

## **PREMIERE PARTIE**

### **PRESENTATION DU KAPOK**

## **I. INTRODUCTION**

Dans ce chapitre, nous présentons la laine de kapok. Nous donnons ainsi une situation géographique de l'origine du Kapok et de sa famille végétale.

Les avantages du kapok sont présentés dans le cadre de la protection de l'environnement (kapok anti-hydrocarbure), dans les domaines du mobilier et de l'isolation thermique.

## **II. ORIGINE DU KAPOK**

Le Kapok est originaire d'Amérique centrale et Amérique du sud (dont Bolivie, Brésil, Équateur, Guatemala, Guyane française, Mexique, Nicaragua, Surinam, Pérou, Venezuela) et propagé dans le reste du globe dans les forêts primaires ou secondaires en zones tropicales humides, dans les milieux humides côtiers ou zones de savanes, se rencontre en Asie du sud-est ( Birmanie, Cambodge, Inde, Laos, Sri Lanka, Pakistan, Vietnam), Australie et îles Océan Indien et Pacifique (Madagascar, Mayotte), Afrique de l'ouest (Cameroun, Congo, Côte d'Ivoire, Guinée, Niger, Sénégal, Togo..).

Au Sénégal, le Kapok existe dans les régions du centre du pays ( Thiès et Fatick) et dans la région naturelle de la Casamance.

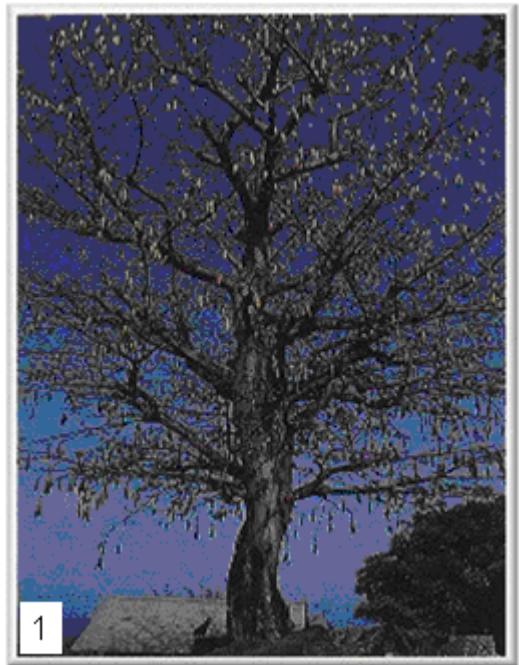
Nous présentons l'origine végétale du Kapok dans le paragraphe suivant.

## **III. FAMILLE VEGETALE**

Le kapok, en malais (Le malais est une langue de la branche malayo-polynésienne des langues austronésiennes.) kapuk, est une fibre végétale que l'on tire du kapokier ou fromager de l'espèce *Ceiba pentandra*.

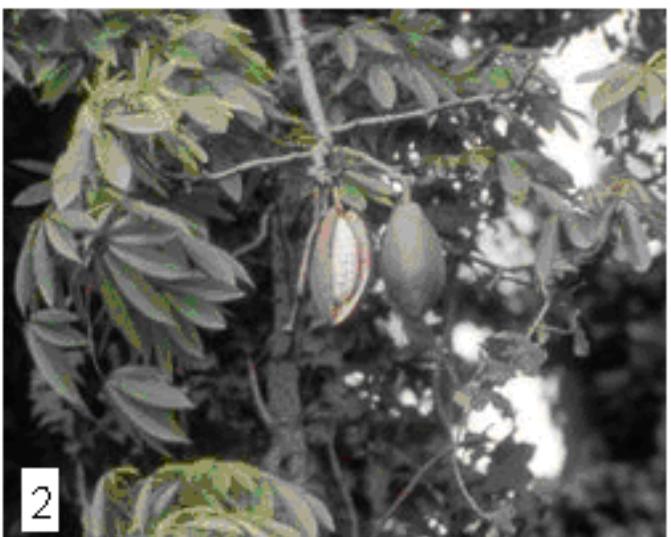
Cette fibre très légère a pour caractéristique son imperméabilité et son imputrescibilité. Elle est constituée par les poils fins et soyeux recouvrant les graines du kapokier ou fromager (*Ceiba pentandra*), grand arbre des zones tropicales, originaire de Java et de la famille des Bombacacées.

Sous le nom de Ceiba, cet arbre est symbolique dans la mythologie maya.



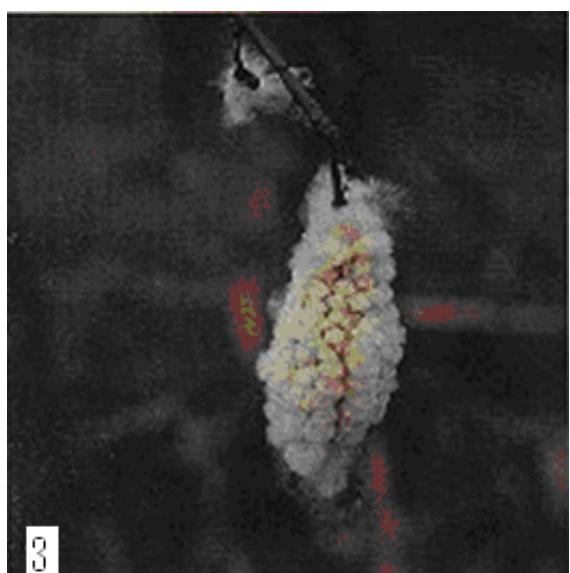
1

**Figure 1 :** Kapokier



2

**Figure 2 :** Ouverture de la capsule (maturité)



3

**Figure 3 :** Kapok

## **B- KAPOK ANTI- HYDROCARBURE**

Le kapok est un filtre naturel. Pour prouver que le kapok est le meilleur anti-hydrocarbure, il a été des comparaisons avec des matières lui ressemblant, comme la bagasse (La bagasse est le résidu fibreux de la canne à sucre qu'on a passée par le moulin pour en tirer le suc. Elle est composée principalement par la cellulose de la plante.) Et la fibre de coco (fibre qui recouvre la noix de coco, fruit du cocotier).

Si les expériences donnent des résultats intéressants, seul le kapok ne se gorge pas d'eau et garde donc que des hydrocarbures.

Avec une petite quantité de kapok, nous parvenons à purger un canal. Il faut en effet 300g de kapok pour retirer tout l'hydrocarbure répandu sur un petit canal, (10 g de kapok peut absorber 50 ml d'hydrocarbures).

Le dispositif décrit ci-après permet de retirer les hydrocarbures des eaux polluées.

Deux barres en plastiques agencées en forme de la lettre V avec le kapok qui se trouve dans un grand panier à l'angle de cet objet. On place le tout dans les courants d'eau et, pour éviter les vagues, nous utilisons des jacinthes d'eau qui stoppent le courant. Ainsi, les nappes d'hydrocarbures vont naturellement se déposer dans les paniers remplis de kapok...

Face à la recrudescence des marées noires, cette initiative tombe à point.

Ainsi le kapok peut jouer un rôle très important dans le cadre de la protection de l'environnement.

## **C- L'ISOLATION THERMIQUE**

Les techniques pour faire du froid dans les pays chauds utilisent soit du gaz soit de l'énergie solaire photovoltaïque dont l'électricité produite sert à faire fonctionner un frigo économique mais classique. Grâce à l'utilisation de la chaleur du soleil, un frigo solaire a été mis au point où le phénomène d'absorption désorption qui permet de faire du froid à partir du chaud fonctionne sans électricité directement. Ce procédé utilise du méthanol et un charbon actif et nécessite l'ouverture et la fermeture d'une vanne deux fois par jour pour que cela marche.

Le prototype a été fabriqué avec des artisans locaux en Afrique, à partir de matériaux disponibles, en particulier le kapok compressé pour l'isolation. Ce procédé sans matériel

Sophistiqué permet d'obtenir du froid à bas prix.

## VI-2 LES INCONVENIENTS

-La récolte du kapok peut évoquer des maladies professionnelles respiratoires

Tableau 1 :

Désignation des maladies	Délai de prise en charge	Travaux susceptibles de provoquer ces maladies
Rhinite, asthme ou dyspnée asthmatiforme confirmé par examen complémentaire, récidivant après nouvelle exposition.  Syndrome respiratoire obstructif aigu	7 jours	<b>Liste indicative des principaux travaux</b> exposant à l'inhalation de poussière de coton, lin, chanvre, sisal, kapok, jute dans les ateliers de :Teillage,Ouvraison,

-Le principale inconvénient des sources végétales de provitamine A est la biodisponibilité médiocre du  $\beta$  carotène : elle serait trois fois moindre que dans les huiles.

-Le kapokier absorbe l'eau

-Le kapok provoque les incendies dans les forêts

## V. CONCLUSION

Nous avons présenté dans cette partie le Kapok. L'origine et la famille végétale a été donnée.

Les avantages et quelques inconvénients du kapok dans différents domaines sont traités.

Nous présentons dans la partie suivante l'étude de la diffusion de la chaleur à travers le kapok.

## **DEUXIEME PARTIE**

### **ETUDE THERMIQUE**

## I. INTRODUCTION

Nous avons vu dans le chapitre précédent plusieurs caractéristiques du Kapok. Le kapok peut ainsi être utilisé comme isolant thermique.

Nous proposons dans ce chapitre une étude du transfert de chaleur à travers le kapok en régime dynamique fréquentiel.

Nous donnons ainsi les courbes de diffusion de la température et du flux de chaleur. A partir de l'analogie électrique thermique, nous exprimons l'impédance dynamique et la phase.

## II. ETUDE DU TRANSFERT DE CHALEUR

### II.1 SCHEMA DU DISPOSITIF D'ETUDE

Nous disposons d'un matériau de forme plane et de longueur  $L$ . Les deux faces sont soumises à des températures en régime dynamique fréquentiel comme indiqué sur la figure.

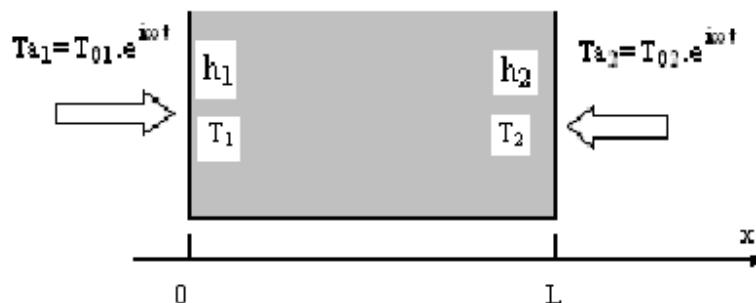


Figure II. 1 : Vue de profile du matériau plan

$h_1$  : Coefficient d'échanges thermiques à la face avant

$h_2$  : Coefficient d'échanges thermiques à la face arrière

$T_{a1}$  : Température imposée à la face avant

$T_{a2}$  : Température imposée à la face arrière

$T_{01}$  : Température maximale à la face avant

$T_{02}$  : Température maximale à la face arrière

$T_1$  : Température à la face avant du matériau

$T_2$  : Température à la face arrière du matériau

Nous donnons dans le paragraphe suivant l'expression de la température.

### II.2 EXPRESSIONS DE LA TEMPERATURE ET DU FLUX DE CHALEUR

L'équation de la chaleur est donnée par l'expression:

$$\lambda \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + P_p = \rho \cdot C \frac{\partial T}{\partial t} \quad (\text{II.1})$$

ou

$\lambda$  ( $\text{W.m}^{-1}\text{K}^{-1}$ ) est la conductivité thermique du matériau

$C$  ( $\text{J.Kg}^{-1}\text{.C}^{-1}$ ) est la chaleur spécifique du matériau ( $\text{J.Kg}^{-1}\text{.C}^{-1}$ ).

$P_p$  ( $\text{W.m}^{-3}$ ) représente le puit de chaleur

$\rho$  ( $\text{Kg. m}^{-3}$ ) est la masse volumique du matériau

$x$  (m) représente l'abscisse suivant un axe orienté dans une direction perpendiculaire au plan du matériau.

$T$  (K ou  $^{\circ}\text{C}$ ) est la température en un point considéré.

En l'absence de source et de puit de chaleur interne on a  $P_p=0$

L'équation de la chaleur devient :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} = 0 \quad (\text{II.2})$$

avec

$$\alpha = \frac{\lambda}{\rho \cdot C} \quad (\text{II.3})$$

$\alpha$  est le coefficient de diffusion thermique.

La résolution de l'équation (2) en régime dynamique fréquentiel [19 , 20] (voir annexe) conduit à la solution :

$$T(x, \omega, t) = [A_1 \cdot \sinh(\beta \cdot x) + A_2 \cdot \cosh(\beta \cdot x)] \cdot e^{i \cdot \omega \cdot t} \quad (\text{II.4})$$

avec

$$\beta = \sqrt{\frac{\omega}{2\alpha}}(1+i) \quad (\text{II.5})$$

En appliquant les conditions aux limites suivantes :

$$\begin{cases} \lambda \frac{\partial T}{\partial x} = h_1 [T(0, t) - Ta_1] \\ -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = h_2 [T(L, t) - Ta_2] \end{cases} \quad (\text{II.6})$$

(II.7)

Nous obtenons les expressions des constantes  $A_1$  et  $A_2$  :

$$A_1 = \frac{h_1 \cdot h_2 \cdot To_2 - h_1 \cdot To_1 \cdot [h_2 \cdot \cosh(\beta \cdot L) + \lambda \cdot \beta \cdot \sinh(\beta \cdot L)]}{\lambda \cdot \beta [h_2 \cdot \cosh(\beta \cdot L) + \lambda \cdot \beta \cdot \sinh(\beta \cdot L)] + h_1 \cdot [h_2 \cdot \sinh(\beta \cdot L) + \lambda \cdot \beta \cdot \cosh(\beta \cdot L)]} \quad (\text{II.8})$$

$$A_2 = \frac{h_2 \cdot \lambda \cdot \beta \cdot T_{0_2} + h_1 \cdot T_{0_1} \cdot [h_2 \cdot \sinh(\beta \cdot L) + \lambda \cdot \beta \cdot \cosh(\beta \cdot L)]}{\lambda \cdot \beta [h_2 \cdot \cosh(\beta \cdot L) + \lambda \cdot \beta \cdot \sinh(\beta \cdot L)] + h_1 \cdot [h_2 \cdot \sinh(\beta \cdot L) + \lambda \cdot \beta \cdot \cosh(\beta \cdot L)]} \quad (\text{II.9})$$

Le flux de chaleur est donnée par l'expression :

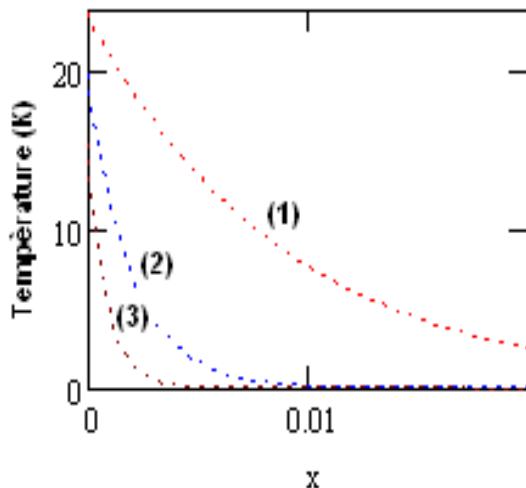
$$\phi(x, \omega, t) = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = -\lambda \cdot \beta \cdot [A_1 \cdot \cosh(\beta \cdot x) + A_2 \cdot \sinh(\beta \cdot x)] \cdot e^{i \cdot \omega \cdot t} \quad (\text{II.10})$$

Nous étudions la diffusion de la chaleur à travers le matériau en considérant le cas où le coefficient d'échanges thermiques à la face arrière est relativement faible par rapport au coefficient d'échange à la face avant.

## II.2 EVOLUTION DE LA TEMPERATURE

### a) EN FONCTION DE LA PROFONDEUR

Nous présentons les courbes d'évolution de la température en fonction de la profondeur du matériau plan. L'influence de la fréquence excitatrice est mise en exergue.



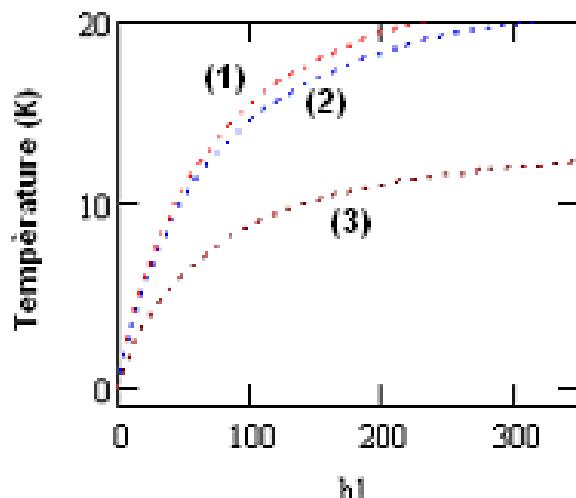
**Figure II.1** : Evolution de la température en fonction de la profondeur.  $\lambda=0.48 \text{ W}/(\text{m.}^\circ\text{C})$   
 $\alpha=4 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$   
(1)  $\omega=10^{-2} \text{ rad/s}$   
(2)  $\omega=5 \cdot 10^{-1} \text{ rad/s}$   
(3)  $\omega=1 \text{ rad/s}$

Les courbes montrent que la température transmise est d'autant plus importante que la fréquence excitatrice est faible.

Nous donnons dans le paragraphe suivant l'évolution de la température en fonction du coefficient d'échanges thermiques à la face avant.

## b) EN FONCTION DU COEFFICIENT D'ECHANGE THERMIQUE A LA FACE AVANT

L'évolution de la température en fonction du coefficient d'échanges thermiques à la face avant est présentée à la figure II.2. Nous donnons le comportement de la température en différente profondeur du mur plan.



**Figure II.2 :** Evolution de la température en fonction de  $h_1$ .  
 $\lambda=0.48\text{W}/(\text{m} \cdot ^\circ\text{C})$   
 $\alpha=4.10^{-7}\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$   
 $\omega=10^{-2}\text{ rad/s}$   
(1)  $x=0\text{ m}$   
(2)  $x=5.10^{-4}\text{ m}$   
(3)  $x=5.10^{-3}\text{ m}$

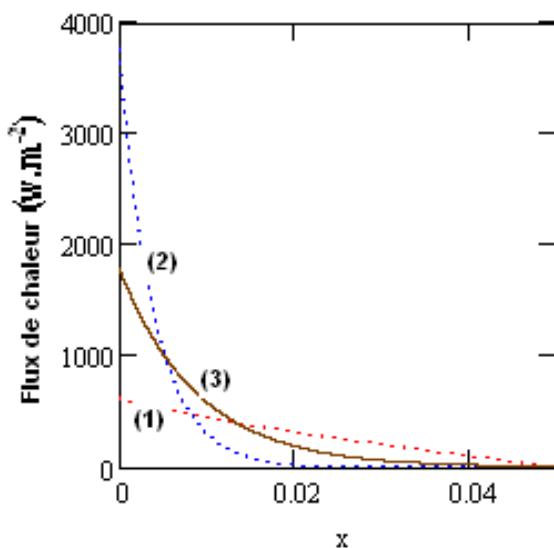
En un point à l'intérieur du mur plan, la température reçue est d'autant plus importante que le coefficient d'échange à la face avant est grand. Cependant à partir d'une certaine valeur de  $h_1$ , la température devient une constante de  $h_1$  et le système emmagasine de l'énergie, se comportant ainsi comme un condensateur.

Nous présentons dans le paragraphe suivant, les courbes d'évolution du flux de chaleur.

## II.3 EVOLUTION DU FLUX DE CHALEUR

### a) EN FONCTION DE LA PROFONDEUR

La Figure II.3 donne les profiles des courbes d'évolution du flux. Ces courbes montrent l'influence de la fréquence excitatrice.



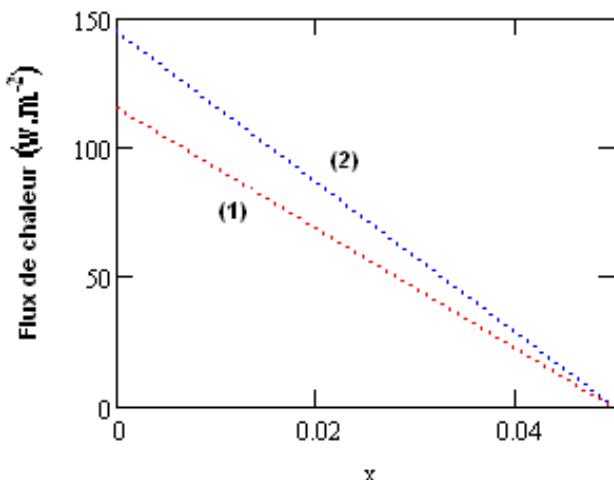
**Figure II.3 :** Evolution du flux de chaleur en fonction de la profondeur.  $\lambda=0.48\text{W}/(\text{m} \cdot ^\circ\text{C})$   
 $\alpha=4.10^{-7}\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$   
(1)  $\omega=10^{-3}\text{ rad/s}$   
(2)  $\omega=5.10^{-2}\text{ rad/s}$   
(3)  $\omega=10^{-2}\text{ rad/s}$

Le profil des courbes montre que le flux de chaleur transmis au niveau d'une face est d'autant plus importante que la fréquence excitatrice est faible. Cependant la conduction de la chaleur est plus stable à l'intérieur du matériau pour des fréquences excitatrices modérées.

Nous donnons dans le paragraphe suivant l'influence du coefficient d'échanges thermique à la face avant sur le flux de chaleur à travers le mur.

### b) EN FONCTION DE LA PROFONDEUR POUR DE FAIBLES FREQUENCES EXCITATRICES

La Figure II.4 donne les profils des courbes de flux à travers le mur pour différentes valeurs du coefficient d'échange thermique à la face avant.



**Figure II.4 :** Evolution du flux de chaleur en fonction de la profondeur.  $\lambda=0.48\text{W}/(\text{m.}^{\circ}\text{C})$   
 $\alpha=4.10^{-7}\text{m}^2.\text{s}^{-1}$   
 $\omega=10^{-3}\text{ rad/s}$   
(1)  $h_1=10$   
(2)  $h_1=1000$

Pour une fréquence excitatrice de la température relativement faible, le flux décroît linéairement de la face avant à la face arrière. Nous notons que le flux transmis est d'autant plus important que le coefficient d'échange à la face avant est élevé.

Dans le paragraphe suivant, nous partons d'une analogie électrique – thermique pour exprimer l'impédance dynamique du mur plan et tracer les diagrammes de Bode de l'impédance équivalente et de la phase de l'impédance.

## III. IMPEDANCE DYNAMIQUE

### III.1 EQUIVALENCE ELECTRIQUE-THERMIQUE

Par analogie avec l'électricité, nous avons une relation analogue à la loi d'ohm :

$$\Delta T = T_{a1} - T_{a2} = R_{eq1} \cdot \phi \quad (\text{III-1})$$

où

$R_{eq1}$  est la résistance équivalente du matériau,

$\phi$  flux de chaleur à travers le mur.

Ainsi, en généralisant en régime dynamique fréquentiel, on peut définir l'impédance thermique.

Nous récapitulons dans le tableau de correspondance suivant la correspondance entre certaines grandeurs électriques et thermiques.

TABLEAU DE CORRESPONDANCE ELECTRIQUE-THERMIQUE	
GRANDEURS ELECTRIQUES	GRANDEURS THERMIQUES EQUIVALENTES
<b>Intensité</b> $I = \frac{dq}{dt}$ (A)	<b>Flux</b> $\phi = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = -\frac{\partial(\lambda T)}{\partial x}$ (w)
<b>Potentiel électrique</b> $V_i$ (V)	<b>Température T</b> ( $^{\circ}\text{K}$ )
<b>Impédance électrique</b> $Z = \frac{\Delta V}{I}$ ( $\Omega$ )	<b>Impédance thermique</b> $Ze = \frac{\Delta T}{\phi}$ ( $^{\circ}\text{K.w}^{-1}$ )

Tableau 1 : Equivalence électrique-thermique

### III.2 IMPEDANCE DYNAMIQUE DU MATERIAU

#### a) EXPRESSION

La correspondance thermique – électrique précédemment établi, nous établissons une expression de l'impédance dynamique du mur en fonction de la profondeur du matériau.

$$T(o, \omega, t) - T(x, \omega, t) = [A_2(1 - \cosh(\beta.x)) - A_1 \cdot \sinh(\beta.x)] \cdot e^{i \cdot \omega \cdot t} = Ze \cdot \phi \quad (\text{III-8})$$

En tenant compte de l'expression du flux (14), nous pouvons écrire :

$$Ze(x, \omega) = \frac{A_2(1 - \cosh(\beta.x)) - A_1 \cdot \sinh(\beta.x)}{\phi} \quad (\text{III-9})$$

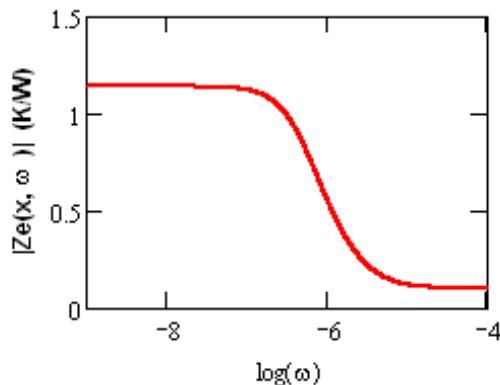
$$Ze(x, \omega) = \frac{A_2(1 - \cosh(\beta.x)) - A_1 \cdot \sinh(\beta.x)}{-\lambda \cdot \beta[A_1 \cdot \cosh(\beta.x) + A_2 \cdot \sinh(\beta.x)]} \quad (\text{III-10})$$

Les expressions de  $\beta$ ,  $A_1$ ,  $A_2$ , et  $\phi$  sont donnée respectivement par les relations (II-5), (II-8), (II-9) et (II-10).

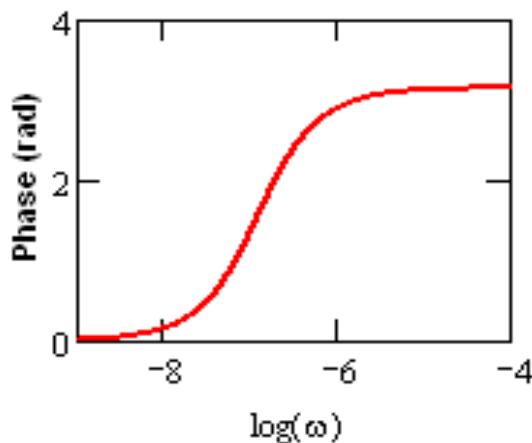
Nous représentons ci-dessous les diagrammes de Bode de l'impédance et de la phase.

## b) DIAGRAMMES DE BODE

Nous représentons au niveau des Figures III.1 et III.2 respectivement, les diagrammes de Bode de l'impédance équivalente et de la phase.



**Figure III.1 :** Diagramme de Bode de l'impédance équivalente du mur.  $\lambda=0.48\text{W}/(\text{m.}^{\circ}\text{C})$   
 $\alpha=4.10^{-7}\text{m}^2.\text{s}^{-1}$ ;  $\omega=10^{-3}\text{ rad/s}$ ;  $h_1=1000$   $h_2=10$



**Figure III.2 :** Diagramme de Bode de la phase de l'impédance équivalente du mur.  
 $\lambda=0.48\text{W}/(\text{m.}^{\circ}\text{C})$ ;  $\alpha=4.10^{-7}\text{m}^2.\text{s}^{-1}$ ;  $\omega=10^{-3}\text{ rad/s}$ ;  $h_1=1000$   $h_2=10$

Les diagrammes de Bode permettent de mettre en évidence les fréquences de coupure  $\omega_c$ . Les fréquences de coupure sont reliées à la capacité équivalente du mur emmagasinant de l'énergie.

La fréquence de coupure est obtenue en considérant le point d'intersection entre les tangentes de deux parties successives de la courbe pratiquement rectiligne.

La courbe présente deux fréquences de coupure, mais celle située à environ  $10^{-6}$  rad/s est commune aux deux courbes.

La diminution de l'impédance dynamique observée à la Figure III.1 s'explique par une augmentation du flux de chaleur quand la fréquence excitatrice de la température est relativement importante.

#### **IV. COCLUSION**

Nous avons étudié dans cette partie l'évolution de la chaleur à travers le mur. Les influences de la fréquence excitatrice de la température et du coefficient d'échanges thermiques à la face avant ont été montrées.

L'analogie thermique – électrique nous permis de tracer les diagrammes de Bode de l'impédance équivalente et de la phase.

## **CONCLUSION GENERALE**

Cette étude nous a permis de présenter dans la première partie le Kapok. Une situation géographique des zones où le kapokier peut être trouvé a été donnée. Les avantages et inconvénients du kapok sont étudiés. Le Kapok est aussi présenté comme isolant thermique.

Dans une deuxième partie, nous avons effectué une étude du transfert thermique. Les courbes d'évolution de la température et du flux de chaleur à travers un mur plan sont données. Les influences de la fréquence excitatrice de la température et du coefficient d'échanges thermiques à la face avant sont mises en exergue.

En perspective, une étude plus exhaustive du transfert de chaleur peut être envisagée en déterminant certains paramètres thermophysiques.

L'étude à trois dimensions peut être aussi envisagée.

Enfin, cette méthode pourrait être utilisée pour caractériser des matériaux d'un point de vue thermique à partir de l'analogie électrique thermique.

## ANNEXES MATHMATIQUES

### I. EQUATION DE CHALEUR

Pour de faibles variations de température, la conduction de la chaleur est donnée par la loi de Fourier, dans un milieu isotrope:

$$\vec{J}_g = -\lambda \vec{\text{grad}}T \quad (1)$$

$\lambda$  ( $\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$ ) est la conductivité thermique du milieu.

$\vec{j}_g$  Est le vecteur densité de chaleur

T = Température du système

Ainsi la densité de flux de chaleur  $\varphi$  dans une direction caractérisée par un vecteur unitaire  $\vec{i}$  est :

$$\varphi = \vec{J} \cdot \vec{i} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} (W \cdot m^{-2}) \quad (2)$$

#### Le bilan d'énergie dans un système de volume V:

Elle s'obtient en écrivant le bilan d'énergie dans un volume (V) caractérisé par sa conductivité ( $\lambda$ ), sa masse volumique ( $\rho$ ) et sa chaleur spécifique (C). Egalement nous considérons que :

la variation de température dans le volume (V) est due à la présence de sources internes et à la chaleur entrant dans le volume.

\* $Q_1$  est la quantité de chaleur pénétrant dans le volume (V) à travers la surface (S) pendant le temps  $\delta t$ .

$$Q_1 = \iint_S \lambda \cdot \vec{\nabla} T \cdot d\vec{S} \cdot \delta t \quad (3)$$

\* $Q_2$  est la quantité de chaleur créée dans le volume (V) par les sources internes pendant le temps  $\delta t$ .

$$Q_2 = \iiint_V p \cdot dV \cdot \delta t \quad (4)$$

p est le puit de chaleur.

\* $Q_3$  est la quantité de chaleur nécessaire à la variation de température  $dT$ , du volume (V) pendant  $\delta t$

C est la chaleur spécifique de du matériau ( $\text{J.Kg}^{-1}\text{.C}^{-1}$ ).

$$Q_3 = \iiint_V \rho \cdot C \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \cdot dV \cdot \delta t \quad (5)$$

Le bilan d'énergie nous permet d'écrire :

$$Q_1 + Q_2 = Q_3 \quad (6)$$

Ce qui équivaut à écrire que :

$$\iint_S \lambda \cdot \vec{\nabla} T \cdot d\vec{S} \cdot \delta t + \iiint_V p \cdot dV \cdot \delta t = \iiint_V \rho \cdot C \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \cdot dV \cdot \delta t \quad (7)$$

La relation d'Ostrogradsky nous permet de passer d'une intégrale sur une surface à une intégrale sur le volume. Ainsi l'équation va s'écrire sous la forme suivante :

$$\iiint_V \vec{\nabla} \cdot (\lambda \cdot \vec{\nabla} T) \cdot dV \cdot \delta t + \iiint_V p \cdot dV \cdot \delta t = \iiint_V \rho \cdot C \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \cdot dV \cdot \delta t \quad (8)$$

Localement et pour un instant  $\delta t$ , nous aurons donc : +

$$\vec{\nabla} \cdot (\lambda \cdot \vec{\nabla} T) + p = \rho \cdot C \frac{\partial T}{\partial t} \quad \text{avec} \quad (9)$$

D'où finalement l'équation de la chaleur devient :

$$\rho \cdot C \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \Delta T + p + \frac{\partial \lambda}{\partial x} \left( \vec{\nabla} \cdot T \right) \quad (10)$$

$\lambda$  est considéré comme une constante lors du transfert thermique dans le milieu. L'équation de la chaleur devient :

$$\lambda \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + P_p = \rho \cdot C \frac{\partial T}{\partial t} \quad (11)$$

$P_p$  représente le puit de chaleur.

## II. TEMPERATURE EN REGIME DYNAMIQUE FREQUENTIEL

Sans puit et source de chaleur interne, on peut écrire :

On a :  $P_p = 0$

L'équation différentielle devient :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \frac{\rho \cdot C}{\lambda} \frac{\partial T}{\partial t} = 0 \quad (12)$$

Nous posons  $\alpha = \frac{\lambda}{\rho \cdot C}$

L'équation différentielle s'écrit :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} = 0 \quad (13)$$

Nous proposons une séparation des variables pour déterminer la solution de l'équation différentielle ; on pose :

$$T(x,t) = X(x) \cdot Y(t) \quad (14)$$

En tenant compte des relations ci-dessous:

$$\frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} = Y(t) \frac{\partial^2 X(x)}{\partial x^2} \quad (15)$$

$$\frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = X(x) \frac{\partial Y(t)}{\partial t} \quad (16)$$

On obtient :

$$\alpha \frac{1}{X} \frac{\partial^2 X}{\partial x^2} = \frac{1}{Y} \frac{\partial Y}{\partial t} = C \quad (17)$$

On recherche une solution périodique de la même forme que l'excitation en posant :

$$C = i\omega \quad (19)$$

Soit

$$Y(t) = K e^{i\omega t} \quad (20)$$

La deuxième égalité de l'équation (III-6) :

$$\frac{1}{X} \frac{\partial^2 X}{\partial x^2} = \frac{C}{\alpha} = \frac{i\omega}{\alpha} \quad (21)$$

Soit :

$$\frac{\partial^2 X}{\partial x^2} - \frac{i\omega}{\alpha} X = \frac{\partial^2 X}{\partial x^2} - \beta^2 X = 0 \quad (22)$$

$$\text{avec } \beta^2 = \frac{i\omega}{\alpha} \quad (23)$$

soit

$$i\omega = (a + ib)^2 = a^2 - b^2 + 2iab \quad (24)$$

$$\begin{cases} a^2 - b^2 = 0 \\ 2ab = \omega > 0 \end{cases} \Rightarrow a = b = \pm \sqrt{\frac{\omega}{2}} \quad (25)$$

d'où

$$\sqrt{\frac{i\omega}{\alpha}} = \pm \sqrt{\frac{\omega}{2\alpha}} (1+i) \quad (26)$$

on pose :

$$\beta = \sqrt{\frac{\omega}{2\alpha}} (1+i) \quad (27)$$

la solution de l'équation peut s'écrire :

$$X(x) = k_1 \sinh(\beta x) + k_2 \cosh(\beta x) \quad (28)$$

L'expression de la température est finalement:

$$T(x, \omega, t) = [A_1 \sinh(\beta x) + A_2 \cosh(\beta x)] e^{i\omega t} \quad (29)$$

$$\text{Avec : } A_1 = K_1 \cdot K \quad \text{et} \quad A_2 = K_2 \cdot K \quad (30)$$

La solution (29) peut s'écrire sous la forme :

$$T(x, \omega, t) = [A_1 \sinh(\frac{x}{L_*}) + A_2 \cosh(\frac{x}{L_*})] e^{i\omega t} \quad (31)$$

$L^*$  est la longueur de diffusion thermique complexe

Pour déterminer les coefficients  $A_1$  et  $A_2$ , nous appliquons les conditions aux limites ci-dessous.

Conditions aux limites :

$$\begin{cases} \lambda \frac{\partial T}{\partial x} = h_1 [T(0, t) - Ta_1] \\ -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = h_2 [T(L, t) - Ta_2] \end{cases} \quad (32)$$

$$\begin{cases} \lambda \frac{\partial T}{\partial x} = h_1 [T(0, t) - Ta_1] \\ -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = h_2 [T(L, t) - Ta_2] \end{cases} \quad (33)$$

Nous avons :

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \beta \cdot [A_1 \cdot \cosh(\beta \cdot x) + A_2 \cdot \sinh(\beta \cdot x)] \cdot e^{i \cdot \omega \cdot t} \quad (34)$$

Les conditions aux limites (33) et (34) permettent d'écrire :

$$T(0, \omega, t) = [A_1 \cdot \sinh(0) + A_2 \cdot \cosh(0)] \cdot e^{i \cdot \omega \cdot t} = A_2 \cdot e^{i \cdot \omega \cdot t} \quad (35)$$

$$T(L, \omega, t) = [A_1 \cdot \sinh(\beta \cdot L) + A_2 \cdot \cosh(\beta \cdot L)] \cdot e^{i \cdot \omega \cdot t} \quad (36)$$

$$Ta_1 = T_{01} \cdot e^{i \cdot \omega \cdot t} \quad (37)$$

$$Ta_2 = T_{02} \cdot e^{i \cdot \omega \cdot t} \quad (38)$$

$$\lambda \cdot \beta \cdot A_1 = h_1 \cdot A_2 - T_{01} \cdot h_1 \quad (39)$$

$$\lambda \cdot \beta \cdot A_1 \cdot \cosh(\beta \cdot l) - \lambda \cdot \beta \cdot A_2 \cdot \sinh(\beta \cdot l) = h_2 \cdot A_1 \cdot \sinh(\beta \cdot l) + h_2 \cdot A_2 \cdot \cosh(\beta \cdot l) - T_{02} \cdot h_2 \quad (40)$$

$$A_1 \cdot [h_2 \cdot \sinh(\beta \cdot l) + \lambda \cdot \beta \cdot \cosh(\beta \cdot l)] + A_2 \cdot [h_2 \cdot \cosh(\beta \cdot l) + \lambda \cdot \beta \cdot \sinh(\beta \cdot l)] = T_{02} \cdot h_2 \quad (41)$$

Pour déterminer  $A_1$  et  $A_2$ , nous résolvons le système d'équation:

$$\begin{cases} \lambda \cdot \beta \cdot A_1 - h_1 \cdot A_2 = -T_{01} \cdot h_1 \\ A_1 \cdot [h_2 \cdot \sinh(\beta \cdot l) + \lambda \cdot \beta \cdot \cosh(\beta \cdot l)] + A_2 \cdot [h_2 \cdot \cosh(\beta \cdot l) + \lambda \cdot \beta \cdot \sinh(\beta \cdot l)] = T_{02} \cdot h_2 \end{cases} \quad (42)$$

$$\begin{cases} \lambda \cdot \beta \cdot A_1 - h_1 \cdot A_2 = -T_{01} \cdot h_1 \\ A_1 \cdot [h_2 \cdot \sinh(\beta \cdot l) + \lambda \cdot \beta \cdot \cosh(\beta \cdot l)] + A_2 \cdot [h_2 \cdot \cosh(\beta \cdot l) + \lambda \cdot \beta \cdot \sinh(\beta \cdot l)] = T_{02} \cdot h_2 \end{cases} \quad (43)$$

Nous posons :

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = \lambda \cdot \beta \\ \varepsilon_2 = h_2 \cdot \sinh(\beta \cdot l) + \lambda \cdot \beta \cdot \cosh(\beta \cdot l) \end{cases} \quad (44)$$

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = \lambda \cdot \beta \\ \varepsilon_2 = h_2 \cdot \sinh(\beta \cdot l) + \lambda \cdot \beta \cdot \cosh(\beta \cdot l) \end{cases} \quad (45)$$

$$\begin{cases} \gamma_1 = h_1 \\ \gamma_2 = h_2 \cdot \cosh(\beta \cdot l) + \lambda \cdot \beta \cdot \sinh(\beta \cdot l) \end{cases} \quad (46)$$

$$\begin{cases} \gamma_1 = h_1 \\ \gamma_2 = h_2 \cdot \cosh(\beta \cdot l) + \lambda \cdot \beta \cdot \sinh(\beta \cdot l) \end{cases} \quad (47)$$

$$\begin{cases} \delta_1 = T_{01} \cdot h_1 \\ \delta_2 = T_{02} \cdot h_2 \end{cases} \quad (48)$$

$$\begin{cases} \delta_1 = T_{01} \cdot h_1 \\ \delta_2 = T_{02} \cdot h_2 \end{cases} \quad (49)$$

Ainsi nous pouvons écrire sous la forme de produit de matrice :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 & -\gamma_1 \\ \varepsilon_2 & \gamma_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\delta_1 \\ \delta_2 \end{bmatrix} \quad (50)$$

A partir de la méthode des déterminant, nous obtenons :

$$A_1 = \frac{\delta_2\gamma_1 - \delta_1\gamma_2}{\varepsilon_1\gamma_2 + \varepsilon_2\gamma_1} = \frac{h_1.h_2.T_{O_2} - h_1.T_{O_1}.[h_2.\cosh(\beta.L) + \lambda.\beta.\sinh(\beta.L)}}{\lambda.\beta[h_2.\cosh(\beta.L) + \lambda.\beta.\sinh(\beta.L)] + h_1.[h_2.\sinh(\beta.L) + \lambda.\beta.\cosh(\beta.L)]} \quad (51)$$

$$A_2 = \frac{\delta_2\varepsilon_1 + \varepsilon_2\delta_1}{\varepsilon_1\gamma_2 + \varepsilon_2\gamma_1} = \frac{h_2.\lambda.\beta.T_{O_2} + h_1.T_{O_1}.[h_2.\sinh(\beta.L) + \lambda.\beta.\cosh(\beta.L)]}{\lambda.\beta[h_2.\cosh(\beta.L) + \lambda.\beta.\sinh(\beta.L)] + h_1.[h_2.\sinh(\beta.L) + \lambda.\beta.\cosh(\beta.L)]} \quad (52)$$

### III. FLUX DE CHALEUR A TRAVERS LE MUR

Nous déterminons la capacité thermique à partir de l'expression suivante :

$$\phi(x, \omega, t) = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = -\lambda.\beta.[A_1.\cosh(\beta.x) + A_2.\sinh(\beta.x)].e^{i.\omega.t} \quad (53)$$

La température est décroissante de la face avant à la face arrière ; soit  $\frac{\partial T}{\partial x} \leq 0$

### IV. RESISTANCE EQUIVALENTE D'UN MUR

$$\phi = (T_1 - T_2) \cdot S \cdot \frac{\lambda}{L} \quad (54)$$

- Flux convectif échangé à la face avant :

$$\phi_{c1} = (T_{a1} - T_1) \cdot S \cdot h_{c1} \quad (55)$$

- Flux radiatif échangé à la face avant :

$$\phi_{r1} = (T_{a1} - T_1) \cdot S \cdot h_{r1} \quad (56)$$

- Flux convectif échangé à la face arrière:

$$\phi_{c2} = (T_2 - T_{a2}) \cdot S \cdot h_{c2} \quad (57)$$

- Flux radiatif échangé à la face arrière :

$$\phi_{r2} = (T_2 - T_{a2}) \cdot S \cdot h_{r2} \quad (58)$$

En se basant sur les relations (III.1), (III.2), (III.3), (III.4) et (III.5) l'expression du flux est donnée par :

$$\phi = \frac{T_{a1} - T_{a2}}{(1/S) \cdot [1/(h_{c1} + h_{r1}) + L_2/\lambda + 1/(h_{c2} + h_{r2})]} \quad (59)$$

Par analogie avec l'électricité, nous avons une relation analogue à la loi d'ohm :

$$\Delta T = T_{a1} - T_{a2} = R_{eq1} \cdot \phi \quad (60)$$

où

$R_{eq1}$  est la résistance équivalente du matériau,

$\phi$  flux de chaleur, correspond à l'intensité électrique I d'un courant électrique,

## V. IMPEDANCE THERMIQUE DU MUR

Par analogie électrique nous avons :

- le flux  $\phi$  correspond à l'intensité du courant électrique I
- la température T correspond au potentiel électrique V

Nous pouvons écrire :

$$\Delta T = Z_e \cdot \phi \quad (61)$$

Avec  $Z_e$  impédance thermique équivalente

et  $\Delta T$  est la différence entre la température la plus élevée et la température la moins élevée.

Donnons différentes expressions du flux de chaleur traversant le mur

- Flux  $\phi$  à travers le mur

$$\phi = \frac{\lambda \cdot S}{L} [T(0, \omega, t) - T(L, \omega, t)] \quad (62)$$

- Flux  $\phi_1$  traversant la face avant du mur

$$\phi_1 = h_1 \cdot S [T_a_1 - T(0, \omega, t)] \quad (63)$$

- Flux  $\phi_2$  traversant la face arrière du mur

$$\phi_2 = h_2 \cdot S [T(L, \omega, t) - T_a_2] \quad (64)$$

Les relations (62), (63) et (64) permettent d'écrire:

$$\frac{\phi \cdot L}{\lambda \cdot S} = T(0, t) - T(L, t) \quad (65)$$

$$\frac{\phi_1}{h_1 \cdot S} = T_a_1 - T(0, t) \quad (66)$$

$$\frac{\phi_2}{h_2 \cdot S} = T(L, t) - T_a_2 \quad (67)$$

Les relations (65) et (66) et (67) conduisent au résultat ci-dessous :

$$T_a_1 - T_a_2 = \frac{\phi}{S} \left( \frac{L}{\lambda} + \frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_2} \right) \quad (68)$$

Relation obtenue en considérant la conservation du flux à travers le mur.

Posons :

$$R_e = \frac{1}{S} \left( \frac{L}{\lambda} + \frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_2} \right) \quad (69)$$

Résistance équivalente thermique du mur

Nous pouvons écrire :

$$T_a_1(t) = R_e \cdot \phi + T_a_2(t) \quad (70)$$

**L'impédance thermique pour une profondeur x :  $Z_e(x, \omega)$**

$$T(0, \omega, t) - T(x, \omega, t) = [A_2(1 - \cosh(\beta \cdot x)) - A_1 \cdot \sinh(\beta \cdot x)] \cdot e^{i \cdot \omega \cdot t} = Z_e \cdot \phi \quad (71)$$

En tenant compte de l'expression du flux (53), on peut écrire :

$$Ze(x, \omega) = \frac{A_2(1 - \cosh(\beta.x)) - A_1 \cdot \sinh(\beta.x)}{\phi} \quad (72)$$

$$Ze(x, \omega) = \frac{A_2(1 - \cosh(\beta.x)) - A_1 \cdot \sinh(\beta.x)}{-\lambda \cdot \beta [A_1 \cdot \cosh(\beta.x) + A_2 \cdot \sinh(\beta.x)]} \quad (73)$$

# **«ETUDE DU TRANSFERT THERMIQUE EN REGIME DYNAMIQUE FREQUENTIEL : APPLICATION AU KAPOK»**

**Mohamed Sidya OULD BRAHIM**

Maître ès Sciences

**Mémoire de DEA**

**Option : Chimie – Physique appliquée à l'énergie**

Soutenu publiquement le 15 Décembre 2007 devant le jury composé de :

Président : NDIAYE Sérigne Professeur Titulaire FST/UCAD

Membres : SOW Mamadou Lamine Maître assistant FST/UCAD  
SISSOKO Grégoire Professeur Titulaire FST/UCAD

## **Résumé :**

Ce travail nous a permis de présenter dans la première partie le Kapok. Une situation géographique des zones où le kapokier peut être trouvé a été donnée. Les avantages et inconvénients du kapok sont étudiés. Le Kapok est aussi présenté comme isolant thermique.

Dans une deuxième partie, nous avons effectué une étude du transfert thermique. Les courbes d'évolution de la température et du flux de chaleur à travers un mur plan sont données. Les influences de la fréquence excitatrice de la température et du coefficient d'échanges thermiques à la face avant sont mises en exergue.

**Mots clés :** Kapok - Fréquence excitatrice – Equivalence électrique thermique – Diagrammes de Bode.