

TABLE DES MATIERES

Résumé
 Abstract
 الملخص
 Table des matières I
 Liste des tableaux II
 Liste des figures III
 Liste des notations et abréviations VI
INTRODUCTION GENERALE 1

CHAPITRE I. ETUDE BIBLIOGRAPHIQUES

Introduction 3
 I.1 L'exploitation minière en souterrain 3
 I.1.1 Les principales méthodes d'exploitation 3
 I.1.2 Les spécificités de la méthode des chambres et piliers 7
 I.1.3 L'utilisation historique et actuelle de la méthode des chambres et piliers 9
 I.2 La phénoménologie des dommages associés à la méthode des chambres et piliers 11
 I.2.1 Quelques généralités sur le comportement mécanique des chambres et piliers 11
 I.2.1.1 Les dommages au fond 12
 I.2.1.2 Les dommages en surface 16
 Conclusion 21

CHAPITRE II. COMPORTEMENT MECANIQUE DES PILIERS

Introduction 22
 II.1 L'état de contrainte des piliers dans le domaine élastique 22
 II.1.1 L'élasticité 23
 II.1.2 Les contraintes in situ 25
 II.1.3 Les contraintes induites dans les piliers 28
 II.1.3.1. Approche expérimentale 29
 II.1.3.2 Passage de 2 à 3 dimensions 31
 II.1.3.3 Approches analytiques 31
 II.1.3.4 Approche numérique 35
 II.1.4 L'estimation de la contrainte verticale moyenne des piliers 38
 II.1.4.1 Notion de facteur de sécurité 38
 II.1.4.2 Méthodes d'estimation la contrainte verticale moyenne des piliers 39
 II.2 La résistance et la rupture des piliers 46
 II.2.1 La phénoménologie du comportement mécanique des piliers 46
 II.2.2 Pic de résistance et module post-pic 49
 II.2.2.1 A l'échelle d'un échantillon de roche 49
 II.2.2.2 A l'échelle d'un pilier 50

II.2.2.3 Approche numérique	57
Conclusion	62

CHAPITRE III. DESCRIPTION DU SITE D'ETUDE

Introduction	64
III.1 Historique de la mine de Châabet El-Hamra	64
III.2 Contexte géologique locale de Châabet El-Hamra	64
III.2.1 Situation géographique du gisement de Châabat El-Hamra	66
III.2.2 Stratigraphie des monts du Hodna	66
III.2.3 Stratigraphie du gisement	68
III.2.4 Structure du gisement	70
III.2.5 Tectonique	71
III.2.5.1 La géodynamique régionale	71
III.2.5.2 La géodynamique locale (du gisement)	72
III.2.6 Minéralisation	73
III.2.7 Aperçu hydrogéologique	73
III.2.8 Réserves du gisement	75
III.3 Mode d'ouverture et découpage du gisement	77
III.4 Méthodes d'exploitations proposées	79
III.4.1 Principe des deux méthodes	79
III.4.1.1 Méthode de traçage et dépilage	79
III.4.1.2 Méthode des sous-niveaux foudroyés	80
Conclusion	81

CHAPITRE IV. MODELISATION NUMERIQUE DE LA STABILITE DES PILERS

Introduction	83
VI.1 Modèle mathématique d'évaluation de la stabilité et indicateur d'extraction	84
VI.1.1. Equation d'équilibre	84
IV.2. Facteur de sécurité pour l'évaluation de la stabilité	84
IV.2.1. Taux d'extraction	85
IV.3. Collecte de données de laboratoire	85
IV.4. Simulation de la méthode d'exploitation par chambres et piliers	87
IV.4.1. Phasage des travaux	88
IV.4.2. Données utilisées pour l'analyse de stabilité	88
IV.4.3. Modèles numériques	89
IV.4.4. Phases de calcul	90
IV.4.5. Résultats de simulation du modèle de contrainte de la masse rocheuse	94
IV.4.6. Déplacement maximal de la masse rocheuse entourant la chambre et le pilier	97
IV.5. Discussion des indicateurs de stabilité et du taux d'extraction	100
IV.6. Après mine	101

TABLE DES MATIERES

Conclusion	105
CONCLUSION GENERALE	106
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES	109
ANNEXE 1. Solution de l'équation différentielle de SHEOREY et SINGH	115
ANNEXE 2. Formalisme du modele de comportement de Mohr-Coulomb	116

LISTE DES TABLEAUX
CHAPITRE II. COMPORTEMENT MECANIQUE DES PILIERS

Tableau II.1. Caractéristiques géométriques et propriétés élasto-plastiques considérées par différents auteurs pour modéliser des piliers constitués de différents types de roche.....	62
--	----

CHAPITRE III. DESCRIPTION DU SITE D'ETUDE

Tableau III.1. Réserves établies par l'ORGM (1987 – 1992)	67
Tableau III.2. Evaluation des réserves du gisement SIDAM 1994	67

CHAPITRE IV. MODELISATION NUMERIQUE DE LA STABILITE DES PILIERS

Tableau IV.1. Différentes formules de calcul de la résistance du pilier	85
Tableau IV.2 Résultats des paramètres géotechniques	87
Tableau IV.3 illustration du nombre de pilier et quantité extraite pour chaque phase de calcul	91
Tableau IV.4 Résultats de la contrainte verticale du pilier par modélisation et calcul par l'équation (IV .3)	100
Tableau IV.5 Résultats de la résistance du pilier	100
Tableau IV.6 Comparaison du facteur de sécurité et du taux d'extraction pour les techniques actuelle et proposée	101
Tableau IV.7 Résultats de la contrainte verticale du pilier par modélisation et calcul par l'équation (IV .3).....	104
Tableau IV.8 Comparaison du facteur de sécurité et déplacement vertical pour les techniques proposées et de remblayage	104

LISTE DES FIGURES

CHAPITRE I. ETUDE BIBLIOGRAPHIQUES

Figure I.1 Illustration de quelques méthodes d'exploitation des mines souterraines : a) Chambre-magasin, b) Tranches montantes remblayées, c) Sous-niveaux abattus (modifié d'après Hamrin, 1980) et d) Longue taille.....	4
Figure I.2 : Illustration de la méthode des chambres et piliers (Modifiée d'après Hamrin, 1980)	8
Figure I.3 : a) Photographie de piliers irréguliers d'une ancienne mine de gypse vraisemblablement exploitée au 18ème siècle en Ile de France. b) Photographie d'une galerie de la mine de sel de Varangéville (Lorraine) actuellement en exploitation	8
Figure I.4 : Schéma représentant les différents types de piliers pouvant constituer ou séparer des unités de production à l'intérieur d'une mine ou d'une carrière souterraine	9
Figure I.5 : Observation de fractures et de fissures au-dessus des anciens travaux miniers, Mine Kherzet Youssef (BOUKELLOUL.M.L, 2007)	10
Figure I.6 : Modification de l'état de contrainte induite par le creusement de chambres d'après des résultats de modélisation numérique 2D en milieu continu (FLAC) (Thomas 2016)	11
Figure I.7 : Modes de rupture des piliers de mine en fonction des conditions géomécaniques dans lesquelles ils se trouvent (traduit de l'anglais au français, d'après Brady et Brown, 2004)	12
Figure I.8 : Deux piliers rompus photographiés dans des carrières de calcaire américaines par Esterhuizen et al (2011)	13
Figure I.9 : Rupture progressive du toit au-dessus d'une galerie étroite (5 m) obtenue numériquement par Gao et al. (2014)	15
Figure I.10 : Cloche d'effondrement du toit d'une chambre photographiée par Esterhuizen et al. (2011) dans des carrières de calcaire américaines	15
Figure I.11 : Schéma conceptuel d'un affaissement continu progressif	17
Figure I.12 : Schéma conceptuel d'un effondrement brutal	18
Figure I.13 : Mécanisme de rupture en cascade de piliers tels que représenté par Zipf (2001). Les flèches verticales symbolisent l'intensité de la contrainte verticale agissant sur les piliers sains à mesure que le nombre de piliers endommagés augmente	20
Figure I.14 : Schéma conceptuel du fonctionnement mécanique d'un ensemble de piliers en interaction avec leur recouvrement à différents niveaux d'endommagement. Inspiré de « l'effet domino » tel que décrit par Ma et al. (2012)	21

CHAPITRE II. COMPORTEMENT MECANIQUE DES PILIERS

Figure II.1 : Résultats typiques d'un essai de compression simple sur un échantillon de granite, d'après Martin et Chandler (1994)	24
--	----

Figure II.2 : a) Mesures de contrainte verticale dans différentes régions du Monde et ajustement d'une relation linéaire avec la profondeur (Hoek et al., 2000); b) valeurs du coefficient K mesurées sur différents continents, en fonction de la profondeur (Hoek et Brown, 1980)	27
Figure II.3 : a) Répartition théorique des contraintes verticales et horizontales dans la partie supérieure de la croûte terrestre, et b) Répartition du coefficient K en fonction de la profondeur (Sheorey, 1994)	28
Figure II.4 : Répartition des contraintes verticales élastiques entre deux creux circulaires (d'après Hoek et Brown, 1980, sur la base des résultats de Obert et Duvall, 1967)	29
Figure II.5 : Isovaleurs des contraintes horizontales et verticales à l'intérieur d'un pilier de rapport de forme l/h = 2 soumis à un état de contrainte lithostatique (d'après Jeremic, 1985)	30
Figure II.6 : Représentation de la contrainte verticale au centre d'un pilier de section carrée (3D) par superposition des contraintes verticales dans deux piliers infiniment allongés (2D) et orientés perpendiculairement l'un par rapport à l'autre	31
Figure II.7 : Comparaison de la solution de Westergaard appliquée à un pilier, à des résultats de modélisation numérique en milieu élastique homogène isotrope (Hoch et al., 1991)	32
Figure II.8 : Schéma du système considéré représentant une galerie inclinée par rapport à la contrainte verticale in situ $\sigma_{zz\infty}$	34
Figure II.9 : Effet de l'inclinaison d'une galerie par rapport aux contraintes principales in situ sur la contrainte de cisaillement maximale aux bords de la galerie...	35
Figure II.10 : Résultats numériques de calculs de contrainte de confinement à l'intérieur de piliers de différents rapports l/h et pour différentes valeurs in situ de σ_3 (modifié et traduit de l'anglais au français d'après Maybee, 2000)	36
Figure II.11 : Effet de la présence des discontinuités dans le recouvrement sur la contrainte verticale au centre d'un pilier infiniment long de 6 m de largeur par 3 m de hauteur, situé à 50 m de profondeur avec un taux de défruitement de 0,5, d'après Roberts et al. (2002)	37
Figure II.12 : Schéma de principe de la théorie de l'aire tributaire tiré de Hauquin et al. (2016)	39
Figure II.13 : Comparaison des contraintes verticales moyennes obtenues avec la méthode de Sheorey (Eqs II.17 à II.21), en considérant des conditions d'appuis encastrés, à celles obtenues par la méthode de l'aire tributaire (Eqs II.14 à II.16) pour différentes configurations géométriques et mécaniques	42
Figure II.14 : Comparaison des contraintes verticales moyennes obtenues avec la méthode de Sheorey (Eqs II.17 à II.21), en considérant des conditions d'appuis de type rotule, à celles obtenues par la méthode de l'aire tributaire (Eqs II.14 à II.16) pour différentes configurations géométriques et mécaniques	43
Figure II.15 : Schéma de principe de la théorie de la « voûte de contrainte » (PAT, Poulsen, 2010) tiré de Hauquin et al. (2016)	45

Figure II.16 : Résultat d'un essai de compression sur un pilier de charbon de 2 m de largeur par 1 m de hauteur et répartition de la contrainte axiale durant le chargement, d'après Wagner (1980).....	47
Figure II.17. Classification des piliers en fonction de leur niveau d'endommagement, traduit de l'Anglais au Français, tiré de Brady et Brown (2004), d'après Roberts et al. (1998)	48
Figure II.18. Comportement typique d'un pilier de charbon d'après Jaiswal et Shrivastva (2009). Notons que la phase dite « élastique » ne l'est pas à proprement parler puisque la courbe y est non-linéaire à proximité du pic de résistance	49
Figure II.19 : Résultats d'essais de compression réalisés par Das (1986) sur des échantillons de marbre de 5,4 cm de diamètre l et de différents rapports de forme l/h	50
Figure II.20 : Illustration du comportement des piliers typiques des mines de « roche dure » sud-africaines en fonction de leur rapport de forme l/h, d'après Ozbay et al. (1995)	53
Figure II.21 Résistance des cubes de charbon testés par Bieniawski (1968) en fonction de leurs dimensions	54
Figure II.22. Illustration des cinq types d'écaillage des piliers observés par Van der Merwe (2003b) dans les mines de charbon sud-africaines	55
Figure II.23. Illustration des trois grands types de comportement observés pour les roches en fonction de leur « qualité » géomécanique d'après Hoek (2016).	58
Figure II.24 : Vue sur les différentes phases des modèles 2D réalisés par Mortazavi et al. (2009) pour modéliser la rupture d'un pilier (gauche). Graphique de stabilité (droite) superposant l'équation de résistance obtenue à partir des résultats de modélisation à la base de données de piliers de roche dure utilisée par Lunder et Pakalnis (1997)	60
Figure II.25. a) Maillage d'un des modèles 3D de pilier réalisés par Jaiswal et Shrivastva (2009) pour modéliser des essais de compression. b) Comparaison de l'expression du module post-pic déduite des résultats numériques à celle obtenue empiriquement par Zipf (1999)	61

CHAPITRE III. DESCRIPTION DU SITE D'ETUDE

Figure III.1. Carte géologique des environs de la mine de Châabet El-Hamra (D'après Carte géologique au 1/50.000 d'Ain Azel, Sonatrach, 1977)	65
Figure III.2. Situation géographique de la mine de Châabet El-Hamra	66
Figure III.3. Log stratigraphique de gisement Châabet El- Hamra (d'après ENOF 1993)	70
Figure III.4 Carte linéaments du secteur d'étude	72
Figure III.5. Minéralisation du gisement (faisceau supérieur et inférieur)	74
Figure III.6. Coupe hydrogéologique Profil 0 – Profil 30 (D'après ENOF 2003)	75
Figure III.7. Plan et coupe des travaux d'ouvertures de la mine de Châabet el Hamra	78
Figure III.8 Méthode de traçage et dépilage	80
Figure III.9 Méthode des sous-niveaux foudroyés	81

CHAPITRE IV. MODELISATION NUMERIQUE DE LA STABILITE DES PILERS

Figure.IV.1 Certains spécimens de roches préparés au teste uniaxiale	86
Figure.IV.2 Echantillon de massif rocheux avec jauges de contraintes.....	87
Figure IV.3 Méthode de chambres et piliers, (a-technique actuelle, b-technique proposée)	89
Figure IV.4. Modèle 3D pour les deux techniques (a) T actuelle et b) T proposée)	90
Figure IV.5 Phases de calcul (Technique actuelle)	92
Figure IV.6. Phases de calcul (Technique proposée)	93
Figure IV.7 Distribution des contraintes verticales après dépilage et l'illustration des contours de l'air tributaire locale des piliers adjacents (technique actuelle)	94
Figure IV.8. Concentration de la contrainte verticale à l'intérieur du pilier coupe A A' (technique actuelle)	95
Figure IV.9. Distribution des contraintes verticales après dépilage et l'illustration des contours de l'air tributaire locale des piliers adjacents (technique proposée)	96
Figure IV.10. Concentration de contrainte verticale à l'intérieur du pilier coupe A-A' (technique proposée)	96
Figure IV.11 Déplacements verticaux et horizontaux de la technique actuelle	98
Figure IV.12 Déplacements verticaux et horizontaux de la technique proposée	99
Figure IV.13. Tassements à l'entrée du massif en fonction des phases de calcul (technique actuelle et proposée)	99
Figure IV.14. Phase de calcul de la technique de remblayage	102
Figure IV.15. Distribution des contraintes verticales après remblayage	103
Figure IV.16. Concentration de contrainte verticale à l'intérieur de la zone du remblai coupe A-A	103
Figure IV.17. Déplacements verticaux de la technique de remblayage	104

Liste des notations et abréviations

$\bar{\varepsilon}$:	Déformations élastiques
E :	Module de Young
ν :	Coefficient de Poisson
C :	Cohésion
φ :	Angle de frottement
σ_p :	Résistance du pilier
σ_c :	Résistance en compression uniaxiale
Ψ :	Angle de dilatance
γ :	Densité
ε_{kk} :	Notation indicielle de la trace du tenseur des déformations
δ_{ij} :	Symbole de Kronecker
g :	Accélération gravitaire
ρ :	Masse volumique moyenne de la roche
H :	Profondeur du pilier
h :	Hauteur du pilier
K :	Coefficient de proportionnalité
σ_h :	Contrainte horizontale
σ_v :	Contrainte verticale
σ_{vm} :	Contrainte verticale moyenne
σ_1 :	Contrainte principale majeure
σ_2 :	Contrainte principale intermédiaire
σ_3 :	Contrainte principale mineur
σ_n :	Contrainte normale
σ_{ij} :	Contrainte en coordonnées polaires (r, θ)
C _f :	Largeur de fissure
$\sigma_{s,max}$:	Contrainte de cisaillement maximale
β :	Inclinaison de la fissure
A _t :	L'aire tributaire du pilier
l :	Largeur horizontales du pilier
L :	Longueur horizontales du pilier
a :	Largeur horizontales des chambres adjacentes
b :	Longueur horizontales des chambres adjacentes.
q :	La contrainte verticale in situ
D :	Rigidité en flexion
E _t :	Module de Young moyen du recouvrement.
k _p :	Raideur verticale moyenne de tous les piliers
r :	Taux de défruitement
j _p :	Déflexion moyenne au droit de la section du pilier
F _S :	Facteur de Sécurité
E _t :	Module de Young du recouvrement (toit)
E _p :	Module de Young de la couche exploitée (piliers)
R _p :	Pic de résistance
E _{post} :	Post-pic de résistance

LISTE DES NOTATIONS ET ABRÉVIATIONS

R_{res} :	Résistance résiduelle
R_0 :	Résistance compression d'un échantillon
l_0 :	Largeur d'un échantillon
h_0 :	Hauteur d'un échantillon
k :	Coefficient de frottement interne
d_0 :	Diamètre d'un échantillon
HB :	Modèle de Hoek et Brown
MC :	Modèle de Mohr-Coulomb
C_{moy} :	Contrainte confinement moyen de piliers côtes
r_c :	Taux d'écaillage annuel
Pb :	Plomb
Zn :	Zinc
k_0 :	Contrainte initiale
FIC :	Facteur d'Intensité des Contraintes
FLAC:	Fast Lagrangian Analysis of Continua
GSI :	Geological Strength Index
LTD :	Load Transfert Distance
PAT :	Pressure Arch Theory
Plaxis :	programme d'éléments finis
RMR :	Rock Mass Rating
TAT :	Théorie de l'Aire Tributaire
ENOF :	Entreprise Nationale des produits miniers non ferreux et des substances utiles

INTRODUCTION GENERALE

Les travaux miniers et les techniques d'exploitation dans les souterrains, laissent subsister de grands espaces vides qui peuvent être à l'origine des affaissements et des effondrements en surface. En revanche, d'importantes pertes humaines, matérielles et financières peuvent être engendrées par des ruptures soudaines tels que des effondrements brutaux du recouvrement, qui sont difficiles à prévoir et engendrent d'importants dommages en surface.

Les effondrements miniers sont vraisemblablement toujours causés directement ou indirectement par des ruptures de piliers. C'est particulièrement vrai à faible profondeur où l'immobilité du recouvrement ne peut plus être assurée lorsqu'un certain nombre de piliers est effondré. Un dimensionnement sécuritaire des piliers vis-à-vis de leur stabilité est donc souhaitable. Par ailleurs, le dimensionnement des piliers représente un enjeu économique important pour les exploitants de minerai. Il s'agit de prélever le plus de minerai possible tout en assurant la sécurité et donc la stabilité de la mine à court terme et à long terme (piliers cotes et piliers abandonnées). Il est donc nécessaire d'optimiser autant que possible la taille des piliers : ils doivent être stables en ayant le plus faible volume possible. L'option la plus sécuritaire qui consisterait à former des piliers volontairement beaucoup plus volumineux que nécessaire, afin de pouvoir absolument garantir leur stabilité, n'est donc pas souvent pas économiquement fiable. C'est la raison pour laquelle des études sur le comportement mécanique des piliers de mines souterraines sont nécessaires afin, notamment, de définir les configurations optimales d'exploitation et les méthodes d'évaluation de stabilité à appliquer dans le cas des mines abandonnées.

La présente étude a pour but de comparer les résultats de deux grandes catégories de méthodes pour le dimensionnement des piliers, la méthode de charge totale (La méthode de l'air tributaire) ainsi que celle des champs de contraintes, afin de statuer sur les grandeurs des facteurs de sécurité qui doivent être appliquées pour assurer la stabilité. Pour ce, on s'est servi du logiciel PLAXIS 3D ce dernier utilise la méthode des éléments finis appuyée sur le modèle de comportement de Mohr-coulomb. Les études de modélisation sur PLAXIS 3D sont réalisées en trois dimensions.

Cette thèse comporte quatre chapitres. Suite à la présente introduction, le chapitre (I) donne un aperçu général des différentes méthodes d'exploitation des ressources souterraines, et les dommages associés à ces méthodes les plus

rencontrés en exploitation minière. Le chapitre (II) décrit les principales caractéristiques du comportement mécanique des piliers. Au chapitre (III), on présente la description géologique des différentes formations rencontrées ainsi que l'étude hydrogéologique et le mode d'exploitation du site minier de Châabet EL Hamra. Le chapitre (IV) discute les résultats obtenus des analyses et simulations effectuées pour les deux modèles établis ; soit pour le premier cas à pilier unique $5*4*4 \text{ m}^3$, et dans le second cas à pilier $5*3*3 \text{ m}^3$. Et finalement, présentent les principales conclusions déduites, ainsi que quelques recommandations proposées.

CHAPITRE I. ETUDE BIBLIOGRAPHIQUES

Introduction

Ce premier chapitre introduit le contexte de la thèse en définissant les principaux concepts relatifs à la méthode d'exploitation des ressources souterraines par chambres et piliers abandonnés. D'une part, nous présentons les principales caractéristiques différenciant cette méthode d'exploitation des autres méthodes minières, puis nous évoquons le contexte dans lequel elle est, ou a été utilisée dans le monde. D'autre part, la phénoménologie des principaux dommages associés à la méthode des chambres et piliers. Le mécanisme général par le biais duquel les dommages de fond se propagent jusqu'en surface sera également décrit sur la base des connaissances actuelles sur ce sujet.

I.1. L'exploitation minière en souterrain

I.1.1. Les principales méthodes d'exploitation

Brady et Brown (2004) définissent une méthode d'extraction des ressources minérales comme étant une séquence d'opérations de production à l'intérieur de blocs dans lesquels un gisement de minerai est identifié. Toutes les méthodes d'exploitation sont caractérisées par la nécessité de mobiliser, d'extraire et de transporter du minerai. En revanche, les techniques de mise en place des opérations de production ainsi que les moyens d'extraction sont variables et caractérisent les méthodes d'exploitation. Hamrin (2001), qui résume de manière très complète les caractéristiques de la plupart des méthodes d'exploitation des mines souterraines, met l'accent sur le fait que la notion de minerai est définie par des critères purement économiques : c'est un "dépôt minéral qui peut être exploité et engendrer des bénéfices dans des conditions économiques données". Certaines considérations économiques interviennent donc lorsqu'il s'agit de définir la méthode d'exploitation d'un gisement. Pour autant, on s'intéresse ici aux caractéristiques géométriques et géomécaniques des gisements favorisant le choix d'une méthode d'exploitation sans aborder les aspects économiques.

Les méthodes qui nécessitent d'extraire le minerai sous forme solide sont dites « Minières ». Les méthodes minières peuvent être classées suivant différents critères. On peut par exemple distinguer les mines suivant qu'elles nécessitent ou non la mise en place d'un soutènement pour assurer la stabilité des chantiers ainsi que suivant la nature de ce soutènement. Nous faisons ici le choix de regrouper les méthodes minières par rapport aux géométries des gisements qu'elles permettent d'exploiter ainsi qu'à leur influence sur les terrains de surface.

En s'inspirant de la classification de Hamrin (2001) et de la synthèse fournie par Brady et Brown (2004), on peut identifier quatre groupes de méthodes minières

présentés succinctement ci-dessous :

Le premier groupe de méthodes comprend celles qui sont utilisées pour l'exploitation de gisement fortement inclinés à subverticaux et relativement étroits (quelques mètres). Elles consistent toutes à abattre et à fragmenter à l'aide d'explosifs de grands blocs de minerai atteignant plusieurs milliers de mètres cubes. La roche est alors amenée à s'effondrer dans des points de soutirage à partir desquels le minerai est acheminé vers la surface. Les méthodes de ce groupe ont en commun la nécessité d'être en présence d'un minerai et d'une roche encaissante immédiate suffisamment résistants pour assurer temporairement la stabilité des parois des vides créés après l'abattage. Elles se distinguent toutefois par la manière d'abattre et d'exploiter le minerai. La méthode par **chambres-magasins** (*shrinkage stoping*, Fig I.1a) consiste à exploiter le gisement de bas en haut par tranches horizontales auto remblayées.

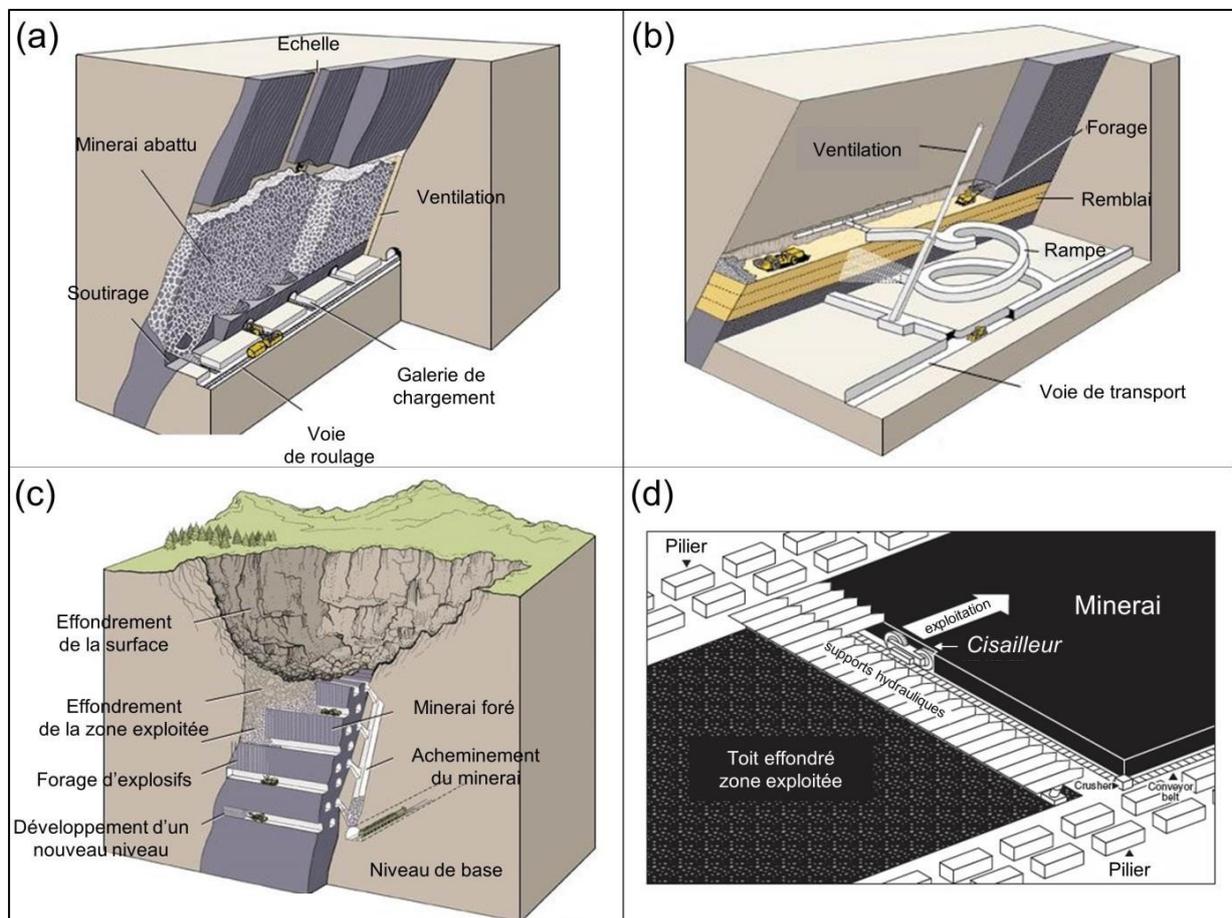


Figure I.1 : Illustration de quelques méthodes d'exploitation des mines souterraines : a) Chambre-magasin, b) Tranches montantes remblayées, c) Sous-niveaux abattus (modifié d'après Hamrin, 1980) et d) Longue taille.

L'auto remblayage est assurée par une partie du minerai abattu laissé en place afin de constituer le plancher de la volée suivante. C'est une méthode relativement ancienne qui était utile lorsque peu de machines étaient employées dans les mines.

On lui préfère aujourd'hui des méthodes plus modernes comme celle des **chambres ouvertes** (*open stoping*) qui consiste à abattre le gisement par blocs verticaux de grande ouverture forés à partir de voies d'accès latérales sur plusieurs niveaux. Des piliers horizontaux contenant du minerai sont généralement laissés en place, au moins temporairement, entre deux blocs d'exploitation afin de garantir un support global évitant l'effondrement de la roche encaissante. L'exploitation par **charges concentrées** (*vertical creater retreat mining*) s'applique dans les mêmes conditions que les deux méthodes précédentes mais elle tire profit d'un moyen d'abattage développé initialement dans les mines canadiennes, qui consiste à insérer de puissantes charges explosives dans des forages de grand diamètre effectués verticalement depuis le sommet du bloc à abattre. Comme dans la méthode « Open stoping », les tirs ne sont effectués qu'après avoir initialement découpé la base des blocs. Les vides créés après l'abattage sont parfois comblés par des remblais en pâte cimentée avant l'exploitation des blocs voisins. Cette méthode peut se substituer aux chambres ouvertes lorsque le développement des sous niveaux est délicat.

Les méthodes par **tranches montantes remblayées** (*Cut-and-fill mining*, Fig I.1b) constituent **le deuxième groupe** de cette classification. Elles consistent à exploiter les gisements de bas en haut par tranches horizontales de quelques mètres d'épaisseur abattues de front et progressivement remblayées à l'aide d'un matériau granulaire cimenté ou à l'aide de stériles constituant le plancher pour la préparation de l'abattage de l'étage supérieur. Ces méthodes peuvent s'appliquer à de nombreux types de gisements (veines, gisements tabulaires ou massifs) et présentent l'avantage d'être relativement sélectives. Elles nécessitent néanmoins que la concentration en minerai soit suffisante pour que la mise en place du remblai, son infiltration partielle dans le gisement et la dilution associée du minerai soient économiquement acceptables. Contrairement aux méthodes du premier groupe, les « tranches montantes remblayées » s'appliquent dans les massifs peu résistants car le remblai assure la stabilité de la roche encaissante mais également des terrains de surface. En plus, la stabilité des chantiers doit être absolument garantie étant donné que des mineurs s'y trouvent en permanence, ce qui engendre des besoins spécifiques en termes de surveillance.

Les méthodes « par foudroyage » reposent sur l'effondrement complet du gisement et de son recouvrement jusqu'à la surface. Cette caractéristique particulière les place dans **le troisième groupe** de notre classification. La méthode des **sous-niveaux abattus** (*sublevel caving*) consiste à abattre progressivement le gisement par le dessous à partir de forages réalisés dans des galeries horizontales

disposées à intervalles d'altitude réguliers (Fig I.1c). A chaque niveau, l'abattage est réalisé progressivement depuis le toit du gisement jusqu'au mur. A chaque étape d'abattage, le minerai est extrait de manière sélective des débris. Les déchets, du fait de leur foisonnement favorisé par les tirs successifs, servent de soutènement temporaire au recouvrement des zones qui ne sont pas encore abattues. L'exploitation se fait sur plusieurs étages simultanément bien que, chaque étage soit en avance d'une étape par rapport à l'étage immédiatement inférieur. Cette méthode est adaptée pour des gisements moyennement est fortement difficiles et raides, où la gravité facilite la récupération du minerai, mais suffisamment épais contrairement aux méthodes du premier groupe. En outre, elle nécessite que la roche foudroyée soit facilement mobilisable de sorte que le minerai soit aisément séparable des débris, ce qui nécessite une importante consommation d'explosifs. Le **foudroyage de blocs** (*bloc caving*) se distingue de toutes les autres méthodes par le fait qu'aucun explosif n'est utilisé pour fragmenter le minerai. Elle s'applique aux gisements très étendus latéralement, suffisamment épais (au moins 100 mètres) et à proximité de la surface. Les gisements sont divisés en panneaux de plusieurs milliers de mètres carrés exploités séparément. Ces derniers sont d'abord découpés à leur base, après quoi l'état de contrainte naturellement induit dans la roche doit provoquer la fracturation et l'effondrement (foudroyage) progressif du minerai. La roche fracturée doit être suffisamment mobilisable pour qu'elle s'écoule spontanément dans des cloches d'effondrement réalisées au préalable sous les panneaux. Ce type d'exploitation à grande échelle n'est possible que dans des conditions géomécaniques particulièrement favorables à la fracturation naturelle du minerai et présente l'inconvénient de ne pas être sélective. Enfin, de manière générale, les méthodes « par foudroyage » ne sont évidemment applicables que lorsqu'il n'y a pas d'enjeu en surface.

Le quatrième et dernier groupe de la classification proposée est formé des méthodes d'exploitation adaptées aux gisements très étendus latéralement, plats ou peu inclinés, et d'épaisseur limitée. La méthode des **longues tailles** (*longwall mining*) (Fig. I.1d) est utile à l'exploitation de couches relativement uniformes et d'épaisseur constante. Elle consiste à abattre progressivement le front du gisement dont les débris sont récupérés puis acheminés dans des voies d'accès latérales. Le front exploité avance progressivement dans la direction du gisement à mesure qu'il est excavé. En arrière du front d'exploitation, le toit de la mine s'affaisse ou s'effondre jusqu'à rentrer en contact avec le mur du gisement, l'objectif étant de garantir des mouvements continus et progressifs de la roche encaissante à l'échelle de la mine et de son recouvrement. Il existe deux variantes à cette méthode suivant qu'elle est utilisée en roche « dure » ou en roche « tendre » comme le charbon, puisque la continuité des mouvements de grandes ampleurs du recouvrement est

plus difficile à garantir dans les roches dures. Dans le cas du charbon, la zone mécanisée contre le front de taille est protégée de l'affaissement du toit par des supports hydrauliques mobiles qui une fois retirés permettent l'affaissement ou l'effondrement. L'arrière du front n'est généralement pas soutenu (contrairement au cas des « roches dures »). Le toit des galeries latérales dans lesquelles circulent les mineurs et convoyeurs est, quant à lui, supporté par des piliers naturels de roche ou parfois par des soutènements artificiels. Les galeries latérales peuvent également servir de séparation entre différentes zones de production (panneaux). Ce type d'exploitation permet un taux de récupération du minerai extrêmement important (la quasi-totalité du gisement peut être exploitée) mais peut engendrer des affaissements de la surface topographique en raison de la largeur de la zone exploitée. Il est donc plutôt utilisé lorsqu'il y a peu d'enjeu en surface (habitations, ouvrages etc.). Le dernier mode d'exploitation, est utilisé comme méthode d'exploitation dans la mine de Châabat El Hamra sujet de cette thèse pour l'analyse des différentes méthodes de stabilités appliquées à la mine en question, est couramment appelé **méthode des chambres et piliers** (*room-and-pillar mining*) (Fig. I.2). Cette méthode est également adaptée pour des gisements de couches stratiformes ou bien pour des gisements lenticulaires d'épaisseur limitée mais se distingue de manière significative de la méthode des « longues tailles » par certains aspects présentés dans la sous-section suivante.

I.1.2. Les spécificités de la méthode des chambres et piliers

La méthode des chambres et piliers doit, par opposition à la méthode des longues tailles, limiter fortement les déplacements du toit immédiat et/ou du recouvrement temporairement voire de manière permanente après l'extraction du minerai. Cette méthode consiste à laisser en place des volumes de minerai intacts (piliers) régulièrement espacés dans la mine entre des vides de roche exploités (chambres) afin de soutenir le poids du recouvrement (Fig. I.2). La méthode des chambres et piliers présente l'avantage d'offrir des configurations géométriques qui facilitent l'aérage des exploitations ainsi que le transport des personnes, des outillages et des minerais qui s'effectue directement à l'intérieur des chambres. Elle est très flexible dans la mesure où elle permet d'exploiter plusieurs couches superposées et pouvant être agrandies et ré-exploitées progressivement en fonction des besoins. Cependant, elle nécessite que la roche présente des caractéristiques mécaniques favorables : piliers et roche encaissante faiblement déformables et résistants et par conséquent relativement faiblement fracturés, de manière à garantir des mouvements limités de la roche aussi bien à proximité des zones d'extractions (limiter la convergence du toit et du mur) que globalement à l'échelle de la zone géographique concernée. Les dimensions des piliers requise pour assurer leur stabilité augmentent avec la profondeur des exploitations

puisqu'ils doivent supporter un volume de terrain recouvrant et donc un poids plus important. Par conséquent, le volume relatif de minerai exploité (chambres) en rapport au minerai laissé en place (piliers) diminue avec la profondeur, ce qui rend la méthode des chambres et piliers rentable uniquement pour des profondeurs d'exploitation modérées (jusqu'à 400-500m).

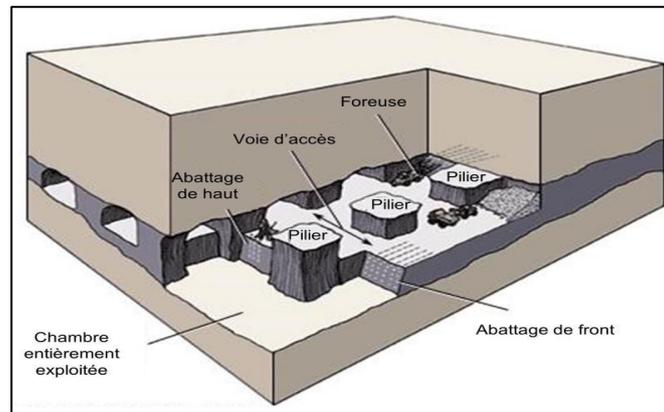


Figure I.2 : Illustration de la méthode des chambres et piliers (Modifiée d'après Hamrin, 1980).

Les piliers sont de taille variable en fonction du taux de récupération de minerai souhaité (généralement entre 50 et 75 %) mais également en fonction de certaines contraintes techniques liées à la circulation des machines et à la stabilité des mines. Ils pouvaient prendre, par le passé, des formes assez irrégulières du fait des imprécisions de traçage liées aux techniques d'exploitation manuelles de l'époque (Fig. I.3a). Les mines modernes, qui bénéficient de la mécanisation et de technologies plus avancées, sont cependant généralement organisées en éléments de forme rectangulaire ou parallélépipédique à l'intérieur d'une grille régulière (Brady et Brown, 2004), afin de simplifier les opérations d'extraction et le dimensionnement des piliers (Fig. I.3b).

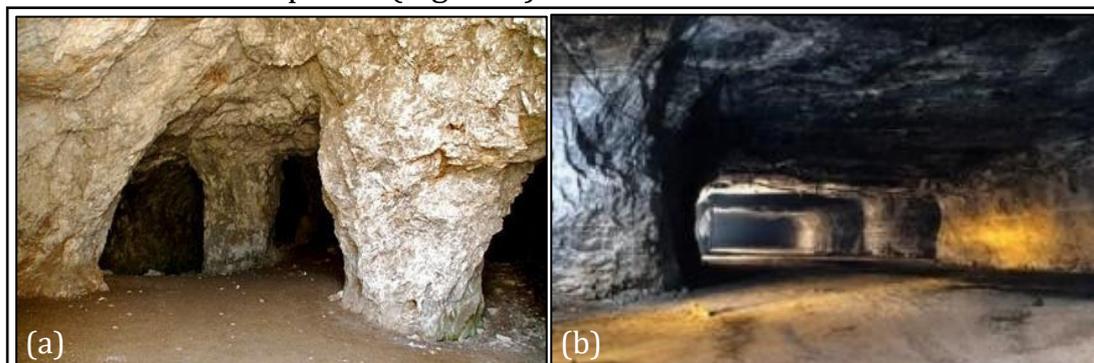


Figure I.3 : a) Photographie de piliers irréguliers d'une ancienne mine de gypse vraisemblablement exploitée au 18ème siècle en Ile de France
 b) Photographie d'une galerie de la mine de sel de Varangéville (Lorraine) actuellement en exploitation

On distingue deux principaux types de piliers : les piliers simples ou de production qui servent de support locaux à l'intérieur d'une zone exploitée et qui peuvent être ponctuels (piliers carrés, rectangulaires...) ou bien allongés (piliers côtes), et les piliers murs ou barrières longs, larges et par conséquent résistants en compression axiale, qui permettent de séparer des zones de production (panneaux) et de garantir la stabilité des mines à une échelle plus globale notamment en limitant, en cas de rupture en chaîne d'un ensemble de piliers, la propagation de la rupture à une zone restreinte (Fig. I.4). Des piliers côtes sont parfois formés pendant une première phase d'exploitation, après quoi ils peuvent être redécoupés perpendiculairement à leur longueur afin de former des piliers ponctuels. Dans les exploitations par longues galeries d'une centaines de mètres (Wang *et al.*, 2016), les piliers côtes servent de supports linéaires au recouvrement de la mine et ne sont pas nécessairement redécoupés. Les piliers de panneaux préexistants sont parfois progressivement abattus dans une deuxième phase d'exploitation afin de récupérer, dans l'idéal, la quasi-totalité du minerai présent dans le gisement. On parle alors d'opérations de dépilage ou de torpillage. Elles ne sont bien sur possibles que lorsqu'il y a peu d'enjeu en surface et qu'un affaissement du recouvrement est toléré. Lorsque les piliers sont laissés en place, la méthode est qualifiée de **méthode des chambres et piliers abandonnés**.

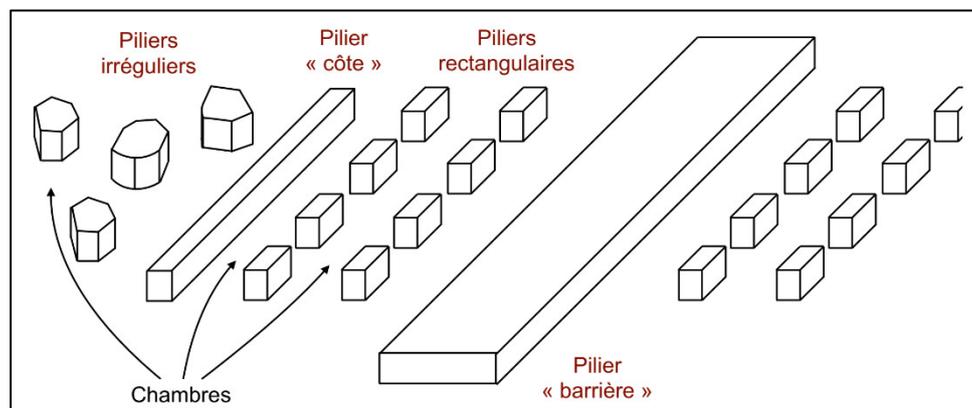


Figure I.4 : Schéma représentant les différents types de piliers pouvant constituer ou séparer des unités de production à l'intérieur d'une mine ou d'une carrière souterraine.

I.1.3. L'utilisation historique et actuelle de la méthode des chambres et piliers

Bien qu'encore couramment appliquée, il semblerait que la méthode des chambres et piliers soit l'une des moyens d'extraction de minerais les plus anciens (Ghasemi *et al.* 2014 ; Young, 1917). Cette méthode a souvent été utilisée pour l'extraction de calcaire, de Zinc et de Plomb, de dolomie, de sel et des dépôts stratifiés d'épaisseur limitée, ...etc

A l'heure actuelle et à l'échelle mondiale, ce sont les mines de charbon qui représentent vraisemblablement la plus grande source d'utilisation de la méthode

des chambres et piliers. Avec celle des longues tailles, ce sont les deux principales méthodes d'exploitation du charbon, d'après la *World Coal Association*. Le charbon contribue à hauteur de 40% à la production d'électricité dans le monde. La Chine, les Etats-Unis, l'Inde, l'Australie et l'Afrique du Sud font partie des 10 plus grands producteurs mondiaux. Ils sont donc confrontés au risque d'effondrement des mines qui peut avoir un impact économique important. C'est l'une des raisons pour lesquelles de nombreuses études sur les performances des piliers de mines sont réalisées par les chercheurs de ces pays. L'effondrement de la mine de charbon de Coalbrook (Afrique du Sud en 1960). Une rupture en chaîne rapide de 900 piliers, à environ 180 m de profondeur, provoqua un effondrement brutal du toit de la mine et causa la mort de 437 personnes (Martin et Maybee, 2000). L'effondrement de la mine de Kherzet Youssef (Algérie en 1990). La mine a connu une inondation d'une grande ampleur, qui est due à un cout d'eau causé par une éruption instantanée d'un aquifère alimenté des eaux confinées, situé à l'ouest de la faille de Kherzet-Youssef caractérisée par la présence de quartz et par une forte fissuration due à une tectonique locale, a entraîné le noyage total de la mine la mort de 19 mineurs et l'arrêt définitif de l'exploitation. Après quinze ans de fermeture de la mine, des fractures et de fissures ont été observées au-dessus des anciens travaux miniers (Fig. I.5) (BOUKELLOUL.M.L, 2007).



Figure I.5 : Observation de fractures et de fissures au-dessus des anciens travaux miniers, Mine Kherzet Youssef (BOUKELLOUL.M.L, 2007).

I.2. La phénoménologie des dommages associés à la méthode des chambres et piliers

I.2.1. Quelques généralités sur le comportement mécanique des chambres et piliers

La création de vides induit une modification de l'équilibre de la roche à proximité des zones d'extraction. Les contraintes normales perpendiculaires aux parois des excavations s'annulent et des zones décomprimées en forme de cloche apparaissent au droit des chambres dans le mur et le toit immédiats. Le poids du recouvrement étant constant, l'équilibre de la mine implique que la diminution de contrainte verticale aux endroits des chambres soit compensée par une augmentation de la contrainte verticale dans les piliers ainsi qu'aux bordures de la mine. La contrainte horizontale, quant à elle, augmente à une certaine distance à l'équilibre des chambres, en raison du fléchissement du toit et du mur immédiats. Les zones surcomprimées (par rapport à l'état de contrainte *in situ*) forment des voûtes virtuelles entre deux piliers adjacents (Fig. I.6) (Thomas 2016)

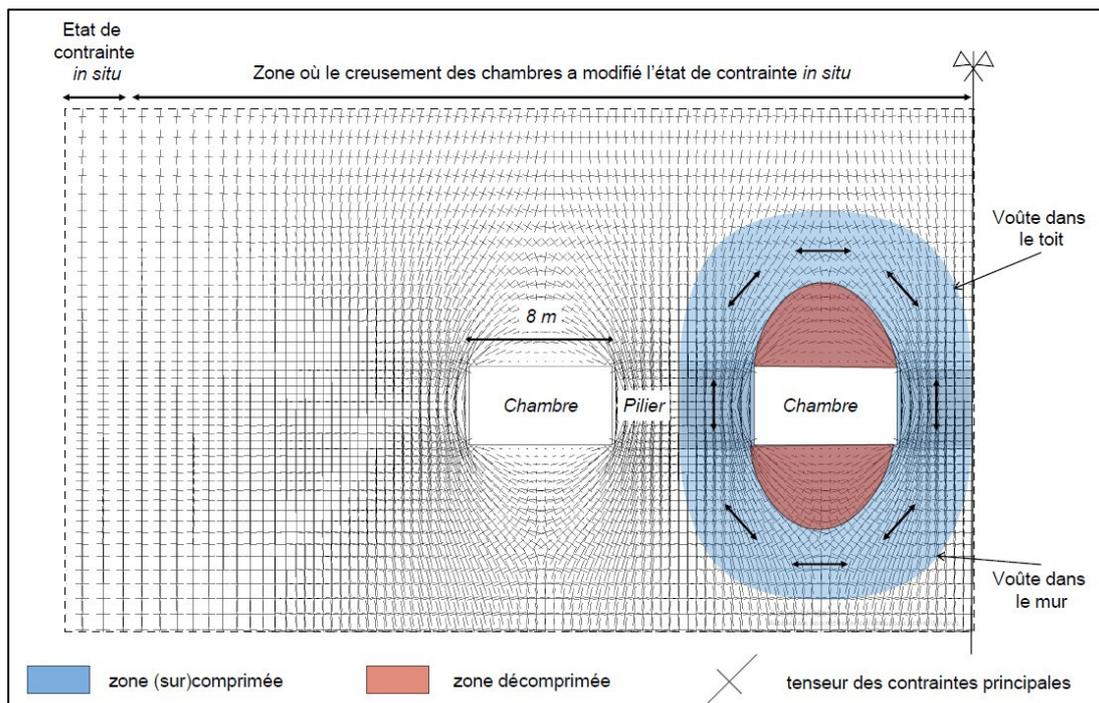


Figure I.6 : Modification de l'état de contrainte induite par le creusement de chambres d'après des résultats de modélisation numérique 2D en milieu continu (FLAC) (Thomas 2016).

Les piliers sont normalement dimensionnés de manière à ce que les voûtes soient stables, de même que la largeur des chambres est normalement prévue pour que les cloches de décompression ne se détachent pas des voûtes et restent intactes à plus ou moins long terme. Mais des dommages peuvent survenir lorsque certains

facteurs ont mal été pris en compte lors du dimensionnement.

On distingue les dommages se produisant au fond de la mine et dont l'effet est limité à un volume restreint, des dommages de grande ampleur affectant la surface.

I.2.1.1. Les dommages au fond

I.2.1.1.1. Rupture d'un pilier

Les piliers, qui servent de soutènement au recouvrement de la mine, sont particulièrement sollicités verticalement sous l'effet de la gravité. Les piliers de production ponctuels, du fait de leur forme parfois relativement élancée verticalement, sont susceptibles de se rompre.

Le comportement des piliers à la rupture peut être très variable d'une mine à l'autre mais également à l'intérieur d'une mine donnée. Il est principalement guidé par la forme des piliers, la nature de la roche ainsi que par les conditions géomécaniques locales. Sur la base des travaux de Brown (1970), Lunder et Pakalnis (1997) et Diederichs (2002) concernant les modes de déformation des piliers de mine, Brady et Brown (2004) identifient 5 principaux types de rupture (Fig. I.7).

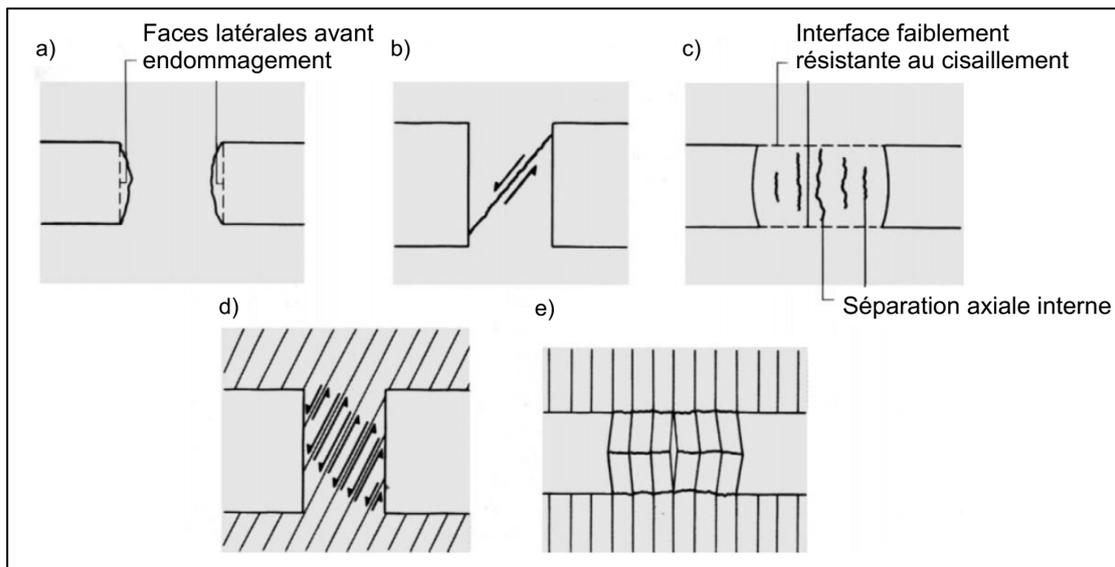


Figure I.7 : Modes de rupture des piliers de mine en fonction des conditions géomécaniques dans lesquelles ils se trouvent (traduit de l'anglais au français, d'après Brady et Brown, 2004).

Dans le cas d'un ensemble pilier/roche encaissante relativement massif ne présentant pas de discontinuité marquée, l'endommagement des piliers s'initie par la fissuration et le détachement d'écaillures latérales (Fig. I.7a). Les piliers avec un fort élancement (rapport hauteur/largeur) ont, quant à eux, tendance à se rompre suivant une bande de cisaillement inclinée et traversant (Fig. I.7b). Lorsque les piliers et la roche encaissante sont séparés par une interface (par exemple un plan de stratification) marquée avec une résistance au cisaillement suffisamment faible, une dilatation des piliers peut se produire grâce au glissement le long des

interfaces. Leur endommagement se caractérise alors par une fissuration parallèle à la hauteur des piliers (Fig. I.7c). Si les piliers sont découpés par une ou plusieurs familles de fractures, la rupture s'oriente suivant les plans de faiblesse que constituent les discontinuités (Fig. I.7d). Enfin, d'éventuels plans de schistosité ou de foliation parallèles à la hauteur des piliers peuvent favoriser un mécanisme de séparation axiale (Fig. I.7e).

Les photographies de piliers (Fig. I.8) réalisées par Esterhuizen *et al.* (2011), illustrent parfaitement les ruptures de types a) et b) (Fig. I.7).



Figure I.8 : Deux piliers rompus photographiés dans des carrières de calcaire américaines par Esterhuizen et al (2011).

L'expérience montre que les ruptures des piliers peuvent se produire à différentes échelles de temps. Maybee (2000) est conduit à identifier, sur la base de critères relatifs à la vitesse d'endommagement et indépendamment des modes de rupture, trois mécanismes :

- une rupture progressive, par le biais d'une propagation lente des fissures,
- une rupture soudaine contrôlée par les structures géologiques, lorsque le pilier est positionné de manière défavorable par rapport à des discontinuités (*slip burst*),
- une rupture soudaine par éclatement de la roche (*pillar burst*).

Alors qu'un endommagement progressif mène typiquement à une détérioration notable des piliers après plusieurs années (Ma et al., 2012), les ruptures soudaines se produisent à l'échelle de la seconde et sont très difficiles à anticiper en raison de l'absence de signes précurseurs exploitables (Zipf et Mark 1997).

I.2.1.1.2. Rupture en chaîne

La rupture d'un pilier engendre le report d'une partie du poids qu'il supportait initialement vers les piliers sains assurant ainsi la stabilité du recouvrement. Si ce report entraîne une augmentation de contrainte verticale suffisante pour provoquer l'endommagement des piliers adjacents, un phénomène de rupture en

chaîne peut se produire et entraîne l'endommagement progressif ou rapide d'un grand nombre de piliers. Ce phénomène est parfois appelé « effet domino » ou « rupture en cascade » dans la littérature (cf. Fig I.13, paragraphe 2.1.2.2)

I.2.1.1.3. Rupture du toit

L'endommagement du toit des chambres entre les piliers est également très courant. A titre d'exemple, parmi les 34 carrières souterraines américaines étudiées par Esterhuizen *et al.* (2010), 30 ont subi des dommages au niveau du toit de certaines chambres. Les auteurs distinguent deux grandes catégories de dommages : les petits éboulements de blocs de moins de 1 m de longueur affectant moins de 30% de la surface du toit et les grandes chutes de toit qui concernent typiquement toute la surface d'une chambre. Les grandes chutes de toit sont favorisées par différents facteurs : d'importantes contraintes horizontales *in situ*, de grandes discontinuités découpant le toit et formant des blocs facilement détachables par gravité, une couche faiblement résistante dans le toit immédiat et une importante stratification du toit en couches peu épaisses. Dans ce dernier cas, les discontinuités stratigraphiques constituent des plans de moindre résistance en traction et en cisaillement qui favorisent le décrochement et le glissement des bancs sous l'effet de la déflexion du toit. Ce phénomène est accentué par d'importantes contraintes horizontales *in situ* (Hoek et Brown, 1980).

Une récente étude (Gao *et al.*, 2014) propose, sur la base de modélisations numériques en éléments distincts, un schéma de rupture caractéristique du toit d'une galerie de 5 m de large (ce qui correspond à l'ordre de grandeur des largeurs de chambre dans les mines ou carrières exploitées par chambres et piliers), creusée dans une couche de charbon recouverte par une couche de shale peu épaisse et peu résistante : l'excavation de la galerie s'accompagne d'une concentration importante des contraintes de cisaillement au niveau de ses coins supérieurs où la rupture s'initie. Elle se propage alors progressivement dans le recouvrement avec un angle d'environ 30° par rapport à l'horizontale. A partir d'un certain niveau de propagation de ces fissures, des fentes de tension se développent et croissent simultanément à des fissures de cisaillement dans la partie centrale du toit. Lorsque les fentes de tension, une accélération des déplacements de la zone décomprimée se produit jusqu'à l'effondrement complet d'une partie du toit sous forme de cloche (Fig. I.9).

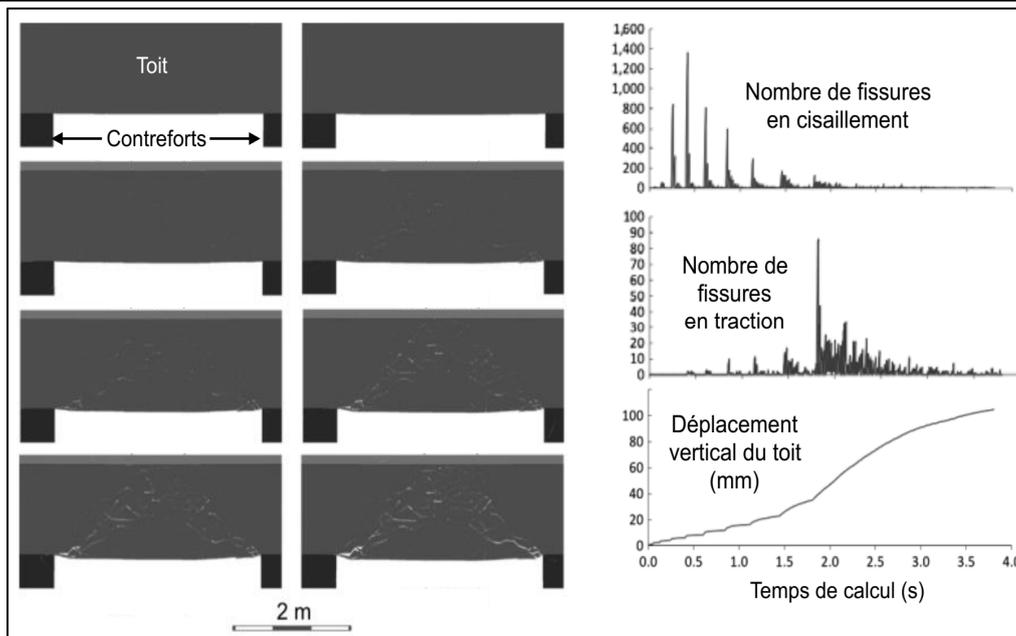


Figure I.9 : Rupture progressive du toit au-dessus d'une galerie étroite (5 m) obtenue numériquement par Gao et al. (2014).

Notons que cette forme est en adéquation avec la cicatrice photographiée par Esterhuizen *et al.* (2010) dans une mine de calcaire américaine (Fig. I.10). On peut donc supposer qu'il s'agit d'un schéma de rupture assez général.

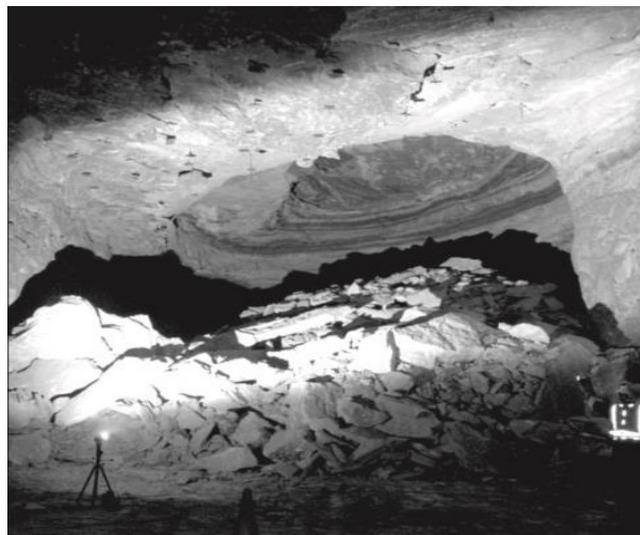


Figure I.10 : Cloche d'effondrement du toit d'une chambre photographiée par Esterhuizen et al. (2011) dans des carrières de calcaire américaines.

Dans le cas des exploitations peu profondes et lorsque le toit immédiat est surmonté d'une roche très peu résistante ou d'un sol meuble, la cloche de rupture peut évoluer progressivement vers la surface sous la forme d'un fontis pouvant, à terme, former un cylindre d'effondrement continu depuis le toit de la mine jusqu'à la surface.

I.2.1.1.4. Rupture du Mur

Les dommages s'observent le plus souvent dans les piliers et dans le toit mais il peut arriver, plus rarement, que les désordres proviennent du mur d'une exploitation lorsque sa résistance ne lui permet pas de supporter élastiquement la charge à laquelle il est soumis par l'intermédiaire des piliers. Il peut, dans ce cas, se produire un effet de poinçonnement par le biais duquel les piliers, éventuellement intacts, s'enfoncent dans le mur à mesure que celui-ci se déforme plastiquement. Ce poinçonnement s'accompagne généralement d'un soulèvement du mur de part et d'autre des piliers similairement à une fondation s'enfonçant dans un sol idéalement représenté par un milieu semi-infini (Brady et Brown, 2004).

L'effondrement du quartier de Saint-Maximilien dans la mine de sel de Varangéville (Lorraine, France) en 1873 est un exemple particulièrement marquant de désordre engendré, en partie, par une rupture du mur de l'exploitation. Le mur de l'ancien quartier, affaibli par le rejet d'eau et de saumure produits pendant l'exploitation, n'était plus capable de supporter élastiquement la charge verticale à laquelle il était soumis. Le poinçonnement du mur par les piliers a entraîné un fléchissement excessif du toit qui, en raison d'une accumulation trop importante de contraintes de cisaillement en bordure du quartier exploité, a cédé, provoquant un effondrement généralisé de la zone (Bérest *et al.*, 2008).

I.2.1.2. Les dommages en surface

Les dommages au fond et en particulier les ruptures en chaîne de piliers, peuvent éventuellement être des précurseurs de dommages de plus grande ampleur pouvant se propager jusqu'en surface. Ceci est d'autant plus probable que les mines sont peu profondes (Bell *et al.*, 2000). De manière générale, la propagation des dommages vers la surface se traduit par un affaissement du sol. Les caractéristiques des affaissements ainsi que leur impact dépendent de nombreux facteurs : le type d'exploitation, ses dimensions, son taux de défrèvement, les caractéristiques géomécaniques de la roche ou encore les conditions géomorphologiques. L'extrême hétérogénéité du milieu naturel induit une variété tout aussi importante d'évènements. Pour autant, il est couramment admis que l'on peut distinguer deux grands types de phénomènes : les affaissements continus et les affaissements discontinus (Brady et Brown, 2004 ; Cui *et al.* 2014)

I.2.1.2.1. Affaissements "continus"

Les affaissements continus se produisent typiquement au-dessus des mines exploitées par la méthode des longues tailles et parfois au-dessus d'exploitations par chambres et piliers, notamment lorsque les taux de défrèvement sont

importants ou lorsque de nombreux piliers sont endommagés. Dès lors que la largeur des exploitations est suffisante par rapport à leur profondeur, elles peuvent entraîner un déplacement significatif des terrains de recouvrement se produisant généralement de manière synchrone au creusement progressif de la mine dans le cas des exploitations par longue taille ou bien de manière différée dans le cas des exploitations par chambres et piliers abandonnés où l'affaissement s'équilibre quelques années après l'arrêt de l'exploitation (INERIS, 2006). L'étendue en surface du champ de déplacement induit, souvent de plusieurs centaines de mètres voire de plusieurs kilomètres, est toujours plus importante que l'étendue de l'exploitation en profondeur et forme ce qui est couramment appelé une "cuvette d'affaissement" (Figure I.11) L'amplitude du déplacement vertical pouvant aller du décimètre à plusieurs dizaines de mètres pour des exploitations par étages superposés est maximal au droit du centre de la mine. L'étendue du champ de déplacement induit est généralement telle que les terrains ont la capacité de les absorber sans se fracturer, d'où la dénomination "continu" de ce type d'affaissement. Suivant leur position à l'intérieur de la cuvette d'affaissement, les ouvrages éventuellement présents en surface peuvent subir des dommages. De plus, l'écoulement des eaux superficielles et souterraines peut être bouleversé. Des retenues d'eau non souhaitées peuvent se mettre en place à l'intérieur des cuvettes.

Il existe un certain nombre de méthodes de prédiction de l'évolution des affaissements pendant l'exploitation d'une mine (*Fonctions d'influence*, présentées dans Aissaoui, 1999) ou bien du déplacement vertical maximal au centre de l'affaissement (méthode *NCB*, *National Coal Board*, Royaume-Unis, 1975) qui s'avère être relativement précises (Brady et Brown, 2004). De plus, les affaissements continus étant de nature progressive, il est possible de prendre des mesures de protection suffisamment tôt pour limiter les risques en surface.

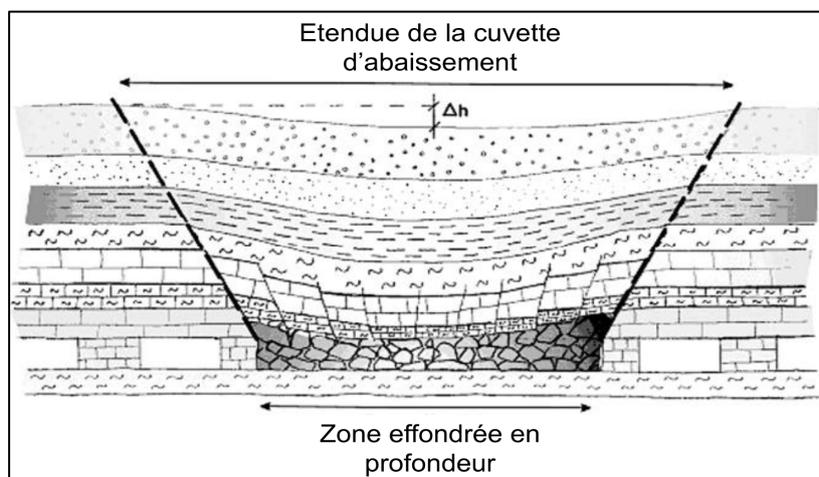


Figure I.11 : Schéma conceptuel d'un affaissement continu progressif

I.2.1.2.2. Affaissements discontinus : effondrements

Les affaissements discontinus, ou effondrements, surviennent quant à eux très rapidement et dans des conditions géomécaniques particulières (Cui *et al.* 2014). Ils se produisent typiquement au-dessus des mines en chambres et piliers (qui doivent normalement garantir des déplacements infiniment petits de la surface) lorsqu'elles se trouvent sous un massif rocheux très stratifié (incapable de subir de grands déplacements sans se fracturer), à la suite de la rupture d'un ou plusieurs piliers.

Ce type d'affaissement se caractérise par des déplacements verticaux importants à l'intérieur d'une frontière bien délimitée (Fig I.12) et détendue approximativement égale à la zone effondrée en profondeur. On y observe, en surface, des fissures et des paliers formant des "marches d'escalier" et révélant la présence de fractures cisailantes et de fentes de tensions. La circonférence de ce type d'effondrement est très souvent délimitée par des fractures de grande ouverture.

Les effondrements peuvent également causer d'importants dommages en profondeur. En particulier, la descente brutale du recouvrement entraîne un important souffle d'air dans les galeries pouvant provoquer la mort des mineurs en activité même lorsqu'ils se trouvent loin de la zone concernée (Exemple dans Wang *et al.*, 2008).

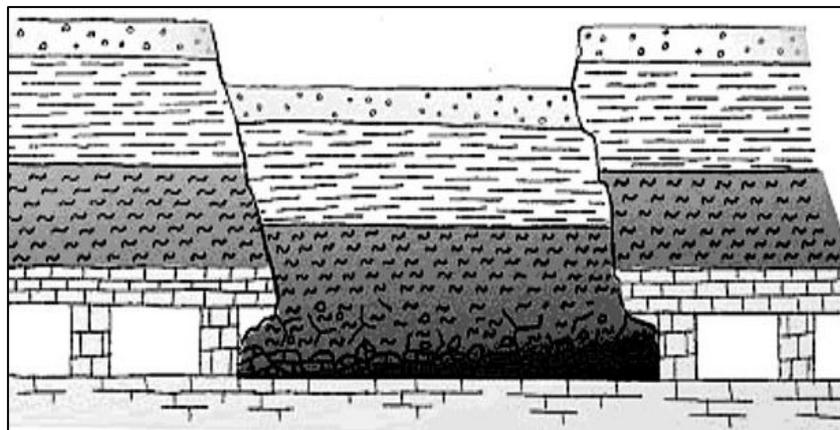


Figure I.12 : Schéma conceptuel d'un effondrement brutal

Szwedzicki (2001) montre, sur la base du retour d'expérience, qu'un certain nombre de signes précurseurs sont visibles parfois plusieurs années avant les effondrements. Ils se produisent très souvent à la suite d'un endommagement important de nombreux piliers en profondeur. Par conséquent, ils surviennent probablement après que la surface ait déjà subi un affaissement continu progressif. On sait également que les effondrements brutaux se produisent souvent lorsque les taux de défrètement sont importants et que les piliers sont relativement élancés verticalement. 21 effondrements survenus dans des mines américaines

depuis le début des années 1990, ayant eu pour cause une rupture en chaîne rapide de piliers, ont été documentés par Zipf (2001).

Cette étude montre que la plupart des effondrements se produisent lorsque les taux de défruitement dépassent 60%, les rapports (largeur/hauteur) des piliers sont inférieurs à 2 et lorsque la largeur des panneaux exploités est d'au moins 80 m. En outre, les effondrements concernent quasiment exclusivement les mines peu profondes : à titre d'exemple, les 11 effondrements brutaux ayant fait l'objet d'une rétro-analyse menée par Cui *et al.* (2014), dans le contexte des mines chinoises, se sont produits dans des mines situées entre 20 et 220m de profondeur.

Bien qu'il existe des indices précurseurs visibles aussi bien en profondeur qu'en surface et que les caractéristiques géométriques typiques des mines subissant des effondrements soient connues, il est encore extrêmement difficile de les prévoir, aussi bien du point de vue de la probabilité d'occurrence que du moment d'apparition (Bell *et al.*, 2005). La conjugaison d'une temporalité incertaine et de dommages importants en profondeur et en surface rend les effondrements brutaux particulièrement risqués. Aussi, contrairement aux affaissements continus progressifs pour lesquels un certain nombre de méthodes d'évaluation ont été développées, il n'existe pour l'instant que peu de critères bien définis permettant d'évaluer le risque d'effondrement brutal.

La compréhension phénoménologique du mécanisme d'effondrement nécessite de considérer l'évolution des voûtes de compression qui se mettent en place dans le recouvrement au moment du creusement d'une mine, tel que cela a été montré dans la Figure I.6. Les voûtes sont initialement de faible hauteur (même ordre de grandeur que la hauteur des piliers) et sont localisées au-dessus des chambres entre deux piliers adjacents ou éventuellement entre des piliers particulièrement rigides, afin de décharger d'autres piliers moins rigides, lorsque la mine est constituée de piliers aux dimensions irrégulières et quand le recouvrement est suffisamment massif.

Lorsque les piliers s'endommagent, par exemple en raison d'une rupture en chaîne (Fig. I.13), leur capacité à supporter le poids du recouvrement auquel ils sont initialement soumis s'amointrit. Pour compenser cette diminution de résistance, de nouvelles voûtes doivent se créer au-dessus des piliers endommagés afin de transmettre une partie du poids du recouvrement aux bords de la mine ou à des piliers plus résistants (comme par exemple des piliers barrières).

Il existe une distance maximale à laquelle peut être transféré le poids du recouvrement depuis les piliers endommagés (Adler, 1973 ; Bekendam, 1998). Abel (1988) a montré sur la base d'une compilation de mesures de contraintes effectuées dans des mines de plusieurs régions du monde, principalement de charbon, que cette distance maximale de transfert du chargement augmente de manière parabolique avec la profondeur : entre 0 et 1000 m, la distance de

transfert du chargement augmente avec la profondeur mais l'augmentation est d'autant plus faible que l'on se trouve en profondeur (Chapitre II. cf. paragraphe 1.4.2). Plus la mine est profonde, plus le poids que les piliers ne sont plus capables de supporter en raison de leur endommagement peut être reporté sur une grande distance ; ce qui revient à dire qu'à une distance donnée des piliers endommagés, plus la mine est profonde, plus le recouvrement est capable de reporter une proportion importante de la charge initialement supportée par les piliers. De ce fait, plus la charge que supportent les piliers diminue en raison de leur endommagement, plus la voûte de compression doit gagner en hauteur afin de pouvoir transférer une différence de poids de plus en plus importante vers les bords de la mine.

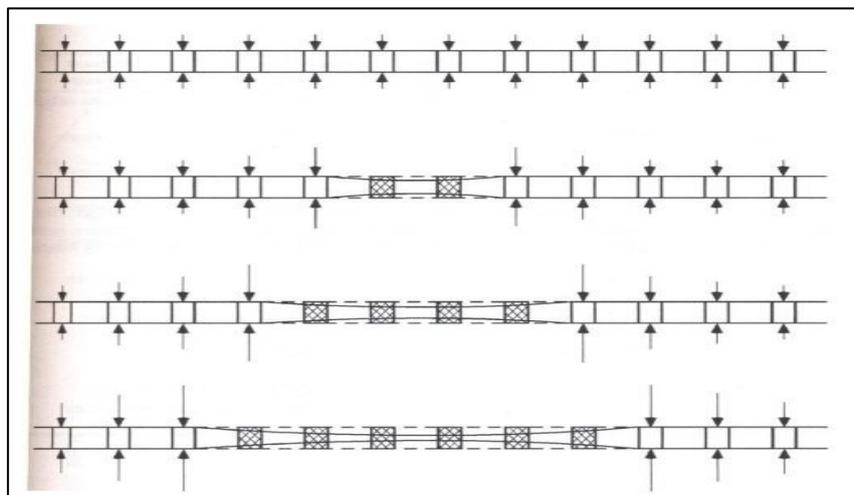


Figure I.13 : Mécanisme de rupture en cascade de piliers tels que représenté par Zipf (2001). Les flèches verticales symbolisent l'intensité de la contrainte verticale agissant sur les piliers sains à mesure que le nombre de piliers endommagés augmente.

Schématiquement, on peut imaginer que les piliers endommagés ne supportent plus que le poids de la cloche décompressée formée sous la voûte de compression. S'ils ne sont plus capables de supporter ce poids, bien que faible par rapport au poids de départ auquel ils étaient soumis, la cloche décompressée peut être amenée à s'effondrer du fait de son faible confinement (Fig. I.14, gauche). Les cloches d'effondrement ont généralement des formes paraboliques, ce qui est un argument permettant de justifier, du moins partiellement, le fait que la distance de transfert de contrainte évolue de manière parabolique avec la profondeur (Abel, 1988 ; Kenny, 1969).

L'effondrement de la cloche décompressée n'a pas d'effet sur l'intégrité du recouvrement dans sa globalité tant que la voûte de compression est stable. Mais il se peut que si les piliers (ou des bords de la mine) sur lesquels la voûte se repose (virtuellement) cèdent à leur tour, l'étendue de la voûte théoriquement nécessaire pour assurer la stabilité du recouvrement dépasse la surface topographique.

Dans ce cas, le recouvrement cède dans sa globalité et un effondrement se produit (Fig. I.14, droite). Les affaissements progressifs sont, quant à eux, caractérisés par une voûte stable.

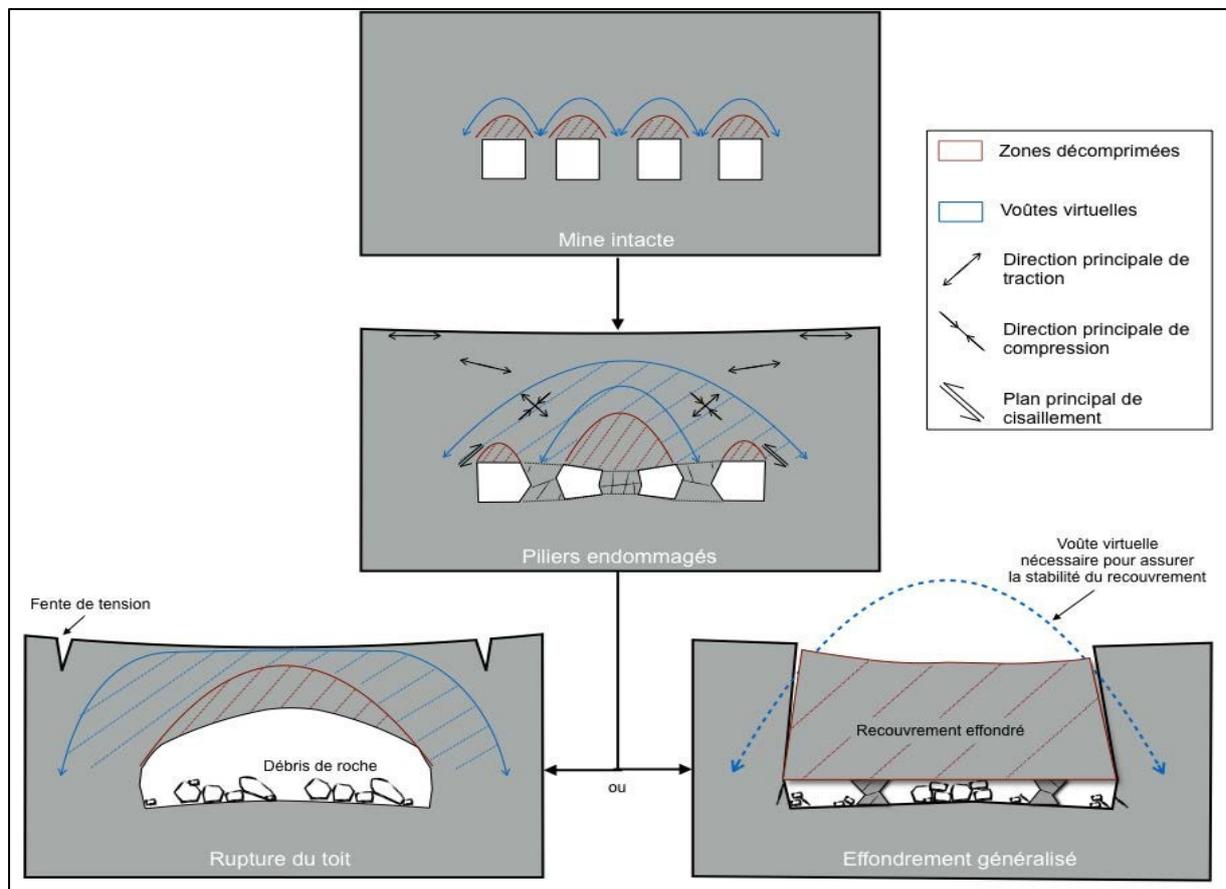


Figure I.14 : Schéma conceptuel du fonctionnement mécanique d'un ensemble de piliers en interaction avec leur recouvrement à différents niveaux d'endommagement. Inspiré de « l'effet domino » tel que décrit par Ma et al. (2012).

Conclusion

Après un descriptif détaillé autour des méthodes d'exploitations les plus célèbres et phénoménologie des dommages associés à ces méthodes les plus rencontrés en exploitation des mines souterraines, On peut en conclure que le choix de l'une de ces méthodes dépend de l'objectif à atteindre, c.à.d. un taux d'extraction maximal avec un facteur de risques mineur, en tenant compte essentiellement de la nature et la configuration géologique et minière du gisement à exploité.

Dans notre étude notre choix a été orienté vers la méthode des chambres et piliers abandonnés comme méthode utilisée pour l'exploitation de la mine Chaabet el Hamra et lui appliquer les modèles d'analyses de stabilités qui seront décrits et discutés en détails dans le chapitre suivant.

Chapitre II. COMPORTEMENT MECANIQUE DES PILIERS

Introduction

La première section de ce chapitre est consacrée à la description de l'état de contrainte des piliers. Nous présentons les méthodes qui sont ou qui ont été utilisées pour définir les principales caractéristiques de cet état de contrainte puis nous identifions une grandeur qui est couramment utilisée pour dimensionner les piliers.

Dans la deuxième section du chapitre, il est question de la résistance en compression des piliers. Nous mettons en évidence les principales caractéristiques qui ont une influence sur cette résistance ainsi que sur le comportement des piliers à la rupture. Nous identifions par la suite les principales méthodes qui permettent de modéliser cette rupture à l'aide des outils numériques modernes.

En fin de chapitre, nous traitons les aspects théoriques relatifs à la stabilité (ou à l'instabilité) de la rupture des piliers. Un critère classiquement utilisé pour évaluer la nature brutale ou progressive de la rupture potentielle des piliers sera redémontré et adapté afin de tenir compte de certains phénomènes qui n'étaient pas considérés par les approches traditionnelles.

II.1 L'état de contrainte des piliers dans le domaine élastique

Les roches ont un comportement mécanique complexe faisant intervenir de nombreux mécanismes physiques et chimiques (effet de la température, de l'eau, du temps, de l'endommagement, etc.). Il existe des lois de comportement sophistiquées pour estimer la déformation d'un volume élémentaire de roche en fonction du cheminement des contraintes auxquelles il a été soumis et de sa nature géologique. Mais pour la plupart des applications de la mécanique des roches à des problématiques de dimensionnement des mines souterraines, des modèles de comportement phénoménologiques simplifiés ne prenant en compte que les mécanismes physiques prépondérants sont utilisés. Il est souvent difficile d'appliquer ces modèles de comportement en raison du manque de connaissance sur leurs données d'entrée : les contraintes initiales (CFMR., 2000), la détermination desquelles nécessite également de faire des hypothèses quant au comportement de la roche. Dans le cas des mines souterraines, on parle plus généralement des contraintes *in situ* (en place), présentes naturellement dans la roche avant le creusement. Des contraintes *in situ* dépendent, en partie, les contraintes induites par le creusement. Cette décomposition de l'état de contrainte en une partie *in situ* et une partie induite est très courante pour les piliers de mine (Singh *et al.* 2011). L'hypothèse d'un comportement élastique linéaire de la roche est souvent faite aussi bien pour estimer les contraintes *in situ* que les contraintes induites.

II.1.1 L'élasticité

Le modèle de comportement élastique-linéaire peut être utilisé pour décrire le comportement de la roche en dessous de certaines limites de l'état de contrainte définies par un critère de rupture. L'élasticité signifie qu'il existe pour chaque état de déformation un état de contrainte unique, ce qui implique que la vitesse d'évolution de l'état de contrainte n'a pas d'influence sur l'état de déformation (et inversement), mais également que les déformations élastiques en cas d'une modification de l'état de contrainte sont réversibles. La loi de Hooke fait l'approximation d'une relation linéaire entre le tenseur des contraintes $\bar{\sigma}$ et celui des déformations élastiques $\bar{\varepsilon}$ qui se formalise, dans le cas d'une roche isotrope, telle que :

$$\sigma_{ij} = \frac{E}{1+\nu} \left(\varepsilon_{ij} + \frac{\nu}{1-2\nu} \varepsilon_{kk} \delta_{ij} \right) \quad (\text{II.1})$$

Où E est le module de Young et ν le coefficient de Poisson, ε_{kk} la notation indicielle de la trace du tenseur des déformations, δ_{ij} le symbole de Kronecker avec i et $j = 1, 2$ ou 3 .

Le comportement réel des roches pour l'ensemble des états de contrainte qu'elles subissent n'est, en réalité, ni parfaitement élastique ni parfaitement linéaire, mais le modèle élastique linéaire offre souvent une excellente approximation de la déformation de la roche induite par une variation infinitésimale de l'état de contrainte dès lors que l'on ne se trouve pas à proximité immédiate (quelques centimètres voire quelques mètres) des parois d'une excavation qui sont souvent endommagées (Jaeger *et al.*, 2007). Des mesures de convergence suggèrent effectivement qu'à grande échelle et sur le long terme (typiquement plusieurs années), les massifs rocheux se comportent de manière élastique linéaire (Ortlepp et Cook, 1964 ; Cook, 1976).

L'élasticité linéaire est l'approximation d'un comportement plus complexe observé lors de la compression d'un échantillon de roche en laboratoire. Ce comportement peut être représenté par la Figure II.1 issue des travaux de Martin et Chandler (1994) dans le cas d'échantillons de granite du Lac du Bonnet. La première portion non-linéaire de la courbe (contrainte axiale/déformation axiale) correspond à la fermeture des fissures préexistantes dans la roche. Ce stade est négligé dans les massifs rocheux *in situ* puisque la roche se situe déjà, du moins en profondeur, dans un état comprimé.

Une fois les fissures initialement présentes refermées, la roche se déforme proportionnellement à la contrainte appliquée et de manière réversible, ce qui correspond à la portion élastique de son comportement.

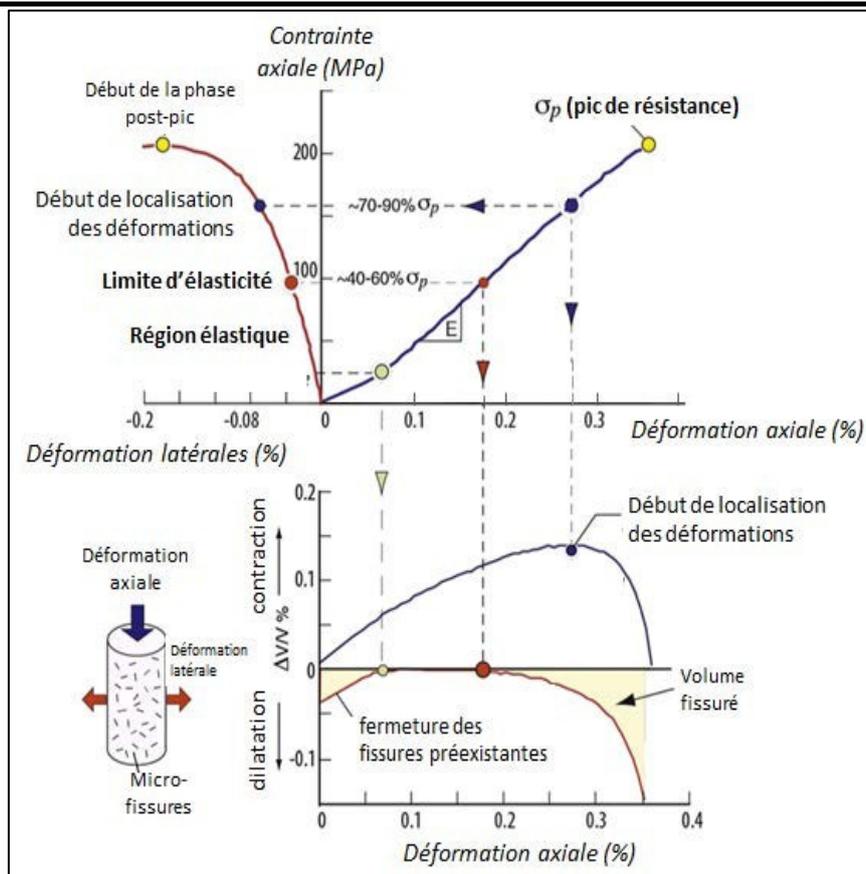


Figure II.1 : Résultats typiques d'un essai de compression simple sur un échantillon de granite, d'après Martin et Chandler (1994).

À la suite des déformations purement élastiques, des fissures s'ouvrent dans la direction du chargement ce qui se traduit par un changement faiblement marqué de la pente de la courbe de chargement. Les déformations irréversibles débutent, marquant la limite d'élasticité de la roche. Des fissures continuent alors à apparaître à mesure que le chargement augmente et que la roche se contracte (diminution du volume). A partir d'un certain niveau de propagation des fissures, la roche commence à se dilater. La contrainte à laquelle la dilatation commence est parfois considérée comme la résistance à long terme de la roche. La dilatation se traduit par une diminution progressive de la pente de la courbe de chargement qui va finalement s'annuler puis devenir négative. Le point de changement de signe de la pente est appelé pic de résistance, il s'agit de la contrainte maximale de compression supportable par la roche. On parle parfois de résistance à court terme pour désigner ce niveau de contrainte.

Lors de modélisations numériques, couramment utilisées pour étudier le comportement d'ouvrages miniers et notamment des piliers, l'ensemble de cette courbe de chargement est souvent considéré, dans le domaine pré-pic, comme linéaire à l'échelle des éléments de maillage constitutifs des modèles. La limite d'élasticité du matériau est donc souvent confondue avec le pic de résistance. Ceci

n'empêche toutefois pas d'obtenir un comportement non linéaire dans la phase pré-pic à l'échelle globale des modèles réalisés.

On montre par la suite comment le modèle élastique linéaire a été utilisé dans la littérature pour définir, d'une part, les contraintes *in situ* et d'autre part les contraintes induites dans les piliers de mine.

II.1.2 Les contraintes *in situ*

L'état de contrainte *in situ* est caractéristique de chaque site. Il dépend notamment de la profondeur, de la densité de la roche, de ses caractéristiques mécaniques, de la gravité, de la proximité à des structures géologiques, de la température, de la topographie et de la présence éventuelle de contraintes d'origine tectonique (Sheorey, 1994). En raison du nombre important de facteurs influents, il est impossible d'établir un modèle théorique général représentant précisément la répartition des contraintes *in situ*. La difficulté réside dans le fait que les contraintes doivent être décrites en intensité et en orientation (CFMR, 2000).

Dans le cas général, il est difficile d'établir des hypothèses quant à l'orientation des contraintes principales *in situ* en raison du manque de connaissance sur la structure du sous-sol. On peut néanmoins supposer que, sous une surface topographique plane et à l'intérieur de couches géologiques tabulaires, la direction verticale soit une composante principale du tenseur des contraintes puisque la présence d'une surface libre (topographique) impose qu'il n'y ait aucune contrainte de cisaillement le long de cette surface. En tenant compte de cette condition et de l'effet de la gravité, l'application la plus élémentaire du principe fondamental de la statique suggère qu'à l'équilibre, le poids d'une colonne de terrain de hauteur H soit égal à la réaction opposée des terrains sous-jacents. L'intensité de la contrainte verticale σ_v correspondante à une certaine profondeur est donc égale au poids de la colonne de roche surplombante par unité de surface :

$$\sigma_v = \rho g H \quad (\text{II.2})$$

Avec g l'accélération gravitaire, ρ la masse volumique moyenne de la roche et H la profondeur.

Hoek et al. (2000) ont appliqué ce modèle variant linéairement avec la profondeur, en fixant un poids volumique moyen $\rho g = 27 \text{ kN/m}^3$, et l'ont comparé à un ensemble de mesures de contraintes verticales effectuées dans différentes régions du monde et compilées par Brown et Hoek en 1978 (Fig. II.2). Les résultats montrent que la tendance globale est effectivement linéairement dépendante de la profondeur. En revanche, il existe une forte dispersion des mesures autour de la droite théorique. En particulier, on remarque qu'à faible profondeur, la contrainte verticale mesurée est (dans les cas reportés par Brown et Hoek) souvent inférieure

au poids des terrains par unité de surface.

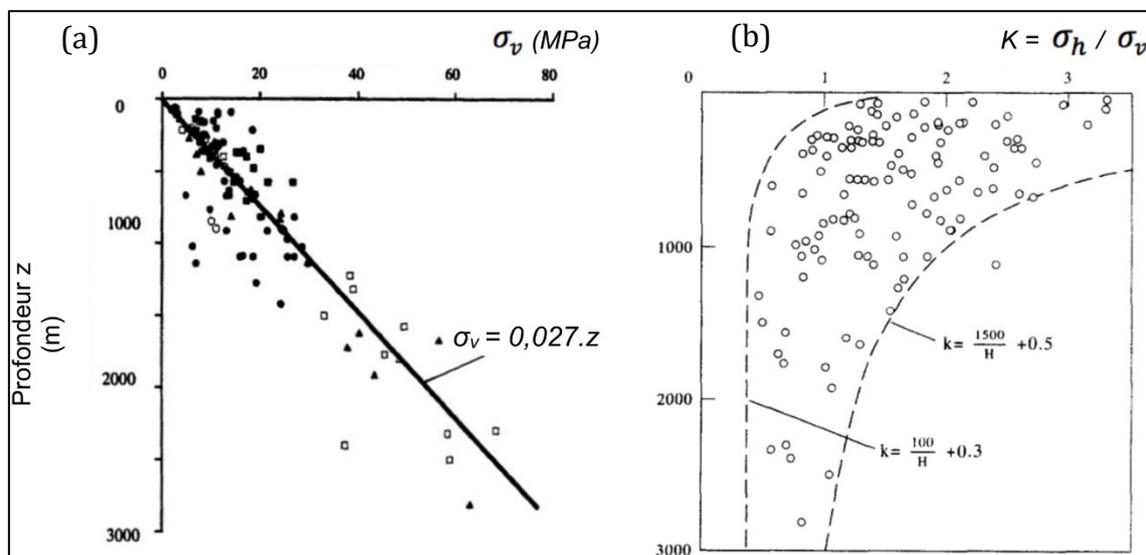


Figure II.2 : a) Mesures de contrainte verticale dans différentes régions du Monde et ajustement d'une relation linéaire avec la profondeur (Hoek et al., 2000); b) valeurs du coefficient K mesurées sur différents continents, en fonction de la profondeur (Hoek et Brown, 1980).

Jaeger et al. (2007) expliquent cela par le fait qu'une partie du poids des terrains peut être supportée par des contraintes de cisaillement le long d'éventuelles discontinuités structurales, ce qui aurait pour effet de réduire la contrainte verticale *in situ*. Cette différence peut également être due à la topographie des lieux de mesure et à la précision des instruments utilisés (Hoek, 2016). Malgré le fait que ce modèle théorique ne soit pas toujours valide, et à défaut de disposer d'un modèle plus fiable, celui-ci est quasiment toujours utilisé.

Si l'on admet que la direction verticale est une direction principale du tenseur des contraintes, les deux autres directions principales sont nécessairement deux directions horizontales orthogonales. Cependant, l'intensité des contraintes horizontales est bien plus difficile à estimer que celle de la contrainte verticale (Hoek, 2016). On peut simplifier le problème en faisant l'hypothèse que les contraintes horizontales sont identiques dans toutes les directions. Elles sont généralement exprimées comme une proportion K (pouvant être supérieure ou inférieure à 1) de la contrainte verticale, telle que :

$$\sigma_h = K \cdot \sigma_v \tag{II.3}$$

L'expression théorique la plus ancienne du coefficient K , qui est de moins en moins utilisée, fut proposée par Terzaghi et Richart (1952). Les auteurs assimilèrent les roches à des solides élastiques linéaires se déposant progressivement aux cours des temps géologiques en couches immédiatement contraintes verticalement sans déformation horizontale.

Cet état hypothétiquement confiné conduit la roche à développer des contraintes horizontales dont on montre, par l'application de la loi de Hooke (Eq II.1), qu'elles sont proportionnelles aux contraintes verticales. Le coefficient de proportionnalité K s'exprime alors en fonction du coefficient de Poisson de la roche ν tel que :

$$K = \frac{\nu}{1-\nu} \quad (\text{II.4})$$

Cet « effet de Poisson » conduit à un état de contrainte dit « litho statique ». Comme la valeur de ν ne peut pas physiquement excéder 0,5 (cas d'un liquide), les contraintes horizontales calculées à partir de l'Equation (II.4) ne peuvent pas être supérieures aux contraintes verticales ($K \leq 1$). Ceci est généralement vrai dans les sols, mais comme le montre une série de mesures *in situ* compilées par Hoek et Brown (1980), K est très variable dans les massifs rocheux et peut atteindre des valeurs proches de 3,5 à faible profondeur. K a tendance à diminuer très rapidement avec la profondeur jusqu'à -500 m puis de manière beaucoup moins marquée ensuite. Cette dépendance à la profondeur n'est pas prise en compte par l'Equation (II.4).

Sheorey (1994) proposa, sur la base des travaux de McCutchen (1982), un modèle théorique de la répartition des contraintes à l'intérieur de la Terre, et notamment dans la partie supérieure de la croûte terrestre, permettant d'obtenir des valeurs de K ajustées aux données de la figure II.2. Il s'agit d'un modèle thermo-élasto-statique dans lequel la terre est représentée par une superposition de tranches circulaires, avec un certain rayon de courbure, à l'intérieur desquelles sont introduits des gradients de température, de coefficient de dilatation thermique, des coefficients d'élasticité et de la densité avec la profondeur. Sheorey en arrive à des expressions théoriques des contraintes horizontales et verticales qui lui permettent de montrer que ces deux grandeurs augmentent linéairement avec la profondeur dans la partie supérieure de la croûte (Fig. II.3). L'expression correspondante du coefficient K est assez complexe mais peut s'approcher par l'Equation (II.5) :

$$K = 0,25 + 7E \left(0,001 + \frac{1}{H} \right) \quad (\text{II.5})$$

où

E est le module d'Young de la roche et H la profondeur.

Comme le montre Hoek (2016), l'application de l'Equation (II.5) avec différentes valeurs de E variant entre 10 et 100 GPa (ordre de grandeur classique pour les roches) permet de couvrir, avec des courbes de forme similaire à celle des enveloppes des points de la Figure II.2, les différentes valeurs de K issues de mesures *in situ* :

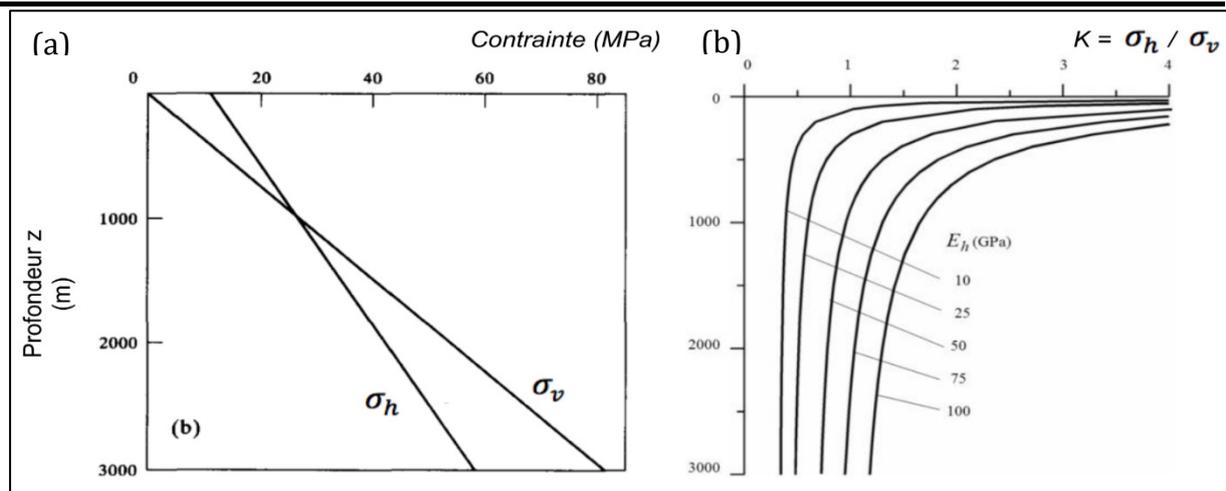


Figure II.3 : a) Répartition théorique des contraintes verticales et horizontales dans la partie supérieure de la croûte terrestre, et b) Répartition du coefficient K en fonction de la profondeur (Sheorey, 1994).

Le modèle théorique de Sheorey, dont le détail n'est pas présenté ici, suggère que l'augmentation de K en se rapprochant de la surface est principalement due à l'effet de la courbure de la surface de la Terre qui favorise d'importantes contraintes horizontales à proximité de la surface. Il ajoute également que l'augmentation de la température est responsable d'une diminution des contraintes horizontales et donc de K avec la profondeur.

L'utilisation du modèle de Sheorey pour estimer les contraintes *in situ* peut être utile lors de l'étude d'ouvrages souterrains en milieu rocheux en l'absence de mesures *in situ* plus précises, cependant deux phénomènes parfois observés sont négligés par ce modèle : des contraintes verticales inférieures au poids des terrains par unité de surface et des contraintes horizontales différentes suivant la direction dans laquelle elles sont mesurées. De plus, les conditions tectoniques locales, qui peuvent avoir une influence importante sur les contraintes horizontales, n'interviennent pas dans le modèle ; c'est pourquoi, comme suggéré par Hoek (2016), des campagnes de mesure sont à envisager lorsque l'on souhaite détenir des valeurs fiables de contraintes *in situ*.

II.1.3 Les contraintes induites dans les piliers

La création de vide à l'intérieur d'un massif rocheux entraîne une modification et une rotation de l'état de contrainte *in situ* dépendant à la fois de l'intensité et de l'orientation des contraintes *in situ* et de la forme de l'excavation (Thomas 2016). Elles dépendent également de la structure de la roche (discontinuités) et de son comportement mécanique dont on considère la plupart du temps qu'il est élastique linéaire tant qu'un certain seuil de l'état de contrainte (limite d'élasticité) n'a pas été franchi. Cette hypothèse est couramment faite pour avoir une idée de la contrainte théoriquement présente dans les piliers avant qu'ils ne s'endommagent.

II.1.3.1 Approche expérimentale

Avant le développement des méthodes de calcul numériques, l'étude de la répartition des contraintes à l'intérieur des piliers pouvait se faire à l'aide de modélisations photo-élastiques sur des plaques optiques contenant des singularités de dimensions variables.

Obert et Duvall (1967) ont réalisé une série de tests sur des plaques photo-élastiques percées de creux circulaires régulièrement espacés (Fig. II.4) dans le but d'étudier les contraintes verticales agissant dans les piliers situés entre ces creux. Le chargement appliqué (que l'on peut assimiler à l'état de contrainte *in situ*) q est purement vertical et les déformations sont permises dans les deux directions horizontales, ce qui correspond à des conditions de contraintes planes. Les piliers réels devraient être considérés comme 3D, dans le cas général, ou parfois 2D en conditions de déformations planes, lorsque leur longueur est beaucoup plus grande que leur largeur. Cependant, en conditions élastiques, isotropes et homogènes, les états de contrainte dans le plan d'étude sont très proches que l'on se trouve en conditions de déformations ou bien de contraintes planes (Brady et Brown, 2004). Les résultats d'Obert et Duvall sont donc quantitativement exploitables.

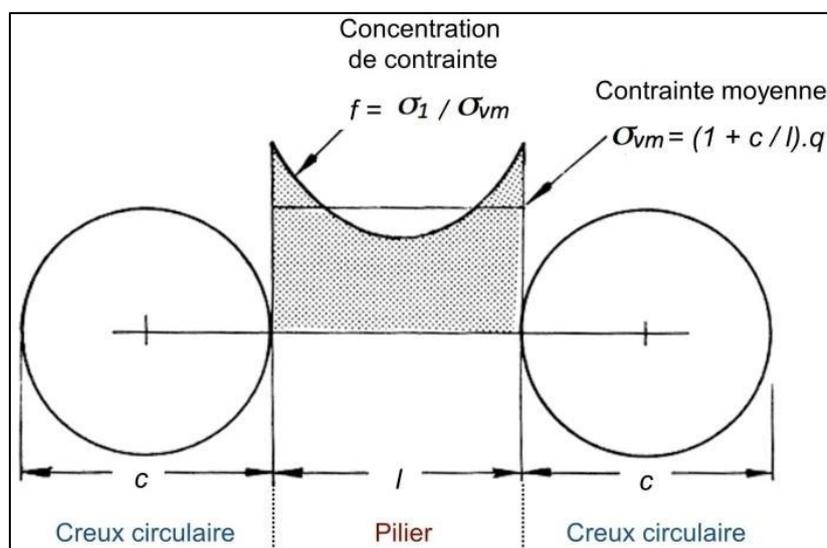


Figure II.4 : Répartition des contraintes verticales élastiques entre deux creux circulaires (d'après Hoek et Brown, 1980, sur la base des résultats d'Obert et Duvall, 1967).

Obert et Duvall (1967) ont fait varier le rapport diamètre des creux/largeur des piliers (c/l) et ont observé l'évolution de deux grandeurs caractéristiques mesurées le long de la section centrale horizontale des piliers : la contrainte verticale moyenne σ_{vm} et le facteur de concentration de contrainte maximal f qui correspond au rapport entre la contrainte principale majeure σ_1 aux bords du pilier, qui s'avère être verticale le long de sa section centrale, et la contrainte verticale moyenne (Fig. II.4). Les auteurs mettent en évidence que, pour un

chargement donné de la plaque, σ_{vm} dépend du rapport entre la largeur des piliers et le diamètre des chambres qui l'entourent alors que la concentration de contrainte aux bords dépend de l'espacement entre le centre des chambres. Plus le pilier est étroit (toutes choses étant égales par ailleurs), moins f est importante au niveau des bords, mais plus σ_{vm} est élevée.

Jeremic (1985) a procédé au même type de test sur des plaques optiques cette fois-ci soumises à un chargement bi axial (vertical et horizontal) et contenant des piliers rectangulaires s'apparentant plus à des piliers réels que ceux étudiés par Obert et Duvall. L'auteur insiste sur les points suivants :

- Dans le cas d'un chargement vertical des plaques, les contraintes verticales sont plus importantes que les contraintes horizontales dans les piliers (plus de deux fois plus importantes dans le cas d'un pilier deux fois plus large que haut).
- Les contraintes verticales maximales se concentrent aux angles des piliers alors que les contraintes horizontales maximales se concentrent plutôt à l'interface pilier/pente.
- La concentration de contrainte verticale aux coins des piliers augmente lorsque le rayon de courbure des angles diminue. Pour un rayon infiniment petit (rectangle parfait) la concentration de contrainte est théoriquement illimitée (en conditions élastiques).

Les résultats obtenus par Jeremic dans le cas d'un pilier deux fois plus large que haut sont représentés dans la Figure II.5.

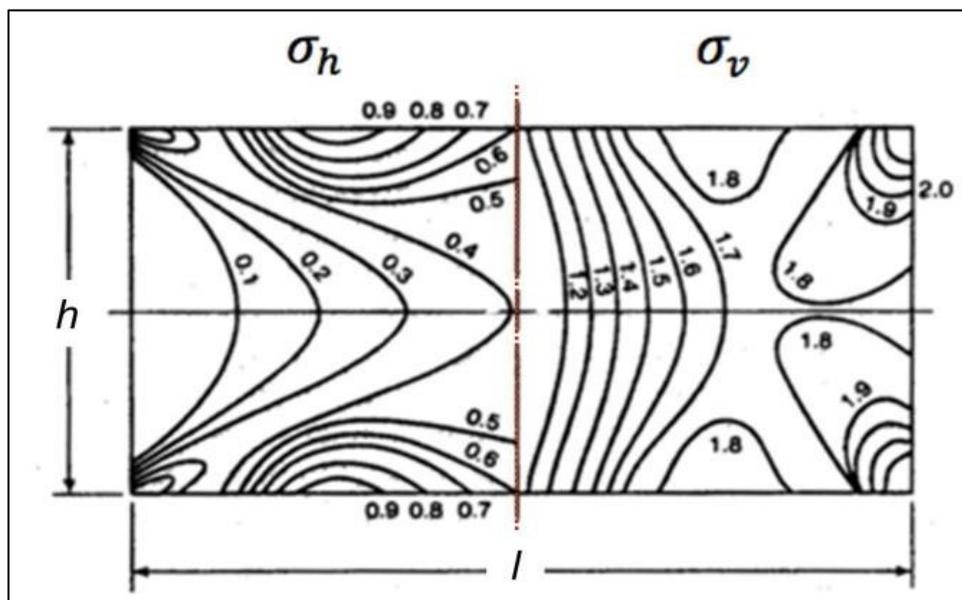


Figure II.5 : Isovaleur des contraintes horizontales et verticales à l'intérieur d'un pilier de rapport de forme $l/h = 2$ soumis à un état de contrainte lithostatique (d'après Jeremic, 1985).

II.1.3.2 Passage de 2 à 3 dimensions

Les résultats présentés jusqu'à maintenant se limitent à des piliers présentés en 2D. L'état de contrainte d'un pilier en 3D est naturellement plus complexe. Néanmoins, Hoek et Brown (1980) suggèrent que dans le cas idéal d'un ensemble de piliers 3D parfaitement alignés les uns avec les autres, uniformes et élastiques, l'application du principe de superposition permet d'obtenir leur état de contrainte en sommant celui de deux piliers infiniment longs (2D), orientés perpendiculairement l'un à l'autre et soumis à un même état de contrainte *in situ*. Ceci conduit à une répartition des contraintes verticales semblables à celle présentées dans la Figure II.6 dans le cas d'un pilier carré. Cette approche met en évidence que la contrainte verticale est plus importante dans un pilier carré (ou rectangulaire) que dans un pilier infiniment long de même largeur. Ceci est aussi bien valable en termes de contrainte moyenne qu'en termes de concentration de contraintes dans les angles.

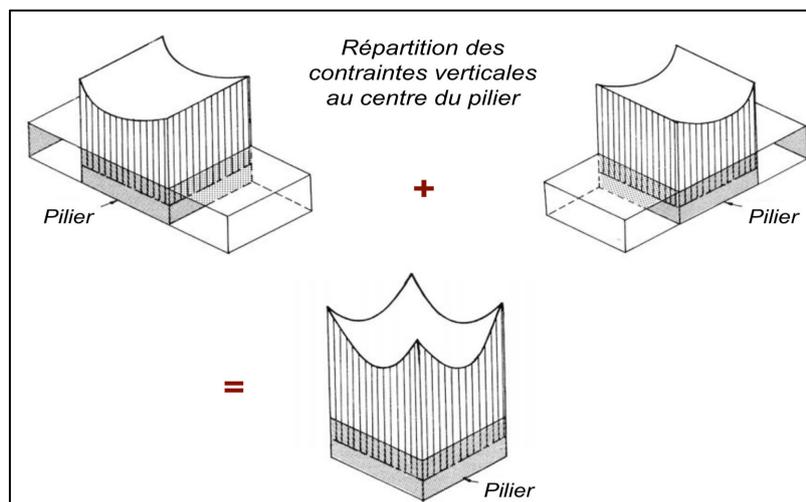


Figure II.6 : Représentation de la contrainte verticale au centre d'un pilier de section carrée (3D) par superposition des contraintes verticales dans deux piliers infiniment allongés (2D) et orientés perpendiculairement l'un par rapport à l'autre.

II.1.3.3 Approches analytiques

La répartition élastique des contraintes à l'intérieur d'un pilier de section verticale rectangulaire ou carrée (comme c'est souvent le cas) est un problème complexe pour lequel il n'existe pas de solution mathématique en raison des singularités géométriques que représentent les angles des piliers. On peut cependant approcher cette répartition en considérant des excavations de géométries relativement proche du rectangle et pour lesquelles une solution théorique existe. La méthode permettant de résoudre ce type de problème en élasticité linéaire est celle des variables complexes, initialement développée par Kolosov (1909) et dont les applications utiles à la mécanique des roches sont détaillées par Jaeger et al., (2007).

Westergaard (1939) a utilisé la méthode des variables complexes pour formaliser l'expression du champ de contrainte agissant à la pointe d'une fissure. Considérant une fissure de largeur $2c$ contenue dans une plaque mince (conditions de contraintes planes) soumise à une contrainte uniaxiale σ_∞ normale au grand axe de la fissure, Westergaard exprime la contrainte normale au plan de la fissure σ_n en fonction de la distance x à son centre :

$$\sigma_n = \frac{x\sigma_\infty}{\sqrt{x^2 - c^2}} \tag{II.6}$$

Cette solution est valable pour $x > c$ (hors de la fissure). Elle admet une solution asymptotique infinie en pointe de fissure (lorsque x tend vers c) et $\sigma_n = \sigma_\infty$ lorsque x tend vers l'infini.

Hoch *et al.* (1991) ont montré par comparaison à des résultats de modélisation numérique par la méthode des différences finies, que la solution de Westergaard était de la même forme (et d'intensité proche) que la distribution de contrainte verticale aux bords d'une galerie horizontale infinie de section rectangulaire. Pour obtenir la distribution de contrainte verticale au centre d'un pilier, les auteurs proposent de sommer deux Equations (II.6) relatives à l'influence cumulée des deux galeries adjacentes au pilier considéré (résultats dans la Figure II.7).

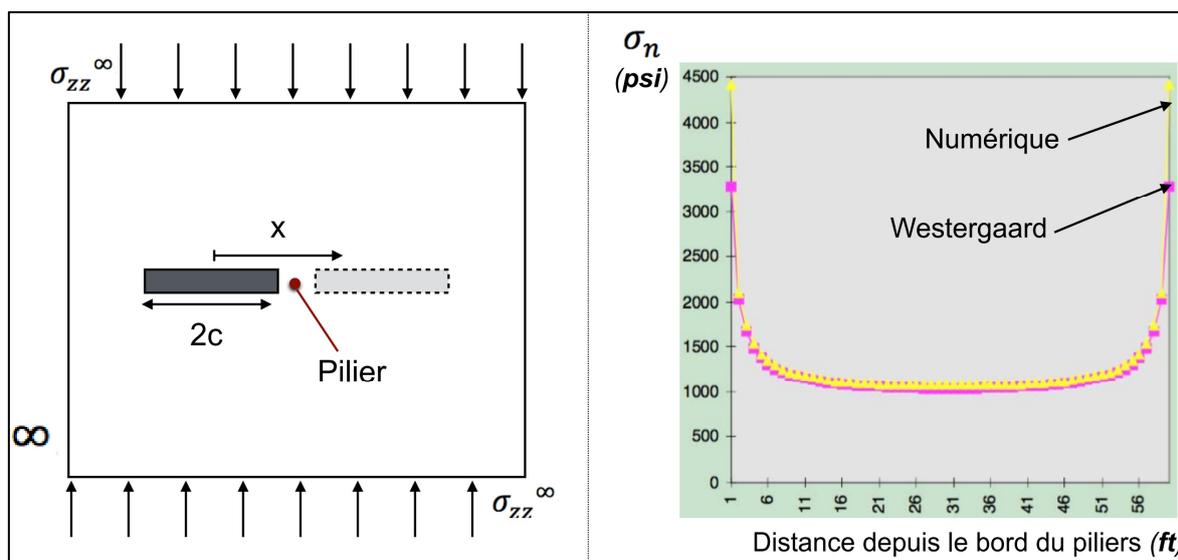


Figure II.7 : Comparaison de la solution de Westergaard appliquée à un pilier, à des résultats de modélisation numérique en milieu élastique homogène isotrope (Hoch et al., 1991).

Les résultats numériques et théoriques sont globalement assez proches si l'on considère la totalité de la section du pilier, mais on remarque que la contrainte à proximité des bords des piliers est tout de même significativement différente d'une méthode à l'autre, ce qui est probablement dû à l'effet du maillage introduit dans le modèle numérique. Par ailleurs, la sommation de deux Equations (II.6) n'est

valable que lorsque les piliers sont suffisamment larges par rapport aux galeries adjacentes de sorte qu'elles ne soient pas dans la zone d'influence l'une de l'autre. La largeur de cette zone est, d'après les auteurs, d'environ $4c$ soit 2 fois la largeur d'une galerie. Dans le cas contraire, il est difficile d'établir une solution théorique fiable de la contrainte verticale à la surface d'un pilier.

La mécanique de la rupture utilise le concept de Facteur d'Intensité des Contraintes *FIC* (*Facteur d'intensité des contraintes*) initialement introduit par Irwin (1957) afin de quantifier la concentration des contraintes à l'extrémité d'une fissure pointue dans différentes conditions de chargement.

D'après Irwin, l'expression générale du tenseur des contraintes σ_{ij} en coordonnées polaires (r, θ) centrées sur la pointe d'une fissure s'exprime en fonction du *FIC*, noté K_m , telle que :

$$\sigma_{ij} = \frac{K_m}{\sqrt{2\pi r}} \cdot f_{ij}^m(\theta) + \text{termes négligeables} \quad (\text{II.7})$$

Il s'agit d'une simplification de la solution de Westergaard valable uniquement à proximité immédiate de la fissure, jusqu'à une distance d'environ $c/10$. Au-delà, l'Equation (II.7) sous-estime significativement les contraintes puisqu'elle tend vers 0 lorsque r tend vers l'infini. C'est également une généralisation de la solution de Westergaard car elle permet de considérer plusieurs inclinaisons de fissures.

Dans cette expression, les fonctions f_{ij}^m sont universelles car elles ne dépendent ni de la géométrie, ni des propriétés mécaniques du milieu (CFMR, 2000). K_m , quant à lui dépend du mode de sollicitation de la fissure et des conditions de chargement du milieu le contenant. On parle du mode I (K_I) lorsque la fissure est sollicitée en traction ou en compression (perpendiculairement à son axe principal), du mode II (K_{II}) lorsqu'elle est sollicitée en cisaillement dans le plan d'étude (2D) et du mode III (K_{III}) lorsqu'elle est sollicitée en cisaillement hors du plan. Lorsque la fissure est sollicitée suivant plusieurs modes, le principe de superposition s'applique et on peut sommer l'influence respective de chacun des modes.

Ce concept offre une base théorique permettant d'étudier l'effet de l'inclinaison d'une fissure contenue dans une plaque par rapport au chargement appliqué aux limites de cette plaque, ou si on procède à la même analogie que Hoch *et al.* (1991), celui de l'inclinaison d'une excavation dans un massif rocheux soumis à un certain état de contrainte *in situ*.

Considérons une fissure (ou une excavation) située suffisamment loin des limites d'un milieu 2D soumis à un état de contrainte lointain uniaxiale $\sigma_{zz\infty}$ (conditions de Westergaard) et inclinée de β par rapport à la direction d'application de la contrainte (Fig. II.8).

Les bords de la fissure (ou de l'excavation), en raison de son inclinaison, sont sollicités à la fois suivant les modes I et II. Les expressions des facteurs K_I et K_{II} correspondants sont données par Tada *et al.* (2000)

$$K_I = (\sin\beta)^2 \sigma_{zz}^\infty \sqrt{\pi c} \quad (II.8)$$

$$K_{II} = (\sin\beta \cos\beta) \sigma_{zz}^\infty \sqrt{\pi c} \quad (II.9)$$

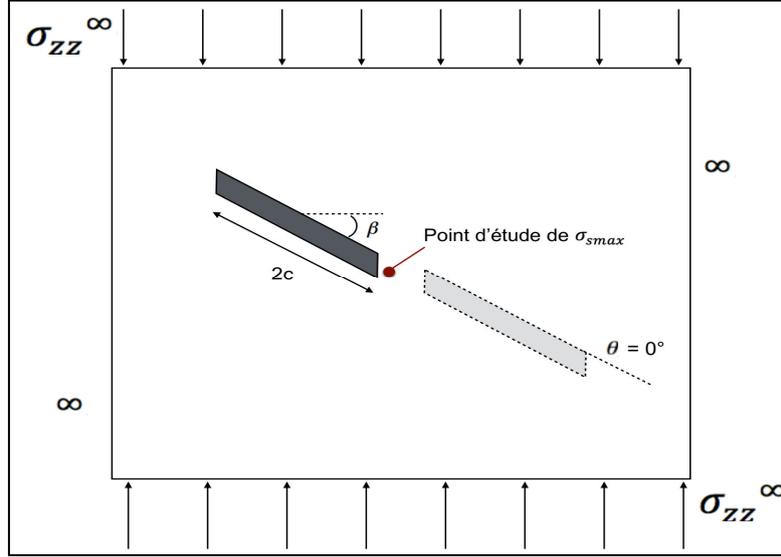


Figure II.8 : Schéma du système considéré représentant une galerie inclinée par rapport à la contrainte verticale in situ σ_{zz}^∞ .

Les contraintes en coordonnées polaires (r, θ) s'expriment telles que :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xz} \end{Bmatrix} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \begin{Bmatrix} 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \\ 1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \\ \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \end{Bmatrix} + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \begin{Bmatrix} -\sin \frac{\theta}{2} \left(2 + \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right) \\ \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \\ \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \end{Bmatrix} \quad (II.10)$$

La contrainte de cisaillement maximale considérant toutes les orientations de facette possibles (c'est à dire la demi-contrainte dévia torique principale majeur) σ_{smax} peut être déduite de l'équation suivante :

$$\sigma_{smax} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{xx} - \sigma_{zz}}{2} \right)^2 + \sigma_{xz}^2} \quad (II.11)$$

La Figure II.9 montre les résultats de l'Equation (II.11) pour $\theta = 0$ (dans l'axe de la fissure) et $r = c/10$ (domaine de validité de l'équation) pour différentes inclinaisons β de la fissure par rapport à la contrainte *in situ*. La contrainte de cisaillement maximale dépend de l'inclinaison de la fissure. Elle est nulle pour $\beta = 0^\circ$ et d'autant plus élevée que β est proche de 45° . σ_{smax} est, dans ce cas, supérieure à σ_{zz}^∞ et n'est donc pas négligeable.

Par analogie, on s'attend à ce que des contraintes de cisaillement importantes se

développent à l'intérieur d'un pilier se trouvant entre deux galeries inclinées par rapport aux contraintes principales *in situ* et au contraire qu'elles soient proches de 0 pour un pilier entouré de galeries perpendiculaires à la contrainte principale majeure *in situ*. C'est la situation que nous considérons par la suite :

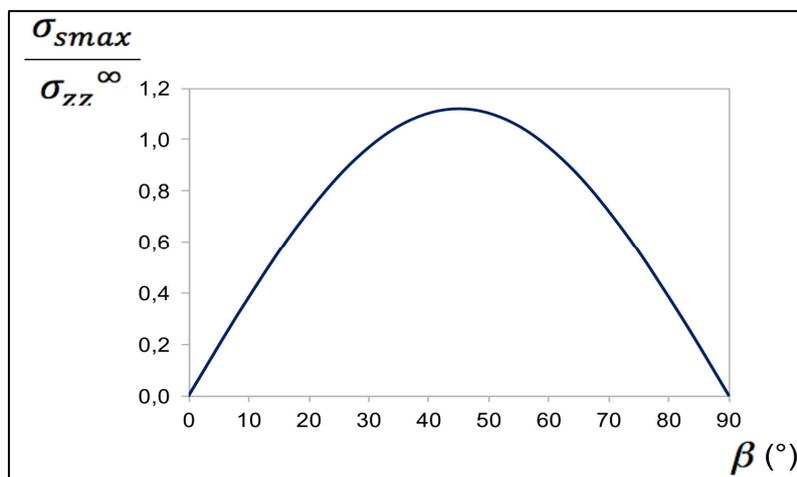


Figure II.9 : Effet de l'inclinaison d'une galerie par rapport aux contraintes principales *in situ* sur la contrainte de cisaillement maximale aux bords de la galerie.

II.1.3.4 Approche numérique

Les études analytiques et expérimentales se limitent à certaines conditions particulières constituant des simplifications importantes de la réalité : milieu continu, homogène, élastique, de géométrie simple, soumis à un état de contrainte uniquement verticale. Les méthodes de calcul numériques permettent de s'affranchir d'un certain nombre d'hypothèses simplificatrices quant à la représentation des systèmes étudiés. Elles autorisent la création de modèles de géométrie complexe avec des propriétés mécaniques variables dans l'espace et comprenant des discontinuités (stratification, failles, fractures...). Elles permettent, par ailleurs, d'étudier l'influence des paramètres inconnus ou mal connus par le biais d'études de sensibilité.

a) Effet de la forme des piliers

En raison de la rotation de l'état de contrainte induite par la présence des excavations, les contraintes principales ne sont pas nécessairement verticales et horizontales à l'intérieur des piliers, bien que les contraintes *in situ* le soient. Hoek et Brown (1980) ont étudié les rapports entre les contraintes principales majeures σ_1 et mineures σ_3 , d'orientation variable, et la contrainte verticale moyenne au centre des piliers σ_{vm} sur la base de modélisations numériques en éléments finis. Ils montrent que plus les piliers sont hauts et étroits, plus l'état de contrainte en leur centre se rapproche d'un état uniaxiale vertical où σ_1 est verticale et σ_3 est horizontale et proche de 0. A l'inverse, des piliers peu élancés ont une distribution non-uniforme des contraintes le long de leur section centrale : il y a une

concentration de σ_1 à proximité des parois alors qu'au centre, les contraintes sont inférieures à la contrainte verticale moyenne, comme pour les géométries circulaires d'Obert et Duvall (1967). En outre, σ_3 au cœur des piliers peu élancés devient non-négligeables face à σ_1 .

Maybee (2000) a montré, sur la base de modélisations par éléments finis, que cette contrainte dite de confinement σ_3 augmente linéairement avec la contrainte horizontale *in situ* σ_h . L'effet de σ_h est d'autant plus important que les piliers sont faiblement élancés c'est à dire que leur rapport de forme l/h est grand, comme il est possible de le voir dans la Figure II.10. Un rapport l/h supérieur à 1 semble être le seuil au-delà duquel l'influence de σ_h *in situ* est particulièrement significative. A titre d'exemple, on peut déduire de la Figure II.10 que σ_3 au cœur d'un pilier de rapport $l/h = 4$ serait approximativement égale à la contrainte horizontale *in situ* avant le creusement des chambres et l'apparition du pilier.

On montre dans le paragraphe II.2.2.2 que σ_3 a un effet capital en ce qui concerne la résistance en compression des piliers.

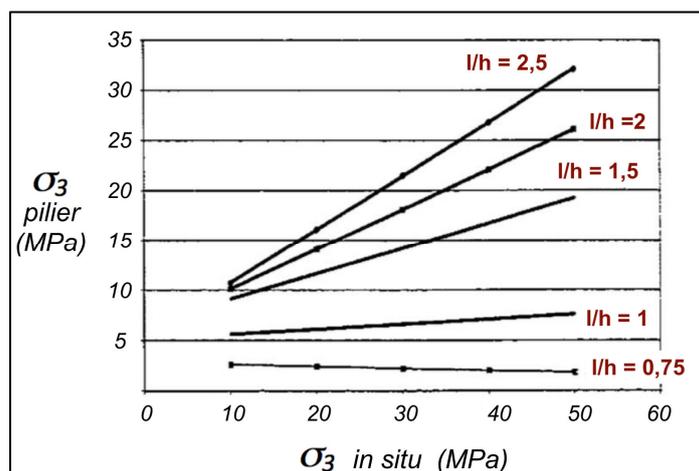


Figure II.10 : Résultats numériques de calculs de contrainte de confinement à l'intérieur de piliers de différents rapports l/h et pour différentes valeurs *in situ* de σ_3 (modifié et traduit de l'anglais au français d'après Maybee, 2000).

b) Effet de la raideur du recouvrement

Roberts *et al.* (2002) ont étudié l'effet de la raideur du recouvrement sur l'état de contrainte interne des piliers à l'intérieur d'une couche exploitée horizontalement. Pour cela, ils ont introduit, à l'intérieur de modèles numériques en éléments finis et éléments frontières, un nombre variable de discontinuités horizontales représentant une stratification du recouvrement. Ils se sont particulièrement intéressés à l'effet de la résistance au cisaillement des discontinuités, de leur nombre et de la présence d'une interface horizontale entre le pilier et le recouvrement. Les résultats qu'ils ont obtenus sont sensiblement différents en fonction des logiciels utilisés. Cependant, qualitativement, ils

montrent tous que la contrainte verticale dans les piliers augmente lorsque la raideur du recouvrement diminue, c'est à dire lorsque le nombre de discontinuités augmente et que leur résistance au cisaillement diminue, (Fig II.11). Les variations de contraintes moyennes atteignent 21% entre un milieu continu avec une interface sans résistance entre les piliers et le recouvrement et un milieu stratifié sans résistance au cisaillement entre les bancs. Ces cas ne sont toutefois pas réalistes puisqu'une absence de résistance au cisaillement entre deux bancs rocheux est inconcevable. Si l'on ne considère que les cas relativement réalistes, à savoir un milieu continu sans interface entre les piliers et le recouvrement et un milieu avec 10 stratifications dans le recouvrement et un angle de frottement de 30° entre les bancs, la différence n'excède pas 7%, ce qui est assez faible étant donnée la précision que l'on peut attendre d'un modèle numérique.

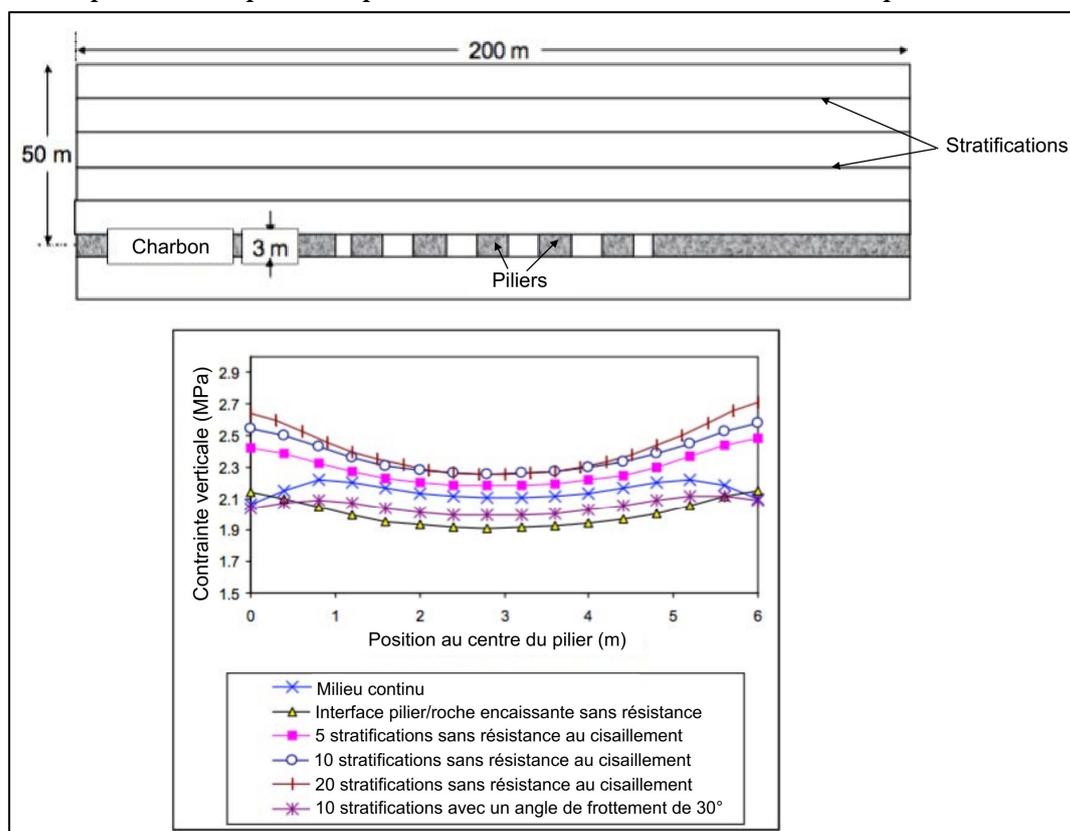


Figure II.11 : Effet de la présence des discontinuités dans le recouvrement sur la contrainte verticale au centre d'un pilier infiniment long de 6 m de largeur par 3 m de hauteur, situé à 50 m de profondeur avec un taux de défrèvement de 0,5, d'après Roberts et al. (2002).

La contrainte horizontale, qui n'est pas représentée sur la Figure II.11, est, quant à elle, fortement influencée par la présence d'une interface (plan de moindre résistance au cisaillement) entre les piliers et le recouvrement. D'après les résultats de Roberts *et al.* (2002), plus la résistance au cisaillement est faible le long de l'interface, plus la contrainte horizontale est faible. La contrainte horizontale maximale est obtenue lorsqu'il n'y a pas d'interface entre le pilier et le

recouvrement (milieu parfaitement continu) alors qu'une contrainte horizontale proche de 0 est obtenue lorsque l'interface n'a aucune résistance puisque dans ce cas, aucune contrainte tangentielle au plan séparant le pilier du recouvrement ne peut être transmise au pilier. En outre, plus les discontinuités ont une résistance au cisaillement proche de la résistance intrinsèque de la partie continue du recouvrement, moins leur présence a d'effet sur le chargement des piliers.

II.1.4 L'estimation de la contrainte verticale moyenne des piliers

II.1.4.1 Notion de facteur de sécurité

L'état de contrainte régnant à l'intérieur d'un pilier est complexe et tridimensionnel. En se limitant au cas de piliers verticaux (cas le plus courant) situés entre des chambres horizontales et en référence aux essais de laboratoire classiques, le chargement des piliers devrait être considéré comme triaxial étant données les contraintes de confinement non négligeable en leur centre lorsqu'ils sont peu élancés. Du point de vue de l'ingénierie, cependant, une grandeur est particulièrement importante pour dimensionner les piliers verticaux : la contrainte verticale moyenne le long de leur section horizontale notée σ_{vm} .

Cette grandeur est un bon indicateur du chargement des piliers verticaux dans la mesure où ils sont très peu sollicités en cisaillement, tel que cela a pu être montré analytiquement (cf. paragraphe II.1.3.3). De plus, σ_{vm} présente l'avantage d'être assez peu sensible aux variations de caractéristiques mécaniques du recouvrement (voir Figure II.11). Par ailleurs, son utilisation permet de ne pas avoir à considérer les concentrations de contrainte aux coins des piliers, théoriquement infinie pour un pilier rectangulaire tel que cela a pu être mis en évidence expérimentalement (Jeremic, 1985) ou analytiquement (solution de Westergaard, 1939), mais qui dépendent en réalité de l'état d'endommagement local des piliers.

La méthode traditionnellement utilisée pour estimer la stabilité potentielle d'un pilier consiste à comparer la contrainte verticale moyenne σ_{vm} qu'il supporte potentiellement, en raison du poids du recouvrement et de la géométrie de la mine, à celle qu'il est réellement capable de supporter R_p élastiquement en raison de sa forme et de ses propriétés mécaniques. Le rapport de ces deux grandeurs, appelé le Facteur de Sécurité (FS , Equation II.12), doit être supérieur à 1 pour que la capacité portante du pilier ne soit théoriquement pas dépassée.

$$F_s = \frac{R_p}{\sigma_{vm}} \quad (\text{II.12})$$

La détermination de R_p fera l'objet de la section II.2 de ce chapitre. Les paragraphes suivants exposent, quant à eux, les principales méthodes existantes pour estimer σ_{vm} .

II.1.4.2 Méthodes d'estimation de la contrainte verticale moyenne des piliers

A) Théorie de l'Aire Tributaire (TAT)

La Théorie de l'Aire Tributaire (TAT) est le modèle le plus fréquemment utilisé pour estimer la contrainte verticale moyenne agissant sur les piliers de mine verticaux. Salamon et Munro (1967) ont été les premiers à l'utiliser dans le cadre de la rétro-analyse d'effondrements de mines de charbon en Afrique du Sud. Il s'agit d'une méthode purement statique faisant l'hypothèse que chaque pilier supporte le poids de la colonne de terrain située au-dessus de sa section et au-dessus de la moitié de l'aire séparant le pilier en question de ceux qui lui sont adjacents (Fig II.12). L'aire totale correspondante est l'aire tributaire du pilier A_t .

La contrainte verticale moyenne σ_{vm} est alors obtenue en divisant le poids de la colonne de terrain sus-jacente à la section horizontale S du pilier :

$$\sigma_{vm} = \frac{\rho \cdot g \cdot H \cdot A_t}{S} \tag{II.13}$$

où

ρ correspond à la masse volumique de la roche, g à l'accélération de la pesanteur et H à la profondeur du pilier considéré.

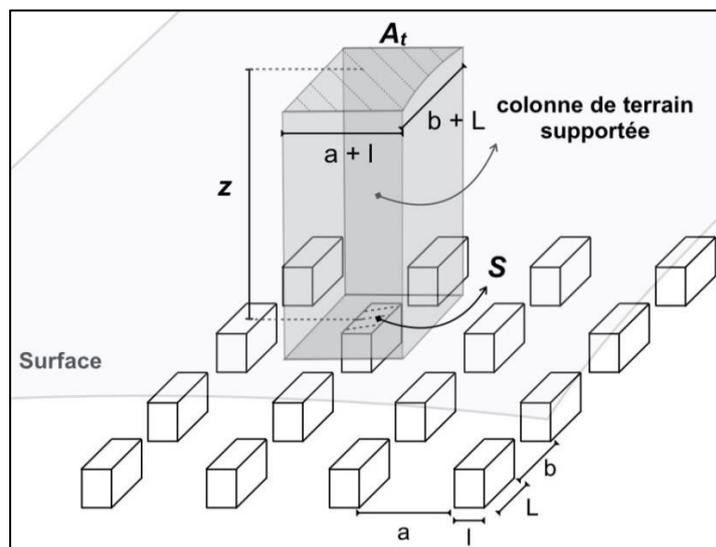


Figure II.12 : Schéma de principe de la théorie de l'aire tributaire tiré de Hauquin et al. (2016).

Dans le cas d'une mine très étendue et constituée de piliers aux dimensions uniformes, la contrainte verticale des piliers est plus généralement écrite en fonction de la contrainte verticale *in situ* $\sigma_v = \rho g H$ et du taux de défruitement r .

$$\sigma_{vm} = \frac{\sigma_v}{1-r} \tag{II.14}$$

r correspond, dans le plan de la mine, à la section de minerai excavée divisée par la section totale de minerai à l'intérieur de l'aire tributaire du pilier $(A_t - S)/A_t$.

Pour un pilier rectangulaire, r se calcule comme suit :

$$r = \frac{[(a+l)(b+L)-ab]}{[(a+l)(b+L)]} \quad (\text{II.15})$$

où

l et L sont respectivement la largeur et la longueur horizontales du pilier et a et b sont respectivement la largeur et la longueur horizontales des chambres adjacentes.

Pour un pilier infiniment long r se calcule tel que :

$$r = \frac{l}{(a+l)} \quad (\text{II.16})$$

Le modèle de l'aire tributaire présente l'avantage d'être très simple d'utilisation et de pouvoir s'appliquer à des géométries de mine 3D. Cependant, il repose sur certaines hypothèses fortes de par sa nature purement statique qui ne prend pas en compte la déformabilité de la roche :

1) chaque pilier supporte le poids total de la colonne de terrain sus-jacente indépendamment des dimensions des piliers adjacents, ce qui n'est en fait possible que si tous les piliers sont identiques ;

2) le poids total du recouvrement est transféré aux piliers qui ne partagent donc aucune charge avec l'horizon non- exploité, ce qui ne peut être envisageable que si l'on s'intéresse à des piliers situés loin des limites latérales d'une mine très étendue. Dans le cas contraire, l'effet de voûte évoqué dans le Chapitre 1 induit un partage du poids du recouvrement entre la mine et ses contreforts plus rigides. Pour ces raisons, il est admis que le modèle de l'aire tributaire surestime la plupart du temps la contrainte verticale moyenne des piliers (Wagner, 1980).

B Modèle analytique de Sheorey et Singh (1974)

Conscient des limites de la théorie de l'aire tributaire, Sheorey et Singh (1974) ont proposé une méthode analytique pour déterminer la contrainte verticale moyenne agissant sur les piliers en fonction de leurs propriétés géométriques et élastiques ainsi que de celles du recouvrement. Leur développement se limite toutefois au cas d'une mine infiniment longue (déformations planes) et dont les piliers sont uniformes. Les auteurs assimilent le recouvrement à une poutre élastique épaisse et utilisent la théorie associée pour estimer, en fonction des caractéristiques des différentes couches qui le composent, la déflexion (déplacement vertical) j du recouvrement en tout point de la mine. L'équation différentielle obtenue est la suivante :

$$D \frac{d^4 j}{dx^4} - \frac{(2+\nu)}{10(1-\nu^2)} \frac{d^2}{dx^2} (q - K_p j) = q - K_p j \quad (\text{II.17})$$

où

ν le coefficient de Poisson du recouvrement, q la contrainte verticale *in situ*, D la rigidité en flexion du recouvrement déduite de la théorie des poutres épaisses. Si le recouvrement est constitué d'une seule couche d'épaisseur h , D se calcule de la manière suivante :

$$D = \frac{E_t h^3}{12(1-\nu^2)} \quad (\text{II.18})$$

où

E_t est le module de Young moyen du recouvrement.

k_p est la raideur verticale moyenne de tous les piliers et se calcule à partir du taux de défruitement r , de leur hauteur t et de leur module de Young E_p :

$$K_p = r \frac{E_p}{t} \quad (\text{II.19})$$

Une méthode permettant d'homogénéiser les caractéristiques du recouvrement dans le cas où il serait composé de plusieurs couches de différentes rigidités est détaillée par Sheorey et Singh (1974).

La résolution de l'Equation (II.17) donne une solution de la forme :

$$j(x) = \frac{q}{K_p} + C1 \exp(A \cdot x) + C2 \exp(-A \cdot x) + C3 \exp(B \cdot x) + C4 \exp(-B \cdot x) \quad (\text{II.20})$$

où

A et B sont des fonctions (détaillées en Annexe 1) des variables de départ (q , k_p et ν) et où $C1$, $C2$, $C3$, et $C4$ sont des constantes qui dépendent des conditions aux limites fixées. Elles peuvent, par exemple, correspondre à des mesures de déplacement (convergence) réalisées *in situ*.

Lorsqu'aucune mesure n'est disponible, deux types de conditions aux limites classiques peuvent être considérés :

- les déplacements verticaux aux limites du recouvrement ainsi que leurs dérivées sont nuls : $j(0) = 0$, $\delta j(0)/\delta x = 0$, $j(x_{max}) = 0$ et $\delta j(x_{max})/\delta x = 0$, ce qui correspondrait au cas d'une poutre encastree à ses extrémités.
- les déplacements verticaux aux limites du recouvrement ainsi que leurs dérivées secondes sont nuls : $j(0) = 0$, $\delta^2 j(0)/\delta x^2 = 0$, $j(x_{max}) = 0$ et $\delta^2 j(x_{max})/\delta x^2 = 0$, ce qui correspondrait au cas d'une poutre reposant à ses extrémités sur deux appuis simples (rotules).

Ces deux types de conditions ne représentent toutefois pas la réalité dans la mesure où elles imposent que les piliers les plus externes ne soient pas chargés (puisque le chargement est proportionnel à j), ce qui est faux. Cependant, plus la mine considérée est large, ou plus les limites sont loin des piliers étudiés, plus la solution est insensible aux conditions aux limites.

Connaissant la déflexion j de la poutre représentant le recouvrement en tout point de la mine, la contrainte verticale moyenne des piliers s'obtient de la manière suivante :

$$\sigma_{vp} = \frac{j_p K_p}{r} \tag{II.21}$$

Où

j_p est la déflexion moyenne au droit de la section du pilier.

Les Figures II.13 et II.14 représentent les résultats d'une étude de sensibilité qui compare les contraintes verticales moyennes issues de la méthode de Sheorey et Singh à celles issues de la théorie de l'aire tributaire (TAT) avec les deux types de conditions aux limites précitées, pour différents rapports *largeur/profondeur* de mine W/H , différents taux de défruitement r et différents rapports de module de Young entre le recouvrement (toit) et la couche exploitée (piliers) E_t/E_p .

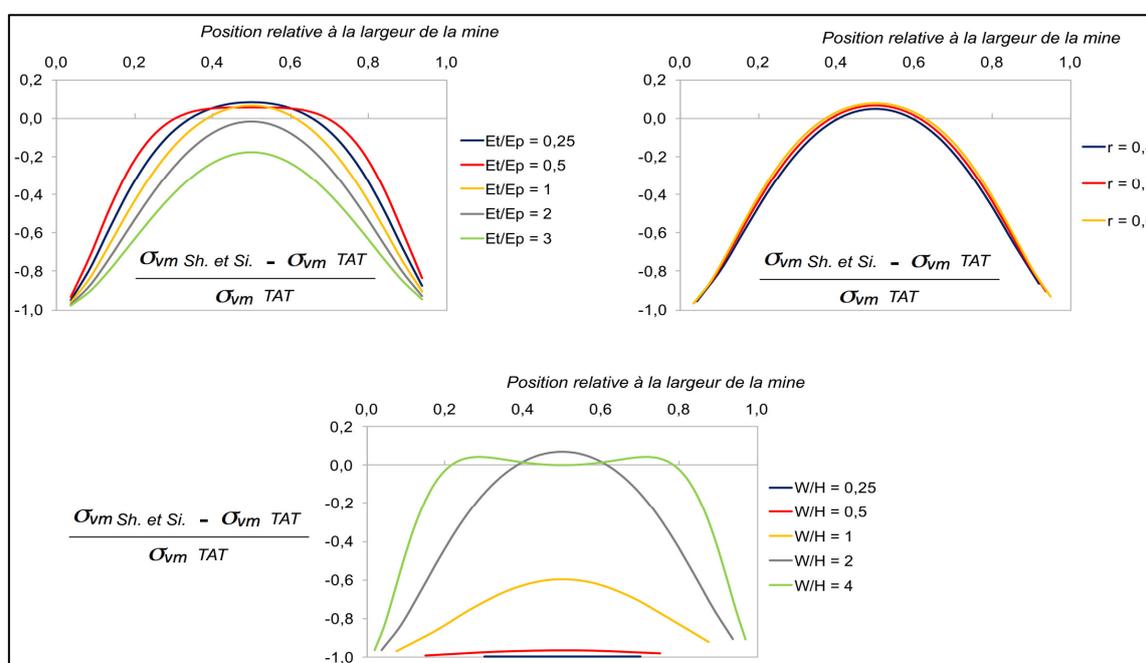


Figure II.13 : Comparaison des contraintes verticales moyennes obtenues avec la méthode de Sheorey (Eqs II.17 à II.21), en considérant des conditions d'appuis encastrés, à celles obtenues par la méthode de l'aire tributaire (Eqs II.14 à II.16) pour différentes configurations géométriques et mécaniques (Thomas .H. 2016).

Le modèle de référence servant de base à la comparaison est caractérisé par $r = 0,5$, $H = 200$ m, $q = 4,9$ MPa, $W/H = 2$, $E_p = 40$ GPa, $E_t/E_p = 1$ et des chambres de 10 m de largeur.

On remarque tout d'abord que les résultats sont relativement insensibles à r mais qu'ils sont, en revanche, très sensibles à W/H et E_t/E_p . Plus le recouvrement est raide, c'est à dire plus E_t/E_p est grand et plus W/H est faible, plus la méthode de Sheorey et Singh sous-estime la contrainte par rapport à la TAT puisqu'une plus grande partie du poids du recouvrement est transférée hors de la mine.

Pour $W/H = 0,25$, elle sous- estime de 100% la contrainte déduite de la TAT, ce qui signifie que les piliers ne sont pas chargés. Ce résultat qui paraît intuitivement faux est dû au fait que le recouvrement ne peut pas être considéré comme une poutre (même épaisse) lorsque W/H est trop faible. L'approche de Sheorey, qui se base sur la théorie des poutres épaisses, n'est donc pas valable dans ces conditions. L'écart entre les résultats obtenus pour les différentes valeurs des paramètres E_t/E_p et W/H est moins marqué dans le cas des conditions aux limite de type rotule (Fig. II.14) que dans celui des conditions de type encastrement (Fig. II.13). De plus, un plus grand nombre de piliers subissent approximativement la même contrainte au centre de la mine. Les conditions aux limites de type rotule ont donc un effet moins marqué sur les résultats que les conditions aux limite de type encastrement.

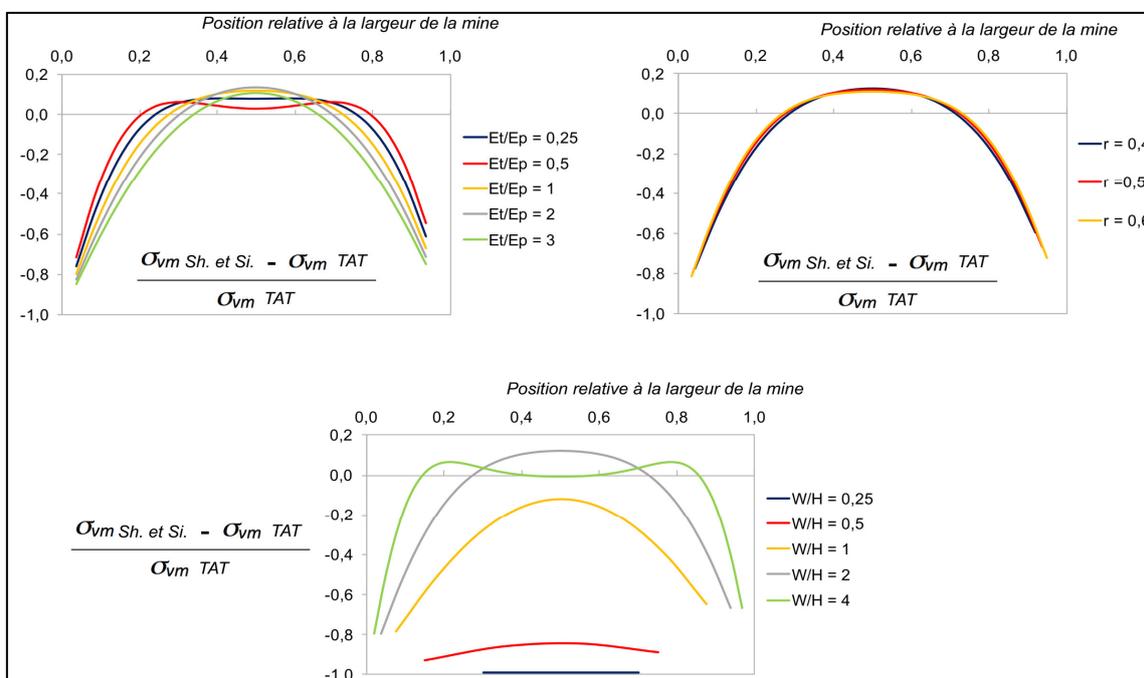


Figure II.14 : Comparaison des contraintes verticales moyennes obtenues avec la méthode de Sheorey (Eqs II.17 à II.21), en considérant des conditions d'appuis de type rotule, à celles obtenues par la méthode de l'aire tributaire (Eqs II.14 à II.16) pour différentes configurations géométriques et mécaniques (Thomas .H. 2016).

Globalement, les résultats de la méthode de Sheorey et Singh et de la TAT convergent, indépendamment des conditions aux limites choisies, pour des mines larges en rapport à leur hauteur et lorsque l'on s'intéresse aux piliers situés au centre de la mine, ce qui est conforme aux conditions d'applicabilité de la TAT. Pour les piliers externes, en revanche, la différence entre les deux méthodes est extrêmement importante et dépend fortement des conditions aux limites auxquelles il est difficile d'attribuer un sens physique. La méthode de Sheorey et Singh est donc difficilement applicable en pratique, d'autant plus qu'elle se limite aux piliers 2D infiniment longs par rapport à leur largeur.

C) Modèle numérique de Roberts et al

Roberts *et al.* (2002) se sont basés sur une approche numérique pour étudier l'aptitude de la *TAT* à déterminer la contrainte verticale moyenne des piliers de mine. Ils se sont placés dans des conditions idéalisées où les piliers sont de dimensions uniformes et où le massif rocheux les contenant est parfaitement élastique, continu et isotrope. Ils ont comparé les contraintes calculées à partir de la *TAT* à celles obtenues par modélisations en *éléments finis* et en *éléments frontières* en 2D et en 3D, pour des piliers élastiques 2D infiniment longs (piliers côtes) et ponctuels (piliers carrés ou rectangulaires).

Les auteurs montrent que la proportion p de la contrainte issue de la *TAT* réellement supportée par le pilier central de la mine peut être exprimée comme une fonction de la géométrie de la mine et du module d'Young du recouvrement E (sachant qu'un module constant de 4 GPa a été fixé pour les piliers). Les auteurs proposent l'équation suivante :

$$p = 0.99(1 - r^{(2.2+1.4W/H)})^{\frac{0.667}{(1+W/H)}+0.0067(E-1.5)} \quad (\text{II.22})$$

Il faut noter que l'effet de E est négligeable en comparaison des autres facteurs. La proportion p est donc, en milieu continu, principalement une fonction de la géométrie de la mine. Cela suggère que le non prise en compte des caractéristiques mécaniques dans la méthode *TAT* semble être une simplification acceptable dans la mesure où elle n'a pas un effet extrêmement marqué sur les résultats obtenus.

Par ailleurs, l'application de l'Equation (II.22) montre que pour des mines de géométrie typique ($r < 0,75$ et $W/H > 1,25$) les contraintes verticales moyennes obtenues numériquement se situent entre 85% et 100% de celles calculées à partir de la *TAT*. La *TAT* surestime donc bien les contraintes en conditions élastiques linéaires. En outre, cette proportion est d'autant plus proche de 100% que la mine est large dans la mesure où les piliers considérés sont d'autant plus éloignés des limites latérales de la mine.

D) Théorie de la voûte de contrainte « Pressure Arch Theory », PAT

Plus récemment, Poulsen (2010) a proposé une adaptation de la *TAT* permettant d'estimer la contrainte verticale moyenne agissant sur des piliers de dimensions hétérogènes, ce qui n'était en principe pas le cas des méthodes qui viennent d'être présentées. La méthode de Poulsen est censée tenir compte de l'interaction qui se produit entre des piliers de différentes tailles quant à la répartition de la charge induite par le poids du recouvrement, mais également de la contribution de l'horizon non- exploité à soutenir une partie de ce poids.

La méthode de Poulsen (2010) repose sur le concept de Distance de Transfert de la Charge « Load Transfert Distance, *LTD* », introduite par Abel (1988). La *LTD* est définie comme la distance maximale à laquelle une contrainte verticale peut

être transmise latéralement par effet de voûte ou bien, en d'autres termes, la distance d'influence d'une excavation. Sur la base d'une compilation de 55 mesures *in situ* de contrainte réalisées dans différentes régions du monde, principalement dans des mines de charbon, Abel (1988) a montré que la *LTD* augmente principalement avec la profondeur *H* et peut s'approcher par la relation suivante :

$$LTD = -10^{-4}H^2 + 0.2701H \quad (II.23)$$

Se basant sur ce concept, Poulsen postule qu'à l'intérieur d'une mine, chaque pilier est caractérisé par une Zone d'Influence latérale (*ZI*) à l'intérieur de laquelle toute surface de roche interagit avec le pilier considéré dans le support du poids du recouvrement. La *ZI* est définie comme un disque, dans le plan de la mine, centré sur le pilier considéré avec un rayon de $LTD + l_e/2$, où l_e correspondant au diamètre hydraulique du pilier ($4.Aire/Circonférence$), dont l'utilisation a été suggérée par Wagner (1980). Poulsen propose alors de calculer un taux de défruitement « en champ proche », r_p , à l'intérieur de la *ZI* de chaque pilier.

$$r_p = AE / ZI \quad (II.24)$$

où : *AE* est la surface excavée à l'intérieur de la *ZI* (Figure II.15).

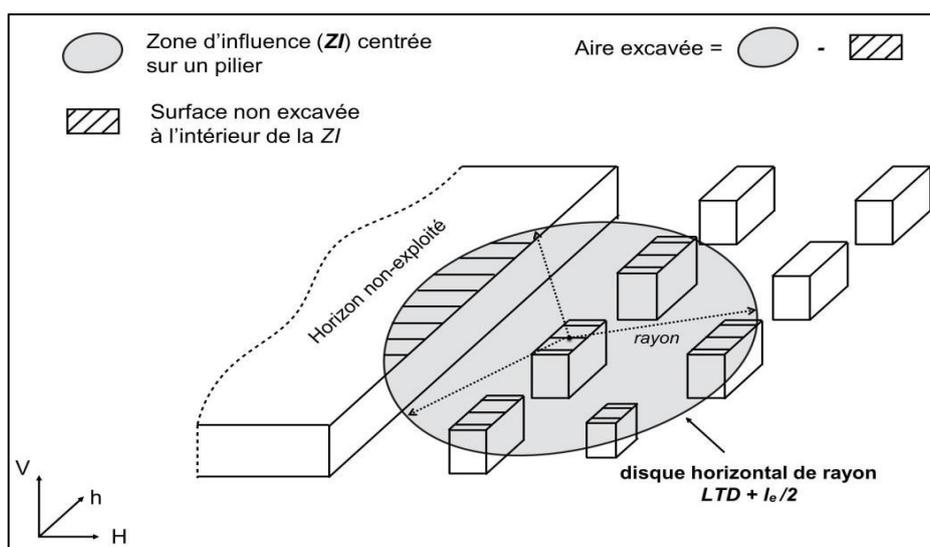


Figure II.15 : Schéma de principe de la théorie de la « voûte de contrainte » (PAT, Poulsen, 2010) tiré de Hauquin et al. (2016).

La contrainte verticale moyenne agissant sur le pilier considéré est ensuite calculée à partir de r_p suivant la relation suivante :

$$\sigma_{vm} = \frac{\rho g H}{1 - r_p} \quad (II.25)$$

Cette équation est similaire à celle issue de la théorie de l'aire tributaire, la seule différence étant la manière de calculer le taux de défruitement. En revanche, la méthode de Poulsen tient compte de l'éventuelle présence de piliers irréguliers et de l'horizon non- exploité dans la *ZI* des piliers. Pour une *ZI* donnée centrée sur un

pilier donné, une augmentation de la section des piliers adjacents ou bien la présence de l'horizon non- exploité induit une diminution du rapport $1/(1-r_p)$ et donc une diminution de la contrainte verticale moyenne agissant sur le pilier considéré.

Poulsen (2010) a montré que, pour certaines géométries spécifiques en 3D, sa méthode offrait des résultats plus proches des résultats de modélisation numérique élastique que ceux de la *TAT*. Cependant, la *PAT* n'est pas générale dans la mesure où la *LTD*, utile au calcul du taux de défrètement r_p , a été calibrée dans le contexte spécifique des mines de charbon. Sa pertinence pour d'autres types de roche n'est donc pas garantie à priori.

II.2 La résistance et la rupture des piliers

II.2.1 La phénoménologie du comportement mécanique des piliers

Les mines exploitées par la méthode des chambres et piliers sont généralement constituées de différentes unités de productions composées de piliers ponctuels et séparées les unes des autres par des piliers barrières.

Alors que les piliers barrières sont souvent considérés comme indestructibles (Ozbay *et al.*, 1995) pour des raisons qui seront évoquées par la suite, les piliers ponctuels peuvent, quant à eux, céder et subir des instabilités. Plusieurs facteurs peuvent favoriser la rupture des piliers parmi lesquels on peut citer : l'effet de fluage progressif de la roche (Ma *et al.*, 2012), l'effet de l'érosion par l'eau qui induit une réduction de la résistance de la roche, le vieillissement (Grgic *et al.*, 2002), et l'effet de l'exploitation des mines qui peut engendrer une augmentation des contraintes appliquées aux piliers, par exemple lorsque le taux de défrètement global augmente.

Indépendamment des facteurs responsables de la détérioration des piliers, le mécanisme général par le biais duquel elle se produit peut être étudié grâce à des essais de compression. Les travaux de Wagner (1974, 1980), qui a été un des rares auteurs à effectuer de tels essais à grande échelle sur des piliers de charbon, suggèrent que les piliers se comportent globalement de la même manière qu'un échantillon de roche soumis à un essai de compression uniaxiale. La courbe typique (contrainte axiale moyenne-déformation axiale) obtenue par Wagner pour des piliers de section carrée de 2 m de largeur par 1 m de hauteur (Fig. II.16) montre que les piliers subissent d'abord une phase de déformation pseudo-élastique durant laquelle la déformation longitudinale des piliers est proportionnelle au chargement appliqué. La courbe de chargement change légèrement de pente à mesure que les piliers s'endommagent pour finalement s'annuler au niveau d'un pic de résistance puis devenir négative. La capacité portante des piliers diminue alors à déformation croissante.

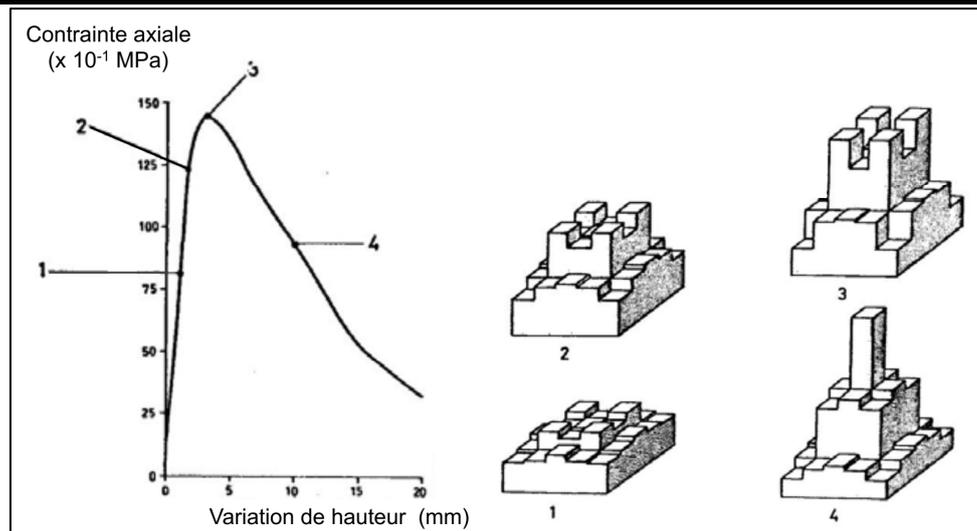


Figure II.16 : Résultat d'un essai de compression sur un pilier de charbon de 2 m de largeur par 1 m de hauteur et répartition de la contrainte axiale durant le chargement, d'après Wagner (1980).

Wagner montre que la détérioration progressive des piliers s'accompagne d'une redistribution interne de la contrainte axiale (Fig. II.16). Cette détérioration s'initie localement dans les angles, qui sont le lieu d'une forte concentration de contrainte axiale dans le domaine élastique, et se propage vers l'intérieur des piliers. Il est intéressant de noter que, bien que la résistance globale du pilier diminue entre les étapes 3 et 4 de l'essai de compression reporté par Wagner, la contrainte verticale en son cœur continue d'augmenter pendant la rupture.

Phénoménologiquement, le comportement décrit par les essais de compression se traduit par l'apparition et l'agrandissement de fissures et de fractures à l'intérieur des piliers à mesure qu'ils s'endommagent puis cèdent. Pritchard et Hedley (1993) ont proposé une classification des piliers dans le contexte de la mine d'uranium d'Elliot Lake (Ontario, Canada) exploitée par *Denison Mines*, en fonction de leur niveau d'endommagement variant de 1, pour les piliers intacts, à 6 pour les piliers rompus. Il s'agit d'une classification générale valable pour les piliers continus, massifs et homogènes qui a été reprise et adaptée par Roberts *et al.* (1998) au contexte des mines de plomb américaines exploitée par la société *Doe Run*.

Les 6 stades d'endommagement sont décrits dans la Figure II.17.

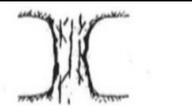
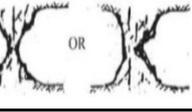
1	Pilier intact	
2	Ecaillage mineur des parois, apparition d'une fracturation parallèle à la hauteur du pilier	
3	Ecaillage significatif des coins, Agrandissement des fractures qui restent de longueur inférieure à la hauteur du pilier	
4	Fractures continues et ouvertes de longueur supérieure à la hauteur du pilier, début de fracturation diagonale	
5	Fracturation diagonale développée sous forme de « sablier »	
6	Pilier rompu, faible résistance résiduelle, forme de sablier très marquée ou chute majeure de blocs.	

Figure II.17. Classification des piliers en fonction de leur niveau d'endommagement, traduit de l'Anglais au Français, tiré de Brady et Brown (2004), d'après Roberts et al. (1998).

Dans le cas d'un pilier non fracturé initialement (étape 1), l'endommagement débute dans les angles où les contraintes de compression verticales et de cisaillement sont maximales (étape 2). En raison de l'absence de confinement horizontal, et sous l'effet de contraintes tangentielles induites par la rupture des angles, des écailles peuvent se détacher le long des parois. Les piliers prennent alors la forme typique d'un sablier (étapes 3-5). La contrainte verticale initialement supportée par les écailles latérales s'annule et engendre une augmentation de contrainte au cœur des piliers. De plus, le cœur initialement de plus grande résistance, en raison de son confinement latéral, devient moins résistant après l'écaillage du pilier. Le concours de ces deux phénomènes conduit à la détérioration progressive du cœur pouvant éventuellement mener à la rupture complète des piliers lorsque celui-ci atteint une section critique (étape 6, Maybee, 2000). Lunder et Pakalnis (1997) interprètent les différentes phases d'endommagement en fonction de la capacité des fractures créées à résister à la sollicitation appliquée au pilier. D'après eux, le pic de résistance global des piliers, est atteint lorsque la capacité de résistance au cisaillement du réseau de fracture découpant le pilier a été pleinement mobilisée.

Les caractéristiques des piliers à la rupture sont très variables, mais elles se résument généralement, dans le repère (contrainte axiale moyenne/déformation axiale), par trois grandeurs (Fig. II.18) : leur capacité portante (pic de résistance) notée R_p , leur module post-pic E_{post} (dans le repère contrainte/déformation) qui est

une approximation linéaire de la courbe de chargement dans le domaine post-pic, et leur capacité portante (résistance) résiduelle R_{res} .

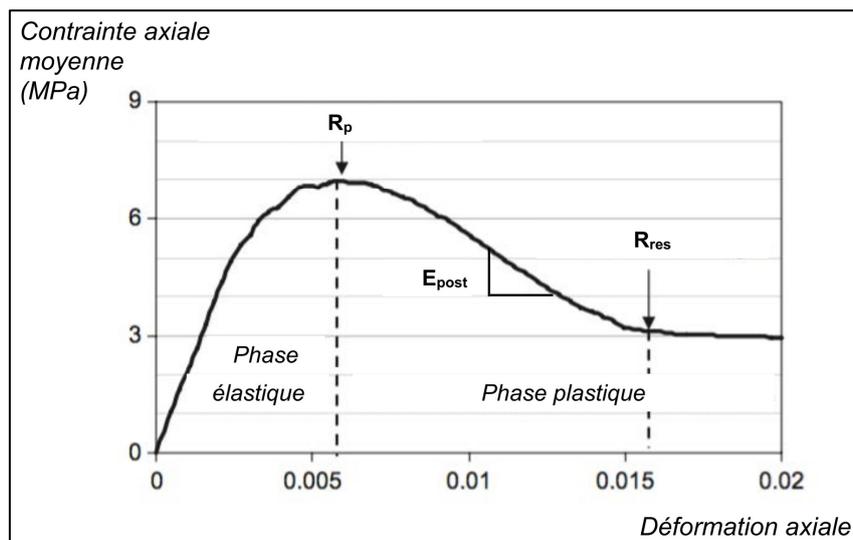


Figure II.18. Comportement typique d'un pilier de charbon d'après Jaiswal et Shrivastva (2009). Notons que la phase dite « élastique » ne l'est pas à proprement parler puisque la courbe y est non-linéaire à proximité du pic de résistance.

R_p est particulièrement important du point de vue du dimensionnement des piliers puisqu'il intervient dans le calcul du facteur de sécurité. E_{post} , quant à lui, conditionne la nature progressive ou brutale de la rupture.

II.2.2 Pic de résistance et module post-pic

II.2.2.1 A l'échelle d'un échantillon de roche

Puisque les piliers se comportent, phénoménologiquement, de la même manière que des échantillons de roche comprimés en laboratoire, il est intéressant de s'attarder sur les résultats d'essais de compression obtenus par certains auteurs (Maybee, 2000).

Hudson *et al.* (1972) ont étudié l'effet du rapport de forme (*largeur/hauteur* : l/h) et du volume d'échantillons de marbre sur leur comportement à la rupture. Il ressort de leur étude que le rapport l/h des échantillons a un effet significatif sur R_p aussi bien que sur leur comportement post-rupture. R_p augmente avec l/h alors que E_{post} diminue. Plus l/h est grand (piliers ramassés) plus les piliers sont « ductiles ». A l'inverse, plus l/h est petit (piliers élancés) plus leur comportement est « fragile ».

Das (1986) a, quant à lui, étudié l'influence du rapport l/h d'échantillons de charbon. Il a effectué des essais de compression à lente vitesse de déformation afin d'obtenir les courbes de chargement les plus complètes possibles. Ces observations sont similaires à celles de Hudson *et al.* (1972) concernant l'effet du rapport l/h sur R_p et E_{post} . Il observe toutefois qu'après un long temps de compactage, que les

échantillons dont $l/h > 5$ se reconsolident après avoir franchi leur pic de résistance R_p et avoir subi une diminution de résistance et deviennent parfois plus résistants qu'initialement (Fig. II.19).

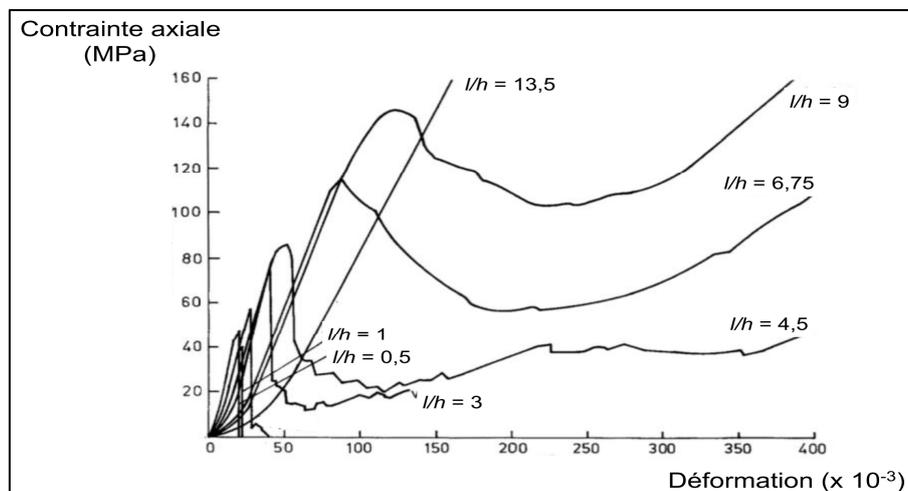


Figure II.19 : Résultats d'essais de compression réalisés par Das (1986) sur des échantillons de marbre de 5,4 cm de diamètre l et de différents rapports de forme l/h .

Les résultats des essais de compression en laboratoire sont qualitativement importants pour la compréhension du comportement des piliers de mine mais ne leur sont pas quantitativement applicable car l'expérience montre que les caractéristiques mécaniques des roches dépendent du volume de matériau considéré (Brady et Brown, 2004).

II.2.2.2 A l'échelle d'un pilier

En 1960, la mine de charbon de Coalbrook (Afrique du Sud) subi un effondrement généralisé qui causa rapidement la mort de 437 mineurs. Cet événement constitua un choc pour la communauté minière internationale (Didier et Van Der Merwe, 2010). A la suite de l'accident, le gouvernement sud-africain exigea d'entreprendre des études permettant de justifier le dimensionnement des futurs piliers de mines dans les différents contextes d'exploitation. De nombreux travaux de recherche ont alors débuté afin de caractériser la résistance des piliers de charbon puis, dans d'autres contextes, des piliers de roche « dure ».

Les effets de trois facteurs principaux sur la résistance des piliers ont été évalués depuis lors par le biais du retour d'expérience, d'analyses statistiques et expérimentales : *l'effet de forme, l'effet d'échelle et l'effet du temps*.

a. Effet de forme

Salamon et Munro (1967) entreprirent l'analyse statistique d'une base de données de 119 piliers dans des zones ayant subi des effondrements dont 27 rompus et 92 intacts. Ils ont estimé la contrainte verticale moyenne σ_{vm} des 119 piliers à partir de la méthode de l'aire tributaire et ont fait l'hypothèse que leur

résistance R_p pouvait s'exprimer à partir d'une relation dont la forme générale avait initialement été introduite par Greenwald *et al.* (1939) qui avaient effectué des essais de compression sur des piliers de charbon de petite taille. La forme complète et homogène de cette relation est la suivante (Salamon *et al.*, 1998):

$$R_p = R_0 \cdot \left(\frac{l}{l_0}\right)^\alpha \cdot \left(\frac{h}{h_0}\right)^\beta \quad (\text{II.26})$$

l et h correspondant respectivement à la largeur et à la hauteur du pilier considéré et R_0 à la résistance en compression d'un échantillon de référence de largeur l_0 et de hauteur h_0 .

L'étude de Salamon et Munro a consisté à trouver les paramètres R_0 , α et β de l'équation de résistance pour lesquels le facteur de sécurité ($FS = R_p/\sigma_{vm}$) attribué aux piliers rompus de la base de données maximisait la vraisemblance avec la distribution théorique souhaitée du FS à la rupture (h_0 et l_0 étant considérés égaux à 1 m). Les auteurs ont fait l'hypothèse d'une distribution suivant une loi normale pour laquelle le FS moyen à la rupture était de 1, conformément à ce qui est théoriquement attendu. Ils ont également cherché à minimiser l'écart-type de la loi normale afin que les FS à la rupture soient les plus proches possibles de cette valeur théorique. Les résultats de leur étude suggèrent que les valeurs optimales des paramètres de l'Equation (II.26) sont tels que 50% des piliers ayant un $FS = 1$ sont soit stables soit instables, ce qui est théoriquement juste, et qu'un $FS = 1,6$ doit être recherché dans le cadre d'un bon dimensionnement puisqu'il s'agit de la valeur autour de laquelle plus de 50% des cas stables sont concentrés (sur cette base de données). Les valeurs des paramètres initialement calculées par Salamon et Munro étaient : $R_0 = 6,88$ (MPa), $\alpha = 0,46$ et $\beta = -0,66$.

En 2003(a), Van der Merwe a complété la base de données utilisée par Salamon et Munro et l'a réinterprétée suivant une méthode statistique différente provenant de l'étude de la fiabilité des structures du génie civil (Van der Merwe et Mathey, 2012) : la réduction du chevauchement entre les distributions statistiques des piliers stables et instables. Van der Merwe a obtenu une équation de résistance fonction linéaire du rapport l/h (Equation II.27) qui offre des résultats assez différents de ceux de Salamon et Munro (1967) lorsque l/h est significativement supérieur ou inférieur à 2,5.

$$R_p = 3.5 \frac{l}{h} \quad (\text{II.27})$$

Les formules de Salamon et Munro et de Van der Merwe ont été spécifiquement développées pour des piliers de section carrée, c'est pour cela que seulement deux dimensions (l et h) sont considérées dans les équations de résistance. Dans le cas de piliers de section non-carrée, leur longueur a également une influence sur leur résistance. Pour traiter cet aspect, Wagner (1980) a suggéré que, puisque la

rupture commence dans les angles et se propage au cœur des piliers, le rapport entre la circonférence et la section des piliers était un paramètre fondamental dans leur résistance. En effet, plus un pilier a une grande section en comparaison de sa circonférence, plus la rupture des bords seront facilement compensée par la capacité portante du cœur. Dans le cas des piliers qui n'ont pas une section horizontale carrée Wagner a alors proposé d'utiliser, dans les équations de résistance, une largeur effective l_e se calculant comme le diamètre hydraulique de la section des piliers (Equation II.28).

$$l_e = \frac{4.Aire}{Circonférence} \quad (II.28)$$

Pour un pilier rectangulaire, l_e correspond à la largeur qu'aurait un pilier carré de même section. L'équation (II.28) montre que $l_e = 2l$ lorsque la longueur L tend vers l'infini. Comme le montre l'expérience, les piliers côtes (infiniment allongés) sont donc bien plus résistants que les piliers carrés de même largeur (Brady et Brown, 2004). Ils ont, en revanche, une résistance finie qui ne peut pas dépasser une certaine valeur. Il n'y a donc pas d'intérêt à augmenter la longueur des piliers au-delà de certaines dimensions.

On distingue souvent le charbon des autres roches comme le calcaire, les conglomérats, les quartzites, les granites etc. en raison de sa plus faible résistance et de sa plus grande déformabilité élastique. Pour cette raison, les conclusions qui avaient été tirées concernant la résistance du charbon n'étaient, *a priori*, pas extrapolables à tous les types de roches. Certains auteurs se sont penchés sur l'étude de la résistance des piliers de roche « dure ». Tout comme Salamon et Munro la plupart d'entre eux ont procédé par rétro-analyse statistique, cette méthode ayant été la plus courante pour le développement de différentes équations empiriques de résistance des piliers (Gale, 1999 ; Maybee, 2000). Certains auteurs, parmi lesquels on peut citer Hedley et Grant (1972), ont mis en évidence que des relations empiriques de la même forme que celle utilisée pour les mines de charbon pouvaient être utilisées pour les piliers de roche dure mais avec des coefficients de valeurs différentes. D'autres chercheurs ont proposé des équations linéaires du rapport l/h comme (Sjoberg, 1992). Maybee (2000) a listé dans sa thèse la plupart des relations proposées pour les piliers de roche dure. Une formule plus récente a également été proposée par Roberts *et al.* (2007).

La plupart des équations de résistance proposées peuvent s'exprimer comme des fonctions du rapport de forme l/h . L'effet prépondérant de la forme des piliers sur leur résistance est dû à plusieurs causes (Brady et Brown, 2004), la plus influente d'entre elles étant certainement l'augmentation des contraintes de confinement internes aux piliers lorsque l/h augmente. Ce phénomène a été étudié par Lunder (1994) par le biais d'une approche numérique. Des résultats de modélisation par la méthode des éléments frontières en considérant un état de

contrainte *in situ* litho statique ($\sigma_H/\sigma_v = 0,5$) lui ont permis de montrer que le confinement moyen C_{moy} de piliers côtes, défini comme le rapport moyen σ_3/σ_1 le long de la section centrale des piliers, était une fonction de l/h telle que :

$$C_{moy} = 0.46 \left[\log \left(\frac{l}{h} + 0.75 \right) \right]^{\frac{1.4}{(l/h)}} \quad (II.29)$$

De C_{moy} , a été déduit, sur la base de la théorie des cercles de Mohr, le coefficient de frottement interne k mobilisable, en moyenne, au centre du pilier :

$$K = \tan \left(\cos^{-1} \left(\frac{1-C_{moy}}{1+C_{moy}} \right) \right) \quad (II.30)$$

Par la suite, Lunder et Pakalnis (1997) ont montré qu’une équation de la forme :

$$R_p = K \cdot R_0 (C_1 + C_2 \cdot K) \quad (II.31)$$

Permettait de caractériser la résistance R_p des piliers de roche dure des bases de données fournies par certains auteurs (listés dans Maybee, 2000). K est un facteur par lequel doit être multiplié la résistance en compression simple d’un échantillon R_0 afin d’obtenir la résistance d’un volume de roche représentatif du pilier ; C_1 et C_2 sont des constantes à calibrer en fonction des données (respectivement 0,68 et 0,52 dans les conditions de Lunder et Pakalnis.

L’effet favorable d’une augmentation du rapport l/h sur R_p permet de comprendre pourquoi les piliers barrières, très larges et longs en comparaison de leur hauteur, sont souvent considérés comme indestructibles et sont donc utilisés pour isoler mécaniquement différentes unités de production. Ozbay *et al.* (1995) ont schématisé sur une échelle commune (Fig. II.20) la différence notable de comportement qu’il peut y avoir entre un pilier ponctuel ($l/h = 2$), un pilier de moyenne largeur ($l/h = 5$) et un pilier barrière ($l/h = 10$) dans le contexte spécifique des mines de « roche dure » d’Afrique du Sud :

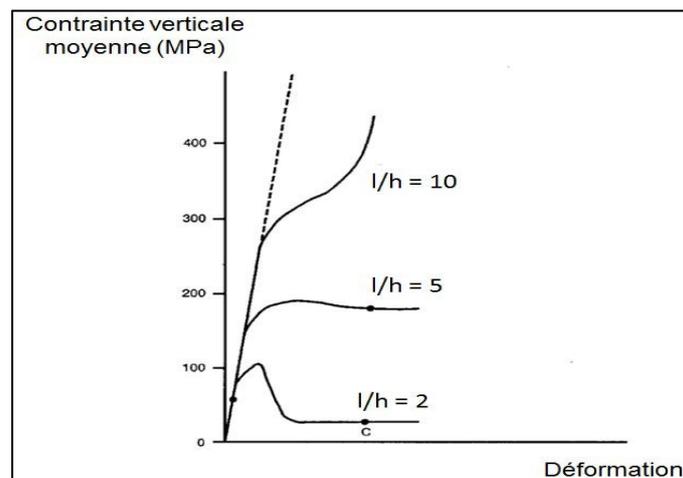


Figure II.20 : Illustration du comportement des piliers typiques des mines de « roche dure » sud-africaines en fonction de leur rapport de forme l/h , d’après Ozbay et al. (1995).

b. Effet d'échelle

Parallèlement à Salamon et Munro, Bieniawski (1968) a travaillé, pour sa part, sur la caractérisation de l'effet d'échelle sur la résistance des piliers de charbon par une approche expérimentale. Une étude préliminaire lui a permis de constater que le charbon se détériorait rapidement après avoir été extrait d'une mine en raison des variations de température et d'humidité. Bieniawski a donc constitué *in situ* des piliers de charbon cubiques ($l/h = 1$) de dimensions variant entre 0,3 et 1,5 m de côté, lesquels ont été soumis à des essais de compression uniaxiale. Ses résultats montrent que la capacité portante R_p des piliers diminue à mesure que leur volume augmente. En revanche, R_p semble atteindre une valeur asymptotique lorsque les cubes de charbon dépassent 1,5 m de côté (Fig. II.21). Au-delà de ces dimensions, seul le rapport l/h intervient.

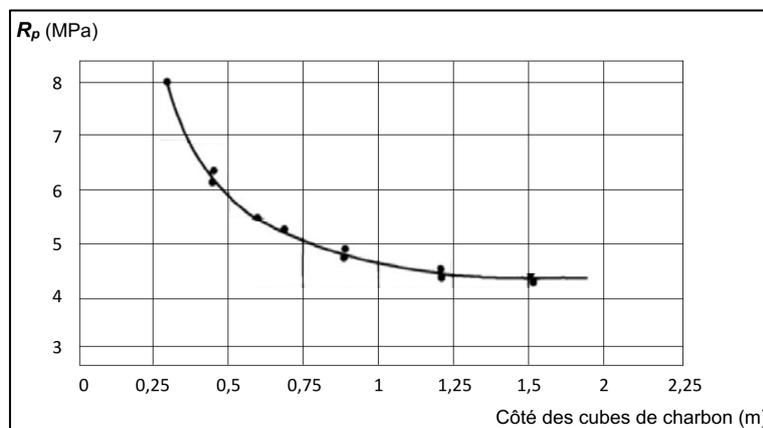


Figure II.21 Résistance des cubes de charbon testés par Bieniawski (1968) en fonction de leurs dimensions.

Il y a une contradiction entre les résultats de Salamon et Munro et de Bieniawski puisque l'application de l'équation de Salamon et Munro montre que dans le cas de piliers cubiques (rapport l/h constant = 1), l'augmentation de la taille des piliers au-delà de 1,5 m de côté entraîne une diminution de leur résistance. Ceci vient du fait que h et l sont élevés à des puissances différentes dans l'équation de résistance initiale (Equation II.26) qui prenait donc en compte l'effet d'échelle d'une certaine manière. Sur la base de résultats expérimentaux, Bieniawski montre qu'une équation linéaire de l/h décrit correctement la résistance des piliers de plus de 1,5 m de côté et de rapport $l/h \geq 1$:

$$R_p = 2.76 + 1.52 \frac{l}{h} \quad (\text{II.32})$$

La formulation linéaire de Bieniawski permet d'avoir une valeur minimale de résistance des piliers (ordonnée à l'origine) conforme à ce qui est observé expérimentalement. Pour des piliers dont les dimensions ne respectent pas les critères évoqués ci-dessus, Bieniawski (1968) a suggéré que l'équation de Salamon

et Munro était applicable.

Il existe un certain nombre d'autres équations de résistance des piliers qui n'ont de sens que dans les contextes géologiques spécifiques dans lesquels elles ont été développées (Fahimifar *et al.* 2015). Mais il ressort, communément à toutes les études qui ont été menées à ce sujet, que la résistance des piliers est principalement une fonction de trois facteurs :

- La résistance en compression simple d'un volume représentatif de roche,
- Le volume des piliers,
- La forme des piliers.

C. Effet du temps

Dans le cas des mines de charbon, la méthode de dimensionnement des piliers initialement proposée par Salamon et Munro dans les années 60 s'est avérée satisfaisante depuis lors dans beaucoup d'exploitations (Salamon *et al.* 1998 ; Salamon et Wagner, 1985). En revanche, il subsiste des cas de piliers pour lesquels des *FS* très élevés sont attribués et qui subissent tout de même des effondrements inexplicables. La grande variabilité des propriétés mécaniques des roches et le comportement complexe des recouvrements miniers peuvent plausiblement expliquer ce phénomène. Ces explications ne semblent toutefois pas parfaitement convaincantes au vu des résultats de certaines études (Mark et Barton, 1996 ; Salamon *et al.* 1996) qui suggèrent que les piliers (de charbon) sont relativement proches en termes de résistance d'une région à l'autre et dans des conditions très variées. Salamon *et al.* (1998) ont alors émis l'hypothèse qu'une certaine partie des événements de rupture inexplicables pouvaient être due au fait que l'effet de temps qui a tendance à détériorer la résistance des piliers n'avait pas été considéré lors de la détermination des équations de résistance.

Sur la base d'observations qui avaient été faites par Van der Merwe (1993), ils ont considéré que cette détérioration pouvait s'exprimer en termes de profondeur d'écaillage des piliers d_c (Fig. II.22), l'endommagement progressif des parois des piliers par détachement d'écaillures latérales étant un phénomène très courant (Fig. II.17).

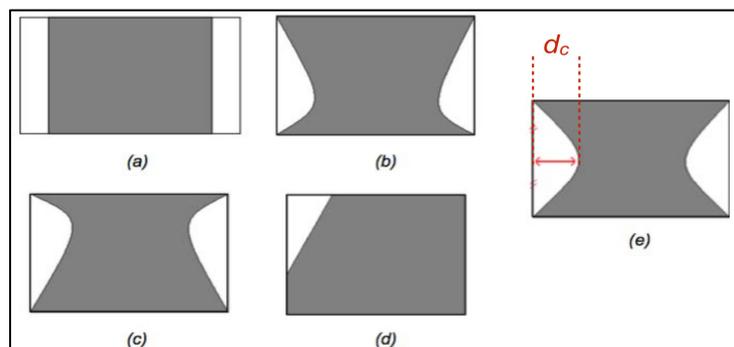


Figure II.22. Illustration des cinq types d'écaillage des piliers observés par Van der Merwe (2003b) dans les mines de charbon sud-africaines.

L'écaillage conduit à une réduction de la section portante des piliers. Les FS « apparents » que l'on peut calculer en considérant la largeur (section) initiale des piliers sont supérieurs au FS « réels » qui tiennent compte de l'écaillage. En effet, une surestimation de l conduit à une surestimation du rapport l/h et donc de la résistance des piliers mais elle conduit aussi à une sous-estimation de la contrainte appliquée au pilier puisque le taux de défrètement réel est supérieur à celui qui a été calculé sans prendre en compte l'écaillage. Salamon *et al.* (1998) proposent alors de modifier les expressions R_p et de $\sigma_{vm}(MPa)$ (Eqs 1.33 et 1.34) en considérant que l et la largeur des chambres c sont des fonctions du temps :

$$R_p(t) = K \cdot l(t)^{0.46} \cdot h^{-0.66} \quad (II.33)$$

$$\sigma_{vm}(t) = pgH \cdot \left(\frac{c(t)}{l(t)}\right)^2 / 1000000 \quad (II.34)$$

En faisant l'hypothèse que l'écaillage se produit uniformément sur chacune des faces d'un pilier (cas e) de la Figure II.22, $l(t)$ et $c(t)$ doivent être calculés à partir de la largeur initiale (intacte) des piliers l_i et des chambres c_i tels que :

$$l(t) = l_i - 2d_c(t) \quad (II.35)$$

$$c(t) = c_i + 2d_c(t) \quad (II.36)$$

Les auteurs proposent d'estimer d_c à partir d'un taux d'écaillage r_c , défini comme l'augmentation annuelle moyenne de la profondeur d'écaillage en fonction de l'âge des piliers.

Dans les bases de données des piliers de charbon sud-africains, Van der Merwe (2003b) a observé que le FS minimal attribué aux piliers instables était de 0,4. Faisant l'hypothèse que les ruptures de piliers se font la plupart du temps un certain nombre d'années après le début de l'exploitation d'une mine, il a suggéré que les facteurs de sécurité réels à la rupture devaient toujours être d'environ 0,4 mais que les facteurs de sécurité apparents, tels qu'ils sont traditionnellement calculés, étaient surestimés en raison de la non prise en compte du phénomène d'écaillage. Il a donc calculé la profondeur d'écaillage d_c nécessaire pour que les piliers instables de la base de données dont le FS apparent était $> 0,4$ aient un FS réel de 0,4 et en a déduit, connaissant l'âge des piliers, leur taux d'écaillage annuel r_c . Dans le contexte spécifique de l'étude de Van der Merwe, r_c s'approxime comme une fonction puissance du temps t (années), telle que :

$$r_c = 0.44 \cdot t^{-0.77} \quad (II.37)$$

D'après l'Equation (II.37) le taux d'écaillage annuel diminue avec le temps, ce qui signifie que l'endommagement est plus rapide en début qu'en fin de vie du pilier. Si l'on considère une configuration typique des mines de charbon peu profondes telle que $l_i = 7 m$, $c_i = 6 m$ (soit un taux de défrètement local de 0,45), $h = 4 m$ à 100 m de profondeur, alors $FS = 2$ avant l'écaillage du pilier. L'application

des Equations (II.33) à (II.37) suggère que $FS = 1$ (rupture théorique des piliers) soit atteint pour une profondeur d'écaillage d_c d'environ 50 cm, soit 30 années après le creusement des chambres. Cette durée est du même ordre de grandeur que celle reportée par Cui *et al.* (2014) dans le cas des mines de charbon chinoises, ce qui suggère que l'approche proposée est cohérente. Elle n'est toutefois pas généralisable à tous les contextes miniers et ne prend en compte qu'une partie des phénomènes responsables de l'endommagement des piliers dans le temps. Ce modèle n'est donc pour l'instant quasiment pas utilisé pour le dimensionnement des piliers. Il est cependant important de garder à l'esprit l'influence du processus qu'il décrit (Van der Merwe, 2012).

II.2.2.3 Approche numérique

La diminution globale de la résistance en compression des piliers dépend du comportement local de la roche (fissuration, fracturation) mais la résistance locale d'un volume élémentaire de roche est différente de la résistance globale du pilier constitué de cette roche. L'interaction entre les caractéristiques mécaniques locales (déterminées en laboratoire et à partir de méthodes de classification géo mécaniques) et globales s'étudie généralement grâce à des méthodes de modélisation, parfois analytiques, mais le plus souvent numériques.

En raison de l'apparition de discontinuités dans les piliers à mesure qu'ils s'endommagent, les piliers devraient, en toute rigueur, être modélisés comme des milieux discontinus. Pour autant, ils sont souvent modélisés comme des milieux continus avec des modèles de comportement, traduisant la relation entre contraintes et déformations à l'échelle d'un volume élémentaire de roche, qui permettent d'obtenir des comportements en termes de contraintes et déformations globales des piliers (raccourcissement et réduction de capacité portante) semblables à ceux qui sont réellement observés.

II.2.2.3.1 Modèles de comportement

Lorsque l'on peut négliger l'effet de la température ou des processus d'altération chimiques se produisant dans les roches, les modèles couramment utilisés pour décrire leur comportement post-pic font partie de la catégorie des modèles élasto-plastiques. Trois grands types de modèles élasto-plastiques (d'après Hoek, 2016) sont généralement considérés en fonction de la « qualité » de la roche étudiée (Fig. II.23) telle que déterminée à partir des méthodes de classification géomécanique (RMR, Bieniawski, 1976, Tunelling Quality Index Q, Barton, 1974 ou Geological Strength Index, GSI, Hoek, 1994) :

- Les modèles parfaitement plastiques pour les roches de « mauvaise qualité ». La limite d'élasticité de la roche se situe à un faible niveau de contrainte et la roche se déforme plastiquement à contrainte constante une fois cette limite atteinte.

- Les modèles à écoulement négatif (radoucissant) pour les roches de « qualité moyenne ». La limite d'élasticité est supérieure à celle des roches de mauvaise qualité mais la résistance de la roche chute une fois cette limite dépassée. La déformation plastique s'effectue à contrainte décroissante jusqu'à ce qu'une éventuelle résistance résiduelle soit atteinte auquel cas la déformation se poursuit à contrainte constante.
- Les modèles fragiles pour les roches de « bonne qualité ». Leur limite d'élasticité se situe à un fort niveau de contrainte mais la résistance décroît très brutalement une fois la limite d'élasticité atteinte.

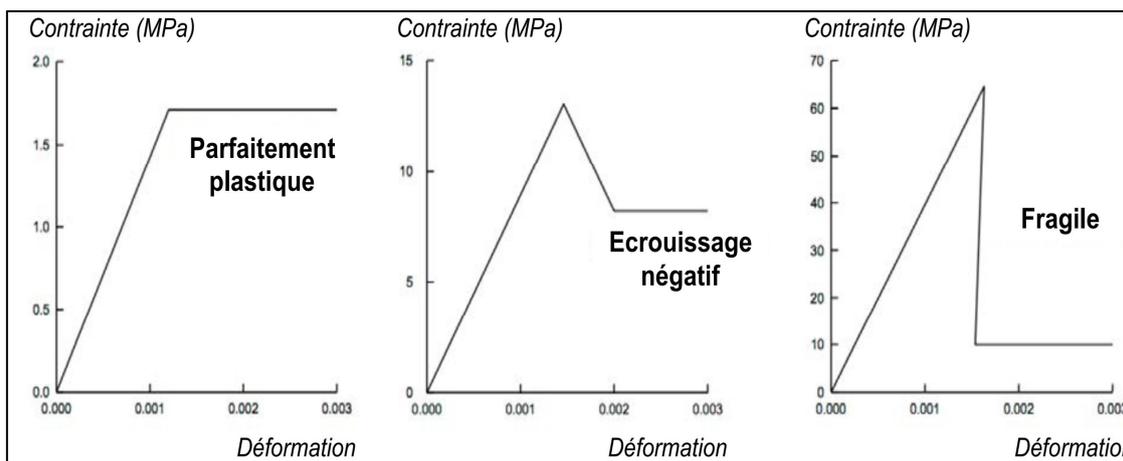


Figure II.23. Illustration des trois grands types de comportement observés pour les roches en fonction de leur « qualité » géomécanique d'après Hoek (2016).

Les méthodes de classification se basent sur l'observation de certaines caractéristiques des blocs de roche et des discontinuités qui composent un massif rocheux afin d'estimer les caractéristiques mécaniques qu'aurait un massif continu au comportement équivalent. Tant que le volume du pilier englobe un nombre suffisamment important de discontinuités (Hoek et Brown, 1997) de sorte qu'il soit représentatif du massif rocheux dans sa globalité, les méthodes de classification des massifs rocheux peuvent s'appliquer pour estimer la résistance de la roche constituant un pilier (Hoek, 2016) compte tenu de son état d'altération et des discontinuités présentes naturellement avant que le pilier ne s'endommage. Si un faible nombre de discontinuités orientées de manière défavorable découpent le pilier, son comportement sera alors fortement dépendant de la résistance au cisaillement des discontinuités mais quasiment plus des caractéristiques de la roche intacte, le pilier dans sa globalité ne peut alors pas être assimilé à un milieu continu équivalent.

Deux lois de comportement, pouvant considérer des comportements parfaitement plastiques, radoucissant ou fragiles, sont traditionnellement utilisées pour modéliser les piliers à partir de paramètres déterminés à l'aide des méthodes de classification géomécanique : Le modèle de Mohr-Coulomb et le modèle de Hoek

et Brown (1980). Elles sont toutes deux définies par un critère de rupture et une loi d'écoulement plastique dont le formalisme mathématique est décrit en Annexe 2.

Résultats de modélisation numérique issus de la littérature

Martin et Maybee (2000) ont fait partie des premiers auteurs à avoir utilisé la modélisation numérique pour estimer la résistance des piliers de roche dure (de bonne qualité géomécanique). Ils ont modélisé par la méthode des éléments finis, des essais de compression sur des piliers 2D infiniment longs. Les résistances obtenues pour différents rapport l/h ont été comparés aux équations de résistance empiriques existantes par le biais des graphiques de stabilité. Ils ont tout d'abord utilisé un critère de rupture de Hoek et Brown (Annexe 2) avec des paramètres de résistance initiaux déterminés à l'aide du GSI et une diminution immédiate de la résistance une fois la limite d'élasticité atteinte (comportement fragile pour roche de bonne qualité). Cette méthode a engendré des courbes de résistance correspondant à un facteur de sécurité de 1 assez éloignées de celles des équations empiriques existantes. Martin (1997) avait auparavant montré que le processus de détérioration des échantillons de roche par écaillage, menant à leur rupture globale, pouvait s'exprimer mécaniquement comme une perte de cohésion de la roche sans que le frottement ne soit mobilisé (avant la phase post-pic). Etendant cela à l'échelle des piliers, Martin et Maybee ont suggéré de modifier les paramètres de Hoek et Brown utilisés pour la modélisation numérique de manière à considérer que le terme caractéristique du frottement soit nul et que seule la cohésion intervienne dans le critère de rupture. Ont ainsi été définis les paramètres « fragiles » de Hoek et Brown $m_b = 0$ et $s = 0,11$ (Annexe 2). Avec ces paramètres, les courbes de résistance obtenues numériquement se sont avérées être relativement bien ajustées avec celles des équations empiriques pour des rapports $l/h < 1,5$. Un $FS = 1,4$ permet de séparer les piliers « stables » des piliers partiellement rompus alors qu'un $FS = 1$ permet de séparer les piliers partiellement rompus des piliers totalement rompus. Pour des valeurs $l/h > 1,5$, les résultats numériques surestiment la résistance des piliers, le modèle de comportement choisi, avec des paramètres de résistance fragiles tels que définis ci-dessus, n'est donc pas adéquat car le frottement interne n'est plus négligeable (Eqs II.29-II.30).

Murali Mohan *et al.* (2001) ont modélisé numériquement la résistance des piliers de charbon. Ils ont, pour leur part, exploité la méthode des éléments finis avec un modèle de comportement de Mohr-Coulomb à écrouissage négatif (caractéristique des roches de qualité moyennes). Les propriétés de résistance d'un critère de rupture non-linéaire de Sheorey (1997) ont d'abord été déterminées à partir d'un indice de classification RMR (Bieniawski, 1976), puis des caractéristiques de Mohr-Coulomb équivalentes ont été calculées. Les résistances

obtenues numériquement pour des piliers de différents rapports l/h se sont avérées être cohérentes par rapport aux résistances déterminées empiriquement à partir des bases de données de piliers rompus dans les mines de charbon indiennes. Les auteurs de l'étude ont conclu que la modélisation numérique avec un modèle de comportement prenant en compte l'écroutissage négatif était un bon moyen, lorsque les caractéristiques mécaniques sont correctement déterminées, d'évaluer la résistance des piliers de charbon.

Plus récemment, Jaiswal et Shrivastva (2009) et Mortazavi *et al.* (2009) ont respectivement modélisé le comportement des piliers de charbon et de roche dure avec une loi d'écroutissage négatif similaire à celle précédemment décrite. Alors que les premiers auteurs ont modélisé des essais de compression sur un pilier isolé, les seconds ont préféré se rapprocher des conditions d'exploitation réelles d'une mine en modélisant un agrandissement progressif des chambres autour d'un pilier (2D) afin d'augmenter son chargement vertical jusqu'à la rupture. Leurs résultats respectifs sont qualitativement comparables à ce qui avait déjà été mis en évidence en ce qui concerne la résistance des piliers. En effet, les équations de résistances obtenues numériquement par Mortazavi *et al.* en fonction du FS considéré (Fig. II.24) permettent de séparer les piliers « stables », « instables » et « rompus » d'une base données de piliers de roche dure des mines canadiennes notamment utilisée par Lunder et Pakalnis (1997).

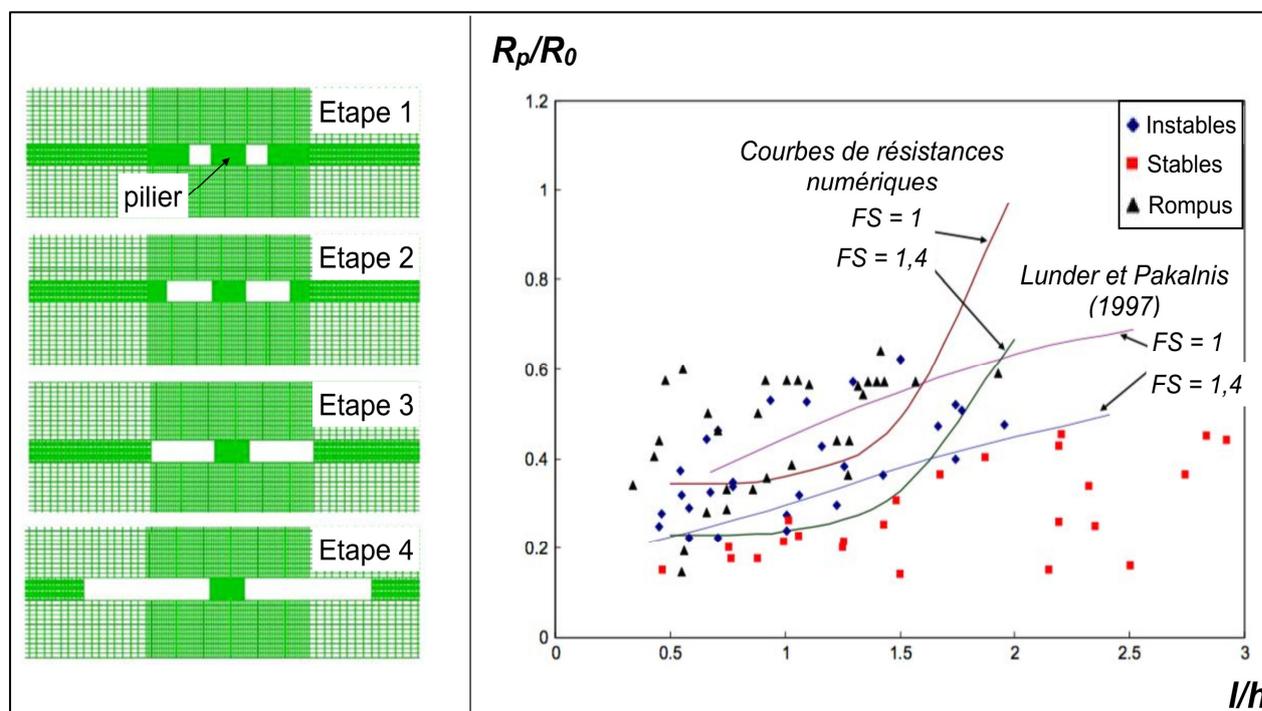


Figure II.24 : Vue sur les différentes phases des modèles 2D réalisés par Mortazavi et al. (2009) pour modéliser la rupture d'un pilier (gauche). Graphique de stabilité (droite) superposant l'équation de résistance obtenue à partir des résultats de modélisation à la base de données de piliers de roche dure utilisée par Lunder et Pakalnis (1997).

Les équations obtenues par Jaiswal et Shrivastva séparent relativement bien les piliers dits « stables » des piliers dits « instables » d’une base de données de piliers de charbon de mines indiennes. Par ailleurs, leurs travaux ont permis d’analyser numériquement l’influence de l/h sur le comportement post-pic des piliers, ce qui avait été très peu fait jusqu’alors. Jaiswal et Shrivastva ont montré que le module post-rupture des piliers E_{post} , pouvait s’approcher par une fonction puissance du rapport l/h se trouvant être relativement proche (pour des géométries typiques : $1 < l/h < 4$) de celle proposée par Zipf (1999) qui a compilé des valeurs *in situ* de E_{post} obtenues par différents auteurs dans les années 1970 (Fig II.25).

En outre, il semble que l/h ait également un effet positif sur la résistance résiduelle des piliers. D’après les résultats de Jaiswal et Shrivastva, plus les piliers sont résistants initialement (plus l/h est grand), plus leur résistance résiduelle R_r est grande pour une même gamme de caractéristiques mécaniques à l’échelle d’un volume élémentaire de roche.

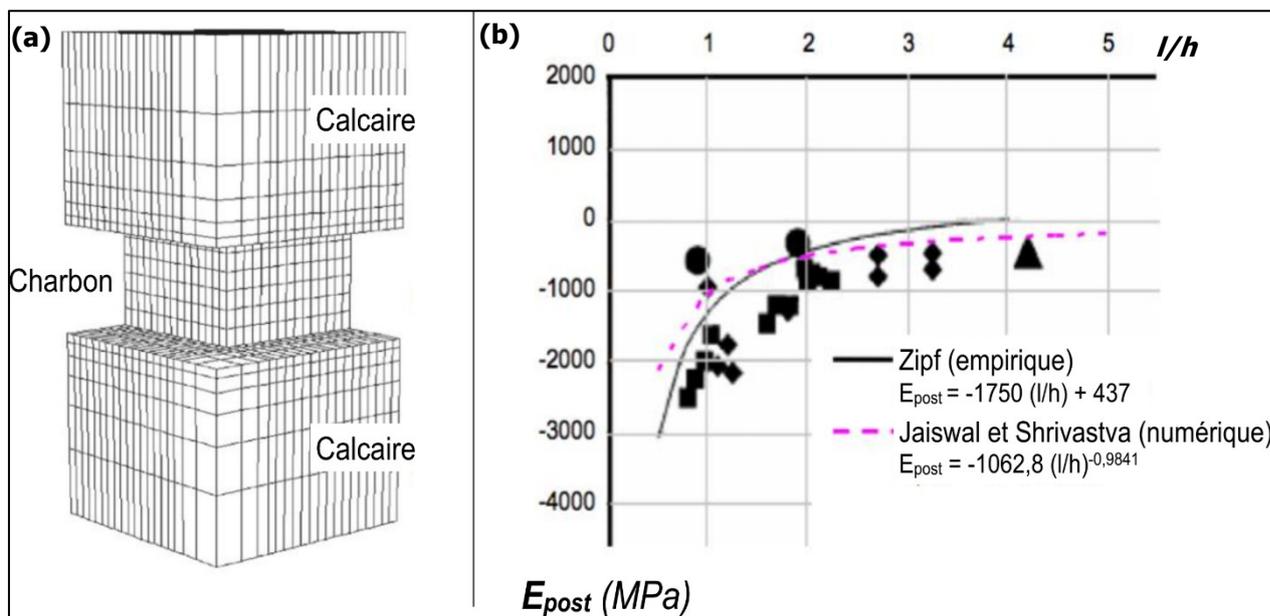


Figure II.25. a) Maillage d’un des modèles 3D de pilier réalisés par Jaiswal et Shrivastva (2009) pour modéliser des essais de compression.

b) Comparaison de l’expression du module post-pic déduite des résultats numériques à celle obtenue empiriquement par Zipf (1999).

À titre indicatif, les différentes gammes de propriétés mécaniques utilisées par certains auteurs pour modéliser les piliers de mines sont montrées dans le tableau II.1

Tableau II.1 : Caractéristiques géométriques et propriétés élasto-plastiques considérées par différents auteurs pour modéliser des piliers constitués de différents types de roche.

Auteurs	Martin et Maybee (2000)	Murali Mohan <i>et al.</i> (2001)	Jaiswal et Shrivastva (2009)	Mortazavi <i>et al.</i> (2009)	Esterhuizen <i>et al.</i> (2011)	Garvey (2013)	Cui <i>et al.</i> (2014)
Type de roche	Roches dures	Charbon	Charbon	Roches dures	Calcaire	Charbon	Charbon
l/h	0,5-2,5	0,6-8,3	1,4-4,6	0,5-2	0,5-2,5	0,5	≈1
E (GPa)	-	2	2	56 ?	-	4	1,3
v	-	0,25	0,2	0,25 ?	-	0,38	0,2
C (MPa) (MC) ou m_b (HB)	HB 0	MC 0,5-1,4	HB 1,47	MC 13	-	MC 3	MC 2,4
φ° (MC) ou s	HB 0,11	MC 32	HB 0,01	MC 53	MC 30	MC 0	MC 22
C résiduelle ou m_b résiduel	NA	MC 0	HB 0,125	MC 7,8	NA	MC 0,2	NA
φ° résiduelle ou s	NA	MC 22	HB 10 ⁻⁰⁵	MC 32,5	NA	MC 30	NA
σ_c (MPa)	230	19-50	35	160-215	-	-	-
σ_t (MPa)	-	0,4-1	2,33 ?	5	-	-	1,6
R_p (MPa)	≈70-160	≈5-14	≈3-10	≈8-30	≈5-130	≈7,5	-

NA = non considéré par la modèle ; - = non communiqué ; = valeur déduite mais non précisée par les auteurs ; HB = modèle de Hoek et Brown ; MC = modèle de Mohr-Coulomb ; C = cohésion ; φ° = angle de frottement ; σ_c = résistance en compression d'un échantillon intact ; m_b et s = caractéristiques de Hoek et Brown.

Conclusion

Les connaissances relatives au comportement mécanique des piliers de mines ont été analysées suivant trois aspects : l'état de contrainte des piliers, leur résistance en compression et leur stabilité en cas de rupture. Il a été mis en évidence que :

- ✓ L'état de contrainte d'un pilier (vertical) est couramment résumé à un indicateur simple : la contrainte verticale moyenne σ_{vm} calculée le long de leur section horizontale à partir de la méthode traditionnelle de l'aire tributaire.
- ✓ La résistance des piliers R_p dépend principalement du rapport de forme du pilier l/h .
- ✓ L'évaluation de la rupture potentielle d'un pilier se fait grâce au facteur de sécurité : $FS = \frac{R_p}{\sigma_{vm}}$

A l'issue de l'étude bibliographique, deux aspects principaux à considérer dans les

chapters suivants sont identifiés :

- La résistance en compression des piliers est relativement bien contrainte. On sait que les méthodes numériques avec des lois de comportement à écrouissage négatif reproduisent relativement bien le comportement quasi-statique réel des piliers.
- Il y a une incertitude sur le dénominateur du facteur de sécurité FS puisqu'il n'existe pas de méthode fiable pour considérer les piliers irréguliers (ce qui est souvent le cas). La seule méthode existante (Poulsen, 2010) n'est pas générale.

CHAPITRE III. DESCRIPTION DU SITE D'ÉTUDE

Introduction

Dans ce chapitre, nous développons deux axes sur la base des analyses documentaires et des données recueillies sur terrain. Le premier se base sur la connaissance de la situation géologique et hydrogéologique afin de déterminer toutes les structures qui peuvent influencer la stabilité de la zone en question. Le second axe concerne la méthode et les paramètres d'exploitation qui sont eux aussi des critères à considérer lors de l'évaluation de la stabilité.

Ces deux axes, nous permettent de faire une première appréciation de l'état actuel sur la zone d'étude.

III.1 Historique de la mine de Châabet El-Hamra

Le gisement de Châabet El-Hamra est connu depuis longtemps, il a fait l'objet d'exploitation des affleurements de calamines de 1910 à 1920 et de 1936 à 1941. Beaucoup plus tard, les travaux d'exploration par forages ont été entrepris afin d'établir l'extension des zones connues. Après la nationalisation des mines en 1966, le gisement de Châabet El-Hamra a été l'objet de premiers travaux de prospection géologique, de 1967 à 1988, suivis ensuite de travaux d'évaluation par sondages à maille régulière de 50x100 et de 100x100m, de 1989 à 1991.

En 1991 et suite au coup d'eau survenu le 02 juin 1990 à la mine de Kherzet Youssef et qui a mis fin à l'exploitation du gisement, l'ENOF a élaboré un premier dossier de recherche détaillée par ouvrages miniers sur le gisement de Châabet El-Hamra. Les travaux miniers ont démarré en janvier 1992 et les ouvrages d'accès ont été achevés en avril 1994.

La mine de Châabet El-Hamra a démarré l'extraction du tout-venant en avril 1994 tout en continuant à réaliser des travaux de recherche au fond pour préciser les réserves géologiques et les conditions hydrogéologiques.

Les bilans financiers de la mine ont été toujours déficitaires, ce qui a poussé l'ENOF à engager périodiquement des analyses et évaluations technico-économiques.

III.2 Contexte géologique locale de Châabet El-Hamra.

Le gisement de Châabet El-Hamra, fait partie du « district métallogénique » à Pb-Zn des monts du Hodna qui renferme d'importantes minéralisations en Pb-Zn localisées dans la région d'Ain Azel. Le gisement de Châabet El-Hamra appartient aux blocs d'Ain M'Lila, qui comprend trois structures de soulèvement en forme de Horst-Anticlinaux. Le gisement est associé au Horst de Rahbat (Fig. III.1)

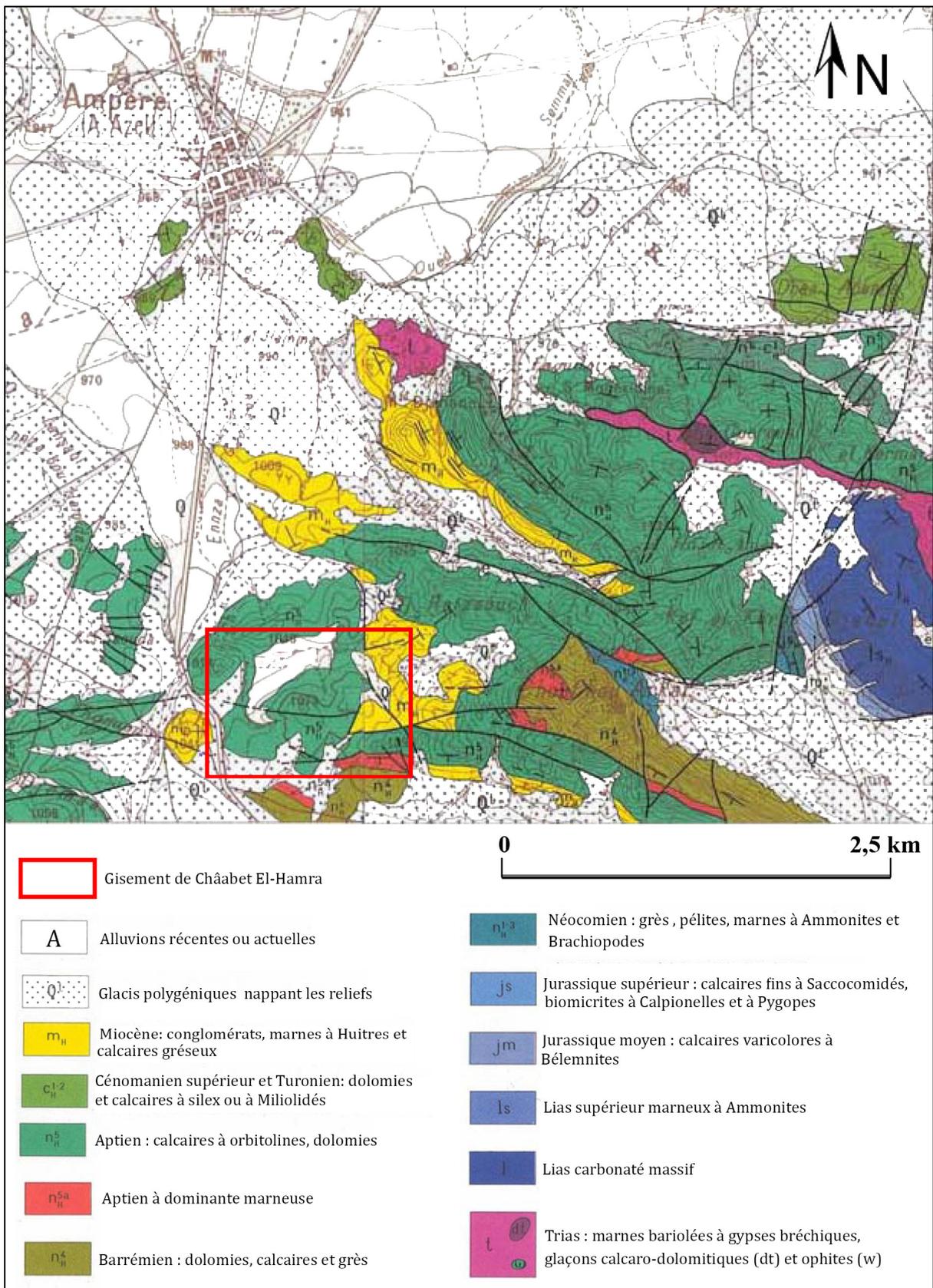


Figure III.1. Carte géologique des environs de la mine de Châabet El-Hamra (D'après Carte géologique au 1/50.000 d'Ain Azel, Sonatrach, 1977)

III.2.1 Situation géographique du gisement de Châabet El-Hamra

Le gisement de Châabet El-Hamra est situé à vol d'oiseau, à environ 250 km au Sud-est d'Alger et à 50 km au Sud de Sétif, dans la région de Chouf-Bouarket à 4,5 km d'Ain-Azel et à 12 km au Sud-est du complexe minier de Kherzet Youssef (Fig. III.2). Ses coordonnées géographiques approximatives sont : 35°45'N et 5°30'E. L'altitude du site varie de 950 à 1200 mètres.

Le climat de la région est semi-aride, froid en hiver et chaud en été. Les précipitations annuelles moyennes sont de 322 mm et dépassent rarement les 500 mm. La température moyenne annuelle est de 15 °C.

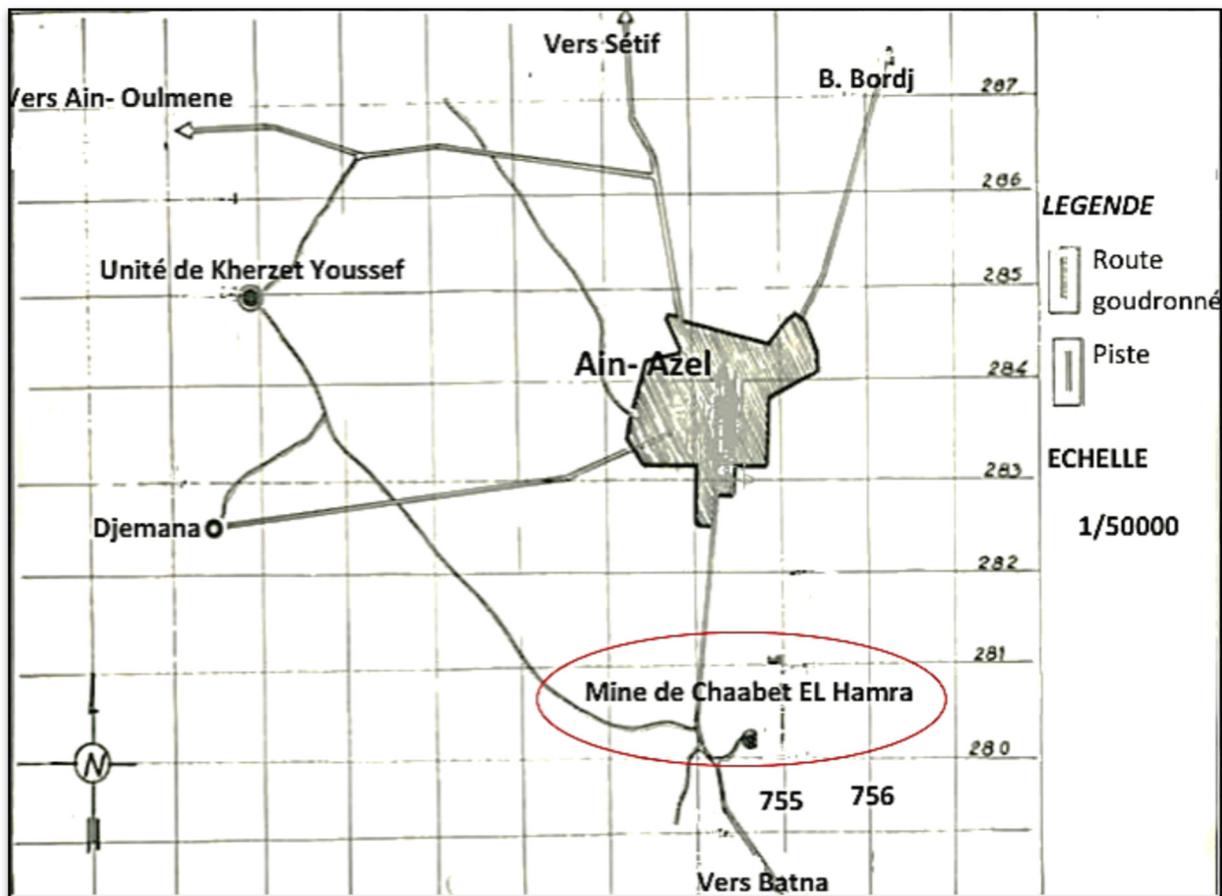


Figure III.2. Situation géographique de la mine de Châabet El-Hamra.

III.2.2 Stratigraphie des monts du Hodna

La stratigraphie du massif de Hodna se caractérise par des séries sédimentaires définies du Trias au Quaternaire (Glaçon, 1967), (Guiraud, 1990)

➤ **Le Trias** : se rencontre sous forme de pointements dans les zones les plus tectonisées. Il est composé de masses d'argiles bariolées accompagnées d'un chaos de roches : brèches dolomitiques, cargneules, amas de gypse, brèches de schistes micacées, avec parfois des fragments de cristallin et de roches vertes. Des

lambeaux calcaro-dolomitiques bien stratifiés, attribués à la base du Lias (Rhétien ou Hettangien) sont fréquemment emballés dans le Trias.

➤ **Le Jurassique** : affleure sur des surfaces importantes à l'Est d'Ain Azel. Il comprend le Jurassique inférieur-moyen (Lias-Dogger) et le Jurassique supérieur. Le Lias-Dogger constitue l'ossature calcaro-dolomitique de plusieurs chaînes des Monts du Hodna. Le Jurassique supérieur est constitué de trois groupes : (1) un groupe grés-argileux, très réduit dans les Monts du Hodna, (2) un groupe marno-calcaire peu fossilifère et (3) un groupe carbonaté supérieur, très riche en fossiles, qui correspond au Portlandien et comprendrait une partie du Crétacé inférieur (Berriasien).

➤ **Le Crétacé inférieur**, affleure largement dans la région. Il comprend, de la base vers le sommet : (1) une formation marno-silto-gréseuse, d'âge Berriasien supérieur et Valanginien ; (2) une formation dolomitico-gréseuse d'âge Hauterivien ; (3) une formation argilo-calcaro-gréseuse d'âge Barrémien et Aptien inférieur ; (4) une formation calcaro-marneuse à Orbitolines d'âge Aptien ; et (5) une formation calcaro-marno-gréseuse d'âge Albien.

➤ **Le Crétacé supérieur**, est constitué de la succession litho stratigraphique suivante :

- 1) des marnes et des marno-calcaires du Cénomaniens inférieur et moyen, qui se termine par des couches très fossilifères ;
- 2) des calcaires et dolomies du Cénomaniens supérieur et du Turonien basal, à la base et au sommet desquels s'observent des couches à silex ;
- 3) des marnes et marno-calcaires à *Globotruncana helvetica* (Turonien inférieur à moyen) ;
- 4) des marnes à Rudistes du Turonien supérieur ;
- 5) des marnes et marno-calcaires du Sénonien avec intercalation de calcaires à Incérâmes ;
- 6) des calcaires à Laffittéines du Maestrichtien.

➤ **L'Eocène** est représenté par des faciès calcaires ou marno-calcaires à silex se terminant par des séries lagunaires ou parfois continentales (argilites rouges et poudingues).

➤ **Le Miocène**, représenté le plus souvent de formations continentales et lagunaires, est composé de conglomérats, grés, marnes et argiles rouges.

➤ **Le Pliocène**, généralement concordant sur le Miocène, est constitué de formations détritiques, marneuses et conglomératiques.

➤ **Le Quaternaire** est composé de formations continentales peu épaisses.

III.2.3 Stratigraphie du gisement

Elle est caractérisée principalement par les dépôts du Crétacé, dont le Hauterivien présente le plus grand intérêt, car il contient la minéralisation (Meftah, 2002) (Fig. III.3).

❖ Valanginien (n₂)

Les dépôts du Valanginien (stériles) affleurent à l'Est de la faille orientale et à l'Ouest du gisement et sont représentés par une alternance d'aleurolites grises avec des grés quartzeux gris clair, des dolomies gréseuses et argileuses, des calcaires et des marnes gris-verdâtres.

❖ Hauterivien (n₃)

La minéralisation zincifère d'intérêt industriel est localisée dans la partie inférieure du Hauterivien, dont la puissance varie de 100 à 150 m. Cet étage est subdivisée en deux (2) niveaux :

1. Hauterivien inférieur (n31) : Ce niveau, d'une puissance totale variant de 70 à 120 m, est à son tour divisé en trois termes :
 - **n31a** : composé de dolomies grises massives, à grains fins, parfois gréseuses, souvent à petites inclusions et nodules, de couleur blanchâtre, et parfois de calcarénites noires dans la partie supérieure de 2 à 5 m du toit ; ce terme est discontinu et son épaisseur est de 1 à 2 m.
 - **n31b** : représenté par une superposition, de bas en haut, de marnes gris-verdâtres (0,5 à 2 m), d'aleurites gris-brun (2 à 5 m), de dolomies grises (2 à 10 m), de dolomies gréseuses (3 à 8 m) et de marnes bariolées (5 à 10 m).
 - **n31c** : également caractérisé par des dolomies à grains fins de couleur brunâtre ou fortement hématitisées (l'hématite est sous forme de nids et de filonnets dans la masse dolomitique).
2. Hauterivien supérieur (n32) : ce niveau, d'une puissance globale variant de 80 à 110 m, est subdivisé en cinq termes :
 - **n32a** : formé de grés, parfois en alternance avec des argiles, de marnes et aleurolites verdâtres, avec toujours à la base de l'alternance un niveau calcaire gris-clair, dont une partie, de 1 à 3m d'épaisseur, est dolomitisée.
 - **n32b** : représenté par des dolomies massives et fines plus ou moins hématitisées.
 - **n32c** : représenté par un calcaire gris argileux (parfois renfermant des passées argilo-marneuses ou siliceuses) dont l'épaisseur varie de 10 à 15 m.
 - **n32d** : constitué de dolomies à grains fins, de couleur gris-brun, souvent argileuses, dont la puissance totale varie de 15 à 20 m.

- **n32e** : caractérisé par une irrégularité de composition et de puissance ; essentiellement représenté par des calcaires gris en alternance grossière avec des marnes et des aleurolites ; dans la partie inférieure de ce terme, les calcaires sont remplacés par des dolomies recristallisées.

❖ Barrémien (n₄)

Il est développé au Nord-Ouest et au Sud du gisement et il est subdivisé en deux niveaux :

1. Barrémien inférieur (n₄¹) : ce niveau est à son tour divisé en trois termes :
 - **n₄^{1a}** : formé essentiellement par des grés et des dolomies gréseuses parfois argilo-bitumineuses, avec une fine dissémination de pyrite et de passées de dolomies légèrement oxydée ; la puissance de ce terme varie de 40 à 60 m.
 - **n₄^{1b}** : constitué par une alternance de dolomies marneuses massives, de marnes et de calcaires marneux ; sa puissance varie aussi de 40 à 60 m.
 - **n₄^{1c}** : représenté par des dolomies massives à grain fins, avec des fissures remplies d'oxydes et de calcite, et une puissance variant de 15 à 20 m.
2. Barrémien supérieur (n₄²) : ce niveau est subdivisé en quatre termes :
 - **n₄^{2a}** : représenté par des dolomies gréseuses, massives à grains fins ou moyens, avec souvent des fissures remplies par de la calcite et, vers la fin du terme, par de la pyrite disséminée ; la puissance de ce terme varie de 20 à 30m.
 - **n₄^{2b}** : formé de grés bruns, avec une alternance d'aleurolites et d'une dolomie très gréseuse, et, en fin d'intervalle, un aspect broyé de la roche, la puissance du terme varie de 30 à 40 m.
 - **n₄^{2c}** : constitué d'une alternance de dolomie gréseuse, de grés bruns et d'argiles verdâtres (dolomies et grés compacts, massifs et légèrement hématitisés). Sa puissance varie de 60 à 130 m.
 - **n₄^{2d}** : formé de dolomies gréseuse et argileuse et de calcaire brun-violet, avec des passés d'argile verdâtre. Sa puissance est d'environ 60 m.

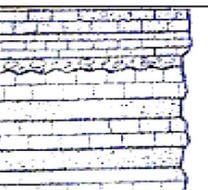
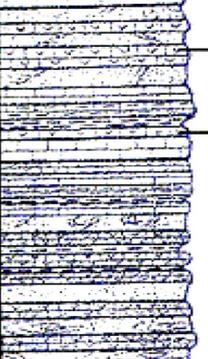
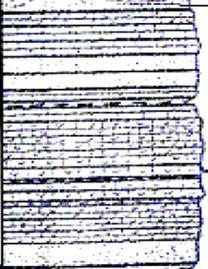
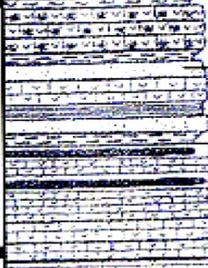
ETAGE	LOG	Conséquence Hydrogéologique	
Miocène 30m		Perméable	Non étudié Inexistant dans la partie centrale du gisement exploité par les fellahs
Aptien 60m			
Barrémien 200m		Semi-Perméables	Etudié sommairement Situé au dessus du niveau Statique dans la partie centrale du gisement exploité par les fellahs
		Perméable	
Hautérvien Supérieur 120m		Perméable	Etudié
		Semi-Perméables	
Hautérvien Supérieur 120m		Perméables	
Valanginien		Imperméable	Etudié

Figure III.3. Log stratigraphique de gisement Châabet El-Hamra (d'après ENOF 1993)

III.2.4 Structure du gisement

Le minerai zincifère du gisement de Châabet El-Hamra est composé de deux corps principaux appelés corps n° 1 pour le corps supérieur et corps n° 2 pour le corps inférieur.

Ces corps sont allongés en bande sur une longueur de 2700 m en direction et 100 à 400 m en pendage. Les corps de minerai plongent d'un pendage de 10° vers le Nord-Ouest. Le minerai est encaissé dans une dolomie poreuse ou bréchique située dans la partie inférieure de l'étage Hautérvien (Crétacé inférieur). Le toit du corps supérieur (corps n°1) est une dolomie à lits marneux tandis que le mur du corps inférieur (corps n°2) est une dolomie massive à concrétions (dolomie tachetée).

Les deux corps de minerai sont stratiformes, subparallèles et séparés l'un de l'autre par un niveau intercalaire constitué d'une dolomie à minéralisation pauvre et parfois stérile de puissance variable. Ce niveau peut être absent, de telle sorte que les deux corps se confondent en un seul corps de minerai continu.

La puissance moyenne du corps n°1 (corps supérieur) est de 5 mètres et celle du corps n°2 (corps inférieur) est de 4 mètres. Il n'existe aucune corrélation entre les épaisseurs et les teneurs et on constate une distribution contrastée dans les corps de minerai.

III.2.5 Tectonique

III.2.5.1 La géodynamique régionale.

CEH appartient au Horst anticlinal de RAHBAT, occupant la partie extrême Ouest de son flanc SO, se caractérisant par une structure complexe, le gisement se subdivise en 3 blocs : Le bloc Est, Le bloc Ouest et Le bloc Centrale

a- Le bloc Est : Dont 3 cotés sont délimités par des failles, tandis que le côté Sud est en contact avec les calcaires Néogènes. Sur le plan structural, il présente des flancs de pli dont le pendage varie entre 10° à 15° SO, avec des complications locales sous formes de dômes, gradins, ...etc. Le pli est compliqué par des accidents cassants (Fig. III.4) :

- La faille Sud : de direction latitudinale dans le flanc SE du brachyanticlinal. Faille normale à rejet vertical de 100 à 120 m, avec un pendage inf. à 65-75° N.
- La faille diagonale : elle s'étend vers le NE, sub-parallèlement au plan axial.

b- Le bloc central : Sous forme d'un coin, dont l'angle aigu est formé par le raccordement des failles centrale et latitudinale dans la partie Est ; la partie opposée du coin s'en va en s'élargissant à l'Ouest du gisement. Sur le plan structural, le bloc central est plus compliqué. Dans son ensemble, le coin représente un Graben à amplitude d'affaissement de 15 à 20 m.

c- Le bloc Ouest : Localisé au NO de la faille normale et se trouve limiter par des dislocations cassantes Est, Ouest, latitudinale et centrale.

- Faille centrale : Faille normale s'étendant de l'extrémité nord jusqu'à l'extrémité Sud, avec un pendage au SE inf. à 70-75° et un rejet vertical de 10 à 15 m dans sa partie NE, elle coupe un chevauchement à pente douce et dont dérive 2 autres failles, à savoir :
- Faille latitudinale : Se prolonge à l'Ouest au-delà du gisement, avec un pendage au Nord de 75 à 80° et un rejet vertical de 10 à 20 m.
- Faille Est : Orientée vers l'Est, de direction subméridienne, avec une amplitude verticale du rejet de 80 m voire 100 m suivant le plan de faille et un pendage SO inf. à 65-70°.

- **Faïlle Ouest** : Cette faille normale borde le flanc SE du bloc Est, et change de direction à 300°, se faisant couper par la faille latitudinale, c'est une faille en escalier formant des plaques, des coins dans une zone d'environ 70 m de large, le pendage est à l'Est inf. à 70-80°, tandis que les rejets atteignent 10 m.

III.2.5.2 La géodynamique locale (du gisement)

Le gisement apparait sous forme d'un dôme recoupé par deux grands accidents de direction orientée Est- Ouest donnant ainsi naissance à trois blocs principaux :
 - Un bloc central ; Un bloc méridional ; Un bloc occidental avec une structure en Horst et en Graben.

- **Tectonique cassante :**

Il s'agit d'un système de failles synsédimentaires ou flexures de direction Nord-Sud, (Glaçon, 1967), on a :

- **Faïlle centrale** : C'est une faille normale de direction Nord-Ouest/Sud-Est avec pendage du plan de faille au Sud-Est inférieur à 178° et à rejet vertical d'environ 10 à 15m.
- **Faïlle latitudinale** : C'est une faille normale de direction Est-Ouest à plongement vers le nord avec un angle de pendage de l'ordre de 70-80° et à rejet vertical de 10 à 20m.

- **Tectonique souple :**

- **Les plis** : Le secteur de Châabet El Hamra est caractérisé par une structure générale sous forme d'un anticlinal découpé par une variété d'accidents tectoniques, Cet anticlinal présente un plan axial orienté Nord-Ouest/Sud-Est.

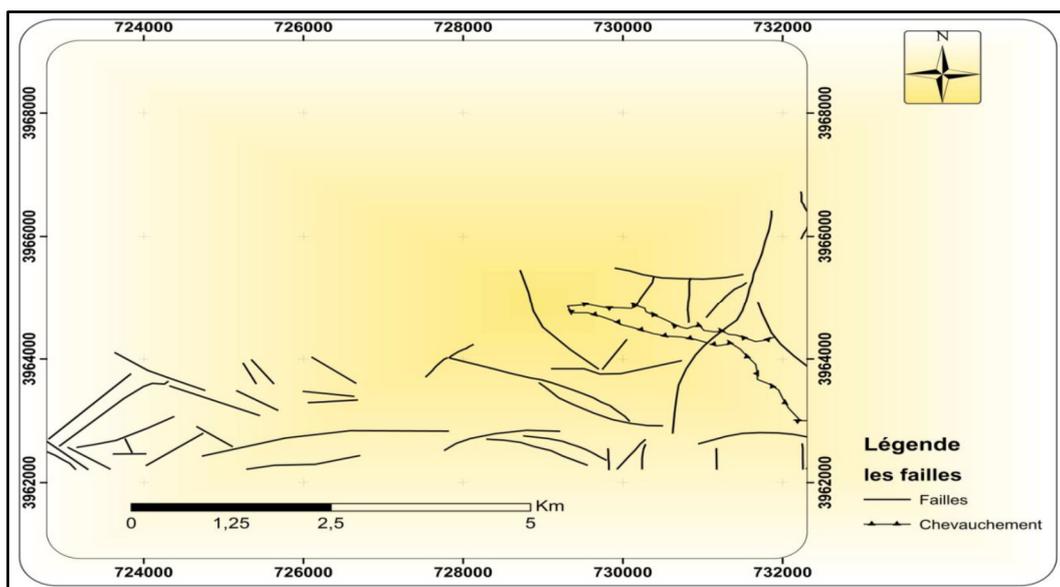


Figure III.4 Carte linéaments du secteur d'étude

III.2.6 Minéralisation

La minéralisation du gisement de Châabet El-Hamra est observée en faisceaux sous forme de lentilles minéralisées de composition tantôt mono-minérale, tantôt mixte (Fig. III.5). Elle est représentée essentiellement par la sphalérite, la pyrite, la marcassite, la galène rencontrée rarement et donc sans importance industrielle.

Dans cette composition, les principaux minéraux sont la sphalérite, la pyrite et la marcassite. Les minéraux secondaires sont la galène, l'hématite. Les minéraux de gangue sont la calcite, la barytine, la dolomie et plus rarement le quartz et le gypse (rare). Les minéraux d'oxydation sont principalement la smithsonite, la cérusite et la limonite.

La minéralisation de pyrite, marcassite, blende et rarement galène est intimement liée aux roches dolomitiques hauteriviennes, en se localisant indépendamment aux structures tectoniques affectant ce niveau porteur de la minéralisation.

La minéralisation zincifère se présente en couches lenticulaires, regroupées dans deux faisceaux stratiformes, séparés par le banc de dolomie blanchâtre stérile, de 6 m de puissance.

La galène est très rare, et se développe généralement aux extrémités des lentilles, limitant la zone zincifère de celle baryto-pyritifère.

La sphalérite se présente sous plusieurs types : massif, en tache de recristallisation, fissure, et bréchique ce qui constitue l'essentiel du minerai industriel.

III.2.7 Aperçu hydrogéologique

L'importance de l'eau d'exhaure est assez connue dans la région. Le "coup d'eau" catastrophique du 02 juin 1990 a entraîné la fermeture définitive de la mine de Kherzet Youssef. Cette eau est récupérée pour les besoins agricoles et sa présence est un obstacle à l'avancement des travaux d'exploitation de la partie inférieure du gisement de Châabet El-Hamra.

Les données géologiques et hydrogéologiques confirment l'existence de deux nappes libres (Fig. III.6).

- Dans la partie centrale du gisement, existe une nappe contenue dans les formations hauteriviennes carbonatées à perméabilité de fissure.
- Dans la partie Nord-Ouest du gisement une nappe aquifère est reconnue dans les formations barrémiennes. Cet aquifère est associé aux grés dolomitiques.
- Dans la partie Est du gisement deux sondages hydrogéologiques ont été exécutés, ces derniers ont donné des résultats négatifs et une absence de venues d'eau a été notée. Les travaux miniers réalisés par l'ENOF ont confirmé qu'il n'y a pas de niveau aquifère dans la partie Est.

CORPS N°	COUCHE N°	LITHOLOGIE	PUISS (m)	DESCRIPTION
Corps N° 1	6		0.80	Grès Orgonogène
			0.50	Marnes noirs à aspect schisteux
			1.50	Dolomie bréchique faiblement minéralisée
			1.50	Dolomie à minéralisation disséminée de sphalerite
			0.20	Joint marneux
			2.00	Dolomie grise à minéralisation en veirules de sphalerite et nids de baryte par endroits la couche est à moitié stérile
Corps N° 1	4		2.00	Dolomie à minéralisation disséminée de sphalerite
			4 - 10	L'intercalaire stérile
Corps N°2	3		0.20	Sphalerite massive à joint argileux
			1.60	Dolomie à minéralisation bréchique de sphalerite
	2		0.40 - 2.00	Dolomie stérile
			1.60	Dolomie à veines de spalerite
			0.20	Sphalerite massive
	1		1.50 - 2.00	Dolomie à concrétions stérile
		1		0.80
			0.70	Dolomie stérile
	0.50		Sphalerite massive (par endroits toute la couche est minéralisée)	
				Dolomie à concrétions

Figure III.5. Minéralisation du gisement (faisceau supérieur et inférieur)

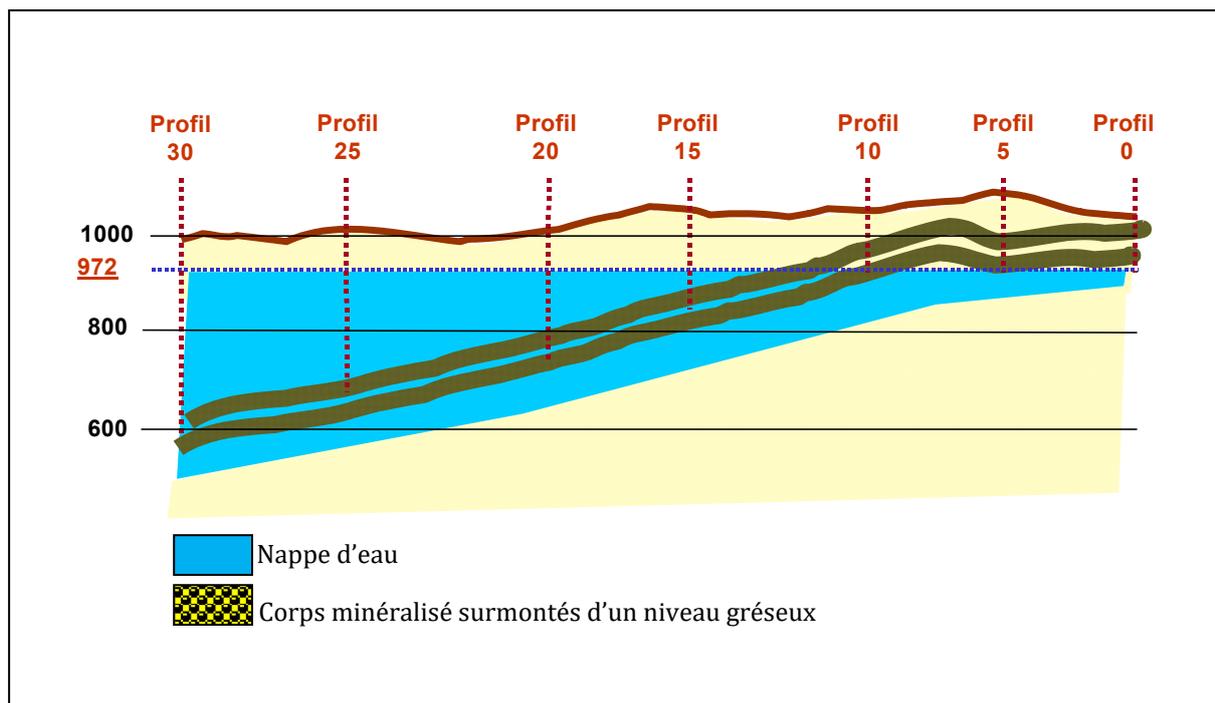


Figure III.6. Coupe hydrogéologique Profil 0 – Profil 30 (D'après ENOF 2003)

III.2.8 Réserves du gisement

Les réserves du gisement, du Pr0 au Pr 31, ont été évaluées, en 1992, par l'EREM et expertisées en 1994 par le Bureau Canadien "SIDAM"

a. Evaluation de l'EREM 1992

Les réserves découvertes par l'EREM sont des réserves de catégorie C1 et C2. Leur calcul a été basé sur la méthode des blocs géologiques. Dans cette méthode, un bloc est défini par un certain nombre de sondages pour lesquels la teneur pondérée et l'épaisseur moyenne du corps minéralisé rencontrent des exigences minimales préalablement définies pour que le bloc soit considéré comme étant du minéral.

Les paramètres de calcul sont :

- Une teneur de coupure : 3%,
- Une épaisseur minimale exploitable : 01 m,
- Epaisseur moyenne : la moyenne arithmétique de l'épaisseur de tous les sondages inclus dans le bloc,
- Une densité moyenne :
 - ✓ Corps 1 : 3.04 t/m³,
 - ✓ Corps 2 : 3.07 t/m³,
- Une maille d'évaluation :
 - ✓ Catégorie C1 : ≤ 100 m en direction et 75 m en pendage,
 - ✓ Catégorie C2 : > 100 m en direction et 75 m en pendage,

Les réserves établies par l'ORGM, à l'issue de sa campagne de recherche de six ans (1987 – 1992), se présentent dans le tableau III.1.

Tableau III.1. Réserves établies par l'ORGM (1987 – 1992)

N° du corps	Catégories	Réserves géologiques (T)	Teneurs (%)	Métal (T)	Puissance(m)
Corps N°1	C1	2 737 000	5.23	143 145	4.11
	C2	92 200	5.18	4 776	7.11
	Total corps 1	2 829 200	5.23	147 921	4.17
Corps N°2	C1	2 132 500	6.03	128 590	3.66
	C2	58 900	5.60	3 298	2.61
	Total corps 2	2 191 400	6.02	131 888	3.62
Total corps 1 + corps 2		5 020 600	5.57	279 809	3.93

b. Expertise des réserves du gisement SIDAM 1994

Les réserves calculées par SIDAM sont des réserves de catégorie C1. L'évaluation de SIDAM a été basée sur la méthode des polygones d'influence. Dans cette méthode, chaque sondage se voit attribuer une zone d'influence de forme polygonale ; les côtés de du polygone sont des perpendiculaires tracés à la mi-distance de la droite qui relie le sondage considéré aux autres sondages qui l'entourent.

Les paramètres de calcul utilisés sont :

- Teneur de coupure : 3%,
- Epaisseur minimale : 02 m,
- Densité moyenne : 03,05 t/m³ pour les deux (02) corps 1 et 2,
- Maille d'évaluation :
 - ✓ Catégorie C1 : >75 m en direction et 100 m en pendage.

L'expertise de cette évaluation, par le Bureau Canadien 'SIDAM', engagé par l'ENOF en 1994, a donnée des résultats très proches de ceux de l'EREM se présentent dans le Tableau III.2.

Tableau III.2. Evaluation des réserves du gisement SIDAM 1994

N° du corps	Catégories	Réserves géologiques (T)	Teneurs (%)
Corps N° 1et 2 confondus	C1	2 602 200	6.08
	C1	2 205 800	6.80
	Total	4 808 000	6.41

III.3 Mode d'ouverture et découpage du gisement

On appelle ouverture d'un gisement tous les travaux de creusement donnant accès au corps minéralisé à partir du jour, (Fig. III.7).

➤ Tranchées d'accès et descenderie

La profondeur de la minéralisation est comprise entre 100 et 160 m et la morphologie des corps minéralisés est du type lenticulaire, ce qui impose une exploitation souterraine.

L'accès à la zone minéralisée se fait par une descenderie, dont l'implantation est située au point le plus bas de la région, à la côte 1020, sur une longueur de 830 m dans les stériles.

Elle est utilisée pour la circulation du personnel, du matériel et pour l'évacuation du minerai. Elle sert également comme entrée d'air frais vers l'exploitation souterraine.

Cette descenderie est précédée d'une tranchée d'accès, d'une longueur de 113 m, allant de la côte 1034 à celle de 1025 mais d'une inclinaison contraire à la pente de la descenderie, de l'ordre de 6 %.

La tranchée d'accès est dotée de murs de protection en béton, avec un puisard pour le drainage des eaux pluviales.

➤ Travers-banc 960

De même section que la descenderie (20,60 m²) et à la côte 960, ce travers-banc a une longueur de 289 m et une inclinaison de 4 % (en traversant la zone minéralisée) et relie le puits d'aérage et de secours à la descenderie, suivant le profil X.

➤ Puits d'aérage et de secours

Initialement sondage d'aérage, ce puits a une section de 9,60 m² et une profondeur de 117 m dont 10 m de puisards, et se trouve être entièrement bétonné, partant du niveau 960 et débouchant au jour à la côte 1066,74.



Figure III.7. Plan et coupe des travaux d'ouvertures de la mine de Châabet el Hamra (1221.4m)

III.4 Méthodes d'exploitation proposées

Le bureau canadien SIDAM a proposé la méthode d'abattage par chambres et piliers avec remblayage par les rejets stériles de l'usine de traitement. Le sable, rejets, sera transporté, de Kherzet Youcef à Châabet El Hamra, par les camions destinés au transport du T.V. Au préalable, ce sable stérile de la laverie devrait être mis en pulpes, mélangé à 4 – 5% de ciment dans un atelier à Kherzet Youcef, avant d'être coulé dans les chantiers qui en auront besoin, au moyen d'une installation de tuyauterie appropriée.

Cette méthode, soumise à l'avis de plusieurs BET, n'a pas été retenue pour son coût élevé qui risque de compromettre la rentabilité du projet. Elle fut rejetée à la faveur de deux méthodes déjà pratiquées, par l'unité, lors de l'exploitation de la partie supérieure du gisement.

Ces deux méthodes convenaient à la morphologie du gisement, la puissance de la minéralisation, sa qualité et son pendage.

Ces méthodes sont :

- Le traçage, dépilage pour les couches dont la puissance est ≤ 05 m.
- Les sous-niveaux foudroyés pour les couches dont la puissance est >05 m. Cette méthode est simple et productive avec 10% de pertes et 10 à 15 % de Salissage.

III.4.1 Principe des deux méthodes

III.4.1.1 Méthode de traçage et dépilage

C'est une méthode qui convient aux couches minéralisées de faible puissance, ≤ 5 m, (Fig. III.8). Le principe de cette méthode consiste à creuser une série de chambres parallèles appelées "traçages". Ces chambres sont séparées entre elles par des piliers de 12 m de large. Ces piliers sont exploités de la façon suivante :

On perce une enlevure de 4 m de large à 4 m des éboulements, qui laisse entre les éboulements un rideau. Ce rideau est finalement, partiellement exploité à son tour, en traçant une refonte qui laisse subsister 2 piliers résiduels ces piliers sont amaigris, puis torpillés à l'explosif, le minerai est ainsi récupéré et cette dernière étape entraîne le foudroyage du toit. Les piliers résiduels qui jouent un très grand rôle dans la maîtrise de l'effondrement du toit, ils règlent la distance entre l'alignement des fronts et la ligne de cassure de foudroyages. Cette ligne doit être orienté de 35° à 45° sur les fronts et qui se trouve à plusieurs mètres du dernier pilier résiduel.

Le dépilage se poursuit de telle manière que l'exploitation des piliers se rabatte suivant la puissance de la couche. Les pertes constituent 10 à 15 %.

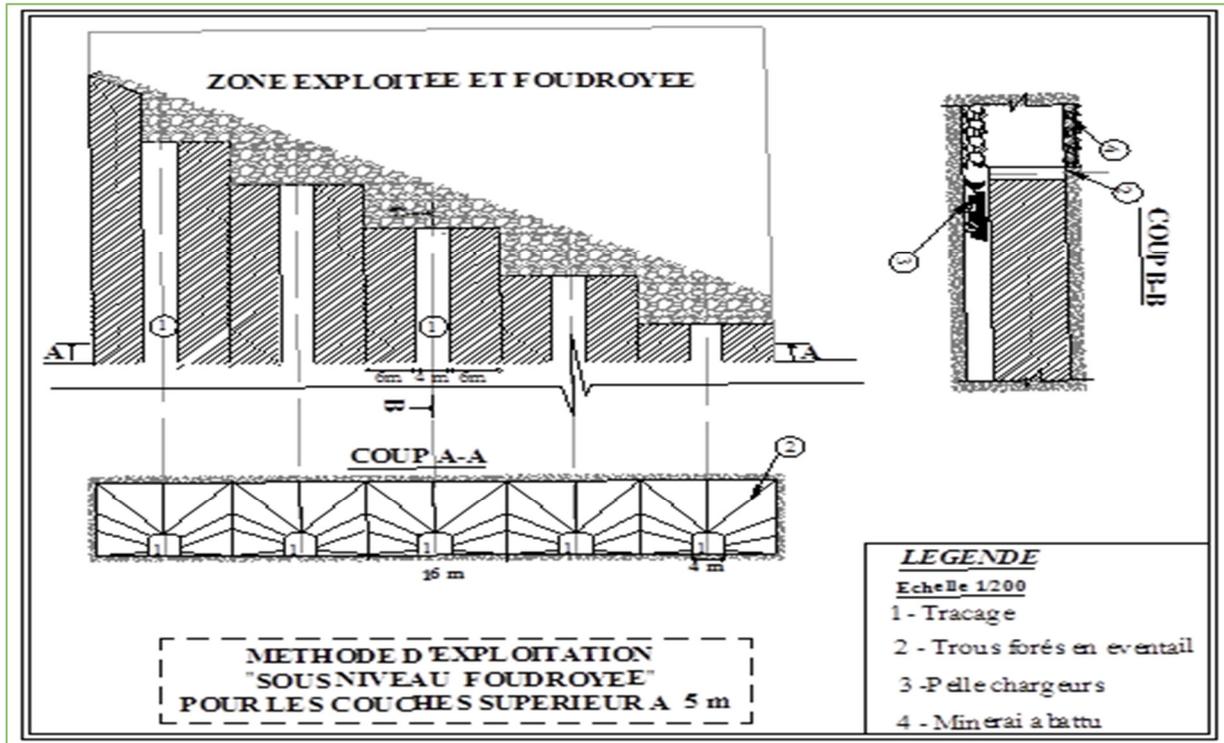


Figure III.9 Méthode des sous-niveaux foudroyés

Ce mode opératoire permet de placer les chantiers de soutirage en zone fortement déconsolidée mais hors de la zone de sur contrainte qui se trouve à l'intérieur du massif. La méthode, nécessitant des équipements appropriés, est simple, productive et dont les pertes de minerai sont de 10% et le Salissage varie de 10 à 15%.

Conclusion

Le chapitre ci-dessus montre que le minerai zincifère du gisement de Châabet El Hamra (Pr 0 – Pr 31) est composé de deux bancs minéralisés à savoir :

- Corps N° 1 niveau supérieur ;
- Corps N° 2 niveau inférieur.

Ces deux corps sont allongés en bande d'une longueur de 2 700 m en direction et de 100 à 400 m en pendage.

Les deux corps de minerai plongent d'un double pendage de 10° vers le N.O et S.E. qui devient plus important à partir du profil 14. La minéralisation se trouve à 100 m (côte 985) au Pr 0 et à 400 m (côte 594).

Les paramètres géométriques de ces deux corps sont établis comme suit :

- La teneur de coupure : 6% ;
- L'épaisseur minimale exploitable : 01 m ;

- L'épaisseur moyenne : la moyenne arithmétique de l'épaisseur de tous les sondages inclus dans le bloc est de 04m ;
- Densité moyenne :
 - ✓ Corps 1 : 3.04 t/m³,
 - ✓ Corps 2 : 3.07 t/m³,
- Une maille d'évaluation :
 - ✓ Catégorie C1 : ≤ 100 m en direction et 75 m en pendage,
 - ✓ Catégorie C2 : > 100 m en direction et 75 m en pendage,

Selon l'évaluation et les résultats de la prospection géologique, géophysique et les travaux de préparation en souterrain, les deux corps minéralisés peuvent être exploités avec profit sur le plan quantitatif et qualitatif. Des mesures de protection sur l'environnement dus aux vides qui vont être engendrés par la méthode d'exploitation des piliers abandonnés sont à prendre en considération, puisqu'il s'agit avant tout de la stabilité du site minier.

CHAPITRE IV. MODELISATION NUMERIQUE DE LA STABILITE DES PILIERS

Introduction

L'existence d'exploitation des mines souterraines déjà exploitées ou en cours d'exploitation, pose souvent la question de leurs stabilité mécanique et de ses conséquences en surface, aussi les mécanismes de déformation et de rupture au sein du massif qui sont naturellement complexes.

Sur ce, en applique la méthode de chambres et piliers qui consiste à excaver des galeries relativement petites entre des piliers réguliers ou non, Les piliers peuvent être définis comme la roche in situ entre deux ou plusieurs ouvertures souterraines. Par conséquent, toutes les méthodes d'extraction souterraine utilisent des piliers, temporaires ou permanents, pour extraire le minerai sans risque, les piliers rectangulaires sont souvent conçus en réseaux réguliers de telle sorte qu'en cas de défaillance accidentelle d'un seul pilier, la charge pourrait être transférée vers des piliers adjacents, ce qui entraînerait une surcharge de ceux-ci. Son processus de surcharge successif peut conduire à un effet progressif instable par lequel de vastes zones de la mine peuvent s'effondrer et une explosion violente de roche qui peut se produire dans les mines souterraines lorsqu'une roche fortement friable est soumise à des contraintes élevées.

La connaissance des contraintes constitue une des conditions importantes avant toute planification d'extraction. Le champ des contraintes initiales dépend du poids de recouvrement et de l'histoire géologique du massif rocheux.

L'objectif de ce travail est d'étudier une analyse approfondie et systématique de la stabilité des piliers de la mine de Châabet EL Hamra – Wilaya de Setif.

Les techniques traditionnelles d'exploitation des chambres et des piliers et les méthodes numériques sont appliquées pour un gisement horizontal, En plus d'effectuer l'analyse de stabilité, L'étude des résultats va nous indiquer quelle est la méthode la plus avantageuse en termes de sécurité et d'économie qui doit être adoptée.

L'exploitation actuelle de la mine utilise des chambres de 8,0 m de largeur avec des piliers de 4,0 mx4,0 m, alors que la technique proposée suggère des chambres de 9,0 m de largeur et des piliers de 3m x 3m avec une hauteur de 5.0 m, L'analyse de stabilité de creusement des chambres et des piliers de ces deux situations a été réalisée par un modèle informatique à éléments finies appuyé sur le modèle de comportement de Mohr-Coulomb, en appliquant le logiciel numérique PLAXIS 3D. Sur ces simulations, une discussion comparative sur la stabilité des chambres et des piliers à l'aide de facteur de sécurité « F_s » et d'autre indicateur de production tel que le taux d'extraction « T_e ».

L'application de la technique des chambres et des piliers doit prendre en compte les conditions suivantes :

- Le gisement de minerai est horizontal ;
- L'épaisseur de gisement est inférieure ou égale à 5,0 m ;
- Les opérations mécanisées nécessitent de grandes ouvertures et donc une meilleure extraction du minerai ;
- Les conditions de stabilité dans le processus d'extraction sont adéquates ;
- Le rapport : largeur de pilier / hauteur de pilier $\geq 0,5$.

IV.1. Modèle mathématique d'évaluation de la stabilité et indicateur d'extraction

IV.1.1. Équation d'équilibre

Pour formuler l'équation d'équilibre, la technique d'exploitation par chambres et piliers d'un gisement plan, il est accepté que les contraintes sont l'action de la force volume (force par unité de volume), en l'évènement le vecteur contrainte dans la direction $(0, 0, \gamma_z)$. Dans ce cas, le système d'équation différentielle d'équilibre est valable et appliqué pour chaque élément pilier de l'équation. (IV.1).

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} = 0 \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} = 0 \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_z}{\partial z} = \gamma_z \end{cases} \quad (IV.1)$$

Dans cette condition, la contrainte verticale initiale σ_z est fonction de la densité de la roche et de la profondeur H. Lorsqu'une redistribution des contraintes est observée, de grands déplacements peuvent se produire et des conditions de plasticité peuvent se produire, entraînant dans certains cas une rupture [Brady, B. G. H., & Brown, E. T. (2004)].

IV.2. Facteur de sécurité pour l'évaluation de la stabilité

En géotechnique, il est courant de caractériser la stabilité d'un ouvrage par un facteur de sécurité. On peut le définir de différentes manières. La détermination du facteur de sécurité F_s des piliers verticaux nécessite d'estimer leur contrainte verticale moyenne σ_{vm} (voir. paragraphe II.1.4.1). Parmi les différentes méthodes d'estimation de cette grandeur, sont généralisables en trois dimensions et sont facilement utilisables puisque basées sur le concept de taux d'extraction T_e couramment utilisé par les professionnels de la mine : la Théorie de l'Aire Tributaire (voir paragraphe II.1.4.2).

$$F_s = \frac{\sigma_p}{\sigma_{vm}} \tag{IV.2}$$

$$\sigma_{vm} = \frac{\rho \cdot g \cdot H \cdot A_t}{s} \tag{IV.3}$$

Le tableau IV.1 fait ressortir les différentes formules de calcul de la résistance de pilier σ_p suivant la nature du massif rocheux, dans le cas de la mine étudiée nous optant pour la formule d’Obert et Duvall (1967).

Tableau IV.1. Différentes formules de calcul de la résistance du pilier.

Références	Résistance du pilier, (MPa)	Massif rocheux
Hedley et Grant (1972)	$\sigma_p = \beta C_0 \left(\frac{W^a}{h^b} \right)$	Roche très dure
Stacey et Page (1986)	$\sigma_p = K(W_{eff}^{0,5}/h^{0,7})$	Calcaires et Dolomies
Hardy et Agapito (1975)	$\sigma_p = \sigma_c \left(\frac{V_s}{V_p} \right)^{0,118} \left[\frac{(W_p \cdot h_s)}{(W_s \cdot h_p)} \right]^{0,833}$	Schiste pétrolifère
Obert et Duvall (1967)	$\sigma_p = \sigma_c \left[0,778 + 0,222 \left(\frac{w}{h} \right) \right]$	Zinc et Plomb
Bieniawski et Penn State (1995)	$\sigma_p = \sigma_1 \left[0,64 + 0,36 \left(\frac{w}{h} \right) \right]$	Charbon

OBERT et DUVAL (1967) ont proposé une méthode de conception de pilier pour des roches généralement basée, la plupart du temps, sur des roches dures telles que trouvées dans des mines de zinc et de plomb. La formule est :

$$\sigma_p = \sigma_c \left[0,778 + 0,222 \left(\frac{w}{h} \right) \right], \quad (\text{MPa}) \tag{IV.4}$$

Où :

σ_p : La résistance du pilier, (MPa) ;

σ_c : Résistance en compression uniaxiale au laboratoire d’un spécimen, (MPa) ;

w : Largeur du pilier, (m) ;

h : Hauteur du pilier, (m).

IV.2.1. Taux d’extraction

L’expression du taux d’extraction T_e pour l’exploitation actuelle avec une largeur de pilier w et une largeur de chambre L est donnée par L’équation. (IV.5)

$$T_e = 1 - \frac{w^2}{(L+w)^2} \tag{IV.5}$$

IV.3. Collecte de données de laboratoire

Les éprouvettes sont découpées manuellement au touret au cœur des échantillons carottés suivant les dimensions : diamètre $d_0 = 50$ mm et une hauteur $h_0 = 108$ mm (Fig.IV.1), ces dimensions sont les plus acceptées dans le monde pour les mesures de la résistance uniaxiale.



Figure IV.1. Certains spécimens de roches préparés au teste uniaxiale.

Après la mise en place de l'éprouvette, une charge croissante entre 0.5 et 1.0 MPa/s est appliquée, Les déformations axiales et radiales résultantes sont mesurées avec une grande précision d'environ 5×10^{-6} (On peut aussi effectuer également des cycles de chargement/déchargement pour évaluer les propriétés de compressibilité).

Les systèmes d'essais automatiques, sont conçus pour la réalisation d'essais sur tout type de roche, de la sablonneuse à la basaltique de haute résistance. Le système d'essai complet comporte les équipements suivants :

- Console de commande servo-hydraulique pour application de la charge en conformité avec les normes.
- Bâti d'essai de haute rigidité à choisir selon la dimension de l'éprouvette et la résistance estimée.
- Console de commande servo-hydraulique pour la pression latérale.
- Cellule triaxiale de Hock selon la taille d'éprouvette souhaitée (pour essai Triaxial seulement).
- Jauges de contrainte et accessoires.
- Logiciel d'essai.

Les mesures des déformations sont réalisées avec des jauges de contrainte axiales et radiales, directement appliquées sur la surface de l'éprouvette, permettant une analyse de grande précision de la relation contrainte/déformation, du module

élastique et du coefficient de Poisson tout au long de l’essai. Les valeurs de charges axiales et de pressions cellulaires sont également relevées avec des cellules de charge et/ou des capteurs de pression avec un haut degré de sensibilité et de précision.

Les essais des spécimens ont été effectués au laboratoire de l’École Nationale Supérieur des Mines et Métallurgie d’Annaba (L3M). Ils ont permis de caractériser les paramètres géotechniques d’un massif rocheux homogène (toit et piliers), et linéaire élastique(Fig.IV.2).



Figure IV.2. Échantillon de massif rocheux avec jauges de contrainte.

Des essais pour déterminer les paramètres de comportement du modèle de Mohr-Coulomb du massif rocheux, le module d’Young, E , le coefficient de Poisson, ν , la cohésion, c , l’angle de frottement, φ , et l’angle de dilatance, Ψ . et la compression uniaxiale σ_c ont été réalisés sur 8 échantillons dont, 5 échantillons de piliers et 3 échantillons du toit. Les résultats obtenus sont représentés dans le tableau IV.2.

Tableau IV.2. Résultats des paramètres géotechniques.

Massifs rocheux	Massif des toits	Massif des piliers
Module de Young, E (GPa)	28	45
Coefficient de Poisson, ν	0.32	0.25
Résistance de compression uniaxiale, σ_c (MPa)	106.13	72
Cohésion, c (KPa)	4984	5192
Angle de frottement, φ (°)	51,2	52,73
Angle de dilatance, Ψ (°)	08	08
Densité, γ	26	30

IV.4. Simulation de la méthode d’exploitation par chambres et piliers

Dans cette partie, on va simuler la méthode d’exploitation tout en analysant l’effet de l’exploitation (creusement des chambres) sur la stabilité des piliers. Le

calcul a été effectué par phases (séquence d'excavation). Ces différentes séquences sont illustrées sur les Figures IV.05-IV.06.

IV.4.1. Phasage des travaux

On procède par un calcul par phases. La première phase, une série de galeries parallèles de 4 m de largeur appelées "traçages" ont été excavés. Ces galeries sont séparées entre elles par des piliers de 28m de large. La deuxième phase, une série de chambres parallèles de 8m*28m ont été créées, laissant ainsi trois piliers de 28 m* 4 m, Après cela, une troisième phase a été développée et deux autres dérives de 8 m ont été ouvertes dans la direction perpendiculaire laissant un pilier de dimension finale de 4m x 4m. Les phases suivantes sont les phases d'excavation tel que prévu, selon la planification à long terme, à intervalle régulier, menant à la dernière phase qui représente la mine en fin de vie.

Pour augmenter le taux d'extraction de minerai, on va procéder par une nouvelle dimension de pilier avec 3m de largeur et les piliers restants sont de forme carrée de 3m*3m. Le volume extrait récupéré suggéré est 35 m³ d'un métal Zn-Pb de 5,46 t ;(teneur {6% }* densité {2,6} * volume extrait {35 m³ } =5,46 t).

L'analyse de la stabilité se fera à partir de la méthode des éléments finie en utilisant le logiciel de modélisation numérique par éléments finis *PLAXIS 3D*, le comportement élastique de la loi Mohr-Coulomb de défaillance a été retenue.

IV.4.2. Données utilisées pour l'analyse de stabilité

L'analyse de stabilité de la chambre et des piliers est appliquée dans la troisième phase du processus décrit auparavant, et pour deux différentes conditions comme suit :

a) La condition initiale correspond à la situation actuelle de la méthode d'exploitation c.à.d. avec des chambres de 8m de largeur et des piliers de 4m*4m (Fig. IV. 3a);

b) La condition de la technique proposée appliquée dans le cas des chambres de 9,0 m de largeur, sections de colonnes de 3m*3m, obtenus d'une réduction de 0,5 m de chaque côté des piliers de 4m*4m pour récupérer le maximum de minerai (Fig. IV. 3b).

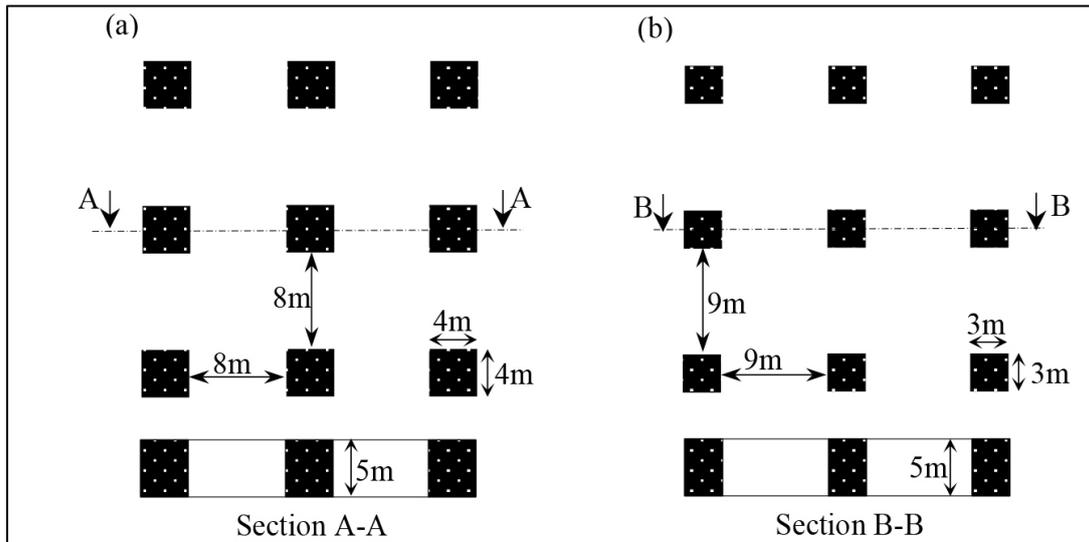
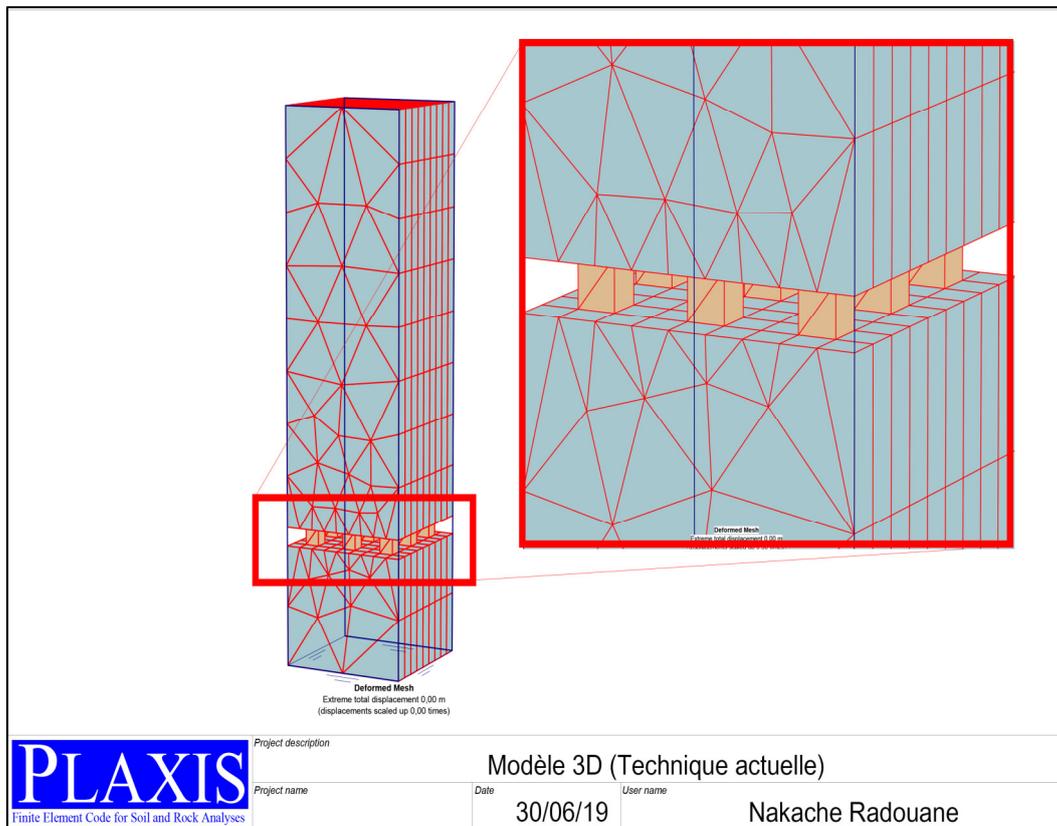


Figure IV.3 Méthode de chambres et piliers, (a-technique actuelle, b-technique proposée)

IV.4.3. Modèles numériques

Un modèle informatique de simulation a été utilisé pour étudier l’air tributaire de neuf piliers et des chambres correspondantes à la fois pour les deux techniques (Actuelle (Fig. IV.4a) et proposée (Fig. IV.4b))



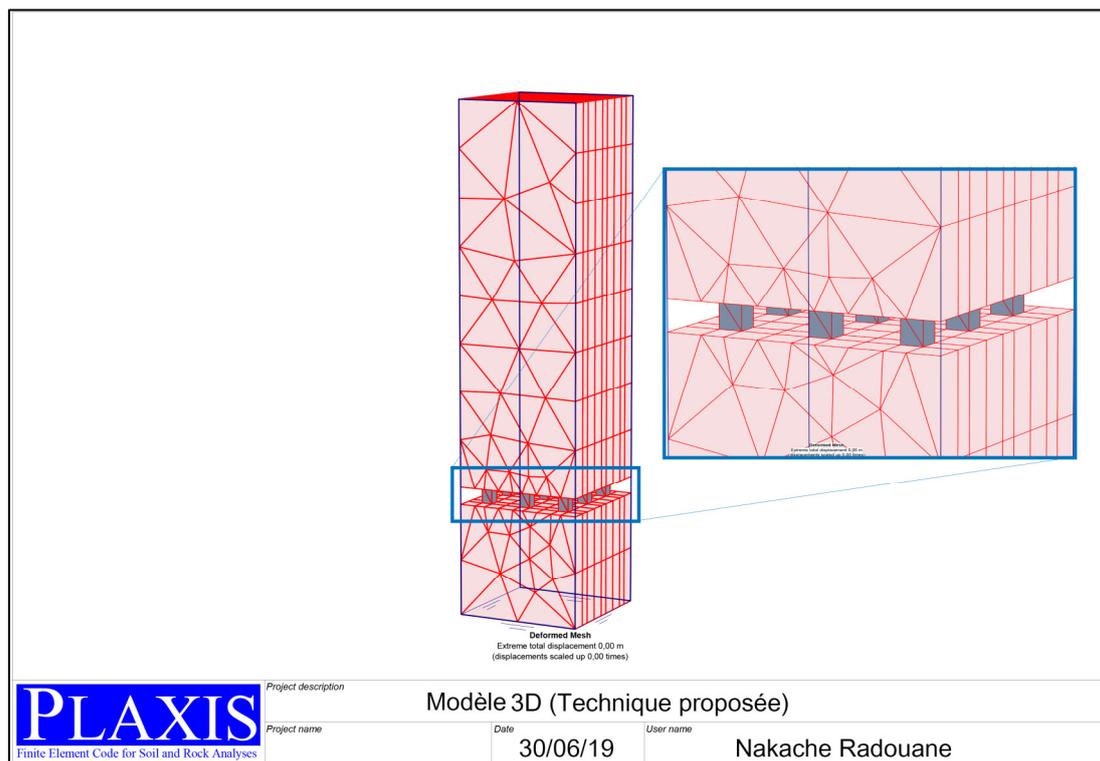


Figure IV.4. Modèle 3D pour les deux techniques (a) T actuelle et b) T proposée)

La génération de la géométrie du modèle de simulation de creusement de la technique d'exploitation par chambre et pilier, est basée sur deux masses rocheuses, la zone supérieure entre 0 et 110 m, la zone de minerai entre 110 et 115 m, et la zone inférieure entre 115 et 140 m de profondeur.

Le maillage tridimensionnel obtenu avec ce logiciel est composé de 2846 nœuds, 5400 de points de contraintes et 900 éléments triangulaires. Le modèle de matériau est de critère de Mohr-Coulomb, Les caractéristiques prises en compte dans le calcul sont résumées dans le **tableau IV.2**.

Le déplacement des nœuds de la base du modèle est bloqué dans les trois directions, sur les plans verticaux les déplacements normaux et les contraintes tangentielles sont nulles. Les contraintes initiales sont de type géostatique avec un coefficient de résistance d'interface R_{inter} égal à 1,0, cette valeur est utilisée pour que l'interface n'influence pas la résistance de la roche avoisinante (interface rigide).

IV.4.4. Phases de calcul

Après avoir généré les contraintes initiales correspond à l'application du poids volumique ($\sigma_h = K_0 \cdot \sigma_v$, avec $K_0 = 1 - \sin \phi$). On a défini une succession de phases de calcul. Chaque phase consiste à trois étapes de creusement, chaque étape comprend l'extraction d'un volume de minerai de 04m largeur, 12m de longueur et 5m de hauteur pour la technique actuelle (Fig. IV.5) et 4,5m de largeur, 12m de longueur et 5m de hauteur pour technique proposée.

L'Étape modélise l'avancement du creusement d'un pas d'excavation, les phases de simulations ont été étudiées, ils sont présentés dans le tableau IV.3.

Tableau IV.3 illustration du nombre de pilier et quantité extraite pour chaque phase de calcul.

Phases de calcul	Nombre de piliers créés	Quantité extraite en m ³	
		Technique actuelle	Technique proposée
01	01	640	675
02	02	1280	1350
03	03	1920	2025
04	04	2560	2700
05	05	3200	3375
06	06	3840	4050
07	07	4480	4725
08	08	5120	5400
09	09	5760	6075

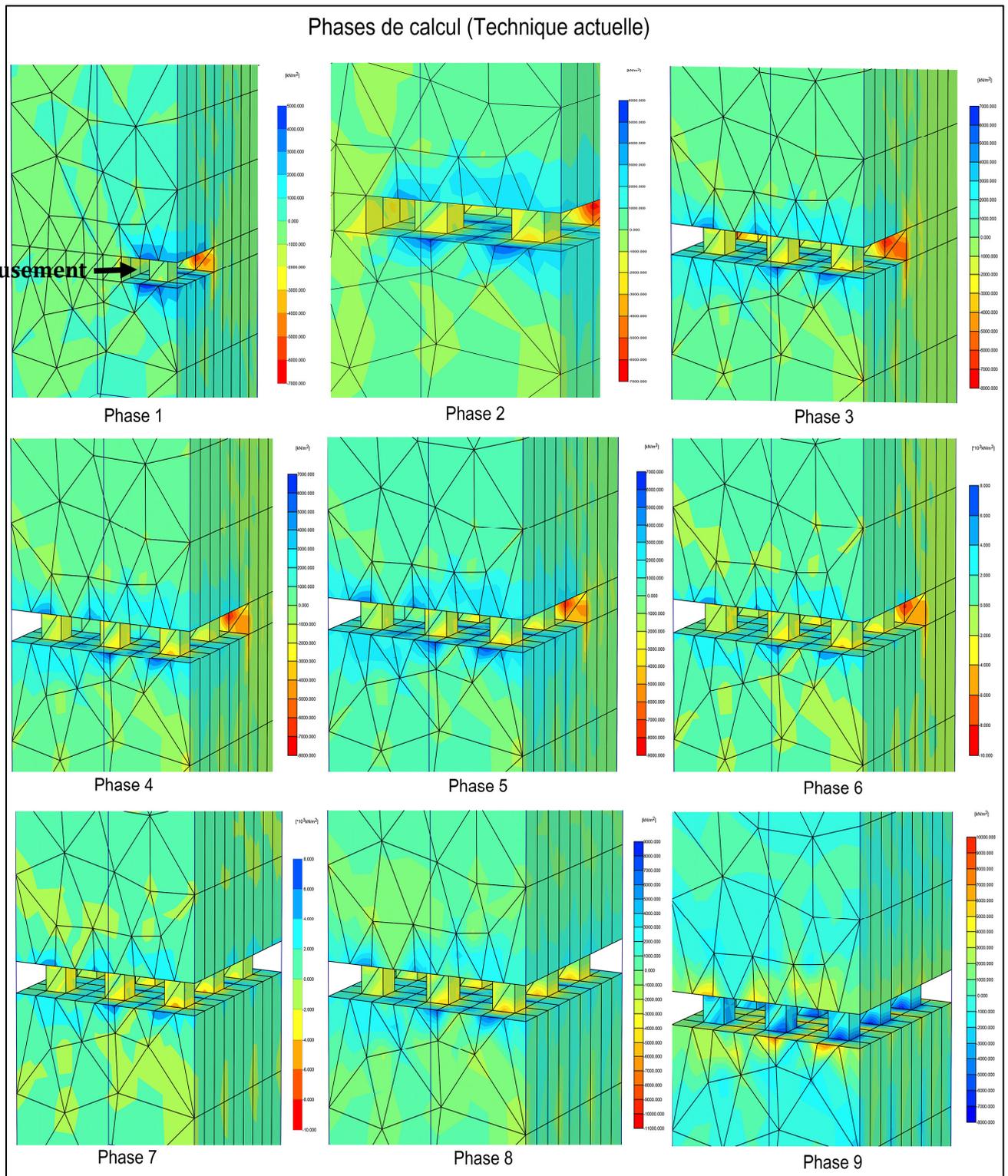


Figure IV.5 Phases de calcul (Technique actuelle)

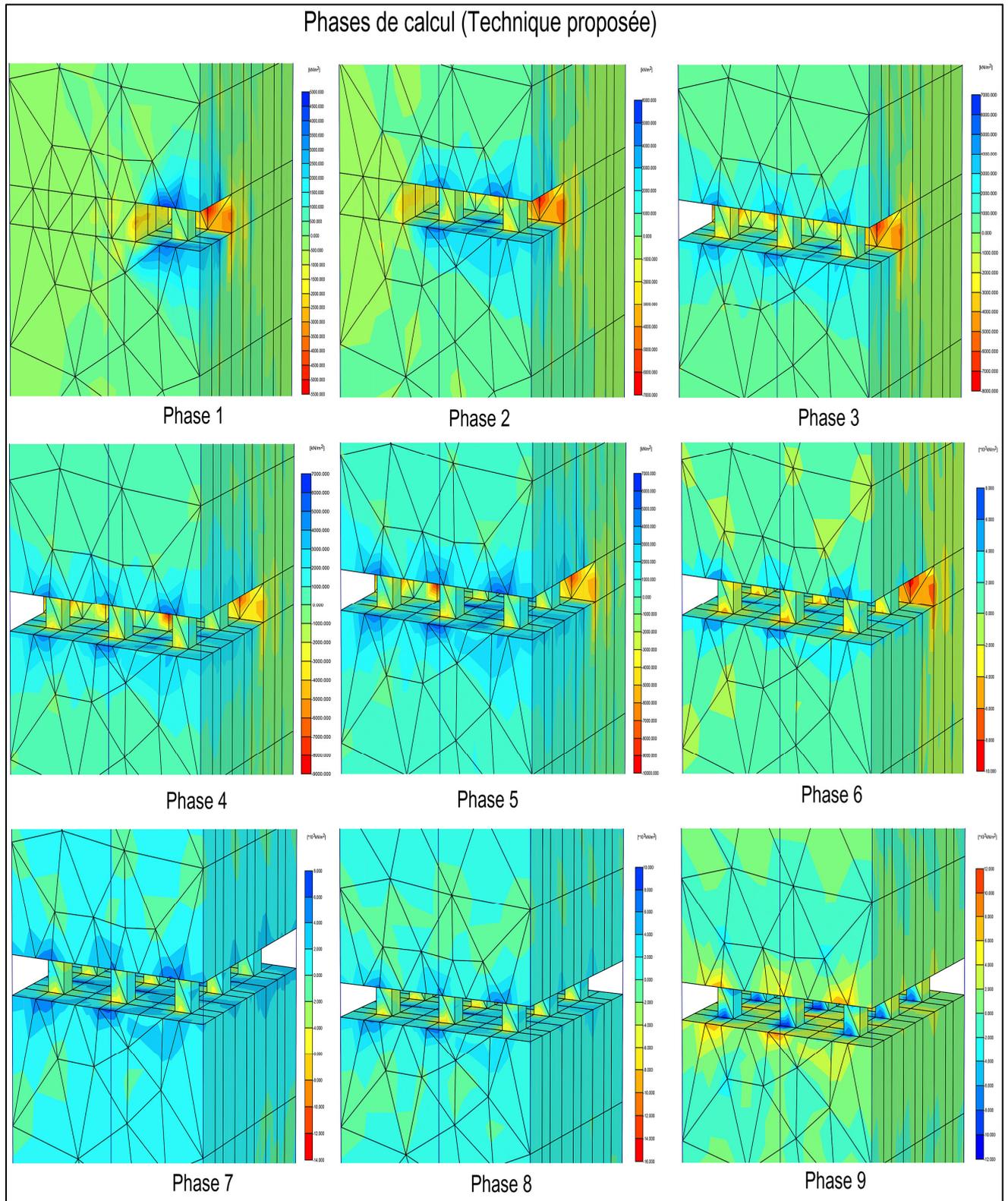


Figure IV.6. Phases de calcul (Technique proposée)

IV.4.5. Résultats de la simulation du modèle de contrainte de la masse rocheuse

Les contours des contraintes verticales à 0m au-dessus du toit de la chambre et la disposition des piliers situés à 110m de profondeur pour l'exploitation actuelle, on remarque que la concentration des contraintes verticale à l'intérieur du pilier atteint une valeur moyenne de 27,74MPa, et diminuent progressivement vers l'extérieur du pilier avec des valeurs entre 0,8 et 16MPa, de sorte que ces piliers n'atteignent pas l'état critique (stable) (Fig. IV.6) .

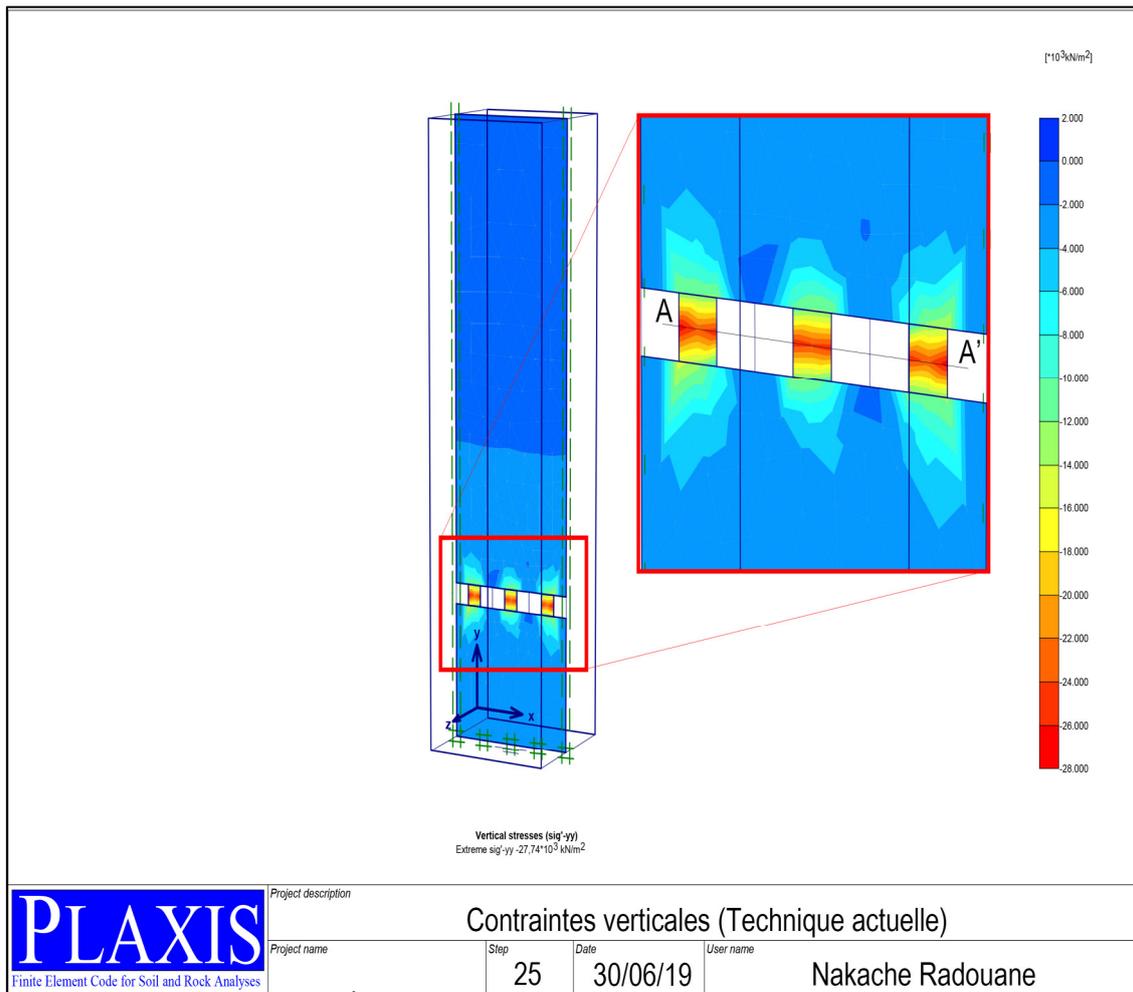


Figure .IV.7 Distribution des contraintes verticales après dépilage et l'illustration des contours de l'air tributaire locale des piliers adjacents (technique actuelle)

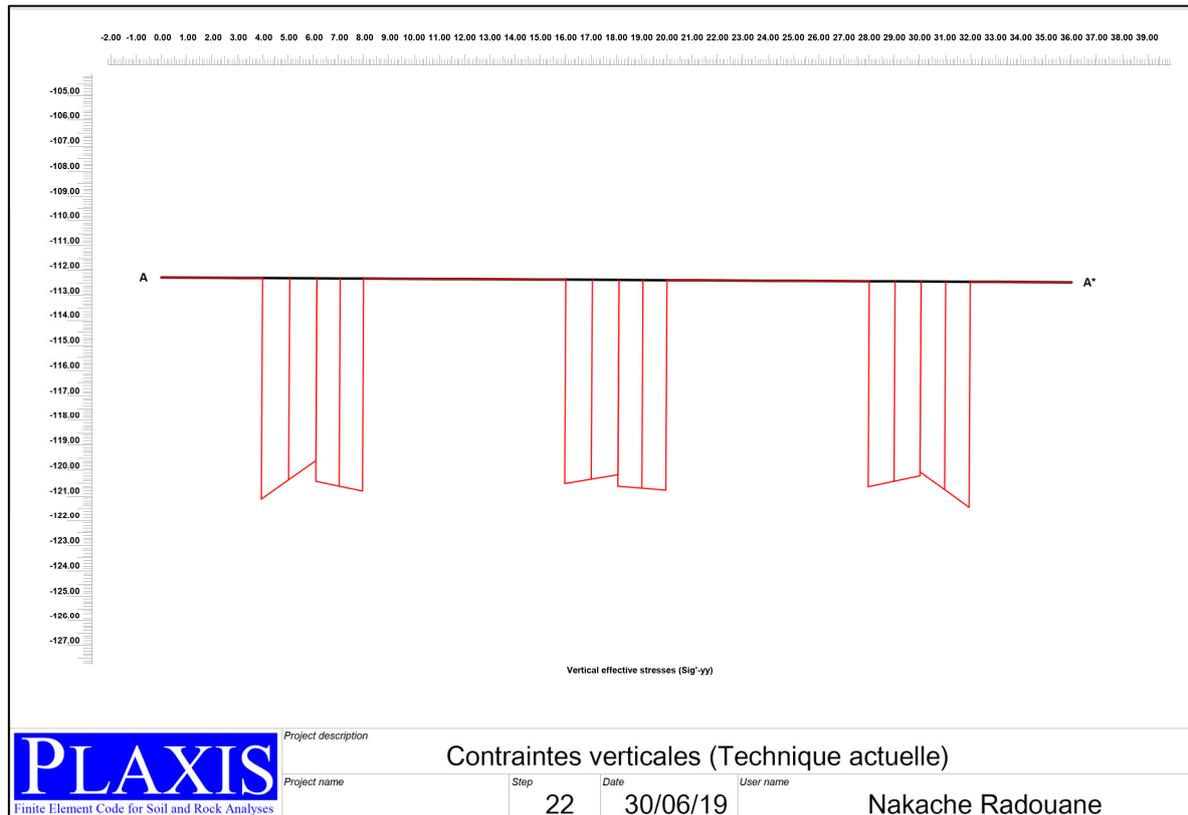


Figure.IV.8. Concentration de la contrainte verticale à l'intérieur du pilier coupe A-A' (technique actuelle)

Dans la technique proposée, la contrainte verticale moyenne est de 48,23 MPa Fig.IV.9, Elle est doublée par rapport à la contrainte verticale de la technique actuelle, Les contraintes verticales atteignent des valeurs élevées à l'intérieur du pilier, et diminuent progressivement vers les zones extérieurs (16-28 MPa) Fig.IV.9, Ces piliers sont proches d'une défaillance critique.

Les modifications de l'état de contrainte dans la mine, occasionnées par le creusement de la galerie, ainsi que les perturbations engendrées au niveau des chambres (modification de la géométrie des piliers), doivent être prises en compte lors de la conception et la réalisation du pilier. Les mouvements de massifs rocheux à l'excavation du pilier peuvent engendrer des dommages, induire des surcharges latérales et axiales, et des pertes de volume occasionnées dans le terrain par le creusement des chambres et piliers.

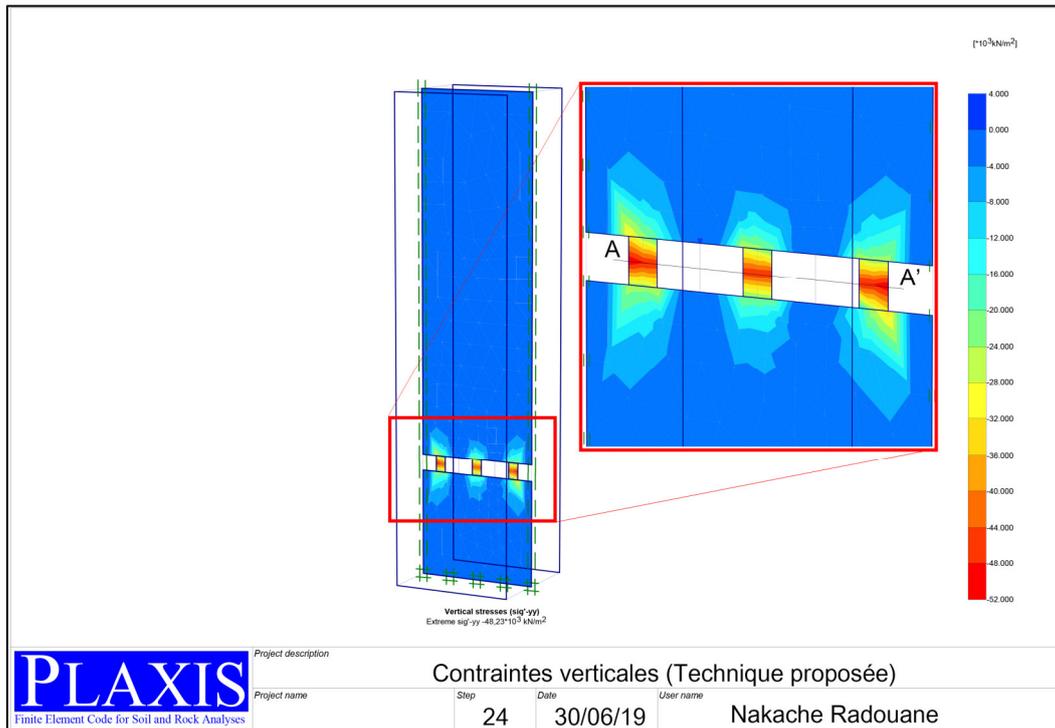


Figure IV.9. Distribution des contraintes verticales après défilage et l'illustration des contours de l'air tributaire locale des piliers adjacents (technique proposée)

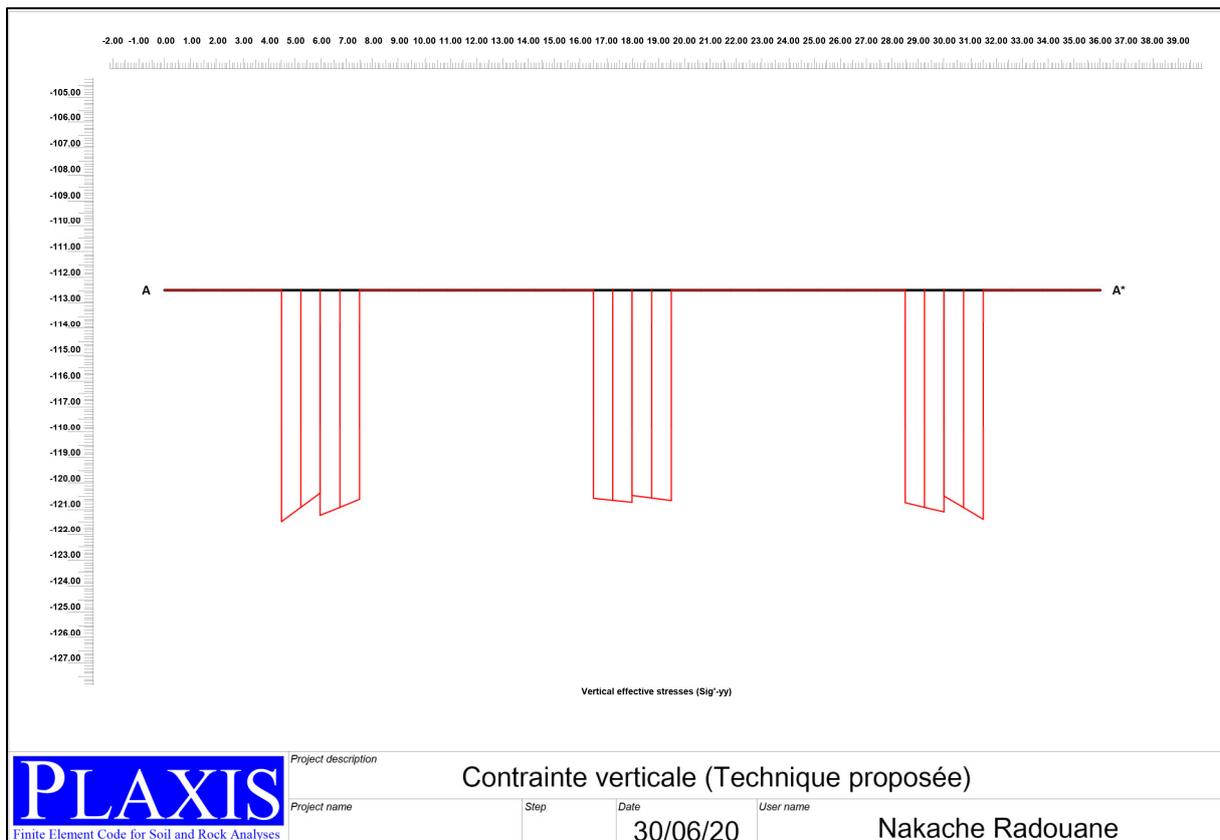
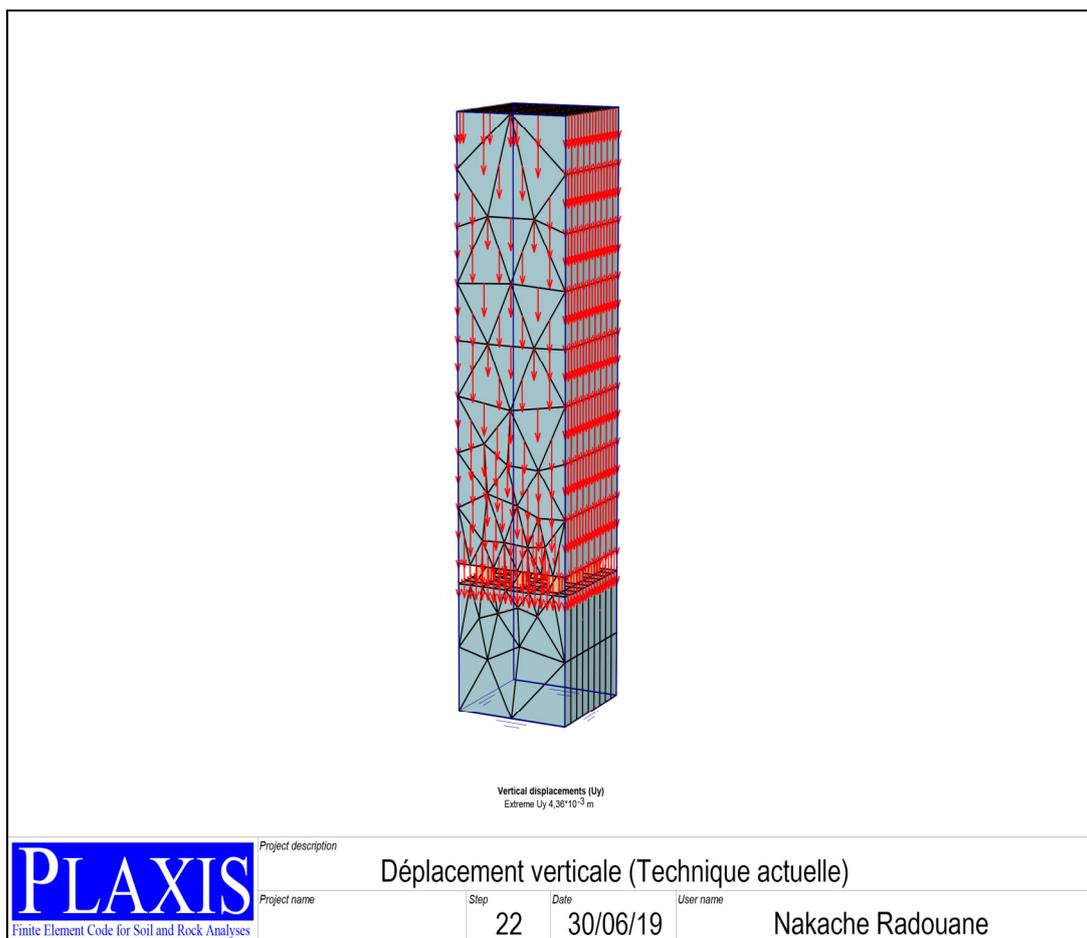


Figure IV.10. Concentration de contrainte verticale à l'intérieur du pilier coupe A-A' (technique proposée)

IV.4.6. Déplacement maximal de la masse rocheuse entourant la chambre et le pilier

Le principe de la simulation est d'enchaîner un certain nombre de phases de calcul. On appelle déplacement instantané vertical, l'incrément de déplacement calculé pour une phase de calcul donnée et tassement instantané l'incrément de déplacement vertical calculé en un point de la surface, pour une phase de calcul donnée.

Dans l'exploitation actuelle, le déplacement vertical de la masse rocheuse au milieu de la chambre varie de 3,96 à 4,36 mm (Fig. IV.11) et dans la technique proposée, le déplacement vertical varie de 6,86 à 7,35 mm (Fig. IV.12) indiquant un net avantage de la méthode proposée. Le déplacement dans le plancher de la zone d'arrêt dans les deux situations est faible, quant au déplacement horizontal, il est négligeable dans les deux techniques d'exploitation $515,55 \cdot 10^{-6} \text{m}$ pour la technique actuelle (Fig. IV.11) et $589,85 \cdot 10^{-6} \text{m}$ la technique proposée (Fig. IV.12).



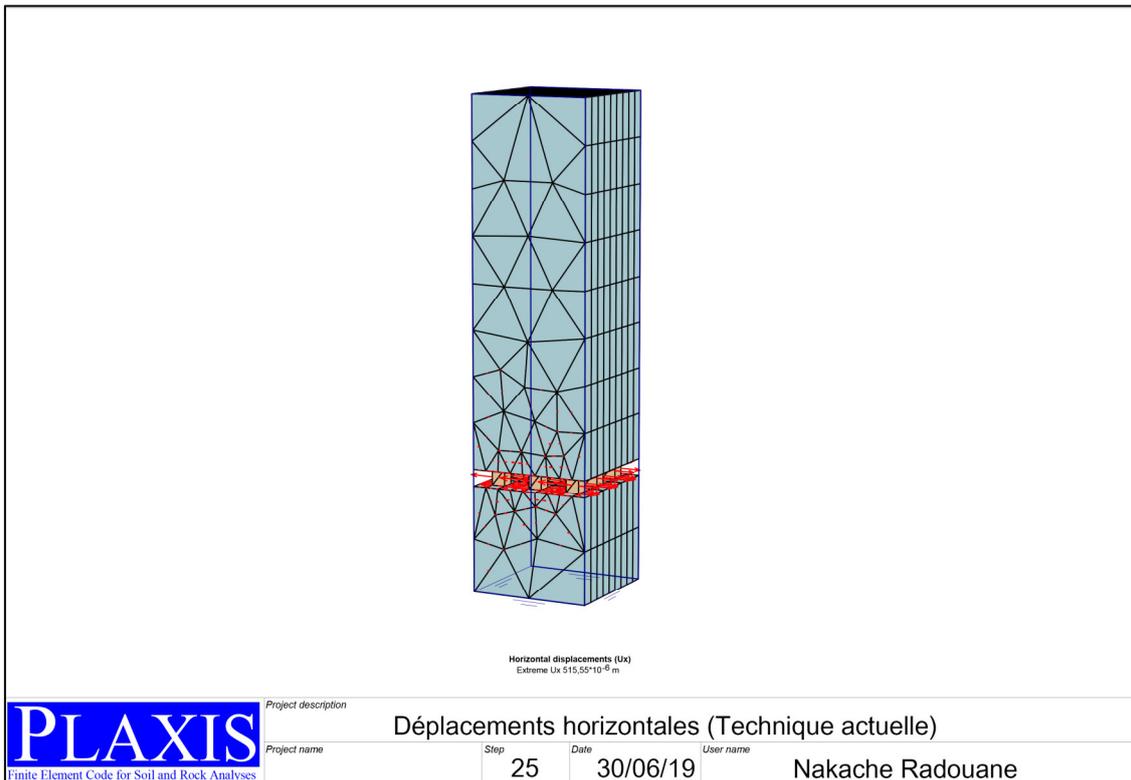
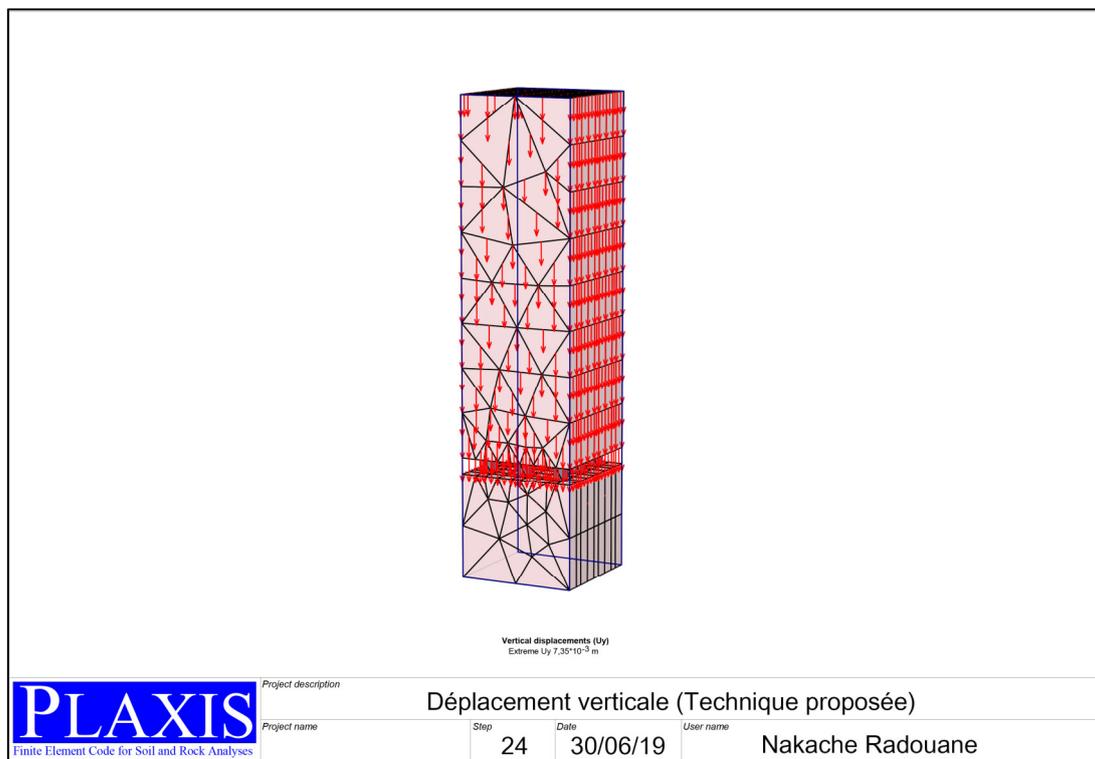


Figure IV.11 Déplacements verticaux et horizontaux de la technique actuelle



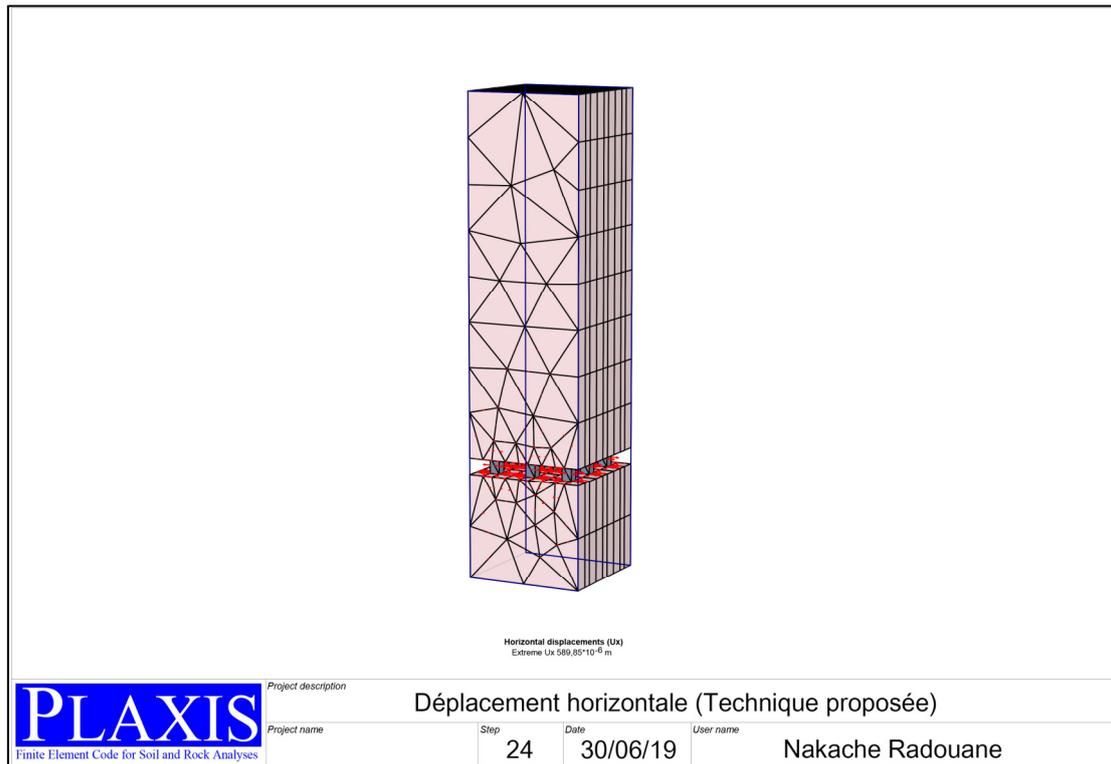


Figure IV.12 Déplacements verticaux et horizontaux de la technique proposée

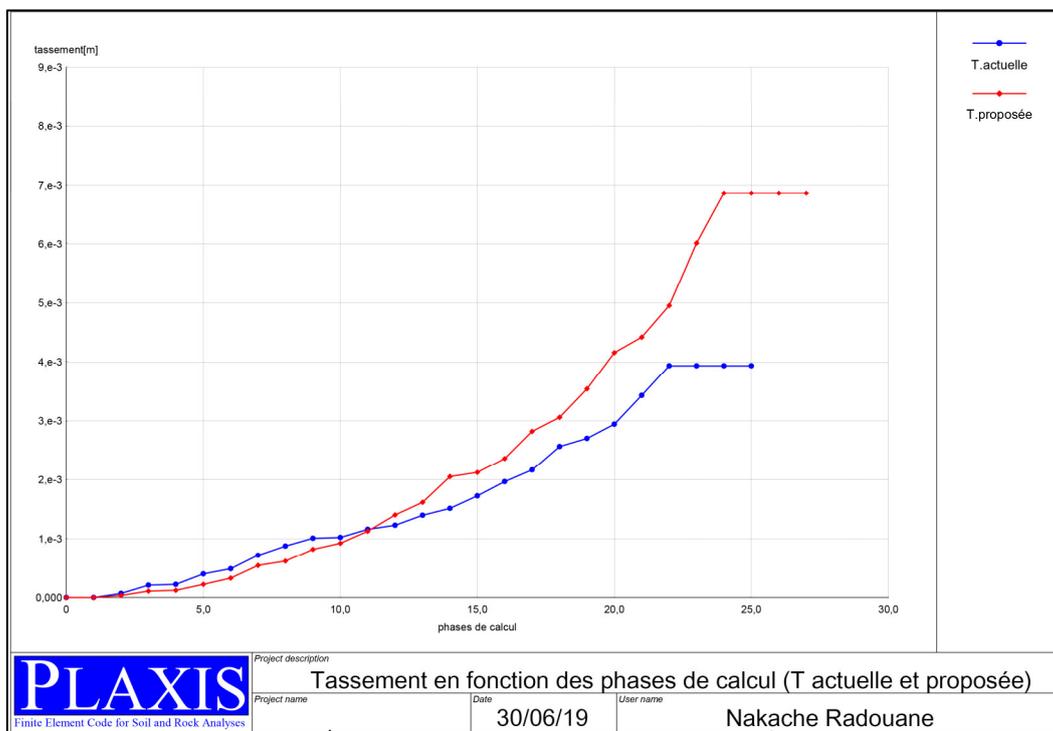


Figure IV.13. Tassements à l'entrée du massif en fonction des phases de calcul (technique actuelle et proposée).

La figure IV.13 présente, pour le calcul d'avancement de creusement avec un comportement élastique et milieu contenu d'interface rigide de type mohr-Coulomb, le déplacement instantané ou tassement instantané au-dessus de l'axe d'excavation au niveau de l'entrée dans le massif (36,-115,0) en fonction des phases de calcul.

Les premières phases donnent des tassements faibles plus importants en valeur que les phases suivantes et ces tassements s'étendent sur une partie significative du maillage après un certain nombre de phases de calcul. Le déplacement instantané pour chaque nouvelle phase de creusement est à peu près identique à une translation près à celui de la phase précédente, mais une fois que l'on est parvenu à une situation stabilisée, l'erreur commise lors des premières phases de calcul reste significative, et on ne peut donc pas exploiter directement les déplacements cumulés obtenus en fin de calcul. Il faut aussi préciser les phases utilisées pour exploiter les résultats numériques.

IV.5. Discussion des indicateurs de stabilité et du taux d'extraction

En comparant les résultats du modèle obtenus pour la contrainte du pilier vertical avec ceux des expressions classiques (tableau. IV.4), certaines similitudes peuvent être observées, bien que la méthode de modélisation produise une distribution des contraintes plus fiable.

Tableau IV.4 Résultats de la contrainte verticale du pilier par modélisation et calcul par l'équation (IV .3)

Contrainte verticale du pilier σ_{vm} , MPa	Technique actuelle		Technique proposée	
	modélisation	Eq IV.03	Modélisation	Eq IV.03
	27,74	25,7	48,23	45,76

L'utilisation de l'équation IV.4 pour le calcul de la résistance des piliers par une méthodologie recommandée par Obert et Duvall (1967) a été réalisée. Les résultats du facteur σ_p utilisant la résistance à la compression uniaxiale de $\sigma_c = 72,0$ MPa et un diamètre de spécimen $d_0 = 50$ mm et une hauteur $h_0 = 108$ mm fournissent les résistances du pilier comme indiqué dans le tableau. IV.5.

Tableau IV.5 Résultats de la résistance du pilier

résistance du pilier	Technique actuelle	Technique proposée
σ_p , MPa	68,80	65,60

La méthode déterministe des facteurs de sécurité conduit à des valeurs relativement plus grandes par rapport à la méthode numérique (tableau. IV.6) pour les deux techniques utilisées, mais il est très important de démontrer

qu'avec la technique proposée, la valeur du facteur de sécurité est acceptable pour maintenir une stabilité optimum de la mine si on considère le gain porté au niveau de l'extraction qui est de 4%.

Les déplacements verticaux obtenus à partir de la modélisation numérique sont négligeables pour les deux techniques (actuelle et proposée).

Tableau IV.6 Comparaison du facteur de sécurité et du taux d'extraction pour les techniques actuelle et proposée.

Méthodologie et indicateurs du facteur sécurité et taux d'extraction	Technique actuelle		Technique proposée	
	modélisation	Équation	modélisation	Équation
Facteur de sécurité	2,48	2,67	1,36	1,43
Taux d'extraction %	89	89	93	93
Déplacement verticale max	$4,36.10^{-3}$	$4,36.10^{-3}$	$7,35.10^{-3}$	$7,35.10^{-3}$
Rapport $(w / h) \geq 0,5$	0,80	0,80	0,60	0,60
minerai récupéré, « t »	-	-	5,46	5,46

IV.6. Après mine

Les affaissements miniers survenus ces dernières années dans les mines souterraines, longtemps après l'arrêt définitif des travaux d'extraction. Une fois ces ressources épuisées ou la rentabilité de cette industrie extractive amoindrie, les exploitations minières ont été progressivement arrêtées voire abandonnées sans qu'une attention suffisante n'ait été systématiquement portée sur les éventuelles conséquences techniques et environnementales à moyen et à long termes inhérentes à cette cessation d'activité, Ont conduit à une prise de conscience de la gravité des problèmes liés à la phase après-mine. Cette prise de conscience a entraîné un besoin crucial de recherche et de développement, dans les différentes disciplines concernées (géotechnique, géologie, hydrogéologie, analyse et gestion du risque, etc.) pour prévoir et prévenir les phénomènes affectant les mines arrêtées ou abandonnées.

Après la longévité du champ est terminé, les piliers sont excavés ou abandonnées. À ce point, il est nécessaire de réduire la déformation du pilier et le risque d'écaillage qui pourrait se produire dans les zones de discontinuité. La réduction de ces risques augmentera l'efficacité minière et la qualité de la sécurité au travail. Concernant Le tassement progressif des terrains constituant le recouvrement qui se manifeste en surface par un abaissement de la surface et qui se poursuit jusqu'à l'établissement d'un nouvel état d'équilibre stable dans le temps, pour cela, on a proposé la technique de remblayage que ce soit partiel ou total, qui améliore la stabilité des piliers et favorise ainsi la stabilité de surface à

l'aplomb de l'exploitation, et ce compte tenu des gains potentiels obtenus pour la stabilité des parois du massif rocheux dans le cas de creusement des ouvrages miniers souterrains.

Le remblayage de panneau de l'état final de la technique proposée, l'objectif est de vérifier s'il est possible de récupérer un pilier centre sans nuire à la stabilité de la mine, cela permet au massif de conserver sa stabilité et ainsi de permettre une plus grande sécurité et une meilleure exploitation du gisement.

En suivant le même raisonnement appliqué pour les deux techniques (actuelle et proposé) en concevant les caractéristiques et propriétés géo-mécaniques des matériaux utilisés pour le remblayage, la simulation de la méthode sus-citée de remblayage de panneau par éléments finis donne les résultats sous forme de tableaux et figures suivants :

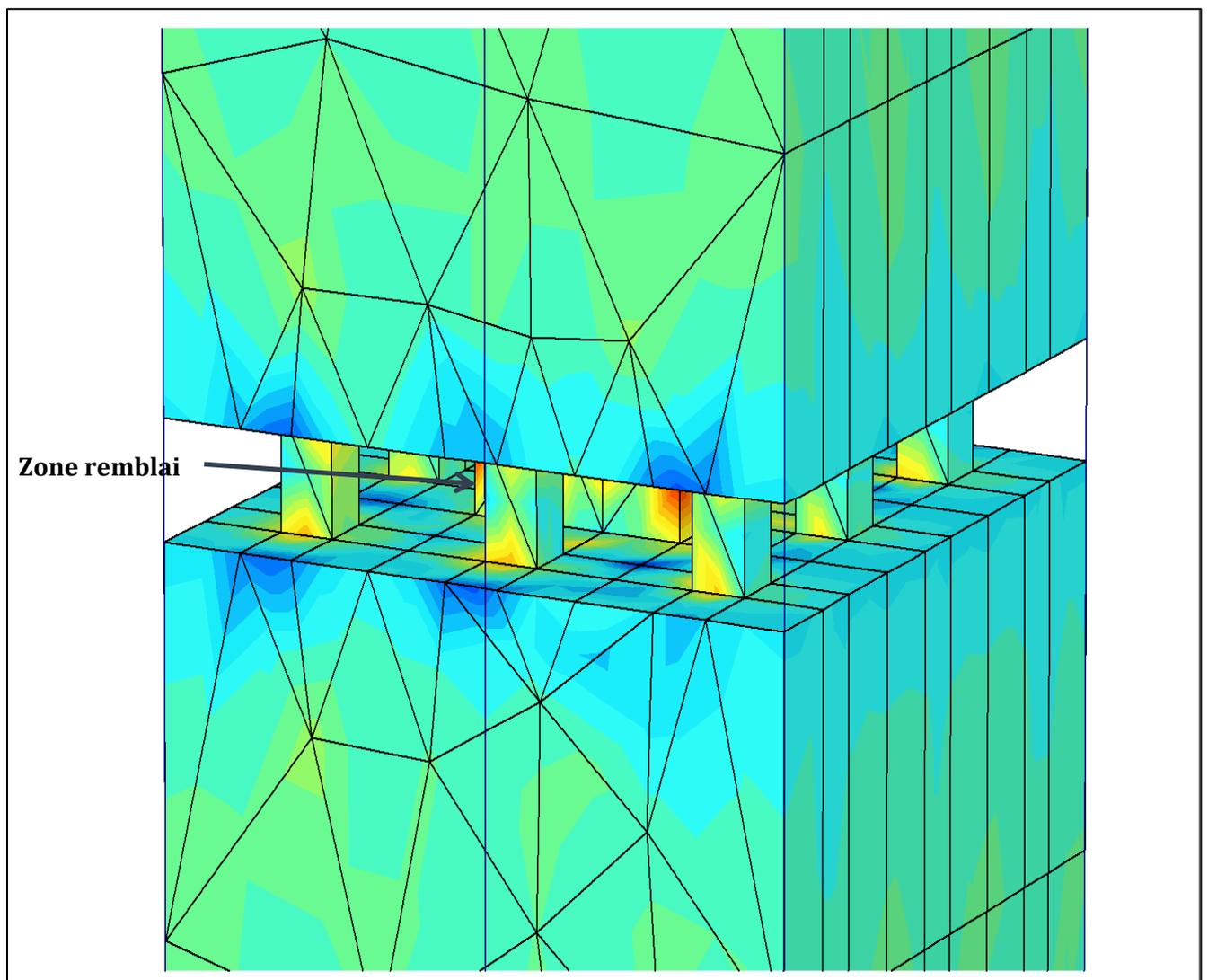


Figure IV.14. Phase de calcul de la Technique de remblayage

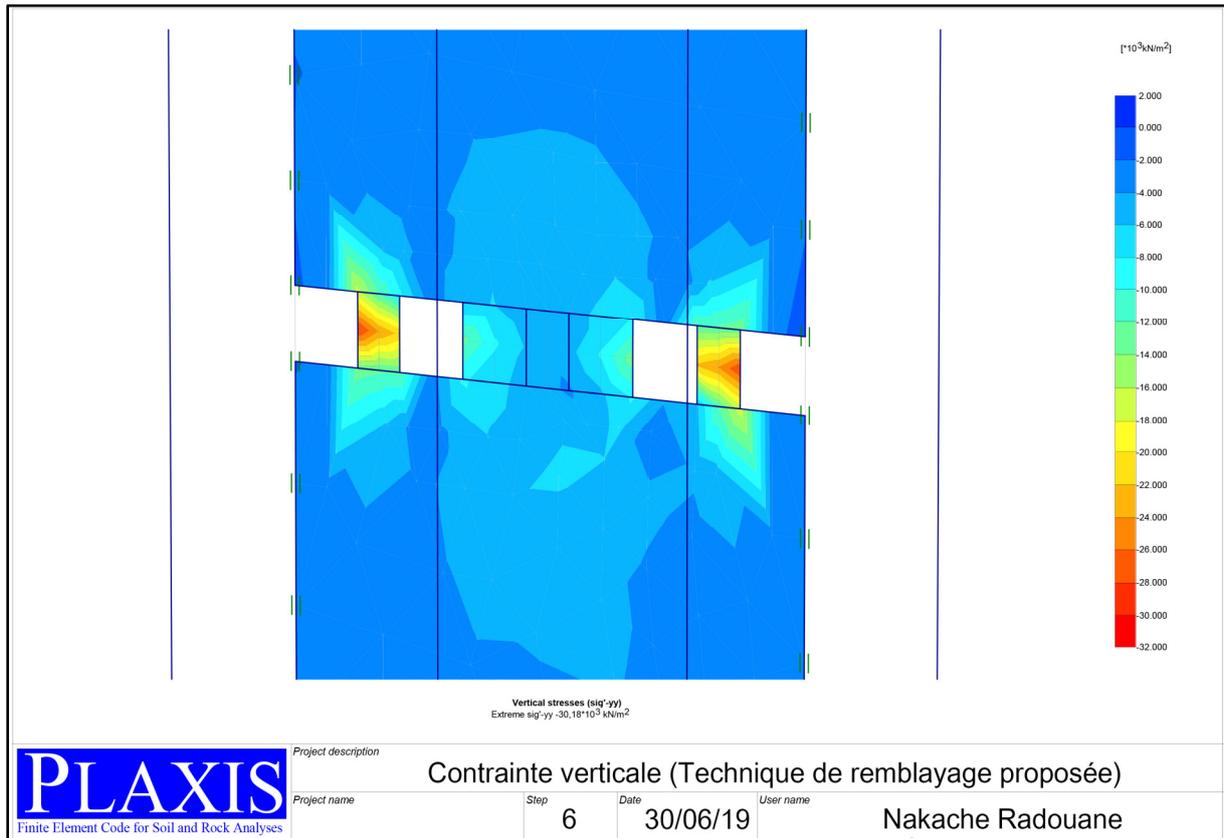


Figure IV.15. Distribution des contraintes verticales après remblayage

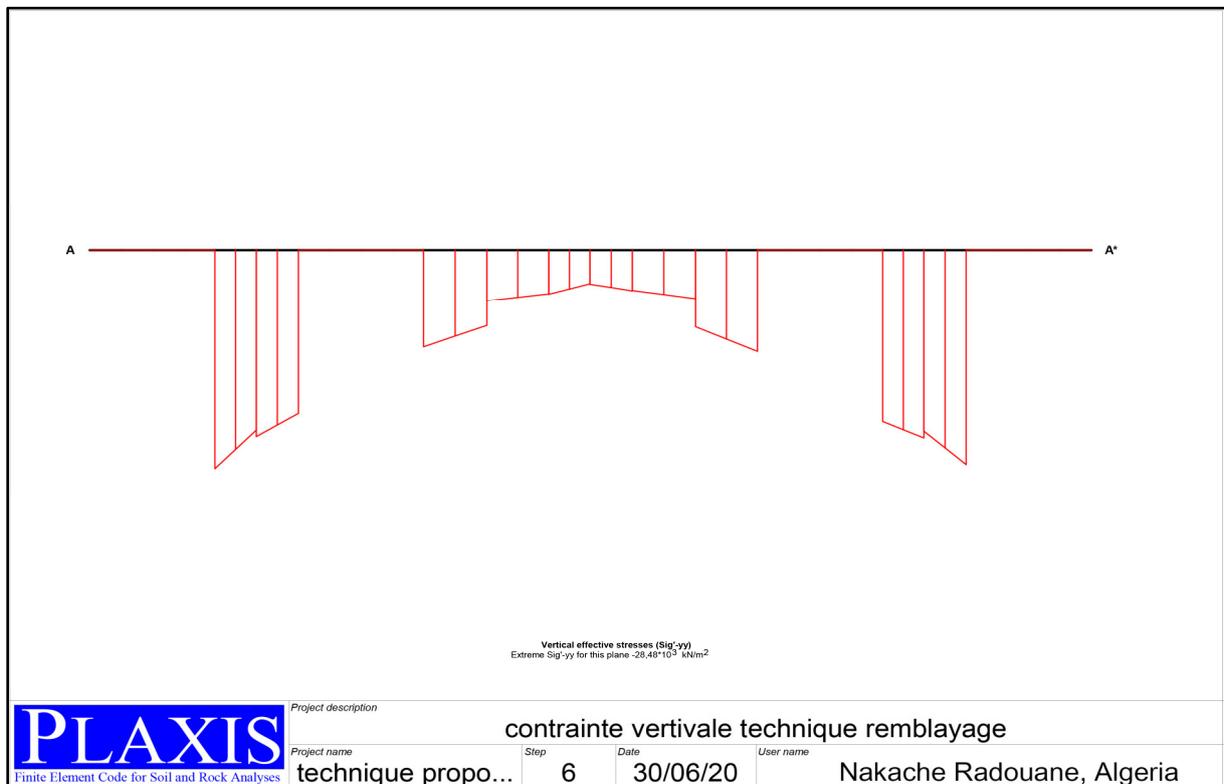


Figure IV.16. Concentration de contrainte verticale à l'intérieur de la zone du remblai coupe A-A'

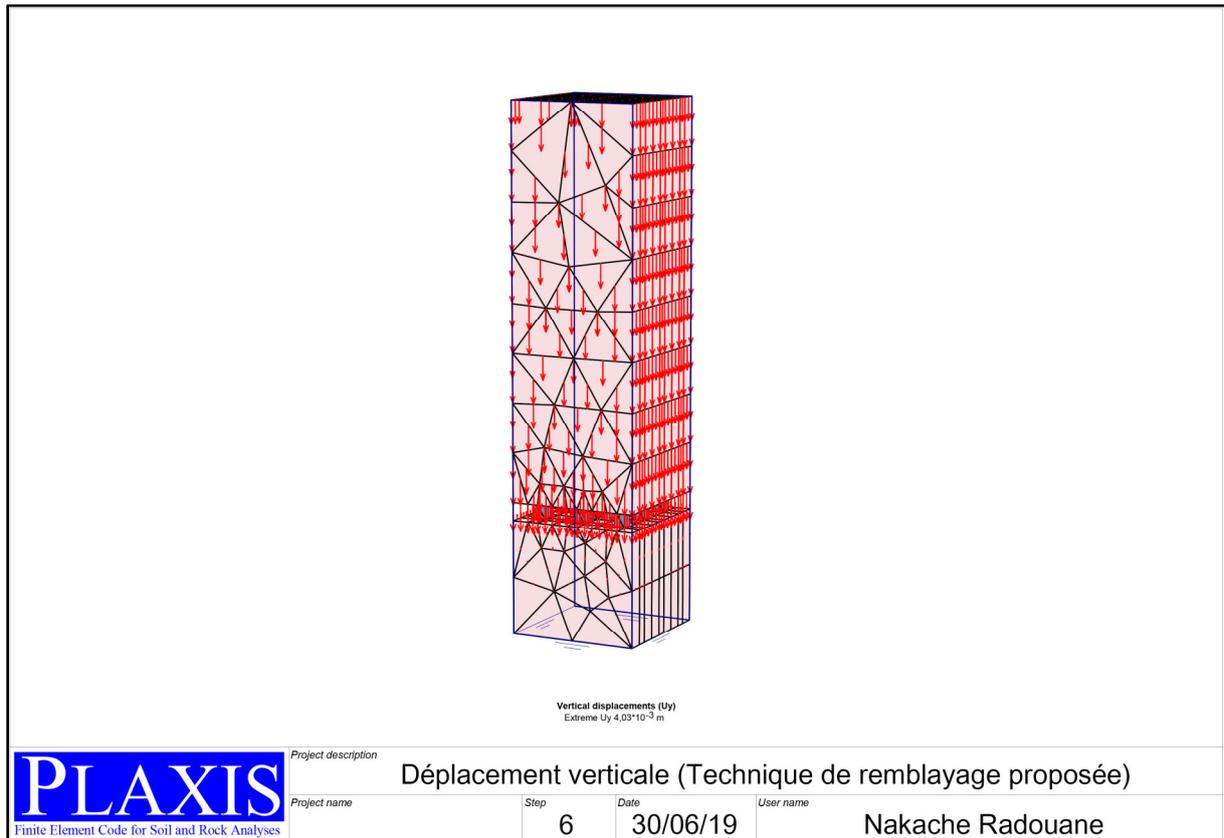


Figure IV.17. Déplacements verticaux de la technique de remblayage

Tableau IV.7 Résultats de la contrainte verticale du pilier par modélisation et calcul par l'équation (IV .3)

Contrainte verticale du pilier, MPa	Technique de remblayage		Technique proposée	
	Modélisation	Eq IV.03	Modélisation	Eq IV.03
	30,18	17,88	48,23	45,76

Tableau IV.8 Comparaison du facteur de sécurité et déplacement vertical pour les techniques proposée et de remblayage.

Méthodologie et indicateurs du facteur de sécurité et déplacement verticale	Technique de remblayage		Technique proposée	
	modélisation	Équation	modélisation	Équation
Facteur de sécurité	2,17	3,66	1,36	1,43
Déplacement verticale (m)	4,03.10 ⁻³	-	7,35.10 ⁻³	-
minerai récupéré, t	7,20	7,20	5,46	5,46

En comparant les valeurs du facteur de sécurité obtenues par les deux méthodes (technique proposé et technique de remblayage de panneau) : 1,36 et 2,17 et la valeur du minerai récupéré par remblayage qui est de 7,20t, Déplacement vertical

négligeable, la chambre et les piliers sont considérés comme stables selon ces valeurs. Par conséquent, il a été constaté qu'il n'y aura pas de problème en termes de sécurité de travail dans la production de piliers à long termes.

À cet effet, les études de modélisation numérique devraient être utilisées et généralisées pour la récupération des piliers et toutes les activités minières pour évaluer la stabilité dans les zones d'exploitation et pour gagner le maximum de minerai des piliers.

Conclusion

Il ressort de ce chapitre cinq points essentiels :

- 1- Les résultats des analyses de stabilité indiquent un facteur de sécurité moyen des piliers de 2,67 pour la technique actuelle et de 1,43 pour la technique proposée. De plus, les déplacements maximaux à mi-portée sont respectivement de 4,36 et 7,35mm. Ainsi, l'exploitation proposée de gisement horizontal étroit ne posera pas de problèmes de stabilité.
- 2- Les rapports de production montrent que le rapport d'extraction de la technique actuelle est de 0,89 et pour la technique proposée est de 0,93, d'autre part, le rapport w/h de technique proposée sont respectivement de 0,6 de sorte que ces résultats montrent que la technique proposée est également plus pratique.
- 3- Dans la technique actuelle, l'extraction de panneau (36x36x5) permet 5760m³ de minerai Zn-Pb, tandis que dans la technique proposée 6075m³, quantité récupérable de minerai Zn-Pb est de 49,14t, ce qui indique que la technique proposée améliore considérablement la qualité du minerai.
- 4- la technique de remblayage de panneau peut être considérée comme une méthode d'exploitation alternative en cas de déformation des piliers ou en cas d'arrêt définitif des travaux d'extraction.
- 5- L'étude souligne le fait que la recherche géotechnique avec des applications informatiques dans les mines souterraines peut contribuer de manière significative à des méthodes d'arrêt plus sûres et plus économiques avec de plus grandes responsabilités attribuées à la santé, la sécurité et l'environnement.

CONCLUSION GENERALE

La mine de Châabet EL Hamra (willaya de Sétif) exploite le minerai de Zinc-plomb par la méthode des chambres et piliers. Les piliers de la mine n'ont pas fait l'objet d'une étude sérieuse (dans certains panneaux de la mine), C'est pourquoi dans ce travail, nous proposons une méthodologie d'analyse de la stabilité des piliers de cette mine par rétro analyse des résultats de l'étude des piliers déjà exploitée (5*4*4 m³), et les compare avec ceux obtenus avec la nouvelle géométrie proposée (5*3*3 m³).

La compilation bibliographique (chapitre II) montre qu'il y a différentes méthodes pour effectuer le dimensionnement des piliers d'où le choix de l'une de ces méthodes dépend de l'objectif à atteindre, c.à.d. un taux d'extraction maximal avec un facteur de risques mineur, en tenant compte essentiellement de la nature et de la configuration géologique et minière du gisement à exploiter.

On peut classer ces méthodes en deux catégories différentes. La première catégorie comprend les méthodes analytiques, qui supposent un état de charge uniaxiale sur les piliers (la méthode de l'air tributaire et formules empiriques). La seconde catégorie regroupe les méthodes numériques (dites des champs de contraintes) dont la résolution des équations de ce champ se fait par éléments finis. Pour l'étude de la stabilité des piliers de la mine de Châabet EL Hamra, nous avons opté pour la méthode de l'air tributaire pour estimer la résistance à la compression et évaluer la charge sur ces piliers. Les résultats obtenus du facteur de sécurité sont interprétés dans les deux techniques sus cités (actuelle et proposée).

Les études analytiques et expérimentales se limitent à certaines conditions particulières constituant des simplifications importantes de la réalité : milieu continu, homogène, élastique, de géométrie simple, soumis à un état de contraintes uniquement vertical. La méthode utilisée pour estimer la stabilité potentielle d'un pilier consiste à évaluer la contrainte verticale moyenne σ_{vm} qu'il supporte potentiellement, en raison du poids du recouvrement et de la géométrie de la mine, cette contrainte dépend du rapport entre la largeur des piliers et la largeur des chambres qui l'entourent alors que la concentration de contrainte aux bords dépend de l'espacement entre le centre des chambres. de plus, les piliers étroits sont considérés comme peu endommagés.

La diminution globale de la résistance en compression (σ_p) des piliers dépend du comportement local de la roche (fissuration, fracturation) mais la résistance locale d'un volume élémentaire de roche est différente de la résistance

globale du pilier constitué de cette roche. L'interaction entre les caractéristiques mécaniques locales (déterminées en laboratoire et à partir des méthodes de classification géomécaniques) et globales s'étudie généralement grâce à des méthodes de modélisation, parfois analytiques, mais le plus souvent numériques.

Le rapport de ces deux grandeurs (σ_{vm} , σ_p) appelées le Facteur de Sécurité F_s doit être supérieur à 1 pour que la capacité portante du pilier ne soit théoriquement pas dépassée.

Les méthodes de calcul numériques permettent de s'affranchir d'un certain nombre d'hypothèses simplificatrices quant à la représentation des systèmes étudiés. Elles autorisent la création de modèles de géométrie complexe avec des propriétés mécaniques variables dans l'espace et comprenant des discontinuités (stratification, failles, fractures...). Elles permettent, par ailleurs, d'étudier l'influence des paramètres inconnus ou mal connus par le biais d'études de sensibilité.

Tenant compte de tous les éléments si haut détaillés, notre thèse était porte essentiellement sur la validation de ladite méthode analytique utilisée (air tributaire) par modélisation numérique (PLAXIS 3D). Des résultats obtenus nous avons discuté l'influence des propriétés géométriques des piliers sur la stabilité de la mine à long terme et augmenté le rendement lors des travaux l'exploitation, objectif atteint dans cette thèse d'où les résultats obtenus suivants :

- Les résultats des analyses de stabilité indiquent un facteur de sécurité moyen des piliers de 2,67 pour la technique actuelle et de 1,43 pour la technique proposée. De plus, les déplacements maximaux à mi-portée sont 4,36 et 7,35 mm, pour lesquelles admissibles. Ainsi, l'exploitation proposée de gisement horizontal étroit ne posera pas de problème de stabilité.
- Les rapports de production montrent que le rapport d'extraction de la technique actuelle est de 0,89 et pour la technique proposée de 0,93, d'autre part, le rapport w/h de la technique proposée est de 0,6, de sorte que ces résultats montrent que la technique proposée est compatible.
- Dans la technique actuelle, l'extraction de panneau 36x36x5 permet un volume de 5760m³ de minerai Zn-Pb, tandis que dans la technique proposée on obtient un volume de 6075 m³ de minerai, la quantité récupérable de minerai Zn-Pb est de 49,14 t ce qui indique que la technique proposée améliore considérablement la qualité du minerai.
- L'étude souligne le fait que la recherche géotechnique avec des applications informatiques dans les mines souterraines peut contribuer de manière significative à des méthodes d'arrêt plus sûres et plus

économiques avec de plus grandes responsabilités attribuées à la santé, la sécurité et l'environnement.

- La technique de remblayage de panneau peut être considérée comme une méthode d'exploitation alternative en cas de déformation des piliers ou en cas d'arrêt définitif des travaux d'extraction, que ce soit partiel ou total, elle améliore la stabilité des piliers et favorise ainsi la stabilité de la surface de recouvrement, cette technique permet aussi la récupération des piliers abandonnés en cas de besoins pour l'extraction des réserves encore exploitables à long terme.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- Abel, J. F. (1988). Soft rock pillars. *International Journal of Mining and Geological Engineering*, 6(3), 215–248.
- Adler, L. (1973). Roof and ground control. In *SME mining engineering handbook* (Vol. 1, pp. 13–9).
- Aissaoui, K. (1999). *Amélioration de la prévision des affaissements dans les mines à l'aide des approches empiriques, numériques et analytiques (Thèse de doctorat)*. Institut National Polytechnique de Lorraine, Nancy.
- Barton, N., Lien, R., & Lunde, J. (1974). Engineering classification of rock masses for the design of tunnel support. *Rock Mechanics*, 6(4), 189–236.
- Bekendam, R. F. (1998). *Pillar stability and large-scale collapse of abandoned room and pillar limestone mines in South-Limburg, The Netherlands (PhD-Thesis)*. Delft University of Technology.
- Bell, F. G., Donnelly, L. J., Genske, D. D., & Ojeda, J. (2005). Unusual cases of mining subsidence from Great Britain, Germany and Colombia. *Environmental Geology*, 47(5), 620–631.
- Bell, F. G., Stacey, T. R., & Genske, D. D. (2000). Mining subsidence and its effect on the environment: some differing examples. *Environmental Geology*, 40(1-2), 135–152.
- Bieniawski, Z. T. (1968). In situ strength and deformation characteristics of coal. *Engineering Geology*, 2(5), 325–340.
- Bieniawski, Z. T. Penn, S. (1995). "Time Dependent Strength of Coal Strata for Long-Term Pillar Stability," *Proceedings 13th Conference on Ground Control in Mining, West Virginia University, Morgantown, WV*, pp. 81–90.
- Boukelloul M. L. (2007), étude comparative de l'analyse de la stabilité des mines souterraines par méthodes analytiques et numériques application à la mine de Châabet El Hamra (Algérie). *Thèse de doctorat d'état Université Annaba, P9*.
- Brady, B. G. H., & Brown, E. T. (2004). *Rock Mechanics: For Underground Mining* (3rd ed.). Springer Science & Business Media, inc.
- Brown, E. T. (1970). Strength of models of rock with intermittent joints. *Journal of Soil Mechanics & Foundations, Div 96(SM6)*.
- Brown, E. T., & Hoek, E. (1978). Trends in relationships between measured in-situ stresses and depth. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 15, 211–215.
- Comité Français de Mécanique des Roches. (2000). *Manuel de mécanique des roches*. Presses des MINES.
- Cook, N. G. W. (1976). Seismicity associated with mining. *Engineering Geology*, 10(2), 99–122.
- Cui, X., Gao, Y., & Yuan, D. (2014). Sudden surface collapse disasters caused by shallow partial mining in Datong coalfield, China. *Natural Hazards*, 74(2), 911–929.
- Das, M. N. (1986). Influence of width/height ratio on post-failure behaviour of coal. *International Journal of Mining and Geological Engineering*, 4(1), 79–87.
- Didier, C., & Van der Merwe, N. (2010). Analyse en retour d'expérience de deux effondrements miniers dans des mines de coalbrook (Afrique du Sud) et de Gardanne (France). *Revue Française de Géotechnique*, 119–135.

- Diederichs, M. S. (2002). Stress induced damage accumulation and implications for hard rock engineering. In *Proceedings of the North American Rock Mechanics Symposium* (pp. 3–12). Toronto.
- ENOF (2001), Entreprise Nationale des produits miniers non ferreux et des substances utiles, rapport d'étude, la mine de Châabet EL Hamra, 2001, p30.
- Esterhuizen, G. S., Dolinar, D. R., & Ellenberger, J. L. (2010). Pillar strength in underground stone mines in the United States. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 48(1), 42–50.
- Esterhuizen, G. S., Dolinar, D. R., Ellenberger, J. L., & Prosser, L. J. (2011). *Pillar and roof span design guidelines for underground stone mines*. Department Of Health And Human Services, NIOSH, IC, 9526.
- Fahimifar, A., Oreste, P., & Ranjbaria, M. (2015). The dimensioning of pillars in the mining rooms and pillars method through a detailed evaluation of the stress conditions in the rock. In *Proceedings of the 8th International Conference on Environmental and Geological Science and Engineering* (pp. 68–77). Salerno.
- Gale, W. J. (1999). Experience of field measurement and computer simulation methods of pillar design. In *Proceedings of the 2nd International Work Shop on Cool Pillar Mechanics and Design* (pp.49–61). NIOSH, Pittsburgh.
- Gao, F., Stead, D., & Kang, H. (2014). Simulation of roof shear failure in coal mine roadways using an innovative UDEC Trigon approach. *Computers and Geotechnics*, 61, 33–41.
- Ghasemi, E., Ataei, M., & Shahriar, K. (2014). An intelligent approach to predict pillar sizing in designing room and pillar coal mines. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 65, 86-95.
- Glacon, j. (1967). Recherches sur la géologie et les gîtes métallifères du Tell sétifien. Publications du Service Géologique de l'Algérie. Bulletin N°32. 2 Tomes. p751.
- Greenwald, H. P., Howarth, H. C., & Hartmann, I. (1939). *Experiments on Strength of Small Pillars of Coal of the Pittsburgh Bed* (Technical paper No. 605). US Bureau of Mines.
- Grgic, D., Homand, F., & Dagallier, G. (2002). Altération du minerai de fer dans les mines abandonnées de Lorraine. *Revue française de géotechnique*, (99), 49–60.
- Guiraud r. (1990). Evolution post-triasique de l'avant-pays de la chaîne alpine en Algérie, d'après l'étude du bassin du Hodna et des régions voisines. *Mémoire de l'Office Nationale de la Géologie*. N°3.p 271.
- Hamrin, H. (1980). *Guide to underground mining methods and applications*. Atlas Copco.
- Hamrin, H. (2001). Underground mining methods and applications. In *Underground Mining Methods: Engineering Fundamentals and International Case Studies* (Society of Mining, Metallurgy and Exploration, Inc., pp. 3-14), Littleton, Colorado, USA ; William A. Hustrulid and Richard L. Bullock.
- Hedley, D. G. F. and F. Grant (1972), Stope-and-Pillar Design for the Elliot Lake Uranium Mines, CIM Transactions, v. 75, , pp. 121–128.
- Hauquin, T., Deck, O., & Gunzburger, Y. (2016). Average vertical stress on irregular elastic pillars estimated by a function of the relative extraction ratio. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 83, 122–134.
- Hedley, D. G. F., & Grant, F. (1972). Stope-and-pillar design for Elliot Lake Uranium Mines. *Canadian Mining and Metallurgy Bulletin*, 65(723), 37.

- Hoch, T., Karabin, G., & Kramer, J. (1991). *MSHA's simple technique for predicting the stress distribution in a mine panel* (MSHA Report, pp. 1–64).
- Hoek, E. (1994). Strength of rock and rock masses. *ISRM News Journal*, 2(2), 4–16.
- Hoek, E. (2016). *Practical rock engineering*. Retrieved October 3, 2016, from <http://104.236.33.185:8001/jspui/handle/123456789/112>
- Hoek, E., & Brown, E. T. (1980). *Underground Excavations in Rock*. The Institution of Mining and Metallurgy, London.
- Hoek, E., & Brown, E. T. (1997). Practical estimates of rock mass strength. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 34(8), 1165–1186.
- Hoek, E., Kaiser, P. K., & Bawden, W. F. (2000). *Support of Underground Excavations in Hard Rock*. CRC Press.
- Hudson, J. A., Brown, E. T., & Fairhurst, C. (1972). Shape of the complete stress-strain curve for rock. In *Proceedings of the 13th Symposium on Rock Mechanics, (Stability of Rock Slopes, pp. 773–795)*. Urbana.
- INERIS. (2006). *Synthèse des études et travaux menés dans le contexte du bassin ferrifère lorrain. Programme EAT-DRS-03 (Rapport d'étude DRS-06-75685/R01)*.
- Irwin, G. R. (1957). Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate. *Journal of Applied Mechanics*, 24, 361–364.
- Itasca C.G. Inc. (2011a). Fast Lagrangian Analysis of Continua, (Vol. Theory and Background, Version 7.0). *Itasca group. Minneapolis, Minnesota, USA*.
- Jaeger, J. C., Cook, N. G., & Zimmerman, R. (2007). *Fundamentals of rock mechanics*. John Wiley & Sons.
- Jaiswal, A., & Shrivastva, B. K. (2009). Numerical simulation of coal pillar strength. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 46(4), 779–788.
- Jeremic, M. (1985). *Strata Mechanics in Coal Mining*. CRC Press.
- Kenny, P. (1969). The caving of the waste on longwall faces. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 6, 541–555.
- Kolosov, G. V. (1909). *On an application of the theory of complex functions to the plane problem of the mathematical theory of elasticity (Doctoral dissertation)*, University of Dorpat (Yur'ev) (In Russian).
- Lunder, P. J. (1994). *Hard rock pillar strength estimation an applied empirical approach (PhD- Thesis)*. University of British Columbia.
- Lunder, P. J., & Pakalnis, R. C. (1997). Determination of the strength of hard-rock mine pillars. *CIM Bulletin*, 90(1013), 51–55.
- Ma, H., Wang, J., & Wang, Y. (2012). Study on mechanics and domino effect of large-scale goaf cave-in. *Safety Science*, 50(4), 689–694.
- Mark, C., & Barton, T. (1996). The uniaxial compressive strength of coal: Should it be used to design pillars? In *Proceedings of the 15th International Conference on Ground Control in Mining*. Colorado School of Mines, Golden.
- Martin, C. D. (1997). Seventeenth Canadian Geotechnical Colloquium: The effect of cohesion loss and stress path on brittle rock strength. *Canadian Geotechnical Journal*, 34(5), 698–725.
- Martin, C. D., & Chandler, N. A. (1994). The progressive fracture of Lac du Bonnet granite. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 31(6), 643-59.

- Martin, C. D., & Maybee, W. G. (2000). The strength of hard-rock pillars. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 37(8), 1239–1246.
- Maybee, W. G. (2000). *Pillar Design in Hard Brittle Rocks (Master of Applied Science)*. Laurentian University, Sudbury.
- McCutchen, W. R. (1982). Some elements of a theory for in-situ stress. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 19, 201–203.
- Mortazavi, A., Hassani, F. P., & Shabani, M. (2009). A numerical investigation of rock pillar failure mechanism in underground openings. *Computers and Geotechnics*, 36(5), 691–697.
- Murali Mohan, G., Sheorey, P. R., & Kushwaha, A. (2001). Numerical estimation of pillar strength in coal mines. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 38(8), 1185–1192.
- Obert, L., & Duvall, W. I. (1967). *Rock mechanics and the design of structures in rock*. Wiley, New York.
- Ortlepp, W. D., & Cook, N. G. W. (1964). The measurement and analysis of the deformation around deep, hard-rock excavations. In *Proceedings of the 4th International Conference on Strata Control and Rock Mechanics*, (Vol. 1). New York.
- Ozbay, M. U., Ryder, J. A., & Jager, A. J. (1995). The design of pillar systems as practised in shallow hard-rock tabular mines in South Africa. *Journal of the South African Institute of Mining and Metallurgy*, 95(1), 7–18.
- Poulsen, B. A. (2010). Coal pillar load calculation by pressure arch theory and near field extraction ratio. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 47(7), 1158–1165.
- Pritchard, C. J., & Hedley, D. G. F. (1993). Progressive pillar failure and rockbursting at Denison Mine. In *Proceedings of 3rd International Symposium on Rockbursts and Seismicity in Mines* (pp. 111–6). Kingston: Young R. P.
- Roberts, D. P., Lane, W. L., & Yanske, T. R. (1998). Pillar extraction at the Doe Run Company 1991–1998. In *Proceedings of the Conference "The Mining Cycle"* (pp. 227–233). Australia.
- Roberts, D. P., Van der Merwe, J. N., Canbulat, I., Sellers, E. J., & Coetzer, S. (2002). Development of a method to estimate coal pillar loading. Safety in Mines Research Advisory Committee, Report No. 2001-0651.
- Roberts, D., Tolfree, D., McIntire, H., & others. (2007). Using confinement as a means to estimate pillar strength in a room and pillar mine. In *Proceedings of the 1st Canada-US Rock Mechanics Symposium*. American Rock Mechanics Association.
- Salamon, M. D. G., Galvin, J. M., Hocking, G., & Anderson, I. (1996). *Coal pillar strength from back-calculation* (Progress report No. 1/69). Department of Mining Engineering. University of New South Wales, Australia.
- Salamon, M. D. G., & Munro, A. H. (1967). A Study of Strength of Coal Pillars. *Journal of the South African Institute of Mining and Metallurgy*, 68(2), 55.
- Salamon, M. D. G., Ozbay, M. U., & Madden, B. J. (1998). Life and design of bord-and-pillar workings affected by pillar scaling. *Journal of the South African Institute of Mining and Metallurgy*, 98(3), 135–145.
- Salamon, M. D. G., & Wagner, H. (1985). Practical Experiences in the Design of Coal Pillars. In *Proceedings of the 21st International Conference of Safety in Mines*

- Research Institutes* (pp. 3–10). Sydney.
- Sheorey, P. R. (1994). A theory for In Situ stresses in isotropic and transverseley isotropic rock. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 31(1), 23–34.
- Sheorey, P. R. (1997). *Empirical rock failure criteria*. AA Balkema.
- Sheorey, P. R., & Singh, B. (1974). Estimation of pillar loads in single and contiguous seam workings. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 11(3), 97–102.
- Singh, A. K., Singh, R., Maiti, J., Kumar, R., & Mandal, P. K. (2011). Assessment of mining induced stress development over coal pillars during depillaring. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 48(5), 805–818.
- Sjoberg, J. S. (1992). Failure modes and pillar behaviour in the Zinkgruvan mine. In *Proceedings of the 33th U.S. Symposium on Rock Mechanics*. American Rock Mechanics Association.
- Stacey, T. R. and C. H. Page (1986), *Practical Handbook for Underground Rock Mechanics*, Trans Tech Publications, Clausthal- Zellerfeld, Germany, 144 p.
- Szwedzicki, T. (2001). Geotechnical precursors to large-scale ground collapse in mines. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 38(7), 957–965.
- Tada, H., Paris, P. C., & Irwin, G. R. (2000). *The Stress Analysis of Cracks Handbook* (3rd ed.). ASM.
- Terzaghi, K., & Richart, F. E. J. (1952). Stresses in rock about cavities. *Geotechnique*, 3(2), 57–90. Tincelin, E., & Sinou, P. (1962). Effondrements brutaux et généralisés, coup de toit. *Revue de L'industrie Minérale*.
- Thomas .H.(2016).La rupture brutale des piliers conditionne-t-elle les effondrements miniers(Thèse de doctorat). Université de Lorraine ,Nancy.
- Van der Merwe, J. N. (1993). Revised strength factor for coal in the Vaal basin. *Journal of the South African Institute of Mining and Metallurgy*, 93, 272–272.
- Van der Merwe, J. N. (2003a). New pillar strength formula for South African coal. *Journal of the South African Institute of Mining and Metallurgy*, 103(5), 281–292.
- Van der Merwe, J. N. (2003b). Predicting coal pillar life in South Africa. *Journal of the South African Institute of Mining and Metallurgy*, 103(5), 293–301.
- Van der Merwe, J. N., & Mathey, M. (2012). *Update of Coal Pillar Data Base, Strength Formula and Probability of Failure for South African Coal Mining* (Coaltech research association report).
- Wagner, H. (1980). Pillar design in coal mines. *Journal of the South African Institute of Mining and Metallurgy*, 80, 37–45.
- Wang, J.-A., Shang, X. C., & Ma, H. T. (2008). Investigation of catastrophic ground collapse in Xingtai gypsum mines in China. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 45(8), 1480–1499.
- Wang, S.-L., Hao, S.-P., Chen, Y., Bai, J.-B., Wang, X.-Y., & Xu, Y. (2016). Numerical investigation of coal pillar failure under simultaneous static and dynamic loading. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 84, 59–68.
- Westergaard, H. M. (1939). Bearing Pressures and Cracks. *Journal of Applied Mechanics*, 6, A49– 53.
- Young, C. M. (1917). *Percentage of extractions of bituminous coal with special reference*

to Illinois conditions (Publications of the Engineering Experiment Station Bulletin No. 100). University of Illinois.

Zipf Jr, R. K., & Mark, C. (1997). Design methods to control violent pillar failures in room-and-pillar mines. *Transactions of the Institution of Mining and Metallurgy-Section A-Mining Industry*, 106, A124.

Zipf, R. K. (1999). Using a post failure stability criterion in pillar design. In *Proceedings of the 2nd International Workshop on Coal Pillar Mechanics and Design* (pp. 181-192). Pittsburg PA: Christopher Mark, Keith A. Heasley, Anthony T. Lannacchione, Robert J. Tuchman.

Zipf, R. K. (2001). Pillar design to prevent collapse of room-and-pillar mines. In *Underground mining methods* (Society of Mining, Metallurgy and Exploration, Inc., pp. 3-14), Littleton, Colorado, USA ; William A. Hustrulid and Richard L. Bullock.

Sites internet consultés

<http://rajikorba.blogspot.com>

<http://ruedeslumieres.morkitu.org>

<http://www.patrimoine-minier.fr>

<http://www.worldcoal.org>

<http://www.cavite.fr>

<http://www.geoderis.fr/missions/aleas-miniers>

Bibliographies relative à cette thèse

Nakache. R., Boukelloul. M.L., Fredj. M. (2015). Stability Analysis of Underground Mining and their Application on the Mine Châabet El Hamra, Algeria. *Procedia Earth and Planetary Science*, 15, 237-243.

Nakache. R., Boukelloul, M.L., Bouhedja, A., Fredj. M. (2019). Stability analysis of the pillars of the underground mine Chaabet El-Hamra, Algeria by analytical and numerical methods. *Naukovyi Visnyk NHU*, № 2.

ANNEXE 1 : SOLUTION DE L'ÉQUATION DIFFÉRENTIELLE DE SHEOREY ET SINGH (1974)

Sheorey et Singh (1974) définissent, à partir de la théorie des poutres épaisses, l'équation différentielle de la déflexion verticale du toit immédiat $j(x)$ d'une mine horizontale en n'importe quelle position x dans la mine :

$$D \frac{d^4 j}{dx^4} - \frac{(2 + \nu)}{10(1 - \nu^2)} \frac{d^2}{dx^2} (q - k_p j) = q - k_p j$$

Où ν le coefficient de Poisson du recouvrement, q la contrainte verticale in situ, D la rigidité en flexion du recouvrement. Si le recouvrement est constitué d'une seule couche d'épaisseur h , D se calcule de la manière suivante :

$$D = \frac{E_t h^3}{12(1 - \nu^2)}$$

Avec E_t est le module de Young moyen du recouvrement.

k_p est la raideur verticale moyenne de tous les piliers et se calcule à partir du taux de défruitement r , de leur hauteur t et de leur module d'Young E_p :

$$k_p = r \frac{E_p}{t}$$

La résolution de l'équation différentielle précédente donne une solution de la forme :

$$j(x) = \frac{q}{k_p} + C1 \exp(A.x) + C2 \exp(-A.x) + C3 \exp(B.x) + C4 \exp(-B.x)$$

Les coefficients $C1$, $C2$, $C3$ et $C4$ dépendent des conditions aux limites considérées. Les termes A et B dépendent des propriétés mécaniques des piliers et du recouvrement et s'écrivent :

$$A = \sqrt{-\frac{k_p}{10D(1 - \nu^2)} - \frac{k_p}{20D(1 - \nu^2)} - \frac{1}{20} \sqrt{-\frac{400k_p}{D} + \left(\frac{2k_p}{D(1 - \nu^2)} + \frac{k_p \nu}{D(1 - \nu^2)}\right)^2}}$$

$$B = \sqrt{-\frac{k_p}{10D(1 - \nu^2)} - \frac{k_p}{20D(1 - \nu^2)} + \frac{1}{20} \sqrt{-\frac{400k_p}{D} + \left(\frac{2k_p}{D(1 - \nu^2)} + \frac{k_p \nu}{D(1 - \nu^2)}\right)^2}}$$

ANNEXE 2 : FORMALISME DU MODELE DE COMPORTEMENT DE MOHR-COULOMB

1- Critères de rupture

Les états de contrainte pour lesquels la roche atteint son pic de résistance peuvent être décrits mathématiquement à travers des critères de rupture de la forme $\sigma_1 = f(\text{paramètres}, \sigma_3)$, où σ_1 et σ_3 sont respectivement les contraintes principales majeures et mineures.

Le critère de rupture le plus répandu pour caractériser la résistance des massifs rocheux est le critère empirique de Hoek et Brown (1980). Il s'écrit comme suit :

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \sigma_{ci} \left(m_b \frac{\sigma_3}{\sigma_{ci}} + s \right)^a \quad (1)$$

Où σ_{ci} est la résistance en compression d'un échantillon de roche intact, m_b une caractéristique du massif rocheux et a et s sont des constantes dépendant du type de roche considérée. Le terme m_b se calcule suivant l'équation suivante à partir de m_i , qui est son équivalent à l'échelle d'un échantillon de roche intact :

$$m_b = m_i \exp\left(\frac{GSI - 100}{28 - 14D}\right) \quad (2)$$

Le terme D est un indice caractérisant l'endommagement du massif rocheux causé par l'éventuelle méthode d'excavation qui a permis de le mettre au jour (voir Hoek, 2016). Il permet de réduire la résistance du massif en conséquence. Le terme m_i s'obtient à partir d'un tableau représenté dans Hoek (2016) et de l'indice GSI du massif rocheux obtenu à partir de la méthode de classification développée par Hoek (1994). Le GSI permet également de déduire les constantes s et a à partir des relations suivantes proposées par Hoek et al. (2002) :

$$s = \exp\left(\frac{GSI - 100}{9 - 3D}\right) \quad (3)$$

$$a = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} \left(\exp(-GSI/15) - \exp(-20/3) \right) \quad (4)$$

L'enveloppe de rupture formée par le critère de Hoek et Brown est non-linéaire et parfois complexe à mettre en œuvre dans des codes de modélisation numérique. Le critère de rupture linéaire de Mohr-Coulomb, très courant pour caractériser la résistance des roches à l'échelle de l'échantillon, est parfois privilégié. Ces paramètres sont la cohésion c , l'angle de frottement interne φ ,

la résistance en traction R_t . La résistance en traction équivalente du critère de rupture de Hoek et Brown s'obtient par la relation suivante :

$$R_t = \frac{s\sigma_{ci}}{m_b} \quad (5)$$

Il est possible de calculer les valeurs équivalentes de c et φ par approximation linéaire du critère de Hoek et Brown pour une certaine gamme de contrainte principale mineure σ_3 . La gamme permettant d'obtenir la meilleure corrélation linéaire est définie par l'intervalle $R_t < \sigma_3 < \sigma_{3max}$ où σ_{3max} doit être choisie en fonction d'un état de contrainte que l'on juge représentatif du massif considéré (compte tenu de la profondeur et de l'état de contrainte in situ...). Les relations correspondantes sont données par Hoek (2007) :

$$\varphi = \sin^{-1} \left(\frac{6am_b(s + m_b\sigma_{3n})^{a-1}}{2(1+a)(2+a) + 6am_b(s + m_b\sigma_{3n})^{a-1}} \right) \quad (6)$$

$$c = \frac{\sigma_{ci}((1+2a)s + (1-a)m_b\sigma_{3n})(s + m_b\sigma_{3n})^{a-1}}{(1+a)(2+a) \sqrt{1 + \frac{(6am_b(s + m_b\sigma_{3n})^{a-1})}{((1+a)(2+a))}}} \quad (7)$$

Où $\sigma_{3n} = \sigma_{3max}/\sigma$

L'enveloppe de rupture de Mohr-Coulomb, telle qu'elle est couramment utilisée, est composée de deux segments qui représentent respectivement la résistance en traction et en cisaillement de la roche. Leurs équations sont respectivement :

$$f_c = \sigma_1 - \sigma_3 \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} + 2c \sqrt{\frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi}} \quad (8)$$

$$f_t = R_t - \sigma_3 \quad (9)$$

2- Loi d'écoulement plastique (d'après Itasca 2011a)

Une fois le critère de rupture atteint, la roche subit des déformations plastiques Δe_i^p permanentes qui viennent s'ajouter aux déformations élastiques Δe_i^e .

$$\Delta e_i = \Delta e_i^e + \Delta e_i^p \quad (10)$$

La déformation plastique est une grandeur tensorielle dont les composantes doivent être définies en intensité et en orientation par le biais d'une règle d'écoulement plastique. Dans le cas relativement simple d'un modèle de Mohr-Coulomb, elle s'écrit de la manière suivante :

$$\Delta e_i^p = \lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_i} \quad (11)$$

Où Δe_i^p représente les différentes composantes i de l'incrément de déformation plastique.

Le potentiel plastique g s'exprime différemment en fonction de la nature de la rupture. Les deux domaines de ruptures sont séparés par la droite bissectrice des deux segments de l'enveloppe de Mohr-Coulomb dont l'équation est la suivante :

$$\sigma_3 - R_t + \alpha_p(\sigma_1 - \sigma_p) = 0 \quad (12)$$

Où

$$\alpha_p = \sqrt{1 + \left(\frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi}\right)^2} + \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \quad (13)$$

et

$$\sigma_p = R_t \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} - 2c \sqrt{\frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi}} \quad (14)$$

Le type de rupture est déterminé en fonction de la position de l'état de contrainte par rapport à cette bissectrice.

Dans le cas d'une rupture en cisaillement, $g = g_c$ et s'écrit :

$$g_c = \sigma_1 - \sigma_3 \frac{1 + \sin \psi}{1 - \sin \psi} \quad (15)$$

où ψ est l'angle de dilatance de la roche, caractéristique qu'il est possible d'estimer à partir d'essai de compression réalisés en laboratoire.

Dans le cas d'une rupture en traction $g = g_t$ et s'écrit :

$$g_t = -\sigma_3 \quad (16)$$

Le potentiel g doit être dérivé par rapport à chacune des composantes du tenseur des contraintes puis multiplié par le multiplicateur plastique λ , pour l'instant non défini, afin d'obtenir l'intensité des déformations plastiques Δe_i^p (Equation 11). Si on raisonne en termes de composantes principales, dans le cas d'une rupture en cisaillement ($\lambda = \lambda_c$), il vient après incorporation de l'Equation (15) dans l'Equation (11), que :

$$\Delta e_1^p = \lambda_c \quad (17)$$

$$\Delta e_2^p = 0 \quad (18)$$

$$\Delta e_3^p = -\lambda_c \frac{1 + \sin \psi}{1 - \sin \psi} \quad (19)$$

Il s'agit maintenant de définir le nouvel état de contrainte induit par les déformations.

On peut écrire de manière incrémentale, que la nouvelle contrainte σ^N est la somme de l'ancienne contrainte σ^A et de la variation de contrainte entre les deux états considérés.

$$\sigma_i^N = \sigma_i^A + \Delta\sigma_i \quad (20)$$

avec $i = 1$ à 3, définissant les composantes principales de tenseur des contraintes.

Les variations de contrainte totale sont calculées comme les variations de contrainte déterminées à partir de la loi d'élasticité appliquée aux déformations totales $\Delta\sigma_i^t$ auxquelles sont soustraites les variations de contraintes induites uniquement par les déformations plastiques $\Delta\sigma_i^p$:

$$\Delta\sigma_i = \Delta\sigma_i^t - \Delta\sigma_i^p \quad (21)$$

Avec, dans les cas d'une déformation plastique par cisaillement :

$$\Delta\sigma_1^t = a_1\Delta e_1 + a_2(\Delta e_2 + \Delta e_3) \quad (22)$$

$$\Delta\sigma_2^t = a_1\Delta e_2 + a_2(\Delta e_1 + \Delta e_3) \quad (23)$$

$$\Delta\sigma_3^t = a_1\Delta e_3 + a_2(\Delta e_1 + \Delta e_2) \quad (24)$$

$$\Delta\sigma_1^p = \lambda \left(a_1 - a_2 \frac{1 + \sin \psi}{1 - \sin \psi} \right) \quad (25)$$

$$\Delta\sigma_2^p = \lambda a_2 \left(1 - \frac{1 + \sin \psi}{1 - \sin \psi} \right) \quad (26)$$

$$\Delta\sigma_3^p = \lambda \left(-a_1 \frac{1 + \sin \psi}{1 - \sin \psi} + a_2 \right) \quad (27)$$

Les coefficients a_1 et a_2 sont déterminés à partir des caractéristiques élastiques de la roche K (module d'incompressibilité) et G (module de cisaillement) qu'il est possible de déterminer à partir d'essais de laboratoire et éventuellement de modifier à partir des méthodes de classification géomécaniques pour tenir compte de l'effet d'échelle :

$$a_1 = K + 4G/3 \quad (28)$$

$$a_2 = K - 2G/3 \quad (29)$$

La contrainte finale doit satisfaire le critère de rupture en cisaillement (Equation 8). On en déduit après manipulation des Equations (17) à (27), que le multiplicateur plastique est nécessairement :

$$\lambda_c = \frac{f_c}{\left(a_1 - a_2 \frac{1 + \sin \psi}{1 - \sin \psi} \right) - \left(a_1 - a_2 \frac{1 + \sin \psi}{1 - \sin \psi} \right) \left(\frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \right)} \quad (30)$$

Dans le cas d'une rupture et de déformations plastiques en traction ($\lambda = \lambda_t$) les incréments de déformation plastique s'écrivent :

$$\Delta e_1^p = 0 \quad (31)$$

$$\Delta e_2^p = 0 \quad (32)$$

$$\Delta e_3^p = -\lambda \quad (33)$$

Les mêmes manipulations que précédemment, avec le potentiel plastique g_t au lieu de g_s , permettent d'obtenir le multiplicateur plastique suivant :

$$\lambda_t = \frac{f_t}{a_1} \quad (34)$$

3- Ecoulement post-pic

Une fois leur pic de résistance atteint, les roches subissent généralement une diminution de résistance à déformation croissante, c'est à dire un écoulement négatif. On peut prendre en compte cet écoulement en considérant que le critère de rupture, défini par l'Equation (8), évolue à mesure que la roche se déforme plastiquement. Les caractéristiques de résistance du critère de Mohr-Coulomb, c , φ et R_t ne doivent donc plus être considérées comme des constantes. Généralement, on exprime les variations de c , de φ et de R_t comme des fonctions d'un paramètre de déformation plastique cisailante Δe^{ps} , défini par :

$$\Delta e^{ps} = \sqrt{\frac{1}{2} [(\Delta e_1^p + \Delta e_m^p)^2 + (\Delta e_m^p)^2 + (\Delta e_3^p - \Delta e_m^p)^2]} \quad (35)$$

Où

$$\Delta e_m^p = \frac{1}{3} (\Delta e_1^p - \Delta e_3^p) \quad (36)$$

La résistance en traction est, quant à elle, exprimée comme une fonction d'un paramètre de déformation plastique en traction, défini par :

$$\Delta e^{pt} = \Delta e_3^p \quad (37)$$

Où Δe_3^p est la déformation par traction dans la direction de la contrainte principale mineure.

Le critère de rupture peut éventuellement être considéré comme constant à partir d'un certain niveau de déformation plastique. Il caractérise dans ce cas la résistance résiduelle de la roche. Il est important de noter que la prise en compte d'un écoulement n'entraîne aucune modification de la loi d'écoulement plastique définie auparavant ni de l'expression des multiplicateurs plastiques.