Table des matières

Résumé ii

Avant-propos iii

Remerciements iv

Liste des tableaux viii

Liste des figures ix

Liste des abréviations xi

Chapitre 1 - Introduction et revue de la littérature scientifique 1

1.1 Introduction 1

1.2 Revue de la littérature scientifique 3

Chapitre 2 - Réconciliation des données par la logique floue 10

2.1 Logique floue 11

2.2 Ensemble flou 12

2.3 Opérations sur les ensembles flous 14

2.4 Base de règles floues 15

2.5 Moteur d'inférence flou 15

2.5.1 Méthode d'inférence de Mamdani 15

2.5.2 Méthode d'inférence Takagi-Sugeno-Kang 16

2.6 Modèle moyen 17

2.7 Modèle moyen avec dispersions 18

Chapitre 3 - Caractérisation mécanique 20

3.1 Matériau 20

3.1.1 Fabrication des plaques 21

3.1.2 Découpe des éprouvettes 24

3.2 Essai de traction monotone à température ambiante 26

3.3 Résultats de la méthode de traction monotone 27

Chapitre 4 - Caractérisation par impulsion 31

4.1 Essai d'impulsion acoustique 31

4.2 Essais d'impulsion acoustique en mode flexion 31

4.3 Résultats de la méthode d'impulsion acoustique 34

4.4 Comparaison des résultats des essais de traction et impulsion acoustique 36

Chapitre 5 - Modélisation par la logique floue 39

5.1 Modèle moyen pour les éprouvettes 45° 39

5.2 Modèle moyen avec dispersions pour les éprouvettes 45° 41

5.2.1 Comportement de chaque méthode 41

5.2.2 Comportement de la sortie de méthodes combinées 43

Chapitre 6 - Conclusions 47

Références 49

A.1 Modèle de poutre 52

A.2 Equations 53

A.3 Relation moment-courbure 54

A.4 Relation effort tranchant-courbure 55

A.5 Hypothèses des poutres 56

A.5.1 Hypothèses d'Euler-Bernoulli 56

A.5.2 Hypothèses de Timoshenko 56

A.6 Modèle de la poutre Euler-Bernoulli 57

A.6.1 Equation d'équilibre de flexion dans le plan 57

A.6.2 Équation de dispersion 58

A.7 Conditions aux limites 60

A.8 Module d'élasticité versus la fréquence de résonnance 61

Références de l'annexe 62

Annexe B- Spectres de fréquence pour les éprouvettes FE45 et FE90 63

Liste des tableaux

Tableau 1-1 Comparaison des modules de Young des composites à fibres de lin 6

Tableau 1-2 Erreurs de mesure [9]..... 7

Tableau 1-3 Comparaison des différents modèles de prédiction [10] 7

Tableau 3-1 Caractéristique du préimprégné « FlaxPreg BL 150 ». 21

Tableau 3-2 Dimensions recommandées pour les éprouvettes 25

Tableau 3-3 Caractéristique des différentes éprouvettes 25

Tableau 3-4 Caractéristiques des éprouvettes en traction monotone. 29

Tableau 4-1 Caractéristiques des éprouvettes par impulsion acoustique..... 34

Tableau 5-1 Certains résultats du modèle flou moyen..... 39

Tableau 5-2 Certains résultats du modèle floue de moyenne avec dispersion 44

Liste des figures

Figure 1-1 Valeur moyenne et écart type de module de Young pour sept différents types de fibre de lin [6] 4

Figure 1-2 Essai de traction monotone à 0° pour le composite lin/époxy [8] 5

Figure 1-3 Essai de traction monotone à 0° pour le composite lin-papier/époxy [8] 5

Figure 2-1 Architecture d'un système floue [20] 11

Figure 2-2 Univers U et ensemble A [18] 13

Figure 2-3 Format générique du modèle flou moyen 17

Figure 2-4 Format générique du modèle flou moyen avec dispersions 18

Figure 3-1 Image du rouleau de tissu préimprégné « FlaxPreg BL150 ». 20

Figure 3-2 Empilement de plis pré-imprégnés 22

Figure 3-3 Fin d'empilement d'une plaque avant de rentrer dans la presse 23

Figure 3-4 Cycle de cuisson et de compression 24

Figure 3-5 Machine de traction du LMEM 26

Figure 3-6 Courbes contraintes/déformations pour $[C]_{10}$ 28

Figure 3-7 Courbes contraintes/déformations pour $[\pm 45]_{5s}$ 28

Figure 3-8 Courbes contraintes/déformations pour $[T]_{10}$ 29

Figure 4-1 Nœuds et anti-nœuds dans l'éprouvette [28] 32

Figure 4-2 Outil de mesure par impulsion acoustique 33

Figure 4-3 Spectre de fréquence de l'échantillon FE0N5 35

Figure 4-4 Module de Young des échantillons $[C]_{10}$ 36

Figure 4-5 Module de Young des échantillons $[\pm 45]_{5S}$ 37

Figure 4-6 Module de Young des échantillons $[T]_{10}$ 37

Figure 5-1 E_{final} en fonction du $E_{Impulsion}$ et E_{ISO} dans le modèle moyen 40

Figure 5-2 E_{final} en fonction du $E_{Impulsion}$ et E_{ASTM} dans le modèle moyen 40

Figure 5-3 E_{final} en fonction du E_{ISO} et E_{ASTM} dans le modèle moyen 41

Figure 5-4 Modèle moyen avec dispersions, impulsion acoustique 42

Figure 5-5 Modèle moyen avec dispersions, traction ISO 42

Figure 5-6 Modèle moyen avec dispersion, traction ASTM 43

Figure 5-7 E_{final} en fonction du $E_{Impulsion}$ et E_{ISO} dans le modèle moyen avec dispersions 45

Figure 5-8 E_{final} en fonction du $E_{Impulsion}$ et E_{ASTM} dans le modèle moyen avec dispersions 46

Figure 5-9 E_{final} en fonction du E_{ISO} et E_{ASTM} dans le modèle moyen avec dispersions... 46

Liste des abréviations

ABS	Acrylonitrile-Butadiene-Styrene
ANFIS	Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System
ASTM	American Society for Testing and Materials
CFN	Composites à Fibres Naturelles
CTPM	Circular Thermoplastic Membranes
FFT	Fast Fourier Transform
HIPS	High-Impact Polystyrene
ISO	International Organization for Standardization
LMEM	Laboratoire de Mécanique et Éco-matériaux
RFDA	Resonant Frequency and Damping Analyser
RMS	Root Mean Square Error
RNA	Réseaux de Neurones Artificiels
TSK	Takagi-Sugeno-Kang

Rapport-Gratuit.com

Chapitre 1 - Introduction et revue de la littérature scientifique

1.1 Introduction

Depuis toujours, l'homme a essayé de trouver des matériaux qui peuvent satisfaire ses besoins de construction, et de les combiner pour en augmenter les performances et les qualités. Les bonnes propriétés mécaniques (faibles densités, haute résistance et au haut module de rigidité) ont permis aux matériaux composites d'occuper une part importante dans différentes branches industrielles. Aujourd'hui, ils sont présents dans pratiquement tous les secteurs industriels. Depuis 20 ans, une grande sensibilisation à l'environnement a contribué à augmenter l'usage des fibres naturelles comme renfort dans les composites. Un caractère recyclable et des propriétés mécaniques intéressantes font des biocomposites un produit potentiel pour remplacer et/ou diminuer l'utilisation des composites à fibres synthétiques non-renouvelables. Toutefois, si les performances mécaniques des composites à fibres naturelles (CFN) offrent aujourd'hui de nouvelles perspectives pour la conception de structures (bonnes propriétés mécaniques, faible coût, facilité d'usinage, etc.), la disparité de leurs propriétés et la variabilité de leur comportement empêchent la croissance de leur utilisation, contrairement aux composites à fibres synthétiques. De plus, le retour d'expérience relatif à ces matériaux reste limité.

L'étude de la prédiction d'une structure est directement dépendante de la finesse des mesures des propriétés mécaniques des matériaux qui les composent. De plus, les modèles de prédiction utilisent plusieurs paramètres qui sont souvent mesurés avec une certaine incertitude. En outre, ces paramètres varient en fonction des différents outils et / ou des normes utilisées. Dans ce contexte et afin d'améliorer la durabilité et favoriser l'utilisation de ces matériaux dans l'industrie, les propriétés, le comportement et les performances de ces matériaux doivent nécessairement être évalués.

Les propriétés élastiques d'un matériau composite peuvent être expérimentalement obtenues par des essais statiques, des essais d'impulsion acoustique, des essais dynamiques par ultrasons à contact direct, ou par immersion. Analytiquement, les méthodes d'homogénéisation permettent également d'obtenir les éléments de la matrice de rigidité d'un composite [1]. Une bonne caractérisation d'un matériau est alors indispensable pour mener à bien une étude. De manière générale, les objectifs d'une caractérisation mécanique sont:

- Évaluer les performances des matériaux ;
- Obtenir des données chiffrées qui peuvent être utilisées dans une étude plus approfondie expérimentale et / ou numérique.

L'importance de cette caractérisation ainsi que la disparité des propriétés mesurées sur les biocomposites peuvent justifier l'utilisation de l'intelligence artificielle pour avoir des données plus fiables.

Dans ce travail, il est envisagé d'entreprendre des essais statiques (traction) et des essais par impulsion acoustique et de réconcilier les différents modules d'Young obtenus par

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

ces différentes techniques en utilisant la logique floue pour ainsi en déduire le module élastique final.

1.2 Revue de la littérature scientifique

Seigneur et Morelle [2] ont mené une étude afin d'identifier les sources d'incertitude dans le calcul du module d'élasticité. Par un travail collaboratif entre plusieurs participants qui ont reçu un fichier de données identiques, ils ont démontré que l'incertitude dans le calcul du module de Young à partir de ces données identiques peut varier entre 1% et 6%. Les propriétés mécaniques des fibres naturelles varient considérablement à cause de la variabilité inhérente de ce type de matériaux, variabilité causé par la taille de fibres, la méthode d'extraction, l'origine des plantes, les conditions climatiques lors de leur croissance, la partie de la plante de laquelle la fibre a été prise [3, 4]. A cause de cette variabilité dans les propriétés des fibres naturelles, leur caractérisation pose un certain nombre de difficultés [5].

F. Destaing et al. [6] ont comparé sept variétés de fibres de lin en terme de valeur moyenne et dispersion de leurs propriétés morphologies et mécaniques. Ils ont constaté que même pour chaque variété de fibre de lin, il existe une grande dispersion sur les propriétés mécaniques telles que le module de Young (Fig. 1-1). Ils ont classifié la valeur moyenne et la dispersion des propriétés mécaniques de différentes variétés de fibres de lin pour pouvoir choisir la variété la plus appropriée (bonnes propriétés mécaniques et faible dispersion) [6].

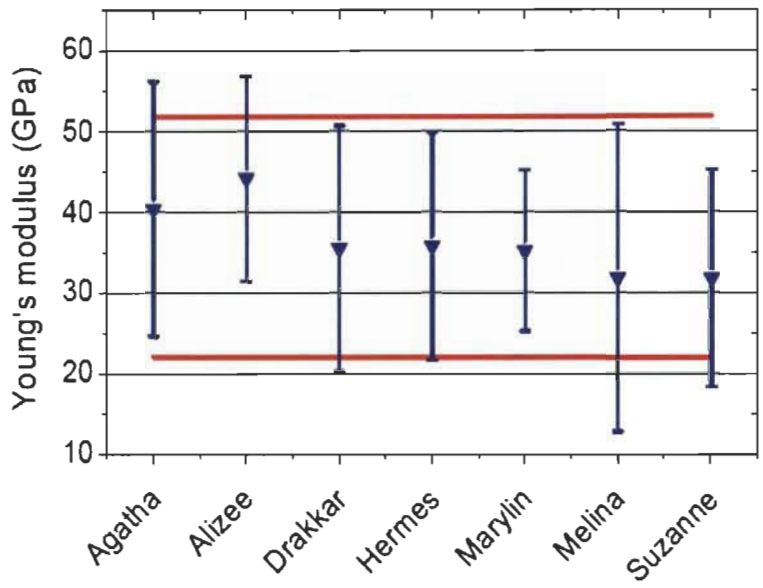

Figure 1-1 Valeur moyenne et écart type de module de Young pour sept différents types de fibre de lin [6]

L. Toubal et G. Lebrun [7] ont démontré que l'introduction d'une ou deux couches de papier contribue à minimiser la disparité des propriétés mécaniques observées généralement dans les matériaux composites à fibres naturelles alignées. Ils stipulent que la présence du papier a pour effet d'homogénéiser la taille des défauts présents dans les plis et donc minimiser la disparité des propriétés mécaniques.

Sondes Metou et al. [8] ont démontré que le composite lin/époxy présente une grande dispersion dans ses propriétés mécaniques. Pour eux les propriétés physiques, chimiques et morphologiques des fibres naturelles ainsi que la présence des défauts structuraux dans la fibre peuvent expliquer cette dispersion [8] (Fig. 1-2).

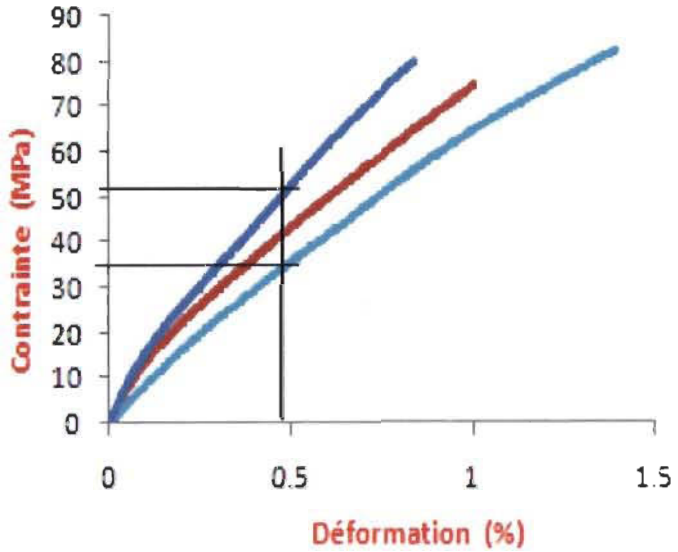

Figure 1-2 Essai de traction monotone à 0° pour le composite lin/époxy [8]

Pour minimiser la dispersion des propriétés mécaniques, ils ont eux aussi utilisé une couche de papier dans le composite lin/époxy. (Fig. 1-3) [8].

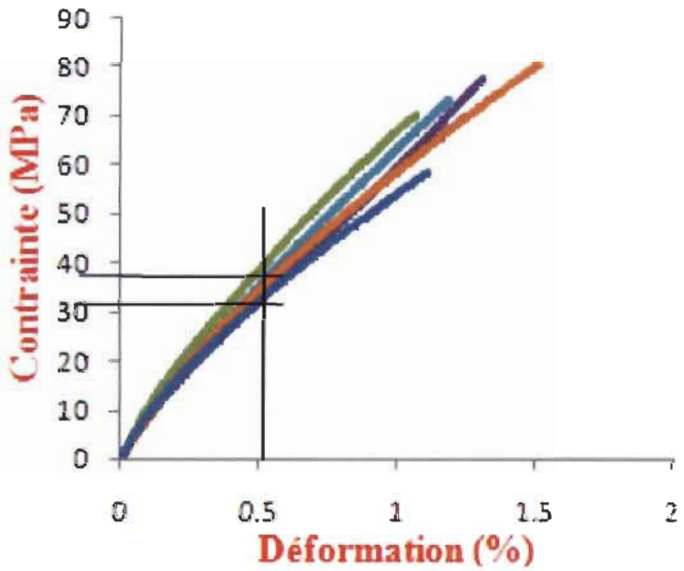

Figure 1-3 Essai de traction monotone à 0° pour le composite lin-papier/époxy [8]

En revanche, ils ont démontré que la présence de la couche de papier n'a pas influencé le comportement général du composite.

Le tableau 1-1 représente la comparaison des résultats de L. Toubal [7] et S. Metou [8] dans le cas du composite sans papier.

Tableau 1-1 Comparaison des modules de Young des composites à fibres de lin

Référence	Taux des fibres de lin (V_f)	E (GPa)	Cv
[7]	35	15.97	0.084
[8]	55	14.1	0.011

Le taux de fibres utilisé dans le travail de S. Metou et al. [8] est plus grand que celui du travail de L. Toubal et al. [7]. On aurait normalement dû avoir une valeur plus élevée de leur module de Young. Cependant, puisqu'on observe le contraire, nous pouvons supposer que la nature des fibres de lin utilisées est à l'origine de cette incohérence (certaines fibres sont reconnues pour avoir une plus grande disparité dans leurs propriétés mécaniques).

Fuat Demir [9] propose une méthode pour estimer le module d'élasticité du béton à haute résistance malgré l'existence de plusieurs normes et codes. En effet, ces normes et codes utilisent la résistance à la compression du béton pour trouver son module d'élasticité et ils conduisent généralement à des valeurs différentes du module d'élasticité [9]. Plusieurs chercheurs ont donc déclaré que certains codes ne sont pas précis pour la prédiction du module d'élasticité du béton à haute résistance. Dans son travail, Fuat Demir a démontré qu'il est possible de prédire, avec une bonne précision, le module d'élasticité du béton par rapport à la résistance à la compression du béton en utilisant la logique floue. Il a trouvé que la racine de l'erreur quadratique moyenne (RMS), (Tab. 1-2) obtenue par la méthode de logique floue est la plus basse comparativement aux résultats d'autres

méthodes telles que la régression ou codes expérimentaux. Il a créé des ensembles flous sur la résistance à la compression à l'entrée du modèle flou ainsi que des ensembles flous sur le module de Young du béton à la sortie du modèle flou qui, après le processus de défuzzification, permettent de prédire le module d'élasticité du béton à haute résistance.

Tableau 1-2 Erreurs de mesure [9]

	ACI 363	CEB	NS 3473	Wee et al.	Gesoğlu et al.	Demir	Regression	Defuzzified	Lower bound	Upper bound
RMSE	4.016	3.573	7.405	3.536	4.308	3.648	3.520	3.502	4.160	4.326

Behrouz. A. Nedushan [10] a donné la suite aux travaux de Fuat Demir sur la prédiction du module d'Young du béton en compression. Il a étudié deux modèles de prédiction, l'ANFIS (Adaptative Neuro Fuzzy Inference System) et la régression non linéaire optimale. En comparant les valeurs quadratique moyenne, il a montré que le modèle flou présenté par F. Demir [9] est un bon outil pour prédire le module d'élasticité du béton à résistance normale comparé aux autres modèles tels que l'ANFIS ou les réseaux de neurones (Tableau 1-3) [10-11].

Tableau 1-3 Comparaison des différents modèles de prédiction [10]

Model	RMSE (MPa)	
	Train	Test
ANFIS	2.39	2.79
Nonlin1	3.41	3.18
Nonlin2	3.25	3.36
Nonlin3	3.39	3.14
Fuzzy	3.74	2.74
ANN	3.63	3.17
SVM	3.33	2.85
LGP	3.37	3.11

Fatih Yapici et al. [12] ont montré que la logique floue permet de prédire avec une précision de 95 à 97%, le module élastique et la contrainte à la rupture d'un panneau de flocons de peuplier et de pins à différentes proportions de flocons. Pour eux, cette prédiction basée sur la logique floue devrait permettre aux industries de se passer des méthodes expérimentales afin de trouver les rapports de mélange de flocons les plus appropriés à utiliser dans la production de tels panneaux.

Jose dos Reis Vieira de Moura, Jr et al. [13] ont pour leur part appliqué la logique floue pour caractériser et localiser des dommages causés par la corrosion. Ils ont démontré qu'un bon réglage des paramètres du modèle flou, tels que les valeurs de fonction d'appartenance, dans l'entrée et la sortie du modèle, le nombre des points discrets pour représenter les fonctions d'appartenance et la méthode de défuzzification, est nécessaire pour obtenir un bon modèle.

F. Erchiqui et al. ont caractérisé les comportements viscoélastique [14] et hyperélastique [15] du polystyrène-choc (HIPS) et polystyrène-butadiène-acrylonitrile (ABS) à l'aide d'une méthode d'intelligence artificielle. D'abord ils ont fait des tests de gonflage de bulles pour des membranes plates thermoplastiques circulaires (CTPM) sous l'effet conjugué d'une application de contraintes et de la température pour mesurer les paramètres requis pour la caractérisation de ce genre de matériaux (en l'occurrence la pression intérieure de la bulle et la hauteur au pôle hémisphérique des membranes plates thermoplastiques circulaires). Ensuite ils ont employé un modèle numérique basé sur la théorie de Christensen de la viscoélasticité pour calculer numériquement ces paramètres pour le comportement viscoélasticitque [14], tout en utilisant parallèlement les modèles de Mooney-Rivlin et de Ogden pour le cas du comportement hyperélastique [15]. Ils ont

utilisé la méthode de réseaux de neurones artificiels (RNA) pour modéliser la relation entre la hauteur maximum de la bulle et la pression correspondante. Ils ont également pu déterminé les constantes du matériau apparaissant dans ces modèles.

Chapitre 2 - Réconciliation des données par la logique floue

On vient de le voir, certains travaux de recherches tentent de minimiser l'impact de la dispersion des propriétés mécaniques des composites à fibres naturelles, par exemple en introduisant une couche de papier. D'autres utilisent plutôt des méthodes d'intelligence artificielle pour la caractérisation des matériaux.

Dans ce mémoire on vise l'utilisation de la logique floue pour réconcilier les propriétés mécaniques dispersées des composites à fibres végétales lin/époxy qui sont obtenues par différentes normes et techniques. Deux objectifs sont visés. Le premier est de mettre en œuvre un protocole de fabrication d'un éco-composite à partir d'un préimprégné commercial lin/époxy. Le deuxième est de mesurer les propriétés mécaniques de ce matériau par différentes techniques (traction et impulsion acoustique selon les normes ASTM et ISO).

La logique floue est utilisée pour estimer la valeur du module d'Young. On désire donc associer les propriétés mécaniques mesurées d'un écocomposite à un ensemble flou. Le concept des ensembles flous fournit un moyen naturel de traiter les problèmes dans lesquels la source d'imprécision consiste en un manque de critères bien définis limitant ainsi l'utilisation de variables aléatoires [16]. Donc, une étude sur la capacité d'un

Rapport-Gratuit.com

modèle flou à réconcilier ces propriétés élastiques obtenues par différentes techniques et normes sera effectuée.

2.1 Logique floue

La logique floue est une extension de la logique booléenne proposée par L.A. Zadeh en 1965. Les variables binaires de la logique booléenne sont remplacées par des variables floues dites « variables linguistiques » permettant des définitions ambiguës. Chaque valeur linguistique constitue un ensemble flou et donc les variables floues se caractérisent par des degrés d'appartenance à des ensembles flous [17, 18]. Les ensembles flous sont capables de modéliser l'incertitude associée avec l'imprécision, ou encore l'inexactitude et le manque d'information au sujet d'un problème donné [19].

Un système à logique floue prend comme entrée les données imprécises et les expressions vagues (comme petit, moyen, grand) et fournit des décisions sur des variables de sorties elles-mêmes floues.

Ce processus de modélisation est présenté dans la figure 2-1.

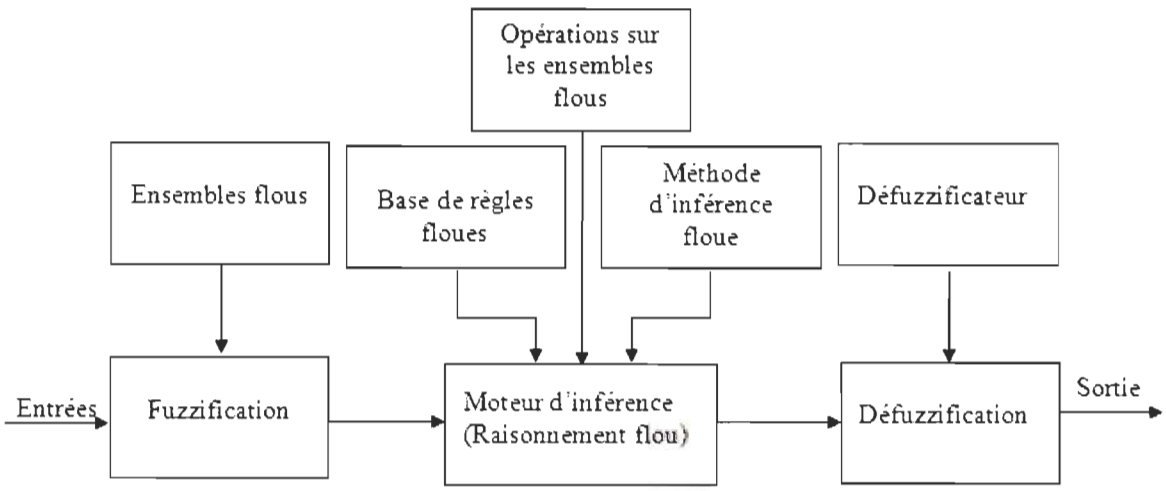

Figure 2-1 Architecture d'un système floue [20]

Il existe 3 étapes essentielles dans un système à logique floue :

Fuzzification : Dans ce processus les quantités nettes se transforment en valeurs floues (linguistiques). D'abord la plage de variations possibles des variables d'entrée et de sortie est définie sous la forme des valeurs numériques. Ensuite les ensembles flous sont définis sur ces données numériques en les convertissant en degré d'appartenance par l'intermédiaire de fonctions d'appartenance.

Inférence : C'est l'étape où l'on établit la base de règles floues qui lient la variable de sortie aux variables d'entrée afin de tirer des conclusions.

Défuzzification : Le processus inverse de fuzzification appelé la défuzzification est effectué pour transformer un ensemble flou d'une variable linguistique en une seule valeur numérique de sortie. Il existe plusieurs méthodes de défuzzification comme la méthode du centroïde, qui est utilisée pour la méthode d'inférence Mamdani, et la méthode de moyenne pondérée, utilisée pour la méthode d'inférence Takagi-Sugeno-Kang [21].

2.2 Ensemble flou

Un ensemble flou est un ensemble contenant des éléments dont leurs dégrées d'appartenances varient dans l'ensemble. Etant donné que dans un ensemble flou l'appartenance des éléments n'est pas nécessairement complète, les éléments peuvent être membres d'un autre ensemble flou dans le même univers.

L'ensemble flou est mis en correspondance à un nombre réel dans l'intervalle de 0 et 1 dont 0 étant la non appartenance absolue et 1 étant l'appartenance maximale [19].

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

Si x est un membre de l'ensemble A de l'univers U , et μ_A la fonction d'appartenance de l'ensemble A , d'après la théorie classique des ensembles, le degré d'appartenance de l'élément x à l'ensemble A est [22] :

$$\forall x \in U \begin{cases} \mu_A(x) = 0 \; si \; x \notin A \\ \mu_A(x) = 1 \; si \; x \in A \end{cases}$$

En revanche, d'après la théorie des ensembles flous, le degré d'appartenance de l'élément x à l'ensemble flou A est (Fig. 2-2) : [18]

$$\forall x \in U \quad \mu_A(x) \in [0,1]$$

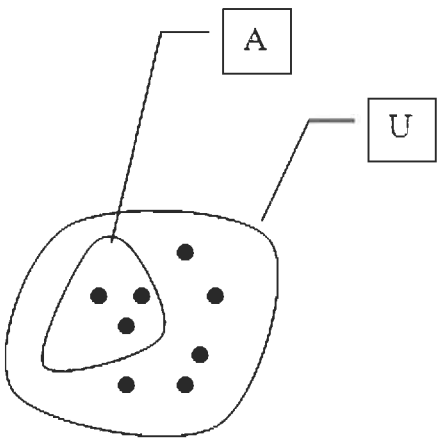

Figure 2-2 Univers U et ensemble A [18]

Les fonctions d'appartenance peuvent avoir différentes formes telles que triangulaire, trapézoïdale, gaussienne, sigmoïde, etc.

2.3 Opérations sur les ensembles flous

Soient A et B deux ensembles flous sur l'univers U , pour un élément x de cet univers, les opérations d'union (OU), d'intersection (ET) et de complémentation (NON) peuvent être appliqués aux ensembles flous A et B sur x.

Les définitions les plus souvent utilisées sont le max et le min dans la méthode d'inférence de Mamdani, et le produit (PROD) ou le OU probabiliste (PROBOR) dans la méthode de Takagi-Sugeno-Kang.

- *Méthode d'inférence de Mamdani:*

Dans cette méthode la fonction d'appartenance pour l'union et l'intersection de deux ensembles A et B est défini respectivement comme :

Union: $\mu_{A\cup B}(x) = \mu_A(x) \vee \mu_B(x) = max(\mu_A(x), \mu_B(x))$

Intersection: $\mu_{A\cap B}(x) = \mu_A(x) \wedge \mu_B(x) = min(\mu_A(x), \mu_B(x))$

- *Méthode d'inférence de Takagi-Sugeno-Kang:*

Dans cette méthode la fonction d'appartenance pour l'union et l'intersection de deux ensembles A et B est défini respectivement comme :

Union: $\mu_{A\cup B}(x) = \mu_A(x) + \mu_B(x) - \mu_A(x)\,\mu_B(x)$

Intersection: $\mu_{A\cap B}(x) = \mu_A(x) * \mu_B(x)$

- *Dans les deux cas :*

Complément: $\mu_{-A}(x) = 1 - \mu_A(x)$

2.4 Base de règles floues

Dans un système à logique floue le raisonnement flou est basé sur des règles floues qui sont exprimées en langage naturel en utilisant les variables linguistiques ayant la forme suivante : [23]

$$Si\ x\ est\ A\ \ Alors\ \ y\ est\ C$$

où x et y sont des variables linguistiques, et A et C sont des valeurs linguistiques déterminées par les ensembles flous.

Chaque valeur linguistique est un ensemble flou [24], c'est-à-dire que chaque ensemble flou représente une valeur linguistique pour la variable floue.

2.5 Moteur d'inférence flou

Le moteur d'inférence flou est un processus qui utilise les fonctions d'appartenance, les opérateurs flous et les bases de règles floues pour formuler le mappage d'une entrée donnée à une sortie [21]. Les méthodes d'inférences floues les plus utilisées sont la méthode de Mamdani et la méthode de Takagi-Sugeno [19]. La différence principale entre ces deux méthodes se trouve dans la partie écrivant la conséquence d'une règle. La méthode Mamdani utilise les variables linguistiques pour décrire la conséquence alors que dans la méthode Takagi-Sugeno-Kang elle est calculée comme la combinaison linéaire des variables d'entrée [19].

2.5.1 *Méthode d'inférence de Mamdani*

Dans la méthode de Mamdani la partie antécédente et la partie conséquente sont sous la forme d'une description linguistique. Chaque règle est une description d'une instruction de condition-action. La structure de règle linguistique pour le mappage de l'entrée

$U_1 * U_2 * \ldots * U_n$ (où * représente le produit cartésien), à la sortie floue est sous la forme suivante : [21]

$$R_i: Si\ x_1\ est\ A_{i1}\ et \ldots et\ x_m\ est\ A_{im}, \qquad Alors\ y\ est\ C_i, i = 1, \ldots, n$$

où n est le nombre de règles floues, $x_j \in U_j, j = 1,2, \ldots, m$ sont les variables linguistiques d'entrée, y est la variable linguistique de sortie et A_{ij} et C_i sont les valeurs linguistiques pour x_j et y. A_{ij} et C_i sont caractérisés par les fonctions d'appartenance $\mu_{A_{ij}}(x_j)$ et $\mu_{C_i}(y)$ respectivement [21].

2.5.2 *Méthode d'inférence Takagi-Sugeno-Kang*

Dans les règles de la méthode Takagi-Sugeno-Kang, l'antécédent est composé par des variables linguistiques et la conséquence est représentée par une fonction des variables d'entrée. L'expression la plus utilisée dans cette méthode est celle du modèle flou de Takagi-Sugeno du premier ordre :

$$Si\ Entrée1 = x\ et\ Entrée2 = y, \qquad Alors\ Sortie\ est\ z = f(x,y) = a.x + b.y + c$$

dont la conséquence est une combinaison linéaire des variables inclues dans l'antécédent. Dans cette expression, $Entrée1$ et $Entrée2$ sont les variables d'entrée et z est la variable de sortie. Les paramètres a, b et c sont des constantes numériques et $\boldsymbol{x}$ et $\boldsymbol{y}$ sont les variables linguistiques sous la forme d'ensembles flous [21]. Dans le cas spécial où $f(x,y)$ est constant, le modèle flou de Takagi-Sugeno-Kang d'ordre zéro ainsi formé est considéré comme le système d'inférence flou de Mamdani.

Etant donné que le système d'inférence de type Mamdani est plus interprétable que le modèle flou TSK, la méthode de Mamdani sera utilisée dans ce travail.

2.6 Modèle moyen

La figure 2-3 montre le format générique du modèle flou lorsque seule la valeur moyenne des modules élastiques est considérée comme entrée du modèle sans aucune référence à la variabilité inhérente à chaque méthode de test.

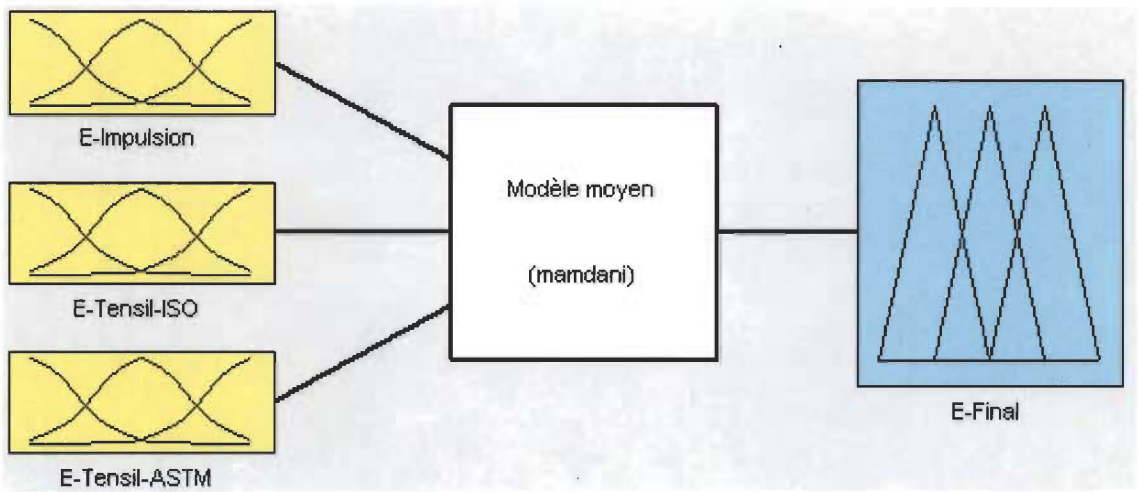

Figure 2-3 Format générique du modèle flou moyen

Les valeurs numériques du module élastique obtenues par des essais de traction et d'impulsion acoustique selon les normes ASTM et ISO sont utilisées comme entrées du modèle flou. En particulier, un module d'élasticité d'entrée est transformé en valeurs linguistiques avec trois ensembles flous: petit, moyen et grand. Pour chaque type d'échantillon, la plage totale de ces ensembles flous est comprise entre la valeur minimum et le maximum du module d'élasticité obtenu pour ces échantillons. Ces entrées et sorties sont reliées par les neuf règles suivantes :

- Si ($E_{Impulsion}$ est petit) alors (E_{final} est petit)
- Si ($E_{Impulsion}$ est moyen) alors (E_{final} est moyen)
- Si ($E_{Impulsion}$ est grand) alors (E_{final} est grand)
- Si (E_{ISO} est petit) alors (E_{final} est petit)

- Si (E_{ISO} est moyen) alors (E_{final} est moyen)

- Si (E_{ISO} est grand) alors (E_{final} est grand)

- Si (E_{ASTM} est petit) alors (E_{final} est petit)

- Si (E_{ASTM} est moyen) alors (E_{final} est moyen)

- Si (E_{ASTM} est grand) alors (E_{final} est grand)

2.7 Modèle moyen avec dispersions

Afin d'inclure la notion de la confiance qu'on a dans ces valeurs d'entrée, ce qui reflète la variabilité inhérente aux différentes techniques de mesure et des normes utilisées, un autre élément important, à savoir le coefficient de variation pour chaque module d'élasticité, a été inclus dans une autre modèle (Fig. 2-4).

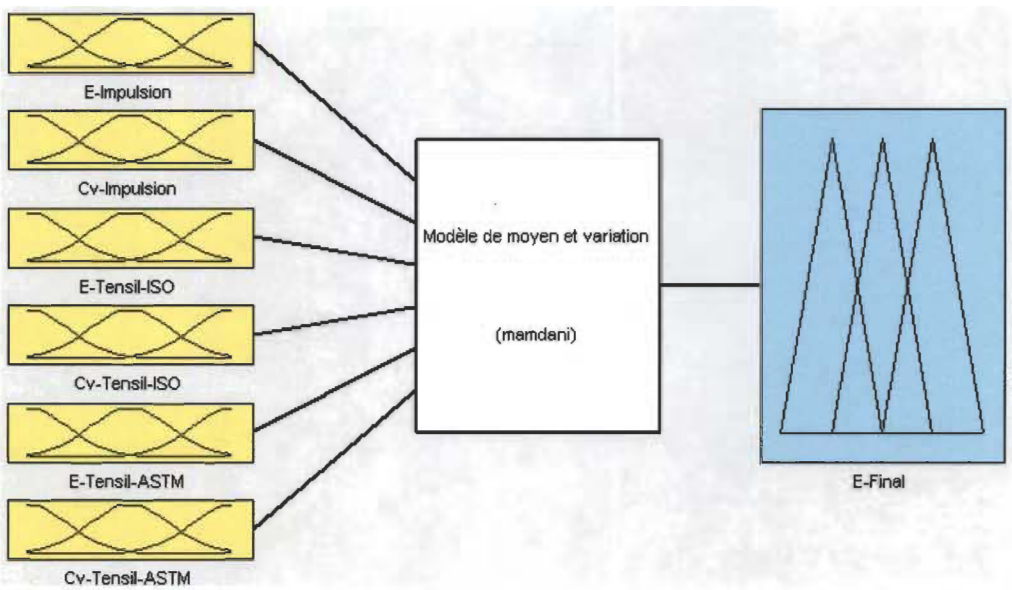

Figure 2-4 Format générique du modèle flou moyen avec dispersions

La sortie du modèle flou est divisée en neuf sous-ensembles flous, entre les valeurs minimales et maximales des modules de Young obtenus à partir des trois méthodes différentes.

Les entrées et la sortie sont reliées par neuf règles qui sont les suivantes:

- Si ($E_{Impulsion}$ est petit et $C_{V,\ Impulsion}$ est petit) alors (E_{final} est petit)

- Si ($E_{Impulsion}$ est moyen et $C_{V,\ Impulsion}$ est petit) alors (E_{final} est moyen)

- Si ($E_{Impulsion}$ est grand et $C_{V,\ Impulsion}$ est petit) alors (E_{final} est grand)

- Si (E_{ISO} est petit et $C_{V,\ ISO}$ est petit) alors (E_{final} est petit)

- Si (E_{ISO} est moyen et $C_{V,\ ISO}$ est petit) alors (E_{final} est moyen)

- Si (E_{ISO} est grand et $C_{V,\ ISO}$ est petit) alors (E_{final} est grand)

- Si (E_{ASTM} est petit et $C_{V,\ ASTM}$ est petit) alors (E_{final} est petit)

- Si (E_{ASTM} est moyen et $C_{V,\ ASTM}$ est petit) alors (E_{final} est moyen)

- Si (E_{ASTM} est grand et $C_{V,\ ASTM}$ est petit) alors (E_{final} est grand)

Pour les deux types de modèles, la méthode du centre de gravité a été utilisée pour le processus de défuzzification.

Chapitre 3 - Caractérisation mécanique

3.1 Matériau

Dans le but d'évaluer les propriétés élastiques du matériau de l'étude, des plaques d'une surface de 30 cm x 25 cm ont été moulées. Des tissus pré-imprégnés (Fig. 3-1) de fibre de lin à matrice époxyde de chez LINEO NV « FlaxPreg BL 150 » ont été utilisés pour la fabrication des plaques. Les caractéristiques de ce tissu sont résumées dans le tableau (Tab.3-1):

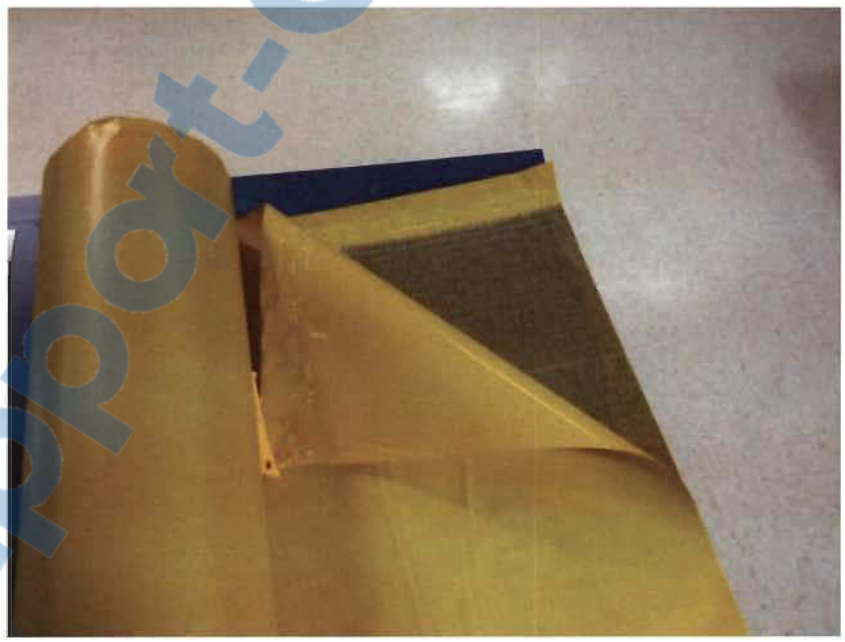

Figure 3-1 Image du rouleau de tissu préimprégné « FlaxPreg BL150 ».

Rapport-Gratuit.com

Tableau 3-1 Caractéristique du préimprégné « FlaxPreg BL 150 ».

Fraction des fibres (%)	**Massique M_f**	50%
	Volumique V_f	45%
Rapport trame sur chaine	1/1	
Densité des fibres ρ_f (g/cm^3)	1.45 gr/cm^3	
Masse surfacique tissu M_S (g/m^2)	150g de tissu/m^2	
Densité théorique du tissu ρ_c (g/cm^3)	1.31	

3.1.1 *Fabrication des plaques*

Le découpage et l'empilement manuel des pré-imprégnés ont été effectués suivant trois séquences d'empilements (Fig. 3-2): à 0° ($[C]_{10}$ direction chaine), à 90° ($[T]_{10}$ direction trame) et à 45° ($[\pm45]_{5S}$ direction hors plan).

Le calcul du nombre de plis pour fabriquer les plaques de composites se fait selon l'équation 4.1:

$$N = \frac{v_f * t * \rho_f}{M_s} \tag{4.1}$$

où

- N est le nombre des plis
- v_f est la fraction volumique des fibres du tissu (chaque pli)
- t est l'épaisseur de l'éprouvette
- ρ_f est la densité des fibres
- M_s est la masse surfacique du tissu

Figure 3-2 Empilement de plis pré-imprégnés

Des plaques d'une surface de 30.5 cm x 25.4 cm ont été moulées suivant les étapes ci-dessous :

- Mettre le sac à vide (ou en anglais « vacuum bag »)
- Mettre la feuille de démoulage (tissus d'arrachage ou en anglais « peel ply ») pour empêcher l'adhésion de résine au sac au vide
- Mettre la plaque de composite
- Mettre une autre feuille de démoulage pour l'autre coté de la plaque
- Mettre un ruban adhésif double face autour de la plaque pour empêcher la fuite de la résine
- Remplir les vides dans les coins du ruban avec du silicone pour empêcher la fuite de la résine dans les coins

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

- Mettre le tissu absorbant (en anglais « felt layer ») pour distribuer la résine sur toute la surface de manière uniforme
- Mettre le vacuum bag au-dessus du tissu absorbant

La figure 3-3 présente une plaque de composite avant cuisson dans la presse par compression.

Figure 3-3 Fin d'empilement d'une plaque avant de rentrer dans la presse

Les plaques ont été ensuite polymérisées par thermocompression sur une presse hydraulique. La figure 3-4 montre le cycle de cuisson utilisé pour la confection des plaques.

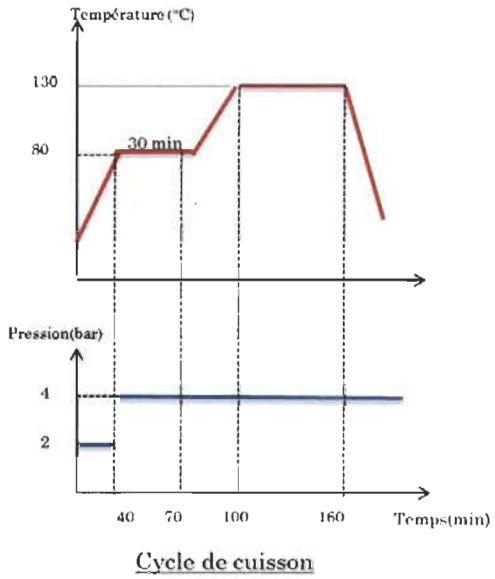

Figure 3-4 Cycle de cuisson et de compression

3.1.2 *Découpe des éprouvettes*

Le découpage des plaques a été effectué grâce à un disque diamanté refroidi à l'eau afin d'éviter de brûler le composite. Les dimensions géométriques des éprouvettes ont été choisies pour respecter les normes qui s'appliquent sur les composites en fibres longues à savoir ISO527-4 [25] et ASTM D3039 [26] pour les tests de traction et ASTM R1876-09 [28] pour l'essai d'impulsion acoustique.

Les dimensions recommandées par les normes ISO 527-4 et ASTM D3039 sont représentées dans le tableau 3-2.

Tableau 3-2 Dimensions recommandées pour les éprouvettes

Dimensions	**ISO 527-4**	**ASTM D3039**		
		0° unidirectionnel	90° unidirectionnel	Symétrie et balance
Longueur (mm)	≥250	250	175	250
Largeur (mm)	25 ou 50	15	25	25
Épaisseur (mm)	2 à 10	1	2	2.5

D'après la norme ASTM 1876-09 le rapport de l'épaisseur à la longueur doit être moins de 0.05 pour faciliter le calcul.

En considérant ces différents intervalles de dimension proposées pour les éprouvettes par ces trois normes, les dimensions choisies sont de 250mm × 15mm× 2.4mm et le nombre de plis est de 10. Pour chaque type d'essai, nous utilisons 5 éprouvettes. Le tableau 3-4 présente les caractéristiques de chaque série d'éprouvettes. Le taux de fibre dans la plaque est calculé selon les normes ASTM D3171-99 [27] avec l'équation 3.1.

Tableau 3-3 Caractéristique des différentes éprouvettes

Éprouvettes	**Identifiant**	V_f**(%)**	**Densité (g/cm^3)**
$[C]_{10}$	FE0	43%	1.12
$[\pm 45]_{5S}$	FE45	43%	1.11
$[T]_{10}$	FE90	43%	1.16

Les propriétés mécaniques des éprouvettes sont déterminées par des essais non destructifs,impulsion acoustique selon ASTM E1876, et destructifs, traction selon ASTM D3039 et ISO 527-4.

D'abord les éprouvettes sont testées par impulsion acoustique. Ensuite les mêmes éprouvettes sont caractérisées en traction.

3.2 Essai de traction monotone à température ambiante

Les essais de traction sont réalisés sur une machine électromécanique Instron-U150 LM, équipée d'une cellule de charge de 150 kN, connectée à un extensomètre de 50 mm qui mesure la déformation longitudinale du matériau (Fig. 3-5). Dans cette méthode les échantillons subissent une déformation verticale à une vitesse constante jusqu'à leur ruptures. La vitesse de sollicitation pour chaque échantillon est de 2 mm/min selon les normes ISO 527 et ASTM D3039.

Figure 3-5 Machine de traction du LMEM

En utilisant les données de contrainte-déformation acquis numériquement, le module de Young est obtenu par la relation $E = \Delta\sigma / \Delta\varepsilon$ dans la gamme des valeurs appropriées pour la déformation selon la norme choisie, c'est à dire entre 0,0005 et 0,0025 pour la norme ISO 527 et entre 0001-0003 pour la norme ASTM D3039.

La précision des mesures est influencée par plusieurs incertitudes: les dimensions des échantillons, les valeurs enregistrées par l'extensomètre et la cellule de charge, l'alignement des mors et des accessoires. Le nombre de points enregistrés pour analyse et la différente gamme de valeurs appropriées pour la déformation selon les normes ISO et ASTM influencent la valeur finale calculée du module d'élasticité du matériau.

3.3 Résultats de la méthode de traction monotone

L'analyse des résultats est faite en se basant sur l'évolution de la contrainte en fonction de la déformation (Fig. 3-6 à Fig. 3-8). Les deux types d'éprouvettes testées passent par une première phase élastique linéaire caractérisée par un module élastique E. Ensuite, la courbe perd sa linéarité initiale traduisant ainsi le début de l'endommagement du composite. Dans la dernière phase l'éprouvette retrouve un comportement linéaire jusqu'à la rupture brutale de l'éprouvette. La différence dans le comportement entre les deux types d'éprouvettes $[C]_{10}$, $[\pm 45]_5$ et $[T]_{10}$ réside dans la dernière étape ou le changement de la pente de la courbe contrainte/déformation (la non linéarité) est très important jusqu'à leur rupture [7]. Cette non linéarité est due à l'endommagement du composite et le comportement viscoplastique de la matrice époxyde.

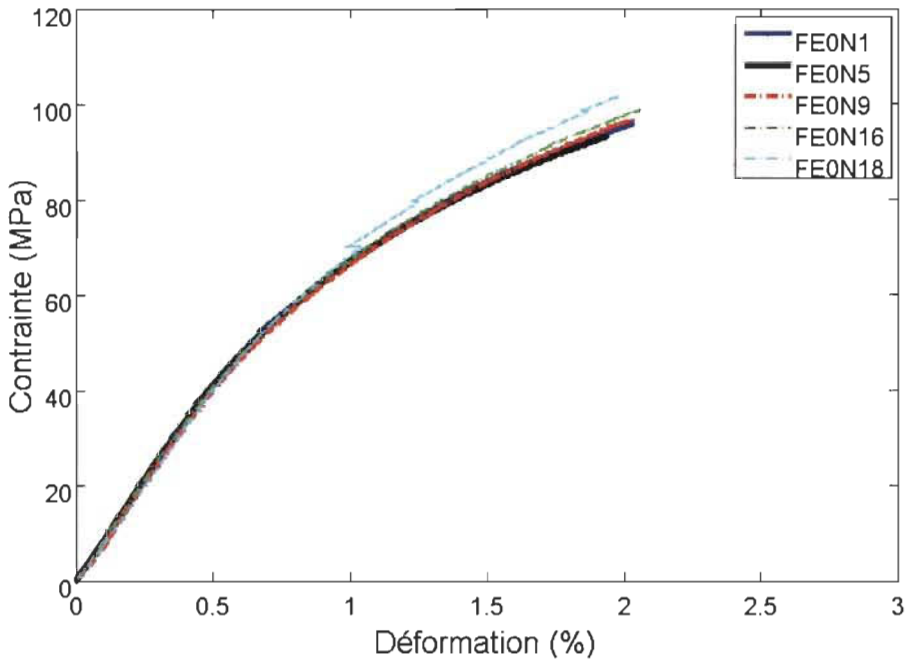

Figure 3-6 Courbes contraintes/déformations pour $[C]_{10}$

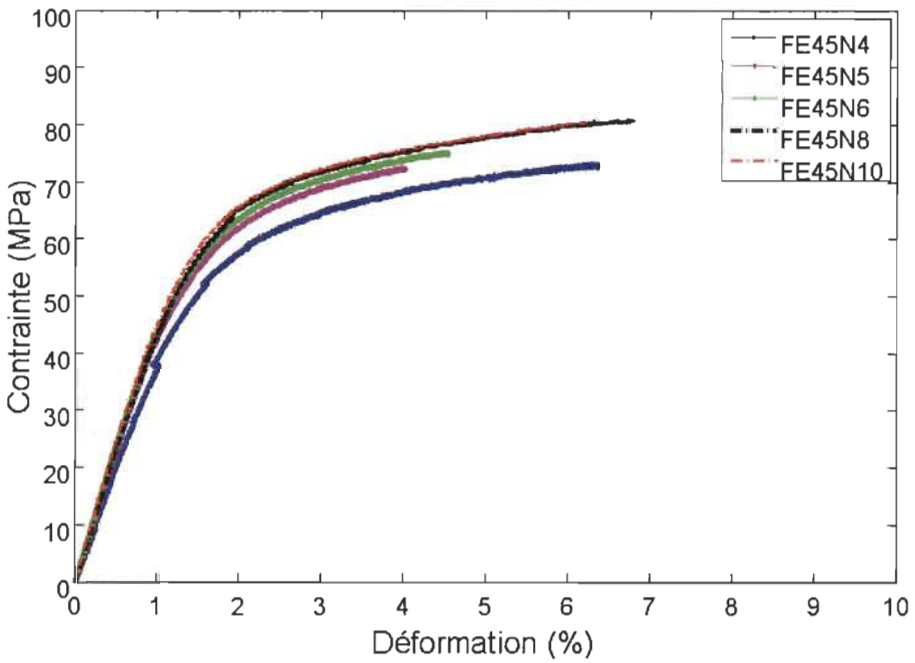

Figure 3-7 Courbes contraintes/déformations pour $[\pm 45]_{5s}$

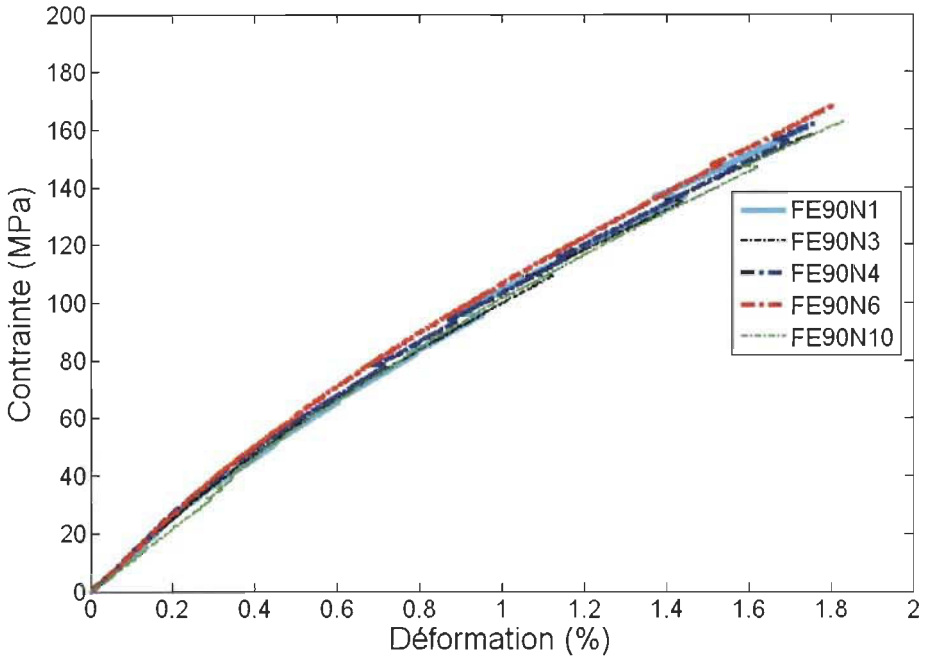

Figure 3-8 Courbes contraintes/déformations pour $[T]_{10}$

Les principaux résultats obtenus lors des essais de traction sont représentés dans le tableau 3-4.

Tableau 3-4 Caractéristiques des éprouvettes en traction monotone.

Éprouvettes	**E_T (GPa) ASTM D3039 (C_v)**	**E_T (GPa) ISO 527-4 (C_v)**	**σ_R (MPa)**	**ε_R (%)**
$[C]_{10}$ (Cv)	8,69 ±0,16 (0.018)	8,76 ±0,26 (0.029)	96,73 ± 2,15	1,99 ±0,07
$[\pm45]_{5S}$ (Cv)	4,79±0,27 (0,056)	4,77±0,41 (0,086)	76,8±3,23	5,58±0,20
$[T]_{10}$ (Cv)	12,23±0,67 (0,055)	12,68±0,95 (0,075)	162,30±3,13	1,78±0,04

Dans ce tableau le coefficient de variation (Cv) représente la plage de la valeur de l'écart type (à droite du signe (±)) divisé par la valeur moyenne (à gauche du signe (±)). Contrairement à ce que nous devrions avoir, le module d'élasticité suivant la direction chaîne est inférieur à celui mesuré dans la direction trame. Ce résultat pourrait être dû à :

1- défaut de fabrication des plaques de pré-imprégnés;

2- mauvais entreposage des pré-imprégnés avant leur mise en forme;

3- défaut de fabrication du fournisseur.

Pour cette raison, dans notre étude nous n'allons présenter que des modèles basés sur les résultats des éprouvettes à 45 degrés qui semblent plus fiables.

Rapport-Gratuit.com

Chapitre 4 - Caractérisation par impulsion

4.1 Essai d'impulsion acoustique

Cette méthode permet de mesurer la fréquence de résonance fondamentale ainsi que la friction interne des matériauxen excitant mécaniquement des échantillons présentant différents géométries. La précision des mesures de fréquences de résonance dépend de la taille et de la rigidité des échantillons. Un microphone enregistre le son émis par les vibrations mécaniques qui sont propagées dans l'éprouvette. Ensuite il les transforme en signaux électriques. Pour la mesure du mode de vibration, le positionnement de l'éprouvette et l'emplacement du marteau automatique et du microphone sont importants [28]. La fréquence fondamentale trouvée par le traitement du signal, les dimensions et la masse de l'éprouvette sont utilisées pour trouver le module de Young dynamiques [annexe A]. Le grand avantage de cette méthode est que les mesures sont rapides, fiables et non-destructives.

4.2 Essais d'impulsion acoustique en mode flexion

Cette méthode non destructive a été utilisée pour mesurer les propriétés physiques et élastiques des éprouvettes. Etant donné que la mesure du module d'élasticité par cette méthode est très sensible aux dimensions de l'échantillon il faut mesurer la longueur, la largeur, l'épaisseur et la masse de l'échantillon avec une précision d'au moins 0.1%. Cinq

échantillons ont été choisis au hasard parmi tous les échantillons fabriqués pour cette étude. Chaque éprouvette est placée sur deux fils positionnés à 0.224L de chaque extrémité de l'échantillon, où L est la longueur de l'échantillon en millimètre. Ceci correspond à une vibration libre-libre. Puis l'éprouvette est excitée par un marteau automatique. L'endroit de l'impact (doux et élastique) doit être sur l'anti nœud au centre ou sur l'une des deux extrémités de l'échantillon [28]. (Fig.5-1)

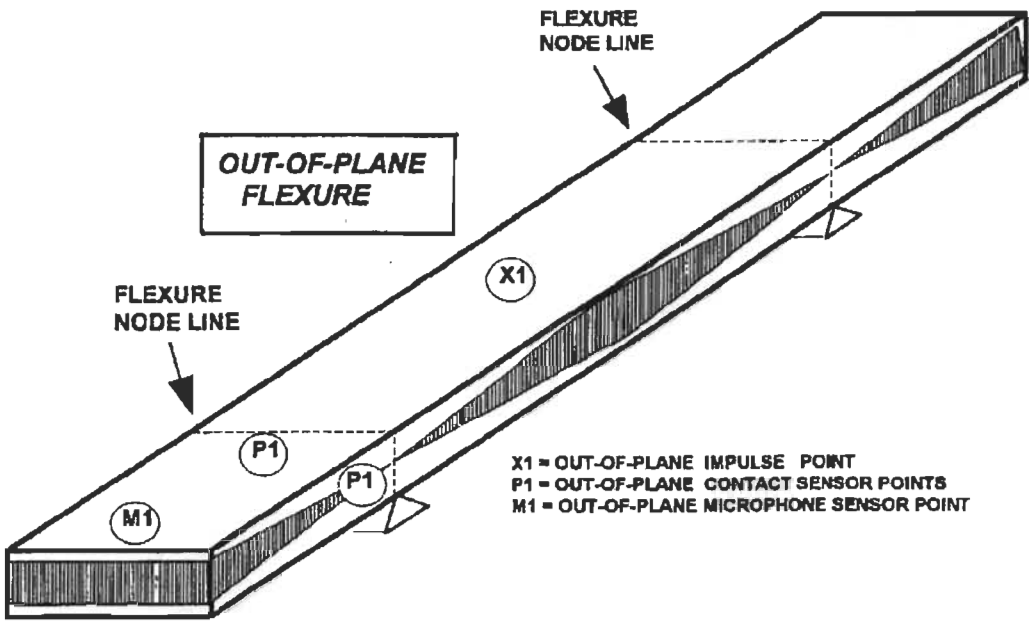

Figure 4-1 Nœuds et anti-nœuds dans l'éprouvette [28]

Un microphone est placé assez proche sur un anti nœud de vibration où il y a un déplacement maximal, mais pas autant proche qu'il perturbe les vibrations. Les signaux de vibration émis par l'échantillon capturés par le transducteur sont transmis à un logiciel de traitement de fréquence "Fréquence de résonance et amortissement Analyzer (RFDA)". (Fig. 4-2) Ce dernier utilise un algorithme de transformée de Fourier rapide

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

(FFT : Fast Fourier Transform) pour mesurer les fréquences de résonance et les frottements internes des échantillons testés à température ambiante.

Figure 4-2 Outil de mesure par impulsion acoustique

À partir de la fréquence fondamentale trouvée par le traitement du signal, les dimensions et la masse de l'éprouvette sont utilisés pour trouver le module de Young selon l'équation 4.1 [2]:

$$E = 0.9465\left(\frac{mf_f^2}{b}\right)\left(\frac{L^3}{t^3}\right)T \tag{4.1}$$

où

E = Module d'Young (Pa)
m = masse de la barre (gr)
b = largeur de la barre (mm)
L = longueur de la barre (mm)
t = épaisseur de la barre (mm)
f_f = fréquence de résonance fondamentale en flexion (Hz)
T = facteur de correction pour le mode de flexion, donné par l'expression suivante : [2]:

$$T = 1 + A - B - C \tag{4.2}$$

$$avec: A = 6.585(1 + 0.0752\mu + 0.8109\mu^2)(t/L)^2$$

$$B = 0.868(t/L)^4$$

$$C = \left[\frac{8.340(1 + 0.2023\mu + 2.173\mu^2(t/L)^4}{1 + 6.338(1 + 0.1408\mu + 1.536\mu^2)(t/L)^2}\right]$$

où μ est le coefficient de Poisson.

Si $L/t \geq 20$ alors T peut être simplifié sous la forme suivante :

$$T = \left[1 + 6.585\left(\frac{t}{L}\right)^2\right] \tag{4.3}$$

Le développement des équations qui aboutissent à l'équation (4.1) est présenté dans l'annexe A.

4.3 Résultats de la méthode d'impulsion acoustique

Le résumé des propriétés mécaniques mesurées par impulsion acoustique en mode de flexion est présenté au tableau 4-1. Chaque valeur correspond à une moyenne de 5 mesures.

Tableau 4-1 Caractéristiques des éprouvettes par impulsion acoustique

Éprouvettes	**Fréquence (Hz)**	**E_I (GPa) (C_v)**
$[C]_{10}$ (Cv)	105.16±2.70 0.026	8.6±0.24 0.028
$[\pm45]_{5S}$ (Cv)	83,47±2,86 (0,031)	4,88 ±0.10 (0,020)
$[T]_{10}$ (Cv)	127.36±1.08 (0,009)	12,93±0.23 (0,018)

Une fois que la fréquence fondamentale de chaque éprouvette est déterminée, la norme ASTM E 1876-09 [28] est utilisée pour calculer le module d'élasticité.

La figure 4-3 représente le spectre de fréquence de l'échantillon FE0N5 dans le mode de flexion (courbe en bleu) ainsi que le mode de flexion/torsion (la courbe en rouge). Elle montre que la fréquence fondamentale est de 102.51 Hz, accompagné d'une série d'harmoniques : la deuxième harmonique à 555.74 Hz et la cinquième harmonique à 1369.73 Hz.

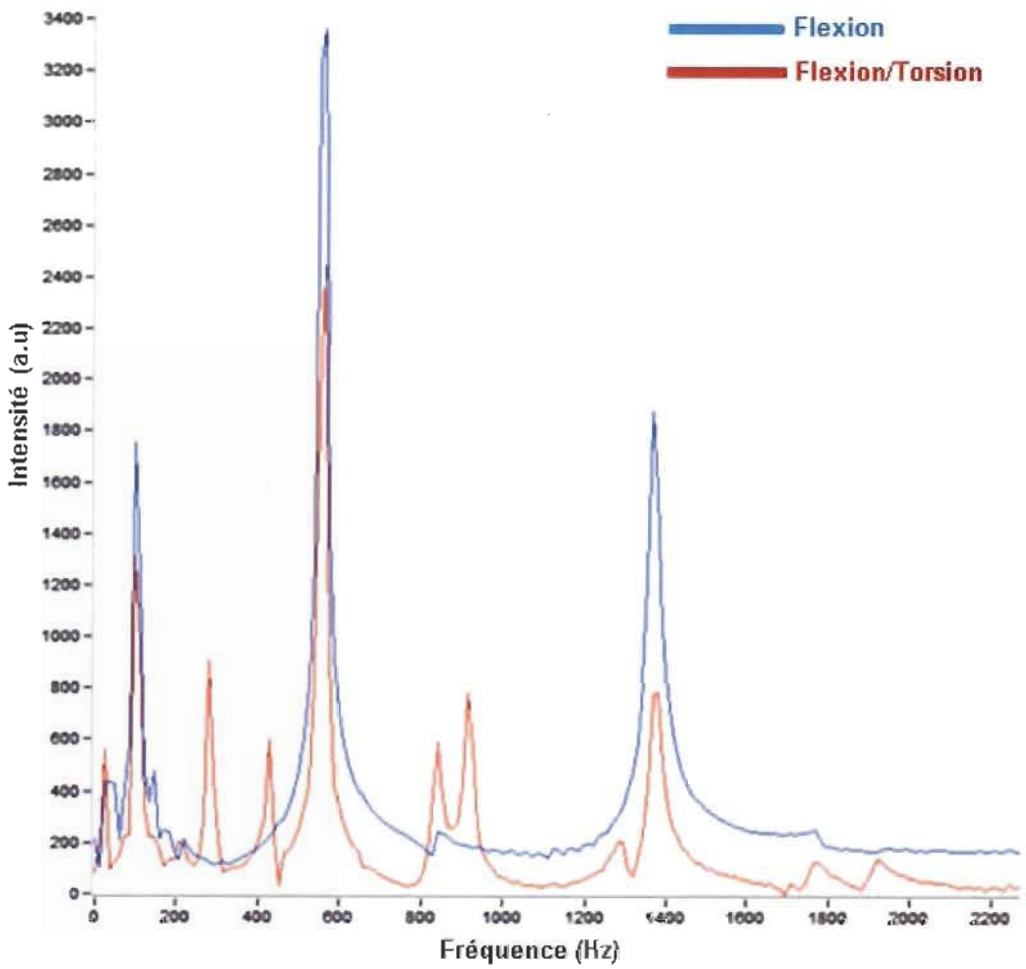

Figure 4-3 Spectre de fréquence de l'échantillon FE0N5

Les spectres de fréquence pour les échantillons FE45N6 et FE90N6 sont représentés dans l'annexe B.

4.4 Comparaison des résultats des essais de traction et impulsion acoustique

Les figures 4-4 à 4-6 résument les données recueillies. On peut y voir une variation du module élastique autour de 0.7 GPa (de 8.2 à 8.9) pour les éprouvettes dans le sens chaîne. Pour les éprouvettes à 45^0 la différence est de 1.1 GPa (de 4 à 5.1) et pour les éprouvettes à 90^0 la différence est de 2.5 GPa (de 11.1 à 13.6).

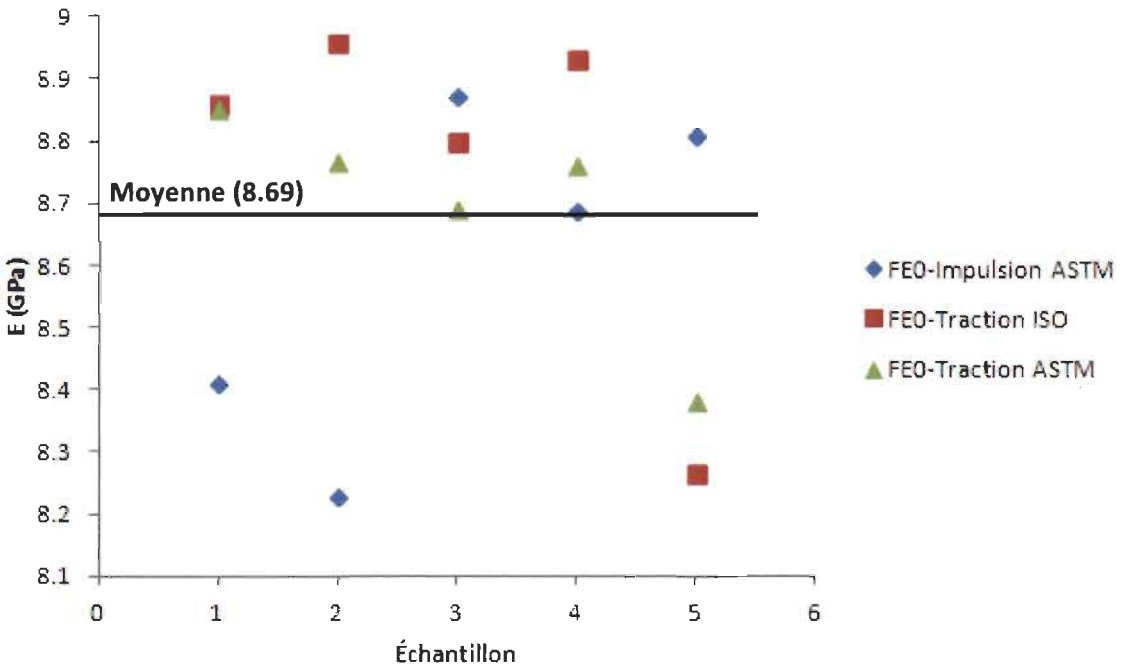

Figure 4-4 Module de Young des échantillons $[C]_{10}$

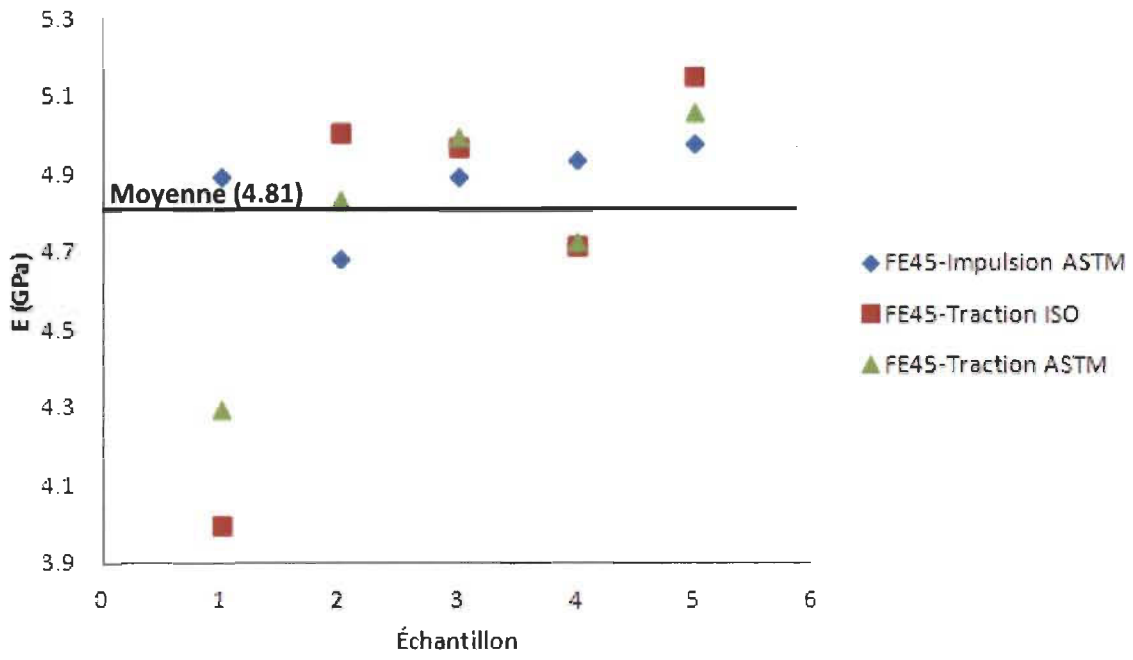

Figure 4-5 Module de Young des échantillons $[\pm 45]_{5S}$

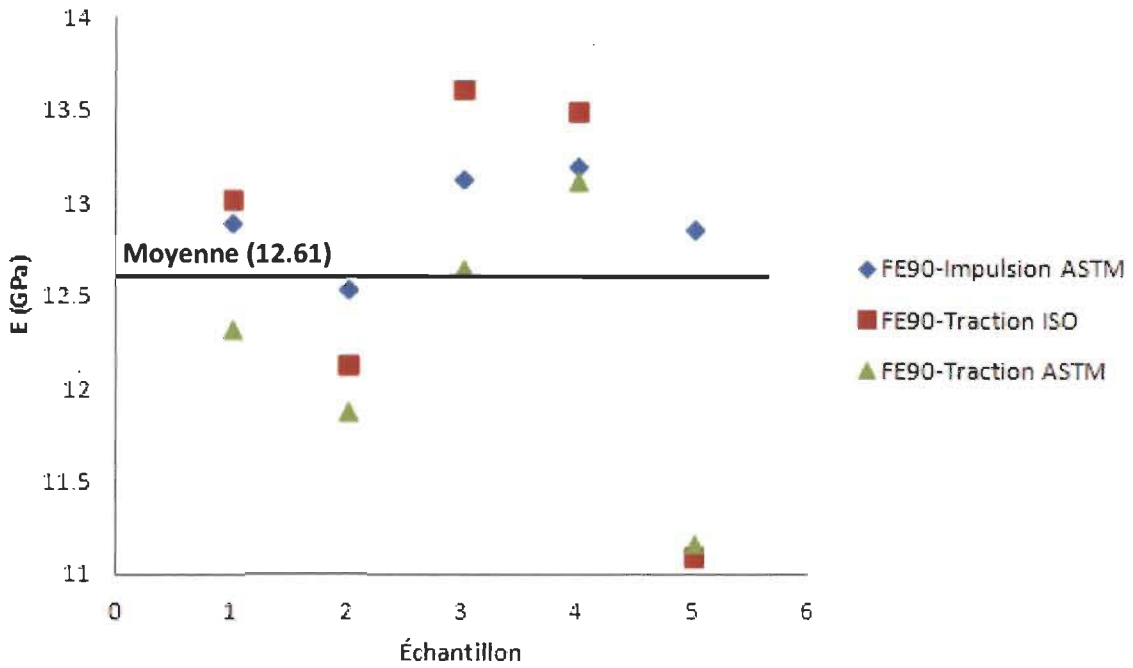

Figure 4-6 Module de Young des échantillons $[T]_{10}$

Pour des matériaux qui ont un faible module de Young, cette variation semble trop importante pour ne pas être prise en considération. Cette variabilité du module d'Young est essentiellement due à l'incertitude de plusieurs paramètres tels que les dimensions des éprouvettes, les valeurs enregistrées par l'extensomètre et la cellule de charge, l'alignement des mors, le nombre de points enregistrés pour faire l'analyse, etc.

Face à cette disparité de valeurs que donnent ces trois normes, il en résulte une difficulté de faire un choix d'un module de Young final à utiliser dans une étude numérique. La piste la plus facile serait bien sûr de faire une moyenne de tous les modules. La méthode utilisée ici sera plutôt de faire une réconciliation par logique floue entre ces différentes normes afin de trouver un module adéquat de ces deux séries d'échantillons.

Chapitre 5 - Modélisation par la logique floue

5.1 Modèle moyen pour les éprouvettes 45°

La moyenne statistique des cinq échantillons de FE45 en utilisant les trois méthodes et normes d'essai est de 4,81 GPa. D'autre part une valeur de 4.59 GPa est obtenue en utilisant le modèle flou avec les trois entrées au milieu de leur gamme, soit lorsque toutes les entrées ont une appartenance de 100% pour l'ensemble flou "moyen". Le tableau 5-1 montre les valeurs obtenues pour d'autres combinaisons des entrées.

Tableau 5-1 Certains résultats du modèle flou moyen

$E_{Impulsion}$ (GPa)	E_{ISO} (GPa)	E_{ASTM} (GPa)	Sortie floue (GPa)
4,84 (moyen)	4,58 (moyen)	4,68 (moyen)	4,59
4,7 (petit)	4,0 (petit)	4,3 (petit)	4,35
4,7 (petit)	4,58 (moyen)	5,06 (grand)	4,63
4,7 (petit)	4,58 (moyen)	4,3 (petit)	4,57
4,97 (grand)	5,15 (grand)	5,06 (grand)	4,96

Les figures 5-1 à 5-3 représentent la réponse E_{final} en fonction de deux modules alors que le troisième module est maintenu dans la valeur moyenne de son intervalle. (à savoir 100% d'appartenance à l'ensemble flou « moyen »).

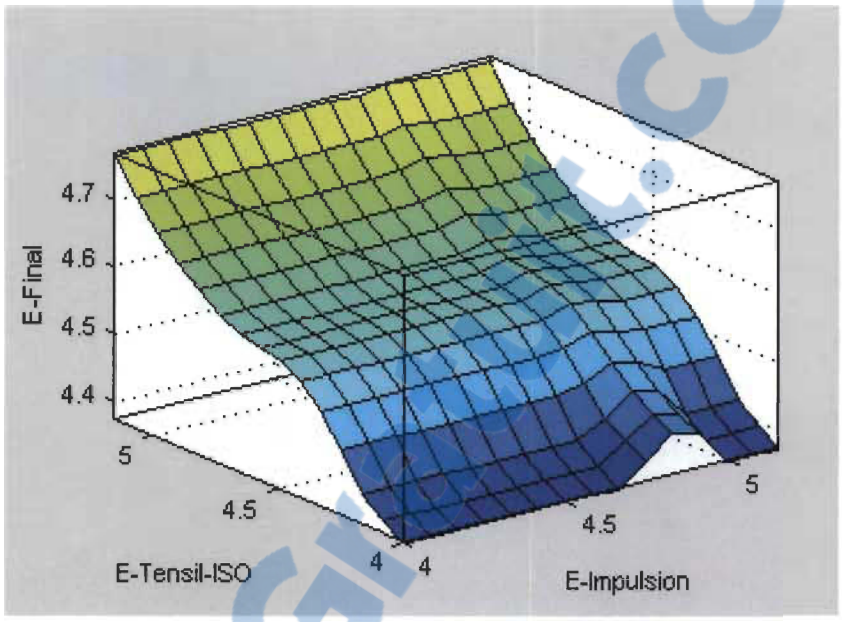

Figure 5-1 E_{final} en fonction du $E_{Impulsion}$ et E_{ISO} dans le modèle moyen

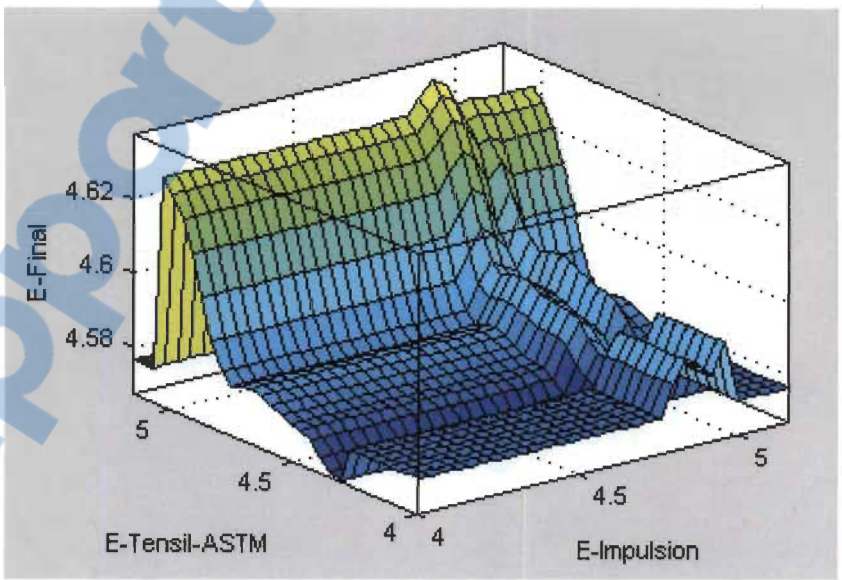

Figure 5-2 E_{final} en fonction du $E_{Impulsion}$ et E_{ASTM} dans le modèle moyen

Rapport-Gratuit.com

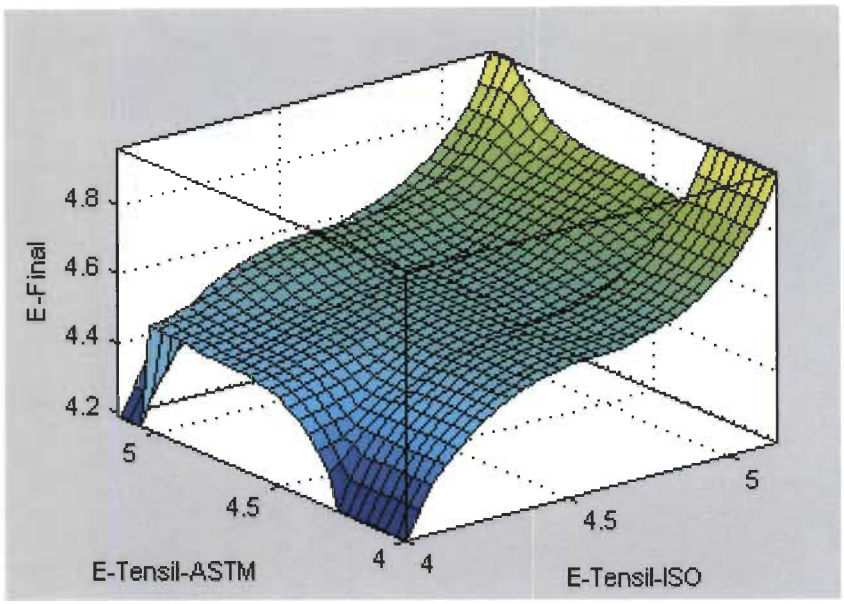

Figure 5-3 E_{final} en fonction du E_{ISO} et E_{ASTM} dans le modèle moyen

Dans les figures 5-1 et 5-2, on peut voir les que valeurs de l'essai d'impulsion acoustique influencent le résultat final dans une zone assez étroite à cause de l'intervalle plus faible dans lequel les valeurs de ce test sont étendus. Cette influence est donc d'une amplitude assez faible. D'autre part, les essais de traction s'étendent sur un intervalle plus large et leurs interactions sont donc efficaces dans presque toute la gamme des valeurs (Fig. 5-3).

5.2 Modèle moyen avec dispersions pour les éprouvettes 45°

5.2.1 *Comportement de chaque méthode*

L'idée ici est de concilier le module de Young non seulement en cherchant les valeurs moyennes obtenues à partir de différentes méthodes d'essai, mais aussi en cherchant la variabilité inhérente à la méthode, qui donne ainsi plus de «confiance» aux entrées qui présentent moins de variabilité (faibles valeurs de Cv). Les figures 5-4 à 5-6 montrent la réponse E_{final} en fonction des modules et du coefficient de variation de chaque type

d'essai (toutes les autres valeurs sont conservées au milieu de leurs intervalles). Pour chaque type d'essai, on peut clairement voir comment son influence sur la valeur finale disparaît lorsque con Cv correspondant, augmente.

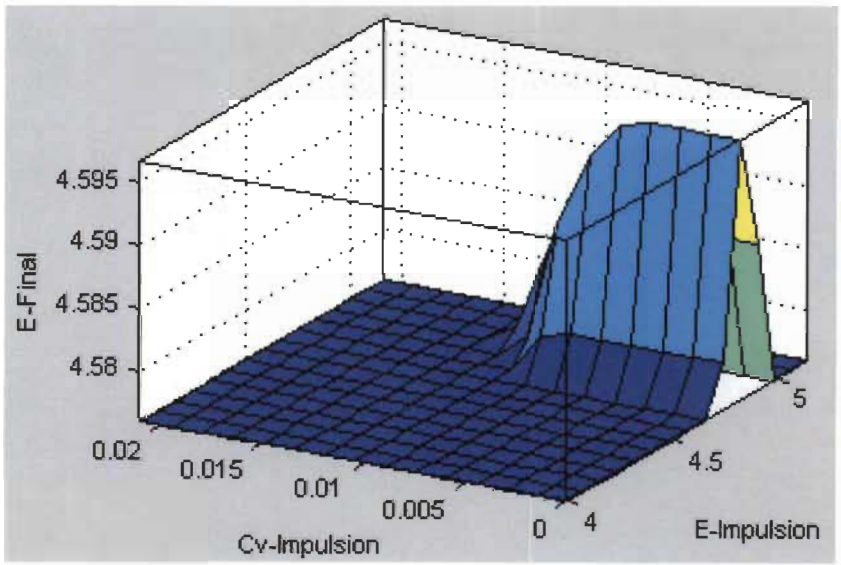

Figure 5-4 Modèle moyen avec dispersions, impulsion acoustique

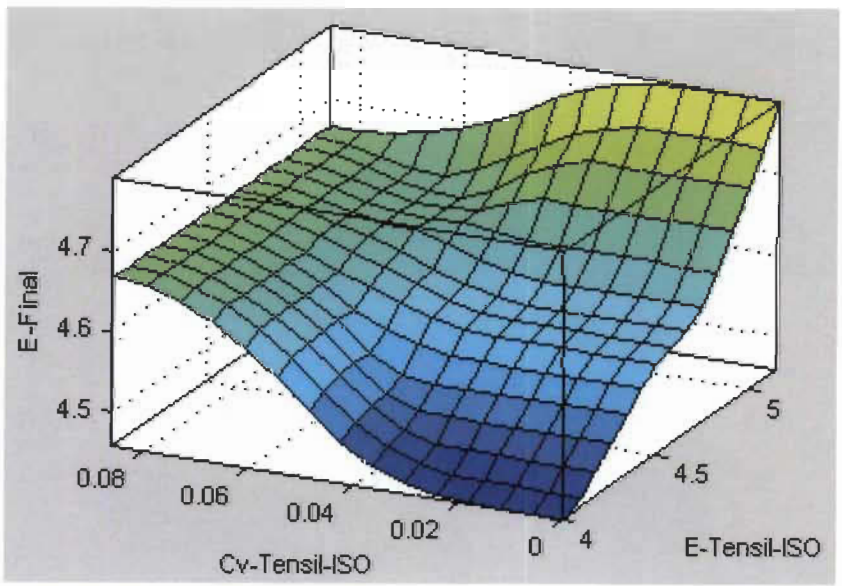

Figure 5-5 Modèle moyen avec dispersions, traction ISO

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

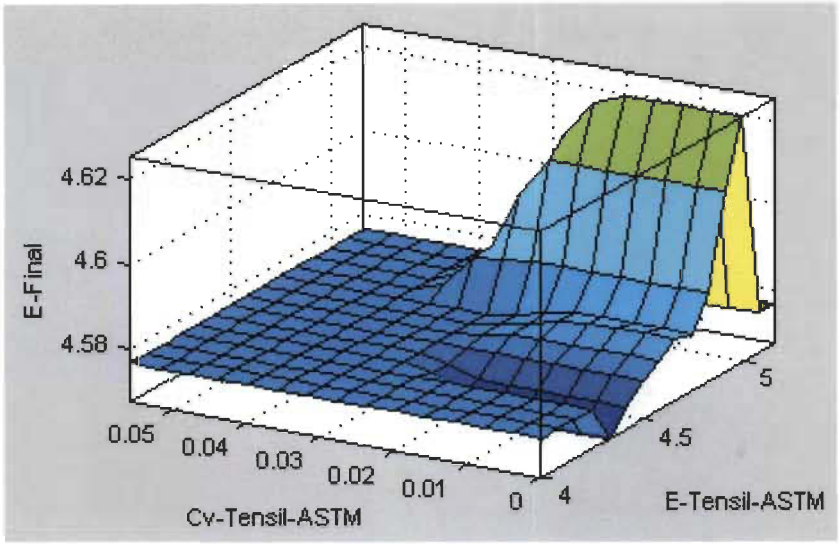

Figure 5-6 Modèle moyen avec dispersion, traction ASTM

Par exemple, dans la figure 5-4, dès que le C_V atteint le milieu de son intervalle alors l'influence de la valeur du test d'impulsion disparaît (rappelons que toutes les autres valeurs sont conservées au milieu de leurs intervalles dans ce cas particulier, ce comportement peut évidemment changer si les autres les variables sont maintenues à des valeurs différentes).

5.2.2 *Comportement de la sortie de méthodes combinées*

Le tableau 5-2 présente les mêmes combinaisons de valeurs que celles du tableau 5-1, avec les trois Cv ayant les valeurs indiquées dans les tableaux 3-4 et 4-1.

Tableau 5-2 Certains résultats du modèle floue de moyenne avec dispersion

$E_{Impulsion}$ (GPa)	E_{ISO} (GPa)	E_{ASTM} (GPa)	**Sorite floue (GPa)**
4,84 (moyen)	4,58 (moyen)	4,68 (moyen)	4,73
4,7 (petit)	4,0 (petit)	4,3 (petit)	4,62
4,7 (petit)	4,58 (moyen)	5,06 (grand)	4,82
4,7 (petit)	4,58 (moyen)	4,3 (petit)	4,62
4,97 (grand)	5,15 (grand)	5,06 (grand)	4,91

Comme on peut le voir, parce que le test d'impulsion possède un Cv inférieur, les valeurs dans la réponse retournée par ce modèle sont généralement traînées vers celles de ce test particulier, avec une influence légère de l'essai de traction ASTM qui a aussi un Cv inférieur à l'essai de traction ISO. Un résultat intéressant est celui de la dernière ligne. La valeur retournée par le modèle est inférieure à tous ceux qui sont utilisés comme entrée.

Ce résultat paradoxal montre comment ce modèle particulier est limité lorsque les entrées se situent toutes à leurs limites maximales.

Les figures 5-7 à 5-9 montrent la réponse du module final en fonction de la combinaison de modules tout en gardant le Cv à des valeurs obtenues dans les tableaux 3-4 et 4-1. Comme on peut le voir dans la figure 5-7 la méthode d'impulsion acoustique conduit la réponse final en raison de son Cv plus faible par rapport au Cv de l'essai de traction ISO. Ceci est totalement contraire aux résultats affichés dans la figure 5-1 du modèle moyen,

ce qui démontre l'importance du coefficient de variation dans les résultats du modèle moyen ave dispersions ($Cv_{,Impulsion} = 0.018$ et $Cv_{,Traction\ ISO} = 0.075$).

De même dans la figure 5-8 c'est la méthode d'impulsion acoustique qui a beaucoup d'influence sur la réponse finale du modèle à cause de son C_V plus petit que celui de l'essai de traction ASTM ($Cv_{,Impulsion} = 0.02$ et $Cv_{,Traction\ ASTM} = 0.056$).

Enfin dans la figure 5-9, la même observation est valable puisque le $Cv_{,Traction\ ASTM}$ est inférieur à celui de l'essai de traction ISO. Donc l'influence de ce dernier est négligeable. En comparant ce résultat avec celui de la figure 5-3 on voit encore ici comment la variabilité joue un rôle important dans le calcul de la valeur du module réconcilié.

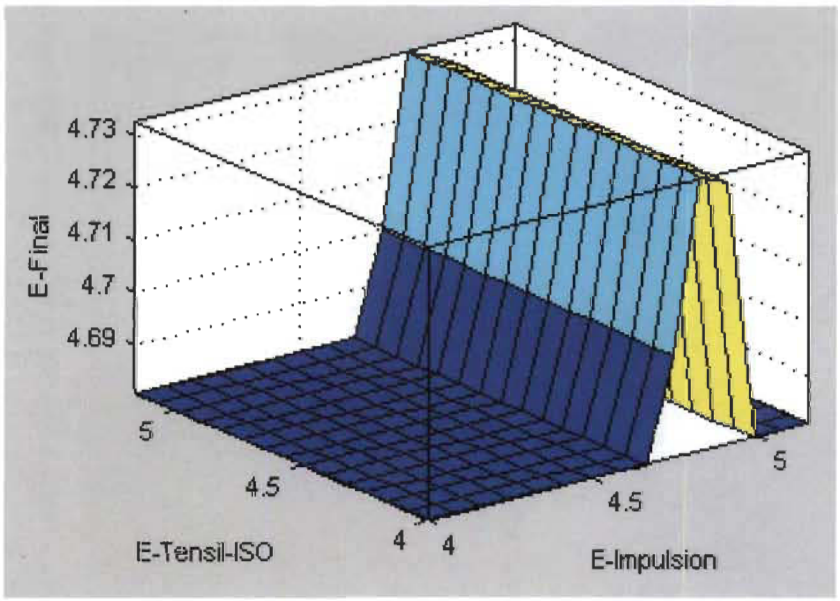

Figure 5-7 E_{final} en fonction du $E_{Impulsion}$ et E_{ISO} dans le modèle moyen avec dispersions

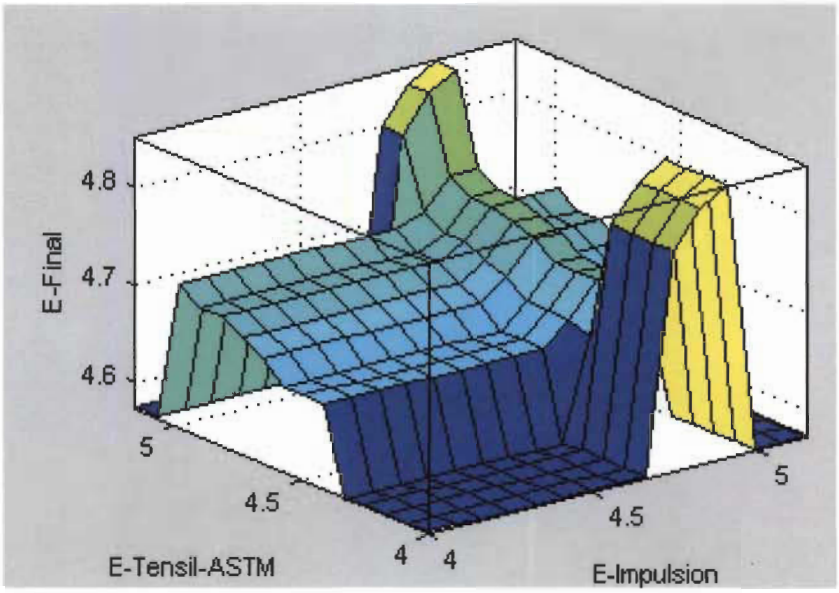

Figure 5-8 E_{final} en fonction du $E_{Impulsion}$ et E_{ASTM} dans le modèle moyen avec dispersions

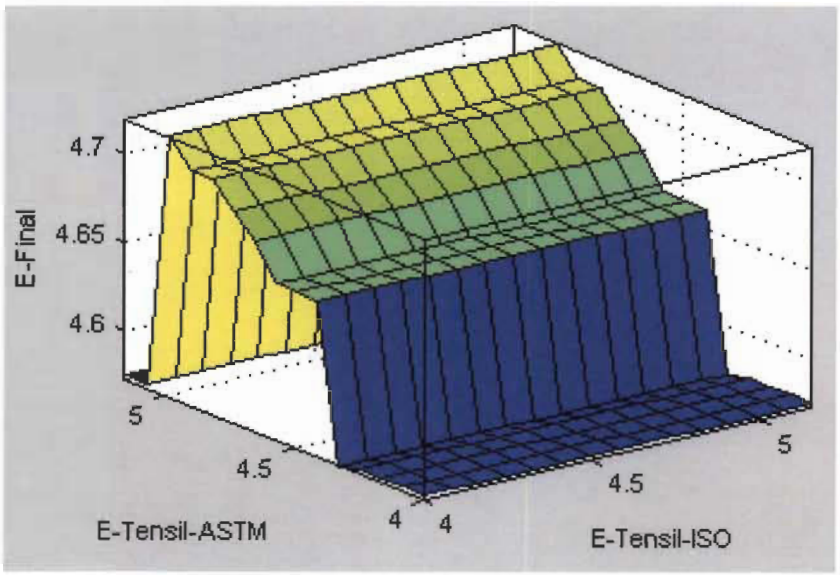

Figure 5-9 E_{final} en fonction du E_{ISO} et E_{ASTM} dans le modèle moyen avec dispersions

Chapitre 6 - Conclusions

Dans ce travail, trois séquences d'empilement de composites à fibres naturelles (CFN) stratifiés commercial lin / époxy, identifiés par FE0, FE45 et FE90, ont été fabriqués par compression thermique.

Les échantillons ont été découpés et des plaques ont été testées par la méthode d'impulsion acoustique non destructive pour évaluer le module d'élasticité. Par la suite des essais de traction ont été également effectués sur les mêmes échantillons pour évaluer leurs propriétés mécaniques en traction monotone selon les normes ISO et ASTM.

Les résultats présentent une variabilité dans les valeurs du module d'Young obtenues par les différentes techniques et / ou normes. Il a donc été proposé de développer un modèle qui réconcilie ces valeurs plutôt que de calculer une valeur moyenne simple, dans le but d'obtenir un module plus représentatif et fiable qui pourrait être utile pour évaluer la performance de ces matériaux. Le même modèle peut également être utilisé dans une étude numérique ou analytique plus approfondie.

La logique floue a été choisie comme méthode de modélisation. Des modèles continus de la valeur réconciliée du module d'élasticité ont été obtenus qui prennent également en compte la variabilité des mesures. Dans ce document, une telle variation est incluse sous la forme du coefficient de variation inhérent à chacune des méthodes de test.

Les résultats obtenus montrent que le modèle s'adapte simultanément aux valeurs moyennes et de Cv pour chaque type d'essai. Les résultats importants sont :

1) Pour le modèle moyen, l'étude du comportement individuel de chaque méthode montre que le module d'élasticité final varie seulement sur la plage de variation du module d'élasticité de chaque test ;
2) Pour le modèle moyen avec dispersions, l'influence de chaque test sur le module final se produit seulement sur l'intervalle de son coefficient de variation ;
3) Il existe une proportionnalité inverse entre le coefficient de variation et le module final, de sorte que quand le coefficient de variation d'un test augmente, le module final diminue ;
4) Les modèles avec et sans coefficient de variation montrent des résultats très différents. Par exemple dans la figure 5-3 le modèle final est très influencé par E_{ISO}. Par contre à la figure 5-9 cette influence disparaît car le coefficient de variation de E_{ASTM} est plus faible que E_{ISO}. Ceci démontre bien l'importance de prendre en considération le coefficient de variation dans la modélisation.

Références

[1] Lotfi Toubal, Approches analytique et expérimentale de l'endommagement par fatigue d'un composite carbone/epoxy, 2004

[2] J. D. Lord, R. Morrell, « Elastic Modulus Measurement ». Measurement Good Practice Guide No. 98. ISSN 1744-3911, 2006

[3] Frederick T. Wallenberger, Norman E. Weston, Natural Fibers, Plastics and Composites, Kluwer Academic Publisher, 2004

[4] Sarah Jane Christian and Sarah Billington, Mechanical Characterization and structural assessment of biocomposites for construction, department of Civil and Environmental Engineering Stanford University, 2009

[5] Peter Davies et al. Caractérisation mécanique de bio-polymères et biocomposites, JNC 18 - École Centrale Nantes - Juin 2013

[6] F. Destaing et al. Comparison of morphological and mechanical properties of seven varieties of flax fibres, The 18th International Conference on Composite Material

[7] L. Toubal et G. Lebrun. Nouvelle méthode de fabrication des composites a fibres naturelles: Contribution d'une couche de papier à minimiser la disparité des propriétés mécaniques. Journées Nationales Composites 17, Poitiers, France, 2011

[8] Sondes Metoui, Michael Chauvin, Ahmed Ben CheikhLarbi, Laurent Guillaumat, Bertrand Lascoup, Caractérisations mécaniques et identification des mécanismes

d'endommagent d'un composite à fibre de lin composé de couches de papier, JNC 18, juin 2013, JNC 18, juin 2013

[9] Fuat Demir, A new way of prediction elastic modulus of normal and high strength concrete-fuzzy logic, 2005

[10] Behrouz Ahmadi-Nedushan, Prediction of elastic modulus of normal and high strength concrete using ANFIS and optimal nonlinear regression models, 2012

[11] Fuat Demir, Prediction of elastic modulus of normal and high strength concrete by artificial neural networks, 2007

[12] Fatih Yapici et al. Determination of modulus of rupture and modulus of elasticity on flakeboard with fuzzy logic classifier, 2008

[13] Jose dos Reis Vieira de Moura, Jr et al., Fuzzy Logic Applied to Damage Characterization through SHM Techniques, 2008

[14] Erchiqui F., Ozdemir Z., M. Souli, Ezaidi H. and Dituba-Ngoma G, Neuronal networks approach for characterization of viscoelastic polymers, The Canadian Journal of Chemical Engineering, Vol. 89, No.5, pp. 1303-1310, 2011

[15] Erchiqui F. and N Kandil, Neuronal Networks Application for Characterization of Softend Polymers, Journal of Reinforced Plastics and Composites, Vol 25, No. 5, pp 463-473, 2006

[16] Zadeh L.A., Fuzzy sets, in "Information and Control", vol. 8, pp. 338-353, 1965

[17] Pierre Borne, Mohamed Benrejeb, Joseph Haggège, Les réseaux de neurones: Présentation et applications, Editions Technip, Paris 2007

[18] Matthieu Lescieux, Introduction à la logique floue, Ecole d'ingénieurs Polytechnique de l'Université de Tours

Rapport-Gratuit.com

[19] S. N. Sivanandam, S. Sumathi and S. N. Deepa, Introduction to Fuzzy Logic using MATLAB, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2007

[20] Antoine Cornuéjols, Introduction à la logique floue, AgroParisTech

[21] Hamid Medjahed, thesis: Distress situation identification by multimodal data fusion for home healthcare telemonitoring, 2010

[22] Luc Laperrière, Notes de cours Modélisation, simulation, optimisation et commande des systèmes dynamiques, 2012

[23] Gabriel Cormier, notes de cours Asservissements Linéaires, université de Moncton, 2000

[24] Piero P. Bonissone, Fuzzy Sets & Expert Systems in Computer Eng. (5): Linguistic Variables, Rensselaer Polytechnic Institute, 1998

[25] ISO 527-4 : Détermination des propriétés en traction partie 4: conditions d'essai pour les composites plastiques renforcés de fibres isotropes et orthotropes, 1997

[26] ASTM D 3039/D 3039M: Standard Test Method for Tensile Properties of Polymer Matrix Composite Materials, 2002

[27] ASTM D 3171 – 99. Standard Test Methods for Constituent Content of Composite Materials, 2000

[28] ASTM E 1876-09: 2009. Standard Test Method for Dynamic Young's Modulus, Shear Modulus, and Poisson's Ratio by Impulse Excitation of Vibration, 2000

Annexe A- Théorie de la dynamique des poutres

A.1 Modèle de poutre

Une poutre est un solide déformable qui est engendré par des surfaces S que l'on appelle section droite.

Les centres de gravité G de chacune de ces sections constituent une courbe appelée courbe moyenne paramétrée par l'abscisse curviligne s, on a donc $G(x)$ et $S(x)$.

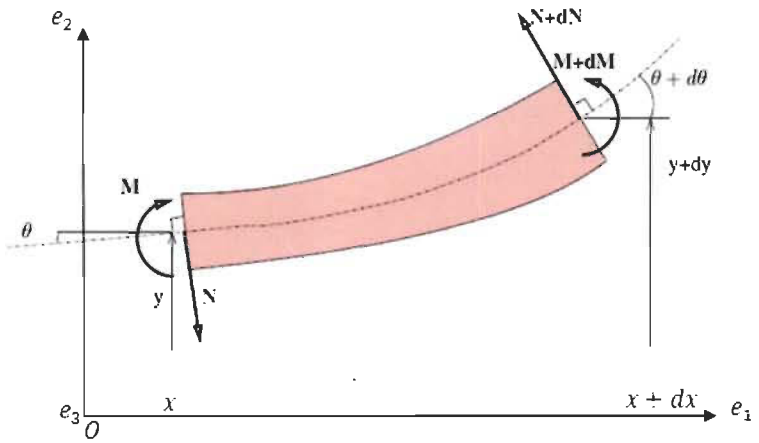

Figure A.1 Élément de poutre [5]

Nous allons formuler pour ce modèle de poutre plusieurs hypothèses pour les calculs :

- les démentions de la section droite sont petites par rapport à la longueur de la courbe moyenne.
- les vibrations d'une section droite à l'autre sont lentes et de manière continue, donc les termes non linéaires du déplacement sont négligés.

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

- les sections droites restent planes, il n'y a pas de gauchissement

A.2 Equations

Dans la figure A-1, nous allons tenter d'établir les équations de vibration transversale. Pour cela, nous nous aiderons des lois de conservation et des lois de comportement.

Considérons une portion de la poutre de longueur dx et d'aire A (considérée comme constante) et de masse $dm = \rho A dx$, où ρ est le champ de densité dans la configuration déformée, soumise à des distributions linéiques de forces transverses $q(x)dx$. Les degrés de liberté sont le déplacement vertical y du centre de masse, et la rotation de la fibre moyenne θ.

La conservation de la quantité du mouvement suivant $\boldsymbol{e_2}$ de mouvement implique : [1]

$$-N(x) + N(x + dx) + q dx = dm \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

Sachant

$$N(x + dx) = N(x) + dN = N(x) + \frac{\partial N}{\partial x} dx + O(dx^2)$$

On obtient :

$$-N(x) + N(x) + \frac{\partial N}{\partial x} dx + q dx = dm \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial N}{\partial x} dx + q dx = \bar{\rho} dx \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

En généralisant cette équation on obtient l'équation locale :

$$\frac{\partial N}{\partial x} + q = \bar{\rho} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \qquad \text{(A-1)}$$

où

- N est l'effort tranchant

- q est une force extérieure
- $\bar{\rho} = \rho A$ est la densité surfacique
- t est le temps

La loi de conservation du moment cinétique par rapport au centre de masse de l'élément autour de $\boldsymbol{e_3}$ implique :

$$-M(x) + M(x+dx) + N\frac{dx}{2} + N(x+dx)\frac{dx}{2} = \bar{\rho} I_g dx \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2}$$

Sachant

$$M(x+dx) = M(x) + dM = M(x) + \frac{\partial M}{\partial x} dx + O(dx^2)$$

On obtient :

$$-M(x) + M(x) + \frac{\partial M}{\partial x} dx + N\frac{dx}{2} + \left(N(x) + \frac{\partial N}{\partial x} dx\right)\frac{dx}{2} = \bar{\rho} I_g dx \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial M}{\partial x} dx + N dx = \bar{\rho} I_g dx \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2}$$

En généralisant cette équation on obtient l'équation locale : [1]

$$\frac{\partial M}{\partial x} + N = \bar{\rho} I_g \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} \qquad \text{(A-2)}$$

- M est le moment fléchissant
- I_g est moment quadratique

A.3 Relation moment-courbure

Pour trouver l'expression du moment de flexion, on utilise la loi de comportement élastique $\sigma = E\varepsilon$ dont la déformation peut s'exprimer selon la relation $\varepsilon = \kappa y$ où

$\kappa = \partial\theta/\partial x$ est la courbure,y est la distance à la courbe moyenne, σ est la contrainte normale et E est le module d'élasticité.

Donc on obtient :

$$\sigma = E\frac{\partial\theta}{\partial x}y \tag{A-3}$$

L'expression de la contrainte normale σ en fonction du moment de flexion M et du moment quadratique I_G s'écrit :

$$\sigma = \frac{My}{I_G} \tag{A-4}$$

En utilisant (A-3) dans (A-4) nous obtenons l'expression du moment de flexion :

$$M = EI_G\frac{\partial\theta}{\partial x} \tag{A-5}$$

On en déduit alors le nouveau l'équation suivante :

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[EI_G\frac{\partial\theta}{\partial x}\right] + N = \bar{\rho}I_g\frac{\partial^2\theta}{\partial t^2} \tag{A-6}$$

A.4 Relation effort tranchant-courbure

D'après nos hypothèses de départ le moment d'inertie en rotation est négligé et $\theta = \partial y/\partial x$, donc la relation (A-6) nous donne :

$$N = -EI_G\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2} = -EI_G\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(\frac{\partial\theta}{\partial x}\right) = -EI_G\left(\frac{\partial^3 y}{\partial x^3}\right) \tag{A-7}$$

En utilisant (A-7) et (A-1) nous pouvons déduire l'équation de vibration transversale des poutres d'Euler-Bernoulli : [1]

$$-\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(EI_G\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\right) = \bar{\rho}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \tag{A-8}$$

A.5 Hypothèses des poutres

A.5.1 Hypothèses d'Euler-Bernoulli

- les sections droites restent perpendiculaires à la courbe moyenne au cours de la déformation, il n'y a pas de cisaillement
- le moment d'inertie en rotation est négligé

A.5.2 Hypothèses de Timoshenko

Ce second modèle de poutre est largement moins restrictif que celui étudié dans la première partie.

En effet les, les hypothèses formulées ne sont plus nécessaires donc :

- les poutres peuvent être non élancées
- les termes non linéaires en déplacement ne sont pas négligés
- les sections droites ne restent pas perpendiculaires à la courbe moyenne, nous tenons compte du cisaillement
- les sections droites ne restent pas planes au cours de la déformation, le gauchissement est considéré.

Nous considérons dans ce modèle l'influence des effets d'inertie en rotation et de cisaillement sur les fréquences propres des poutres dans la mesure où ces deux phénomènes tendent à diminuer les fréquences de résonnances. [1]

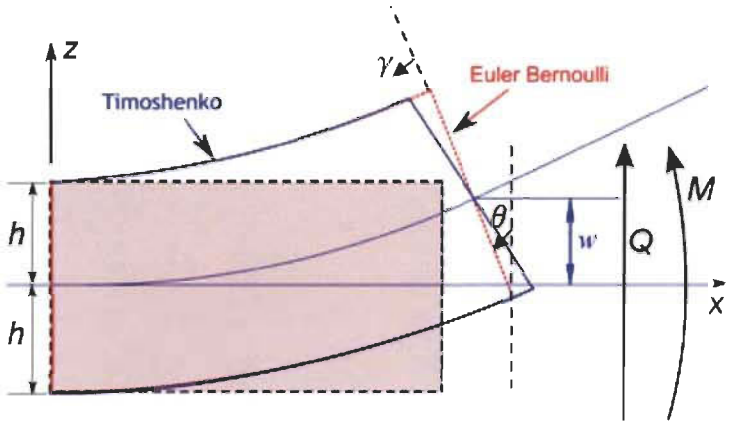

Figure A.2 Déformation en flexion d'une poutre de Timoshenko (bleu) en comparaison avec une poutre d'Euler-Bernoulli. Pour le modèle de Timoshenko en plus de rotation θ de la section du à la flexion M il y a une rotation de glissement supplémentaire γ due à l'effort tranchant N . [2]

A.6 Modèle de la poutre Euler-Bernoulli

A.6.1 Equation d'équilibre de flexion dans le plan

On suppose que les seuls degrés de liberté du centre de masse sont le déplacement vertical et la section ne subit que des rotations θ.

L'équation de vibration transversale des poutres Euler-Bernoulli :

$$-EI_G \frac{\partial^4 y}{\partial x^4}(x,t) = \bar{\rho}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}(x,t) \tag{A-9}$$

$$-EI_G \frac{Y^4(x)}{Y(x)} = \bar{\rho}\frac{\ddot{T}(t)}{T(t)} \tag{A-10}$$

Cette équation est linéaire et homogène, alors nous pouvons décomposer la solution $y(x,t)$ en le produit d'une solution spatiale et d'une solution temporelle, $y(x,t) = Y(x)T(t)$ [1], d'où l'équation (A-10) peut s'écrire sous la forme suivante :

$$-\frac{EI_G}{\bar{\rho}}\frac{Y^4(x)}{Y(x)} = \frac{\ddot{T}(t)}{T(t)} = \omega^2 \tag{A-10a}$$

Les rapports de fonctions qui dépendent de variables indépendantes x et t ne peuvent être que constants pour satisfaire l'égalité. Cette constante qu'on choisi ω^2 pour la simplification des calculs permet d'écrire deux équations séparées suivantes :

$$\ddot{T}(t) + \omega^2 T(\mathrm{t}) = 0 \tag{A-11}$$

$$EI_G Y^{(4)}(x) - \bar{\rho}\omega^2 Y(\mathrm{x}) = 0 \tag{A-12}$$

Pour déterminer la forme de la solution temporelle, il nous suffit de résoudre l'équation (A-11) donc :

$$T(t) = A\sin(\omega t) + B\cos(\omega t) \tag{A-13}$$

dont A et B sont des constants.

Pour la solution spatial car $Y(x)$ est une fonction propre on cherche la solution exponentielle, on pose

$$Y(x) = Y_0\, e^{jkx}$$

dont Y_0 est un constant.

Donc :

$$Y^{(4)}(x) = k^4 Y_0\, e^{jkx}$$

En remplaçant dans l'équation de (10-a) on obtient : [1]

$$(EI_G k^4 - \bar{\rho}\omega^2) Y_0 e^{jkx} = 0 \qquad \forall\ Y_0 \neq 0$$

A.6.2 Équation de dispersion

Nous obtenons une nouvelle équation qui est appelée équation de dispersion :

$$EI_G k^4 - \bar{\rho}\omega^2 = 0 \tag{A-14}$$

Il suffit alors de résoudre l'équation de dispersion pour exprimer la forme de la solution spatiale :

On pose :

$$k^4 - \frac{\bar{\rho}\omega^2}{EI_G} = 0 \qquad \text{avec} \quad a^2 = \frac{EI_G}{\bar{\rho}} \tag{A-15}$$

on résoudre l'équation (A-15)

$$k^4 - \frac{\omega^2}{a^2} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \left(k^2 + \frac{\omega}{a}\right)\left(k^2 - \frac{\omega}{a}\right) = 0$$

$$k^2 + \frac{\omega}{a} = 0 \quad \Rightarrow \quad k^2 = -\frac{\omega}{a} \quad \Rightarrow \quad k = \pm j\sqrt{\frac{\omega}{a}}$$

Solution1 pour $Y(x)$: $C_1 \sin(kx) + C_2 cos(kx)$ avec des constants C_1 etC_2 (A-16)

$$k^2 - \frac{\omega}{a} = 0 \quad \Rightarrow \quad k^2 = \frac{\omega}{a} \quad \Rightarrow \quad k = \pm\sqrt{\frac{\omega}{a}}$$

Solution2 pour$Y(x)$: $Ce^{kx} + C'e^{-kx}$ avec des constants C et C' (A-17)

Rappelons :

$e^{kx} = \sinh(kx) + \cosh(kx)$

$e^{-kx} = -\sinh(kx) + \cosh(kx)$

Donc :

$$Ce^{kx} + C'e^{-kx} = C[\sinh(kx) + \cosh(kx)] + C'[-\sinh(kx) + \cosh(kx)] =$$

$C_3 \sinh(kx) + C_4 \cosh(kx)$ avec des constants C_3 etC_4 (A-18)

Donc en superposant (A-16) et (A-17) et en tenant compte de l'équation (A-18), les modes propres pour la poutre s'écrivent:

$$Y(x) = C_1 \sin(kx) + C_2 cos(kx) + C_3 \sinh(kx) + C_4 \cosh(kx) \tag{A-19}$$

$Y'(x) = C_1 k \cos(kx) - C_2 k\, sin(kx) + C_3 k \cosh(kx) + C_4 k \sinh(kx)$

$Y''(x) = -C_1 k^2 \sin(kx) - C_2 k^2 cos(kx) + C_3 k^2 \sinh(kx) + C_4 k^2 \cosh(kx)$

$Y'''(x) = -C_1 k^3 \cos(kx) + C_2 k^3 sin(kx) + C_3 k^3 \cosh(kx) + C_4 k^3 \sinh(kx)$

A.7 Conditions aux limites

Prenons le cas d'une poutre libre-libre, les conditions aux limites pour les moments de flexion sont: [1]

$$\begin{cases} M(0,t) = EI_G \dfrac{\partial^2 y}{\partial x^2}(0,t) = 0 \\ M(L,t) = EI_G \dfrac{\partial^2 y}{\partial x^2}(L,t) = 0 \end{cases}$$

et les conditions aux limites pour les efforts tranchants sont:

$$\begin{cases} N(0,t) = EI_G \dfrac{\partial^3 y}{\partial x^3}(0,t) = 0 \\ N(L,t) = EI_G \dfrac{\partial^3 y}{\partial x^3}(L,t) = 0 \end{cases}$$

Donc :

$Y''(0) = 0 \rightarrow k^2(-C_2 + C_4) = 0$

$Y''(L) = 0 \rightarrow k^2(-C_1 \sin(kL) - C_2 cos(kL) + C_3 \sinh(kL) + C_4 \cosh(kL)) = 0$

$Y'''(0) = 0 \rightarrow k^3(-C_1 + C_3) = 0$

$Y'''(L) = 0 \rightarrow k^3(-C_1 cos(kL) + C_2 \sin(kL) + C_3 \cosh(kL) + C_4 \sinh(kL)) = 0$

Etant donné que pour avoir des vibrations il faut que $k \neq 0$ alors $C_2 = C_4$ et $C_1 = C_3$ nous pouvons écrire sous forme matricielle le système satisfaisant aux conditions limites :

$$\begin{bmatrix} \sinh(kL) - \sin(kL) & \cosh(kL) - \cos(kL) \\ \cosh(kL) - \cos(kL) & \sin(kL) + \sinh(kL) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad \text{(A-20)}$$

Il existe un couple solution, $(C_1, C_2) \neq (0,0)$ si et seulement si le déterminant de la matrice est nul d'où :

$$\cosh(kL)\cos(kL) = 1 \qquad \text{(A-21)}$$

Une résolution approchée, par le calcul numérique pour le première mode est :

$$k_1 L = 4.730$$

Rapport-Gratuit.com

Les modes propres de vibrations de la poutre libre aux deux bouts sont alors : [1]

$$Y_n(x) = [\sin(k_n x) + \sinh(k_n x)] + \frac{\sin(k_n L)+\sinh(k_n L)}{\cosh(k_n L)-sos(k_n L)}[cos(k_n x) + \cosh(k_n x)] \quad \text{(A-22)}$$

A.8 Module d'élasticité versus la fréquence de résonnance

En utilisant l'équation de dispersion $(A-14)$, on trouve l'expression du module d'élasticité :

$$E = \frac{{\omega_n}^2 \bar{\rho}}{I_g k_n^4}$$

où $\omega_n = 2\pi f_n \quad et \quad I_g = \frac{1}{12} b t^3 \quad et \quad \bar{\rho} = \frac{m}{L}$

avec

$$\begin{cases} k_1 L = 4.730 \\ k_n L = \dfrac{(2n+1)\pi}{2} \quad n \geq 2 \end{cases}$$

Pour le première mode de fréquence n=1, on trouve :

$$E = \frac{4\pi^2 f^2 \frac{m}{L}}{\frac{1}{12} b t^3 \left(\frac{4.730}{L}\right)^4} = \frac{48\pi^2 f^2 m L^3}{b t^3\,(4.730)^4} = 0.94644\left(\frac{m f^2}{b}\right)\left(\frac{L^3}{t^3}\right) \quad \text{(A-23)}$$

Pour faire correspond cette expression avec la théorie de Timoshenko, on introduit un facteur de correction T qui dépende de la forme, la taille et le coefficient de Poisson de la poutre, donc on obtient l'expression suivante pour le module d'élasticité : [3]

$$E = 0.94644\left(\frac{m f^2}{b}\right)\left(\frac{L^3}{t^3}\right) T \quad \text{(A-24)}$$

où T est présenté par l'expression suivante : [4]

$$T = 1 + 6.585(1 + 0.0752\mu + 0.8109\mu^2)(t/L)^2 - 0.868(t/L)^4$$
$$- \left[\frac{8.340(1 + 0.2023\mu + 2.173\mu^2(t/L)^4}{1 + 6.338(1 + 0.1408\mu + 1.536\mu^2)(t/L)^2}\right]$$

où

E = module d'Young (Pa)
m = masse de la barre (gr)
b = largeur de la barre (mm)
L = longueur de la barre (mm)
t = épaisseur de la barre (mm)
f_f = fréquence de résonance fondamentale (Hz)
μ = coefficient de Poisson

Références de l'annexe

[1] Lalaonirina Rakotomanana R., Éléments de dynamique des solides et structures déformables, Presses polytechnique et universitaires Romandes, 2009

[2] Wikipedia, Timoshenko beam theory

[3] S. Spinner and W. E. Tefft, A method for determining mechanical resonance frequencies and for calculating elastic moduli from these frequencies, 1961

[4] J. D. Lord, R. Morrell, « Elastic Modulus Measurement ». Measurement Good Practice Guide No. 98. ISSN 1744-3911, 2006

[5] Reza Soufian, Thomas Ligeon, Projet - Master 1 Modélisation dynamique d'une poutre viscoélastique, 2009

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

Annexe B- Spectres de fréquence pour les éprouvettes FE45 et FE90

La figure B-1 représente le spectre de fréquence de l'échantillon FE45N6 dans le mode de flexion (courbe en bleu) ainsi que le mode de flexion/torsion (la courbe en rouge). Elle montre que la fréquence fondamentale est 85.71 Hz, accompagné d'une série d'harmoniques : la deuxième harmonique à 236.30 Hz, la troisième harmonique à 480.76 Hz et la quatrième harmonique à 800 Hz.

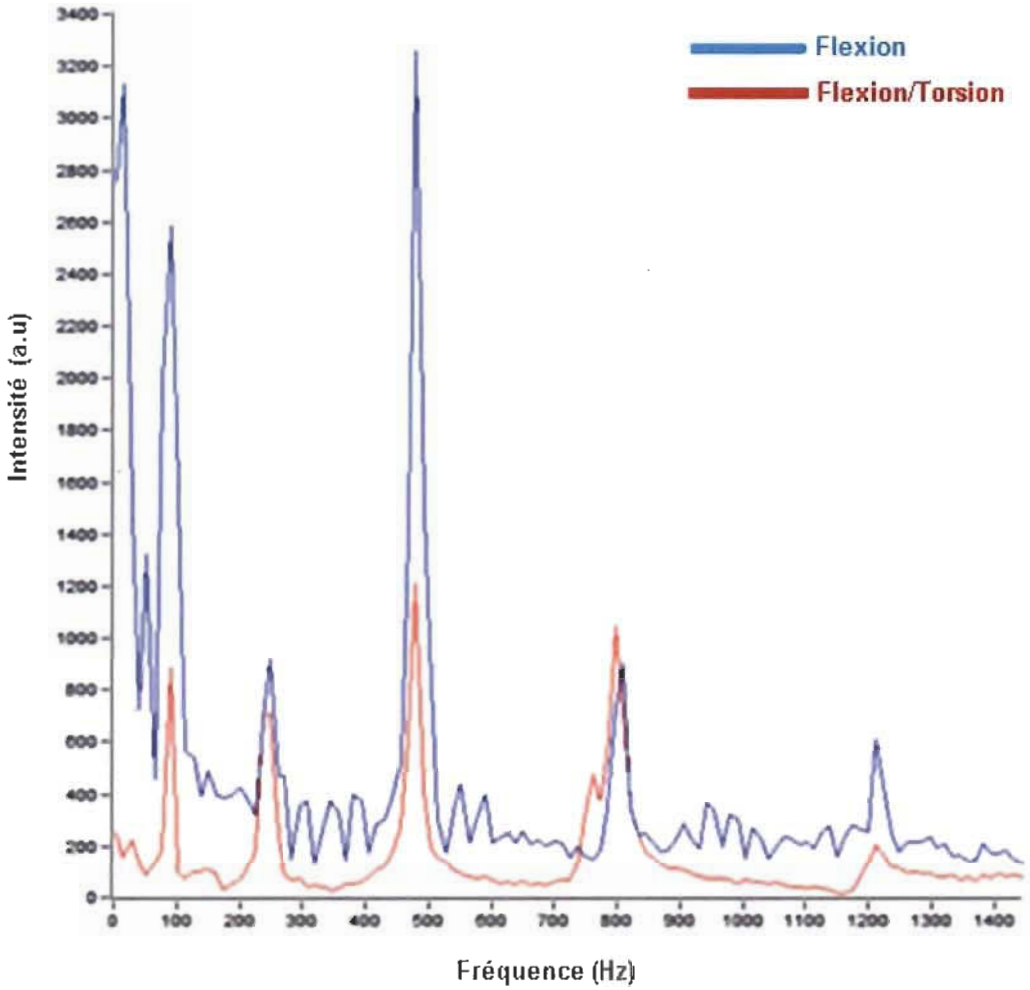

Figure B-1 le spectre de fréquence de l'échantillon FE45N6

La figure B-2 représente le spectre de fréquence de l'échantillon FE90N6 dans le mode de flexion (courbe en bleu) ainsi que le mode de flexion/torsion (la courbe en rouge). Elle montre que la fréquence fondamentale est 128.94 Hz, accompagné d'une série d'harmoniques : la deuxième harmonique à 356 Hz et la troisième harmonique à 707.05 Hz.

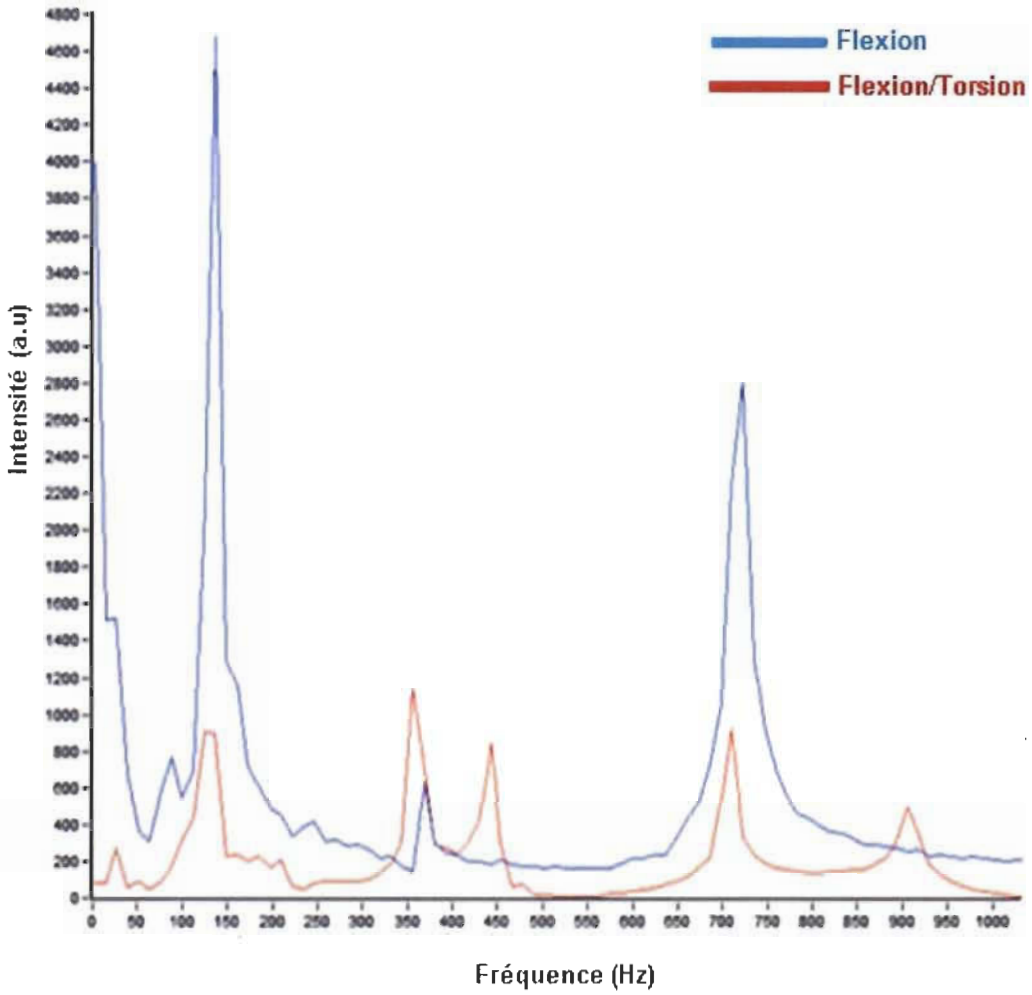

Figure B-2 le spectre de fréquence de l'échantillon FE90N6