Table des matières

Résumés

Liste des symboles et notations

Listes des figures et des tableaux

Introduction générale 1

Partie I. Etudes bibliographiques

Chapitre 1 : Pieux isolés sous charges axiales

1.1 Introduction 5

1.2 Les pieux 8

1.2.1 *Un peu d'histoire* 9

1.2.2 *Types des pieux* 12

1.2.3 *Modes d'essais et dispositif expérimental* 21

1.3 Comportement des pieux sous charges axiales 25

1.3.1 *Mécanisme de frottement latéral*..... 28

1.3.2 *Méthodes de calcul analytique* 29

1.4 Modélisation des pieux sous charges axiales 30

1.4.1 *Méthode des fonctions de transfert des charges t-z pour pieux isolés* 31

1.4.2 *Modélisation numérique* 32

1.5 Conclusion 34

Chapitre 2 : Modélisation de l'interface sol-structure

2.1 Position du problème 36

2.2 Modélisation des problèmes d'interaction sols-structure 38

2.2.1 *Comportement du matériau de la structure* 38

2.2.2 *Comportement de l'interface sol-structure* 38

2.3 Prise en compte du problème de contact unilatéral 53

2.4 Conclusion 54

Partie II : Les modèles d'interfaces et bipotentiel

Chapitre 3 : La loi RCCM

3.1 Adhérence et adhésion 56

3.2 Formulation de l'adhésion 57

3.3 Le modèle d'adhésion de Frémond 59

3.3.*1 La notion de surface matérielle* 60

3.3.2 *La notion d'intensité d'adhérence* 61

3.3.3 *Variables d'état* 62

3.4 Formulation thermodynamique 62

3.5 Prise en compte de l'adhésion dan l'approche Cangémi-Raous 63

3.6 La loi RCCM 64

3.6.1 *Hypothèses* 65

3.6.2 *Energie libre et lois d'état* 66

3.6.3. *Dissipation, lois complémentaires* 69

3.7 Synthèse des équations de modèle 72

3.8 Conclusion 75

Chapitre 4 : La méthode des matériaux standards implicite

4.1 Introduction 77

4.2 Matériaux standards implicite et notion de bipotentiel 78

4.2.1.*Potentiel, surpotentiel et bipotentiel* 78

4.2.2 *Concept bipotentiel*..... 80

4.3 Le bipotentiel en mécanique des sols 81

4.3.1 *Loi d'écoulement*..... 83

4.3.2 *Bipotentiel élastoplastique*..... 85

4.4 Bipotentiel de contact et de frottement 85

4.4.1 *Lois de contact et de frot*tement 85

4.4.2 *Loi de contact complète : loi non-associée* 87

4.4.3 *Modèle bipotentiel couplant contact et frottement* 88

4.5 Modèle bipotentiel couplant contact, frottement et adhérence 89

4.5.1 *Forme équivalente de loi de contact* 91

4.5.2 *Construction de bipotentiel couplant contact, frottement, adhérence* 93
4.6 Conclusion 99

Partie III. Modélisation numérique

Chapitre 5 Algorithmique et implémentation du modèle bipotentiel dans le code SYMEF

5.1 Introduction 100
5.2 Algorithme de calcul 101
5.2.*1 Problème de minimisation et proximal* 101
5.2.2 *Méthode de lagrangien augmenté et inéquations variationnelles* 102
5.2.3 *Méthode de lagrangien augmenté et le bipotentiel de contact* 103
5.2.4 : *Algorithme local* 104
5.3 Traitement numérique de l'adhérence 107
5.4 Algorithme global 108
5.5 Description de code de calcul SYMEF 112
5.5.1 *Organisation du système de modélisation du contact* 113
5.5.2 *Définition des points candidats au contact* 114
5.5.3 *Définition des obstacles* 114
5.5.4 *Définition des propriétés de contact* 115
5.5.5 *Définition de la zone de contact* 116
5.5.6 *Reconnaissance des obstacles* 117
5.6 Tests de validation de l'algorithme développé 119
5.7 Conclusion 126

Chapitre 6 Modélisation de l'interface pieu sol

6.1 Description de l'essai d'arrachement 128
6.2 Modélisation numérique 130
6.3 Identification des paramètres de modèle bipotentiel..... 135
6.4 Influence des paramètres du modèle d'interface 139
6.5 Conclusion 142

Conclusions générales 144

Annexe A : Quelques résultants de l'analyse convexe …….. 146
Annexe B : Logiciel SYMEF …….…. 148
Références bibliographiques 149

Notations et abréviations

D ; ϕ_p	: Diamètre du pieu
L ; L_p	: Longueur du pieu
W	: Poids du pieu
Q_c	: Charge de compression appliquée a la tète du pieu
Q_t	: Charge de traction appliquée a la tète du pieu
Q_p	: Effort de pointe
q_p	: Résistance au pointe du pieu
Q_f	: Effort de frottement latéral
A_p	: Section de la pointe
p	: Périmètre du pieu
Q_l , Q_u	: Charge limite; charge ultime
f_p ; f_n	: Frottement positif, Frottement négatif
u	: Déplacement relatif
u_n	: Déplacement relatif normal
u_t	: Déplacement relatif tangentiel
Δu	: Saut de déplacement
k_n ; k_t	: Rigidité normale; Rigidité tangentielle
c	: Cohésion du sol
c_a	: Cohésion à l'interface
A, B	: Corps élastiques en contact
Ω_1, Ω_2	: Domaine des solides en contact
r_n, r_t	: Réactions de contact normales et tangentielles dans le repère local
R_n, R_t	: Réactions de contact normales et tangentielles dans le repère global
Ψ	: Energy libre
Φ	: Potentiel de dissipation
I_s	: Fonction indicatrice de l'espace S
Γ_c	: Surface de contact
C_n	: Rigidité initiale normale d'interface
C_t	: Rigidité initiale tangentielle d'interface
β	: Intensité d'adhesion
w	: Energie de décohesion
α	: Paramètre de viscosité
u_c	: Déplacement critique
σ_c	: Contrainte critique
σ_n	: Contrainte normale
τ	: Contraine de cisaillement
ε	: Déformations
ρ	: Densité
G_β	Force de décohésion

$\dot{e}$	: Déviateur des vitesses de déformations
$\dot{e}_m$	: La trace du déviateur des vitesses de déformations
$\dot{\varepsilon}^P$	: Vitesse des déformations plastiques
φ	: Angle de frottement interne
P	: Point candidat au contact
P'	: Projection du point candidat au contact
$\vec{n}$	: Vecteur normal unitaire
$\vec{t}_1, \vec{t}_2$	: Vecteurs tangentiels
x_n	: Ecart entre deux corps en contact
$\dot{u}$	: Vitesse relative
$\dot{u}_n$	: Vitesse relative normale
$\dot{\boldsymbol{u}}_t$	: Vitesse de glissement
μ	: Coefficient de frottement
υ	: Coefficient de Poisson
γ	: Poids propre
μ	: Coefficient de frottement
E	: Module de Young
K_0	: Coefficient de la terre au repos
σ_{zz}^0	: Contrainte verticale effective initiale in situ
σ_r^0	: Contrainte radiale initiale
σ_θ^0	: Contrainte orthoradial initiale
δ	: Angle de frottement à l'interface pieu-sol

Abréviations

RCC	: Modèle Raous-Cangémi-Cocou
RCCM	: Modèle Raous-Cangémi-Cocou-Monerie
MSI	: Matériaux standars implicite

Liste des figures

Figure 1.1 : Différents types de fondation 6
Figure 1.2 : Définition des caractéristiques géométriques d'une fondation profonde 7
Figure 1.3 : Exemples de système de fondations profondes 8
Figure 1.4 : Schéma descriptif d'un pieu 9
Figure 1.5 : Exemple de cité sur pilotis en Guinée et de pont contemporain sur pieux 10
Figure 1.6 : Cité lacustre et derrick en bambou en Chine siècle 10
Figure 1.7 : Reconstitution des fondations sur pieux du pont sur le Rhin 11
Figure 1.8 : Sonnette à vapeur et essai de chargement 12
Figure 1.9 : Pieux en bois 13
Figure 1.10: Pieux en béton préfabriqués et leur section 14
Figure 1.11: Pieux métalliques 15
Figure 1.12: Fonctionnement des pieux 16
Figure 1.13: Modes de mise en place des pieux 17
Figure 1.14: Mise en place d'un pieu préfabriqué par battage 18
Figure 1.15: Mise en place d'un pieu battu moulé 19
Figure 1.16: Pieu vissé 19
Figure 1.17: Pieux forés 20
Figure 1.18: Mise en place d'un pieu foré (Pieu foré à la boue) 21
Figure 1.19: Mise en place d'un pieu foré (Pieu tarière creuse) 21
Figure 1.20: Essais de chargement statique (compression, arrachement) 23
Figure 1.21: Essai d'intégrité sonique 24
Figure 1.22: Répartition des efforts le long d'un pieu 25
Figure 1.23: Courbes de mobilisation des charges en pointe, de frottement latéral et de la charge totale 27
Figure 1.24: Courbe effort- déplacement de la tète 28
Figure 1.25: Mécanisme de frottement latérale positif (fp) et négatif (fn) 29
Figure 1.26: Comportement d'un pieu battu ou enfoncé 30

Figure 2.1 : Schéma d'interaction sol-structure 36
Figure 2.2 : Déformation des structure en interaction avec le sol 37
Figure 2.3 : Conditions aux limites dans la direction normale de l'interface 40
Figure 2.4 : Principe de l'essai de cisaillement direct modifié 41
Figure 2.5 : Principe de l'essai de cisaillement simple 42
Figure 2.6 : Principe des essais de cisaillement par torsion 43
Figure 2.7 : Principe de l'essai de cisaillement axisymétrique 43
Figure 2.8 : Interface, définition géométrique 44
Figure 2.9 : Différents mode de déformation de l'interface 47
Figure 2.10 : Elément d'interface 48
Figure 2.11 : Elément sans épaisseur 49
Figure 2.12 : Elément couche mince 51
Figure 3.1 : Contact unilatéral avec frottement 56
Figure 3.2 : Contact unilatéral avec frottement et adhésion 56
Figure 3.3 : Variable interne β de mesure de l'adhésion 59
Figure 3.4 : Deux corps en contact adhésif 66
Figure 3.5a : Comportement dans la direction normale 73
Figure 3.5b : Comportement dans la direction tangentielle 74
Figure 4.1 : Résistance du sol au cisaillement 82
Figure 4.2 : Ecoulement du système 82
Figure 4.3 : Loi d'écoulement non associée de Druker-Prager 84
Figure 4.4 : Repère locale du contact 85
Figure 4.5 : Loi de contact unilatéral avec frottement sec- Loi non associé 87
Figure 4.6 : Cône de Coulomb avec prise en compte de l'adhérence 91
Figure 5.1 : Etape de correction et status de contact 105
Figure 5.2 : Zones de contact 113
Figure 5.3 : Zone d'alerte d'un obstacle 116
Figure 5.4 : Elément de contact actif et inactif 116
Figure 5.5 : Algorithme de reconnaissance d'obstacles 118
Figure 5.6 : Exemple de délaminage d'une couche d'aluminium: Géométrie et maillage 120
Figure 5.7 : Déformées de la couche d'aluminium 121
Figure 5.8 : Evolution de β le long de l'interface 121

Rapport-Gratuit.com

Figure 5.9 : Evolution de u_n le long de l'interface 121
Figure 5.10: Evolution de u_t le long de l'interface 121
Figure 5.11: Evolution de β pour les points 1 et 2 122
Figure 5.12: Evolution de β au point B 122
Figure 5.13: Evolution de la réaction adhésive normale au point B 122
Figure 5.14: Géométrie du problème et maillage utilisé 123
Figure 5.15: Déformée pour différents pas 124
Figure 5.16: Evolution de décollement sur l'interface 124
Figure 5.17: Evolution de glissement sur l'interface 124
Figure 5.18 : Evolution de β sur l'interface 125
Figure 5.19 : Evolution des réactions adhésives 125
Figure 5.20 : Evolution des réactions de contact 125
Figure 5.21 : Evolution des réactions totales 125
Figure 6.1 : Pieu battu dans un sol marin 129
Figure 6.2 : Pieu soumis a un essai de traction et de compression 129
Figure 6.3 : Géométrie et conditions aux limites 130
Figure 6.4 : Maillage de système pieu-sol 131
Figure 6.5 : Résultats avec modèle Coulomb classique 134
Figure 6.6 : Identification des paramètres du modèle bipotentiel 135
Figure 6.7 : Simulation de l'essai de Plancoët 137
Figure 6.8 : Simulation de l'essai de Cran 138
Figure 6.9 : Influence de la rigidité initiale C_n et C_t 140
Figure 6.10 : Influence de l'énergie de décohésion 141
Figure 6.11 : Influence de coefficient de frottement 142

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

Liste des tableaux

Tableau 5.1 : Comparaison entre modèle bipotentiel et modèle RCCM en temps de calcul..... 123
Tableau 5.2 : Comparaison entre modèle bipotentiel et modèle RCCM en temps de calcul..... 126
Tableau 6.1 : Caractéristiques géométriques des pieu..... 128
Tableau 6.2 : Caractéristiques mécaniques et physiques utilisé dans la simulation..... 132
Tableau 6.3 : Paramètres du modèle bipotentiel..... 137

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

Introduction générale

La connaissance du fonctionnement des ouvrages géotechniques et le développement de nouvelles méthodes de dimensionnement passent à la fois par l'expérimentation in situ, les essais au laboratoire et la modélisation numérique.

Les ouvrages de génie civil sont souvent réalisés sur des sols de différentes qualités. Lorsque la qualité de ces sols est médiocre, les ingénieurs optent pour des fondations profondes permettant d'accéder aux couches de sols offrant une meilleure portance.

Les fondations sur pieux constituent une solution souvent préconisée en construction. Ils permettent de transmettre des charges verticales importantes en mobilisant la résistance des couches profondes. Dans le cas de pieux chargés axialement, les charges sont reprises sous forme de résistance par frottement latéral mobilisé le long de la surface latérale et de résistance à la pointe.

Le comportement des fondations profondes, comme c'est le cas d'autres ouvrages de Génie Civil tels que les murs de soutènement, les renforcements, les tunnels est un problème d'interaction sol-structure. Or ce type de problème est assez complexe et il n'est pas très documenté.

A présent, il est communément admis que, dans le cadre de l'étude de l'interaction sol-structure, la transmission des efforts, de la structure vers le sol, se fait à travers une fine couche de sol en contact avec la structure appelée "interface".

L'interface est le siège de phénomènes mécaniques complexes : elle est le siège de localisations de déformations et de concentrations de contraintes significatives. Ces phénomènes sont fortement influencés par les caractéristiques mécaniques du sol granulaire et de l'élément structural, généralement très contrastés. La rupture est souvent observée le long de cette interface. Il en résulte que, dans l'analyse correcte d'un ouvrage géotechnique, il est important de prendre en compte le comportement particulier de cette interface. C'est particulièrement vrai pour les fondations profondes où la description du comportement en termes de frottement mobilisé, doit nécessairement passer par la modélisation de cette zone intermédiaire fortement contrastée. D'autre part, les phénomènes mis en jeux aux interfaces ont souvent des aspects d'interactions non linéaires à cause de l'apparition de déformations irréversibles, de grandes déformations, modification de la géométrie de contact, …etc.

C'est dire alors, la complexité du problème et la nécessité au recours à de modèles mathématiques sophistiqués même sous des hypothèses simplificatrices. Aussi, la solution analytique n'est offerte que pour des problèmes trop simplifiés pour devenir pratiquement linéaires. C'est ce qui montre aussi, les grandes possibilités de la modélisation numérique dans ce domaine qui permet de traiter le problème d'interaction en conservant l'ensemble de ses aspects : le comportement du sol, le comportement du pieu et aussi le comportement de l'interface sol-pieu, où la prise en compte des non linéarités de comportement, de déformation et de contact interagissent à la fois.

Dans ce contexte, il existe de multitudes de recherches réalisées par la modélisation numérique sur des pieux isolés ou sur des groupes de pieux. Ces études avaient pour objectifs d'analyser et de reproduire les mécanismes observés lors des essais de compression ou d'arrachement de pieu : redistribution des contraintes autour des interfaces, mouvements du sol dus au glissement relatif et mobilisation du frottement latéral. Ce travail s'intègre dans cette démarche et la comparaison des résultats avec les expérimentations sur site, en vraie grandeur, montrent que cette approche numérique simule de manière satisfaisante le fonctionnement des fondations profondes.

Le problème d'interaction sol-structure est dans sa réalité un problème d'interaction multiphysique. Dans le présent travail, on s'intéresse à son aspect mécanique en termes de contact-frottement. En effet, dans les fondations profondes, la caractérisation du contact et du frottement entre le sol et l'élément structural, le fût, joue un rôle majeur dans la définition des conditions de stabilité de l'ouvrage.

Le phénomène de contact et de frottement est un problème intrinsèquement non – linéaire, associé à l'évolution des conditions aux limites et des propriétés des interfaces. Dans les modèles mathématiques, le contact et le frottement sont représentés par des inéquations non – linéaires, qui font intervenir les déplacements relatifs (ou vitesse relatives) et les réactions de contact. En effet, la surface et les réactions de contact sont a priori inconnues et elles changent progressivement lors de l'application de chargement externe. L'approche classique pour la résolution des problèmes de contact avec frottement est basée sur deux principes de minimum et sur deux inégalités variationnelles. La première concerne le contact unilatéral, l'autre est associée au frottement.

Dans ce travail, on propose de modéliser le comportement des interfaces dans l'interaction pieu-sol, comme étant un problème de contact-frottement, et cela en utilisant comme première approche le modèle adhésif RCCM développé par Raous, Cangémi, Cocou et Monerie. Cette loi permet de coupler les conditions de contact unilatéral, le frottement et l'adhérence et de décrire le passage continu d'un état adhésif à un état de frottement de Coulomb avec des décollements éventuels le long de l'interface.

La loi RCCM, comme pour le frottement ou la plasticité des sols, est multivoque et à la différence des lois dissipatives classiques, elle ne vérifie pas la règle de normalité. Autrement dit, ces lois sont dites non-associées où la normalité généralisée ne permet plus une description satisfaisante du comportement. Dans le modèle mathématique standard, l'absence de la règle de normalité met le formalisme devant un problème d'existence de la solution à cause de l'absence du principe de minimum, ce qui bloque théoriquement la recherche de solution. Pour surmonter cette difficulté, on propose d'utiliser une nouvelle formulation dite la méthode du bipotentiel.
Elle est basée sur la notion du matériau standard implicite (MSI) qui permet l'extension de la loi de normalité aux comportements dissipatifs avec des lois d'écoulement non associées.

La loi de normalité est alors recouverte mais sous forme implicite d'où le nom de la méthode. Elle a été développée par le professeur Gery De Saxcé, initialement pour la modélisation du contact-frottement. Elle a été appliquée par la suite à la modélisation de la plasticité des sols, l'écrouissage des métaux et les milieux granulaires. La contribution du présent travail est d'étendre la méthode à la modélisation du contact-frottement-adhérence par la loi adhésive RCCM.

La nouvelle méthode conduit à la résolution d'un seul problème de minimum où elle n'utilise qu'un seul principe variationnel et une seule inégalité. Alors l'adhérence, le frottement, et le contact unilatéral seront couplés, et le problème devra être traité dans un système réduit.

Le problème aux limites est constitué de plusieurs niveaux selon la complexité du problème traité. Un niveau global, qui est gouverné par les lois d'équilibre structural. Les inconnues à ce niveau sont les contraintes et les déplacements. Un deuxième niveau, d'ordre local, est gouverné par les lois de contact-frottement-adhérence où les inconnues sont les déplacements relatifs et les réactions de contact dans le repère local. Pour les lois constitutives non linéaires, un deuxième problème local se pose et concerne l'intégration de la loi de comportement, dont les inconnues sont les contraintes et les déformations irréversibles. Le modèle mathématique ainsi mis en place est ensuite transformé en un modèle numérique par la méthode des éléments finis qui est le support de notre recherche.

Les travaux présentés dans cette thèse à caractère mathématique et numérique ont pour but de caractériser le comportement mécanique de l'interface entre deux corps déformables, et de modéliser le comportement de pieux isolés sous chargement statique.

L'objectif de cette recherche est, d'une part, valider le modèle bipotentiel couplant contact, frottement et adhérence, en modélisant quelques exemples benchmarks et d'autre part, de le généraliser à la modélisation de comportement de pieux modèles et en vraie grandeur. Une méthodologie générale pour l'analyse de pieux sous chargement axial a ainsi été développée en tenant compte des contraintes initiales et en considérant le modèle d'interface approprié.

Par souci de clarté, le manuscrit est organisé autour de six chapitres regroupés en trois parties. La première partie est constituée de deux chapitres. Le premier propose une synthèse d'études bibliographiques sur les fondations profondes, la classification des pieux, leurs différents types avec leurs modes d'installation. Il présente aussi les notions de base sur le comportement des pieux isolés sous charges axiales. Le deuxième chapitre trace les bases de la caractérisation mécanique de l'interface sol-structure du point de vue des modèles de comportement rhéologiques et des traitements numériques par la méthode des éléments finis.

La deuxième partie est composée de deux chapitres qui sont consacrés aux différents modèles de base qui serviront à la suite de l'étude. Le troisième chapitre est dédié à la présentation de la loi adhésive RCCM développée par Michel Raous et son groupe de recherche. Le principe de la méthode MSI et la formulation bipotentiel du problème de contact et de frottement sont présentés dans le quatrième chapitre où une nouvelle formulation couplant contact, frottement et adhérence sera exposée. Cette dernière partie constitue une contribution fondamentale de cette thèse.

La dernière partie concerne les outils numériques et rassemble deux chapitres. Le cinquième chapitre est consacré à la présentation de l'algorithme général de traitement du problème aux limites et les bases générales de la mise en œuvre numérique du nouveau modèle adhésif d'interface ainsi que les exemples de validation.

Le dernier chapitre est consacré à la modélisation de l'interface pieu-sol à travers des exemples d'application et une comparaison entre les résultats numériques ou expérimentaux. La méthodologie générale de modélisation des pieux est présentée où des exemples de pieux sous chargement axiale d'arrachement ont été présentés. A la fin de ce mémoire, on présente une conclusion générale et des perspectives permettant d'enrichir ce travail et de prospecter ses horizons.

Partie I:

Etudes bibliographiques

Chapitre 1

Pieux isolés sous charges axiales

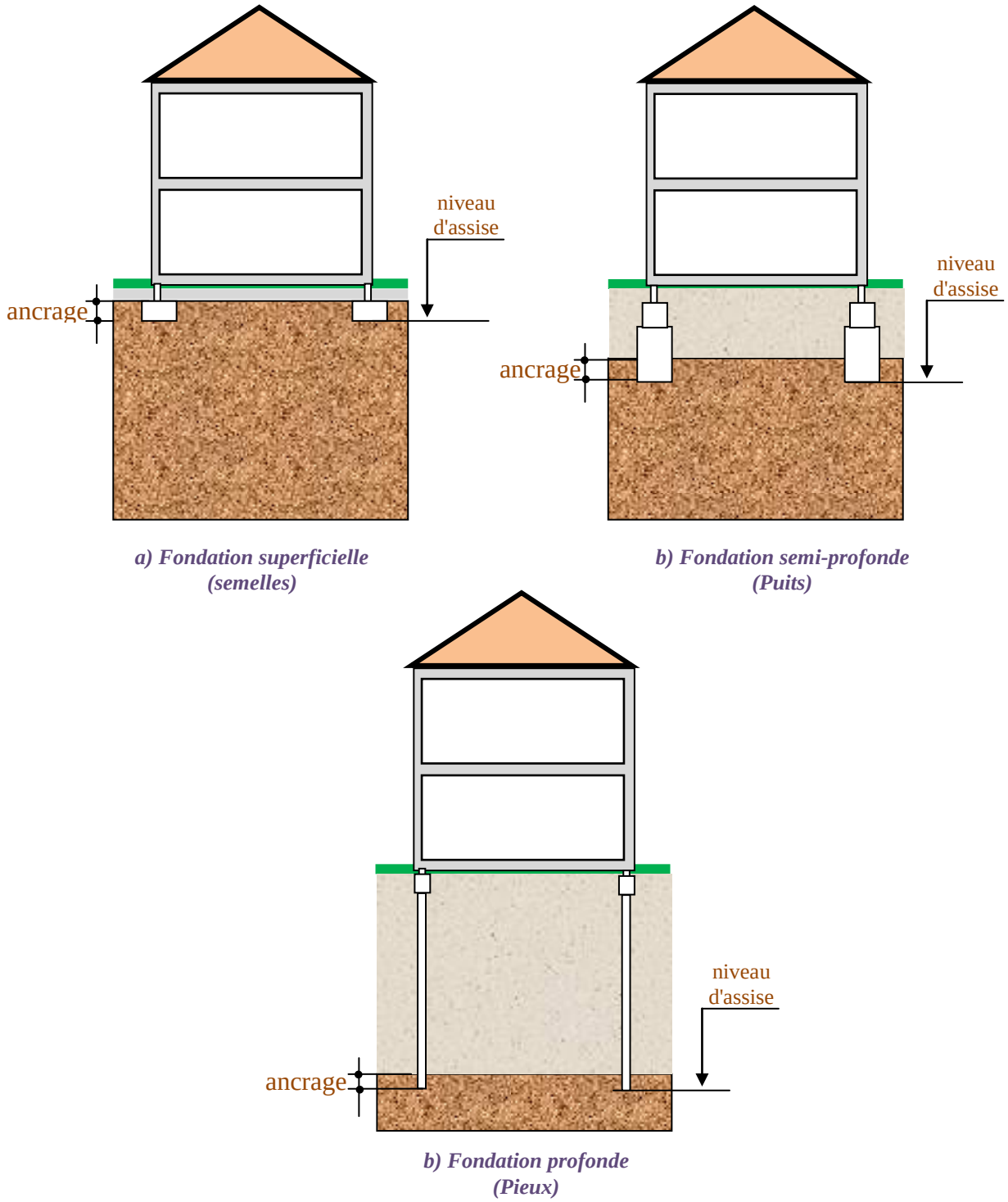
1.1 Introduction:

La détermination des dimensions des ouvrages de génie civil a pour objet la conservation d'un état d'équilibre stable de l'ensemble ouvrages-fondation (sol d'assise). Une fondation est la partie d'un ouvrage qui est encastrée dans le sol et sur laquelle repose une construction, le sol servant d'appui [1]. Autrement, elle sert à transmettre au terrain les efforts développés par les charges propres de l'ouvrage et les surcharges qu'il est appelé à supporter.

Comme tout solide, les constructions obéissent aux lois générales de l'équilibre. L'ensemble construction - sol d'assise (fondation) doit permettre d'écrire que la somme des forces suivant les deux axes principaux est égale à 0, ainsi que la somme des moments [2].

La fondation doit, dans ce cadre, assurer l'équilibre entre la pression engendrée par la sollicitation (descente de charge de la construction) et la résistance du sol (contrainte admissible). La fondation doit transmettre les charges qu'elle reçoit de la structure au sol d'assise choisi. Les charges qui arrivent depuis la structure sont redirigées vers le sol de manière linéaire ou de manière ponctuelle suivant la configuration [2-4].

En raison de nombreuses contraintes d'origine naturelle ou artificielle, les constructions sont réalisées sur des sols de plus en plus médiocres et contigus à des ouvrages existants. Afin d'y pallier, de nouvelles techniques de renforcement et d'amélioration des sols se sont développées ces dernières années, et on distingue deux grands modes de transmission des charges des constructions aux couches de sol sous-jacentes : par *fondation superficielle* et par *fondation profonde* [2-7]. Entre les deux extrêmes, fondations superficielles (a) et fondations profondes (b), on trouve les fondations semi-profondes (c) (figure 1.1).



a) Fondation superficielle (semelles)

b) Fondation semi-profonde (Puits)

b) Fondation profonde (Pieux)

Figure 1.1 *: Différents types de Fondations* [8]

Les fondations profondes sont utilisées, lorsque le sol en surface n'a pas les propriétés mécaniques suffisantes pour supporter les charges par l'intermédiaire de fondations superficielles (*semelles* ou *radiers*…) ; soit que sa résistance soit trop faible, soit que les tassements prévus soient préjudiciables à la construction [2-7].

Dans ces conditions, il faut rechercher le terrain résistant à une certaine profondeur. Les fondations profondes permettent donc de reporter les charges dues à l'ouvrage qu'elles supportent sur des couches situées depuis la surface jusqu'à une profondeur variant de quelques mètres, à plusieurs dizaines de mètres. Elles sont surtout utilisées pour les ouvrages importants supportant de fortes charges (bâtiments industriels, ouvrages d'art,..). Cette utilisation est tellement évidente, que l'homme faisait déjà ses fondations sur pilotis, et cela uniquement par expérience.

Une **fondation profonde** est caractérisée par **la manière dont le sol est sollicité** pour résister aux charges appliquées [2-7].

- résistance en pointe
- par frottement latéral
- résistance de pointe et frottement latéral (cas courant)

Ses dimensions sont définies par (figure 1.2) :

- D : Longueur de fondation enterrée dans le sol
- B : largeur de la fondation ou diamètre

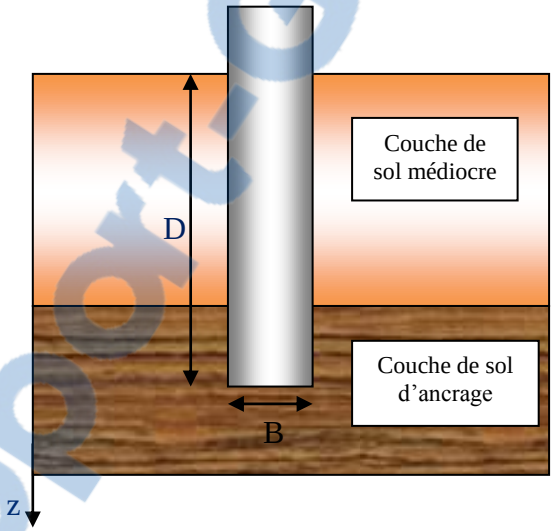


Figure 1.2 : *Définition des caractéristiques géométriques d'une fondation profonde* [8]

Généralement, une fondation est considéré comme profonde si D / B > 10 [2-7]. Cette catégorie de fondation regroupe essentiellement (pieu, micro-pieux, caissons, et parfois les parois moulés). La figure 1.3 montre quelques exemples de fondations profondes [2-7]. D'une manière générale, les « **pieux**», sont les fondations profondes les plus courantes. Les pieux, ou aussi appelés inclusions verticales, sont des éléments de fondation apparentés à des colonnes. Les pieux sont partiellement ou totalement enfouis dans le sol, et servent à transmettre les efforts appliqués sur les fondations.

Rapport-Gratuit.com

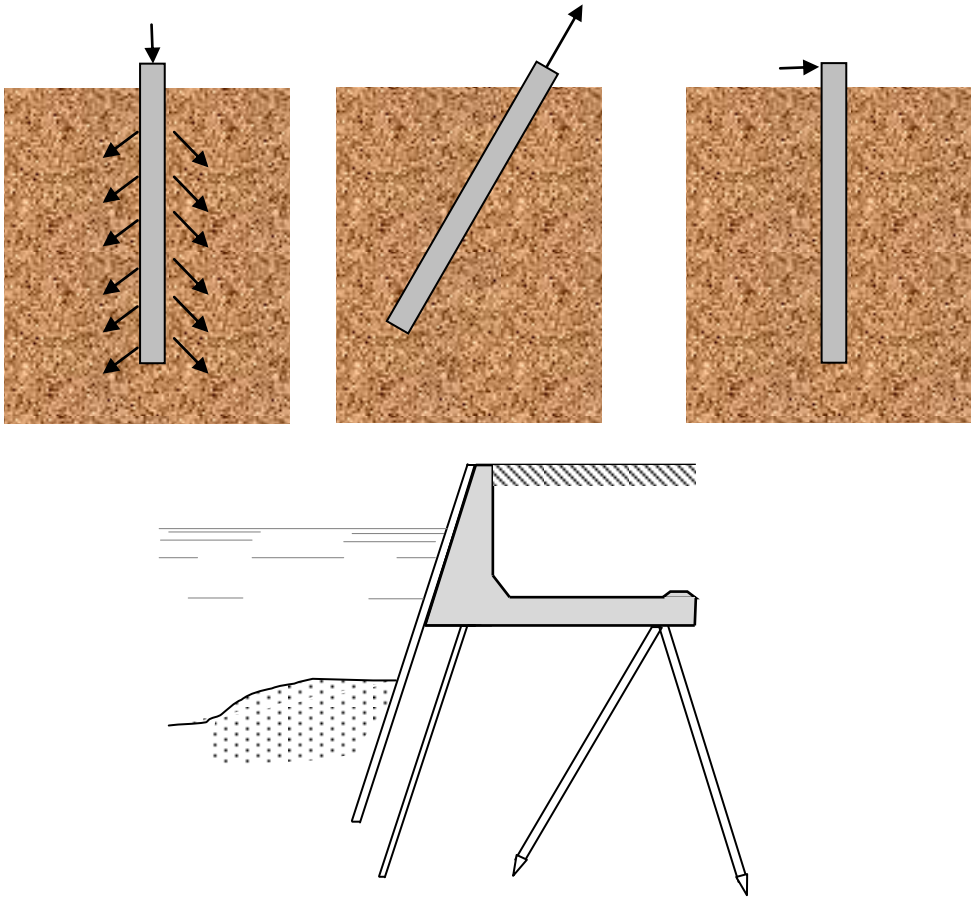


Figure 1.3 : *Exemples de système de fondations profondes* [4]

1.2 Les pieux:

Lorsque le terme *fondations profondes* est utilisé, il signifie invariablement ***les fondations sur pieux*** [2-7].

Le pieu est la réponse technique à l'éloignement en profondeur du sol porteur. Il est une fondation élancée en bois, en métal ou en béton, de formes diverses et réalisée mécaniquement. Il reporte les charges de la structure sur des couches de terrain de caractéristique mécanique suffisante pour éviter la rupture du sol et limiter les déplacements à des valeurs très faibles.

Les pieux sont des éléments de construction longs, à section circulaire ou polygonale généralement battus ou moulés dans le sol, pour transférer les charges structurelles à quelque profondeur significative au-dessous de la base de la structure [2-7]. Ils sont composés de trois parties principales : ***la tête***, ***la pointe*** et ***le fût*** compris entre la tête et la pointe (figure 1.4).

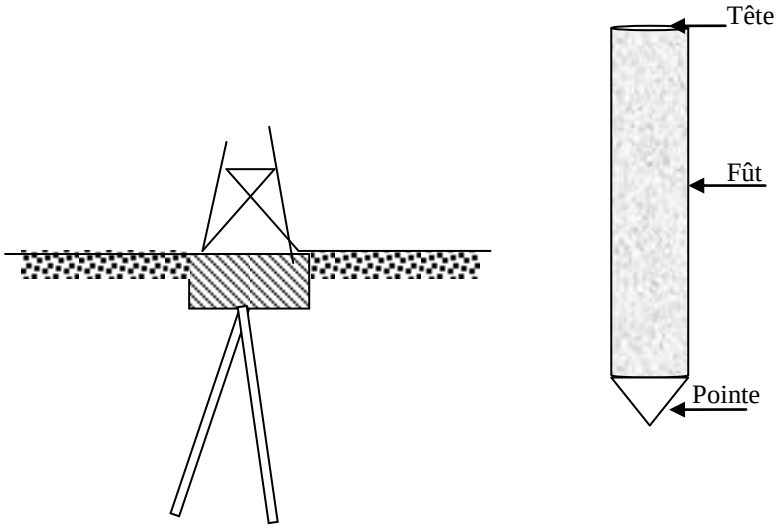


Figure 1.4 *: Schéma descriptif d'un pieu*[4]

Les pieux sont utilisés lorsque le sol n'est pas suffisamment résistant, stable ou homogène pour assurer une stabilité à la structure:

- Si le sol possède une couche plus dure mais en profondeur, les pieux seront disposés de telle façon à ce que les charges de la structure soient transmises à cette couche.
- Si le sol ne possède aucune couche suffisamment solide pour soutenir le bâtiment, les pieux transmettront les efforts au sol par frottements sur la surface des pieux.
- Les pieux sont aussi couramment utilisés dans d'autres domaines d'application, comme la construction sur pilotis, la construction marine, la construction de ponts, la réparation de fondations par micro pieux, ou encore à titre préventif pour prévenir les dommages dus aux activités sismiques.

1.2.1 *Un peu d'histoire:*

Si les fondations superficielles existèrent de tout temps lorsque l'homme décida de construire, l'histoire des fondations sur pieux est plus révélatrice des évolutions [6]. Les premières civilisations lacustres eurent besoin dès le néolithique, pour fonder leurs cités de pilotis en bois sans aucun doute battus à la force humaine (figure 1.5). Une des plus vieilles références est celles des pieux en cèdre employés à Babylone [6,9]. Les premiers pieux installés servaient à ériger des clôtures pour se protéger des envahisseurs ou tout simplement, à garder le bétail des premiers peuples sédentaires. Chaque poteau de clôture est en partie un pieu.

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

Figure 1.5 : *Exemple de cité sur pilotis en Guinée et de pont contemporain sur pieux* [6]

Le poteau a une partie dans la terre et une partie hors terre. La partie dans la terre est un pieu et permet de soutenir les structures hors terre. A travers l'Asie, on retrouve plusieurs exemples de consolidation de sol avec des tiges de bambou durci (figure 1.6), procédé encore employé artisanalement. En Europe, les Celtes de la civilisation de la Tène employaient cette technique pour construire des ponts comme à Cornaux (Suisse) où un ouvrage d'environ 2,8 m de large et 90 m de long fut trouvé. L'amélioration des techniques et leur systématisation fut sans aucun doute l'œuvre des ingénieurs romains [6,9].

Figure 1.6 : *Cité lacustre et derrick en bambou en Chine siècle* [6]

Les Romains, grands conquérants mais aussi grands administrateurs, ont construit, au fur et à mesure de leurs conquêtes, le premier grand réseau européen de communication. Pour leurs voies ils durent construire de grands ouvrages d'art ainsi qu'avec le développement urbain des aqueducs dont on voit encore les restes en de nombreux endroits. C'est dans les écrits de l'architecte romain Marcus Vitruvius Pollio aurait vécu au 1er siècle Av. J-C que l'on retrouve les plus vieilles explications au sujet de l'usage de pieux [6,9].

On trouve aussi dans « Bella gallica » de Jules César une description du pont sur le Rhin entre Coblence et Cologne en 55 av. J.-C (figure 1.7)[6].

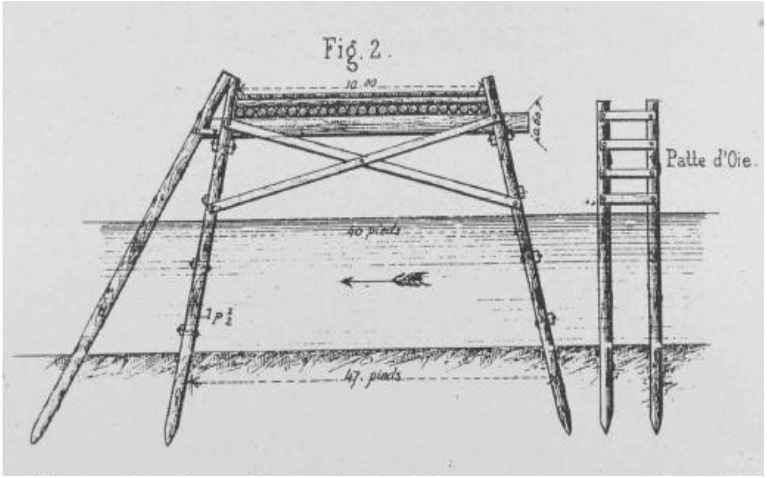


Figure 1.7: *Reconstitution des fondations sur pieux du pont sur le Rhin* [6]

De nombreux ouvrages anciens, conservés jusqu'à nos jours, sont fondés sur pieux, en particulier en Hollande et en Italie, le Campanile de Venise, datant de l'an 900, comporte des pieux battus [6]. Bélidor au XVIIIème siècle préconisait dans *Science des Ingénieurs* de construire des piles qui descendent jusqu'au bon sol que l'on réunit par des voûtes de décharges pesant sur le sol. On voit dans ce que propose Bélidor puis plus tard Rondelet apparaître le radier et la fondation mixte. Cette technique fut encore utilisée jusqu'au XIXième siècle [6]. On citera quelques monuments célèbres fondés sur pieux bois : château de Chambord sous François Ier, ponte Vecchio à Florence, pont Neuf à Paris, les villes de Stocholm, Venise, Amsterdam…etc, des viles fondées sur la mer où les fondations sont toujours en pieux de bois, battus dans le lit de la rivière dans des batardeaux de palplanches en bois, au moyen de sonnettes manœuvrées par une main-d'œuvre nombreuse [6,9,10]

Le besoin d'adapter les fondations à la demande énorme causée par la révolution industrielle a été stimulant : fondations de ponts pour le réseau ferré mis en place sous les trente glorieuses puis le second empire, travaux portuaires (port du Havre, Dunkerque, Sète, Saint-Nazaire, Marseille), fondations des cheminées d'usines (jusqu'à 80 m), de dalles recevant d'énormes machines tournantes, construction des tramways et métropolitains, Fondations des immeubles et bâtiments publics construction des grands magasins (Printemps, Bon Marché, grands bâtiments : Opéra Garnier, Grand Palais) [6].

Les techniques de mises en œuvre des pieux évoluent très vite grâce à l'apparition des moutons à vapeur grâce à Nasmyth vers 1845. Les sonnettes à vapeur roulantes remplacent les sonnettes à tiraudes et à déclic (figure 1.8) [6-10].

Figure 1.8 : *Sonnette à vapeur et essai de chargement (société Franki à Liège vers 1912)*[6]

Les pieux en béton armé arrivèrent sur le territoire français, d'Amérique et d'Allemagne et supplantèrent les pieux en bois avant la première guerre mondiale. Les premiers pieux en béton armé ont été utilisés par Hennebique en 1897 pour les fondations des usines Babcock-Wilcox. Des pieux de béton armé de 30 m de longueur ont été battus à Manille, aux Philippines [6].

La technique de renforcement des sols par création de colonnes de béton compacté dans le sol a été particulièrement employée lors de l'exposition universelle de 1900. De même les colonnes de sable mises en place après extraction d'un pilot battu sur quelques mètres de profondeur se popularisent.

1.2.2 Types de pieux: Traditionnellement, on classe les pieux :

- *soit suivant la nature du matériau constitutif* : bois, métal, béton ;
- *soit suivant le mode d'introduction dans le sol* : le mode de mise en place des pieux
  - pieux battus, façonnés à l'avance et mis en place,
  - pieux forés, exécutés en place par bétonnage dans un forage, à l'abri ou non d'un tube métallique.
- *soit suivant le mode de fonctionnement des pieux*

Pour l'évaluation de la force portante, notamment, il est plus important de considérer le type de sollicitation imposée au sol par la mise en place du pieu. C'est ainsi que l'on distingue :

- Les pieux dont la mise en place provoque un refoulement du sol ;
- les pieux dont l'exécution se fait après extraction du sol du forage et qui, de ce fait, ne provoquent pas de refoulement du sol ;
- certains pieux particuliers dont le comportement est intermédiaire.

a) Classement selon la nature du matériau constitutif:

1. Pieux en bois: Les pieux en bois (figure 1.9) sont probablement la plus vieille méthode de renforcement des fondations (figure 1.5). On utilise les conifères traités dont la section est variable. Avec de nombreux avantages (peu onéreux, durables, esthétiques…) les pieux bois sont préconisés pour un large éventail d'applications:

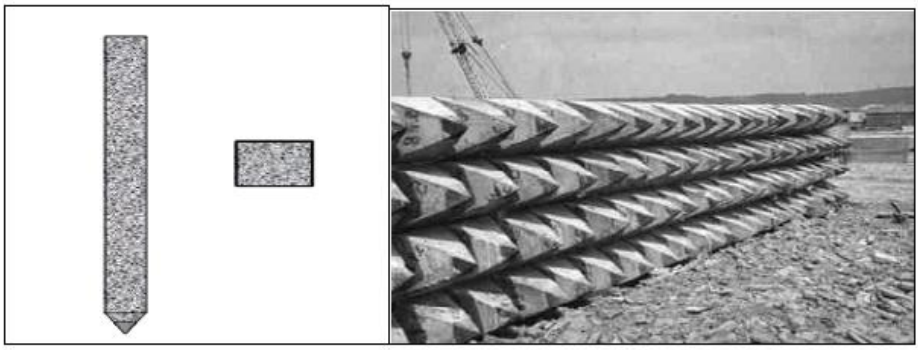
- ✓ Petits bâtiments, maisons individuelles,
- ✓ Quais, pontons, passerelles en bois,
- ✓ Infrastructures linéaires et plateformes industrielles, berges, digues, petits talus.

Dans certains pays et pour des cas particuliers, cette méthode est encore appliquée. Les pieux en bois sont souvent utilisés dans le Nord de l'Amérique au Québec, en Chine et dans les pays nordiques scandinaves. Ils sont souvent utilisés pour des travaux de renforcement temporaires. Ils sont utilisés même comme pieux flottants dans l'argile [6,9]. Les plus grands inconvénients de cette méthode sont la variation de la qualité des pieux en termes de géométrie et de résistance et le risque de détérioration sous la nappe. Pour de faibles charges (inférieures à 500kN), et des longueurs d'ancrage ne dépassant pas 12m, cette méthode est utilisable sous certaines précautions [9].

Figure 1.9 : *Pieux en bois* [9]

2. pieux en béton: Les pieux en béton (armé ou précontraint) préfabriqués (figure 1.10 a et b) ou coulés sur place, sont utilisables pour une grande gamme de charge qui dépend de la géométrie du pieu, de la résistance en compression du béton et des armatures.

(a)



(b)

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

Figure 1.10 : *Pieux en béton préfabriqués et leur section* [6,7,10-13]

Le béton a l'avantage d'être utilisable dans les sols corrosifs. Les pieux en béton peuvent se présenter soit d'une seule longueur soit en plusieurs tronçons jointifs; cette seconde forme facilite de transport et allège les moyens de mise en œuvre. On les utilise sans raccord jusqu'à 15 m dans le cas de pieux en béton armé, jusqu'à 40m dans le cas des pieux en béton précontraints et à des profondeurs supérieures pour des pieux avec des raccords. Ces pieux doivent être préfabriqués sur une aire de stockage qui prend beaucoup de place et ne peuvent être battus, en général, qu'après 28 jours de séchage [6,7,10-13].

3. pieux métalliques: Les pieux métalliques ont été utilisés la première fois dans les années 1830 en Amérique du Nord, et ont été formés de tuyaux en fonte ou des arbres en fer forgé pouvant pénétrer seulement à des courtes distances dans le sol. Les pieux métallique sont un système de fondation simple généralement constitué de profilés métalliques de type H ou tubulaires ou de forme quelconques (figure 1.10) qui n'est pas remplis de béton, directement fichés dans le sol [6,7,10-14].

Figure 1.11 : *Pieux métalliques* [10,14]

Les pieux métalliques peuvent être mis en place avec des engins de haute capacité d'enfoncement. Des éléments de grande longueur sont battus à l'aide d'un mouton à air comprimé. En fonction des charges à reprendre et profondeurs à atteindre, plusieurs éléments peuvent être soudés bout à bout. Les longueurs usinées vont de 12 à 21 m. Adapté aux sols fins, la mise en œuvre des pieux métalliques battus est rapide et peu contraignante. Pour une même longueur de pieu, les pieux métalliques sont plus coûteux que les pieux en béton, mais ils ont une plus grande capacité de reprise de charge pour un poids donné. Chaque pieu peut reprendre une charge comprise entre 350 et 1800 kN, ce qui peut réduire les coûts de mise en œuvre [6,7,13,14].

b) ***Classement selon le mode de travail du pieu :***

La fondation profonde présente une surface d'appui sur l'horizon d'assise égale à sa section. Cette surface d'appui engendre une réaction du sol que l'on appelle **terme de pointe**. Lorsque la fondation présente une dimension verticale importante, la surface de contact entre les flancs de la fondation et le terrain peut être le siège de frottements (dans les deux sens)(figure 1.12) [6,7,10-14].

Suivant le mode de réalisation ce frottement peut être significatif. Les efforts mobilisés au niveau de ce contact constituent le **frottement latéral** (figure 1.12).

Les fondations profondes se différencient des fondations superficielles essentiellement par la prise en compte de ce *frottement latéral* sur leur paroi latérale [2-11]. Le frottement latéral peut exister sur la totalité de la paroi, ou seulement sur une partie si certaines couches du sol n'ont pas les caractéristiques suffisantes pour générer ce frottement.

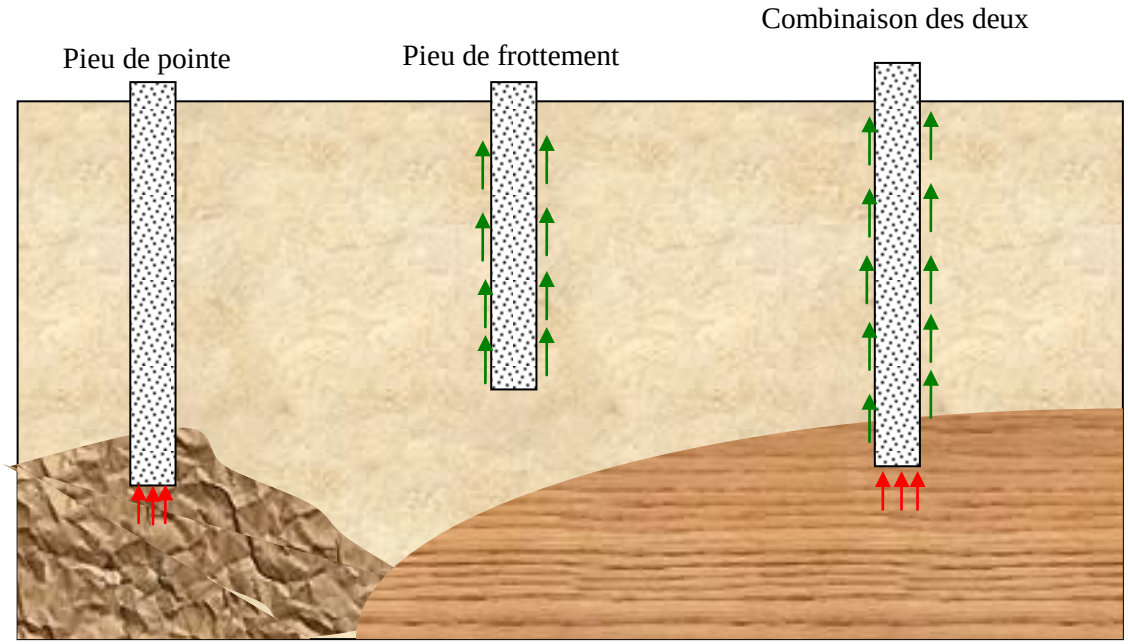


Figure 1.12 : *Fonctionnement des pieux[8]*

La force portante des pieux peut provenir de deux domaines différents ; le frottement sur le fût (ou frottement latéral) et l'appui direct par la section du pointe sur le fond du forage (terme de pointe).

Le principe est de concentrer les charges sur des points singuliers, où l'on met en œuvre des ouvrages spéciaux, et de les transmettre vers le sol d'assise de bonne résistance. La transmission des charges s'effectue donc en mobilisant de la part du sol deux types de réactions de contact dans la direction de l'axe du pieu: le frottement latéral à l'interface avec le fût du pieu, et l'effort de pointe, sous la base du pieu. Les valeurs limites (résistances) de ces efforts sont appelées, en mécanique des sols, *le frottement latéral limite* et *la résistance de pointe* [2-11]. Ce sont les deux composantes de la capacité portante axiale d'un pieu soumis à des efforts de compression (enfoncement). Dans le cas de pieux soumis à des efforts de traction (arrachement), seul le frottement latéral est à prendre en compte. L'effort de traction mobilisable sous la pointe est négligeable.

c) *Classement selon le mode de mise en place du pieu :*

Pour l'évaluation de la force portante, notamment, il est plus important de considérer le type de sollicitation imposée au sol par la mise en place du pieu.

On distingue deux grands groupes (figure 1.13) :

- Les pieux mis en œuvre ***avec refoulement*** du sol;
- Les pieux réalisés par ***excavation*** de sol, dont l'exécution se fait après extraction du sol du forage et qui de ce fait ne provoquent pas de refoulement du sol;
- certains pieux particuliers dont le comportement est intermédiaire.

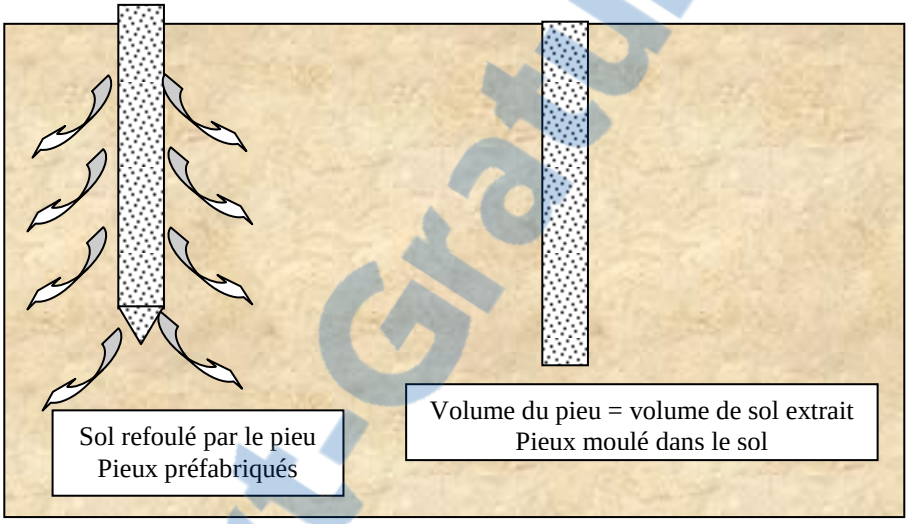


Figure 1.13: *Modes de mise en place des pieux[8]*

1. Pieux refoulant le sol à la mise en place: Dans ce groupe, on peut distinguer les pieux mis en place par fonçage, battage et/ou vibrofonçage et éventuellement par lançage. Les pieux battus sont soit façonnés à l'avance soit à tube battu exécutés en place. Pour les premiers il s'agit essentiellement de pieux en métal et de pieux préfabriqués en béton armé, pour les seconds de pieux battus moulés.

Les principaux types entrant dans ce groupe sont les suivants [13,14]:

- Pieu battu préfabriqué
- Pieu en métal battu;
- Pieu en béton foncé;
- Pieu en métal foncé;
- Pieu battu pilonné;
- Pieu battu enrobé.
- Pieu tubulaire précontraint
- Pieu vissé moulé.

Rapport-Gratuit.com

Les pieux battus façonnés à l'avance peuvent être constitués de différents matériaux. Du plus ancien comme le bois aux plus modernes comme le béton ou l'acier. Il s'agit d'éléments préfabriqués (en acier, en béton ou en bois) sous forme de tube ou en forme de H. Ils peuvent être de section carrée, polygonale, circulaire. Ils peuvent être creux ou pleins. Leur pied a le plus souvent la forme d'une pyramide. Les pieux sont enfoncés dans le sol au moyen d'un dispositif de battage ou par vibration, ou même par fonçage. Ceux-ci sont enfoncés dans le sol grâce à des 'sonnettes de battage' munies de 'moutons batteurs' (figure 1.14) [6,7,13-15]. L'enfoncement est obtenu par la chute, libre ou activée, d'une masse métallique, **le mouton**, sur la tête du pieu. La chute libre est maintenant fréquemment remplacée par le choc du piston d'un mouton-batteur Diesel. Pour éviter sa détérioration, la tête du pieu est généralement protégée par un **casque de battage** (figure 1.14)**.** Le pieu est battu jusqu'au refus, quand la pointe atteint le banc résistant qui lui sert d'assise.

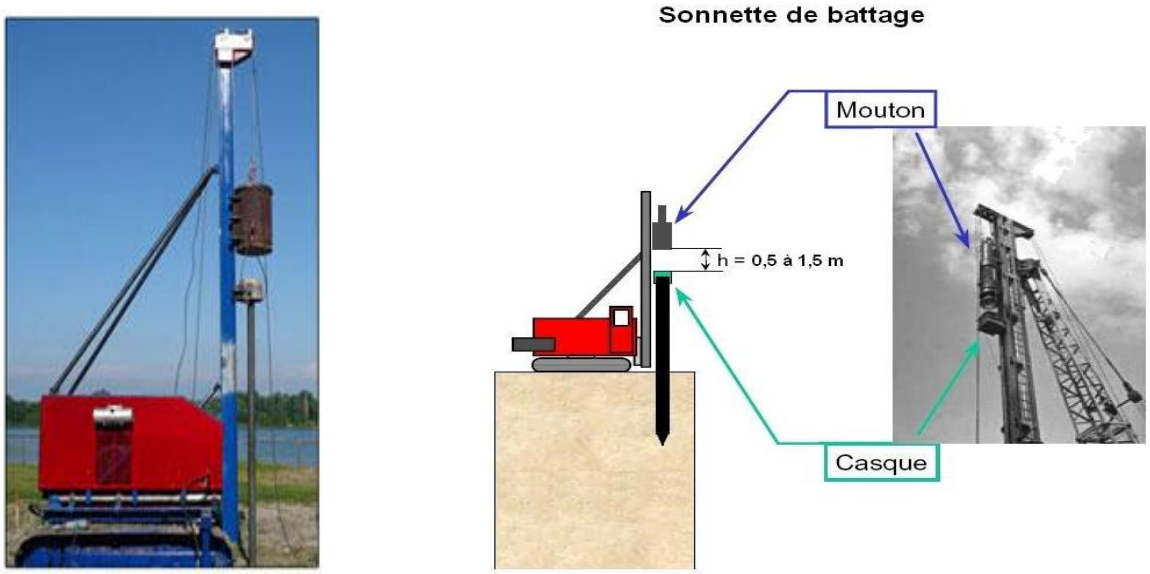


Figure 1.14 : *Mise en place d'un pieu préfabriqué par battage* [6]

Les pieux battus moulé ou pilonné, consiste d'abord à battre une tube appelé tube coffrant, muni à sa base d'une plaque métallique dans le sol (figure 1.15 (1et 2)) et à mettre en place la cage d'armature constituée de barres verticales entourée d'une spire ou d'étriers est mise en place à l'intérieur du tube (figure 1.15 (3)) [6]. L'opération de bétonnage peut alors commencer, le béton est déversé à l'intérieur du tube (figure 1.15 (4)) et compacté par damage alors que l'on retire simultanément le tube coffrant, pendant son extraction (figure1.15 (5)). Leur mise en place se fait par battage ou vibro-fonçage. Ils repoussent le sol et le compriment ce qui génère un bon frottement latéral [6,7,13-15].

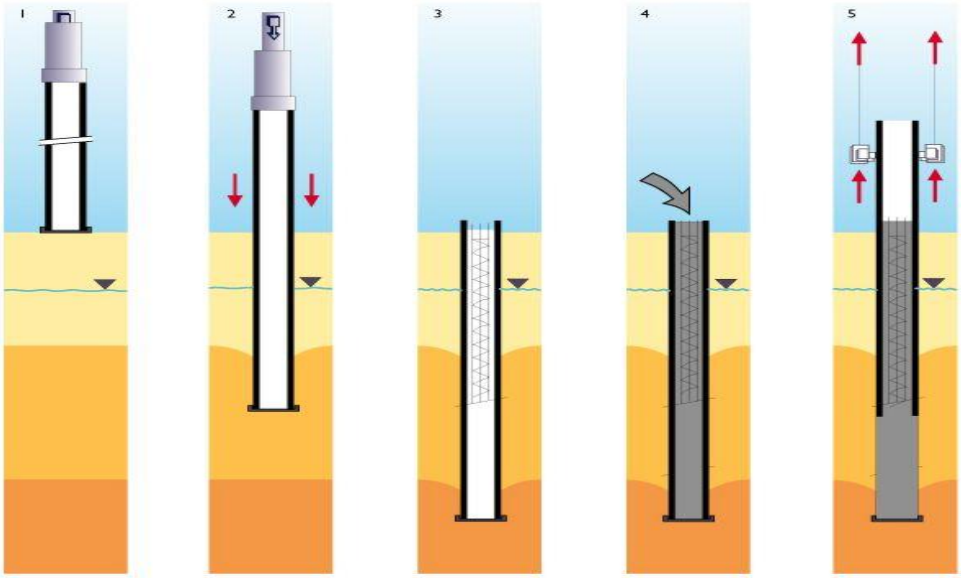


Figure 1.15: *Mise en place d'un pieu battu moulé* [6,8]

Les pieux vissés (figure 1.16) sont préfabriqués comme les pieux battus mais au lieu d'être battus, ils sont vissés dans le sol. La plupart de ces pieux sont en acier (quelques cas de pieux en béton armé préfabriqué). En général ils ont une tête à section hélicoïdale. Ils sont souvent employés pour des charges relativement légères. Ils peuvent travailler également en traction. Ils sont souvent employés pour la fondation des pylônes [6,14,15].

Figure 1.16: *pieu vissé* [6,8]

2. Pieux ne refoulant pas le sol à la mise en place:

Dans ce groupe on peut citer les pieux forés (figure 1.17). Ceux-ci sont réalisés par extraction du sol et bétonnage en place [6,13-17]. En fait, ce sont des ouvrages mis en place à l'intérieur d'un trou réaliser principalement par technique de forage (figure 1.18(1-2)). Après la mise en place de la cage d'armature (figure 1.18(3)), le pieu est bétonné en utilisant une colonne de bétonnage (figure 1.18(4)).

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

L'intérêt des pieux forés est de permettre la traversée de couches dures d'épaisseurs insuffisantes sur lesquelles s'arrêteraient éventuellement des pieux battus [6,13-17]. Les pieux forés font appel à un matériel spécial pour faire le trou dans lequel on viendra finalement couler le béton qui pourra être armé ou non selon les cas. Le forage peut se faire de différentes façons selon la bonne ou mauvaise tenue du terrain. Cela va du forage à sec, dans des terrains (en général hors nappe phréatique) qui tiennent tout seul au forage, à de la **boue** ou encore au forage qu'on protège des éboulements en le tubant par des **viroles** d'acier qu'on enlève ou pas pendant ou après le bétonnage du pieu. Le forage lui-même peut se faire avec différents outils (trépans, curettes, tarières, buckets, bennes)(figure 1.19), selon la nature du sol rencontré, alluvions, argile ou rocher. Ces forages peuvent être dans certains cas **élargis à leur base** de façon à améliorer la capacité portante de la pointe des pieux. Dans ce groupe plusieurs types de pieux sont classé dont on peut citer :

- Pieu foré simple;
- Pieu foré tubé;
- Puits;
- Pieu tarière creuse;
- Micropieux;
- Pieu injecté, sous haute pression, de gros diamètre;
- Pieu foré à la boue et barrette : Mis en œuvre à partir d'un forage exécuté dans le sol par des moyens mécaniques tels que tarière, benne, etc., sous protection d'une boue de forage. Le forage est rempli de béton de grande ouvrabilité sous la boue, en utilisant une colonne de bétonnage.

Figure 1.17: *Pieux forés* [6,8]

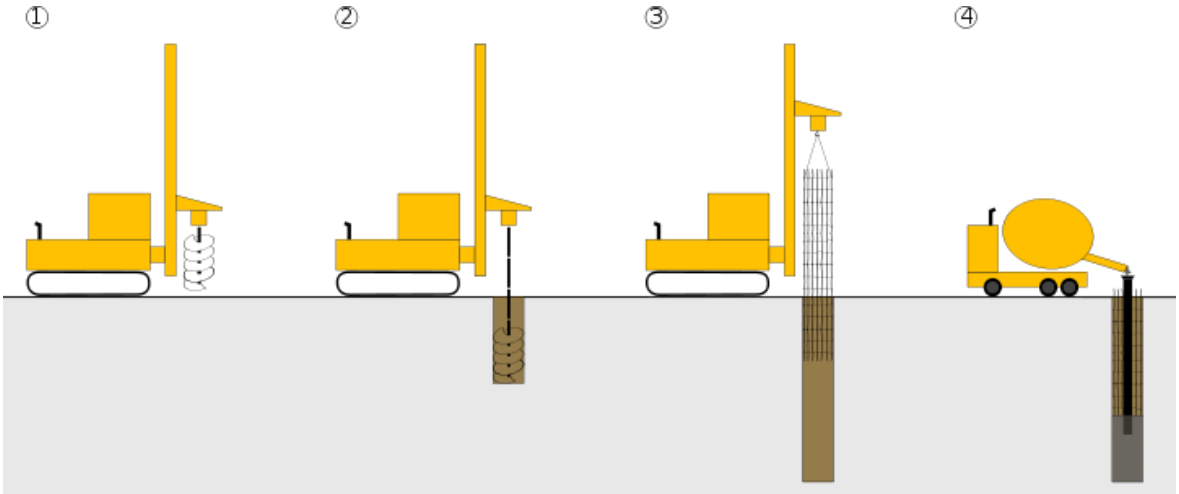


Figure 1.18: *Mise en place d'un pieu foré (Pieu foré à la boue)* [6,8]

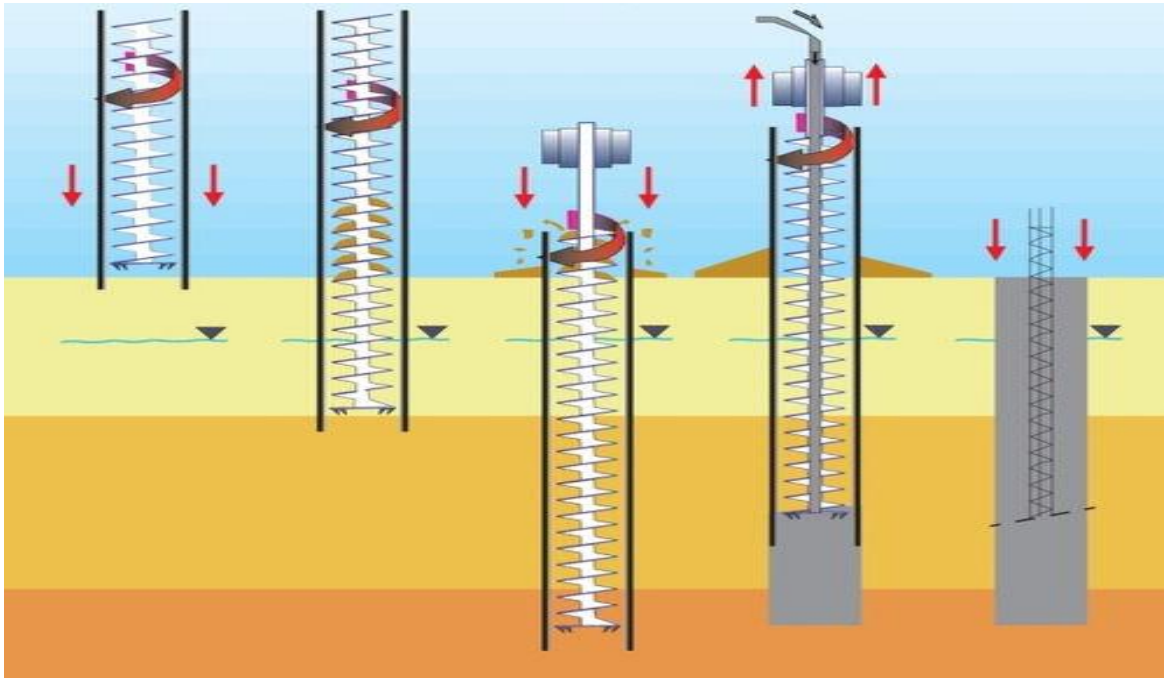


Figure 1.19: *Mise en place d'un pieu foré (Pieu tarière creuse)* [6,8]

1.2.3 Modes d'essais et dispositif expérimentale

Le DTU 13.2 (Fondation profonde pour le bâtiment) définit les différents essais qui peuvent être effectués sur des pieux [18]. On y distingue sont classés: ***les essais de reconnaissance***, qui sont effectués avant ou pendant l'exécution des pieux, ***des essais de contrôle*** qui sont effectués sur les pieux terminés :

a: Les essais de reconnaissance: comme leur nom l'indique, ont pour but de compléter la reconnaissance des sols qui a normalement dû être effectuée avant de définir les fondations des ouvrages à construire. Ils comprennent deux sortes d'essais [18-20]:

- *Les essais préliminaires*, sont réalisés au moment de la conception du système de fondation de l'ouvrage. Ils sont destinés à vérifier et à préciser les conclusions de l'étude géotechnique relative au dimensionnement et au comportement des pieux (charge nominale et déplacement). Ce sont des essais de chargement *statiques préalables* (figure 1.20), effectués, en général, sur des pieux indépendants de l'ouvrage (qui ne font pas partie de l'ouvrage mais qui sont exécutés à proximité). Les pieux d'essais doivent être représentatifs (dimensionnement, type de pieu et condition d'exécution) des pieux de l'ouvrage. Ils constituent un pieu test en lui appliquant des efforts de même nature que ceux transmis par le futur ouvrage. Ces essais sont très coûteux et qui peuvent avoir pour conséquence la modification du projet de fondation. Ces essais peuvent être en conséquence:

  - Un essai d'enfoncement, dans le cas de pieux travaillant à la compression;
  - Un essai d'arrachement, dans le cas d'une fondation soumise à la traction;
  - Un essai de chargement horizontal, lorsque les pieux sont appelés à mettre le terrain en buté latérale.

Les essais de chargement statique visent de façon générale à déterminer la charge de service verticale et horizontale admissible ainsi que les enfoncements verticaux et les déplacements horizontaux correspondants en tête, afin d'évaluer le comportement du système sol fondation et de contrôler la compatibilité avec la superstructure de l'ouvrage. On charge ainsi progressivement la tête du pieu et on mesure l'affaissement de la tête du pieu après chaque charge supplémentaire (figure 1.20). En général, on fabrique une tête spéciale sur le pieu à tester et on interpose un vérin entre cette tête et un chevêtre qui doit résister à la poussée du vérin. Pour cela il existe différentes méthodes. On mobilise la réaction par du poids mis en équilibre sur une plateforme au-dessus du pieu (caisse à eau, à sable, empilement de gueuses de fonte (lest de navires, de blocs de béton préfabriqué) (figure 1.20), ou par des tirants ancrés de part et d'autres de la tête du pieu [18-20].

On peut également faire des essais de traction (arrachement) sur des pieux en vraie grandeur (figure 1.20). Là aussi il s'agit d'essais très coûteux.

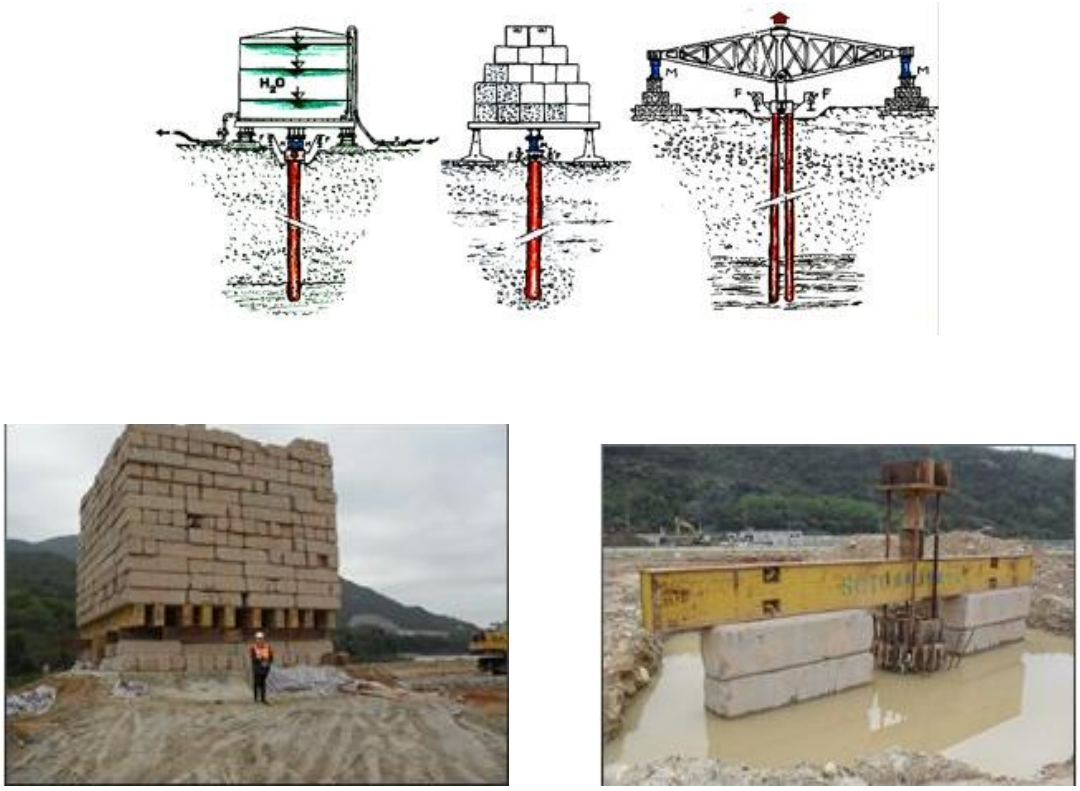


Figure 1.20: *Essais de chargement statique (compression, arrachement)*[2,6]

- *Les essais d'information*, sont destinés à recueillir pendant l'exécution des pieux, des données relatives au battage, forage, fonçage des pieux (par exemple comme la résistance à la pénétration par battage), afin de confirmer les résultats de la reconnaissance des sols. Les pieux soumis à ces essais font partie de l'ouvrage. Ce sont des essais peu coûteux [18-20].

b) Essais de contrôle ou d'intégrité: Ils ont pour but de vérifier que l'exécution des travaux a été correcte. Ils permettent à détecter d'éventuels défauts dans les pieux (discontinuité du bétonnage, rétrécissement du fût, ségrégation du béton). Ils sont effectués sur des pieux finis de l'ouvrage pour vérifier la qualité de leur exécution ou leur portance. Ces essais peuvent être *des essais de contrôle de fût* ou *des essais de contrôle de portance* [18-20].

- *Essais de contrôle de fût*, ont pour objet de vérifier la continuité du fût du pieu et la résistance mécanique du béton, ainsi de s'assurer de la bonne qualité du contact sol-pieu. Ils peuvent comporter suivant les cas:

- ✓ des essais soniques par transparences (carottages soniques);
- ✓ des essais par micro-sismique transparence (MST);

- ✓ des essais d'impédance mécanique;
- ✓ des carottages mécaniques.

- *Essais de contrôle de portance*, sont des essais de chargement statique qui intéressent les pieux finis de l'ouvrage. Ils ont pour objet de vérifier que la charge nominale des pieux est conforme à celle fixée à partir de l'étude géotechnique [18-20].

L'essai d'intégrité sonique (figure 1.21) est un procédé rapide et économique pour vérifier l'intégrité d'un pieu. L'essai est également appelé essai de pieux "low strain". Avec un marteau d'impulsion de faible masse, on induit une impulsion de choc dans la tête du pieu. L'onde de choc se réfléchit aussi bien sur le pied du pieu qu'au niveau d'éventuelles modifications de la surface transversale ou des propriétés matérielles du pieu. Le comportement réfléchissant mesuré par des capteurs d'accélération sur la tête du pieu permet ainsi de donner la longueur effective du pieu, le diamètre du pieu ainsi que la qualité du matériau le long des pieux (figure 1.21).

Figure 1.21: *Essai d'intégrité sonique* [6]

L'essai de carottage est réalisé au moyen d'une sondeuse. On vient faire un trou de haut en bas du pieu avec une couronne à diamants. Cela permet de vérifier la bonne longueur, la qualité de l'ancrage, la qualité du sol d'ancrage et enfin sur les carottes extraites de voir la qualité et la continuité du béton qui doit avoir quelques semaines avant de faire cet essai.

L'essai est long et coûteux. Il est aujourd'hui possible d'utiliser le trou du forage carotté pour faire d'autres essais, comme par exemple des essais de perméabilité ou des mesures de conductivité électrique du béton.

1.3 Comportement des pieux sous charges axiales:

Les pieux sont conçus pour transmettre des efforts au sol environnant sur une profondeur importante dépassant en général 10 fois leurs diamètres. Le problème d'un pieu isolé, d'aspect simple au premier abord, est en fait compliqué à cause, d'une part, des effets de la mise en place du pieu qu'il est très difficile de simuler théoriquement et, d'autre part, des phénomènes d'interactions entre le fût et le sol. Selon le type de pieu et la nature du sol, l'interaction et la réponse charge-déplacement peut être très différente [2-5,21-26].

Les pieux se différencient des fondations superficielles essentiellement par la prise en compte d'un frottement sur leur paroi. Ce frottement latéral peut exister sur la totalité de la paroi, ou seulement sur une partie si certaines couches de sol n'ont pas la résistance suffisante pour générer ce frottement.

Considérons un pieu isolé de diamètre **D**, de longueur **L** et de poids **W**, soumis à un chargement vertical axial, de compression Q_c ou d'arrachement Q_t (figure 1.22).

Le pieu traverse différentes couches de sol de qualité plus ou moins bonnes pour s'ancrer dans une couche de sol aux caractéristiques mécaniques favorables. Cette couche s'appelle **couche d'ancrage** ou **substratum résistant** [2-5,21-26]. Le chargement vertical d'un pieu se traduit par la mobilisation d'une pression verticale $\mathbf{q_p}$ en pointe par l'appui de sa base sur le sol résistant (effort de pointe noté Q_p), et des contraintes de cisaillement $\boldsymbol{\tau}$ le long du fût du pieu, appelés frottement latéral entre le sol et le pieu (effort de frottement latéral noté Q_f) (figure 1.22)[2-5,21-26].

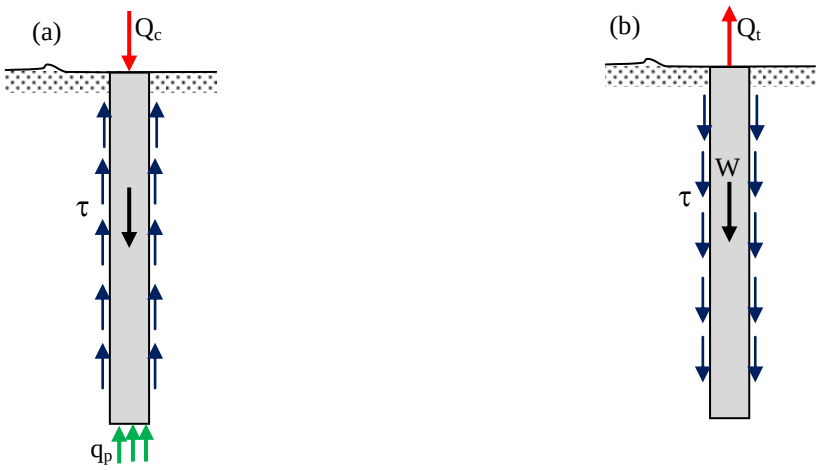


Figure 1.22: *Répartition des efforts le long d'un pieu*[4]
(a) compression axiale; (b) traction axiale)

Sous une charge Q la tête du pieu se déplace de u_t et la pointe de u_p ($u_t > u_p$) et tout point du fût du pieu se déplace de u par rapport au sol. Toutes les mesures qui ont été faites sur chantier montrent qu'on mobilise beaucoup plus vite le frottement latéral τ que la résistance de pointe q_p. Le pieu se déplaçant plus vers la tête que vers la pointe et le frottement latéral se mobilisant beaucoup plus vite que la résistance de pointe, le pieu mobilisera d'abord sous les premières charges Q le frottement latéral. Quand le frottement latéral sera complètement mobilisé les charges supplémentaires seront transmises à la pointe [2-5,21-26].

Enfin quand la résistance de pointe sera complètement mobilisée, on atteindra la rupture totale du sol. À la rupture la charge ultime est équilibrée par la force en pointe $\mathbf{Q_p}$ et par la force de frottement $\mathbf{Q_f}$. Alors, L'analyse du comportement d'une fondation profonde s'effectue à partir de l'écriture de l'équilibre des forces qui agissent sur le pieu et on aura [2-5,21-26]:

- En compression (figure 3.20a) : $Q_c = Q_p + Q_f - W$ (1.1)
- En traction (arrachement) (figure 3.20b) : $Q_t = Q_f + W$ (1.2)

Où :

Q_c et Q_t la charge totales appliquées en tête du pieu;

W : le poids du pieu ;

Q_p : la charge de pointe transmise à la base de la fondation telle que :

$$Q_p = A_p . q_p ; \quad \text{avec } A_p \text{ section de la pointe} \tag{1.3}$$

Q_f : la charge de frottement latéral dû à l'interaction sol-pieu au niveau du fût, telle que:

$$Q_f = P . \int_0^D \tau . dz ; \quad \text{avec P le périmètre du fût} \tag{1.4}$$

L'étude de l'interaction sol-pieu permet de déterminer la répartition de la charge totale Q_c ou Q_t entre la charge de pointe Q_p et la charge de frottement latéral Q_f. En fait, l'effort de pointe Q_p est proportionnel à :

- section de la base du pieu
- à la résistance du substratum

Par contre l'effort de frottement latéral Q_f est proportionnel à :

- la surface de contact entre le pieu et le sol
- au coefficient de frottement pieu-sol (rugosité du pieu, pression latérale, coefficient de frottement interne du sol)

Les pieux installés dans les sols mous jusqu'à un substratum suffisamment résistant sont appelés "pieux travaillant en pointe". En revanche, si aucun substratum rigide n'est atteint, la part de frottement latéral devient importante, les pieux sont alors dit "*pieux flottants*" [2-5,21-26].

Le calcul des charges limites de pointe et de frottement latéral est effectué séparément, soit à l'aide de résultats d'essais en laboratoire, soit à l'aide de résultats d'essais en place, soit à l'aide d'essais en vraie grandeur. L'évolution de la charge en pointe, de la charge de frottement latéral et de la charge totale en fonction du déplacement vertical du pieu est décrite sur la figure 1.23 [2-5,21-26].

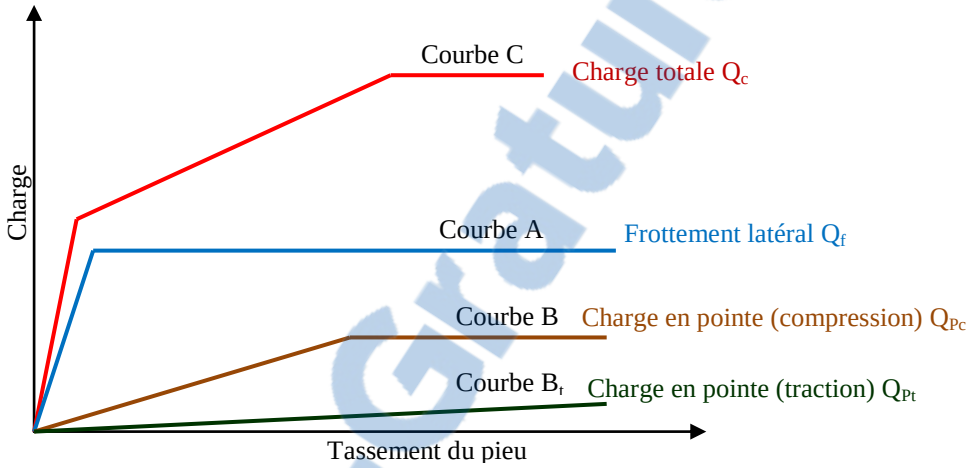


Figure 1.23*: Courbes de mobilisation des charges en pointe, de frottement latéral et de la charge totale* [2-5]

On distingue trois types d'évolution :

- *L'évolution de la charge de frottement latéral* donnée par la courbe (A), qui présente d'abord une partie linéaire correspondant à un état où tous les points de l'interface entre le pieu et le sol restent collés. Puis le frottement commence à se mobiliser peu à peu ; la mobilisation est complète pour un déplacement vertical de l'ordre de 0.5 à 2 % du diamètre [2-5,21-26].
- *L'évolution de la charge en pointe* donnée par la courbe (B), qui présente également une partie linéaire correspondant à un comportement élastique. Puis, la rupture se produit sous la pointe du pieu pour un déplacement vertical relativement important de l'ordre de 5 à 10 % du diamètre du pieu [2-5,21-26].
- *L'évolution de la charge totale* donnée par la courbe (C), est la somme des deux charges précédentes (A et B), elle est trilinéaire avec un palier d'écoulement plastique.

Ces courbes sont appelées courbes de mobilisation des charges en pointe et de frottement latéral, et qui dépendent des facteurs liés au pieu, au sol, à leur interface et au type de chargement.

Rapport-Gratuit.com

Si on enregistre pendant le chargement du pieu l'effort Q et le déplacement en tête v, on obtient la courbe effort-déplacement (1.24):

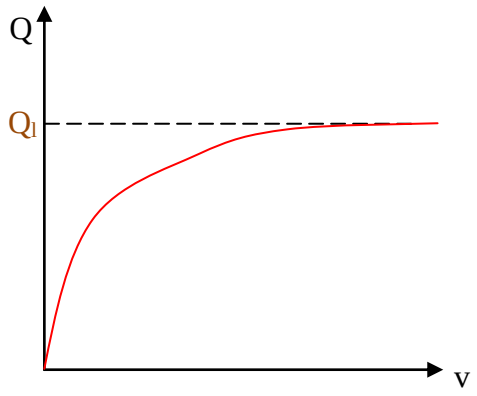


Figure 1.24: *Courbe effort- déplacement de la tète* [2,5]

Cette courbe donne la charge limite Q_l ou bien ultime Q_u qui correspond à la rupture du sol pour un grand déplacement. Cette charge limite est équilibrée par les deux réactions limites : la charge limite de pointe Q_p , et la charge limite de frottement latéral Q_f (équations 1.1 et 1.2). La charge ultime est définie comme la charge correspondant à *v =10%* du diamètre *B* du pieu [2-5,21-26].

1.3.1 Mécanisme de frottement latéral

Le frottement latéral qui se développe le long du fût dépend fortement du type de pieu (matériau constitutif et aspect de l'interface, technique de mise en place) et il n'est mobilisable que s'il y a déplacement relatif entre le pieu et le sol. Le frottement latéral provient de [2-5,21-26]:

- ✓ Cisaillement causé par le transfert au sol d'une partie de la charge appliquée sur le pieu ;
- ✓ Cisaillement généré par le mouvement du sol par rapport au pieu (frottement négatif).

Si le pieu a tendance à s'enfoncer dans un sol stable, le sol par réaction en s'opposant au déplacement exercera un effort vertical ascendant et le frottement sol-pieu génère un frottement latéral positif f_p, vers le haut (Figure 1.25)[2-5,21-26]. Si au contraire, le pieu étant immobile, le sol à tendance à tasser, et se déplace plus vite que le pieu (terrain médiocre qui tasse (v_s) sous des surcharges appliquées au niveau de la surface du sol), le sol en tassant entraîne le pieu vers le bas et lui applique un frottement **sol-pieu** négatif f_n [2-5,21-26]. Le frottement négatif se produit généralement lorsqu'un pieu est battu dans un massif de sol qui tasse plus que le pieu. Trois causes principales sont souvent à l'origine de ce phénomène :

- le tassement du sol sous son poids propre ;
- l'effet d'un rabattement de la nappe ;
- l'effet d'une surcharge en surface (remblai, bâtiment, stockage de matériau…etc.).

Le principal effet du frottement négatif est donc d'augmenter la charge axiale dans le pieu et d'accroître le tassement du pieu. En effet, ce phénomène peut causer de graves désordres dans les structures supportées par les pieux, entraîner la rupture du sol sous la pointe, voire la rupture du pieu par écrasement [2-5,20-25]. Pour remédier à ce problème (couches compressibles, remblais récents non stabilisés), on chemisera le pieu par un tubage afin de diminuer l'effet du frottement négatif

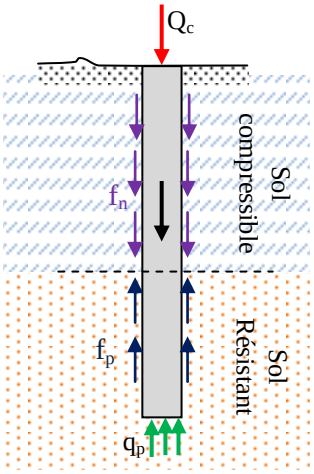


Figure 1.25: *Mécanisme de frottement latérale positif (f_p) et négatif (f_n)* [2-5]

Les observations expérimentales montrent que le frottement latéral est un phénomène très localisé autour du fût d'un pieu. En particulier, dans le cas des sols pulvérulents, les déformations de cisaillement du sol sont concentrées dans une étroite bande de sol d'épaisseur très faible, d'environ 10 fois le diamètre moyen des grains. Les expérimentations indiquent également que le frottement latéral augmente approximativement de façon linéaire avec la profondeur jusqu'à 10 fois, voire 20 fois le diamètre du pieu. Au-delà, le frottement latéral est à peu près constant [2-5,20-25].

1.3.2 Méthodes de calcul analytique

Pour déterminer la charge portante des pieux, on peut recourir aux méthodes ci-dessous [2-5,20-25]:

- ✓ des méthodes de calcul statiques, qui découlent de la mécanique des sols;
- ✓ des méthodes de calcul dynamique, applicables aux pieux battus;
- ✓ l'interprétation des résultats de pénétromètres, S.P.T. ou pressiomètres;
- ✓ les résultats d'essais directs.
- ✓ Les méthodes réglementaires telles que les méthodes de l'Eurocode7

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

1.4 Modélisation des pieux sous charges axiales:

Le comportement d'une fondation profonde dépend des facteurs suivants [2-5,21-26]:

- caractéristiques géométriques de chaque pieu (élancement, section, surface latérale, rugosité, inclinaison), de la disposition des pieux dans le groupe (espacement) et, éventuellement, du chevêtre qui les relie les uns aux autres ;
- technique de mise en place des pieux (battage, vibrofonçage, vissage, fonçage, forage puis moulage en place) ;
- forces, moments ou pressions appliqués et transmis aux pieux (compression, traction, sollicitations inclinées ou excentrées, sollicitations transversales, monotones ou cycliques, dynamiques) ;
- état de l'interface entre le sol et chaque pieu (frottement et glissement du sol le long du fût) ;
- comportement non linéaire du sol au voisinage immédiat du fût des pieux ;
- comportement non linéaire du sol près de la pointe des pieux ;
- éventuellement, comportement non linéaire de chaque pieu (compression, allongement, flexion, torsion, cisaillement voire flambement).

Trois différentes non-linéarités, liées respectivement au sol, au pieu et à leur interaction, doivent donc en principe être considérées pour modéliser le comportement d'un pieu dans un massif de sol [23-31]. De plus, une modélisation rigoureuse des états de contraintes et de déformations générés dans le sol par la pénétration d'un pieu doit tenir compte autant que faire se peut de la simulation de la construction, car le champ de contraintes qui règne à la fin de l'installation dans le pieu et dans le sol à une influence importante sur le comportement futur de la fondation.

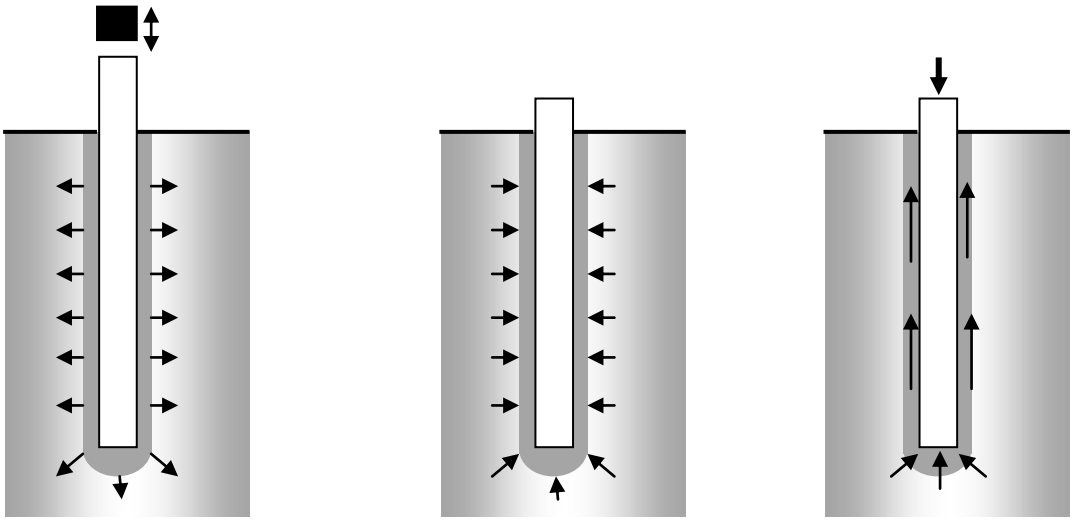


Figure 1.26: *Comportement d'un pieu battu ou enfoncé* [22]
a) Installation ; b) Reconsolidation ; c) Chargement

Une telle modélisation doit faire intervenir les grands déplacements, les grandes déformations, les grandes rotations, les grands glissements, le tout étant en interaction avec la pression interstitielle, sans oublier les aspects dynamiques dans le cas d'un battage [23-24]. Il s'agit là d'un point particulièrement délicat de la modélisation. Par ailleurs, celle-ci doit également simuler de manière satisfaisante les zones de contact, les frottements, les glissements et les décollements qui peuvent apparaître aux différentes interfaces, ainsi que le comportement spécifique de la zone de sol immédiatement en interaction avec le pieu. Les méthodes d'évaluation (de prévision) des efforts axiaux limites sur les pieux sont de nature essentiellement empiriques et fondées sur des observations expérimentales [2-5,21-26].

1.4.1 Méthode des fonctions de transfert des charges t-z pour pieux isolés :

La méthode de transfert de charge (t-z) est probablement la technique la plus utilisée pour étudier le problème des pieux isolés axialement chargées, et est particulièrement utile quand le comportement du sol est clairement non linéaire, et/ou quand le sol entourant le pieu est stratifie. Elle permet de calculer le déplacement vertical d'un pieu soumis à une charge axiale. La méthode présentée par Coyle et Reese en 1966 [23-26], passe par la définition de la relation entre la contrainte de cisaillement à la surface latérale du pieu (τ) et le déplacement vertical du pieu (z) à différentes profondeurs (courbes de modélisation du frottement latéral) en se basant sur les données des essais in situ. Plusieurs auteurs ont développé cette méthode théoriquement et dans le calcul pratique des pieux sous charge axiale (Poulos et Davis 1980 ; Frank et Zhao 1982 ; Boulon et Foray 1986 ; Maleki 1995) [23,27-29]. Liu *et al.* [29] ont proposé un modèle t-z trilinéaire plastique avec radoucissement.

La méthode t-z modélise le sol comme une série de ressorts élastiques non-linéaires pour tenir en compte le comportement non-linéaire des sols. C'est un modèle à 1-D dans lequel le pieu est divisé en un certain nombre de petits tronçons ou segments. Dans chaque segment, la force de frottement unitaire « t » mobilisée le long du fût est uniquement fonction du déplacement vertical « z ». Cette fonction est appelée t-z. Une approximation initiale est faite pour le mouvement du segment au bas. Puis, avec l'aide de la courbe appropriée de transfert de charge, un procédé itératif est suivi pour obtenir la charge agissant sur le segment.

De ces informations sur la charge et du mouvement du segment inferieur, l'analyse ensuite est suivie vers le haut, segment par segment. Ainsi, divers mouvements initiaux au segment inferieur de pieu sont employés pour construire la courbe de charge-déplacement à la tête du pieu [23,27-29].

Dans le cas d'un chargement de compression, le système sol-pieu du dernier tronçon relie la résistance de pointe Q_p au déplacement vertical z. Cette relation est dite courbe Q-Z [23,29].
Clairement, de telles méthodes de transfert de charge ignorent la continuité du milieu du sol et ne peuvent pas être appliquées aux groupes de pieux. D'ailleurs, afin d'obtenir la courbe de transfert de charge sur l'emplacement, considérablement plus d'instrumentation est exigée que pour un essai de charge normal de pieux. En outre, pendant que les états du sol changent, horizontalement aussi bien que verticalement, l'extrapolation des essais d'un emplacement a l'autre peut toujours ne pas être entièrement satisfaisante.

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

1.4.2 Modélisation numérique:

Lorsqu'une fondation est en interactions avec une autre structure (on ne peut plus la considérer comme étant isolée) ou lorsque les sollicitations deviennent complexes, les méthodes de calcul traditionnelles ne sont plus adaptées. Une modélisation numérique par discrétisation peut alors apporter une aide précieuse à l'ingénieur pour dimensionner la structure et estimer ses mouvements et ceux du sol [4,23-31].

La modélisation numérique des fondations profondes doit tenir compte de la loi de comportement du sol, de celle des pieux mais aussi de la loi qui régit le comportement à l'interface entre le sol et le fût des pieux. De nombreuses recherches théoriques ont été réalisées à l'aide de la modélisation numérique sur des pieux isolés ou sur des groupes de pieux. Ces études avaient pour objectifs d'analyser et de reproduire les mécanismes observés lors d'un essai de compression ou d'arrachement : redistribution des contraintes autour des interfaces, mouvements du sol dus au glissement relatif et mobilisation du frottement latéral. Des comparaisons avec les résultats d'expérimentations sur site, en vraie grandeur, montrent que cette approche numérique simule de manière satisfaisante le fonctionnement des fondations profondes [23-31].

a)La méthode des éléments finis:

A cause de son apparition tardive, les applications de cette méthode pour le calcul des pieux sont relativement rares (si on la compare aux autres méthodes). Cet outil permet, toutefois, de modéliser le chargement des pieux ainsi que leur mise en place dans le sol par forage ou par battage [6,23-31]. L'approche par la méthode des éléments finis permet de déterminer le comportement du pieu ainsi que du massif du sol l'entourant.

La modélisation du comportement des pieux exige la connaissance des caractéristiques géométriques et mécaniques des pieux ainsi que le choix d'un bon modèle d'interface sol-pieu et d'une loi de comportement adéquate du sol. La modélisation du comportement des pieux par la méthode des éléments finis peut être réalisée par une schématisation en symétrie de révolution ou tridimensionnelle. La condition de symétrie de révolution (ou " axisymétrie ") est généralement utilisée dans le cas d'un pieu cylindrique isolé, l'axe de symétrie étant l'axe du pieu. La condition tridimensionnelle reste l'approche la plus réaliste ; en revanche, elle requiert des moyens importants pour la réalisation du maillage autour des pieux [23-31].

Les caractéristiques mécaniques des pieux utilisés (pieux en bois, en béton -armé ou non- ou en acier) sont généralement beaucoup plus élevées que celles des sols ou des roches meubles, dans lesquels les pieux sont mis en place. Pour cette raison, le comportement des pieux est considéré comme élastique [4,23-31].

1. Modélisation numérique axisymétrique des pieux par EF:

Généralement, le pieu est considéré comme isolé dans un milieu semi-infini Par ailleurs, si la géométrie des terrains et la nature des sollicitations le permettent, la modélisation est effectuée en symétrie de révolution : le pieu est assimilé à un cylindre généralement plein. Cette approche n'est pas automatique et impose une certaine réflexion [4,23-31].

En effet, à l'exception de certains pieux en acier, les pieux sont rarement des cylindres parfaits. Leur section peut varier avec la profondeur et n'est pas toujours circulaire et pleine ; des pieux de section carrée, tubulaire ou en forme de H sont utilisés. Des caractéristiques équivalentes sont alors cherchées pour les surfaces, les modules et les densités pour les pieux à section non circulaire ou non pleine, en conservant généralement les rigidités axiales et les diamètres extérieurs ou les longueurs des pieux réels [24].

2. *Modélisation numérique tridimensionnelle des pieux par EF:*

Cette approche requiert des moyens importants pour la réalisation du maillage autour des pieux. La modélisation de l'interface entre le pieu et le sol par des éléments adéquats augmente également le nombre de nœuds du maillage. Le calcul est relativement long et d'une durée parfois excessive. Les utilisateurs de cette approche cherchent assez souvent à réduire leur maillage, mais cette réduction risque d'être effectuée au détriment de la précision des résultats. Pour éviter de telles modélisations grossières, la section du pieu (circulaire ou non, creuses ou non) est fréquemment remplacée par une section polygonale pleine équivalente.

Les essais de chargement de pieux isolés sous chargement axial ont été rarement modélisés par la méthode des éléments finis tridimensionnels et l'interface a été rarement prise en compte [23-31].

b) Modélisation numérique par équations intégrales aux frontières:

Basée sur l'équation de Mindlin, deux approches principales peuvent être utilisées: une où les frontières du pieu et du sol sont discrétisés, et l'autre simplifiée où seul le pieu est discrétisé [27]. Cette méthode suppose un matériau élastique linéaire en petites déformations. Le problème d'équilibre se réduit à la solution d'un système d'équations intégrales qui est fonction des conditions aux limites que l'on pose (en déplacement, en contraintes ou mixtes). Le contact étant considéré entre deux solides élastiques, les non-linéarités du comportement sont alors concentrées à l'interface [4,23-31].

1.5 Conclusion

Dans ce chapitre, on a pu fournir une synthèse sur le comportement des pieux sous charges axiales de compression ou de traction (d'arrachement). La technologie des pieux, leurs différents types utilisés en génie civil ont été présenté ainsi que leurs modes d'exécution, leurs caractéristiques générales et domaine d'applications.

Les études présentées dans la littérature ont mis en évidence le phénomène de mobilisation du frottement et sa relation avec le comportement des pieux. Le frottement latéral constitue donc une partie de la capacité portante des pieux en compression axiale et la totalité de la capacité en traction axiale (arrachement). Il se mobilise graduellement, en fonction de la charge appliquée et les contraintes axiales d'un pieux chargé axialement en tête diminuent le long du fût.

Il ressort également de ce chapitre que la modélisation numérique du comportement d'un pieu sous charge axiale nécessite la prise en compte de l'effet d'installation, la formulation d'un modèle de comportement d'interface approprié et la définition d'éléments de contact spéciaux. L'analyse des pieux isolés sous charge axiale par les méthodes de fonctions de transfert de charge et la méthode éléments finis, permet d'avoir une idée globale sur le comportement d'une fondation profonde et montre que l'interface joue un rôle considérable dans la définition des conditions de stabilité de l'ouvrage.

Chapitre 2

Modélisation de l'interface sol-structure

L'univers est constitué par un ensemble de corps matériels interagissant continuellement les uns avec les autres. Ces interactions sont responsables des différents états de la matière, et ses propriétés. Elles sont également responsables des forces que nous rencontrons dans la vie courante : force de traction, de poussé, de frottement entre les surfaces…etc.

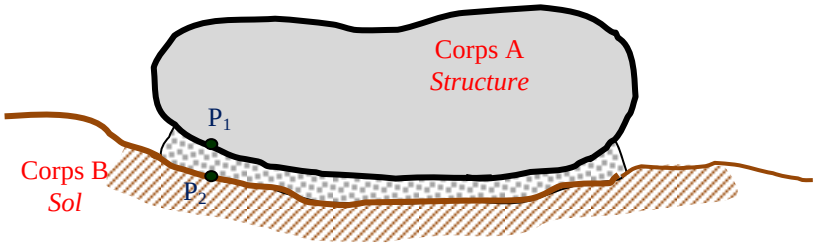
Dans le domaine de génie civil, ce phénomène d'interaction est fréquemment rencontré dans tous les ouvrages qui sont généralement inscrits dans un environnement (fluide, sol, roche, ..etc) et composé de parties mécaniques en liaison les unes avec les autres et qui peuvent être assimilées à un assemblage de solides déformables en contact [4][23-31].

Les situations pratiques où le problème d'interaction est présent sont nombreuses en génie civil. Ces interactions peuvent être localisées (fondation, murs de soutènement), ou totales (tunnels) ainsi, l'interaction peut se produire en surface ou prés de la surface ou en profondeur [4][11]. A titre d'exemple on peut citer les problèmes de contact entre deux ou plusieurs couches de sol (interface d'un remblai et du sol de fondation), le contact sol-structure (interface sol-mur de soutènement, ou palplanche, sol-tirants d'ancrage, sol-pieux ou sol-ouvrages souterrains....); ou même les problèmes de renforcement (terre armée, béton armé..etc). Dans tous ces cas, le transfert des charges d'une partie de la structure à une autre, passe par l'interface ce qui implique qu'une description correcte du comportement globale d'un ouvrage génie civil doit donc tenir de ces interactions qui existent entre les différentes partie constituant l'ouvrage : glissement, frottement, et décollement. Autrement dit, la stabilité de l'ouvrage dépend sensiblement du comportement des surfaces d'interfaces ou la plupart des ruptures observées dans ces structures se produisent le long des surfaces de discontinuité [4][11].

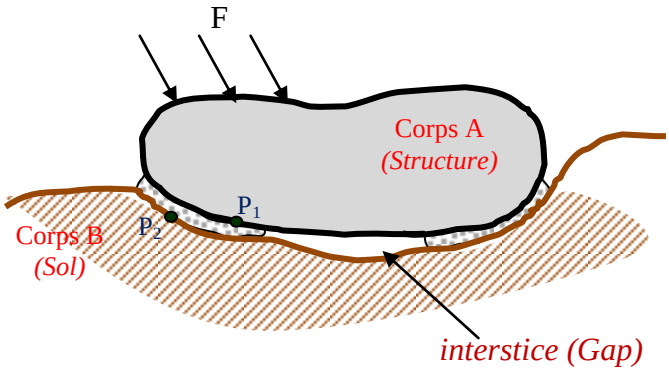
2.1 Position du problème:

La compréhension de l'aspect complexe de l'interaction sol-structure et des déformations du sol qui en résultent permet de bien maîtriser les nouvelles techniques de modélisation et de construction des ouvrages où le problème de l'interaction sol-structure se pose très souvent.

Pour mieux comprendre le phénomène de l'interaction sol-structure, considérons le cas d'un corps "A" (structure) en interaction avec le corps "B" (sol) (figure 2.1). Au cours de chargement, un point "P_1" de la surface de structure peut se déformer différemment que le point adjacent "P_2" dans le sol provoquant un glissement relatif (figure 2.1 (a)). En outre, certaines parties de l'interface peuvent s'ouvrir (se décoller) en provoquant des interstices (gap), ou des intervalles existants peuvent se fermer (recollement) pendant les déformations (figure 2.1(b)) [16,22,30].



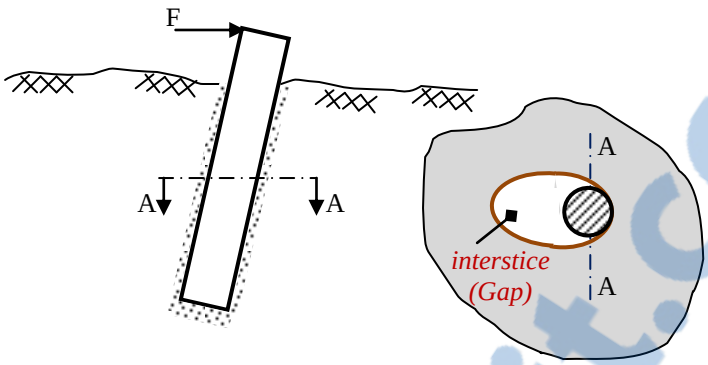
(a) : Système sol-structure avant déformation



(b) : Système sol-structure après déformation

Figure 2.1 : *Schéma d'interaction sol-structure* [24]

Ce comportement peut être clairement remarqué dans le cas par exemple d'un pieu sous chargement latéral ou bien une poutre sur une fondation déformable (figure 2.2 a et b) [17].



(a) :Interaction Pieu-sol sous chargement latéral

(b) : Interaction poutre-sol déformable chargement

Figure 2.2 : *Schéma d'interaction sol-structure* [17]

La figure (2.2a) montre que sous l'effet de chargement, la structure (pieu) se déforme, glisse, et une ouverture peut apparaitre (décollement) entre le sol et la structure au niveau de l'interface. Ce phénomène peut être observé également dans la figure (2.2b) où on montre le cas d'une poutre sur une fondation déformable présentant des discontinuités. Sous l'effet de chargement, des parties de la poutre se déplacent au-dessus du niveau de surface provoquant un décollement tandis que d'autres parties de la poutre qui n'était pas en contact, adhèrent avec le sol [17, 24].

Ce comportement de fermeture, séparation et glissement observé au niveau de l'interface représente le mécanisme fondamental de la façon dont les charges sont transférées de la structure au sol et vice versa, sous l'effet de l'interaction sol-structure.

D'un point de vue mécanique, l'interaction sol-structure se traduit par une perturbation du champ de contraintes initiales régnant dans le sol par des phénomènes localisés aux interfaces (glissement, décollement). L'étude des problèmes d'interaction sol-structure a pour objectif donc de localiser les zones d'interfaces et de déterminer la distribution des contraintes et les déplacements relatifs. Durant le chargement, les surfaces de contact au niveau des interfaces changent brusquement, et sont a priori inconnue ce qui rend la formulation des ces problèmes très délicate [23-31].

Rapport-Gratuit.com

Ce comportement d'interaction est le mécanisme fondamental de la façon dont les charges sont transférées de la structure au sol et vice versa. Par conséquent, ces modes de déformation jouent un rôle important dans le développement d'un modèle d'interaction sol-structure [17, 24].

2.2 Modélisation des problèmes d'interaction sols-structures

Dans un problème d'interaction sols-structures, les zones au voisinage de l'interface sont en général soumises à une forte concentration de contrainte, ce qui signifie que le problème de l'interaction sol-structure dépend également de la nature du massif de sol, la nature de la structure et des chargements appliqués. Le comportement de l'interface sol-structure est lié directement au comportement du sol au voisinage de la structure, aux conditions aux limites imposées au système, aux conditions de contact entre le sol et la structure, mais aussi à l'état initial (l'état du système avant le chargement) qui joue un rôle très important sur le comportement de l'interface sol-pieu [23-31].

2.2.1 Comportement du matériau de la structure

Partant de l'idée que la structure en interaction avec le sol est constitué généralement de matériaux de rigidité plus importante que celle du sol environnant (béton, acier,..etc), le comportement de la structure peut être considéré comme élastique, ou élastoplastique [23-32].

2.2.2 Comportement de l'interface sol-structure

2.2.2.1 Définition de l'interface sol-structure

Les interfaces sont un phénomène fréquent dans de nombreuses branches d'engineering où le matériau considéré est soit doté de régions distinctes ou bien conçu avec des régions distinctes pour obtenir une performance optimale. De nombreux problèmes de géotechnique impliquent des contacts entre deux matériaux de nature différente, qui sont souvent appelés interfaces ou joints.

Dans la littérature plusieurs auteurs ont données des définitions pour l'interface assez générales. Pour Plytas (1985), l'interface est la fine zone de sol siège de grandes perturbation de structure et de remaniement de grains durant un cisaillement localisé. Le cisaillement est dû contact d'une inclusion dans le sol sollicitée axialement [24,28,30,32]. Boulon (1988) a considéré que les interfaces sol-structure ne sont que des couches en contact avec la structure, constituées principalement par une partie du sol avec possibilité de présence de quelques particules arrachées à la structure [33, 34].

Le terme interface peut être décrit aussi soit comme une surface formant une frontière commune entre des régions de matériau identiques, soit comme une surface qui sépare deux régions de matériau distinctes. Dans ce sens, Hoteit (1990), Hassan (1995) , Desai et Rigby (1995) considèrent l'interface comme étant une limite (discontinuité), ou frontière commune à deux matériaux aux propriétés différentes à travers laquelle des échanges ont lieu [30,33]. D'autres auteurs, considèrent de point de vue géométrique l'interface sol-structure comme une couche mince de sol remanié au contact direct de la structure, et formée entre la surface de la structure et le volume de sol l'entourant [23,33].Les problèmes d'interaction sol-structure ainsi que les problèmes reliés à la mécanique des joints dans les roches dépendent principalement du comportement de cette interface.

2.2.2.1 Etudes en laboratoire et caractérisation expérimental de l'interface sol-structure:

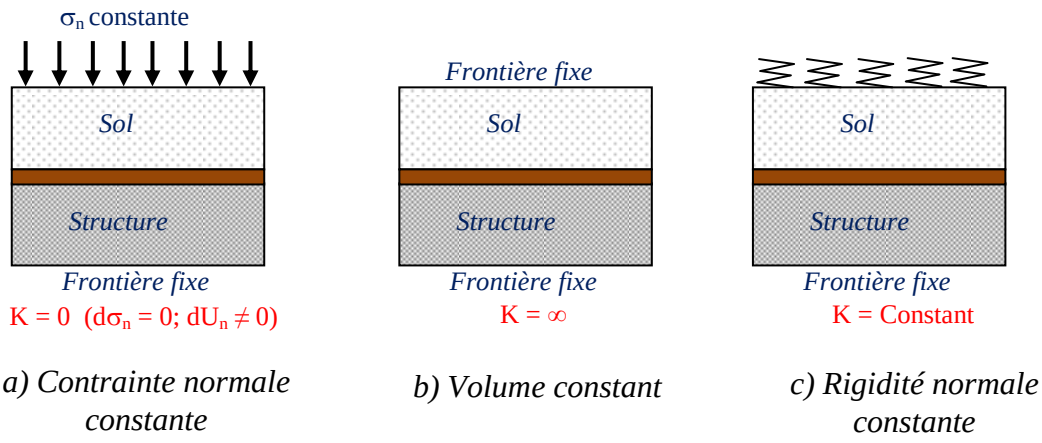
La réponse des systèmes sol-structure aux différents chargements est ainsi influencée par les caractéristiques des interfaces entre le sol et la structure. Jusqu'à présent, le développement de la compréhension précise de la réponse mécanique des interfaces a été étudié alternativement à partir de tests de laboratoire ou de terrain appropriés pour décrire le comportement de l'interface de manière réaliste. L'interface est une zone d'épaisseur finie de matériaux soumis à de fortes sollicitations de cisaillement. En fait, un grand nombre de problèmes pratiques d'interaction sol-structure nécessite la connaissance de la résistance au cisaillement entre le sol et d'autres matériaux de construction. C'est le cas de la stabilité des pieux frottant, des murs de soutènement, des tirants d'ancrage et les structures offshores [17, 30,33].

Pour mieux décrire le comportement des interfaces et déterminer les caractéristiques de cette couche mince, des appareils plus ou au moins sophistiqués ont été conçus et plusieurs types d'expérimentations ont été réalisés. La plupart des travaux expérimentaux développés dans ce cadre portent sur le cisaillement entre un sol et une structure (béton, aciers, bois, etc.). Un certain nombre de perfectionnements et de modifications de plusieurs dispositifs ont été continuellement effectués afin d'améliorer la compréhension du comportement d'interface. On peut classer les essais d'interface en essais à [4,30,33] :

- Contrainte normale constante : l'interface peut se contracter ou se dilater librement (figure 2.3a)
- Volume constant : les déplacements normaux sont empêchés, et la contrainte normale augmente ou diminue selon que le sol au voisinage de l'interface tend à se dilater ou se contracter (Figure 2.3b)

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

- Rigidité normale constante : le déplacement normal et la contrainte normale varient proportionnellement suivant un rapport K constant (rigidité). Ce rapport permet de présenter l'évolution de la contrainte normale et du déplacement normal qui reproduit l'état de dilatance ou de contractance de l'interface (Figure 2.3c).



a) Contrainte normale constante *b) Volume constant* *c) Rigidité normale constante*

Figure 2.3 : *Conditions aux limites dans la direction normale de l'interface* [30]

Depuis les années 1960, de nombreux types d'appareillages ont été développés et selon P. Unterreiner [4, 30, 33], il est possible de grouper tous les essais de cisaillement en deux grandes familles : les essais de cisaillement direct, où l'on impose au matériau de glisser par rapport à une interface (et les variations volumiques sont limitées à cette interface), et les essais de cisaillement simple, où le matériau peut aussi se déformer en volume.

a) ***L'essai de cisaillement direct (modifié):*** Modifié pour l'étude des interfaces sols-structures, cet appareil imprime au sol un mouvement de glissement par rapport à la surface d'un corps matériel. Son principe consiste à mettre l'échantillon de sol dans une demi- boîte et à le mettre en contact avec une plaque rugueuse (acier, béton, bois..etc.) (figure 2.4). L'essai permet d'avoir les caractéristiques mécaniques le long d'une surface de rupture imposée. elle sert également à analyser l'influence d'un certain nombres de facteurs comme la composition du sol, la rigidité et la rugosité de la structure, l'intensité de la contrainte normale...,etc.[4, 30, 33]

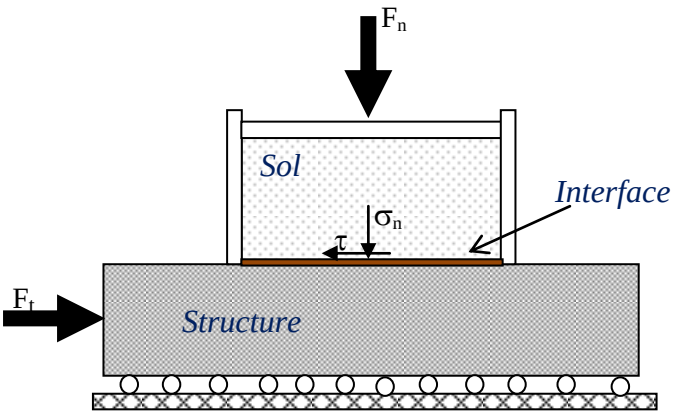
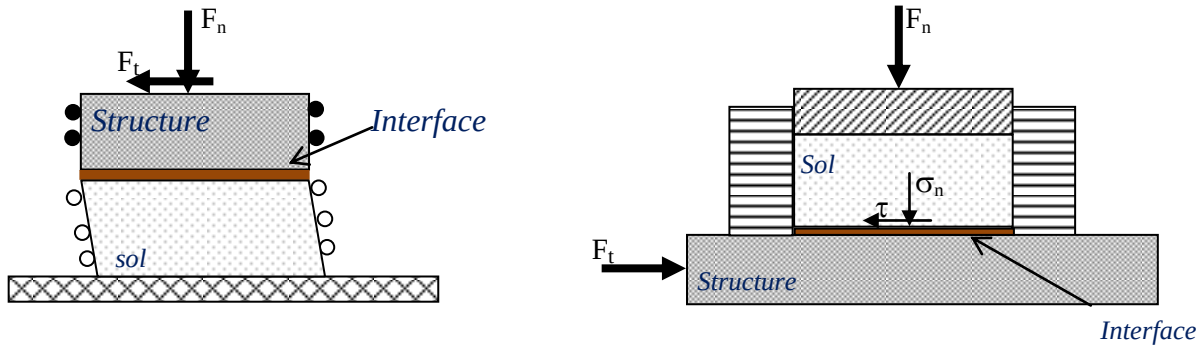


Figure 2.4 : *Principe de l'essai de cisaillement direct modifié* [17,29]

b) **L'essai de cisaillement simple:** La conception de l'appareil est semblable à celle de la boîte de cisaillement direct mais ça diffèrent sur les conditions aux limites appliquées au sol, où une déformation volumique uniforme est imposé à l'échantillon de sol. Pour étudier le cisaillement des interfaces sols-structures, deux types d'appareils appartenant a cet catégorie ont été utilisés:

- *L'appareil de cisaillement simple, type NGI (Norwegian Geotechnical Institute):* Utilisé au début par Bjerram et Lambva (1966) pour étudier le cisaillement dans le sol par, il a été modifié par la suite par Budhu (1976) pour l'étude des interfaces. Dans cet essai, l'échantillon de sol est de forme circulaire, empêché de toute déformation radiale ce qui permet à l'interface entre le sol et la plaque de rester circulaire pendant le cisaillement (figure 2.5a) [4, 30, 33]
- *L'appareil de cisaillement simple de type Uesugi et Kishida* : La demi boîte rectangulaire où l'échantillon de sol est enfermé est construite d'un empilement de cadre en aluminium. L'essai permet de mesurer le glissement à l'interface indépendamment de la déformation de cisaillement au sein de l'échantillon (figure 2.5b). Il faut noter ici que l'essai de cisaillement simple fournit généralement des valeurs de coefficient de frottement relativement proches de celles données par l'essai de cisaillement direct.

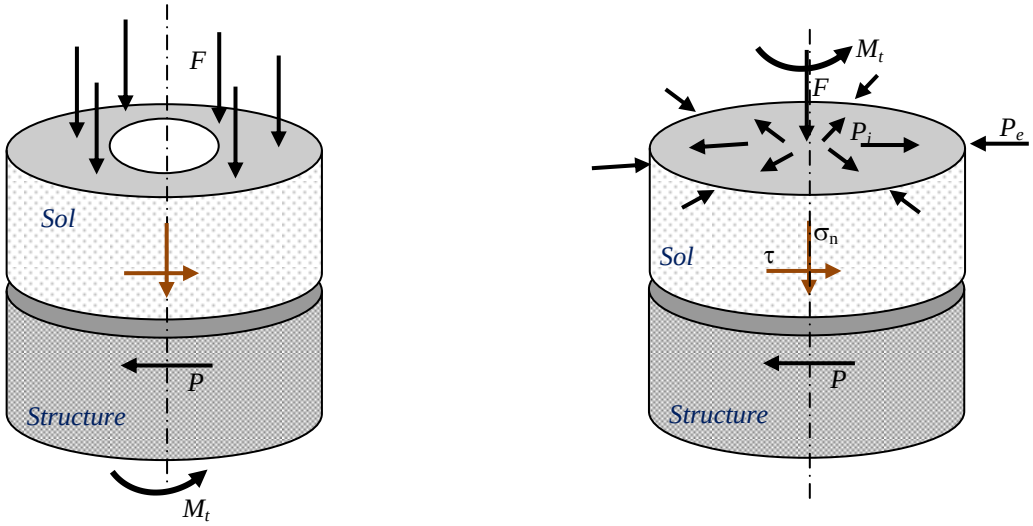


a) Type N.G.I *b) Type Uesugi et Kishida*

Figure 2.5 : *Principe de l'essai de cisaillement simple* [17,30]

c) **L'essai de cisaillement annulaire par torsion :** Dans cet essai, l'échantillon de sol et la structure ont une forme annulaire [4, 30, 33]. Dans cette catégorie, on peut distinguer deux types d'essais selon les conditions aux limites appliquées:

- *L'essai de cisaillement annulaire:* c'est un essai sans confinement. L'appareil est constitué d'un empilement d'annaux et de rondelles en aluminium qui peuvent glisser les unes sur les autres où un effort normal est appliqué sur le sol, et un couple de torsion à la structure (figure 2.6a). Cette essai facilite le cisaillement, et assure l'homogénéité de la déformation de l'échantillon
- *L'essai de cisaillement annulaire par torsion sur cylindre creux:* Cet appareil a été utilisé pour étudier le comportement d'un échantillon de sol cylindrique creux, à faible épaisseur, au contact d'une structure de forme cylindrique creuse. L'ensemble est soumis à des pressions intérieure et extérieure, une force axiale et un couple de torsion (figure 2.6b). L'essai permet d'étudier le cisaillement dans les sols ainsi que l'influence des composantes des contraintes et de leurs combinaisons.



a) Cisaillement annulaire *b) Cisaillement par torsion sur cylindre creux*

Figure 2.6 : *Principe des essais de cisaillement par torsion* [17,30]

d) **L'essai cisaillement axisymétrique (arrachement d'une barre) :** l'essai utilisé par Brumund et Léonards consiste à arracher une barre cylindrique (acier ou béton) placée dans un massif de sol [4, 30, 33]. La force d'arrachement est appliquée à la tige, suivant l'axe de l'échantillon de sol de forme cylindrique, placée dans une membrane en caoutchouc (figure 2.7). La membrane est soumise à un effort de confinement sous forme d'une pression extérieur. L'essai est utilisé pour étudier certains types de renforcement de massifs de sol par inclusion mais il ne permet pas de bien mesurer les caractéristiques mécaniques à l'interface sol-inclusion [30].

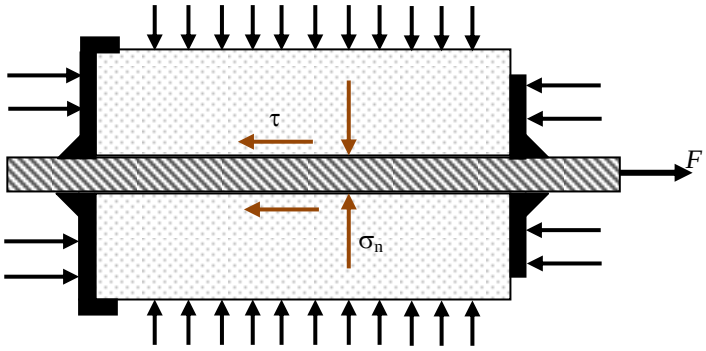


Figure 2.7 : *Principe de l'essai de cisaillement axisymétrique* [17,30]

2.2.2.3) Modélisation de l'interface sol-structure:

En géotechnique, les problèmes d'interfaces sont omniprésents. Généralement, on distingue entre les interfaces sol-sol (interface remblai- sol de fondation par exemple) et les interfaces sol-structure où le sol interagit avec tout ou partie de la structure (que ce soit en fondation, soutènement ou dans les ouvrages souterrains)[4, 23, 24].

En effet, on s'intéresse plus aux problèmes d'interaction sol-structure où les déplacements et les contraintes sont plus importants. Le développement de formulations mathématiques de lois pour représenter le comportement à l'interface sol-structure, est basé sur les constations expérimentales du comportement de l'interface réelle observée à partir d'un test de cisaillement en laboratoire. En raison du comportement complexe de frottement entre le sol et la structure, comme dans la modélisation des sols, le comportement réel est idéalisé en tant qu'élastique linéaire [17, 23, 24]. Des modèles plus complexes ont également été proposés pour décrire le comportement de l'interface. Ces modèles incorporent un ou plusieurs des phénomènes suivants : l'écrouissage, le radoucissement, la contractance, la dilatance, l'endommagement [30, 31] .

➢ *Contact sol-structure*

Dans un problème d'interaction sol-structure, les efforts sont transmis entre les structures et les sols principalement à travers l'interface, la fine couche de sol en contact avec la structure, et le siège d'une localisation importante de déformation et des concentrations de contraintes. L'examen physique détaillé d'un tel problème nous oblige à étudier le phénomène de contact entre deux corps déformables soient : le sol et la structure (Figure 2.8) et d'examiner la zone de contact au niveau de l'interface. Supposons avoir isolé cette zone ABCDA'B'C'D' (figure 2.8) en déformation plane parallèlement au plan (X, Y) [24, 33,34].

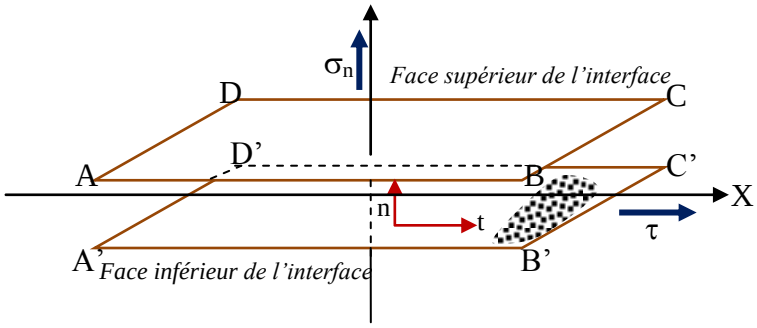


Figure 2.8 : *Interface, définition géométrique* [33]

Soit $\boldsymbol{u}$ $(u_n\ ,\ u_t)$ *et* $\boldsymbol{\sigma}$ $(\sigma_n,\ \tau)$ respectivement les composantes normales et tangentielles des vecteurs des déplacements relatifs d'interface et le vecteur de contraintes agissants sur l'interface. Considérons deux points *i* et *j* de l'interface appartenant respectivement au sol et à la structure. Au cours de chargement, le mouvement relatif entre le sol et la structure peut se produire. On définit alors le saut de déplacements $\Delta\boldsymbol{u}$ au niveau de l'interface [33,34]:

$$\Delta u = \boldsymbol{u}^j - \boldsymbol{u}^i \quad \text{avec} \quad \Delta u = \begin{Bmatrix} \Delta u_n \\ \Delta u_t \end{Bmatrix} \tag{2.1}$$

Alors l'état de contact entre le sol et la structure peut évoluer, et les points *i* ,*j* appartenant à la zone de contact (l'interface) doivent satisfaire les lois régissant le contact unilatéral et de frottement présenté ci- dessous [23,24,32]:

- *Condition d'impénétrabilité (non pénétration) :*

  La condition d'impénétrabilité de la particule du sol i dans la structure, dite condition de contact cinématique, définit par:

  $$\Delta u_n \geq 0 \tag{2.2}$$

  Une particule de sol doit être soit à l'extérieur de la structure soit sur la structure.

- *Condition de non adhésion (condition de contact unilatéral)*

  Cette condition de contact statique ou de non adhésion, exprime qu'une particule *i* du sol ne doit pas coller à la structure. C'est à dire, la structure ne doit pas empêcher la particule *i* de décoller. Elle s'écrit dans le repère local :

  $$\Delta u_n = 0 \Rightarrow \sigma_n \geq 0 \tag{2.3}$$

  Cette condition traduit l'état de compression de la zone en contact.

- *Etat de non contact (condition de bord libre)*

  Quand une particule du sol « *i* » se trouve à l'extérieur de la structure, la contrainte σ_n doit être nulle, et quand σ_n n'est pas nulle la particule *i* doit être en contact, et par conséquent Δu_n est nulle. Cette condition s'écrit :

  $$\Delta u_n \geq 0; \quad \sigma_n > 0; \quad \Delta u_n . \sigma_n = 0 \tag{2.4}$$

- *Condition de frottement limite :*

  Une particule « *i* » du sol restant en contact avec la structure ($\sigma_n > 0$) ne peut glisser que si la contrainte tangentielle τ atteint un seuil de frottement limite (seuil de cisaillement) définit par la loi de frottement de Coulomb :

$$\tau = \overline{\tau} \quad \text{avec} \quad \overline{\tau} = c_i + \sigma_n . \tan\delta \tag{2.5}$$

Avec c_i, la cohésion et δ l'angle de frottement a l'interface

En se basant sur ces conditions, on peut résumer les modes de déformations des particules situant au niveau de l'interface comme suit (Figure 2.9) :

- Le glissement avec frottement (au delà du seuil limite de frottement $\overline{\tau}$ (Eq. 2.5)) : l'interface est soumise à une contrainte de compression $\sigma_n > 0$ et la contrainte de cisaillement τ dépasse une certaine limite de contrainte. On a un glissement relatif entre les points *i* et *j* (figure 2.9a)
- L'adhérence (pas de glissement): il n'y a aucun mouvement relatif entre le sol et la structure ($\Delta u = 0$). L'interface est soumise à une contrainte de compression $\sigma_n > 0$ et la contrainte de cisaillement τ reste au-dessous de seuil de glissement ($\tau < \overline{\tau}$) (figure 2.9b) ;
- La séparation: ou bien décollement d'une partie de l'interface, pour faibles contraintes de traction ($\Delta u_n > 0$ et τ est nulle Eq. 2.4) (figure 2.9c).
- La fermeture de l'interface : en compression normale (σ_n et τ non nulle). Le décollement diminue et l'interface reprend son état initial (figure 2.9d).

De telles conditions de chargement sont traditionnellement simplifiées, soit en tant que charges prescrites (en supposant une flexibilité complète de la structure), soit en tant que déplacements prescrits (en supposant une rigidité complète de la structure). Ces simplifications grossières conduisent souvent à des prédictions imprécises du comportement réel, et ne sont possibles que lorsque les surfaces en contact sont connues a priori. Cette approche est souvent adoptée afin de décrire la cinématique fort complexe (grandes déformations, grands déplacements relatifs..etc) qui intervient entre les deux faces de la bande de cisaillement située dans le sol, le long de la structure (Figure 2.)[32].

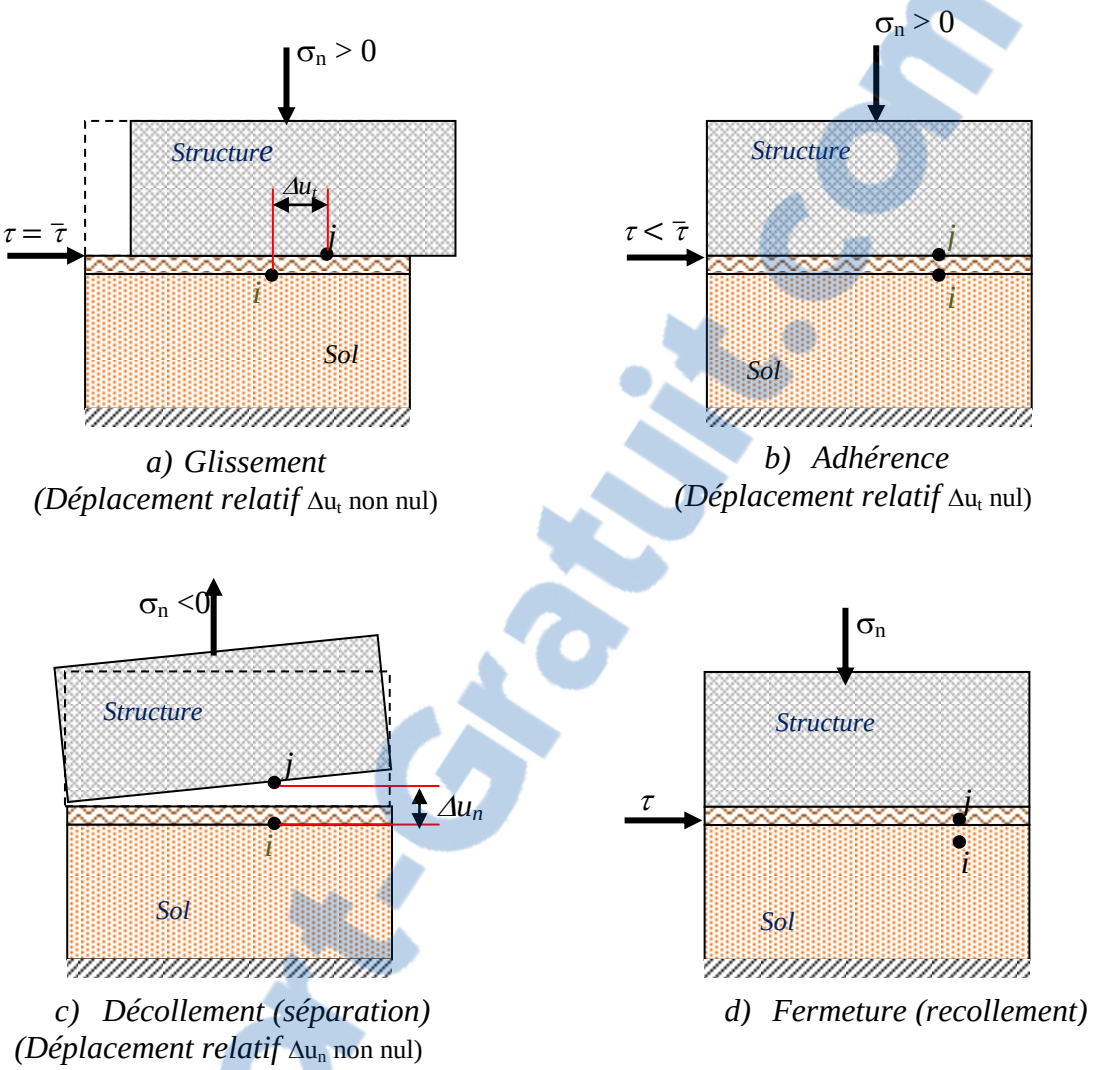


Figure 2.9 : *Différents mode de déformation de l'interface* [32]

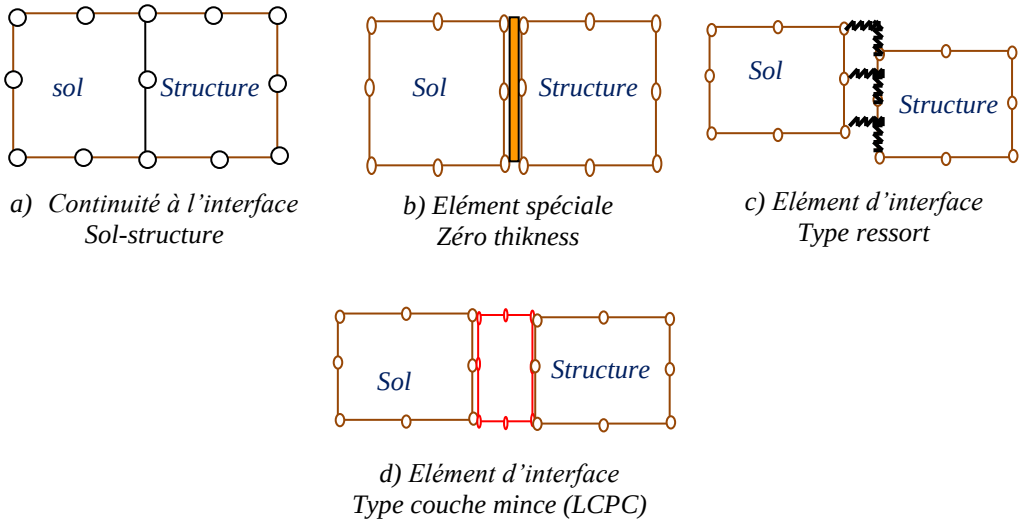
Ces problèmes sont difficiles à gérer en raison des difficultés conceptuelles et mathématiques. En effet, ils sont considérés comme étant non linéaires puisque d'une part, les surfaces de contact entre les corps ne sont pas connues à l'avance et d'autre part les interfaces sont soumises à des sollicitations de cisaillement importantes. De point de vue mathématique, cela se traduit sur l'état de contraintes à l'interface, caractérisant le contact entre le sol et l'élément structurel, ce qui ne peut pas être modélisés par de simples conditions aux limites imposées.

Pour remédier a un tel problème, des éléments d'interface spéciaux (ou bien éléments joints) sont utilisés pour modéliser le comportement discontinu de l'interface sol-structure en permettant le mouvement relatif entre le sol et la structure, ainsi que la possibilité de faire varier le comportement constitutif de l'interface [32-49].

Le sol et la structure sont modélisés séparément et liés ensuite par des équations de compatibilité de différentes natures pour les forces et les déplacements (figure 2.9a) [32- 35].

Depuis les années 60, des progrès considérables ont été réalisés pour étudier le comportement des interfaces sol-structure. Dans ce contexte, un grand nombre de modèles expérimentaux, analytiques et numériques classés comme une approche de rigidité ou de contrainte ont été présentés [30-35]. Dans la littérature, ces éléments peuvent être classés en deux catégories:

- *Elément sans épaisseur (Zeron thikness) :* basés sur une approche de type contact (ou rigidité). Dans ce cas, l'interface n'as pas d'épaisseur et assimilée à un matériau fictif dont on associe par la suite une loi de comportement reliant les contraintes et les déplacements relatifs au niveau de l'interface (figure 2.10 b,c) [30-32,48,49].
- *Eléments couche mince (Thin layer)* : basés sur une approche de type contrainte, où on adopte des lois de comportement rhéologique propre à la zone d'interface constitué de faible épaisseur (figure 2.10d)[50-56].



a) Continuité à l'interface Sol-structure

b) Elément spéciale Zéro thikness

c) Elément d'interface Type ressort

d) Elément d'interface Type couche mince (LCPC)

Figure 2.10 : *Eléments d'interface* [31]

a. Eléments sans épaisseur :

Dits aussi éléments d'interface compatibles. Les éléments sans épaisseur sont aussi appelés éléments joints ou "zero thickness éléments" (dans la littérature anglo-saxonne) [23,30,32,48-50]. C'est l'approche la plus ancienne et la plus utilisé basé sur l'élément joint proposé par Goodman *et al.* en 1968.

Ils peuvent être considérés comme des éléments de contact qui relient les deux surfaces formant l'interface. En effet, les éléments d'interfaces sont définis comme des éléments de contact qui relient deux solides entre eux. Ils utilisent directement l'idée du déplacement relatif, et les lois de comportement des interfaces sont en fonction du comportement mécanique et géométrique des joints.

Les éléments sans épaisseur ont été initialement développés par Goodman (1968), nommés « **GTB** » développés en premier lieu pour la modélisation des failles dans les massifs rocheux (figure 2.11) [30,48-50]. Ce sont des éléments finis présentant 4 nœuds, avec comme degrés de liberté et les déplacements relatifs entre les deux faces de l'interface.

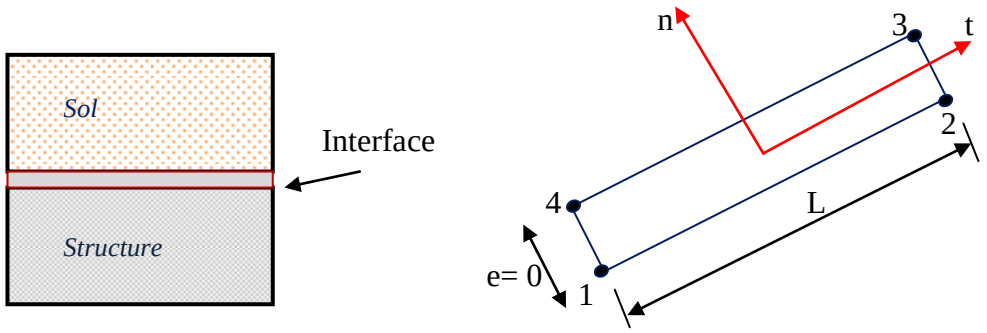


Figure 2.11 : *Elément sans épaisseur* [31]

Les nœuds de ces éléments sont initialement géométriquement confondus (les 2 nœuds antagonistes ont les mêmes coordonnées). L'interface n'a pas d'épaisseur et il ressemble plus à une ligne qu'à une zone à faible épaisseur. Il est considéré comme un matériau fictif, dont son comportement est en fonction des contraintes et des sauts de déplacements relatifs à l'interface. Dans ce type d'éléments, on considère comme active uniquement la connexion entre les nœuds opposé. L'énergie stocké dans cet élément est supposé dû principalement aux déplacements relatifs entre les nœuds des deux faces. Les efforts agissant dans les directions normale et tangentielle sur l'élément d'interfaces sont respectivement la contrainte normale σ_n et la contrainte tangentielle τ.

Le comportement de l'élément est caractérisé par les relations effort-déplacement suivantes :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_n \\ \tau \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_n & \\ & k_t \end{bmatrix} . \begin{Bmatrix} u_n^r \\ u_t^r \end{Bmatrix} \tag{2.1}$$

où:

- u_n^r et u_t^r : les déplacements relatives normaux et tangentiels, des nœuds opposés de la face supérieure et inférieure de l'élément.
- k_n *et* k_t *:* rigidité normale et tangentielle de l'interface par unité de longueur.

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

Les rigidités normales et tangentielles sont utilisées pour modéliser le transfert de pression et le frottement. Dans le cas d'adhérence (joint ou élément d'interface fermé), la rigidité normale k_n est activée. Si l'interface est comprimée, cette rigidité prend de grandes valeurs pour éviter la pénétration. Dans le cas de glissement, k_t est activée tant que le glissement est faible et le comportement de l'interface est élastique. Les rigidités normales k_n et tangentielles k_t sont constants et gardent leurs valeurs initiales. Une fois que la contrainte tangentielle τ dépasse un certain seuil donné par un critère de frottement, l'écoulement se produit, k_t s'annule tandis que k_n reste toujours égale à la rigidité normale initiale [30-32] .

Le comportement dans le cas d'un glissement est régi par le critère de rupture de Mohr-Coulomb [4,24,30,32] :

$$\tau = c_i + \sigma_n . \tan\delta \qquad (2.2)$$

Avec $\boldsymbol{c}$, la cohésion et $\boldsymbol{\delta}$ l'angle de frottement sol-fondation

Dans le cas d'un décollement (ouverture de joint), l'interface est sollicitée à la traction et les rigidités normales et tangentielles s'annulent.

Ces éléments ont subi plusieurs améliorations [30-32]. Dans ce cadre, R.E. Goodman et J. Dubois ont complété leur première formulation par une loi de dilatance pour mieux simuler certains types de fractures fermées dans les roches [30-32,48-50]. R.E. Goodman et C. St. John ont présenté une nouvelle version de ce modèle en intégrant la notion de rigidité rotationnelle. Dans ce cas, des degrés de liberté supplémentaires sont donc introduits dans la formulation de l'élément.

Le concept de l'élément d'interface proposé par Goodman a connu des développements pour traiter les problèmes de l'interaction sol-structure dans le cas linéaire et non linéaire ainsi que les problèmes de contact avec frottement par de nombreux chercheurs [30, 32].

Zienkiewicz *et al.* ont proposé pour les milieux stratifiés des éléments courbes, semblables à ceux de Goodman, composés de trois doublets de nœuds [30,32]. L'élément joint à six nœuds a été également utilisé par Vergne pour traiter les discontinuités dans les massifs rocheux.

L'idée de considérer le joint comme des liaisons de ressorts reliant les pairs de nœuds antagonistes a été utilisé par Herrman pour la modélisation du comportement de l'interface acier – béton [30-32], et par Frank *et. al.* [30-32] et Barbas [30-32] pour modéliser les interfaces sol-structures. Ces auteurs ont dédoublés les points de contact au niveau de la surface de contact, et ont muni chaque pair de nœuds de deux ressorts fictifs, dans la direction tangentielle et normale pour contrôler le glissement et le décollement.

Une formulation tridimensionnelle de l'élément sans épaisseur a été présentée par Desai et Appel, Matab et Goodman, et Phan [30, 32]. Au cours ces différents amélioration, plusieurs problèmes ont été signalé tell que : interpénétrations des corps, problèmes de conditionnement numérique pour des valeurs de k_n et k_t assez élevés. Des problèmes se posent dans le cas de grands déplacements, séparation et fermeture entre la structure et le sol (contact unilatéral) dans le cas par exemple des pieux [30].

b. Eléments couche mince:

Pour pallier les difficultés rencontrées dans l'approche par éléments sans épaisseurs, Desai *et al.* (1984) et Zaman, Desai et Drumm (1984) ont proposé l'introduction de la notion de déformation aux éléments joints. Ils ont proposé des éléments finis bidimensionnels dits «couche mince» (Dits aussi éléments solide mince) ou bien "Thin layer élément" [50-56] (figure 2.12).

L'interface a une certaine épaisseur et représente un matériau de remplissage équivalent (joints dans les massifs rocheux, zones de localisation dans les interactions sol-structure) ce qui empêche l'interpénétration entre les matériaux structuraux et géologiques. Le comportement de l'interface est contrôlé par une bande étroite de sol adjacente à cette zone avec des propriétés différentes de celles des matériaux environnants, cependant il est différent à celui de la structure ou de sol (Zaman 1984)[52,53]. Ces éléments doivent donc reproduire le comportement de cette fine couche reliant le sol et la structure, définie par les lois rhéologique et un modèle constitutif approprié de cette couche de faible épaisseur.

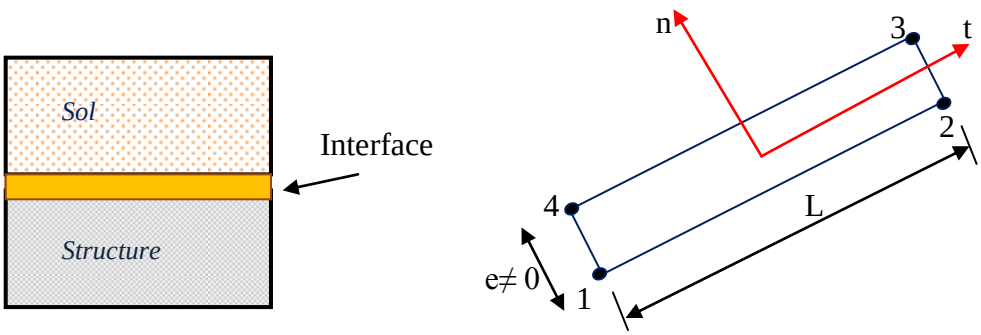


Figure 2.12 : *Elément couche mince* [30,32]

La simulation du comportement des éléments d'interfaces dépend des propriétés physiques et géométriques du milieu qui entoure l'interface, de la loi du comportement non-linéaire et de l'épaisseur des éléments d'interface [32, 52, 53].

Grâce à une étude paramétrique impliquant des essais de cisaillement en éléments finis et en laboratoire, il a été constaté qu'une simulation satisfaisante du comportement de l'interface est obtenue en choisissant l'épaisseur dans l'intervalle de 0,01 <e / B <0,1. où B est la largeur moyenne du sol et de l'élément structurel adjacents.

La formulation de l'élément couche mince repose sur l'hypothèse que l'interface peut être remplacée par un élément solide équivalent de faible épaisseur et une loi de comportement particulière dérivée de la théorie de l'élastoplasticité [30, 32]. L'élément de couche mince est traité mathématiquement comme n'importe quel autre élément du maillage d'éléments finis et est affecté de relations constitutives spéciales. Dans le cas bidimensionnel, les éléments de couche mince isoparamétriques les plus conventionnels sont à 8 nœuds, et ils ont les déplacements relatifs entre le sol et la structure en tant que degrés de liberté. L'élément a quatre points d'intégration de Gauss. La matrice de rigidité de l'élément de l'interface a été développée par J. Ghaboussi pour le cas plans et axisymétrique

L'utilisation de l'élément couche mince est longuement discutée dans la littérature [49-57]. Pande and Sharma [19], Zaman [21, 22], Desai and Ma [23], Sharma and Desai [24], Hohberg and Schweiger [25], Ng *et al.* [30-32], De Gennaro [56], Karabatakis and Hatzigogos [59]; De Gennaro and Frank [58,60]

Desai et Nagaraj [30, 32] recommandent l'utilisation de tels éléments lorsque différents matériaux avec une faible épaisseur se trouvent entre deux corps solides, ou bien lorsque l'interface se produit entres deux corps de propriétés différentes. Dans ce cas l'interface peut représenter une zone mince dans les matériaux.

Au cours de la dernière décennie, ces deux méthodes ont connu de grands progrès et des applications dans divers domaines tels que l'hydraulique, les structures de maçonnerie et surtout en géotechnique dans la modélisation des interactions pieu-sol [61-64]

2.3 Prise en compte du problème de contact unilatéral:

Les premières utilisations des modèles de contact et de frottement dans la modélisation des interfaces sol-structure remontent aux années 1980. En 1983, et en suivant la même démarche que Herman et Frank, Katona M.G. [65] a présenté une méthode basée sur un algorithme de contact nœud-à-nœud couplé à la méthode du multiplicateur de Lagrange pour simuler l'interaction d'une structure avec le sol environnant. Il s'agissait d'une conduite souterraine, enterré dans un sol homogène et soumise à une charge uniforme [65]. Dans son modèle, des conditions supplémentaires sur le mode de contact sont introduites dans l'énergie potentielle à minimiser.

Dans son travail, Katona a montré l'influence du de frottement à l'interface sol-conduite souterraine sur le comportement globale de l'ouvrage. Cependant, la méthode n'est utilisée que dans le cas de problèmes linéaires impliquant un petit glissement entre les surfaces de contact de la structure avec le sol [32, 65].

En utilisant un algorithme de contact-frottement basé sur la méthode de pénalité avec une formulation de glissement, Mabsout *et al.* présentèrent un modèle d'interface pour l'étude de l'interaction pieu-sol [23, 30, 66]. Le pieu est foré dans des argiles non drainées, et l'étude ne tient compte que du petit glissement. Pour prendre en compte les problèmes d'interface avec la présence de glissement important, P. Villard a proposé une approche hybride en considérant la zone de contact formant l'interface comme une zone discontinue prédéfinie, caractérisée par un glissement relatif avec frottement [67]. Dans ce procédé, l'interaction entre les nœuds antagonistes formant l'interface est contrôlée par une condition de compatibilité imposée pour chaque itération de calcul, ce qui assure la condition de non-pénétration. Pour le frottement, la méthode des pénalités est utilisée en imposant une rigidité tangentielle [30, 67]. Au cours de la dernière décennie, divers travaux ont été présentés sur la modélisation des problèmes de contact et de frottement en géotechnique [68-75]. Récemment, plusieurs chercheurs ont adapté le modèle de contact unilatéral avec frottement de Coulomb pour simuler le comportement de l'interface pieu-sol. Nous pouvons citer les travaux de De Gennaro *et al.*, [68]; Sheng *et al.*, [69-74]; Fischer *et al.*, [75]; Said *et al.* [30-31]; Ninic *et al.* [76], Taleb et Berga [77].

Dans ce qui suit, une autre approche de modélisation des interfaces sol-structure en tenant compte le phénomène de contact et de frottement a été présenté. Deux modèles d'interfaces couplant contact, frottement et adhérence sont exposés. Il s'agit de modèle cohésif RCCM, et une nouvelle formulation développé par Terfaya et al, dite bipotentiel, basée sur le principe des matériaux standard implicite.

2.4 Conclusion

Le comportement des ouvrages enterrés de Génie Civil est un problème d'interaction sol-structure. Dans ce chapitre, on a pu fournir une synthèse des caractéristiques générales de l'interface sol-structure du point de vue de la modélisation rhéologique, expérimentale et numérique. La définition des mécanismes caractéristiques de l'interface a fourni des éléments indispensables pour une modélisation correcte de son comportement.

Un aperçu sur les différentes approches utilisées dans la modélisation a été présenté. Deux groupes principaux ont été exposés. Il s'agit des éléments d'interface sans épaisseur et les éléments d'interface a couche mince.

Partie II:

Les modèles d'interfaces et bipotentiel

Chapitre 3

Le modèle d'interface: RCCM

3.1. Introduction:

Les phénomènes de contact sont omniprésents dans le vécu quotidien de chacun, mais également dans divers domaines d'application, tant en génie civil, en mécanique et en construction mécanique. Le problème des interfaces en génie civil est crucial pour simuler numériquement les structures de façon réaliste. En effet, le fonctionnement de la plupart des ouvrages génie civil en interaction soit structures- structures ou bien sol -structures repose sur le contact entre les diverses parties qui forment cette interaction.

La mécanique des contacts s'attache à décrire la relation géométrique (mouvement relatif), l'interaction statique (action-réaction) et la loi mécanique entre deux solides proches ou contigus qui s'attirent ou se repoussent.

La mécanique des surfaces diffère sensiblement de l'approche mécanique du contact, où les conditions d'interface entre solides rigides ou déformables sont généralement décrites en termes de conditions unilatérales et de frottement. La Mécanique de surface se concentre sur des comportements plus complexes et les forces de traction positives doivent notamment être simulées. Ces forces de traction peuvent être d'origines très diverses: elles peuvent être dues, par exemple, soit aux effets thermo-physiques qui se produisent pendant la fabrication du matériau, aux effets physico-chimiques générés par collage et procédés d'assemblage, ou bien aux effets cohésifs associés à la rupture ductile. Il s'agit d'un phénomène d'adhérence ou d'adhésion lié aux deux surfaces de contact formant une interface.

Le phénomène d'adhérence ou d'adhésion, présent lors du contact entre deux corps, est à la base d'un très grand nombre d'applications récentes. Il peut être impliqué à différentes échelles: celle des structures, des matériaux hétérogènes, joints de grains, des couches d'oxyde, revêtements....etc. Les processus de formation et de perte de l'adhésion et l'effet de l'adhérence sur le comportement global du contact sont autant de problèmes largement ouverts scientifiquement et industriellement.

3.2. Adhérence et adhésion:

Les forces normales de contact (non-pénétration) et tangentielles de frottement sont présentes, dues à la nature même des deux corps et à leur rugosité de surface. Dans la plupart des cas, le contact peut être simple, normal, unilatéral (Figure 3.1a), voire couplé à d'autres phénomènes tangentiels tels que le frottement (Figure 3.1b). Cependant, dans de nombreuses situations, le contact avec frottement peut aussi s'accompagner d'un troisième phénomène appelé adhérence (Figure 3.2) [78][79].

En effet, sous certaines conditions, lorsque deux solides sont mis en contact, leurs surfaces respectives adhérent l'une à l'autre. Afin d'éviter toute confusion, il est intéressant de donner les définitions de l'adhésion et de l'adhérence citées dans Le Littré ou le Grand Larousse :

- Adhésion : "phénomène physique ou chimique créant l'adhérence"
- Adhérence : "Etat d'une chose qui tient, qui adhère (être fortement attaché à une surface, y coller) à une autre".

Au travers de la littérature, abondante sur le sujet, il ressort deux notions essentielles qui peuvent caractériser l'adhérence entre deux solides. Deux notions relativement proches mais qu'il convient de distinguer soigneusement. La première est celle d'adhésion surface/surface entre deux solides. La seconde fait intervenir un troisième corps jouant le rôle de liant (joint de colle, adhésif ou interphase) entre deux substrats [78][80].

Figure 3.1 : *Contact unilatéral avec frottement* [78]
(u_n, est l'écart normal; r_n la réaction normale; u_t glissement relatif et r_t réaction tangentielle)

Figure 3.2 : *Contact unilatéral avec frottement et adhésion* [78]
(S_n, et S_t sont les seuils d'adhésion normale et tangentielle)

Rapport-Gratuit.com

En théorie, le terme ”d’adhésion” caractérise le niveau d’attraction mutuelle que peuvent exercer deux surfaces en contact. Au sein d’un corps, chaque atome interagit avec ses voisins les plus proches. Le rapprochement des atomes des deux solides en contact, favorisé par une déformation plastique des microcontacts, permet à des forces d'attraction moléculaire d'agir à travers l'interface. L'origine de ces forces provient de l'interruption brutale de la périodicité du réseau d'une surface libre libérant ainsi une liaison [78][79]. C’est l’existence de cette interaction qui est responsable de la cohésion d’un corps. Les interactions atomiques sont à l’origine du phénomène d’adhésion [81][82].

COULOMB est le premier qui a introduit la notion d'adhérence, phénomène qui s'oppose à la naissance de glissement. Généralement et du point de vue mécanique, on peut dire qu’il y a adhérence entre deux corps en contact si simultanément :

- Ils ne peuvent se séparer en deçà d’un certain seuil de traction (Figure 3.2a);
- Ils ne peuvent glisser l’un par rapport à l’autre en deçà d’un certain seuil de cisaillement proportionnel à la force de contact (Figure 3.2b) [78][79].

3.3 Formulation de l'adhésion:

La compréhension du comportement de l’interface passe par l’étude des mécanismes d’adhésion. Il existe plusieurs théories de l’adhésion. Il semble dans tous les cas que l’adhésion soit un processus moléculaire, voire atomique [78][83][84].

De nombreux modèles pour les interfaces adhésives ont été développés depuis les années 1960. La plupart d'entre eux ont mis l'accent sur les modèles de zone cohésive dans le cadre de la mécanique de la rupture. Les études pionnières dans le domaine sont celles de Dugdale [84], Barenblatt [86], Needleman [87-89], Needleman et Rosakis [90], Tvergaard [91], Tvergaard et Hutchinson [92,93] et Xu et Needleman [94]. D'autre part, de nombreuses études ont été publiées sur les interfaces adhésives impliquées dans les matériaux composites. Certaines de ces études ont porté sur les effets locaux se produisant entre la fibre et la matrice afin de simuler les processus de décollement des fibres (Raous *et al.* [95,96,97], Chaboche *et al.* [98], Talon et Curnier [99,100] ou bien ceux qui sont proposés pour l'homogénéisation (Michel et Suquet [101]). D'autres auteurs ont simulé les effets globaux tels que le délaminage (Allix *et al.* [102], Freddi et Frémond [103], Samimi *et al.* [104]) et l'écaillage (Nguyen et Levy [105]). La modélisation des interfaces a été réalisée dans de nombreux autres domaines que la mécanique des matériaux et des structures.

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

En génie civil, par exemple, des études ont été menées sur les interfaces en béton armé (acier / béton interfaces) [106] et celle des pieux (pieux / sol interfaces) (Terfaya *et al.* [107], Sheng *et al.* [108] et Peerlings *et al.* [109]) et la maçonnerie (Fouchal *et al.* [110], Alfano et Sacco [111], Acary *et al.* [112,113]). D'autre part, des modèles d'interface multi-niveaux ont été également mis au point pour les maçonneries quasi-fragile par Rekik et Lebon [114].

En géophysique, le choix des lois de comportement pour la modélisation des interfaces entre les plaques tectoniques le long des failles sismiques est un point clé pour l'étude les différentes phases de la rupture sismique : nucléation, propagation et arrêt. Les lois de contact classiquement utilisées en sismologie sont formulées en termes d'adoucissement de la contrainte en fonction du glissement (lois "slip weakening", SW) ou de la vitesse de glissement et de l'état de l'interface (lois "rate-and-state", RS) (Campillo et Ionescu [115], Rice et Ruina [116]; Uenishi et Rice [117]), et de nombreux travaux ont été présenté traitant leurs implications en termes d'instabilité et de phase de nucléation pour les séismes. Cependant, ces lois de contact sont incomplètes dans la mesure où elles ne décrivent pas la décharge. Récemment, des lois couplant le frottement et l'adhésion sont en cours de développement (al Festa *et al.* [118]).

Une autre catégorie d'études porte sur la formulation générale des lois de comportement pour les interfaces ou de contact entre les différents corps rigides ou déformables comportant des conditions unilatérales, le frottement et l'adhérence. Ces modèles sont basés sur la notion d'intensité d'adhésion, introduite par Frémond [119,120, 121], qui est similaire à la notion d'endommagement volumique [122,123], étendu aux interfaces. Quand l'adhérence est complète, cette intensité est pris égal à un et lorsque l'adhérence est totalement interrompue, sa valeur est prise égale à zéro. Les modèles de cette catégorie ont été fondées sur des considérations thermo-mécaniques, et la dissipation visqueuse est parfois prise en compte (Frémond et al [103, 119,120] ; Raous et al [95, 96,124]; Chaboche et al [98]; Talon et Curnier [99][100]). Ces modèles sont assez générales. Ils peuvent être associés à toutes les conditions de chargement (y compris les charges cyclique) alors que les modèles de zone cohésive sont fondées sur l'hypothèse que les effets normaux sont prédominants (le frottement ne doit donc pas être pris en compte) et les évolutions sont généralement prises pour être monotone.

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

3.4 Le modèle d'adhésion de Frémond :

L'adhésion est un phénomène d'interface. Une théorie moderne du contact avec adhésion, issue de la mécanique des milieux continus, est proposée par Frémond [119,120][125] afin de modéliser les effets mécaniques dus à la présence de liaisons adhésives, tout en étendant les principes généraux utilisés dans la description thermodynamique des comportements rhéologiques classiques à la notion de comportement spécifique de surface. Cette formulation originale se base sur les conditions du contact unilatéral de Hertz– Signorini–Moreau et d'une variable interne β additionnelle qui mesure "l'intensité de l'adhésion" localement (Figure 3.3).

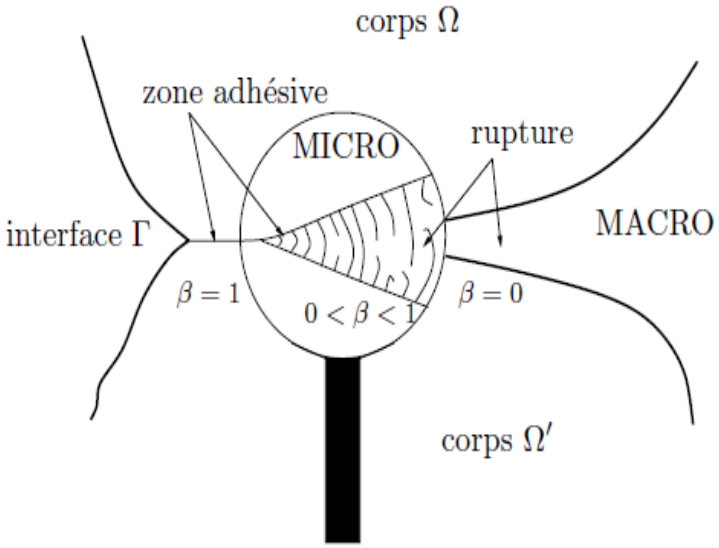


Figure 3.3 : *Variable interne β de mesure de l'adhésion* [119]

La variable β s'exprime comme le rapport entre le nombre de filaments rompus sur le nombre initiale de filaments tel que $\beta \in [0 ;1]$. Autrement dit, β peut aussi s'interpréter comme l'aire de la zone restée collée sur l'aire de l'interface totale. Cette variable est régie par une loi d'évolution au delà du seuil d'adhésion, ce dernier étant déterminé par le travail de l'adhésion *w*. En utilisant le formalisme des variables internes (Coleman et Gurtin [126]), pour son caractère irréversible, et le formalisme moderne de l'analyse convexe de Moreau [127-130], pour son caractère irrégulier, Frémond montre que sa loi constitutive de contact avec adhésion se ramène à une loi d'état et une loi d'évolution qui dérivent respectivement d'un potentiel d'énergie libre et d'un potentiel de dissipation complémentaire (Frémond [119], Germain *et al.* [131], Lemaitre – Chaboche [132], Klarbring [133]).

Le respect des principes fondamentaux de la thermodynamique, notamment de l'inégalité de Clausius– Duhem, est ainsi assuré. Un matériau dont le comportement est décrit par les lois précédentes est appelé matériau standard généralisé, selon le formalisme de Halphen et Nguyen [133]. Dans cette lignée, la loi de contact unilatéral avec adhésion de Frémond a récemment été couplée à une loi de frottement non associée de Coulomb–Moreau par Cangémi *et al.* [134], Cangémi [136], Raous *et al.* [95] [137]. Cette loi d'adhésion est ensuite montée en parallèle avec une loi de contact avec frottement pour former une seule loi constitutive. Enfin, une loi similaire a été utilisée pour caractériser le rôle de l'interface dans la fissuration des composites (Monerie [99]).

3.4.1 La notion de surface matérielle:

L'idée de considérer la surface de contact comme une surface matérielle est basée sur la démarche introduite par Daher et Maugin [137] et Frémond [119], successivement développée par Klarbring [133], Johanson et Klarbring [139] et généralisée dans un cadre spécifique aux problèmes de tribologie par Strömberg, Johanson et Klarbring [140]. Elle consiste à étendre les principes généraux, utilisés dans la description thermodynamique des comportements rhéologiques classiques (tels que l'élasticité, la plasticité, la viscosité, etc.), à la notion d'un comportement spécifique de surface (contact, frottement, adhérence, lubrification, etc.). D'un point de vue physique, le phénomène d'adhérence de deux corps est lié à l'existence d'une "interphase" particulière, faisant intervenir certains mécanismes d'interaction entre les surfaces des corps mis en contact. A l'échelle microscopique, cette interphase possède une certaine épaisseur que l'on peut visualiser comme une "zone de transition matérielle" entre les solides. Par exemple, le cas du frottement sec de Coulomb peut s'interpréter comme une interaction entre les aspérités microscopiques des deux surfaces. On peut ainsi définir une zone Γ_c de transition entre le corps 1 et le corps 2, faisant intervenir la profondeur maximale des aspérités de surface. Doc l'idée de base consiste à assimiler cette zone de transition Γ_c à une interface d'épaisseur nulle, mais possédant un comportement thermodynamique spécifique, lié à l'existence physique de particules matérielles.

Cette notion de surface matérielle correspond évidemment à une idéalisation des phénomènes mis en jeu. En réalité, les considérations microscopiques évoquées permettent de justifier l'existence d'une énergie et d'un potentiel de surface qui eux, mettent en jeu des quantités mesurables et quantifiables à l'échelle macroscopique.

3.4.2 La notion d'intensité d'adhérence :

Si on considére deux solides en contact, il nous est impossible de distinguer l'état de contact simple (sans adhésion) d'un état collé (avec adhésion), car bien que les déplacements soient identiques, l'état mécanique est différent. Afin de modéliser les effets mécaniques dus à la présence de certaines liaisons adhésives, Frémond a développé une description cinématique particulière, faisant intervenir une extension de la définition des efforts intérieurs, dans l'utilisation du Principe des Puissances Virtuelles [141]. Frémond pose la nécessité d'introduire une nouvelle variable qui caractérisera l'état adhésif d'une interface. Il part de la constatation que les déplacements habituels $\boldsymbol{u}$ sur Γ_c sont insuffisants à eux seuls pour modéliser l'état spécifique du contact adhésif.

En effet, l'évolution de ce contact (passage d'un état collé à un état décollé) fait intervenir des déplacements microscopiques qui ne sont pas comparables aux déplacements liés à la déformation macroscopique du corps. Ainsi, il introduit une variable cinématique supplémentaire β(x, t) comprise entre 0 et 1, appelée "intensité d'adhésion". Cette variable macroscopique a pour but de modéliser "la proportion de liens adhésifs" qui restent actifs dans une évolution du système. Une manière d'interpréter l'approche de Frémond est de supposer que l'état adhésif est caractérisé par une multitude de liens microscopiques distribués le long de l'interface collée [120][125].

Lors de l'évolution du systéme, notamment lors d'un décollage, certains de ces liens adhésifs se rompent. Ainsi l'état mécanique est décrit par la variable β mesurant la proportion des liens adhésifs intacts sur le nombre de liens initial. β est donc considérée comme la variable interne mesurant localement le degré d'adhésion (β = β(x, t)) et il découle par définition que β ∈ [0,1]. Trois états adhésifs peuvent être distingués (Figure 3.3) :

- $\beta = 1$ Tous les liens sont intacts et l'adhésion est totale;
- $0 < \beta < 1$ Certains liens se sont cassés et l'adhésion est partielle;
- $\beta = 0$ Tous les liens sont cassés, l'état est dit décollé.

Cette variable peut aussi être considérée à juste titre comme une variable d'endommagement surfacique (avec D = 1-β). On parlera ici de perte d'adhésion, d'évolution de la décohésion ou d'évolution de l'endommagement surfacique.

D'un point de vue cinématique, l'effet mécanique dû à l'adhésion est décrit à l'aide d'une liaison interne supplémentaire entre $\boldsymbol{u}$ et β, qui s'écrit : $\boldsymbol{u}.\beta = 0$.

Cela signifie qu'un état collant (β non nul) est associé à un saut des déplacements $\boldsymbol{u}$ nul :

$$\begin{cases} \boldsymbol{u}.\beta = 0 \\ \beta \neq 0. \end{cases} \Rightarrow \boldsymbol{u} = 0 \qquad (3.1)$$

Inversement, un état décollé correspond à une adhésion nulle :

$$\begin{cases} \boldsymbol{u}.\beta = 0 \\ \boldsymbol{u} \neq 0. \end{cases} \Rightarrow \beta = 0 \tag{3.2}$$

Une théorie du premier gradient en β permet d'établir des équations d'équilibre supplémentaires faisant intervenir le gradient de β [142-147]. Son introduction permet de prendre en compte un effet non localisé de l'adhérence (effet de cohésion).

3.4.3 Variables d'état:

Si ε et $\boldsymbol{u}$ sont suffisantes pour introduire des lois de frottement simple (Tresca, Coulomb...)[148][149], elles s'avèrent insuffisantes lorsqu'on aborde la description de phénomènes plus complexes, tels que l'endommagement de surface (tribologie), l'adhérence ou tout autre mécanisme lié à la cohésion des interfaces (délaminage...). On est ainsi amené à introduire des variables d'état supplémentaires.

Les variables d'état de l'interface, définies sur Γ_c choisies pour la description thermodynamique du problème sont donc en toute généralité : le tenseur des déformations ε, le saut des déplacements $\boldsymbol{u}$ (les déplacements relatifs : le saut normal u_n , déplacement relatif u_t), et l'intensité d'adhérence β. Les variables $\boldsymbol{u}$ et β représentent l'état de contact à l'interface où β est considérée comme variable interne. A ces variables d'état, on associe les forces thermodynamique respectivement : **σ, r** et $\mathbf{G_\beta}$. Ainsi, la force thermodynamique associée à $\boldsymbol{u}$ s'identifie naturellement à la force de contact $\boldsymbol{r}$, mis en dualité avec $\boldsymbol{u}$. La force thermodynamique de décohésion $\mathbf{G_\beta}$ est associée à β. Nous décomposons pour la suite les forces thermodynamiques en partie réversible, notée $(\ )^r$ et partie irréversible, notée $(\ )^{ir}$ [119][120].

3.5 Formulation thermodynamique

Il faut maintenant relier les efforts (σ, r) aux variables (ε,$\boldsymbol{u}$) ainsi qu'aux vitesses de ces variables $(\dot{\varepsilon}, \dot{u})$, par l'intermédiaire des lois d'états et respectivement des lois complémentaires. La thermodynamique des milieux continus ou thermodynamique des processus irréversibles donne lieu, sous certaines conditions, à l'établissement d'un cadre général pour l'expression des lois de comportement, appelé cadre des matériaux standards généralisés [128][129][134] (voir également [131] [150][151]).

Dans le cadre des matériaux standards généralisés et dans une approche locale ([152][131][132]), l'état thermodynamique d'un corps Ω est décrit à partir d'une énergie interne **e**, définie à l'intérieur du domaine. Cette énergie interne dépend des variables d'état introduites définies localement, partout dans Ω. Or, les comportements surfaciques font intervenir le saut de déplacement ***u*** sur l'interface Γc. Il est clair que ***u*** n'est pas défini dans Ω, excluant de ce fait une approche locale classique. Une alternative, afin de remédier à cette difficulté est d'introduire des potentiels globaux, en exprimant les lois d'état à partir de l'énergie potentielle totale **E**, du système et les lois complémentaires à l'aide d'un potentiel global de dissipation (exprimant la règle de normalité [151][153][154]). Dans ce cas, le déplacement ***u*** sur l'interface Γ_c est considéré comme une variable interne globale, et on postule, en plus de la densité volumique d'énergie interne **e**, l'existence d'une densité d'énergie interne de surface **E**, exprimant la nature matérielle de cette dernière. L'introduction de cette densité d'énergie supplémentaire permet de prolonger l'hypothèse de l'état local à la surface Γ_C, en lui attribuant un comportement thermodynamique qui lui est spécifique.

3.6 Prise en compte de l'adhésion dans l'approche Cangémi-Raous :

Les lois de comportement locales dans cette approche sont déduites à partir des considérations thermodynamique, basées sur une hypothèse de surface matérielle pour la zone de contact. L'idée fondamentale de ce modèle est d'introduire une variable d'état supplémentaire pour décrire l'état de contact. Cette variable d'***intensité d'adhérence***, notée β est initialement introduite par Frémond [119]. Elle mesure la proportion de liaisons actives entre deux corps en contact, choisis de telle façon que :

$$\begin{cases} \beta = 1 & \textbf{\textit{adhesion totale}} \\ 0 < \beta < 1 & \textbf{\textit{adhesion partielle}} \\ \beta = 0 & \textbf{\textit{plus d' adhesion}} \end{cases} \tag{3.3}$$

En plus de la condition de normalisation sur β ($0 \leq \beta \leq 1$), Frémond introduit une condition de complémentarité cinématique **β.u = 0** (eq. 3.2 et 3.3) (il ne peut y avoir localement séparation que si l'adhésion est totalement nulle), ainsi que l'énergie de Dupré ***w*** (énergies stockées dans l'interface) dans l'expression de son énergie libre d'interface. Cangémi [136], Raous *et al.* [95], poursuivant selon l'approche de Frémond introduisirent dans leur modèle une rigidité adhésive endommageable. La condition de complémentarité cinématique est abandonnée, rendant le modèle plus souple. De plus, ils couplent ce modèle d'adhésion au contact avec frottement, ce qui représente une avancée sensible.

3.7 La loi RCCM

Afin de décrire une transition continue entre un état de contact complètement adhésif à un état habituel de contact unilatéral (conditions de Signorini) avec frottement de Coulomb, un modèle couplant contact, frottement et adhérence, basé sur l'endommagent de l'interface a été initialement développé pour des problèmes quasi-statiques dans (Raous *et al.* [95] [137], Cangemi, [136], Raous [84]). Dans ce modèle le phénomène d'adhérence est caractérisée par la variable interne (β), introduite initialement par Michel Frémond ([119][120]). Cette variable d'endommagement de la surface représente l'intensité de l'adhérence. Elle prend ses valeurs entre 0 et 1 (0: pas d'adhérence et 1: adhérence totale). L'utilisation d'une rigidité de l'interface, en fonction de β lorsque l'adhésion est totale, assure une bonne continuité entre les deux conditions de contact (état d'adhérence initiale et état finale de glissement avec frottement) au cours de la compétition entre le frottement et l'adhésion.

Le modèle RCC (Raous-Cangemi-Cocou) a été présenté pour la première fois dans Raous et al [136], Cangemi [135], puis largement détaillé dans les travaux de Michel Raous [95],[124] et [136]. Il a été développé sous sa forme actuelle (RCCM) en introduisant progressivement le frottement (prise en compte du frottement variable) grâce à une fonction donnée ***f(β)*** dans les travaux de Raous et Monerie ([96] et [97]) où une formulation dynamique a été présentée.

Le modèle RCCM a été utilisé avec succès dans la modélisation de l'interface fibre-matrice des matériaux composites et a été validée par des expériences de micro-indentation d'une seule fibre réalisée à l'ONERA ([95][136]). La formulation quasi-statique a été également étendue pour pendre en considération l'hyper-élasticité dans [155].

En utilisant une formulation dynamique, le modèle a été développé par la suite pour tenir compte de la rupture fragile qui apparaît quand une fissure interagit avec l'interface fibre-matrice dans les matériaux composites [96][97]. A ce stade, le modèle a été utilisé à la fois pour étudier la propagation des fissures et pour le comportement de l'interface fibre-matrice.

Plus récemment et en génie civil, le modèle a été utilisé pour étudier le délaminage des revêtements des surfaces [156], le délaminage de structures collées en génie civil [157], le comportement des ouvrages en maçonnerie cohésive ([158][159][160]), ou encore en bio-mécanique dans la production de débris dans l'usure des prothèses osseuses ([161]) en passant à l'endommagement volumique.

Le modèle RCCM a été également utilisé pour étudier l'interface acier-béton (l'arrachement en béton armé) ([106][162]), les interfaces dans les structures en maçonnerie [110][163][164], et plus récemment dans l'interaction pieu-sol [107].

D'autre part des modèles pour les interfaces multi-niveaux ont été également développées pour les structures maçonnées quasi-fragile en basant sur le modèle RCCM [114].

Dans le domaine de la géophysique, le modèle RCCM est utilisé par G. FESTA *et al.* [118] et C. Henninger *et al.* [165], pour simuler le processus de nucléation où deux plans semi-infinis sont maintenus par un effort de pression soumis à une perturbation donnée (basé sur un modèle simple pour la nucléation d'un séisme). La propagation des ondes de cisaillements impliqués a été calculée en utilisant un code de calcul spectral.

Il faut noter ici qu'une nouvelle forme du modèle RCCM appelé modèle d'adhésion cicatrisante a été présenté par M. Schryve et M. Raous dans [166][167]**.** Le modèle développé couple adhésion et frottement et qui autorise la cicatrisation des liens adhésifs lorsque les corps sont remis en contact après avoir été séparés. Ce modèle a été utilisé pour étudier le col d'adhésion lors du contact sous vide entre une bille de verre et un bloc élastomère étudié par Barquins *et al.* dans [168].

Plus récemment, G. Del Piero, M. Raous, ont proposé un cadre général pour les lois d'interfaces et cohésifs sous la forme d'une formulation unifiée dans [169]. Raous a également présenté dans [170], une synthèse sur les modèles d'interface couplant frottement et adhésion, où l'adhésion est considérée comme un endommagement d'interface. Les modèles de zones cohésives les plus utilisés sont présentés et discutés. Comme exemple d'application, il a établit que la loi RCCM (Raous–Cangémi–Cocou–Monerie) est un cas particulier de cette formulation générale. Les formes variationnelles et quelques méthodes de résolution associées sont rappelées dans le contexte de la mécanique non régulière à la fois pour des problèmes quasi-statiques et pour des problèmes dynamiques [171].

3.7.1 *Hypothèses*

Sous l'hypothèse de petites perturbations, on considère le contact de deux solides élastiques de domaine Ω_1, Ω_2 dont la surface de contact commune est Γ_c (figure 3.4).

Soit **u** le saut de déplacement des deux corps en contact et soit **r** la force de contact inconnue et **σ** le tenseur des contraintes. La décomposition en partie normale et tangentielle s'écrit :

$$\begin{cases} u = u_n n + u_t \\ r = r_n . n + \mathrm{r_t} \end{cases} \tag{3.4}$$

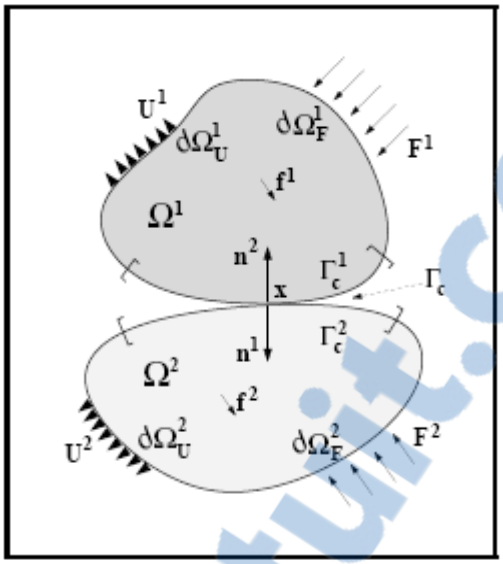


Figure 3.4: *Deux corps en contact adhésif* [95]

En basant sur la formulation de Frémond, considérons la surface de contact Γ_c comme une surface matérielle selon Klarbring [133], et on lui associe une densité surfacique d'énergie interne **E**, et une densité surfacique d'entropie **S**. Classiquement l'introduction de l'énergie libre de Helmotz **φ** définie sur $\Omega_1 \cup \Omega_2$, permet d'établir un lien entre les deux principes de la thermodynamique. Cette définition trouve un prolongement naturel sur Γ_c en considérant le potentiel de surface **ψ** . En appliquant les deux principes de la thermodynamique on écrit :

$$\begin{cases} \psi = E - ST & \text{sur } \Gamma_c \\ \varphi = e - sT & \text{sur } \Omega_1, \Omega_2 \end{cases} \tag{3.5}$$

avec **e** : énergie interne spécifique et **s** l'entropie spécifique

De cela on peut déduire une forme locale des inégalités de Claussius-Duhem pour toutes les évolutions mécaniques isotherme :

$$\begin{cases} -\rho\dot{\phi} + \sigma\dot{\varepsilon} \geq 0 & \text{dans } \Omega_1, \Omega_2 \\ -\dot{\psi} + r_n \dot{u}_n + r_t \dot{u}_t \geq 0 & \text{sur } \Gamma_c \end{cases} \tag{3.6}$$

Avec ρ la masse volumique et ε, tenseur des déformations

3.7.2 *Energie libre et lois d'état :*

Le comportement d'une surface de contact, comme celui d'un solide, découle en général de deux potentiels ayant certaines propriétés qui garantissent le respect des principes mécaniques et thermodynamiques. Il s'agit de construire des potentiels particuliers qui respectent ces conditions, et qui incorporent l'adhésion.

Rapport-Gratuit.com

Dans les domaines Ω_1 et Ω_2, l'énergie libre ψ correspond au potentiel de l'élasticité. D'après Cangémi et Raous cette énergie est choisie sur Γ_c sous la forme particulière suivante [95]:

$$\psi(u_n, u_t, \beta) = \frac{C_n}{2} u_n^2 \beta^2 + \frac{C_t}{2} u_t^2 \beta^2 - Wh(\beta) + I_{R^+}(u_n + g) + I_{[0,1]}(\beta) \tag{3.7}$$

Où $\boldsymbol{I_X}$ est la fonction indicatrice de l'ensemble X. On reconnait le terme I_{R^+} comme une fonction indicatrice imposant le contact unilatéral classique. La fonction indicatrices $I_{[0,1]}$ impose la condition sur l'intensité d'adhésion $\beta \in [0, 1]$. Ceci provient tout simplement de la définition de la variable β qui est un rapport entre deux quantités dont le résultat est positif. Par définition, l'ensemble d'appartenance effectif de β est [0, 1].

Les quantités $\frac{C_n}{2} u_n^2 \beta^2$ et $\frac{C_t}{2} u_t^2 \beta^2$ qui apparaissent dans ψ sont l'expression d'une dépendance entre **u** et β sous la forme d'une loi de compliance, exprimant un comportement caractéristique de la surface matérielle. Ce terme exprime la résistance interfaciale développée par les liaisons adhésives. Plus précisément, cela signifie que pour une valeur donnée des raideurs initiales $\boldsymbol{C_n}$ et $\boldsymbol{C_t}$, homogènes à un module d'élasticité par unité de longueur, et pour un état adhésif β donné, l'interface est capable d'emmagasiner une énergie élastique proportionnelle au saut des déplacements entre les deux bords de Ω_1 et Ω_2. Ce qui signifie que les liens adhésifs se comportent comme de simples ressorts.

Lorsque l'intensité adhésive diminue (β tend vers 0), l'énergie élastique décroit jusqu'à zéro, exprimant ainsi une perte d'adhérence, aboutissant à une décohésion où à une rupture interfaciale. Cela se traduit par un endommagement des ressorts ou plus exactement de leur rigidité qui décroît quadratiquement avec la diminution de la variable β.

L'expression $w.h(\beta)$ désigne le seuil énergétique de décohésion. Si $h(\beta) = \beta$, on retrouve l'énergie d'adhésion de Dupré $\boldsymbol{w}$ [136]. L'énergie $\boldsymbol{w}$ par unité d'aire de référence est la limite de l'énergie consommée durant le processus de décohésion lorsque la vitesse de sollicitation tend vers zéro. Autrement dit, le modèle suppose qu'une interface entre deux corps adhérant l'un sur l'autre contient une certaine quantité d'énergie emmagasinée dans les liaisons. Pour provoquer une perte d'adhésion, il faut fournir au système une quantité d'énergie proportionnelle à $\boldsymbol{w}$, dite énergie de Dupré. Cette énergie est fournie par le terme élastique vu précédemment, et se traduit par un seuil de force que les liaisons adhésives peuvent supporter avant le début de l'endommagement et la décroissance de la variable β. La variable $\boldsymbol{w}$ fixe donc (implicitement) la hauteur du seuil.

Classiquement, les lois d'état permettent d'identifier les forces thermodynamiques associées aux variables d'état. A chaque variable d'état on associe une force thermodynamique réversible. Les variables d'état ne sont que les dérivés par rapport aux variables d'état des potentiels, conformément à l'approche des matériaux standards généralisés. Sur l'interface, le potentiel d'énergie libre possède deux variables d'état, le saut de déplacement **u** et l'intensité d'adhésion β auxquelles on associe deux forces thermodynamiques dites duales, les réactions de contact ***r*** et la force de décohésion -$\boldsymbol{G_\beta}$.

On considère la décomposition suivante en partie réversible et irréversible :

$$\begin{cases} \sigma = \sigma^r + \sigma^{ir} & \text{dans } \Omega_1, \Omega_2 \\ r_n = r_n^r + r_n^{ir} \ ; \ \mathrm{r_t} = \mathrm{r_t^r} + \mathrm{r_t^{ir}} & \text{sur } \Gamma_c \end{cases} \tag{3.8}$$

L'énergie libre **ψ** a une partie convexe mais non différentiable et une partie différentiable mais non convexe par rapport au couple **(u, β)** au sens de l'analyse convexe [172]. En associant aux variables d'état **(ε,u,β)**, les forces thermodynamiques **(σ$^{\mathbf{r}}$,** $r_n^r, \mathrm{r_t^r}$ et G_β **)** et en explicitant les sous différentiels ∂_ε sur Ω_1 et Ω_2, ∂_u et ∂_β sur Γ_c on peut écrire les lois d'état [173]:

$$\sigma^r = \rho \frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon} \quad \text{dans } \Omega_1 \text{ et } \Omega_2 \tag{3.9}$$

$$(r_n^r, \mathrm{r_t^r}) \in \partial_u \psi(u_n, u_t, \beta) \ \text{ et } \ G_\beta \in \partial_\beta \psi(u_n, u_t, \beta) \quad \text{sur } \Gamma_c \tag{3.10}$$

Le potentiel **ψ** étant différentiable en u_t, on obtient aussi sans difficulté :

$$\mathrm{r_t^r} = C_t u_t \beta^2 \quad \text{sur } \Gamma_c \tag{3.11}$$

Pour tout état admissible du point de vue de l'adhésion (i.e. β∈ [0; 1] : *I[0; 1](β)* = 0), et en tenant en compte l'écart initial (l'interstice) g , on a :

$$r_n^r \in \partial_{u_n} I_{R^+}(u_n + g) + \frac{\partial \psi(u_n, u_t, \beta)}{\partial u_n} \Rightarrow r_n^r \in \partial_{u_n} I_{R^+}(u_n + g) + C_n . u_n . \beta^2 \tag{3.12}$$

Cette relation est équivalente au système d'inégalité suivant:

$$r_n^r - C_n u_n \beta^2 \geq 0 \ ; \ u_n \geq 0 \ ; (r_n^r - C_n u_n \beta^2) u_n = 0 \tag{3.13}$$

C'est la loi de Signorini avec adhésion. On reconnait les conditions d'impénétrabilité-décollement, de répulsion-adhésion, ainsi que celle de complémentarité.

L'énergie libre n'étant pas différentiable par rapport à β au sens de l'analyse classique [171]. Nous envisageons une situation cinématiquement admissible (i.e. $u_n \geq 0$: $I_{R^+}(u_n) = 0$). Nous pouvons alors déduire de la relation (3.10), une expression permettant d'identifier $\boldsymbol{G_\beta}$, liée à l'état adhésif. Soit donc ***u*** donné, appartenant au convexe des déplacements admissibles ***K***, de sorte que $I_{R^+}(u_n) = 0$.

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

De la relation (3.10), les lois d'état donnent pour $\boldsymbol{G_\beta}$:

$$G_\beta \in \partial_\beta \psi(u_n, u_t, \beta) \Rightarrow G_\beta \in \beta\left(\boldsymbol{C_n} u_n^2 + \boldsymbol{C_t} u_t^2\right) - wh'(\beta) + \partial_\beta I_{[0,1]}(\beta) \tag{3.14}$$

Ce qui abouti à l'expression:

$$G_\beta - (\beta\left(\boldsymbol{C_n} u_n^2 + \boldsymbol{C_t} u_t^2\right) - wh'(\beta)) \in \partial_\beta I_{[0,1]}(\beta) \tag{3.15}$$

Enfin, pour toute situation cinématiquement admissible (i.e. $u_n \geq 0$: $I_{R^+}(u_n) = 0$), et en étudiant les différents cas $\beta = 1$, $\beta \in]0; 1[$ et $\beta = 0$ on a :

$$\begin{cases} G_\beta \geq wh'(\beta) & \textbf{\textit{si}}\ \beta = \boldsymbol{0} \\ G_\beta = wh'(\beta) - (C_n u_n^2 + C_t u_t^2)\beta & \textbf{\textit{si}}\ \beta \in \boldsymbol{]0,1[} \\ G_\beta \leq wh'(\beta) - (C_n u_n^2 + C_t u_t^2)\beta & \textbf{\textit{si}}\ \beta = \boldsymbol{1} \end{cases} \tag{3.16}$$

3.7.3. *Dissipation, lois complémentaires*

Les lois complémentaires expriment la dissipation du système et permettent de lier les efforts irréversibles aux vitesses des variables d'état associées. Elles doivent donc s'écrire en accord avec les deux principes de la thermodynamique, dont les inégalités de Clausius-Duhem nous donnent une forme condensée. Les inégalités de Clausius-Duhem (3.6) obtenues, permettent de constater que la contrainte volumique σ et les réactions surfaciques $\boldsymbol{r_n}$ et $\boldsymbol{r_t}$ interviennent dans le bilan énergétique, lequel résulte des deux principes fondamentaux de la thermodynamique.

Se basant sur les lois d'état (3.9) et (3.10) pour calculer les dérivées temporelles de φ et ψ dans les inégalités de Claussius- Duhem (3.6), on obtient les expressions suivantes pour la forme locale de la dissipation du système (on distingue la dissipation volumique $\boldsymbol{d_V}$ et la dissipation surfacique $\boldsymbol{D_S}$ [119] :

$$\begin{cases} d_V = (\sigma - \sigma^r).\dot{\varepsilon} \geq 0 & \text{dans } \Omega_1, \Omega_2 \\ \mathrm{D}_S = (r_n - r_n^r).\dot{u}_n + (\mathrm{r_t} - \mathrm{r_t^r}).\dot{\mathrm{u}}_\mathrm{t} + G_\beta.\dot{\beta} \geq 0 & \text{sur } \Gamma_\mathrm{c} \end{cases} \tag{3.17}$$

Comme dans le cadre standard généralisé, il est maintenant possible d'affirmer que la positivité de $\boldsymbol{d_V}$ et $\boldsymbol{D_S}$ est assurée si les efforts irréversibles dérivent d'un potentiel positif, convexe et nul à l'origine.

Les seuls mécanismes qui engendrent le comportement dissipatif envisagés à l'interface sont le frottement lié a $\dot{\mathbf{u}}_t$ et l'endommagement des liaisons adhésives liée à $\dot{\beta}$. Les liens une fois endommagés, ne peuvent pas être reconstruit, c'est à dire $\dot{\beta} \leq 0$.

La positivité de la dissipation surfacique est donc assurée par le choix d'un pseudo potentiel Φ convexe en ($\dot{u}_t, \dot{\beta}$) et nul en (0 ; 0), ce qui permet de formuler les lois complémentaires suivantes, où les efforts irréversibles vérifient les inégalités (3.17).

$$\Phi(\dot{u}_t, \dot{\beta}, u_n, r_n, \beta) = \mu . f(\beta).(\left| r_n^r - C_n u_n \beta^2 \right| \left\| \dot{u}_t \right\| + \frac{\alpha}{2}(\dot{\beta})^2 + I_{c^-}(\dot{\beta}) \qquad (3.18)$$

La fonction ***f(β)*** : [0; 1] → [0; 1] est une fonction continue décroissante de **β**. Cette fonction introduit un coefficient de frottement variable dépendant de l'endommagement des liens adhésifs. Elle permet la transition progressive et continue entre un état purement adhésif et un comportement de type frottement de Coulomb. Monerie propose la forme suivante de la fonction *f(β)* [97]*:*

$f(\beta) = 1 - \beta^m$ avec m =1, ou 2.

Si β = 0, ce pseudo-potentiel est alors équivalent à celui donnant le comportement de type de frottement de Coulomb. Dans ce modèle, l'évolution de la variable β est déterminée par son comportement en vitesse $\dot{\beta}$. Le facteur de "viscosité" **α** permet de modifier la vitesse de décohésion selon l'interface considérée. Il introduit une notion de retard à l'endommagement interfacial.

La fonction indicatrice I_{c^-} permet d'imposer $\dot{\beta} \leq 0$ telle que l'ensemble convexe $C^- = \{\gamma; \gamma \leq 0 \}$. Ce terme provient aussi directement de la définition de la variable β. En effet, il est supposé que les liaisons adhésives ne peuvent en aucun cas se reconstituer, et que la rupture d'un lien est un phénomène totalement irréversible ce qui assure l'irréversibilité de la dégradation dans l'adhérence. Avec ce terme, on force donc la vitesse $\dot{\beta}$ de décohésion à être négative ou nulle. Ainsi, β ne peut que décroître. Autrement dit, l'évolution de l'interface ne peut aller que vers un décollement, sans aucune possibilité de recollement. Le choix d'un potentiel de dissipation quadratique en $\dot{\beta}$ permet d'obtenir une équation d'évolution linéaire pour la décohésion.

Le pseudo-potentiel Φ dépend de la vitesse des variables d'état, mais aussi de l'état du contact interfacial. Il se décompose essentiellement en deux parties, l'une concernant le frottement, convexe mais non-différentiable en $\dot{\mathbf{u}}_t$, l'autre concernant l'adhérence convexe en $\dot{\beta}$ et différentiable.

La convexité de Φ permet, grâce à un résultat d'analyse convexe [172] d'écrire :

$$\begin{aligned} &\sigma = \sigma^r \qquad \text{sur } \Omega \\ &r_n = r_n^r \quad \text{et } (\mathrm{r}_t^{ir}, G_\beta) \in \partial_{(\dot{u}_t, \dot{\beta})} \varphi(\dot{u}_t, \dot{\beta}, R_n, u_n, \beta) \end{aligned} \qquad (3.19)$$

La loi (3.19) exprime que le corps Ω_1 et Ω_2 possède un comportement élastique $(\sigma - \sigma^r = \sigma^{ir} = 0)$ et que le saut normal $\boldsymbol{u_n}$ sur Γ_C n'est pas associé à un comportement dissipatif $(r_n - r_n^r = r_n^{ir} = 0)$.

Il convient de distinguer le comportement normal à l'interface Γ_C, du comportement tangentiel.

- *Comportement normal* r_n : Il est régi uniquement par l'adhérence et correspond à une résistance élastique évoluant avec l'état adhésif. Aucun effort dissipatif n'est donc envisagé : $(r_n - r_n^r = r_n^{ir} = 0)$. Avec ce choix, on retrouve la loi de Signorini avec adhésion.
- *Comportement tangentiel* $\boldsymbol{r_t}$: Ici, de même, il existe une partie élastique due à la présence de liens adhésifs, mais la considération d'un effet frottant rend le comportement tangentiel (gouverné par $\boldsymbol{u_t}$) en partie irréversible : $(r_t^{ir} = \mathrm{r_t} - r_t^r \neq 0)$ et $r_t^r = C_t u_t \beta^2$

Le potentiel Φ étant différentiable on aura:

$$\begin{cases} r_t^{ir} \in \partial_{(\dot{\mathrm{u}}_t)}\varphi(\dot{\mathrm{u}}_t, \dot{\beta}, R_n, u_n, \beta) \\ r_t^{ir} = \mathrm{r_t} - C_t u_t^2 \beta^2 \end{cases} \Rightarrow \mathrm{r_t} - \mathrm{C_t} u_t^2 \beta^2 \in \partial_{(\dot{\mathrm{u}}_t)}\varphi(\dot{\mathrm{u}}_t, \dot{\beta}, R_n, u_n, \beta) \tag{3.20}$$

L'appartenance de r_t^{ir} au sous-différentiel de Φ par rapport à $\dot{\mathbf{u}}_t$ conduit à écrire une loi de frottement de type Coulomb, avec une résistance supplémentaire due à l'adhérence, soit:

$$\begin{cases} \left\| \mathrm{r_t} - C_t u_t^2 \beta^2 \right\| < \mu . f(\beta) . \left| r_n - C_t u_n^2 \beta^2 \right| \Rightarrow \dot{\mathrm{u}}_t = 0 \\ \left\| \mathrm{r_t} - C_t u_t^2 \beta^2 \right\| = \mu . f(\beta) . \left| r_n - C_t u_n^2 \beta^2 \right| \Rightarrow \exists \lambda \geq 0, \dot{\mathrm{u}}_t = \lambda \left(\mathrm{r_t} - C_t u_t^2 \beta^2 \right) \end{cases} \tag{3.21}$$

Ici une résistance adhésive se développe dés que le seuil de Coulomb est atteint et vient s'opposer au glissement tangentiel. Lorsque l'adhérence est rompue (β = 0), l'évolution est gouvernée par une loi de frottement de Coulomb classique.

D'autre part, l'évolution adhésive est liée à un processus dissipatif en β, faisant intervenir la force $\boldsymbol{G_\beta}$. Du fait que Φ est différentiable, le sous-gradient $\partial_{\dot{\beta}}\Phi$ de la première partie de Φ, s'identifie au gradient classique. Alors, a partir de (3.19) on peut déduire la loi d'évolution liant $\boldsymbol{G_\beta}$ a la vitesse $\dot{\beta}$ et a partir de l'analyse convexe on aura:

$$\begin{aligned} G_\beta \in \partial_{\dot{\beta}}\Phi(\dot{u}_t, \dot{\beta}, r_n, u_n, \beta) &\Rightarrow G_\beta \in \alpha.\dot{\beta} + \partial_{\dot{\beta}} I_{C^-}(\dot{\beta}) \\ &\Rightarrow G_\beta - \alpha.\dot{\beta} \in \partial_{\dot{\beta}} I_{C^-}(\dot{\beta}) \\ &\Rightarrow \alpha.\dot{\beta} = \mathrm{Pr}oj_{C^-}(G_\beta) \end{aligned} \tag{3.22}$$

Cela signifie que $\alpha\dot{\beta}$ est la projection de $\boldsymbol{G_\beta}$ sur le convexe $\boldsymbol{C^-}$ [172]**.** L'inégalité précédente est équivalente à :

$$\alpha.\dot{\beta} = -\left[G_\beta\right]^- \tag{3.23}$$

où $[\boldsymbol{G_\beta}]^-$ représente la partie négative de $\boldsymbol{G_\beta}$.

En utilisant l'expression (3.16) de la force thermodynamique $\boldsymbol{G_\beta}$ donnée par les lois d'état alors les relations (3.16) et (3.23) permettent d'exprimer l'évolution adhésive sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \alpha\dot{\beta} = -(wh'(\beta) - (C_n u_n^2 + C_t u_t^2)\beta)^- & \textbf{\textit{si}}\ \beta \in \textbf{\textit{[0,1[}} \\ \alpha\dot{\beta} = -(wh'(\beta) - (C_n u_n^2 + C_t u_t^2)\beta)^- & \textbf{\textit{si}}\ \beta = \textbf{\textit{1}} \end{cases} \tag{3.24}$$

Si on prend *h(β)=β alors,* la loi d'évolution (3.24) peut se réduire à une équation différentielle en considérant la condition initiale suivante : $\beta(t = 0) = \beta_0 \in [0, 1[$. On est alors amené à résoudre :

$$\begin{cases} \beta(0) = \beta_0 \in [0,1] \\ \alpha\dot{\beta} = -(w - (C_n u_n^2 + C_t u_t^2)\beta)^- \end{cases} \tag{3.25}$$

3.8 Synthèse des équations constitutives du modèle:

Le modèle de comportement d'interfaces RCCM (**R**aous-**C**angémi-**C**oucou-**M**onerie) ([95][136][97]), permet de coupler les conditions de contact unilatéral, de frottement et d'adhérence entre deux solides déformables. Pour terminer la présentation de ce modèle, on donne une synthèse des lois constitutives dégagées des lois d'état, ainsi que les lois complémentaires :

a) ***Contact unilatéral avec adhérence :***

$$r_n - C_n u_n \beta^2 \geq 0; \quad u_n \leq 0; \quad (r_n - C_n u_n \beta^2).u_n = 0 \tag{3.26}$$

b) ***Loi de frottement avec adhérence***

$$\begin{cases} r_t^r = C_t u_t \beta^2; \ \ r_n^r = r_n \\ \left\| \mathrm{r_t} - r_t^r \right\| \leq \mu.f(\beta).\left| r_n - C_n u_n \beta^2 \right| \\ \left\| \mathrm{r_t} - r_t^r \right\| < \mu.f(\beta).\left| r_n - C_n u_n \beta^2 \right| \Rightarrow \dot{\mathrm{u}}_\mathrm{t} = 0 \\ \left\| \mathrm{r_t} - r_t^r \right\| = \mu.f(\beta).\left| r_n - C_n u_n \beta^2 \right| \Rightarrow \exists \lambda \geq 0, \dot{\mathrm{u}}_\mathrm{t} = -\lambda \dfrac{\left(\mathrm{r_t} - r_t^r\right)}{\left\| \mathrm{r_t} - r_t^r \right\|} \end{cases} \tag{3.27}$$

c) ***Evolution de l'intensité d'adhérence :***

$$\begin{cases} \alpha\dot{\beta} = -(w\beta - (C_n u_n^2 + C_t u_t^2)\beta)^- & \textbf{\textit{si}}\ \beta \in \textbf{\textit{[0,1[}} \\ \alpha\dot{\beta} = -(w\beta - (C_n u_n^2 + C_t u_t^2)\beta)^- & \textbf{\textit{si}}\ \beta = \textbf{\textit{1}} \end{cases} \tag{3.28}$$

Dans les graphes 3.5a et 3.5b on présente l'interprétation graphique du modèle RCCM.

1) Comportement normale :

On suppose qu'il n'y a pas un glissement et que l'interface est initialement vierge. Le comportement avant décohésion est linéaire élastique et caractérisé par la valeur du coefficient $\boldsymbol{C_n}$.

L'endommagement débute lorsque l'énergie stockée dans la liaison atteint le seuil *w*, c'est-à-dire lorsque $w = C_n u_n^2 \beta$. Cette équation détermine un seuil critique en contrainte et déplacement :

$$\begin{cases} u_n^0 = \sqrt{\dfrac{w}{C_n}} \\ \sigma_n^0 = \sqrt{w.C_n} \end{cases} \tag{3.29}$$

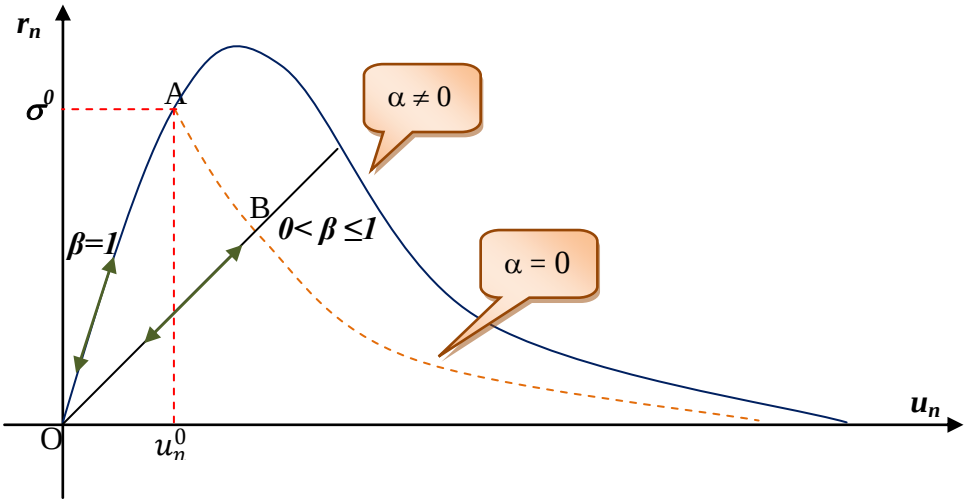


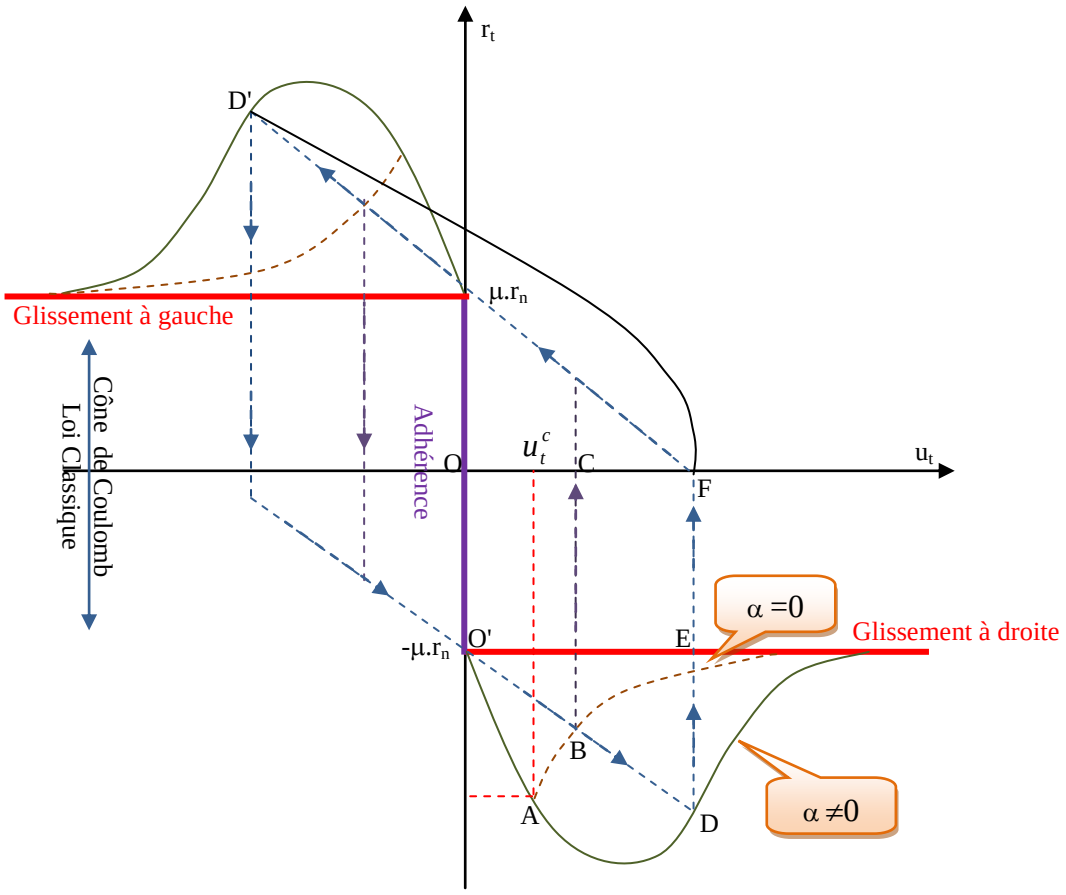
Figure 3.5a : *Comportement dans la direction normale* [136]

Les valeurs u_n^c et σ_n^0 sont respectivement le déplacement et contrainte limite au delà lesquels l'interface s'endommage. Pour $u_n < u_n^0$ (partie OA) la vitesse $\dot{\beta}$ est égale a 0 et l'intensité d'adhésion β reste donc égale a 1. On constate donc un comportement élastique linéaire de pente C_n. Une fois on dépasse cette limite, la vitesse de perte d'adhésion devient négative $\dot{\beta} \leq 0$. Si au point B on effectue une décharge, l'intensité d'adhésion β reste constante et égale a β^*, (avec $0 < \beta^* < 1$), et le comportement devient linéaire de pente $C_n \beta^*$. Par contre si on continue à charger, la décroissance de β entraine alors une diminution des réactions adhésives jusqu'à leur complète disparition. En phase finale de décohésion (β = 0), nous retrouvons des conditions classiques de contact unilatéral (graphe classique de Signorini)

2) Comportement tangentiel :

C'est le cas le plus complexe, où les effets frottants et adhésifs sont couplés. On suppose pour des raisons de clarté, une réaction normale constante, un saut de déplacement normal nul et une interface initialement vierge. Le contact unilatéral interdit l'interpénétration et la loi s'écrit:

$$\begin{cases} r_n \geq 0; \quad u_n = 0 \\ \left\| r_t - C_t u_t \beta^2 \right\| \leq \mu . f(\beta) . \left| R_n \right| \\ \left\| r_t - C_t u_t \beta^2 \right\| < \mu . f(\beta) . \left| R_n \right| \Rightarrow \dot{u}_t = 0 \\ \left\| r_t - C_t u_t \beta^2 \right\| = \mu . f(\beta) . \left| R_n \right| \Rightarrow \exists \lambda > 0, \dot{u}_t = -\lambda \dfrac{\left(r_t - C_t u_t \beta^2 \right)}{\left\| r_t - C_t u_t \beta^2 \right\|} \\ \beta(0) = 1; \alpha . \beta = -[w - (C_n u_n^2 + C_t u_t^2) . \beta]^- \end{cases} \tag{3.30}$$



Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

Figure 3.5b : *Comportement dans la direction tangentielle* [136]

Avec la condition initiale $\boldsymbol{u_n(0) = 0}$ et $\boldsymbol{u_t(0) = 0}$, le seuil de Coulomb interdit tout glissement avant que la condition d'écoulement $|\boldsymbol{r_t}| = \boldsymbol{\mu}\ |\boldsymbol{r_n}|$ ne soit satisfaite. Quand $u_t = 0$, on charge, la réaction évolue pour atteindre $-\mu.r_n$ (partie OO').

Pour $0 \le u_t \le u_t^c$, on a un comportement élastique linéaire de pente C_t (partie O'A). A partir de ce seuil minimum, et tant que le déplacement critique de décohésion u_t^c n'est pas atteint, la contrainte tangentielle croît linéairement en fonction du déplacement tangentiel ***u_t ($\beta(0) = 1$),*** selon la loi :

$$\begin{cases} u_t < u_t^c \Rightarrow \dot{\beta} = 0 \\ r_t = \mu . r_n + C_t u_t \end{cases} \tag{3.31}$$

Lorsque le seuil critique u_t^c est atteint, la contrainte tangentielle décroît d'une manière non-linéaire. L'allure de cette décroissance est gouvernée par l'équation d'évolution de l'intensité d'adhérence.

Au delà de la limite u_t^c, l'interface s'endommage et $\dot{\beta} \le 0$. Si on continue à charger, β s'annule et on retrouve un comportement de Coulomb (Loi de frottement de Coulomb classique). Or si a un point D (point B dans le cas d'adhésion sans viscosité) on effectue une décharge ($\dot{u}_t < 0$) alors β reste constante et égale a β^* jusqu'à point F (point C dans le cas d'adhésion sans viscosité).

Dans ce cas, un effet de relaxation peut survenir si l'interface possède suffisamment d'énergie à ce niveau de chargement. Lorsque la décharge est amorcée ($\dot{u}_t < 0$), la contrainte tangentielle effectue un saut égal à $2\mu.\boldsymbol{r_n}$ en raison du seuil de frottement (Cela veut dire qu'on a traversé le cône de Coulomb). La réaction suit par la suite un comportement linéaire de pente $\beta^* C_t$ jusqu'au point symétrique D' de D par rapport à O. on retrouve un mouvement opposé a celui initiale avec endommagement.

3.9 Conclusion:

Un développement particulier de la thermodynamique des milieux continus, basé sur la notion de surface matérielle permet de formuler une loi de frottement avec adhérence initiale, à partir de choix spécifique des potentielles thermodynamiques. La partie adhésive du comportement est décrite à l'aide d'une variable interne dérivant l'endommagement de l'interface et introduite par Frémond. Le modèle d'interface RCCM développé par Raous, Cangémi, Cocou et Monerie [95][97] permet de coupler les conditions de contact unilatéral, de frottement de Coulomb et d'adhérence et de décrire le passage continu d'un état adhésif à un état de frottement de Coulomb avec des décollements éventuels le long de l'interface.

Cette loi de contact est multivoque et de plus, comme pour le frottement ou la plasticité des sols, et à la différence des lois dissipatives classiques, elle ne vérifie pas la règle de normalité. C'est une loi non associée.

L'approche classique basée sur la loi de normalité consiste à résoudre séparément le contact et frottement. Autrement dit, cette méthode considère que le contact peut se produire sans frottement et le frottement sans contact, ce qui est évidement loin de la réalité.

Pour lever cette difficulté une nouvelle formulation est présentée dans le chapitre suivant. Elle étend la méthode du bipotentiel développée par G. De Saxce [173][174] et N. Terfaya [175] à la loi adhésive RCCM. Cette formulation s'inspire du modèle de matériau standard implicite (MSI) qui permet l'extension de la notion de loi de normalité aux comportements dissipatifs avec des lois d'écoulement non associées, comme le cas du phénomène de frottement adhésif, dans l'interface. Cela a permis de formuler une nouvelle fonction biconvexe couplant contact, frottement et adhérence et sur la base de modèle adhésif RCCM.

Rapport-Gratuit.com

Chapitre 4

La méthode des matériaux standards implicites

4.1 Introduction:

Une large classe de comportements plastiques ou, plus généralement, de processus dissipatifs peuvent être représentés par la loi de normalité. Cette classe de matériaux est nommée classe des matériaux standards généralisés "MSG" [176]. Le MSG est décrit par deux potentiels duaux, la relation entre les contraintes et les déformations généralisées étant explicite.

Dans le cas des interactions sols-structures, le comportement plastique des sols et celui du contact avec frottement sont des phénomènes dissipatifs régis par des lois constitutives multivoques dont la résolution nécessite l'utilisation d'un schéma d'intégration adapté [177].

Au niveau de l'interface, le phénomène de contact et de frottement est régi par une loi présentée aux chapitres 2 et 3, permet de traduire à la fois la condition de Signorini et le frottement de Coulomb [177][178]. C'est une loi dissipative non linéaire comportant trois statuts : non-contact, contact avec adhérence et contact avec glissement. Le phénomène du frottement sec est donc un processus dissipatif similaire à la loi rigide-parfaitement plastique. Le critère de coulomb déjà présenté est analogue au critère de plasticité et la règle de glissement est analogue à la loi d'écoulement plastique [179]. En effet, pour la résolution de tel problème, l'approche classique, basées sur la loi de normalité, consiste à résoudre séparément les inéquations de contact et de frottement ce qui ne traduit pas réellement le phénomène physique. La difficulté pour implanter numériquement cette loi repose sur le fait qu'elle est non-régulière, c'est-a-dire que c'est une loi multivoque. Puisque la règle de frottement sec n'est pas une loi de normalité (la dérivée par rapport à la traction n'existe pas), le comportement de contact et de frottement peut être considéré comme non standard [179].

D'autres lois de plasticité de métaux [180] ou de sols [181, 182] peuvent être citées aussi comme des lois de matériaux non standards.

Pour surmonter cette difficulté une nouvelle classe de matériaux dite « *Matériaux Standards Implicites (MSI)* » a été proposée en premier lieu pour le contact unilatéral avec frottement, par De Saxcé et al. [173,174,179]. C'est une classe de matériaux qui permet l'extension de la notion de la loi de normalité aux comportements dissipatifs non associés, comme pour le cas du phénomène de frottement dans les interfaces [173]. Elle généralise d'une manière simple et claire les matériaux standards et non standards. Par analogie avec le modèle des matériaux standards généralisés de Halphen et Nguyen Quoc Son [176], le modèle MSI a été introduit de manière à restituer la loi de normalité sous la forme affaiblie d'une relation implicite (au sens du théorème des fonctions implicites) entre contraintes et vitesses de déformations généralisées [173, 174, 179]. Le MSI est donc décrit par un potentiel unique dit bipotentiel et la relation entre les contraintes et les déformations généralisées est devenue implicite.

L'utilisation de ce modèle a permis de montrer que de nombreuses lois de dissipation non standards peuvent être représentées par un bipotentiel, dépendant des contraintes et vitesses de déformations généralisées. Les propriétés de ce bipotentiel sont basées sur une extension de l'inégalité de Fenchel [183] et permettent, dans le cadre de l'analyse convexe [184, 185] (rappelé en annexe A), la généralisation du surpotentiel de Moreau [185]. Une application du modèle MSI au cas des problèmes de contact et de frottement est présenté dans [173,174,179,186] et des sols par de Saxce et Berga dans [187, 188].

4.2 Matériaux standards implicite et notion de bipotentiel:

4.2.1. Potentiel, surpotentiel et bipotentiel :

Soit S un système matériel décrit par un espace V de variables d'état généralisées v (déformations, vitesses …etc), muni d'une structure vectorielle sur $\Re$. V est mis en dualité avec un espace vectoriel F des variables duales f (contraintes, forces..etc) par une forme bilinéaire (v,f)→ v.f.

Sous sa forme la plus simple, une loi de comportement est donnée par un graphe rassemblant des couples de variables duales (v, f), généralement résultant d'un essai expérimental. En élasticité par exemple, ***le potentiel*** permet de décrire un comportement mécanique réversible. Ce potentiel est différentiable et son gradient est unique, ce qui donne lieu à ***une loi univoque*** ou bijective. La loi de comportement peut se mettre sous la forme ***d'une loi de normalité*** :

$$v = \partial_f \varphi(f) \text{ et } f = \partial_v \chi(v) \tag{4.1}$$

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

Les vitesses **v** et les forces **f** dérivent ainsi respectivement du potentiel **φ (**peut être considéré comme énergie complémentaire) et du potentiel de dissipation **χ** (qui peut être considéré comme une énergie ou une puissance de déformation). **χ** est la transformée de Legendre-Fenchel de **φ** et vérifie la relation suivante [185, 190] :

$$\chi(\mathrm{v}) + \varphi(\mathrm{f}) = \mathrm{v.f} \tag{4.2}$$

Ainsi, l'essentiel de l'information sur le matériau est concentré d'une manière concise et élégante dans une seule fonction. Cette relation scalaire constitue en quelque sorte la loi énergétique du matériau.

Pour beaucoup de situations physiquement pertinentes, comme dans le cas des matériaux dissipatifs (par exemple en plasticité), les lois de comportement sont multivoques et également associées. Alors, en exploitant une idée de Ziegler [174], et en utilisant le cadre de l'analyse convexe [184, 189], Moreau a introduit le concept de ***surpotentiel*** (ou bien ***pseudopotentiel***), et il a introduit la notion de gradient généralisé (le sous-gradient) [185, 190]. Ce dernier n'est pas unique, ce qui permet de décrire des ***lois multivoques***. Comme tout potentiel a son complémentaire, alors tout surpotentiel **φ** a son dual **φ***. Le couple de surpotentiels ainsi formé doit satisfaire une inégalité fondamentale, celle de Fenchel [185, 189].

$$\forall\, \mathrm{v,f} \quad \varphi(\mathrm{v}) + \varphi^*(\mathrm{f}) \geq \mathrm{v.f} \tag{4.3}$$

La loi de comportement prend la forme d'une inclusion différentielle et peut être écrite sous forme de sous normalité :

$$\mathrm{f} \in \partial\varphi(\mathrm{v}) \text{ et } \mathrm{v} \in \partial\varphi^*(\mathrm{f}) \tag{4.4}$$

Ce genre de matériaux dont la loi complémentaire est représentée par de telles relations s'appelle souvent des ***matériaux standards généralisés (MSG)*** [176, 180].

Cependant, on rencontre néanmoins en mécanique de nombreux comportements qui échappent à cette classe de matériaux standards. Citons, à titre d'exemple, les lois de plasticité de métaux, des sols, et les problèmes de contact frottant. Ces lois sont dites ***non-associées*** où la normalité généralisée ne permet plus une description satisfaisante du comportement. Pour contourner ce problème, une réponse possible a été proposée par De Saxcé [173, 174, 183] consistant à construire une fonction à deux variables notée **b**, **bi-convexe**, qui satisfait une inégalité généralisant celle de Fenchel. Cette généralisation consiste à abandonner l'hypothèse d'une de deux surpotentiels duaux et la remplacer par la fonction **b** telle que :

$$\forall\, \mathrm{v,f} \quad \mathrm{b(v,f)} \geq \mathrm{v.f} \tag{4.5}$$

G. De Saxcé [173, 174, 183] appelle une telle fonction : ***bipotentiel***.

Physiquement, le bipotentiel représente la dissipation et la manière de construire ce bipotentiel de dissipation permet alors de relier les vitesses **v** aux forces **f**, mais sous forme d'une relation implicite. L'idée de base consiste donc à conserver le concept-clé de dissipation normale mais sous une forme affaiblie où la loi constitutive multivoque de matériau est mise sous forme d'une relation implicite. Soit en termes de sous-différentiel :

$$\mathrm{v} \in \partial_{\mathrm{f}} \mathrm{b}(\mathrm{v},\mathrm{f}) \text{ et } \mathrm{f} \in \partial_{\mathrm{v}} \mathrm{b}(\mathrm{v},\mathrm{f}) \tag{4.6}$$

En mécanique, on dit que ces lois sont des lois de normalité implicite ou faible et de tels matériaux s'appellent ***matériaux standards implicites (MSI)***. Dans le cas des matériaux standards généralisés (lois de comportement associées), le bipotentiel prend une forme séparée :

$$\mathrm{b}(\mathrm{v},\mathrm{f}) = \varphi(\mathrm{v}) + \varphi^{*}(\mathrm{f}) \tag{4.7}$$

Les applications des bipotentiels à la mécanique de solides sont diverses, a titre d'exemples on peut citer : le contact unilatéral et la loi de frottement de Coulomb [179, 173, 174, 191-198], frottement anistropique [199-202], contact-impact [203-210], le modèle non associé de Drüker-Prager [187, 188 ,211-214] et le modèle Cam-Clay [215,216] en mécanique des sols, la plasticité cyclique [217-224], l'analyse limite [225, 226] , la viscoplasticité des métaux [227, 228], la loi d'endommagent de LE MAITRE [229, 230], les lois coaxiaux [231, 232], matériaux granulaires [233-239]. Des applications plus récentes du concept bipotentiel ont été présenté par Feng traitant les problèmes d'usures [240], et le model de Drucker-Prager pour les matériaux non-associé[241]. Plus récemment une étude utilisant la théorie de bipotentiel a été présenté pour traiter des problèmes de multi-contact en présence de grandes déformations rencontrés dans les simulateurs médicaux interactifs utilisés dans la chirurgie virtuelle [242].

4.2.2 Concept bipotentiel :

L'idée fondatrice de ce concept est la suivante : Pour conserver la notion de loi de normalité et l'hypothèse de convexité, on définit un bipotentiel de dissipation, dépendant à la fois des vitesses de déformations **v** et des variables associées **f** [173,174,243-246]. La manière de construire ce bipotentiel de dissipation permet alors de relier les vitesses de déformations aux variables associées, mais sous la forme d'une relation implicite. Indiquons maintenant la définition de ce bipotentiel:

Soit **V** l'espace vectoriel des vitesses **v** et **F** son dual collectant les variables associées **f.** La dualité est exprimée par la forme bilinéaire **:** (**v**, **f**) $\rightarrow$ **v.f**

Un bipotentiel est une fonction ***b*** de **V x F** dans $\Re$ **(VxF** $\rightarrow\Re$) biconvexe, c'est à dire séparément convexe (**b** convexe par rapport à **v** pour **f** constant, et **b** convexe par rapport à **f** pour **v** constant), et satisfaisant l'inégalité fondamentale généralisant l'inégalité de Fenchel [184, 185, 189] :

$$\forall\ (v', f') \in VxF;\ \ b(v', f') \geq v'.f' \tag{4.8}$$

Le couple (v,f), pour lesquels les variables sont reliées par la loi de comportement, sont qualifiés d'extrémaux au sens où l'égalité est atteinte dans la relation (4.8). C'est la loi énergétique [243-245]:

$$b(v, f) = v.f \tag{4.9}$$

D'autre part, et à partir de (4.8) et (4.9), pour tout couple extrémal vérifie les conditions de convexités séparées et on déduit:

$$\begin{cases} a)\ b(v', f) - b(v, f') \geq f(v' - v) & \forall\, v' \in V \\ b)\ \ b(v, f') - b(v, f) \geq v(f' - f) & \forall f' \in F \end{cases} \tag{4.10}$$

D'une manière concise, les couples extrémaux sont caractérisés par les inclusions différentielles suivantes:

$$\begin{aligned} &(4.10a) \Rightarrow f \in \partial_v b(v, f) \\ &(4.10b) \Rightarrow v \in \partial_f b(v, f) \end{aligned} \tag{4.11}$$

Où ∂_v (respectivement ∂_f) désigne le sous différentiel lorsqu'on dérive partiellement par rapport à ***v*** (respectivement ***f***). Les relations (4.11) définissent la loi constitutive multivoque du matériau. D'autre part (4.11) expriment un lien implicite entre ***v*** et ***f*** et montrent que les lois de comportement et les lois inverses dérivent du bipotentiel ***b(v,f)*** [173, 174, 239-246]**.**

4.3 Le bipotentiel en mécanique des sols:

De par sa nature, le sol occupe une place particulière dans le domaine de la mécanique des solides. C'est un matériau granulaire dans lequel le vide représente une proportion de volume plus ou moins importante selon la granulométrie du sol. Le frottement intergranulaire a pour conséquence l'influence de la contrainte hydrostatique ainsi que le changement de volume pendant la déformation.

Soit un sol d'angle de frottement φ et régit par le critère de plasticité de Coulomb (figure 4.1). Le bloc de sol est soumis a un chargement de traction T et un effort normal N. La force de résistance est activée par la cohésion, le frottement d'interface et par le frottement intergrannulaire dans le solide. En plus du déplacement dans la direction de la force de traction T, une composante normale du déplacement apparaît à cause de frottement interne et provoque un changement de volume.

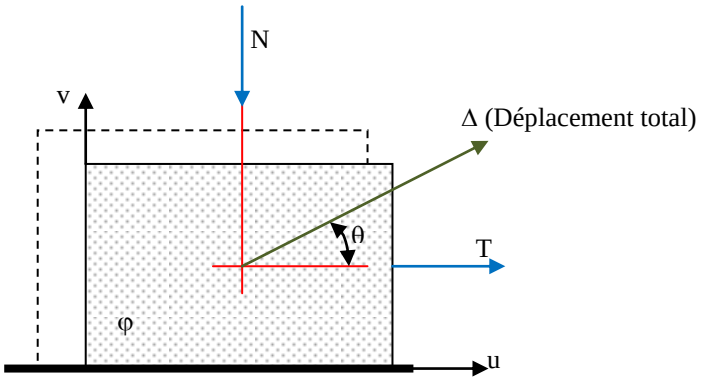


Figure 4.1 : *Résistance du sol au cisaillement* [187]

Soit S, le déviateur des contraintes, S_m, la pression hydrostatique, $\dot{e}$ déviateur des vitesses de déformations et $\dot{e}_m$ sa trace, et $\dot{\varepsilon}^P$ vitesse des déformations plastiques. Le déplacement total Δ fait un angle θ avec la direction de la force de traction T. En portant les valeurs dans l'espace (s_m, $||s||$) superposé à l'espace ($\dot{e}_m$, $||\dot{e}||$) (figure 4.2), le vecteur de déformation fait un angle θ, par rapport à la direction du glissement, dont la valeur détermine le comportement de l'écoulement. Ce nouveau paramètre θ est l'angle d'écoulement plastique ou angle de dilatance plastique [187].

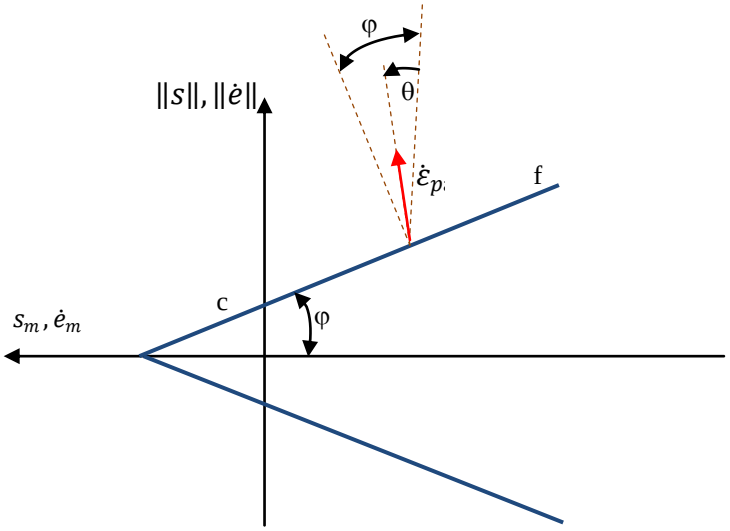


Figure 4.2 : *Ecoulement du système* [187]

En faite, le comportement des sols est très complexe et est peu connu. Ils ne sont ni parfaitement plastiques, ni totalement frottant. L'idée la plus conciliante consiste à considérer le sol comme un matériau partiellement plastique et partiellement frottant. Autrement dit, l'angle découlement plastique θ se situ dans la plage [0.0, φ], φ étant l'angle de frottement interne [181, 187].

En effet, lorsque θ est égale à φ, la vitesse des déformations plastiques est normale à la fonction de charge *f(φ)*. La règle de normalité est respectée et le problème correspond à la plasticité parfaite. L'écoulement est accompagné par un changement de volume. Lorsque θ est nul, la déformation se fait par glissement pure et sans changement de volume et cela correspond aux matériaux totalement frottant, caractérisés par un écoulement plastique sans changement de volume (comme la plasticité des métaux) . La règle de normalité n'est alors plus valable car la vitesse des déformations plastiques n'est pas normale à la surface de charge, ce qui donne au comportement son caractère non standards (non associé).

Cela montre que le sol a un comportement non-standard. Cependant, les théorèmes de l'analyse limite ne sont pas applicables sur un tel matériau démuni de la loi de normalité. La méthode du matériau standard implicite permet de retrouver pour le comportement non-standard, la loi de normalité mais sous forme implicite. Ceci permet, notamment, de généraliser les théorèmes de l'analyse limite au matériau non-standard.

4.3.1 Loi d'écoulement

Le comportement des sols est caractérisé par le critère de plasticité de Drüker-Prager. Tout d'abord on définit les quantités suivantes [187, 188, 213, 214, 241, 247]:

- La pression hydrostatique : $\boldsymbol{s_m} = \frac{1}{3} Tr(\boldsymbol{\sigma})$
- Le déviateur des contraintes : $s = \boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{s_m}.1$
- Trace des déformations : $e_m = Tr(\boldsymbol{\varepsilon})$
- Trace des vitesses des déformations plastiques : $\dot{e}_m^p = Tr(\dot{\varepsilon}^p)$
- Déviateur des vitesses des déformations plastiques : $\dot{\boldsymbol{e}}^{\boldsymbol{p}} = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\boldsymbol{p}} - \frac{1}{3}\dot{\boldsymbol{e}}_{\boldsymbol{m}}^{\boldsymbol{p}}.1$

Dans ce cas, la loi plastique est modélisée par les deux variables duaux: le vecteur contrainte $\sigma = (s_m, s)$ et la vitesse des déformations plastiques $\dot{\varepsilon}^p = (\dot{e}_m^p, \dot{e}^p)$. En utilisant le critère de Drüker-Prager, on définit le domaine des contraintes plastiques admissibles K_σ tel que:

$$K_\sigma = \left\{(s_m, s)\ tel\ que\ \frac{1}{k_d}\|s\| + s_m tg\varphi \leq c\right\} \tag{4.12}$$

où c et φ désignent respectivement la cohésion et l'angle de frottement interne du sol et k_d est une constante fonction de φ choisi de telle façon que la condition (4.12) est réduite en déformation plane à la critère de Coulomb (K_σ est un cône tangentiel à l'intérieur de pyramide de Mohr-Coulomb) [241, 248]. L'ensemble convexe K_σ est caractérisé par la fonction indicatrice I_{K_σ}.

En considérant l'angle d'écoulement plastique θ∈[0.0, φ[, une nouvelle formulation de la loi non-associée est écrite sous une forme d'inclusion [186, 187 ,213, 214, 247]:

$$\dot{e}_m^p + k_d(tg\varphi - tg\theta)\|\dot{e}^p\| \in \partial I_{K_\sigma}(\sigma) \tag{4.13a}$$

et

$$\dot{e}^p \in \partial I_{K_\sigma}(\sigma) \tag{4.13b}$$

que nous pouvons condenser en une seule écriture:

$$(\dot{e}_m^p + k_d(tg\varphi - tg\theta)\|\dot{e}^p\|, \dot{e}^p) \in \partial I_{K_\sigma}(\sigma) \tag{4.14}$$

D'autre part, les vitesses de déformations plastiques appartiennent à l'ensemble convexe suivant:

$$K_\varepsilon = \{(\dot{e}_m^p, \dot{e}^p)\ tels\ que\ \dot{e}_m^p \geq k_d tg\theta\|\dot{e}^p\|\} \tag{4.15}$$

Géométriquement K_ε représente le cône dual de K_σ.

Si σ appartient à l'intérieur du cône K_σ, l'écoulement plastique ne s'établit pas ($\dot{\varepsilon}^p = 0$). En outre, sur un point régulier de la surface de charge, l'égalité dans (4.15) est vérifiée, et l'orientation du vecteur de déformations plastiques est égale à θ (figure 4.3). Par contre, au sommet (s_m=c/tgθ, ||s||=0), la sous-différentielle de I_{K_σ} dans (4.14) est le cône dual (4.15) et l'orientation des vecteurs des vitesses de déformations plastiques est inferieur ou égale à θ (figure 4.3).

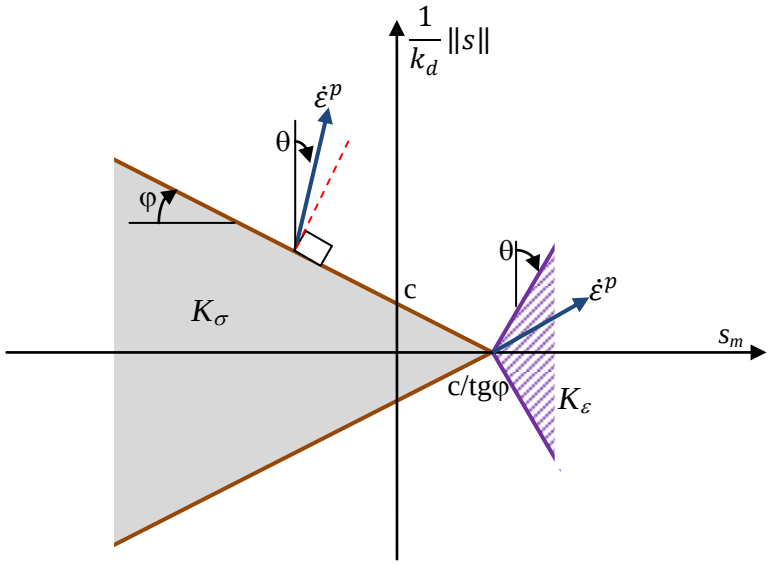


Figure 4.3 : *Loi d'écoulement non associée de Druker-Prager* [187]

Il faut noter ici que malgré que la loi d'écoulement plastique (4.14) soit écrite sous forme d'une loi de normalité, il ne s'agit pas d'une loi associée à cause du terme additionnel en $\|\dot{e}^p\|$ qui introduit un effet de couplage entre les composantes hydrostatique et sphérique [187, 247]. Cependant, cette loi peut être considérée comme une loi de matériau standard implicite.

4.3.1 Bipotentiel élastoplastique

En considérant le principe de dissipation plastique maximale de Hill, Berga et al [187,188,213, 214] ont proposé la fonction suivante:

$$b_p(\dot{\varepsilon}^p,\sigma) = I_{K_\epsilon}(\dot{\varepsilon}^p) + I_{K_\sigma}(\sigma) + \frac{c\dot{e}_m^p}{tg\varphi} + k_d(tg\varphi - tg\theta)(s_m - \frac{c}{tg\varphi})\|\dot{e}^p\| \qquad (4.16)$$

Berga a montré dans [187, 188] que la fonction (4.16) est bien un bipotentiel et que le couple extrémal de (4.16) satisfait la loi d'écoulement (4.14) ainsi que la loi inverse.

Ainsi, au lieu de deux fonctions de contraintes, le potentiel plastique et la fonction de charge, la loi constitutive proposée découle du seul bipotentiel (4.16), dépendant à la fois des contraintes et des vitesses des déformations plastiques [187, 188].

$$\dot{\varepsilon}^p \in \partial_\sigma b_p(\dot{\varepsilon}^p,\sigma) \text{ et } \sigma \in \partial_{\dot{\varepsilon}^p} b_p(\dot{\varepsilon}^p,\sigma) \qquad (4.17)$$

4.4 Bipotentiel de contact avec frottement:

Dans des domaines d'application très divers, l'ingénieur est souvent confronté à des problèmes de contact et de frottement qui s'ajoutent à des non linéarités de matériaux et de géométries. A titre d'exemple, en génie civil, où le calcul des structures nécessite une analyse statique et dynamique, linéaire ou non, le contact apparaît dans : portique avec fondations ; les éléments de fixation tel que les chevilles à expansion ancrés dans une dalle de béton, les armatures (contact béton-acier), murs de soutènement, inclusions, pieu-sol, et les matériaux granulaires. D'une façon générale dans les interactions sol-structure ou structures-structures.

4.4.1 Lois de contact et de frottement:

Reprenons la formulation du problème exposé au chapitre 2. Pour des raisons de simplicité, considérons deux corps A et B en contact (figure 4.4). La projection orthogonale d'un point P de A sur la surface de B définit un point P' qui sera l'origine du repère local $(\vec{n},\vec{t}_1,\vec{t}_2)$.

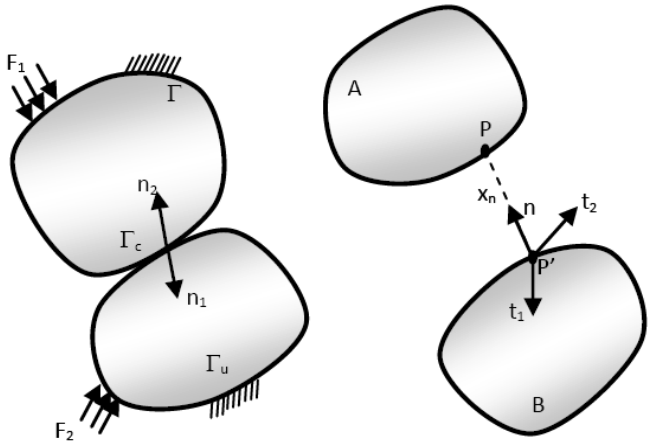


Figure 4.4 : *Repère locale du contact* [179]

Soient $\dot{u}$ la vitesse relative en P de A par rapport à B, et r la réaction que subit A de la part de B. La vitesse relative et les réactions peuvent être décomposées en composante tangentielle et normale [173, 174, 179]:

$$\dot{u} = \dot{u}_t + \dot{u}_n n \tag{4.18}$$

$$\mathbf{r} = \mathbf{r_t} + r_n.n \tag{4.19}$$

Généralement, les lois de contact et de frottement s'expriment dans le repère local par des relations entre $\dot{u}$, r et la plus courte distance entre A et B : x_n=PP'.

Les points appartenant à la zone de contact doivent satisfaire les lois régissant le contact unilatéral [177, 178, 179]. Elles sont caractérisées par une condition géométrique d'impénétrabilité, une condition statique de non adhésion et une condition de non contact [177,178,179]. Ces trois conditions sont connues généralement sous le nom de: ***condition de Signorini*** et s'expriment par l'expression suivante:

$$x_n \geq 0\,;\ r_n \geq 0\,;\ \textbf{et}\ r_n x_n = 0 \tag{4.20}$$

En tenant compte de l'écart initiale g , avec $x_n = g + u_n$,, la condition de Signorini s'écrit :

$$u_n \geq 0\,;\ r_n \geq 0\,;\ \textbf{et}\ r_n u_n = 0 \tag{4.21}$$

Le caractère cinématique des problèmes de contact exige une écriture des différentes lois en termes de vitesse. Alors quand les deux corps A et B sont en contact, les conditions (4.21) s'écrivent :

$$\text{pour } u_n = 0 : \quad \dot{u}_n \geq 0\,;\ r_n \geq 0\,;\ \textbf{et}\ r_n \dot{u}_n = 0 \tag{4.22}$$

Alors :

- Pour $u_n = 0$ et $\dot{u}_n > 0$, on parle d'un contact ouvert ;
- Si $\dot{u}_n = 0$ c'est un contact persistant,
- Par contre, si $u_n > 0$ alors la vitesse relative normale est arbitraire et la réaction normale et nulle ($r_n = 0$).

En ce qui concerne les modèles de frottement, il existe beaucoup de choix. Dans le cas où l'on adopte le modèle de frottement de Coulomb, qui est le plus utilisé dans les problèmes de contact avec frottement sec la loi de frottement s'écrit [177,178,179]:

$$\begin{cases} \|r_t\| \leq \mu.r_n & si\,\dot{u}_t = 0 \\ \|r_t\| = -\mu.r_n \dfrac{\dot{u}_t}{\|\dot{u}_t\|} & si\,\dot{u}_t \neq 0 \end{cases} \tag{4.23}$$

où μ désigne le coefficient de frottement et ||•|| la norme euclidienne.

L'ensemble des réactions admissibles est représenté par le convexe $\boldsymbol{K_\mu}$, le cône de frottement isotrope de Coulomb défini par [177, 178, 179] :

$$K_\mu = \left\{ r \in \Re \textbf{ tel que f(r)} = \|\mathbf{r_t}\| - \mu . r_n \leq 0 \right\} \tag{4.24}$$

4.4.1 Loi de contact complète : loi non-associée:

A cause d'irrégularité des surfaces de contact (présence d'aspérités), la loi de contact complète (unilatéral et frottement) est une loi dissipative non-linéaire, non régulière incluant trois statuts. Quand le contact s'établit entre A et B, le point P peut prendre un des états suivants : relâchement ou non contact, contact avec frottement ou adhérence et contact avec glissement [179].

Sous forme d'un schéma algorithmique, la loi complète de contact unilatérale à frottement sec peut être représentée pour $u_n = 0$ comme suit [173, 174, 179]:

- Si $r_n = 0$ alors $\dot{u}_n \geq 0$ et le point P est dans un état libre (non contact).
- Si $r \in K_\mu$, cela veut dire que r est à l'intérieur de K_μ, ce qui implique $\dot{u} = 0$ et on a un état d'adhérence.
- Si $r_n \geq 0$ et $r \in \partial K_\mu$ $(f(R) = 0)$, c'est à dire r est un point sur la frontière de K_μ on aura $\dot{u}_n \geq 0$ et il existe $\lambda \geq 0$ tel que $\dot{u}_t = -\lambda \frac{r_t}{\|r_t\|}$. Donc $\dot{u}_t$ est colinéaire à r_t et de sens opposé. On est donc dans un état de glissement.

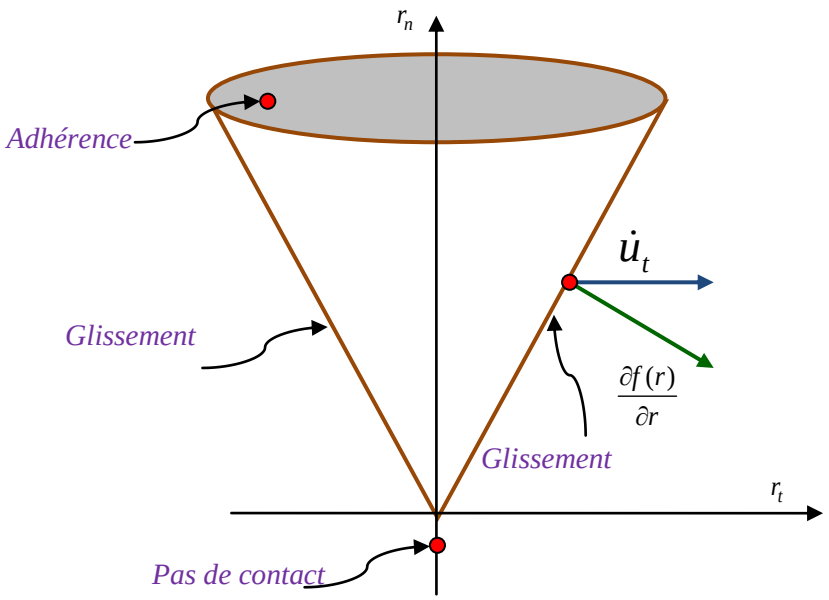


Figure 4.5 : *Loi de contact unilatéral avec frottement sec*
Loi non associé [173,174,179]

Une difficulté fondamentale de cette loi est son caractère non associé, ce qui se traduit par le fait que dans le statut de glissement, la vitesse relative n'est pas normale à la surface du cône :

$$\dot{u} \neq \lambda \frac{\partial f(r)}{\partial r} \tag{4.25}$$

Puisque $\dot{u}_n = 0$ sur la surface de cône (∂K_μ), *surface de glissement.* On ne peut donc appliquer la règle de normalité. D'autre part, au sommet du cône de Coulomb (relâchement) tous les vecteurs $\dot{u}$ tels que $\dot{u}_n \leq 0$ sont autorisés (figure 4.5).

Ces constatations ne nous permettent pas d'utiliser la règle de normalité et donc à reformuler la loi de contact unilatéral avec frottement sec sous forme d'une inclusion différentielle.

4.4.2 Modèle bipotentiel couplant contact et frottement:

G. de Saxcé et Z.-Q. Feng [173, 174, 179] ont montré que la loi de contact unilatéral avec frottement sec peut se mettre sous la forme de l'inclusion différentielle équivalente suivante:

$$\text{Soit } \mathbf{v} = -\left(\dot{u}_t + \left(\dot{u}_n + \mu\left\|-\dot{u}_t\right\|\right).n\right) \quad \text{alors} \quad \mathbf{v} \in \partial I_{K_\mu}(r) \tag{4.26}$$

Avec *I(R)* fonction indicatrice du cône convexe K_μ. Cette forme équivalente permet de définir le cône polaire K_μ^* par [173, 174] :

$$K_\mu^* = \left\{v \in \Re^2 / \mu\left\|v_t\right\| + v_n \leq 0\right\} \tag{4.27}$$

Ce qui a permis en partant des résultats précédents de grouper le contact et le frottement dans une seule fonction notée b tel que [173,174,179]:

$$b_c(-\dot{u}, r) = I_{K_\mu}(r) + I_{\Re^-}(-\dot{u}_n) + \mu.r_n\left\|-\dot{u}_t\right\| \tag{4.28}$$

avec $-\dot{u}$ et r les variables duales, et $\Re^-$ =]-∞, 0], l'ensemble des valeurs réelles négatives.

G. de Saxcé et Z.-Q. Feng [173, 174, 179] ont montré, d'une part, que cette fonction est un bipotentiel, c'est à-dire qu'elle vérifie l'inégalité (4.8) et d'autre part que les couples extrémaux ($-\dot{u}$, r) du bipotentiel $b_c(-\dot{u}, r)$ vérifient bien la loi de contact à frottement sec, c'est-à-dire que le bipotentiel vérifie l'égalité (4.9).

En conclusion, la loi de contact complète et sa loi inverse peuvent être écrites respectivement sous forme de lois de sous-normalité implicites [173, 174, 179]:

$$-\dot{u} \in \partial_r b_c(-\dot{u}, r); \quad r \in \partial_{-\dot{u}} b_c(-\dot{u}, r) \tag{4.29}$$

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

4.5 Modèle bipotentiel couplant contact, frottement, et adhérence

Dans ce qui suit, on va se baser sur le modèle adhésive RCCM (Raous-Cangémi-Cocu-Monerie) développé dans le chapitre précédent [95, 96, 97]. Le modèle RCCM, du aux travaux des thèses de Cangémi L. [136] et de Y. Monerie [95,96], encadrées par M. Raous et M. Cocou, a été initialement développé pour décrire le comportement des interfaces de type fibre/matrice pour l'étude de la rupture des matériaux composites [95, 96]. Il décrit l'évolution d'une interface entre deux corps déformables initialement adhérents. Le modèle RCCM propose une transition d'un état non endommagé à un état frottant dans le plan tangent de l'interface (frottement de Coulomb) et à un état de contact unilatéral dans la direction normale à l'interface (pas d'interpénétration des solides).

Une idée fondamentale de ce modèle est d'introduire une variable d'état supplémentaire pour décrire l'état du contact. Cette variable, notée β et initialement introduite dans [119, 120], permet de distinguer un contact frottant classique d'un contact adhésif. Elle caractérise l'état d'endommagement des liens adhésifs à l'instant actuel. Quand $\beta = 1$, le lien adhésif est intact, quand $\beta = 0$, le lien adhésif est rompu [119,120].

Le modèle RCCM est à la base de l'extension proposée dans le cadre de ce travail, à savoir le modèle bipotentiel couplant contact, frottement et adhérence. Ce paragraphe permet ainsi de présenter le modèle original de notre réflexion et apport dans ce domaine.

Selon le modèle présenté au chapitre précédent, le couplage de l'adhérence avec le frottement de Coulomb est réalisé par l'introduction d'une loi de compliance en traction (en compression on a la condition de contact unilatérale stricte de Signorini) qui dépend de l'endommagement de surface. En se basant sur les travaux de M. Jean, V. Acaray et Y. Monerie [97,112,113], on va introduire le changement de variable suivant pour prendre en compte de l'adhérence dans les problèmes de contact frottant :

$$\bar{\boldsymbol{r}} = \boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_{adh} \tag{4.30}$$

où $\boldsymbol{r}_{adh}$ est en toute généralité une force de résistance supplémentaire à la séparation normale et tangente dont l'intensité diminue lorsque la décohésion progresse (β diminue). En particulier, on a ici:

$$\bar{r}_n = r_n - C_n u_n \beta^2; \quad et \quad \bar{r}_t = r_t - C_t u_t \beta^2 \tag{4.31}$$

avec: $u_n, \boldsymbol{u_t}$: sont respectivement les composantes normale et tangentielle de déplacement relatif;

r_n, r_t : Composantes normale et tangentiel de la réaction de contact;

C_n et C_t : les raideurs initiales de l'interface dans la direction normale et tangentielle;

β : l'intensité d'adhérence.

Si l'on considère que le processus physique à l'origine du frottement entre deux corps est le chevauchement d'aspérités de surface [177], il semble naturel de limiter ce frottement tant que les liaisons adhésives ne sont pas rompues [136-137,249,250]. Autrement dit, toute dissipation par frottement n'est possible que si l'endommagement interfaciale ne soit amorcé [249,250]. Cette transition progressive de l'adhésion au frottement peut être assurée par l'introduction d'un coefficient de frottement effectif, à facteur variable noté $\bar{\mu}$ tel que [96, 97] :

$$\bar{\mu} = \mu . f(\beta) \qquad (5.32)$$

Selon Moneri [96] et Karay [162], la fonction *f(β)* peut être choisie sous la forme suivante :

$$f(\beta) = 1 - \beta^m \text{ avec } m = 1, \text{ ou } 2 \qquad (4.33)$$

Le coefficient de frottement est ainsi égale à μ lorsque l'adhésion est rompue (β = 0), et nul lorsque la liaison interfaciale est vierge (β = 1).

On définit ainsi, l'ensemble convexe $K_{\bar{\mu}}$ (figure 4.6), représentant l'ensemble des réactions admissible $\bar{r}$ telle que :

$$K_{\bar{\mu}} = \left\{ (\bar{r}_n, \bar{r}_t) / \left\| \bar{r}_t \right\| - \bar{\mu} \left| \bar{r}_n \right| \leq 0 \right\} \qquad (4.34)$$

Quand β = 0, on a $\bar{\mu} = \mu$ et on retrouve la définition usuelle du cône de Coulomb avec $\partial K_{\bar{\mu}}(\bar{r})$ la surface de glissement.

Une difficulté fondamentale de la loi RCCM, présentée au chapitre 3, est son caractère non associé. En effet, pour un point en glissement, $\dot{u}_n$ est nulle et la vitesse de glissement est colinéaire à $\bar{r}_t$. Cela veut dire que le vecteur de vitesse relative $\dot{u}$ n'est pas normal au cône de Coulomb (figure 4.6). Dans ce cas la, on ne peut pas utiliser la règle de normalité, et la loi de contact unilatéral avec frottement et adhérence ne peut pas être écrite sous forme différentielle du type :

$$-\dot{u} \in \partial I_{K_{\bar{\mu}}}(\bar{r}) \qquad (4.35)$$

Ou bien :

$$-\dot{u} \neq \lambda \frac{\partial f(\bar{r})}{\partial \bar{r}}$$

(4.36)

où $I(\bar{r})$ est la fonction indicatrice de cône convexe $K_{\bar{\mu}}$,

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

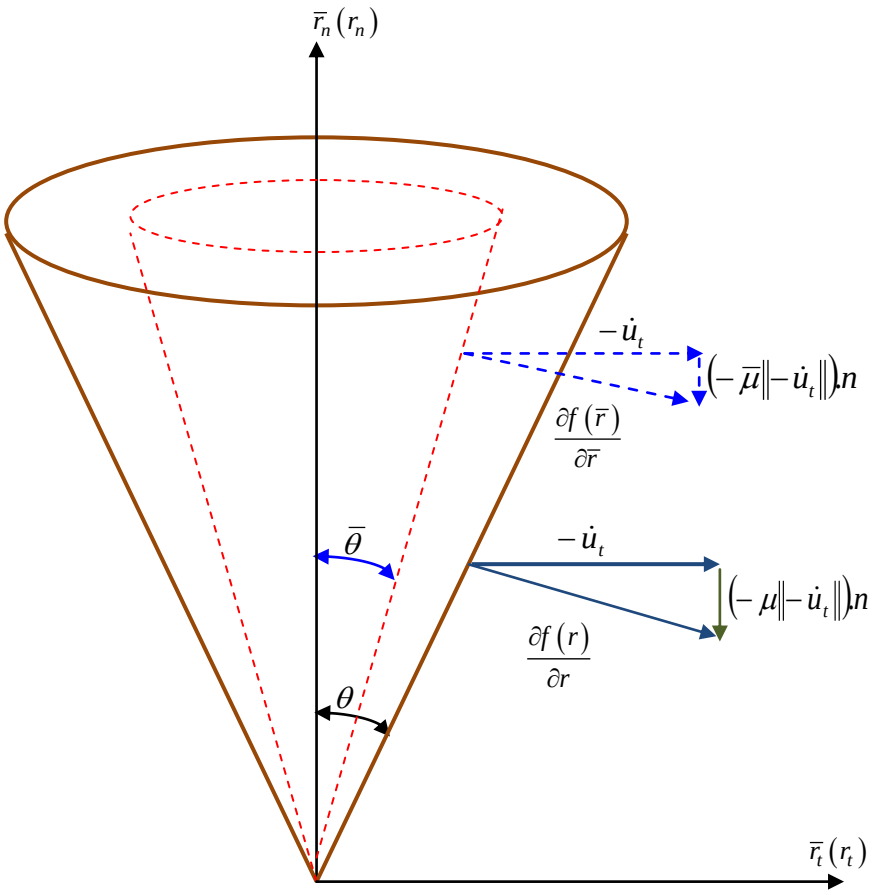


Figure 4.6 : *Cône de Coulomb avec prise en compte de l'adhérence*

4.5.1 Forme équivalente de loi de contact

En considérant le cas de glissement, le vecteur de vitesse tangentiel $\dot{u}_t$ peut être décomposé en utilisant l'angle $\bar{\theta}$, en une composante normale à la surface du cône et une composante $(-\bar{\mu}\|-\dot{u}_t\|.n)$ dans la direction ***n*** avec $\bar{\mu} = \tan g(\bar{\theta})$ (voire figure 4.6).

D'autre part, pour $\bar{r}_n$ non nulle, le cône de frottement est différentiable, de plus sur la surface de glissement (sur le bord du cône) on a $\dot{u}_n = 0$, on peut donc écrire la loi de normalité en ajoutant le terme $(-\bar{\mu}\|-\dot{u}_t\|.n)$à la normale du cône de Coulomb (4.36) comme suit :

$$-\dot{u}_t = \lambda \frac{\partial f(\bar{r})}{\partial \bar{r}} + \left(\dot{u}_n + \bar{\mu}\|-\dot{u}_t\|.n\right) \tag{4.37a}$$

Soit encore $$-\left[\dot{u}_t + \left(\dot{u}_n + \bar{\mu}\|-\dot{u}_t\|.n\right)\right] = \lambda \frac{\partial f(\bar{r})}{\partial \bar{r}} \tag{4.37b}$$

Finalement, la loi de contact unilatéral avec frottement et adhérence peut être écrite sous la forme différentielle suivante :

$$\mathbf{v} \in \partial I_{K_{\bar{\mu}}}(\bar{r}) \tag{4.38}$$

Avec **v** la nouvelle forme de la vitesse relative (dite aussi transformée) tel que:

$$\mathbf{v} = -\left[\dot{u}_t + \left(\dot{u}_n + \bar{\mu}\left\|-\dot{u}_t\right\|\right)n\right] \tag{4.39}$$

Et $\bar{\mu}$ le coefficient de frottement effectif exprimé par (4.32).

On peut vérifier que la loi (4.38) caractérise bien les différents états de contact. En effet:

a) ***Si*** $\bar{r} \in K_{\bar{\mu}}$: le sous différentiel de $I_{K_{\bar{\mu}}}$ se réduit à $\{0\}$, on a d'après (4.38), **v** = 0, ce qui donne

$$\mathrm{v} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \dot{u}_t = 0 \\ \dot{u}_n + \bar{\mu}\left\|-\dot{\mathrm{u}}_{\mathrm{t}}\right\| = 0 \end{cases} \tag{4.40}$$

$$\Rightarrow \dot{u} = 0$$

On a un état d'***adhérence***

b) ***Si*** $\bar{r} \in \partial K_{\bar{\mu}} - \{0\}$: $\bar{R}$ est sur la surface du cône et non nulle, la loi (4.38) (règle de normalité) s'écrit :

$$\exists \lambda \geq 0 \text{ tel que } \mathbf{v} = \lambda \frac{\partial f(\bar{r})}{\partial \bar{r}} \Rightarrow \begin{cases} \mathbf{v_t} = \lambda \dfrac{\bar{r}_t}{\left\|\bar{r}_t\right\|} \\ \mathbf{v}_n = -\lambda\bar{\mu} \end{cases} \tag{4.41}$$

Selon (4.39) on a : $$-\dot{u}_t = \lambda \frac{\bar{r}_t}{\left\|\bar{r}_t\right\|} \tag{4.42a}$$

$$\dot{u}_n + \bar{\mu}\left\|-\dot{u}_t\right\| = \lambda\bar{\mu} \tag{4.42b}$$

L'expression (4.42a) signifie que $\dot{u}_t$ est colinéaire à $\bar{r}_t$, de signe opposée et que $\lambda = \left\|-\dot{u}_t\right\|$.

D'autre part et à partir de (4.42b) on aura $\dot{u}_n = 0$. D'où on a un état de ***glissement.*** Il faut noter ici que la forme de **v** est obtenue pour un statut de glissement.

c) ***Si*** $\bar{r}$ *est nulle* : En utilisant la définition des sous gradients [184,189], alors pour $\bar{r} \in K_{\bar{\mu}}$, l'inclusion (4.38) prend la forme suivante :

$$\forall \bar{r}' \in \Re^2, \quad I_{K_{\bar{\mu}}}(\bar{r}) \geq \mathbf{v}.\left(\bar{r}' - \bar{r}\right) \tag{4.43}$$

D'autre part si $\bar{r}' \in K_{\bar{\mu}}$ on aura :

$$\forall \bar{r}' \in K_{\bar{\mu}}, \quad \mathbf{v}.\left(\bar{r}' - \bar{r}\right) \leq 0 \tag{4.44}$$

Alors pour $\bar{r} = 0$ l'expression (4.44) se réduit a :

$$\mathrm{v}.\bar{r}' \leq 0 \tag{4.45}$$

Cela veut dire que : $$\partial I_{K_{\bar{\mu}}}(0) = \left\{\mathbf{v} \in \Re^2 / \forall \bar{r}' \in K_{\bar{\mu}}, \mathbf{v}.\bar{r}' \leq 0\right\} \tag{4.46}$$

D'après l'analyse convexe [184,189, 251], l'expression (4.46) n'est que la définition du cône polaire noté $K_{\bar{\mu}}^{*}$. Autrement dit, le sous différentiel de $I_{K_{\bar{\mu}}}$ coïncide avec le cône polaire $K_{\bar{\mu}}^{*}$.

Partant de l'expression (4.46) et en utilisant l'inégalité de Cauchy-Schwartz [185,190]on a :

$$\begin{aligned} \mathbf{v}.\bar{r}' &= \bar{r}_t'\mathbf{v}_t + \bar{r}_n'\mathbf{v}_n \le \|\bar{r}_t'\|\|\mathbf{v}_t\| + \bar{r}_n'\mathbf{v}_n \le 0 \\ &\le \left(\bar{\mu}.\bar{r}_n'\|\mathbf{v}_t\| + \bar{r}_n'\mathbf{v}_n\right) \le \bar{r}_n'\left(\bar{\mu}\|\mathbf{v}_t\| + \mathbf{v}_n\right) \le 0 \end{aligned} \tag{4.47}$$

Et puisque $\bar{r}_n' > 0$ alors on aura $\bar{\mu}\|\mathrm{v}_t\| + \mathrm{v}_n \le 0$ (4.48)

Le cône polaire $K_{\bar{\mu}}^{*}$ sera donc définit par l'expression suivante :

$$K_{\bar{\mu}}^{*} = \left\{\mathrm{v} \in \Re^2 \,/\, \bar{\mu}\|\mathrm{v}_t\| + \mathrm{v}_n \le 0\right\} \tag{4.49}$$

Pour conclure, si $\bar{r} = 0$, et quelque soit la valeur de β, la condition $\mathrm{v} \in K_{\bar{\mu}}^{*}$ donne :

$$\bar{\mu}\|\mathrm{v}_t\| + \mathrm{v}_n \le 0 \tag{4.50}$$

Et en remplaçant la vitesse effective "**v**" par son expression (4.39), on aura $-\dot{u}_n \le 0$ d'où on a un état de ***non contact.***

4.5.2 Construction de bipotentiel couplant contact, frottement, adhérence :

Pour la description de notre modèle, on a choisit les variables suivantes : la vitesse relative $\dot{u}$ sur la surface de contact, et la vitesse de décohésion, $\dot{\beta}$ exprimant l'évolution de l'intensité d'adhérence. A ces variables on associe les forces des réactions de contact adhésif $\bar{r}$ exprimées par les relations (4.31), et la force thermodynamique G_β [136,137], telle que :

$$G_\beta = w - (C_n u_n^2 + C_t u_t^2)\beta \tag{4.51}$$

L'idée de base adoptée dans ce travail pour la construction du bipotentiel couplant contact, frottement et l'adhérence, est de le formuler comme une somme de deux bipotentiels [251]. Le premier noté $b_c(-\dot{u},\bar{r})$, représente la loi de contact couplé au frottement et adhérence par le biais de $\bar{r}$ (contenant la variable β), et un deuxième bipotentiel on le note $b_\beta(\dot{\beta},G_\beta)$ qui exprime l'évolution de l'intensité d'adhérence d'où on écrit :

$$b(-\dot{u},\dot{\beta},\bar{r},G_\beta) = b_c(-\dot{u},\bar{r}) + b_\beta(\dot{\beta},G_\beta) \tag{4.52}$$

a) Construction du bipotentiel de contact adhésif b_c:

A partir de la loi de contact (4.38), et en appliquant la transformé de Legendre- Fenchel [183,184,189, 251] on aura:

$$I^*_{K\bar{\mu}} = Sup\left[\mathbf{v}.\bar{r} - I_{K_{\bar{\mu}}}(\bar{r})\right] \tag{4.53}$$

Quand $\bar{r} \in K_{\bar{\mu}}$, l'expression (4.53) se réduit a la forme : $I^*_{K_{\bar{\mu}}} = Sup\left[\mathbf{v}.\bar{r}\right]$

En se basant sur les inéquations de Hölder [184,189], le supremum peut être atteint pour $\bar{r}_t$ colinéaire à $\mathbf{v_t}$:

$$I^*_{K_{\bar{\mu}}} = Sup\left[\|\bar{r}_{\mathbf{t}}\|.\|\mathbf{v_t}\| + \mathbf{v}_n.\bar{r}_n\right] \tag{4.54}$$

D'autre part $\|\bar{r}_t\|$ est bornée par $\bar{\mu}.\bar{r}_n$ avec $\bar{\mu} = f(\beta).\mu$, on aura :

$$I^*_{K_{\bar{\mu}}} = Sup\left[\bar{r}_n\left(\bar{\mu}\|\mathbf{v_t}\| + \mathbf{v}_n\right)\right] \tag{4.55}$$

On distingue deux cas :

a) $\bar{\mu}\|\mathrm{v_t}\| + \mathrm{v}_n \le 0$ alors pour $\bar{r}_n \ge 0$, le supremum égale à 0 ;

b) $\bar{\mu}\|\mathrm{v_t}\| + \mathrm{v}_n > 0$ alors pour $\bar{r}_n \ge 0$, le supremum est ∞.

Ce qui montre que $I^*_{K_{\bar{\mu}}}(\mathbf{v})$ est bien une fonction indicatrice. Finalement on a :

$$I^*_{K_{\bar{\mu}}}(\mathbf{v}) = I_{K^*_{\bar{\mu}}}(\mathbf{v}) = Sup\left[\bar{r}_n\left(\bar{\mu}\|\mathbf{v_t}\| + \mathbf{v}_n\right)\right] \text{ Pour } \bar{r}_n \in \Re^+ \tag{4.56}$$

D'où la loi inverse s'écrivant :

$$\bar{r} \in \partial I_{K^*_{\bar{\mu}}}(\mathbf{v}) \tag{4.57}$$

D'après l'analyse convexe [184,189], la fonction $I_{K_{\bar{\mu}}}(\bar{r})$ et sa conjuguée $I^*_{K_{\bar{\mu}}}(\mathbf{v})$ vérifient l'inégalité de Fenchel [183,184,189]:

$$\forall(\mathbf{v},\bar{r}) \in \Re^2, \quad I_{K^*_{\bar{\mu}}}(\mathbf{v}) + I_{K_{\bar{\mu}}}(\bar{r}) \ge \mathbf{v}.\bar{r} \tag{4.58}$$

En ajoutant aux deux membres de l'inéquation (4.58) le terme $\bar{r}.(-\dot{u})$, on aura :

$$\forall(\mathbf{v},\bar{r}) \in \Re^2, \quad I_{K^*_{\bar{\mu}}}(\mathbf{v}) + I_{K_{\bar{\mu}}}(\bar{r}) + \bar{r}.(-\dot{u}) \ge \mathbf{v}.\bar{r} + \bar{r}.(-\dot{u}) \tag{4.59}$$

$$\Rightarrow \; I_{K^*_{\bar{\mu}}}(\mathbf{v}) + I_{K_{\bar{\mu}}}(\bar{r}) + \bar{r}\left((-\dot{u})-\mathbf{v}\right) \ge \bar{r}(-\dot{u}) \tag{4.60}$$

Le terme à droite dans (4.60) est une fonction de $-\dot{u}$ **, et** $\bar{r}$ **,**ou on ne peut pas les présenter sous forme de somme de deux fonctions séparable une de $-\dot{u}$ et l'autre de $\bar{r}$.

On l'appelle donc ***Bipotentiel:***

$$b_c(-\dot{u},\bar{r}) = I_{K^*_{\bar{\mu}}}(\mathbf{v}) + I_{K_{\bar{\mu}}}(\bar{r}) + \bar{r}\left((-\dot{u}) - \mathbf{v}\right) \tag{4.61}$$

D'autre part en utilisant la définition du cône polaire $K^*_{\bar{\mu}}$ (4.49), et en remplaçant **v** par son expression (4.39) on aura la forme finale de bipotentiel de contact adhésif:

$$b_c(-\dot{\mathbf{u}},\bar{r}) = I_{K_{\bar{\mu}}}(\bar{r}) + I_{\Re^-}(-\dot{u}_n) + \bar{\mu}.\bar{r}_n \left\|-\dot{u}_t\right\| \tag{4.62}$$

Le terme $\bar{\mu}.\bar{r}_n \left\|-\dot{u}_t\right\|$ est le terme de couplage donnant le caractère implicite à cette formulation. En tenant compte de la définition de coefficient de frottement effectif $\bar{\mu}$ (4.32 et 4.33) on aura :

$$b_c(-\dot{\mathbf{u}},\bar{r}) = I_{K_{\bar{\mu}}}(\bar{r}) + I_{\Re^-}(-\dot{u}_n) + \mu.f(\beta).\bar{r}_n \left\|-\dot{u}_t\right\| \tag{4.63}$$

Il est clair que quand β s'annule, on retrouve la forme de bipotentiel de De Saxce (4.28) [173,174,179].Il faut rappeler ici que le bipotentiel $\boldsymbol{b_c}$ doit vérifier les conditions présentées dans le paragraphe 4.2.2.

En examinant l'expression (4.63) du bipotentiel, on distingue ces deux cas :

a) $\forall \dot{\mathbf{u}},\ \dot{u}_n \geq 0,\ \forall \bar{r} \in K_{\bar{\mu}},\ b_c(\dot{u},\bar{r}) = \mu(1-\beta).\bar{r}_n \left\|\dot{u}_t\right\|$ (4.64)

Alors, de l'expression (4.8) on a $\mu(1-\beta).\bar{r}_n \left\|-\dot{u}_t\right\| \geq -(\dot{u}_t.\bar{r}_t + \dot{u}_n.\bar{r}_n)$ (4.65)

On a deux cas :

- Pour $\bar{r} \in K_{\bar{\mu}}$, et en utilisant l'inégalité de Cauchy-Shwartz [185,190]on aura :

$$\mu(1-\beta).\bar{r}_n \left\|-\dot{u}_t\right\| \geq \left\|\bar{r}_t\right\|.\left\|-\dot{u}_t\right\| \geq -\bar{r}_t.\dot{u}_t \tag{4.66}$$

- Pour $\bar{r} \in K_{\bar{\mu}}, \bar{r}_n \geq \mathbf{0}$ **et** $\dot{u}_n \geq 0$,on a $-\dot{u}_n.\bar{r}_n \leq 0$ (4.67)

Alors en regroupant les deux expressions :

$$\text{(4.66) et (4.67)} \quad \Rightarrow \mu.(1-\beta)\bar{r}_n \left\|-\dot{u}_t\right\| \geq -(\dot{u}_t.\bar{r}_t + \dot{u}_n.\bar{r}_n) \tag{4.68}$$

b) Si $\dot{u}_n \leq 0,\ \forall \bar{r} \notin K_{\bar{\mu}} \Rightarrow I_{K_{\bar{\mu}}}(\bar{r}) = \infty$ et $I_{\Re^-}(-\dot{u}_n) = \infty$

Alors $-(\dot{u}_t.\bar{r}_t + \dot{u}_n.\bar{r}_n)$ reste toujours bornée.

Ce qui vérifie la condition (4.8) et on a : $b_c(-\dot{u},\bar{r}) \geq -\dot{u}.\bar{r}$ (4.69)

D'autre part, les couples $(-\dot{u},\bar{r})$ qui d'un point de vue mécanique satisfont la loi de contact adhésif sont qualifiés d'extrémaux pour le bipotentiel dans le sens où l'égalité est atteinte dans la relation précédente. Partant de l'expression du bipotentiel (4.63), alors pour un couple extrémal $(-\dot{u},\bar{r})$ vérifiant les lois de contact et β∈ [0. ; 1.[, on a :

$$\bar{r} \in K_{\mu}, -\dot{u}_n \leq 0, \text{ on a } \mu.f(\beta).\bar{r}_n \|-\dot{u}_t\| = -(\bar{r}_t.\dot{u}_t + \bar{r}_n.\dot{u}_n) \tag{4.70}$$

1- ***Adhérence*** : l'égalité (4.70) est triviale car $\dot{u} = 0$;

2- ***Glissement*** : $\dot{u}_n = 0; \mu.f(\beta).\bar{r}_n = \|\bar{r}_t\|$ et $\dot{u}_t$ est colinéaire à $\bar{r}_t$, et de sens opposé ce qui prouve (4.70).

3- ***Décollement*** : Pour $\bar{r} = 0$; (4.70) est vérifiée ce qui veut dire que les lois de contact sont vérifiées.

$$(-\dot{u}\ ,\bar{r}\ ) \text{ Extrémal} \Rightarrow\ b_c(-\dot{u},\bar{r}) = -\dot{u}.\bar{r} \tag{4.71}$$

Les deux expressions (4.69) et (4.60) nous permettent d'écrire :

$$\begin{cases} b_c(-\dot{u},\bar{r}) \geq -\dot{u}.\bar{r} \\ b_c(-\dot{u},\bar{r}) = -\dot{u}.\bar{r} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \forall \bar{r}' \in \Re^2; b_c(-\dot{u},\bar{r}') - b_c(-\dot{u},\bar{r}) \geq -\dot{u}.(\bar{r}' - \bar{r}) \\ \forall -\dot{u}' \in \Re^2; b_c(-\dot{u}',\bar{r}) - b_c(-\dot{u},\bar{r}) \geq \bar{r}.((-\dot{u}') - (-\dot{u})) \end{cases} \tag{4.72}$$

Ce qui veut dire que les lois de contact et de frottement avec adhérence dérivent du bipotentiel $\boldsymbol{b_c}$:

$$-\dot{u} \in \partial_{\bar{r}} b_c(-\dot{u},\bar{r}); \qquad \bar{r} \in \partial_{-\dot{u}} b_c(-\dot{u},\bar{r}) \tag{4.73}$$

b) Prise en compte de l'évolution de β, bipotentiel b_β :

Conformément au modèle de Frémond [141,142,144,145], on a choisit un comportement adhésif de type visqueux, caractérisé par un coefficient de viscosité noté 'α', exprimant un retard d'endommagent interfacial. En Considérant le convexe C^- des vitesses de décohésion admissibles, le pseudo potentiel de dissipation par adhésion suivant est choisis [141, 142] tel que:

$$\phi_\beta(\dot{\beta}) = \frac{\alpha}{2}(\dot{\beta})^2 + I_{C^-}(\dot{\beta}) \tag{4.74}$$

ϕ_β est convexe en $\dot{\beta}$ et est différentiable. L'introduction de la fonction indicatrice I_{C^-} permet d'imposer $\dot{\beta}$ d'être négative, ce qui veut dire que l'évolution de l'interface tend vers un décollement. L'évolution adhésive est liée donc à un processus irréversible et dissipatif en β, faisant intervenir la force thermodynamique G_β alors on a :

$$G_\beta \in \partial_{\dot{\beta}} \phi_\beta(\dot{\beta}) \tag{4.75}$$

Soit la fonction $\phi^*_\beta(G_\beta)$ duale de $\phi_\beta(\dot{\beta})$ dont son expression est donnée par la transformée de Legendre :

$$\phi^*_\beta(G_\beta) = \underset{\dot{\beta}}{Sup}\left[G_\beta.\dot{\beta} - \phi_\beta(\dot{\beta})\right] \tag{4.76}$$

Pour $\dot{\beta} \in C^{-}$, et en introduisant l'expression de ϕ_β (4.74), la fonction polaire prendra la forme :

$$\phi_\beta^*(G_\beta) = \underset{\dot{\beta}\leq 0}{Sup}\left[G_\beta.\dot{\beta} - \frac{\alpha\dot{\beta}^2}{2}\right] \tag{4.77}$$

En examinant (4.75), et pour une valeur de α non nulle, le supremum peut être atteint pour une valeur de $\dot{\beta} = \frac{G_\beta}{\alpha}$, et puisque $\dot{\beta} \in C^{-}$, on se limite a la partie négative de G_β qu'on la note G_β^-. La fonction (4.77) prendra la forme finale suivante :

$$\phi_\beta^*(G_\beta) = \frac{\left(G_\beta^-\right)^2}{2\alpha} \tag{4.78}$$

Alors, en partant de la fonction ϕ_β et son conjugué, on peut écrire le bipotentiel $b_\beta(\dot{\beta},G_\beta)$ tel que :

$$b_\beta(\dot{\beta},G_\beta) = \frac{\alpha}{2}(\dot{\beta})^2 + I_{C^-}(\dot{\beta}) + \frac{\left(G_\beta^-\right)^2}{2\alpha} \tag{4.79}$$

On peut vérifier aisément que le bipotentiel $b_\beta(\dot{\beta},G_\beta)$ respecte bien les conditions (4. 8) ,(4.9) et (5,10) ce qui nous permet d'écrire la loi et son inverse.

$$G_\beta \in \partial_{\dot{\beta}} b_\beta(\dot{\beta},G_\beta) \quad \text{et} \quad \dot{\beta} \in \partial_{G_\beta} b_\beta(\dot{\beta},G_\beta) \tag{4.80}$$

c) Bipotentiel couplant contact, frottement, adhérence et évolution d'adhésion :

Le bipotentiel final exprimant à la fois le contact adhésif et l'évolution d'intensité d'adhésion peut être obtenue en sommant les deux bipotentiels obtenue $b_c(-\dot{u},\bar{r})$ qui donne la loi de contact et de frottement couplés a l'adhérence, ainsi que le bipotentiel $b_\beta(\dot{\beta},G_\beta)$ qui exprime l'irréversibilité de l'adhésion. L'expression (4.52) de bipotentiel prend la forme finale suivante:

$$b(-\dot{u},\dot{\beta},\bar{r},G_\beta) = I_{K_{\bar{\mu}}}(\bar{r}) + I_{\Re^-}(-\dot{u}_n) + \mu.f(\beta).\bar{r}_n\left\|-\dot{u}_t\right\| + \frac{\alpha\dot{\beta}^2}{2} + I_{C^-}(\dot{\beta}) + \frac{\left(G_\beta^-\right)^2}{2\alpha} \tag{4.81}$$

Les lois de contact adhésif et la variation d'intensité d'adhésion dérivent donc du bipotentiel (4.81). Alors a partir de (4.73) et (4.80) et en tenant compte de (4.31) on aura :

$$\bar{r}_n \in \partial_{-\dot{u}_n} b\left(-\dot{u},\dot{\beta},\bar{r},G_\beta\right) \;\Rightarrow\; r_n - C_n\beta^2 u_n \in \partial_{-\dot{u}_n} I_{\Re^-}(-\dot{u}_n) \tag{4.82a}$$

$$\bar{r}_t \in \partial_{-\dot{u}_t} b\left(-\dot{u},\dot{\beta},\bar{r},G_\beta\right) \;\Rightarrow\; r_t - C_t\beta^2 u_t \in \mu.f(\beta).\left|r_n - C_n\beta^2 u_n\right|\partial_{-\dot{u}_t}\left\|-\dot{u}_t\right\| \tag{4.82b}$$

$$\begin{aligned} G_\beta \in \partial_{\dot{\beta}} b\left(-\dot{u},\dot{\beta},\bar{r},G_\beta\right) &\Rightarrow G_\beta \in \alpha\dot{\beta} + \partial_{\dot{\beta}} I_{C^-}(\dot{\beta}) \\ &\Rightarrow G_\beta - \alpha\dot{\beta} \in \partial_{\dot{\beta}} I_{C^-}(\dot{\beta}) \end{aligned} \tag{4.82c}$$

On exprime également les lois inverses :

$$-\dot{u}_t \in \partial_{\bar{r}_t} b\left(-\dot{u},\dot{\beta},\bar{r},G_\beta\right) \;\Rightarrow\; -\dot{u}_t \in \partial_{\bar{r}_t} I_{K_{\bar{\mu}}}(\bar{r}) \tag{4.83a}$$

$$\begin{aligned} -\dot{u}_n \in \partial_{\bar{r}_n} b\left(-\dot{u},\dot{\beta},\bar{r},G_\beta\right) \;&\Rightarrow\; -\dot{u}_n \in \partial_{\bar{r}_n} I_{K_{\bar{\mu}}}(\bar{r}) + \mu.f(\beta)\left\|-\dot{u}_t\right\| \\ &\Rightarrow\; -\dot{u}_n - \mu.f(\beta)\left\|-\dot{u}_t\right\| \in \partial_{\bar{R}_n} I_{K_{\bar{\mu}}}(\bar{r}) \end{aligned} \tag{4.83b}$$

$$\dot{\beta} \in \partial_{G_\beta} b\left(-\dot{u},\dot{\beta},\bar{r},G_\beta\right) \;\Rightarrow\; \dot{\beta} = -\frac{\left(G_\beta^-\right)}{\alpha} \tag{4.83c}$$

On peut remarquer donc que les expressions (4.83a) et (4.83b) donnent la forme effective de la vitesse **v** donnée par l'expression (4.39).

L'expression (4.81a) est équivalente à une condition de contact unilatéral [173,174,178,179] ce qui donne :

$$-\dot{u}_n \geq 0\,;\;\; \left(r_n - C_n\beta^2 u_n\right) \geq 0\,;\text{ et } \left(r_n - C_n\beta^2 u_n\right).(-\dot{u}_n) = 0 \tag{4.84}$$

C'est la loi de contact unilatéral avec adhérence. Il suffit d'avoir β = 0 pour retrouver les expressions de Signorini [173, 174, 179]. De même, en partant de (4.81b), on peut aboutir à une relation équivalente de la forme :

$$\begin{cases} \left\|r_t - C_n\beta^2 u_t\right\| \leq \mu.f\left(\beta\right)\left|r_n - C_n\beta^2 u_n\right| \\ \left\|r_t - C_n\beta^2 u_t\right\| < \mu.f\left(\beta\right)\left|r_n - C_n\beta^2 u_n\right| \Rightarrow \dot{u}_t = 0 \\ \left\|r_t - C_n\beta^2 u_t\right\| = \mu.f\left(\beta\right)\left|r_n - C_n\beta^2 u_n\right| \Rightarrow \exists\lambda > 0 \quad \text{tel que } \dot{u}_t = -\lambda\dfrac{\left(r_t - C_n\beta^2 u_t\right)}{\left\|r_t - C_n\beta^2 u_t\right\|} \end{cases} \tag{4.85}$$

C'est la loi de frottement avec adhérence, et quand β = 0 on retrouve la loi usuelle de Coulomb [174, 179]. A partir de l'expression (4.83c) de $\dot{\beta}$, et en remplaçant G_β par (4.51), une étude sur β [136] permet d'avoir la variation de l'intensité d'adhésion telle que :

$$\begin{cases} \alpha\dot{\beta} = -\left[w - \left(C_n u_n^2 + C_t u_t^2\right)\beta\right]^- & si \quad \beta \in [0,1[\\ \alpha\dot{\beta} \leq -\left[w - \left(C_n u_n^2 + C_t u_t^2\right)\right]^- & si \quad \beta = 1 \end{cases} \tag{4.86}$$

Les expressions (4.84) à (4.86) montrent très bien que la loi adhésive RCCM exprimée par (4.26), (4.27) et (4.28) peut être obtenues a partir d'une seule fonction : le bipotentiel $b_c(-\dot{u},\dot{\beta},\bar{r},G_\beta)$ exprimé par (4.84), (4.85) et (4.86).

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

4.6 Conclusion

Une nouvelle théorie, dite du matériau standard implicite, a été présentée. Cette théorie généralise les lois d'écoulements associés (cas de la plasticité classique) et les lois d'écoulements non-associés (cas des surfaces de frottement et des sols). On a essayé de donner un aperçu sur la notion du bipotentiel qui permet de préserver les lois énergétiques sous forme convenable, explicite pour les matériaux standards, et implicites pour le comportement non-standard, tel que les lois de sol non-associé et de frottement.

Il a été noté que le sol dans le cas général est un matériau frottant, ce qui lui donne son caractère de comportement non-standard. Une démarche systématique basée sur la généralisation du principe de Hill a permis a Berga et al [187,188,213,214] de construire un modèle de sol non-associé muni du critère de plasticité de Drucker-Prager et de montrer que la loi constitutive découle d'un bipotentiel.
Dans la deuxième partie de ce chapitre, nous avons présenté la loi de contact unilatéral avec frottement sec qui utilise la condition de Signorini et la loi de Coulomb [173,175]. A la différence des lois dissipatives classiques, cette loi ne vérifiant pas la règle de normalité. Gery de Saxcé et Z. Q. Feng [173, 174, 179] ont montré qu'en utilisant le formalisme des Matériaux Standard Implicites ont peut écrire la loi de contact en utilisant un bipotentiel. Une description détaillée de cette formulation a été présenté par N. Terfaya dans [175].

La méthode des matériaux standards implicite (MSI) proposée par De Saxcé a constitué pour nous un outil adéquat pour la construction d'un modèle couplant contact, frottement et adhérence. La nouvelle formulation présentée étend la méthode du bipotentiel développée par G. De Saxce [173,174] à la loi adhésive RCCM développée par Raous et al.[95 ,96] exposé au chapitre 3. Cette formulation a permis l'extension de la notion de loi de normalité aux comportements dissipatifs du phénomène de frottement adhésif, dans l'interface. Le concept de bipotentiel nous a permis de formuler une nouvelle fonction biconvexe couplant contact, frottement et adhérence.

Partie III:

Modélisation numérique

Chapitre 5

Algorithmique et implémentation du modèle bipotentiel dans le code -SYMEF-

5.1 Introduction:

Le calcul variationnel et le développement des techniques de résolution ont permis de traiter des problèmes de plus en plus complexes. La plupart des problèmes de contact nécessitent l'introduction de la condition d'impénétrabilité (chapitres 3,4), qui est une condition unilatérale sur les frontières des solides en contact, ce qui conduit à des inéquations. Les problèmes de contact entre solides élastiques peuvent être classés en trois catégories [178]:

a) Contact sans décollement et sans frottement; ce problème est linéaire et réversible;
b) Contact avec décollement et sans frottement; ce problème est non linéaire mais réversible;
c) Contact avec décollement et avec frottement; ce problème est non linéaire et non réversible.

Pour les problèmes des catégories (a) et (b), la solution est unique quelque soit le trajet de chargement, ce qui n'est pas le cas pour les problèmes de catégorie (c), pour lesquels la solution dépend du trajet de chargement. Les difficultés principales du problème de contact proviennent du fait que les conditions aux limites liées au contact ne sont pas connus à l'avance et qu'elles dépendent de la solution du problème.

L’approche classique pour la résolution du problème de contact avec frottement est basée sur deux principes de minimum et sur deux inégalités variationnelles [177, 252-254]. La première concerne le contact unilatéral, l’autre le frottement. En pratique, ceci conduit à un algorithme de résolution alternative des deux problèmes jusqu’à la convergence. Autrement dit, cette méthode considère que le contact peut se produire sans frottement et que le frottement peut avoir lieu sans contact, ce qui est évidement loin de la réalité [255].

L'utilisation de la méthode de bipotentiel, conduit à un seul principe variationnel et une seule inégalité. Dans ce cas, le contact unilatéral, le frottement et l'adhérence sont couplés. Pour la résolution numérique, nous utiliserons la méthode du lagrangien augmenté [256] afin d'éviter les potentiels non différentiables qui apparaissent dans la représentation du contact.

Du fait que les forces de contact, les déplacements et les contraintes (ou vitesses et contraintes) au niveau de chaque points de contact doivent satisfaire des conditions de complémentarité, la solution est nécessairement implicite et repose sur des algorithmes avec une ou plusieurs boucles itératives.

5.2. Algorithme de calcul :

Le bipotentiel $b(-\dot{u},\dot{\beta},\bar{r},G_{\beta})$ représenté par l'expression (4.81) couplant contact, frottement et adhérence, fait appel à des termes différentiables et d'autres termes contenant des potentiels non différentiables comme le cas du contact et frottement.

Le calcul de la variation de l'intensité d'adhésion régie par une expression différentiable ne posera aucun problème. En effet les valeurs de β peuvent être obtenues en intégrant numériquement (Méthode d'Euler, θ-Méthode ..etc) le système différentiel (4.86) pour des sauts de déplacements fournis en début de pas de temps [97,167].

Les difficultés se posent plus pour le traitement de contact et de frottement adhésif. Alors pour éviter les potentiels non différentiables qui apparaissent, une méthode de Lagrangien augmenté a été utilisé [173, 174,256, 257].

5.2.1 Problème de minimisation et proximal:

Soit ***K*** un ensemble convexe fermé, et F une fonction convexe coercive [184, 258], alors il existe x unique, tel que :

$$x \in K, \quad \mathbf{y} = \mathbf{Argmin}\left(\frac{1}{2}\|y-x\|^2 + F(y)\right) \tag{5.1}$$

Ce qui vérifie la relation :

$$\forall y' \in K, \quad F(y') - F(y) \geq x(y'-y) \tag{5.2}$$

Cela veut dire que y est caractérisée par l'inéquation :

$$F(y') - F(y) + (y-x)(y'-y) \geq 0 \tag{5.3}$$

En analyse convexe [172,184,258], cela signifie que y est l'application de proximité relative à F et on écrit :

$$y = prox\ (x, F) \tag{5.4}$$

5.2.2 Méthode de lagrangien augmenté et inéquations variationnelles :

Une extension de l'application de la méthode de lagrangien augmenté aux inéquations variationnelles a été présentée par FORTIN et GLOWINSKI [257]. Le problème de minimisation 5.1 revient à trouver $\hat{y}$ tel que : il existe $\rho > 0$,

$$\mathbf{y} = \mathbf{Argmin}\left(\frac{1}{2}\|y-\hat{y}\|^2 + \rho F(y)\right) \tag{5.5}$$

Avec $\hat{y}$, la contrainte augmentée (d'après EUKLEND [172]). L'expression (5.5) signifie que :

$$y = prox(\hat{y}, \rho.F) \tag{5.6}$$

Quand la fonction F est une fonction indicatrice, le problème se réduit à :

$$(y-\hat{y}).(y'-y) \geq 0 \tag{5.7}$$

et le proximal prend la forme d'une projection sur le convexe fermé ***K*** [172,184]***:***

$$y = proj(\hat{y}, K) \tag{5.8}$$

Partant de l'expression (5.2) et en se basant sur l'idée de fonction homogène positive [172] tel que :

$$\forall \rho > 0;\ \forall y \in K,\ \ F(\rho y) = \rho F(y) \tag{5.9}$$

On aura :

$$\forall y' \in K,\ \ F(\rho y') - F(\rho y) \geq \rho x(y'-y) \tag{5.10}$$

On ajoute et on soustraire de seconde membre y on aura :

$$\rho F(y') - \rho F(y) \geq (y - y + \rho x)(y'-y) \tag{5.11}$$

$$\Rightarrow \rho F(y') - \rho F(y) + (y - (y+\rho x))(y'-y) \geq 0 \tag{5.12}$$

Notons la contrainte augmentée :

$$\hat{y} = y + \rho x \tag{5.13}$$

L'expression (5.12) prendra la forme :

$$\rho F(y') - \rho F(y) + (y-\hat{y})(y'-y) \geq 0 \tag{5.14}$$

D'après J.J.MOREAU [256,257], l'expression 5.14 signifie que y est le proximal des contraintes augmentées $\hat{y}$ par rapport à la fonction $\rho.F$ et on écrit :

$$y = prox(\hat{y}, \rho.F) \tag{5.15}$$

Alors d'après FORTIN et GOWINSKI [257], le problème se ramène ainsi à la recherche des points fixes de l'application contractante (5.15).

Étant donnée une valeur $\rho > 0$, et une approximation initiale $y^0 \in \boldsymbol{K}$ on génère la suite y^i par la récurrence :

- ***Prédiction*** : $\hat{y}^{i+1} = y^i + \rho.x^i$ (5.16)

- ***Correction*** : $y^{i+1} = prox\left(\hat{y}^{i+1}, \rho.F\right)$ (5.17)

C'est l'algorithme d'UZAWA [261,262]. Quand la fonction F est la fonction indicatrice du convexe $\boldsymbol{K}$, le proximal (5.17) prend la forme d'une projection sur le convexe fermé $\boldsymbol{K}$.

5.2.3 Méthode de lagrangien augmenté et le bipotentiel de contact :

Pour appliquer l'algorithme ci-dessus aux matériaux standard implicites, il faut étendre la méthode du lagrangien augmenté au bipotentiel (5.81)[172, 174]. Nous avons établi en (5.73) que la loi de contact avec frottement et adhérence pouvait se mettre sous la forme d'une loi de sous-normalité. En utilisant la définition des sous-différentiels [172] et l'inégalité de convexité (4.10) et en basant sur (5.12) , nous définissons une inéquation variationnelle de la forme [173, 174,254]:

$$\forall \bar{r}' \in K_{\bar{\mu}} \qquad b_c(-\dot{u},\bar{r}') - b_c(-\dot{u},\bar{r}) \geq -\dot{u}(\bar{r}'-\bar{r}) \tag{5.18}$$

Choisissons alors un coefficient ρ positif dont la valeur est choisie dans un certain intervalle pour assurer la convergence numérique [173, 174,257].L'inégalité (5.18) s'écrit alors:

$$\forall \bar{r}' \in K_{\bar{\mu}} \qquad \rho b_c(-\dot{u},\bar{r}') - \rho b_c(-\dot{u},\bar{r}) + \left[\bar{r} - \left(\bar{r} + \rho(-\dot{u})\right)\right].\left(\bar{r}' - \bar{r}\right) \geq 0 \tag{5.19}$$

D'après J. J. Moreau [259,260] cette inéquation veut dire que $\bar{r}$ est le point proximal de la force augmentée (contrainte augmentée) notée τ par rapport à la fonction $\rho b_c(-\dot{u},\bar{r})$ avec:

$$\bar{r} = prox\left(\tau, \rho b_c(-\dot{u},\bar{r})\right) \quad \text{et} \quad \tau = \bar{r} - \rho\dot{u} \tag{5.20}$$

Autrement dit, (5.3) signifie que :

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

$$\bar{r} = \text{Argmin}\left(\frac{1}{2}\|\bar{r} - \tau\|^2 + \rho b_c(-\dot{u},\bar{r})\right) \tag{5.21}$$

Pour un couple extrémal $(-\dot{u},\bar{r})$, $\dot{u} \geq 0$, $\bar{r} \in K_{\bar{\mu}}$, l'expression (5.19) et pour ρ > 0 prendra la forme:

$$\forall \bar{r} \in K_{\bar{\mu}} \qquad \rho\ \left(\bar{r}_n' - \bar{r}_n\right)\|-\dot{u}_t\| + \left[\bar{r} - \left(\bar{r} + \rho(-\dot{u})\right)\right].\left(\bar{r}' - \bar{r}\right) \geq 0 \tag{5.22}$$

En prenant en considération la décomposition (5.18) de la vitesse relative $\dot{u}$ en composante tangentielle et normale, l'inéquation (5.22) s'écrit sous la forme :

$$\forall \bar{r}' \in K_{\mu} \qquad (\bar{r} - \tau).(\bar{r}' - \bar{r}) \geq 0 \tag{5.23}$$

Avec τ, la contrainte augmentée définie par :

$$\tau = \bar{r} - \rho\left[\dot{u}_t + \left(\dot{u}_n + \bar{\mu}\|\dot{u}_t\|\right).n\right] \tag{5.24}$$

L'inéquation (5.23) veut dire qu'on cherche $\bar{r}$, projection de τ sur le cône convexe de Coulomb $K_{\bar{\mu}}$:

$$\bar{r} = proj\left(\tau, K_{\bar{\mu}}\right) \tag{5.25}$$

Cette équation correspond aux lois de contact adhésif avec frottement sous une forme implicite et peut être résolue en utilisant l'algorithme d'Uzawa [173,174, 192, 240, 261].

5.2.4 : Algorithme local :

L'utilisation de l'algorithme (5.16),(5.17) d'Uzawa, appliqué à (5.25), conduit à une procédure itérative d'un seul pas, composée de deux étapes prédiction-correction [192, 240]. Soit $\left(-\dot{u}, \bar{r}\right)$, une approximation à l'itération *i*, le calcul de $\bar{r}^{i+1}$ se décompose en deux étapes:

-Prédiction : $\tau^{i+1} = \bar{r}^{i} - \rho\left(\dot{u}_t^i + \left(\dot{u}_n^i + \bar{\mu}\left\|\dot{u}_t^i\right\|\right).n\right)$ (5.26a)

- Correction : $\bar{r}^{i+1} = proj\left(\tau^{i+1}, K_{\bar{\mu}}\right)$ (5.26b)

L'étape de correction est caractérisée par la projection de la prédiction sur le cône $K_{\bar{\mu}}$, ce qui peut être traduit par le problème de minimisation avec contrainte suivant [257, 258, 240] :

$$\begin{cases} \bar{r}^{i+1} = min\left(\dfrac{1}{2}\left\|\bar{r}^{i+1} - \tau^{i+1}\right\|^2\right) \\ \text{Sous contrainte}: \left\|\bar{r}_t\right\| - \bar{\mu}\bar{r}_n \leq 0 \end{cases} \tag{5.27}$$

En utilisant la technique des multiplicateurs de Lagrange [240, 257, 258], le problème (5.27) se transforme à une suite de problème de minimisation sans contraintes, d'où le lagrangien s'écrit :

$$L\left(\bar{r}_t^{i+1}, \bar{r}_n^{i+1}, \lambda\right) = \frac{1}{2}\left\|\bar{r} - \tau\right\|^2 + \lambda\left(\left\|\bar{r}_t^{i+1}\right\| - \bar{\mu}.\bar{r}_n^{i+1}\right) \tag{5.28}$$

$$= \frac{1}{2}\left\|\bar{r}_t^{i+1} - \tau_t^{i+1}\right\|^2 + \frac{1}{2}\left(\bar{r}_n^{i+1} - \tau_n^{i+1}\right) + \lambda\left(\left\|\bar{r}_t^{i+1}\right\| - \bar{\mu}.\bar{r}_n^{i+1}\right) \tag{5.29}$$

Le problème se réduit à trouver le point selle du lagrangien formé (5.29)[172,261, 262]. Ce point s'il existe doit vérifier les conditions d'optimalité de **KUHN-TUKER** [261,262]**:**

$$\nabla_{\bar{r}_n} L\left(\bar{r}_t^{i+1}, \bar{r}_n^{i+1}, \lambda\right) = 0 \;\Rightarrow\; \bar{r}_n^{i+1} - \tau_n^{i+1} - \bar{\mu}\lambda = 0 \tag{5.30a}$$

$$\nabla_{\bar{r}_t} L\left(\bar{r}_t^{i+1}, \bar{r}_n^{i+1}, \lambda\right) = 0 \;\Rightarrow\; \bar{r}_t^{i+1} - \tau_t^{i+1} + \lambda\frac{\bar{r}_t^{i+1}}{\left\|\bar{r}_t^{i+1}\right\|} = 0 \tag{5.30b}$$

$$\nabla_{\lambda} L\left(\bar{r}_t^{i+1}, \bar{r}_n^{i+1}, \lambda\right) = 0 \;\Rightarrow\; \left\|\bar{r}_t^{i+1}\right\| - \bar{\mu}.\bar{r}_n^{i+1} = 0 \tag{5.30c}$$

A partir des équations (5.30a), (5.30b) et (5.30c) on tire :

$$\lambda = \frac{\left\|\tau_t^{i+1}\right\| - \bar{\mu}\tau_n^{i+1}}{1+\bar{\mu}^2} \tag{5.31}$$

En remplaçant (5.31) dans 5.30a et 5.30b on trouve :

$$\bar{r}_n^{i+1} = \tau_n^{i+1} + \bar{\mu}\left(\frac{\left\|\tau_t^{i+1}\right\| - \bar{\mu}\tau_n^{i+1}}{1+\bar{\mu}^2}\right) \tag{632}$$

$$\bar{r}_t^{i+1} = \tau_t^{i+1} - \bar{\mu}\frac{\tau_t^{i+1}}{\left\|\tau_t^{i+1}\right\|}\left(\frac{\left\|\tau_t^{i+1}\right\| - \bar{\mu}\tau_n^{i+1}}{1+\bar{\mu}^2}\right) \tag{5.33}$$

Sous forme condensée, 5.32 et 5.33 prennent la forme :

$$\bar{r}^{i+1} = \tau^{i+1} - \left(\frac{\left\|\tau_t^{i+1}\right\| - \bar{\mu}\tau_n^{i+1}}{1+\bar{\mu}^2}\right)\left(\frac{\tau_t^{i+1}}{\left\|\tau_t^{i+1}\right\|} - \bar{\mu}.n\right) \tag{5.34}$$

Le correcteur est donc la recherche de point de cône de Coulomb $K_{\bar{\mu}}$ le plus proche du prédicteur τ (figure 5.1). On distingue les trois cas suivant :

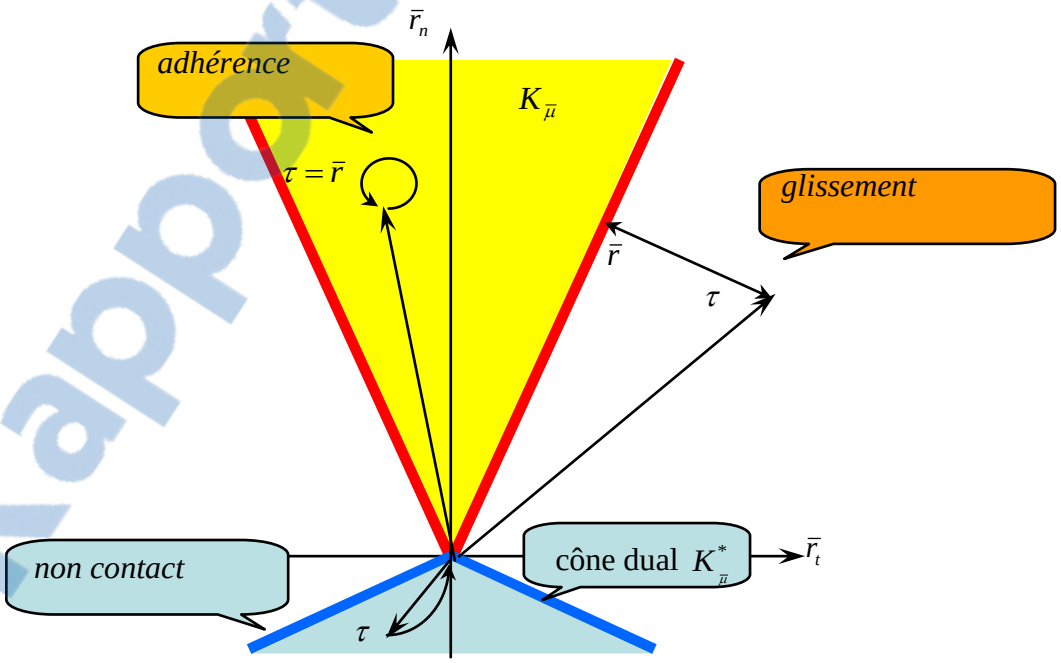


Figure 5.1: Etape de correction et status de contact [173, 174]

Rapport-Gratuit.com

a) $\tau \in K_{\bar{\mu}}^{*}$: le point le plus proche est le sommet de cône $K_{\bar{\mu}}^{*}$, autrement dit on a $\bar{r}$ est nulle et en se basant sur la définition du cône duale K_{μ}^{*}(5.27) , il s'agit d'un état de relâchement. On aura finalement :

$$\text{si } \tau^{i+1} \in K_{\bar{\mu}}^{*} \quad \text{on a} \quad \bar{\mu}\left\|\tau_{t}^{i+1}\right\| < -\tau_{n}^{i+1} \;\Rightarrow\; \bar{r}^{i+1} = 0 \tag{5.35}$$

b) $\tau \in K_{\bar{\mu}}$: le point le plus proche est le point τ lui-même appartenant a $K_{\bar{\mu}}$ où la vitesse est nulle et on a un état d'adhérence :

$$\dot{u} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \left\|\bar{r}_{t}\right\| - \bar{\mu}.\bar{r}_{n} \leq 0 \\ \tau = \bar{r} \end{cases} \tag{5.36}$$

Donc on a : $\text{si } \tau^{i+1} \in K_{\bar{\mu}} \text{ on a } \left\|\tau_{t}^{i+1}\right\| \leq \bar{\mu}\tau_{n}^{i+1} \;\Rightarrow\; \bar{r}^{i+1} = \tau^{i+1}$ (5.37)

c) $\tau \in \Re^{2} - \left(K_{\bar{\mu}} \cup K_{\bar{\mu}}^{*}\right)$: le point le plus proche du cône est la projection normale de τ sur le cône $K_{\bar{\mu}}$ et on aura les expressions (5.32) et (5.33). C'est un état de glissement.

On peut donc résumer c'est trois cas de l'étape de correction :

$$\boxed{\begin{array}{llll} \text{Si} & \bar{\mu}\left\|\tau_{t}^{i+1}\right\| < -\tau_{n}^{i+1} & \text{alors} \quad \bar{r}^{i+1} = 0 & \text{(Relâchement)} \\ \text{Sinon si} & \left\|\tau_{t}^{i+1}\right\| \leq \bar{\mu}\tau_{n}^{i+1} & \text{alors} \quad \bar{r}^{i+1} = \tau^{i+1} & \text{(Adhérence)} \\ \text{Sinon} & \bar{r}^{i+1} = \tau^{i+1} - \left(\dfrac{\left\|\tau_{t}^{i+1}\right\| - \bar{\mu}\tau_{n}^{i+1}}{1+\bar{\mu}^{2}}\right)\left(\dfrac{\tau_{t}^{i+1}}{\left\|\tau_{t}^{i+1}\right\|} - \bar{\mu}.n\right) & & \text{(Glissement)} \end{array}} \tag{5.38}$$

Le coefficient ρ est choisit à partir de la matrice de flexibilité F^{*} ou bien dite aussi matrice d'influence [173, 174, 240, 263]. C'est une matrice qui concerne seulement les nœuds candidats au contact. Elle est calculée à l'aide de la matrice de rigidité en condensant tous les nœuds à l'exception de ceux susceptibles de venir en contact tel que [240,263]:

$$F^{*} = H.K^{-1}.H^{T} \tag{5.39}$$

avec K matrice de rigidité et H matrice de passage de repère local au repère global décrite en chapitre 2. Considérant la matrice de flexibilité pour un seul nœud de contact :

$$F^{*} = \begin{pmatrix} F_{nn}^{*} & F_{nt}^{*} \\ F_{tn}^{*} & F_{tt}^{*} \end{pmatrix} \tag{5.40}$$

Alors le paramètre ρ est défini par [175, 197]:

$$\rho = 1 \big/ \min\left(F_{nn}^{*}, F_{tt}^{*}\right) \tag{5.41}$$

Ou bien $$\rho = 1 \big/ \eta \tag{5.42}$$

Avec η la plus petite valeur propre de la matrice de flexibilité F^* [197].

5.3 Traitement numérique de l'adhérence:

Dans le cas du modèle bipotentiel couplant contact, frottement et adhérence (chapitre 4), le coefficient de frottement μ est pondéré par la fonction *f(β)=1-β.* De plus, l'intégration implicite de l'équation d'évolution de *β* n'est pas immédiate de fait de la présence de la partie négative portant sur le bilan énergétique. Nous avons vu dans la présentation du modèle que l'intensité d'adhésion était donnée par la solution du système différentiel suivant:

$$\begin{cases} \alpha\dot{\beta} = -\left[w - \left(C_n u_n^2 + C_t u_t^2\right)\beta\right]^{-} & si \quad \beta \in [0,1[\\ \alpha\dot{\beta} \le -\left[w - \left(C_n u_n^2 + C_t u_t^2\right)\right]^{-} & si \quad \beta = 1 \end{cases} \tag{5.43}$$

Ce système différentiel est intégré soit par la méthode d'Euler implicite, soit par une θ-méthode pour des sauts de déplacements fournis en début de pas [97, 136, 167]. Alors pour chaque pas de temps i_t et chaque itération i_a sur l'adhérence, nous devons résoudre le système suivant constitué de n_c équations linéaires correspondant au nombre de nœuds de contact sur l'interface:

$$\left(\beta^{it+1}\right)^{ia+1} = \beta^{it} + \Delta t\left[\theta.y(\beta_{it+1}^{ia+1}, u_{it}^{ia+1}) + (1.-\theta).y\left(\beta^{it}, u^{it}\right)\right]; \quad 0 \le \theta \le 1 \tag{5.44}$$

avec $$y(\beta,u) = -\frac{1}{\alpha}\left[w - \beta.\left(C_n u_n{}^2 + C_t u_t{}^2\right)\right]^{-} \tag{5.45}$$

Ces problèmes sont résolus par l'utilisation d'une méthode de point fixe: à chaque itération *ia* de point fixe, une approximation de la valeur de β^{it} est utilisée pour calculer les réactions par l'algorithme d'Uzawa (5.26a et b) et ainsi obtenir une estimation de la valeur de u^{it} . Cette valeur est alors utilisée pour calculer une nouvelle approximation de β^{it} à partir de 5.44. En posant :

$$y(\beta,u) = -\frac{1}{\alpha}\left[G_\beta\right]^{-} \tag{5.46}$$

Nous obtenons une forme discrète de la force thermodynamique G_β (chapitre 5, eq.5.51) nécessaire à propager la décohésion. Dans le cas d'une intégration implicite d'Euler [136], l'équation 5.44 prendra la forme:

$$\left(\beta^{it+1}\right)^{ia+1} = \frac{\Delta t}{\alpha}\left[G_{\beta^{it+1}}^{ia}\right]^{-} + \beta^{it} \tag{5.47}$$

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

Le traitement de la partie négative utilise une projection sur $\Re^-$ [97, 136, 167]:

$$\left(\beta^{it+1}\right)^{ia+1} = \begin{cases} \dfrac{\Delta t}{\alpha}\left[G^{ia}_{\beta^{it+1}}\right] + \beta^{it} & \text{si } G^{ia}_{\beta^{it+1}} < 0 \\ \beta^{it} & \text{si } G^{ia}_{\beta^{it+1}} \geq 0 \end{cases} \tag{5.48}$$

L'algorithme général correspondant à la résolution couplée est le suivant:

- Pour chaque incrément de temps *it+1* (u^{it}, β^{it} donnés; on cherche u^{it+1}, β^{it+1})
  - Pour chaque itération point fixe ia (couplage adhérence-frottement):
    - Initialisation : $\beta^{it+1}_{ia=0} = \beta^{it}$
    - Calculer les réactions de contact par prédiction-correction
    - Calculer les nouveaux déplacement u^{it+1}_{ia}
    - Calculer nouvelle valeur de β^{it+1}_{ia+1} (méthode d'intégration eq(5.44 ou 5.48))

5.4 : Algorithme global :

Dans le contexte du calcul par éléments finis, après discrétisation des solides en contact, on résout généralement un système d'équations d'équilibre au niveau global [179, 261]:

$$\mathrm{Res}(u) = -F_{int}(u) + F_{ext}(u) + R_c(u) = 0 \tag{5.49}$$

où **R_{es}(u):** vecteur des résidus d'équilibre;

F_{int}(u): vecteur des efforts internes dépendant de la loi de comportement et de l'état de déformations;

F_{ext}(u): vecteur des forces extérieures;

R_c(u): vecteur des forces de contact et de frottement dans le repère global.

Pour résoudre ce système d'équations non linéaires, on utilise une méthode itérative de type Newton-Raphson qui consiste à linéariser les équations précédentes par [179, 192, 240]:

$$K^i_T . \Delta u^{i+1} = R^i_{res} + R_c \tag{5.50}$$

$$u^{i+1} = u^i + \Delta u^{i+1} \tag{5.51}$$

avec K_T : matrice tangente de rigidité à l'itération i

$R_{res} = -F_{int} + F_{ext}$ à l'itération i

Signalons que cette équation est fortement non linéaire car elle tient compte des multiples non-linéarités mécaniques telles que les non-linéarités matérielles dues à la loi de comportement du solide et les non-linéarités géométriques qui se manifestent lorsqu'apparaissent des grands déplacements ou des grandes déformations. De plus, les lois relatives au contact et au frottement sont exprimées par des inégalités (chapitre 3 et 4), le potentiel du contact étant même non différentiable. Par conséquent, des difficultés numériques se manifestent à plusieurs niveaux au cour de :

- la résolution des équations non linéaires d'équilibre (niveau global);
- l'intégration des lois de comportement (niveau local);
- la résolution des inéquations de contact et de frottement couplées avec les équations d'équilibre (niveaux local et global).

Pour améliorer la stabilité de convergence, on a utilisé une approche qui consiste à séparer les non-linéarités au lieu de les considérer de façon simultanée [179, 263]. Comme $\Delta\mathbf{u}$ et $\mathbf{R_c}$ sont tous deux inconnus, l'équation (5.50) ne peut pas être résolue directement. Le vecteur $\mathbf{R_c}$ est d'abord déterminé par la méthode de prédiction-correction dans un système réduit qui concerne uniquement les nœuds de contact. Le vecteur $\Delta\mathbf{u}$ peut être déterminé ensuite dans toute la structure en considérant les réactions de contact et de frottement comme des forces extérieures [179, 240, 263].

Pour résoudre le problème, les équations d'équilibre doivent être complétées par :

- des conditions aux limites.
- Les relations cinématiques entre le repère global et les repères locaux de contact [240, 263]:

$$\{x\} = [H].\{\Delta u\} + \{g\} \tag{5.52}$$

$$\{R_C\} = [H]^T \{\bar{r}\} \tag{5.53}$$

Avec $[\mathrm{H}]$matrice de passage du repère global au repère local, x déplacements totaux dans le repère local et g l'altitude initiale des points candidats au contact.

- Les lois de contact et de frottement (exprimées dans les repères locaux):

$$\bar{r}^{\,j+1} = proj\left(\tau^{j+1}, K_{\bar{\mu}}\right) \tag{5.54}$$

avec le changement de variable suivant (chapitre 4):

$$\bar{r} = r_c - r_{adh} \tag{5.55}$$

La réaction r_{adh} représente, en toute généralité, la contribution du modèle d'adhésion. La réaction r_c est la réaction que l'on souhaite obtenir au point de contact et la réaction $\bar{r}$ est une réaction auxiliaire qui respecte les conditions de contact-frottant usuelles.

Le fait de découpler les systèmes (5.50) signifie que les déplacements globaux sont la somme des déplacements dus aux forces extérieures appliquées au système, et des déplacements dus aux forces de contact et de frottement. Puisque les équations de contact sont exprimées dans les repères locaux, alors par projection sur les nœuds de contact [240, 263], l'équation (5.50), s'écrit:

$$\{x\} = \left[F^*\right].\{\bar{r}\} + \{\bar{x}\} \quad \text{avec } \left[F^*\right] = [H].\left[K_T\right]^{-1}.[H]^T \tag{5.56}$$

$$\{\bar{x}\} = \{u_{lib}\} + g \tag{5.57}$$

Où le terme $\boldsymbol{u_{lib}}$ appelé déplacements relatifs locaux libre, représente les déplacements des particules du système sans prise en compte du contact, transformés dans les repères locaux [240, 263]. Il est obtenu par la résolution des équations 5.50 avec $\boldsymbol{R_c=0}$**:**

$$\{u_{lib}\} = [H].\left[K_T\right]^{-1}\left(\{F_{int}\} + \{F_{ext}\}\right) \tag{5.58}$$

La matrice *W*, appelée matrice de flexibilité ou matrice d'influence, obtenue par l'inversion de la partie de la matrice de rigidité qui correspond aux nœuds en contact.

La linéarisation des équations d'équilibre nous permet donc d'obtenir une relation linéaire entre les déplacements totaux $\Delta\mathbf{u}$ et les réactions de contact. Grâce à la décomposition des déplacements en une partie due aux forces externes $\boldsymbol{u_{lib}}$ et une partie due aux réactions de contact $\boldsymbol{u_c}$, on peut résoudre le problème de contact de manière indépendante [263].

On cherche alors à calculer les inconnus (u_c, $\bar{r}$) en résolvant le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \left[F^*\right]\{\bar{r}\} = \{u_c\} \\ \bar{r} = \mathrm{Pr}oj\left(\tau, K_{\bar{\mu}}\right) \quad , \text{ Prédiction-Correction} \\ \tau = \bar{r} - \rho.\left[\dot{u}_t + \left(\dot{u}_n + \bar{\mu}.\|\dot{u}_t\|\right).n\right] \\ \mathrm{x} = \mathrm{u_{lib}} + \mathrm{u_c} + \mathrm{g} \end{cases} \tag{5.59}$$

Dés qu'une approximation satisfaisante des réactions de contact $\bar{r}$ est connue, on revient au repère global par la transformation (5.53), où le vecteur $\boldsymbol{R_c}$ représente les forces de contact dans le repère global qu'ils faut ajouter aux équations d'équilibre pour éviter la pénétration des points de contact à l'intérieur des obstacles, tout en satisfaisant les lois de contact et de frottement adhésive présenté en chapitre 4. Finalement, les déplacements totaux par itération d'équilibre sont obtenus par résolution de système complet 5.50.

On se propose ici de donner un aperçu synthétique de l'algorithme général de calcul :

- Lecture des données : maillage, propriétés des matériaux, conditions aux limites
- Pour chaque pas de chargement *ip*:
  - Calcul de vecteur de forces externes F_{ext}
  - Reconnaissance des obstacles : Repère local, g, nœuds candidat au contact
    - Pour chaque itération d'équilibre (Newton-Raphson) *i*:
      - Former la matrice de rigidité tangente $\boldsymbol{K_T}$
      - Former vecteur des forces internes F_{int} et évaluer le résidu R_{es}
      - Introduire les conditions aux limites
      - Former la matrice de flexibilité F^*
      - Résoudre le système : $K_T^i.\Delta u^i = R_{res}^i \Rightarrow \boldsymbol{u_{lib}}$
      - On connaît u^i, β^i
        - Pour chaque itération d'adhérence i_a
          - Pour chaque itération de contact i_c
            - Prédiction $\tau^{i_c} = \bar{r}^{i_c-1} - \rho\left[\dot{u}_t^{i_c-1} + \left(\dot{u}_n^{i_c-1} + \bar{\mu}\left\|\dot{u}_t^{i_c-1}\right\|\right).n\right]$
            - Correction $\bar{r}^{i_c} = proj\left(\tau^{i_c}, K_{\bar{\mu}}\right)$
            - Restauration de la réaction $r_c^{i_c+1}$ a partir de (5.55)
        - Résolution de l'équation d'évolution de β
      - Résoudre le système ; $K_T^i.\Delta u^i = R_{res}^i + R_c^i$
      - Mise à jours des déplacements
  - Calcul des déformations et des contraintes

Cet algorithme général de résolution possède la particularité de séparer les opérations de traitement de non linéarité matérielles qui est traitée à un niveau global, des opérations de traitement des non linéarités dues au contact. L'algorithme présenté a été implémenté dans le code de calcul SYMEF, développé au laboratoire FIMAS (Université de Béchar) [263, 264].

5.5 Description de code de calcul SYMEF:

SYMEF est un logiciel de modélisation des structures. Il est en cours de développement au laboratoire FIMAS a l'université de Béchar [263, 264]. Il a été conçu pour plusieurs objectifs :

- Mise en œuvre d'un logiciel pédagogique pour les futurs ingénieurs,
- Eviter la répétition des projets de fin d'étude, et proposer un support de travail pour tous les sujets de modélisation,
- Proposer aux enseignants un outil de recherche,
- Laisser le logiciel ouvert à tout développement permettant son enrichissement et son adaptation aux problèmes pratiques de la CAO.

Le logiciel est composé de deux modules indépendants. L'un est consacré à l'introduction des données permettant la description du problème physique. L'autre est consacré à la construction du modèle mathématique et à sa résolution. Les sessions de travail peuvent être interactives ou différées [263, 264]. La base de données est structurée mais d'une manière plutôt simple. Le logiciel est écrit principalement en Fortran, et une version orientée objet en C++ est en cours de développement [263-266].

Les données introduites servent à la description physique et géométrique du problème. Les structures utilisées sont du type [263-266] :

- ✓ Nœud,
- ✓ Elément,
- ✓ Propriétés d'élément,
- ✓ Propriétés de matériau,
- ✓ Sollicitation,
- ✓ Condition aux limites.

Le module de résolution est basé sur la méthode des éléments finis – mais quelqu'un peut l'adapter à ces propres besoins-. En calcul des structures, les principes de mécanique aboutissent, à un système d'équations différentielles partielles qui traduisent les conditions d'équilibre. Dans ce domaine, les méthodes d'analyse implémentées dans SYMEF, sont diverses selon la nature du problème posé [263-266]:

- ✓ Analyse statique,
- ✓ Analyse dynamique,
- ✓ Problème de stabilité,
- ✓ Capacité portante,

- ✓ Contact et frottement,
- ✓ Grandes déformations,
- ✓ Optimisation.

Le module de calcul contient des librairies mathématiques diverses. Le module est ouvert à tout développement par l'ajout de nouveaux modèles : librairie d'éléments, librairie de lois et de nouvelles méthodes : librairie d'algorithmes [263-266]. Les objets propres à ce module sont en général des matrices et des vecteurs. Dans ce contexte, les matrices volumineuses sont stockées de différentes façons: *matrice bande, matrice en ligne de ciel, méthode frontale, stockage en disk.*

5.5.1 Organisation du système de modélisation du contact:

La base de données d'un problème d'éléments finis comprend le maillage, les conditions aux limites, les sollicitations et les propriétés des matériaux. Pour un problème de contact, les conditions aux limites contiennent des relations non linéaires sur les surfaces des contacteurs. Contrairement aux conditions aux limites géométriques, qui sont imposées à des nœuds connus du maillage, les conditions de contact sont définies sur des surfaces a priori inconnues.

De point de vue géométrique, le système de contact est organisé à travers des zones de contact (figure 5.2) [263-266]. Chaque zone est composée d'une surface appelée contacteur qui est susceptible de venir en contact avec une autre surface appelée obstacle (ou cible). Lorsqu'un nœud du contacteur vient en contact avec l'obstacle, un élément de contact est créé. Cet élément ne peut être considéré tel qu'un élément fini et n'intervient pas donc dans le calcul de la matrice de rigidité. Il est d'ailleurs supprimé lorsque le nœud n'est plus en contact [263].

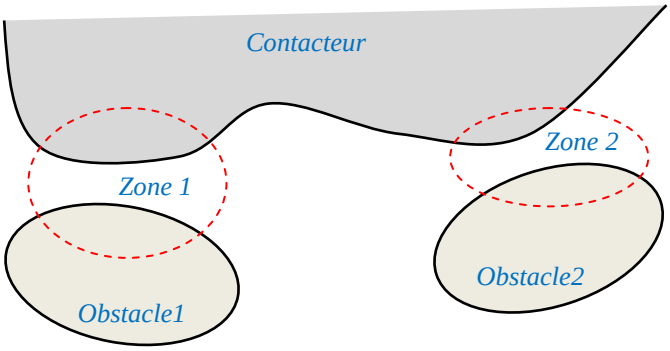


Figure 5.2 : *Zones de contact* [263]

Les parties des contours des solides qui entrent en contact, peuvent évoluer considérablement au cours de la simulation. L'utilisateur doit donc spécifier tous les contacteurs, susceptibles d'entrer en contact avec d'autres structures du système mécanique. Aussi pour chacun des contacteurs tous ses obstacles antagonistes doivent être définis.

Par "contacteur", on définit un objet géométrique par exemple un solide déformable complexe. Sa définition peut être par l'introduction d'entités géométrique telles que surface de contact, portion de surface, segment de contour, ou point du contour.

En effet, pour écrire des relations de contact, il est utile de choisir un point comme l'entité de base. Pour chaque particule d'une portion de solide, susceptible d'entrer en contact avec d'autres solides, on définit un point candidat au contact.

5.5.2 Définition des points candidats au contact:

Théoriquement, tous les points du contour d'une structure devraient être des candidats au contact, et tous les solides devraient être des obstacles potentiels. Le plus souvent, comme points candidats au contact, on choisit les nœuds de maillage les plus proches de l'obstacle et qui vérifient la condition d'impénétrabilité. Pour éviter la pénétration des obstacles à l'intérieur du maillage, les points candidats au contact sont calculées par interpolation des nœuds de contour du maillage, les plus proches de l'obstacle [263, 266].

5.5.3 Définition des obstacles:

Les obstacles sont définis par une description analytique. Cela consiste à définir analytiquement les contours des obstacles par création de formes géométriques simples : droite, cercle,.. etc. Un tel obstacle est représenté par l'ensemble de ses paramètres (coordonnées, connectivité, rayon..etc). La bibliothèque des obstacles disponible peut être facilement enrichie par l'utilisateur, en ajoutant une fonction qui correspond à la description analytique de la surface: déterminer la projection orthogonale d'un point arbitraire sur cette surface, les directions tangentielles et normales au point projeté [263, 265].

Les formes actuelles disponibles dans notre code sont:

- LIGNE : segment de droite dans le plan;
- ARC : segment de cercle dans le plan.

La description analytique des obstacles est très efficace dans le cas de forme géométrique simple.

Dans le cas du contact entre deux solides déformables, les obstacles sont représentés par des corps maillés. Pour des raisons de volume de calcul, il est utile de spécifier plus précisément les portions de maillage impliquées dans le contact. Dans la plupart des cas, l'obstacle est défini par une liste d'arêtes frontière sur le contour 2D [263, 265].

5.5.4 Définition des propriétés de contact:

L'architecture actuelle du code utilisé, introduit la notion de propriétés élémentaires, qui servent à stocker des paramètres nécessaires au calcul par éléments finis [263,265] Pour le stockage des paramètres des algorithmes de contact, on a profité de l'existence de tel mécanisme et créer par la suite un objet "propriété de contact" qui sera ensuite affecté aux obstacles définis. Le nombre de paramètres nécessaires à la résolution d'un problème dépend de la loi de frottement retenue, du couplage avec l'adhérence, et éventuellement de la méthode de résolution utilisée. Actuellement, on utilise les paramètres suivants:

- Le coefficient de frottement de Coulomb (μ);
- La valeur de la distance de la recherche du contact, appelée aussi (zone d'alerte notée Δx);
- Les coefficients de rigidité de l'interface (C_n et C_t);
- L'énergie de décohésion (dite de Dupré *w*);
- La viscosité (α)

la zone d'alerte définit un voisinage de chacun des obstacles (Figure 5.3). Le voisinage de chaque obstacle est constitué par l'ensemble des points dont l'altitude x_n dans leur repère local est égale à $\pm\Delta x$. Les conditions de contact seront testées uniquement pour les points candidats au contact qui, à l'étape considérée de la résolution, se trouvent à l'intérieur du voisinage de leur obstacle le plus proche [263, 265].

Rapport-Gratuit.com

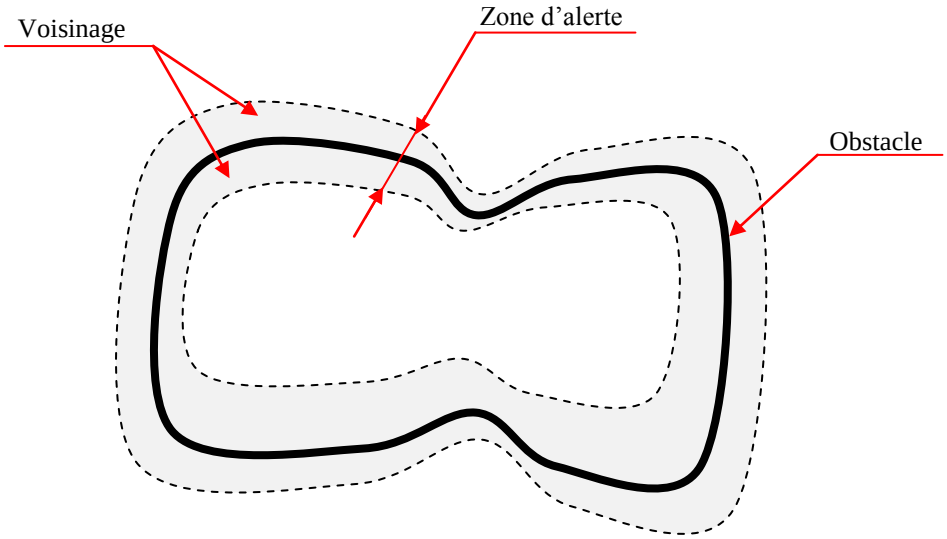


Figure 5.3 : *Zone d'alerte d'un obstacle* [263]

Ce paramètre Δx est donc utilisé pour éliminer les éléments de contact "inactifs", dont les points candidats sont suffisamment éloignés de leurs obstacles ; et qui peuvent être temporairement ignorés dans les calculs (figure 5.4)[263].

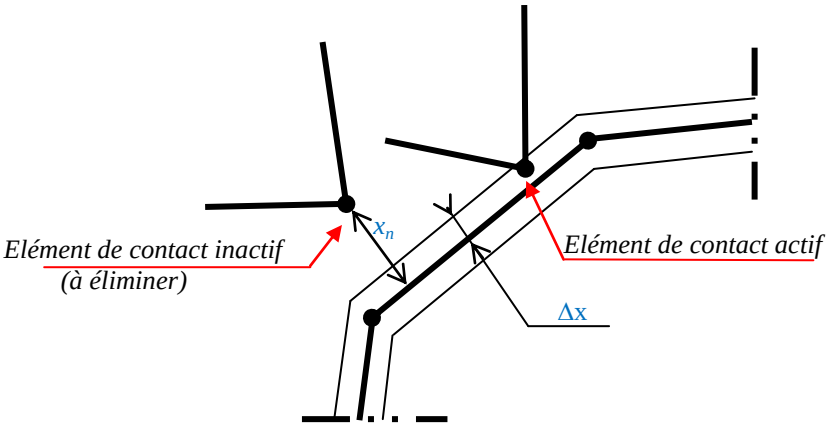


Figure 5.4 : *Elément de contact actif et inactif* [263]

5.5.5 Définition de la zone de contact:

Pour formaliser la description des relations de contact ; on a introduit une structure de données appelée "zone de contact" [263]. Dans le cas d'un contact entre corps déformables et obstacles rigides, la zone de contact est défini par :

- La liste des points candidats au contact (listes des nœuds);
- La liste des obstacles antagoniste.

Par contre, quand il s'agit de contact entre deux corps déformables, on définit la liste des nœuds formant les deux interfaces.

5.5.6 Reconnaissance des obstacles:

Le calcul des réactions de contact forme une étape bien distincte dans l'algorithme de résolution. L'algorithme se compose de trois parties:

1. Reconnaissance d'obstacle avant (ou au début) de chaque pas de chargement;
2. Calcul itératif des réactions de contact;
3. Résolution du système d'équations d'équilibre incluant les forces de contact ajoutées au second membre.

La fonction de reconnaissance d'obstacles traite les aspects purement géométriques. En admettant qu'un point ne peut entrer en contact qu'avec un seul obstacle de la liste de ses obstacles antagonistes, la reconnaissance d'obstacles permet d'effectuer la sélection de cet obstacle. Les objectifs principales de la reconnaissance d'obstacles sont [263, 265]:

- Détermination si l'obstacle considéré est le plus proche du point candidat par rapport aux autres obstacles;
- Vérification si le point candidat est dans la zone d'alerte de l'obstacle sélectionné. Si oui un élément de contact est créé où on sauvegarde les résultats obtenue ci-dessous;
- Détermination de la projection orthogonale du point candidat sur la surface de l'obstacle considéré;
- Calcul de la distance entre le point candidat et le point projeté;
- Détermination du repère local sur la surface de l'obstacle au point de projection.

Cette procédure permet de réduire le nombre d'équations nécessaire au calcul des réactions de contact en éliminant les éléments de contact inactifs. Le nombre des éléments de contact détermine la taille de la matrice de flexibilité F^* et de passage H (Eqs.5.39 et 5.40). La figure 5.5 représente l'algorithme de la procédure de reconnaissance d'obstacles [263].

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

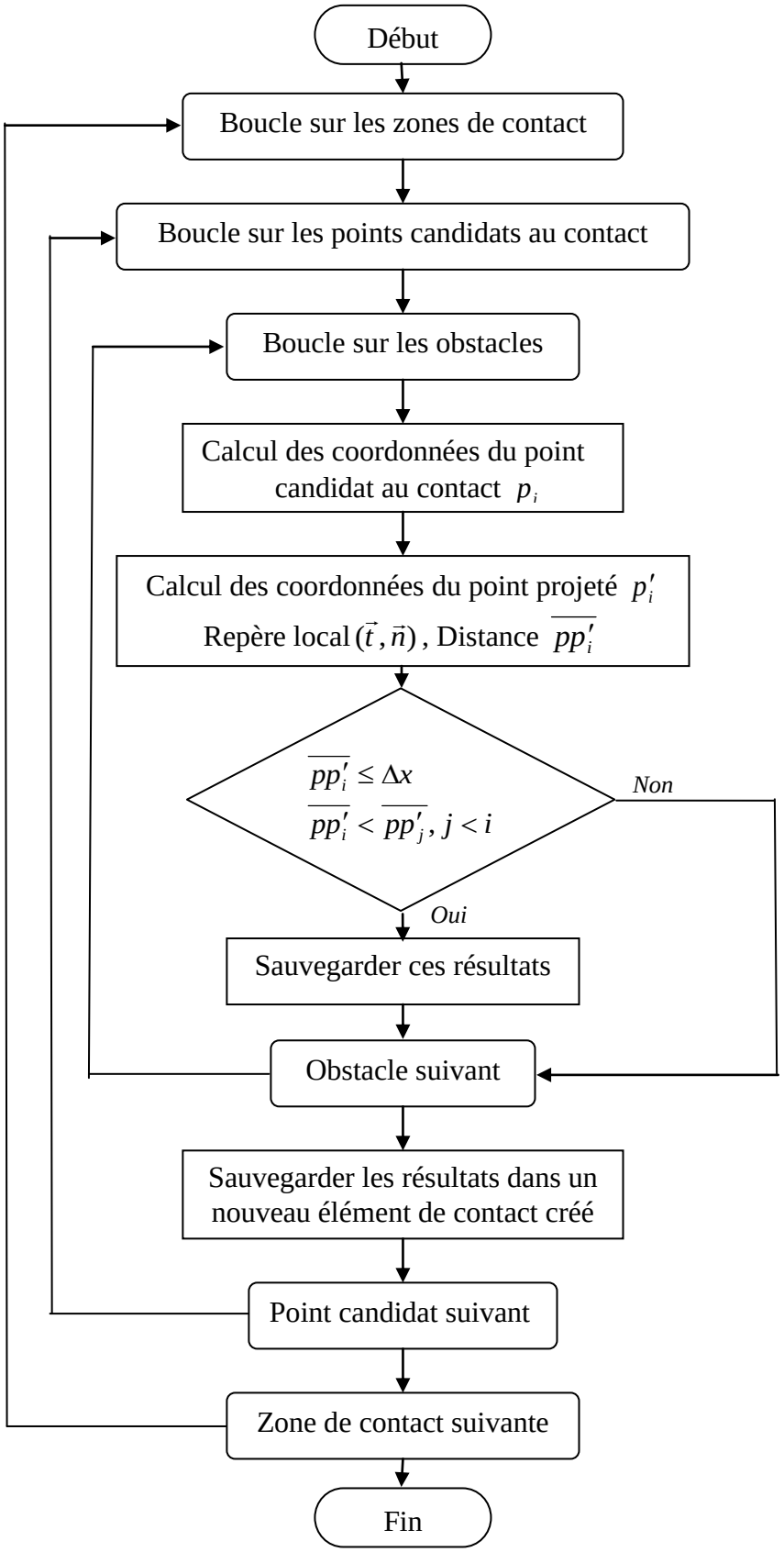


Figure 5.5: *Algorithme de reconnaissance d'obstacles* [263]

5.6 Tests de validation de l'algorithme développé:

Tout d'abord et avant de traiter des problèmes d'interaction pieu-sol, le fonctionnement de notre système sera validé sur quelques exemples de simulation développés par Raous *et al.* [157]. Le modèle bipotentiel couplant contact, frottement et adhérence, est comparé au modèle RCCM (chapitre 4) développé par Raous *et al.* [95, 137], et implémenté dans le code GYPTIS90 (LMA Marseille)[267].

GYPTIS est un code de calcul qui intègre la loi d'interface cohésive RCCM développée par Raous et al. [95, 96, 137]. Il est rédigé entièrement en Fortran 90, sur la base du code d'éléments finis Modulef. Il compte près de 400 procédures, qui permettent de réaliser un interfaçage avec les préprocesseurs et postprocesseurs de Modulef, essentiellement EMC2 (maillages) et TRMCXX (tracés des résultats). Gyptis utilise en principe un seul type d'éléments : le triangle « P1 » à trois noeuds, droit « TRIA 2P1D » et axisymétrique « TRIA AP1D » selon la terminologie Modulefb, et travaille sous l'hypothèse des petites déformations [267, 268]:

- En élasticité plane : contraintes ou déformations planes, symétrie de révolution ;
- En élasticité quasi statique, incrémentale en déplacements ou incrémentale en forces surfaciques imposés ;
- En traitant le contact avec changement de repère (repère local normal/tangentiel) pour les déplacements et forces de contact.

Il est également possible de traiter des problèmes avec prise en compte des déformations ainsi que d'autre types de lois de frottement, tel que : Tresca, Orowan ou avec des coefficients de frottements variables.

Au niveau local, et pour traiter le problème de contact et de frottement, le formalisme adopté est celui des inéquations variationnelles implicites [267]. Les méthodes de résolutions sont largement décrites dans [124, 267, 269]**.** Il faut noter ici que dans le cadre des activités de recherche au niveau de notre laboratoire FIMAS et en collaboration avec laboratoire LMA (Marseille), nous avons introduits des modifications au niveau de code Gyptis, pour prendre en considération le contact a multi-interfaces, pour modéliser les structures en maçonnerie [164], ainsi que pour la prise en compte des contraintes initiales [107].

La comparaison entre le modèle bipotentiel couplant contact, frottement et adhérence et le modèle RCCM porte principalement sur les aspects cinématique (déplacements normaux et tangentiels), et statique (les réactions de contact) ainsi que adhésive (valeurs de β) fournis par les deux codes. On présente également une comparaison entre les deux algorithmes de point de vue temps de calcul et nombre d'itérations. Les exemples sont repartis en deux cas : contact déformable/rigide et contact déformable/déformable. Dans tous les exemples on a utilisé les mêmes maillages pour GYPTIS et SYMEF. Les calculs ont été réalisés sur un PC portable, Hp pavillon G6 i5 [270].

5.6.1 Premier test de validation : Arrachement (délaminage) d'une fine couche d'Aluminium

C'est une étude 2D en déformation planes du délaminage d'une fine couche d'aluminium en déplacement imposé [157, 167, 270, 271]. La couche d'aluminium est initialement collée sur un support rigide, son comportement est supposé élastique (figure 5.6). Elle est soumise à un déplacement imposé u_y au point A (figure 5.6). Seul le comportement de l'interface est considéré dissipatif avec $\alpha \neq 0$. La géométrie et les caractéristiques du problème sont détaillées ci-dessous.

L =50 mm ; h = 2.5 mm

E =5.9E+04 MPa; ν = 0.333

u_y=0.3mm (en 10 sec)

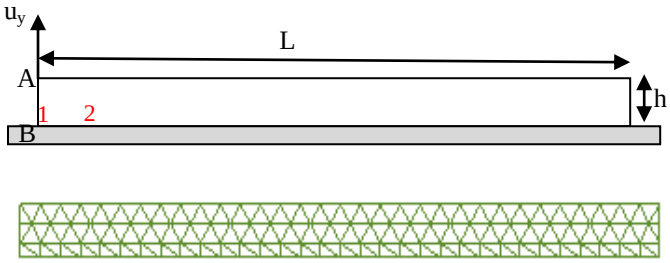


Figure 5.6: *Exemple de délaminage d'une couche d'aluminium: Géométrie et maillage* [270]

L'interface est constituée de 33 nœuds (Fig. 5.6) et le calcul a été mené avec 210 pas. Les caractéristiques de l'interface sont résumées ci-dessous:

Energie de Dupré : w = 1.E-06 mJ/mm² ; Raideurs initiales : $C_n = C_t$ = 2.E+05 MPa/mm

Viscosité α = 1 Ns/mm ; Coefficient de frottement μ = 0.2

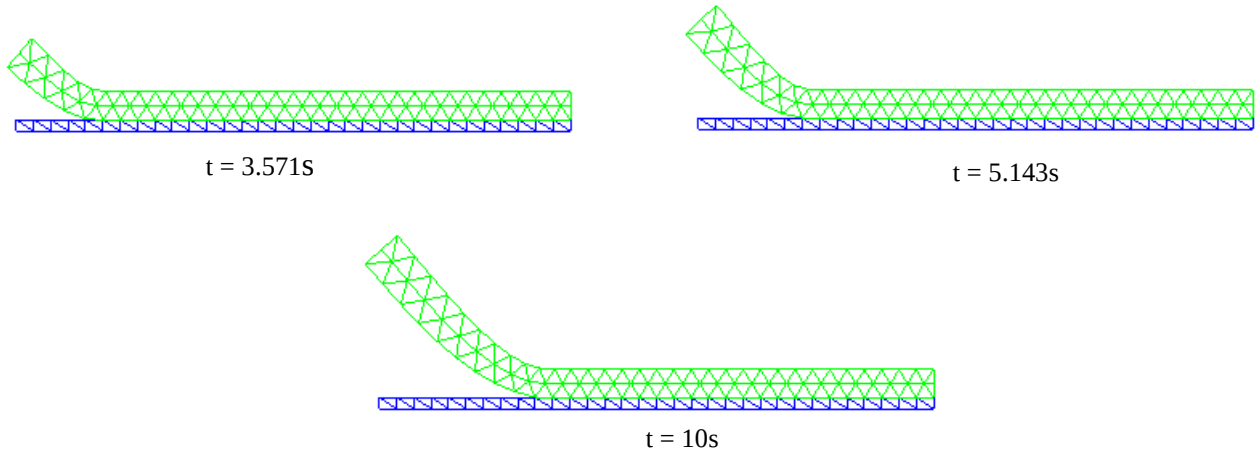


Figure 5.7: *Déformées de la couche d'aluminium* [270]

Dans les figures ci-dessous on a reporté les résultats obtenus par les deux modèles pour t1 = 3.571s et t2 = 5.143s.

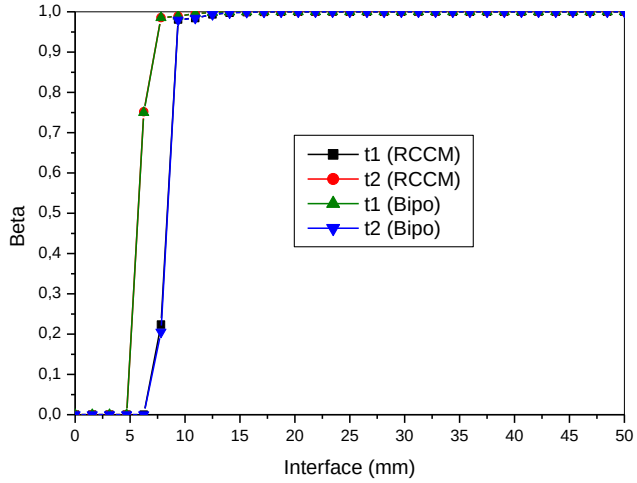


Figure 5.8: *Evolution de β le long de l'interface*

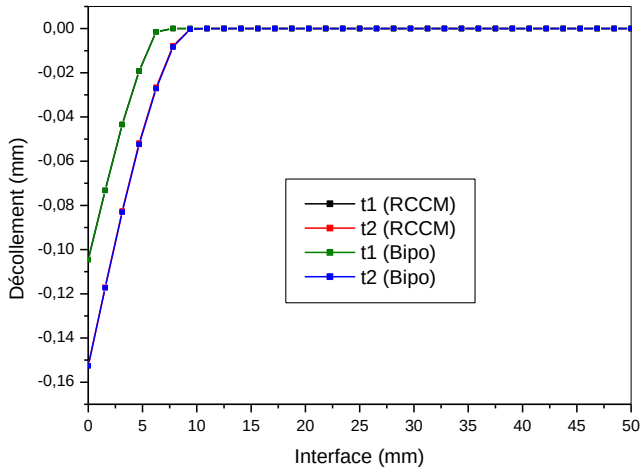


Figure 5.9: *Evolution de u_n le long de l'interface*

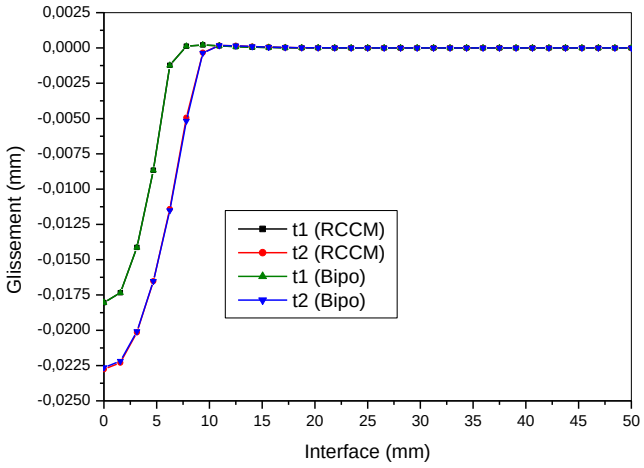


Figure 5.10: *Evolution de glissement le long de l'interface*

Les résultats obtenus montrent une grande concordance entre le modèle bipotentiel couplant contact, frottement et adhérence, et le modèle RCCM. On a également tracé l'évolution de l'intensité d'adhésion β pour les deux premiers points de l'interface (Fig. 5.6) obtenu par le modèle bipotentiel :

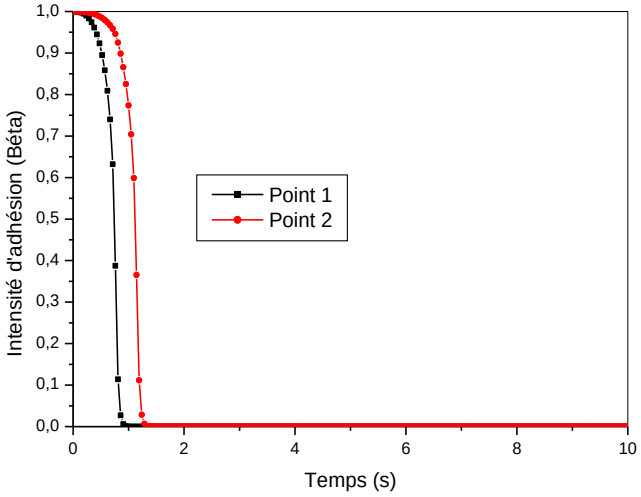


Figure 5.11: *Evolution de β pour les points 1 et 2*

Pour montrer l'effet de la vitesse de sollicitation sur le comportement de l'interface on a considéré les deux cas de sollicitations : u_{y1} = 0.3 mm sur 10s et u_{y2} = 0.3mm sur 1s. On a considéré le point B de l'interface (Fig 5.6).

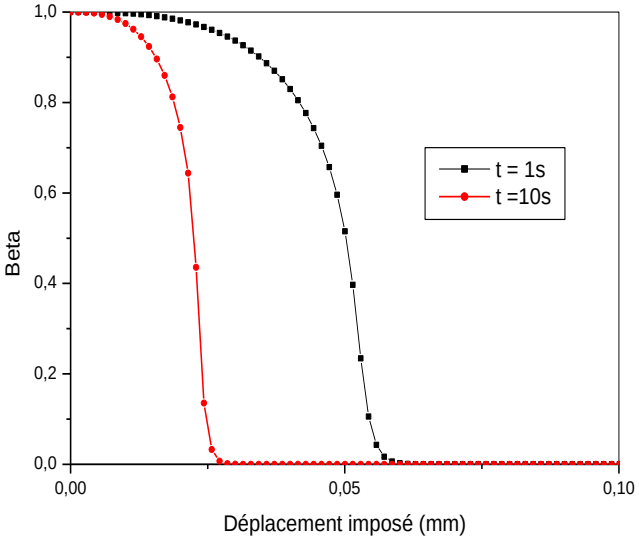


Figure 5.12: *Evolution de β au point B*

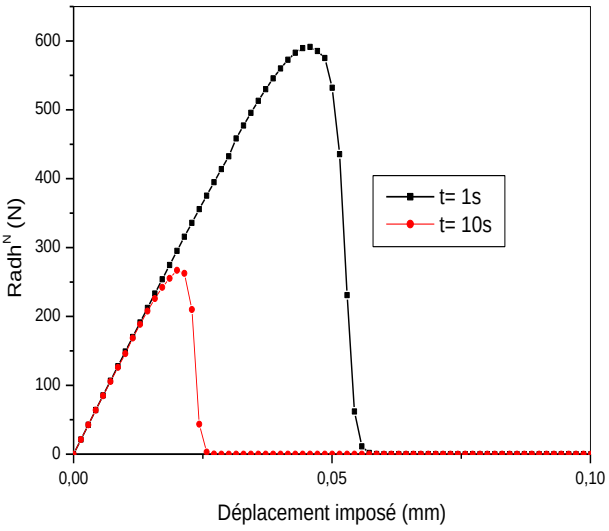


Figure 5.13: *Evolution de la réaction adhésive normale au point B*

L'influence de la vitesse de sollicitation sur le comportement global du délaminage est issue du comportement dissipatif car $\alpha \neq 0$. Pour les deux cas de sollicitation, on a tracé les évolutions de β et la réaction adhésive normale en fonction des déplacements imposés.

Les résultats montrent que le comportement du délaminage dépend fortement de la vitesse de sollicitation imposée. Les deux figures 5.12 et 5.13 montrent que l'état d'endommagement des liens adhésifs est d'autant plus retardé que la vitesse de sollicitation est élevée. Il résulte donc qu'une réaction adhésive d'autant plus élevée que la vitesse imposée est élevée, et donc plus la vitesse de sollicitation est élevée, plus l'énergie à fournie pour rompre le lien est élevée [157, 167].

Dans le tableau ci-dessous on a reporté les temps de calcul, le nombre d'itérations relatifs aux calculs de β et des réactions de contact dans les deux algorithmes.

Tableau 5.1: *Comparaison entre modèle bipotentiel et modèle RCCM en temps de calcul* [270]

Algo	*Paramètres*	*Pas: 1*	*Pas: 10*	*Pas: 40*	*Pas: 60*	*Pas: 100*	*Pas: 150*	*Pas: 200*	*Temps global*
RCCM	Iter. β	1	3	14	7	3	2	4	2m:41s.663c
	Iter. ALgo	132	133	132	132	132	132	197	
	Temps (sec)	0.294	0.189	0.182	0.187	0.210	0.191	0.299	
BIPO	Iter. β	1	2	6	6	2	2	2	1m: 6s: 80c
	Iter. ALgo	7	7	8	8	8	8	8	
	Temps (sec)	0.15	0.11	0.11	0.11	0.11	0.11	0.12	

5.6.2 Deuxième test de validation : Cisaillement d'un bloc d'Aluminium comprimé.

Pour renforcer le rôle de frottement, on a étudié le cas d'un bloc d'aluminium comprimé sur un plan rigide auquel il adhère (figure 5.14))[137, 157]. Le bloc est soumis a un déplacement imposé sur son bord latéral gauche. Le chargement est de u_x = 20mm en 10s. Sur la face supérieure de bloc un déplacement de u_y = -0.5 mm est appliqué.

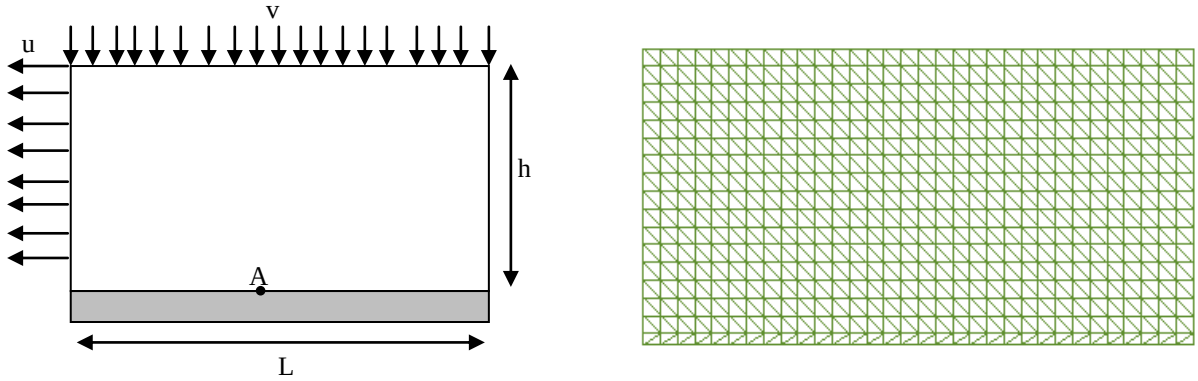


Figure 5.14: *Géométrie du problème et maillage utilisé* [270]

On résume ci-dessous les données du problème :

L= 50mm ; h = 25mm

E = 5.9E+4 MPa ; ν = 0.333

Energie de Dupré *w*= 1.E-3 mJ/mm² ; Raideurs initiales C_n=C_t = 1.64 MPa/mm

Viscosité α =1 Ns/mm ; Coefficient de frottement μ = 0.2

L'interface est constituée de 33 nœuds et on a utilisé 210 pas. Sur les figures ci-dessous on a montré la déformée, l'évolution de décollement u_n, de glissement u_t et de β obtenus par les modèles RCCM et bipotentiel pour les cas : t_1=2.143s, t_2= 3.143, et t3= 3.571s

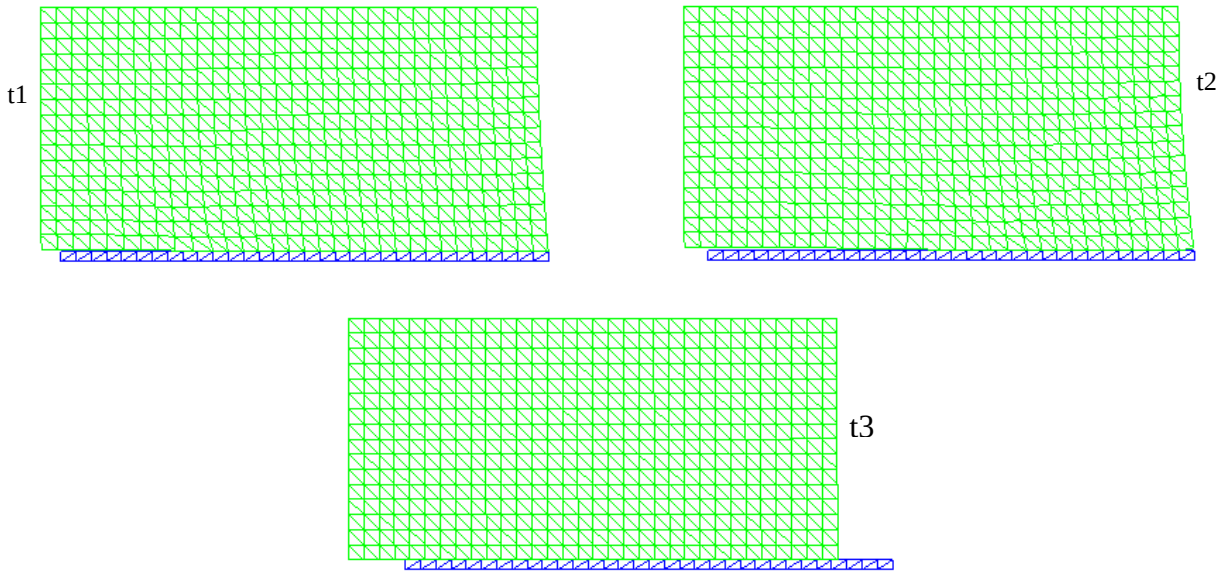


Figure 5.15: *Déformée pour différents pas* [270]

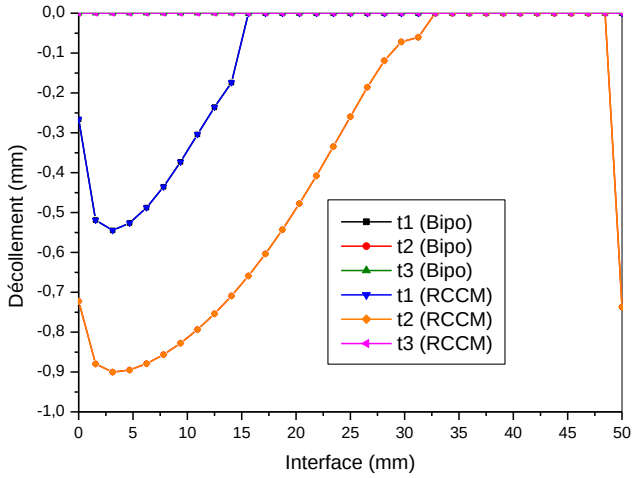


Figure 5.16: *Evolution de décollement sur l'interface*

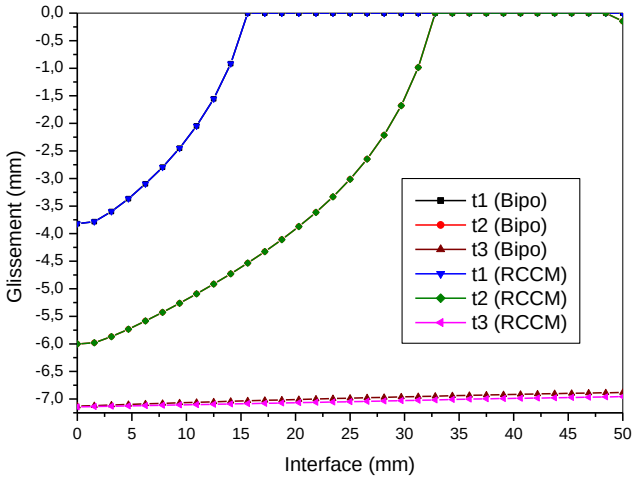


Figure 5.17: *Evolution de glissement sur l'interface*

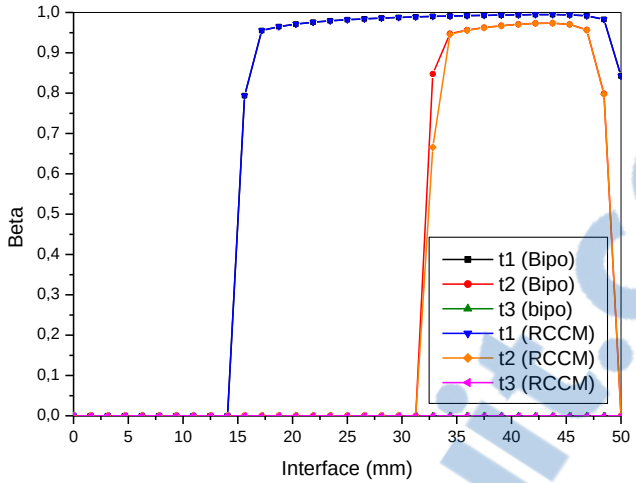


Figure 5.18: *Evolution de ß sur l'interface*

On a tracé également l'évolution des réactions de point A de l'interface au cours de chargement. Sur les figures ci-dessous on a reporté les réactions adhésives R_{adh}, les réactions de contact R_c et les réactions totales R_{tot}.

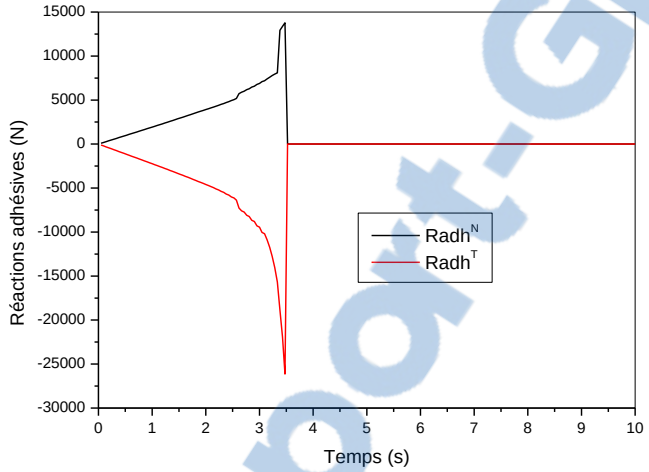


Figure 5.19: *Evolution des réactions adhésives*

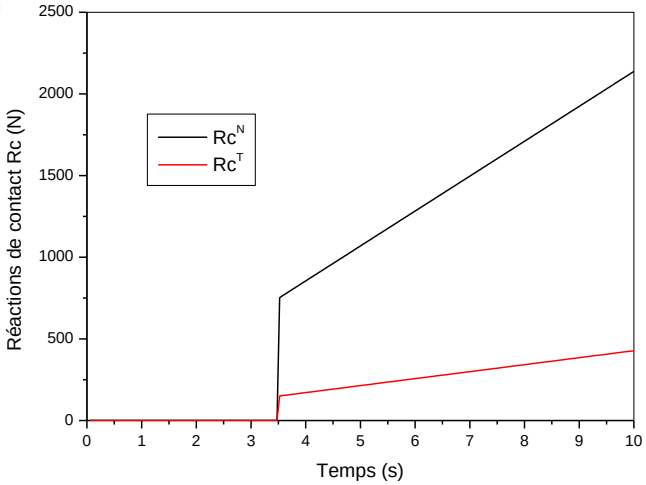


Figure 5.20: *Evolution des réactions de contact*

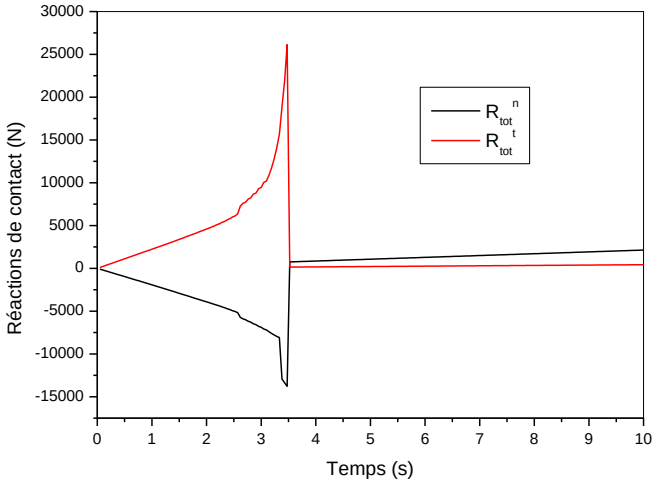


Figure 5.21: *Evolution des réactions totales*

Rapport-Gratuit.com

Il ressort des figures 5.16 au 5.21, qu'une fois l'interface se casse, β tend vers zéro et les réactions adhésives s'annulent où on retrouve les réactions de contact R_c vérifiant les lois de Coulomb classique. Sur le tableau suivant on a résumé les résultats de la comparaison entre les temps de calcul relatif aux deux modèles.

Tableau 5.2: *Comparaison entre modèle bipotentiel et modèle RCCM en temps de calcul* [270]

Algo	*Paramètres*	*Pas: 1*	*Pas: 10*	*Pas: 40*	*Pas: 60*	*Pas: 100*	*Pas: 150*	*Pas: 200*	*Temps global*
RCCM	Iter. β	1	2	3	5	1	1	1	8m:17s.367c
	Iter. ALgo	132	132	132	132	175	175	175	
	Temps (sec)	0.750	0.703	0.905	0.694	0.906	0.893	1. 21	
BIPO	Iter. β	1	2	3	9	1	1	1	2m: 16s: 50c
	Iter. ALgo	2	4	5	5	58	58	58	
	Temps (sec)	0.20	0.23	0.18	0.18	0.19	0.19	0.19	

5.7 Conclusion:

Dans ce chapitre, on a essayé de donner un aperçu global sur l'algorithme issu de la formulation bipotentiel couplant contact, frottement et adhérence. On a présenté les différentes étapes effectuées au niveau global et local.

Une approche qui consiste à séparer les non-linéarités au lieu de les considérer de façon simultanée a été utilisée. L'algorithme général de résolution présenté permet de séparer les traitements de non linéarités matérielles (niveau global), de non linéarités dues au contact (local).

L'algorithme présenté a été implémenté dans le code de calcul SYMEF où une description globale des outils nécessaires pour traiter le problème de contact et de frottement a été exposée (voir annexe B).

La validation de l'algorithme développé était nécessaire. Alors une étude comparative entre le modèle bipotentiel et le modèle RCCM a été menée. A travers les différents exemples présentés et la comparaison entre les différents paramètres: *temps de calcul, nombre d'itérations ou des déplacements normaux et tangentiels* , il ressort de cette étude que les résultats obtenus par le modèle bipotentiel couplant contact, frottement, adhérence implémenté dans le code SYMEF, présentent de grandes concordances avec les résultats de modèle RCCM de plus le modèle bipotentiel s'est montré plus rapide dans des exemples traités avec le même nombre d'itérations sur β que le modèle RCCM.

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

Chapitre 6

Modélisation de l'interface pieu sol

6.1 Introduction:

En génie géotechnique, plusieurs voies d'études du comportement des ouvrages géotechnique sont possibles. La connaissance du fonctionnement des ouvrages de géotechnique et le développement de nouvelles méthodes de dimensionnement passent à la fois par l'expérimentation in situ, les essais en laboratoire et la modélisation numérique pour la validation de modèle traitant le comportement de pieu sans oublier la modélisation physique.

Le problème de pieu isolé, d'aspect simple au premier abord, est en fait compliqué à cause, d'une part, des effets de la mise en place du pieu qu'il est très difficile à simuler théoriquement et, d'autre part des phénomènes d'interaction entre le fût et le sol. Selon la nature de sol, et le type de pieu la réponse charge-déplacement peut être différente. Pour ces raisons, les essais de pieu sont relativement courants dans les grands projets d'ouvrages, ils permettent d'estimer les efforts qu'un pieu peut réellement supporter. La réponse d'un pieu vis-à-vis d'un chargement axial est contrôlée par les caractéristiques rhéologiques (contraintes-déformations-temps) et de rupture des éléments du système pieu-sol, et par des phénomènes liés notamment au mode de mise en place du pieu.

La prévision des déplacements du pieu correspond à une étude d'interaction sol-structure.

Dans ce chapitre on s'intéresse à la modélisation des interfaces pieu-sol dans le cas d'un essai d'arrachement. Les calculs ont été menés en utilisant les deux modèles présentés : modèle RCCM et modèle bipotentiel.

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

6.2 Description de l'essai d'arrachement :

Il s'agit d'un essai d'arrachement statique faisant partie d'un programme plus global du LPC de Saint-Brieuc pour l'Institut Français du Pétrole (IFP). Les essais ont été réalisés par le LCPC sur le site de Plancöet et le site de Cran en France [24, 272-276].

Les résultats d'essais de chargement statique en traction (et compression) des pieux expérimentaux de l'ARGEMA sur les sites de Cran (argile silteuse) et de Plancoët (silt et sable) constituent des références intéressantes pour la comparaison avec les prévisions de différentes méthodes d'estimation de l'effort de frottement latéral dans les sols cohérents et pulvérulents siliceux. La comparaison est faite seulement pour les charges ultimes en traction.

Les pieux sont des tubes métalliques fermés en pointe, battus dans des sols marins (figure 6.1). Ils sont sollicités en traction axiale [24, 272-276].

Site expérimental de Cran : Le site CRAN est constitué d'environ 18 m de dépôts fins alluviaux d'origine marine. Le sol de site de Cran est silteuse [24, 272-276]. Il est constitué sur toute la hauteur du pieu d'une argile silteuse, mole en surface puis moyennement raide à raide, légèrement surconsolidée à normalement consolidée classée argile à silt très plastique.

Site expérimental de Plancoët : Le site PLANCOET est constitué d'environ 13 m de limons, de sables meubles et d'argiles silteuses, également d'origine marine. Le sol de Plancoët est constitué sur la hauteur de pieu de trois couches principales [24, 272-276] :

- Couche 1 : entre 0 - 6m : silt argileux peu plastique
- Couche 2 : entre 6 - 9m : sable silteux lâche
- Couche 3 : entre 9 – 13 m : argile et silt de plasticité très variables

Les caractéristiques des pieux utilisés sont résumées sur le tableau ci-dessous :

Tableau 6.1 : Caractéristiques géométriques des pieux

Pieu	***Diamètre ϕ (m)***	***Longueur L_p (m)***	***Epaisseur (mm)***
Site Cran	0.27	17	6.3
Site Plancoët	0.27	13	6.3

L'appareillage nécessaire à la réalisation d'un tel essai est assez lourd. Il comprend un dispositif de réaction-poids, un dispositif de chargement (vérin de chargement) et un dispositif de mesures en tête (manomètre pour la charge et comparateurs pour les déplacements) [274].

Figure 6.1 : *Pieu battu dans un sol marin* [277]

Les pieux ont été équipés d'extensomètres tous les 90 cm pour déterminer les déformations le long du fût ce qui permet par la suite de connaître la distribution des charges tout le long du pieu (figure 6.2) [272-274]. Cette distribution permet de calculer les charges transférées au sol à chaque niveau, donc le frottement latéral.

a) : Essai de compression

b) : Essai de traction

Figure 6.2 : *Pieu soumis a un essai de traction et de compression* [278]

6.3 Modélisation numérique :

Comme les pieux étudiés sont cylindriques de section circulaire, isolés et chargés axialement, la modélisation peut être réalisée en symétrie de révolution, dans un plan méridien (l'axe de symétrie coïncide avec l'axe du pieu) (Figure 6.3) [4, 24, 270, 272-274]. Les limites du domaine étudié sont fixées à plus de 3,5 fois la longueur de pieu (L_p), dans la direction verticale et au moins 2 fois la longueur de pieu dans le sens horizontal (figure 6.3) [4, 23, 30].

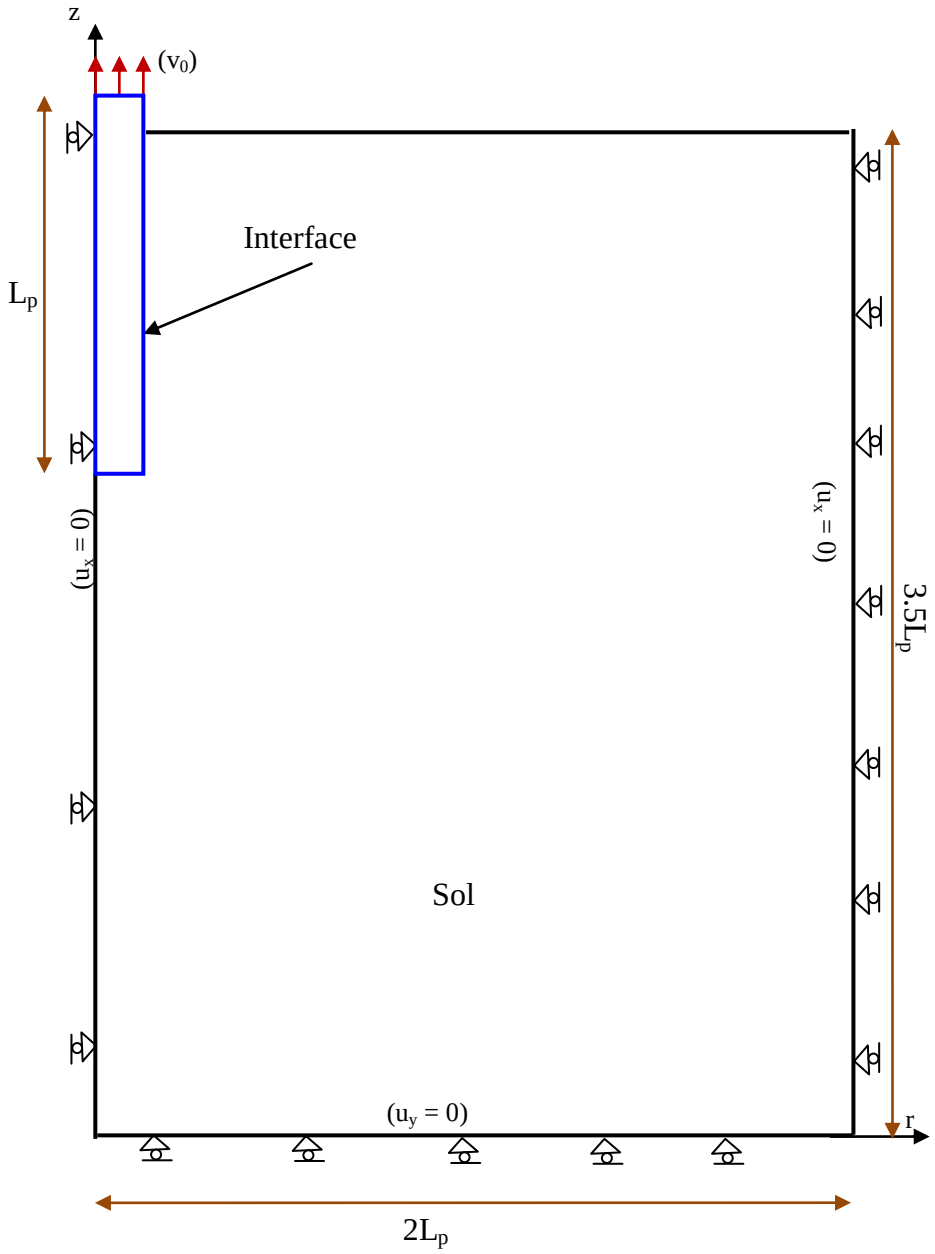


Figure 6.3 : *Géométrie et conditions aux limites* [4,24]

La discrétisation des sols et des pieux est réalisée à l'aide d'éléments triangulaires, axisymétriques, isoparamétriques à 6 nœuds en déformation plane [24, 23, 30, 272, 273]. Au voisinage de l'interface pieu-sol (zones de contact), le maillage a été raffiné le long du pieu et à la pointe du pieu, là où l'on enregistrera les discontinuités de contraintes et de déformations les plus grandes, provoquant de forts gradients des champs. Cela permet d'éviter l'influence de la concentration des contraintes sur la réponse du pieu (figure 6.4) [23, 24, 30].

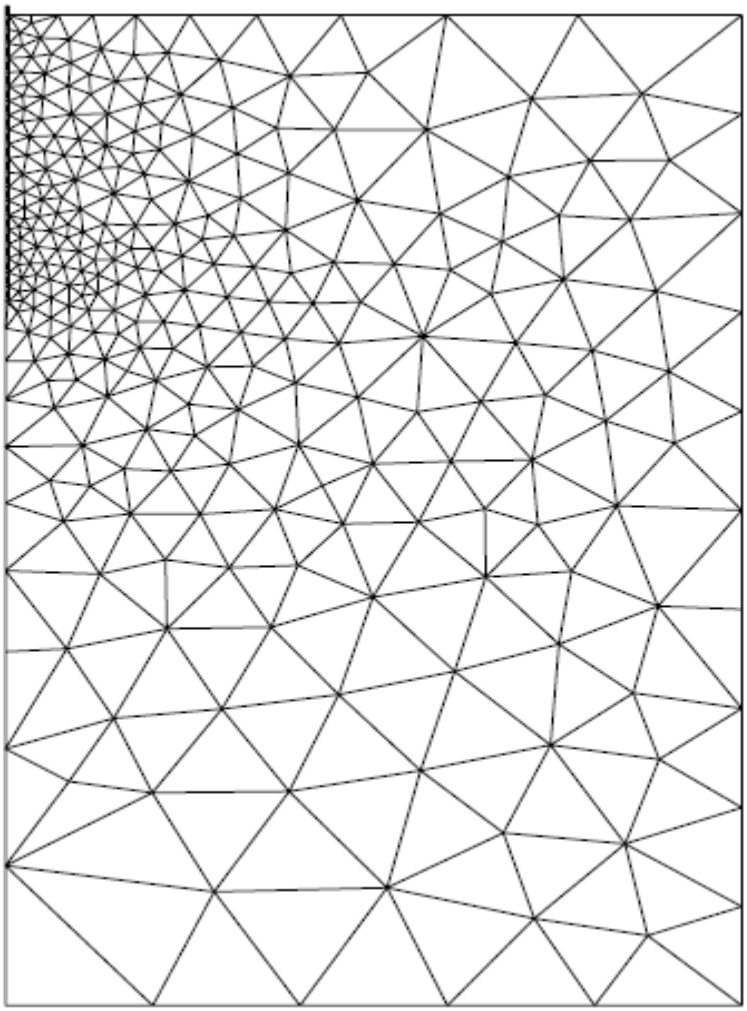


Figure 6.4 : *Maillage de système pieu-sol*

Sur les limites verticales du maillage, les déplacements horizontaux sont bloqués ($u_x = 0$), alors que sur la limite inférieure, les déplacements verticaux sont mis à zéro ($u_y = 0$). Dans le côté gauche, la condition de symétrie est prise en compte. L'interface est constituée de 65 pairs de nœuds de contact.

Les deux pieux utilisés pour le site de Plancöet et Cran sont en acier et sont supposés élastiques. La caractérisation de sol par le LCPC des deux sites considérés a permet d'avoir les caractéristiques mécaniques des différents sols. Le sol a été considéré comme milieu élastique linéaire isotrope [24, 272, 273]. Les données nécessaires utilisées dans la simulation sont résumés sur le tableau 6.2. Plus de détails peuvent être consultés dans [272, 274].

Tableau 6.2 ; Caractéristiques mécaniques et physiques utilisées dans la simulation

		Paramètres		
		Module de Young E (MPa)	Coefficient de poisson υ	Poids propre γ (kN/m^3)
Sol	Cran	30.0	0.33	20
	Plancöet	30.0	0.33	20
Pieu	Cran ϕ_P = 0.27 m L_P = 17 m	3.E+03	0.3	78
	Plancöet ϕ_P = 0.27 m L_P = 13 m	3.E+04	0.3	78

Frank R. considère le pieu de Cran comme « compressible » et celui de site de Plancoët comme étant « incompressible » suivant leurs modules de Young [276]. Le comportement élastique adopté est basé sur les remarques rapportées par Frank et Barbas, à la suite d'analyses comparatives sur des sols élastiques et élastoplastiques [272, 273, 275, 276, 279].

Pendant le processus de battage des pieux, le sol refoulé, adjacent au pieu tend à se densifier par déplacement, ce qui entraîne un réarrangement de la structure du sol autour du pieu. Ce processus génère des contraintes et des déformations dans le sol environnant en contact. Le volume de sol déplacé est égal au volume de pieux battus [30, 272, 273]. Cette contrainte initiale du sol est importante et détermine la solution finale. Pour reproduire les conditions initiales en termes de contraintes effectives dans la masse du sol avant le chargement, le problème est analysé en trois phases [30] :

Phase 1 : Etat géostatique

Tout d'abord, le poids propre du pieu et du sol est appliqué. Pour l'état du sol in situ avant l'installation, le sol est considéré comme normalement consolidé et K_0 (coefficient de terre au repos) est de 0,43 [272, 273]. Ceci définit l'initialisation géostatique de l'état de contrainte reliant les contraintes effectives :

$$\sigma_{zz}^{0} = \gamma.z; \sigma_{rr}^{0} = K_0.\sigma_{zz}^{0}; \sigma_{\theta\theta}^{0} = \sigma_{rr}^{0}; \tau_{rz}^{0} = 0. \quad (6.1)$$

où σ_{rr}^{0} et $\sigma_{\theta\theta}^{0}$ sont respectivement la contrainte radiale et orthoradiale, et γ, le poids propre du sol [4, 24, 272, 273].

Phase 2 : Effet d'installation du pieu

Dans la deuxième phase, les contraintes normales initiales dues à l'installation du pieu sont prises en compte. Dans, la littérature et en axisymétrie, on peut simuler l'effet de la mise en place de pieu selon 3 approches [30,280-282] :

- En augmentant arbitrairement la valeur des contraintes horizontales σ_{rr} initiales dans la zone autour de pieu (en jouant sur K_0) ;
- En appliquant un pré-chargement au pieu (le pieu est considéré élastique) ;
- En utilisant une valeur de déplacement radial pour simuler l'expansion.

On a adopté la dernière méthode selon la démarche suivante [272, 273, 276] :

- On applique un déplacement radial sur la partie de sol entrant en contact avec le pieu. Cela provoque une augmentation de champ de contraintes. En s'éloignant au fur et au mesure de l'interface pieu-sol on retrouve les valeurs de contraintes à l'état initiale.
- On récupère le nouveau champ de contrainte et les forces sur l'interface.

Ce déplacement imposé devait être choisi d'une part, pour récupérer le phénomène de remaniement de sol autour de pieu après battage, et d'autre part, lié au coefficient de frottement d'une telle manière d'approcher la limite expérimentale du frottement latéral. Il faut noter ici que, généralement dans la FEM, il est très difficile de simuler correctement les effets de l'installation du pieu.

Les conditions initiales induisent un champ de déplacement qui est ensuite annulé et l'état de contrainte initiale obtenu est introduit avec la première étape de chargement en tête des pieux.

Phase 3 : Arrachement du pieu :

L'essai de chargement en traction a été simulé en appliquant de manière progressive, un déplacement total v_0 à la tête du pieu (Figure 6.3). Le déplacement total appliqué (v_0 = 15mm sur le pieu de Plancöet et 6mm pour le pieu de Cran) est achevé en 50 incrément [24, 272, 273, 276].

Les résultats numériques obtenus (courbes charge-déplacement le long de fût du pieu) sont ensuite comparés aux résultats de mesure disponibles.

Les données expérimentales sont tracées par des carrés sur toutes les figures suivantes. Pour simuler le comportement de l'interface, deux modèles sont testés. Tout d'abord, le comportement de l'interface est simulé à l'aide de la loi de contact unilatérale classique avec frottement de Coulomb (équations 4.22, 4.23) et de la cohésion nulle (figure 6.5).

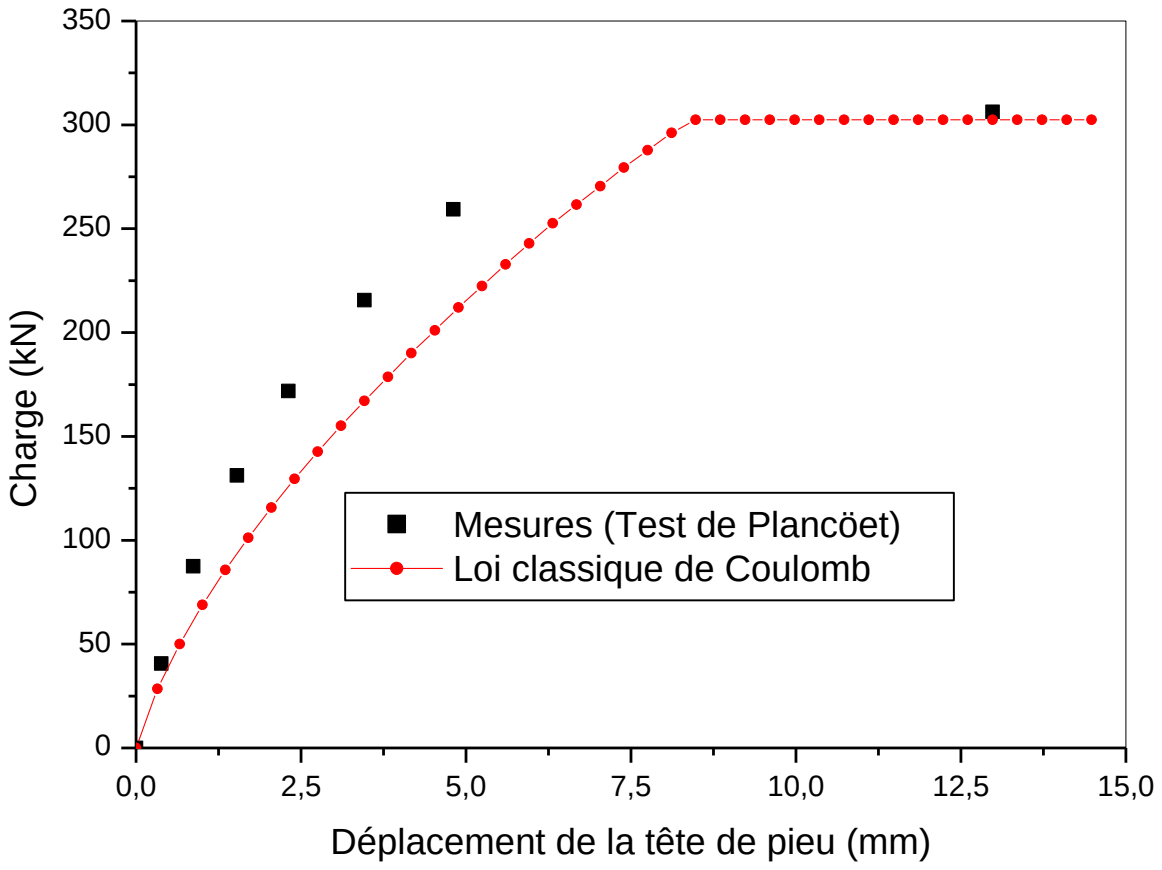


Figure 6.5 : *Résultats avec modèle de Coulomb classique*

L'analyse des courbes charge-déplacement ne montre pas un bon accord entre les courbes numériques et expérimentales. En effet l'erreur relative dépasse les 15%.

Dans la seconde étude, nous avons utilisé les modèles d'interfaces RCCM et bipotentiel présentés aux chapitres 4 et 5 pour modéliser le comportement d'interface pieu-sol. On se limite à la présentation des résultats obtenus par le modèle bipotentiel.

Ce modèle nécessite trois paramètres: l'énergie de décohésion (w), le coefficient de frottement (μ) et la raideur initiale normale (resp. Tangentielle) de l'interface C_n (respectivement C_t).

Les paramètres du modèle sont identifiés en comparant la courbe expérimentale correspondante et les résultats obtenus par des calculs par éléments finis. L'interface est analysée en considérant le comportement de cisaillement. Nous supposons d'abord que nous avons au niveau de l'interface pieu-sol, une adhérence complète ($\beta = 1$) et un déplacement ($u_n = u_t = 0$).

6.4 Identification des paramètres du modèle bipotentiel (C, w, μ et α)

Donnons maintenant quelques détails sur la phase d'identification des différents paramètres du modèle : bipotentiel. Les différents paramètres de la loi d'adhésion sont identifiés par recalage des courbes obtenues sur une série de simulations avec les courbes expérimentales. Autrement dit, la méthode d'identification est basée sur des estimations et des calculs effectués a priori sur ces paramètres, réalisés sur la courbe expérimentale correspondante [136].

L'identification est menée à partir des premières estimations des valeurs des paramètres issus soit de la littérature, soit des relevés de grandeurs caractéristiques sur les courbes expérimentales (figure 6.6). La plage de valeurs est donc définie pour les coefficients C, *w* et μ, où l'identification précise de ces paramètres sera effectuée. Ces valeurs sont ajustées par la suite, par une série de calculs menée avec des valeurs voisines et en minimisant l'écart entre la simulation numérique avec le modèle et les courbes expérimentales [95, 136, 277].

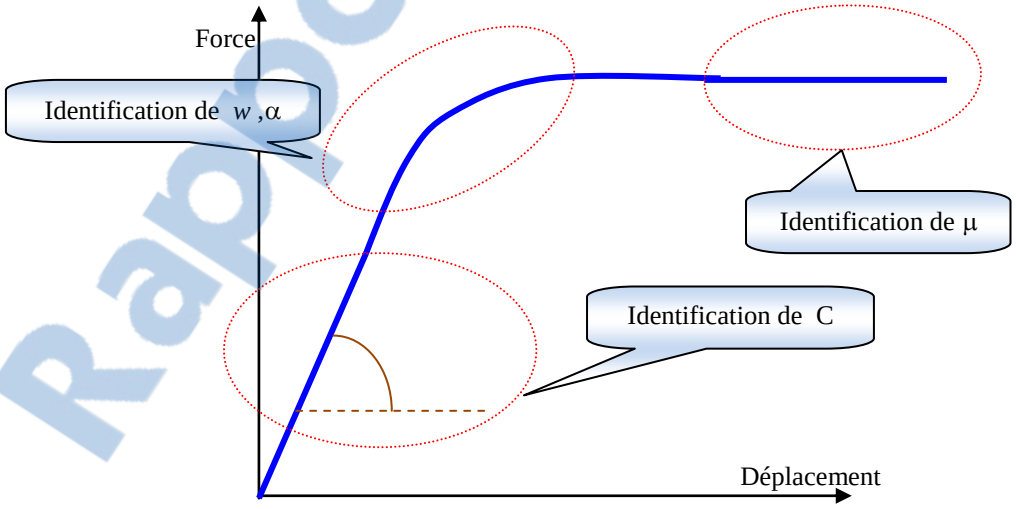


Figure 6.6 : *Identification des paramètres du modèle bipotentiel*

Rapport-Gratuit.com

Les différentes étapes de la procédure d'identification sont résumées comme suit :

- ***Raideurs initiales C_n et C_t*** : Premièrement, les raideurs initiales C_n (et C_t) seront identifiée. Elles sont déterminées à partir de la branche montante initiale (le comportement linéaire initial) de la courbe expérimentale. Pendant le chargement, l'élasticité normale ne sera pas impliquée et la composante normale u_n n'est pas activée. Cela signifie que la valeur de la raideur normale C_n n'a pas d'effets significatifs. Ainsi, le comportement cinématique de l'interface ne sera régi que par le déplacement tangentiel relatif $\boldsymbol{u_t}$. Par conséquent, seule la rigidité tangentielle C_t est identifiée et la même raideur de contact est considérée dans la direction normale (C_n).
- ***Energie de décohésion w*** : L'une des principales caractéristiques mécaniques du modèle bipotentiel est que l'endommagement de l'interface ne se produit que lorsque l'énergie élastique dépasse une valeur critique *w* (énergie de décohésion) [95, 136, 277]. Tant que ce seuil n'est pas atteint, l'adhésion reste complète et le comportement de l'interface est élastique avec les raideurs initiales C_n et C_t. Une fois la partie élastique des courbes expérimentales ajustée, l'énergie de décohésion *w* est obtenue en considérant la limite de contrainte du comportement élastique $\sigma_0 = \sqrt{w.C_n}$ où C est la raideur initiale préalablement calculée [95, 136, 277].
- ***Le coefficient de frottement μ*** : Dans le modèle proposé, l'adhérence et le frottement sont couplés. Ceci permet d'introduire progressivement le frottement lorsque l'adhérence diminue au moyen de la fonction *f (β),* et d'assurer une transition continue entre l'adhérence initiale et le glissement final par frottement. Dans la littérature, selon [24, 272, 273], la valeur du coefficient de frottement peut être prise comme: $\mu = tang(\delta)$ où δ l'angle de frottement à l'interface pieu-sol peut prise dans l'intervalle $\delta \in \left[\frac{2}{3}\varphi_s ; \frac{4}{3}\varphi_s\right]$ *avec* $\boldsymbol{\varphi_s}$ l'angle de frottement interne du sol. L'identification précise du coefficient sera effectuée dans cette plage de valeurs. Dans notre cas, nous avons pris $\boldsymbol{\varphi_s}$ = 35 ° [4, 30, 272, 273, 276].

Les paramètres utilisés dans ces simulations sont présentés dans le tableau 6.3. Dans cette étude, nous avons négligé l'effet de viscosité. Par conséquent, α sera pris égal à zéro. Il faut noter ici que dans tous les calculs effectués on a pris $f(\beta) = 1 - \beta$.

Tableau 6.3. : Paramètres du modèle bipotentiel

		Paramètres		
		Rigidté interfaciale C (kN/m^3)	Energie de décohésion w (J/m^2)	Coefficient de frottement μ
Test	Cran	2500	3.E-03	0.46
	Plancöet	10500	3.E-03	0.46

Les résultats des simulations d'essais d'arrachement du test PLANCOET et du test CRAN ont été présentés sur les figures 6.7 et 6.8.

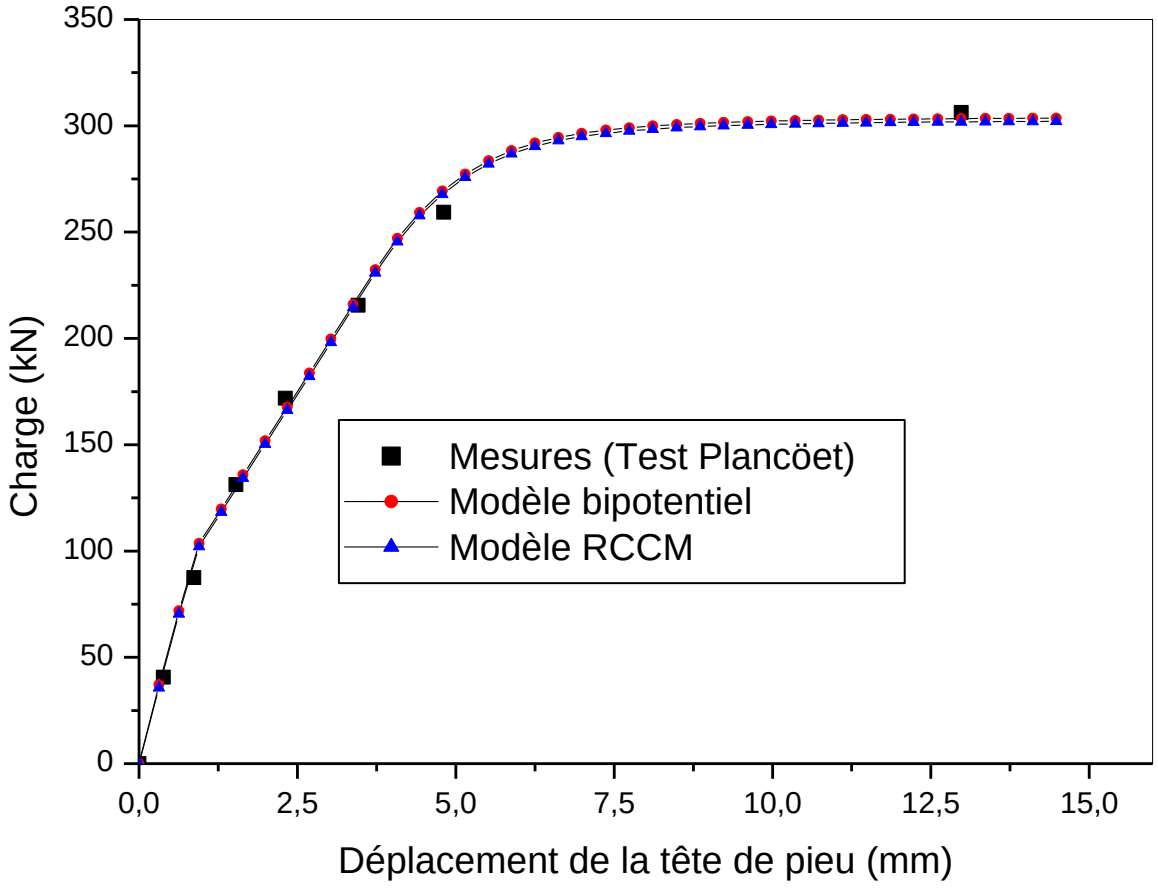


Figure 6.7 : *Simulation de l'essai de Plancoët*

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

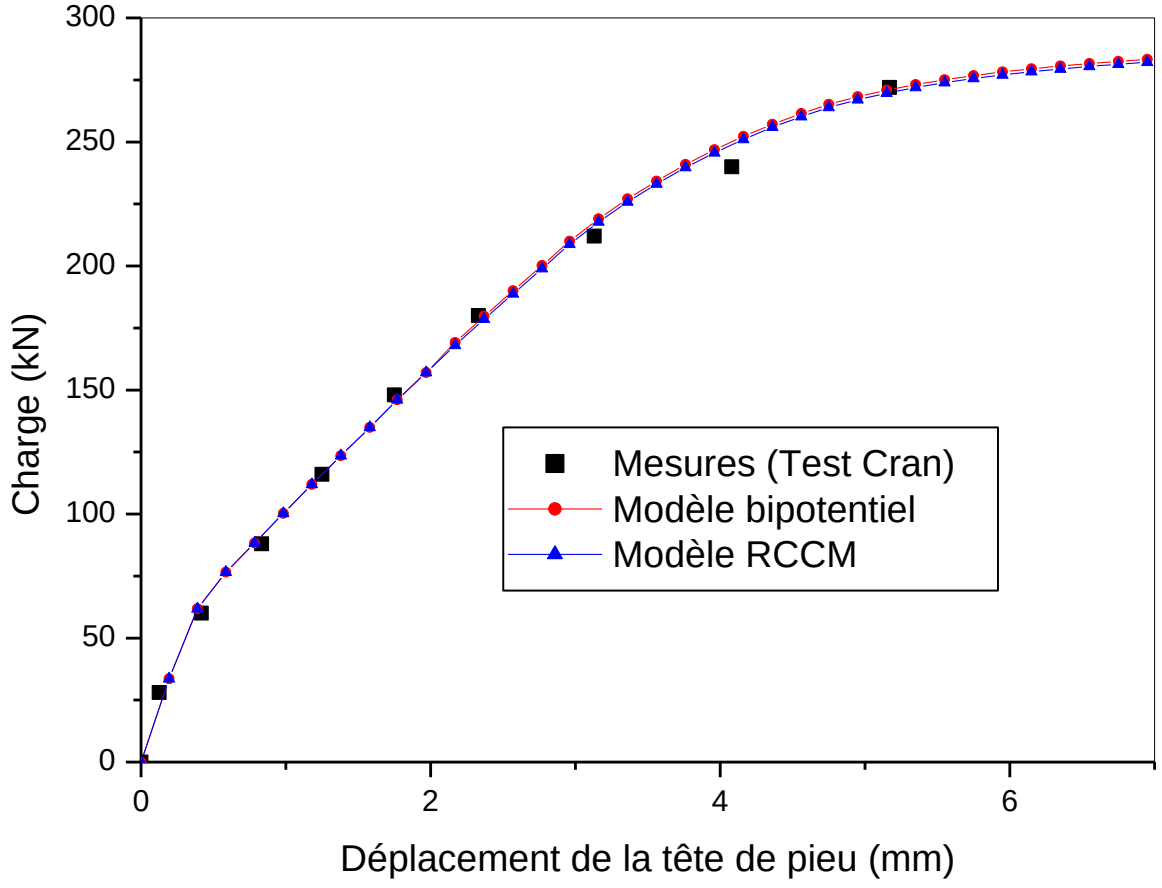


Figure 6.8 : *Simulation de l'essai de Cran*

Comme on peut le constater sur les figures 6.7 et 6.8, un niveau de concordance satisfaisant entre les résultats de la simulation et les résultats expérimentaux peut être noté, où l'erreur relative ne dépasse pas 5%.

La spécificité de modèle bipotentiel est le couplage du comportement adhésif tangentiel au frottement. Pour décrire plus précisément ce couplage, nous considérons le comportement en cisaillement de l'interface pieu-sol dans le cas du test de Plancöet (voir Figure 6.7).

Initialement, le système pieu-sol est considéré dans un état d'adhérence totale (β = 1) avec un déplacement nul ($u_n=0$, $u_t = 0$).

Sous l'effet de confinement résultant de l'installation du pieu, une réaction de contact normale R_n est générée à l'interface [30, 272, 273,283-285] et la limite de glissement est $\mu\|R_n\|$ car $u_n = 0$. Tant que la norme de la force tangentielle ($\|\boldsymbol{R_t}\|$) est inférieure à cette limite, les nœuds de contact formant l'interface ont un état de contact avec adhérence exprimé par la relation Eq. 4.85. Le glissement ne se produit pas ($\dot{\boldsymbol{u}}_t = \boldsymbol{0}$) [283-285].

Pendant l'arrachement (traction), et une fois la limite de glissement est atteinte, un déplacement tangentiel est déclenché et le pieu commence à glisser. A ce stade, une résistance adhésive ($R_{adh} = \int_{\Gamma_c} C\beta^2 u d\Gamma_c$) est activée, et nous avons un comportement élastique linéaire caractérisé par une pente $\boldsymbol{C_t}$: ($R_t = C_t.u_t.\beta^2$).

En continuant l'extraction de pieu, le déplacement tangentiel (u_t) devient suffisamment important, et donc l'énergie élastique ($(C_n u_n^2 + C_t \boldsymbol{u_t}^2)\beta$) dépasse la limite de l'énergie de décohésion *w*, ce qui signifie que la limite d'adhérence est atteinte (Eq. 4.85).

Au-delà de ce seuil, les liaisons adhésives se rompent et l'endommagement de l'interface commence. Il en résulte une diminution de l'intensité d'adhésion β ($\dot{\beta} \leq 0$) (Eq 4.86), et le frottement commence à agir (lorsque β tend vers zéro**,** $\mu.(1-\beta)$ tend progressivement vers μ). Nous aurons une réduction progressive des réactions adhésives (tend vers zéro) jusqu'à leur disparition complète.

Une fois l'interface est complètement endommagée et l'adhérence complètement rompue, l'intensité d'adhésion disparaît (β = 0), et le comportement de l'interface obéit à la loi de frottement classique de Coulomb présentée par Eqs 4.22 et 4.23.

6.5 Influence des paramètres du modèle d'interface

Suite à l'identification, nous avons effectué une étude paramétrique des coefficients C_n, C_t et *w* du modèle d'interface proposé afin d'examiner la sensibilité des résultats numériques aux différents paramètres et de mieux comprendre leur influence sur le comportement global l'interface pieu-sol lors de l'étude des courbes charge-déplacement. Cette étude relativement classique consiste à faire varier l'un des paramètres lorsque les autres sont fixes. Une étude similaire peut être trouvée dans [23].

a). Influence de la raideur de l'interface

Sur la figure 6.9 nous avons reporté les différentes courbes obtenues en faisant varier la raideur initiale normale (resp. Tangentielle) de l'interface C_n (respectivement C_t). Il ressort de ces courbes qu'une progression de C vers des valeurs de plus en plus grandes engendre une augmentation de la contrainte de rupture. Cela signifie que le comportement de l'interface devient plus fragile, et que la fissuration sera plus nette et plus avancée (changement de pente).

Selon les modèles RCCM et bipotentiel exposés dans les chapitres 3 et 4, les seuils de contraintes critique et de déplacement sont donnés en fonction de *C* et *w* [95, 136, 277]:

- Contrainte critique : $\sigma_c = \sqrt{w.C}$
- Déplacement critique : $u_c = \sqrt{w / C}$

Tant que la valeur critique u_c du glissement n'est pas atteinte, la contrainte critique augmente linéairement. Ensuite, pour des valeurs plus élevées de la raideur de l'interface "C", σ_c augmente tant disque u_c diminue, ce qui conduit à une décohésion brutale, localisée sur une longueur réduite.

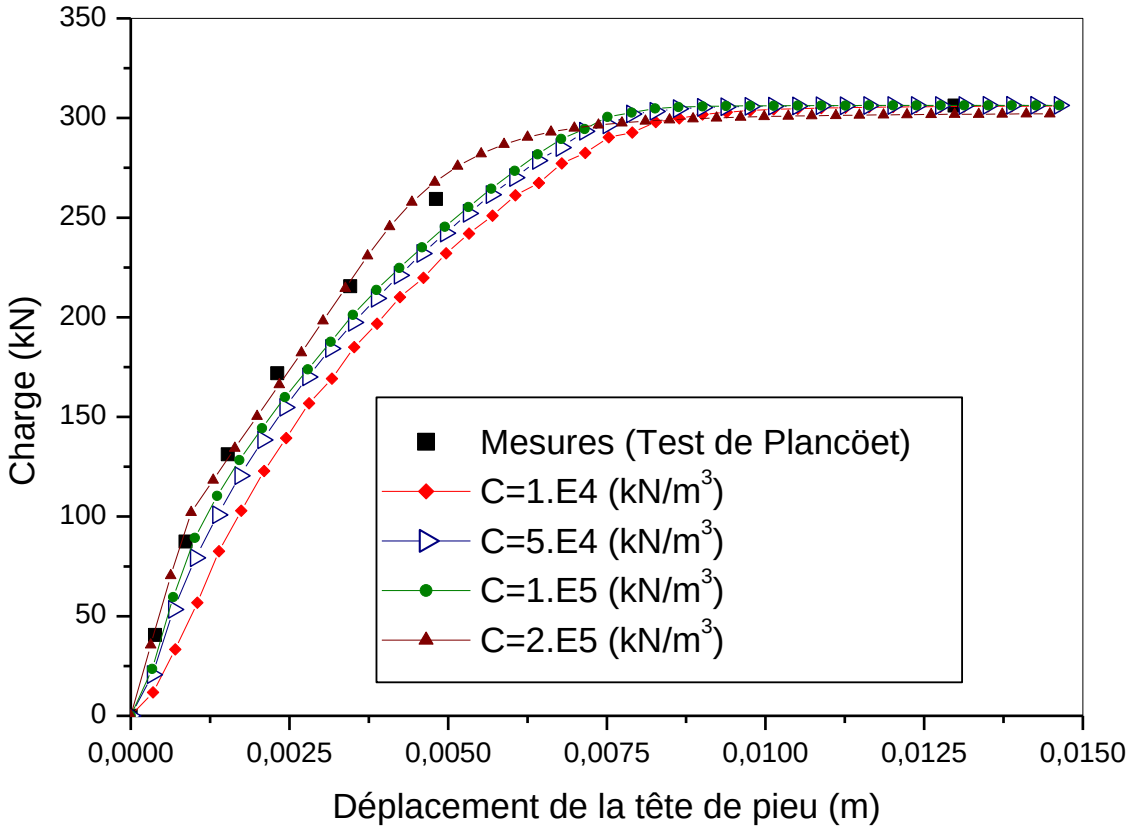


Figure 6.9 : *Influence de la rigidité initiale C_n et C_t*

b. Influence de l'énergie de décohésion w

Pour cette simulation, on conserve les mêmes valeurs des paramètres de la loi d'interface, comme le montre le tableau 6.3. Cependant, on ne peut que faire varier le paramètre *w* de l'énergie de décohésion. La figure 6.10 montre que l'augmentation de *w* retarde l'apparition du changement de raideur globale, sans affecter le reste de l'évolution (pentes parallèles). En d'autres termes, l'évolution de la fissure est identique quelles que soient les valeurs de seuil de l'énergie, mais elle est réalisée, à un niveau de force croissant avec *w*. En effet, le comportement avant décohésion est élastique linéaire et caractérisé par la valeur du coefficient de raideur initiale C (β = 1).

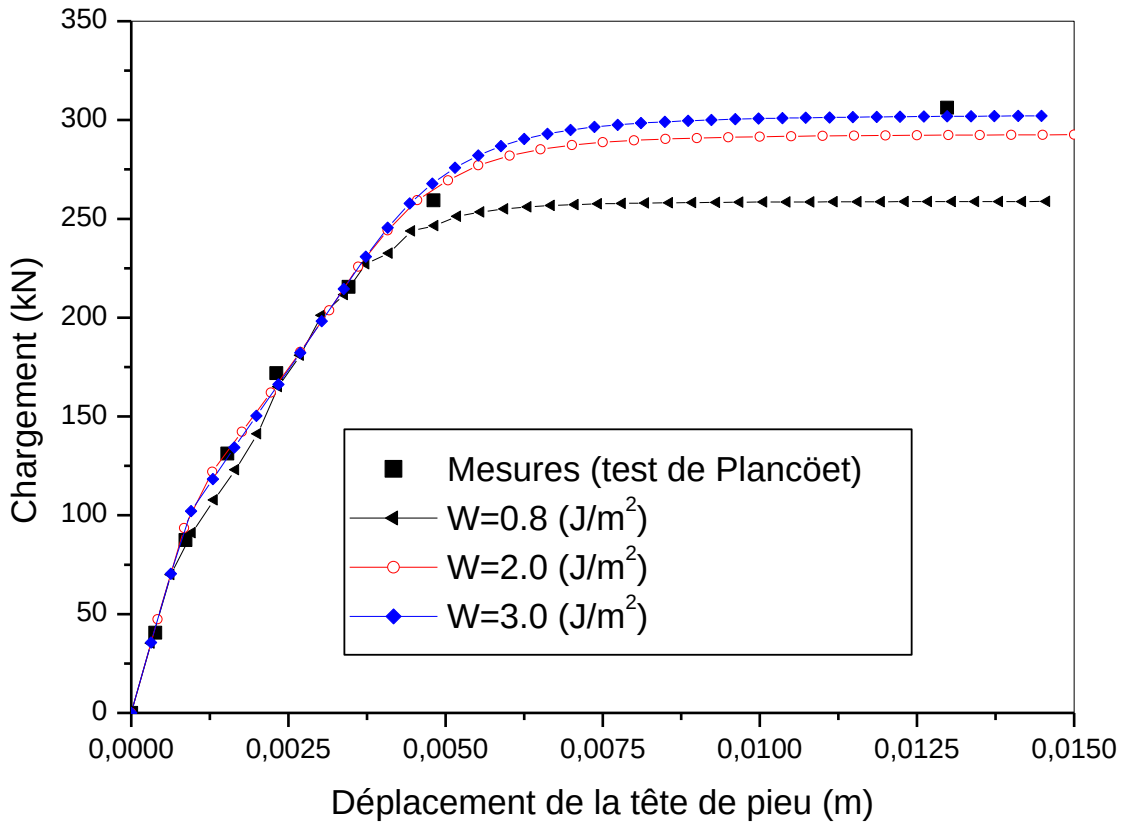


Figure 6.10 : Influence de l'énergie de décohésion

Les dommages à l'interface pieu-sol commencent lorsque l'énergie stockée dans la surface de contact atteint le seuil *w*, c'est-à-dire lorsque: $w = (C_n u_n^2 + C_t \boldsymbol{u}_t^2)\beta$. Ensuite, une augmentation de l'énergie de décohésion génère une poussée de la contrainte critique σ_c et du déplacement critique u_c. Cela conduit bien sûr à un retard de la fissuration de l'interface [277].

c. Influence du coefficient de frottement μ

Nous avons également examiné l'influence de la variation du coefficient de frottement μ sur le comportement de l'interface (figure 6.11). On peut noter que, lorsque le coefficient de frottement μ augmente, le seuil de décohésion est légèrement repoussé. Cependant, les valeurs élevées de μ contribuent essentiellement à augmenter la pente de la courbe, signe d'un glissement de plus en plus difficile.

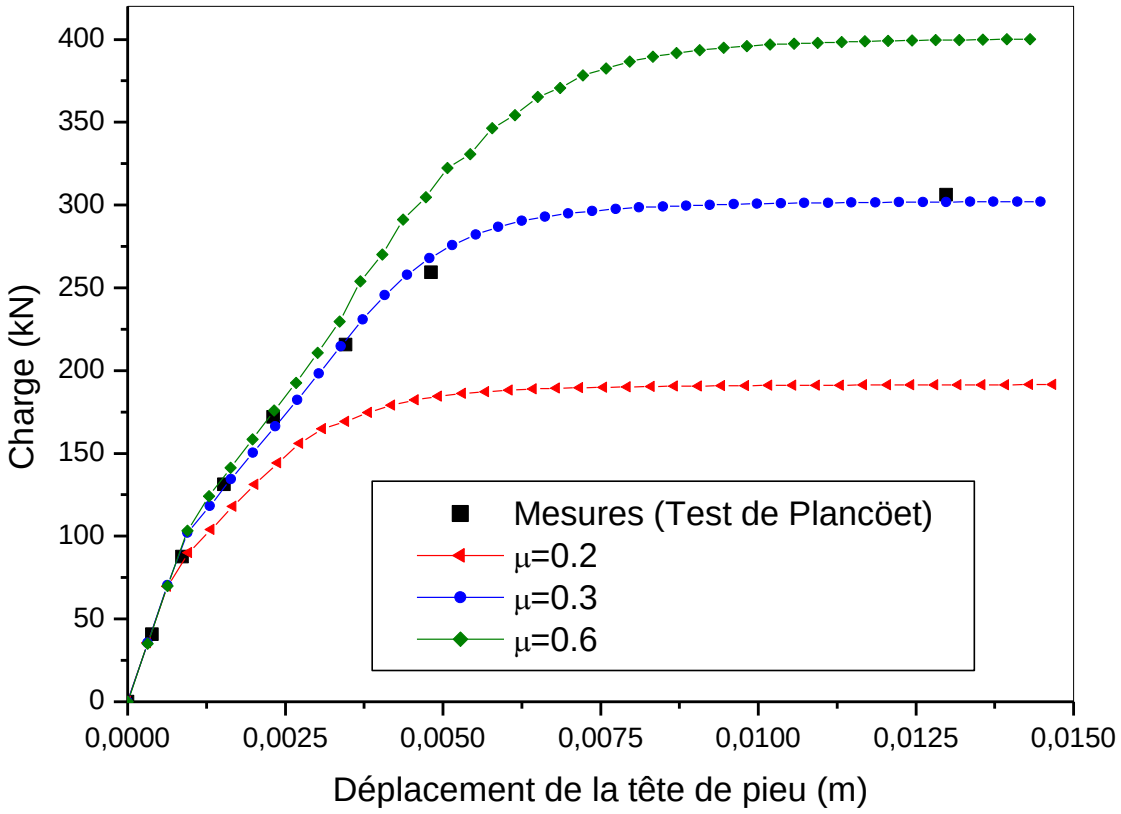


Figure 6.11 : Influence de coefficient de frottement

6.5 Conclusions

Nous avons présenté dans ce chapitre une simulation numérique du comportement de l'interface sol-structure dans le cas des pieux battus dans le sol et soumis à l'arrachement. En utilisant le modèle d'interface le bipotentiel développé et présenté au chapitre 4, des pieux battus dans des sols et soumis à l'arrachement ont fait l'objet d'une simulation numérique sous le code SYMEF et GYPTIS (modèle RCCM). Ces simulations ont été confrontées à des résultats expérimentaux obtenus et présentés par Frank.

Il ressort de cette étude numérique que:

- La comparaison entre l'expérimental et le numérique montre une très bonne concordance avec une allure générale des courbes sensiblement similaire à celles des réponses expérimentales. Globalement, nous pouvons déduire d'après ces résultats numériques que le modèle bipotentiel décrit bien le comportement au cisaillement étudié et gouverne le comportement sensible de l'interface. Ceci met bien en évidence l'aptitude du modèle choisi à prendre en compte le comportement mécanique réel de l'interface ;

- Les différentes simulations effectuées ont montré que les pieux étudiées présentent un comportement caractérisé par deux phases :
  - une première phase très rigide jusqu'à la rupture
  - une deuxième phase de glissement du pieu par rapport au sol.
- Une étude paramétrique a été également faite. Il a été remarqué que le comportement de l'interface pieu-sol est toujours sensible aux variations des paramètres du modèle bipotentiel;
- Le modèle bipotentiel et le code SYMEF se sont montrés capables de modéliser le comportement de l'interface pieu-sol, surtout dans le cas d'un comportement élastique de sols.

Conclusion générale

Dans ce travail, un modèle d'interface a été présenté permettant de coupler les conditions de contact unilatéral, de frottement de coulomb et d'adhérence. Les lois de comportement locales sont déduites de considérations thermodynamiques en s'appuyant sur hypothèse de surface matérielle pour la zone de contact.

Cette loi de contact est multivoque et à la différence des lois dissipatives classiques, elle ne vérifie pas la règle de normalité. Nous avons utilisé le formalisme des Matériaux Standards Implicites. Celui-ci nous a permis d'écrire la loi de contact en utilisant un bipotentiel. Une telle formulation nous a permis à abandonner l'idée d'une séparation en deux pseudo-potentiels duaux et postuler l'existence d'une fonction unique des variables duales appelée bipotentiel, biconvexe et satisfait à une seule inégalité généralisant celle de Fenchel. De plus, la nouvelle formulation a permis d'écrire les lois constitutives des interfaces cohésives sous forme de lois normales implicites. Cette écriture est importante car elle permet d'utiliser les outils de l'analyse convexe pour démontrer l'existence de la solution en se basant sur les principes de minimum et la mise en place d'algorithmes de résolution.

A partir de ce formalisme, on a proposé une modélisation couplant, à la fois le contact unilatéral et le frottement sec de Coulomb avec prise en compte de l'adhérence. Le nouveau bipotentiel est formulé sur la base du modèle d'interface adhésive RCCM développé par Raous et son groupe de chercheurs. On a pu montrer que les lois de contact adhésif dérivent du bipotentiel formulé.

A travers les différents exemples présentés et la comparaison entre les différents temps de calcul, il ressort de cette étude que les résultats obtenus par le modèle bipotentiel implémenté dans le code SYMEF, présente de grandes concordances avec les résultats du modèle RCCM. De plus, le modèle bipotentiel s'est montré plus rapide dans la majorité des exemples traités avec le même nombre d'itérations sur l'intensité de l'adhérence (β) que le modèle RCCM.

Les comparaisons entre les résultats expérimentaux et les simulations numériques, observées en ce qui concerne les courbes charge-déplacement vertical en tête des pieux pour l'essai d'arrachement, ont révélé la réponse satisfaisante du modèle d'interface pour ce test. Globalement, on peut déduire de ces résultats numériques que le modèle RCCM et le modèle bipotentiel décrivent bien le comportement de cisaillement étudié et régit le comportement sensible de l'interface. Un résultat important de cette étude est que la prise en compte d'un comportement élastique du sol peut ne pas affecter les résultats si l'interface pieu-sol est modélisée de façon réaliste. Ce résultat est en accord avec les remarques rapportées par Frank et Boulon. Ceci met en évidence la capacité du modèle choisi à prendre en compte le comportement mécanique réel de l'interface.

L'étude présentée nécessite certainement des améliorations, mais constitue cependant une première approche pour les développements futurs. Plusieurs points restent à améliorer tels que les lois de comportement des sols naturels, l'effet d'installation de pieux et l'état initial des contraintes dans le sol, ainsi que la prise d'un coefficient de frottement variable au niveau de l'interface.

Ces points peuvent faire l'objet d'études approfondies en utilisant une formulation bipotentielle. Aussi la prise en compte des conditions des ouvrages dans leurs environnements est très utile. On citera dans ce contexte, les conditions saturées ou partiellement saturées au voisinage des ouvrages. Bien entendu, ce type de modèle multiphysique avancé est un objectif pertinente malgré la complexité du modèle qui en découle et la forte non linéarité qui peut rendre difficile la simulation des phénomènes fortement couplés.

Rapport-Gratuit.com

Annexe A

Quelques résultats d'analyse convexe

Dans cette annexe, on se propose de rappeler quelques définitions et propriétés d'analyse convexe utilisées dans les chapitres 4 et 5. Pour plus de détails le lecteur pourra se reporter à [171] et [185].

Soient **A** un espace vectoriel réel, mis en dualité avec un espace vectoriel réel **B** par une forme bilinéaire:

$$A \times B \rightarrow \Re\ ;\ (x,y) \rightarrow x.y \tag{A.1}$$

avec $x \in A$ et $y \in B$.

1. Fonction convexe:

Soit f une fonction à variable dans **A** et à valeur réelle pouvant prendre les valeurs $-\infty$ et $+\infty$. On dit que $f(x)$ est convexe si:

$$\forall\ x_1, x_2 \in A, \forall \lambda \in [0,1] \text{ on a } f(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2) \leq \lambda f(x_1) + (1-\lambda) f(x_2) \tag{A.2}$$

2. Ensemble convexe:

Un ensemble $\boldsymbol{K} \subset \boldsymbol{A}$ est dit convexe si pour tout couple x_1, x_2 d'élément de $\boldsymbol{K}$, le segment $[x_1, x_2]$ est inclus dans $\boldsymbol{K}$. En d'autre termes:

$$\forall\ x_1, x_2 \in K, \forall \lambda \in [0,1] \text{ on a } \lambda x_1 + (1-\lambda)x_2 \in K \tag{A.3}$$

3. Sous-différentiel:

Si la fonction f est différentiable en x, on peut définir son gradient tel que:

$$\frac{\partial f(x)}{\partial x}.\delta x = \lim_{\lambda \to 0^+} \frac{f(x+\lambda\delta x) - f(x)}{\lambda} \tag{A.4}$$

Alors la condition de convexité (A.3) peut être exprimé de manière équivalente par :

$$\forall\ x_1, x_2 \in A,\ f(x_2) - f(x_1) \geq \frac{\partial f(x_1)}{\partial x}.(x_2 - x_1) \tag{A.5}$$

Si f est une fonction convexe non dérivable en un point x_1 , alors on définit des sous-gradients $y \in B$ de f en x_1 tel que:

$$\forall\, x_1, x_2 \in A, \exists y \in B,\ f(x_2) - f(x_1) \geq y.(x_2 - x_1) \tag{A.6}$$

Toute solution *y* de l'inéquation (A.6) est un sous-gradient. L'ensemble de ces sous-gradients définit le sous-différentiel de *f* en x_1 et est noté $\partial f(x)$:

$$\partial f(x_1) = \{ y \,/\, \forall x_2 \in A,\ f(x_2) - f(x_1) \geq y.(x_2 - x_1) \} \tag{A.7}$$

Dire que *y* est un sous-gradient de *f* en x_1 (inéquation variationelle A.6) s'écrit:

$$y = \partial_x f(x_1) \tag{A.8}$$

(A.8) s'appelle une inclusion différentielle. Il faut noter ici que

- le sous-différentiel de *f* en *x* est un ensemble convexe
- Si *f* est dérivable en *x*, le seul sous-gradient est le gradient (A.4) de la fonction *f*.

4. Fonction indicatrice:

Soit $\boldsymbol{K} \subset \boldsymbol{A}$ un ensemble convexe fermé. On définit une fonction $I_K(x)$, dite fonction indicatrice de l'ensemble convexe ***K*** tel que:

$$\begin{cases} I_K(x) = 0 & \text{si } x \in K \\ I_K(x) = +\infty & \text{si } x \notin K \end{cases} \tag{A.9}$$

D'autre part, on a pour $x \in \boldsymbol{K}$:

$$\partial I_K(x) = \{ y \text{ tel que } \forall u \in K,\ y.(u - x) \leq 0 \} \tag{A.10}$$

Si x appartient à l'intérieur de ***K*** alors, $\partial I_K(x) = \{0\}$. Par contre si *x* est sur la frontière de ***K***, $\partial I_K(x)$ est la normale sortante à ***K*** en point *x*.

5. Transformé de Legendre-Fenchel

Soit *f(x)* une fonction convexe définie sur **A**. La transformée de Legendre-Fenchel de *f* (ou encore la conjuguée de *f*), notée f^*, est définie sur **B** par:

$$f^*(y) = \underset{x \in A}{Sup} \{ y.x - f(x) \},\ \forall y \in B \tag{A.11}$$

Par conséquent, nous avons l'inégalité suivante dite inégalité de Fenchel:

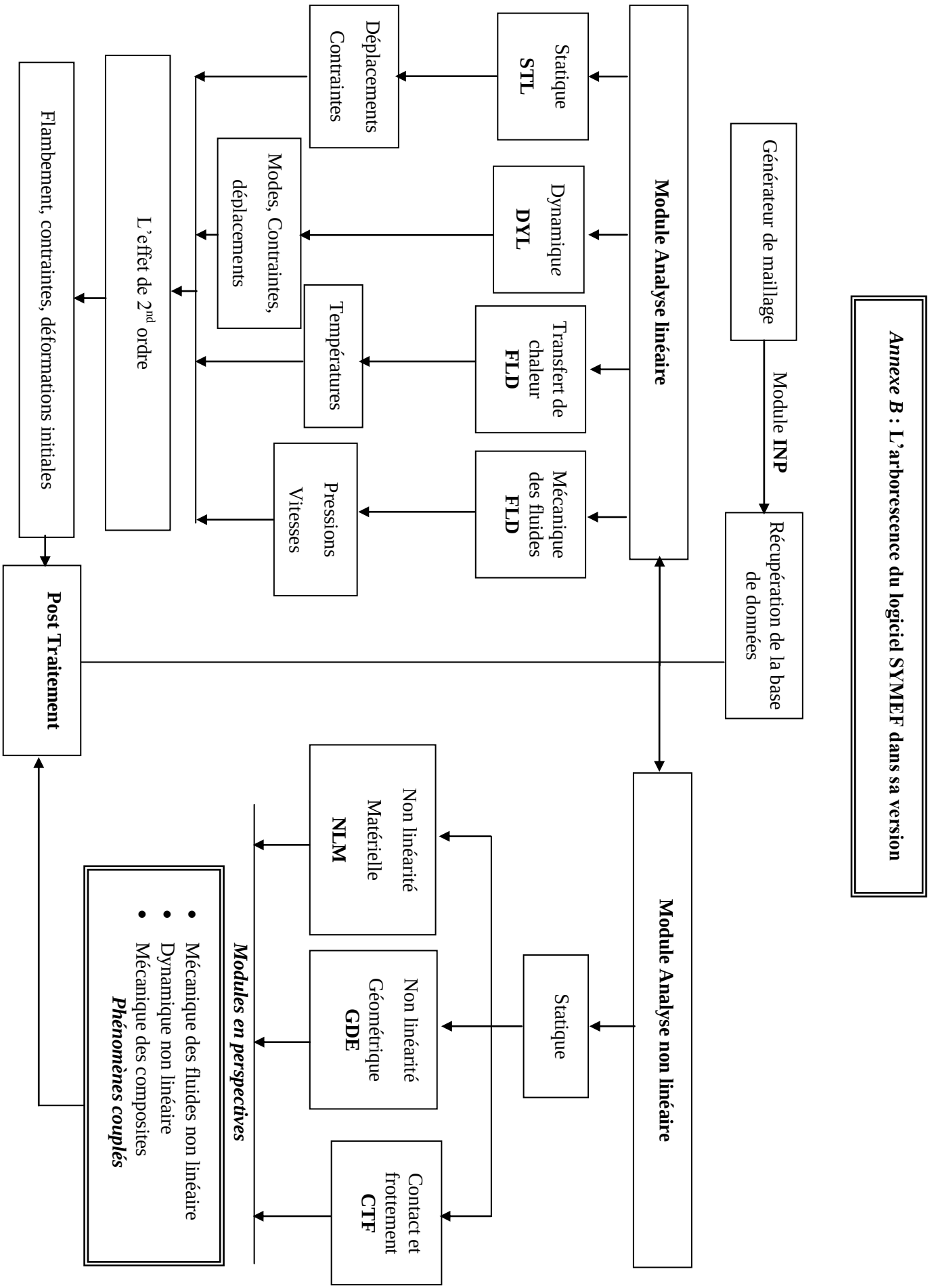
$$f(x) + f^*(y) \geq y.x \quad \forall x \in A, \forall y \in B \tag{A.12}$$

Si l'égalité (A.12) est atteinte, le couple (*x*, *y*) est dit extrémale. On aura alors les résultats suivants:

$$\begin{aligned} y \in \partial f(x) &\Leftrightarrow f(x) + f^*(y) = y.x \\ x \in \partial f^*(y) &\Leftrightarrow f(x) + f^*(y) = y.x \end{aligned} \tag{A.13}$$

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES


Annexe B : L'arborescence du logiciel SYMEF dans sa version
Générateur de maillage
Module INP
Récupération de la base de données
Module Analyse linéaire
Statique STL
Dynamique DYL
Transfert de chaleur FLD
Mécanique des fluides FLD
Déplacements Contraintes
Modes, Contraintes, déplacements
Températures
Pressions Vitesses
L'effet de 2nd ordre
Flambement, contraintes, déformations initiales
Post Traitement
Module Analyse non linéaire
Statique
Non linéarité Géométrique GDE
Non linéarité Matérielle NLM
Contact et frottement CTF
Modules en perspectives
Mécanique des fluides non linéaire
Dynamique non linéaire
Mécanique des composites
Phénomènes couplés

Références bibliographiques

[1] Kurtz. J.P Dictionnaire du Génie Civil, Français-Anglais, Conseil international de la langue française [PUF], Paris. 1997

[2] Nasib F. Nuseibeh B. S., Pile foundation, behavior and analysis of a pile under axial and lateral loads, These doctorat, université de TEXAS AT EL PASO, 1980

[3] Frank. R. Calcul des fondations superficielles et profondes. Technique de l'ingénieur, LCPC, 1999

[4] Mestat P., Prat M. Ouvrages en interaction. Emploie des éléments finis en Génie Civil. AFPC, Hermes Science Publications. ,1999

[5] Bouafia A., Calcul pratique des fondations et des soutènements, OPU, 2009

[6] Reiffsteck P., Cours de fondation des ouvrages, LCPC, Paris France 2010

[7] Budhu M. Soil mechanics and foundations, Ed. Jhon Willey and sons, 2011

[8] Sibille, L., Bases de la Géotechnique , IUT1, Grenoble, France 2017

[9] Christin J., Système de fondation sur pieux bois : une technique millénaire pour demain, Thèse de doctorat, Université Paris-Est, France, 2013.

[10] Bowles J., P.E, S.E, Foundation analysis and design, McGRAW-HILL edition, 1997

[11] Murthy V. N. S., Geotechnical Engineering: Principles and practices of soil mechanics and foundation engineering, Marcel Decker INc., 2003

[12] Terzaghi K., Peck R. B., Mesri G., Soil mechanics in engineering practice, John Willey & Sons, INC, 1996

[13] Bousquet. P, Matériel et outillage de chantier, pieux et palplanches, 1996

[14] Tomlinson M. J., Pile design and construction practice, E & FN SPON, 1994

[15] Ruwan Rajapakse, Pile Design for Structural and Geotechnical Engineers, Butterworth-Heinemann; 2007

[16] Poulos H. G., Davis E. H., Pile Foundation Analysis and Design, John Wiley and Son, 1980

[17] Phlipponat G., Hulbert B. Fondations et ouvrages en terre. Eyrolles, Paris,2003

[18] Hurtado J., 'Le nouveau DTU 13.2:fondations profondes et ses applications en matière de calcul', Annales de ITBTP France, 1984

[19] Calvente R. M., Méthodologie de contrôle en places des micropieux à partir d'essais dynamiques, Thèse de doctorat, Université Blaise Pascal, Clermont II, France, 2014.

[20] LCPC, Contrôle de l'intégrité des éléments de fondations profondes de structures de génie civil et de bâtiment. Pieux forés, barrettes et parois moulées, Guide technique, IFSTTAR, 2016

[21] Atkinson J., The mechanics of soils and foundations, Taylor & Francis, 2007

[22] Stuckrath Martinenghi L., A study of pile behavior in different soil types including installation effects, These doctorat, EPFLausane, Suisse 1992

[23] Khelifi Z., Modélisation du comportement d'un pieu isolé sous charges latérales par un modèle de contact, Mémoire de Magistère, Université de Béchar, Algérie 2010

[24] Frank R., Mestat P., Aspects expérimentaux et numériques du frottement unilatéral des pieux, Mec. Ind. (2000) 1, 651–666

[25] Benzaria O., Contribution à l'étude du comportement des pieux isolés sous chargement cycliques axiaux, Thèse de doctorat, Université Paris-Est, France 2012.

[26] Estephan R. Contribution aux méthodes de calcul des groupes et des réseaux de micropieux', Thèse de doctorat LCPC, Paris, 2003

[27] Nkemitag M., Simulation par la méthode des éléments finis du comportement des pieux dans les sables, Thèse de doctorat, Université de Laval 2001

[28] De Gennaro V., Frank R. , Modélisation de l'interaction sol-pieu par la méthode des éléments finis, Bulletin de LCPC, 4552, pp. 107-133, 2005

[29] Bakkour AZ., 'Comportement des fondations profondes sous charges: Aspects structuraux et géotechniques', Thèse de doctorat, Montréal 2008

[30] Said I., Comportement des interfaces et modélisations des pieux sous charges axiales, Thèse de doctorat, LCPC Paris 2006

[31] Said I., De Gennaro V., Frank R., Axisymmetric finite element analysis of pile loading test, Comput. And Geotech. Article in press 2008

[32] Bencheikh B., Interaction sols-structures: Modélisation et résolution numérique, Thèse UST Lille, France, 1991

[33] Boulon M., Basic features of soil structure interface behaviour, Computers and Geotechnics, N.7, (1989) 115-131

[34] Boulon M., Le comportement d'interface sol-structure: aspects expérimentaux et numériques, Rev. Franç. Géotech. N.54 , (1991) 27-37

[35] Bolton Seed H., Lysmer J.; Soil-structure interaction analyses by finite elements - State of the art, Nuclear Engineering and Design 46 (1978) 349-365.

[36] Siriwardane H. J.; Nonlinear soil-structure interaction analysis of One-Two, and Three dimensional problems using finite element method, PH.D Virginia Polytechnic Institute and state University, 1980

[37] Medina-Melo F. G., Modeling of soil-structure interaction by finite and infinite elements, PH.D University of California, Berkeley, 1981

[38] Faruque M. O., Development of a generalized constitutive model and its implementation in soil-structure interaction, PH.D University of Arizona, 1983

[39] Sengara W., Finite element and experimental study of soil-structure interfaces, Ph.D. University of Wisconsin-Madison, 1992

[40] Zeghal M., Modeling of sand-structure interfaces, Ph.D. University of Wisconsin-Madison, 1993

[41] Viladkar M.N., Godbole P.N., Noorazei J., Modeling of interface for soil-structure interaction studies, Comp. & Struc. Vol 52, N.4 (1994) 765-779

[42] Desai C.S., Rigby D.B., Modelling and testing of interfaces, Studies in Applied Mechanics,N.42, (1995) 107-125

[43] Zaman M., Avappillai A., Soil Structure Interfaces: Experimental aspects, Studies in Applied Mechanics,N.42, (1995) 127-145

[44] Boulon M., Garnica P., Vermeer P.A., Sol-structure interaction: FEM Computation, Studies in Applied Mechanics,N.42 ,(1995) 147-171

[45] Hu L., Pu J., Testing and Modeling of Soil-Structure Interface, J. Geotech. Geoenviron. Eng. Vol.130, N.8, (2004) 851-860

[46] Zhang G., Zhang J., State of the art: Mechanical behavior of soil-structure interface, Progress in Natural Science, Vol.19, N.10,(2009) 1187-1196

[47] Li Y.K. , Han X.L., Ji J., Behavior of Interfaces between Granular Soil and Structure: A State-of the-art Review, The Open Civil Engineering Journal, N.9, (2015) 213-223

[48] Goodman R., Taylor RL., Brekke TL.,A model for the mechanics of jointed rock, Journal of Soil Mechanics and Foundation Engineering Division ASCE, 94, (1968) 637-659.

[49] Day R.A., Potts D.M., Zero thickness interface elements—numerical stability and application, International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, Vol.18,(1994) 689-708

[50] Desai CS., Zaman M., Lightner JG. , Siriwardena HG., Thin-layer elements for interfaces and joints, International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geome-chanics, 8,(1984) 19-43.

[51] Pande GN., Sharma KG., On joint/interface elements and associated problems of numerical ill-conditioning. Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech, Vol.3, (1979) 293-300.

[52] Zaman M., Evaluation of thin layer element and modelling of interface behaviour in soil-structure interaction. Proc of 5th Int. Conf. on Num. Meth. In Geomech. Nagoya, 1-5 April 1985, pp.1797-1803.

[53] Zaman M., Influence of interface behavior in dynamic soil-structure interaction problems, Ph.D. University of Arizona, 1982

[54] Desai CS., Ma Y., Modelling of joints and interfaces using the disturbed state concept. International Journal For Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, Vol.16, (1992) 623-653.

[55] Sharma KG., Desai CS., Analysis and implementation of thin-layer element for interfaces and joints, J. Eng. Mech. Vol.118, N.12, (1992) 2442-2462.

[56] Hohberg JM., Schweiger H., On the penalty behavior of thin-layer elements. In: Proceedings of the 4th international symposium on numerical models in geomechanics (NUMOG IV), Swansea, United Kingdom; 1992.

[57] Ng PCF., Pyrah IC., Anderson WF., Assessment of three interface elements and modification of the interface element in CRISP90. Computers and Geotechnics,Vol.21 N.4, (1997) 315-339.

[58] De Gennaro V. Etude du comportement mécanique des interfaces sol-structure. Application à l'analyse du comportement des pieux. PhD thesis, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris, France; 1999.

[59] Karabatakis DA., Hatzigogos TN., Analysis of creep behaviour using interface elements, Computers and Geotechnics Vol.29, N.4, (2002) 257–277.

[60] DE GENNARO V., FRANK R., Modélisation de l'interaction sol-pieu par la méthode des éléments finis. Bull. de Liaison des Laboratoire des Ponts et Chaussées, Vol.256-257, (2005)107-133.

[61] Segura JM., Carol I., Zero-thickness interface elements for hydraulic fracture simulation, Anales de mecánica de la fractura Vol.20, (2003) 143-148.

[62] Qian X., Yuan H., Li Q., Zhang B., Comparative Study on Interface Elements, Thin-Layer Elements, and Contact Analysis Methods in the Analysis of High Concrete-Faced Rockfill Dams, Journal of Applied Mathematics, Vol. 2013, 2013

[63] Nguyen VP., An open source program to generate zero-thickness cohesive interface elements, Advances in Engineering Software N74,(2014)27–39.

[64] Stutz H., Wuttke F., Benz T.; Extended zero-thickness interface element for accurate soil–pile interaction modelling, 8th European Conference on Numerical Methods in Geotechnical Engineering, Delft, The Netherlands; June/2014

[65] Katona MG., A simple contact-friction interface element with applications to buried culverts. Int. J. Numer. Analyt. Meth. Geomech., Vol.7,(1983)371-384.

[66] Mabsout ME., Reese LC., Tassoulas JL., Study of pile driving by finite-element method, J. Geotech. Engrg., Vol.121, N7,(1995) 535–543.

[67] Villard P., Modelling of interface problems by the finite element method with considerable displacements, Comput. And Geotech., Vol.19, N1, (1996) 2345

[68] De Gennaro V., Frank R., Elasto-plastic analysis of the interface behaviour between granular media and structure, Computers and Geotechnics Vol.29, N7, (2002)547-572

[69] Sheng D. , Dieter Eigenbrod K., Wriggers P. , Finite element analysis of pile installation using large-slip frictional contact, Comput. And Geotech., 31, (2005)17-26.

[70] Sheng D., Wriggers P., W. S. Sloan, Improved numerical algorithms for frictional contact in pile penetration analysis, Comput. And Geotech., 33, (2006), 341-354

[71] Sheng D., Sun D., Matsuoka H., Cantilever sheet-pile wall modeled by frictional contact, Soils and foundations Vol.46, N1, (2006)29-37

[72] Sheng D. , Frictional contact for pile installation, IUTAM Symp. Comput. Contact Mecha. Peter Wriggers eds. Springer, pp. 239-255, 2007

[73] Sheng D., Wriggers P.; S. W. Sloan, Application of Frictional Contact in Geotechnical Engineering, Int. J. Geomech. Vol.7, N.3,(2007)176-185.

[74] Sheng D.,Yamamoto H., Wriggers P., Finite element analysis of enlarged end piles using frictional contact, Soils and Foundations Vol.48, N1,(2008)1–14.

[75] Fischer K.A., Sheng D., Abbo AG., Modeling of pile installation using contact mechanics and quadratic elements, Computers and Geotechnics, Vol. 34, N.6,(2007) 449-461

[76] J. Ninic, J. Stascheit and G. Meschke, Beam–solid contact formulation for finite element analysis of pile–soil interaction with arbitrary discretization, Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech. Vol. 38:1453–1476, 2014

[77] H. A. Taleb, A. Berga, Finite element analysis of slope stability reinforced with pile, International Review of Civil Engineering (I.RE..C.E), Vol 8 (Issue 1): 25-33, 2017

[78] GORYACHEVA I. G., Contact mechanics in tribology, Kluwer Academic Publishers , London, 1998

[79] D. FRANCOIS, A. PINEAU, A. ZAOUI, Comportement mécanique des matériaux, Hermes Edition, Paris, 1995

[80] D. A. DILLARD, A. V. POCIUS, The mechanics of adhesion, ELSEVIER, Paris,2002

[81] J.N. ISRAELACHVILI, Intermolecular and Surface Forces, 2nd edition, Academic Press, London, 1992

[82] J.N. ISRAELACHVILI, Interfacial forces, Journal of Vaccum Science and Technology A, 10 pp. 2961–2971, 1992

[83] K. KENDALL, Molecular adhesion and its application, Kluwer Academic Publishers, New York, 2001

[84] K. L. JOHNSON, Mechanics of adhesion, Tribology International Vol. 31, No. 8, pp. 413–418, 1998

[85] D.S. DUGDALE, Yielding of steel sheets containing slits, J. Mech. Phys. Solids 8, 100–104, 1960.

[86] G.I. BARENBLATT, The mathematical theory of equilibrium cracks in brittle fracture, Adv. Appl. Mech. 7, 55–129, 1962

[87] A. NEEDLEMAN, A continuum model for void nucleation by inclusion debonding, J. Appl. Mech. 54, pp. 525–531, 1987

[88] A. NEEDLEMAN, An analysis of tensile decohesion along an interface, J. Mech. Phys. Solids 38 (3) ,pp. 289–324, 1990

[89] A. NEEDLEMAN, Micromechanical modeling of interfacial decohesion, Ultramicroscopy 40, pp. 203–214, 1992

[90] A. NEEDLEMAN, A.J. ROSAKIS, The effect of bond strength and loading rate on the conditions governing the attainment of intersonic crack growth along interfaces, J. Mech. Phys. Solids 47 pp.2411–2449, 1999

[91] V. TVERGAARD, Effect of fiber debonding in a whisker-reinforced metal, Math. Sci. Engrg. A 125, pp.203–213, 1990.

[92] V. TVERGAARD, J.W. HUTCHINSON, The relation between crack growth resistance and fracture process parameters in elastic–plastic solids, J. Mech. Phys. Solids 40, pp. 1377–1397, 1992

[93] V. TVERGAARD, J.W. HUTCHINSON, Effects of strain-dependent cohesive zone model on prediction of crack growth resistance, Int. J. Solids Struct. 33, pp.3297–3308, 1996.

[94] X.-P. XU, A. NEEDLEMAN, Numerical simulations of fast crack growth in brittle solids, J. Mech. Phys. Solids 42 (9), pp.1397–1434, 1994.

[95] M. RAOUS, L. CANGÉMI, M. COCOU, A consistent model coupling adhesion, friction and unilateral contact, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 177, pp.383–399, 1999.

[96] M. RAOUS, Y. MONERIE, Unilateral contact, friction and adhesion: 3D cracks in composite materials, in: J.A.C. Martins, M.D.P. Monteiro Marques (Eds.), Contact Mechanics, Kluwer, Dordrecht, pp. 333–346, 2002.

[97] Y. MONERIE, Fissuration des matériaux composites : rôle de l'interface fibre/matrice, Thèse doctorat, Université. Provence, Marseille, 2000.

[98] J.-L.CHABOCHE, F. FEYEL, Y. MONERIE, Interface debonding model: a viscous regularization with a limited rate dependency, Int. J. Solids Struct. 38 (18), pp.3127–3160, 2001.

[99] C. TALON, A. CURNIER, A model of adhesion coupled to contact and friction, Eur. J. Mech. A/Solids 22, pp.545–565, 2003.

[100] C. TALON, Couplage d'une loi d'adhésion à une loi de contact avec frottement pour l'étude de la décohésion dans les matériaux composites, These EPF Lausanne, 2001.

[101] J.C. MICHEL, P. SUQUET, An analytical and numerical study of the overall behavior of metal-matrix composites, Model. Simul. Mater. Sci. Eng. 2, pp. 637–658, 1994

[102] O. ALLIX, P. LADEVÈZE, A. CORIGLIANO, Damage analysis of interlaminar fracture specimens, Comp. Struct. 31 (1),pp. 61–74, 1995

[103] F. FREDDI, M. FRÉMOND, Damage in domains and interfaces: a coupled predictive theory, J. Mech. Mater. Struct. 1 (7), pp.1205–1234, 2006

[104] M. SAMIMI, J.A.W. VAN DOMMELEN, M.G.D. GEERS, An enriched cohesive zone model for delamination in brittle interface, Internat. J. Numer. Methods Engrg. 80, pp. 609–630, 2009.

[105] C. NGUYEN, A.J. LEVY, An exact theory of interfacial debonding in layered elastic composites, Int. J. Solids Struct. 46, pp. 2712–2723, 2009

[106] M. RAOUS, M.A. KARRAY, Model coupling friction and adhesion for steel-concrete interfaces, Int. J. Comput. Appl. Technol. 34 (1) (2009) 42–51.

[107] N. TERFAYA, M. RAOUS, A. BERGA, Cohesive zone model and bipotential formulation: application to a pile/soil interface, in: Proceedings of the 3rd Euro Mediterranean Symposium on Advances in Geomaterials and Structures, 2010, 6 pp.

[108] D. SHENG, P. WRIGGERS, S.W. SLOAN, Application of frictional contact in geotechnical engineering, Int. J. Geomech. (May–June 2007) 176–185.

[109] R.H.J. PEERLINGS, R. DE BORST, W.A.M. BREKELMANS, M.G.D. GEERS, Gradient-enhanced damage modelling of concrete fracture, Mech. Cohes.-Frict. Mater. 3 (1998) 323–342.

[110] F. FOUCHAL, F. LEBON, I. TITEUX, Contribution to the modelling of interfaces in masonry construction, Constr. Build. Mater. 23 (6) (2009) 2428–2441.

[111] G. ALFANO, E. SACCO, Combining damage and friction in a cohesive-zone model, Internat. J. Numer. Methods Engrg. 65 (2006) 542–582.

[112] V. ACARY, Y. MONERIE, Nonsmooth fracture dynamics using a cohesive zone model, INRIA report n6032, 2006, 56 pp. (ISSN 0249-6399).

[113] M. JEAN, V. ACARY, Y. MONERIE, Non-smooth contact dynamics approach of cohesive materials, Philosophical Transactions: Mathematical, Physical Engineering Sciences, Royal Society, London A 359 (1789) (2001) 2497–2518.

[114] A. REKIK, F. LEBON, Identification of the representative crack length evolution in a multi-level interface model for quasi-brittle masonry, Int. J. Solids Struct. 47 (2010) 3011–3021.

[115] M. CAMPILLO, I.R. IONESCU, Initiation of antiplane shear instability under slip dependent friction, J. Geophys. Res. 102 (B9) (1997) 20363–20371.

[116] J.R. RICE, A.L. RUINA, Stability of steady frictional slipping, J. Appl. Mech. 50 (1983) 343–349.

[117] K. UENISHI, J.R. RICE, Universal nucleation length for slip-weakening rupture instability under non-uniform fault loading, J. Geophys. Res. 108 (B1) (2003) 2042.

[118] G. FESTA, J.-P. VILOTTE, M. RAOUS, C. HENNINGER, Scale-dependent friction and damage interface law: implications for effective earthquake rupture dynamics and radiation, Geophysical Research Abstracts, Vol. 12, EGU2010-11647,2010.

[119] M. FREMOND, Adhérence des solides, J. Méc. Théor. Appl. 6 (3),pp.383–407, 1987

[120] M. FRÉMOND, Contact with adhesion, in: J.-J. Moreau, P.D. Panagiotopoulos (Eds.), Nonsmooth Mechanics and Applications, in: CISM Courses and Lectures, vol. 302, Springer, Wien, 1988, pp. 177–221.

[121] M. FRÉMOND, Non-Smooth Thermo-Mechanics, Springer-Verlag, Heidelberg, 2002.

[122] M. FRÉMOND, B. NEDJAR, Damage, gradient of damage and principle of virtual power, Int. J. Solids Struct. 8 (1996) 1083–1103.

[123] J. LEMAITRE, Formulation de l'endommagement des interfaces, CRAS, série II 315 (1992) 1047–1050.

[124] M. RAOUS, Quasistatic Signorini problem with Coulomb friction and coupling to adhesion, in: P. Wriggers, P. Panagiotopoulos (Eds.), New Developments in Contact Problems, in: CISM Courses & Lect., vol. 384, Springer-Verlag, Wien, 1999, pp. 101–178.

[125] M. FREMOND, Contact unilateral avec adherence, Dans Unilateral problems in structural analysis, (Edité par Del Piero et Maceri), Springer Verlag, Heidelberg, 1987

[126] B.D COLEMAN, M.E. GURTIN, Thermodynamics with internal variables, J. Chem. Phys., 47, pp.597-613, 1967

[127] J.J MOREAU, La notion de sur-potentiel et les liaisons unilatérales en élastostatique, Cpte, Rend. Acad. Sc. Paris, 267, pp.954-957, 1968

[128] J.J MOREAU, Sur les lois de frottement, de plasticité et de viscosité. Cptes. Rend.Acad. Sc. Paris, 271 A, pp.608-611, 1970

[129] J.J MOREAU, On unilateral constraints, friction and plasticity. Dans New variational techniques in mathematical physics (Edité par G. Capriz et G. Stampacchia), II-1973,pp.175-322. Cremonese, Rome 1973.

[130] J.J MOREAU, Application of convex analysis to some problems of dry friction. Dans Trends of pure mathematics to mechanics (Edité par H. Zorki), tome II, pp.263-280. Pitman, 1979.

[131] P. GERMAIN, Q.S. NGUYEN, et P. SUQUET, Continuum thermodynamics. J. Appl. Mech., 50, pp.1010-1020, 1983

Rapport-Gratuit.com

[132] J. LRMAITRE, J.L. CHABOCHE. Mécanique des matériaux solides. Dunod, 1985
[133] A. KLARBRING, Derivation and analysis of rate boundary value problems of frictional contact. Eur. J. Mech. A/Solids, 9, pp.53-85, 1990
[134] B. HALPHEN et Q.S. NQUYEN. Sur les matériaux standards généralisés. J. Méca. 14, pp.39-63, 1975
[135] L. CANGEMI, M. RAOUS et M. COCU, Adhérence et frottement: une nouvelle approche pour les interfaces fibres/matrices. Cptes Rend. 10 J. Nat. Comp. pp.1-12, 1996.
[136] L. CANGEMI, Frottement et adhérence: modèle, traitement numérique et application à l'interface fibre/matrice. Thèse de doctorat, Institut de Mécanique de Marseille, 1997.
[137] M. RAOUS, L. CANGEMI, et M. COCU, Un modèle couplant adhérence et frottement pour le contact entre deux solides déformables. Cptes. Rend. Acad. Sc. Paris, 325 Série IIb, pp.503-509, 1997
[138] N. DAHER AND G.A MAUGIN. The method of virtual power in continuum mechanics. Application to media presenting singular surfaces and interfaces, Acta Mechanica, 60, pp.217–240. 1986.
[139] L. JOHANSON ET A. KLARBRING . Thermoelastic frictional contact problems : Modelling, finite element approximation and numerical realization, Computer Methods in Applied Mechanics an Engineering, 105, pp.181–210, 1993
[140] STRÖMBERG N., JOHANSON L., AND A. KLARBRING, Derivation and Analysis of a Generalized Standard Model For Contact, Friction and Wear, Int. J. Solids Structures, vol. 33, 13, pp.1817–1836, 1996
[141] FREMOND M. Equilibre des structures qui adhèrent à leur support, C.R. Acad. Sc. Paris, t. 295, Série II, 913–916. 1982
[142] FREMOND M., Contact unilateral avec adherence, une théorie du premier gradient, CISM courses and lectures, n◦. 304, Proceedings of the 2nd meeting on Unilateral Problems in Stuctural Analysis, Prescudin, june 17-20, 1985, (eds) G. Del Piero and F. Maceri, 118–137.
[143] TRUONG DINH TIEN J.-M. Contact avec adhérence, Thèse, Université Paris 6. 1990.
[144] M. FREMOND, B. NEDJAR, Damage in concrete: the unilateral phenomenon, Nuclear Engineering and Design 156, pp.323.-335,1995
[145] M. FREMOND et B. NEDJAR, Damage, Gradient of damage and principle of virtual power, Int. J. Solids Structures Vol. 33, No. 8, pp. 1083-1103, 1996.
[146] P. ARGOUL, K. BENZARTI, F. FREDDI , M. FRÉMOND ET T-H. T. NGUYEN. A damage model to predict the durability of bonded assemblies – Part II: Parameter identification and preliminary results for accelerated ageing tests, Construction and Building Materials 25pp.556–567, 2011
[147] K. BENZARTI , F. FREDDI , ET M. FREMOND, A damage model to predict the durability of bonded assemblies. Part I: Debonding behavior of FRP strengthened concrete structures Construction and Building Materials 25, pp.547–555,2011
[148] P. WRIGGERS, Computational Contact Mechanics, Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2006

[149] V. L. POPOV, Contact Mechanics and Friction: physical principles and applications, Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2010

[150] NGUYEN Q.S. On the elastic plastic initial-boundary value problem and its numerical integration, Int. J. Num. Meth. Engng, 11, pp.817–832, 1977.

[151] SUQUET P. Plasticité et homogénéisation, Thèse de doctorat d'état, Université de Pierre et Marie Curie , Paris 6, 1982.

[152] GERMAIN P., Cours de mécanique des milieux continus, Tome 1, théorie générale, Ed. Masson et cie, 1973

[153] NGUYEN Q.S. , Méthodes énergétiques en mécanique de la rupture, Journal de Mécanique, vol. 19, n◦. 2, pp.363–386, 1980

[154] GERMAIN P., Sur certaines définitions liées à l'énergie en mécanique des solides , Int. J. Engng Sci., vol. 22, n◦ 2 ,pp. 245–259, 1982.

[155] BRETELLE, A.-S., COCOU, M., et MONERIE, Y. Unilateral contact with adhesion and friction between two hyperelastic bodies. Int. J. Eng. Sci., (39), pp.2015–2032, 2001

[156] RAOUS, M., MONERIE, Y. et ROSU, I. Dynamic formulation in contact mechanics: flutter instabilities and adhesion problems. Euromech 434 Contact mechanics of coated bodies, Moscow, May 2002

[157] RAOUS, M., BELLOEIL, V. et ROSU, I. Modélisation de l'adhésion par collage, LCPC contract report, LMA, 85 pages, 2004.

[158] ACARY, V. Contribution la modélisation mécanique et numérique des édifices maçonnés . Thèse, Jean, M., supervisor, Université de la Méditerranée, Marseille,2001.

[159] F. PERALES, Fissuration des matériaux a gradient de propriétés, Application au ZIRCALOY HYDRURE. Thèse, université Montpellier II.2005.

[160] F. PERALES, S. BOURGEOIS, A. CHRYSOCHOOS, Y. MONERIE, Two field multibody method for periodic homogenization in fracture mechanics of nonlinear heterogeneous materials, Engineering Fracture Mechanics 75, pp.3378–3398, 2008

[161] BAUDRILLER, H. Approche micro-mécanique et modélisation de l'usure : application aux biomatériaux des prothèses totales de hanche. Thesis, Chabrand, P., supervisor, Univ. de la Méditerranée, Marseille, 2003.

[162] M.A. KARRAY, SERGE BARBARIN ET MICHEL RAOUS. Traitement de la liaison béton/acier par un modèle d'interface couplant adhésion et frottement. Annales Maghrébines de l'Ingénieur, Vol 18, N°2, 2004

[163] F. FOUCHAL, Contribution à la modélisation numérique des interfaces dans les structures maçonnées. Thèse, Université de Reims Champagne-Ardenne.2006

[164] O. MEKKI, Modélisation des structures maçonnées, Mémoire Magister, Université de Béchar ,Novembre 2011.

[165] M. RAOUS, C. HENNINGER, J.-P. VILOTTE et G. FESTA, Adhesion and friction for fault interface in geophysics, IV European Conference on Compuational Mechanics, May 16-21, Paris, 2010.

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

[166] RAOUS, M., SCHRYVE, M., COCOU, M., 2006. Restorable adhesion and friction. In: Baniotopoulos, C. C. (Ed.), Nonsmooth/ Nonconvex Mechanics with Applications in Engineering. ZitiPublisher, Thessaloniki, pp.165-172, 2006.

[167] M. Schryve, Modèle d'adhésion cicatrisante et applications au contact verre/élastomère, Thesis, M. Raous, M. Cocou (Adv.), Univ. Provence, 2008.

[168] BARQUINS M., WEHBI D., Study of Adherence of Elastomers by Cyclic Unloading Experiments», J. of Adh., vol. 20, p. 55-74, 1986.

[169] G. DEL PIERO, M. RAOUS, A unified model for adhesive interfaces with damage, viscosity, and friction, Eur. J. Mech. A/Solids 29 pp. 496–507, 2010

[170] M. RAOUS, Interface models coupling adhesion and friction, Comptes Rendus Mécanique Volume 339, Issues 7–8, pp.491–501, 2011

[171] M. COCOU, M. SCHRYVE, M. RAOUS, A dynamic unilateral contact problem with adhesion and friction, in viscoelasticity, Zeitchrift für angewandte Mathematik und Physik, Vol.61, Issue 4, pp.721-743, 2010.

[172] I. EKELAND, R. TEMAM, Convex analysis and variational problems, SIAM edt., USA 1999

[173] DE SAXCE G., FENG Z. Q., New inequality and functional for contact with friction : the implicit standard material approach', Mech. Struct. and Mach. 19 (3), pp.301-325,1991

[174] DE SAXCÉ G., FENG Z. Q., The bipotential method : a constructive approach to design the complete contact law with friction and improved numerical algorithms, Math. Comput. Modelling, 28, No 4-8, pp.225-245, 1998

[175] TERFAYA N., BERGA A Modélisation des problèmes de contact avec frottement sec de Coulomb par la méthode du bipotentiel, Rapport interne, Université de Béchar, 2006.

[176] Halphen B. et Nguyen Q.-S., Sur les matériaux standards généralisés, Journal de Mécanique, vol. 14, no 1, 1975.

[177] Curnier A A theory of friction, Int. J. Solids Structures, vol. 20, no 7, pp. 637-647,1984.

[178] Kikuchi N. and Oden J. T., "Contact problems in elastostatics". Finite Elements, vol.5 (Edited by Oden J. T. and Carey G. F.). Prentice -Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1984.

[179] Feng Z.Q., Contribution à la modélisation des problèmes non-linéaires: Contact, Plasticité et Endommagement, Thèse de Doctorat, UTC, France, 1991

[180] Lemaitre, J., Chaboche, J.-L. Mechanics of solid materials. Cambridge University Press. Cambridge. 1990

[181] CHEN W.F., Limit analysis and soil plasticity, Ed. Elsevier, New York, 1975

[182] Simo, J. C., and Taylor, R. L. 1985. "Consistent tangent operators for rate-independent elastoplasticity." Comput. Methods Appl. Mech. Eng., 483, 101–118.

[183] De Saxce G. Une généralisation de l'inégalité de Fenchel et ses applications aux lois constitutives. CR. Acad. Sci. II, 314, 125-129. 1992

[184] R.T. Rockafellar, Convex Analysis, 238, Princeton University Press, Princeton, 1979.

[185] Moreau, J.-J. 1966 Séminaire sur équations aux dérivées partielles, Fonctionnelles convexes. Collège de France, Paris.

[186] H. Fihri Fassi, L. Bousshine, G. de Saxcé, G. Guerlement, A.El Harif, Mise en oeuvre d'une loi non associée de contact avec frottement sec de Coulomb par l'approche du bipotentiel et application à la simulation numérique des procédés de mise en forme des métaux élastoplastiques à écrouissage isotrope, Revue de Mécanique Appliquée et Théorique, Vol. 1, 9.pp. 642-666,2007

[187] A.Berga, Calcul élastoplastique des sols à lois non associées par éléments finis basé sur l'approche des matériaux standards implicites. Thèse de Doctorat de l'Université de Technologie de Compiègne, France.

[188] A.Berga,G. De Saxcé , Elastoplastic finite element analysis of soil problems with implicit standard material constitutive laws, Revue européenne des éléments finis3(3)(1994)411–456.

[189] Ekeland, I., & Temam, R. Analyse convexe et problèmes variationnels . Paris: Dunod, 1974

[190] Moreau, J.J., Evolution problem associated with a moving convex set in a Hilbert space. J. Differential Equations 26, 347–37,1977

[191] Hjiaj M, Feng ZQ, de Saxcé G, Mrôz Z.: Three-dimensional finite element computations for frictional contact problems with non-associated sliding rule. Int. J. Numer. Meth. Eng. 60: pp.2045–2076,2004

[192] P. Joli, Z.-Q. Feng, Uzawa and Newton algorithms to solve frictional contact problems within the bi-potential framework, Int. J. Numer. Meth. Engng 73, 317-330,2008

[193] Feng Z.-Q., Some test examples of 2D and 3D contact problems in volving Coulomb friction and large slip, Mathematical and Computer Modeling, 28, 469-477 (1998)

[194] Feng Z.-Q., 2D or 3D frictional contact algorithms and applications in a large deformation context, Communications in Numerical Methods in Engineering, 11, 409-416 (1995)

[195] Feng Z.-Q., Zei M., Joli P., An elasto-plastic contact model applied to nanoindentation , Computational Materials Science, 38, 807-813, 2007

[196] G. de Saxce, Marius Buliga, and Claude Vallee: Bipotentials for unilateral contact with dry friction: fundamentls and numerical algorithms, 7th EUROMECH Solid Mechanics Conference J. Ambrosio et.al. (eds.), Lisbon, Portugal, 7–11 September 2009

[197] Feng Z.-Q., Joli P., Cros J.-M., Magnain B., The bi-potential method applied for the modeling of dynamic problems with friction , Computational Mechanics, 36, 375 - 383 (2005)

[198] Andaluzia Matei, A variational approach via bipotentials for unilateral contact problems J. Math. Anal. Appl. 397 (2013) 371–380

[199] Z.-Q. Feng, M. Hjiaj, G. de Saxcé, Z.Mrôz: Effect of frictional anisotropy on the quasistatic motion of a deformable solid sliding on a planar surface, Comput. Mech. 37 pp. 349-361, 2006

[200] Feng Z.-Q., Hjiaj M., de Saxcé G., Mróz Z., Influence of frictional anisotropy on contacting surfaces during loading/unloading cycles , International Journal of Non-Linear Mechanics, 41, 936-948 (2006)

[201] Mohammed Hjiaj, Géry de Saxcé ,, Zenon Mróz, A variational inequality-based formulation of the frictional contact law with a non-associated sliding rule, European Journal of Mechanics A/Solids 21,49–59,2002

[202] Hjiaj M., Feng Z.-Q., de Saxcé G., Mróz Z., On the modelling of complex anisotropic frictional contact laws, International Journal of Engineering Science, 42, 1013-1034 (2004)

[203] Zhi-Qiang Feng, Jean-Michel Cros, and Benoît Magnain. Un algorithme efficace pour les problèmes d'impact avec frottement. Revue Européenne des Eléments Finis, 14(1):65–86, 2005.

[204] Benoît Magnain, Zhi-Qiang Feng, and Jean-Michel Cros. Modélisation des problèmes d'impact avec dissipation d'énergie par frottement. Comptes Rendus Mécanique, 333(5):419–424, 2005.

[205] Feng Z.-Q., Magnain B., Cros J.-M., FER/Impact : Logiciel de simulation numérique des problèmes d'impact ,Revue Européenne de Mécanique Numérique, 15, 175-18 6 (2006)

[206] Feng Z.-Q., Vallée C., Fortuné D., Peyraut F., The 3é hyperelastic model applied to the modeling of 3D impact problems, Finite Elements in Analysis and Design, 43, 51-58 (2006)

[207] Feng Z.-Q., Magnain B., Cros J.-M., Solution of large deformation impact problems with friction between Blatz-Ko hyperelastic bodies , International Journal of Engineering Science, 44, 113-126 (2006)

[208] Christine Renaud, Jean-Michel Cros, Zhi-Qiang Feng, and Bintang Yang. The Yeoh model applied to the modeling of large deformation contact/impact problems. International Journal of Impact Engineering, 36:659–666, 2009.

[209] Feng Z.-Q., Chen Z. W., Joli P., Cros J.-M., Some computational aspects for analysis of large deformation contact/impact problems, Euromech 516: Nonsmooth Contact and Impact Laws in Mechanics, Grenoble, France, July 6–8, 2011.

[210] Zhi-Qiang Feng, Christine Renaud, Jean-Michel Cros, Hongwu Zhang and Zhenqun Guan, A finite element finite-strain formulation for modeling colliding blocks of Gent materials, International Journal of Solids and Structures, Volume 47, Issue 17, 15 August 2010, Pages 2215-2222

[211] L. Bousshine, A. Chaaba, G. de Saxcé: Softening in stress-strain curve for Drücker-Prager non-associated plasticity, Int. J. of Plast. 17(1) (2001) 21-46.

[212] M. Hjiaj, J. Fortin, G. de Saxcé: A complete stress update algorithm for the non-associated Dr¨ucker-Prager model including treatment of the apex, Int. J. Eng. Sci. 41(10) (2003) 1109-1143.

[213] Abdelmadjid Berga, Mathematical and numerical modeling of the non-associated plasticity of soils—Part 1:The boundary value problem, International Journal of Non-Linear Mechanics 47 pp.26–35, (2012)

[214] Abdelmadjid Berga, Mathematical and numerical modeling of the non-associated plasticity of soils—Part 2:Finite element analysis, International Journal of Non-Linear Mechanics 47 pp. 36–45,2012

[215] M. Hjiaj, N.-E. Abriak, G. de Saxcé: The bipotential approach for soil plasticity, in: Numerical Methods in Ingineering ’96, J.-A. D´esid´eri et al. (ed.), JohnWiley & Sons, Chicester (1996) 918-923.

[216] M. Hjiaj and G. de Saxcé : Variational Formulation of the Cam-Clay Model, IUTAM Book series, 1, Volume 11, IUTAM Symposium on Theoretical, Computational and Modelling Aspects of Inelastic Media, Part 4, Pages 165-174, 2008

[217] G. Bodovillé, G. de Saxcé: Plasticity with non linear kinematic hardening : modelling and shakedown analysis by the bipotential approach, Eur. J. Mech., A/Solids, 20 (2001) 99-112.

[218] L. Bousshine, A. Chaaba, G. de Saxcé: Plastic limit load of plane contact supports, Int. J. Mech. Sci. 44(11) (2002) 2189-2216.

[219] G. de Saxcé, J.-B. Tritsch, M. Hjiaj: Shakedown of Elastoplastic Materials with non linear kinematical hardening rule by the bipotential Approach, in: Solid Mechanics and its Applications 83, D. Weichert, G. Maier (eds.), Kluwer, Dordrecht (2000) 167-182.

[220] C. Bouby, G. de Saxcé, J.-B. Tritsch: A comparison between analytical calculations of the shakedown load by the bipotential approach and step-by-step computations for elastoplastic materials with nonlinear kinematic hardening, Int. J. Solids Struct. 43(9) (2006) 2670-2692.

[221] L. Bousshine, A. Chaaba, G. de Saxcé: A new approach to shakedown analysis for non-standard elastoplastic material by the bipotential, Int. J. Plast. 19(5) (2003) 583-598.

[222] C. Bouby, Adaptation élastoplastique de structures sous chargements variables avec règle d'écrouissage cinématique non linéaire et non associée, UST Lille, France 2006

[223] A. Hanafi , J. Chaoufi, C. Vallée, A. Germaneau , K. Atchonouglo , H. Fatmaoui , A. Ghafiri , Construction of a bipotential representing a linear non-associated constitutive law, Comptes Rendus Mécanique Volume 341, n° 9-10 pp. 667- 671 (septembre 2013)

[224] Bouby C., De Saxcé G., Tritsh J. B., Shakedown analysis: Comparison between models with the linear unlimited, linear limited and non-linear kinematic hardening, Mechanics Resarch Communications, 36, pp. 556-562, 2009

[225] Ali Chaaba, Plastic collapse in presence of non-linear kinematic hardening by the bipotential and the sequential limit analysis approaches, Mechanics Research Communications, Volume 37, Issue 5, July 2010, Pages 484-488

[226] L. Bousshine, A. Chaaba, G. de Saxcé, Plastic limit load of plane frames with frictional contact supports, Int. J. of Mechanical Sciences, 44, 11, p. 2189-2216 (2002).

[227] Hjiaj, M., Bodovillé, G., de Saxcé, G., 2000. Matériaux viscoplastiques et lois de normalité implicites. C. R. Acad. Sci. Paris Série IIb 328, 519–524.

[228] Bodovillé G., The implicit standard material theory for modelling the nonassciated behaviour of metals, Archive of Applied Mechanics, 71, pp. 426-435, 2001

[229] G. Bodovillé: On damage and implicit standard materials, C. R.Fasc. b, M´ec. Phys. Astron. 327(8) (1999) 715-720.

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

[230] Elhassan Boudaia, Lahbib Bousshine , Hicham Fassi Fihri, Gery De Saxce , Modelling of orthogonal cutting by incremental elastoplastic analysis and meshless method, Comptes Rendus Mécanique, Volume 337, numéro 11-12 pages 761-767 (novembre 2009)

[231] M. Ban , C. Valleé, and C. Lerintiu, On Hill's Bipotential, PAMM · Proc. Appl. Math. Mech. 5, 289–290 (2005)

[232] C. Vallée, V. Lerintiu D. Fortuné K. Atchonouglo, M. Ban, Representing a non-associated constitutive law by a bipotential issued from a fitzpatrick sequence, Arch. Mech., 61, 3–4, pp. 325–340, warszawa 2009

[233] J. Fortin, G. de Saxcé: Modélisation numérique des milieux granulaires par l'approche du bipotentiel, C. R. Acad. Sci., Paris, S´er. II, Fasc. b, M´ec. Phys. Astron. 327 (1999) 721-724.

[234] J. Fortin, Simulation numérique de la dynamique des systèmes multicorps appliquée aux milieux granulaires, thèse doctorat, université de Lille I, France, 2000

[235] J. Fortin, M. Hjiaj, G. de Saxcé: An improved discrete element method based on a variational formulation of the frictional contact law, Comput. Geotech. 29(8) (2002) 609-640.

[236] J. Fortin, M. Hjiaj, G. de Saxcé: An improved discrete element method based on a variational formulation of the frictional contact law, Comput. Geotech. 29(8) (2002) 609-640.

[237] G. de Saxcé, J. Fortin, O. Millet: About the numerical simulation of the dynamics of granular media and the definition of the mean stress tensor, Mech. Mater. 36(12) (2004) 1175-1184.

[238] J. Fortin, O. Millet, G. de Saxcé: Numerical simulation of granular materials by an improved discrete element method, Int. J. Numer. Methods Eng. 62 (2005) 639-663.

[239] M. Guessasma, J. Fortin, Modélisation d'un milieu discret cohésif par l'approche dynamique des contacts : Application à la rupture d'un matériau cimentaire, CSMA 2011, 10e Colloque National en Calcul des Structures 9-13 Mai 2011, Presqu'île de Giens (Var)

[240] Ning P., Feng Z-Q., Quintero J.-A.-R., Zhou Y.-J., Peng L., Uzawa algorithm to solve elastic and elastic–plastic fretting wear problems within the bipotential framework, *Computational Mechanics*, Vol.62(6) (2018,1327–1341

[241] Zhou Y.-J., Feng Z-Q. , J.A.R. Quintero, Zhou J.-B., Chen H.-J.,Application of the Bipotential Theory to a Nonassociated Drucker–Prager Model, *Advances in Civil Engineering*, (2018), 11pages

[242] Peng L., Feng Z.-Q., Joli P., Renaud C. Xu W.Y. Bi-potential and co-rotational formulations applied for real time simulation involving friction and large deformation, *Computational Mechanics*, (2019),1-13

[243] Buliga M., G. de Saxce, C. Vallee (2008a): 'Existence and construction of bipotentials for graphs of multivalued laws', J. Convex Analysis 15(1) (2008) 87-104.

[244] M. Buliga, G. de Saxce, C. Vallee: Non maximal cyclically monotone graphs and construction of a bipotential for the Coulomb's dry friction law, J. Convex Analysis 17(1) (2010).

[245] M. Buliga, G. de Saxce, C. Vallee: Blurred constitutive laws and bipotential convex :covers, Mathematics and Mechanics of Solids (September 11, 2009)

[246] Marius Buliga, Géry de Saxcé and Claude Vallée : Bipotentials for Non-monotone Multivalued Operators: Fundamental Results and Applications, Acta Applicandae Mathematicae, 2010, Volume 110, Number 2, Pages 955-972

[247] G. DE SAXCE, L. BOUSSHINE : "Limit Analysis Theorems for the Implicit Standard Materials: Application to the Unilateral Contact with Dry Friction and the Non Associated Flow Rules in Soils and Rocks", Int. J. Mech. Sci., Vol. 40, N°4, pp. 387-398 (1998).

[248] Hjiaj M., Dao D.-L., De Saxcé G., A family of bi-potentials describing the non-associated flow rule of pressure-dependent plastic models, Acta Mechanica, N. 220, Issue 1-4, pp 237-246, 2011

[249] Savi M, Vieira (2000), 'Modelling and simulation of the delamination in composite materials' Journal of strain anlysis, VOl 35, N°6, PP 479-492

[250] P. Ireman , A. Klarbring, N. Strömberg, A model of damage coupled to wear, International Journal of Solids and Structures 40 (2003) 2957–2974

[251] DE SAXCE G., *Sur quelques problèmes de mécanique des solides considérés comme matériaux à potentiels convexes*, Thèse de doctorat, UTC, France,1993

[252] Alart P. et Curnier A., A mixed formulation for frictional contact problems prone to Newton like solution methods, Computer methods in applied mechanics and engineering, vol. 92, N° 2, November 1991.

[253] Curnier A. et Alart P., A generalized Newton method for contact problems with friction, Journal of theoritical and applied mechanics, Special issue, supplement, vol. 7, N°1, 1988.

[254] Klarbring A., Mathematical programmming and augmented lagrangien methods for frictional contact problems, Proc. contact mechanics int. Symp., Edt A. Curnier, PPUR, pp. 409-422, 1992.

[255] Jean M. et Touzot G., Implementation of unilateral contact and dry friction in computer codes dealing with large deformations problems, Journal of theoritical and applied mechanics, Special issue, supplement N°1 to vol. 7, 1988.

[256] Fortin M. et Glowinski R., Méthodes de Lagrangien augmenté, Dunod, 1982.

[257] Glowinski R., Vidrascu M., Letalec P., Augmented Lagrangian techniques for solving frictionless contact problems in finite elasticity, Finite Element Method for Nonlinear Problems: The Europe-US Symposium , pp.745-758, Edition Springer, Berlin Heidelberg, 1986

[258] D. Azé, Eléments D'analyse Convexe Et Variationnelle, Ellipses Marketing - 1997

[259] MOREAU, J. J. Proximité et dualité dans un espace hilbertien. Bull. Soc. Math. France, N°93, pp.273–299., 1965

[260] Moreau, J.-J. Fonctionnelles convexes , In Séminaire sur équations aux dérivées partielles,. Collège de France, Paris. 1966

[261] G. Allaire, Analyse numérique et optimisation: une introduction à la modélisation mathématique et à la simulation numérique, Editions Ecole Polytechnique, 2005

[262] P.G. Ciarlet, J-L. Lions, Introduction à l'analyse numérique matricielle et à l'optimisation, Dunod, 2006

[263] TERFAYA. N. : Contribution à la modélisation des problèmes de contact et de frottement bi –dimensionnels, Thèse de magister, C U Bechar, 2000

[264] A. BERGA et N. TERFAYA, Architecture des logiciels de simulation, Annales de l'université de Béchar, N° 1, 2005

[265] N.TERFAYA et A.BERGA :Une approche C++ pour la programmation des éléments finis (ou bien la MEF++) , SIPE'5, 7-9 novembre 2000, Béchar, Algérie.

[266] N.TERFAYA et A.BERGA : Contribution à la résolution des problèmes de contact et de frottement entre un solide élastique et une fondation rigide par la méthode de flexibilité, Implantation en C, SNGC 2001, Sidi Bel Abbès, Algérie

[267] Latil J.C. et Raous M., Module Gyptis version 1.0. Contact unilatéral avec frottement en mécanique des structures. Inéquations variationnelles, Publication du L.M.A., Notes Scientifiques, 132, CNRS., 1991

[268] Michel Bernadou, MODULEF : Une bibliothèque modulaire d'éléments finis, Edition INRIA (1985)

[269] RAOUS M., CHABRAND P. et LEBON F.: Numerical methods for frictional contact problems and applications. Journal de Mécanique Théorique et Appliquée, 7 (supplement 1) :111.128, 1988

[270] Terfaya, N., Berga, A., Raous M., A bipotential Method Coupling Contact, Friction and adhesion, International Review of Mechanical Engineering (I.RE.M.E.), Vol.9 (2015) 4, pp. 341-352.

[271] Grégory ANTONI, Localisation de rupture au voisinage d'interface : couplage d'endommagement volumique et surfacique , rapport de master recherche, 2007, LMA, Marseille

[272] Baguelin, F., Frank, R., Jezequel J.-F, Parameters for friction piles in marine soils, Proceedings 2nd Int. Conf. Num. Meth. in Offshore Piling, Austin, Texas, April, pp. 197-214, 1982

[273] Frank, R., Etudes théoriques de fondations profondes et d'essais en place par autoforage dans les LPC et résultats pratiques (1972-1983), (Rapport de recherche n° 128, Labo. P. et Ch., 96 p. Juin 1984)

[274] ARGEAM, Capacité portante des pieux, Collection des guides pratiques sur les ouvrages en mer, , Edts. Technip, Paris,1988

[275] Barbas, A., Utilisation de la méthode des éléments finis en mécanique des sols dans le domaine de l'élastoplasticité, Ph.D Thesis, L'ÉCOLE NATIONALE DES PONTS ET CHAUSSÉES, France, 1981

[276] Frank, R., Etude théorique du comportement des pieux sous charge verticale : introduction de la dilatance, Ph.D. Thesis, Université Pierre et Marie Curie (PARIS VI), France, 1974

[277] Planete TP, http://www.planete-tp.com/pieux-battus-a946.html, (Janvier 2008)

[278] Pile test, http://www.piletest.eu/eng/services/#obciazenia-statyczne (2008)

[279] Boulon, M., Desrues, J., Foray, P., Méthode de calcul du comportement des pieux a I 'arrachement, Revue française de Géotechnique, No 7 (1979), pp.11-22.

[280] V. De Gennaro, R. Frank, I. Said, Finite element analysis of model piles axially loaded in sands, rivista italiana di geotecnica 2/2008 pp.45-62

[281] Y. Khodair, A. Abdel-Mohti, Numerical analysis of pile–soil interaction under axial and lateral loads, International Journal of Concrete Structures and Materials Vol.8(Issue 3) :239–249,2014

[282] J. Dijkstra, W. Broere, and O.M. Heeres, Numerical simulation of pile installation, Computers and Geotechnics Vol.38: 612–622, 2011

[283] Y. Mascarucci, S. Miliziano, and A. Mandolini, A numerical approach to estimate shaft friction of bored piles in sands, Acta Geotechnica Vol.9:547–560, 2014

[284] K. Faizi, R. Kalatehjari, R. Nazir, and A. S. A. Rashid, Determination of pile failure mechanism under pullout test in loose sand, J. Cent. South Univ.Vol. 22: 1490−1501, 2015

[285] L. Nie, T. Wang, Analysis of shear test on pile-soil interface, Chemical engineering transactions Vol.46:727-732, 2015

Rapport-Gratuit.com