Table des matières

Table des figures

Liste des tableaux

Chapitre I

Introduction générale

Le problème du sac à dos fait partie des problèmes d'optimisation combinatoire les plus étudiés ces cinquante dernières années, en raison de ces nombreuses applications dans le monde réel. En effet, ce problème intervient souvent comme sous-problème à résoudre dans plusieurs domaines : la logistique comme le chargement d'avions ou de bateaux, l'économie comme la gestion de portefeuille ou dans l'industrie comme la découpe de matériaux.

Ce problème en variables 0-1, dont l'énoncé est assez simple, fait partie des problèmes mathématiques NP-complets. Cela explique que le nombre d'ouvrages qui lui sont consacrés est important, on peut notamment citer les ouvrages de référence [KEL 04] et [MAR 90], mais aussi les différents travaux proposant diverses méthodes pour résoudre ce problème (cf [BEL 57], [GIL 65], [KOL 67], [BAL 80], [PLA 85] , [ELK 02] , [MEL 05] , [HIF 08] et [BEL 08a]).

De nos jours le problème du sac à dos se résout de manière assez efficace. Les travaux actuels portent sur différentes variantes du problème du sac à dos qui sont beaucoup plus difficiles à résoudre. On peut en citer :

- Le problème du sac à dos multidimensionnel (MKP) : on notera les travaux de Freville et Plateau [FRE 94], Hanafi et al. [HAN 96] et Boyer et al.[BOY 10].
- Le problème du partage équitable (KSP) : on notera les travaux de Hifi et al. [HIF 05] Belgacem et Hifi [BEL 08b], Boyer et al. [BOY 11].
- Le problème du sac à dos multiple (MKP) : on notera les travaux de Hung et Fisk [HUN 78], Martello et Toth [MAR 80].

- Le problème du sac à dos disjonctif (DCKP) : on notera les travaux de Yamada et Kataoka [YAM 01], Hifi et Michrafy [HIF 07].
- Le problème de bin packing: on notera les travaux de Bekrar et al.[BEK 10] et Hifi et al. [HIF 10].

Les approches proposées dans la littérature, pour résoudre les problèmes de la famille du sac à dos sont des méthodes exactes capables de résoudre un problème à l'optimalité ou des heuristiques qui fournissent une solution approchée de bonne qualité dans des temps de résolution très raisonnables.

Les méthodes classiques telles que la programmation dynamique et le Branch and Bound peuvent être combinées de manière efficace afin de donner naissance à des méthodes coopératives ou hybrides. On note par exemple le travail de Viader [VIA 98] sur une méthode coopérative pour le problème du sac à dos. On note aussi le travail de Boyer et al. [BOY 10] sur une méthode coopérative pour le problème du sac à dos multidimensionnel. Les tests numériques présentés montrent l'efficacité des méthodes coopératives par rapport aux méthodes classiques.

Le parallélisme constitue une autre approche afin d'accélérer la résolution de problèmes d'optimisation combinatoire. L'apparition de nouvelles architectures comme les Graphics Processing Units ou GPUs semble particulièrement intéressante afin de diminuer les temps de résolution de manière économique. cf. [LUO 10], [BOY 11].
On s'est intéressé dans ce mémoire à la résolution d'une variante du problème du sac à dos à savoir le problème du sac à dos multiple (MKP). Ce problème compte plusieurs applications industrielles dont on peut citer quelques exemples : le chargement de fret sur les navires, où il s'agit de choisir certains conteneurs, dans un ensemble de n conteneurs à charger dans m navires de différentes capacités de chargement (cf [EIL 71]), le chargement de n réservoirs par m liquides qui ne peuvent pas être mélangés (cf [MAR 80]); l'affectation de tâches. Le problème MKP est NP-complet et la nécessité de trouver des algorithmes donnant une bonne solution heuristique se justifie par la complexité de ce type de problème.

La deuxième partie de notre contribution porte sur l'utilisation des GPUs pour la mise en œuvre parallèle de méthodes d'optimisation combinatoire en variables 0-1. Ces travaux font suite à une série d'études effectuées dans l'équipe CDA du LAAS-CNRS sur la mise en

œuvre parallèle de la méthode de programmation dynamique sur GPU, cf. Boyer et al. [BOY 11] et [BOY 10]. Notre travail, s'est concentré sur la mise en œuvre parallèle sur GPU de la méthode de Branch and Bound ainsi que de la méthode du Simplexe.

Organisation de la thèse

Dans le **chapitre II**, nous commençons par présenter le problème du sac à dos ainsi que certaines de ces variantes comme le problème du sac à dos multiple. Nous nous intéressons en particulier à des méthodes de résolution classiques, comme la programmation dynamique et le Branch and Bound.

Nous proposons au **chapitre III** une méthode heuristique pour résoudre le problème du sac à dos multiple. Nous commençons d'abord par un état de l'art du MKP et détaillons en particulier une heuristique qui à été proposée pour le problème du sac à dos multiple, à savoir l'heuristique MTHM de Martello et Toth [MAR 81]. Nous présentons en détail notre contribution à savoir l'heuristique RCH pour Recursive Core Heuristic. Dans cette dernière méthode, nous considérons le problème du sac à dos multiple comme une succession de problème de sac à dos à résoudre. Nous définissons alors pour chaque problème KP un noyau. Nous résolvons alors pour chaque noyau excepté le dernier, un problème de *subset sum* par l'approche basée sur la programmation dynamique proposée par Elkihel [ELK 84] tandis que le dernier noyau est résolu en utilisant la programmation dynamique classique.

Le **chapitre IV** est consacré au GPU. Nous commençons d'abord par donner un état de l'art du calcul sur GPU. Puis, nous nous intéresserons à l'architecture CUDA (Compute Unified Device Architecture) proposée par NVIDIA. Les performances de cette architecture reposent sur deux éléments fondamentaux : la mémoire et la décomposition du travail en tâches.

Au **chapitre V**, nous présentons l'approche que nous avons suivie pour la mise en œuvre parallèle de l'algorithme de Branch and Bound sur GPU. Nous donnons un bref état de l'art relatant les différentes implémentations parallèles existantes pour l'algorithme de Branch and Bound, qu'elles soient sur des machines multi-cœurs, grilles de calculs ou sur architecture GPU. Nous expliquons les différents choix que nous avons faits pour aboutir à la mise en œuvre proposée. Ceux-ci concernent tout aussi bien la stratégie de séparation des nœuds, les données sauvegardés pour chaque nœuds, les mémoires utilisées mais aussi les différentes

techniques et synchronisations utilisées pour diminuer les temps de latence d'accès en mémoire. Pour finir, nous présentons nos résultats et les analysons.

Enfin, nous présentons au **chapitre VI**, l'approche que nous avons suivie pour la mise en œuvre parallèle de la méthode du Simplexe sur GPU et sur un système Multi-GPU. Nous commençons d'abord par présenter un bref état de l'art. Nous expliquons ensuite les différents choix que nous avons faits pour aboutir à la mise en œuvre proposée. Ceux-ci concernent aussi bien l'identification des tâches de cet l'algorithme qui peuvent se paralléliser de manière performante, que le choix des mémoires utilisées et le moyen utilisé pour réduire l'effet de chemins divergents induits par des instructions conditionnelles. Nous proposons, ensuite, une mise en œuvre multi-GPU de l'algorithme du Simplexe mettant à contribution plusieurs cartes GPUs disponibles dans un seul système pour résoudre un problème de programmation linéaire. Nous expliquons comment partager le tableau du Simplexe entres les différents GPUs et comment diminuer ainsi les échanges entre les GPUs et le CPU. Enfin, nous présentons et analysons les résultats obtenues pour la mise en œuvre séquentielle, sur GPU et la mise en œuvre parallèle sur un système multi-GPU.

Nous terminons ce mémoire en présentant nos conclusions générales et les perspectives de recherche.

Chapitre II

Généralités sur le sac à dos

Sommaire

II.1 Introduction

Dans le présent chapitre, nous présentons le contexte dans lequel vont s'inscrire nos travaux de recherche. Ces travaux s'articulent autour de la résolution de problèmes d'optimisation.

Dans la sous-section II.2, Nous définirons le problème du sac à dos ainsi que le problème du *sac à dos multiple* (MKP). Nous définirons aussi la notion de noyau d'un problème de sac à dos.