

# **INTRODUCTION**

En vue de me perfectionner dans ma formation « Mathématique et application », et pour la préparation de mon projet de fin d'études j'ai été amené à effectuer un stage au sein de l'Office National des Chemins de Fer (ONCF) qui est un établissement public qui redéfinit sa stratégie, rénove son organisation et ses méthodes de gestion et s'équipe en moyens pour être effectivement conquérant et à la hauteur des désirs des besoins d'usagers du train.

Le stage représente le premier pas dans le monde professionnel, car il permet de maîtriser les connaissances acquises et bien vivre l'expérience du travail.

Ce stage que j'ai passé à l'ONCF, m'a permis de connaître la vie professionnelles de près et de vivre ses avantages et ses inconvénients et de voir les problèmes et les difficultés pour les fonctionnaires et les clientèles de l'ONCF, de compléter mon cursus scolaire, il m'a aidé aussi à me projeter dans le début de ma carrière professionnelle. Autant que stagiaire, j'ai effectué un stage au sein de l'ONCF où je me suis intéressée à étudier la gestion des nombres de guichets et la satisfaction du client et par conséquent sa fidélité).

L'établissement vente voyageurs Fès a pris la décision stratégique de développer une relation d'échange positive avec le client à l'extérieur des gares en diversifiant ses canaux de distribution, c'est dans ce cadre que s'inscrit la présente étude ayant pour but la mesure du degré de satisfaction de la clientèle de la gare de Fès, de l'activité vente aux guichets, de délai d'attente et l'identification de ses exigences pour la mise en place du projet de la vente mobile des produits ONCF, je me sens privilégiée d'avoir pu accrocher un stage à l'enceinte d'un organisme puissant dont les projets sont de plus en plus prometteurs ces dernières années.

Dans le présent rapport, je vais essayer dans un premier temps de présenter l'ONCF (son historique, son organigramme, ses missions ...) cette étude converge vers un unique et ultime but : la satisfaction du client et par conséquent sa fidélisation.

**SOMMAIRE**

**Dédicaces.....2**

**Remerciements.....3**

**Introduction générale.....4**

**I. Présentation de l’Office national des chemins de fer.....5**

**1-Présentation de L’Office National des Chemins de Fer.....6**

**2 –Missions et activités de L’ONCF.....11**

**3- Objectifs de L’ONCF.....12**

**II. Présentation de pole voyageurs-Nord .....13**

**1-Description du pole Gare voyageurs Nord.....13**

**2- Description de l’établissement pole Gare voyageurs Nord.....15**

**III. Les processus Mathématique .....20**

**1-Processus stochastique .....20**

**2-Processus Marko.....21**

**3-Problème d’affectation.....25**

**IV. File d’attente.....27**

**V. La résolution de la problématique.....37**

**1- La Position problématique.....37**

**2- modélisation du problème .....38**

**VI. Suggestions.....52**

**VII. Conclusion.....53**

## **1-PRESENTATION DE L'ONCF :**

**L'ONCF:** est un établissement semi-public à caractère industriel et commercial doté de la personnalité civile et de l'autonomie financière, et placé sous la tutelle du ministère de l'équipement et du transport. Il s'agit en fait, d'un facteur essentiel de rapprochement des distances qui assure le trafic des voyageurs et des marchandises entre les grandes villes dans des meilleures conditions. L'ONCF est un membre de l'Union internationale des chemins de fer (**UICF**), de l'Union arabe des chemins de fer (**UACF**) et du Comité du transport ferroviaire maghrébin (**CTFM**), par ailleurs L'ONCF se verra bientôt le changement de statut qui sera **La Société Marocaine des Chemins de Fer.**

La future **SMCF** sera une société anonyme dont le capital sera détenu à 100 % par l'État. Elle aura Pour missions, dans le cadre d'une convention de concession:

- La gestion d'infrastructures ferroviaires exploitées est en cours de construction.
- L'exploitation technique et commerciale des services de transport ferroviaire sur le réseau qui lui est concédé.

L'ONCF est une entreprise commerciale, qui vend le service du transport par train, n'ayant pas le monopole dans le marché ou la concurrence actuelle et potentielle très acharné et dangereuse, l'ONCF cherche à se doter de tous les qualités, management, et autre pour être en mesure de rester sur ses gardes et élargir sa part dans le marcher, pour cela elle doit être en mesure de gérer le flux de voyageurs, limiter la durée d'attente en développant son système de vente des billets qui a évolué dans le temps selon les contraintes techniques, sociales, et économiques, d'un billet en carton tire par une simple ficelle a un billet émis par system informatique, c'est une transition d'un système rigide a un système interactif, qui permet en Plus de la vente de donner des statistiques, emmagasiner des informations...etc.

### **1-1 Historique de L'ONCF:**

Les Chemins de Fer au Maroc ont fait leur apparition sous le protectorat français à partir de 1911. En effet, les premières lignes construites ont été établies à partir 1916, et ce qu'en 1923 que la construction des voies à écartement normal a été confiée à trois compagnies concessionnaires privées: la compagnie des chemins de Fer du Maroc (CFM), la compagnie des chemins de fer oriental (CMO) et la compagnie franco-espagnole du Tanger-Fès (TF).




Après la déclaration d'indépendance, l'Etat a racheté ces trois compagnies et a institué par dahir de 05 aout 1963 L'Office National des Chemins de Fer Marocain (ONCFM).

Le réseau marocain comprend 2120 km en 2010 de lignes à voie normal, dont 1060 km électrifié en courant continue 3 KV.

Il s'agit d'un réseau à voie unique et il est double voie sur les axes très fréquentés, on compte 600 km (soit 28%) de double voie.

Il consiste en un axe principal d'orientation générale nord-sud reliant Oujda, près de la frontière algérienne à Marrakech au sud, via Fès, Rabat et Casablanca. Des lignes en antennes desservent Tanger, Oued Zem, El Jadida et Safi.

1-2 Fiche signalétique

<div></div> <div>: <a href="#">Logo</a> de l'Office National des Chemins de Fer</div>	
Repères et historiques :	
Création :	<a href="#">1<sup>er</sup> Janvier1963</a>
Personnage clé :	Mohammed Rabie KHLIE (DG)
Fiche d'identité :	
Forme juridique :	Établissement public
Slogan(s) :	« L'avenir se lit sur nos Lignes »
Siège social :	8, rue Abderrahmane El Ghafiki, Rabat - Agdal  Maroc
Activités :	Transport de voyageurs et de fret, exploitation ferroviaire
Site corporatif :	<a href="http://www.oncf.ma">www.oncf.ma</a>
Données financières :	
Chiffre d'affaires :	 3,68milliards de <a href="#">dirham</a> (2013)
Résultat net :	 686millions de <a href="#">dirham</a> (2012)

### **1-3 Quelques dates clés de L'ONCF :**

**1912** : mise en place de la première ligne ferroviaire marocaine qui relie Casablanca et Rabat.

**1916** : Construction de premières lignes a voie de 0.06 m.

**1923** : Construction des voies a écartement normal par trois compagnies concessionnaires privées, ces dernières se partagent le trafic ferroviaires en exploitant chacune la partie du réseau qui lui était concédé.

**1963** : Rachat des concessions par le gouvernement Marocain et la création de l'Office National des Chemins de Fer (ONCF).

**1964** : Achèvement du doublement de la voie SIDI ALAIDI et KHOURIBGA (89 Km).

**1984** : Achèvement des travaux de doublement de la voie CASABLANCA-RABAT ,lancement des trains navettes rapides (TNR) assurant la relation ferroviaire intervalle et plus précisément entre Rabat et Casablanca et la mise en service de 14 dessertes cadencées dans chaque sens .

**1986** : Marocanisation complète des effectifs de L'ONCF.

**1992** : Construction de la première icomotive E 1300, inauguration de la desserte ferroviaire de l'aéroport Mohammed 5 et inauguration du doublement de la voie entre Salé- Kénitra.

**1993** : Inauguration du doublement entre RABAT VILLE et SALE.

**1997** : lancement des travaux doublement de la voie entre KENITRA et MEKNES.

**2002** : mise en place d'une nouvelle organisation de d'une nouvelle stratégie commerciale de l'office.

**2005** : Doublement de la voie entre Sidi Kacem-Meknès.

**2007** : signature protocole d'accord Maroc-France pour projet T.G.V.

**2009** : évolution de l'organisation.

**2010** : signature du contrat programme Etat-ONCF pour la période 2010-2015.

**2010-2015** : construction des distributeurs automatiques des tickets et un site d'e-voyageurs.

1-4 Organigramme de L'ONCF:

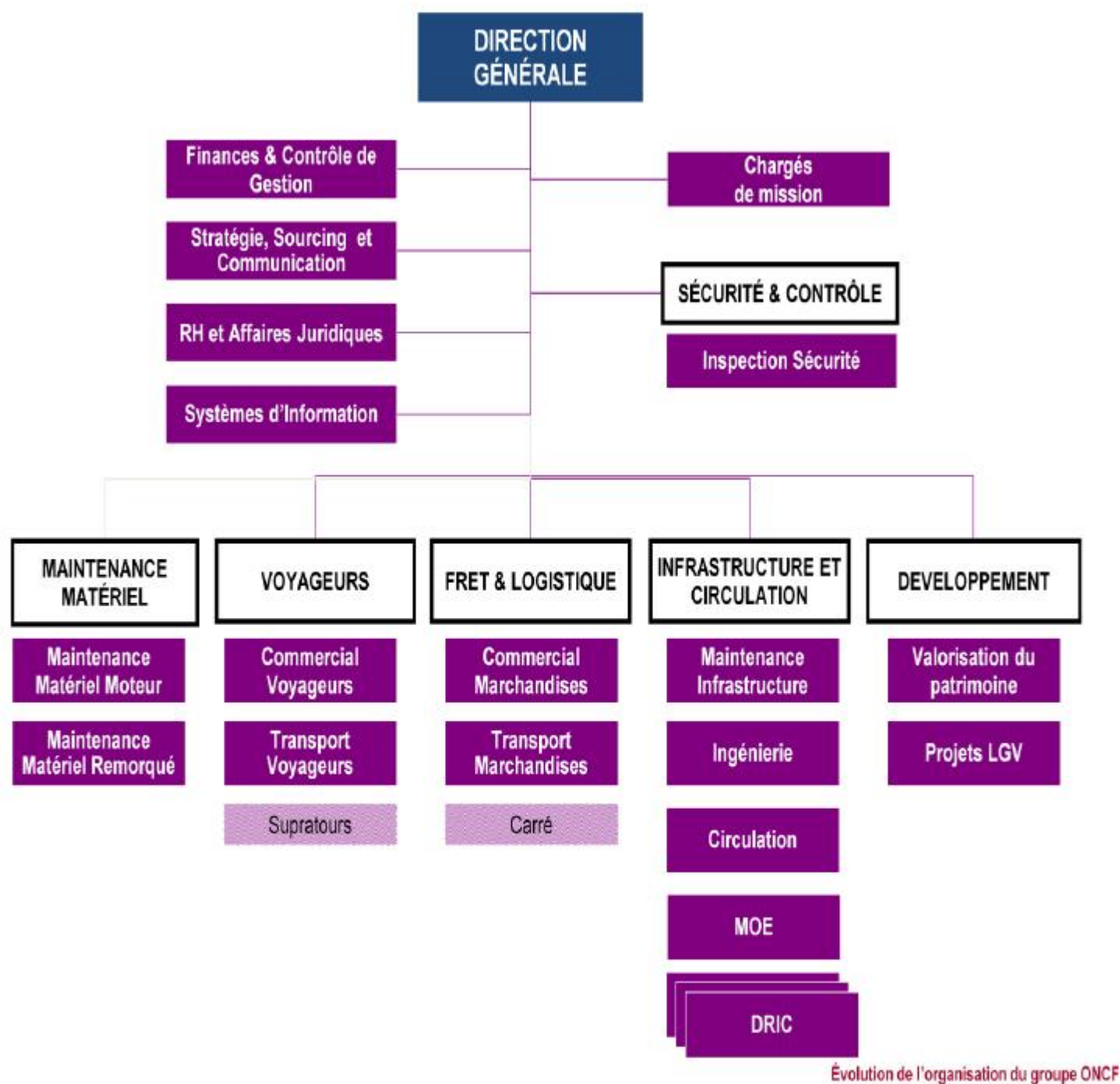


Figure1 : Organigramme général de l'ONCF.



## **2- Missions et Activités de L'ONCF:**

### **SES MISSIONS**

L'ONCF en tant qu'opérateur économique incontournable mène des actions vigoureuses sur les plan commercial, organisationnel et technique en vue d'accroître ses activités et de consolider sa position dans le marché national des transports.

#### ● **le plan commercial**

Dans un contexte fortement concurrentiel, L'ONCF met en œuvre une nouvelle démarche marketing orientée clients. Celle-ci vise, en outre une meilleure maîtrise des coûts, de développement de l'activité de l'entreprise par une connaissance approfondie des besoins de la clientèle afin de deviner rigoureusement les services à offrir et les créneaux à promouvoir.

Concernant l'activité voyageurs, il s'agit d'offrir aux clients des produits compétitifs répondant à leurs aspirations, et ce par la diversification des prestations ferroviaires et par l'amélioration de la qualité sur les plans vitesse, confort, accueil, information, sécurité, fréquence, régularité, tarifs... Dans ce sens, la mise en place de dessertes cadencées entre les grandes agglomérations et l'élaboration de plans de transport mieux adaptés aux besoins des usagers du train constituent des axes stratégiques importants qui motivent le plan d'action de l'Entreprise à court et moyen termes.

#### ● **le plan organisationnel**

Outre la refonte de son cadre juridico institutionnel, L'ONCF procède à la mise en œuvre de mesures organisationnelles et méthodes de gestions modernes visant l'efficacité, l'économie et l'optimisation des moyens de production. Les actions menées dans ce cadre consistent entre autre en:

- ✚ L'allégement des structures et des procédures et la décentralisation des responsabilités.
- ✚ La valorisation des ressources humaines et la rationalisation des effectifs avec refonte du cadre de travail.
- ✚ Le renforcement des canaux et circuits de communications internes et externes.
- ✚ L'amélioration de l'image de marque de L'ONCF en associant son nom à la compétence, à la qualité, à la sécurité et à l'efficacité

#### ● **le plan technique**

Soucieux d'amélioration 'état et la capacité de son appareil de production, L'ONCF entreprend des opérations de mise à niveau de grande envergure .L'ONCF s'attèle en permanence à garantir un très haut niveau de sécurité notamment par le biais.

- ✚ D'une formation rigoureuse du personnel et du contrôle permanente.
- ✚ Du développement de l 'automatisme à l'aide de moyens technologiques avances et ayant fait leur prévue.
- ✚ De la maintenance et de la modernisation des installations fixes.
- ✚ De l'actualisation et de la mise au point des textes réglementaires en vigueur.

:

### ✿ **Le transport des voyageurs :**

Le transport des voyageurs constitue l'activité essentielle de l'ONCF, et elle a connu des trafics record au terme des deux dernières années. En effet, des résultats records ont été obtenus sans augmentation de tarif, uniquement en améliorant l'offre commerciale et en communiquant davantage autour des actions réalisées. Le cap des 36 millions de passagers. Pour sa part le chiffre d'affaires a suivi cette croissance et s'est établi à 18 millions de passagers, affichant une progression de 10% par ans

### ✿ **Le fret :**

Par fret, il faut entendre le transport de marchandises. Malgré un contexte économique difficile et un marché fortement concurrentiel, l'activité fret a maintenu le cap de la consolidation de la croissance. Au-delà des données conjoncturelles, les projets sectoriels structurants visant à capter 37 millions de tonnes de fret à l'horizon 2015 confortent le rail dans son choix stratégique de se positionner en tant qu'intégrateur logistique.

En 2005, l'activité fret a réalisé un tonnage de 7906 millions pour un chiffre d'affaires de 435 millions de dirhams, soit une progression de 5.7 % en recette et une évolution positive de 6% en termes de tonnage par rapport à l'année 2004.

Cette performance est à enregistrer à l'actif des secteurs minéral et ciment, de l'énergie et des industries chimiques compensant la baisse affichée par les secteurs agriculture, agroalimentaire et bois.

### ✿ **Le transport des phosphates :**

Le sous-sol marocain renferme les plus importants gisements de phosphate sédimentaire du monde.

D'énormes réserves sont situées dans quatre grandes régions : Oulad Abdoun, Gantour, Oued Eddahab et Meskala, ce dernier n'étant pas encore exploité.

Dès le tout début, voici plus de trois quarts de siècle, le monopole de la production et de la commercialisation a été confié à l'Office Chérifien des Phosphates, une entreprise publique appliquant les méthodes de gestion des sociétés privées.

Le transport des phosphates est assuré sur 3 axes principaux ayant un profil en long en pente de 4 à 12 mm/m, ce qui permet d'acheminer des masses d'environ 5000 T brutes et 3800 T utiles avec une seule locomotive.



### **3-Les Objectifs de L'ONCF:**

Les ambitions de l'ONCF sont le développement du transport ferroviaire (fret et voyageurs) dans les meilleures conditions de sécurité pour le bien être des concitoyens et la rentabilité de l'entreprise.

Le souci est de conjuguer prospérité économique et avenir à long terme de l'entreprise avec la satisfaction des clients, du personnel et de la collectivité, dans le respect des engagements légaux et contractuels.

Pour rester leader sur le marché national des transports au Maroc, la qualité totale est l'un des éléments nécessaires.

L'ONCF poursuivra les objectifs suivants :

- Amélioration de l'offre client : plus de ponctualité, d'avantage de fréquences, de sécurité et de réduction du temps de parcours (compte tenu du niveau d'investissement déjà planifié).
- Amélioration du confort dans les gares et à bord des trains.
- Adaptation des services offerts aux besoins du client dans le contexte d'un marché en pleine évolution.
- Préservation de l'environnement (opération de ramassage d'ordures le long des voies et emprises ferroviaires).

Pour ce faire, l'implication et l'adhésion de tout le personnel à cette démarche est primordial à l'atteinte de ces objectifs.

Autrement dit, l'organisation doit adopter les principaux éléments suivants :

- Permettre à l'office de réagir rapidement au changement du contexte économique et d'être suffisamment flexible pour s'adapter à ses exigences.
- Rendre le pilotage de l'office plus fiable en adoptant une direction par objectif basée sur la mise en place d'un système de gestion permettant d'apprécier entre les objectifs contractuels et les réalisations.
- Repenser la politique des ressources humaines pour l'adapter aux besoins de la nouvelle organisation.
- Organisation (motivation, redéploiement des effectifs, formation...)
- Encourager l'initiative individuelle est la prise de risque mesurée aussi bien au niveau central que régional.
- Rendre plus efficace l'action des directions et réduire les coûts de leurs structures.
- Ces objectifs doivent être atteints par l'organisation tout en renforçant les acquis de L'ONCF qui sont, ses compétences techniques et le niveau élevé de la sécurité des transports.



1-Description du pole Voyageurs-Nord :

La direction Voyageurs assure la conception et la commercialisation de produits liés aux voyageurs et de services associés en conciliant des impératifs de satisfaction clientèle (qualité, perception de l’image de marque) et de résultats (part de marché, volume, marge commerciale). Le pôle voyageur est le centre d’où provient une part importante de la recette pour financer les dépenses de l’office donc il est un secteur sensible vue qu’on s’adresse aux humains et non aux machines, ce qui implique plus de vigilance et demande de l’attention vis-à-vis du client ainsi qu’une grande patience pour pouvoir le satisfaire et vendre les prestations offertes. Ainsi, comme toute autre entreprise à une organisation et des démarches à suivre, l’ONCF suit un processus qui lui permet d’être toujours à jour et de répondre aux besoins de sa clientèle.

1-1 Organigramme du pole Voyageurs-Nord :

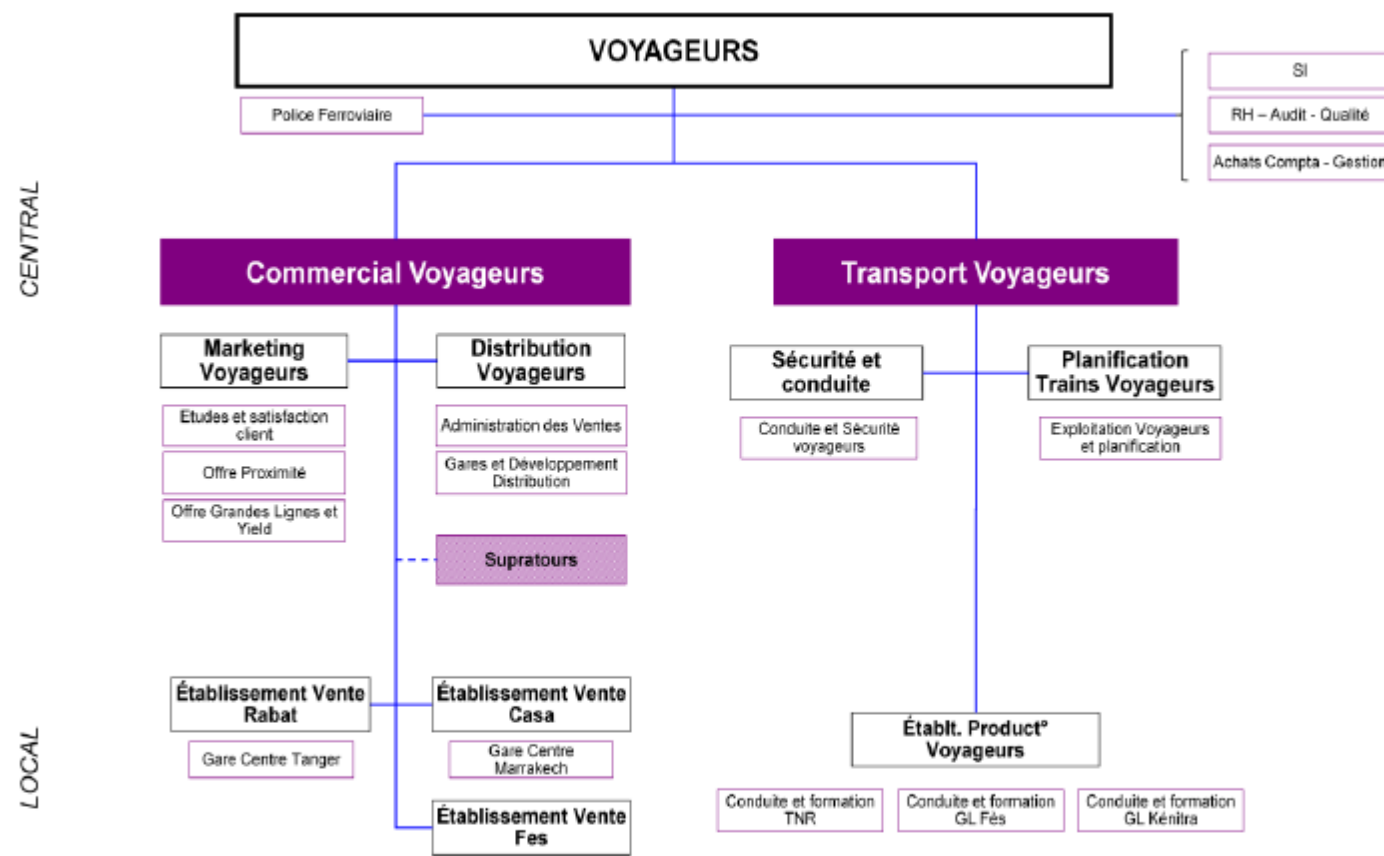


Figure3 : Organigramme du pôle voyageur :

1-2 Les Missions de Pole Voyageurs:

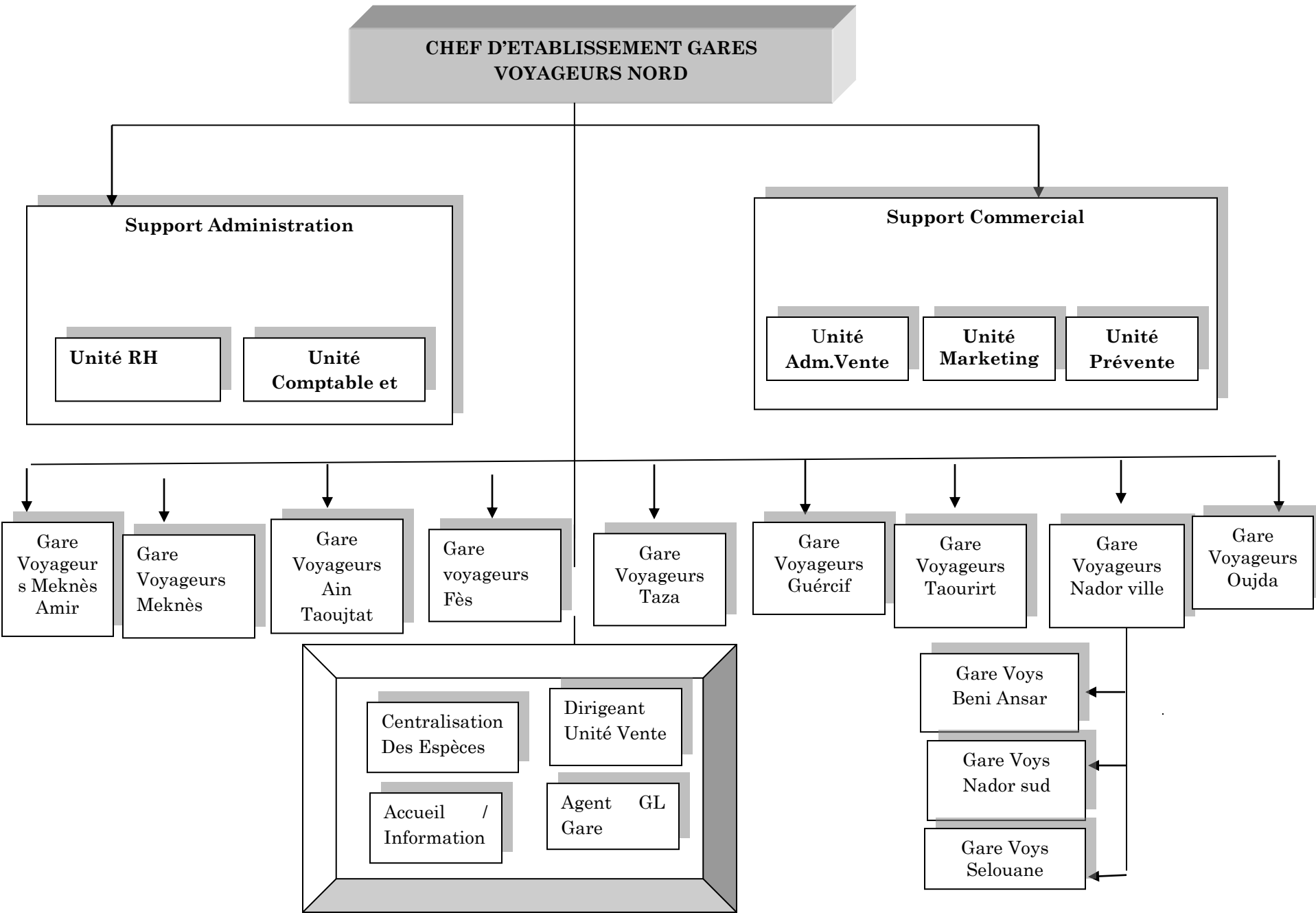
- Définir et suivre l’application des orientations stratégiques de l’activité Voyageur,
- Participer à l'élaboration des projets d'avenir pour la modernisation de l'outil ferroviaire : construction et aménagement de gares, acquisition de matériel de transport, nouvelles lignes... en lien avec :  
Le Pôle Développement pour les projets de construction ou de modernisation des gares,  
Le Pôle Maintenance pour les projets d’acquisition de matériel roulant,  
Le Pôle infrastructure et Circulation, notamment pour les projets de nouvelles lignes,
- Négocier éventuellement avec les autres Directions ou Pôle s la sous-traitance de certaines prestations ou moyens matériels,
- Gérer et optimiser les moyens matériels et humains nécessaires à la réalisation du service transport de Voyageur s Proximité,
- Piloter le Système de Management de la Qualité (SMQ) / Système de Management de l’environnement (SME),
- Animer la démarche qualité au niveau du Pôle la direction activité voyageurs,

La direction activité voyageurs a été divisée en deux grands établissements qui jouent le rôle de direction régionale :

- ✚ Établissement ventes voyageurs NORD- FES : gère les gares sur la zone d’OUJDA à TANGER.
- ✚ Établissement ventes voyageurs CASA-SUD : gère les gares sur la zone de MARRAKECH à SIDI SLIMANE.

2-Description de l'établissement Gare voyageurs Nord :

2-1 Organigramme de L'Etablissement Gares Voyageurs Nord:



## **2-2 Missions de l'établissement Gare voyageurs Nord :**

### **Missions Commerciales :**

- Commercialiser les produits voyageurs ;
- Assurer la proximité et l'écoute des clients ;
- Suivre la réalisation des prévisions du trafic ;
- Animer la force de vente ;
- Assurer la coordination entre les gares sous sa responsabilité ;
- Suivre la qualité au niveau des gares et trains et élaborer les actions à mener au niveau local pour son amélioration.

### **A bord des trains :**

- Assurer le contrôle, l'accueil, la sûreté, l'assistance et l'information des clients ;
- Veiller sur le confort (climatisation, sonorisation, éclairage, propreté).

### **Missions d'Exploitation :**

- Définir avec l'établissement production voyageurs les modalités de réception du matériel remorqué voyageurs.

### **Missions Administratives :**

- Suivre l'administration des ventes (facturation, comptabilité, recouvrement) ;
- Établir, suivre et analyser le tableau de bord de l'établissement ;
- Établir et suivre le budget de fonctionnement ;
- Assurer la gestion des ressources humaines ;
- Assurer la formation du personnel.

## **2-3 le service vente voyageurs :**

Parmi tous les services d'office national du chemin de fer, le service vente voyageurs est situé en première ligne c'est le service qui Assure le

Contact direct avec le bénéficiaire du service du transport le voyageur.

Le service vente voyageur est chargé de la vente de billet et la confection des cartes de réduction et de donner des renseignements concernant :

- Les horaires des trains ;
- Le nombre des trains sortis et entrés par jour ;
- Les tarifs, (prix de billet de différentes classes pour chaque trajet) ;
- Validité et taux d'utilisation pour les cartes de réduction.



## ***La recette***

Les guichets de la recette sont ouverts en permanence pendant toute la durée de service, elle est constituée de:

### **Chef de gare :**

- Participer aux retours d'expérience (REX) des événements de circulation.
- Analyser les risques d'incidents dans les chantiers de production.
- Arrêter, gérer et respecter le budget de fonctionnement.
- Assurer la gestion opérationnelle des RH et la proximité et ses collaborateurs.
- Élaborer et suivre les tableaux de bord (vente, production, sécurité, gestion et formation continue).
  
- Établir et veiller sur l'application des procédures et consignes de fonctionnement de la gare et sur l'application des régies de sécurités relatives à la manœuvre, formation et visite des trains (pour les gares terminus comme la gare de Fès).
- Gérer l'activité commerciale de la gare.
- Tracer son tableau de bord (vente, production, sécurité, gestion et formation continue).
- Prendre garde des biens équipements mis à sa disposition.
- S'assurer de l'accueil, Information, le confort et la sécurité des clients.
- Établir les consignes locales.

### **Encadrant :**

- Assiste le chef de gare, et le remplace en cas d'absence ;
- Encadrement et la formation des agents commerciaux ;
- Traitement des dossiers ;
- Traitement des cas litigieux ;
- Contrôle et suivi du personnel (vérification des comptes, discipline, sensibilisation....).

### **Chef d'unité :**

Le chef de l'unité vente supervise les vendeurs et les contrôleurs de porte. Son travail consiste à :

- Surveiller les ventes ;
- Vérifier les pièces comptables remise par les vendeurs (récup. ventes, arrêt définitif, billets manuelles, feuillets, les pièces justificatives de réductions accordées, etc.) ;
- Établir le livre de caisse ;
- Assurer la saisie des ventes classiques sur micro-ordinateur ;
- Centraliser les espèces : encaissement et versements ;
- Suivre des nouveaux produits ;
- Réaliser les statistiques périodiques ;
- Régler les litiges.

**Dirigeant recette:** il a pour mission principal la comptabilisation de recettes voyageuses, ce service est aussi coiffé par ce dirigeant dont les attributions sont :

- Ravitaillement des receveurs en espèces ;
- Centralisation des espèces ;
- Versement et envoi des bordereaux de versement à la trésorerie ;
- Supervision des receveurs ;
- Traitement des dossiers disciplinaire ;
- Suivi des statistiques : mensuelles et annuelles.

**Un agent de saisie** sa mission principale est de faire :

- Entrer et sortie toutes les informations comptables affectées aux services recette et messageries ;
- Effectue la saisie des billets et des colis express de la gare de Fès et des autres gares en ligne lors d'une panne du matériel informatique (Meknès, Oujda, Tanger ....etc.) ;
- Exécute ses opérations avec des logiciels spéciale.

### **Les receveurs :**

- La vente des produits voyageurs (billets) ;
- Informer les clients sur les tarifs des billets, les horaires des trains.

### **Les vendeurs :**

- Vendre les billets (Plein tarif, réduction, 1<sup>ère</sup> classe et 2<sup>ème</sup> Classe), Billet classiques ;
- Accueillir, renseigner les voyageurs et les conseiller pour le choix de tarifs ;
- Tenir la comptabilité de son service ;
- Signaler les irrégularités constatées ;
- Procéder à l'annonce des trains (approche, retard, arrivée, départ et les annonces d'excuse, etc.) ;
- Établir à la fin de son service, les arrêtés de caisse provisoire et définitifs, et préparer la passation avec le collaborateur prenant.

### **Le contrôleur de porte :**

- Contrôle les billets des voyageurs entrant en quai (parcours, date, prix, classe, réduction, etc.), en les poinçonnant avec une pince ;
- Oriente les voyageurs vers les quais ;
- Informe les voyageurs des retards des trains ;
- Procède à la fermeture de la porte donnant au quai 2 min avant le départ des trains.



## → **Le Distributeur Automatiques de Tickets (DAT)**



L'ONCF annonce la mise en place de nouveaux distributeurs automatiques de tickets (DAT) et le lancement d'une offre exclusivement réservée aux jeunes.

A partir du 15 septembre 2012, la mise en service de 60 DAT multiplie ses canaux de distribution et diversifie avantage ses produits tarifaires à travers la mise en place de nouveaux Distributeurs Automatiques de Tickets (DAT) disponibles 24/24 et 7j/7.

Les voyageurs peuvent acquérir leurs billets auprès des DAT en toute sécurité et avec le mode de paiement qui leur convient (carte bancaire ou espèces) tout en :

- ✿ Modernisant les canaux de distribution ;
- ✿ Atténuant les files d'attente ;
- ✿ Permettant aux clients de L'Office de se procurer à tout moment et dans toutes les gares, leurs billets de voyages.

Pour acheter un ticket il faut choisir :

- ✿ La gare de départ ;
- ✿ La gare d'arrivée ;
- ✿ Type de voyage (aller simple ou aller-retour) ;
- ✿ Le jour et l'heure de départ ;
- ✿ La classe (1ère et 2ème) ;
- ✿ Le mode de paiement (par carte bancaire ou par espèces).

### **Ses avantages:**

- ✿ L'interface du DAT propose 3 langues : arabe, français et anglais
- ✿ Gagnez du temps à acheter votre ticket ;
- ✿ Vous évitez les files d'attente ;
- ✿ Vous payez avec les billets de banque. Les pièces de monnaie ou à l'aide d'une carte de crédit bancaire ;
- ✿ Les DAT seront disponibles dans la majorité des gares ONCF.

## → Produits commercialisés par L'ONCF:

Pour les voyageurs (vacances scolaires, congé annuel, visite de proches), le transport entame sensiblement le budget surtout lorsqu'on voyage à plusieurs. Nous offrons le meilleur prix pour faire préférer le train.

**La carte « CHABAB »** conçu spécialement pour les jeunes dynamiques de 21 à 26 ans.

Offrant un nombre illimité de voyages avec une réduction de :

- 25% : quelque soit le Train, la classe, les horaires.
- 50% : 1ere classe des Trains de Ligne et des Trains Navettes Blancs (normal)  
2eme classe des Trains de Ligne de période hors pointe (vendredi, dimanche, les vacances et les fêtes,

**Prix**

249 DHS pour 6 mois et 399DHS pour 1 année



**La carte « CHABAB étudiant »** s'adressant aux étudiants âgés de moins de 26 ans, Poursuivant leurs études dans un établissement public.

Carte valable durant l'année scolaire, valable pour tous les trains de 2eme classe.

- 25% de réduction donnant droit à un nombre illimité de voyage en libre circulation.

**Prix :**

149 DHS seulement pour une durée de 10 mois (année scolaire)



**La carte « 26-59 ans »** est destinée aux personnes âgées entre 26-59 ans.

Elle Offre deux niveaux de réductions :

- 25% garantie sur tous les trains de lignes.
- 50% en période blanches, dans la limite des places disponible et en réservant à l'avance, et permet de voyager de façons illimité 1ere et 2 ème classe.

**Prix**

349 DH pour 6 mois et 499 DH pour 12 mois



La carte **« HIKMA »** conçue spécialement pour les « Seniors » pour mieux répondre aux attentes d'une clientèle spécifique dont l'âge est sup à 60 ans.

- 25% : quel que soit le Train, la classe, les horaires.
- 50% : 1 ère classe des Trains de Ligne et des Trains Navettes Blancs (normal)  
2eme classe des Trains de Ligne de période hors pointe (vendredi, dimanche, les vacances et les fêtes,

99 DHS pour une carte de 6 mois et 179 DH pour une carte de 1 an.



**La carte « OUSRATY »** est destinée aux familles marocaines et familles étrangère

Comporte au moins 2 personnes.

- 10% pour un membre de la famille.
- 15% pour deux membres de la famille.
- 25% pour trois et plus.

**Prix**

50 DH par carte, par personne par an



**La carte « PRO »** nominative et personnelle qui s'adresse aux personnes se déplaçant pour un motif professionnel.

- 25% du lundi au vendredi en respectant les délais de réservation et les quotas attribués.

Cette carte donne droit à un nombre illimité de voyage durant sa validité et valable en 1 ère et 2 ème classe

**Prix**

599 DH pour 6 mois et 999 DH pour 12 mois



**La carte « WEEK END »** est parfaitement adaptée pour les voyages de fin des semaines.

- 25% garanti de vendredi 12h au dimanche à 24h.
- 50% contingenté le samedi à midi jusqu'à dimanche en réservant à l'avance (minimum 48h).

Elle est valable pour les trains de 1ère et 2ème classe pour un parcours minimum de 360 KM pour aller –retour.

**Le prix de la carte** est 99 DH par an seulement



## 1-Processus stochastique :

### 1-1 Introduction

L'état d'un système de files d'attente à l'instant  $t$ , noté  $n(t)$ , est simplement le nombre de clients présents dans le système à l'instant  $t$ . L'ensemble des variables aléatoires d'état décrit un processus stochastique  $\{n(t): t \geq 0\}$ . Considérons à présent un système très général, dans lequel nous ferons abstraction (du moins, à première vue) des caractéristiques telles que le nombre de serveurs, capacité, etc. On peut utilement visualiser un tel système comme une 'boîte noire', simplement caractérisée par un processus d'arrivée, un processus de sortie et un processus d'état résultant de la combinaison des arrivées et des départs : à chaque instant  $t+\Delta(t)$ , l'état  $n(t+\Delta(t))$  du système résulte des arrivées et sorties enregistrées entre  $t$  et  $t+\Delta t$ . Sans être parfaitement rigoureuse, la définition suivante permet d'introduire les caractéristiques d'un tel système auxquelles nous allons nous intéresser.

### 1-2 Définition

Le processus d'état stochastique  $\{n(t): t \geq 0\}$  est un *processus de naissance et de mort* si, pour chaque  $n = 0, 1, 2, \dots$ , il existe des paramètres  $\lambda_n$  et  $\mu_n$  (avec  $\mu_0 = 0$ ) tels que, lorsque le système est dans l'état  $n$ , le processus d'arrivée est poissonnier de taux  $\lambda_n$  et le processus de sortie est poissonnier de taux  $\mu_n$ .

### 1-3 Processus de naissance :

Dans un processus de naissance,  $\lambda_n = \lambda$  et  $\mu_n = 0$  pour  $n = 0, 1, \dots$ . Donc, les arrivées ont lieu à taux constant et il n'y a pas de départs. Pour un tel processus, le nombre de clients dans le système est évidemment égal au nombre d'arrivées enregistrées par un processus de Poisson classique, si bien que,  $P_n(t)$  est la probabilité que l'état du système à l'époque  $t$  soit égal à  $n$  et s'exprime par :

$$P_n(t) = e^{-\lambda t} \frac{(\lambda t)^n}{n!}$$

### 1-4 Processus de mort :

Dans un processus de mort, l'ensemble des états possibles du système est  $\{0, 1, \dots, N\}$  et  $\lambda_n = 0$  pour  $n = 0, 1, \dots, N$ .

$$\mu_n = \begin{cases} 0 & \text{Si } n=0 \\ \mu & \text{Si } n= 1, 2, \dots, N. \end{cases}$$

Intuitivement, l'état initial d'un tel système vaut N, il n'y a pas d'arrivées et les départs se produisent à taux (moyen) constant jusqu'à ce que le système soit vide. En interprétant les départs comme des « arrivées à l'extérieur du système », on conclut facilement que:

$P_n(t)$  est la probabilité que N-n départs se produisent dans l'intervalle [0, t] et s'exprime par :

$$P_n = e^{-\mu t} \frac{(\mu t)^{N-n}}{(N-n)!} \quad n = (1, 2, \dots, N)$$

Le processus de mort et de naissance constitue une file d'attente selon les hypothèses suivante :

- Hypo 1 : Naissance

↔

arrivé du client
- ↔

Le temps s'écoule entre deux naissances consécutives est distribué exponentiellement.
- Hypo 2 : Mort

↔

départ du client du système après son service
- ↔

Le temps s'écoulant entre deux morts consécutives est aussi distribué exponentiellement

Hypo 3 : chaque transition à partir de l'état n est de type :

$N \rightarrow (N+1)$  (une seule naissance).

$N \rightarrow (N-1)$  (une seule mort).

## 2- Processus markoviens

### 2-1 Introduction :

Dans ce chapitre nous allons étudier des processus de Markov qui permettent de modéliser et d'étudier des files d'attente. Nous commencerons par donner des propriétés du processus de Poisson qui modélise les arrivées des clients dans une file, et processus exponentielle qui modélise les temps des clients dans une file.

Le processus de Markov s'agit d'un processus  $X_t$  (le nombre des clients présents dans une file d'attente) tels que la loi du processus après un instant  $t$  dépend du passé du processus uniquement à travers la connaissance de  $X_t$ . La propriété de Markov est vérifiée si le flux d'entrée est Poissonnier et si les temps de service ont des lois exponentielles, l'intérêt des processus de Markov est que l'on peut obtenir une description complète de l'état stationnaire quand il existe.

## 2-2 Processus des Arrivées :

On observe les arrivées de clients à l'entrée du système. Pour décrire le phénomène, la première idée venant à l'esprit sera d'utiliser l'intervalle du temps entre arrivées successives, ou bien le nombre des arrivées dans un intervalle donné, pendant la durée  $T$ ,  $n(T)$  arrivées se produisent. On chiffre le volume du flux arrivant par le taux d'arrivée dont la définition intuitive est :

$$\lambda \equiv \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{n(T)}{T}$$

### 2-2-1 Processus de renouvellement :

Dans le cas le plus favorable, la description statistique du temps entre les arrivées est très simple. Supposons que la situation puisse être décrite de la façon suivante :

Chaque fois qu'une arrivée se produit, je tire au sort, selon une loi donnée, l'intervalle jusqu'à la prochaine arrivée, de telle sorte que les intervalles successifs soient indépendants. On est alors dans le cas très particulier d'un processus de renouvellement.

### 2-2-2-Processus de Poisson :

Supposons que le processus des arrivées obéisse aux règles suivantes:

- La probabilité d'une arrivée dans un intervalle  $[t, t+\Delta t]$  ne dépend pas de ce qui s'est passé avant l'instant  $t$ . C'est la propriété dite "sans mémoire".
- La probabilité d'apparition d'un client est proportionnelle à  $\Delta t$ , la probabilité de plus d'un événement étant "négligeable" (infinitement petit d'ordre supérieur).

Nous notons  $N(t)$  le nombre d'arrivées de clients survenues dans l'intervalle de temps  $[0, t]$ , pour  $t \geq 0$ . La quantité  $N(a+t) - N(a)$  représente alors le nombre d'arrivées enregistrées entre les instants  $a$  et  $a+t$ , pour tout  $a \geq 0$  et  $t \geq 0$ .

En règle générale, pour chaque  $t \geq 0$ ,  $N(t)$  est une variable aléatoire. L'ensemble de ces variables aléatoires fournit une représentation mathématique, c'est-à-dire un modèle, des arrivées de clients dans le système. On baptise *processus (stochastique) d'arrivée* cet ensemble  $\{N(t) : t \geq 0\}$ .

Le processus d'arrivée peut bien sûr présenter des caractéristiques variées en fonction de la situation modélisée. Mais il est fréquent dans la pratique que ce processus soit (du moins en première approximation) un *processus de Poisson*, ce qui signifie qu'il existe un paramètre  $\lambda > 0$  (appelé *taux du processus*) tel que:

- (i) Le nombre d'arrivées dans tout intervalle  $[a, a+t]$  de longueur  $t$  suit une loi de poisson de moyenne  $\lambda t$ . c-à-dire :  
pour  $a, t \geq 0$  en  $n = 0, 1, 2$

$$\Pr[ N(a+t)-N(a)=n]=e^{-\lambda t} \frac{(\lambda t)^n}{n!}$$



- (ii) Si [a,b) et [c,d) sont des intervalles du temps disjoints, alors le nombre d’arrivées dans [a,b) est indépendant du nombre d’arrivées dans [c,d)
- (iii)  $N(0)=0$

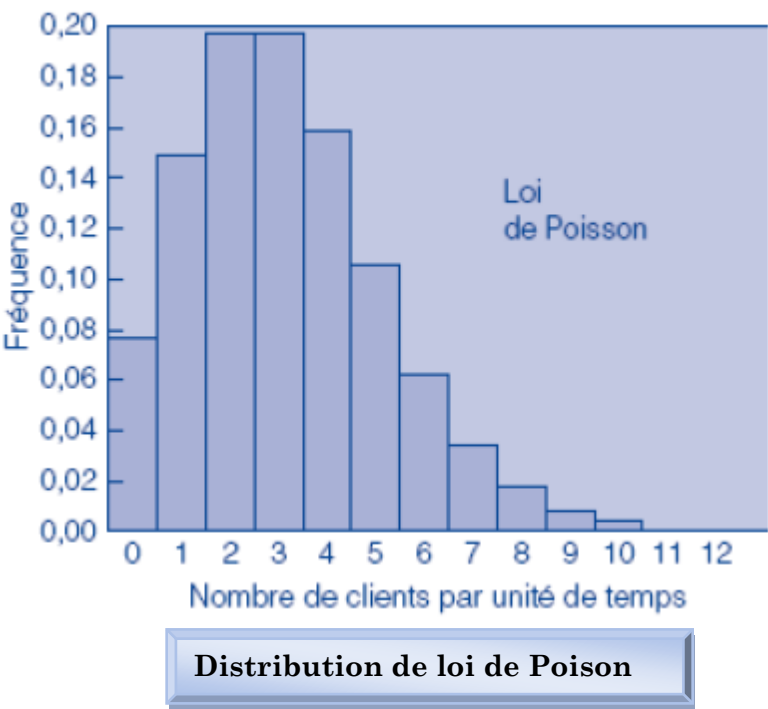
Un processus de Poisson (X(t))  $t>0$  vérifie :

1-  $\forall t$ , X(t) suit une loi de poisson de paramètre  $\lambda t$  :

$$(\forall k \geq 0) \Pr[ X(t)=k]=e^{-\lambda t} \frac{(\lambda t)^k}{k!}$$

2- Le temps  $T_{arr}$  entre deux arrivées suit une loi exponentielle :

$$(\forall t \geq 0) \Pr (T_{arr} =t)=\lambda e^{-\lambda t}$$



### 2-3 - Processus des Services

Le processus des services pourra être d'une complexité extrême, mais on se borne le plus souvent à supposer que chaque durée de service est indépendante des autres, et qu'elles obéissent toutes à une même loi de distribution: on parle des variables indépendantes et identiquement distribuées, on décrira cette loi par sa distribution de probabilité :

B(x) = P {temps de service ≤ x}

.

#### 2-3-1 Loi Exponentielle :

La loi de service la plus populaire est la loi exponentielle, qu’il est traditionnel d’écrire en utilisant comme taux de service la variable  $\mu$  est s’exprime par :

B(x)= P(service ≤ x)= 1-  $e^{-\lambda t}$

La densité correspondante est :

b(x)= $\mu e^{-\mu x}$ .



La loi exponentielle se caracterise par ces moments :

$$MOY(x) = \frac{1}{\mu}$$

$$VAR(x) = \frac{1}{(\mu)^2}$$

2-3-2 Loi D’Erlang :

Ce modèle se repose sur sept hypothèses :

**H1 :** Les arrivées se font selon un processus de poisson de taux  $\lambda$  ( il arrivent  $\lambda$  clients, en moyenne , par unité de temps ) et viennent d’une population infinie.

**H2 :** Les durées des services obéissent à une loi exponentielle  $\mu$  ( *$\mu$  client en moyenne sont servis par unité de temps* ).

**H3 :** il y’a une seule file d’attente commune aux stations ou, ce qui est équivalent, s’il y a plusieurs files, les clients de file de manière à se trouver dans la file la plus courte.

**H4 :** il n’y a pas de priorités entre les clients, les stations ont la même loi de service et il n’a pas de préférence de la part des clients : ils se présentent toujours sur la station qui se libère.

**H5 :** le rythme moyen de service est supérieur à celui des arrivées.

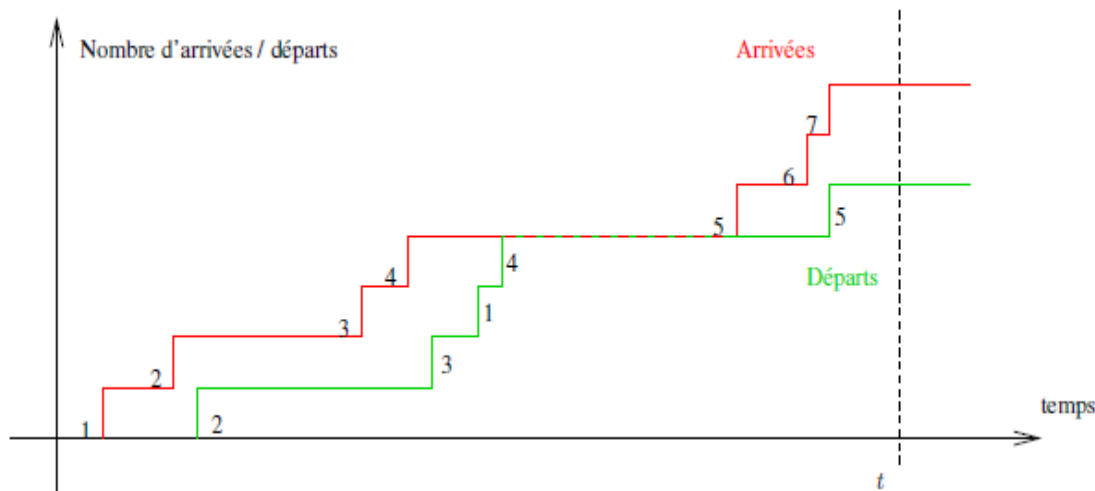
**H6 :** il n’y a ni contestation ni désertion.

**H7 :** Les temps de service varient d’un client à l’autre et sont indépendants l’un de l’autre mais leur moyenne est connue.

2-4 Loi de Little

2-4-1 Définitions :

La formule (ou loi) de Little est un résultat très général (pas d’hypothèse sur la distribution des arrivées et des services) liant le nombre moyen des clients dans le système, leur temps de séjour, et leur taux moyen d’arrivée. Nous allons l’établir en nous appuyant sur l’illustration suivante.



Sur ce schéma, la courbe rouge représente l'évolution au cours du temps du nombre cumulé d'arrivées dans le système depuis un temps initial où le système est vide, et la courbe verte représente le nombre cumulé de départs. Les entiers figurant sur les courbes rouges et vertes correspondent au numéro du client respectivement entrant ou sortant du système. En toute généralité, les entrées et sorties n'ont pas de raison de se faire dans le même ordre. Comme les clients qui partent sont des clients qui sont arrivés à un instant antérieur, la courbe rouge est toujours « au-dessus » de la courbe verte. Lorsqu'elles se rencontrent il n'y a aucun client dans le système.

Notons :

- $A(t)$  le nombre d'arrivées pendant  $[0; t]$ ,
- $D(t)$  le nombre de départs pendant  $[0; t]$ ,
- $N(t) = A(t) - D(t)$  le nombre de clients dans le système au temps  $t$ ,
- $T_i$  : temps de séjour dans le système (attente + service) de l'i-ème client.

Considérons l'aire entre la courbe rouge et la courbe verte jusque l'instant  $t$  ; il s'agit bien sûr de l'intégrale de  $N$  entre les instants 0 et  $t$ . La quantité  $T_i$  correspond à l'aire d'une bande de hauteur 1 et de longueur  $T_i$ . Dans la partie gauche du graphe précédent (entre l'arrivée du client 1 et le départ du client 4), on se convainc que l'aire entre les courbes rouges et vertes est  $T_1 + T_2 + T_3 + T_4$ . Néanmoins, à l'instant  $t$  tous les clients ne sont pas sortis, donc l'aire n'est pas directement la somme des  $T_i$  pour les  $A(t)$  clients entrés dans le système, il faut introduire un terme correctif, noté ici  $R(t)$ . Cela permet d'écrire la relation :

$$\int_0^t N(u)du = \sum_{i=1}^{A(t)} T_i - R(t)$$

### 2-4-2 Formules de Little

Une fois qu'on a le régime stationnaire, on s'intéresse à différentes quantités qui permettent de juger le comportement du système :

- $L$  : le nombre moyen des clients dans le système ;

$$L= \lambda_e.W$$

- $L_q$  : le nombre moyen des clients dans la file d'attente ;

$$L_q= \lambda_e.W_q$$

Avec :

$W$  : temps de séjour moyen des clients dans le système ;  
 $W_q$  : temps d'attente moyen d'un client obligé d'attendre.

Où  $\lambda_e$  est le taux d'entrée des clients dans le système. Dans le cas du système **M/M/1**,  $\lambda_e=\lambda$  car la capacité d'accueil est infinie. Les deux premières relations sont appelées formule de Little.

2-5- problème d'affectation :

2-5 -1 Définition :

Le problème d’affectation consiste à trouver la meilleure affectation, c.-à-d. affecter les clients aux nombres des guichets de sorte que le nombre des guichets soit minimum, avec C<sub>ij</sub> le cout de client i au guichet (serveur) j.

Le problème d’affectation est résumé par un tableau de la forme :

	T1	T2	..... ...	Tj	Tn
P <sub>1</sub>	C <sub>11</sub>	C <sub>12</sub>	.....	C <sub>1j</sub>	C <sub>1n</sub>
P <sub>2</sub>	C <sub>21</sub>	C <sub>22</sub>	..... ...	C <sub>2j</sub>	C <sub>2n</sub>
...	.....	.....	.....	.....	.....
...	...	...	...	...	..
P <sub>j</sub>	C <sub>i1</sub>	C <sub>i2</sub>	.....	C <sub>ij</sub>	C <sub>in</sub>
P <sub>n</sub>	C <sub>m1</sub>	C <sub>m2</sub>	..... ...	C <sub>mj</sub>	C <sub>mn</sub>

4-5-2 Modélisation :

- Quelle est la bonne gestion du personnel des guichets pour résoudre le phénomène « files d’attente » ?
- Quelle est le nombre de guichets optimal pour que le client ne dépasse pas un temps d’attente pendant chaque service ?

i. Les variables .

$$X_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si le client i affecté au guichet j} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

ii- Contraintes :

➤ Contraintes d’affectation d’un client i :

$$\sum_{1 \leq j \leq m} X_{ij} = 1 \qquad (1 \leq i \leq n)$$

➤ Contraintes d’affectation d’un guichet j :

$$\sum_{1 \leq i \leq n} X_{ij} = 1 \qquad (1 \leq j \leq m)$$

➤ Contraintes de non-négativité et d'intégrité :

$$X_{ij}=0 \text{ ou } 1 \quad (1 \leq i \leq n) \quad (1 \leq j \leq m)$$

iii – Fonction objectif

$$\text{Min } z = \sum_{1 \leq i \leq n} \sum_{1 \leq j \leq m} C_{ij} X_{ij}$$

4-4-3 Modèle Mathématique :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Min } z = \sum_{1 \leq i \leq n} \sum_{1 \leq j \leq m} C_{ij} X_{ij} \\ \sum_{1 \leq j \leq m} X_{ij} = 1 \quad (1 \leq i \leq n) \\ \sum_{1 \leq i \leq n} X_{ij} = 1 \quad (1 \leq j \leq m) \\ X_{ij}=0 \text{ ou } 1 \quad (1 \leq i \leq n) \quad (1 \leq j \leq m) \end{array} \right.$$

## Introduction :

La **Théorie des files** d'attente est une technique de la Recherche opérationnelle qui permet de modéliser un système admettant un phénomène d'attente, de calculer ses performances et de déterminer ses caractéristiques pour aider les gestionnaires dans leurs prises de décisions.

Le but de ce projet est d'étudier les bases de théorie des files d'attente, notamment résoudre le problème d'optimisation de nombre des stations d'accueil dans le système de service suivant l'intensité d'arrivée des clients. On suppose que l'événement d'arrivée de client dans le système de service se produit avec une intensité moyenne donnée, et que ses événements sont modélisés par un processus de Poisson.

1- Si les paramètres de système (le nombre des stations d'accueil, le temps de service, le temps d'attente maximal etc.) sont donnés on étudie les caractéristiques diverses de satisfaction des clients (temps d'attente moyen, nombre des clients servis etc.) suivant l'intensité d'arrivée des clients.

2-Après on étudie le choix des paramètres optimal (parmi un nombre fini des possibilités) pour maximiser les caractéristiques de satisfaction des clients.

La gestion de file d'attente se préoccupe de la gestion d'acheminement, de retardement et d'élimination des paquets appartenant à une même classe de flux. Dans ce chapitre nous allons voir les notions élémentaires de la théorie des files d'attentes : les caractéristiques des files d'attente, ses classifications, la Notation de Kendall, les modèles de files d'attente ...etc.

### 1- Définitions:



Une file d'attente est un système dans lequel arrivent des clients auquel des serveurs fournissent un service, une **file d'attente**, ou une **queue**, est aussi un regroupement d'individus attendant de manière organisée quelque chose. Les files d'attente résultent d'une demande supérieure à la capacité d'écoulement d'une offre (un bien ou un service). En principe, elles n'influent pas sur le coût de cette offre. Cette notion fait l'objet d'une branche de **calcul des probabilités**, la **théorie des files d'attente**, utilisée aussi bien en **logistique** qu'en informatique, cette formalisation peut être utilisée dans des situations diverses : guichets, traitement des instructions par un processeur, gestion de communications téléphonique.

Les files d'attente apparaissent naturellement dans beaucoup de situations de la vie courante : une piste d'aéroport sur laquelle des avions atterrissent, un serveur informatique répondant à des requêtes. Les clients arrivent à des temps aléatoires et attendent leur tour devant le(s) guichet(s). Le serveur met un temps aléatoire pour servir chaque client. Enfin la file a une certaine capacité d'accueil éventuellement limitée. Une file simple (ou station) est un système constitué d'un ou plusieurs serveurs et d'un espace d'attente. Les clients arrivent de l'extérieur, patientent éventuellement dans la file d'attente, reçoivent un service, puis quittent la station. Afin de spécifier complètement une file simple, on doit caractériser le processus d'arrivée des clients, le temps de service ainsi que la structure et la discipline de service de la file d'attente.

## **2- L'outil de file d'attente :**

On peut représenter un système par un ensemble de file d'attente, chaque file modélisant une ressource par exemple est défini par :

- ✿ La suite des instants d'arrivées des clients ;
- ✿ La suite des temps de service des clients ;
- ✿ La discipline de service qui donne l'ordre dans lequel seront servis les clients ;
- ✿ La capacité de la file ;
- ✿ Le nombre de serveurs ;
- ✿ La Population totale de clients.

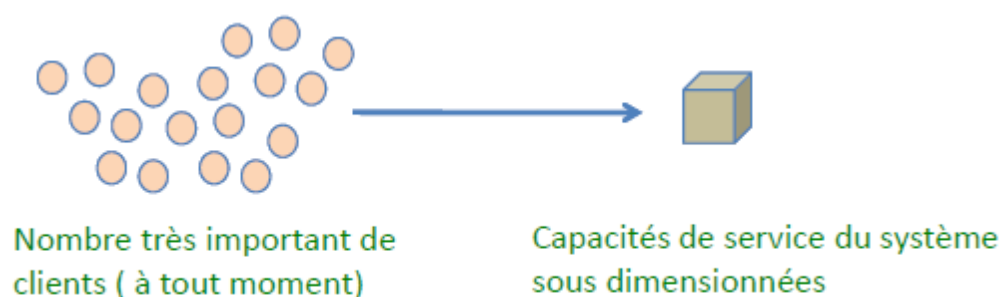
### **● Quel est le problème de la file d'attente ?**

- Des clients arrivent de façon aléatoire pour être servi par un système ;
- La capacité de traitement des clients du système est insuffisante ..... en moyenne ;
- Le client perçoit l'attente comme une activité inutile sans valeur ;
- Accroître la capacité du traitement de système n'élimine pas nécessairement toute attente ;
- Le système souhaite éliminer le gaspillage (l'attente des clients..... mais également les capacités de service inutilisées)

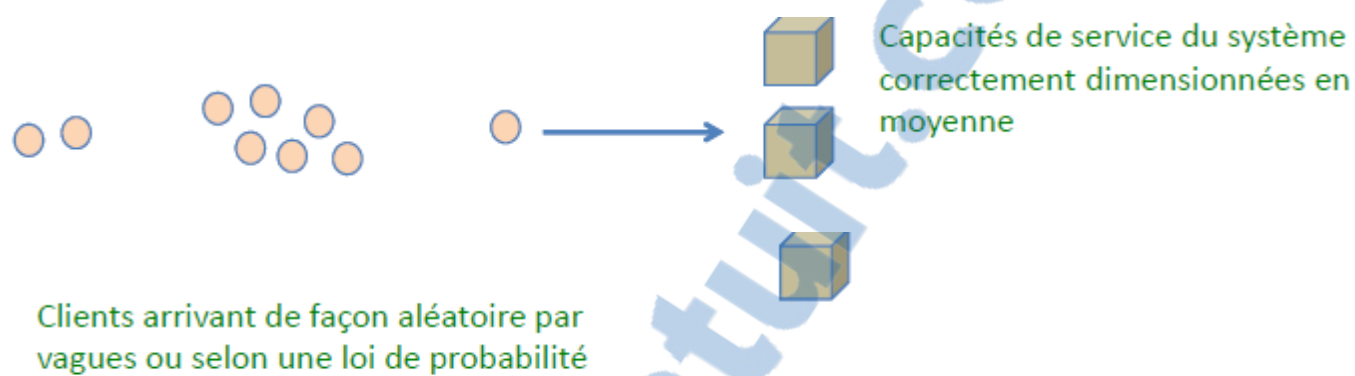
### **● Comment naît L'attente?**

#### Deux cas fondamentaux

##### ✂ Systèmes congestionnés

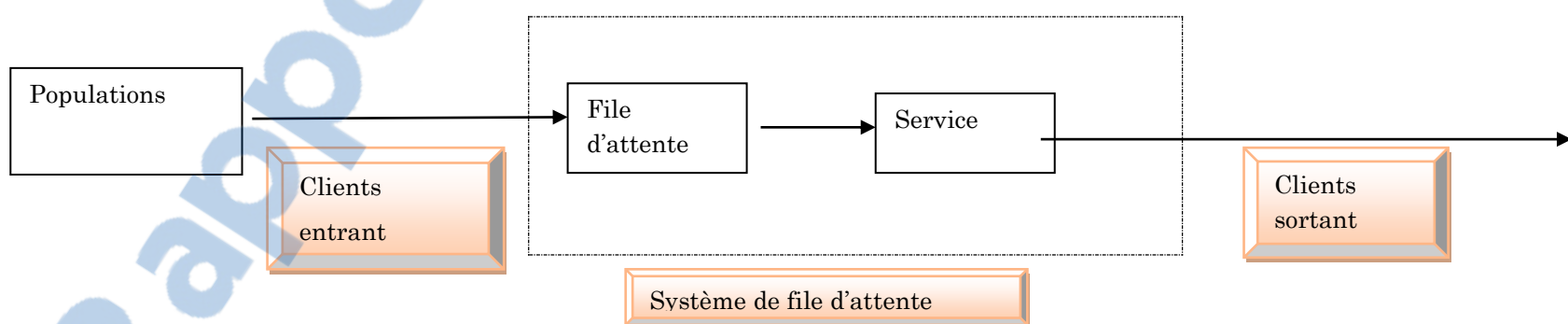






### **3- Caractéristiques des files d'attente :**

Un système d'attente est constitué des « clients », qui entrent dans une file d'attente, avant d'accéder à des « serveurs », qui délivrent un service, pendant un certain temps.



- **Population :** La population constitue la source des clients potentiels, elle est caractérisée par son nombre d'élément (fini ou infini) ;
- **Clients entrant :** clients (issus de population) se joignent au système avec un taux moyen d'arrivée ;
- **File d'attente :** La file d'attente est caractérisée par le nombre maximum permis le client en attente (fini ou infini) ;
- **Service :** service peut être assuré par un ou plusieurs serveurs, le temps qui s'écoule entre le début et la fin de service d'un client est noté : le temps de service suivant une distribution de probabilité, donc le taux de service est une autre caractéristique de système ;
  - ✓ **Stratégie de service :** La stratégie de service se réfère à l'ordre selon lequel les clients sont servis : premier arrivé premier servi, au hasard selon les priorités ..... ;
- **Clients sortant :** clients se débarrassent du système avec un taux moyen de départ ;

**Un système d'attente (dénommé « file » d'attente par léger abus de langage) est caractérisé par :**

- ✱ la « loi » d'arrivée des clients dans la file (déterministe ou stochastique) ;
- ✱ la « loi » de la durée des services (déterministe ou stochastique) ;
- ✱ le nombre de serveurs travaillant en parallèle dans le centre de service ;
- ✱ la taille de la file d'attente (finie ou infinie) ;
- ✱ l'organisation de la file.

#### **4- Classifications des files d'attente:**

Pour décrire une file d'attente, on doit donc se donner les éléments suivants :

- La nature du processus des arrivées (flux d'entrée) qui est définie par la distribution des intervalles séparant deux arrivées consécutives ;
- La distribution du temps aléatoire de service ;
- Le nombre  $s$  des stations de service montées en parallèle ;
- La capacité  $N$  du système, si la file d'attente ne peut dépasser une longueur de  $N-s$  unités. Dans ce cas, certains clients qui arrivent vers le système n'ont pas la possibilité de leur servir.

La classification des systèmes d'attente fait appel à une notation symbolique comprenant quatre symboles dans l'ordre suivant :  $A/B/s/N$ , avec :

- $A$  = distribution du temps entre deux arrivées successives,
- $B$  = distribution des durées de service,
- $s$  = nombre de stations de service montées en parallèle,
- $N$  = capacité du système (serveurs + file d'attente).

Pour spécifier les distributions  $A$  et  $B$ , on adopte de plus la convention suivante :

- $M$  = distribution qui vérifie la propriété de Markov, i.e. processus de Poisson pour les arrivées, loi exponentielle pour le temps de service,
- $E(k)$  = distribution d'Erlang d'ordre  $k$ ,

5- Notation de KENDALL :

Une file d'attente est constituée d'un ou plusieurs serveurs et d'un tampon ou les "clients" attendent d'être servis, elle peut être caractérisée par six paramètres, ce qui donne la notation de Kendall :

A/B/s/K/C/DS

- A spécifie la loi de distribution des temps entre les arrivées des clients, par exemple, dans le contexte des réseaux de communication, ces clients sont les messages arrivant au nœud considéré ;
- B spécifie la loi de distribution des durées de service, le(s) serveur(s), dans le contexte des réseaux de communication, est (sont) la (les) ligne(s) de sortie ;
- s spécifie le nombre des serveurs ;
- K spécifie la capacité de la file, c'est-à-dire le nombre maximum de clients, susceptibles d'être stockés dans la file d'attente. Ce nombre inclut les clients qui attendent d'être servis, dans le tampon, ainsi que ceux qui sont servis ;
- C spécifie la population des clients ;
- DS spécifie la discipline de service, c'est-à-dire l'ordre dans lequel les clients arrivants sont rangés, puis sortis de la file d'attente. La discipline la plus courante est FIFO (First In, First Out: Premier arrivé premier sorti)

7 Les modèles des files d'attente :

7-1 Modèle avec population infinie :

Indicateur	Liaison	Type de relation
Type d'utilisation du système	Taux d'arrivée des clients	Croissante
	Nombre de serveurs	Décroissante
nombre moyen de clients en train d'être servi (sur une période)	Taux d'arrivées des clients	Croissante
	Taux de service	Décroissante
Temps moyen d'attente en file	Nombre moyen des clients qui attendent d'être servis	Croissante
	Taux d'arrivées des clients	Décroissante

7-2Modèle avec population finie :

- ❖ Le taux d'arrivée des clients est dépendant du nombre de clients qui attendent dans la file,
- ❖ Quand le nombre de clients en file augmente, le nombre de clients susceptibles de se présenter diminue (la population de clients est finie),

- ❖ Quand le nombre total de clients sortis + le nombre de clients en train d'attendre en file = nombre total de clients alors le taux d'arrivée est nul,
- ❖ Adaptation possible du nombre de serveurs en fonction du nombre de clients servis (contrairement aux modèles avec population finie).

## **6- Les Mesures de Performance :**

Les gestionnaires ont à leur disposition cinq outils de mesure ou indices pour évaluer la performance d'un système de production de biens ou de services existant ou celle d'un système qu'ils veulent concevoir, ces mesures sont :

- 1-** Le nombre moyen des clients qui attendent dans la file ou dans le système ;
- 2-** Le temps moyen d'attente qui attend dans la file ou dans le système ;
- 3-** Le taux d'utilisations du système ;
- 4-** La capacité mis en place associé au niveau de service ;
- 5-** La probabilité qu'un client potentiel attende pour être servis.

Parmi ces cinq outils de mesure, le taux d'utilisation du système nécessite quelques éclaircissements. Il reflète l'étendue de l'occupation des serveurs plutôt que leur inactivité, il est logique de penser qu'une bonne gestion des ressources implique un taux d'utilisation de 100 %. Cependant, le fait d'augmenter le taux d'utilisation revient à augmenter à la fois le nombre de clients qui attendent et le temps moyen d'attente. En fait, ces deux mesures augmentent indéfiniment lorsque le taux d'utilisation approche de 100 %. Si tous les serveurs sont occupés, il est certain que les clients potentiels qui arrivent vont attendre. Cela implique que dans des conditions normales d'opération, un taux d'utilisation de 100 % est irréaliste. Le gestionnaire devrait plutôt essayer d'équilibrer le système de telle sorte que la somme des coûts de service et d'attente soit minimale.

Dans les modèles de file d'attente ; il existe certaines relations de base (entre certains paramètre et mesure de performance) qui permettent de déterminer les mesures de performance désirer grâce a quelque valeurs clés, les principales relations sont présentés ci-dessous :

Symbole	Signification
$\lambda$	Taux d'arrivée des clients
$\mu$	Taux de service
$\rho$	Taux d'utilisation du système
$\bar{n}_l$	Nombre moyen de clients qui attendent d'être servis
$\bar{n}_s$	Nombre moyen de clients dans le système (clients qui attendent et clients qui sont en train d'être servis)
$\frac{1}{\mu}$	Temps de service
$\bar{t}_l$	Temps moyen d'attente en file
$\bar{t}_s$	Temps moyen d'attente dans le système (temps d'attente en file, plus le temps de service)
$P_0$	Probabilité qu'il y ait zéro unité (client) dans le système
$P_n$	Probabilité qu'il y ait n unités (clients) dans le système
$M$	Nombre de serveurs

M	Nombre de serveurs
$P_n$	Probabilité qu'il y ait n unités (clients) dans le système
$P_0$	Probabilité qu'il y ait zéro unité (client) dans le système

**Le taux d'utilisation du système :** il représente le rapport entre la demande (mesurée grâce aux taux d'arrivée) et la capacité de service (produits de nombres des serveurs M par le taux de service).

$$\rho = \frac{\lambda}{M\mu}$$

**Le nombre des clients en train d'être servi si M=1 :**

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu}$$

**Le nombre moyen des clients en file :**

$\bar{n}_L$  est obtenu à partir d'une table ou de la formule appropriée selon le modèle en question.

**Le nombre moyen des clients dans le système :**

$$\bar{n}_s = \bar{n}_l + \rho$$

**Le temps moyen d'attente en file :**

$$\bar{t}_l = \frac{\bar{n}_l}{\lambda}$$

**Le temps moyen d'attente dans le système :**

$$\bar{t}_s = \bar{t}_l + \frac{1}{\mu} = \frac{\bar{n}_s}{\lambda}$$

La probabilité qu’il ait zéro client dans le système :

$$P_0=1-\frac{\lambda}{\mu}$$

La probabilité qu’il ait n clients dans le système :

$$P_n= P_0 \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n$$

8-M/M/.

Dans ces modèles des files d’attente **M/M/.** : désignent le processus Markoviens dont les clients arrivent selon un processus de Poisson de paramètre  $\lambda$ , et les temps de service sont des variables aléatoires indépendantes selon une lois exponentielles de paramètre  $\mu$ .

8-1Modèle M/M/1 :

a-Définitions :

Le modèle **M/M/1** représente : une file a un serveur avec distribution Markoviennes exponentielle des temps entre arrivées et des temps de service, dans laquelle la distribution de service est FIFO, avec une capacité et une population de clients infinie est définie par le processus stochastique. Une telle file peut être schématisée par le dessin de la figure 1.

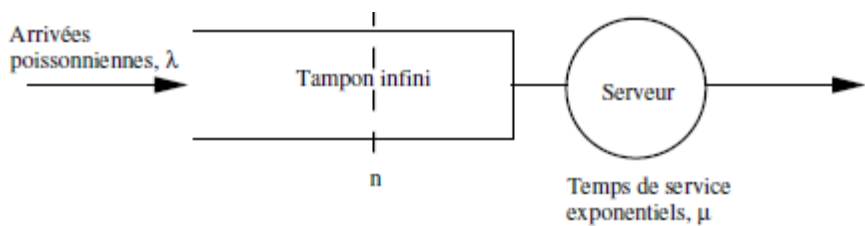
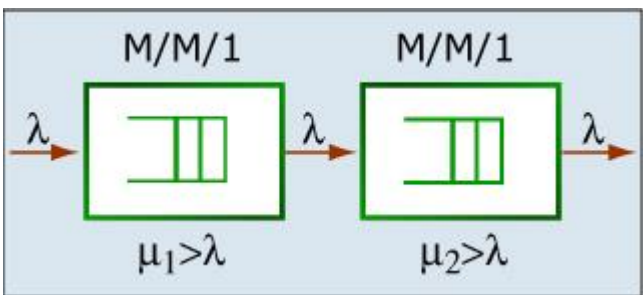


Figure 1: File d’attente M/M/1.

b- Les propriétés de base :

On suppose :

- ✓ Que le client arrive au système selon un loi de processus de poisson de paramètre  $\lambda > 0$ .
- ✓ Le temps de service est une loi exponentielle de paramètre  $\mu > 0$ .
- ✓ il y’a un serveur et la file a une capacité illimitée, avec le taux de service inférieur au taux d’arrivées.



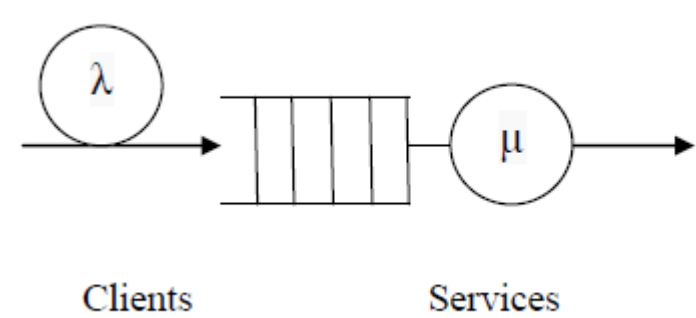


Donc P(k) est la probabilité d’avoir k clients qui soient arrivés pendant t est :

$$P(k)=\frac{(\lambda t)^k}{k!}e^{-\lambda t}$$

A(t) est la probabilité d’une arrivés pendant t d’un variable aléatoire de distribution exponentielle de paramètre  $\mu$  sachant que  $\mu$  est la taille moyenne d’un paquet et d’un ordre de **FIFO** (premier client premier servi) et s’exprime par :

$$A(t) =1-e^{-\lambda t}$$



File d’attente M/M/1

c- formule de modèle M/M/1 :

- $\lambda$  = fréquence moyenne d'arrivées.
- $\frac{1}{\mu}$  = temps moyen de service.
- $A=\frac{\lambda}{\mu}$ .

	M/M/1
Probabilité système vide (P0)	1-A
Probabilité d'attente (Pa)	A
Nombre moyen de clients dans le système	$\frac{A}{1 - A}$
Nombre moyen de clients en attente	$\frac{A^2}{1 - A}$
Nombre moyen de clients en service (au guichet)	A
Temps moyen de séjour dans le système	$\frac{1}{\mu} \frac{1}{1-A}$
Temps moyen d'attente	$\frac{A}{\mu(1 - A)}$
Condition d'atteinte de l'équilibre	$\frac{\lambda}{\mu} < 1$

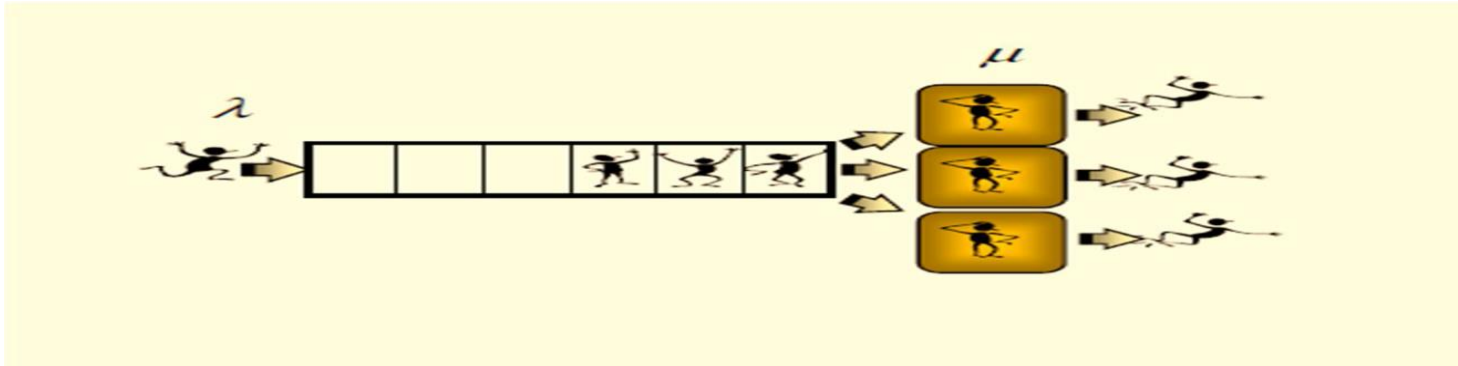
8-2 Le graphe du modèle M/M/1 :



9-Files M/M/S :

a- Définitions :

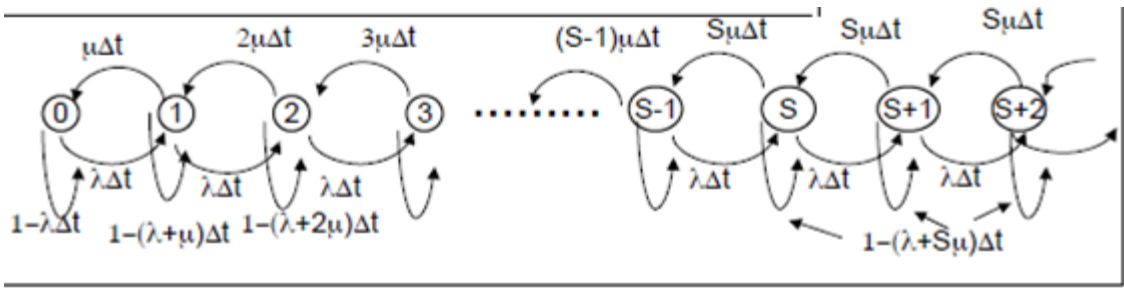
M/M/S = markovien /statistique du processus d’arrivée : markovien / statistique des lois de service : markovien / S serveurs.



b- Formule de modèle M/M/s

	M/M/s
Probabilité système vide	$\frac{1}{\sum_{k=0}^{s-1} \frac{A^k}{k!} + \frac{A^s}{s! (1-\rho)}}$
Probabilité d'attente	$P_0 \cdot \frac{A^s}{(s-1)!(s-A)}$
temps moyen de clients dans le système	$\frac{1}{\mu} (1 + \frac{P_0}{s-A})$
Nombre moyen de clients en attente	$\frac{1}{s!s} (A)^{s+1} \frac{1}{(1-\frac{A}{s})^2} P_0$
Nombre moyen de clients en service (au guichet)	$\overline{N} = \frac{\lambda}{\mu} (\mu \overline{n}_l + 1)$
Temps moyen d'attente	$\frac{1}{\lambda} \frac{1}{s!s} (A)^{s+1} \frac{1}{(1-\frac{A}{s})^2} P_0$
Condition d'atteinte de l'équilibre	$\frac{A}{s} < 1$

9-2 Le graphe de file M/M/s



Graphe : M/M/1

### 1-Position du problème :

Dans ce chapitre je vais estimer en fonction du nombre de guichets et d'employés le nombre de clients perdus (ceux qui ont trouvé la queue trop longue ou qui y étaient encore à la fermeture) et le temps effectif de travail de chaque employé. Pour ce faire, je vais simuler le fonctionnement d'un guichet, en faisant varier ces deux paramètres.

- **Arrivée d'un client** : il va au premier guichet libre (le plus près de l'entrée) s'il y en a un, sinon il se met à la queue.
- **Départ d'un client** : son affaire réglée, il s'en va et, si la queue n'est pas vide, le client en tête va au guichet qui vient d'être libéré.

### La problématique :

La problématique de ce phénomène <<Files d'Attente>> est de déterminer :

- **Le nombre moyen des clients dans la file d'attente ?**
- **Le temps moyen passé par un client dans la file ?**
- **La probabilité de n'avoir aucun client dans la file d'attente ?**
- **Le nombre de guichets optimal pour que le client ne dépasse un temps d'attente limité ?**

### Objectif :

Mon objectif dans ce problème est d'étudier la gestion de files d'attente et de faire des propositions concrètes visant à améliorer les prestations de L' ONCF, cet objectif découle entre deux objectifs spécifiques :

- **Déterminer le temps psychologique d'attente d'un client.**
- **Diagnostiquer la stratégie de gestion des files d'attente.**

1-Résolution de la problématique :

● Analyse des files d’attentes :

i. Le processus d’arrivée :

- Dans une période stationnaire, on va calculer le nombre des « clients » arrivant durant chaque intervalle a été compté dans les journées normales

Nombre d’arrivée	Fréquence observés
De 0 à 10 min	14
De 10 à 20 min	13
De 20 à 30 min	10
De 30 à 40 min	16
De 40 à 50 min	17
De 50 à 60 min	22

Tableau de nombre des arrivées dans une journée normale

La moyenne de cette loi de distribution dans une journée normale est :

$$M_{oye} = \frac{1}{92} [(14*5)+(13*15)+(10*25)+(16*35)+(17*45)+(22*55)]$$
  
$$= 31.73 \text{ arrivée par 5 min}$$

Le taux moyen d’arrivée :

La distribution observée d’arrivées des clients :

$$\lambda = \frac{31.73}{5} = 6.36 \text{ arrivée par minute}$$

ii. Processus de service :

- Dans un période stationnaire des journées normale, on relève la durée de service c.-à-d. le temps passé par un client dans un guichet.

Durée des services en second	Nombre de services observes	Nombre des serveurs
[10 ; 20]	52	3
[20 ; 30]	10	3
[30 ; 40]	18	2
[40 ; 50]	20	2
[50 ; 60]	14	2
[60,70]	6	4

La moyenne de cette distribution est :

$$M_{oye}=\frac{1}{120} [ (52*15)+(10*25)+(18*35)+(20*45)+(20*45)+(14*55)+(6*65)]$$
  
$$= 31s = 0.516$$

Le temps de service :

$$\mu = \frac{1}{0.516} = 1.93$$

Le taux moyen de service :

$$A=\frac{\lambda}{\mu} = 3.28$$

Le taux d'utilisation du système :

$$\rho = \frac{\lambda}{S\mu} = \frac{4.08}{S} = 3.28 < 1 \longrightarrow S=4$$

Probabilité de n'avoir aucun client dans l'attente :

Pour S=4:

$$P_0=\frac{1}{\sum_{k=0}^{S-1} \frac{A^k}{k!} + \frac{A^S}{S!(1-A/S)}} = \frac{1}{\left(\frac{(3.28)^0}{0!} + \frac{(3.28)^1}{1!} + \frac{(3.28)^2}{2!} + \frac{(3.28)^3}{3!}\right) + \frac{(3.28)^4}{4!(1-0.82)}} = 0.024$$



Le nombre moyen des clients dans la file :

Pour S=4

$$\overline{n_l} = \frac{1}{S!S} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{S+1} \frac{1}{\left(1-\frac{\lambda}{S\mu}\right)^2} P0 = \frac{1}{4!4} (3.28)^5 \frac{1}{\left(1-\frac{3.28}{4}\right)^2} * 0.024 = 2.92$$

Le temps moyen d’attente en file :

Pour S=4

$$\overline{t_l} = \frac{1}{\lambda} \frac{1}{S!S} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{S+1} \frac{1}{\left(1-\frac{\lambda}{S\mu}\right)^2} P0 = \frac{2.92}{6.36} = 0.46 \text{ min}$$

Le nombre moyen des clients dans le système

Pour S=4 :

$$\overline{N} = \frac{\lambda}{\mu} (\mu \overline{n_l} + 1) = 3.28 ((1.93 * 2.92) + 1) = 21.76$$

Le temps d’attente des clients dans le système

Pour S=4

$$\overline{N_s} = \frac{1}{\mu} \left(1 + \frac{P0}{S-A}\right) = \frac{1}{1.93} \left(1 + \frac{0.024}{4-3.28}\right) = 0.535 \text{ min}$$

La probabilité d’avoir n clients dans la file

Pour S=6

$$P_n = \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^S}{(S-1)! \left(S-\frac{\lambda}{\mu}\right)} P0 = \frac{(3.28)^4}{4! (4-3.28)} * 0.024 = 0.160$$

🕒 Dans une période stationnaire, on va calculer le nombre des « clients » arrivant durant chaque intervalle dans les journées ordinaire

Nombre d’arrivée	Fréquence observés
De 0 à 10 min	36
De 10 à 20 min	32
De 20 à 30 min	27
De 30 à 40 min	26
De 40 à 50 min	28
De 50 à 60 min	40

La moyenne de cette loi de distribution dans une journée ordinaire est :

$$M_{\text{oye}} = \frac{1}{189} [(36 \cdot 5) + (32 \cdot 15) + (27 \cdot 25) + (26 \cdot 35) + (28 \cdot 45) + (40 \cdot 55)]$$
  
$$= 30.18 \text{ arrivés pour 5 min}$$

Le taux moyen d’arrivée :

La distribution observée d’arrivées des clients est :

$$\lambda = \frac{30.18}{5} = 6.036 \text{ arrivées par minute}$$

ii. Processus de service :

- Dans un période stationnaire des journées ordinaire, on relève la durée du service c.-à-d. le temps passé par un client dans un guichet.

Durée des services en second	Nombre de services observes	Nombre des serveurs
[10 ; 20]	62	3
[20 ; 30]	25	3
[30 ; 40]	30	3
[40 ; 50]	28	2
[50 ; 60]	20	2
[60,70]	16	4

La moyenne de cette distribution est :

$$M_{\text{oyen}} = \frac{1}{181} [ (62 \cdot 15) + (25 \cdot 25) + (30 \cdot 35) + (28 \cdot 45) + (20 \cdot 55) + (16 \cdot 65)]$$
  
$$= 33.17 \text{ s} = 0.552 \text{ min}$$

Le temps de service :

$$\mu = \frac{1}{0.522} = 1.91$$

Le taux moyen de service :

$$A = \frac{6.036}{1.91} = 3.21$$

Le taux d’utilisation du système :

$$\rho = \frac{\lambda}{S\mu} = \frac{3.21}{S} < 1 \longrightarrow S=4$$

La probabilité de n’avoir aucun client dans la file :

Pour S=4

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{k=0}^{S-1} \frac{\lambda^k}{k!} + \frac{\lambda^S}{S!(1-\rho)}} = \frac{1}{\left(\frac{(3.21)^0}{0!} + \frac{(3.21)^1}{1!} + \frac{(3.21)^2}{2!} + \frac{(3.21)^3}{3!}\right) + \frac{(3.21)^4}{4!(1-0.802)}} = 0.02$$

Le nombre moyen des clients dans la file :

Pour S=4 :

$$\bar{n}_l = \frac{1}{S!S} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{S+1} \frac{1}{\left(1-\frac{\lambda}{S\mu}\right)^2} P_0 = \frac{1}{4!4} (3.21)^5 \frac{1}{\left(1-\frac{3.21}{4}\right)^2} * 0.02 = 1.82$$

Le temps moyen d’attente en file :

Pour S=4

$$\bar{t}_l = \frac{1}{\lambda} \frac{1}{S!S} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{S+1} \frac{1}{\left(1-\frac{\lambda}{S\mu}\right)^2} * P_0 = \frac{1.82}{6.036} = 0.3min$$

Le nombre moyen des clients dans le système

Pour S=4 :

$$\bar{N} = \frac{\lambda}{\mu} (\mu \bar{n}_l + 1) = 3.21 ((1.91 * 1.82) + 1) = 14.36$$

Le temps d’attente des clients dans le système

Pour S=4

$$\bar{t}_S = \frac{1}{\mu} \left(1 + \frac{P_0}{S-A}\right) = \frac{1}{1.91} \left(1 + \frac{0.02}{4-3.21}\right) = 0.536min$$

La probabilité d’avoir n clients dans la file

Pour S=4

$$P_n = \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^S}{(S-1)!\left(S-\frac{\lambda}{\mu}\right)} P_0 = \frac{(3.21)^4}{3!(4-3.21)} * 0.02 = 0.44$$

i. Le processus d'arrivée :

- Dans une période stationnaire, on va calculer le nombre des « clients » arrivant durant chaque intervalle a été compté **dans les journées spécifiques** (fêtes et vacances)

Nombre d'arrivée	Fréquence observés
De 0 à 10 min	42
De 10 à 20 min	56
De 20 à 30 min	61
De 30 à 40 min	35
De 40 à 50 min	46
De 50 à 60 min	69

La moyenne de cette loi de distribution dans une journée spécifique est :

$$M_{oye} = \frac{1}{309} [(42 \cdot 5) + (56 \cdot 15) + (61 \cdot 25) + (35 \cdot 35) + (46 \cdot 45) + (69 \cdot 55)]$$
  
$$= 34.44 \text{ arrivée pour 5 min}$$

Le taux moyen d'arrivée :

La distribution observée d'arrivées des clients :

$$\lambda = \frac{34.44}{5} = 6.88 \text{ arrivé par minute}$$

ii. Processus de service :

- Dans un période stationnaire **des journées spécifiques**, on relève la durée du service c.-à-d. le temps passé par un client dans un guichet.

Durée des services en second	Nombre de services observes	Nombre des serveurs
[10 ; 20]	85	3
[20 ; 30]	31	4
[30 ; 40]	39	5
[40 ; 50]	35	4
[50 ; 60]	31	5
[60,70]	49	4

La moyenne de cette distribution est :

$$M_{oye} = \frac{1}{241} [(33 * 5) + (30 * 5) + (13 * 5) + (16 * 5) + (17 * 5) + (12*5)+(26*5)+(18*5)+(17*5)+(11*5)+(21*5)+(27*5)]$$
$$= 37.01 \text{ s} = 0.616 \text{ min}$$

Le temps de service :

$$\mu = \frac{1}{0.616} = 1.62 \text{ min}$$

Le taux moyen de service :

$$A = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{6.88}{1.62} = 4.24$$

Le taux d'utilisation du système :

$$\rho = \frac{\lambda}{S\mu} = \frac{4.24}{5} < 1 \longrightarrow S=5$$

La probabilité de n'avoir aucun client dans la file :

Pour S=5

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{k=0}^{S-1} \frac{A^k}{k!} + \frac{A^S}{S!(1-\rho)}} = \frac{1}{\left(\frac{(4.24)^0}{0!} + \frac{(4.24)^1}{1!} + \frac{(4.24)^2}{2!} + \frac{(4.24)^3}{3!} + \frac{(4.24)^4}{4!} + \right) + \frac{(4.24)^5}{5!(1-0.848)}} = 0.008$$

Le nombre moyen des clients dans la file :

Pour S=5:

$$\bar{n}_l = \frac{1}{S!S} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{S+1} \frac{1}{\left(1-\frac{\lambda}{S\mu}\right)^2} P_0 = \frac{1}{5!5} (4.24)^6 \frac{1}{\left(1-\frac{4.24}{5}\right)^2} * 0.008 = 3.35$$

Le temps moyen d'attente en file :

Pour S=5

$$\bar{t}_l = \frac{1}{\lambda} \frac{1}{S!S} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{S+1} \frac{1}{\left(1-\frac{\lambda}{S\mu}\right)^2} * p_0 = \frac{3.35}{6.88} = 0.48 \text{ min}$$

Le nombre moyen des clients dans le système

Pour S=5:

$$\bar{N} = \frac{\lambda}{\mu} (\mu \bar{n}_l + 1) = 4.24 ((1.62 * 0.48) + 1) = 7.53$$

Le temps d'attente des clients dans le système

Pour S=5


$$\bar{t}_S = \frac{1}{\mu} \left( 1 + \frac{P_0}{S-A} \right) = \frac{1}{1.62} \left( 1 + \frac{0.008}{5-4.24} \right) = 0.623 \text{min}$$

La probabilité d'avoir n clients dans la file

Pour S=5

$$P_n = \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^S}{(S-1)!\left(S-\frac{\lambda}{\mu}\right)} \quad P_0 = \frac{(4.24)^5}{4!(5-4.24)} * 0.008 = 0.601$$



 Les valeurs des nombres des clients et leurs temps moyen d'attente selon les serveurs dans **une journée Normal**  
**(lundi soir....vendredi matin)**

	Nombre des voyageurs	$\rho$	M	$\overline{n}_l$	$\overline{t}_l$	P <sub>0</sub>
8 :00-----9 :00	558	3.5	4 5	1.929 0.237	0.414 0.402	0.143 0.211
9 :00____10 :00	250	2.9	3 4	4,817 0,187	2,36 0,091	0,153 0,410
10 :00__11 :00	509	3.3	4 5	0,130 0,023	0,030 0,005	0,264 0,271
11 :00__12 :00	563	2.4	3 4 5	2,589 0,431 0,105	0,552 0 ,091 0,022	0.056 0,083 0,089
12 :00__13 :00	741	3.6	4 5	7.090 1.005	1.21 0.69	0.011 0.023
13 :00__14 :00	215	2.3	3	0.951	0.9	0.212
14 :00__15 :00	600	3.6	4 5	4.933 0.658	0.321 0.652	0.035 0.065
15 :00____16 :00	312	2.3	3 4 5	0.422 0.155 0.057	10.01 0.23 0.056	0.005 0.005 0.008
16 :00____17 :00	312	2.3	3 4 5	0.422 0.155	4.01 0.23	0.005 0.006
17h____18h	298	1.5	2 3	1.929 0.237	0.414 0.402	0.143 0.211
18h__19h	250	1.9	2	1.929	2,36	0,153
19h__20h	509	3.3	4 5	0,130 0,023	0,030 0,005	0.264 0.271
20h__21h	563	2.4	3 4	2,589 0,431	0,552 0 ,091	0.056 0.083
21h__22h	600	3.6	4	4.933	0.321	0.035
22h____23h	312	2.3	3	0.155	0.23	0.005
23h__00h	209	1.2	2	0.477	0.274	0.290
00h____01h	182	1.7	2	4.426	2.931	0.081
01h__02h	250	2.9	3	1.929	2.36	0.153
02h____03h	205	1.95	2	0.277	0.162	0.356
03h____04h	209	1.1	2	0.477	0.274	0.290
04h__05h	244	0.47	1	0.900	0.443	0.400
05h__06h	600	3.6	4	4.933	0.321	0.035
06h__07h	563	2.4	3	2.589	0.552	0.056
07h____08h	307	3.4	4	0.007	0.002	0.367

Les variables du problème sont :

Variable	Description
X <sub>1</sub>	le nombre des vendeurs qui commencent à 8h
X <sub>2</sub>	le nombre des vendeurs qui commencent à 9h
X <sub>3</sub>	le nombre des vendeurs qui commencent à 10h
X <sub>4</sub>	le nombre des vendeurs qui commencent à 11h
X <sub>5</sub>	le nombre de vendeurs qui commencent à 12h
X <sub>6</sub>	le nombre des vendeurs qui commencent à 13h
X <sub>7</sub>	le nombre des vendeurs qui commencent à 14h
X <sub>8</sub>	le nombre des vendeurs qui commencent à 15h
X <sub>9</sub>	le nombre des vendeurs qui commencent à 16h
X <sub>10</sub>	le nombre des vendeurs qui commencent à 17h
X <sub>11</sub>	le nombre des vendeurs qui commencent à 18h
X <sub>12</sub>	le nombre des vendeurs qui commencent à 19h
X <sub>13</sub>	le nombre des vendeurs qui commencent à 20h
X <sub>14</sub>	le nombre des vendeurs qui commencent à 21h
X <sub>15</sub>	le nombre des vendeurs qui commencent à 22h
X <sub>16</sub>	le nombre des vendeurs qui commencent à 23h
X <sub>17</sub>	le nombre des vendeurs qui commencent à 00h
X <sub>18</sub>	le nombre des vendeurs qui commencent à 01h
X <sub>19</sub>	le nombre des vendeurs qui commencent à 02h
X <sub>20</sub>	le nombre des vendeurs qui commencent à 03h
X <sub>21</sub>	le nombre des vendeurs qui commencent à 04h
X <sub>22</sub>	le nombre des vendeurs qui commencent à 05h
X <sub>23</sub>	le nombre des vendeurs qui commencent à 06h
X <sub>24</sub>	le nombre des vendeurs qui commencent à 07h

Le nombre de serveurs nécessaires pour couvrir les demandes pendant 24h dans une journée normale par le programme mathématique suivant :

$$\text{Min } z = \sum_{i=1}^{24} X_i$$

Sous les contraintes suivantes :

$$X_1 + X_{24} + X_{23} + X_{22} + X_{21} + X_{20} + X_{19} + X_{18} \geq 4$$

$$X_3 + X_2 + X_1 + X_{24} + X_{23} + X_{22} + X_{20} + X_{19} \geq 4$$

$$X_{21} + X_{20} + X_{19} + X_{18} + X_{17} + X_{16} + X_{15} \geq 1$$

$$X_2 + X_1 + X_{24} + X_{23} + X_{22} + X_{21} + X_{20} + X_{19} \geq 3$$

$$X_{10} + X_9 + X_8 + X_7 + X_6 + X_5 + X_4 + X_3 \geq 2$$

$$X_9 + X_8 + X_7 + X_6 + X_5 + X_4 + X_3 + X_2 \geq 3$$

$$X_7 + X_8 + X_6 + X_4 + X_2 + X_5 + X_1 + X_{24} \geq 4$$

$$X_{12} + X_{11} + X_{10} + X_8 + X_9 + X_5 + X_2 + X_1 \geq 4$$

$$X_{18} + X_{16} + X_{10} + X_{15} + X_{17} + X_{14} + X_{13} + X_{12} \geq 3$$

$$X_{15} + X_{14} + X_{13} + X_{12} + X_{11} + X_{10} + X_9 + X_8 \geq 3$$

$$X_{20} + X_{19} + X_{18} + X_{17} + X_{16} + X_{15} + X_{14} + X_{13} \geq 2$$

$$X_{24} + X_{23} + X_{22} + X_{21} + X_{20} + X_{19} + X_{17} + X_{16} \geq 4$$

$$X_5 + X_4 + X_3 + X_2 + X_1 + X_{24} + X_{23} + X_{22} \geq 3$$

$$X_9 + X_8 + X_7 + X_6 + X_5 + X_4 + X_3 + X_2 \geq 4$$

$$X_1 + X_{24} + X_{23} + X_{22} + X_{21} + X_{20} + X_{19} + X_{18} \geq 4$$

$$X_{23} + X_{22} + X_{21} + X_{20} + X_{19} + X_{18} + X_{17} + X_{16} \geq 3$$

$$X_5 + X_4 + X_3 + X_2 + X_1 + X_{24} + X_{23} + X_{22} \geq 3$$

$$X_4 + X_3 + X_2 + X_1 + X_{24} + X_{23} + X_{22} + X_{21} \geq 3$$

$$X_{13} + X_{12} + X_{11} + X_{10} + X_9 + X_8 + X_7 + X_6 \geq 3$$

$$X_{16} + X_{15} + X_{14} + X_{13} + X_{12} + X_{11} + X_{10} + X_9 \geq 2$$

$$X_{18} + X_{17} + X_{16} + X_{15} + X_{14} + X_{13} + X_{12} + X_{11} \geq 3$$

$$X_{11} + X_{10} + X_9 + X_8 + X_7 + X_6 + X_5 + X_4 \geq 2$$

$$X_9 + X_8 + X_7 + X_6 + X_5 + X_4 + X_3 + X_2 \geq 3$$

$$X_{17} + X_{16} + X_{15} + X_{14} + X_{13} + X_{12} + X_{11} + X_{10} \geq 2$$

🇲🇷 Les valeurs des nombres des clients et leurs temps moyen d’attente selon les serveurs dans **une journée Ordinaire**  
(vendredi soir, samedi, dimanche, et lundi matin)

	Nombre des voyageurs	$\rho$	M	$\overline{n}_l$	$\overline{t}_l$	P <sub>0</sub>
8 :00-----9 :00	321	4.3	5 6	0.130 0.023	0.062 0.041	0.264 0.271
9 :00____10 :00	100	5.6	6	0.900	0.443	0.400
10 :00__11 :00	214	5.36	6 7	2.27 0.36	0.38 0.23	0.06 0.08
11 :00__12 :00	251	5.4	6 7	5.268 1.78	0.052 0.210	0.006 0.010
12 :00__13 :00	156	1.01	5 6	0.889 0.174	2.34 0.10	0.111 0.130
13 :00__14 :00	210	4.96	5 6	47.05 0.75	9.12 0.14	0.01 0.11
14 :00__15 :00	410	3.5	4 5 6	0.500 0.033 0.03	0,295 0,019 0,001	0.500 0.600 0.606
15 :00____16 :00	211	3.2	4 5 6	0,675 0,094 0,016	0,241 0,033 0,005	0,250 0,294 0,300
16h____17h	410	3.5	4	0.500	0.295	0.500
17h____18h	650	3.9	4	0.0293	0.054	0.052
18h____19h	509	3.3	4	0.023	0.005	0.271
19h____20h	410	5.5	6	0.03	0.001	0.606
20h____21h	558	3.65	4	0.045	0.009	0.221
21h____22h	650	3.41	4 5	1.234 0.293	0.228 0.054	0.044 0.052
22h__23h	203	2.69	3	0.003	0.001	0.606
23h____00h	551	2.59	3	0.177	0.038	0.236
00h____01h	373	3.44	4	0.003	0.001	0.606
01h____02h	138	1.15	2	0.017	0.014	0.0667
02h____03h	246	2.05	3	0.187	0.011	0.425
03h____04h	203	1.69	2	0.003	0.001	0.606
04h____05h	336	2.8	3	0.094	0.033	0.294
05h____06h	321	3.3	4	0.130	0.062	0.264
06h____07h	411	4.6	5	0.033	0.019	0.6
07h____08h	551	3.4	4	0.032	0.006	0.245

Le nombre de serveurs nécessaires pour couvrir les demandes pendant 24h dans une journée ordinaires par le programme mathématique suivant :

$$\text{Min } z = \sum_{i=1}^{24} X_i$$

Sous les contraintes suivantes :

$$X_1 + X_{24} + X_{23} + X_{22} + X_{21} + X_{20} + X_{19} + X_{18} \geq 5$$

$$X_3 + X_2 + X_1 + X_{24} + X_{23} + X_{22} + X_{20} + X_{19} \geq 6$$

$$X_{21} + X_{20} + X_{19} + X_{18} + X_{17} + X_{16} + X_{15} \geq 3$$

$$X_{22} + X_{21} + X_{20} + X_{19} + X_{18} + X_{17} + X_{15} + X_{16} \geq 4$$

$$X_{10} + X_9 + X_8 + X_7 + X_6 + X_5 + X_4 + X_3 \geq 4$$

$$X_5 + X_4 + X_1 + X_2 + X_3 + X_{22} + X_{24} + X_{23} \geq 5$$

$$X_7 + X_8 + X_6 + X_4 + X_2 + X_5 + X_1 + X_{24} \geq 4$$

$$X_2 + X_1 + X_{23} + X_{22} + X_{20} + X_{21} + X_{24} + X_{19} \geq 6$$

$$X_{18} + X_{16} + X_{10} + X_{15} + X_{17} + X_{14} + X_{13} + X_{12} \geq 2$$

$$X_5 + X_4 + X_3 + X_2 + X_1 + X_{23} + X_{24} + X_2 \geq 5$$

$$X_{20} + X_{19} + X_{18} + X_{17} + X_{16} + X_{15} + X_{14} + X_{13} \geq 2$$

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 \geq 5$$

$$X_{15} + X_{13} + X_{12} + X_{14} + X_{11} + X_8 + X_{10} + X_9 \geq 3$$

$$X_9 + X_8 + X_7 + X_6 + X_5 + X_4 + X_3 + X_2 \geq 4$$

$$X_1 + X_{24} + X_{23} + X_{22} + X_{21} + X_{20} + X_{19} + X_{18} \geq 5$$

$$X_{23} + X_{22} + X_{21} + X_{20} + X_{19} + X_{18} + X_{17} + X_{16} \geq 5$$

$$X_5 + X_4 + X_3 + X_2 + X_1 + X_{24} + X_{23} + X_{22} \geq 5$$

$$X_4 + X_3 + X_2 + X_1 + X_{24} + X_{23} + X_{22} + X_{21} \geq 5$$

$$X_{13} + X_{12} + X_{11} + X_{10} + X_9 + X_8 + X_7 + X_6 \geq 4$$


$$X_{16} + X_{15} + X_{14} + X_{13} + X_{12} + X_{11} + X_{10} + X_9 \geq 4$$

$$X_6 + X_1 + X_5 + X_3 + X_2 + X_4 + X_{23} + X_{24} \geq 5$$

$$X_{11} + X_{10} + X_9 + X_8 + X_7 + X_6 + X_5 + X_4 \geq 4$$

$$X_{19} + X_{17} + X_{18} + X_{16} + X_{14} + X_{11} + X_{10} + X_{12} \geq 3$$

$$X_1 + X_{20} + X_{15} + X_{24} + X_{23} + X_{22} + X_{21} + X_{19} \geq 5$$


 Les valeurs de nombres des clients et leurs temps moyen d'attente selon les serveurs dans **une journée spécifique** (fêtes et les vacances)

	Nombre des voyageurs	$\rho$	M	$\overline{n_l}$	$\overline{t_l}$	P <sub>0</sub>
8 :00-----9 :00	256	5.6	6 7	0.453 0.156	0.036 0.027	0.009 0.01
9 :00____10 :00	235	4.7	5 6 7	0.109 0.034 0.010	0.045 0.036 0.029	0.024 0.024 0.025
10 :00__11 :00	111	5.3	6 7	0.052 0.015	0.055 0.042	0.037 0.037
11 :00__12 :00	245	4.7	5 6	0.525 0.181	0.048 0.04	0.008 0.008
12 :00__13 :00	270	4.3	5 6 7	0.483 0.178 0.066	0.026 0.024 0.019	0.004 0.004 0.004
13 :00__14 :00	110	2.6	3	0.011	0.023	0.074
14 :00__15 :00	142	3.9	4	0.016	0.026	0.020
15 :00____16 :00	113	2.5	3	0.009	0.023	0.082
16h____17h	765	5.37	6	0.066	0.010	0.109
17h__18h	1011	7.42	8	0.919	0.108	0.012
18h__19h	1094	8.11	9	0.133	0.014	0.11
19h__20h	776	5.63	6	0.161	0.028	0.072
20h__21h	915	6.79	7	0.293	0.043	0.052
21h__22h	345	4.7	5	0.525	0.048	0.008
22h__23h	1094	7.11	8	0.133	0.014	0.11
23h__00h	1106	8.56	9	0.384	0.041	0.15
00h____01h	209	2.71	3	0.011	0.006	0.367
01h__02h	182	2.51	3	0.409	0.270	0.166
02h__03h	311	3.22	4	0.023	0.018	0.271
03h__04h	307	4.08	5	0.007	0.002	0.367
04h__05h	675	5.63	6	0.162	0.027	0.073
05h____06h	1015	8.56	9	0.289	0.034	0.130
06h__07h	815	6.79	7	0.293	0.043	0.052
07h__08h	985	8.4	7	0.289	0.034	0.130



Le nombre de serveurs nécessaires pour couvrir les demandes pendant 24h dans une journée spécifique par le programme mathématique suivant :

$$\text{Min } z = \sum_{i=1}^{24} X_i$$

Sous les contraintes suivantes :

$$\begin{aligned} X_{11} + X_{10} + X_9 + X_8 + X_7 + X_6 + X_5 + X_4 &\geq 9 \\ X_8 + X_9 + X_7 + X_6 + X_5 + X_4 + X_3 + X_2 &\geq 3 \\ X_2 + X_1 + X_{24} + X_{23} + X_{22} + X_{21} + X_{20} + X_{19} &\geq 5 \\ X_{21} + X_{20} + X_{19} + X_{18} + X_{16} + X_{17} + X_{13} + X_{14} &\geq 6 \\ X_{13} + X_{11} + X_{12} + X_{10} + X_9 + X_7 + X_6 + X_8 &\geq 7 \\ X_{12} + X_{11} + X_{10} + X_9 + X_8 + X_7 + X_6 + X_5 &\geq 6 \\ X_{17} + X_{15} + X_{16} + X_{12} + X_{13} + X_{11} + X_{14} + X_{10} &\geq 3 \\ X_{12} + X_{11} + X_{10} + X_8 + X_9 + X_5 + X_2 + X_1 &\geq 6 \\ X_{19} + X_{17} + X_{18} + X_{15} + X_{10} + X_{14} + X_{16} + X_{11} &\geq 2 \\ X_5 + X_4 + X_3 + X_2 + X_1 + X_{24} + X_{23} + X_{22} &\geq 5 \\ X_{20} + X_{19} + X_{18} + X_{17} + X_{16} + X_{15} + X_{14} + X_{13} &\geq 5 \\ X_{22} + X_{21} + X_{19} + X_{16} + X_{20} + X_{18} + X_{17} + X_{16} &\geq 9 \\ X_5 + X_4 + X_3 + X_2 + X_1 + X_{24} + X_{23} + X_{22} &\geq 5 \\ X_{19} + X_{18} + X_{17} + X_{16} + X_{15} + X_{14} + X_{13} + X_{12} &\geq 2 \\ X_1 + X_{24} + X_{23} + X_{22} + X_{21} + X_{20} + X_{19} + X_{18} &\geq 6 \\ X_{23} + X_{22} + X_{21} + X_{20} + X_{19} + X_{18} + X_{17} + X_{16} &\geq 7 \\ X_5 + X_4 + X_3 + X_2 + X_1 + X_{24} + X_{23} + X_{22} &\geq 5 \\ X_{14} + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_9 + X_8 + X_7 &\geq 5 \\ X_{13} + X_{12} + X_{11} + X_{10} + X_9 + X_8 + X_7 + X_6 &\geq 7 \\ X_{17} + X_{15} + X_{14} + X_{16} + X_{13} + X_{11} + X_{10} + X_{10} &\geq 3 \\ X_{18} + X_{17} + X_{16} + X_{15} + X_{14} + X_{13} + X_{12} + X_{11} &\geq 3 \\ X_1 + X_{24} + X_{23} + X_{22} + X_{21} + X_{20} + X_{19} + X_{18} &\geq 6 \\ X_9 + X_8 + X_7 + X_6 + X_5 + X_4 + X_3 + X_2 &\geq 5 \\ X_{20} + X_8 + X_7 + X_6 + X_5 + X_4 + X_3 + X_2 &\geq 5 \end{aligned}$$

## Suggestions

En résumé, l'imagination et la créativité sont importantes pour qui conque veut concevoir un système et gestion d'attente l'attente de façon optimale. On ne devrait pas tenir compte uniquement que des approches mathématiques.

Quelques recommandations pour gérer les files d'attente.

- **Déterminer un temps d'attente tolérable pour les clients** Combien de temps vos clients peuvent-ils attendre ? Fixer vos objectifs en fonction de ce qui est acceptable.
- **Essayer de divertir les clients pendant l'attente** Musique, café, magazines, télévision sont autant de sources de distraction qui font patienter les clients.
- **Informar les clients de la durée de l'attente** Ce point est particulièrement important lorsque l'attente risque d'être longue. Expliquez aux clients pourquoi l'attente est anormalement longue, et que vous êtes en train de faire pour y remédier.
- **Éloigner les employés visibles qui ne sont pas concernés par le service** Il n'y a rien de plus frustrant pour une personne qui attend en file que de voir un employé occupé à faire autre chose que de venir servir les clients qui attendent.
- **Segmenter la clientèle.** Si un groupe de clients peut être servi rapidement, créez une file d'attente spéciale pour ne pas les faire attendre plus que nécessaire.
- **Former et sensibiliser le personnel à la gentillesse** En plus du sourire quotidien et de l'accueil chaleureux, et même personnalisé, le personnel doit être capable d'affronter les situations difficiles et de réagir de manière à détendre l'atmosphère lorsque les clients s'impatientent.
- **Encourager les clients à venir durant les périodes mortes** Informer les clients sur les périodes moins achalandées
- **Avoir une vision à long terme concernant la gestion de l'attente** Mettre en place un processus d'amélioration continue concernant la réduction de l'attente. Réfléchir sur les moyens d'accélérer le processus de traitement des clients. Automatiser lorsque cela est possible sans pour autant éliminer le contact personnalisé. On a toujours besoin d'un peu d'attention

## CONCLUSION

L'ONCF est un établissement commercial qui, à travers l'organisation de la gestion de la clientèle, a donné la preuve de sa raison d'être.

IL ferait mieux si toutes les dispositions étaient prises pour éviter les quelques rates constatés.

L'occasion nous est donnée pour présenter une modélisation qui constitue une gestion des nombre de guichets pour l'apparition des vendeurs selon un emploi du temps proposés afin d'éviter la file d'attente qui nous prodigue à l'endroit non seulement pour L'ONCF mais aussi des clients

Mon objectif de cette étude est de concrétiser ce modèle dans le but de couvrir les besoins des clients au niveau de chaque tranche horaire pendant toutes les périodes qui sera bien sûr bénéfique à l'établissement de l'office au niveau de la finance et de la gestion.

### **Références Bibliographiques**

- [1]           **Mr Ahmed EL HILALI ALAOUI «PROGRAMMATION MATHEMATIQUE DE LA MODELISATION A LA RESOLUTION».**

### **Références Webographie**

- [2]           **<http://gestion.coursgratuits.net/technique-de-gestion/théories-des-files-d'attentes.php>**
- [3]           **<http://www.universalis.fr/encyclopedie/stochastiques-processus-aleqtoires/1-défini-tion-generales>**

Table de matière

Dédicaces.....2

Remerciements.....3

Introduction générale.....4

I- Présentation de l’Office national des chemins de fer.....5

1-Présentation de L’Office National des Chemins de Fer.....6

1-1 Historique de l’ONCF.....6

1-2 fiche signalétique de L’ONCF.....7

1-3 Quelques dates clés.....8

1-4 Organigramme de L’ONCF.....10

2 –Missions et activités de L’ONCF.....11

3- Objectifs de L’ONCF.....12

II- Présentation de pole voyageurs-Nord .....13

1-Description du pole Gare voyageurs Nord.....13

1-1 organigramme de pole voyageurs-Nord.....14

1-2 Missions du pole voyageurs-Nord.....14

2- Description de l’établissement pole Gare voyageurs Nord.....15

2-1 Organigramme de l’établissement pole voyageurs-Nord.....15

2-2 Missions de l’établissement Gare Voyageurs Nord.....14

2-3 Service vente voyageurs.....19

III- Les processus Mathématique .....20

1-Processus stochastique .....20

1-1-Introduction.....20

1-2-Définition.....20

1-3-Processus de naissance.....20

1-4-Processus de mort .....20

2-Processus Marko.....21

2-1 Introduction .....21

2-2 processus arrivés.....21

2-2-1 processus de renouvellement.....21

2-2-2 processus de poisson.....22

2-3 processus de service.....23

2-3-1 processus exponentielle.....23

2-3-2 processus d’Erlang.....23

2-4 Loi de Little.....24

2-4-1 Définition.....24

2-4-2 Formule de Little.....25

3-Problème d’affectation.....25

IV- File d’attente.....27

1- Définition.....27

2- L’outil de file d’attente .....28

3-caractéristique de file d’attente.....29

4- classifications de file d’attente.....29.

5- Notation de Kendall .....30.

6- Les mesures de performances.....31

7 -Les modèles de files d’attente .....32

8- M/M/1.....33

9-M/M/s.....35.

V- La résolution de la problématique.....37

3- La Position problématique.....37

4- La résolution du problème .....38

Suggestions.....52

Conclusion.....53

