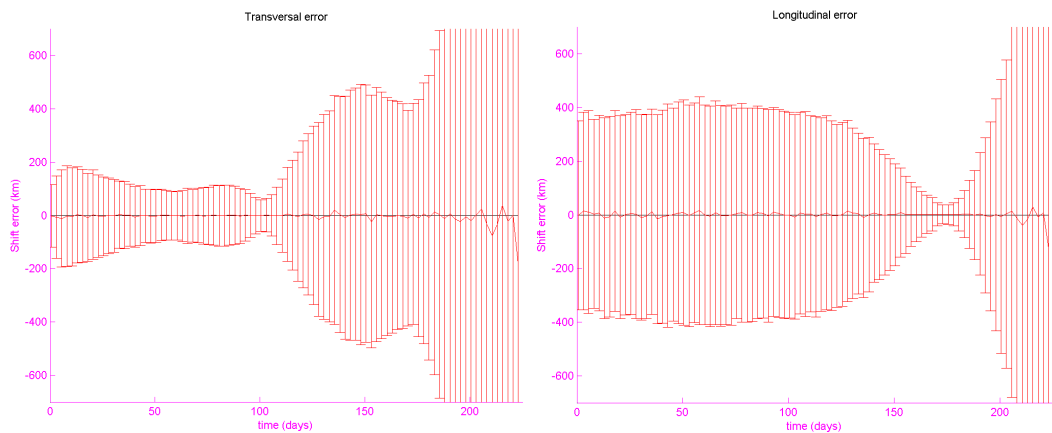


FIGURE 5.8 – Résidus analogues à la figure 5.7 avec séquence d'observation Terre-Cérès-Mars-Jupiter-Terre (pas de LKF, $n_{MC} = 400$). $\sigma_{opt} = 0.1''$.

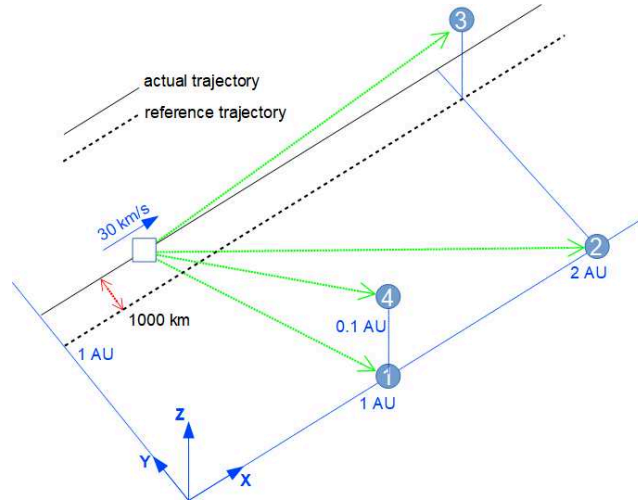


FIGURE 5.9 – Scénario fictif, purement géométrique, \mathcal{T}_R est rectiligne uniforme et, ici \mathcal{T}_A est translatée le long de l'axe Y .

les distances et directions des FGB jusqu'au survol de Mars inclus (250 jours), Mars devenant l'objet le plus proche et le plus mobile en fin de période. Seulement 4 FGB sont considérés observables de manière réaliste donc l'un de ces 4 objets est répété dans la séquence d'observation. Une telle répétition ne crée pas de problème numérique puisque les mesures à deux instants différents ne sont pas alignées et ne créent pas (en général) de co-planéité de 3 mesures, ce qui empêcherait l'inversion de problème. Le problème se poserait en revanche si le même objet était observé 3 fois dans un même jeu de 5 mesures.

Dans une première séquence dite « JCTMJ » (Jupiter-Cérès-Terre-Mars-Jupiter, Fig.5.7), le résidu passe par un minimum transversal qui est aussi un maximum longitudinal (avance/retard), en milieu de croisière. Ce résultat n'est pas intuitif, car les FGB vus du CUBESAT sont à ce moment à peu près dans toutes les directions, ce qui devrait contraindre assez efficacement l'AT à la fois transversalement et longitudinalement. En revanche, en fin de période, le résidu diverge mais ceci peut être imputé à la proximité de Mars qui ne respecterait plus l'hypothèse de linéarisation du problème. Avec une autre séquence d'observation, dite « TCMJT » (Terre-Cérès-Mars-Jupiter-Terre, Fig.5.8), un minimum transversal associé à un maximum longitudinal est constaté également en milieu de croisière mais les formes des résidus sont complètement différentes.

Afin d'identifier des raisons possibles à ces différences de formes, un scénario tout à fait fictif a été construit (Fig. 5.9) : il consiste en une trajectoire \mathcal{T}_R rectiligne uniforme le long de l'axe X , à $y = 0$, sur une distance de plusieurs UA, à la vitesse de 30 km/s (accélération nulle), et plusieurs trajectoires \mathcal{T}_A parallèles à \mathcal{T}_R , translatées de 1000 km en X , en Y ou en Z ; des objets d'avant-plan, fixes, ont été placés dans et hors plan XY . Plusieurs combinaisons de \mathcal{T}_A et de séquences ont été examinées, sans mettre à jour de corrélation facile entre l'écart à \mathcal{T}_R et les directions des FGB. Toutefois, dans tous les cas une divergence était constatée au passage au plus près des objets marqués « 1 » et « 4 » en milieu de période.

Il a aussi été vérifié que, la solution d'AT étant une opération linéaire, la précision de l'orbite reconstruite est proportionnelle à la précision optique. Il est donc inutile de dérouler des tests sur de multiples valeurs de précision optique tant que les

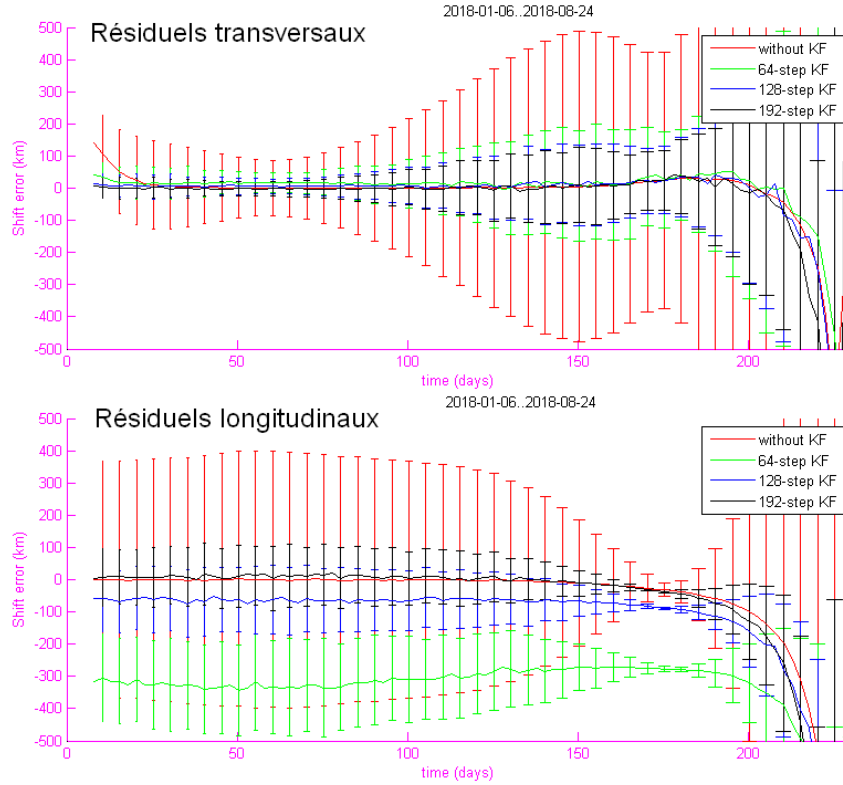


FIGURE 5.10 – Améliorations par le LKF : la triangulation (en rouge) est ensuite filtrée par 64 itérations (vert) ou 128 (bleu) ou 192 (noir). $\sigma_{opt} = 0.1''$.

angles considérés autorisent les développements limités utilisés par l'AT (Éq. 5.2). La proportionnalité avec la précision optique sera peut-être remise en cause avec un filtrage non linéaire. Ces premiers résultats ont été obtenus avec $\sigma_{opt} = 0.1''$.

Dans les conclusions, σ_{opt} sera plutôt considéré à $0.2''$, ce qui nous fait dire a posteriori qu'au début du développement, la performance était une précision de $\simeq 1200$ km à 3σ . De plus, le résidu transversal est considéré en priorité sur le résidu longitudinal du fait que ce dernier est vraisemblablement dominé par l'avance/retard de \mathcal{T}_A sur \mathcal{T}_R . La précision $\simeq 1200$ km à 3σ est donc la performance accessible par seule triangulation optique.

Ajout du filtre de Kalman linéaire

Lorsque le filtre de Kalman linéaire a été ajouté, la précision s'est améliorée d'un facteur 4, mais au prix d'une lente convergence du filtre. Les résultats ont été présentés à l'*International Symposium on Space Flight Dynamics* de 2017 à Matsuyama au Japon (Cf. annexe A) puis confirmés et affinés à l'*IEEE Aerospace Conference* de 2018 de Yellowstone, MO aux États Unis (Segret et al. [53]).

Le résultat général qui compare l'AT seule et avec filtre de durée variable est illustré en figure 5.10. Les itérations du filtre ont lieu à 1 heure d'intervalle (1 mesure optique toutes les 12 minutes). Ces résultats sont donnés avec une valeur optimiste $\sigma_{opt} = 0.1''$, mais c'est leur évolution relative qui est intéressante : les résidus transversaux montrent clairement que, entre 64 itérations (2.6 jours) et 192 itérations (8 jours), le filtre n'améliore pas sensiblement le résultat ; en revanche, les résidus transversaux montrent un biais important en début de filtre (64 itérations) qui se

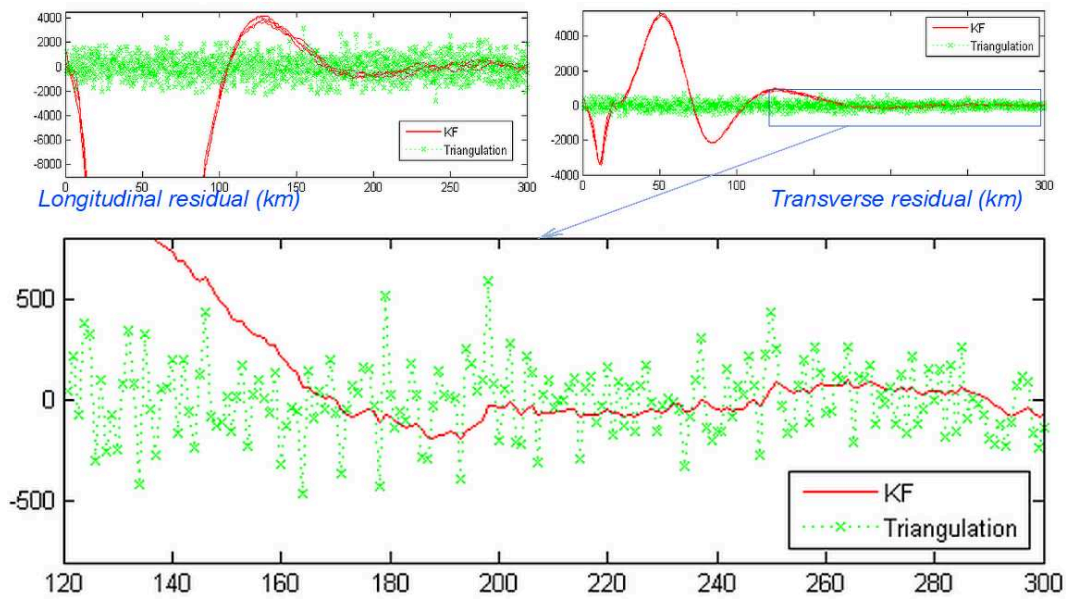


FIGURE 5.11 – *Détail des itérations du filtre, initialisé en milieu de croisière. En abscisse : nombre d'itérations. En haut : plusieurs séries de tirages Monte-Carlo. En bas : zoom sur les itérations 120 à 300, pour 1 série de Monte-Carlo. $\sigma_{opt} = 0.2''$.*

résorbe lentement.

Une analyse en profondeur du filtre, illustrée en figure 5.11 sur la base de quelques séries de tirages Monte-Carlo, explique son comportement et, du même coup, le biais constaté. La figure 5.11 est réalisée pour un processus complet d'IFOD initialisé en milieu de croisière Terre-Mars. Elle montre que plusieurs séries de tirages Monte-Carlo conduisent à une quasi-superposition des estimations du filtre (en rouge). À une autre date d'initialisation ou avec une autre séquence d'observation, le filtrage montrera un autre profil, mais ce nouveau profil restera le même pour tous les tirages Monte-Carlo. Ceci traduit le fait que, pour une géométrie et une stratégie d'observation données, le filtre se comporte de la même manière, à des variations infimes près, quelque soit les mesures particulières (à bruit optique inchangé). Ainsi, à une itération donnée, la statistique issue des Monte-Carlo ne porte que sur les infimes variations autour d'un profil particulier qui, lui, reste constant : le résidu est alors vu biaisé (à moyenne non nulle) et écart-type faible. C'est le biais clairement visible sur la figure 5.10 où les barres d'erreur ne recoupent pas l'axe de 0-résidu (longitudinal, 64 et 128 itérations).

Un autre comportement est remarquable et demeure sans explication suffisante : le filtre semble avoir besoin d'excursions extrêmes en début d'activation, semblant d'abord explorer son champ des possibles, avant de converger. Ces excursions vont bien au-delà des erreurs statistiques propagées depuis les mesures optiques par la triangulation asynchrone. Une explication avancée lors d'échanges en conférence serait la non-linéarité du problème (géométrie et champ de gravitation) alors qu'une solution linéaire est recherchée.

Si l'emploi du filtre de Kalman est prometteur, celui-ci présente deux inconvénients : il est lent à converger et il ne « dit » pas lorsqu'il a effectivement convergé. La seule manière de l'utiliser est donc d'attendre une durée forfaitaire dont on sait, par exemple via la préparation de mission, qu'elle assure que la convergence est atteinte.

Avertissement : Postérieurement aux conférences où ces résultats étaient pré-

sentés, une erreur de code a été découverte qui provoquait un délai de convergence anormalement long, sans pour autant impacter les conclusions présentées. Les résultats montrés ici (Fig. 5.11) n'ont pas été recalculés puisque l'approche linéaire a été abandonnée ensuite.

5.3.4 Domaine de validité

Les performances sont très variables et les limites de la méthode ne sont pas intuitives. Puisque la méthode a conduit à linéariser le problème, il faut vérifier jusqu'où l'approximation de linéarité est valable :

1. des développements limités au premier ordre sont faits lors de la triangulation (passage Éq. 5.1 à 5.2) ;
2. la triangulation considère une accélération localement uniforme à l'échelle d'un même jeu de mesures (Éq. 5.3).

Validité des développements au 1^{er} ordre

Dans l'équation 5.1, l'écart de parallaxe est exploité après un développement limité où l'erreur maximum commise est donnée par les termes du 2nd ordre de ces développements limités (ordres 3 et au-dessus ignorés) :

$$\vec{\nu}_{\delta r} = \varrho \cdot \begin{pmatrix} (d\lambda^2/2 + d\varphi^2/2) \cdot \cos \varphi \cos \lambda - d\varphi d\lambda \sin \varphi \sin \lambda \\ (d\lambda^2/2 + d\varphi^2/2) \cdot \cos \varphi \sin \lambda + d\varphi d\lambda \sin \varphi \cos \lambda & \dots \\ (d\varphi^2/2) \cdot \sin \varphi \\ \\ -(d\varrho/\varrho) \cdot (d\lambda \cos \varphi \sin \lambda + d\varphi \sin \varphi \cos \lambda) \\ -(d\varrho/\varrho) \cdot (d\lambda \cos \varphi \cos \lambda - d\varphi \sin \varphi \sin \lambda) \\ -(d\varrho/\varrho) \cdot d\varphi \cos \varphi \end{pmatrix}$$

Considérons les cas particuliers correspondant à chacune des trois dimensions principales λ , φ et ϱ où l'expression précédente se simplifie.

- si $d\lambda = d\varphi = 0$ et $d\varrho/\varrho = \varepsilon$, il n'y a pas d'écart de parallaxe, sans incidence sur la linéarisation ;
- si $d\lambda = d\varrho/\varrho = 0$ et $d\varphi = \varepsilon$, la parallaxe est en élévation et l'erreur maximum commise par la linéarisation est $\|\vec{\nu}_{\delta r}\| = \varrho \varepsilon^2/2$;
- si $d\varphi = d\varrho/\varrho = 0$ et $d\lambda = \varepsilon$, la parallaxe est en azimuth, à l'élévation φ considérée, $\|\vec{\nu}_{\delta r}\| = (\varrho \cos \varphi) \varepsilon^2/2$.

Ces erreurs sont exprimées en distances transversales d'un objet dans la direction (λ, φ) vu à la distance ϱ de l'observateur. Une maximisation de l'erreur *angulaire* commise $\|\vec{\nu}_{\delta r}\|$ est donc donnée en radians par $\varepsilon^2/\sqrt{2}$, avec ε en radians. Nous choisissons comme limite de validité que cette erreur de linéarisation soit négligeable devant l'erreur optique, c'est-à-dire $\varepsilon^2/\sqrt{2} \ll \sigma_{opt}$ (l'erreur optique étant elle-même largement dans les limites de validité des développements limités de cosinus et sinus), ou, en considérant un facteur 1/10 comme suffisant, un écart de parallaxe

$$\varepsilon < 0.38 \sqrt{\sigma_{opt}}, \quad (\varepsilon \text{ et } \sigma_{opt} \text{ en radians}) \quad (5.14)$$

En ordres de grandeur :

- $\sigma_{opt} = 0.1''$ ($4.8 \cdot 10^{-7}$ rad) $\Rightarrow \varepsilon < 55''$ ($2.6 \cdot 10^{-4}$ rad).
- $\sigma_{opt} = 0.2''$ ($9.7 \cdot 10^{-7}$ rad) $\Rightarrow \varepsilon < 77''$ ($3.7 \cdot 10^{-4}$ rad).

Ces valeurs de parallaxe correspondent à un objet d'avant-plan à 1 UA vu depuis des positions séparées de 40 000 à 56 000 km (contexte CRUISE) ou à un objet à seulement 2 km vu depuis des positions séparées de 50 à 75 m (contexte PROXOPS).

Validité d'une accélération localement uniforme

L'accélération locale, ou plus précisément l'écart d'accélération locale $\vec{\delta a}$ entre \mathcal{T}_R et \mathcal{T}_A , a été considéré uniforme pendant un jeu de cinq mesures.

En reprenant les notations de la figure 5.2 (p. 66) et en revenant à une accélération absolue, une valeur différente de l'accélération locale le long de \mathcal{T}_A , peut s'exprimer par un écart à $\vec{\delta a}$, dans un repère $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$ aligné sur $\vec{\delta a}$: \vec{u} est unitaire et colinéaire à $\vec{\delta a}$, \vec{v} et \vec{w} complètent le repère, l'écart d'accélération étant exprimé par le triplet (ε, ν, η) avec

$$\vec{a}_A(t) = \vec{a}_R(t) + \|\vec{\delta a}\| \cdot [(1 + \varepsilon(t))\vec{u} + \nu(t)\vec{v} + \eta(t)\vec{w}].$$

La propagation de la trajectoire \mathcal{T}_A au cours des cinq mesures consiste à intégrer la vitesse entre les points A_{ini} et A_j , et donc préalablement l'accélération pour avoir cette vitesse :

$$\vec{A}_{ini}A_j - \vec{R}_{ini}R_j = \int_{t_{ini}}^{t_j} (\vec{v}_A(t) - \vec{v}_R(t)) \cdot dt$$

et

$$\begin{aligned} \vec{v}_A(t) - \vec{v}_R(t) &= \int_{t_{ini}}^t (\vec{a}_A(\tau) - \vec{a}_R(\tau)) \cdot d\tau \\ &= \vec{\delta v}_{ini} + (t - t_{ini}) \cdot \vec{\delta a} + \|\vec{\delta a}\| \cdot \int_{t_{ini}}^t (\varepsilon(\tau)\vec{u} + \nu(\tau)\vec{v} + \eta(\tau)\vec{w}) \cdot d\tau \end{aligned}$$

Le dernier terme exprime la contribution non linéaire dans la propagation. Afin de simplifier l'interprétation, considérons une variation au premier ordre de l'accélération, soit le cas particulier où l'écart d'accélération (ε, ν, η) varie de manière constante depuis $(0, 0, 0)$ jusqu'à $(\varepsilon_{max}, \nu_{max}, \eta_{max})$ entre t_{ini} et t_j , l'intégrale devient

$$\frac{(t - t_{ini})^2}{2 \cdot (t_j - t_{ini})} \cdot (\varepsilon_{max}\vec{u} + \nu_{max}\vec{v} + \eta_{max}\vec{w}).$$

D'où, après ré-injection dans la première expression,

$$\begin{aligned} \vec{\delta r}_j &= \vec{\delta r}_{ini} + \vec{A}_{ini}A_j - \vec{R}_{ini}R_j \\ &= \vec{\delta r}_{ini} + (t_j - t_{ini}) \cdot \vec{\delta v}_{ini} + \frac{(t_j - t_{ini})^2}{2} \cdot \vec{\delta a} \\ &\quad + \|\vec{\delta a}\| \cdot \frac{(t_j - t_{ini})^2}{6} \cdot (\varepsilon_{max}\vec{u} + \nu_{max}\vec{v} + \eta_{max}\vec{w}) \end{aligned}$$

L'erreur de position commise entre t_{ini} et t_j est donc, au premier ordre,

$$\vec{\delta^2 r}_j = \|\vec{\delta a}\| \cdot \frac{(t_j - t_{ini})^2}{6} \cdot (\varepsilon_{max}\vec{u} + \nu_{max}\vec{v} + \eta_{max}\vec{w}) \quad (5.15)$$

L'erreur commise par l'approximation d'un écart d'accélération constant pendant un jeu de mesures est négligeable si elle ne modifie pas la solution de la triangulation asynchrone. La précision de celle-ci résulte de la précision optique et s'exprime en distances transverses aux directions des objets d'avant-plan. À précision optique constante σ_{opt} , et pour ϱ la distance à un objet d'avant-plan, la précision de triangulation est limitée à $\varrho \sigma_{opt}$. L'erreur d'approximation commise donc rester très inférieure à la plus petite des distances en jeu dans les mesures, typiquement d'un facteur 10 :

$$\overrightarrow{\delta^2 r_j} \ll \varrho \sigma_{opt} \quad (5.16)$$

En ordres de grandeur, pour l'objet très éloigné qu'est Jupiter à au moins 3 UA, la précision optique de 0.2" doit conduire à garder une erreur d'approximation inférieure à $440/10 \simeq 40$ km. Pour un objet très proche comme Didymain ou Didymoon (les deux composantes de l'astéroïde double Didymos), la distance typique est le kilomètre, et considérant arbitrairement une précision optique de 10" (soit 1 pixel, 0.2" ne semblant pas réaliste avec des objets résolus), l'erreur d'approximation devrait alors être conservée en-dessous de 50 cm. Pour un survol de la planète, à l'altitude de 1 000 km (4 600 km de distance) et avec la précision optique de 10" à nouveau, l'erreur d'approximation devrait être conservée en-dessous de ~ 200 m.

- Contexte CRUISE : considérons \mathcal{T}_R et \mathcal{T}_A à environ 1.5 UA du soleil et séparées de 10 000 km. Cela représente un écart moyen d'accélération radiale de $\|\vec{\delta a}\| = 4 \mu\text{m/s}^2$ dans un champ local de 2.7 mm/s^2 . Par ailleurs, la pression solaire de radiation sur un CUBESAT pourrait représenter une contribution variable de $0.05 \mu\text{m/s}^2$ ($\sim 10^{-7}$ Pa pour 1 m^2 et 10 kg), soit $\varepsilon_{max} = 1\%$, $\nu_{max} = 0$, $\eta_{max} = 0$. L'erreur de position commise au cours d'un jeu de mesures étalées sur 1 heure serait alors radiale et de l'ordre de 10 cm, à rapporter à la limite de 40 km acceptable en contexte CRUISE. La pression de radiation solaire joue donc un rôle totalement négligeable.
- Contexte PROXOPS : considérons \mathcal{T}_R et \mathcal{T}_A à environ 1.5 UA du soleil et à 500 m de Didymain, mais avec une avance angulaire importante (disons 30°) de \mathcal{T}_A sur \mathcal{T}_R vues depuis Didymain. Le champ local est dominé par l'accélération due au Soleil, à 2.7 mm/s^2 . La contribution de Didymain est estimée à $\|\vec{\delta a}\| = 0.15 \mu\text{m/s}^2$ pour chaque trajectoire mais dans des directions différentes (disons \vec{u} et à 30° de \vec{u}), la pression de radiation contribuant à $\sim 0.05 \mu\text{m/s}^2$, dans une troisième direction (disons \vec{w}). Prenons alors $\varepsilon_{max} = -20\%$, $\nu_{max} = 50\%$, $\eta_{max} = 30\%$. L'erreur de position commise au cours d'un jeu de mesures étalées sur 1 heure serait alors de 6 à 16 cm selon les directions, à comparer à la limite de 50 cm calculée dans ce cas. Ici, l'approximation linéaire serait en limite de validité.
- À proximité d'une planète : considérons une variante du contexte PROXOPS ci-dessus où un survol de Mars a lieu à ~ 1000 km d'altitude (4 600 km de distance), avec 5° d'avance angulaire de \mathcal{T}_A sur \mathcal{T}_R . Le champ local est dominé par Mars, avec une accélération de $\|\vec{\delta a}\| = 2.0 \text{ m/s}^2$ dont l'orientation est différente de 5° pour \mathcal{T}_R et \mathcal{T}_A (on ignore ici qu'il y a un écart de distance à Mars entre \mathcal{T}_R et \mathcal{T}_A qui joue également sur l'accélération). Prenons alors $\varepsilon_{max} = -1\%$, $\nu_{max} = 9\%$, $\eta_{max} = 0$. L'erreur de position commise au cours d'un jeu de mesures étalées sur 1 heure serait alors de 43 à 390 km selon les

directions, bien supérieure à la limite acceptable de 200 m calculée dans ce cas. Ici, l'approximation linéaire n'est pas valable.

Discussion

Au cours des différentes études de sensibilité conduites, il n'a pas été possible d'isoler des causes claires pour les divergences constatées en section précédente 5.3.3 (en particulier la fin des scénarios dans les figures 5.7, 5.8 et 5.10). Toutefois, l'examen des limites de linéarisation du problème montre que ces limites sont facilement atteintes.

Les limites acceptables d'écarts de parallaxe se rencontrent au moins en début et en fin de scénario Terre-Mars, quand une des planètes est proche. Il est d'ores et déjà prévisible que le contexte PROXOPS conduit à des écarts de parallaxe trop importants pour être linéarisés par des développements limités. En revanche, le milieu de croisière Terre-Mars, donc le *pur* contexte CRUISE est, lui, tout à fait tolérant à l'observation des objets célestes choisis.

Le champ d'accélération local n'accepte pas l'approximation d'une accélération uniforme dès qu'un objet gravitationnel est relativement proche. C'est davantage l'effet de direction que d'intensité qui limite cette approximation. À nouveau, le début et la fin du scénario Terre-Mars sont hors limites (le cas de la Terre étant forcément plus marqué que celui de Mars). Plus inattendu, le contexte PROXOPS avec Didymos est tout à fait en limite alors que les erreurs commises sont infimes et que le corps attracteur dominant est le Soleil.

La quantification des limites de linéarisation montre qu'elles sont peu intuitives car, même simplifiées, elles varient suivant des lois polynomiales. Ces limites apparaissent en tout cas peu compatibles avec la variété des contextes que nous voulons couvrir.

Améliorations de la démarche

Précédemment, une solution qui exploite une série longue de mesures optiques est apparue prometteuse mais limitée. Une première piste d'amélioration de la démarche est explorée ici. Elle consiste à exploiter la propagation d'erreur qui est contenue dans la méthode de filtrage elle-même, en lieu et place des tirages Monte-Carlo. Puis, suspectant que l'hypothèse de linéarité est la principale limitation des performances, des alternatives seront présentées. Le modèle de mesures sera d'abord modifié pour passer à un filtrage séquentiel. Enfin, la méthode de mise à jour des estimations sera elle-même modifiée pour passer à une estimation par maillage, dite « *unscented* », qui accepte des modèles non linéaires, pour le processus physique et pour les mesures. La limite de validité de la méthode sera désormais liée à l'intervalle de temps entre deux mises à jour, mais potentiellement aussi à l'hypothèse de distribution gaussienne des bruits du processus physique et des mesures. Les résultats présentés montrent en tout cas déjà une forte amélioration par rapport à la démarche initiale.

6.1 Processus d'évaluation

6.1.1 Des Monte-Carlo à l'analyse de covariance

Les tirages Monte-Carlo fournissent des statistiques pertinentes pour la triangulation asynchrone (AT), mais conduisent à une erreur d'analyse pour le filtre de Kalman, comme illustré en figure 5.11, page 79. Or le filtre de Kalman fournit justement une matrice de variance-covariance P_k^+ sur son estimation de vecteur d'état x_k^+ . Pour mémoire (Cf. section 3.4.2, page 51), le formalisme utilisé veut que x_k^+ représente le maximum de probabilité d'un vecteur de variable aléatoire X_k^+ décrivant le système, ici le vecteur d'état du mouvement, dont P_k^+ donne les variances et covariances avec l'hypothèse d'une distribution de probabilité gaussienne.

Son exploitation après remise aux dimensions fournit directement les barres d'erreur sur chaque dimension du vecteur d'état. En toute rigueur, il faudrait exprimer P_k^+ dans la base de ses vecteurs propres mais l'interprétation deviendrait inutilement laborieuse. Dans la pratique, les variances sur la diagonale ont les valeurs les plus importantes et suffisent pour l'interprétation. Un exemple est donné en figure 6.1 où l'évolution de chacun des 81 termes de P_k^+ est tracée après remise aux dimensions (l'axe de gauche, en échelle logarithmique, vaut pour des km, km/s ou km/s² selon le tracé considéré) : il apparaît clairement 3 groupes de lignes rouges correspondant aux évolutions des termes diagonaux de distances, vitesses et accélérations (de haut

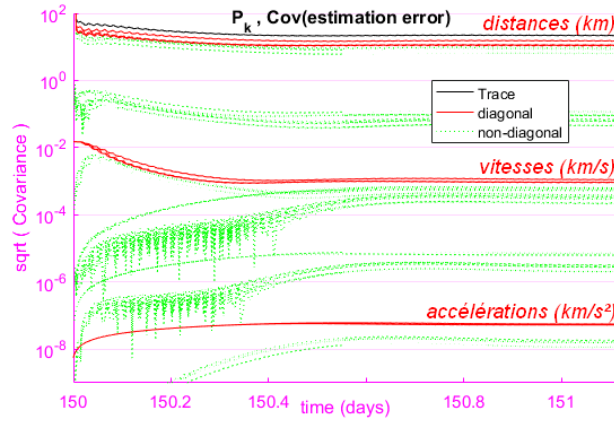


FIGURE 6.1 – Évolution de P_k^+ : termes $\sqrt{(S P_k^+ S)_{i,j}}$ diagonaux en rouge, non diagonaux en vert ; ordonnées en km, km/s ou km/s².

en bas), les courbes vertes étant des termes non diagonaux. La trace de la matrice est la courbe noire, presque confondue avec les termes diagonaux de distance dans le système d'unités choisi.

Désormais, les incertitudes présentées sont extraites des valeurs diagonales de distances dans P_k^+ . Le bloc 3×3 supérieur gauche de P_k^+ est extrait après remise à l'échelle, une rotation M_{LRN} est appliquée pour projeter suivant les axes d'intérêt, et les racines carrées de la diagonale sont finalement prises comme écart-type sur chaque axe :

$$P_{r,k}^+ = M_{LRN} \left(S P_k^+ S \right)_{(TOP-LEFT \ 3 \times 3)}$$

$$\begin{cases} \sigma_L = \sqrt{(P_{r,k}^+)_{11}} \\ \sigma_R = \sqrt{(P_{r,k}^+)_{22}} \\ \sigma_N = \sqrt{(P_{r,k}^+)_{33}} \end{cases}$$

où les axes et la matrice de rotation M_{LRN} associée correspondent aux directions longitudinale (L) sur \mathcal{T}_R , radiale (R) dans le plan orbital et normale (N) au plan orbital.

Dans les représentations détaillées par axe L , R ou N , les valeurs $3\sigma_L$, $3\sigma_R$ ou $3\sigma_N$ sont utilisées en tant que barres d'erreur à 3σ . Elles diffèrent donc de l'interprétation fine de la matrice de variance-covariance par le jeu de la projection choisie (plutôt que celle des vecteurs propres) et par la non-prise en compte des covariances, mais elles fournissent néanmoins un gabarit fiable pour l'interprétation.

Quand la précision de position est affichée sans préciser les axes de projection, celle-ci est obtenue à partir de la trace de la covariance

$$\sigma_{out} = \sqrt{\text{tr}(P_{r,k}^+)}$$

C'est le cas dans la figure 6.2 qui donne un exemple de résultats de synthèse sur tout un scénario avec filtre séquentiel (présenté dans ce chapitre en section 6.3). L'enveloppe 3σ (légendée « 3-sigma ») en pointillés est la moyenne ($\times 3$) des valeurs σ_{out} pendant le dernier quart de fonctionnement du filtrage (par exemple pendant les 150 dernières itérations si le scénario est réglé pour 600 itérations après chaque ré-initialisation du filtre). Les lignes pleines donnent en revanche le résidu brut sur

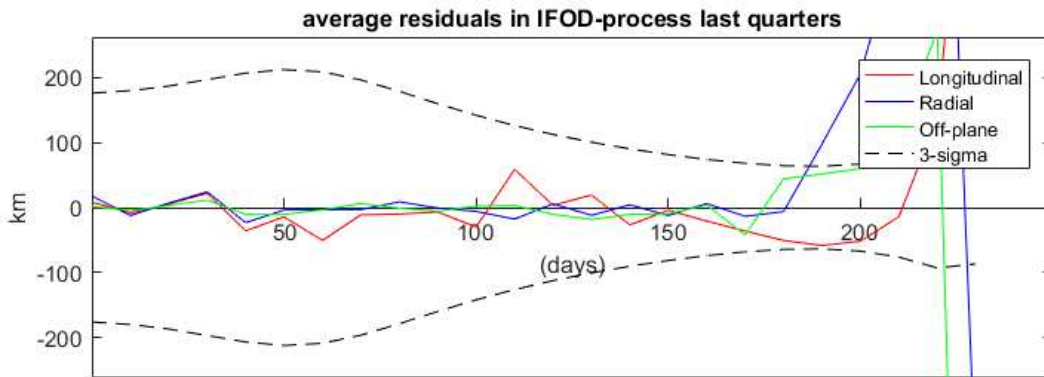


FIGURE 6.2 – Synthèse des résultats tout au long d'un scénario de vol (exemple avec filtre séquentiel) : Résidus projetés sur les axes LRN (lignes pleines) et écarts-types moyens (pointillés) pendant le dernier quart de fonctionnement du filtrage, pour $\sigma_{opt} = 0.2''$.

chaque axe obtenu avec la dernière estimation fournie par le filtre (à l'itération 600 sur l'exemple). Les divergences constatées en fin de scénario sont discutées dans la section 6.3, page 91, sur le filtre séquentiel.

La non-régression des triangulations asynchrones entre les tirages Monte-Carlo et l'analyse de covariance a été vérifiée. Compte-tenu du coût CPU que représentaient les tirages Monte-Carlo, celle-ci a été abandonnée au profit de l'analyse de covariance. Les triangulations asynchrones elles-mêmes ont été fusionnées dans le filtre lors de sa transformation en filtre séquentiel, rendant définitivement inutile le recours à des tirages Monte-Carlo.

6.1.2 Intégration à l'approche MBSE

Dans le cadre du pôle spatial C²ERES de PSL Université, nous avons mis en place une nouvelle approche d'ingénierie système appelée MBSE. Cette approche a été l'occasion de présenter les performances de notre solution d'IFOD dans un moteur graphique 3D et avec un esprit d'agrégation de modèles hétérogènes.

L'intérêt du MBSE est le partage de l'analyse entre spécialités différentes. Le pôle spatial C²ERES fait la promotion du MBSE pour concevoir un profil de mission nanosatellite à partir de la couverture scientifique visée par le projet, couverture dont il convient d'avoir une compréhension partagée par tous les acteurs. Les premiers « modèles » consistent en un programme qui surveille tout au long d'un scénario de mission si les conditions de la mesure scientifique voulue sont remplies : par exemple pour BIRDY-T en météorologie de l'espace (contexte CRUISE), il s'agirait de vérifier que l'orientation du capteur de radiations permet d'agréger suffisamment de données utiles tout au long du trajet, cela malgré les contraintes de plateforme (*duty-cycle*, pointages pour navigation...); en géodésie spatiale d'un astéroïde (contexte PROXOPS), il s'agirait de vérifier que les multiples survols assurent des déflexions de trajectoires suffisamment détectables par la radio-science et avec une couverture géographique suffisante (*in fine* pour en déduire la répartition de masse de l'astéroïde).

Ces modèles de couverture scientifique sont interfacés avec VTS, un logiciel gratuit développé par le CNES pour visualiser les données d'une mission spatiale. Un scénario de mission se définit et se visualise à travers une trajectoire dans un en-

6.1. PROCESSUS D'ÉVALUATION

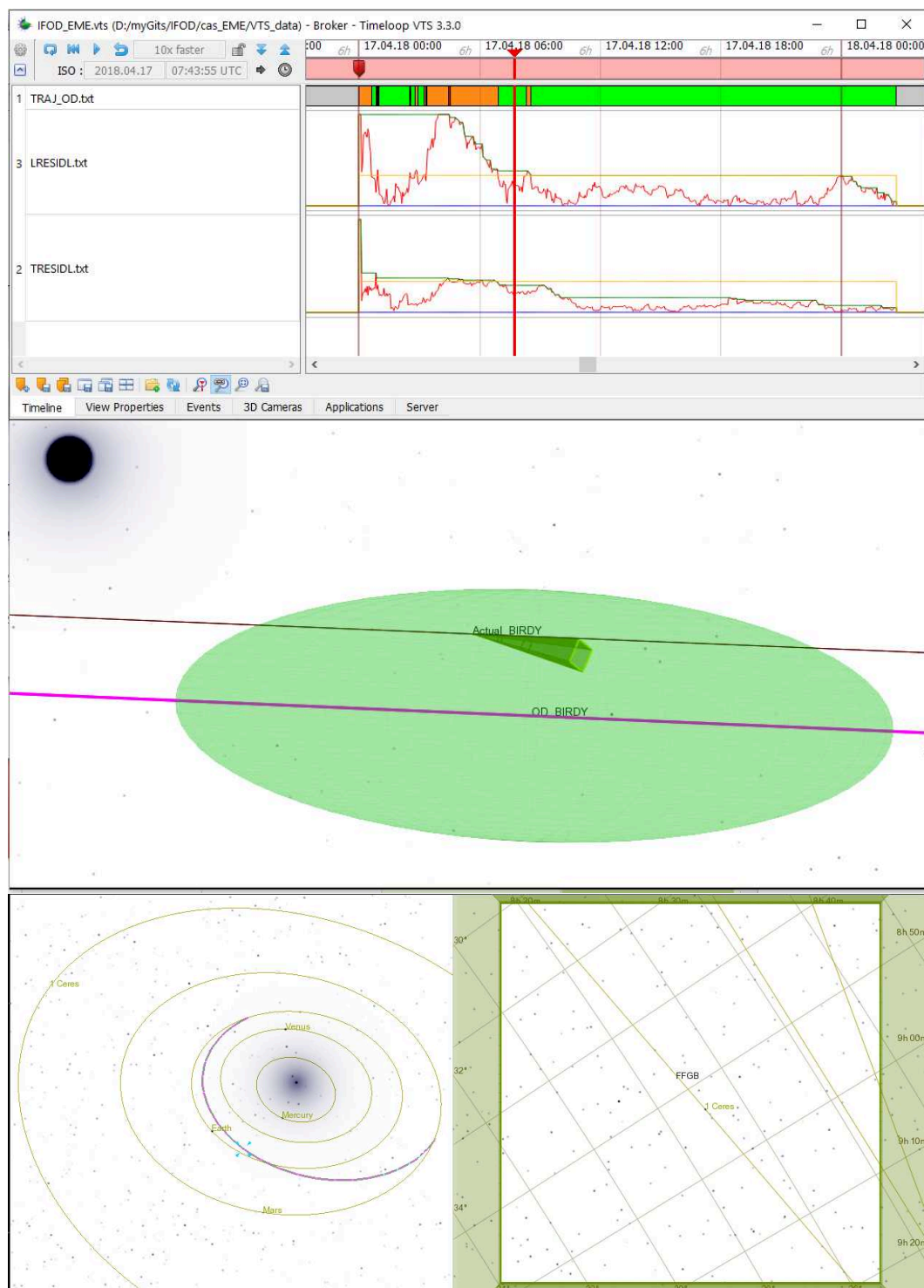


FIGURE 6.3 – Approche MBSE : Les sorties de l'IFOD sont intégrées aux visualisations du profil de mission dans le logiciel VTS du CNES. Haut : « Broker VTS » présentant les états de convergence du filtre et les valeurs des résidus au cours de temps. Milieu : trajectoires réelle (noir) et reconstruite (violet) avec ellipsoïde d'incertitude. Bas, gauche : situation d'ensemble (FGB en vert, trajectoire réelle en violet, marqueur sur position courante). Bas, droite : champ de vue $5^{\circ} \times 5^{\circ}$ de l'OT pendant une mesure de direction (Cérès, direction réelle en jaune, attendue en noir).

vironnement de vol, des pointages particuliers, des zones ou points d'intérêt et des capteurs (par exemple un *Star Tracker*). Des informations ou des performances particulières sont surveillées tout ou long du scénario. C'est le but de VTS et notamment de la fonction appelée « *broker* » de visualisation des chronogrammes, comme montré en haut de la figure 6.3.

À ces modèles de couverture scientifique sont interfacés d'autres modèles sur tout sujet d'intérêt, comme par exemple justement les performances de notre solution d'IFOD. L'avantage de cette approche par modèles multiples est double :

- elle fournit très tôt une vue d'ensemble du projet, en permettant de concevoir des modèles primitifs qui pourront s'affiner ultérieurement ;
- elle fédère les travaux de toute l'équipe autour de l'objectif ultime : le niveau de couverture scientifique atteint au fur et à mesure du déroulement de la mission.

Dans le cas particulier de l'IFOD étudiée ici (Fig. 6.3), les trajectoires sont des éléments qui relèvent du profil de mission et sont donc directement importées par l'architecture d'évaluation de l'IFOD au format VTS¹. Les pointages sont calculés pour simuler la stratégie d'observation des objets d'avant-plan (FGB), la trajectoire telle que reconstruite par le filtre, avec l'ellipsoïde d'incertitude fournie par le filtre, est directement produite au format VTS pour visualisation en parallèle de \mathcal{T}_R et \mathcal{T}_A , et les résidus sont synthétisés sous forme de chronogrammes. Il faut toutefois mentionner que les interprétations doivent rester prudentes : certaines simplifications dans VTS (notamment l'exploitation des covariances) ou des rigidités dans CELESTIA qui est le moteur graphique 3D utilisé par VTS (notamment des éphémérides pré-enregistrées) conduisent à des écarts inattendus.

Non seulement il est apparu que ces visualisations, et notamment la capacité de faire des petits films, permettent de mieux expliquer le comportement de l'algorithme, mais aussi que les fichiers produits par ces modèles peuvent être directement « connectés » à une simulation plus globale (ou déconnectés de celle-ci) selon les phases de vol de la mission simulée. Les mêmes fichiers peuvent encore être remplacés par ceux produits par de meilleurs modèles, voire par des résultats sur banc ou en vol, à des fins de qualification ou de diagnostic.

6.2 Limites du filtre linéaire

L'approche initiale d'un filtre par *batch* (jeu de 5 mesures) présentait l'avantage d'être intuitive puisque l'observable était directement une estimation du vecteur d'état. Dans ces conditions, la matrice de transformation du modèle d'observations C_k dans l'équation 5.13 était I_9 . Mais les observables étaient, par construction, artificiellement linéaires puisque l'AT est une solution par moindres carrés pondérés, donc une opération linéaire.

Les sources de non-linéarité sont notamment les transformations trigonométriques pendant les observations et la non-uniformité du champ local de gravitation qui lie les observables d'un même jeu (*batch*). Le fait de linéariser le système pouvait déjà faire craindre des résultats bien plus mauvais que ceux obtenus. Néanmoins, de très larges divergences de début de filtrage demeurent, retardant d'autant

¹le format CCSDS-CIC utilisé par VTS est un sous-ensemble des standards définis par le Consultative Committee for Space Data Systems (CCSDS), et notamment pour les formats de temps CCSDS 301.0, d'orbites CCSDS 502.0 et d'attitudes CCSDS 504.0

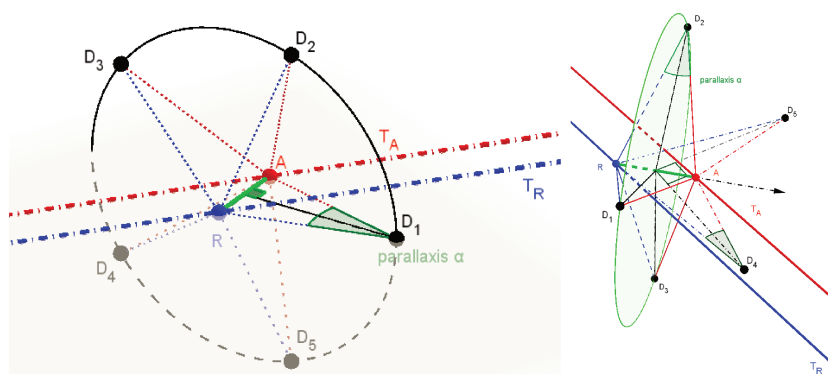


FIGURE 6.4 — Deux tentatives de configurations idéales d'objets d'avant-plan, en « roue » (à g.) ou en « diabolo » (à dr.).

la convergence du filtre et, surtout, démarrant une phase de durée mal maîtrisée pendant laquelle le filtre linéaire ne fournit pas de résultats fiables. De même, le filtre linéaire est incapable de converger dans certaines phases de la croisière Terre-Mars sans qu'il soit possible d'incriminer clairement la trigonométrie employée, la non-uniformité du champ gravitationnel local ou même la stratégie d'observation des objets d'avant-plan.

En particulier, les premiers résultats montrent que le deuxième facteur de performance, après la précision optique, est la stratégie d'observation des objets d'avant-plan (FGB). Une piste de recherche est d'exploiter le grand nombre d'objets de la ceinture principale d'astéroïdes. Or, les itérations du filtre se faisant sur des jeux de cinq mesures, il faudrait déjà caractériser ce qui peut constituer une géométrie idéale pour ensuite s'en approcher au mieux. Dans la géométrie considérée ici, 23 paramètres se combinent et rendent le problème complexe : la distance aux objets (5 paramètres), leur direction par rapport au déplacement \mathcal{T}_A par rapport à \mathcal{T}_R (15 paramètres) et l'écart entre \mathcal{T}_A et \mathcal{T}_R (3 paramètres). Afin d'explorer quelques pistes, des configurations ont été essayées. Celle en « roue » (Fig. 6.4, à g.) simule des FGB dans des directions régulièrement espacées du plan médian au segment qui lie un point sur \mathcal{T}_R et son homologue sur \mathcal{T}_A . Celle en « diabolo » (Fig. 6.4, à dr.) simule 3 FGB dans ce plan et deux autres à $\pm 45^\circ$ de ce segment, dans le plan orbital. Face à la complexité, cette piste a été présentée en conférence mais n'a pas été poursuivie, au profit du passage à un filtrage séquentiel.

Le problème d'estimation de la localisation apparaissant non linéarisable, une variante de l'estimateur qui accepte des modèles non linéaires a été recherchée. Le filtre de Kalman « *unscented* » est apparu comme un bon candidat, en gardant la structure générale de mise à jour sur la base d'un modèle physique puis d'un modèle de mesures, ces modèles n'étant plus nécessairement linéaires.

La transformation préalable du filtre en un filtre séquentiel est apparu souhaitable, à la fois pour limiter la complexité lors de l'exploitation du modèle de mesures et pour installer plus de flexibilité dans la stratégie de prise de mesures. Le lien entre les observations n'est plus requis, mais il est en fait déjà inclus dans le modèle physique du filtre et ne se justifie plus dans le modèle de mesures. Le filtre séquentiel consiste précisément à exploiter chaque mesure individuellement pour actualiser l'estimation du vecteur d'état. Du même coup, une contrainte de la triangulation asynchrone (AT) est levée : le jeu de mesures n'a plus besoin d'être un jeu de directions non coplanaires et, au-delà, toute l'étape AT devient désormais inutile.

Le filtre Unscented Kalman Filter (UKF) a été implémenté, plutôt que le filtre de Kalman également non linéaire dit « *Extended Kalman Filter* » (EKF). En effet, les 9 dimensions du vecteur d'état sont fortement couplées dans le modèle physique, puisque l'accélération locale dépend de la position et varie non linéairement avec les distances aux objets gravitationnels et avec leurs directions. La linéarisation autour d'un point de fonctionnement particulier, ce qui est le principe de l'EKF, traduirait alors mal ce couplage. C'est probablement moins critique au niveau des observables, néanmoins la mise en œuvre de fonctions trigonométriques incite à la prudence (par exemple, la position moyenne d'un pendule oscillant n'est *pas* celle du barycentre des moyennes de sa projection sur les axes principaux du pendule). Il apparaît donc raisonnable d'aller directement vers une hypothèse de non linéarité forte (couplages dans les dimensions) aussi bien pour le modèle physique que pour le modèle de mesures.

Enfin, le surcoût algorithmique, et donc CPU, de passer en UKF est important mais abordable (Cf. chapitre 7) et, surtout, il installe un potentiel considérable d'améliorations futures (Cf. chapitre 8).

6.3 Filtre de Kalman séquentiel

Dans un premier temps, le modèle d'observation du filtre de Kalman est modifié pour considérer une seule mesure à la fois et non un jeu de 5 mesures. La forme linéaire du filtre est conservée pour le modèle physique et pour le modèle d'observation. Des résultats intermédiaires avec cette forme du filtre sont présentés pour faire la transition avec la forme non linéaire qui sera ensuite installée.

6.3.1 Implémentation du filtre séquentiel

Repartant de l'équation 5.2, la matrice C_k des observables n'est plus I_9 . Pour chaque observable $(d\lambda, d\varphi)$

$$\begin{pmatrix} d\lambda \\ d\varphi \end{pmatrix} = \frac{1}{\varrho_E} \cdot \begin{bmatrix} \sin \lambda_E / \cos \varphi_E & -\cos \lambda_E / \cos \varphi_E & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \cos \lambda_E \cdot \sin \varphi_E & \sin \lambda_E \cdot \sin \varphi_E & -\cos \varphi_E & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \vec{\delta r} \\ \vec{\delta v} \\ \vec{\delta a} \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow z_k = [C_k]_{(2 \times 9)} x_k$$

$$\Leftrightarrow z_{k,redim} = ([C_k] S) x_{k,redim}$$

où S est la matrice de redimensionnement de l'expression 5.10 (Cf. page 70).

L'expression redimensionnée de C_k , telle qu'implémentée, est donc

$$\begin{aligned} & [C_{k,redim}] \\ &= \frac{1}{\varrho_E} \cdot \begin{bmatrix} \sin \lambda_E / \cos \varphi_E & -\cos \lambda_E / \cos \varphi_E & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \cos \lambda_E \cdot \sin \varphi_E & \sin \lambda_E \cdot \sin \varphi_E & -\cos \varphi_E & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} S \end{aligned} \quad (6.1)$$

Le bruit de mesure est pris directement de l'OT (Éq. 4.1) où le re-dimensionnement n'a plus de raison d'être (les observables sont en radians), sauf à convertir les covariances angulaires, donc en divisant par $\cos \varphi_E$ les composantes azimutales (l'OT est

supposé fournir des écarts angulaires en radians, et non en azimuth-élévation, quoique parallèles aux axes d'élévation et d'azimut) :

$$\begin{aligned} [R_k]_{(2 \times 2)} &= [R_{k,redim}] \\ &= \begin{pmatrix} 1/\cos \varphi_E & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} Cov(E_k) \begin{pmatrix} 1/\cos \varphi_E & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (6.2)$$

Les autres équations du filtre sont inchangées. Avec les nouvelles matrices $C_{k,redim}$ (l'indice « *redim* » étant sous-entendu dans les équations mentionnées) et R_k , de dimensions plus petites, les équations du filtre linéaire 5.12 et 5.13 s'appliquent pour l'initialisation puis les mises à jour. La matrice de gain K_k devient de dimension 9×2 . Il n'y a plus d'inversion de matrice 9×9 (il y en avait deux auparavant), et la seule inversion de matrice est $(C_k P_k^- C_k^T + R_k)^{-1}$ qui est de taille 2×2 . En revanche, pour arriver au même niveau de mise à jour des estimations qu'avec un filtre par *batch*, il faut exécuter cinq fois la totalité de ces mises à jour au lieu d'une seule fois précédemment.

6.3.2 Résultats intermédiaires

Un aperçu de la figure 6.2 page 87 montre que le filtrage séquentiel nous fait accéder à une précision de l'ordre des 150 km à 3σ , à comparer aux 1200 km à 3σ par simple triangulation asynchrone aux débuts de l'étude. Toutefois, des phénomènes de divergence en fin de scénario de vol sont également visibles.

Ce nouveau filtre autorise une cadence de mise à jour différente puisque la contrainte d'avoir des jeux de mesures non coplanaires est levée. Il semble assez naturel de profiter d'un même pointage du nanosatellite vers un FGB pour faire plusieurs mesures avant de passer au pointage vers le FGB suivant, injectant ainsi davantage d'observables dans le filtre.

Les nouveaux réglages adoptés sont donc les suivants :

- 3 pointages successifs vers Terre, Mars, Cérès, à raison de 3 min par pointage suivi de 5 min de *slew* vers le pointage suivant,
- à chaque pointage une série de 3 mesures est simulée (au-delà la performance se dégrade) et autant de mises à jour du filtre, espacées en moyenne de 160 s (3 mesures en un total de 3+5 min),
- ré-initialisation du filtre tous les 10 jours, exécution de 600 itérations (\simeq 1j, 2h et 40 min).

Les résultats présentés en figure 6.5 permettent de faire un bilan intermédiaire.

À certaines périodes du scénario de vol, la précision à 3σ peut descendre à mieux que 50 km, comme c'est le cas lors de la ré-initialisation du filtre au 150^{ème} jour de CRUISE (les résultats longitudinaux sont montrés car ils sont majorants). Toutefois, lors de ce processus (comme lors d'autres ré-initialisations), la covariance peine à converger, avec même une légère augmentation en fin de processus (en bas à droite de la figure). Le graphe en bas à gauche montre les écarts de vitesse (vert) et d'accélération (rouge) entre \mathcal{T}_R et \mathcal{T}_A soit théoriques (pointillés), soit estimés par le filtre (lignes pleines). Après 600 itérations (un peu plus de 1 jour simulé), le filtre peine encore à retrouver l'écart d'accélération effectif.

Enfin, les performances étaient les meilleures autour du jour 150 mais commencent à diverger complètement après cette date. La ré-initialisation du filtre à

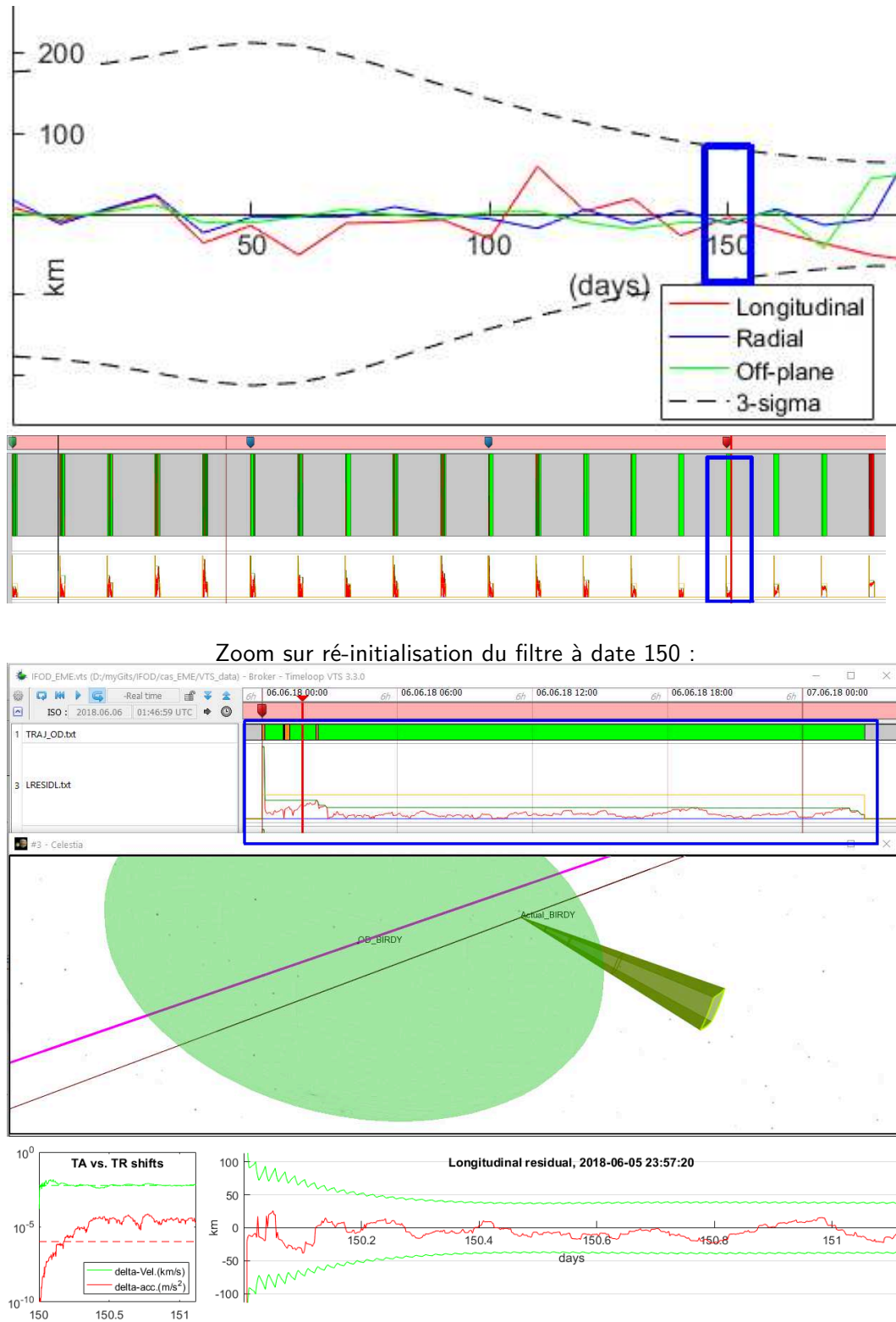


FIGURE 6.5 – Synthèse filtre séquentiel. Haut en bas : i) synthèse sur tout le scénario ; ii) convergence du filtre à chaque ré-initialisation (statut vert/rouge/gris, et residu longitudinal) ; iii) zoom à la date 150 : convergence du filtre, iv) ellipsoïde 3σ ; v) (à g.) convergence des vitesses et accélérations, (à dr.) détail des résidus longitudinaux (droite). $\sigma_{opt} = 0.2''$

la date 180 (dernier processus montré en haut de figure) ne conduit jamais à une convergence : le statut de convergence vert/rouge/gris du filtre (2^{ème} graphe de haut en bas, encadré au jour 150) est ainsi rouge pour le dernier processus montré à droite (jour 180) de même qu’aux dates suivantes (non montrées). Une explication possible est le fait de se rapprocher de Mars, ce qui représente deux causes possibles de divergence : les parallaxes entre les directions attendues et mesurées de Mars augmentent au-delà des limites de linéarisation du modèle des mesures ; la contribution de Mars au champ local d’accélération augmente très fortement et peut rendre l’hypothèse d’accélération locale constante caduque (à l’échelle d’une itération du filtre). Dans la partie suivante, la disparition des divergences avec un filtrage non-linéaire tend à accréditer ces explications.

6.4 Filtre par maillage, dit « unscented »

6.4.1 Modèles non linéaires

Désormais, ni le modèle physique (x_{k+1} à partir de x_k), ni le modèle des mesures (z_k à partir de x_k) ne sont supposés linéaires. Ils sont décrits par les fonctions dérivables f et h respectivement :

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= f(x_k, u_k, t_k) + w_k, & w_k &\sim \mathcal{N}(0, Q_k) \\ z_k &= h(x_k, t_k) + v_k, & v_k &\sim \mathcal{N}(0, R_k) \end{aligned}$$

où, dans cette formulation, les bruits w_k et v_k sont jugés linéaires. S’ils ne l’étaient pas, la difficulté pourrait être contournée en ajoutant l’estimation de leur moyenne à celle du vecteur d’état actuel (et en supposant alors que le bruit non inclus au vecteur d’état serait de moyenne nulle, donc linéaire), ce qui revient à augmenter la complexité du modèle physique mais en conservant la méthode. Les commandes appliquées au système (u_k) sont toujours supposées nulles.

La fonction f exprime la propagation du mouvement dans le champ gravitationnel local. Elle n’est limitée que par la capacité de calcul et de modélisation qu’il est possible d’embarquer : elle pourrait être une intégration numérique de type Runge-Kutta qui somme plusieurs modèles de perturbations locales comme, en plus de la gravitation solaire, la pression solaire de radiation ou bien la gravitation d’un astéroïde à proximité. Pour modéliser la pression solaire de radiation, il faudra soit la moyennner, soit l’intégrer numériquement à partir d’une information embarquée de l’orientation du nanosatellite. Pour un astéroïde voisin, il faudra modéliser la distance à l’astéroïde ainsi que sa masse, toutes deux inconnues, ce qui reviendra à augmenter le nombre de paramètres du vecteur d’état x_k . Toutefois, en contrepartie d’une plus grande complexité, on remarque que le filtre donnerait alors directement accès à une estimation de masse de l’astéroïde, ce qui est un des enjeux du contexte PROXOPS.

Dans le périmètre de la présente étude, f sera une propagation au premier ordre dans un champ gravitationnel local estimé par un modèle embarqué. En l’occurrence, le modèle embarqué est la somme de la gravitation du Soleil, de la Terre et de Mars, agrégée en une accélération locale relative à \mathcal{T}_R et notée $\overrightarrow{\delta a_{loc}}(\overrightarrow{r})$ à la position \overrightarrow{r} . En notant $(S \hat{x}_{k-1}) = (\overrightarrow{\delta r_{k-1}}, \overrightarrow{\delta v_{k-1}}, \overrightarrow{\delta a_{k-1}})^T$, le vecteur d’état remis aux dimensions par la matrice S (Éq. 5.10), l’expression de la fonction f est donnée par

$$\begin{aligned}\hat{x}_k &= f(\hat{x}_{k-1}, u_k, t_k) \\ &= \begin{bmatrix} I_3 & (dt_k/f_t) \cdot I_3 & 0_3 \\ 0_3 & I_3 & (dt_k/f_t) \cdot I_3 \\ 0_3 & 0_3 & I_3 \end{bmatrix} S^{-1} \begin{pmatrix} \overrightarrow{\delta r_{k-1}} \\ \overrightarrow{\delta v_{k-1}} \\ \overrightarrow{\delta a_{loc}(R_k + \delta r_{k-1})} \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (6.3)$$

avec f_t le facteur d'échelle des durées (Éq. 5.10). On notera au passage que l'erreur commise sur l'accélération est alors, en plus du bruit du processus physique,

$$\overrightarrow{\varepsilon_{a,k}} = \overrightarrow{a_{loc}(R_k + \delta r_k)} - \overrightarrow{a_{loc}(R_k + \delta r_{k-1})}$$

Concernant le modèle de mesures, la fonction h est celle qui traduit l'écart entre les deux vecteurs $\overrightarrow{R_k B_k}$ et $\overrightarrow{A_k B_k}$ (même objet d'avant-plan B_k vu depuis \mathcal{T}_R ou \mathcal{T}_A , Cf. Fig. 5.2 page 66) en écart angulaire mesuré par l'OT (*Object Tracker*).

$$A_k = R_k + \overrightarrow{\delta r_k}, \text{ où } \overrightarrow{\delta r_k} \text{ vient de } S x_k = \begin{pmatrix} \overrightarrow{\delta r_k} \\ \overrightarrow{\delta v_k} \\ \overrightarrow{\delta a_k} \end{pmatrix}$$

Les coordonnées sphériques de B_k depuis A_k sont données de manière classique depuis les coordonnées rectangulaires. En particulier, celles de $\overrightarrow{\delta r_k}$ sont notées $(x_{k,1}, x_{k,2}, x_{k,3}) = (S x_k)_{i=1..3}$, les trois premiers éléments du vecteur d'état après remise aux dimensions.

$$\begin{cases} \varrho_{A_k B_k} = \text{dist}(R_k + \overrightarrow{\delta r_k}, B_k) \\ \varphi_{A_k B_k} = \arcsin \left(\frac{z_{B_k} - z_{R_k} - x_{k,3}}{\varrho_{A_k B_k}} \right) \\ \lambda_{A_k B_k} = \pm \arccos \left(\frac{x_{B_k} - x_{R_k} - x_{k,1}}{\varrho_{A_k B_k} \cos \varphi_{A_k B_k}} \right), \end{cases}$$

où le signe de $\lambda_{A_k B_k}$ est donné par le signe de $(y_{B_k} - y_{R_k} - x_{k,2})$.

$$\begin{aligned} z_k &= h(x_k, t_k) \\ \begin{pmatrix} d\lambda_k \\ d\varphi_k \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \lambda_{A_k B_k} - \lambda_{R_k B_k} \\ \varphi_{A_k B_k} - \varphi_{R_k B_k} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (6.4)$$

6.4.2 Implémentation du filtre par maillage

Le filtre « *unscented* » fonctionne à partir de la construction d'un maillage de points appelés « points sigma » autour du point courant. Les étapes sont données pas-à-pas ci-dessous en suivant la démarche explicitée par Simon [46], avec adaptation à l'adimensionnement et à l'utilisation d'une référence \mathcal{T}_R pour la solution d'IFOD étudiée ici.

La mise à jour des estimations du filtre nécessite d'une part que les points sigma soient propagés à travers le modèle physique, d'autre part que les mesures attendues en ces points soient évaluées par le modèle d'observation. Le vecteur d'état ayant n paramètres (ici $n = 9$), il faut $2n$ points sigma « distants d'un écart-type » (ce serait l'appellation exacte dans un problème mono-dimensionnel) de part et d'autre du point de fonctionnement et dans chaque dimension :

1. Le filtre est initialisé avec le vecteur d'état pris sur \mathcal{T}_R puis adimensionné pour \hat{x}_0^+ et des valeurs arbitraires de précisions pour P_0^+ qui représentent l'écart maximum attendu entre \mathcal{T}_R et \mathcal{T}_A , en l'occurrence

$$P_0^+ = \begin{bmatrix} (\sigma_x/f_x)^2 \cdot I_3 & 0_3 & 0_3 \\ 0_3 & (\sigma_v/f_v)^2 \cdot I_3 & 0_3 \\ 0_3 & 0_3 & (\sigma_a/f_a)^2 \cdot I_3 \end{bmatrix}$$

où f_x, f_v, f_a sont les facteurs d'échelle adoptés dans l'Éq. 5.10, et $\sigma_x, \sigma_v, \sigma_a$ sont les écarts maximum attendus entre \mathcal{T}_R et \mathcal{T}_A . En particulier, σ_a est aussi la précision estimée du calcul de l'accélération locale dans le modèle physique.

2. Une « matrice d'écart-type » est construite, matrice racine carrée de la covariance P_{k-1}^+ . Cette matrice n'est pas forcément unique et peut comporter des valeurs complexes dont seules les parties réelles sont exploitées.

$$\Sigma_{k-1}^+ = \sqrt{n \cdot P_{k-1}^+}$$

3. La dernière estimation disponible étant \hat{x}_{k-1}^+ , $2n$ points sigma sont construits autour de cette estimation :

$$i = 1..2n, \quad \hat{x}_{k-1}^{(i)} = \hat{x}_{k-1}^+ + \tilde{x}^{(i)},$$

$$i = 1..n, \quad \begin{cases} \tilde{x}^{(i)} = (\Sigma_{k-1}^+)_i^T \\ \tilde{x}^{(n+i)} = -(\Sigma_{k-1}^+)_i^T \end{cases},$$

où $(\Sigma_{k-1}^+)_i$ désigne la ligne i de la matrice Σ_{k-1}^+ .

4. Les points sigma sont propagés à travers le modèle physique puis l'estimation du vecteur d'état a priori (c'est-à-dire avant prise en compte des observations) est établie comme le barycentre des points sigma ainsi propagés :

$$\hat{x}_k^{(i)} = f(\hat{x}_{k-1}^{(i)}, u_k, t_k) \quad (\text{selon Éq. 6.3})$$

puis

$$\hat{x}_k^- = \frac{1}{2n} \cdot \sum_{i=1}^{2n} \hat{x}_k^{(i)}$$

5. La covariance a priori est également estimée à partir du maillage (chaque élément de la somme ci-dessous est une matrice $2n \times 2n$), ce qui revient à propager P_{k-1}^+ à travers le modèle physique :

$$P_k^- = \frac{1}{2n} \cdot \sum_{i=1}^{2n} \left(\hat{x}_k^{(i)} - \hat{x}_k^- \right) \left(\hat{x}_k^{(i)} - \hat{x}_k^- \right)^T + Q_{k-1}$$

6. Plutôt que d'évaluer les mesures correspondant aux points sigma initiaux, les points sigma $\hat{x}_k^{(i)}$ remplacent les précédents issus de f en un nouveau maillage construit sur les plus récents a priori :

$$i = 1..2n, \quad \hat{x}_k^{(i)} = \hat{x}_k^- + \tilde{x}^{(i)},$$

$$\Sigma_k^- = \sqrt{n \cdot P_k^-}$$

$$i = 1..n, \quad \begin{cases} \tilde{x}^{(i)} = (\Sigma_k^-)_i^T \\ \tilde{x}^{(n+i)} = -(\Sigma_k^-)_i^T \end{cases},$$

7. Le filtre interprètera la mesure fournie par l'OT à travers les « mesures sigma » qui sont les mesures qui seraient obtenues pour les points sigma construits. Une prédiction de mesure \hat{z}_k est ainsi construite comme étant la mesure attendue après propagation suivant le modèle physique :

$$\hat{z}_k^{(i)} = h(\hat{x}_k^{(i)}, t_k) \quad (\text{selon Éq. 6.4})$$

puis

$$\hat{z}_k = \frac{1}{2n} \cdot \sum_{i=1}^{2n} \hat{z}_k^{(i)}$$

8. À son tour, la covariance P_k^- est propagée à travers le modèle de mesures grâce au maillage et est augmentée du bruit de mesure de l'OT (R_k donné par Éq. 6.2) pour produire la covariance de mesure P_z , qui est l'analogue de $(C_k P_k^- C_k^T + R_k)$ dans la forme linéaire du filtre. Ci-dessous, tous les termes de la somme sont des matrices 2×2 :

$$P_z = \frac{1}{2n} \cdot \sum_{i=1}^{2n} \left(\hat{z}_k^{(i)} - \hat{z}_k \right) \left(\hat{z}_k^{(i)} - \hat{z}_k \right)^T + R_k$$

9. La covariance croisée entre l'estimation a priori et sa propagation à travers le modèle de mesure est notée P_{xz} (c'est l'analogue de $P_k^- C_k^T$ dans la forme linéaire du filtre). C'est une matrice 9×2 donnée par

$$P_{xz} = \frac{1}{2n} \cdot \sum_{i=1}^{2n} \left(\hat{x}_k^{(i)} - \hat{x}_k^- \right) \left(\hat{z}_k^{(i)} - \hat{z}_k \right)^T$$

10. La mise à jour des estimations peut alors enfin se faire :

$$\begin{aligned} K_k &= P_{xz} P_z^{-1} \\ \hat{x}_k^+ &= \hat{x}_k^- + K_k (z_k - \hat{z}_k) \\ P_k^+ &= P_k^- - K_k P_z K_k^T \end{aligned}$$

6.5 Limites de validité

Nous verrons dans les résultats que ce nouveau filtre améliore sensiblement les performances. Toutefois, avec certains réglages, des divergences au début ou après une longue durée de fonctionnement se produisent toujours et restent mal expliquées. Il est utile de rappeler les hypothèses sous-jacentes au filtrage mis en place pour, éventuellement, éclairer les anomalies qui subsistent.

Tout d'abord, les modèles physiques et de mesures sont supposés perturbés par des bruits décrits en variables aléatoires à moyennes nulles et distributions normales de probabilité. Il peut arriver que ces bruits soient entachés de biais (par exemple une accélération systématique non modélisée comme la pression solaire de radiation) ou que la distribution de probabilité ne soit pas Gaussienne (par exemple asymétrique, due à des aberrations optiques dans l'OT). Dans ce cas des dérives, compensées ou non après un certain temps, pourraient être observées.

L'initialisation du filtre suppose de fournir une covariance P_0^+ . Si l'initialisation est trop optimiste par rapport à la réalité de l'écart entre \mathcal{T}_R et \mathcal{T}_A , c'est-à-dire que

des incertitudes trop faibles sont fournies, le filtre commencera par diverger fortement avant de revenir à des estimations réalistes de covariance : les estimations \hat{x}_k^+ présenteront des résidus complètement en dehors des incertitudes P_k^+ . Réciproquement, si l'initialisation est trop pessimiste, le filtre ne divergera pas mais prendra plus de temps à converger.

Le modèle physique n'étant pas linéaire, la mise à jour des estimations peut être entachée d'erreurs importantes si le pas de temps est trop grand. Les estimations a priori restent cohérentes (\hat{x}_k^- et P_k^-) mais gênent la convergence du filtre entre deux mesures : il peut alors être judicieux de faire plusieurs mises à jour intermédiaires avec de petits pas de temps et avant d'exploiter la mesure suivante. Une mise à jour intermédiaire consiste juste à insérer une itération supplémentaire en sautant les étapes de prise en compte d'une nouvelle mesure : $\hat{x}_k^+ = \hat{x}_k^-$ et $P_k^+ = P_k^-$.

Enfin, lorsqu'une mesure est exploitée, sa prise en compte se fait en parallèle des mesures sigma, mesures attendues pour un maillage autour du point de fonctionnement. Si pour une raison ou une autre, par exemple à cause d'un bruit optique trop important, la mesure se trouve complètement en dehors des mesures sigma (c'est-à-dire complètement au-delà de l'écart-type dans une analogie mono-dimensionnelle), l'exploitation qui en est faite ensuite, $(z_k - \hat{z}_k)$ dans la dernière étape de mise à jour, peut dégrader durablement les estimations. Une piste pour définir un critère d'acceptabilité d'une mesure z_k (de dimension $p = 2$) serait de lui imposer d'être « à l'intérieur » d'un domaine Z défini par un maillage de $2p = 4$ mesures sigma construites à partir de $(3\sqrt{p}P_z)$, par analogie avec la propriété des distributions normales qui veut que 99.7% des tirages d'une variable aléatoire soient distants de la moyenne de moins de 3 fois l'écart-type. Si une mesure se trouvait en dehors de ce domaine Z , seul le modèle physique serait actualisé : $\hat{x}_k^+ = \hat{x}_k^-$ et $P_k^+ = P_k^-$.

Cette dernière condition n'a pas encore pu être explorée. Si elle modifie effectivement les performances, et sous réserve d'être complètement spécifiée, elle fournira une base pour réaliser à bord un auto-diagnostic de validité de l'IFOD.

6.6 Résultats améliorés

Avec le filtre de Kalman *unscented* (UKF, non linéaire, par maillage), les résultats sont globalement encore améliorés d'un facteur 2 (voir Fig. 6.6). Pour mémoire, l'enveloppe en pointillés restitue la moyenne des écarts-types sur le dernier quart de fonctionnement du filtre (ici 600 itérations donc sur les 150 dernières). On remarque qu'en fin de scénario de vol (jours 150 à 230), le filtre reste stable, ce que confirme le statut vert/rouge/gris de convergence qui est toujours vert pour toutes les ré-initialisations du filtre postérieures à la date 150. Par comparaison avec les résultats précédents, à certaines périodes du scénario de vol (par exemple à la date 150), le comportement détaillé du filtre montre une précision 3σ meilleure que 30 km après 1 jour de filtrage, soit une performance améliorée d'un facteur 40 par rapport à la triangulation optique seule. De plus, le filtre n'a pas fini de converger et laisse espérer de meilleurs résultats.

Trois séries de résultats sont présentées avec des réglages légèrement différents :

- La série UKF-600 permet la comparaison avec les résultats précédents ; elle pointe successivement Terre, Mars, Cérès, avec 3 mesures, donc 3 itérations, par pointage puis un *slew* de 5 min, le filtre est ré-initialisé tous les 10 jours du scénario et fonctionne pendant 600 itérations ;

TABLE 6.1 – *Réglages UKF*

	UKF-600	UKF-8000	UKF-5FGB
Séquence FGB	T-M-C	T-M-C	T-M-C-J-S
Durée pointage+ <i>slew</i>	8 min	8 min	5 min
Ré-initialisations UKF	10j	15j	15j
Nb. Itérations / pointage	3	3	1
Nb.Itérations UKF	600	8000	4500
Durée IFOD (env.)	1j 3h	14j 20h	15j 15h

- La série UKF-8000 examine le comportement à long terme du filtrage ; elle diffère de UKF-600 par sa durée de 8000 itérations, le filtre étant ré-initialisé tous les 15 jours de scénario ;
- La série UKF-5FGB examine l'impact séquence d'observation différente ; 5 objets d'avant-plan sont utilisés (Terre, Mars, Cérès, Jupiter, Saturne), 1 seule mesure, donc 1 itération, à chaque pointage, durée du filtrage couvrant toute la période entre deux ré-initialisations.

La série UKF-600 est synthétisée par la figure 6.6. La série UKF-8000 montre que la performance continue de s'améliorer au-delà des 600 itérations mais le filtrage finit par diverger. Un aperçu est donné en figure 6.7, d'autres résultats sont fournis en annexe.

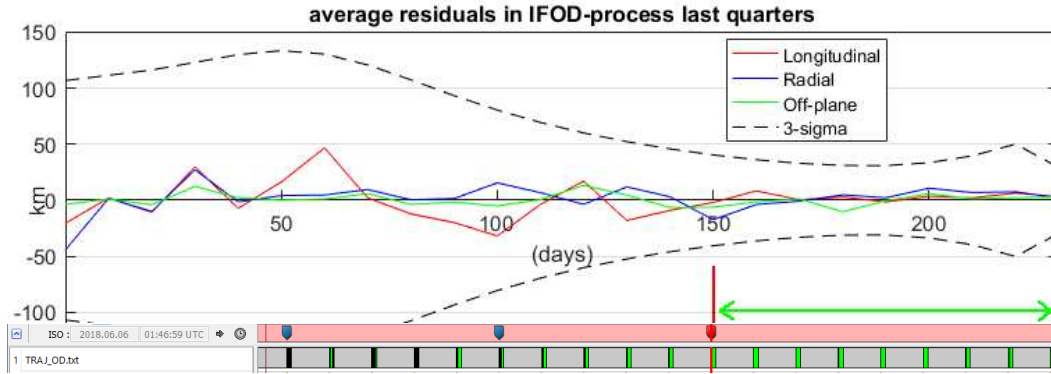
Ainsi l'enveloppe sur l'ensemble du scénario de vol est meilleure que 40 km et même 20 km le plus souvent, toujours à 3σ . Lors de la ré-initialisation à la date 150, la performance est meilleure que 15 km après 4 jours mais ré-augmente, soudainement et temporairement, entre 10 et 14 jours. Ce problème de divergence est à nouveau constaté tardivement dans le processus, lors des ré-initialisations aux dates 210 et 225, proches du survol de Mars.

À noter enfin, la dernière ré-initialisation, à la date 225 qui correspond au survol de Mars (date 229), donne aussi l'occasion d'une performance maximum meilleure que 500 m de précision longitudinale, transversale ou normale au plan orbital. Il faut certainement y voir l'effet de proximité de Mars, artificiellement renforcé par la précision optique maintenue à 0.2" (alors que la logique de *Multiple Cross-Correlation* (MCC) de l'*Object Tracker* ne peut plus s'appliquer à un objet résolu). Toutefois, cet effet semble résulter de l'abandon des hypothèses de linéarité du modèle physique et du modèle de mesures : il avait été noté que les modèles linéaires conduisaient à une divergence systématique. Le résultat obtenu lors du survol de Mars peut donc légitimement rendre optimiste lors des futures adaptations au contexte PROXOPS de vol au voisinage d'un astéroïde.

La série UKF-5FGB montre en figure 6.8 une dégradation légère de la performance, l'enveloppe sur l'ensemble du scénario de vol reste meilleure que 60 km hors périodes de divergence. Les ré-initialisations aux jours 150, 210 et 225 montrent à nouveau les mêmes comportements du filtre : performances similaires quoique légèrement dégradées (des objets plus distants fournissent en effet des données moins utiles), divergence après 10 jours de fonctionnement, performance maximisée lors du survol au jour 229.

La divergence du filtre après une période longue ne vient pas d'une évolution défavorable de la géométrie au cours du scénario de vol. En effet, avec des processus

prolongés sur 15 jours, il apparaît clairement que les résultats qui divergent en fin d'un processus sont suivis par de bons résultats (non divergents) lors du processus suivant. Il semble plutôt que le filtrage vieillisse mal : l'accumulation de données provoque cette divergence, comme si le filtrage était adapté à une durée optimale de fonctionnement, ici de 4 à 6 jours, au-delà de laquelle il vaut mieux ré-initialiser le filtre.



Détails du filtrage à date 150 :

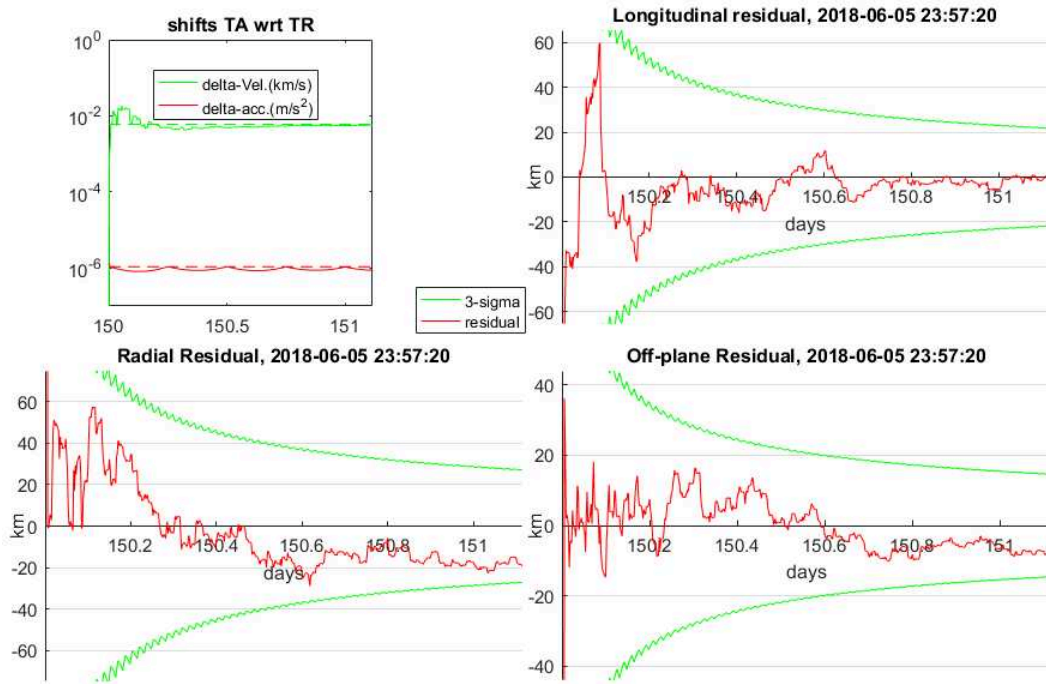


FIGURE 6.6 – *Filtre UKF (non-linéaire). Haut : Synthèse sur tout le scénario avec état de convergence du filtre à chaque ré-initialisation. Centre et bas : convergences vitesse et accélération (centre gauche), résidus longitudinaux (centre droite), radiaux (bas gauche), normaux (bas droite). $\sigma_{opt} = 0.2''$.*

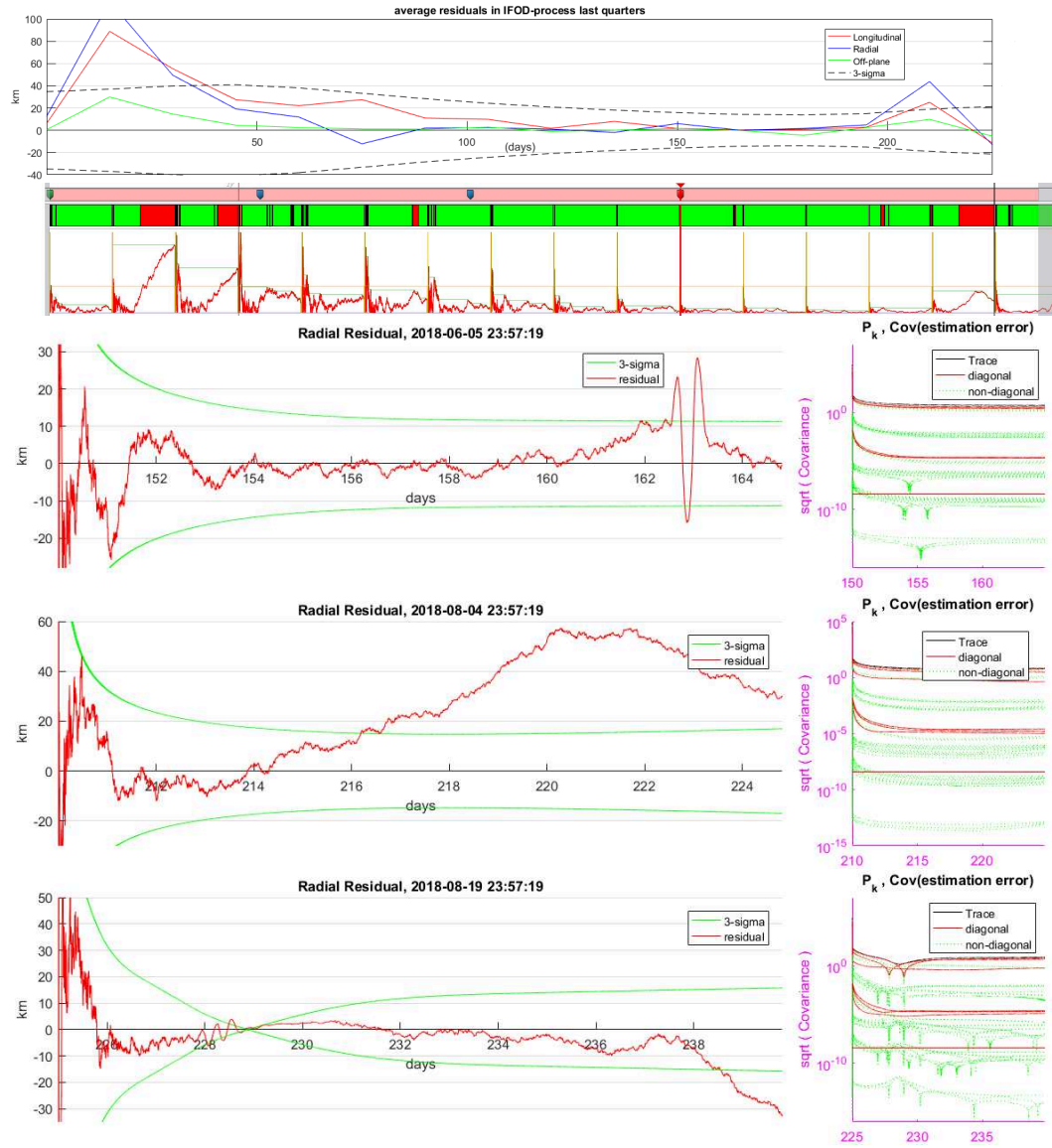


FIGURE 6.7 – Série UKF-8000. Haut : synthèse sur tout le scénario de vol. Milieu et bas : détails du filtrage aux dates 150, 210 et 225, Résidu majorant (à gauche), évolution de la covariance (à droite). Remarque : au jour ~ 228 , l'enveloppe 3σ se resserre jusqu'à environ ± 500 m ! Pour mémoire, $\sigma_{opt} = 0.2''$.



FIGURE 6.8 – Série UKF-5FGB. Haut : synthèse sur tout le scénario de vol. Milieu et bas : détails du filtrage aux dates 150, 210 et 225, Résidu majorant (à gauche), évolution de la covariance (à droite). Remarque : au jour ~ 228 , l'enveloppe 3σ se resserre jusqu'à environ $\pm 500\text{ m}$! Pour mémoire, $\sigma_{opt} = 0.2''$.

Coût CPU du logiciel embarqué

Il a été précisé, dans l'architecture de simulation (section 5.3, p. 71), pourquoi le prototype de code réalisé sous MATLAB est une base crédible en vue d'une réécriture en C++ (*sans* traduction automatique). Ce chapitre considère l'estimation de charge CPU de la version binaire, compilée, du futur code en C++.

J'ai pu exploiter la longue expérience du laboratoire LESIA (Observatoire de Paris) dans le code embarqué grâce à un banc logiciel existant adapté à une architecture de processeur représentative des technologies CUBESAT. Des mesures CPU ont été faites pour quatre types d'opérations élémentaires codées en C++. Les opérations élémentaires de chaque type ont alors été dénombrées dans l'algorithme, en version de filtrage linéaire puis en version de filtrage non linéaire, afin de fournir une estimation globale.

7.1 Simulation sur le banc logiciel Gericos

7.1.1 Gericos, un banc LESIA

L'environnement de test « GERICOS », pour GENEric Onboard Software, est développé au LESIA par le Service Informatique Instrumentale de Philippe PLASSON depuis la fin des années 2000, [54]. Il a été notamment exploité pour préparer les logiciels de vol de l'instrument RPW de la sonde ESA SOLAR ORBITER et de la photométrie de haute précision pour la sonde ESA PLATO, par héritage de l'expérience acquise sur le télescope spatial COROT du CNES.

GERICOS est une infrastructure logicielle C++ (*framework*) qui permet, dans le cas qui nous intéresse, de compiler du code, de le charger dans une cible matérielle et, surtout, de mesurer la durée de son exécution. Le code compilé est fourni avec un *mapping* (table d'adresses) du code binaire de chaque fonction source dans le fichier exécutable, autorisant des interventions ultérieures (si nécessaire) sur une partie seulement du code binaire sans avoir à ré-envoyer la totalité du logiciel embarqué au satellite dans l'espace. Le logiciel est compilé pour une cible matérielle donnée, ici une carte de type ARDUINO (famille d'architectures électroniques publiées en licence libre) qui est de la même classe de performance CPU que les ordinateurs de bord proposés pour CUBESATS. Enfin, l'environnement de test comporte une partie « appelante », c'est-à-dire non chargée dans la cible, qui insère un mécanisme de mesure du temps d'exécution par la cible du code voulu, hors impact des interfaces et autres périphériques d'entrées-sorties, comme par exemple les affichages



FIGURE 7.1 – Carte ST Micro STM32F407, connectée par simple câble USB.

sur un terminal (sauf si la cible en comporte un, ce qui n'est pas le cas pour notre nanosatellite).

GERICOS inclut donc dans l'environnement de compilation les interfaces de la cible en plus des couches logicielles qui encapsulent le code testé. Cette approche suppose une phase de préparation réalisée par l'équipe de Philippe PLASSON, initialement pour les besoins du CUBESAT CNRS-LESIA appelé PICSAT lancé en janvier 2018. Le satellite PICSAT a utilisé un ordinateur de bord (OBC, pour *On-Board Computer*) de la société Innovative Solutions In Space B.V (ISIS, Pays-Bas) dont les principales caractéristiques de performance CPU sont un processeur 32-bit ARM9 cadencé à 400 MHz et adossé à une SDRAM de 32 MB. Par ailleurs, la mémoire de masse est de 1 MB en NOR-Flash, deux SD-Cards de 2 GB et une FRAM de 256 kB.

De telles caractéristiques sont basiques au sol, aussi nous avons jugé que des estimations initiales de performance CPU ne justifiaient pas d'acquérir un véritable calculateur de CUBESAT. En effet, des solutions de type ARDUINO sont suffisantes. Par exemple, la carte de la société ST Micro fournie sous forme d'un *Discovery kit* (nom complet STM32F407, Fig.7.1, ne coûte que quelques euros. Elle est très bien documentée pour une intégration à GERICOS, intégration déjà réalisée dans le cadre du support apporté au logiciel de PICSAT.

7.1.2 Architecture ARM : ST Micro STM32F407

Nous avons opté pour la carte STM32F407, dite « STM32 » dans la suite, comme cible matérielle des tests de CPU de l'algorithme étudié ici. Nous faisons l'hypothèse que le code final sera codé en C++ par recours à la librairie scientifique « GSL » (*GNU Scientific Library*). Les caractéristiques de la STM32 utiles ici sont les suivantes :

- STM32F407VGT6 microcontroller, 32-bit ARM[®] Cortex[®]-M4 with FPU core,
- cadence d'horloge 1800 kHz,
- mémoire Flash 1024 kB, RAM 192 kB.

Une différence majeure apparaît avec l'OBC de PICSAT : la mémoire. D'emblée ce facteur sera limitant car, même en découpant l'algorithme en petits blocs à mesurer individuellement, l'emploi de GSL conduit à une taille de code incompatible avec la Flash disponible (en fait à peine 520 kB sur les 1024 au total), et ce malgré les

TABLE 7.1 – Opérations CPU élémentaires

Type	Symbôle	Opérations concernées
opérations basiques	<i>ob</i>	addition, incrémentation, comparaison, écriture-allocation en RAM, multiplication par entier n petit (alors $n \times ob$)
opérations complexes	<i>oc</i>	multiplication de deux réels, lecture ou écriture dans un fichier
opérations trigonométriques	<i>ot</i>	recours aux développements limités (trigonométrie, puissance réelle, racine carrée scalaire)
routines GSL	<i>gsl</i>	calcul matriciel complexe via les bibliothèques de GSL (décomposition, inversion, racine carrée)
generations aléatoires	<i>rnd</i>	génération de nombres aléatoires, fonction <i>rand</i> de C++)

options pour limiter au strict minimum les bibliothèques effectivement chargées dans le code :

- interfaces `python` pour STM32 dans GERICOS :
`CORTEXM4_FREERTOS_STM32F407.py`,
- bibliothèque GSL v2.5 `<gsl/gsl_linalg.h>`,
- *compiler-linker* `cpp` avec options `-Wl, --gc-sections`,
- génération de nombres pseudo-aléatoires par la fonction `rand` dans `<stdlib>`.

Les estimations ont donc été faites en mesurant le nombre d'opérations élémentaires caractéristiques de l'algorithme et en simulant la durée moyenne d'exécution de chacune dans la STM32. Les opérations jugées caractéristiques sont données dans la table 7.1 et seront mesurées en double précision, voire en quadruple précision quand c'est possible.

Avec cette approche, il faut mesurer la durée moyenne des opérations élémentaires de chaque type, ce qui sera présenté dans la section suivante, et compter leur nombre dans l'algorithme pour arriver à une estimation de la durée d'exécution totale. Pour ce décompte, le détail est fourni en annexe C, la synthèse par blocs principaux est donnée dans la table 7.2. Dans la version initiale de l'algorithme, c'est-à-dire par triangulation asynchrone sur un jeu de cinq mesures puis itération du filtre linéaire de Kalman, il apparaît deux routines GSL complexes, à savoir des inversions de matrices 9×9 qui elles-mêmes requièrent des décompositions linéaires « LU » en matrices triangulaires inférieure (L) et supérieure (U). Dans la version améliorée du filtrage (UKF, par maillage), deux opérations de recherche d'une matrice racine carrée sont réalisées. Leur coût CPU n'a pas pu être mesuré et a été jugé comparable à celui d'une inversion de matrice par GSL.

TABLE 7.2 – *Décomposition de l'algorithme en opérations CPU élémentaires*

Étape	<i>ob</i>	<i>oc</i>	<i>ot</i>	<i>gsl</i>
5 × Prép.AT	1975	690	20	-
AT	4463	4043	5	1
KF	6903	5990	0	1
Total 1 itération LKF	13 341	10 723	25	2
Total 1 itération UKF	5 968	5 688	127	2

7.2 Coûts CPU élémentaires

L'hypothèse est faite que le coût CPU de chaque opération basique *ob* complexe *oc* trigonométrique (ou à développement limité) *ot* ou routine complexe *gsl* de la table 7.1 est fortement linéaire avec leur nombre pour une cible matérielle donnée. Pour éviter des optimisations non souhaitées par le compilateur, des jeux de valeurs aléatoires sont générés. Le coût CPU moyen τ_{op} de chaque opération est alors modélisé pour chaque test par

$$t_{test} = t_0 + \sum_{op} \tau_{op} \cdot n_{op} ,$$

où t_{test} est la durée totale d'exécution d'un test, n_{op} le nombre d'opérations de chaque type dans ce test et t_0 la durée minimale incompressible de ce test. Une opération supplémentaire *rnd* doit être considérée pour la génération de nombres aléatoires, avec son coût τ_{rnd} . Une série de tests peut alors être réalisée pour estimer τ_{ob} avec τ_{rnd} , puis successivement τ_{oc} , τ_{ot} puis τ_{gsl} .

Les relevés de mesures sur chaque série de tests sont fournis en annexe C.

7.2.1 Opérations basiques : τ_{ob}

Deux routines C++ différentes sont créées afin d'avoir des combinaisons linéaires différents de *ob* et de la génération aléatoire *rnd* :

- première routine avec 1 *rnd* et 1 *ob*

```
for (i=0; i < n; i++) cumul = cumul + double(rand());
```

- deuxième routine avec 1 *rnd* et 2 *ob*

```
for (i=0; i < n; i++) cumul = cumul + 10.1 + double(rand());
```

Après exécution d'une série de n tests comportant chacun $\{n_k\}_{k=1..n}$ boucles, nous disposons d'un jeu de mesures de durées CPU $\{t_k\}_{k=1..n}$ fournies par le banc GERI-COS, tel que

$$\begin{pmatrix} \vdots \\ t_k \\ \vdots \end{pmatrix} = A_n \begin{pmatrix} t_0 \\ \tau_{rnd} \\ \tau_{ob} \end{pmatrix} \text{ où } A_n = \begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & n_k & n_k \\ \text{(ou)} & & \\ 1 & n_k & 2.n_k \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}$$

Dans ces conditions, l'inversion de problème (solution de moindres carrés) fournit directement les durées CPU qui correspondent au mieux au jeu de mesures :

$$\begin{pmatrix} t_0 \\ \tau_{rnd} \\ \tau_{ob} \end{pmatrix} = (A_n^T A_n)^{-1} A_n^T \begin{pmatrix} \vdots \\ t_k \\ \vdots \end{pmatrix}$$

L'annexe fournit le relevé de mesures. La solution trouvée est basée sur 18 tests pour la première routine ($n_k.rnd + n_k.ob$) et 7 pour la deuxième ($n_k.rnd + 2.n_k.ob$).

Les mesures réalisées conduisent aux solutions suivantes (Cf. relevés de mesures en annexe C) :

- Opérations en double précision (en millisecondes)

$$\begin{pmatrix} t_0 \\ \tau_{rnd} \\ \tau_{ob} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.54 \\ 0.0111 \\ 0.0109 \end{pmatrix} \quad (7.1)$$

- Opérations en quadruple précision (en millisecondes)

$$\begin{pmatrix} t_0 \\ \tau_{rnd} \\ \tau_{ob} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2.86 \\ 0.0103 \\ 0.0117 \end{pmatrix} \quad (7.2)$$

De manière contre-intuitive, le temps CPU en double ou quadruple précision ne change que de 10%, à la baisse pour la génération aléatoire et à la hausse pour les opérations basiques.

7.2.2 Opérations complexes : τ_{oc}

Une nouvelle routine C++ est codée sous GERICOS pour inclure les opérations plus complexes *oc* :

```
for (i=0; i < n; i++) cumul = cumul + 1./(0.1+double(rand()));
```

Les valeurs déjà trouvées pour τ_{rnd} et τ_{ob} sont utilisées avec les mesures de durées CPU $\{t_k\}_{k=1..n}$ relevées. On peut les passer à gauche de l'équation ci-dessous afin de construire le nouveau système matriciel liant les mesures à la durée élémentaire τ_{oc} recherchée, pour chaque test k comportant n_k itérations :

$$\begin{pmatrix} \vdots \\ t_k - n_k \cdot (\tau_{rnd} + 2 \cdot \tau_{ob}) \\ \vdots \end{pmatrix} = A_n \begin{pmatrix} t_0 \\ \tau_{oc} \end{pmatrix} \text{ où } A_n = \begin{bmatrix} \vdots & \vdots \\ 1 & n_k \\ \vdots & \vdots \end{bmatrix}$$

Suivant le même principe que pour *ob*, les solutions qui s'ajustent au mieux aux mesures réalisées après 18 tests sont les suivantes :

Les mesures réalisées conduisent aux solutions suivantes (Cf. relevés de mesures en annexe C) :

- Opérations en double précision (en millisecondes)

$$\begin{pmatrix} t_0 \\ \tau_{oc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.29 \\ 0.0790 \end{pmatrix} \quad (7.3)$$

- Opérations en quadruple précision (en millisecondes)

$$\begin{pmatrix} t_0 \\ \tau_{oc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.29 \\ 0.0782 \end{pmatrix} \quad (7.4)$$

Non intuitivement à nouveau, le temps CPU en double ou quadruple précision ne change que très peu et à la baisse.

7.2.3 Opérations trigonométriques : τ_{ot}

Une nouvelle routine C++ est codée sous GERICOS pour inclure les opérations trigonométriques ot :

```
for (i=0; i < n; i++) cumul = cumul +  
cos(M_PI_2*double(rand())/double(RAND_MAX));
```

Les valeurs déjà trouvées pour τ_{rnd} , τ_{ob} et τ_{oc} sont réutilisées comme précédemment. Le nouveau système matriciel liant les mesures à la durée élémentaire τ_{ot} recherchée s'écrit désormais

$$\begin{pmatrix} \vdots \\ t_k - n_k \cdot (\tau_{rnd} + \tau_{ob} + 2 \cdot \tau_{oc}) \\ \vdots \end{pmatrix} = A_n \begin{pmatrix} t_0 \\ \tau_{oc} \end{pmatrix} \text{ où } A_n = \begin{bmatrix} \vdots & \vdots \\ 1 & n_k \\ \vdots & \vdots \end{bmatrix}$$

Les solutions qui s'ajustent au mieux aux mesures réalisées (6 tests en double précision, 8 en quadruple) sont les suivantes :

Les mesures réalisées conduisent aux solutions suivantes (Cf. relevés de mesures en annexe C) :

- Opérations en double précision (en millisecondes)

$$\begin{pmatrix} t_0 \\ \tau_{ot} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.50 \\ 0.148 \end{pmatrix} \quad (7.5)$$

- Opérations en quadruple précision (en millisecondes)

$$\begin{pmatrix} t_0 \\ \tau_{ot} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3.05 \\ 0.151 \end{pmatrix} \quad (7.6)$$

Note : la durée CPU en quadruple précision est seulement 2% plus élevé qu'en double précision.

7.2.4 Inversions de matrices : τ_{gsl}

Une dernière routine C++ est codée sous GERICOS pour construire et inverser des matrices 9×9 avec la librairie GSL, ce qui suppose leur décomposition « LU » (*Lower/Upper triangular*) :

```
for (k=0; k < n; k++) {  
  for (i=0; i<RANK; i++) for (j=0; j<RANK; j++) {  
    gsl_matrix_set(myMatrix,  
      i, j, 10.1*double(rand())/double(RAND_MAX));
```

TABLE 7.3 – *Estimation CPU pour 1 itération*

Opération	<i>ob</i>	<i>oc</i>	<i>ot</i>	<i>gsl</i>	Total
Durée élémentaire (ms)	0.012	0.079	0.15	56.4	-
Nb./itération LKF	13 341	10 723	25	2	
Totaux LKF	156 ms	846 ms	3.8 ms	113 ms	$\simeq 1.1$ s
Nb./itération UKF	5 968	5 688	127	2	
Totaux UKF	69.7 ms	449 ms	19.2 ms	113 ms	$\simeq 0.65$ s

```

gsl_matrix_set(clMatrix,
    i, j, 0.);}
result = gsl_linalg_LU_decomp(myMatrix, P, signum);
result = gsl_linalg_LU_invert(myMatrix, P, invM);
for (i=0;i<RANK;i++) for (j=0;j<RANK;j++)
    gsl_matrix_set(clMatrix,
        i, j, gsl_matrix_get(clMatrix, i, j)
        + gsl_matrix_get(invM, i, j));
}
    
```

Les valeurs déjà trouvées pour τ_{rnd} , τ_{ob} et τ_{oc} sont réutilisées comme précédemment. Le nouveau système matriciel liant les mesures à la durée élémentaire τ_{gsl} recherchée s'écrit désormais (avec $r = 9$, le rang de la matrice) :

$$\begin{pmatrix} \vdots \\ t_k - n_k \cdot r^2 \cdot (\tau_{rnd} + 2 \cdot \tau_{ob} + 2 \cdot \tau_{oc}) \\ \vdots \end{pmatrix} = A_n \begin{pmatrix} t_0 \\ \tau_{gsl} \end{pmatrix} \text{ où } A_n = \begin{bmatrix} \vdots & \vdots \\ 1 & n_k \\ \vdots & \vdots \end{bmatrix}$$

La librairie GSL n'inclut pas à ce jour les inversions de matrice en quadruple précision. La solution qui s'ajuste au mieux aux mesures réalisées pour 10 tests en double précision donne (durées en ms) :

$$\begin{pmatrix} t_0 \\ \tau_{gsl} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 54.6 \\ 56.4 \end{pmatrix} \quad (7.7)$$

Note : S'il s'avère que les calculs en quadruple précision sont nécessaires, les inversions de matrice ne pourront alors pas être faites par GSL. Dans ce cas, puisque les inversions de matrice ont pour but de fournir une solution de moindre carré (de la forme $[J^T W J]^{-1} W J$), un algorithme de recherche de cette solution par « plus forte pente » (*along steepest descent*) pourra remplacer ces inversions. Le coût CPU de cette solution alternative n'a pas été estimé ici.

7.3 Extrapolation : $\simeq 1$ seconde par itération

Nous avons pu constater que la durée CPU ne change pas beaucoup pour des calculs en double ou quadruple précision. Les valeurs maximales sont considérées. La table 7.3 récapitule ces valeurs et extrapole la durée de l'itération principale de l'algorithme dans ses versions « AT+LKF » et « UKF ».

Pour la version AT+LKF qui comporte une triangulation asynchrone sur un jeu de 5 mesures avant chaque itération du filtre, le coût CPU est donc finalement estimé

à environ 1 s par itération pour la cible matérielle STM32. Considérant de plus que le jeu de mesures à réunir prend au nanosatellite au moins 30 minutes (6 minutes de pointage et *slew* par mesure), ce coût est de 6×10^{-4} du *duty cycle* (moins de 0.1%) et apparaît donc acceptable, y compris en cas de partage de la ressource CPU avec d'autres fonctions du satellite.

Pour la version « UKF », une itération du filtre a lieu après chaque mesure et son coût CPU est estimé à 0.65 s. Elle contient des calculs sur l'ensemble d'un maillage de 18 points sigma (soit $2n$, où n est le nombre de composantes du vecteur d'état) et pour un modèle gravitationnel comprenant le Soleil, la Terre et Mars. Par comparaison avec la version AT+LKF où l'itération concerne 5 mesures, soit $1.3/5 = 0.26$ s par mesure, le coût CPU est ici triplé. Rapporté au *duty cycle* (en considérant au mieux 1 mesure par 5 min), il reste très bas à $2 \times 10^{-3} = 0.2\%$.

Toujours dans la version UKF, il est utile de relever le coût CPU particulier du modèle gravitationnel utilisé. Le détail est fourni en annexe C, l'extrait concerné est rappelé ici :

Opérations	<i>ob</i>	<i>oc</i>	<i>ot</i>	<i>gsl</i>
<i>Estimées du modèle gravitationnel avec Soleil, Terre, Mars :</i>				
Calcul de 18×3 vecteurs position	324			
Calcul de 18×3 distances	108	162	54	
Calcul de 18×3 accélérations		648		
Cumul des 3 accélérations par point sigma	162			
Total op.élé.	594	810	54	
Durées élém.(ms)	0.012	0.079	0.15	56.4
Durées (ms), total = 79 ms	6.9	64	8.2	0

Il apparaît que le coût du modèle gravitationnel est de 12% du coût de l'itération pour un modèle à 4 corps (3 corps gravitationnels et la sonde).

De ces quelques estimations, il est possible de conclure qu'il y a encore une marge confortable pour introduire des améliorations dans l'algorithme ou pour partager la puissance de calcul disponible à bord avec de nombreuses autres tâches. Il convient toutefois de rappeler que les estimations n'incluent pas les calculs nécessaires par l'*Object Tracker* (OT) considéré ici comme charge utile à part entière, mais dont les traitements pourraient être assurés par l'OBC si sa puissance de calcul le permet.

Dans tous les cas, il reste nécessaire de surveiller le budget CPU en fonction des futures évolutions. La démarche d'estimation du budget CPU présentée ici sera ré-utilisable et peut se résumer ainsi :

1. performances élémentaires pour un nouvel ordinateur de bord,
2. comptage des opérations élémentaires,
3. fréquence de fourniture des observables,
4. pourcentage de CPU alloué à la détermination d'orbite.

Un bilan de la couverture du besoin initialement exprimé par les travaux déjà conduits est présenté. Il conduit d'abord à des propositions d'amélioration de l'estimateur embarqué. Au-delà du code, un banc de test robuste et modulaire est suggéré, de même que le prototypage du capteur optique pris ici en hypothèse. Enfin, et c'est souvent le parent pauvre des développements CUBESAT, le segment sol est ici suggéré comme un sous-ensemble naturel du banc de développement.

8.1 Bilan des exigences

À l'issue des travaux couverts par la présente thèse, il est nécessaire de faire un bilan des exigences qui avaient été identifiées au chapitre 2.

TABLE 8.1 – *Exigences industrielles (NANO) : « ✓ » si exigence satisfaite, « (✓) » si partiellement satisfaite*

NANO-1	l'IFOD ne requiert qu'un capteur optique, fixe par rapport au corps du satellite (de préférence disponible en COTS)	(✓)
NANO-2	le logiciel de l'IFOD peut fonctionner dans une carte OBC disponible en COTS	✓
NANO-3	l'intégration de l'IFOD à un profil de mission particulier utilise un banc <i>end-to-end</i> qui caractérise ses limites de fonctionnement ainsi que les performances du capteur et les ressources CPU requises dans la carte OBC ciblée	
NANO-4	le budget de liaison sol pour l'IFOD est nul en nominal, cette liaison passant si nécessaire par un data-relais via un autre satellite dans son voisinage.	✓ CRUISE
NANO-5	l'IFOD doit apporter assez d'autonomie pour que le segment sol se limite à un contrôle passif de bon fonctionnement en nominal (hors changements de stratégies), de type <i>house keeping</i>	✓ CRUISE
NANO-6	l'IFOD doit afficher un développement conforme aux standards de la filière spatiale traditionnelle	

Pour les exigences NANO (table 8.1), les spécifications pour une charge utile d'astrométrie ont été fournies mais un prototype est indispensable (NANO-1). De même, un banc *end-to-end* reste à faire pour facilement appréhender comment la solution d'IFOD présentée peut répondre à un nouveau contexte d'emploi (NANO-3). L'exigence NANO-6 résulte de l'ensemble du développement, elle relève d'un besoin de qualification de la solution produite et est abordée ici à travers le besoin d'un banc *end-to-end*. Par ailleurs, en contexte spécifique CRUISE, la solution proposée ne requiert pas de recalage depuis le sol (NANO-4) : il est certes apparu que le filtrage semble vieillir après de nombreuses itérations, mais il suffit alors de le ré-initialiser après une durée forfaitaire et cette ré-initialisation ne requiert aucune communication depuis le sol. Néanmoins des améliorations sont identifiées ci-après. Le filtrage étant suffisamment stable, en contexte CRUISE, une alerte peut être valablement définie sur la valeur de précision voulue à des moments particuliers de la mission pour réclamer une assistance sol (NANO-5). Enfin, le niveau de complexité de l'algorithme a été évalué et apparaît tout à fait compatible avec des puissances de calcul déjà proposées au standard CUBESAT (NANO-2).

Au titre des exigences NANO-1 et NANO-5, les développements identifiés seront développées ci-dessous.

TABLE 8.2 – *Exigences de météorologie de l'espace (SPW) : « ✓ » si exigence satisfaite, « (✓) » si partiellement satisfaite*

SPW-1	l'IFOD doit fournir une estimation de position en milieu de CRUISE compatible avec l'agilité de la propulsion pour approcher Mars à la distance d'un data-relais sur place	(✓)
SPW-2	la précision de l'IFOD doit permettre de quantifier le risque de passer en-dessous d'une distance de sécurité à Mars, à une lune de Mars ou à un orbiter martien	✓
SPW-3	l'IFOD est exécutée à partir de données optiques issues d'un balayage lent du plan de l'écliptique, balayage adapté à la charge utile scientifique	(✓)
SPW-4	le segment sol requis par l'IFOD se limite à des données embarquées en préparation de mission, dans le cas nominal	✓
SPW-5	Si des données optiques supplémentaires sont requises (directions hors écliptique, temps d'intégration longs), l'interruption des mesures scientifiques doit être minimale	✓
SPW-6	Si des données optiques supplémentaires sont requises, le recours aux ressources de contrôle d'attitude doit être minimisé	(✓)

Le contexte historique de BIRDY-T est la météorologie de l'espace interplanétaire. Les exigences correspondantes, labellisées SPW, sont donc sans surprise satisfaites ou en passe de l'être (table 8.2). En particulier, l'exigence SPW-1 dépend de chaque objectif de mission et de l'agilité de la propulsion embarquée. Il reste à intégrer un tel objectif au banc *end-to-end* déjà mentionné (par exemple en projetant la précision d'IFOD dans le *B-plane* en préparation d'un survol de Mars). Également, un volet

majeur consistera à coupler les performances d'IFOD et de propulsion, ce qui sera évoqué ci-après.

Les autres exigences SPW sont déjà satisfaites. La solution d'IFOD peut valablement quantifier sa propre précision donc alimenter un critère de distance de sécurité (SPW-2). Nativement dans la solution, la performance est évaluée avec des objets d'avant-plan situés dans le plan de l'écliptique, sous réserve que l'efficacité attendue de l'algorithme de *Multiple Cross-Correlation* (MCC) dans l'*Object Tracker* soit confirmée (prototype évoqué ci-après). Alors, des temps de pose courts seront suffisants pour avoir de bonnes mesures optiques et seront donc compatibles avec un balayage lent de l'écliptique (SPW-3). Concernant le segment sol (SPW-4), l'algorithme présenté reste très tolérant face à de grands écarts entre \mathcal{T}_R et \mathcal{T}_A (évalué jusqu'à des écarts de 100 000 km). Au besoin, en phase de *commissionning* près de la Terre, une solution de recalage de \mathcal{T}_R peut être facilement mise en place en fonction de l'instant, de la position et de la vitesse d'éjection effectifs du CUBESAT. L'exigence SPW-5 de données optiques hors plan de l'écliptique se rencontre quand un objet d'avant-plan, en l'occurrence Mars, est proche. Cela se produit quand le CUBESAT entre dans la sphère de Hill de Mars (rayon de $\simeq 600\,000$ km) et le besoin scientifique d'un *spin* du satellite n'est alors plus d'actualité. Enfin, concernant l'exigence SPW-6, hormis le cas d'un *spin* permanent, la stratégie d'observation peut s'avérer consommatrice car le besoin d'alterner pointage et *slew* suppose des désaturations plus fréquentes des roues à inertie et donc plus de propulsion. Cet aspect sera évoqué ci-dessous au titre du couplage avec la propulsion.

Les exigences GSPA pour la géodésie spatiale, en table 8.3, concernent des opérations en CRUISE ou de proximité (PROXOPS). À celles déjà identifiées, il faut en ajouter une nouvelle, GSPA-8 en PROXOPS, qui rappelle que la solution d'*Object Tracker* (OT) actuellement spécifiée n'est pas adaptée à des objets d'avant-plan proches donc non ponctuels et a priori non sphériques. Cet aspect est discuté au titre du prototypage de l'OT ci-après.

Comme précédemment, puisque la solution d'IFOD présentée quantifie sa propre estimation, les exigences GSPA-2 et GSPA-6 sont d'emblée satisfaites. À nouveau, la compatibilité avec l'agilité de propulsion (GSPA-1) reste à évaluer. Enfin, tout est en place avec le filtre UKF pour espérer une solution compatible avec un champ gravitationnel non linéaire mais il reste à le vérifier (GSPA-5). Quant aux exigences qui n'ont pas été examinées pour le moment, elles concernent l'altitude de survol (GSPA-3), la vitesse de convergence du filtre (GSPA-4) et le besoin de liaison avec le vaisseau-mère (GSPA-7). Ces trois besoins relèvent de la capacité d'évaluation avec un banc *end-to-end*.

8.2 Améliorations du filtrage

8.2.1 Plusieurs leviers d'améliorations

Le filtrage doit encore faire l'objet de développements importants, à plusieurs niveaux introduits ici et qui seront détaillés ensuite :

- Stabilité : de nombreuses options restent à explorer grâce à des techniques de filtres de Kalman bien documentées.
- Modèle physique : avec le filtre *unscented*, le modèle physique peut désormais décrire des propagations non linéaires mais il reste à optimiser son emploi

TABLE 8.3 – *Exigences de géodésie spatiale GSPA : « ✓ » si exigence satisfaite, « (✓) » si partiellement satisfaite, « ∅ » si incompatibilité (rien si non encore traitée)*

GSPA-1	Pour un survol unique d'astéroïde, l'IFOD doit fournir une estimation de position en milieu de CRUISE compatible avec l'agilité de la propulsion pour approcher l'astéroïde (similaire SPW-1)	(✓)
GSPA-2	Pour un survol en « peigne » à n nanosatellites, la précision de l'IFOD doit être $3\sigma \leq (n+1).r$, avec r la distance maximum de survol scientifiquement requise	✓
GSPA-3	En rendez-vous, la précision de l'IFOD doit être meilleure que l'altitude de survol recherchée	
GSPA-4	En rendez-vous, l'IFOD doit s'exécuter en un temps minimum et compatible avec des vitesses typiques de survols de 1 m/s, afin de maximiser le nombre de survols	
GSPA-5	En rendez-vous, l'IFOD doit s'exécuter y compris pendant la phase de plus forte déflexion (au plus proche de l'astéroïde)	(✓)
GSPA-6	En rendez-vous, l'IFOD doit quantifier le risque de passer en-dessous d'une distance de sécurité à l'astéroïde ou aux sondes qui opèrent dans le voisinage	✓
GSPA-7	En rendez-vous, le segment sol requis par l'IFOD doit être compatible avec une liaison faible débit relayée par mission-mère, et fournir assez d'autonomie pour plusieurs jours d'opérations	
GSPA-8	En PROXOPS, l'IFOD doit disposer de mesures de directions d'objets irréguliers non ponctuels (voire de dimension supérieure au champ de vue)	∅

en fonction des pas de temps. De plus, il est souhaitable de le coupler avec d'éventuelles phases propulsives.

- Modèle de mesures : il est désormais envisageable de mettre en place une stratégie de sélection des objets d'avant-plan. Il s'agit d'évaluer, si possible en temps réel, l'intérêt d'une mesure, future ou passée, dans la convergence du filtre.

8.2.2 Stabilité

Les filtres de Kalman ont déjà un long historique, par exemple pour gérer les phénomènes de dégénérescences numériques et de divergences, les méthodes d'initialisation d'améliorations de la convergence... Certaines dispositions ont déjà été prises comme la symétrisation des matrices et l'adimensionnement des calculs. Elles sont incluses à la fois dans le code prototype en langage MATLAB et dans l'estimation de coût CPU.

Les phénomènes de divergence en début de filtrage ont été essentiellement résolus par une meilleure initialisation du filtre et le passage au filtrage non linéaire. Il reste à comprendre et à prévenir les divergences tardives du filtrage qui font penser que

le filtrage « vieillit » mal au bout d'un certain temps de fonctionnement (constatées après ~ 10 jours dans le scénario utilisé).

8.2.3 Modèle physique, couplage avec la propulsion

Avec l'adoption du filtrage non linéaire dans la solution d'IFOD proposée, un vaste champ de modélisation de la propagation est envisageable. La limite est essentiellement dans le coût de calcul, la marge disponible étant confortable, ou la disponibilité de données instantanées.

Par exemple, on peut imaginer prendre en compte la pression solaire de radiation (SRP) dont l'impact est d'autant plus important que l'inertie de la sonde est petite. La SRP peut s'estimer soit en moyenne, soit par intégration au cours du temps à partir d'une information d'attitude de la sonde. De même, dans un environnement cométaire, on pourrait envisager d'installer un modèle de freinage fluide, et éventuellement même d'intégrer le coefficient de frottement au vecteur d'état du filtre afin de l'estimer en vol. Dans le même esprit, la modélisation d'un champ gravitationnel complexe au voisinage d'un astéroïde double peut être envisagée et, là encore, les masses inconnues en jeu peuvent être intégrées au vecteur d'état recherché.

Une composante importante de la propagation est l'intervalle de temps considéré. Jusqu'à présent le filtre ne fait de mise à jour que lorsqu'une nouvelle mesure est disponible. Dans un contexte PROXOPS, a priori en champ fort, la propagation de trajectoire peut s'en trouver fortement dégradée obligeant à modéliser un bruit de processus élevé ($w_k \sim \mathcal{N}(0, Q_k)$). En fait plusieurs mises à jour successives dites « a priori » sont possibles (x_k^-, P_k^-) avant la mise à jour d'après une nouvelle mesure (x_k^+, P_k^+). Il suffit, et c'est souhaitable, de découper l'intervalle de temps en pas de temps plus petits, adaptés au mouvement à travers le champ gravitationnel local (celui-ci étant modélisé et la vitesse étant estimée, les éléments sont disponibles pour un calcul de pas de temps optimum en toute autonomie). Cette approche est une alternative simple à des modèles de propagation plus complexes comme des intégrateurs Runge-Kutta de rang supérieur à 2 qui restent toutefois également envisageables en fonction de leur coût CPU.

Enfin, la solution d'IFOD étudiée ciblant des nanosatellites, il faut faire l'hypothèse qu'ils disposeront d'une propulsion continue à faible poussée. Jusqu'à présent les commandes appliquées au système, notées u_k dans le modèle physique, ont été considérées nulles. Les manœuvres propulsives étant longues, de même ordre que le processus IFOD, il est souhaitable de pouvoir considérer que les deux ont lieu simultanément et donc de modéliser u_k et son impact sur le vecteur d'état. Une difficulté particulière dans ce cas, mise en lumière par Quinsac et al. [25], est la juste modélisation des incertitudes de poussée et de l'intermittence des manœuvres dues aux performances du système de contrôle d'attitude pendant ces manœuvres.

8.2.4 Modèle de mesures

Tout d'abord, la proportionnalité de la précision de détermination d'orbite avec la précision optique de l'*Object Tracker* sera peut-être remise en cause : elle avait été constatée avec un filtrage linéaire mais elle doit être étudiée avec un filtrage désormais non linéaire.

Deux techniques très prometteuses de la théorie du filtrage de Kalman doivent ensuite être explorées :

- Le *fading* consiste à « oublier » les mesures trop anciennes afin de profiter des plus récentes mesures sans ré-initialiser le filtre. Cette technique peut certainement éviter le phénomène de divergence tardive constaté dans les séries UKF-8000 et UKF-5FGB (section 6.6, p. 98).
- La neutralisation a posteriori de certaines mesures défavorables ou l'inclusion avec retard de mesures passées (par exemple une distance ou une mesure Doppler transmise par lien inter-satellites) est également une technique bien documentée qui peut améliorer la rapidité du filtre et sa précision.

Puis la prise en compte de nouveaux types de mesures, autres que les directions d'objets d'avant-plan, a déjà été mentionnée. C'est une piste de développement qui entraîne un enrichissement du code pour le modèle d'observation et pour les estimations qui en résultent. Elle s'appliquera tout particulièrement bien au contexte PROXOPS, en complément des mesures optiques.

Enfin, deux autres pistes d'amélioration sont encore à envisager :

- L'analyse à bord de l'impact positif ou non d'une nouvelle mesure. Il s'agit d'estimer à l'avance si la trace de la covariance P_k^+ va diminuer ou augmenter à cause de la mesure envisagée. Si cette technique se révèle efficace, elle permettra de ne procéder qu'aux mises à jour qui diminuent effectivement la trace, donc qui améliorent la précision du filtre.
- Si l'analyse ci-dessus pouvait se faire avant même le pointage pour cette mesure, ce serait encore mieux. Cela nécessiterait d'estimer à l'avance la covariance de mesure (E_k), soit un coût CPU important au niveau de l'OT. Compte tenu du caractère multi-dimensionnel et fortement non linéaire du problème, on peut envisager de manière un peu spéculative une solution d'intelligence artificielle embarquée. Son objectif serait de corréler une future observation (donc avant de pointer le nanosatellite) avec son impact probable sur la covariance P_k^+ , à partir d'un apprentissage qui aurait lieu lors des premières dizaines d'itération du filtre.

8.3 Banc de test *end-to-end*

Un enjeu récurrent tout au long de cette thèse a été d'évaluer si la solution d'IFOD développée ici pouvait répondre à un contexte différent de celui présenté. La question se pose en général en phase 0, quand le concept de mission est encore assez nouveau, ou en phase de faisabilité pour fournir de l'autonomie à la sonde. Pouvoir répondre avec des performances adaptées au contexte de mission facilitera la participation à des missions spatiales. La mise en place d'un banc *end-to-end* répond à ce besoin.

Les travaux déjà conduits ici donnent la marche à suivre pour mettre en place une chaîne de traitement complète. Les besoins sont, en priorité, les suivants :

1. Propagateur de trajectoires de DOCKS (la suite logicielle de C²ERES) capable de modéliser des perturbateurs plus ou moins complexes, fournissant \mathcal{T}_R et \mathcal{T}_A . Un « solveur de trajectoire », qui détermine quelles conditions initiales mettre en entrée du propagateur, est hors périmètre car trop spécifique à chaque projet.

2. Environnement de simulation : les données d'objets d'avant-plan à considérer par l'IFOD, \mathcal{T}_B , sont à produire à partir d'éphémérides disponibles publiquement (Observatoires virtuels sur Internet), d'éphémérides issues du propagateur ou encore de modèles analytiques (polynôme de Tchebychev, par exemple).
3. Dans le code de l'IFOD à évaluer, le « modèle de propagation » doit être introduit pour chaque contexte particulier. Il se résume à un module chargé de fournir en un lieu donné la valeur estimée du champ d'accélération. La modularité du code prototype est déjà en place, avec un système de versionnage par *.git*.
4. Actuellement l'architecture de test simule une mesure optique par l'OT avec un bruit constant. C'est pertinent en début d'analyse mais doit être amélioré sur deux plans. Tout d'abord, la covariance de mesure est variable et dépend du nombre d'étoiles dans le champ, ce qui devrait être simulé. De plus, il est souhaitable de pouvoir remplacer la simulation par les sorties du banc optique de l'OT (ci-dessous) et de prévoir en conséquence l'interface avec le code prototype.
5. En allant plus loin dans l'analyse, la traduction en C++ de l'algorithme (ou de ses adaptations et réglages dans un contexte particulier) doit bénéficier d'une mesure systématique de charge CPU (au LESIA, par le banc GERICOS), avec les composants matériels cibles de la mission. De plus, il est possible et même souhaitable qu'un jeu de mesures particulier sur tout un scénario de mission soit joué à la fois avec le code prototype et le code C++ afin d'en comparer les résultats comme test de non-régression de la traduction en C++.
6. Enfin, dans un esprit de futur retour d'expérience d'une mission de démonstration technologique, le rejeu sur banc d'une trajectoire réelle \mathcal{T}_A et la comparaison des résultats sur banc de l'IFOD avec la reconstruction d'orbite effectivement réalisée à bord sera critique dans la démonstration technologique.

Toute cette approche hybride où certaines parties de simulation sont progressivement remplacées par des éléments réels du satellite ou de la mission est la logique même de l'approche MBSE. Elle est d'ores et déjà adoptée par la solution d'IFOD présentée. L'approche MBSE pour l'IFOD montre non seulement les progrès de performance réalisés mais assure aussi la comparaison entre l'attendu et le réalisé tout au long du développement. Elle assure l'intégration à moindre coût des performances d'IFOD dans une approche MBSE d'un autre projet, ce qui est généralement l'approche promue par C²ERES dans tous les projets.

En particulier, l'application de BIRDY-T à la géodésie spatiale fait d'une approche MBSE (en cours de mise en place à la date du présent mémoire). L'intégration de l'IFOD sera un bon cas pratique pour ce cas scientifique comme pour d'autres.

8.4 Prototypage d'un *Object Tracker* (OT)

Le capteur optique a fait l'objet d'une spécification de haut niveau et beaucoup reste à faire. Les priorités se répartissent en deux thèmes :

- Réalisation d'un banc optique qui permette de démontrer la *Multiple Cross-Correlation* (MCC), sa faisabilité avec des capteurs du commerce et ses performances. Il est prévu de partir de la configuration du banc BRAHMS du CNES dont la vocation initiale est de caractériser un viseur d'étoiles. Plusieurs capteurs sont ciblés et en cours d'achat par C²ERES. Il s'agira alors d'introduire dans ce banc la notion d'objet d'avant-plan et de produire des catalogues d'étoiles adaptés à l'algorithme d'OT.
- Adaptation au contexte PROXOPS, donc nécessité de compléter ou remplacer la MCC dans le cas d'objets d'avant-plan proches, non ponctuels. Au moins trois pistes sont envisageables : les techniques d'ajustement de limbe qui donnent de bons résultats même sur des profils non sphériques, la navigation basée sur l'horizon inspirée des guidages missiles et les *landmarks*, technique qui exploite des motifs à la surface de l'objet proche, très efficace mais consommatrice de CPU.

Comme déjà mentionné, l'OT mérite un développement en tant que charge utile à part entière. Un effort particulier doit donc être conduit pour lui trouver des applications scientifiques et le promouvoir pour lui-même, l'IFOD apparaissant comme une application parmi d'autres.

Enfin, un autre axe de développement est apparu à plusieurs reprises : l'OT en périscope. Il peut s'agir d'un contexte de survol rapide d'une cible, ou lorsque le besoin scientifique impose un *spin*, ou plus généralement pour économiser de la ressource de contrôle d'attitude. Dans ces cas, un périscope mobile peut rediriger la région d'intérêt sur l'axe de *spin* où serait aménagé le plan focal du capteur. Cette configuration allège considérablement les contraintes de temps de pose, donc de sensibilité optique, bien sûr au prix d'une complexité en mécanique et en guidage.

8.5 Segment sol

Le premier besoin de segment sol est dans la préparation de mission : produire ou actualiser la trajectoire de référence \mathcal{T}_R (bien que ce besoin doive être revisité suite au passage en filtrage non linéaire), identifier les meilleurs objets d'avant-plan possibles au cours du temps, produire leurs éphémérides. Un besoin systématique de reconstruction de trajectoire existe également, pas seulement pour les applications de géodésie spatiale (on parle alors de *POD* pour « *Precise* » *Orbit Determination*) : pour le *commissionning*, la validation technologique et ultimement le retour d'expérience, les suivis depuis le sol devront pouvoir être ré-injectés dans une comparaison avec les simulations du comportement attendu de l'IFOD. Il est souhaitable que les outils du banc *end-to-end* soient ré-utilisés au maximum, le segment sol pouvant ainsi être développé essentiellement comme un sous-ensemble du banc *end-to-end*.

Sur le plan fonctionnel, deux améliorations sont identifiées :

- Le propagateur de trajectoire doit être complété par des outils d'analyses qui résultent du besoin ci-dessus, en particulier : qualité de l'échantillonnage de trajectoires (\mathcal{T}_R et \mathcal{T}_B multiples) stockées à bord, cette qualité dépendant de l'interpolation codée à bord (actuellement une interpolation cubique) ; géométrie des objets d'avant-plan ; production du catalogue d'étoiles de l'OT (sélections et directions précises) ; domaines d'incertitudes de l'IFOD ; besoins spécifiques au cas scientifique (le *B-plane* en CRUISE, la déflexion attendue en PROXOPS...).

- Multiplier les objets d'avant-plan, par exemple avec des astéroïdes de la ceinture principale, est un facteur de performance majeur pour l'IFOD présentée. Plutôt que de stocker à bord des échantillonnages des trajectoires de multiples corps, une description de leur mouvement par polynômes de Tchebychev (donc par coefficients polynomiaux dans cette base, Simon et al. [55]) est souhaitable mais nécessite une adaptation de l'algorithme embarqué pour exploiter ces polynômes à bord, c'est-à-dire du budget CPU (toutefois, la marge CPU est apparue confortable).

Une solution réaliste de détermination autonome d'orbite pour un nanosatellite interplanétaire a été conçue. Elle fonctionne à partir de mesures optiques qui alimentent un estimateur dit « filtre de Kalman *unscented* ». Dans un scénario de croisière de Terre à Mars, elle offre une performance de précision jusqu'à 30 km à 3σ . Elle fonctionne encore là où des approximations linéaires de modèles d'accélération locale ou de modèles de mesures de directions ne sont plus applicables. Alors que cette solution était initialement envisagée pour une application de météorologie de l'espace interplanétaire, elle ouvre aussi la voie à des applications de géodésie spatiale à proximité d'un astéroïde où le besoin d'autonomie est fort et où le champ gravitationnel local est complexe. Enfin, le coût CPU de la solution actuelle a été estimé : il reste très bas et offre donc une confortable marge d'amélioration des traitements.

Le capteur optique envisagé avec cette solution reste à développer. Il est compatible avec des solutions matérielles existantes sur le marché des composants pour nanosatellites. Toutefois, si les traitements d'image requis ont été identifiés ou spécifiés, ils restent à évaluer et à valider. En particulier, la mesure de direction d'objets célestes ponctuels (non résolus) devrait pouvoir atteindre 0.2" sans difficulté avec la méthode spécifiée. Par contre, la mesure d'objets résolus (astéroïde, planète, lune ou vaisseau-mère proches) pose encore des défis non traités ici.

Cette thèse nous a conduits dans l'analyse de mission à travers un scénario de vol particulier. Il est apparu un manque certain d'outils de prototypage de mission qui a motivé le développement en *open source* de la suite logicielle DOCKS. Son module de propagation de trajectoire a été présenté et d'autres modules existent et sont utiles au dimensionnement précoce des nanosatellites. En particulier, un volet stratégique de la navigation autonome sera de coupler les solutions de détermination d'orbite avec celles de corrections de trajectoires. Une étape dans ce sens a déjà été franchie avec une autre thèse à C²ERES, en parallèle de la présente thèse, sur la maîtrise de la propulsion à l'échelle nanosatellite. Il est aussi apparu une difficulté à intégrer des composants spatiaux pourtant labellisés « de série » (COTS). Cette difficulté systématique dans les projets nanosatellites à calendrier très contraint nous a convaincus d'acquérir au sein de C²ERES un stock de composants en vue de faciliter la réalisation de bancs d'essais en avance de la phase d'intégration des projets.

En rédigeant le dernier chapitre de ce mémoire, sur les améliorations futures, j'ai pris conscience d'avoir accompli peu par rapport à ce qu'il reste à faire. L'objectif était d'atteindre un premier jalon. Cet objectif est atteint grâce à un travail souvent collectif. Ce travail ne se poursuivra que par un effort collectif.

Alors, en tant que laboratoire chargé du développement d'instruments spatiaux, étions-nous légitimes à développer aussi une fonction de navigation sur un nanosatellite ? Le paradigme CUBESAT qui s'ouvre maintenant à l'interplanétaire signifie que le porteur d'un projet doit appréhender toute la mission. Cela inclut la navigation qui est, aussi bien pour la météorologie de l'espace interplanétaire que pour la géodésie spatiale, partie intégrante du concept de mesure, donc de la couverture scientifique. Notre métier reste le concept de mesure, mais la mesure ne se fait plus seulement à travers une « charge utile » délimitée matériellement dans un satellite, c'est tout le satellite voire une formation de satellites qui fabrique cette mesure.

Notre action au sein du pôle C²ERES est encore jeune et s'inscrit dans la durée. Nous apprenons à intégrer des composants nanosatellites pour des idées scientifiques originales, relativement à l'abri de la pression commerciale ou concurrentielle. Nous avons les compétences pour développer des concepts ambitieux comme la navigation autonome dont la détermination d'orbite est une première étape. Nos premiers partenaires académiques et industriels du *New Space* ont les compétences complémentaires pour transformer ces concepts en activité économique. Donc oui, certainement, il faut continuer.

Acronymes

AT	<i>Asynchronous Triangulation.</i>
C ² ERES	Centre et Campus d'Etude et de Recherche pour l'Exploration Spatiale.
CRUISE	contexte <i>Cruise</i> ou phase de croisière.
CUBESAT	CUBESAT, standard de satellite répondant à la norme publiée par cubesat.org.
COTS	<i>Commercial Off-The-Shelf.</i>
FGB	<i>Fore-Ground Body(ies).</i>
GRGS	Groupe de Recherche de Géodésie Spatiale.
IFOD	<i>In-Flight Orbit Determination.</i>
LKF	<i>Linear Kalman Filter.</i>
MBSE	<i>Model-Based System Engineering.</i>
MCC	<i>Multiple Cross-Correlation.</i>
OBC	<i>On-Board Computer.</i>
OT	<i>Object Tracker.</i>
P.I.	<i>Principal Investigator.</i>
PROXOPS	contexte <i>Proximity Operations</i> ou opérations de proximité.
POD	<i>Precise Orbit Determination.</i>
PPT	<i>Pulsed Plasma Thruster.</i>
PSL	Université Paris Sciences & Lettres.
RAD	<i>Radiation Assessment Detector.</i>
RMS	<i>Root Mean Square</i> , écart-type 1σ .
TCM	<i>Trajectory Correction Maneuver.</i>
TMTC	Télémessure-Télécommande.
UA	Unité Astronomique.
UKF	Unscented Kalman Filter.
USO	Oscillateur Ultra-Stable.
VLBI	<i>Very-Large Base Interferometry.</i>

Bibliographie

- [1] D. Hassler, “Curiosity Rover,” in *16th Annual Mars Society Convention*. Mars Society, 2014.
- [2] A. I. Mrigakshi, D. Matthiä, T. Berger, G. Reitz, and R. F. Wimmer-Schweingruber, “Assessment of galactic cosmic ray models,” *Journal of Geophysical Research : Space Physics*, vol. 117, no. A8, pp. n/a–n/a, aug 2012.
- [3] A. Posner, D. Odstrčil, P. MacNeice, L. Rastaetter, C. Zeitlin, B. Heber, H. Elliott, R. Frahm, J. Hayes, T. von Rosenvinge, E. Christian, J. Andrews, R. Beaujean, S. Böttcher, D. Brinza, M. Bullock, S. Burmeister, F. Cucinotta, B. Ehresmann, M. Epperly, D. Grinspoon, J. Guo, D. Hassler, M.-H. Kim, J. Köhler, O. Kortmann, C. Martin Garcia, R. Müller-Mellin, K. Neal, S. Rafkin, G. Reitz, L. Seimetz, K. Smith, Y. Tyler, E. Weigle, and R. Wimmer-Schweingruber, “The Hohmann–Parker effect measured by the Mars Science Laboratory on the transfer from Earth to Mars : Consequences and opportunities,” *Planetary and Space Science*, vol. 89, pp. 127–139, dec 2013.
- [4] D. A. Tito, G. Anderson, J. P. Carrico Jr., J. Clark, B. Finger, G. A. Lantz, M. E. Loucks, T. MacCallum, J. Poynter, T. H. Squire, and S. P. Worden, “Feasibility Analysis for a Manned Mars Free-Return Mission in 2018,” 2013.
- [5] D. Tito and T. MacCallum, “Inspiration Mars,” in *16th Annual Mars Society Convention*, vol. 55, no. 5. Mars Society, 2013, pp. 176–179.
- [6] J. Vannitsen, “Propagation of Solar Energetic Particles in interplanetary space by study of the particles spreading across the Interplanetary Magnetic Field,” Ph.D. dissertation, 2018.
- [7] J. Vannitsen, F. Rizzitelli, K. Wang, B. Segret, J.-C. Juang, and J.-J. Miau, “A Satellite Data Analysis and CubeSat Instrument Simulator Tool for Simultaneous Multi-spacecraft Measurements of Solar Energetic Particles,” *Journal of Astrophysics and Astronomy*, vol. 38, no. 4, 2017.
- [8] B. Godard, F. Budnik, G. Bellei, P. Muñoz, and T. Morley, “Multi-arc Orbit Determination to determine Rosetta trajectory and 67P physical parameters,” in *ISSFD-2017*, 2017, p. 16.

- [9] D. Britt, D. Yeomans, K. Housen, and G. Consolmagno, “Asteroid Densities (chapter IV), EAR-A-5-DDR-ASTEROID-DENSITIES-V1.1, NASA Planetary Data System,” 2002.
- [10] M. Pätzold, T. Andert, R. Jacobson, P. Rosenblatt, and V. Dehant, “Phobos : Observed bulk properties,” *Planetary and Space Science*, vol. 102, no. C, 2014.
- [11] P. Rosenblatt, “The origin of the Martian moons revisited,” *The Astronomy and Astrophysics Review*, vol. 19, no. 1, p. 44, 2011.
- [12] T. M. Bocanegra-Bahamón, G. M. Calves, L. I. Gurvits, D. A. Duev, S. V. Pogrebenko, G. Cimo, D. Dirkx, and P. Rosenblatt, “Planetary Radio Interferometry and Doppler Experiment (PRIDE) Technique : a Test Case of the Mars Express Phobos Fly-by. 2. Doppler tracking : Formulation of observed and computed values, and noise budget,” pp. 1–11, 2017.
- [13] S. Bertone, A. Jäggi, D. Arnold, G. Beutler, and L. Mervart, “Doppler orbit determination of deep space probes by the Bernese GNSS Software : first results of the combined orbit determination from DSN and inter-satellite Ka-Band data from the GRAIL mission,” in *ISSFD-2015*, 2015.
- [14] J. D. Anderson, J. W. Armstrong, J. K. Campbell, F. B. Estabrook, T. P. Krisher, and E. L. Lau, “Gravitation and Celestial Mechanics Investigations with Galileo,” *Space Science Reviews*, vol. 60, pp. 591–610, 1992.
- [15] M. Pätzold, B. Häusler, A. Wennmacher, K. Aksnes, J. D. Anderson, S. W. Asmar, J. P. Barriot, H. Boehnhardt, W. Eidel, F. M. Neubauer, O. Olsen, J. Schmitt, J. Schwinger, and N. Thomas, “Gravity field determination of a Comet Nucleus : Rosetta at P/Wirtanen,” *Astronomy & Astrophysics*, vol. 375, pp. 651–660, 2001.
- [16] A. Accomazzo, K. R. Wirth, S. Lodiot, M. Küppers, and G. Schwehm, “The flyby of Rosetta at asteroid Šteins – mission and science operations,” *Planetary and Space Science*, vol. 58, no. 9, pp. 1058–1065, 2010.
- [17] R. Schulz, H. Sierks, M. Küppers, and A. Accomazzo, “Rosetta fly-by at asteroid (21) Lutetia : An overview,” *Planetary and Space Science*, vol. 66, no. 1, pp. 2–8, 2012.
- [18] M. Pätzold, T. P. Andert, S. W. Asmar, J. D. Anderson, J. P. Barriot, M. K. Bird, B. Häusler, M. Hahn, S. Tellmann, H. Sierks, P. Lamy, and B. P. Weiss, “Asteroid 21 lutetia : Low mass, high density,” *Science*, 2011.
- [19] B. S. Soldini and Y. Tsuda, “Assessing the Hazard Posed by Ryugu Ejecta Dynamics on Hayabusa2 Spacecraft,” in *ISSFD-2017*, 2017, pp. 1–11.
- [20] P. Michel, M. Kueppers, H. Sierks, I. Carnelli, A. F. Cheng, K. Mellab, M. Granvik, A. Kestilä, T. Kohout, K. Muinonen, A. Näsilä, A. Penttilä, T. Tikka, P. Tortora, V. Ciarletti, A. Hérique, N. Murdoch, E. Asphaug, A. Rivkin, O. Barnouin, A. C. Bagatin, P. Pravec, D. C. Richardson, S. R. Schwartz, K. Tsiganis, S. Ulamec, and O. Karatekin, “European component of the AIDA mission to a binary asteroid : Characterization and interpretation of the impact of the DART mission,” *Advances in Space Research*, vol. 62, no. 8, pp. 2261–2272, oct 2018.

- [21] B. Grieger and M. Kuppers, “Determining the mass of Didymos’ secondary by visual imaging,” in *Geophysical Research Abstracts*, vol. 18, 2016, p. 12296.
- [22] M. Zannoni, G. Tommei, D. Modenini, P. Tortora, R. Mackenzie, M. Scoubeau, U. Herfort, and I. Carnelli, “Radio science investigations with the Asteroid impact mission,” *Advances in Space Research*, vol. 62, no. 8, 2018.
- [23] P. Michel, A. Cheng, M. Küppers, P. Pravec, J. Blum, M. Delbo, S. F. Green, P. Rosenblatt, K. Tsiganis, J. B. Vincent, J. Biele, V. Ciarletti, A. Hérique, S. Ulamec, I. Carnelli, A. Galvez, L. Benner, S. P. Naidu, O. S. Barnouin, D. C. Richardson, A. Rivkin, P. Scheirich, N. Moskovitz, A. Thirouin, S. R. Schwartz, A. Campo Bagatin, and Y. Yu, “Science case for the Asteroid Impact Mission (AIM) : A component of the Asteroid Impact & Deflection Assessment (AIDA) mission,” *Advances in Space Research*, vol. 57, no. 12, pp. 2529–2547, 2016.
- [24] G. Quinsac, “From COTS to expected propulsion in nanosatellites,” Ph.D. dissertation, PSL University, 2019.
- [25] G. Quinsac, B. Segret, C. Koppel, and B. Mosser, “Attitude control : a key factor during the design of low-thrust propulsion for CubeSats,” (*submitted*), 2019.
- [26] E. Canalias, L. Lorda, and J. Laurent-varin, “Design of realistic trajectories for the exploration of Phobos,” in *AIAA Space Flight Mechanics*, 2018, pp. 1–15.
- [27] A. Slavinskis, P. Janhunen, P. Toivanen, K. Muinonen, A. Penttilä, M. Granvik, T. Kohout, M. Gritsevich, M. Pajusalu, I. Sunter, H. Ehrpais, J. Dalbins, I. Iakubivskyi, T. Eenmäe, E. Ilbis, D. Mauro, J. Stupl, A. S. Rivkin, and W. F. Bottke, “Nanospacecraft fleet for multi-asteroid touring with electric solar wind sails,” *IEEE Aerospace Conference Proceedings*, vol. 2018-March, pp. 1–20, 2018.
- [28] M. Bentum and A.-J. Boonstra, “OLFAR - Orbiting Low Frequency Antenna for Radio Astronomy,” *Annual Workshop on Circuits, Systems and Signal Processing (ProRISC)*, pp. 1–6, 2009.
- [29] B. Cecconi, M. Dekkali, C. Briand, B. Segret, J. N. G. Girard, A. Laurens, A. Lamy, D. Valat, M. Delpech, M. Bruno, P. Gélard, M. Bucher, J.-M. Griebmeier, A.-J. Boonstra, A. Dwingeloo, and M. Bentum, “NOIRE Study Report : Towards a Low Frequency Radio Interferometer in Space PASO -Architecture Platform for Orbital Systems -is CNES’ cross- disciplinary team in charge of early mission and concept studies.”
- [30] B. Hockman, R. G. Reid, I. A. Nesnas, and M. Pavone, “Gravimetric localization on the surface of small bodies,” *IEEE Aerospace Conference Proceedings*, vol. 2018-March, pp. 1–12, 2018.
- [31] D. Sternberg, “MarCO : The First Interplanetary CubeSats,” in *13th IAA Low-Cost Planetary Missions Conference*, 2019.
- [32] W. E. Wiesel, “Stable Orbits About the Martian Moons,” *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 16, no. 3, pp. 434–440, 1993.

- [33] L. Lorda, X. Pena, P. Labourdette, E. Canalias, P. Broca, E. Jalabert, F. Desclaux, F. Dreger, and D. Navarro-Reyes, “CNES and ESOC Flight Dynamics Operational Experience on First Nominal FOC Launch and Fine Positioning Activities of GALILEO,” *Space Operations : Contributions from the Global Community*, no. May, pp. 615–643, 2017.
- [34] B. Godard, F. Budnik, P. Muñoz, T. Morley, and V. Janarthanan, “Orbit determination of Rosetta around comet 67P/Churyumov–Gerasimenko,” in *ISSFD-2015*, 2015.
- [35] M. Lauer, “Rosetta Optical Navigation,” p. 42, 2015.
- [36] D. A. Duev, G. M. Calves, S. V. Pogrebenko, L. I. Gurvits, G. Cimo, and T. B. Bahamon, “Spacecraft VLBI and Doppler tracking : algorithms and implementation,” pp. 1–10, 2012.
- [37] J. E. Riedel, A. Vaughan, N. Mastrodemos, S. Bhaskaran, W. M. Owen, D. Kubitschek, B. Werner, B. Gaskell, and C. Grasso, “NASA Experience with Automated and Autonomous Navigation in Deep Space,” in *593rd WE-Heraeus Seminar*, 2015, p. 42.
- [38] D. G. Kubitschek, N. Mastrodemos, R. A. Werner, B. M. Kennedy, S. P. Synnott, G. W. Null, S. Bhaskaran, J. E. Riedel, and A. T. Vaughan, “Deep impact autonomous navigation : The trials of targeting the unknown,” *Advances in the Astronautical Sciences*, vol. 125, no. November 2015, pp. 381–406, 2006.
- [39] S. Bhaskaran, J. E. Riedel, and S. P. Synnott, “Autonomous nucleus tracking for comet/asteroid encounters : The stardust example,” *Advances in the Astronautical Sciences*, vol. 97 PART 1, no. April, pp. 451–468, 1997.
- [40] J. E. Riedel, S. Bhaskaran, S. Desai, D. Han, B. Kennedy, T. McElrath, G. W. Null, M. Ryne, S. P. Synnott, T. C. Wang, and R. A. Werner, “USING AUTONOMOUS NAVIGATION FOR INTERPLANETARY MISSIONS : THE VALIDATION OF DEEP SPACE I Autonav,” 2000.
- [41] M. D. Rayman, P. Varghese, D. H. Lehman, and L. L. Livesay, “Results from the Deep Space 1 technology validation mission,” *Acta Astronautica*, vol. 47, no. 2-9, pp. 475–487, jul 2000.
- [42] M. D. Rayman and P. Varghese, “The deep space 1 extended mission,” *Acta Astronautica*, vol. 48, no. 5-12, pp. 693–705, mar 2001.
- [43] A. Martindale, G. Fraser, L. Heil, D. Hindley, P. Molyneux, J. Pye, S. She-mar, R. Warwick, and A. Lamb, “TOWARDS PRACTICAL AUTONOMOUS DEEP SPACE NAVIGATION USING X-RAY PULSAR TIMING : INSTRUMENTATION ASPECTS,” *593rd WE-Heraeus Seminar*, p. 21, 2015.
- [44] A. Jessner, “Technical requirements for autonomous spacecraft navigation using radio pulsars,” *593rd WE-Heraeus Seminar*, p. 41, 2015.
- [45] V. Franzese, P. Di Lizia, and F. Topputo, “Autonomous Optical Navigation for LUMIO Mission,” *2018 Space Flight Mechanics Meeting*, no. January, 2018.
- [46] D. Simon, *Optimal State Estimation*, first edit ed. WILEY-INTERSCIENCE, 2006.

- [47] R. Vaughan, J. Riedel, R. Davis, W. Owen, JR., and S. Synnott, “Optical navigation for the Galileo Gaspra encounter,” 2013.
- [48] A. Pellacani, F. Cabral, A. Alcalde, P. Kicman, J. Lisowski, I. Gerth, and B. Burmann, “Semi-autonomous attitude guidance using relative navigation based on line of sight measurements – Aim scenario,” *Acta Astronautica*, vol. 152, pp. 496–508, 2018.
- [49] S. Bhaskaran, “Autonomous Navigation for Deep Space Missions,” *SpaceOps 2012 Conference*, 2012.
- [50] A. Fienga, J. Laskar, P. Kuchynka, H. Manche, G. Desvignes, M. Gastineau, I. Cognard, and G. Theureau, “The INPOP10a planetary ephemeris and its applications in fundamental physics,” *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, vol. 111, pp. 363–385, sep 2011.
- [51] E. V. Pitjeva and N. P. Pitjev, “Development of planetary ephemerides EPM and their applications,” *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, vol. 119, pp. 237–256, aug 2014.
- [52] T. C. Duxbury and J. D. Callahan, “PHOBOS and Deimos astrometric observations from Mariner 9,” *Astronomy and Astrophysics*, vol. 216, pp. 284–293, 1989.
- [53] B. Segret, D. Hestroffer, G. Quinsac, M. Agnan, J. Vannitsen, and B. Mosser, “In-flight orbit determination for a deep space CubeSat,” in *2018 IEEE Aerospace Conference*. Yellowstone, MO/USA : IEEE, mar 2018, pp. 1–12.
- [54] P. Plasson, C. Cuomo, G. Gabriel, N. Gauthier, L. Gueguen, and L. Malac-Allain, “Gericos : A generic framework for the development of on-board software,” in *DASIA - DATA Systems In Aerospace*, O. L., Ed. European Space Agency, 2016.
- [55] J.-L. Simon, M. Chapront-Touzé, B. Morando, and W. Thuillot, “Introduction aux Ephémérides Astronomiques.” BUREAU DES LONGITUDES, 1997, p. 22.

Annexes



A.1 Articles à comité de relecture

Les deux publications ci-dessous sont intégralement reproduites ci-après.

- B. Segret, D. Hestroffer, G. Quinsac, M. Agnan, J. Vannitsen, and B. Mosser, “Optimizations of Autonomous Orbit Determination for a Deep-Space CubeSat,” in 27th International Symposium on Space Flight Dynamics (ISSFD) - 18th Australian International Aerospace Congress, 2019, no. February, pp. 1129–1134.
- B. Segret, D. Hestroffer, G. Quinsac, M. Agnan, J. Vannitsen, and B. Mosser, “In-flight orbit determination for a deep space CubeSat,” in 2018 IEEE Aerospace Conference, 2018, pp. 1–12.

Deux autres publications antérieures au démarrage de thèse sont également disponibles, non jointes aux présentes annexes :

- B. Segret et al., “BIRDY : An interplanetary CubeSat to collect radiation data on the way to Mars and back to prepare the future manned missions,” in Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering, 2014, vol. 9150.
- B. Segret et al., “The paving stones : Initial feed-back on an attempt to apply the AGILE principles for the development of a Cubesat space mission to Mars,” in Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering, 2014, vol. 9150.

Optimizations of Autonomous Orbit Determination for a Deep-Space CubeSat

Normal Paper X

Boris Segret ^{1,3}, Daniel Hestroffer ², Gary Quinsac ³, Marco Agnan ⁴, Jordan Vannitsen ^{4,5}, and Benoît Mosser ³

¹ LabEx ESEP, Paris Observatory, PSL Université Paris, 5 pl.Jules Janssen, 92195 Meudon Cedex, France

² IMCCE, CNRS, Paris Observatory, PSL Université Paris, 77 av. Denfert Rochereau, 75014 Paris, France.

³ LESIA, CNRS, Paris Observatory, PSL Université Paris, 5 pl.Jules Janssen, 92195 Meudon Cedex, France

⁴ ODYSSEUS Space Inc., 6F., No.508, Dongning Rd., East Dist., Tainan City 701, Taiwan (R.O.C.)

⁵ Department of Aeronautics and Astronautics, National Cheng Kung University, Daxue Road, 70101 Tainan City, Taiwan (R.O.C.).

Abstract

Deep-space missions with an autonomous navigation are desirable, but ground navigation and communications are usually preferred. The increasing number of deep-space CubeSats is raising the question again. We have considered a possible on-board orbit determination for a CubeSat with limited optical capabilities and CPU resources. Our results show a global performance of 200 km accuracy at 1- σ in all directions, in less than 1 flying day, in the context of an autonomous cruise from Earth to Mars. We first present a covariance analysis that guides the optimisations and the numeric stability. As we see that a limiting factor is the availability of optical targets, we open the way to an optimised observation strategy, its mathematical context and two notional configurations still in cruise context. Such a strategy still needs to be defined. Further improvements in the architecture of the orbit determination will also allow an application in new contexts, like the proximity operations at an asteroid.

Keywords: CubeSat, Autonomous GNC, Orbit Determination, Deep Space.

Introduction

Future deep-space CubeSats will need to keep their operations at low cost and an autonomous Guidance, Navigation and Control (GNC) would obviously contribute. However, despite early attempts like the DEEP SPACE 1 mission [1], the navigation is mainly performed from the ground and relies on an expensive Deep Space Network (DSN). More propositions to deep space will involve CubeSats (e.g. ESA's Hera, Estonian multi-asteroid touring, Italian LUMIO from Earth-Moon L2). Some autonomy is desirable, at least between successive DSN tracking slots. We have developed an In-Flight Orbit Determination (IFOD) for deep-space CubeSat that relies on optical measurements of foreground objects in front of background stars. The IFOD produces an estimate of the shift of the spacecraft with respect to a reference trajectory stored on-board. The concept was presented in [2] in the context of a cruise from Earth to Mars. The first section reminds the method and presents the latest results. The second section describes the optimisation procedure. Then, the third section introduces the problem of optimised observable targets with notional geometries that could be used to assess in real time the interest of multiple possible targets.

1 – Asynchronous triangulation feeding a Kalman filter

BIRDY-T is a novel technology for an autonomous GNC at nano/micro-satellite scale. It covers IFOD, micro-propulsion and on-board computation of trajectory correction maneuvers. The major requirement for IFOD is to rely on a single small optical device to be successively

pointed to foreground objects in order to provide low resolution measurements of their individual directions (Fig.1).

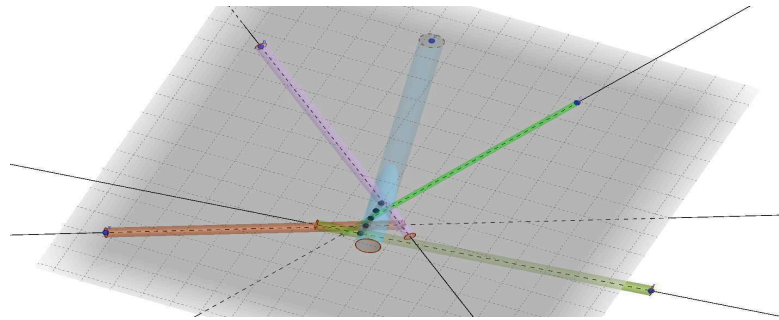


Fig. 1: Asynchronous triangulation. Optical measurements of foreground bodies from successive points of view allowing the triangulation.

As presented in [2], an "Object Tracker" (OT) produces measurements that are processed in an asynchronous triangulation (AT), which feeds a basic linear Kalman Filter (KF). The OT is an optical device with image-processing: the direction of a foreground object of the solar system is determined wrt distant stars in the background. It uses a multiple cross-correlation algorithm that improves the estimated direction, i.e. its variance-covariance matrix (or simply "covariance"). The AT needs a set of 5 measurements and runs a weighted least-squares method (3 measurements being not enough since they are obtained successively and not simultaneously). It yields an estimate of the state vector $[\hat{\xi}]$ of the moving observer, i.e. the CubeSat: $[\hat{\xi}]$ is a 9x1-element vector that quantifies the "shifts" in location, velocity and acceleration of the actual trajectory \mathcal{T}_A as compared with a reference trajectory \mathcal{T}_R stored on-board. The state vector is modelled as a random variable Ξ with a normal distribution (\mathcal{N}). Its estimate and its covariance then write:

$$\Xi = \mathcal{N}([\hat{\xi}], (B^T \cdot W \cdot B)^{-1}) \quad \text{with} \quad [\xi] = \begin{pmatrix} \delta \vec{r}_{ini} \\ \delta \vec{v}_{ini} \\ \delta \vec{a} \end{pmatrix} \quad (1)$$

$$[\hat{\xi}] = (B^T \cdot W \cdot B)^{-1} \cdot (B^T \cdot W) \cdot [Y]$$

$$[B] = \begin{bmatrix} [B_j] & dt_j \cdot [B_j] & \frac{dt_j^2}{2} \cdot [B_j] \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}_{j=1..5} \quad [B_j] = \frac{1}{\rho_j} \cdot \begin{bmatrix} \sin \lambda_j / \cos \varphi_j & -\cos \lambda_j / \cos \varphi_j & 0 \\ \cos \lambda_j \cdot \sin \varphi_j & \sin \lambda_j \cdot \sin \varphi_j & -\cos \varphi_j \end{bmatrix} \quad (2)$$

where $[Y]$ is the 10x1 vector of a set of 5 measurements (2 angles per measurement), $[W]$ is the weight matrix, i.e. the inverse of the 10x10 combined covariance given by the OT, $[B]$ is the 10x9 Jacobian of the problem, $(\rho_j, \lambda_j, \varphi_j)$ are the coordinates of the j -th foreground object as seen from \mathcal{T}_R at t_j and $dt_j = (t_j - t_{ini})$ with t_{ini} the date of estimate of $[\xi]$. The 5 corresponding successive points of the observer derive from the propagation of initial conditions given by the state vector $[\xi]$. Then the AT is repeated and feeds a linear KF to improve the estimate of $[\xi]$ over the time. The IFOD assumes first that the problem can be linearized due to small parallaxes of the observations between \mathcal{T}_R and \mathcal{T}_A and second that the acceleration difference between \mathcal{T}_R and \mathcal{T}_A can be approximated by a constant vector $\delta \vec{a}$ during any single set of 5 measurements, corresponding to a locally constant gradient (valid in cruise context).

Results are assessed for an Earth-to-Mars cruise scenario with planets Earth, Mars, Jupiter and asteroid Ceres as foreground objects. Two trajectories are simulated: a reference one, \mathcal{T}_R , and an actual one, \mathcal{T}_A , that differs from \mathcal{T}_R after a retrograde ΔV of 1 m/s is applied at the start of the journey (maximum ΔV due to the jettisoning of the CubeSat from the host launcher). \mathcal{T}_A is reconstructed by the IFOD from optical measurements of the foreground objects only, as seen from \mathcal{T}_A , simulated with a Gaussian noise of 0.2" standard deviation (OT requirement).

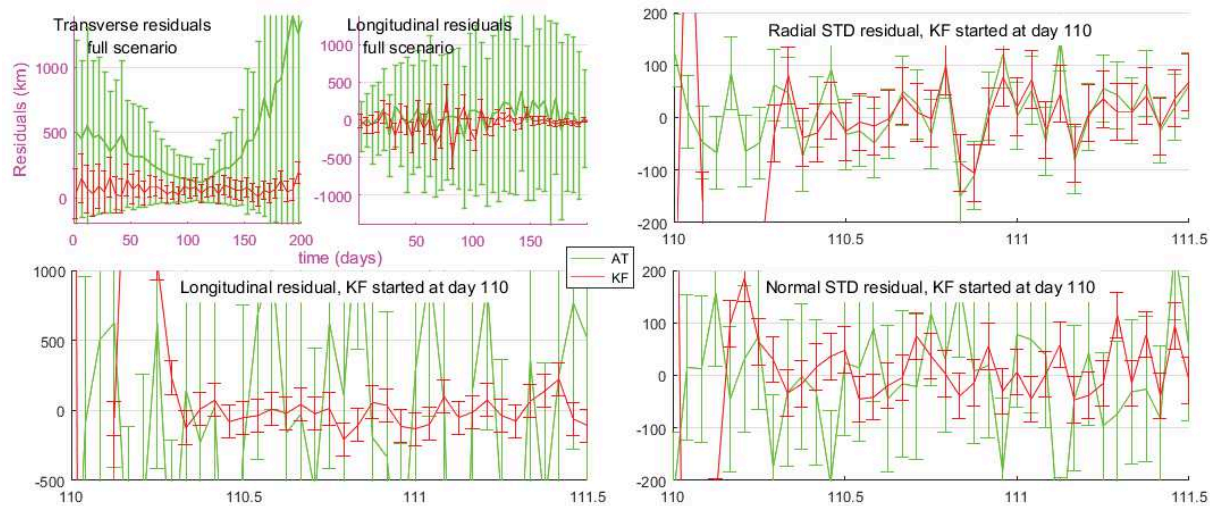


Fig. 2: Residuals for AT and KF, over the full cruise scenario (top-left), detailed KF behavior over 1.5 day when re-started at day 110 (top-right, bottom left & right)

In most cases, with the newest settings and improvements, \mathcal{T}_A is reconstructed transversely with 1- σ residuals between -50 and +150 km transversely and ± 200 km longitudinally. The convergence of the KF takes less than 1 day, only 0.5 day in the best case when starting at day 110 (Fig.2), with large excursions at start. However some strong residuals are visible, here and there, most likely expressing a non-sufficient system modelling in the linear KF as well as in the linear AT. Also reported in [2], the output accuracy varies proportionally to the optical accuracy, other things being equal, and first depends on the sequence of optical targets.

2 – Analysis tools and numeric settings

A covariance analysis is performed to mitigate the numerical instability and to assess the performance. Most of the settings presented in this section are inspired by Simon, 2006 [3].

Covariance propagation and analysis

Monte-Carlo simulations (MC) were performed in [2] initially but could not provide reliable uncertainties because they do not capture the bias of the method. An IFOD process is run every 5 days of the scenario by re-initializing the KF, then the AT and the KF are monitored for a given number of iterations that allow the convergence of the KF (Fig.3). The covariance of the KF, noted $[P_k^+]$ after the k-th iteration, cannot ensure the convergence by itself, due to the possible bias at start. However, the IFOD process ensures convergence in less than 1 day and a 3- σ accuracy better than 600 km in all directions.

We monitor the trace of $[P_k^+]$ as it is a good metric of the overall uncertainties and of the KF behaviour. Indeed $[P_k^+]$ is a square symmetric matrix, then its trace is equal to the sum of its eigenvalues and an orthonormal basis of eigenvectors can transform $[P_k^+]$ into a diagonal matrix of these eigenvalues. Then $\text{tr}([P_k^+])$ is equal to the sum of the variances of independent uncorrelated new random variables built from linear combinations of the parameters of $[u_k^+]$. That is why $\text{tr}([P_k^+])$ is central in Kalman filtering whose core is to minimize $\text{tr}([P_k^+])$ at every iteration and whose goal is to decrease $\text{tr}([P_k^+])$ over successive iterations. The OT produces the covariance of the direction of each observed target resulting from the stars available in the background of the sensor's field of view. The AT produces $[\xi]$ from the problem inversion and also its covariance (see Eq.(1)). The AT then feeds the KF with this "observable" and its covariance, often noted $[v_k]$ and $[Q_k]$ in Kalman filtering, directly taken from the AT:

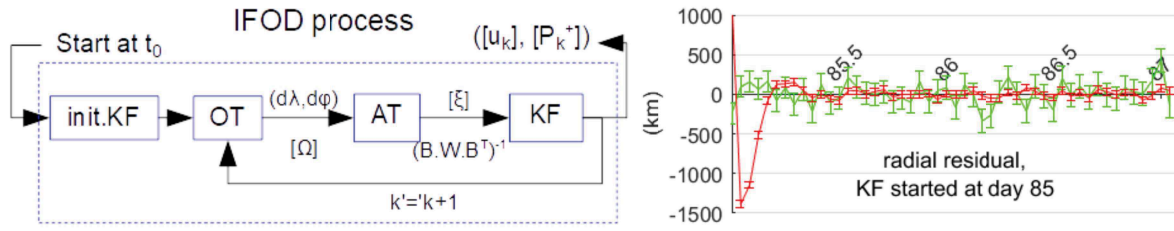


Fig. 3: IFOD process : started at day 85, KF (red) stabilizes after 0.5 days. (AT in green)

$$[v_k] = [\hat{\xi}]_{9 \times 1} \quad \text{and} \quad [Q_k]_{9 \times 9} = (B^T \cdot W \cdot B)^{-1} \quad (3)$$

Compared to [2], this propagation is improved by the transmission of the full state vector and covariance resulting from AT, instead of the position part only (first 3 parameters of $[\xi]$). Indeed, the KF is robust against high covariances for $\delta \vec{v}_{ini}$ and $\delta \vec{a}$ in $[\hat{\xi}]$, the additional information even helps the learning stage of the filter to quickly converge.

The traces of the covariance in AT and in KF can be compared to assess the added-value of the KF over time. For AT performance over an entire scenario, however, we chose to show at a given date the average and the standard deviation of AT during each full IFOD process finishing at that date. For a detailed analysis of a given IFOD process, the traces of the covariances of AT and KF are monitored as shown in figure 4. There, the trace for AT is expected to remain flat when the geometry does not evolve (same observation sequences, same uncertainties).

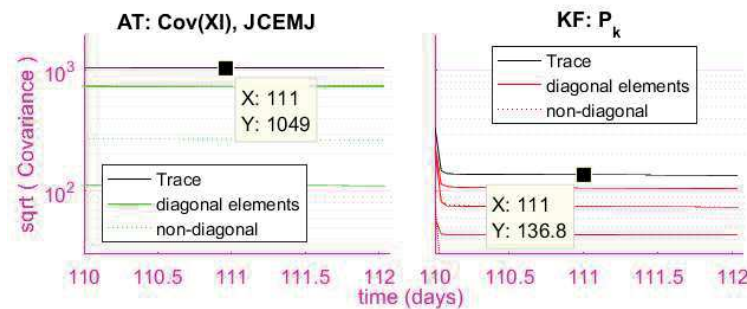


Fig. 4: Square-root of the covariances (in km) during AT (left) and KF (right), at day 110 of the cruise scenario.

Kalman Filter tuning

The numerical stability has been investigated and improved for the IFOD. The ephemerides of planets as well as \mathcal{T}_R and \mathcal{T}_A trajectories' sampling have been taken with sufficient accuracy to avoid effects related to numerical limits. A dimensionless approach has been set up, based on a so-called “condition number” defined as the ratio of the most extreme singular values of a matrix, then $\text{Cov}([\xi])_k$ in AT and P_k in KF are monitored. Also, in order to avoid instabilities after inverting a matrix M that is symmetric by nature, it was first transformed into $(M+M^T)/2$. Eventually, the KF at each IFOD process is initialised with the first $([\xi], \text{Cov}([\xi]))$ of the process and the model uncertainty for acceleration is set at 0.01 mm/s^2 isotropically.

3 – To a strategy that selects the best next measurement

The observation sequence of targets is a top driver of the IFOD performance: it ensures more or less stability, convergence, accuracy or bias, and reveals a most preferred scheduling to

perform the IFOD. From equation (1), we see that the AT's Jacobian $[B]$ is made of 5 smaller 2×3 blocks $[B_j]$ that link the spherical coordinates $(\rho_j, \lambda_j, \varphi_j)$ of the j -th foreground object to the observer's location. A deeper analysis of $[B]$ is beyond the scope of this paper. An attempt at finding the geometry of foreground bodies that best constrains $[\xi]$, i.e. minimising its covariance $(B^T \cdot W \cdot B)^{-1}$, is to find a set of 5 targets that minimises its trace, or maximizes the trace of its inverse $B^T \cdot W \cdot B$, that simplifies, after developing, as follows:

$$\text{Max}(\text{tr}(B^T \cdot W \cdot B)) = \text{Max} \left(\sum_{j=1}^5 (1 + dt_j^2 + dt_j^4/2) \cdot \frac{\text{tr}(\Omega_j^{-1})}{\rho_j^2} \right) \text{ if isotropic } \sigma_{\text{opt}} = \text{Max} \left(\sum_{j=1}^5 (1 + dt_j^2 + dt_j^4/2) \cdot \frac{1}{\rho_j^2} \right) \quad (4)$$

where $\text{diag}\{\Omega_j^{-1}\}_{j=1..5} = W$, Ω_j being the covariances given by the Object Tracker. The condition is even simpler with an isotropic optical uncertainty σ_{opt} . This means the longest possible sequence with the closest possible objects, of course within the limits of the modelling, in terms of linearisation (constant $\vec{\delta}a$, small parallaxes) and rank (9 unknowns, 10 equations). No explicit conditions appear for parallaxes.

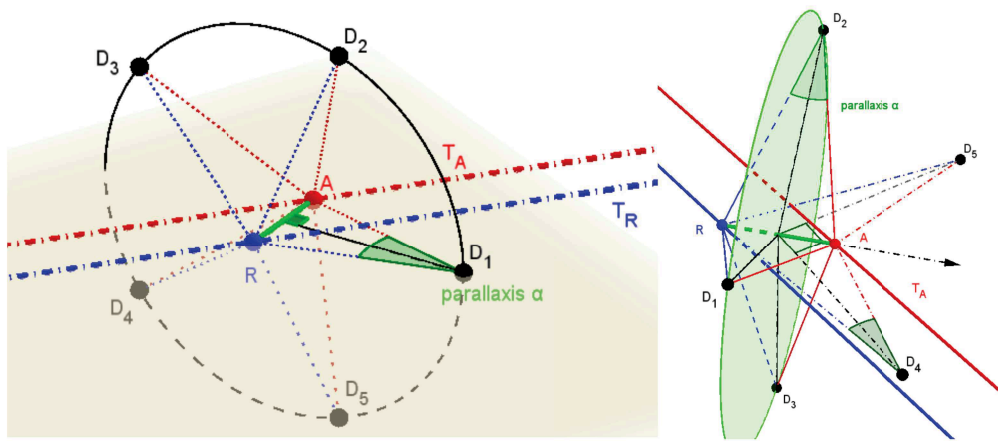


Fig. 5: Construction of notional geometries: wheel-shape (left) ; diabolo-shape (right)

Another attempt is to intuitively define an ideal, purely notional geometry. Thereby, the AT should be better constrained with large $(\mathcal{T}_R, \mathcal{T}_A)$ parallaxes from multiple sectors on the sky. Two geometries are considered (Fig.5): a “wheel-shape” with 5 points regularly spaced on the bisector plan of the segment $[R,A]$, points of \mathcal{T}_R and \mathcal{T}_A , offering a parallax α ; a “diabolo-shape” with 3 points on the bisector plan plus 2 points on the orbital plane on \mathcal{T}_A side. The parallaxes α are set to keep the linearisation error much smaller than the optical accuracy σ_{opt} ($0.2'' = 9.7 \times 10^{-7}$ rad). After $\sin(\alpha)$ at the 3rd order, we set $\alpha = 0.48^\circ$ (0.0083 rad). The IFOD is run in the Earth-Mars scenario with notional foreground objects defined by these geometries at every time step. Results for the whole scenario are shown in Fig.6. In the “wheel” geometry, the AT is poorly efficient but the KF converges in a few iterations down to a residual of 15 ± 15 km at $3\text{-}\sigma$ (± 5 km, $1\text{-}\sigma$). In the “diabolo” geometry, although the AT seems efficient at each IFOD process, with residuals below 25 ± 25 km at $1\text{-}\sigma$, both AT and KF converge strictly the same way (estimates and covariances) from typical residuals of $20 \text{ km} \pm 0.5 \text{ km}$ at $1\text{-}\sigma$, down to non 0-residual slowly. These results are good insight of the best possible IFOD performances. Thus, there would be an improvement potential due to the geometry by a factor of 10 with the current architecture.

The parallaxes are set to their maximum, typical distances becoming shorter than in a realistic cruise scenario (few 0.01 AUs instead of AUs). Still, these notional geometries were built to keep the modelled system linear, although pushed to the limits. Hence, the unexplained

behaviours may result from a non-constant $\vec{\delta a}$ during AT. These attempts show that an analytical study of [B] is required to properly assess the interest of possible targets.

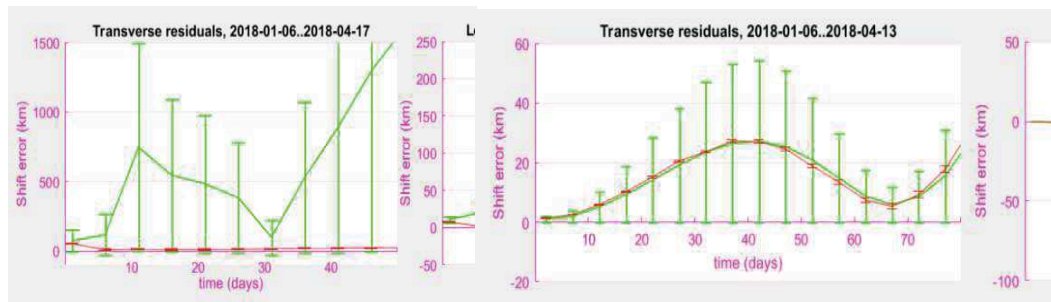


Fig. 6: Residuals for Earth-to-Mars cruise with notional geometries in wheel-shape (left), diabolo-shape (right), AT results in green, KF in red.

Conclusion

We have assumed a possible CubeSat architecture that offers successive optical measurements at low accuracy with limited computation capabilities. The IFOD process shows a fair performance with a simple linear Kalman filter. It converges in 0.5 day and is optimised in a cruise context for its current architecture. The covariance analysis is well adapted while the Monte-Carlo simulations reached some limits and were CPU-consuming. Some improvements are possible: adding new parameters in the state vector, namely a \mathcal{T}_R - \mathcal{T}_A time-shift and even a varying delta-acceleration $\vec{\delta a}$, processing the filter after every measurement instead of every batch of 5 measurements, upgrading to an unscented Kalman filter. These will improve the performance in cruise but also pave the way to use the IFOD in new contexts, like proximity operations at an asteroid.

The observation sequence determines, more than anything, the IFOD performance. An on-the-fly criterion to decide what will be the next best optical targets to observe is desirable but challenging: it requires an analytical investigation of the AT's Jacobian. But it could take advantage of the many asteroids that are available in all directions of the ecliptic plane.

Acknowledgments

This work was funded by the Laboratory of Excellence ESEP in France (ANR-2011-LABX-030) with the Initiative d'excellence PSL (ANR-10-IDEX-0001-02), by the French-Taiwanese program PHC Orchid and was supported in Taiwan by Pr.Miau and Pr.Juang from National Cheng Kung University.

References

1. S. Bhaskaran, J. E. Riedel, and S. P. Synnott, "Autonomous optical navigation for interplanetary missions." Jet Propulsion Laboratory, SPIE AA, Denver CO, 1996.
2. B. Segret, D. Hestroffer, G. Quinsac, M. Agnan, J. Vannitsen, and B. Mosser, "In-Flight Orbit Determination for a Deep Space CubeSat," in *IEEE Aerospace Conference*, 2018.
3. D. Simon, *Optimal State Estimation*, First Edit. WILEY-INTERSCIENCE, 2006.

In-Flight Orbit Determination for a Deep Space CubeSat

Boris Segret
ESEP (1)
PO (4), CNRS (5), PSL (6)
+33.1.45.07.78.24
boris.segret@obspm.fr

Marco Agnan
ODYSSEUS (7)
m.agnan@odysseus.space

Daniel Hestroffer
IMCCE (2)
PO (4), CNRS (5), PSL (6)
+33.1.40.51.22.60
Daniel.Hestroffer@obspm.fr

Jordan Vannitsen
ODYSSEUS (7)
NCKU (8)
j.vannitsen@odysseus.space

Gary Quinsac
LESIA (3)
PO (4), PSL (6)
gary.quinsac@univ-psl.fr

Benoît Mosser
LESIA (3)
PO (4), PSL (6)
benoit.mosser@obspm.fr

Abstract—The low cost of CubeSats is promising for deep space provided that the operations remain at low cost too. A realistic autonomous Guidance, Navigation and Control (GNC) would contribute. Here we present our road-map for *BIRDY-T*, an autonomous GNC technology, and our latest developments regarding its *In-Flight Orbit Determination* (IFOD). The IFOD combines successive optical measurements of foreground objects, an asynchronous triangulation and a Kalman filter. The measurements are expected from an *object tracker* function that is presented here. Then the triangulation is presented, based on a weighted least-squares method. The solution is still noisy and feeds a Kalman filter in order to get improved. The performance is assessed for a case study in *cruise* context, an interplanetary journey from Earth to Mars. This case study is a necessary step before adapting to proximity operations at an asteroid. A software architecture for Monte-Carlo simulations is implemented to embed the IFOD algorithm and to assess how the optical errors propagate. The latest results are presented. A full interpretation would require further mathematical analysis. As of now, the accuracy reached in cruise context is better than 100 km transversely to the motion at $1\text{-}\sigma$ in a conservative case and some improvements are still possible. This autonomous orbit determination could be adapted to further deep-space contexts, with a priority for an auxiliary probe of a mothercraft exploring an asteroid.

TABLE OF CONTENTS

1. INTRODUCTION.....	1
2. EARTH-MARS JOURNEY AS A CASE STUDY	2
3. FEASIBILITY OF AN OBJECT TRACKER	3
4. INVERSION OF THE GEOMETRY PROBLEM	4
5. KALMAN FILTERING	6
6. FUNCTIONAL VALIDATION	7
7. RESULTS	8
8. OPTIMIZATION POTENTIALS	10
9. SUMMARY	11
ACKNOWLEDGMENTS	11
REFERENCES	11
BIOGRAPHY	12

Affiliations — (1) *ESEP*: LabEx Exploration Spatiale des Environnements Planétaires, Observatoire de Paris, 5 pl. Jules Janssen, 92195 Meudon Cedex, France. (2) *IMCCE*: Institut de Mécanique Céleste et de Calcul des Ephémérides, Observatoire de Paris, 61 av. Denfert Rochereau, 75014 Paris, France. (3) *LESIA*: Laboratoire d'Etudes Spatiales et d'Instrumentation en Astrophysique, Observatoire de Paris, 5 pl. Jules Janssen, 92195 Meudon Cedex,

France. (4) *PO*: Paris Observatory, France. (5) *CNRS*: Centre National de la Recherche Scientifique, France. (6) *PSL*: Paris Sciences Lettres Research University, France. (7) *ODYSSEUS*: ODYSSEUS Space Co., Ltd., East District, Datong Road, Section 1, No.173, 6F, Tainan City 70150, Taiwan. (8) *DAA/NCKU*: Department of Aeronautics and Astronautics, National Cheng Kung University, Daxue Road, 70101 Tainan City, Taiwan.

1. INTRODUCTION

A solution for autonomous orbit determination in deep space is investigated, in the case study of an interplanetary journey. The presented *In-Flight Orbit Determination* (IFOD) function is part of a new GNC technology called *BIRDY-T* that targets nano- and micro-satellites. The interest of the IFOD is to limit costly ground operations and to increase the overall system reactivity for various scientific and commercial applications. The on-board autonomous operations consist in processing successive optical measurements, then to reconstruct low-accuracy successive locations with a triangulation method and eventually to feed a Kalman filter to predict a current location with an acceptable confidence. The on-board algorithm is prototyped for a functional validation with Monte-Carlo simulations and various optimization options are identified to improve the performance further.

Section 2 reminds autonomous navigation attempts in deep space and presents a preliminary mission analysis to assess the expectations of the IFOD in the case study of an autonomous journey from Earth to Mars. The roadmap for the development of the whole technology *BIRDY-T* is briefly introduced with its possible applications and its key components.

A critical assumption of the IFOD is the optical accuracy accessible on-board and is discussed first in section 3. Then the geometry problem inversion is presented in section 4. It provides an approximate location under the assumption of a local low acceleration gradient. Successive locations are eventually filtered with a linear Kalman filter as presented in section 5.

Section 6 presents the functional validation. The available results are discussed in section 7. Optimization potentials are identified in section 8 to be managed in the next steps of the development of *BIRDY-T*.

Conclusions sum up the applicability of the results and discuss about the possible transpositions to further contexts, in particular to proximity operations at an asteroid.

2. EARTH-MARS JOURNEY AS A CASE STUDY

Emerging nano-satellites with micro-propulsion offer new perspectives for constellations, formation flying swarms, single or accompanying probes in deep-space missions. But maneuvering each satellite individually from the ground could be expensive while the development of nano- and micro-satellites is expected to remain at small cost. It is even more true for CubeSats, a nano-satellite standard created by California Polytechnic State University, San Luis Obispo and Stanford University in 1999 [1]. Hence, the more autonomous the satellites, the lower the cost of telecommunications and ground operations. In the past, however, few deep space missions dealt with autonomous navigation, like NASA's Deep Space 1 [2], [3] or ESA's SMART-1 [4]. The preferred approach has been to perform orbit determination and to compute trajectory correction maneuvers (TCM) from the ground. It is still true for small probes accompanying a mothercraft like PHILAE on ESA's ROSETTA [5] or with the coming NASA's MarCO [6] mission to Mars. A few past or proposed experiments rely on the heritage of missile guidance or consider landmark tracking, to reach, to crash or to land on a target (NASA's Deep Impact [7], AIDA-DART [8], landing of JAXA's HAYABUSA-1 [9]) but not to navigate in its vicinity. When it comes to autonomous orbit determination, some early assessment (Folta et al, 2000 [10]) states that a performance of 5 to 100 km for the accuracy in cruise is desirable as it could challenge the standard approach of on-board propagators regularly re-calibrated from the ground.

Here we consider the case study of a CubeSat with micro-propulsion cruising from Earth to Mars. The IFOD offers a wide perspective of contexts. For simplification, only a cruise context is considered and the results are given for this case. An early concept was presented in 2013-2014 [11] and the mission profile is updated here.

Preliminary mission analysis

Science case and concept of mission—The CubeSat would be injected into an interplanetary orbit to Mars to autonomously probe the radiations in the interplanetary medium. A payload at CubeSat scale is realistic and would take advantage of an independent platform: in particular, it would test the findings of a Hohmann-Parker effect [12] with dedicated attitude and duty-cycle strategies during the cruise, thus avoiding any bias due to the shielding or the operations of a larger mothercraft. The CubeSat would remain autonomous from the end of commissioning until reaching the vicinity of Mars. The data set is stored on-board and a data-relay at Mars (existing orbiter or lander) is used to send the data back to the Earth. As a second goal, if the flyby at Mars allows a free-return to the Earth (as discussed in the ground segment below), the CubeSat gathers a second set of data on the way back and transmits it to a ground station when arriving at the Earth.

Datalink—The data volume is moderate, estimated at a few tens of Megabytes for a 6- to 9-month cruise to count the hitting particles in energy and time binning (with ancillary data about the attitude, IFOD and commands) [13]. Hence, the full transfer of data is possible during a single communication pass at Mars during the flyby, which was theoretically verified for S-band under the assumption of a varying datarate during the flyby (software-defined radio). While back to the Earth, a second data set with the same volume is also transferred at once to a ground station.

Ground segment—The complexity of the ground segment lies in the mission preparation. After launch, the operations

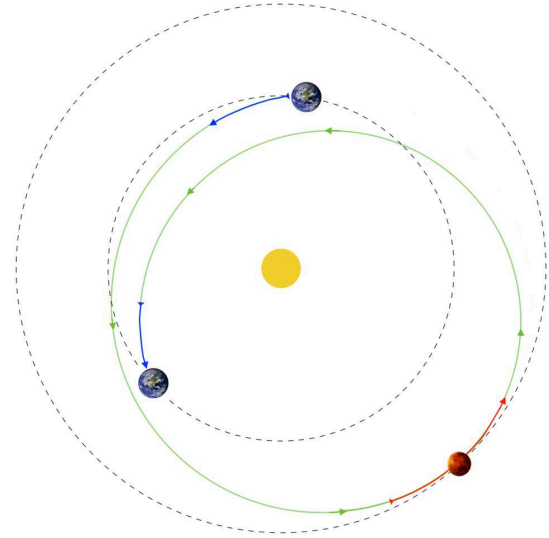


Figure 1. Free-return Hohmann-like trajectory in 2018. Departure Earth (blue) 2018-Jan-05, flyby at Mars (red) Aug-21, Back at Earth (blue) 2019-May-21

consist in commissioning the CubeSat, retrieving and distributing data from a Martian data-relay and from the CubeSat directly while back to the Earth. Hence, the critical part is to compute a reference trajectory and the ephemerides of foreground objects that can be observed by the CubeSat during the cruise. This data is stored on-board. The IFOD has to perform observations of the selected objects to assess the shift of the CubeSat from the reference trajectory. The accuracy of this reference is directly linked with the validity of the linearization of the geometry problem during IFOD. Hence, the better the prediction of the reference trajectory, the larger the validity domain of the IFOD. Depending on the date of departure and the accuracy of the flyby at Mars, a way back to the Earth may be found that does not require specific propulsion at Mars. Figure 1 shows such a free-return trajectory starting in 2018, inspired by Tito [14]. It was numerically integrated for the needs of this case study with a home-made propagator that is part of BIRDY-T developments. An operational version of the propagator is available from 2017, but it is beyond the scope of this paper. The outputs can be adapted to the very needs of the on-board processing and to the hardware resources of the CubeSat.

Commissioning—The CubeSat is to be launched in piggy-back of any mission departing to Mars. Although the CubeSat is autonomous, an initial data-link must be established at the beginning of the cruise for the commissioning. It constrains the communications in S or X band at least, which is in line with a requirement for a data-relay at Mars. The commissioning is the last opportunity to update some data, for instance the updated reference trajectory in accordance with the actual conditions of interplanetary orbit injection. Full data sets taking into account various options and flexibility in the launch date can be prepared in advance by the ground segment.

Cruise, IFOD, TCM—After commissioning, a weekly tracking of the CubeSat's beacon allows to assess the health of the CubeSat. Multiple preset frequencies or pulses are defined for the CubeSat to send its synthetic status as a beacon, at the cost of a low power consumption. Then radio-tracking dishes

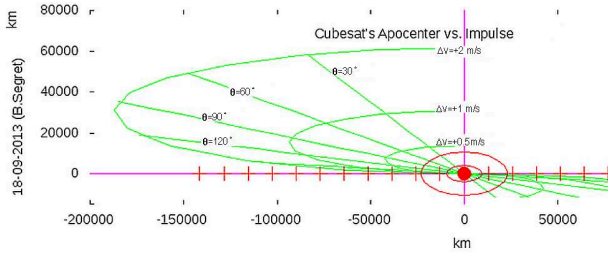


Figure 2. Change of aphelion (km) after prograde ΔV at true anomaly θ during Earth-Mars cruise. For comparison, in red, Mars' size and its moon orbits' sizes.

like those in the VLBI network *ERIC* [15] track and report the CubeSat's status and path. Only in case of emergency a Deep Space Network would be requested. The CubeSat's status describes whether the on-board operations run nominally, including the planned TCMs. Otherwise, no downlink nor uplink are planned. The autonomous cruise must in first priority align with a pathway to Mars to approach a data-relay there. As a second priority, it must intersect the exact region of the Mars flyby B-plane that allows a free-return trajectory to the Earth. Trajectory Correction Maneuvers (TCM) are possible with a Pulsed Plasma Thruster (PPT) micro-propulsion system that is under development for *BIRDY-T* [16]. Several slots in the cruise will be dedicated to IFOD, hence interrupting the science mode, and if needed a TCM with continuous micro-propulsion will be autonomously computed and run. As we focus here on IFOD, the TCM will not be studied. However, Figure 2 shows an early assessment of the ability to correct a trajectory with a micro-propulsion only. It is shown that a +2 m/s ΔV is enough, if applied at true anomaly $\approx 90^\circ$ during the Hohmann transfer from Earth to Mars, to change the aphelion by more than 30'000 km along the ellipse axis and 180'000 km across this axis.

Technology for autonomous navigation

BIRDY-T is a deep space technology [16] co-developed by IMCCE (France, Institut de Mécanique Céleste et de Calcul des Ephémérides, Paris Observatory), LESIA (France, Laboratoire d'Etudes Spatiales et d'Instrumentation en Astrophysique, Paris Observatory), NCKU (Taiwan, National Cheng Kung University) and the NCKU spin-off ODYSSEUS Space Co., Ltd (Taiwan).

BIRDY-T covers several new technological bricks: micro-propulsion with PPT, propagator and trajectory solver within a ground segment, optical system for on-board measurements, IFOD processing, TCM processing. In addition the deep space environment is different from the low Earth orbits where CubeSats are usually operated, which can impact the hardware. Planetary protections at Mars, collision avoidance with the host mission or the law for space operations (promoted by the French space agency CNES) may also impact the design of such a mission. Finally, CubeSat tracking during cruise and data retrieval require partnerships with operators of Mars missions and with ground facilities in S- or X-bands.

Here, we have only considered the cruise context from Earth to Mars, but multiple contexts and science cases can be addressed with *BIRDY-T*. Studies have started to adapt the technology to proximity operations at an asteroid, where the CubeSat would accompany a mothercraft. Further contexts are also considered but not studied here: small swarms in

autonomous relative navigation or orbit maintenance of small constellations.

For information, the technology development road-map anticipates engineering models and 3 flight models including *BIRDY-3*, the first scientific mission:

—Engineering models on functional bench for propulsion, optical navigation, attitude and orbit control laws, science case for *BIRDY-3*. In parallel, specific studies for multi-thruster configurations and go-to-market are performed.

—*BIRDY-1* is a preliminary CubeSat in Earth orbit to demonstrate the propulsion (mono-PPT), the IFOD and the TCM, the science operations for *BIRDY-3*.

—*BIRDY-2* is a preliminary CubeSat in piggy-back of any mission departing from the Earth, with a multi-PPT configuration, to qualify the technology at the very beginning of an interplanetary trajectory.

—*BIRDY-3* is the first scientific mission (most likely in radio-science at an asteroid) and, possibly, adaptations to further science cases from *BIRDY-2* qualification.

3. FEASIBILITY OF AN OBJECT TRACKER

The IFOD relies on on-board measurements of the direction of a selection of bodies of the solar system, like planets, bright moons or large asteroids. This function is called *object tracker*. It combines an optical sensor with image processing. It outputs the direction of a selected foreground object, with its accuracy, by Multiple Cross-Correlation (MCC, [17]) with known stars in background.

Studies are still running, however the rough estimate shows hereafter that an accuracy between 0.2" and 1" is reasonably expected for the direction of the photometric barycenter of an object as seen from the on-board optical device.

Multiple Cross-Correlation

The MCC starts with identifying known stars in the field of view of an image and the expected foreground body in a region of interest. Then, in the frame of the field of view, the actual directions are noted (x_{0B}, y_{0B}) for the body and for the n known stars (x_{0i}, y_{0i}) , $i = 1..n$, as known from a catalog. These objects are measured in the image at $(x_B + \varepsilon_x, y_B + \varepsilon_y)$ and (x_i, y_i) , allowing the angular distances between the body and the stars to be measured with the known directions of the n stars, d_{0i} , or with their measured directions, d_i . The searched parameters $(\varepsilon_x, \varepsilon_y) = (x_B - x_{0B}, y_B - y_{0B})$ are in common in the d_{0i} and all quantities in d_i come from measurements. Hence, we have an over-constrained system with a 2-parameter model made of $(\varepsilon_x, \varepsilon_y)$. Considering the square of the angular distances, we can linearize the problem on the model parameters at first order, producing a $n \times 2$ Jacobian matrix C , and inverse this problem with a least-square method where the matrix to be inverted is of rank 2:

$$(d_{0i}^2 - d_i^2) = 2(x_B - x_{0i})\varepsilon_x + 2(y_B - y_{0i})\varepsilon_y \quad (1)$$

$$D_{(n \times 1)} = C_{(n \times 2)} \cdot E \quad \text{with} \quad E = \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \end{bmatrix} \quad (2)$$

Actually, d_{0i}^2 and (x_{0i}, y_{0i}) depend on the accuracy of the

catalog of stars, the accuracy being limited by the knowledge of their proper motion and parallax. All errors can be assessed, so a covariance matrix Ω can be built. Then the weighted least-square method is performed to express the best solution E_{min} and the associated covariance matrix of this estimator:

$$E_{min} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \end{bmatrix} = (C^T \Omega C)^{-1} \cdot (C^T \Omega) \cdot D \quad (3)$$

$$\text{Cov}(\hat{E})_{(2 \times 2)} = (C^T \Omega C)^{-1}$$

Optical system

The MCC is expected to improve the measured direction of the foreground body wrt to a direct measurement of the photocenter by a factor of about \sqrt{n} . This method is currently under study for the detailed assessment of an on-board solution. The impact of uncertainties from the catalog and the parallax and the need to calibrate the imager's field of view in flight have to be studied.

The IFOD in this paper assumes an *object tracker* with 0.2" optical accuracy. It appears as a realistic requirement as discussed below.

Magnitude of stars—A sufficient number of stars must be visible in the field of view. A rough estimate of the number of stars in the sky is 6000 at visible magnitude 6 and increases by a factor of 4 every magnitude. Then a minimum value of 25 usable stars can be expected at magnitude $m_V = 6.5$ in a field of view of $9^\circ \times 9^\circ$, or at magnitude $m_V = 5.4$ in $20^\circ \times 20^\circ$. However, some stars may be rejected from the selection if they are too close to each other to prevent from wrong centroiding (depending on the imager's resolution), which requires the optical system to have some margins in sensitivity.

Integration time—The exposure must remain sufficiently short to keep compatible with the pointing stability of the CubeSat. A classical sizing approach is to consider that, in the visible light, 1000 photons of a star at magnitude 0 reach 1 square centimeter of a pupil per Angstrom and second ($1000 \text{ ph}/\text{\AA}/\text{s}/\text{cm}^2$). Considering a 4000\AA bandwidth, a 4-cm pupil's diameter, a 50% quantum efficiency and a need of 40'000 ph to be spread among 4 pixels, we get a needed exposure time from 230 ms at $m_V = 5.4$ up to 660 ms at $m_V = 6.5$. As a result, we also get a requirement for the stability of the imager's line of sight during exposure, depending on the pixels and the focal length. Hence, with the example of a focal length 200 mm and a pixel size $10 \mu\text{m}$ ($10''$ in angular size) the stability is requested to be better than 15 to $44''/\text{s}$, with integration time from 660 down to 230 ms. These numbers are challenging but still realistic.

Pixel dynamic range—The optical matrix has to handle both the foreground body and the stars. Several strategies are considered to mix observations of bright planets and dim stars. For instance, alternating 3 to 5 short and long exposures during a very slow scan of the region of interest, then aligning and stacking, is one of the promising options. Another option is to design an unfocused focal plane, thus increasing the signal-to-noise ratio for the centroiding of stars and bright body. A third option is to allow pixel saturation in the region of the bright body, resulting in a lower accuracy for its centroid but also in a larger number of measurable background stars.

Eventually measurements are not always possible or can be of low quality. If the body is close to a star in the field of view, the measurement will be the photometric barycenter of the 2-object image. If the body is too close from the Sun, the imager may receive stray-light that would decrease the number of usable stars or even could become unusable. Finally, the body may also be in a region of sky with too few background stars, which does not prevent from measuring but decreases the quality of measurement.

As a summary, $n=25$ is a reasonable number of measurable stars. Considering a typical pixel size of $10''$, the direct measure of the photometric barycenter of the foreground body is expected with $1''$ accuracy and the described image processing would improve the measure by a factor of 5, hence $0.2''$ accuracy. In any case, the final accuracy reached is assessed within the process itself and can be used further in the IFOD.

Available COTS

An Attitude Determination and Control System (ADCS) is required to point the imager's field of view to the right region of interest of the sky. The optical sensor of the ADCS can be used for the object tracker function, or an optical imager must be added.

It is worth noting that hardware parts are already available or adaptable for the needs of an object tracker function. Devices like star trackers at CubeSat scale (BST200/400 by Berlin Space Technologies, Auriga by Sodern) can usually be used in a full frame mode that allows image processing. Imagers are available (e.g., Gecko by SCS Space) but they may be optimized for Earth imaging, resulting in a possible low sensitivity for stars at $m_V = 6.5$ or higher. Another option is to use a high-sensitivity space-qualified CCD or CMOS focal plane (e.g., by 3D Plus), and to design a home-made optical system for it.

All these options are being studied with their associated calibration and represent moderate CPU constraints. The *object tracker* is a key component of BIRDY-T and an astrometric payload by itself. Its specific study is beyond the scope of this paper.

4. INVERSION OF THE GEOMETRY PROBLEM

The IFOD is strictly speaking a "location determination" as it produces a state vector of position and velocity, rather than the osculated orbit parameters. The location is estimated on the basis of successive optical measurements for the short term until new measurements are gathered.

The principle is to reconstruct the shift from the reference trajectory, as stored on-board, with several and successive parallaxes of foreground bodies. Indeed, different directions cannot be measured on-board simultaneously since the CubeSat must point to the bodies one after one. Thus, a propagation model of the state vector is assumed to link the successive measurements. Once the number of measurements become sufficient, the geometry problem can be inverted.

Available measurements

Here we consider that only planets or big asteroids can provide measurements with sufficient accuracy. Indeed, their measured directions have to be compared with their directions if they were seen from the reference trajectory. Thus, only

Table 1. Ephemerides: best accuracies

Theory	INPOP10a range & dir. [18]	EPM13 semi-axis [20]
Venus	3.9 m, 2.5 mas	0.038 m
Earth	-	0.10 m
Mars	1.7 m, 0.4 mas	0.468m
Jupiter	1.6 km, 18 mas	347 m
Saturn	17 m, 7.0 mas	68 m

Table 2. Propagation of an optical error $\sigma_{opt}=0.2''$

dist.	$\sigma_{opt} \Rightarrow \sigma_{transv}$	object	ang.diam.
1 AU	150 km	Mars	9''
3 AU	440 km	Ceres	0.5''
5 AU	720 km	Jupiter	40''
10 AU	1500 km	Saturn (& rings)	15'' (50'')

ephemerides with an accuracy below 0.2'' can provide a baseline for comparison.

Ephemerides—Planetary theories like INPOP [18] or EPM [20] (or DE430 to some extent [19]) provide numeric integrations of ephemerides with excellent fit to observations, as summarized in Table 1 that shows the standard deviations of the residuals between modelling and past observations. They are still reliable with the same level of accuracy for the short term (until 2050 at least). The accuracy will constantly improve in the future so that more and more objects of the solar system will become eligible for the IFOD unless their magnitudes are too low.

Extended objects—Bodies like planets have an irregular photometric surface, due to the moving terminator or details in daylight, and to possible transits of moons. Their image may extend up to several pixels as seen from the middle of the cruise. Table 2 shows typical angular sizes of known objects, to be compared with the expected accuracy of 0.2''. Hence, a suitable accuracy of the object tracker must come in association with a good prediction of the photometric centers. The solution mentioned for pixel dynamics with bright bodies is also applicable here: an unfocused focal plane will average the surfaces and the ground segment can easily predict photocenters of average surfaces. However this requirement is not studied yet, hence not taken into account in this paper.

Stars—Stellar directions in the visible light are usually known with accuracies better than 10 milli-arc-seconds depending on the catalogs (typically 2mas for Hipparcos [21]). Thus it is not considered as a limiting factor.

Asynchronous triangulation

The on-board algorithm linearizes the geometry problem of parallaxes of the foreground bodies. Thus, the domain of validity of the method corresponds to a maximum angular difference between their reference and actual directions of about 1°. A direct triangulation is not feasible because of the motion of the CubeSat during the measurements that cannot be simultaneous. Instead, we consider an asynchronous triangulation that requires five lines of sights (Fig. 3). The

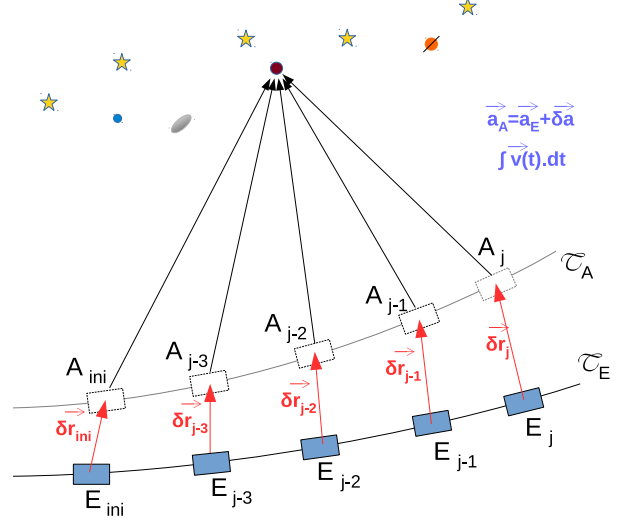


Figure 3. Asynchronous triangulation: directions of foreground bodies seen from trajectory T_A , compared with expected directions if seen from trajectory T_E .

result of the problem inversion is a state vector that includes the best estimate of the 3D-shift with regard to the reference trajectory, taking into account the errors propagated from the optical measurements.

The equations of the observation of one foreground body j expected in the direction $(\lambda_{Ej}, \phi_{Ej})$ at range ρ_{Ej} if seen from the reference trajectory and actually seen with a parallax is expressed as follows:

$$\begin{pmatrix} d\lambda_j \\ d\phi_j \end{pmatrix} = [B_j] \cdot \begin{pmatrix} \delta x \\ \delta y \\ \delta z \end{pmatrix} \text{ with } [B_j] = \dots$$

$$\frac{1}{\rho_{Ej}} \cdot \begin{bmatrix} \sin \lambda_{Ej} / \cos \phi_{Ej} & -\cos \lambda_{Ej} / \cos \phi_{Ej} & 0 \\ \cos \lambda_{Ej} \cdot \sin \phi_{Ej} & \sin \lambda_{Ej} \cdot \sin \phi_{Ej} & -\cos \phi_{Ej} \end{bmatrix} \quad (4)$$

Where $(d\lambda_j, d\phi_j)$ is the parallax in azimuths and elevations and $(\delta x, \delta y, \delta z)$ is the 3D-shift of the CubeSat from its reference to its actual location. Two observables and three unknowns (location at a given epoch) are generated with every measurements. Hence, the system is under-constrained.

In order to link the successive measurements, we define a propagation model with the assumption that there is a small and constant difference of the local acceleration $\delta \vec{a}$ between the actual and the reference trajectories during the measurements. The successive locations at epoch t_j are expressed from the location and velocity at epoch t_{ini} as follows and are illustrated by Figure 3:

$$\begin{aligned} \vec{r}_j &= \vec{r}_{ini} + \vec{A}_{ini} \vec{A}_j - \vec{E}_{ini} \vec{E}_j \\ &= \vec{r}_{ini} + (t_j - t_{ini}) \cdot \vec{v}_{ini} + \frac{(t_j - t_{ini})^2}{2} \cdot \delta \vec{a} \end{aligned} \quad (5)$$

Then the geometry problem can be expressed in a system of equations that are linear for the 9-parameter $[\xi] = (\delta r_{ini}, \delta v_{ini}, \delta \vec{a})^T$ of the model. Noting $[Y_j]$ the 2-vector

$(d\lambda_j, d\phi_j)$ of observables from a measurement j , $j = 1..N$, the problem can be expressed with block matrices:

$$[Y] = \begin{bmatrix} [Y_j] \\ \vdots \end{bmatrix} = [B] \cdot [\xi] \text{ with } [\xi] = \begin{bmatrix} \overrightarrow{\delta r_{ini}} \\ \overrightarrow{\delta v_{ini}} \\ \delta a \end{bmatrix}$$

where

$$[B] = \begin{bmatrix} [B_j] & (t_j - t_{ini}) \cdot [B_j] & \frac{(t_j - t_{ini})^2}{2} \cdot [B_j] \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}_{j=1..N} \quad (6)$$

$[Y]$ is a $2N$ -vector of observables, $[B]$ is the $2N \times 9$ Jacobian of the problem ($[B_i]$ are 2×3 matrices) and $[\xi]$ is the searched 9-parameter vector of the model.

At least $N=5$ measurements are required to over-constrain the problem. Considering also that the observables were obtained from the object tracker function, i.e. with their associated covariance, a main covariance matrix $[W]$ can be built and a weighted least-square method can be run, at the cost of the inversion of a 9×9 matrix. The inverted problem is solved by:

$$[\xi_{min}] = (B^T \cdot W \cdot B)^{-1} \cdot (B^T \cdot W) \cdot [Y]$$

$$Cov(\widehat{[\xi]}) = (B^T \cdot W \cdot B)^{-1} \quad (7)$$

This solution provides the best estimator of the considered model, here the location, velocity and acceleration shifts at epoch t_{ini} as compared from the reference trajectory, i.e. the solution that best fits the 5 available measurements. It must be noted that another model would yield another estimation of the reconstructed locations, for instance if the time is considered as an additional parameter of the model. The time accuracy was not considered here but is discussed in the last section about the optimization potentials.

In any case the found solution is noisy and needs to be Kalman-filtered for its reliability to get improved.

5. KALMAN FILTERING

Triangulation performance

As stated above, a filtering process is necessary to achieve the expected accuracy. We present here the properties of a Kalman filtering. Its results, compared to the absence of any filter, are discussed in section 7.

The analytical propagation of the optical error during the geometry problem inversion is complicated. A parallax error σ_j for a foreground object at range ρ_{Ej} will produce a transverse inaccuracy of $\sigma_j \cdot \rho_{Ej}$. This also results from equation 4, with $\lambda_{Ej} = \phi_{Ej} = 0$ (in X-axis direction) and $d\lambda_j = d\phi_j = \sigma_j$ and looking at the resulting $\delta y = \delta z = -\sigma_j \cdot \rho_{Ej}$ (note that δx is not constrained):

$$\begin{pmatrix} \sigma_j \\ \sigma_j \end{pmatrix} = \frac{1}{\rho_{Ej}} \cdot \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \delta x \\ \delta y \\ \delta z \end{pmatrix} \quad (8)$$

Table 2 shows that transverse errors up to several hundreds of kilometers must be expected with $\sigma = 0.2''$. As an

intermediary result for validation purpose, the asynchronous triangulations obtained after Monte-Carlo simulations on the optical errors were plotted in a frame attached to the line of sight LoS toward one given foreground body in Figure 4. The distribution of results is not fully interpreted yet. However, when using a non-weighted inversion in a preliminary study, it was shown that, as expected, a strict double Gaussian distributions on every axes was obtained, with a standard deviation $\sigma_j \cdot \rho_{Ej}$ on the transverse axes LoS_Y and LoS_Z . Thus the weights of the measurements change this Gaussian propagation and their mutual influences play a non-trivial role that need to be interpreted further to optimize observation strategies.

Required performance

As previously described, in cruise context from Earth to Mars, the IFOD must in priority allow the assessment of whether a TCM is needed to reach the data-relay at Mars and to avoid any collision. As a secondary objective the IFOD must allow the flyby at Mars to redirect to the Earth, i.e. the trajectory should impact the B-plane of the flyby at Mars with sufficient accuracy. The studies for BIRDY-T on these requirements have not been sufficiently advanced yet to express any definite requirement. Alternatively, the previously mentioned requirement by Folta & al. [10], for a 5 to 100 km accuracy in cruise, is considered as a competitive performance for an autonomous orbit determination.

Eventually, the accuracy along track and across track have not the same impact on the mission and is assessed separately. Indeed, at velocities close to 30 km/s in cruise, a small advance or delay w.r.t. the reference trajectory creates an important longitudinal shift without meaning that the CubeSat would be "lost in space" (i.e. in a situation that would not permit any TCM to save the mission). However, it can still play a role at Mars flyby and it will be naturally included in the B-plane assessment.

An accuracy of the IFOD in the range of 100 km requires the filtering process to improve the triangulation accuracy by a factor of 3 to 10.

Filter's models

The Kalman filter was built on the basis of a 9-value state vector \hat{x}_k (position, velocity, acceleration). With a block matrix notation:

$$\hat{x}_k = A\hat{x}_{k-1} + W_k$$

$$\text{with } A = \begin{bmatrix} I_3 & dt \cdot I_3 & 0_3 \\ 0_3 & I_3 & dt \cdot I_3 \\ 0_3 & 0_3 & I_3 \end{bmatrix} \quad (9)$$

A is a simple transition matrix expressed in blocks (rank 3 identity and null matrices are noted I_3 and 0_3). No command is considered (ballistic fly). The matrix W_k is the process noise during dt . Initial estimates for the accuracy of the accelerations are set from the reference trajectory.

The observation model consists in injecting a reconstructed location after an asynchronous triangulation as a z_k observation, with v_k its covariance matrix. With the solution of triangulation at t_{ini} , this injected reconstructed location is directly given with v_k as the top-left 3×3 block matrix extracted from $Cov(\widehat{[\xi]})$ in equation 7.

$$z_k = Cx_{k-1} + v_k \quad (10)$$

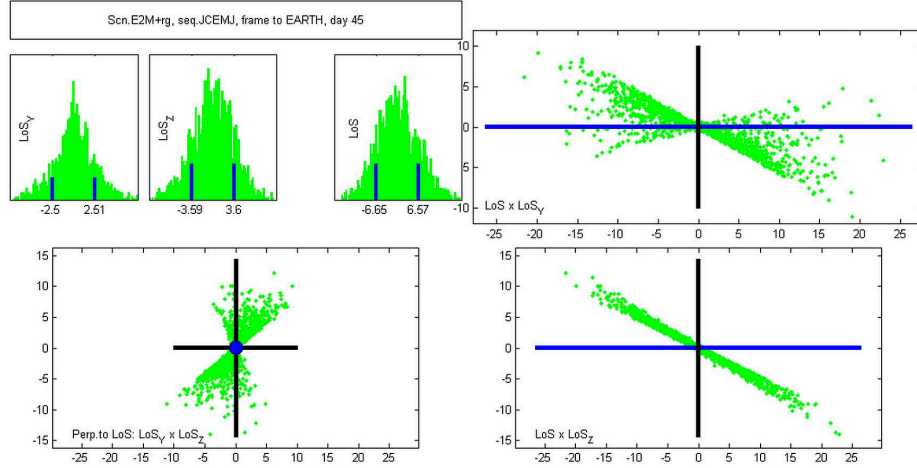


Figure 4. Optical error propagation: Distribution of triangulation results plotted in a moving frame attached to the line of sight LoS toward one given foreground body (to EARTH), rescaled in units of $\sigma_j \rho_{Ej}$. Along the LoS (top & bottom, right, LoS is the horizontal axis). Across the LoS (bottom left, LoS is the central blue dot). Top left: Histograms along LoS , $LoSy$ and $LoSz$ axes (standard deviations in blue marks).

where

$$C = \begin{bmatrix} I_3 & 0_3 & 0_3 \end{bmatrix}, z_k = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \quad (11)$$

and z_k is obtained from the triangulation.

With this approach, the last a-posteriori prediction provides an estimate of the state vector at the time of the injected triangulation. An additional a-priori prediction is performed to estimate the state vector at a future epoch. For the short term, additional a-priori predictions can be requested during the flight until a new set of measurements is available to perform a new triangulation, hence a new observation, in Kalman filter terms.

As a preliminary approach, the following conservative settings have been used for the Kalman filter. Such settings cover the uncertainties on the behavior of the triangulation and on the prediction model that should locally apply:

$$\begin{aligned} v_k &= \left[\text{Top-Left block of } Cov \left(\begin{bmatrix} \hat{\xi} \end{bmatrix} \right) \right]_{(3 \times 3)} \\ \sigma_v &= 0.3 \text{ km/s (isotropic, constant)} \\ \sigma_a &= 8 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}^2 \text{ (isotropic, constant)} \end{aligned}$$

One can note that this Kalman filter is far from being optimized and is intended to illustrate the capabilities of the IFOD. Thus the results are likely to be improved.

6. FUNCTIONAL VALIDATION

A simulation architecture was developed in OCTAVE language (MATLAB equivalent in open source language) for fine adjustments of the IFOD prototyping. Highly CPU-demanding simulations required the computing power of MATLAB to deal with tens of millions of simulated measurements. For all matrix inversions, the MATLAB/OCTAVE embedded “inverse” function was used (complexity is limited to 9×9 matrices to be inverted). However a full re-writing in C/C++ is anticipated for the flight software and its CPU-evaluation.

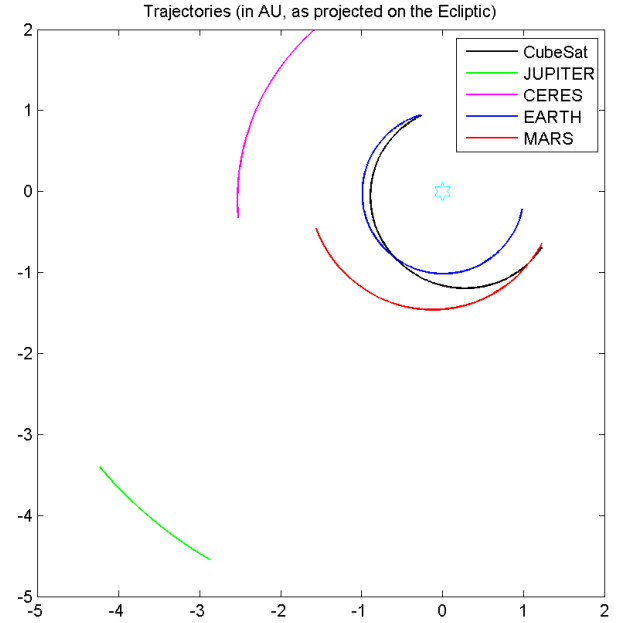


Figure 5. Segments of trajectories for Scenario E2M: CubeSat (black) and foreground bodies.

It was not detailed in the previous sections that a dimensionless approach was mandatory and adopted. Indeed, numerical degeneracies occur when dealing with distances in millions of kilometers next to parallaxes in arc-seconds and accelerations in mm/s^2 . The dimensionless approach increases the complexity of the presented formulas with a limited added-value for the algorithm itself. Thus it was not detailed.

Test Scenarios

Several series of scenarios called *E2M* were prepared, for different shifts between the reference and actual trajectories and for different strategies of foreground object observations. All scenarios are based on the same *reference trajectory* T_E

(Fig. 1) computed by the propagator of the ground segment and assumed to be stored on-board the CubeSat. T_E is a realistic journey from Earth to Mars departing on 2018-Jan-05 and reaching Mars on 2018-Aug-21 (the possible free-return to Earth on 2019-May-21 was not evaluated with the IFOD). The scenario lasts about 200 days for the one trip to Mars. Also the ephemerides of 4 foreground bodies distant up to ≈ 4 AU in the period are prepared (Fig. 5), namely for Earth, Mars, Ceres and Jupiter. These ephemerides are also considered available on-board the CubeSat.

E2M Scenarios were prepared for different ΔV at CubeSat jettisoning: after the host mission has been injected in interplanetary orbit, the piggy-backed CubeSat is released with a relative velocity up to 1 m/s in any possible direction. Then an *actual trajectory* T_A was computed by the propagator with only initial conditions changed wrt T_E . This T_A is to be compared with the return locations found by the IFOD. The ΔV considered here is +1 m/s in retrograde direction, and the resulting scenario is called *E2M+rg* (more cases were considered with +1 m/s on X-, Y- and Z-axis, for clarity they are not further detailed as they confirm the presented results). Also, the case called *E2M-0* or *0-shift* is considered and indicates that the reference and actual trajectories are the same ($T_A = T_E$). The IFOD has to reconstruct T_A on the basis of the directions of the 4 foreground bodies. These directions are thus computed and only these directions are given as inputs to the IFOD.

E2M Scenarios are run for different observation strategies. The frequencies of the observations were taken at once every 6, 12 or 24 minutes, resulting in a set of 5 measurements every 30, 60 or 120 minutes. A scenario is run either with a repetition of the same sequence of observed foreground bodies, or a with a succession of random sequences of 5 bodies selected from the list of 4 possible, e.g. Mars \rightarrow Jupiter \rightarrow Earth \rightarrow Ceres \rightarrow Mars then noted *MJECM*. When randomly generated, it was made sure that only 1 body is repeated in a set of 5 to avoid numeric degeneracy in the problem inversion. It was also controlled if a single body is doubled and if the doubled body is randomly selected among the 4.

Monte-Carlo Simulations

Monte-Carlo simulations produce the measurements expected from the object tracker. The test architecture makes sure that the IFOD algorithm only relies on the data that will be available on-board: object tracker output (including a star catalog), T_E and the ephemerides of foreground objects.

A full IFOD process is started at regular intervals all over the scenario duration, for a total number of N_S steps. For each IFOD process, the Kalman filter is initiated with the triangulation from the first set of 5 measurements, then fed with a new triangulation after every set of 5 measurements. N_{KF} filter iterations are performed at every IFOD process. Every measurement is associated to N_{MC} Monte-Carlo simulations to propagate the object tracker uncertainties.

The number of Monte-Carlo simulations was made sufficient to ensure the stability of the results: mean and standard deviation of any random extraction of half of the set of results at one simulation step had to stay within 10% tolerances of the mean and standard deviation of the full set of results of that step.

The Kalman filter behavior was carefully monitored. Figure 6 provides an example showing the evolution of the IFOD

Table 3. Simulated scenarios ($\sigma_{in} = 0.2''$, unless mentioned differently)

Sequence	E2M+0	E2M+rg
ECMJE	12 mon $\sigma_{in} = 0.1''$ $\sigma_{in} = 1''$	12 min $\sigma_{in} = 0.1''$ $\sigma_{in} = 1''$
ECMJE	6 / 12 / 24 min	6 / 12 / 24 min
JCEMJ	6 / 12 / 24 min	6 / 12 / 24 min
MJECM		6 / 12 / 24 min
CEJM		6 / 12 / 24 min
random		MMCEJ, 24 min JJCEMJ, 24 min EECEJM, 24 min CEJM, 24 min

residual along and across track (a null residual would mean that the IFOD provides the exact reconstruction of the shift between the reference and actual trajectories).

For the sake of simplification, we considered a constant optical accuracy from the object tracker output all over a given scenario (as it depends mainly on the number of stars in the fields of view that are not simulated here). However, scenarios were run with different optical accuracies. The frequency of individual measurements being noted f , the scenarios were run with the following controls:

$$\begin{aligned}
 \sigma_{in} &= 0.1''..0.2'' \text{ (constant)} \\
 f &= 1 \text{ image}/6,12,24 \text{ min} = 1 \text{ set}/30,60,120 \text{ min} \\
 N_{KF} &= \text{up to } 300 \text{ (IFOD in 6.25, 13, 26 days)} \\
 N_{MC} &= 400..450 \text{ M-C simulations} \\
 N_S &= 200 \text{ full IFOD processes}
 \end{aligned}$$

The summary of scenarios taken into account here is provided in Table 3. Running one full scenario means a total number of simulated measurements of $5 \times N_{KF} \times N_{MC} \times N_S$ (75 millions).

These *E2M+rg* scenarios simulate an increasing drift over 200 days of the actual trajectory from the reference up to 50'000 km longitudinally 30'000 km transversely (Fig. 7). Considering the 4 foreground bodies, the maximum parallax is found at 0.13° with body MARS (Fig. 8) which validates the linearization domain over the whole scenarios.

7. RESULTS

Effect of optical accuracy

Simulations were performed with optical accuracies σ_{in} at 0.1'' and 0.2''. They show that the output accuracy of the triangulations is proportional to σ_{in} . The resulting shapes are identical with both accuracies for a given scenario, only changed by a factor 2. Early simulations were also run with $\sigma_{in} = 1''$ to check this proportionality. Such a proportionality makes the assessment of output accuracy easier and thus we only show the results for $\sigma_{in} = 0.2''$ hereafter.

Behavior of triangulation

Triangulation uncertainties are generally greater longitudinally (along T_A) than transversely (across T_A), as seen for

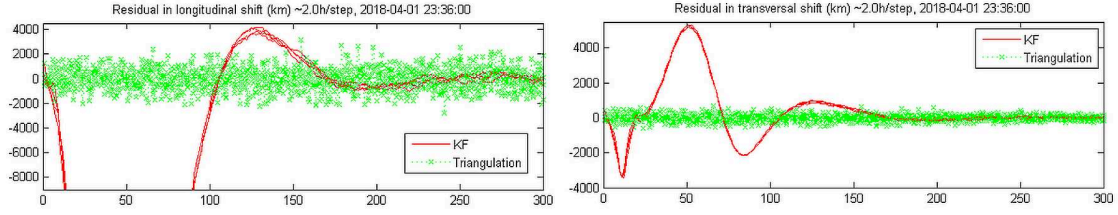


Figure 6. Kalman filter in E2M+rg scenario: 3 Monte-Carlo simulations (in red), with the same planet sequences (JCEMJ) over 300 iterations (1 set/2 hours), raw triangulations are in green.

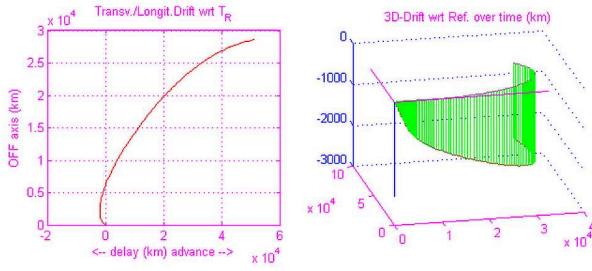


Figure 7. Longitudinal and transverse shift over time between reference and actual trajectories.

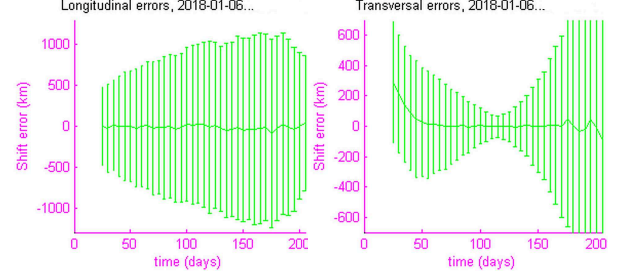


Figure 9. Triangulation residuals: longitudinally (left) and transversely (right) to the motion, at $1-\sigma$.

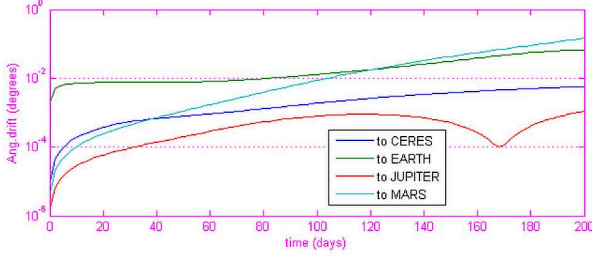


Figure 8. Parallaxes over time.

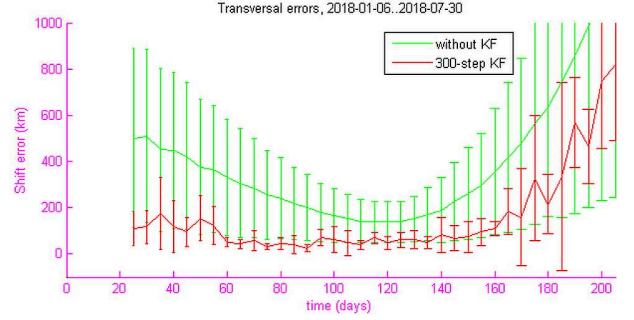


Figure 10. Transverse residuals of triangulation in E2M-0 scenario.

instance in Figure 9 (constant observation sequences). They have similar amplitudes, although different shapes, for all scenarios with constant observation sequences. They have similar, but much higher amplitudes for scenarios with random sequences.

Transversely, a minimum can be seen in the middle of the journey before diverging. With 0 shift scenarios, where $T_A = T_E$, we observe a strong and changing bias all over the journey: e.g. in Figure 10 the average residuals evolve, still with consequent standard deviations, from 600 km down to 150 km then diverges. We cannot explain the transverse bias yet.

Longitudinally, a minimum exists: its location varies with the observation strategies from the middle of the journey to later epochs, up to situations where the minimum cannot be even reached (it is the case at day 200 of Figure 9). No bias is observed longitudinally.

Random sequences seem to average the behaviors that are found with constant sequences and to decrease the overall quality of the triangulation.

Behavior of the Kalman filter

In all scenarios, the uncertainties before and after the Kalman filter show a very positive effect of the Kalman filter.

Interestingly the behavior of the Kalman filter remains the same, whatever the sequences of observations of foreground objects: for instance Figure 6 shows the dynamic of the filtering over 300 iterations for 5 full Monte-Carlo simulations. The filtering starts with large excursions longitudinally and transversely then converges after 200 iterations (here with 1 set of measurement per hour). The same excursions and final convergence, in amplitudes and durations, are seen for any observation sequence at given σ_{in} and T_A , even for random sequences, nevertheless with more noise.

The transverse bias in the triangulations, seen in 0 shift scenarios, was still observed after applying the Kalman filter (Fig. 10). Most often the bias is decreased by the filter compared to the raw results from triangulation.

For initial $+1$ m/s ΔV on different directions (X-, Y- and Z-axis), the behavior is different. Hence, we can suspect the filtering to be driven at the first order by the geometry of the scenario and not by the selection of foreground objects.

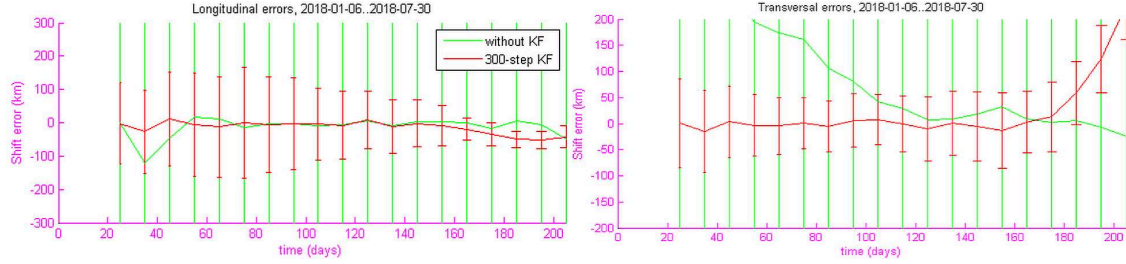


Figure 11. Triangulation (green, out of scale) and Kalman filter (red) residuals over time.

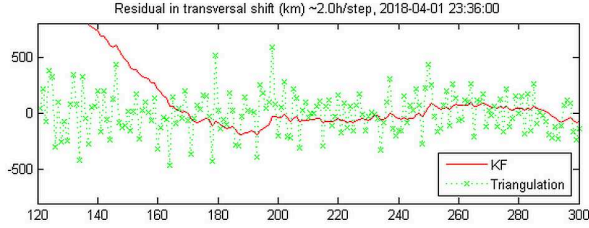


Figure 12. Kalman-filtered transverse residuals from 120 to 300 iterations

We note that the duration needed for the filtering to converge is approximately the same with different observation frequencies (set of 5 measurements in 30, 60 or 120 min): the first two amplitudes last 12 to 15 days for *E2M-rg*. The residuals are not significantly improved between 200 and 300 iterations with sets of 60 mn, i.e. after 9 days (Fig. 12). It will be interesting to investigate this in more details due to its impact on the management of the mission.

Owing to this constant behavior, the Monte-Carlo simulations make little difference on the results of the filtering. The standard deviations that were computed after various numbers of iterations of the Kalman filter (100, 200 and 300) do not indicate the reliability of the filtering, but more likely the phasis of its oscillation-like behavior. Instead, criteria relative to local maxima of the amplitude of the filter's excursions would better express its reliability. Thus the results must be considered with caution at the moment and only random sequences of foreground bodies were considered to maximize the standard deviations after filtering.

Finally, Figure 11 shows that performances better than 100 km transversely and 200 km longitudinally after 9 days of Kalman filtering can be expected on the major part of the simulated journey. There is still a need to assess the filtering performance with new criteria in order to conclude on the minimum duration of IFOD to reach a given performance, for instance 100 km accuracy transversely.

Effects of the observation strategy

We derive from our study that, after the optical accuracy, the second driver that explains the performance of the triangulation is most likely the sequence of observation of foreground bodies. From multiple strategies as listed in Table 3, we see that random sequences decrease the output accuracy of the triangulations compared to the best results. It could be interpreted as an averaged behavior of the problem inversion.

The interval between successive optical measurements (every 6, 12 or 24 min) does not sensitively impact the output

accuracy, which is a counter-intuitive result.

Also, at first order it does not seem that the overall accuracy after Kalman filtering is impacted by the selected sequences. However, we can note that the local minimum in longitudinal residuals varies with the sequence strategy, for both the triangulations and the Kalman filter, and may occur sooner or later in the simulated journey. This minimum is the best epoch to perform the IFOD and can justify the search for the best sequence strategies according to the geometries of the foreground bodies for different shifts of *actual* trajectories.

8. OPTIMIZATION POTENTIALS

Multiple optimization potentials for the IFOD can be suggested and are not taken into account yet, beyond the optimizations of the Kalman filter's settings itself.

A clock drift may exist on-board and was not taken into account in the geometry problem, just dealing with a raw 3D-shift from a geometric reference. We also observe that results are better transversely than longitudinally, expressing a greater sensitivity in the direction of the motion. Then adding a clock-drift as a 10^{th} parameter in the model of the geometry problem would not require more observations (still 10 observables for a 10-parameter model). It could then cover both a drift of clock on-board and a simple advance or delay of the whole trajectory.

Adding more possible foreground bodies is a natural option, either for the Jacobian $[B]$ of the triangulations in Eq. (6) or to multiply the sets of measurements for the Kalman filter. The candidate bodies will first depend on the geometry of a specific mission.

The Sun elongation to foreground bodies can limit the accuracy of the *object tracker* (because the stray-light would decrease the number of visible stars in the field of view) or even prevent from using it. Venus and Mercury are more concerned by this limitation. Also Vesta in the E2M scenarios was not considered for this reason but could be in another context. The Moon and moons of Jupiter and Mars can also be considered.

At close distances (the Moon, the Earth, flyby at Mars), nadir sensors are eligible for IFOD observables, however with a poor accuracy ($\approx 0.1^\circ$) that must be investigated. Sun sensors for CubeSats have also a poor accuracy ($\approx 0.05^\circ$) but, if used, they would allow simultaneous measurements with the *object tracker*.

A propagation model at the second order is also considered as it can greatly extend the validity domain beyond parallaxes

of 1° . Also, the sampling and on-board storage of local acceleration gradients along the reference trajectory would pave the way to changing gravity fields.

Additional improvements on the filtering require thorough mathematic investigations and shall consider alternative numeric methods (e.g. recursive least-square methods, or fusion of the problem inversion and the Kalman filter that use both a propagation model).

9. SUMMARY

This paper presents the first results of a fully prototyped and realistic on-board orbit determination algorithm for a CubeSat in interplanetary cruise. We claim a $1\text{-}\sigma$ accuracy better than 100 km transversely and 200 km longitudinally at a realistic system cost. Furthermore, many optimization potentials exist and allow to expect higher performances in the future.

Studies are still on-going within *BIRDY-T* technology. A key component for the IFOD is the *object tracker*, an astrometric payload that provides directions of foreground bodies with an average accuracy of $0.2''$. Some considerations are still to be taken into account: the photocenters of extended foreground bodies, the accuracy requirements for trajectory corrections and for flyby capabilities, the possible inaccuracy of on-board clocks.

In addition to further improvements and investigations, next steps concern the CPU evaluation of the IFOD algorithm with a Flight software test architecture developed for space instruments at LESIA's Paris Observatory. In parallel, the detailed specification of an *object tracker* has started with the characterization of possible hardware components on an optical bench.

On the programmatic plan, the adaptations to the context of proximity operations at an asteroid should be started soon to address pregnant opportunities. The challenging aspects are to extend the validity domain to parallaxes greater than 1° , to deal with local acceleration gradients (even-though the accelerations are low) and to reduce the duration of Kalman filtering.

ACKNOWLEDGMENTS

This work was financed by the Laboratory of Excellence ESEP in France [22] (ANR-2011-LABX-030) with the *Initiative d'excellence PSL* (ANR-10-IDEX-0001-02), by the French-Taiwanese program PHC Orchid and was supported in Taiwan by Pr.Miau, Pr.Juang from National Cheng Kung University and Pr.Hsiao from Tamkang University.

REFERENCES

- [1] The CubeSat Program: *CubeSat Design Specification (CDS)*, CDS Rev.13 (2014-Feb.-20), Cal Poly SLO
- [2] Bhaskaran, S., Riedel, J.E., and Synnott, S.P.: *Autonomous optical navigation for interplanetary missions*, Jet Propulsion Laboratory, SPIE AA, Denver CO, 1996.
- [3] Riedel, J.E., Bhaskaran, S., Desai, S., Han, D., Kennedy, B., McElrath, T., Null, G.W., Ryne, M., Synnott, S.P., Wang, T.C., Werner, R.A.: *Using autonomous navigation for interplanetary missions: the validation of DEEP*

SPACE I Autonav, 4th IAA Low Cost Interplanetary Missions, Laurel (MA), IAA-L-1111, 2000.

- [4] Camino, O., Alonso, M., Gestal, D., de Bruin, J., Rathsmann, P., Kugelberg, J., Bodin, P., Ricken, S., Blake, R., Pardo Voss, P., Stagnaro, L.: *Smart-1 Operations Experience and Lessons Learnt*, 57th International Astronautical Congress Valencia, Spain, 2006, doi: 10.2514/6.IAC-06-B5.3.08.
- [5] Martin, T., Blazquez, A., Canalias, E., Jurado, E., Lauren-Varin, J., Ceolin, T., Garmier, R., Biele, J., Jorda, L., Vincent, J.-B., Zakharov, V., Crifo, J.-F., Rodionov, A.: *Flight Dynamics Analysis for Philae Landing Site Selection*, 25th International Symposium on Space Flight Dynamics, 2015.
- [6] Martin-Mur, T.J., Gustafson, E.D., Young, B.T.: *Interplanetary Cubesat Navigational Challenges*, 25th International Symposium on Space Flight Dynamics, 2015.
- [7] Frauenholz, R.B., Ramachandra S., B., Chesley, S.R., Mastrodomos, N., Owen, W.M.J., Ryne, M.S.: *Deep Impact Navigation System Performance*, Journal of Spacecraft and Rockets, vol. 45, no. 1, pp. 3956, Jan. 2008, doi: 10.2514/1.24310.
- [8] Cheng, A.F., Rivkin, A.S., Reed, C., Barnouin, O., Fletcher, Z., Ernst, C., Galvez, A., Carnelli, I., Michel, P.: *AIDA: Asteroid Impact & Deflection Assessment*, 64th International Astronautical Congress ©2013 IAF, vol. IAC-13-A3.4.8, 2013.
- [9] Oshima, T., Kawaguchi, J. and Hagino, S.: *The Mission Operations of HAYABUSA Asteroid Explorer*, 57th International Astronautical Congress Valencia, Spain, 2006, AIAA doi:10.2514/6.IAC-06-C1.6.06.
- [10] Folta, D. C., Gramling, C. J., Long, A. C., Leung, D. S. P., and Belur, S. V.: *Autonomous navigation using celestial objects*, NASA Goddard Space Flight Center, AAS 99-439, 2000.
- [11] Segret, B., Vannitsen, J., Agnan, M., Porquet, A., Sleimi, O., Deleflie, F., Miau, J.-J., Juang, J.-C., Wang, K.: *BIRDY: an interplanetary CubeSat to collect radiation data on the way to Mars and back to prepare the future manned missions*, SPIE Astronomical Telescopes+Instrumentation, p.91501N., 2014.
- [12] Posner, A., Odstrčil, D., MacNeice, P., Rastaetter, L., Zeitlin, C., Heber, B., Elliott, H., Frahm, R.A., Hayes, J.J.E., von Rosenvinge, T.T., Christian, E.R., Andrews, J.P., Beaujean, R., Böttcher, S., Brinza, D.E., Bullock, M.A., Burmeister, S., Cucinotta, F.A., Ehresmann, B., Epperly, M., Grinspoon, D., Guo, J., Hassler, D.M., Kim, M.-H., Köhler, J., Kortmann, O., Martin Garcia, C., Müller-Mellin, R., Neal, K., Rafkin, S.C.R., Reitz, G., Seimetz, L., Smith, K.D., Tyler, Y., Weigle, E., Wimmer-Schweingruber, R.F.: *The Hohmann-Parker effect measured by the Mars Science Laboratory on the transfer from Earth to Mars: Consequences and opportunities*, Planetary and Space Science, vol. 89, p. 127-139, dc. 2013.
- [13] Vannitsen, J., Rizzitelli, F., Wang, K., Segret, B., Juang, J.-C., Miau, J.-J.: *A satellite data analysis and CubeSat instrument simulator tool for simultaneous multi-spacecraft measurements of solar energetic particles*, Journal of Astrophysics and Astronomy (accepted)
- [14] Tito, D.A., Anderson, G., Carrico, J.P., Jr., Clark, J., Finger, B., Lantz, G.A., Loucks, M.E., MacCallum, T., Poynter, J., Squire, T.H., Worden, S.P.: *Feasibility Anal-*

ysis for a Manned Mars Free-Return Mission in 2018, Inspiration Mars, 2013.

- [15] Joint Institute for VLBI ERIC web site: www.jive.nl/.
- [16] Agnan, M., Hestroffer, D., Quinsac, G., Segret, B., Vannitsen, J.: *BIRDY Interplanetary Small Satellite to Small Bodies: Autonomous Guidance, Navigation and Control for planetary geodesy and other novel applications*, ASR-D-17-00581 (submitted), COSPAR Advances in Space Research.
- [17] Vaughan R.M., Riedel J.E., Davis R.P., Owen W., Synnott S.P.: *Optical Navigation for the Galileo Gaspra encounter*, AIAA paper P2-4522, AIAA/AAS Astrodynamics Conference, Hilton Head, South Carolina, August 1992.
- [18] Fienga, A., Laskar, J., Kuchynka, P., Manche, H., Desvignes, G., Gastineau, M., Cognard, I., Theureau, G.: *The INPOP10a planetary ephemeris and its applications in fundamental physics*, Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy, vol. 111, pp. 363385, Sep. 2011.
- [19] Folkner, W.M., Williams, J.G., Boggs, D.H., Park, R.S., Kuchynka, P.: *The Planetary and Lunar Ephemerides DE430 and DE431*, IPN Progress Report, vol. 42196, p. 81, 15-Feb-2014.
- [20] Pitjeva, E. V., Pitjev, N. P.: *Development of planetary ephemerides EPM and their applications*, Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy, vol. 119, pp. 237256, Aug. 2014.
- [21] Perryman M.A.C.: *Hipparcos: Revised mission overview*, Advances in Space Research, vol. 11, n 2, p. 1523, janv. 1991.
- [22] Laboratory of Excellence *Exploration Spatiale des Environnements Planétaires* (ESEP) web site: www.esep.pro/en/.

BIOGRAPHY



Boris Segret received his first M.S. degree in Aerospace Engineering from ISAE-ENSMA French National College in 1991 and his second M.S. degree in Space Instrumentation from Paris Observatory in 2011. He works as a research engineer for ESEP (Exploration Spatiale des Environnements Planétaires) at Paris Observatory, using nanosatellites as a means for technology

development and new scientific applications.



Daniel Hestroffer obtained his PhD on the subject of the minor planets observed by Hipparcos astrometric space mission (ESA). He is a senior astronomer at IM-CCE institute, part of Paris Observatory. His fields of research include astrometry from space and ground, dynamical and physical characterisation of small bodies, binary asteroids, TNO and NEA.

A.2 Articles et communications en premier auteur

IAA/LCPM 2019, Oral	13th IAA Low-Cost Planetary Missions Conference, Toulouse, 06/2019 : « In-Flight Orbit Determination for a Deep Space CubeSat (BIRDY Technology) »
03/2019, Oral	UTOPIAE Workshop on Uncertainty Quantification and Optimization (UQOP), Paris 03/2019, « Algebra for a Space Flight Algorithm in a Deep-Space CubeSat (BIRDY Technology) »
ISSFD 2019, PAPER	27th International Symposium on Space Flight Dynamics (ISSFD) - 18th Australian International Aerospace Congress, 02/2019 (Melbourne, Australia), "Optimizations of Autonomous Orbit Determination for a Deep-Space CubeSat"
iCubeSat 2018, Oral	7th interplanetary CubeSat Workshop 05/2018 (Paris) : « In-Flight Orbit Determination for a Deep-Space CubeSat (BIRDY Technology) »
IEEE 2018, PAPER	IEEE Aerospace Conference, 02/2018, Yellowstone, MO/US : "In-flight orbit determination for a deep space CubeSat"
ECS 2017, Oral	9th European CubeSat Symposium, 12/2017 (Oostend, Belgium) « On-board Orbit Determination for a Deep-Space CubeSat in BIRDY Technology »
ISSFD 2017, Oral	Joint 31st ISTS, 26th ISSFD (International Symposium for Space Flight Dynamics), 9th NSAT, Matsuyama, Japon 06/2017 "On-board Orbit Determination for a Deep Space CubeSat in BIRDY Technology"
09/2016, Oral	8ème école d'été du GRGS, Aussois, 09/2016 « Détermination d'orbite à bord d'un CubeSat interplanétaire, étude de sensibilité »
iCubeSat 2016, Oral	5th interplanetary CubeSat Workshop 05/2016 (Oxford-UK) : « Orbit Determination for a deep-space CubeSat »
SSEA 2015, Proc.	1st Symposium on Space Educational Activities, 12/2015 (Padoue-Italie) : « Autonomous Navigation for Deep-Space CubeSats »

11/2015, Oral	NCU Seminar, Graduate Institute of Space Science, 5/11/2015 (Taoyuan City-Taiwan) : « Autonomous Navigation for Deep-Space Cubesats » (invited talk)
10/2015, Oral	NCKU-OBSPM Space Day, 29/10/2015 (Tainan-Taiwan) : « Deep-space CubeSats within CCERES, the PSL space pole »
03/2015, Oral	Assemblée Générale Association Planète Mars 03/2015 (Paris) : « BIRDY : CubeSat 3U interplanétaire, scientifique & pédagogique »
12/2014, Oral	Atelier ESEP Nanosats, 12/2014 (Paris Jussieu) : « BIRDY, Autonomous Space Weather 3U CubeSat in deep space »
11/2014, Oral	European Mars Society Convention 11/2014 (Ivry-sur-Seine) : « CubeSat on an Earth-Mars Free-Return Trajectory to study radiation hazards in the future manned mission »
11/2014, Oral	JPL's Mars CubeSat/NanoSat Workshop 11/2014 (Pasadena, via Webex) : « Autonomous Space Weather 3U CubeSat in deep space »
EPSC 2014, Oral	European Planetary Science Conference 09/2014 (Estoril-Portugal) : « BIRDY : an interplanetary CubeSat to collect radiation data on the way to Mars and back »
iCubeSat 2014, Oral	3rd interplanetary CubeSat Workshop 05/2014 (Pasadena-USA) : « BIRDY : interplanetary CubeSat to Mars to provide observational data at low-risk »
4S 2014, Proc.	Small Satellite System and Services 05/2014 (4S Symposium, Malta), « CubeSat on an Earth-Mars Free-Return Trajectory to Study Radiation Hazards in Future Manned Mission » (Proceedings et Poster, sans participation orale)
11/2013, Oral	Atelier CIAS-ESEP « Quels débouchés pour les nanosatellites ? », 11/2013 : « The Mars Flyby CubeSat »
EPSC 2013, Oral	European Planetary Science Conference 09/2013 (Londres-UK) : « CubeSat on an Earth-Mars Free-Return Trajectory to study radiation hazards in the future manned mission »

A.3 Articles et communications en co-auteur

07/2013, Oral	US Mars Society Convention 07/2013 (Boulder-USA) : « CubeSat on an Earth-Mars Free-Return Trajectory to Study Radiation Hazards in Future Manned Missions »
IAA/LCPM 2019, Oral	13th IAA Low-Cost Planetary Missions Conference, Tou- louse, 06/2019 : « BIRDY an interplanetary CubeSat to visit Small Bodies », Daniel Hestroffer & al.
ECS 2018, Poster	10th European CubeSat Symposium 12/2018 (Tou- louse) : “An Open-Source Deep-Space Propagator that Uses your Own Gravitational Models”, Laetitia Lebec & al.
iCubeSat 2018, Poster	7th interplanetary CubeSat Workshop 05/2018 (Paris) : « Assessment of the performance of propulsion systems for CubeSats exploring small bodies », Gary Quinsac & al.
JoAA 2017, PAPER	Journal of Astrophysics & Astronomy (2017) 38 :70, “Sa- tellite Data Analysis and CubeSat Instrument Simulator Tool for Simultaneous Multi-Spacecraft Measurements of Solar Energetic Particles,” Jordan Vannitsen & al., DOI 10.1007/s12036-017-9485-2
EPSC 2017, Poster	European Planetary Science Congress 09/2017 (Riga, Latvia) : « BIRDY-T – Interplanetary CubeSat to small body of the Solar System », Daniel Hestroffer & al.
09/2017, Oral	COSPAR Symposium, Jeju Island, South Korea, 09/2017 « Autonomous navigation for small satellites : unlo- cking new science missions and commercial applications », Marco Agnan & al.
iCubeSat 2017, Oral	6th interplanetary CubeSat Workshop 05/2017 (Cambridge-UK) : « BIRDY-T iCubeSat to small body of the Solar System », Daniel Hestroffer & al.
iCubeSat 2017, Oral	6th interplanetary CubeSat Workshop 05/2017 (Cambridge-UK) : « Focus on propulsive aspects of an iCubeSat to small bodies of the Solar System », Gary Quinsac & al.

NSAT 2016, Proc.	7th NanoSAT Symposium, Bulgaria, 10/2016 : « Dynamic control of a CubeSat Attitude and Orbit Control System (AOCS) with propulsion for deep-space missions », Kai-Chun Wu & al.
ECS 2016, Oral	8th European CubeSat Symposium 09/2016 (Londres UK) : « Progress report of an Attitude and Orbit Control System with propulsion for deep space CubeSats », Gary Quinsac & al.
4S 2016, Proc.	Small Satellite System and Services 05/2016 (4S Symposium, Malta) : « Functional Analysis of a CubeSat AOCS with Propulsion for Deep-Space Missions », PGary Quinsac & al.
ECS 2015, Oral	7th European CubeSat Symposium 09/2015 (Liège-Belgique) : « Pertinence of a space weather mission with an interplanetary scientific CubeSat », J.Vannitsen & al.
ECS 2015, Poster	7th European CubeSat Symposium 09/2015 (Liège-Belgique) : « AOCS for BIRDY : first performance tests », Jordan Diby & al.
NSAT 2015, Poster	6th Nano-Satellite Symposium, 07/2015 (Kobe-Japan) : « CubeSat on an Earth-Mars Free-Return Trajectory to Study Radiation Hazards in Future Manned Mission », Jordan Vannitsen & al.
03/2015, Oral	Assemblée Générale Association Planète Mars 03/2015 (Paris) : « BIRDY (suite) : Equipe Mars Escapade, Centrale Lille », Nicolas Heim & al.
11/2014, Oral	Taiwan-Russia CubeSat Workshop, 11/2014 (Tainan-Taiwan) : « BIRDY : an interplanetary CubeSat to collect radiation data on the way to Mars and back with a precursor flight around the Earth in GTO », Jim Lin & al.
ECS 2014, Oral	6th European CubeSat Symposium 10/2014 (Estavayer-Suisse) : « BIRDY : an interplanetary CubeSat to collect radiation data on the way to Mars with a precursor flight around the Earth in GTO », Jordan Vannitsen & al.
NSAT 2013, Proc.	5th Nano-Satellite Symposium, 11/2013 (Tokyo-Japan) : « CubeSat on an Earth-Mars Free-Return Trajectory to Study Radiation Hazards in Future Manned Mission », Jordan Vannitsen & al.



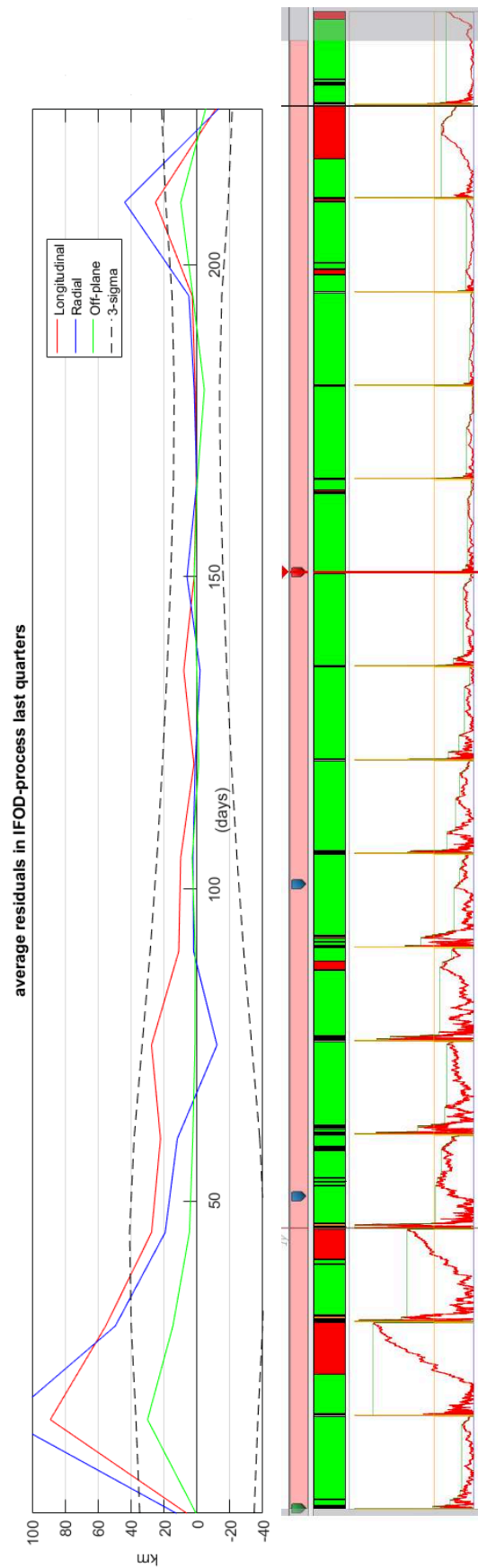
Résultats détaillés UKF

TABLE B.1 – *Réglages UKF*

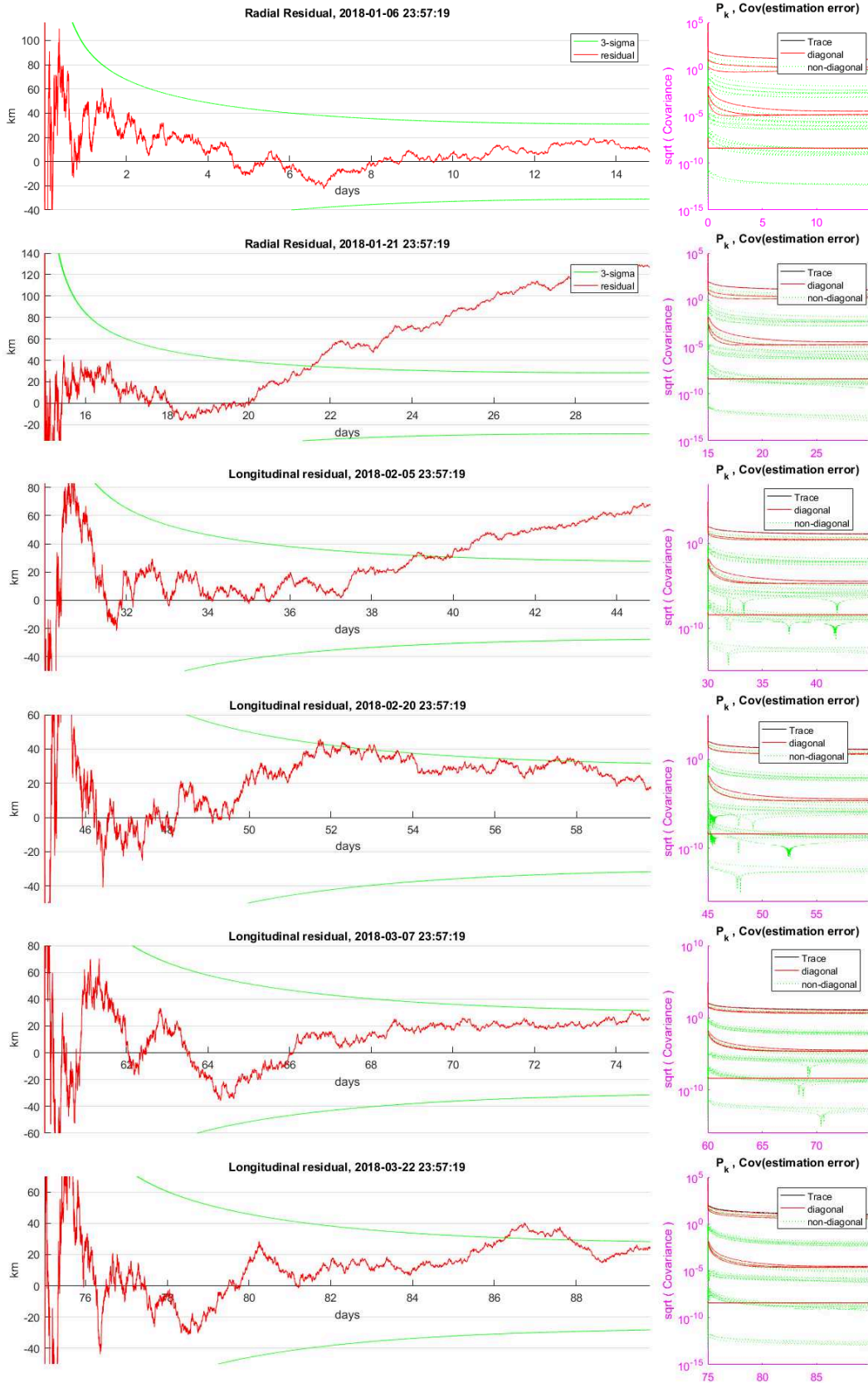
	UKF-600	UKF-8000	UKF-5FGB
Séquence FGB	T-M-C	T-M-C	T-M-C-J-S
Nb. Obs./pointage	3	3	1
Durée pointage+ <i>slew</i>	8 min	8 min	5 min
Ré-initialisations UKF	10j	15j	15j
Nb.Itérations UKF	600	8000	4500
Durée IFOD (env.)	1j 3h	14j 20h	15j 15h

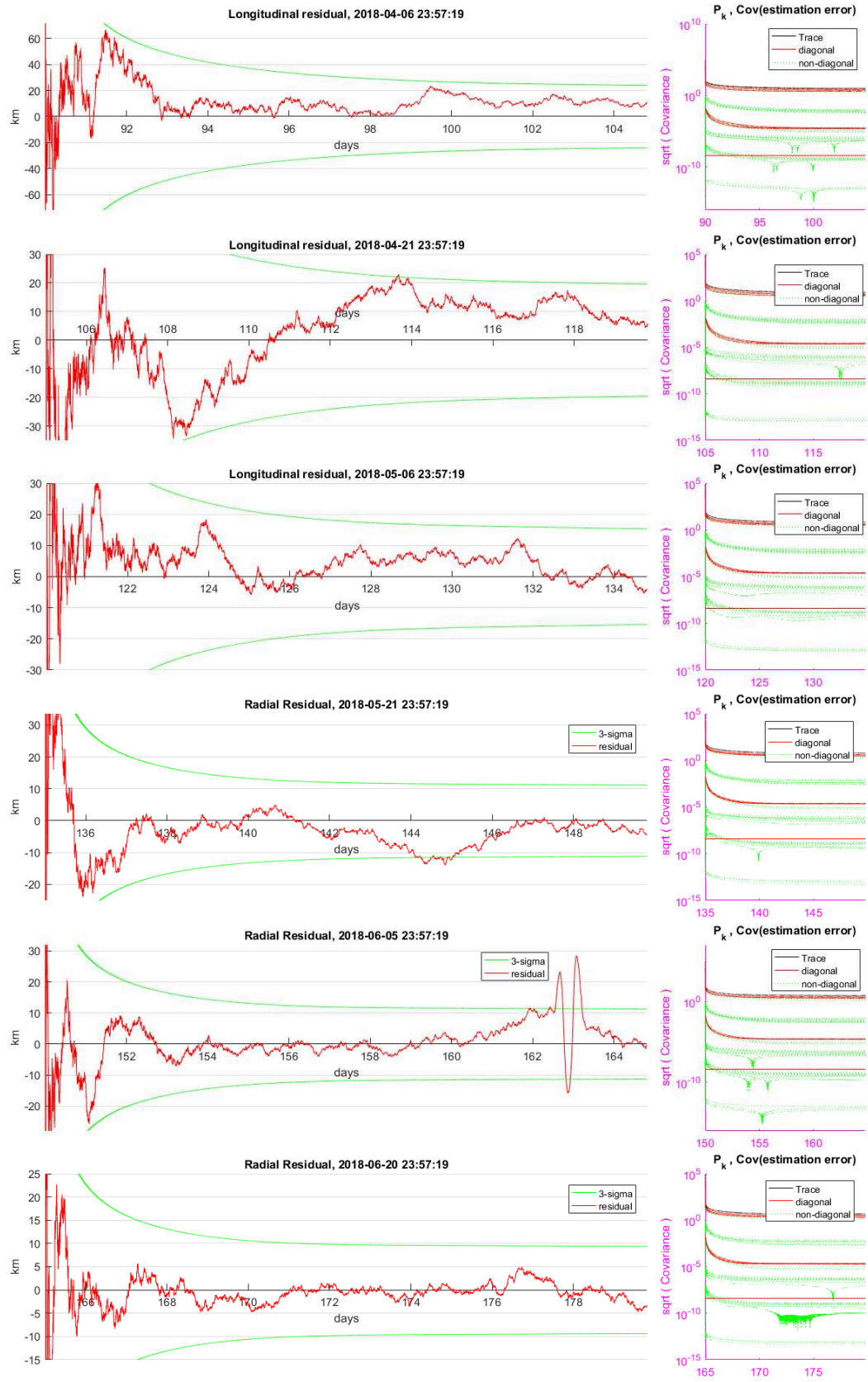
B.1 Série UKF-8000

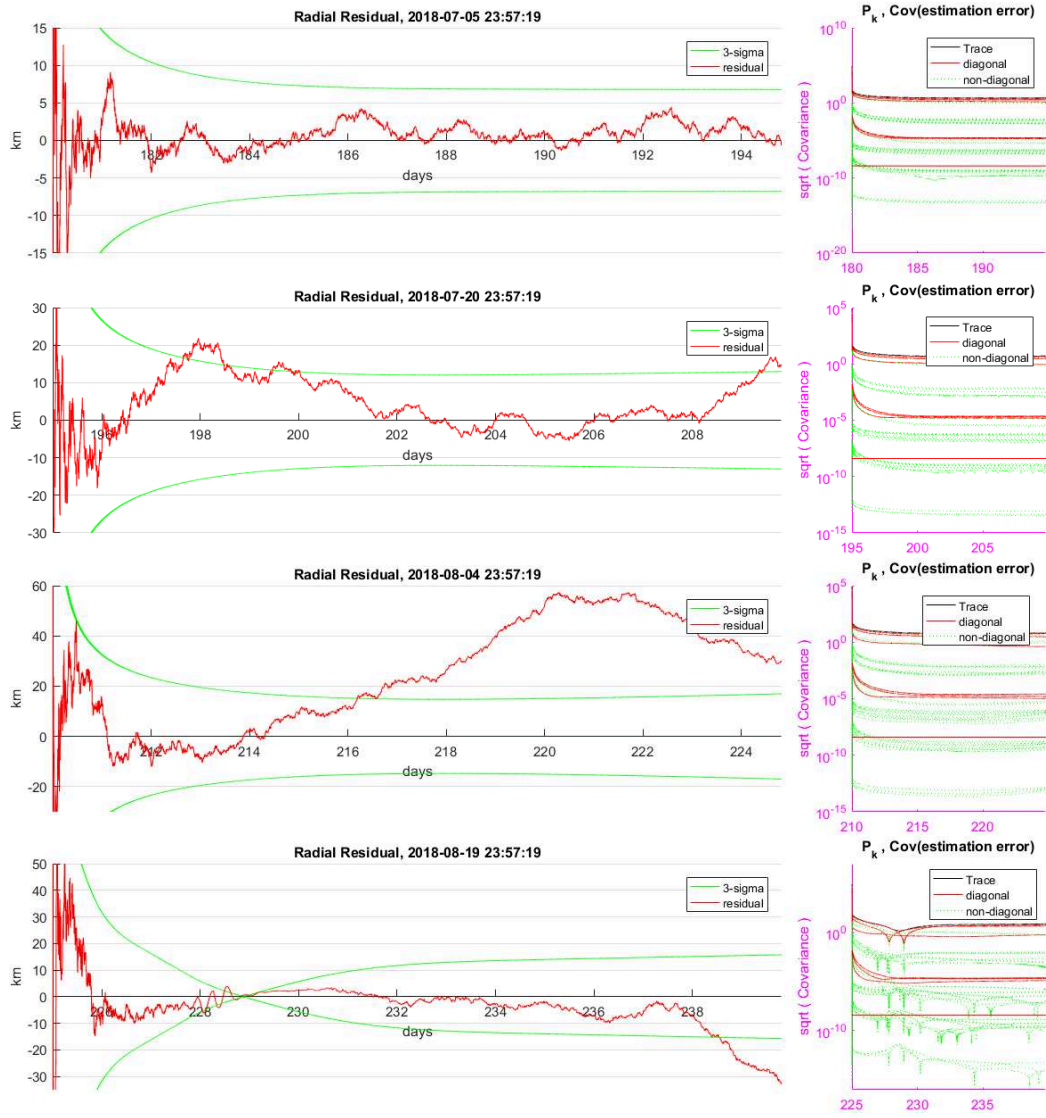
Séquence FGB	T-M-C
Nb. Obs./pointage	3
Durée pointage+ <i>slew</i>	8 min
Ré-initialisations UKF	15j
Nb.Itérations UKF	8000
Durée IFOD (env.)	14j 20h



Légende : À gauche, parmi les 3 résidus (longitudinal, radial ou normal), le résidu majorant est présenté (km). À droite, évolution de la covariance (km, km/s, km/s²). Abscisses en jours.

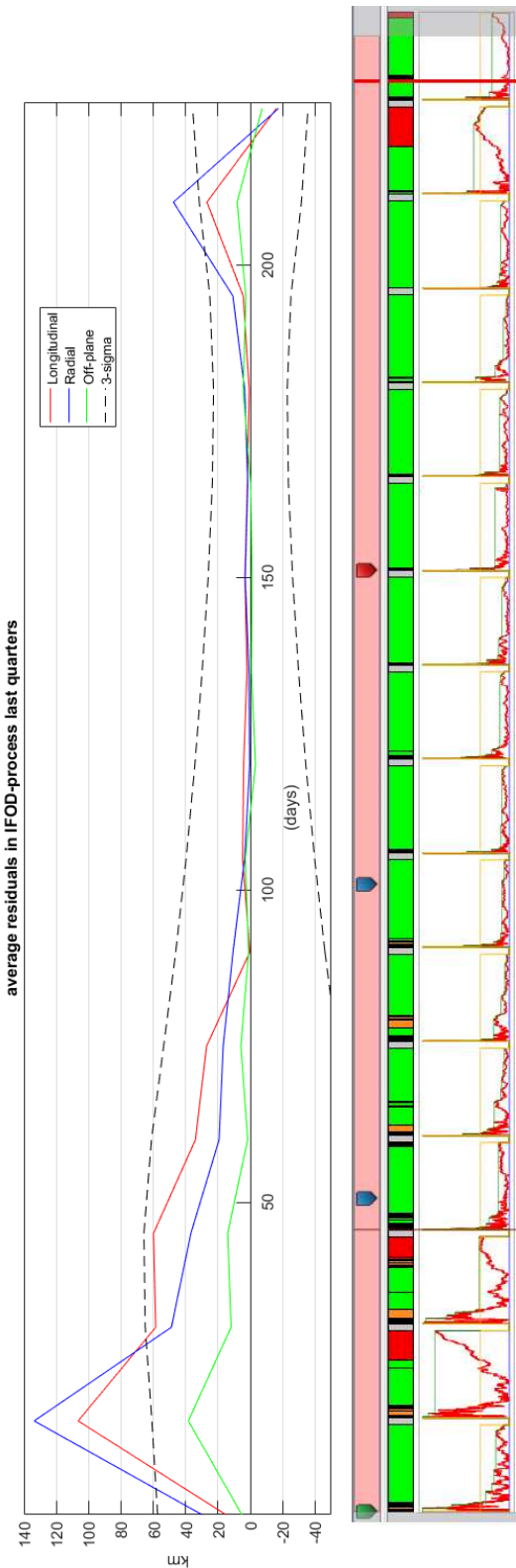




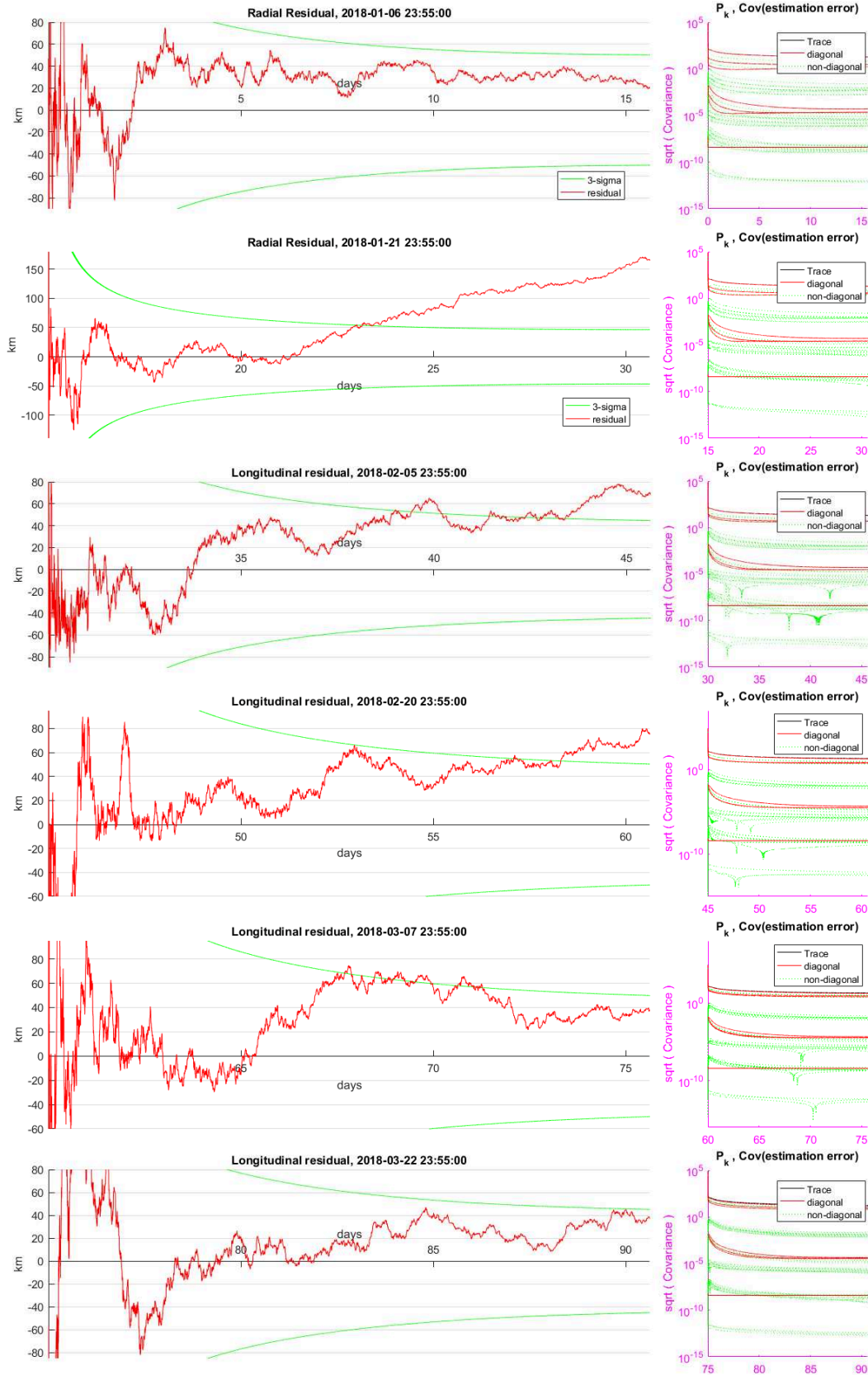


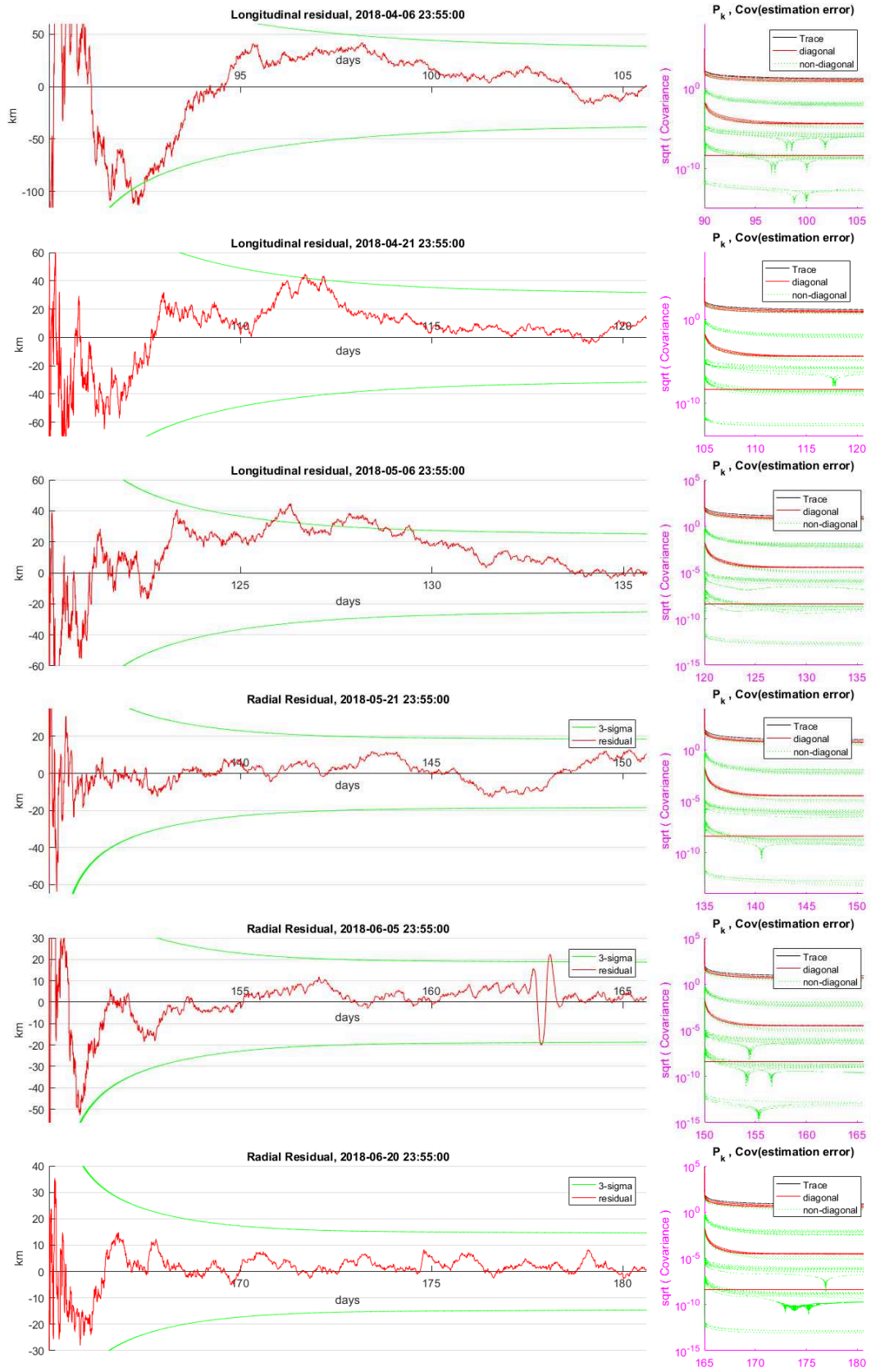
B.2 Série UKF-5FGB

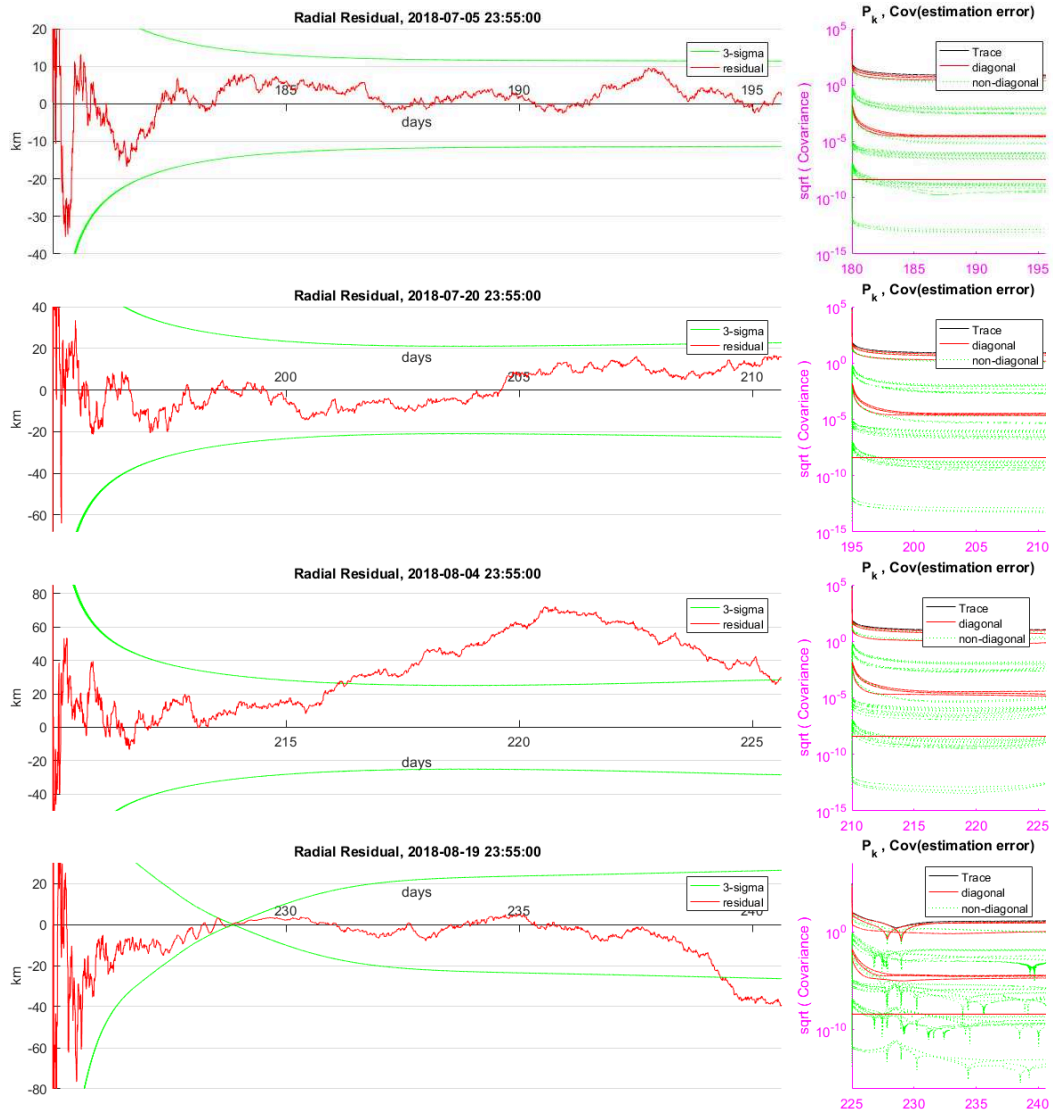
Séquence FGB	T-M-C-J-S
Nb. Obs./pointage	1
Durée pointage+ <i>slew</i>	5 min
Ré-initialisations UKF	15j
Nb.Itérations UKF	4500
Durée IFOD (env.)	15j 15h



Légende : À gauche, parmi les 3 résidus (longitudinal, radial ou normal), le résidu majorant est présenté (km). À droite, évolution de la covariance (km, km/s, km/s²). Abscisses en jours.









C.1 Décompte d'opérations élémentaires AT+LKF

Le décompte des opérations élémentaires pour l'algorithme en version « AT+LKF » est donné par la table ci-dessous. La décomposition se fait en opérations élémentaires *ob*, *oc*, *ot* et *gsl* (Cf. table 7.1) :

- *ob* : opérations basiques (additions entre 2 réels, initialisations d'un réel, multiplications ou divisions d'un réel avec un entier)
- *oc* : opérations complexes (multiplications entre 2 réels ou $(n - 1)$ opérations pour une mise à la puissance entière n)
- *ot* : opérations trigonométriques (ou à développement limité, par exemple $\sqrt{\cdot}$ ou puissances réelles)
- *gsl* : inversions de matrices avec GSL

Pour mémoire, la version AT+LKF se décompose en 3 étapes principales :

- préparation des données avant triangulation par interpolation cubique sur \mathcal{T}_R ou \mathcal{T}_B ; expression d'une spline cubique d'Hermite entre \vec{r}_i et \vec{r}_j , avec $dt = (t - t_i)/(t_f - t_i)$:

$$\begin{aligned} \vec{r}(t) = & (2.dt^3 - 3.dt^2 + 1).\vec{r}_i + (dt^3 - 2.dt^2 + dt).(t_f - t_i).\dot{\vec{r}}_i \\ & + (-2.dt^3 + 3.dt^2).\vec{r}_f + (dt^3 - dt^2).(t_f - t_i).\dot{\vec{r}}_f \end{aligned} \quad (C.1)$$

calcul de pente en t_n sur la spline d'Hermite :

$$\dot{\vec{r}}_n = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\vec{r}_n}{t_n - t_{n-1}} + \frac{\vec{r}_{n+1}}{t_{n+1} - t_n} \right) \quad (C.2)$$

- triangulation asynchrone (AT) sur un jeu de 5 mesures
- filtrage de Kalman

Opérations	<i>ob</i>	<i>oc</i>	<i>ot</i>	<i>gsl</i>
<i>Préparation AT (pour 1 mesure)</i>				
Interpolation cubique sur \mathcal{T}_R :				
- chercher par dichotomie la date t_2 avant la date courante (env.10 itérations, lecture & comparaison)	26			
- extraire 4 points 3D aux dates $t_1 \cdots t_4$ encadrant la date courante	12			
- calculer 2 tangentes \mathcal{T}_R en t_2 et t_3 , éq.C.2	24	12		
- interpoler la spline, éq.C.1	69	54		
- allocations en RAM	60			
Interpolation cubique sur \mathcal{T}_B (idem \mathcal{T}_R)	191	66		
Comparaison entre <i>attendu</i> et <i>mesuré</i> :				
- allocations $[x_i y_i z_i]^T$	6			
- mesure $\varrho_{Ei} = \sqrt{x_i^2 + y_i^2 + z_i^2}$	3	3	1	
- mesure $\varphi_{Ei} = \arcsin(z_i / \varrho_{Ei})$		1	1	
- mesure $\lambda_{Ei} = \arccos(x_i / (\varrho_{Ei} \cdot \cos \varphi_{Ei}))$		2	2	
- comparaison avec mesures ($d\lambda_i, d\varphi_i$)	4			
<i>Total préparation 1 mesure</i>	<i>395</i>	<i>138</i>	<i>4</i>	
<i>Total préparation AT (5 mesures)</i>	<i>1975</i>	<i>690</i>	<i>20</i>	<i>0</i>
<i>Triangulation asynchrone (AT)</i>				
Allocation matrice adimensionnement R	100	5	5	
Calcul 5 vecteurs $[Y_i^*]_{2 \times 1}$	10	10		
Allocation covariance Ω	100			
Calcul covariance adim. Ω^*	100	100		
Calcul des poids $W = [\Omega^*]^{-1}$	125	35		
Allocation matrice $[U]_{9 \times 9}^{-1}$	83	3		
Allocation matrices $[A_i^*]_{2 \times 3}$	30	10		
Calcul matrice $[J^*]_{10 \times 9}$	405	370		
Calcul $[J^{*T} \cdot W \cdot J^*]$	1800	1710		
Calcul $[Cov(\xi_{min}^*)] = [J^{*T} \cdot W \cdot J^*]^{-1}_{9 \times 9}$				1
Calcul $[\xi_{min}^*] = [Cov(\xi_{min}^*)] \cdot J^{*T} \cdot W \cdot Y^*$	1710	1800		
<i>Total AT</i>	<i>4463</i>	<i>4043</i>	<i>5</i>	<i>1</i>
<i>Filtrage de Kalman (LKF)</i>				
Allocation matrice d'adim. du LKF	9	9		
Re-dimensionner $[\xi_{min}^*], Cov(\xi_{min}^*), z_k, R_k$	1476	1476		
Allocation x_k, A_k, P_k, Q_k	198	23		
Calcul x_{k+1}^-, P_{k+1}^-	1557	1476		

Forcer la symétrie de R_{k+1} et P_{k+1}^-	486			
Calcul K_{k+1}	810	729		1
Calcul x_{k+1}^+	99	81		
Calcul P_{k+1}^+	810	729		
Re-dimensionner x_{k+1}^+ et P_{k+1}^+	1458	1467		
<i>Total LKF</i>	<i>6903</i>	<i>5990</i>		<i>1</i>
<i>Grand Total (Prép.+AT+LKF)</i>	<i>13 341</i>	<i>10 723</i>	<i>25</i>	<i>2</i>

C.2 Décompte d'opérations élémentaires UKF

Le décompte des opérations élémentaires pour l'algorithme en version « UKF » (filtrage par maillage, dit *unscented*) est donné par la table ci-dessous. Les interpolations sont estimées de la même façon que pour la version « AT+LKF ». La décomposition se fait en opérations élémentaires *ob*, *oc*, *ot* et *gsl* (Cf. table 7.1) :

- *ob* : opérations basiques (additions entre 2 réels, initialisations d'un réel, multiplications ou divisions d'un réel avec un entier)
- *oc* : opérations complexes (multiplications entre 2 réels ou $(n - 1)$ opérations pour une mise à la puissance entière n)
- *ot* : opérations trigonométriques (ou à développement limité, par exemple $\sqrt{\cdot}$ ou puissances réelles)
- *gsl* : opérations complexes avec GSL (racine carrée de matrice 9x9) considérée de même complexité approximative qu'une inversion de matrices 9x9 avec GSL)

Opérations	<i>ob</i>	<i>oc</i>	<i>ot</i>	<i>gsl</i>
<i>Préparation des données par spline cubique d'Hermite :</i>				
Interpolation cubique sur \mathcal{T}_R	191	66		
Interpolation cubique sur \mathcal{T}_R pour les vitesses	153	66		
Interpolation cubique sur \mathcal{T}_R pour les accélérations	153	66		
Interpolation cubique sur \mathcal{T}_B	191	66		
Interpolation cubique sur les éphémérides des objets gravitationnels (Terre, Mars en plus du Soleil)	382	132		
<i>Initialisation pour 1 itération :</i>				
Calcul $\sqrt{n \cdot P_{k-1}^+}$	324			1
Calcul des 18 points sigma	324	1		

<i>Estimées du modèle gravitationnel avec Soleil, Terre, Mars :</i>				
Allocation pour 18 accélérations sigma	54			
Re-dimensionnement des 18 $\tilde{x}^{(i)}$		162		
Calcul de 18×3 vecteurs position	324			
Calcul de 18×3 distances	108	162	54	
Calcul de 18×3 accélérations		648		
Cumul des 3 accélérations par point sigma	162			
Transposer en écarts à \mathcal{T}_R	54			
Adimensionnement des points sigma		162		
Propagation du maillage dans le modèle physique	1296	1458		
<i>Estimée \hat{x}_k^- via le maillage</i>	162	9		
<i>Calcul de P_k^- :</i>				
Initialisations	81			
Calcul des covariances du maillage	324	1458		
Ajout du bruit de processus et symétrisation	90	171		
<i>Maillage pour les mesures :</i>				
Calcul $\sqrt{n.P_k^-}$	324			1
Calcul d'un nouveau jeu de 18 points sigma	324	162		
Calcul des 18 vecteurs position vers 1 FGB	108			
Calcul des 18 distances à 1 FGB	36	54	18	
Calcul des 18 élévations		18	18	
Calcul des 18 azimuths	72	36	36	
Calcul du maillage à travers le modèle de mesure	90	36		
Calcul de la mesure a priori	36			
<i>Covariance de la mesure P_z :</i>				
Initialisations	4			
Calcul des covariances par le maillage	72	72		
Ajout du bruit de mesure et symétrisation	4	12		
<i>Covariance croisée P_{xz} :</i>				
Initialisations	18			
Calcul des covariances par le maillage	324	342		
<i>Mises à jour a posteriori :</i>				
Calcul de Z_k	4	2		
Calcul de K_k	20	47		

Calcul de \hat{x}_k^+	31	36		
Calcul de P_k^+	117	72		
Re-dimensionnement du vecteur d'état	9	9		
Re-dimensionnement de la covariance		162		
Calcul de la trace 3σ	2	1	1	
Total UKF	5968	5688	127	2

C.3 Relevé de mesures CPU

Relevé de mesures pour les opérations basiques *ob* : table C.1 (Cf. section 7.2.1, page 108). Légende :

- D.Préc./Q.Préc. : Double / Quadruple précision
- $rnd + ob$: routine de test ($n_k.rnd + n_k.ob$)
- $rnd + 2.ob$: routine de test ($n_k.rnd + 2.n_k.ob$)

Relevé de mesures pour les opérations complexes *oc* : table C.2 (Cf. section 7.2.2, page 109).

Relevé de mesures pour les opérations trigonométriques *ot* : table C.3 (Cf. section 7.2.3, page 110).

Relevé de mesures pour les opérations *gsl* d'inversion de matrices 9×9 : table C.4 (Cf. section 7.2.4, page 110).

TABLE C.1 – Durées CPU pour τ_{ob} et τ_{rnd} en double et quadruple précisions

	D.Préc.		Q.Préc.	
	<i>rnd + ob</i>	<i>rnd + 2.ob</i>	<i>rnd + ob</i>	<i>rnd + 2.ob</i>
n_k	$t_k(ms)$	$t_k(ms)$	$t_k(ms)$	$t_k(ms)$
50	2.611	3.147	3.822	4.606
50	2.611	3.129	3.669	4.591
50	2.61	3.127	3.811	4.591
100	3.722		4.952	
100	3.662		4.4	
200	5.929	8.39	7.2	10.479
200	5.923	8.39	7.218	10.446
200	5.943		7.255	
200	5.923		7.235	
200	5.942		7.235	
500	12.559	17.879	13.891	19.311
500	12.56	17.882	13.874	19.32
500	12.559		13.878	
500	12.531		13.757	
500	12.56		13.883	
500	12.546		13.86	
500	12.56		13.894	
500	12.545		13.863	
Solutions $\begin{pmatrix} t_0 \\ \tau_{rnd} \\ \tau_{ob} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1.54 \\ 0.0111 \\ 0.0109 \end{pmatrix} \quad ms$		$\begin{pmatrix} 2.86 \\ 0.0103 \\ 0.0117 \end{pmatrix} \quad ms$	

TABLE C.2 – Durées CPU pour τ_{oc} en double et quadruple précisions

	D.Préc.	Q.Préc.
n_k	$t_k(ms)$	$t_k(ms)$
50	6.883	8.994
50	6.905	9.46
50	6.887	9.38
100	12.494	14.248
100	12.476	12.963
200	23.651	25.718
200	23.635	25.776
200	23.666	25.797
200	23.636	25.756
200	23.632	27.745
500	57.11	59.264
500	57.113	59.234
500	57.104	59.249
500	57.12	59.233
500	57.98	59.245
500	57.121	59.214
500	57.116	59.233
500	57.103	59.243
Solutions	ms	ms
$\begin{pmatrix} t_0 \\ \tau_{oc} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1.29 \\ 0.0790 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1.29 \\ 0.0782 \end{pmatrix}$

TABLE C.3 – Durées CPU pour τ_{ot} en double et quadruple précisions

	D.Préc.	Q.Préc.
n_k	$t_k(ms)$	$t_k(ms)$
50	17.761	19.626
50	17.897	19.965
200	67.169	68.708
200	67.363	68.52
500	165.183	168.77
500	165.932	167.371
500	165.504	
500	165.734	
Solutions	ms	ms
$\begin{pmatrix} t_0 \\ \tau_{ot} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1.50 \\ 0.1483 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3.05 \\ 0.1514 \end{pmatrix}$

TABLE C.4 – *Durées CPU pour τ_{ot} en double précision*

	D.Préc.
n_k	$t_k(ms)$
50	2797.358
100	5542.859
100	5549.508
200	11034.962
500	27517.871
500	27523.222
Solutions $\begin{pmatrix} t_0 \\ \tau_{gsl} \end{pmatrix}$	ms $\begin{pmatrix} 54.6 \\ 56.4 \end{pmatrix}$

RÉSUMÉ

Le secteur des nanosatellites interplanétaires se développe et devra disposer de solutions de navigation autonome. L'Observatoire de Paris s'intéresse tout particulièrement aux CUBESATS car ils offrent une rupture technologique dans les concepts observationnels : ils ouvrent la voie à des observables jusqu'alors inenvisageables. Nous cibons ici, pour des objectifs scientifiques nouveaux, la détermination d'orbite autonome qui est un point souvent critique de faisabilité. Les deux objectifs scientifiques qui ont motivé cette thèse sont la météorologie de l'espace interplanétaire et la géodésie des astéroïdes, objectifs réunis dans le projet technologique dit BIRDY-T. Mais d'autres besoins scientifiques ou économiques sont déjà identifiés. Un cas d'étude a été identifié qui considère une phase de croisière autonome depuis la sortie de la sphère d'influence de la Terre jusqu'au survol de Mars. Une triangulation sur les directions d'objets d'avant-plan devant un fond d'étoiles, fournies par un capteur optique à bord, est apparue insuffisante. Un filtre de Kalman a donc été conçu et ajouté. Une architecture robuste d'évaluation des performances a été mise en place pour ce développement qui promettait d'être long. L'architecture de test exploite les matrices de variances-covariances issues du filtre de Kalman, en remplacement des analyses initiales par tirages Monte-Carlo. L'analyse de covariance délimite un contexte mathématique dans lequel des optimisations doivent désormais être recherchées. Cette analyse est de plus intégrée à une approche, appelée MBSE, d'ingénierie système basée sur les modèles qui est stratégique pour la capacité de nos laboratoires à « vendre » les nouveaux concepts observationnels qu'ils proposent grâce aux nanosatellites. Les plus récentes évolutions de l'algorithme sont présentées. Le filtre de Kalman est modifié pour itérer après chaque mesure individuelle (*sequential filter*) au lieu d'attendre un jeu complet de mesures (*batch filter*). Une précision de 150 km à 3σ a été atteinte en milieu de croisière Terre-Mars. L'algorithme actuel, fondé sur des mesures optiques, est désormais prêt pour recevoir d'autres types de mesures, par exemple d'imagerie (un diamètre angulaire d'astéroïde) ou de radio-science (distance et Doppler) qui viendront toutes améliorer le filtrage embarqué. Le relâchement des contraintes de linéarisation posées au début de la démarche a permis d'améliorer encore la précision à mieux que 30 km de précision à 3σ . Surtout, des contextes fortement non linéaires sont désormais envisageables, comme des opérations au voisinage d'un astéroïde où les champs de gravité attendus sont complexes (objets non sphériques, multiples...). Enfin, la durée de calcul de la boucle principale de traitement est estimée, pour un processeur de type CUBESAT, à moins de 1 seconde CPU dans le cas du filtrage non linéaire (hors mesures optiques). C'est donc une solution opérationnelle.

MOTS CLÉS

Navigation autonome, SCAO, Interplanétaire, Croisière, Opérations de proximité, Navigation optique, Détermination d'orbite, Nanosatellites, CubeSat

ABSTRACT

The deep-space nanosatellite is a growing trend that will need solutions for autonomous navigation. The Paris Observatory is especially interested in the CUBESATS as they offer a technological break in the observational concepts: they pave the way to novel measurements that were simply not accessible before. We focus here, for novel scientific cases, on a solution for autonomous orbit determination. It is often at stake for the feasibility of a project. Two science cases were the motivations for this research: space weather in interplanetary medium and space geodesy at an asteroid, both cases being addressed in the technological project called BIRDY-T. Further applications are also identified, as science case or business development. A study case was defined, made of an autonomous cruise phase from the exit of the Sun-Earth sphere of influence up to the fly-by of Mars. A triangulation is performed on the basis of directions of foreground bodies in front of background stars, measured by an on-board optical device. It provides a poor accuracy. Then a Kalman filter is defined and added. A robust evaluation architecture is set up for what has appeared to become a long-run development. The evaluation processes the variance-covariance matrices output by the Kalman filter, instead of running and analysing a Monte-Carlo series which was the initial approach. The covariance analysis highlights the mathematical perimeter that will be relevant in the search for further improvements. In addition, this analysis fits well with a so-called MBSE approach for Model-Based System Engineering that is a key-factor for our research laboratories in the promotion of their new observational concepts that the nanosatellites make possible. The most recent evolutions of the algorithm are presented. The Kalman filter is modified to allow an update after each measurement (*sequential filter*) instead of waiting for a set of measurements (*batch filter*). The 3σ accuracy has reached 50 km in the middle of the Earth-Mars cruise. The current algorithm, based on optical measurements, is ready to integrate new kinds of observations like an angular diameter given by an imaging system or range and Doppler given by radio-science, improving even further the performances. The initial constraint for linearity was also relaxed and it is now possible to consider heavily non-linear environments like complex gravitational fields at an asteroid (non-spherical or multiple objects). At the same time, the 3σ accuracy has reached 30 km. Eventually, the CPU cost was assessed at less than 1 second with a typical CUBESAT hardware, for the main processing loop in the non-linear filter case (without the optical measurements). Hence, the solution can be considered as an operational one.

KEYWORDS

Autonomous navigation, GNC, AOCS, Deep Space, Cruise, Proximity Operations, Optical navigation, Orbit determination, Nanosatellites, CubeSat