

# Table des matières

## **INTRODUCTION GENERALE..... 1**

## **CHAPITRE I : CONTEXTE DE L'ETUDE..... 3**

I.1. NATURES DES EMISSIONS DES MOTEURS DIESEL	3
I.1.1. CONSIDERATIONS GENERALES.....	3
I.1.2. NATURE DES PARTICULES DIESEL .....	5
I.2. IMPACTS ENVIRONNEMENTAUX ET SANITAIRES DES PARTICULES DIESEL	7
I.2.1. NOCIVITE DES PARTICULES DIESEL .....	7
I.2.2. REGLEMENTATIONS DES EMISSIONS POLLUANTES .....	8
I.3. APPROCHE ENVISAGEE POUR REDUIRE LES EMISSIONS DE PARTICULES	10
I.3.1. DIFFERENTS TYPES DE FILTRES.....	10
I.3.2. DIFFERENTES APPROCHES POUR LA REGENERATION .....	14
I.4. CONCLUSION – POSITION DE L'ETUDE	17
I.5. REFERENCES	18

## **CHAPITRE II : ECOULEMENT ET CAPTURE DES PARTICULES..... 19**

II.1. INTRODUCTION	19
II.2. ORDRES DE GRANDEUR ET CONSIDERATIONS GEOMETRIQUES	22
II.2.1. GEOMETRIE DU FILTRE – SURFACE FILTRANTE – STOCKAGE DES CENDRES.....	22
II.2.2. REGIMES D'ECOULEMENT – NOMBRES DE REYNOLDS.....	24
II.2.3. COUPLAGE ENTRE CANAUX ET PAROIS POREUSES.....	27
II.3. TRANSPORT ET CAPTURE DES PARTICULES	30
II.3.1. TRANSPORT DES PARTICULES .....	30
II.3.2. MECANISMES DE LA FILTRATION DES GAZ .....	32
II.3.3. CONCLUSION .....	35
II.4. ECOULEMENT A L'ECHELLE DU PORE	36
II.4.1. NATURE DU MILIEU POREUX.....	36
II.4.2. MODELES DE PERMEABILITE .....	38
II.5. ECOULEMENT A L'ECHELLE DU CANAL	50
II.5.1. ETUDE THEORIQUE DES ECOULEMENTS EN TUBE AVEC TRANSFERT PARIETAL .....	50

II.5.2. ECOULEMENT DANS LES CANAUX DU FILTRE A PARTICULE DIESEL .....	65
II.5.3. CONCLUSIONS SUR LA MODELISATION DE LA FILTRATION A L'ECHELLE DU CANAL ..	93
II.6. CHANGEMENT D'ECHELLE – MODELE MACROSCOPIQUE .....	94
II.6.1. EQUATIONS LOCALES .....	94
II.6.2. PRISE DE MOYENNE VOLUMIQUE .....	95
II.7.3. EQUATIONS DE CONSERVATION MACROSCOPIQUES .....	97
II.6.4. FILTRATION A L'ECHELLE DU SYSTEME COMPLET .....	100
II.7.5. CONCLUSION .....	109
II.7. CONCLUSION SUR L'ECOULEMENT ET LA FILTRATION .....	110
II.8. RÉFÉRENCES .....	114
<b>CHAPITRE III : TRANSFERTS THERMIQUES ET REGENERATION.....</b>	<b>117</b>
III.1. INTRODUCTION .....	117
III.2. MODELISATION DU TRANSFERT THERMIQUE DANS LES FAP .....	119
III.2.1. MODELE D'ECOULEMENT - RAPPEL.....	120
III.2.2. EQUATIONS LOCALES DE CONSERVATION DE L'ENERGIE .....	122
III.2.3. PRISE DE MOYENNE VOLUMIQUE.....	124
III.2.4. HYPOTHESE D'EQUILIBRE THERMIQUE LOCAL.....	126
III.2.5. MISE EN EVIDENCE DES PROBLEMES DE FERMETURE.....	127
III.2.6. EVALUATION NUMERIQUE DES PROPRIETES EFFECTIVES MACROSCOPIQUES .....	130
III.2.7. CONCLUSIONS SUR LE MODELE A UNE TEMPERATURE.....	135
III.3. PRISE EN COMPTE DE LA COMBUSTION DES SUIES .....	137
III.3.1. CINETIQUE DE LA REACTION D'OXYDATION DES SUIES .....	137
III.3.2. COMBUSTION A L'ECHELLE DE LA COUCHE DE PARTICULES.....	140
III.3.3. TERME SOURCE DE COMBUSTION MACROSCOPIQUE .....	143
III.4. IMPLEMENTATION DU MODELE THERMIQUE 3D MACROSCOPIQUE .....	145
III.4.1 DISCRETISATION ET SCHEMAS NUMERIQUES .....	145
III.4.2. MAILLAGE .....	146
III.4.3. PRISE EN COMPTE DES JOINTS .....	147
III.4.4. CONDITIONS AUX LIMITES.....	147
III.5. VALIDATION DU MODELE THERMIQUE .....	148
III.5.1. MONTEE EN TEMPERATURE D'UN FAP PROPRE .....	148
III.5.2. REGENERATION THERMIQUE EN CONDITION REELLE.....	159
III.5.3. CONCLUSION .....	171
III.6 CONCLUSIONS SUR LE PROBLEME THERMIQUE .....	172
III.7. REFERENCES .....	174

<b><u>CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES.....</u></b>	<b><u>177</u></b>
<b><u>ANNEXE A : CARACTERISTIQUES THERMO-PHYSIQUES.....</u></b>	<b><u>181</u></b>
<b><u>ANNEXE B : OUTIL DE DIMENSIONNEMENT RAPIDE .....</u></b>	<b><u>185</u></b>
B.1. EVALUATION DES PERTES DE CHARGE DES FILTRES – APPROCHE 0D .....	185
B.2. BANC DE MESURE DE PERTES DE CHARGE .....	188
B.3. PERTES DE CHARGE DES FILTRES PROPRES.....	189
B.4. REFERENCES .....	191
<b><u>ANNEXE C : ECOULEMENT DANS UNE FIBRE CREUSE .....</u></b>	<b><u>193</u></b>
<b><u>ANNEXE D : MODELE MULTI-CANAL DE FILTRE PLAN SIMPLIFIE .....</u></b>	<b><u>197</u></b>
<b><u>ANNEXE E : METHODE DE NEWTON-RAPHSON.....</u></b>	<b><u>203</u></b>





# Introduction Générale

La nécessité de réduire les émissions polluantes des véhicules à moteur Diesel conduit les constructeurs automobiles à concevoir des procédés d'élimination des particules carbonées. En effet, l'augmentation continue de ce type d'émissions constitue un problème sanitaire et environnemental préoccupant. La filtration apparaît, à l'heure actuelle, comme la seule technique de séparation permettant de satisfaire les futures normes sur les émissions mises en place en Europe, au Japon et aux Etats-Unis. Dans ce cadre, l'objectif de l'étude théorique faisant l'objet de cette thèse est d'étudier les phénomènes de transferts de masse et de chaleur au sein de systèmes de filtration des particules émises par les moteurs Diesel. En effet, la conception de Filtres A Particules Diesel (FAP) satisfaisant le cahier des charges des constructeurs automobiles nécessite de concilier des spécifications, parfois antagonistes, telles que l'efficacité de filtration, la perte de charge totale et la tenue thermomécanique.

Bénéficiant d'un soutien financier de l'Agence de l'Environnement et de la Maîtrise de l'Energie, ce travail a été intégré à l'action de Recherche et Développement menée par le Centre de Recherche et d'Etude Européen de Saint Gobain.

La modélisation des phénomènes de transferts de chaleur et de masse nécessite de prendre en compte de nombreux phénomènes intervenant dans l'écoulement des gaz, le transport et la capture des particules et les échanges thermiques intervenant entre les différents constituants du système. De plus, l'étude d'un dispositif de filtration réel nécessite de prendre en compte correctement une structure géométrique complexe. En effet, l'une des particularités des systèmes étudiés est de présenter une large gamme d'échelles spatiales s'étalant du micromètre pour les sites de capture des particules à plusieurs centimètres pour l'ensemble du filtre. Une approche de type « milieu poreux » a été retenue afin d'inclure dans un modèle à grande échelle l'effet des phénomènes intervenant aux échelles inférieures. L'approche théorique présentée ici a été développée en parallèle à deux thèses, en cours de réalisation au Laboratoire de Mécanique et d'Energétique d'Orléans, orientées vers la caractérisation expérimentale de ce type de dispositifs. Cette collaboration a permis de vérifier tout au long de la phase de développement des outils de calcul numérique la pertinence des hypothèses réalisées par confrontation à des résultats expérimentaux.

Dans un premier chapitre, le contexte général de l'étude est présenté dans le détail. La problématique des émissions de particules est évoquée du point de vue sanitaire et environnemental en précisant les normes en vigueur pour le contrôle des émissions. Un état des lieux des différents dispositifs de filtration candidats pour l'application étudiée est également proposé.

L'étude de l'écoulement des gaz, du transport et de la capture des particules est présentée dans le deuxième chapitre. L'étude des phénomènes intervenant aux différentes échelles du système permet de définir un modèle adapté à la simulation de la filtration dans l'intégralité du dispositif.

Enfin, une analyse du problème thermique lié à la régénération des filtres par oxydation des particules collectées sera présentée dans le troisième chapitre. Le changement d'échelle permettant de décrire le dispositif par l'intermédiaire d'un milieu fictif équivalent sera plus particulièrement discuté.

# Chapitre I:

## CONTEXTE DE L'ETUDE



# Chapitre I : Contexte de l'étude

L'étude faisant l'objet de la thèse a pour but de contribuer au contrôle des émissions polluantes liées au fonctionnement des véhicules légers à moteur Diesel. Dans ce premier chapitre, nous allons nous attacher à situer plus précisément le contexte de cette étude qui est limitée aux systèmes de réduction des émissions de particules solides mettant en œuvre une opération de filtration. Tout d'abord, nous allons présenter quelques généralités sur l'aspect qualitatif et quantitatif des émissions des moteurs Diesel. L'impact environnemental et sanitaire des émissions de particules solides sera ensuite discuté avant de présenter les différentes normes qui leur sont associées. Enfin, les différentes approches envisagées pour limiter ces rejets polluants seront décrites succinctement.

## I.1. Natures des émissions des moteurs Diesel

### I.1.1. Considérations générales

Le moteur Diesel, dans l'état actuel de son développement, est devenu une alternative très compétitive au moteur à allumage commandé. En Europe, la proportion des véhicules neufs équipés de moteur Diesel est en progression constante et a atteint pour la première fois 50% du marché durant l'année 2000. Face à cette augmentation, il est indispensable de s'interroger sur la nature et la quantité des rejets occasionnés par le fonctionnement d'un moteur Diesel.

Le moteur Diesel permet de convertir l'énergie chimique de certains composés hydrocarbonés en énergie mécanique. Le carburant utilisé est un mélange complexe d'hydrocarbures paraffiniques, cycloparaffiniques, aromatiques et d'oléfinés dans la plage de C10 à C22. Il peut, également, contenir des polyaromates en infime concentration. Les caractéristiques chimiques de ces composants permettent à ce mélange de s'auto-enflammer sous haute pression en présence d'oxygène. Cette combustion, réalisée dans des conditions optimales, produit du dioxyde de carbone ( $\text{CO}_2$ ) et de la vapeur d'eau ( $\text{H}_2\text{O}$ ). Le diazote ( $\text{N}_2$ ) contenu dans l'air est idéalement rejeté sans intervenir dans la réaction comme une part du dioxygène ( $\text{O}_2$ ) apportée en excès. Cependant, le fonctionnement réel de ce type de moteur

entraîne le rejet de composés agressifs du point de vue environnemental et sanitaire. En effet, la répartition du carburant introduit sous forme d'un spray liquide dans la chambre de combustion s'avère fortement hétérogène. Le mélange combustible/comburant peut présenter avant l'inflammation, des disparités importantes avec des zones très pauvres en carburant et des gouttelettes liquides incomplètement évaporées. Cette disparité est une des causes principales de formation de produits de combustion indésirables. Les principaux polluants atmosphériques formés dans la chambre de combustion des moteurs Diesel sont (Chiron (1996)):

- Le monoxyde de carbone (CO) provenant de la combustion incomplète du carburant dans les zones où la concentration en oxygène est insuffisante.
- Les oxydes d'azote ( $\text{NO}_x$ ), principalement NO et  $\text{NO}_2$ , formés à haute température par l'oxydation de l'azote de l'air.
- Les composés organiques volatils (COV) (comprenant des hydrocarbures (alcane, alcènes, aromatiques, ...), des composés oxygénés (aldéhydes, cétones, ...) ) et les composés aromatiques polycycliques (HAP) (comme le benzo(a)pyrène) provenant de la combustion incomplète de composés plus lourds.
- Le dioxyde de soufre ( $\text{SO}_2$ ) provenant de l'oxydation du soufre contenu en faible quantité dans le carburant.
- les métaux (plomb notamment) présents initialement dans les huiles et les carburants.
- Les particules solides majoritairement composées de carbone (C) provenant de la combustion incomplète à basse température du carburant et du lubrifiant des pistons.

On peut noter qu'une partie de ces effluents gazeux (CO,  $\text{NO}_x$  et COV) évolue chimiquement dans la troposphère (couche de l'atmosphère entre 6 et 17 km d'altitude) sous l'effet du rayonnement solaire. Ils sont à l'origine d'une pollution photochimique caractérisée par une production d'ozone ( $\text{O}_3$ ) et d'autres espèces dangereuses pour la santé et l'environnement (acide nitrique, eau oxygénée, ...).

On peut noter que le secteur des transports en France est un des plus gros émetteurs de ces polluants gazeux avec, tous types de motorisation confondus, environ 50% des rejets de CO, COV et  $\text{NO}_x$  et environ 25% des émissions de  $\text{CO}_2$  (Chiron (1996)). Ces proportions approximatives concernent les émissions polluantes par des sources liées à l'activité humaine. Il convient de mentionner que viennent s'y ajouter des rejets par différentes sources naturelles qui, pour certains polluants ( $\text{CO}_2$ , CO,  $\text{SO}_2$ , ...), sont prédominantes à l'échelle du globe.

### I.1.2. Nature des particules Diesel

Le terme particule désigne l'ensemble des matières solides ou liquides récupérées sur filtre après prélèvement des gaz d'échappement dans le cadre de la réglementation sur les émissions (Guibert (1997)).

Le processus de formation de ces particules est initié dans la chambre de combustion Smith (1981). Dans les zones présentant une faible concentration en oxygène et une température relativement peu élevée, des réactions d'oxydation incomplètes conduisent à la formation de structures polycycliques de différentes natures. Un processus de nucléation tend ensuite à regrouper ces éléments sous forme de feuillets de graphite de dimension inférieure au nanomètre puis sous forme de particule dites turbostratique de l'ordre du nanomètre. Ces proto-particules, construites en quelques microsecondes, s'associent ensuite par coagulation en présence d'hydrocarbures en phase gazeuse pour former des billes élémentaires dont la dimension caractéristique est une dizaine de nanomètres. Ishiguro *et al.* (1997) ont présenté une série d'observation par microscopie électronique mettant en évidence la structure de ces particules élémentaires. Enfin, ces billes forment des agrégats présentant généralement la forme de chaînes sur lesquels vient s'adsorber une couche de différents composés. Des gouttelettes recondensées de composés hydrocarbonés et sulfurés ainsi que des traces de résidus métalliques viennent compléter la compositions des particules Diesel dont la taille, à l'entrée de la ligne d'échappement, peut s'étaler entre 10 nm et 10 µm (Figure 1).

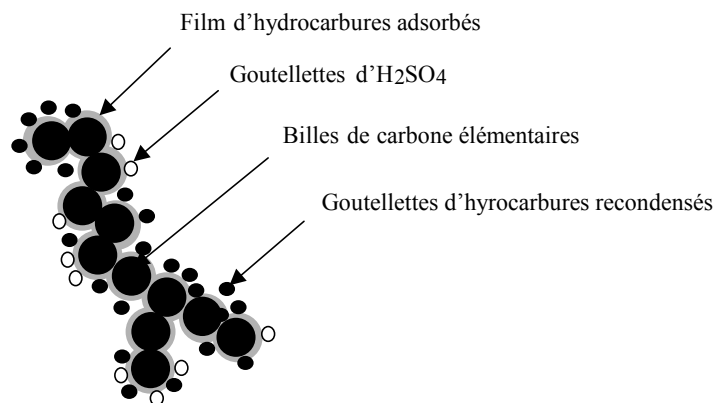


Figure I.1. : Schéma des particules Diesel (Van Setten et al. (2001))

Les travaux dédiés à la caractérisation des émissions de particules ou à la législation les concernant adoptent généralement une terminologie basée sur la nature chimique de leurs constituants. Ce type d'émission est alors caractérisée, suivant les recommandations de l'EPA (Environmental Protection Agency), par :

- La masse totale de particules (TPM : Total Particulate Mass) définie comme la matière (tant solide que liquide) collectée sur filtre dans des conditions réglementées.
- La fraction extractible par solvant (SEF : Solvent Extractible Fraction) est la fraction de la masse totale extractible par tout type de solvants.
- La fraction organique soluble (SOF : Soluble Organic Fraction) est la fraction de la masse totale extractible par le dichlorométhane.
- La fraction organique extractible totale (TOE : Total Organic Extract) est la fraction de la masse totale extractible par un mélange binaire toluène / éthanol (32/68).
- Les sulfates solubles dans l'eau représentent la plus grande part des éléments inorganique extractibles.
- La fraction aqueuse combinée est constituée d'eau combinée à des acides sulfuriques ou à des sulfates métalliques hydrophiles.
- Les particules carbonées résiduelles (RCP : Residual Carbon Particulate) constituent la matière restant après l'extraction de la fraction organique extractible totale, des sulfates solubles et de la fraction aqueuse combinée.

Dans ce document, on retiendra essentiellement le terme "particule Diesel" pour qualifier les agglomérats décrits précédemment incluant à la fois les parties solides et liquides qui les composent. Le terme "suie" s'appliquera de façon générale à la fraction des particules diesel susceptible de réagir à une réaction d'oxydation durant un post-traitement des gaz d'échappement. Enfin, la fraction ne participant pas à ce type de réaction sera appelée "résidu" ou "cendre".



## I.2. Impacts environnementaux et sanitaires des particules Diesel

### I.2.1. Nocivité des particules Diesel

Les particules Diesel constituent, à l'heure actuelle, la plus grande partie des poussières en suspensions en milieu urbain. Leurs effets sur l'environnement sont assez mal connus mais elles semblent avoir plusieurs effets néfastes comme la diminution de la visibilité en ville, la modification locale des caractéristiques thermiques de l'atmosphère et une influence sur la photosynthèse lorsqu'elles se déposent sur les végétaux. Leur effet sur les populations humaines reste cependant le point le plus préoccupant. La synthèse bibliographique réalisée par l'INERIS (Tissot (1999)) met en évidence la diversité des effets potentiellement néfastes de l'exposition des populations aux particules émises par la circulation automobile. La taille généralement submicronique des particules Diesel leur permet d'être transporté dans les zones les plus profondes du système pulmonaire (étage alvéolaire – parenchyme pulmonaire profond). Ces particules agissent comme des vecteurs de produits toxiques, du fait des différents composés liquides ou gazeux adsorbés sur leur surface. On peut distinguer deux voies principales d'action des particules sur l'organisme :

- Un grand nombre d'études récentes ou en cours s'attachent à caractériser leurs effets allergènes et inflammatoires sur le système respiratoire. De nombreuses études expérimentales ont mis en évidence le rôle potentialisateur de réactions allergiques respiratoires (rhinites, asthme). Les mécanismes conduisant à ces réactions inflammatoires et surtout allergiques, sont encore mal compris.
- L'étude du caractère potentiellement cancérigène de ce type de polluants a été une voie de recherche très prisée au cours des années 90. Le caractère mutagène des particules a été établi clairement bien que certains mécanismes restent méconnus. Toutefois, si le caractère mutagène est potentiellement favorable à la formation de tumeur, les effets carcinogènes des particules n'ont pu être observés expérimentalement que dans le cas de certains animaux et pour des concentrations en polluant très supérieures à celle rencontrées dans l'environnement. Chez l'homme, les études épidémiologiques tendent à démontrer une augmentation de l'incidence des carcinomes pulmonaires et de la vessie au sein des populations professionnellement exposées à ces émanations.

Quelques études semblent également montrer que des effets sur d'autres organes que l'appareil respiratoire peuvent être imputés aux particules Diesel. Notamment, elles semblent pouvoir entraîner des effets néfastes sur la fonction de reproduction et sur le système cardio-vasculaire.

Les répercussions exactes de l'exposition des populations urbaines à un environnement présentant une concentration importante en particules Diesel ne sont pas encore comprises avec certitude. Cependant, l'accumulation d'indices montrant les différents effets néfastes de ce type de polluant sur l'organisme incite fortement à la prudence et a conduit, au niveau international, les différents organismes de régulation à imposer depuis le début des années 90 des normes de plus en plus strictes sur ce type de rejets.

### I.2.2 Réglementations des émissions polluantes

Afin de limiter les effets néfastes pour la qualité de l'air associés à l'augmentation constante du trafic automobile, l'instauration de règles de plus en plus strictes sur les émissions est devenue incontournable (Walsh (2000)). Suivant l'exemple précurseur de l'état de Californie, les législateurs européens, japonais et des Etats Unis imposent depuis une trentaine d'année, des normes de plus en plus restrictives sur les émissions de polluants. Planifiés jusqu'aux alentours de 2010, ces différentes réglementations s'accordent sur la nécessité de réduire de façon drastique les émissions de particules Diesel, bien que les procédures d'homologation des nouvelles motorisations ne soient pas harmonisées.

A partir d'une collaboration entre la Commission Européenne, l'Association des Constructeurs Européens d'Automobiles (ACEA) et l'industrie pétrolière (Europia), la planification européenne actuelle pour les véhicules à moteur Diesel a été mise en place entre 1994 et 1996 prévoyant les normes Euro II à Euro IV (Tableau 1).

Phase	Année	HC+NO <sub>x</sub>	NO <sub>x</sub>	CO	TPM
<b>Euro I</b>	1992	0.97	-	2.72	0.14
<b>Euro II-IDI</b>	1996	0.7	-	1	0.08
<b>Euro II-DI</b>	1999	0.9	-	1	0.1
<b>Euro III</b>	2000	0.56	0.5	0.64	0.05
<b>Euro IV</b>	2005	0.3	0.25	0.5	0.025

Tableau I.1. : Normes d'émission européenne (en g/km) pour les véhicules légers à moteur diesel

En réaction aux études mettant en évidence les effets sanitaires et environnementaux préoccupants des différents polluants émis par les moteurs à combustion interne, les normes

mises en place ont subi un durcissement drastique en une quinzaine d'année. En ce qui concerne la limitation des émissions de particules Diesel, la quantification des émissions reste sujette à certaines polémiques. En effet, la législation actuelle ne propose qu'un contrôle global de la masse de particules émises. Les études sanitaires tendent à montrer que les particules de petites tailles sont les plus nocives, bien qu'elles ne représentent qu'une faible fraction de la masse totale émise. Par conséquent, il n'est pas exclu que les futures normes s'étoffent d'un contrôle en nombre des particules par classes granulométriques.

### I.3. Approche envisagée pour réduire les émissions de particules

La norme Euro III, actuellement en vigueur, a nécessité la mise au point de nouvelles technologies pour les véhicules Diesel. Les nouveaux dispositifs d'injection du carburant (comme la rampe commune ou les injecteurs-pompes) permettent un contrôle fin des débits et du phasage de l'injection. Ces types de solutions techniques pilotées électroniquement ont permis d'améliorer très nettement la qualité de la combustion. En ce qui concerne les moteurs de faible cylindrée, ces progrès devraient permettre aux véhicules de dernière génération de satisfaire la norme Euro IV sans nécessiter l'ajout de dispositifs de post-traitement. Cependant, dans le cas des moteurs de cylindrée supérieure (>2 litres), la nécessité de diminuer à la fois les émissions d'oxydes d'azote (formés dans les zones « chaudes » de la chambre de combustion) et de particules (formés dans les zones « froides » de la chambre de combustion) semble, à l'heure actuelle, indissociable d'un post-traitement des gaz d'échappement.

Nous nous intéressons dans cette section aux procédés envisagés pour réduire les émissions de particules. Si on exclut les tentatives pour utiliser des systèmes électrostatiques qui ne semblent pas encore satisfaisants pour des applications embarquées sur véhicules légers, les procédés mis au point pour séparer les particules du gaz présentent deux caractéristiques communes :

- Un milieu poreux filtrant est utilisé pour capturer les particules
- La suie collectée doit être éliminée périodiquement

Les différents systèmes de filtration envisagés pour cette application répondent généralement à la dénomination Filtre à Particules Diesel. Dans la suite de ce document, nous utiliserons l'acronyme FAP.

#### I.3.1. Différents types de filtres

La filtration est un processus basé sur la circulation du gaz chargé en particules au sein d'un milieu poreux. Ce type de milieu présente généralement une géométrie tortueuse et une grande surface d'échange entre le matériau solide et le fluide, favorisant la capture et la rétention des particules. Outre la nécessité d'obtenir une très haute efficacité de capture des particules, l'application automobile impose des contraintes fortes sur le choix du matériau filtrant. En effet, les gaz émis par les moteurs Diesel sont chimiquement agressifs et peuvent

atteindre des températures élevées (jusqu'à 800 K). A l'heure actuelle, plusieurs solutions techniques ont été mises au point pour des applications en dépollution des moteurs Diesel industriels. Les contraintes sur l'encombrement et la masse des filtres pouvant être installés sur des véhicules légers limitent pour l'instant le choix des constructeurs automobiles. Nous présenterons donc tout d'abord un bref état des lieux des technologies existantes avant de présenter plus en détail la solution retenue pour l'application sur véhicules légers qui fait l'objet de ce travail de thèse.

#### I.3.1.1. Filtres en fibres céramique

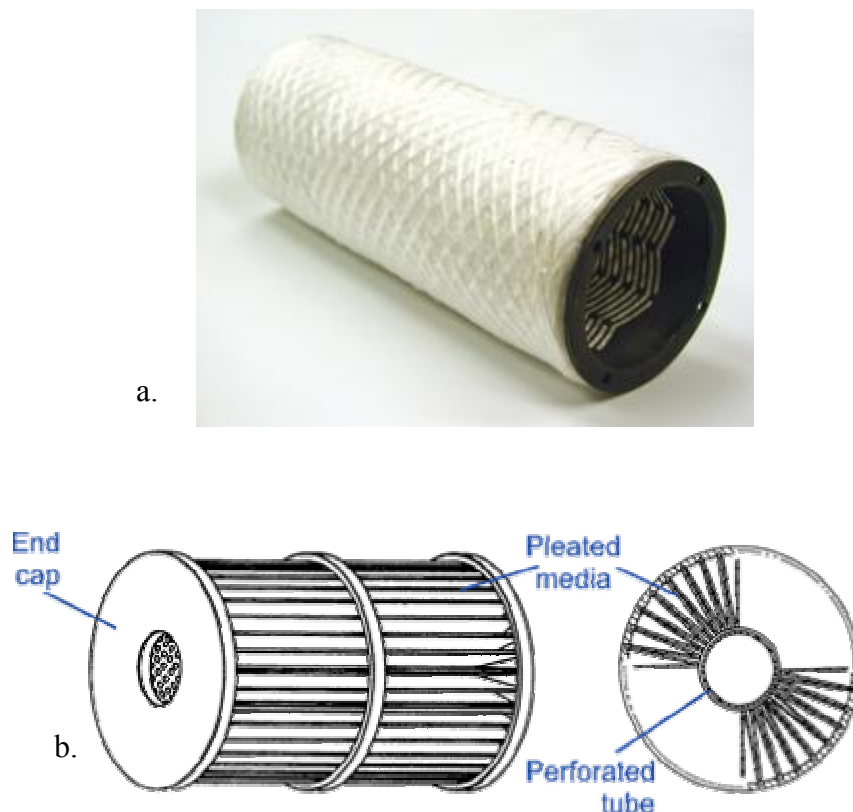


Figure I.2. : Filtres en fibres céramiques – a : filtre à “fibres enroulées” – b : filtre plissé

Plusieurs types de fibres céramiques adaptées au fonctionnement à haute température ont été utilisés sous différentes formes pour fabriquer des médias filtrants pour les particules Diesel. Les fibres peuvent être utilisées sous forme de longs fils enroulés ou tissés autour d'un support métallique le plus souvent cylindrique (Bloom (1995)) (Figure II.2.a.). Une seconde approche consiste à assembler les fibres céramiques pour constituer des feuilles qui sont ensuite elles même mises en forme obtenir le système de filtration final (Figure II.2.b.). Les filtres en fibres céramiques présentent généralement une faible perte de charge avant colmatage. Ils permettent d'obtenir une efficacité de filtration élevée (jusqu'à 90% dans

certaines configurations). On peut cependant noter que la nature des fibres utilisées ne permet pas, à l'heure actuelle, d'introduire une fonction de catalyse dans le filtre.

#### I.3.1.2. Filtres en mousse céramique

Bien que l'utilisation de mousse de céramique rigide ne semble plus très attractive, les études sur ce type de dispositif (Mizrah *et al.* (1989)) menées dans les années 80 ont mis en évidence quelques potentialités intéressantes.

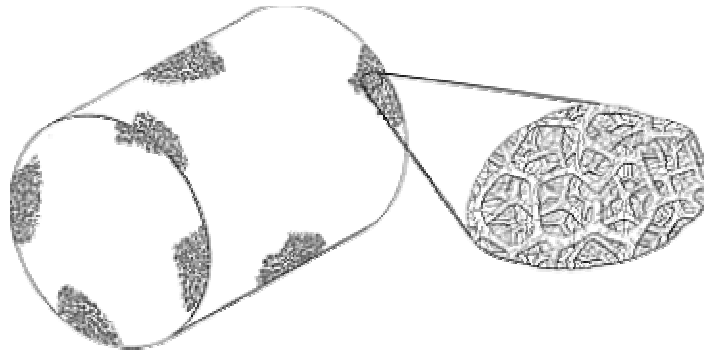


Figure I.3. : Filtre en mousse céramique

Les mousses de céramiques sont obtenues par imprégnation d'une matrice en mousse de polyuréthane par une pâte de céramique (cordiélite ou carbure de silicium) (Figure I.3.). Les éléments de filtre ainsi obtenus sont ensuite chauffés à haute température afin de détruire la matrice initiale et de cuire la céramique. Composé de pores sphériques très ouverts d'un diamètre compris entre 250 et 500  $\mu\text{m}$ , ce type de dispositif présente généralement une efficacité de filtration relativement faible ( $< 70\%$ ). De plus, la faible capacité de stockage des particules capturées impose l'utilisation de filtres de grandes dimensions.

#### I.3.1.3. Filtres en fibres métalliques

La possibilité de fabriquer des filtres à partir de grillages ou de laine métallique a également été envisagée. Ces dispositifs sont attractifs de part leur faible coût de fabrication et leur compatibilité avec la majorité des procédés de régénération. Cependant, ils ne semblent pas permettre d'obtenir une très haute efficacité de filtration ( $> 90\%$ ). De plus, différentes études ont mis en évidence le réentraînement d'amas de particules dans ce type de dispositif (Fang and Kittelson (1984)).

#### I.3.1.4. Filtres métalliques frittés

L'utilisation de poudres de métal frittées a permis de mettre au point des FAP fonctionnels et présentant une bonne efficacité de filtration (produit notamment par la société Purem). Ces filtres sont basés sur l'utilisation d'une structure métallique frittée obtenue par dépôt de grains métalliques sur une grille plane en acier inoxydable. Afin d'augmenter la surface de filtration, les feuilles ainsi obtenues peuvent être découpées en éléments annulaires qui sont ensuite reliés alternativement par leur périmètres internes et externes (Figure I.4.).



Figure I.4. : Filtre métallique fritté

L'utilisation de métal fritté a pour avantage d'offrir une grande liberté en ce qui concerne la mise en forme du dispositif tout en profitant des bonnes caractéristiques mécaniques, chimiques et thermiques associées aux matériaux métalliques. Il ne semble, cependant, pas adapté pour servir de support à un catalyseur et peut être handicapé par une masse élevée.

#### I.3.1.5. Filtres en nid d'abeille céramique

Les filtres en nid d'abeille céramique (wall-flow monoliths) sont, de loin, les dispositifs les plus utilisés pour filtrer les particules Diesel. A l'origine, cette configuration a été développée dans les années 80 à partir des nids d'abeille non bouchés utilisés comme support de catalyse. La structure géométrique des filtres en nid d'abeille est présentée sur la figure I.5.

Les canaux du nid d'abeille sont bouchés alternativement en entrée et en sortie du filtre afin de forcer le passage des gaz à travers les parois poreuses qui constituent le média filtrant. Différentes formes géométriques des canaux permettent d'obtenir ce résultats : Dans la configuration la plus classique, les canaux ont une section carrée, mais des canaux de section triangulaire peuvent également être envisagés. On peut noter la mise au point récente par Saint Gobain, de filtres dont les canaux présentent une géométrie asymétrique. Cette nouvelle

configuration est basée sur un nid d'abeille à canaux carrés déformés afin d'augmenter la section des canaux utiles à la filtration. Ces filtres permettent d'augmenter la capacité de stockage irréversible de cendre et donc d'augmenter la durée de vie du dispositif (Bardon *et al.* (2004)).

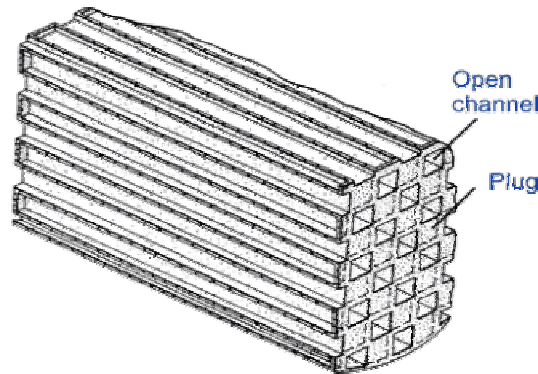


Figure I.5. : Schéma de principe d'un filtre en nid d'abeille céramique

Le matériau classiquement utilisé pour réaliser ces nids d'abeille est la Cordiérite (céramique de formule  $2\text{Al}_2\text{O}_3\text{-}5\text{SiO}_2$ ). Les contraintes spécifiques associées au fonctionnement embarqué sur véhicule léger a conduit les différents fabricants de filtres à remplacer la cordiérite par une autre céramique. L'utilisation du Carbure de Silicium (SiC), disposant notamment d'une conductivité thermique plus élevée, permettant de dissiper correctement la chaleur dégagée par la combustion des suies, a permis d'obtenir une bien meilleure résistance à la fonte et à la fissuration. Le principal défaut de ce matériau reste son coût de fabrication élevé (le mode de préparation du SiC est présenté en détail dans la section §II .4.). La recherche d'un matériau alliant un coût faible à des caractéristiques adéquates pour l'application FAP est toujours un sujet d'actualité. On peut noter , par exemple, l'étude récente de Miyakawa *et al.* (2003) sur le nitrure de Silicium (SiN) qui reste cependant, à l'heure actuelle, à l'état d'investigation.

### I.3.2. Différentes approches pour la régénération

La figure I.6 présente une classification des filtres à particules Diesel d'après la méthode de régénération utilisée. Si on excepte quelques applications où l'utilisation de filtre en fibre de cellulose jetable peut être envisagée économiquement, une méthode de nettoyage des filtres est indispensable. En effet, l'accumulation de particules dans les filtres entraîne une surpression dans la ligne d'échappement préjudiciable au bon fonctionnement du moteur et à sa consommation de carburant. Tous les systèmes de FAP envisagés à l'heure actuelle sont



basés sur une régénération thermique des filtres durant laquelle les particules sont oxydées afin de produire des émissions gazeuses (essentiellement du gaz carbonique). Cependant, la température des gaz d'échappement dans les conditions classiques d'utilisation est trop faible pour provoquer l'auto-inflammation des particules.

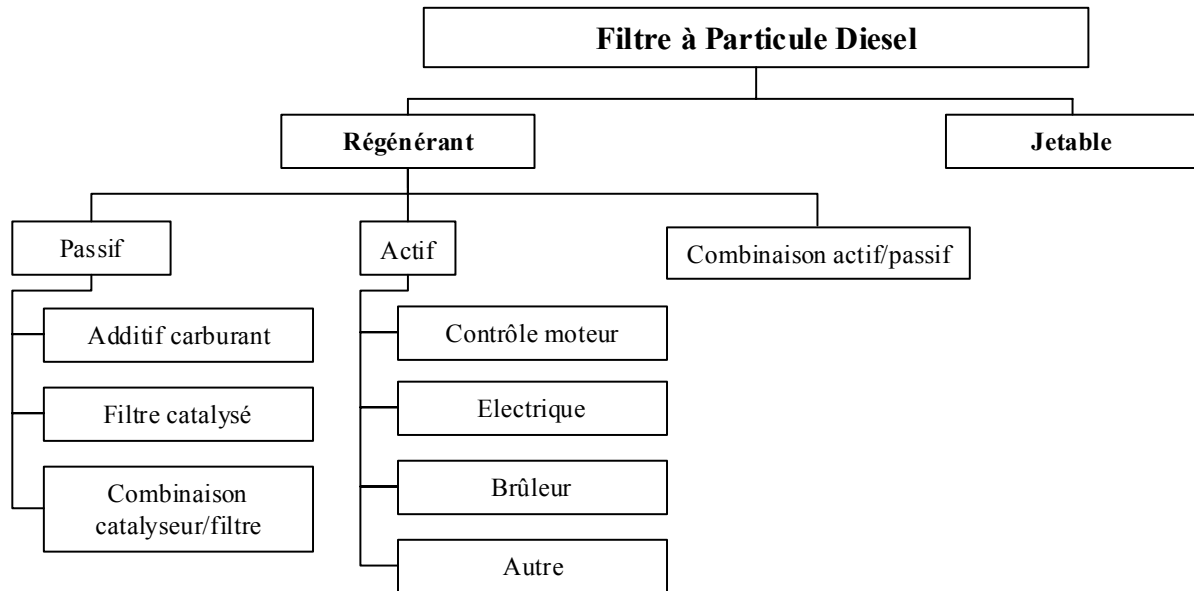


Figure I.6. : Classification des filtres par classe de méthode de régénération

Deux méthodes permettent de résoudre ce problème :

- L'approche passive consiste à diminuer la température nécessaire pour amorcer la combustion des suies. Ce résultat peut être obtenu en introduisant un catalyseur d'oxydation dans le système. Le catalyseur basé sur des composés métalliques (par exemple le Platine) peut être déposé directement sur la surface filtrante. Ce type de filtre catalysé est généralement appelé C-DPF. La technologie exploitée en série par le groupe PSA-Peugeot-Citroën est basée sur l'adjonction d'un catalyseur dans le carburant avant la combustion dans le moteur. Dans ce cas, des additifs à base de Cérium et de divers constituants métalliques sont utilisés pour faire diminuer la température d'inflammation des suies aux alentours de 700 K. Enfin, on peut mentionner les dispositifs CRT (Continuously Regenerating Filter) qui utilisent un support de catalyse en amont du filtre pour générer des Oxydes d'azote ( $\text{NO}_x$ ) qui permettent ensuite d'oxyder la suie capturée.
- L'approche active est basée sur un déclenchement de la régénération à l'aide d'une source extérieure de chaleur. L'énergie nécessaire pour activer la régénération peut dans ce cas être fournie par un réchauffeur électrique ou un brûleur de fuel. Le contrôle électronique des paramètres de l'injection (avec les systèmes d'injection à rampe commune ou par

injecteur-pompe) permet également d'augmenter la température des gaz d'échappement en insérant une post-injection dans le cycle d'admission du carburant dans les chambres de combustion. Cette dernière approche est, par exemple, mise en place dans le système fonctionnant en série sur les véhicules léger équipés de FAP par PSA.

La régénération thermique des filtres, qu'elle soit passive ou active, est sans conteste la phase la plus critique pour assurer un fonctionnement efficace et durable des FAP. Dans des conditions idéales, l'oxydation des suies devrait être quasiment continue afin de n'en stocker qu'une masse limitée. Dans ces conditions, l'oxydation exothermique des suies ne provoquerait jamais de pics de température et de gradients thermiques préjudiciables au dispositif. Le fonctionnement en application, et particulièrement dans le cas des véhicules légers, impose une large gamme de points de fonctionnement différents dépendant des conditions d'utilisation et de la façon de conduire :

- La circulation en ville est généralement caractérisée par des débits et des températures d'échappement faibles. La régénération passive est alors très difficile et rend obligatoire l'utilisation d'un système actif pour éviter le colmatage complet du filtre.
- A l'opposé, la conduite sur autoroute est caractérisée par des débits et des températures élevées permettant la régénération spontanée. Le passage sur autoroute d'un véhicule ayant longuement fonctionné en zone urbaine peut, par conséquent, s'avérer critique. En effet, la régénération incontrôlée d'un filtre fortement chargé pourrait conduire à la fonte du filtre (due à une température maximale trop élevée) ou à sa fissuration (due à la présence de gradients thermiques trop élevés).

Ce type de contraintes a orienté les différents fabricants de FAP pour véhicules légers vers les filtres en nid d'abeille permettant de disposer d'une grande capacité de stockage des suies par unité de volume. Afin d'obtenir un comportement thermique satisfaisant, l'utilisation du Carbone de Silicium, dont le point de fusion est plus élevé que celui de la Cordiérite, et le passage de filtres monolithiques à des filtres composites constitués de plusieurs blocs en nid d'abeille relié entre eux par un ciment spécifique, (afin de relaxer une partie des contraintes mécaniques engendrées par les gradients thermiques), se sont également imposés.

## I.4. Conclusion – Position de l'étude

La réduction des émissions polluantes des moteurs Diesel, et plus particulièrement des particules solides formées durant la combustion, est un enjeu environnemental important. De nombreuses études ont mis en évidence leur impact néfaste sur la qualité de l'air (effet de serre, impact toxicologique...), et a conduit les législateurs européens (mais aussi japonais et américains) à mettre en place des normes de plus en plus drastiques sur ces émissions. Les futures réglementations vont imposer l'implantation de dispositif de post-traitement des gaz d'échappement sur les véhicules légers à moteur Diesel. Le fort potentiel économique de ces nouveaux marchés a favorisé l'étude des différentes solutions techniques envisageables pour atteindre des taux d'émissions très faibles. Les systèmes les plus prometteurs sont basés sur l'utilisation de filtres pouvant être nettoyés périodiquement sans perturber le fonctionnement normal du véhicule.

Cette étude est particulièrement focalisée sur les filtres en nid d'abeille en Carbone de Silicium. Le mode de régénération envisagé est initié par une augmentation active de la température des gaz, assisté par l'adjonction de catalyseur au carburant. Ces dispositifs sont le siège de phénomènes de transport complexes (écoulement des gaz, transport et capture des particules, transfert de chaleur, combustion). De plus, leur structure géométrique présente plusieurs échelles spatiales (du micromètre à plusieurs centimètres). De ce fait, ces phénomènes de transport peuvent être étudiés en utilisant une technique de changement d'échelle en milieu poreux. L'objectif final est de construire un modèle numérique permettant de décrire l'intégralité du fonctionnement du système. Dans un premier temps, nous nous attacherons à décrire l'écoulement dans le filtre dans le but d'étudier la phase de filtration des particules. L'étude du comportement thermique du système durant la phase de régénération complètera ce travail. La collaboration avec le groupe Saint Gobain a permis de conserver tout au long de l'étude une relation directe entre les considérations théoriques qui seront présentées ici et les expériences de caractérisation menées par le Centre de Recherche et d'Etude Européen de Saint Gobain à Cavaillon et le Laboratoire de Mécanique et d'Energétique d'Orléans.

## I.5. Références

1. Bardon, S., Bouteiller, B., Bonnail, N., Girot, P., Gleize, V., Oxarango, L., Higelin, P., Michelin, J., Schuerholtz, S. and Terres, F. (2004). "Asymmetrical channels to increase DPF lifetime." SAE technical paper series(2004-01-0950)
2. Bloom, R. (1995). "The Development of Fiber Wound Diesel Particulate Filter Cartridges." SAE technical paper series(950152).
3. Chiron, M. (1996). La pollution atmosphérique d'origine automobile et la santé publique., rapport de la société française de santé publique, Santé et Société n°4.
4. Fang, C. P. and Kittelson, D. B. (1984). "The Influence of a Fibrous Diesel Particulate Trap on the Size Distribution of Emitted Particles." SAE technical paper series(840362).
5. Guibert, J. C. (1997). "Carburants et moteurs", Editions Technip.
6. Ishiguro, T., Takatori, Y. and Akihama, K. (1997). "Microstructure of Diesel soot particles probed by electron microscopy : First observation of inner core and outer shell." Combustion and Flame **108**: 231-234.
7. Miyakawa, N., Maeno, H. and Takahashi, H. (2003). "Characteristics and evaluation of porous silicon nitride DPF." SAE technical paper series(2003-01-0386).
8. Mizrah, T. *et al.* (1989). "Open Pore Ceramic Foam as Diesel Particulate Filter." SAE technical paper series(890172).
9. Smith, O. I. (1981). "Fundamentals of soot formation in flames with application to diesel engine particulate emissions." Prog. Energy. Combust. Sci.(7): 275-291.
10. Tissot, S. (1999). Toxicité des particules émises par la circulation automobile : Suivi et synthèse bibliographique, rapport de l'INERIS.
11. Van Setten, B. A. A. L., Makkee, M. and Moulijn, J. A. (2001). "Science and Technology of Catalytic Diesel Particulate Filters." Catalysis Reviews **4**(43): 489-564.
12. Walsh, M. P. (2000). L'évolution des émissions des véhicules, European conference of ministers of transport.

Chapitre II :

ÉCOULEMENT ET CAPTURE DES  
PARTICULES



# Chapitre II : Ecoulement et capture des particules

## II.1. Introduction

Dans ce chapitre, nous présenterons une étude théorique de l'écoulement des gaz et de la capture des particules solides dans les Filtres A Particules Diesel en nid d'abeille céramique. Cette problématique intervient à plusieurs niveaux dans les contraintes technologiques associées à la réalisation de FAP. Tout d'abord, les pertes de charges du dispositif liées à la structure géométrique du filtre et aux caractéristiques physiques des gaz d'échappement doivent être minimales pour perturber faiblement le fonctionnement du moteur Diesel. Pour comprendre et évaluer ces pertes de charges, il est nécessaire de prendre en compte les caractéristiques du FAP propre mais aussi l'impact de l'accumulation des particules lors du processus de filtration. L'efficacité de filtration du dispositif doit cependant être maximale ou, tout du moins, permettre d'atteindre les taux d'émissions imposés par les normes environnementales. Une forte efficacité de filtration est classiquement associée à des tailles caractéristiques des pores du media filtrant faibles entraînant des pertes de charges plus importantes. Enfin, la répartition spatiales des dépôts de suies au sein du filtre en fin de chargement et le transfert convectif de la chaleur par les gaz d'échappement peuvent avoir une influence sur le processus de régénération des FAP (Chapitre III) qui semble jouer un rôle critique pour la durabilité du système.

Afin de développer un modèle décrivant la répartition des flux de matière au sein du FAP, une approche de type « milieux poreux » a été retenue pour essayer de prendre en compte des phénomènes intervenant à des dimensions spatiales caractéristiques très différentes. En effet, l'écoulement des gaz et la capture des particules peuvent être considérés à différentes échelles de description :

- Les parois du FAP en nid d'abeille sont constituées de céramique poreuse dont les dimensions caractéristiques des pores interconnectés sont de l'ordre de 10 micromètres. L'écoulement des gaz dans ce type de géométrie tortueuse et complexe conduit généralement à des pertes de charge élevées que nous souhaitons évaluer. De plus, c'est à cette échelle que s'effectue la collecte des particules de carbone dont les dimensions sont

encore inférieures (environ 100 nanomètres). Cette capture des particules est directement liée à des mécanismes de transport et d'adhésion qui doivent être pris en compte.

- L'écoulement et le transport des particules à l'échelle d'un canal (de l'ordre de 1 millimètre de côté) peuvent également s'avérer complexes. En effet, l'écoulement rapide des gaz dans ce type de configuration peut présenter un caractère non-linéaire lié aux effets d'inertie. Ce type de comportement conditionne fortement le transport des particules par le gaz vers les parois collectrices. L'étude réalisée à cette échelle doit également prendre en compte les effets mis en évidence à l'échelle inférieure.
- Enfin, le FAP dans son ensemble (dimension caractéristique : environ 20 cm) constitue également un milieu complexe pouvant présenter différents types de macro-hétérogénéité. Il est évident qu'un modèle macroscopique décrivant le système à cette échelle devra aussi prendre en compte les effets mis en évidence aux échelles inférieures.

Dans le but de respecter cette approche en terme d'« upscaling », l'organisation de ce chapitre est basée sur la présentation progressive des problèmes en partant des plus petites échelles spatiales caractéristiques des phénomènes que nous nous proposons d'étudier :

- Afin de fixer quelques ordres de grandeurs, la première partie de ce chapitre sera consacrée à la description de la géométrie du dispositif. A partir de ces dimensions caractéristiques, plusieurs nombres sans dimensions permettront d'évaluer les régimes d'écoulement rencontrés dans les différentes zones du FAP.
- Les différents mécanismes associés au transport de particules par un gaz et à la filtration seront présentés dans la section suivante. Plusieurs hypothèses simplificatrices seront formulées en s'appuyant sur différents calculs d'ordre de grandeurs.
- L'écoulement à l'échelle des pores des parois filtrantes sera ensuite étudié en considérant la paroi propre en céramique et la couche de suie formée par le dépôt des particules. Une approche originale sera utilisée pour prendre en compte les particularités des phénomènes de transport dans le système formé par ces deux couches poreuses (dont les échelles caractéristiques sont différentes) en série.
- Le problème à l'échelle des canaux pourra ensuite être considéré. Une étude analytique basée sur les solutions affines pour l'écoulement en canal bi-dimensionnel avec aspiration ou injection pariétale servira de base à l'étude basée sur des simulations numériques directes pour la configuration des canaux à section carrée du FAP. Le système d'équations



de conservation mono-dimensionnelles ainsi obtenu sera utilisé pour simuler le processus de filtration sur une cellule périodique de filtre. Pour prendre en compte la présence d'hétérogénéités mise en évidence expérimentalement, un modèle multi-canaux permettant de simuler la filtration dans une centaine de canaux du FAP sera ensuite dérivé des équations précédentes.

- Finalement, un modèle macroscopique adapté à la simulation du processus de filtration dans la totalité du FAP sera mis en place. Quelques scénarios de filtration hétérogène seront présentés afin de proposer une structure géométrique originale pour les FAP permettant d'améliorer les performances de ce type de dispositif.

## II.2. Ordres de grandeur et considérations géométriques

En préambule à l'étude de l'écoulement au sein de dispositifs de filtration des particules Diesel, cette section a pour but de fixer quelques ordres de grandeurs. Compte tenu des différentes échelles géométriques caractérisant le FAP, différents nombres adimensionnels doivent être considérés pour caractériser l'écoulement complexe se développant en son sein.

Afin de situer la valeur des paramètres jouant un rôle sur l'écoulement, les calculs présentés dans cette section sont basés sur les caractéristiques géométriques du filtre commercialisé par la société IBIDEN (tableau II.1.) et installé en série sur certains véhicules de la gamme PSA. Nous appellerons ce filtre de référence Filtre 1 dans la suite du document. Les caractéristiques d'un second filtre de référence – Filtre 2 – sont présentées et seront également utilisées par la suite.

	Géométrie Filtre 1	Géométrie Filtre 2
$L_f$ : Longueur du filtre (m)	0.254	0.254
$D_f$ : Diamètre du filtre (m)	0.144	0.144
$L_p$ : Longueur des bouchons (m)	$4 \cdot 10^{-3}$	$8 \cdot 10^{-3}$
$L_b$ : Coté des blocs élémentaires (m)	0.34	0.34
$L_c$ : Coté des canaux carrés (m)	$1,51 \cdot 10^{-3}$	$1.4 \cdot 10^{-3}$
$L_s$ : Epaisseur des parois (m)	$380 \cdot 10^{-6}$	$360 \cdot 10^{-6}$
$D_p$ : Diamètre moyen des pores des parois (m)	$11 \cdot 10^{-6}$	$12 \cdot 10^{-6}$
$\epsilon_{mat}$ : Porosité totale des parois	0.41	0.4

Tableau II.1. : Définition géométrique des filtres de référence

### II.2.1. Géométrie du filtre – surface filtrante – stockage des cendres

Afin de comprendre les contraintes liées à l'installation du dispositif FAP sur un véhicule, il est intéressant de calculer quelques unes de ses caractéristiques (tableau II.2). Un volume total d'environ 4 litres avec une masse de l'ordre de 3 kg en font un élément difficile à insérer dans la ligne d'échappement. Minimiser cet encombrement est, par conséquent, un objectif important dans l'optique de concevoir un filtre adapté à tous les véhicules Diesel. Les caractéristiques clefs du dispositif, vis à vis de son comportement durant la phase de filtration, sont la surface de filtration et le volume de stockage des cendres. La surface de filtration est définie comme la surface totale d'échange entre les canaux ouverts sur la face amont du filtre (canaux d'entrée) et les parois poreuses. C'est donc la surface totale disponible pour capturer les particules. Par conséquent, son augmentation tend à augmenter le temps disponible pour la

filtration entre deux régénérations thermiques du filtre. Le volume de stockage des résidus est un paramètre dont l'effet devient sensible à long terme dans la durée de vie du filtre. En effet, les cendres, résidus solides des régénérations thermiques, tendent à s'accumuler vers le fond des canaux d'entrée en faisant diminuer progressivement la surface de filtration disponible. Par conséquent, augmenter le volume de stockage des cendres permet d'augmenter la durée de vie du filtre pour une même surface de filtration initial.

	Géométrie Filtre 1	Géométrie Filtre 2
$N_c$ : Nombre de canaux	env. 4200	env. 5200
$V_f$ : Volume total ( $m^3$ )	0.00414	0.00414
$M_f$ : Masse* (kg)	2.8	2.8
$S_f$ : Surface de filtration ( $m^2$ )	3.5	3.75
$V_{stock}$ : Volume de stockage des cendres ( $m^3$ )	0.00132	0.00128

\* Avec  $\rho_{SiC} = 1800 \text{ kg/m}^3$

Tableau II.2 : Caractéristiques des filtres de référence

Dans l'optique de considérer ce dispositif à l'échelle macroscopique, nous allons distinguer trois zones distinctes (Figure II.1) :

- Les canaux ouverts sur la face amont du filtre (ou canaux d'entrée) qui servent de passage au fluide chargé de particules seront notés avec l'indice  $\beta$ .
- Les canaux ouverts sur la face aval du filtre (ou canaux de sortie) qui permettent d'évacuer le fluide filtré seront notés avec l'indice  $\gamma$ .
- Les parois poreuses permettant de capturer les particules seront notées avec l'indice  $s$ .

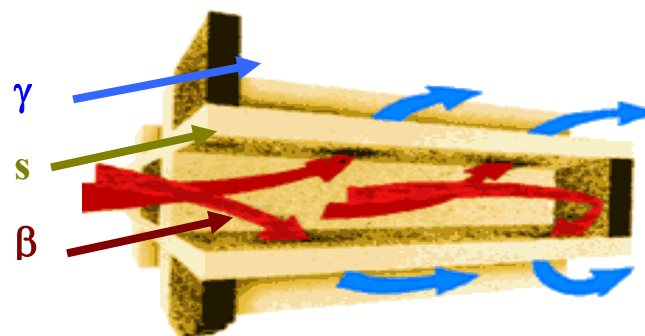


Figure II.1. : Répartition des phases dans un élément de FAP

Il faut remarquer que la formation du gâteau de particules sur les parois durant le processus de filtration entraînera un épaississement des parois et une diminution du domaine  $\beta$ .

Afin de pouvoir décrire l'évolution de la masse capturée dans l'axe du filtre, les fractions volumiques affectées aux trois zones sont définies par rapport à la section droite du filtre :

$$\varphi_{\beta} = \frac{S_{\beta}}{S}, \varphi_{\gamma} = \frac{S_{\gamma}}{S}, \varphi_s = \frac{S_s}{S} \quad (1)$$

Où S est une surface de référence composée de  $S_{\beta}$ ,  $S_{\gamma}$  et  $S_s$  qui sont respectivement les surfaces des zones  $\beta, \gamma$  et s.

Lorsque le filtre est propre, ces fractions volumiques sont uniformes sur toute la longueur du filtre. Pour le filtre 1, nous avons :  $\varphi_{\beta} = \varphi_{\gamma} = 0.32$  et  $\varphi_s = 0.36$  et pour le filtre 2 :  $\varphi_{\beta} = \varphi_{\gamma} = 0.31$  et  $\varphi_s = 0.38$ . La fraction volumique  $\varphi_{\beta}$  est fréquemment définie dans la littérature comme la proportion de surface ouverte en face avant du filtre (OFA : Open Frontal Area).

## II.2.2. Régimes d'écoulement – Nombres de Reynolds

Les régimes d'écoulement dans les différentes parties du dispositif dépendent directement du débit de gaz expulsé par le moteur. On considérera ici la plage de débit à l'échappement d'un moteur 2 litres HDI communément utilisé par PSA sur les véhicules équipé du FAP. Les régimes moteurs compris entre 750 et 4500 tours par minutes correspondent à des débits compris entre 50 et 300 m<sup>3</sup>/h à l'admission. L'augmentation de température des gaz occasionne une forte diminution de leur masse volumique. Entre la température d'admission de l'ordre de 300 K et celle de l'échappement aux alentours de 600 K, le débit volumique des gaz double approximativement (l'évolution de la masse volumique et de la viscosité des gaz d'échappement en fonction de la température est reportée en Annexe 1). On peut considérer que ce type de moteur rejette un débit volumique  $Q_v$  compris entre 0.014 et 0.166 m<sup>3</sup>/s (50 et 600 m<sup>3</sup>/h) de gaz dans le filtre à particules Diesel.

A partir de ces ordres de grandeur du débit, nous nous intéresserons tout d'abord l'impact des effets de compressibilité sur le gaz d'échappement. La plage de variation de quelques nombres de Reynolds caractéristiques de l'écoulement sera ensuite évaluée.

### Compressibilité du gaz :

Le nombre de Mach est un indicateur de l'intensité des phénomènes liés à la compressibilité des gaz.

$$M = \frac{Q_v / \left( \phi_\beta \frac{\pi}{4} D_f^2 \right)}{c} \quad (2)$$

Où  $Q_v / (\phi_\beta D_f^2)$  correspond à la vitesse en entrée des canaux du filtre (vitesse maximale dans le FAP) et  $c$  la vitesse du son dans le gaz pour les conditions opératoires considérées (nous considérons l'air dans les conditions normales :  $c = 340 \text{ m.s}^{-1}$ ).

$M$  reste inférieur à 0.1 dans toute la gamme de débit considérée. Par conséquent, nous utiliserons par la suite l'hypothèse d'écoulement incompressible. On peut noter que cette simplification ne serait sans doute pas valide si le filtre était utilisé dans une configuration en aspiration avec des pressions inférieures à la pression atmosphérique.

### Écoulement en amont du filtre :

Tout d'abord, on peut s'intéresser à l'écoulement dans la conduite libre en amont du FAP (Figure II.2).

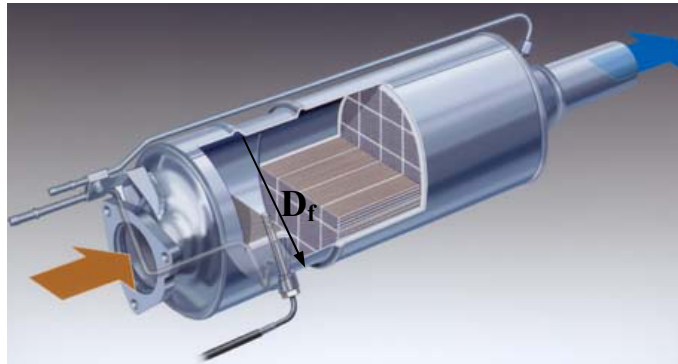


Figure II.2. : Détail du dispositif d'alimentation du FAP (image Opel)

On peut définir un nombre de Reynolds  $Re_a$  basé sur le diamètre  $D_f$  de la conduite contenant le filtre :

$$Re_a = \frac{4\rho_g Q_v}{\mu_g \pi D_f} \quad (3)$$

$Re_a$  varie entre 4000 et 25000 dans le divergent brusque en amont du filtre dans la gamme de débits et de températures considérées. La modélisation éventuelle de l'écoulement dans cette partie de la ligne d'échappement devra donc nécessairement tenir compte des effets de la turbulence.

Il est également intéressant d'évaluer la nature de l'écoulement dans les différentes parties du filtre.

## Ecoulement dans les canaux du filtre

On peut définir un nombre de Reynolds de canal  $Re_0$  associé à la longueur  $L_c$  du coté d'un canal. La vitesse caractéristique utilisée est alors la vitesse maximale dans les canaux (en entrée des canaux d'entrée ou en sortie des canaux de sortie) obtenue en considérant que le débit total se répartit uniformément sur la moitié des  $N_c$  canaux du filtre. Localement, le nombre de Reynolds de canal  $Re_0$  varie le long du filtre en décroissant de  $Re_0$  à 0 dans les canaux d'entrée et en croissant de 0 à  $Re_0$  dans les canaux de sortie.

$$Re_0 = \frac{\rho_g \frac{Q_v}{N_c/2}}{\mu_g L_c} \quad (4)$$

$Re_0$  varie entre 100 et 1000 pour la gamme de débits et de températures considérées. L'écoulement reste donc laminaire à cette échelle.

## Ecoulement transverse vers les parois

Afin de caractériser l'intensité des écoulements transverses dans les canaux, on peut définir un nombre de Reynolds de filtration  $Re_w$  défini à partir de la vitesse pariétale moyenne  $[Q_v/S_f]$  et la longueur  $L_c$  du coté d'un canal. L'importance de ce nombre de Reynolds, originellement proposé par Berman (1953) sera mise en évidence dans le cadre des modèles d'écoulement en canaux présentés dans la section §II.5.

$$Re_w = \frac{\rho_g \frac{Q_v}{S_f} L_c}{\mu_g} \quad (5)$$

$Re_w$  varie entre  $5 \cdot 10^{-2}$  et 1.2 pour la gamme de débits et de températures considérées. On peut noter que ce nombre adimensionnel est inversement proportionnel à la longueur  $L_f$  du filtre.

## Ecoulement dans les parois poreuses

Enfin, l'écoulement au sein des parois poreuses peut également être caractérisé par un nombre de Reynolds  $Re_p$  défini à partir de la vitesse interstitielle (ou vitesse locale moyenne au sein des parois)  $[Q_v/(\varepsilon_{mat} S_f)]$  faisant intervenir  $\varepsilon_{mat}$  la porosité du milieu poreux et  $D_p$  le diamètre moyen de ses pores.

$$Re_p = \frac{\rho_g \frac{Q_v}{\varepsilon_{mat} S_f} D_p}{\mu_g} \quad (6)$$

$Re_p$  varie entre  $5 \cdot 10^{-3}$  et  $5 \cdot 10^{-2}$  pour la gamme de débits et de températures considérée avec un filtre de longueur  $L_f$ . Par conséquent, l'écoulement local à l'intérieur des parois reste en régime de Stokes, la loi de Darcy étant alors applicable.

### II.2.3. Couplage entre canaux et parois poreuses

Avant d'entamer une étude précise du transfert des gaz dans le FAP, le calcul de quelques ordres de grandeurs permet d'apporter un premier éclairage sur la topologie de l'écoulement. Dans cette section, nous allons nous intéresser au comportement global du système afin de mettre en évidence la possibilité de réduire le problème à l'étude de l'écoulement laminaire dans des tubes reliés par leur parois poreuses dans lesquelles la composante de la vitesse dans la direction parallèle aux tubes pourra être négligée. Dans cette optique, nous nous intéressons ici uniquement au domaine poreux et pas au comportement du fluide dans les tubes. Compte tenu du régime de Stokes mis en évidence dans la section précédente, le comportement de l'écoulement incompressible stationnaire au sein des parois poreuses peut être décrit par la loi de Darcy. Nous avons donc :

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0 \quad (7)$$

$$\mathbf{V} = -\frac{1}{\mu} \mathbf{K} \cdot (\nabla P - \rho \mathbf{g}) \quad (8)$$

Les conditions limites imposées à l'interface entre les zones fluides et poreuses sont :

$$p_f = P \quad (9)$$

Où  $p_f$  est la pression dans la zone fluide qui varie le long des canaux.

La faible perméabilité des parois nous permet de ne pas considérer les conditions limites proposées par Beavers et Joseph (Beavers and Joseph (1967)) mais d'utiliser une condition de non-glissement du côté fluide de l'interface fluide/poreux (Schmitz and Prat (1995)). Par conséquent, aucune condition limite supplémentaire n'est nécessaire du côté poreux.

Notre objectif est d'estimer le rapport  $\frac{\partial P}{\partial x} / \frac{\partial P}{\partial y}$  dans les parois. Si ce rapport se révèle suffisamment faible dans les conditions particulières du FAP, le découplage des écoulements dans les canaux et les parois pourra être envisagé. A partir de l'équation (8), nous avons :

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial p_f}{\partial x} \quad (10)$$

Et nous pouvons estimer le gradient de pression dans le tube comme :

$$\frac{\partial p_f}{\partial x} \propto \frac{\mu v_x}{L_c^2} \quad (11)$$

Où  $v_x$  est la vitesse moyenne sur une section de canal dans la direction du canal. Cet estimateur néglige l'impact potentiel des termes inertiels de l'équation de conservation de la quantité de mouvement sur le gradient de pression.

La loi de Darcy (7) nous permet d'estimer le gradient de pression orthogonal au tube dans la parois poreuse comme :

$$\frac{\partial P}{\partial y} \propto \frac{\mu V_w}{K} \quad (12)$$

Nous obtenons en combinant les expressions (10) et (11) :

$$\frac{\partial P}{\partial x} \bigg/ \frac{\partial P}{\partial y} \propto \frac{v_x}{V_w} \frac{K}{L_c^2} \quad (13)$$

Où le dernier terme est le nombre de Darcy défini comme

$$Da = \frac{K}{L_c^2} \quad (14)$$

En considérant la structure particulière des conditions limites dans le cas d'un élément périodique de filtre (le débit imposé dans un canal en entrée du filtre est intégralement transmis à un canal débouchant sur la sortie), une relation simple permet d'estimer le rapport des vitesses  $v_x$  et  $V_w$  dans l'expression (12) :

$$\frac{v_x}{V_w} \propto \frac{4L_c L_f}{L_c^2} \quad (15)$$

Où  $(4L_c L_f)$  est la surface d'échange totale entre un canal carré et ses parois. Il vient alors :

$$\frac{\partial P}{\partial x} \bigg/ \frac{\partial P}{\partial y} \propto \frac{L_f}{L_c} Da \quad (16)$$

Par conséquent, le rapport des gradients de pressions dans la zone poreuse est déterminé par le nombre de Darcy  $Da$  pour une configuration géométrique donnée.

Finalement, la variation de pression dans le milieu poreux dans la direction parallèle au canal peut être négligée devant la variation dans la direction orthogonale si



$$Da \ll \frac{L_c}{L_f} \quad \text{ou} \quad K \ll \frac{L_c^3}{L_f} \quad (17)$$

Ce critère est satisfait dans toutes les configurations de canal long à parois poreuses dédiées à des applications en filtration. En effet, la perméabilité des parois filtrantes reste typiquement inférieure à  $10^{-11} \text{ m}^2$  même dans le cas de milieux fibreux fortement poreux. Par conséquent, le critère (17) est vérifié pour des canaux de cotés millimétriques et de longueur décimétrique. L'exploration de configurations limites à l'aide du calcul CFD présenté dans la section (§ II.5.1.2.2) permet de valider notre approche sans dimension. En effet, l'écoulement parallèle aux canaux dans la zone poreuse ne devient significatif que dans le cas de parois de perméabilités (irréalistes) supérieures à  $10^{-9} \text{ m}^2$ .

## II.3. Transport et capture des particules

Dans cette section, quelques considérations générales sur le transport de particules et la séparation gaz-particules seront présentées.

### II.3.1. Transport des particules

La distribution en taille des particules émises par les moteurs Diesel présente généralement un diamètre moyen compris entre 150 et 200 nm. Dans cette gamme de tailles, le mouvement des particules est soumis à deux grands types d'interactions avec le fluide (Friedlander (2000)). D'une part, le fluide (pouvant être considéré comme un milieu continu) exerce différents effets hydrodynamiques sur les particules. D'autre part, ces particules de petite taille peuvent être affectées par le mouvement stochastique des molécules du gaz (mouvement Brownien).

#### Effets hydrodynamiques

L'étude du mouvement de particules dans un champ fluide a été initiée au 19<sup>ème</sup> siècle par Stokes (1851). La description des forces hydrodynamiques susceptibles d'influer sur les particules dans un fluide au repos ont ensuite été identifiées par différents auteurs (Boussinesq (1885), Basset (1888), Oseen (1927)). Ces travaux ont été étendus au cas plus général de particules entraînées par un champ fluide turbulent homogène isotrope par Tchen (1947). Ces travaux ont pu être approfondis plus récemment par l'intermédiaire d'études numériques (Magnaudet *et al.* (1995)). Quelques considérations d'ordre de grandeurs permettent d'évaluer l'impact des différentes forces hydrodynamiques sur le mouvement des particules Diesel dans les canaux du FAP :

- *Force de traînée :*

La force de traînée est la résultante des contraintes visqueuses exercées par le fluide sur la surface d'une particule. Le nombre de Stokes permet d'évaluer l'effet de la traînée en comparant le temps de réponse caractéristique des particules à un temps caractéristique de l'écoulement.

$$St = \frac{\rho_{soot} U_0 D_p^2}{18\mu L_c} < 10^{-2} \quad (18)$$

Avec  $\rho_{\text{soot}}$  et  $D_{\text{p soot}}$  respectivement la masse volumique et le diamètre moyen des particules,  $U_0$  et  $\mu$  la vitesse moyenne d'entrée du gaz dans un canal de côté  $L_c$  et sa viscosité dynamique

La valeur du nombre de Stokes reste faible dans toute la gamme de débit envisagée. Par conséquent, l'inertie des particules peut être négligée, les trajectoires des particules se confondent avec celles des particules fluides. Cependant, on peut penser que cet effet peut être responsable de l'accumulation en fond de canal des particules métalliques plus denses et de plus fort diamètre (non considérées ici).

- *Force de gradient de pression et de gravité :*

Cette force correspond aux contraintes exercées par le fluide sur un volume de fluide équivalent à celui de la particule. Elle comprend les effets de flottabilité (forces de gravité et d'Archimède) et la résultante du cisaillement qui serait exercée par l'écoulement sur le volume de fluide considéré. Le nombre de Froude permet d'estimer l'importance relative des forces de pesanteur (avec  $g$  est l'accélération de la pesanteur) par rapport aux forces d'inertie :

$$Fr = \frac{U_0}{\sqrt{gL_c}} > 100 \quad (19)$$

Compte tenu de ce nombre de Froude élevé, il semble pertinent de négliger l'influence de la gravité sur le mouvement des particules. Etant donné le très faible volume des particules, il en va de même de la force d'Archimède qui tend à réduire l'effet de la gravité.

- *Force de masse ajoutée et force d'histoire (force de Basset):*

La force de masse ajoutée correspond aux accélérations subies par le fluide entourant la particule. La force de Basset est liée à l'historique de ces mouvements incluant, notamment, la résultante d'une éventuelle rotation de la particule sur elle-même. Ces forces présentent généralement une faible intensité. La différence de vitesse entre le fluide et les particules étant très faible (mise en évidence par le nombre de Stokes), elles pourront également être négligées.

Cette analyse succincte des forces agissant sur le mouvement d'une particule isolée ne permet pas d'évaluer l'effet des interactions entre particules. Néanmoins, l'hypothèse d'un comportement de traceur parfait du point de vue hydrodynamique semble justifiée.

## Comportement Brownien

Les particules en suspension sont soumises à un « bombardement » incessant par les molécules du fluide. Dans le cas de particules nanométriques, la résultante de tous ces chocs aléatoires entraîne un mouvement erratique appelé mouvement Brownien. Mis en évidence expérimentalement au 19<sup>ème</sup> siècle, l'étude théorique historique réalisée par Einstein (1905) conduit à la relation de Stokes-Einstein reliant le comportement macroscopique d'un ensemble de particules à l'agitation moléculaire :

$$D_b = \frac{kT}{3\pi D_{p\ soot} \mu} \quad (20)$$

Où  $D_b$  est le coefficient de diffusion brownienne,  $k$  la constante de Boltzmann ( $1.380658 \cdot 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$ ) et  $T$  la température absolue du fluide.

Le nombre de Peclet ( $Pe_b$ ) permet de comparer la convection des particules à la diffusion due au mouvement brownien.

$$Pe_b = \frac{D_{p\ soot} V_w}{D_b} > 100 \quad (21)$$

Quelles que soient les vitesses et la température rencontrées dans le cadre de notre étude, la valeur élevée de  $Pe_b$  traduit la faible influence des effets diffusifs sur le mouvement des particules.

Cette étude d'ordre de grandeur met en évidence le très faible impact des forces hydrodynamiques et des effets moléculaires sur le mouvement des particules. Par conséquent, le transport des particules sera modélisé très simplement en supposant que leurs trajectoires se superposent parfaitement à celles des particules fluide. Ces hypothèses simplificatrices impliquent que la concentration massique en particules  $C_{soot}$  reste constante dans les canaux d'entrée du FAP. La masse de particules transportées vers les parois collectrices est alors directement proportionnelle au débit de filtration.

### II.3.2 Mécanismes de la filtration des gaz

La filtration est fondamentalement liée à la capture des particules transportées par le gaz sur des surfaces collectrices. Ce processus est favorisé près de parois solides car la vitesse du fluide devient faible. On distingue généralement quatre grands types de mécanismes de capture (Figure II.3):

- Diffusion : L'influence du mouvement brownien des particules peut être négligé dans le mouvement d'ensemble observé à l'échelle des canaux du FAP. Cependant, près des surfaces collectrices (par exemple dans les pores des parois du filtre), le déplacement aléatoire des particules sous l'influence des molécules du gaz peut les conduire à quitter les lignes de courant de l'écoulement fluide pour rencontrer le collecteur.
- Interception directe : Les particules qui suivent les lignes de courant du fluide peuvent être capturées lorsque la distance entre le centre de la particule et le collecteur est inférieure au rayon de la particule.
- Inertie : Comme dans le cas de la diffusion, les effets d'inertie négligeable à l'échelle du canal peuvent intervenir près des surfaces collectrices. La densité des particules étant supérieure à la densité du gaz, elles peuvent localement couper les lignes de courant pour être projetées sur les collecteurs. Des effets locaux liés à l'inertie du fluide peuvent également conduire à ce type de capture.
- Sédimentation : Lorsque la densité de la particule est différente ( en général supérieure) de la densité du fluide, la force de gravité peut également intervenir.

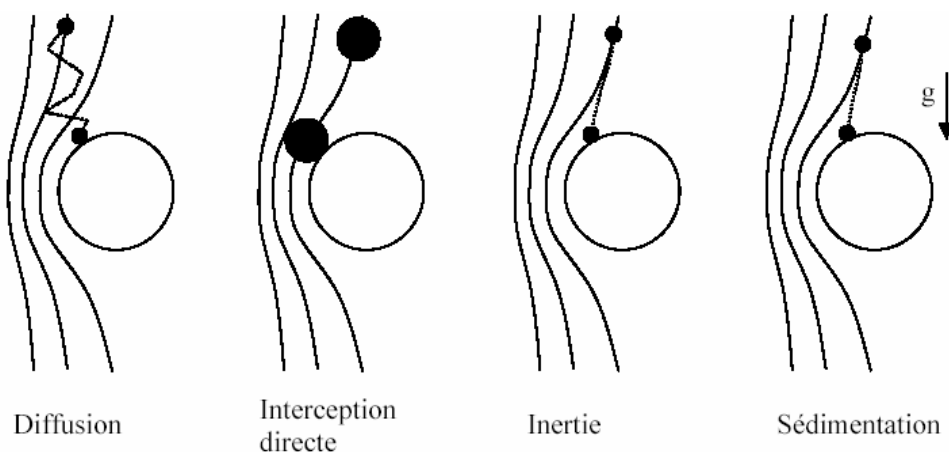


Figure II.3 : Mécanismes de capture des particules par un collecteur

Cette vision théorique très locale des mécanismes de capture doit être associée à la prise en compte des phénomènes conduisant à l'adhésion des particules sur les collecteurs. En effet, lorsqu'une particule s'approche à une très courte distance d'un collecteur, elle n'est plus uniquement soumise aux forces qui résultent des interactions hydrodynamiques (traînée, portance, couple) et aux effets Browniens. Il est alors nécessaire de prendre en compte les interactions physico-chimiques (force de Van der Waals, force de double couche, répulsion de Born, force d'hydratation, force stérique) entre particule et collecteur. Selon la taille et la

distance séparatrice entre particule et collecteur, certaines forces sont plus ou moins intenses et/ou prépondérantes. A l'heure actuelle, l'analyse numérique de problèmes complets faisant intervenir les différents types d'interactions nécessite des moyens de calculs très importants et n'est généralement appliquée qu'à une particule s'approchant d'un collecteur (Bowen and Sharif (1998), Bowen *et al.* (1999)). La prise en compte de ces phénomènes à très courte distance dans la modélisation du comportement de filtres complets n'a pas été envisagée dans ce travail.

Dans le cadre de la filtration associée à l'application FAP (analogue à la filtration tangentielle sur membrane), on distingue généralement deux régimes de fonctionnement :

- Durant la phase de filtration en profondeur (ou filtration en masse), les particules sont capturées au sein des parois du filtre. Leur accumulation dans les pores du matériau entraîne une diminution rapide de la perméabilité des parois. La phase de filtration en profondeur dans les applications FAP intervient uniquement durant un temps court (moins d' $1/10^{\text{ème}}$  du temps total d'accumulation des suies) en début de colmatage lorsque le filtre est propre. On peut noter que l'efficacité de filtration durant cette phase de fonctionnement est typiquement de l'ordre de 70% (*i.e.* 30% en nombre des particules parviennent à franchir le filtre). Différentes approches ont été envisagées pour modéliser ce mode de séparation des particules. On peut par exemple se référer aux travaux de Frey *et al.* (1999) qui présentent une approche par simulation directe en régime de Stokes. Quintard and Whitaker (1995) proposent d'appliquer la méthode de prise de moyenne volumique à l'équation eulérienne de transport de la concentration en particule (équation de Smoluchoski-Levich). Cette méthode permet d'évaluer précisément l'efficacité de filtration d'un milieu fibreux en prenant en compte explicitement la microstructure locale du média filtrant. Compte tenu de la courte période de fonctionnement des FAP dans le régime de filtration en profondeur, l'application, tout à fait envisageable, de cette méthode à l'étude de la configuration spécifique des parois en céramique frittée n'a pas été réalisée durant ce travail.

- Le régime de filtration sur gâteau est fondamental pour les performances des FAP du point de vue de la filtration. Ce mode de fonctionnement est initié lorsque les particules capturées forment une couche continue sur la surface du matériau filtrant. Ce « gâteau » de particules devient alors la zone collectrice du filtre. Les dimensions caractéristiques des pores de cette couche de suie sont très proches du diamètre moyen des particules. Par conséquent, les différents mécanismes de capture (par diffusion, interception ou inertie) deviennent

extrêmement efficaces. L'efficacité de filtration globale du FAP dépasse alors les 95% (voir 99%). En considérant que le dépôt de particules en formation à la surface des parois du filtre est homogène, cette phase de fonctionnement pourra être modélisée par une croissance du gâteau proportionnelle en volume au flux de particule transporté vers les parois par l'écoulement de gaz. Compte tenu de la courte durée de la phase de filtration en profondeur, on peut considérer que les FAP fonctionnent essentiellement sur ce mode de filtration sur gâteau.

### II.3.3. Conclusion

Cette brève présentation des mécanismes régissant le transport des particules par un écoulement gazeux et de leur capture sur des surfaces collectrices a permis de mettre en évidence plusieurs hypothèses simplificatrices pour la modélisation envisagée dans ce travail :

- Tout d'abord, les effets hydrodynamiques et moléculaires susceptibles d'agir sur le transport des particules dans les canaux du FAP seront négligés en considérant le transport des particules comme celui d'un traceur passif par l'écoulement. La masse de suie s'accumulant sur les parois est alors proportionnelle au débit local de gaz.
- La phase de filtration en profondeur qui initie le processus de filtration sur un filtre propre sera négligée. Bien qu'il puisse modifier sensiblement la microstructure des parois du filtre, ce régime ne concerne qu'une courte période dans le fonctionnement du filtre. Cependant, l'étude de cette phase de filtration complexe reste une perspective intéressante dans l'étude des FAP.
- Durant la phase de filtration sur gâteau, l'efficacité de filtration pourra être considérée comme parfaite comme le suggèrent les mesures d'efficacité de filtration extrêmement élevées. Compte tenu des dimensions caractéristiques nanométriques de la couche de suie, une analyse fine des mécanismes de capture semble difficilement réalisable.

## II.4. Écoulement à l'échelle du pore

L'écoulement au sein des parois poreuses constituant le filtre est caractérisé par le nombre de Reynolds de paroi  $Re_p$  (§ II.2.2.). Dans les conditions de fonctionnement normales des FAP,  $Re_p$  reste largement inférieur à l'unité. L'écoulement à l'échelle des pores de la paroi peut donc être décrit par les équations de Stokes et ne présente pas d'effets inertiels. D'autre part, nous avons mis en évidence dans le paragraphe (§ II.2.3.) la possibilité de dissocier l'écoulement dans les parois poreuses et dans les canaux. Dans cette section, nous nous attacherons donc à modéliser la perméabilité de la zone poreuse afin d'utiliser la loi de Darcy pour décrire l'écoulement dans les parois.

### II.4.1. Nature du milieu poreux

Nous nous intéressons uniquement aux Filtres à Particules Diesel en Carbure de Silicium recristallisé (R-SiC). Ce matériau est tout d'abord mis en forme par extrusion sous forme pâteuse. Cette pâte est composée d'un mélange de grains de carbure de silicium présentant deux classes granulométriques, d'eau et d'additifs organiques. Après un séchage à faible température (environ 500 K), le matériau est fritté sous atmosphère d'argon à très haute température (environ 2500 K). Cette opération permet de consolider le milieu. Les fines particules de SiC forment des « ponts » entre les grains de SiC de plus grande taille (Figure II.4).

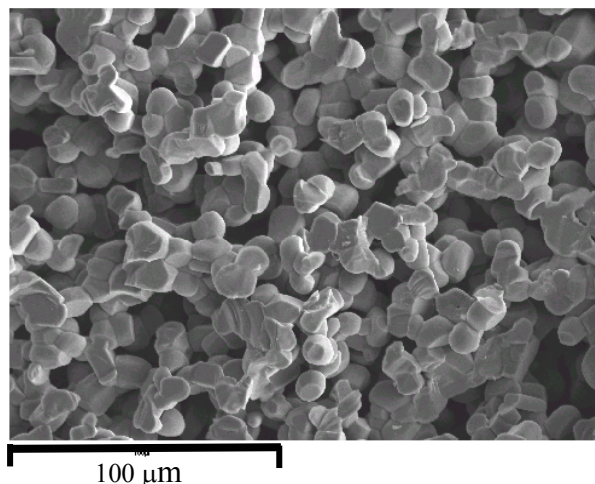


Figure II.4. : Microstructure des parois SiC (Microscopie Electronique à Balayage)

Selon la composition et la granulométrie du mélange de poudre initiale, la porosité, le diamètre de pore moyen et la distribution des tailles de pores peuvent être contrôlés. Les



porosités  $\varepsilon_{SiC}$  couramment utilisées pour les applications FAP varient entre 37 et 45% avec des diamètres moyens de pores  $D_p$  compris entre 9 et 15  $\mu m$ .

Durant le processus de filtration, une couche constituée par les particules capturées se forme rapidement au dessus de la surface (Figure II.5).

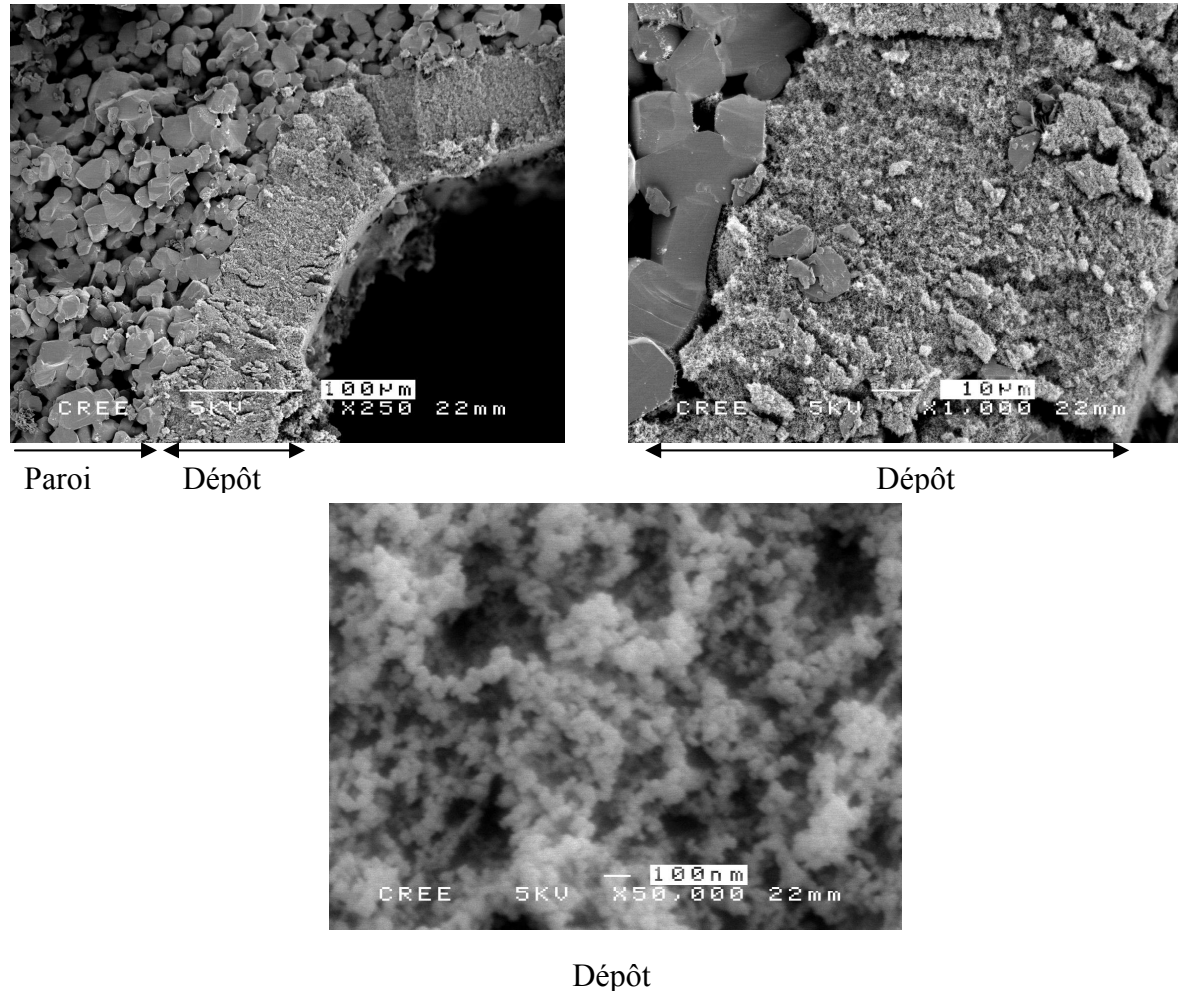


Figure II.5. : Microstructure du dépôt de particules (Microscopie Electronique à Balayage)

Nous considérerons par la suite que le milieu poreux traversé par le gaz est constitué de ces deux couches en séries. Il est donc important de connaître les caractéristiques du dépôt de particules. La distribution des tailles de particules centrée aux alentours de 100 nm avant leur capture est relativement bien connue (§ I.1.2.). Cependant, la structure des agglomérats sur les parois est difficilement observable. En effet, les dimensions caractéristiques de cette structure poreuse sont très faibles (de l'ordre de 100 nm), de plus ce milieu poreux est faiblement consolidé. On peut noter les efforts expérimentaux réalisés à l'université de Haute Alsace pour caractériser le milieu poreux (Noirot (1990), Marcuccilli (1993), Vonarb (1999)). Grâce à différents protocoles de mesures, ces travaux ont pu évaluer de façon satisfaisante la densité

moyenne de ce type de dépôt à  $\rho_{\text{dépôt}}=100 \text{ kg.m}^{-3}$ . Connaissant la masse volumique des grains de carbone ( $\rho_{\text{carbone}} = 1800 \text{ kg.m}^{-3}$ ), il est possible de déterminer la porosité totale de ce milieu poreux :

$$\varepsilon_{\text{dépôt}} = 1 - \frac{\rho_{\text{dépôt}}}{\rho_{\text{carbone}}} = 0.94 \quad (22)$$

Cette porosité très élevée n'est pas représentative de la porosité ouverte à l'écoulement dans le dépôt de particule car tous les pores ne sont pas forcément connectés. La méconnaissance de la structure à petite échelle de la zone de passage des gaz est un problème récurrent dans l'étude des écoulements en milieux poreux. Nous nous appuyons donc sur des mesures macroscopiques de pertes de charge pour évaluer la perméabilité du dépôt de particules.

#### II.4.2. Modèles de perméabilité

L'écoulement des gaz dans les parois SiC et dans le dépôt de particules s'effectue en régime de Stokes (mis en évidence dans la section §II.2.2). Par conséquent, il est naturel de décrire la conservation de la quantité de mouvement par l'équation linéaire de Darcy.

$$\langle V_w \rangle = - \frac{K_s}{\mu} \frac{P_\gamma - P_\beta}{L_s} \quad (23)$$

Où  $\langle V_w \rangle$  est la vitesse de filtration moyenne sur la surface de passage du gaz,  $P_\beta$  et  $P_\gamma$  sont les pressions de part et d'autre de la paroi d'épaisseur  $L_s$  et de perméabilité  $K_s$ ,  $\mu$  est la viscosité du gaz.

La principale difficulté réside alors dans l'évaluation de la perméabilité  $K_s$ . Ce paramètre directement lié à la géométrie de la microstructure considérée traduit la somme des frottements visqueux occasionnés par le passage du gaz au sein du milieu. L'évaluation de la perméabilité des milieux poreux dont les dimensions caractéristiques sont supérieures au micromètre est un sujet d'étude classique. Plusieurs relations théoriques ou empiriques ont démontré des capacités prédictives raisonnables pour décrire la perméabilité de milieux constitués de grains comme les parois du FAP. L'évaluation de la perméabilité du dépôt de suie est nettement plus problématique. Tout d'abord, la méconnaissance de la microstructure associée à la très forte porosité du milieu ne permet pas de s'orienter à priori vers un modèle associé aux empilements de grains. De plus, les dimensions nanométriques des pores

s'approchent du libre parcours moyen des molécules du gaz ce qui entraîne l'apparition de phénomènes de transport complexes associés au désordre moléculaire (Dullien (1979)). Par conséquent, l'utilisation de modèles obtenus pour des configurations différentes s'avère périlleuse et le recours à des mesures expérimentales macroscopiques semble s'imposer.

Enfin, il est nécessaire de s'intéresser au système formé par deux couches poreuses en série en prenant en compte la structure particulière de l'écoulement à l'interface entre les deux milieux.

#### II.4.2.1 Perméabilité des parois du FAP

Une revue bibliographique exhaustive des approches théoriques et expérimentales en milieu poreux a été réalisée par Dullien (1979). Deux approches adaptées à l'évaluation de la perméabilité du milieu en tenant compte de l'influence de ses caractéristiques géométriques seront présentées et comparées :

- le modèle capillaire théorique de Carman-Kozeny.
- le modèle empirique de Rumpf et Gupte pour les empilements de sphères.

##### II.4.2.1.1. Modèle théorique de Carman- Kozeny

Dans le cas d'un empilement de particules qui constituent un milieu granulaire, le modèle le plus utilisé pour déterminer la perméabilité est le modèle capillaire de Carman-Kozeny. On suppose que le milieu granulaire peut être assimilé à  $n$  tubes capillaires de même diamètre en parallèle. La perte de charge dans chaque tube vérifie la loi de Poiseuille valable en écoulement laminaire :

$$\bar{u}_T = \frac{D_e^2}{32\mu} \frac{\Delta P}{L_e} \quad (24)$$

Où  $\bar{u}_T$  est la vitesse débitante dans le tube assimilée à la vitesse interstitielle dans les pores,  $\Delta P$  est la différence de pression entre l'entrée et la sortie du tube,  $D_e$  le diamètre hydraulique du tube et  $L_e$  sa longueur qui peut être différente de l'épaisseur du milieu considéré pour tenir compte de la tortuosité du milieu. On définit le diamètre hydraulique  $D_e$  qui tient compte de la structure du milieu granulaire tel que :

$$D_e = \frac{4 \text{ volume des vides}}{\text{surface interne}} = \frac{4\varepsilon_{mat}}{S_s(1 - \varepsilon_{mat})} \quad (25)$$

Où  $\varepsilon_{mat}$  est la porosité du milieu et  $S_s$  la surface spécifique des grains (rapport de la surface et du volume d'un grain). Pour des grains sphériques de 10  $\mu m$  de diamètre,  $S_s$  vaut  $1.5 \cdot 10^5 m^{-1}$  et le diamètre hydraulique équivalent  $D_e$  pour une porosité  $\varepsilon_{mat} = 0.37$  vaut 15.7  $\mu m$ .

Ce modèle d'écoulement en tubes doit ensuite être relié à la loi de Darcy pour un milieu homogène équivalent :

$$V_w = \frac{K_{CK}}{\mu} \frac{\Delta P}{L} \quad (26)$$

Où  $V_w$  est la vitesse de filtration,  $K_{CK}$  la perméabilité et  $L$  l'épaisseur du milieu poreux.

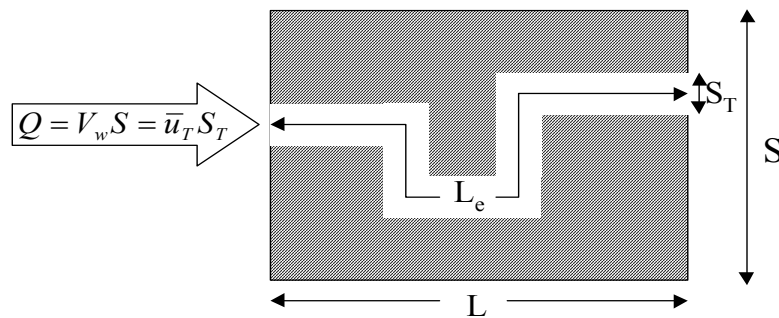


Figure II.6 : Schéma de principe pour le modèle capillaire ( $S$  et  $S_T$  sont les section de passage)

La vitesse interstitielle  $\bar{u}_T$  peut être reliée à la vitesse de filtration  $V_w$  par la relation (Figure II.6):

$$\bar{u}_T = \frac{V_w}{\varepsilon_{mat}} \frac{L_e}{L} \quad (27)$$

On peut noter l'utilisation de l'hypothèse de Dupuit-Forchheimer reliant la vitesse interstitielle à la vitesse de filtration par la porosité  $\varepsilon_{mat}$ . La correction par le rapport entre la longueur de parcours effective  $L_e$  et l'épaisseur du milieu  $L$  est due à Carman. Cependant, la longueur effective  $L_e$  est une grandeur généralement inaccessible à la mesure. Ce paramètre de calage est souvent utilisé pour corriger des écarts entre mesures expérimentales et perméabilité théorique.

En combinant les équations (25), (26) et (27), on peut obtenir une expression de la perméabilité de Carman-Kozeny :

$$K_{CK} = \frac{\varepsilon_{mat}^3}{\kappa (1 - \varepsilon_{mat})^2 S_s^2} \quad (28)$$

Où le paramètre  $\kappa$  regroupe les effets de tortuosité et le coefficient de frottement visqueux dans les tubes. La valeur de  $\kappa$  est classiquement proche de 5 mais pourra être ajustée en utilisant les mesures de pertes de charge de la section précédente.

Il est alors possible d'introduire le diamètre de particule moyen pondéré par la distribution surfacique (diamètre de Sauter)  $D_{p2}$  (diamètre d'une sphère ayant la surface spécifique moyenne  $S_s$  des particules) :

$$D_{p2} = \frac{6}{S_s} \quad (29)$$

La relation de Carman-Kozeny peut alors s'écrire sous la forme :

$$K_{CK} = \frac{D_{p2}^2 \varepsilon_{mat}^3}{180(1 - \varepsilon_{mat})^2} \quad (30)$$

#### II.4.2.1.2. Modèle empirique de Rumpf & Gupta

Parallèlement à l'approche théorique qui a conduit au modèle capillaire de Carman-Kozeny, de nombreux auteurs ont adopté une approche heuristique en recherchant une relation entre les dimensions caractéristiques d'un lit de particules et sa perméabilité. La bibliographie sur ce sujet proposée par Dullien (1979) reprend le travail de Rumpf and Gupta (1971). Les auteurs confrontent les différents modèles phénoménologiques proposés essentiellement entre 1920 et 1950 à une nouvelle série de mesures expérimentales dans une très large gamme de configurations (porosités comprises entre 0.35 et 0.7, nombres de Reynolds compris entre  $10^{-2}$  et  $10^2$ , distribution de taille de grains étendues jusqu'à des rapports de diamètres  $D_{pmax}/D_{pmin}=7$ ). Devant les écarts constatés, ils ont proposé une nouvelle corrélation de la forme :

$$K_{RG} = \frac{D_{p2}^2 \varepsilon_{mat}^{5.5}}{5.6} \quad (31)$$

La figure II.7 présente une comparaison des perméabilités prédites par la formule de Carman-Kozeny et celle de Rumpf-Gupte. La gamme de porosité envisagée est comprise entre 0.35 et 0.45 et les deux diamètres moyens  $\overline{D}_{p2}$  extrêmes pour l'application sont représentés

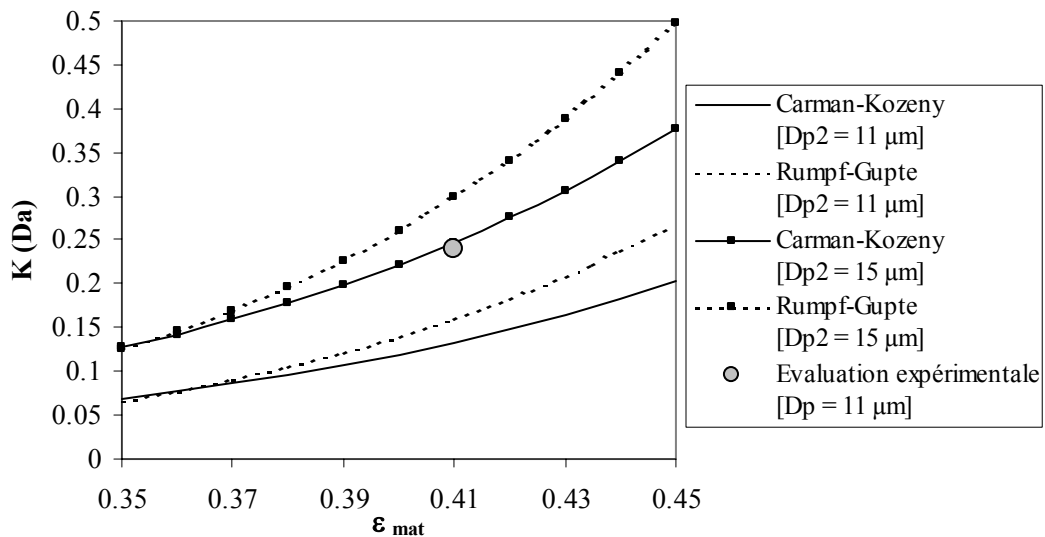


Figure II.7 : Perméabilité des parois SiC comparaison des modèles de Carman-Kozeny et Rumpf-Gupte

On constate que les deux modèles sont en bon accord pour les faibles porosités. Ils tendent ensuite à diverger (jusqu'à 30% d'écart relatif pour  $\epsilon_{mat} = 0.45$ ). La confrontation avec la perméabilité de paroi évaluée expérimentalement pour le Filtre 1 (Annexe B) met en évidence un écart important bien que l'ordre de grandeur soit correct. Expliquer cette apparente incohérence est une tâche risquée. La mesure expérimentale de la porosité et du diamètre de pore moyen par porosimétrie au mercure a été éprouvée et présente une très bonne reproductibilité. Cependant, le diamètre moyen mesuré se rapporte aux contractions les plus contraignantes du milieu poreux et non à la distribution de taille de pores pondérée par les surfaces.

En tenant compte de cette dernière remarque, le modèle de Rumpf-Gupte pourra, par la suite, être utilisé pour évaluer la perméabilité des parois en fonction de la porosité à diamètre moyen de pore fixé. La relation entre les différents diamètres de pores moyens est liée à la forme de la distribution de taille de pore. Par conséquent, l'étude de l'influence du diamètre moyen nécessitera quelques précautions pour être relié aux mesures expérimentales. Il sera tout de même possible d'évaluer qualitativement l'impact de ce paramètre.

#### II.4.2.2. Perméabilité du dépôt de particules de carbone

Compte tenu du manque d'information sur la structure du dépôt de particules, l'approche retenue pour déterminer la perméabilité de la couche de suie est basée sur l'analyse des mesures macroscopiques sur filtre durant le colmatage. Par conséquent, l'influence éventuelle d'un dépôt d'épaisseur hétérogène ne peut pas être prise en compte. La

figure II.8 présente des mesures expérimentales de la pertes de charge au passage de trois filtres (présentant la structure de référence Filtre 1) en fonction de la masse de suie capturée.

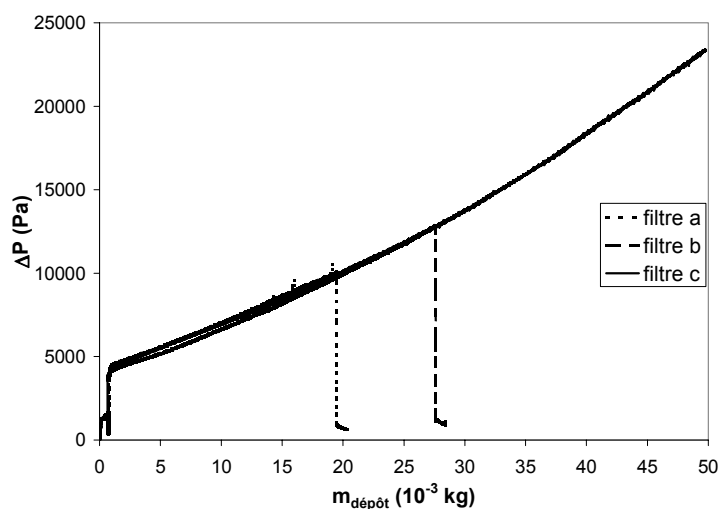


Figure II.8 : Evolution de la perte de charge pendant le chargement en fonction de la masse de suie capturée ( $Q=250 \text{ kg/h}$ )

On peut noter que la mesure de la masse de suie est réalisée par pesée du filtre en début et fin de chargement. La concentration du gaz en particule est supposée constante pour évaluer la masse capturée en fonction du temps. La phase initiale ( $m_{\text{dépôt}} < 2 \text{ g}$ ) présente un comportement non-linéaire incluant la montée en température du filtre en début d'expérience, la phase de colmatage en profondeur et la transition vers la filtration sur gâteau. Lorsque la masse de suie capturée devient importante ( $>15 \text{ g}$ ), un phénomène de blocage des canaux d'entrée lié à la réduction de leurs sections devient sensible. La variation des pertes de charge s'éloigne alors d'un comportement linéaire avec l'augmentation de masse capturée.

Afin d'évaluer la perméabilité de la couche de suie déposée sur les parois, nous allons restreindre notre analyse à une plage de masse de suie comprise entre 3 et 10 grammes. De cette façon, le régime de filtration sur gâteau devrait être mis en place dans l'intégralité du filtre en conservant une petite épaisseur pour ne modifier que faiblement la section des canaux d'entrée. La variation de perte de charge associée à une variation de masse de suie peut être évaluée par une simple régression linéaire sur la plage de mesure retenue (figure II.9). Cette variation d'environ  $270 \text{ Pa.g}^{-1}$  peut être reliée à la perméabilité  $K_{\text{dépôt}}$ .

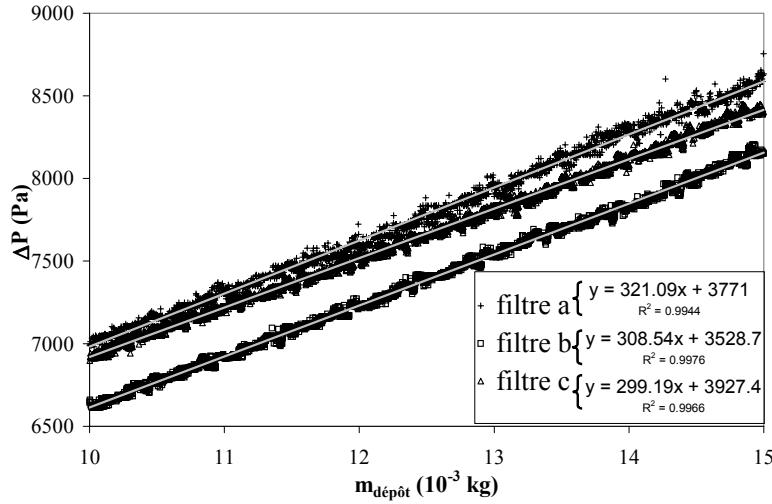


Figure II.9 : détail de l'évolution des pertes de charges en fonction de la masse de suie capturée et régressions linéaires ( $Q=250$  kg/h).

La variation d'épaisseur moyenne de la couche de suie  $\Delta e_{\text{dépôt}}$  en fonction de la masse de suie collectée  $\Delta m_{\text{dépôt}}$  s'exprime simplement en fonction de la masse volumique du dépôt  $\rho_{\text{dépôt}}$  et de la surface totale de filtration  $S_f$  :

$$\frac{\Delta e_{\text{dépôt}}}{\Delta m_{\text{dépôt}}} = \frac{1}{\rho_{\text{dépôt}} S_f} \quad (32)$$

La perméabilité de la couche de suie peut donc être déduite de la variation de perte de charge en fonction de la masse  $\Delta[\Delta P]/\Delta m_{\text{dépôt}}$  par :

$$\frac{\Delta[\Delta P]}{\Delta m_{\text{dépôt}}} = \frac{\Delta[\Delta P]}{\Delta e_{\text{dépôt}}} \frac{\Delta e_{\text{dépôt}}}{\Delta m_{\text{dépôt}}} = \frac{\mu}{K_{\text{dépôt}}} \frac{Q}{3600 \rho_{\text{dépôt}} S_f^2} \quad (33)$$

La température des gaz durant les expériences utilisées pour ce calcul était de 500 K. D'après l'annexe 1, en tenant compte de l'influence de la température sur les caractéristiques thermophysiques du gaz d'échappement, sa viscosité dynamique était  $\mu \approx 3.05 \cdot 10^{-5}$  Pa.s et sa masse volumique était  $\rho_g \approx 0.68$  kg.m<sup>-3</sup> avec, par conséquent, un débit volumique de 366 m<sup>3</sup>/h.

La perméabilité apparente du dépôt de suie évaluée par cette méthode est :  $K_{\text{dépôt}} \approx 9.4 \cdot 10^{-15}$  m<sup>2</sup>. Cette valeur de  $K_{\text{dépôt}}$  est essentiellement indicative. En effet, la méthode utilisée pour cette évaluation est très approximative et cette caractéristique du dépôt est très fortement liée à la nature des particules et peut varier fortement suivant le type de moteur utilisé.

Ces mesures expérimentales du chargement d'un FAP permettent également d'évaluer une concentration massique moyenne du gaz en particules. En utilisant le temps total de



l'expérience et la masse totale de suie collectée, on obtient  $C_{\text{part}} \approx 2.5 \cdot 10^{-5} \text{ kg particules/kg gaz}$  (avec  $C_{\text{part}} \approx 2.63 \cdot 10^{-5} \text{ kg particules/kg gaz}$  pour le filtre 1,  $2.53 \cdot 10^{-5} \text{ kg particules/kg gaz}$  pour le filtre 2 et  $C_{\text{part}} \approx 2.3 \cdot 10^{-5} \text{ kg particules/kg gaz}$  pour le filtre 3). Il faut noter que la concentration du gaz en particule peut varier fortement en fonction des conditions opératoires rencontrées.

#### II.4.2.3. Perméabilité de deux couches poreuses en série

Connaissant les perméabilités intrinsèques de la paroi SiC et du dépôt de particules, il est possible d'évaluer la perméabilité équivalente des deux couches. Nous avons vu dans la section (§ II.2.3) que les écoulements transverses dans les parois poreuses sont négligeables dans la gamme de perméabilité considérée pour l'application FAP.

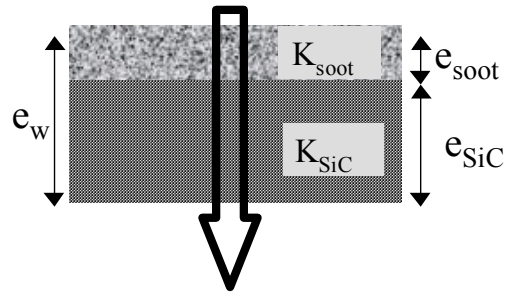


Figure II.10 : Schéma des deux couches poreuses en série

La perméabilité équivalente  $K_w$  des deux couches poreuses en série est calculée par analogie avec le problème des résistances électriques en série comme :

$$K_s = \frac{K_{SiC} K_{\text{dépôt}} L_s}{K_{\text{dépôt}} L_{SiC} + K_{SiC} e_{\text{dépôt}}} \quad (34)$$

L'étude numérique récente de Dufreche *et al.* (2002) propose un modèle de perméabilité spécifique pour décrire le système constitué d'une fine couche poreuse déposée sur une plaque perforée. La présence des perforations induit une contraction importante des lignes de courant au niveau des pores qui remet en cause la description simple par des couches poreuses en série. En effet, l'écoulement près des perforations n'est plus perpendiculaire à la couche poreuse. Pour modéliser l'écoulement dans le système "dépôt - perforation", la loi de Darcy doit, par conséquent, utiliser une perméabilité corrigée. Cette perméabilité effective de la couche de particules est liée à sa perméabilité intrinsèque  $K_{di}$  mais aussi à des paramètres géométriques caractéristiques des perforations. Dans la continuité de ce travail réalisé dans une configuration bi-dimensionnelle, Noel *et al.* (2004) a étendu cette approche à une géométrie tridimensionnelle. Les perforations considérées ont une section

carrée et sont réparties régulièrement sur la surface (Figure II.11.a.). Dans le cas où la couche poreuse est constituée de pores de dimension très inférieure au diamètre des perforations (séparation d'échelle), l'écoulement dans une cellule élémentaire peut être calculé avec un modèle de Darcy local. Ce problème est résolu grâce à une méthode semi-analytique en utilisant des conditions limites en pression uniforme (Figure II.11.b.). La diminution de la perméabilité effective de la couche poreuse évaluée par cette méthode reste sensible pour des épaisseurs de dépôt supérieures au diamètre des perforations.

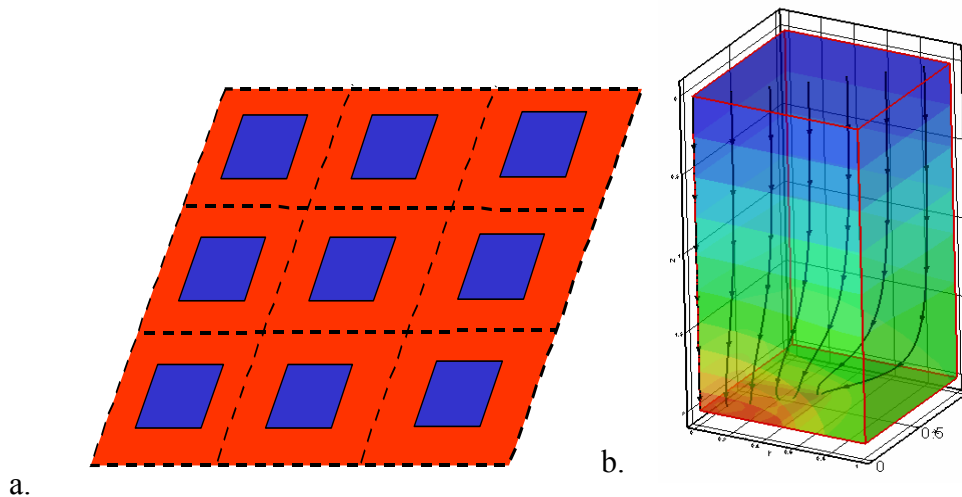


Figure II.11 : Paroi perforée modèle (a.) et exemple de lignes de courant dans une cellule élémentaire symétrique (b.) [d'après Noel *et al.* (2004)]

La phase de filtration en surface, prédominante dans le colmatage du FAP, est caractérisée par une séparation d'échelle entre les dimensions des pores de la paroi collectrice (environ 10  $\mu\text{m}$ ) et celles du dépôt (environ 100 nm). Par conséquent, la correction de perméabilité proposée par Noel *et al.* (2004) peut être utilisée. La principale difficulté réside alors dans l'évaluation de la porosité surfacique de la paroi SiC. Cette porosité est caractéristique de la section de passage ouverte au fluide en surface de l'empilement de grains constituant la paroi. Elle peut être évaluée par exemple en considérant un empilement cubique régulier de sphères. Afin d'obtenir les porosités volumiques mesurées (inférieure à 0.45), il est alors nécessaire d'utiliser des sphères imbriquées (Figure II.12.a.).

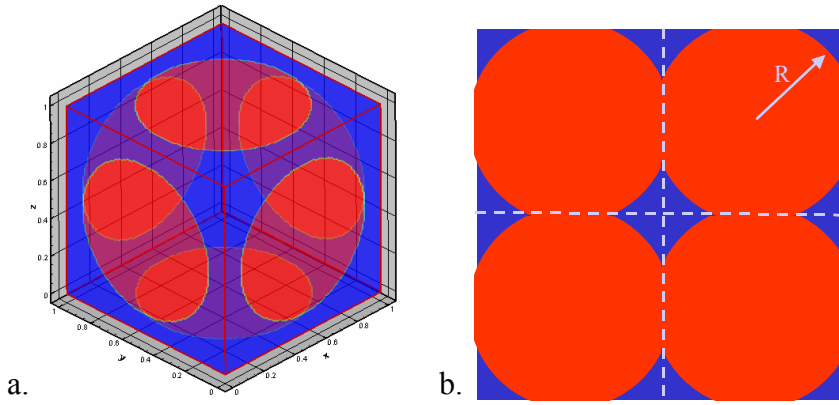


Figure II.12 : Schéma d'un élément périodique d'une paroi constituée de sphères « imbriquées »

La porosité volumique  $\varepsilon_{3D}$  de ce milieu poreux modèle peut alors être calculée géométriquement en fonction du rayon  $R$  de la sphère contenue dans un cube unitaire :

$$\varepsilon_{3D} = 1 - \frac{4}{3}\pi R^3 + 2\pi \left(R - \frac{1}{2}\right)^2 \left(2R + \frac{1}{2}\right) \quad (35)$$

La surface filtrante peut alors être modélisée par la section de passage la plus restreinte de cet empilement de sphère (Figure II.12.b.). L'expression de la porosité surfacique  $\varepsilon_{2D}$  associée s'exprime alors, en fonction de  $R$ , comme :

$$\varepsilon_{2D} = 1 - \pi R^2 + 4 \left( 2R^2 A \cos\left(\frac{1}{2R}\right) - \frac{1}{2} \sqrt{R^2 - \frac{1}{4}} \right) \quad (36)$$

Une série de calculs numériques a été réalisée en collaboration avec Franck Noël pour estimer la réduction de perméabilité dans des configurations géométriques proches de celles rencontrées pour l'application FAP. Le tableau II.3 présente ces résultats pour trois porosités de paroi. Les résultats de calculs ont été post-traités à l'aide du logiciel TableCurve<sup>TM</sup> afin d'obtenir une corrélation entre la réduction de perméabilité  $\zeta_{K_{\text{dépôt}}}$  et l'épaisseur relative de la couche de suie déposé sur les pores de la paroi. La réduction de perméabilité  $\zeta_{K_{\text{dépôt}}}$  relie la perméabilité effective  $K_{\text{dépôt}}$  de la couche de suie en présence des perforations de la paroi filtrante à la perméabilité intrinsèque  $K_{\text{di}}$  par la relation :

$$K_{\text{dépôt}} = \zeta_{K_{\text{dépôt}}} K_{\text{di}} \quad (37)$$

La correction de perméabilité obtenue est maximale pour les couches de suie de très faible épaisseur (de l'ordre de 90% de réduction). Elle présente une évolution linéaire durant la première phase de collecte des particules ( $e_{\text{soot}} < 0.2 D_p$ ). Par la suite, la valeur de la

perméabilité effective tend asymptotiquement vers la perméabilité intrinsèque du lit de particules. Dans le cas du FAP, l'influence des perforations de la paroi est sensible durant une grande part du processus de filtration. En effet, une couche dont l'épaisseur est d'environ deux diamètres de pores de la paroi présente encore une réduction de perméabilité de l'ordre de 20 % par rapport à la perméabilité intrinsèque.

	$\varepsilon_{3D} = 0.476$	$\varepsilon_{3D} = 0.42$	$\varepsilon_{3D} = 0.39$
<b>R</b>	0.5	0.5183	0.5284
$\varepsilon_{2D}$	0.2146	0.1694	0.1489
<b>Corrélation pour <math>e_{\text{dépôt}} &lt; 0.2 D_p</math> :</b> $\zeta_{K_{\text{dépôt}}} = a \left( \frac{e_{\text{dépôt}}}{D_p} \right) + b$			
<b>a</b>	0.930186	0.827487	0.778487
<b>b</b>	0.19692	0.154049	0.135586
<b>Corrélation pour <math>e_{\text{dépôt}} &gt; 0.2 D_p</math> :</b> $\zeta_{K_{\text{dépôt}}} = \text{Exp} \left( \frac{c + e \left( \frac{e_{\text{dépôt}}}{D_p} \right)}{1 + d \left( \frac{e_{\text{dépôt}}}{D_p} \right)} \right)$			
<b>c</b>	-2.1996	-2.33873459	-2.39426896
<b>d</b>	5.886891	4.8586592	4.376261
<b>e</b>	0.006141	-0.00651366	-0.0093196

Tableau II.3. : Correction de la perméabilité du dépôt de suie pour différentes conditions de parois

Dans l'optique d'utiliser cette correction pour décrire l'évolution de la perméabilité du domaine poreux, il est nécessaire d'évaluer la perméabilité intrinsèque  $K_{di}$  du dépôt de suie. En effet, l'évaluation de  $K_{\text{dépôt}}$  proposée dans la section précédente inclut les effets associés à l'influence des perforations de la paroi. De plus, la correction  $\zeta_{K_{\text{dépôt}}}$  (calculée pour  $\varepsilon_{3D} = 0.39$  et  $D_p = 11 \mu\text{m}$ ) varie entre 0.53 et 0.83 sur la plage de variation de  $m_{\text{dépôt}}$  retenue pour évaluer  $K_{\text{dépôt}}$ . En première approximation, la perméabilité intrinsèque peut être évaluée comme le rapport entre la perméabilité apparente  $K_{\text{dépôt}}$  (calculée à partir d'une régression linéaire sur les résultats expérimentaux) et la moyenne de la correction  $\zeta_{K_{\text{dépôt}}}$  sur la plage de variation de  $m_{\text{dépôt}}$ . La correction moyenne ainsi obtenue est d'environ 0.73. La perméabilité intrinsèque du dépôt de particules est alors  $K_{di} = 1.29 \cdot 10^{-14} \text{ m}^2$ .

La figure II.13 présente une comparaison entre la mesure expérimentale réalisée sur le filtre 3 (cf. Figure II.8) et la perte de charge calculée avec le modèle sans dimension (Annexe

B) incluant le modèle de perméabilité complet. On constate que l'évolution de la perte de charge ainsi obtenue est en excellent accord avec l'expérience sur toute la plage de variation de  $m_{\text{dépôt}}$ . La transition entre la courte phase de filtration en profondeur (négligée dans le modèle) et la filtration sur gâteau semble bien restituée. On doit cependant noter que les conditions opératoires du dispositif expérimental ne permettent pas une étude fine de cette transition (notamment à cause des phénomènes thermiques associés à la mise en température du filtre). Le comportement non-linéaire observé pour des masses de suie collectées supérieures à 20 g dans le filtre complet est correctement restitué. Il semble donc exclusivement relié à l'impact de l'accumulation de suie sur les dimensions des canaux d'entrée. La diminution de section des canaux occasionne une augmentation de la perte de charge associée à l'écoulement dans les canaux. Dans le même temps, la présence de la couche de suie entraîne une diminution de la surface de filtration contribuant à l'augmentation de la perte de charge associée à la traversée des parois.

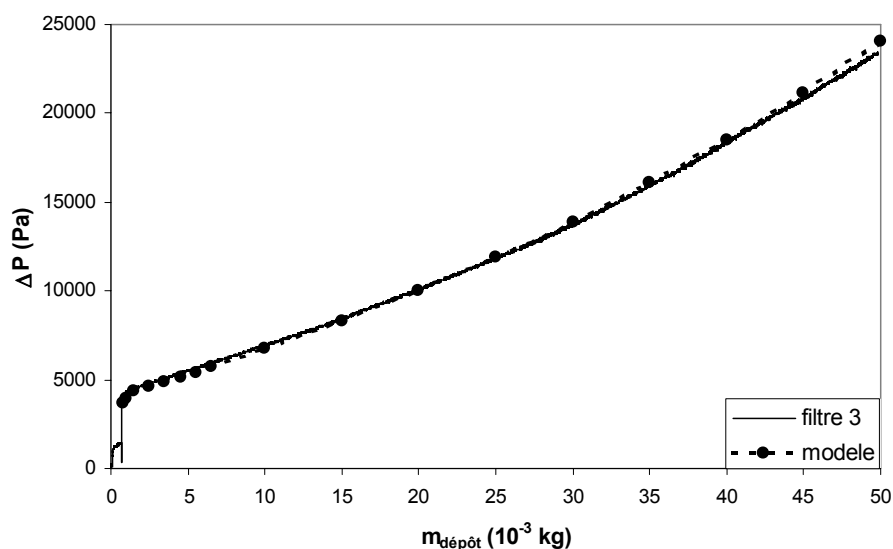


Figure II.13 : comparaison entre résultat expérimental et modèle de perméabilité

## II.5. Ecoulement à l'échelle du canal

Comme le montre les calculs d'ordre de grandeurs (§ II.2.5), l'écoulement des gaz d'échappement dans les canaux du FAP peut être dissocié de l'écoulement à l'intérieur des parois poreuses. Dans cette partie, nous nous attacherons à construire un modèle mathématique mono-dimensionnel permettant de décrire l'écoulement dans un canal avec une condition d'aspiration ou de succion pariétale. Tout d'abord, les cas théoriques du canal plan et du tube cylindrique seront étudiés en se basant sur des solutions analytiques existantes. Le cas du canal de section carrée sera ensuite traité par analogie en s'appuyant sur des résultats issus de simulations numériques. En utilisant le modèle de transport des particules simplifié (section §II.3), la possibilité de simuler le processus de colmatage sur une cellule unitaire représentative du filtre sera discutée. Enfin, ce modèle sera étendu à la description d'un système de plusieurs canaux interconnectés. Ainsi l'impact d'hétérogénéités géométriques locales sur le colmatage du filtre pourra être évalué.

### II.5.1. Etude théorique des écoulements en tube avec transfert pariétal

Cette section reprend le contenu d'un article présenté dans "Chemical Engineering Science" (Oxarango *et al.* (2004)), les résultats obtenus ont également conduit à une communication dans le cadre de la cinquième conférence internationale sur la filtration (IFC5) (Oxarango *et al.* (2002)). Le problème de l'écoulement laminaire dans un canal à parois poreuses a été étudié par de nombreux auteurs depuis les années cinquante. Un état de l'art très complet des différents modèles a été proposé par Chatterjee and Belfort (1986). On peut distinguer deux approches principales : d'une part le cas de l'écoulement pleinement développé pour lequel on utilise généralement l'hypothèse d'affinité des profils de vitesse et d'autre part le cas de l'écoulement en développement caractérisé par des profils de vitesse dont la forme évolue le long du canal. De plus, la plupart des auteurs ont considéré que la vitesse de filtration imposée sur les parois reste uniforme sur toute la longueur du canal. Cette hypothèse n'est généralement pas vérifiée dans les systèmes de filtration réels. En effet, l'écoulement de filtration à travers la paroi poreuse est essentiellement gouverné par la pression locale près de la paroi poreuse qui varie le long du canal. Par conséquent, un écoulement pariétal uniforme ne peut être obtenu que si la pression à l'extérieur de la paroi poreuse ou la perméabilité de la paroi poreuse varie le long du canal.

Des solutions affines pour des écoulement développés ont été proposée par différents auteurs (Berman (1953), Yuan and Finkelstein (1956), Terril (1964), Terril and Thomas (1969)). Plus récemment, Durlofski and Brady (1984) ont étudié les domaines de validité de ces solutions. Il apparaît qu'une solution affine peut être valide dans toute la gamme de nombre de Reynolds en régime laminaire pour le cas du canal plan alors que la configuration axisymétrique présente des plages de nombre de Reynolds où aucune solution affine n'est valide. Dans le cas de l'aspiration (ou de l'injection) pariétale uniforme, Brady (1984) a montré que l'écoulement dans le canal devient dépendant des conditions d'entrée lorsque le nombre de Reynolds de filtration  $Re_w$  est supérieur à 6 dans le cas du canal plan et à 2.3 dans le cas axisymétrique. Les solutions affines proposées par Berman (1953) pour le canal plan et par Yuan and Finkelstein (1956) pour le cas axisymétrique développées pour les faibles  $Re_w$  semblent, par conséquent, adaptées pour décrire des systèmes réels qui vérifient cette condition.

Des solutions pour des écoulements en développement ont également été proposées par plusieurs auteurs (Weissberg (1959), Quaile and Levy (1975)). Ces études confirment que l'hypothèse d'affinité des profils de vitesse n'est pas valable dans certaines configurations, particulièrement près de l'entrée des canaux. Ces restrictions ponctuelles peuvent généralement être négligées du fait du rapport de forme, entre le côté du canal et sa longueur, classiquement très élevé pour les canaux à parois poreuses utilisés pour les applications en filtration.

Une méthode permettant d'obtenir des équations mono-dimensionnelles de conservation de la masse et de la quantité de mouvement dans des canaux à parois poreuses est présentée. En utilisant les solutions affines de Berman (1953) et de Yuan and Finkelstein (1956), cette approche permet une résolution numérique simple de ce type d'écoulement pouvant être étendue au cas de l'aspiration ou de l'injection pariétale non-uniforme. Les développements mathématiques généraux présentés dans cette section seront réalisés sous forme adimensionnelle pour simplifier l'étude. Dans ce cadre, les variables se référant à des grandeurs dimensionnelles seront mises en évidence par des notations soulignées.

#### II.5.1.1. Développement du modèle monodimensionnel

Dans cette section, nous allons exposer une méthode originale permettant d'obtenir analytiquement des expressions monodimensionnelles des équations de conservation de la

masse et de la quantité de mouvement dans des canaux bidimensionnels en présence d'écoulement pariétal uniforme.

#### II.5.1.1.1 Cas du canal plan

Nous considérons ici l'écoulement pleinement développé d'un fluide visqueux newtonien incompressible dans un canal bidimensionnel avec aspiration (ou injection) pariétale uniforme (Figure II.14).

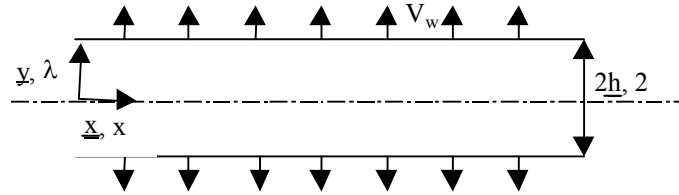


Figure II.14 : Ecoulement dans un canal bidimensionnel avec aspiration pariétale uniforme

La demi-hauteur du canal sera notée  $\underline{h}$ , sa longueur  $\underline{L}$  et la vitesse de filtration pariétale  $\underline{v}_w$ . Le système de coordonnées choisi a pour origine le milieu du canal sur sa face d'entrée. L'axe  $y$  est perpendiculaire aux parois et l'axe  $x$  leur est parallèle. Le système d'équations locales de conservation décrivant le problème peut être écrit sous forme adimensionnelle comme suit :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial \lambda} = 0 \quad (38)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial \lambda} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{Re_o} \left[ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial \lambda^2} \right] \quad (39)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial \lambda} = -\frac{\partial p}{\partial \lambda} + \frac{1}{Re_o} \left[ \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial \lambda^2} \right] \quad (40)$$

En utilisant les variables  $u = \frac{\underline{u}}{\underline{u}_o}$ ,  $v = \frac{\underline{v}}{\underline{u}_o}$ ,  $p = \frac{\underline{p} - \underline{p}_o}{\rho \underline{u}_o^2}$ ,  $x = \frac{\underline{x}}{\underline{h}}$ ,  $\lambda = \frac{\underline{y}}{\underline{h}}$ ,  $Re_o = \frac{\rho \underline{u}_o \underline{h}}{\mu}$

$\underline{u}_o$  et  $\underline{p}_o$  sont respectivement la vitesse et la pression moyenne sur la section d'entrée du canal,  $\rho$  est la masse volumique du fluide et  $\mu$  sa viscosité dynamique. Les conditions limites de ce problème sont les suivantes :

$$u(x, 1) = 0, v(x, 1) = \frac{\underline{v}_w}{\underline{u}_o} \quad (41)$$



$$\left(\frac{\partial u}{\partial \lambda}\right)_{\lambda=0} = 0, v(x, 0) = 0 \quad (42)$$

Une solution affine de ce problème a été proposée par Berman (1953) en effectuant un développement asymptotique avec le nombre de Reynolds de filtration  $Re_w = \frac{\rho v_w h}{\mu}$  comme petit paramètre. Les expressions analytiques des champs de vitesses et de pression ainsi obtenues sont :

$$u(x, \lambda) = \langle u \rangle_\lambda (1 - \lambda^2) \left[ \frac{3}{2} - \frac{Re_w}{280} (2 - 7\lambda^2 - 7\lambda^4) \right] - \langle u \rangle_\lambda (1 - \lambda^2) \left[ \frac{Re_w^2}{1293600} (703 - 1925\lambda^2 - 1925\lambda^4 - 3311\lambda^6 + 154\lambda^8) \right] + O(Re_w^3) \quad (43)$$

$$v(\lambda) = \frac{Re_w}{Re_0} \left( \frac{1}{2} \lambda (3 - \lambda^2) \right) + \frac{Re_w^2}{Re_0} \left( \frac{1}{280} (-2\lambda + 3\lambda^3 - \lambda^7) \right) + \frac{Re_w^3}{Re_0} \left( \frac{1}{1293600} (-703\lambda + 876\lambda^3 + 198\lambda^7 - 385\lambda^9 + 14\lambda^{11}) \right) + O(Re_w^4) \quad (44)$$

$$p(x) = \left[ -\frac{3x}{Re_0} + \frac{3Re_w x^2}{2Re_0^2} + \frac{81Re_w x}{35Re_0} - \frac{81Re_w^2 x^2}{70Re_0^2} \right] - \frac{234Re_w^2 x}{13475Re_0} + O(Re_w^3) \quad (45)$$

Où  $\langle u \rangle_\lambda$  est la vitesse axiale moyenne à l'abscisse x du canal.

Nous avons utilisé un développement de la méthode de perturbation de Berman développée à l'ordre 2 pour obtenir les équations (43) à (45). Par conséquent, des termes additionnels (soulignés), originellement négligés par Berman, apparaissent dans ces expressions. Bien que leurs poids soient négligeables dans la gamme de  $Re_w$  où nous utiliserons ce modèle, ces termes permettent de conserver une expression mathématique rigoureuse à l'ordre 2 pour l'évolution axiale de la pression. On peut remarquer que le signe de  $Re_w$  impose une condition d'aspiration à la paroi lorsqu'il est positif ou d'injection lorsqu'il est négatif. De plus, le profil parabolique de Poiseuille est retrouvé lorsque  $Re_w$  tend vers 0.

Nous introduisons à ce niveau un opérateur de prise de moyenne sur la section du canal  $\langle \rangle_\lambda$  défini comme :

$$\langle \varphi \rangle_\lambda = \int_0^l \varphi(x, \lambda) d\lambda \quad (46)$$

Les expressions (43) et (44) sont alors introduites dans les équations (38) et (39) avant de leur appliqué l'opérateur de prise de moyenne (46). Ces expressions peuvent alors être

intégrées analytiquement pour obtenir des expressions de conservation de la masse et de la quantité de mouvement le long du canal :

$$\frac{d\langle u \rangle_\lambda}{dx} + \frac{Re_w}{Re_0} = 0 \quad (47)$$

$$\begin{aligned} & \left( \frac{3}{5} - \frac{1}{525} Re_w \right) \frac{d\langle u \rangle_\lambda^2}{dx} + \left( -\frac{6}{5} + \frac{2}{525} Re_w \right) \frac{Re_w}{Re_0} \langle u \rangle_\lambda \\ & + \left( \frac{3}{Re_0} + \frac{Re_w}{Re_0} \left( \frac{3}{35} + \frac{394}{40425} Re_w \right) \right) \langle u \rangle_\lambda - \frac{1}{Re_0} \frac{d^2 \langle u \rangle_\lambda}{dx^2} + \frac{d\langle p \rangle_\lambda}{dx} = 0 \end{aligned} \quad (48)$$

Cette méthode montre de façon explicite la contribution de chaque terme des équations de conservation locales dans les formes moyennées. On peut notamment constater que l'effet des termes d'inertie dans les directions axiale (49) et radiale (50) présentent le même poids dans l'équation (48) :

$$\left\langle u \frac{\partial u}{\partial x} \right\rangle_\lambda = \left( \frac{3}{5} - \frac{1}{525} Re_w \right) \frac{d\langle u \rangle_\lambda^2}{dx} + O(Re_w^2) \quad (49)$$

$$\left\langle v \frac{\partial u}{\partial \lambda} \right\rangle_\lambda = \left( -\frac{6}{5} + \frac{2}{525} Re_w \right) \frac{Re_w}{Re_0} \langle u \rangle_\lambda + O(Re_w^3) \quad (50)$$

En utilisant l'équation (47), il vient :  $\frac{Re_w}{Re_0} \langle u \rangle_\lambda = -\frac{1}{2} \frac{d\langle u \rangle_\lambda^2}{dx}$

La contribution des termes visqueux dus au cisaillement dans la direction radiale (50) est identique à l'ordre 0 en  $Re_w$  à celle de l'écoulement de Poiseuille et on peut noter que la présence d'un écoulement transverse introduit des termes d'ordre supérieur. La diffusion visqueuse dans l'axe du canal (51) pourra être négligée pour des nombres de Reynolds  $Re_0$  suffisamment élevés.

$$\left\langle \frac{1}{Re_0} \frac{\partial^2 u}{\partial \lambda^2} \right\rangle_\lambda = \left( \frac{3}{Re_0} + \frac{Re_w}{Re_0} \left( \frac{3}{35} + \frac{394}{40425} Re_w \right) \right) \langle u \rangle_\lambda + O(Re_w^3) \quad (51)$$

$$\left\langle \frac{1}{Re_0} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right\rangle_\lambda = \frac{1}{Re_0} \frac{d^2 \langle u \rangle_\lambda}{dx^2} \quad (52)$$

L'intégration du terme lié au gradient de pression dans l'équation (39) n'entraîne pas l'apparition de termes nouveaux car la solution de Berman prédit une pression uniforme sur une section de canal. On peut retrouver l'expression de la pression proposée par Berman (45)

par une simple intégration de l'équation (48) entre 0 et x en utilisant la condition de vitesse pariétale uniforme ( $Re_w$  constant) dans l'équation (47).

La principale originalité du système d'équations (47-48) est de conserver dans sa forme mono-dimensionnelle la contribution des termes inertiels des équations locales. Afin d'évaluer leur influence, on peut comparer ce modèle avec le modèle d'écoulement non-inertiel basé sur l'écoulement de Poiseuille proposé par Doshi *et al.* (1977) Sous forme adimensionnelle, ce modèle s'exprime :

$$\frac{d\langle p \rangle_\lambda}{dx} = -\frac{3}{Re_0} \langle u \rangle_\lambda \quad (53)$$

En introduisant la condition de vitesse pariétale uniforme, on obtient alors :

$$\langle p \rangle_\lambda = -\frac{3x}{Re_0} + \frac{3Re_w x^2}{2Re_0^2} \quad (54)$$

La Figure (II.15) compare l'évolution axiale de la pression prédite par le modèle inertiel (47-48) et celle du modèle non-inertiel (54). La configuration étudiée est un canal bouché avec aspiration pariétale uniforme (dead-end porous channel) caractérisé par un rapport de forme  $\underline{L}/\underline{h}=100$  pour différentes valeurs du nombre de Reynolds de filtration  $Re_w$ .

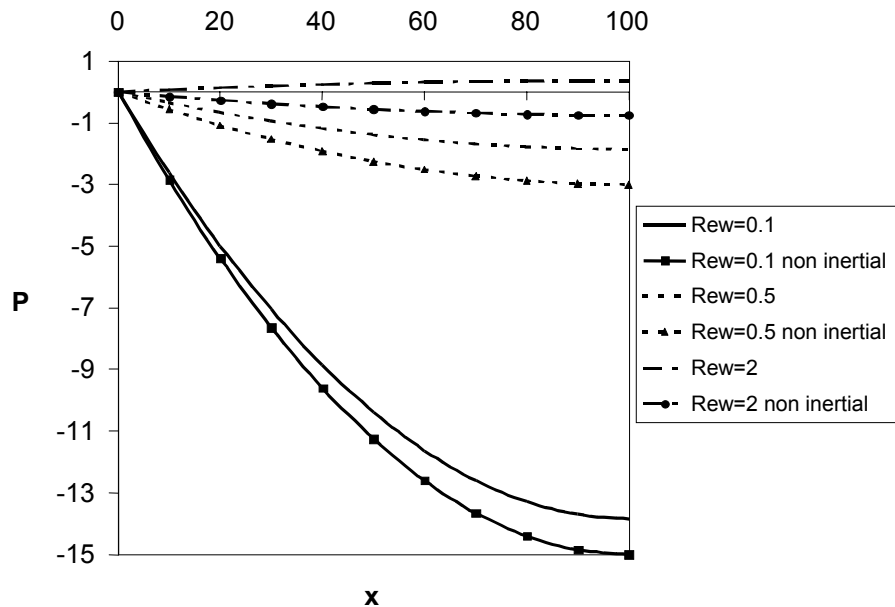


Figure II.15. : Evolution axiale de la pression dans un canal plan bouché avec aspiration pariétale uniforme pour différentes valeurs de  $Re_w$  - influence de l'inertie dans le modèle 1D

L'existence des termes inertiels modifie fortement l'évolution de la pression dans l'axe du canal lorsque l'aspiration à la paroi augmente (i.e.  $Re_w$  augmente). On constate que l'écart relatif entre les pressions prédites par les deux modèles en fond de canal augmente avec  $Re_w$ , allant de moins de 0.01% pour  $Re_w = 0.1$  à plus de 100% pour  $Re_w = 2$ . De plus, on constate que le gradient de pression présente un changement de signe pour une valeur de  $Re_w$  égale à 1.3. Ce comportement, induit par les termes inertiels, pourra avoir un impact important dans le cadre des applications aux procédés de filtration avec vitesse pariétale non-uniforme. Une simplification des expressions (47) et (48) en négligeant les termes d'ordre élevé en  $Re_w$  permet, après une manipulation simple, d'obtenir le système d'équations (55-56) :

$$\frac{d\langle u \rangle_\lambda}{dx} + \frac{Re_w}{Re_0} = 0 \quad (55)$$

$$\frac{8I}{70} \frac{d\langle u \rangle_\lambda^2}{dx} + \frac{3}{Re_0} \langle u \rangle_\lambda - \frac{I}{Re_0} \frac{d^2 \langle u \rangle_\lambda}{dx^2} + \frac{d\langle p \rangle_\lambda}{dx} = 0 \quad (56)$$

Sous cette forme, le coefficient du terme inertiel devient constant et permettra une utilisation plus simple de ces équations. On peut noter que l'évolution axiale de la pression prévue par ce modèle dans le cas du canal bouché est similaire à celle prévue par le développement original de Berman.

#### II.5.1.1.2. Cas du canal axisymétrique

Le développement réalisé dans le cas du canal plan peut être appliqué avec les mêmes hypothèses au cas du canal cylindrique à parois poreuses avec une aspiration ou une injection uniforme (Figure II.16). La demi-hauteur du canal utilisée dans l'adimensionnalisation de la section précédente est, ici, remplacée par le rayon  $R$  du tube.

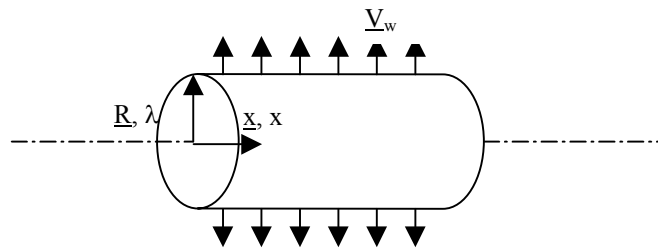


Figure II.16 : Ecoulement dans un canal axisymétrique avec aspiration pariétale uniforme

Les équations locales de conservation de la masse et de la quantité de mouvement sont écrites sous forme axisymétrique sans dimension (57-59) :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{I}{\lambda} \frac{\partial(v\lambda)}{\partial \lambda} = 0 \quad (57)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial \lambda} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{I}{Re_0} \left[ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{I}{\lambda} \frac{\partial}{\partial \lambda} \left( \lambda \frac{\partial u}{\partial \lambda} \right) \right] \quad (58)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial \lambda} = -\frac{\partial p}{\partial \lambda} + \frac{I}{Re_0} \left[ \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial \lambda} \left( \frac{I}{\lambda} \frac{\partial(v\lambda)}{\partial \lambda} \right) \right] \quad (59)$$

Les conditions limites associées deviennent alors :

$$u(x, I) = 0, \quad v(x, I) = v_w \quad (60)$$

$$\left( \frac{\partial u}{\partial \lambda} \right)_{\lambda=0} = 0, \quad v(x, 0) = 0 \quad (61)$$

Une solution affine de ce problème obtenue en utilisant la méthode proposée par Berman (1953) a été proposée quelques années plus tard par Yuan and Finkelstein (1956). Cette solution est caractéristique de l'écoulement pour les faibles valeurs du nombre de Reynolds de filtration  $Re_w$  (Brady (1984)). Les expressions analytiques obtenues dans cette configuration peuvent s'écrire sous la forme :

$$u(x, \lambda) = \langle u \rangle_\lambda \left[ 2(I - \lambda^2) + \frac{Re_w}{18} (2 - 9\lambda^2 + 9\lambda^4 - 2\lambda^6) \right] + O(Re_w^2) \quad (62)$$

$$v(\lambda) = \frac{Re_w}{Re_0} \left[ 2\lambda - \lambda^3 + \frac{Re_w}{36} (4\lambda - 9\lambda^3 + 6\lambda^5 - \lambda^7) \right] + O(Re_w^3) \quad (63)$$

$$p(x) = -\frac{16x}{Re_0} + \frac{6Re_w x}{Re_0} + \frac{4Re_w^2 x}{9Re_0} + \frac{16Re_w x^2}{Re_0^2} - \frac{6Re_w^2 x^2}{Re_0^2} + O(Re_w^3) \quad (64)$$

Où  $\langle u \rangle_\lambda$  est la vitesse axiale moyenne à l'abscisse  $x$  du canal.

La forme de l'opérateur de prise de moyenne sur la section du canal est, ici, légèrement différente :

$$\langle \varphi \rangle_\lambda = \frac{\int_0^I \varphi(x, \lambda) 2\pi \lambda d\lambda}{\int_0^I 2\pi \lambda d\lambda} = 2 \int_0^I \varphi(x, \lambda) \lambda d\lambda \quad (65)$$

En utilisant la même méthode que dans le cas du canal plan, on peut obtenir un système d'équations monodimensionnelles présentant la même forme :

$$\frac{d\langle u \rangle_\lambda}{dx} + 2 \frac{Re_w}{Re_0} = 0 \quad (66)$$

$$\begin{aligned} & \left( \frac{2}{3} + \frac{1}{60} Re_w + \frac{11}{15120} Re_w^2 \right) \frac{d\langle u \rangle_\lambda^2}{dx} \\ & + \left( -\frac{8}{3} \frac{Re_w}{Re_0} - \frac{1}{15} \frac{Re_w^2}{Re_0} - \frac{11}{3780} \frac{Re_w^2}{Re_0} \right) \langle u \rangle_\lambda \\ & + \left( \frac{16}{Re_0} - \frac{4}{3} \frac{Re_w}{Re_0} \right) \langle u \rangle_\lambda - \frac{2}{Re_0} \frac{d^2 \langle u \rangle_\lambda}{dx^2} + \frac{d\langle p \rangle_\lambda}{dx} = 0 \end{aligned} \quad (67)$$

Comme précédemment, l'intégration analytique entre 0 et x de ces équations dans le cas de la vitesse pariétale uniforme restitue exactement l'expression de l'évolution de la pression le long du canal proposée par Yuan and Finkelstein (1956) (64). Dans la configuration axisymétrique, le modèle non-inertiel présenté dans la section précédente (54) s'écrit :

$$\langle p \rangle_\lambda = -\frac{16x}{Re_0} + \frac{16Re_w x^2}{Re_0^2} \quad (68)$$

Il nous permet d'évaluer l'influence des termes inertiels de l'équation (67) dans le cas du tube bouché avec aspiration pariétale uniforme pour différentes valeurs du nombre de Reynolds de filtration  $Re_w$  (Figure II.17).

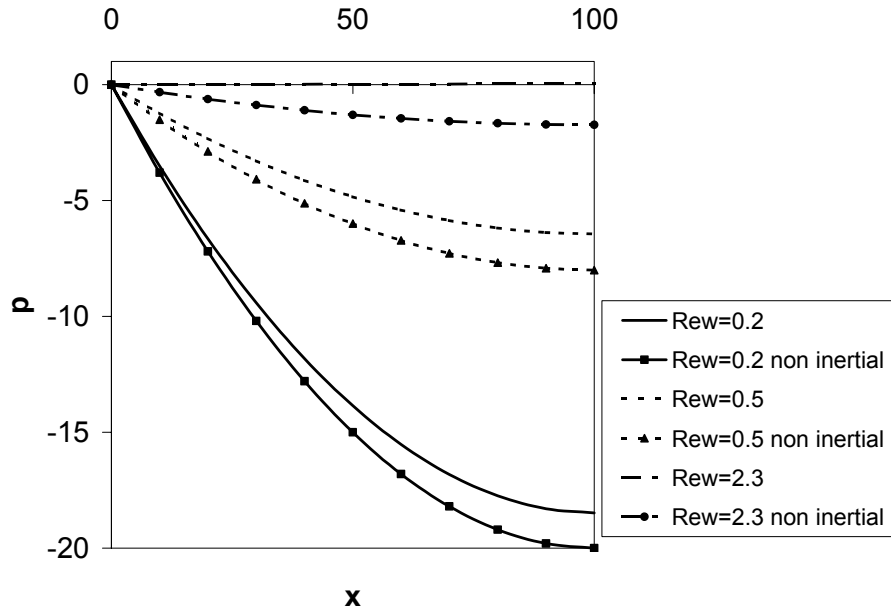


Figure II.17. : Evolution axiale de la pression dans un canal cylindrique bouché avec aspiration pariétale uniforme pour différentes valeurs de  $Re_w$  - influence de l'inertie dans le modèle 1D

Comme dans le cas du canal plan, l'influence des termes inertiels croît lorsque  $Re_w$  augmente. Ceci entraîne une réduction de la perte de charge dans le tube jusqu'à atteindre une valeur nulle lorsque  $Re_w$  est proche de 2.3. On peut écrire l'équation (67) sous une forme simplifiée en négligeant les termes d'ordre élevé en  $Re_w$  (dont la valeur reste inférieure à 0.01 pour des valeurs de  $Re_w$  inférieure à 2) :

$$\frac{5}{3} \frac{d \langle u \rangle_\lambda^2}{dx} + \frac{16}{Re_0} \langle u \rangle_\lambda - \frac{2}{Re_0} \frac{d^2 \langle u \rangle_\lambda}{dx^2} + \frac{d \langle p \rangle_\lambda}{dx} = 0 \quad (69)$$

#### II.5.1.2. Ecoulement dans une configuration réaliste de filtre - Prise en compte des vitesses pariétales non-uniformes

Les équations monodimensionnelles obtenues dans la section précédente permettent de calculer l'évolution des pression et vitesse moyennes le long d'un canal (plan ou cylindrique) dont les parois sont poreuses en présence d'un écoulement pariétal uniforme dans la limite des faibles nombres de Reynolds de filtration  $Re_w$ . Rappelons que cette approche permet de préserver les propriétés de l'écoulement liées aux équations locales de conservation de la masse et de la quantité de mouvement. L'originalité de cette approche est la conservation des composantes inertielles dans la forme finale du système d'équations. Dans l'optique d'étudier des systèmes réels de filtration, l'hypothèse d'écoulement pariétal uniforme est cependant trop contraignante. En effet, la vitesse au sein des parois poreuses est généralement liée aux pressions de part et d'autre des parois et peut être modélisée dans de nombreux cas par la loi de Darcy (§ II.4.). En négligeant les écoulements parallèles au canal dans la paroi poreuse comme le suggère l'étude dimensionnelle précédente (§ II.2.), l'expression de la vitesse locale dans la paroi peut s'écrire :

$$\underline{v} = - \frac{\underline{K}_w}{\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \quad (70)$$

Où  $\underline{K}_w$  est la perméabilité de la paroi comme définie dans la section (§ II.4.). En introduisant la conservation de la masse au travers de la paroi, on peut exprimer simplement la vitesse de filtration sur une section de canal donnée en fonction de la pression à l'intérieur du canal  $p$  et à l'extérieur  $p_e$  :

$$\underline{v}_w = - \frac{\underline{K}_w}{\mu} \frac{p_e - p}{e_w} \quad (71)$$

Où  $e_w$  est l'épaisseur de la paroi poreuse. Enfin, cette expression peut être écrite sous forme adimensionnelle :

$$\frac{Re_w}{Re_o} = Re_o \frac{K_w}{e_w h} (p - p_e) \quad (72)$$

Dans ce cas  $Re_w$  est susceptible de dépendre de la position axiale dans le canal.

### Ecoulement dans un filtre plan modèle 2D

L'étude du cas 2D simplifié de l'écoulement dans un faisceau de canaux plans connectés par leurs parois poreuses est une première étape dans l'étude de l'écoulement au sein du FAP. Ce filtre modèle peut être représenté par une cellule périodique élémentaire (Figure II.18) composé d'un canal plan ouvert sur l'entrée du filtre, noté  $\beta$ , connecté par ses parois poreuses à un canal plan ouvert sur la sortie, noté  $\gamma$ . Nous considérons dans ce cas que la géométrie du filtre et que l'écoulement associé sont spatialement périodiques.

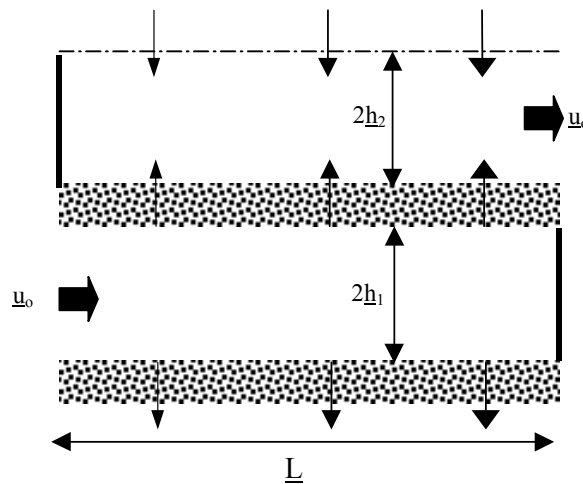


Figure II.18 : Schéma d'une cellule élémentaire périodique caractéristique d'un filtre plissé

Ce problème peut être décrit grâce à au système d'équations (55-56) appliqué à chacun des canaux couplé par l'équation (72) décrivant l'écoulement dans la paroi poreuse. Un modèle de ce type, issu d'une approche heuristique ne tenant pas compte de la forme des champs de vitesse dans les canaux, a été proposé par Bisset (1983) pour décrire l'écoulement dans les filtres à particules Diesel. D'autres auteurs ont présenté rigoureusement cette approche sans faire intervenir de solution connue du champs de vitesse local permettant de fermer le problème (Yu and Goulding (1992), Lücke and Fissan (1995)).



En utilisant le modèle mono-dimensionnel présenté dans la section (§II.5.1.1.), le système d'équations décrivant le problème s'écrit :

$$\frac{d\langle u_\beta \rangle_\lambda}{dx} + Re_o \frac{\underline{K}_w}{\underline{e}_w \underline{h}_\beta} (\langle p_\beta \rangle_\lambda - \langle p_\gamma \rangle_\lambda) = 0 \quad (73)$$

$$\frac{d\langle u_\gamma \rangle_\lambda}{dx} - Re_o \frac{\underline{K}_w}{\underline{e}_w \underline{h}_\gamma} (\langle p_\beta \rangle_\lambda - \langle p_\gamma \rangle_\lambda) = 0 \quad (74)$$

$$\frac{81}{70} \frac{d\langle u_\beta \rangle_\lambda^2}{dx} + \frac{3}{Re_o \underline{h}_\beta^2} \langle u_\beta \rangle_\lambda - \frac{1}{Re_o} \frac{d^2 \langle u_\beta \rangle_\lambda}{dx^2} + \frac{d\langle p_\beta \rangle_\lambda}{dx} = 0 \quad (75)$$

$$\frac{81}{70} \frac{d\langle u_\gamma \rangle_\lambda^2}{dx} + \frac{3}{Re_o \underline{h}_\gamma^2} \langle u_\gamma \rangle_\lambda - \frac{1}{Re_o} \frac{d^2 \langle u_\gamma \rangle_\lambda}{dx^2} + \frac{d\langle p_\gamma \rangle_\lambda}{dx} = 0 \quad (76)$$

avec  $\underline{h}_i = \frac{h_i}{\underline{h}_\beta}$ .

Si on considère que les canaux sont bouchés par des parois imperméables, les conditions limites associées au problème sont :

$$\langle u_\beta \rangle_\lambda(0) = 1 \quad (77)$$

$$\langle u_\gamma \rangle_\lambda(0) = 0 \quad (78)$$

$$\langle p_\beta \rangle_\lambda(0) = p_\beta^e \quad (79)$$

$$\langle u_\beta \rangle_\lambda(\underline{L} / \underline{h}_\beta) = 0 \quad (80)$$

$$\langle u_\gamma \rangle_\lambda(\underline{L} / \underline{h}_\beta) = 1 \quad (81)$$

$$\langle p_\gamma \rangle_\lambda(\underline{L} / \underline{h}_\beta) = 0 \quad (82)$$

Où  $p_\beta^e$  est la pression de référence. On peut remarquer que  $\underline{h}_\beta$ ,  $\underline{h}_\gamma$ ,  $\underline{e}_w$ ,  $\underline{K}_w$  peuvent varier dans la direction x du canal si leur variation reste faible.

Dans ce cas, la longueur de référence utilisée dans l'adimensionnalisation est la demi-hauteur  $\underline{h}_\beta^e$  à l'entrée du canal  $\beta$ . La validation de cette approche a été réalisée dans le cas où ces paramètres sont constants, mais ce n'est, à priori, pas une limite de ce modèle. Le système

linéaire obtenu est résolu en utilisant une discrétisation par différences finies. La non-linéarité des équations (75) et (76) est traitée par la méthode Newton-Raphson (Annexe E). Le système linéaire ainsi obtenu est résolu par une méthode itérative classique. Une étude de sensibilité au maillage montre que le nombre minimum de nœuds dans la direction axiale  $N_x$  nécessaire pour obtenir une erreur relative inférieure à 0.5% est de l'ordre de 200 (Figure II.19).

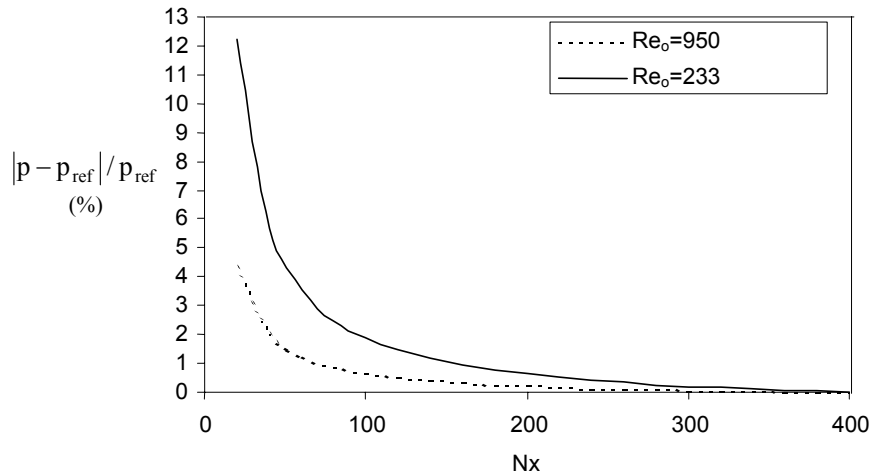


Figure II.19 : Evolution de l'écart relatif sur la pression en un point avec le nombre  $N_x$  de nœuds (la pression pour  $N_x = 400$  est prise comme référence)

Nous avons réalisé des simulations bidimensionnelles avec le code de calcul de mécanique des fluides (Fluent<sup>TM</sup>). Le domaine de calcul, présenté sur la figure II.20, est constitué d'une zone d'écoulement libre en entrée, d'un élément unitaire de filtre plan multicanal (avec des conditions de symétrie sur l'axe de chaque canal) et une zone libre de sortie. Cette configuration permet de ne pas faire d'hypothèses sur le développement de l'écoulement dans le canal d'entrée et, par la même, de valider l'hypothèse d'affinité des profils de vitesse que nous avons utilisée. Le maillage cartésien utilisé pour ces simulations de validation est composé d'environ 20000 cellules. Un raffinement du maillage est imposé près des parois tout en préservant un rapport d'aspect inférieur à 5 pour toutes les mailles de la grille. Le logiciel utilisé est basé sur une discrétisation en volumes finis, il permet de résoudre les équations de Navier-Stokes dans les zones où le fluide est libre et d'imposer la loi de Darcy dans le milieu poreux constituant les parois.

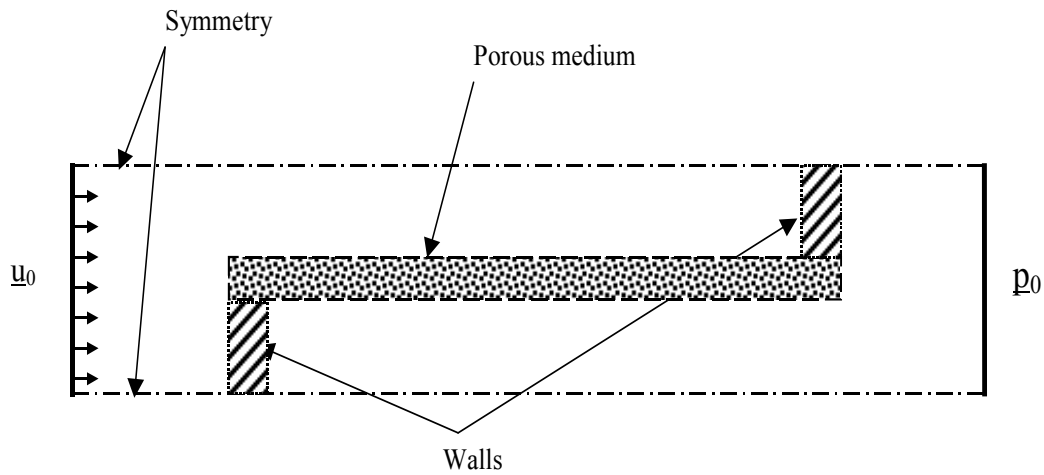
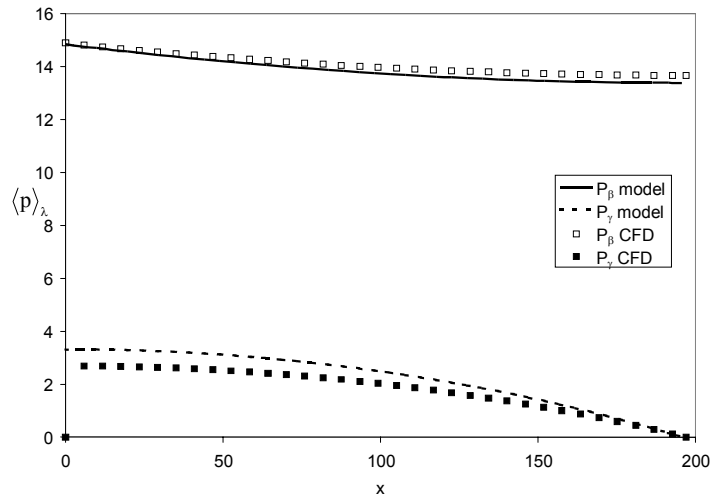


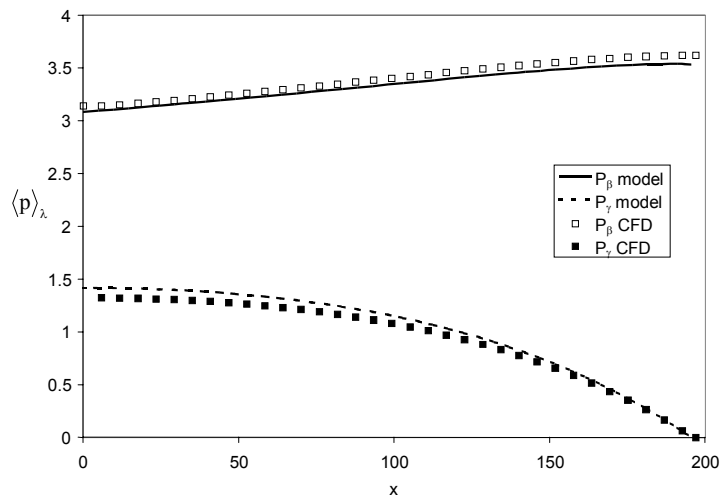
Figure II.20 : Domaine de calcul pour les simulations numériques d'écoulement dans une cellule unitaire de filtre plan multicanal réalisées avec *Fluent<sup>TM</sup>*

La figure II.21 présente l'évolution axiale des pressions dans les canaux  $\beta$  et  $\gamma$  obtenu avec notre modèle et le logiciel *Fluent<sup>TM</sup>* pour différents débits et différentes caractéristiques de paroi. L'accord entre les deux calculs est très satisfaisant même pour des valeurs élevées du nombre de Reynolds de filtration moyen. De plus, ces résultats mettent en évidence une hétérogénéité importante des vitesses de filtration le long des canaux qui sont proportionnelles à la différence de pression entre les deux canaux par l'intermédiaire de la relation (72). On constate que, dans tous les cas, l'écoulement pariétal est favorisé près du fond des canaux.

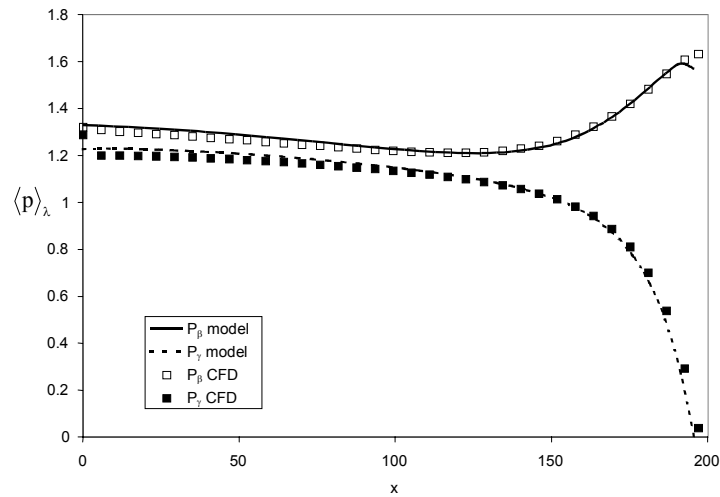
L'utilisation du modèle mono-dimensionnel d'écoulement en canal avec aspiration pariétale peut être envisagé pour d'autres applications en filtration. Une tentative de modélisation de la configuration « fibre creuse » est présentée dans l'Annexe C. La prise en compte d'hétérogénéités spatiales dans le cas de la filtration en filtre plan peut être envisagée par une approche « multi-canaux » qui sera par la suite appliquée à la configuration FAP (Annexe D).



$[Re_0 = 110, \langle Re_w \rangle_x = 0.56, \underline{K}_w / \underline{e}_w = 10^{-12} \text{ m}^2]$



$[Re_0 = 550, \langle Re_w \rangle_x = 2.80, \underline{K}_w / \underline{e}_w = 10^{-12} \text{ m}^2]$



$[Re_0 = 550, \langle Re_w \rangle_x = 2.80, \underline{K}_w / \underline{e}_w = 10^{-11} \text{ m}^2]$

Figure II.21 : Evolution de la pression dans les canaux  $\beta$  et  $\gamma$  - validation du modèle

## II.5.2. Ecoulement dans les canaux du filtre à particule Diesel

L'étude préliminaire de systèmes de canaux modèles bidimensionnels nous a permis de mettre en place une méthode originale de simplification des équations locales de conservation par l'intermédiaire d'une prise de moyenne sur la section des canaux. Les systèmes d'équations mono-dimensionnelles ainsi obtenus sont adaptés à une résolution numérique rapide pouvant être étendue à des configurations présentant plusieurs canaux interconnectés. L'hypothèse fondatrice de cette approche est essentiellement la validité des solutions affines de l'écoulement étudié et leur utilisation lors de la prise de moyenne pour intégrer dans le modèle 1D les caractéristiques locales de l'écoulement.

Dans cette section, nous allons étendre cette approche à la modélisation des systèmes multi-canaux 3D caractéristiques des Filtres à Particules Diesel. Ce travail a fait l'objet d'un article dans le cadre du SAE World Congress 2003 (Oxarango *et al.* (2003)). L'obtention d'expressions analytiques des champs de vitesses dans cette configuration est rendue très délicate par la complexité des écoulements présents dans un canal de section carré et notamment par la non-uniformité des vitesses de filtrations sur une section donnée. Nous avons donc choisi d'utiliser des champs de vitesses obtenus numériquement par des calculs sur une cellule unitaire d'un filtre à géométrie spatialement périodique pour développer la méthode conduisant aux équations 1D caractéristiques pour les canaux de section carrée. Dans un premier temps nous allons donc présenter une série de simulations numériques. Les champs de vitesse ainsi obtenus seront utilisés pour définir un modèle mono-dimensionnel d'écoulement dans un canal de section carrée en présence d'aspiration ou d'injection pariétale. Enfin, ces résultats seront utilisés pour construire un modèle multi-canal de filtre à particules Diesel.

### II.5.2.1. Ecoulement dans une cellule unitaire de FAP – simulation numérique 3D

La possibilité de simuler numériquement l'écoulement dans une cellule élémentaire de filtre à particules Diesel à l'aide d'un code CFD industriel a été proposée par Konstandopoulos *et al.* (2001). Nous avons réalisé le même type de calculs en utilisant le logiciel Fluent<sup>TM</sup> afin d'étudier de façon paramétrique l'influence des différentes caractéristiques géométriques sur la forme des champs de vitesse locaux pour différents régimes d'écoulement dans la gamme de fonctionnement du dispositif. Ces simulations sont réalisées sur une cellule élémentaire représentative de filtre. Afin de diminuer la taille du domaine de calcul, nous avons choisi d'utiliser des conditions limites de symétrie (Figure

II.22). La cellule élémentaire que nous avons retenue est constituée de deux canaux d'entrée et deux canaux de sortie. Les conditions de symétrie permettent de ne considérer qu'un quart de chaque canal. Nous n'avons pas retenu le domaine de calcul triangulaire préconisé par Konstandopoulos *et al.* (2001) [figure (II.22)] car, bien qu'il soit le plus petit domaine représentatif, il ne permet pas d'utiliser un maillage structuré parallélépipédique et un raffinement simple du maillage près des parois poreuses.

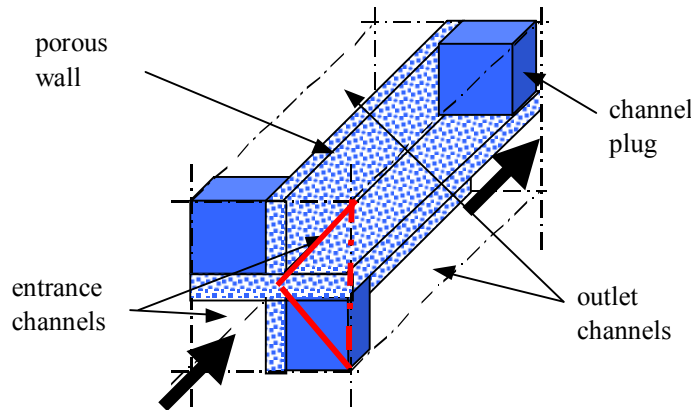


Figure II.22 : Cellule symétrique représentative du filtre à particules Diesel

Le logiciel permet de résoudre les équations de Navier–Stokes dans les canaux et d'imposer la loi de Darcy dans les parois poreuses en ajoutant un terme additionnel dans l'équation de conservation de la quantité de mouvement. Les bouchons sont modélisés par des zones de “mur” totalement imperméables. Les conditions limites imposées en entrée des canaux d'entrée sont de type vitesse uniforme et la sortie du fluide est représentée par une condition de flux libre (outflow). Une condition de flux nul est imposée sur le milieu poreux en face avant et arrière du système. Les caractéristiques des deux configurations géométriques modélisées sont résumées dans le tableau II.4.

	Géométrie 1	Géométrie 2
Longueur totale (m)	0,152	0,179
Côté des canaux (m)	0,00139	0,00143
Epaisseur des parois (m)	0,0004	0,00036
Longueur des bouchons (m)	0,008	0,008
Perméabilité des parois ( $m^2$ )	$1 \cdot 10^{-13} < K_s < 1 \cdot 10^{-12}$	$1 \cdot 10^{-13} < K_s < 1 \cdot 10^{-12}$
Vitesse d'entrée $\langle U \rangle_R^e (m.s^{-1})$	[0,1; 1; 5; 10;	[0,1; 1; 5; 10;

Tableau II.4 : Récapitulatif des configurations étudiées pour les simulations 3D

Les maillages utilisés pour les simulations comportent environ 200 000 mailles. Le raffinement du maillage dans les canaux près des parois poreuses induit dans cette zone le rapport de forme maximal des mailles du domaine de calcul ( $< 10$ ). Les types de discrétisation

et la valeur des tests de convergence ont été définis en se référant au guide de l'utilisateur de Fluent<sup>TM</sup>.

Le calcul nous permet d'obtenir des champs de vitesse et de pression 3D. On retrouve la répartition de vitesse classique (Figure II.23). On peut noter que dans le cas des vitesses d'entrée élevées ( $>10 \text{ m.s}^{-1}$ ), le profil de vitesse dans les canaux d'entrée n'est pas établi sur le premier tiers de la longueur du filtre. L'analyse de ces résultats bruts nous a permis de mettre en évidence l'affinité des profils de vitesses dans les zones où l'écoulement est établi, ils permettront de construire et de valider le système d'équations 1D caractéristique de cette configuration.

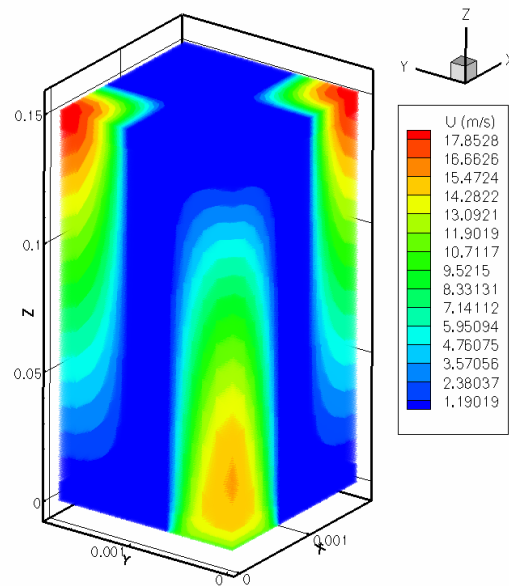


Figure II.23 : Norme de la vitesse sur la cellule unitaire -  $\langle U \rangle^e = 15 \text{ m.s}^{-1}$

#### II.5.2.2. Equations mono-dimensionnelles pour un canal de section carrée avec écoulement pariétal

Dans cette section, nous allons proposer une extension du développement présenté dans la section (§II.5.1) au cas de l'écoulement en canal de section carrée avec aspiration ou injection pariétale. Contrairement à l'étude sur les configurations 2D théoriques, les variables et équations utilisées ne seront pas adimensionnées. Dans cette configuration, les équations de conservation caractéristiques du problèmes (83-86) sont tridimensionnelles et peuvent s'écrire sous forme développée en fonction des trois composantes de la vitesse  $U_x$ ,  $U_y$  et  $U_z$  :

$$\left( \frac{\partial \rho_g U_x}{\partial x} + \frac{\partial \rho_g U_y}{\partial y} + \frac{\partial \rho_g U_z}{\partial z} \right) = 0 \quad (83)$$

$$\rho_g \left( U_x \frac{\partial U_x}{\partial x} + U_y \frac{\partial U_x}{\partial y} + U_z \frac{\partial U_x}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial x} + \mu_g \left( \frac{\partial^2 U_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U_x}{\partial z^2} \right) \quad (84)$$

$$\rho_g \left( U_x \frac{\partial U_y}{\partial x} + U_y \frac{\partial U_y}{\partial y} + U_z \frac{\partial U_y}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial y} + \mu_g \left( \frac{\partial^2 U_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U_y}{\partial z^2} \right) \quad (85)$$

$$\rho_g \left( U_x \frac{\partial U_z}{\partial x} + U_y \frac{\partial U_z}{\partial y} + U_z \frac{\partial U_z}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial z} + \mu_g \left( \frac{\partial^2 U_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U_z}{\partial z^2} \right) \quad (86)$$

Les champs de vitesses et de pression obtenus dans les canaux par calcul numérique dans la cellule élémentaire de filtre (section précédente) vérifient ces équations. Nous introduisons un opérateur de prise de moyenne sur la section  $\langle \rangle_s$  analogue à ceux utilisés précédemment (46 et 65) avec S la surface d'une section de canal :

$$\langle \phi \rangle_s = \frac{1}{S} \iint_S \phi dx dy \quad (87)$$

Nous allons exprimer les champs de vitesse et de pression sous la forme :

$$U_x(x, y, z) = u_x(x, y) \quad (88)$$

$$U_y(x, y, z) = u_y(x, y) \quad (89)$$

$$U_z(x, y, z) = u_z(x, y) \langle U \rangle_s(z) \quad (90)$$

$$P(x, y, z) = \langle P \rangle_s(z) \quad (91)$$

En effet, dans toute la gamme de débits caractéristiques de l'application, les fluctuations de pressions sur une section restent faibles et nous n'utiliserons pas les zones où l'écoulement n'est pas totalement développé caractérisées par des fonctions  $u_x$ ,  $u_y$  et  $u_z$  différentes. Les champs de vitesse numériques sur différentes sections de canaux des deux géométries considérées ont été interpolés par des splines « plaques minces » du deuxième degré (Figure II.24).



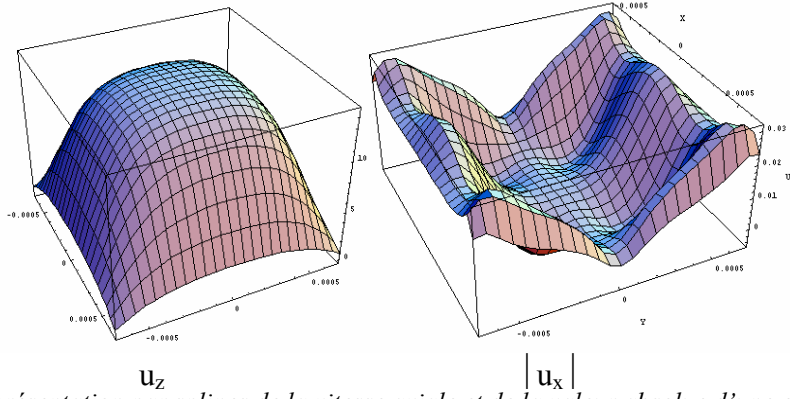


Figure II.24 : Représentation par splines de la vitesse axiale et de la valeur absolue d'une composante radiale

Ainsi, nous disposons d'expressions semi-analytiques des fonctions  $u_x$ ,  $u_y$  et  $u_z$  pouvant être utilisées dans le développement conduisant aux expressions mono-dimensionnelles des équations de conservation.

L'étude des configurations bi-dimensionnelles a mis en évidence une forme caractéristique pour les équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement (équations 55, 56, 66 et 69). Ces expressions sont obtenues à partir de l'équation de conservation de la masse et la composante de l'équation de conservation de la quantité de mouvement associée à la direction axiale des canaux. En supposant que les équations mono-dimensionnelles obtenues dans les configurations 2D sont caractéristiques du problème, on peut définir la forme des équations finale recherchées dans la configuration 3D comme :

$$\frac{\partial \langle U \rangle_s}{\partial z} + \frac{L}{S} \langle V_w \rangle_\Gamma = 0 \quad (92)$$

$$\rho_g \left( C_1 \frac{\partial \langle U \rangle_s^2}{\partial z} + C_2 \frac{\partial \langle U \rangle_s^2}{\partial z} + C_3 \frac{\partial \langle U \rangle_s^2}{\partial z} \right) = - \frac{\partial \langle P \rangle_s}{\partial z} + \mu_g \frac{(C_4 + C_5)}{S} \langle U \rangle_s - \mu_g \frac{\partial^2 \langle U \rangle_s}{\partial z^2} = 0 \quad (93)$$

Où  $\langle V_w \rangle_\Gamma$  est la vitesse moyenne sur l'interface de longueur  $L$  entre le canal et les parois poreuses, son signe détermine si l'écoulement pariétal est une injection ou un aspiration. Les coefficients  $C_1$  à  $C_3$  représentent les contributions respectives de chacun des termes inertiels de l'équation (86). Les coefficients  $C_4$  et  $C_5$  proviennent des termes visqueux associés au direction  $x$  et  $y$  dans l'équation (86).

Pour la configuration tri-dimensionnelle, nous utiliserons donc les équations (83) et (86). Nous leur appliquons l'opérateur (87) après y avoir explicité les différentes variables selon les équations (88) à (91). Les différents termes de l'équation obtenus sont ensuite identifiés aux termes de l'équation (93). La figure II.25 résume les valeurs des coefficients  $C_1$ ,

$C_2$  et  $C_3$  en fonction du nombre de Reynolds de filtration  $Re_w$  (équation (94)) obtenus dans les deux configurations étudiées sur différentes sections et pour différents débits.

$$Re_w = \frac{\rho_g \langle V_w \rangle_\Gamma \frac{L}{4}}{\mu} \quad (94)$$

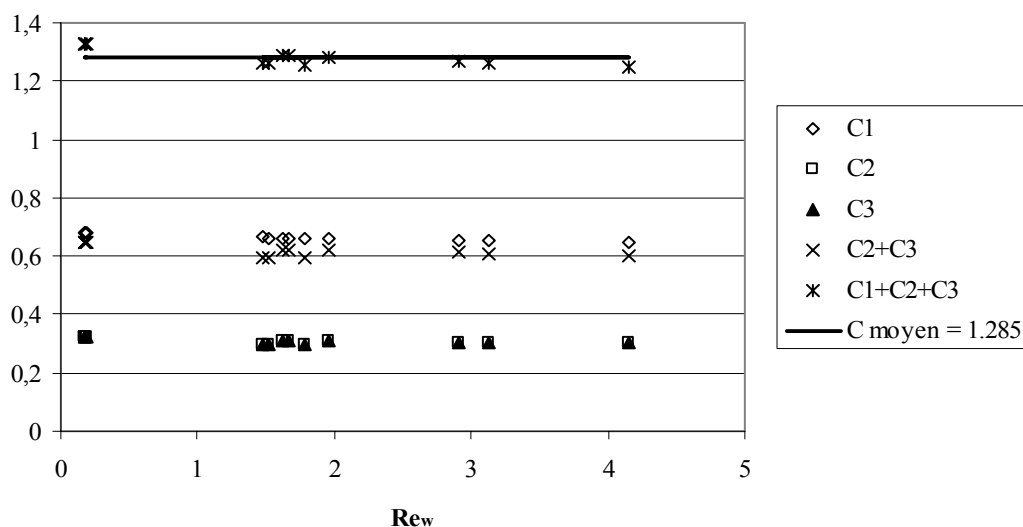


Figure II.25 : Coefficients inertiels pour le canal de section carrée en fonction de  $Re_w$

On constate que la somme des trois contributions inertiels ne varie que faiblement dans la gamme des configurations étudiées. On peut noter que les deux coefficients liés aux termes radiaux ( $C_2$  et  $C_3$ ) ont la même valeur. De plus, comme dans les cas bi-dimensionnels, la somme des contributions radiales ( $C_2+C_3$ ) est du même ordre que le terme inertiel dans la direction  $z$  ( $C_1$ ).

	$C_{\text{masse}}$	$C_{\text{inertie}}$	$C_{\text{viscosité}}$
<b>canal plan 2D</b>	(+/-) $2/L_c$	1.157	$12\mu/L_c^2$
<b>tube</b>	(+/-) $4/L_c$	1.666	$32\mu/L_c^2$
<b>canal "carré"</b>	(+/-) $4/L_c$	1.285	$28.45\mu/L_c^2$

Tableau II.5 : Tableau récapitulatif des coefficients des équations 1D dans les différentes configurations

Le tableau II.5 récapitule les coefficients des équations mono-dimensionnelles, obtenus pour les différents types de canaux, exprimées sous la forme :

$$\frac{\partial \langle U \rangle_s}{\partial z} + C_{\text{masse}} \langle V_w \rangle_\Gamma = 0 \quad (95)$$

$$C_{inertie} \rho_g \frac{d\langle U \rangle_s^2}{dz} + C_{viscosité} \langle U \rangle_s + \frac{d\langle P \rangle_s}{dz} = 0 \quad (96)$$

Enfin, la valeur moyenne obtenue ( $C_{inertiel} = 1,285$ ) est comprise entre la valeur obtenue pour le canal plan ( $C_{inertiel} = 1,157$ ) et celle qui correspond au canal cylindrique ( $C_{inertiel} = 1,666$ ). Le calcul des termes liés aux contraintes visqueuses ( $C_{viscosité}$ ) radiales dans les canaux n'a pas pu être réalisé en utilisant la méthodologie présentée. En effet, le calcul de l'intégrale d'un terme lié à la dérivée seconde de la vitesse s'est avéré très sensible à la précision du calcul numérique conditionnant la pertinence des splines utilisées. Cependant, les calculs rigoureux réalisés dans le développement de la section (§ II.5.1.1) ont montré que le terme visqueux de Poiseuille était conservé dans les équations mono-dimensionnelles de conservation de la quantité de mouvement. Nous avons donc choisi d'utiliser le coefficient de frottement visqueux pour les canaux de section carrée (Idel'Cik (1986)).

### II.5.2.3. Filtration dans une cellule périodique représentative du FAP

Il est possible d'évaluer la répartition des particules capturées le long d'un canal en supposant une répartition homogène de l'écoulement dans tous les canaux d'entrée du filtre. Cette hypothèse revient à considérer que le filtre peut être représenté par une cellule périodique (Figure II.26).

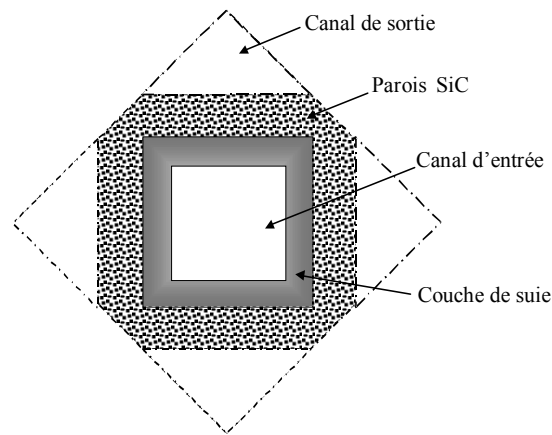


Figure II.26. : Cellule périodique représentative du FAP (section à  $z=cste$ )

La filtration est par essence un phénomène instationnaire qui entraîne une modification progressive de la géométrie de la zone de collecte. Nous nous proposons de modéliser ce phénomène par une suite d'états discrets caractérisés par un état stationnaire pour l'écoulement du gaz. L'utilisation d'un modèle d'écoulement stationnaire comme moteur du transport des particules est justifiée si le temps caractéristique de variation de la géométrie du

système associé à la capture des particules (perméabilité et épaisseur de la zone poreuse, taille des canaux d'entrée) est très grand par rapport au temps de séjour du fluide dans le filtre.

Dans les conditions opératoires classiques du FAP, nous pouvons évaluer le temps de séjour du fluide comme :

$$\delta t_{sejour} \approx \frac{2L_f}{U_0} \quad (97)$$

En utilisant les caractéristiques présentées dans la section (§II.2) et une vitesse moyenne à l'entrée des canaux d'entrée  $U_0=1 \text{ m.s}^{-1}$  caractéristique des plus faibles débits, on obtient un temps de séjour  $\delta t_{sejour} = 0.5 \text{ s}$  qui entraîne une variation moyenne de perméabilité  $\Delta K/K$  et de coté du canal d'entrée  $\Delta L_{c\beta}/L_{c\beta}$  inférieures à 1 % dans toute la gamme de fonctionnement. L'utilisation du modèle d'écoulement stationnaire semble donc justifiée.

### Méthode numérique :

L'étude d'ordre de grandeurs des phénomènes influant sur le transport des particules (§II.3.) a montré que l'on pourrait supposer que les particules se comportent comme des traceurs de l'écoulement. Par conséquent, la masse de suie transportée par le gaz vers les parois filtrantes est directement proportionnelle au débit de gaz dans les parois du FAP. En tenant compte de cette hypothèse, la phase de filtration est modélisée de façon itérative selon l'organigramme de la figure (II.27).

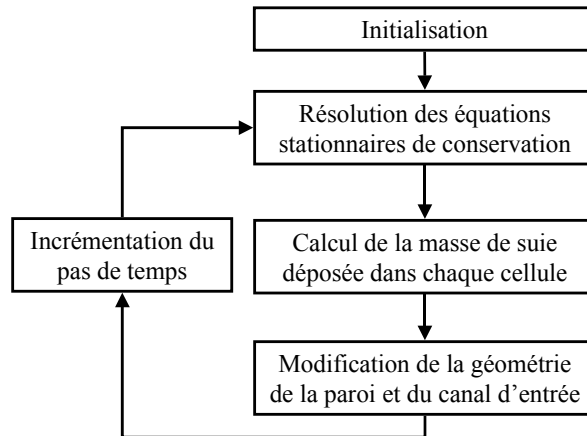


Figure II.27: Algorithme du calcul itératif de la filtration dans une cellule périodique de FAP

La méthode numérique utilisée est de type volume fini. Les pressions sont calculées au centre des mailles alors que les vitesses sont décalées en amont sur chaque face. Le domaine de calcul est discrétisé en  $N_z$  mailles de longueur constante. En premier lieu, les équations mono-dimensionnelles de conservation (95 et 96) sont résolues simultanément pour les deux

canaux considérés en introduisant le couplage par la loi de Darcy. Le calcul fait donc intervenir quatre variables pour chaque maille (*i.e.* les pressions et vitesses dans chaque canal). Compte tenu de la non-linéarité de l'équation (96) et du couplage entre les deux canaux, le système discrétisé est résolu numériquement en utilisant la méthode de Newton-Raphson (Annexe E.).

La répartition de la vitesse de filtration le long du canal étant obtenue, la deuxième phase du calcul consiste à évaluer la masse de suie déposée dans chaque maille. Nous avons supposé que les particules se déposent uniformément sur la surface d'échange entre le canal et la zone poreuse dans chaque maille en proportion de la vitesse de filtration moyenne. La masse totale  $M_{\text{dépôt}_i}^j$  déposée dans la maille d'indice  $i$  après le pas de temps  $j$  est alors obtenue par la relation :

$$M_{\text{dépôt}_i}^j = M_{\text{dépôt}_i}^{j-1} + 4\delta z L_{c\beta_i}^{j-1} C_{\text{part}} \rho_g \langle V_w \rangle_i^j \delta t \quad (98)$$

Où  $L_{c\beta_i}^{j-1}$  est la longueur d'un coté du canal d'entrée dans la maille  $i$  après le pas de temps  $j-1$ .

$C_{\text{part}}$  est la concentration massique des particules dans le gaz et  $\rho_g$  est la densité du gaz.

Enfin, la géométrie locale du canal d'entrée et des parois est modifiée pour tenir compte du dépôt de suie :

$$L_{c\beta_i}^j = \sqrt{(L_{c\beta_i}^0)^2 - \frac{M_{\text{dépôt}_i}^j}{\rho_{\text{dépôt}} \delta z}} \quad (99)$$

$$L_{s_i}^j = L_{s_i}^0 + \frac{1}{2} (L_{c\beta_i}^0 - L_{c\beta_i}^j) \quad (100)$$

Où  $L_{c\beta_i}^0$  et  $L_{s_i}^0$  sont respectivement la longueur du côté du canal d'entrée et l'épaisseur de paroi pour le filtre propre.  $\rho_{\text{dépôt}}$  est la densité du dépôt de suie. Enfin, la perméabilité des parois  $K_{s_i}^j$  de la maille d'indice  $i$  après le pas de temps  $j$  est calculée avec l'expression (34) incluant la correction (37) en utilisant l'épaisseur de paroi  $L_{s_i}^j$ .

### Sensibilité du calcul au pas de temps

Le choix du pas de temps  $\delta t$  pour le calcul itératif du colmatage du filtre nécessite quelques précautions. La figure II.28 présente une étude de sensibilité du calcul à ce paramètre. Le cas retenu est basé sur la géométrie du filtre de référence (Tableau II.1). La

perméabilité des parois SiC est fixée à  $2.4 \cdot 10^{-13} \text{ m}^2$ . La perméabilité intrinsèque  $K_{di}$  du dépôt de suie est de  $1.29 \cdot 10^{-14} \text{ m}^2$  et la correction  $\zeta_{K_{dépôt}}$  est utilisée (§II.4.2.3). Un débit constant de gaz est considéré ( $2.675 \cdot 10^{-5} \text{ kg.s}^{-1}$  dans un canal) à une température constante de 523 K (voir Annexe 1 pour les valeurs des paramètres thermophysiques du gaz). Ce débit imposé sur un canal correspond à un débit massique total de 200 kg/h dans le filtre complet et conduit à un nombre de Reynolds  $Re_0 = 570$ . Le maillage utilisé est constitué de 200 mailles. Le calcul a été réalisé pour trois pas de temps :  $\delta t = 60, 600$  et  $6000 \text{ s}$ .

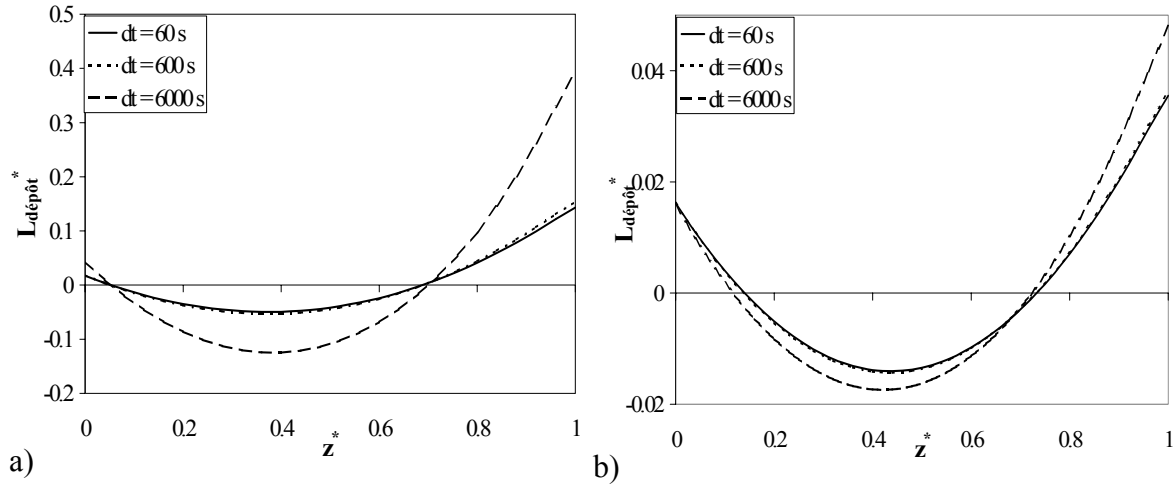


Figure II.28 : répartition des épaisseurs de dépôt dans la longueur du filtre après a) 6000 s et b) 30000 s

Afin d'améliorer la lisibilité des figures, les résultats sont présentés en terme d'écart relatif à l'épaisseur moyenne de dépôt  $L_{dépôt}^*$  et de longueur de filtre adimensionnée par la longueur du canal  $z^*$  définis par :

$$z^* = \frac{z}{L_f}, L_{dépôt}^* = \frac{L_{dépôt} - L_{dépôt \text{ moyen}}}{L_{dépôt \text{ moyen}}} \quad (101)$$

On constate qu'après 6000 s de chargement l'écart entre les calculs réalisés avec des pas de temps de 60 et 600 s sont très faibles (moins de 1% d'écart maximal sur la hauteur de suie déposée par maille). Le pas égal à 6000 s conduit à une forte surestimation de l'hétérogénéité axiale des hauteur de dépôt (environ 25% d'écart maximal). Ce phénomène est lié à la réorganisation progressive de l'écoulement lors du colmatage qui n'est pas prise en compte ici puisque ce dernier calcul ne comporte qu'un pas de temps. La figure II.27.b présente la répartition du dépôt après 30000 s. On constate que l'écart avec le calcul le plus grossier a fortement diminué (environ 1.5% d'écart maximal sur la hauteur de suie déposée par maille). La tendance à la convergence des calculs réalisés avec des pas de temps différents

mise en évidence avec ces quelques exemples a été observé dans différentes configurations. Il semble que la principale précaution nécessaire soit de considérer des chargements réalisés avec au minimum une dizaine d'itérations. L'étude de la phase initiale de croissance du dépôt nécessite par conséquent l'utilisation de pas de temps plus petits.

### Influence de la perméabilité des parois SiC

La perméabilité des parois du FAP est un paramètre qui joue un rôle important sur la répartition axiale des vitesses de filtration (§II.5.1). Nous présenterons ici les tendances mises en évidence par notre modèle de filtration. La géométrie considérée est celle du Filtre 1. Le nombre de Reynolds initial  $Re_0$  reste fixé à 570 correspondant à un débit massique de 200 kg/h dans le filtre complet. Quatre perméabilités ont été considérées : 0.1, 0.24, 1 et 5 Da ( $1\text{Da} = 10^{-12} \text{ m}^2$ ). La Figure II.29 présente la répartition de l'épaisseur du gâteau de suie dans la longueur du canal à deux stades du chargement. Afin d'évaluer l'hétérogénéité du dépôt, le tableau II.6 présente pour les différents cas étudiés la différence de hauteur maximale  $\delta e_{\max}$  définie comme :

$$\delta L_{\max} = \frac{L_{\text{dépôt max}} - L_{\text{dépôt min}}}{L_{\text{dépôt moyen}}} \quad (102)$$

	t = 6000 s	t = 18000 s	t = 30000 s
<b>K<sub>SiC</sub> = 0.1 Da</b>	0.134	0.070	0.043
<b>K<sub>SiC</sub> = 0.24 Da</b>	0.207	0.089	0.051
<b>K<sub>SiC</sub> = 1 Da</b>	0.307	0.106	0.057
<b>K<sub>SiC</sub> = 5 Da</b>	0.489	0.130	0.065

Tableau II.6 : Différence de hauteur maximale en fonction du temps et de la perméabilité des parois

Une forte perméabilité de paroi favorise nettement l'accumulation des suies en fond de canal durant le début de chargement. On constate que le paramètre  $\delta L_{\max}$  varie entre 13 % pour la plus faible perméabilité initiale à près de 50% pour la plus forte. Les écarts tendent ensuite à diminuer progressivement. Ce phénomène d'uniformisation semble essentiellement lié à la diminution de perméabilité associée à l'accumulation des suies sur les parois. On constate que lorsque la couche de suie devient suffisamment épaisse (aux alentours de 50  $\mu\text{m}$  pour la configuration étudiée), le dépôt des particules tend à devenir uniforme sur toute la longueur du canal.

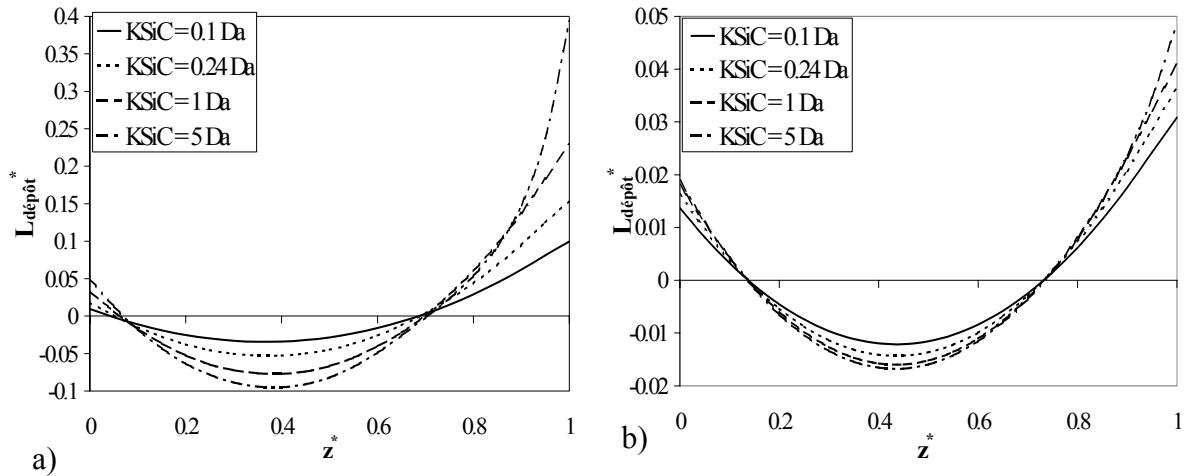


Figure II.29 : Répartition des épaisseurs de dépôt dans la longueur du filtre à masse collectée constante pour différentes perméabilités des parois SiC– a) après 6000 s, b) après 30000 s –

Afin de mieux comprendre cette uniformisation, la Figure II.30 illustre l'impact de la perméabilité du domaine poreux sur la répartition l'évolution axiale des vitesses moyennes dans les canaux d'entrée et de sortie pour les différentes perméabilités. Lorsque le FAP est propre (Figure II.30.a), l'augmentation de la perméabilité du matériau favorise nettement le passage du gaz dans les parois près de la sortie du filtre. Cette tendance est liée aux termes d'inertie des équations de transport et au couplage entre les canaux d'entrée et de sortie par l'intermédiaire de la zone poreuse.

Le rapport entre les gradients de pressions dans la zone poreuse et dans l'axe des canaux caractérisé par le nombre de Darcy  $Da$  (§II.2 Eq (14)) semble être un paramètre fondamental pour décrire ce type d'évolution. Néanmoins, le phénomène fait intervenir les épaisseurs locales de suies déposées et l'historique de la construction du dépôt ce qui rend délicate l'étude globale du processus d'uniformisation des flux de particules aux parois. La Figure II.30.b met en évidence le résultat de cette uniformisation progressive après 18000 secondes de fonctionnement dans la configuration retenue. Les vitesses dans les canaux d'entrée et de sortie pour les trois perméabilités initiales retenues ne présente plus qu'un écart extrêmement faible ( $< 0.5\%$ ). Les variations linéaires de débit suivant l'axe des canaux conduit à une augmentation uniforme de l'épaisseur de dépôt le long du canal. On constate que la diminution de taille du canal d'entrée associée à la présence de la couche de suie conduit à une augmentation sensible des vitesses en entrée de FAP pour assurer le fonctionnement à débit constant.



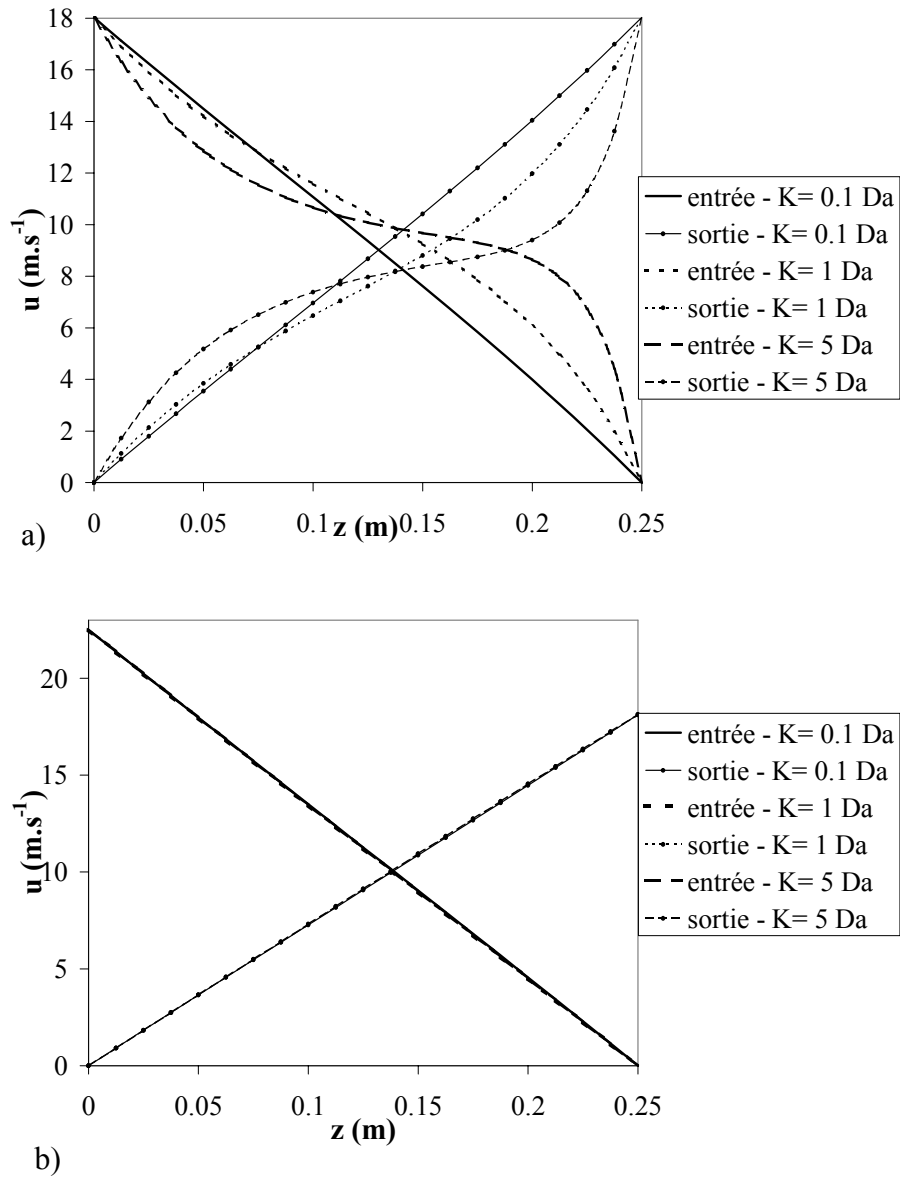


Figure II.30 : Evolution des vitesses dans la longueur des canaux d'entrée et de sortie pour différentes perméabilité des parois SiC- a) dans le FAP propre, b) après 18000 s

Cette étude de l'impact de la perméabilité initiale des parois met en évidence différentes phases durant la filtration en gâteau. Dans un premier temps, la perméabilité des parois est suffisamment forte pour que l'effet des termes inertiels soit sensible et favorise le passage des gaz vers le fond des canaux. Les particules tendent alors à être capturées préférentiellement en fond de canal. Par la suite, la perméabilité du gâteau de particules étant très faible, ces termes deviennent petit devant les termes de différence de pressions associés à la traversée de la zone poreuse ; ceci tend à uniformiser progressivement la vitesse de filtration et donc le flux de particules aux parois dans toute la longueur du canal.

## Effet de la longueur du canal

La longueur des canaux (et par conséquent du FAP) est généralement imposée par le constructeur automobile en fonction de la configuration de la ligne d'échappement. La configuration retenue est celle du Filtre 1, le chargement s'effectue à débit constant pour un nombre de Reynolds initial  $Re_0$  de 570. Quatre longueurs ont été étudiées : 0.1524 m, 0.2032 m, 0.254 m et 0.3048 m (respectivement 6, 8, 10 et 12 pouces). Afin de faciliter la comparaison des résultats obtenus pour les différentes longueurs des canaux, la Figure II.31 présente les profils d'épaisseurs de dépôt en terme de grandeurs normalisées  $z^*$  et  $e_{\text{dépôt}}^*$  (équation (101)).

On constate sur les figures II.31 a) et b) que la répartition des suies pour une masse collectée égale est d'autant plus uniforme que la longueur du FAP est faible. Ce résultat peut paraître surprenant étant donné que les termes inertiels tendent à augmenter avec les longueurs décroissantes. L'effet d'uniformisation lié à la faible perméabilité du lit de suie semble responsable de ce comportement. En effet, la croissance plus rapide de la couche de suie conduit plus rapidement à une uniformisation des vitesses de filtration lorsque la longueur du FAP est faible. Pour compléter la description, le tableau II.7 présente les épaisseurs moyennes du gâteau de particules pour les différentes configurations pour une masse totale de suie constante.

<i>Épaisseur moyenne de dépôt (<math>\mu m</math>)</i>			
	<b>t = 6000 s</b>	<b>t = 18000 s</b>	<b>t = 30000 s</b>
<b><math>L_f = 0.1524</math> m</b>	45.13	135.24	225.41
<b><math>L_f = 0.2032</math> m</b>	33.56	100.75	168.07
<b><math>L_f = 0.254</math> m</b>	26.76	80.35	133.84
<b><math>L_f = 0.3048</math> m</b>	22.27	66.72	111.26

Tableau II.7. : Épaisseur moyenne de dépôt

La Figure II.31 c) présente la répartition des épaisseurs de dépôt pour les longueurs 0.1524 cm et 0.254 cm après respectivement 18000 s et 30000 s de chargement. Les épaisseurs moyennes des couches de suie sont alors sensiblement égales (135  $\mu m$  et 133  $\mu m$ ). L'accumulation vers le fond du canal est plus importante dans le cas du filtre le plus long.

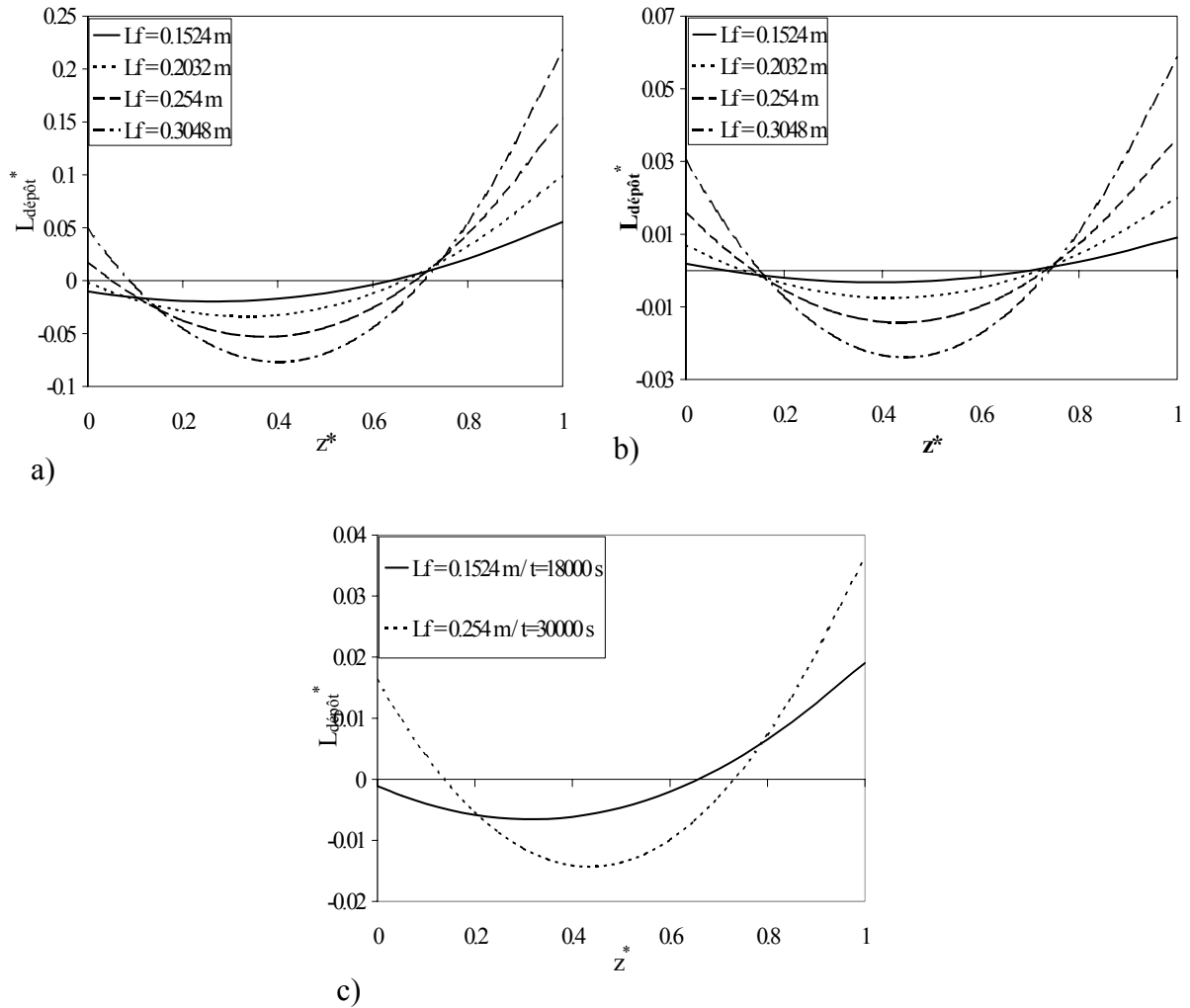


Figure II.31 : Répartition des épaisseurs de dépôt dans la longueur du canal pour différentes longueurs de FAP  
 –: a) après 6000 s, b) après 30000 s, c) pour une épaisseur moyenne de suie égale -

Afin de comprendre cette tendance, il est intéressant de comparer l'évolution de la perte de charge dans le temps pour les différents filtres (Figure II.32). La valeur de  $\Delta P$  représentée ne prend pas en compte les effets quadratiques associés à l'entrée et à la sortie du gaz dans le canal qui sont sensiblement égaux dans les quatre cas étudiés. On constate que, pour une masse de suie collectée égale, la perte de charge est plus importante lorsque le FAP considéré est court. Ce résultat conforte l'analyse présentée pour l'influence de la perméabilité initiale des parois. La forte augmentation de la différence de pression de part et d'autre de la paroi (liée à l'accumulation des suies) tend progressivement à rendre négligeable l'impact du gradient de pression dans l'axe du canal (lié aux effets d'inertie) sur la répartition des vitesses de filtration. Etant donné que la croissance du gâteau de particules est plus rapide lorsque le filtre est court, les effets d'uniformisation sont sensibles plus rapidement et conduisent à une épaisseur de la couche de suie plus uniforme.

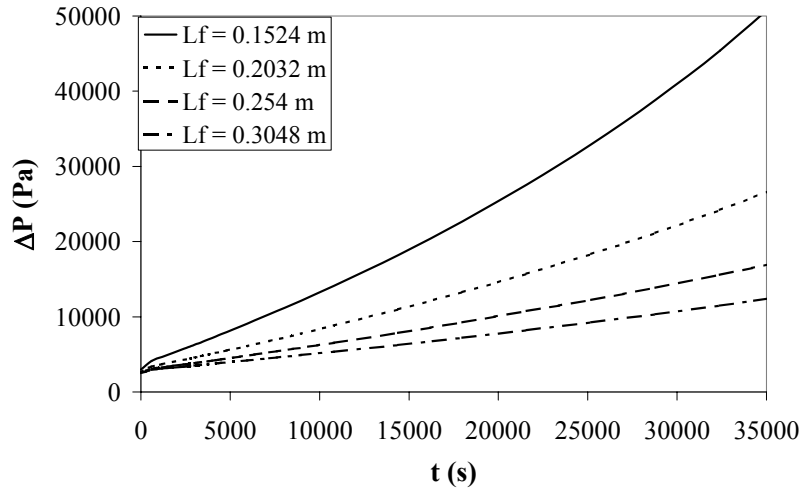


Figure II.32 : Evolution de la perte de charge durant le chargement pour différentes longueurs de filtre

### Effet de la vitesse

Nous pouvons nous intéresser à l'effet du débit de gaz sur la constitution du dépôt de particules. La configuration étudiée est celle du Filtre 1. La concentration du gaz en particules est supposée constante et indépendante du débit de gaz considéré. Trois débits conduisant à des nombres de Reynolds  $Re_0$  de 285, 570 et 855 ont été considérés. La Figure II.33 présente les répartitions d'épaisseurs de suie déposées sur la longueur du canal. Afin de comparer l'effet des vitesses de l'écoulement, la masse de suie est constante dans les trois cas. Le temps de fonctionnement est donc inversement proportionnel au débit considéré. Le pas de temps a été adapté au débit avec respectivement  $\delta t = 600, 400$  et  $200$  secondes.

En début de chargement (Figure II.33.a), l'accumulation préférentielle des suies vers le fond des canaux est très nette. Comme nous l'avons vu précédemment, ceci est lié aux effets d'inertie associés à la structure particulière de l'écoulement. Il est donc intéressant de constater que le modèle prédit effectivement que plus le débit de gaz est élevé, plus ce type d'hétérogénéité est favorisé. Par la suite, l'uniformisation de la capture des particules sur la longueur du canal est à nouveau mise en évidence.

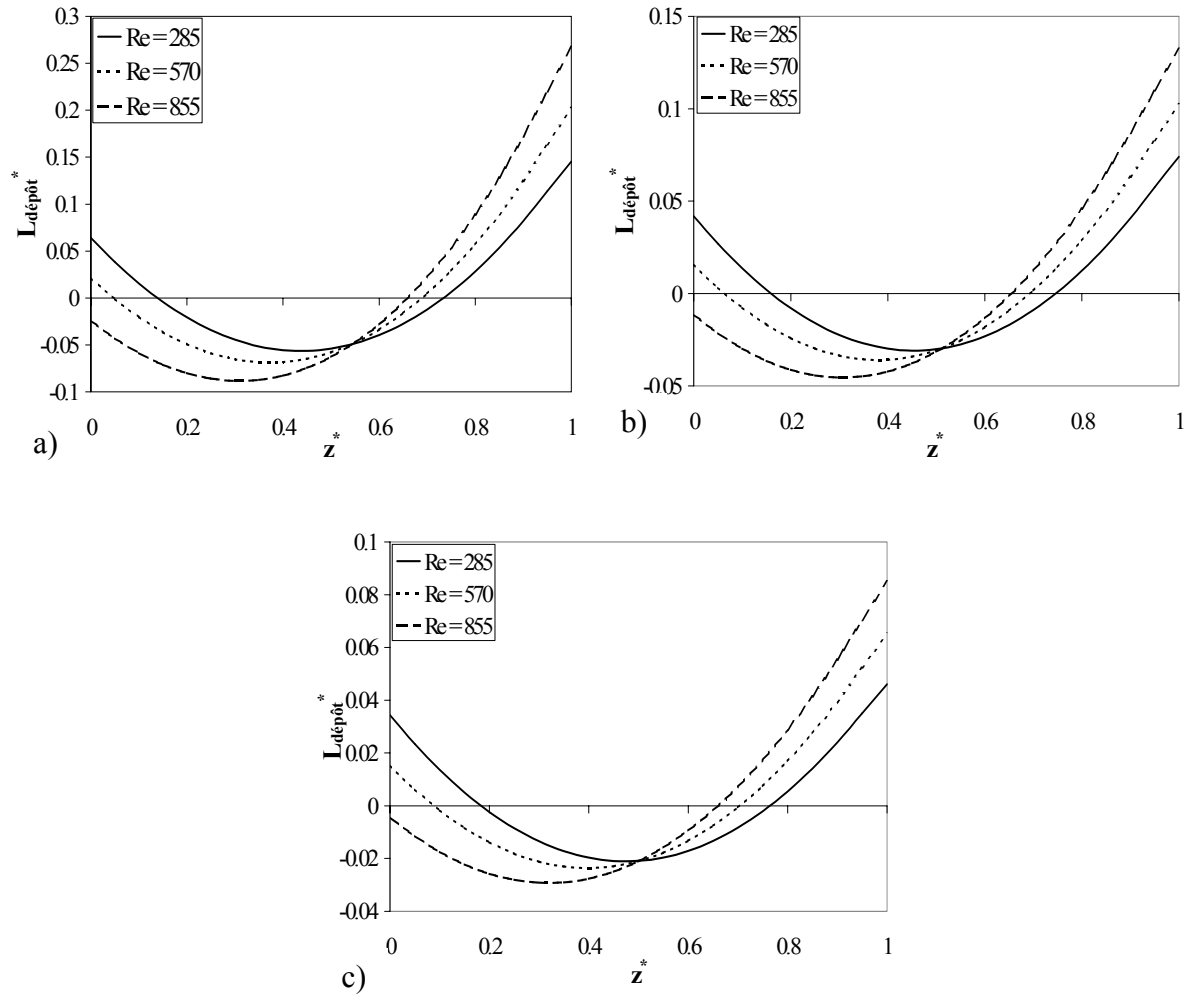


Figure II.33 : Répartition des épaisseurs de dépôt dans la longueur du filtre à masse collectée constante pour différents débit de fluides – pour  $Re = 285$  : a) après 7200 s, b) après 21600 s, c) après 36000 s –

## Conclusion

Ces quelques exemples de simulation de la filtration dans un canal de FAP permettent de comprendre le déroulement de ce procédé :

- La structure particulière de l'écoulement dans les canaux connectés par leurs parois poreuses semble conditionner la construction du dépôt de particules au début du processus. Durant cette phase, la distribution des vitesses de filtration, qui transportent les particules vers les parois collectrices, est très hétérogène et favorise l'accumulation des particules près du fond des canaux.
- La faible perméabilité du gâteau de suie tend ensuite progressivement à limiter ces effets. L'écoulement dans les zones présentant une faible épaisseur de dépôt est tout d'abord facilité. Cependant, l'effet d'uniformisation des vitesses de filtration dans la longueur du canal semble essentiellement lié aux forts gradients de pression nécessaires pour que le gaz traverse la zone poreuse. En effet, les gradients de pression le long des canaux (associés aux frottements visqueux et aux termes inertiels) deviennent finalement négligeables.

L'influence des différents paramètres étudiés sur la répartition des suies est apparue relativement complexe. Un effet d'uniformisation des dépôts de suie associé aux faibles perméabilités de parois a été mis en évidence. Le rapport entre les gradients de pression dans les canaux, associés aux frottements visqueux et à l'inertie, et dans la paroi filtrante apparaît comme un paramètre clef pour ce phénomène. L'augmentation du débit en entrée favorise l'accumulation des suies en fond de canal. Cet effet est directement lié à l'augmentation du poids des termes d'inertie. Enfin, l'influence de la longueur du canal a été évaluée. Une uniformisation plus rapide des épaisseurs de dépôt pour les faibles longueurs a été mise en évidence. L'augmentation des épaisseurs de dépôt est plus rapide dans un canal court. Par conséquent, le gradient de pression dans les parois prend plus rapidement l'ascendant sur les gradients de pressions dans les canaux (bien que le poids des termes d'inertie soit plus important pour les canaux courts).

A l'heure actuelle, les prédictions de notre modèle numérique n'ont pas encore pu être confrontées à des résultats expérimentaux. Cependant, une méthode de mesure des épaisseurs locales du dépôt de suie par observation directe par microscopie électronique (Exemple sur la figure II.5) a récemment été mise en place au Laboratoire de Mécanique et d'Energétique d'Orléans. Les résultats préliminaires semblent démontrer la cohérence des simulations.

#### II.5.2.4. Modèle multi-canal d'écoulement dans un filtre à particule Diesel

L'objectif de ce travail étant de modéliser les différents phénomènes de transport dans l'intégralité du FAP, l'étude réalisée sur une cellule périodique n'est pas entièrement satisfaisante. En effet, différents paramètres sont susceptibles de créer des non-homogénéités à l'échelle du dispositif complet (conditions d'entrée du fluide dans le FAP, hétérogénéité des caractéristiques géométriques,...). Afin de mettre en évidence la non-uniformité de l'écoulement dans un FAP réel, une expérience basée sur l'anémométrie par fil chaud sera présentée. Un modèle « multi-canaux » sera ensuite proposé pour étudier le processus de filtration dans quelques configurations hétérogènes caractéristiques.

##### II.5.2.4.1. Mise en évidence expérimentale de l'hétérogénéité de l'écoulement dans le FAP

La détermination expérimentale de la répartition de l'écoulement au sein d'un FAP est une entreprise délicate. En effet, la nature du filtre, et notamment les dimensions des canaux, n'est pas favorable à l'utilisation de méthodes optiques non-intrusives. Les méthodes modernes d'anémométrie laser comme la PIV (Particle Image Velocimetry) ou la DLA (Doppler Laser Anemometry) ne sont pas applicables car elles nécessitent un ensemencement de l'écoulement par des particules « traceurs » qui seraient piégées par le filtre. Une méthode intrusive doit par conséquent être utilisée. Dans ces conditions, la préoccupation principale doit être la limitation des perturbations induites par la présence du dispositif de mesure. La mesure directe du champ de vitesse à l'intérieur d'un canal n'est pas applicable car l'introduction d'un dispositif (comme un tube de pitot ou un fil chaud) entraînerait le bouchage quasiment complet du canal. Par conséquent, la méthode retenue est une mesure de vitesse avec un fil chaud situé quelques millimètres après la sortie du FAP. L'écoulement dans les canaux près de la sortie est pleinement développé. L'exploration des jets formés en sortie de chaque canal doit pouvoir fournir une estimation qualitative des vitesses.

#### **Dispositif et protocole expérimentaux**

La figure (II.34) présente une photographie commentée du dispositif. Le filtre à particules étudié (1) est un modèle Ibiden commercial dont les caractéristiques ont été présentées dans la section §II.2. Il est monté dans un caning commercial Peugeot contenant également un catalyseur en nid d'abeille (5). On peut noter que la partie arrière du caning a été sciée afin de permettre le déplacement de la sonde sur toute la face de sortie du filtre. L'entraînement de l'air est assuré par un surpresseur Siemens (4). Le débit maximal utilisable pour cette expérience est limité à 200 m<sup>3</sup>/h par le débitmètre volumique de marque Kobold (3). La

mesure différentielle de pression de part et d'autre du filtre est obtenue à l'aide d'un manomètre à eau à tube en U (2). La vitesse locale est mesurée par une sonde « fil chaud » Dantec (9) associé à un dispositif électronique d'acquisition Dantec (6). Le mouvement vertical de la sonde est assuré par un dispositif de déplacement micrométrique manuel (7). Le mouvement horizontal est automatisé par un dispositif micrométrique pas à pas de marque Charlyrobot (8). Enfin, l'acquisition du signal de la sonde et le contrôle du déplacement horizontal sont pilotés par l'ordinateur à l'aide du logiciel Testpoint <sup>TM</sup>.

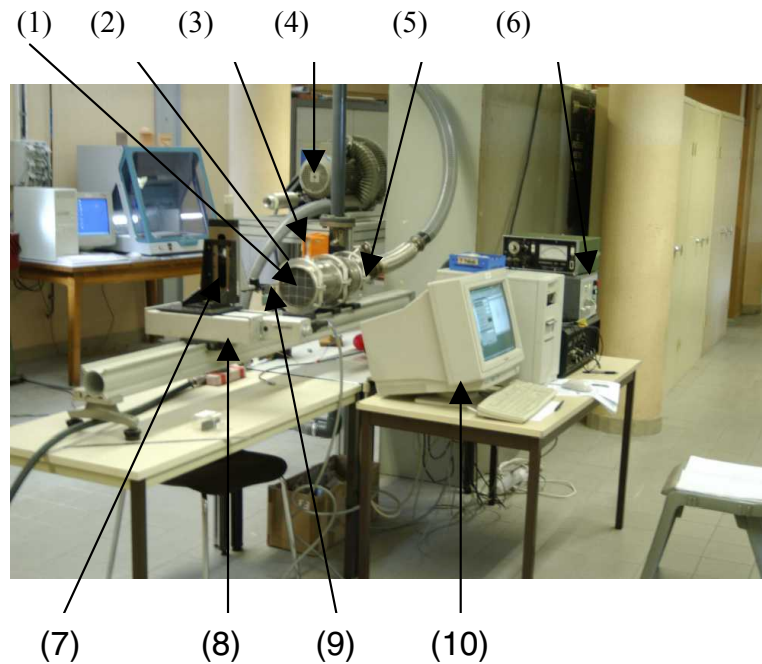


Figure II.34 : Dispositif expérimental pour les mesures de vitesses.

[ (1) DPF ; (2) manomètre ; (3) débitmètre volumique ; (4) Pompe centrifuge ; (5) divergent et support de catalyse ; (6) boîtier électronique de contrôle ; (7) déplacement vertical manuel de la sonde ; (8) déplacement horizontal automatisé ; (9) sonde « fil chaud » ; (10) ordinateur d'acquisition ]

L'ouvrage de Bruun (1995) présente un état des lieux détaillé de la théorie et des procédures associées aux mesures de vitesse par fil chaud. L'utilisation d'un dispositif de calibration est un pré requis indispensable à toute mesure. La plage de vitesse pouvant être rencontrée durant l'expérience doit être balayée dans un écoulement modèle parfaitement défini afin d'ajuster la loi reliant le signal électrique aux bornes du fil et la vitesse de l'écoulement. Suite à des essais préliminaires, un pas de déplacement de 200  $\mu\text{m}$  a montré une précision suffisante pour déterminer le profil de vitesse dans le jet sortant de chaque canal.

## Résultats et discussion



L'étude présentée ici n'ayant pour but que de mettre en évidence l'existence d'hétérogénéité dans l'écoulement au sein du filtre, seule une série de mesure à débit fixé (environ  $215 \text{ m}^3/\text{h}$ ) sera présentée. Trois régions du filtre ont été explorées (Figure II.35). Afin d'explorer correctement chaque jet, l'extension verticale de chaque région est fixée à 2.2 mm.

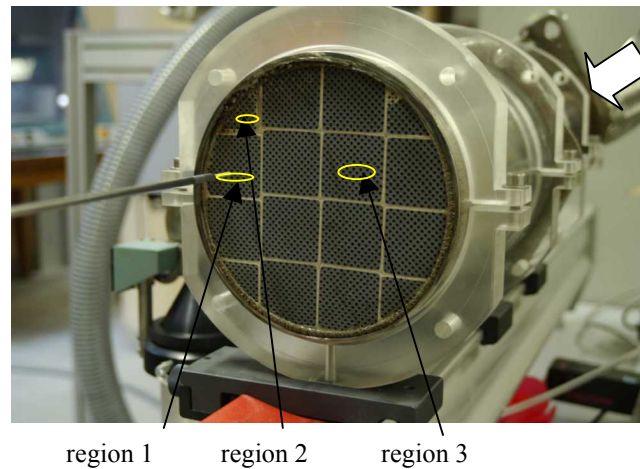


Figure II.35 : Détail de la face de sortie du FAP et des trois régions explorées.

La figure II.36 présente un résultat typique issu d'un balayage horizontal automatisé dans la région 1.

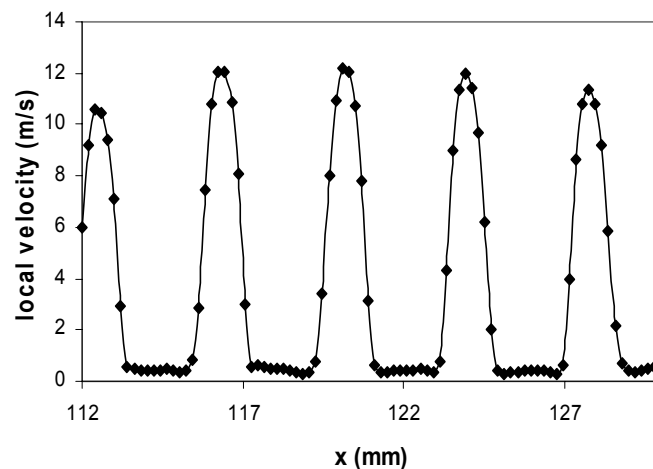


Figure II.36 : Profil de vitesse expérimental issu d'un balayage horizontal de la région 1

La résolution spatiale de  $200 \mu\text{m}$  permet d'obtenir un relevé satisfaisant des vitesses dans chaque jet. De plus, la faible vitesse mesurée à l'extérieur des jets semble confirmer que la distance entre la sonde et le filtre est suffisamment faible. Les essais de reproductibilité de ces mesures sont satisfaisants avec des erreurs maximales inférieure à 5%. Par conséquent, cette approche expérimentale semble fournir une approximation valable des profils de vitesse axiale à l'intérieur des canaux du filtre à proximité de la sortie. La représentation des mesures

effectuées sous forme de cartographie bidimensionnelle permet de comparer aisément les débits d'air traversant les trois régions explorées (Figure II.37).

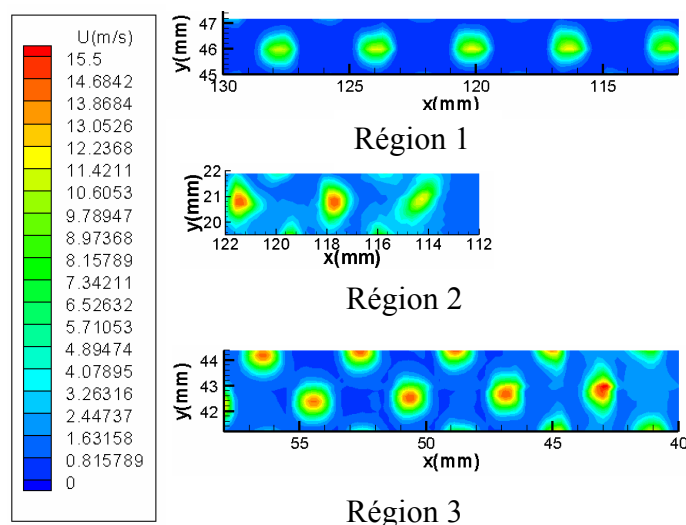


Figure II.37 : Cartographie des vitesses dans les trois régions explorées

La mesure réalisée dans la région 2 permet de mettre clairement en évidence une hétérogénéité très localisée du champ de vitesse. En effet, comme le montre la figure II.35, cette région est contiguë à un joint imperméable séparant les blocs élémentaires de filtre. Le canal adjacent n'échange du fluide qu'avec trois canaux et présente bien des vitesses inférieures d'environ 25% à celle des canaux reliés à quatre canaux d'entrée. Bien que le débit total utilisé pour réaliser cette série de mesures soit relativement faible par rapport au fonctionnement réel du dispositif, la présence de régions traversées par un débit significativement plus faible est clairement mise en évidence. Les vitesses mesurées dans la région 1 sont inférieures d'environ 15% à celles des régions 2 et 3. Cet écart doit certainement être lié à des différences dans la microstructure des blocs élémentaires constituant le filtre. La structure complexe de l'écoulement en amont du filtre dans le divergent brusque peut également contribuer aux écarts observés même si la présence du catalyseur en nid d'abeille doit jouer un rôle d'homogénéisation. De plus, le rétrécissement brusque de la ligne d'échappement en aval du filtre (supprimée pour réaliser ces mesures) peut également imposer une contrainte sur l'écoulement dans le filtre pouvant accentuer son hétérogénéité.

Cette série de mesures exploratoires a permis de mettre en évidence la non-uniformité de l'écoulement dans un filtre commercial et la possibilité de réaliser des mesures de vitesses pertinentes. Cependant, l'utilisation d'un dispositif de déplacement vertical manuel limite de

façon drastique la surface d'exploration accessible. Un dispositif entièrement automatisé basé sur la procédure présentée est actuellement en cours de mise au point au Laboratoire de Mécanique et d'Energétique d'Orléans afin d'obtenir des mesures systématiques notamment sur des filtres ayant subi une régénération partielle.

#### II.5.2.4.2. Mise en équation du modèle multi-canal

Les équations de conservation monodimensionnelles obtenues dans le cas du canal de section carrée avec injection ou aspiration pariétale peuvent être étendues à la description d'un système multi-canal. Comme dans le cas 2D (Annexe D), les couplages entre chaque canal et ces quatre voisins sont pris en compte par l'intermédiaire de l'équation de conservation de la masse (95). Ce modèle nécessite plusieurs approximations :

- La rupture de symétrie éventuelle des champs de vitesses locaux n'est pas prise en compte dans les équations de conservation de la quantité de mouvement.
- L'accumulation hétérogène des suies sur chaque paroi est supposée indépendante des trois autres cotés du canal en formant un angle de 45° avec la paroi (Figure II.38). L'aire de passage ouverte dans un canal colmaté est évaluée par celle du carré de même périmètre.
- L'écoulement dans le système « paroi – dépôt » est supposé uniforme sur la surface de filtration  $L_i$  offerte par chaque coté du canal d'entrée (Figure II.38). Compte tenu des faibles perméabilités considérées, l'écoulement est supposé parallèle jusqu'au canal de sortie dont la surface de filtration présente, par conséquent, des zones mortes.

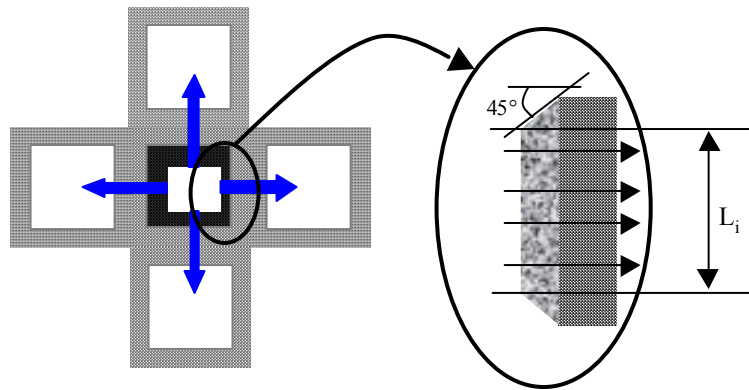


Figure II.38 : Schéma de principe de la configuration "multi-canaux" et de l'accumulation des suies

Les équations de conservations pour chaque canal deviennent alors :

$$\frac{\partial \langle U \rangle_s}{\partial z} + \sum_{j=1,4} \frac{L_{ej}}{S_i} \langle V_w \rangle_{L_c} = 0 \quad (103)$$

$$1.285\rho_g \frac{d\langle U \rangle_s^2}{dz} + \frac{28.45\mu_g}{S_i} \langle U \rangle_s + \frac{d\langle P \rangle_s}{dz} = 0 \quad (104)$$

On utilisera généralement des conditions limites en pression imposée :

$$\langle P_\beta \rangle_s(0) = P_e \quad (105)$$

$$\langle U_\gamma \rangle_s(0) = 0 \quad (106)$$

$$\langle P_\gamma \rangle_s(L_f) = 0 \quad (107)$$

$$\langle U_\beta \rangle_s(L_f) = 0 \quad (108)$$

La méthode de résolution utilisée est basée sur une discrétisation en volumes finis dans la direction de l'écoulement. L'introduction d'un couplage dans l'équation de conservation de la masse (103) entre chaque canal et ses quatre voisins nécessite une résolution simultanée sur l'ensemble du domaine considéré. Le système matriciel ainsi formé est de dimension  $(2N_z N_c)$  pour un nombre de canaux  $N_c$  et  $N_z$  mailles dans la direction de l'écoulement. La procédure numérique retenue pour résoudre le système linéaire combine deux structures itératives (Figure II.39). Le système linéaire est résolu par la méthode de Gauss-Seidel. Une seconde boucle itérative est utilisée pour prendre en compte la non-linéarité de l'équation (104). Cette procédure de résolution numérique du système linéaire constitue la première étape de l'algorithme du calcul itératif de la filtration présenté sur la Figure II.27 dans le cas du canal périodique.

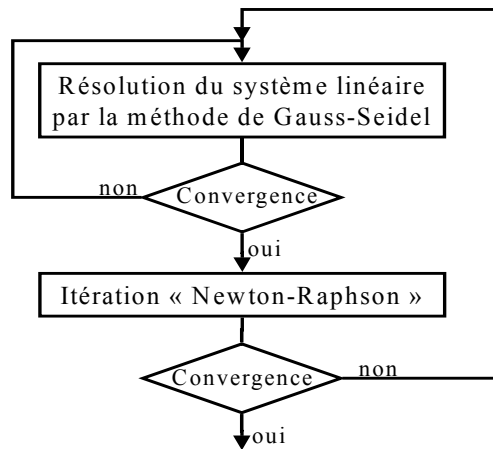


Figure II.39. : Algorithme du calcul itératif pour la résolution du système linéaire en multi-canal

Les calculs présentés dans cette partie ont été réalisés sur une petite portion de FAP afin d'évaluer l'impact de différents paramètres sur l'hétérogénéité du dépôt de particules. Un domaine carré constitué de cent canaux (10\*10 canaux) est considéré. Afin d'assurer une prise en compte correcte du comportement non-linéaire de l'écoulement axial, le domaine a été discrétisé en 200 mailles dans la longueur des canaux (§II.5.1.2.). La configuration géométrique de référence (tableau II.1.) a été retenue. Une perméabilité des parois propres  $K_{SiC}$  de  $5.6 \cdot 10^{-13} \text{ m}^2$  a été considérée. Le débit est élevé avec une vitesse moyenne en entrée de filtre de  $20 \text{ m.s}^{-1}$  imposée par l'intermédiaire de conditions limites en pression uniforme. Le pas de temps pour la résolution itérative est fixé à 60 secondes.

Premier cas test : effet d'un gradient de perméabilité

L'effet d'un gradient de perméabilité des parois filtrantes a été évalué sur les premiers pas de temps de chargement. Le cas académique d'une distribution de perméabilité présentant un gradient linéaire périodique dans une des directions transverses du domaine a été retenu (Figure II.40.a).

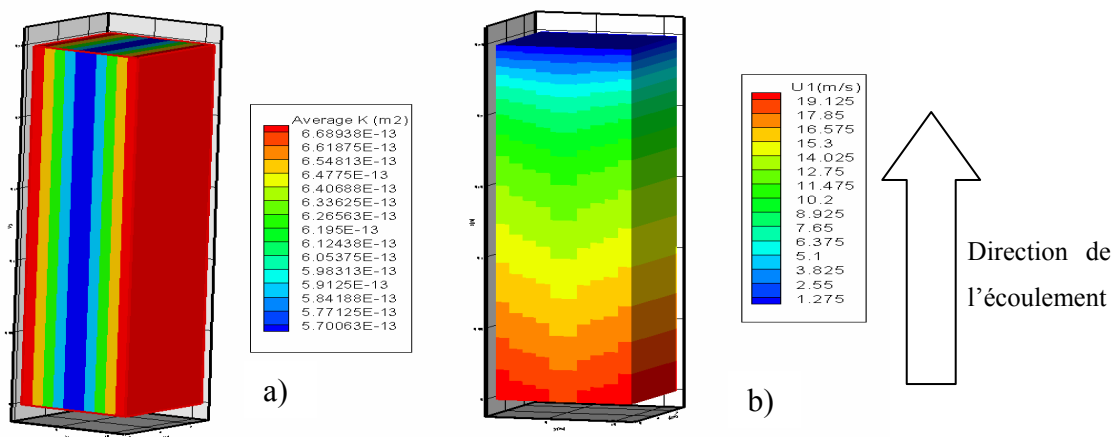


Figure II.40 : Champ initial de perméabilité hétérogène (a) et de vitesse moyenne dans les canaux d'entrée (b)

L'écart entre les perméabilités extrêmes est fixé à 15 %. Des conditions limites périodiques sont appliquées sur les frontières latérales du domaine. Ce champ de perméabilité hétérogène entraîne une répartition non homogène des débits dans les différents canaux lorsque le filtre est propre (Figure II.40.b). On constate que les zones de forte perméabilité favorisent le passage de l'écoulement de gaz. L'effet des termes non linéaires des équations de conservation de la quantité de mouvement reste peu sensible compte tenu des faibles perméabilités de paroi.

Après dix pas de temps de chargement (correspondant à dix minutes de fonctionnement), on constate que l'influence de l'hétérogénéité initiale reste sensible sur la répartition des épaisseurs de suie collectée (Figure II.41). La tendance observée est cependant une uniformisation progressive des débits dans les différents canaux. En effet, la capture des particules tend à homogénéiser la perméabilité dans les différents canaux. Ce processus d'uniformisation est susceptible de s'étaler sur une période de temps non négligeable devant la durée totale du processus de filtration. On peut noter que l'accumulation préférentielle en fond de canal mise en évidence avec l'étude du canal périodique (§II.5.2.3) reste également très sensible dans cette simulation « multi-canaux ».

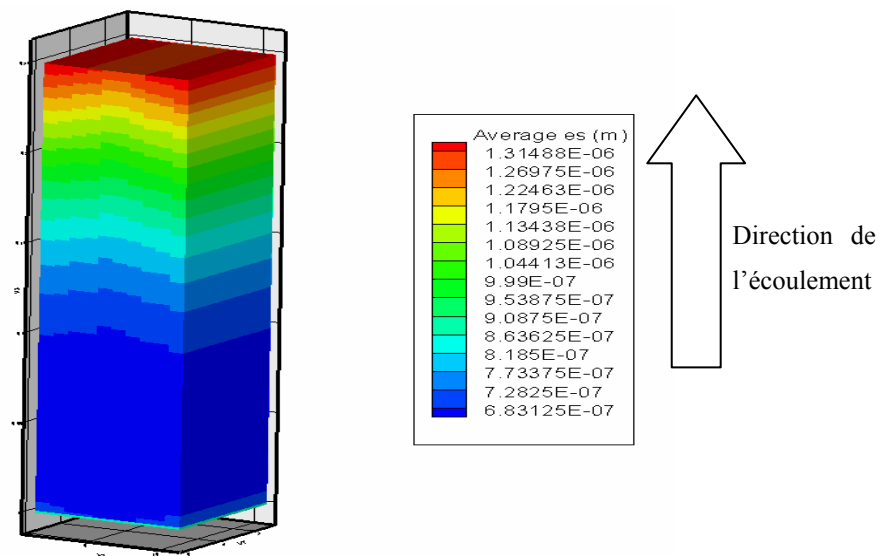


Figure II.41 : Epaisseur moyenne du dépôt de suie après 10 minutes

#### Second cas test : effet du blocage d'un canal

Le second cas test présente le colmatage d'une portion périodique de filtre présentant en son centre deux canaux d'entrée complètement obstrués. Ce blocage pourrait être rencontré dans l'utilisation réelle d'un FAP dans le cas hypothétique du piégeage en entrée de canal d'une scorie métallique. Le blocage des canaux a été imposé par l'intermédiaire des perméabilités de leurs parois qui a été fixé à  $1/1000 K_{SiC}$ .

La présence des deux canaux bloqués favorise un débit plus important dans les canaux adjacents. Cet effet, déjà mis en évidence dans le cas des canaux plans (§Annexe D.), reste limité à trois canaux de distance du canal bouché. La Figure II.42.b présente la répartition, en masse, des suies capturées (pour plus de lisibilité, le rapport entre la masse contenue dans

chaque maille de calcul avec la masse moyenne contenue dans toutes les mailles). On constate que les canaux jouxtant la zone bouchée du filtre ont collecté environ 10 % de masse supplémentaire après dix minutes de chargement. On peut noter que la tendance à l'uniformisation des perméabilités observée précédemment intervient également dans ce cas. L'impact de l'hétérogénéité initiale locale est largement inférieur à l'effet de l'inertie de l'écoulement. En effet, La masse collectée en fin de canal est, ici, environ deux fois plus importante qu'en entrée.

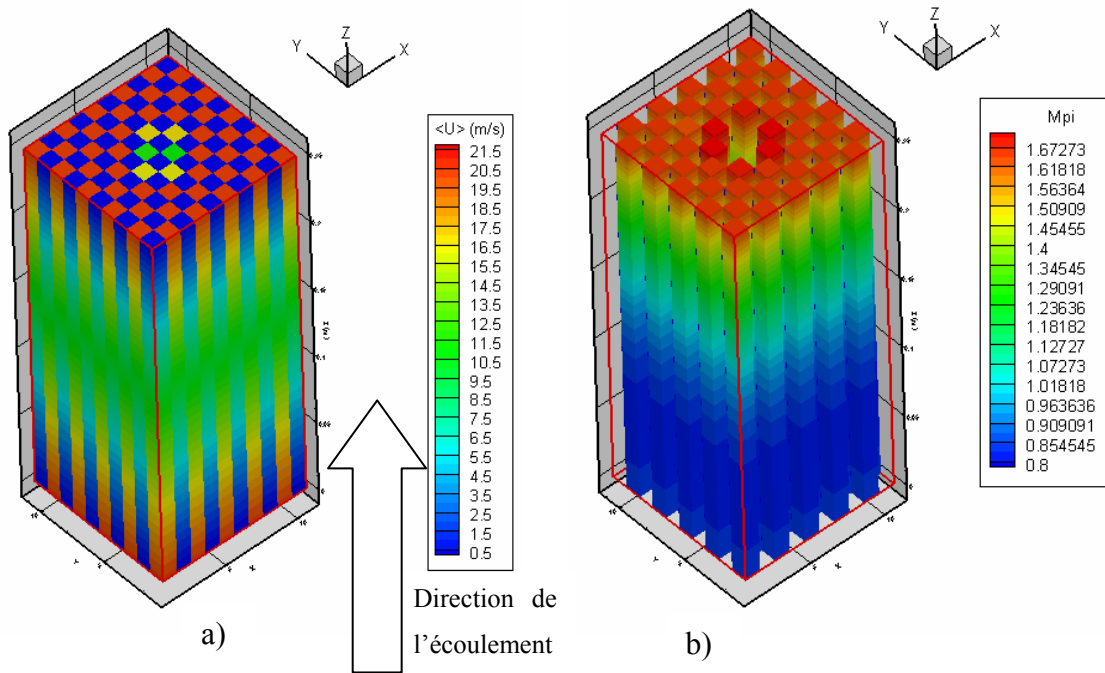


Figure II.42 : vitesse moyenne (a) et masse de dépôt de suie (b) après 10 minutes

### Troisième cas test : cellule isolée – effet de bord de bloc

La construction modulaire des filtres étudiés constitués de blocs élémentaires séparés par des joints imperméables est susceptible de promouvoir une hétérogénéité du dépôt de particule près des canaux constituant le pourtour des blocs. Afin d'évaluer ce type d'effet, le troisième cas test envisagé est basé sur un domaine de perméabilité uniforme. Des conditions limites de flux nul sur les frontières latérales sont utilisées pour modéliser les parois imperméables des côtés des blocs élémentaires de filtre.

La présence de parois imperméables entraîne une forte diminution des débits de gaz dans les canaux sur les bords du domaine. Ce résultat est directement lié à leur connexion limitée à deux ou trois canaux adjacents. Cependant, l'effet des frottements visqueux dans les

canaux et des termes inertiels tend à favoriser le passage du gaz dans ces canaux. Par conséquent, comme on peut le noter sur la figure II.43.a, un canal en coin reçoit après 10 minutes de chargement environ 57 % du débit des canaux du centre du filtre en n'ayant que 50 % des connexions. Cet effet promeut en début du processus de filtration l'accumulation d'une épaisseur de suie sensiblement supérieure dans les canaux en bordure du domaine. Comme dans les cas tests précédent, la faible perméabilité du gâteau de suie conduit progressivement à une homogénéisation des vitesses de filtration dans le système. Après quelques minutes de chargement, l'impact des parois imperméables se limite à une couronne de deux canaux d'épaisseur sur le bord du domaine. La répartition axiale du dépôt présente les caractéristiques mises en évidence sur la cellule périodique. L'accumulation préférentielle des suies en fond de canal est mise en évidence dans tous les canaux. Cependant, on peut noter que les débits plus faibles dans les canaux périphériques entraînent une répartition axiale plus homogène que dans la partie centrale.

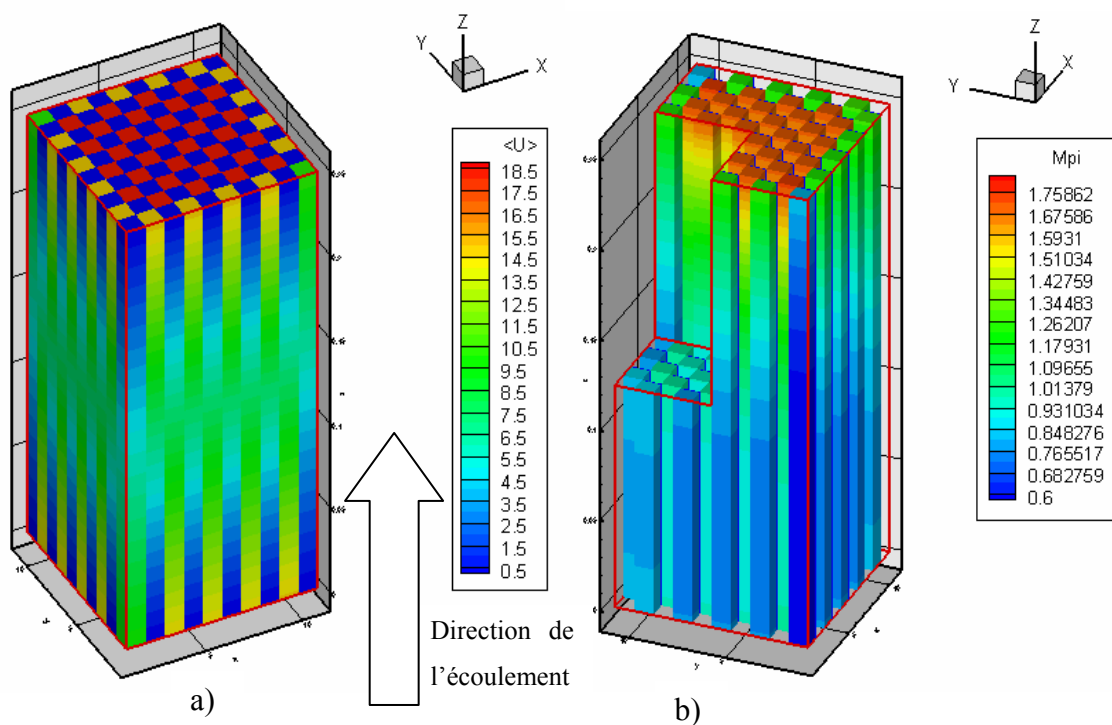


Figure II.43 : Vitesses moyennes et masse de dépôt de suie dans les canaux après 10 minutes



### II.5.3. Conclusions sur la modélisation de la filtration à l'échelle du canal

Cette section dédiée à l'étude théorique de l'écoulement dans les canaux du filtre et du procédé de filtration à l'échelle des canaux du FAP a permis de mettre en évidence plusieurs résultats originaux :

Tout d'abord, une étude théorique de l'écoulement en canal avec aspiration (ou injection) pariétale a été réalisée pour les configurations bi-dimensionnelles (canaux plans et axisymétriques). L'approche retenue est basée sur une méthode de prise de moyenne appliquée aux équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement. L'utilisation explicite des solutions analytiques auto-similaires a permis d'obtenir des équations mono-dimensionnelles prenant en compte l'effet de la configuration géométrique des canaux. Dans le cadre de ces configurations bi-dimensionnelles, la potentialité d'appliquer un couplage entre les canaux d'entrée et de sortie des filtres par l'écoulement pariétal en utilisant la loi de Darcy a été mise en évidence. Cette approche a également pu être validée par des simulations directes sur des domaines bi-dimensionnels périodiques. Afin d'étudier la configuration tri-dimensionnelle des canaux caractéristiques des FAP, cette approche a été étendue numériquement au cas du canal carré avec aspiration ou injection pariétale.

Un modèle de colmatage a été mis en place. L'approche retenue est basée sur une résolution itérative. La masse de suie déposée localement est proportionnelle au débit local de filtration. L'étude d'une cellule périodique représentative du filtre met en évidence la répartition non uniforme du dépôt de suie sur la longueur des canaux. L'inertie de l'écoulement associée au couplage par la loi de Darcy permet d'expliquer ce phénomène.

Afin de pouvoir prendre en compte les hétérogénéités locales de l'écoulement dans le filtre mises en évidence expérimentalement, un modèle multi-canal a été proposé. Ce modèle est directement issu du modèle mono-dimensionnel utilisé précédemment. L'impact de la déformation des champs de vitesses locaux sur les coefficients caractéristiques des équations de conservation de la quantité de mouvement a été négligé. La résolution numérique des équations de transport prend en compte explicitement le couplage entre chaque canal et ses voisins. Cette contrainte liée à la configuration géométrique du dispositif est, à l'heure actuelle, incompatible avec la réalisation de simulation sur un filtre complet. L'étude de la phase de filtration dans un domaine limité à 100 canaux sur différents cas tests hétérogènes a mis en évidence que l'effet d'une hétérogénéité locale reste limitée aux deux canaux adjacents.

## II.6. Changement d'échelle – modèle macroscopique

A ce stade, nous avons pu étudier la dynamique de formation du gâteau de particules dans une cellule périodique de FAP ainsi que dans un ensemble de canaux connectés de façon réaliste. Cette approche « multi-canaux » est cependant coûteuse en temps de calcul et n'est pas adaptée, à l'heure actuelle, à la simulation d'un FAP complet. Une simplification du problème est par conséquent nécessaire pour atteindre cet objectif. Dans cette section, nous proposerons le développement d'un modèle d'écoulement et de colmatage du dispositif à l'échelle macroscopique en nous appuyant sur la méthode de changement d'échelle par prise de moyenne volumique (Whitaker (1999)). Tout d'abord, nous présentons à nouveau les équations de conservation décrivant l'écoulement local dans les trois phases mis en évidence précédemment. Nous nous attachons ensuite à moyenner ces équations en mettant en évidence la présence de termes évalués dans la section §II.6. Les équations macroscopiques ainsi obtenues peuvent être résolues numériquement. Associées à un modèle de colmatage, ce modèle permet de simuler la phase de chargement pour un FAP complet. Quelques exemples de simulation sont finalement présentés.

### II.6.1. Equations locales

Compte tenu de la structure particulière de l'écoulement (particulièrement à cause du bouchage alternatif des canaux), le FAP peut être décrit en considérant trois phases distinctes : la phase  $\beta$  est associée aux canaux d'entrée, la phase  $\gamma$  aux canaux de sortie et la phase  $s$  aux parois poreuses du filtre traversées par l'écoulement gazeux. Nous considérerons ici l'écoulement stationnaire des gaz dans le filtre. En effet, la prise en compte des fluctuations temporelles associées au fonctionnement réel d'un moteur Diesel (environ 30 Hz) n'est pas envisageable pour un modèle destiné à simuler le phénomène de filtration qui s'étale sur plusieurs heures. Les équations locales de conservation de la masse prennent la forme classique :

$$\nabla \cdot \mathbf{v}_\beta = 0 \quad \text{dans la phase } \beta \quad (109)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{v}_\gamma = 0 \quad \text{dans la phase } \gamma \quad (110)$$

$$\frac{\partial \varepsilon_s}{\partial t} + \nabla \cdot (\varepsilon_s \mathbf{u}_s) = 0 \quad \text{dans la phase } s \quad (111)$$

Où  $\mathbf{u}_s$  est la vitesse interstitielle dans la phase  $s$  qui peut être reliée à une vitesse de filtration  $\mathbf{v}_s$  par :

$$\mathbf{v}_s = \varepsilon_s \mathbf{u}_s \quad (112)$$

En négligeant la variation temporelle de  $\varepsilon_s$  correspondant à la capture progressive des particules, l'équation (111) devient :

$$\nabla \cdot \mathbf{v}_s = 0 \quad (113)$$

La conservation de la quantité de mouvement est décrite par les équations de Navier-Stokes dans les phases « fluides »  $\beta$  et  $\gamma$ . Dans la phase poreuse, la loi de Darcy peut être utilisée ; ceci suppose qu'un changement d'échelle a déjà été effectué pour passer de l'échelle des pores de la paroi où l'écoulement s'effectue en régime de Stokes à celle d'un milieu poreux homogène caractérisé par sa perméabilité  $K_s$ .

$$\rho_g \mathbf{v}_\beta \cdot \nabla \mathbf{v}_\beta = -\nabla P_\beta + \nabla \mu_g \nabla \cdot \mathbf{v}_\beta \quad (114)$$

$$\rho_g \mathbf{v}_\gamma \cdot \nabla \mathbf{v}_\gamma = -\nabla P_\gamma + \nabla \mu_g \nabla \cdot \mathbf{v}_\gamma \quad (115)$$

$$\frac{\mu_g}{K_s} \mathbf{v}_s + \nabla P_s = \mathbf{0} \quad (116)$$

Les conditions limites associées à ces équations sont :

$$\text{CL1 :} \quad \mathbf{n}_{\beta s} \cdot \mathbf{v}_\beta = \mathbf{n}_{\beta s} \cdot \mathbf{v}_s \quad \text{à l'interface } \beta\text{-s} \quad (117)$$

$$\text{CL2 :} \quad P_\beta = P_s \quad \text{à l'interface } \beta\text{-s} \quad (118)$$

$$\text{CL3 :} \quad \mathbf{n}_{\gamma s} \cdot \mathbf{v}_\gamma = \mathbf{n}_{\gamma s} \cdot \mathbf{v}_s \quad \text{à l'interface } \gamma\text{-s} \quad (119)$$

$$\text{CL4 :} \quad P_\gamma = P_s \quad \text{à l'interface } \gamma\text{-s} \quad (120)$$

## II.6.2. Prise de moyenne volumique

Connaissant le problème à l'échelle locale, nous nous sommes basés sur la méthode de changement d'échelle par prise de moyenne volumique pour déterminer des équations de transports à l'échelle macroscopique (Whitaker (1999)). Cette approche est fondée sur l'hypothèse d'une séparation d'échelle qui se traduit dans le cas du FAP par :

$$l_{c\beta}, l_{c\gamma}, l_s \ll L \quad (121)$$

Où  $l_{c\beta}$  et  $l_{c\gamma}$  correspondent aux côtés des canaux d'entrée et de sortie et  $l_s$  à l'épaisseur de la paroi poreuse.  $L$  est une longueur associée au problème macroscopique (*i.e.* une des dimensions du filtre). Deux ordres de grandeurs séparent généralement  $L_{c\beta}$  et  $L$  pour les FAP.

L'opérateur de prise de moyenne est défini par :

$$\langle \Phi_i \rangle = \frac{1}{V} \int_{V_i} \Phi_i dV \quad i = \alpha, \beta, s \quad (122)$$

Où  $V$  est un volume de référence d'une dimension très supérieure à celle d'un canal.  $\langle \Phi_i \rangle$  est la moyenne spatiale macroscopique de la grandeur  $\Phi_i$  définie à l'échelle locale dans la phase  $i$ . Nous pouvons également définir la moyenne intrinsèque sur une phase  $i$  par :

$$\langle \Phi_i \rangle^i = \frac{1}{\varphi_i} \langle \Phi_i \rangle \quad (123)$$

Où  $\varphi_i$  est la fraction volumique associée à la phase  $i$  déjà définie dans la section §II.2.

Les équations de conservation de la masse (109), (110) et (113) deviennent en utilisant l'opérateur (122) et un théorème associé à la prise de moyenne :

$$\langle \nabla \cdot \mathbf{v}_\beta \rangle = \nabla \cdot \langle \mathbf{v}_\beta \rangle + \frac{1}{V} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_{\beta s} \cdot \mathbf{v}_\beta dA = 0 \quad (124)$$

$$\langle \nabla \cdot \mathbf{v}_\gamma \rangle = \nabla \cdot \langle \mathbf{v}_\gamma \rangle + \frac{1}{V} \int_{A_{\gamma s}} \mathbf{n}_{\gamma s} \cdot \mathbf{v}_\gamma dA = 0 \quad (125)$$

$$\langle \nabla \cdot \mathbf{v}_s \rangle = \nabla \cdot \langle \mathbf{v}_s \rangle + \frac{1}{V} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_{s\beta} \cdot \mathbf{v}_s dA + \frac{1}{V} \int_{A_{\gamma s}} \mathbf{n}_{s\gamma} \cdot \mathbf{v}_s dA = 0 \quad (126)$$

Compte tenu des conditions limites (117) et (119), les termes d'échanges aux interfaces  $A_{\beta s}$  et  $A_{\gamma s}$  sont reliés par les relations :

$$\frac{1}{V} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_{\beta s} \cdot \mathbf{v}_\beta dA + \frac{1}{V} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_{s\beta} \cdot \mathbf{v}_s dA = 0 \quad (127)$$

$$\frac{1}{V} \int_{A_{\gamma s}} \mathbf{n}_{\gamma s} \cdot \mathbf{v}_\gamma dA + \frac{1}{V} \int_{A_{\gamma s}} \mathbf{n}_{s\gamma} \cdot \mathbf{v}_s dA = 0 \quad (128)$$

On peut constater que la forme macroscopique des équations de conservation de la masse reste très proche de l'équation (95) obtenue pour un canal périodique. Sous la forme (124 à 126), le système d'équation décrit rigoureusement l'impact d'hétérogénéités sous la forme de gradients macroscopiques des vitesses dans les trois phases.

Le traitement des équations de conservation de la quantité de mouvement (114 à 116) est apparu sensiblement plus complexe et conduit, pour les phases  $\beta$  et  $\gamma$ , à des expressions de la forme :

$$\begin{aligned} \rho_g \nabla \cdot \langle \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i \rangle + \frac{\rho_g}{V} \int_{A_{is}} \mathbf{n}_{is} \cdot (\mathbf{v}_i \mathbf{v}_i) dA = -\nabla \langle P_i \rangle + \nabla \mu_g \nabla \cdot \langle \mathbf{v}_i \rangle \\ - \frac{1}{V} \int_{A_{is}} \mathbf{n}_{is} P_i dA + \frac{\mu_g}{V} \int_{A_{is}} \mathbf{n}_{is} \cdot \nabla \mathbf{v}_i dA + \nabla \cdot \left[ \frac{\mu_g}{V} \int_{A_{is}} \mathbf{n}_{is} \cdot \mathbf{v}_i dA \right] \quad i = \beta, \gamma \end{aligned} \quad (129)$$

L'équation de Darcy associée à la phase s s'écrit sous sa forme macroscopique :

$$\left\langle \frac{\mu_g}{K_s} \mathbf{v}_s \right\rangle + \nabla \langle P_s \rangle + \frac{1}{V} \int_{A_{s\beta}} \mathbf{n}_{s\beta} P_s dA + \frac{1}{V} \int_{A_{s\gamma}} \mathbf{n}_{s\gamma} P_s dA = \mathbf{0} \quad (130)$$

A ce stade, les équations (124) à (130) présentent encore plusieurs termes liés à la structure géométrique du domaine à l'échelle des canaux (sous la forme de terme d'échanges aux interfaces). Afin de fermer ces équations pour ne conserver que des termes associés à l'échelle macroscopique, une approche rigoureuse consisterait à définir un problème de fermeture pour chacune des six variables ( $\mathbf{v}_\beta$ ,  $P_\beta$ ,  $\mathbf{v}_\gamma$ ,  $P_\gamma$ ,  $\mathbf{v}_s$  et  $P_s$ ). Whitaker (1996) a montré que le traitement de l'équation de Navier Stokes en milieu poreux pouvait conduire à une équation macroscopique sous la forme de Forchheimer. Cependant, dans ce problème, les parois imperméables permettaient de simplifier le développement grâce aux vitesses nulles sur les interfaces. Compte tenu des particularités de la configuration géométrique des FAP, la définition et la résolution des problèmes de fermeture sont apparues complexe et l'étude à l'échelle des canaux du filtre nous a permis de réaliser plusieurs hypothèses simplificatrices.

### II.7.3. Equations de conservation macroscopiques

Dans cette section, nous nous attacherons à évaluer l'influence relative des principaux termes des équations (124) à (130) afin de proposer un modèle simplifié préservant les contributions les plus importantes. Dans cette optique, l'étude du problème « multicanaux » s'avère précieuse car elle considère explicitement les échanges entre tous les canaux.

#### Conservation de la masse

Les équations macroscopiques de conservation de la masse (124) à (126) présentent une forme très proche de l'équation (100) décrivant les échanges pour un canal. La principale différence est liée aux termes de gradients de vitesse macroscopique dans les directions

transverse à l'axe de canaux qui permettent de prendre en compte de façon continue les échanges non-symétriques traités de façon discrète par le modèle « multicanal ». Nous avons mis en évidence que ce type d'échanges est essentiellement associé à la présence d'hétérogénéité locale (comme une paroi imperméable par exemple). Les gradients de vitesse moyenne dans les canaux qui y sont associés restent limités à des zones dont la dimension spatiale est de l'ordre de deux cotés de canal dans les différentes configurations testées. Cette forte limitation des échanges radiaux dans le filtre est directement liée à la très forte différence de perméabilité entre les canaux et les parois poreuses (§II.2.3.). Compte tenu du faible impact de ces phénomènes locaux, nous avons choisi de simplifier le problème en négligeant les écoulements macroscopiques transverses. Cette hypothèse très forte s'exprime en terme de vitesse dans les différentes phases comme :

$$\langle \mathbf{v}_i \rangle \cdot \mathbf{e}_x = \langle \mathbf{v}_i \rangle \cdot \mathbf{e}_y = 0 \quad i = \beta, \gamma, s \quad (131)$$

Où  $\mathbf{e}_x$  et  $\mathbf{e}_y$  sont des vecteurs unitaires associés aux directions orthogonales à l'axe des canaux du FAP. Le problème ne se pose plus qu'en terme de variation axiale des vitesses macroscopiques, nous adopterons par la suite une notation basée sur les vitesses moyennes intrinsèques dans l'axe du filtre :

$$\langle \mathbf{v}_i \rangle^i \cdot \mathbf{e}_z = U_i \quad i = \beta, \gamma, s \quad (132)$$

On peut noter que la vitesse  $U_s$  pourra être négligée compte tenu de la faible perméabilité des parois poreuses (§II.2.3.). Les équations de conservation (124) à (126) font intervenir les vitesses locales sur les interfaces. L'étude de l'écoulement dans un canal nous a conduit à considérer que ces vitesses étaient uniformes et directement liées par la loi de Darcy aux pressions intrinsèques dans les canaux  $\beta$  et  $\gamma$  (en négligeant les fluctuations de pression sur la section des canaux). En utilisant la notation simplifiée :  $\langle P_i \rangle^i = P_i$ , nous avons :

$$v_s = \frac{K_s}{\mu_g} \frac{(P_\beta - P_\gamma)}{L_s} \quad (133)$$

La vitesse  $v_s$  étant supposée constante, il reste à définir la densité volumique de surface d'échange entre les phases fluides  $\beta$  et  $\gamma$  et la phase poreuse  $s$ . Il est possible de définir ces grandeurs  $\xi_\beta$  et  $\xi_\gamma$  par rapport à la surface  $S_T$  d'une cellule périodique de FAP (Figure II.44) :

$$\begin{aligned}\frac{1}{V} \int_{A_{\beta s}} dA &= \xi_{\beta} = \frac{8L_{c\beta}}{S_T} \\ \frac{1}{V} \int_{A_{\gamma s}} dA &= \xi_{\gamma} = \frac{8L_{c\gamma}}{S_T}\end{aligned}\quad (134)$$

Après les différentes simplifications que nous avons exposées, les équations macroscopiques de conservation de la masse prennent la forme :

$$\varphi_{\beta} \frac{dU_{\beta}}{dz} + \xi_{\beta} \frac{K_s^*}{\mu_g} \frac{(P_{\beta} - P_{\gamma})}{L_s^*} = 0 \quad (135)$$

$$\varphi_{\gamma} \frac{dU_{\gamma}}{dz} - \xi_{\beta} \frac{K_s^*}{\mu_g} \frac{(P_{\beta} - P_{\gamma})}{L_s^*} = 0 \quad (136)$$

L'utilisation de  $\xi_{\beta}$  dans l'équation (125) traduit l'hypothèse d'écoulement local parallèle dans les parois poreuses déjà utilisé dans les modèles locaux de la section (§II.5.). On peut constater que ces expressions conservent une dépendance explicite avec l'épaisseur des parois  $L_s^*$  et leur perméabilité  $K_s^*$ . Ces paramètres indicés d'une étoile ne traduisent plus explicitement les caractéristiques d'une paroi donnée mais une propriété effective du milieu. Ils seront par la suite exprimés en fonction des grandeurs macroscopiques du problème.

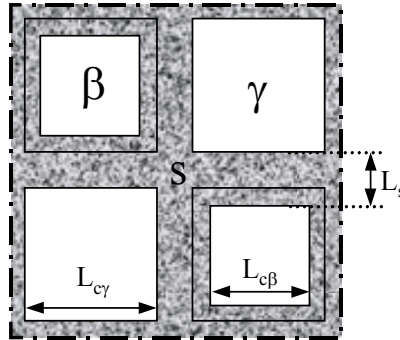


Figure II.44 : Cellule périodique de FAP de surface  $S_T$

### Conservation de la quantité de mouvement :

Tout d'abord, on peut noter que l'expression (133) décrit uniquement le passage du fluide dans la paroi séparant deux canaux (car elle s'applique à  $v_s$ ). Par conséquent, elle est différente de l'équation (130) s'appliquant à la vitesse moyenne  $\langle \mathbf{v}_s \rangle$ . Compte tenu des hypothèses que nous avons formulées, l'écoulement moyen que nous considérons est mono-

dimensionnel suivant la direction des canaux. Par conséquent, tous les termes de l'équation (130) s'annulent :

$$\begin{aligned}
\left\langle \frac{\mu_g}{K_s} \mathbf{v}_s \right\rangle &= \mathbf{0} \\
\nabla \langle P_s \rangle &= \mathbf{0} \\
\frac{1}{V} \int_{A_{s\beta}} \mathbf{n}_{s\beta} P_s dA &= \mathbf{0} \\
\frac{1}{V} \int_{A_{s\gamma}} \mathbf{n}_{s\gamma} P_s dA &= \mathbf{0}
\end{aligned} \tag{137}$$

Ces différentes expressions traduisent la symétrie des écoulements traversant les parois de chaque canal et l'hypothèse d'écoulement perpendiculaires aux canaux dans les parois poreuses.

Le traitement des équations de quantité de mouvement dans les canaux présenté dans la section (§II.5.2.) s'applique à l'écoulement dans une cellule périodique de FAP. Suite aux simplifications que nous avons effectuées, il peut être vu comme une solution approchée des équations (129). L'opérateur de prise de moyenne (87) permet de calculer la moyenne intrinsèque définie par la relation (123). On peut rappeler que les expressions obtenues intègrent la structure locale des champs de vitesse en supposant que les résultats des simulations directes peuvent être évalués sous une forme affine. En négligeant le terme de dispersion de Taylor ( $\frac{d^2 U_i}{dz^2}$ ), la forme macroscopique des équations (134) est :

$$1.285 \rho_g \frac{dU_i^2}{dz} + \frac{28.45 \mu_g}{(L_{ci}^*)^2} U_i + \frac{dP_i}{dz} = 0 \quad i = \beta, \gamma \tag{138}$$

Où les sections de canal effectives  $(L_{ci}^*)^2$  pourront être évaluées à partir de grandeurs macroscopiques.

#### II.6.4. Filtration à l'échelle du système complet

Les équations (135), (136) et (138) vont être utilisées pour calculer l'écoulement des gaz dans le FAP. Ces expressions mono-dimensionnelles décrivent un écoulement parallèle à l'axe des canaux du FAP. L'intérêt de ce type de description est d'évaluer l'effet d'une hétérogénéité initiale du FAP sur la répartition spatiale du dépôt de suie.



#### II.6.4.1. Implémentation du modèle

L'approche numérique retenue pour simuler la filtration reste très similaire à celle développée pour évaluer le colmatage des canaux. L'approche itérative impose les mêmes contraintes sur le choix des pas de temps. Le filtre est discrétisé en volumes élémentaires. Contrairement à la configuration « multicanaux », la résolution des équations macroscopiques sur l'ensemble du domaine n'est pas couplée dans les directions x et y transverses aux canaux (compte tenu de leurs formes purement mono-dimensionnelles). La résolution pour chaque maille de la face d'entrée du filtre suivant z se fait de manière indépendante.

Les conditions limites que nous avons retenues sont en pressions imposées sur les faces d'entrée et de sortie du filtre avec des vitesses nulles près des bouchons :

$$\begin{aligned} P_{\beta}(z=0) &= P_e - \frac{1}{2} \psi \rho_g (1 - \phi_{\beta}) U_{\beta}^2(z=0) \\ P_{\gamma}(z=L_f) &= P_0 \\ U_{\beta}(z=L_f) &= 0 \\ U_{\gamma}(z=0) &= 0 \end{aligned} \tag{139}$$

La condition d'entrée en pression est modifiée par l'adjonction du terme associé à la perte de charge par élargissement et contraction brusque (Annexe B). Nous supposons que le coefficient  $\psi$  conserve une valeur de 25 pour toutes les configurations étudiées et que cette valeur évaluée à partir des mesures globales de pertes de charge peut s'appliquer localement. Le caractère non-linéaire de cette correction de la pression d'entrée est traité par la méthode de Newton-Raphson (Annexe E) sans nécessiter d'autre modification.

Les simulations de filtration sont réalisées pour un débit total constant  $Q_{T0}$ . L'utilisation d'une pression uniforme en entrée du FAP permet ainsi d'évaluer de façon réaliste la répartition des flux dans les différentes zones. Cette approche nécessite une évaluation de la pression d'entrée  $P_e$  après chaque pas de temps ; l'accumulation des suies tendant à augmenter la perte de charge globale du dispositif. Cette évaluation a été traitée itérativement avec la relation linéaire :

$$P_e^k = P_e^{k-1} \frac{Q_{T0}}{Q_T^{k-1}} \tag{140}$$

Malgré sa simplicité, cette approche a été retenue car la convergence fixée à 0.5 % de  $Q_{T0}$  est classiquement assurée en moins de 5 itérations.

La forme mono-dimensionnelle des équations utilisées permet à priori de considérer les zones du FAP présentant des caractéristiques géométriques uniformes par l'intermédiaire d'une seule série de mailles débouchant sur la face d'entrée du FAP. La répartition des flux entre les différentes zones est uniquement contrôlée par la surface offerte à l'écoulement. Cependant, dans un souci de présentation des résultats, le domaine de calcul tridimensionnel du FAP est retenu. Le maillage cartésien qui sera par la suite utilisé pour les calculs thermiques (§III.4) est utilisé pour les simulations de filtration. La forme cylindrique du FAP est extraite d'un parallélépipède découpé uniformément en 51 par 51 mailles dans les directions orthogonales aux canaux et 101 mailles dans l'axe du FAP. Le calcul est alors réalisé sur un domaine composé d'environ 270 000 mailles permettant de simuler un chargement complet du FAP en moins de vingt heures sur un PC récent.

### Dépôt des suies et modification de la géométrie

Afin de traiter l'accumulation des particules collectées dans chaque maille du domaine, le paramètre principal est la masse totale de suie contenue dans chaque maille macroscopique de dimension  $\delta x$ ,  $\delta y$  et  $\delta z$ . La masse déposée dans une maille d'indice  $i$  après le pas de temps  $j$  est calculée en fonction du pas de temps précédent par la relation :

$$M_{\text{dépôt}_i}^j = M_{\text{dépôt}_i}^{j-1} + \delta x \delta y \delta z \delta t \xi_{\beta}^{j-1} C_{\text{part}} \rho_g v_{s_i}^j \quad (141)$$

Où  $v_s$  et  $\xi_{\beta}$  sont respectivement calculés par les relations (133) et (134).  $C_{\text{part}}$  est la concentration massique du gaz en particules.

Afin de calculer les différents paramètres des équations (135), (136) et (138), la surface  $S_T$  de la cellule de référence (Figure II.47) est utilisée :

$$S_{T_i} = \left( L_{c\beta_i}^0 + L_{c\gamma_i}^0 + 2L_{s_i}^0 \right)^2 \quad (142)$$

Où  $L_{c\beta_i}^0$ ,  $L_{c\gamma_i}^0$  et  $2L_{s_i}^0$  sont les dimensions initiales caractérisant la structure du FAP propre dans la maille  $i$ .

En considérant que la répartition du dépôt est uniforme, l'épaisseur effective de la couche de suie est calculée par :

$$L_{\text{dépôt}_i}^* = \frac{1}{2} \left( L_{c\beta}^0 - \sqrt{\left( L_{c\beta}^0 \right)^2 - \frac{S_{T_i} M_{\text{dépôt}_i}^j}{2 \delta x \delta y \delta z \rho_{\text{dépôt}}}} \right) \quad (143)$$

L'épaisseur de la paroi poreuse et la longueur effective d'un côté de canal d'entrée sont alors :

$$L_{s\_i}^* = L_{s\_i}^0 + L_{dépôt\_i}^* \quad (144)$$

$$L_{c\beta\_i}^* = L_{c\beta\_i}^0 - 2L_{dépôt\_i}^* \quad (145)$$

La fraction volumique des phases  $\gamma$  ne varie pas au cours du temps et s'exprime :

$$\varphi_{\gamma\_i} = \frac{2(L_{c\gamma\_i}^0)^2}{S_{T\_i}} = \varphi_{\gamma\_i}^0 \quad (146)$$

Pour la phase  $\beta$ , la fraction volumique doit prendre en compte la diminution de section des canaux due à la présence du gâteau de suie. Elle peut être calculée en utilisant le côté de canal  $L_{c\beta}^*$  ou directement en calculant le volume total de suie contenu dans la maille :

$$\varphi_{\beta\_i} = \frac{2(L_{c\beta\_i}^*)^2}{S_{T\_i}} = \varphi_{\beta\_i}^0 - \frac{M_{part\_i}}{\rho_{dépôt} \delta x \delta y \delta z} \quad (147)$$

Enfin, la perméabilité  $K_s^*$  est calculée par la relation (34) en utilisant la correction (37) à partir de l'épaisseur effective de la couche de particules  $L_{dépôt}^*$  :

$$K_{s\_i}^* = K_s(L_{dépôt\_i}^*) \quad (148)$$

On peut noter que l'utilisation de la masse de suie collectée dans les mailles macroscopiques et la densité volumique de surface d'échange  $\xi_\beta$  permet de s'affranchir de la dimension réelle des canaux. Ainsi, les dimensions des mailles sont indépendantes des dimensions des canaux car toutes les longueurs évaluées ici (indiqué d'une étoile) sont rapportées au fractions volumiques par l'intermédiaire de la surface de la cellule périodique  $S_T$ .

#### II.6.4.2. Simulations numériques de la filtration dans un FAP

Dans cette section, quelques exemples typiques de chargement de FAP sont simulés. Afin de permettre une comparaison avec des résultats expérimentaux du Laboratoire de Mécanique et d'Energétique d'Orléans, le débit de gaz traité par le FAP est fixé à 250 kg/h correspondant approximativement au régime de 3000 tours/minutes fixé pour ces mesures. La température de fonctionnement est fixée à 523 K et permet de déterminer la densité et la viscosité du gaz (Annexe A). Afin de suivre précisément l'évolution du dépôt des particules, le pas de temps pour ces simulations est égal à 120 secondes.

### **Exemple de chargement hétérogène 1 : cas de la régénération partielle d'un FAP**

La régénération thermique des FAP peut, dans certaines conditions de fonctionnement, s'amorcer spontanément. Dans ce cas, un nettoyage partiel du filtre a parfois été observé. Compte tenu de la faible conductivité thermique des joints séparants les éléments unitaires du filtre, la zone de réaction des suies peut être circonscrite à un seul bloc. Le modèle macroscopique est particulièrement adapté pour décrire cette situation puisqu'il permet de simuler l'écoulement et la collecte des particules dans un FAP présentant des caractéristiques hétérogènes. Le cas de la régénération partielle d'un FAP de type Filtre 1 dont la longueur est 0.154 m a été retenu. Dans l'expérience, une brusque diminution de la perte de charge semble indiquer une modification de la structure du FAP colmaté après 210 minutes de chargement. En supposant qu'un élément unitaire de nid d'abeille a été totalement nettoyé à ce moment, il est possible de simuler ce cas particulier.

La figure II.45 présente l'évolution de la perte de charge dans le FAP durant un chargement présentant une régénération partielle. On constate que le résultat de la simulation présente un très bon accord avec l'expérience. Durant la phase initiale, le modèle utilisé pour décrire l'effet d'une couche de particule fine déposée sur les parois restitue correctement le comportement réel. Cependant, il faut noter que la courbe simulée a été décalée de 2 minutes pour tenir compte de la phase de filtration en profondeur qui n'est pas prise en compte par le modèle. Cette durée très faible justifie pour cette configuration la simplification proposée dans la section (§II.3.2.). Après environ 100 minutes, l'effet de constriction des canaux d'entrée par la couche de suie devient sensible et tend à augmenter significativement la pente de la courbe de pertes de charge. La diminution de perte de charge associée à la régénération partielle est bien restituée. Le modèle prédit une diminution de la perte de charge de 7% contre 6.1% pour l'expérience. Compte tenu de la méconnaissance de la masse de suie réellement brûlée durant l'expérience, cet écart est tout à fait satisfaisant.

Outre la bonne restitution du comportement macroscopique (perte de charge) observé expérimentalement, le modèle permet d'obtenir des données inaccessibles par l'expérience. En effet, afin de mieux comprendre le fonctionnement du dispositif durant cette phase, il est intéressant d'étudier la répartition de vitesses dans le FAP après la régénération partielle et lors de la reconstruction du dépôt dans la zone nettoyée.

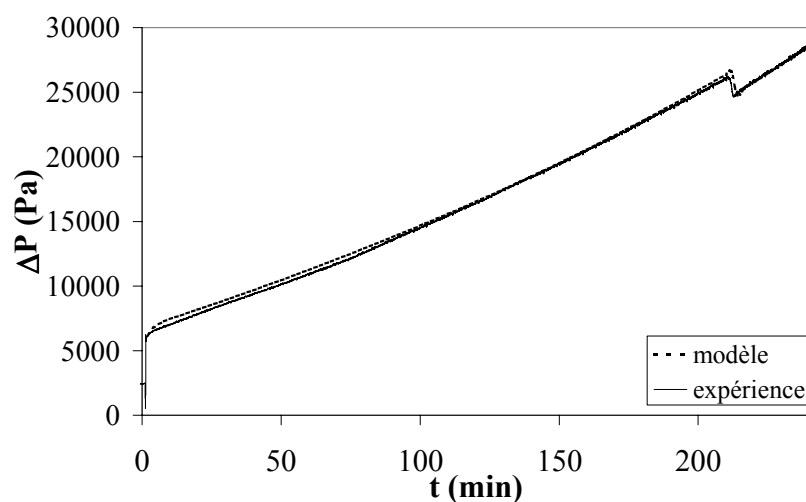


Figure II.45. Courbes de chargement - Comparaison expérience/simulation pour une régénération partielle.

La figure II.46 présente l'évolution de la vitesse pariétale  $v_s$  en fonction de la distance à l'entrée du FAP dans la zone régénérée et dans la zone non-régénérée au moment de la régénération partielle. L'effet d'homogénéisation des vitesses en présence d'une couche de suie épaisse (environ 100  $\mu\text{m}$ ) est clairement mise en évidence dans la zone n'ayant pas subi de régénération. Le débit de gaz traversant la zone régénérée est largement supérieur et les effets d'inertie accentués par la forte perméabilité des parois conduit à une répartition très hétérogène des vitesses de filtration dans cette zone.

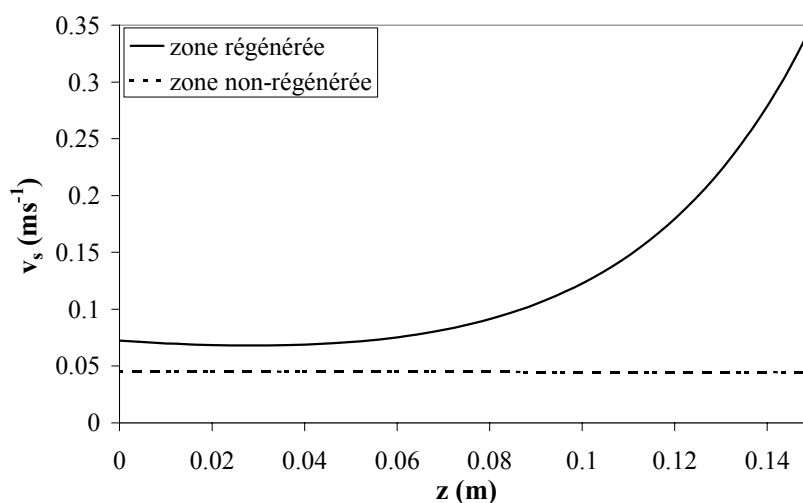


Figure II.46 : Evolution axiale de la vitesse de filtration après la régénération partielle

Bien que le débit de gaz traversant la zone régénérée du FAP soit largement supérieur, l'uniformisation des épaisseurs de couche de suie dans l'ensemble du dispositif s'avère être

un processus relativement lent. On peut constater sur la Figure II.47.a que, 60 minutes après la régénération partielle, les vitesses dans la phase  $\gamma$  (directement comparables car la taille des canaux de sortie ne varie pas dans le temps) présentent encore une forte hétérogénéité. La zone régénérée reçoit alors une quantité de gaz environ 30 % supérieure à celle reçue par la zone non-régénérée. La répartition des suies collectées dans le filtre (présentée sur la Figure II.47.b en terme de masse collectée dans les mailles du domaine de calcul) est encore très fortement influencée par la régénération partielle. La masse de suie collectée par le bloc nettoyé, après 60 minutes de fonctionnement, représente environ 60 % de la masse collectée par les blocs non-régénérés depuis le début du chargement (environ 270 minutes).

L'uniformisation des masses de suies dans un filtre initialement homogène ayant subi une régénération partielle apparaît comme un processus lent dont les effets peuvent rester significatifs durant plusieurs heures. La répartition hétérogène des suies dans le FAP pourra s'avérer préoccupante pour la tenu thermomécanique du dispositif durant la régénération suivante si la présence de ce type d'hétérogénéité de répartition du dépôt de suie favorise l'apparition de gradients de température importants.

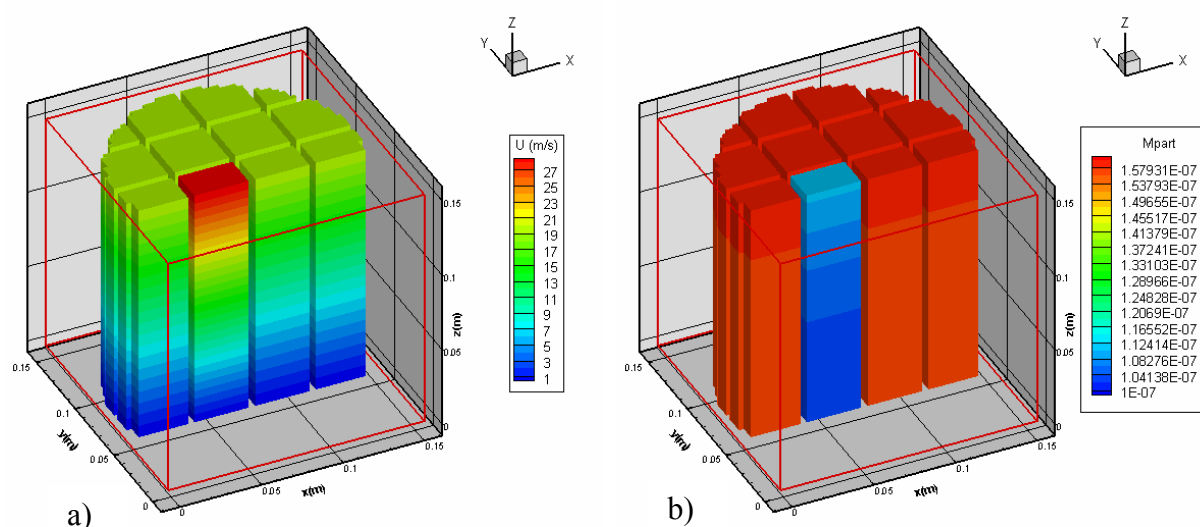


Figure II.47 : Résultats de la simulation 60 minutes après la régénération partielle :

a). vitesses moyennes intrinsèques dans la phase  $\gamma$  – b) masse de suie déposée par maille macroscopique

## Exemple de chargement hétérogène 2 : Configuration de FAP à deux zones

Les résultats de l'étude du chargement dans un canal périodique (§II.5.2.3) montrent que la structure géométrique du FAP peut influencer la dynamique de formation du dépôt. Compte tenu de la structure modulaire des FAP composés de plusieurs blocs élémentaires,

l'utilisation de différents types de blocs peut apporter quelques propriétés intéressantes au dispositif. La zone périphérique du FAP reçoit généralement un débit de gaz plus faible que la partie centrale compte tenu de la forme de divergent du système d'alimentation du filtre. Cette caractéristique observée expérimentalement conduit généralement à une accumulation de suie moins importante dans la zone périphérique. Durant la régénération thermique ces gradients radiaux de masse de suie collectée peuvent entraîner l'apparition de gradients thermiques néfastes au bon fonctionnement du dispositif.

Dans cette section, la simulation du chargement d'un FAP présentant deux types de blocs élémentaires sera présentée. La configuration hétérogène envisagée est un FAP dont les 12 blocs périphériques facilitent le passage des gaz en utilisant des parois plus fines que les 4 blocs centraux dont la géométrie est celle du Filtre 1 (§II.2.1). Afin de limiter le nombre de paramètres modifiés, la géométrie de la zone périphérique a été déterminée de façon à conserver une densité de cellule élémentaire constante par rapport au Filtre 1 : le coté des canaux a été augmenté ( $L_{c\beta} = L_{c\gamma} = 1.61 \text{ mm}$ ) et l'épaisseur des parois diminuée en conséquence ( $L_s = 280 \text{ }\mu\text{m}$ ). Afin d'évaluer l'effet de cette modification sur le fonctionnement du FAP, la configuration homogène du Filtre 1 a également été simulée et peut être comparée aux mesures expérimentales. La Figure II.48 présente l'évolution des pertes de charges en fonction de la masse de suie collectée. On constate que le modèle associé au Filtre 1 présente un écart relativement important avec les mesures expérimentales (environ 6.5% d'écart pour 10 grammes de suie collectée et 9.5% pour 25 grammes de suie collectée).

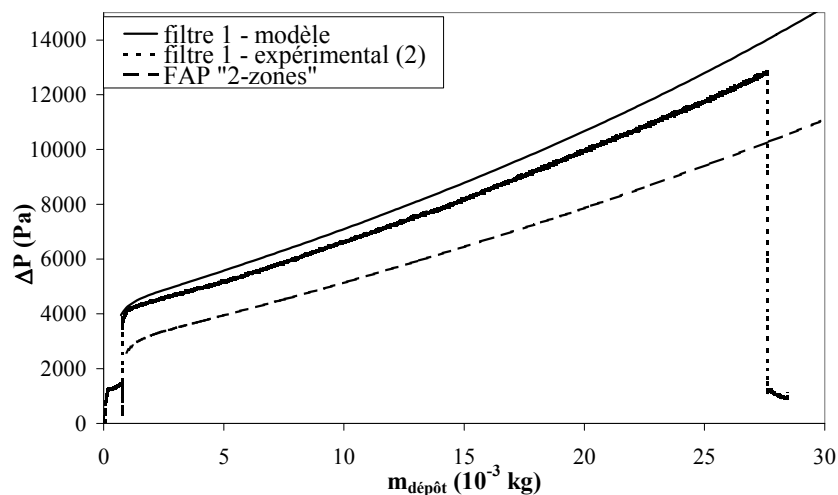


Figure II.48. Courbes de chargement – effet d'une géométrie à deux zones

L'effet de contraction du canal d'entrée peut être à l'origine de cet écart croissant avec la masse collectée. Cet effet n'ayant pas été mis en évidence pour le FAP de 0.152 m de

longueur dans l'exemple précédent, il est possible que le coefficient de frottement visqueux soit légèrement surestimé dans le modèle. Cependant, l'ordre de grandeur de la perte de charge et son évolution en fonction de la masse restent tout à fait comparables aux mesures expérimentales. La présence de parois plus fines dans une partie du FAP « à 2 zones » explique la valeur nettement inférieure de la perte de charge prévue par le modèle. La perte de charge initiale pour le débit de 250 kg/h considéré est inférieure d'environ 30% à celle du Filtre 1. De plus, la présence de canaux de taille supérieure semble diminuer légèrement la pente de chargement.

La figure II.49 présente la répartition des suies dans le FAP Filtre 1 et dans le FAP « à 2 zones » après 230 minutes de fonctionnement correspondant à 25 grammes de suie collectée. On constate que la zone plus perméable en périphérie du filtre permet de collecter une masse de suie plus importante. La répartition axiale de masse déposée (et donc d'épaisseur de dépôt) dans la partie centrale du filtre à 2 zones présente un « taux » d'hétérogénéité très proche de celui du Filtre 1. L'accumulation préférentielle des particules en fond des canaux du filtre « à 2 zones » est sensiblement plus importante. L'utilisation de parois plus fines favorise ce phénomène. Cependant, il faut noter que l'utilisation de conditions limites en pression uniforme sur la face d'entrée du filtre n'est pas très réaliste. Dans l'application, l'écoulement est favorisé dans la zone centrale par la géométrie de la conduite amont. On peut donc penser que l'utilisation d'une zone périphérique plus perméable (par l'intermédiaire des épaisseurs de parois mais aussi éventuellement par l'utilisation d'un matériau plus poreux) devrait tendre à favoriser l'uniformisation des masses de suies collectées.

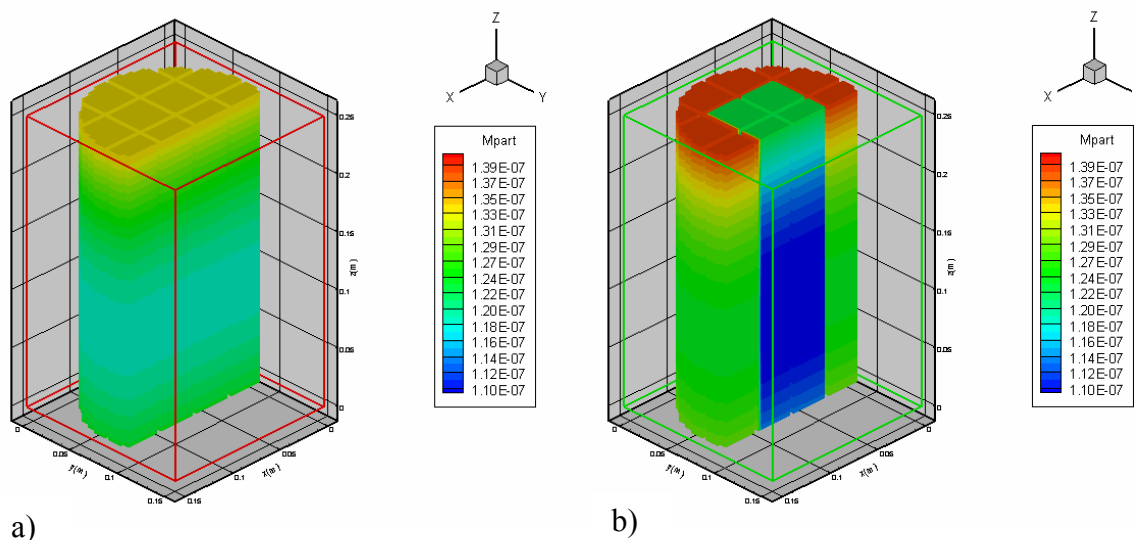


Figure II.49. : Masse de suie déposée par maille macroscopique du domaine de calcul (Masse totale = 25 g)

a) Filtre 1 – b) Filtre « à 2 zones »



## II.7.5. Conclusion

Nous avons proposé un modèle d'écoulement macroscopique dans les FAP permettant de simuler la phase de chargement dans des conditions où la géométrie du FAP, ou les conditions d'entrée du fluide, sont hétérogènes. Ce modèle est basé sur une hypothèse simplificatrice forte. En effet, compte tenu des résultats obtenus dans la configuration multi-canaux, l'écoulement dans le FAP est supposé globalement mono-dimensionnel. Cette hypothèse se traduit par une modélisation du filtre comme un arrangement de résistances hydrauliques en parallèle. L'utilisation du modèle d'écoulement obtenu dans la configuration périodique permet d'évaluer la répartition axiale des vitesses de filtration de façon satisfaisante. Deux simulations types ont été réalisées – la simulation d'une régénération partielle de FAP a montré un très bon accord avec les mesures expérimentales. Ceci permet de penser que la répartition des flux dans les différentes zones du FAP est bien prise en compte. La simulation d'un FAP présentant une perméabilité plus forte dans ces blocs élémentaires périphériques a suggéré la possibilité de contrôler, ou plus précisément de rendre plus homogène la distribution spatiale transversale des dépôts de suie malgré le système d'entrée présentant un divergent brusque.

Il est clair que la simulation du fonctionnement du FAP par le présent modèle reste simplifiée. En effet, il existe nécessairement un couplage entre l'écoulement turbulent en amont et l'écoulement au sein du FAP. Compte tenu de l'évolution continue du champ de perméabilité au sein du FAP du fait de l'accumulation progressive des suies à la surface des canaux, le couplage devrait se traduire par des conditions limites d'entrée non-uniformes et variables dans le temps. La réalisation de simulations couplées du modèle de FAP avec un modèle d'écoulement turbulent permettrait de décrire de façon réaliste cette évolution temporelle. Cependant, la description des multiples contractions associées à l'entrée dans les canaux du FAP nécessiterait un traitement particulier.

## II.7. Conclusion sur l'écoulement et la filtration

Nous avons présenté une étude théorique et expérimentale des écoulements de gaz et de la capture des particules dans les FAP. Compte tenu de la structure géométrique du dispositif, des phénomènes intervenant à différentes échelles ont dû être considérés. Cette problématique associée à l'étude des milieux poreux complexes a nécessité de considérer les problèmes en terme d'échelles croissantes ; en intégrant les résultats associés à l'échelle micrométrique des parois du FAP dans les modèles à l'échelle millimétrique des canaux puis dans le modèle macroscopique permettant de décrire l'ensemble du dispositif dont les dimensions sont de plusieurs dizaines de centimètres.

Dans un premier temps, le calcul de plusieurs nombres adimensionnels a permis de déterminer les régimes d'écoulement rencontrés dans les différentes parties du FAP. Dans la gamme de débit associé au fonctionnement des moteurs Diesel équipant les véhicules légers, l'écoulement en amont du filtre présente un caractère turbulent. Cependant, il reste laminaire dans les canaux de FAP et le passage dans les parois poreuses du dispositif s'effectue en régime de Stokes. La définition d'un nombre adimensionnel de Darcy a mis en évidence la différence d'ordre de grandeur entre les débits de gaz au sein des parois et dans les canaux suivant l'axe des canaux. La direction de l'écoulement des gaz traversant les parois poreuses peut donc être considéré orthogonale à celles-ci.

L'analyse dimensionnelle des phénomènes intervenant sur le transport des particules dans les canaux du FAP nous a conduit à considérer les particules comme des traceurs de l'écoulement. Cette hypothèse semble légitime pour la plus grande partie des particules émises. Cependant, on pourrait envisager de prendre en compte les effets de traînée pour des particules de plus grande taille (supérieures au micron) ou de gravité pour les particules de densité très élevée (particules métalliques issues de l'usure du moteur). De la même façon, l'influence de la diffusion Brownienne pourrait devenir sensible pour les particules de très petite taille (inférieure à 50 nm).

L'étude qualitative de la filtration à partir des évolutions de la perte de charge dans le FAP au cours du temps de la collecte des particules montre que la phase de filtration en profondeur a une durée très courte. Cette caractéristique des FAP est également mise en évidence par les mesures d'efficacité de filtration. Après une courte période (environ  $\frac{1}{2}$  heure pour un chargement de FAP durant généralement plusieurs heures), l'efficacité de filtration

initialement de l'ordre de 70% augmente rapidement pour atteindre des valeurs proches de 100%. Dans le cadre de cette thèse, nous avons choisi de restreindre notre modèle de filtration à la phase d'accumulation des particules à la surface des parois qui représente le mode de collecte principal dans les FAP. L'étude de la collecte des particules au sein des parois est cependant envisageable et pourra s'avérer indispensable dans le cadre de l'étude de FAP présentant des parois à forte porosité ou des dimensions de pores plus élevées. Les travaux de Quintard and Whitaker (1995) ouvrent, par exemple, des perspectives intéressantes pour construire un modèle homogénéisé de transport et collecte des particules au sein des parois.

Compte tenu du faible nombre de Reynolds caractérisant l'écoulement du gaz à travers les parois poreuses, la loi de Darcy a été retenue pour modéliser le transfert des gaz dans les parois. Les perméabilités intrinsèques des parois et du dépôt de particules ont été évaluées à partir des mesures expérimentales de pertes de charge globales. Cependant, des modèles de perméabilité (de Carman-Kozeny ou Rumpf-Gupte) peuvent être utilisés pour évaluer la perméabilité de parois en céramique poreuse en fonction de leur porosité et d'un diamètre de pore moyen. Une perméabilité effective caractéristique du système formé par la paroi et la couche de particules a été évaluée en considérant deux résistances hydrauliques en série. De plus, l'effet de singularité de paroi qui entre en jeu lorsqu'une couche poreuse de faible épaisseur est disposée sur une paroi présentant des pores a été prise en compte en remplaçant la perméabilité intrinsèque du dépôt par une perméabilité effective. Cette correction issue de calculs numériques traduit l'effet de la contraction des lignes de courant à l'interface entre les deux zones poreuses. Elle permet ainsi de décrire correctement l'évolution de la perte de charge au début de la construction du gâteau de particules.

Afin d'étudier l'écoulement des gaz à l'échelle des canaux du filtre, nous nous sommes tout d'abord intéressés à des configurations géométriques simples : les canaux plan et axisymétrique avec une aspiration (ou une injection) pariétale. Un modèle mono-dimensionnel a été obtenu en intégrant analytiquement les équations de conservation locale sur la section des canaux. Les profils de vitesses sont obtenus en utilisant les solutions asymptotiques développées pour ces problèmes. La confrontation avec des simulations numériques 2D a permis de valider cette approche simplifiée. Le cas des canaux carrés a ensuite été traité de façon analogue en utilisant les profils de vitesses obtenus numériquement par des calculs 3D. Les coefficients apparaissant dans le système d'équations mono-dimensionnelles ainsi obtenu sont caractéristiques de l'écoulement en canal carré et préservent les effets d'inertie.

Ce modèle d'écoulement a été utilisé pour évaluer le transport des particules vers les parois poreuses dans une cellule unitaire périodique représentative du FAP. Le processus de filtration est modélisé par une suite d'états stationnaires et permet d'évaluer la distribution des épaisseurs de dépôt le long des canaux. Une tendance à l'accumulation de suie en fond de canal a été mise en évidence. Cependant, la faible perméabilité des parois tend à uniformiser les épaisseurs de dépôt. Ce phénomène est directement lié à la diminution du poids relatif des gradients de pressions dans les canaux (lié aux effets visqueux et inertiels) devant les gradients de pression dans les parois poreuses. Une méthode de mesure expérimentale des épaisseurs de dépôt a récemment été mise au point au Laboratoire de Mécanique et d'Energétique d'Orléans. Les résultats préliminaires semblent valider qualitativement les prédictions du modèle.

Le modèle utilisé pour étudier le cas de la cellule périodique de FAP a été étendu sous une forme « multi-canaux ». Les équations de conservation de la masse ont été modifiées pour prendre en compte explicitement les échanges entre chaque canal et ces quatre voisins. Les équations associées à la conservation de la quantité de mouvement n'ont pas été modifiées. Dans cette approximation, la non-symétrie éventuelle des profils de vitesses dans les canaux n'est pas prise en compte. La modification des coefficients de l'équation est supposée faible. Des simulations de filtration dans des domaines composés d'une centaine de canaux ont été utilisées pour évaluer l'impact de différentes hétérogénéités initiales sur la construction des gâteaux de particules. Il apparaît que l'extension transversale des perturbations sur les débits de gaz dans les canaux ou les épaisseurs des couches de suies collectées reste limitée à une distance de trois canaux.

Le modèle « multi-canaux » ne permet pas de simuler la filtration dans l'intégralité des canaux d'un FAP. A partir d'une méthode de changement d'échelle par prise de moyenne volumique, une forme macroscopique des équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement a pu être exprimée sous une forme non fermée. Afin de contourner les difficultés mathématiques associées à la résolution des problèmes de fermeture, les équations obtenues après l'étude à l'échelle des canaux des FAP ont été exprimées sous forme macroscopique. L'hypothèse forte retenue consiste à considérer que l'écoulement macroscopique est mono-dimensionnel. Cette simplification est justifiée par les résultats obtenus avec l'approche « multi-canaux ». Ce modèle simplifié ne permet pas de prendre en compte l'effet d'hétérogénéités ponctuelles sur un canal. Cependant, la répartition des débits de gaz sur la surface d'entrée du filtre est bien prise en compte avec des conditions limites en

pression imposée. L'étude du chargement de FAP présentant deux zones de caractéristiques géométriques différentes ou de FAP partiellement régénéré a montré l'existence d'une répartition fortement hétérogène des suies. Le couplage de ce modèle avec un calcul direct de l'écoulement turbulent en amont du FAP reste une perspective à notre travail qui permettrait de connaître plus précisément la répartition réelle de l'écoulement dans le FAP en imposant des conditions limites d'entrée variant dans le temps.

## II.8. Références

1. Basset, A. B. (1888). "Treatise on Hydrodynamics". London, Deighton Bell.
2. Beavers, G. S. and Joseph, D. D. (1967). "Boundary Conditions at a Naturally Permeable Wall." Journal of Fluid Mechanics(30): 197-207.
3. Berman, A. S. (1953). "Laminar flow in channels with porous walls." Journal of Applied Physics(24): 1232.
4. Bisset, E. J. (1983). "Mathematical model of the thermal regeneration of wall-flow monolith diesel particulate filter." chemical Engineering Science **39**(n°7/8): 1233-1244.
5. Boussinesq, J. (1885). "Sur la résistance qu'oppose un fluide indéfini en repos, sans pesanteur, au mouvement varié d'une sphère solide qu'il mouille sur toute sa surface, quand les vitesses restent bien continues et assez faibles pour que leurs carrés et produits soient négligeables." C.R.A.S. **100**.
6. Brady, J. F. (1984). "Flow development in a porous channel and tube." Physics of Fluids **27**(5): 1061-1067.
7. Bruun, H. H. (1995). Hot-wire anemometry, principles and signal analysis, Oxford Science Publications.
8. Chatterjee, S. G. and Belfort, G. (1986). "Fluid flow in an idealized spiral wound membrane." Journal of membrane science(28): 191-208.
9. Doshi, M. R., Gill, W. N. and Kabadi, V. N. (1977). "Optimal design of hollow fiber modules." AIChE Journal **5**(23): 765-768.
10. Dufreche, J., Prat, M., Schmitz, P. and Sherwood, J. D. (2002). "On the overall permeability of a porous layer limited by a perforated plate." Chemical Engineering science(57): 2933-2944.
11. Dullien, F. A. L. (1979). Porous media - Fluid transport and Pore structure. **New York**, Academic Press.
12. Durlofski, L. and Brady, J. F. (1984). "The stability of a class of similarity solutions." Physics of Fluids **27**(5): 1068-1076.
13. Einstein, A. (1905). "Über die von der molekularkinetischen Theorie der Wärme geforderte Bewegung von in ruhenden Flüssigkeiten suspendierten Teilchen." Ann. Phys. Leipzig **17**: 549-560.

14. Friedlander, S. K. (2000). "Smoke, Dust, and Haze : Fundamentals of Aerosol Dynamics". New York, Oxford University Press.
15. Gouverneur, C. (1991). "Etude expérimentale du champ hydrodynamique dans un tube poreux avec transfert de masse pariétal", INPT, Toulouse.
16. Idel'Cik, I. E. (1986). "Mémento des pertes de charges", Editions Eyrolles.
17. Konstandopoulos, A. G., Skaperdas, E. and Masoudi, M. (2001). "Inertial contributions to the pressure drop of diesel particulate filters." SAE Technical paper series(2001-01-0909).
18. Lücke, T. and Fissan, H. (1995). "The prediction of filtration performance of high efficiency gas filter elements." Chemical Engineering science **51**(8): 1199-1208.
19. Magnaudet, J., Rivero, M. and Fabre, J. (1995). "Accelerated flows past a rigid sphere or a spherical bubble. Part 1. Steady straining flow." Journal of Fluid Mechanics **284**: 97-135.
20. Marcuccilli, F. (1993). "Etude expérimentale et théorique de la structure et de la réactivité de suies issues de moteurs Diesel", Université de haute-alsace.
21. Noel, F., Schmitz, P. and Prat, M. (2004). "Effective Hydraulic Resistance of the first cake Layer at the filter surface : A Three Dimensional Solution". 9th World Filtration Congress, New Orleans.
22. Noirot, R. (1990). "Etude expérimentale et paramétrique de la combustion de suies sur filtres à particules (Application à l'épuration des échappements des moteurs Diesel)", Université de haute alsace.
23. Oseen, C. W. (1927). "Hydrodynamik". Leipzig.
24. Oxarango, L., Benmachou, K. and Schmitz, P. (2002). "Modelling of particulate loading of multi-channel filtration systems". 5th International Filtration Conference, Stuttgart.
25. Oxarango, L., Bardon, S., Schmitz, P. and Quintard, M. (2003). "3D macroscopic model for fluid flow and soot deposit in wall flow honeycomb DPF." Journal of Fuels and Lubricants(2003-01-0834).
26. Oxarango, L., Schmitz, P. and Quintard, M. (2004). "Laminar flow in channels with wall suction or injection : a new model to study multichannel filtration systems." Chemical Engineering Science **59**(5): 1039-1051.
27. Quaile, J. P. and Levy, E. K. (1975). "Laminar flow in a porous tube with suction." Journal of Heat Transfer(february): 66-71.

28. Quintard, M. and Whitaker, S. (1995). "Aerosol filtration: An analysis using the method of volume averaging." Journal of Aerosol Science **8**( 26): 1227-1255.
29. Rumpf, H. and Gupte, A. R. (1971). "Einflüsse der Porosität und Korngrößenverteilung im Widerstandsgesetz der Proenstromung." Chemie Ingenieur Technik(43): 367-375.
30. Schmitz, P. (1990). "Mécanismes d'interaction : hydrodynamique et agrégation, dans la formation du dépôt en microfiltration tangentielle", INPT, Toulouse.
31. Schmitz, P. and Prat, M. (1995). "Three dimensional laminar stationary flow over a porous surface with suction. Description at pore level." AIChE Journal(41): 2212-2226.
32. Stokes, G. G. (1851). "On the effect of the inertial friction of fluids on the motion of pendulums." Trans. Cambridge Phil. Soc.
33. Tchen, C. M. (1947). "Mean value and correlation problems connected with the motion of small particles suspended in a turbulent fluid", PhD dissertation, Technische Hogeschool Delft.
34. Terril, R. M. (1964). "Laminar flow in a uniformly porous channel." Aeronaut(15): 297.
35. Terril, R. M. and Thomas, P. W. (1969). "On laminar flow through a uniformly porous pipe." Applied Science Research(21): 37.
36. Vonarb, R. (1999). "Contribution à l'étude des phénomènes d'inflammation et de propagation de la combustion d'un lit de suies Diesel additives", université de haute alsace.
37. Weissberg, H. (1959). "Laminar flow in the entrance region of a porous pipe." Physics of Fluids(2): 510.
38. Whitaker, S. (1996). "The Forchheimer Equation : A Theoretical Development." Transport In Porous Media(25): 27-61.
39. Whitaker, S. (1999). "The method of volume averaging". Dordrecht / Boston / London, Kluwer Academic Press.
40. Yu, H. H. S. and Goulding, C. H. (1992). "Optimized ultra high efficiency filter for high-efficiency industrial combustion turbines". ASME Gas Turbine Congress and Exhibition, Köln.
41. Yuan, S. W. and Finkelstein, A. B. (1956). "Laminar pipe flow with injection and suction through a porous wall." Transaction of ASME **78**(719-724).



## Chapitre III :

# TRANSFERTS THERMIQUES ET REGENERATION



# Chapitre III : Transferts thermiques et régénération

## III.1. Introduction

Dans ce chapitre, nous présenterons une étude théorique des transferts de chaleur dans les Filtres A Particules Diesel en nid d'abeille. L'approche retenue pour nettoyer les filtres colmatés par les particules est basée sur l'oxydation du carbone au sein du dispositif. Cette phase du fonctionnement des FAP est critique pour la durabilité du système. En effet, l'énergie dégagée par la réaction chimique est susceptible d'occasionner une forte augmentation de température. Ces températures élevées observées dans certaines conditions de régénération (parfois supérieures à 1400K) ont conduit les concepteurs de FAP à abandonner la Cordiérite. En effet, ce matériau peut atteindre son point de fusion à cette température. Les filtres en Carbure de Silicium ne présentent pas cet inconvénient grâce à une température de fusion du matériau beaucoup plus élevée. Cependant, le caractère hétérogène de la régénération peut occasionner l'apparition de forts gradients de température. La dilatation thermique complexe du nid d'abeille peut conduire à la fissuration de certaines parois. L'efficacité de filtration des FAP ainsi endommagés n'est généralement plus satisfaisante.

Nous développerons dans ce chapitre un modèle basé sur les équations classiques de conservation de l'énergie prenant en compte les échanges convectifs et diffusifs dans la géométrie complexe du FAP. Les phénomènes thermiques intervenant aux différentes échelles spatiales, déjà présentées dans le chapitre précédent, doivent être pris en compte afin de développer un modèle macroscopique à l'échelle du filtre.

- A l'échelle du milieu poreux que constituent les parois et la couche de particules déposées, le problème thermique doit prendre en compte la structure granulaire du milieu et le passage des gaz. Cette configuration étant relativement classique (Whitaker (1999)), la zone sera traitée comme un milieu homogène en utilisant des relations simples pour déterminer ses coefficients effectifs. On peut noter que les effets de dispersion à cette échelle seront négligés compte tenu des très faibles nombres de Peclet rencontrés ( $< 10^{-2}$ ). La réaction d'oxydation intervient également à cette échelle. Ses caractéristiques

cinétiques seront évaluées en s'appuyant sur les résultats expérimentaux proposés par différents auteurs et le transport de l'oxygène au sein de la couche de particules devra être pris en compte.

- Notre étude s'appliquera particulièrement à décrire les échanges thermiques à l'échelle des canaux du FAP. L'objectif final étant d'étudier le comportement global du système, la résolution directe des équations de conservation de l'énergie n'a pas été retenue. Cependant, l'analyse du problème par la méthode de changement d'échelle par prise de moyenne volumique nécessitera de résoudre une partie du problème local par l'intermédiaire de problèmes de fermeture. Les résultats de ces calculs locaux permettront de déterminer les coefficients de diffusion effectifs du modèle macroscopique.

Ce chapitre sera donc particulièrement focalisé sur la construction et la validation d'un modèle homogénéisé prenant en compte l'effet des phénomènes intervenant aux petites échelles spatiales :

- Tout d'abord, la méthode de changement d'échelle appliquée aux équations décrivant le transport à l'échelle du canal sera détaillée. Une hypothèse d'équilibre thermique permettra d'exprimer le problème macroscopique sous la forme d'une équation globale. La résolution numérique des problèmes de fermeture associés sur une cellule périodique de FAP permettra d'obtenir un tenseur de conductivité caractéristique pour la géométrie en nid d'abeille.
- La réaction d'oxydation sera traitée de façon indépendante et l'adjonction d'un terme source dans l'équation macroscopique sera discutée. Outre les paramètres décrivant la cinétique de réaction, un modèle simple de transport et de consommation de l'oxygène dans la couche de suie sera utilisé.
- La méthode numérique retenue pour résoudre le modèle macroscopique sera ensuite présentée.
- La validité de notre approche sera ensuite mise en évidence en s'appuyant sur les résultats fournis par deux dispositifs expérimentaux. Dans un premier temps, des mesures à basse température (inférieure à 400K) seront utilisées pour évaluer les simulations ne faisant pas intervenir de réaction chimique. Des mesures réalisées sur un banc moteur durant la phase de régénération seront ensuite confrontées aux calculs numériques. Finalement, quelques considérations sur les paramètres intervenant dans la régénération seront présentées.

### III.2. Modélisation du transfert thermique dans les FAP

La modélisation du comportement thermique des FAP a été envisagée par différents auteurs depuis une vingtaine d'année. La simulation directe du problème thermique local a été proposée par Opris and Johnson (1998). Leur travail est basé sur la résolution des équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie sur une cellule périodique bi-dimensionnelle caractéristique du système. Le domaine de calcul est alors composé de deux canaux plans, ouverts respectivement sur l'entrée et la sortie du filtre, communiquant par l'intermédiaire d'une paroi poreuse. On peut également mentionner les travaux de Bisset (1983), Bisset and Shadman (1985) qui ont proposé un modèle mono-dimensionnel original permettant de décrire une cellule périodique de filtre. Les équations de conservation utilisées ont été obtenues de façon heuristique. L'originalité de cette approche est la prise en compte du non-équilibre thermique local. Pour ce faire, trois températures sont associées respectivement au canal ouvert sur l'entrée et sur la sortie du filtre et au domaine poreux. Les échanges thermiques entre ces domaines sont pris en compte par l'intermédiaire de termes convectifs pondérés par des coefficients empiriques issus de la littérature des échangeurs de chaleur. Konstandopoulos and Kostoglou (2000) ont montré que ce modèle permettrait de décrire précisément la propagation axiale de la combustion dans le filtre en utilisant un modèle détaillé d'oxydation des suies. Bien que ces approches permettent de mieux comprendre les phénomènes de transport de chaleur et de réaction dans la direction axiale, ils ne permettent pas d'étudier le comportement radial qui est pourtant susceptible de conduire à la rupture du filtre. Plus récemment, Konstandopoulos et al. (2001) ont décrit l'ensemble du filtre en utilisant un modèle tri-dimensionnel continu préservant les trois températures. Les équations utilisées ont été obtenues en appliquant une méthode de changement d'échelle par homogénéisation aux équations originales de Bisset. Par conséquent, les limitations associées à l'utilisation de coefficients d'échanges heuristiques restent présentes. De plus, le modèle initial étant déjà moyenné sous forme mono-dimensionnelle, l'application de la méthode de changement d'échelle a nécessité plusieurs approximations supplémentaires.

Dans cette section, nous détaillerons le développement d'un modèle macroscopique original permettant de décrire les échanges thermiques dans les FAP. Tout d'abord, les modèles d'écoulement utilisés à l'échelle locale et à l'échelle macroscopique seront rapidement rappelés. La méthode de changement d'échelle appliquée aux équations locales de

transport de l'énergie permet ensuite d'obtenir des équations macroscopiques caractéristiques du problème. Le problème est ensuite simplifié en utilisant l'hypothèse d'équilibre thermique local. Des problèmes de fermeture peuvent alors être mis en évidence et résolus numériquement sur une cellule périodique. Finalement, une étude paramétrique de ces problèmes de fermeture permet d'obtenir un tenseur effectif de diffusion.

### III.2.1. Modèle d'écoulement - rappel

L'étude des transferts thermiques dans le FAP est indissociable de celle de l'écoulement des gaz présentée dans la partie II afin de décrire le transport de chaleur par convection à l'échelle du canal et à l'échelle macroscopique. Nous rappellerons ici les différentes équations nécessaires pour la suite du développement.

Tout d'abord, les trois phases permettant de caractériser le filtre sont conservées :

- la phase  $\beta$  correspond aux canaux ouverts sur l'entrée du filtre
- la phase  $\gamma$  correspond aux canaux ouverts sur la sortie du filtre
- la phase  $s$  correspond aux parois poreuses

La fraction volumique macroscopique associée à une des phases  $i$  est alors :

$$\varphi_i = \frac{V_i}{V} \quad i = \beta, \gamma, s \quad (1)$$

Avec la relation évidente :

$$\varphi_\beta + \varphi_\gamma + \varphi_s = 1 \quad (2)$$

Les équations de conservations de la masse à l'échelle du canal seront utilisées dans la suite du développement et peuvent s'écrire sous la forme:

$$\nabla \cdot \mathbf{v}_\beta = 0 \quad \text{dans la phase } \beta \quad (3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{v}_\gamma = 0 \quad \text{dans la phase } \gamma \quad (4)$$

$$\frac{\partial \varepsilon_s}{\partial t} + \nabla \cdot (\varepsilon_s \mathbf{u}_s) = 0 \quad \text{dans la phase } s \quad (5)$$

Où  $\mathbf{v}_\beta$  et  $\mathbf{v}_\gamma$  sont respectivement vitesses locales dans les phases  $\beta$  et  $\gamma$ ,  $\mathbf{u}_s$  est la vitesse interstitielle dans la phase  $s$  liée à la vitesse de filtration  $\mathbf{v}_s$  par la relation :

$$\mathbf{v}_s = \varepsilon_{mat} \mathbf{u}_s \quad (6)$$

Les conditions limites associées aux équations (3) à (4) sont :

$$\text{B.C.1} \quad \mathbf{n}_{\beta s} \cdot \mathbf{v}_\beta = \mathbf{n}_{\beta s} \cdot \mathbf{v}_s \quad \text{à l'interface } A_{\beta s} \quad (7)$$

$$\text{B.C.2} \quad \mathbf{n}_{\gamma s} \cdot \mathbf{v}_\gamma = \mathbf{n}_{\gamma s} \cdot \mathbf{v}_s \quad \text{à l'interface } A_{\gamma s} \quad (8)$$

Afin d'obtenir une forme moyenne des équations (3) à (8), nous avons défini la moyenne volumique d'une fonction  $\Phi_i$  associée à l'une des phases  $i$  par :

$$\langle \Phi_i \rangle = \frac{1}{V} \int_{V_i} \Phi_i dV \quad i = \alpha, \beta, s \quad (9)$$

Nous pouvons également définir la moyenne intrinsèque sur une phase  $i$  par :

$$\langle \Phi_i \rangle = \varphi_i \langle \Phi_i \rangle^i \quad (10)$$

Il est important de rappeler que l'utilisation de ce type de méthode de prise de moyenne est assujettie à la présence d'une séparation d'échelle *i.e.*

$$l_{c\beta}, l_{c\gamma}, l_s \ll L \quad (11)$$

Où  $l_{c\beta}$  et  $l_{c\gamma}$  correspondent aux cotés des canaux d'entrée et de sortie et  $l_s$  l'épaisseur de la paroi poreuse.  $L$  est une longueur associée au problème macroscopique (*i.e.* une des dimensions du filtre).

Ces vitesses macroscopiques pourront être évaluées en utilisant le système d'équations de conservation macroscopiques présentées dans la section §II.7. En considérant que la vitesse de filtration locale dans la phase  $s$  peut être reliée aux pressions macroscopiques de part et d'autre des parois par l'équation de Darcy :

$$v_s = \frac{K_s (P_\beta - P_\gamma)}{\mu_g L_s} \quad (12)$$

Les équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement associées aux phases  $\beta$  et  $\gamma$  prennent une forme mono-dimensionnelle :

$$\varphi_\beta \frac{dU_\beta}{dz} + \xi_\beta \frac{K_s^* (P_\beta - P_\gamma)}{\mu_g L_s^*} = 0 \quad (13)$$

$$\varphi_\gamma \frac{dU_\gamma}{dz} - \xi_\beta \frac{K_s^* (P_\beta - P_\gamma)}{\mu_g L_s^*} = 0 \quad (14)$$

$$1.285 \rho_g \frac{dU_\beta^2}{dz} + \frac{28.45 \mu_g}{(L_{c\beta}^*)^2} U_\beta + \frac{dP_\beta}{dz} = 0 \quad (15)$$

$$1.285 \rho_g \frac{dU_\gamma^2}{dz} + \frac{28.45 \mu_g}{(L_{c\gamma}^*)^2} U_\gamma + \frac{dP_\gamma}{dz} = 0 \quad (16)$$

Les conditions limites associées à ces problèmes sont :

$$\text{B.C.1} \quad P_{\beta} = P_e \quad \text{à l'entrée du filtre} \quad (17)$$

$$\text{B.C.2} \quad U_{\beta} = 0 \quad \text{à la sortie du filtre} \quad (18)$$

$$\text{B.C.3} \quad U_{\gamma} = 0 \quad \text{à l'entrée du filtre} \quad (19)$$

$$\text{B.C.4} \quad P_{\gamma} = P_o \quad \text{à la sortie du filtre} \quad (20)$$

Il faut rappeler à ce stade que les équations de conservations de la masse (13) et (14) prennent en compte les dimensions des interfaces  $A_{\beta s}$  et  $A_{\gamma s}$  par l'intermédiaire des "surfaces volumiques"  $\xi_{\beta}$  et  $\xi_{\gamma}$ . L'influence des fluctuations locales de vitesse dans les canaux a pu être intégrée dans les équations (15) et (16) suite à une étude numérique. Ces champs de vitesses issus des simulations tri-dimensionnelles locales sur une cellule représentative du filtre (§II.6.2.1) seront réutilisées comme données pour la résolution numérique des problèmes de fermeture associés aux problèmes thermiques.

### III.2.2. Equations locales de conservation de l'énergie

La conservation locale de l'énergie dans les phases fluides  $\beta$  et  $\gamma$  sera décrite par les équations eulériennes classiques décrivant le transport de l'énergie par convection et diffusion. La troisième phase  $s$  associée au domaine poreux est traitée de façon légèrement différente puisqu'elle doit prendre en compte les effets associés au passage du fluide dans les parois poreuses solides. Nous écrirons par la suite les équations associées aux trois phases en considérant les hypothèses simplificatrices suivantes :

- Les champs de vitesses locaux sont connus et indépendant des champs de température. Ceci nécessite que les propriétés thermophysiques du gaz et du matériau poreux soient constantes.
- La présence d'une couche de suie déposée sur les parois du filtre n'est pas considérée ici.
- Nous n'étudions pas la réaction d'oxydation des suies dans cette partie.

Dans cette étude, les échanges thermiques par rayonnement n'ont pas été pris en compte bien qu'ils puissent favoriser la propagation de la chaleur le long des canaux lorsque la température est suffisamment élevée (Tancrez (2002)).

Les équations locales de conservation de l'énergie dans les phases  $\beta$  et  $\gamma$  s'écrivent sous la forme classique :



$$(\rho c_p)_g \frac{\partial T_\beta}{\partial t} + (\rho c_p)_g \mathbf{v}_\beta \cdot \nabla T_\beta = \nabla \cdot (k_g \nabla T_\beta) \quad (21)$$

$$(\rho c_p)_g \frac{\partial T_\gamma}{\partial t} + (\rho c_p)_g \mathbf{v}_\gamma \cdot \nabla T_\gamma = \nabla \cdot (k_g \nabla T_\gamma) \quad (22)$$

La phase s étant composée du gaz et de la phase solide du milieu poreux, l'équation de conservation de l'énergie pour la phase poreuse s'écrit :

$$(\rho c_p)_s^* \frac{\partial T_s}{\partial t} + \varepsilon_{mat} (\rho c_p)_g \mathbf{u}_s \cdot \nabla T_s = \nabla \cdot (\underline{k}_s^* \cdot \nabla T_s) \quad \text{dans la phase s} \quad (23)$$

Où  $(\rho c_p)_f$  se rapporte au gaz et  $(\rho c_p)_s^*$  à la phase poreuse et peut être définie comme :

$$(\rho c_p)_s^* = \varepsilon_{mat} (\rho c_p)_g + (1 - \varepsilon_{mat}) (\rho c_p)_{mat} \quad (24)$$

L'expression du tenseur de conductivité effective  $\underline{k}_s^*$  dépend en toute rigueur des conductivités intrinsèques du gaz et du matériau solide, de la porosité  $\varepsilon_{mat}$ , de la configuration géométrique du milieu poreux et des champs de vitesses locaux. La méthode de prise de moyenne volumique permet d'obtenir l'équation (23) à partir des équations locales à l'échelle du pore (Whitaker (1999)).  $\underline{k}_s^*$  est lié à l'écoulement des gaz. Ces effets de dispersion ont une intensité liée au nombre de Peclet associé à la phase s :

$$Pe_s = (\rho c_p)_g \frac{D_p u_s}{k_s} \quad (25)$$

Où la longueur caractéristique est  $D_p$ , le diamètre de pore moyen.  $u_s$  est très faible (généralement inférieur à  $10^{-3}$ ). Le nombre de Peclet étant alors très inférieur à l'unité, la dispersion thermique à cette échelle pourra être négligée. Le tenseur de diffusion peut alors être supposé isotrope et la conductivité équivalente pour la phase s est modélisé en première approximation par un scalaire de la forme :

$$k_s^* = \varepsilon_{mat} k_g + (1 - \varepsilon_{mat}) k_{mat} \quad (26)$$

Les conditions aux limites associées à ces problèmes sont :

$$\text{B.C.1} \quad T_\beta = T_s \quad \text{à l'interface } A_{\beta s} \quad (27)$$

$$\text{B.C.2} \quad k_\beta \nabla T_\beta \cdot \mathbf{n}_{\beta s} = \underline{k}_s^* \cdot \nabla T_s \cdot \mathbf{n}_{\beta s} \quad \text{à l'interface } A_{\beta s} \quad (28)$$

$$\text{B.C.3} \quad T_\gamma = T_s \quad \text{à l'interface } A_{s\gamma} \quad (29)$$

$$\text{B.C.4} \quad k_\gamma \nabla T_\gamma \cdot \mathbf{n}_{s\gamma} = k_s^* \cdot \nabla T_s \cdot \mathbf{n}_{s\gamma} \quad \text{à l'interface } A_{s\gamma} \quad (30)$$

### III.2.3. Prise de moyenne volumique

En introduisant la décomposition de Gray (Whitaker (1999)), les variables locales peuvent être exprimées comme la somme de leur moyenne spatiale intrinsèque et d'une fluctuation :

$$T_\beta = \langle T_\beta \rangle^\beta + \tilde{T}_\beta \quad (31)$$

$$T_\gamma = \langle T_\gamma \rangle^\gamma + \tilde{T}_\gamma \quad (32)$$

$$T_s = \langle T_s \rangle^s + \tilde{T}_s \quad (33)$$

L'équation (25) prend alors la forme :

$$(\rho c_p)_g \frac{\partial \langle T_\beta \rangle^\beta}{\partial t} + (\rho c_p)_g \frac{\partial \tilde{T}_\beta}{\partial t} + (\rho c_p)_g \nabla \cdot (\mathbf{v}_\beta \langle T_\beta \rangle^\beta) + (\rho c_p)_g \nabla \cdot (\mathbf{v}_\beta \tilde{T}_\beta) = \nabla \cdot (k_g \nabla \langle T_\beta \rangle^\beta + k_g \nabla \tilde{T}_\beta) \quad (34)$$

En appliquant les opérateurs de prise de moyenne (9) et (10) à l'équation (34), il vient :

$$\begin{aligned} (\rho c_p)_g \frac{\partial \varphi_\beta \langle T_\beta \rangle^\beta}{\partial t} + (\rho c_p)_g \nabla \cdot (\varphi_\beta \mathbf{U}_\beta \langle T_\beta \rangle^\beta) + (\rho c_p)_g \nabla \cdot \langle \tilde{\mathbf{v}}_\beta \tilde{T}_\beta \rangle \\ + (\rho c_p)_g \frac{1}{V} \int_{A_{\beta s}} T_\beta \mathbf{v}_\beta \cdot \mathbf{n}_{\beta s} dA = \\ \nabla \cdot \left( \varphi_\beta k_g \nabla \langle T_\beta \rangle^\beta + \frac{1}{V} \int_{A_{\beta s}} k_g \tilde{T}_\beta \mathbf{n}_{\beta s} dA \right) + \frac{1}{V} \int_{A_{\beta s}} (k_g \nabla \langle T_\beta \rangle^\beta + k_g \nabla \tilde{T}_\beta) \cdot \mathbf{n}_{\beta s} dA \end{aligned} \quad (35)$$

Où la condition de moyenne des fluctuations nulle a été utilisées :

$$\langle \tilde{T}_\beta \rangle = 0 \quad (36)$$

$$\langle \tilde{\mathbf{v}}_\beta \rangle = 0 \quad (37)$$

$$\mathbf{v}_\beta = \mathbf{U}_\beta + \tilde{\mathbf{v}}_\beta \quad (38)$$

Un développement similaire est appliqué à la phase  $\gamma$ . La forme macroscopique de l'équation (26) pour la phase  $\gamma$  est alors :

$$\begin{aligned}
(\rho c_p)_g \frac{\partial \varphi_\gamma \langle T_\gamma \rangle^\gamma}{\partial t} + (\rho c_p)_g \nabla \cdot \left( \varphi_\gamma \mathbf{U}_\gamma \langle T_\gamma \rangle^\gamma \right) + (\rho c_p)_g \nabla \cdot \langle \tilde{\mathbf{v}}_\gamma \tilde{T}_\gamma \rangle \\
+ (\rho c_p)_g \frac{1}{V} \int_{A_{\gamma s}} \mathbf{n}_{\gamma s} \cdot \mathbf{v}_\gamma T_\gamma dA = \\
\nabla \cdot \left( \varphi_\gamma k_g \nabla \langle T_\gamma \rangle^\gamma + \frac{1}{V} \int_{A_{\gamma s}} k_g \tilde{T}_\gamma \mathbf{n}_{\gamma s} dA \right) + \frac{1}{V} \int_{A_{\gamma s}} \left( k_g \nabla \langle T_\gamma \rangle^\gamma + k_g \nabla \tilde{T}_\gamma \right) \cdot \mathbf{n}_{\gamma s} dA
\end{aligned} \tag{39}$$

La phase s étant un milieu poreux, le traitement de l'équation (25) est légèrement différent. En introduisant la décomposition (33) et en négligeant la variation temporelle de la porosité dans l'équation (5), l'équation locale devient :

$$\begin{aligned}
(\rho c_p)_s^* \frac{\partial \langle T_s \rangle^s}{\partial t} + (\rho c_p)_s^* \frac{\partial \tilde{T}_s}{\partial t} + (\rho c_p)_g \nabla \cdot \left( \mathbf{v}_s \langle T_s \rangle^s \right) + (\rho c_p)_g \nabla \cdot \left( \mathbf{v}_s \tilde{T}_s \right) = \\
\nabla \cdot \left( \underline{k}_s^* \cdot \nabla \langle T_s \rangle^s + \underline{k}_s^* \cdot \nabla \tilde{T}_s \right)
\end{aligned} \tag{40}$$

En appliquant l'opérateur de prise de moyenne (9), il vient :

$$\begin{aligned}
(\rho c_p)_s^* \frac{\partial \varphi_s \langle T_s \rangle^s}{\partial t} + (\rho c_p)_f \nabla \cdot \left( \varphi_s \mathbf{U}_s \langle T_s \rangle^s \right) + (\rho c_p)_f \nabla \cdot \langle \tilde{\mathbf{v}}_s \tilde{T}_s \rangle \\
+ (\rho c_p)_f \frac{1}{V} \int_{A_{\gamma s}} T_s \mathbf{v}_s \cdot \mathbf{n}_{s\gamma} dA + (\rho c_p)_f \frac{1}{V} \int_{A_{\beta s}} T_s \mathbf{v}_s \cdot \mathbf{n}_{s\beta} dA = \\
\nabla \cdot \left( \varphi_s \underline{k}_s^* \cdot \nabla \langle T_s \rangle^s + \frac{1}{V} \int_{A_{\gamma s}} \underline{k}_s^* \cdot \mathbf{n}_{s\gamma} \tilde{T}_s dA + \frac{1}{V} \int_{A_{\beta s}} \underline{k}_s^* \cdot \mathbf{n}_{s\beta} \tilde{T}_s dA \right) \\
+ \frac{1}{V} \int_{A_{\gamma s}} \mathbf{n}_{s\gamma} \cdot \left( \underline{k}_s^* \cdot \nabla \langle T_s \rangle^s + \underline{k}_s^* \cdot \nabla \tilde{T}_s \right) dA + \frac{1}{V} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_{s\beta} \cdot \left( \underline{k}_s^* \cdot \nabla \langle T_s \rangle^s + \underline{k}_s^* \cdot \nabla \tilde{T}_s \right) dA
\end{aligned} \tag{41}$$

Où la vitesse de filtration  $\mathbf{v}_s$  est décomposée comme :

$$\mathbf{v}_s = \mathbf{U}_s + \tilde{\mathbf{v}}_s \tag{42}$$

Le problème thermique macroscopique est alors défini par les équations (35), (39) et (41) associées aux conditions limites (27) à (30). Cependant, à ce stade, un grand nombre de termes relatifs aux effets de phénomènes locaux (fonction des fluctuations spatiales à petite échelle) doivent être reliés aux variables macroscopiques pour fermer le problème.

### III.2.4. Hypothèse d'équilibre thermique local

Dans cette étude, nous considérerons uniquement le cas de l'équilibre thermique local. Cette hypothèse tend à surestimer les échanges entre les différentes phases mais modifie généralement faiblement le comportement dynamique global du système (Puiroux (2004)). De plus, l'analyse des résultats du modèle heuristique en non-équilibre thermique proposé par Bisset (1983) montre que les termes d'échanges associés aux différences de température moyenne du gaz et des parois restent inférieurs à 5 % des autres contributions.

Cette approche permet d'obtenir une représentation macroscopique ne faisant intervenir qu'une seule température moyenne  $T^*$  définie comme :

$$\langle T_\beta \rangle^\beta = \langle T_\gamma \rangle^\gamma = \langle T_s \rangle^s = T^* \quad (43)$$

Les trois équations moyennées (35), (39) et (41) peuvent être ajoutées, les termes d'échanges aux interfaces se compensant alors pour obtenir :

$$\begin{aligned} (\rho c_p)^* \frac{\partial T^*}{\partial t} + (\rho c_p)_g \nabla \cdot ((\varphi_s \mathbf{U}_s + \varphi_\beta \mathbf{U}_\beta + \varphi_\gamma \mathbf{U}_\gamma) T^*) \\ + (\rho c_p)_g \nabla \cdot \langle \tilde{\mathbf{v}}_s \tilde{T}_s \rangle + (\rho c_p)_g \nabla \cdot \langle \tilde{\mathbf{v}}_\beta \tilde{T}_\beta \rangle + (\rho c_p)_g \nabla \cdot \langle \tilde{\mathbf{v}}_\gamma \tilde{T}_\gamma \rangle = \\ \nabla \cdot ((\varphi_\beta k_{g\beta} \underline{\underline{I}} + \varphi_\gamma k_{g\gamma} \underline{\underline{I}} + \varphi_s k_{gs}^*) \cdot \nabla T^*) \\ + \nabla \cdot \left( \frac{1}{V} \int_{A_{gs}} (k_{gs}^* - k_{g\beta} \underline{\underline{I}}) \cdot \mathbf{n}_{s\gamma} \tilde{T}_s dA + \frac{1}{V} \int_{A_{\beta s}} (k_{gs}^* - k_{g\gamma} \underline{\underline{I}}) \cdot \mathbf{n}_{s\beta} \tilde{T}_s dA \right) \end{aligned} \quad (44)$$

Où les variations de fraction volumique (du type  $\frac{\partial \varphi}{\partial t}$ ) ont été négligées, la capacité calorifique macroscopique totale est définie par :

$$(\rho c_p)^* = \varphi_\beta (\rho c_p)_g + \varphi_\gamma (\rho c_p)_g + \varphi_s (\rho c_p)_s^* \quad (45)$$

L'équation (49) est qualitativement très similaire aux équations de transports obtenues dans des problèmes à deux phases (Quintard and Whitaker (1993) ou Quintard et al. (1997)). Par conséquent, l'équation macroscopique finale peut s'écrire sous la forme :

$$(\rho c_p)^* \frac{\partial T^*}{\partial t} + \nabla \cdot ((\rho c_p)_g \mathbf{V} T^*) = \nabla \cdot (\underline{\underline{k}}^* \cdot \nabla T^*) \quad (46)$$

Où  $\underline{\underline{k}}^*$  est le tenseur de dispersion effectif qui sera calculé à partir des solutions de problèmes de fermeture. Ces problèmes qui seront résolus de façon numérique permettent

d'évaluer approximativement l'impact des phénomènes locaux sur le problème macroscopique.  $\mathbf{V}$  est la vitesse de filtration macroscopique définie comme :

$$\mathbf{V} = \varphi_\beta \mathbf{U}_\beta + \varphi_\gamma \mathbf{U}_\gamma + \varphi_s \mathbf{U}_s \quad (47)$$

### III.2.5. Mise en évidence des problèmes de fermeture

Afin d'obtenir une forme fermée de l'équation (49), une fermeture locale doit être exprimée pour évaluer les déviations spatiales  $\tilde{T}_\beta$ ,  $\tilde{T}_\gamma$  et  $\tilde{T}_s$  en fonction de la température macroscopique  $T^*$ . Le problème de fermeture associé à la phase  $\beta$  est obtenu en soustrayant l'équation (39) (multipliée par  $\varphi_\beta^{-1}$ ) à l'équation (38) :

$$\begin{aligned} (\rho c_p)_g \frac{\partial \tilde{T}_\beta}{\partial t} + (\rho c_p)_g \nabla \cdot (\tilde{\mathbf{v}}_\beta \langle T_\beta \rangle^\beta) + (\rho c_p)_g \nabla \cdot (\mathbf{v}_\beta \tilde{T}_\beta) - \varphi_\beta^{-1} (\rho c_p)_g \nabla \cdot \langle \tilde{\mathbf{v}}_\beta \tilde{T}_\beta \rangle \\ - \varphi_\beta^{-1} (\rho c_p)_g \frac{1}{V} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_{\beta s} \cdot \mathbf{v}_\beta T_\beta dA = \\ \nabla \cdot (k_g \nabla \tilde{T}_\beta) - \varphi_\beta^{-1} \nabla \cdot \left( \frac{1}{V} \int_{A_{\beta s}} k_g \tilde{T}_\beta \mathbf{n}_{\beta s} dA \right) - \varphi_\beta^{-1} \frac{1}{V} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_{\beta s} \cdot (k_g \nabla \langle T_\beta \rangle^\beta + k_g \nabla \tilde{T}_\beta) dA \end{aligned} \quad (48)$$

Plusieurs termes liés à des effets macroscopiques peuvent être négligés dans l'équation (48) qui s'applique à un problème local. En utilisant les développements proposés par Quintard and Whitaker (1993), Quintard *et al.* (1997) et Whitaker (1999), nous pouvons écrire les approximations suivantes :

$$\nabla \cdot \left( \frac{1}{V} \int_{A_{\beta s}} k_g \tilde{T}_\beta \mathbf{n}_{\beta s} dA \right) = O \left[ \frac{k \tilde{T}}{l_\beta L} \right] \quad (49)$$

$$\frac{1}{V} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_{\beta s} \cdot k_g \nabla \tilde{T}_\beta dA = O \left[ \frac{k \tilde{T}}{l_\beta^2} \right] \quad (50)$$

En prenant en compte la séparation d'échelle  $l_\beta \ll L$ , ces équations impliquent :

$$\nabla \cdot \left( \frac{1}{V} \int_{A_{\beta s}} k_g \tilde{T}_\beta \mathbf{n}_{\beta s} dA \right) \ll \frac{1}{V} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_{\beta s} \cdot k_g \nabla \tilde{T}_\beta dA \quad (51)$$

La même approche appliquée aux termes convectifs conduit à :

$$\nabla \cdot \langle \tilde{\mathbf{v}}_\beta \tilde{T}_\beta \rangle \ll \nabla \cdot \mathbf{v}_\beta \tilde{T}_\beta \quad (52)$$

La séparation d'échelle implique de la même façon :

$$\nabla \langle T_\beta \rangle \ll \nabla \tilde{T}_\beta \quad (53)$$

Nous pouvons également considérer que le terme interfacial de convection peut être négligé devant le terme interfacial de conduction en considérant les très faibles valeurs du nombre de Peclet dans la phase poreuse.

$$(\rho c_p)_f \frac{1}{V} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_{\beta s} \cdot \mathbf{v}_\beta T_\beta dA \ll \frac{1}{V} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_{\beta s} \cdot k_g \nabla \tilde{T}_\beta dA \quad (54)$$

Finalement, le problème de fermeture appliqué à la phase  $\beta$  s'écrit :

$$\begin{aligned} (\rho c_p)_g \frac{\partial \tilde{T}_\beta}{\partial t} + (\rho c_p)_g \tilde{\mathbf{v}}_\beta \cdot \nabla \langle T_\beta \rangle^\beta + (\rho c_p)_g \mathbf{U}_\beta \cdot \nabla \tilde{T}_\beta + (\rho c_p)_g \tilde{\mathbf{v}}_\beta \cdot \nabla \tilde{T}_\beta = \\ \nabla \cdot (k_g \nabla \tilde{T}_\beta) - \varphi_\beta^{-1} \frac{1}{V} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_{\beta s} \cdot k_g \nabla \tilde{T}_\beta dA \end{aligned} \quad (55)$$

Le même développement peut être appliqué pour la phase  $\gamma$  à partir de l'équation (39) :

$$\begin{aligned} (\rho c_p)_g \frac{\partial \tilde{T}_\gamma}{\partial t} + (\rho c_p)_g \tilde{\mathbf{v}}_\gamma \cdot \nabla \langle T_\gamma \rangle^\gamma + (\rho c_p)_g \mathbf{U}_\gamma \cdot \nabla \tilde{T}_\gamma + (\rho c_p)_g \tilde{\mathbf{v}}_\gamma \cdot \nabla \tilde{T}_\gamma = \\ \nabla \cdot (k_g \nabla \tilde{T}_\gamma) - \varphi_\gamma^{-1} \frac{1}{V} \int_{A_{\gamma s}} \mathbf{n}_{\gamma s} \cdot k_g \nabla \tilde{T}_\gamma dA \end{aligned} \quad (56)$$

Pour la phase s, on obtient de la même façon :

$$\begin{aligned} (\rho c_p)_g \frac{\partial \tilde{T}_s}{\partial t} + (\rho c_p)_g \tilde{\mathbf{v}}_s \cdot \nabla \langle T_s \rangle^s + (\rho c_p)_g \mathbf{U}_s \cdot \nabla \tilde{T}_s + (\rho c_p)_g \tilde{\mathbf{v}}_s \cdot \nabla \tilde{T}_s = \\ \nabla \cdot (\underline{k}_s^* \cdot \nabla \tilde{T}_s) - \varphi_s^{-1} \frac{1}{V} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_{s\beta} \cdot \underline{k}_s \cdot \nabla \tilde{T}_s dA - \varphi_s^{-1} \frac{1}{V} \int_{A_{\gamma s}} \mathbf{n}_{s\gamma} \cdot \underline{k}_s \cdot \nabla \tilde{T}_s dA \end{aligned} \quad (57)$$

Les conditions limites.(27) à (30) peuvent être écrites sous la forme :

$$\text{B.C.1 :} \quad \langle T_\beta \rangle^\beta + \tilde{T}_\beta = \langle T_s \rangle^s + \tilde{T}_s \text{ sur } A_{\beta s} \quad (58)$$

$$\text{B.C.2. :} k_g \nabla \langle T_\beta \rangle^\beta \cdot \mathbf{n}_{\beta s} + k_g \nabla \tilde{T}_\beta \cdot \mathbf{n}_{\beta s} = \underline{k}_s^* \cdot \nabla \langle T_s \rangle^s \cdot \mathbf{n}_{\beta s} + \underline{k}_s^* \cdot \nabla \tilde{T}_s \cdot \mathbf{n}_{\beta s} \text{ sur } A_{\beta s} \quad (59)$$

$$\text{B.C.3. :} \quad \langle T_\gamma \rangle^\gamma + \tilde{T}_\gamma = \langle T_s \rangle^s + \tilde{T}_s \text{ sur } A_{\gamma s} \quad (60)$$

$$\text{B.C.4 : } k_\gamma \nabla \langle T_\gamma \rangle^\gamma \cdot \mathbf{n}_{\gamma s} + k_\gamma \nabla \tilde{T}_\gamma \cdot \mathbf{n}_{\gamma s} = \mathbf{n}_{\gamma s} \cdot \underline{k}_s \cdot \nabla \langle T_s \rangle^s + \underline{k}_s \cdot \nabla \tilde{T}_s \cdot \mathbf{n}_{\gamma s} \text{ sur } A_{\gamma s} \quad (61)$$

En suivant les travaux de Quintard and Whitaker (1993), Quintard et al. (1997) et Whitaker (1999), les déviations spatiales sont exprimées en fonction des gradients macroscopiques comme :

$$\tilde{T}_\beta = \mathbf{b}_\beta \cdot \nabla \langle T_\beta \rangle^\beta \quad (62)$$

$$\tilde{T}_\gamma = \mathbf{b}_\gamma \cdot \nabla \langle T_\gamma \rangle^\gamma \quad (63)$$

$$\tilde{T}_s = \mathbf{b}_s \cdot \nabla \langle T_s \rangle^s \quad (64)$$

Où  $\mathbf{b}_\beta$ ,  $\mathbf{b}_\gamma$  et  $\mathbf{b}_s$  sont les vecteurs de fermeture qui relient  $\nabla \langle T \rangle$  à  $\tilde{T}$ .

Les problèmes de fermeture ((55) à (57)) s'écrivent alors sous forme stationnaire comme :

$$(\rho c_p)_g \tilde{\mathbf{v}}_\beta + (\rho c_p)_g (\mathbf{v}_\beta \cdot \nabla \mathbf{b}_\beta) = \nabla \cdot (k_g \nabla \mathbf{b}_\beta) - \varphi_\beta^{-1} \frac{1}{V} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_{\beta s} \cdot k_g \nabla \mathbf{b}_\beta dA \quad (65)$$

$$(\rho c_p)_g \tilde{\mathbf{v}}_\gamma + (\rho c_p)_g (\mathbf{v}_\gamma \cdot \nabla \mathbf{b}_\gamma) = \nabla \cdot (k_g \nabla \mathbf{b}_\gamma) - \varphi_\gamma^{-1} \frac{1}{V} \int_{A_{\gamma s}} \mathbf{n}_{\gamma s} \cdot k_g \nabla \mathbf{b}_\gamma dA \quad (66)$$

$$(\rho c_p)_g \tilde{\mathbf{v}}_s + (\rho c_p)_g (\mathbf{v}_s \cdot \nabla \mathbf{b}_s) = \nabla \cdot (\underline{k}_s^* \cdot \nabla \mathbf{b}_s) - \varphi_s^{-1} \frac{1}{V} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_{s\beta} \cdot \underline{k}_s \cdot \nabla \mathbf{b}_s dA - \varphi_s^{-1} \frac{1}{V} \int_{A_{\gamma s}} \mathbf{n}_{s\gamma} \cdot \underline{k}_s \cdot \nabla \mathbf{b}_s dA \quad (67)$$

Les conditions limites associées sont :

$$\text{B.C.1: } \mathbf{b}_\beta = \mathbf{b}_s \quad \text{at } A_{\beta s} \quad (68)$$

$$\text{B.C.2: } k_g \mathbf{n}_{\beta s} + k_g \nabla \mathbf{b}_\beta \cdot \mathbf{n}_{\beta s} = \underline{k}_s^* \cdot \mathbf{n}_{\beta s} + \underline{k}_s^* \cdot \nabla \mathbf{b}_s \cdot \mathbf{n}_{\beta s} \text{ at } A_{\beta s} \quad (69)$$

$$\text{B.C.3: } \mathbf{b}_\gamma = \mathbf{b}_s \quad \text{at } A_{\gamma s} \quad (70)$$

$$\text{B.C.4: } k_\gamma \mathbf{n}_{\gamma s} + k_\gamma \nabla \mathbf{b}_\gamma \cdot \mathbf{n}_{\gamma s} = \mathbf{n}_{\gamma s} \cdot \underline{k}_s^* + \mathbf{n}_{\gamma s} \cdot \underline{k}_s^* \cdot \nabla \mathbf{b}_s \text{ at } A_{\gamma s} \quad (71)$$

Ce problème est complété par la condition de moyenne nulle des vecteurs de fermeture  $\mathbf{b}$

$$\langle \mathbf{b}_i \rangle = \mathbf{0} \quad i = \beta, \gamma, s \quad (72)$$

La résolution numérique de ces problèmes de fermeture sur une cellule représentative du FAP permettra de fermer l'équation macroscopique (44) sous la forme de l'équation (46) en évaluant précisément l'impact des phénomènes locaux sur le comportement macroscopique.

### III.2.6. Evaluation numérique des propriétés effectives macroscopiques

Dans cette section, nous nous attacherons à présenter la procédure retenue pour évaluer les propriétés effectives apparaissant dans l'équation (46). La méthodologie retenue est basée sur la résolution numérique directe des problèmes de fermeture sur une cellule périodique bi-dimensionnelle représentative de la géométrie du dispositif à l'échelle locale du canal (Figure III.1). L'utilisation de conditions de périodicité pour un problème qui, dans le cas général, n'est pas périodique est une des hypothèses fortes de la méthode de prise de moyenne volumique. Cette approche a été validée par confrontation à des simulations directes dans différentes configurations hétérogènes (Whitaker (1999)).

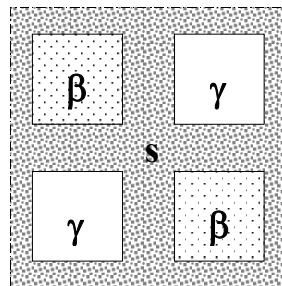


Figure III.1 : Cellule périodique de référence pour la résolution des problèmes de fermeture

Bien qu'originale et spécifique à la configuration géométrique du FAP, la structure de ces problèmes de fermeture reste très proche de celle des problèmes associés aux cas présentant seulement deux phases. Par conséquent, nous avons pu utiliser la procédure numérique décrite par Quintard et al. (1997) dont les caractéristiques principales sont :

- Les équations du problème de fermeture sont discrétisées en volume finis. Un maillage cartésien régulier est utilisé.
- Les champs de vitesse issus des simulations directes (§II.6.2.1) sont projetés sur le maillage et considérés indépendants du problème thermique.
- Le traitement des conditions limites particulières (Equations (68) à (71)) nécessite l'utilisation de schémas numériques spécifiques. L'approche retenue est basée sur les travaux de Quintard (1993).



- La discrétisation des termes convectifs est basé sur un schéma amont antédiffusé pour limiter la dispersion numérique.
- Les systèmes linéaires issus de la discrétisation sont résolu à l'aide d'une méthode itérative de relaxation classique.

Deux configurations géométriques ont été étudiées. La configuration 1 correspond au Filtre 1 et la configuration 2 à un filtre de masse plus importante (canaux de plus petite dimension par rapport à des parois poreuses épaisses) :

- configuration 1 :  $\varphi_\beta = \varphi_\gamma = 0.32$ ,  $\varphi_s = 0.36$ ,  $l_{c\beta}/l_s = 4$ ,  $l_{c\beta} = l_{c\gamma}$
- configuration 2 :  $\varphi_\beta = \varphi_\gamma = 0.275$ ,  $\varphi_s = 0.45$ ,  $l_{c\beta}/l_s = 2.85$ ,  $l_{c\beta} = l_{c\gamma}$

La campagne de simulations numériques a couvert une large gamme de nombres de Peclet ( $Pe_\beta$ ,  $Pe_\gamma$ ,  $Pe_s$  définis par l'équation (77)) et de rapports de conductivités ( $k_s/k_f$ ).

$$Pe_i = (\rho c_p)_f \frac{l_i U_i}{k_i} \quad i = \beta, \gamma, s \quad (73)$$

La figure III.2 présente un exemple de champ des composantes des vecteurs de fermeture  $\mathbf{b}$  sur le domaine de calcul. Ils sont ensuite intégrés numériquement en utilisant des formules de quadrature classiques afin d'évaluer les différents termes du tenseur effectif de conductivité thermique défini comme :

$$\begin{aligned} \underline{k}^* = & \varphi_\beta k_\beta \underline{I} + \varphi_\gamma k_\gamma \underline{I} + \varphi_s \underline{k}_s^* + \underbrace{\left( \underline{k}_s^* - k_\beta \underline{I} \right) \frac{1}{V} \int_{A_{\beta s}} \mathbf{n}_{s\beta} \mathbf{b}_s dA + \left( \underline{k}_s^* - k_\gamma \underline{I} \right) \frac{1}{V} \int_{A_{\gamma s}} \mathbf{n}_{s\gamma} \mathbf{b}_s dA}_{\text{tortuosity}} \\ & - \underbrace{(\rho c_p)_f \langle \tilde{\mathbf{v}}_\beta \mathbf{b}_\beta \rangle - (\rho c_p)_f \langle \tilde{\mathbf{v}}_s \mathbf{b}_s \rangle - (\rho c_p)_f \langle \tilde{\mathbf{v}}_\gamma \mathbf{b}_\gamma \rangle}_{\text{dispersion}} \end{aligned} \quad (74)$$

Le tenseur effectif  $\underline{k}^*$  est directement lié à la structure particulière de l'écoulement et de la géométrie du dispositif :

$$\underline{k}^* = \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} & k_{xz} \\ k_{yx} & k_{yy} & k_{yz} \\ k_{zx} & k_{zy} & k_{zz} \end{bmatrix} \quad (75)$$

- La structure de l'écoulement dans la FAP présente une forte anisotropie avec une direction préférentielle suivant l'axe z des canaux. Bien qu'un écoulement transverse (suivant x et

y) soit présent dans les trois phases, les effets de dispersions sont beaucoup plus sensible sur la composante axiale  $k_{zz}$  du tenseur effectif.

- La géométrie du FAP présente également une forte anisotropie. En effet, la forme du nid d'abeille ne présente pas de tortuosité dans la direction des canaux. Par conséquent, les trois phases sont disposées en parallèle du point de vue de la conduction thermique suivant  $z$ . La répartition des phases dans les directions transverses  $x$  et  $y$  est plus complexe. Les composantes  $k_{xx}$  et  $k_{yy}$  du tenseur effectif de conductivité présentent donc une contribution liée à la tortuosité.

L'étude numérique a montré que l'intégration ne fait pas apparaître les termes extra-diagonaux du tenseur  $\underline{k}^*$ .

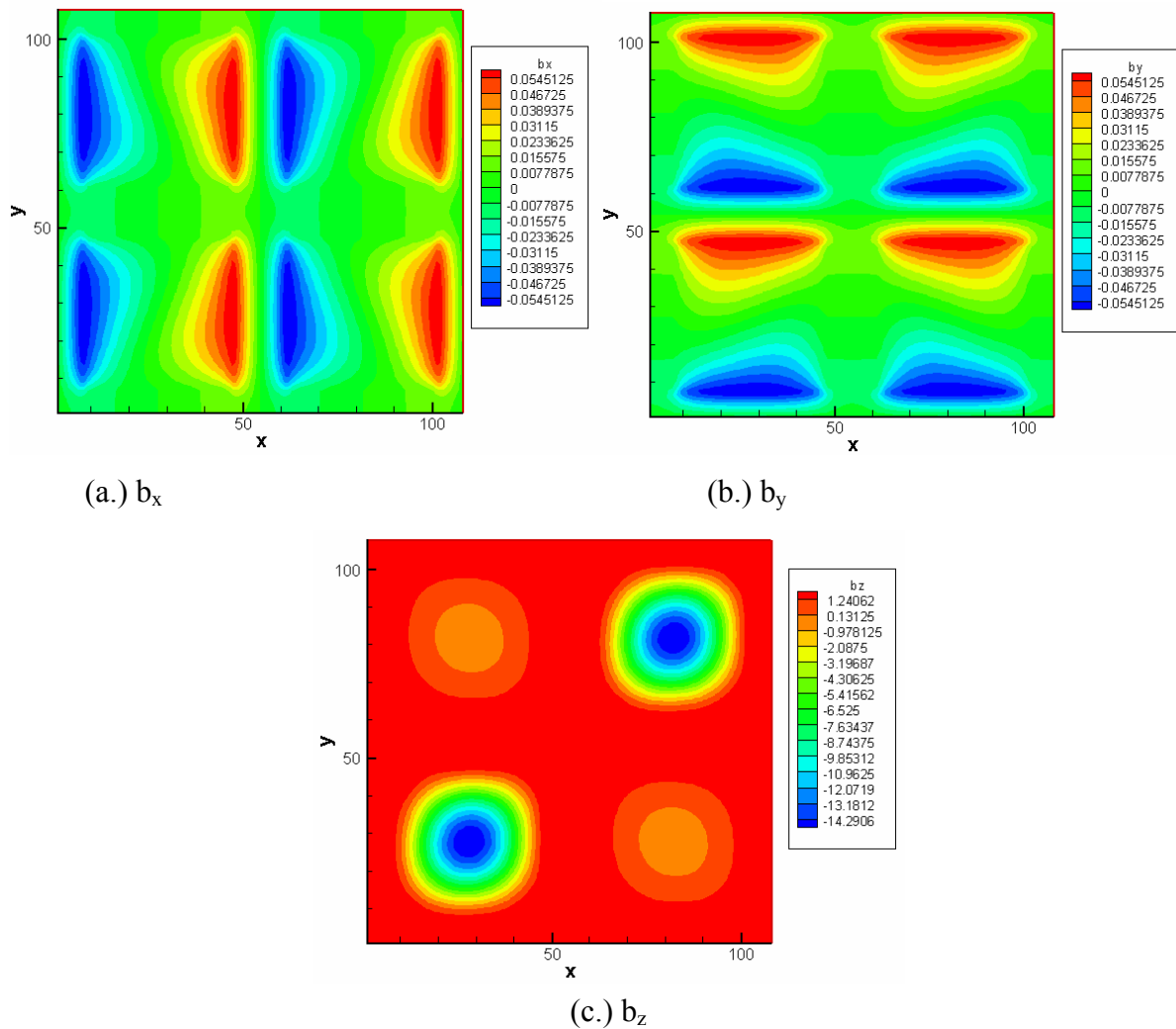


Figure III.2 : Champs des trois composantes des vecteurs de fermeture  $\mathbf{b}$  sur la cellule de périodique  
[Configuration 2:  $k_s^*/k_g = 400$ ,  $Pe_\beta = 1100$ ,  $Pe_\gamma = 150$ ,  $Pe_s = 6.48 \cdot 10^{-5}$ ]

### Composantes transverses $k_{xx}$ et $k_{yy}$ du tenseur effectif de conductivité thermique

Les composantes de  $\underline{k}^*$  dans les directions transverses  $x$  et  $y$  ne sont pas sensibles à la dispersion thermique quelque soit l'intensité de l'écoulement. Ceci est consistant avec l'orientation préférentielle de l'écoulement suivant  $z$  et avec les faibles nombre de Peclet  $Pe_s$  dans les parois poreuses. Par conséquent, les échanges thermiques dans les directions  $x$  et  $y$  (qui sont parfaitement symétriques) sont principalement conductifs. Il est donc possible d'estimer  $k_{xx}$  et  $k_{yy}$  avec un modèle simple de résistances thermiques en série et en parallèle. Dans le cas du nid d'abeille à canaux carrés, si les phases  $\beta$  et  $\gamma$  ont les mêmes caractéristiques, la structure géométrique du FAP peut être réduit à la cellule périodique présentée par la figure II.3.

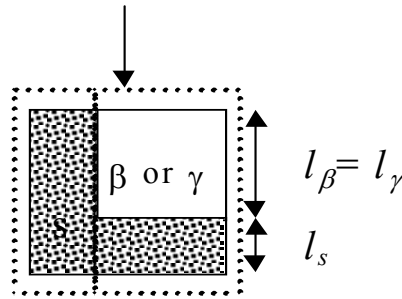


Figure III.3 : Cellule pour l'évaluation analytique de  $k_{xx}$  et  $k_{yy}$

L'estimateur de la conductivité effective suivant  $x$  et  $y$  est alors :

$$k_{xx,approximate} = \frac{l_s}{l_s + l_\beta} k_{s,xx}^* + \frac{l_\beta k_g k_{s,xx}^*}{l_s k_g + l_\beta k_{s,xx}^*} \quad (76)$$

Le Tableau III.1 présente une synthèse des valeurs de  $k_{xx}$  et  $k_{yy}$  obtenues en résolvant numériquement les problèmes de fermeture pour différentes valeurs du paramètre  $k_s/k_g$  dans les deux configurations. L'impact de l'écoulement (par l'intermédiaire des nombres de Peclet) est négligeable. La conductivité effective du nid d'abeille dans les directions radiales est comprise entre 20 et 30 % de la conductivité du matériau poreux constituant les parois. On constate que l'estimateur que nous avons proposé surestime légèrement la conductivité du nid d'abeille. Cet écart reste cependant inférieur à 10 % dans toutes les configurations envisagées. Nous utiliserons donc par la suite cet outil analytique pour s'affranchir de la résolution numérique des problèmes de fermeture.

	$k_s/k_g$	$k_{xx}/k_s$	$k_{xx,approximate}/k_s$	Ecart relatif (%)
configuration 1	21.41	0.25	0.26	4.32
configuration 2	21.41	0.31	0.32	5.99
configuration 2	200.00	0.26	0.28	7.28
configuration 2	300.00	0.26	0.28	7.32
configuration 1	856.53	0.20	0.21	5.46
configuration 1	1500.00	0.20	0.21	5.48
configuration 1	2000.00	0.20	0.21	5.49
configuration 2	2000.00	0.26	0.28	7.41
configuration 2	4000.00	0.26	0.28	7.43

Tableau III.1 : Valeurs de  $k_{xx}/k_s$  obtenues par les problèmes de fermeture et par l'estimateur « géométrique »

### Composante axiale $k_{zz}$ du tenseur effectif de conductivité thermique

La composante  $k_{zz}$  n'est pas sensible aux effets de tortuosité. En l'absence d'écoulement, le problème purement conductif correspondrait à une distribution en parallèle des trois phases. Etant donné que l'écoulement dans la phase s dans la direction z est négligeable, le terme de dispersion associé à la phase s est nul. L'expression (74) du tenseur  $\underline{k}^*$  revient donc pour sa composante  $k_{zz}$  à l'expression :

$$k_{zz} = \varphi_\beta k_g + \varphi_\gamma k_g + \varphi_s k_{s,z}^* + D_\beta + D_\gamma \quad (77)$$

Où  $D_\beta$  et  $D_\gamma$  sont respectivement des termes de dispersion associés aux phases  $\beta$  et  $\gamma$ . Leurs valeurs issue des résultats numériques obtenus pour différentes valeurs de  $Pe_\beta$  et  $Pe_\gamma$  peuvent être estimés par la relation :

$$D_i = 0.00775 \varphi_i k_g Pe_i^2 \quad i = \beta, \gamma \quad (78)$$

Ces termes de dispersions sont en excellent accord avec la dispersion thermique de Taylor dans un canal carré en présence d'un écoulement laminaire calculée en utilisant la procédure numérique proposée par Quintard et al. (1997). On peut noter que les contributions associées aux phases  $\beta$  et  $\gamma$  sont indépendantes l'une de l'autre (comme le suggère l'équation (79)). La figure III.4 montre l'évolution de  $D_\beta$  avec le nombre de Peclet  $Pe_\beta$  associé à la phase  $\beta$  dans les deux configurations géométriques étudiées. Les expressions analytiques de  $k_{zz}$  (équations (77) – (78)) présentent un excellent accord avec les résultats obtenus par le problème de fermeture. En effet, les écarts entre les deux solutions restent inférieurs à 2%.

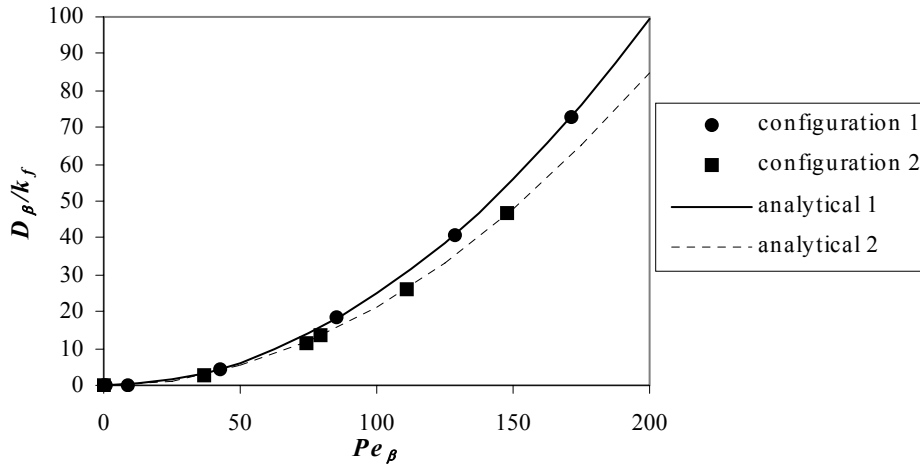


Figure III.4 : Influence du nombre de Peclet  $Pe_\beta$  sur le terme de dispersion  $D_\beta$

### III.2.7. Conclusions sur le modèle à une température

Nous avons développé un modèle macroscopique qui semble adapté à décrire le comportement thermique complexe des FAP. Compte tenu de la structure géométrique particulière du dispositif, nous avons été amené à considérer trois phases distinctes à l'échelle locale. Les phases fluides  $\beta$  et  $\gamma$  (correspondant aux canaux d'entrée et de sortie du filtre) se distinguent l'une de l'autre par les conditions limites imposées sur les équations du mouvement du gaz ; la phase poreuse  $s$  correspond aux parois du filtre. La méthode de prise de moyenne volumique nous a permis d'obtenir trois équations macroscopiques non fermées à partir des équations locales de conservation de l'énergie pour chaque phase. Nous avons ensuite posé une hypothèse d'équilibre thermique entre les trois phases pour simplifier le problème et obtenir une équation macroscopique caractéristique. A ce stade, trois problèmes de fermeture ont été définis pour relier les fluctuations de température locales à la température moyenne définie précédemment. La résolution numérique de ces problèmes de fermeture sur une cellule périodique représentative du FAP nous a permis de déterminer le tenseur effectif de conductivité thermique. L'analyse de ces résultats a mis en évidence la forte anisotropie de ce tenseur. Les composantes relatives aux échanges dans les directions orthogonales aux canaux du filtre ne sont pas sensibles à la dispersion thermique due à la convection de la chaleur par le gaz. La tortuosité associée à la structure en nid d'abeille impose une diminution importante de la conductivité dans ces directions qui a pu être estimée grâce à un modèle simple de résistivité thermique. La composante du tenseur effectif dans la direction des canaux du filtre est uniquement sensible à la dispersion thermique. La dépendance en terme de nombre de Peclet carré est en très bon accord avec les études précédentes (notamment en

milieu stratifié). Les contributions associées aux canaux d'entrée et de sortie prennent la même forme et sont indépendantes l'une de l'autre.

Avant de confronter ce modèle à des mesures expérimentales, on peut rappeler les principales hypothèses simplificatrices :

- La condition d'équilibre thermique retenue ici peut être trop contraignante principalement lorsque les nombres de Peclet dans les canaux deviennent élevés ou en présence de phénomènes fortement instationnaires. La possibilité de développer un modèle macroscopique à trois températures en non-équilibre thermique a été mise en évidence par Duval *et al.* (2004) dans le cas de l'écoulement diphasique en milieu poreux avec changement de phase. Compte tenu des similitudes formelles entre ce problème et la configuration caractéristique des FAP, la possibilité de développer un modèle à trois températures reste une perspective envisageable.
- L'influence du rayonnement thermique a été négligée dans notre développement. Les FAP pouvant être confrontés à des températures élevées ( $>1000$  K), il est probable que ces phénomènes modifient localement la conductivité effective du filtre. L'étude récente de Tancrez (2002) a permis d'évaluer l'effet du rayonnement par l'intermédiaire de propriétés effectives de transport dans le cas de brûleurs à gaz. Ce type de dispositif présente une géométrie en nid d'abeille très proche de celle des FAP. Il sera donc possible de s'appuyer sur ces résultats pour modifier le tenseur de conductivité effective afin de tenir compte des effets radiatifs. L'effet attendu est une augmentation de la conductivité axiale effective près des zones les plus chaudes.

### III.3. Prise en compte de la combustion des suies

Dans cette section, nous nous attacherons à décrire le phénomène d'oxydation des suies déposées dans le FAP. Dans un premier temps, une étude bibliographique sur la cinétique de la réaction d'oxydation sera présentée. Le modèle retenu pour décrire la réaction chimique à l'échelle de la couche de particules sera ensuite décrit. Enfin, la possibilité d'intégrer ce modèle sous la forme d'un terme source dans l'équation macroscopique de conservation de l'énergie sera discutée.

#### III.3.1. Cinétique de la réaction d'oxydation des suies

Les suies émises par les moteurs Diesel sont constituées d'un grand nombre d'espèces chimiques. L'oxydation de ces différents composés fait donc intervenir des réactions chimiques complexes. De plus, lorsqu'un additif est ajouté au carburant (Fuel Borne Catalyst), la concentration des suies en catalyseur influe fortement sur la cinétique des réactions. Les différents paramètres influant sur la combustion d'un lit de carbone sont bien mis en évidence dans l'étude bibliographique récente de Stanmore *et al.* (2001). L'approche retenue par la plupart des auteurs est de considérer la réaction d'un point de vue global en modélisant la cinétique de l'ensemble des réactions par un seul taux de réaction. Ce taux de réaction  $k_r$ , exprimé en  $s^{-1}$  est relié à la concentration en oxydant (nous considérerons ici uniquement l'oxygène sans tenir compte de l'effet des Oxydes d'Azote).

$$k_r = k_{r0} \exp\left(\frac{-E_a}{RT}\right) Y^n \quad (79)$$

Où le pré-facteur  $k_{r0}$  et l'énergie d'activation  $E_a$  sont évalués à partir des résultats expérimentaux.  $Y$  est la concentration massique en oxygène dans le gaz et  $n$  est l'ordre de la réaction. On considère généralement que la réaction d'oxydation des suies est d'ordre 1. Un grand nombre d'études expérimentales a révélé ce comportement linéaire en rapportant des ordres de réactions compris entre 0.75 et 1. Deux grands types de dispositifs expérimentaux ont été utilisés pour évaluer la réactivité des particules de carbone.

- Des réacteurs avec écoulement traversant (Flow reactor) sont basés sur la traversée d'un lit de suie fixe par un gaz à température et concentration en oxydant contrôlées. La cinétique de réaction est ensuite évaluée en réalisant des bilans sur les quantités introduites et les concentrations des différents produits de la combustion mesurées en aval

de la cellule. Ce type de dispositif a été utilisé par Neeft *et al.* (1997) en réalisant une succession de mesures isothermes afin de caractériser des suies modèles (Printex U) et des suies provenant d'un moteur Diesel mono-cylindre. La cellule de mesure est tout d'abord portée à la température désirée grâce à un écoulement d'Argon. Une concentration fixée en oxygène est ensuite imposée. Ce type de réacteur a été également utilisé par Yezerets *et al.* (2003). Dans leur étude, les mesures étaient réalisées de manière dynamique en imposant au lit de particule une augmentation de température linéaire.

- L'Analyse Thermo-Gravimétrique est fondée sur l'utilisation d'une balance précise pour mesurer la perte de masse d'un échantillon de suie durant la combustion des suies. Le protocole retenu par la majorité des auteurs est basé sur un fonctionnement à température fixée (Marcuccilli (1993), Marcuccilli *et al.* (1994), Bonnefoy *et al.* (1994) Vonarb (1999), Stanmore *et al.* (1999), Stratakis and Stamatelos (2003)). Un échantillon de suies est déposé dans le creuset de la thermobalance. Il est chauffé sous azote jusqu'à la température de consigne. L'oxygène est ensuite introduit et provoque l'oxydation. La perte de masse qui en résulte est linéaire et permet de définir une vitesse de combustion. Afin d'évaluer les coefficients caractéristiques du taux de réaction global ( $k_{r0}$  et  $E_a$ ), un grand nombre d'expériences est réalisé en modifiant la température et la masse de l'échantillon. Les paramètres globaux sont obtenus en prenant en compte la diffusion et la convection de l'oxygène au sein du lit de suies. Ces résultats sont, par conséquent, indirects et dépendent du modèle de transport utilisé. Ce type d'analyse peut également être réalisé en utilisant une augmentation linéaire de la température, mais les conditions opératoires semblent alors influencer plus fortement sur les résultats obtenus (Marcuccilli (1993)).

Le tableau III.2 regroupe les paramètres du taux de réaction global proposés par différents auteurs. L'énergie d'activation  $E_a$  est caractéristique de la température d'initiation de la réaction d'oxydation. Les différents résultats expérimentaux semblent cohérents, on constate que l'adjonction d'additif au carburant tend à faire diminuer l'énergie d'activation. Ceci semble cohérent avec l'action catalytique des composés comme le Cérium (Ce) contenu dans ces additifs. On peut noter la large dispersion des résultats concernant le pré-facteur  $k_{r0}$ . Haralampous and Koltsakis (2002) proposent d'utiliser ce pré-facteur comme paramètre de calage dans leur étude sur les gradients thermiques au sein du dépôt de particules durant la régénération. En effet, ce paramètre est, non seulement fortement lié à la géométrie du dépôt



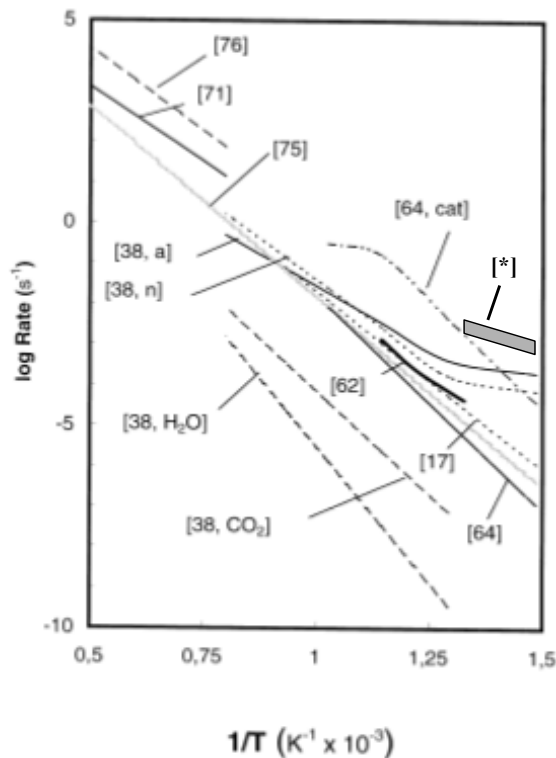
(notamment à sa surface spécifique) mais aussi aux conditions de transport de l'oxygène vers les grains de carbone et à l'historique de la réaction.

	Ea (kJ.mol <sup>-1</sup> )	kr0 (s <sup>-1</sup> )	T (K)	Remarques	Provenance des suies
Neeft <i>et al</i> (1997)	168	1.26 10 <sup>7</sup>	700 à 800	10 vol. % O <sub>2</sub>	Printex U
	168	1.87 10 <sup>7</sup>		10 vol. % O <sub>2</sub> + 10 vol. % H <sub>2</sub> O	
Stanmore <i>et al</i> (1999)	210	2.5 10 <sup>12</sup>	773 à 973	pas d'additif	moteur Diesel - injection indirecte - cylindrée 1.9
	210	10 <sup>14</sup>	773 à 873	additif : 100 ppm Ce	
	40	7000	853 à 953		
Stratakis (2002)	190	2.25 10 <sup>8</sup>	843 à 833	pas d'additif	moteur PSA (DW 10) + effet du point de fonctionnement
	80 à 130	800 à 1.92 10 <sup>6</sup>	673 à 743	additif : 25 ppm Ce	
	80 à 120	700 à 7.7 10 <sup>5</sup>		additif : 50 ppm Ce	
Yzerets <i>et al</i> (2003)	110	-	823 à 973	pas d'additif	deux moteurs différents

Tableau III.2. : Bibliographie sur les taux de réaction des suies

La figure II.5 présente les taux de réactions évalués lors de différentes études. La plage de variation proposée par Stratakis and Stamatelos (2003) a été ajoutée à la figure de Stanmore *et al.* (2001). On peut noter que les études présentant des taux de réaction inférieurs sont relatives à des suies « non-additivées » qui présentent des cinétiques plus lentes et des températures d'inflammation inférieures. Les suies utilisées par Stratakis and Stamatelos (2003) proviennent d'un moteur du même modèle que celui utilisé au Laboratoire de Mécanique et d'Energétique d'Orléans qui nous a fourni des mesures concernant la régénération. Leur étude met en évidence une forte influence des conditions de température dans le FAP durant la collecte des suies sur leurs cinétiques d'oxydation. Nous avons retenu la valeur supérieure proposée pour l'énergie d'activation ( $E_a=130000$  J/mol) car elle correspond aux conditions de chargement au LME. On peut noter que Stanmore *et al.* (1999) ont mis en évidence une forte diminution du taux de réaction pour  $T>873$  K. D'après les auteurs, ce phénomène peut être associé à une réorganisation de la microstructure du dépôt (entraînant une diminution de la surface de contact des particules avec le gaz). Ce phénomène n'a pas été observé sur la gamme de température relativement étroite étudiée par Stratakis and Stamatelos (2003). Des expériences complémentaires à plus haute température seraient nécessaire pour préciser ce type de comportement. Dans le cadre de cette thèse, les paramètres du taux de réaction seront supposés constants. Le pré-facteur  $k_{r0}$  a été déterminé afin d'obtenir un comportement réaliste de la propagation de la combustion dans le FAP (§ III.5.2.) :

$$k_r = 10^{13} \exp\left(\frac{-130000}{RT}\right) Y^n \quad (80)$$



- [17] Neeft *et al.* (1997)
- [38] De Soete (1988)
- [62] Du *et al.* (1990)
- [64] Stanmore *et al.* (1999)
- [71] Nagle and Strickland-Constable (1962)
- [75] Smith (1978)
- [76] Leung *et al.* (1991)
- [\*] Stratakis and Stamatelos (2003)

Figure III.5. : Graphe d'Arrhenius pour l'oxydation de différentes suies Diesel [d'après Stanmore et al. (2001) incluant les résultats de Stratakis and Stamatelos (2003)]

### III.3.2. Combustion à l'échelle de la couche de particules

Dans cette section, le modèle retenu pour décrire la combustion d'une couche de suie traversée par un écoulement oxydant est présenté. D'après Konstandopoulos and Kostoglou (2004), la modélisation de la combustion d'un lit de suie doit prendre en compte la variation locale de ses caractéristiques géométriques (densité volumique du dépôt poreux  $\rho_{\text{dépôt}}$  et de sa surface spécifique  $S_p$ ). Cependant, bien que ces auteurs proposent différents modèles géométriques de variation de forme et de densité des particules, aucune observation expérimentale (à l'échelle nanométrique du dépôt de particules) ne permet de valider ces approches. L'approximation généralement retenue est de considérer que la nature géométrique du lit de suie n'est pas modifiée par la combustion. L'étude récente de Haralampous and Koltsakis (2002) est basée sur la résolution numérique des équations de transport de l'énergie et de la concentration en oxygène au sein de la couche de suie en utilisant cette hypothèse. Les gradients de température au sein de la couche sont alors généralement faibles à part dans certaines conditions opératoires (épaisseur de suie importante, débit de gaz élevé) qui ne sont généralement pas observés dans les conditions que nous considérons. Par conséquent, l'analyse

proposée par Bisset (1983) en supposant que la température du lit de suies est uniforme a été retenue.

L'hypothèse de masse volumique des suies constante implique de dissocier la réaction d'oxydation en deux phases. Tout d'abord, le transport d'oxygène et la réaction locale des particules sont évalués en conditions stationnaires afin de calculer un taux de consommation global d'oxygène intégré sur la hauteur de la couche de suie. La consommation de carbone associée est ensuite calculée en considérant les conditions stœchiométriques et la diminution de masse de particules est directement liée à une diminution d'épaisseur de la couche de suie. Cette approche correspond a été prise en compte par Haralampous and Koltsakis (2002) par l'intermédiaire d'une frontière mobile de leur domaine de calcul mais aussi par Bisset and Shadman (1985) ou Pontikakis (2003) avec une approche comparable à celle que nous présentons ici..

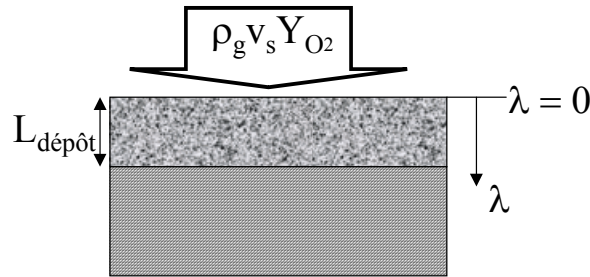


Figure III.6. : Schéma de la couche de suie considérée pour évaluer le taux de consommation d'oxygène

Le problème considéré ici est mono-dimensionnel, seul le transport de l'oxygène dans la profondeur de la couche de suie est considéré (Figure III.6). La concentration en Oxygène en amont de la couche de suie est supposée constante :

$$Y(\lambda = 0) = Y_{O_2} \quad (81)$$

L'équation de transport de l'oxygène retenue est exprimé sous une forme homogénéisée (à l'échelle de Darcy dans la couche de particule) pour pouvoir utiliser le taux de réaction global. On considère uniquement la convection par l'écoulement de gaz et un terme source lié à la consommation d'oxygène par la réaction. La diffusion de l'oxygène dans la couche de suie poreuse est négligée devant le terme de convection. Enfin, la forme stationnaire de cette équation est retenue car le temps de séjour du gaz dans le dépôt de particules est très court devant les temps caractéristiques de la modification de la structure du dépôt par la combustion :

$$\rho_g v_s \frac{dY(\lambda)}{d\lambda} = -\rho_g k_r(T)Y(\lambda) \quad (82)$$

Où la concentration en Oxygène  $Y$  a été extraite de l'expression de  $k_r$  (équation (79)). Une relation linéaire entre  $k_r$  et la surface spécifique du dépôt et la température a été utilisée par différents auteurs (Bisset and Shadman (1985), Konstandopoulos and Kostoglou (2004)). Le taux de réaction global, obtenu expérimentalement intègre à priori tous les effets liés à structure du dépôt ou à la température. Par conséquent, ce type de dépendance apparaît arbitraire et semble difficilement justifiable.

La vitesse de consommation d'oxygène par unité de surface de la couche de suie peut être défini comme la somme des termes du terme de consommation d'oxygène de l'équation (82) sur l'épaisseur de la couche :

$$R_T = \int_0^{L_{\text{dépôt}}} \rho_g Y(\lambda) k_r(T) d\lambda \quad (83)$$

En introduisant la solution analytique de l'équation (82), il vient :

$$\begin{aligned} R_T &= \rho_g v_s (Y(0) - Y(L_{\text{dépôt}})) \\ &= \rho_g v_s Y_{O_2} \left[ 1 - \exp\left(\frac{-k_r(T)L_{\text{dépôt}}}{v_s}\right) \right] \end{aligned} \quad (84)$$

Connaissant la consommation d'oxygène, la consommation de carbone par la réaction est évaluée en considérant le rapport stœchiométrique  $\left(\frac{M_C}{M_{O_2}}\right) = \frac{12}{32}$ . La variation de l'épaisseur de la couche de suie est alors définie par :

$$\rho_{\text{dépôt}} \frac{dL_{\text{dépôt}}}{dt} = -\left(\frac{M_C}{M_{O_2}}\right) R_T \quad (85)$$

Enfin, la densité de flux de chaleur  $q_{\text{oxydation}}$  (en  $\text{W.m}^{-2}$ ) est calculée en utilisant l'enthalpie de réaction du carbone pur ( $\Delta H_C = 32 \cdot 10^6 \text{ J.kg}^{-1}$ ) :

$$q_{\text{oxydation}} = \Delta H_C \left(\frac{M_C}{M_{O_2}}\right) R_T \quad (86)$$

### III.3.3. Terme source de combustion macroscopique

Afin d'introduire les termes relatifs à la présence du dépôt de particule dans l'équation macroscopique de conservation de l'énergie, plusieurs hypothèses simplificatrices ont été réalisées. Tout d'abord, le traitement de la phase poreuse  $s$  en présence de suie a été traité en modifiant simplement la chaleur spécifique  $(\rho c_p)_s^*$  et la conductivité  $k_s^*$ . La relation retenue ne fait intervenir que les fractions volumiques et les caractéristiques des différents matériaux :

$$(\rho c_p)_s^* = (1 - \varphi_{s/dépôt}) (\varepsilon_{SiC} (\rho c_p)_g + (1 - \varepsilon_{SiC}) (\rho c_p)_{SiC}) + \varphi_{s/dépôt} (\varepsilon_{dépôt} (\rho c_p)_g + (1 - \varepsilon_{dépôt}) (\rho c_p)_{carbone}) \quad (87)$$

$$k_s^* = (1 - \varphi_{s/dépôt}) (\varepsilon_{SiC} k_g + (1 - \varepsilon_{SiC}) k_{SiC}) + \varphi_{s/dépôt} (\varepsilon_{dépôt} k_g + (1 - \varepsilon_{dépôt}) k_{carbone}) \quad (88)$$

Où  $\varphi_{s/dépôt}$  est la fraction volumique de dépôt dans la phase  $s$ . On considère ici la présence de deux zones poreuses au sein de la phase  $s$  (le dépôt et la paroi SiC).

Cette évaluation des paramètres effectifs associés à la phase  $s$  n'est qu'une approximation simple du problème thermique réel. Cette approche a été retenue car les volumes de suies couramment collectés par les FAP sont généralement faibles devant le volume des parois céramiques ( $\varphi_{s/dépôt} < 0.15$ ). Les effets associés à la présence de suies ont alors peu d'influence sur le problème macroscopique final. Une étude locale (à l'échelle microscopique des structures poreuses du dépôt et des parois) permettrait d'obtenir une forme rigoureuse de ces paramètres effectifs en appliquant un changement d'échelle, par exemple par prise de moyenne volumique. Cette analyse n'a pas pu être réalisée durant cette étude.

Outre ces considérations sur les effets de la présence de suies sur les caractéristiques de la phase  $s$ , il est important de s'interroger sur leurs prises en compte dans le modèle macroscopique. Aucune hypothèse sur la distribution des phases n'a été réalisée avant d'obtenir l'équation macroscopique de conservation de la chaleur (46). La structure géométrique du FAP est prise en compte uniquement dans la conductivité effective  $\underline{k}^*$  par l'intermédiaire des problèmes de fermetures qui ont ensuite été modélisés par les expressions analytiques (76) à (78). Ces problèmes n'ont été résolus que pour des cellules représentatives où les dimensions des canaux associés aux phases  $\beta$  et  $\gamma$  étaient égales. La forte conductivité des parois en céramique (devant la conductivité des suies) permet de considérer que les conductivités radiales  $k_{xx}$  et  $k_{yy}$  évaluées par l'expression (76) seront faiblement modifiées. En

effet, la plus grande part des échanges de chaleurs ont lieux dans les parois. Concernant la conductivité axiale  $k_{zz}$ , l'étude des problèmes de fermeture a mis en évidence l'indépendance des termes dispersions associés aux phases  $\beta$  et  $\gamma$  et leur dépendance en terme de nombre de Peclet au carré. L'effet de la présence du dépôt de suie peut donc, à priori, être prise en compte directement par l'intermédiaire de la restriction de section des canaux de la phase  $\beta$  (prise en compte dans  $Pe_\beta$ ) et dans la conductivité  $k_s^*$ .

Le terme source associé à l'oxydation des particules est introduit directement dans l'équation (46) comme suggéré par les travaux de Puiroux (2004).

$$(\rho c_p)^* \frac{\partial T^*}{\partial t} + \nabla \cdot ((\rho c_p)_g \mathbf{V} T^*) = \nabla \cdot (\underline{k}^* \cdot \nabla T^*) + \phi_{oxydation}(T^*) \quad (89)$$

Ayant évalué la densité de flux de chaleur associée à la surface de passage des gaz dans la couche de suie, le terme macroscopique d'oxydation s'exprime en introduisant la densité volumique de surface d'échange  $\xi_\beta$  entre les phases  $\beta$  et s.

$$\phi_{oxydation}(T^*) = \xi_\beta \Delta H_c \left( \frac{M_c}{M_{O_2}} \right) \rho_g v_s Y_{O_2} \left[ 1 - \exp \left( \frac{-k_r(T^*) L_{dépôt}^*}{v_s} \right) \right] \quad (90)$$

On peut noter que l'utilisation de la température macroscopique  $T^*$  pour évaluer le taux de réaction  $k_r$  est cohérent avec l'hypothèse de température uniforme dans la couche de suie retenue pour évaluer la consommation d'oxygène conduisant à la vitesse de consommation d'oxygène  $R_T$ . La concentration du gaz en oxygène dans la phase  $\beta$  sera supposée constante et égale à  $Y_{O_2}$  dépendant des conditions de fonctionnement du moteur Diesel.

## III.4. Implémentation du modèle thermique 3D macroscopique

### III.4.1 Discrétisation et schémas numériques

La résolution de l'équation macroscopique de conservation l'énergie (90) nécessite au préalable la connaissance des vitesses macroscopiques en tout point du domaine. La procédure présentée dans la section II.7 est utilisée. Nous considérons ensuite que la vitesse de filtration macroscopique dans la phase s ( $\mathbf{U}_s$ ) est nulle. Cette hypothèse traduit le fait que les écoulements dans les différentes parois du filtre tendent à se compenser. La dépendance du tenseur de conductivité effective  $\underline{k}^*$  avec les vitesses  $\mathbf{U}_\beta$  et  $\mathbf{U}_\gamma$  est prise en compte en utilisant les relations (76) et (77).

L'équation (90) est discrétisée en volumes finis. Nous avons utilisé une méthode classique pour résoudre cette équation de convection-diffusion. Le calcul de  $T^*$  est basé sur une méthode de splitting afin de résoudre chaque opérateur séparément. En introduisant un temps virtuel  $t^*$ , l'équation (90) prend la forme :

$$\begin{cases} (\rho c_p)^* \frac{\partial T^*}{\partial t} = -\nabla \cdot ((\rho c_p)_f \nabla T^*) & \text{sur } [t_n, t^*] \\ (\rho c_p)^* \frac{\partial T^*}{\partial t} = \nabla \cdot (\underline{k}^* \cdot \nabla T^*) + \phi_{oxydation}(T^*) & \text{sur } [t^*, t_{n+1}] \end{cases} \quad (91)$$

Une discrétisation temporelle d'ordre 1 a été retenue. La partie convective du système (91) est résolue en utilisant un schéma TVD de type MUSCL d'ordre 2 en espace (Van Leer (1979), Farthing and Miller (2001)). La partie diffusive discrétisée avec un schéma classique implicite d'ordre 2 en espace est résolue par une méthode de relaxation de type Gauss-Seidel. On peut noter que le terme source associé à la combustion des suies est pris en compte en même temps que le terme de diffusion. En effet, Puiroux (2004) a mis en évidence que la séparation de ces deux contributions, théoriquement compatible avec la méthode de splitting, conduit généralement à une détérioration importante de la stabilité du schéma.

Bien que les caractéristiques du gaz et du solide aient été considérées constantes lors du développement théorique du modèle, elles peuvent varier assez fortement avec la température dans l'application (Annexe 1). Pour prendre en compte ce type de dépendance, ces variations ont été introduites directement dans le modèle macroscopique. Il en résulte une non-linéarité des coefficients de l'équation (91). Elle a été prise en compte dans la procédure numérique

par une méthode itérative de point fixe de type Picard. L'algorithme complet de résolution du problème thermique est présenté sur la figure III.7.

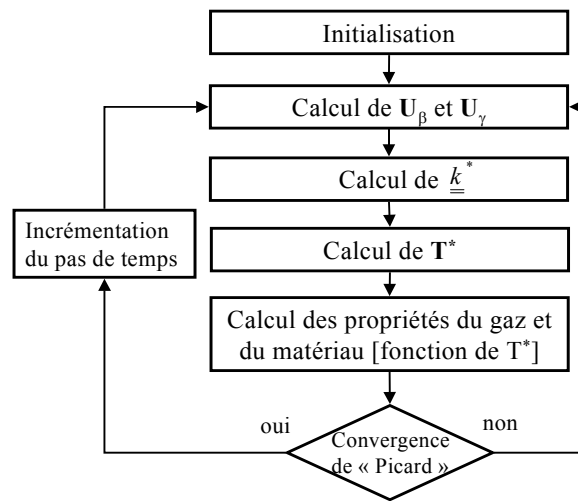


Figure III.7 : Algorithme de résolution du modèle thermique

### III.4.2. Maillage

Le problème est discrétisé sur un maillage régulier cartésien tridimensionnel (Figure III.8). Le rapport d'aspect des mailles est conservé inférieur à 5 pour toutes les simulations. Afin de limiter la durée des calculs tout en conservant une description correcte de la parois extérieure du cylindre (pour ne pas trop surestimer les flux convectifs), le domaine est classiquement maillé avec 51 mailles sur un diamètre et 101 mailles sur la longueur (environ 280 000 mailles).

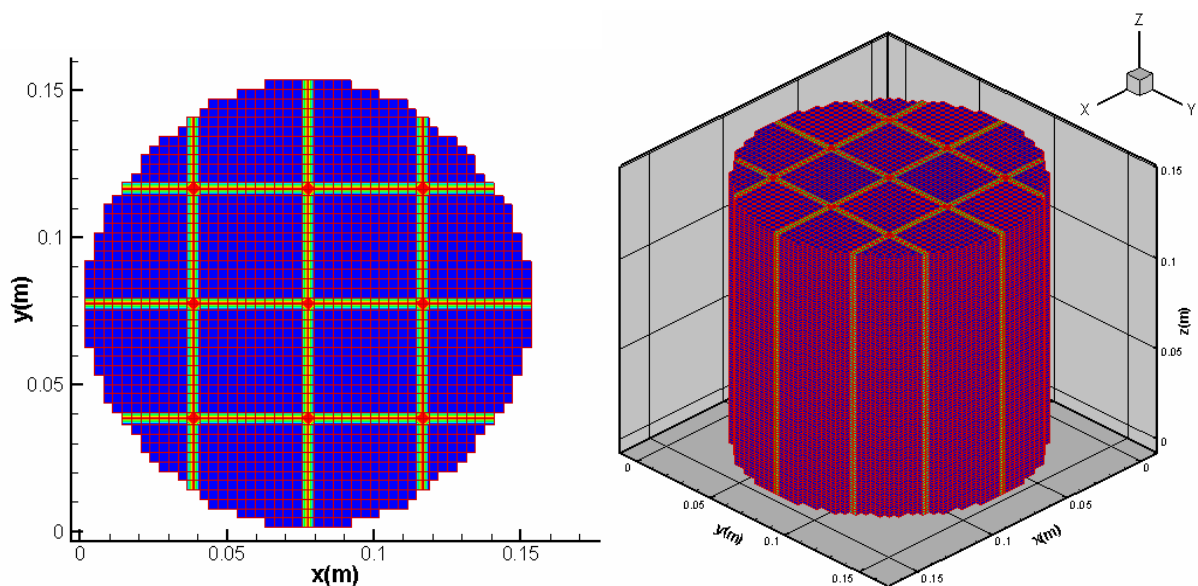


Figure III.8 : Exemple de maillage cartésien (51\*51\*101)



### III.4.3. Prise en compte des joints

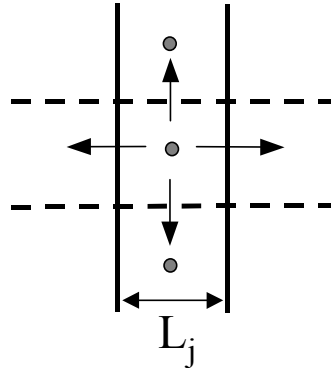


Figure III.9 : Prise en compte des joints purement conductifs

Les joints séparant les blocs élémentaires constituant le filtre jouent un rôle important dans la propagation de la chaleur dans le FAP. En effet, ils présentent généralement une conductivité thermique beaucoup plus faible que le carbure de silicium des parois filtrantes. Ils sont modélisés comme des éléments purement conductifs. Ainsi chaque maille établie seulement des échanges d'énergie avec les mailles voisines par conduction. L'épaisseur physique du joint  $L_j$  est imposée comme épaisseur de ce type de maille. Le traitement de ce type de mailles est inspiré des travaux de Caillabet *et al* (2001) sur les éléments joints appliqués aux milieux poreux fissurés.

### III.4.4. Conditions aux limites

Les conditions aux limites associées à la simulation de phénomènes thermiques complexes devront être déterminées en fonction du cas étudié. Les conditions associées à l'entrée du gaz dans le FAP seront prises en compte par des conditions de Dirichlet. Afin de décrire l'évolution temporelle de cette température d'entrée, des données expérimentales seront généralement utilisées. Sur la face de sortie, un flux diffusif nul est imposé en négligeant la conduction dans le gaz à l'extérieur du FAP. Un schéma amont étant utilisé pour traité la convection, le flux de chaleur vers l'extérieur transporté par la chaleur spécifique du gaz est traité sans imposer de conditions particulières. Enfin, les échanges sur la surface latérale du FAP sont décrits par une condition d'échange convectif nécessitant un calage du coefficient d'échange  $h_{\text{ext}}$ .

### III.5. Validation du modèle thermique

Dans cette section, les prédictions du modèle thermique macroscopique seront confrontées à des résultats expérimentaux. Tout d'abord, une expérience modèle permettant d'effectuer des mesures de températures dans les FAP sans réaction d'oxydation pour une configuration simple d'écoulement sera utilisée. Afin de mettre en évidence la possibilité de simuler le comportement global du FAP durant la phase de régénération, nous nous appuyerons sur des résultats expérimentaux issus de mesures sur banc moteur.

#### III.5.1. Montée en température d'un FAP propre

Afin de valider le modèle thermique, nous avons utilisé les résultats d'une expérience modèle mise en place au Centre de Recherche et d'Etude Européen de Saint Gobain durant le stage de Maria Villanueva-Madoz. L'objectif de ce dispositif est d'étudier la réponse thermique d'un FAP initialement froid à un écoulement d'air chaud dans sa partie centrale. Il est utilisé dans le cadre de la Recherche et du Développement de nouveaux dispositifs pour comparer qualitativement la conductivité effective des différents prototypes.

##### III.5.1.1. Description du dispositif expérimental

La figure III.10 présente le dispositif. Le FAP est placé verticalement dans un « water-jacket ». Ce système de régulation (noté D sur le schéma) est alimenté par un circuit fermé d'eau maintenu à une température de consigne fixée à la température ambiante. L'air, froid ou chaud, est insufflé dans le filtre par son centre et sur un diamètre de 35 mm. Les zones périphériques sur les faces d'entrée et de sortie sont calorifugées soigneusement à l'aide d'un matériau fibreux isolant. Le système d'injection est constitué par deux lignes alimentées par de l'air comprimé. La sélection du débit et parcours des gaz est assurée par six vannes classiques. La première ligne (notée A) permet d'alimenter le filtre en air à la température ambiante afin d'homogénéiser les températures dans tout le dispositif en début d'expérience. Un débitmètre PLATON à flotteur permet de contrôler le débit injecté dans une gamme comprise entre 0 et 180 l/min ( $\pm 5$  l/min). La seconde ligne (notée B), entièrement calorifugée, est destinée à traiter l'écoulement d'air chaud. Un réchauffeur de marque VULCANIC permet de faire varier la température de l'air entre la température ambiante et environ 220 °C pour des débits compris entre 0 et 200 l/min. Le débit est mesuré à température ambiante par un débitmètre PLATON à flotteur (0 - 440 l/min [ $\pm 10$  l/min])

positionné en amont du réchauffeur. Le flux d'air à haute température peut être évacué directement vers l'extérieur par une cheminée (notée C sur le schéma) ou passer à travers le filtre.

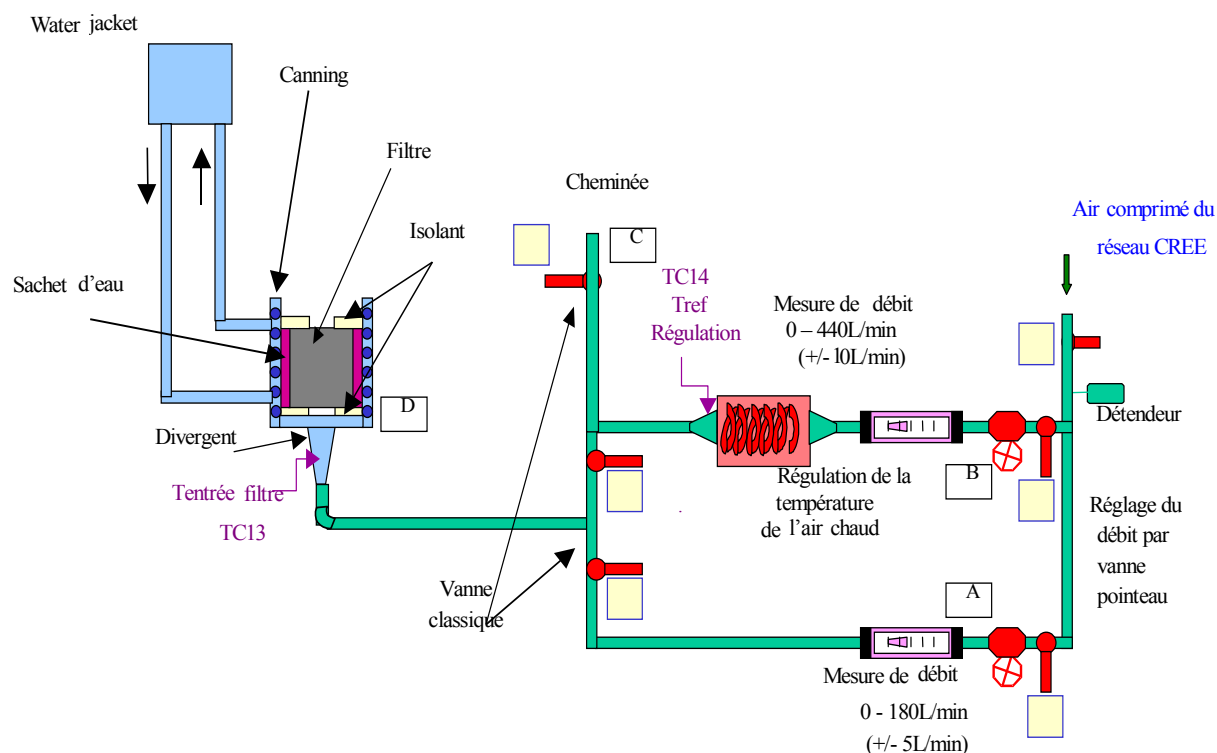


Figure III.10 : Dispositif expérimental

Le filtre est instrumenté par 19 thermocouples dont la position est précisée dans le Tableau III.3 et la figure III.11. Deux types de thermocouples sont utilisés pour réaliser les mesures de température : les thermocouples K (Ni-Cr et Ni-Al) ont une précision de  $\pm 1.5$  °C pour une plage de mesure comprise entre -40 °C et 375 °C T (dans les zones les plus chaudes) et les thermocouples T (Cu et Cu-Ni) une précision de  $\pm 0.5$  °C pour une plage de mesure comprise entre -40 et 125 °C. 15 thermocouples sont répartis selon trois rayons du filtre, à trois profondeurs différentes, de telle façon que pour chaque profondeur on retrouve un thermocouple de part et d'autre d'un joint. Pour comparer les différents types de filtre, il est essentiel d'étudier la conductivité thermique du ciment qui constitue les joints entre les blocs unitaires. Les 4 derniers thermocouples sont positionnés autour du joint opposé de façon symétrique afin d'évaluer la reproductibilité du collage des pièces unitaires. La température ambiante, celle du « water Jacket » et la température en sortie du réchauffeur sont également enregistrées en continu. L'acquisition des mesures et la régulation de la température du gaz, à l'aide de ce dernier thermocouple, sont automatisées par un programme LabView<sup>TM</sup>.

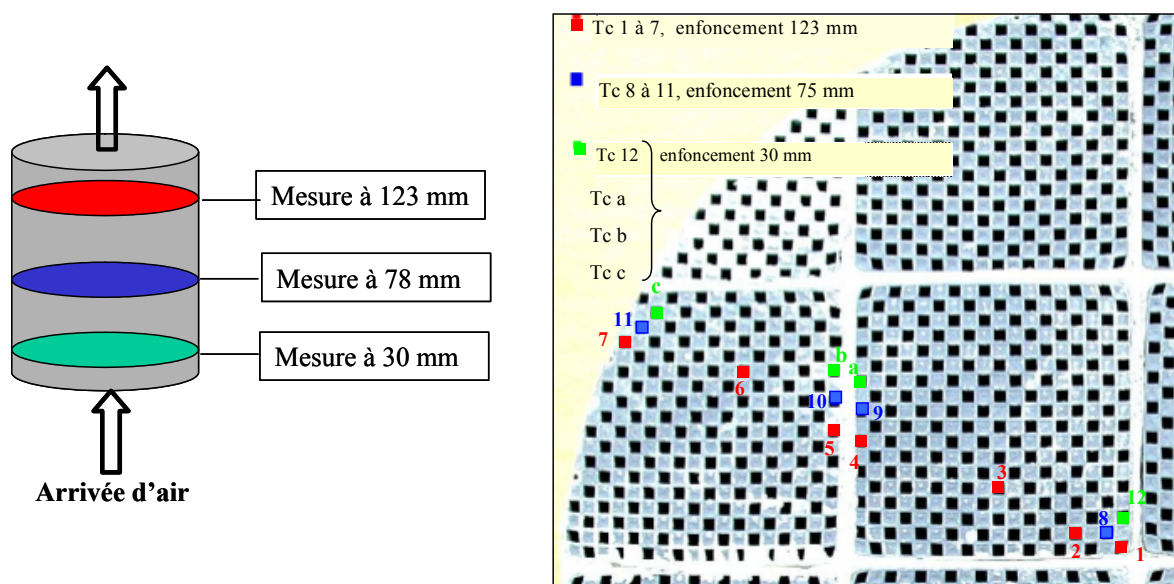


Figure III.11 : Positions des thermocouples dans le FAP

Thermocouples intérieurs	Position radiale (mm)	Distance à la face avant (mm)
TC1	2-3	30
TC2	5-9	
TC3	18-20	
TC4	Autour joint1	
TC5		
TC6		
TC7	67-70	
TC8	4-6	78
TC9	Autour joint1	
TC10		
TC11	68-71	
TC12	5-7	123
TCa	Autour joint1	
TCb		
TCc		
TC4'	Autour joint 2 (opposé au joint 1)	30
TC5'		78
TC9'		
TC10'		

Thermocouples extérieurs	
TC13	Avant le filtre
TC14	A la sortie du réchauffeur
TC de l'air a la sortie du filtre	A 1-2 mm sur un canal de sortie non bouché
TC eau	Dans le sachet autour du filtre

Tableau III.3 : Position des thermocouples

### III.5.1.2. Protocole expérimental :

Le dispositif a été conçu pour étudier la réponse thermique d'un filtre, initialement à température uniforme, soumis à un écoulement de gaz chaud dans sa partie centrale. Le protocole défini pour mener ces essais se décompose donc en trois phases :

- Dans un premier temps, la température est uniformisée dans la totalité du dispositif expérimental. La veine d'air froid est utilisée pour alimenter le filtre, après avoir fixé sa température comme consigne pour la régulation du « water-jacket ».
- Une fois que tout le filtre se trouve à la même température (après environ 30 minutes), l'air de la veine chaude est dirigé vers la cheminée et on lance le programme de régulation de la puissance du réchauffeur.
- Lorsque la température de l'air est équivalente à la température de consigne, l'air chaud est dirigé dans le filtre et on enregistre les valeurs mesurées par les thermocouples. L'essai se termine lorsque l'état stationnaire est atteint.

### III.5.1.3. Comparaison Expérience/Simulation

Une série d'expérience réalisée sur un FAP de géométrie « Filtre 1 » a été utilisée pour valider le modèle numérique. Trois débits de gaz associés à trois évolutions distinctes de la température d'entrée ont été utilisés ( $Q = 76, 108$  et  $136 \text{ l.min}^{-1}$ ).

#### Traitement des conditions limites

La configuration particulière du dispositif expérimental nécessite d'utiliser des conditions limites spécifiques. La Figure III.12 présente un schéma des différentes zones considérées.

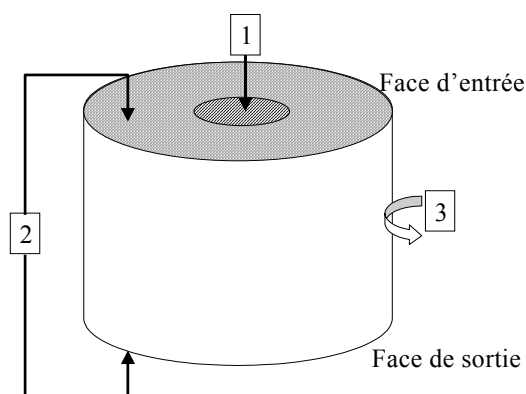


Figure III.12 : Conditions aux limites du calcul 3D

Les conditions limites imposées afin de simuler l'expérience sont les suivantes :

- Conditions de Dirichlet sur la surface par laquelle l'air entre dans le filtre (zone 1 sur la figure III.12) : La température du filtre sur cette surface est égale à la température d'entrée de l'air. Compte tenu des pertes thermiques importantes en amont du filtre, il a été nécessaire d'imposer l'évolution temporelle de la température d'entrée mesurée expérimentalement comme condition limite du modèle.

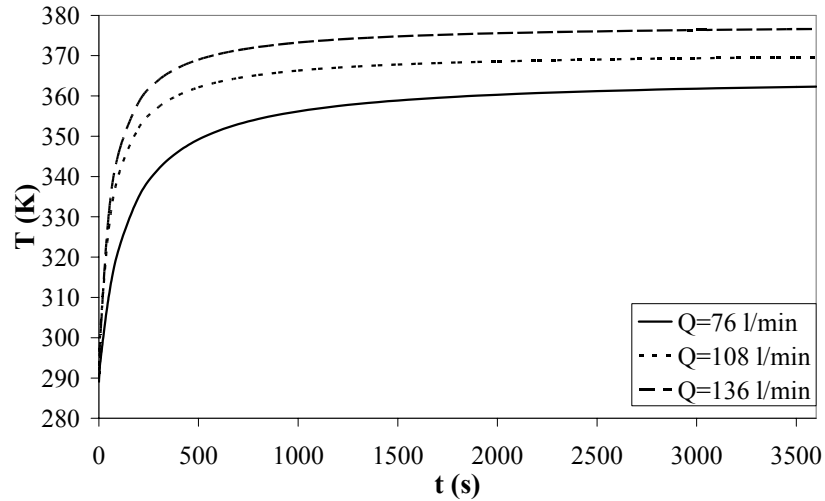


Figure III.13 : Evolution de la température d'entrée mesurée durant les expériences

- Condition de Neumann (flux nul) sur le reste de la surface amont du filtre et sur la surface aval (zone 2 sur la figure III.12).
- Condition de flux convectif sur la surface latérale du FAP (zone 3 sur la figure III.12) :

$$\phi = hS_i(T_i - T_0) \quad (85)$$

Où  $h$  est le coefficient d'échange par convection qui nécessite un calage par rapport aux résultats expérimentaux ( $h = 100 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$ ).  $T_0$  est la température extérieure (environ 290 K) et  $S_i$  est la surface d'échange de la maille  $i$  considérée.

## Résultats

Les Figures III.14, III.15 et III.16 présentent une comparaison entre les résultats expérimentaux et simulés. Le protocole expérimental permet d'étudier à la fois la phase de montée en température et le régime stationnaire qui s'établit après environ 2000 secondes de fonctionnement.

### *Régime instationnaire*

Les Figures III.14.a, III.15.a et III.16.a présentent l'évolution des températures fournies par les thermocouples TC1, TC4, TC5 et TC7 comparée aux valeurs tirées du modèle aux mêmes positions. L'analyse des résultats obtenus durant la phase instationnaire s'avère délicate car le comportement thermique est très sensible aux conditions initiales et à l'évolution de la température d'entrée. On constate que les temps caractéristiques de l'évolution de température sont correctement restitués. L'écart observé pour le débit de 108 l/min semble lié à une mauvaise prise en compte de l'évolution de la température d'entrée. Un mauvais positionnement du thermocouple utilisé pour mesurer cette condition limite peut être responsable de cet écart. On constate sur les trois figures que la simulation présente un bon accord avec l'expérience pour les thermocouples TC1 et TC7 respectivement placés au centre de la zone d'écoulement et en périphérie du FAP. Ceci semble justifier de la bonne prise en compte des effets convectifs (TC1) et de la condition limite en flux imposée sur la périphérie du FAP (TC7). Les évolutions présentées pour les thermocouples TC4 et TC5, situés de part et d'autre du joint, ne sont pas correctement en accord avec l'expérience. Ceci est essentiellement lié à la méthode de positionnement des points de contrôle dans le code de simulation. En effet, ces valeurs n'ont pas été interpolées mais directement assimilées à la valeur au centre de la maille contenant la localisation du thermocouple. La dimension des mailles étant typiquement de l'ordre de 3 mm, l'erreur de positionnement est de l'ordre du millimètre et s'avère gênante pour évaluer la différence de température de part et d'autre du joint dont l'épaisseur est 1mm. Les interpolations plus précises réalisées sur les champs stationnaires (Figures 14 à 16 c et d) confirment que le saut de température dans les joints est bien pris en compte dans les simulations.

### *Régime stationnaire*

Afin d'étudier le régime stationnaire, les résultats obtenus après 3600 secondes ont été utilisés. Les évolutions axiales dans la zone d'écoulement (correspondant aux thermocouples TC1, TC8 et TC12) et radiales à 3 centimètres (TC1 à TC7) et 7.8 cm (TC8 à TC11) de la face d'entrée ont été extraites des champs de température numériques en utilisant la fonction d'interpolation du logiciel Tecplot<sup>TM</sup>.

Les Figures III.14.b, III.15.b et III.16.b présentent les évolutions de température suivant  $z$  au centre du FAP pour les trois débits considérés. Dans cette zone d'écoulement des gaz, le modèle complet est utilisé avec une compétition entre les effets convectifs et diffusifs. De plus, les termes de dispersion du tenseur de conductivité peuvent également intervenir. Pour les débits considérés, le nombre de Peclet caractérisant cette dispersion est généralement faible. Cependant, pour le débit maximum de 136 l/min, un Peclet supérieur à 100 est obtenu près de l'entrée et de la sortie du FAP. Bien qu'il soit difficile de dissocier les effets intervenant sur le transfert de chaleur, la faible pente du champ de température près de l'entrée du FAP sur la Figure III.16.b semble lié à cet effet de dispersion. Le comportement observé expérimentalement est bien restitué. Cependant, l'écart observé précédemment pour le débit de 108 l/min est confirmé par la Figure III.15.b.

La propagation radiale de la chaleur est illustrée par les Figures III.14, 15, 16 c et d pour deux profondeurs dans le FAP. On constate un bon accord entre les résultats expérimentaux et numériques. La faible conductivité thermique des joints se traduit ici par une augmentation locale de la pente des courbes. On peut noter que l'aspect lissé des courbes issues du modèle près des joints est essentiellement dû à l'interpolation des résultats numériques. La bonne restitution de ces évolutions de température radiales pour différents débits permet de valider le modèle. Cependant, la différence de température de part et d'autre des joints semble légèrement sous-estimée. La conductance thermique du ciment constituant ces barrières thermiques est vraisemblablement inférieure à celle qui a été retenue. Une surestimation de la conductivité du matériau ou une sous-estimation de l'épaisseur effective des joints dans le filtre réel peuvent être responsables de ces écarts.

Enfin, deux champs de températures ont été représentés pour les trois débits considérés (III.14, 15, 16 e et f). Sur la première figure, après 480 secondes, le régime stationnaire n'est pas encore atteint. On constate que le processus de diffusion radiale de la zone centrale vers l'extérieur du FAP est fortement ralenti par la présence des joints faiblement conducteurs. L'effet de convection est d'autant plus sensible que le débit est important. La résistance thermique importante des joints est également mise en évidence par la température nettement inférieure dans les éléments unitaires séparés de la zone centrale par deux joints.



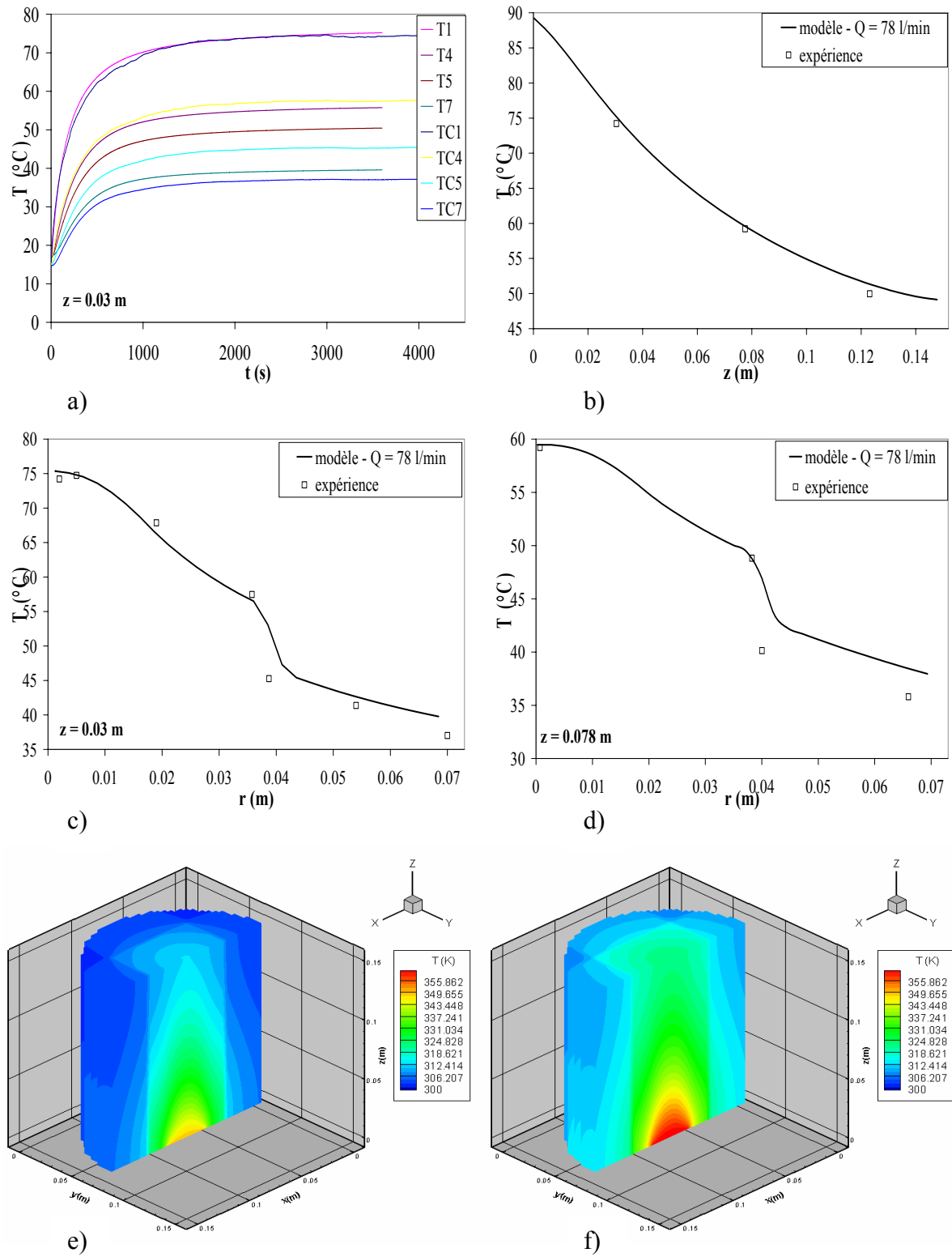


Figure III.14 : Comparaison expérience / simulation ( $Q = 76 \text{ l/min}$ )

- a) Evolution instationnaire des thermocouples, b) Distribution axiale de température ( $t = 3600 \text{ s}$ ),  
c) Distribution radiale de température ( $r = 0.03 \text{ m}$ ), d) Distribution radiale de température ( $r = 0.078 \text{ m}$ ),  
e) Champs de température 3D après 480 secondes, f) Champs de température 3D après 3600 secondes

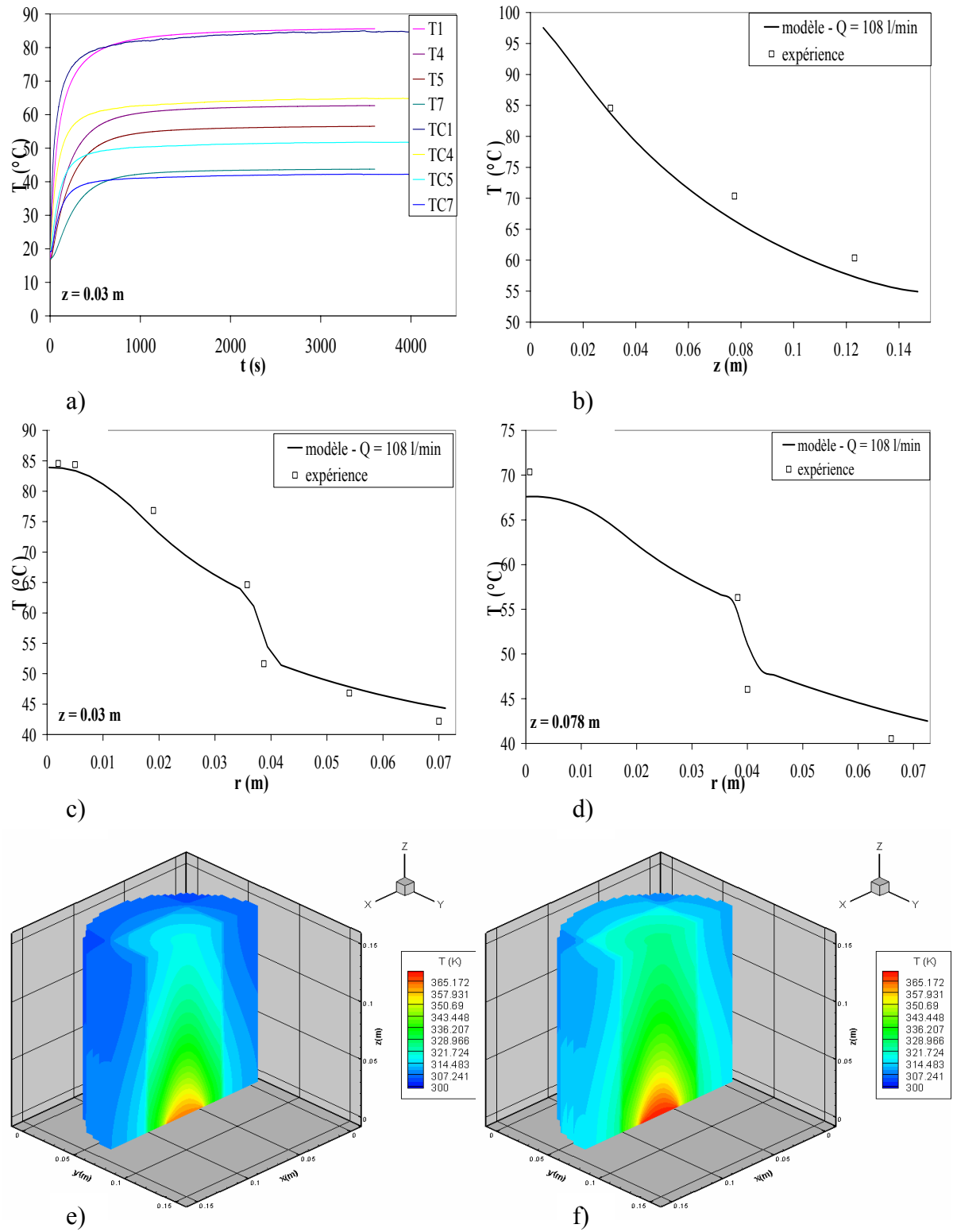


Figure III.15 : Comparaison expérience / simulation ( $Q = 108 \text{ l/min}$ )

- a) Evolution instationnaire des thermocouples, b) Distribution axiale de température ( $t = 3600 \text{ s}$ ),  
c) Distribution radiale de température ( $r = 0.03 \text{ m}$ ), d) Distribution radiale de température ( $r = 0.078 \text{ m}$ ),  
e) Champs de température 3D après 480 secondes, f) Champs de température 3D après 3600 secondes

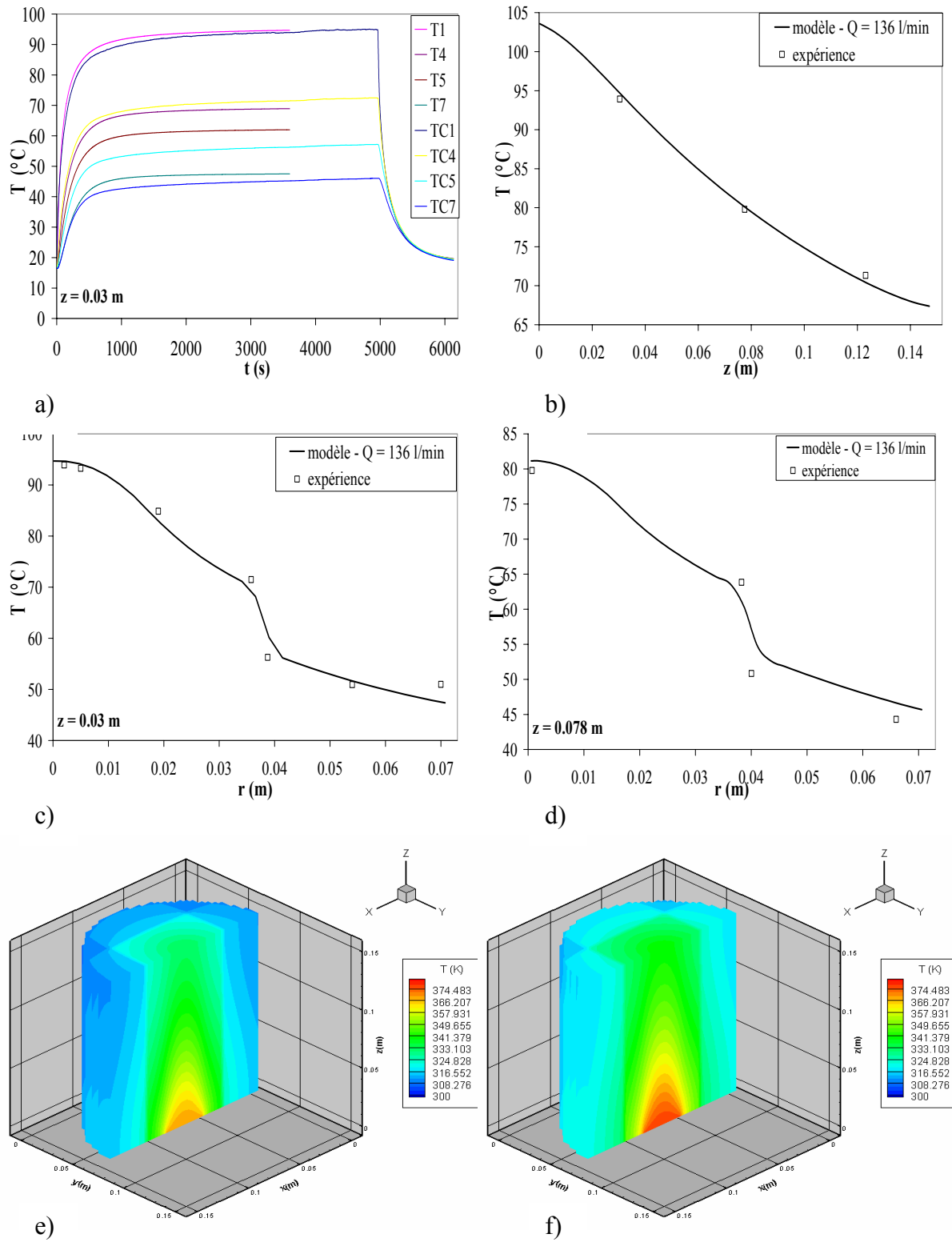


Figure III.16 : Comparaison expérience / simulation ( $Q = 136 \text{ l/min}$ )

- a) Evolution instationnaire des thermocouples, b) Distribution axiale de température ( $t = 3600 \text{ s}$ ),  
c) Distribution radiale de température ( $r = 0.03 \text{ m}$ ), d) Distribution radiale de température ( $r = 0.03 \text{ m}$ ),  
e) Champs de température 3D après 360 secondes, f) Champs de température 3D après 3600 secondes

### *Conclusion :*

L'étude comparative des résultats expérimentaux et numériques met en évidence une bonne restitution du comportement thermique d'un FAP initialement froid chauffé par un écoulement d'air chaud dans sa partie centrale. Dans cette configuration simple, la prise en compte de la convection et de la diffusion s'avère satisfaisante. L'impact de la dispersion macroscopique sur la conductivité axiale reste faible dans la plage de débit étudiée mais semble favoriser la diffusion en entrée (et probablement en sortie du FAP). Des expériences complémentaires seraient nécessaires pour étudier l'influence de cet effet macroscopique prédit par le modèle.

Le rôle de barrière thermique des joints séparant les éléments unitaires a été clairement identifié. La configuration étudiée favorise l'apparition de gradients thermiques forts dans les joints. En effet, l'énergie est uniquement apportée dans le FAP par sa zone centrale et doit se propager vers l'extérieur. Cependant, la limitation du transfert de chaleur radial lié à la présence des joints est susceptible d'être néfaste pour la régénération homogène du dispositif. L'utilisation de ciments de conductivité plus élevée est actuellement à l'étude mais le choix du matériau doit également satisfaire aux contraintes associées à la résistance thermo-mécanique.

L'utilisation du dispositif expérimental pour tester des configurations de FAP différentes reste une perspective intéressante à ce travail. La défaillance du système de refroidissement d'eau permettant d'assurer la condition limite en périphérie du filtre a malheureusement limité cette étude à un seul type de FAP.

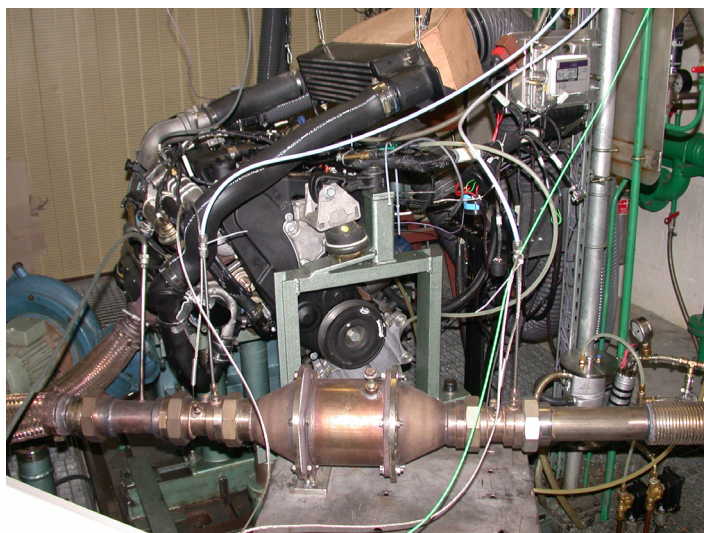
### III.5.2. Régénération thermique en condition réelle

Afin de valider le modèle thermique complet prenant en compte la combustion des suies, les résultats des simulations numériques peuvent être confrontées aux mesures expérimentales réalisées sur les bancs moteurs du Laboratoire de Mécanique et d'Energétique d'Orléans. Tout d'abord, ce dispositif expérimental est présenté. Les conditions limites associées au protocole expérimental sont ensuite détaillées. Enfin, une étude comparative des approches numériques et expérimentales est présentée en mettant en évidence l'influence de quelques paramètres.

#### III.5.2.1. Description du banc de mesure expérimental

Une description détaillée du dispositif expérimental et des techniques de mesure utilisées sera présentée dans la thèse de l'université d'Orléans préparée par Bernard Bouteiller. Le dispositif expérimental principal utilisé est un banc moteur (Figure III.17). Ce système complexe est composé:

- a. d'un moteur diesel à injection directe de dernière génération (Peugeot DW10), ceci dans le but d'être représentatif des véhicules actuels. Ce type de moteur est piloté par un calculateur électronique permettant de gérer et calibrer toutes les variables de contrôle.
- b. d'un système d'échappement créé spécifiquement, permettant une grande souplesse pour les modifications de configuration de filtres.
- c. d'un frein fournissant un couple résistif au moteur.
- d. d'un système d'acquisition, de commande et de supervision.
- e. d'un ensemble de capteurs spécifique à l'instrumentation du FAP lui-même et des autres équipements. Des mesures de pressions sont réalisées en différents points de la ligne d'échappement. Des thermocouples sont utilisés pour mesurer les températures en différents points du système : les températures en amont du FAP et à l'extérieur de la ligne sont enregistrées durant toute la durée des expériences. Les filtres sont instrumentés avec 33 thermocouples insérés par les canaux de sortie à trois profondeurs différentes. Un quart du FAP est étudié en plaçant des points de mesures dans les quatre éléments unitaires.



*Figure III.17 : Banc moteur du Laboratoire de Mécanique et d'Énergétique d'Orléans*

### III.5.2.2 Protocole expérimental et conditions limites associées

Compte tenu des contraintes imposées par l'utilisation d'un moteur automobile, il a été nécessaire de définir un protocole relativement complexe pour réaliser des mesures reproductibles durant la phase de régénération. Les simulations numériques de ce phénomène ont ensuite nécessité une traduction de ce protocole en terme de conditions limites.

#### **Protocole expérimental :**

Afin de réaliser des séries d'expérience comparables, un soin particulier a été apporté à la phase de préparation du FAP précédant l'initiation de la régénération. Après deux minutes de fonctionnement au ralenti, le régime moteur est stabilisé à 1700 tr/min avec un couple résistif de 50-60 Nm jusqu'à ce que la température d'eau atteigne 75°C afin de mettre le dispositif en température. Le couple est ensuite ajusté à 95 Nm au même régime. Les températures au sein du FAP sont généralement stabilisées lorsque la température d'eau atteint 80°C.

La phase de régénération est ensuite amorcée en ajoutant une post-injection dans le cycle d'injection. Le régime de 1700 tr/min et le couple de 95 Nm sont conservés durant cette phase. L'amorçage de la réaction d'oxydation des suies est détecté grâce au capteur de pression positionné en amont du FAP. Une diminution de la perte de charge durant quatre secondes est interprétée comme un effet de l'augmentation de la perméabilité de paroi dans une zone où la réaction est amorcée. La suite de la régénération est étudiée avec un passage au ralenti avec un régime de 1050 tr/min et un couple d'environ 40 Nm sans adjonction d'EGR (injection de gaz d'échappement dans la chambre de combustion).

## Conditions aux limites pour le calcul numérique

Les simulations de la phase de régénération sont réalisées sur les deux dernières phases du protocole expérimental. Nous appellerons par la suite le point de fonctionnement à 1700 tr/min avec post-injection la phase d'« allumage » et le point de fonctionnement à 1050 tr/min la phase de « propagation ». Les paramètres utilisés pour définir le régime de fonctionnement sont le débit et la température des gaz ainsi que la concentration en oxygène.

### *Débit de gaz et concentration en oxygène*

Durant la phase d'« allumage », le débit massique de gaz est fixé à 120 kg/h. La variation de masse volumique du gaz avec la température peut être prise en compte dans le modèle d'écoulement en utilisant la loi des gaz parfaits (Annexe D). La concentration massique du gaz en oxygène mesurée durant cette phase peut être considérée comme constante avec  $Y = 0,07$ . Au début de la phase de « propagation », le débit massique de gaz chute brutalement à 75 kg/h. La concentration en oxygène est alors plus élevée avec  $Y = 0.13$ .

### *Température imposée en entrée du FAP modèle*

Afin de représenter correctement l'évolution de la température en entrée du FAP, il a été nécessaire d'imposer une rampe de température mesurée expérimentalement en entrée du modèle. Les évolutions retenues pour les deux phases de fonctionnement sont présentées sur la Figure III.18.

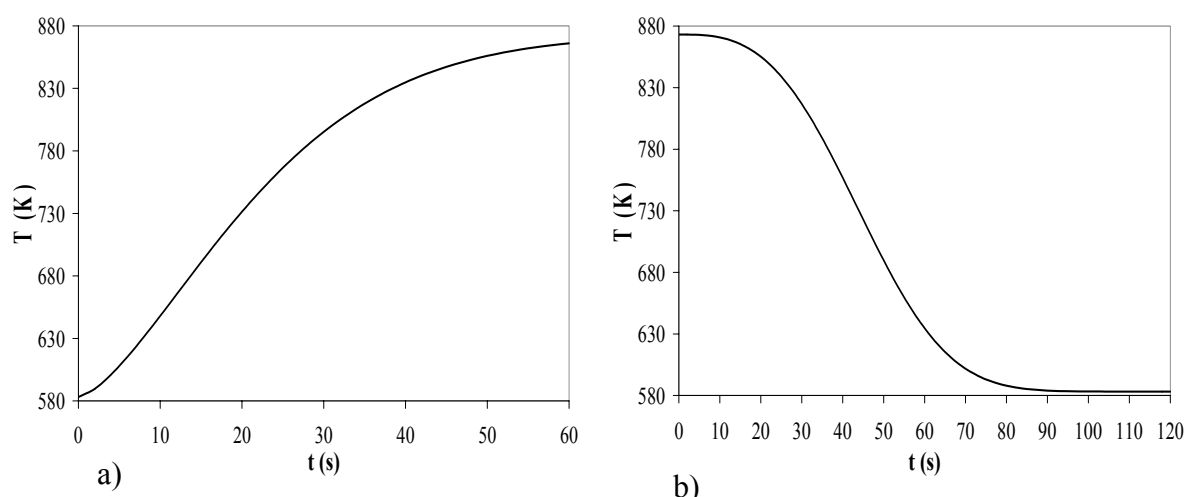


Figure III.18 : Evolution de la température d'entrée durant la régénération : a) « allumage », b) « propagation »

De plus, les mesures expérimentales ont mis en évidence une température sensiblement plus faible en périphérie de la conduite en amont du FAP. Ce résultat classique

pour les écoulement en conduite (Kays and Crawford (1987)) est également sensible à l'effet du catalyseur d'oxydation placé immédiatement en amont du FAP. Par conséquent, l'utilisation des profils de température classiques en écoulement turbulent pleinement développé n'est pas judicieuse dans la configuration FAP. Le modèle retenu en se basant sur les mesures expérimentales consiste à imposer un gradient de température linéaire sur la couronne extérieure de la face d'entrée. La largeur de la couronne est fixée à 2 centimètres et la différence de température entre la zone centrale et la périphérie est constante et fixée à 100 K.

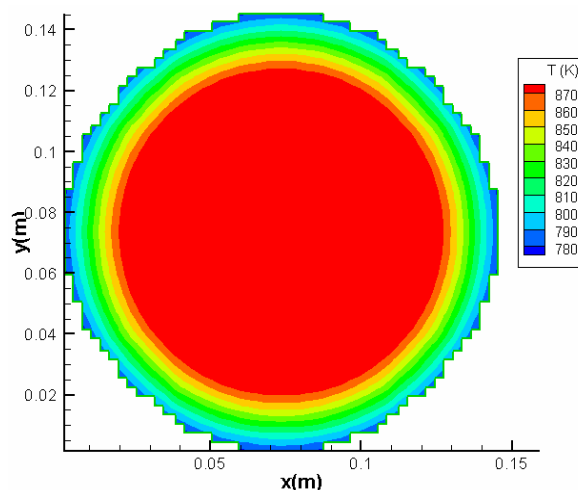


Figure III.19 : Profil de température non-uniforme sur la face d'entrée

### Coefficient d'échange extérieur

Le coefficient d'échange convectif  $h_{\text{ext}}$  avec l'extérieur sur la surface latérale du FAP reste un paramètre de calage qui n'a pas pu être évalué expérimentalement. Pour les simulations de régénération, il a été fixé arbitrairement à  $15 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$ .



### III.5.2.3. Comparaison des résultats

Une série de régénérations expérimentales sur un FAP de type Filtre 1 (§II.2.1) a été utilisée pour mettre en évidence la possibilité d'utiliser le modèle numérique. En conservant le même protocole de régénération, l'influence de la masse de suie collectée a pu être évaluée avec des chargements à 20, 30 et 50 grammes.

La Figure III.20 présente l'évolution de la température durant la régénération pour une masse de suie initiale de 20 grammes. Les valeurs de température sont extraites des résultats numériques à la position des thermocouples utilisés sur le banc expérimental. Sur la Figure III.20.a, les points de mesures sont placés dans un élément de nid d'abeille près du centre du FAP à trois profondeurs (2 cm, 12.5 cm et 23 cm). On constate sur le premier point de mesure que la phase d'allumage est correctement décrite pour le premier thermocouple mais que la propagation vers le fond du FAP prédite par le modèle est trop lente. L'initiation de la combustion intervient sur le premier thermocouple après 50 secondes et semble en bon accord avec l'expérience. Les courbes d'évolution de la température suggèrent l'existence d'un front de réaction se propageant de l'entrée vers la sortie du FAP. La valeur des températures maximales est du bon ordre de grandeur mais est cependant surestimée par le modèle au maximum de 30°C sur le troisième thermocouple (Tableau III.4). La dynamique de refroidissement après le passage du front de réaction n'est pas prise en compte de façon satisfaisante. Proche du comportement expérimental près de l'entrée du FAP, la décroissance en température dans le modèle est beaucoup plus rapide pour les deux thermocouples situés en aval. L'hypothèse d'équilibre thermique local peut être responsable de cette différence de comportement en favorisant le transport de l'énergie stockée dans les parois solides vers la sortie du FAP.

La Figure III.20.b présente l'évolution de trois thermocouples placés dans l'un des petits éléments de nid d'abeille séparé du centre par deux joints. Les évolutions expérimentales et numériques présente ici un accord plus satisfaisant. Contrairement au point de mesure au centre du filtre, le temps de propagation est bien restitué. On peut penser que la pression uniforme, imposée dans le modèle sur la face d'entrée du FAP, ne restitue pas correctement la distribution des débits réels. La vitesse de propagation plus rapide dans la zone centrale que dans la zone périphérique semble être liée à un débit de gaz plus important. La présence du gradient de température sur la face d'entrée et des fuites thermiques par la

surface latérale du FAP impose cependant un retard à la propagation de la réaction dans la zone périphérique dans le modèle qui reste très inférieur à l'observation expérimentale.

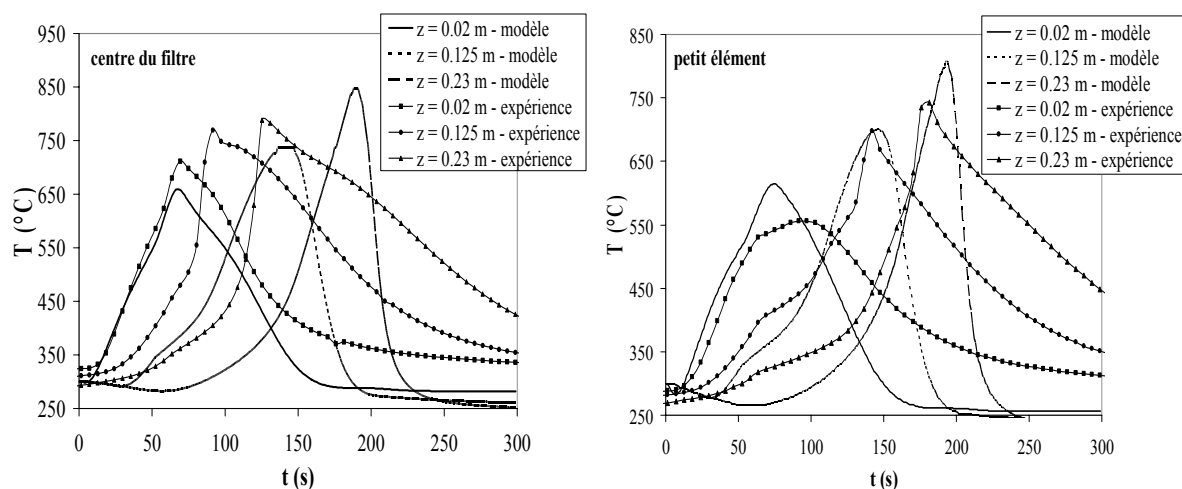


Figure III.20 : Evolution des températures mesurées et simulées durant la régénération  $M_{\text{dépôt}} = 20 \text{ g}$   
a) températures au centre du FAP, b) températures dans un élément extérieur

	Tmax modèle (°C)	Tmax expérience (°C)
Mdépôt = 20 g	847	817
Mdépôt = 30 g	1008	883
Mdépôt = 50 g	1050	1200

Tableau III. 4 : Températures maximales atteintes dans le FAP

Les Figures III 21.a et .b présentent le même type de courbes d'évolution des températures près du centre du FAP respectivement pour des masses de suies initiales de 30 et 50 grammes. Avec 30 grammes de suies, on observe le même écart de vitesse de propagation entre le modèle et l'expérience que pour une masse initiale de 20 g. La température maximale au niveau du dernier thermocouple est fortement surestimée (120 °C). La dynamique de propagation avec 50 grammes de suies est restituée de façon beaucoup plus réaliste. La très faible perméabilité des parois pour cette masse de suie importante peut être responsable d'une meilleure uniformisation du débit de gaz sur la face d'entrée du filtre. La simulation est alors naturellement plus proche de l'expérience. On constate néanmoins que l'exotherme du dernier thermocouple est beaucoup trop faible (Tableau III.4). Le modèle de transport de l'oxygène vers la couche de suie atteint ici ses limites. En effet, lorsque environ la moitié de la longueur du FAP a été débarrassée de sa couche de suie, l'écoulement de gaz « abandonne » progressivement la traversée de la couche de suie épaisse située vers le fond du FAP. Le transport de l'oxygène vers la zone réaction étant uniquement contrôlé par l'écoulement à

travers la couche de suie, la réaction devient moins rapide dans le calcul (limitée par l'apport d'oxygène). Une partie des suies reste présente après la régénération près de la sortie du FAP et plus particulièrement dans les éléments périphériques.

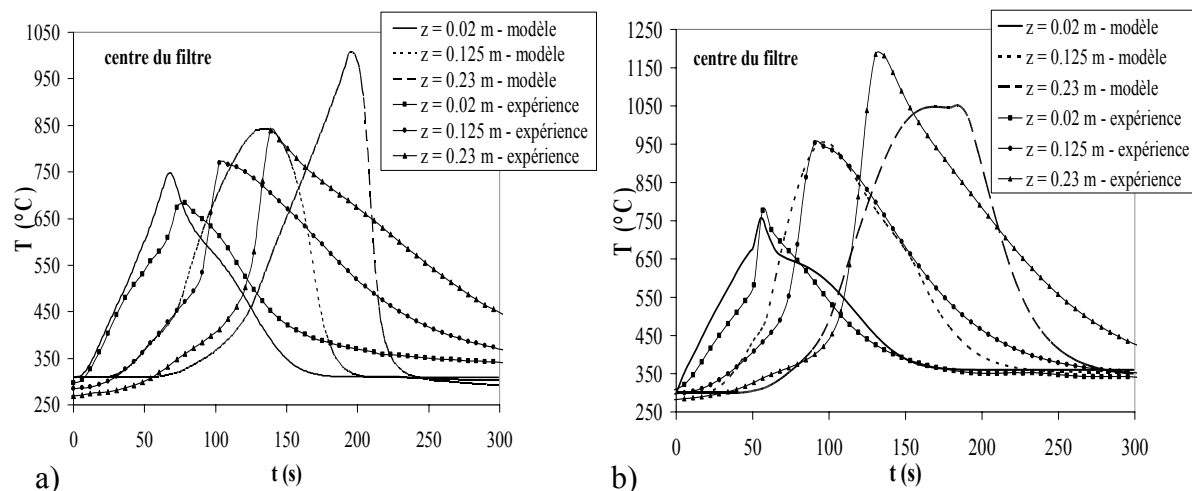


Figure III.21 : Evolution des températures mesurées et simulées au centre du FAP durant la régénération

a)  $M_{\text{dépôt}} = 30 \text{ g}$ , b)  $M_{\text{dépôt}} = 50 \text{ g}$

#### III.5.2.4. Analyse de la phase de régénération

Bien que la comparaison entre les résultats expérimentaux et les simulations aient montré certaines différences, les temps de propagations et les températures maximales prédites par le modèle présente le bon ordre de grandeur. Les simulations numériques s'avèrent alors être un outil intéressant pour analyser finement les phénomènes en utilisant des informations inaccessibles par l'expérience.

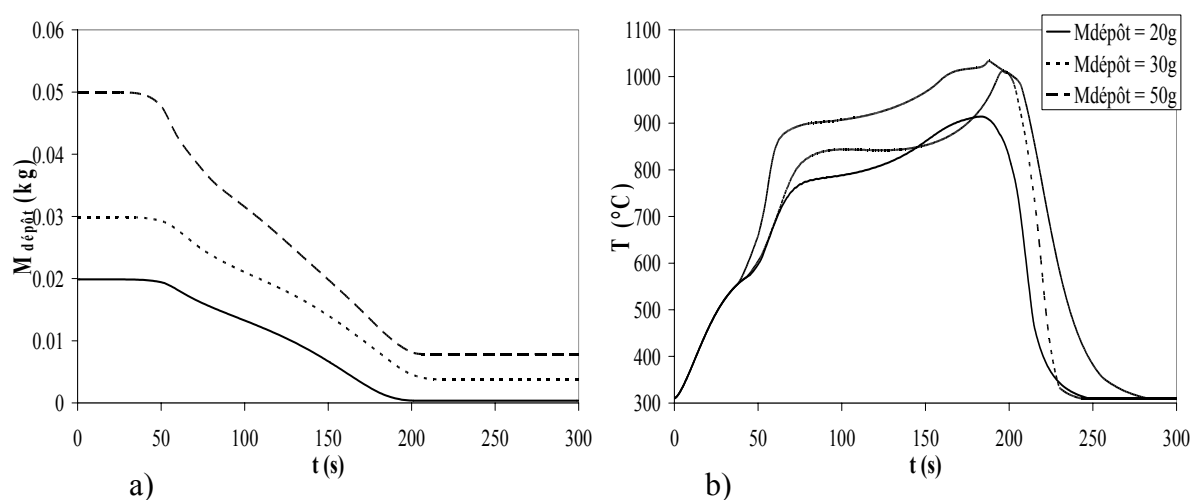


Figure III.22 : Evolution de la masse totale déposée (a) et de la température maximale (b) durant la régénération

Tout d'abord, certains paramètres peuvent être suivi au cours du temps. La variation de la masse totale de suie (Figure III.22.a) montre, pour les trois masses initiales étudiées, que l'initiation de la combustion se produit sensiblement après le même temps « d'allumage » (environ 40 secondes). Une phase de décroissance rapide de la masse de suie intervient suite au changement de concentration du gaz en oxygène placé dans les trois cas après 50 secondes de fonctionnement. On constate sur la Figure III.22.b que cette consommation rapide de la suie occasionne une montée en température beaucoup plus rapide pour le FAP présentant la masse de suie la plus importante. La diminution de masse de suie (ainsi que la température maximale dans le FAP) présente ensuite une phase de variation plus lente correspondant à la propagation du front de combustion le long du FAP. Finalement, en fin de régénération, la température maximale augmente rapidement lorsque la zone de réaction s'approche de la sortie du FAP. L'« emballement » de la réaction sensible pour les masses de suie initiales de 20 et 30 grammes n'est pas aussi important dans le troisième cas. L'abandon d'une partie des suies peut expliquer ce comportement. On peut constater que le modèle prévoit une combustion de l'ensemble des suies pour un chargement initial de 20 grammes. Pour les chargements initiaux de 30 et 50 grammes, 4 et 8 grammes sont respectivement abandonnés dans le FAP par la réaction. Les mesures expérimentales des masses des FAP en début et fin de régénération ont montré que cette quantité de suie abandonnée est trop élevée. Les régénérations de FAP fortement chargés aboutissant généralement à un nettoyage complet. Le transfert de l'oxygène vers la zone de réaction semble donc sous-estimé dans le modèle. L'introduction d'un modèle complet de convection et diffusion de l'oxygène pourrait améliorer la description de la réaction dans le FAP.

### **Déroulement de la réaction :**

La Figure III.23 présente différents champs tridimensionnels extraits de la simulation de la régénération du Filtre 1 chargé initialement de 20 grammes de suies. Les figures a, b et c présentent les champs de température après 60, 120 et 180 secondes. Après 60 secondes, la réaction est amorcée et signalée par des températures supérieures à 800 K. La zone de réaction s'étale sur environ un tiers de la longueur du FAP. Après 120 secondes, le champ de température montre que la zone de température maximale s'est déplacée sur une dizaine de centimètres. Une zone de fortes températures supérieures à 1000 K est clairement visible. Elle correspond à la fin de la combustion des suies qui y sont piégées. La zone de refroidissement située en aval ne contient plus de suie. Après 180 secondes, la zone de réaction a atteint

l'extrémité du FAP. La température est alors maximale au centre du filtre. Le retard de la réaction dans la zone périphérique est ici clairement mis en évidence.

La Figure III.22.d présente le champ de masse de suies contenue dans chaque maille du domaine après 180 secondes. On constate une correspondance entre les zones les plus chaudes et les zones totalement régénérées. Le rôle de barrière thermique des joints séparant les éléments de filtre est également confirmé. En effet, la zone où la réaction a consommé toute la suie est nettement limitée aux quatre éléments centraux du FAP.

Le post-traitement des champs de température permet d'avoir accès à la distribution spatiale du gradient de température dans le FAP. Il apparaît pour le filtre étudié que la valeur maximale de la norme du gradient de température est atteinte lorsque la température est maximale. La Figure III.22.e présente la répartition de la composante axiale du gradient après 180 secondes. Sa valeur maximale est alors supérieure aux valeurs des gradients transverses. Des valeurs de plusieurs milliers de Kelvin par mètre sont atteintes. Les gradients les plus importants se situent en amont de la zone de réaction et correspondent au refroidissement du FAP. La bonne prise en compte de la condition limite de flux nul sur la face de sortie est mise en évidence. Sur la Figure III.22.f, la norme du gradient de température est représentée. Les gradients au sein des joints apparaissent importants. Les éléments de nid d'abeille dans la périphérie du FAP semblent présenter les gradients de température les plus importants.

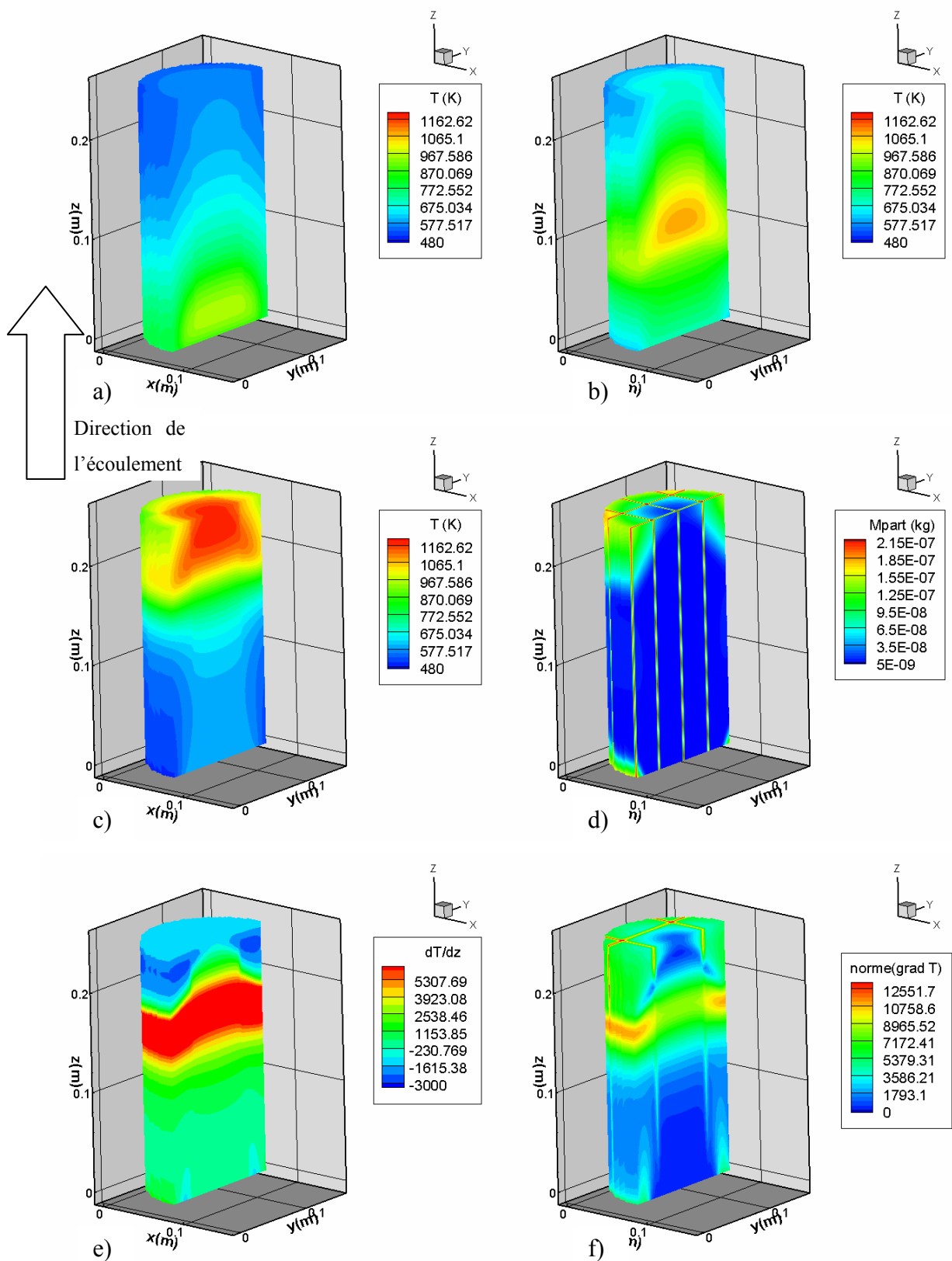


Figure III.23 : Simulation de la régénération pour une masse de suie initiale de 20g  
 Champs de température après 60 secondes (a), après 120 secondes (b) et après 180 secondes (c)  
 d) Répartition de la masse de suie restant après 180 secondes ( $M_{dépôt} = 1.6g$ )  
 Champ du gradient de température axial (e) et de la norme du gradient de température (f) après 180 secondes

### III.5.2.5. Remarque sur l'effet de la conductivité des joints

Afin de compléter les remarques sur le rôle des barrières thermiques que constituent les joints du FAP, une comparaison de simulations réalisées avec une conductivité de joint plus importante permet de mieux comprendre leur influence sur le comportement du système complet. Le cas du Filtre 1 initialement chargé de 30 grammes de suie a été simulé en imposant une conductivité de  $10 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$  et peut être comparé au cas réaliste présentant une conductivité de  $1 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ . La température maximale et le temps de propagation de la réaction ne sont que très faiblement influencés par la conductivité des joints. Cependant, la répartition des gradients de température apparaît sensiblement différente. Les gradients suivant l'axe du FAP sont essentiellement contrôlés par les débits de gaz et la réaction d'oxydation. Par conséquent, ils ne présentent pas de différences notables. La norme des gradients transverses est représentée sur la Figure III.24 lorsque la température est maximale (soit après 200 secondes). On constate que les différences de températures sont plus importantes autour des joints faiblement conducteurs (Figure III.24.a). Cependant, ce type de gradient n'apparaît pas néfaste pour la durabilité du FAP. En effet, les joints sont généralement constitués d'un ciment associé à des fibres céramiques et ne sont pas sensibles à la détérioration thermique (ou tout du moins celle-ci ne conduit pas à l'apparition de fuites de gaz). La présence de ces barrières thermiques semble favoriser l'uniformisation des températures au sein des éléments de FAP. Par opposition, sur la Figure III.24.b, les gradients de température dans les éléments centraux sont plus importants et sont, à priori, moins favorables à une bonne tenue thermo-mécanique. Bien qu'une forte conductivité des joints favorise les échanges de chaleurs entre les différents éléments de nid d'abeille, elle doit rester suffisamment faible pour uniformiser correctement les températures dans chaque élément.

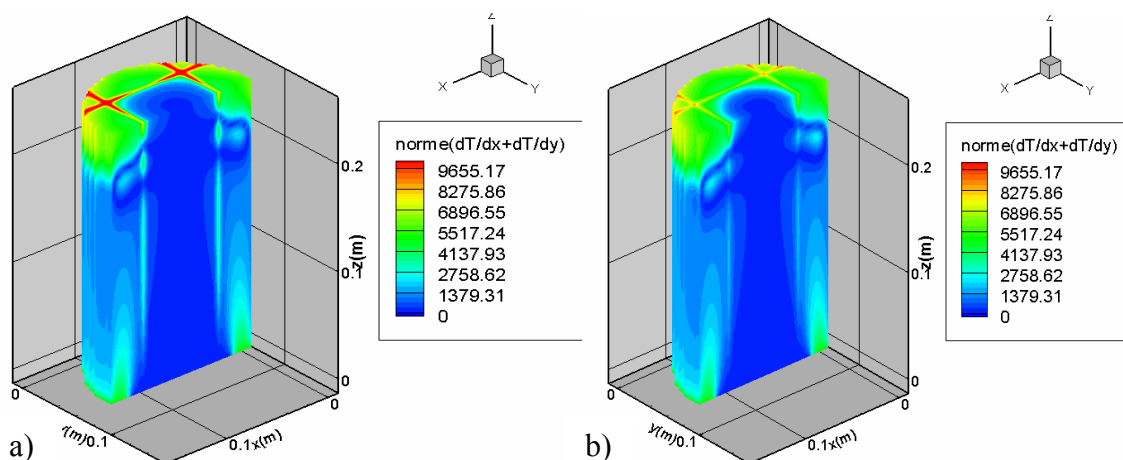


Figure III.24 : Norme des gradients transverses après 200 secondes [a)  $k_j = 1 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$  - b)  $k_j = 10 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ ]

### III.5.2.6. Effet de la masse du filtre

Le procédé de fabrication des nids d'abeilles est basé sur l'extrusion d'une pâte de matériau céramique. L'usure des filières conduit à l'augmentation progressive des épaisseurs de parois. Outre une légère augmentation de la perte de charge du FAP propre, cette variation d'épaisseur entraîne une augmentation de la masse du dispositif. Afin d'évaluer l'impact de cette augmentation de masse sur la régénération, des simulations ont été réalisées en modifiant les dimensions des canaux et des parois. Une augmentation d'épaisseur de paroi de 0.38 mm à 0.48 mm fait augmenter la masse du FAP de 3.35 kg à 3.8 kg. La dynamique de propagation de la réaction dans le filtre n'est que faiblement affectée par l'augmentation de masse bien que la phase initiale de propagation de la réaction soit légèrement plus lente. La température maximale atteinte durant des régénérations à partir d'une masse de suie initiale de 30 grammes est présentée sur la Figure III.25. On constate une décroissance linéaire de la température maximale en fonction de la masse du FAP. Cette observation est en bon accord avec les mesures effectuées sur différents prototypes de FAP. L'effet de la masse thermique du matériau est mis en évidence. Une part de l'énergie dégagée par la réaction est utilisée pour réchauffer la masse de céramique supplémentaire. La différence de température maximale de 70 K associée à une augmentation de masse de 450 gramme suggère un effet non négligeable. Par conséquent, la réalisation de FAP légers (à parois fines ou à haute porosité) devra être envisagée avec précaution.

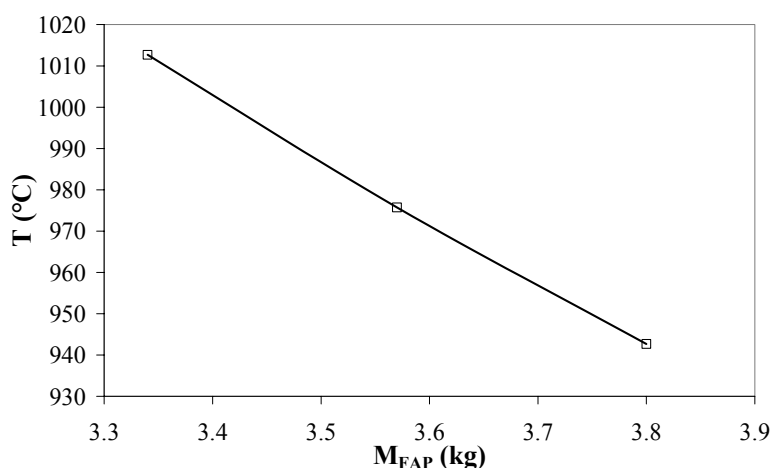


Figure III.25 : Effet de la masse du FAP sur la température maximale atteinte durant la régénération



### III.5.3. Conclusion

Le modèle thermique macroscopique est validé de façon satisfaisante sur des mesures expérimentales dans le cas simplifié du réchauffement d'un FAP par un écoulement de gaz chaud dans sa partie centrale. Il permet de retranscrire correctement le caractère instationnaire de l'expérience et les distributions de températures en régime établi présentent un accord satisfaisant.

En basant les conditions limites du problème sur des expériences de régénération thermique réalisées sur un banc moteur, cette phase de fonctionnement peut être simulée. Les résultats numériques sont comparés à des mesures par thermocouples réalisées dans le FAP. Le comportement global prédit par le modèle est proche de l'expérience en terme de températures maximales et de temps caractéristique de la régénération. Cependant, la vitesse de propagation de la zone de réaction est généralement sous-estimée et la dynamique de refroidissement des zones où la combustion est achevée est sensiblement trop rapide. Ces écarts peuvent en partie être attribués à la difficulté de prendre en compte les conditions limites associées au fonctionnement réel. Cependant, l'hypothèse d'équilibre thermique, fondatrice du modèle, peut également entraîner certains écarts.

L'analyse des résultats numériques, et notamment des champs tridimensionnels de température et de masse de suie, permet de suivre de façon détaillée le déroulement de la régénération. Une propagation de la réaction d'oxydation de l'entrée vers la sortie du FAP est mise en évidence. Les températures maximales sont atteintes près de la sortie du domaine. Le calcul des gradients thermiques montre que les gradients dans l'axe du FAP sont généralement les plus élevés. Les contraintes les plus importantes étant obtenues dans la zone de refroidissement en amont des zones complètement régénérées. Les joints séparant les éléments unitaires de nid d'abeille jouent un rôle de barrière thermique imposant de forts gradients transverses. La simulation de configuration de FAP intégrant des joints fortement conducteurs a montré qu'une conductivité de joint élevée n'est pas forcément préférable. Si les transferts de chaleurs des éléments les plus chauds vers les éléments les plus froids est favorisé, les températures au sein d'un élément tendent à être moins homogènes. Cette tendance peut être préjudiciable à la durabilité du système compte tenu des risques d'endommagement du nid d'abeille par l'effet de dilatation associé à des gradients de température.

### III.6 Conclusions sur le problème thermique

Nous avons présenté une étude théorique et expérimentale des transferts thermiques au sein des Filtres à Particules Diesel. Cette étude est particulièrement focalisée sur la description du problème à l'échelle macroscopique du filtre complet. Les équations utilisées sont issues d'un changement d'échelle basé sur les équations de conservation à l'échelle des canaux du FAP. Comme dans le cas des travaux récents de Nakayama et al. (2002) appliqués à la modélisation d'échangeurs thermiques compacts, cette approche permet de décrire un procédé complexe par l'intermédiaire d'un milieu fictif équivalent. L'impact des phénomènes intervenant aux différentes échelles spatiales est rigoureusement pris en compte par l'intermédiaire de propriétés effectives de transport (par opposition avec les coefficients heuristique classiquement utilisés).

Le développement de la méthode de prise de moyenne volumique nécessite la prise en compte de trois phases distinctes à l'échelle des canaux du FAP associées respectivement aux canaux ouverts sur l'entrée, sur la sortie du filtre et aux parois poreuses du nid d'abeille. L'originalité de cette configuration est liée à la présence d'écoulements dans la phase poreuse reliant les deux phases associées aux canaux. Une hypothèse d'équilibre thermique est utilisée pour décrire le problème macroscopique par l'intermédiaire d'une équation de transport appliquée à une seule température. Afin de prendre en compte les effets locaux, un problème de fermeture est défini mathématiquement. Sa résolution numérique sur une cellule périodique caractéristique du FAP permet d'obtenir un tenseur effectif de diffusivité thermique. A cette échelle, l'effet des écoulements transverses est négligeable. Les composantes transverses du tenseur incluent les effets de tortuosités liés à la structure en nid d'abeille. Sa composante axiale est modifiée par un terme de dispersion de Taylor caractérisant l'effet thermique de l'écoulement du gaz dans les canaux carrés. La principale lacune de cette approche est l'omission des échanges radiatifs. La prise en compte de ce mode de transfert reste une perspective envisageable à ce travail.

La réaction d'oxydation des particules collectées est prise en compte par l'intermédiaire d'un taux de réaction global exprimé sous la forme d'une loi d'Ahrénus. L'étude bibliographique concernant les mesures expérimentales de ce taux de réaction montre une très large dispersion. La nature physico-chimique des particules semble en effet dépendre fortement du moteur, du carburant et des conditions opératoires utilisées. A partir de ce taux de réaction global, un modèle simple de transport et de consommation de l'oxygène à travers

la couche de particules est utilisé pour définir un taux de consommation surfacique du carbone. Finalement, un terme source de combustion est introduit dans l'équation macroscopique pour prendre en compte la réaction chimique dans le modèle complet. L'utilisation de différents modèles de combustion plus complexes peut être envisagés pour décrire la réaction. On peut notamment penser qu'une prise en compte plus réaliste des différentes réactions chimiques et de l'évolution de la structure géométrique du dépôt pourrait améliorer le modèle de réaction.

L'équation macroscopique de convection/diffusion et réaction ainsi définie est résolue numériquement. L'approche retenue est basée sur une discrétisation en volumes finis associée à une méthode de splitting. La structure géométrique du FAP présentant plusieurs éléments unitaires reliés entre eux par des joints en ciment peu conducteur nécessite une résolution sur un domaine tridimensionnel. Des conditions limites variées sont utilisées pour décrire de façon satisfaisante le dispositif réel.

Afin de valider les hypothèses retenues, un dispositif expérimental simple a été mis en place. La situation étudiée est le réchauffement d'un FAP initialement froid par un écoulement de gaz chaud dans sa zone centrale. La comparaison des résultats expérimentaux et numériques réalisée sur un filtre de référence montre un très bon accord. Le fonctionnement pour différents débits de gaz est correctement décrit par le modèle. Suite à des problèmes techniques sur le banc de mesure, la validation n'a pas pu être étendue à d'autres configurations géométrique de FAP ou à des débit de gaz plus importants.

La simulation du comportement thermique du FAP durant la phase de régénération a révélé un accord qualitatif satisfaisant avec les mesures expérimentales sur banc moteur. Les écarts observés sur la dynamique de propagation de la réaction dans le FAP sont en partie liés à la difficulté de prendre en compte les conditions limites réelles dans les simulations. L'hypothèse d'équilibre thermique retenue durant le développement du modèle et la prise en compte de la cinétique de réaction peuvent également entraîner des écarts entre le comportement réel et les simulations.

### III.7. Références

1. Bisset, E. J. (1983). "Mathematical model of the thermal regeneration of wall-flow monolith diesel particulate filter." chemical Engineering Science **39**(n°7/8): 1233-1244.
2. Bisset, E. J. and Shadman, F. (1985). "Thermal regeneration of diesel-particulate monolithic filters." AIChE journal **31**(5): 753-758.
3. Bonnefoy, F., Gilot, P., Stanmore, B. and Prado, G. (1994). "A comparative study of carbon black and Diesel soot reactivity in the temperature range 500-600°C - Effect of additives." Carbon **32**(7): 1333-1340.
4. Caillabet, Y., Fabrie, P., Lasseux, D. and Quintard, M. (2001). "Computation of large-scale parameters for dispersion in fissured porous medium using finite-volume method." Computational Geosciences(5): 121-150.
5. De Soete, G. (1988). "Catalysis of soot combustion by metal oxides". Western States section meeting, Salt Lake City.
6. Du, Z., Sarofim, A. F. and Longwell, J. P. (1990). "Activation energy in temperature-programmed desorption : Modeling and application to the soot-oxygen system." Energy Fuels(4): 296-302.
7. Duval, F., Fichot, F. and Quintard, M. (2004). "Thermal non-equilibrium model for two-phase flow with phase-change in porous media." International Journal of Heat and Mass Transfer(47): 613-639.
8. Farthing, M. W. and Miller, C. T. (2001). "A comparison of high-resolution, finite-volume, adaptive stencil schemes for simulating advective-dispersive transport." Advances in Water Resources(24): 29-48.
9. Haralampous, O. and Koltsakis, G. C. (2002). "Intra-layer temperature gradients during regeneration of diesel particulate filters." Chemical Engineering Science **57**(13): 2345-2355.
10. Kays, W. M. and M.E., C. (1987). "Convective heat and mass transfer", Mc-Graw Hill Company.
11. Konstandopoulos, A. G. and Kostoglou, M. (2000). "Reciprocating flow regeneration of soot filters." Combustion and Flame **121**(3): 488-500.
12. Konstandopoulos, A. G., Kostoglou, M. and Housiada, P. (2001). "Spatial non-uniformities in diesel particulate trap regeneration." SAE Technical paper series(2001-01-0908).

13. Konstandopoulos, A. G. and Kostoglou, M. (2004). "Microstructural aspects of soot oxidation in Diesel particulate filters." SAE technical paper series(2004-01-0693).
14. Leung, K. M., Lindsedt, R. P. and Jones, W. P. (1991). "A simplified reaction mechanism for soot formation in non-premixed flames." Combustion and Flame(87): 289-305.
15. Marcuccilli, F. (1993). "Etude expérimentale et théorique de la structure et de la réactivité de suies issues de moteurs Diesel", Université de haute-alsace.
16. Marcuccilli, F., Gillot, P., Stanmore, B. and Prado, G. (1994). "Experimental study of Diesel soot reactivity". 25th Symposium (International) on Combustion, Pittsburgh, The combustion Institute.
17. Nagle, J. and Strickland-Constable, R. F. (1962). Fifth conference on carbon, London, Pergamon Press.
18. Nakayama, A., Kuwahara, F., Naoki, A. and Xu, G. (2002). "A volume averaging theory and its sub-control-volume model for analysing heat and fluid flow within heat transfer equipment". 12th International Heat Transfer Conference, Grenoble, France.
19. Neeft, J. P. A., Xander Nijhuis, T., Smakman, E., Makkee, M. and Moulijn, J. A. (1997). "Kinetics of the oxydation of Diesel soot." Fuel **76**(12): 1129-1136.
20. Opris, C. N. and Johnson, J. H. (1998). "A 2-D computational model describing the heat transfer, reaction kinetics and regeneration characteristics of a ceramic diesel particulate trap." SAE Technical paper series(980546).
21. Pontikakis, G. N. (2003). "Modeling, reaction schemes and kinetic parameter estimation in automotive catalytic converters and Diesel particulate filters", University of Thessaly.
22. Puiroux, N. (2004). "Transferts thermiques et d'Humidité dans les Matériaux composites Ablables : Effets des Hétérogénéités." INPT, Toulouse.
23. Quintard, M. and Whitaker, S. (1993). "One and two equation models for transient diffusion processes in two-phase systems." Advances in Heat Transfer **23**: 369-464.
24. Quintard, M., Kaviany, M. and Whitaker, S. (1997). "Two-Medium Treatment of Heat Transfer in Porous Media : Numerical Results for Effective Properties." Advances in Water Resources **2-3**(20): 77-94.
25. Smith, I. W. (1978). "The intrinsic reactivity of carbons to oxygen." Fuel **57**(409).

26. Stanmore, B., Brilhac, J. F. and Gilot, P. (1999). "The ignition and combustion of Cerium doped Diesel soot." SAE technical paper series(1999-01-0115).
27. Stanmore, B. R., Brilhac, J. F. and Gilot, P. (2001). "The oxidation of soot: a review of experiments, mechanisms and models." Carbon **39**(15): 2247-2268.
28. Stratakis, G. A. and Stamatelos, A. (2003). "Thermogravimetric analysis of soot emitted by a modern Diesel engine run on catalyst-doped fuel." Combustion and Flame **132**: 157-169.
29. Tancrez, M. (2002). "Modélisation du rayonnement et des transferts couplés des milieux poreux réactifs. Application aux brûleurs radiants à gaz", thèse de l'Ecole Centrale Paris.
30. Van Leer, B. (1979). "Towards the ultimate conservative difference scheme v : A second order sequel to godunov's method." Journal of Computational Physics(32): 101-136.
31. Vonarb, R. (1999). "Contribution à l'étude des phénomènes d'inflammation et de propagation de la combustion d'un lit de suies Diesel additivées", université de haute-alsace.
32. Whitaker, S. (1999). "The method of volume averaging". Dordrecht / Boston / London, Kluwer Academic Press.
33. Yezerets, A., Currier, N. W., Eadler, H. A., Suresh, A., Madden, P. F. and Branigin, M. A. (2003). "Investigation of the oxidation behavior of diesel particulate matter." Catalysis Today **88**(1-2): 17-25.

# Conclusion générale et perspectives

Cette thèse propose une modélisation complète des transferts de masse et de chaleur dans les structures poreuses multi-échelles que constituent les Filtres A Particules Diesel (FAP). Du fait de la structure particulière de ce dispositif, les phénomènes intervenant aux différentes échelles spatiales dû être pris en compte pour définir un modèle macroscopique permettant d'étudier le système complet. Le modèle développé permet de décrire à la fois la phase de filtration et le nettoyage du filtre par oxydation des particules collectées. La confrontation des résultats obtenus par simulation numérique à des données expérimentales montre un accord satisfaisant. Cependant, la prise en compte de la cinétique de la réaction d'oxydation doit encore être améliorée pour obtenir une description qualitative plus proche des phénomènes mesurés expérimentalement.

La méthode de changement d'échelle par prise de moyenne volumique adoptée pour développer le modèle permet d'obtenir des équations macroscopiques décrivant correctement les phénomènes physiques intervenant dans le filtre. Des propriétés effectives de transport, caractéristiques de la géométrie complexe du dispositif, sont définies explicitement dans ce type d'analyse et offrent une alternative intéressante aux coefficients empiriques classiquement utilisés dans l'étude de procédés industriels.

L'étude des différentes phases de fonctionnement des FAP a permis de caractériser les principaux mécanismes mis en jeux.

L'influence des paramètres géométriques des FAP sur leur comportement (pour les filtres propres et durant le chargement) est analysée grâce au modèle d'écoulement :

- Une compétition entre les pertes de charge dans les parois poreuses et dans les canaux a été clairement mise en évidence. Le dimensionnement d'un FAP, incluant le choix d'une longueur totale ainsi que de la taille des canaux et de l'épaisseur des parois, influe fortement sur ces performances en terme de perte de charge et de masses de particules pouvant être capturées.
- Bien que les effets d'inertie associés à la structure particulière de l'écoulement tendent à favoriser l'accumulation des suies en fond de canal, les épaisseurs de dépôt au sein des

canaux s'uniformisent progressivement du fait de la très faible perméabilité de la couche de particules.

- L'effet d'hétérogénéités locales, par exemple due au procédé de fabrication du filtre n'est plus sensible au-delà de quelques canaux. Ceci suggère une répartition relativement uniforme des particules collectées au sein de chaque élément.

En se basant sur ces observations, le modèle d'écoulement a contribué à la définition d'une nouvelle géométrie asymétrique en validant la possibilité d'utiliser des canaux de plus grande section en entrée du FAP afin d'augmenter la surface de filtration disponible pour la formation du gâteau et de disposer d'un volume de stockage plus important pour les résidus ne pouvant pas être évacué du FAP (scories métalliques, ...). La construction de FAP présentant différents types d'éléments (caractérisés par des structures géométriques différentes) a été également envisagée. Ce type d'approche devrait permettre de mieux contrôler la localisation des suies dans le dispositif avant la phase de nettoyage par oxydation des particules collectées.

L'étude thermique a montré que les nids d'abeille en céramique très conductrice facilitent la propagation de la chaleur, malgré la nature poreuse du dispositif. L'utilisation d'une configuration segmentée en plusieurs éléments reliés par des joints constitués d'un ciment faiblement conducteur semble favorable. En effet, les forts gradients sont typiquement rencontrés au sein de ces joints ce qui limite les gradients de température dans les éléments. Les effets de dilatation pouvant conduire à la fissuration du nid d'abeille sont alors réduits. Par ailleurs, l'utilisation de filtres présentant des parois de très faible épaisseur n'est pas recommandée. En effet, l'augmentation des températures maximales, atteintes durant la régénération lorsque la masse du filtre diminue, associée à une moins bonne tenue mécanique, risque de favoriser leurs ruptures.

La réalisation de cette étude théorique en parallèle aux études expérimentales réalisées au Laboratoire de Mécanique et d'Energétique d'Orléans a permis de s'assurer que le comportement réel des Filtre à Particules Diesel est correctement restitué par les modèles développés. De plus, cette action de recherche a été intégrée depuis son initiation dans les travaux de Recherche et Développement du Centre de Recherche et d'Etude Européen de Saint Gobain. Bien que les objectifs soient parfois divergents, les échanges permanents entre les points de vue théorique et pratique sont particulièrement enrichissants. L'approche théorique a permis d'améliorer la compréhension de certains mécanismes, notamment



concernant les pertes de charge du dispositif (justifiant le choix des dimensions des nids d'abeille et servant de base au Brevet n°FR03/08776) ou les échanges thermiques (facilitant ainsi la mise au point de nouveaux joints). Réciproquement, les mesures réalisées sur différents prototypes ont mis en évidence le comportement particulier des FAP en terme de pertes de charge et justifié les différentes approximations retenues dans la modélisation.

Les travaux présentés dans cette thèse sont basés sur plusieurs hypothèses simplificatrices réalisées à différents stades du développement des modèles de transport. La mise en place de modèles plus complexes est, par conséquent, envisageable. La phase de filtration a été considérée d'un point de vue global sans prendre en compte les interactions mécaniques et physico-chimiques conduisant à la capture des particules. L'étude théorique de ces phénomènes est un sujet de recherche qui reste très ouvert, notamment en ce qui concerne la modélisation de la formation des premières couches de particules à la surface d'une membrane. Dans l'optique d'étudier le dispositif de filtration dans son intégralité, ce problème a volontairement été traité de façon simplifiée mais un modèle de colmatage plus détaillé peut être inclus dans le modèle global sans difficulté particulière. La prise en compte du rayonnement, des échanges entre les différentes phases macroscopiques par un modèle de non-équilibre thermique et d'une cinétique de réaction d'oxydation plus réaliste pourrait également améliorer la modélisation du Filtre A Particules.

D'un point de vue industriel, le code de calcul peut être valorisé comme un outil d'évaluation prédictif. L'étude de différentes configurations géométriques en amont de la réalisation de nouveaux prototypes est une perspective directe de ce travail. Cette phase d'étude, intégrée à la R&D, est actuellement en cours de réalisation en collaboration avec le CREE Saint Gobain.

Enfin, l'approche « milieu poreux » mise en œuvre pour développer les modèles d'étude du fonctionnement des FAP semble tout à fait applicable à des configurations de filtre différentes. En effet, tous les systèmes de filtration présentent typiquement une structure « multi-échelle » s'étendant des pores collecteurs micrométriques aux dimensions de l'ensemble du dispositif. Le développement d'un modèle macroscopique d'écoulement et de transport de particules dans les modules de fibres creuses (composé d'un carter renfermant plusieurs milliers de tubes à parois poreuses) semble, par exemple, tout à fait réalisable.



## ANNEXES :



## Annexe A : Caractéristiques thermo-physiques

La variation des caractéristiques thermo-physiques du gaz et des matériaux en fonction de la température peut s'avérer importante. En effet, la large plage de température pouvant être balayée durant l'utilisation du FAP est étendue (entre 450 et 1400 K). Les expressions utilisées pour calculer les différentes grandeurs intervenant dans les simulations sont issues de la bibliographie et de mesures réalisées au Centre de Recherche et d'Etude Européen de Saint Gobain.

### A1. Gaz d'échappement

- viscosité dynamique [Bird et al. (1960)]

$$\mu_g = a\sqrt{T}$$
$$\text{avec } a = 1.364.10^{-5} \text{ g / cm.s.}\sqrt{K}$$
$$= 1.364.10^{-6} \text{ kg / m.s.}\sqrt{K}$$

- Conductivité thermique [Bird et al. (1960)]

$$\lambda_g = \left( C_p + \frac{5}{4} \frac{R}{M} \right) \mu \quad [\text{formule de Eucken}]$$
$$\text{avec } \frac{5}{4} \frac{R}{M} = 8.57.10^{-2} \text{ cal / g.K [Bisset,1984]}$$
$$= 358.8 \text{ J / kg.K}$$

- Capacité calorifique [Bisset (1983)]

$$C_{pg} = 0.28 \text{ cal / g}$$
$$= 1172.3 \text{ J / kg}$$

- Masse volumique – loi des gaz parfaits

$$\rho_g = \frac{P}{RT}$$

## A2. Carbure de Silicium SiC

- Masse volumique (matériau dense)

$$\rho_{SiC} = 3200 \text{ kg/m}^3$$

- Capacité calorifique

Ces mesures ont été réalisées par le CREE Saint Gobain. L'échantillon est sous forme de poudre / débris, obtenu par broyage d'un nid d'abeille fritté. La capacité calorifique a été mesurée en fonction de la température grâce à deux dispositifs différents :

- DSC (Mettler-Toledo TA 8000, -170°C à 700°C) sur la plage 10-650°C

- Calorimétrie (Calvet Setaram, 100-1600°C) sur la plage 100-1200°C

Les résultats ont été regroupés sous la forme de la corrélation :

$$C_{pSiC}(T) = a + bT + cT^2 + dT^{-2}$$

$$\text{avec } a = 1.035 \text{ J.kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

$$b = 1.133 \cdot 10^{-5} \text{ J.kg}^{-1} \text{ K}^{-2}$$

$$c = 4.6 \cdot 10^{-9} \text{ J.kg}^{-1} \text{ K}^{-3}$$

$$d = -36532.1 \text{ J.kg}^{-1} \text{ K}$$

- Conductivité thermique (matériau poreux :  $\varepsilon = 0.4$ ) – mesures Saint Gobain CREE

## A3. Dépôt de carbone

- Masse volumique du dépôt poreux [Vonarb (1999)]

$$\rho_{\text{dépôt}} = 100 \text{ kg.m}^{-3}$$

- Capacité calorifique [Touloukian, 1970]

$$C_{p\text{Carbone}} = 0.413 + 2.31 \cdot 10^{-5} \cdot T - 4.24 \cdot 10^4 / T^2 \quad (\text{cal/g.K})$$

$$= 1729.15 + 0.0967 \cdot T - 1.775 \cdot 10^8 / T^2 \quad (\text{J/kg.K})$$

- Conductivité thermique (dépôt poreux) [Bisset, 1984]

$$\lambda_{\text{Carbone}} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ cal/cm.s.K}$$

$$= 0.8372 \text{ W/m.K}$$

## A4. Ciment

Les caractéristiques du ciment constituant les joints séparant les éléments unitaires de filtre n'ont pas pu être mesurées en fonction de la température.

- *Masse volumique (dense)*

$$\rho_{\text{ciment}} = 3000 \text{ kg/m}^3$$

- *Capacité calorifique*

$$C_{p\text{ciment}} = 800 \text{ J/kg.K}$$

- *Conductivité thermique*

$$\lambda_{\text{ciment}} = 1 \text{ W/m.K}$$

## A5. Références

1. Bird, R. B., Stewart, W. E. and Lightfoot, E. N. (1960). "Transport Phenomena". New York, Wiley.
2. Bisset, E. J. (1983). "Mathematical model of the thermal regeneration of wall-flow monolith diesel particulate filter." chemical Engineering Science **39**(n°7/8): 1233-1244.
3. Vonarb, R. (1999). "Contribution à l'étude des phénomènes d'inflammation et de propagation de la combustion d'un lit de suies Diesel additives", université de Haute-Alsace.





## Annexe B : Outil de dimensionnement rapide

Les pertes de charge imposées dans la ligne d'échappement par un filtre à particules Diesel constituent l'une des contraintes principales liées à l'utilisation de ce dispositif. Avant d'entamer une étude locale de l'écoulement, il est intéressant d'identifier et d'évaluer séparément chacun des mécanismes élémentaires contribuant à la résistance hydraulique du filtre. Afin de développer des outils d'ingénierie, différents auteurs (Sorenson *et al.* (1994), Masoudi *et al.* (2000), Ohno *et al.* (2000)) ont mis en évidence la possibilité d'estimer les pertes de charge imposée par le passage des gaz d'échappement comme une somme de contributions élémentaires. Bien que largement heuristique, ces modèles permettent de prédire correctement l'impact des caractéristiques géométriques du système et constituent donc un outil extrêmement pratique pour dimensionner de nouveaux prototypes.

Dans un premier temps, le modèle 0D que nous avons utilisé sera présenté. Afin de renseigner correctement ce modèle largement empirique, la conception d'un banc de mesure de perte de charge a été indispensable. Nous décrirons, donc, rapidement l'installation que nous avons mise en place au Centre de Recherche et d'Etude Européen de Saint Gobain. L'étude de deux types de filtre permettra enfin d'illustrer les capacités prédictives du modèle et de mettre en évidence l'influence de différents paramètres sur la résistance hydraulique du filtre.

### B.1. Evaluation des pertes de charge des filtres – approche 0D

Les pertes de charge occasionnées au passage d'obstacles sont liées à la dissipation d'une partie de l'énergie de l'écoulement par les frottements visqueux. L'évaluation de ces effets visqueux a donné lieu à un très grand nombre d'études expérimentales depuis deux siècles. De nombreux ouvrages destinés aux ingénieurs hydrauliciens proposent des corrélations empiriques compilant les résultats d'un grand nombre d'études expérimentales pour une gamme variée de configurations. Le classique « mémento des pertes de charge » (Idel'Cik (1986)) a, par conséquent, servi de base à la construction de ce modèle.

La figure B.1 est une représentation schématique du FAP. La perte de charge globale du dispositif a pour origine quatre contributions distinctes.

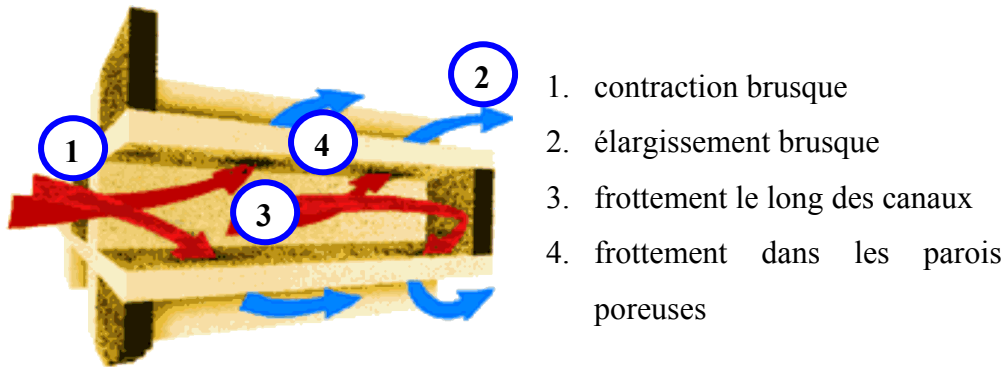


Figure B.1. : Contributions élémentaires à la perte de charge du FAP

#### B.1.1. Contraction et élargissement brusque

La réorganisation brutale de l'écoulement en entrée et en sortie des canaux est caractérisée par une forte perturbation des lignes de courant. Ce type d'obstacle occasionne classiquement des pertes de charge reliées quadratiquement au débit considéré. La somme de ces deux contributions peut être évaluée conjointement en utilisant la relation :

$$\Delta P_1 = \frac{1}{2} \Psi \rho_g (1 - \varphi_\beta) \left( \frac{Q_v}{3600 N_c L_c^2} \right)^2 \quad (B1)$$

Où  $Q$  est le débit total de l'échappement ( $\text{m}^3/\text{h}$ ),  $\Psi$  est un coefficient de calage empirique.

#### B.1.2. Frottement le long des canaux

D'après les calculs d'ordre de grandeurs de la section (§ II.2.), l'écoulement dans les canaux du filtre s'effectue en régime laminaire dans toute la plage de fonctionnement classique. La contribution des frottements visqueux le long d'un canal de section carrée est connue dans le cas de l'écoulement de Poiseuille pleinement établi. La perte de charge occasionnée varie alors linéairement avec le débit pour une longueur de canal donnée. Le débit de fluide traversant le FAP se répartit entre les canaux d'entrée et de sortie. Cependant, à une distance donnée de l'entrée, la somme des débits de tous les canaux reste égale au débit imposé en entrée. La linéarité de la relation entre le débit et la perte de charge linéique nous permet donc de considérer que l'influence des frottements le long des canaux du FAP est égale à celle occasionnée dans un nid d'abeille non-bouché. On peut noter que cette description néglige totalement l'influence potentielle de la présence d'un écoulement transverse dans les canaux et que la zone d'établissement de l'écoulement dans les canaux d'entrée n'est pas prise en compte.

Pour un FAP propre :

$$\Delta P_2 = \frac{32\mu C_1 (L_f - L_p)}{L_c^2} \frac{Q_v}{3600 N_c L_c^2} \quad (B2)$$

Où  $Q_v$  est le débit total de l'échappement ( $m^3/h$ ), seule la longueur de filtration ( $L_f - L_p$ ) est considérée et  $C_1 = 0.89$  est un coefficient caractéristique pour le canal de section carrée.

En considérant que le dépôt des particules est homogène dans le filtre, la perte de charge dans les canaux d'un filtre colmaté peut être évaluée en considérant que le débit se répartit équitablement entre les canaux d'entrée (indice  $\beta$ ) et de sortie (indice  $\gamma$ ). La relation (B2) devient alors pour un FAP colmaté :

$$\Delta P_2 = \frac{32\mu C_1 (L_f - L_p)}{L_{c\beta}^2} \frac{Q_v / 2}{3600 N_c L_{c\beta}^2} + \frac{32\mu C_1 (L_f - L_p)}{L_{c\gamma}^2} \frac{Q_v / 2}{3600 N_c L_{c\gamma}^2} \quad (B3)$$

Où  $Q_v$  est le débit total de l'échappement ( $m^3/h$ ),  $L_{c\beta}$  est le coté des canaux d'entrée du filtre réduit par la présence d'une couche uniforme de particules.

### B.3. Frottements dans les parois poreuses

La dernière contribution considérée est liée à la traversée des parois poreuses constituant le nid d'abeille. Le fonctionnement en régime de Stokes a été mis en évidence dans la section (§II.2.). La loi de Darcy est, par conséquent, adaptée au calcul de la perte de charge dans les parois. Cette relation est également linéaire et permet de s'affranchir de la prise en compte de la répartition hétérogène (et inconnue à priori) des vitesses de filtration dans la longueur du filtre.

$$\Delta P_3 = \frac{\mu L_s}{K_s} \frac{Q_v}{3600 \frac{N_c}{2} 4(L_f - L_p) L_{c\beta}} \quad (B4)$$

Où  $Q_v$  est le débit total de l'échappement ( $m^3/h$ ),  $K_s$  est la perméabilité de la paroi poreuse éventuellement recouverte par une couche de particules.

On peut noter que la contribution des frottements dans les canaux va croître linéairement avec la longueur du filtre alors que celle liée à la traversée des parois lui est inversement proportionnelle. Cette compétition laisse présager de l'existence d'une longueur optimale dans certaines configurations géométriques.

## B.2. Banc de mesure de pertes de charge

Afin de mesurer précisément les pertes de charge dans les FAP, nous avons mis au point un dispositif expérimental installé au CREE Saint Gobain (Figure B.2).

### Matériel :

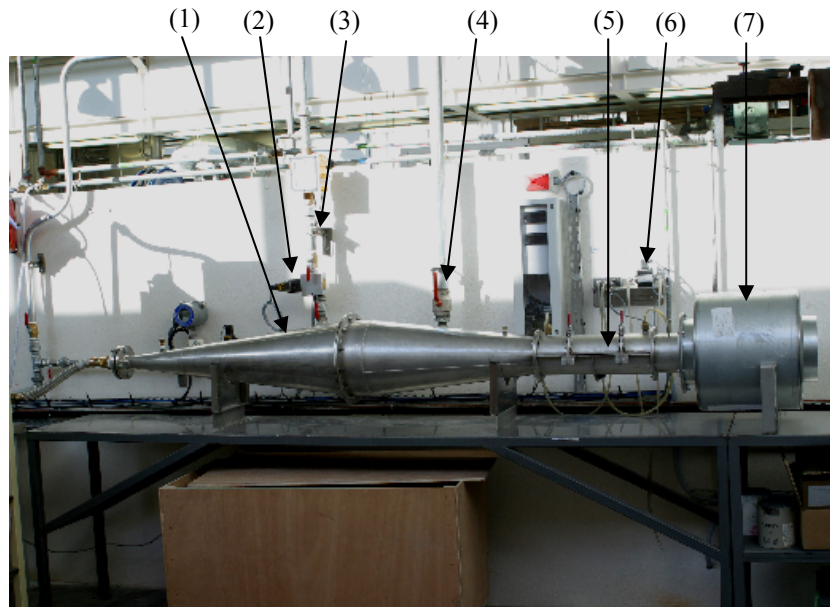


Figure B.2. : Dispositif expérimental de mesure des pertes de charge.

[(1) divergent / nid d'abeille / convergent ; (2) débitmètre volumique ; (3) manomètre de correction ; (4) électrovanne / admission d'air; (5) FAP ; (6) manomètre différentiel; (7) silencieux]

L'air comprimé fourni par le réseau du centre est préalablement dépoussiéré et déshumidifié. Le débit d'air est contrôlé par une électrovanne (4). Un débitmètre à flotteur de marque Platon (2) permet de mesurer des débits compris entre 30 et 300 m<sup>3</sup>/h avec une précision de 2%. Afin d'obtenir une mesure du débit d'air effectif en sortie de filtre, cette mesure est corrigée en pression grâce à une mesure réalisée en sortie du débitmètre par un capteur de pression ESI (3) (+/-500mbar précision 0.3%). La correction du débit est donnée par la formule :

$$Q_{\text{corrigé}} = \sqrt{\frac{P_{\text{mesurée}}}{P_a}} Q_{\text{mesuré}} \quad (\text{B5})$$

La mesure de pression différentielle de part et d'autre du filtre est réalisée à l'aide d'un capteur ESI (6) (+/-30mbar précision 0.3%). L'ensemble des acquisitions et le contrôle de l'électrovanne sont pilotés grâce au logiciel TestPoint<sup>TM</sup>.

La perte de charge occasionnée par le passage du gaz dans le FAP est potentiellement influencée par la géométrie du système d'alimentation en amont du filtre. Dans l'application

automobile, la forme de la ligne d'échappement autour du filtre peut varier fortement entre différents véhicules. Afin de s'affranchir de cette influence, le banc de mesure est équipé d'un dispositif permettant d'homogénéiser l'écoulement en amont du filtre (1). D'après Gouverneur (1991) , la conduite en amont du filtre présente une zone divergente puis convergente (avec un angle d'ouverture proche de  $7^\circ$ ) afin de redresser les lignes de courant pour obtenir un écoulement « plat ». Ce dispositif d'homogénéisation est complété par une portion de nid d'abeille (diamètre des perforations : 0.8 cm, longueur : 5 cm) placée dans la zone de conduite de plus grande section.

### **Mode opératoire :**

Chaque filtre étudié sur le banc subit une montée en débit sur toute la gamme de fonctionnement du débitmètre. L'acquisition de la mesure de pression différentielle est réalisée sur des points à débit stabilisé répartis régulièrement. Afin de s'assurer de la reproductibilité de ces mesures, l'opération est répétée trois fois avec un démontage du filtre. En effet, l'étanchéité autour du filtre est primordiale pour assurer une mesure de bonne qualité. La température ambiante est un paramètre faisant varier la perte de charge. En effet, les variations de masse volumique et de viscosité de l'air avec la température ont un effet complexe sur les différents termes mis en évidence dans la section précédente. Afin d'affiner les conditions expérimentales, un relevé à titre indicatif de la température a été introduit et les essais sont réalisés préférentiellement entre 15 et 25 °C.

### **B.3. Pertes de charge des filtres propres**

Le modèle euristique sans dimension est un outil intéressant pour analyser les mesures expérimentales et prévoir les tendances de comportement des filtres. Le calage des coefficients  $\psi$ ,  $C_1$  et  $K$  a été réalisé en utilisant des séries de mesures sur des filtres de géométrie de référence de plusieurs longueurs. Les valeurs obtenues sont  $\psi = 25$ ,  $C_1 = 0.4$  [cette valeur est inférieure à la valeur théorique pour les canaux carrés (0.89). Cet écart important peut être lié à la présence de phénomènes inertiels associé à la variation de débit dans les canaux qui sont pris en compte par ce modèle simple dans le coefficient  $\psi$ ],  $K_s = 2.4 \cdot 10^{-13} \text{ m}^2$ .

La figure B.3 présente l'évolution de la perte de charge avec le débit (exprimé en  $\text{m}^3/\text{h}$  dans les conditions normales de température et de pression). Trois types de filtres à canaux

carrés ont été testés. Le comportement du Filtre 2, n'ayant pas servi au calage des coefficients est correctement restitué entre 0 et 400 m<sup>3</sup>/h (écart relatif < 2%).

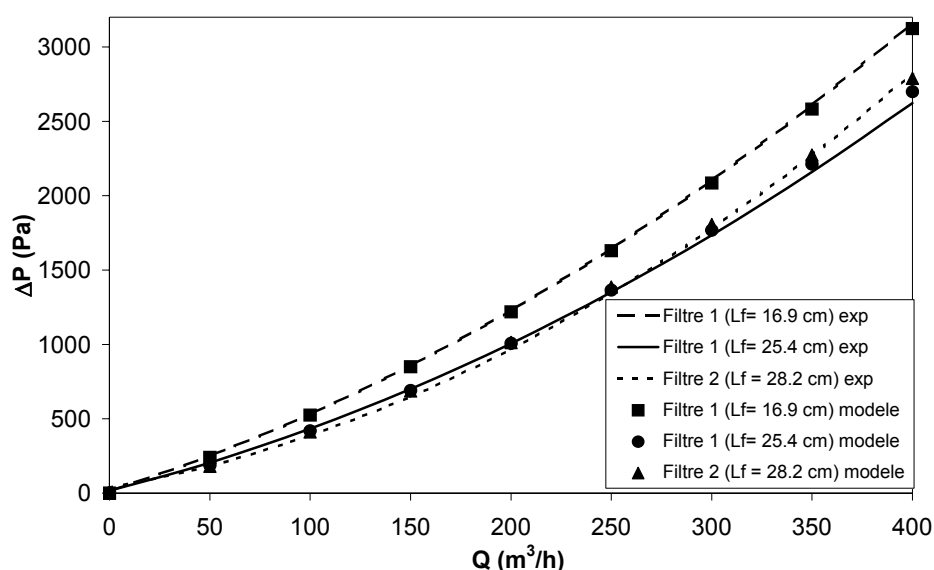


Figure B.3. Evolution de la perte de charge avec le débit pour différents filtres de différentes longueurs

Le principal intérêt de cette approche simplifiée est la possibilité de fixer des ordres de grandeurs sur les différentes contributions à la perte de charge. Ce type de considération est, par la suite, fondamental pour la conception des nouveaux prototypes. Le tableau B.1 présente la valeur des différentes contributions pour les trois types de filtres étudiés.

	Filtre 1 ( $L_f = 16.9$ cm)	Filtre 1 ( $L_f = 25.4$ cm)	Filtre 2 ( $L_f = 28.2$ cm)
$\Delta P_1$ (Pa)	772.4 [37 %]	772.4 [43 %]	859.1 [48 %]
$\Delta P_2$ (Pa)	149.4 [7 %]	225.9 [13 %]	301.8 [17 %]
$\Delta P_3$ (Pa)	1161.9 [56 %]	768.4 [44 %]	644.2 [35 %]
$\Delta P$ (Pa)	2083.7	1766.7	1805.1

Tableau B.1 : valeurs relatives des différentes contributions à la perte de charge ( $Q = 300$  m<sup>3</sup>/h)

Les effets quadratiques liés à la variation de section en entrée et en sortie de filtre semblent imposer la contrainte la plus importante si le débit de gaz à traiter devient important. La réduction d'épaisseur de paroi et de taille de canal est donc favorable à la réduction de perte de charge. Cependant, bien que la contribution liée aux frottements visqueux dans les canaux soit généralement faible, elle croît rapidement lorsque la section des canaux diminue (Filtre 2). Cette tendance semble donc limiter le choix de la diminution des tailles de canal à une plage relativement restreinte. La réduction d'épaisseur de paroi permet également de diminuer les pertes de charge associée à la traversée des parois. Cependant, les contraintes imposées sur la résistance mécanique des filtres doivent également être prises en compte et

semblent peu compatibles avec l'utilisation de parois d'épaisseur inférieure à 200  $\mu\text{m}$ . La structure des pores de la paroi est également un paramètre pouvant être optimisé de part son influence sur la perméabilité  $K_s$ . En effet, l'augmentation de la porosité moyenne et de la taille des pores peut permettre de diminuer les pertes de charges des FAP. Cependant, l'impact de cette diminution sur l'efficacité de filtration et sur la tenue mécanique du dispositif doit être pris en compte.

En conclusion, on peut noter que cette approche très globale de la problématique associée aux pertes de charge des FAP (tant du point de vue de l'expérience que du modèle) a un intérêt pratique assez important. En collaboration avec Saint Gobain, le modèle préalablement calé sur les résultats expérimentaux a été utilisé pour assister la conception de nouvelles configurations géométriques de prototypes. De plus, ce type de calculs d'ordre de grandeur des pertes de charge a permis de définir une plage de dimension des canaux et des parois susceptible d'être optimale pour l'application envisagée avec des filtres à géométrie asymétrique (Brevet n° FR03/08776).

## B.4. Références

1. Idel'Cik, I. E. (1986). "Mémento des pertes de charges", Editions Eyrolles.
2. Masoudi, M., Heibel, A. and Then, P. M. (2000). "Predicting pressure drop of wall-flow diesel particulate filter." SAE Technical paper series(2000-01-0184).
3. Ohno, K., Shimati, K., Taoka, N., Santae, H., Ninomiya, T., Komori, T. and Salvat, O. (2000). "Characterisation of SiC DPF for passenger car." SAE Technical paper series(2000-01-0185).
4. Sorenson, S. C., Hoj, J. W. and Stobbe, P. (1994). "Flow characteristics of SiC diesel particulate filter materials." SAE Technical paper series(940236).





## Annexe C : Ecoulement dans une fibre creuse

Plusieurs auteurs se sont attachés à résoudre numériquement le problème de l'écoulement axisymétrique dans un canal à parois poreuses en utilisant la loi de Darcy pour déterminer la vitesse pariétale (Schmitz (1990), Nassehi (1997), Damak *et al.* (2004)). Ces études qui concernent des écoulements dans les fibres creuses pour des applications en microfiltration ont été menées sur une large gamme de nombre de Reynolds de filtration. Dans le cas des canaux présentant un grand rapport d'aspect ( $L \gg R$ ), l'évolution des vitesses de filtration le long du canal reste faible. De plus, la forme du champ de vitesse reste très proche du profil obtenu avec l'hypothèse d'affinité (eq. II.62 et II.63) lorsque le nombre de Reynolds de filtration est faible ( $Re_w < 2$ ). Ces résultats obtenus par simulation numérique directe nous ont conduit à développer une approche consistant à utiliser les systèmes d'équations (II.66-II.69) couplés avec la loi de Darcy (II.72) pour modéliser l'écoulement en canal avec une condition de vitesse pariétale non uniforme.

Bien que l'utilisation de canaux cylindriques ne soit pas envisagée pour l'application FAP, ce type de configuration géométrique est rencontré dans de nombreux systèmes de filtration. L'utilisation des équations mono-dimensionnelles (II.66) et (II.69), obtenues pour la géométrie axisymétriques, permet d'évaluer simplement la répartition des vitesses de filtration. Dans le cas de la filtration tangentielle, par exemple dans une fibre creuse, la vitesse de filtration est contrôlée par la pression. Généralement, la pression à l'extérieur de la fibre est uniforme. Par conséquent, la variation axiale de la pression à l'intérieur du canal entraîne une variation de la vitesse de filtration sur sa longueur. Les dispositifs industriels de filtration par fibres creuses sont composés de plusieurs centaines de tubes présentant un rapport de forme élevé, le diamètre des fibres étant classiquement inférieur à sa longueur d'un à deux ordres de grandeur. De plus, les débits traités conduisent à un régime laminaire à l'intérieur des tubes et à des faibles vitesses de filtration à travers les parois. Ces critères semblent justifier l'utilisation du modèle que nous avons mis en place pour évaluer la répartition de l'écoulement au sein de ce type de dispositif (équations II.70, II.73 et II.76). Les conditions limites du problème sont alors le débit ( $Re_0$ ) et la pression  $p_0$  adimensionnalisés en entrée de fibre et la pression adimensionnalisée  $p_e$  à l'extérieur de la paroi poreuse (Figure C1).

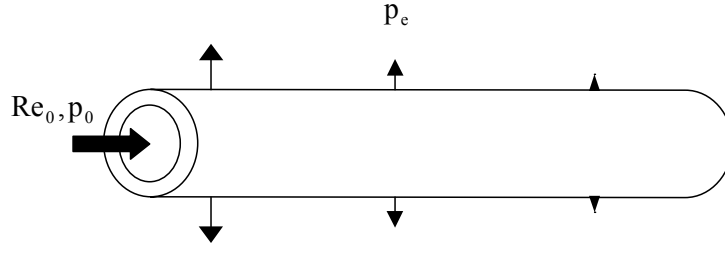


Figure C1 : Schéma de principe d'une fibre creuse utilisée en filtration tangentielle

On peut noter que dans ce type d'application, les fibres ne sont pas bouchées contrairement à la configuration « dead end » (§ II.5.1.1.2). Par conséquent, seule une partie du débit imposé en entrée traverse les parois poreuses.

Le système d'équations différentielles ordinaires non-linéaire du second ordre caractéristique du problème peut être résolu numériquement en utilisant un schéma de type différences finies et la méthode de Newton-Raphson pour s'affranchir des non-linéarités. Cette méthode de résolution est présentée en détail dans l'Annexe E.

Les caractéristiques géométriques de la fibre creuse sont définies grâce à deux paramètres sans dimensions :  $L$  et  $\frac{K_w}{\underline{e}_w R}$ . Afin de mettre en évidence les effets du comportement inertiel du fluide, nous avons étudié une large gamme de régimes d'écoulement de filtration pour une configuration donnée, définie par  $Re_0 = 1000$ ,  $(p_0 - p_e) = 4$  et  $L = 100$ . La variation du paramètre  $\frac{K_w}{\underline{e}_w R}$  entre  $5.10^{-8}$  et  $5.7 \cdot 10^{-7}$  entraîne une forte variation des conditions d'aspiration à la paroi. Le nombre de Reynolds de filtration moyen sur la longueur de la fibre  $\langle Re_w \rangle_L$  défini par l'expression (77) varie entre 0.16 et 2.

$$\langle Re_w \rangle_L = \frac{1}{L} \int_0^L Re_w dx \quad (D1)$$

La figure D2 présente l'évolution axiale de la vitesse de filtration qui est exprimée comme le rapport du nombre de Reynolds de filtration local  $Re_w$  et du nombre de Reynolds de filtration moyen  $\langle Re_w \rangle_L$ . On peut noter que, pour les faibles valeurs de  $\langle Re_w \rangle_L$ , la combinaison des effets de frottement visqueux et de la diminution de débit le long de la fibre entraîne une forte décroissance de la vitesse de filtration le long de la fibre. Lorsque  $\langle Re_w \rangle_L$  augmente (par exemple si la perméabilité des parois est plus importante), l'écoulement à travers les parois tend à s'uniformiser. Les effets inertiels sont principalement responsables de ce comportement

car ils tendent alors à compenser les effets visqueux et donc à diminuer le gradient de pression le long du canal. On peut remarquer que ce modèle prédit une augmentation de la pression dans la fibre pour les régimes d'écoulement entraînant un nombre de Reynolds de filtration moyen supérieur à 2.3. Le canal étudié étant ouvert à son extrémité, ce résultat va clairement à l'encontre de la physique du phénomène étudié mais il paraît consistant avec le résultat mathématique obtenu par Brady (1984) montrant que cette valeur du nombre de Reynolds de filtration est une limite supérieure du domaine de validité de la solution affine pour le canal de section circulaire.

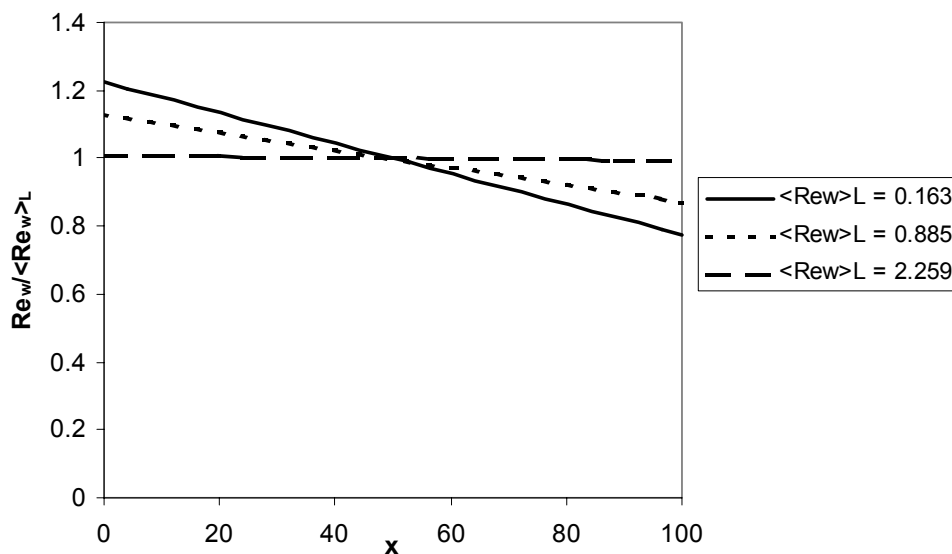


Figure D2 : Evolution axiale de la vitesse pariétale dans une fibre creuse

## Références :

1. Brady, J. F. (1984). "Flow development in a porous channel and tube." Physics of Fluids **27**(5): 1061-1067.
2. Damak, K., Ayadi, A., Zeghmami, B. and Schmitz, P. (2004). "A new Navier-Stokes and Darcy's law combined model for fluid flow in crossflow filtration tubular membranes." Desalination **161**: 67-77.
3. Nassehi, V. (1997). "Modelling of combined Navier-Stokes and Darcy flows in crossflow membrane filtration." Chemical Engineering Science **53**(6): 1253-1265.
4. Schmitz, P. (1990). "Mécanismes d'interaction : hydrodynamique et agrégation, dans la formation du dépôt en microfiltration tangentielle", INPT, Toulouse.



## Annexe D : Modèle multi-canal de filtre plan simplifié

Dans cette section, nous allons évaluer la possibilité d'étendre notre modélisation de filtres plans au cas de systèmes multi-canaux 2D. La géométrie élémentaire d'un système multi-canal bidimensionnel est la même que celle présentée dans la section (§II.5.1.2.2). Cependant, nous nous intéressons ici à une situation non périodique. Par conséquent, les résultats obtenus précédemment sur une cellule périodique ne peuvent pas être étendus directement à l'ensemble du système multi-canal. Considérons le système multi-canal composé de  $n$  cellules élémentaires dont les caractéristiques géométriques sont différentes (Figure D.1).

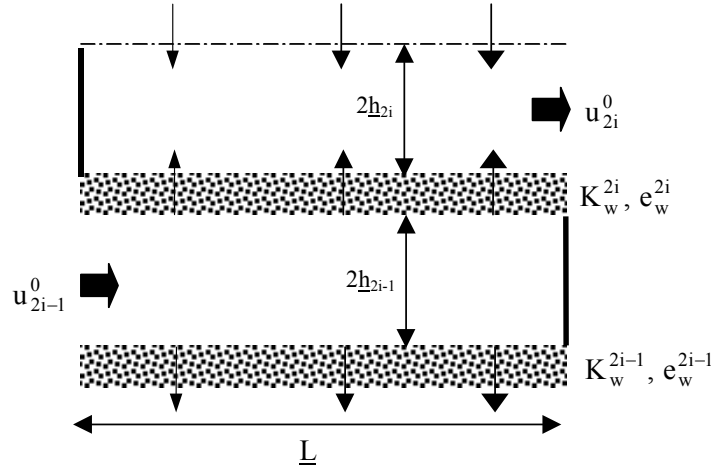


Figure D.1 : Schéma d'une cellule élémentaire de système multi-canal bidimensionnel

Chaque cellule élémentaire  $i$  est caractérisée par l'épaisseur et la perméabilité de chacune de ses parois ( $\underline{K}_w^{2i-1}$ ,  $\underline{K}_w^{2i}$  et  $\underline{e}_w^{2i-1}$ ,  $\underline{e}_w^{2i}$ ) et par les épaisseurs des canaux  $\beta$  et  $\gamma$  ( $2h_{2i}$  et  $2h_{2i-1}$ ) qui peuvent être variable selon l'abscisse  $x$ . Une cellule comporte un canal d'entrée avec aspiration pariétale et un canal de sortie avec injection pariétale, l'écoulement est alors caractérisé par deux vitesses et deux pressions ( $\langle u_{2i-1} \rangle_\lambda$ ,  $\langle u_{2i} \rangle_\lambda$ ,  $\langle p_{2i-1} \rangle_\lambda$  et  $\langle p_{2i} \rangle_\lambda$ ). Le nombre de Reynolds est défini par rapport au canal d'indice 1 :  $Re_o = \frac{\rho u_o^1 h_1}{\mu}$  et les vitesse et longueur de référence sont la vitesse en entrée  $\underline{u}_o^1$  et la demi-hauteur  $\underline{h}_1$  du canal d'indice 1.

Le problème est alors décrit par un système de  $4n$  équations proches des équations (II.78 à II.81) :

$$\frac{d\langle u_{2i-1} \rangle_\lambda}{dx} + \frac{1}{2} Re_o \frac{K_w^{2i}}{\underline{e}_w^{2i} h_{2i}} (\langle p_{2i-1} \rangle_\lambda - \langle p_{2i} \rangle_\lambda) + \frac{1}{2} Re_o \frac{K_w^{2i-1}}{\underline{e}_w^{2i-1} h_{2i-1}} (\langle p_{2i-1} \rangle_\lambda - \langle p_{2i-2} \rangle_\lambda) = 0 \quad (D1)$$

$$\frac{d\langle u_{2i} \rangle_\lambda}{dx} - \frac{1}{2} Re_o \frac{K_w^{2i}}{\underline{e}_w^{2i} h_{2i}} (\langle p_{2i-1} \rangle_\lambda - \langle p_{2i} \rangle_\lambda) - \frac{1}{2} Re_o \frac{K_w^{2i+1}}{\underline{e}_w^{2i+1} h_{2i+1}} (\langle p_{2i+1} \rangle_\lambda - \langle p_{2i} \rangle_\lambda) = 0 \quad (D2)$$

$$\frac{81}{70} \frac{d\langle u_{2i-1} \rangle_\lambda^2}{dx} + \frac{3}{Re_o h_{2i-1}^2} \langle u_{2i-1} \rangle_\lambda - \frac{1}{Re_o} \frac{d^2 \langle u_{2i-1} \rangle_\lambda}{dx^2} + \frac{d\langle p_{2i-1} \rangle_\lambda}{dx} = 0 \quad (D3)$$

$$\frac{81}{70} \frac{d\langle u_{2i} \rangle_\lambda^2}{dx} + \frac{3}{Re_o h_{2i}^2} \langle u_{2i} \rangle_\lambda - \frac{1}{Re_o} \frac{d^2 \langle u_{2i} \rangle_\lambda}{dx^2} + \frac{d\langle p_{2i} \rangle_\lambda}{dx} = 0 \quad (D4)$$

Les conditions limites peuvent être appliquées aux pressions :

$$\langle p_{2i-1} \rangle_\lambda(0) = p_{2i-1}^e \quad (D5)$$

$$\langle u_{2i} \rangle_\lambda(0) = 0 \quad (D6)$$

$$\langle u_{2i-1} \rangle_\lambda(\underline{L}/\underline{h}_1) = 0 \quad (D7)$$

$$\langle p_{2i} \rangle_\lambda(\underline{L}/\underline{h}_1) = 0 \quad (D8)$$

Il est nécessaire d'ajouter des conditions limites en bas et en haut du domaine, c'est à dire pour les canaux d'indice 1 et  $2n$ . Nous pouvons utiliser des conditions symétriques ou périodiques.

Dans le cas des conditions limites symétriques, les équations (D1) et (D2) sont simplifiées car

$K_w^1 / \underline{e}_w^1 = K_w^2 / \underline{e}_w^2$  et  $K_w^{2n} / \underline{e}_w^{2n} = K_w^{2n+1} / \underline{e}_w^{2n+1}$ . Il vient :

$$\frac{d\langle u_1 \rangle_\lambda}{dx} + \frac{\rho u_0^1 K_w^1}{\mu \underline{e}_w^1} (\langle p_1 \rangle_\lambda - \langle p_2 \rangle_\lambda) = 0 \quad (D9)$$

$$\frac{d\langle u_{2n} \rangle_\lambda}{dx} - \frac{\rho u_0^1 K_w^{2n}}{\mu \underline{e}_w^{2n}} (\langle p_{2n-1} \rangle_\lambda - \langle p_{2n} \rangle_\lambda) = 0 \quad (D10)$$

Dans le cas des conditions limites périodiques, les équations (D3) pour le canal d'indice 1 et (D4) pour le canal d'indice  $2n$  sont modifiées comme suit :

$$\frac{d\langle u_1 \rangle_\lambda}{dx} + \frac{1}{2} \frac{\rho u_0^l K_w^{2i}}{\mu e_w^{2i}} (\langle p_1 \rangle_\lambda - \langle p_2 \rangle_\lambda) + \frac{1}{2} \frac{\rho u_0^l K_w^{2i-1}}{\mu e_w^{2i-1}} (\langle p_1 \rangle_\lambda - \langle p_{2n} \rangle_\lambda) = 0 \quad (D11)$$

$$\frac{d\langle u_{2n} \rangle_\lambda}{dx} - \frac{1}{2} \frac{\rho u_0^l K_w^{2i}}{\mu e_w^{2i}} (\langle p_{2n-1} \rangle_\lambda - \langle p_{2n} \rangle_\lambda) - \frac{1}{2} \frac{\rho u_0^l K_w^{2i-1}}{\mu e_w^{2i-1}} (\langle p_1 \rangle_\lambda - \langle p_{2n} \rangle_\lambda) = 0 \quad (D12)$$

Compte tenu de leur couplage, ces  $4n$  équations liées aux variables  $\langle u_{2i-1} \rangle_\lambda$ ,  $\langle p_{2i-1} \rangle_\lambda$ ,  $\langle u_{2i} \rangle_\lambda$ ,  $\langle p_{2i} \rangle_\lambda$  sont résolues simultanément en utilisant une discrétisation en différences finies. La non-linéarité des équations est prise en compte grâce à la méthode itérative de Newton Raphson (Annexe E). Pour limiter la taille mémoire nécessaire, la résolution matricielle du grand système linéaire obtenu à chaque pas de calcul est réalisée en utilisant une méthode itérative de type Gauss-Seidel.

Pour illustrer l'utilité de ce modèle et sa capacité à capturer l'effet d'hétérogénéités sur la répartition de l'écoulement, deux cas tests ont été définis :

Premier cas test : Effet d'une hétérogénéité géométrique sur le système multi-canal

Nous considérons pour ce cas test un système multi-canal composé de 18 canaux (9 canaux d'entrée et 9 canaux de sortie) (Figure D2). Les canaux sont définis par un rapport d'aspect  $\underline{L} / \underline{h}_1$  de 200. Les caractéristiques des parois poreuses sont :  $\underline{e}_w = 400 \mu\text{m}$ ,  $\underline{K}_w = 10^{-12} \text{m}^2$ . Le fluide considéré est de l'air ( $\mu = 1.85 \cdot 10^{-5} \text{kg.m}^{-1}.\text{s}^{-1}$ ) et le nombre de Reynolds  $\text{Re}_0$  qui caractérise l'écoulement est de 700. Le canal d'entrée d'indice 9 est partiellement obstrué, les parois de la seconde moitié du canal reçoivent une perméabilité beaucoup plus faible que celles du reste du système ( $\underline{K}_w / \underline{K}_w^9 = 100$ ). Cette condition peut correspondre à l'effet d'un défaut du procédé de fabrication répété périodiquement. Le problème est modélisé par un système de 36 équations (D1-D4) complété pour imposer des conditions de périodicité par les équations (D12-D13). Les conditions limites en pression uniforme sont imposées en entrée et en sortie du filtre ( $p^e - p^s = 2.84$ ). Les figures D4 et D5 présentent les résultats de ce calcul respectivement en terme de vitesses (en entrée des canaux d'entrée et en sortie des canaux de sortie) et en terme d'évolution axiale des pressions dans certains canaux.

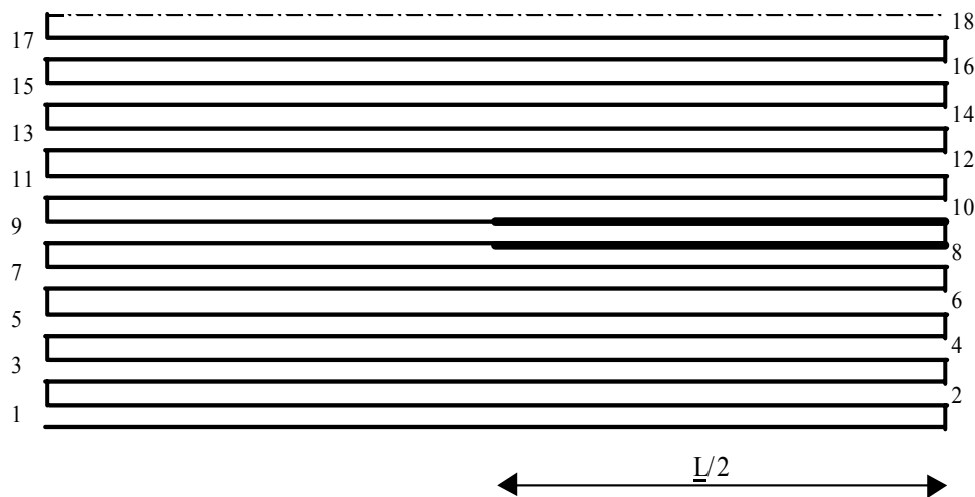


Figure D2 : Modèle multi-canal bidimensionnel de filtre plan à 18 canaux – le canal 9 est partiellement obstrué

On constate sur la figure D3 une diminution drastique de la vitesse dans le canal obstrué 9. Ce phénomène est également sensible, bien que moins prononcé, dans les canaux de sortie adjacents 8 et 10. La présence de débits plus faibles dans ces canaux entraîne un effet de compensation qui explique la sur-vitesse observée dans les canaux d'entrée 7 et 11. On peut constater que ce phénomène est amorti très rapidement car l'écart à la vitesse moyenne observée dans les canaux 5 et 13 est déjà inférieur à 1%.

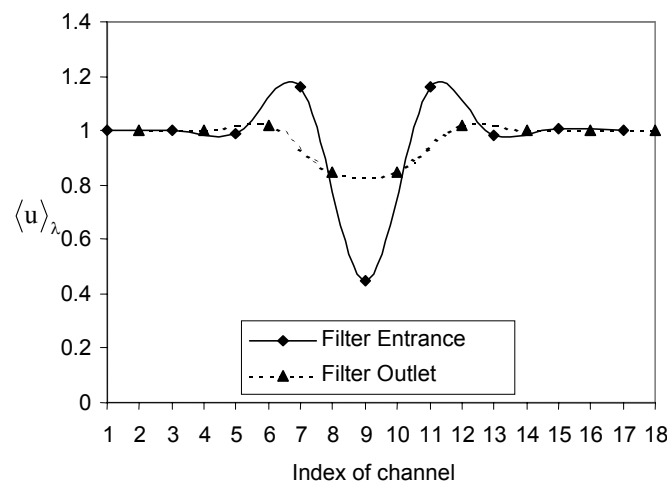


Figure D3 : répartition des débits dans les canaux en entrée et en sortie de filtre

Les courbes d'évolution axiale des pressions de la figure D4 mettent en évidence l'impact de la présence de l'hétérogénéité de perméabilité. On constate que, pour le régime d'écoulement considéré, la diminution de débit dans le canal 9 entraîne une modification de l'évolution de la pression illustrant la diminution des effets inertiels. La pression sensiblement



inférieure dans le canal adjacent 8 liée à la présence d'un débit plus faible explique la sur-  
vitesse observée dans le canal 7.

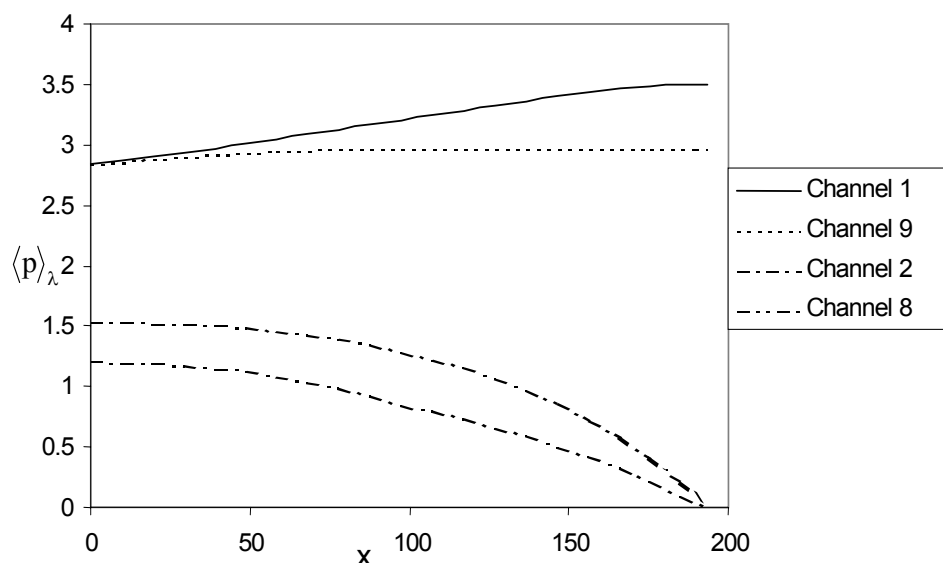


Figure D4 : Evolution axiale de la pression dans les canaux 1,2,8 et 9 du système

Ce premier cas test met en évidence l'effet relativement complexe d'une hétérogénéité géométrique simple sur la répartition de l'écoulement dans un système multi-canal. Cependant, l'extension spatiale de la perturbation engendrée par ce type d'hétérogénéité est relativement faible et limitée aux trois canaux adjacents de part et d'autre de la singularité.

#### Second cas test : Effet de conditions limites non-uniforme sur le système multi-canal

Nous considérons pour ce cas test un système multi-canal composé de 18 canaux (9 canaux d'entrée et 9 canaux de sortie) (Figure D5).

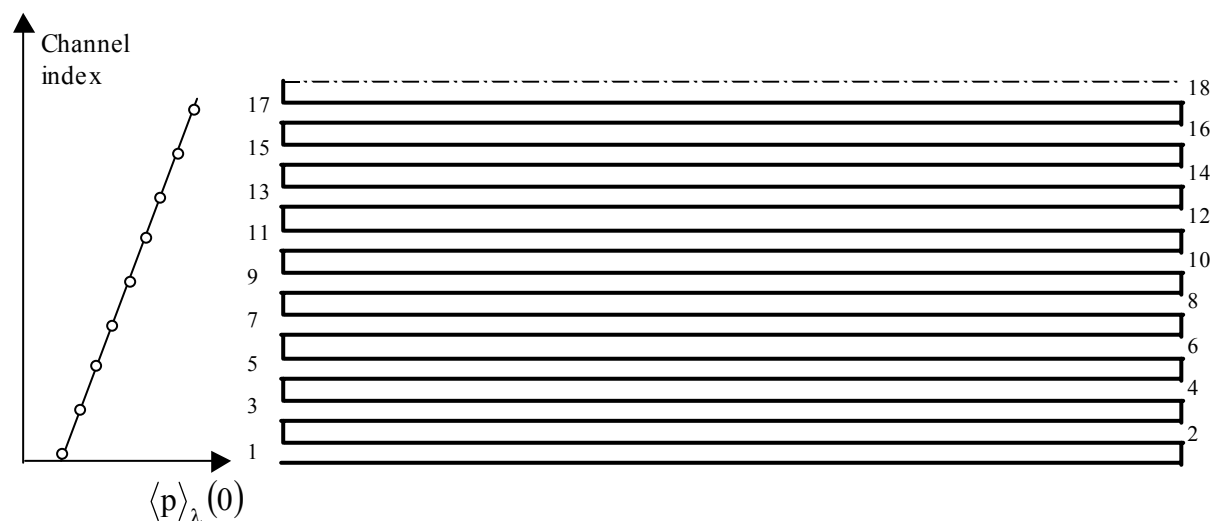


Figure D5 : Modèle multi-canal bidimensionnel de filtre plan à 18 canaux – gradient de pression uniforme en entrée du système

Les canaux sont définis par un rapport d'aspect  $\underline{L}/\underline{h}_1$  de 200. Les caractéristiques des parois poreuses sont :  $\underline{e}_w=400\mu\text{m}$ ,  $\underline{K}_w=2 \cdot 10^{-12}\text{m}^2$ . Le fluide considéré est de l'air ( $\mu = 1.85 \cdot 10^{-5} \text{ kg.m}^{-1}.\text{s}^{-1}$ ) et le nombre de Reynolds  $\text{Re}_0$  qui caractérise l'écoulement est de 280. La pression imposée en entrée du système n'est pas uniforme, nous considérons qu'un gradient de pression est fixé à l'entrée du filtre ( $p_1^e = 4.7$ ,  $p_{17}^e = 6.7$ ). Ce type de condition limite est susceptible d'être observé sur des applications réelles en filtration si la géométrie du système d'admission en amont du filtre ne permet pas d'y assurer une répartition uniforme de l'écoulement. Le problème est modélisé par un système de 36 équations (D1-D4) complété pour imposer des conditions de symétrie par les équations (D9-D10). La figure D7 présente l'évolution axiale de la vitesse de filtration dans certains canaux composant le filtre.

L'augmentation de la pression imposée en entrée du filtre selon les indices de canaux croissants explique naturellement l'augmentation correspondante de la vitesse moyenne de filtration. Cependant, on constate que cette augmentation révèle un comportement non-linéaire. De plus, les effets inertiels croissants avec le débit admis dans les canaux entraînent une répartition de plus en plus hétérogène de la vitesse de filtration sur la longueur du canal. Le couplage entre les différents canaux, clairement mis en évidence par le cas test précédent, apparaît moins nettement ici car il tend à lisser l'effet de la condition limite non-uniforme imposée en entrée du système.

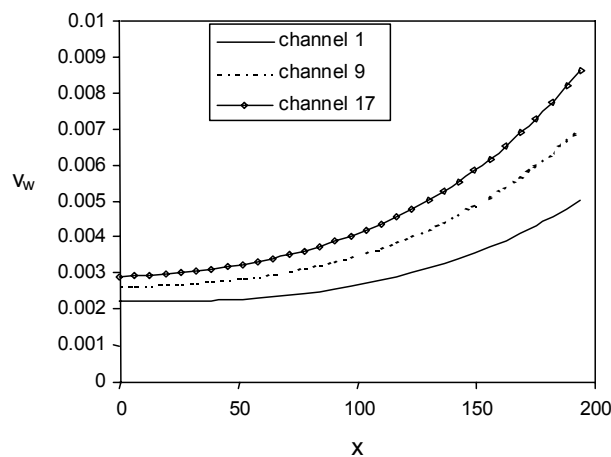


Figure D6 : Evolution axiale de la vitesse de filtration dans les canaux 1, 9 et 17

Ce second cas test met en évidence la capacité de notre modèle multi-canal à décrire l'effet de conditions limites complexes sur la répartition de l'écoulement au sein du dispositif de filtration. On peut notamment remarquer que la répartition des vitesses de filtration qui jouera un rôle prépondérant sur la répartition des particules capturées par les parois filtrantes présente un comportement non-linéaire complexe.

## Annexe E : Méthode de Newton-Raphson

Cette annexe a pour objectif de présenter la résolution du système d'équations aux dérivées partielles stationnaires suivant :

$$R_1 = C_1 \frac{dU}{dz} + C_2 (P - P_\gamma) = 0 \quad (E1)$$

$$R_2 = C_3 \frac{dU^2}{dz} + C_4 U + \frac{dP}{dz} = 0 \quad (E2)$$

Où  $P_\gamma$  est la pression dans le canal voisin. Il apparaît clairement, des non-linéarités dans l'équation (E2), de part la présence de la dérivée spatiale du carré de la vitesse  $U$ . Nous nous proposons dans cette section de présenter la méthode de Newton-Raphson qui nous permet de traiter la non-linéarité dans le système (E1-E2). Il existe trois grandes classes de méthodes pour la résolution d'équations non-linéaires. La linéarisation n'est applicable que sur des systèmes instationnaires, et ne présente donc aucun intérêt dans le cadre de ce travail. Les méthodes de type point fixe, telle que la méthode de Picard. Cette méthode ne garantit pas la convergence de la solution, c'est pourquoi nous nous sommes intéressés exclusivement à la mise en œuvre de la méthode de Newton-Raphson, beaucoup plus robuste que les deux précédentes.

Le système (E1-E2) peut être réécrit sous forme vectorielle :

$$\underline{\underline{f}} \cdot \underline{v} = \underline{0} \quad (E3)$$

Où  $\underline{\underline{f}}$  est une matrice d'opérateurs associée aux relations (E1) et (E2) et  $\underline{v}$  le vecteur solution recherché lié aux variables  $U$  et  $P$ .

La méthode de Newton-Raphson consiste à construire, à partir d'un vecteur initial, une suite de vecteurs dont la limite tend vers la solution du problème (E3). A l'itération  $k+1$ , on construit le nouveau vecteur solution comme :

$$\underline{\underline{f}}^k \cdot \underline{v}^k + \underline{\underline{j}}^k \cdot d\underline{v}^{k+1} = \underline{0} \quad (E4)$$

Où  $\underline{\underline{j}}$  est la matrice Jacobienne associée à  $\underline{\underline{f}}$  dont les termes sont définis par :

$$j_{i,j}^k = \frac{\partial f_{i,j}^k}{\partial v_j^k} \quad (\text{E5})$$

Et où

$$\underline{dv}^{k+1} = \underline{v}^{k+1} - \underline{v}^k \quad (\text{E6})$$

Les équations (E1) et (E2) sont discrétisées préalablement à l'écriture du problème en terme de dérivée des opérateurs sous la forme :

L'écriture analytique de la matrice Jacobienne (E5) est délicate à utiliser, c'est pourquoi, il est d'usage de résoudre la forme discrétisée du problème (E1-E2) :

$$R_{1\_i} = C_1 \frac{U_{i+\frac{1}{2}} - U_{i-\frac{1}{2}}}{\delta z} + C_2 (P_i - P_e) = 0 \quad (\text{E6})$$

$$R_{2\_i} = C_3 \frac{U_{i+\frac{1}{2}}^2 - U_{i-\frac{1}{2}}^2}{\delta z} + C_4 U_{i-\frac{1}{2}} + \frac{P_{i+1} - P_{i-1}}{\delta z} = 0 \quad (\text{E7})$$

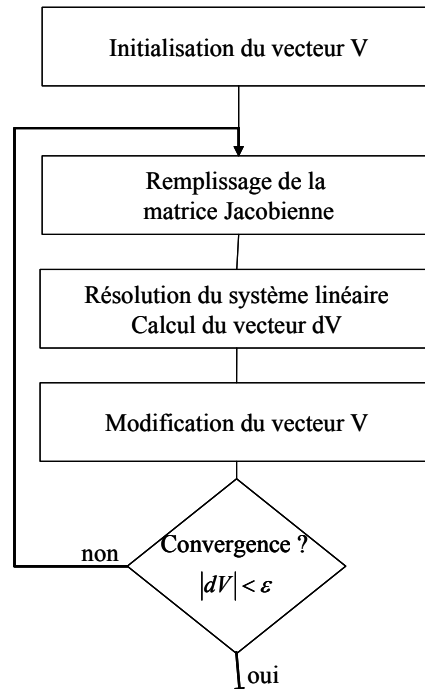
Les éléments de la matrice Jacobienne sont alors obtenues en dérivant les opérateurs par rapport à chacune des variables du problème (*i.e.* les variables U et P pour chacune des mailles du domaine). Le système linéaire résolu à chaque itération est alors :

$$R_{1\_i} = C_1 \frac{dU_{i+\frac{1}{2}}^{k+1} - dU_{i+\frac{1}{2}}^{k+1}}{\delta z} + C_2 dP_{i+\frac{1}{2}}^{k+1} = 0 - \left( C_1 \frac{U_{i+\frac{1}{2}}^k - U_{i+\frac{1}{2}}^k}{\delta z} + C_2 \left( P_{i+\frac{1}{2}}^{k+1} - P_e \right) \right) \quad (\text{E8})$$

$$\begin{aligned} R_{2\_i} &= 2C_3 U_{i+\frac{1}{2}}^k \frac{dU_{i+\frac{1}{2}}^{k+1}}{\delta z} - 2C_3 U_{i-\frac{1}{2}}^k \frac{dU_{i-\frac{1}{2}}^{k+1}}{\delta z} + C_4 dU_{i-\frac{1}{2}}^{k+1} + \frac{dP_{i+1}^{k+1} - dP_{i-1}^{k+1}}{\delta z} \\ &= 0 - \left( C_3 \frac{\left( U_{i+\frac{1}{2}}^k \right)^2 - \left( U_{i-\frac{1}{2}}^k \right)^2}{\delta z} + C_4 U_{i-\frac{1}{2}}^k + \frac{P_{i+1}^k - P_{i-1}^k}{\delta z} \right) \end{aligned} \quad (\text{E9})$$

Le vecteur solution  $\underline{dV}$  rassemble les variables  $dU$  et  $dP$  en chaque maille du domaine discrétisé. Comme le montre l'organigramme E1, les termes de la matrice Jacobienne sont calculés à partir des valeurs  $U$  et  $P$  du vecteur  $\underline{V}$  calculé à l'itération précédente. Le système linéaire est résolu par une méthode itérative classique. La nouvelle valeur du vecteur  $\underline{V}$  après

l'itération  $k+1$  est la somme du vecteur  $\underline{V}$  après l'itération  $k$  et de la correction  $\underline{dV}$  calculée à l'itération  $k+1$ . Le test de convergence de la boucle itérative est basé sur la minimisation de la norme du vecteur  $\underline{dV}$  mais peut également être imposé sur la norme du second membre du système (E8-E9).



Organigramme E1 : Résolution du système linéaire par la méthode de Newton-Raphson



**Service Reprographie**

**M.Sabater**

**IMFT - Allée du Pr. Camille Soula  
31400 Toulouse**

**☎ 05 61 28 58 27**