



INTRODUCTION

Au cours de ces dernières années, les entreprises industrielles ont été confrontées à une concurrence de plus en plus féroce. L'internationalisation de la compétition et la course au développement se sont focalisés sur les prix de vente, qui sont en baisse ainsi que d'améliorer leur qualité.

C'est dans ce cadre que s'inscrit le présent travail, effectué au sein de l'entreprise IBTISSAM SEMELLE. Toute entreprise ambitieuse, doit inscrire parmi ses objectifs, d'optimiser un rapport qualité prix de ces produits. En effet, l'objectif de mon rapport s'inscrit pleinement dans cette politique. Je me suis intéressé à l'optimisation la fabrication des grains des élastomères thermoplastiques TR. L'entreprise vise par cette optimisation à réduire le cout tout en gardant la qualité telle que la souplesse et la résistance à la déchirure.

Nous allons tout d'abord faire une recherche bibliographique sur les différentes compositions d'élastomère thermoplastique (TR) ainsi leurs interactions à fin de pouvoir élaborer un plan d'expérience adéquat qui nous permettra d'atteindre notre objectif qui est d'optimiser un rapport qualité prix.



CHAPITRE 1 :

Présentation de l'entreprise et étude du procédé de fabrication des grains de TR



I. Présentation de l'entreprise IBTISSAM SEMELLE

1. Fiche descriptive de l'entreprise

Le tableau ci-dessous regroupe les informations concernant l'entreprise IBTISSAM SEMELLE :

Date de création	1992
Superficie	800 m ²
Adresse	Quartier industriel Bensouda , hay Ennamae lot 87
Ville	FES
Secteur d'activité	Fabrication des semelles
Effectif permanent	75 personnes



Chiffre d'affaire	10.000.000 DH
Tél	05 35 65 54 05

Tableau 1: Fiche d'entreprise IBTISSAM SEMELLE

2. Organigramme de l'entreprise

L'Organigramme de l'entreprise IBTISSAM SEMELLE Se présente la figure suivante :

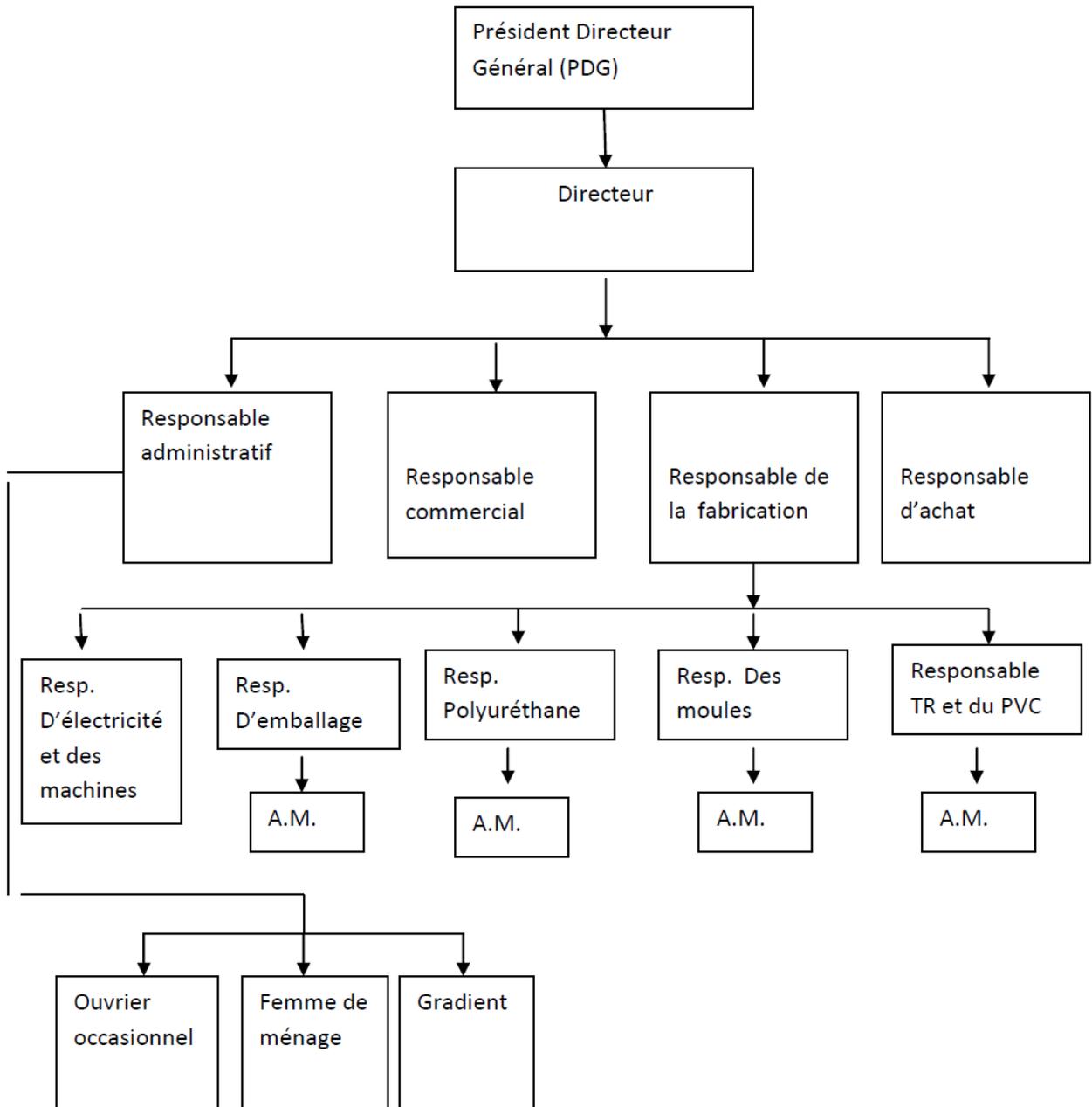


Figure1 : Organigramme IBTISSAM SEMELLLE



3. Les types des semelles fabriquées

L'entreprise IBTISSAM SEMELLE fabrique trois types des semelles qui sont tous à base des matières plastiques :

- Semelle à base du polychlorure de vinyle (pvc).
- Semelle à base du polyuréthane.
- Semelle à base d'un thermoplastique élastomère appelé TR.

Dans ce présent rapport je vais me focalisé sur le troisième type des semelles qui sont à base de TR.

4. Généralité sur les matières plastiques

Les matières plastiques sont des matériaux organiques de synthèse fondés sur l'emploi des macromolécules (polymères). Les caoutchoucs sont aussi regroupés sous cette appellation.

Matière plastique = résine de base + adjuvants + additifs

La matière première généralement utilisée est le pétrole, duquel sont extraites des molécules d'hydrocarbure. Elles sont ensuite unies entre elles pour former des molécules de masse plus importante: les polymères. En plus de la résine, les additifs et adjuvants sont ajoutés pour améliorer les propriétés chimiques et physiques du matériau, notamment la résistance aux chocs, la couleur, la plasticité, la résistance au vieillissement, etc.....

C'est grâce à toutes leurs qualités qu'elles sont devenues irremplaçables et omniprésentes dans les objets de notre vie quotidienne. Les fabricants offrent une très grande diversité de produits, mais il existe trois grandes catégories de matières plastiques synthétiques: les thermoplastiques (PVC), les thermodurcissables (polyuréthane) et les élastomères (TR).

II. Procédé de production des grains d'élastomère thermoplastique (TR)

1. Description du procédé

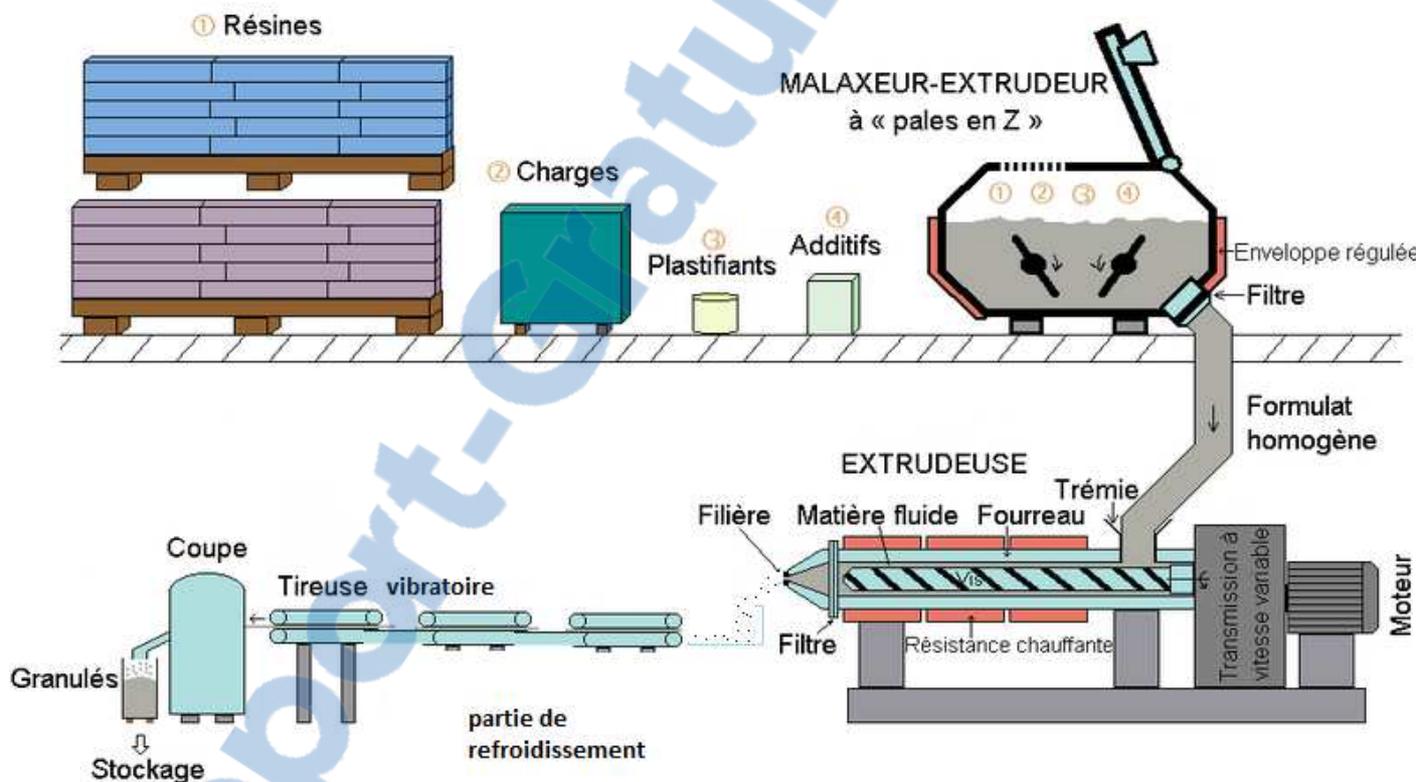


Figure2 : procédé de fabrication des granulés de TR

L'extrusion est un procédé industriel thermomécanique. Il permet de transformer la matière première, comme le plastique, à l'aide d'une extrudeuse, en un produit profilé. La transformation se fait sous pression avec un conditionnement en température bien approprié.

Ce mélange sous forme de granulés, est versé dans une trémie pour alimenter une vis sans fin logée dans un tube chauffé. Elle y est comprimée, malaxée et chauffée.



Ce traitement mécanique et thermique fournit une pâte fondante et homogène sans bulle (grâce au dégazage) qui est poussée par la vis en rotation vers un orifice. La matière expulsée sous pression par la vis d'injection à travers ce trou vient remplir un moule fermé et refroidi.

Au contact des parois froides, elle prend la forme du moule et se solidifie. Le moule s'ouvre ensuite pour faire sortir la pièce.

2. Description d'élastomère thermoplastique (TR)

Ces polymères présentent les mêmes qualités élastiques que le caoutchouc. Un élastomère au repos est constitué de longues chaînes moléculaires repliées sur elles mêmes. Sous l'action d'une contrainte, les molécules peuvent glisser les unes par rapport aux autres et se déforment.

Différentes formulations permettent de produire des caoutchoucs de synthèse en vue d'utilisations spécifiques. Les élastomères sont employés dans la fabrication des coussins, de certains isolants, des semelles de chaussures ou des pneus.

3. Les différents composants du TR

Le procédé d'extrusion du thermoplastique élastomère TR consiste à introduire dans une cavité de l'extrudeuse, le mélange de la matière première qui est composé du :

- SBS (Styrène-butadiène-styrène)
- huile de paraffine
- PS (polystyrène)
- La charge
- Des stabilisants

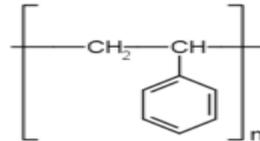
4. Caractéristiques des différents composants

- **Polystyrène (PS) :**



Le polystyrène (PS) est un polymère dont le monomère (élément moléculaire répété) est le styrène, formé d'un cycle de benzène accroché sur une chaîne CH-CH₂). On l'obtient à partir de produits issus du pétrole.

La formule générale du polystyrène peut s'écrire :



Le polystyrène est un thermoplastique amorphe, dur, rigide, exempt de flair et le goût, caractérisé par sa stabilité thermique, sa faible densité, et son excellente propriétés thermiques et électriques pour l'isolation.

On distingue 2 types de polystyrène :

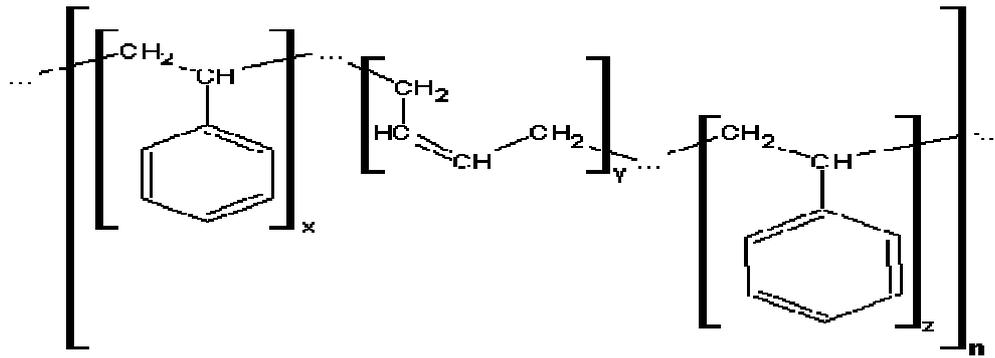
- Le polystyrène standard communément appelé polystyrène cristal à cause de sa transparence qui résulte de la polymérisation du styrène sous l'action de catalyseurs. Il est caractérisé par sa rigidité et sa fragilité ;
- Le polystyrène choc, produit translucide ou opaque résultant d'une copolymérisation par greffage avec un élastomère ; polybutadiène ou poly(butadiène/styrène) qui lui confère une rigidité atténuée et une bonne tenue aux choc (3 à 10% butadiène) ;

Les polystyrènes sont des résines de faible densité ayant une bonne résistance aux acides faibles, aux bases et aux huiles. Ils sont solubles dans la plupart des solvants organiques.

Le polystyrène commence à se déformer sous l'effet de la chaleur entre 70 et 90°C. Il se présente sous la forme d'un fluide visqueux vers 140-180°C.

- **Elastomère thermoplastique Styène-Butadiène-Styrène (SBS) :**

La formule SBS s'écrit :



Le SBS est obtenu par copolymérisation de séquences rigides de polystyrène reliées par des séquences souples de polybutadiène.

Il présente de nombreux avantages comme son large plage de dureté, une haute flexibilité et élasticité, de bonnes propriétés électriques. Cependant, ce matériau possède une résistance limitée au vieillissement UV et ozone ainsi qu'à la chaleur. Généralement, avant transformation, les TPE styréniques doivent être additionnés d'ingrédients divers, dont parfois d'autres thermoplastiques, ce qui conduit à une grande diversité de grades : stabilisés aux UV, stabilisés à la chaleur, transparents et des stérilisables.

Les propriétés, dont la dureté qui sert souvent à la dénomination des grades, varient fortement en fonction :

- de la nature des segments souples ;
- de la morphologie des chaînes macromoléculaires (linéaires, branchées) ;
- de la longueur des segments ;
- du rapport des segments rigides et souples.

➤ Huile de paraffine (plastifiant) :

Les plastifiants sont des substances de faible volatilité que l'on ajoute à certaines résines en vue de modifier principalement leurs propriétés plastiques et élastiques sans changer leur nature chimique.

Les plastifiants sont des composés liquides ou solides, polymérisés ou non, de faible poids de résine dans la composition d'une matière plastique et permettent d'améliorer la souplesse du produit fini, sa tenue aux chocs et aux basses températures.



Les molécules du plastifiant agissent en affaiblissant localement les forces de cohésion intermoléculaire et rendent ainsi possible le déplacement de segments de chaînes macromoléculaires les unes par rapport aux autres ce qui a pour effet de diminuer la rigidité de l'édifice moléculaire.

➤ **Charges et renforts :**

Les charges sont des substances organiques ou minérales, végétales ou synthétiques qui, ajoutées aux résines, permettent d'en modifier les propriétés physiques, thermiques, mécaniques et électriques ou simplement d'en abaisser le prix de revient.

Les propriétés ainsi conférées aux résines dépendent de la nature et de la forme de la charge utilisée ainsi que de la quantité ajoutée. Les charges minérales améliorent les propriétés électriques, la résistance à la chaleur et à l'humidité ; elles permettent également d'augmenter la densité de la matière à mouler et de diminuer le retrait.

D'une manière générale, les charges granulaires ont une faible interaction interfaciale avec la résine et se comportent comme un agent d'extension inerte qui remplace, par effet de masse, un certain volume de résine dans la composite. Ainsi les poudres et farines bon marché ont un intérêt économique évident. Elles réduisent le coût de l'opération de moulage, diminuent le retrait et améliorent l'aspect de surface et la résistance. Les plus utilisées sont : les poudres de carbonate de calcium, de kaolin, d'argile, de mica. **Le carbonate de calcium (CaCO_3)** est la charge minérale la plus répandue dans l'industrie des matières plastiques, son ajout à la résine produit un excellent équilibre entre rigidité et impact du produit fini. Il assure un aspect et une homogénéité des couleurs de niveau supérieur parmi les charges.

➤ **Les additifs**

Les additifs sont des composés chimiques ajoutés aux polymères (résines de base) au cours de transformations ; ils modifient leurs caractéristiques physiques, soit en leur conférant de nouvelles qualités, comme la souplesse ou la couleur, soit en réduisant des défauts qui obéiraient leur usage, comme leur instabilité à la chaleur ou à la lumière. Les additifs utilisés pour l'élastomère thermoplastique TR sont :

- **stabilisant** : l'IRGANOX 1076 c'est un anti-oxydant très efficace qui protège le thermoplastique TR contre la dégradation thermo-oxydante, et permet une bonne tenue de la couleur.



- **lubrifiant** : un agent qui facilite la mise en œuvre et évite l'agglomération des granules de thermoplastique à la sortie de l'extrudeuse, l'agent lubrifiant utilisé c'est le stéarate de zinc
- **colorant** : différents pigments sont utilisés soit seuls ou mélangés pour obtenir la coloration désirée, le pigment minéral le plus utilisé c'est l'oxyde de titane TiO_2 .

5. L'interaction entre le polystyrène (PS) et le styrène-butadiène-styrène (SBS)

a. Propriétés mécaniques

Dans cette étude on cherche à savoir l'influence du rapport PS/SBS sur les différentes propriétés mécaniques de la semelle telle que : module de Young, l'élasticité, la résistance à la rupture et l'allongement à la rupture cela permet de dimensionner les pièces (épaisseur, longueur...), en vérifiant les conditions de résistances en fonction des matériaux qui les composent et d'étudier les déformations (allongement, raccourcissement...), suivant la nature des sollicitations qu'elles auront à supporter.

Les différents pourcentages de mélanges préparés :

Melange du polymere % (PS/SBS)
(100 /0)%
(90/10)%
(80/20)%
(70/30)%
(60/40)%
(50/50)%
(40/60)%
(30/70)%
(20/80)%
(10/90)%

Tableau2:les différents mélange préparé

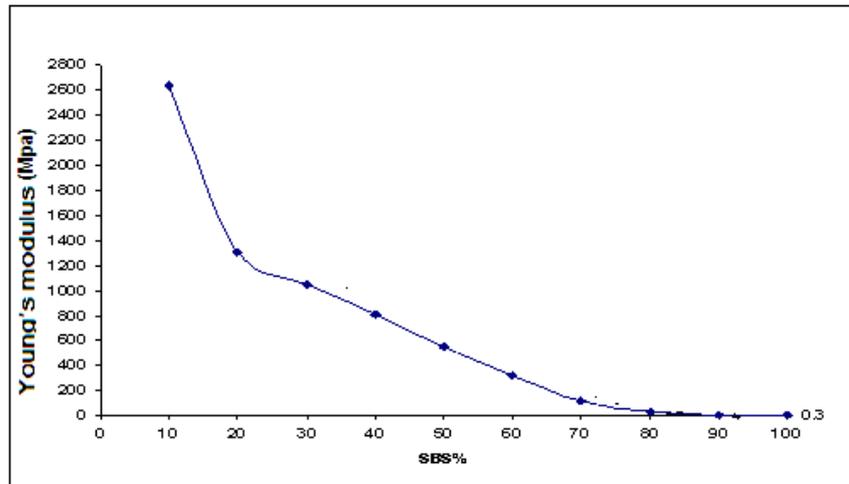


Figure3 : Effet de la teneur en SBS sur le module de Young

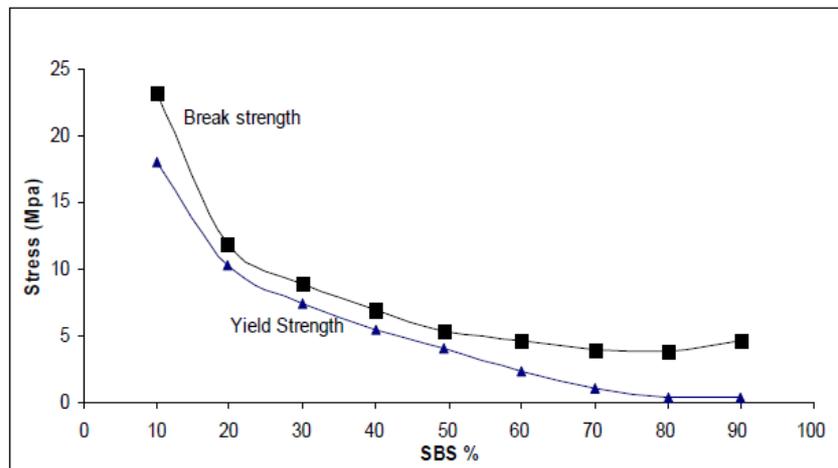


Figure4 : Limite d'élasticité et résistance à la rupture en fonction de la teneur en SBS

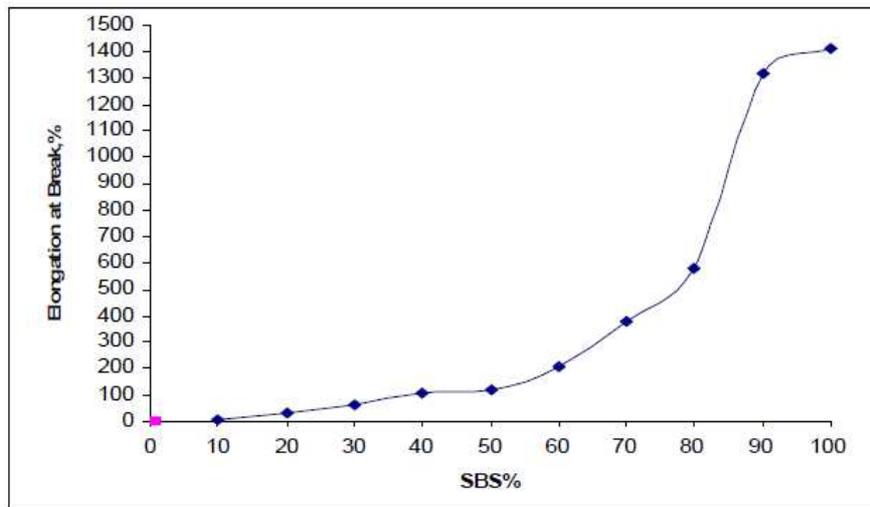


Figure5 : Effet de la teneur en SBS sur l'allongement à la rupture

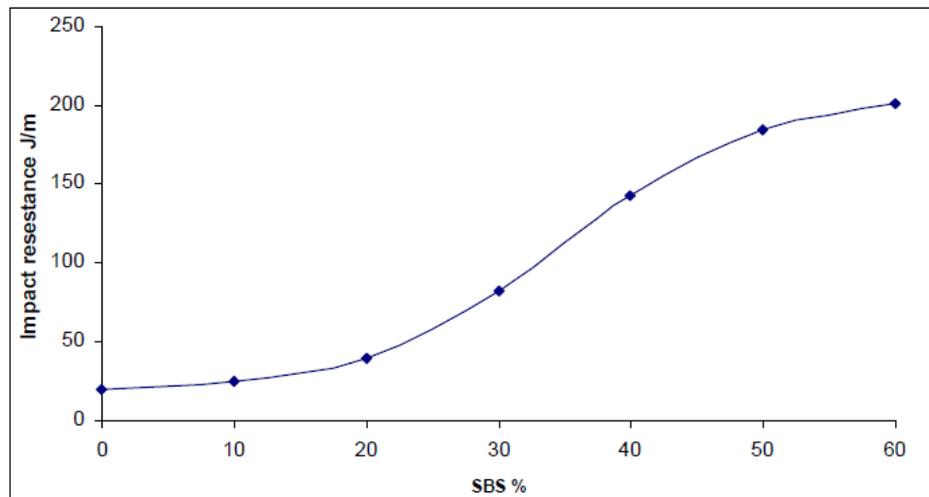


Figure6 : Effet de la teneur en SBS sur la résistance au choc

➤ **Interprétation :**

D'après les courbes ci-dessus On observe que le Module de Young, la limite d'élasticité et la résistance à la rupture se diminuent considérablement avec l'augmentation de teneur en SBS en particulier pour le 10 et 20% de compositions en SBS, comme le montrent les figures (3,4). D'autre part, l'incorporation d'un caoutchouc dans le mélange augmente la résistance à la rupture comme représenté sur la figure (5). En outre, les résultats des essais de choc sont présentés dans

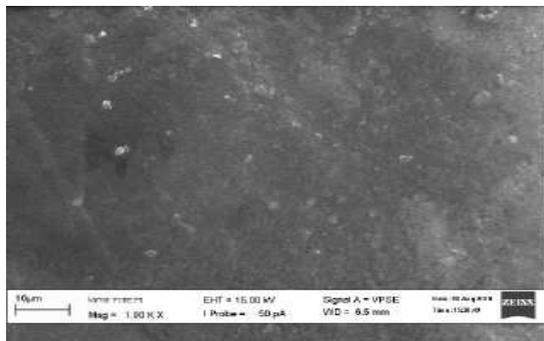


la figure (6) montrent que l'augmentation du contenu de SBS, améliore la résistance aux chocs de 20 J/m pour pur PS à 201 J/m pour 60% en poids de SBS.

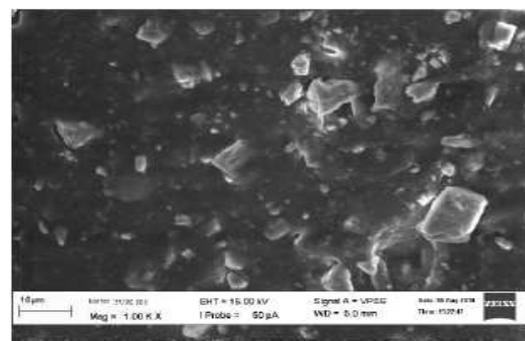
D'une façon générale, l'addition de faibles proportions de SBS au PS, c'est à dire moins de 30%, le matériau se trouve dur et fragile, mais pas aussi fragile que le PS pur. L'ajout d'une grande proportion de SBS a tendance à rendre le matériau ductile et élastique, ce qui améliore le comportement semblable au caoutchouc, mais plus fort que SBS pur. Les compositions, de 30 à 70% en poids de SBS, montrent que les propriétés mécaniques se modifient de façon linéaire avec la composition, ce qui peut suggérer obéir à la règle de mélange. [1]

On peut tirer que la présence du SBS à un pourcentage élevé dans la formule permet d'avoir les meilleures propriétés mécanique d'une semelle mais cela va nous posez une question au niveau du prix qui sera de plus en plus élevé ce qui ne va être concurrent.

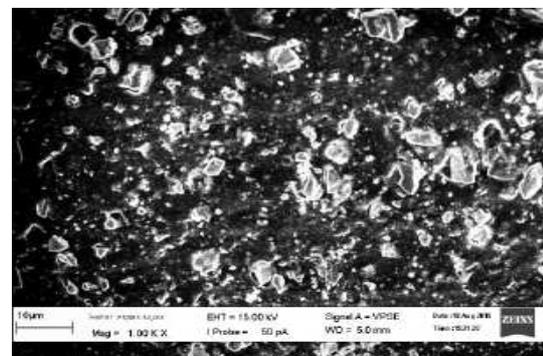
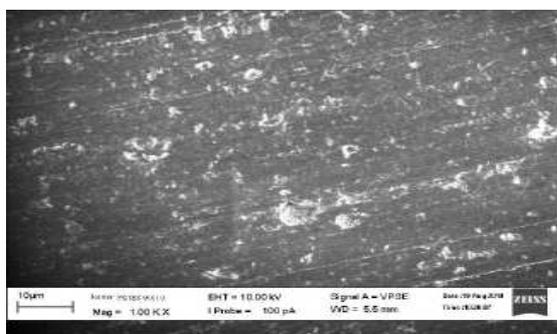
b. Etude morphologique interne par un microscope électronique à balayage



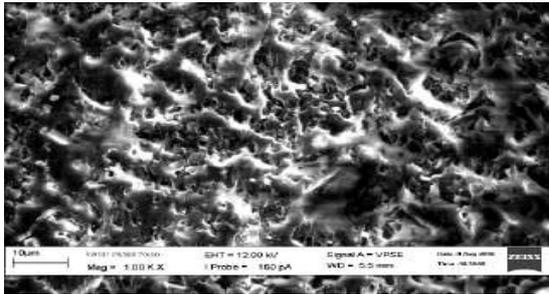
PS pure (a)



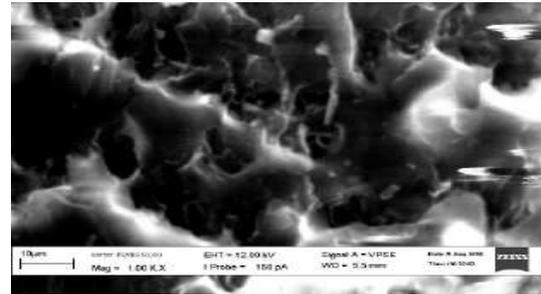
SBS pure (b)



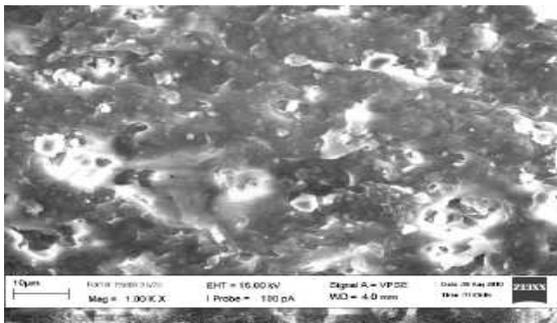
PS/SBS (90/10) (c)



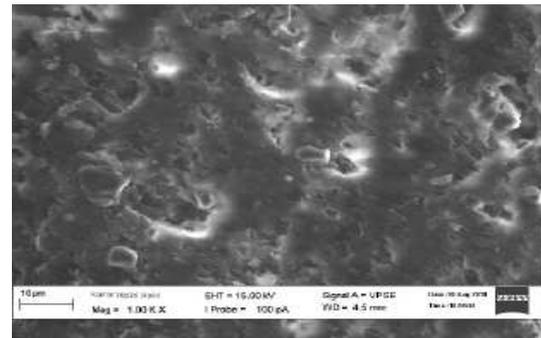
PS/SBS (80/20) (d)



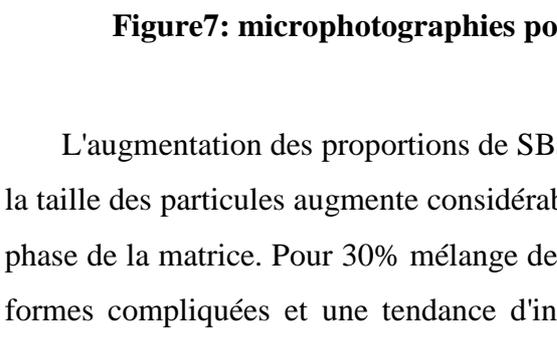
PS/SBS (70/30) (e)



PS/SBS (50/50) (f)



PS/SBS (30/70) (g)



PS/SBS (20/80) (h)

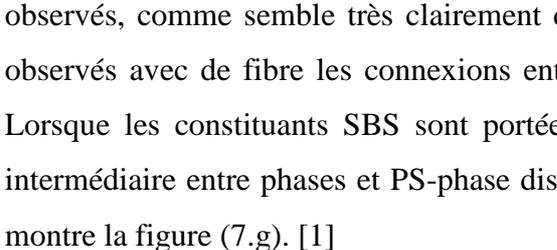


Figure7: microphotographies pour des différentes proportions du mélange SBS/PS

L'augmentation des proportions de SBS à 20%, comme le montre la figure (7.d), indique que la taille des particules augmente considérablement, mais cette phase pure est toujours isolée de la phase de la matrice. Pour 30% mélange de SBS, il commence à percoler formant des couches de formes compliquées et une tendance d'initier l'interconnexion et aucune particule plus isolés observés, comme semble très clairement dans la figure (7.f), phases continues sont clairement observés avec de fibre les connexions entre chaque phase de la composition de 50% de SBS. Lorsque les constituants SBS sont portées à 70%, la micrographie montre une co-continuité intermédiaire entre phases et PS-phase dispersée dans la phase matrice SBS continue comme le montre la figure (7.g). [1]

6. Facteurs influant sur la fabrication du thermoplastique élastomère (TR)

a. Diagramme causes à effet

Avant l'élaboration d'un plan de criblage, on est amené à réaliser une diagnostique qui nous permettra de tirer les paramètres qui influent sur la formule de fabrication des grains TR.

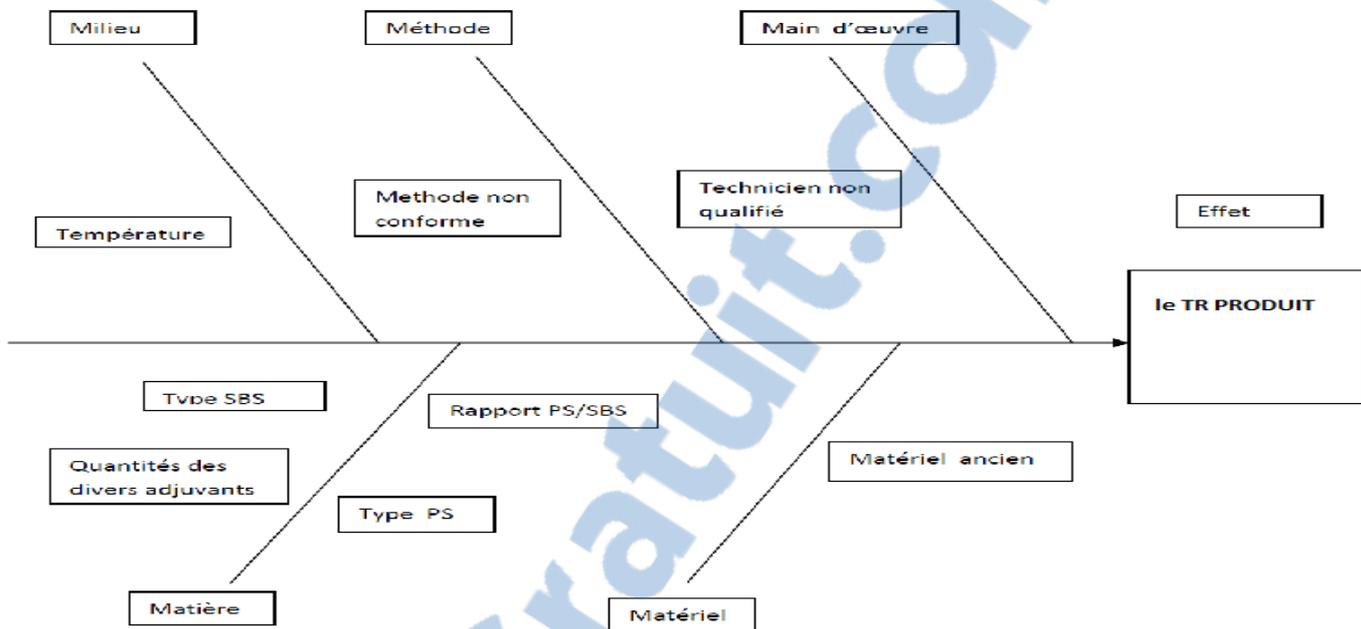


Figure 8 : diagramme d'ISHIKAWA

b.

Analyse des différents facteurs



Lieu :

On ne peut pas changer la température vue que l'appareil d'extrusion est très ancienne le réglage de température devient difficile.



Méthode :

La méthode d'extrusion est la plus adaptée à la production de granulés élastomère thermoplastique.



Matériel :

On ne peut pas changer l'appareil vue son prix qui est très chère.



Mains d'œuvre :

La main d'œuvre est constituée de 2 techniciens qualifiés qui sont très anciens dans la société.



Matière :



Les différents composants de la formule constituent les facteurs sur lesquels on peut jouer.



Définition des facteurs importants :

Après l'analyse des différents facteurs précédents on sélectionne les facteurs suivants :

Le rapport SBS/PS, quantité de la charge, quantité de l'huile, type du PS et du SBS.

7. Critère de la qualité

la qualité d'une semelle repose sur deux caractéristique essentiel qui sont:

- La résistance à la déchirure.
- La souplesse ou la dureté selon le type de TR voulue.

En se basant sur la recherche effectuée ainsi sur le diagramme d'ISHIKAWA, on va élaborer un plan de criblage suivie d'un plan d'optimisation a fin de réduire le maximum possible en prix tout en gardant la qualité des semelles qui sont représenté par la souplesse et la résistance à la déchirure.



CHAPITRE 2 :

Optimisation d'un rapport qualité-prix

I. Plan de Criblage

1. Liste des facteurs influents

Dans cette partie nous nous sommes intéressés à la maîtrise des facteurs les plus influents dans la formule à fin de trouver un réglage qui garde les propriétés des semelles.

A ce sujet j'ai listé les différents paramètres a étudié. J'ai gardé pour cette étude 5 paramètres. Nous avons fixé pour chaque paramètre son domaine de variation. Nous regroupons dans le tableau suivant les facteurs ainsi que leurs domaines de variation :

Rapport-gratuit.com 



	Facteurs	Nombre de Niveaux	Niveaux
U1	SBS/PS	2	30/70
			40/60
U2	PS	2	Cristal
			Ampera
U3	Type SBS	2	Radial
			Lineaire
U4	Huile	2	3
			2
U5	Charge	2	1,4
			0,5

Tableau 3: liste des facteurs influant avec niveaux

2. Methode de mesure

Vue l'absence des appareils destiné à mesurer la souplesse ou la résistance à la déchirure, on a utilisé une mesure qualitatif qui consiste à donner une note à chaque semelle produites en intervenant des spécialistes dans le domaine.

3. Plan d'expérience par criblage

Le tableau 4 regroupe les expériences et les résultats des deux réponses après l'exécution du plan :

N°Exp	SBS/PS	PS	Type	Huile	Charge	Souplesse	RAD
-------	--------	----	------	-------	--------	-----------	-----



			SBS	(kg)	(kg)		
1	40/60	Ampera	Linéaire	3	0,5	9	9
2	30/70	Ampera	Linéaire	2	1,4	4	7
3	30/70	Cristal	Linéaire	2	0,5	5	2
4	40/60	Cristal	Radial	2	0,5	7	4
5	30/70	Ampera	Radial	3	0,5	6	6
6	40/60	Cristal	Linéaire	3	1,4	7	4
7	40/60	Ampera	Radial	2	1,4	6	7
8	30/70	Cristal	Radial	3	1,4	2	2

Tableau 4: Plan de criblage

Après l'exécution de ce plan d'expérience, on est amené à interpréter les graphes obtenue ainsi de définir les réglages à réaliser.

4. Etude graphique de l'influence des paramètres sur la souplesse

Les résultats du traitement des données relatives au plan de criblage pour la réponse de la souplesse sont représentés sur les figures 9 et 10 :

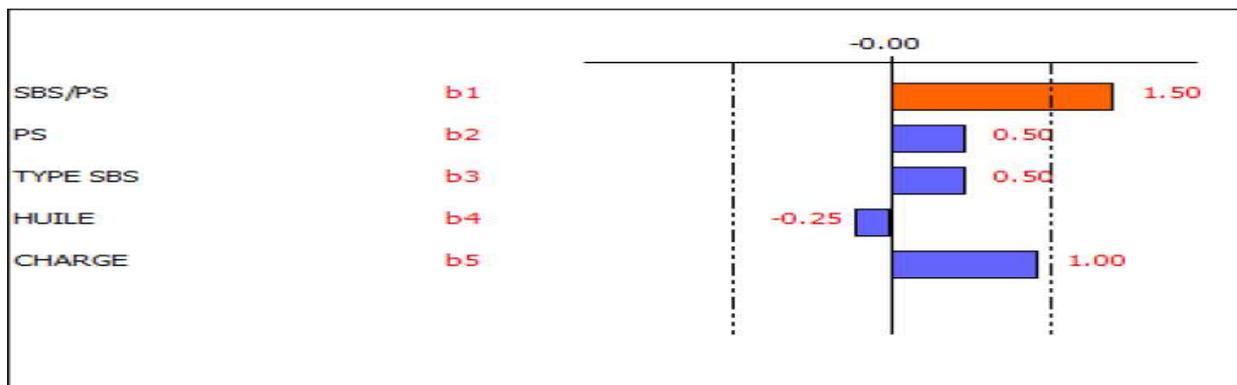


Figure 9 : Etude graphique des effets de la réponse Y1 : souplesse

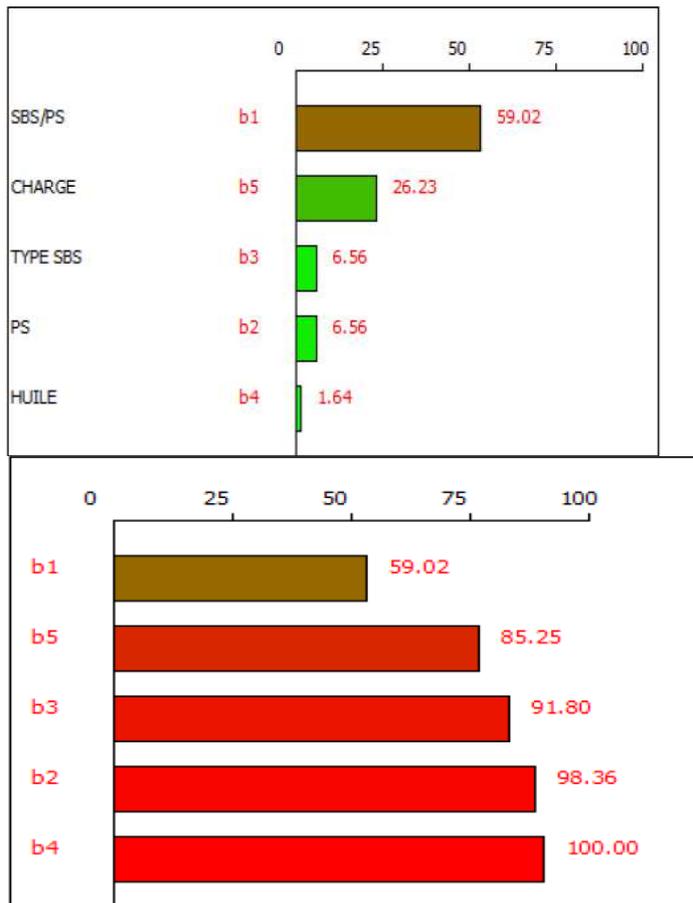


Figure 10 : Diagramme de Pareto

L'analyse des résultats de ces deux graphes montre sans ambiguïté que les paramètres influents sur la souplesse des semelles produites sont :

- ✓ Le rapport SBS/PS.
- ✓ La quantité de la charge.

Selon la Figure 9 on constate que le rapport SBS/PS ainsi que la quantité de la charge ont une influence positive sur la souplesse, ce qui veut dire que tout en passant d'un niveau -1 à un niveau +1 de ces facteurs la souplesse augmente.

5. Etude graphique de l'influence des paramètres sur la résistance à la déchirure

Les résultats du traitement des données relatives au plan de criblage pour la réponse de la résistance à la déchirure (RAD) sont représentés sur les figures 11 et 12 :

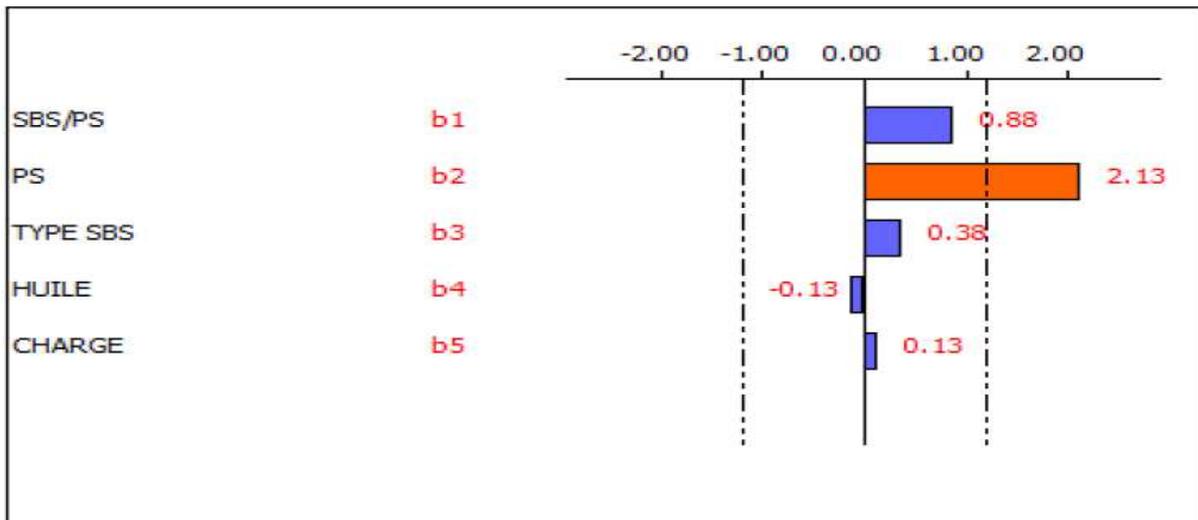


Figure 11 : Etude graphique des effets de la réponse Y2 : RAD

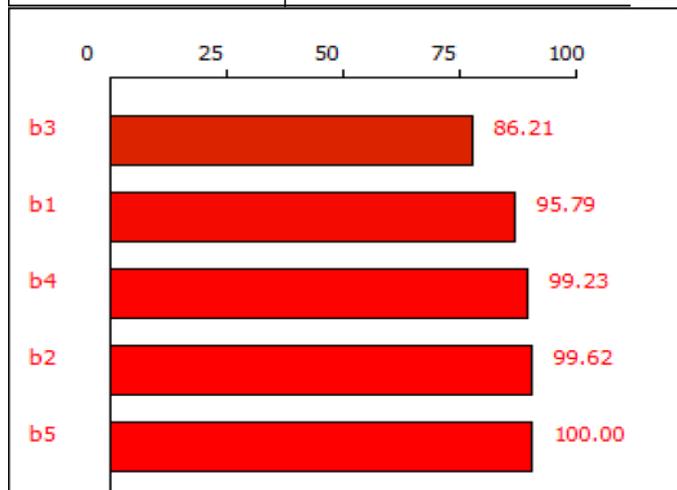
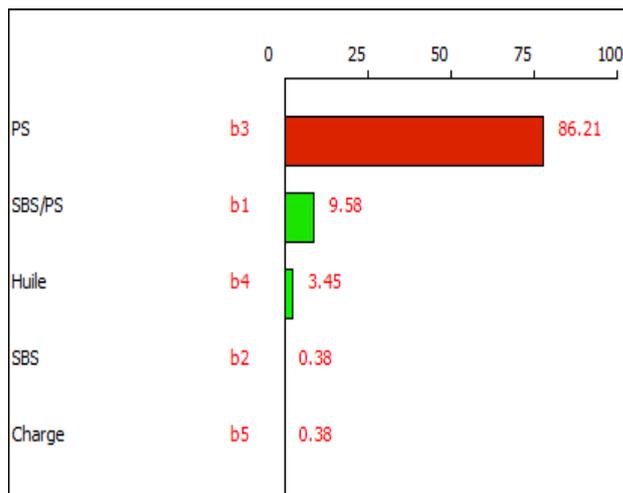




Figure 12 : Diagramme de Pareto

L'analyse des résultats de ces deux figures (11,12) montrent que les paramètres influents sur la RAD des semelles produites sont :

- ✓ Le type du polystyrène.
- ✓ Le rapport SBS/PS.

Selon la Figure 11 on constate que le type du polystyrène ainsi que le rapport SBS/PS ont une influence positive sur la RAD, ce qui veut dire que tout en passant d'un niveau -1 à un niveau +1 de ces facteurs la RAD augmente.

6. Etude graphique des effets pour toutes les réponses

Les résultats du traitement des données relatives au plan de criblage pour la réponse de la résistance à la déchirure et la souplesse sont représentés sur les figures ci-dessus :

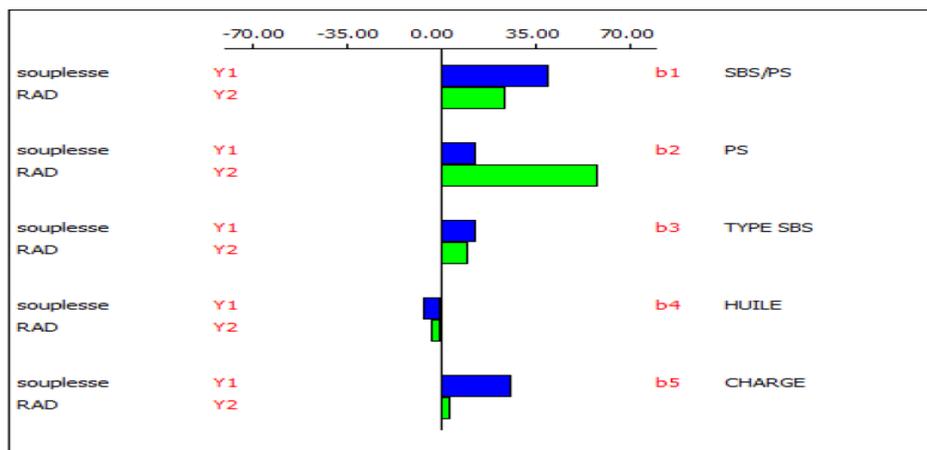


Figure 11 : Etude graphique des effets pour toutes les réponses

Les réglages recommandés :

D'après les résultats trouvés on a défini les réglages suivants :

Pour la souplesse :

- ✓ Il faut augmenter le pourcentage de SBS par rapport au polystyrène.
- ✓ Réduire la quantité de charge utilisée.

Pour la résistance à la déchirure :



- ✓ Minimiser l'utilisation du polystyrène cristal.
- ✓ Augmenter le pourcentage de SBS par rapport au polystyrène.

D'après ces analyse on peut clairement constater que la qualité coute chère, vue le prix de SBS qui est chère par rapport aux différents constituants notre objectif maintenant est d'optimiser un rapport qualité prix.

II. Optimisation par un plan composite centré

1. Introduction

Suite à l'étude du plan de criblage. Nous souhaitons dans la suite de ce travail de nous intéresser de près à ces paramètres aux paramètres les plus influant sur le rapport qualité-prix.

2. Domaine expérimental

Notre choix s'est porté sur les deux facteurs suivants :

- Le pourcentage de SBS
- La quantité de la charge

	Facteur	Unité	Centre	Pas de variation
U1	SBS	%	35	5
U2	Charge	Kg	0,95	0,45

Tableau 5: liste des facteurs influents avec niveaux

Nous avons choisi un plan composite centré pour cette étude. Nous regroupons dans le tableau 6 le plan d'expérience.

N°Exp	SBS (%)	Charge (kg)	Souplesse	RAD	Prix
1	30	0,5	3	7	17,35
2	40	0,95	8	8,5	19,31



3	35	1,4	6	6,5	17,48
4	40	0,5	9	9	19,96
5	30	1,4	2	5	16,26
6	40	1,4	7	7	18,71
7	30	0,95	2,5	6	16,78
8	35	0,5	6,5	7,5	18,65
9	35	0,95	7	7	18,05
10	35	0,95	7,5	7,5	18,05
11	35	0,95	7	7	18,05

Tableau 6: Plan d'optimisation de surface composite centré

Après l'exécution du plan d'expérience, on est amené à réaliser une validation statistique du modèle postulé.

3. Validation statistique du modèle postulé

Le traitement statistique des données de ce plan passe par une procédure de validation avant tout application du modèle postulé :

- ANOVA 1 ;
- ANOVA 2 ;
- Test sur les coefficients ;
- Coefficient de détermination R^2 et R^2 ajusté ;
- L'analyse de la normalité et des résidus.

ANOVA 1 : L'analyse de variance à plusieurs facteurs teste leurs effets de sur les moyennes d'une variable quantitative Y .

$$SCE \text{ TOTAL} = SCE \text{ MODEL} + SCE \text{ RESIDU}$$



Source de la variance	Sommes des carrés des écarts	Degré de liberté	variance	F	P-value
Régression	SCE model	DDL model	SCE model / DDL model	$S^2 \text{ mod\`el} / S^2 \text{ r\`esidu}$	$F_{exp} > F_{obs}$
Résidu	SCE residu	DDL residu	SCE résidu / DDL résidu		
Total	SCE total	DDL total			

Tableau 7: analyse de variance1

ANOVA 2 : c'est le test d'adéquation du modèle. La somme des carrés résiduels peut se décomposer en deux parties :

$$SC \text{ RES} = SC \text{ model} + SC \text{ erreur pure}$$

Source de variation	Somme des carrés	Degrés de liberté	Carré moyen	Rapport	Signif
Validité	SC model	k-2	$CMMA = SCMA / k-2$	$F = CMMA / CMEXP$	$F < F_{obs}$
Erreur	SC erreur pure	n-k	$CMEXP = SCEXP / n-k$		

Tableau 8: analyse de variance 2

Coefficient de détermination R^2 : C'est un **indice de liaison**, pas nécessairement linéaire entre les variables étudiées qui varie Entre 0 et 1. Il mesure **la qualité de l'ajustement** des effets du facteur au travers des moyennes.

$$R^2 = SCE \text{ MODELE} / SCETOTAL.$$



4. Vérification de la validité des résultats

a. Souplesse

➤ Analyse de la régression

Le tableau suivant donne les résultats de l'analyse de la variance :

Source de variation	Somme des carrés	Degrés de liberté	Carré moyen	Rapport	Signif
Régression	54,69	5	10,93	53,06	0,02 ***
Résidus	1,03	5	0,20		
Validité	0,86	3	0,28	3,45	23,2
Erreur	0,16	2	0,08		
Total	55,72	10			

Tableau 9: Analyse de la variance

ANOVA1 : on a $F_{exp} > F_{obs}$ c'est à dire $53,06 > 5,05$ est donc le modèle explique significativement la souplesse de la semelle au seuil de signification 95% ;

ANOVA 2 : on a $F_{exp} < F_{obs}$ c'est à dire $3,45 < 19,2$ est donc notre modèle est prédictif avec seuil de signification 95% ;

➤ Estimations et statistiques des coefficients : réponse Y1 : Souplesse

Le tableau suivant donne les résultats des statistiques des coefficients:

Ecart Type de la réponse	0,454
R²	0,982
R² ajusté	0,963
Nombre de degrés de liberté	5



Tableau 10: statistique des coefficients

R^2 : le rapport entre SCM/SCT est égal à 0,982. Ce coefficient nous permet de conclure que notre modèle postulé permet d'expliquer 98,2% du phénomène étudié qui est la souplesse.

Les 1,8% restants sont dus aux résidus.

R^2 ajusté : qui est égal à 0,963 donne une idée sur l'ajustement du modèle. Dans notre étude, l'ajustement du modèle est de 96,3% ce qui traduit une bonne qualité de l'ajustement de l'estimation des coefficients de l'équation.

➤ **Distribution des Résidus**

La distribution des résidus est illustrée sur la figure suivante :

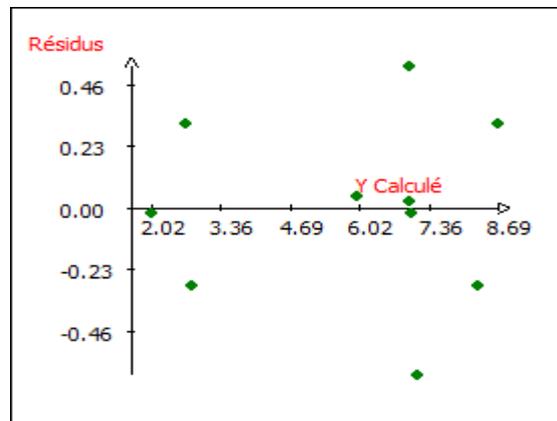


Figure12 : Distribution des résidus

L'analyse de ce graphique montre que les résidus sont distribués normalement. On peut conclure donc que **le modèle mathématique associé à la souplesse est validé statistiquement.**

➤ **Calcul des coefficients du modèle et test d'influence des facteurs (souplesse).**

Les résultats obtenus sur l'estimation des coefficients du modèle sont :

Nom	Coefficient	Ecart-Type	Signif. %
b0	6,667	0,32	0,02 ***
b1	2,750	0,18	0,06 ***
b2	-0,583	0,18	4,78 *



b1-1	-1,250	0,31	2,78 *
b2-2	-0,250	0,31	48,1
b1-2	-0,250	0,22	33,9

Tableau 12 : les coefficients du modèle et test d'influence des facteurs (souplesse)

L'équation du polynôme postulé est donc :

$$Y = 6,667 + 2,750 X_1 - 0,583 X_2 - 1,250 X_1^2$$

b. Résistance à la déchirure

➤ Analyse de la régression

Le tableau suivant donne les résultats de l'analyse de la variance :

Source de variation	Somme des carrés	Degrés de liberté	Carré moyen	Rapport	Signif
Régression	11,32	5	2,26	19,26	0,27 **
Résidus	0,58	5	0,11		
Validité	0,42	3	0,14	1,68	39,4
Erreur	0,16	2	0,08		
Total	11,90	10			

Tableau 13: Analyse de la variance

ANOVA1 : on a $F_{exp} > F_{obs}$ c'est à dire $19,26 > 5,05$ est donc le modèle explique significativement la résistance à la déchirure de la semelle au seuil de signification 95% ;

ANOVA 2 : on a $F_{obs} < F_{obs}$ c'est à dire $1,68 < 19,2$ est donc notre modèle est prédictif avec seuil de signification 95% ;

➤ Estimations et statistiques des coefficients : réponse Y2 : RAD

Le tableau suivant donne les résultats des statistiques des coefficients :

Ecart Type de la réponse	0,342
--------------------------	-------



R²	0,951
R² ajusté	0,901
Nombre de degrés de liberté	5

Tableau 14: statistique des coefficients

R² : le rapport entre SCM/SCT est égal à 0,951. Ce coefficient nous permet de conclure que notre modèle postulé permet d'expliquer 95,1% du phénomène étudié qui est la résistance à la déchirure.

Les 4,9% restants sont dus aux résidus.

R² ajusté : qui est égal à 0,901 donne une idée sur l'ajustement du modèle. Dans notre étude, l'ajustement du modèle est de 90,1% ce qui traduit une bonne qualité de l'ajustement de l'estimation des coefficients de l'équation.

➤ **Distribution des Résidus**

La distribution des résidus est illustrée sur la figure suivante :

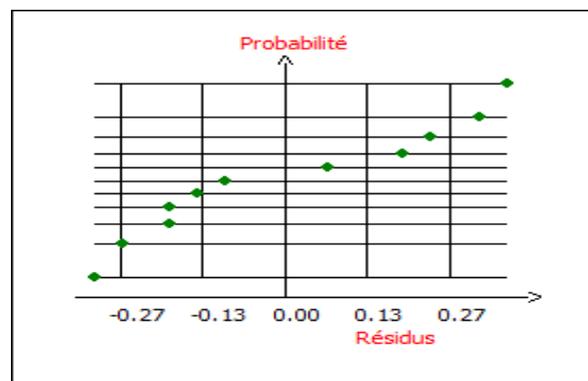


Figure13 : Distribution des résidus

L'analyse de ce graphe montre que les résidus sont distribués normalement. On conclue donc que **le modèle mathématique associé à la résistance à la déchirure est validé statistiquement**

➤ **Calcul des coefficients du modèle et test d'influence des facteurs (RAD)**



Les résultats obtenus sur l'estimation des coefficients du modèle sont :

Nom	Coefficient	Ecart-Type	Signif. %
b0	7,111	0,286	0,01 ***
b1	1,083	0,157	0,62 **
b2	-0,833	0,157	1,31 *
b1-1	0,083	0,272	77,9
b2-2	-0,167	0,272	58,4
b1-2	0	0,192	100

Tableau 15 : les coefficients du modèle et test d'influence des facteurs (RAD)

L'équation du polynôme postulé est donc :

$$Y = 7,111 + 1,083 X_1 - 0,833 X_2$$

c. Prix

➤ Analyse de la régression

Le tableau suivant donne les résultats de l'analyse de la variance :

Source de variation	Somme des carrés	Degrés de liberté	Carré moyen	Rapport	Signif
Régression	11,6	5	2,33	184651,9	< 0,01 ***
Résidus	6,31	5	1,26		
Total	1,16	10			

Tableau 16: analyse de la variance

ANOVA1 : on a $F_{exp} > F_{obs}$ c'est à dire $184651,9 \gg 5,05$ est donc le modèle explique significativement le prix de la semelle au seuil de signification 95%.

➤ Estimations et statistiques des coefficients : réponse Y3 : Prix



Le tableau suivant donne les résultats des statistiques des coefficients

Ecart Type de la réponse	0,003
R²	1
R² ajusté	1
Nombre de degrés de liberté	5

Tableau 17: statistique des coefficients

R² : le rapport entre SCM/SCT est égal à 1. Ce coefficient nous permet de conclure que notre modèle postulé permet d'expliquer 100% du phénomène étudié qui est le prix.

R² ajusté : qui est égal à 1 donne une idée sur l'ajustement du modèle. Dans notre étude, l'ajustement du modèle est de 100% ce qui traduit une très bonne qualité de l'ajustement de l'estimation des coefficients de l'équation.

➤ **Distribution des Résidus**

La distribution des résidus est illustrée sur la figure suivante :

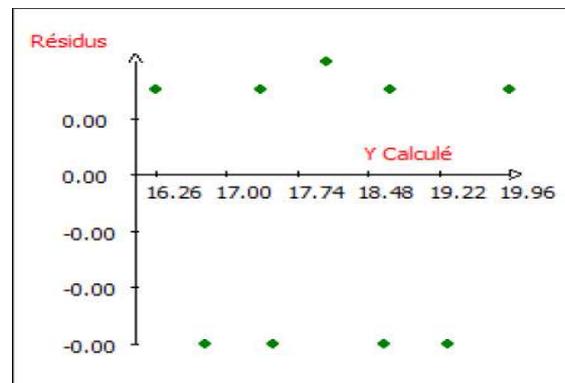


Figure 14: Distribution des résidus

L'analyse de ce graphe montre que les résidus sont distribués normalement. On conclut donc que **le modèle mathématique associé au prix est validé statistiquement.**

➤ **Calcul des coefficients du modèle et test d'influence des facteurs (Prix).**

Les résultats obtenus sur l'estimation des coefficients du modèle sont :

Nom	Coefficient	Ecart-Type	Signif. %
-----	-------------	------------	-----------



b0	18,046	0,002	< 0,01 ***
b1	1,265	0,0015	< 0,01 ***
b2	-0,585	0,0015	< 0,01 ***
b1-1	0,002	0,0027	58,4
b2-2	0,022	0,0027	0,413 **
b1-2	-0,040	0,0019	0,0244 ***

Tableau 18 : les coefficients du modèle et test d'influence des facteurs (Prix)

L'équation du polynôme postulé est donc :

$$Y = 18,046 + 1,265 X_1 - 0,585 X_2 + 0,022 X_2^2 - 0,040 X_1 X_2$$

III. Elaboration des Désirabilité

1. Principe de désirabilité

Le principe de fonction de désirabilité est de résumer les réponses Y1, Y2 et Y3 en une fonction à optimiser $D(x) = g(Y1(x), Y2(x), Y3(x))$.

D représente la désirabilité de la solution X. Cette étude permet de prévoir les coordonnées optimales, et de rechercher graphiquement les zones qui répondent aux critères.

Donc selon les exigences de l'entreprise on élabore les désirabilités pour les 3 réponses.

2. Désirabilités pour un TR souple

Pour un TR souple on cherche :

- Souplesse supérieur à 6
- Résistance à la déchirure supérieure à 7
- Prix minimum

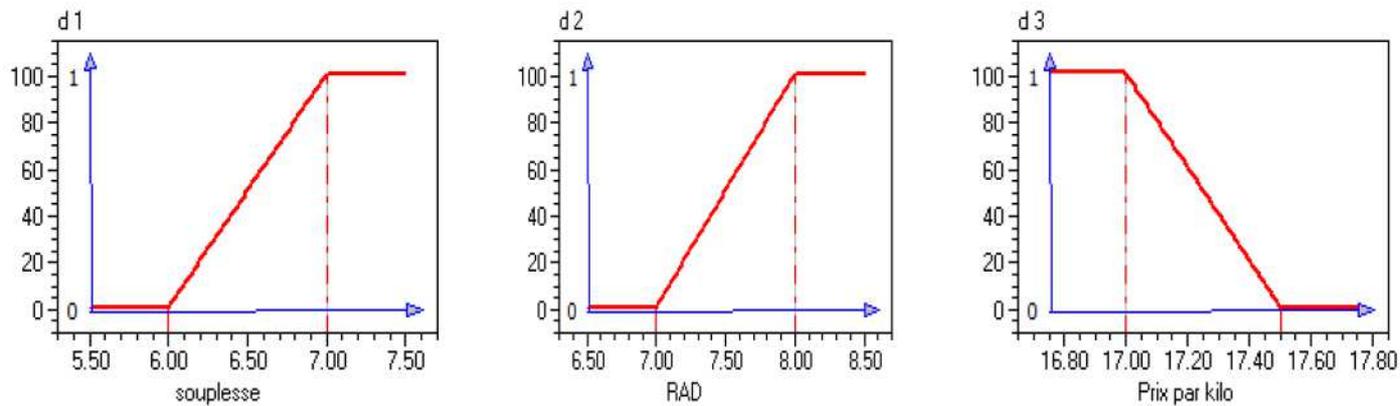


Figure15 : Graphe des fonctions de désirabilité

a. Coordonnées du maximum

Suite à l'élaboration des désirabilités le logiciel nous a fixé les coordonnées des paramètres que nous cherchons pour un TR souple.

Variable	Valeur	Facteur	Valeur
X1	-0,15	SBS	34,20
X2	-0,17	Charge	0,87

Tableau 19: Coordonnées du maximum

b. Caractéristiques du maximum

Les caractéristiques du maximum approprié aux coordonnées fixé :

Réponse	Nom de la réponse	Valeur
Y1	Souplesse	6,29
Y2	RAD	7,08
Y3	Prix	17,95

Tableau 20 : Caractéristique du maximum

c. Résultats d'optimisation d'un TR souple

Après l'évaluation des valeurs des trois réponses par le modèle postulé a priori qui est validée, nous avons mis une comparaison entre le prix des formules employées avant et après la réalisation de l'optimisation pour un TR rigide comme le montre le tableau ci-dessous :

Avant l'optimisation	18,66 DH
Après l'optimisation	17,95 DH

Cette optimisation nous a permis de réduire le cout de fabrication de 0,71 DH/Kg.

3. Désirabilité pour un TR rigide :

Pour un TR dur on cherche :

- Dureté élevé donc une souplesse minimale.
- Résistance à la déchirure supérieure à 8
- Prix minimale.

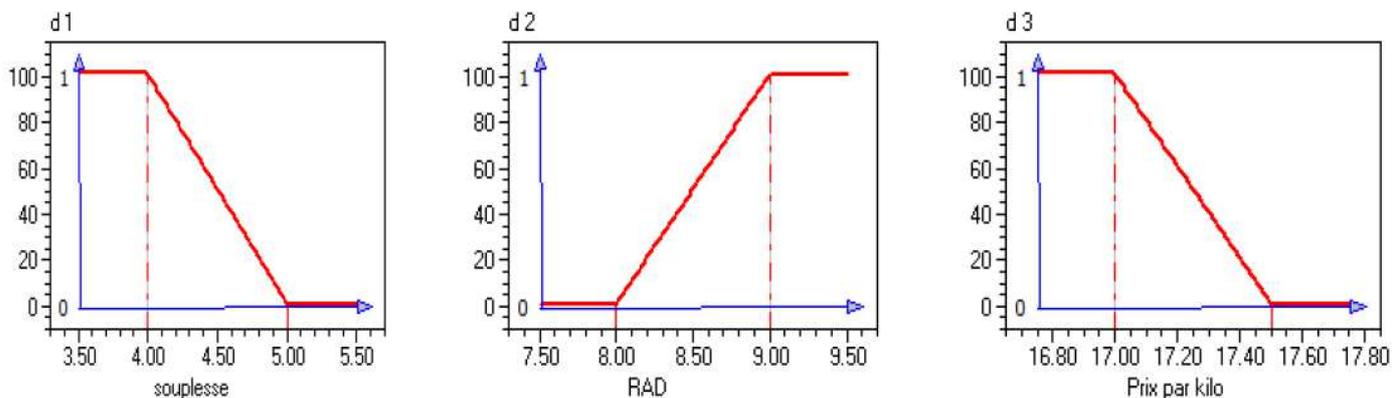


Figure16 : Graphe des fonctions de désirabilité

a. Coordonnées du maximum

Suite à l'élaboration des desirabilités le logiciel nous a fixé les valeurs des paramètres que nous cherchons pour un TR rigide.



Variable	Valeur	Facteur	Valeur
X1	-0,86	SBS	30,68
X2	-0,953	Charge	0,52

Tableau 22: Coordonnées du maximum

b. Caractéristique du maximum

Les caractéristiques du maximum approprié aux coordonnées fixé :

Réponse	Nom de la réponse	Valeur
Y1	souplesse	3,49
Y2	RAD	7,11
Y3	Prix par kilo	17,50

Tableau 23: Caractéristique du maximum

c. Résultat d'optimisation d'un TR rigide

Après l'évaluation des valeurs des trois réponses par le modèle postulé a priori qui est validée, nous avons mis une comparaison entre le prix des formules employées avant et après la réalisation de l'optimisation pour un TR rigide comme le montre le tableau ci-dessous :

Avant l'optimisation	18,71DH
Après l'optimisation	17,5 DH

Cette optimisation nous a permis de réduire le cout de fabrication de 1,21 DH/Kg



Après la réalisation de l'optimisation, on estime le bénéfice financière de l'entreprise. Nous regroupons sur le tableau suivant la quantité moyenne qui est fabriquées par mois accompagné du cout réduit.

Type de TR	La quantité (kg) moyenne préparé par mois	Le cout réduit (DH/Kg)	Le cout réduit par mois (DH/mois)
Souple	10 000	0,71	7100
Rigide	10 000	1,21	12100

Suite à l'analyse du tableau, on ne peut qu'être très satisfait des résultats réalisés puisqu'on a pu réduire 19200 DH/mois pour la fabrication des deux types de TR.

Conclusion

Pendant ce stage effectué dans l'entreprise IBTISSAM SEMELLE, je me suis intéressé à optimiser un rapport qualité prix pour la fabrication des grains de TR qui sont utilisée pour la fabrication des semelles.



A ce sujet on a fait introduire tous les paramètres qui peuvent avoir une influence sur la fabrication des grains TR en élaborant un diagramme cause à effets.

Après nous avons hiérarchisé, par une étude de criblage, cinq paramètres de cette formule selon leur impact sur la qualité que sa soit pour la souplesse ou bien pour la résistance à la déchirure.

Les paramètres jugés influant par le plan de criblage ont été étudiés plus finement par un plan de surface de réponse. A l'issue, de cette étude j'ai pu postuler et valider statistiquement les modèles recherchés.

Les résultats de cette optimisation ont été satisfaisant on a pu :

- Réduire le cout de fabrication des grains de TR souple de 0.71 DH/Kg.
- Réduire le cout de fabrication des grains de TR rigide de 1.21 DH/Kg.

Nous avons ensuite vérifié l'utilisation de ces deux modèles. Les résultats prédites et expérimentale sont identiques.

ANNEXE

I. RAPPEL SUR LES PLANS D'EXPERINECES.

1. Introduction

Rapport-gratuit.com



LE NUMERO 1 MONDIAL DU MEMOIRE



Les plans d'expériences permettent d'organiser au mieux les essais qui accompagnent une recherche scientifique ou des études industrielles. Ils sont applicables à de nombreuses disciplines et à toutes les industries à partir du moment où l'on recherche le lien qui existe entre une grandeur d'intérêt, y , et des variables :

$$x_i: y = f(x_i)$$

Avec les plans d'expériences on obtient le maximum de renseignements avec le minimum d'expériences. Pour cela, il faut suivre des règles mathématiques et adopter une démarche rigoureuse. Il existe de nombreux plans d'expériences adaptés à tous les cas rencontrés par un expérimentateur. Les principes fondamentaux de cette science seront indiqués et les principaux plans seront passés en revue.

La compréhension de la méthode des plans d'expériences s'appuie sur deux notions essentielles, celle d'espace expérimental et celle de modélisation mathématique des grandeurs étudiées.

Un expérimentateur qui commence une étude s'intéresse à une grandeur qu'il mesure à chaque essai. Cette grandeur s'appelle la **réponse**, c'est la grandeur d'intérêt. La valeur de cette grandeur dépend de plusieurs variables. Au lieu du terme «variable» on utilisera le mot **facteur**. La réponse dépend donc de un ou de plusieurs facteurs. Le premier facteur peut être représenté par un axe gradué et orienté (Figure 18). La valeur donnée à un facteur pour réaliser un essai est appelée **niveau**. Lorsqu'on étudie l'influence d'un facteur, en général, on limite ses variations entre deux bornes. La borne inférieure est le niveau bas. La borne supérieure est le niveau haut.

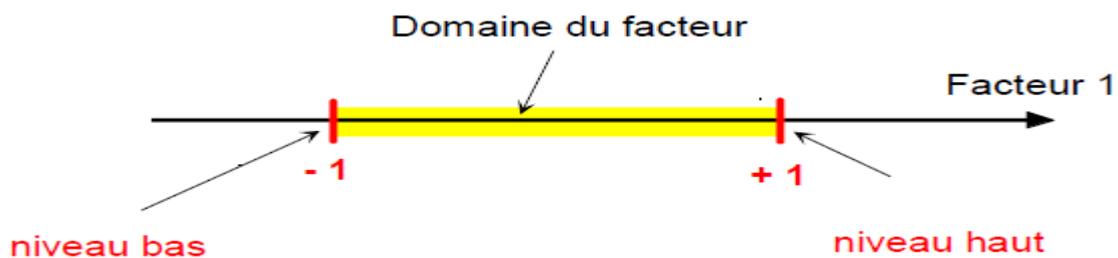


Figure 17: Domaine du facteur

L'ensemble de toutes les valeurs que peut prendre le facteur entre le niveau bas et le niveau haut, s'appelle le domaine de variation du facteur ou plus simplement le **domaine** du facteur. Par convention de noter le niveau bas par -1 et le niveau haut par $+1$

S'il y a un second facteur, il est représenté, lui aussi, par un axe gradué et orienté. On définit, comme pour le premier facteur, son niveau haut, son niveau bas et son domaine de variation. Ce



second axe est disposé orthogonalement au premier. On obtient ainsi un repère cartésien qui définit un espace euclidien à deux dimensions. Cet espace est appelé **l'espace expérimental** (Figure 18).

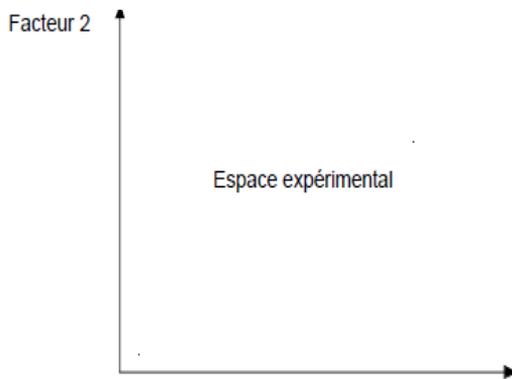


Figure 18: Espace expérimentale

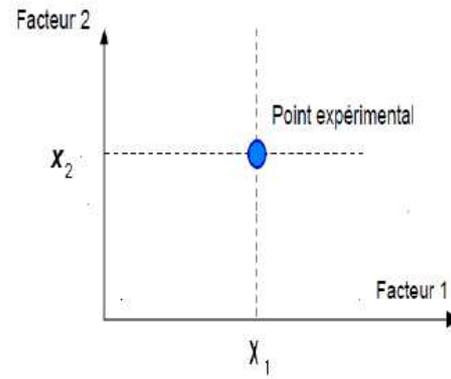


Figure 19: Point expérimental

Le niveau X_1 du facteur 1 et le niveau X_2 du facteur 2 peuvent être considérés comme les coordonnées d'un point de l'espace expérimental (Figure 19). Une expérience donnée est alors représentée par un point dans ce système d'axes. Un plan d'expériences est représenté par un ensemble de points expérimentaux.

Le regroupement des domaines des facteurs définit le «**domaine d'étude**». Ce domaine d'étude est la zone de l'espace expérimental choisie par l'expérimentateur pour faire ses essais. Une étude, c'est-à-dire plusieurs expériences bien définies, est représentée par des points répartis dans le domaine d'étude.

Cette façon de représenter une expérimentation par des points dans un espace cartésien est une représentation géométrique de l'étude.

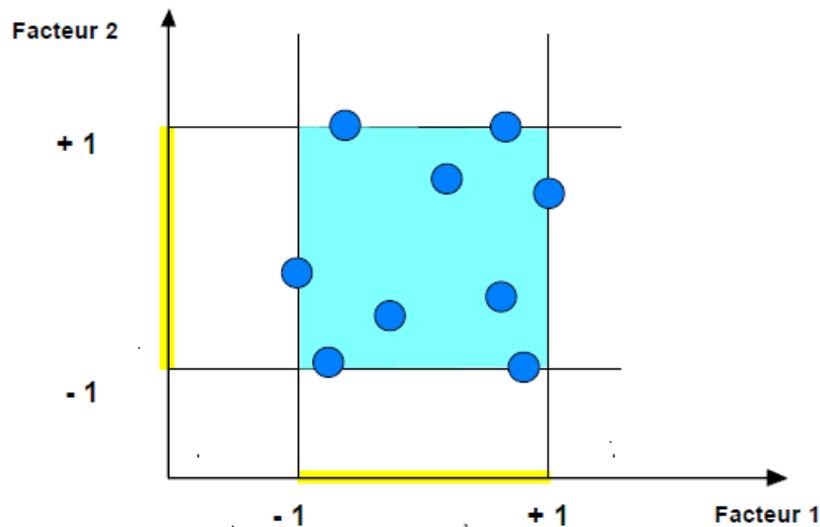


Figure 20 : Domaine d'étude

Les définitions qui ont été données s'appliquent bien aux variables continues. Mais il existe d'autres types de variables. Il y a les variables discrètes. On peut encore parler d'espace expérimental mais il n'aura pas les mêmes propriétés que l'espace des variables continues. Il y a également les grandeurs ordonnables comme, par exemple, des distances qui peuvent être courtes, moyennes et longues. Là aussi, la notion d'espace expérimental existe toujours mais cet espace possède des propriétés différentes des deux premiers.

2. Matrice d'Hadamard

Une **matrice de Hadamard**, du nom du mathématicien français Jacques Hadamard, est une matrice carrée dont les coefficients sont tous 1 ou -1 et dont les lignes sont toutes orthogonales entre elles. Le nom retenu pour ces matrices rend hommage au mathématicien français Jacques Hadamard, même si les premiers exemples systématiques sont dus à James Joseph Sylvester.

Pour une matrice H d'ordre n , la propriété d'orthogonalité des colonnes peut également s'écrire sous la forme

$$HH^T = nI_n$$

Où I_n est la matrice identité d'ordre n .

- Elles se construisent selon un algorithme qui donne la 1ère ligne (ou la 1ère colonne) de la matrice d'expériences, présentée ci-dessous,
- puis les autres lignes sont générées par permutation circulaire horizontale (ou verticale) de cette ligne.



- La dernière ligne de la matrice d'Hadamard est toujours une ligne ne comportant que des signes (-).

$$N = 4 \quad + \quad + \quad -$$

$$N = 8 \quad + \quad + \quad + \quad - \quad + \quad - \quad -$$

$$N = 12 \quad + \quad + \quad - \quad + \quad + \quad + \quad - \quad - \quad + \quad -$$

$$N = 16 \quad + \quad + \quad + \quad + \quad - \quad + \quad - \quad + \quad + \quad - \quad - \quad + \quad - \quad - \quad -$$

$$N = 20 \quad + \quad + \quad - \quad - \quad + \quad + \quad + \quad + \quad - \quad + \quad - \quad + \quad - \quad - \quad - \quad + \quad + \quad -$$

$$N = 24 \quad + \quad + \quad + \quad + \quad + \quad - \quad + \quad - \quad + \quad + \quad - \quad - \quad + \quad + \quad - \quad - \quad + \quad - \quad - \quad - \quad - \quad -$$

3. Notions de surface de réponse

Les niveaux x_i représentent les coordonnées d'un point expérimental et y est la valeur de la réponse en ce point. On définit un axe orthogonal à l'espace expérimental et on l'attribue à la réponse. La représentation géométrique du plan d'expériences et de la réponse nécessite un espace ayant une dimension de plus que l'espace expérimental. Un plan à deux facteurs utilise un espace à trois dimensions pour être représenté : une dimension pour la réponse, deux dimensions pour les facteurs.

A chaque point du domaine d'étude correspond une réponse. A l'ensemble de tous les points du domaine d'étude correspond un ensemble de réponses qui se localisent sur une surface appelée la surface de réponse.

Le nombre et de l'emplacement des points d'expériences est le problème fondamental des plans d'expériences. On cherche à obtenir la meilleure précision possible sur la surface de réponse tout en limitant le nombre d'expériences.

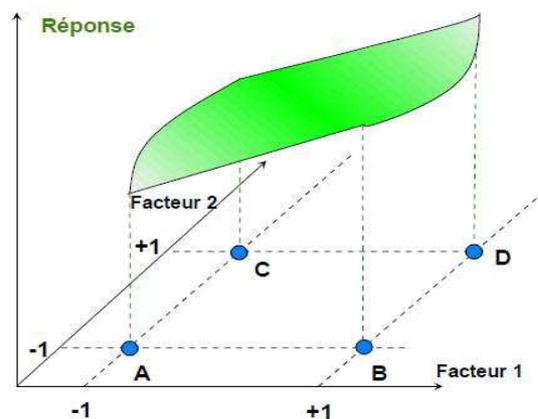


Figure 21: Surface de réponse



Les plans du second degré ou plans pour surfaces de réponse permettent d'établir des modèles mathématiques du second degré. Ils sont utilisés pour les variables continues. Pour deux facteurs, on a :

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_{12}x_1x_2 + a_{11}x_1^2 + a_{22}x_2^2 + e$$

Ces plans sont utiles à chaque fois que l'on se trouve près d'un maximum ou d'un minimum.

A la fin des essais, on a un système d'équations dont les coefficients sont obtenus par la méthode des moindres carrés :

$$\hat{a} = (X' X)^{-1} X' y$$

Il existe plusieurs types de plans du second degré dont les principaux sont décrits ci dessous:

4. Les plans composites

Un plan composite est constitué de trois parties :

1. Un plan factoriel dont les facteurs prennent deux niveaux.
2. Au moins un point expérimental situé au centre du domaine d'étude.
3. Des *points axiaux*. Ces points expérimentaux sont situés sur les axes de chacun des facteurs.

La Figure 14 représente un plan composite pour deux facteurs. Les points A, B, C et D sont les points expérimentaux d'un plan 11. Le point E est le point central. Les points F, G, H et I sont les points axiaux. Ces quatre derniers points forment ce que l'on appelle le plan en étoile. On réalise 9 essais et 6 coefficients doivent être déterminés. Il faut donc résoudre un système de 9 équations à 6 inconnues.

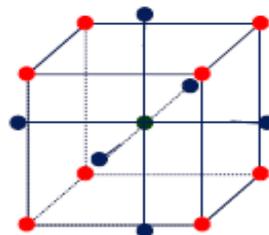


Figure22 : Plan composite centré

Les coordonnées des points en étoile dépendent du critère d'optimalité choisi. En général, on retient le critère de presque orthogonalité ou le critère d'isovariance par rotation.



Les plans composites prennent facilement la suite d'un premier plan factoriel dont les résultats sont insuffisamment expliqués par un modèle du premier degré. Il suffit d'effectuer les expériences correspondant aux points en étoile et de faire les calculs sur l'ensemble de toutes les expériences. Les plans composites sont parfaitement adaptés à une acquisition progressive des résultats.

➤ **Les plans de Doehlert**

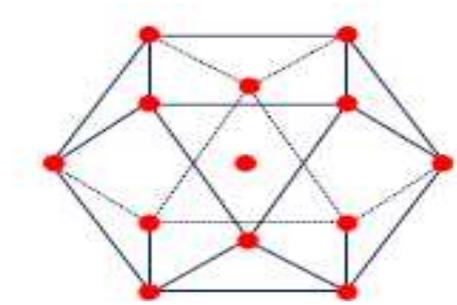


Figure23 : Plan de Doehlert

La caractéristique principale des plans de Doehlert est d'avoir une répartition uniforme des points expérimentaux dans l'espace expérimental. La Figure donne la disposition de ces points pour un plan à deux facteurs (essais 1 à 7). Tous les points sont à la même distance du centre du domaine d'étude et sont situés sur le cercle trigonométrique. Ils forment un hexagone régulier. Identique à celle de départ. La Figure montre qu'avec trois points d'expériences supplémentaires (essais 8, 9 et 10), on peut obtenir un nouveau plan de Doehlert (essais 2, 7, 8, 9, 10, 3 et 1).

➤ **Les plans de Box-Behnken**

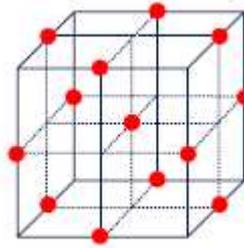


Figure24 : Plan de Box-Behnken

Les points expérimentaux sont au milieu des arêtes de chacun des côtés du cube (Figure 28). Ce plan comporte douze essais auxquels on peut ajouter un (ou plusieurs) point central. Dans la pratique on réalise souvent 3 ou 4 points au centre.

Les plans de Box-Behnken répondent à un critère d'optimisation particulier : l'erreur de prévision des réponses est la même pour tous les points d'une sphère (ou une hyper sphère) centrée à l'origine du domaine expérimental. C'est le critère d'isovariance par rotation. Le plus connu des plans de Box-Behnken est celui qui permet d'étudier trois facteurs.



BIBLIOGRAPHIE

- ❖ [1] Rapport du Karrer M. Kadum sur l'interaction entre SBS/PS "University of Technology, Department of Applied Sciences, Iraq-Baghdad, Ministry of science and technology Iraq-Karbala"
- ❖ <http://www.patrick-roch.com>
- ❖ <http://www.ijens.org>
- ❖ © Revue MODULAD, 2006 Jacques GOUPY «**LES PLANS D'EXPERIENCES**»
- ❖ **Cours** du Professeur Mohamed EL ASRI (FST Fès) «**LES PLANS D'EXPERINECES**»



Sommaire

INTRODUCTION	5
CHAPITRE 1 : Présentation de l'entreprise et étude du procédé de fabrication des grains de TR	6
I. Présentation de l'entreprise IBTISSAM SEMELLE	7
1. Fiche descriptive de l'entreprise.....	7
2. Organigramme de l'entreprise.....	8
3. Types des semelles fabriquées.....	10
4. Généralité sur les matières plastiques.....	10
II. Procédé de production des grains d'élastomère thermoplastique (TR)	11
1. Description du procédé.....	11
2. Description d'élastomère thermoplastique (TR).....	12
3. Les différents composants du TR.....	12
4. Caractéristiques des différents composants.....	12
5. L'interaction entre le polystyrène (PS) et le styrène-butadiène-styrène (SBS).....	16
a. Propriétés mécaniques.....	16
b. Etude morphologique interne par un microscope électronique à balayage.....	19
6. Facteurs influant sur la fabrication du thermoplastique élastomère (TR).....	20
a. Diagramme causes à effet.....	20
b. Analyse des différents facteurs.....	21
7. Critère de la qualité.....	22
CHAPITRE 2 : Optimisation d'un rapport qualité-prix	23
I. Plan de Criblage	23
1. Liste des facteurs influents.....	23
2. Méthode de mesure.....	24
3. Plan d'expérience par criblage.....	24



4. Etude graphique de l'influence des paramètres sur la souplesse	25
5. Etude graphique de l'influence des paramètres sur la résistance à la déchirure	26
6. Etude graphique des effets pour toutes les réponses	28
II. Optimisation par un plan composite centré.....	29
1. Introduction	29
2. Domaine expérimental	29
3. Validation statistique du modèle postulé	30
4. Vérification de la validité des résultats	32
a. Souplesse	32
b. Résistance à la déchirure	34
c. Prix.....	36
III.Elaboration des Désirabilité	38
1. Principe de désirabilité	38
2. Désirabilités pour un TR souple	38
a. Coordonnées du maximum	39
b. Caractéristiques du maximum.....	39
c. Résultats d'optimisation d'un TR souple	40
3. Désirabilité pour un TR rigide :	40
a. Coordonnées du maximum	40
b. Caractéristique du maximum	41
c. Résultat d'optimisation d'un TR rigide	41
Conclusion	42
ANNEXE	43
BIBLIOGRAPHIE	51

