

N°	Liste des figures	Page
01	Figure I.1: force et allongement ΔL en traction simple.....	05
02	Figure I.2 : Schématisation de l'allongement ΔL et de la striction en traction.....	06
03	Figure I.3 : les familles des matériaux.	07
04	Figure I.4 : comportement des matériaux en traction. a) pas de domaine plastique; b) déformation plastique permanente; c) déformation élastique non proportionnel à la charge.....	08
05	Figure I.5 : empilement d'atomes dans un réseau cristallin.....	10
06	Figure I.6: Plan de glissement créant un décalage qui forme une marche en surface.....	11
07	Figure I.7: Déplacement d'une dislocation coin dans un monocristal.....	12
08	Figure I.8 : Dislocations observée au MET dans un échantillon de fer.....	12
09	Figure I.9 : lignes de glissement à la surface d'un monocristal de cu30%Zn déformé à 19.4% en traction à 77° K.....	13
10	Figure I.10 : propagation de la déformation plastique de grain en grain le long de bandes inclinées à 45 à l'axe de traction.....	13
11	Figure I.11 : Glissement des plans atomiques denses dans un monocristal en traction.	14
12	Figure I.12 : schéma du glissement des blocs cristallins lors de la déformation plastique	15
13	Figure I.13: Schéma du glissement progressif d'un bloc cristallin sur un plan de glissement P.....	15
14	Figure I.14: Allongement rémanent et limite d'allongement rémanent.	16
15	Figure I.15: allongement vrai d'une éprouvette en traction.....	18
16	Figure I.16 : répartition schématique de l'allongement réparti et de l'allongement de striction en traction.	19
17	Figure I.17 : représentation de l'allongement à rupture sur une courbe de traction.....	19
18	Figure I.18 : striction d'une éprouvette après rupture par traction.....	20
19	Figure I.19 : différents profils géométriques du faciès de la striction.....	20
20	Figure I.20 : type de rupture en striction : a) rupture fragile ; b) rupture semi-fragile ; c) rupture mixte ; d) rupture ductile ; e) rupture idéale.....	21
21	Figure I.21 : schématisation de la striction diffuse et la striction localisée sur une éprouvette en traction.....	22
22	Figure I.22 : représentation de la striction diffuse et de la striction localise sur la courbe de traction.....	23
23	Figure I.23 : striction localisée dans une plaque.....	24
24	Figure I.24 : représentation géométrique de la striction selon Troost et El Magd.....	25
25	Figure I.25 : simulation numérique de la striction.....	29
26	Figure I.26 : Variation des propriétés mécaniques ($R_{0.2}$, R_m , A) d'un laiton (C_u -35% Z_n) en fonction de la réduction par laminage.....	30
27	Figure I.27 : répartition de l'état de contrainte dans la zone de striction. Géométrie de la striction correspondant a cette répartition.....	32
28	Figure I.28 : dispositif de l'essai de traction.	35
29	Figure I.29 : Forme et dimensions normalisée d'une éprouvette plate de traction avant et après essai.	36

N°	Liste des figures	Page
30	Figure I.30 : Forme et dimensions normalisée d'une éprouvette circulaire de traction avant et après essai.	37
31	Figure I.31 : éprouvette de traction cylindrique et plate	39
32	Figure I.32 : Les différentes phases de déformation en traction.....	40
33	Figure I.33 : section éprouvette avant et après rupture.....	42
34	Figure I.34 : Matériau parallélépipédique soumis a une force de traction dans la direction // Ox.....	43
35	Figure I.35 : courbes de traction des aciers.....	44
36	Figure I.36 : limite supérieure et limite inférieure d'élasticité.....	45
37	Figure I.37 : limite conventionnelle d'allongement permanent de 0,2%.....	45
38	Figure I.38 : Courbe rationnelle de traction.....	46
39	Figure I.39 : déformation résiduelle (écrouissage) en traction.....	49
40	Figure I.40 : instabilité plastique en traction.....	50
41	Figure I.41 : Modèle de striction de Considère (définition de la sous-tangente Z_C sur le graphe de la contrainte d'écoulement Y en fonction de la déformation plastique équivalente ϵ).....	52
42	Figure I.42 : Analyse de Swift.....	52
43	Figure I.43 : Modèle de striction localisée de Hill.....	53
44	Figure II.1 : a) éprouvette de traction avant déformation ; b) éprouvette de traction après déformation.....	56
45	Figure II.2 : représentation géométrique de l'approche D_1 sur une éprouvette après rupture.....	57
46	Figure II.3 : représentation de l'approche D_1 de la $\frac{1}{2}$ éprouvette supérieure gauche (portion1).....	58
47	Figure II.4 : représentation géométrique de l'approche D_1 sur une éprouvette d'un matériau fragile	60
48	Figure II.5 : représentation géométrique de l'approche D_1 sur une éprouvette d'un matériau idéalement plastique	60
49	Figure II.6 : représentation de l'angle β en fonction de l'allongement et du diamètre de striction d_1	61
50	Figure II.7 : représentation de l'approche D_1 de la $\frac{1}{2}$ éprouvette inférieure gauche.....	62
51	Figure II.8 : représentation de l'approche D_1 de l'éprouvette totale gauche...	63
52	Figure II.9 : d évolution géométrique du paramètre d'approche D_1 sur une éprouvette en traction.....	63
53	Figure II.10 : différentes phases d'évolution du paramètre D_1 sur une $\frac{1}{2}$ éprouvette en traction.....	64
54	Figure II.11 : évolution de la variation de forme du triangle de ductilité et de l'angle de ductilité de la $\frac{1}{2}$ éprouvette supérieure.....	66
55	Figure II.12 : évolution de la variation de forme du triangle de ductilité et de l'angle de ductilité de l'éprouvette	67

N°	Liste des figures	Page
56	Figure II.13: répartition géométrique du triangle de ductilité de l'approche D_1	68
57	Figure II.14: différentes étapes d'évolution du triangle de ductilité.....	68
58	Figure II.15: représentation géométrique de l'approche D_2	69
59	Figure II.16 : différentes phases d'évolution géométrique du paramètre D_2 sur une éprouvette en traction.....	70
60	Figure II.17 : différentes étapes d'évolution géométrique de la ductilité.....	71
61	Figure II.18: répartition de l'allongement total et de la réduction du diamètre Δd sur une éprouvette en traction.	72
62	Figure II.19 : différentes phases d'évolution de l'allongement sur une éprouvette en traction.....	74
63	Figure II.20 : différentes phases d'évolution géométrique du paramètre D_3 sur une éprouvette en traction.....	75
64	Figure II.21: Représentation dimensionnelle des éprouvettes utilisées.....	81
65	Figure II.22: exemple d'éprouvettes de fer et de cuivre a l'état avant recuit..	82
66	Figure II.23: Tour d'usinage analogique.....	82
67	Figure II.24 : exemple d'éprouvettes de fer et de cuivre après recuit.....	83
68	Figure II.25: machine universelle MFL de type VHP 600 de marque Zwick.....	84
69	Figure II.26: Dispositif de montage et d'amarrage des éprouvettes sur la machine universelle MFL de type VHP 600.....	84
70	Figure II.27 : palmer 0-25.....	85
71	Figure II.28 : pied à coulisse classique.....	85
72	Figure II.29 : loupe.....	85
73	Figure II.30 : règle graduée de 500mm.....	85
62	Figure III.1 : courbes de traction moyenne du fer recuit	86
63	Figure III.2 : exemple de Profil de la striction d'une éprouvette de fer recuit.	87
64	Figure III.3 : Courbes de traction moyenne du cuivre recuit.....	88
65	Figure III.4: exemple de Profil de striction d'une éprouvette de cuivre recuit après rupture.....	89
66	Figure III.5: histogramme de l'allongement $A\%$ du fer et du cuivre.....	91
67	Figure III.6: histogramme de la striction $Z\%$ du fer et du cuivre.....	92
68	Figure III.7 : histogramme de l'allongement $A\%$ et de la striction $Z\%$ du fer et du cuivre.....	92
69	Figure III.8 : Histogramme des valeurs de ε_T du fer et du cuivre.....	93
70	Figure III.9 : Histogramme des valeurs de D_1 du fer et du cuivre.....	96
71	Figure III.10 : Histogramme des valeurs de D_2 du fer et du cuivre.....	97
72	Figure III.11 : Histogramme des valeurs de D_3 du fer et du cuivre.....	97
73	Figure III.12 : Histogramme des valeurs de D_4 du fer et du cuivre	98
74	Figure III.13 : Histogramme des valeurs de D_5 du fer et du cuivre.....	98
75	Figure III.14 : représentation géométrique de l'approche de ductilité D_1 des éprouvettes du cuivre et du fer.....	101

N°	Liste des figures	Page
76	Figure III.15 : Courbes de traction de l'acier XC18.....	102
77	Figure III.16 : Courbe de traction de l'acier XC38.....	104
78	Figure III.17 : Courbe de traction moyenne de l'acier XC48.....	106
79	Figure III.18 : histogramme de l'allongement A% des aciers XC18, XC38 et XC48.....	108
80	Figure III.19 : histogramme de la striction Z % des aciers XC18, XC38 et XC48.....	109
81	Figure III.20 : Histogramme de ε_r des aciers XC18, XC38 et XC48.....	109
82	Figure III.21 : Histogramme de D_1 des aciers XC18, XC38 et XC48.....	111
83	Figure III.22 : Histogramme de D_2 des aciers XC18, XC38 et XC48.....	112
84	Figure III.23 : Histogramme de D_3 des aciers XC18, XC38 et XC48.....	112
85	Figure III.24 : Histogramme de D_4 des aciers XC18, XC38 et XC48.....	113
86	Figure III.25 : Histogramme de D_5 des aciers XC18, XC38 et XC48.....	113
87	Figure III.26 : représentation géométrique de l'approche D_1 des aciers XC18, XC38 et XC48.....	114
88	Figure III.27 : représentation géométrique de l'approche D_1 de 02 matériaux 1et 2 d'allongement $A_1 > A_2$ et de striction $Z_1 > Z_2$	116
89	Figure III.28 : représentation géométrique de l'approche D_1 de 02 matériaux 1et 2 d'allongement $A_1 < A_2$ et de striction $Z_1 < Z_2$	117
90	Figure III.29 : représentation géométrique de l'approche D_1 de 02 matériaux 1et 2 d'allongement $A_1 > A_2$ et de striction $Z_1 < Z_2$	118
91	Figure III.30 représentation géométrique de l'approche D_1 de 02 matériaux 1et 2 d'allongement $A_1 > A_2$ et de striction $Z_1 < Z_2$ avec superposition des triangles 1et 2.....	119
92	Figure III.31 : représentation géométrique de l'approche D_1 de 02 matériaux 1 et2 d'allongement $A_1 < A_2$ et de striction $Z_1 > Z_2$	120
93	Figure III.32 : représentation géométrique de l'approche D_1 de 02 matériaux 1 et2 d'allongement $A_1 = A_2$ et de striction $Z_1 = Z_2$	121

N°	Liste des tableaux	Page
01	Tableau I.1 : Propriétés mécaniques typiques de plusieurs métaux et alliages recuits.....	09
02	Tableau I.2 : composition chimique et caractéristiques mécaniques des aciers au carbone.....	10
03	Tableau I.3 : principaux système de glissement dans les aciers.....	14
04	Tableau I.4 : caractéristiques géométriques des éprouvettes plates de traction normalisées pour usage général.....	37
05	Tableau I.5 : caractéristiques géométriques des éprouvettes circulaires de traction normalisées pour usage général.....	38
06	Tableau I.6 : Quelques valeurs usuelles de E.....	43
07	Tableau II.1 : propriétés mécaniques de quelques métaux.....	54
08	Tableau II.2 : Exemples de métaux en contradiction de ductilité.....	54
09	Tableau II.3 : Composition chimiques de l'acier XC18.....	80
10	Tableau II.4 : Composition chimiques de l'acier XC38.....	81
11	Tableau II.5 : Composition chimique de l'acier XC48.....	81
12	Tableau III.1 : Caractéristiques mécaniques du fer recuit.....	86
13	Tableau III.2 : paramètres de ductilité A, Z et ε_r du fer recuit.....	87
14	Tableau III.3 : moyenne des valeurs de A, Z et ε_r du fer recuit	88
15	Tableau III.4 : Caractéristiques mécaniques du cuivre recuit	89
16	Tableau III.5 : : paramètres de ductilité A, Z et ε du cuivre recuit.....	90
17	Tableau III.6 : moyenne des valeurs de A, Z et ε_r du cuivre recuit	90
18	Tableau III.7 : comparatif de A, Z et ε_r du fer recuit et du cuivre recuit	91
19	Tableau III.8 : dimensions initiale et finale de la longueur et du diamètre du fer recuit	93
20	Tableau III.9 : dimensions initiale et finale de la longueur et du diamètre du cuivre recuit.....	94
21	Tableau III.10 : moyenne de la différence de longueur ΔL de la différence du diamètre Δd et du diamètre de striction d_l du cuivre recuit et du fer recuit	94
22	Tableau III.11 : valeurs des approches de modélisation du fer recuit et calcul de la moyenne.....	95
23	Tableau III.12 : valeurs des approches de modélisation du cuivre recuit et calcul de la moyenne.....	95
24	Tableau III.13 : comparatif des valeurs des approches de modélisation du fer recuit et du cuivre recuit.....	96
25	Tableau III.14 : comparatif des valeurs de A, Z et ε_r avec les valeurs des approches de la modélisation de la ductilité entre le fer recuit et le cuivre recuit.....	99
26	Tableau III.15 : caractéristiques mécaniques du XC18.....	102
27	Tableau III.16 : paramètres de ductilité A, Z et ε_r du XC18	102
28	Tableau III.17 : moyenne des valeurs de A, Z et ε_r du XC18.....	103
29	Tableau III.18 : dimensions initiale et finale de la longueur et du diamètre du XC18.....	103
30	Tableau III.19 : valeurs des approches de modélisation du XC18 et calcul de la moyenne	103

N°	Liste des tableaux	Page
31	Tableau III.20 : caractéristiques mécaniques du XC38.....	104
32	Tableau III.21 : paramètres de ductilité A, Z et ε_r du XC38.....	104
N°	Liste des tableaux	Page
33	Tableau III.22 : moyenne des valeurs de A, Z et ε du XC38.....	105
34	Tableau III.23 : dimensions initiale et finale de la longueur et du diamètre du XC38	105
35	Tableau III.24 : valeurs des approches de modélisation du XC38 et calcul de la moyenne:.....	105
36	Tableau III.25 : caractéristiques mécaniques du XC48.....	106
37	Tableau III.26 : paramètres de ductilité A, Z et ε_r du XC48	106
38	Tableau III.27 : moyenne des valeurs de A, Z et ε_r du XC48.....	107
39	Tableau III.28 : dimensions initiale et finale de la longueur et du diamètre du XC48.....	107
40	Tableau III.29 : valeurs des approches de modélisation du XC48 et calcul de la moyenne.....	107
41	Tableau III.30 : Valeurs de A, Z et ε_r des aciers XC18, XC38 et XC48	108
42	Tableau III.31 : moyenne de la différence de longueur ΔL de la différence du diamètre Δd et du diamètre de striction d_l des aciers XC18, XC38 et XC48	109
43	Tableau III 32 : Etude comparative des valeurs des approches de modélisation de la ductilité des aciers XC18, XC38 et XC48.....	110
44	Tableau III.33 : Etude comparative générale de la ductilité des aciers XC18, XC38 et XC48.....	115

Liste des indices et annotations

Indices et annotations	légende
A	Allongement pourcent
α	angle de striction
β	$\frac{1}{2}$ angle de ductilité
d_0	diamètre initiale
d_1	diamètre finale
D_1, D_2, D_3, D_4, D_5	approches de modélisation de la ductilité
Δd	différence de diamètre
ΔL_r	allongement réparti
ΔL_s	allongement de striction
ΔL	allongement total
E	module de Young
ε	déformation
ε^*	déformation rationnelle
γ	angle de ductilité
G	module de cisaillement
L_0	longueur initiale
L_1	Longueur finale
ν	coefficient de poisson
Re	résistance élastique
R_{eH}	résistance élastique supérieure
R_{eL}	résistance élastique inférieure
R_m	résistance à la rupture
S_0	section initiale
S_1	section finale
ΔS	différence de section
σ	contrainte
σ_r	contrainte de rupture
$\text{tg } \beta$	$\frac{1}{2}$ ductilité selon le paramètre D_1
$\text{tg } \gamma$	ductilité totale selon le paramètre D_1
Z	striction pourcent

SOMMAIRE

	TITRE	Page
Dédicace		
Remerciements		
Résumé		
Abstract		
ملخص		
Liste des figures		i
Liste des tableaux		ii
Liste des indices et annotations.....		iii
Introduction générale		01
CHAPITRE I : ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE		
I.1. Etude sur la ductilité des métaux.....		03
I.1.1. Introduction à la ductilité		03
I.1.2. Définition de la ductilité		04
I.1.3. Etude quantitative de la ductilité		07
I.1.3.1. La ductilité des matériaux		07
I.1.3.2. La ductilité des métaux		08
I.1.3.3. La ductilité des aciers au carbone		09
I.1.4. Interprétation de la ductilité par le mécanisme microstructurale de la déformation plastique.....		10
I.1.5. Paramètres de caractérisation de la ductilité.....		15
I.1.5.1. Mise en avant du paramètre d'allongement A de caractérisation de la ductilité.....		15
I.1.5.1.1. L'allongement rémanent A_x		16
I.1.5.1.2. L'allongement rationnel (vrai).....		16
I.1.5.1.3. Allongement non proportionnel sous charge maximale (Allongement uniforme réparti)		18
I.1.5.1.4. Allongement de striction.....		18
I.1.5.1.5. Allongement après rupture (allongement total).....		19
I.1.5.2. Mise en avant du paramètre de la striction Z de caractérisation de la ductilité		19
I.1.5.2.1. Profil géométrique du faciès de la striction.....		20
I.1.5.2.2. Relation entre type de rupture et coefficient de striction		21
I.1.5.2.3. Etude du mécanisme physique de la striction Z.....		21
I.1.5.2.3.1. Striction diffuse		22
I.1.5.2.3.2. Striction localisée		22
I.1.5.2.4. Analyse de la Striction diffuse et la striction localisée		23
I.1.5.2.5. Analyse de la striction selon Troost et El Magd.....		25
I.1.5.2.6. Etude de l'influence des caractéristiques mécaniques sur l'apparition de la striction.....		27
I.1.5.3. Caractérisation de la ductilité par la déformation plastique maximale ϵ_r		30
I.2. Etude de l'essai de caractérisation de la ductilité : essai de traction.....		34
I.2.1. Essais mécaniques.....		34
I.2.2. Essai de traction		34

I.2.3. Différentes normes d'essai de traction	34
I.2.4. Description de l'essai.....	35
I.2.4.1. Machine de traction.....	35
I.2.4.2. Types d'éprouvettes de traction et normalisation selon la norme EN-ISO-6892-1.....	35
I.2.4.2.1. Éprouvettes plates.....	36
I.2.4.2.2. Eprouvettes cylindriques	37
I.2.5. Exploitations de l'essai.....	39
I.2.5.1. Interprétation qualitative.....	39
I.2.5.2. Interprétation quantitative	41
I.2.5.2.1. Constantes d'élasticité.....	43
I.2.5.2.2. Limite d'élasticité.....	43
I.2.5.2.3. Limites conventionnelles.....	45
I.2.5.3. Courbe rationnelle de traction.....	46
I.2.5.3.1. Contrainte rationnelle	47
I.2.5.3.2. Déformation rationnelle.....	47
I.2.5.3.3. Équation de la courbe rationnelle.....	48
I.2.5.3.4. Coefficient d'écrouissage	48
I.2.5.3.5. Concentration de contraintes.....	49
I.2.5.3.6. Ecrouissage.....	49
I.2.5.3.7. Coefficient d'anisotropie	49
I.2.6. Critères d'instabilité plastique en traction	50
I.2.6.1. Critère de Considère.....	50
I.2.6.2 . Critère de Swift	52
I.2.6.3 . Critère de Hill	53

CHAPITRE I I : ETUDE EXPERIMENTALE

II.1 Approches de modélisation de la ductilité des métaux.....	54
II.1.1 Mise en avant de la contradiction dans l'appréciation de la ductilité entre les paramètres A et Z.....	54
II.1.2 Les 05 types d'approches de modélisation de la ductilité.....	55
II.1.2.1 Approche 1: approche de modélisation géométrique de la ductilité basée sur l'analyse et la synthèse de l'allongement uniforme et de striction..	55
II.1.2.1.1 Hypothèses	56
II.1.2.1.2 Analyse géométrique du modèle	57
II.1.2.1.3 démarche de calcul de l'approche D_1 de la ductilité.....	58
II.1.2.1.4 Interprétation.....	59
II.1.2.1.5 Vérification de la formulation de l'approche de ductilité $tg\beta = \Delta L / (2d_1)$	61
II.1.2.1.6 Analyse de l'approche de modélisation $D_1 = \frac{\Delta L}{d_1}$ pour les matériaux ductiles.....	64
II.1.2.1.7 Notion de triangle de ductilité et d'angle de ductilité de l'approche D_1	66
II.1.2.2 Approche 2 : une approche de modélisation mécanique de la ductilité en fonction de la déformation plastique maximale de rupture ...	69
II.1.2.3 Approche 3 : approche de modélisation de la ductilité par le produit vectoriel de l'allongement total et le palier de striction \overrightarrow{EB}	72
II.1.2.4 Approche 4 approche de modélisation de la ductilité par la moyenne de sommation de l'allongement A et de la striction Z.....	75

II.1.2.5 Approche 5: une approche de modélisation analytique de la ductilité basée sur les dimensions géométriques des éprouvettes avant et après essai.....	77
II. 2 Matériels et méthodes.....	79
II.2.1 Les matériaux	79
II.2.2 Les éprouvettes	81
II.2.3 Four de recuit	82
II.2.4 La machine de traction.....	83
II 2.5. Les instruments de mesure	84
CHAPITRE III : RESULTATS ET DISCUSSION	
III.1 Etude expérimentale de la ductilité du fer recuit	86
III.1.1 Courbe de traction et Caractéristiques mécaniques du fer recuit.....	86
III.1.2 Calcul des paramètres de la ductilité A, Z et ε_r du fer recuit.....	87
III.2 Etude expérimentale de la ductilité du cuivre recuit.....	88
III.2.1 Courbe de traction et Caractéristiques mécaniques du cuivre recuit	88
III.2.2 Calcul des paramètres de ductilité A , Z et ε_r du cuivre recuit.....	89
III.3 Etude comparative des valeurs de A, Z et ε_R du fer recuit et du cuivre recuit.....	90
III.4 Application expérimentale des approches de modélisation de la ductilité au fer recuit et au cuivre recuit.....	93
III.5 Etude comparative des valeurs des approches de modélisation du fer recuit et du cuivre recuit.....	96
III.6 analyse comparative des valeurs de A, Z et ε_r avec les valeurs des approches de modélisation de la ductilité du fer recuit et du cuivre recuit.....	99
III.7 Choix du paramètre d'approche $D_1 = \frac{\Delta L}{d_1}$ dans la quantification de la ductilité du cuivre et du fer.....	99
III.8 . Représentation géométrique de l'approche D_1 pour le cuivre recuit et le fer recuit	100
III.9. Etude expérimentale de la ductilité des aciers XC18, XC38 et XC48 ...	101
III.9.1. Etude de la ductilité de l'acier XC18.....	101
III.9.1.1. Courbe de traction et Caractéristiques mécaniques du XC18.....	101
III.9.1.2. Calcul des paramètres de ductilité A, Z et ε_r du XC18.....	102
III.9.1.3. Calcul des approches de modélisation de XC18.....	103
III.9.2. Etude de la ductilité de l'acier XC38 :.....	104
III.9.2.1. Courbe de traction et Caractéristiques mécaniques du XC38...	104
III.9.2.2. Calcul des paramètres de ductilité A, Z et ε_r du XC38	104
III.9.2.3. Calcul des approches de modélisation de XC38	105
III.9.3. Etude de la ductilité de l'acier XC48	106
III.9.3.1. Courbe de traction et Caractéristiques mécaniques du XC48	106
III.9.3.2. Calcul des paramètres de ductilité A, Z et ε_r du XC48	106
III.9.3.3. Calcul des approches de modélisation de XC48	107
III.10. Etude comparative de la ductilité des aciers XC18, XC38 et XC48 à travers les paramètres A, Z et ε_r	108
III.11. Analyse comparative des approches de modélisation des aciers XC18, XC38, XC48.....	110

III.12. représentation géométrique de l'approche D_1 pour les aciers XC18, XC38 et XC48	114
III.13. Etude comparative générale de la ductilité des aciers XC18, XC38 et XC48.....	114
III.14. Vérification de l'application générale du paramètre d'approche	
$D_1 = \frac{\Delta L}{d_1}$.....	115
CONCLUSION.....	122
Annexes.....	124

INTRODUCTION

**Etude et approche de modélisation de la ductilité des métaux
en déformation par traction**

Introduction générale

La ductilité joue un rôle primordiale dans la mise en forme des métaux, en effet sa connaissance permet de maîtriser au mieux les procédés de mise en forme et par la même éviter une rupture prématurée d'une pièce ou d'un équipement en sollicitation.

Dans ce mémoire nous nous intéressons à la propriété de la ductilité des métaux qui a fait l'objet de nombreuses études aussi bien récentes qu'anciennes.

Notre travail se répartit comme suit :

La partie bibliographique aborde la présentation de la ductilité, à travers sa définition, les mécanismes physiques qui la régissent, sa caractérisation par l'allongement A (%), la striction Z (%), la déformation plastique maximale ϵ_r , ainsi que l'essai mécanique qui permet de la mettre en évidence, à savoir l'essai de traction uniaxial.

Dans la partie expérimentale, nous exposons la contradiction entre les paramètres de la ductilité A (%) et Z (%) à travers des exemples, nous exposons également les 05 approches de modélisation de la ductilité que nous avons élaborées et nous les présentant dans l'ordre suivant :

-Approche 1 : approche de modélisation géométrique de la ductilité en fonction de

l'allongement et du diamètre de striction: $D_1 = \frac{\Delta L}{d_1}$

-Approche 2 : approche de modélisation de la ductilité par la sommation de l'allongement réparti et de striction avec la réduction du diamètre : $D_2 = \Delta L + \Delta d$

-Approche 3 : approche de modélisation de la ductilité par le produit vectoriel de

l'allongement total et le palier de striction \overrightarrow{EB} : $D_3 = \frac{\Delta L \times \Delta d}{2}$

-Approche 4 : approche de modélisation de la ductilité par la moyenne de sommation de

l'allongement A et de la striction Z : $D_4 = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{L_1}{L_0} \right) - \left(\frac{S_1}{S_0} \right) \right]$

-Approche 5 : approche de modélisation analytique de la ductilité basée sur les dimensions

géométriques des éprouvettes avant et après essai $D_5 = K - 5$. Avec $K = \frac{L_1}{D_1}$

Enfin nous exposons également les matériaux et techniques expérimentales utilisés.

Dans la partie résultats et discussion le 1^{er} objectif de notre travail consiste à vérifier la contradiction, entre A (%) et Z (%) à travers les matériaux utilisés qui sont : le fer et le cuivre à l'état recuit.

-le 2^{ème} aspect de notre travail, consiste à mettre à l'essai les approches de modélisation qu'on

a établi en utilisant 03 nuances d'acier à pourcentage de carbone variés, qu'on sollicite à l'essai de traction simple. Il s'agit des nuances : XC18, XC38 et XC48.

Nous présentons les différentes courbes et histogrammes obtenus ainsi que les tableaux de valeurs des différents paramètres de ductilité. Il sera question de faire un comparatif entre les paramètres d'approches de la ductilité avec les paramètres $A(\%)$, $Z(\%)$, ϵ_r et d'analyser les résultats obtenus.

Nous optons pour le choix du paramètre d'approche D_1 , qu'on étudie d'abord sur les échantillons à l'état recuit de cuivre et de fer, puis sur les échantillons des aciers XC18, XC38 et XC48.

Nous présentons également la représentation géométrique de l'approche D_1 .

En conclusion nous justifions le choix de D_1 l'approche de modélisation la plus apte à formuler de façon réaliste la ductilité et qui résout la problématique exposée.



ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

**Etude et approche de modélisation de la ductilité des métaux
en déformation par traction**

I.1. Etude sur la ductilité des métaux

I.1.1. Introduction à la ductilité :

La maîtrise des procédés de mise en forme passe par une bonne connaissance du comportement des matériaux et des conditions d'apparition des instabilités. Ceci se traduit par un effort de compréhension des mécanismes physiques mis en jeu. [1] L'étude des matériaux est par nature interdisciplinaire, les propriétés des matériaux étant gouvernées par des phénomènes physiques, chimiques, mécaniques... Elle se situe à la frontière entre les domaines les plus fondamentaux de la physique du solide, de la mécanique des milieux continus, des mathématiques et la démarche pragmatique utilisée en conception ou en évaluation des coûts.[2]

l'utilisation de matériaux structuraux dans l'industrie nécessite donc, une bonne connaissance de leurs propriétés d'usage, afin de répondre au mieux aux contraintes sévères imposées dans les principaux secteurs industriels modernes.[3]

Aussi d'après [4] la bonne connaissance des matériaux et leur bonne utilisation font intervenir trois domaines d'activité :

Le développement du matériau lui-même.

La caractérisation des propriétés d'emploi.

Le travail sur les modèles numériques.

Dans notre travail nous nous intéressons à la propriété de la ductilité des métaux qui a fait l'objet de nombreuses études aussi bien récentes qu'anciennes.

C'est en 1750 que Tillet et Mathieu publièrent une dissertation sur la ductilité des métaux dans [5] ; en effet ils affirment que les métaux obéissent au marteau et au sifflet; ils s'allongent, s'étendent, se plient, se replient, et nous offrent milles et un chefs - d'œuvres en raison de leurs ductilité par conséquent, la ductilité est définit de façon simpliste comme étant l'aptitude à la déformation plastique.

Cependant, la ductilité, a pris de l'importance quand l'ingénieur allemand Alfred Wilm découvrit, en 1906, que l'addition de cuivre, de magnésium et de manganèse en petite quantité dans l'aluminium conduit à un durcissement spectaculaire de ce métal, qui devient beaucoup moins déformable. Cette découverte mena aux Duralumins, alliages d'aluminium qui se sont répandus dans l'industrie aéronautique et automobile en raison de leur dureté, de leur légèreté et de leur résistance à l'usure mécanique. [6]

I.1.2. Définition de la ductilité :

La ductilité est une donnée qualitative et subjective des caractéristiques des matériaux. La détermination de celle-ci peut cependant avoir trois intérêts majeurs:

-Elle indique jusqu'à quelle limite un matériau peut se déformer sans encourir de fracture dans sa mise en forme (ex : laminage, ...).

-Elle indique la capacité d'un matériau à se déformer plastiquement avant de se fracturer. Une ductilité importante signifie que le matériau peut s'accommoder localement d'une grande déformation plastique sans aucune initiation de fissure.

-Elle sert d'indicateur de présence d'impuretés dans les matériaux. [7]

La ductilité est la propriété qui permet à un matériau de s'étirer, se plier ou se tordre sans se fissurer ou se briser. Cette propriété permet donc, à un matériau d'être étiré en un fil mince sans se rompre brutalement. [8]

D'autre part, elle est caractérisée par l'aptitude d'un matériau à se déformer plastiquement sans se rompre. On mesure pour cela la déformation (appelée allongement $A\%$) à la rupture. La ductilité est surtout recherchée pour l'emboutissage des tôles. [9]

Elle est généralement mesurée à l'aide d'essais de traction uniaxiale sur éprouvettes axisymétriques lisses ou entaillées.

L'essai consiste à étirer un échantillon de métal appelé éprouvette, d'en mesurer son point de limite élastique et son allongement jusqu'à sa rupture.

Ainsi cette propriété est très importante à identifier et à connaître en mise en forme surtout pour les matériaux utilisés en constructions de structures portantes pour ne pas mettre en péril l'ensemble de la structure. De ce fait l'étude de la ductilité nécessite une analyse du comportement contrainte-déformation. [10]

En résistance des matériaux, la ductilité désigne la capacité d'un matériau à se déformer plastiquement sans se rompre.

La rupture se fait lorsqu'un défaut (fissure ou cavité), induit par la déformation plastique, devient critique et se propage. C'est donc l'aptitude qu'a un matériau à résister à cette propagation. S'il y résiste bien, il est dit ductile, sinon il est dit fragile.

C'est une propriété conditionnée par la malléabilité « La malléabilité est le premier indice de la ductilité ; mais elle ne nous donne néanmoins qu'une notion assez imparfaite du point auquel la ductilité peut s'étendre ».

Dans [11], elle est définie comme étant la capacité de déformation plastique. Deux mesures régissent la ductilité dans la norme ASTM E8 / E8M ; il s'agit de :

L'allongement total et la striction.

L'allongement total est la quantité de déformation uniaxiale à la rupture. Il comprend à la fois la déformation élastique et plastique et est couramment rapporté comme pourcentage d'allongement à la rupture. (figure I.1)

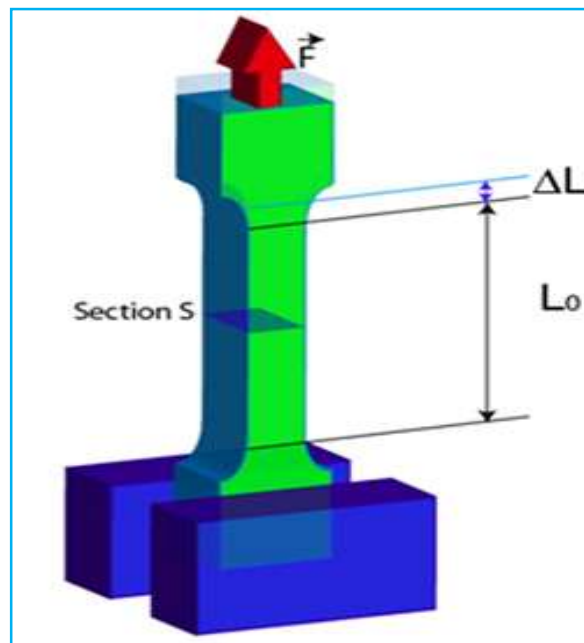


Figure I.1: force et allongement ΔL en traction simple. [12]

Dans le même sens d'idée d'après [13] il existe deux manières de mesure de la ductilité d'un matériau, la première est l'allongement pourcent, qui est défini simplement par :

$$\frac{L_u - L_0}{L_0} \times 100 \quad (I.1)$$

et la réduction de section pourcent appelé striction pourcent défini par :

$$\frac{S_0 - S_U}{S_0} \times 100. \quad (I.2)$$

Cependant la ductilité est souvent caractérisée globalement par l'allongement à la rupture d'une éprouvette lisse.

$$A\% = \frac{\Delta L}{L_0} \% = \frac{L_u - L_0}{L_0} (\%)$$

Avec L_0 (mm) : longueur utile de l'éprouvette avant essai.

L_U (mm) : allongement global de la longueur utile après rupture.

Toutefois cette quantité inclut à la fois l'allongement de la partie homogène et celle de la zone de striction (figure I.2) dans laquelle la déformation est hétérogène avec une telle définition la ductilité est donc dépendante de la géométrie de l'éprouvette (section rectangulaire ou circulaire, rapport longueur utile de la section, de plus elle dépend simultanément de la stabilité de l'élongation et de la cinétique de l'endommagement ; il est donc préférable d'utiliser la réduction d'aire à la rupture dite striction :

$$Z\% = \frac{\Delta S}{S_0} (\%) = \frac{S_0 - S_U}{S_0} (\%)$$

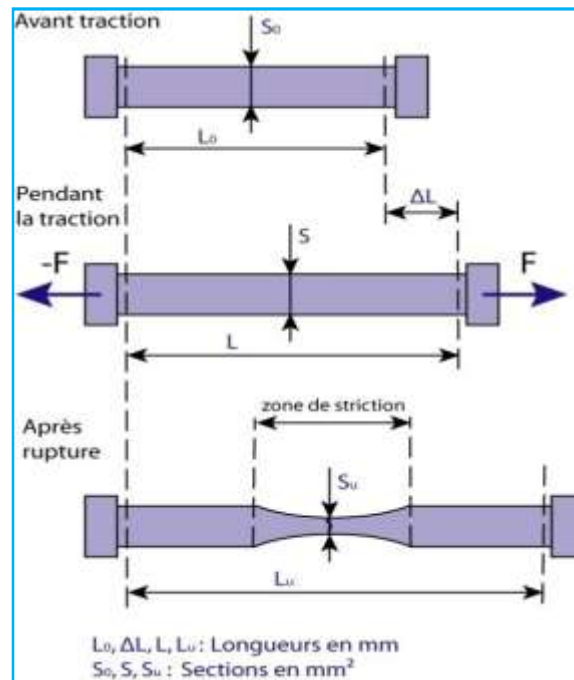


Figure I.2 : Schématisation de l'allongement ΔL et de la striction en traction.

Avec : S_0 (mm²) = aire de la section utile initiale de l'éprouvette

S_U (mm²) = aire de la section de striction après rupture.

Cette réduction d'aire est nulle pour un matériau fragile ($S=S_0$) et augmente avec la ductilité du matériau.

De manière équivalente la ductilité pourra être caractérisée par la déformation à la rupture ϵ_r mesurée au niveau de la surface de rupture.

La limite de la ductilité est fonction du taux d'écoulement ; en effet quand la contrainte maximale est atteinte l'écoulement diminue dès lors plusieurs phénomènes sont activés. On assiste alors à une dualité ductilité-écoulement qui est fonction de la géométrie du matériau, et qui cesse à l'apparition de la striction. [9]

D'après [14], elle est limitée par deux facteurs pouvant combiner leurs effets : l'instabilité et l'endommagement. Le premier d'entre eux, qui peut revêtir des formes très diverses suivant la géométrie de l'échantillon et la sollicitation imposée (par exemple, striction diffuse ou localisée, bandes de cisaillement), joue un rôle prédominant dans le cas des produits plats (emboutissage des tôles). En revanche, l'endommagement est le principal facteur limitant la ductilité dans les produits massifs.

I.1.3. Etude quantitative de la ductilité :

I.1.3.1. La ductilité des matériaux :

Un matériau est une matière d'origine naturelle ou artificielle que l'Homme façonne pour en faire des objets. On distingue quatre grandes familles de matériaux (figure I.3).

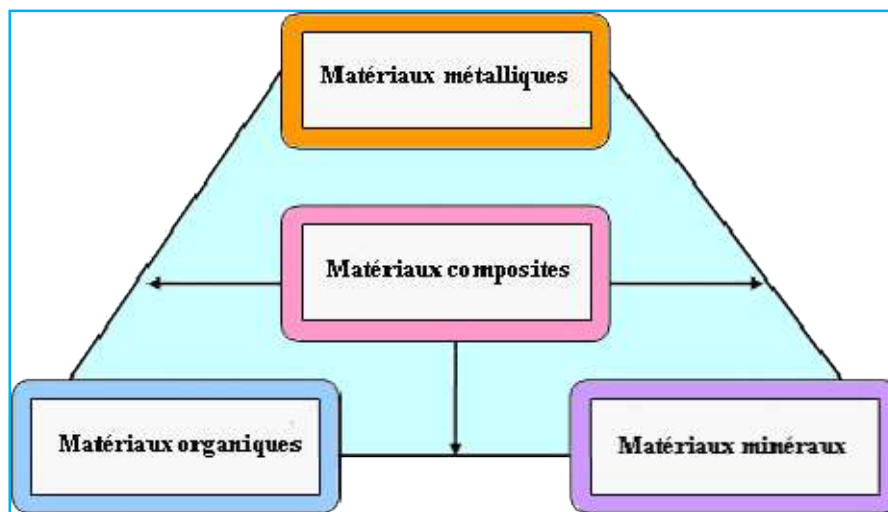


Figure I.3 : les familles des matériaux. [15]

* Les matériaux métalliques : Ce sont des métaux ou des alliages de métaux. (Fer, acier, aluminium, cuivre, bronze, fonte, etc.)

* Les matériaux organiques : Ce sont des matériaux d'origine animale, végétale ou synthétiques. (Bois, coton, laine, papier, carton, matière plastique, le caoutchouc, le cuir, etc.)

* Les matériaux minéraux : Ce sont des roches, des céramiques ou des verres. (Céramique, porcelaine, pierre, plâtre, verre, etc.)

* Les matériaux composites : Ce sont des assemblages d'au moins deux matériaux non miscibles (fibres de verre, fibres de carbone, contreplaqué, béton armé, kevlar, etc.) Les

membres de la même famille ont des traits communs : propriétés, méthodes de mise en œuvre et souvent applications. [15]

Les matériaux peuvent réagir aux forces extérieures de différentes façons selon [16]. Ces forces provoquent des déformations qui sont quantifiées par le taux de déformation mesurés à l'aide d'extensomètre ou jauges extensométriques de déformation qui nous donnent $\varepsilon = \Delta L/L_0$ dans [17].

De cette déformation, on observe des comportements différents. Un matériau est considéré ductile quand son allongement (A) et sa striction (Z) à la rupture sont importants et l'énergie dépensée pour le casser est importante. [18]

Quand : $A\% > 5\%$ les matériaux sont considérés comme ductiles.

Quand : $Z\% > 5\%$ les matériaux sont considérés comme ductiles.

Généralement les matériaux métalliques ont au moins 5% de ductilité ; les matériaux superplastiques (pas seulement les métaux) peuvent présenter une ductilité énorme $> 500\%$. [10].

On distingue 03 comportements pour les matériaux (figure I.4) :

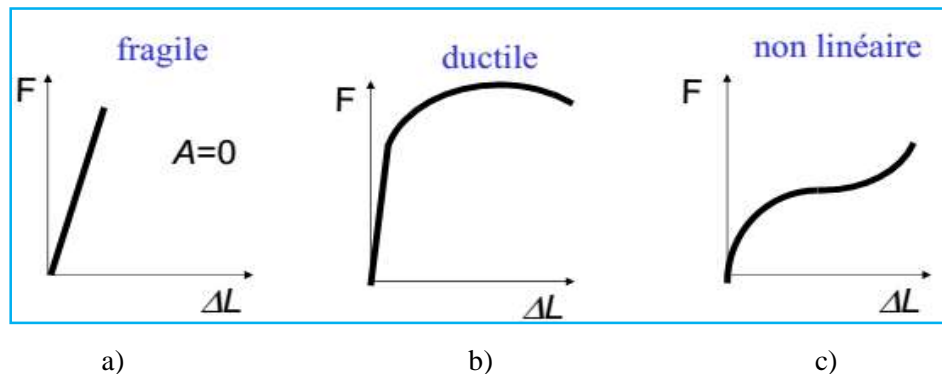


Figure I.4 : comportement des matériaux en traction.

a) pas de domaine plastique;

b) déformation plastique permanente;

c) déformation élastique non proportionnel à la charge. [15]

La figure 4.a : représente les matériaux suivants : verre, céramique, béton, polymères thermodurcissables.

La figure 4.b : représente les métaux, alliages, polymères thermoplastiques.

La figure 4.c : représente le caoutchouc et les élastomères.

I.1.3.2. La ductilité des métaux :

Pour l'essentiel des métaux (90% ferreux, les non-ferreux étant des alliages de Al, Cu, Ni et Ti), ils sont capables de se déformer de manière permanente (ductiles) ce qui permet de

réaliser des opérations de mise en forme par déformation plastique (emboutissage, forge, estampage...) ou d'assemblage par déformation plastique. Par ailleurs les matériaux métalliques sont denses, et bons conducteurs thermiques et électriques.

Tableau I.1 : Propriétés mécaniques typiques de plusieurs métaux et alliages recuits. [19]

Alliage métallique	Limite conventionnelle d'élasticité MPa	Résistance à la traction MPa	Pourcentage d'allongement à la rupture A (%) (dans 50 mm)
Acier (1020)	180	380	25
Aluminium	35	90	40
Cuivre	69	200	45
Fer	130	262	45
Laiton (70 Cu–30 Zn)	75	300	68
Molybdène	565	655	35
Nickel	138	480	40
Titane	450	520	25

I.1.3.3. La ductilité des aciers au carbone :

C'est la teneur en carbone qui détermine les qualités mécaniques des aciers au carbone dont la plus caractéristique est la dureté obtenue par le procédé de trempe.

Suivant cette teneur en carbone, on distingue les aciers doux (C22) et les aciers mi-durs (C35 et C45).

La teneur en carbone détermine également la ductilité d'un métal. Un taux de carbone supérieur à 0.40% nécessite de prendre des précautions. Plus un acier a de carbone, plus il est dur, plus son degré de ductilité et de malléabilité baisse.

On voit dans le (tableau I.2), pour un acier donné, l'allongement diminue lorsque la résistance augmente.

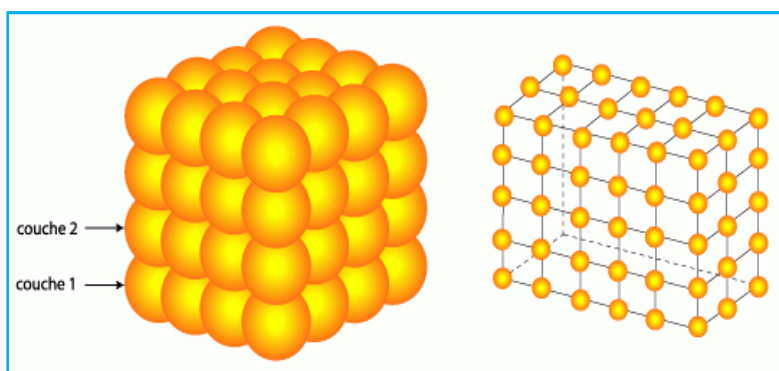
On conclut que la limite élastique et la charge de rupture expriment la ténacité de l'acier, tandis que l'allongement et la striction sont des mesures de ductilité.

Tableau I.2 : composition chimique et caractéristiques mécaniques des aciers au carbone. [20]

Classification des aciers selon leur composition :								
D'après la composition chimique, les aciers sont divisés en acier au carbone et aciers alliés.								
<i>Acier au carbone,</i>								
contiennent du carbone en proportion croissante, du magnésium en proportion supérieure au carbone et des traces de phosphore de silicium et de soufre.								
Qualité	C (%)	Mn (%)	P (%)	Si (%)	S (%)	lim. Rupt. (MPa)	allong. (%)	Observat.
extra-doux	0,15	0,4	0,04	0,03	0,02	400	30	Martin B
doux	0,25	0,4	0,04 0,06	0,03 0,10	0,02 0,03	500	25	Martin B Martin A
mi-doux	0,35	0,4	0,06	0,15	0,03	600	20	—
mi-dur	0,45	0,5	0,06	0,20	0,03	700	15	—
dur	0,55	0,6	0,06	0,25	0,03	800	10	—
extra-dur	0,65	0,7	0,06	0,3	0,03	900	5	—

I.1.4. Interprétation de la ductilité par le mécanisme microstructurale de la déformation plastique :

la matière est composée d'atomes que l'on peut assimiler pour simplifier à des sphères dures, un peu comme des boules de billard ou des oranges. Dans l'état solide, les atomes tendent à s'agréger et à former entre eux des liaisons qui les retiennent. Un cristal est un solide dans lequel les atomes s'arrangent les uns par rapport aux autres de façon ordonnée. Les atomes dans les cristaux s'arrangent de la même façon, mais à une échelle très petite. Si le diamètre d'un atome était celui d'une orange, un centimètre cube de cristal de fer aurait la taille d'un cube de 4000 km de côté environ. [6]

**Figure 1.5** : empilement d'atomes dans un réseau cristallin. [6]

Les cristaux peuvent se construire par un empilement de couches d'atomes successives (appelées « plans atomiques »). En empilant des couches d'atomes identiques les unes strictement au dessus des autres, on obtient alors un cristal de structure cubique. Les atomes de fer par exemple s'arrangent de cette façon (figure I.5). La façon la plus simple de déformer

un cristal est d'imaginer d'abord que l'on déplace une couche complète d'atomes l'une par rapport à l'autre, un peu comme on peut faire glisser des feuilles d'une rame de papier les unes sur les autres pour lui donner une forme différente. Ceci provoque un cisaillement. On peut observer dans certaines conditions de petites marches sur leurs surfaces. Il est facile de comprendre que lorsqu'on fait glisser un plan d'atomes l'un sur l'autre (on parle d'un plan de glissement), on crée un décalage qui forme une marche en surface (figure I.6), la structure du cristal reste préservée si le cisaillement est une ou plusieurs fois la distance entre 2 atomes. [6]

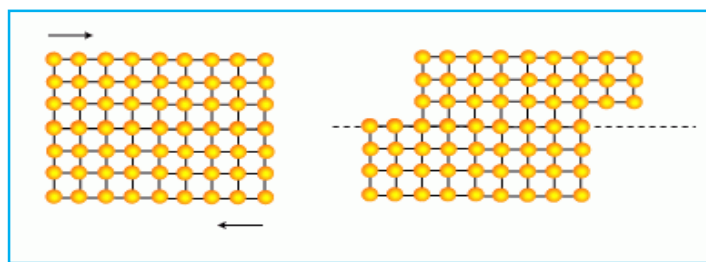


Figure I.6: Plan de glissement créant un décalage qui forme une marche en surface. [6]

Au début des années 1930, Orowan, Polanyi et Taylor proposent indépendamment que le cisaillement s'effectue par l'intermédiaire d'un cisaillement élémentaire qu'il nomme « dislocation », par référence au terme utilisé en géologie pour décrire des effets tectoniques de cassures.

Le cristal conserve sa structure que lorsque les cisaillements qui conduisent à sa déformation ne sont que des multiples de la distance entre les atomes.

Supposons qu'un cisaillement se soit produit à l'intérieur du cristal uniquement le long d'une partie d'un plan de glissement, on voit clairement (figure I.7) qu'un des plans atomiques s'interrompt brutalement à l'endroit du cisaillement. La discontinuité ainsi créée est une dislocation.

C'est donc un défaut linéaire qui pour des raisons de stabilité adopte la forme d'une boucle ou bien émerge aux surfaces de l'échantillon.

Ceci dit le mouvement des dislocations engendre la déformation plastique, plus la mobilité des dislocations est facile est plus le matériau est considéré comme ductile.

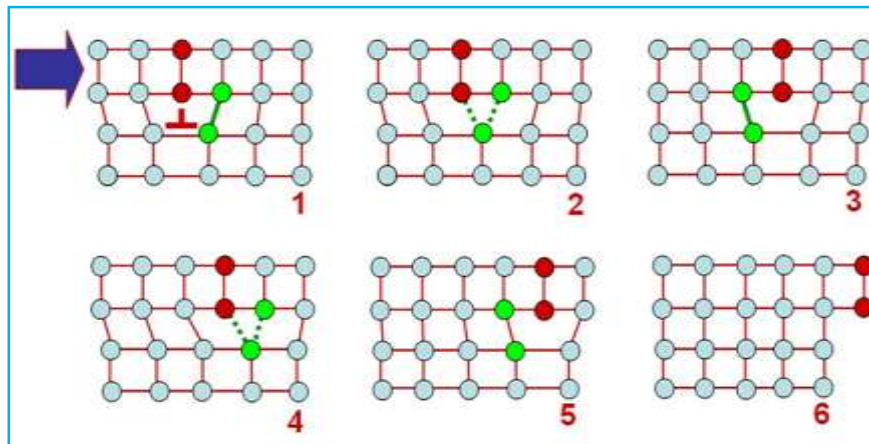


Figure I.7: Déplacement d'une dislocation coin dans un monocristal. [12]

De ce fait, lorsqu'ils sont soumis à des forces les matériaux subissent des déformations proportionnelles à l'intensité de la ou des forces et dépendantes de leur structure atomique ou moléculaire.

Cet effort externe (déformation) engendre, à partir d'une valeur critique de la contrainte appliquée, une déformation permanente ou plastique. [21]

Cette déformation consiste en la mise en mouvement des dislocations (figure I.7) dont le matériau est le siège. Cependant, cette mise en mouvement génère d'autres dislocations (figure I.8), ce qui durcit le matériau mais néanmoins le rend plus fragile : c'est le phénomène d'écrouissage. Ainsi, un diamant (qui comporte énormément de dislocations) sera très dur mais très fragile, contrairement à un métal qui sera plus ductile et moins fragile. Ainsi donc, la ductilité d'un matériau est la conséquence de l'existence dans le cristal de défauts linéaires connus sous le nom de dislocations et dont la mobilité est relativement aisée.

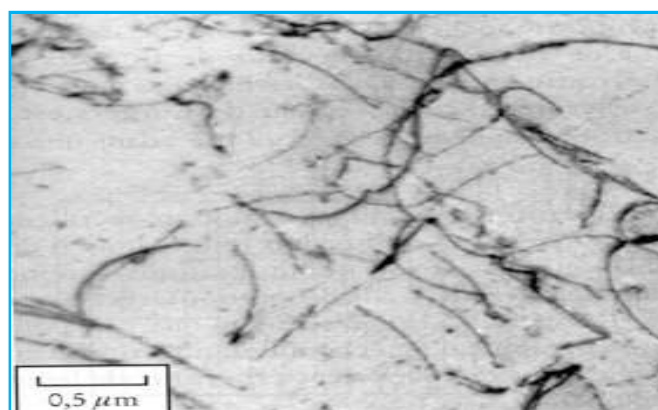


Figure I.8 : Dislocations observée au MET dans un échantillon de fer. [19]

La déformation plastique dépend du nombre de systèmes de glissement disponibles ; en effet, elle se fait par glissement de plans cristallographiques denses selon des directions denses, certaines structures en possèdent plus que d'autres ; cela explique la ductilité des cristaux ayant une symétrie cubique à faces centrées (cfc) comme l'or, le plomb ou l'aluminium.

Ces glissements laissent des traces visibles (lignes de glissement) comme illustré sur la (figure I.9), souvent regroupées en bandes de glissement.

Chaque ligne constitue le bord d'une marche créée à la surface. [1]

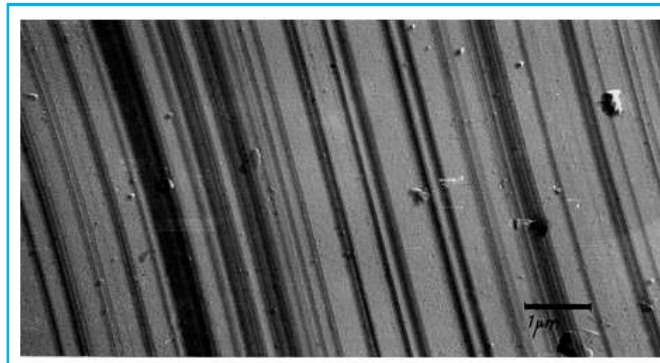


Figure I.9 : lignes de glissement à la surface d'un monocristal de cu30%Zn déformé à 19.4% en traction à 77° K. [22]

S'il s'agit d'un monocristal sollicité en traction, la géométrie des traces montre que les glissements se produisent dans les plans denses (figure I.10) qui subissent la plus forte contrainte de cisail et dans la direction de ces plans sur laquelle la cisail projetée est également la plus forte selon [21].

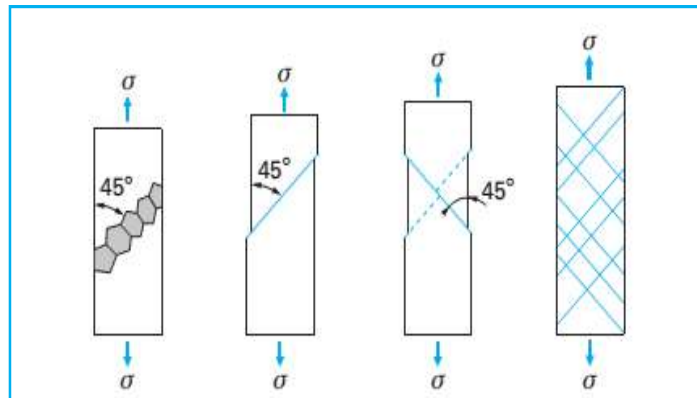


Figure I.10 : propagation de la déformation plastique de grain en grain le long de bandes inclinées à 45 à l'axe de traction. [23]

Cette cisail τ dépend de l'angle ϕ entre la direction de traction et la normale p au plan de glissement, et de l'angle ψ entre la direction de traction et la direction de glissement g contenue dans le plan de glissement. Sa valeur, en fonction de la contrainte nominale de traction $\sigma = F/S$, est donnée par l'expression : $\tau = \sigma \cdot \cos \phi \cdot \cos \psi$

$F = \cos \phi \cdot \cos \psi$ est appelé facteur de Schmid. La loi de Schmid est donné par :

Comme les angles ϕ et ψ ne sont pas indépendants, f est nul pour $\phi = 0^\circ$ ($\psi = 90^\circ$) et $\phi = 90^\circ$, et prend sa valeur maximale $f=0,5$ pour $\phi = \psi = 45^\circ$.

Dans le cas d'un polycristal, et d'après [21], les premiers glissements, ou glissements primaires, se produisent donc dans les plans denses et selon les directions denses du cristal qui sont les plus proches de cette condition de facteur de Schmid maximum comme indiqué sur la (figure I.11).

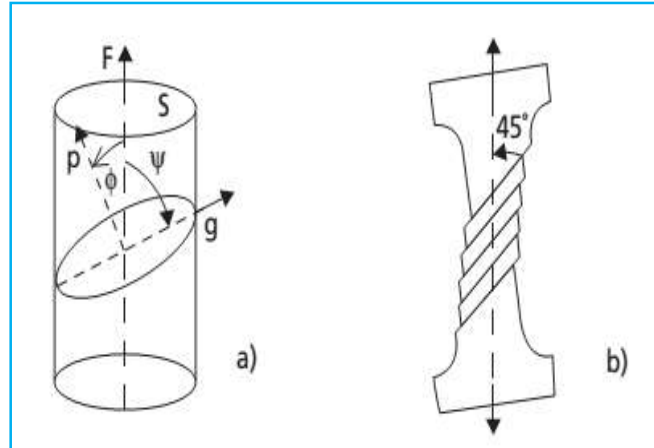


Figure I.11 : Glissement des plans atomiques denses dans un monocristal en traction. [16]

D'après [24] dans les matériaux ductiles, le glissement se produit lorsque la contrainte de cisaillement dans une des directions de glissement possibles atteindra une valeur critique (à nouveau nettement inférieure à la valeur théorique). Par ailleurs, dans le cas des alliages ordonnés (oxydes, intermétalliques...), certains modes de déformation sont bloqués (nécessité de respecter l'alternance chimique à tout moment) ; les métaux à structure cristalline cubique possèdent douze systèmes de glissement à haute densité d'atomes. Dans les cristaux cfc, il y a quatre plans différents du type $\{111\}$ avec trois directions indépendantes 110 sur chaque plan. Les cristaux cc se déforment généralement selon six plans du type $\{011\}$ et selon deux directions 111. (tableau I.3)

Tableau I.3 : principaux système de glissement dans les aciers. [25]

Structure cristalline	Plans de glissement	Directions de glissement
cubique faces centrées (c.f.c.)	$\{111\}$	$\langle 110 \rangle$
cubique centré (c.c.)	$\{110\}, \{112\}, \{123\}$	$\langle 111 \rangle$
hexagonal compact (h.c.)	$\{0001\}$	$\langle 11-20 \rangle$

Les métaux à structure cristalline hexagonale (Ti, Mg, Be, Zn) ne possèdent que trois systèmes de glissement: un plan (0001) avec trois directions $[1120]$.

Selon [26] Les métaux à structure cubique ont donc une plus grande capacité de déformation (ductilité) que les métaux à structure hexagonale. Bien que le cristal cc possède

le même nombre de systèmes de glissement que le cristal cfc, il est moins ductile. Ceci est dû en partie à la moins grande densité d'atomes dans les plans $\{011\}$ du cristal cc par comparaison avec la densité d'atomes dans les plans $\{111\}$ du cristal cfc. (figure I.12)

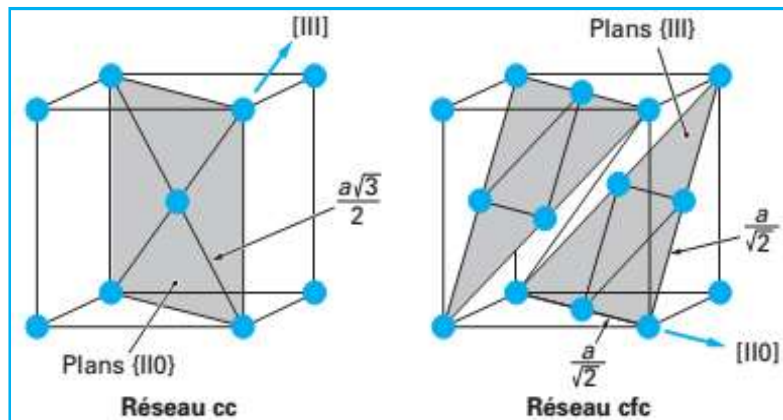


Figure I.12 : schéma du glissement des blocs cristallins lors de la déformation plastique [23]

La déformation plastique des métaux en traction donc est la conséquence de mouvement de dislocation qui se fait par glissement de plans cristallographiques (figure I.13). [14]

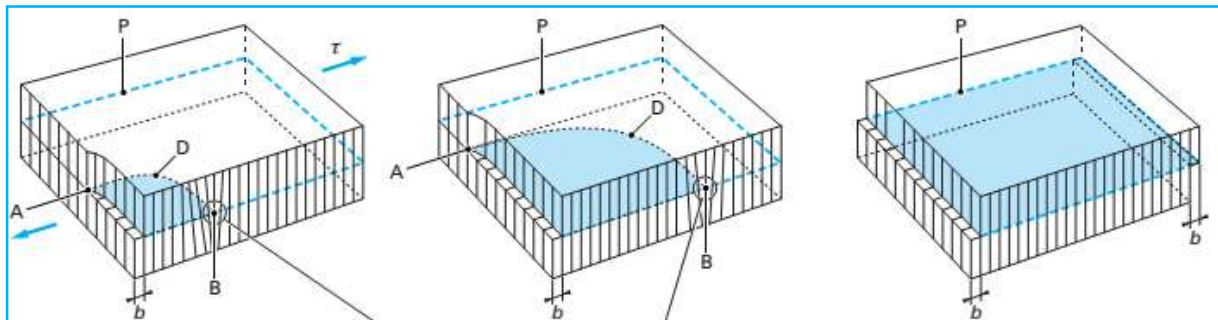


Figure I.13: Schéma du glissement progressif d'un bloc cristallin sur un plan de glissement P [23]

I.1.5. Paramètres de caractérisation de la ductilité

La caractérisation des propriétés a pour but, d'apporter une meilleure connaissance d'un matériau (mécanismes physiques qui provoquent ou accompagnent la déformation, effets mécaniques macroscopiques), de réduire les incertitudes, et d'augmenter la fiabilité des modèles utilisés. [2]

I.1.5.1. Mise en avant du paramètre d'allongement A de caractérisation de la ductilité :

L'allongement caractérise la ductilité d'un matériau par un essai de traction. L'allongement est égal à l'accroissement de longueur (après rupture) divisé par la longueur initiale de l'éprouvette. Plus l'allongement est élevé, plus la ductilité est élevée.

L'allongement ne permet pas de caractériser le comportement d'un matériau soumis à une charge brutale ou cyclique.

De manière générale l'essai de traction selon [27] permet de mesurer trois caractéristiques de ductilité :

- Agt : allongement pourcent après rupture ;
- Zg : coefficient de striction ;
- Ag : allongement pourcent non proportionnel sous charge maximale.

Il existe différents types d'allongement en traction :

I.1.5.1.1. L'allongement rémanent A_X :

L'allongement rémanent est la variation de la longueur entre repères de l'éprouvette soumise d'abord à une charge unitaire prescrite puis déchargée. La charge unitaire est, à tout instant de l'essai, le quotient F/S_0 de la charge F par la section initiale S_0 de l'éprouvette. [28]

L'allongement est exprimé en pourcentage de la longueur initiale entre repères L_0 :

$$A = 100 \times \frac{L_u - L_0}{L_0}$$

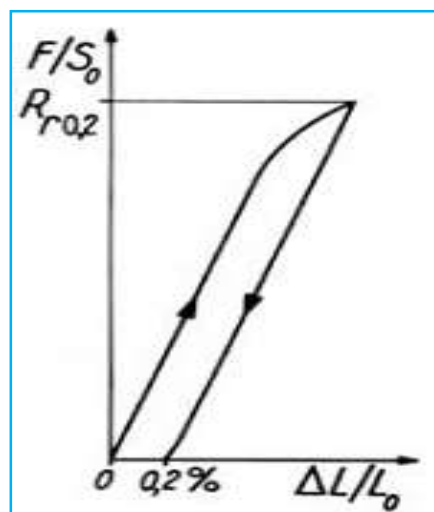


Figure I.14: Allongement rémanent et limite d'allongement rémanent. [28]

I.1.5.1.2. L'allongement rationnel (vrai) :

D'après [28] en terme d'allongement réel, les allongements ne sont pas additives, lors d'un essai de traction la longueur passe d'abord de L_0 à L_1 puis de L_1 à L_2 , ce qui nous donne les allongements réels suivants :

$$A_{01} = \frac{L_1 - L_0}{L_0} ; A_{12} = \frac{L_2 - L_1}{L_1}$$

L'allongement total est tel que :

$$A_{02} = \frac{L_2 - L_0}{L_0} = A_{01} + A_{12}(1 + A_{01}) \quad (1.3)$$

De même les strictions ne sont pas additives. D'autre part, la variation de volume d'un cube de côté L_0 qui se transforme par déformation en un parallélépipède de côtés L_1, L_2, L_3 est :

$$\Delta V = L_1 L_2 L_3 - L_0^3 \quad (1.5)$$

$$\Delta V = A_1 + A_2 + A_3 + A_1 A_2 + A_2 A_3 + A_3 A_1 + A_1 A_2 A_3 \quad (1.6)$$

Cette expression est difficile d'emploi. Pour pallier ces inconvénients, les physiciens ont introduit une déformation physique (ou naturelle) ε :

$$\varepsilon = \int_{L_0}^{L_1} \frac{dL}{L} = \ln \frac{L_1}{L_0} \quad (1.7)$$

On vérifie facilement que cette déformation est additive :

$$\varepsilon_{02} = \int_{L_0}^{L_2} \frac{dL}{L} = \int_{L_0}^{L_1} \frac{dL}{L} + \int_{L_1}^{L_2} \frac{dL}{L} = \varepsilon_{01} + \varepsilon_{12} \quad (1.8)$$

Le volume du cube est :

$$V = L_1 L_2 L_3 = \left(L_0 \frac{L_1}{L_0}\right) \left(L_0 \frac{L_2}{L_0}\right) \left(L_0 \frac{L_3}{L_0}\right) \quad (1.10)$$

On aura :

$$\ln \frac{V}{V_0} = \ln \frac{L_1}{L_0} + \ln \frac{L_2}{L_0} + \ln \frac{L_3}{L_0} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 \quad (1.11)$$

Les relations entre A et ε sont :

$$\varepsilon = \ln \left(\frac{L}{L_0} \right) = \ln(1 + A) \quad (1.12)$$

$$d\varepsilon = \frac{dL}{L} = \frac{dA}{1 + A} \quad (1.13)$$

Il est bien établi dans [28] que la déformation plastique se fait sans variation de volume.

Alors le volume rémanent est : $SL = S_0 L_0$ de sorte que :

$$\frac{L}{L_0} = 1 + A = \frac{S_0}{S} = \frac{1}{1 - Z} \quad (1.14)$$

Après développement on obtient :

$$\varepsilon = \ln \left(\frac{1}{1 - Z} \right) \quad (1.15)$$

et

$$d\varepsilon = \frac{dZ}{1-Z} \quad (I.16)$$

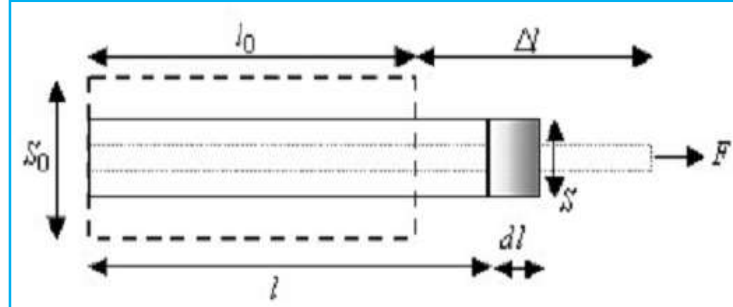


Figure I.15: allongement vrai d'une éprouvette en traction. [29]

I.1.5.1.3. Allongement non proportionnel sous charge maximale (Allongement uniforme réparti) :

C'est l'allongement plastique homogène (ou réparti) subi par l'éprouvette avant que débute la formation de la striction, c'est-à-dire sous la charge correspondant à la résistance à la traction. Cette caractéristique représente la capacité de déformation plastique avant apparition de l'instabilité (liée à la formation de la striction) et définit donc l'amplitude de la déformation plastique utilisable pour assurer la sécurité en service ; c'est, en effet, dans ce domaine que se développe la consolidation (par écrouissage). Allongement uniforme réparti (figure I.16) est donné dans [28] par la formule :

$$A_R(\%) = 100 \left(\frac{L_{rup} - L_0}{L_0} \right) \quad (I.17)$$

Il est intéressant de noter ce que l'on appelle souvent l'allongement réparti A_R celui que l'on mesure au maximum de la charge, au moment où se déclenche la striction. Cet allongement réparti est aussi relié à la variation de section Z_R du fût de l'éprouvette qui n'a pas subi la striction :

$$1 + A_R = \frac{1}{1 - Z_R} \quad (I.18)$$

I.1.5.1.4. Allongement de striction :

L'allongement de striction Z_u (figure I.16) est le rapport de la variation ultime de section transversale $(S_0 - S_u)$ produite par l'essai à la section après rupture :

$$Z_u = 100 \frac{S_0 - S_u}{S_u}$$

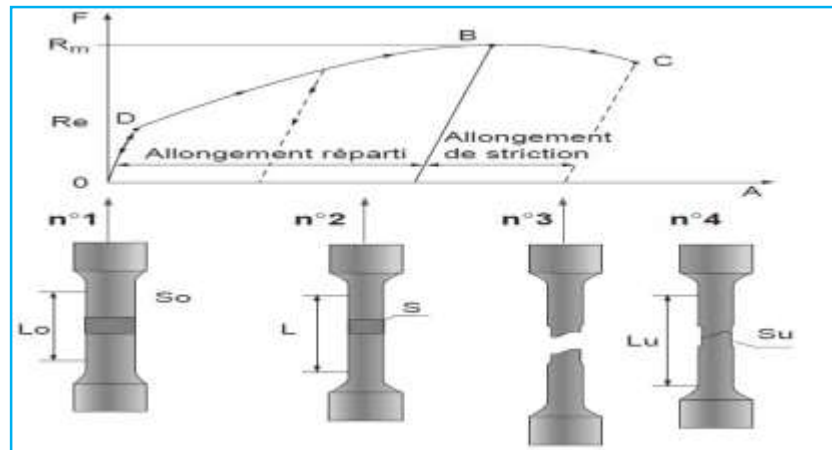


Figure I.16 : répartition schématique de l'allongement réparti et de l'allongement de striction en traction. [16]

I.1.5.1.5. Allongement après rupture (allongement total) :

Cet allongement A est la somme de l'allongement homogène A_g (dit réparti,) qui concerne toute la partie calibrée de l'éprouvette et de l'allongement de striction qui, comme son nom l'indique, n'intéresse que la zone où se forme la striction. De ce fait, l'allongement après rupture dépend de la géométrie de l'éprouvette, et c'est la raison pour laquelle la norme d'essai propose l'emploi d'éprouvettes dites proportionnelles qui satisfont à la condition : avec L_0 longueur initiale de la base de mesure, S_0 section initiale de la partie calibrée de l'éprouvette. [28]

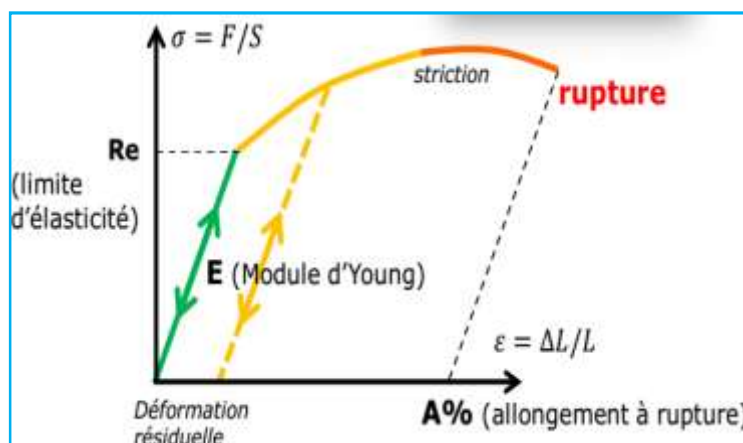


Figure I.17 : représentation de l'allongement à rupture sur une courbe de traction. [30]

I.1.5.2. Mise en avant du paramètre de la striction Z de caractérisation de la ductilité :

La ductilité est aussi caractérisée par la striction Z en pourcent qui est égale à :

$$Z(\%) = \frac{S_0 - S_u}{S_0} (\%)$$

Avec : S_u section finale après essai de traction

Et S_0 section initiale avant essai de traction.

La section après rupture S_u est l'aire de la section minimale après reconstitution de l'éprouvette.

Le phénomène de striction apparaît de manière assez naturelle, en effet un simple essai de traction sur une éprouvette plane permet de constater la formation dans le domaine plastique, à partir d'une certaine limite de déformation, d'une bande étroite appelée zone de striction.

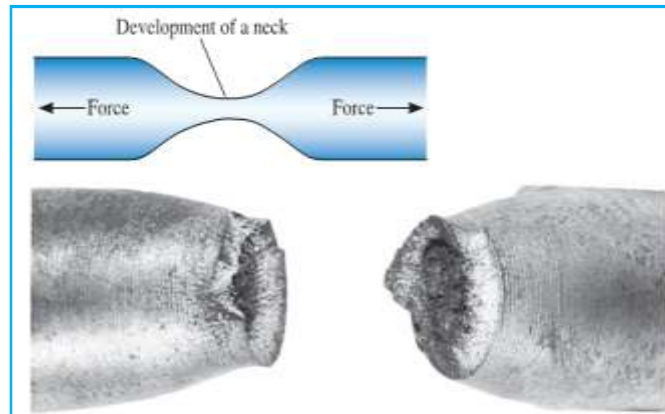


Figure I.18 : striction d'une éprouvette après rupture par traction. [31]

I.1.5.2.1. Profil géométrique du faciès de la striction :

Le type de rupture en traction donne des indications sur la qualité de la matière, mais cela est considérablement affecté par la température d'essai, la vitesse de l'essai, la forme et la taille de la pièce de test, et d'autres conditions. La contraction est plus grande dans les matériaux durs et ductiles et moins dans des matériaux fragiles. [32]

En général, il existe 04 profils géométriques (figure I.19) décrivant le faciès de la striction, il s'agit des strictions en forme de : cône-cuvette, fibreuse, en étoile et granulaire

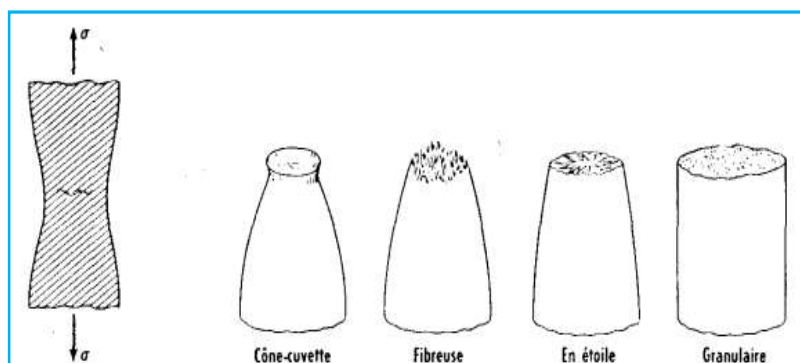


Figure I.19 : différents profils géométriques du faciès de la striction. [21]

I.1.5.2.2. Relation entre type de rupture et coefficient de striction :

Lors d'essais de traction sur éprouvettes normalisées Il existe 05 types de rupture (figure I.20), associés chacun à un coefficient de striction qui le caractérise et qui sont les suivants :

- rupture fragile : $d_u = d_0$; ($Z = 0$) ; $R_u < R_e$
- rupture semi-fragile : $d_u < d_0$; ($Z < 15$) ; $R_e < R_u < R_m$
- rupture mixte : $d_u < d_0$; ($35 < Z < 70$) ; $R_u > R_m$
- rupture ductile : $d_u < d_0$; ($60 < Z < 100$) ; $R_u \gg R_m$
- rupture idéale : $d_u = 0$.

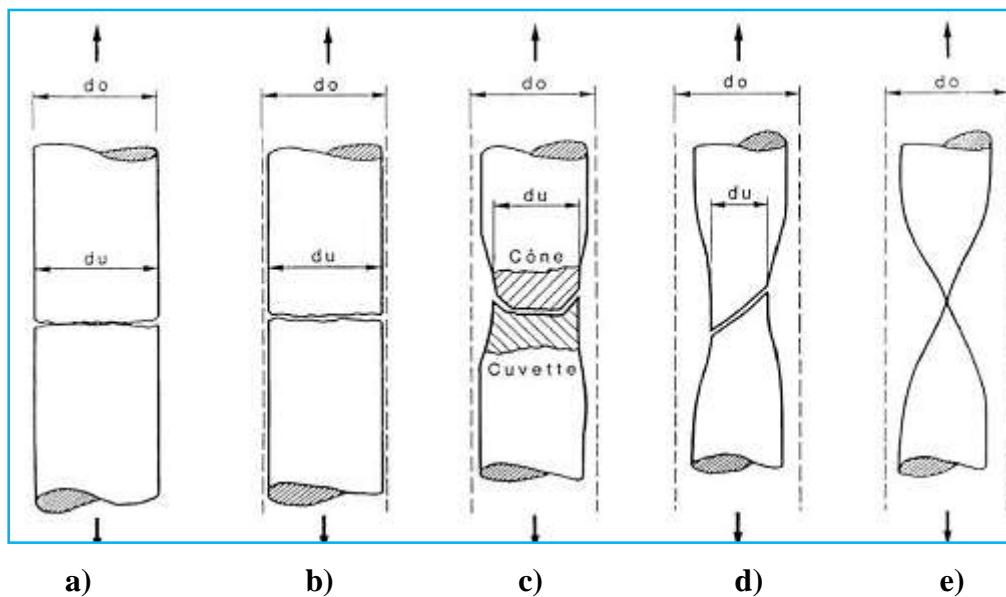


Figure I.20 : type de rupture en striction : a) rupture fragile ; b) rupture semi-fragile ; c) rupture mixte ; d) rupture ductile ; e) rupture idéale. [33]

I.1.5.2.3. Etude du mécanisme physique de la striction Z :

La notion de striction est souvent associée à celle de l'instabilité plastique. Physiquement, elle se manifeste par une localisation de la déformation dans le domaine plastique et se caractérise comme étant un affaiblissement de l'épaisseur de l'éprouvette. Difficile à caractériser, elle est souvent associée à la rupture.

Deux phénomènes sont en compétition, le phénomène de consolidation et le phénomène entraînant la diminution de charge lié à la réduction progressive de section. On conçoit donc que les deux phénomènes puissent se compenser à un instant donné :

À la charge limite, l'effort appliqué passe par un maximum, tandis que la contrainte continue de croître dans la section la plus réduite de l'éprouvette. Les phénomènes d'instabilité se manifestent sous des formes diverses, telles que les strictions diffuse ou localisée, ou encore les ruptures. Dans tous les cas, ils se traduisent par l'apparition d'une

hétérogénéité de déformation à l'échelle macroscopique qui peut conduire à la rupture du matériau dans la zone concernée. Il convient en effet de séparer la striction diffuse de la striction localisée.

Il est cité dans [34], Une éprouvette de traction sollicitée par un chargement extérieur commence par se déformer d'une façon homogène le long de sa zone utile. Cependant, l'éprouvette ne peut se déformer indéfiniment d'une manière homogène, et arrivée à un certain niveau de chargement, la déformation commence à se localiser d'une manière diffuse. Certains matériaux peuvent présenter un potentiel de déformation au delà de la striction diffuse ; la tôle continue alors de se déformer jusqu'à l'apparition d'une bande de striction qui précède la rupture complète de l'éprouvette. Cette deuxième striction est appelée striction localisée. (figure I.21)

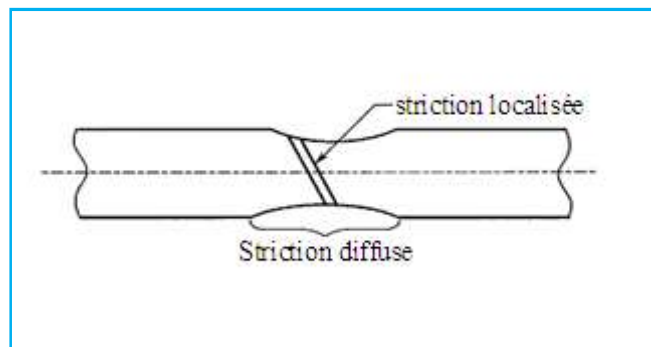


Figure I.21 : schématisation de la striction diffuse et la striction localisée sur une éprouvette en traction.[35]

D'après [36], Si la striction diffuse correspond à une variation de la section, la striction localisée se traduit par l'apparition d'une bande étroite où se concentre la déformation et correspond à la dernière étape avant la rupture ductile du matériau.

I.1.5.2.3.1. Striction diffuse :

Correspond à la variation homogène de la section lors de la déformation en traction. La striction diffuse est considérée comme le passage d'un état mécanique quasi homogène à une identité hétérogène. [37]

I.1.5.2.3.2. Striction localisée :

La striction localisée dans [36] est la localisation des déformations dans les bandes de cisaillement. La striction localisée est souvent précurseur de fissures. Elle se traduit par l'apparition d'une bande étroite où se concentre la déformation et correspond à la dernière étape avant la rupture ductile du matériau (figure I.22).

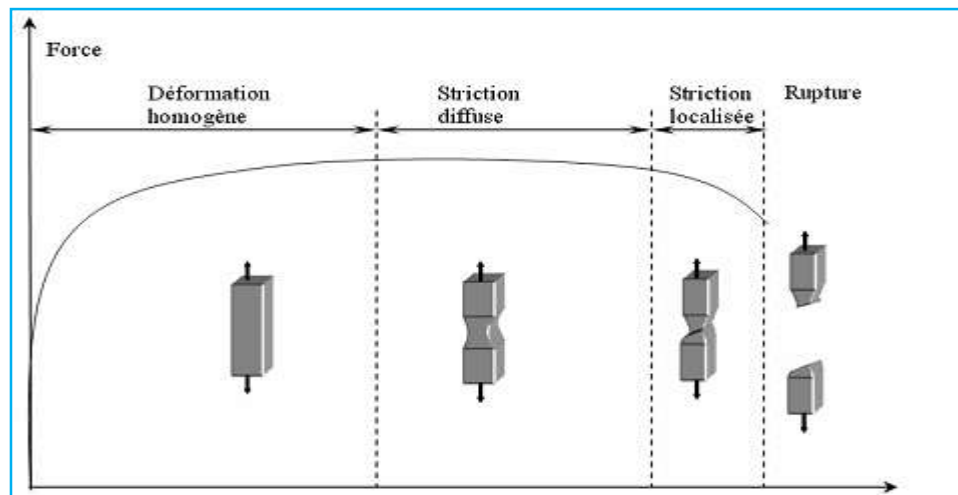


Figure I.22 : représentation de la striction diffuse et de la striction localisée sur la courbe de traction. [32]

I.1.5.2.4. Analyse de la Striction diffuse et la striction localisée :

Jusqu'à l'apparition de la striction, l'analyse d'un essai de traction sur plaque n'est pas essentiellement différente de celle d'un essai sur une éprouvette cylindrique.

La norme ISO 6892-1 décrit la façon dont il faut procéder.

À la charge de rupture, la condition $dF = 0$ se traduit encore par la relation de Considère :

$$\varepsilon_R = n \quad (I.19)$$

avec n coefficient d'écrouissage.

Cette condition d'après [28] correspond à la striction diffuse de la plaque. Mais, dans une tôle mince, la striction prend la forme d'une bande étroite.

Les parties adjacentes de part et d'autre de la striction ne se déformant plus, l'allongement parallèlement à la striction ne peut se produire.

Il faut donc trouver une direction telle que dans cette direction l'allongement soit nul. Si les déformations dans les directions x_1 et x_2 sont respectivement ε_1 et ε_2 .

L'examen du cercle de Mohr des déformations montre qu'il faut pour cela que

$$\cos 2\theta = -\frac{1}{3} \text{ soit } \theta \approx 54,7^\circ$$

Cette striction localisée se produit quand la charge normale à la striction atteint un maximum, c'est-à-dire si :

$$\frac{d\sigma_{2'2'}}{\sigma_{2'2'}} + \frac{dS}{S} = 0 \quad (I.20)$$

Qui peut aussi s'écrire :

$$\frac{d\sigma_1}{\sigma_1} + d\sigma_3 = 0 \quad (I.21)$$

Comme le volume de la zone en striction ne varie pas, et que $d\varepsilon_{2'2'} = 0$, $d\varepsilon_3 = -d\varepsilon_{1'1'}$. Sur le cercle de Mohr, on voit que :

$$d\varepsilon_{1'1'} = \frac{d\varepsilon_1}{2} \quad (I.22)$$

si bien que la condition de striction localisée s'écrit :

$$\frac{d\sigma_1}{\sigma_1} = \frac{d\varepsilon_1}{2} \quad (I.23)$$

Soit, si :

$$\sigma = \sigma_0 \varepsilon^n \quad (I.24)$$

Avec n coefficient d'écrouissage alors :

$$\varepsilon_{SL} = 2n \quad (I.25)$$

En conclusion, dans l'essai de traction sur plaque, au moment où la charge passe par un maximum $\varepsilon_R = n$, il se produit une striction diffuse, qui est suivie plus tard quand $\varepsilon_{SL} = 2n$ par l'apparition d'une striction localisée au sein de la striction diffuse.

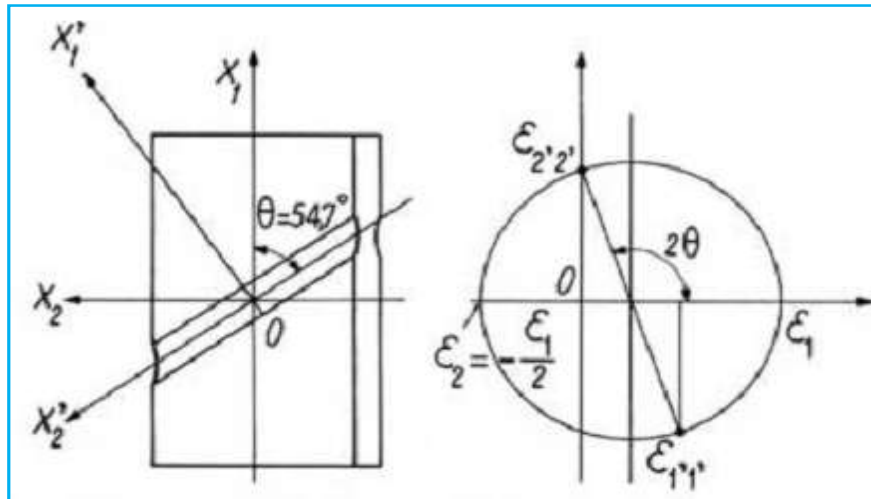


Figure I.23 : striction localisée dans une plaque. [28]

En faisant intervenir le coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation m On aboutit au critère suivant : les irrégularités s'estompent si :

$$\varepsilon < \frac{n}{(1 - 2m)}$$

Par conséquent l'apparition de la striction diffuse correspond à :

$$\varepsilon = \frac{n}{(1 - 2m)} \quad (I.26)$$

I.1.5.2.5. Analyse de la striction selon Troost et El Magd :

D après [28] En analysant la forme de la méridienne d'une éprouvette initialement cylindrique (figure I.24), Troost et El Magd ont proposé une équation de la forme :

$$\frac{C}{Y} = 1 + kcX^2 \quad (I.27)$$

Avec :

- X abscisse à partir de la section minimale.
- Y dépression à l'abscisse X mesurée à partir de la génératrice immédiatement avant que la striction ne se forme, le rayon R de l'éprouvette à cet instant étant pris comme unité nous avons donc :

$$X = \frac{x}{R} ; Y = \frac{y}{R}$$

- k constante du matériau, qui vaut 4,4 pour l'acier,
 - c valeur de Y pour $X = 0$, et donc $(1 - c) R$ représente le rayon de la section minimale.
- Le rayon de courbure à fond de striction vaut :

$$\rho_c = \frac{1}{2kc^2} \quad (I.28)$$

En posant :

$$Y_0 = \frac{c}{2} \text{ et } X_0 = \pm \frac{1}{\sqrt{kc}}$$

L'équation de la méridienne devient :

$$\frac{2Y_0}{Y} = 1 + \left(\frac{X}{X_0}\right)^2 \quad (I.29)$$

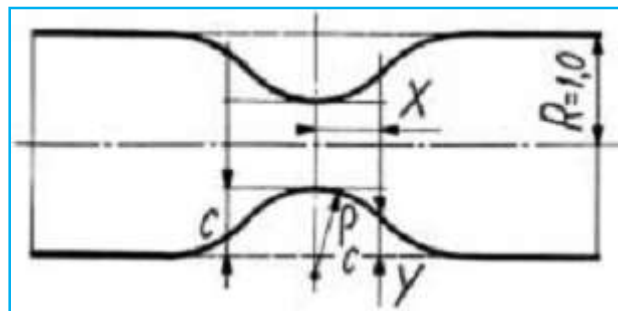


Figure I.24 : représentation géométrique de la striction selon Troost et El Magd. [28]

Une fois connue la forme de la striction, il est possible de calculer l'allongement en écrivant que le volume reste constant. Au début de la striction, le volume de l'éprouvette est :

$$V = \pi R^2 (1 + A_R) L_0 \quad (I.30)$$

Après striction, ce volume devient :

$$V = \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \pi (R - y)^2 dx = 2\pi R^3 \int_0^l (1 - Y)^2 dX \quad (I.31)$$

En posant : $2l = \frac{L}{R}$

En égalant les deux expressions du volume (I.30) et (I.31) nous obtenons :

$$A + A_R + 2 \frac{R}{L_0} (2J_1 - J_2) \quad (I.32)$$

Avec

$$J_1 = \int_0^l Y dX = \sqrt{\frac{c}{k}} \arctan \Omega ;$$

$$J_2 = \int_0^l Y^2 dX = \frac{c}{2} \frac{c}{\sqrt{k}} \left(\frac{\Omega}{1 + \Omega^2} + \arctan \Omega \right)$$

avec : $\Omega = \frac{L}{2R} \sqrt{kc}$

Pour les éprouvettes normalisées $\frac{L}{2R} > 5$, Ω est grand et l'expression (I.32) conduit à :

$$A - A_R = \pi \sqrt{\frac{2}{k}} \cdot \frac{R_0}{L_0} \sqrt{Z - Z_R} \quad (I.33)$$

L'allongement global A est la somme de l'allongement réparti A_R et de l'allongement de striction.

Comme $Z - Z_R$ à la rupture est une caractéristique du matériau, l'expression de Barba montre que l'allongement de rupture est constant pour des éprouvettes géométriquement semblables (R_0/L_0 constant), ce qui justifie la règle de la norme qui conseille $L_0 = 10 R_0$. Dans la zone en striction, il est évident que les contraintes ne sont plus uniformes.

On fait en général l'hypothèse, confirmée par des calculs aux éléments finis, que la déformation radiale et la déformation tangentielle sont égales ($\epsilon_r = \epsilon_\theta = \text{Cte}$) dans une section perpendiculaire à l'axe. Il en résulte que $\sigma_r = \sigma_\theta$.

Diverses hypothèses sont alors faites sur la forme des lignes isostatiques, ce qui permet de calculer les contraintes.

La contrainte axiale σ_z à une distance r de l'axe vaut :

$$\sigma_z = \bar{\sigma} \left[1 + \frac{a}{2\rho_c} \left(1 - \frac{r^2}{a^2} \right) \right] \quad (1.34)$$

avec : $\bar{\sigma}$ contrainte équivalente,

a : rayon minimal de striction : $a = R (1 - c)$, sachant que :

$$\rho_c = \frac{R}{2kc^2}$$

La contrainte moyenne, $\bar{\sigma}_z$ c'est-à-dire la contrainte mesurée F/S, vaut :

$$\bar{\sigma}_z = \bar{\sigma} \left(1 + \frac{a}{4\rho_c} \right) \quad (1.35)$$

Bridgman trouve, quant à lui :

$$\sigma_z = \bar{\sigma} \left\{ 1 + \ln \left[1 + \frac{a}{2\rho_c \left(1 - \frac{r^2}{a^2} \right)} \right] \right\} \quad (1.36)$$

$$\bar{\sigma}_z = \bar{\sigma} \left(1 + \frac{2\rho_c}{a} \right) \ln \left(1 + \frac{a}{2\rho_c} \right) \approx \bar{\sigma} \left(1 + \frac{a}{2\rho_c} \right) \quad (1.37)$$

Cette théorie conduit à une bonne approximation du problème comme le montrent des vérifications aux éléments finis.

I.1.5.2.6. Etude de l'influence des caractéristiques mécaniques sur l'apparition de la striction :

Une simulation numérique de la formation et le développement de la striction dans un échantillon d'un matériau hétérogène a été réalisée par Glowacki et Kozakiewicz [38] en utilisant la méthode des éléments finis (FEM) avec le logiciel ANSYS.

Un modèle axisymétrique des échantillons cylindriques de traction a été construit. Les éléments triangulaires linéaires a été adopté. Le modèle numérique se compose de plus de 24 milles éléments et compte environ 25 milles équations. Les calculs ont été effectués en utilisant une méthode de Newton-Raphson modifiée et la méthode de la longueur d'arc. Grâce à un algorithme, plusieurs éléments voisins ont été combinés dans un groupe homogène simulant le grain.

Trois groupes de données représentant les caractéristiques mécaniques variables (module d'Young E , la limite d'élasticité à la traction σ_Y , et résistance ultime à la traction σ_U), en chaque groupe, seulement un des paramètres est modifiée de quelques pour cent pour simuler trois différent matériaux. La Formation de la striction pour chacun des groupes de matériaux a été simulée.

Dans le groupe A, trois courbes contrainte-déformation ne diffèrent que par la valeur du module E . Dans le groupe B, utilisé trois différents valeurs de σ_Y et dans le groupe C la valeur de σ_U a seulement changé. Le chargement a été poursuivi jusqu'à ce que la déformation totale a atteint la valeur $\epsilon_U + 3\%$.

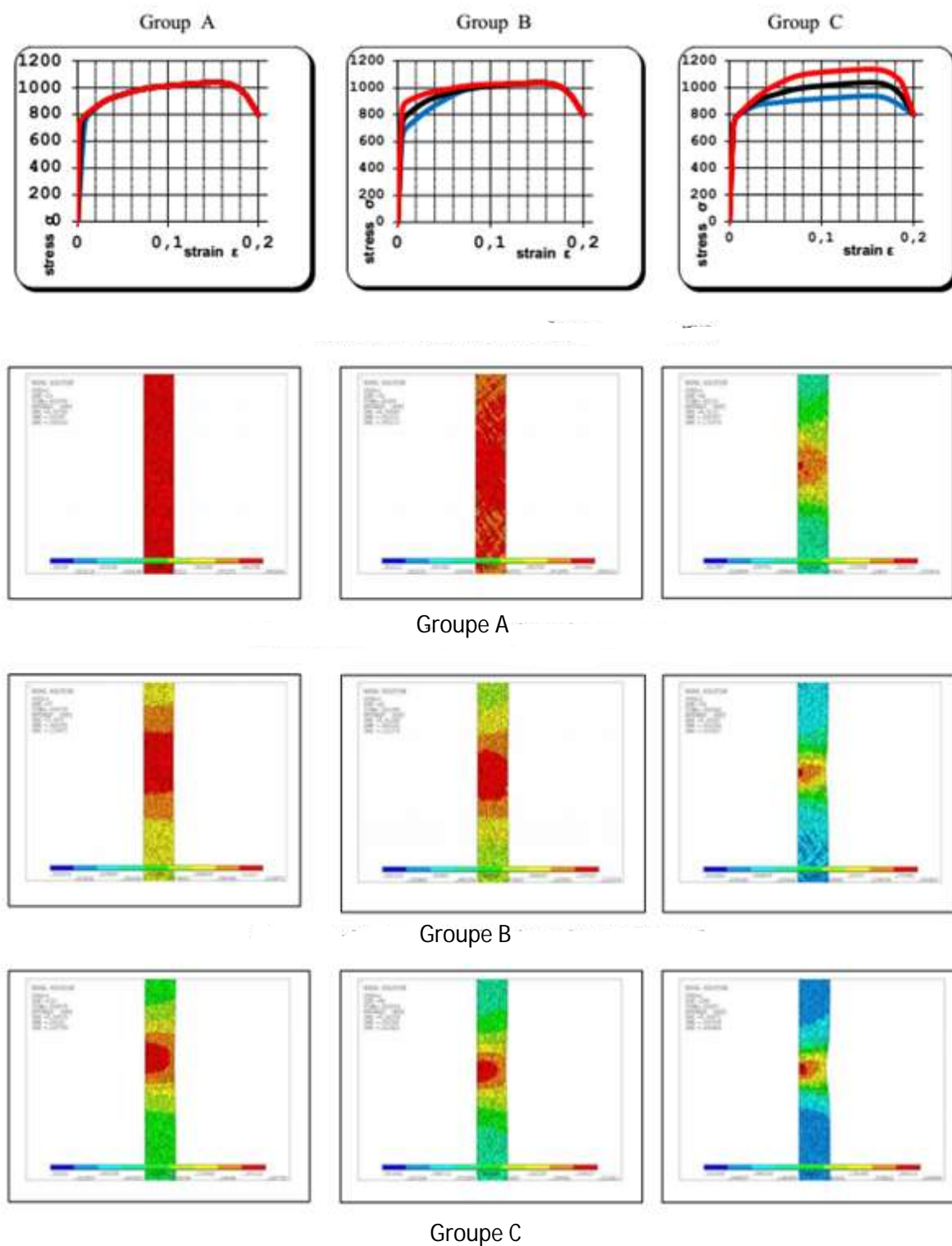


Figure I.25 : simulation numérique de la striction. [38]

Les résultats obtenus [38] ont montré que, dans le cas du groupe A, le processus de déformation est pratiquement homogène dans l'échantillon. A la fin du chargement, on a tendance à l'apparition de la striction.

Dans le groupe B (changement de σ_Y) la striction a été formée beaucoup plus tôt.

Dans le groupe C (changement de σ_U) la striction apparaît plus tôt et son développement est clair. Les résultats montrent une forte hétérogénéité de l'état de déformation, avant même l'apparition de la striction.

On remarque aisément :

Quand la contrainte à la rupture est élevée la striction apparaît plutôt car l'écrouissage est prononcé ; par contre quand la contrainte à la déformation est faible la striction est retardée car la ductilité est prononcée.

Cela nous conduit à dire que lorsqu'un matériau a été déformé plastiquement, on observe généralement un durcissement. Sa limite élastique augmente et sa ductilité diminue. Plus la déformation plastique est grande, plus le matériau s'oppose à cette déformation. Le matériau est alors dit écroui. L'écrouissage mène à une diminution de l'allongement à la rupture lors d'un essai de traction, car l'allongement à la rupture est dépendant de la capacité de se durcir lors d'une déformation. La Figure I.26 montre l'évolution de la limite élastique, de la résistance à la rupture et de l'allongement à la rupture lors de l'écrouissage de Cu35Zn. On conclut donc à la dualité ductilité-écrouissage qui sont antagonistes mais complémentaires l'une de l'autre.

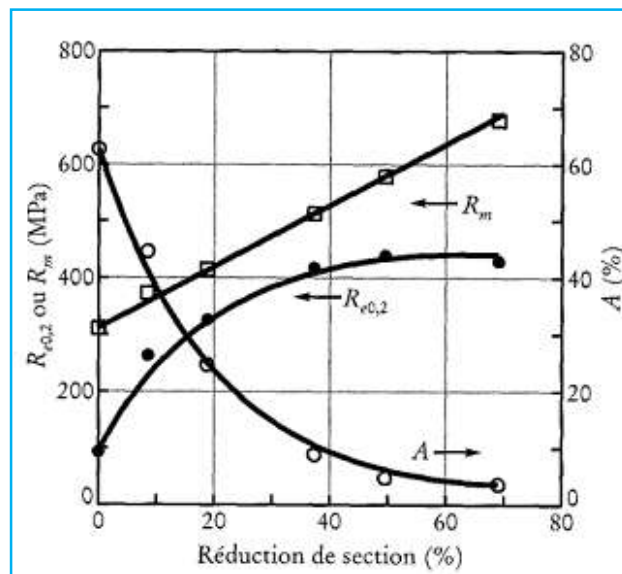


Figure I.26 : Variation des propriétés mécaniques ($R_{0.2}$, R_m , A) d'un laiton ($Cu-35\% Zn$) en fonction de la réduction par laminage. [15]

I.1.5.3. Caractérisation de la ductilité par la déformation plastique maximale ε_r :

La caractérisation de la ductilité est aussi paramétrée par la déformation plastique maximale il s'agit de la déformation équivalente de Von Mises définie par :

$$\varepsilon_r = \ln \frac{S_0}{S} = -\ln(1 - Z) \quad (I.38)$$

Beaucoup d'hypothèse ont été élaborés afin de rationaliser la distribution de la déformation, l'hypothèse la plus utilisée consiste à supposer que pour des échantillons de géométrie initiale semblable le comportement à la striction serait presque le même et que la déformation dans la zone de striction est donnée par la loi de BARBA en 1880 : $\alpha = \beta\sqrt{A}$

β : coefficient de proportionnalité et A : section à l'état initiale de l'échantillon.

Selon [39], la caractérisation de la ductilité a été approché par de nombreux scientifiques, cependant celle que est exposée aborde la ductilité du point de vue de la déformation plastique maximale au niveau de la striction, bien sûr abstraction faite sur la déformation longitudinale, le principal aspect innovant du nouveau paramètre de ductilité réside dans la quantification par des déformations à l'origine de la réduction de section (striction).

Une brève description des principes fondamentaux de cette proposition, est indispensable afin de comprendre la démarche du procédé proposé.

L'étude de la répartition des contraintes et des déformations dans la striction d'une éprouvette soumise à la traction était d'abord entreprise par Bridgman en 1944.

Son travail a ouvert un chemin d'accès à diverses contributions sur ce sujet qui a établi une formule de correction qui porte son nom ; Cette correction qui ne dépend pas des paramètres mécanique du matériau mais seulement d'un facteur géométrique ($\frac{a}{R}$), donne la valeur de la contrainte vraie (σ_v) en fonction de la contrainte nominale (σ_z). [39] L'état de déformation est défini par le tenseur suivant dit de (Bridgman).

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \begin{pmatrix} \dot{\varepsilon}_r & 0 & 0 \\ 0 & \dot{\varepsilon}_\theta & 0 \\ 0 & 0 & \dot{\varepsilon}_z \end{pmatrix} \quad (I.39)$$

$$\text{avec : } \dot{\varepsilon}_r = \frac{\partial \dot{u}}{\partial r} ; \quad \dot{\varepsilon}_\theta = \frac{\partial \dot{v}}{\partial \theta} ; \quad \dot{\varepsilon}_z = \frac{\partial \dot{w}}{\partial z}$$

Compte tenu de l'hypothèse que les déformations radiales sont uniformes

$$\dot{\varepsilon}_r = \frac{\dot{r}}{r} = \frac{\dot{D}}{D} \rightarrow \varepsilon_r = \int \frac{\dot{D}}{D} dt = \ln \frac{D}{D_0} ; \quad \dot{\varepsilon}_\theta = \dot{\varepsilon}_r$$

Où r et D sont le rayon et le diamètre à la striction à tout moment de l'essai et à l'instant initial.

De la même manière, afin d'obtenir la répartition des déformations axiales, les déformations élastiques sont négligées et la condition d'incompressibilité est imposé

$$ID^2 = I_0 D_0^2 \rightarrow (I_0 + u_z) D^2 = I_0 D_0^2 ; \quad \dot{u}_z = -2I \frac{\dot{D}}{D} \rightarrow \dot{\varepsilon}_z = \frac{\partial \dot{u}}{\partial z} \rightarrow \varepsilon_z = -2 \ln \frac{D}{D_0}$$

dans [39], les déformations plastiques efficaces ou équivalentes au niveau de la striction sont obtenus en faisant abstraction des nouvelles déformations élastiques et en considérant que les

déformations tangentiels nulles, de sorte que:

$$\dot{\varepsilon} = \int d\varepsilon^p = \int_0^t \sqrt{\left(\frac{2}{3} \dot{\varepsilon}^p \dot{\varepsilon}^p\right)} dt = 2 \int_0^t \frac{\dot{D}}{D} dt = -2 \ln \frac{D}{D_0}$$

Sur la base de l'état de déformation déduit ci-dessus, il est nécessaire d'effectuer une vérification immédiate ainsi le tenseur des contraintes à la section de la striction est:

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_r & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_r & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z \end{pmatrix} \quad (1.40)$$

Bridgman résout le problème de la déformation plastique dans la zone de striction en

- Le contour de la striction est approché au moyen d'un arc de circonférence
- La section de la zone de striction reste ronde au cours de l'essai
- Les déformations sont constantes au niveau des points de section transversale de la striction.(figure I.27)

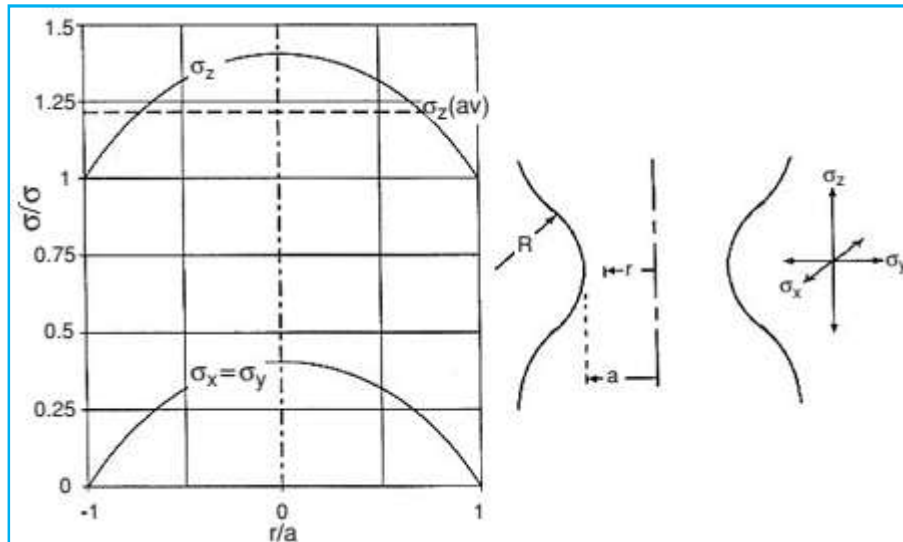


Figure I.27 : répartition de l'état de contrainte dans la zone de striction. Géométrie de la striction correspondant a cette répartition. [40]

La contrainte effective relative à la déformation dans la striction est donnée par la correction de Bridgman :

$$\frac{\bar{\sigma}}{\sigma} = \frac{1}{\left[\left(1 + \frac{2R}{a}\right) \ln \left(1 + \frac{a}{2R}\right) \right]} \quad (1.41)$$

Avec :

$$\sigma = \frac{f}{s}; a = \frac{D}{2}$$

a : rayon a la base de la striction ; R : rayon de courbure du profil de la striction.

Selon [38], après développement il obtient l'expression:

$$\frac{\sigma_{eq}}{\sigma_z} = \frac{1}{\left[1 + \frac{2}{\sqrt{\varepsilon_z - 0.1}}\right] \left[Ln \left(1 + \frac{\sqrt{\varepsilon_z - 0.1}}{2}\right)\right]} \quad (1.42)$$

Sur la base de ces études [38] , il est établi que :

1 - Les composantes ε_r , ε_z du tenseur de déformation et la déformation plastique équivalente ε_{eq}^p correspondant à la section de la striction peuvent être exprimé par :

$$\varepsilon_r = \varepsilon_\theta = -Ln \frac{D_0}{D} \quad \text{déformation transversale}$$

$$\varepsilon_z = 2Ln \frac{D_0}{D} \quad \text{déformation axiale}$$

$$\varepsilon_{eq}^p = 2Ln \frac{D_0}{D} \quad \text{déformation plastique équivalente}$$

où D_0 est le diamètre initial de l'éprouvette et D_f le diamètre de striction, pour un instant donné, au cours du déroulement de l'essai de traction. [21]

2 -. Du point précédent, le paramètre $\varepsilon_{eq}^p = \varepsilon_z = 2Ln \frac{D_0}{D}$ définit l'état de déformation de la section de la striction et détermine l'état de contrainte triaxial qui se pose à la striction.

3 -. Au moment de la rupture, la déformation maximale est atteinte, ce qui est le paramètre que l'on veut mesurer, on peut donc écrire au moyen de l'expression : $\varepsilon_{eq}^p = 2Ln \frac{D_0}{D_f}$ Ou D_0 est le diamètre initial de l'éprouvette et D_f est le diamètre de striction.

Ce nouveau paramètre DUCT :

$$\varepsilon_r = \varepsilon_{eq}^p = 2Ln \frac{D_0}{D_f} \quad (1.43)$$

en référence à la ductilité selon [39], est utilisé pour quantifier la déformation plastique à la rupture et qui, comme on peut le noter, ne peut évaluer les déformations longitudinales, mais transversales (radiale) seulement.

$$\varepsilon_r = \varepsilon_{eq}^p = 2Ln \frac{D_0}{D_f} \quad \text{est appelé aussi valeur détirage selon yasuyuki. [41]}$$

I.2. Etude de l'essai de caractérisation de la ductilité : essai de traction

I.2.1. Essais mécaniques

Si par héritage du savoir-faire ou habitude, on sait quel acier on doit utiliser, cette connaissance reste trop empirique dans de nombreuses applications. Ainsi, différents essais mécaniques permettent de déterminer l'acier adapté à un usage défini. Certains essais mesurent la capacité d'un matériau à se plier, à s'emboutir... D'autres essais mesurent :

- la résistance d'un métal aux efforts de pénétration (essai de dureté).
- son élasticité (essai de traction)
- sa résistance aux chocs et sa fragilité (essai de résilience)

L'intérêt de ces essais est de fournir des données chiffrées, des repères pour l'utilisation des métaux. Ces essais sont normalisés, c'est-à-dire toujours réalisés dans les mêmes conditions.

I.2.2. Essai de traction :

D'après[28], l'essai de traction est le plus classique, il consiste à exercer sur une éprouvette normalisée (pièce de dimensions normalisées fabriquée dans le matériau à tester), cylindrique ou parallélépipédique (plate), deux forces égales et opposées qui vont la déformer progressivement puis la rompre.

Il est important de noter que la traction est souvent réalisée à froid. On impose à l'éprouvette une déformation globale que l'on note ε et on enregistre la contrainte σ . [42]

La ligne d'action étant confondue avec l'axe de symétrie ou de rotation de l'éprouvette.

On mesure instantanément l'allongement Δl , correspondant. [16]

L'essai de traction est un essai purement unidimensionnel dont les résultats sont considérés valables pour la flexion des poutres.

L'effort de traction croissant permet de déterminer les caractéristiques mécaniques. Cet effort et l'allongement de l'éprouvette en chargement peuvent être mesurés simultanément.

D'après [22] les conditions de l'essai de traction sont les suivantes :

- Les sections planes restent planes
- La distribution des contraintes et déformations est uniforme.

I.2.3. Différentes normes d'essai de traction :

Il existe de nombreux essais qui permettent de caractériser les propriétés mécaniques des matériaux, certains sont normalisés par les organismes suivants :

AFNOR : association française de normalisation

ISO : international standardisation organisation

ASTM : American society for testing and materials. [4]

I.2.4. Description de l'essai

L'essai est réalisé sur une machine de traction (figure I.28.a)

On applique progressivement et lentement (sans choc) à une éprouvette cylindrique de formes et de dimensions normalisées (figure I.28.b), un effort de traction croissant.



a) Machine de traction



b) Eprouvette



c) Eprouvette installée entre les mors de machine de traction

Figure I.28 : dispositif de l'essai de traction. [25]

I.2.4.1. Machine de traction :

Une machine de traction est constituée d'un bâti rigide qui comprend une traverse fixe à laquelle est fixée l'une des têtes, de l'éprouvette ; l'autre extrémité de l'éprouvette est fixée à une traverse mobile. Le mouvement de la traverse mobile est assuré soit par une commande hydraulique (vérins), soit par des vis sans fin.

La charge imposée à l'éprouvette est mesurée par un dynamomètre, et l'allongement par un extensomètre, ce qui permet d'obtenir un enregistrement de la courbe brute de traction, $F = f(\Delta l)$ caractéristique de l'échantillon et de sa géométrie.

I.2.4.2. Types éprouvettes de traction et normalisation selon la norme EN-ISO-6892-1 :

Les éprouvettes de traction ont été inventé par Muschenbroek en 1885 d'après [43], depuis leurs utilisation n'a cessé de se perfectionner. Il existe des normes fixant le type et les dimensions des éprouvettes, en effet les éprouvettes de traction adoptent deux géométries cylindrique ou plate ; la section doit être suffisante sur une longueur suffisante pour obtenir un état de contrainte homogène pendant l'essai. [44]

La norme EN-ISO-6892-1 qui précise la forme et les dimensions de la partie calibrée laissant aux divers laboratoires le soin de dessiner à leur guise les têtes d'amarrage de façon à les adapter au mieux aux diverses machines d'essai.

Le raccordement doit se faire par des congés de façon à éviter des concentrations de contraintes trop importantes qui pourraient provoquer la rupture dans ces zones. Il est cependant possible, pour des profilés ou des barres, de faire les essais sur des tronçons bruts en évitant l'usinage de têtes d'amarrage. La section utile peut être circulaire, carrée, rectangulaire, etc.

Il est préférable, quand cela est possible, d'utiliser une section circulaire qui donne des résultats plus reproductibles à la rupture en régularisant l'amorçage. En effet, celui-ci est souvent superficiel et plus aisé sur les angles. L'analyse de la striction est également plus facile sur une section circulaire. [28]

I.2.4.2.1. Éprouvettes plates :

Pour les éprouvettes rectangulaires (figure I.29) généralement la longueur calibrée L_c doit vérifier: $L_0 + \frac{b_0}{2} < L_c < L_0 + 2b_0$. b_0 : largeur initiale

il est recommandé de prendre $L_c = L_0 + 2b_0$. Au-delà, il peut en effet devenir difficile de créer un champ de contrainte uniforme dans la partie utile. [45]

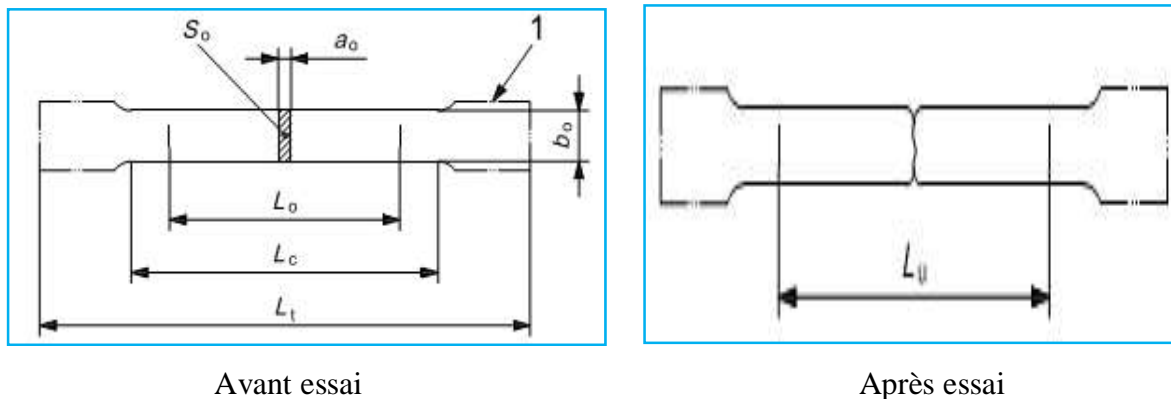


Figure I.29 : Forme et dimensions normalisée d'une éprouvette plate de traction avant et après essai. [45]

Avec :

L_0 , b_0 et a_0 respectivement longueur largeur et épaisseur initiale

L_c : longueur calibrée,

L_t : longueur totale

L_u longueur entre repères après rupture.

Tableau I.4 : caractéristiques géométriques des éprouvettes plates de traction normalisées pour usage général. [45]

Largeur b_0	Longueur initiale entre repères L_0	Longueur calibrée L_c	Longueur totale entre mords L_t
40	200	220	450
25	200	215	450
20	80	90	300

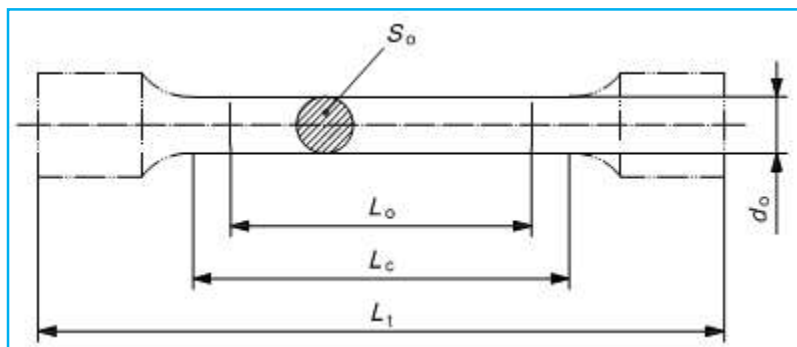
I.2.4.2.2. Eprouvettes cylindriques :

Pour les éprouvettes cylindriques (figure I.30), en règle générale, le diamètre d ne doit pas être inférieur à 4 mm.

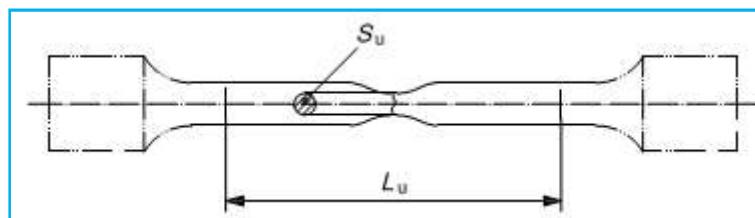
Dans [45], La longueur L_c de la partie calibrée doit être suffisante par rapport à la distance L_0 entre repères, c'est-à-dire à la longueur utile. Généralement L_c doit vérifier :

$$L_0 + \frac{d_0}{2} < L_c < L_0 + 2d_0$$

Il est recommandé de prendre $L_c = L_0 + 2d$; d étant le diamètre de l'éprouvette. Cette disposition permet d'assurer, d'après le principe de St-Venant, dans toute la partie utile de l'éprouvette, une répartition homogène de contrainte, non perturbée par l'influence des têtes d'amarrage.



Avant essai



Après essai

Figure I.30 : Forme et dimensions normalisée d'une éprouvette circulaire de traction avant et après essai. [45]

Avec :

L_0 , d_0 et S_0 respectivement longueur, diamètre et section initiale

L_c : longueur calibrée,

L_t : longueur totale

L_u : longueur entre repères après rupture

S_u : section entre repères après rupture

La longueur utile L_0 doit être égale à cinq fois le diamètre. Il importe de maintenir ce rapport constant de façon à obtenir des allongements à la rupture comparables.

Pour comprendre cette exigence, il convient d'examiner l'hétérogénéité de déformation qui se produit au moment de la striction et dont il faut s'assurer qu'elle joue toujours de la même façon sur l'allongement mesuré entre repères.

La condition $L_0 = 5d$ est traduite dans la norme ISO en terme de section S_0 : $L_0 = k\sqrt{S_0}$ ou $k = 5.65$.

$k = 11.3$ peut être aussi utilisée (tableau I.5). La norme donne les tolérances à respecter sur les dimensions et sur la forme. Il est évident, en effet, qu'elles retiennent directement sur le calcul des contraintes, rapport entre la force mesurée et la section de l'éprouvette. De mauvaises tolérances conduisent à de la dispersion et il est de toutes façons recommandé de mesurer avec précision le diamètre de chaque éprouvette avant essai. Pour obtenir des résultats corrects, il faut que l'éprouvette usinée soit saine, de structures micro et macrographique identiques à celles du métal de base, exempte d'amorces de rupture telles que criques, arrachements, stries d'usinage trop profondes, déchirures, etc. Cela est d'autant plus vrai que l'éprouvette est plus petite et le métal plus fragile.

Tableau I.5 : caractéristiques géométriques des éprouvettes circulaires de traction normalisées pour usage général. [45]

Coefficient de proportionnalité k	Diamètre d mm	Longueur initiale entre repères $L_0 = k\sqrt{S_0}$ mm	Longueur calibrée L_c mm
5,65	20	100	110
	14	70	77
	10	50	55
	5	25	28

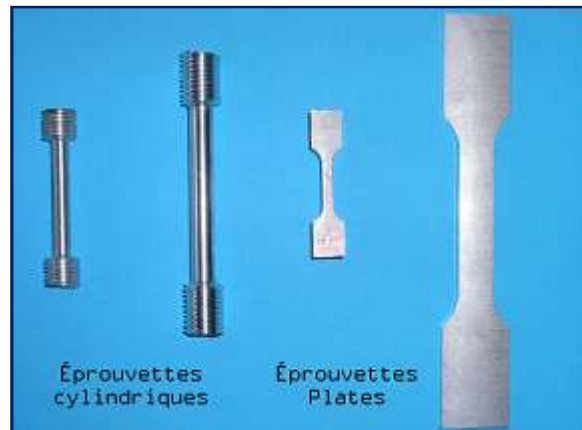


Figure I.31 : épreuve de traction cylindrique et plate [44]

I.2.5. Exploitations de l'essai

I.2.5.1. Interprétation qualitative

Le comportement en traction fait apparaître une partie linéaire (élasticité) suivie d'une partie non linéaire, au cours de laquelle la pente diminue dans le diagramme déformation-contrainte, au point de devenir éventuellement négative.

La déformation en traction est répartie comme suit :

D'après [42] Dans les faits, on effectue des relevés différents. Ainsi, au lieu de la déformation globale, on enregistre soit un déplacement de traverse, soit une variation de longueur d'un segment de l'éprouvette, soit effectivement une déformation. Pour l'enregistrement de la contrainte, on relève souvent la valeur de l'effort appliqué F (parfois en utilisant la pression). Le passage à une valeur de contrainte nécessite la division par une aire S qui est l'aire de la section droite d'étude de l'éprouvette. Après d'éventuels calculs et transpositions on obtient un diagramme $\sigma(\varepsilon)$. L'analyse de la courbe nous permet de distinguer trois zones auxquelles on peut associer des comportements différents.

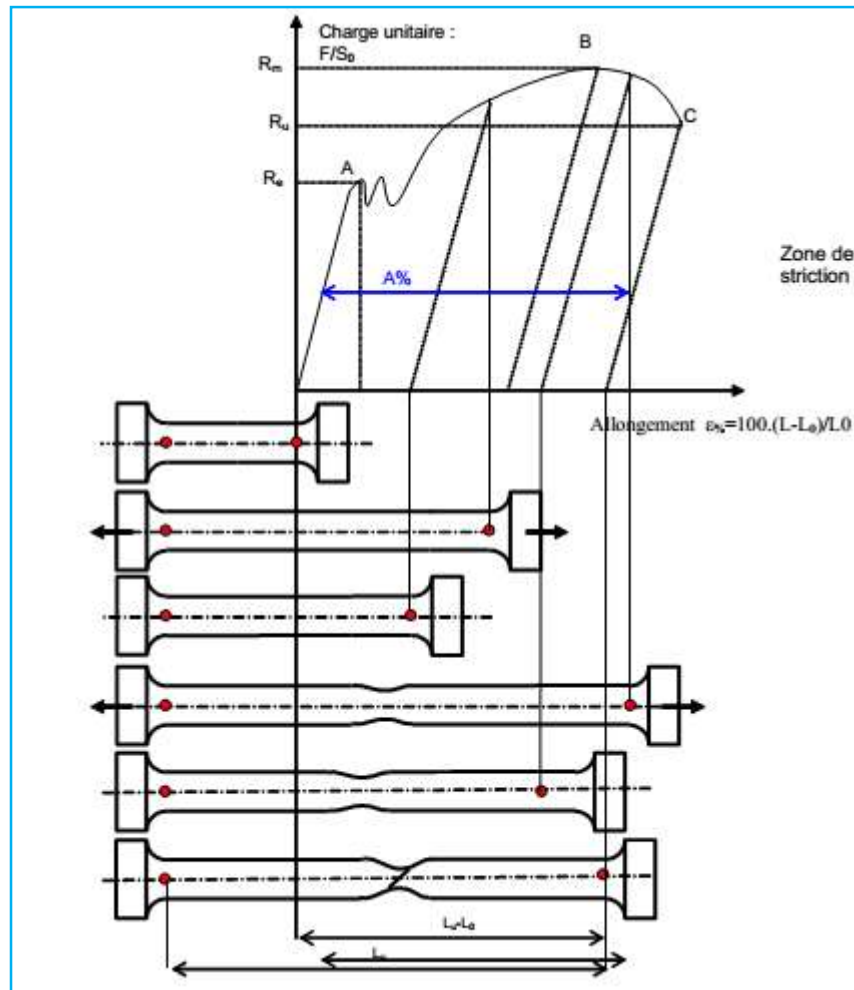


Figure I.32 : Les différentes phases de déformation en traction. [46]

Zone OA Dans cette zone le comportement est élastique, c'est à dire réversible. Si on libère l'éprouvette, celle-ci reprend sa forme initiale et un état de déformation nul. Le comportement est bijectif dans le sens où à chaque contrainte ne peut être associé qu'à une déformation et vice versa. Souvent la relation peut être approximée à une fonction linéaire. On obtient alors la classique loi de Hooke de l'essai de traction $\sigma = E\varepsilon$. [42]

Zone AB On rencontre des déformations irréversibles. Après relâchement des efforts, on constate que d'une part la courbe de décharge ne suit pas la courbe de charge et que d'autre part il subsiste de déformations permanentes. C'est le phénomène de plasticité. On a donc une déformation résiduelle qui traduit la partie irréversible de la transformation. Cette déformation n'est enregistrable qu'à un certain de contrainte appliquée. On définit ainsi le seuil de plasticité. La contrainte au seuil est nommée limite élastique et est notée σ_0 . La courbe de décharge suivie est représentée par une droite dont la pente est donnée par la valeur du module d'Young. Ce phénomène est élastique dans le sens où on suivra cette même droite en cas de rechargement de l'éprouvette. Arrivé à la valeur de contrainte maxi appliquée

dans les cycles précédents, on suit à nouveau la courbe plastique du matériau. Ces remarques nous amènent à considérer qu'il y a une évolution possible de la limite élastique. C'est le phénomène d'écrouissage. La nouvelle limite élastique est appelée contrainte d'écoulement. En général, la contrainte d'écoulement croît avec la déformation. Dans le cas contraire, on parlera de phénomène d'adoucissement. [42]

Zone BC C'est le domaine de la striction. La section de l'éprouvette ne demeure plus constante dans la longueur. On constate une forte diminution dans une zone très localisée, pratiquement toujours la zone centrale de l'éprouvette.

La force de traction passe par un maximum en début de striction, puis décroît régulièrement jusqu'à la rupture. La contrainte calculée en faisant le rapport de la force de traction avec la section de striction décroît elle aussi. En fait une analyse fine locale montre que l'état de contrainte n'est plus unidimensionnel. Pour interpréter correctement les résultats, il convient de travailler en contrainte équivalente. On constate alors que la courbe (contrainte équivalente - déformation) est monotone croissante. Pour les deux dernières zones, il faut remarquer que "l'histoire du chargement" joue un rôle important pour la détermination du couple contrainte - déformation. Il n'y a plus de bijection entre les deux ensembles. Pour passer d'un état initial à un état final, il faut connaître chaque étape intermédiaire, il faut faire un suivi "pas à pas". Ainsi, contrairement à la zone à comportement élastique, la connaissance de l'état final est fonction du chemin de chargement. [42]

I.2.5.2. Interprétation quantitative :

Sur le diagramme charge-allongement, qui peut être enregistré ou tracé par points, on utilise les coordonnées suivantes :

en abscisse, l'allongement relatif $\Delta L/L_0$ de l'éprouvette ou plutôt d'une certaine base de mesure L_0 . (L_0 est la longueur initiale de l'éprouvette);

en ordonnée : la charge unitaire, définie à tout instant de l'essai, c'est le quotient de la charge par la section initiale de l'éprouvette S_0 .

$$\varepsilon\% = 100 \frac{L - L_0}{L_0} \quad (1.44)$$

$$\sigma = \frac{F}{S_0} \quad (1.45)$$

Le point A est la limite d'élasticité (ou résistance élastique à la traction)

$$R_e = \frac{F_e}{S_0} \quad (1.46)$$

Le point B correspond à la charge maximale ; il est appelé résistance à la traction ou résistance à la rupture (bien qu'il n'y ait pas encore rupture) ;

$$R_m = \frac{F_r}{S_0} \quad (I.47)$$

C'est la charge maximale atteinte durant l'essai de traction. A partir de ce point, la déformation commence à se localiser sous forme de striction, ce qui explique la décroissance de l'effort nécessaire aux déformations au delà du point B.

Un processus de mise en forme qui conduirait à franchir ce point se traduirait par des risques difficiles à contrôler de rupture ou de non-conformité géométrique.

Le point C correspondant, lui, à la charge ultime.

Après rupture de l'éprouvette et reconstitution de celle-ci, on mesure L_U et S_U respectivement longueur entre repères et section minimale ultimes. [46]

L'allongement relatif total ou A pour cent de l'éprouvette est l'allongement de rupture

$$A\% = 100 \frac{L_u - L_0}{L_0}$$

où L_u est la longueur de l'éprouvette après rupture. Il caractérise la ductilité du matériau.

Cet allongement est la somme de l'allongement réparti A_r jusqu'au maximum de la charge et de l'allongement localisé de striction A_z . [3]

$$A = A_r + A_z \quad (I.48)$$

La striction est la réduction de section maximale de l'éprouvette rompue c'est-à-dire dans la section de rupture (figure I.33). Le coefficient de striction traduit l'aptitude à la déformation à froid.

$$Z\% = 100 \frac{S_0 - S_u}{S_0}$$

Avec S_0 : Dimension éprouvette initiale ;

S_r : Dimension éprouvette après rupture ;

S_U : Dimension de la striction après rupture.

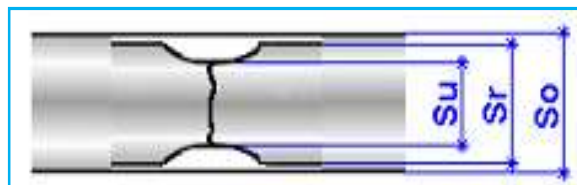


Figure I.33 : section éprouvette avant et après rupture

Cette déformation est également la somme de la déformation homogène répartie et de la déformation de striction proprement dite

I.2.5.2.1. constantes d'élasticité

Module de Young :

Dans la première portion de la courbe, il y a proportionnalité entre charge unitaire et déformation, au moins en première approximation : c'est la loi de Hooke : $\sigma = E\varepsilon$

La caractéristique d'élasticité est la pente de cette droite qui est le module d'élasticité E (Coefficient d'élasticité longitudinal ou module d'Young) ; il exprime le rapport entre la charge unitaire appliquée et la déformation longitudinale de l'éprouvette.[46]

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{F \cdot L_0}{S_0 \cdot \Delta L}$$

L'unité de mesure de ce module est homogène à une contrainte puisque la déformation ε est sans dimension. Des valeurs typiques de module de Young vont de quelques MPa à quelques centaines de GPa. Une valeur de E élevée indique une rigidité élevée du matériau (le diamant par exemple). En revanche le plomb ou l'étain sont des matériaux de rigidité faible. Pour les aciers, on atteint typiquement des modules de Young de 2105 N/mm^2 , soit quelques 200 GPa. Les fontes en revanche présentent des modules de Young typiques de 8104 N/mm^2 , et sont moins élastiquement déformables. [47]

Tableau I.6 : Quelques valeurs usuelles de E . [48]:

Aciers	200000 à 210000 MPa
cuivre	100 000 MPa
Aluminium	72 500 à 122 500 MPa
PVC	2450 MPa

Le coefficient de Poisson,

Quand on étire un matériau dans une traction (déformation longitudinale), il se contracte dans le plan perpendiculaire à l'étirement (déformation transversale). [49]

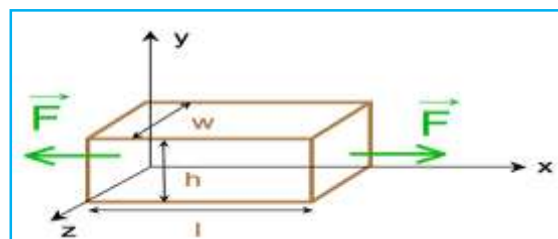


Figure I.34 : Matériau parallélépipédique soumis à une force de traction dans la direction // Ox. [47]

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} ; \frac{\Delta w}{w} = \frac{\Delta h}{h} = -\nu \frac{\Delta l}{l}$$

ν : est le coefficient de poisson : $-1 \leq \nu \leq \frac{1}{2}$

Pour les Aciers on a environ : $\nu = 0,3$.

Le module d'élasticité transversal ou de cisaillement :

Le module de cisaillement G exprime le rapport entre le couple et la déformation par cisaillement, par exemple dans un essai de torsion.

Ces trois grandeurs sont liées par la relation suivante : $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$

I.2.5.2.2. Limite d'élasticité

- Cas des aciers

Pour les aciers, on est conduit à distinguer 2 types principaux de courbes de traction suivant la présence ou non d'un crochet à la limite d'élasticité.

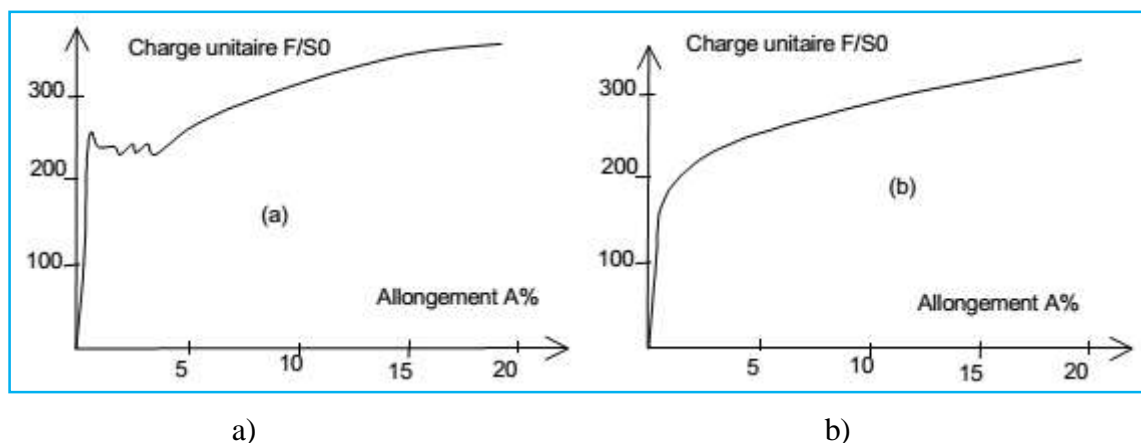


Figure I.35 : courbes de traction des aciers. [46]

La courbe (I.35 a) correspond à des aciers ferritiques en général, mais peut se présenter avec moins de netteté pour des aciers plus durs traités, parfois même alliés.

Ce type de courbes amène à la définition des grandeurs :

- la limite d'élasticité R_{eH} en MPa
- la limite d'élasticité inférieure R_{eL} en MPa
- et la longueur du palier A_p en %

La courbe (I.35 b), avec un passage progressif, correspond aux aciers durs ou aux aciers austénitiques.

Quand la limite est marquée par un palier de charge, la mesure ne semble pas poser trop de problèmes, alors que le passage progressif nécessite la définition de limites conventionnelles. Lors des essais courants, on n'observe pas toujours de limite supérieure car, comme nous le

verrons par la suite, elle est très sensible aux conditions d'essai et à la qualité de l'éprouvette. La limite inférieure est moins sensible aux défauts géométriques de l'éprouvette, mais le palier est rarement horizontal (irrégularités de propagation des bandes de Piobert-Lüders).

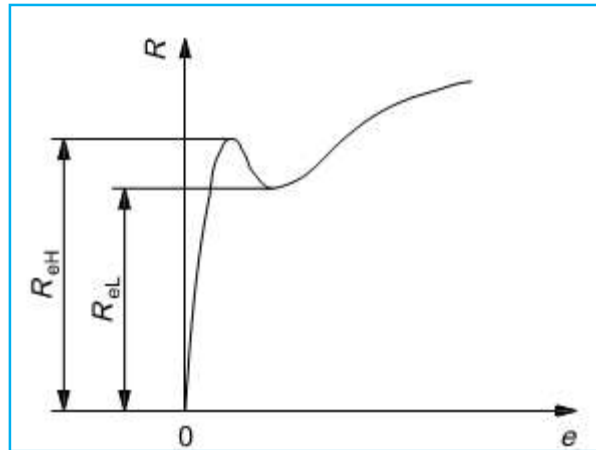


Figure I.36 : limite supérieure et limite inférieure d'élasticité. [45]

I.2.5.2.3. Limites conventionnelles

Comme le montre la figure ci-dessus, il y a passage progressif de l'élasticité linéaire à la déformation plastique. La limite d'élasticité pourrait être prise égale à la limite de proportionnalité, mais au fur et à mesure que l'on amplifie l'enregistrement de l'allongement pour mieux voir cette limite, on met en évidence le manque de linéarité de la montée élastique pour des raisons d'imperfections d'éprouvette et de non obéissance rigoureuse à la loi de HOOKE.

Il est donc préférable de définir des limites conventionnelles où l'on apprécie un allongement permanent faible mais mesurable avec précision, comme 0,2 % par exemple.

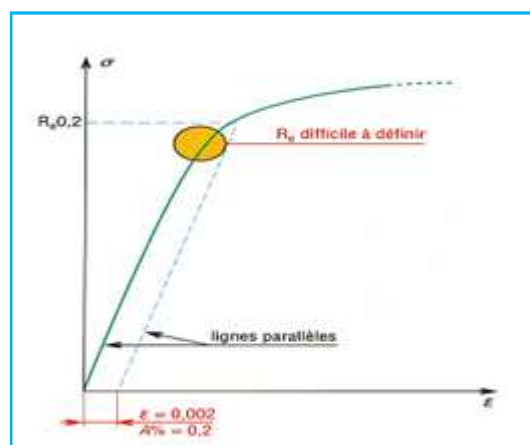


Figure I.37 : limite conventionnelle d'allongement permanent de 0,2 %. [25]

La limite élastique, notée $R_{e0,2\%}$ correspond au point où le comportement cesse d'être élastique pour devenir plastique. Pour certains matériaux, le passage d'une zone à l'autre pouvant être progressif (figure I.37), il est nécessaire de définir un critère permettant de fixer tout de même une valeur de R_e . Ainsi on choisit souvent $R_{e0,2\%}$ qui correspond après décharge à un allongement plastique (ou rémanent) de 0,2%. On définit des limites conventionnelles à 0,2% - 0,1% - 0,02% ou 0,01%.

L'emploi le plus répandu de $R_{0,2}$ ($R_p 0,2\%$) est lié aux méthodes de mesure, puisque autrefois on soumettait l'éprouvette à des charges croissantes avec démontage et mesure de l'allongement rémanent ; il fallait donc que l'on puisse apprécier l'allongement rémanent avec une certaine précision dépendant des moyens métrologiques. L'apparition des extensomètres mécaniques, puis des extensomètres électroniques à amplification forte, a amené à considérer de plus en plus l'allongement mesuré sur diagramme au détriment de l'allongement rémanent. La limite conventionnelle s'obtient alors en traçant par la valeur d'allongement choisie une parallèle à la montée élastique ; la précision obtenue permet le cas échéant de prendre des valeurs plus petites que 0,2%. Cette dernière est la plus fréquemment employée car elle est utilisable avec tous les types d'extensomètres. On admet généralement que la limite d'élasticité proportionnelle est voisine de $R_p 0,01\%$ mais ce n'est qu'une approximation. [46]

I.2.5.3. Courbe rationnelle de traction

Dans l'essai de traction, on mesure les efforts rapportés à la section initiale de l'éprouvette. Il existe une représentation de la courbe de traction, de plus en plus utilisée en laboratoire, qui consiste à reporter la contrainte vraie σ_{vraie} en fonction de la déformation rationnelle ε^* ; c'est la courbe rationnelle de traction.

L'allure d'une telle courbe est représentée sur la figure ci après.

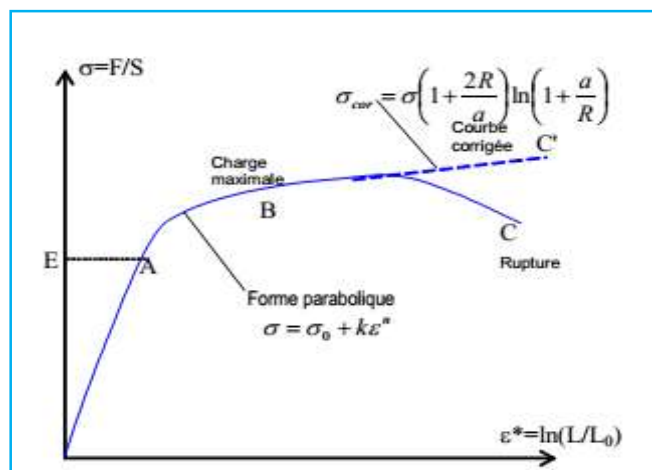


Figure I.38 : Courbe rationnelle de traction. [46]

Sur cette courbe il n'y a pas de différence avec le tracé ordinaire pour la partie élastique et la limite d'élasticité R_e , car les déformations élastiques sont très faibles entre la limite d'élasticité et le point correspondant à la charge maximale, la courbe a une forme parabolique

I.2.5.3.1. Contrainte rationnelle

Comme le montre la définition, la charge de rupture est une grandeur conventionnelle puisque l'on rapporte la charge maximale à la section initiale. La contrainte rationnelle appelée aussi contrainte vraie correspond à la charge rapportée à la section instantanée, soit :

$$\sigma = \frac{F}{S}$$

F charge appliquée, S section instantanée.

I.2.5.3.2. Déformation rationnelle

L'allongement ordinaire n'est pas additif, ce qui est gênant pour les calculs de plasticité ; on le remplace par la déformation rationnelle

$$\varepsilon^* = \ln \frac{L}{L_0}$$

La déformation rationnelle s'introduit de la façon suivante. Soit L la longueur entre repères de l'éprouvette à un instant donné si on l'allonge d'une quantité ΔL , l'allongement relatif sera $\frac{\Delta L}{L}$ et, depuis le début de l'essai, l'allongement relatif total sera égal à

$$\epsilon^* = \sum_{L_0}^L \frac{\Delta L}{L}$$

En considérant des allongements infiniment petits dL :

$$\varepsilon^* = \int_{L_0}^L \frac{dL}{L} = \ln \frac{L}{L_0}$$

On peut aussi écrire

$$\varepsilon^* = \ln \frac{S_0}{S} = \ln \frac{L}{L_0} \quad (1.49)$$

si l'on admet la constance du volume de la partie calibrée $S_0.L_0 = S.L$

$$\sigma^* = \frac{F}{S} = \frac{F}{S_0} \left(\frac{S_0}{S} \right) = \frac{F}{S_0} \left(\frac{L}{L_0} \right) = \frac{F}{S_0} \left(\frac{L_0 + \Delta L}{L_0} \right) \text{ d'où : } \sigma^* = \sigma(1 + \varepsilon) \quad (1.50)$$

Cela n'est évidemment valable que dans la zone des allongements répartis et à condition que l'homogénéité de la déformation de la partie calibrée sur la base de mesure soit acceptable

Cette déformation rationnelle diffère peu de l'allongement ordinaire

$$A\% = 100 \frac{L-L_0}{L_0}$$

Pour les faibles valeurs si on l'exprime en % ; on a la relation

$$\varepsilon^* = \ln \left(1 + \frac{A\%}{100} \right) \quad (1.51)$$

la différence ne dépasse pas 2 % pour une déformation de 20 %, mais l'écart grossit pour les déformations importantes

I.2.5.3.3. Équation de la courbe rationnelle

La portion d'allure parabolique de la courbe rationnelle peut être mise sous forme mathématique. L'expression la plus utilisée est la parabole généralisée de la forme

$$\sigma = \sigma_0 + k\varepsilon^n \quad (1.52)$$

σ_0 , k et n étant des constantes. Pour les aciers doux, on observe expérimentalement que σ_0 est nul, d'où l'emploi de la formule simplifiée :

$$\sigma = k\varepsilon^n \quad (1.53)$$

n est appelé coefficient d'écrouissage.

I.2.5.3.4. Coefficient d'écrouissage :

Il caractérise la propension de l'acier à se durcir au cours de la déformation dans le domaine plastique (plus n est élevé, plus l'acier se consolide vite) et à subir une déformation en expansion.

Si dans le domaine élasto plastique la contrainte croît en même temps que la déformation alors on dit que le matériau est écrouissable .si on supprime la charge avant d'atteindre σ_{max} alors la courbe revient parallèlement au domaine élastique ; l'éprouvette s'étant allongée de ε résiduel. Si on soumet de nouveau cette éprouvette à un essai , on s'aperçoit que σ_{max} à augmenté.

L'écrouissage est souvent un inconvénient du à un procédé de fabrication ,mais peut-être exploité comme traitement mécanique (shot penning ; grenailage).

- Mesure du coefficient d'écrouissage

Si on reporte $\log \sigma$ en fonction de $\log \varepsilon$

$$\log \sigma = \log k' + n \log \varepsilon$$

C'est-à-dire une droite de pente n si la loi est vérifiée.

Le coefficient d'écrouissage : $n \log \varepsilon = \log \sigma - \log k' \rightarrow n = \frac{\log \sigma - \log k'}{\log \varepsilon}$

Donc n en logarithme népérien est :

$$n = \frac{\log \sigma}{\log \varepsilon} \quad (1.54)$$

I.2.5.3.5. Concentration de contraintes

Au-delà du point B jusqu'à la rupture en C, l'existence de la striction complique le calcul de la contrainte vraie car il faut tenir compte de l'effet de concentration de contrainte ; la formule de correction la plus utilisée est celle de Bridgmann

$$\sigma_{cor} = \sigma \left(1 + \frac{2R}{a} \right) \ln \left(1 + \frac{a}{R} \right) \quad (I.55)$$

a étant le rayon de la section minimale,

R le rayon de courbure de la zone de striction.

Après correction, cette partie de la courbe rationnelle peut être considérée comme sensiblement linéaire.

I.2.5.3.6. Ecrouissage :

Si, au cours de l'essai et pendant la période de déformations plastiques, on supprime lentement l'effort de traction, on constate qu'il subsiste une déformation résiduelle permanente représentée par OF. De plus, la pente de la droite EF a pour valeur le module d'Young.

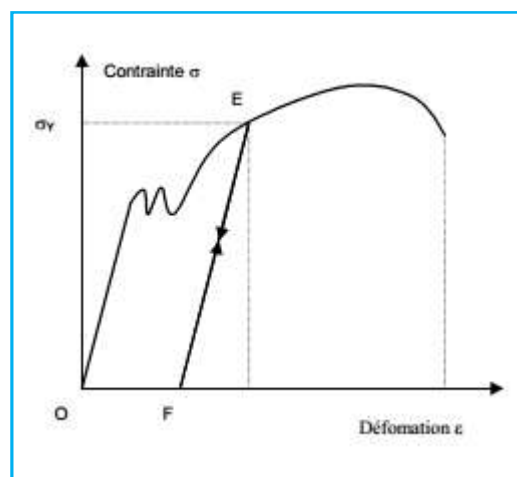


Figure I.39 : déformation résiduelle (écrouissage) en traction. [46]

I.2.5.3.7 coefficient d'anisotropie

Le coefficient d'anisotropie r aussi appelé coefficient de Lankford permet de mesurer l'anisotropie plastique, Il s'agit de faire le ratio des déformations plastiques entre deux plans qui sont soumis à la même contrainte, qui elle est dans la direction du troisième plan; le

facteur r est donc proportionnel au niveau d'anisotropie. $r = \frac{d\varepsilon_w^P}{d\varepsilon_t^P}$

Où $d\varepsilon_w^P$ et $d\varepsilon_t^P$ représente respectivement les déformations plastique en direction de la largeur et de l'épaisseur. Un grand coefficient r indique la tendance d'une tôle à se déformer

plastiquement en largeur plutôt qu'en épaisseur, ce qui peut favoriser certains états de contrainte où l'écoulement sur la largeur peut se produire plus facilement que sur l'épaisseur. On dit aussi [50] qu'un coefficient r élevé fait dévier les courbes limites de formage (CLF) vers la gauche.

Lorsqu'un coefficient r est requis et que la direction n'est pas précisée, on peut calculer la moyenne de la manière suivante. $\bar{r} = \left(\frac{r_0 + r_{90} + r_{45}}{4} \right)$

Fait à noter, le coefficient r n'est pas constant lors de la déformation, ce qui est normal, car la déformation engendre de l'anisotropie. On admet le coefficient constant malgré une petite variation proportionnelle à la déformation. Dans la littérature on admet le coefficient constant pour des valeurs supérieures à 15% de déformation. [51] et [52]

I.2.6. Critères d'instabilité plastique en traction :

Ces critères considèrent que la striction (diffuse ou localisée) correspond à une instabilité de l'effort plastique. On présente dans la suite quelques critères.

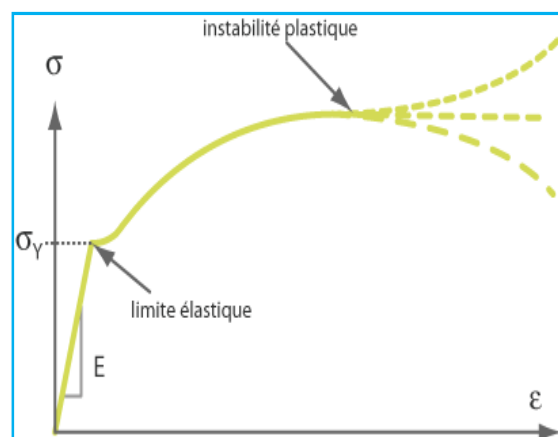


Figure I.40 : instabilité plastique en traction. [53]

I.2.6.1. Critère de Considère

Au cours d'un essai de traction uniaxiale, la striction diffuse s'accompagne d'une réduction de la section de l'éprouvette dans une zone assez étendue.

Le critère de Considère [54], aussi appelé critère de force maximale, suppose que la condition d'apparition de l'instabilité est atteinte, lorsque la force appliquée F passe par un maximum. Cette condition s'écrit :

$$dF = 0 \quad (I.56)$$

La force appliquée F peut s'exprimer en fonction de la contrainte de Cauchy σ et de la section S de l'éprouvette : $F = \sigma S$

L'introduction de l'équation ($F = \sigma S$) dans la condition (I.56) permet d'obtenir la relation suivante

$$\frac{dF}{F} = \frac{d\sigma}{\sigma} + \frac{dS}{S} = 0 \quad (\text{I.57})$$

En considérant le matériau incompressible, et sachant que le volume de la partie utile de L'éprouvette est $V = LS$, où L représente sa longueur et S sa section, on peut écrire l'équation suivante :

$$\frac{dV}{V} = \frac{dL}{L} + \frac{dS}{S} = 0$$

Par définition, la déformation rationnelle $d\varepsilon$ s'écrit : $\frac{dL}{L} = d\varepsilon$

Donc :

$$\frac{dS}{S} = -d\varepsilon \quad (\text{I.58})$$

En combinant (I.57) et (I.58) on obtient : $\frac{d\sigma}{\sigma} = d\varepsilon$

Le critère de Considère s'exprime donc de la manière suivante :

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \sigma \quad (\text{I.59})$$

Lorsque la force atteint son maximum, la déformation critique ε est définie. Si le matériau obéit à une loi puissance de type Hollomon $= k\varepsilon^n$, l'apparition de la striction diffuse est donnée par

$$\varepsilon_c = n \quad (\text{I.60})$$

la déformation à la striction diffuse est donc égale au coefficient d'écrouissage n . Ce critère reste limité par son aspect uni-axial et ne peut être utilisé pour définir la limite de formabilité dans un état de chargement bi-axial quelconque.

En introduisant la tangente critique Z_c dans (I.59) on obtient :

$$\frac{1}{\sigma} \frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \frac{1}{Z_c} = 1 \quad (\text{I.61})$$

Avec : $Z_c = \frac{\sigma d\varepsilon}{d\sigma} = \sigma \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\sigma}}$

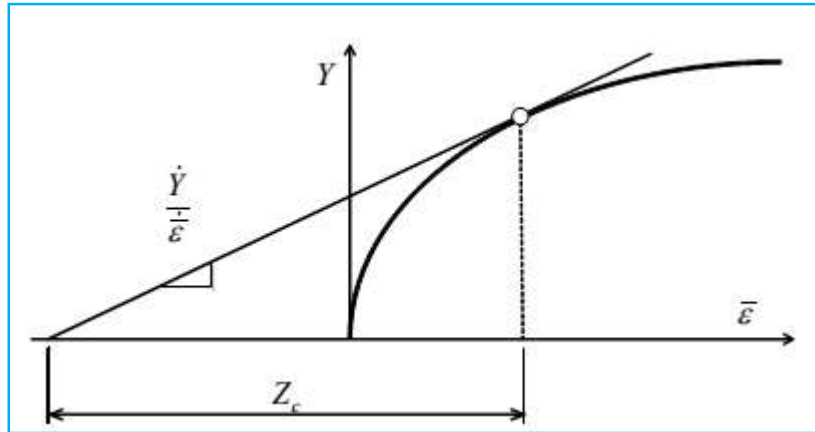


Figure I.41 : Modèle de striction de Considère (définition de la sous-tangente Z_c sur le graphe de la contrainte d'écoulement Y en fonction de la déformation plastique équivalente $\bar{\epsilon}$). [54]

I.2.6.2 . Critère de Swift :

Swift dans [55] a introduit une extension du critère de Considère pour un état de contrainte biaxial. Il considère un état de contraintes planes :

$$\sigma_2 = \Omega \sigma_1 ; \sigma_3 = 0$$

Avec (σ_1, σ_2) les contraintes principales s'exerçant sur l'élément de volume représenté sur la figure, Ω le rapport des contraintes et σ_3 la contrainte normale.

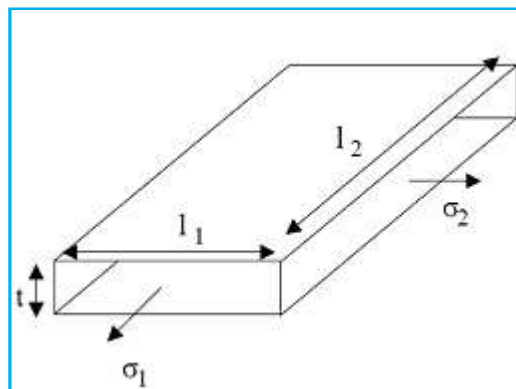


Figure I.42 : Analyse de Swift. [55]

L'hypothèse de stationnarité de l'effort est maintenant généralisée pour les deux forces s'exerçant suivant les deux directions des contraintes principales:

$$dF_1 = 0$$

$$dF_2 = 0$$

La condition de stabilité de Swift est énoncée comme suit :

$$dF_1 \text{ ou } dF_2 > 0 \rightarrow \text{équilibre stable}$$

$$dF_1 \text{ ou } dF_2 \leq 0 \rightarrow \text{équilibre instable}$$

I.2.6.3 . Critère de Hill :

Le critère de striction localisée de Hill selon [56] repose sur une observation expérimentale cruciale : la localisation de la déformation apparaît sous la forme d'une bande étroite. Au niveau de celle-ci, la matière s'écoule selon un mode de déformation plane.

Autrement dit, dans la direction de la bande, indiquée par le vecteur \vec{t} sur la Figure 3.16, la déformation est nulle ($d\varepsilon_t=0$), alors que le matériau peut se déformer dans les deux autres directions (la direction normale \vec{n} , et dans l'épaisseur). L'auteur suppose également que la formation de la bande coïncide avec la stationnarité de l'effort normal $dF_n=0$. Sur la Figure 3.16, on note par (1,2) le repère des contraintes principales, et (\vec{t}, \vec{n}) le repère local à la bande. Ce dernier est orienté d'un angle φ par rapport au premier repère. Moyennant un opérateur de rotation, il est possible d'exprimer le tenseur des déformations dans le repère tangent en fonction du tenseur des déformations du repère global. En particulier, la déformation longitudinale s'écrit :

$$(\sin \varphi)^2 d\varepsilon_1 + (\cos \varphi)^2 d\varepsilon_2 \quad (1.62)$$

Par ailleurs, étant donné que $d\varepsilon_t=0$, il en découle que:

$$(\tan \varphi)^2 = -\frac{d\varepsilon_2}{d\varepsilon_1} = -\beta \quad (1.63)$$

Cette relation ne peut être vérifiée que si $\beta < 0$; c'est-à-dire que pour des états de déformation en rétreint. Dans ce cas, l'orientation de la bande est définie par :

$$\varphi = \arctg \sqrt{-\beta}$$

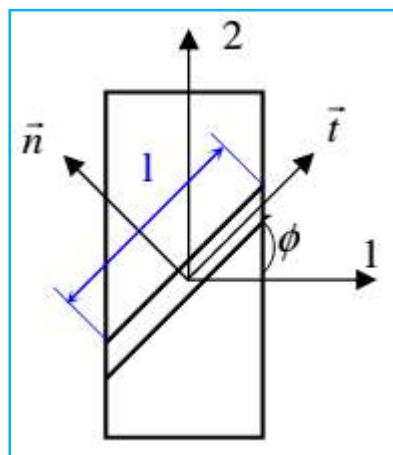


Figure I.43 : Modèle de striction localisée de Hill. [56]

II

ETUDE EXPERIMENTALE

**Etude et approche de modélisation de la ductilité des métaux
en déformation par traction**

II.1. Approches de modélisation de la ductilité des métaux

II.1.1. Mise en avant de la contradiction dans l'appréciation de la ductilité entre les paramètres $A(\%)$ et $Z(\%)$:

L'anomalie d'appréciation de la ductilité qu'on vient de poser, à savoir la contradiction entre le coefficient d'allongement pourcent $A(\%)$, et le coefficient de striction pourcent $Z(\%)$ est confirmée par de nombreux exemples; parmi les métaux et alliages désignés selon la norme américaine AISI et ASTM (tableau II.1), certains d'entre eux confirment la contradiction entre $A(\%)$ et $Z(\%)$. (tableau II.2)

Tableau II.1 : propriétés mécaniques de quelques métaux. [57]

	E(GPa)	Rp(MPa)	Rm(MPa)	A(%)	Z(%)
Fer ductile A536 (65-45-12)	159	334	448	15	19.8
AISI 1020 laminé	203	260	441	36	61
ASTM A514 , T1	208	724	807	20	66
Ni maraging acier(250)	186	1791	1860	8	56
Aluminium 2024-T4	73.1	303	476	20	35

Tableau II.2 : Exemples de métaux présentant une contradiction entre les paramètres de ductilité $A(\%)$ et $Z(\%)$.

métaux	A(%)	Z(%)
Fer ductile A536 (65-45-12)	15	19.8
Ni maraging acier(250)	8	56
AISI 1020 laminé	36	61
ASTM A514 , T1	20	66
Ni maraging acier(250)	8	56
Aluminium 2024-T4	20	35

Donc ces contradiction nous emmène à proposer des approches de modélisation de la ductilité, permettant de remédier à cette incohérence et ainsi donner une appréciation plus significative de la ductilité en faisant inter réagir les facteurs actifs tels que la longueur, la section et à travers laquelle le diamètre lors de la déformation.

II.1.2. Les 05 types d'approches de modélisation de la ductilité :

Pour élaborer nos 05 approches de modélisation de la ductilité, nous avons axé nos calculs de la ductilité sur le critère de la géométrie des éprouvettes, en effet nous avons opté pour le choix d'éprouvettes de forme cylindrique (longueur, diamètre) car cette forme d'éprouvette est plus significative en terme de quantification de la ductilité que la forme plate. C'est ainsi que nous présentons les 05 approches de modalisation de la ductilité dans l'ordre suivant :

Approche 1 : approche de modélisation géométrique de la ductilité en fonction de l'allongement et du diamètre de striction

Approche 2 : approche de modélisation de la ductilité par la sommation des allongements réparti et de striction avec la réduction du diamètre

Approche 3 : approche de modélisation de la ductilité par le produit vectoriel de l'allongement total et le palier de striction \overrightarrow{EB}

Approche 4 : approche de modélisation de la ductilité par la moyenne de sommation de l'allongement A et de la striction Z

Approche 5 : approche de modélisation analytique de la ductilité basée sur les dimensions géométriques des éprouvettes avant et après essai.

II.1.2.1. Approche 1: approche de modélisation géométrique de la ductilité en fonction de l'allongement et du diamètre de striction

Soit une éprouvette de traction normalisée avec respectivement L_0 , S_0 longueur et section initiales et L_1 , S_1 longueur et section après rupture par essai de traction. On sait que l'allongement à la rupture se compose de deux allongements distincts dont un se répartit à peu près uniformément sur toute la longueur de l'éprouvette, tandis que l'autre se trouve localisé à l'endroit de la striction [42]. L'allongement uniforme est calculé en exprimant que le volume du cylindre entre les repères de l'éprouvette n'est pas modifié par cet allongement, alors :

$$a\% = \left[\left(\frac{d_0}{d_1} \right)^2 - 1 \right] \times 100\% \quad (II.1)$$

Où : d_0 est le diamètre de l'éprouvette avant l'essai et d_1 après rupture au voisinage des repères.

$b(\%)$: allongement de striction, établi par la différence :

$$b(\%) = A(\%) - a(\%) \quad (II.2)$$

$A(\%)$: allongement total à la rupture mesurée sur éprouvette normalisée.

En partant du fait que : $A = A_R + A_S$. [3]

On se focalise sur l'étude de l'allongement réparti et de l'allongement de striction pendant la déformation par traction.

On aborde cette approche par une représentation sous formulation géométrique de ces différents paramètres activés.

Soit une éprouvette de traction normalisée avec respectivement :

L_0 et S_0 : la longueur et la section avant essai de traction.

L_1 et S_1 : la longueur et la section après rupture par essai de traction.

En analysant la zone de striction on remarque que :

L'allongement de striction qu'on note ΔL_S est une grandeur linéaire qui se développe dans le sens de l'axe de sollicitation.

La striction qui est le rapport de la différence de section ΔS sur la section initiale S_0 est représentée dans notre approche par la différence des diamètres initiale d_0 et après rupture d_1 .

Dans le travail qui va suivre nous focaliserons notre approche sur la zone de déformation de l'éprouvette. (figure II.1)

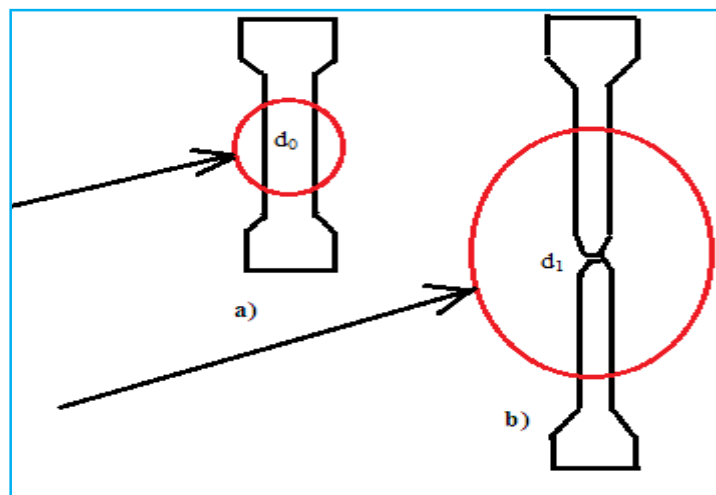


Figure II.1 : a) éprouvette de traction avant déformation ; b) éprouvette de traction après déformation

II.1.2.1.1. Hypothèses :

D'après la (figure II.2) On suppose que :

- l'éprouvette est parfaitement symétrique de part et d'autre des axes longitudinal et transversal.
- Après rupture par traction les demi-éprouvettes de part et d'autre par rapport à la ligne de rupture (striction) sont symétriques.

- la ligne de rupture (striction) est confondue avec l'axe transversal.
- Le profil de variation de la section dans la zone de striction se fait selon une droite rectiligne du début de la striction jusqu'à la rupture
- On introduit la notion de palier de striction représenté par la droite oblique EB qui représente le profil de l'évolution de la réduction de diamètre.
- On introduit la notion d'angle de striction ($tg\alpha$) qui est l'angle résultant de l'intersection de la transversale confondue avec BC et le palier EB.
- On introduit la notion de $\frac{1}{2}$ triangle de ductilité qui a pour base le diamètre de striction et pour hauteur l'allongement total.
- On introduit la notion de $\frac{1}{2}$ angle de ductilité β formé par l'intersection de la base du triangle (diamètre de striction) et l'hypoténuse OC.

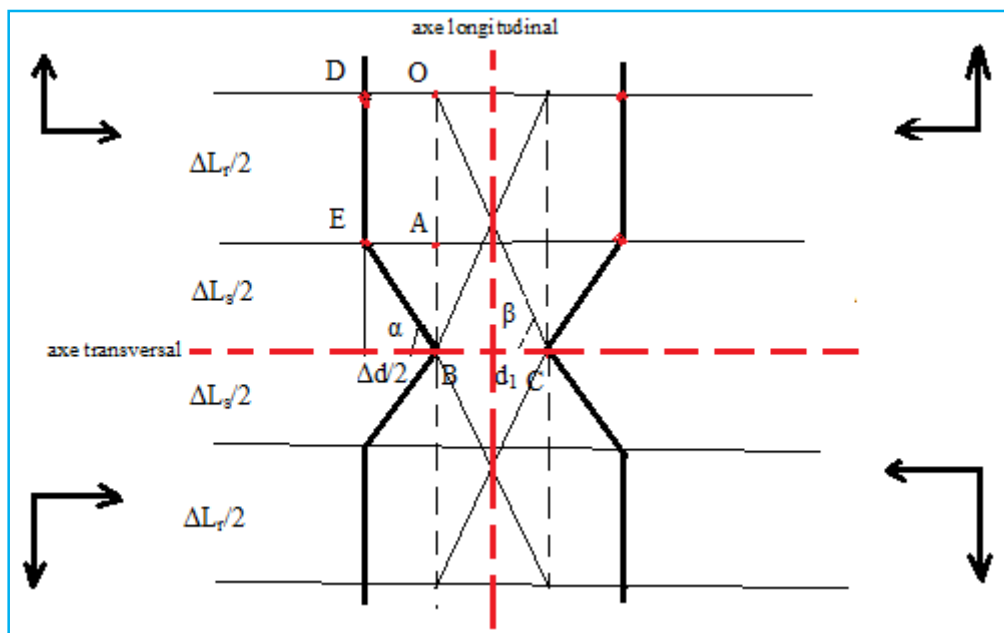


Figure II.2 : représentation géométrique de l'approche D₁ sur une éprouvette après rupture.

II.1.2.1.2. Analyse géométrique du modèle :

On remarque d'après la (figure II.2) qu'on a :

04 représentations géométriques mettant en avant $\frac{\Delta L_r}{2}$, $\frac{\Delta L_s}{2}$ et $\frac{\Delta d}{2}$ symétriques 02 à 02 par rapport aux axes longitudinal et transversal.

Cependant, on axera notre démarche de calcul de l'approche D₁ sur la représentation géométrique gauche de la $\frac{1}{2}$ éprouvette supérieure.

Sur la (figure II.2) on voit le profil de la striction à travers le palier de striction EB autrement dit le profil de l'évolution de la déformation en termes d'allongement de striction et de réduction de diamètre d_1 jusqu'à la rupture.

II.1.2.1.3. démarche de calcul de l'approche D_1 de la ductilité :

Soit le schéma de la portion 1 (figure II.3) ;

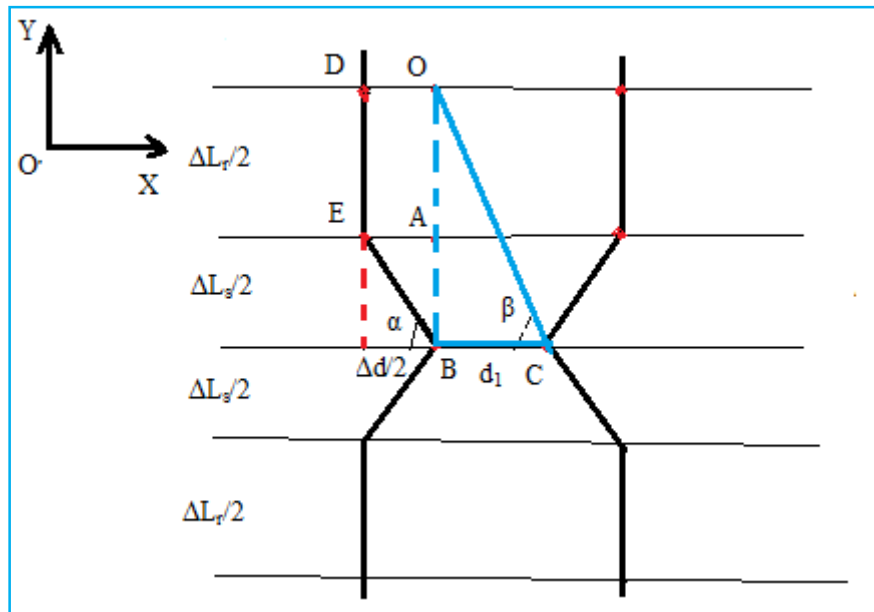


Figure II.3 : représentation de l'approche D_1 de la $\frac{1}{2}$ éprouvette supérieure gauche (portion1).

On remarque d'après la géométrie que :

$\frac{\Delta L_r}{2}$ est l'allongement réparti de la portion 1

$\frac{\Delta L_s}{2}$: est l'allongement de striction de la portion 1

Avec : ΔL_s l'allongement total au niveau de la striction

$\frac{\Delta d}{2}$: est la différence de diamètre initial et final de la portion 1.

D'après la (figure II.2) on a :

Au point O :

$$\frac{\Delta L}{2} = 0 \text{ et } \frac{\Delta d}{2} = 0$$

Avec $\frac{\Delta L}{2}$: l'allongement total de la portion 1 de l'éprouvette et Δd : la variation du diamètre.

C'est l'état initial à l'instant $t = 0$ avant essai de traction

Au point A : il y'a allongement réparti par contre il n'y'a pas de striction car $\Delta d = 0$

Par conséquent l'allongement total de la portion 1 est : $\frac{\Delta L}{2} = \frac{\Delta L_r}{2}$

Au point B :

Il y'a allongement réparti et striction car $\Delta d \neq 0$

Par conséquent l'allongement total de la portion 1 est : $\frac{\Delta L}{2} = \frac{\Delta L_r}{2} + \frac{\Delta L_s}{2}$

Avec : $\frac{\Delta L_r}{2}$ et $\frac{\Delta L_s}{2}$ respectivement l'allongement réparti et l'allongement de striction de la portion 1.

On remarque déjà d'après la (figure II.2) que l'allongement de striction ΔL_s peut être calculé comme suit :

$$tg\alpha = \frac{\frac{\Delta L_s}{2}}{\frac{\Delta d}{2}} = \frac{\Delta L_s}{\Delta d} \quad (II. 3)$$

On introduit l'angle β compris entre la transversale confondue avec le diamètre de striction d_1 et le segment oblique passant par le point O et l'extrémité du diamètre de striction le point C.

On introduit la tangente de l'angle β :

$$tg\beta = \frac{OB}{BC} = \frac{OB}{d_1} = \frac{OA + AB}{d_1} = \frac{\frac{\Delta L_r}{2} + \frac{\Delta L_s}{2}}{d_1} = \frac{\Delta L}{2d_1}$$

Donc :

$$tg\beta = \frac{\Delta L}{2d_1} \quad (II. 4)$$

On remarque que l'angle β est compris entre 0° et 90° : $0^\circ \leq \widehat{OCB} \leq 90^\circ$

$$tg0^\circ = \frac{0}{1} = 0 \quad \text{et} \quad tg90^\circ = \frac{1}{0} = \infty$$

En effet à 0° correspond l'état initial avant essai de traction ou la ductilité du matériau est nulle

A 90° correspond l'état pour lequel la ductilité du matériau est infini

II.1.2.1.4. Interprétation :

On remarque d'après (figure II.4) que :

Quand $\beta = 0^\circ$ cela implique que le matériau est fragile car sa ductilité exprimée par $tg\beta$ est nulle.

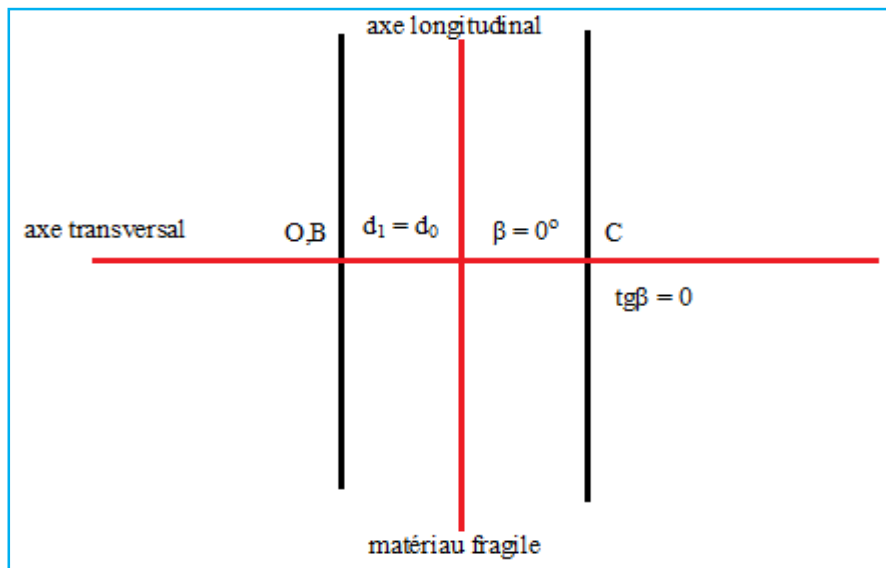


Figure II.4 : représentation géométrique de l'approche D_1 sur une éprouvette d'un matériau fragile

Quand $\beta = 90^\circ$ (figure II.5) cela implique que le matériau est idéalement plastique c'est-à-dire superplastique à l'infini car sa ductilité exprimée par $\text{tg}\beta$ tend vers l'infini.

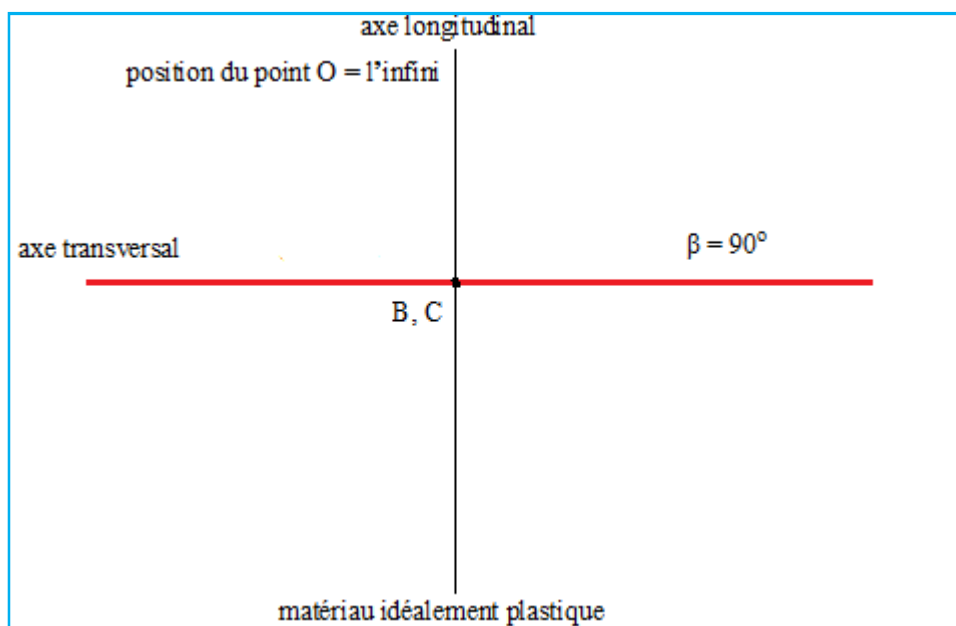


Figure II.5 : représentation géométrique de l'approche D_1 sur une éprouvette d'un matériau idéalement plastique

On voit que $\text{tg}\beta$ (figure II.6) est un indicateur crédible de la ductilité puisque il met en action simultanément l'allongement ΔL et le diamètre final de striction d_1

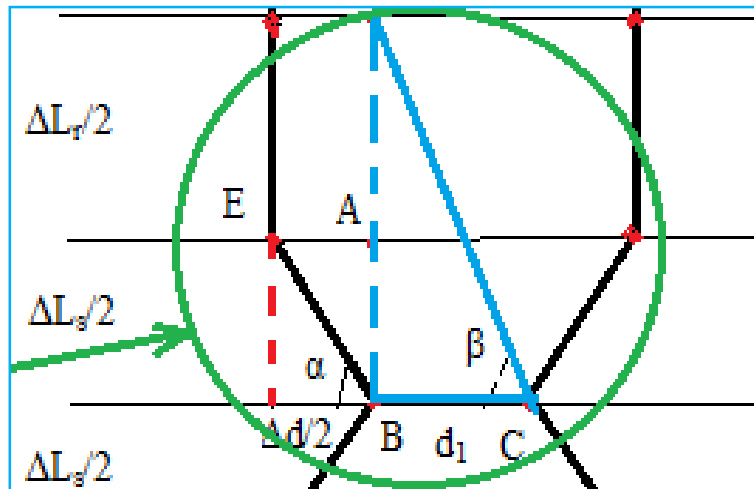


Figure II.6 : représentation de l'angle β en fonction de l'allongement et du diamètre de striction d_1

Cette formulation est intéressante car elle est fonction des valeurs de l'allongement ΔL et du diamètre final de striction d_1 qui sont des grandeurs indispensables dans la détermination de la ductilité d'un matériau.

Entre autre nous remarquons que les formules classiques de la ductilité à savoir l'allongement pourcent A et la striction pourcent Z sont dépendantes de ces 02 valeurs, en effet l'allongement A est fonction de seulement ΔL et la striction Z est fonction de la section après rupture S_1 donc du diamètre après rupture d_1

Nous conviendrons de dire donc, que notre approche de la ductilité à travers la tangente de l'angle β donne une meilleure description de l'état de ductilité d'un matériau que les paramètres classiques de ductilité A et Z.

II.1.2.1.5. Vérification de la formulation de l'approche de ductilité $tg\beta = \frac{\Delta L}{2d_1}$ de la

portion 1 :

Quand $tg\beta = 0$, cela correspond à $\beta = 0^\circ \Rightarrow \frac{\Delta L}{2d_1} = 0$

On déduit : $\Delta L = 0$ et $d_1 = d_0$

C'est le cas d'un matériau fragile dont la ductilité est nulle.

Quand $tg\beta = \infty$ cela correspond à $\beta = 90^\circ \Rightarrow \frac{\Delta L}{2d_1} \rightarrow \infty$

On déduit : $\Delta L \gg 0$ et $d_1 \rightarrow 0$

C'est le cas d'un matériau idéalement plastique de ductilité infini

On conclut d'après notre approche $tg\beta = \frac{\Delta L}{2d_1}$ la ductilité des matériaux métalliques

plastiques et superplastiques est comprise entre 0 et l'infini

$tg\beta = \frac{\Delta L}{2d_1}$ peut être représentatif de la ductilité de n'importe quel matériau d'après les vérifications qu'on a effectué

Pour finaliser notre approche de formulation de la ductilité, on remarque que $tg\beta$ est représentatif de la ductilité de la $\frac{1}{2}$ éprouvette supérieure d'après la (figure II.3).

D'après les hypothèses citées ci-dessus, l'éprouvette est parfaitement symétrique de part et d'autre des axes, donc pour avoir la ductilité totale, on convient d'ajouter la ductilité de la $\frac{1}{2}$ éprouvette inférieure (figure II.7) ou de multiplier notre paramètre $tg\beta = \frac{\Delta L}{2d_1}$ par 2.

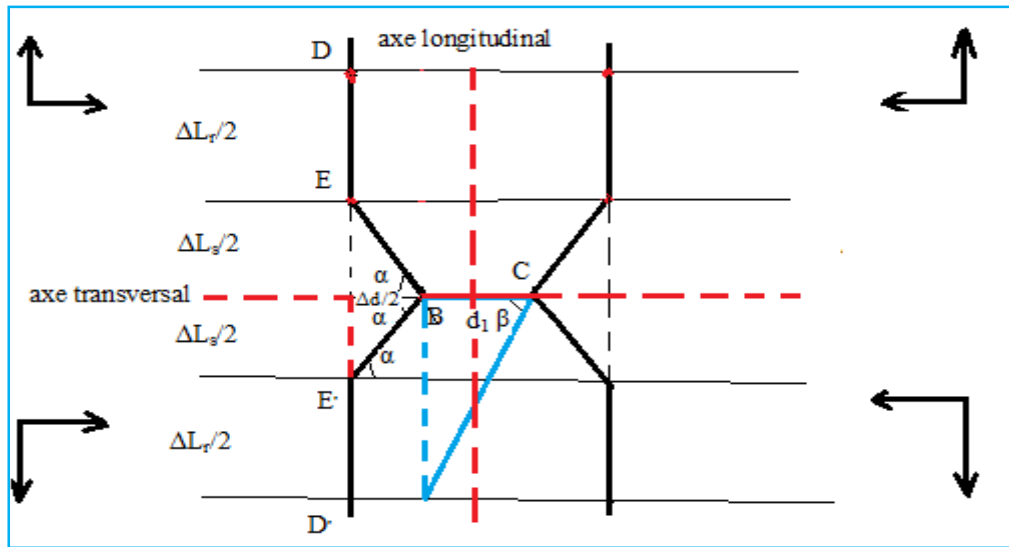


Figure II.7 : représentation de l'approche D_1 de la $\frac{1}{2}$ éprouvette inférieure gauche

Donc :

$$D_1 = 2tg\beta = 2 \frac{\Delta L}{2d_1} = \frac{\Delta L}{d_1} \quad (II.5)$$

Avec ΔL : allongement total et d_1 : diamètre de striction.

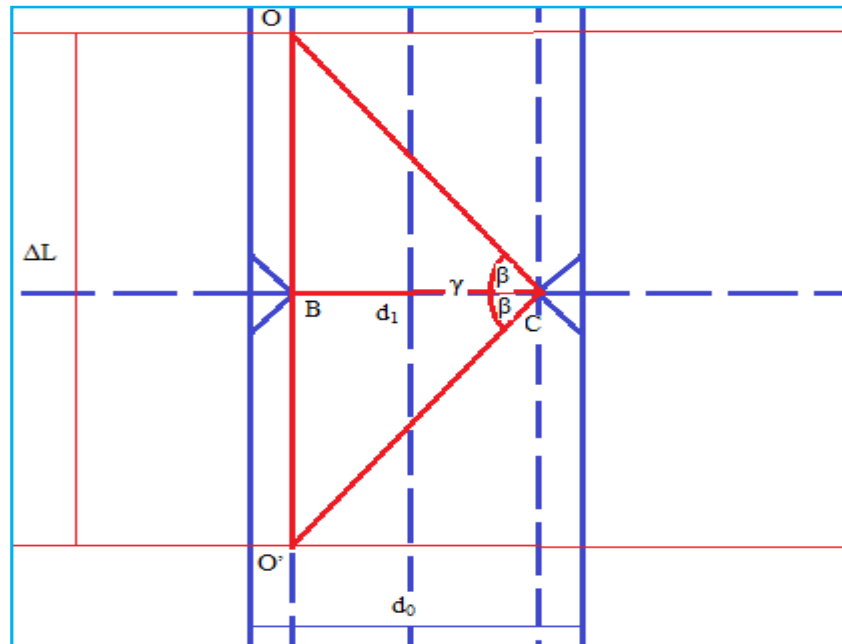


Figure II.8 : représentation de l'approche D_1 de l'éprouvette totale gauche.

On remarque donc que le triangle total de ductilité est de forme isocèle, de base l'allongement total ΔL et de hauteur le diamètre de striction d_1 . (Figure II.8)

On remarque aussi que l'angle total de ductilité est l'angle $\gamma = 2\beta$.

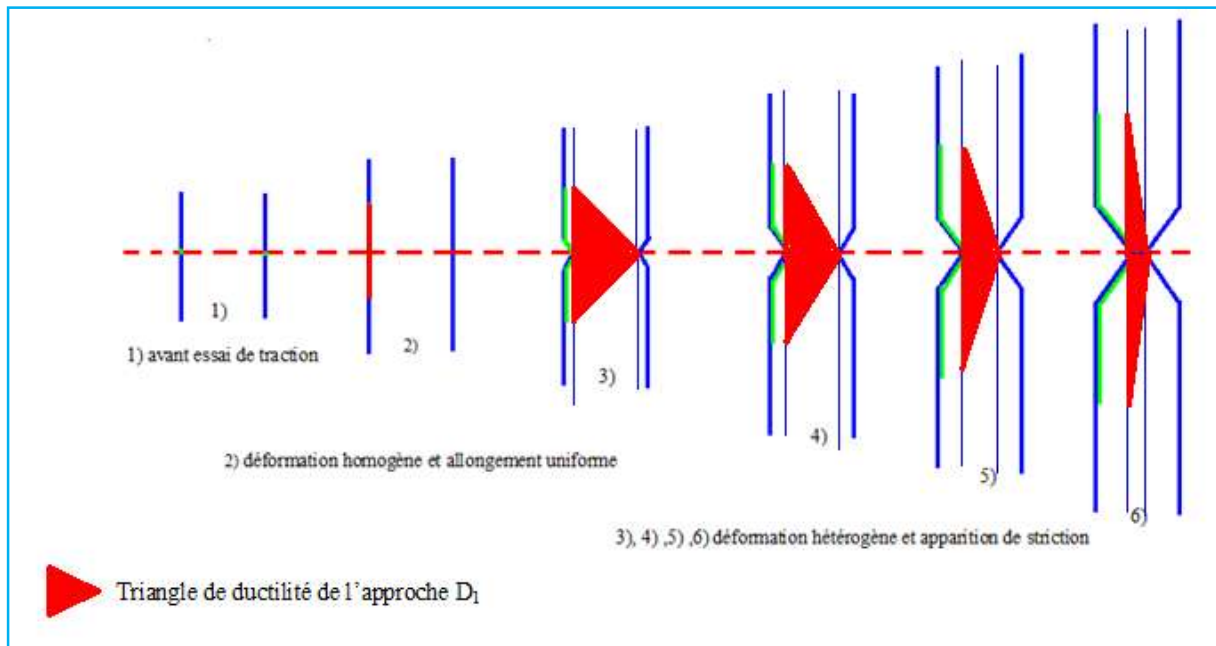


Figure II.9 : évolution géométrique du paramètre d'approche D_1 sur une éprouvette en traction.

Nous remarquons que le paramètre d'approche de la ductilité $D_1 = \frac{\Delta L}{d_1}$ est d'un apport intéressant et prometteur dans l'interprétation de la ductilité cela a été confirmée par les

vérifications sur les 03 types de matériaux (fragile, plastique et superplastique) ; en plus il est simple d'utilisation et fait intervenir l'allongement A à travers ΔL et la striction Z à travers le diamètre de striction d_1 sous une seule formulation.

L'approche de ductilité $D_1 = \frac{\Delta L}{d_1}$ résout avec efficacité le problème de la contradiction entre A et Z en terme de quantification de la ductilité qui est la problématique visé par l'objectif de notre travail.

II.1.2.1.6. Analyse de l'approche de modélisation $D_1 = \frac{\Delta L}{d_1}$ pour les matériaux métalliques ductiles

Pour simplifier la représentation géométrique de l'approche D_1 on utilise de préférence la $\frac{1}{2}$ éprouvette supérieur (figure II.10) ou inférieure tout en notant que la forme géométrique relative à l'approche D_1 est bien un triangle isocèle qui est la somme des 02 triangles rectangles parfaitement identiques et symétriques et ayant pour base commune le diamètre de l'éprouvette.

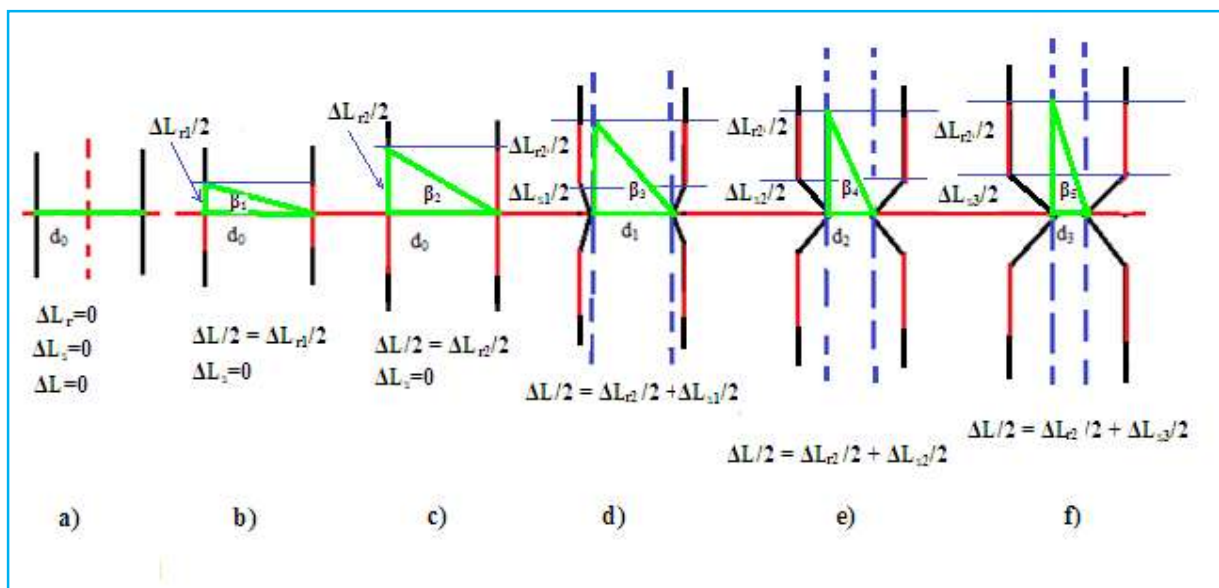


Figure II.10 : différentes phases d'évolution du paramètre D_1 sur une $\frac{1}{2}$ éprouvette en traction.

D'après la (figure II.10), on voit l'évolution de notre paramètre d'approche de la ductilité à partir d'un essai de traction simple sur la $\frac{1}{2}$ éprouvette supérieure.

Sur la (figure II.10.a) le paramètre d'approche D_1 avant le début de l'essai de traction est représenté par l'état initial $\Delta L_r = \Delta L_s = 0$; en effet l'allongement est nulle et $\Delta d = 0$ ce qui explique $d_1 = d_0$.

Dans ce cas : $D_1 = \frac{\Delta L}{d_1} = \frac{\Delta L}{d_0} = \frac{0}{d_0} = 0$

C'est le cas typique des matériaux très fragiles dont la ductilité est nulle.

La (figure II.10.b) représente le début de l'essai, on remarque qu'il ya une déformation linéaire selon l'axe longitudinal représentant donc la déformation homogène du à l'allongement réparti de l'éprouvette.

Le paramètre D_1 dans ce cas est fonction uniquement de l'allongement réparti car on est en déformation homogène et du diamètre initiale d_0 car il n'ya pas de striction.

$$D_1 = \frac{\Delta L_{r1}}{d_0}$$

Dans (figure II.10.c) l'allongement réparti représentant la déformation homogène est plus prononcé que le précédent mais on reste toujours dans le domaine de la déformation homogène, l'allongement réparti ΔL_r a augmenté passant à ΔL_{r2} avec $\Delta L_{r2} > \Delta L_{r1}$ donc seul l'allongement réparti intervient dans le changement de la quantification de la ductilité car l'allongement de striction est nulle et le diamètre $d_1 = d_0$

Ce qui nous donne le paramètre $D_1 = \frac{\Delta L_{r2}}{d_0}$

Dans (figure II.10.d) on remarque l'apparition de la striction on entre dans la zone de la déformation hétérogène en effet il y'a réduction de diamètre et allongement de striction L'allongement total dans ce cas est la somme des 02 allongements : l'allongement réparti et l'allongement de striction ΔL_{s1} et le diamètre d_1 est inférieur à d_0

Notons que l'allongement réparti est constant et est égale à ΔL_{r2} car on n'est plus en déformation homogène.

$$D'ou : D_1 = \frac{\Delta L_{r2} + \Delta L_{s1}}{d_1}$$

Dans (figure II.10.e) la striction est plus prononcée puisque l'allongement de striction et la réduction du diamètre sont activés, on assiste à une légère augmentation de la valeur de l'allongement de striction .et une diminution du diamètre de d_1 à d_2 avec $d_2 < d_1$

Cette augmentation est du essentiellement à l'augmentation de la valeur de la réduction du diamètre, cela nous le confirmons à travers la formule que nous avons présentée

$$\Delta L_s = \Delta d \times \tan \alpha$$

En effet quand Δd croit, ΔL_s croit aussi. D'où $\Delta L_{s2} > \Delta L_{s1}$

Par conséquent le paramètre d'approche D_1 devient égale à : $D_1 = \frac{\Delta L_{r2} + \Delta L_{s2}}{d_2}$

D'après (figure II.10.f) c'est la phase de rupture on assiste à la fin de la striction avec un allongement de striction croissant $\Delta L_{s3} > \Delta L_{s2}$ et un diamètre de striction décroissant avec d_3 inférieur à d_2

Donc le paramètre d'approche sera : $D_1 = \frac{\Delta L_{r2} + \Delta L_{s3}}{d_3}$

On remarque qu'en général le paramètre de ductilité $D_1 = \frac{\Delta L}{d_1}$ est croissant durant tout l'essai de traction et il interprète parfaitement le comportement plastique à travers ses 02 variables qui sont l'allongement ΔL et le diamètre de striction d_1

II.1.2.1.7. Notion de triangle de ductilité et d'angle de ductilité de l'approche D_1

Soit une éprouvette d'un matériau soumise à un essai de traction simple.

L'évolution de la ductilité à travers le paramètre d'approche D_1 a été décrite précédemment, cependant on va essayer d'étudier l'évolution du triangle de ductilité à travers les différentes phases de déformation par traction.

Soit la $\frac{1}{2}$ éprouvette supérieure, on propose d'effectuer la schématisation de la ductilité par le triangle par la projection sur l'axe longitudinal (figure II.11) ce qui nous donne:

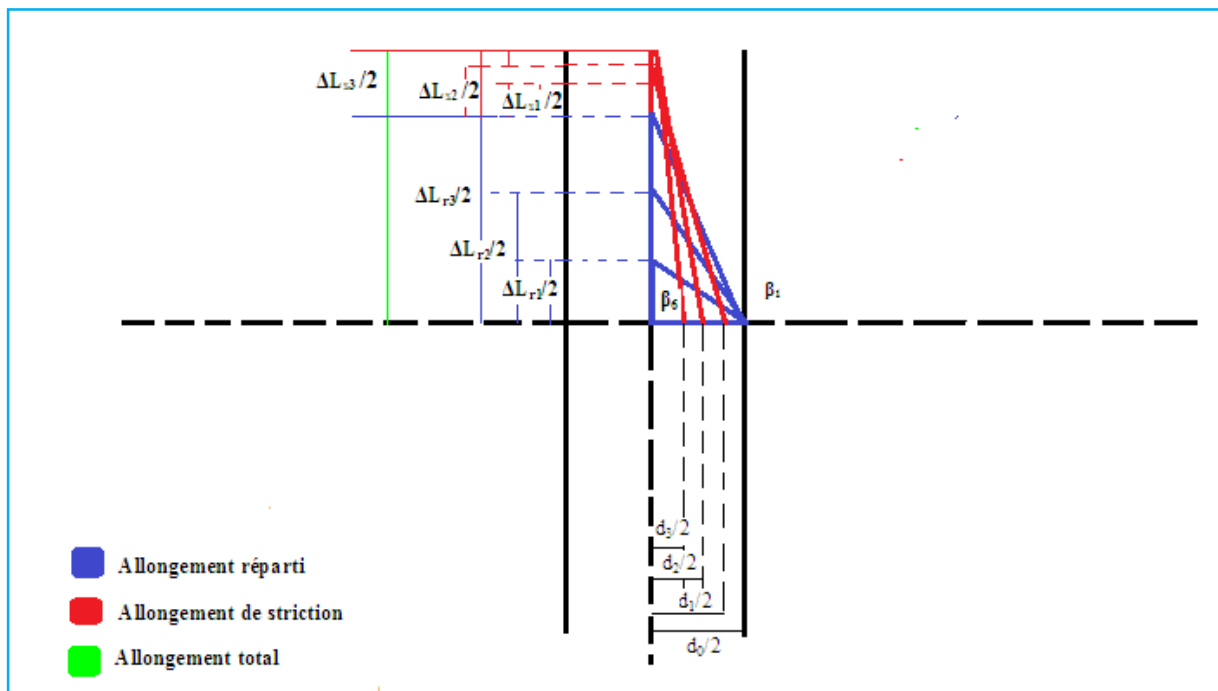


Figure II.11 : évolution de la variation de forme du triangle de ductilité et de l'angle de ductilité de la $\frac{1}{2}$ éprouvette supérieure.

On voit d'après (la figure II.11) que le paramètre d'approche D_1 relatif à la $\frac{1}{2}$ éprouvette évolue suivant un triangle rectangle dont la hauteur caractérisant l'allongement augmente au dépend du rétrécissement du diamètre.

Ce changement de forme du triangle rectangle appelé $\frac{1}{2}$ triangle de ductilité est exprimé par la variation de l'angle d'inclinaison β appelé $\frac{1}{2}$ angle de ductilité.

Nous remarquons aussi d'après la (figure II.11) qu'au fur et à mesure que β augmente, la ductilité formulée par l'approche D_1 augmente aussi et inversement vrai.

En effet on voit bien que : $\beta_6 > \beta_5 > \beta_4 > \beta_3 > \beta_2 > \beta_1$

Donc on conclut que l'approche de ductilité $D_1 = \frac{\Delta L}{d_1}$ relatif à la $\frac{1}{2}$ éprouvette est représentée géométriquement par un triangle rectangle de forme variable et ce paramètre D_1 est fonction du $\frac{1}{2}$ angle de ductilité β dont la valeur est seule déterminante de la ductilité selon notre approche.

A noter que le paramètre $D_1 = \frac{\Delta L}{d_1}$ est finalement sans dimension

Pour l'ensemble de l'éprouvette la représentation géométrique de l'approche D_1 est comme suit :

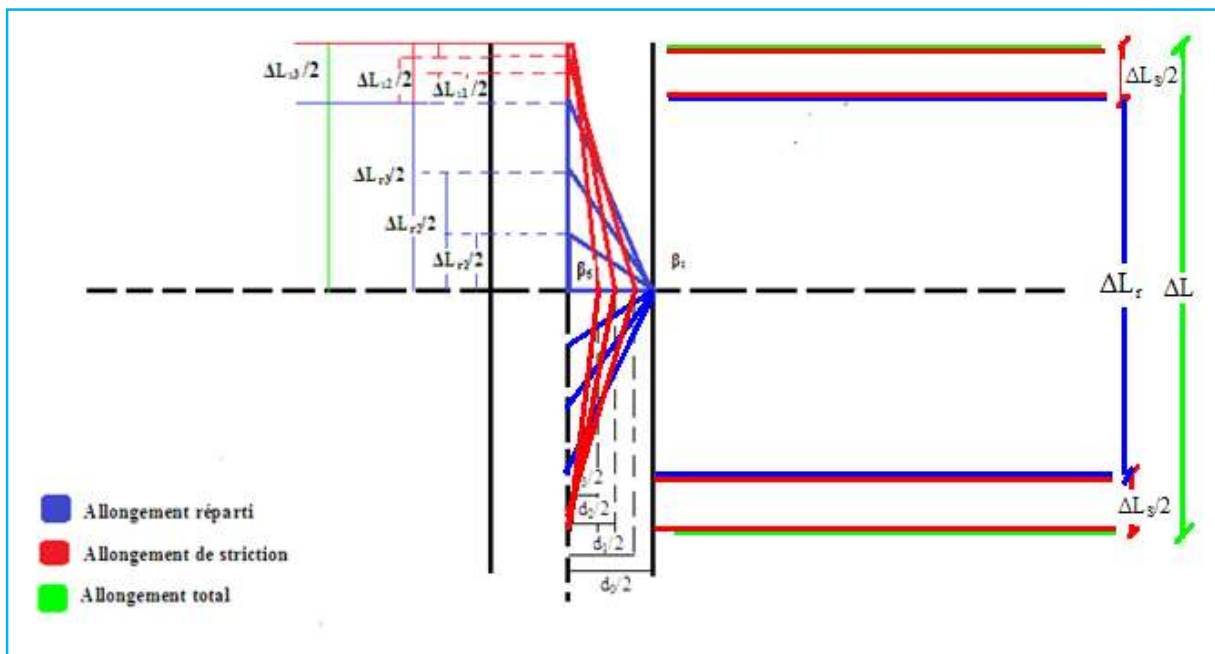


Figure II.12 : évolution de la variation de forme du triangle de ductilité et de l'angle de ductilité de l'éprouvette .

On remarque sur la (figure II.13), l'évolution du triangle isocèle de ductilité caractérisant l'approche D1 ; en effet en partant de $t=0$ jusqu'au début de la déformation homogène la ductilité évolue de façon linéaire selon l'axe de sollicitation c'est l'allongement uniforme puis à l'apparition de la striction il ya formation d'un triangle isocèle qui caractérise la déformation hétérogène selon l'approche D_1 . la forme de ce triangle change au fur et à mesure que la traction s'effectue jusqu'à la rupture de l'éprouvette.

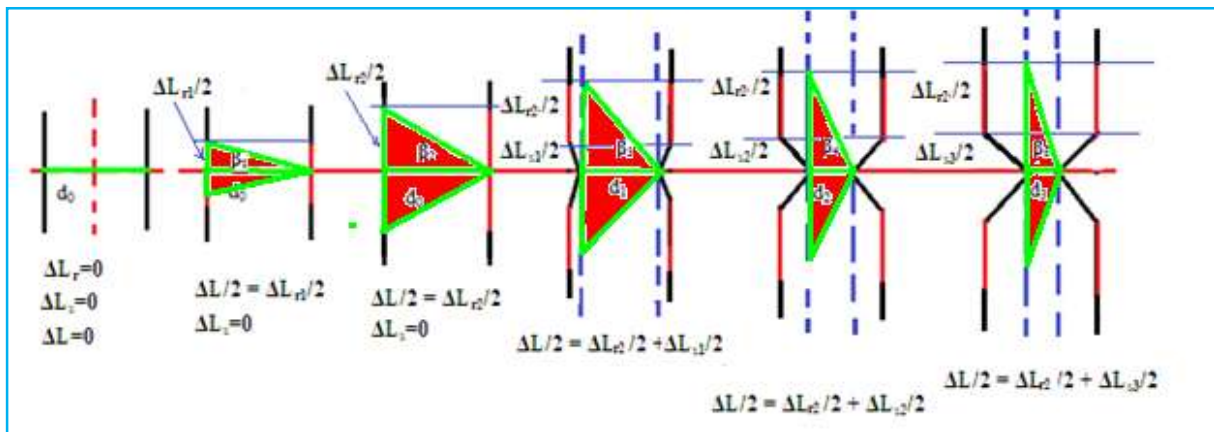


Figure II.13 : répartition géométrique du triangle de ductilité de l'approche D_1

Finalement on peut conclure que l'évolution de la géométrie de l'approche D_1 s'opère de manière générale comme suit :

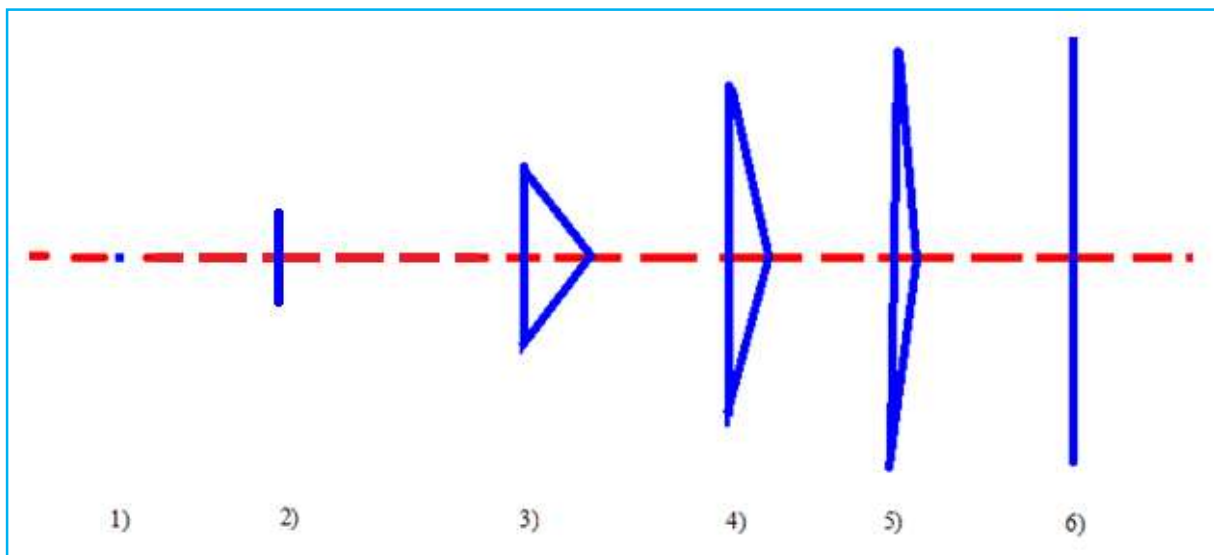


Figure II.14 : différentes étapes d'évolution du triangle de ductilité.

II.14.1 : Pas de déformation, c'est l'état initial avant essai de traction, la ductilité se confond à un point.

II.14.2 : Déformation homogène, c'est la phase de l'allongement réparti linéaire, il n'y a pas de triangle de ductilité.

II.14.3, II.14.4, II.14.5 : Déformation hétérogène, c'est la phase de l'apparition et évolution du triangle de ductilité selon l'approche D_1

II.14.6 : le triangle de ductilité se confond avec la verticale et correspond à un état idéal de ductilité qui n'existe pas dans la réalité. On remarque entre autre que l'aire du triangle isocèle est égale à $\frac{bh}{2}$ autrement dit le produit de la base du triangle par la $\frac{1}{2}$ hauteur. Par conséquent

l'aire du triangle de ductilité caractérisant l'approche de ductilité D_1 est égale à : $\frac{\Delta L \times d_1}{2}$.

A noter que le paramètre $D_1 = \frac{\Delta L}{d_1}$ est finalement sans dimension.

II.1.2.2. Approche 2 : approche de sommation des allongements réparti et de striction avec la réduction du diamètre :

La ductilité par la somme des allongements réparti et de striction avec la différence de diamètre initiale et de striction suppose qu'elle est représentée par la somme du déplacement longitudinal total formulée par : ΔL et du déplacement transversal Δd . (figure II.15)

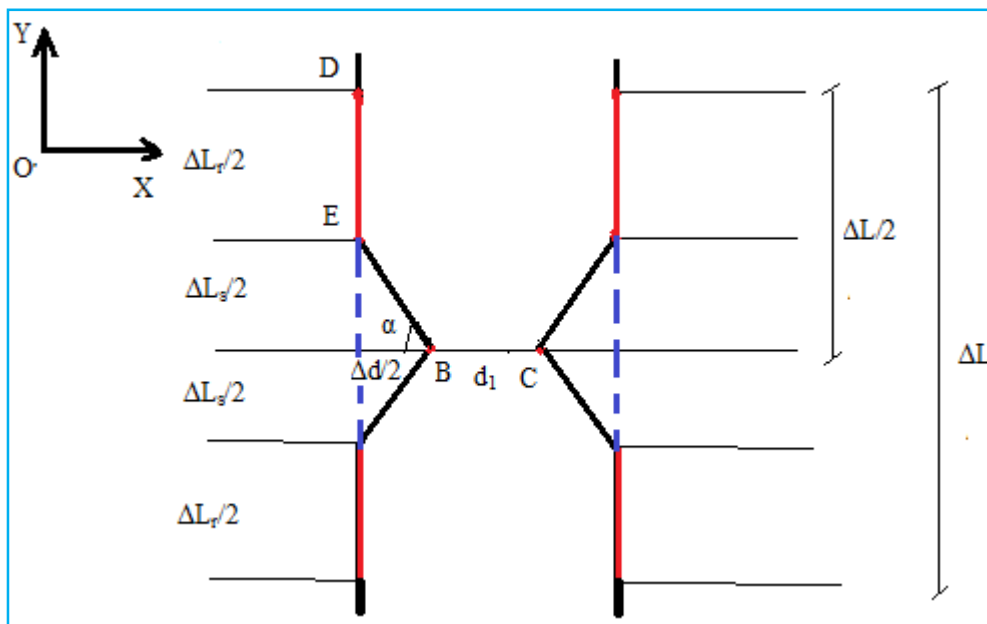


Figure II.15 : représentation géométrique de l'approche D_2 .

On travaille sur la $\frac{1}{2}$ éprouvette supérieure puis on généralisera la formule à l'ensemble de l'éprouvette en multipliant par 2 le résultat trouvée de notre approche car d'après les hypothèses que nous avons formulées l'éprouvette est parfaitement symétrique par rapport aux axes longitudinal et transversal passant par celle-ci.

En faisant la somme de l'allongement total et de la réduction du diamètre on obtient :

$$\frac{\Delta L}{2} + \frac{\Delta d}{2} = \frac{\Delta L + \Delta d}{2}$$

D'un point de vue géométrique la progression de cette approche s'effectue selon une géométrie linéaire partant du point initial avant essai puis se développant selon une droite caractérisant l'allongement réparti en déformation homogène puis se transforme en forme géométrique L dès l'apparition de la striction.

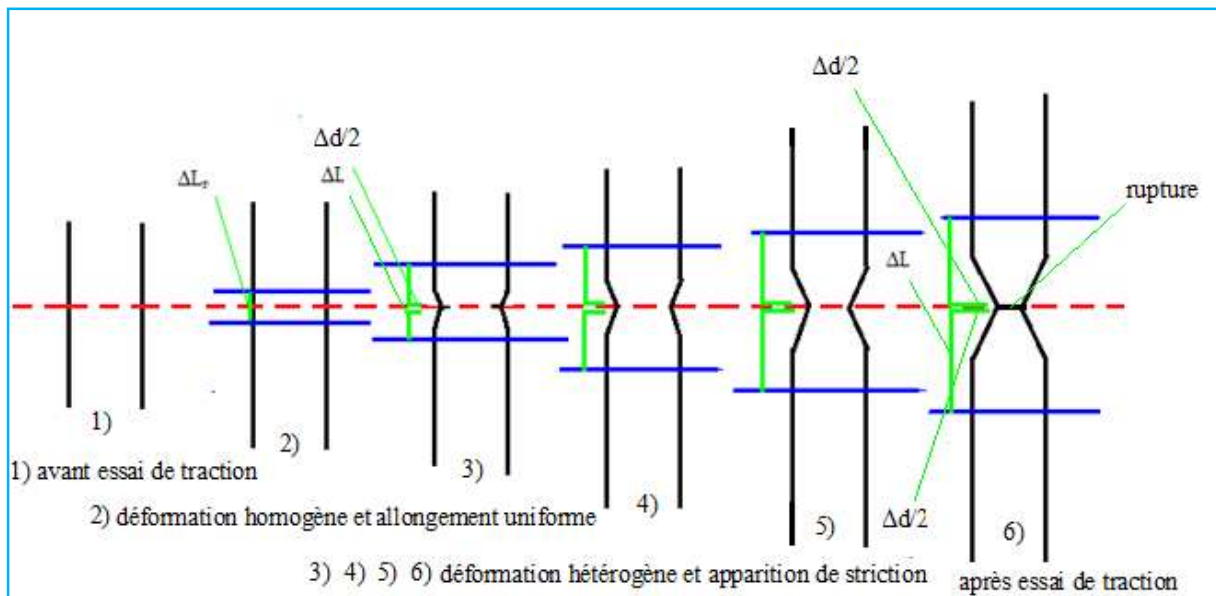


Figure II.16 : différentes phases d'évolution géométrique du paramètre D_2 sur une éprouvette en traction

D'après la figure II.16, on remarque que l'allongement et la réduction de diamètre dont l'intersection nous donne la forme L sont parfaitement identique de part et d'autre de l'axe passant par la striction ce qui nous conduit à noter que la forme géométrique finale de l'approche de ductilité D_2 est de forme T inversé du côté gauche dans ce cas car il peut aussi être inversé du côté droit.

C'est la longueur en (mm) de cette forme géométrique T qui représente l'approche de ductilité D_2 caractérisée par la somme de l'allongement total avec la différence de diamètre initiale et de striction et est donnée par :

$$D_2 = \Delta L + \Delta d \quad (II.6)$$

-- Vérification de l'approche $D_2 = \Delta L + \Delta d$:

- Pour un matériau fragile la ductilité est nulle

Donc logiquement $D_2 = 0$

D'où : $\Delta L = 0$ et $\Delta d = 0$ ce qui est vrai pour un matériau fragile

- Pour un matériau superplastique la ductilité est très appréciable

Donc logiquement $D_2 \gg 0$

D'où : $\Delta L \gg 0$ et $\Delta d > 0$ ce qui est vrai pour un matériau superplastique

- Pour un matériau plastique la ductilité est appréciable et positif

Donc $D_2 > 0$

D'où : $\Delta L > 0$ et $\Delta d > 0$ ce qui est vrai pour un matériau plastique.

Donc l'approche de modélisation D_2 montre qu'elle justifie d'une bonne appréciation de la ductilité en plus de sa simplicité d'utilisation

D_2 met également en action ensemble sous forme de sommation les 02 principales variantes influençant la ductilité : l'allongement ΔL et la variation du diamètre Δd .

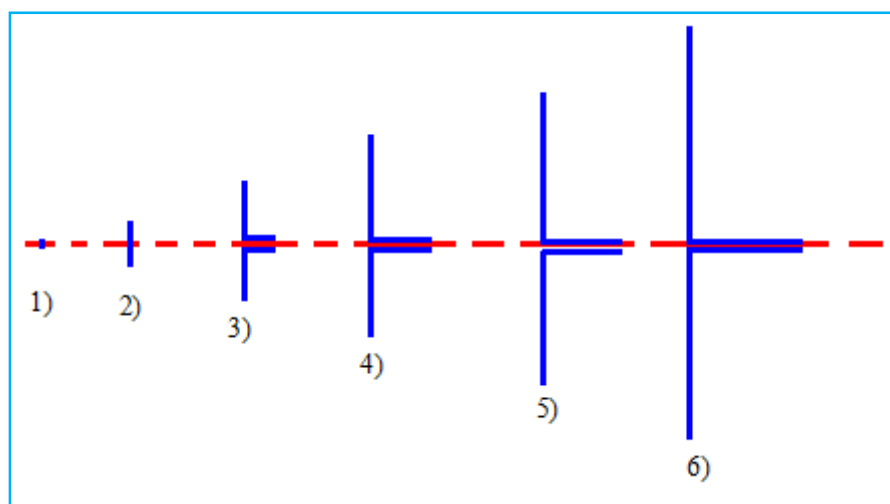


Figure II.17 : différentes étapes d'évolution géométrique de la ductilité.

Sur la figure II.17.1 : Pas de ductilité : Matériau fragile

Les figures II.17.2, II.17. 3, II.17.4, II.17.5, II.17.6 montrent l'apparition et l'évolution de la ductilité selon l'approche D_2 .

Donc :

$$DUCT = D_2 = \Delta L + \Delta d$$

Enfin nous remarquons que l'approche $D_2 = \Delta L + \Delta d$ est une grandeur mesurable de dimension linéaire (mm).

II.1.2.3. Approche 3 : approche de modélisation de la ductilité par le produit vectoriel de l'allongement total et le palier de striction \overrightarrow{EB}

Dans cette approche on fait abstraction de la distribution des allongements réparti et de striction, et on ne considère que l'allongement total ΔL .

D'autre part on introduit la notion du segment de striction EB qu'on appelle aussi palier de striction qui joue un rôle important car le profil d'inclinaison du segment selon l'angle α est déterminant dans la quantification de la ductilité du matériau étudié. (figure II.18)

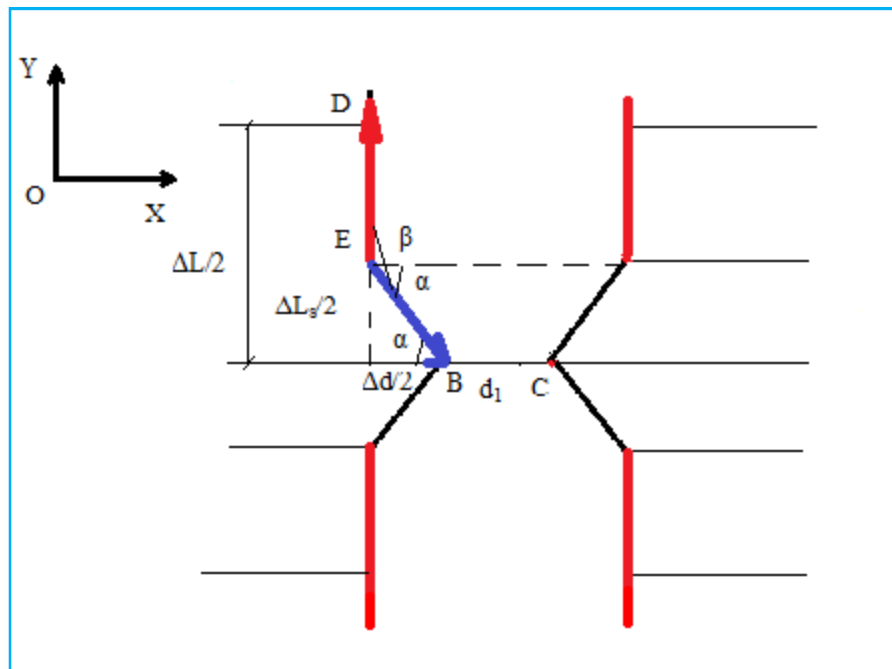


Figure II.18: répartition de l'allongement total et de la réduction du diamètre Δd sur une éprouvette en traction.

On introduit également le calcul vectoriel en considérant l'allongement longitudinal total ΔL représenté par le vecteur \overrightarrow{ED} et l'allongement au niveau de la striction représenté par le vecteur \overrightarrow{EB} .

Soit E un espace vectoriel euclidien orienté de dimension 3. Par le choix d'une base orthonormée, E peut être identifié avec l'espace \mathbb{R}^3 , mais cette identification n'est pas obligatoire pour définir le produit vectoriel.

D'un point de vue géométrique, le produit vectoriel de deux vecteurs \vec{u} et \vec{v} de E non colinéaires se définit comme l'unique vecteur \vec{w} tel que :

- le vecteur \vec{w} est orthogonal aux deux vecteurs donnés ;

- la base $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$ est de sens direct ;

$$\|\vec{w}\| = \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \sin(\widehat{\vec{u}, \vec{v}})$$

Nous considérons que le paramètre d'approche de la ductilité D_3 est la norme du produit vectoriel représenté par $\|\vec{w}\|$

Par conséquent le calcul de l'approche de la ductilité D_3 suppose que la ductilité peut être assimilée au produit vectoriel de la déformation longitudinale et de la déformation au niveau de la striction

Sachant que la déformation longitudinale est l'allongement ΔL et que la déformation au niveau de la striction est schématisée par le profil du segment de striction

On convient de dire que

$$D_3 = \overrightarrow{ED} \wedge \overrightarrow{EB} \quad (II. 7)$$

Démarche de calcul :

On faisant appel à l'interprétation géométrique du produit vectoriel de 02 vecteurs on obtient :

$$\overrightarrow{ED} \wedge \overrightarrow{EB} = \|\overrightarrow{ED}\| \|\overrightarrow{EB}\| \sin(\widehat{\overrightarrow{ED}, \overrightarrow{EB}})$$

$$\overrightarrow{ED} \wedge \overrightarrow{EB} = \|\overrightarrow{ED}\| \|\overrightarrow{EB}\| \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$$

$$\text{Or: } \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \sin\frac{\pi}{2} \cos\alpha + \cos\frac{\pi}{2} \sin\alpha = \cos\alpha$$

Alors :

$$\overrightarrow{ED} \wedge \overrightarrow{EB} = \|\overrightarrow{ED}\| \|\overrightarrow{EB}\| \cos\alpha \quad (II. 8)$$

Et d'après la (figure II.18) on déduit que : $\cos\alpha = \frac{\frac{\Delta d}{2}}{EB}$

Donc :

$$\overrightarrow{ED} \wedge \overrightarrow{EB} = \|\overrightarrow{ED}\| \|\overrightarrow{EB}\| \frac{\frac{\Delta d}{2}}{EB} = \frac{ED \Delta d}{2} \quad (II. 9)$$

Sachant que ED n'est autre que l'allongement $\frac{\Delta L}{2}$, par conséquent l'approche de modélisation

de la ductilité par le produit vectoriel de l'allongement et de la striction pour la $\frac{1}{2}$ éprouvette

est :

$$\overrightarrow{ED} \wedge \overrightarrow{EB} = \frac{\Delta L \Delta d}{4} \quad (II. 10)$$

Pour l'ensemble de l'éprouvette il convient de multiplier par 2 pour avoir l'ensemble de la représentation de la ductilité

D'où la ductilité totale à travers le paramètre d'approche D_3 est égale à :

$$D_3 = 2x \frac{\Delta L \times \Delta d}{4} = \frac{\Delta L \times \Delta d}{2} \quad (\text{II.11})$$

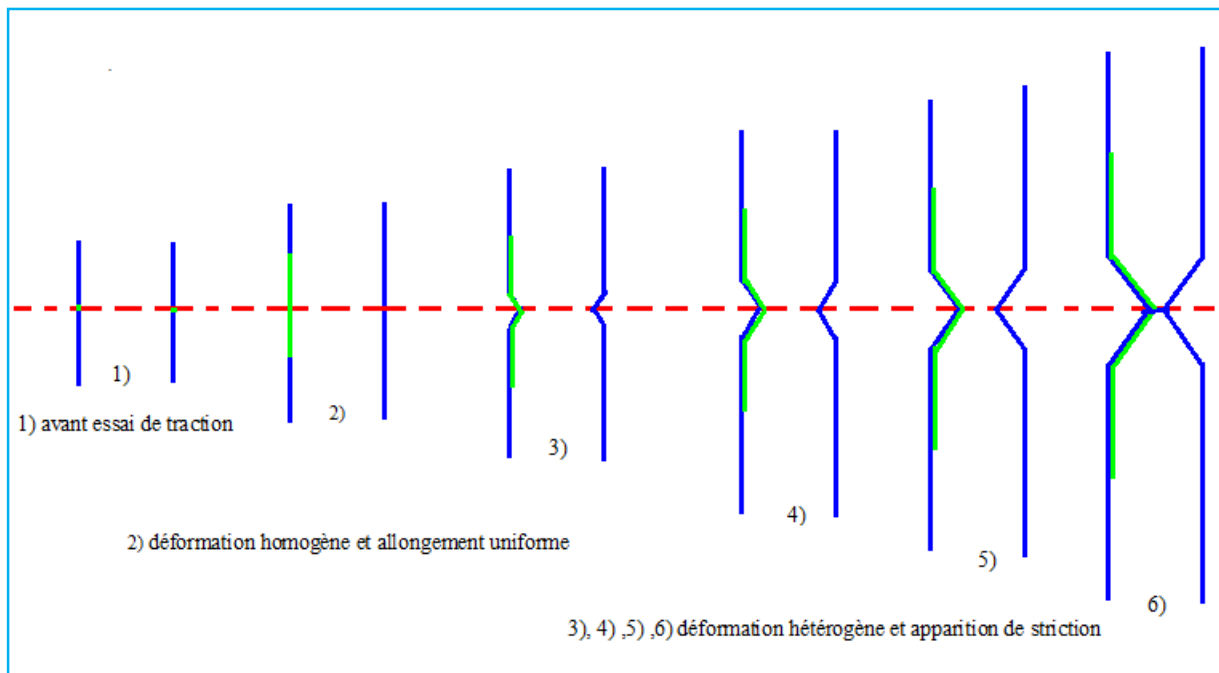


Figure II.19 : différentes phases d'évolution de l'allongement sur une éprouvette en traction.

Développement géométrique de l'approche D_3 :

Avant le début de l'essai de traction le paramètre d'approche D_3 est représenté géométriquement par un point par la suite au cours de l'essai apparait la déformation uniforme ou réparti représenté par le vecteur \overrightarrow{ED} jusqu'au début de la striction ou l'on voit l'apparition du vecteur \overrightarrow{EB} qui caractérise la déformation de striction.

D'un point de vue géométrique la norme d'un produit vectoriel représente l'aire du parallélogramme formé par les vecteurs \overrightarrow{ED} et \overrightarrow{EB} ce qui implique qu'au niveau de la zone de striction nous avons l'apparition d'une forme géométrique de parallélogramme qui se développe pour atteindre une surface maximale qui définit la striction.

D'autre part d'après les hypothèses l'éprouvette est parfaitement symétrique ce qui implique que la forme géométrique correspondant au paramètre d'approche D_3 est représenté par 02 parallélogramme parfaitement identiques et symétriques.

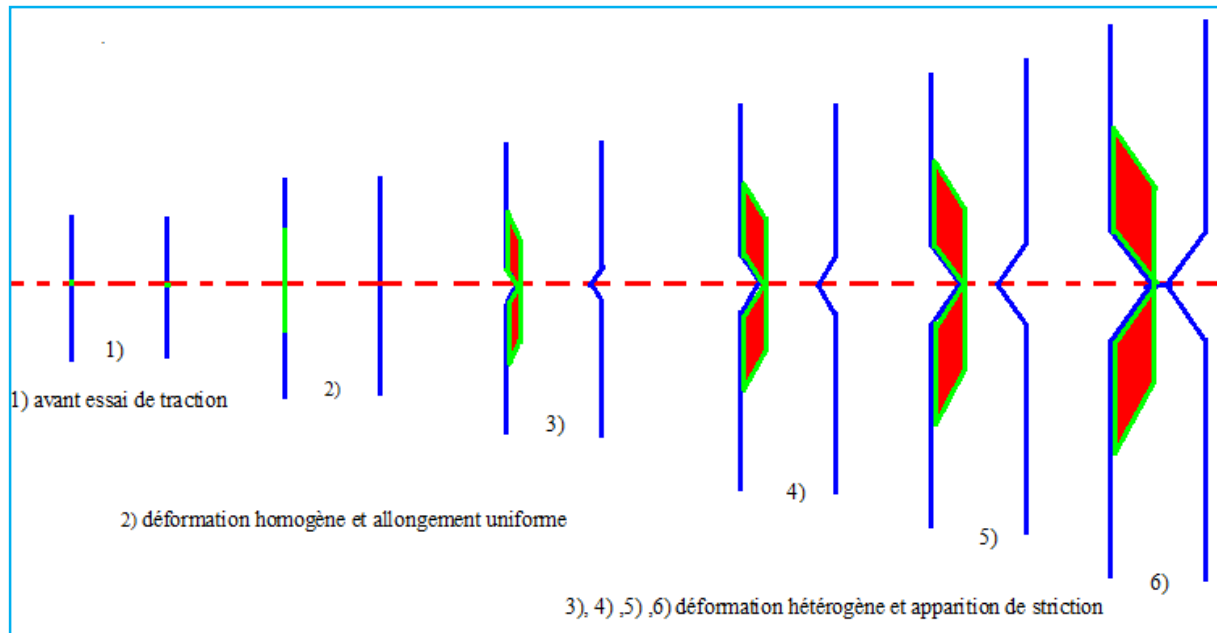


Figure II.20 : différentes phases d'évolution géométrique du paramètre D_3 sur une éprouvette en traction.

Par conséquent le paramètre d'approche $D_3 = \frac{\Delta L \times \Delta d}{2}$ est la surface de 02 parallélogrammes formé par le vecteur de la déformation longitudinale qui est l'allongement ΔL et le vecteur de la déformation au niveau de la striction schématisée par le profil du segment de striction \overline{EB} .

On conclut donc que le paramètre d'approche $D_3 = \frac{\Delta L \times \Delta d}{2}$ est une grandeur mesurable de dimension surfacique (mm^2) ayant pour forme géométrique 02 parallélogrammes.

II.1.2.4. Approche 4: approche de modélisation de la ductilité par la moyenne de sommation de l'allongement A et de la striction Z

Sachant que l'allongement :

$$A(\%) = \left(\frac{\Delta L}{L_0} \right) \times 100(\%) = \left(\frac{L_1 - L_0}{L_0} \right) \times 100(\%)$$

On aura :

$$A = \left(\frac{L_1}{L_0} \right) - 1 \quad (\text{II. 12})$$

Et sachant que la striction

$$Z(\%) = \left(\frac{\Delta S}{S_0} \right) \times 100(\%) = \left(\frac{S_0 - S_1}{S_0} \right) \times 100(\%)$$

On aura :

$$Z = 1 - \left(\frac{S_1}{S_0} \right) \quad (\text{II. 13})$$

Donc en proposant l'approche D_4 comme étant la moyenne de la sommation de l'allongement A et de la striction Z on obtient :

$$\frac{A + Z}{2} = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{L_1}{L_0} \right) - 1 + 1 - \left(\frac{S_1}{S_0} \right) \right] = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{L_1}{L_0} \right) - \left(\frac{S_1}{S_0} \right) \right]$$

Cette formulation est une représentation empirique de la ductilité qui tient compte de l'allongement A et la striction Z.

Donc D_3 est le paramètre de ductilité de la moyenne de sommation de A et Z.

$$D_4 = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{L_1}{L_0} \right) - \left(\frac{S_1}{S_0} \right) \right] \quad (II. 14)$$

Avec : L_0 et S_0 longueur et section initiale avant essai de traction

Et L_1 et S_1 longueur et section finales après rupture par essai de traction

On remarque que ce paramètre dans cette forme est aussi purement géométrique et il est plus aisé de l'exploiter à des fins industrielles.

On fait un développement mathématique et on obtient :

$$DUCT = D_4 = \frac{1}{2} \left[\frac{(L_1 S_0 - L_0 S_1)}{L_0 S_0} \right] \quad (II. 15)$$

L'expression peut aussi être sous la forme :

$$DUCT = D_4 = \frac{1}{2} \left[\frac{\left(L_1 S_1 \frac{S_0}{S_1} - L_0 S_0 \frac{S_1}{S_0} \right)}{L_0 S_0} \right] \quad (II. 16)$$

Abstraction faite du mode de sollicitation utilisé, On introduit la notion de constance de volume en déformation plastique : $V = L_1 S_1 = L_0 S_0$

Ceci nous conduit à écrire :

$$DUCT = D_4 = \frac{L_1 S_1 \left(\frac{S_0}{S_1} - \frac{S_1}{S_0} \right)}{2 L_0 S_0} = \frac{L_0 S_0 \left(\frac{S_0}{S_1} - \frac{S_1}{S_0} \right)}{2 L_0 S_0} = \frac{1}{2} \left(\frac{S_0}{S_1} - \frac{S_1}{S_0} \right) \quad (II. 17)$$

$$D_4 = \frac{S_0^2 - S_1^2}{2 S_0 S_1} \quad (II. 18)$$

Pour le cas d'éprouvettes cylindriques sachant que la section : $S = \frac{\pi D^2}{4}$ le paramètre devient :

$$D_4 = \frac{d_0^2 - d_1^2}{2 d_0 d_1} \quad (II. 19)$$

Cette variante de l'approche D_3 est intéressante dans la mesure où elle ne fait intervenir que la variable de changement de section et donc de diamètre.

On peut faire un autre développement en procédant de la manière suivante :

$$DUCT = D_4 = \frac{1}{2} \left[\frac{\left(L_0 S_0 \frac{L_1}{L_0} - L_1 S_1 \frac{L_0}{L_1} \right)}{L_0 S_0} \right] \quad (II.20)$$

De même on introduit la notion de constance de volume en déformation plastique :

$$V = L_1 S_1 = L_0 S_0$$

Ceci nous conduit à écrire :

$$DUCT = D_4 = \frac{L_0 S_0 \left(\frac{L_1}{L_0} - \frac{L_0}{L_1} \right)}{2 L_0 S_0} = \frac{L_1 S_1 \left(\frac{L_1}{L_0} - \frac{L_0}{L_1} \right)}{2 L_0 S_0} = \frac{1}{2} \left(\frac{L_1}{L_0} - \frac{L_0}{L_1} \right) \quad (II.21)$$

$$D_4 = \frac{L_1^2 - L_0^2}{2 L_0 L_1} \quad (II.22)$$

C'est la formulation en terme de longueur de l'approche D_3 .

Cette variante de l'approche D_3 est très simple d'utilisation, en effet après mesure de la longueur finale, la variante du paramètre D_4 est facilement calculée

Pour notre part on utilisera pour les calculs ultérieurs le paramètre d'approche :

$$D_4 = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{L_1}{L_0} \right) - \left(\frac{S_1}{S_0} \right) \right] \text{ car il fait intervenir les dimensions de longueurs et de sections}$$

simultanément et c'est le but recherché par le paramètre d'approche D_4 .

Nous remarquons que le paramètre d'approche D_4 est sans dimensions ; or le paramètre D_4 se mesure en pourcent car il est la moyenne de sommation de l'allongement pourcent A et la striction pourcent Z par conséquent il est indispensable de multiplier tous résultat trouvé à travers l'approche D_4 par 100.

II.1.2.5. Approche 5: approche de modélisation analytique de la ductilité basée sur les dimensions géométriques des éprouvettes avant et après essai :

Sachant que la norme impose un rapport (diamètre, longueur utile) normalisée à l'état initial,

Avec $\frac{L_0}{d_0} = 5$; autrement dit les principales normalisations sont :

$L = 5 \times d_0$; et $L = 10 \times d_0$, en terme de rapport (longueur , diamètre)

Et $L_0 = k\sqrt{S_0}$; en terme de relation longueur section avant essai de traction .

Pour notre calcul on opte pour le rapport (longueur diamètre) de grandeur 5, car le plus utilisée.

Donc à l'état initial

$$L_0 = 5d_0 \text{ avant essai de traction}$$

et à l'état final $L_1 = Kd_1$ après rupture

$\frac{L_0}{d_0} = 5$ est constant et normalisé pour tout type d'éprouvette métalliques avant essai de traction

$\frac{L_1}{d_1} = K$ est une variable spécifique à chaque type d'éprouvette après rupture.

En effet, K varie d'un matériau à un autre.

On calcul l'évolution du rapport L/d au cours de l'essai de traction en intégrant

On effectue la différence suivante :

$$\left(\frac{L_1}{d_1}\right) - \left(\frac{L_0}{d_0}\right) = K - 5$$

$$\text{avec : } k = \frac{L_f}{d_f}$$

$$D_5 = \frac{L_f}{d_f} - 5 \quad (11.23)$$

On note que Le paramètre D_5 est sans dimension.

II. 2. Matériels et méthodes

II. 2.1. Les matériaux :

- pour étudier et analyser la contradiction entre les paramètres d'appréciation de la ductilité A (%) et Z (%) nous avons utilisé dans notre expérimentation le fer et le cuivre. Ces (02) nuances sont livrées à l'état brut de laminage par l'entreprise d'usinage de précision sise El-Hadjar.

Les différentes éprouvettes au nombre de (03) pour chaque nuance ont été testé à l'essai de traction ; les différentes valeurs que nous avons relevées à savoir l'allongement ΔL , la réduction du diamètre Δd et le diamètre de striction d_1 ont été exploitées pour vérifier cette contradiction.

Le fer :

Le fer et ses alliages occupent une place majeure dans les matériels industriels avec une production mondiale de l'ordre de 750 millions de tonnes, les autres métaux réunis ne représentant qu'environ 40 millions de tonnes.

Le fer est largement disponible, de plus, son prix à l'unité de masse, comme celui des aciers ordinaires, est le plus faible parmi les métaux. Par ailleurs, le recyclage de l'acier est très organisé : en France on a réutilisé environ 8 millions de tonnes de ferrailles de récupération pour une production d'acier brut de 17 millions de tonnes (1996).

Le fer présente également les avantages suivants :

Sa densité, $\rho = 7,8$, est trois fois celle de l'aluminium, et six fois celle des matières plastiques. Son module d'élasticité: $E = 210$ GPa, est élevé, d'où une bonne raideur pour le travail en domaine élastique.

Cependant, en prenant en compte la densité, le module spécifique $\frac{E}{\rho} = 26$ présente une valeur équivalente à celle de Al et de Ti.

Sa structure cristalline apporte un atout décisif en présentant quatre formes allotropiques :

CC (fer α) pour $T < 910^\circ\text{C}$;

CFC (fer γ) pour $910^\circ\text{C} < T < 1392^\circ\text{C}$;

CC (fer δ) de 1392°C à la température de fusion $T_f = 1540^\circ\text{C}$.

La 4e forme, HC, n'existe que pour des pressions supérieures à 13 GPa, obtenues par exemple par choc explosif. [58]

symbole chimique Fe, de couleur grise, de densité égale à 7.86, il fond à 1538°C , de réseau cristallin CC, sa résistance à la traction R_m est de 180 à 280 Mpa et sa limite d'élasticité est de

100 à 170 Mpa. Son allongement varie de 40 à 50, sa striction est de 80 à 93, sa dureté HRB est de 45 à 55 et son module d'élasticité (young) est de 206000 Mpa .

Le cuivre :

Le cuivre est un métal connu pour sa grande ductilité au travail à froid. Il est réputé par sa bonne conductivité électrique et sa faible ténacité. Il est très utilisé dans la fabrication de câbles électriques. Premier métal travaillé par l'homme (âge du bronze), le cuivre est le 3e métal utilisé aujourd'hui par le tonnage (12 millions de tonnes/an en 1998).

Cependant, la faible teneur en métal des minerais (inférieure à 1 %) et la répartition « stratégique » des gisements (Chili, ex-Zaïre...) lui donnent un prix élevé et fortement fluctuant.

Sa densité élevée (8,9) est voisine de celle du nickel et 3,3 fois celle de l'aluminium.

C'est le meilleur conducteur électrique ($r = 1,67 \text{ m}\Omega \cdot \text{cm}$) et thermique [$\lambda = 398 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$], après l'argent, mais devant l'aluminium.

La moitié du cuivre consommé est liée aux applications électriques. Son module d'élasticité $E = 120 \text{ GPa}$ le place, en module relatif (rapporté à la densité), à un niveau deux fois plus faible que l'aluminium, l'acier et le titane.

Sa structure cristalline est cfc ($a = 0,36 \text{ nm}$) d'où sa grande ductilité. [58]

Pour développer et analyser le 2^{ème} aspect de notre travail, on met expérimentalement à l'essai les approches de modélisation qu'on a établi en utilisant 03 nuances d'acier à pourcentage de carbone variés, qu'on sollicite à l'essai de traction simple. Pour chaque nuance nous avons utilisé 03 échantillons. il s'agit des aciers au carbone XC18, XC38 et XC48. la comparaison de la ductilité des aciers sus-cités est connu en raison du taux de carbone, autrement dit on sait que l'acier XC18 est plus ductile que les autres aciers car il contient moins de carbone, de même pour l'acier XC38 qui est plus ductile que XC48. En partant de ce fait le test des 05 approches de ductilité à travers ces aciers doit vérifier la ductilité de XC18 par rapport à XC38 et XC48 ainsi que la ductilité du XC38 par rapport à XC48.

-Acier XC18 :

Tableau II.3 : Composition chimiques de l'acier XC18

Composition chimique en (%)	carbone	Silicium	manganèse	phosphore	Soufre
XC18	0.15-0.22	0-0.25	0.4-0.65	0.035	0.035

-Acier XC38**Tableau II.4:** Composition chimique de l'acier XC38

Composition chimique en (%)	carbone	silicium	manganèse	phosphore	Soufre
XC38	0.37	0.1-0.4	0.5-0.8	0.035	0.035

-Acier XC48**Tableau II.5:** Composition chimiques de l'acier XC48

Composition chimique en (%)	carbone	silicium	manganèse	phosphore	Soufre
XC48	0.45-0.51	0.15-0.35	0-1.2	0.035	0.035

II 2.2. Les éprouvettes :

Il s'agit d'éprouvettes de forme cylindriques normalisées dont Les dimensions obéissent aux normes exigées avec : $L_0 = 50 \text{ mm}$ et $d_0 = 10 \text{ mm}$; $L_C = 70 \text{ mm}$ et $L_T = 110 \text{ mm}$. (Figure II.21)

La composition des 02 éprouvettes est différente selon le choix des nuances qu'on s'est fixé. (Figure II.22). L'usinage et la préparation des éprouvettes se sont faits auprès de l'entreprise de mécanique de précision sise El-Hadjar sur une tour d'usinage analogique. (figure II.23)

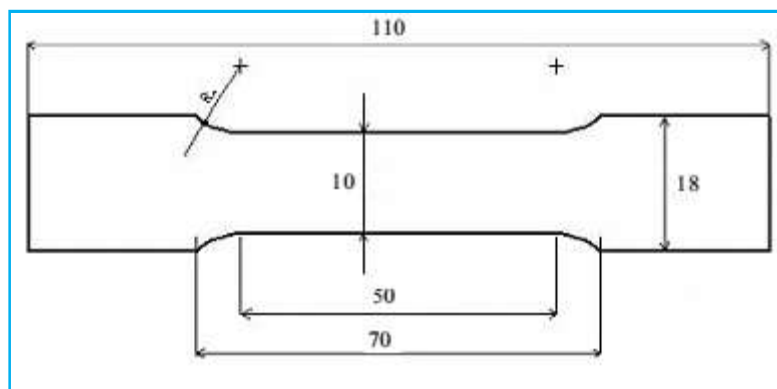
**Figure II.21:** Représentation dimensionnelle des éprouvettes utilisées



Figure II.22: exemple d'éprouvettes de fer et de cuivre a l'état avant recuit



Figure II.23: Tour d'usinage analogique

II 2.3. Four de recuit :

Afin de reproduire les conditions de la possible contradiction entre A et Z, on a effectué un traitement de recuit à 850°C pendant 20 minutes afin d'adoucir les structures internes en éliminant les contraintes résiduelles accumulées pendant les opérations d'usinage et de tournage. Les éprouvettes de fer et de cuivre à l'état recuit ont ainsi changé de couleur du gris métallisé au brun foncé pour le fer recuit et du rouge clair au rouge foncé pour le cuivre recuit. (Figure II.24)



Figure II.24 : exemple d'éprouvettes de fer et de cuivre après recuit

II 2.4. La machine de traction :

Les essais de traction ont été effectués dans une 1^{ère} étape au sein du laboratoire des essais mécaniques d'arcelormittal annaba puis des essais mécaniques complémentaires ont été faits au centre de recherche scientifique et technique en soudage et contrôle (URASM-C.S.C ANNABA). La machine d'essai utilisée est une machine universelle MFL de type VHP 600 de marque Zwick (figure II.25) dont la capacité est de 60 tonnes et qui est constituée d'un bâti rigide qui comprend une traverse fixe sur laquelle est montée l'une des têtes de l'éprouvette. L'autre extrémité de l'éprouvette est fixée à une traverse mobile dont le mouvement est assuré par commande hydraulique, La fixation des éprouvettes métalliques ou autre se fait avec des têtes d'amarrage hydrauliques contenant des coins de serrages interchangeables en fonction des dimensions et du type des éprouvettes (figure II.26). Cette machine a une marge de vitesse de traction de 1mm/min à 300mm/min. Les essais sont pilotés par micro-ordinateur. L'acquisition s'effectue à l'aide d'un logiciel Zwick Z1011 adapté pour P.C et assure la collecte et l'analyse des courbes de traction. Les résultats sont enregistrés puis imprimés. Enfin pour pouvoir traiter sur micro les courbes qui nous ont été remises sur papier, on a procédé à une digitalisation qui consiste à retracer les courbes point par point avec le logiciel CurveUnscan et qui permet d'obtenir des courbes moyennes des différents courbes obtenues.



Figure II.25: machine universelle MFL de type VHP 600 de marque Zwick.



Figure II.26: Dispositif de montage et d'amarrage des éprouvettes sur la machine universelle MFL de type VHP 600.

II 2.5. Les instruments de mesure :

Les instruments que nous avons utilisés pour le relevé des mesures sont :

01 pied à coulisse : classique, à bec double, en acier inoxydable trempé, monobloc, avec jauge de profondeur, graduation en mm, affichage 0.05 mm.

01 palmer appelé aussi micromètre 0-25 en acier inoxydable, affichage 0.01 mm, précision 0.004 mm.

01 règle graduée de 500 mm en acier inoxydable de format 500x30x6 mm et enfin une loupe.



Figure II.27 : palmer 0-25

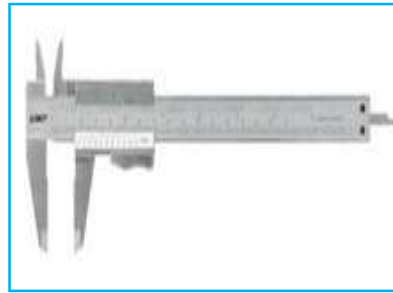


Figure II.28 : pied à coulisse classique



Figure II.29 : loupe



Figure II.30 : règle graduée de 500mm

III

RESULTATS ET DISCUSSION

**Etude et approche de modélisation de la ductilité des métaux
en déformation par traction**

III.1. Etude expérimentale de la ductilité du fer recuit :

III.1.1. Courbe de traction et Caractéristiques mécaniques du fer recuit

L'essai de traction a été effectué sur 03 échantillons de fer recuit; les résultats des 03 courbes que nous avons obtenu, nous les avons exploité dans le logiciel CurveUnscan afin d'avoir la courbe de traction moyenne suivante :

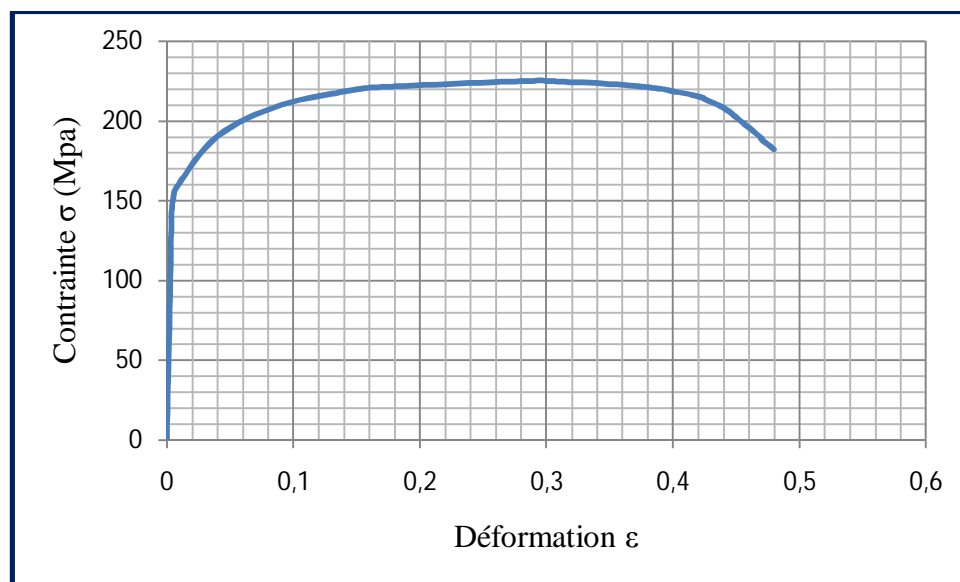


Figure III.1 : courbes de traction moyenne du fer recuit

La courbe moyenne de traction (figure III.1) présente une allure d'un matériau ductile l'étendue de la courbe est synonyme d'une ductilité très appréciable.

Les Caractéristiques mécaniques du fer recuit obtenues à partir de la courbe de traction sont dressées dans le tableau III.1 suivant :

Tableau III.1 : Caractéristiques mécaniques du fer recuit

Legende	d_0	E_{Mod}	$R_p 0,2$	R_{eH}	R_{eL}	R_m
Unité	mm	GPa	MPa	MPa	MPa	MPa
éprouvette 1	10	2.06	145	-	-	225
éprouvette 2	10	2.06	147.2	-	-	226.5
éprouvette 3	10	2.06	142.8	-	-	223.7

La (figure III.2) montre un exemple de profil de striction d'une éprouvette de fer recuit après essai de traction



Figure III.2: exemple de Profil de la striction d'une éprouvette de fer recuit

III.1.2. Calcul des paramètres de la ductilité A, Z et ε_r du fer recuit :

Les mesures relevées sur les éprouvettes après essai de traction, à l'aide de pied à coulisse de précision 0.1, de palmer de précision 0.01 et de règle graduée avec $L_0 = 50$ mm et $d_0 = 10$ mm respectivement longueur et diamètre à l'état initial et L_1 , d_1 respectivement longueur et diamètre après rupture ont donné :

Tableau III.2 : paramètres de ductilité A, Z et ε_r du fer recuit

Légende	L_0	L_1	d_0	d_1	$L_0 - L_1$	$A\% = \frac{L_0 - L_1}{L_0}$	ΔS	$Z\% = \frac{\Delta S}{S_0}$	$\varepsilon = 2 \ln \frac{d_0}{d_1}$
Unité	mm	mm	mm	mm	mm	%	mm ²	%	
éprouvette 1	50	73.7	10	4.4	23.7	47.5	63.3	80.6	1.6
éprouvette 2	50	73.5	10	4.8	23.5	47	60.4	76.9	1.4
éprouvette 3	50	74	10	4.2	24	48	64.6	82.3	1.7

Calcul de la moyenne des paramètres A, Z et ε_r :

Tableau III.3 : moyenne des valeurs de A, Z et ε_r du fer recuit

Légende	$A\% = \frac{L_0 - L_1}{L_0}$	$Z\% = \frac{\Delta S}{S_0}$	$\varepsilon_r = 2 \ln \frac{d_0}{d_1}$
Unité	%	%	
éprouvette 1	47.5	80.6	1.6
éprouvette 2	47	76.9	1.4
éprouvette 3	48	82.3	1.7
Calcul de la moyenne $\sum \frac{x_i}{3}$	47.5	79.9	1.5

Le fer recuit présente à première vue (tableau III. 3) un coefficient de striction très appréciable $Z\% = 79.9\%$, son coefficient d'allongement $A\% = 47.5\%$ et son paramètre $\varepsilon_r = 1.5$ sont aussi intéressants

III.2 Etude expérimentale de la ductilité du cuivre recuit :

III.2.1 Courbe de traction et Caractéristiques mécaniques du cuivre recuit :

L'essai de traction du cuivre recuit a donné la courbe moyenne suivante : $\sigma = f(\varepsilon)$

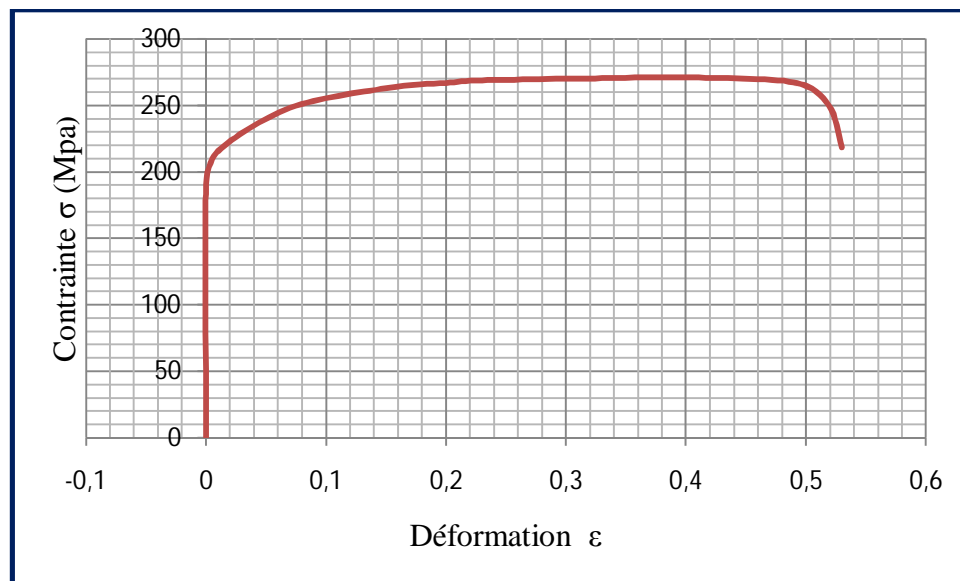


Figure III.3 : Courbes de traction moyenne du cuivre recuit.

L'allure de la courbe de traction du cuivre recuit (figure III.3) est typique des matériaux ductiles, en effet on voit une large zone de formabilité représentée sur le graphe par l'étendue de la courbure.

Les Caractéristiques mécaniques du cuivre recuit tirées de la courbe de traction sont dressées dans (tableau III.4) suivant :

Tableau III.4 : Caractéristiques mécaniques du cuivre recuit

Légende	d_0	E_{Mod}	$R_p 0,2$	R_{eH}	R_{eL}	R_m
Unité	Mm	GPa	MPa	MPa	MPa	MPa
éprouvette 1	10	1.3	190.8	-	-	272.1
éprouvette 2	10	1.3	194.6	-	-	274.5
éprouvette 3	10	1.3	186.2	-	-	266.4

La (figure III.4) montre le profil de la striction de l'éprouvette de cuivre recuit après rupture.



Figure III.4: exemple de Profil de striction d'une éprouvette de cuivre recuit après rupture

III.2.2. Calcul des paramètres de ductilité A , Z et ϵ_r du cuivre recuit

Les mesures relevées sur l'éprouvette de cuivre après essai de traction, à l'aide de pied à coulisse de précision 0.1, de palmer de précision 0.01 et de règle graduée avec L_1 et d_1 respectivement longueur et diamètre après rupture et L_0 , d_0 longueur et diamètre initiales nous ont donné :

Tableau III.5 : paramètres de ductilité A, Z et ε_r du cuivre recuit

Légende	L_0	L_1	d_0	d_1	L_1-L_0	$A\% = \frac{L_1 - L_0}{L_0}$	ΔS	$Z\% = \frac{\Delta S}{S_0}$	$\varepsilon_r = 2 \ln \frac{d_0}{d_1}$
Unité	mm	mm	mm	mm	mm	%	mm ²	%	sans
éprouvette 1	50	76.3	10	4.9	26.3	52.6	63.3	75.9	1.4
éprouvette 2	50	75.5	10	5.1	25.5	51	60.4	73.9	1.3
éprouvette 3	50	77.5	10	4.6	27.5	55	64.6	78.8	1.5

Calcul de la moyenne des paramètres A, Z et ε_r :

Tableau III.6 : moyenne des valeurs de A, Z et ε_r du cuivre recuit

Légende	$A\% = \frac{L_0 - L_1}{L_0}$	$Z\% = \frac{\Delta S}{S_0}$	$\varepsilon_r = 2 \ln \frac{d_0}{d_1}$
Unité	%	%	sans
éprouvette 1	52.6	75.9	1.4
éprouvette 2	51	73.9	1.3
éprouvette 3	55	78.8	1.5
Calcul de la moyenne $\sum \frac{x_i}{3}$	52.8	76.2	1.4

On remarque que l'allongement $A\% = 52.8\%$ du cuivre est très appréciable de même pour sa striction $Z\% = 76.2\%$.

Le paramètre $\varepsilon_r = 1.4$ est une valeur qui confirme l'aptitude du cuivre recuit à la déformation plastique. (tableau III.6).

III.3. Etude comparative des valeurs de A, Z et ε_r du fer recuit et du cuivre recuit :

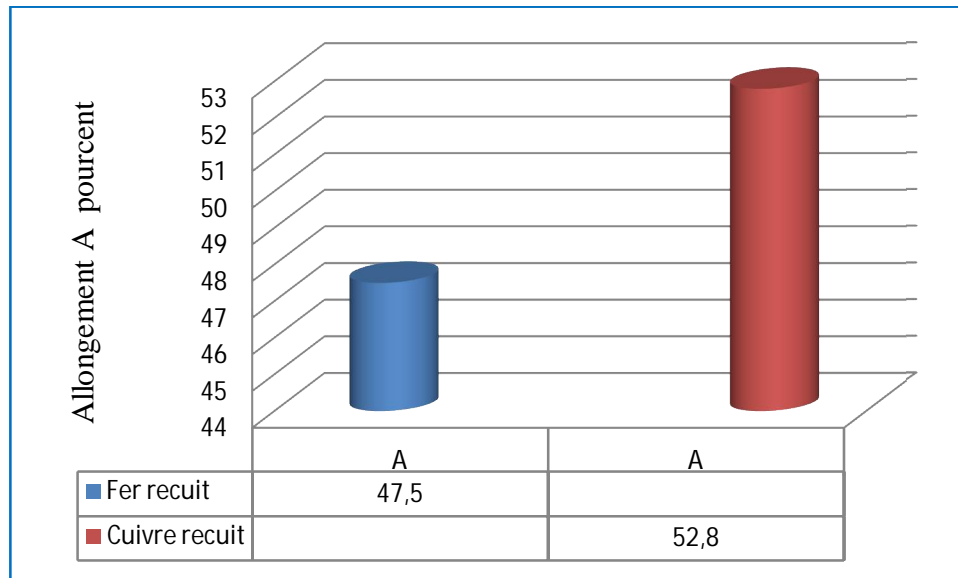
D'après le Tableau III.7, en terme d'allongement A, le cuivre recuit est plus ductile que le fer recuit : ($A\%_{\text{cuivre}} = 52.6\% > A\%_{\text{fer}} = 47.5\%$); par contre en terme de striction Z %, le fer est plus ductile que le cuivre : ($Z\%_{\text{fer}} = 79.9\% > Z\%_{\text{cuivre}} = 76.2\%$).

Par conséquent la contradiction en l'appréciation de la ductilité entre les deux paramètres A % et Z % apparait clairement à travers les résultats que nous avons obtenus et c'est la problématique que nous avons exposé et que nous allons y remédier à travers des approches de calcul de la ductilité.

Tableau III.7 : comparatif de A, Z et ε_r du fer recuit et du cuivre recuit.

moyenne des Paramètres de ductilité $\sum \frac{X_i}{3}$	A%	Z%	ε_r
Fer recuit	47.5	79.9	1.5
Cuivre recuit	52.8	76.2	1.4

Concernant la quantification de la ductilité en terme de déformation plastique maximale ε_r on remarque que : ε_r (fer) = 1.5 > ε_r (cuivre) = 1.4 ce qui favorise le fer sur le cuivre en matière de ductilité. Ce paramètre d'évaluation de la ductilité est un résultat mais ne constitue pas l'unanimité quant au choix du paramètre de quantification de la ductilité.

**Figure III.5** : histogramme de l'allongement A% du fer et du cuivre.

D'après la (figure III.5), le paramètre d'allongement A % du cuivre est supérieure à celui du fer.

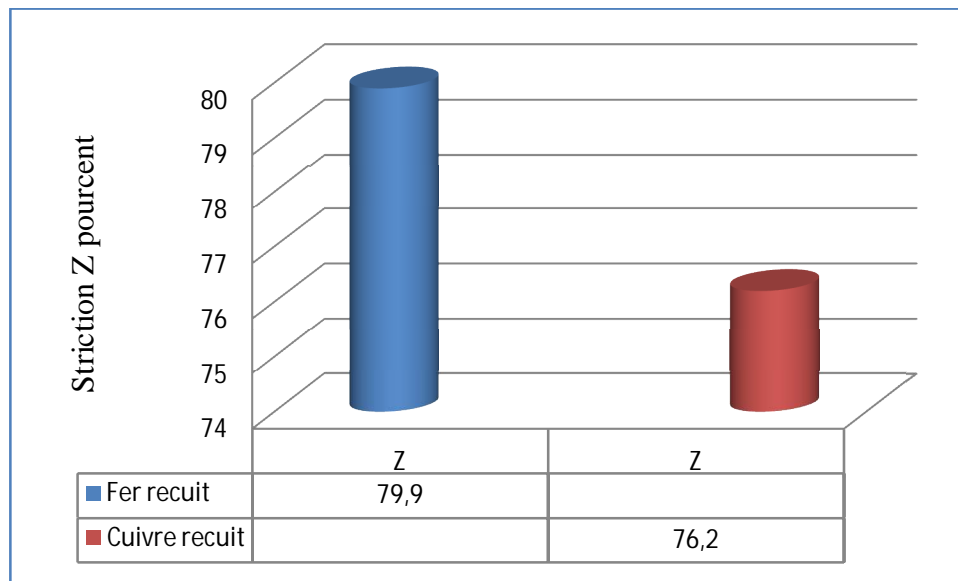


Figure III.6 : histogramme de la striction Z % du fer et du cuivre.

D'après la (figure III.6) le paramètre de striction Z % du cuivre est inférieur à celui du fer

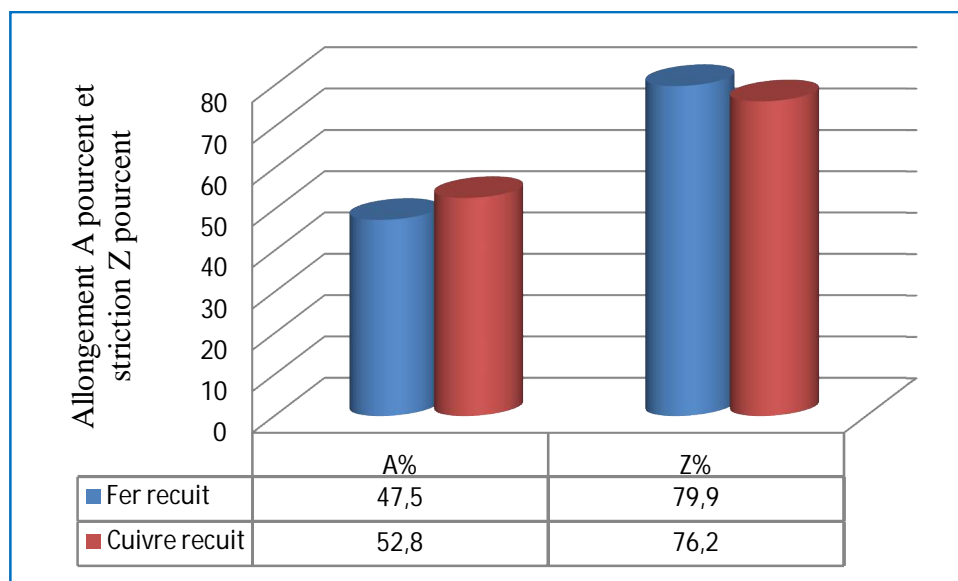


Figure III.7 : histogramme de l'allongement A% et de la striction Z % du fer et du cuivre.

Sur la (figure II.7) apparait nettement la contradiction entre les 02 paramètres A % et Z % pour les 02 matériaux.

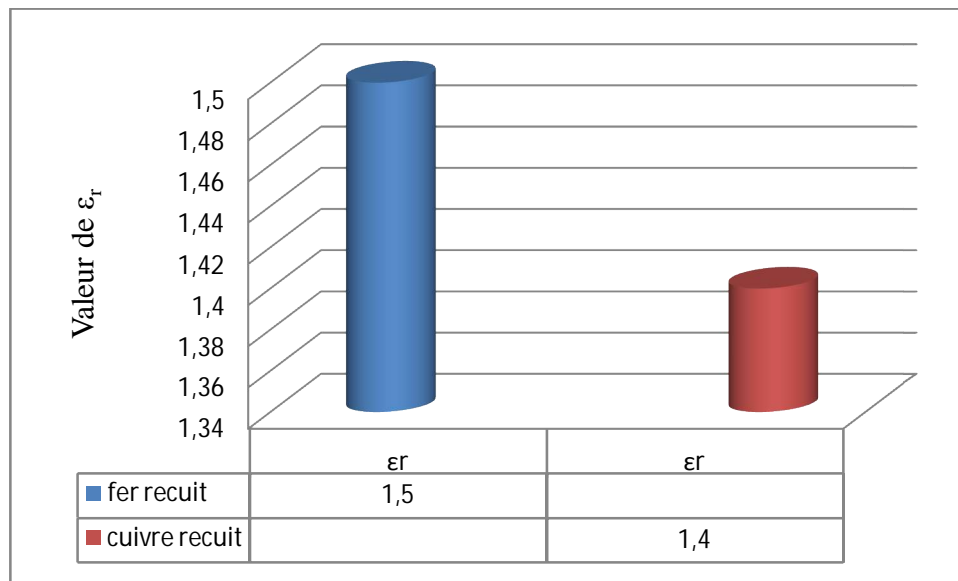


Figure III.8 : Histogramme des valeurs de ϵ_r du fer et du cuivre

La figure III.8 montre que la ductilité ϵ_r du fer est plus grande.

Les résultats que nous avons obtenus confirment la contradiction entre A et Z, on va tenter de résoudre cette contradiction par l'application expérimentale des paramètres d'approches de modélisation pour faire une comparaison entre les différents paramètres.

III.4. Application expérimentale des approches de modélisation de la ductilité au fer recuit et au cuivre recuit :

Après essai de traction les mesures géométriques sur les éprouvettes de fer recuit nous ont donné :

Tableau III.8 : dimensions initiale et finale de la longueur et du diamètre du fer recuit

Légende	L_0	L_1	$\Delta L = L_1 - L_0$	d_0	d_1	$\Delta d = d_0 - d_1$	S_0	S_1
Unité	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm ²	mm ²
éprouvette 1	50	73.7	23.7	10	4.4	5.6	78.5	15.1
éprouvette 2	50	73.5	23.5	10	4.8	5.2	78.5	18
éprouvette 3	50	74	24	10	4.2	5.8	78.5	13.8

Tableau III.9 : dimensions initiale et finale de la longueur et du diamètre du cuivre recuit

Légende	L ₀	L ₁	ΔL = L ₁ -L ₀	d ₀	d ₁	Δd = d ₀ -d ₁	S ₀	S ₁
Unité	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm ²	mm ²
éprouvette 1	50	76.3	26.3	10	4.9	5.1	78.5	18.7
éprouvette 2	50	75.5	25.5	10	5.1	4.9	78.5	20.4
éprouvette 3	50	77.5	27.5	10	4.6	5.4	78.5	16.6

Tableau III.10: moyenne de la différence de longueur ΔL de la différence du diamètre Δd et du diamètre de striction d₁ du cuivre recuit et du fer recuit

Légende	Cuivre recuit	Fer recuit
$\Delta L_{moy} = \sum_{i=1}^{i=3} \frac{\Delta L_i}{3}$	26.4 mm	23.7 mm
$\Delta d_{moy} = \sum_{i=1}^{i=3} \frac{\Delta d_i}{3}$	5.1 mm	5.5 mm
$d_{1moy} = \sum_{i=1}^{i=3} \frac{d_{1i}}{3}$	4.9 mm	4.5 mm

Nous allons exploiter ces résultats, pour le calcul des approches de modélisation D₁, D₂, D₃ D₄ et D₅.

Tableau III.11 : valeurs des approches de modélisation du fer recuit et calcul de la moyenne:

Légende	$D_1 = \frac{\Delta L}{d_1}$	$D_2 = \Delta L + \Delta d$	$D_3 = \frac{\Delta L \times \Delta d}{2}$	$D_4 = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{L_1}{L_0} \right) - \left(\frac{S_1}{S_0} \right) \right]$	$D_5 = \frac{L_1}{d_1} - 5$
Unité	Sans	mm	mm ²	%	sans
éprouvette 1	5.3	28.1	52.1	64	11.7
éprouvette 2	4.9	28.3	56.4	62	10.3
éprouvette 3	5.7	28.2	50.4	65	12.6
Moyenne des Paramètres de ductilité $\sum \frac{x_i}{3}$	5.3	28.2	53	64	11.5

Tableau III.12 : valeurs des approches de modélisation du cuivre recuit et calcul de la moyenne:

Légende	$D_1 = \frac{\Delta L}{d_1}$	$D_2 = \Delta L + \Delta d$	$D_3 = \frac{\Delta L \times \Delta d}{2}$	$D_4 = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{L_1}{L_0} \right) - \left(\frac{S_1}{S_0} \right) \right]$	$D_5 = \frac{L_1}{d_1} - 5$
Unité	sans	mm	mm ²	%	Sans
éprouvette 1	5.3	31.4	67	64	10.6
éprouvette 2	5	30.4	62.4	62	9.8
éprouvette 3	5.9	32.9	74.2	67	11.8
Moyenne des Paramètres de ductilité $\sum \frac{x_i}{3}$	5.4	31.5	67.8	64	10.7

III.5. Etude comparative des valeurs des approches de modélisation du fer recuit et du cuivre recuit:

Tableau III.13: comparatif des valeurs des approches de modélisation du fer recuit et du cuivre recuit

Moyenne des Paramètres de ductilité $\sum \frac{x_i}{3}$	D ₁	D ₂	D ₃	D ₄	D ₅
unité	sans	mm	mm ²	%	sans
Fer recuit	5.3	28.2	53	64	11.5
Cuivre recuit	5.4	31.5	67.8	64	10.7

On remarque d'après (tableau III.13) que la quantification de la ductilité du fer et du cuivre à l'état recuit par les approches D₁, D₂, D₃ et D₄ favorisent le cuivre.

Pour l'approche D₁ l'écart des valeurs de la ductilité entre les 02 matériaux est très faible.

Pour les paramètres D₂ et D₃ il y'a un avantage de ductilité pour le cuivre, par contre le paramètre D₄ donne une égalité de ductilité entre les deux matériaux ; enfin le paramètre D₅ favorise la ductilité du fer sur le cuivre.

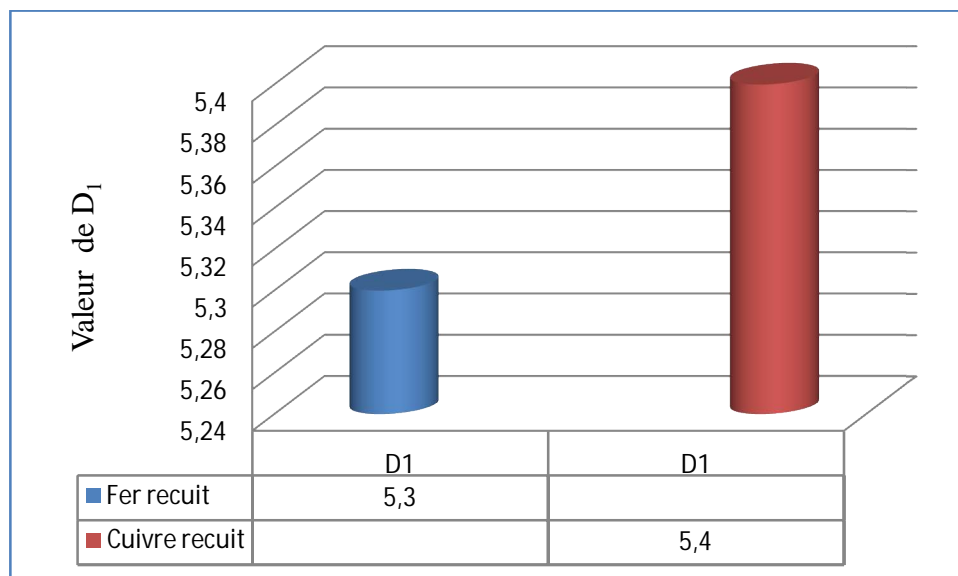


Figure III.09 : Histogramme des valeurs de D₁ du fer et du cuivre.

D'après la figure III.09, le paramètre D₁ du cuivre est légèrement supérieur à celui du fer, en

effet $D_{1\text{cu}} = 5.4 > D_{1\text{fe}} = 5.3$ soit un rapport ductilité $= \frac{5.4}{5.3} = 1.018$

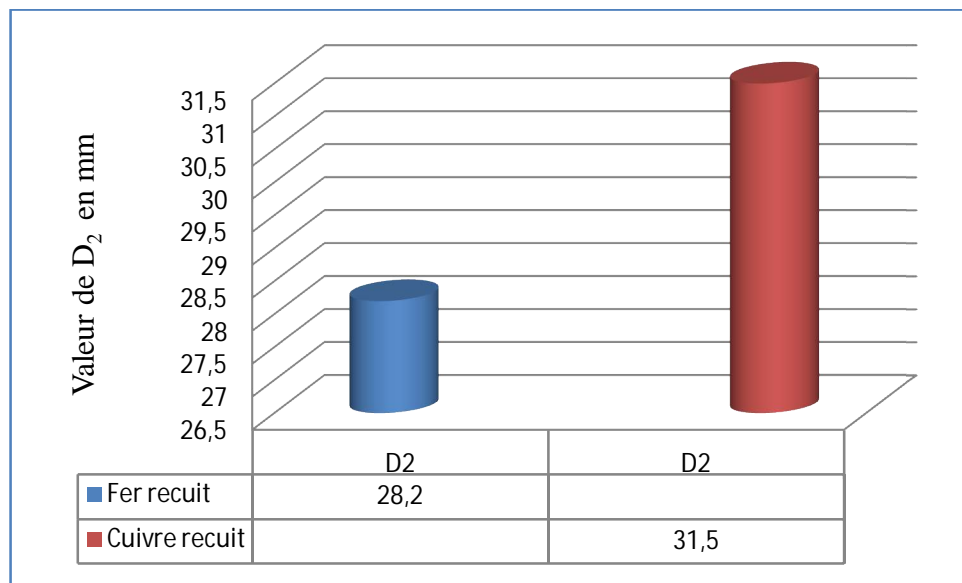


Figure III.10 : Histogramme des valeurs de D_2 du fer et du cuivre

D'après la figure III.10, le paramètre D_2 du cuivre est supérieur à celui du fer, on voit que :

$$D_{2\text{cu}} = 31.5 > D_{2\text{fe}} = 28.2 \text{ soit un rapport ductilité} = \frac{31.5}{28.2} = 1.11$$

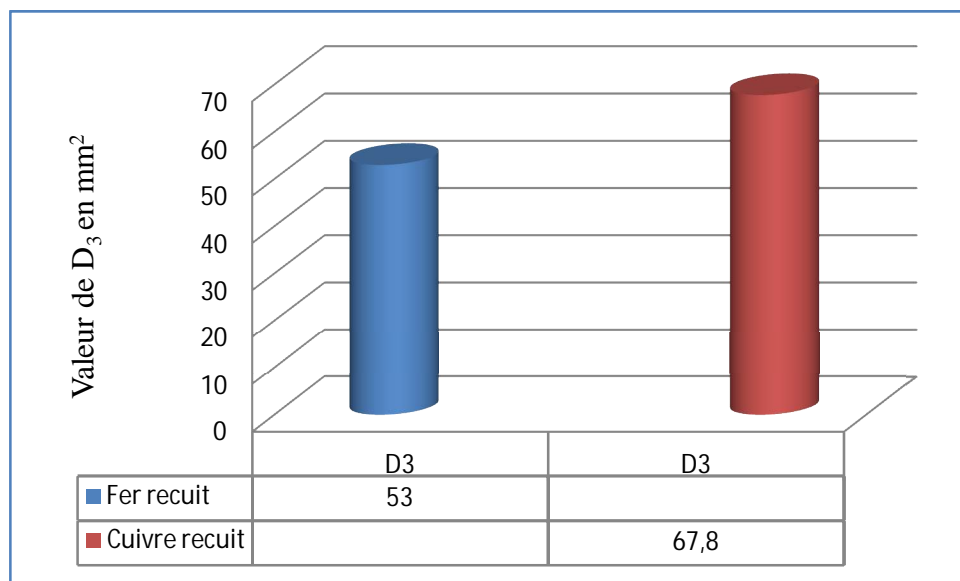


Figure III.11 : Histogramme des valeurs de D_3 du fer et du cuivre

Sur la figure III.11, le paramètre D_3 confirme aussi la ductilité du cuivre sue celle du fer :

$$D_{3\text{cu}} = 67.8 > D_{3\text{fe}} = 53 \text{ soit un rapport ductilité} = \frac{67.8}{53} = 1.27$$

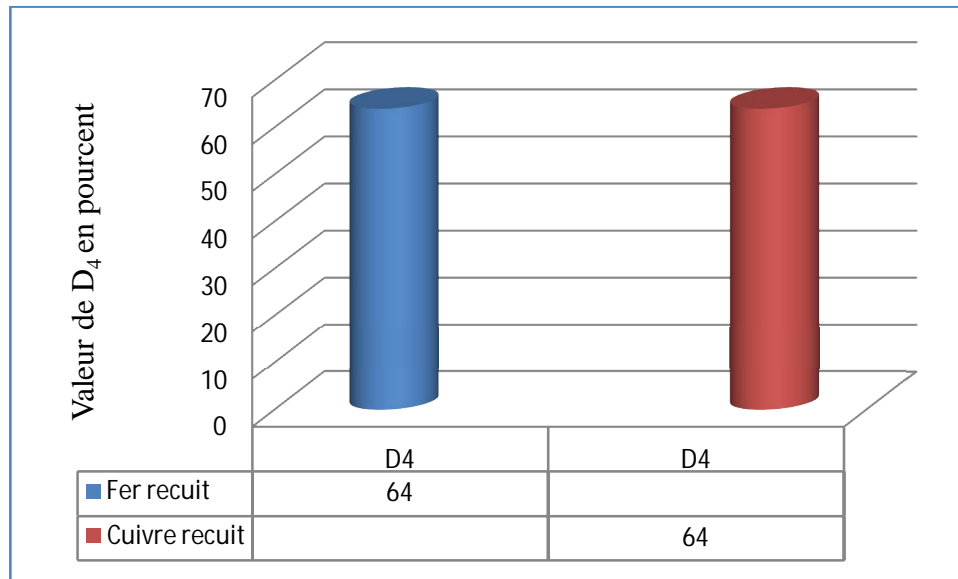


Figure III.12 : Histogramme des valeurs de D_4 du fer et du cuivre

Le paramètre D_4 du cuivre est égal à celui du fer (Figure III.12), en effet

$$D_{4\text{cu}} \% = 64 \% = D_{4\text{fe}} \% = 64 \% \text{ soit un rapport ductilité} = \frac{0.64}{0.64} = 1$$

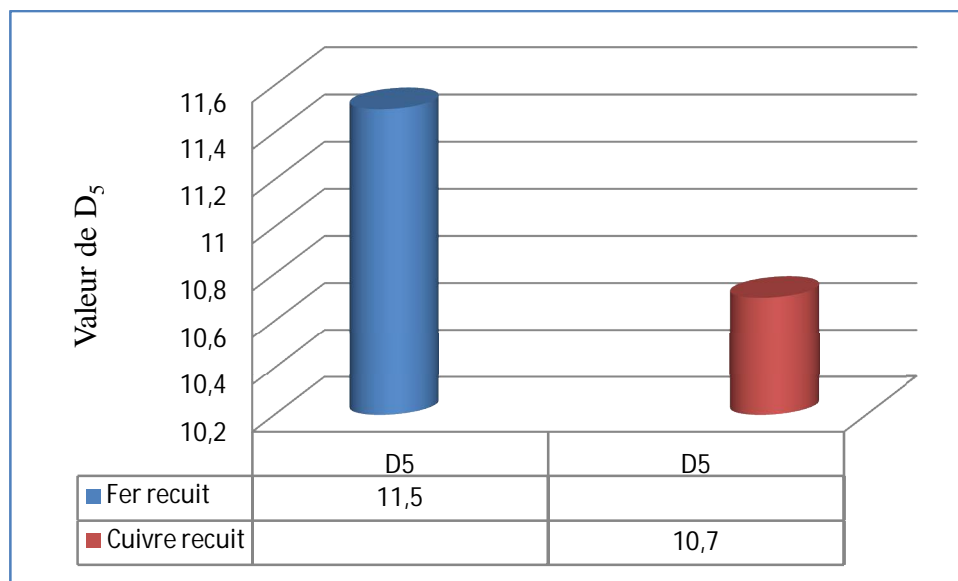


Figure III.13 : Histogramme des valeurs de D_5 du fer et du cuivre

La figure III.13 montre la ductilité du fer sur celle du cuivre comme suit :

$$D_{5\text{fe}} = 11.5 > D_{5\text{cu}} = 10.7 \text{ soit un rapport ductilité} = \frac{11.5}{10.7} = 1.07$$

D'après les différents histogrammes ci-dessus, on conclut donc à la ductilité du cuivre sur le fer car en terme statistique l'analyse des résultats des 05 approches D_1 , D_2 , D_3 , D_4 et D_5 favorisent à 60 % la ductilité du cuivre.

Ceci est d'autant plus vrai sachant que les 02 matériaux appartiennent au même réseau cubique, ils diffèrent cependant par le type de réseau qui est cfc pour le cuivre et cc pour le fer, ce qui confère au cuivre une ductilité supérieure à celle du fer à cause du nombre de systèmes de glissements.

Par conséquent l'approche D_5 est peu crédible dans ce cas de figure de contradiction entre $A\%$ et $Z\%$.

III.6. analyse comparative des valeurs de A , Z et ϵ_r avec les valeurs des approches de modélisation de la ductilité du fer recuit et du cuivre recuit:

Les calculs des différents paramètres nous ont donné les résultats suivants (tableau III.14) :

Tableau III.14 : comparatif des valeurs de A , Z et ϵ_r avec les valeurs des approches de la modélisation de la ductilité entre le fer recuit et le cuivre recuit.

Paramètres de ductilité	A	Z	ϵ_r	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5
unité	%	%	sans	sans	mm	mm ²	%	sans
Fer recuit	47.5	79.9	1.5	5.3	28.2	53	0.64	11.5
Cuivre recuit	52.8	76.2	1.4	5.4	31.5	67.8	0.64	10.7

On remarque d'après le (tableau III.14) que les paramètres D_1 , D_2 , D_3 et D_4 favorisent légèrement la ductilité du cuivre recuit sur le fer recuit et rejoignent ainsi le coefficient d'allongement A dans l'appréciation de la ductilité ($A_{\text{cuivre}} > A_{\text{fer}}$).

Le paramètre D_5 est plus grand du côté du fer recuit que du cuivre recuit et rejoint ainsi les paramètres de striction Z et le paramètre de la déformation plastique maxi ϵ_r .

Les résultats obtenus à travers les différents paramètres d'approches de la ductilité confirment dans leur ensemble la ductilité du cuivre sur le fer, ce qui est vrai car le nombre de systèmes de glissement du réseau cfc du cuivre est plus grand que celui du fer.

III.7. Choix du paramètre d'approche $D_1 = \frac{\Delta L}{d_1}$ dans la quantification de la ductilité du cuivre et du fer :

L'écart de ductilité des 02 matériaux varie d'une approche à une autre.

Pour l'approche D_1 qui est adimensionnelle l'écart de ductilité entre les deux matériaux (fer et cuivre) est de l'ordre de 0.1, les valeurs ainsi trouvées à travers l'approche D_1 et qui sont respectivement 5.4 pour le cuivre et 5.3 pour le fer confirment la ductilité du cuivre sur le fer même si l'écart de ductilité paraît très faible

L'approche D_2 qui est linéaire est favorable à la ductilité du cuivre sur le fer, on note que l'écart de ductilité à travers D_2 est $(31.5-28.2) \text{ mm} = 3.3 \text{ mm}$ cet écart est conséquent. L'approche D_3 qui est un paramètre surfacique montre à travers les résultats obtenus la ductilité du cuivre sur le fer, l'écart de ductilité à travers D_3 pour les 02 matériaux est de $(67.8-53) \text{ mm}^2 = 14.8 \text{ mm}^2$.

Quant à l'approche D_4 les résultats obtenus donnent une égalité de ductilité entre les 02 matériaux $D_{4\text{cuivre}} = 64\% = D_{4\text{fer}} = 64\%$

L'approche $D_4 = \frac{1}{2}(A + Z)$ qui représente la moyenne de sommation de l'allongement A et de la striction Z est intéressante car sa formulation par le calcul de la moyenne permet de dire qu'elle répond au mieux au problème de la contradiction entre les paramètres A et Z .

Néanmoins l'approche D_4 ne favorise pas la ductilité du cuivre sur le fer, elle propose plutôt une égalité de ductilité cela est du essentiellement à sa formulation $D_4 = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{L_1}{L_0} \right) - \left(\frac{S_1}{S_0} \right) \right]$ qui à notre avis a un défaut celui de ne pas pouvoir départager entre 02 matériaux dont les valeurs de ductilité serait très proches ce qui est le cas pour nos 02 matériaux.

Autrement dit l'approche D_4 est crédible dans le cas où l'écart de ductilité entre matériaux à tester en terme de ductilité est important, en plus son application à travers sa formulation n'est pas pratique car elle est trop longue.

Quant à l'approche D_5 les résultats obtenus ($D_{5\text{cuivre}} = 10.5$ et $D_{5\text{fer}} = 11.7$) avantagent la ductilité du fer sur le cuivre ce qui n'est pas vrai car le cuivre est plus ductile en raison de son réseau cristallographique cfc qui dispose de 12 systèmes de glissement par rapport au fer qui est de réseau cc et qui possède seulement 06 systèmes de glissement cité ci-dessus.

Les paramètres d'approches ainsi obtenus donnent des résultats qui varient selon leurs formulations, néanmoins nous avons opté pour le choix du paramètre d'approche $D_1 = \frac{\Delta L}{d_1}$ car il interprète de manière juste et efficace le comportement d'un matériau quelconque en sollicitation à travers l'essai de traction.

III.8. Représentation géométrique de l'approche D_1 pour le cuivre recuit et le fer recuit :

Pour étayer le choix du paramètre D_1 , on dresse une représentation géométrique de cette

approche à travers le $\frac{1}{2}$ triangle de ductilité et le $\frac{1}{2}$ angle de ductilité β . (figure III.14)

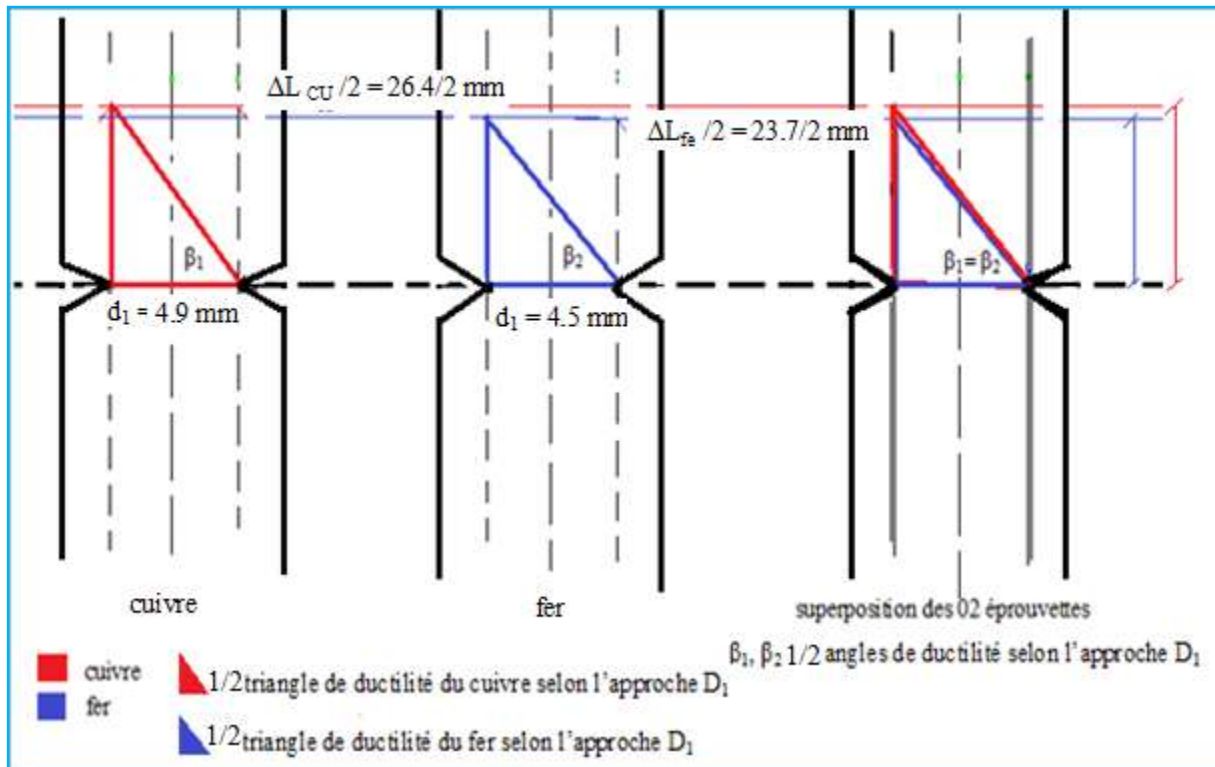


Figure III.14 : représentation géométrique de l'approche de ductilité D_1 des éprouvettes du cuivre et du fer

La (figure III.14) illustre la représentation géométrique de la ductilité à travers l'approche D_1 . L'écart entre les 02 $\frac{1}{2}$ triangles de ductilité est faible car les valeurs de ductilité pour le cuivre et le fer sont très proches. Nous concluons que la ductilité du cuivre à l'état recuit est approximativement supérieure à la ductilité du fer à l'état recuit à travers la démarche de la représentation géométrique du paramètre D_1 ce qui confirme les résultats obtenus par l'approche $D_1 = \frac{\Delta L}{d_1}$ et conforte notre choix.

III.9. Etude expérimentale de la ductilité des aciers XC18, XC38 et XC48 :

Après essai de traction sur les nuances XC18, XC38 et XC48 les résultats de la ductilité obtenus à travers les différents paramètres A , Z , ϵ_r et les paramètres d'approches D_1 , D_2 , D_3 , D_4 et D_5 montrent qu'ils sont concordants dans la quantification de la ductilité. On vérifie cet accord à travers ce qui va suivre.

III.9.1. Etude de la ductilité de l'acier XC18 :

III.9.1.1. Courbe de traction et Caractéristiques mécaniques du XC18 :

L'essai de traction du XC18 a donné la courbe moyenne suivante (figure III.15) :

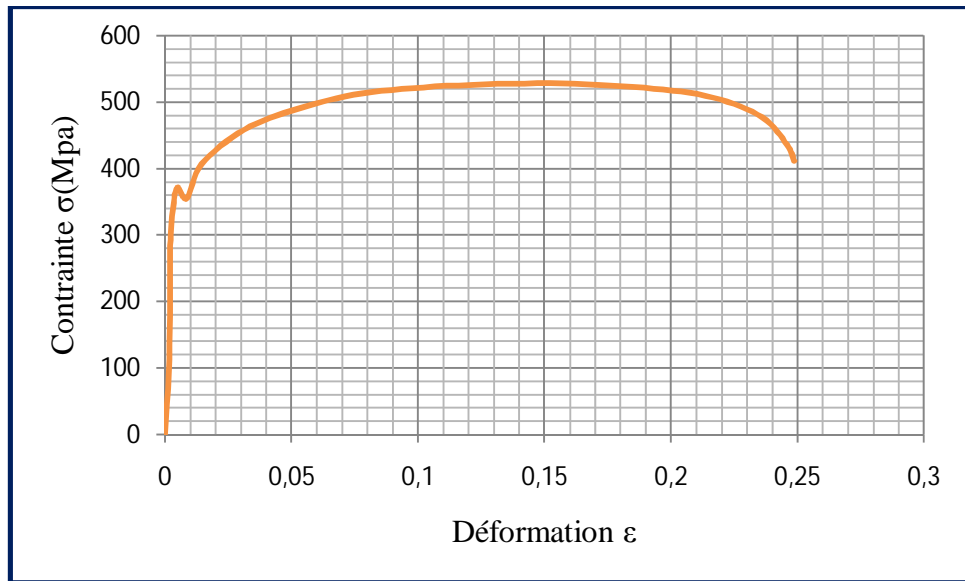


Figure III.15 : Courbes de traction moyenne de l'acier XC18

Les Caractéristiques mécaniques tirées de la courbe de traction du XC18 sont dressées dans le (tableau III.15) suivant :

Tableau III.15 : caractéristiques mécaniques du XC18

Legende	d_0	E_{Mod}	$R_p 0,2$	R_{eH}	R_{eL}	R_m
Unité	mm	GPa	MPa	MPa	MPa	MPa
éprouvette 1	10	2.1	368.6	-	-	526.6
éprouvette 2	10	2.1	370.5	-	-	527.8
éprouvette 3	10	2.1	374.4	-	-	530.1

III.9.1.2. Calcul des paramètres de ductilité A, Z et ϵ_r du XC18 :

Tableau III.16 : paramètres de ductilité A, Z et ϵ_r du XC18

Légende	L_0	L_1	d_0	d_1	L_1-L_0	$A\% = \frac{L_1 - L_0}{L_0}$	ΔS	$Z\% = \frac{\Delta S}{S_0}$	$\epsilon_r = 2 \ln \frac{d_0}{d_1}$
Unité	mm	mm	mm	Mm	mm	%	mm ²	%	Sans
éprouvette 1	50	62.7	10	6.2	12.7	25.4	48.3	61.5	0.95
éprouvette 2	50	62.5	10	6.3	12.5	25	47.3	60.3	0.92
éprouvette 3	50	62	10	6.4	12	24	46.3	59	0.89

Calcul de la moyenne des paramètres A, Z et ε_r :

Tableau III.17 : moyenne des valeurs de A, Z et ε_r du XC18

Légende	$A\% = \frac{L_0 - L_1}{L_0}$	$Z\% = \frac{\Delta S}{S_0}$	$\varepsilon_r = 2 \ln \frac{d_0}{d_1}$
Unité	%	%	sans
éprouvette 1	25.4	61.5	0.95
éprouvette 2	25	60.3	0.92
éprouvette 3	24	59	0.89
Calcul de la moyenne $\sum \frac{x_i}{3}$	24.8	60.3	0.92

III.9.1.3. Calcul des approches de modélisation de XC18 :

Tableau III.18 : dimensions initiale et finale de la longueur et du diamètre du XC18

Légende	L_0	L_1	$\Delta L = L_1 - L_0$	d_0	d_1	$\Delta d = d_0 - d_1$	S_0	S_1
Unité	mm	Mm	mm	mm	mm	mm	mm ²	mm ²
éprouvette 1	50	62.7	12.7	10	6.2	3.8	78.5	30.17
éprouvette 2	50	62.5	12.5	10	6.3	3.7	78.5	31.15
éprouvette 3	50	62	12	10	6.4	3.6	78.5	32.15

Nous allons exploiter ces résultats, pour le calcul des approches de modélisation D_1 , D_2 , D_3 , D_4 et D_5

Tableau III.19: valeurs des approches de modélisation du XC18 et calcul de la moyenne:

Légende	$D_1 = \frac{\Delta L}{d_1}$	$D_2 = \Delta L + \Delta d$	$D_3 = \frac{\Delta L \times \Delta d}{2}$	$D_4 = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{L_1}{L_0} \right) - \left(\frac{S_1}{S_0} \right) \right]$	$D_5 = \frac{L_1}{d_1} - 5$
Unité	sans	mm	mm ²	%	Sans
éprouvette 1	2	16.5	24.1	43	5.1
éprouvette 2	1.9	16.2	23.1	42	4.9
éprouvette 3	1.8	15.6	21.6	41	4.6
Moyenne des Paramètres de ductilité $\sum \frac{x_i}{3}$	1.9	16.1	22.9	42	4.8

III.9.2. Etude de la ductilité de l'acier XC38 :

III.9.2.1. Courbe de traction et Caractéristiques mécaniques du XC38 :

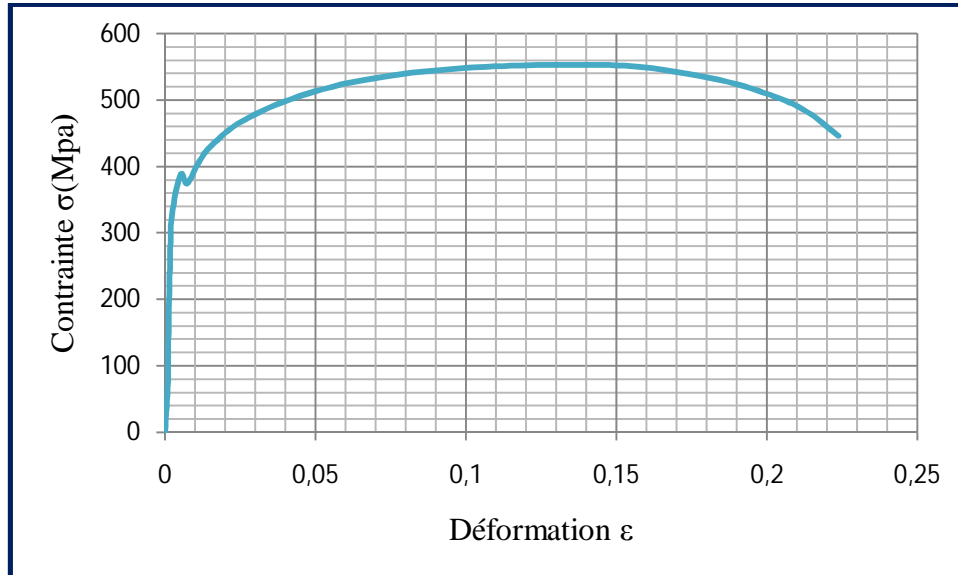


Figure III.16 : Courbe de traction moyenne de l'acier XC38

Tableau III.20 : caractéristiques mécaniques du XC38

Legende	d_0	E_{Mod}	$R_{p\ 0,2}$	R_{eH}	R_{eL}	R_m
Unité	mm	GPa	MPa	MPa	MPa	MPa
éprouvette 1	10	2.1	384.09	-	-	548.7
éprouvette 2	10	2.1	386.5	-	-	551.5
éprouvette 3	10	2.1	392.2	-	-	553.4

III.9.2.2. Calcul des paramètres de ductilité A, Z et ϵ_r du XC38 :

Tableau III.21 : paramètres de ductilité A, Z et ϵ_r du XC38

Légende	L_0	L_1	d_0	d_1	L_1-L_0	$A\% = \frac{L_1 - L_0}{L_0}$	ΔS	$Z\% = \frac{\Delta S}{S_0}$	$\epsilon_r = 2 \ln \frac{d_0}{d_1}$
Unité	mm	mm	mm	mm	mm	%	mm ²	%	Sans
éprouvette 1	50	61.3	10	6.5	11.3	22.7	45.3	57.7	0.86
éprouvette 2	50	61.1	10	7	11.1	22.2	40	51	0.71
éprouvette 3	50	60.9	10	7.2	10.9	21.9	37.8	48.2	0.65

- Calcul de la moyenne des paramètres A, Z et ϵ_r :

Tableau III.22 : moyenne des valeurs de A, Z et ε du XC38

Légende	$A\% = \frac{L_0 - L_1}{L_0}$	$Z\% = \frac{\Delta S}{S_0}$	$\varepsilon_r = 2 \ln \frac{d_0}{d_1}$
Unité	%	%	sans
éprouvette 1	22.7	57.7	0.86
éprouvette 2	22.2	50.9	0.71
éprouvette 3	21.9	48.2	0.65
Calcul de la moyenne $\sum \frac{x_i}{3}$	22.3	52.3	0.74

III.9.2.3. Calcul des approches de modélisation de XC38 :**Tableau III.23 :** dimensions initiale et finale de la longueur et du diamètre du XC38

Légende	L_0	L_1	$\Delta L = L_1 - L_0$	d_0	d_1	$\Delta d = d_0 - d_1$	S_0	S_1
Unité	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm ²	mm ²
éprouvette 1	50	61.3	11.3	10	6.5	3.5	78.5	33.2
éprouvette 2	50	61.1	11.1	10	7	3	78.5	38.5
éprouvette 3	50	60.9	10.9	10	7.2	2.8	78.5	40.7

Nous allons exploiter ces résultats, pour le calcul des approches de modélisation D_1 , D_2 , D_3 , D_4 et D_5

Tableau III.24 : valeurs des approches de modélisation du XC38 et calcul de la moyenne:

Légende	$D_1 = \frac{\Delta L}{d_1}$	$D_2 = \Delta L + \Delta d$	$D_3 = \frac{\Delta L \times \Delta d}{2}$	$D_4 = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{L_1}{L_0} \right) - \left(\frac{S_1}{S_0} \right) \right]$	$D_5 = \frac{L_1}{d_1} - 5$
Unité	sans	mm	mm ²	%	Sans
éprouvette 1	1.7	14.8	19.8	40	4.4
éprouvette 2	1.6	14.1	16.6	36	3.7
éprouvette 3	1.5	13.7	15.3	35	3.4
Moyenne des Paramètres de ductilité $\sum \frac{x_i}{3}$	1.6	14.2	19	37	3.8

III.9.3. Etude de la ductilité de l'acier XC48 :

III.9.3.1. Courbe de traction et Caractéristiques mécaniques du XC48 :

L'essai de traction du XC48 a donné la courbe moyenne suivante (figure III.17) :

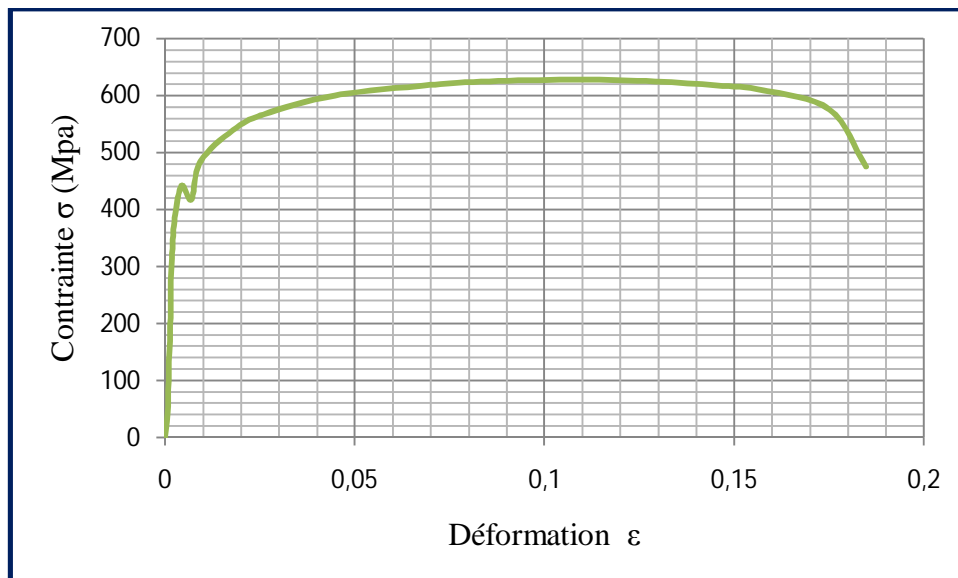


Figure III.17 : Courbe de traction moyenne de l'acier XC48

Tableau III.25 : caractéristiques mécaniques du XC48

Legende	d ₀	E _{Mod}	R _p 0,2	R _{eH}	R _{eL}	R _m
Unité	mm	GPa	MPa	MPa	MPa	MPa
éprouvette 1	10	2.1	437.7	-	-	625.4
éprouvette 2	10	2.1	445.8	-	-	630.6
éprouvette 3	10	2.1	442.6	-	-	628.5

III.9.3.2. Calcul des paramètres de ductilité A, Z et ϵ_r du XC48 :

Tableau III.26 : paramètres de ductilité A, Z et ϵ_r du XC48

Légende	L ₀	L ₁	d ₀	d ₁	L ₁ -L ₀	$A\% = \frac{L_1 - L_0}{L_0}$	ΔS	$Z\% = \frac{\Delta S}{S_0}$	$\epsilon_r = 2 \ln \frac{d_0}{d_1}$
Unité	mm	mm	mm	mm	mm	%	mm ²	%	Sans
éprouvette 1	50	59.8	10	7.4	9.8	19.6	35.5	45.2	0.6
éprouvette 2	50	57.5	10	7.8	7.5	15.2	30.7	39.1	0.4
éprouvette 3	50	58.2	10	7.6	8.2	16.4	33.1	42.1	0.5

Calcul de la moyenne des paramètres A, Z et ε_r :

Tableau III.27 : moyenne des valeurs de A, Z et ε_r du XC48.

Légende	$A\% = \frac{L_0 - L_1}{L_0}$	$Z\% = \frac{\Delta S}{S_0}$	$\varepsilon_r = 2 \ln \frac{d_0}{d_1}$
Unité	%	%	sans
éprouvette 1	19.56	45.2	0.6
éprouvette 2	17.24	39.1	0.4
éprouvette 3	18.42	42.1	0.5
Calcul de la moyenne $\sum \frac{x_i}{3}$	18.4	42.1	0.5

III.9.3.3. Calcul des approches de modélisation de XC48 :

Tableau III.28 : dimensions initiale et finale de la longueur et du diamètre du XC48

Légende	L_0	L_1	$\Delta L = L_1 - L_0$	d_0	d_1	$\Delta d = d_0 - d_1$	S_0	S_1
Unité	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm ²	mm ²
éprouvette 1	50	59.8	9.8	10	7.4	2.6	78.5	42.9
éprouvette 2	50	57.5	7.5	10	7.8	2.2	78.5	47.7
éprouvette 3	50	58.2	8.2	10	7.6	2.4	78.5	45.3

Nous allons exploiter ces résultats, pour le calcul des approches de modélisation D_1 , D_2 , D_3 , D_4 et D_5 .

Tableau III.29: valeurs des approches de modélisation du XC48 et calcul de la moyenne:

Légende	$D_1 = \frac{\Delta L}{d_1}$	$D_2 = \Delta L + \Delta d$	$D_3 = \frac{\Delta L \times \Delta d}{2}$	$D_4 = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{L_1}{L_0} \right) - \left(\frac{S_1}{S_0} \right) \right]$	$D_5 = \frac{L_1}{d_1} - 5$
Unité	sans	mm	mm ²	%	Sans
éprouvette 1	1.3	12.4	12.7	32	3
éprouvette 2	0.9	9.7	8.2	27	2.3
éprouvette 3	1	10.6	9.8	29	2.6
Moyenne des Paramètres de ductilité $\sum \frac{x_i}{3}$	1	10.9	10.2	29	2.6

III.10. Etude comparative de la ductilité des aciers XC18, XC38 et XC48 à travers les paramètres A, Z et ϵ_r :

Tableau III.30 : Valeurs de A, Z et ϵ_r des aciers XC18, XC38 et XC48

Paramètres de ductilité	A%	Z%	ϵ_r
unité	%	%	sans
XC18	24.8	60.3	0.92
XC38	22.3	52.3	0.74
XC48	18.4	42.1	0.5

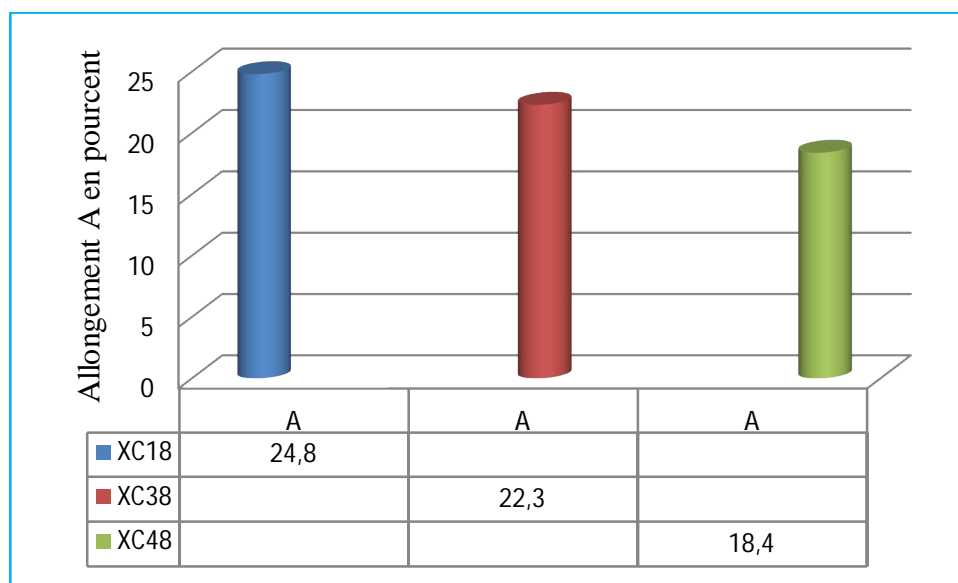


Figure III.18 : histogramme de l'allongement A% des aciers XC18, XC38 et XC48

D'après la (figure III.18) on voit que l'allongement A % de XC18 est plus grand que ceux de XC38 et XC48, il en est de même pour l'acier XC38 par rapport à XC48 cela s'explique par le pourcentage de carbone qui est un facteur fragilisant et qui se trouve en proportion relativement faible dans XC18 que dans XC38 et XC48 ; la même interprétation s'applique pour l'acier XC38 par rapport à XC48.

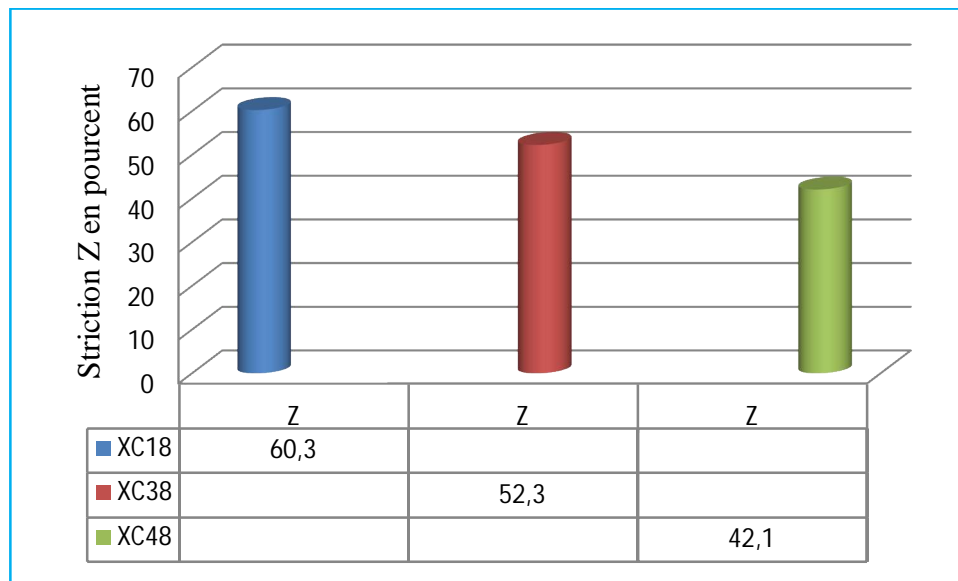


Figure III.19 : histogramme de la striction Z % des aciers XC18, XC38 et XC48

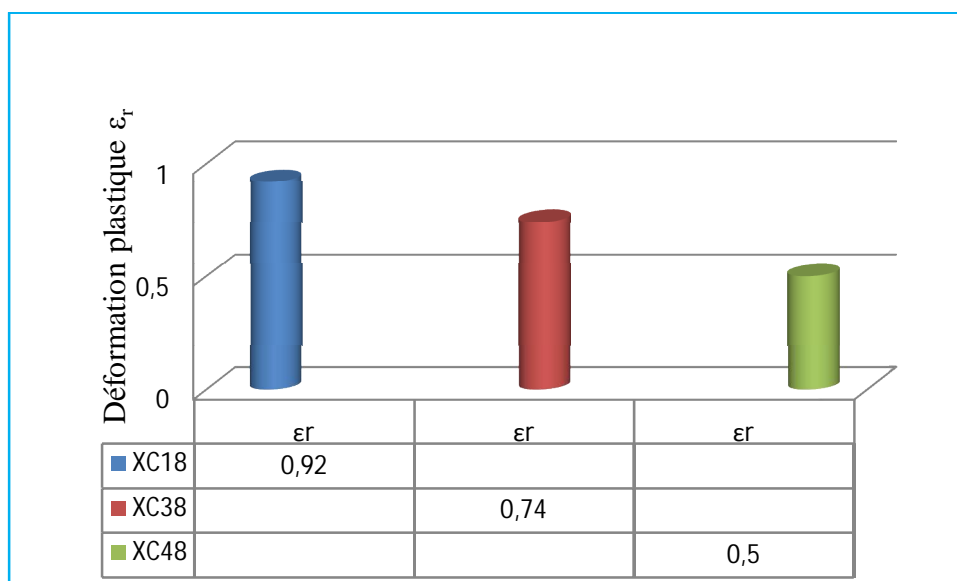


Figure III.20 : Histogramme de ϵ_r des aciers XC18, XC38 et XC48

Cette décroissance de la ductilité des aciers XC18, XC38, XC48 (figures III.18, III.19, III.20) à travers les paramètres de ductilité A, Z, ϵ_r confirme la ductilité de XC18 par rapport aux autres aciers car il contient moins de carbone (élément fragilisant), il en est de même pour le XC38 par rapport à XC48.

D'où : ductilité (XC18) > ductilité (XC38) > ductilité (XC48) est confirmée par les paramètres A, Z et ϵ_r .

III.11. Analyse comparative des approches de modélisation des aciers XC18, XC38, XC48

Tableau III.31 : moyenne de la différence de longueur ΔL de la différence du diamètre Δd et du diamètre de striction d_1 des aciers XC18, XC38 et XC48

Légende	XC18	XC38	XC48
$\Delta L_{moy} = \sum_{i=1}^{i=3} \frac{\Delta L_i}{3}$	12.4 mm	11.1 mm	8.5 mm
$\Delta d_{moy} = \sum_{i=1}^{i=3} \frac{\Delta d_i}{3}$	3.7 mm	3.1 mm	2.4 mm
$d_{1moy} = \sum_{i=1}^{i=3} \frac{d_{1i}}{3}$	6.3 mm	6.9 mm	7.6 mm

En termes d'approches de modélisation D_1 , D_2 , D_3 , D_4 et D_5 on remarque que (tableau III.32) :
Il y'a unanimité quant à la ductilité du XC18

L'ordre de la ductilité suivant : ductilité (XC18) > ductilité (XC38) > ductilité (XC48) est respecté et confirmée par les 05 paramètres d'approches.

Tableau III 32 : Etude comparative des valeurs des approches de modélisation de la ductilité des aciers XC18, XC38 et XC48

Paramètres de ductilité	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5
unité	sans	mm	mm ²	%	sans
XC18	1.9	16.1	22.9	42	4.8
XC38	1.6	14.2	19	37	3.8
XC48	1	10.9	10.2	29	2.6

La ductilité de XC18 et du XC38 sur l'acier XC48 est confirmée par les paramètres d'approches en effet le profil de la ductilité sur la (figure III.21) est illustré comme suit : ductilité (XC18) > ductilité (XC38) > ductilité (XC48) ; par conséquent on conclut que les paramètres qu'on a calculés sont cohérents et crédibles dans la quantification de la ductilité.

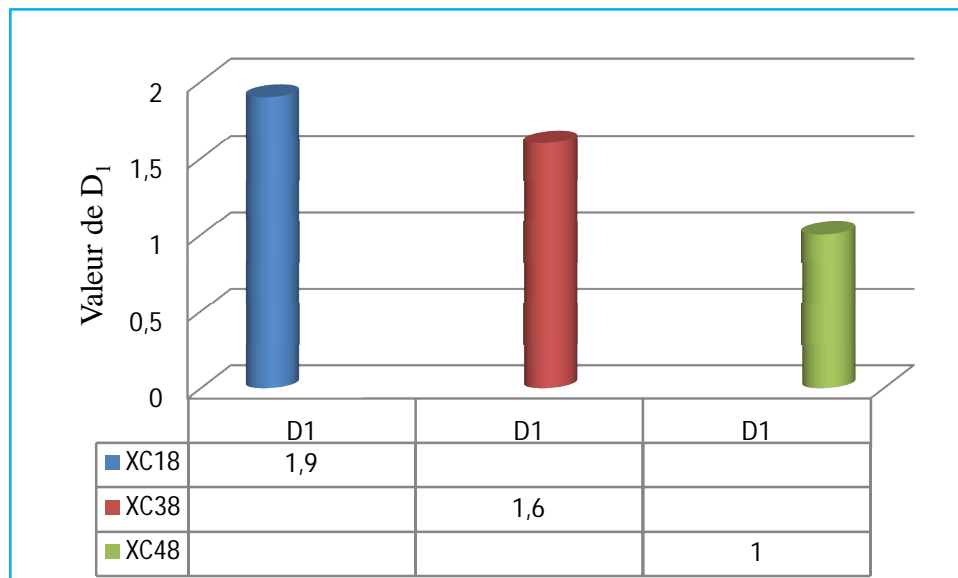


Figure III.21 : Histogramme de D_1 des aciers XC18, XC38 et XC48

Sur la figure II.21 on voit bien que la ductilité D_1 de XC18 est supérieure à celle de XC38 et XC48 ($D_{1XC18} = 1.9 > D_{1XC38} = 1.6$ et $D_{1XC18} = 1.9 > D_{1XC48} = 1$) et la ductilité D_1 de XC38 est supérieure à celle de XC48 ($D_{1XC38} = 1.6 > D_{1XC48} = 1$). Les résultats ainsi obtenus par l'approche D_1 sont en accord avec $A\%$, $Z\%$ et ε_r et confirment la ductilité du XC18 par rapport à XC38 et XC48.

Cette ductilité dans l'ordre décroissant suivant : $D_{1XC18} = 1.9 > D_{1XC38} = 1.6 > D_{1XC48} = 1$ s'explique par le pourcentage de carbone qui est un facteur fragilisant et qui est présent dans les aciers étudiés avec des pourcentages décroissants suivants :

% carbone (XC48) > % carbone (XC38) > % carbone (XC18) ; on déduit que le carbone joue un rôle dans la ductilité des métaux et des aciers en particulier, en effet le carbone contribue à l'augmentation de la dureté et la diminution de la ductilité et l'inverse est vrai.

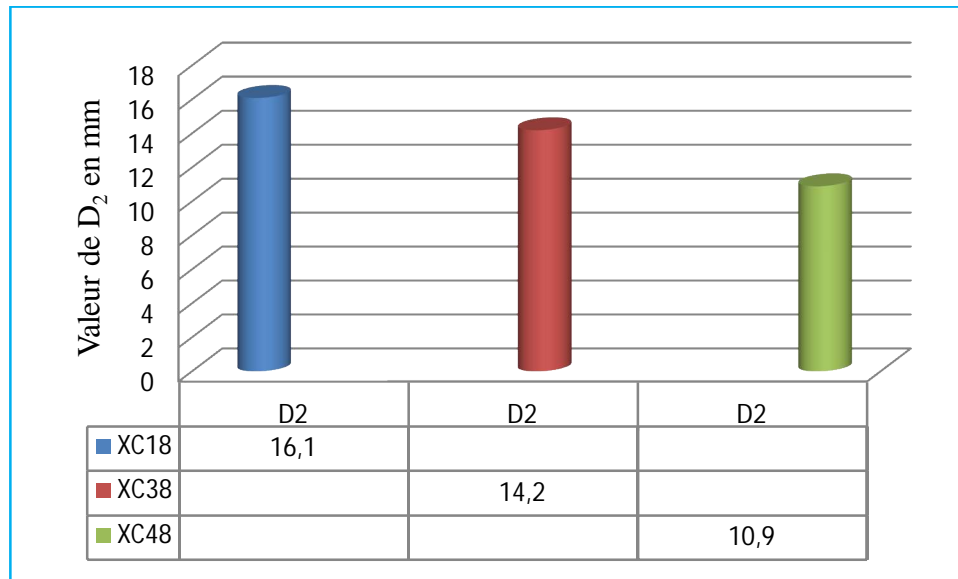


Figure III.22 : Histogramme de D_2 des aciers XC18, XC38 et XC48

L'approche D_2 à travers la figure III.22 confirme aussi la ductilité des aciers XC18, XC38 et XC48 dans l'ordre suivant : $D_{2XC18} = 16.1 > D_{2XC38} = 14.2 > D_{2XC48} = 10.9$; par conséquent les résultats de l'approche D_2 sont crédibles.

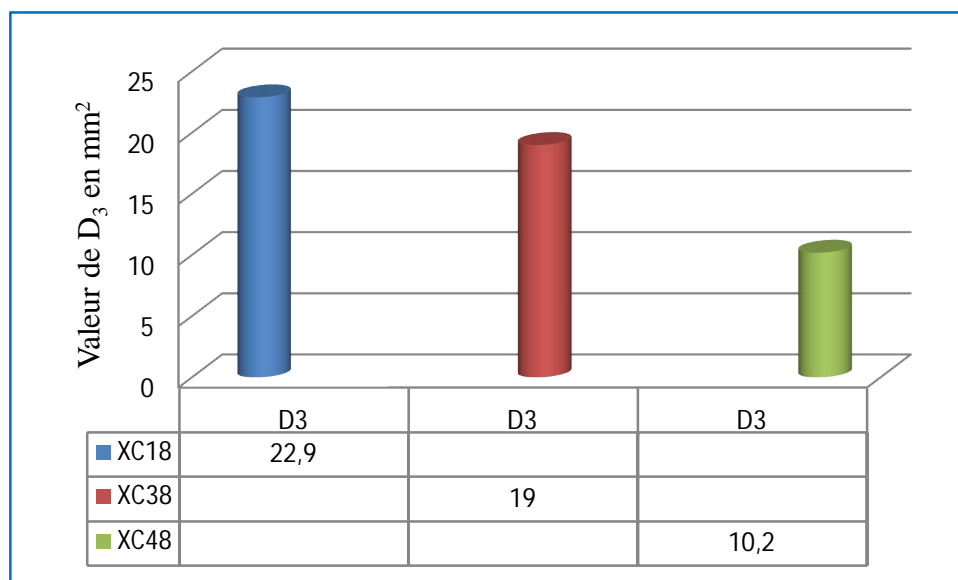


Figure III.23 : Histogramme de D_3 des aciers XC18, XC38 et XC48

La figure III.23 nous donne les résultats de l'approche D_3 , on remarque que l'ordre de classement de la ductilité des aciers XC18, XC38 et XC48 est tels que :

$$D_{3XC18} = 22.9 > D_{3XC38} = 19 > D_{3XC48} = 10.2$$

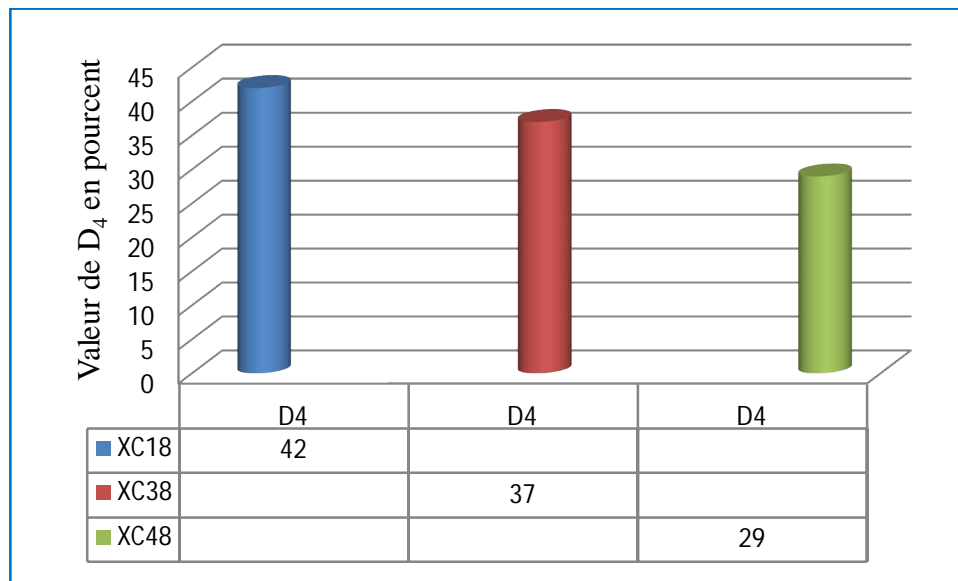


Figure III.24 : Histogramme de D_4 des aciers XC18, XC38 et XC48

L'approche de la moyenne de sommation D_4 conforte elle aussi la ductilité de l'acier XC18, l'ordre de ductilité suivant (Figure III.24) : $D_{4XC18} = 42 > D_{4XC38} = 37 > D_{4XC48} = 29$ est crédible et justifié.

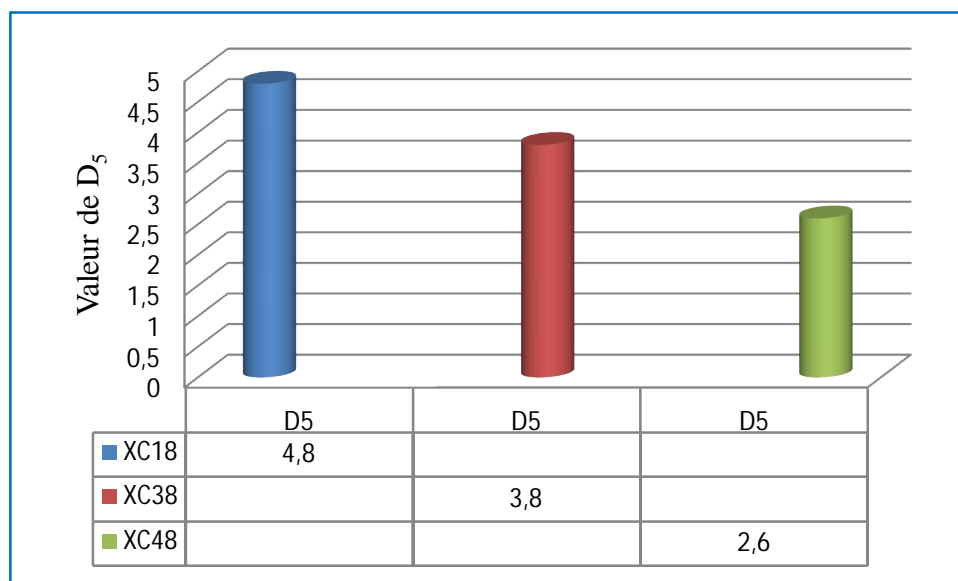


Figure III.25 : Histogramme de D_5 des aciers XC18, XC38 et XC48

La figure III.25 montre la ductilité des aciers XC18, XC38 et XC48 à travers l'approche D_5 dans l'ordre suivant : $D_{5XC18} = 4.8 > D_{5XC38} = 3.7 > D_{5XC48} = 2.6$ ce qui est vrai.

III.12. représentation géométrique de l'approche D_1 pour les aciers XC18, XC38 et XC48 :

D'après la représentation géométrique (figure III.26) nous remarquons une décroissance de l'angle β et une augmentation de la base du triangle rectangle au dépend de la hauteur.

La base du triangle étant le diamètre de striction et la hauteur est l'allongement.

Selon notre approche $D_1 = \frac{\Delta L}{d_1}$ c'est l'angle β qui détermine la ductilité du matériau, par

conséquent c'est l'acier XC18 qui est le plus ductile car son angle β_1 est le plus grand.

On remarque aussi que le XC38 présente un angle β_2 plus grand que β_3 de l'acier XC48, on en déduit que XC38 est plus ductile que XC48.

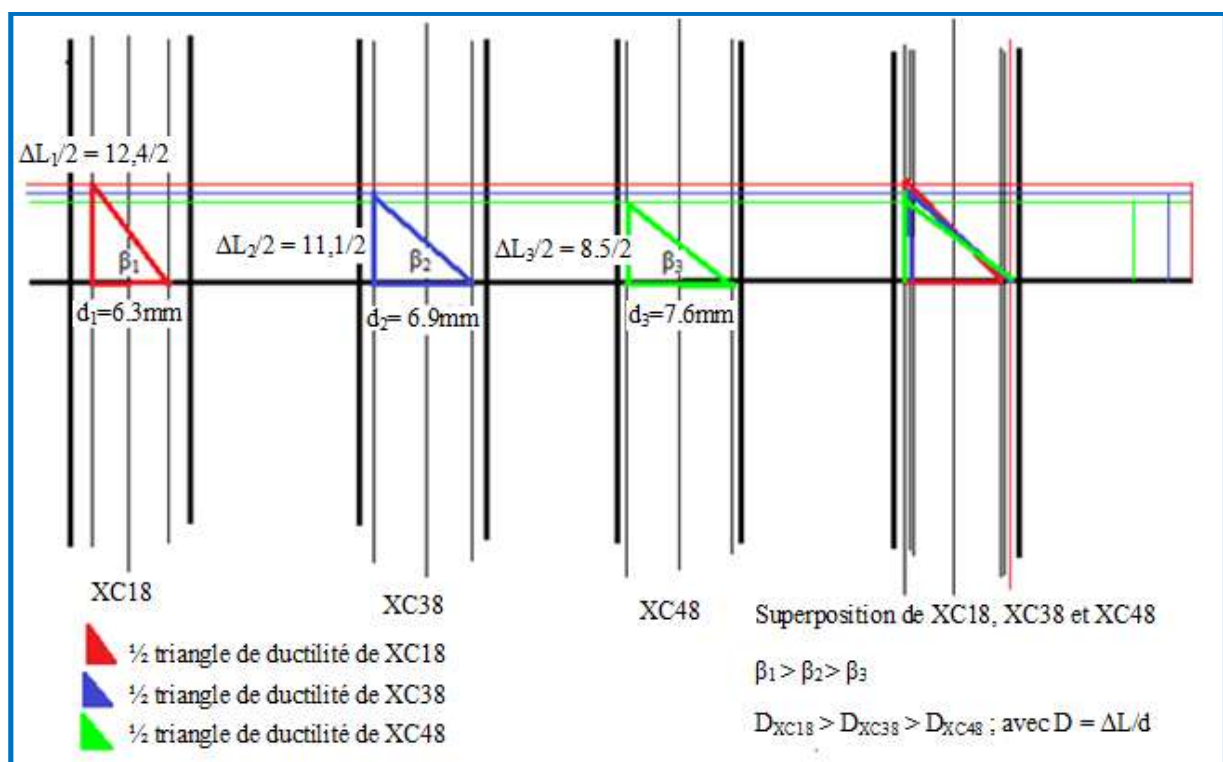


Figure III.26 : représentation géométrique de l'approche D_1 des aciers XC18, XC38 et XC48

III.13. Etude comparative générale de la ductilité des aciers XC18, XC38 et XC48

L'étude comparative générale de la ductilité des aciers XC18, XC38 et XC48 (tableau III.33) montre que la ductilité est une grandeur mesurable et quantifiable par plusieurs paramètres. Ces paramètres D_1 , D_2 , D_3 , D_4 et D_5 ont prouvé qu'ils sont cohérents dans la quantification de la ductilité.

L'analyse comparative de la ductilité entre les paramètres A, Z, ε_r et les approches de modélisation D₁, D₂, D₃, D₄ et D₅ des aciers XC18, XC38 et XC48 montre une harmonie dans quantification de la ductilité, en effet tous les paramètres calculés vérifient la ductilité dans l'ordre suivant :

ductilité (XC18) > ductilité (XC38) > ductilité (XC48).

Tableau III.33 : Etude comparative générale de la ductilité des aciers XC18, XC38 et XC48

Paramètres de ductilité	A%	Z%	ε_r	D ₁	D ₂	D ₃	D ₄	D ₅
	%	%	sans	sans	mm	mm ²	%	Sans
XC18	24.8	60.3	0.92	1.9	16.1	22.9	42	4.8
XC38	22.3	52.3	0.74	1.6	14.2	19	37	3.8
XC48	18.4	42.1	0.5	1	10.9	10.2	29	2.6

La (figure III.30) confirme notre affirmation à travers les triangles de ductilité de D₁ suivant : ductilité (XC18) > ductilité (XC38) > ductilité (XC48). Cette inégalité est vérifiée par tous les paramètres. Nous concluons que les 05 paramètres d'approches ont fait leur preuve quant à leurs fiabilité, en effet les résultats obtenus sont cohérents et réalistes confirmés par les travaux expérimentaux.

Le paramètre d'approche $D_1 = \frac{\Delta L}{d_1}$ a montré son efficacité dans l'étude de la ductilité des aciers XC18, XC38 et XC48 à travers les résultats numériques obtenus et surtout la représentation géométrique qu'il propose à travers le triangle de ductilité et l'angle de ductilité.

III.14. Vérification de l'application générale du paramètre d'approche $D_1 = \frac{\Delta L}{d_1}$

Soit 02 éprouvettes normalisées de matériaux métalliques de mêmes dimensions initiales L₀, d₀.

Après essai de traction on obtient les cas possibles suivants :

1er cas : A₁ > A₂ et Z₁ > Z₂

Si A₁ > A₂ → ΔL₁ > ΔL₂ et si Z₁ > Z₂ → d₁ < d₂ ; donc : $\frac{\Delta L_1}{d_1} > \frac{\Delta L_2}{d_2}$. (Figure III.27)

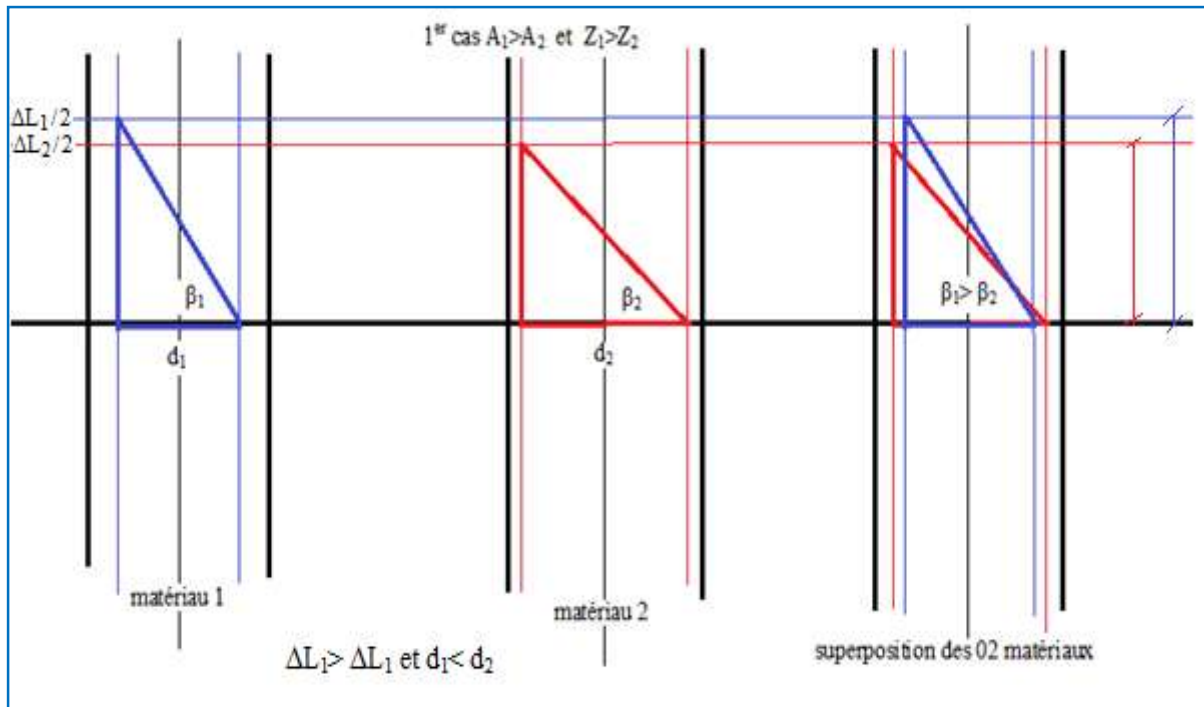


Figure III.27 : représentation géométrique de l'approche D_1 de 02 matériaux 1 et 2 d'allongement $A_1 > A_2$ et de striction $Z_1 > Z_2$

D'après (figure III.31) on voit que le triangle de ductilité du matériau 1 a un angle de ductilité $\beta_1 > \beta_2$ du triangle de ductilité du matériau 2 ce qui implique que: $tg\beta_1 > tg\beta_2$.

D'où on conclut que d'après l'approche $D_1 = tg\beta = \frac{\Delta L}{d_1}$, le matériau 1 est plus ductile que le matériau 2

Ce cas est représentatif des aciers XC18, XC38, XC48 qu'on a étudié et qui présentent une ductilité comme suit: en terme d'allongement $A_1 > A_2 > A_3$ et en terme de striction: $Z_1 > Z_2 > Z_3$

2ème cas : $A_1 < A_2$ et $Z_1 < Z_2$

Si $A_1 < A_2 \rightarrow \Delta L_1 < \Delta L_2$ et si $Z_1 < Z_2 \rightarrow d_1 > d_2$; donc: $\frac{\Delta L_1}{d_1} < \frac{\Delta L_2}{d_2}$

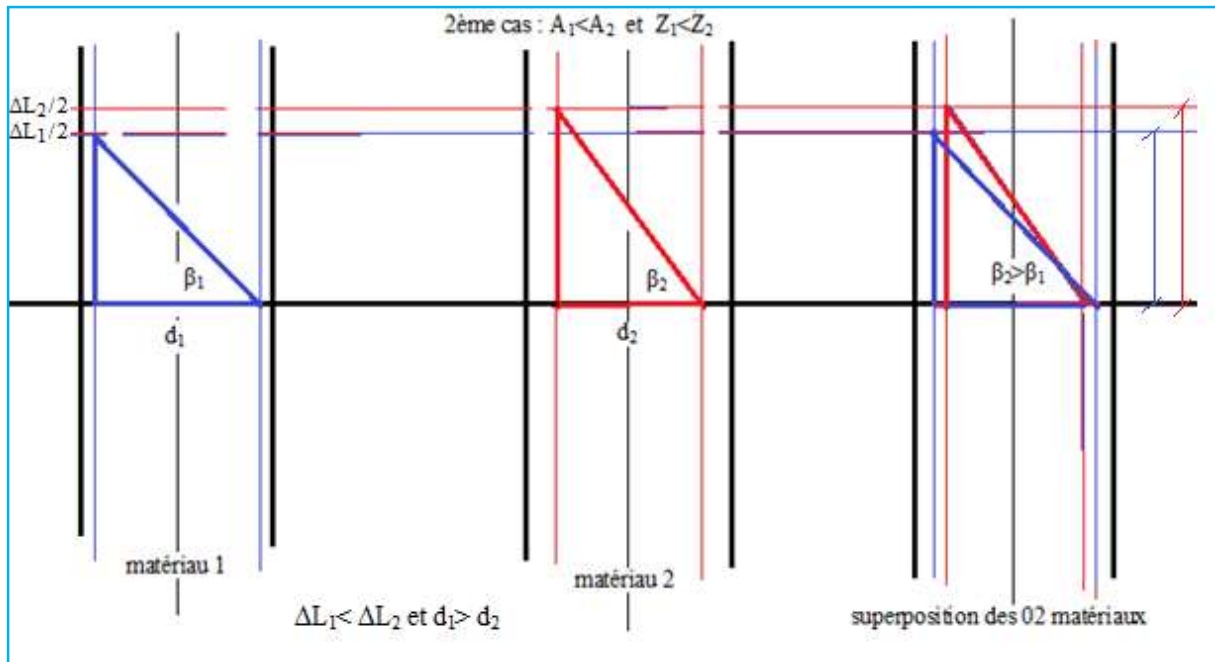


Figure III.28 : représentation géométrique de l'approche D_1 de 02 matériaux 1 et 2 d'allongement $A_1 < A_2$ et de striction $Z_1 < Z_2$.

D'après (figure III.28) on voit que le triangle de ductilité du matériau 2 a un angle de ductilité $\beta_2 > \beta_1$ du triangle de ductilité du matériau 1 ce qui implique que $tg\beta_2 > tg\beta_1$.

on conclut d'après l'approche $D_1 = tg\beta = \frac{\Delta L}{d_1}$, que le matériau 2 est plus ductile que le matériau 1

3ème cas : $A_1 > A_2$ et $Z_1 < Z_2$

Si $A_1 > A_2 \rightarrow \Delta L_1 > \Delta L_2$ et si $Z_1 < Z_2 \rightarrow d_1 > d_2$;

on a 03 possibilités :

$$\frac{\Delta L_1}{d_1} > \frac{\Delta L_2}{d_2} ; \frac{\Delta L_1}{d_1} < \frac{\Delta L_2}{d_2} ; \frac{\Delta L_1}{d_1} = \frac{\Delta L_2}{d_2}$$

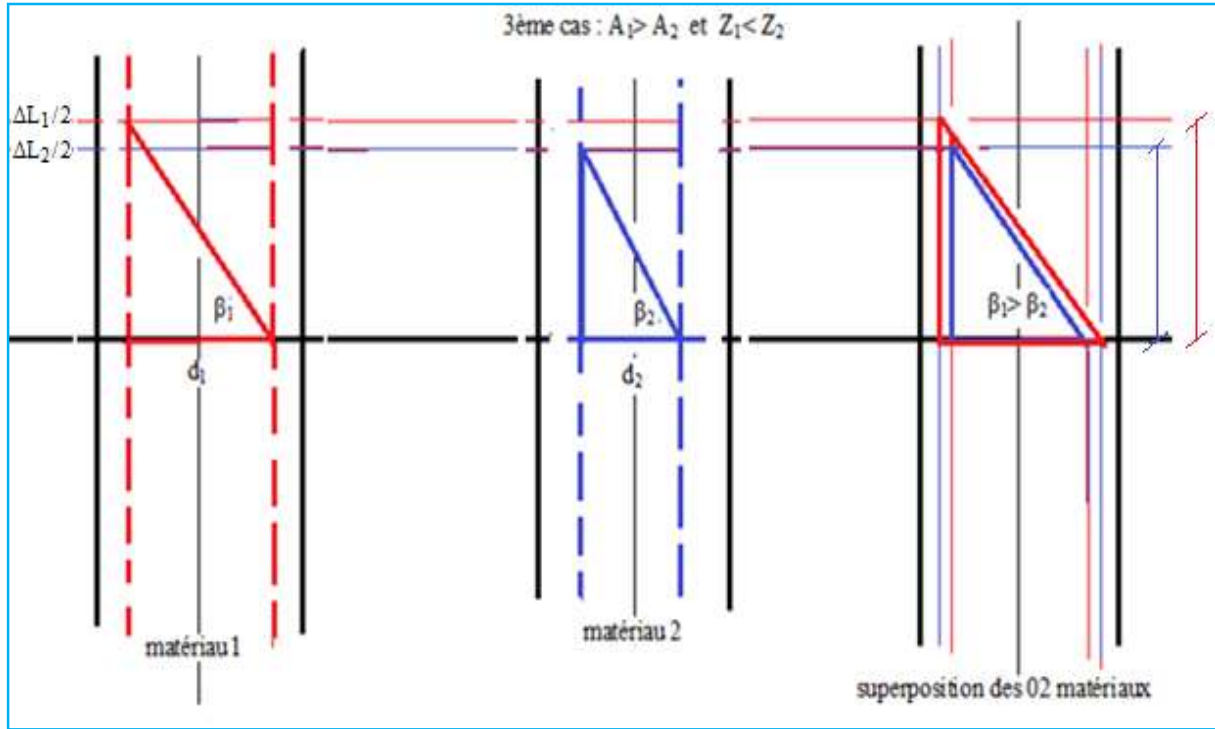


Figure III.29 : représentation géométrique de l'approche D_1 de 02 matériaux 1 et 2 d'allongement $A_1 > A_2$ et de striction $Z_1 < Z_2$.

Possibilité 1 : $\frac{\Delta L_1}{d_1} > \frac{\Delta L_2}{d_2}$,

D'après (figure III.29) on voit que le triangle de ductilité du matériau1 a un angle de ductilité $\beta_1 > \beta_2$ du triangle de ductilité du matériau2 ce qui implique que $tg\beta_1 > tg\beta_2$.

on conclut d'après l'approche $D_1 = tg\beta = \frac{\Delta L}{d_1}$, que le matériau1 est plus ductile que le matériau2

La 3ème possibilité est un cas particulier :

Avec $\Delta L_1 \neq \Delta L_2$ et $\Delta d_1 \neq \Delta d_2$ on obtient malgré tout l'égalité :

$$\frac{\Delta L_1}{d_1} = \frac{\Delta L_2}{d_2}$$

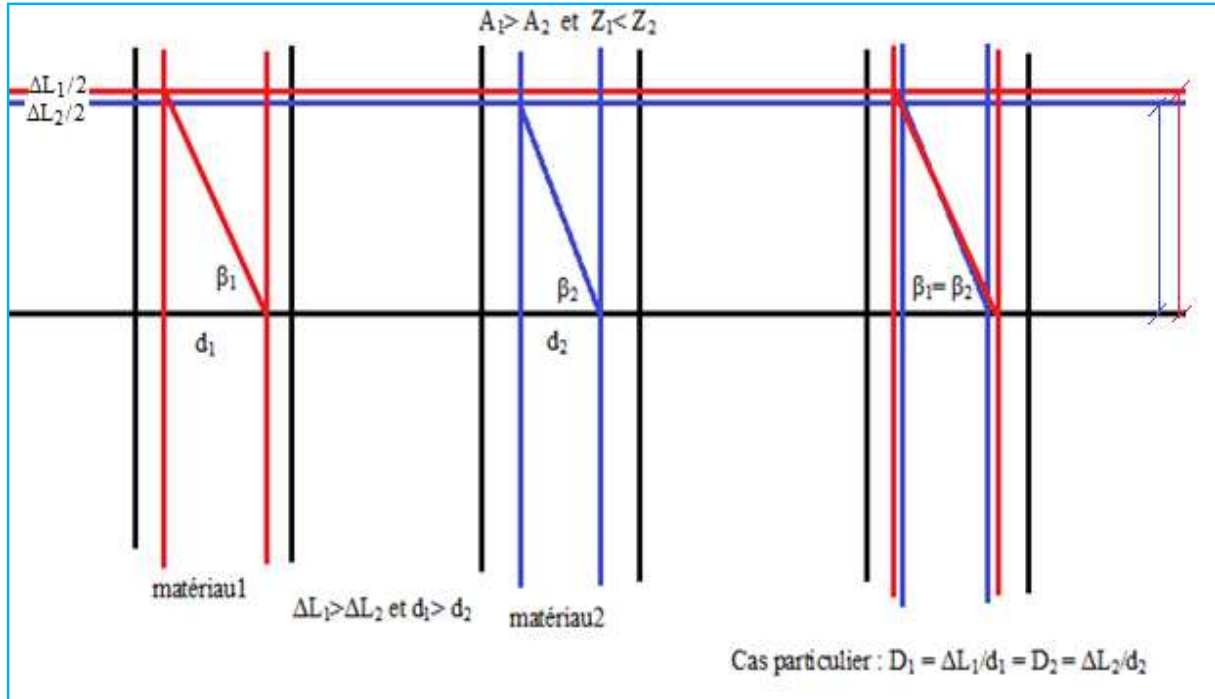


Figure III.30 représentation géométrique de l'approche D_1 de 02 matériaux 1 et 2

d'allongement $A_1 > A_2$ et de striction $Z_1 < Z_2$ avec superposition des triangles 1 et 2.

D'après (figure III.30) on voit que le triangle de ductilité du matériau 1 a un angle de ductilité $\beta_1 = \beta_2$ du triangle de ductilité du matériau 2 ce qui implique que $\tan \beta_2 = \tan \beta_1$.

D'après l'approche $D_1 = \tan \beta = \frac{\Delta L}{d_1}$, le matériau 1 et le matériau 2 ont même ductilité.

4ème cas : $A_1 < A_2$ et $Z_1 > Z_2$

Si $A_1 < A_2 \rightarrow \Delta L_1 < \Delta L_2$ et si $Z_1 > Z_2 \rightarrow d_1 < d_2$;

on a aussi 03 possibilités :

$$\frac{\Delta L_1}{d_1} > \frac{\Delta L_2}{d_2} ; \frac{\Delta L_1}{d_1} < \frac{\Delta L_2}{d_2} ; \frac{\Delta L_1}{d_1} = \frac{\Delta L_2}{d_2}$$

ce 4^{ème} cas est identique que le 3^{ème} cas il suffit de permuter les matériaux entre eux, on retrouve les mêmes graphiques.

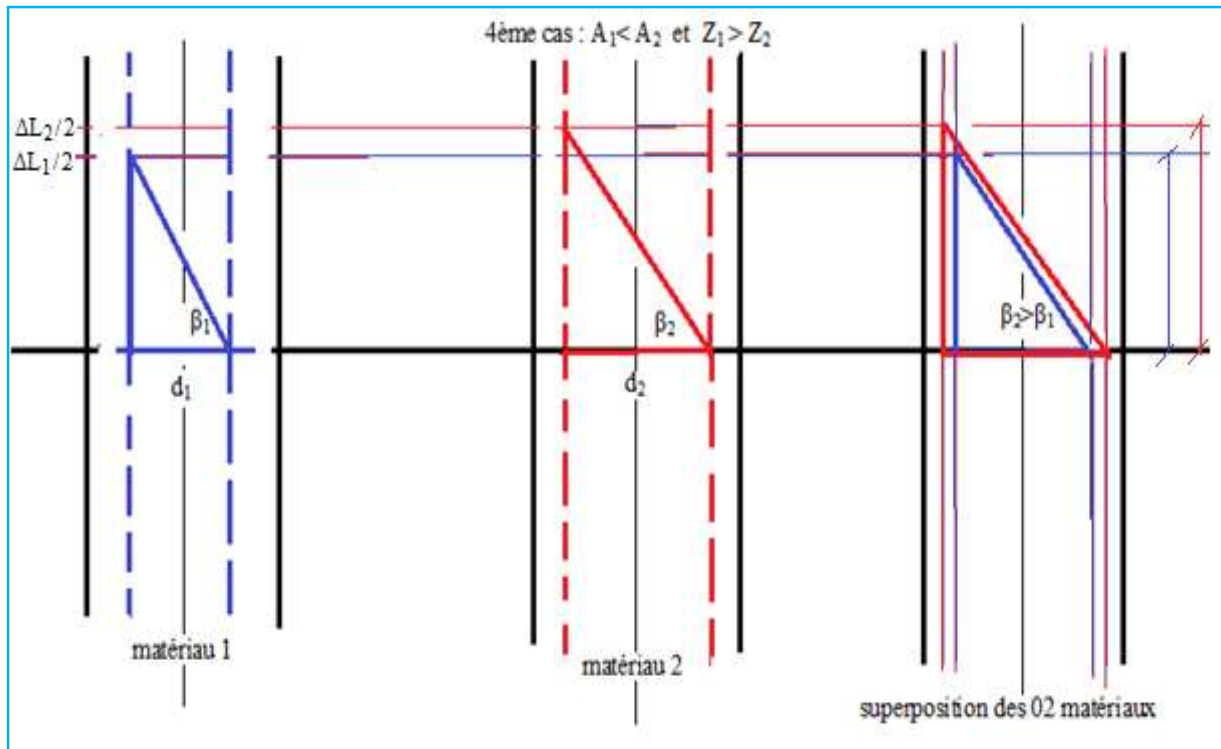


Figure III.31 : représentation géométrique de l'approche D_1 de 02 matériaux 1 et 2 d'allongement $A_1 < A_2$ et de striction $Z_1 > Z_2$

D'après (figure III.31) on voit que le triangle de ductilité du matériau 2 a un angle de ductilité $\beta_2 > \beta_1$ du triangle de ductilité du matériau 1 ce qui implique que $tg\beta_2 > tg\beta_1$.

on conclut d'après l'approche $D_1 = tg\beta = \frac{\Delta L}{d_1}$, que le matériau 2 est plus ductile que le matériau 1.

5ème cas : $A_1 = A_2$ et $Z_1 = Z_2$

Si $A_1 = A_2 \rightarrow \Delta L_1 = \Delta L_2$ et si $Z_1 = Z_2 \rightarrow d_1 = d_2$; donc : $\frac{\Delta L_1}{d_1} = \frac{\Delta L_2}{d_2}$

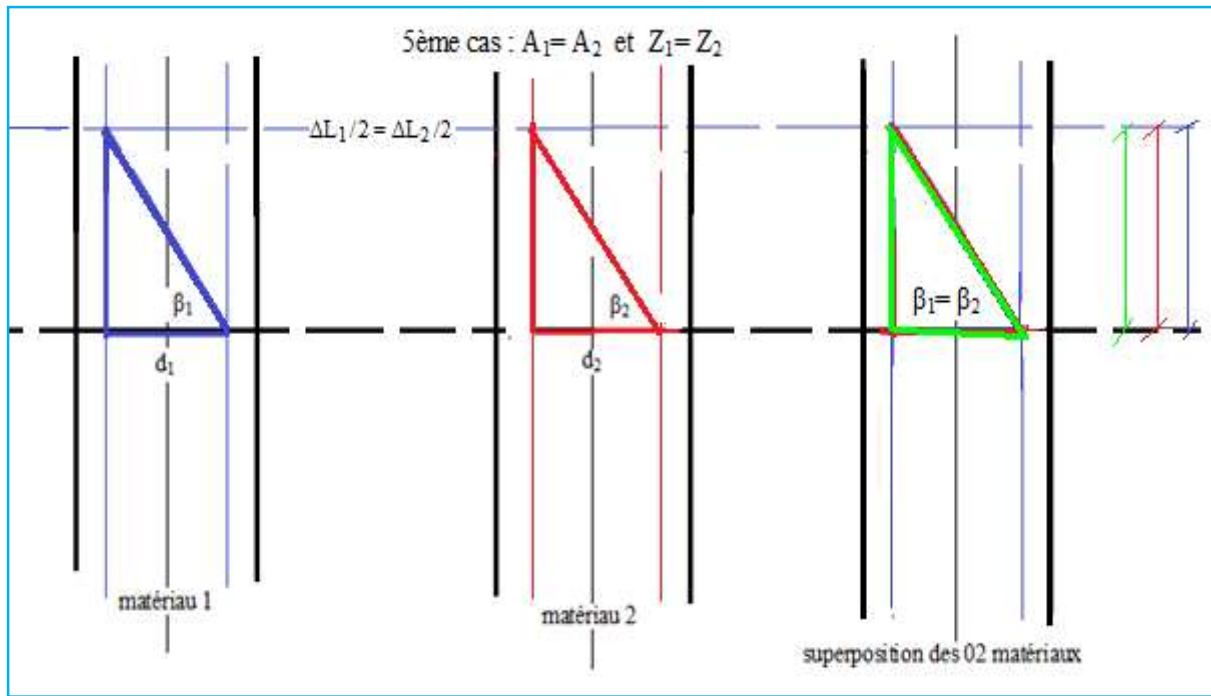


Figure III.32 : représentation géométrique de l'approche D_1 de 02 matériaux 1 et 2 d'allongement $A_1 = A_2$ et de striction $Z_1 = Z_2$.

D'après (figure III.32) on voit que les 02 triangles sont parfaitement confondus du fait : $d_1 = d_2$ et $\Delta L_1 = \Delta L_2$ ce qui implique que : $tg\beta_1 = tg\beta_2$.

D'où on conclut d'après l'approche $D_1 = tg\beta = \frac{\Delta L}{d_1}$, que les matériaux 1 et 2 ont même ductilité .

En conclusion à travers ces différents cas de figures, le paramètre d'approche D_1 a montré qu'il est un paramètre généraliste valable et crédible .sa crédibilité réside dans le fait qu'il tient compte des 02 déformations; la déformation longitudinale à travers ΔL et la déformation transversale à travers le diamètre de striction d_1 ; et c'est réellement le cas en déformation par traction les 02 déformations inter-réagissent entre elles.

Le paramètre d'approche D_1 a fait ses preuves quant à sa fiabilité, en effet les résultats obtenus sont cohérents et réalistes confirmés par les travaux expérimentaux.

Aussi la représentation géométrique du paramètre D_1 est un support intéressant car elle schématise la ductilité des matériaux en utilisant le triangle de ductilité et l'angle de ductilité que nous avons présentés.

Par conséquent c'est la formulation numérique simple et crédible de l'approche $D_1 = \frac{\Delta L}{d_1}$ appuyée par sa représentation géométrique à travers le triangle de ductilité et l'angle de ductilité qui a motivé notre choix pour ce paramètre.

CONCLUSION

**Etude et approche de modélisation de la ductilité des métaux
en déformation par traction**

Conclusion

Dans le cadre de ce mémoire, notre travail consiste à élaborer des modèles de calcul de la ductilité des métaux en mettant en œuvre 05 approches de modélisation.

Le thème de notre travail est motivé par le fait que les paramètres de caractérisation de la ductilité à savoir : l'allongement pourcent A , et la striction pourcent Z présentent parfois une anomalie dans l'appréciation de la ductilité dans la mesure ou pour deux matériaux métalliques de compositions différentes ayant des allongements respectifs A_1 , A_2 et des strictions respectives Z_1 , Z_2 on peut avoir la contradiction suivante : $A_1 > A_2$ et $Z_1 < Z_2$

Dans la partie expérimentale, nous avons cherché à montrer la contradiction entre les 02 paramètres $A\%$ et $Z\%$ à travers des essais de traction sur des éprouvettes à l'état recuit de fer et de cuivre et les résultats qu'on a obtenu ont confirmé cette anomalie en effet :

$$(A_{\text{cuivre}} = 52.6\% > A_{\text{fer}} = 47.5\%).$$

$$(Z_{\text{fer}} = 79.93\% > Z_{\text{cuivre}} = 75.39\%).$$

Afin de remédier à cette problématique, nous avons établi 05 approches de modélisation comme suit :

Approche 1 : approche de modélisation géométrique de la ductilité en fonction de l'allongement et du diamètre de striction: $D_1 = \frac{\Delta L}{d_1}$

-Approche 2 : approche de modélisation de la ductilité par la sommation de l'allongement réparti et de striction avec la réduction du diamètre : $D_2 = \Delta L + \Delta d$

-Approche 3 : approche de modélisation de la ductilité par le produit vectoriel de l'allongement total et le palier de striction \overrightarrow{EB} : $D_3 = \frac{\Delta L \times \Delta d}{2}$

-Approche 4 : approche de modélisation de la ductilité par la moyenne de sommation de l'allongement A et de la striction Z : $D_4 = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{L_1}{L_0} \right) - \left(\frac{S_1}{S_0} \right) \right]$

-Approche 5 : approche de modélisation analytique de la ductilité basée sur les dimensions géométriques des éprouvettes avant et après essai $D_5 = K - 5$. Avec $K = \frac{L_1}{D_1}$

Ces (05) approches de modélisation, ont été testées en premier lieu sur les éprouvettes à l'état recuit de fer et de cuivre pour savoir lequel des deux matériaux est le plus ductile, les résultats obtenus ont confirmé la ductilité du cuivre sur le fer à travers les paramètres d'approches de la ductilité D_1 , D_2 , D_3 et D_4 .

En second lieu, nous avons testé les 05 approches de modélisation sur les aciers XC18, XC38 et XC48, les résultats obtenus ont confirmé la ductilité des aciers dans l'ordre suivant : ductilité (XC18) > ductilité (XC38) > ductilité (XC48).

En effet XC18 est plus ductile que XC38 et XC48 car il contient moins de carbone qui est un élément fragilisant, de même pour XC38 par rapport à XC48.

Enfin nous avons choisi le paramètre d'approche $D_1 = \frac{\Delta L}{d_1}$ car il quantifie et schématise de manière simple, juste et efficace la ductilité des matériaux en général et des matériaux métalliques en particulier.

La fiabilité de $D_1 = \frac{\Delta L}{d_1}$ réside dans le fait qu'il met en action l'allongement ΔL et le diamètre de striction d_1 simultanément, il définit de manière appropriée la ductilité et la quantifie efficacement, et élimine toute contradiction ou anomalie d'appréciation de la ductilité entre l'allongement A et la striction Z, cela à été confirmée par les tests expérimentaux effectués aussi bien sur les métaux que sur les aciers au carbone.

L'avantage que présente l'approche D_1 réside aussi dans sa représentation géométrique en effet le triangle de ductilité et l'angle de ductilité que nous avons proposé à travers D_1 illustrent efficacement l'évolution de la ductilité du matériau en sollicitation par traction et nous donnent un graphique de la ductilité de n'importe quel matériau.

En conclusion notre choix pour le paramètre d'approche $D_1 = \frac{\Delta L}{d_1}$ est justifié par le fait que cette approche est crédible à travers ces résultats et surtout sa représentation géométrique.

ANNEXES

**Etude et approche de modélisation de la ductilité des métaux
en déformation par traction**

Material	Elastic Modulus E	0.2% Yield Strength $\sigma_{0.2}$	Ultimate Strength σ_u	Elongation ¹ $100\epsilon_f$	Reduction in Area %RA
	GPa (10 ³ ksi)	MPa (ksi)	MPa (ksi)	%	%
Ductile cast iron A536 (65-45-12)	159 (23)	334 (49)	448 (65)	15	19.8
AISI 1020 steel as rolled	203 (29.4)	260 (37.7)	441 (64)	36	61
ASTM A514, T1 structural steel	208 (30.2)	724 (105)	807 (117)	20	66
AISI 4142 steel as quenched	200 (29)	1619 (235)	2450 (355)	6	6
AISI 4142 steel 205°C temper	207 (30)	1688 (245)	2240 (325)	8	27
AISI 4142 steel 370°C temper	207 (30)	1584 (230)	1757 (255)	11	42
AISI 4142 steel 450°C temper	207 (30)	1378 (200)	1413 (205)	14	48
18 Ni maraging steel (250)	186 (27)	1791 (260)	1860 (270)	8	56
SAE 308 cast aluminum	70 (10.2)	169 (25)	229 (33)	0.9	1.5
2024-T4 aluminum	73.1 (10.6)	303 (44)	476 (69)	20	35
7075-T6 aluminum	71 (10.3)	469 (68)	578 (84)	11	33
AZ91C-T6 cast magnesium	40 (5.87)	113 (16)	137 (20)	0.4	0.4

Note: ¹Typical values from [Boyer 85] are listed in most cases.
Sources: Data in [Conle 84] and [SAE 89].

Valeurs typiques tirées de (Boyer 85) ; Sources : données (Conle 84) et (SAE 89)

Graph recognition by CurveUnscan.

Copyright 2000-2005 by SquarePoint Software.

Bitmap file :

D:\badri 1.jpg

Curve 1 fer recuit

X	Y
0	0
0	145
0,01	152,39
0,01	158,75
0,04	190,34
0,09	209,78
0,15	217,88
0,17	221,76
0,29	225,06
0,31	224,56
0,35	223,06
0,39	220,06
0,4	217,55
0,42	215,38
0,43	210,85
0,44	208,18
0,45	202,33
0,47	189,25
0,47	188,56
0,48	182,06

Graph recognition by
CurveUnscan.

Bitmap file :

D:\badri 1.jpg

Curve 2 cuivre recuit

X	Y
0	0
0	190,53
0,01	210,66
0,07	248,47
0,15	262,86
0,2	266,36
0,23	268,77
0,33	270,35
0,4	271
0,49	267,25
0,519	250,23
0,53	218,25

Graph recognition by CurveUnscan.
Copyright 2000-2005 by SquarePoint Software.
Bitmap file :
D:\badri 1.jpg

Curve 3 XC18

X	Y
0	0
0,00	371,16
0,01	369,28
0,01	388,02
0,03	444,73
0,04	468,47
0,06	496,44
0,08	510,40
0,11	519,77
0,13	524,77
0,16	528,16
0,18	526,37
0,20	519,16
0,20	509,40
0,21	491,44
0,22	477,07
0,22	466,29
0,23	438,32
0,24	423,95
0,25	402,40

Graph recognition by
CurveUnscan.

Copyright 2000-2005 by SquarePoint Software.

Bitmap file :

D:\badri 1.jpg

Curve 4 XC38

X	Y
0	0
0,00	387,59
0,01	391,28
0,01	381,02
0,02	438,73
0,04	495,47
0,11	548,21
0,18	551,21
0,20	536,86
0,20	516,4
0,22	464,95
0,22	415,36

Graph recognition by
CurveUnscan.

Copyright 2000-2005 by SquarePoint Software.

Bitmap file :

D:\badri 1.jpg

Curve 5 XC48

X	Y
0	0
0,00	442,03
0,01	435,28
0,01	481,02
0,02	506,73
0,05	597,47
0,11	626,21
0,14	628,16
0,15	616,36
0,16	586,40
0,18	504,95
0,18	448,36

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

**Etude et approche de modélisation de la ductilité des métaux
en déformation par traction**

Références bibliographiques :

- [1] Franz G. (2008). Prédiction de la limite de formabilité des aciers multiphasés par une approche micromécanique. Engineering Sciences. Arts et Métiers Paris Tech.
- [2] Chastel Y. (2006). Matériaux pour l'ingénieur
- [3] Degallaix S. (2006). Caractérisation des matériaux métalliques
- [4] Feng Z.Q. (2011). Mécanique non linéaire MN91
- [5] Tillet ; Mathieu. (1750) Dissertation sur la ductilité des métaux, et les moyens de l'augmenter. ETH-Bibliothek Zürich
- [6] Mompiau F. (2014). Des vermicelles dans les métaux. Centre d'élaboration des matériaux et d'études structurales CEMES-CNRS. Toulouse
- [7] Poulain H D. (2008). MA 41.Essai de traction. UTBM. Université de technologie de Belfort-Montbéliard .
- [8] Zhu.Y. (2013). Mechanical Properties of Materials.NC state university.USA
- [9] Berthaud Y. (2004). Matériaux et propriétés
- [10] A. D. Rollett A D., De Graef M. (2007) Microstructure-Properties: I, Materials Properties: Strength, Ductility
- [11] ADMET. (2013). Sheet Metal Testing.
- [12] Jacquot. B. (2009).Propriétés mécaniques des. Biomatériaux utilisés en. Odontologie. Société Francophone de Biomatériaux Dentaires.
- [13] ASM. (2004).American society for materials.
- [14] Montheillet F., Briottet. L. (2009).Endommagement et ductilité en mise en forme
- [15] Beaucquis.S. (2012). Propriétés mécaniques des matériaux. Laboratoire SYMME, Polytech'. IUT Annecy, Département Mesures Physiques. France
- [16] Bailon J.P. (2007). Des Matériaux, presses internationales polytechniques.ca
- [17] Chung B.J. (2008).Journal of Mechanical Science and Technology 22
- [18] Jardin Nicolas H. (2012). Essais des matériaux. Résistance des matériaux. Version n° 2 du 13/12/2013 Edition du : 04/07/2012.
- [19] Dorlot.J M. (2000). Des matériaux. Propriétés mécaniques des métaux
- [20] Ghomari F. (2014). Sciences des matériaux de construction. faculté des sciences de l'ingénieur. université aboubekr belkaid.
- [21] Dupeux M. (2005). Aide-mémoire science des matériaux.
- [22] Zaiser M.(2006). Scale invariance in plastic flow of cristalline solid, adv.physics
- [23] Thomas et al. (2006). Traité Matériaux métalliques.

- [24] Suquet P. (2003) Rupture et plasticité
- [25] Dorina N. (2009).Matériaux et traitement. OFPPT. Maroc.
- [26] Mandel J. (1978). Propriétés mécanique des matériaux, Editions Eyrolles
- [27] Norme NF EN 10002. (2009). Essai de traction
- [28] François D.,Bailon J.P. (2005).Essais mécaniques des métaux Détermination des lois de comportement.
- [29] Charmet J C. (1990).Mécanique du solide et des matériaux. Elasticité-Plasticité-Rupture. École supérieure de physique et de chimie industrielles de Paris, ParisTech - Laboratoire d'Hydrodynamique et Mécanique Physique. France
- [30] Anduze M. (2013).Mécanique des détecteurs. Du détecteur à la mesure. Institut National de Physique Nucléaire et de Physique des Particules, LLR - Laboratoire Leprince-Ringuet, France
- [31] Newey C ; Weaver G. (1990). *Materials Principles and Practice*
- [32] Symonds J. (1976). Mechanical properties of materials
- [33] Charvet R. (2009).Comportement à la traction de barres d'armature .laboratoire de métallurgie mécanique .école polytechnique fédérale de Lausanne
- [34] Ben Tahar. M. (2005).Contribution a l'étude et la simulation du procédé de l'hydroformage.Engineering Sciences.Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris
- [35] Strnadel B ; Brumek J. (2013).Effect of tensile test specimen size on ductility of R7T steel.faculty of metallurgy and materials engineering.ostrava.Tchéquie.
- [36] Brunet M.(2011).Mécanique des matériaux et des structures.
- [37] Altmeyer. G., Abed-Meraim. F., Balan.T. (2013) Vue d'ensemble des relations théoriques entre la striction et les critères souches de localisation. Université de Lyon, CNRS, Laboratoire de Mécanique des Contacts et des Structures, UMR5259, Insa de Lyon
- [38] Glowacki D ; Kozakiewicz K. (2013).Numerical simulation of the neck in heterogeneous material. Third international conference on material modelling.Warsaw university of technology. Varsovie.Pologne.
- [39] Bueno R., Sánchez J., Rodríguez T., (2009) New parameter for determining plastic fracture deformation of metallicmaterials. Department of Mechanics and Structures. University of Seville, Spain Avenida Reina Mercedes, 2. 41012 Seville, Spain.
- [40] Hosford W F.(2010). Mechanical behaviour of materials. University of Michigan.USA
- [41] Yasuyuki A. (2010). Procédé de fabrication de fil d'acier WO 2010101154 A1. General Manager of Corporate Planning & Coordination Group and Senior Managing Executive Officer at Sumitomo Corporation.japan

- [42] Maya M. (2008). Plasticité, mise en forme. Arts et metiers – Paristech Centre d'enseignement et de recherche de Cluny. France
- [43] Broniewski W. (1938). Revue de métallurgie. Allongement de striction et travail de rupture la traction.
- [44] Blétry M. (2007) .Méthode de caractérisation mécanique des matériaux
- [45] international standardisation organisation ISO. (2009).EN-ISO-6892-1 octobre 2009 tensile test : mechanical properties.
- [46] Degoul PB (2010).essai de traction. Etude des caractéristiques classiques I 1 Description de l'essai euro-norme 10002-I
- [47] Chateigner D. (2012). IUT Mesures Physiques, Université de Caen Basse-Normandie, Ecole nationale supérieure d'ingénieurs de Caen (ENSI CAEN) Laboratoire de cristallographie et sciences des matériaux (CRISMAT).Caen. France
- [48] Khalfallah A. (2009). Fascicule de atelier de mécanique. Institut supérieur des sciences appliquées et de technologie de sousse.Tunisie.
- [49] Elias F. (2013).Elasticité. M2 Fluides Complexes et Milieux Divisés. Université Paris Diderot. Paris. France
- [50] Col A.,(2011), Emboutissage des tôles, aspect mécanique, Techniques de l'ingénieur, BM7511, Pages3-4.
- [51] Savoie J., Jonas J.J., Mac Ewen S. R., Perrin R., (1995), Evolution of r- value during the tensile déformation of aluminium, Textures and Microstructures, 23, Pages 1-23
- [52] Abedrabbo N.,Pourboghrat F., CrasleyJ.,(2006), Forming of aluminium alloys at elevated temperatures—Part1:Material characterization, International Journal of Plasticity,22,Pages 314-341.
- [53] Prensier J L. (2004). Les critères de plasticité : compléments.
- [54] Considère A. (1885).Mémoire sur l'emploi du fer et de l'acier dans les constructions. Annales des Ponts et Chaussées, vol. 9, page 574.
- [55] Swift H W. (1952).Plastic instability under plane stress. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, vol. 1, pages 1—18, 1952.
- [56] Hill R. (1952). On discontinuous plastic states, with special reference to localized necking in thin sheets. Journal of Mechanics and Physics of Solids, vol. 1, pages 19—30.
- [57] SAE. (1989). Society for automobile engineers.USA.
- [58] Chomel P. (2001).Sélection des matériaux métalliques Familles de matériaux BM 5071. Edition 10/01/2001