

# Table des matières

<b>Introduction Générale</b> .....	1
<b>Chapitre I. Principes de base de l'optique non linéaire</b> .....	6
I.2 Généralités sur les fibres optiques.....	6
I.2.1. Pertes optiques.....	7
I.2.2 Dispersion chromatique.....	9
I.2.3 Effet Kerr optique.....	12
I.3. Propagation non linéaire dans les fibres optiques.....	15
I.3.1 Équations de propagation.....	15
I.4.1 Réponses linéaire et non linéaire du milieu.....	16
I.4.2 Les symétries des tenseurs de susceptibilité.....	20
I.5. Les équations d'enveloppe.....	22
I.6. Méthode de Fourier à pas divisé.....	25
I.7. Effets rencontrés par une impulsion lors de sa propagation.....	28
I.7.1. Effets linéaires.....	28
I.7.1.1. Dispersion chromatique d'ordre 2 (GVD) .....	28
I.7.1.2. Dispersion chromatique d'ordre 3 (TOD) .....	31
I.7.1.3. Dispersion des modes de polarisation (PMD) .....	32
I.7.2. Effets non linéaires.....	33
I.7.2.1. Auto-modulation de la phase (SPM) .....	33
I.8 Solitons fondamentaux.....	34
I.8.1. Bref sur l'instabilité modulationnelle (IM) .....	35
I.8.2. Diffusion stimulée au sein d'une fibre optique.....	36
I.8.3. Diffusion Raman Stimulée (SRS) .....	37
I.8.4. Diffusion Brillouin Stimulée (SBS) .....	39
I.8.5. Auto-raïdissement.....	40
I.8.6. Mélange à quatre ondes (FWM) .....	41
I.8.7. Modulation de phase croisée (XPM) .....	43
I.9. Références.....	45
<b>Chapitre II. Étude générale des réseaux de Bragg fibrés</b> .....	47
II.1 Introduction.....	48
II.2 Rappel historique (Les réseaux de Bragg).....	48
II.2.2 Méthodes d'inscription.....	50
II.2.3. Inscription par le montage du miroir de Lloyd (Division du front d'onde) .....	50
II.2.4. Inscription par le montage du masque de phase (Division d'amplitude).....	52
II.2.5. Les types de réseaux de Bragg droit à pas courts .....	53
II.3. Modélisation des réseaux de Bragg à fibre (Théorie des modes couplés) .....	54
II.3.1 Solutions analytiques pour réseaux de Bragg uniformes.....	56
II.3.2. Solution numérique pour les réseaux de Bragg non uniformes.....	59
II.3.4 Méthode de simulation matricielle.....	59
II.3.5 Transducteur à réseau de Bragg.....	60
II.3.6 Sensibilité du réseau de Bragg à l'allongement relatif .....	61
II.3.7. Sensibilité du réseau de Bragg à la température .....	63
II.3.8. Sensibilité du réseau de Bragg à la pression hydrostatique .....	63
II.3.9. Mesure simultanée de température et de déformation .....	63
III.4. Application des réseaux de Bragg à la télécommunication .....	64
III.4.1 Filtrage et multiplexage .....	65
II.4.2 Filtre optique.....	66

II.4.2.1 Filtre composé d'un réseau de Bragg et d'un FFP.....	66
II.4.3. Compensation de la dispersion chromatique .....	67
II.4.4. Laser à fibre.....	68
II.4.5 Les amplificateurs .....	69
II.5. Conclusion .....	69
II.6. Références.....	70
<b>Chapitre III. Théorie des ondes solitaires et Solitons optiques .....</b>	<b>73</b>
III.1. Introduction.....	74
III.2. Observation d'une onde solitaire et ses conséquences.....	75
III.2.1 Les solitons optiques.....	77
III.2.1.1 Les solitons temporels .....	78
III.2.1.2 Les solitons spatiaux.....	82
III.2.1.3. Les solitons spatio-temporels (balles de la lumière) .....	86
III.2.2. Les différents types de solitons optiques en fonction de leur origine physique. ....	87
III.2.2.1. Les solitons Kerr.....	88
III.2.2.2. Les solitons dans des cristaux liquides.....	89
III.2.2.3. Les solitons dans les réseaux de Bragg fibrée.....	90
III.2.3. Les solitons dissipatifs .....	90
III.3. Conclusion .....	93
III.4. Références.....	94
<b>Chapitre IV. Théorie des Solitons dans les réseaux de Bragg fibrés.....</b>	<b>97</b>
IV.1. Introduction.....	98
IV.2. Propagation des impulsions lumineuses dans les réseaux de Bragg fibrés .....	99
IV.2.1. La méthode de la théorie des modes couplés linéaires .....	99
IV.2.2. Relation de la dispersion linéaire.....	102
IV.2.3. Théorie des modes couplés non linéaires.....	105
IV.2.3.1. Soliton de Bragg.....	106
IV.2.3.2. Onde solitaire (Gap Soliton) solution de l'équation non linéaire de modes couplés .....	106
IV.2.4. Les solutions exactes de l'équation de propagation non linéaire de type solitons de Bragg.....	111
IV.2.4.1 Résolution de l'équation non linéaire perturbée en utilisant la méthode d'amplitude complexe combinée.....	114
IV.3. Conclusion.....	116
IV.4. Références.....	117
<b>Conclusion Générale .....</b>	<b>119</b>

**Annexe [Kamel Mezghiche, F. Azzouzi, A. El-Akrmi « A simple ansatz for obtaining exact solutions of high dispersive nonlinear Schro" dinger equations in fiber Bragg gratings" Chaos, Solitons and Fractals 41,491–496 (2009) »]**

## Liste des figures

<b>Figure 1.1</b>	(a) structure d'une fibre optique en 3 dimensions..... 8 (b) variation de l'indice de réfraction dans une fibre à saut d'indice..... 8	
<b>Figure 1.2</b>	Illustration schématique de la méthode de Fourier à pas divisé..... 27	
<b>Figure 1.3</b>	Représentation d'une impulsion optique ayant acquis un « chirp »..... 30	
<b>Figure 1.4</b>	Modélisation de la dispersion modale de polarisation dans une fibre optique..... 32	
<b>Figure 1.5</b>	Schéma des transitions énergétiques à la base de la diffusion Raman..... 37	
<b>Figure 1.6</b>	Principe du processus de mélange à quatre ondes..... 42	
<b>Figure 2.1</b>	Schéma d'un réseau de Bragg et leurs spectres..... 49	
<b>Figure 2.2</b>	Schéma du montage de photo inscription par miroir de Lloyd..... 51	
<b>Figure 2.3</b>	Modulation d'indice d'un réseau fabriqué par la méthode du miroir de Lloyd..... 51	
<b>Figure 2.4</b>	Schéma d'exposition ultraviolette de la fibre..... 52	
<b>Figure 2.5</b>	Modulations d'indice de différents types de réseaux. (a) Réseau uniforme, (b) réseau à pas variable, (c) réseau à amplitude variable, (d) réseau apodisé, (e) réseau à saut de phase, (f) réseau échantillonné..... 53	
<b>Figure 2.6</b>	Propagation des champs à travers le réseau de Bragg..... 55	
<b>Figure 2.7</b>	La réflectivité du réseau de Bragg uniforme en fonction de $\lambda$ ..... 57	
<b>Figure 2.8</b>	La réflectivité d'un réseau de Bragg pour différentes valeurs de $k_L$ ..... 57	
<b>Figure 2.9</b>	La réflectivité d'un réseau de Bragg pour différentes valeurs de $\Delta n$ ..... 58	
<b>Figure 2.10</b>	Représentation schématique de la simulation matricielle..... 59	
<b>Figure 2.11</b>	Principe d'un Capteur à Fibre Optique à réseau de Bragg..... 60	
<b>Figure 2.12</b>	(a) Filtre passe bande fabriqué par un réseau de Bragg associé avec un circulateur ; (b) un multiplexeur OADM fabriqué avec association d'un réseau de Bragg et deux circualteurs ..... 64	
<b>Figure 2.13</b>	(a) multiplexeur OADM basé sur un interféromètre Mach-Zehnder : deux réseau de Bragg identique sont photo imprimé a la longueur $\lambda_2$ sur les deux bras de l'interféromètre ;  (b) multiplexeur OADM basé sur un coupleur 0% : le réseau de Bragg est photo imprimé la longueur $\lambda_2$ dans la région du couplage, la fonction d'insertion de $\lambda_2$ est représenté.....65	
<b>Figure 2.14</b>	Filtres optiques :	
	(a) association d'un réseau de Bragg et d'un FFP..... 66	
	(b) association d'un réseau de Bragg et deux FFP..... 66	

<b>Figure 2.15</b>	principe de la compensation de la dispersion chromatique en utilisant un réseau de Bragg chirpé en association avec un circulateur.....	67
<b>Figure 2.16</b>	Laser Raman à fibre à 1480 nm en utilisant des réseaux de Bragg en cascade.....	68
<b>Figure 3.1</b>	(a) : Interaction oblique entre deux solitons hydrodynamiques en eau peu profonde. (b) : Propagation d'un train d'onde soliton hydrodynamique en eau profonde. L'observation aérienne dénote la stabilité de ces ondes.....	75
<b>Figure 3.2</b>	Schéma de principe de la propagation des solitons dans les fibres. La non linéarité de la fibre produit une dérive de fréquences qui compense exactement celle produite par la dispersion. L'impulsion soliton se propage alors sans déformation.....	80
<b>Figure 3.3</b>	Propagation d'un soliton temporel dans une fibre optique pour le cas de $N=1$ .....	82
<b>Figure 3.4</b>	Propagation d'un faisceau en régime linéaire. <b>(a)</b> : non linéaire <b>(b)</b> : la variation induite de l'indice de réfraction est approximée à un guide à saut d'indice.....	84
<b>Figure 3.5</b>	Représentation qualitative de la formation d'un soliton spatial.....	84
<b>Figure 3.6</b>	Exemple de soliton spatial à deux dimensions.....	86
<b>Figure 3.7</b>	Illustration du concept de la balle de lumière. <b>(a)</b> : en régime linéaire. <b>(b)</b> : en régime non linéaire. ....	87
<b>Figure 3.8</b>	Evolution d'un soliton dissipatif oscillant pour les paramètres du milieu suivants : $\mu = -0.1, \delta = -0.1, \gamma = D = 1, \nu = -0.08$ et $\varepsilon = 0.725$ .....	92
<b>Figure 4.1</b>	Relation de dispersion : montrant une bande PBG.....	103
<b>Figure 4.2</b>	Réflectivité en intensité d'un réseau de Bragg fibré dont les paramètres sont : longueur $L = 8mm$ et $\kappa = 5cm^{-1}$ , soit $\delta n \approx 2 \times 10^{-6}$ si la longueur de Bragg $\lambda_B = 1550nm$ . La réflectivité maximale $R_{max}$ peut atteindre des valeurs supérieures à 95% quand $\kappa L \geq 2$ , et vaut ici $\approx 100\%$ ( $\kappa L = 4$ ).....	104
<b>Figure 4.4</b>	La solution (4.26) pour quelques valeurs des paramètres $\delta$ et $\nu$ . les lignes solide représentent la raie partie réelle d' $E_+$ (rouge) et $E_-$ (bleue) et les lignes tirées sont les parties imaginaire correspondantes. L'exposition en trait plein noire le totale intensité du champ électrique $ E_+ ^2 +  E_- ^2$ .....	109
<b>Figure 4.5</b>	L'intensité du champ électrique pour un soliton avec $d = \pi/2, \nu = 0$ .....	110
<b>Figure 4.6</b>	La variation de la longueur (FWHM) en fonction de $\delta$ et $\nu$ .....	110

## Liste des tableaux

Tableau 1.1	l'amplitude de la résonance pour une fibre optique en silice dans la plage de longueur d'onde 500-1600 nm.....	9
Tableau 1.2	caractéristiques des fibres optiques standard .....	11

# Introduction Générale

Ce que l'expérience nous a montré est que nos capacités à communiquer à distance ont une influence énorme sur l'évolution de notre société. La diffusion actuellement courante d'Internet et de ses outils informatiques n'a d'ailleurs jamais donné une grande sincérité à ce principe. Si on considère que les cordes vocales constituent les premiers instruments de communication à distance, ils n'en dépendent pas moins de la gravité visuelle ou auditive de leur partenaire, autrement dit de la sensibilité du récepteur. Ces instruments ne sont efficaces que sur une distance relativement courte et il apparaît donc relativement difficile de pouvoir les considérer comme le point de départ des recherches sur les télécommunications par fibres optiques. Alors le concept de réseau de télécommunication par câble ou par fibre était né mais le taux de transfert d'informations était encore limité par la faible bande passante, la forte atténuation et le caractère analogique du système.

L'invention du laser a permis la mise en oeuvre expérimentale des processus d'absorption ou de diffusion à plusieurs photons. Ainsi, la génération de second harmonique réalisée en 1961 [1] peut être considérée comme l'acte de naissance de l'optique non linéaire et le point de départ de la télécommunication optique. Leur compacité, leur quasi monochromatisme et leur forte puissance, possèdent l'avantage de pouvoir être injectés au sein d'un guide d'onde. La fibre optique, telle que nous l'utilisons aujourd'hui, est le fruit d'une recherche forte sur de nouveaux guides d'onde faiblement dissipatifs. Grâce à des progrès rapides de chimie, des coefficients de pertes très faibles furent atteints la quantité de lumière acheminée après une distance considérable de propagation. Mais vraiment, les points noirs des communications optiques ont été clartés par la découverte théorique de soliton optique par Hasegawa et Tappert en 1973[2] puis de son observation expérimentale en 1980 par Mollenauer et ses collaborateurs [3]. Alors, les chercheurs et les industriels étaient dès lors capables de faire propager une impulsion sans déformation à la vitesse de la lumière, sur de très longues distances et avec une large bande passante.

D'origine intrinsèquement non linéaire, la propagation de soliton, ou d'onde solitaire, constitue en effet un phénomène universel qui apparaît dès lors qu'une non linéarité auto-induite affecte la dispersion spatiale et/ou temporelle naturelle d'un phénomène ondulatoire. De manière simple, un soliton est une déformation locale d'une

grandeur physique (élévation d'un fluide, enveloppe d'un champ électromagnétique...), ou paquet d'ondes localisé, qui, en perturbant suffisamment la réponse d'un environnement matériel adapté, peut compenser l'étalement linéaire naturel de la déformation elle-même. La propagation peut ainsi devenir invariante et, dans certains cas, robuste vis-à-vis de perturbations externes ou de collisions éventuelles avec d'autres solitons.

En optique, on classe jusqu'à présent les phénomènes solitoniques dans deux grandes catégories selon que la (ou les) dimension invariante, toujours transverse, concerne le temps ou l'espace : ce sont les solitons respectivement temporels et spatiaux, tandis que les solitons couplant ces deux grandeurs, dits solitons spatio-temporels ou balles de lumière, n'en sont expérimentalement qu'à leurs prémices. En effet, la recherche de soliton spatio-temporels autoconfinés dans les trois dimensions spatiales et dans le domaine temporel, est un problème mythique de l'optique non linéaire [4]. Au cours de ces dernières années, un niveau de compréhension a été atteint sur les conditions d'existence de stabilité et génération des solitons optiques spatio-temporels, qui sont des paquets d'ondes capables de se propager dans les milieux optiques non linéaires sans se disperser ni de se diffracter. L'étude de la propagation des solitons optiques dans les réseaux de Bragg fibrés est le fruit d'une nouvelle destination due à cette compréhension.

Alors, les solitons dans les réseaux de Bragg fibrés (Gap Solitons): sont des bandes non linéaire optiques ; se manifestent par l'équilibre du balance entre la non linéarité et la dispersion du réseaux de Bragg fibrée de telle sorte que la périodicité de l'indice de réfraction crée un gap des bandes photonique dont la lumière ne peut pas se propager dans cette zone. La présence suffisante de d'effet Kerr non linéaire et l'intensité des ondes lumineux modifient l'indice de réfraction non linéaire à raison de créer un décalage de l'onde vers la zone interdite (dans le Gap) ce qui permis la formation d'une impulsion propageant dite Gap soliton. Aux puissances élevées cet équilibre est réalisé dans quelques centimètres de propagation d'impulsion et ayant la même forme (forme unique) d'avoir une gamme complète des vitesses de zéro jusqu'à la vitesse de la lumière dans le milieu uniforme, selon l'endroit de la fréquence du champ électromagnétique.

Ce manuscrit a pour objectif d'apporter une contribution aux efforts engagés au cours de la décennie répandue par les physiciens spécialistes de l'optique non linéaire, à raison d'identifier, clarifier et classer les conditions de génération des impulsions qui sont localisées dans un domaine temporel et dite Gap soliton, et la dynamique non linéaire de leur propagation.

Pour cet objectif de notre thèse nous avons organisé ce manuscrit en quatre chapitres distincts suivant :

Le but du premier chapitre est de présenter quelques généralités sur la propagation de la lumière dans les fibres optiques. Nous introduirons les notions de base à la compréhension du mécanisme de transport de l'information, notamment l'équation de Schrödinger non linéaire qui gouverne l'évolution du champ électrique comme une onde porteuse de l'information, lors de sa propagation dans une fibre optique.

Le deuxième chapitre sera entièrement consacré à la découverte de réseaux de Bragg, la méthode de fabrication et quelques éléments théoriques ; qui les consternent sans toutefois décrire en détail tous les aspects mathématiques de la méthode de calcul du spectre optique des réseaux de Bragg, les éléments principaux et la nomenclature utilisée y sont dévoilés.

Le troisième chapitre présentera des phénomènes solitoniques spécieux en optique. Nous décrirons quelques principes physiques généraux qui régissent les familles de solitons, leur propagation et instabilités, et nous finirons par la nouvelle catégorie des solitons qui se forment dans les systèmes non conservatifs tel que les solitons dissipatifs.

Le dernier chapitre sera voué à la présentation de l'étude asymptotique de la dynamique des Gap de soliton dans le réseau de Bragg fibré. On va utiliser la méthode d'analyse à échelle multiple pour réduire le système d'équations non linéaires couplées (NLCME) à une équation dite l'équation de Schrödinger non linéaire perturbée (PNLS) qui gère la propagation non linéaire des impulsions aux bords de la zone du gap de la bande photonique (PBG).

Et finalement conclusion et perspectives clôtureront ce travail.

## Références

- [1] T. H. Maiman, "Stimulated optical radiation in Ruby masers," *Nature*, vol. 187, pp. 493, 1960.
- [2] A. Hasegawa and F. Tappert, "Transmission of stationary nonlinear optical pulses in dispersive dielectric fibers. I. Anomalous dispersion," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 23, pp. 142, 1973.
- [3] L. F. Mollenauer, R. H. Stolen, and J. P. Gordon, "Experimental Observation of Picosecond Pulse Narrowing and Solitons in Optical Fibers," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 45, pp. 1095-1098, 1980.
- [4] Y. Silberberg, "Collapse of optical pulses." *Opt. Lett.*, 15 :1282-1284, 1990

# Propagation de la lumière dans les fibres optiques

## I.2 Généralités sur les fibres optiques.

La fibre optique est un guide d'onde diélectrique constitué essentiellement de silice fondue ( $\text{SiO}_2$ ). De manière générale et schématique, la figure 1.1(a) en illustre la structure grâce à un développement en trois dimensions. La fibre optique est constituée d'un cœur cylindrique de quelques  $\mu\text{m}$ , de diamètre  $a$  et d'indice optique  $n_c$ . Une gaine extérieure, d'un diamètre plus élevé  $b$  et d'indice  $n_g$ , enrobe le cœur tandis qu'une gaine plastique de protection enveloppe le tout. Le guidage de la lumière dans le cœur de la fibre est assuré par réflexion totale à l'interface cœur-gaine et est obtenu lorsque l'indice de réfraction du cœur est supérieur à celui de la gaine optique. Le cœur et la gaine étant principalement constitués de silice fondue, la différence d'indice entre ces deux parties est obtenue par adjonction de dopants. Le Germanium ou le Phosphore permettent, par exemple, d'augmenter l'indice de la silice fondue et seront donc introduits dans la partie centrale de la fibre tandis que l'addition de Fluor, qui permet de diminuer l'indice du verre, sera préférentiellement employée pour former la gaine. La figure 1.1 (b) montre, par exemple, l'évolution du profil d'indice sur une section transverse d'une fibre optique dite « à saut d'indice ». L'indice est constant et homogène dans le cœur et la gaine de la fibre mais varie de manière discontinue à leur interface. Ces fibres se distinguent de celles dites « à gradient d'indice » dans lesquelles, l'indice décroît de manière continue du centre jusqu'à l'interface cœur-gaine. Pour des fibres à saut d'indice, qui sont les fibres les plus répandues dans le domaine des Télécoms, le guidage est obtenu pour une différence d'indice entre le cœur et la gaine aussi petite que  $\sim 10^{-3}$ .

### I.2.1. Pertes optiques

La transmission de la lumière par fibres optiques exploite le principe de la réflexion totale à l'interface cœur-gaine. Bien que les technologies actuelles permettent de minimiser au mieux les pertes liées au guidage, il existe inévitablement des pertes intrinsèques dues à la diffusion Rayleigh de la lumière par la silice [1,2]. Si une puissance  $P_0$  est injectée au sein d'une fibre optique de longueur  $L$ , la puissance effectivement transmise  $P_T$  s'exprimera par [1,2] :

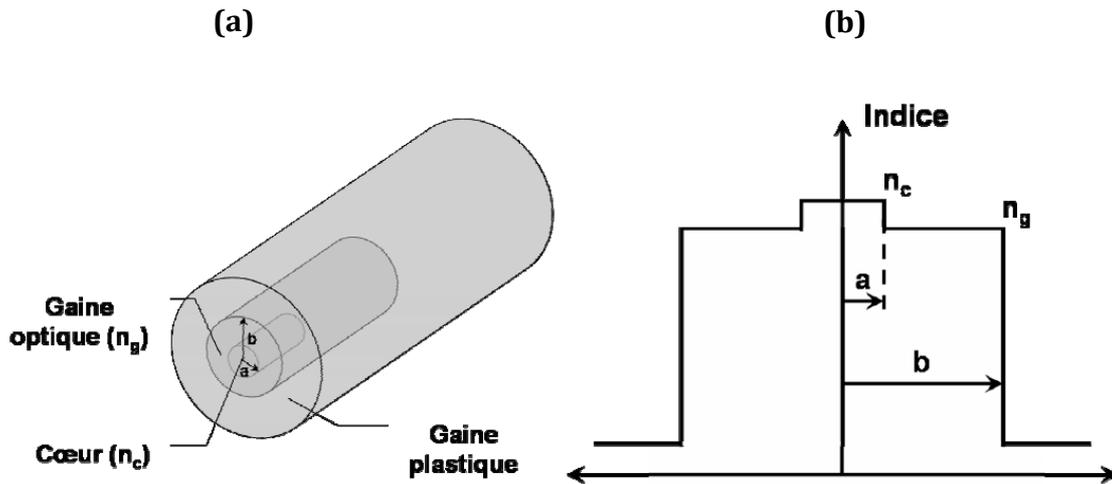


Figure 1.1 : (a) structure d'une fibre optique en 3 dimensions. (b) variation de l'indice de réfraction dans une fibre à saut d'indice

$$P_T = P_0 \exp(-\alpha_L L) \quad (1.1)$$

Où  $\alpha_L$  désigne le coefficient de perte linéique de la fibre en  $\text{km}^{-1}$ . Mais le coefficient  $\alpha_L$  est en général exprimé en décibel par kilomètre (dB/km) et est donné par [2] :

$$\alpha_{dB} = \frac{10}{L} \log\left(\frac{P_T}{P_0}\right) = 4.343\alpha_L \quad (1.2)$$

La limite fondamentale des pertes optiques est en fait imposée par la diffusion de Rayleigh qui décroît avec la longueur d'onde en  $1/\lambda^4$  [2]. La fibre n'étant pas fabriquée de manière parfaite, il résulte du processus de fabrication des variations locales de l'indice de réfraction qui diffuse alors la lumière dans toutes les directions [1-2]. D'autres facteurs peuvent finalement contribuer aux pertes intrinsèques de la fibre. La présence d'ions  $\text{OH}^-$  due au processus de fabrication représente des impuretés qui sont responsables d'un pic d'absorption autour de 1400 nm. Diverses résonances, ou tout simplement la courbure de la fibre, peuvent également contribuer à augmenter les pertes dans la fibre. Les pertes intrinsèques atteignent toutefois un minimum de 0.2 dB/km centré autour de la longueur d'onde de 1550 nm qui a donc été choisie pour transmettre les informations sur de longues distances.

### I.2.2 Dispersion chromatique

Lorsqu'une onde électromagnétique se propage dans un matériau diélectrique, elle interagit avec les électrons liés à ce matériau. La dispersion chromatique exprime alors le fait que la réponse de ce milieu, et en particulier son indice de réfraction  $n(\omega)$ , dépende de la fréquence de l'onde incidente. Loin des fréquences de résonance du matériau, la dépendance de l'indice de réfraction vis-à-vis de la pulsation peut être évaluée avec une bonne approximation grâce aux équations de Sellmeier données par [1-2] :

$$n^2(\omega) = 1 + \sum_{j=1}^m \frac{B_j \omega_j^2}{\omega_j^2 - \omega^2} = 1 + \sum \frac{B_j \lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_j^2} \quad (1.3)$$

Où  $\omega_j$ ,  $\lambda_j$  et  $B_j$  représentent respectivement la pulsation, la longueur d'onde dans le vide et l'amplitude de la  $j^{\text{ème}}$  résonance. Comme le montre l'équation (3), la somme s'étend sur toutes les fréquences de résonance du matériau considéré et correspond, pour une fibre optique en silice dans la plage de longueur d'onde 500-1600 nm, à une somme de trois termes ( $m=3$ ) définie par les trois résonances suivantes [2] :

m	$\lambda_j$ (nm)	$B_j$
1	68.4043	0.6961663
2	116.2414	0.4079426
3	9896.161	0.8974794

Comme la vitesse de propagation d'une onde monochromatique dans un milieu d'indice  $n(\omega)$  est donnée par  $c/n(\omega)$  (avec  $c$  : célérité de la lumière dans le vide), une impulsion lumineuse composée de plusieurs composantes spectrales et voyageant au sein d'une fibre optique verra ses composantes spectrales se propager à des vitesses différentes pour finalement engendrer un étalement de l'impulsion. Nous voyons donc ici les conséquences dramatiques que peut avoir la dispersion chromatique sur un système de transmission d'informations par fibres optiques et l'intérêt immédiat pour les Télécoms de trouver le moyen de s'en affranchir. Traditionnellement, la communauté scientifique

rend compte des effets de dispersion en développant la constante de propagation  $\beta(\omega)$  en série de Taylor autour de la fréquence de la porteuse  $\omega_0$  suivant [2] :

$$\beta(\omega) = \frac{\omega}{c} n(\omega) = \beta_0 + \beta_1(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2}\beta_2(\omega - \omega_0)^2 + \frac{1}{6}\beta_3(\omega - \omega_0)^3 + \dots, \quad (1.4)$$

Où  $\beta_0 = \beta(\omega_0)$  et

$$\beta_m = \left( \frac{\partial^m \beta}{\partial \omega^m} \right)_{\omega=\omega_0} \quad \text{pour } m = 1, 2, \dots$$

Le lecteur pourra remarquer que les paramètres  $\beta_1$  et  $\beta_2$  sont des quantités physiques intuitives dans le sens où  $\beta_1$  traduit simplement la vitesse à laquelle l'énergie de l'impulsion se propage. En effet, le paramètre  $\beta_1$  correspond à l'inverse de la vitesse de groupe  $v_g$  et s'exprime par :

$$\beta_1 = \frac{1}{v_g} = \frac{1}{c} \left( n + \omega \frac{\partial n}{\partial \omega} \right) \quad (1.5)$$

Quant au coefficient  $\beta_2$ , il représente la dépendance de la vitesse de propagation de l'énergie vis-à-vis de la fréquence de l'onde. Il est le paramètre de dispersion chromatique d'ordre 2, donnée constructeur essentielle pour la caractérisation des fibres optiques et indispensable pour les ingénieurs concepteurs des systèmes Télécoms.  $\beta_2$  s'exprime en ps<sup>2</sup>/nm et est donné par :

$$\beta_2 = \frac{\partial \beta_1}{\partial \omega} = -\frac{1}{v_g^2} \frac{\partial v_g}{\partial \omega} \quad (1.6)$$

$\beta_2$  traduisant la variation de la vitesse de groupe vis-à-vis de la fréquence, il est communément appelé coefficient de dispersion de la vitesse de groupe (GVD). Cependant, la communauté scientifique des Télécoms lui préfère volontiers le paramètre  $D$  qui s'exprime en ps/km.nm et qui remplace souvent  $\beta_2$  dans la littérature. Les deux paramètres sont simplement reliés par :

$$D = -\frac{2\pi c}{\lambda^2} \beta_2 \quad (1.7)$$

D'une manière générale,  $D$  est la somme de deux contributions : la dispersion chromatique du matériau  $D_m$  et la dispersion du guide  $D_g$  [2]. Pour la silice pure, la dispersion  $D_m$  s'annule au voisinage d'une longueur d'onde de  $1.27\mu\text{m}$  tandis que  $D_g$  dépend essentiellement des caractéristiques géométriques de la fibre optique. Cependant, la contribution du guide ne décale que très légèrement la longueur d'onde de dispersion nulle  $\lambda_0$  qui se situe en générale autour de  $1.3\mu\text{m}$  pour des fibres standards à saut d'indice. La longueur d'onde de dispersion nulle permet alors de définir deux régimes de propagation séparés par  $\lambda_0$ . Le premier régime de dispersion est qualifié d'anormal ( $D > 0$ ), les composantes spectrales de plus basse fréquence se propagent alors plus vite que les composantes de haute fréquence et ce inversement pour le deuxième régime, qualifié de normal et pour lequel  $D < 0$ . Cette valeur de  $\lambda_0$  peut aisément être modifiée en jouant sur la nature et la quantité des dopants (par exemple  $\text{GeO}_2$  ou  $\text{P}_2\text{O}_5$ ) introduits au sein de la fibre lors de sa fabrication, mais également en jouant sur le profil d'indice de la fibre. En conséquence, les connaissances scientifiques et technologiques actuelles permettent en fait aux industriels de pouvoir disposer d'une gamme très complète de fibres optiques qui les autorise à imaginer des systèmes Télécoms comportant aussi bien des fibres à dispersion nulle, positive ou négative, mais également de pouvoir choisir le signe de la pente de dispersion [2]. Le tableau suivant rassemble quelques exemples des fibres optiques standard aux caractéristiques variées à  $1550\text{ nm}$ .

Fibre à 1550 nm	D (ps/km.nm)	S (ps/km.nm <sup>2</sup> )	Pertes (dB/km)	Aire effective ( $\mu\text{m}^2$ )
DSF(dispersion shift fiber)	0	0.09	0.22	55
NZ-DSF(non zero dispersion shift fiber)	[-6 ; +6]	0.07	0.22	55
LEAF <sup>TM</sup> (large effectif area fiber)	4.2	0.085	0.22	72
TL(Teralight <sup>TM</sup> )	8	0.058	0.2	60
SMF-28(single mode fiber)	17	0.07	0.2	80
Reverse-TL	-16	-0.116	0.28	25
RDF(reverse dispersion fiber)	-25	-0.11	0.35	25
DCF(dispersion compensating fiber)	-90	-0.45	0.6	20

Ce tableau illustre parfaitement la grande diversité qu'offrent actuellement les industriels en matière de fibres optiques.

Un deuxième paramètre important pour les concepteurs de systèmes Télécoms est la pente de la dispersion,  $S$  qui s'exprime en ps/km.nm<sup>2</sup>.  $S$  souligne la dépendance de  $D$  vis-à-vis de la longueur d'onde et est définie par:

$$S = \frac{\partial D}{\partial \lambda} \quad (1.8)$$

Ce paramètre correspond à la dispersion chromatique d'ordre 3 (TOD) et représente, sous une autre forme, le paramètre  $\beta_3$  de l'équation (1.4). Cet effet se traduit par le fait que la dispersion chromatique d'ordre 2 varie le long du spectre des impulsions et que, par conséquent, chacune des composantes spectrales voient un coefficient de GVD différent [2]. La dispersion chromatique d'ordre 3 est un effet d'ordre supérieur qui peut être observé pour des impulsions ayant un spectre très large, en particulier pour les impulsions ultracourtes dont la largeur totale à mi-hauteur (FWHM) est inférieure à 1ps.

### **1.2.3 Effet Kerr optique**

Lorsqu'une onde lumineuse se propage dans un milieu diélectrique, le champ électrique incident induit un déplacement des charges et par suite il se produit une polarisation au sein de ce matériau [2, 3]. Si ce champ est de faible intensité devant le champ atomique du matériau et suffisamment éloigné de ses fréquences de résonances, la réponse du milieu se traduit alors par une réponse proportionnelle au champ incident. Nous sommes alors en présence d'une réponse linéaire, c'est-à-dire que la polarisation induite par le champ extérieur possède la même fréquence que le champ qui lui a donné naissance avec une amplitude qui lui est proportionnelle.

La nature aimant la complexité, la plupart des phénomènes observables peuvent être qualifiés de non linéaires pour peu que leur origine soit suffisamment importante. Dans le cas d'une onde lumineuse, si l'amplitude du champ incident devient trop importante, la réponse du matériau n'est alors plus simplement proportionnelle au champ initial mais fait intervenir différents harmoniques et sera donc qualifiée de non linéaire [2, 3].

En supposant que la fibre soit isotrope et que le champ électrique initial  $\vec{E}$  soit polarisé rectilignement, la polarisation résultant de l'interaction onde-matière peut alors s'exprimer sous la forme d'un développement en série de puissance de  $\vec{E}$ . Cette série est généralement vue comme la somme de deux contributions : un premier terme dit linéaire  $\vec{P}_L$ , car proportionnel au champ incident, et un deuxième terme qualifié de non linéaire  $\vec{P}_{NL}$ , car proportionnel à des ordres supérieurs de  $\vec{E}$ . La polarisation prend finalement la forme suivante [2, 3] :

$$\vec{P} = \vec{P}_L + \vec{P}_{NL} = \varepsilon_0 \chi^{(1)} \vec{E} + \frac{3\varepsilon_0}{4} \chi^{(3)} |E|^2 \vec{E} + \dots, \quad (1.9)$$

Où  $\chi^{(1)}$  et  $\chi^{(3)}$  sont respectivement les tenseurs de susceptibilité d'ordre 1 et 3 de la silice fondue. Le lecteur remarquera l'absence du tenseur de susceptibilité d'ordre 2  $\chi^{(2)}$  dans l'équation (1.9). En effet, la fibre optique étant composée de silice fondue sous forme d'un verre amorphe, il n'existe pas de direction privilégiée d'orientation des molécules. Par conséquent, les tenseurs de susceptibilité microscopiques d'ordre 2 sont dirigés aléatoirement et se compensent en moyenne, ce qui annule le tenseur de susceptibilité macroscopique  $\chi^{(2)}$ . Finalement, dans une fibre optique homogène, le tenseur de susceptibilité d'ordre 3  $\chi^{(3)}$  sera à l'origine des effets non linéaires de plus petit ordre.

Afin de mettre en évidence les parties linéaires et non linéaires de la relation (1.9), transformons celle-ci sous la forme suivante :

$$\vec{P} = \varepsilon_0 [\chi^{(1)} + \varepsilon_{NL}] \vec{E}, \quad (1.10)$$

avec

$$\varepsilon_{NL} = \frac{3\varepsilon_0}{4} \chi^{(3)} |E|^2, \quad (1.11)$$

Sachant que la polarisation et l'indice de réfraction sont étroitement liés par la relation de Maxwell suivante :

$$\vec{D} = n^2 \vec{E} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}, \quad (1.12)$$

Nous en déduisons, qu'à une pulsation donnée, l'indice de réfraction  $n$  est donné par

$$n^2 = 1 + \chi^{(1)} + \varepsilon_{NL} = (n_0 + \Delta n_{NL})^2 \cong n_0^2 + 2n_0 \Delta n_{NL}, \quad (1.13)$$

En posant  $n_0 = \sqrt{1 + \chi^{(1)}}$ , il vient finalement, qu'à une pulsation  $\omega$  donnée [8, 15] :

$$n(\omega, |E|^2) = n_0(\omega) + n_2 |E|^2, \quad (1.14)$$

Où  $n_2$  représente le coefficient d'indice de réfraction non linéaire donné par :

$$n_2 = \frac{3}{8n_0} \chi^{(3)} \quad (1.15)$$

Nous pouvons clairement voir dans l'équation (1.14) que la partie linéaire de la polarisation est responsable de la dépendance de l'indice de réfraction vis-à-vis de la fréquence, tandis que la partie non linéaire engendre une dépendance de l'indice vis-à-vis de l'intensité  $I$ , phénomène connu sous le nom d'effet Kerr optique [2, 3].

Sachant que  $I = aE^2$  avec  $a = \frac{1}{2}cn_0\varepsilon_0$ , l'indice de réfraction peut être réécrit de la façon suivante :

$$n(\omega, I) = n_0(\omega) + n_2^I I, \quad (1.16)$$

avec  $n_2^I = n_2/a$  ; Pour une fibre standard Télécom,  $n_2^I$  vaut typiquement de 2.3 à 2.7 x 10<sup>20</sup>m<sup>2</sup>/W [1, 3-6]. Pour une intensité incidente de 1GW/cm<sup>2</sup>,  $\Delta n_{NL}$  vaudra donc environ 2.5 x 10<sup>-7</sup>, ce qui reste beaucoup plus faible devant  $n_0 \approx 1.45$  pour la silice fondue.

L'effet Kerr optique ou la dépendance de l'indice de réfraction vis-à-vis de l'intensité est finalement responsable de bon nombre d'effets que nous détaillerons par la suite, comme l'auto-modulation de phase, la modulation de phase croisée, le mélange à

quatre ondes, l'instabilité modulationnelle ou encore l'existence d'impulsions solitoniques [2, 3].

### I.3. Propagation non linéaire dans les fibres optiques

Dans cette section, nous allons montrer comment, à partir des équations de Maxwell, il est possible d'établir les équations de propagation utiles à l'étude des phénomènes non linéaires vectoriels dans les fibres optiques : les équations de Schrödinger non linéaires couplées. Nous nous attacherons en particulier à détailler les hypothèses qui président à de tels développements en soulignant les raisons phénoménologiques et les implications physiques. Notre but n'est cependant pas de donner une dérivation complète et rigoureuse de ces équations, comme on peut en trouver dans d'autres sources [1-3]. Nous nous appuyerons essentiellement sur les développements présentés dans le livre consacré à l'évolution non linéaire de la polarisation par Svirko et Zheludev [7], et le livre de chevet de notre service écrit par Agrawal [2].

#### I.3.1 Équations de propagation

Nous commençons avec les équations de Maxwell qui décrivent les lois fondamentales pour le champ électrique  $\vec{E}$ , le déplacement électrique  $\vec{D}$ , le champ magnétique  $\vec{H}$  et l'induction magnétique  $\vec{B}$  [1, 7-8] interagissant avec un milieu :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho, \quad (1.17-a)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (1.17-b)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0, \quad (1.17-c)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{J}_s, \quad (1.17-d)$$

$\rho$  et  $\vec{J}_s$  représentent respectivement la densité de charge d'espace et la densité de courant du milieu. On s'intéresse ici aux fibres optiques en silice, milieu diélectrique non magnétique et sans charge d'espace, de sorte que les équations de Maxwell s'écrivent plus simplement :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = 0, \quad (1.18-a)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (1.18-b)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0, \quad (1.18-c)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \quad (1.18-d)$$

En combinant ces équations, on obtient, dans le domaine temporel :

$$\Delta \vec{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{D}}{\partial t^2}, \quad (1.19)$$

Où l'on a utilisé  $\varepsilon_0 \mu_0 = \frac{1}{c^2}$ , avec  $c$  la vitesse de la lumière dans le vide,  $\varepsilon_0$  la permittivité du vide, et  $\mu_0$  la perméabilité du vide.

#### I.4. Réponses linéaire et non linéaire du milieu

Une onde lumineuse est composée d'un champ électrique et d'un champ magnétique qui varient sinusoïdalement à haute fréquence. Quand la lumière se propage dans un milieu matériel, elle va donc induire des déplacements de charges au sein du matériau. Dans un milieu diélectrique, les particules chargées, en l'occurrence les électrons, vont osciller dans le champ électrique appliqué. Elles forment des dipôles électriques. Les contributions de la composante de champ magnétique de l'onde et des quadripôles sont beaucoup plus faible et sont habituellement négligées. C'est l'approximation dipolaire électrique. Les réponses des dipôles oscillants s'additionnent pour former la polarisation macroscopique  $\vec{P}$ , qui décrit l'interaction lumière-matière. Dans un milieu non magnétique, ce vecteur peut s'écrire sous la forme

fonctionnelle  $\vec{P} = \vec{P}(\vec{E})$ . Pour en tenir compte de manière explicite dans le développement, on introduit les équations constitutives du milieu :

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}, \quad (1.20)$$

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}, \quad (1.21)$$

Quand l'onde est peu intense, c.-à-d. pour des petites amplitudes du champ électrique appliqué, les charges peuvent suivre presque exactement les oscillations du champ, et la relation entre le champ  $\vec{E}$  et la polarisation  $\vec{P}$  est essentiellement linéaire. Autrement dit, les effets sont proportionnels aux causes ; quand plusieurs causes s'ajoutent, il en va de même de leurs effets. Quand l'amplitude s'accroît, le mouvement des charges ne sera plus une réplique du champ appliqué, et les contributions non linéaires deviennent importantes. Pourvu que ces nouveaux termes demeurent petits par rapport au terme linéaire, on peut développer la polarisation  $\vec{P}$  en série de puissances du champ électrique  $\vec{E}$ . Dans les fibres optiques en silice, ce développement est donnée par:

$$\vec{P}(\vec{r}, t) = \vec{P}^{(1)}(\vec{r}, t) + \vec{P}^{(3)}(\vec{r}, t) \quad (1.22)$$

avec

$$\begin{aligned} \vec{P}^{(1)}(\vec{r}, t) &= \varepsilon_0 \chi^{(1)} \cdot \vec{E}, \\ \vec{P}^{(3)}(\vec{r}, t) &= \varepsilon_0 \chi^{(3)} : \vec{E} \vec{E} \vec{E}. \end{aligned} \quad (1.23)$$

L'expression (1.22) est valable pour autant que la série de puissances converge. C'est effectivement le cas lorsque chaque terme d'ordre supérieur est bien plus petit que les termes d'ordre inférieur qui le précèdent. Dans la plage des longueurs d'onde auxquelles on s'intéresse (typiquement de  $0.5\mu\text{m}$  à  $0.2\mu\text{m}$ ), cette hypothèse est vérifiée car on est loin des résonances du milieu.

On peut mieux comprendre l'importance de la polarisation dans le milieu si l'on se souvient que tout dipôle oscillant émet aussi un rayonnement, à sa fréquence d'oscillation. Il modifie donc le champ optique qui induit la polarisation. Ainsi, le premier terme tient compte de la réponse linéaire du milieu, à la fréquence du champ appliqué. Le terme quadratique n'est nul ici car la silice présente une symétrie d'inversion. Le second terme du développement est donc cubique en champ.

Il représente la réponse non linéaire de la silice, responsable dans les fibres optiques des processus de mélange à quatre ondes et de l'effet Kerr.

Ces deux effets sont de toute première importance à tout niveau dans notre travail de thèse. Enfin, les termes non linéaires d'ordres supérieurs habituellement négligés car les effets qu'ils produisent sont très faibles loin des résonances.

Pour tenir compte de la causalité (la réponse au temps  $t$  affecte le champ au temps  $(t + \tau)$ ) et de l'éventuelle non localité de la réponse  $\vec{P}$  (la réponse en un point  $\vec{r}$  affecte les points en  $\vec{r} + \vec{\rho}$ ), chaque terme de la série (1.9) est en fait une double intégrale sur le temps (de  $-\infty$  à  $t$ ) et sur la coordonnée spatiale  $r$  (sur un volume  $V$  autour du point considéré). La fonction de réponse du milieu est donc contenue dans les tenseurs de susceptibilité diélectrique  $\chi^{(1)}$  et  $\chi^{(3)}$ .

Un certain nombre de symétries existent au sein des tenseurs de susceptibilité, qui conduisent à leur simplification. La symétrie la plus importante est celle du milieu car elle impose une symétrie spécifique à la réponse optique. En particulier, nous avons déjà souligné que la réponse non linéaire quadratique ( $\chi^{(2)}$ ) était nulle puisque la silice est un milieu centro-symétrique. Nous verrons plus loin (section I.5) les autres symétries à prendre en compte dans les fibres optiques, et maintenons pour l'instant la généralité du tenseur.

Nous supposons encore que les ondes lumineuses traitées ici peuvent être considérées comme quasi monochromatiques. En pratique, cette approximation s'avère valable tant que l'enveloppe des ondes varie en un temps de l'ordre de 100 fs au moins [2]. Le champ électrique d'une onde électromagnétique dont le spectre est centré autour de la fréquence  $\omega$  et la réponse optique linéaire peuvent s'écrire

en termes de leurs amplitudes spectrales complexes  $\vec{E}(r, \omega)$  et  $\vec{P}^{(1)}(r, \omega)$ :

$$\begin{aligned}\vec{E}(r, t) &= \frac{1}{2} \left( \vec{E}(r, \omega) e^{-i\omega t} + [\vec{E}(r, \omega)]^* e^{i\omega t} \right) \\ \vec{P}(r, t) &= \frac{1}{2} \left( \vec{P}^{(1)}(r, \omega) e^{-i\omega t} + [\vec{P}^{(1)}(r, \omega)]^* e^{i\omega t} \right)\end{aligned}\tag{1.24}$$

Sous cette forme, il apparaît immédiatement que le champ électrique  $\vec{E}(r, \omega)$  et la polarisation linéaire  $\vec{P}^{(1)}(r, \omega)$  restent des grandeurs réelles. Dans le domaine spectral, on peut alors montrer que [7,8] l'amplitude spectrale de la polarisation linéaire devient :

$$\vec{P}_i^{(1)}(r, \omega) = [\chi_{ij}^{(1)}(\omega)] \vec{E}_j(r, \omega) + \Gamma_{ijz}^{(1)}(\omega) \nabla_{\perp} \vec{E}_j(r, \omega) \quad (1.25)$$

Avec  $\chi_{ij}^{(1)}(\omega) = \varepsilon_{ij}(\omega) - \delta_{ij}$  ( $\delta_{ij}$  : est le symbole de Kronecker), et  $\nabla_{\perp}$  définit un gradient dans la direction orthogonale à la direction de propagation  $z$ . Dans cette équation, les indices se rapportent aux coordonnées spatiales  $(x, y, z)$ ; la sommation répétée sur tous les indices successifs est de mise bien qu'elle ne soit pas explicite ici, afin d'alléger les notations. Nous conserverons cette notation dans la suite. Dans l'équation constitutive linéaire (1.25), nous avons séparé la réponse locale  $\chi_{ij}^{(1)}(\omega)$  de la réponse optique non locale ( $\Gamma_{ijz}^{(1)}$ ) du milieu. Dans la silice, la réponse locale se traduit par des effets dispersifs temporel—dispersion chromatique—et spatial—biréfringence linéaire—, tandis que la réponse non locale du milieu est la cause de l'activité optique ou biréfringence circulaire de la fibre. Nous verrons à la section I.8.1 quelles sont les causes intrinsèques et extrinsèques de l'anisotropie des fibres optiques, responsable de leur biréfringence. Si l'on pose

$$\vec{P}(r, t) = \frac{1}{2} \left( \vec{P}^{(3)}(r, \omega) e^{-i\omega t} + [\vec{P}^{(3)}(r, \omega)]^* e^{i\omega t} \right) \quad (1.26)$$

On peut montrer pareillement que les équations constitutives pour les composantes de l'amplitude complexe de la polarisation non linéaire prennent la forme suivante :

$$\vec{P}_i^{(3)}(r, \omega) = [\varepsilon_0 \chi_{ij}^{(3)}(\omega)] \vec{E}_j(r, \omega) \vec{E}_j(r, \omega) \vec{E}_k(r, \omega) \vec{E}_l(r, -\omega) \quad (1.27)$$

Pour obtenir les équations (1.11) et (1.23), nous avons effectué un certain nombre d'hypothèses. D'abord, nous n'avons retenu que les composantes de champ électrique de même fréquence (non signée). Seuls demeurent alors des termes en  $\omega$  et les troisièmes harmoniques en  $3\omega$ . Dans l'équation (1.25), nous avons de plus supposé que ces derniers termes oscillent rapidement et sont donc négligeables (loin des conditions d'accord de phase,  $\vec{P}^{(3)}_i(r, 3\omega) = 0$ ) Nous avons effectué une sommation, jusqu'alors implicite, sur toutes les permutations des fréquences  $\omega$  et  $-\omega$  des composantes  $\vec{E}_j$ ,  $\vec{E}_k$  et  $\vec{E}_l$ , pour

autant qu'elles produisent une réponse à la fréquence  $\omega$ . Enfin, nous avons considéré la réponse non linéaire comme instantanée. La contribution électronique à la non-linéarité a en effet un temps de réponse estimé à quelques femtosecondes au plus, tandis que la contribution moléculaire retardée que nous négligeons ici a un temps de l'ordre de 60-70 fs dans la silice [9].

Enfin, nous avons omis la contribution non locale de la réponse non linéaire cubique, parfaitement négligeable dans le contexte qui nous occupe [7].

À partir des équations constitutives (1.24) et (1.26) pour les polarisations linéaire et non linéaire  $\vec{P}(n)$ , l'équation de propagation (1.27) des ondes lumineuses dans les fibres en silice peut se réécrire pour chaque composante  $\vec{E}_i$  de l'amplitude complexe du champ électrique comme suit :

$$\Delta \vec{E}_i(\vec{r}, \omega) + \frac{\omega^2}{c^2} \vec{E}_i(\vec{r}, \omega) = -\mu_0 \omega^2 \vec{P}_i^n(\vec{r}, \omega). \quad (1.28)$$

## 1.5. Les symétries des tenseurs de susceptibilité

Nous introduisons à présent les relations entre les composantes des tenseurs de susceptibilité qui conduisent à leur simplification. Nous commençons par les relations qui découlent de symétries propres aux tenseurs, sans hypothèse particulière quant au milieu de propagation.

La première symétrie résulte du fait que les vecteurs  $\vec{E}$ ,  $\vec{P}$  et  $\vec{D}$  sont des grandeurs purement réelles car physiquement mesurables. En particulier, les composantes linéaires  $\vec{P}_i(\vec{r}, t)$ , obtenues à partir des équations (1.24) et (1.26), et les composantes non linéaires  $\vec{P}_i(\vec{r}, t)$ , obtenues pareillement à partir des équations (1.25) et (1.26), sont réelles. Ceci implique [7, 10]

$$\chi_{ij}^{(1)}(\omega) = [\chi_{ij}^{(1)}(-\omega)]^* \quad (1.29)$$

$$\Gamma_{ijn}^{(1)}(\omega) = [\chi_{ijn}^{(1)}(-\omega)]^* \quad (1.30)$$

$$\chi_{ijkl}^{(3)}(\omega) = [\chi_{ijkl}^{(3)}(-\omega)]^* \quad (1.31)$$

Ensuite, on fait l'hypothèse d'un milieu sans pertes, ce qui revient à négliger toute absorption ou dissipation lors de la propagation de la lumière dans la fibre. Cette hypothèse est effectivement vérifiée dans les fibres optiques standard si la distance de propagation est nettement inférieure au kilomètre. À partir de considérations sur la conservation d'énergie, et en se servant des relations (1.27), on peut montrer que [7-11],

$$\chi_{ij}^{(1)}(\omega) = \chi_{ji}^{(1)}(-\omega) = [\chi_{ji}^{(1)}(\omega)]^* \quad (1.32)$$

$$\Gamma_{ijn}^{(1)}(\omega) = \Gamma_{ijn}^{(1)}(-\omega) = -[\chi_{ijn}^{(1)}(\omega)]^* \quad (1.33)$$

$$\chi_{ijkl}^{(3)}(\omega) = [\chi_{jilk}^{(3)}(-\omega)]^* \quad (1.34)$$

Enfin, il faut ajouter un ensemble d'identités entre les composantes du tenseur non linéaire, et seulement lui, qui découlent de ses symétries des permutations de fréquences. Celles-ci résultent de l'équation (1.27), qui doit être indépendante de l'ordre dans lequel les fréquences  $\omega$  et  $-\omega$  apparaissent dans les composantes spectrales  $\vec{E}_j(r, \omega)$ ,  $\vec{E}_k(r, \omega)$  et  $\vec{E}_l(r, -\omega)$ . Elles s'expriment comme suit :

$$\chi_{ijkl}^{(3)}(\omega) = \chi_{ikjl}^{(3)}(\omega) = \chi_{ijlk}^{(3)}(\omega) = \chi_{ilkj}^{(3)}(\omega) \quad (1.35)$$

À partir des relations (1.35), l'expression (1.27) devient

$$\vec{P}_i^{(3)}(\vec{r}, \omega) = \varepsilon_0 \frac{3}{4} \chi_{ijkl}^{(3)}(\omega) \vec{E}_j(\vec{r}, \omega) \vec{E}_k(\vec{r}, \omega) \vec{E}_l^*(\vec{r}, \omega) \quad (1.36)$$

Le facteur 3/4 provenant ici de la sommation réalisée sur toutes les permutations des fréquences. Plus largement, ces symétries nous seront utiles dans la suite pour réduire de manière drastique la complexité du tenseur non linéaire, initialement composé de 81 éléments.

Nous poursuivons nos développements en décomposant le tenseur de susceptibilité linéaire locale en deux parties, l'une isotrope (indignée s) et l'autre anisotrope (indignée a) :

$$\chi_{ij}^{(1)}(\omega) = \chi^s(\omega) \delta_{ij} + \chi_{ij}^a(\omega) \quad (1.37)$$

En vertu des symétries (32),  $\chi^s$  est réel et  $\chi_{ij}^a$  est hermitien. Le tenseur  $\chi_{ij}^{(1)}$  peut encore s'écrire :

$$\chi_{ij}^{(1)}(\omega) = \varepsilon_{ij}(\omega) - \delta_{ij}$$

Où nous avons introduit le tenseur diélectrique  $\varepsilon_{ij}(\omega)$ . Les termes isotrope et anisotrope de ce tenseur sont définis à partir de l'équation (1.37), qui devient alors:

$$\begin{aligned}\chi_{ij}^{(1)}(\omega) &= (1 + \chi^s(\omega))\delta_{ij} + \chi_{ij}^a(\omega) \\ &= \varepsilon(\omega)\delta_{ij} + \chi_{ij}^a(\omega)\end{aligned}\quad (1.38)$$

La constante diélectrique  $\varepsilon(\omega)$  est réelle par les relations (1.32). Elle est liée à l'indice de réfraction moyen du milieu  $n$ :  $\varepsilon(\omega) = n^2(\omega)$ . La dispersion chromatique des fibres en silice (supposées sans pertes) est donc la contribution isotrope de la réponse linéaire locale (réelle) au passage de la lumière.  $\chi_{ij}^a$  Inclut l'anisotropie linéaire du milieu, c'est-à-dire sa biréfringence linéaire.

## 1.8 Les équations d'enveloppe

Dans une fibre optique monomode, une onde électromagnétique se propage avec un vecteur d'onde  $\vec{k}$  orienté essentiellement selon l'axe  $z$ , confondu avec l'axe de la fibre. Nous savons par ailleurs que le champ qui se propage dans une telle fibre est une superposition de modes guidés (le mode fondamental  $HE_{11}$  non dégénéré) et de modes radiés ; on néglige toutefois les modes radiés car on a supposé que la propagation avait lieu sans pertes [11]. Ce champ possède trois composantes  $E_x, E_y$  et  $E_z$  non nulles. Or, dans les fibres optiques monomodes usuelles, la différence d'indice entre le coeur et la gaine est faible (de l'ordre de  $10^{-3}$ ), de sorte que la composante longitudinale  $E_z \ll E_x, E_y$ . Nous faisons ici l'hypothèse que nous pouvons la négliger : c'est l'approximation de guidage faible [2, 12]. Le champ dans une fibre optique monomode s'approche ainsi d'une onde plane, le front d'onde devenant strictement plan sur l'axe de la fibre. Cette approximation nous permettra dans la suite de reprendre le formalisme développé pour les ondes planes pour l'appliquer à la propagation dans les fibres optiques. L'extension de ces résultats est justifiée à la section précédente. Enfin, on suppose que l'anisotropie, la réponse non locale linéaire et la non linéarité peuvent être considérées comme des perturbations par rapport à la réponse linéaire isotrope, soit respectivement [10].

$$|\chi_{ij}^a|, |\Gamma_{ijz}^{(1)}|, |\chi_{ijkl}^{(3)} \bar{E}^2| \ll n^2(\omega), \quad (1.39)$$

Où  $\bar{E}$  est une amplitude du champ électrique de grandeur typique. Cette relation est parfaitement vérifiée dans les fibres optiques en silice, où il s'avère que ces effets sont particulièrement faibles.

Sur la base de ces hypothèses, l'amplitude complexe du champ électromagnétique prend la forme [16]

$$\vec{E}(z, \omega) = \vec{A}(z, \omega) e^{i\beta(\omega)z}, \quad (1.40)$$

Où  $\beta(\omega) = 2\pi n(\omega) / \lambda$  est la constante de propagation isotrope. Dans une fibre optique,  $\beta(\omega)$  et  $n(\omega)$  sont la constante de propagation de mode et l'indice de mode, respectivement. La dépendance fréquentielle rassemble tout à la fois la dispersion matérielle de la silice et la dispersion du guide d'onde. Le champ se décompose donc en une porteuse oscillant rapidement,  $e^{i\beta z}$ , et une enveloppe d'amplitude complexe,  $A(z, \omega)$ . La porteuse contient les effets de la composante isotrope linéaire de la réponse du milieu, tandis que l'enveloppe lentement variable prend en compte les perturbations introduites par l'anisotropie, la réponse non locale linéaire et la non-linéarité. L'hypothèse d'enveloppe lentement variable revient à supposer que :

$$\left| \frac{1}{\beta^2} \frac{\partial^2 \bar{A}}{\partial z^2} \right| \ll \left| \frac{1}{\beta} \frac{\partial \bar{A}}{\partial z} \right| \ll |A|. \quad (1.41)$$

Si l'on exprime l'équation (1.25) pour le champ (1.27) en tenant compte de cette dernière hypothèse et en utilisant les équations (1.32), (1.34) et (1.35), on obtient [13] :

$$\frac{d\bar{A}_i}{dz} = i \frac{\omega}{2c} \left( u_{ij} \bar{A}_j + \kappa_{ijkl} \bar{A}_j \bar{A}_k \bar{A}_l^* \right), \quad (1.42)$$

avec

$$u_{ij}(\omega) = \frac{\chi_{ij}^a(\omega)}{n} + \frac{i\beta\Gamma_{ijz}^{(1)}}{n} \quad (1.43)$$

$$\kappa_{ijkl} = \frac{3}{4} \frac{\chi_{ijkl}^{(3)}}{n}$$

Les indices  $i, j, k$  et  $l$  font ici référence aux composantes  $x$  ou  $y$ . Ces équations sont les équations d'enveloppe, où les effets de la réponse linéaire locale et non locale sont contenus dans le premier terme du membre de droite,  $u_{ij}$ , tandis que les effets non linéaires sont pris en compte par le second terme,  $\kappa_{ijkl}$ . On a par ailleurs négligé la dispersion de la réponse non locale et de la réponse non linéaire dont les effets dépassent le cadre de notre étude.

Les équations d'enveloppe (1.42) nous permettront dans la suite d'établir l'équation d'évolution de la polarisation en les paramètres de Stokes à la section (1.3). Elles nous permettent aussi de dériver les équations qui régissent la propagation des impulsions dans les fibres optiques monomodes. Dans ce cas cependant, les ondes ne sont plus planes. Leurs profils transverses correspondent au mode fondamental de la fibre et est approximativement gaussien quand la fibre est isotrope. La géométrie unidimensionnelle de la fibre permet de simplifier encore les équations. La distribution modale transverse des ondes qui s'y propagent est simplement prise en compte par un terme représentant l'aire effective du cœur pour un signal seul, ou par une intégrale de recouvrement des signaux, s'il y en a plusieurs. Puisque la non linéarité (cubique) donnant lieu à l'effet Kerr est très faible dans les fibres optiques en silice, on peut alors appliquer un traitement perturbatif aux équations d'enveloppe. Moyennant quelques hypothèses explicitées, par exemple, dans la référence [10] et rencontrées dans la plupart des situations expérimentales, on peut montrer que la propagation non linéaire des ondes dans les fibres optiques est valablement décrite par l'équation non linéaire de Schrödinger (NLS) :

$$\frac{\partial \vec{A}}{\partial z} = -i \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} + i \gamma |\vec{A}|^2 \vec{A} \quad (1.45)$$

$$\gamma = Q = \frac{n_2^I \omega_0}{c A_{eff}} \quad (1.46)$$

où  $A_{eff}$  est l'aire effective de la fibre optique qui tient compte de la variation de l'intensité le long de la section transverse de celle-ci grâce à la distribution  $F(x, y)$  du mode de propagation,  $A_{eff}$  est définie par [2] :

$$A_{eff} = \frac{\left( \iint_{R^2} |F(x, y)|^2 dx dy \right)^2}{\iint_{R^2} |F(x, y)|^4 dx dy} \quad (1.47)$$

Nous obtenons la célèbre équation de Schrödinger non linéaire (NLS) donnée par [2, 11] :

$$\frac{\partial \bar{A}}{\partial z} + i \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 \bar{A}}{\partial t^2} = i \gamma |\bar{A}|^2 \bar{A} \quad (1.48)$$

Cette équation est à la base de nombreux travaux de recherche dans le domaine des Télécoms et a été démontrée dans les fibres optiques en 1973 par Hasegawa et Tappert [14]. Dans sa version la plus simple, l'équation NLS ne tient compte ni des pertes optiques, ni des termes de dispersion et de non linéarité d'ordre supérieur, mais nous verrons par la suite que cette équation peut être généralisée à d'autres effets. L'équation NLS démontrée par Hasegawa et Tappert permet tout de même de décrire des phénomènes aussi variés que la dispersion chromatique d'ordre 2, l'auto-modulation de phase, l'instabilité modulationnelle ou encore la propagation de solitons [2, 3].

## I.6. Méthode de Fourier à pas divisé

La méthode de Fourier à pas divisé est une méthode pseudo-spectrale rapide qui permet de résoudre numériquement l'équation de Schrödinger non linéaire [2]. C'est un outil puissant qui, couplé à un bon ordinateur, permet de simuler la propagation d'impulsions dans les fibres optiques, et donc de développer des simulateurs de systèmes de transmission d'informations par fibres optiques. Dans ce mémoire, une grande partie des simulations numériques présentées ont été réalisées à l'aide de cette

méthode de résolution et grâce à des algorithmes développés sous un environnement Matlab.

Le principe de cette méthode est de considérer l'équation de Schrödinger non linéaire (1.22) comme pouvant se mettre sous la forme suivante :

$$\frac{\partial A}{\partial z} = (\hat{D} + \hat{N})A \quad (1.49)$$

Où  $\hat{D}$  représente l'opérateur des effets linéaires (ici la dispersion chromatique d'ordre 2) auquel peuvent venir s'ajouter la dispersion d'ordre 3 ou les pertes de la fibre.  $\hat{N}$  représente l'opérateur des effets non linéaires (ici l'auto-modulation de phase) auquel peuvent venir également s'ajouter des effets d'ordres supérieur: effet Raman stimulé, auto-raïdissement.

Ces opérateurs sont donnés ici par :

$$\begin{aligned} \hat{D} &= -i \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \\ \hat{N} &= i\gamma |A|^2 \end{aligned} \quad (1.50)$$

Il est reconnu que la dispersion chromatique et la non linéarité agissent simultanément au cours de la propagation dans la fibre optique. Cependant, la méthode de Fourier à pas divisé est basée sur une approximation qui consiste à dire que sur de très courtes distances de propagation  $h$ , les opérateurs  $\hat{D}$  et  $\hat{N}$  commutent. Les effets linéaires et non linéaires peuvent alors être découplés et appliqués successivement à l'impulsion considérée. Comme le montre la figure 1.2, la propagation entre les points  $z$  et  $z+h$  se fait donc en deux étapes.

Dans un premier temps, seule la dispersion chromatique est appliquée à l'impulsion ( $\hat{N} = 0$ ) puis, dans un deuxième temps,  $\hat{D} = 0$  et seuls les effets non linéaires agissent. Dans ces conditions, la résolution de l'équation (1.23) conduit à deux étapes :

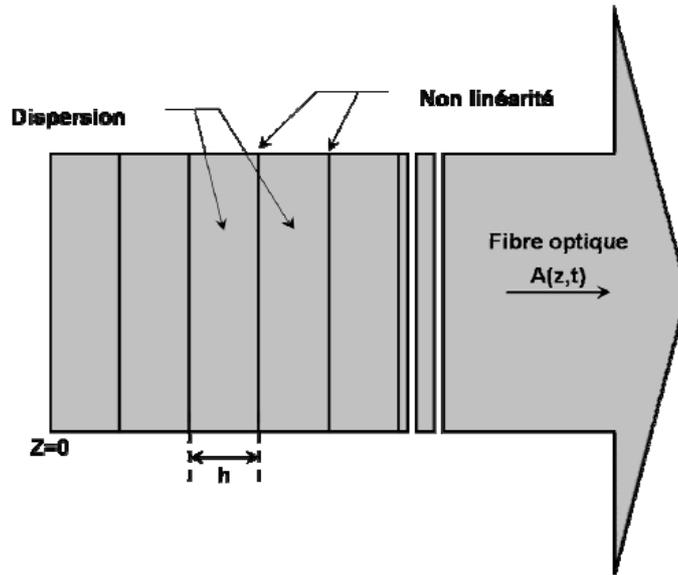


Figure 1.2 : Illustration schématique de la méthode de Fourier à pas divisé.

### Etape 1 : pas dispersif :

Comme l'opérateur différentiel  $\frac{\partial}{\partial t}$  est équivalent à une multiplication par  $-i\omega$  dans l'espace des fréquences, pour plus de simplicité, l'opérateur  $\hat{D}$  est calculé dans le domaine de Fourier suivant :

$$\begin{aligned} A'(z+h, t) &= TF^{-1}[\exp(h\hat{D})TF[A(z, t)]] \\ A'(z+h, t) &= TF^{-1}\left[\exp\left(i\frac{\beta_2}{2}\omega^2 h\right)TF[A(z, t)]\right] \end{aligned} \quad (1.51)$$

### Etape 2 : pas non linéaire :

L'opérateur  $\hat{N}$  s'applique ensuite dans le domaine temporel :

$$\begin{aligned} A(z+h, t) &= \exp(h\hat{N})A'(z+h, t) \\ A(z+h, t) &= \exp\left(i\gamma|A|^2 h\right)A'(z+h, t) \end{aligned} \quad (1.52)$$

En répétant ces deux opérations un grand nombre de fois grâce à un ordinateur, de proche en proche, nous avons accès au champ électrique en fonction de la distance de propagation et réalisons ainsi une simulation numérique de la propagation de la lumière dans une fibre optique.

## I.7. Effets rencontrés par une impulsion lors de sa propagation

### I.7.1. Effets linéaires

#### I.7.1.1. Dispersion chromatique d'ordre 2 (GVD)

La propagation d'une onde lumineuse de champ  $A(z,t)$  dans un milieu linéaire et dispersif peut être modélisée par l'équation différentielle de Schrödinger non linéaire (1.48) dans laquelle  $\gamma$  prend une valeur nulle [2, 3] :

$$\frac{\partial A}{\partial z} = -i \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} \quad (1.53)$$

Cette équation est généralement résolue dans le domaine de Fourier dans lequel l'équation (1.53) s'exprime :

$$\frac{\partial \tilde{A}}{\partial z} = \frac{i}{2} \beta_2 \omega^2 \tilde{A} \quad (1.54)$$

où  $\tilde{A}(z, \omega)$  désigne la transformée de Fourier (TF) de  $A(z,t)$  donnée par :

$$\tilde{A}(z, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} A(z, t) \exp(i\omega t) dt, \quad (1.55)$$

L'équation (1.54) se résout alors facilement de sorte que :

$$\tilde{A}(z, \omega) = \tilde{A}(0, \omega) \exp\left(\frac{i}{2} \beta_2 \omega^2 z\right) \quad (1.56)$$

où  $\tilde{A}(0, \omega)$  désigne la transformée de Fourier du champ initial  $A(0,t)$ .

Nous pouvons remarquer ici que le module de  $\tilde{A}(0, \omega)$  reste constant au cours de la propagation. Cela signifie que la dispersion chromatique d'ordre 2 change la phase des composantes spectrales au cours de la propagation mais ne modifie pas le spectre de l'impulsion qui restera donc constant tout au long de la propagation.

Finalement, la transformée de Fourier inverse de l'équation (1.56) donne le champ électrique de l'impulsion en fonction de la distance de propagation qui s'exprime par :

$$A(z, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{A}(0, \omega) \exp\left(\frac{i}{2} \beta_2 \omega^2 z - i\omega t\right) d\omega \quad (1.57)$$

Nous pouvons illustrer cette série d'équations en prenant l'exemple d'une impulsion gaussienne pour laquelle le champ électrique initial s'écrit :

$$A(0,t) = \exp\left(-\frac{t^2}{2t_0^2}\right) \quad (1.58)$$

où  $t_0$  désigne la demi largeur à  $1/e$  de l'intensité reliée à sa largeur à mi-hauteur (FWHM) par [2] :

$$FWHM = 2\sqrt{\ln 2}t_0 \approx 1.665t_0. \quad (1.59)$$

En utilisant l'équation (1.57), il vient qu'à la distance  $z$ , le champ électrique s'écrit [2, 3] :

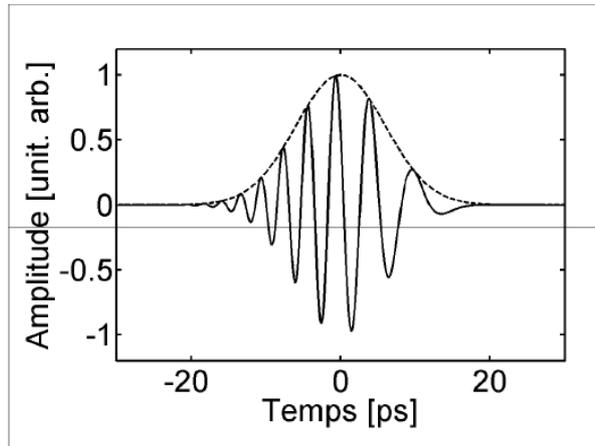
$$A(z,t) = \frac{t_0}{\sqrt{t_0^2 - i\beta_2 z}} \exp\left(-\frac{t^2}{2(t_0^2 - i\beta_2 z)}\right), \quad (1.60)$$

Nous pouvons remarquer sur l'équation (1.60) que l'impulsion garde sa forme gaussienne au cours de la propagation tout en s'élargissant. Par conséquent, et ce afin de satisfaire la loi de conservation de l'énergie, sa puissance crête diminue progressivement. Finalement, et afin de mieux mettre en évidence le phénomène d'élargissement, nous pouvons réarranger l'expression (1.60) pour obtenir :

$$A(z,t) = \frac{1}{\left(1 + (t_0^{-2}\beta_2 z)^2\right)^{1/4}} \times \exp\left[-\frac{t^2}{t_0\left(1 + (t_0^{-2}\beta_2 z)^2\right)} + \frac{2i\beta_2 z t^2}{t_0^4\left(1 + (t_0^{-2}\beta_2 z)^2\right)} - \frac{i}{2}\arctan(t_0^{-2}\beta_2 z)\right] \quad (1.61)$$

Nous déduisons alors de l'expression (1.61) que la largeur de l'impulsion gaussienne s'exprime en fonction de la distance de propagation, et ce indépendamment du signe de la dispersion par :

$$t_z(z) = t_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{L_d}\right)^2}$$



**Figure 1.3** Représentation d'une impulsion optique ayant acquis un « chirp »

où  $L_d$  désigne la longueur de dispersion, c'est-à-dire la distance de propagation au bout de laquelle l'impulsion s'est élargie d'un facteur  $\sqrt{2}$ . Son expression est donnée par :

$L_d = \frac{t_0^2}{|\beta_2|}$ . Nous pouvons également remarquer sur l'expression (1.61) qu'au cours de la

propagation, l'impulsion acquiert une phase quadratique du type  $\Phi_d(z, t) = (at^2 + b)z$ . La fréquence instantanée, c'est-à-dire la dérivée temporelle de la phase, s'écarte donc de la fréquence de la porteuse selon une quantité qui varie linéairement le long de l'impulsion et qui augmente avec la distance de propagation [2, 3]. Cette quantité :  $\delta\omega = -\frac{\partial\Phi_d}{\partial t}$  est appelée « chirp » ou glissement de fréquence. Le chirp s'explique clairement par le fait que les différentes composantes spectrales de l'impulsion se déplacent à des vitesses différentes par le biais de la dispersion chromatique.

Comme l'illustre la figure 1.3, dans le cas d'un régime de dispersion anormale,  $\beta_2 < 0$ , les composantes de plus hautes fréquences se déplacent plus vite que les composantes de plus basses fréquences. Au cours de la propagation, les composantes de basses fréquences vont donc s'accumuler sur le front descendant de l'impulsion tandis que les hautes fréquences s'accumuleront sur le front montant. Le front montant de l'impulsion étant alors plus rapide que le front descendant, il s'en suit un élargissement inexorable de l'impulsion.

### I.7.1.2. Dispersion chromatique d'ordre 3 (TOD)

Nous avons vu dans le paragraphe précédent que la dispersion chromatique d'ordre 2 induisait un élargissement des impulsions au cours de leur propagation. Bien que dans un milieu linéaire, cet effet soit en général prédominant, il est parfois nécessaire d'inclure dans le modèle des termes d'ordre supérieur comme la dispersion d'ordre 3 (TOD), baptisée également pente de la dispersion. En effet, lorsque la longueur d'onde du signal est proche du zéro de dispersion de la fibre optique ( $\beta_2 \cong 0$ ), ou si l'impulsion possède un spectre très large, par exemple pour une durée d'impulsion relativement courte (FWHM < 1ps), le terme de dispersion chromatique d'ordre 2 ne peut alors plus être considéré comme constant le long du spectre des impulsions. Il devient alors nécessaire d'inclure le terme correspondant à  $\beta_3$ . Ce terme s'inclut aisément dans l'équation de Schrödinger non linéaire puisqu'il correspond à un terme d'ordre supérieur dans le développement de Taylor de la constante de propagation exprimé par l'équation (1.4). Tenant compte de cet effet, l'équation (1.53) devient :

$$i \frac{\partial A}{\partial z} = \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + i \frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^3 A}{\partial t^3} \quad (1.62)$$

De manière analogue au paragraphe précédent, cette équation peut être résolue de manière analytique pour finalement, comme l'équation (1.57), donner le champ de l'impulsion en fonction de la distance de propagation par :

$$\bar{A}(z, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{A}(0, \omega) \exp\left(\frac{i}{2} \beta_2 \omega^2 z + \frac{i}{6} \beta_3 \omega^3 z - i\omega t\right) d\omega \quad (1.63)$$

Comme au paragraphe précédent, nous pouvons noter que le module de  $\tilde{A}(0, \omega)$  reste constant au cours de la propagation. Cela montre que les dispersions chromatiques d'ordre 2 et d'ordre 3 changent uniquement la phase des composantes spectrales mais ne modifient pas le spectre de l'impulsion au cours de sa propagation.

Afin de comparer l'impact de ces deux ordres de dispersion, il est utile d'introduire une deuxième longueur de dispersion  $L_{d3}$  caractérisant la dispersion d'ordre 3. Son expression est donnée par :

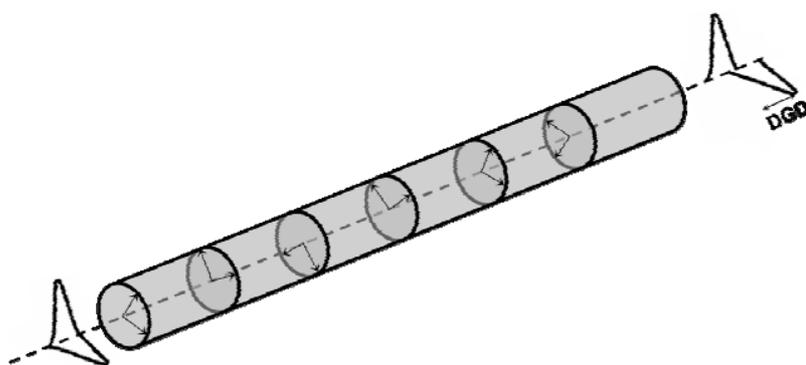
$$L_{d3} = \frac{t_0^3}{|\beta_3|}$$

La dispersion d'ordre 3 jouera un rôle significatif si  $L_{d3} \leq L_d$ , c'est-à-dire pour une dispersion d'ordre 2 très faible ou pour une impulsion possédant un spectre très large.

### I.7.1.3. Dispersion des modes de polarisation (PMD)

La dispersion des modes de polarisation (PMD) est devenue à l'heure actuelle un des effets les plus limitatifs pour les télécommunications optiques à très haut débit [1, 2, 15, 16]. En effet, la PMD représente la conséquence directe des imperfections géométriques de la fibre optique occasionnées par son procédé de fabrication. Elle se caractérise alors par une faible biréfringence répartie le long de la fibre de manière aléatoire. Comme le montre la figure 1-4, la PMD se modélise usuellement en considérant la fibre optique comme une concaténation de tronçons biréfringents de faible longueur  $\Delta z$  ( $\approx 10m$ ) et de biréfringence  $\Delta n$  dont les axes neutres subissent une rotation aléatoire à la fin de chaque tronçon [2, 17, 18].

Si la PMD ne pose aucun problème pour des ondes continues ou des impulsions très larges, elle devient un effet prédominant pour des impulsions ultra-courtes ( $<1ps$ ). En effet, comme le montre la figure I.4, lorsqu'une impulsion est injectée dans une fibre optique possédant une PMD non négligeable, son état de polarisation va varier de manière aléatoire au cours de sa propagation. Au sein de chaque tronçon biréfringent, les deux composantes de polarisation orthogonales vont se déplacer à des vitesses différentes et engendrer, après propagation dans un grand nombre de tronçons, un



**Figure 1.4 :** Modélisation de la dispersion modale de polarisation dans une fibre optique.

retard total aléatoire appelé DGD (differential group delay) et donc un élargissement et une déformation aléatoire des impulsions [17,18].

Le DGD est une variable stochastique puisqu'il varie aléatoirement suivant le cheminement de l'état de polarisation du signal le long de la fibre optique.

$$p(x, PMD) = \frac{32x^2}{\pi^2 PMD^3} \exp\left(-\frac{4x^2}{\pi PMD^2}\right) \quad (1.65)$$

où  $x$  représente le DGD divisé par sa valeur moyenne  $PMD$ , c'est-à-dire,  $x = DGD / PMD$

## I.7.2. Effets non linéaires

### I.7.2.1. Auto-modulation de la phase (SPM)

L'auto-modulation de la phase (SPM) d'une impulsion est la manifestation directe de la dépendance de l'indice de réfraction vis-à-vis de l'intensité [2, 3]. Nous verrons par la suite que c'est la combinaison de cet effet avec celui de dispersion chromatique qui est à l'origine de l'existence des impulsions solitoniques [2, 3]. L'auto-modulation de la phase se traduit par l'accumulation d'une phase non linéaire générée au cours de la propagation et qui va engendrer, contrairement à la dispersion, un élargissement du spectre des impulsions. La propagation d'une onde lumineuse de champ  $A(z, t)$  dans un milieu non linéaire et non dispersif peut être modélisée par l'équation différentielle de Schrödinger non linéaire (1.48) dans laquelle  $\beta_2$  est nul, c'est-à-dire :

$$\frac{\partial \bar{A}}{\partial z} = i\gamma |\bar{A}|^2 \bar{A} \quad (1.66)$$

Cette équation peut être aisément résolue et sa solution prend alors la forme suivante :

$$\bar{A}(z, t) = \bar{A}(0, t) \exp\left(i\gamma |\bar{A}(0, t)|^2 z\right) \quad (1.67)$$

L'équation (1.67) montre que  $|\bar{A}(z, t)| = |\bar{A}(0, t)|$  et que par conséquent, le profil d'intensité n'est pas modifié par l'auto-modulation de phase au cours de la propagation. En revanche, cet effet provoque une variation de la phase de l'impulsion par elle-même, que l'on qualifie alors d'auto modulation de phase, qui conduit à un déphasage non linéaire

$\Phi_{NL} = \gamma |\bar{A}(0,t)|^2 z$  dépendant de la puissance et du profil de l'impulsion initiale et qui augmente linéairement avec la distance de propagation. Pour une impulsion de type gaussienne ou sécante hyperbolique, la phase non linéaire est rendue maximale au centre de l'impulsion où  $\Phi_{NL} = \gamma P_c z$ , avec  $P_c = |\bar{A}(0,t)|^2$  puissance crête de l'impulsion. Comme la phase non linéaire varie temporellement, la fréquence instantanée varie également le long de l'impulsion. L'auto-modulation de phase modifie donc le profil spectral de l'impulsion en générant des photons de fréquences inférieures à la fréquence de la porteuse  $\omega_0$  sur le front montant de l'impulsion et respectivement supérieures à  $\omega_0$  sur le front descendant. De même que pour la dispersion, l'impulsion acquiert alors un « chirp » ou glissement de fréquence, défini par [2, 3]

$$\delta\omega(t) = \omega(t) - \omega(0) = -\frac{\partial\Phi_{NL}}{\partial t} = -\gamma z \frac{\partial|A(0,t)|^2}{\partial t} \quad (1.68)$$

Finalement, comme pour les effets de dispersion, nous pouvons définir une longueur caractéristique des effets non linéaires :  $L_{nl}$  qui représente la longueur de fibre nécessaire à une accumulation de phase non linéaire au centre de l'impulsion égale à 1 et qui s'exprime par [2] :

$$L_{nl} = \frac{1}{\gamma P_c} \quad (1.69)$$

Toutes ces longueurs caractérisant les différents effets rencontrés dans une fibre optique sont très utiles pour définir le régime de propagation modélisant au mieux notre système. En effet, suivant les paramètres expérimentaux, si  $L_{nl} \gg L_d$ , nous pourrions considérer que le système est purement dispersif et donc pouvant être modélisé par l'équation (1.53) et inversement, si  $L_{nl} \ll L_d$ , le système sera non linéaire et modélisé par l'équation (1.66).

## I.8 Solitons fondamentaux

L'utilisation d'impulsions solitoniques pour la transmission d'informations par fibres optiques fut proposée en 1973 par Hasegawa et Tappert [14]. Le soliton est la manifestation d'un équilibre parfait au sein de la fibre optique entre la non linéarité liée

à l'effet Kerr et la dispersion chromatique d'ordre 2 [8]. Ce phénomène est observable en régime de dispersion anormale  $\beta_2 < 0$  où le chirp généré par l'auto-modulation de phase (SPM) en tout point de la fibre est contrebalancé par le chirp lié à la dispersion chromatique d'ordre 2 de sorte que  $L_{nl} = L_d$  [2]. En l'absence de perte et d'effet d'ordre supérieur, le soliton est alors capable de voyager au sein de la fibre optique sans aucune déformation [2, 3, 8]. Cette vue simplifiée de l'impulsion solitonique en a donc fait le candidat idéal pour la transmission d'informations par fibres optiques. La solution exacte de l'équation NLS peut être établie analytiquement sur la base de la Transformée de Diffusion Inverse (Inverse Scattering Transform) ou par une approche de type Fourier à pas divisé [2-8] et s'exprime sous la forme d'une sécante hyperbolique :

$$\bar{A}(z,t) = N\sqrt{P_0} \operatorname{sech}\left(\frac{t}{t_0}\right) \exp\left(\frac{iP_0 z}{2\gamma}\right) \quad (1.70)$$

où N est l'ordre du soliton et  $t_0$  la largeur à 1/e de l'impulsion reliée à sa largeur à mi-hauteur par :

$$FWHM = 2\ln(1 + \sqrt{2})t_0 \approx 1.763t_0 \quad (1.71)$$

et  $P_0$  représente la puissance crête du soliton fondamental (N=1) reliée aux paramètres de la fibre par le critère  $L_{nl} = L_d$  suivant [8, 15, 33] :

$$P_0 = \frac{|\beta_2|}{\gamma t_0^2} \quad (1.72)$$

Une longueur caractéristique du soliton est sa période spatiale qui est notamment très utile pour les solitons d'ordre supérieur,  $N > 1$  ( $P_{crête} = N^2 P_0$ ), et qui est définie par :

$$z_0 = \frac{\pi}{2} L_d = \frac{\pi}{2} L_{nl} = \frac{\pi}{2} \frac{t_0^2}{|\beta_2|} \quad (1.73)$$

### I.8.1. Bref sur l'instabilité modulationnelle (IM)

Lorsqu'une onde optique continue se propage dans une fibre optique en régime de dispersion anormale  $\beta_2 < 0$ , cette onde devient instable vis-à-vis des petites perturbations présentes au sein de la fibre sous forme de bruit optique [2, 3, 19]. Le spectre de l'onde continue, initialement très étroit, se voit alors enrichi par deux lobes

latéraux qui représentent les courbes de gain des petites perturbations dont l'amplitude croît exponentiellement sur le début de la fibre sous les effets conjugués de la dispersion chromatique anormale et de la non linéarité. Dans le cas de puissances élevées et de longueurs de fibre suffisamment grandes, l'intensité de l'onde continue se voit alors modulée à la fréquence correspondant au maximum de gain. L'expression analytique du gain d'instabilité modulationnelle (IM) est obtenue à partir de l'analyse de stabilité d'une onde continue injectée dans l'équation NLS et de la relation de dispersion qui en découle. Le gain d'instabilité  $g(\Omega)$  en fonction du décalage fréquentiel  $\Omega$  prend alors la forme suivante [2, 3, 19] :

$$g(\Omega) = 4\pi^2 |\beta_2 \Omega| \sqrt{(\Omega_c^2 - \Omega^2)} \quad (1.74)$$

où

$$\Omega_c = \sqrt{\frac{4\gamma P}{|\beta_2|}}$$

où  $P$  représente la puissance de l'onde continue injectée dans la fibre optique.

Le gain maximum  $g_{\max}$  et la pulsation dite « optimale »  $\Omega_{\text{opt}}$  qui va se développer au cours de la propagation peuvent alors être aisément déduits et s'expriment respectivement de la façon suivante:

$$g_{\max} = 2\gamma P \quad (1.75)$$

et

$$\Omega_{\text{opt}} = \pm \frac{\Omega_c}{\sqrt{2}} = \pm \sqrt{\frac{2\gamma P}{|\beta_2|}} \quad (1.76)$$

### I.8.2. Diffusion stimulée au sein d'une fibre optique

Les phénomènes de diffusion stimulée se distinguent des autres effets non linéaires dans le sens où ils impliquent un changement d'état d'énergie de la matière. En effet, une transition énergétique des molécules du matériau convertit une partie de l'énergie du signal incident, qui se dépeuple donc au cours de sa propagation, en deux nouveaux signaux appelés « onde Stokes » et « onde anti-Stokes », décalés en fréquence d'une quantité dépendant du matériau [2, 3]. Les deux principaux effets de diffusion

rencontrés dans une fibre optique sont les diffusions Raman et Brillouin stimulées. Le paradoxe de ces deux effets tient dans le fait que les diffusions Raman et Brillouin peuvent aussi bien avoir des conséquences dramatiques sur la propagation d'impulsions dans une fibre optique comme elles peuvent être utilisées volontairement pour convertir des fréquences, être à la base de lasers fibrés ou encore servir d'amplificateur [1,2].

### I.8.3. Diffusion Raman Stimulée (SRS)

Le principe de base de la diffusion Raman stimulée (SRS) est représenté sur la figure 1.5. Le matériau, initialement dans son état fondamental, absorbe une fraction  $\hbar\Omega_R$  de l'énergie  $\hbar\omega$  des photons incidents pour évoluer vers un état excité correspondant à une résonance de vibrations intramoléculaires. En conséquence, les photons résultant de ce processus sont réémis de manière co-propagative à une fréquence plus basse donnée par  $\omega_s = \omega - \Omega_R$  et sont usuellement appelés photons Stokes, où  $\Omega_R$  représente le « shift » ou décalage Raman qui est de l'ordre de 13THz (fréquence de résonance de vibration du réseau) pour une fibre standard Télécom [23,24]. De manière similaire, si le nombre de molécules dans l'état excité est suffisamment élevé, celles-ci peuvent interagir avec les photons incidents pour retourner dans leur état fondamental et ainsi émettre des photons de type Anti-Stokes à la fréquence  $\omega_{as} = \omega + \Omega_R$ .

Finalement, cet effet est maintenant largement utilisé par les amplificateurs de

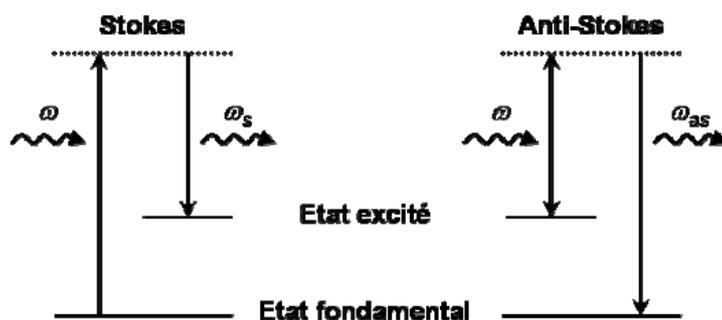


Figure 1.5 : Schéma des transitions énergétiques à la base de la diffusion Raman [22].

type Raman. En effet, lorsque la puissance de l'onde Stokes devient non négligeable devant celle du signal qui lui a donnée naissance, nous observons alors un régime de diffusion Raman stimulée dans lequel les basses fréquences sont continuellement amplifiées par les hautes fréquences. Ce régime, défini de façon arbitraire, intervient lorsque la puissance de l'onde Stokes devient égale à la puissance de la pompe en sortie de fibre et est donc défini par une puissance critique d'injection donnée par:

$$P_{crit} = \frac{16A_{eff}}{g_r L_{eff}} \quad (1.77)$$

Où  $A_{eff}$  est l'aire effective de la fibre,  $g_r$  le gain Raman (typiquement 10-13m/W pour une fibre standard) et  $L_{eff}$  la longueur effective de la fibre due à ses pertes intrinsèques et donnée par [2] :

$$L_{eff} = \frac{1 - \exp(-\alpha L)}{\alpha} \quad (1.78)$$

Où  $\alpha$  est le coefficient de pertes de la fibre optique en  $m^{-1}$  et L, la longueur de la fibre en mètre. Typiquement, pour une fibre DSF de L=5km ( $A_{eff} = 55 \mu m^2$ ,  $\alpha = 0.2 dB/km$ ), la puissance critique Raman est d'environ 2W tandis que pour une ligne Télécom composée de SMF avec L=100km,  $A_{eff} = 80 \mu m^2$  et  $\alpha = 0.2 dB/km$ , cette puissance passe à 590mW.

Le phénomène de diffusion Raman stimulée peut alors être exploité pour la génération de nouvelles fréquences et de larges continuums ou encore tout simplement comme amplificateur en ligne afin de compenser les pertes d'un système Télécom. En effet, la bande spectrale du gain Raman étant relativement large (20-THz, soit environ 100nm), ce dispositif permet d'amplifier une large bande de canaux dans des systèmes multiplexés en longueur d'onde (WDM). Par contre, ce phénomène possède également le défaut majeur d'amplifier naturellement les canaux de basses fréquences qui sont situés dans la courbe de gain Raman formée par les canaux de hautes fréquences et de briser ainsi l'équilibre du spectre.

La diffusion Raman peut être ajoutée dans l'équation NLS pour des impulsions pas trop courtes (FWHM>1ps) suivant l'expression donnée par:

$$\frac{\partial A}{\partial z} + i \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} = i\gamma \left[ |A|^2 - T_r \frac{\partial |A|^2}{\partial t} \right] A \quad (1.79)$$

où  $T_r$  représente la pente de la courbe au centre du gain Raman, typiquement  $T_r = 3$  à 5fs [2]. Il est alors possible de montrer qu'au cours de la propagation ce terme correspond à un décalage de la fréquence centrale des impulsions qui, pour un soliton fondamental, est égal à:

$$\Delta\omega_r(z) = -\frac{8|\beta_2|T_r}{15t_0^2} z \quad (1.80)$$

où  $t_0$  est la largeur à 1/e du soliton et  $z$  la distance de propagation.

Ceci s'explique aisément par la diffusion Raman stimulée. En effet, lorsque les impulsions sont très courtes et énergétiques (FWHM < 1ps), elles possèdent un spectre suffisamment large pour qu'au cours de leur propagation le gain Raman amplifie les composantes spectrales de basses fréquences (rouge) grâce à l'énergie véhiculée par les hautes fréquences (bleu) qui jouent alors le rôle de pompe. Ce processus, connu en anglais sous le nom de « self-frequency shift », se poursuit au cours de la propagation et augmente progressivement le décalage fréquentiel du spectre de l'impulsion vers les basses fréquences, d'où le signe moins dans l'équation (1.58).

#### I.8.4. Diffusion Brillouin Stimulée (SBS)

L'effet de diffusion Brillouin stimulée (SBS) est le premier phénomène non linéaire rencontré lors de l'injection d'une onde lumineuse quasi continue et de forte puissance dans une fibre optique [2,3]. Par conséquent, la diffusion Brillouin se trouve être un des premiers effets limitant le rapport signal sur bruit dans les systèmes Télécoms [20]. D'un point de vue général, la diffusion Brillouin stimulée se manifeste par la génération d'une onde Stokes contra-propagative contenant une grande partie de l'énergie incidente. Nous comprenons alors aisément la nécessité de s'affranchir de ce phénomène, d'abord afin d'augmenter l'efficacité des phénomènes non linéaires co-propagatifs souhaités, mais également afin d'éviter le retour de puissance dans les sources lasers ou autres amplificateurs.

La diffusion Brillouin est un phénomène semblable à la diffusion Raman dans le sens où il s'agit dans les deux cas de la génération, à partir d'une onde pompe, d'une onde Stokes décalée vers les basses fréquences et dont la puissance évolue de manière exponentielle avec la distance de propagation. Cependant, les ordres de grandeur des quantités caractéristiques de ces phénomènes (gain, largeur de la bande spectrale, décalage fréquentiel de l'onde Stokes et puissance critique) sont radicalement différents et ce, principalement parce que l'origine physique de la diffusion Brillouin est différente de celle de l'effet Raman. Il s'agit ici essentiellement de l'interaction entre 3 ondes : la pompe, l'onde Stokes Brillouin rétro-diffusée et une onde acoustique. Un photon de l'onde pompe est en fait annihilé pour générer un photon Stokes et un phonon acoustique. L'énergie et le moment cinétique étant conservés, les fréquences et les vecteurs d'onde satisfont :

$$\Omega_a = \omega_p - \omega_s \text{ et } k_a = k_p - k_s \quad (1.81)$$

Où  $\omega_p, \omega_s$  sont les pulsations et  $k_p, k_s$  les vecteurs d'onde, respectivement des ondes pompe et Stokes.  $\Omega_a$  et  $k_a$  correspondent, quant à eux, à la pulsation et au vecteur d'onde de l'onde acoustique.

L'onde acoustique ainsi générée module l'indice optique de la fibre et constitue localement un réseau optique de type Bragg qui réfléchit alors une partie de la lumière incidente sous la forme d'une onde Stokes [1, 20]. Le décalage de l'onde Stokes  $\nu_b$  est donné par la relation suivante :

$$\nu_b = \frac{\Omega_b}{2\pi} = \frac{2n\nu_a}{\lambda_p} \quad (1.82)$$

où  $n$  est l'indice optique du milieu,  $\lambda_p$  la longueur d'onde de la pompe et  $\nu_a$  la vitesse de propagation de l'onde acoustique au sein du milieu.

### **I.8.5. Auto-raïdissement**

Le phénomène d'auto-raïdissement d'une impulsion, traduction française de « self-steepening », est un effet non linéaire d'ordre supérieur à ne considérer que pour des impulsions ultra-courtes (FWHM < 1ps) et énergétiques [2]. L'auto-raïdissement est

le fruit de la dépendance de la vitesse de groupe vis-à-vis de l'intensité. Il se manifeste par une vitesse de propagation plus rapide sur les bords de l'impulsion qu'au centre de celle-ci où la puissance  $y$  est maximum. Conséquemment, le profil d'intensité adopte une forme asymétrique qui empire avec la distance de propagation.

L'auto-raïdissement peut être modélisé dans l'équation de Schrödinger non linéaire par l'addition d'un nouveau terme :

$$\frac{\partial A}{\partial z} + i \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} = i\gamma |A|^2 A - \frac{\gamma}{\omega_0} \frac{\partial (|A|^2 A)}{\partial t} \quad (1.83)$$

où  $\omega_0$  représente la fréquence de la porteuse.

### I.8.6. Mélange à quatre ondes (FWM)

La première partie de ce chapitre était essentiellement consacrée à la propagation d'un seul champ électrique au sein d'une fibre optique. Cependant, en réalité, et en particulier dans des applications Télécoms multiplexées en longueur d'onde (WDM), bon nombre de signaux à différentes longueurs d'onde se propagent simultanément au sein de la même fibre optique. La présence de ces signaux à diverses longueurs d'onde engendre alors, sous certaines conditions, un grand nombre d'effets non linéaires comme le mélange à quatre ondes, la modulation de phase croisée, l'instabilité modulationnelle induite, l'amplification Raman ou la diffusion Brillouin stimulée...[1,2,3, 20]

D'une manière générale, ces effets non linéaires traduisent la génération de nouvelles fréquences par l'interaction non linéaire et l'échange d'énergie de signaux qualifiés de pompes vers de nouvelles fréquences qualifiées également de « Stokes » ou « d'anti-Stokes ». Considérons deux champs électriques  $\vec{E}_1$  et  $\vec{E}_2$  de pulsations respectives  $\omega_1$  et  $\omega_2$  tel que  $\omega_2 > \omega_1$  et se propageant simultanément au sein d'une fibre optique. Si nous supposons les deux champs électriques polarisés rectilignement suivant le même état de polarisation, le champ total s'écrit simplement :  $\vec{E}_{tot} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ . Dans l'hypothèse où l'écart de fréquence  $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$  est faible devant la fréquence centrale  $\omega_0 = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$ , l'équation

(1.9) nous donne la polarisation non linéaire résultant de l'interaction du champ total sur le matériau incident par [1, 2, 3] :

$$\vec{P}_{NL} = \frac{3\epsilon_0}{4} \chi^{(3)} |\vec{E}_{tot}|^2 \vec{E}_{tot}, \quad (1.84)$$

En remplaçant  $\vec{E}_{tot}$  par son expression, nous obtenons :

$$\vec{P}_{NL} = 2n_0 n_2' \left[ \left( |\vec{E}_1|^2 + 2|\vec{E}_2|^2 \right) \vec{E}_1 + \left( |\vec{E}_2|^2 + 2|\vec{E}_1|^2 \right) \vec{E}_2 + \vec{E}_1^2 \vec{E}_2^* + \vec{E}_2^2 \vec{E}_1^* \right] \quad (1.85)$$

Tandis que les deux premiers termes traduisent la réponse non linéaire du matériau à la pulsation  $\omega_1$  et  $\omega_2$ , les deux derniers termes correspondent à la génération de deux nouvelles ondes. Le signal généré à la plus basse fréquence  $\omega_s = 2\omega_1 - \omega_2$  est classiquement qualifié d'onde Stokes tandis que le signal généré à la pulsation  $\omega_{as} = 2\omega_2 - \omega_1$  est nommé anti-Stokes.

Les générations de ces deux nouvelles fréquences à partir des pompes initiales sont appelées phénomènes de mélange à quatre ondes (FWM) partiellement dégénéré. Comme le montre la figure 1.6 (a), nous pouvons également voir ce phénomène de mélange à quatre ondes comme une interaction entre quatre photons où deux photons de fréquence  $\omega_1$  et  $\omega_2$  s'annihilent pour générer deux nouveaux photons de fréquence  $\omega_s$  et  $\omega_{as}$  de sorte que le spectre final, visible sur la figure 1.6 (b), vérifie:

$$\omega_1 + \omega_2 = \omega_s + \omega_{as} \quad (1.86)$$

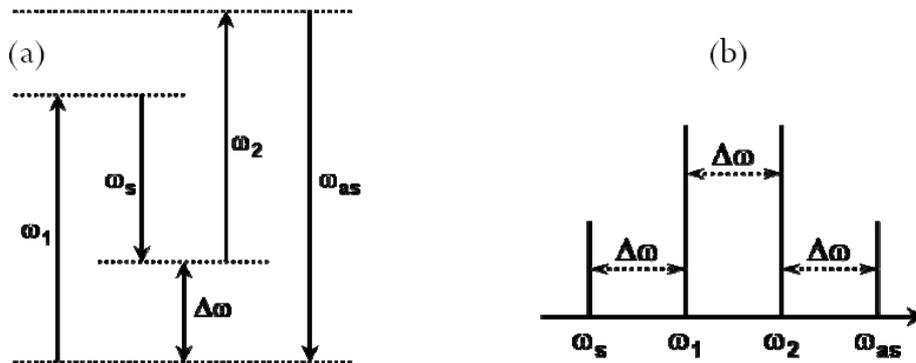


Figure 1.6 : Principe du processus de mélange à quatre ondes

Cette relation traduit la conservation de l'énergie mais le processus ne peut être efficace que s'il s'opère également une conservation du moment cinétique, c'est-à-dire:

$$\Delta \vec{k} = \vec{k}_s + \vec{k}_{as} - \vec{k}_1 - \vec{k}_2 = 0 \quad (1.87)$$

ou encore, en fonction de l'indice optique et de la fréquence:

$$n(\omega_s)\omega_s + n(\omega_{as})\omega_{as} - n(\omega_1)\omega_1 - n(\omega_2)\omega_2 = 0 \quad (1.88)$$

L'équation (1.87) est finalement connue comme étant la condition d'accord de phase du processus de mélange à quatre ondes.

### I.8.7. Modulation de phase croisée (XPM)

Nous avons vu dans le paragraphe précédent que la réponse non linéaire d'un matériau à l'incidence de deux ondes de pulsation  $\omega_1$  et  $\omega_2$  était une somme de quatre termes définie par :

$$\vec{P}_{NL} = \vec{P}_{NL}(\omega_1) + \vec{P}_{NL}(\omega_2) + \vec{P}_{NL}(2\omega_1 - \omega_2) + \vec{P}_{NL}(2\omega_2 - \omega_1) \quad (1.89)$$

avec:

$$\vec{P}_{NL}(\omega_1) = 2n_0 n_2' \left[ \left( |\vec{E}_1|^2 + 2|\vec{E}_2|^2 \right) \vec{E}_1 \right] \quad (1.90)$$

$$\vec{P}_{NL}(\omega_2) = 2n_0 n_2' \left[ \left( |\vec{E}_2|^2 + 2|\vec{E}_1|^2 \right) \vec{E}_2 \right] \quad (1.91)$$

$$\vec{P}_{NL}(2\omega_2 - \omega_1) = 2n_0 n_2' \left[ \vec{E}_2^2 \vec{E}_1^* \right] \quad (1.92)$$

Comme nous l'avons exposé, les deux derniers termes correspondent au processus de mélange à quatre ondes qui nécessite une condition d'accord de phase généralement non remplie spontanément. Les deux derniers termes peuvent donc être négligés pour l'analyse de la modulation de phase croisée (XPM).

D'une manière similaire à celle dont résulte l'expression de  $n(\omega)$  dans l'équation (1.14), nous obtenons les expressions de  $n(\omega_1)$  et  $n(\omega_2)$  par [2] :

$$\begin{aligned} n(\omega_1, |\vec{E}_1|^2, |\vec{E}_2|^2) &= n_0(\omega_1) + n_2 \left( |\vec{E}_1|^2 + 2|\vec{E}_2|^2 \right) \text{ et} \\ n(\omega_2, |\vec{E}_2|^2, |\vec{E}_1|^2) &= n_0(\omega_2) + n_2 \left( |\vec{E}_2|^2 + 2|\vec{E}_1|^2 \right) \end{aligned} \quad (1.93)$$

Cette équation montre que l'indice de réfraction vu par un champ électrique au sein d'une fibre optique dépend non seulement de l'intensité du champ incident mais aussi de l'intensité des autres champs copropagatifs. Ainsi, si nous supposons la propagation de deux impulsions solitoniques d'enveloppes respectives  $A_1$  et  $A_2$  et ayant une pulsation centrale  $\omega_1$  et  $\omega_2$  la phase non linéaire induite au cours de la propagation va dépendre des deux impulsions et s'exprimera, par exemple pour  $A_1$ , de la façon suivante:

$$\Phi_{NL}^1(z) = \gamma \left( |A_1(0,t)|^2 + 2|A_2(0,t)|^2 \right) z \quad (1.94)$$

Nous voyons ici, qu'à intensité égale, le terme de phase croisée  $2\gamma|A_2(0,t)|^2 z$  sera deux fois plus important que le terme d'auto-modulation de la phase. Les conséquences de la XPM, notamment sur la propagation d'impulsions en régime WDM ne pourront donc pas être négligées.

## Références

- [1] G. P. Agrawal, "Fibre-optic communication system," 3rd Ed., John Wiley & Sons. Inc, 2002.
- [2] G. P. Agrawal, "Nonlinear Fiber Optics, Academic Press, Optics and Photonics", New York, 3edition (2001).
- [3] G. Millot and P. Tchofo-Dinda, Encyclopedia of modern optics: Elsevier, in press 2004.
- [4] A. Boskovic, S. V. Chernikov, J. R. Taylor, L. Gruner-Nielsen, and O. A. Levring, "Direct continuous-wave measurement of  $n_2$  in various types of telecommunication fiber at  $1.55\mu\text{m}$ ," *Opt. Lett.*, vol. 21, pp. 1966-1968, 1996.
- [5] Y. Namihira, A. Miyata, and N. Tanahashi, "Nonlinear coefficient measurements for dispersion shifted fibres using self-phase modulation method at  $1.55\mu\text{m}$ ," *Electron. Lett.*, vol. 30, pp. 1171-1172, 1994.
- [6] K. S. Kim, R. H. Stolen, W. A. Reed, and K. W. Quoi, "Measurement of the nonlinear index of silica-core and dispersion-shifted fibers," *Opt. Lett.*, vol. 19, pp. 257-259, 1994.
- [7] Y. P. Svirko and N. I. Zheludev, *Polarization of Light in Nonlinear Optics* (John Wiley & Sons, New-York, 1998).
- [8] A. Hasegawa, *Optical Solitons in Fibers*, 2nd ed. (Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New-York, 1990).
- [9] *Handbook of Mathematical Functions*, M. Abramowitz and I. A. Stegun, eds., (Dover Publications, Inc., New York, 1972).
- [10] D. David, D. D. Holm, and M. V. Tratnik, "Hamiltonian Chaos in Nonlinear Polarization Dynamics," *Physics Reports* 187, 281–367 (1990).
- [11] D. Marcuse, *Theory of Dielectric Optical Waveguides*, *Quantum Electronics - Principles and Applications* (Academic Press, New-York, 1974).
- [12] D. Gloge, "Weakly Guiding Fibers," *Applied Optics* 10, 2252–2258 (1971).
- [13] H. Kogelnik and C. Shank, "Coupled-Wave Theory of Distributed Feedback Lasers," *Journal of Applied Physics* 43, 2327–2335 (1972).
- [14] A. Hasegawa and F. Tappert, "Transmission of stationary nonlinear optical pulses in dispersive dielectric fibers. I. Anomalous dispersion," *Appl. Phy. Lett.*, vol. 23, pp. 142, 1973.
- [15] L. J. Richardson, W. Forsyiaik, and N. J. Doran, "Trans-Oceanic 160-Gb/s Single-Channel Transmission Using Short-Period Dispersion Management," *IEEE Photon. Technol. Lett*, vol. 13, pp. 209-211, 2001.

- 
- [16] M. Westlund, H. Sunnerud, J. Li, J. Hansryd, M. Karlsson, P. O. Hedekvist, and P. A. Andrekson, "Long-term automatic PMD compensation for 160 Gbit/s RZ transmission," *Electron. Lett.*, vol. 38, pp. 982-983, 2002.
- [17] P. K. A. Wai, C. R. Menyuk, and H. H. Chen, "Stability of solitons in randomly varying birefringent fibers," *Opt. Lett.*, vol. 16, pp. 1231-1233, 1991.
- [18] P. A. Andrekson, H. Sunnerud, and M. Karlsson, "System Impacts of Polarization-Mode Dispersion," presented at ECOC'03, Rimini, 2003.
- [19] A. Hasegawa and W. F. Brinkman, "Tunable Coherent IR and FIR Sources Utilizing Modulational Instability," *IEEE J. Quantum Electron.*, vol. 16, pp. 694-697, 1980.
- [20] D. A. Fishman and J. A. Nagel, "Degradations Due to Stimulated Brillouin Scattering in Multigigabit Intensity-Modulated Fiber-Optic Systems," *J. Lightwave Technol.*, vol. 11, pp. 1721-1728, 1993.
- [21] Y. Aoki, K. Tajima and I. Mito, "Input power limits of single-mode optical fibers due to stimulated scattering in optical communication systems", *J. Light. Wave Technol.* 6 pp.710 (1988).
- [22] J. Fatome, « Propagation d'impulsions ultra-courtes à 160-Gb/s dans des lignes de fibres optiques gérées en dispersion », Thèse Doctorat, Bourgogne, France (2004).
- [23] P. A. Andrekson, H. Sunnerud, and M. Karlsson, "System Impacts of Polarization-Mode Dispersion," presented at ECOC'03, Rimini, (2003).
- [24] K. Hayata, A. Misawa and M. Koshihara, "Split-step finite-element method applied to nonlinear integrated optics", *J. Opt. Soc. Am. B.* 7(1990), p.1772.

# Étude générale des réseaux de Bragg fibrés

## II.1 Introduction

Ce chapitre présente plus en détail les réseaux de Bragg fibré. Cette explication débute par la découverte de ceux-ci, la méthode de fabrication et quelques éléments théoriques. Sans toutefois décrire en détail tous les aspects mathématiques de la méthode de calcul du spectre optique des réseaux de Bragg, les éléments principaux et la nomenclature utilisée y sont dévoilés. Dans la mesure où le lecteur est peu familier avec les méthodes de simulation des réseaux de Bragg, il est fortement conseillé de lire la rétrospective effectuée par Turan Erdogan en [1].

## II.2 Rappel historique (Les réseaux de Bragg)

Le réseau de Bragg est un filtre passif photo-induit, dans le cœur d'une fibre optique, permettant la réflexion sélective de longueurs d'onde. Il consiste en une perturbation périodique longitudinale de l'indice de réfraction du cœur de la fibre. Quand la lumière se propage dans la fibre, le réseau réfléchit les longueurs d'onde qui vérifient la relation :

$$\lambda = 2n_{eff}\Lambda \quad (2.1)$$

$\Lambda$  : est la période de la modulation d'indice.

Cette modulation d'indice s'obtient par exposition du cœur de la fibre à une intense figure d'interférence, créée à partir d'un laser ultraviolet, qui excite ainsi des défauts dans le cœur de la fibre optique et modifie le verre. Cette exposition a pour effet d'augmenter l'indice de réfraction des régions exposées aux fortes intensités. Les premiers réseaux inscrits à l'intérieur d'une fibre optique ont été produits en 1978 à Ottawa au Centre de recherches sur les communications par Hill et al. [2].

Ces chercheurs ont observé que l'injection d'un laser monomode à ions d'argon de forte puissance dans une fibre dopée au germanium menait, après un certain temps d'exposition, à la réflexion partielle de la lumière injectée. En procédant à des mesures spectrales, ils ont remarqué que la réflexion du réseau était très sélective et que la réflexion maximale correspondait à la longueur d'onde du laser injecté. Le réseau inscrit était formé grâce à la présence d'une onde stationnaire créée par la lumière injectée et celle réfléchie par le bout de la fibre. Ce type de réseau par injection guidée a été baptisé « réseau de Hill ». La suite des travaux sur la formation

de structures photo induites dans la fibre, avec l'utilisation de lasers émettant dans le visible, a démontré que la modification de l'indice de réfraction était causée par la formation de défauts et que ce processus était basé sur une absorption à deux photons.

Au fil du temps, plusieurs autres méthodes d'écriture de réseaux ont été développées afin d'en accroître l'efficacité et d'offrir plus de flexibilité dans le choix de la réponse spectrale des réseaux. En effet, les réseaux de Hill permettaient seulement de réfléchir la longueur d'onde correspondant à la longueur d'onde du laser utilisé pour l'inscription. Ces méthodes utilisent la transparence à l'ultraviolet de la gaine de la fibre pour inscrire le réseau par exposition transversale du cœur. On peut ainsi utiliser un laser ultraviolet pour l'écriture tout en obtenant des réseaux réfléchissant des longueurs d'onde du spectre infrarouge. Il faut aussi noter que l'utilisation du laser ultraviolet, de longueur d'onde de 244 nm, permet la formation de défauts dans la matrice de verre et ce pour une absorption à un seul photon. De cette façon, les défauts ne dépendent plus de la probabilité d'interaction entre deux photons pour former les défauts, ce qui accentue le nombre de défauts produits et par conséquent la modification induite à l'indice de réfraction. Ces types de réseaux portent le nom de réseaux de Bragg photo inscrit de type 1.

Typiquement, la figure d'interférence utilisée pour écrire les réseaux de Bragg est obtenue avec un élément diffractif appelé masque de phase. L'utilisation de cet élément offre la possibilité de modifier la période du réseau inscrit sans modifier la longueur d'onde du laser d'écriture. Cette méthode de fabrication a permis aux

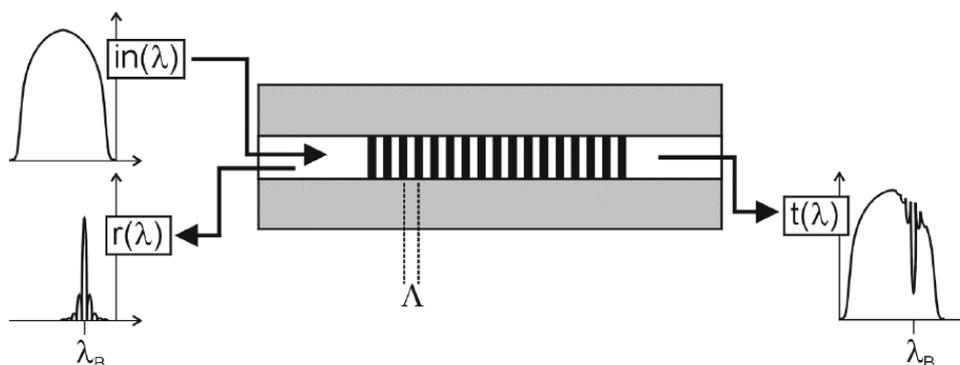


Figure 2.1 : Schéma d'un réseau de Bragg et leurs spectres

réseaux de Bragg de se construire une niche dans le domaine des télécommunications optiques, ceux-ci étant très sélectifs en longueur d'onde. Différentes applications de ces filtres ont vu le jour telles que : sélecteur d'un canal optique, stabilisateur externe de diode laser, compensateur de la dispersion chromatique, égalisateur du gain des amplificateurs optiques à l'Erbium et différents types de capteurs optiques.

## II.2.2 Méthodes d'inscription

Les premières photos d'inscriptions de réseaux de Bragg ont été effectuées par injection longitudinale d'un faisceau d'un laser argon ( $\lambda_{\text{Laser}} = 488\text{nm}$ ) dans une fibre ayant un cœur dopé à l'oxyde de germanium [3]. Les auteurs avaient remarqué lors de leurs expériences une réflexion de la longueur d'onde incidente de plus en plus importante au cours du temps.

En effet, grâce à la création d'une onde stationnaire entre les deux extrémités de la fibre (avec l'onde « aller » et l'onde réfléchiée par la face clivée de la fibre), une modulation d'indice durable de pas  $\Lambda$  était apparue dans le cœur :

$$\Lambda = \frac{\lambda_{\text{laser}}}{2n_{\text{cœur}}} \quad (2.2)$$

Grâce à la relation de Bragg, il est facile de vérifier que la longueur d'onde réfléchiée par ce réseau est la longueur d'onde incidente. Des montages plus évolués par insolation transverse (montage du miroir de Lloyd [4], ou du masque de phase [5-6]) ont permis par la suite de fabriquer des réseaux réfléchissant une longueur d'onde différente de la longueur d'onde d'insolation et de lancer véritablement l'intérêt pour ce type de réflecteur pour le filtrage en longueur d'onde des réseaux DWDM. Ces deux principales méthodes (qui peuvent être utilisées à la fois pour photo inscrire des guides plans intégrés et des fibres) sont brièvement décrites ci-dessous :

## II.2.3. Inscription par le montage du miroir de Lloyd (Division du front d'onde)

Le faisceau laser UV est élargi dans le plan horizontal grâce à un télescope cylindrique afocal pour qu'il ait une taille deux fois plus grande que celle du réseau voulu (Figure 2.2).

Ensuite, une lentille cylindrique parallèle à la fibre permet de focaliser le faisceau dans le plan vertical sur le coeur à photo inscrire. La fibre est alors placée de telle sorte qu'une partie de la fibre soit insolée à la fois par le faisceau incident et par le faisceau réfléchi par le miroir de Lloyd. Ce dernier est réglé pour réfléchir la moitié du faisceau incident. Des franges d'interférences apparaissent alors sur la fibre et crée ainsi une modulation d'indice proportionnelle à l'insolation UV reçue (Figure 2.3).

Ensuite, une lentille cylindrique parallèle à la fibre permet de focaliser le faisceau dans le plan vertical sur le coeur à photo inscrire. La fibre est alors placée de telle sorte qu'une partie de la fibre soit insolée à la fois par le faisceau incident et par le faisceau réfléchi par le miroir de Lloyd. Ce dernier est réglé pour réfléchir la moitié

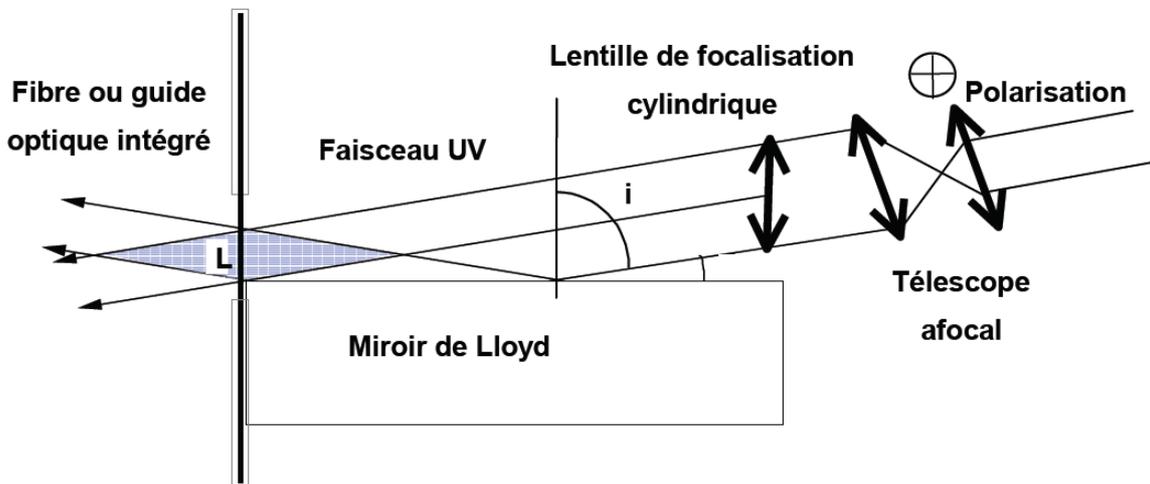


Figure 2.2: Schéma du montage de photo inscription par miroir de Lloyd.

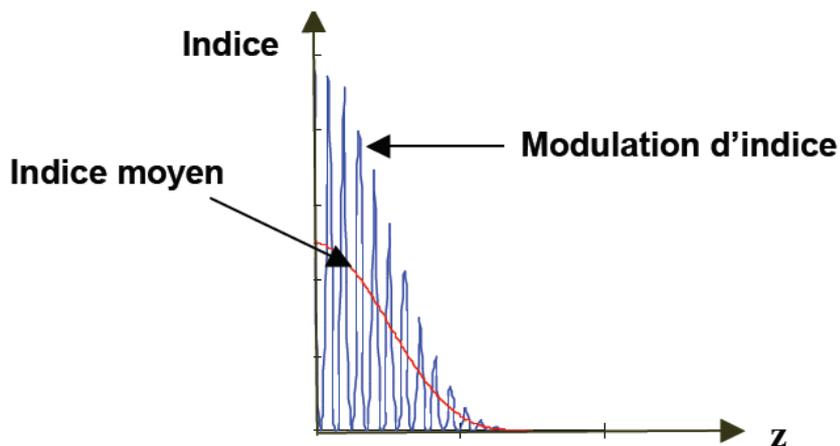


Figure 2.3 : Modulation d'indice d'un réseau fabriqué par la méthode du miroir de Lloyd

du faisceau incident.

Des franges d'interférences apparaissent alors sur la fibre et crée ainsi une modulation d'indice proportionnelle à l'insolation UV reçue (Figure 2.3).

Le pas du réseau photo inscrit est lié à l'angle entre le miroir et le faisceau ce qui permet de régler très facilement la longueur d'onde de Bragg désirée.

L'inconvénient principal de cette méthode est la nécessité d'avoir une source relativement cohérente à la fois temporellement et spatialement. De plus, il est difficile d'optimiser le profil de modulation (forcément gaussien) pour améliorer la réponse spectrale du réseau.

#### II.2.4. Inscription par le montage du masque de phase (Division d'amplitude)

Un masque de phase est constitué par une lame de silice sur laquelle ont été gravées des bandes rectangulaires espacées de  $2L$  de même profondeur constituant un réseau. Ce dernier diffracte environ 80% de la lumière du laser incident dans les ordres  $+1$  et  $-1$  lorsque la profondeur est judicieusement choisie. Ainsi, il se forme une figure d'interférences dont les franges insolent le guide perpendiculairement à son axe et créent une modulation de l'indice du coeur avec un pas  $L$  deux fois plus petit que celui du masque (Figure 2.4).

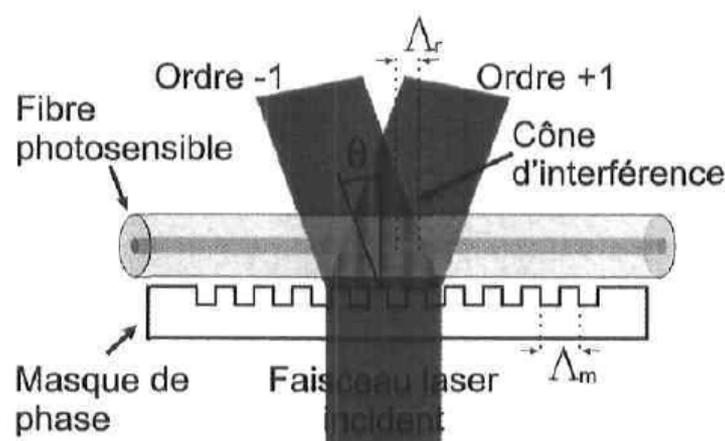


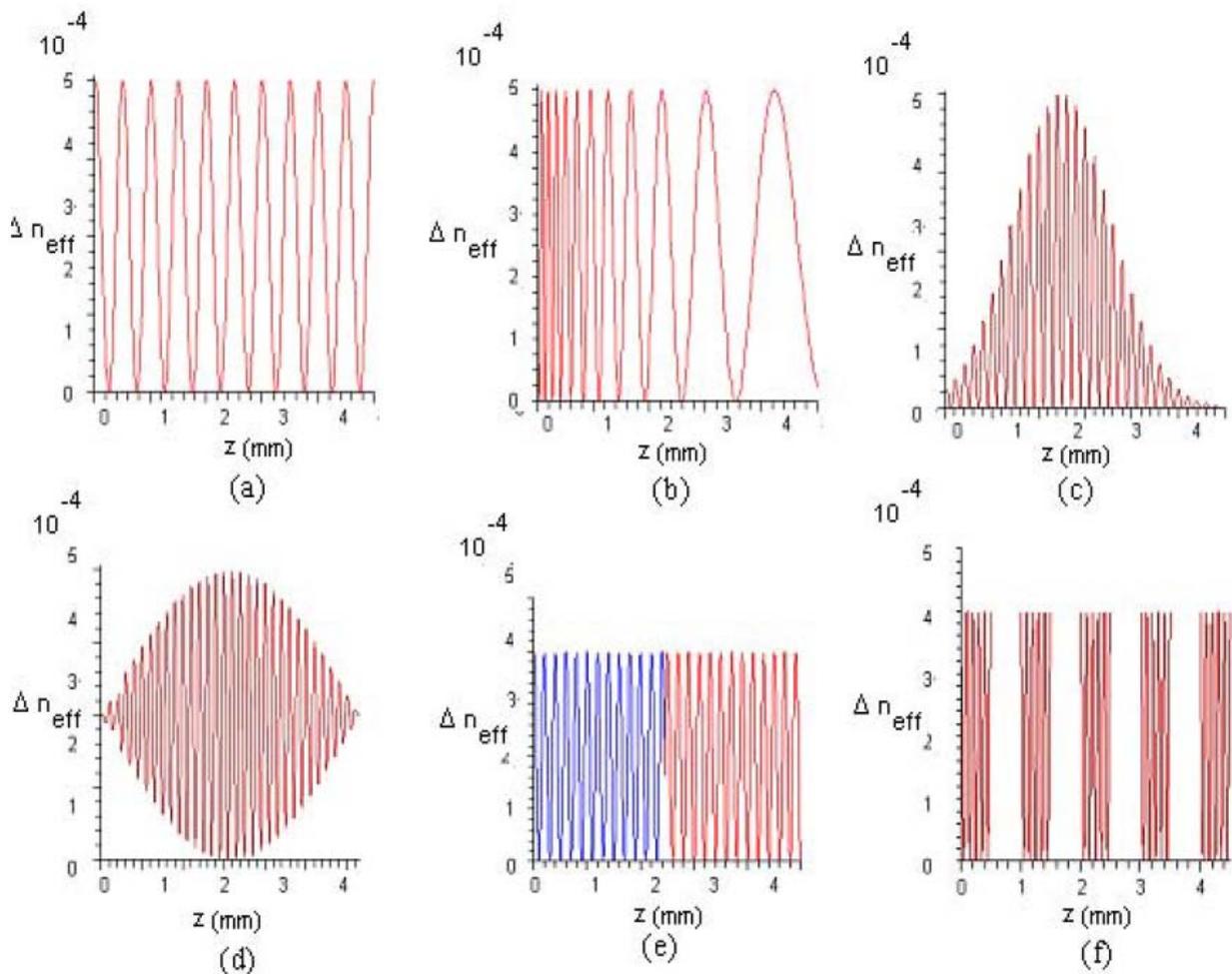
Figure 2.4 : Schéma d'exposition ultraviolette de la fibre.

### II.2.5. Les types de réseaux de Bragg droit à pas courts

D'une manière générale, un réseau de Bragg est une modulation périodique de l'indice  $\Delta n_{eff}(z)$  du coeur de la fibre. On peut formuler cette perturbation d'indice comme suit [7-8-9] :

$$\Delta n_{eff}(z) = \Delta \bar{n}_{eff}(z) \left\{ 1 + \nu(z) \cos\left(\frac{2\pi}{\Lambda}z + \theta(z)\right) \right\}, \quad (2.3)$$

Où  $\Delta \bar{n}_{eff}(z)$  est la modification moyenne de l'indice de réfraction,  $\nu(z)$  la visibilité ou apodisation de la modulation,  $\Lambda$  la période de la modulation et  $\theta(z)$  sa phase. On peut identifier ainsi les simulations de différents types de réseaux dont la



**Figure 2.5 :** Modulations d'indice de différents types de réseaux. (a) Réseau uniforme, (b) réseau à pas variable, (c) réseau à amplitude variable, (d) réseau apodisé, (e) réseau à saut de phase, (f) réseau échantillonné

modulation d'indice est représentée par la figure 2.5.

- a) Les réseaux uniformes :  $\Delta\bar{n}_{eff}(z)$ ,  $\theta(z)$  et  $\nu(z)$  sont constants et ne varient pas avec  $z$ ,
- b) Les réseaux à pas variable (chirpés) :  $\theta(z)$  est non nul, le pas du réseau varie avec  $z$ ,
- c) Les réseaux à amplitude variable:  $\Delta\bar{n}_{eff}(z)$  varie en fonction de  $z$  de façon gaussienne,
- d) Les réseaux apodisés:  $\nu(z)$  varie d'une façon sinusoïdale et  $\Delta\bar{n}_{eff}(z)$  est constant,
- e) Les réseaux à sauts de phase : la phase  $\theta(z)$  varie par endroit de façon discontinue, par sauts,
- f) Les réseaux échantillonnés :  $\nu(z)$  varie d'une façon périodique.

Plusieurs méthodes existent pour décrire le comportement des réseaux de Bragg afin de les caractériser et de calculer la réflectivité de la fibre à réseaux de Bragg. Parmi elles, on peut citer:

- ❖ La méthode de Rouard dont le réseau est divisé en plusieurs plans uniformes (couches minces) afin de calculer la réflectivité même pour les formes complexes, son inconvénient principal étant le temps de calcul très long [9],
- ❖ La méthode de scattering inverse de Gel'Fand-Levitan-Marchenko, basée sur la théorie des modes couplés, et qui a pour but de concevoir des filtres optiques avec des propriétés spécifiques [10],
- ❖ La méthode de la théorie de Bloch qui consiste à trouver les modes propres exacts du réseau de Bragg [11],
- ❖ La méthode des modes couplés associée aux Marcuse [12], Snyder [13], Yariv [14] et Kogelnik [15], qui a été choisie pour ce travail grâce à son taux de réussite en modulant et analysant divers systèmes optoélectroniques fibrés.

### **II.3. Modélisation des réseaux de Bragg à fibre (Théorie des modes couplés)**

Pour appliquer cette théorie dans le cas du réseau de Bragg, il faut considérer que la fibre est monomode, sans perte et que l'interaction a lieu seulement entre

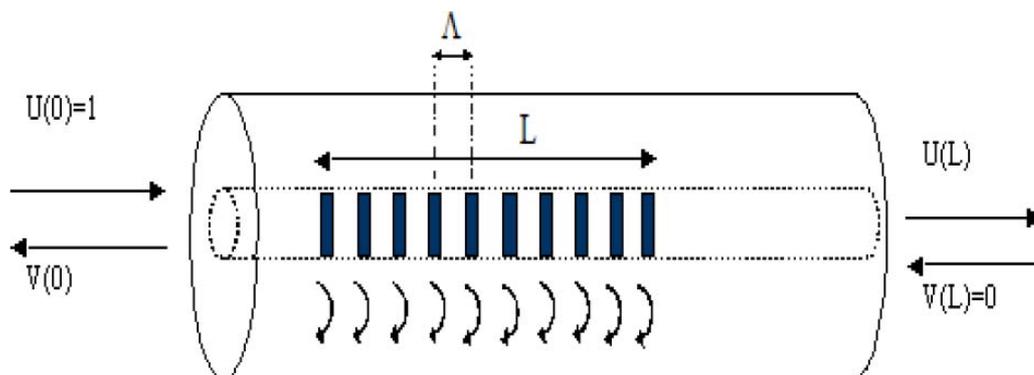
modes contra-propagatifs. La différence entre les indices de réfraction du coeur et de la gaine étant très petite, on considère alors que les champs électriques et magnétiques se Pour appliquer cette théorie dans le cas du réseau de Bragg, il faut considérer que la fibre est monomode, sans perte et que l'interaction a lieu seulement entre modes contra-propagatifs. La différence entre les indices de réfraction du coeur et de la gaine étant très petite, on considère alors que les champs électriques et magnétiques se propagent dans l'axe optique de la fibre, ce qui permet de négliger les effets de polarisation dus à la structure de la fibre [16].

Considérons donc un réseau de Bragg avec  $L$  la longueur du réseau,  $\Lambda$  son pas,  $n_{eff}$  l'indice de réfraction du mode guidé, et  $\lambda_\beta$  longueur d'onde de Bragg, schématiquement illustré à la figure 2.6. Elles se propagent dans l'axe optique de la fibre, ce qui permet de négliger les effets de polarisation dus à la structure de la fibre [16]. À partir de la théorie des modes couplés, on peut dériver le système d'équations bien connu décrivant l'évolution des amplitudes des champs  $U(z)$  et  $V(z)$  se propageant dans le réseau de Bragg donné par :

À partir de la théorie des modes couplés, on peut dériver le système d'équations bien connu décrivant l'évolution des amplitudes des champs  $U(z)$  et  $V(z)$  se propageant dans le réseau de Bragg donné par :

$$\frac{dU}{dz} = i\sigma(z)U(z) + ik(z)V(z) \quad (2.4a)$$

$$\frac{dV}{dz} = -i\sigma(z)V(z) - ik(z)U(z) \quad (2.4b)$$



**Figure 2.6 :** Propagation des champs à travers le réseau de Bragg

Où  $k(z) = \frac{\pi}{\lambda} v(z) \Delta \bar{n}_{eff}(z)$  : représente le coefficient général du couplage alternatif (AC)

qui détermine l'échange d'énergie entre les modes tel que :

$$\sigma = 2\pi m_{eff} \left( \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_B} \right) + \frac{2\pi \Delta \bar{n}_{eff}(z)}{\lambda} - \frac{1}{2} \frac{d\theta}{dz} : \text{représente le coefficient général du}$$

couplage moyen (DC) dont le premier terme donne la syntonisation (detuning wave vector) initiale des deux modes indépendante de  $z$ , le second terme décrit la perte d'absorption dans le réseau et le troisième est un éventuel chirp dans le cas des réseaux à pas variable. Le facteur de confinement est considéré égal à 0.8 (cas d'une fibre optique monomode).

### II.3.1 Solutions analytiques pour réseaux de Bragg uniformes

Les coefficients de couplage  $\sigma$  et  $k$  sont constants pour un réseau uniforme (de 0 à L). Dans ce cas les équations précédentes peuvent être résolues analytiquement en dérivant les équations (2.4a) et (2.4b), on obtient alors

$$\frac{d^2 U}{dz^2} = (k^2 - \sigma^2) U \quad (2.5a)$$

$$\frac{d^2 V}{dz^2} = (k^2 - \sigma^2) V \quad (2.5b)$$

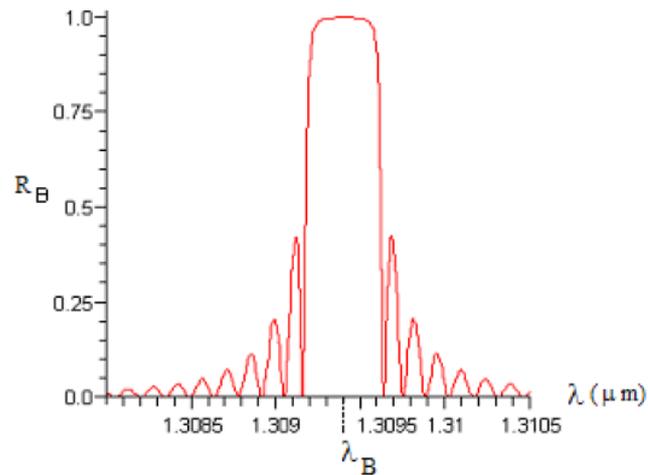
En appliquant les conditions limites  $U(0)=1$  et  $V(L)=0$ , on obtient le coefficient de réflexion ci-dessous:

$$r = V(0) = \frac{-k \sinh \sqrt{(k^2 - \sigma^2)} L}{\sqrt{(k^2 - \sigma^2)} \cosh \sqrt{(k^2 - \sigma^2)} L - i \sigma \sinh \sqrt{(k^2 - \sigma^2)} L} \quad (2.6)$$

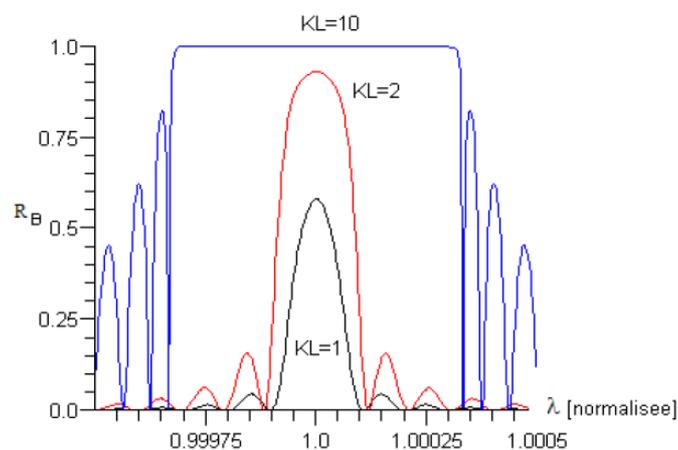
par la suite la réflectivité associée au réseau de longueur  $L$  qui est donnée par :

$$R = r^2 = \frac{\sinh^2 \left[ \sqrt{(k^2 - \sigma^2)} L \right]}{\cosh^2 \left[ \sqrt{(k^2 - \sigma^2)} L \right] - \frac{\sigma^2}{L^2}} \quad (2.7)$$

Les quatre paramètres essentiels d'un réseau de Bragg sont alors, son pas, sa longueur, le profil de son indice de réfraction et sa force de couplage  $K$ . La Figure 2.7 illustre une simulation de la réflectivité du réseau de Bragg uniforme de 4 mm de longueur en fonction de la longueur d'onde pour  $\lambda_B = 1309,45\text{nm}$   $n_{eff} = 1,441$  et une modification moyenne de l'indice de réfraction égale à  $5 \times 10^{-4}$ . La variation de la



**Figure 2.7 :** La réflectivité du réseau de Bragg uniforme en fonction de  $\lambda$ .



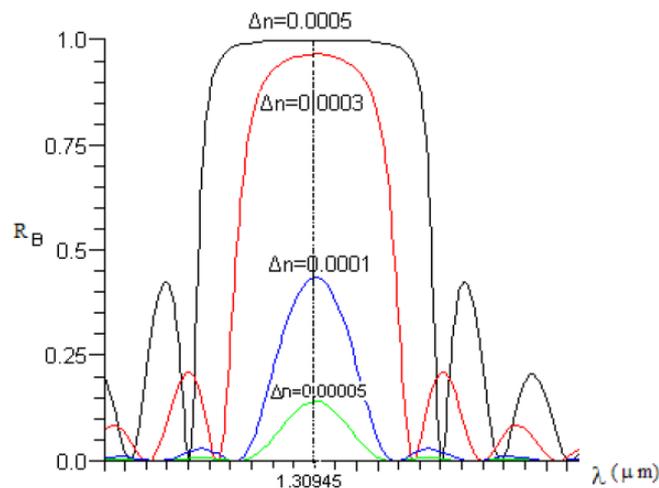
**Figure 2.8 :** La réflectivité d'un réseau de Bragg pour différentes valeurs de  $k_L$ .

réflectivité d'un réseau de Bragg uniforme pour différentes valeurs de  $K_L$  est simulée à la figure 2.8. Ces courbes sont représentées en fonction de la longueur d'onde normalisée

$$\frac{\lambda}{\lambda_{\max}} = \frac{1}{1 + \frac{\sigma L}{\pi N}} \quad (2.8)$$

où  $N$  est le nombre total des périodes du réseau ( $N = L / \Lambda$ ). Il est intéressant de noter ici que les réseaux de Bragg plus longs (en augmentant  $N$  pour  $K_L$  donné) résultent en des spectres plus étroits.

La figure 2.9 nous montre l'allure de la réflectivité d'un réseau de Bragg de 4 mm de longueur simulée pour  $\lambda_\beta = 1309,45 \text{ nm}$   $n_{\text{eff}} = 1,441$  en fonction de la longueur d'onde pour différentes valeurs de  $\Delta n_{\text{eff}}$ . Nous remarquons que nous obtenons une réflectivité plus importante et une largeur spectrale plus grande en augmentant la valeur de  $\Delta n_{\text{eff}}$  qui représente la modification moyenne de l'indice de réfraction. Cette conclusion assure la possibilité de concevoir des réseaux de Bragg courts qui fournissent quand même de très bonnes réflectivités en diminuant  $\Delta n_{\text{eff}}$ .



**Figure 2.9** : La réflectivité d'un réseau de Bragg pour différentes valeurs de  $\Delta n$ .

### II.3.2. Solution numérique pour les réseaux de Bragg non uniformes

La résolution des équations (2.4a) et (2.4b) dans le cas des réseaux de Bragg non uniforme n'est plus possible analytiquement, ceci nous oblige à chercher des solutions numériques parce que les paramètres  $\Delta n_{eff}(z)$ ,  $\theta(z)$  et  $\nu(z)$  définis en (II.3) ne sont plus constants mais varient avec  $z$ , on définit le coefficient de réflectivité  $r(z) = v(z)/u(z)$  et on dérive les équations de propagation afin de trouver l'équation différentielle suivante (de Riccati) [17]:

$$\frac{dr(z)}{dz} = 2j\sigma(z)r(z) + jk(z)\{1 + r(z)^2\} \quad (2.9)$$

On applique la condition de limite  $r(L) = 0$ , et on utilise la méthode de Runge-Kutta pour intégrer l'équation précédente de  $z=L$  à  $z=0$  afin de trouver une valeur approchée de  $r(0)$ , le coefficient de réflectivité.

Cette méthode est très simple, mais plus lente que la méthode de simulation matricielle parce qu'elle demande un nombre d'étapes important afin d'assurer la convergence.

### II.3.4 Méthode de simulation matricielle

Une autre méthode a été proposée pour étudier les réseaux de Bragg non uniformes. Cette méthode dite matricielle ; elle est plus rapide et plus stable que la méthode numérique expliquée précédemment (§II.3.2) puisque on divise le réseau de Bragg non uniforme en  $N+1$  sections (Figure 2.10) considérées uniformes

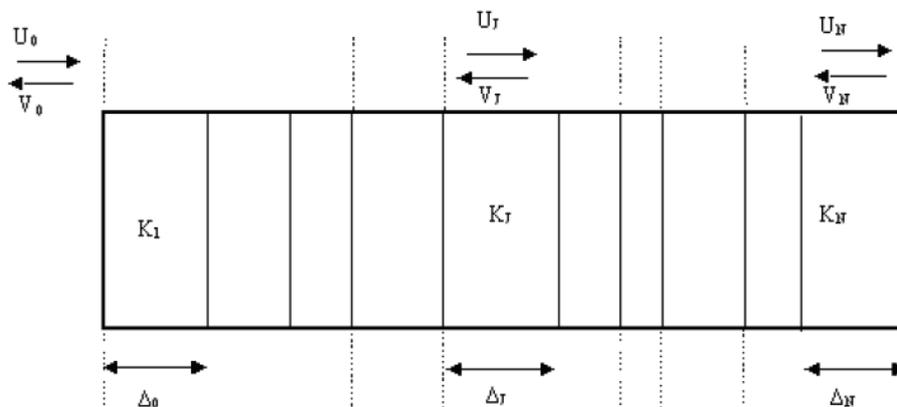


Figure 2.10 : Représentation schématique de la simulation matricielle

(Avec  $\Delta n_{eff}(z)$  et  $\Lambda$  et  $K$  constants dans cette section). On applique d'abord sur chaque section la méthode analytique (II.3.2) afin de trouver la matrice de propagation à travers chaque section uniforme  $\Delta_j$ . On peut ensuite calculer le produit des matrices individuelles pour trouver les amplitudes de sortie suivant la relation [18].

$$\begin{pmatrix} U(L) \\ V(L) \end{pmatrix} = T \begin{pmatrix} U(0) \\ V(0) \end{pmatrix} \tag{2.10}$$

tel que :  $T = T_N \cdot T_{N-1} \dots T_j \dots T_0 = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{pmatrix}$

L'amplitude du coefficient de réflexion est déterminée par  $V_0 = -T_{21} / T_{22}$  avec les conditions limites  $U_0 = 0$   $U_0=1$  et  $V_N = 0$ .

### II.3.5 Transducteur à réseau de Bragg

Étant donné l'influence de la température et des déformations sur les paramètres  $n_{eff}$  et  $\Lambda$  du réseau de Bragg, la longueur d'onde réfléchie sera ainsi sensible et variera aussi en fonction de ces phénomènes physiques.

La figure 2.11 montre le principe pour mesurer les variations de température et de

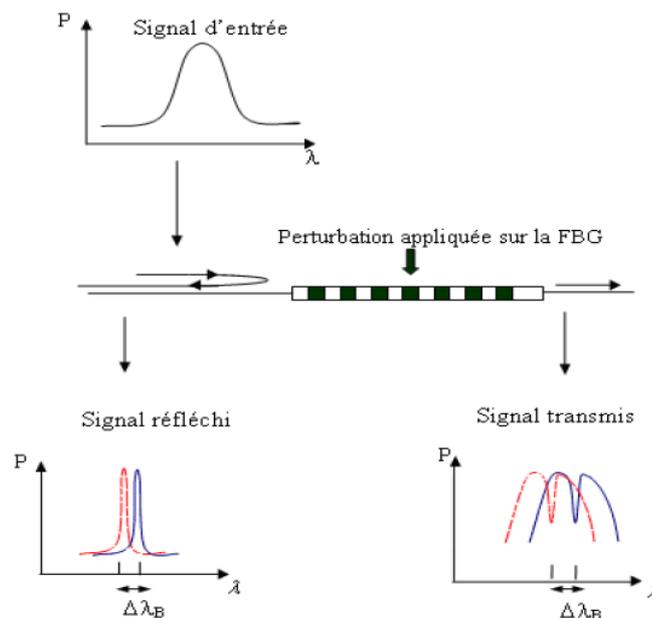


Figure 2.11 : Principe d'un Capteur à Fibre Optique à réseau de Bragg

déformations en se servant d'un capteur à fibre optique à réseaux de Bragg (Fiber Bragg Grating ou 'FBG' dans la littérature scientifique anglo-saxonne), deux configurations de mesures sont démontrées dans l'exemple: en réflexion ou en transmission.

La longueur d'onde caractéristique du réseau dépend de la température et des déformations appliquées à la fibre. Il est donc d'usage de distinguer trois contributions qui sont: la température  $T$ , l'allongement mécanique dans l'axe optique et la pression hydrostatique  $\Delta P$  selon la relation

$$\frac{\Delta\lambda_B}{\lambda_B} = a\Delta T + b\varepsilon_z + c\Delta P \quad (2.11)$$

où  $a$ ,  $b$  et  $c$  sont les coefficients dépendant des propriétés intrinsèques du matériaux de la fibre. Ainsi, une mesure précise de la variation de  $\lambda_B$  par rapport à une référence initiale, permet d'estimer l'amplitude de la variation du phénomène inducteur [19].

### II.3.6 Sensibilité du réseau de Bragg à l'allongement relatif

On suppose que les déformations principales appliquées sur une fibre optique sont composées de deux composants, transversal  $\varepsilon_R$  et axial  $\varepsilon_Z$ . Ainsi, pour calculer la réponse de la fibre optique classique à une déformation appliquée, nous pourrions mesurer le changement de phase de la lumière se propageant dans la fibre optique sous la forme [20]

$$\Delta\phi = \Delta(\beta L) = \beta\Delta L + L\left(\frac{\partial\beta}{\partial n}\Delta n + \frac{\partial\beta}{\partial d}\Delta d\right) \quad (2.12)$$

où  $\beta$  est la constante de propagation et  $d$  est le diamètre du coeur de la fibre.

Cette équation décrit trois effets: l'allongement physique de la fibre, la modulation de l'indice du coeur, et le changement de la constante de propagation dû à l'effet de Poisson respectivement. Ce troisième terme est négligeable devant les autres termes parce que l'influence des déformations sur le diamètre de la fibre est négligeable devant le changement de son indice de réfraction et de sa longueur physique.

En divisant l'équation précédente sur la phase initiale sans déformations appliquées  $\phi_0 = \beta L$ , on obtient

$$\frac{\Delta\phi}{\phi_0} = \frac{\Delta n}{n} + \frac{\Delta L}{L} \quad (2.13)$$

Si une fibre à réseaux de Bragg est soumise à une perturbation mécanique uniforme, un décalage de longueur d'onde aura lieu, et en effectuant le développement de Taylor sur l'équation (2.11), on obtient

$$\frac{\Delta\lambda_B}{\lambda_B} = \frac{\Delta n_{eff}}{n_{eff}} + \frac{\Delta\Lambda}{\Lambda} \quad (2.14)$$

D'après les équations précédentes, on trouve

$$\frac{\Delta\phi}{\phi_0} = \frac{\Delta\lambda_B}{\lambda_B} \quad (2.15)$$

Quand la fibre est soumise à une déformation, cela entraîne une déformation  $\varepsilon(R, z)$ , telle que  $\varepsilon_z = \frac{\Delta\Lambda}{\Lambda}$ . On obtient alors

$$\frac{\Delta\lambda_B}{\lambda_B} = \frac{\Delta n_{eff}}{n_{eff}} + \varepsilon_z \quad (2.16)$$

Pour trouver l'expression de  $\Delta n_{eff}$ , on se sert des éléments du tenseur déformation-optique de la matière de la fibre considérée homogène et isotrope [21], d'où

$$\Delta n_{eff} = \frac{-n_{eff}^3}{2} [p_{11} \cdot \varepsilon_R + p_{12} \cdot (\varepsilon_R + \varepsilon_z)] \quad (2.17)$$

où  $P_{i,j}$  sont les coefficients de Pockel.

Dans le cas de la déformation longitudinale  $\varepsilon_R = -\nu\varepsilon_z$ . En tenant compte des relations précédentes (2.16) et (2.17), et l'équation de résonance du réseau de Bragg, nous arriverons à :

$$\frac{\Delta\lambda_B}{\lambda_B} = \left\{ 1 - \frac{n_{eff}^2}{2} [p_{12} - \nu(p_{11} + p_{12})] \right\} \varepsilon_z \quad (2.18)$$

où  $\varepsilon_z$  est la déformation appliquée, et  $\nu$  est le coefficient de Poisson. Le décalage de la longueur d'onde  $\Delta\lambda_B$  pour une déformation longitudinale appliquée  $\varepsilon_z$  est alors donné par la relation :

$$\Delta\lambda_B = \lambda_B (1 - P_\alpha) \varepsilon_z \quad (2.19)$$

avec  $P_\alpha$  le coefficient de photoélasticité de la fibre.

### II.3.7. Sensibilité du réseau de Bragg à la température

Lorsqu'un réseau est soumis à une variation de température, il se dilate ou se contracte, ce qui modifie son pas et son indice de réfraction. Négligeant l'effet de la température sur le diamètre du coeur [19], la variation de la longueur d'onde peut s'écrire

$$\Delta\lambda_B = \lambda_B(\alpha_\Lambda + \alpha_n)\Delta T \quad (2.20)$$

où  $\alpha_\Lambda = \frac{1}{\Lambda} \frac{\partial \Lambda}{\partial T} \approx 0.5 * 10^{-6} / ^\circ C$  représente le coefficient de dilatation thermique de la fibre,  $\alpha_n = \frac{1}{n_{eff}} \frac{\partial n_{eff}}{\partial T} \approx 6.94 * 10^{-6} / ^\circ C$  Coefficient thermo-optique de la fibre et  $\Delta T$  la variation de température.

### II.3.8. Sensibilité du réseau de Bragg à la pression hydrostatique

Pour les fibres optiques monomodes, l'influence de la variation de pression  $\Delta P$  sur le diamètre est négligeable devant le changement de son indice de réfraction et de la longueur physique [19]. On procède avec les mêmes étapes précédentes en tenant compte que:  $\varepsilon_z = -(1 - 2\nu) \frac{\Delta P}{E}$  et que  $\varepsilon_R = \varepsilon_z$

Le décalage de la longueur d'onde en fonction de la variation de pression considérée hydrostatique peut donc s'écrire comme suit

$$\Delta\lambda_B = \lambda_B \left\{ - (1 - 2\nu) \left( 1 - \frac{n_{eff}^2}{2} (p_{11} + 2p_{12}) \right) \frac{\Delta P}{E} \right\} \quad (2.21)$$

où  $E$  est le module de Young de la fibre. Où  $E$  est le module de Young de la fibre.

### II.3.9. Mesure simultanée de température et de déformation

Comme nous avons vu précédemment, le réseau de Bragg est à la fois sensible aux déformations, à la température et à la pression. Il est donc courant de mesurer les deux paramètres dominants (par exemple les déformations et la température) simultanément. Pour ce faire, plusieurs techniques ont été déjà proposées, nécessitant dans la majorité des cas, deux équations indépendantes. Citons-en quelques-unes:

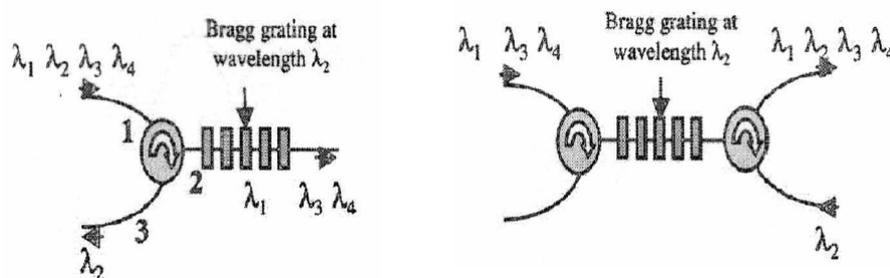
L'utilisation d'un capteur à réseau de Bragg dont la fibre introduite une fibre optique composée de deux axes lent et rapide pour la propagation de la lumière ce qui est traduit par deux valeurs de  $\Delta n_{eff}$  différentes suivant l'axe (lent ou rapide). La biréfringence de cette fibre conduit ensuite à deux décalages différents de la longueur d'onde de Bragg et ensuite deux paramètres perturbateurs à estimer [22].

Deux réseaux de Bragg à dimensions différentes parce que la sensibilité aux déformations et à la température dépend de la longueur de la fibre et du diamètre de la gaine [23].

Deux réseaux de Bragg, dopés de niveaux différents de Germanium, séparés par un 'single Bragg Grating', ces deux réseaux présentent des sensibilités différentes à la température et des réponses identiques aux déformations ce qui permet à mesurer ces deux paramètres simultanément [24].

### III.4. Application des réseaux de Bragg à la télécommunication

Les réseaux de Bragg photoinscrits dans les fibres optiques sont devenus indispensables pour l'égalisation du gain des amplificateurs, la stabilisation en longueur d'onde des pompes ou des sources, et pour les Lasers à fibre. Leurs avantages majeurs sont de faibles pertes d'insertion, une très faible sensibilité à la polarisation et une conception extrêmement flexible. Ces avantages en font également des candidats très attractifs pour les applications de filtrage complexe ou de compensation de dispersion chromatique fine.



**Figure 2.12 :** (a) Filtre passe bande fabriqué par un réseau de Bragg associé avec un circulateur ; (b) un multiplexeur OADM fabriqué avec association d'un réseau de Bragg et deux circulateurs .

### III.4.1 Filtrage et multiplexage [25]

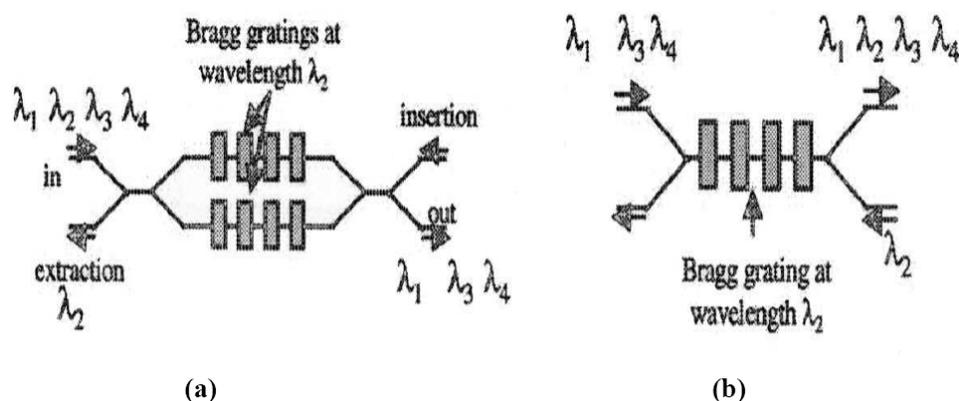
Agissant en tant que filtres sélectifs de longueur d'onde, les réseaux de Bragg uniformes de courtes périodes ont été visés la première fois vers des applications du filtrage et du multiplexage. Le coefficient de réflexion, est proportionnel à la transformée de Fourier du profil longitudinal de l'indice de réfraction. Le spectre du filtrage peut alors être obtenu, en ajustant la période du réseau et la variation de l'indice de réfraction, pour des rejets élevés des canaux adjacents, formes rectangulaires, multi crête etc.

Aujourd'hui, les techniques avancées d'écriture des FBG permettent la réalisation de presque n'importe quelle forme spectrale désirée en contrôlant la réponse de la phase.

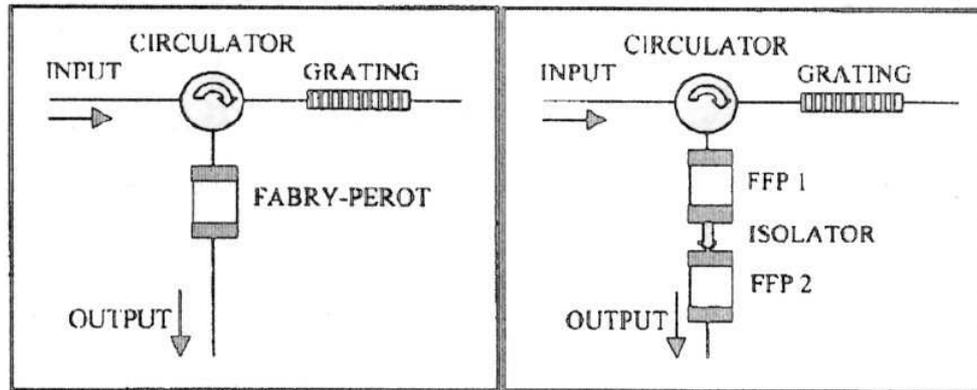
Les réseaux de Bragg sur fibres sont donc d'excellents candidats pour les futurs systèmes WDM complexes mais avec des filtres peu coûteux à adapter à cette conception. Un exemple de filtre déjà démontré contenant un espacement entre canaux de 25 ou de 12.5 GHz montrant simultanément des formes rectangulaires et une dispersion nulle [26].

Le réseau de Bragg de périodes courtes réfléchit la lumière près de la longueur d'onde de Bragg et demeure transparente pour les autres.

Pour être utilisés dans un réseau, le réseau de Bragg doit s'associer à un autre composant avec plusieurs entrées et sorties pour extraire le signal utile.



**Figure 2.13 :** (a) multiplexeur OADM basé sur un interféromètre Mach-Zehnder : deux réseaux de Bragg identiques sont photo imprimés à la longueur  $\lambda_2$  sur les deux bras de l'interféromètre ; (b) multiplexeur OADM basé sur un coupleur 0% : le réseau de Bragg est photo imprimé à la longueur  $\lambda_2$  dans la région du couplage, la fonction d'insertion de  $\lambda_2$  est représentée.



**Figure 2.14:** Filtres optiques :

- (a) association d'un réseau de Bragg et d'un FFP.
- (b) association d'un réseau de Bragg et deux FFP

Généralement ce composant est un circulateur. Son principe est décrit sur la figure. Sur la même figure est montré un autre filtre en ajoutant un second circulateur (coupleur), la fonction d'insertion peut être inclus dans le composant. Le filtre est transformé en un (OADM) (optical. add and drop multiplexeur). Cependant les circulateurs sont coûteux .Et c'est possible de les remplacer par des dispositifs à fibres comme un interféromètre Mach-Zhender où le même réseau de Bragg est imprimé sur ces deux bras [27] ou bien coupleur 100% ou 0% où le réseau de Bragg est imprimé dans sa région de couplage [28].

## II.4.2 Filtre optique [29]

Un exemple d'application du réseau de Bragg comme filtre optique en association avec un Fabry Pérot est décrit dans cet exemple :

### II.4.2.1 Filtre composé d'un réseau de Bragg et d'un FFP

Un filtre basé sur un réseau de Bragg imprimé sur fibre , un circulateur optique et un Fabry pérot est décrit sur la figure (2.14) : le signal d'entrée est réfléchi par le FBG est dirigé a travers le circulateur vers le Fabry pérot. Donc le filtre global consiste en la mise en cascade de deux filtres indépendants, chacun est caractérisa par sa propre fonction de transfert :  $T_{FBG}(f)$  et  $T_{FFP}(F)$  et la fonction de transfert global est :

$$T(f) = T_{FBG}(f)T_{FFP}(F)$$

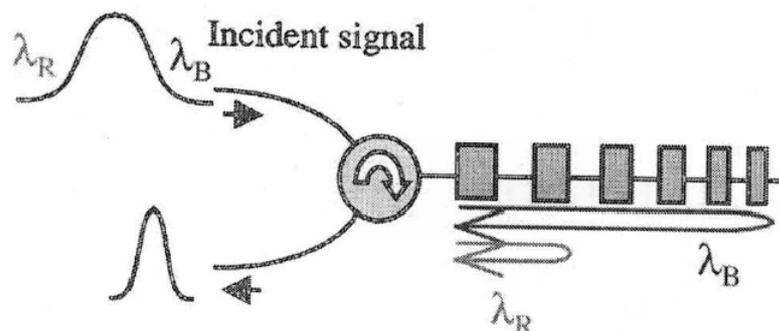
### II.4.3. Compensation de la dispersion chromatique [25]

La dispersion chromatique lors de la transmission par fibre avec la dispersion de la polarisation des modes est un des principaux facteurs limitatifs de l'augmentation du débit de transmission. L'impulsion n'est pas vraiment monochromatique, dans les fibres dispersives, Les différentes fréquences du spectre d'impulsion se propagent à différentes vitesses, ce qui entraîne l'élargissement de l'impulsion. Les impulsions peuvent se recouvrir, ce qui détériore la transmission de l'information. Le problème s'aggrave quand le débit augmente. En effet, quand le débit augmente, les impulsions sont plus courtes et spectralement plus larges. On peut éliminer cette dispersion en utilisant des fibres à dispersion négatives, par contre de grande longueur de fibres sont exigées et ça devient encombrant et coûteux .et en plus les fibres compensatrices montrent plus d'atténuation lors de la transmission donc il faut ajouter des amplificateurs. En outre, ces fibres sont sensibles aux effets non linéaires.

Ces dernières années l'utilisation des réseaux chirpés pour remplacer les fibres compensatrices est devenue de plus en plus fréquente. Par exemple un réseau de Bragg est utilisé en réflexion en association avec un circulateur. Le principe est montré sur la figure 2.15.

Les grandes longueurs d'ondes sont immédiatement réfléchies tandis que le plus courtes se propage un peu plus. La solution est intéressante puisque on remarque des pertes minimales, peu encombrantes et l'insensibilité aux effets non linéaires.

La dispersion introduite peut être exprimé approximativement par :



**Figure 2.15** : principe de la compensation de la dispersion chromatique en utilisant un réseau de Bragg chirpé en association avec un circulateur

$$DC = \frac{2n_{eff}L}{c\Delta\lambda} \cong \frac{10L(mm)}{\Delta\lambda(mm)} (ps/nm) \tag{2.23}$$

où  $L$  et  $\Delta\lambda$  représentent respectivement la longueur et la variation de la longueur d'onde  $n_{eff}$  l'indice effectif du coeur et  $c$  la vitesse de la lumière qui sont remplacé respectivement par  $1.45$  et  $3.108 \text{ m/s}$ .

La formule prouve que la compensation de la dispersion de  $100\text{km}$  de fibre de transmission est possible pour un canal en utilisant un réseau de longueur inférieure à  $100$  millimètres [30].

### II.4.4. Laser à fibre [25]

La photo inscription des réseaux de Bragg sur fibre est la solution optimum pour mettre fin a la cavité des lasers a fibre dopé par des terres rares .Directement imprimé dans la fibre dopée, ces miroirs sont intégrés sans pertes. Des lasers émettant à de diverses longueurs d'onde peuvent être réalisés en choisissant correctement le dopant et les longueurs d'onde du réseau (figure 2.16).

Par exemple pour un Laser  $1.5\mu\text{m}$  avec erbium comme dopant, et laser  $1.3\mu\text{m}$  et thulium comme dopant. Les lasers basés sur l'effet Raman, où son principe est décrit sur la figure, sont devenus de plus en plus intéressants. Une cavité d'une dizaine de mètres de longueur est remplacé par des pairs de miroirs qui réfléchissent au longueur d'onde de stockes espacées de  $13.2 \text{ THz}$  et qui demeurent transparente pour les autres longueur d'ondes [31] .Idéal pour cette application, les IFBG ont largement contribués au développement des Lasers Raman.

La possibilité d'accorder la longueur d'onde de réseau de Bragg FBG, en utilisant la

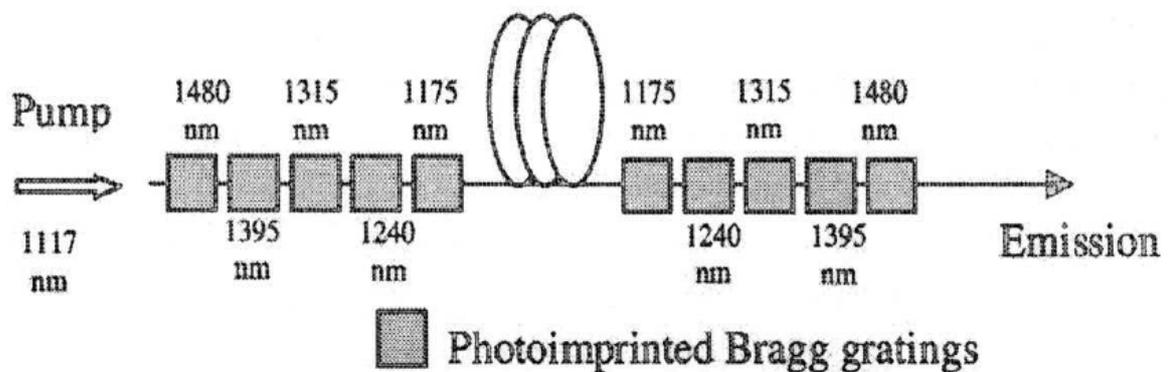


Figure 2.16 : Laser Raman à fibre à  $1480 \text{ nm}$  en utilisant des réseaux de Bragg en cascade

température ou bien une déformation, permet une accordabilité continue.

L'association de plusieurs réseaux à des différentes longueurs d'onde, permet de réaliser des lasers multi-longueurs d'onde.

#### **II.4.5 Les amplificateurs**

L'aplatissement du gain de l'amplificateur EDFA, essentiel dans la transmission WDM, est aujourd'hui l'une des principales applications de réseau de Bragg FBG. L'insertion d'un filtre optique où son spectre représente l'inverse de celui de du gain de l'EDFA est aujourd'hui la solution unique. Les réseaux de Bragg à court période sont généralement utilisés pour l'égalisation du gain. La période du réseau est chirpé et la modulation de l'indice est faite pour former le spectre. Leur seul inconvénient c'est qu'il faut ajouter un isolateur pour supprimer les réflexions sur l'amplificateur. Deux autres types de réseaux peuvent maîtriser ce problème de réflexion réseau incliné de court période et réseau à longue période.

### **II.5. Conclusion**

Nous avons présenté dans ce chapitre une étude générale sur les réseaux de Bragg à fibres optiques et décrit ensuite les deux paramètres caractéristiques des réseaux de Bragg, son pas et son indice de réfraction. Ensuite, nous avons établi la relation de la réflectivité de ce réseau en fonction de la longueur d'onde afin de trouver enfin la relation entre la longueur d'onde de Bragg et les perturbations extérieures (déformations, température, pression) qui modifient le pas et l'indice de réfraction du réseau de Bragg sous test. Cette relation longueur d'onde/excitation est la base pour concevoir les capteurs à réseau de Bragg sans oublier le rapport qualité/ prix où ce prix est traduit par la facilité de mise en oeuvre et le nombre de composants utilisés.

Finalement les réseaux de Bragg sont des composants présents dans les systèmes de télécommunication. Ils sont idéaux une fois utilisés en association avec des lasers à fibre, des amplificateurs à fibre ou des diodes laser. En outre, leur grande flexibilité et leur conception les rends très intéressants pour des applications adaptées aux besoins de l'utilisateur, telles que l'égalisation du gain ou la compensation chromatique de dispersion. Leur efficacité spectrale élevée leur fait la solution presque unique pour l'espacement de canal très bas. Et même pour de futurs systèmes de capacité élevée exigeant la commande, telle que la dispersion

chromatique accordable ou l'égalisation dynamique de gain, FBG peut jouer un rôle important.

## Références

- [1] T. Erdogan, "Fiber Grating Spectra", *JLT*, 15 (8), p. 1277-1294 (1997)
- [2] K.O. Hill, Y. Fujii, D.C. Johnson, B.S. Kawasaki, "Photosensitivity in optical fiber waveguides: application to reflection filter fabrication", *Applied Physics Letters*, 32 (10), p. 647-649 (1978)
- [3] L.Brilland, "Etude et réalisation de réseaux de Bragg inscrits dans une fibre optiquemonomode pour une fonction d'égalisation du gain des amplificateurs à fibres dopées", Thèse de doctorat de l'Université des Sciences et Technologies de Lille, 2000.
- [4] G.Meltz, W.W.Morey & W.H.Glenn, "Formation of Bragg gratings in optical fibers by a transverse holographic method", *Opt. Lett.*, Vol.14, 15, pp.823-825, 1989.
- [5] K.O.Hill, B.Malo, F.Bilodeau, D.C.Johnson & J.Albert, "Bragg grating fabricated in monomode photosensitive optical fiber by UV exposure through a phase mask", *Appl.Phys. Lett.*, Vol.62, 10, pp.1035-1037, 1993.
- [6] J.Martin & F.Ouellette, "Novel writing technique of long and highly reflective in fibre Bragg gratings", *Electron.Lett.*, Vol.30, 10, pp.811-812, 1994.
- [7] A. Othonos, "Fiber Bragg gratings," *Rev. Sci. Instrum.* 68, pp. 4309-4341, 1997.
- [8] R. KASHYAP, "Fiber Bragg Gratings," Academic press (1999).
- [9] Wang ZH, Peng GD, Chu PL, "Improved Rouard's method for fiber and waveguide gratings", *Optics communications*, vol. 177, pp. 245-250, 2000.
- [10] Rosenthal A., Horowitz M., "Inverse scattering algorithm for reconstructing strongly reflecting fiber Bragg gratings", *IEEE Journal of quantum electronics*, vol. 39, no. 8, pp. 1018-1026, 2003.
- [11] Y. Ma and L. D. Marks, "Bloch-wave solution in the Bragg case", *Acta Cryst.*, Vol.45, pp.174-182, 1989.
- [12] D. Marcuse, "The coupling of degenerate modes in two parallel dielectric waveguides," *Bell Syst. Tech. J.*, vol. 50, pp. 1791-1816, 1971.
- [13] A. W. Snyder, "Coupled mode theory for optical fibers," *J. Opt.Soc. Amer.*, vol. 62, pp. 1267-1277, 1972.
- [14] A. Yariv, "Coupled mode theory for guided-wave optics," *IEEE J. Quantum Electron.*, vol. QE-9, pp. 919-933, 1973.
- [15] H. Kogelnik, "Coupled wave theory for thick hologram gratings," *Bell Syst. Tech J.*, vol, 48, pp. 2909-2947, 1969.
- [16] J. E. Sipe et al., "Propagation through nonuniform grating structures," *J. Opt. Soc. Am.*, vol. A.11, pp. 1307-1320, 1994.
- [17] J. Skaar, "Synthesis and characterization of fiber Bragg gratings," Ph.D. dissertation, Norwegian University of Science and Technology, 2000.
- [18] Skaar, J., Wang, L., and Erdogan, T., "On the synthesis of fiber Bragg gratings by layer peeling," *IEEE J. Quant. Electron.*, vol. 37, pp. 165-173, 2001.

- [19] A. Orthonos and K. Kalli, "Fiber Bragg Grating: Fundamentals and Applications in Telecommunications and Sensing," Boston: Artech House, 1999.
- [20] Graham Ian Duck, "Distributed Bragg Grating Sensing-Strain Transfer Mechanics and Experiments," PhD dissertation, University of Toronto, 2000.
- [21] A. D. Kersey, T. A. Berkoff and W. W. Morey, "High resolution fibre grating based strain sensor with interferometric wavelength shift detection," *Electron. Lett.*, vol. 28, pp. 236-238, 1992.
- [22] O. Frazão, L. M. Marques, S. Santos, J. M. Baptista and J. L. Santos, "Simultaneous Measurement for Strain and Temperature Based on a Long-Period Grating Combined With a High-Birefringence Fiber Loop Mirror", *IEEE Photon. Techno. Lett.*, vol. 18, pp.2407- 2409, 2004.
- [23] Li Xiaohong, Wang Dexiang, Zhao Fujun and Dai Enguang, "Simultaneous independent temperature and strain measurement using one fiber bragg grating based on the etching technique", *Microwave and optical technology lett.*, vol. 43, pp. 478-481 2004.
- [24] X Chapeleau et al, "Determination of strain distribution and temperature gradient profiles from phase measurements of embedded Fibre Bragg Gratings," *J. Opt.: Pure and Appl. Opt.*, vol. 8, pp. 775-781, 2006.
- [25] I.RIANT, «Fiber Bragg grating for optical telecommunication», *C.R.Physique* , pp 41-49,2003.
- [26] J.L.Rebola, A.V.T.Cartaxo, « Performance Optimization of Gaussian Apodized Fiber Bragg Grating Filters in WDM Systems», *Journal of lightwave technology*, Vol.20, No.8,pp 1537-1544, August 2002
- [27] F.BAKHTI, F.BRUYERE, X.DAXHELET, X.SHOU, J.DA LOURA, S.LACROIX, P.SANSONETTI, *Electron .Lett.*35 (12), pp 1013-1014 (1999)
- [28] F.BAKHTI, P.SANSONETTI, C.SINET, L.GASCA, L.MARTINEAU, S.LACROIX,X.DAXHELET, F.GHONTIER, *Electron .Lett.*33 (9), pp 1312-1324 (1999).
- [29] B.ORTEGA, J.CAMPANY, J.L.CRUZ, «Wavelength division multiplexing all-fiber hybrid devices based on Fabry-Perot's and Gratings», *Journal of lightwave technology*, vol 17, No7, pp1241-1247 ,July 1999.
- [30] I.RIANT, S.GURIN, J.GOURHANT, P.SANSONETTI, C.BUNGARZEZEAU, R.KASHYAP, *Select topics in Quantum electron* .5(5) , 199, 1312-1324 (2003)
- [31] X.NORMANDIN, F.LEPLINGARD, E.BOUROVA, C.LECLERE , T.LOPEZ, J.J.GUERIN, D.BAYART, in: *proceedings of conference optical fiber communications OFC'02*, 2002

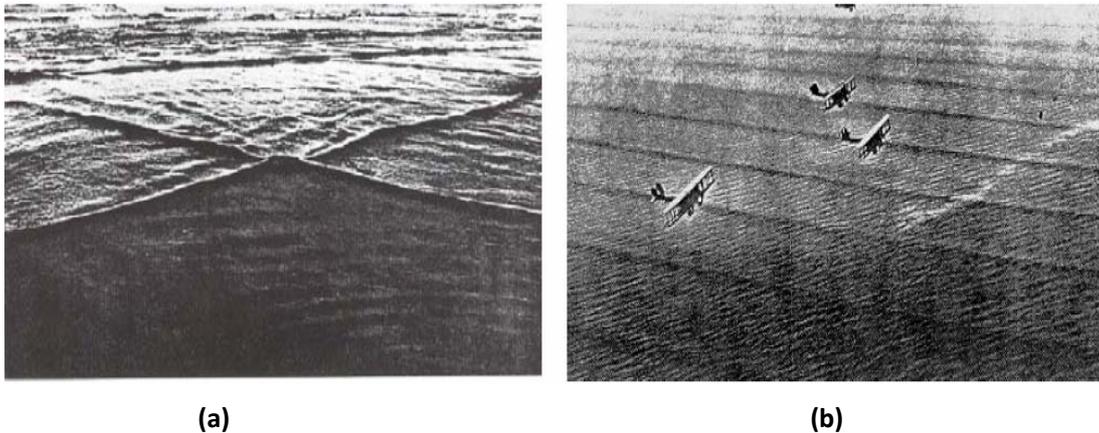
# Théorie des ondes solitaires et Solitons optiques

### III.1. Introduction

Voilà plus de 170 ans passés que le concept d'onde soliton a été avancé pour la première fois par un ingénieur de la navigation fluviale écossaise J.S. Russel [1]. Une onde hydrodynamique parvenait à se propager «sans changer de forme ou diminution de vitesse » sur un canal étroit et peu profond. Dans son sens le plus général, les solitons sont des ondes auto-piégées et localisées ne subissant aucun étalement lors de leur propagation dans un environnement dispersif. Les solitons existent en vertu d'un exact équilibre entre la dispersion (ou la diffraction) qui tend à l'expansion de l'onde localisée, et l'effet non-linéaire qui contre-balance l'effet dispersif (diffractif). Cette caractéristique est unique: cela implique qu'à travers l'effet nonlinéaire, l'onde induit simultanément un puit de potentiel et se capture elle-même dans son propre potentiel induit. Encore plus fascinant, les solitons se propagent et peuvent interagir avec d'autres solitons (Fig. 1.1), et possédant donc à ce titre les mêmes propriétés qu'une particule (solitons). Cependant, les observations décrites par Russell en ce temps là n'ont pas bénéficié de plus d'attentions. Il fallut attendre la fin du XXème siècle pour que le domaine des solitons et la science non-linéaire commencent à émerger. Notamment, de nouvelles manifestations de ce phénomène d'ondes solitaires ont pu être identifiées dans un grand nombre de domaines de la physique :

- Ondes hydrodynamiques [2,3] en eau profonde (Figure. 1.1) et peu profonde: mascarets, tsunamis...
- Ondes de densité de charge dans les plasmas [4],
- Ondes de matière [5-7] dans les condensats de Bose-Einstein,
- Excitations sur les chaînes d'ADN [8,9],
- Murs de domaine [10,11] en supergravité, ... pour ne citer qu'eux.

Les solitons se manifestent donc naturellement dans la plupart des systèmes non linéaires. Ainsi, malgré la diversité des systèmes dans lesquels les solitons se révèlent, malgré les multiples mécanismes physiques mis en jeu, ces différentes variétés de solitons ont une caractéristique commune et universelle : ce sont toutes des entités auto-piégées possédant un comportement particulière.



**Figure 1.1 :** (a) : Interaction oblique entre deux solitons hydrodynamiques en eau peu profonde [12]. (b) : Propagation d'un train d'onde soliton hydrodynamique en eau profonde. L'observation aérienne dénote la stabilité de ces ondes.

Ce paragraphe n'a pas pour but de lister l'ensemble des variétés solitons. Toutefois, à la vue de cette croissante et rapide évolution du domaine en optique, et pour une meilleure appréhension de notre étude, ce chapitre tentera de rendre compte des variantes liées aux solitons optiques. Nous insisterons tout particulièrement sur la famille constituée par les solitons spatiaux. Car même si à ce jour seuls les solitons temporels ont trouvé une formidable application pour les télécommunications, nous verrons comment et pourquoi les phénomènes solitoniques spatiaux possèdent des propriétés dynamiques remarquables qui en font de sérieux candidats pour la réalisation de circuits intégrés reconfigurables et peuvent par conséquent participer aux traitements de l'information par voie tout-optique. En finalité, ce premier chapitre nous permettra de présenter les solitons spatiaux photoréfractifs et ainsi d'introduire le cadre de nos recherches dans ce domaine.

### **III.2. Observation d'une onde solitaire et ses conséquences**

John Scott Russell était principalement un ingénieur et un architecte naval, plutôt qu'un mathématicien; mais son nom est bien connu aujourd'hui des mathématiciens par sa découverte expérimentale de la vague solitaire [1]. Il nota la propagation dans un canal étroit et peu profond de cette « *onde de translation* » sur plusieurs kilomètres.

À la suite de cette observation, Russell réalisa plusieurs expériences à l'aide d'un canal artificiel, témoignant de sa conviction sur le caractère inconnu de ce phénomène. Il pu déterminer la forme typique en sécante hyperbolique de l'onde solitaire ainsi que la relation qui lie sa vitesse et son amplitude. Le travail expérimental de Russell a aidé à stimuler une renaissance en hydrodynamique théorique en Grande-Bretagne. George Green, George Airy, Philip Kelland et Samuel Earnshaw, tous ont essayé de décrire théoriquement la vague solitaire, mais sans succès. Airy s'opposait à l'accent mis par Russell sur sa "grande vague primaire", soutenant le fait qu'elle n'était ni grande ni primaire, mais juste une conséquence de la faible profondeur de l'eau. G. G. Stokes était plus prudent, mais doutait également qu'une vague solitaire pouvait se propager sans changement de forme. Une théorie approximative mais néanmoins correcte fut enfin donnée par Boussinesq (1871) et Rayleigh (1876). Mais il fallut attendre les travaux de Korteweg et de Vries [13] (1895), qui découvrirent l'équation non linéaire décrivant la propagation d'ondes de grande longueur d'onde à la surface d'un canal étroit et peu profond, pour mettre un terme à cette querelle. La pleine signification de la vague solitaire et sa généralisation ont été finalement établi en 1965 par Zabusky et Kruskal[14] qui sont parvenus à montrer que l'équation dite de Korteweg-de Vries admet comme solutions des solitons dont celui de Russell [15,16].

Au-delà de cette première et formidable observation du soliton hydrodynamique, nombre de chercheurs se sont tournés vers cette nouvelle ère de recherche : la physique nonlinéaire. Bénéficiant d'outils mathématiques aboutis et devenus incontournables, ils purent, dès le début des années 70, explorer ce domaine dans tous les champs de la physique.

Depuis l'avènement du laser, des effets optiques nouveaux, dépendant de l'intensité de la lumière, ont été mis en évidence. On les regroupe sous le terme « d'optique nonlinéaire ». Ils autorisent notamment l'interaction entre faisceaux lumineux par l'intermédiaire des milieux qu'ils traversent. Ils permettent d'imaginer des réalisations de dispositifs tout optiques, en particulier dans le domaine des télécommunications et du traitement du signal.

### III.2.1 Les solitons optiques [17,18]

Toute impulsion ou paquet d'ondes a une tendance naturelle à s'étaler durant sa propagation dans un milieu. En optique, une onde localisée dans l'espace ou dans le temps peut subir un étalement, soit de son enveloppe temporelle soit de ses dimensions spatiales ou même des deux simultanément.

⇒ Pour une impulsion temporelle, l'étalement est dû à la dispersion chromatique : les différentes composantes de fréquence, qui constituent l'impulsion, voyagent à des vitesses différentes. En fonction de la nature même de la dispersion (positive ou négative), le front de l'impulsion voyagera donc plus ou moins vite que l'arrière de l'impulsion, d'où un étalement chromatique.

⇒ Une impulsion spatiale, préférentiellement appelée faisceau, subira un étalement sous l'influence naturelle de la diffraction.

Un soliton optique [17,18] est donc tout simplement, la compensation auto-induite de ces étalements.

Dans un milieu linéaire, on sait par différents procédés technologiques, remédier à la dispersion naturelle, temporelle ou spatiale. Spatialement, la méthode la plus commune est l'utilisation de guides d'onde. Dans de telles structures caractérisées par une variation locale de l'indice de réfraction, le comportement de la propagation d'un faisceau est modifié par une réflexion totale interne à la limite entre une région à haut indice et une à plus faible indice de réfraction. Sous certaines conditions liées à l'interférence constructive entre les différentes réflexions, le faisceau piégé forme un mode guidé. Un exemple de guide d'onde est le guide planaire diélectrique, que l'on nomme communément guide (1+1)-D ou 1D, car l'on considère dans ce cas un axe de propagation et un seul axe transverse guidant. Une fibre optique constitue donc un guide (2+1)-D.

Mais pour certains matériaux possédant des qualités optiques non-linéaires, c'est-à-dire dont les propriétés (indice de réfraction ou absorption) peuvent être modifiées par la présence de lumière, la propagation d'impulsions optiques (dans l'espace ou dans le temps) peut être altérée. En particulier, si l'indice de réfraction du milieu est modifié par le biais de la lumière, il est possible sous certaines conditions d'éliminer l'élargissement

temporel ou spatial de l'impulsion. Ceci se produit lorsque l'effet de dispersion chromatique ou de diffraction est contrebalancé par l'effet de la modification auto-induite de l'indice de réfraction. On parlera alors de solitons temporels optiques dans le cas d'une compensation de la dispersion chromatique et de solitons spatiaux optiques lors de la neutralisation de la diffraction du faisceau.

Par ailleurs, en optique linéaire deux faisceaux ou impulsions peuvent se croiser sans interagir. En régime nonlinéaire, il en va tout autrement puisque le milieu est justement sensible à l'intensité totale du champ couplé et dépend donc des amplitudes des différentes composantes en présence. Les solitons, bien qu'existant en régime nonlinéaire, ont la propriété extraordinaire de pouvoir survivre à un croisement en préservant leur énergie, leur quantité de mouvement et leur forme. Il s'agit d'une propriété essentielle du soliton dont le comportement est à rapprocher des particules. Mathématiquement, cette propriété repose sur le fait que les équations différentielles auxquelles obéit la propagation sont intégrables<sup>18</sup>. L'intégrabilité dans ce sens définit une solution analytique exacte.

Notons qu'en optique, ce cas est restrictif aux solitons Kerr scalaires gérés mathématiquement par l'équation de Schrödinger Nonlinéaire (NLS) [19] unidimensionnelle définie par Zakharov et Shabat [20] en 1972. Il faut donc retenir que l'ensemble des autres équations non-linéaires qui sont non intégrables, rassemble la classe des ondes solitaires comme solution, représentant une famille beaucoup plus large ne bénéficiant pas d'une stabilité de type corpusculaire comme la collision inélastique de deux entités.

On fait donc généralement la différence entre onde solitaire et onde soliton, mais nous utiliserons durant tout le manuscrit la nomination de « soliton » pour décrire un phénomène ne subissant pas de variation de son enveloppe durant sa propagation et bénéficiant de propriétés de stabilité.

### III.2.1.1 Les solitons temporels

Dans le cas des solitons temporels, il s'agit de compenser la dispersion naturelle du milieu de propagation à l'aide de l'effet non linéaire [21,22]. La dispersion est

caractérisée par le coefficient  $\beta_2$  qui donne la dispersion de vitesse de groupe en fonction des fréquences qui constituent l'impulsion temporelle, telle que :

$$\beta_2 = -\frac{1}{v_g^2} \frac{\partial v_g}{\partial \omega} = \frac{2}{c} \frac{\partial n}{\partial \omega} + \frac{\omega}{c} \frac{\partial^2 n}{\partial \omega^2} \quad (3.1)$$

Où  $v_g$  est la vitesse de groupe,  $n$  est l'indice effectif du mode et  $\omega$  la fréquence de l'onde. Ce coefficient peut être soit positif (dispersion normale), soit négatif (dispersion anormale). Les conséquences physiques sur l'impulsion sont donc différentes dans les deux cas :

- Si  $\beta_2 > 0$ , alors les fréquences élevées voyagent plus vite que les fréquences basses.
- Si  $\beta_2 < 0$ , on observe l'inverse.

Dans les deux cas, ce phénomène naturel donne naissance à un élargissement des impulsions temporelles au cours de la propagation.

En présence d'une non-linéarité de type Kerr (d'indice non linéaire  $n_2$ ), une impulsion subit un déphasage nonlinéaire  $\Delta\varphi = k.n_2.I.L$ , après une propagation sur une longueur  $L$ . Ce déphasage dépend de l'intensité lumineuse  $I$  et est donc plus important au centre qu'à l'avant et à l'arrière de l'impulsion. Par définition, la dérivée de ce déphasage donne la variation de la fréquence instantanée  $\frac{d\Delta\varphi}{dt} = -\Delta\omega$  due à la non-

linéarité et donc le décalage de fréquence.

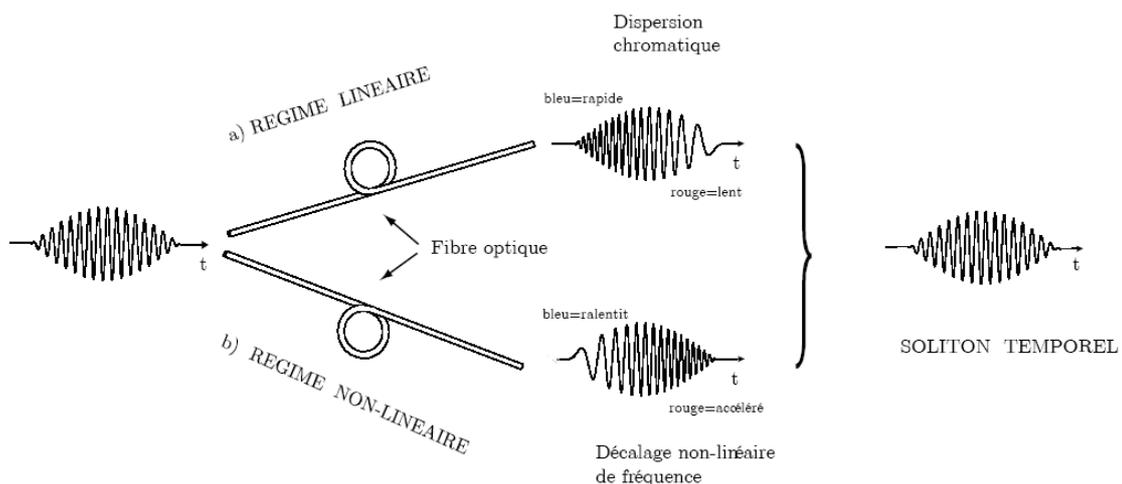
Il est donc possible d'obtenir une impulsion soliton si le décalage nonlinéaire de fréquence compense exactement la dispersion chromatique. Il y a donc deux cas où l'on peut observer des solitons temporels. En régime de dispersion anormale ( $\beta_2 < 0$ ) en présence d'une non-linéarité positive. C'est le cas le plus courant qu'on rencontre en particulier dans les fibres optiques qui possèdent un régime de dispersion anormale, pour  $\lambda \geq 1.3\mu m$ , dans la bande de transparence, grâce à la contribution de la dispersion modale. La deuxième combinaison qui permet d'obtenir un soliton temporel correspond à l'association d'une non-linéarité négative et d'un milieu de propagation de dispersion normale ( $\beta_2 > 0$ ) [23]. Dans les deux autres cas, la non-linéarité ne fait que renforcer la

dispersion linéaire qui se traduit par un élargissement temporel de l'impulsion encore plus conséquent.

La figure (3.2) illustre le principe du soliton temporel dans le cas d'une dispersion anormale. En régime linéaire (a), les fréquences élevées du spectre se propagent plus vite que les fréquences basses de sorte que l'impulsion arrive déformée après propagation. L'effet non linéaire (b) va produire un décalage de fréquence se traduisant par le ralentissement des fréquences élevées et l'accélération des fréquences basses (front d'impulsion). On voit alors que le déphasage non linéaire peut compenser l'effet de la dispersion.

C'est sans doute grâce à l'optique guidée, notamment dans les fibres optiques, que cette propriété n'est pas restée une curiosité d'intérêt académique. Malgré une non-linéarité très faible, les faibles pertes de propagation dans les fibres optiques permettent d'obtenir des déphasages non-linéaires cumulés importants et donc d'explorer ce domaine de la propagation en régime de soliton. Les solitons eux-mêmes constituent un vecteur de transport des informations fonctionnant à haut débit et sur de très grandes distances.

De plus, le signal n'est plus un vecteur relativement passif de l'information mais peut



**Figure 3.2 :** Schéma de principe de la propagation des solitons dans les fibres. La non linéarité de la fibre produit une dérive de fréquences qui compense exactement celle produite par la dispersion. L'impulsion soliton se propage alors sans déformation

devenir un moyen de se prémunir contre les imperfections du canal, du fait de son insensibilité aux faibles perturbations. En revanche, cette technique fait apparaître des problèmes nouveaux dus, entre autres, aux couplages avec les sources de bruit (instabilité modulationnelle) ou à l'instabilité de polarisation [24].

Théoriquement, la dynamique de la propagation non linéaire des solitons temporels est gouvernée par l'équation de Schrödinger non linéaire (1.45), appartient à la classe remarquable d'équations non linéaires intégrables, qui peuvent être résolues exactement pour un état initial arbitraire au moyen de ma méthode de diffusion inverse. Les solutions dépendent du signe de la dispersion. Une solution exacte de cette équation peut être mise sous la forme suivante :

$$A(z, t) = N\sqrt{P_0} \operatorname{sech} \left( \frac{t}{\delta_0} \right) \exp \left( \frac{iP_0 z}{2\gamma} \right) \quad (3.2)$$

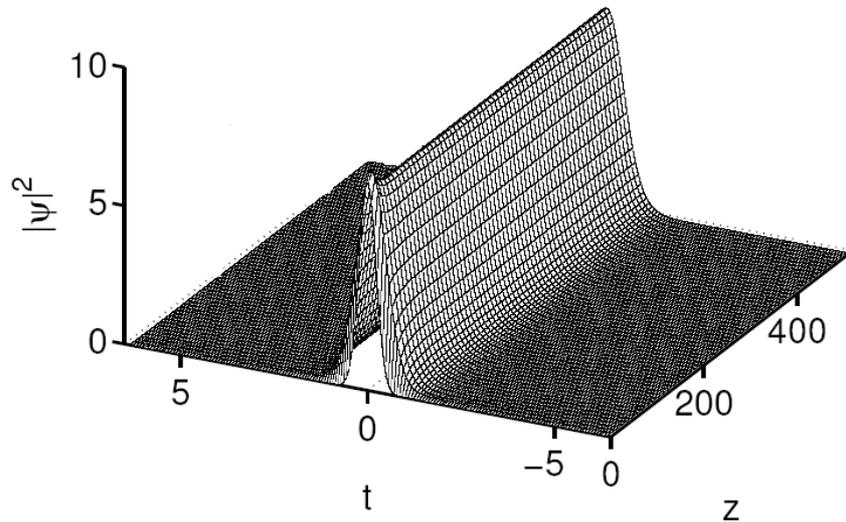
Où  $N$  est l'ordre du soliton donné par :

$$N^2 = \frac{L_d}{L_{nl}} = \frac{\gamma P_0 \delta_0^2}{|\beta_2|} \quad (3.3)$$

ce paramètre sans dimension mesure l'importance relative des effets dispersifs et non linéaires, et la puissance crête pour générer le soliton fondamental ( $N=1$ ) est déterminée par :  $L_d = L_{nl}$ , est donnée par :

$$P_0 = \frac{|\beta_2|}{\gamma \delta_0^2} \quad (3.4)$$

Seul le soliton temporel fondamental ( $N=1$ ) se propage sans déformation, tous les autres solitons d'ordre supérieur ( $N > 1$ ) subissent un mouvement de déformation récurrent durant leur propagation. De ce fait, le soliton temporel fondamental est très attractif pour la transmission de l'information dans les systèmes de communication optique. Il peut être excité dans une fibre optique pour des niveaux de puissance très faibles disponibles avec des diodes lasers. Par exemple pour une fibre à dispersion décalée ( $|\beta_2| \approx 1 \text{ ps}^2/\text{km}$ ), à la longueur d'onde  $\lambda_0 = 1.55 \mu\text{m}$ , avec  $\gamma = 3 \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$  et pour  $\delta_0 = 10 \text{ ps}$  nous obtenons la puissance crête suivante  $P_0 = 3.3 \text{ mW}$ . Il est à noter le caractère invariant de l'intensité au cours de la propagation et la grande stabilité de l'impulsion solitonique en particulier sa largeur temporelle, lors de la propagation. Cette



**Figure 3.3** : Propagation d'un soliton temporel dans une fibre optique pour le cas de  $N=1$ .

totale invariante en a fait donc l'impulsion, candidate idéale pour les transmissions trans-océaniques à très haut débit.

Nous sommes au cœur de la technique de transmission par solitons temporels [25]. Ainsi, la possibilité d'une auto-compensation des deux effets de la propagation, dispersion chromatique et auto-modulation de phase (conséquence directe de l'effet de Kerr), va permettre de s'échapper de la logique propre à la conception de ces systèmes pour lesquels la propagation est traitée comme un phénomène pénalisant mais incontournable ; le soliton temporel, impulsion particulière garantissant cet équilibre idéal, en est la clé.

### III.2.1.2 Les solitons spatiaux

Les solitons spatiaux correspondent à des faisceaux optiques dont la diffraction naturelle a été exactement compensée par l'effet non linéaire du milieu de propagation sensible à l'intensité. L'effet de lentille induit optiquement par la modification de l'indice va permettre l'autofocalisation du faisceau durant sa propagation. Lorsque l'autofocalisation contrebalancera exactement l'élargissement du faisceau dû à la

diffraction naturelle, l'observation d'un soliton spatial sera possible. Deux concepts simples permettent de comprendre la formation d'un soliton spatial.

- Un modèle géométrique du guide auto-induit : un faisceau de largeur limitée se propage en obéissant aux lois de la diffraction caractérisée par la longueur de Rayleigh :

$$L_D \approx r/\theta_D \approx \pi n_0 r^2 / \lambda \quad (3.5)$$

où  $r$  est le rayon de l'ouverture,  $n_0$  l'indice linéaire de réfraction et  $\lambda$  la longueur d'onde optique. C'est la longueur de propagation au bout de laquelle le diamètre du faisceau a été multiplié par deux. Dans le cas où un milieu de non linéarité positive est placé à droite de l'ouverture, le faisceau induit une augmentation d'indice  $\Delta n$ , proportionnelle à l'intensité. L'angle critique de réflexion totale entre le deux milieux,  $\theta_c = \sqrt{2\Delta n/n_0}$  permet de définir une longueur caractéristique d'auto focalisation dans l'approximation des petits angles (développement limité) :

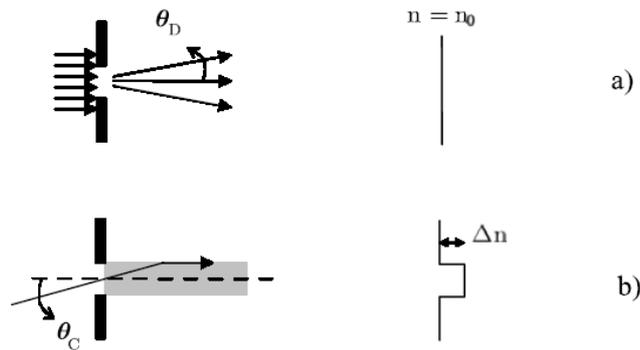
$$L_{NL} = r/\theta_c = r/\sqrt{2\Delta n/n_0} \quad (3.6)$$

Un soliton spatial correspond à un équilibre entre diffraction et auto focalisation, c'est-à-dire vérifiant l'égalité :

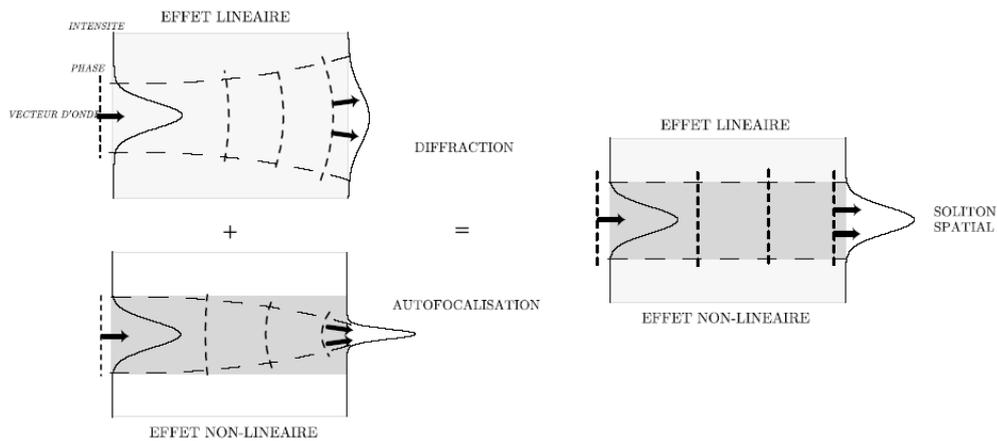
$$L_D = L_{NL} \quad \Rightarrow \quad \theta_D = \theta_c$$

La figure (3.5) décrit ce modèle géométrique basé sur un guide induit approximé à un saut d'indice  $\Delta n$ .

Un second modèle basé sur le déphasage photo induit et la distorsion des fronts d'onde [26] est également possible: un faisceau, supposé monochromatique, peut être représenté par une superposition d'ondes planes (représentant les fréquences spatiales), ayant le même vecteur d'onde en module  $k = n\omega/c$ . Chacune de ces ondes planes diffèrent par leur direction de propagation par rapport à l'axe de propagation (d'un angle  $\alpha$ ). Ainsi, chaque onde plane étant caractérisée par la projection de son vecteur d'onde sur l'axe de propagation, les vitesses des ondes relativement à cet axe sont donc différentes. De cette façon, on comprend aisément que l'onde plane dont le vecteur d'onde est colinéaire à l'axe optique, se propagera plus vite que les autres composantes



**Figure 3.4 :** Propagation d'un faisceau en régime linéaire. **(a)** : non linéaire **(b)** : la variation induite de l'indice de réfraction est approximée à un guide à saut d'indice.



**Figure 3.5 :** Représentation qualitative de la formation d'un soliton spatial.

du faisceau possédant une constante de propagation proportionnelle à  $\cos \alpha$ . Durant la propagation, le déphasage entre ces différentes composantes se traduit par un élargissement de la taille du faisceau optique (diffraction). Si une non linéarité introduit un déphasage dépendant du profil d'intensité (auto modulation de phase), ce déphasage peut modifier le front optique et induire l'auto focalisation (Figure 3.5). On notera toute l'importance du signe de la non linéarité représentée par la variation d'indice de réfraction  $\Delta n$ . Pour un faisceau dit « brillant », c'est-à-dire à profil gaussien, la diffraction dans le matériau a les mêmes effets qu'une lentille divergente (défocalisation) ; il faut

donc induire une variation d'indice de réfraction positive, qui cette fois sera traduit par un effet de lentille convergente (focalisation), pour pouvoir compenser exactement la vergence de la diffraction, et aboutir à l'effet soliton spatial désiré. Un matériau dont l'indice de réfraction diminue sous éclairage, produirait un accroissement de la diffraction et donc une divergence amplifiée du faisceau. Au même titre, un effet focalisant trop élevé, peut aboutir à une sur focalisation. Cette sur focalisation peut, dans certains cas, endommager le matériau.

Par comparaison aux solitons temporels, les solitons spatiaux exploitent la non linéarité de matériaux massifs ou planaires sur des distances de propagation beaucoup plus courtes de l'ordre du centimètre. L'accumulation de l'effet non linéaire n'étant plus envisageable (comparé aux longueurs des fibres optiques), de fortes puissances provenant de sources lasers pulsées étaient nécessaires afin de générer les premiers solitons spatiaux, les solitons Kerr. Il est aussi envisageable d'avoir recours à des matériaux exhibant une plus forte réponse non linéaire. A ce titre, des efforts considérables portant sur l'amélioration des matériaux ont été réalisés. Depuis, la démonstration des solitons spatiale photo réfractifs à l'aide de source continues de faible puissance et même à l'aide de sources blanches (lampe à incandescence) a révolutionné ce champ de recherche.

La physique des solitons spatiaux reste plus riche car, à la différence des solitons temporels, le piégeage se produit dans une ou deux dimensions transverses et dans des matériaux non linéaires de différents types. Le soliton spatial est d'autant plus fascinant qu'il comporte différents aspects, qui ne trouvent pas d'équivalent chez son homologue temporel, par exemple : l'auto focalisation en configuration 1-D, la spirauté [27], l'existence de vortex optiques, la formation de motifs complexes ou des structures localisées dans les cavités, tout ceci est observable grâce à des configurations 2-D stables. Ces multiples aspects des solitons spatiaux ont grandement stimulé l'intérêt pour ce champ de recherche, comme en témoigne le nombre fleurissant de résultats publiés depuis une dizaine d'années. Rapidement, nous allons décrire quelques exemples clés de ce champ de recherche pour illustrer la richesse de ces phénomènes, tant dans la variété de la physique exploitée que dans les configurations particulières grâce auxquelles, il est possible d'envisager un grand nombre d'applications.

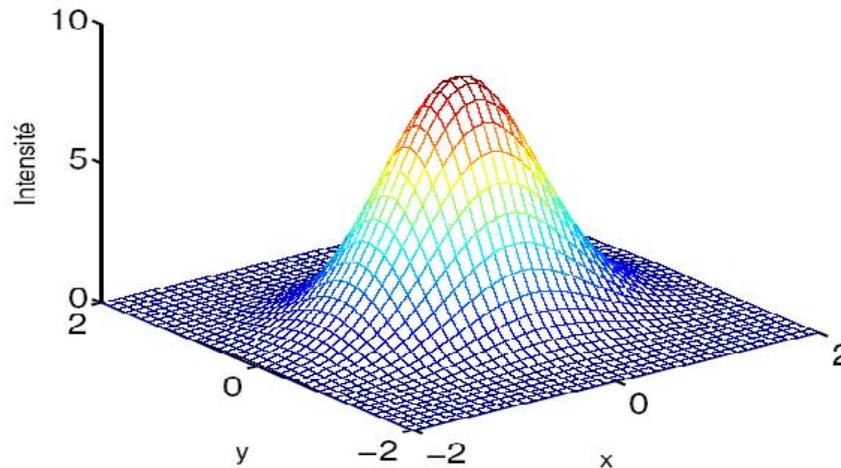


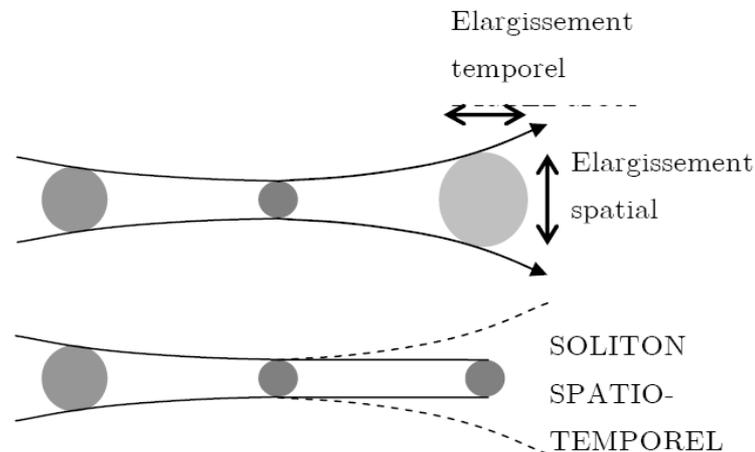
Figure 3.6 : Exemple de soliton spatial à deux dimensions

### III.2.1.3. Les solitons spatio-temporels (balles de lumière)

Au carrefour des solitons spatiaux et temporels, les solitons spatio-temporels viennent compléter la gamme déjà riche en diversité, des solitons. La propagation d'une impulsion optique intense et focalisée est gouvernée par l'entrejeu entre la diffraction, la dispersion de vitesse de groupe et les différents processus non linéaires présents. Sous certaines conditions les non linéarités peuvent être utilisées pour compenser à la fois la diffraction et la dispersion de la vitesse de groupe, et ainsi produire simultanément un soliton dans l'espace et dans le temps (Figure 3.7) [28]. Une propagation invariante (2+1)-D pourrait donc être envisageable, dans un milieu non linéaire saturant, avec en plus une dimension temporelle. Au-delà de leur intérêt scientifique, ces véritables « boules de lumière » constituent une source d'applications potentielles notamment en traitement tout-optique de l'information (commutation ultrarapides, contrôle de trajectoire, opérations logiques) à trois dimensions [29].

Pour parvenir à répondre à un tel challenge scientifique, c'est-à-dire générer un soliton spatio-temporel stable et localisé (énergie finie), il faut réunir les conditions suivantes :

- une non linéarité auto focalisante,
- une dispersion anormale,



**Figure 3.7 :** Illustration du concept de la balle de lumière. (a) : en régime linéaire. (b) : en régime non linéaire.

- un ou deux processus pouvant prévenir un collapse<sup>58</sup> de l'impulsion (non linéarité saturante, par exemple).

A ce stade des recherches, certains travaux s'orientent vers des matériaux aux propriétés quadratiques pour bénéficier de la non linéarité saturante. Ce domaine de recherche est en plein essor, puisque la toute première observation de soliton spatio-temporel a été faite par Liu et al. [30] en 1999 sur une seule dimension transverse, en exploitant un processus quadratique.

### III.2.2. Les différents types de solitons optiques en fonction de leur origine physique.

Les trois types de solitons mentionnés plus haut (temporel, spatial et spatio-temporel) peuvent être créés par diverses non linéarités, sources laser et structures. Cette diversité a généré la création de différentes catégories de solitons à partir de leur origine physique tels que : les solitons Kerr, les solitons dans les cristaux liquides, les solitons quadratiques, les solitons de cavité ou encore les solitons dans les milieux photo réfractifs (soliton de Bragg).

### III.2.2.1. Les solitons Kerr

La physique des solitons Kerr repose sur une modification idéalement locale (localité spatiale) et instantanée (localité temporelle) de l'indice de réfraction, linéairement proportionnelle à l'intensité optique, ce que traduit la relation :

$$\Delta n = n_2 I \quad (3.7)$$

On parle alors d'effet Kerr optique par analogie avec l'effet Kerr électro-optique traditionnel pour lequel l'indice de réfraction peut varier proportionnellement à l'intensité d'un champ électrique statique. L'origine microscopique d'un tel effet réside dans une anisotropie induite de la polarisabilité du milieu. Elle peut être électronique (déformation du nuage électronique périphérique d'atomes ou molécules), moléculaire (réorientation d'une molécule anisotrope)

Si on peut considérer qu'une des premières observations de phénomène solitonique en optique fut celle de Garmire et al. [34], son caractère 2D et l'emploi d'un milieu de Kerr ne permirent cependant pas de stabiliser la propagation comme nous l'avons précédemment expliqué. C'est pourquoi il fallut attendre 1985 [31] et l'ingéniosité de Barthélemy, Maneuf et Froehly [32], de l'Institut de recherche en communications optiques et micro-ondes (IRCOM, Limoges), pour démontrer la propagation d'un soliton spatial en milieu de Kerr. Les auteurs réussirent en effet à supprimer l'instabilité de modulation transverse du soliton 1D [33,35] — en pratique, un faisceau laser d'enveloppe fortement elliptique — et ainsi montrer son existence malgré l'absence de frustration d'une des dimensions transverses. Pour ce faire, le faisceau, localisé suivant la dimension soliton (petit axe de l'ellipse), était modulé par des franges d'interférences suivant la dimension transverse homogène (grand axe de l'ellipse correspondant à une longueur de diffraction  $L'_D$  très supérieure à la longueur du milieu  $L$ ). En s'assurant que la puissance contenue dans chaque frange brillante ne dépassait pas  $P_{cr}$ , l'instabilité de modulation était inhibée. Suivant l'autre dimension, une propagation soliton devenait alors observable sur plusieurs longueurs de diffraction, l'approximation d'une propagation 1D ayant été réalisée.

L'autre possibilité, plus évidente, de se placer expérimentalement dans une configuration 1D spatiale consiste en l'utilisation d'un guide planaire monomode. De manière analogue

à l'utilisation d'une fibre optique et tant que la non linéarité reste faible, le confinement lumineux propre à la propagation guidée permet en effet de séparer les comportements des variables transverses et ainsi de considérer que la non linéarité n'agit que sur la dimension transverse  $x$  non guidée, c'est-à-dire libre [37-38]. Ainsi la confirmation expérimentale de l'existence du soliton Kerr spatial fut à nouveau apportée par le groupe de l'IRCOM dans un guide plan en disulfure de carbone [38]. Ensuite, en quelques années, le soliton Kerr spatial était démontré dans des guides plans en verre [39], puis en semi-conducteur [40] et enfin en polymère [41].

À l'heure actuelle, le milieu non linéaire le plus utilisé dans l'étude des solitons spatiaux Kerr est le semi-conducteur  $Al_\alpha Ga_{1-\alpha} As$  car il peut procurer, selon sa stoechiométrie, un indice non linéaire ultrarapide et relativement élevé (500 fois celui de la silice), avec des pertes par absorption minimales [42]. Les verres chalcogénures sont de plus en plus étudiés pour leurs figures de mérite intéressantes, associées à des coefficients de Kerr de l'ordre de mille fois la silice [43]. Le disulfure de carbone quant à lui, de par son état liquide qui permet la réalisation de guides plans sans recourir à de fastidieuses étapes technologiques de fabrication, reste un excellent support pour des études phénoménologiques comme la nôtre, car il procure un indice non linéaire cent fois plus élevé que celui de la silice en régime picoseconde.

### III.2.2.2. Les solitons dans des cristaux liquides

Les cristaux liquides constituent également un milieu digne d'intérêt pour les solitons. La modification de l'indice de réfraction, dans ce type de matériau se fait soit par réorientation moléculaire sous l'effet d'un champ électrique appliqué ou par effet thermo-optique. La non linéarité est ici non localisée et saturante. L'observation expérimentale d'un soliton 2D dans un cristal liquide a été obtenue par Karpierz [44-45]. Les interactions solitons dans ce matériau ont été étudiées par Chen. La propagation de ce genre de solitons sur des longueurs de l'ordre du centimètre a été observée par Hutsebaut et al [46].

### III.2.2.3. Les solitons dans les réseaux de Bragg fibrée

Les Solitons dans les réseaux de Bragg fibrée (Gap Solitons): sont des bandes nonlinéaire optiques ; sont réalisées par la balance entre la nonlinéarité et la dispersion du réseaux de Bragg fibré de telle sorte la périodicité de l'indice de réfraction créer un bande photonique interdite (photonic band gaps (PBG)) dont la lumière ne peuvent pas propager dans cette zone. Dans la présence d'effet de Kerr nonlinéaire, l'intensité des ondes lumineux suffisant de modifié l'indice de réfraction nonlinéaire pour créer un décalage de l'onde vers la zone interdite (PBG) (dans le Gap) et permis de la formation d'une pulsation de propagation dite gap soliton. Le détail sur ce type de soliton sera fait dans le chapitre VI.

### III.2.3. Les solitons dissipatifs

Les systèmes dissipatifs sont largement répandus dans la nature. Les structures dites conservatives ou hammetiennes sont des modèles commodes pour l'analyse du comportement dynamique de systèmes simples, mais ces systèmes conservatifs sont ineptes à décrire la plupart des comportements dynamiques aux temps long. En inspectant dans la nature, nous nous rendons compte que toutes les particules sont plongées dans des milieux dissipatifs qui alimentent leur mouvement en permanence. Le terme système dissipatif a été employé par Nicolis et Prigogine [47] pour décrire les systèmes thermo-dynamiques hors d'équilibre. Depuis environ une décennie, de nombreux systèmes ouverts non linéaires ont été intensément étudiés, dans le cadre de l'étude théorique des solitons dissipatifs, la perception erronée communément répandue au sujet des systèmes dissipatifs, est qu'ils ne peuvent que perdre de l'énergie. Ces systèmes sont non isolés, car ils sont en contact avec une source externe qui peut leur fournir de l'énergie nécessaire pour compenser les pertes.

Ce transfert d'énergie est nécessaire pour maintenir en vie la structure. Les structures localisées dans ces systèmes c'est-à-dire les solitons dissipatifs connaissent un grand intérêt dans le milieu scientifique. Ces solitons dissipatifs peuvent être considérés comme des composantes élémentaires des structures plus compliquées. De même lorsqu'ils existent, les solitons dissipatifs peuvent former des molécules [33]. Les

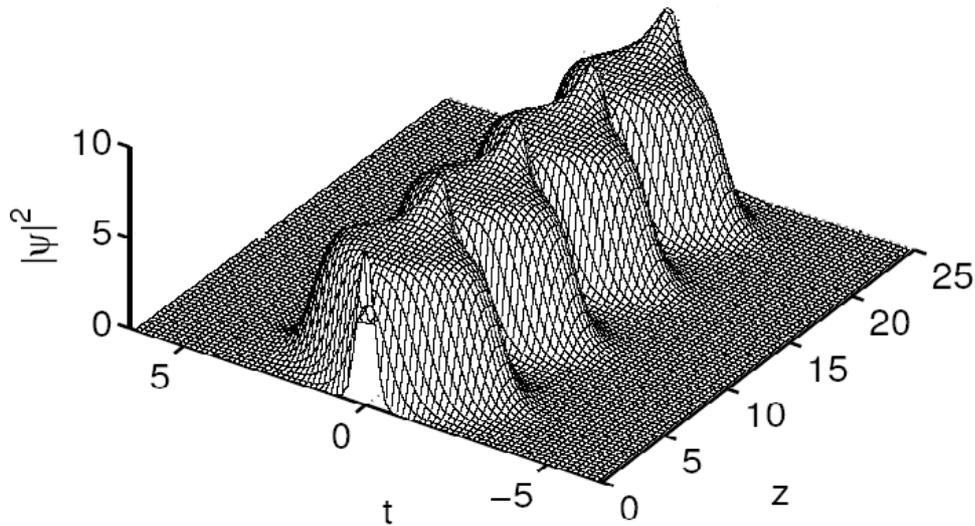
solitons dissipatifs sont beaucoup plus complexes que ceux des systèmes conservatifs, car en plus de la dispersion et la nonlinéarité, ils échangent de l'énergie et /ou de la matière avec une source externe très proche. Ils existent dans des systèmes ouverts hors d'équilibre, sont décrits par un champ impulsional et peuvent vivre indéfiniment dans le temps, si les paramètres qui leur donnent naissance restent constants au cours de la propagation. Ils peuvent évoluer, ou changer de forme périodiquement, mais disparaissent lorsque les échanges d'énergie ou de matière avec l'extérieur cessent, ou si les paramètres du système ne coïncident plus à ceux de la formation d'un soliton. Ces structures (solitons dissipatifs) apparaissent typiquement en biochimie, en optique, dans les systèmes thermiques comme génériques.

D'autre part, nous pouvons étendre les analogies aux systèmes plus compliqués tels que l'espèce animale dans la nature qui peut être considérée comme structure localisée, dont les processus internes doivent être équilibrés. Leur existence résulte d'un ajustement d'une série de paramètres (température, pression, humidité, etc...) de façon appréciable, et ils cessent de vivre si l'apport d'énergie de l'extérieur s'arrête. L'une des équations génériques qui permettent de d'écrire la propagation des solitons dissipatifs, est l'équation complexe cubique quinitique de Ginzburg-Landau (CGLE) [48] qui, sous sa forme normalisée, se présente comme suit :

$$\psi_z - i \frac{D}{2} \psi_{tt} - i\gamma |\psi|^2 \psi - i\nu |\psi|^4 \psi = \delta\psi + \beta\psi_{tt} + \varepsilon |\psi|^2 \psi + \mu |\psi|^4 \psi \quad (3.8)$$

Où  $\mu, \delta, \gamma, D, \nu$  et  $\varepsilon$  sont des constantes réelles, et  $\psi$  est le champ complexe.

La signification physique de chaque terme dépend du problème particulier étudié. En optique cette équation décrit les systèmes lasers [49], les lignes de transmissions de solitons avec régénération, les cavités non linéaires avec une pompe externe et les oscillateurs paramétriques. Il existe une différence significative entre les solitons dissipatifs et ceux des systèmes conservatifs. Pour les systèmes conservatifs, nous avons vu précédemment que les solitons ne résultent que de l'équilibre entre la dispersion (diffraction) et la non linéarité. Le seul équilibre entre les deux permet, la formation d'une solution stationnaire, qui est d'habitude une famille de solitons à un ou plusieurs paramètres. En ce qui concerne les systèmes avec gains et pertes (système dissipatif), pour avoir des solitons dissipatifs stationnaires il faut, en plus du premier équilibre un



**Figure 3.9** : Evolution d'un soliton dissipatif oscillant pour les paramètres du milieu suivants :

$$\mu = -0.1, \delta = -0.1, \gamma = D = 1, \nu = -0.08 \text{ et } \varepsilon = 0.725 [50]$$

second équilibre entre les pertes et les gains. Ce second équilibre permet d'avoir des solutions localisées. Donc, en ce qui concerne l'étude des balles de lumière, nous avons plusieurs paramètres (gain, perte, non linéarité,...) dont l'interaction permettent de donner une certaine dynamique au soliton spatio-temporel. La forme, l'amplitude et la largeur de ces impulsions sont tous fixés et dépendent des paramètres de l'équation qui gouverne. Mais il existe quelques rares exceptions à cette règle, dans des cas très spécifiques. Ces deux équilibres non linéaires sont fortement liés, fournissant des propriétés uniques à ces formations localisées. Ainsi, les solitons dissipatifs ne sont pas simplement les extensions des solitons qui ont été étudiés, depuis forts longtemps, dans des systèmes Hamiltoniens. Ils représentent très souvent des attracteurs dans les systèmes dynamiques étudiés de dimensions infinies. En générale, les solitons dissipatifs sont relativement stables vis-avis des fluctuations de ses paramètres et de bruit. Ils sont aussi potentiellement tolérants à l'inclusion de termes d'ordre supérieur dans l'équation de propagation ou à l'augmentation de la dimension spatio-temporelle du problème, contrairement aux solitons Hamiltoniens.

### III.3 Conclusion

La découverte du soliton a été d'un apport considérable dans la communauté scientifique, en ce sens qu'il a permis d'expliquer plusieurs phénomènes qui étaient jusque là mal compris. Ainsi, après plusieurs tentatives pour expliquer l'onde de translation que J. Scott. Russell avait d'observer, les chercheurs ont finalement découvert que le phénomène soliton naît d'un équilibre délicat entre deux effets incluant la non linéarité et la dispersion de milieu. Dans ce cas le soliton optique, Hamiltonien, ces effets sont essentiellement l'auto modulation de phase et la dispersion anormale. Nous avons vu que le soliton pouvait être soit temporel, ou soit spatial ou bien les deux à la fois. En effet si l'indice de réfraction du milieu est modifié par l'intermédiaire de la lumière, il est alors possible dans certaines circonstances de supprimer l'élargissement temporel ou spatial de l'impulsion. On parle alors de soliton temporel dans le cas de la compensation de la dispersion chromatique et soliton spatial lors de la neutralisation de la diffraction de faisceau. Lorsqu'on arrive à éradiquer à la fois la dispersion et la diffraction on parlera alors de soliton spatio-temporels. A coté des solitons conservatifs ; il existe des solitons dans les systèmes dissipatifs ; dans ce cas, en plus de l'équilibre entre la dispersion et la non linéarité il faut que les pertes et les gains non linéaires se compensent. L'étude des solitons dissipatifs temporels a été d'un intérêt très précieux tant pour les sciences fondamentales que pour les télécommunications optiques à haut débit. La dynamique de ce type de soliton est décrite à partir de l'équation de Ginzburg-Landau cubique-quintique correspondant à des systèmes avec gains, pertes saturables, filtrage spectral, dispersion, diffraction et non linéarité.

## Références

- [1] J. S. Russell Report on waves [Report of the fourteenth meeting of the british association for advancement of science], [Londres] 311-390, Plates XLVII-LVII (1844).
- [2] Janssen Nonlinear four-wave interactions and freak waves [ECMWF library, Shinfield Park (England)] (2002).
- [3] Benjamin & Feir The disintegration of wave trains on deep water - part 1. Theory, *Journal of Fluid Mechanics* 27, 417-430 (1967).
- [4] Moriconi \_ Charge density wave-assisted tunneling between hall edge states, *Phys. Rev. B* 64, 195118 (2001).
- [5] Cornell & Wieman Nobel lecture: Bose-einstein condensation in a dilute gas, the first 70 years and some recent experiments, *Rev. Mod. Phys.* 74, 875-893 (2002).
- [6] Ketterle 'Nobel lecture': When atoms behave as waves: Bose-einsteincondensation and the atom laser, *Review of Modern Physics* 74, 1131-1151 (2002).
- [7] Saffman & Skryabin Coupled propagation of light and matter waves: Solitons and transverse instabilities [Spatial solitons], S. Trillo and W.E. Torruellas [Berlin] 433-448 (2001).
- [8] Domínguez-Adame et al. Soliton pinning by long-range order in a periodic systems, *Phys. Rev. E* 52, 2183 (1995).
- [9] Cuenda & Sánchez Soliton dynamics in a simple model of DNA: Importance of the sequence-nonlinear dynamics of spatio-temporal selforganization (barcelona), UC3M (2004).
- [10] Arai et al. Wall solution with weak gravity limit in five-dimensional supergravity, *Phys. Lett. B* 556, 192-204 (2003).
- [11] Ichinose \_ Some properties of domain wall solution in the randall-sundrum model, *Class. Quantum Grav.* 18, 5239-5248 (2001).
- [12] Thèse Doctorat, Bourgogne, France (2004).
- [13] Korteweg & de Vries On the change of form of long waves advancing in a rectangular canal and on a new type of long stationary waves, *Philosophical Magazine* 39, 422-443 (1895).
- [14] Zabusky & Kruskal \_ Interactions of "solitons" in a collisionless plasma and the recurrence of initial states, *Physical Review Letters* 15, 240-243 (1965).

- [15] Bullough The wave "par excellence", the solitary, progressive great wave of equilibrium of the fluid - an early history of the solitary wave [In m lakshmanan, solitons, springer series in nonlinear dynamics, (new york)], 150-281 (1988).
- [16] Bullough & Caudrey Solitons and the korteweg-de vries equation: Integrable systems in 1834-1995, Acta Applicandae Mathematica 39, 193-228 (1995).
- [17] Segev Special issue on solitons, Optics and Photonics News 13, 27-76 (2002).
- [18] Agrawal Optical solitons [Nonlinear fiber optics], [San Diego] 135-202 (2001).
- [19] Darzin & Johnson Solitons: An introduction [Cambridge university press], (1983).
- [20] Zakharov & Shabat Exact theory of two-dimensional self-focusing and one-dimensional self-modulation of waves in nonlinear media, Soviet Physics JETP 34, 62-69 (1972).
- [21] Hasegawa & Tappert Transmission of stationary nonlinear optical pulses in dispersive dielectric fibers. I. Anomalous dispersion, Applied Physics Letters 23, 142-144 (1973).
- [22] Hasegawa & Tappert Transmission of stationary nonlinear optical pulses in dispersive dielectric fibers. II. Normal dispersion, Applied Physics Letters 23, 171-173 (1973).
- [23] Dumais et al. Bright temporal soliton like pulses in self-defocusing al gaas waveguides near 800 nm, Opt. Lett. 21, 260 (1996).
- [24] Blow et al. Polarization instabilities for solitons in birefringent fibers, Optics Letters 12, 202-204 (1987).
- [25] Mollenauer et al. Experimental observation of picosecond pulse narrowing and solitons in optical fibers, Physical Review Letters 45, 1095-1098 (1980).
- [26] Stegeman & Segev Optical spatial solitons and their interactions: Universality and diversity, Science 286, 1518-1523 (1999).
- [27] Buryak et al. Induced coherence and stable soliton spiraling, Phy. Rev. Lett. 82, 81-84 (1999).
- [28] Wise & Di Trapani The hunt for light bullets - spatiotemporal solitons, Optics and Photonics News [Special Issue on Solitons] 13, 28-32 (2002).
- [29] McLeod et al. (3+1)-dimensional optical soliton dragging logic, Physical Review A 52, 3254-3278 (1995).
- [30] Liu et al. Generation of optical spatiotemporal solitons, Physical Review Letters 82, 4632-4634 (1999).

- [31] Barthélemy et al. Propagation soliton et auto-confinement de faisceaux laser par non linéarité optique de kerr, *Optics Communications* 55, 201-206 (1985).
- [32] Maneuf et al. Propagation de faisceaux solitons quasi monochromatiques, caractéristiques spatio-temporelles et spectrales, *Journal of Optics (Paris)* 17, 139-145 (1986).
- [33] N. Akhmediev Adrian Ankiewicz (Eds.), *Dissipative Solitons, Lect. Notes Phys.* 661 (Springer, Berlin Heidelberg 2005),
- [34] E. GARMIRE et al., 1966 – op. cit.
- [35] 35-V.E. ZAKHAROV & A.M. RUBENCHIK– op. cit. (1974).
- [36] G. P. Agrawal, “Fibre-optic communication system,” 3rd Ed., John Wiley & Sons. Inc, 2002.
- [37] G. P. Agrawal, “Nonlinear Fiber Optics, Academic Press, Optics and Photonics”, New York, 3<sup>e</sup> edition (2001).
- [38] S. MANEUF et al.,– Stable self-trapping of laser beams : Observation in a nonlinear planar waveguide, *Opt. Commun.* 65, 193-8. ( 1988).
- [39] J.S. AITCHISON et al.,– Observation of spatial optical solitons in a nonlinear glass waveguide, *Opt. Lett.* 15, 471-3 (1990).
- [40] J.S. AITCHISON et al.,– Observation of spatial solitons in AlGaAs waveguides, *Electron. Lett.* 28, 1879-80.( 1992).
- [41] U. BARTUCH et al.,– Experimental investigations and numerical simulations of spatial solitons in planar polymer waveguides, *Opt. Commun.* 134, 49-54 (1997).
- [42] J.S. AITCHISON et al.,– The nonlinear optical properties of AlGaAs at the half band gap, *IEEE J. Quantum Electron.* 33, 341-8 (1997).
- [43] S. SPÄLTER et al.,– Strong self-phase modulation in planar chalcogenide glass waveguides, *Opt. Lett.* 27, 363-5 (2002).
- [44] Karpierz \_\_ Spatial solitons in liquid crystals [Soliton-driven photonics], A.D. Boardman and A.P. Sukhorukov [Dordrecht] 41 (2001).
- [45] Bajdecki & Karpierz \_\_ Application of nonlinear reorientation in nematic liquid crystals [Soliton-driven photonics], A.D. Boardman and A.P. Sukhorukov [Dordrecht] (2001).
- [46] Hutsebaut et al. \_\_ Faisceau soliton par réorientation moléculaire d'un cristal liquide en phase nématique planaire, *JNOG22, A02HUT11* (2003).
- [47] G. Nicolis, and I. Prigogine. « self organization in nonequilibrium systems-From dissipative structures to order through fluctuations». John Wiley & sons, New York (1977).
- [48] Y. Kuramoto. *Chemical Oscillations, Wave and turbulence dissipative solitons.* Springer-Verlag, Berlin (1984).
- [49] J. D. Moores, « on the ginzburg-landau laser mode-locking model with fifth-order saturable absorber term ». *Opt. Commun.* 96 : 65-70 , (1993).

# Théorie des Solitons dans les réseaux de Bragg fibrée

## IV.1. Introduction

Les Solitons dans les réseaux de Bragg fibrés (Bragg Solitons): sont des bandes non linéaire optiques ; sont réalisées par l'équilibre du balance entre la non linéarité et la dispersion du réseaux de Bragg fibré de telle sorte la périodicité de l'indice de réfraction créer des bandes photonique interdite (photonic band gaps (PBG)) dont la lumière ne peut pas se propager dans cette zone. Dans la présence d'effet Kerr non linéaire, l'intensité des ondes lumineuse suffisant de modifié l'indice de réfraction non linéaire pour créer un décalage de l'onde vers la zone interdite (PBG) (dans le Gap) et permis de la formation d'impulsion de propagation dite Gap soliton. Aux puissances élevées cet équilibre est réalisé dans quelques centimètres de propagation d'impulsion et ayant la même forme (forme unique) d'avoir une gamme complète des vitesses de zéro jusqu'à la vitesse de la lumière dans le milieu uniforme, selon l'endroit de la fréquence du champ électromagnétique.

Deux limites particulières qui ont attiré beaucoup d'attention sont quand la fréquence de soliton est :

- ✓ intérieur de l'espace de bande interdite, correspondant à la formation des solitons lents ou même stationnaires d'espace, et
- ✓ près et en dehors de l'espace de bande interdite.

Il y a eu des démonstrations expérimentales des gaps de solitons dans les deux régimes avec des vitesses aussi inférieures à 50% de la vitesse de la lumière et dans les réseaux sans plus de 20 centimètres de longueur. D'une manière générale, les Gap solitons sont la classe spéciale des solitons de Bragg ; Pour la première fois, Chen et moulins [1] ont analysé les propriétés de ces Gap solitons en structure périodique non linéaire. Ensuite, Sipe et Winful [2], Christodoulides et Joseph [ 3 ], Aceves et Wabnitz [ 4 ], et Winful et autres [ 5 ] ont obtenu les solutions analytiques pour les solitons de Bragg. Mais expérimentalement beaucoup de travail faites pour la démonstration et l'observation de la génération des gap de soliton ; Pour la première fois, Eggleton et autres [6-7] ont examiné la propagation non linéaire d'impulsion par les réseaux de Bragg aux fréquences en dehors de l'espace de bande (où le réseau est transmissive mais fortement dispersif) et ont avec succès démontré la propagation des solitons de Bragg. Taverner et autres [8-9] ont rapporté la première observation de la génération de ce type de soliton aux fréquences dans la zone de la bande de gap photonique. Les chercheurs récemment ont réalisé les applications potentielles de ces

solitons en structures périodiques pour les dispositifs tout optiques [10], la compression d'impulsion [11-12], la limitation [13], et les opérations de logique.

Dans ce chapitre nous allons présenter l'étude asymptotique de la dynamique des Gap de soliton dans le réseau de Bragg fibré. On va utiliser la méthode d'analyse à échelle multiplié pour réduire le système d'équations non linéaires couplées (NLCME) à une équation dite l'équation de Schrödinger non linéaire perturbée (PNLS) qui caractérise et faire la description de la propagation non linéaire des impulsions au bords de la zone du gap de la bande photonique (PBG). Nous nous présentons les solutions des ondes solitaires pour l'équation non linéaire de Schrödinger perturbée PNLs décrivant la propagation des pulsations lumineuses de femtoseconde dans le réseau de Bragg fibré comme un soliton brillant et un soliton noir. En outre, nous avons également calculé les paramètres physiques importants et intéressants tels que la largeur de puissance d'impulsion pour les solitons de Bragg lumineux brillants et noirs.

## IV.2. Propagation des impulsions lumineuses dans les réseaux de Bragg fibrés

La propagation d'un rayonnement électromagnétique dans un réseau de Bragg fibré est régie par l'équation d'onde obtenue à partir des équations de Maxwell (le détails dans les chapitres précédentes « voir les paragraphes §I-2 »). La combinaison de ces équations on obtient :

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \vec{E}(z,t) - \frac{\varepsilon(z)}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{E}(z,t) = \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{P}_{nl}(z,t). \quad (4.1)$$

Telle que :  $\varepsilon(z) = 1 + \chi^{(1)}(z)$

### IV.2.1. La méthode de la théorie des modes couplés linéaires

Premièrement, nous nous considérons seulement une susceptibilité linéaire et négliger la contribution non linéaire de la polarisation, nous modelons l'indice de réfraction d'un réseau de Bragg fibré qui a été décrit dans les paragraphes précédentes comme suit :

$$n(z) = \bar{n} + \delta n \cos(2k_0 z) \quad (4.2)$$

En utilisant la relation entre l'indice de réfraction  $n(z)$  et la fonction diélectrique  $\varepsilon(z)$  :

$$\varepsilon(z) = n^2(z) \quad (4.3)$$

Nous voyons que la fonction diélectrique pour une fibre de Bragg est donnée par :

$$\varepsilon(z) \approx \bar{n}^2 + 2\bar{n} \delta n \cos(2k_0 z) \quad (4.4)$$

Où nous avons négligé les termes d'ordre  $\delta n^2$  car dans le FBG  $\delta n \ll \bar{n}$

Le développement de la fonction diélectrique par la série de Fourier donne :

$$\varepsilon(z) = \hat{\varepsilon}_0 + \sum_{\substack{m=-\infty \\ m \neq 0}}^{\infty} \hat{\varepsilon}_m e^{2ik_0 m z} \quad (4.5)$$

Avec  $k_0 = \frac{\pi}{\Lambda}$ .

Puisque nous sommes intéressés à la propagation de la lumière aux fréquences près de la fréquence de Bragg  $\omega_0 = \frac{c}{\bar{n}} k_0$  nous pouvons supposer que le principal ordre

effectue le résultat des coefficients de Fourier  $\hat{\varepsilon}_{\pm 1}$ . on va négliger l'absorption,  $\varepsilon(z)$  est réelle et on utilise  $\hat{\varepsilon}_{-1} = \hat{\varepsilon}_{+1}^*$  pour écrire :

$$\varepsilon(z) = \hat{\varepsilon}_0 + 2\Re(\hat{\varepsilon}_1) \cos(2k_0 z) \quad (4.6)$$

et voyez cela pour  $\hat{\varepsilon}_0 = \bar{n}^2$  et  $\Re(\hat{\varepsilon}_1) = \bar{n} \delta n$

si  $\delta n \rightarrow 0$  la solution générale de l'équation (4.1) prend la forme ;

$$E(z, t) = E_+ e^{-i(\omega_0 t - k_0 z)} + E_- e^{-i(\omega_0 t + k_0 z)} \quad (4.7)$$

avec  $(E_+, E_-)$  des amplitudes constantes, et la relation de dispersion est :

$$\omega_0 = \pm \frac{ck_0}{\bar{n}} = \pm v_g k_0 \quad (4.8)$$

Cette solution décrit deux ondes planes indépendantes se déplacent dans des directions opposées. On appelle l'onde avec l'amplitude  $E_+$  le mode de propagation vers l'avant et l'une avec  $E_-$  le mode contra propagation (*forward and backward propagating mode*).

L'idée principale de la théorie de modes couplés est, que si la modulation d'indice  $\delta n$  est petite, la solution a toujours la même forme que (4.7), mais les amplitudes  $(E_+, E_-)$  deviennent dépendent faiblement de  $z$  et  $t$ . Ainsi nous posons l'Ansatz (fonction d'essai) :

$$E(z,t) = E_+ e^{-i(\omega_0 t - k_0 z)} + E_- e^{-i(\omega_0 t + k_0 z)} \quad (4.9)$$

et substituant à nouveau dans l'équation d'ondes (4.1) et on obtient l'expression :

$$\begin{aligned} & \left( \frac{\partial^2 E_+}{\partial z^2} + ik_0 \frac{\partial E_+}{\partial z} - k_0^2 E_+ \right) e^{-i(\omega_0 t - k_0 z)} + \left( \frac{\partial^2 E_-}{\partial z^2} - ik_0 \frac{\partial E_-}{\partial z} - k_0^2 E_- \right) e^{i(\omega_0 t - k_0 z)} \\ & - \frac{\bar{n}^2 + 2\bar{n} \delta n \cos 2k_0 z}{c^2} \left[ \left( \frac{\partial^2 E_+}{\partial t^2} - i\omega_0 \frac{\partial E_+}{\partial t} - \omega_0^2 E_+ \right) e^{-i(\omega_0 t - k_0 z)} + \right. \\ & \left. \left( \frac{\partial^2 E_-}{\partial t^2} + i\omega_0 \frac{\partial E_-}{\partial t} - \omega_0^2 E_- \right) e^{i(\omega_0 t - k_0 z)} \right] = 0 \quad (4.10) \end{aligned}$$

Tous les termes aux non dérivés et de facteur  $\delta n$  s'annule parce qu'ils sont des solutions de l'équation d'ondes non perturbés. En outre nous supposons que les enveloppes  $(E_+, E_-)$  changent lentement en fonction de temps et de l'espace avec le respect  $\omega_0$  et  $k_0$ .

Explicitement on utilise :

$$\left| \frac{\partial^2 E_{\pm}}{\partial t^2} \right| \ll \left| \omega_0 \frac{\partial E_{\pm}}{\partial t} \right|, \quad \left| \frac{\partial^2 E_{\pm}}{\partial z^2} \right| \ll \left| k_0 \frac{\partial E_{\pm}}{\partial z} \right| \quad (4.11)$$

Alors on va négliger toutes les secondes dérivées. Après ces simplifications et quelques transformations algébriques nous obtenons :

$$\begin{aligned} & \left( +i \left( \frac{\partial E_+}{\partial z} + \frac{\bar{n}}{c} \frac{\partial E_+}{\partial t} \right) + \kappa E_- + \kappa E_+ e^{+2ik_0 z} \right) e^{-i(\omega_0 t - k_0 z)} + \left[ -i \left( \frac{\partial E_-}{\partial z} - \frac{\bar{n}}{c} \frac{\partial E_-}{\partial t} \right) + \kappa E_+ + \right. \\ & \left. \kappa E_- e^{-2ik_0 z} \right] e^{-i(\omega_0 t + k_0 z)} = 0 \quad (4.12) \end{aligned}$$

Où les termes problématique sont celles avec  $e^{\pm 2ik_0 z}$  ; Ces termes cependant, peuvent être négligés parce qu'ils ont peu d'effet sur  $E_{\pm}$ . Nous sommes intéressés par la lumière aux fréquences autour  $\omega_0$  avec la fréquence spatiale correspondante  $k_0$ . Puisque nous supposons que l'enveloppe change lentement, on peut imaginer que les effets des termes de la fréquence spatiale  $k_0$  peuvent être ramenés en dehors. Ce genre d'approximation est connu comme "approximation tournante des vagues d'ondes" (*Rotating Wave Approximation* 'RWA'). Ainsi quand nous négligeons ces termes de fréquence plus élevée et employons l'orthogonalité des ondes planes, nous obtenons finalement les équations linéaires de mode couplés (LCMEs):

$$\begin{cases} i \left( \frac{\bar{n}}{c} \frac{\partial E_+(z,t)}{\partial t} + \frac{\partial E_+(z,t)}{\partial z} \right) + \kappa E_-(z,t) = 0 \\ i \left( \frac{\bar{n}}{c} \frac{\partial E_-(z,t)}{\partial t} - \frac{\partial E_-(z,t)}{\partial z} \right) + \kappa E_+(z,t) = 0 \end{cases} \quad (4.13)$$

Et les équations aux modes couplés linéaires dans le domaine spectral (dans le domaine fréquentiel [14]) s'écrit comme :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{E}_+(z,\omega)}{\partial z} &= iq(\omega) \tilde{E}_+(z,\omega) + i\kappa \tilde{E}_-(z,\omega) \\ - \frac{\partial \tilde{E}_-(z,\omega)}{\partial z} &= iq(\omega) \tilde{E}_-(z,\omega) + i\kappa \tilde{E}_+(z,\omega) \end{aligned} \quad (4.14)$$

$$q(\omega) = \left( \frac{\bar{n}}{c} \right) \Omega = \beta(\omega) - \beta_\beta \quad \text{et} \quad \Omega = \omega - \omega_\beta \quad (4.15)$$

#### IV.2.2. Relation de la dispersion linéaire

Cherchons à présent les solutions continues de fréquence  $\omega$  aux équations aux modes couplés linéaires (4.13). Pour ce faire, on résout d'abord les équations

$$\tilde{E}_+(z,\omega) = f_1 e^{iKz} + f_2 e^{-iKz} \quad (4.16a)$$

$$\tilde{E}_-(z,\omega) = b_1 e^{iKz} + b_2 e^{-iKz} \quad (4.16b)$$

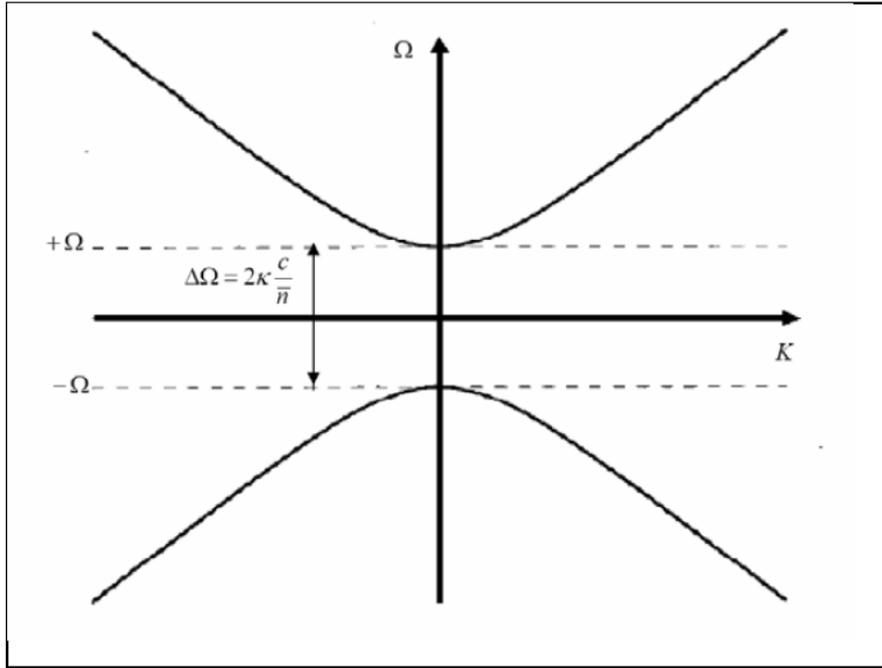
où les coefficients constants  $f_1$ ,  $f_2$ ,  $b_1$ ,  $b_2$  sont déterminés par les conditions initiales et où  $K(\Omega)$  est la contribution du réseau à la constante de propagation. En introduisant cette solution dans les équations couplées (4.14), on constate que les constantes ne sont pas toutes indépendantes, mais satisfont les relations suivantes :

$$\begin{aligned} (K - q)f_1 &= \kappa b_1, & (K + q)b_1 &= -\kappa f_1, \\ (K - q)b_2 &= \kappa f_2, & (K + q)f_2 &= -\kappa b_2, \end{aligned} \quad (4.17)$$

Pour que le système (4.14) possède des solutions non triviales, il faut nécessairement que  $K$  vérifie la relation de dispersion suivante :

$$K = \pm \sqrt{q^2 - \kappa^2} \Rightarrow \Omega(K) = \pm \frac{c}{\bar{n}} \sqrt{\kappa^2 + K^2} \quad (4.18)$$

L'allure de cette relation est représentée à la figure 4.1.



**Figure 4.1** : Relation de dispersion : montrant une bande PBG

Évidemment, cette équation a seulement un gap de bande au lequel est centré à  $\Omega = 0$ , et sa largeur est donnée par  $\Delta\Omega = 2\kappa \frac{c}{n} = \frac{\pi\delta n c}{n^2\Lambda}$  (voir la figure 4.1). Dans le cas particulier où seule l'onde progressive se propage initialement dans le réseau, on peut calculer aisément la solution dans le domaine temporel par transformée de Fourier inverse de la solution (4.16). Sur la base des relations (4.17) et de la relation de dispersion (4.18), on obtient :

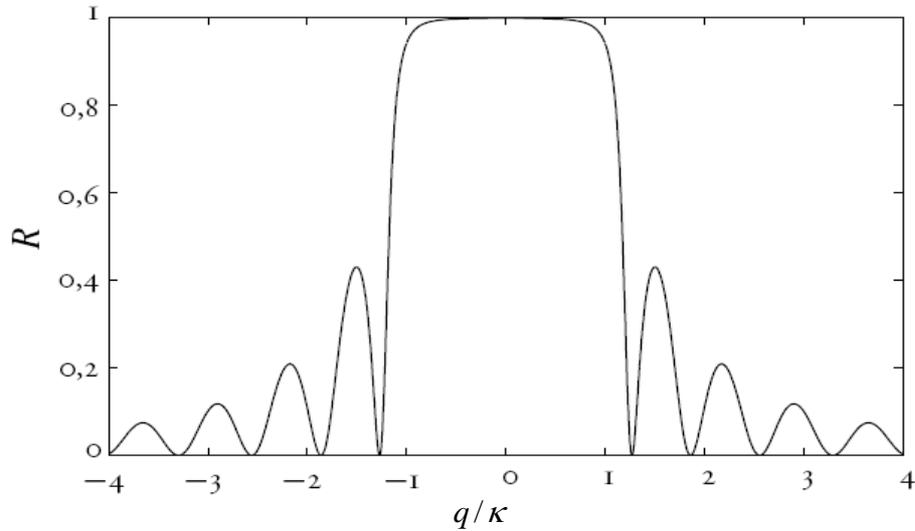
$$E_+(z,t) = f_1 e^{iKz - i\Omega t} \quad (4.19a)$$

$$E_-(z,t) = r(K) f_1 e^{iKz - i\Omega t} \quad (4.19b)$$

où nous avons introduit le coefficient de réflexion en amplitude  $r(K) = \frac{b_1}{f_1}$  avec

$$r(K) = \frac{K - q}{\kappa} = -\frac{\kappa}{K + q} \quad (4.20)$$

$|r(K)|^2$  exprime en effet la quantité d'énergie qui est transférée de l'onde progressive vers l'onde régressive, réfléchiée par le réseau de Bragg.



**Figure 4.2 :** Réflectivité en intensité d'un réseau de Bragg fibré dont les paramètres sont : longueur  $L = 8\text{mm}$  et  $\kappa = 5\text{cm}^{-1}$ , soit  $\delta n \approx 2 \times 10^{-6}$  si la longueur de Bragg  $\lambda_B = 1550\text{nm}$ . La réflectivité maximale  $R_{\max}$  peut atteindre des valeurs supérieures à 95% quand  $\kappa L \geq 2$ , et vaut ici  $\approx 100\%$  ( $\kappa L = 4$ ) [15].

À la figure (4.2), nous présentons à titre d'illustration la caractéristique en réflexion d'un FBG, devenu un composant fibré standard dans les systèmes de télécommunications par fibres optiques.

Cette fonction est obtenue en résolvant les équations couplées linéaires dans le domaine fréquentiel (4.14) à partir de conditions initiales appropriées [14-15]. On observe que la réflexion d'un réseau fini est très importante (près de 99%) et relativement uniforme sur une plage de fréquences réduites  $2\kappa$  correspondant à la largeur de la bande interdite. Les ondes à la longueur d'onde  $\lambda_B$  mais aussi à des longueurs d'onde voisines subissent donc la réflexion de Bragg. La réflectivité globale  $R$  du FBG est d'autant plus élevée que la longueur  $L$  du réseau ou la variation d'indice  $\delta n$  est grande. De plus, on peut montrer que la plage de longueurs d'onde (ou de fréquences) affectée par le réseau, qui est proportionnelle à  $\kappa$ , s'élargit lorsque la profondeur de modulation  $\delta n$  augmente.  $\delta n$  apparaît ainsi comme une mesure de l'efficacité du FBG à réfléchir l'énergie d'une onde qui y est injectée, c'est-à-dire à transmettre l'énergie d'une onde progressive vers une onde régressive.

La description des propriétés des FBGs s'est limitée jusqu'à présent aux seuls effets linéaires d'interaction lumière-matière. Lorsque la réponse non linéaire de la fibre

est prise en compte, la propagation des ondes dans les FBG est profondément modifiée. Des solutions solitons peuvent exister à des fréquences proches mais en dehors de la bande interdite. Bien plus, des structures d'ondes solitaires peuvent encore se propager dans la bande interdite.

### IV.2.3. Théorie des modes couplés non linéaires

La théorie de modes couplés a la simplicité qu'elle peut facilement être prolongée pour introduire des non linéarités ; Nous commençons à partir de l'équation non linéaire (4.1) avec la polarisation non linéaire donnée par (1.10). Comme  $\vec{E}$  et  $\vec{P}$  sont des vecteurs, et sont ainsi impairs sous la symétrie d'inversion, le coefficient du second degré  $\chi^{(2)}$  doit disparaître en n'importe quel matériel car les tenseurs de la susceptibilité microscopique d'ordre 2 sont dirigés aléatoirement et se compensent en moyenne, ce qui annule le tenseur de susceptibilité macroscopique  $\chi^{(2)}$  (Agrawal [14]). Nous supposons en plus une non linéarité faible, ainsi nous considérons seulement le terme non linéaire principal d'ordre 3 ( $\chi^{(3)}$ ). Avec cette supposition ; la polarisation non linéaire sera simplifiée à :

$$\vec{P}_{NL}(z,t) = \varepsilon_0 \chi^{(3)} \vec{E}(z,t)^3 \quad (4.21)$$

Et l'équation d'onde non linéaire devient :

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \vec{E}(z,t) - \frac{\varepsilon(z)}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{E}(z,t) = \frac{\chi^{(3)}}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{E}^3(z,t). \quad (4.22)$$

Le second membre de l'équation (4.22) peut s'écrire sous la forme :

$$\frac{\chi^{(3)}}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{E}^3(z,t) = \frac{\chi^{(3)}}{c^2} \left( \vec{E}^2 \frac{\partial^2 \vec{E}(z,t)}{\partial t^2} + 2\vec{E}(z,t) \left( \frac{\partial \vec{E}(z,t)}{\partial t} \right)^2 \right) \quad (4.23)$$

L'insertion de l'ansatz (4.9) dans Eq. (4.12) rapportent beaucoup de termes, mais puisque nous supposons la faible non linéarité et l'approximation de l'enveloppe qui varie lentement (4.11) ; on obtient l'équation :

$$\frac{3\chi^{(3)}\omega_0^2}{c^2} \left[ \left( |E_+|^2 E_- + 2|E_-|^2 E_+ \right) e^{-(\omega_0 t - k_0 z)} + \left( 2|E_+|^2 E_- + |E_-|^2 E_+ \right) e^{-(\omega_0 t + k_0 z)} \right] \quad (4.24)$$

En rassemblant les deux équations (4.24) et (4.13) ; finalement on trouve les équations non linéaires de modes couplés.

$$\begin{cases} i\left(\frac{\bar{n}}{c}\frac{\partial E_+(z,t)}{\partial t} + \frac{\partial E_+(z,t)}{\partial z}\right) + \kappa E_-(z,t) + \Gamma E_+ \left(|E_+|^2 + 2|E_-|^2\right) = 0 \\ i\left(\frac{\bar{n}}{c}\frac{\partial E_-(z,t)}{\partial t} - \frac{\partial E_-(z,t)}{\partial z}\right) + \kappa E_+(z,t) + \Gamma E_- \left(|E_-|^2 + 2|E_+|^2\right) = 0 \end{cases} \quad (4.25)$$

avec le coefficient de couplage non linéaire  $\Gamma = \frac{3\chi^{(3)}\omega_0^2}{c^2}$  et  $\kappa = \frac{\omega_0\delta n}{2c}$ .

Les termes non linéaires avec des 2 devant eux s'appelle Modulation de phase croisée (XPM) et les autres dites Auto modulation de la phase (SPM).

#### IV.2.3.1. Soliton de Bragg

Les solitons de Bragg se propagent à des fréquences, près (mais en-dehors) de la bande interdite ; ces solitons résultant de la compensation de la dispersion du réseau par la non-linéarité de la fibre où le réseau de Bragg est inscrit.

Sipe et De Sterke ont montré que la propagation de ces solitons est décrite par une équation de Schrödinger non linéaire (NLS) standard, qu'on peut dériver des équations aux modes couplés (4.25), complétées de termes représentant la contribution non linéaire à la propagation (auto- et intermodulation de phase). Des solitons brillants qui se propagent sans déformations peuvent donc exister dans le régime de dispersion normale de fibre, puisque la dispersion du réseau l'emporte sur la dispersion matérielle.

Lorsque la réponse non linéaire de la fibre est prise en compte, la propagation des ondes dans les FBG est profondément modifiée. Des solutions solitons peuvent exister à des fréquences proches mais en dehors de la bande interdite. Bien plus, des structures d'ondes solitaires peuvent encore se propager dans la bande interdite dite Gap Soliton.

Aux sections qui suivent, nous allons présenter ces ondes solitaires «Gap solitons» comme propagation des impulsions dans la bande interdite puis caractériser ces ondes solitaires et finalement résoudre l'équation aux modes couplés dans la zone près et en dehors de cette bande pour trouver les solitons de bragg.

#### IV.2.3.2. Onde solitaire (Gap soliton) solution de l'équation non linéaire de modes couplés

Les équations aux modes couplés non linéaires du réseau de Bragg fibrés (4.25) possèdent des solutions analytiques exactes dans la bande interdite. Nous

avons vu à la section précédente quels étaient les mécanismes physiques qui rendaient possible la propagation de telles impulsions gap soliton. La méthode de résolution des équations (4.25) a été d'abord proposée et utilisée par Christodoulides et Joseph [3] dans le cas où les ondes injectées vérifient exactement la condition de Bragg, c'est-à-dire lorsque leur fréquence est au centre de la bande interdite linéaire. Aceves et Wabnitz ont ensuite étendu la méthode à la recherche des solutions correspondant à toutes les fréquences [4] ou à tous les nombres d'onde [16] au sein de la bande interdite d'un réseau de Bragg fibré.

Le point de départ de leur raisonnement consiste à remarquer que les équations aux modes couplés non linéaires du réseau de Bragg fibrés (4.25) se réduisent au modèle de Thirring massif en l'absence des termes d'automodulation de phase [17]. Le modèle de Thirring massif décrit certains problèmes de transparence auto-induite, mais en optique non linéaire des fibres, il n'existe pas de situation correspondante où il y a intermodulation de phase sans automodulation des ondes [18].

Néanmoins, même si l'on ne peut lui attribuer d'interprétation physique dans le contexte des réseaux de Bragg, ce modèle présente l'avantage d'être complètement intégrable par la technique de diffusion inverse. Mikhailov et Kuznetsov [19] ainsi que Kaup et Newell [17] ont montré qu'il possède des solutions solitons et les ont calculées explicitement.

La méthode de résolution des équations aux modes couplées revient alors à rechercher des solutions au système (4.25) au moyen d'une transformation appropriée des solitons du modèle de Thirring massif. Les équations aux modes couplées n'étant pas strictement intégrables au sens mathématique, ces solutions sont des ondes solitaires qui se propagent sans déformation, et non des solitons. Sans entrer dans des arguties vides de sens, remarquons qu'il existe, depuis les premiers travaux d'Aceves et Wabnitz [4], une suspicion sur la nature des gaps soliton. Les simulations indiquent en effet qu'ils résistent aux collisions entre elles. Or, ce comportement est propre aux solitons et est généralement utilisé comme critère pour les définir [20].

Les solutions de ces équations « gap solitons » peuvent s'écrire sous la forme [4,18] :

$$E_{\pm} = \alpha \tilde{E}_{\pm} \exp[i\eta(\theta)] \quad (4.26)$$

Où :

$$\begin{aligned}\tilde{E}_+ &= \sqrt{\frac{\kappa}{2\Gamma}} \left( \frac{1+\nu}{1-\nu} \right)^{1/4} \sin \delta \exp(i\sigma) \operatorname{sech} \left( \theta - i \frac{\delta}{2} \right) \\ \tilde{E}_- &= -\sqrt{\frac{\kappa}{2\Gamma}} \left( \frac{1-\nu}{1+\nu} \right)^{1/4} \sin \delta \exp(i\sigma) \operatorname{sech} \left( \theta + i \frac{\delta}{2} \right)\end{aligned}\quad (4.27)$$

Avec :

$$\theta = \kappa \gamma (\sin \delta) (z - \nu t), \quad (4.28)$$

$$\gamma = (1 - \nu^2)^{-1/2}, \quad (4.29)$$

$$V = c/n \quad (4.30)$$

$$\text{et } \frac{1}{\alpha^2} = 1 + \frac{\Gamma_s}{2\Gamma_x} \frac{1+\nu^2}{1-\nu^2}, \quad (4.31)$$

Et

$$\exp(i\eta(\theta)) = \left[ -\frac{\exp(2\theta) + \exp(-i\delta)}{\exp(2\theta) + \exp(i\delta)} \right]^{\frac{2\Gamma_s \nu}{2\Gamma_x(1-\nu^2) + \Gamma_s(1+\nu^2)}} \quad (4.32)$$

Dans les équations (4.27) le paramètre  $\nu$  peut prendre toutes les valeurs de rang :  $|\nu| < 1$  et détermine la vitesse d'ensemble du soliton.

Le paramètre  $\delta$  est aussi un paramètre libre peut prendre toutes les valeurs comprises dans la plage :

$0 \leq \delta \leq \pi$  ; il détermine l'amplitude et la largeur du soliton.

la fréquence temporaire dans la zone interdite (photonic band gap) est donnée

par :  $\Omega = \frac{\cos \delta}{\sqrt{1-\nu^2}}$  ; de plus, nous pouvons également trouver l'expression explicite

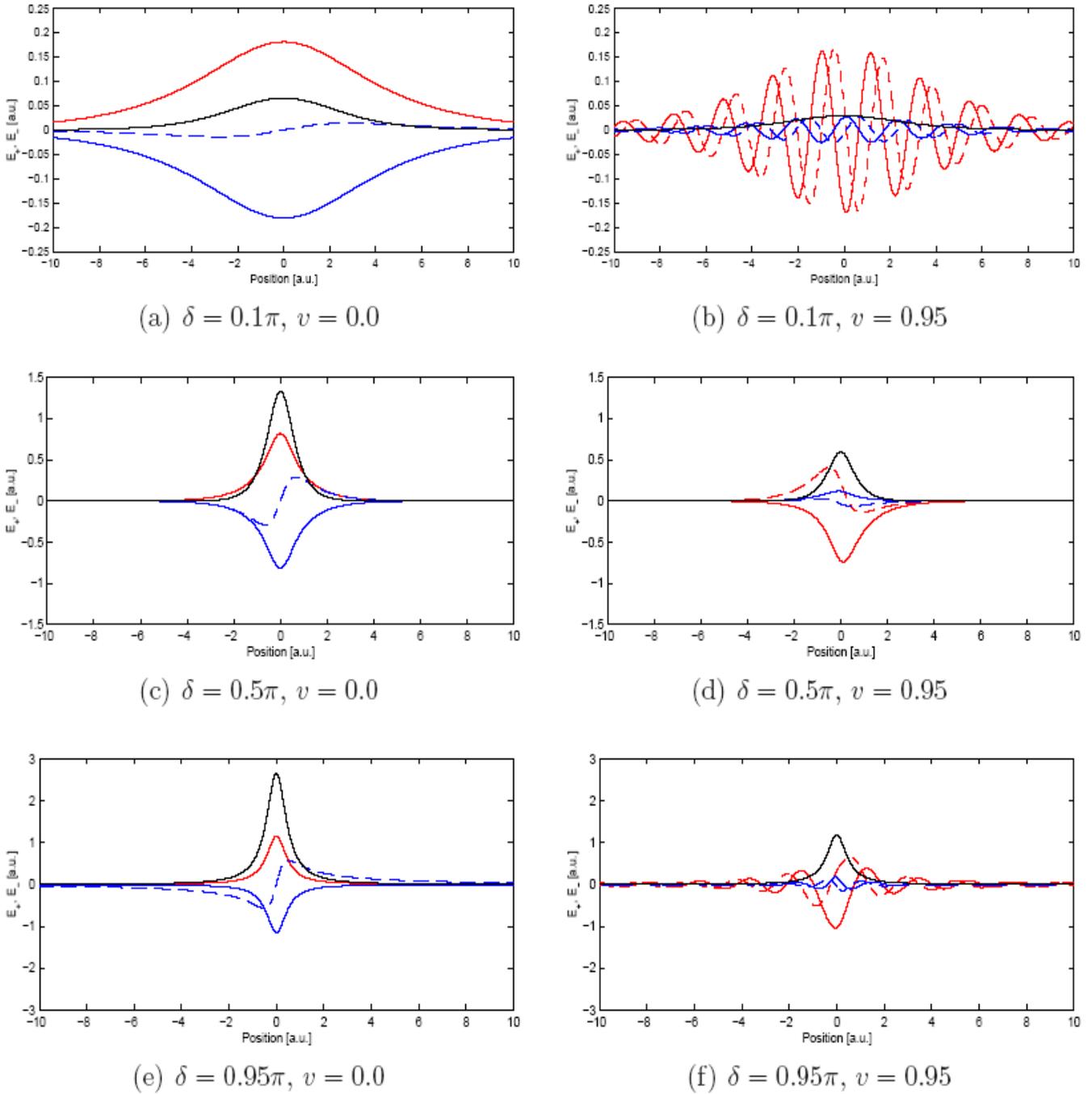
pour l'intensité maximum d'un soliton :

$$I_{\max} = \frac{8\sqrt{1-\nu^2}}{3-\nu^2} \sin^2 \left( \frac{\delta}{2} \right) \quad (4.33)$$

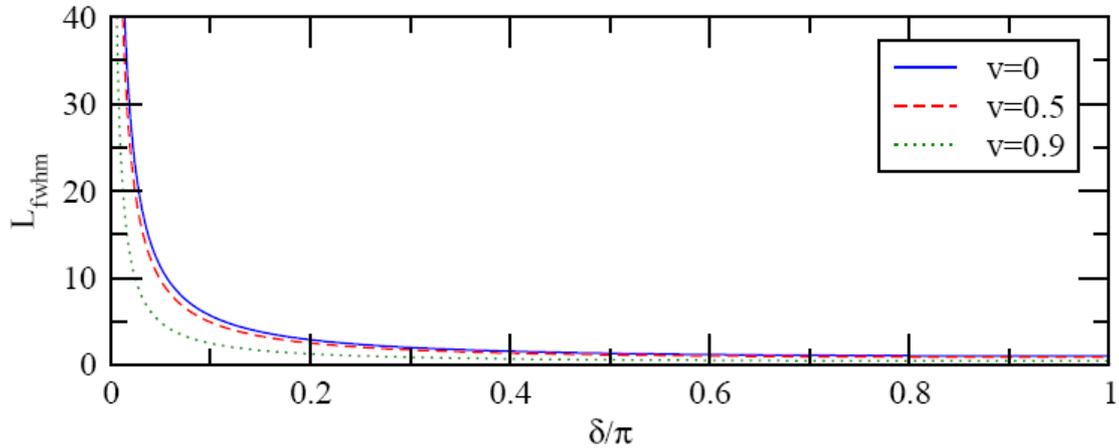
Et par l'intégration dans tout l'espace du système  $\int_{-\infty}^{+\infty} dz (\bar{E}_+^2 + \bar{E}_-^2)$  on obtient l'intensité totale comme :

$$I_{tot} = \frac{8\sqrt{1-v^2}}{3-v^2} \frac{\delta}{2} = \frac{4\sqrt{1-v^2}}{3-v^2} \delta \quad (4.34)$$

D'autre part, la largeur à mi-hauteur (full width at half maximum (FWHM)) est



**Figure 4.4 :** La solution (4.26) pour quelques valeurs des paramètres  $\delta$  et  $v$ . les lignes solide représentent la raie partie réelle d' $E_+$ (rouge) et  $E_-$ (bleue) et les lignes tirées sont les parties imaginaires correspondantes. L'exposition en trait plein noire le totale intensité du champ électrique  $|E_+|^2 + |E_-|^2$ .



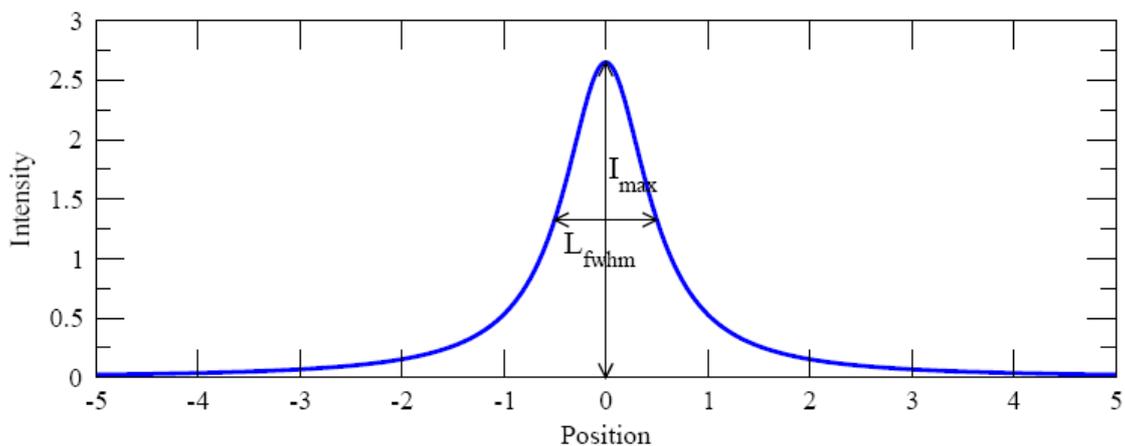
**Figure 4.6** : La variation de la longueur (FWHM) en fonction de  $\delta$  et  $\nu$ .

donnée par :

$$L_{fwhm} = \frac{2\sqrt{1-\nu^2}}{\sin(\delta)} \cosh^{-1} \left( \sqrt{1 + \cos^2\left(\frac{\delta}{2}\right)} \right)$$

Lorsque  $\nu = 0$ , les amplitudes de ces deux ondes, alors en opposition de phase, sont identiques et le gap soliton est immobile dans le réseau. Le gap soliton stationnaire a été observé numériquement pour la première fois par Chen et Mills [1] dans des réseaux discrets unidimensionnels.

Les graphes (4.4) montrent comment l'amplitude et la largeur du gap soliton varient en fonction du paramètre  $\delta$ . Quand  $\delta \rightarrow 0$ , le gap soliton est large et son amplitude est faible. C'est la limite de faible intensité. À l'inverse, le gap soliton est étroit et



**Figure 4.5** : L'intensité du champ électrique pour un soliton avec  $d = \pi/2$ ,  $\nu = 0$ .

intense quand  $\delta \rightarrow \pi$  (limite de forte intensité).

La largeur à mi-hauteur (full width at half maximum (FWHM)) dépend de  $\delta$ . Il est clair que la largeur  $L_{fwhm}$  est constante pour  $\delta > 0.4\pi$ , mais si  $\delta \rightarrow 0$   $L_{fwhm} \rightarrow \infty$ . nous constatons aussi que la variation de  $L_{fwhm}$  est faible par rapport à  $v$  c'est à dire une faible variation de la largeur en fonction de la vitesse.

### IV.2.3. Les solutions exactes de l'équation de propagation non linéaire de type solitons de Bragg

L'existence de solitons de Bragg, près (mais en-dehors) de la bande interdite, résultant de la compensation de la dispersion du réseau par la non-linéarité de la fibre où le réseau de Bragg est inscrit [21-22]. Sipe et de Sterke ont montré que la propagation de ces solitons est décrite par une équation de Schrödinger non linéaire (NLSE) standard, qu'on peut dériver des équations aux modes couplés (4.25), complétées de termes représentant la contribution non linéaire à la propagation (auto- et intermodulation de phase) [4,21-22].

Les solitons de Bragg ont été observés expérimentalement dans des FBG [6-7-23-24] et dans des guides semi-conducteurs [25]. Leur caractéristique principale est de pouvoir se propager à des vitesses largement inférieures à celle de la lumière dans la fibre en l'absence du réseau. Des vitesses de près de 50% inférieures ont été ainsi démontrées [7].

Dans ce paragraphe nous allons présenter l'étude asymptotique de la dynamique des Gaps de soliton dans le réseau de Bragg fibré. On va utiliser la méthode d'analyse à échelle multipliée pour réduire le système d'équations non linéaires couplées (NLCME) à une équation dite l'équation de Schrödinger non linéaire perturbée (PNLS) qui caractérise et décrit la propagation non linéaire des impulsions au bords de la zone du gap de la bande photonique (PBG). Nous nous présentons les solutions des ondes solitaires pour l'équation non linéaire de Schrödinger perturbée PNLs décrivant la propagation des pulsations lumineuses femtoseconde dans le réseau de Bragg fibrée comme un soliton brillant et un soliton noir. En outre, nous avons également calculé les paramètres physiques importants et intéressants tels que la largeur de puissance d'impulsion pour les solitons de Bragg lumineux brillants et noirs. L'évolution et la propagation non linéaire des impulsions aux bords de la zone interdite de la bande photonique s'écrit comme (4.25) :

$$\begin{cases} i \left( \frac{\bar{n}}{c} \frac{\partial A_+(z,t)}{\partial t} + \frac{\partial A_+(z,t)}{\partial z} \right) + \kappa A_-(z,t) + \Gamma E_+ (|A_+|^2 + 2|A_-|^2) = 0 \\ i \left( \frac{\bar{n}}{c} \frac{\partial A_-(z,t)}{\partial t} - \frac{\partial A_-(z,t)}{\partial z} \right) + \kappa A_+(z,t) + \Gamma A_- (|A_-|^2 + 2|A_+|^2) = 0 \end{cases} \quad (4.35)$$

Dans le cas linéaire  $\Gamma = 0$  la solution de ce système d'équations est donnée par :

$$\begin{pmatrix} A_+ \\ A_- \end{pmatrix} = U \exp(i(k_z z - \omega t)) + cc \quad (4.36)$$

Telle que :  $U = \begin{pmatrix} U_+ \\ U_- \end{pmatrix}$  et  $\omega, k_z$  satisfait la relation de dispersion ( $\omega^2 = k^2 - k_z^2$ ). Dans

le cas particulier ayant la solution :

$$\begin{pmatrix} A_+ \\ A_- \end{pmatrix} = c \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \exp(-ikt) + cc \quad (4.37)$$

On va noter que la solution satisfait à  $L \begin{pmatrix} A_+ \\ A_- \end{pmatrix} = 0$  ou  $L$  : est un opérateur ;

$$L = \begin{bmatrix} i\partial_t & k \\ k & i\partial_t \end{bmatrix} \quad (4.38)$$

Dans les équations non linéaires de modes couplés; nous trouvons la solution de l'équation ci-dessus dans le cas linéaire et puis présentons la non linéarité dans les équations de mode couplée. Par conséquent, en utilisant la méthode d'analyse à échelle multiplié [23, 24] nous recherchons des solutions de la forme :

$$\begin{pmatrix} A_+ \\ A_- \end{pmatrix} = \varepsilon^{1/2} A(\tau_1, \tau_2, X, Z) \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \exp(-ikt) + \varepsilon U_1 + \varepsilon^{3/2} U_2 + \varepsilon^2 U_3 + \dots \quad (4.39)$$

où  $\tau_1 = \varepsilon t$ ,  $\tau_2 = \varepsilon^2 t$ ,  $X = \varepsilon^{1/2} x$ , et  $Z = \varepsilon^{1/2} z$  on va résoudre maintenant pour  $(A_+, A_-)$  dans les ordres successives de  $\varepsilon$  (développement en fonction de terme de  $\theta(\varepsilon)$ ).

Le développement sera :

$$L U_1 = -i \partial_z A \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{-ikt}.$$

La solution de ce problème linéaire est :

$$U_1 = -\frac{i}{2k} \partial_z A \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{-ikt}. \quad (4.40)$$

Puis, nous continuons le calcul pour les ordres de corrections élevés de  $(A_+, A_-)$ .

Le développement de l'ordre  $\theta(\varepsilon^{3/2})$  donne :

$$LU_2 = \left( -i\partial_{\tau_1} A - \frac{1}{2}\partial_{z^2}^2 - 3\Gamma|A|^2 A \right) \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} e^{-ikt} + cc. \quad (4.41)$$

On note que la variation lente des termes autour  $U_1$  lorsque  $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} e^{-ikt}$  est dans

l'espace non nulle de  $L$ , la condition physique sera :

$$-i\partial_{\tau_1} A - \frac{1}{2}\partial_{z^2}^2 - 3\Gamma|A|^2 A = 0 \quad (4.42)$$

Dans les effets d'ordre plus supérieur, nous continuons le développement  $\theta(\varepsilon^2)$  avec les termes  $\tau_2 = \varepsilon^2 t$ , c'est-à-dire :

$$LU_3 = \left( i\frac{\Gamma}{2k} (2|A|^2 \partial_z A + A^2 \partial_z A^*) + \frac{1}{4k^2} \partial_{z^3}^3 A \right) \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} e^{-ikt} + cc. \quad (4.43)$$

Par l'utilisation de la relation (4.42) on trouve :

$$\partial_z (i\partial_{\tau_1} A) = \frac{1}{2k} \partial_{z^3}^3 + \partial_z (3\Gamma|A|^2 A) \quad (4.44)$$

Par conséquent, l'équation pour  $U_3$  peut être réécrite comme:

$$LU_3 = \left( i\frac{\Gamma}{2k} (4|A|^2 \partial_z A + 2A^2 \partial_z A^*) + \frac{1}{4k^2} \partial_{z^3}^3 A \right) \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} e^{-ikt} + cc \quad (4.45)$$

Dont le solution est de la forme :

$$U_3 = -i\frac{1}{4k^2} \left( \Gamma(4|A|^2 \partial_z A + 2A^2 \partial_z A^*) + \frac{1}{2k} \partial_{z^3}^3 A \right) \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} e^{-ikt} + cc \quad (4.46)$$

L'équation (4.39) représente les termes de perturbation qui doivent être ajoutées à l'équation de Schrödinger (NLS) dans la structure de FBG ; quand nous considérons les effets d'ordre élevé.

Avec ce résultat, l'équation non linéaire de Schrödinger (NLSE) change en une équation de Schrödinger non linéaire perturbé (PNLS), qui est présentée comme suit

$$i\partial_{\tau_1} A + \frac{1}{2k} \partial_{z^2}^2 A + 3\Gamma|A|^2 A + \frac{1}{8k^3} \partial_{z^3}^3 A + i\frac{1}{4k^2} (2\Gamma(2|A|^2 \partial_z A + A^2 \partial_z A^*)) = 0 \quad (4.47)$$

L'équation ci-dessus représente la propagation non linéaire perturbée des impulsions dans un milieu périodique (réseau de Bragg «FBG» avec les effets d'ordre élevé en dehors de la bande interdite (photonique band gap 'PBG').

### IV.2.3.1 Résolution de l'équation non linéaire perturbée en utilisant la méthode d'amplitude complexe combinée

Pour résoudre l'équation non linéaire perturbée de Schrödinger ; nous adoptons la solution de l'amplitude complexe qui s'écrit sous la forme :

$$A(z) = q(z,t)e^{i\Phi(z,t)} \quad (4.48)$$

Avec  $q(z,t)$  : la fonction d'enveloppe complexe, et  $\Phi(z,t) = kz - \omega t$  est le shift linéaire de la phase. En insérant cette solution dans l'équation (4.47) et en levant le terme exponentiel, et l'équation résultante s'écrit :

$$\begin{aligned} i\partial_z q - \left(k + \frac{\omega^2}{2k} + \frac{\omega^3}{8k^3}\right)q - i\left(\frac{\omega}{k} + \frac{3\omega^2}{8k^3}\right)\partial_t q + \left(\frac{1}{2k} + \frac{3\omega}{8k^3}\right)\partial_{t^2} q + \frac{i}{8k^3}\partial_{t^3} q + \\ 3\Gamma\left(1 + \frac{\omega}{4k^2}\right)|q|^2 q + \frac{2i\Gamma}{4k^2}\left[2|q|^2\partial_t q + q^2\partial_t q^*\right] = 0 \end{aligned} \quad (4.49)$$

dans le suivant nous recherchons les solutions des ondes solitaires dont les valeurs asymptotique ne s'approchent pas de zéro lorsque le temps s'approche à l'infini ( $|t| \rightarrow \infty$ ) .et en utilise la fonction d'essai (Ansatz) suivante :

$$q(z,t) = i\beta + \lambda \tanh(P_0(t - \beta_1 z)) + i\rho \operatorname{sech}[P_0(t - \beta_1 z)] \quad (4.50)$$

Ou les paramètres  $P_0$  et  $\beta_1$  sont la largeur d'impulsion et le décalage de l'inverse de vitesse de groupe, respectivement. L'amplitude  $q(z,t)$  s'écrit sous la forme:

$$q(z,t) = \left\{(\lambda^2 + \beta^2) + 2\beta\rho \operatorname{sech}[P_0(t - \beta_1 z)] + (\rho^2 - \lambda^2) \operatorname{sech}^2[P_0(t - \beta_1 z)]\right\}^{1/2} \quad (4.51)$$

Substituant l'équation (4.50) dans l'équation (4.49). on séparant les termes de  $\tanh$  aux termes de  $\operatorname{sech}$  pour que les coefficients aux termes indépendants contenant des combinaisons indépendantes de ces fonctions hyperboliques soient égales à zéro, après la séparation entre les parties réelles et imaginaires, nous obtenons les huit (8) équations paramétriques suivantes [26]:

$$\lambda \left[ -\frac{3}{4k^3} P_0^2 + \frac{3\Gamma}{2k^2} (\rho^2 - \lambda^2) \right] = 0 \quad (4.51)$$

$$\rho \left[ -\frac{3}{4k^3} P_0^2 + \frac{3\Gamma}{2k^2} (\rho^2 - \lambda^2) \right] = 0 \quad (4.52)$$

$$\lambda \left[ -2\left(\frac{1}{2k} + \frac{3\omega}{8k^3}\right)P_0^2 + \frac{3\Gamma}{4k^2}(4k^2 + \omega)(\rho^2 - \lambda^2) \right] = 0 \quad (4.53)$$

$$\rho \left[ -2 \left( \frac{1}{2k} + \frac{3\omega}{8k^3} \right) P_0^2 + \frac{3\Gamma}{4k^2} (4k^2 + \omega) (\rho^2 - \lambda^2) \right] = 0 \quad (4.54)$$

$$\rho \left[ \left( \frac{1}{2k} + \frac{3\omega}{8k^3} \right) P_0^2 + \frac{3\Gamma}{4k^2} (4k^2 + \omega) \lambda^2 - \left( k + \frac{\omega^2}{2k} + \frac{\omega^3}{8k^3} \right) \right] = 0 \quad (4.55)$$

$$\lambda \left[ \frac{3\Gamma}{4k^2} (4k^2 + \omega) \lambda^2 - \left( k + \frac{\omega^2}{2k} + \frac{\omega^3}{8k^3} \right) \right] = 0 \quad (4.56)$$

$$\lambda \left[ -\beta_1 P_0 - \left( \frac{\omega}{k} + \frac{3\omega^2}{8k^3} \right) P_0 + \frac{1}{2k^3} P_0^3 + \frac{3\Gamma}{2k^2} P_0 \lambda^2 - \frac{\Gamma}{k^2} \rho^2 \right] = 0 \quad (4.57)$$

$$\rho \left[ \beta_1 P_0 + \left( \frac{\omega}{k} + \frac{3\omega^2}{8k^3} \right) P_0 - \frac{1}{8k^3} P_0^3 - \frac{\Gamma}{2k^2} P_0 \lambda^2 \right] = 0 \quad (4.58)$$

Lés équations de (4.51) a (4.58) sont compatibles pour l'équation de Schrödinger non linéaire aux ordres élevés ; si on impose quelque restriction aux paramètres  $(\lambda, \rho)$ . Pour cela, nous avons trouvé deux cas possibles qui produisent deux types de solutions de l'équation (4.49) ; l'une est un soliton brillant et l'autre un soliton sombre sous certaines conditions paramétriques.

**Premier cas :**  $\beta = \lambda = 0$  et  $\rho \neq 0$

Dans ce cas les huit équations de (4.51 à 4.58) seront réduites en quatre équations, et la solution de (4.49) s'écrit sous la forme :

$$q(z, t) = i\rho \operatorname{sech} [P_0(t - \beta_1 z)] \quad (4.59)$$

Et l'intensité donner par :  $|q(z, t)| = \rho \operatorname{sech} [P_0(t - \beta_1 z)]$  ;

avec :

$$P_0^2 = \frac{\left( k + \frac{\omega^2}{2k} + \frac{\omega^3}{8k^3} \right)}{\left( \frac{1}{2k} + \frac{3\omega}{8k^3} \right)} \quad (4.60)$$

$$\beta_1 = -\left( \frac{\omega}{k} + \frac{3\omega^2}{8k^3} \right) + \frac{1}{8k^3} \frac{\left( k + \frac{\omega^2}{2k} + \frac{\omega^3}{8k^3} \right)}{\left( \frac{1}{2k} + \frac{3\omega}{8k^3} \right)} \quad (4.61)$$

$$\rho^2 = \frac{1}{2k\Gamma} P_0^2 = \frac{1}{2k\Gamma} \frac{\left( k + \frac{\omega^2}{2k} + \frac{\omega^3}{8k^3} \right)}{\left( \frac{1}{2k} + \frac{3\omega}{8k^3} \right)} \quad (4.62)$$

et la relation de dispersion est :

$$\omega = \frac{4}{3}k^2 \quad (4.63)$$

A partir des équations (4.59) à (4.63), on montre que la solution décrit une onde solitaire brillante.

**Deuxième cas :**  $\lambda \neq 0$  et  $\rho = 0$

Dans ce cas la solution de (4.49) s'écrit sous la forme :

$$q(z, t) = \lambda \tanh(P_0(t - \beta_1 z)) \quad (4.64)$$

Et leur intensité est :  $|q(z, t)| = \lambda \{1 - \operatorname{sech}^2(P_0(t - \beta_1 z))\}^{1/2}$

Avec  $\lambda^2 = -\frac{1}{2k\Gamma} P_0^2$  et

$$P_0^2 = -\frac{(2k^2 + \omega^2 + \frac{\omega^3}{4k^2})}{3(1 + \frac{\omega}{4k^2})} \quad (4.65)$$

$$\lambda^2 = \frac{1}{2k\Gamma} \frac{(2k^2 + \omega^2 + \frac{\omega^3}{4k^2})}{3(1 + \frac{\omega}{4k^2})} \quad (4.66)$$

$$\beta_1 = -\left(\frac{\omega}{k} + \frac{3\omega^2}{8k^3}\right) + \frac{1}{8k^3} P_0^2 + \frac{\Gamma}{2k^2} \lambda^2 \quad (4.67)$$

et la relation de dispersion est :  $\omega = \frac{4}{3}k^2$

La solution dans ce cas représente une onde solitaire sombre.

En conclusion, nous avons obtenu deux types de solutions des ondes solitaires pour l'équation de Schrödinger non linéaire perturbée (PNLSE) qui décrit la propagation des impulsions lumineuses dans les FBGs en régime femtoseconde.

Nous avons également calculé les paramètres physiques importants et intéressants tels que la largeur de puissance et d'impulsion pour les deux types de solitons brillant et sombre.

## Références

- [1] W. Chen and D. L. Mills, "Gap solitons and the nonlinear optical response of super lattices" *Phys. Rev. Lett.* vol. 58, pp. 160-163, 1987.
- [2] J. E. Sipe and H. G. Winful, "Nonlinear Schrödinger solitons in periodic structure" *Opt. Lett.*, vol. 13, pp. 132-134, 1988.
- [3] D. N. Christodoulides and R. I. Joseph, "Slow bragg solitons in nonlinear periodic structures" *Phys. Rev. Lett.* vol. 62, pp. 1746-1749, 1989.
- [4] A. B. Aceves and S. Wabnitz, "Self-induced transparency solitons in nonlinear refractive periodic media," *Phys. Lett. A.* vol. 141, pp. 37-42, 1989.
- [5] H. G. Winful, J. H. Marburger, and E. Gamire, "Theory of bistability in nonlinear distributed feedback structures" *Appl. Phys. Lett.*, vol. 35, pp.379-381, 1979.
- [6] B. J. Eggleton, R. E. Slusher, C.M. de Sterke, P. A. Krug, and J. E. Sipe, "Bragg grating solitons" *Phys. Rev. Lett.* vol. 76, pp. 1627-1630, 1996.
- [7] B. J. Eggleton, C. M. de Sterke, and R. E. Slusher, "Nonlinear pulse propagation in Bragg gratings" *J. Opt. Soc. Amer. B.* vol. 14, pp. 2980-2993,1997.
- [8] D. Taverner, N. G. R. Broderick, D. J. Richardson, M. Ibsen, and R. I. Laming, "All-optical and gate based on coupled gap-soliton formation in a fiber Bragg grating" *Opt. Lett.* vol. 23, pp. 259-261, 1998.
- [9] D. Taverner, N. G. R. Broderick, D. J. Richardson, R. I. Laming, and M. Ibsen, "Nonlinear self-switching and multiple gap soliton formation in a fiber Bragg grating" *Opt. Lett.*, vol. 23, pp. 328-330, 1998.
- [10] N. G. R. Broderick, D. Taverner, and D. J. Richardson, "Nonlinear switching in fiber Bragg grating" *Opt. Express.* vol. 3, pp. 447-453, 1998.
- [11] N. G. R. Broderick, D. Taverner, D. J. Richardson, M. Ibsen, and R. I. Laming, "Optical pulse compression in fiber Bragg gratings" *Phys. Rev. Lett.* vol. 79, pp. 4566-4569, 1997.
- [12] N. G. R. Broderick, D. Taverner, D. J. Richardson, M. Ibsen, and R. I. Laming, "Experimental observation of nonlinear pulse compression in no uniform Bragg gratings," *Opt. Lett.* vol. 22, pp. 1837-1839, 1997.
- [13] D. E. Pelinovsky, L. Brzozowski, and E. H. Sargent, "Transmission regimes of periodic nonlinear optical structures," *Phys. Rev. E*, vol. 62, pp.4536—4539, 2000.
- [14] G. P. Agrawal, "Nonlinear Fiber Optics, Academic Press, Optics and Photonics", New York, 3edition (2001).
- [15] R. KASHYAP, "Fiber Bragg Gratings," Academic press (1999).

- [16] S. Wabnitz, "Forward Mode Coupling in Periodic Nonlinear-Optical Fibers : Modal Dispersion Cancellation and Resonance Solitons," *Optics Letters* 14, 1071-1073(1989).
- [17] D. J. Kaup and A. C. Newell, "On the Coleman Correspondence and the Solution of the Massive Thirring Model," *Lettere al Nuovo Cimento* 20, 325-331 (1977)
- [18] C. M. de Sterke and J. E. Sipe, "Gap solitons" in *Progress in Optics*, E.Wolf, Ed. Amsterdam, The Netherlands: Elsevier, 1994, vol. XXXIII, ch. 3, pp. 203-260.
- [19] E. A. Kuznetsov and A. V.Mikhailov, "On the Complete Integrability of the Two-Dimensional Classical Thirring Model," *Theoretical and Mathematical Physics* 30, 193-200 (1977).
- [20] A. C. Scott, F. Y. Chu, and D. W. McLaughlin, "The Soliton : A New Concept in Applied Science," *Proceedings of the IEEE* 61, 1443-1483(1973).
- [21] C. M. de Sterke and J. E. Sipe, "Extensions and Generalizations of an Envelope-Function Approach for the Electrodynamics of Nonlinear Periodic Structures," *Physical Review A* 39,5163-5178 (1989)..
- [22] C. M. de Sterke and J. E. Sipe, "Coupled Modes and the Nonlinear Schrödinger Equation," *Physical Review A* 42, 550-555(1990).
- [23] N. M. Litchinitser, B. J. Eggleton, C. M. de Sterke, A. B. Aceves, and G. P. Agrawal, "Interaction of Bragg Solitons in Fiber Gratings," *Journal of the Optical Society of America B* 16, 18-23 (1999).
- [24] B. J. Eggleton, C.M. de Sterke, and R. E. Slusher, "Bragg Solitons in the Nonlinear Schrödinger Limit : Experiment and Theory," *Journal of the Optical Society of America B* 16, 587-599(1999).
- [25] P.Millar, M. De La Rue, T. F. Krauss, J. S. Aitchison, N. G. R. Broderick, and D. J. Richardson, "Nonlinear Propagation Effects in an AlGaAs Bragg Grating Filter," *Optics Letters* 24,685-687 (1999).
- [26] Kamel Mezghiche, F. Azzouzi, A. El-Akrmi " A simple ansatz for obtaining exact solutions of high dispersive nonlinear Schrödinger equations in fiber Bragg gratings" *Chaos, Solitons and Fractals* 41,491-496 (2009).

# Conclusion Générale

Ce sujet de thèse s'inscrit dans le contexte de l'étude et la caractérisation des réseaux de Bragg fibrés dont nous pouvons ici en rappeler la problématique. Quel modèle physique, on peut le choisir permettra de décrire la dynamique non linéaire des solitons optiques dans ces réseaux ? Quel méthode on doit choisir pour résoudre ce genre d'équations tant que sont non intégrables due à la présences des termes non linéaires et dispersives d'ordre élevé ? Questions difficiles, puisque jusqu'à présent les solitons des réseaux de Bragg fibrés ont été examinés seulement dans divers modèles de base régis par l'équation de Schrödinger non linéaire incluant exclusivement l'effet Kerr et l'effet de la dispersion chromatique.

Pour pallier à cette difficulté, nous avons choisis une méthode semi-analytique ; la méthode de l'amplitude complexe couplée qui consiste à rapprocher le champ exacte par une fonction d'essai (Ansatz) qui est sous forme d'une combinaison linéaire des solitons noir et brillant. La réalisation de ce projet a comporté des étapes clés qui sont suivantes :

La première consistait à maîtriser, la théorie de l'optique non linéaire dans les fibres optiques. Dans laquelle, nous introduirons les notions de base à la compréhension du mécanisme de transport de l'information dans les fibres optiques.

La deuxième était concernée par la compréhension des réseaux de Bragg fibré (fabrication, mode d'emploi, application et caractérisation,...). En premier lieu de chercher à commencer de voir la formation des solitons dans les réseaux de Bragg fibré ; les difficultés ont surgi pour la modélisation de résoudre l'équation de Schrödinger non linéaire couplés qui caractérise l'état des solitons dans les réseaux de Bragg fibrés.

La troisième partie a présenté les phénomènes solitoniques spéciaux en optique. Nous avons décrit quelques principes physiques généraux qui régissent les familles de solitons, leur propagation et instabilités, ainsi la nouvelle catégorie des solitons qui se forment dans les systèmes non conservatifs.

Dans la dernière, nous avons étudié théoriquement la dynamique non linéaire dans les réseaux de Bragg fibrés. Nous avons investigué en particulier les

propriétés de propagation des ondes quand elles satisfont exactement ou approximativement la condition de Bragg dans le réseau fibré. Dans les réseaux fibrés, la propagation d'ondes est alors généralement interdite à cause de la forte réflexion de Bragg qu'elles subissent. Si l'on tient compte de réponse non linéaire de la fibre, la théorie prévoit cependant l'existence de toute une famille d'ondes solitaires, les gaps solitons, pouvant se propager à toutes les vitesses de groupe possibles dans la fibre. L'évolution des ondes solitaires au sein de réseaux d'indice uniformes est décrite par un système d'équations aux modes couplés pour les deux composantes contra-propagatives qui les constituent. Elles n'ont pourtant jamais été observées expérimentalement en raison de l'impossibilité d'injecter de la lumière dont la fréquence serait choisie dans la bande interdite associée au milieu périodique.

Nous pouvons maintenant terminer ce mémoire en envisageant différentes perspectives et futurs développements basés sur ce travail de thèse. Parmi ces perspectives, il serait dans un premier temps intéressant d'approfondir l'étude sur la dynamique des solitons dans les réseaux de Bragg fibrés comme une porteuse de l'information compenser par la variation de leur indice de réfraction avec une dispersion aménagée.

D'autres études plus fondamentales peuvent finalement nourrir ces perspectives comme la caractérisation de l'instabilité modulationnelle au sein d'un réseau à gestion de la dispersion ou encore le développement d'une technique de réflectométrie pour la mesure locale des paramètres physiques d'une ligne de transmission basée sur ce genre de soliton.

Ce travail peut être approfondi et nous sommes pénétrés que ces applications seront très riches dans les domaines de la physique, la chimie et la biologie, où le comportement dynamique est décrit par l'équation de Schrödinger. A titre d'exemple nous pouvons mentionner les fonctions des traitement parallèle, la technique de filtrage et d'amplification optique dans les lignes de transmission à fibres optiques, des opérations logiques, du routage dynamique de l'information, et

pour quoi pas du cryptage et du décryptage à haut débit sans oublier la régénération des bits optiques.

# Annexe

Kamel Mezghiche, F. Azzouzi, A. El-Akrmi «A simple ansatz for obtaining exact solutions of high dispersive nonlinear Schro"dingler equations in fiber Bragg gratings" Chaos, Solitons and Fractals 41,491–496 (2009) »



ELSEVIER

Available online at [www.sciencedirect.com](http://www.sciencedirect.com) ScienceDirect

Chaos, Solitons and Fractals 41 (2009) 491–496

CHAOS  
SOLITONS & FRACTALS[www.elsevier.com/locate/chaos](http://www.elsevier.com/locate/chaos)

# A simple ansatz for obtaining exact solutions of high dispersive nonlinear Schrödinger equations in fiber Bragg gratings

Kamel Mezghiche\*, F. Azzouzi, A. El-Akrmi

*Radiation Physics Laboratory, Faculty of Sciences, Department of Physics, Badji Mokhtar University,  
P.O. Box 12, 23000 Annaba, Algeria*

Accepted 14 February 2008

---

## Abstract

We present solitary wave solutions for the perturbed nonlinear Schrödinger (PNLS) equation describing propagation of femtosecond light pulses through the fiber Bragg grating structure where the pulse dynamics is governed by the nonlinear-coupled mode (NLCM) equations. Using the multiple scale analysis, we reduce the NLCM equations into the perturbed nonlinear Schrödinger (PNLS) type equation. Unlike the reported solitary wave solutions of the PNLS equation, the novel ones can describe bright and dark Bragg solitons properties in the same expressions and their amplitude may approach nonzero when the time variable approaches infinity. Among these solutions we can find solitary wave and periodic wave solutions representing the propagation of different waveforms in fiber Bragg grating.

© 2008 Elsevier Ltd. All rights reserved.

---

## 1. Introduction

Fiber Bragg Gratings (FBGs) consist of a periodic modulation of the refractive index along the core of the fiber. This periodicity creates a photonic band gap and results in strong reflectivity near the Bragg wavelength. The narrow bandwidth and large dispersion of FBGs makes them ideal for linear dispersion compensator and for add/drop filters in WDM systems. In the nonlinear regime Bragg gratings are bistable devices [1] and could thus form the basis of an all-optical switch. It is well known that in a transparent medium with a periodic variation in its optical properties there are ranges of frequencies (stop-gaps, photonic band gaps (PBG)) at which light cannot propagate [1]. However, in the presence of Kerr nonlinearity, the intensity of the wave can sufficiently modify the nonlinear index of refraction to shift the wave out of the gap and permit pulse formation and propagation [2]. The pulse propagation through the FBG is described by the nonlinear-coupled mode (NLCM) equations which are nonintegrable in general. Therefore, the analytical solutions of the NLCM equations are not solitons but solitary waves that can propagate through FBG without changing their shape. Gap solitons are realizations of a balance between nonlinearity and grating assisted dispersion in optical fibers. At high powers this balance is achieved within a few centimeters of pulse propagation and has the unique feature of having a full range of velocities from zero to the speed of light in the uniform medium, depending on the location of the frequency of the electromagnetic field with respect to the gap created by the grating. In recent times

---

\* Corresponding author. Tel./fax: +213 38 87 28 35.

E-mail address: [kamel.lpr@gmail.com](mailto:kamel.lpr@gmail.com) (K. Mezghiche).

research on gap soliton phenomena has extended not only to other classical optical media (e.g., quadratic dielectrics [3]) but also to condensed matter waves [4] and quantum systems [5] to name some. What is common to these works is that they are all in one-dimensional geometries (i.e., the distance of propagation ( $z$ ) plays the role of ‘time’, whereas physical time plays the role of a spatial variable).

Two particular limits that have attracted much attention are when the soliton frequency is (1) inside the band gap, corresponding to the formation of slow or even stationary gap solitons, and (2) close to and outside the band gap. These are obtained from the approximated Nonlinear Schrödinger (NLS) equation that results from reducing the NLCM equations using the multiple scale analysis. Generally speaking, the gap solitons are the special class of Bragg solitons. For the first time, Chen and Mills [6] have analyzed the properties of these gap solitons in nonlinear periodic structure. Thereafter, Sipe and Winful [7], Christodoulides and Joseph [8], Aceves and Wabnitz [9], and Winful et al. [10] have obtained the analytical solutions for the Bragg solitons. These solitons in FBGs have been extensively reviewed in [11–13]. Recently conducted experiments have provided strong evidence for the existence of both theoretically predicted gap solitons and Bragg solitons in FBGs. For the first time, Eggleton et al. [14,15] examined nonlinear pulse propagation through Bragg gratings at frequencies outside the band gap (where the grating is transmissive but highly dispersive) and successfully demonstrated the propagation of Bragg solitons. Taverner et al. [16,17] reported the first observation of gap soliton generation in a Bragg grating at frequencies within the photonic band gap. The researchers recently have realized the potential applications of these solitons in periodic structures for all-optical switching [18], pulse compression [19,20], limiting [21,22], and logic operations [18–21].

In this paper, we present the asymptotic study of gap soliton dynamics in a fiber Bragg grating. We use a careful multiple-scales analysis to derive a perturbed one-dimensional NLS for the amplitude of the gap solitons. Therefore, we reduce the NLCM equations into a well-known PNLs equation that describes the nonlinear pulse propagation at the edges of the PBG structure. Now, we present solitary wave solutions for the PNLs equation describing propagation of femtosecond light pulses in fiber Bragg grating. As we will show, unlike the reported solitary wave solutions of the PNLs equation, the novel ones can describe both bright and dark solitary wave properties in the same expressions and their amplitudes do not approach zero when the time variable approaches infinity. Furthermore, we have also calculated the important and interesting physical parameters such as power and pulse width for both bright and dark Bragg solitons.

## 2. Theoretical background and modeling

The refractive index varies along the grating length periodically except for a phase-shift occurring in the middle of the grating. The index variation can be written as:

$$n(z) = \bar{n} + n_1(z) \cos \left[ \frac{2\pi}{A} z + \Phi(z) \right] + n_2 |E(z)|^2, \tag{1}$$

where  $E(z)$  is the electric field,  $\bar{n}$  is the average refractive index change of the fiber mode,  $n_1(z)$  is the amplitude of periodic index change,  $n_2$  is the nonlinear Kerr coefficient,  $A$  is the Bragg period, and  $\Phi(z)$  describes the phase shift. The electric field inside the grating can be written as:

$$E(z, t) = [A_+(z, t) \exp(ik_B z) + A_-(z, t) \exp(-ik_B z)] \exp(-i\omega_0 t), \tag{2}$$

where  $k_B$  is the Bragg wave number,  $A_+(z, t)$  and  $A_-(z, t)$  are the envelope functions of the forward and backward traveling wave, both of which are assumed to be slowly varying in space and time,  $\omega_0$  is the carrier frequency at which the pulse spectrum is initially centered, and  $k_B$  is the propagation constant. To describe nonlinear pulse propagation in FBGs, we use the nonlinear coupled-mode equations that are valid only for wavelengths close to the Bragg wavelength. Using (1) and (2) in the Maxwell equations, one obtains the following set of nonlinear coupled-mode equations [11]:

$$+i \frac{\partial A_+}{\partial z} + i \frac{1}{v_g} \frac{\partial A_+}{\partial t} + \kappa A_- + \Gamma |A_+|^2 A_+ + 2\Gamma |A_-|^2 A_+ = 0, \tag{3a}$$

$$-i \frac{\partial A_-}{\partial z} + i \frac{1}{v_g} \frac{\partial A_-}{\partial t} + \kappa A_+ + \Gamma |A_-|^2 A_- + 2\Gamma |A_+|^2 A_- = 0. \tag{3b}$$

In the linear case  $\Gamma = 0$  the solution of these equations is given by:

$$\begin{pmatrix} A_+ \\ A_- \end{pmatrix} = U \exp[i(k_B z - \omega t)] + cc, \tag{4}$$

$U = \begin{pmatrix} U_+ \\ U_- \end{pmatrix}$  where  $\omega, k_z$  satisfy the dispersion relation ( $\omega = k^2 + k_z^2$ ). In particular problem has the solution:

$$\begin{pmatrix} A_+ \\ A_- \end{pmatrix} = c \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \exp(-ikt) + cc.$$

We note that the solution satisfies  $L \begin{pmatrix} A_+ \\ A_- \end{pmatrix} = 0$ , where  $L$  is the operator

$$L = \begin{bmatrix} i\partial_t & k \\ k & i\partial_t \end{bmatrix}. \tag{5}$$

In the nonlinear coupled mode equations we find the solution of the above equation in the linear case and then introduce the nonlinearity into the coupled mode equations. Therefore, using the method of multiple scales [23,24]; we look for solutions of the form:

$$\begin{pmatrix} A_+ \\ A_- \end{pmatrix} = \varepsilon^{1/2} A(\tau_1, \tau_2, X, Z) \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \exp(-ikt) + \varepsilon U_1 + \varepsilon^{3/2} U_2 + \varepsilon^2 U_3 + \dots, \tag{6}$$

where  $\tau_1 = \varepsilon t, \tau_2 = \varepsilon^2 t, X = \varepsilon^{1/2} x$ , and  $Z = \varepsilon^{1/2} z$ . We now proceed to solve for  $(A_+, A_-)$  for successive orders in  $\varepsilon$ . Balancing the  $o(\varepsilon)$  terms gives

$$LU_1 = -i\partial_z A \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{-ikt}. \tag{7}$$

This linear problem has the solution

$$U_1 = -\frac{i}{2k} \partial_z A \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{-ikt}. \tag{8}$$

Next, we continue computing higher order corrections to  $(A_+, A_-)$ . Balancing the  $o(\varepsilon^{3/2})$  terms gives

$$LU_2 = \left( -i\partial_{\tau_1} A - \frac{1}{2} \partial_z^2 - 3\Gamma|A|^2 A \right) \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} e^{-ikt} + cc. \tag{9}$$

Note that the right-hand side has slowly-varying terms arising from  $U_1$  since  $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} e^{-ikt}$  is in the null space of  $L$ , the physical requirement that

$$-\left( +i\partial_{\tau_1} A + \frac{1}{2k} \partial_z^2 + 3\Gamma|A|^2 A \right) = 0. \tag{10}$$

In order to see the impact of higher order effects, we continue to balance  $o(\varepsilon^2)$  terms ( $\tau_2 = \varepsilon^2 t$ ), and this gives rise to

$$LU_3 = \left( i\frac{\Gamma}{2k} (2|A|^2 \partial_z A + A^2 \partial_z A^*) - \frac{i}{2k} \partial_z (-i\partial_{\tau_1} A) \right) \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} e^{-ikt} + cc. \tag{11}$$

Using (10) we have

$$\partial_z (i\partial_{\tau_1} A) = \frac{1}{2k} \partial_z^3 + \partial_z (3\Gamma|A|^2 A). \tag{12}$$

Therefore, the equation for  $U_3$  can be rewritten as:

$$LU_3 = \left( i\frac{\Gamma}{2k} (4|A|^2 \partial_z A + 2A^2 \partial_z A^*) + \frac{1}{4k^2} \partial_z^3 A \right) \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} e^{-ikt} + cc \tag{13}$$

whose solution is

$$U_3 = -i\frac{1}{4k^2} \left( \Gamma(4|A|^2 \partial_z A + 2A^2 \partial_z A^*) + \frac{1}{2k} \partial_z^3 A \right) \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} e^{-ikt} + cc. \tag{14}$$

Eq. (14) represents the perturbation terms that must be added to the NLS equation when we consider the higher order effects in the FBG structure. With this result, the NLS equation changes into PNLNLS equation, which is presented as follows:

$$i\partial_{\tau_1} A + \frac{1}{2k} \partial_z^2 A + 3\Gamma|A|^2 A + \frac{1}{8k^3} \partial_z^3 A + i\frac{1}{4k^2} (2\Gamma(2|A|^2 \partial_z A + A^2 \partial_z A^*)) = 0. \tag{15}$$

The above PNLNLS equation represents the nonlinear pulse propagation in a periodic medium with higher order effects outside the PBG structure in an FBG. Here, it should be noted that, for the first time, Aceves derived this kind of PNLNLS

equation in his recent work [22]. As we discussed in the introduction, we are interested in analyzing Bragg solitons with higher order effects in a periodic medium. Here, we investigate Bragg solitons at both upper and lower branches of the PBG. It also physically means that we consider both positive (upper branch) and negative (lower branch) Kerr nonlinearities in our investigation and correspondingly they give rise to both bright and dark Bragg solitons.

### 3. Bright and dark Bragg solitons

To construct both bright and dark Bragg solitons for the PNLS equation that describes the nonlinear pulse propagation with higher order effects in the periodic medium. We will proceed with the analysis of Eq. (15) by separating  $A(z, t)$  into the complex envelope function  $q(z, t)$  and linear phase-shift  $\Phi(z, t) = kz - \omega t$  according to

$$A(z) = q(z, t)e^{i\Phi(z,t)}. \tag{16}$$

Substituting the expression into Eq. (15) and removing the exponential term, we can rewrite Eq. (15) as:

$$i\partial_z q - \left(k + \frac{\omega^2}{2k} + \frac{\omega^3}{8k^3}\right)q - i\left(\frac{\omega}{k} + \frac{3\omega^2}{8k^3}\right)\partial_t q + \left(\frac{1}{2k} + \frac{3\omega}{8k^3}\right)\partial_{t^2}^2 q + \frac{i}{8k^3}\partial_{t^3}^3 q + 3\Gamma\left(1 + \frac{\omega}{4k^2}\right)|q|^2 q + \frac{2i\Gamma}{4k^2}[2|q|^2\partial_t q + q^2\partial_t q^*] \tag{17}$$

in the following we look for the solitary wave solutions whose asymptotic values are nonzero when the time variable approaches infinity ( $|t| \rightarrow \infty$ ) and make the ansatz

$$q(z, t) = i\beta + \lambda \tanh(P_0(t - \beta_1 z)) + i\rho \sec h[P_0(t - \beta_1 z)], \tag{18}$$

where  $P_0$  and  $\beta_1$  are the pulse width and shift of inverse group velocity, respectively. The amplitude  $q(z, t)$  is

$$q(z, t) = \{(\lambda^2 + \beta^2) + 2\beta\rho \sec h[P_0(t - \beta_1 z)] + (\rho^2 - \lambda^2) \sec h^2[P_0(t - \beta_1 z)]\}^{1/2}. \tag{19}$$

However, for general cases, the ansatz (18) can describe the features of both bright and dark solitary waves. Substituting Eq. (18) into Eq. (17) and setting the coefficients for the independent terms containing independent combinations of hyperbolic functions equal to zero, one obtains eight independent equations. The resulting equations are

$$\lambda \left[-\frac{3}{4k^3}P_0^2 + \frac{3\Gamma}{2k^2}(\rho^2 - \lambda^2)\right] = 0, \tag{20}$$

$$\rho \left[-\frac{3}{4k^3}P_0^2 + \frac{3\Gamma}{2k^2}(\rho^2 - \lambda^2)\right] = 0, \tag{21}$$

$$\lambda \left[-2\left(\frac{1}{2k} + \frac{3\omega}{8k^3}\right)P_0^2 + \frac{3\Gamma}{4k^2}(4k^2 + \omega)(\rho^2 - \lambda^2)\right] = 0, \tag{22}$$

$$\rho \left[-2\left(\frac{1}{2k} + \frac{3\omega}{8k^3}\right)P_0^2 + \frac{3\Gamma}{4k^2}(4k^2 + \omega)(\rho^2 - \lambda^2)\right] = 0, \tag{23}$$

$$\rho \left[\left(\frac{1}{2k} + \frac{3\omega}{8k^3}\right)P_0^2 + \frac{3\Gamma}{4k^2}(4k^2 + \omega)\lambda^2 - \left(k + \frac{\omega^2}{2k} + \frac{\omega^3}{8k^3}\right)\right] = 0, \tag{24}$$

$$\lambda \left[\frac{3\Gamma}{4k^2}(4k^2 + \omega)\lambda^2 - \left(k + \frac{\omega^2}{2k} + \frac{\omega^3}{8k^3}\right)\right] = 0, \tag{25}$$

$$\lambda \left[-\beta_1 P_0 - \left(\frac{\omega}{k} + \frac{3\omega^2}{8k^3}\right)P_0 + \frac{1}{2k^3}P_0^3 + \frac{3\Gamma}{2k^2}P_0\lambda^2 - \frac{\Gamma}{k^2}\rho^2\right] = 0, \tag{26}$$

$$\rho \left[\beta_1 P_0 + \left(\frac{\omega}{k} + \frac{3\omega^2}{8k^3}\right)P_0 - \frac{1}{8k^3}P_0^3 - \frac{\Gamma}{2k^2}P_0\lambda^2\right] = 0. \tag{27}$$

For the higher HNLS equation, Eqs. (20)–(27) are compatible if we impose some restrictions on the parameters  $(\lambda, \rho)$ . We found that there are two types of solitary wave solution of Eq. (17) under the following parametric conditions.

- (i) Case 1:  $\beta = \lambda = 0$  and  $\rho \neq 0$

In this case, these eight equations can reduce to four equations, and the solution (18) can be written in the form:

$$q(z, t) = i\rho \sec h[P_0(t - \beta_1 z)] \tag{28}$$

and its intensity is given by:  $|q(z, t)| = \rho \operatorname{sech}[P_0(t - \beta_1 z)]$  where

$$P_0^2 = \frac{\left(k + \frac{\omega^2}{2k} + \frac{\omega^3}{8k^3}\right)}{\left(\frac{1}{2k} + \frac{3\omega}{8k^3}\right)}, \tag{29}$$

$$\beta_1 = -\left(\frac{\omega}{k} + \frac{3\omega^2}{8k^3}\right) + \frac{1}{8k^3} \frac{\left(k + \frac{\omega^2}{2k} + \frac{\omega^3}{8k^3}\right)}{\left(\frac{1}{2k} + \frac{3\omega}{8k^3}\right)}, \tag{30}$$

$$\rho^2 = \frac{1}{2k\Gamma} P_0^2 = \frac{1}{2k\Gamma} \frac{\left(k + \frac{\omega^2}{2k} + \frac{\omega^3}{8k^3}\right)}{\left(\frac{1}{2k} + \frac{3\omega}{8k^3}\right)} \tag{31}$$

and the dispersion relation is

$$\omega = \frac{4}{3}k^2 \tag{32}$$

from (28) and (29) we can see that this solution describe a bright solitary wave depend on the specific nonlinear and dispersive feature of medium intensity, and the pulse width is related to the intensity  $P_0^2 = 2k\Gamma\rho^2$

(ii) Case  $\lambda \neq 0$  and  $\rho = 0$

in this case, the solution (18) written in the form

$$q(z, t) = \lambda \tanh(P_0(t - \beta_1 z)) \tag{33}$$

and its intensity is

$$|q(z, t)| = \lambda \{1 - \operatorname{sech}^2(P_0(t - \beta_1 z))\}^{1/2}, \tag{34}$$

where  $\lambda^2 = -\frac{1}{2k\Gamma} P_0^2$ ,

$$P_0^2 = -\frac{\left(2k^2 + \omega^2 + \frac{\omega^3}{4k^2}\right)}{3\left(1 + \frac{\omega}{4k^2}\right)}, \tag{35}$$

$$\lambda^2 = \frac{1}{2k\Gamma} \frac{\left(2k^2 + \omega^2 + \frac{\omega^3}{4k^2}\right)}{3\left(1 + \frac{\omega}{4k^2}\right)}, \tag{36}$$

$$\beta_1 = -\left(\frac{\omega}{k} + \frac{3\omega^2}{8k^3}\right) + \frac{1}{8k^3} P_0^2 + \frac{\Gamma}{2k^2} \lambda^2. \tag{37}$$

With the dispersion relation is

$$\omega = \frac{4}{3}k^2 \tag{38}$$

from above Eqs. (33)–(38) we see that this solution describe a dark solitary wave.

In conclusion, we have obtained two types of solitary wave solutions for the PNLSE equation describing propagation of femtosecond light pulses in FBGs. We have used a multiple scales analysis to derive a perturbed one-dimensional NLS for the amplitude of the gap solitons in FBGs. From PNLSE equation bright and dark Bragg solitary wave solutions have been constructed and reduced by the ansatz form. We have also calculated the important and interesting physical parameters such as power and pulse width for both bright and dark Bragg solitons.

## References

- [1] Erdogan T. Fiber grating spectra. *J Light Technol* 1997;15:1277–94.
- [2] Ibsen M, Durkin MK, Zervas MN, Grudinin AB, Laming RI. Custom design of long chirped Bragg gratings: application to gain-flattening filter with incorporated dispersion compensation. *IEEE Photon Technol Lett* 2000;12:498–500.
- [3] Trillo S, Conti C, Assanto G, Buryak AV. From parametric gap solitons to chaos by means of second-harmonic generation in Bragg gratings. *Chaos* 2000;10:590.
- [4] Zobay O, Potting S, Meystre P, Wright EM. Creation of gap solitons in Bose–Einstein condensates. *Phys Rev A* 1999;59:643.

- [5] Rupasov V, Singh M. Quantum gap solitons and soliton pinning in dispersive medium and photonic-band-gap materials: bethe-ansatz solution. *Phys Rev A* 1996;54:3614.
- [6] Chen W, Mills DL. Gap solitons and the nonlinear optical response of super lattices. *Phys Rev Lett* 1987;58:160–3.
- [7] Sipe JE, Winful HG. Nonlinear Schrödinger solitons in periodic structure. *Opt Lett* 1988;13:132–4.
- [8] Christodoulides DN, Joseph RI. Slow Bragg solitons in nonlinear periodic structures. *Phys Rev Lett* 1989;62:1746–9.
- [9] Aceves AB, Wabnitz S. Self-induced transparency solitons in nonlinear refractive periodic media. *Phys Lett A* 1989;141:37–42.
- [10] Winful HG, Marburger JH, Gamire E. Theory of bistability in nonlinear distributed feedback structures. *Appl Phys Lett* 1979;35:379–81.
- [11] de Sterke CM, Sipe JE. Gap solitons. In: Wolf E, editor. *Progress in optics*, vol. XXXIII. Amsterdam, The Netherlands: Elsevier; 1994. p. 203–60 [chapter 3].
- [12] Aceves AB. Optical gap solitons: past, present and future; theory and experiments. *Chaos* 2000;10:584–9.
- [13] Kurizki G, Kozhenkin AE, Opatrny T, Malomed BA. Optical solitons in periodic media with resonant and off-resonant nonlinearities. In: Wolf E, editor. *Progress in optics*, vol. XXXXII. Amsterdam, The Netherlands: Elsevier; 2001. p. 93–146 [chapter 2].
- [14] Eggleton BJ, Slusher RE, de Sterke CM, Krug PA, Sipe JE. Bragg grating solitons. *Phys Rev Lett* 1996;76:1627–30.
- [15] Eggleton BJ, de Sterke CM, Slusher RE. Nonlinear pulse propagation in Bragg gratings. *J Opt Soc Amer B* 1997;14:2980–93.
- [16] Taverner D, Broderick NGR, Richardson DJ, Ibsen M, Laming RI. All-optical and gate based on coupled gap-soliton formation in a fiber Bragg grating. *Opt Lett* 1998;23:259–61.
- [17] Taverner D, Broderick NGR, Richardson DJ, Laming RI, Ibsen M. Nonlinear self-switching and multiple gap soliton formation in a fiber Bragg grating. *Opt Lett* 1998;23:328–30.
- [18] Broderick NGR, Taverner D, Richardson DJ. Nonlinear switching in fiber Bragg grating. *Opt Express* 1998;3:447–53.
- [19] Broderick NGR, Taverner D, Richardson DJ, Ibsen M, Laming RI. Optical pulse compression in fiber Bragg gratings. *Phys Rev Lett* 1997;79:4566–9.
- [20] Broderick NGR, Taverner D, Richardson DJ, Ibsen M, Laming RI. Experimental observation of nonlinear pulse compression in no uniform Bragg gratings. *Opt Lett* 1997;22:1837–9.
- [21] Pelinovsky DE, Brzozowski L, Sargent EH. Transmission regimes of periodic nonlinear optical structures. *Phys Rev E* 2000;62:4536–9.
- [22] Aceves AB. Optical solitons: theoretical and experimental challenges. In: Porsezian K, Kuriakose VC, editors. *Lecture notes in physics*, vol. 613. Berlin, Germany: Springer-Verlag; 2003.
- [23] Aceves AB, Fibich G, Ilan B. Gap-soliton bullets in waveguide gratings. *Physica D* 2004;189:277–86.
- [24] Senthilnathan K, Porsezian K, Ramesh Babu P, Santhanam V. Bright and dark Bragg solitons in a fiber Bragg grating. *IEEE J Quantum Elect* 2003;39(11).

**Résumé :**

Ce travail est la convergence de trois domaines des fibres optiques : la théorie d'optique non linéaire dans les fibres optiques, les réseaux de Bragg fibrés (FBGs pour Fiber Bragg Gratings), et enfin l'étude théorique de la propagation non linéaire des solitons dans les réseaux de Bragg fibrés. Au premier lieu; Nous avons présenté quelques généralités sur la propagation de la lumière dans les fibres optiques; Nous introduirons au lecteur les briques essentielles à la construction de ce mémoire, notamment l'équation de Schrödinger non linéaire qui gouverne l'évolution du champ électrique lors de sa propagation dans une fibre optique ainsi que les différents phénomènes physiques qui lui sont associés. La deuxième partie était concernée par la compréhension des réseaux de Bragg fibrée (fabrication, mode d'emploi, application et caractérisation,...). De manière générale, Les réseaux de Bragg fibrés sont des changements permanents et périodiques de l'indice de réfraction du cœur de la fibre, qui réfléchissent une faible largeur spectrale. Les FBGs sont couramment utilisés dans le domaine des télécommunications, par exemple comme filtres en réflexion ou comme compensateurs de dispersion. Leur sensibilité aux variations de température et aux contraintes en font des éléments de premier choix pour diverses applications senseur, en particulier grâce à leur très petite taille, leur immunité aux champs électromagnétiques et enfin les multiples possibilités de multiplexage. Et finalement ; on décrit le phénomène d'interaction des solitons dans ce type de fibre (FBGs). En premier lieu de recherche à commencer de voir la formation des solitons dans les réseaux de Bragg fibrée ; les difficultés ont surgi pour la modélisation de résoudre l'équation de Schrödinger non linéaire couplés qui caractérise l'état des solitons dans les réseaux de Bragg fibrés.

Les trois points cités ci-dessus ont servi comme outils efficaces pour modéliser et définir des types des solitons de Bragg qui permettant de propager dans les réseaux de Bragg fibrés. Ce travail a fait l'objet de décrire une sélection d'article, parus dans la presse spécialisée, intitulé : « A Simple ansatz for Obtaining Exact Solutions of High dispersive Nonlinear Schrodinger Equations in Fiber Bragg Gratings » publier dans "Chaos, Solitons and Fractals".

**Mots-clés :**

Réseaux de Bragg fibrés, équation de Schrödinger non linéaire couplés ; solitons brillant, solitons sombre.