

# Table des matières

<b>Résumé</b>	i
<b>Abstract</b>	iii
<b>Remerciements</b>	v
<b>Avant-propos</b>	ix
<b>Table des matières</b>	xiv
<b>Liste des figures</b>	xviii
<b>Liste des tableaux</b>	xix
<b>Liste des notations</b>	xxi
<b>Introduction</b>	1
Liste des publications . . . . .	5
<b>1. Commande des convertisseurs statiques</b>	7
1.A. Modulation des convertisseurs statiques . . . . .	8
1.A.1. Techniques de modulation interseptive . . . . .	13
1.A.1.1. Introduction avec la modulation sinusoïdale . . . . .	14
1.A.1.2. Injection d'harmoniques triples . . . . .	18
1.A.1.3. Modulation triphasée ou centrée . . . . .	20
1.A.1.4. Modulation discontinue . . . . .	20
1.A.1.5. Injection de séquences nulles de tension . . . . .	21
1.A.1.6. Autres classes de modulation de largeur d'impulsion (MLI) non vectorielles . . . . .	22
1.A.2. Techniques de modulation vectorielle . . . . .	22
1.A.2.1. Principe . . . . .	22
1.A.2.2. Modulation vectorielle centrée ou Space Vector Modulation (SVM) . . . . .	25
1.A.2.3. Autre utilisation des vecteurs nuls . . . . .	26
1.A.2.4. Zone de linéarité géométrique de l'onduleur triphasé . . . . .	27
1.A.3. Lien entre les méthodes interseptives et les méthodes vectorielles . . . . .	27
1.A.4. Introduction à la modulation des convertisseurs statiques plus complexes . . . . .	28
1.A.4.1. Modulation interseptive multi-niveaux . . . . .	28
1.A.4.2. Modulation vectorielle 3D . . . . .	30
1.A.4.3. Modulation vectorielle multi-niveaux . . . . .	30
1.A.5. Résumé et points de vues . . . . .	31

1.B. Commande en courant et de haut niveau . . . . .	33
1.B.1. Type de modélisations des convertisseurs statiques . . . . .	33
1.B.2. Grandes classes de commande des convertisseurs statiques . . . . .	34
1.B.2.1. Commande directe et commande avec MLI . . . . .	35
1.B.2.2. Commande à hystérésis . . . . .	35
1.B.2.3. Commande linéaire avec MLI . . . . .	37
1.B.2.4. Commande prédictive vectorielle . . . . .	38
1.B.2.5. Cas de l'équilibrage des tensions de condensateurs flottants des convertisseurs multi-niveaux . . . . .	40
1.B.3. Résumé . . . . .	44
1.C. Conclusion pour le positionnement des méthodes d'allocation pour les convertisseurs statiques (CVS) . . . . .	44
<b>2. Méthodes d'allocation pour les convertisseurs statiques</b>	<b>47</b>
2.A. Méthodes d'allocation . . . . .	47
2.A.1. Principe . . . . .	48
2.A.1.1. Exemple de la machine synchrone à aimants permanents auto-pilotée en dq . . . . .	48
2.A.1.2. Problème de l'allocation de commandes . . . . .	50
2.A.2. Principales formulations d'allocation et leurs résolutions . . . . .	53
2.A.2.1. Problème d'allocation par optimisation . . . . .	53
2.A.2.2. Classes de résolution . . . . .	55
2.A.3. Conclusion quant au développement de méthodes d'allocation pour les CVS . . . . .	60
2.B. Illustration avec l'onduleur quatre bras deux niveaux . . . . .	61
2.B.1. Discussion sur le choix des éléments considérés comme « organes de pilotage » de l'onduleur . . . . .	62
2.B.2. Approche « vecteur » . . . . .	63
2.B.2.1. Formulation algébrique du problème de commande de la modulation vectorielle . . . . .	64
2.B.2.2. Méthode d'allocation—approche « vecteur » . . . . .	68
2.B.2.3. Exploitation de la méthode d'allocation développée . . . . .	72
2.B.2.4. Conclusions sur l'approche « vecteur » . . . . .	74
2.B.3. Approche « interrupteur » . . . . .	75
2.B.3.1. Formulation algébrique du problème de commande . . . . .	75
2.B.3.2. Étude analytique du problème . . . . .	79
2.B.3.3. Méthode d'allocation pour l'onduleur quatre bras deux niveaux . . . . .	83
2.B.3.4. Évaluation de la méthode en simulation . . . . .	88
2.B.3.5. Deuxième configuration—OMIPWM . . . . .	91
2.B.3.6. Troisième configuration—ASPWM . . . . .	94
2.B.3.7. Quatrième et cinquième configurations—DPWM <sub>min</sub> , DPWM <sub>max</sub> . . . . .	95
2.B.3.8. Comparaison des lois de modulation obtenues . . . . .	95
2.B.3.9. Au-delà de la limite de linéarité . . . . .	97
2.C. Conclusion quant aux approches d'allocation proposées pour les CVS . . . . .	99

<b>3. Méthodes d'allocation pour les convertisseurs multicellulaires</b>	<b>101</b>
3.A. Méthodes d'allocation pour l'onduleur à condensateurs flottants . . . . .	101
3.A.1. Onduleur multicellulaire à condensateurs flottants . . . . .	102
3.A.2. Approche « vecteur » et approche « interrupteur » pour l'onduleur multicellulaire . . . . .	102
3.A.2.1. Vecteurs de l'onduleur multicellulaire . . . . .	103
3.A.2.2. Problématiques avec l'approche « vecteur » . . . . .	105
3.A.2.3. Avec l'approche « interrupteur » . . . . .	105
3.A.2.4. Analyses et interprétations . . . . .	106
3.A.3. Stratégie de commande choisie . . . . .	107
3.A.4. Modélisation et formulation du problème d'allocation . . . . .	110
3.A.4.1. Obtention des tensions de référence en sortie de l'onduleur .	110
3.A.4.2. Équilibrage des tensions des condensateurs flottants . . . . .	113
3.A.4.3. Contraintes de commande . . . . .	116
3.A.4.4. Problème de commande complet . . . . .	116
3.A.4.5. Problème d'optimisation linéaire . . . . .	119
3.A.5. Exploitation de la méthode – résultats de simulation . . . . .	123
3.A.5.1. Premier test – chute de tension . . . . .	124
3.A.5.2. Deuxième test – variations sinusoïdales de tension . . . . .	125
3.A.6. Conclusions . . . . .	127
3.B. Méthodes d'allocation pour l'onduleur modulaire multiniveaux . . . . .	129
3.B.1. Onduleur modulaire multiniveaux . . . . .	130
3.B.2. Modélisation de l'onduleur modulaire multiniveaux . . . . .	130
3.B.2.1. Éléments constitutifs . . . . .	130
3.B.2.2. Modélisation en vue de la commande . . . . .	133
3.B.3. Méthode d'allocation pour le Modular Multilevel Converter (MMC) .	138
3.B.3.1. Stratégie proposée . . . . .	138
3.B.3.2. Objectifs de commande . . . . .	140
3.B.3.3. Formulation du problème d'optimisation linéaire principal .	141
3.B.3.4. Pour l'équilibrage des tensions des condensateurs des modules	146
3.B.3.5. Évaluation de la stratégie en simulation . . . . .	147
3.B.4. Conclusion concernant l'allocation pour le MMC . . . . .	148
3.C. Conclusion du chapitre . . . . .	153
<b>4. Mise en œuvre temps réel de la méthode proposée et validation</b>	<b>155</b>
4.A. Mise en œuvre de la méthode de commande sur carte FPGA . . . . .	156
4.A.1. Contexte de travail . . . . .	156
4.A.2. Stratégie de la mise en œuvre matérielle de la méthode de commande par allocation fondée sur l'utilisation de l'algorithme du simplexe . . .	157
4.A.2.1. Choix stratégiques . . . . .	157
4.A.2.2. Structure générale du circuit de résolution . . . . .	160
4.A.3. Blocs du circuit . . . . .	161
4.A.3.1. Contrôleur général . . . . .	162
4.A.3.2. Bloc a – Préparation du problème d'optimisation . . . . .	163
4.A.3.3. Bloc b – Entrée du problème d'optimisation dans le circuit de résolution . . . . .	167

## Table des matières

4.A.3.4. Bloc 1 – Amélioration du coût . . . . .	167
4.A.3.5. Bloc 2 – Direction d'amélioration du coût . . . . .	168
4.A.3.6. Bloc 3 – Déplacement vers la nouvelle solution améliorant le coût . . . . .	171
4.A.3.7. Bloc c – Extraction des solutions optimales . . . . .	173
4.A.4. Validation en simulation via ModelSim® . . . . .	174
4.A.5. Utilisation des ressources logiques . . . . .	174
4.A.6. Conclusion . . . . .	175
4.B. Vérification et validation matérielle par l'approche Hardware-In-the-Loop (HIL) . . . . .	176
4.B.1. Stratégie de vérification choisie . . . . .	177
4.B.1.1. <i>Hardware-in-the-loop</i> . . . . .	177
4.B.1.2. Interface d'accès au circuit de résolution depuis le PC de commande . . . . .	178
4.B.1.3. Communication entre le PC et la carte par liaison client/serveur JTAG sur TCP/IP . . . . .	184
4.B.1.4. Interface de communication sur MATLAB® . . . . .	184
4.B.2. Essais de vérification matérielle HIL . . . . .	185
4.B.2.1. Essai simple . . . . .	187
4.B.2.2. Essai de vérification pour la configuration Opposite Median Voltage Pulse-Width Modulation (OMIPWM) . . . . .	189
4.B.2.3. Essai de vérification pour la configuration Adaptive Sinus Pulse-Width Modulation (ASPWM) . . . . .	189
4.B.2.4. Essai de vérification HIL pour la configuration Discontinuous Pulse-Width Modulation minimum (DPWMmin) . . . . .	193
4.B.2.5. Temps de calcul . . . . .	193
4.B.2.6. Comportement en saturation de tension . . . . .	193
4.B.2.7. Essai de vérification HIL de tolérance aux fautes . . . . .	196
4.C. Conclusion du chapitre . . . . .	198
<b>Conclusions</b>	<b>201</b>
<b>A. Principe de l'algorithme du simplexe</b>	<b>211</b>
A.A. Problème d'optimisation linéaire sous contraintes . . . . .	211
A.A.1. Formulations existantes . . . . .	211
A.A.2. Espace réalisable et nature des solutions . . . . .	212
A.B. Principe de l'algorithme du simplexe . . . . .	213
<b>Bibliographie</b>	<b>215</b>
<b>Liste des acronymes</b>	<b>229</b>
<b>Glossaire</b>	<b>233</b>
<b>Résumé court</b>	<b>240</b>
<b>Short abstract</b>	<b>240</b>

# Liste des figures

1.1	Schéma de l'onduleur classique triphasé trois bras deux niveaux alimentant une charge triphasée résistive et inductive en connexion étoile . . . . .	9
1.2	Illustration du résultat de la mise à l'état 1 d'une cellule de commutation . . . . .	9
1.3	Illustration du résultat de la mise à l'état 0 d'une cellule de commutation . . . . .	9
1.4	Formes d'onde obtenues par commande pleine onde sur une période fondamentale pour les tensions de sortie de l'onduleur (à gauche), le potentiel neutre (en bas), et les tensions de phase (à droite) dans le cas d'une charge triphasée équilibrée . . . . .	11
1.5	Illustration du principe de la modulation de largeur d'impulsion . . . . .	13
1.6	Illustration de la méthode de modulation de largeur d'impulsion sinusoïdale	14
1.7	Plage de linéarité de la modulation de largeur d'impulsion sinusoïdale (MLI-S).	14
1.8	Porteuse montante, modulation naturelle. . . . .	15
1.9	Porteuse descendante, modulation naturelle. . . . .	15
1.10	Porteuse triangle, modulation naturelle. . . . .	15
1.11	Porteuse triangle, mod. échantillonnée sym.	16
1.12	Porteuse triangle, mod. échantillonnée asym. . . . .	16
1.13	Principe de synthèse des ordres de commande des interrupteurs à partir de valeurs de rapports cycliques avec la modulation régulière symétrique . . . . .	18
1.14	Formes d'onde de la THIPWM1/6. . . . .	19
1.15	Plage de linéarité de la THIPWM1/6. . . . .	19
1.16	Plage de linéarité de la THIPWM1/4. . . . .	19
1.17	Tension de référence médiane. . . . .	20
1.18	Plage de linéarité de la modulation triphasée. . . . .	20
1.19	Plage de linéarité des méthodes Discontinuous Pulse-Width Modulation (DPWM).	20
1.20	Schéma général des méthodes de modulation avec injection de signaux de séquence de tension nulle . . . . .	22
1.21	Illustration de la stratégie de la modulation vectorielle dans l'espace de tension de l'onduleur triphasé classique . . . . .	23
1.22	Illustration de la stratégie de la modulation vectorielle dans l'espace de tension de l'onduleur triphasé classique, dans le cas arbitraire où le vecteur de référence se situe dans le secteur II . . . . .	25
1.23	Chronogramme des impulsions des interrupteurs correspondant à la méthode SVM pour l'onduleur trois bras deux niveaux, avec centrage des demi-impulsions actives. . . . .	26
1.24	Plage de linéarité des méthodes vectorielles . . . . .	26
1.25	Représentation géométrique de la zone de linéarité maximale de l'onduleur trois bras deux niveaux . . . . .	28
1.26	Illustration du modulateur PSPWM . . . . .	29

## Liste des figures

1.27	Illustration d'un des intérêts de l'entrelacement des porteuses pour la qualité harmonique par l'obtention de motifs réguliers de tension . . . . .	30
1.28	Représentation géométrique des vecteurs de tension de l'onduleur triphasé quatre bras deux niveaux . . . . .	31
1.29	Représentation géométrique des vecteurs de l'onduleur trois bras deux niveaux . . . . .	39
1.30	Représentation géométrique de la zone de linéarité de l'onduleur trois bras deux niveaux . . . . .	40
2.1	Synoptique d'un schéma de commande d'un système mécanique incluant un allocateur . . . . .	52
2.2	Schéma de l'onduleur triphasé quatre bras deux niveaux . . . . .	62
2.3	Secteur de tension (2DSVM) . . . . .	64
2.4	Tétraèdre de tension (3DSVM) . . . . .	64
2.5	Illustration de la stratégie de la modulation vectorielle 3D . . . . .	65
2.6	Exemple de chronogramme des impulsions des interrupteurs correspondant à la méthode SVM pour l'onduleur quatre bras deux niveaux, avec centrage des demi-impulsions actives sur les demi-périodes de modulation . . . . .	65
2.7	Schéma de commande par allocation de l'onduleur quatre bras deux niveaux avec l'approche « vecteur » . . . . .	73
2.8	Chronogramme des impulsions des interrupteurs correspondant à la méthode d'allocation pour l'onduleur quatre bras deux niveaux avec l'approche « vecteur », en utilisant seulement le vecteur nul $V_0$ . . . . .	74
2.9	Illustration de l'idée de l'approche d'allocation « interrupteur » (réglages de rapports cycliques arbitraires et non pertinents sur la figure) . . . . .	76
2.10	Représentation géométrique de la zone de tension atteignable en suivant la stratégie d'allocation . . . . .	79
2.11	Illustration de la borne haute du domaine admissible des solutions de rapports cycliques pour l'onduleur quatre bras deux niveaux . . . . .	81
2.12	Illustration de la projection des vecteurs de l'onduleur trois bras deux niveaux en dimension 3 sur l'hexagone de tension en dimension 2 due à la connexion en étoile . . . . .	82
2.13	Illustration de l'évolution du critère de coût secondaire $J_{\text{pref}}$ en fonction du choix du vecteur de poids $\epsilon_D$ et de la valeur de $D_N$ . . . . .	87
2.14	Diagramme général de la méthode d'allocation proposée pour l'onduleur quatre bras deux niveaux . . . . .	89
2.15	Solutions optimales des rapports cycliques pour la première configuration proposée pour la méthode de commande . . . . .	92
2.16	Schéma de commande de la méthode de modulation OMIPWM issue de l'approche par allocation . . . . .	94
2.17	Solutions optimales des rapports cycliques pour la troisième configuration proposée—ASPWM—pour la méthode de commande . . . . .	96
2.18	Évaluation théorique des pertes par commutation sur une période fondamentale pour chaque méthode étudiée . . . . .	98
2.19	Évaluation théorique du taux de distorsion harmonique des courants pour chaque méthode étudiée . . . . .	98

3.1	Onduleur multicellulaire à condensateurs flottants, trois bras, quatre niveaux	103
3.2	Schéma de commande en cascade proposé	108
3.3	Illustration du bras $A$ d'un OMCF avec 3 cellules de commutation	110
3.4	Cellule isolée.	111
3.5	État haut.	111
3.6	État bas.	111
3.7	Exemples de combinaisons d'états des cellules d'un bras de convertisseur à condensateurs flottants à 3 cellules et des différents niveaux de tension disponibles	112
3.8	Illustration de la prédiction de l'évolution de la charge d'un condensateur à partir de la mesure du courant de phase	114
3.9	Comparaison des méthodes Phase Shift Pulse-Width Modulation (PSPWM) et allocation pour le premier test	126
3.10	Comparaison des méthodes PSPWM et allocation pour le second test	128
3.13	Demi-bras indexé $Kx$ à $n$ modules déconnectés.	130
3.11	Illustration de l'onduleur modulaire multiniveaux triphasé avec deux sous-modules par demi-bras	131
3.12	Illustration du $j$ -ième module de puissance de type hacheur demi-pont du demi-bras $x$ du bras $K$	131
3.14	Demi-bras indexé $Kx$ à $n$ modules insérés.	132
3.15	Bras $A$ d'un MMC.	132
3.16	Illustration des courants internes et externes de l'onduleur MMC	135
3.17	Diagramme de la méthode d'allocation proposée pour l'onduleur modulaire multiniveaux	139
3.18	Tensions et courants de la charge	149
3.19	Tensions des demi-bras positifs et négatifs	149
3.20	Courants des demi-bras positifs et négatifs	150
3.21	Courants circulants et leurs tensions de commande	150
3.22	Courant d'entrée et sa tension de commande	151
3.23	Tensions des condensateurs des modules du bras $A$	151
4.1	Illustration d'un tableau du simplexe sous forme réduite, sans les colonnes des variables de base dans la matrice des contraintes	158
4.2	Synoptique général du solveur pour le problème d'allocation	161
4.3	Vision <i>par bloc</i> du problème d'optimisation linéaire à résoudre	164
4.4	JTAG to Avalon Master Bridge Core (documentation Altera)	182
4.5	Schéma de l'architecture générale de l'interface JTAG–Avalon (documentation provenant de Hawkins)	182
4.6	Capture d'écran de l'interface développée pour la communication avec le circuit de résolution sur la carte FPGA	185
4.7	Photographie de l'ensemble PC de commande – carte FPGA en communication par serveur JTAG via le câble USB-Blaster	186
4.8	Synoptique de la vérification HIL du circuit de résolution grâce à l'interface graphique de commande MATLAB <sup>®</sup>	188
4.9	Capture d'écran dans SignalTAP Analyzer	190

*Liste des figures*

4.10	Solutions optimales obtenues fournies par le circuit de résolution pour la configuration OMIPWM . . . . .	191
4.11	Solutions optimales obtenues fournies par le circuit de résolution pour la configuration ASPWM . . . . .	192
4.12	Solutions optimales obtenues fournies par le circuit de résolution pour la configuration DPWMmin . . . . .	194
4.13	Solutions optimales obtenues fournies par le circuit de résolution pour la configuration ASPWM . . . . .	195
4.14	Solutions optimales obtenues fournies par le circuit de résolution pour la configuration OMIPWM . . . . .	197
A.1	Illustration du principe de l'algorithme du simplexe selon la méthode de résolution graphique et dans le cas de maximisation de la fonction objectif, avec choix non optimal de la direction d'amélioration . . . . .	214

# Liste des tableaux

1.1	Configurations instantanées de l'onduleur trois bras deux niveaux . . . . .	23
2.1	Vecteurs de tension instantanés de l'onduleur quatre bras deux niveaux . .	64
2.2	Configurations de la méthode d'allocation proposées . . . . .	89
3.1	Paramètres de simulation . . . . .	124
3.2	Taux de distorsion harmonique (pourcentage) . . . . .	124
3.3	Paramètres de simulation . . . . .	147
4.1	Liste des éléments présents sur le système Qsys® d'interface avec le PC . . .	183



# Liste des notations

Nombres | A | B | C | D | E | F | H | I | J | L | M | N | P | R | S | T | U | V | X

## Nombres

$\mathbb{I}_n$	matrice identité d'ordre $n$ . . . . .	71, 79, 122, 142, 146, 164
----------------	--	----------------------------

## A

$a_{\text{des}}$	vecteur de valeurs à obtenir dans un problème d'allocation . . . . .	49–51, 53–57
$a_{\text{des}}$	vecteur de valeurs à obtenir dans le problème de pilotage de l'onduleur multicellulaire à condensateurs flottants . . . . .	116, 117
$A$	matrice des contraintes d'un problème d'optimisation linéaire	70–72, 106, 122, 123, 145, 146, 163–165, 211–213
$a_{\text{ref}}$	amplitude de référence d'un système triphasé de tensions, éventuellement de courants . . . . .	108, 109, voir vecteur de tension de référence
$A_s$	matrice dynamique du modèle d'état des courants de l'onduleur modulaire multiniveaux . . . . .	141, 142, 146
$A$	matrice dynamique d'une représentation d'état . . . . .	48

## B

$B_{\text{eff}}$	matrice d'effet de la commande des actionneurs sur les grandeurs à piloter dans un problème d'allocation . . . . .	50, 51, 54–57, 59
$B_{\text{eff}}$	matrice de commande du problème de pilotage de l'onduleur multicellulaire à condensateurs flottants . . . . .	116, 117
$b$	vecteur des contraintes d'un problème d'optimisation linéaire	70–72, 122, 123, 145, 146, 163–166, 169, 170, 173, 211–213
$B_s$	matrice de commande du modèle d'état des courants de l'onduleur modulaire multiniveaux . . . . .	141, 142, 146
$B$	matrice de commande d'une représentation d'état . . . . .	48

## C

$C$	capacité d'un condensateur . . . . .	124, 138, 140, 141, 147
-----	--------------------------------------	-------------------------

## Liste des notations

$C_K$	capacité des condensateurs du bras $K$ d'un convertisseur statique multicellulaire <a href="#">115, 117</a>
$C_{K,j}$	capacité du $j$ -ième condensateur du bras $K$ d'un convertisseur statique multicellulaire <a href="#">114–116</a>
$c$	vecteur colonne des coûts de chaque variable de décision d'un problème d'optimisation linéaire ..... <a href="#">71, 122, 123, 145, 146, 163, 164, 211, 212</a>
$C_s$	matrice de sortie du modèle d'état des courants de l'onduleur modulaire multi-niveaux ..... <a href="#">142, 146</a>
$C$	matrice de mesure ou de sortie d'une représentation d'état ..... <a href="#">49</a>
<b>D</b>	
$D$	rapport cyclique de l'interrupteur supérieur d'une cellule de commutation <i>voir rapport cyclique</i>
$\Delta_{C,K}$	matrice de charge des condensateurs du bras $K$ d'un convertisseur statique multicellulaire .. <a href="#">115, 116, 121, 122</a> , <i>voir matrice de charge des condensateurs</i>
$D_K$	rapport cyclique associé à la cellule de commutation du bras $K$ . <a href="#">50, 77, 78, 80, 81, 83, 85–87, 90–94, 96, 189</a> , <i>voir rapport cyclique</i>
$D_K$	vecteur des rapports cycliques associés aux cellules de commutation du bras $K$ d'un convertisseur statique multicellulaire <a href="#">113, 115, 116, 121, 122</a> , <i>voir rapport cyclique</i>
$D_{K,j}$	rapport cyclique associé à la $j$ -ième cellule de commutation du bras $K$ d'un convertisseur statique multicellulaire ..... <a href="#">113, 114</a> , <i>voir rapport cyclique</i>
$D_{K,\max}$	borne maximale du rapport cyclique associé à la cellule de commutation du bras $K$ ..... <a href="#">116</a> , <i>voir rapport cyclique</i>
$D_{K,\min}$	borne minimale du rapport cyclique associé à la cellule de commutation du bras $K$ ..... <a href="#">116</a> , <i>voir rapport cyclique</i>
$D_{KN}$	rapport cyclique de la cellule de commutation du bras $K$ par rapport à celui de la cellule du bras $N$ , dont la valeur est comprise entre $-1$ et $1$ <a href="#">76, 77</a> , <i>voir état relatif de la cellule de commutation du bras</i>
$D_{KN,\text{ref}}$	différence de rapport cyclique de référence de la phase $K$ relativement au potentiel du point neutre $N$ d'une charge triphasée connectée en étoile <a href="#">76, 85, 86, 90</a>
$D_{\max}$	borne maximale du rapport cyclique associé à une cellule de commutation <i>voir rapport cyclique</i>
$D_{\min}$	borne minimale du rapport cyclique associé à une cellule de commutation <i>voir rapport cyclique</i>
$D_{N,\max}$	borne maximale du rapport cyclique associé à la cellule de commutation du bras $N$ ..... <a href="#">80, 81, 83, 85, 87, 90, 91, 93–95, 189</a> , <i>voir rapport cyclique</i>

$D_{N,\min}$	borne minimale du rapport cyclique associé à la cellule de commutation du bras $N$ ..... 80, 81, 83, 85, 87, 90, 91, 93–95, 189, voir rapport cyclique
$D_S$	vecteur des rapports cycliques des cellules de commutation 72, 74, 78, 80–82, 84, 85, 164, voir rapport cyclique
$D_{K,\text{pref}}$	rapport cyclique de préférence d'un bras $K$ dans un problème d'allocation par approche « interrupteur » ..... 84–86, 88, voir rapport cyclique
$D_{S,\max}$	vecteur des bornes maximales des rapports cycliques 78, 80, voir vecteur des rapports cycliques
$D_{S,\min}$	vecteur des bornes minimales des rapports cycliques ... 78, 80, 164, 166, voir vecteur des rapports cycliques
$D_{S,\text{pref}}$	vecteur des rapports cycliques de préférence dans un problème d'allocation par approche « interrupteur » ..... 84, 86, 88, 89, 95, voir rapport cyclique
$\Delta V_C$	évolution de la tension d'un condensateur au cours d'une période de commande d'un convertisseur statique multicellulaire ..... 114, 115
$\Delta V_{C,K}$	vecteur des évolutions de tension des condensateurs du bras $K$ au cours d'une période de commande d'un convertisseur statique multicellulaire 115, 119–121
$\Delta V_{C,K,j}$	évolution de la tension du $j$ -ième condensateur du bras $K$ au cours d'une période de commande d'un convertisseur statique multicellulaire ..... 114
$\Delta V_{C,K,j,\text{ref}}$	évolution de référence de la tension du $j$ -ième condensateur du bras $K$ d'un convertisseur statique multicellulaire ..... 120
$\Delta V_{C,K,\text{ref}}$	vecteur des références des évolutions de tension des condensateurs du bras $K$ d'un convertisseur statique multicellulaire ..... 115, 116, 119–122
$D_V$	vecteur des durées d'utilisation des vecteurs instantanés, relativement à la période de découpage ..... 68, 70–72
$D_{V_i}$	temps d'utilisation du vecteur $i$ relativement à la période de commutation 66, 68, 70–72
$D_{V,\text{pref}}$	vecteur des durées relatives préférées d'activation de vecteurs dans un problème d'allocation par approche « vecteur » ..... 68, 70, 71, 73
$\dot{x}$	dérivée temporelle du vecteur des états d'un modèle d'état ..... 48

## E

$E_{K,x}$	énergie contenue dans l'ensemble des modules de puissance d'un demi-bras $x$ d'un bras $K$ du convertisseur modulaire multiniveaux ..... 138, 140, 141
$E_m$	énergie étant égale à la moyenne des énergies des bras de l'onduleur modulaire multiniveaux ..... 140, 141
$E_{m,\text{ref}}$	valeur de référence de l'énergie moyenne de l'onduleur modulaire multiniveaux 141
$e_b$	erreur d'équilibrage ..... 119, 120
$e_c$	erreur de commande ..... 68–70, 119, 121, 145

## Liste des notations

$e_c$	erreur de commande des courants circulants dans le problème d'optimisation linéaire proposé pour la commande de l'onduleur modulaire multiniveaux <a href="#">144</a> , <a href="#">146</a> , <a href="#">148</a>
$e_{c,\max}$	vecteur des bornes maximales des parties positives et négatives de l'erreur de commande des courants circulants dans le problème d'optimisation linéaire proposé pour la commande de l'onduleur modulaire multiniveaux .....
$E_{dc}$	tension du bus continu étant la source de tension du convertisseur <a href="#">10</a> , <a href="#">14</a> , <a href="#">15</a> , <a href="#">17–20</a> , <a href="#">27</a> , <a href="#">50</a> , <a href="#">66</a> , <a href="#">68</a> , <a href="#">70</a> , <a href="#">71</a> , <a href="#">76</a> , <a href="#">77</a> , <a href="#">81</a> , <a href="#">84</a> , <a href="#">89</a> , <a href="#">90</a> , <a href="#">92</a> , <a href="#">94</a> , <a href="#">96</a> , <a href="#">102</a> , <a href="#">109</a> , <a href="#">111</a> , <a href="#">112</a> , <a href="#">117</a> , <a href="#">119</a> , <a href="#">122</a> , <a href="#">127</a> , <a href="#">130</a> , <a href="#">132</a> , <a href="#">137</a> , <a href="#">140–142</a> , <a href="#">144</a> , <a href="#">147</a> , <a href="#">148</a> , <a href="#">191–193</a> , <a href="#">195</a> , <a href="#">197</a>
$e_{dc}$	erreur de commande courant d'entrée dans le problème d'optimisation linéaire proposé pour la commande de l'onduleur modulaire multiniveaux .. <a href="#">144</a> , <a href="#">146</a>
$e_{dc,\max}$	borne maximale des parties positives et négatives de l'erreur de commande du courant d'entrée dans le problème d'optimisation linéaire proposé pour la commande de l'onduleur modulaire multiniveaux..... <a href="#">146</a>
$e_o$	erreur de commande des courants de sortie dans le problème d'optimisation linéaire proposé pour la commande de l'onduleur modulaire multiniveaux <a href="#">144</a> , <a href="#">146</a>
$e_{o,\max}$	vecteur des bornes maximales des parties positives et négatives de l'erreur de commande des courants de sortie dans le problème d'optimisation linéaire proposé pour la commande de l'onduleur modulaire multiniveaux .....
$e_p$	erreur (vectorielle) à minimiser (au sens de la norme canonique) et exprimant l'éloignement de la solution courante par rapport à la solution indiquée comme préférée .....
$\epsilon_0$	petit coefficient réel traduisant le caractère prioritaire du critère principal de commande $J_{ctrl}$ vis-à-vis du critère secondaire de préférence $J_{pref}$ dans un problème d'allocation par optimisation mixte . <a href="#">55</a> , <a href="#">68–71</a> , <a href="#">84</a> , <a href="#">85</a> , <a href="#">120–122</a> , <a href="#">183</a>
$\epsilon_c$	poids de l'erreur de commande des courants circulants dans le critère coût du problème d'optimisation linéaire formulé pour la commande de l'onduleur modulaire multiniveaux .....
$\epsilon_{dc}$	poids de l'erreur de commande du courant d'entrée dans le critère coût du problème d'optimisation linéaire formulé pour la commande de l'onduleur modulaire multiniveaux .....
$\epsilon_o$	poids de l'erreur de commande des courants de sortie dans le critère coût du problème d'optimisation linéaire formulé pour la commande de l'onduleur modulaire multiniveaux .....
$\epsilon_{vn}$	poids de la déviation du potentiel neutre dans le critère coût du problème d'optimisation linéaire formulé pour la commande de l'onduleur modulaire multiniveaux .....
$e_s$	variable artificielle d'écart fabriquée pour la reformulation de contraintes inégalité en contraintes égalité dans un problème d'optimisation linéaire sous forme standard .....
$E$	matrice de perturbation d'une représentation d'état .....

$e_{vn}$	déviation du potentiel neutre par rapport à sa valeur de préférence dans le problème d'optimisation linéaire proposé pour la commande de l'onduleur modulaire multiniveaux . . . . .	144, 146
$e_{vn,max}$	borne maximale des parties positives et négatives de la déviation du potentiel neutre par rapport à sa valeur de préférence dans le problème d'optimisation linéaire proposé pour la commande de l'onduleur modulaire multiniveaux	146
$e_x$	variable artificielle d'erreur . . . . .	69, 70, 145
$e_x^-$	variable artificielle correspondant à la partie négative de la variable $e_x$ : elle est égale à $e_x$ si celle-ci est négative, à 0 sinon	69–71, 121, 145
$e_x^+$	variable artificielle correspondant à la partie positive de la variable $e_x$ : elle est égale à $e_x$ si celle-ci est positive, à 0 sinon	69–71, 121, 145
<b>F</b>		
$f$	fréquence fondamentale . . . . .	124, 125, 140, 147
<b>H</b>		
$H_\Sigma$	matrice qui permet d'obtenir la composante commune d'un système de 3 tensions, et qui s'écrit	
	$H_\Sigma = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	
		136, 137, 142, 143, 146
$H_\Delta$	matrice qui permet d'obtenir les composantes différentielles d'un système de 3 tensions, et qui s'écrit	
	$H_\Delta = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$	
		136, 137, 142
$H_s$	matrice de perturbation du modèle d'état des courants de l'onduleur modulaire multiniveaux . . . . .	141, 142, 146
<b>I</b>		
$i_{arm}$	vecteur des courants des demi-bras du convertisseur modulaire multiniveaux	
	137	
$i_{K,x}$	courant du demi-bras x du bras K du convertisseur modulaire multiniveaux .	
	134, 137, 140	
$i_n$	vecteur des courants des demi-bras négatifs du convertisseur modulaire multiniveaux . . . . .	
	134	

## Liste des notations

$i_p$	vecteur des courants des demi-bras positifs du convertisseur modulaire multiniveaux . . . . .	134, 148
$i_C$	courant d'un condensateur . . . . .	114
$i_c$	vecteur des courants circulants à travers les bras du convertisseur modulaire multiniveaux polyphasé . . . . .	129, 134, 136, 141, 142, 144, 146–148
$i_{K,c}$	courant interne au convertisseur modulaire multiniveaux polyphasé circulant à travers le bras $K$ . . . . .	134, 142
$i_{c,ref}$	vecteur des courants circulants de référence pour le convertisseur modulaire multiniveaux . . . . .	144, 146
$i_{C,K,j}$	courant du $j$ -ième condensateur du bras $K$ d'un convertisseur statique multicellulaire . . . . .	114
$i_{dc}$	courant source du convertisseur modulaire multiniveaux . . . . .	129, 134, 136, 139–142, 144, 146, 147
$i_{dc,ref}$	valeur de référence du courant source du convertisseur modulaire multiniveaux . . . . .	141, 144, 146
$i_K$	courant de la phase $K$ d'une charge connectée en sortie d'un convertisseur . . . . .	114–117, 134, 142
$I_o$	amplitude du système des courants de sortie du convertisseur . . . . .	140, 141, 147
$i_o$	vecteur des courants de la charge en sortie du convertisseur modulaire multiniveaux . . . . .	129, 134, 136, 140–142, 144, 146–148
$i_{o,ref}$	vecteur des courants de référence de la charge en sortie du convertisseur modulaire multiniveaux . . . . .	140, 144, 146

## J

$J$	critère total à minimiser et exprimant les performances de commande souhaitées quant à la réalisation de tensions, de courants ou de l'équilibrage actif de tensions de condensateurs . . . . .	68–71, 84, 120, 121, 123, 144, 145, 148, 211, 212
$J_{bal}$	critère à minimiser pour l'équilibrage actif des tensions des condensateurs d'un convertisseur statique multicellulaire . . . . .	120, 121
$J_{ctrl}$	critère à minimiser en priorité et exprimant les performances de commandes souhaitées principalement . . . . .	68–70, 84, 85, 89, 119–121
$J_{pref}$	critère à minimiser si possible et exprimant le souhait d'obtenir une solution unique de commande en spécifiant une valeur de préférence . . . . .	68–70, 84–87, 94

## L

$L$	inductance de la charge triphasée équilibrée . . . . .	102, 124, 133, 147
-----	--	--------------------

$L_b$	inductance des circuits d'atténuation/filtrage des chocs de tension au niveau de la jonction de deux demi-bras d'un même bras de l'onduleur modulaire multiniveaux . . . . .	132, 136, 147, 148
$L_c$	inductance du modèle d'évolution des courants circulants de l'onduleur modulaire multiniveaux . . . . .	136, 142
$L_{dc}$	inductance du modèle de ligne bus continu . . . . .	132, 136, 147
$L_o$	inductance du modèle d'évolution des courants de sortie de l'onduleur modulaire multiniveaux . . . . .	136, 142
$L_s$	inductance du modèle d'évolution du courant d'entrée de l'onduleur modulaire multiniveaux . . . . .	136, 142
<b>M</b>		
$m$	nombre de variables de commande dans un problème d'allocation . . . . .	50, 51
$M_S$	matrice de commande du problème d'allocation par approche « interrupteur » de l'onduleur quatre bras deux niveaux, et qui s'écrit	
	$M_S = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$	
	.....	78–80, 83–85
$M_V$	matrice de commande du problème d'allocation par approche « vecteur » de l'onduleur quatre bras deux niveaux, et qui s'écrit	
	$M_V = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	
	.....	66–68, 70, 71, 78
<b>N</b>		
$n$	nombre de variables de sorties dans un problème d'allocation . . . . .	50, 51
$n_{caps}$	nombre de condensateurs flottants par bras . . . . .	111, 115, 116, 120, 122
$n_{cells}$	nombre de cellules de commutation par bras . . . . .	102, 104, 105, 110, 111, 113, 115–117, 124
$n_{cells, on}$	nombre de cellules de commutation à l'état 1 . . . . .	111
$n_{legs}$	nombre de bras du convertisseur . . . . .	104
$n_{mods}$	nombre de modules de puissance présents dans un demi-bras du convertisseur modulaire multiniveaux . . . . .	130, 132, 138–141, 143, 147

## Liste des notations

$\ \cdot\ _n$	norme $n$ conventionnelle, c'est-à-dire définie par
	$\ x\ _n = \left( \sum  x_i ^n \right)^{1/n}$
	54, 68, 145, 148
$\ \cdot\ _1$	norme 1 conventionnelle, c'est-à-dire définie par
	$\ x\ _1 = \sum  x_i $
	55, 58, 69, 74, 84, 119, 120, 161
$\ \cdot\ _2$	norme 2 conventionnelle, c'est-à-dire définie par
	$\ x\ _2 = \sqrt{\sum x_i^2}$
	48, 55, 58
$\ \cdot\ _\infty$	norme $\infty$ conventionnelle, c'est-à-dire définie par
	$\ x\ _\infty = \max  x_i $
	58
$n_{\text{vec/bras, omcf}}$	nombre de vecteurs instantanés par bras de l'onduleur multicellulaire à condensateurs flottants ..... 105
$n_{\text{vec, omcf}}$	nombre de vecteurs instantanés de l'onduleur multicellulaire à condensateurs flottants ..... 104
<b>P</b>	
$P_{K,x}$	puissance fournie à un demi-bras $x$ d'un bras $K$ du convertisseur modulaire multiniveaux ..... 140
<b>R</b>	
$R$	résistance de la charge triphasée équilibrée ..... 102, 124, 133, 147
$R_b$	résistance du modèle des demi-bras du convertisseur modulaire multiniveaux correspondant à la fois à la prise en compte des pertes au sein des demi-bras et à l'impédance des circuits d'atténuation/filtrage des chocs de tension au niveau de la jonction de deux demi-bras d'un même bras ..... 132, 136, 147
$R_c$	résistance du modèle d'évolution des courants circulants de l'onduleur modulaire multiniveaux ..... 136, 142
$\alpha$	rapport cyclique ..... 105, 106, voir rapport cyclique
$R_{dc}$	résistance du modèle de ligne bus continu ..... 132, 136, 147

$R_o$	résistance du modèle d'évolution des courants de sortie de l'onduleur modulaire multiniveaux .....	136, 140–142
$R_s$	résistance du modèle d'évolution du courant d'entrée de l'onduleur modulaire multiniveaux .....	136, 140–142
<b>S</b>		
$S$	variable binaire décrivant l'état ouvert ( $S = 0$ ) ou fermé ( $S = 1$ ) de l'interrupteur supérieur d'une cellule de commutation 77, 130, voir cellule de commutation	
$S_{K,j}$	état binaire de la $j$ -ième cellule de commutation du bras $K$ d'un convertisseur statique multicellulaire .....	111, 113, 114, voir rapport cyclique
$S_{KN}$	état de la cellule de commutation du bras $K$ par rapport à celui de la cellule du bras $N$ , dont la valeur appartient à $\{-1, 0, 1\}$ .....	63, 64, 77, voir cellule de commutation
$S_{K,x,j}$	état binaire de la $j$ -ième cellule de commutation du demi-bras $x$ du bras $K$ d'un convertisseur statique multicellulaire .....	132, 137, voir rapport cyclique
<b>T</b>		
$T$	période fondamentale .....	140
$t$	variable du temps .....	45, 80, 114, 124, 125, 140, 147, 203
$T_B$	période de commande pour l'équilibrage de l'énergie moyenne contenue dans le convertisseur modulaire multiniveaux .....	141, 147
thd	taux de distorsion harmonique .....	voir
$T_S$	période de commutation .	27, 66, 69, 70, 72, 77, 88, 103, 105, 109, 113–118, 124, 129, 139, 141, 142, 146, 147
$T_S$	période de commande, la plupart du temps égale à la période de commutation	
	49	
<b>U</b>		
$\mathbb{U}$	ensemble des vecteurs de commande réalisables .....	51, 58
$u$	vecteur des variables de commande à déterminer dans un problème d'allocation	
	50, 51, 53–58	
$u_{\max}$	borne maximale du vecteur des variables de commande à déterminer dans un problème d'allocation .....	51, 54, 55
$u_{\min}$	borne minimale du vecteur des variables de commande à déterminer dans un problème d'allocation .....	51, 54, 55
$u_p$	vecteur des variables de commande à déterminer dans un problème d'allocation	
	54–56	
$u$	vecteur de commande d'une représentation d'état .....	48, 49

## Liste des notations

### V

$v_{\text{arm}}$	vecteur des tensions des demi-bras du convertisseur modulaire multiniveaux 129, 132, 138, 139, 141, 143, 147, 148
$v_{K,x}$	tension du demi-bras $x$ du bras $K$ du convertisseur modulaire multiniveaux . 132, 140
$V_C$	tension d'un condensateur .....
$V_{\text{cell}}$	tension apportée par la mise à 1 de l'état d'une cellule dans un convertisseur statique multicellulaire..... 121, 122, 124
$V_{\text{cell},K}$	vecteur des tensions apportées par la mise à 1 des cellules du bras $K$ d'un convertisseur statique multicellulaire..... 113, 116
$V_{\text{cell},K,j}$	tension apportée par la mise à 1 de la $j$ -ième cellule du bras $K$ d'un convertisseur statique multicellulaire..... 111, 113, 116
$V_{C,K}$	vecteur des tensions des condensateurs du bras $K$ d'un convertisseur statique multicellulaire .....
$V_{C,K,j}$	tension du $j$ -ième condensateur du bras $K$ d'un convertisseur statique multicellulaire .....
$V_{C,K,j,\text{ref}}$	tension de référence du $j$ -ième condensateur du bras $K$ d'un convertisseur statique multicellulaire .....
$V_{C,K,\text{ref}}$	vecteur des tensions de référence des condensateurs du bras $K$ d'un convertisseur statique multicellulaire .....
$V_{C,K,x,j}$	tension du $j$ -ième condensateur du demi-bras $x$ du bras $K$ d'un convertisseur statique multicellulaire .....
$v_\Sigma$	pour un système de plusieurs tensions, moyenne de ces tensions, de sorte que si l'on retire la composante commune à chacune des tensions, leur somme devient nulle : ces valeurs deviennent des composantes différentielles de tension 136, 137
$v_{c,\text{mmc}}$	vecteur des tensions de commande dans le modèle d'évolution des courants circulants de l'onduleur modulaire multiniveaux .....
$V_{C,\text{ref}}$	tension de référence des condensateurs d'un convertisseur statique multicellulaire .....
$v_\Delta$	pour un système de plusieurs tensions, système des mêmes tensions auquel on a retiré la valeur moyenne de ces tensions, de sorte que la somme des tensions du nouveau système soit nulle, la moyenne étant la composante commune des tensions originales .....
$V_i$	vecteur de tension instantané de l'onduleur, directement réalisable par une combinaison d'états d'interrupteurs donnée .....
$V_K$	tension en sortie du bras $K$ par rapport à la référence des potentiels $G$ 112, 113, 119–121

$V_{KG}$	tension en sortie du bras $K$ par rapport à la référence des potentiels $G$ <a href="#">76, 77, 81, 113</a>
$V_{KG,\text{ref}}$	tension de référence en sortie du bras $K$ relativement à la référence des potentiels $G$ <a href="#">107, 109, 110</a>
$V_{KN}$	tension de la phase $K$ de la charge par rapport au potentiel du point neutre $N$ <a href="#">50, 77</a>
$V_{KN,\text{ref}}$	tension simple de référence de la phase $K$ relativement au potentiel du point neutre $N$ d'une charge triphasée connectée en étoile <a href="#">64, 66, 75, 77, 107, 108</a>
$v_{KN,\text{ref}}$	tension simple de référence de la phase $K$ par rapport au potentiel du point neutre $N$ d'une charge triphasée connectée en étoile, normalisée par la tension continue $E_{\text{dc}}$ <a href="#">76, 78, 90, 91</a>
$V_{K,\text{ref}}$	tension de référence en sortie du bras $K$ relativement à la référence des potentiels $G$ <a href="#">113, 116, 117, 119–122</a>
$v_{x,\text{max}}$	vecteur des valeurs maximales des tensions du demi-bras $x$ du bras $K$ du convertisseur modulaire multiniveaux <a href="#">143, 144</a>
$v_n$	vecteur des tensions des demi-bras négatifs du convertisseur modulaire multiniveaux <a href="#">136, 137, 141–143, 146</a>
$V_{NG}$	tension du point neutre de la charge triphasée connectée en étoile, relativement à la référence des potentiels $G$ <a href="#">81, 109, 143, 144, 146</a>
$V_{NG,\text{ref}}$	potentiel neutre de référence pour une charge triphasée en connexion étoile. <a href="#">144, 146</a>
$v_{o,\text{mmc}}$	vecteur des tensions de commande dans le modèle d'évolution des courants de sortie de l'onduleur modulaire multiniveaux <a href="#">136, 137</a>
$v_p$	vecteur des tensions des demi-bras positifs du convertisseur modulaire multiniveaux <a href="#">136, 137, 141–143, 146, 148</a>
$V_{\text{pot},\text{ref}}$	vecteur des références de tensions en sortie des bras de l'onduleur par rapport à la référence des potentiels $G$ et constitué de 4 composantes pour l'onduleur à quatre bras <a href="#">109</a>
$V_{\text{ref}}$	vecteur de 3 tensions de référence à obtenir aux bornes d'une charge connectée en sortie de l'onduleur <a href="#">61, 64, 66, 68, 70, 75, 76, 81, 92, 96, 108, 109, 191–193, 195, 197</a>
$v_{\text{ref}}$	vecteur de tension de référence triphasé réduit, relativement à la tension continue $V_{\text{dc}}$ <a href="#">76, 78–82, 84, 90, 166</a>
$v_{\text{ref,med}}$	tension de référence réduite relativement à la tension continue $V_{\text{dc}}$ et médiane des tensions de référence <a href="#">89, 90, 93, 95</a>
$v_{s,\text{mmc}}$	vecteur des tensions de commande dans le modèle d'évolution des courants de sortie de l'onduleur modulaire multiniveaux <a href="#">136, 137, 147, 148</a>

*Liste des notations*

$v_x$	vecteur des tensions des demi-bras qualifiés $x$ du convertisseur modulaire multiniveaux . . . . .	143, 144
$v_{x,\max}$	vecteur des valeurs maximales des tensions des demi-bras qualifiés $x$ du convertisseur modulaire multiniveaux . . . . .	143, 144, 146
<b>X</b>		
$x$	vecteur colonne des variables de décision d'un problème d'optimisation linéaire	
	70, 71, 122, 123, 145, 146, 163, 165, 211–213	
$x_{\max}$	borne maximale de la variable de décision d'un problème d'optimisation linéaire	
	122, 123, 145, 146	
$x$	vecteur des états d'un modèle d'état . . . . .	48, 49
$x[k]$	valeur de la grandeur $x$ à l'instant $kT_S$ . . . . .	49, 114, 142, 144, 146
$x[k + 1]$	valeur de la grandeur $x$ à l'instant $(k + 1)T_S$ . . . . .	49, 114, 142, 144, 146

# Introduction

Les convertisseurs statiques sont de véritables machines à tisser l'énergie électrique, carrefours des échanges de puissance, ambassadeurs des énergies renouvelables au cœur des réseaux nationaux et jusque chez l'habitant. Ce sont les acteurs Ils permettent de convertir à très haut rendement l'énergie électrique provenant d'une source vers un récepteur. Ils sont une interface entre sources de différentes natures. D'années en années, les lois de commande spécifiquement conçues pour ce type de dispositif leur confèrent toujours plus de fonctionnalités. Dans une ère où l'énergie électrique est omniprésente, de plus en plus demandée et accessible, on confie aux convertisseurs statiques et leurs interrupteurs de puissance, aiguilleurs de l'énergie électrique, une large gamme d'applications industrielles : le filtrage actif des réseaux pollués en harmoniques, la gestion de charges déséquilibrées ou non linéaires, la génération distribuée ou décentralisée, la correction de facteur de puissance, le pilotage des machines électriques à haute performance, et bien d'autres.

Les topologies classiques à deux niveaux de tension sont maîtrisées, et alors de nouveaux horizons sont visés : l'IEEE Industrial Electronics Magazine titre (à juste titre...) *The Age of Multilevel Inverters arrives!*<sup>1</sup> Le désir du progrès des technologies de conversion statique matures est alimenté par la soif de productivité industrielle, par le souci d'un monde plus propre et responsable, par l'évolution des modes de transport vers le *tout électrique*, par la transformation des moyens de génération et d'utilisation de l'énergie électrique vers une architecture décentralisée, par la nécessité de fonctionnalités avancées délivrées par des dispositifs, systèmes et réseaux *intelligents*, voire *communicants*, et par le besoin d'échanges énergétiques inter-régionaux, internationaux, inter-continentaux, sur des distances variables, à rendement élevé et faibles pertes, tel un réseau social électrique tout connecté de l'électronique de puissance 2.0. Mais les interrupteurs statiques ne sont pas tout-puissants : même si l'on trouve plusieurs gammes technologiques de tension et de courant, les limites existent. Vient alors cette idée si élégante du partage de l'effort : diviser pour mieux régner. L'association en série d'interrupteurs de puissance moyenne tension ouvre la voie aux hautes, très hautes tensions, et la mise en parallèle sur plusieurs bras permet de délivrer des courants plus forts. Les nouvelles structures Neutral-Point-Clamped Converter (NPC) à 3 niveaux, Flying Capacitor Converter (FCC) à 4 niveaux ou Cascaded H-Bridge (CHB) sont des succès technologiques. C'est aussi l'épopée des nouvelles liaisons High Voltage Direct Current (HVDC) à technologie Modular Multilevel Converter (MMC) dès l'ouverture de la décennie 2010, avec le Trans Bay Cable en Californie et d'autres installations aux quatre coins du globe, jusqu'en France avec l'aboutissement du projet INELFE en 2015, une liaison bidirectionnelle France-Espagne de  $2 \times 1000$  MW en  $\pm 320$  kV sur environ 65 km qui traverse les belles Pyrénées. Oui, l'ère des convertisseurs multi-niveaux et polyphasés est arrivée.

---

1. [FRL<sup>+</sup>08].

## *Introduction*

Et la littérature s'en réjouit. Il faut dire que les problématiques de commande sont nombreuses et font couler beaucoup d'encre : les pertes par commutation, l'utilisation de motifs de commutation de meilleure qualité harmonique, l'élimination du mode commun de tension, ou des courants circulants, ou des courants de fuite au travers de capacités parasites, la minimisation du coût de production, du temps de calcul des lois de commande, ou l'optimisation des performances, la fiabilité, la robustesse, la tolérance aux fautes, etc.

Aux quatre coins du monde, les chercheurs travaillent sur ces problématiques. De nombreuses stratégies de commande et de modélisation ont vu le jour. A partir de modèles instantanés, moyens ou harmoniques ont émergés plusieurs idées de pilotage à manipulation directe des états d'interrupteurs en fonction de l'amplitude des grandeurs à piloter, ou à commande indirecte par la détermination de rapports cycliques, réalisés par tout un panel de lois de modulation. Certaines deviennent très sophistiquées et parviennent à annuler le mode commun de tension. D'autres approches de commande vectorielle fournissent un réglage fin des grandeurs de niveau applicatif, comme le réglage de puissances active et réactive. Des idées de représentations énergétiques macroscopiques se diffusent pour des dialogues interdisciplinaires facilités, permettant aux non-habitués de décliner graphiquement et rapidement des chaînes de régulation, sans manipuler d'équations différentielles. De nouvelles théories sont utilisées pour les convertisseurs statiques, par exemple considérés comme systèmes hybrides à commutations, à cheval entre grandeurs continues et commandes discrètes. La  $Z(T_N)$ -observabilité est une réponse au problème d'observabilité des tensions des condensateurs flottants des structures multicellulaires. De nombreuses équipes intéressées par le développement de super-grilles électriques pour l'intégration des sources d'énergies renouvelables prennent d'assaut les nouvelles structures performantes comme le MMC et enrichissent la littérature d'études de modélisation et de commande.

Une problématique d'ordre plus général est que l'ambition de conversion à forte puissance électrique et à haute qualité harmonique se traduit nécessairement par la rapide croissance du nombre d'interrupteurs de puissance sollicités au sein d'une même structure de conversion. Cela pose problème du point de vue du pilotage de ces dispositifs, car même si les progrès de l'électronique numérique font qu'aujourd'hui, les contrôleurs matériels ne sont plus vraiment les facteurs limitants du pilotage, au niveau de la synthèse des lois de commande associées, les difficultés sont également croissantes. Le nombre imposant de configurations possibles des états des interrupteurs au sein d'une même structure de conversion traduit la flexibilité de commande offerte, avec beaucoup de degrés de liberté et de redondances, qui méritent d'être utilisés dynamiquement pour optimiser l'opération de conversion statique en fonction de l'état « temps réel » du système.

Parallèlement, il existe des systèmes dynamiques, mécaniques, qui disposent d'un ensemble d'actionneurs-effecteurs en sur-nombre par rapport aux objectifs de pilotage ciblés : c'est le cas de beaucoup de systèmes embarqués critiques, dont les aéronefs, véhicules marins et sous-marins, véhicules terrestres habitables et/ou stratégiques, engins spatiaux, pour lesquels des redondances fortes sont une nécessité et une obligation pour la sécurité du système et des passagers s'il y en a. Les méthodes d'allocation sont une classe de stratégies permettant de répondre aux problèmes dits de *control allocation* en anglais, d'allocation de commandes ou de commande par allocation en français, qui décrivent les systèmes sur-actionnés. Ces problèmes sont sous-déterminés et contraints : il peut exister aucune, une seule ou plusieurs

solutions de commande satisfaisant aux objectifs ciblés. Les méthodes d'allocation permettent de distribuer automatiquement les demandes de pilotage du système dynamique en entrée aux commandes des actionneurs-effecteurs redondants en sortie tout en tenant compte des plages d'opération.

Dans nos travaux, nous nous intéressons donc à la commande des convertisseurs statiques possédant un grand nombre d'interrupteurs de puissance. Nous développons des méthodes d'allocation pour le pilotage en tension ou niveau supérieur de quelques topologies parmi les plus connues, afin de mettre en évidence les propriétés apportées par ce type de stratégie pour le pilotage des convertisseurs statiques (CVS).

Le présent document est découpé en quatre chapitres, dont on raconte ici la trame principale.

Dans le premier chapitre, nous parlons des principales lois de commande évoquées dans la littérature. L'objectif est de dessiner un panorama des grandes méthodes utilisées, en mentionnant leurs propriétés, avantages et inconvénients, afin de mieux positionner les méthodes d'allocation, fortement présentes dans des domaines d'applications autres que celui de la conversion statique, pour les CVS.

Le deuxième chapitre est consacré à l'étude et au développement de nouvelles méthodes d'allocation destinées à la commande des CVS. La première section donne un point de vue général sur la nature des méthodes d'allocation et les principales solutions de commande connues dans les domaines d'application concernés. Celles fondées sur de l'optimisation numérique en ligne sont choisies pour la conception de nouvelles loi de commande par allocation pour les CVS. Nous proposons une première illustration des bénéfices des méthodes d'allocation pour les CVS avec la commande de l'onduleur quatre bras deux niveaux, dont le quatrième bras, ajouté pour le pilotage du point neutre de la charge, complexifie fortement la représentation vectorielle par rapport à sa version très connue à trois bras. Nous proposons deux approches de formulation de problèmes d'allocation pour les CVS, une utilisant les temps d'activation des vecteurs comme variables de commande, l'autre utilisant les rapports cycliques des interrupteurs. Nous concluons quant à leurs avantages et inconvénients pour la commande des topologies plus complexes.

Dans le troisième chapitre, nous attaquons le développement de méthodes d'allocation pour les CVS multicellulaires, avec plusieurs cellules de commutation par bras. Dans un premier temps, nous traitons le problème de l'équilibrage actif de l'onduleur multicellulaire à condensateurs flottants. Nous proposons une méthode d'allocation qui permet de gérer de fortes variations de la tension d'entrée continue en maintenant des tensions de blocages admissibles pour les interrupteurs. Dans un second temps, nous nous intéressons au cas de l'onduleur modulaire multiniveaux, aux dynamiques très complexes et aux nombreux modules de puissance. Nous proposons une stratégie d'allocation dans laquelle nous séparons les problématiques de régulation des courants de sortie et d'équilibrage actif des tensions des condensateurs des modules. Les limites de tension sont bien exploitées pour répondre de manière optimisée aux objectifs de commande.

Enfin, dans le dernier chapitre, nous proposons une vérification du fonctionnement « temps réel » de la méthode d'allocation que nous avons développée pour l'onduleur quatre bras deux niveaux. Nous réalisons une version matérielle de l'algorithme du simplexe et ainsi que la sur-couche de préparation des problèmes d'allocation par optimisation en ligne à

## *Introduction*

résoudre sur une carte Field Programmable Gate Array (FPGA) Stratix IV d'Altera. Nous suivons une approche hardware-in-the-loop en faisant communiquer le circuit matériel de résolution avec MATLAB® par liaison JTAG : les références sont générées par MATLAB® et envoyées à la carte, qui calcule les solutions optimales et renvoie leurs valeurs ainsi que le temps mis pour le calcul à MATLAB®. Grâce à cette mise en œuvre, nous réalisons plusieurs tests pour valider les résultats théoriques : la réalisation matérielle est fonctionnelle et le temps de calcul est bien inférieur à 100 µs, ce qui permet de faire fonctionner la carte à des fréquences de modulation intéressantes pour les CVS.

## Liste des publications

Les travaux présentés dans ce document ont fait l'objet de plusieurs communications et publications que nous listons ici.

### Revues internationales de rang A à comité de lecture

1. A. Bouarfa, M. Bodson, and M. Fadel, "An Optimization Formulation of Converter Control and Its General Solution for the Four-Leg Two-Level Inverter," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, early access, Sept. 2017.

### Conférences internationales avec actes et évaluation par les pairs

1. A. Bouarfa, M. Bodson, and M. Fadel, "A fast active-balancing method for the 3-phase multilevel flying capacitor inverter derived from control allocation theory," *IFAC-PapersOnLine*, vol. 50, n° 1, July 2017, p. 2113–2118, special issue of *20th IFAC World Congress 2017*, Toulouse, France, July 2017.
2. A. Bouarfa, M. Fadel, and M. Bodson, "A numerical optimization method using the simplex algorithm for control of modular multilevel converters," in *Proceedings of ELECTRIMACS 2017*, Toulouse, France, July 2017.
3. A. Bouarfa, M. Fadel, and M. Bodson, "A new PWM method for a 3-phase 4-leg inverter based on the injection of the opposite median reference voltage," in *2016 International Symposium on Power Electronics, Electrical Drives, Automation and Motion (SPEEDAM 2016)*, Anacapri, Capri Island, Italy, June 2016, p. 791–796.
4. A. Bouarfa, M. Fadel, M. Bodson, and J. Lin, "A new control allocation method for power converters and its application to the four-leg two-level inverter," in *23th Mediterranean Conference on Control and Automation (MED 2015)*, Torremolinos, Spain, 2015, p. 1020–1026.
5. A. Bouarfa and M. Fadel, "Optimal Predictive Torque Control of Two PMSM supplied in Parallel on a Single Inverter," *IFAC-PapersOnLine*, vol. 48, n° 30, p. 84–89, Dec. 2015, special issue of *9th IFAC Symposium on Control of Power and Energy Systems (CPES 2015)*, New Delhi, India, Dec. 2015.



# Commande des convertisseurs statiques

Dans ce chapitre, nous dressons un tableau des grandes idées de commande les plus utilisées pour les convertisseurs statiques. Cet état de l'art se veut non exhaustif, le but étant de donner un point de vue qualitatif et général sur les différentes approches de pilotage existantes. L'objectif de ce chapitre est finalement de motiver l'intérêt pour le principe de la commande par allocation que nous avons employé et de la positionner par rapport aux principales classes de commande connues dans la littérature.

On s'intéresse

- d'une part, à la *commande* dite *rapprochée* des convertisseurs statiques, dont le rôle est de réguler soigneusement les grandeurs internes et les quantités en sortie directe du convertisseur statique, de sorte à assurer une opération de conversion acceptable depuis l'entrée vers la sortie ; le convertisseur statique est donc considéré seul ;
- d'autre part, à la *commande de niveau supérieur*, qui peut éventuellement fournir des références à réaliser par la commande rapprochée, de façon à tenir compte de la charge ou de réaliser la fonctionnalité attendue pour l'application ciblée ; le convertisseur statique est donc pris en considération au sein d'une chaîne de commande plus complexe.

Ainsi, dans un premier temps, nous aurons l'occasion d'évoquer les méthodes de modulation de largeur d'impulsion et autres classes associées, puis, dans un second temps, nous parlerons des méthodes de commande en courant et ou de niveau « applicatif ».

Nous utiliserons souvent l'onduleur triphasé à trois bras et à deux niveaux comme topologie fondamentale et exemple illustratif, étant donné le large panel d'applications industrielles pour lesquelles il est sollicité et la pertinence de ce choix pour la mise en parallèle avec nos travaux. Comme nous avons illustré nos méthodes en les appliquant à plusieurs types de topologie de conversion statique, qui sont l'onduleur quatre bras deux niveaux, l'onduleur à condensateurs flottants et l'onduleur modulaire multiniveaux, il serait difficile ici de faire un état de l'art complet et détaillé des méthodes de commande existantes dans la littérature pour chacune de ces structures. Dans ce chapitre, et dans les sections concernées d'autres chapitres, localisées plus loin dans le document, nous discuterons seulement de l'essentiel.

## 1.A | Modulation des convertisseurs statiques

Nous entamons notre étude en nous focalisant sur l'onduleur triphasé trois bras deux niveaux. Il est représenté sur la fig. 1.1, sur laquelle il alimente une charge triphasée équilibrée et connectée en étoile.<sup>1</sup> Ce type de charge et ce type de connexion sont très courants et fournissent des propriétés de filtrage et de degré de liberté des tensions de sortie de l'onduleur que la commande peut exploiter [Mon09a].

La fonction onduleur de la structure représentée sur la fig. 1.1 permet de convertir la tension d'entrée continue en un système de courants triphasés alternatifs dans la charge connectée en étoile. Sur le schéma, la charge est délimitée par l'encadré vert. La source de tension continue est en encadré gris. Les encadrés bleus, quant à eux, représentent les cellules de commutation [FMM<sup>+06</sup>, FLP11].

### Cellule de commutation

Une cellule de commutation est un modèle d'un circuit d'électronique de puissance qui réalise la connexion commandée entre une source de tension et une source de courant [FMM<sup>+06</sup>]. L'inductance disponible côté charge peut être modélisée en source de courant, et la source de tension en entrée peut être matérialisée par une batterie (cas de la fig. 1.1) ou un condensateur chargé.

Dans le cas de l'onduleur triphasé à source de tension, chaque bras de l'onduleur, qui met en œuvre l'interconnection entre la source de tension continue en entrée et la phase correspondante de la charge, est constitué d'une unique cellule de commutation, qui correspond alors à l'association des deux interrupteurs de puissance du bras, l'un étant en série avec la source de tension, l'autre en parallèle avec la source de courant (encadré bleu de la fig. 1.1). Pour ne pas court-circuiter la source de tension (la tension continue en entrée) ou mettre la source de courant (la charge) en circuit ouvert, les interrupteurs d'une même cellule de commutation doivent être commandés de manière complémentaire [FMM<sup>+06</sup>] : si l'un est passant, l'autre<sup>2</sup> est bloqué, et inversement. Comme l'état de l'un est directement fonction de l'autre, on parle directement de l'état de la cellule de commutation comme étant l'état de l'interrupteur du haut de la cellule.

Dans notre étude, nous négligeons la présence des *temps morts* à la commutation de l'état d'une cellule de commutation : on suppose qu'il n'y a aucun risque de mise en court-circuit de la source de tension, nous utilisons donc un modèle idéalisé de cellule avec des *interrupteurs parfaits*, pour lesquels la commutation est instantanée. Dans notre exemple, chaque interrupteur fonctionnel est mis en œuvre par une association d'un IGBT et d'une diode en anti-parallèle pour obtenir le caractère bidirectionnel en courant.

---

1. Nous ne parlerons pas des filtres en sortie ou en entrée pouvant accompagner la structure.

2. Ou *les autres*, en fonction de la nature de la connexion à réaliser entre les sources [FMM<sup>+06</sup>]. Dans les cas que nous étudierons, les cellules de commutation seront toujours constitués de seulement deux interrupteurs, aux états complémentaires.

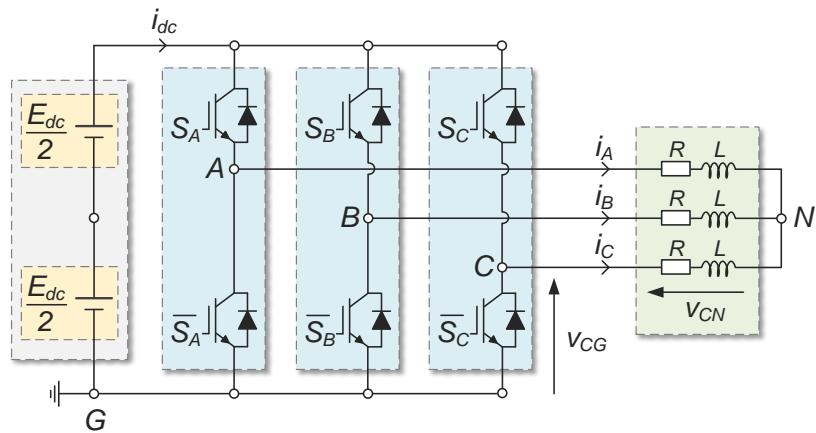


FIGURE 1.1 – Schéma de l'onduleur classique triphasé trois bras deux niveaux alimentant une charge triphasée résistive et inductive en connexion étoile.

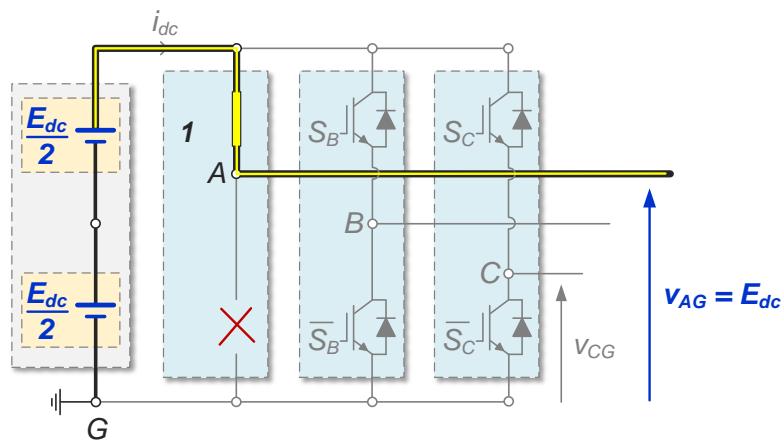


FIGURE 1.2 – Illustration du résultat de la mise à l'état 1 d'une cellule de commutation.

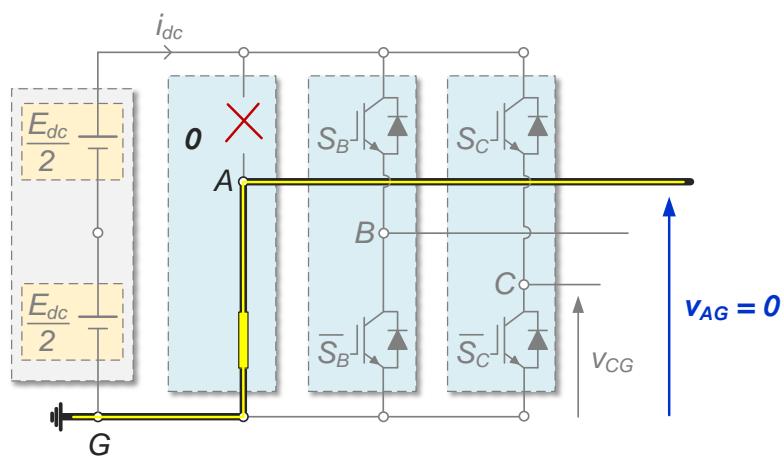


FIGURE 1.3 – Illustration du résultat de la mise à l'état 0 d'une cellule de commutation.

### Tensions instantanées, niveaux de tension

Sur la fig. 1.1, nous avons placé la *référence des potentiels*  $G$  au niveau de la borne inférieure de la source de tension continue pour faciliter les raisonnements que nous menons dans le document. Physiquement, on la placera plutôt au point milieu de la source de tension continue.

Si l'état d'une cellule de commutation est égal à 1, alors la sortie du bras correspondant est directement reliée à la borne supérieure de la source de tension continue (cf. fig. 1.2) : la tension instantanée en sortie du bras, par rapport au point  $G$ , est égale à la tension d'entrée. Si l'état de la cellule de commutation est cette fois égal à 0, alors la sortie du bras est directement reliée à la borne inférieure de la source de tension continue (cf. fig. 1.3) : la tension de sortie du bras est ici égale à 0 V.

Les tensions instantanées en sortie des bras ne peuvent donc prendre que deux valeurs déterminées par l'état des interrupteurs commandés. Dans la littérature, on appelle *niveaux* ces paliers de tensions réalisables par le convertisseur. L'onduleur classique ne dispose que de deux niveaux de tension par bras.

### Commande pleine onde

Le type de fonctionnement, qui, certainement, est le plus évident, le plus simple, où l'on se contente d'utiliser « purement » les deux niveaux de tension disponibles par bras pour fournir un système de tensions alternatives de forme « rectangulaire » en sortie de l'onduleur, est qualifié de commande *pleine onde*. Les formes d'onde obtenues sont disponibles sur la fig. 1.4.<sup>1</sup> Dans ce cas, chaque cellule de commutation ne change de niveau que deux fois par période du fondamental. Beaucoup de travaux ont été proposés pour l'analyse du contenu harmonique des tensions fournies par ce type de commande. Il est connu que, dans ce cas, l'harmonique fondamental a pour amplitude  $\frac{2}{\pi}E_{dc} \approx 63.66\% E_{dc}$  [HL03, LSB95].

La commande pleine onde est avantageuse pour l'utilisation maximale de la source de tension continue en ce qui concerne l'amplitude du fondamental<sup>2</sup>, ainsi que pour les faibles pertes par commutation induites au sein des interrupteurs, étant donné que le nombre de commutations par période du fondamental est minimal. En contrepartie, les tensions obtenues aux bornes de la charge, de forme quasi rectangulaire, sont très chargées en harmoniques. Les applications nécessitant une très bonne qualité harmonique ne peuvent pas être traitées par ce type de commande, comme dans le cas où l'on souhaiterait éviter l'apparition de pertes fer importantes pour le pilotage de machines électriques.

---

1. Il est plus courant de prendre le point milieu de la source de tension continue comme référence des potentiels, afin que, pour chaque bras d'onduleur, la tension de sortie puisse être comprise entre  $-\frac{1}{2}E_{dc}$  et  $\frac{1}{2}E_{dc}$ . Notons que notre choix de la borne inférieure comme référence des potentiels ne pose pas de problème, car les tensions de phase aux bornes de la charge, elles, sont bien de valeur moyenne nulle avec des alternances positives et négatives, grâce à la participation du potentiel neutre. Ce dernier sera, en pratique, plutôt égal à  $\pm\frac{1}{6}E_{dc}$ , plutôt que d'être égal à  $\frac{1}{3}E_{dc}$  ou  $\frac{2}{3}E_{dc}$  comme dans notre cas. De plus, les fonctions de commutation, qui expriment le lien entre tensions et états des cellules, sont plus simples à écrire en suivant notre choix.

2. On ne peut bien sûr pas obtenir une amplitude du fondamental plus élevée que celle obtenue par pleine onde.

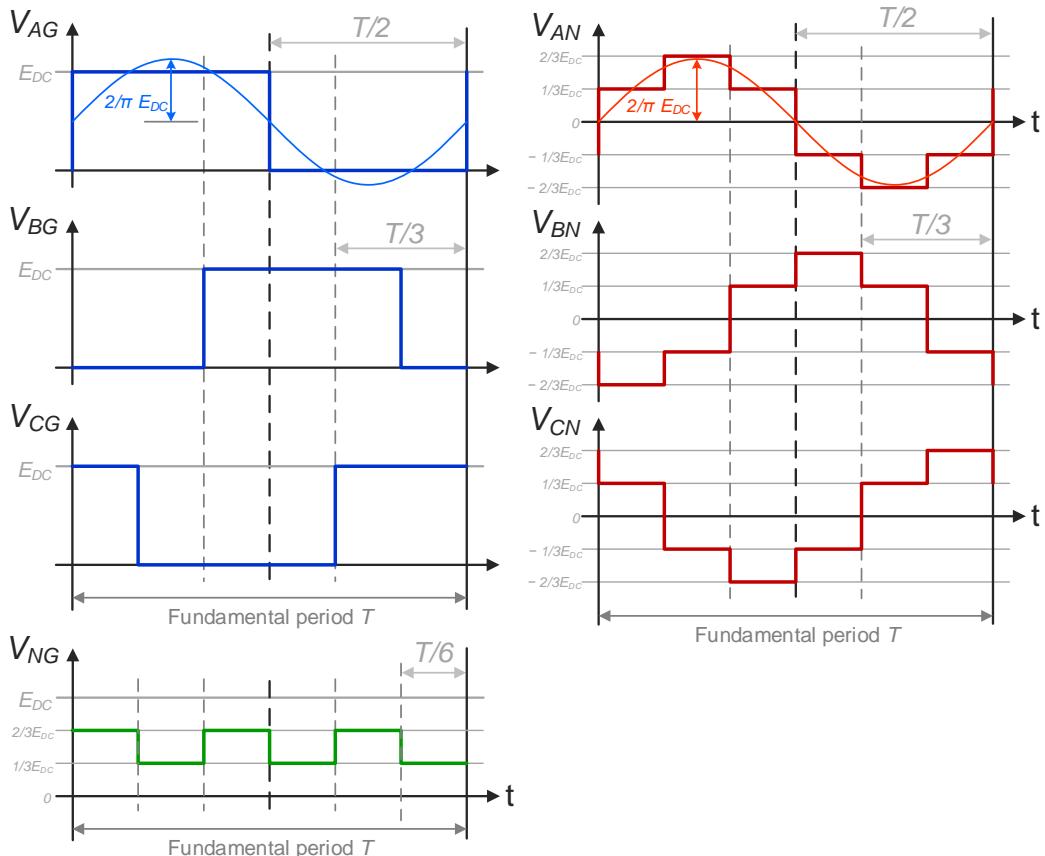


FIGURE 1.4 – Formes d’onde obtenues par commande pleine onde sur une période fondamentale pour les tensions de sortie de l’onduleur (à gauche), le potentiel neutre (en bas), et les tensions de phase (à droite) dans le cas d’une charge triphasée équilibrée.

Le fait que les tensions aux bornes de la charge prennent six valeurs différentes au cours d'une période fondamentale explique que la commande pleine onde est aussi appelée *six-step* en anglais.

### Principe de la modulation de largeur d'impulsion pour les convertisseurs statiques

Pour de nombreuses applications, dont la variation de vitesse des machines électriques, on souhaite pouvoir régler à la fois l'amplitude et la fréquence des tensions aux bornes de la charge grâce à la commande de l'onduleur. Or, la valeur instantanée des tensions de sortie ne peut prendre que deux valeurs distinctes : celle de la borne supérieure de la source continue et celle de sa borne inférieure ; ces niveaux de tension sont *a priori* statiques<sup>1</sup> et ne sont pas réglables par la commande de l'onduleur de tension. Par contre, la grandeur d'intérêt à piloter étant essentiellement en basse fréquence<sup>2</sup>, il est possible de jouer sur les durées d'activation successives des niveaux de tension disponibles pour régler l'amplitude de la tension *en valeur moyenne* sur une période très courte devant la période du fondamental. Concrètement, on approxime la tension sinusoïdale à obtenir par un train d'impulsions de tension à niveaux fixes, mais à durées variables et bien choisies, afin que la composante basse fréquence de la tension ainsi réalisée corresponde à la tension sinusoïdale aux amplitude et fréquence fondamentales souhaitées.

Notons que ce fonctionnement et la panoplie de méthodes qui en dérivent ne peuvent pas diminuer le taux d'harmoniques des tensions en sortie des bras de l'onduleur par rapport au fonctionnement pleine onde [HL03, LSB95] : l'énergie spectrale contenue dans les signaux des tensions commutées garde la même valeur. En fait, ce sont plutôt les harmoniques dus à la commutation des interrupteurs qui sont repoussés dans la partie haute fréquence du spectre des tensions. Puisqu'ils sont mieux séparés de l'harmonique fondamental, qui est la grandeur d'intérêt, ces harmoniques pourront être beaucoup mieux filtrés par des charges de nature inductive et/ou par les filtres passifs éventuellement présents en aval de l'onduleur.<sup>3</sup> En conséquence, c'est le taux d'harmoniques des courants qui est diminué ! C'est notamment le cas des applications de variation de vitesse des machines électriques grâce aux inductances des enroulements.

En pratique, on définira une période spéciale dite *période de commutation*, de *modulation* ou de *découpage*, qui sera sensiblement plus petite que la période fondamentale. On modulera les durées des impulsions des interrupteurs pour piloter l'amplitude fondamentale désirée en valeur moyenne sur la période ainsi définie, comme illustré sur la fig. 1.5. C'est pour cela que l'on parle de modulation de largeur d'impulsion (MLI), ou en anglais Pulse-Width Modulation (PWM).

---

1. On pourrait imaginer de pouvoir régler la valeur de la tension continue de la source en entrée par un autre dispositif (hacheur ou redresseur, par exemple), mais nous ne mentionnerons pas ce type de fonctionnement ici.

2. Relativement à la fréquence utilisée pour la commutation des interrupteurs, qui, en conséquence, sera généralement choisie élevée par rapport à la fréquence fondamentale des tensions désirées.

3. Et dont nous ne parlerons pas ici.

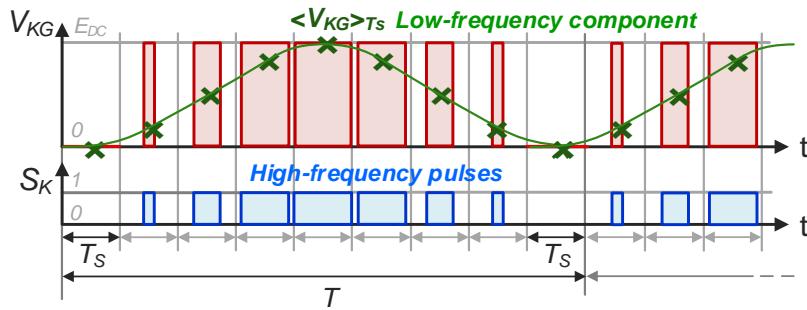


FIGURE 1.5 – Illustration du principe de la modulation de largeur d'impulsion.

### Classes de modulation de largeur d'impulsion

On distingue plusieurs méthodes de réalisation du principe MLI, que l'on peut regrouper en deux grandes catégories [HL03, LSB95] de stratégies :

- celles initialement nées d'une approche de commande suivant laquelle les phases en sortie de l'onduleur sont considérées *indépendamment les unes des autres*; on les appelle les méthodes de modulation *intersective*, à base d'ondes porteuses et d'ondes modulantes;
- celles proposées avec une approche de commande pour laquelle il est tenu compte de l'*interaction des phases entre elles* à travers la connexion en étoile de la charge triphasée; ce sont les méthodes de modulation *vectorielle*<sup>1</sup>, reposant sur une représentation géométrique des états binaires des cellules de commutation de l'onduleur.

Nous présentons les méthodes les plus connues et les idées constitutives de ces deux classes majeures. Nous commençons par les méthodes intersectives, qui sont naturellement les premières à être apparues, et nous apportons quelques définitions et précisions utiles. Ensuite, nous parlons du principe des méthodes vectorielles et des problématiques associées. Enfin, nous commentons brièvement les relations bien connues entre ces deux classes de méthodes.

#### 1.A.1 Techniques de modulation intersective

Les techniques de modulation intersective sont des méthodes de détermination des impulsions à imposer aux interrupteurs à chaque période de commutation. Le moyen employé pour cela est élégamment pensé : le signal de la tension de référence à obtenir, lui-même, peut être directement utilisé pour calculer les durées et les positions<sup>2</sup> des impulsions nécessaires.

1. Par conséquent, en polyphasé. L'approche vectorielle a été initialement développée pour l'onduleur triphasé à deux niveaux, mais a été ensuite étendue aux onduleurs polyphasés et multi-niveaux.

2. Sans parler des méthodes de position d'impulsion, qui ne font pas l'objet de notre discussion.

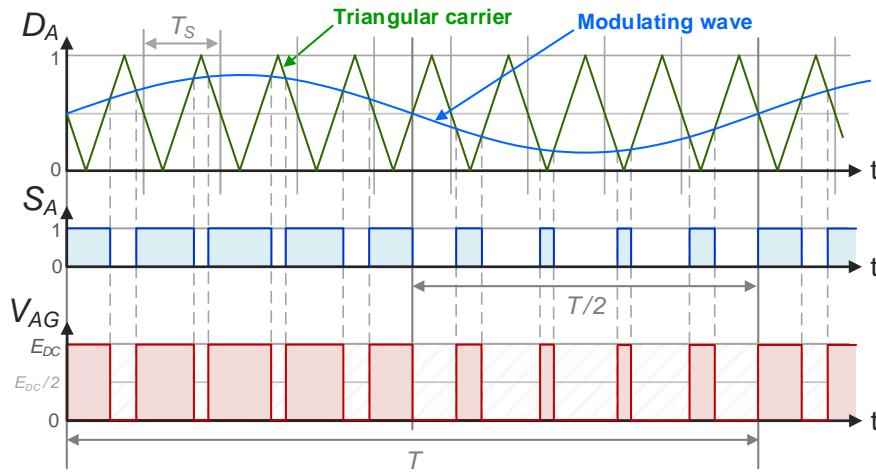


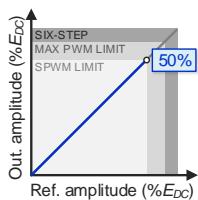
FIGURE 1.6 – Illustration de la méthode de modulation de largeur d'impulsion sinusoïdale.

### 1.A.1.1 Introduction avec la modulation sinusoïdale

Les premières méthodes MLI pour les convertisseurs statiques apparaissent dans les années 1960. Dans [SS64]<sup>1</sup>, les auteurs proposent d'utiliser le principe de la MLI, déjà connu en théorie du signal, pour réaliser, de manière commandée, un signal sinusoïdal de puissance.

L'onde de référence à réaliser est appelée la *modulante* et son amplitude crête à crête est inférieure ou égale à la tension continue  $E_{dc}$ . La *porteuse* est un signal triangulaire la plupart du temps, de période égale à la période de commutation, et dont l'amplitude crête à crête est égale à  $E_{dc}$ . Par simplicité, on pourra aussi considérer que la modulante et la porteuse sont des signaux unitaires, relativement à  $E_{dc}$ . Le signal de référence est alors réalisé en valeur moyenne sur la période de commutation en déterminant les commandes d'allumage ou d'extinction des interrupteurs par comparaison de la modulante avec la porteuse. Par exemple, l'impulsion démarre quand la modulante est supérieure à la porteuse et prend fin quand c'est l'inverse. La durée de l'impulsion correspond à la durée pendant laquelle la modulante est supérieure à la porteuse. Ainsi, plus l'amplitude instantanée de la modulante est élevée, plus la durée de l'impulsion est élevée : le train d'impulsions est une « découpe » du signal modulant à la fréquence élevée de la porteuse, ou fréquence de commutation.

Comme le signal modulant est en fait exactement le signal de la tension sinusoïdale de référence à obtenir, cette stratégie est appelée la modulation de largeur d'impulsion sinusoïdale (MLI-S), ou en anglais Sinusoidal Pulse-Width Modulation (SPWM). Elle est illustrée sur la fig. 1.6.



#### Zone de linéarité

Ici, on appelle *plage* ou *zone de linéarité* d'une méthode de modulation (et par extension, celle d'un onduleur commandé par MLI) l'intervalle des valeurs de l'amplitude du système de ten-

1. Cet article de référence ne semble pas disponible en ligne, mais de nombreux autres articles accessibles y font référence.

sions de référence pour lesquelles on obtient, en sortie du convertisseur et en valeur moyenne sur la période de modulation, un système de tensions sinusoïdales de même amplitude et de même fréquence. Par extension, on appellera *limite de linéarité* du convertisseur statique ou de la loi de commande qui le pilote l'amplitude maximale de la plage de linéarité.

La MLI-S est la méthode de modulation la plus simple, la plus ancienne et la plus facile à mettre en oeuvre. C'est aussi une des plus limitées en ce qui concerne l'amplitude de tension réalisable. À cause de la modulation, l'amplitude du fondamental est nécessairement plus petite que l'amplitude obtenue par commande pleine onde. Pour l'onduleur triphasé de tension, la MLI-S limite<sup>1</sup> l'amplitude du fondamental à  $\frac{E_{dc}}{2} = 50.0\% E_{dc}$ . La différence relative d'amplitude avec la commande pleine onde est qualifiée de déchet de tension due à la MLI [LSB95, Mon09a] et vaut  $1 - \frac{2E_{dc}}{\pi} / \frac{E_{dc}}{2} \simeq 21.46\% E_{dc}$ . Ainsi, la limite de linéarité de la MLI-S est  $0.5E_{dc}$ . Au-delà, il y a sur-modulation : la modulante est supérieure à la porteuse sur une durée supérieure à la période de modulation, et il n'y a plus de commutation. La valeur moyenne désirée sur la période n'est pas réalisable dans ce cas, elle est naturellement écrêtée.

### Porteuse montante, descendante, triangulaire

L'onde porteuse, qui est responsable du « découpage » de l'onde modulante en train d'impulsions de durées variables, peut être trouvée sous plusieurs formes : de forme montante, descendante ou triangulaire.<sup>2</sup> Avec la première forme (fig. 1.8), les impulsions sont toutes alignées en début de période de commutation. Avec la seconde forme (fig. 1.9), c'est à la fin de la période qu'elles se retrouvent. Pour ces deux premières formes, les interrupteurs commutent donc tous en même temps au moins une fois par période. Enfin, avec la dernière forme (fig. 1.10), les impulsions sont centrées par rapport à la période. C'est plutôt cette dernière forme que l'on retrouve généralement pour sa bonne qualité harmonique et ses éventuelles propriétés d'équivalence avec les méthodes vectorielles si elle est utilisée de manière échantillonnée et symétrique, cf. les paragraphes suivants.

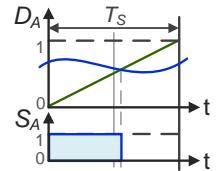


FIGURE 1.8  
Porteuse montante,  
modulation  
naturelle.

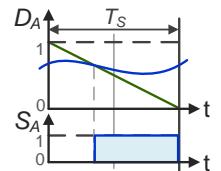


FIGURE 1.9  
Porteuse  
descendante,  
modulation  
naturelle.

### Modulation analogique-naturelle, modulation numérique-échantillonnée

La MLI-S peut être réalisée très facilement de manière analogique ou naturelle : il suffit d'utiliser un générateur de signal triangulaire pour la porteuse, un générateur sinusoïdal pour la modulante et un comparateur. Les avantages de ce type de réalisation sont entre autres la simplicité et le faible coût induit.

On peut également opter pour une mise en œuvre numérique sur circuit matériel, à partir de micro-contrôleurs ou de composants Field Programmable Gate Array (FPGA). Cela permet de bénéficier des avantages d'une approche numérique, qui sont principalement une grande flexibilité de commande et la précision des instants de commutation, ceci au prix d'une quantification des amplitudes de référence et d'un temps de calcul nécessairement non nul. Il faut disposer d'une version numérique de l'onde modulante de référence. On peut par exemple

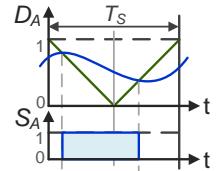


FIGURE 1.10  
Porteuse triangle,  
modulation  
naturelle.

1. Sans sur-modulation, de manière linéaire.

2. On peut trouver d'autres appellations dans la littérature. On parle parfois de forme « en dents de scie » pour la porteuse triangulaire, mais on retrouve aussi cette appellation pour la porteuse que l'on qualifie de montante ici (tout dépend du type de scie que l'on possède)...

préparer à l'avance toutes les valeurs de référence nécessaires et les enregistrer dans une mémoire si ces valeurs sont connues, ou bien il est possible d'échantillonner et de bloquer un signal analogique de référence grâce à un convertisseur analogique-numérique [HL03, LSB95]. Il faut alors prendre en compte les délais apportés par l'échantillonnage-blocage réalisé par ce composant.

### Modulation échantillonnée symétrique, modulation échantillonnée asymétrique

La mise en œuvre de la modulation par voie numérique s'accompagne généralement d'un échantillonnage de l'onde modulante.

Dans un fonctionnement de modulation *symétrique* (fig. 1.11), on échantillonne le signal modulant au début de la période de modulation uniquement [Bow75, HL03]. Les parties montantes et descendantes de la porteuse triangulaire seront comparées à la même valeur. Ceci apporte un retard statistique d'une demi-période de modulation, mais permet de centrer les impulsions des interrupteurs sur la période.

Dans un fonctionnement de modulation *asymétrique* (fig. 1.12), cette fois-ci, on échantillonne l'onde modulante au début et au milieu de la période [Bow75, HL03, LSB95]. Cela permet de mieux suivre la référence, car le retard statistique n'est que d'un quart de période, mais cela permet aussi et surtout d'améliorer un peu la qualité harmonique des tensions commutées [HL03], toutefois au prix d'une asymétrie sur les impulsions générées.<sup>1</sup>

### Ratio de modulation, modulation synchrone, modulation asynchrone

Le rapport de la fréquence de commutation sur la fréquence fondamentale est souvent appelé *ratio de modulation* dans la littérature scientifique. C'est une caractéristique primordiale de la modulation. Quand le ratio de modulation est un nombre entier, on dit que la modulation est *synchrone*. Si ce n'est pas le cas, on parle de modulation *asynchrone* [HL03, LSB95]. La modulation asynchrone intervient naturellement dans le cas d'un onduleur piloté pour la variation libre et continue de vitesse des machines électriques. Étant donné que la fréquence fondamentale des tensions d'alimentation de la machine est une grandeur importante du pilotage, elle varie selon le point de fonctionnement, et en conséquence, le ratio de modulation n'est pas constant<sup>2</sup>.

Bien qu'il n'y ait pas de différence significative à utiliser une modulation synchrone ou asynchrone sur le plan harmonique dans le cas d'un ratio de modulation de valeur élevée [HL03, LSB95], l'utilisation d'une modulation asynchrone pose problème quand le ratio de modulation est de valeur faible. Notons que la forme d'onde de la tension commutée en sortie de l'onduleur présente des périodicités. Celles-ci sont liées d'une part à la période fondamentale, basse fréquence et caractérisant la grandeur d'intérêt à réaliser, et d'autre part à la période de commutation, haute fréquence et étant responsable de la présence d'harmoniques non désirés. À ratio de modulation non constant, sur une période du fondamental, la tension

1. Et d'une perte d'équivalence stricte avec les méthodes vectorielles, propriété qui sera évoquée plus loin dans le document.

2. La fréquence de commutation n'étant pas sujette à modification en cours d'opération

commutée n'est en fait pas rigoureusement périodique. Il faut attendre un certain nombre de périodes du fondamental, dépendamment du ratio de modulation, pour retrouver une périodicité parfaite, à la fois par rapport au fondamental et par rapport à la commutation. À cause de cela, il apparaît un phénomène de battement à très basse fréquence provoquant l'intervention d'harmoniques indésirables de fréquence inférieure à la fréquence fondamentale [LSB95]. Selon [HL03], ces harmoniques sont en fait des harmoniques secondaires du premier groupe d'harmoniques regroupés autour de la fréquence de commutation. L'amplitude de ces harmoniques devient complètement négligeable à ratio de modulation élevé, et c'est pourquoi, dans le cas de la modulation asynchrone, il est important de choisir une fréquence de commutation suffisamment grande<sup>1</sup> par rapport à la fréquence maximale à réaliser en sortie du convertisseur statique. On utilise plutôt la modulation synchrone lorsque le ratio de modulation est petit [LSB95, HL03].

Mentionnons brièvement que le contenu harmonique des tensions n'est pas le même pour toutes les valeurs entières du ratio de modulation. On distingue souvent trois catégories : ratio pair, ratio impair de type  $4n + 1$  (e.g., 5, 9, 13, ...), et ratio impair de type  $4n - 1$  (e.g., 7, 11, 15, ...) [LSB95]. Selon le type de ratio, les tensions commutées présentent plus ou moins de symétries sur une période fondamentale. Par exemple, HOLMES et LIPO soulignent que dans le cas de la modulation naturelle classique et de la modulation échantillonnée asymétrique à porteuse triangle, il est recommandé d'utiliser un ratio impair, car cela mène à l'annulation des harmoniques secondaires de commutation de rang impair pour les groupes d'harmoniques de commutation de rang impair<sup>2</sup>, et par conséquent, le rang du plus petit harmonique indésirable sera au moins égal à 3 [HL03].

Terminons en précisant que, s'il n'est pas possible de dépasser la limite de 50%  $E_{dc}$  avec la SPWM quand le ratio de modulation est de valeur quelconque mais grande, ce n'est plus le cas s'il est petit : par exemple, la limite connue de la SPWM est dépassée pour un ratio de modulation égal à 3 ou 5 [LSB95]. Néanmoins, notons qu'il s'agit de cas très particuliers qui se rapprochent davantage des méthodes de modulation calculée [Hol92, LSB95], pour lesquelles le nombre de commutations par période fondamentale est fortement limité et où l'on détermine des valeurs d'instants de commutation optimales pour annuler ou minimiser l'amplitude d'harmoniques indésirables basse fréquence, de rang 3, 5, 7, etc.

En conclusion, dans notre étude, nous utiliserons toujours des ratios de modulation élevés, et comme nos exemples d'application ne concerneront que la réalisation de tensions ou de courants de fréquence fixée, nous emploierons uniquement des schémas de modulation synchrone. Néanmoins, il est a priori tout à fait possible de se servir des méthodes d'allocation développées en modulation asynchrone, du moment que le ratio de modulation reste élevé.

---

1. Par exemple, onze fois supérieure [HL03]. Néanmoins, il est déconseillé de choisir une valeur trop grande, sinon les durées d'impulsions des interrupteurs se rapprochent des durées des temps morts pouvant éventuellement exister, et cela peut mener à la modification de l'amplitude du fondamental [LSB95].

2. Par exemple, le premier groupe autour de la fréquence de commutation étant de rang impair (vis-à-vis de la fréquence de commutation), donc ses harmoniques secondaires de rang impair (vis-à-vis de la fréquence fondamentale) sont annulés.

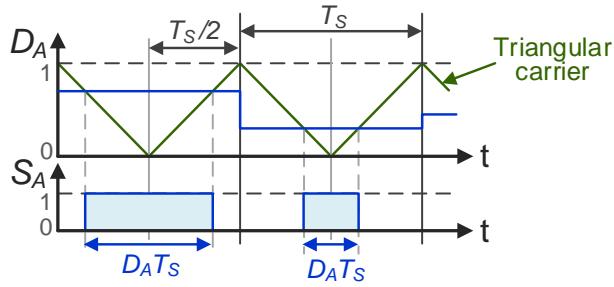


FIGURE 1.13 – Principe de synthèse des ordres de commande des interrupteurs à partir de valeurs de rapports cycliques avec la modulation régulière symétrique.

### Rapports cycliques des cellules

Dans le cas d'une modulation numérique échantillonnée de manière symétrique, on appellera ici *rapport cyclique* d'un interrupteur la valeur moyenne de son état binaire de commutation sur une période de modulation. Par extension, on parlera de rapport cyclique d'une cellule de commutation.

Ce type de définition nous permettra de formuler plus facilement des problèmes de commande discrète pour lesquels il faut calculer, à chaque instant de pilotage et pour la période de commutation en cours<sup>1</sup>, des valeurs de rapports cycliques permettant d'obtenir les tensions désirées en valeur moyenne.

C'est pourquoi, dans les parties dédiées à l'étude de nos travaux, nous aurons l'occasion de nous reposer sur le modulateur Regular-Sampled Symmetric Pulse-Width Modulation (RSPWM) [Bow75], en français le modulateur de largeur d'impulsion régulièrement échantillonné et de manière symétrique, une mise en œuvre numérique d'une MLI intersective à porteuse triangulaire, échantillonnée et symétrique, pour les propriétés de commande que cela apporte, notamment pour l'équivalence avec les formes d'onde obtenues par les méthodes de modulation vectorielles [Bow75, Hol96, LSB95, Mon09a]. Des exemples de chronogrammes sont disponibles sur la fig. 1.13. Nous utiliserons le fonctionnement synchrone qui se prête mieux à la commande discrète et numérique des convertisseurs statiques.<sup>2</sup>

#### 1.A.1.2 Injection d'harmoniques triples

A partir des années 70, dans la littérature, on repère des études pour une meilleure utilisation de la source de tension continue pilotée par MLI, relativement à la limite de 50%  $E_{dc}$  de la MLI-S. On retrouve dans [BI75] et [HG84] les premières analyses théoriques sur la bonne utilisation du potentiel neutre de la charge connectée en étoile, neutre non relié, pour étendre la plage de linéarité de l'onduleur. Cela se concrétise par l'injection d'harmoniques

1. On négligera les temps de calcul dans un premier temps. Les discussions concernant le temps de calcul de nos algorithmes sont menées plus loin dans le document.

2. Par exemple, si l'on devait pré-enregistrer un tableau de valeurs de référence dans une mémoire pour une mise en œuvre pratique, on pourrait préparer le même nombre de cases que le nombre entier ratio de la fréquence de modulation par la fréquence fondamentale.

triples du fondamental dans les signaux modulants de référence, car ces harmoniques sont naturellement éliminés des tensions aux bornes de la charge triphasée grâce à la connexion en étoile. On marque donc une première étape vers la prise en compte de l'interaction des phases entre elles, contrairement à la MLI-S.

En particulier dans [BI75], une analyse est proposée dans le contexte de la commande de machines électriques. On souhaite optimiser l'utilisation de la source continue de tension pour étendre les marges d'opération en vitesse et en couple de la machine, mais sans recourir au fonctionnement pleine onde, riche en harmoniques indésirables, qui sont responsables de perturbations de couple et de pertes fer.

### Injection d'harmonique d'amplitude 1/6

Dans [BI75] et [HG84], la participation de l'harmonique de rang 3 aux signaux des tensions sinusoïdales de référence est étudiée en vue de l'augmentation de la limite de linéarité de l'onduleur triphasé. Les résultats obtenus sont les mêmes : l'amplitude de cet harmonique à injecter aux signaux modulants classiques qui étend de manière maximale la plage de linéarité de l'onduleur est égale au sixième du fondamental. Dans ce cas, on peut utiliser jusqu'à  $\frac{1}{\sqrt{3}} E_{dc} \approx 57.74\% E_{dc}$  de manière linéaire, soit un gain d'environ 15.47% sur la limite de linéarité de la MLI-S. Dans [BI75], il est aussi démontré que la participation d'autres harmoniques supplémentaires de rang multiple de trois en complément de l'harmonique de rang 3 n'améliorera pas ce résultat. Dans la littérature, cette méthode est dénommée modulation de largeur d'impulsion à injection d'harmonique triple 1/6, ou en anglais Third Harmonic Injection PWM 1/6 (THIPWM1/6).

Concrètement, on observe un aplatissement de la forme d'onde des tensions en sortie des bras, dont l'effet intéressant ici est de faire rentrer la forme d'onde modifiée, dont l'amplitude du fondamental dépasse la valeur limite de  $E_{dc}/2$ , dans les limitations de 0 à  $E_{dc}$  (ou, de manière équivalente,  $\pm E_{dc}/2$ ). En fait, ce sont les maxima initiaux de tension qui sont diminués, aplatis, creusés par l'effet de l'ajout des harmoniques triples. Grâce à cela, on évite de tomber en fonctionnement de sur-modulation, durant lequel il n'y a temporairement plus de commutations et où il y a perte de linéarité et de qualité harmonique.

Cette méthode d'injection se distingue par la simplicité de sa mise en œuvre et par son élégante compatibilité avec la modulation classique, naturelle et/ou échantillonnée [HL03]. La qualité harmonique est également améliorée comparée à la MLI-S : on parle de *MLI sous-optimale* vis-à-vis de la qualité harmonique, car il s'agit d'une méthode astucieusement simple pour l'extension de la zone de linéarité ainsi que pour l'amélioration de la qualité harmonique, mais sans être une solution optimale de la minimisation du taux d'harmoniques des courants.

### Injection d'harmonique d'amplitude 1/4

Des travaux pour l'optimisation de la qualité harmonique par MLI ont abouti à la proposition d'une méthode de modulation avec injection d'harmonique triple d'amplitude 1/4 [BM85]. Il semble que cette solution (pourtant encore qualifiée de sous-optimale) soit réellement de meilleure qualité harmonique que celles actuellement connues [HL03]. Néanmoins, malgré

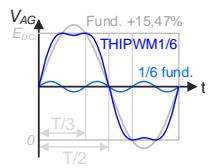


FIGURE 1.14  
Formes d'onde de la THIPWM1/6.

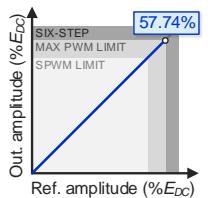


FIGURE 1.15  
Plage de linéarité de la THIPWM1/6.

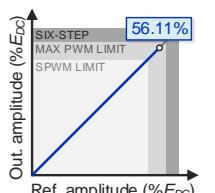
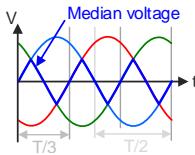


FIGURE 1.16  
Plage de linéarité de la THIPWM1/4.

sa simplicité de mise en œuvre tout comme l'injection d'harmonique 1/6, la méthode d'injection 1/4 souffre du fait de ne pas pouvoir étendre la zone de linéarité aussi bien que la méthode d'injection 1/6 (comme l'ont montré BUJA et INDRI dans [BI75] et HOULDsworth et GRANT dans [HG84]) : l'amplitude ne peut être augmentée que de 12.22%  $E_{dc}$  par rapport à la limite de la SPWM.

### 1.A.1.3 Modulation triphasée ou centrée



Parmi les autres méthodes MLI, il en existe une très célèbre pour sa qualité harmonique et également pour sa simplicité de mise en œuvre numérique.<sup>1</sup> Les impulsions actives<sup>2</sup> sont centrées sur chaque demi-période de découpage en prolongeant la durée de la partie nulle centrale.

Ceci est effectué par l'ajout de la moitié de la tension médiane des références de tensions aux signaux modulants sinusoïdaux. Dans ce signal particulier, on retrouve le fameux harmonique de rang 3 et d'amplitude 1/6 du fondamental, en addition avec beaucoup d'autres harmoniques triples de rangs supérieurs. Par conséquent, la plage de linéarité est à nouveau maximisée, de limite égale à  $\frac{1}{\sqrt{3}} E_{dc}$ . Cette technique est souvent appelée modulation *triphasée* en référence à l'utilisation de cette composante spéciale extraite des tensions triphasées de référence.

C'est SEIXAS qui semble initialement proposer cette méthode en 1988 [Sei88]. Dans [Hol96], HOLMES propose une réalisation analogique simple de la modulation triphasée et montre (comme d'autres chercheurs dans ces années-là, e.g. [JLdS<sup>+</sup>01]) son équivalence avec la méthode vectorielle à utilisation équitable des vecteurs nuls.

Les avantages de cette technique en font une des méthodes de modulation les plus utilisées, compte tenu de sa simplicité et de ses propriétés attractives : on améliore la qualité harmonique tout en maximisant la zone de linéarité de l'onduleur simplement en utilisant les tensions de référence comme avec la MLI-S, mais en rajoutant une composante supplémentaire construite à partir de ces tensions.

### 1.A.1.4 Modulation discontinue

Une sous-catégorie de méthode de modulation est représentée par les méthodes dites à modulation discontinue. Le principe est le suivant : puisqu'il existe un degré de liberté représenté par l'utilisation du potentiel neutre de la charge [HL03, LSB95, Mon09a], on peut faire en sorte d'empêcher au moins un bras de commuter pendant la période de modulation. C'est pour cela qu'elle est aussi appelée MLI à 4 commutations<sup>3</sup>. On retrouve plus généralement dans la littérature l'appellation Discontinuous Pulse-Width Modulation (DPWM), ou parfois Flat-Top PWM.

- 
1. Mais tout de même moins simple que les méthodes d'injection d'harmonique 1/6 et 1/4.
  2. C'est-à-dire provoquant l'apparition de tensions non nulles aux bornes de la charge triphasées.
  3. Sur une période de commutation, avec une porteuse triangle, la plupart du temps, il y a 2 commutations par cellule de commutation, donc 6 au total. Avec les MLI discontinues, une des cellules ne change plus d'état, il y a donc 2 commutations en moins.

Les méthodes de modulation discontinues sont également des méthodes qui étendent de manière maximale la zone de linéarité de l'onduleur. Il existe plusieurs classes de DPWM, selon la manière de sélectionner le bras qui ne commutera pas pendant la période de découpage. Les articles [HKL98, HL03, dSdSJ11, ARBM08] sont de très bonnes références concernant les méthodes de modulation discontinue. On trouvera aussi dans [HKL98] une méthode qui généralise le principe de la discontinuité de modulation, dénommée General Discontinuous Pulse-Width Modulation (GDPWM), qui sélectionne le bras qui ne commutera pas en fonction du secteur dans lequel se trouve le vecteur triphasé du courant dans le plan abc, ce qui permet de réduire davantage les pertes par commutation totales. On trouve même dans [ARBM08] une méthode encore plus astucieuse qui sélectionne comme bras non commuté le bras actuellement traversé par le courant le plus élevé, ce qui aboutit à une loi de modulation simple et à forte réduction de pertes par commutation.

Nous mentionnerons particulièrement les méthodes dénommées Discontinuous Pulse-Width Modulation minimum (DPWMmin) et Discontinuous Pulse-Width Modulation maximum (DPWMmax) [TOI88, OAN90, HL03] dans la littérature, puisque nous les retrouverons plus tard dans le manuscrit. La DPWMmin consiste à connecter un bras à la borne *inférieure* de la source continue pendant un tiers complet de période de commutation, et ceci de manière alternée entre les bras au cours d'une période fondamentale. C'est l'inverse pour la DPWMmax : un bras est connecté à la borne *supérieure* de la source continue pendant un tiers de période, avec alternance entre les bras sur une période fondamentale complète.

#### 1.A.1.5 Injection de séquences nulles de tension

Plus généralement, on peut souvent écrire les méthodes de modulation comme étant composées d'une séquence active de tension, composante responsable de l'apparition de tensions non nulles aux bornes de la charge, et d'une séquence dite nulle de tension, composante qui ne générera pas de tensions aux bornes de la charge à cause de l'interaction entre les phases de la charge triphasée connectée en étoile.

Finalement, on peut injecter toute séquence nulle de tension que l'on désire, tant que cela ne provoque pas de sur-modulation<sup>1</sup>. On peut écrire toutes les méthodes de modulation intersective en tant que méthodes d'injection de séquence nulles de tensions. On trouve également des formulations de séquences nulles de tensions équivalentes aux méthodes de modulation vectorielle [HKL98, CKS98, Mon09a, dSdSJ11, KS04, DWNH08], ce qui peut grandement simplifier leur mise en œuvre selon le contexte de l'application. Sur la fig. 1.20 est illustré le schéma général de l'injection de séquence nulle de tension à partir des tensions de référence.

Les MLI à injection d'harmoniques triples 1/4, 1/6 et la MLI triphasée sont *a fortiori* des méthodes d'injection de séquences nulles de tension.

---

1. Sauf si elle est désirée.

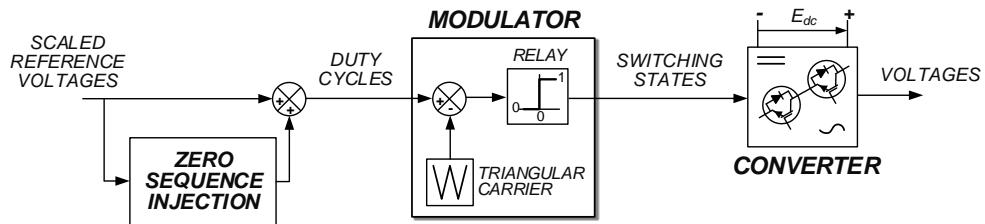


FIGURE 1.20 – Schéma général des méthodes de modulation avec injection de signaux de séquence de tension nulle.

#### 1.A.1.6 Autres classes de MLI non vectorielles

Dans la littérature, en dehors des principales méthodes de MLI citées ici, on trouve bien d'autres classes de MLI de nature différente. Citons par exemple les méthodes à fréquence de commutation non élevée, proche de la fréquence fondamentale, principalement représentées par les méthodes à annulation ou à réduction des harmoniques de rang faible, dite aussi MLI pré-calculée. Par exemple, ces méthodes sont souvent utilisées en forte puissance, quand il faut réduire le nombre de commutation pour limiter les pertes dans les interrupteurs. Parmi les MLI à haute fréquence, on trouve également la modulation aléatoire, qui étale le spectre de commutation en ajoutant une caractéristique aléatoire à la synthèse des impulsions sur les interrupteurs. Mentionnons aussi les méthodes MLI dites delta-sigma, où les états de commutation sont pilotés par une grandeur intégrale de la tension de manière à égaler l'aire sous la courbe de tension instantanée avec la référence moyenne demandée.

Nous n'irons pas plus loin dans la mention de ces méthodes, et pour plus de détails, on pourra consulter les références [[Cap02](#), [HL03](#), [dSdSJ11](#), [LKF<sup>+</sup>16](#)], entre autres.

### 1.A.2 Techniques de modulation vectorielle

Il existe une autre approche très largement explorée non seulement pour la modulation des convertisseurs statiques, mais aussi pour la commande des machines électriques et autres dispositifs à fonctionnement triphasé : la représentation vectorielle.

#### 1.A.2.1 Principe

##### Vecteur spatial de tension

Les principes premiers de la modulation vectorielle se résument en deux points.

Le premier point concerne la véritable nature *discrete* du convertisseur statique : à un instant donné, il se trouve dans une configuration particulière d'états binaires de ces cellules de commutation. Dans le cas d'un onduleur triphasé classique, sachant que l'état d'une cellule de

TABLE 1.1 – Configurations instantanées de l'onduleur trois bras deux niveaux.

	$V_0$	$V_1$	$V_2$	$V_3$	$V_4$	$V_5$	$V_6$	$V_7$
$S_A$	0	1	1	0	0	0	1	1
$S_B$	0	0	1	1	1	0	0	1
$S_C$	0	0	0	0	1	1	1	1

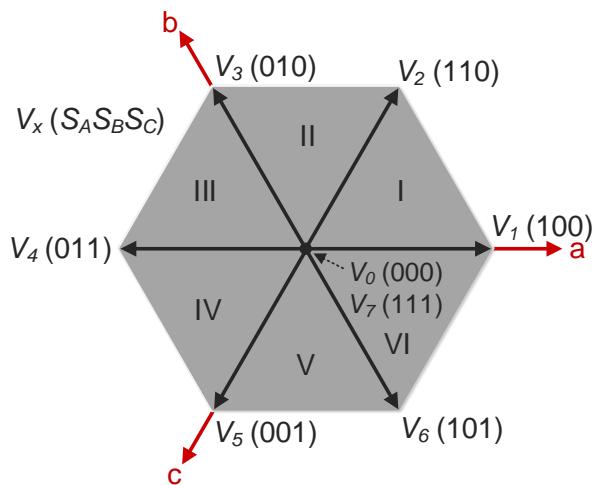


FIGURE 1.21 – Illustration de la stratégie de la modulation vectorielle dans l'espace de tension de l'onduleur triphasé classique.

commutation peut prendre 2 valeurs et qu'il y a trois cellules de commutation, on dénombre donc  $2^3 = 8$  combinaisons possibles.

Le deuxième point se rapporte à la prise en compte explicite de la connexion en étoile de la charge triphasée équilibrée, neutre non relié, à travers laquelle les phases interagissent entre elles. Cela mène à considérer les 8 combinaisons de valeurs des tensions produites aux bornes de chaque phase de la charge et correspondant à chacune des combinaisons possibles des états des cellules de commutation. Il est possible de visualiser ces tensions instantanées de manière vectorielle, dans la base abc triphasée de la charge équilibrée : on parle alors de vecteurs spatiaux de tension. Ils sont listés sur la table 1.1 et représentés sur la fig. 1.21. Ces vecteurs sont réalisables de manière instantanée, étant donné qu'ils correspondent directement à des états d'interrupteurs donnés. Ils appartiennent à un plan en dimension 2, car les trois tensions de phase ne sont pas linéairement indépendantes.

### Vecteur actif, vecteur nul

Parmi ces vecteurs,  $V_0$  et  $V_7$  sont deux configurations qui produisent les mêmes tensions nulles aux bornes de la charge. C'est pour cela qu'ils sont tous les deux positionnés à l'origine

sur la fig. 1.21. Ils sont qualifiés de *nuls* ou *zéro*. Les six autres vecteurs,  $V_1$  à  $V_6$ , sont tous responsables de l'apparition de tensions non nulles : ils sont dits *actifs*.

### Problème posé

Le problème posé par l'approche vectorielle apparaît à la fin des années 1960 et au début des années 1970 dans le contexte favorable de la commande des machines électriques. Deux des premières formulations explicites de cette idée se trouvent dans [BH82] et [HLL87]. On trouve une bonne présentation du problème de la modulation vectorielle telle qu'elle est connue aujourd'hui dans [VdBSS88].

L'idée est la suivante. À un instant de commande donné, on désire obtenir trois tensions triphasées de référence aux bornes de la charge. Dans le repère abc de la charge, ces tensions forment un vecteur de référence, qui est, la plupart du temps, distinct des 8 vecteurs instantanées que l'onduleur peut directement réaliser. Le principe de la modulation vectorielle est de sélectionner un sous-ensemble suffisant de vecteurs instantanément réalisables par l'onduleur et de calculer leurs durées d'utilisation pour que leurs activations successives dans le temps permette d'obtenir en valeur moyenne le vecteur de référence sur la période de modulation.

Dans la littérature scientifique, la résolution de ce problème s'accompagne de considérations supplémentaires :

- l'adjacence des vecteurs instantanés utilisés successivement dans le temps ;
- l'ordre des vecteurs choisis dans la séquence ;
- la participation des vecteurs nuls à la réalisation du vecteur de référence.

### Adjacence

Comme les tensions triphasées ne sont pas linéairement indépendantes, il suffit d'utiliser seulement 2 vecteurs actifs instantanés pour obtenir le vecteur des 3 tensions de référence. Dans la période de commutation, il y a aura donc au moins deux instants où les états des interrupteurs vont changer. Pour minimiser le nombre de commutations mises en jeu à chaque changement de vecteur, et par souci de qualité harmonique, il a été reconnu qu'il est essentiel d'utiliser les vecteurs instantanés les plus proches du vecteur de référence et n'étant distincts que par l'état d'un seul interrupteur. De tels vecteurs sont dits *adjacents*. Par exemple, les vecteurs  $V_1$  et  $V_2$  sont adjacents, car seul l'état de la cellule du bras B diffère.

### Séquence

Ainsi, il existe un certain nombre fini d'ensemble de deux vecteurs instantanés actifs qui seront sélectionnés communément pour réaliser le vecteur de référence en fonction de sa localisation. Ils forment la partie active de la séquence de vecteurs utilisée pour fabriquer le vecteur de référence en valeur moyenne. Comme illustré sur la fig. 1.21, il est clair que l'on obtient 6 couples de vecteurs actifs, soit 6 secteurs de tension candidats.

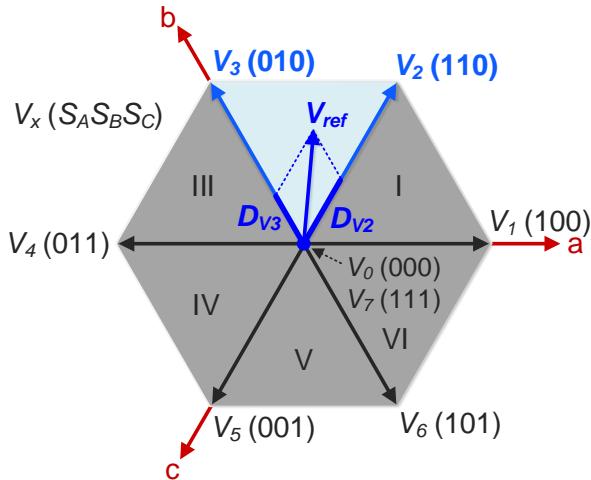


FIGURE 1.22 – Illustration de la stratégie de la modulation vectorielle dans l'espace de tension de l'onduleur triphasé classique, dans le cas arbitraire où le vecteur de référence se situe dans le secteur II.

### Méthodes de localisation

La résolution du problème posé par la modulation vectorielle commence donc par l'identification du secteur dans lequel se trouve le vecteur de référence. On dénombre plusieurs méthodes d'identification du secteur dans la littérature, à base de tri des tensions de référence ou grâce à l'angle du vecteur de référence dans le plan, que l'on ne détaillera pas ici. Ensuite, une fois les vecteurs instantanés délimitant le secteur identifié sélectionnés, on calcule les durées d'activation nécessaires pour obtenir le vecteur de référence en valeur moyenne sur la période de découpage.

### Temps restant dans la période

La somme des temps d'activation des deux vecteurs instantanés donne la période active, qui se traduit par l'obtention de tensions instantanées non nulles aux bornes de la charge et qui participent à la réalisation de la valeur moyenne désirée sur la période de commutation. Le reste du temps, il faut activer au moins un des vecteurs nuls pour ne pas modifier la valeur moyenne réalisée. Les premières méthodes sélectionnaient toujours le même vecteur nul à appliquer dans ce cas, par exemple le vecteur  $V_0$ . En fait, selon les décisions prises, on trouve plusieurs classes de méthodes vectorielles ; on en cite certaines dans les sous-sections suivantes.

#### 1.A.2.2 Modulation vectorielle centrée ou Space Vector Modulation (SVM)

La méthode de modulation vectorielle centrée, ou autrement dénommée SVM dans la littérature internationale et même francophone, étant donné son franc succès, est une des techniques de modulation les plus connues. L'idée caractéristique de cette méthode est de

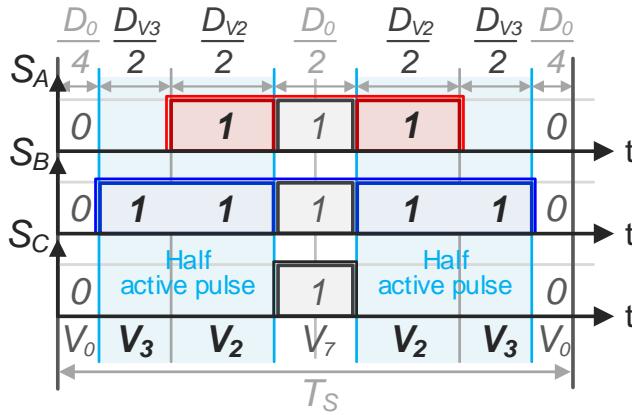


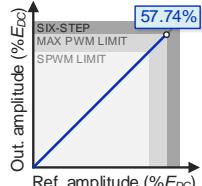
FIGURE 1.23 – Chronogramme des impulsions des interrupteurs correspondant à la méthode SVM pour l'onduleur trois bras deux niveaux, avec centrage des demi-impulsions actives..

solliciter équitablement les deux vecteurs nuls dans la séquence des vecteurs mis en jeu, afin d'améliorer la qualité harmonique des courants produits.

On utilise les vecteurs nuls symétriquement de part et d'autre d'une demi-pulsion active induite par l'utilisation successive des deux vecteurs instantanés actifs choisis. La séquence démarre par l'un des vecteurs nuls, puis on utilise les vecteurs actifs nécessaires en tenant compte du souci d'adjacence, puis on clôt la séquence par l'autre vecteur nul. Cette séquence est ensuite répétée dans l'ordre inverse pour revenir à l'état initial sans ajouter de commutations. Une illustration de cette technique est disponible sur le chronogramme de la fig. 1.23.

Cette méthode est très populaire pour son caractère vectoriel et sa bonne qualité harmonique par rapport à d'autres méthodes de modulation plus classiques. Toutefois, il est connu aujourd'hui que cela ne constitue pas non plus la meilleure méthode sur le plan de la qualité harmonique [BM85, OAN90, KEZ91, HL03, HQ13]. La SVM reste tout de même une méthode sous-optimale très efficace, la différence par rapport aux motifs de commutation optimaux est minime, et elle est très utilisée pour la simplicité de son principe et son adéquation avec la commande vectorielle des machines électriques. Comme toutes les méthodes vectorielles, elle étend naturellement de manière maximale la zone de linéarité de l'onduleur, au contraire des méthodes intersectives, pour lesquelles il a fallu *a fortiori* faire intervenir des séquences nulles de tension pour étendre la plage de linéarité de l'onduleur.

FIGURE 1.24  
Plage de linéarité des méthodes vectorielles



### 1.A.2.3 Autre utilisation des vecteurs nuls

On trouve beaucoup de travaux concernant l'optimisation de la qualité harmonique des tensions et courants produits par MLI et notamment avec l'analyse vectorielle [Cap02, HL03, KEZ91, Hol94, HQ13]. HOLMES propose clairement d'utiliser de manière identique les deux vecteurs nuls [Hol96] de sorte à centrer les pulsions actives sur les demi-périodes de commu-

tation sous l'hypothèse que les ondulations de courant s'en trouveront logiquement fortement améliorées.

On trouve une très bonne analyse et une étude du problème posé par la modulation vectorielle dans [OAN90]. Ces chercheurs proposent d'analyser numériquement la qualité harmonique des courants produits par MLI vectorielle en faisant varier à la fois l'amplitude de modulation et l'utilisation relative d'un vecteur nul par rapport à l'autre dans une période de commutation. Ils trouvent que la plupart du temps, leur solution optimale est très proche de celle obtenue par SVM, sauf dans les zones loin de l'origine, à forte amplitude loin des vecteurs instantanés réalisables de base, où l'on utilisera davantage plutôt l'un ou l'autre vecteur nul. Des analyses similaires sont obtenues dans l'excellente étude de KOLAR, ERTL et ZACH, [KEZ91], qui projettent également l'idée des modulations discontinues calées par rapport au maximum de courant pour la réduction des pertes par commutation.

On peut aussi utiliser l'un ou l'autre vecteur nuls selon le secteur dans lequel on se trouve, c'est-à-dire selon l'instant dans la période de commutation. À partir de cela, on en tire les lois de modulations discontinues, pour lesquels au moins un des bras de l'onduleur est positionné à la borne supérieure ou inférieure de tension pendant toute une période de commutation, et par extension pendant une partie de la période fondamentale. Par exemple, sur la fig. 1.23, si l'on proposait de ne pas utiliser le vecteur  $V_7$  et d'affecter la durée  $D_0$  entièrement au vecteur  $V_0$ , ce qui aboutirait aux mêmes tensions produites aux bornes de la charge en valeur moyenne sur  $T_S$ , on obtiendrait le résultat que les interrupteurs de la cellule de commutation du bras C ne commuteraient pas. À l'inverse, si l'on n'utilisait que le vecteur  $V_7$ , c'est le bras C qui ne subirait plus de commutations. Les méthodes de modulation continue ont donc l'avantage de réduire fortement le nombre de commutations sur une période fondamentale, et donc de réduire les pertes par commutation associées. Pour plus de détails concernant ces méthodes<sup>1</sup>, on pourra se reporter à d'excellents articles comme [HKL98, JLdS<sup>+</sup>01, dSdSJ11], ou des ouvrages comme [HL03], ainsi que la thèse [Cap02], et bien d'autres références.

#### 1.A.2.4 Zone de linéarité géométrique de l'onduleur triphasé

Un système de tensions triphasées équilibrées sinusoïdales dessine un cercle dans le plan. On visualise la zone de linéarité du convertisseur avec l'approche vectorielle par un disque dont le rayon correspond à la limite de linéarité, égale à  $E_{dc}/\sqrt{3}$  dans le cas de la commande vectorielle. Ce disque, dessiné sur la fig. 1.25, est donc le disque de plus grand diamètre qui est inscrit dans l'hexagone des tensions réalisables de l'onduleur. Toutes les MLI développées par la voie vectorielle sont par nature apte à étendre de manière maximale la zone de linéarité de l'onduleur.

#### 1.A.3 Lien entre les méthodes intersectives et les méthodes vectorielles

Les méthodes intersectives et les méthodes vectorielles ont largement été visitées ces dernières décénies, et il est désormais statué qu'il existe une connection –finalemment naturelle– entre

---

1. Qui ont des formes d'onde identiques aux méthodes intersectives –d'ailleurs du même nom.

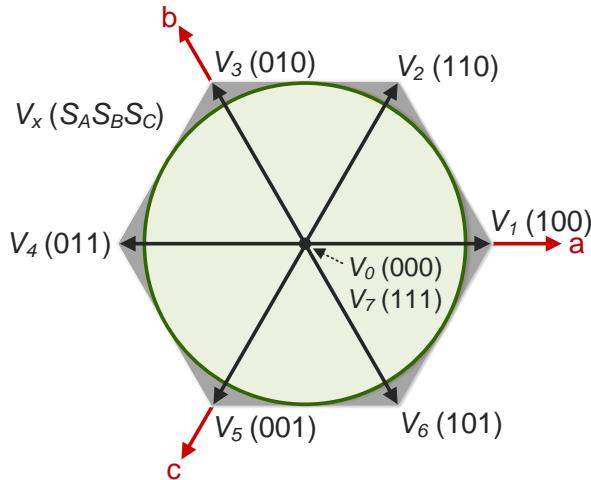


FIGURE 1.25 – Représentation géométrique de la zone de linéarité maximale de l'onduleur trois bras deux niveaux.

les deux approches sous certaines conditions [Sei88]. L'analyse des chronogrammes fabriqués par modulation vectorielle mènent à la fabrication de méthodes intersectives équivalentes [dSdSJ11].

Le lien est déjà identifié dans le début des années 90. Il est mentionné par HOLMES [Hol92, Hol96], par BOWES et LAI [BL97], et des méthodes intersectives équivalentes commencent à être proposées notamment dans [CKS98, KS04] pour des travaux concernant l'onduleur quatre bras deux niveaux, mais le lien est clairement formulé chez JACOBINA et al. [JLdS97, JLdS<sup>+</sup>01] et définitivement entériné dans le *IEEE Industrial Electronics Magazine* avec DA SILVA et al. [dSdSJ11].

Par exemple, le lien d'équivalence entre la SVM et la modulation intersective triphasée à centrage d'impulsions est obtenu grâce à l'utilisation du modulateur RSPWM, échantillonné, symétrique et à porteuse triangulaire. Cela démontre également l'intérêt de l'utilisation de cette manière de réaliser les rapports cycliques pour le bien de la qualité harmonique.

## 1.A.4 Introduction à la modulation des convertisseurs statiques plus complexes

Nous parlons rapidement ici des méthodes de modulation multi-niveaux en prévision de leur utilisation pour l'onduleur multicellulaire à condensateurs flottants et l'onduleur modulaire multi-niveaux, dont nous présenterons les topologies dans les chapitres et sections correspondants, plus loin dans le document.

### 1.A.4.1 Modulation intersective multi-niveaux

On rencontre deux grandes classes de méthodes de modulation multi-niveaux intersectives [dSdSJ11] :

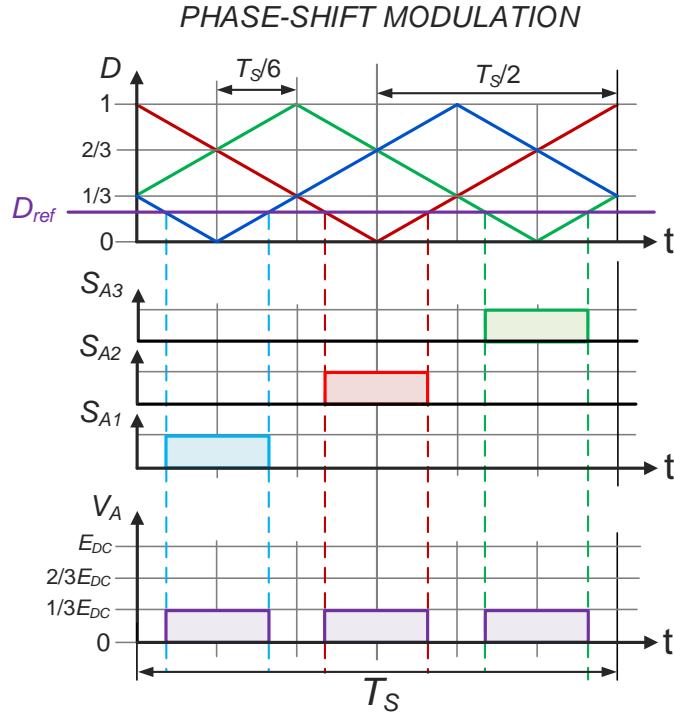


FIGURE 1.26 – Illustration du modulateur PSPWM.

- modulation de largeur d’impulsion à porteuses entrelacées (MLI-PEL), ou dans sa version anglaise Phase Shift Pulse-Width Modulation (PSPWM)
- modulation de largeur d’impulsion à porteuses superposées (MLI-PS), ou dans sa version anglaise Phase Disposition Pulse-Width Modulation (PDPWM)

La PSPWM utilise un ensemble de plusieurs porteuses, une pour chaque cellule de commutation d’un bras de convertisseur multi-niveaux, toutes de même période égale à la période de modulation, et régulièrement déphasées par rapport cette période (fig. 1.26). Initialement développée pour le hacheur multicellulaire à condensateurs flottants, il a été solidement démontré que c’était le fonctionnement le plus intéressant [MF92, Car96, MFA97].

La PDPWM (ou autrement appelée Level Shift Pulse-Width Modulation (LSPWM)) répartit le même nombre de porteuses plutôt verticalement, par niveaux de tension réalisables au sein d’un même bras de conversion. Plusieurs sous catégories existent, mais le fonctionnement le plus intéressant semble être celui où les porteuses sont toutes en phase [MH02].

Des travaux ont démontré une supériorité de la version PDPWM [MH02]. Bien que cela puisse paraître étrange vu la popularité de la méthode PSPWM, c’est en fait le cas sous deux conditions : quand le modulateur PDPWM est idéalisé (niveaux de tension idéaux, pas de fluctuations) et quand le modulateur PSPWM est utilisé en fonctionnement non constant, particulièrement en onduleur.

La modulation PDPWM est utilisé pour déterminer comment se servir des niveaux de tensions disponibles pour obtenir la tension désirée en valeur moyenne. L’utilisation des cellules de commutation reste encore indéterminée à ce stade, et il faut ensuite réaliser les niveaux de

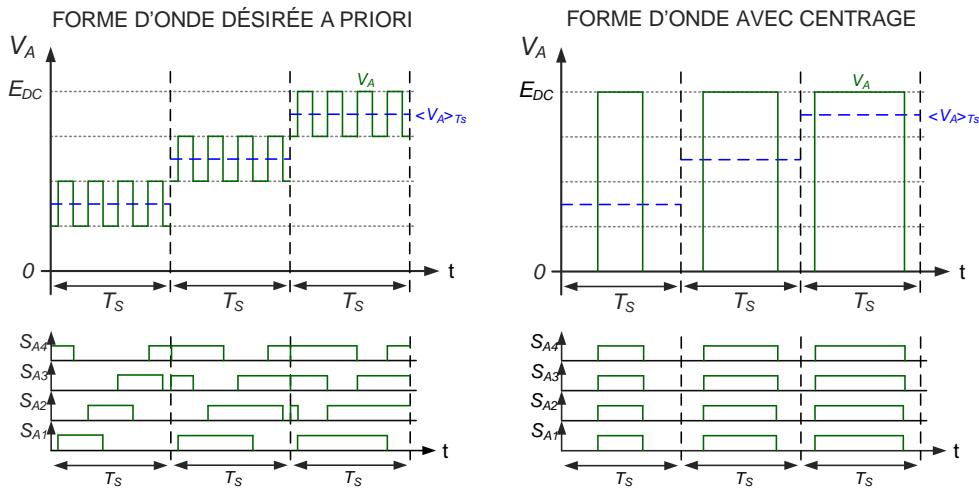


FIGURE 1.27 – Illustration d'un des intérêts de l'entrelacement des porteuses pour la qualité harmonique par l'obtention de motifs réguliers de tension.

tension en choisissant les cellules de commutation participantes. C'est le cas dans [MMGH07] où l'on distribue les niveaux de manière cyclique sur des configurations de cellules donnant le même niveau grâce à une machine à états, ce qui permet d'obtenir un fonctionnement optimisé sur le plan harmonique.

La PSPWM quant à elle détermine directement l'utilisation des cellules de commutation pour obtenir en valeur moyenne la tension désirée, car chaque cellule a sa propre porteuse. Mais comme elle a été proposée initialement pour un fonctionnement hacheur, elle n'est pas tout à fait adaptée au fonctionnement onduleur. Des propositions d'autres modulateurs très proches peuvent être trouvées dans la littérature sous des appellations diverses et variées et avec des descriptions plus ou moins ambiguës.

On trouve cependant récemment dans [GPC<sup>+</sup>16] une mention assez claire et bien définie d'un modulateur suivant la philosophie PSPWM mais amélioré, dont le résultat est identique au modulateur PDPWM à rotation des cellules comme celui de [MMGH07].

#### 1.A.4.2 Modulation vectorielle 3D

Pour l'onduleur quatre bras deux niveaux, représenté sur la fig. 2.2 page 62, l'addition du quatrième bras apporte une dimension supplémentaire à l'espace de tensions [BBF17a]. On passe de 6 secteurs de tensions à 24 tétraèdres candidats à la sélection pour la modulation. De nombreux travaux d'extension de la modulation vectorielle classique, 2DSVM, à la version quatre bras dite 3DSVM, ont été proposés notamment par Zhang et al. [ZPBL02], [PFP<sup>+</sup>03] ou [LDCF11]. Nous ne nous attarderons pas sur la diversité des méthodes de localisation de tétraèdres évoquées dans la littérature étant donné que le principe fondamental a été mentionné.

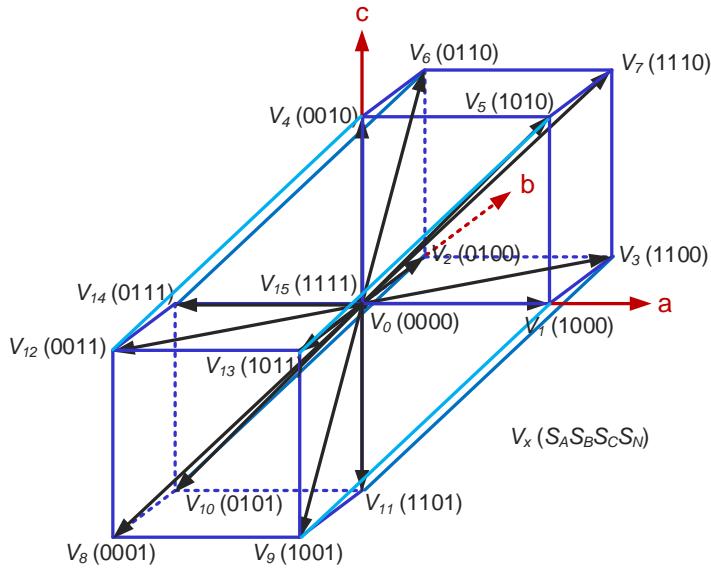


FIGURE 1.28 – Représentation géométrique des vecteurs de tension de l'onduleur triphasé quatre bras deux niveaux.

#### 1.A.4.3 Modulation vectorielle multi-niveaux

Enfin, nous mentionnons l'existence d'extensions des méthodes de modulation vectorielles conçues pour les convertisseurs à deux niveaux aux topologies multi-niveaux plus complexes. Alors, les espaces de tension des convertisseurs sont beaucoup plus quantifiés grâce à la présence de nombreux vecteurs. Il existe encore une fois une vaste gamme de propositions de méthodes d'identification, de localisation, de sélection de vecteurs dans la littérature. On distinguera brièvement deux catégories : les méthodes qui reposent sur le même principe fondamental que la SVM classique à 2 niveaux, et les méthodes qui profitent du très grand nombre de vecteurs disponibles pour ne sélectionner finalement que l'unique vecteur de tension le plus proche de celui de référence, statuant que l'approximation de tension est déjà très bonne. Ces méthodes peuvent être reconnues dans la littérature sous l'appellation Space Vector Control ou Nearest Vector Modulation selon le nombre de phases [FRL<sup>08</sup>, KFR<sup>11</sup>, DH15, LKF<sup>16</sup>].

#### 1.A.5 Résumé et points de vues

En résumé, nous avons deux grandes classes de méthodes de modulation à fréquence fixe et élevée devant la période fondamentale et pour l'obtention de tensions de référence données : les méthodes intersectives pionnières de l'application du principe de la modulation aux convertisseurs statiques (CVS), et les méthodes vectorielles, très appréciées en commande machine par exemple. Ces deux classes se distinguent surtout sur le plan de la détermination des temps d'activations des interrupteurs, car les résultats finaux de formes d'onde peuvent

être identiques avec les deux approches pour certaines lois de modulation et selon certaines conditions.

Ces deux classes de méthodes sont apparues dans des contextes d'application différents, et sont toutes les deux utiles et valides. Les méthodes intersectives sont une extension du principe de la modulation issue des télécommunications à la puissance commandée par les CVS. Les méthodes vectorielles sont une réponse naturelle au formalisme vecteur utilisé notamment en commande machine, avec l'apparition des techniques Field Oriented Control dans les décénies précédentes [BCN94, BK04, KFR<sup>+</sup>11, Sep17], très adapté au pilotage fin du couple et du flux.

Le pont existant entre les deux classes est issu de plusieurs travaux d'analyse des séquences de vecteurs et de l'utilisation moyenne du potentiel neutre de la charge triphasée. Lorsque l'on passe à des topologies plus complexes, le résultat n'est pas toujours évident, même si de nouvelles équivalences ont été proposées [MH02]. Si les deux classes de modulation, issues d'expressions différentes des mêmes performances souhaitées, convergent vers les mêmes formes d'onde, on peut motiver l'intérêt d'utiliser une approche algébrique de commande pour la modulation et le pilotage des CVS en général, et des travaux vont dans ce sens [Ber16, CVR16, Mon09a, BBF17a]. C'est une de nos ambitions avec l'approche par allocation présentée plus loin.

## 1.B | Commande en courant et de haut niveau

Nous avons évoqué jusqu'ici une classe de méthodes qui déterminent les impulsions à réaliser sur les interrupteurs pour obtenir les références de tension désirées. Nous parlons maintenant de la classe des méthodes de niveau supérieur, dont l'objectif est de piloter le convertisseur statique pour satisfaire à des références de grandeurs de niveau applicatifs comme des puissances actives ou réactives, ou des variables d'états comme des courants d'inductances ou des tensions de condensateurs. Dans ce cas, le convertisseur statique est souvent au service d'une application, comme du filtrage actif ou de la commande machine.

Certaines de ces lois de commande déterminent des tensions de référence, nécessaires aux objectifs de haut niveau, qui seront ensuite réalisées par des techniques de modulation parmi celles mentionnées précédemment. D'autres gèrent le pilotage des grandeurs d'intérêt en déterminant plutôt les états d'interrupteurs à imposer à chaque instant de commande, sans passer par de la modulation, l'opération du convertisseur statique étant alors directement incluse dans le problème de commande.

### 1.B.1 Type de modélisations des convertisseurs statiques

Les différentes classes de commande que nous allons mentionner reposent sur certains types de modélisations particulières. Dans la littérature, on peut trouver entre autres les trois modèles présentés ci-après pour les convertisseurs statiques (CVS) [Car96, BMB13]. Dans sa thèse, CARRÈRE a revisité ces modèles pour les structures multicellulaires.

#### Modèle instantané ou exact

Les CVS présentent la particularité d'être des systèmes à commandes binaires et quasi-instantanés si l'on néglige les dynamiques propres aux interrupteurs de puissance. Ces particularités sont riches en potentiel d'exploitation et font des CVS de flexibles et puissants aiguilleurs de l'énergie électrique.

Il s'agit d'une prise en compte temporelle du convertisseur dans laquelle on considère l'évolution instantanée des grandeurs et des états du convertisseur et de ses cellules, et des commutations ayant lieu au sein de la structure. L'avantage réside dans la grande précision apportée par cette modélisation. Le modèle exact est aussi efficace pour analyser le régime permanent du convertisseur [Car96]. L'inconvénient majeur est l'effort de calcul nécessaire pour une simulation numérique du modèle. Néanmoins, cette constatation faite par CARRÈRE (entre autres) dans sa thèse est à minorer aujourd'hui, grâce au développement remarquable de simulateurs temps réel exploitant la puissance de calcul, la flexibilité de conception et la

possibilité de parallélisme de circuits matériels de type Field Programmable Gate Array (FPGA) [MIN11, GFBAH<sup>+</sup>14, MELD17].

Du point de vue de la commande, ce modèle permet de prendre en compte la vraie nature binaire du convertisseur et est bien exploité par des lois de commande directe, par hystérésis, de commande prédictive vectorielle ou de commande à modes glissants par exemple.

### Modèle moyen sur une période de commutation

Cette fois, l'évolution des grandeurs est évaluée en valeur moyenne sur une période de commutation et est fonction des rapports cycliques des cellules de commutation [MC76, Gat97]. Notons que les grandeurs de tension d'entrée et de courants de phase sont généralement supposés constants sur une période de commutation. Ce type de modèle convient très bien pour des simulations moins lourdes en calcul, car on peut choisir un pas de simulation égal à la période de commutation, et il convient également pour des lois de commande simples et efficaces, comme des régulations linéaires type PI/IP, ou plus avancées comme des retours d'états découplants [Gat97], des commandes prédictives optimales, bref, toute loi de commande reposant sur de la modulation.

Toutefois, on perd l'information harmonique contenue dans le modèle instantané, car l'opération de moyenne sur la période de commutation masque tous les phénomènes liés à la commutation. Ceci a son importance pour les structures multicellulaires, notamment pour l'équilibrage des condensateurs flottants, qui dépend de la présence d'harmoniques de courant à des fréquences multiples de la fréquence de commutation [Car96, GFM<sup>+</sup>02], harmoniques qui ne sont plus visibles à travers une simulation en modèle moyen.

### Modèle harmonique

Ce type de modèle [Car96, MFA97] tient spécifiquement compte du comportement harmonique du convertisseur, ce qui permet de bien mieux affiner l'information sur les dynamiques internes. La source de tension est quand même supposée constante, mais les harmoniques des courants traversants les interrupteurs sont analysés. C'est ce type de modélisation qui est utilisée pour démontrer la propriété d'équilibrage naturel de la Phase Shift Pulse-Width Modulation (PSPWM) [MFA97].

## 1.B.2 Grandes classes de commande des convertisseurs statiques

Nous présentons ici quelques unes des classes de commande les plus utilisées et les plus présentes dans la littérature, sans être exhaustif. L'objectif est de relever les principales propriétés recherchées et les inconvénients apportés par les différents types de méthodes que nous allons visiter.

### 1.B.2.1 Commande directe et commande avec modulation de largeur d'impulsion (MLI)

Une possible classification des lois de commande existantes permet de faire une première distinction entre deux catégories : celle des méthodes reposant sur l'utilisation du modèle exact du convertisseur, et celle des méthodes fondées sur la modélisation en valeur moyenne, par rapports cycliques.

Dans la première catégorie, les méthodes déterminent directement l'état des interrupteurs par la spécification des performances à obtenir. C'est pour cela que l'on parle souvent de méthodes de *commande directe*. L'avantage principal de ces méthodes est de profiter du potentiel maximum de commande disponible dans le sens où l'on peut imposer notre commande en tension de manière quasi-instantanée, ce malgré les limitations quant au nombre de vecteurs réalisables directement par une combinaison d'états d'interrupteurs du convertisseur.

La seconde catégorie concerne les méthodes qui font abstraction de l'état instantané des interrupteurs et dont la chaîne de pilotage dispose d'un modulateur, disposé en aval du bloc de commande et en amont du pilotage des interrupteurs du convertisseur. On peut parler de méthodes de *commande indirecte*, mais nous parlerons ici de *méthodes à MLI*. Grâce à l'utilisation d'une fréquence fixe et élevée de commutation et grâce au respect de certains motifs de génération d'impulsions bien réguliers, les performances harmoniques sont meilleures que pour les méthodes de commande directe. Aussi, l'abstraction des commutations par l'opération de moyenne permet de séparer le problème de pilotage des grandeurs de sortie du souci de l'amélioration de la qualité harmonique, cette dernière étant en grande partie déléguée à la fonction de modulation elle-même. On peut alors trouver une grande variété de loi de commande en amont de la modulation qui auront pour point commun de déterminer des tensions de commande en valeur moyenne ou directement des utilisations moyennes des interrupteurs, la fonction de modulation s'occupant de réaliser cela. Toutefois, rappelons-le, l'utilisation de modulateur échantillonné introduit un retard statistique moyen égal à la moitié de la période de commutation. Si celle-ci est trop grande devant la dynamique désirée, il apparaît une réduction de la bande-passante de la régulation. Notons quand même que ce délai peut être pris en compte par certaines stratégies de commande, comme les méthodes prédictives [CRSF12].

### 1.B.2.2 Commande à hystérésis

Sans faire un tour d'horizon des commandes à hystérésis, qui forment une section très large de méthodes étant donné la simplicité du principe et le faible coût induit, nous allons seulement parler des plus simples et des plus connues pour mettre en lumière leurs paradigmes, leurs points forts et leurs points faibles.

#### Commande à fourchette de courant

Un des exemples de commande directe les plus simples à comprendre, à concevoir et à mettre en œuvre est la commande par hystérésis, ou dans sa version la plus simple la commande à *fourchette de courant*. C'est une commande qui bénéficie des propriétés de robustesse offerte par l'absence de dépendance de paramètres de modélisation et par une extrême simplicité

de mise en œuvre, qui est souvent mise en application pour des structures de conversion statique monophasée comme des hacheurs.

Son principe fondamental est le suivant : si l'on désire réguler un courant à une valeur de référence, on peut piloter l'interrupteur de puissance pour fournir une tension positive quand le courant mesuré est inférieur à sa référence, et fournir une tension nulle (ou négative en pont complet) quand le courant mesuré est supérieur. C'est là toute la simplicité de cette approche. Cependant, comme c'est le cas avec les commandes directes, la fréquence de commutation n'est pas fixée et dépend de la charge et de l'envergure de la fourchette. Les performances harmoniques ne sont pas les meilleures.

### Commande directe de puissance

La commande directe de puissance [MKT03, LKF<sup>+</sup>16] est un autre exemple simple de commande à hystérésis. Elle permet de régler le transit de puissance active et de puissance réactive entre une source et une charge. Souvent, elle est utilisée pour assurer un facteur de puissance unité quand un redresseur est utilisé pour alimenter à partir du réseau triphasé le bus continu d'un onduleur triphasé variateur de vitesse d'une machine électrique. La tension continue doit être régulée à la valeur nécessaire, tandis que la bonne puissance active doit être fournie à la charge sans consommation de puissance réactive pour ne pas perturber le réseau.

On trouve plusieurs variantes de cette commande, mais le principe fondamental est le suivant. En général, la tension du bus continu est régulée à une valeur constante par un correcteur linéaire PI qui fournit une référence de puissance active à transiter [MKT03]. À partir de la mesure de la tension du bus continu et des courants côté réseau et des états du redresseur, on peut estimer l'évolution de puissance active et réactive. En fonction des différences de puissance active et puissance réactive nécessaires, on détermine par hystérésis le type d'évolution à suivre (augmentation, diminution, constant), et une combinaison d'interrupteur est sélectionnée dans une table pré-calculée (Look Up Table). La commande est dite directe de puissance, car avec ce type de stratégie, les états des interrupteurs ont une action directe sur les évolutions des puissances active et réactive et c'est pour cela qu'on peut directement sélectionner la bonne combinaison en fonction des erreurs de commande.

Cette approche a l'avantage de très bien se marier avec la nature binaire de l'onduleur. On note un atout certain au niveau du temps de calcul et la facilité de réalisation. La présence des hystérésis rend la méthode peu sensible aux paramètres du modèle. Par contre, la qualité harmonique n'est pas nécessairement maîtrisée à cause de l'absence d'utilisation de motifs de commutation régulier et la sollicitation « libre » des interrupteurs de puissance.

### Commande directe de couple

La commande directe de couple est très similaire à la commande directe de puissance. Elle concerne le pilotage des machines électriques. Cette fois, c'est le couple et le flux qui sont régulés et ce sont les erreurs de commande sujettes à des valeurs seuils qui déterminent directement les états d'interrupteurs à utiliser à chaque instant de commande. Il existe plusieurs versions de cette approche [BK04].

A chaque instant de commande, en fonction de la valeur du couple actuel dans la machine et de la position du vecteur flux obtenus par estimation, on détermine (par hystérésis des erreurs de commande) quel est le vecteur de tension à appliquer pour la prochaine période de commande qui rapprochera au mieux les quantités à piloter de leurs références.

Aucune boucle de régulation de courant n'est nécessaire, ni de transformation ou de modulation. Par contre, il est essentiel de synthétiser des estimateurs de couple et de flux [BK04]. De plus, et à nouveau, la fréquence de commutation n'est pas fixe et dépend du point de fonctionnement et de la charge, ce qui détériore le contenu harmonique des courants pouvant provoquer plus de pertes dans la machine.

Notons qu'il existe des extensions des commandes directes de puissance ou de couple utilisant de la modulation type Space Vector Modulation (SVM) plutôt qu'une détermination directe des états d'interrupteurs [MJK04, LKF<sup>+16</sup>].

### 1.B.2.3 Commande linéaire avec MLI

Il est bon d'illustrer ce type de stratégie avec la commande de machines électriques. L'objectif principal est de piloter le couple de la machine en imposant les courants statoriques par le choix des bonnes tensions fournies par l'onduleur. On peut distinguer deux approches :

- scalaire, approche dans laquelle on pilote l'amplitude et la fréquence des courants sinusoïdaux triphasés pour le contrôle du couple et du flux dans la machine grâce à la réalisation des bonnes tensions en sortie de l'onduleur ;
- vecteur, dans laquelle les courants sont représentés de manière vectorielle, souvent en coordonnées transformées dans le repère tournant du rotor, et sont pilotés par la détermination de vecteurs de tension virtuels à obtenir par MLI.

Dans les deux cas, les tensions demandées sont réalisées par MLI et le plus souvent par SVM [KFR<sup>+11</sup>].

La première approche souffre du fait de devoir poursuivre des consignes sinusoïdales, et la commande du dispositif s'en trouve souvent moins performante. La seconde approche, qui utilise le repère du rotor, a de nombreux avantages. Entre autres, les courants exprimés dans le repère rotorique sont constants en régime permanent, et les relations entre les courants et le couple deviennent linéaires dans le cas de la machine synchrone à aimants permanents à pôles lisses. Surtout, les consignes sont désormais constantes : la synthèse de correcteur s'en trouve simplifiée et bien souvent plus performante. La transformation de PARK (ou de CONCORDIA/CLARKE selon les cas) est plus coûteuse quant au nombre d'opérations élémentaires à effectuer, mais ce n'est plus vraiment un problème de nos jours grâce aux progrès de l'informatique embarquée [LSML<sup>+07</sup>, Sep17].

Les régulateurs choisis sont souvent des correcteurs linéaires type PI/IP, leurs versions discrètes RST, ou des retours d'états linéaires [KFR<sup>+11</sup>]. L'avantage de ces méthodes est la simplicité de la synthèse des correcteurs linéaires, qui a été largement étudiée. Par contre, à cause de leur nature linéaire, il n'y a pas de moyen de tenir intrinsèquement compte des saturations directement dans le calcul des commandes avec ces correcteurs linéaires. En conséquence, il peut être nécessaire d'utiliser des blocs d'anti-saturation et/ou d'anti-windup

pour ne pas détériorer fortement les performances dynamiques en cas de saturation de tension par le bloc de MLI.

Ces approches à base de régulation linéaire n'exploitent pas la nature binaire de l'onduleur, mais surtout ne profitent pas de toute la performance de tension disponible grâce aux CVS et présentent naturellement de moins vives dynamiques que les approches directes, prédictives ou non-linéaire optimale de type bang-bang.

#### 1.B.2.4 Commande prédictive vectorielle

De manière plus détaillée, le principe de la commande vectorielle des machines électriques est d'exploiter les possibilités de commande en vecteur offertes par l'onduleur de tension triphasé pour positionner explicitement le vecteur de courant statorique, de manière à piloter plus finement le couple, qui résulte en fait du produit vectoriel entre le champ statorique et le champ rotorique. Il s'agit d'une des approches classiques pour réaliser l'auto-pilotage de la machine synchrone à aimants permanents, par exemple. Les courants sont représentés dans le repère du rotor tournant grâce à la transformation de PARK. Beaucoup d'applications de type correction de facteur de puissance ou filtrage actif sont aussi traitées avec de la commande vectorielle [VLF<sup>+14</sup>].

L'ajout du caractère prédictif aux lois de commande vectorielle est un atout indéniable pour une régulation à haute performance [LSML<sup>+07</sup>, MLSR<sup>+09</sup>, VLF<sup>+14</sup>]. Le principe est le suivant : on cherche un vecteur de tension réalisable qui satisfera au mieux un certain critère qui traduit les performances de commande désirées. Le critère est une mesure de l'état futur du système en fonction du vecteur de tension choisi. Il peut être formulé de manière intuitive et correspond à un réglage proposé sur plusieurs types de grandeurs : courants, puissances, nombre de commutations, etc [VLF<sup>+14</sup>]. Pour une machine électrique, on cherche souvent à minimiser la distance entre le vecteur courant prévu à l'instant suivant et le vecteur de référence dans le repère dq.

La prédiction est la plupart du temps du type EULER-ordre 1 [CRSF12]. Pour compenser les délais de calculs plus élevés, on peut faire une prédiction à 2 pas. Dans tous les cas, ce type d'approche semble donner de meilleures performances que certaines lois de commande sans utilisation de prédiction comme la DTC, notamment quand certaines variables d'états ne peuvent pas être supposées constantes, comme pour la commande de machines à haute vitesse [Sep17].

Un autre inconvénient de ce type d'approche est la détermination empirique des facteurs de poids à affecter à chacun des termes du critère coût à minimiser, même s'il existe aujourd'hui des travaux qui recommandent certaines directives [CKR<sup>+09</sup>, KPR<sup>+15</sup>].

Même si la commande prédictive est généralement plus coûteuse en temps de calcul par rapport aux autres grandes classes de commande, les avancées technologiques, encore une fois, permettent réellement aujourd'hui de piloter des systèmes en temps réel avec ce type d'approches. On citer le nombre considérable de publications qui vont dans ce sens [MIN11, KPR<sup>+15</sup>, VLF<sup>+14</sup>, KCV<sup>+09</sup>, LSML<sup>+07</sup>, CKK<sup>+08</sup>, MLSR<sup>+09</sup>].

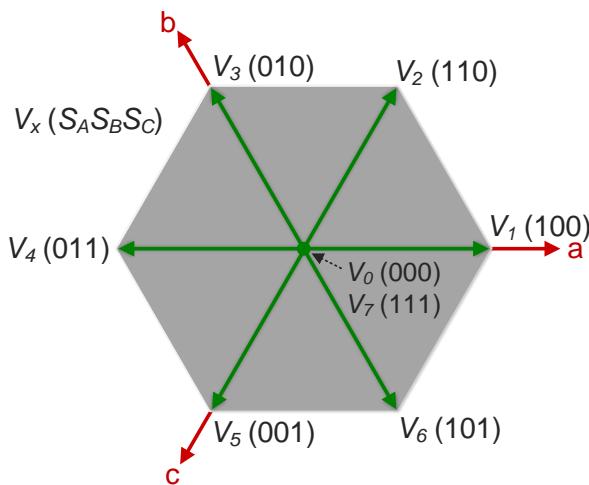


FIGURE 1.29 – Représentation géométrique des vecteurs de l'onduleur trois bras deux niveaux.

### Commande de couple prédictive à énumération des possibilités de commande

La commande de couple prédictive à ensemble fini de possibilités de commande, souvent dénommée Finite Control Set Predictive Torque Control (FCS-PTC) dans la littérature [RPS<sup>+07</sup>], ou plus simplement Predictive Torque Control (PTC), ne tient compte que des vecteurs de tension réalisables instantanément par l'onduleur, représentés sur la fig. 1.29. À un instant de commande donnée, les prédictions des courants à l'instant suivant sont faites pour chacun des vecteurs de tension de l'onduleur. Le vecteur qui correspond au coût le plus faible est ensuite sélectionné pour être réalisé par l'onduleur.

Cette méthode a pour avantage de prendre intrinsèquement en compte les contraintes de commande existantes sur l'onduleur puisque seuls les vecteurs de tension instantanés sont candidats. En revanche, il y a au moins trois inconvénients à cette approche :

- étant donné qu'il est nécessaire d'énumérer complètement toutes les possibilités de configurations de l'onduleur, elle est complètement dépendante du nombre de cellules et subit l'effet d'explosion combinatoire du nombre de vecteurs quand elle est appliquée à des topologies plus complexes ;
- la fréquence de commutation *a posteriori* n'est pas fixe, ce qui se traduit par l'obtention de moins bonnes performances harmoniques par rapport à l'utilisation d'une MLI ;
- on se prive de tout l'ensemble des vecteurs réalisables par MLI, ce qui peut être indésirable dans certains cas.

Néanmoins, cette méthode est davantage robuste que sa version avec MLI, car les petites variations des paramètres du modèle n'auront la plupart du temps aucune conséquence sur le choix du vecteur de tension qui optimise le critère de performance.

### Commande de couple prédictive optimale

La commande de couple prédictive optimale, en anglais Optimal Predictive Torque Control (OPTC), d'autres fois appelée *deadbeat PWM-predictive torque control*, commande prédictive

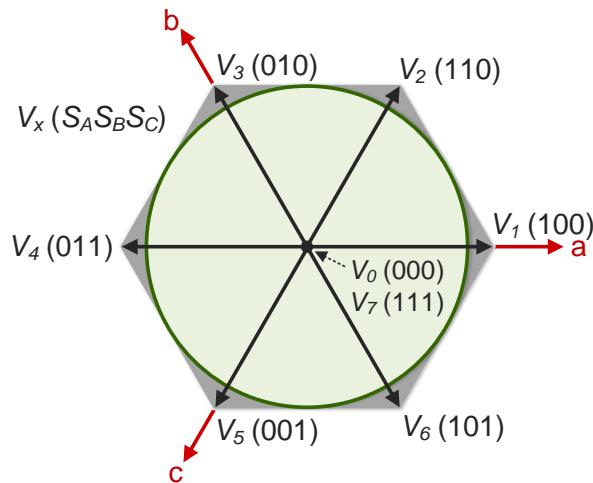


FIGURE 1.30 – Représentation géométrique de la zone de linéarité de l'onduleur trois bras deux niveaux.

de couple à réponse pile ou d'une autre manière équivalente, consiste à considérer, en plus des vecteurs de tension instantanés, tous les vecteurs de tension intermédiaires, virtuels, réalisables par MLI. Pour obtenir la solution, on réalise généralement une inversion de modèle idéale. Le vecteur de tension obtenu n'est pas nécessairement réalisable par MLI. Si c'est le cas, en général, on sature la norme du vecteur de tension en la limitant à l'amplitude maximale de la zone de linéarité de l'onduleur (fig. 1.30). C'est à dire que le vecteur est rentré de force dans le disque de linéarité (il est « écrêté »). Si la solution initiale est réalisable, elle se traduit en fait par l'annulation complète du critère coût. Elle est dans ce cas directement appliquée par MLI.

Ainsi, en cas d'écrêtage, la solution est alors tout de même sous-optimale<sup>1</sup> vis-à-vis du problème d'optimisation formulé et de l'espace des tensions réellement réalisable par l'onduleur par MLI. Notons que la restriction au disque de linéarité constitue quand même un choix de simplification intéressant selon les applications.

#### 1.B.2.5 Cas de l'équilibrage des tensions de condensateurs flottants des convertisseurs multi-niveaux

Nous poursuivons notre excursion en nous intéressant particulièrement à la problématique bien connue de l'équilibrage des tensions des condensateurs flottants utilisés dans les convertisseurs multicellulaires ou modulaires, puisque nous allons proposer plus loin une méthode d'allocation réalisant l'équilibrage actif pour l'onduleur à condensateurs flottants.

1. Au sens où elle est parmi les plus intéressantes pour la commande et simple à calculer, même s'il existe des solutions améliorant davantage le critère coût.

## Équilibrage naturel

Il a été montré qu'il existe un phénomène d'équilibrage naturel des tensions des condensateurs flottants sous certaines conditions. Le modèle harmonique des convertisseurs multicellulaires [Car96] met en évidence la présence d'harmoniques multiples de la fréquence de commutation mais non multiple du nombre de cellules de commutation responsables de ce phénomène. Il est mis en lumière que la nature de la charge a un fort impact sur la qualité de l'équilibrage : plus elle est inductive, plus elle filtre les harmoniques, et moins le phénomène d'équilibrage est efficace [MFA97]. L'équilibrage est optimal pour une charge purement résistive.

Malheureusement, les dynamiques mises en jeu sont très lentes, et sous des conditions sévères de déséquilibrage, les interrupteurs de puissance pourraient avoir à bloquer des tensions non admissibles, qui provoqueraient leur dégradation voire leur destruction. Il est donc nécessaire d'avoir recours à des solutions pour rendre l'équilibrage des tensions des condensateurs plus rapide afin de garantir le bon fonctionnement général du convertisseur.

## Équilibrage passif

Une proposition simple pour le rééquilibrage des tensions des condensateurs a été proposée [Car96] sous la forme d'un circuit analogique passe-bande très sélectif, qui vient renforcer spécifiquement l'action des harmoniques de commutation responsables de l'effet d'équilibrage naturel, sans trop provoquer de pertes additionnelles. Ce circuit a fait l'objet d'une application industrielle [MFT<sup>+</sup>02], mais présente l'inconvénient de rajouter des éléments passifs au système à piloter ; surtout, l'effet du circuit dépend fortement du point de fonctionnement et de la nature de la charge [MFA97].

## Équilibrage actif

Des méthodes d'équilibrage actif ont vu le jour pour répondre de manière *active*<sup>1</sup> à la problématique d'équilibrage des tensions des condensateurs. On trouve différents types de ces méthodes, mais nous allons mentionner que quelques exemples de commande très intéressantes et que nous n'avons pas encore évoqué.

### Équilibrage actif par commande à modes glissants

Parmi les stratégies de commande non linéaire des systèmes dynamiques, on trouve la commande par modes glissants. Cette méthode est largement reconnue principalement pour sa robustesse intrinsèque, son exploitation directe des saturations de commande existantes et la possibilité de prendre naturellement en compte la nature non linéaire du système à piloter. Notamment, elle est très élégamment appliquée à la commande des CVS lorsque l'on construit le mode d'atteinte en théorie optimale, car la nature binaire des états de commutation convient bien aux commandes de type bang-bang.

Le principe repose sur la définition, dans l'espace d'état du système, d'une surface particulière, dite de glissement, vers laquelle on souhaite que le système converge et y reste assujetti.

---

1. À l'opposition de *passive*.

L'appartenance à la surface de glissement est matérialisée par l'annulation de l'expression mathématique de la surface, fonction des variables d'état. En pratique, on distingue deux modes de fonctionnement :

- quand l'état (vectoriel) du système n'appartient pas à la surface de glissement, on cherche à le faire converger vers cette surface : on parle de mode d'atteinte ;
- quand l'état du système réside sur la surface, les variables d'état sont donc liées par l'équation de surface, qui correspond à l'expression de la dynamique souhaitée, et le système est forcé à suivre cette dynamique : on parle de mode de glissement car la dynamique est conçue pour être stable et converger vers l'origine, d'où le glissement le long de la surface jusqu'à l'origine.

On conçoit le mode d'atteinte en rendant la surface de glissement attractive via une méthode adaptée. Une charmante technique consiste à se servir de fonctions type LYAPUNOV pour aboutir à la synthèse d'une loi de commande réalisant le mode d'atteinte en rendant négatif le produit de l'expression de la surface par sa dérivée temporelle. Le fait de maximiser ce produit, donc de maximiser l'attractivité, implique le fait d'exploiter les saturations, ce qui convient bien à la nature binaire des interrupteurs. Les interrupteurs sont alors pilotés en fonction des états du système.

Cette fabrication forcée d'une dynamique désirée par l'exploitation des saturations rend la loi de commande très robuste face aux variations de paramètres et très efficace en pratique. On trouve dans la littérature plusieurs travaux de commande à modes glissants pour l'équilibrage des tensions des condensateurs flottants [Gat97, Bet05, Lie06, TLT08, GBB09].

En mode de glissement, la fréquence de commutation de la commande est théoriquement infinie. Pour une réalisation pratique, il faut limiter la fréquence de commutation des interrupteurs. Ceci peut être effectué en ajoutant par exemple des hystérésis aux expressions de pilotage des interrupteurs. Cette technique souffre cependant du phénomène dit de *réticence* ou de *brouttement*, dit *chattering* en anglais : lorsque le système est en mode de glissement, la fréquence de commutation des interrupteurs n'est pas contrôlée, est variable, ce qui dégrade les performances harmoniques.

Il existe des solutions pour pallier ce problème de réticence. Par exemple, il est possible de remplacer les hystérésis (associations relais-seuils) par des fonctions aux variations moins abruptes, comme la fonction saturation, la fonction sigmoïde, la fonction arc tangente ou la fonction tangente hyperbolique. Une autre idée est de passer à des commandes à modes glissants d'ordre supérieur, pour lesquels les dérivées successives de la commande interviennent et par conséquent pour lesquels la commande est continue.

Dans le cas de la conversion statique, la commande à modes glissants peut être par exemple déclinée en version avec MLI échantillonnée dont les variables de commande ne sont plus les états binaires de commutation des interrupteurs mais plutôt leurs rapports cycliques bloqués sur la période de modulation. Les performances dynamiques sont légèrement dégradées, mais la fréquence de commutation des interrupteurs est fixe et la qualité harmonique est améliorée [Mon09b].

### Équilibrage actif par commande découplante linéarisante

Une autre méthode élégante consiste à concevoir une loi de commande dynamique permettant de compenser toutes les interactions linéaires ou non-linéaires des états d'un système pour fabriquer un système « plus grand », dont les nouvelles variables d'entrée sont reliées de manière linéaire aux grandeurs de sortie. On parle de commande découplante linéarisante [BCN94, Tac98, Gat97, GFM<sup>+</sup>02, Lie06]. Il existe plusieurs déclinaisons de ce principe.

**Linérisation autour du point de fonctionnement** TACHON [Tac98] a proposé dans sa thèse une linéarisation du modèle d'état du convertisseur multicellulaire autour de son point de fonctionnement, et les états sont ensuite découplés par retour d'état linéaire. Enfin, les variables artificielles ainsi fabriquées sont utilisées par une correction PI pour la régulation des tensions des condensateurs flottants.

**Linérisation exacte** La linéarisation peut être un problème quand le point de fonctionnement varie beaucoup. Une autre approche consiste à développer une loi de commande dite à linéarisation exacte entrée/sortie [Gat97]. Un retour d'état non linéaire est conçu pour découpler les états du modèle non linéaire, sous condition qu'il existe une telle commande : il faut que la tension source ne soit pas nulle et que le courant de phase ne le soit pas non plus, car dans ce cas, les tensions des condensateurs ne sont plus commandables [BF01, GFM<sup>+</sup>02, GTARBB16]. Cela peut donc poser problème en fonctionnement onduleur, pour lequel le courant passe deux fois par zéro au cours d'une période fondamentale. Ainsi, quand le courant est proche de zéro, il faut prendre des mesures pour contourner le problème de commandabilité. Mentionnons deux idées : l'une est la désactivation de l'équilibrage actif quand le courant est proche de zéro, l'autre est l'application d'un seuil minimal sur la valeur de courant mesurée [Gat97, Lie06].

### Équilibrage actif par commandes directes

On trouve d'autres méthodes de commande directe, qui, pour un niveau donné de tension à obtenir, sélectionne la configuration qui aboutira à l'équilibrage des condensateurs les plus déséquilibrés. On note par exemple dans [DLF08] une commande directe avec prédiction des états futurs, qui réalise un équilibrage simple et efficace des tensions condensateurs. L'inconvénient est que les décisions de commutation ainsi déterminées dépendent fortement du nombre de cellules du convertisseur, et demande un effort de synthèse pour le passage à des topologies aux niveaux de tension plus nombreux.

### Nécessité de l'observation des tensions des condensateurs

Même si la thématique de l'observation ne rentre pas de le cadre de nos travaux, il est essentiel de mentionner le problème concernant les tensions des condensateurs. Pour garantir la bonne opération de conversion statique, il est nécessaire de réguler ces tensions, et pour cela, la connaissance de leur évolution est vitale. Les structures multicellulaires série étant conçues pour l'augmentation du nombre de niveaux de tensions, il peut y avoir un grand nombre de tensions de condensateurs à surveiller. Or, l'ajout de capteurs de tensions pour chaque condensateur peut s'avérer délicat et coûteux. C'est pour cela que le recours à l'estimation

ou à l'observation grâce à un nombre minimal de capteurs (courants et tension d'entrée) est requis.

Or, il existe des séquences de commande pour lesquels, à partir du modèle moyen, les tensions des condensateurs ne sont pas du tout observables sur une période de commutation si les cellules adjacentes à un même condensateur ont des rapports cycliques identiques. La littérature est riche en travaux sur l'obtention des valeurs de tensions des condensateurs sans leurs mesures directes [Gat97, BF01, GFM<sup>+</sup>02, Lie06, KB07, GTARBB16]. En particulier, une nouvelle notion d'observabilité, appelée la  $Z(T_N)$ -observabilité, a été récemment développée et peut répondre à ce type de problème. Elle est présentée par KANG et BARBOT notamment dans [KB07].

Dans le contexte de nos travaux, nous supposerons tout de même que les valeurs des tensions des condensateurs sont toutes disponibles, grâce à l'utilisation de capteurs de tension supplémentaires ou par l'observation à partir des capteurs de courants et du capteur de la tension d'entrée.

### 1.B.3 Résumé

Parmi les méthodes évoquées dans la littérature, on retrouve donc plusieurs stratégies, certaines tirant directement profit de la nature binaire des variables de commande (modes glissants, hystérésis, commande prédictive à énumération des vecteurs, etc.), d'autres utilisant les bienfaits de la modulation à la fois pour la qualité harmonique et pour l'utilisation du modèle moyen du convertisseur (commande prédictive optimale, modes glissants, commande découplante linéarisante, etc.).

Les premières montrent de très bonnes performances dynamiques en général, et sont simples et moins coûteuses à réaliser en pratique, mais elles souffrent de l'inconvénient d'une fréquence de commutation des interrupteurs non imposée, variable, ce qui est gênant d'un point de vue qualité harmonique et pertes. Les deuxièmes sont tout de même efficaces, mais ne témoignent pas de ce qu'il se passe à l'échelle de la commutation individuelle des interrupteurs : c'est la modulation qui prend en charge cet aspect inaccessible à la commande principale.

Les méthodes directes utilisant le formalisme vectoriel peuvent être déclinées pour ne compter que sur un sous-ensemble de vecteurs aux priorités particulières, comme pour l'annulation du mode commun de tension, qui peut être critique pour certaines applications [RAK<sup>+</sup>17, DWYZ16].

Mentionnons néanmoins qu'il existe aujourd'hui certaines lois de modulation spéciales qui réalisent aussi cette fonctionnalité [COF<sup>+</sup>10, VMI<sup>+</sup>17].

## 1.C | Conclusion pour le positionnement des méthodes d'allocation pour les convertisseurs statiques (CVS)

Parmi les modèles évoqués proposés pour les CVS dans la littérature, instantané, moyen, harmonique, les méthodes d'allocation que nous avons développées et que nous proposons dans le prochain chapitre peuvent être positionnées comme étant des commandes fondées sur le modèle en valeur moyenne. Cela permet de dériver des équations linéaires simples à comprendre et à étudier, et permet de bénéficier des avantages de qualité harmonique apportés par la modulation à fréquence fixe, en comparaison avec les commandes directes des interrupteurs qui sont naturellement à fréquence variable.

Les méthodes d'allocation peuvent intervenir à deux niveaux :

- pour la réalisation de tensions de référence, éventuellement fournies par une boucle de régulation de niveau supérieur, par la détermination des bons rapports cycliques tout en respectant leur limitation ;
- pour la réponse à des objectifs plus complexes, comme la régulation des courants de la charge ou de l'équilibrage actif des tensions de condensateurs ; l'allocation prend alors en charge la boucle de régulation de niveau plus haut et détermine directement les rapports cycliques à utiliser, sans avoir besoin de valeurs de tensions de référence.

Jusqu'ici, parmi les méthodes de commande que nous avons évoquées,

- beaucoup de méthodes ne sont pas conçues pour gérer *automatiquement* la présence de redondances de commande et font une utilisation *a priori* des degrés de liberté disponibles, utilisation définie, de manière éclairée ou non, avant la mise en opération : par exemple, après analyse, la modulation de largeur d'impulsion sinusoïdale (MLI-S) conserve en fait constamment le potentiel neutre à la valeur milieu du bus continu, tandis que la méthode d'injection d'harmonique triple 1/6 est conçue pour maximiser la zone de linéarité de l'onduleur tout en améliorant la qualité harmonique comparée à la MLI-S ;
- d'autres ne prennent pas en compte de manière dynamique l'éventuelle évolutivité des degrés de liberté : les méthodes sont figées et les algorithmes de commande ne peuvent pas adapter en « temps réel » la solution de commande à des situations nouvelles, non prévues pendant la synthèse ou en fonction du nombre d'interrupteurs disponibles à l'instant  $t$  ;
- il y en a qui ne prennent pas en compte toutes les contraintes existantes sur les variables de commande, les supposant parfois idéalisées, ou d'autres fois confiant leur réalisation à une boucle de niveau plus bas, sans se soucier de la réussite de cette tâche ou en saturant les variables de manière sous-optimale : les tensions sont limitées par les utilisations des cellules de commutation au sein d'une période de commande, ou directement par la tension continue dans le cas simple de la conversion statique à deux niveaux.

Les méthodes d'allocation se positionnent surtout comme étant capables de répondre aux points que nous venons de citer. Entre autres, elles sont une solution à la sous-détermination des variables de commande pour l'obtention des références grâce à leur formulation particulière, comme nous allons le voir dans la suite.

Dans le prochain chapitre, nous abordons donc les méthodes d’allocation en commençant par un bref aperçu du principe et des solutions communiquées dans la littérature. L’onduleur quatre bras deux niveaux sera ensuite notre premier exemple d’application.

# 2

## Méthodes d'allocation pour les convertisseurs statiques

Dans ce chapitre, on donne un aperçu synthétique de la classe des méthodes d'allocation, en mentionnant leur origine et en justifiant leur apparition en tant que réponses aux problèmes dits d'allocation de commandes. Ensuite, nous discuterons de l'intérêt et du positionnement de cette approche pour la commande des CVS, et, plus particulièrement, nous illustrerons leurs propriétés et leurs bienfaits par une étude introductory de l'exemple illustratif de l'onduleur à quatre bras et à deux niveau. Pour le moment, nous nous focalisons sur un objectif de commande en tension. À chaque période de commande, les références des trois tensions aux bornes de la charge seront disponibles et nos algorithmes d'allocation détermineront l'utilisation de l'onduleur permettant d'obtenir ces tensions. Nous aurons l'occasion d'utiliser deux types de variables de commande, ce qui aboutira à des solutions de modulations différentes. Nous commenterons l'intérêt pour l'un ou l'autre de ces types de variables.

### 2.A | Méthodes d'allocation

Les méthodes d'allocation (en anglais, *control allocation methods*) sont une classe de stratégie de commande répondant à une forme de problème désormais bien connu dans les domaines d'application cibles et qui est dénommé *control allocation problem* dans la littérature anglophone. Dans le présent document, nous parlons de problème *d'allocation de commandes*,<sup>1</sup> car l'objectif est bien de calculer des commandes d'actionneurs-effecteurs qui permettront d'obtenir la référence d'entrée décrivant le mouvement désiré de l'engin, aéronef, navire, véhicule ou bras de robot. Alternativement, nous parlons aussi de problème de *commande par allocation*,<sup>2</sup> cette fois en qualifiant la classe de commande de type allocation, à l'image d'autres classes de commande comme la commande prédictive, la commande par modes glissants, la commande par retour d'état, etc.

Notre ambition est d'exposer le principe des méthodes d'allocation sans rentrer dans le domaine scientifique de l'aéronautique ou tout autre domaine concerné autre que celui du génie électrique. L'idée est de motiver l'utilisation des techniques que nous allons employer pour la commande des convertisseurs statiques (CVS), notamment l'allocation par l'optimisation

---

1. Proposition de traduction.

2. Également une proposition de traduction, à l'origine du titre de la thèse.

numérique à partir de l'algorithme du simplexe. Comme on pourra le voir à travers les études menées dans les prochaines sections, l'utilisation de contraintes de type égalités et inégalités linéaires sera particulièrement pertinente pour la conversion statique, et semble même apte à exploiter tout le potentiel de commande que renferment les CVS, en tout cas vis-à-vis de leur commande rapprochée.<sup>1</sup>

Nous invitons le lecteur à consulter les très bonnes références [Bod02] et [JF13], qui donnent un bon point de vue sur l'ensemble des problématiques rencontrées en théorie de l'allocation ainsi qu'un tour d'horizon des algorithmes proposés dans la littérature et des applications cibles. Notamment, l'évaluation comparative menée dans [Bod02] des méthodes d'allocation les plus connues motive l'intérêt pour les méthodes à optimisation numérique<sup>2</sup>, compte tenu de leurs performances supérieures et étant donné que les progrès de l'informatique et des calculateurs embarqués sont dorénavant suffisamment avancés pour permettre la montée de ce type d'algorithme à résolution numérique en ligne à bord des aéronefs. Dans [JF13], l'accent est mis sur l'interdisciplinarité et sur le transfert des méthodes d'allocation aux domaines à fort potentiel d'exploitation. Néanmoins, le domaine de la conversion statique n'est pas mentionné, et nos travaux constituent une des premières excursions des méthodes d'allocation dans le paysage de l'électronique de puissance. Nous recommandons aussi la lecture de la thèse de HÄRKEGÅRD [Hä03] à propos des méthodes à ensemble actif (*active set*) pour la résolution de problèmes d'allocation en norme 2, thèse riches en explications et exemples pédagogiques et en références.

## 2.A.1 Principe

### 2.A.1.1 Exemple de la machine synchrone à aimants permanents auto-pilotée en dq

Nous proposons une introduction aux problèmes d'allocation en partant du contexte de l'auto-pilotage d'une machine synchrone à aimants permanents à pôles lisses dans le repère de PARK lié au rotor, contexte bien positionné dans le domaine du génie électrique et de l'automatique. Soit le modèle d'état très connu, avec des notations classiques :

$$\underbrace{\dot{x}}_{\dot{x}} = \underbrace{\begin{pmatrix} -\frac{R_s}{L} & \omega \\ -\omega & -\frac{R_s}{L} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_d \\ i_q \end{pmatrix}}_A + \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_d \\ V_q \end{pmatrix}}_B + \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ -\omega \frac{\phi_f}{L} \end{pmatrix}}_E. \quad (2.1)$$

La matrice  $E$  est une matrice de perturbation (nous considérerons la pulsation électrique  $\omega$  constante sur une période de commande). Les courants dq sont à la fois les états du modèle et les grandeurs de sortie à piloter. Communément, on règle le courant  $i_q$  de manière à obtenir

---

1. On ne pourra pas formuler de contrainte de type disque, par exemple en limitant la norme 2 du vecteur courant dans le plan. Néanmoins cela n'empêchera pas le développement de schéma de commande de niveau plus haut par allocation, bien au contraire.

2. Qui sera notre cas pour le développement de méthodes d'allocation pour les CVS.

le couple désiré et le courant  $i_d$  est volontairement réglé à 0 A pour le fonctionnement à maximum de couple par ampère. La matrice de mesure ou de sortie  $C$  est ici

$$C = \begin{pmatrix} 1 & \\ & 1 \end{pmatrix}. \quad (2.2)$$

Dans le cas d'une commande prédictive dite optimale [MLSR<sup>09</sup>], en général, on opère une prédiction d'EULER d'ordre 1 des courants futurs en supposant la vitesse  $\omega$  constante sur la période de commande  $T_S$ , ce qui aboutit à la forme discrète

$$\underbrace{\begin{pmatrix} i_d \\ i_q \end{pmatrix} [k+1]}_{x[k+1]} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 - T_S \frac{R_s}{L} & T_S \omega[k] \\ -T_S \omega[k] & 1 - T_S \frac{R_s}{L} \end{pmatrix}}_{F_1[k]} \underbrace{\begin{pmatrix} i_d \\ i_q \end{pmatrix} [k]}_{x[k]} + \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{T_S}{L} & \\ & \frac{T_S}{L} \end{pmatrix}}_{G_1} \underbrace{\begin{pmatrix} V_d \\ V_q \end{pmatrix} [k]}_{u[k]} + \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ -T_S \omega[k] \frac{\phi_f}{L} \end{pmatrix}}_{H_1[k]}. \quad (2.3)$$

Ensuite, l'objectif est, à chaque instant de commande  $[k]$ , de déterminer le vecteur de tension dq permettant de satisfaire au mieux<sup>1</sup> à l'égalité de pilotage

$$\begin{pmatrix} i_d \\ i_q \end{pmatrix} [k+1] = \begin{pmatrix} i_{d,\text{ref}} \\ i_{q,\text{ref}} \end{pmatrix}, \quad (2.4)$$

toujours avec des notations évidentes. On peut alors exprimer le vecteur de tension idéal par la formule explicite

$$\begin{pmatrix} V_{d,\text{ideal}} \\ V_{q,\text{ideal}} \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{T_S}{L} & \\ & \frac{T_S}{L} \end{pmatrix}^{-1}}_{(CG_1)^{-1}} \underbrace{\left( \begin{pmatrix} i_d \\ i_q \end{pmatrix} [k+1] - \begin{pmatrix} 1 - T_S \frac{R_s}{L} & T_S \omega[k] \\ -T_S \omega[k] & 1 - T_S \frac{R_s}{L} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_d \\ i_q \end{pmatrix} [k] - \begin{pmatrix} 0 \\ -T_S \omega[k] \frac{\phi_f}{L} \end{pmatrix} \right)}_{a_{\text{des}}}.$$
(2.5)

Le produit  $CG_1$  étant ici inversible, on peut déterminer l'unique vecteur de tension permettant de régler les courants dq à leurs valeurs de référence par inversion de modèle. Cela revient à chercher la solution unique de l'équation matricielle

$$CG_1 \times \begin{pmatrix} V_{d,\text{ideal}} \\ V_{q,\text{ideal}} \end{pmatrix} = a_{\text{des}}. \quad (2.6)$$

Néanmoins, du point de vue de l'étage supérieur de commande qui fournit les tensions dq de référence, on constate deux choses :

- cette inversion exacte de modèle ne peut se faire que parce que le produit  $CG_1$  est justement carré inversible, toujours vrai ici car ce système est commandable ;

---

1. En général, au sens de la minimisation, voire de l'annulation de la norme 2 de la différence (vectorielle).

- l'onduleur permettant de réaliser par modulation de largeur d'impulsion (MLI) la tension dq ainsi calculée n'est pas pris en compte dans la formulation; or, il existe des limitations de commande propre à l'onduleur : la tension déterminée par cette formule n'est qu'une valeur idéale, et, en général, on choisit d'écrêter (de saturer) la norme 2 du vecteur solution idéal si elle est supérieure à la limite de linéarité de l'onduleur<sup>1</sup>.

Ensuite, du point de vue de l'étage de commande rapprochée, qui, à partir des 2 références de tension dq, calcule les valeurs réalisables des 3 rapports cycliques (un par bras) aboutissant à 3 tensions en sortie des bras de l'onduleur, il reste une indétermination. On connaît désormais bien ce problème dans la littérature, mais les lois de commande et de modulation initialement développées ne font que soulever implicitement cette indétermination, en l'exploitant *a priori*, que ce soit de manière plus ou moins arbitraire, ou de manière éclairée, par des injections de séquence nulle de tension<sup>2</sup>, c'est-à-dire par le réglage du potentiel neutre dans le cas classique de l'onduleur trois bras deux niveaux avec charge connectée en étoile. Le problème

$$\begin{pmatrix} V_{AN} \\ V_{BN} \\ V_{CN} \end{pmatrix} = E_{dc} \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} D_A \\ D_B \\ D_C \end{pmatrix} \quad (2.7)$$

est sous-déterminé : même si la matrice du problème est de forme carrée, en pratique, il y a plus d'inconnues que d'équations<sup>3</sup>, et il est connu qu'il faut une équation supplémentaire pour complètement déterminer les rapports cycliques [Mon09a].

Nos travaux proposent les méthodes d'allocation comme une solution nouvelle de commande pour les CVS, car elle considèrent explicitement les indéterminations existantes à plusieurs niveaux de commande : pour la réalisation des tensions de référence et même pour des objectifs de commande de niveau supérieur, comme la régulation des courants de charge ou l'équilibrage actif des tensions de condensateurs flottants.

### 2.A.1.2 Problème de l'allocation de commandes

#### Nature du problème

**Forme du problème** Soit un vecteur  $a_{des}$  de  $n$  efforts désirés, à réaliser par exemple pour régler le mouvement d'un système dynamique (e.g. des forces et/ou moments à obtenir pour piloter la trajectoire d'un aéronef, en aéronautique). Soit un vecteur  $u$  de  $m$  commandes individuelles des actionneurs-effecteurs, présents en surnombre, i.e.  $m > n$ . Soit la matrice  $B_{eff}$ , de taille  $n \times m$ , décrivant l'effet des actionneurs-effecteurs sur la sortie du système, i.e. la manière dont ces éléments de commande produisent les efforts. Le problème d'allocation de commandes, ou de commande par allocation, consiste à trouver, parmi l'ensemble des vecteurs de commande réalisables, i.e. respectant les plages d'opération et autres contraintes existantes, un vecteur  $u$

---

1. Ce qui bien entendu constitue une stratégie de commande simple et efficace, qui garantit l'utilisation de tensions sinusoïdales.

2. Très communément par Space Vector Modulation (SVM) en commande des machines électriques.

3. Car les lignes ne sont pas linéairement indépendantes.

tel que

$$\left( \begin{array}{c} B_{\text{eff}} \end{array} \right) \times \left( \begin{array}{c} u \end{array} \right) = \left( \begin{array}{c} a_{\text{des}} \end{array} \right). \quad (2.8)$$

La taille des parenthèses donne une indication visuelle de l'allure générale des matrices du problème d'allocation.

**Sur-actionnement** Dans un système mécanique du type engin dont on pilote le déplacement, on trouve des effecteurs, responsables du mouvement, comme les ailerons, volets, hélices d'un aéronef, et leurs actionneurs, généralement des dispositifs électromécaniques ou hydrauliques qui pilotent les effecteurs, et par conséquent, qui règlent les amplitudes et les directions des forces générées pour déplacer l'engin dans l'espace. En particulier, il existe des systèmes où les effecteurs ont été mis volontairement en *sur-nombre*. Relevons deux raisons principales qui motivent cet excès d'effecteurs/actionneurs [JF13] :

- pour des raisons de sûreté de fonctionnement et de garantie de réalisation des performances requises grâce à la tolérance aux fautes permises par les redondances ;
- pour des problématiques de partage et de division d'efforts, de coût de développement, de précision, de maintenance, etc., bref, pour des raisons d'efficacité selon plusieurs points de vue.

Pour ce type de systèmes, la matrice d'effet  $B_{\text{eff}}$  est typiquement *rectangulaire* ( $m > n$ ) à cause du sur-actionnement, qui cause l'apparition de redondances de commande. Le problème de commande est donc sous-déterminé, et il peut exister une infinité de solutions de commande  $u$  réalisant  $a_{\text{des}}$ .

Notons que nous avons présenté une forme particulière de modélisation. La matrice  $B_{\text{eff}}$  est considérée généralement linéaire pour simplifier la résolution, éventuellement à paramètres variants. Il existe néanmoins des modèles non linéaires des actionneurs/effecteurs, plus complexes, et des méthodes d'allocation ont été développées pour y répondre. Dans le cadre de cette thèse traitant des convertisseurs statiques, nous nous ramènerons par la suite à des problèmes toujours linéarisés, ce qui permettra en outre de se servir de l'algorithme du simplexe en tant que cœur de résolution « temps réel ».

**Contraintes** Il est vital de préciser qu'il existe des contraintes d'opération sur les actionneurs-effecteurs, que l'on formalise par l'appartenance du vecteur de commande  $u$  à un ensemble de commandes réalisables  $\mathbb{U}$  :<sup>1</sup>

$$u \in \mathbb{U}, \quad (2.9)$$

où  $\mathbb{U}$  désigne l'ensemble des vecteurs de commande réalisables. On se ramènera plus particulièrement au cas

$$u_{\min} \leq u \leq u_{\max}. \quad (2.10)$$

---

1. Pour la discussion, on se limitera à des contraintes exprimées sur les intervalles de valeurs que peuvent prendre les commandes. Il est aussi possible de prendre en compte des contraintes sur les taux de variation des commandes, par exemple en exprimant des limitations de vitesse ou d'accélération.

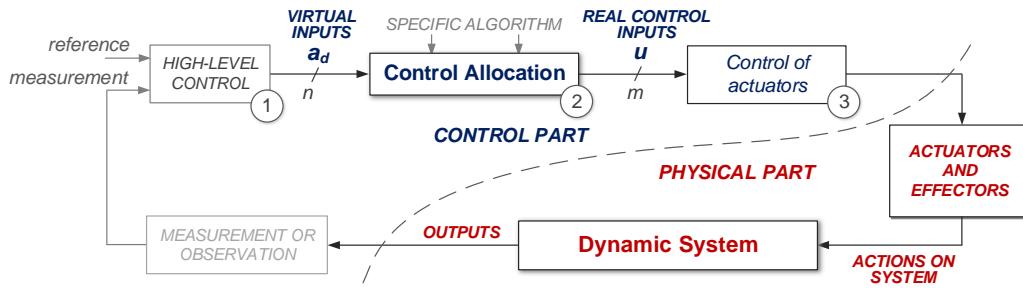


FIGURE 2.1 – Synoptique d’un schéma de commande d’un système mécanique incluant un allocateur.

Les contraintes constituent une difficulté supplémentaire majeure pour la résolution du problème d’allocation. Finalement, il peut y avoir zéro, une, ou plusieurs solutions de commande réalisables et répondant au problème.

#### Stratégie globale de commande avec allocation

Un diagramme de commande générale incluant un étage d’allocation est présenté sur la fig. 2.1. Ce type d’approche de commande est rencontré pour le pilotage de différents types de systèmes mécaniques comme les aéronefs [Bod02], navires [JF13, FJP09] et satellites [ERAM16]. Dans les disciplines associées, on retrouve les mêmes problématiques de sur-actionnement et/ou de sous-détermination des variables de commande.

**Commande de niveau supérieur** Dans la chaîne de pilotage, un régulateur de haut niveau détermine les commandes nécessaires au mouvement général du système physique – typiquement des forces ou des moments à produire pour obtenir le déplacement désiré. Ces commandes sont souvent qualifiées de *virtuelles*, au sens où elles ne correspondent pas exactement à des commandes physiques directement réalisables du système à piloter et de ses composants, mais plutôt une résultante des actions combinées de manière plus ou moins complexe des actionneurs-effecteurs, qui, eux, sont responsables du mouvement.

**Allocation** À partir de ces commandes, on développe un algorithme d’allocation des commandes virtuelles du mouvement du système aux différents actionneurs/effecteurs disponibles, et de surcroît disponibles en sur-nombre. Ce contrôleur de niveau inférieur au régulateur principal, et souvent qualifié d’*allocateur*, au sens où il se concrétise par un algorithme d’allocation, a pour objectif de déterminer un ensemble de commandes *réelles*, physiques, à appliquer aux actionneurs pour que le déplacement et la position des effecteurs induisent les forces et moments requis. On parle d’allocation, car en un sens, les efforts de réalisation des commandes virtuelles – moins nombreuses que les commandes physiques – sont distribués ou répartis entre les différents actionneurs redondants. À ce niveau, il est également tenu compte des limitations d’actionnement, en particulier les plages d’opération et de mouvement des actionneurs et des effecteurs (angles, positions, vitesses limites).

**Commande localisée des actionneurs** Finalement, chaque commande physique calculée par allocation peut éventuellement être réalisée par un étage de contrôleur de bas niveau, de manière individuelle pour chaque actionneur. Par exemple, la commande calculée par l'allocateur et affectée à un actionneur de type machine électrique pourrait être une position ou une vitesse à atteindre, et un correcteur de type proportionnel-intégral (PI) s'occuperait du pilotage de cette grandeur à la valeur demandée. Lors de la synthèse de l'allocateur, il est donc possible de prendre en compte la dynamique des actionneurs, ou il est possible de la négliger, selon le type d'actionneur sollicité ou de correction locale.

**Séparation des étages de commande** Il est possible de séparer la conception de chacun des étages de commande ou de ne pas le faire. D'après [JF13], certaines approches permettent cette séparation, comme les approches optimales type LQ ou nonlinéaire. Pour d'autres, il faut prendre des précautions lors de la conception de la loi de commande pour éviter des problèmes de stabilité de la boucle fermée, comme cela peut être le cas en inversion dynamique, toujours selon [JF13]. L'avantage de la modularité réside dans le fait de pouvoir concevoir la loi de commande de niveau supérieur en faisant abstraction des couches de niveau inférieur. Toutes les spécificités liés à l'actionnement, aux redondances, aux contraintes de commande et aux propriétés de reconfiguration peuvent être encapsulées dans la phase d'allocation [JF13], ce qui en fait un de ses intérêts.

Avec nos approches pour les convertisseurs statiques, nous avons testé deux cas de figures : un étage d'allocation peut être positionné en aval d'une boucle de courant optionnelle (cas des travaux pour l'onduleur quatre bras deux niveaux et pour l'onduleur multicellulaire à condensateurs flottants) ou gérer lui-même la régulation des courants (cas de l'onduleur modulaire multiniveaux). Dans ce dernier cas, nous avons aussi séparé l'obtention des courants désirés de l'équilibrage actif des tensions des condensateurs. Pour tous les cas testés, nous obtenons des résultats satisfaisants et motivants.

## 2.A.2 Principales formulations d'allocation et leurs résolutions

Une idée intéressante pour résoudre un problème d'allocation de commandes est d'y trouver une solution de manière optimisée, tout en respectant les contraintes existantes. Dans la littérature, on trouve plusieurs propositions de formulation d'allocation de commande selon les objectifs ciblés et/ou privilégiés, selon la nature du système à piloter, ou selon les hypothèses simplificatrices mises en jeu. Nous allons brièvement mentionner quelques stratégies d'allocation parmi les plus classiques.

### 2.A.2.1 Problème d'allocation par optimisation

#### Erreur d'allocation

L'objectif premier d'un allocateur est de calculer, à tout instant de commande (temps continu ou discret), un vecteur  $u$  de commandes réelles des actionneurs-effecteurs qui sont réalisables et qui aboutissent à la production du vecteur  $a_{des}$  des commandes virtuelles désirées de l'engin, fournies par le régulateur de haut niveau.

Il se peut qu'il n'existe pas de commandes réelles répondant aux demandes du régulateur de niveau supérieur (de mouvement général du système). Dans ce cas, l'allocateur est également conçu pour fournir quand même une solution de commandes réelles, mais aux performances dégradées [Bod02, JF13], en cherchant à répondre *au mieux* (au sens de l'optimisation) aux demandes. Concrètement, l'erreur d'allocation, erreur vectorielle entre les commandes virtuelles, obtenues suite à l'allocation, et les commandes virtuelles désirées, est incluse dans un problème d'optimisation de la forme

$$\begin{aligned} \min_u & \quad \|W(B_{\text{eff}}u - a_{\text{des}})\|, \\ \text{s. c.} & \quad u_{\min} \leq u \leq u_{\max}, \end{aligned} \tag{2.11}$$

où  $\|\cdot\|$  est une norme quelconque et où  $W$  une matrice de pondération dont l'effet est de privilégier certains axes de commande si l'erreur d'allocation ne peut pas être parfaitement annulée.

### Objectifs secondaires

Grâce à la redondance des actionneurs, il peut exister plus d'une solution au problème d'allocation [Bod02]. JOHANSEN et FOSSEN soulignent que cela ne constitue pas un désavantage et donne l'occasion de définir des objectifs secondaires de commande [JF13], qui peuvent être choisis dans un souci d'améliorer les conditions d'opération. On peut trouver la formulation suivante :

$$\begin{aligned} \min_u & \quad \|W_p(u - u_p)\|, \\ \text{s. c.} & \quad u_{\min} \leq u \leq u_{\max}, \end{aligned} \tag{2.12}$$

où  $W_p$  est une matrice de pondération dont l'effet est de privilégier certains actionneurs par rapport à d'autres et où  $u_p$  est un vecteur de valeurs préférentiellement souhaitées pour  $u$ . On peut par exemple indiquer préférer un certain mode de fonctionnement, ou en éviter quelques uns. Notamment, on peut penser à utiliser les actionneurs de manière minimale pour éviter leur usure. Un éloignement de ces valeurs est alors interprété comme une utilisation non désirée sur le long terme.

Il est également possible d'inclure directement les variations de commande dans le critère, en tenant compte par exemple des valeurs précédentes des utilisations des actionneurs-effecteurs :

$$\begin{aligned} \min_u & \quad \|W_p(u - u_p)\| + \|W_r(u - u(t - T))\|, \\ \text{s. c.} & \quad u_{\min} \leq u \leq u_{\max}, \end{aligned} \tag{2.13}$$

où  $T$  est la période de commande et où  $W_r$  est une matrice de pondération des variations de commande. Dans ce cas, la solution préférée  $u_p$  sera plutôt choisie comme étant l'utilisation souhaitée des actionneurs en régime permanent. Ce type d'allocation est qualifié de *dynamique* [Hä03], au sens où il est tenu compte des utilisations passées des actionneurs-effecteurs, à l'opposé de l'allocation *statique*, pour laquelle le problème n'est formulé en ne tenant compte que de l'instant présent.

## Optimisation mixte

Il est possible de rassembler les deux types d'objectifs mentionnés précédemment dans un même problème d'optimisation, grâce à l'ajout d'un petit coefficient  $\epsilon_0$  qui traduit le caractère prioritaire de l'annulation (autrement, de la minimisation) de l'erreur d'allocation [Bod02, Hä03, JF13]. Un exemple de formulation est

$$\begin{aligned} \min_u \quad & \|W(B_{\text{eff}}u - a_{\text{des}})\| + \epsilon_0 \|W_p(u - u_p)\|, \\ \text{s. c.} \quad & u_{\min} \leq u \leq u_{\max}. \end{aligned} \quad (2.14)$$

Cela permet de n'avoir à résoudre qu'un seul problème d'optimisation plutôt que de devoir résoudre les deux problèmes séquentiellement. Il serait plus efficace de chercher des solutions au problème d'optimisation mixte pour la prise en compte des deux objectifs. Cependant, le problème mixte n'est initialement qu'une approximation des deux problèmes d'optimisation résolus de manière séquentielle [Bod02, Hä03]. En utilisant la norme 2 par exemple, il faut veiller à choisir le coefficient  $\epsilon_0$  suffisamment petit pour que le terme principal l'emporte suffisamment sur le terme secondaire<sup>1</sup>.

### 2.A.2.2 Classes de résolution

Dans la littérature, il existe un certain nombre de méthodes développées pour répondre aux types de problèmes d'optimisation que nous venons d'évoquer. Chacune de ces méthodes présente ses avantages et ses inconvénients. Il est possible d'esquisser deux grandes classes de méthodes d'allocation [Hä03] :

- les *algorithmes numériques*, qui, après calcul, proposent une solution de commande qui n'est ni nécessairement réalisable, ni nécessairement optimale au sens des performances de commande et des utilisations des actionneurs-effecteurs attendues ;
- les *algorithmes d'optimisation* numériques, qui cherchent une solution réalisable et optimale à un problème d'allocation formulé en tant que problème d'optimisation sous contraintes<sup>2</sup>.

Nous allons brièvement évoquer quelques méthodes parmi les plus connues, ainsi que leurs particularités. Les premiers paragraphes mentionneront plutôt quelques méthodes numériques les plus courantes et les plus anciennes, et les derniers paragraphes concerteront plutôt les méthodes d'optimisation numérique.

## Inverses généralisées

Une des méthodes numériques les plus utilisées pour répondre aux problèmes rectangulaires (et de rang plein) est de recourir aux *inverses généralisées*, autrement appelées *pseudo-inverses*. Ces solutions répondent au problème de commande *sans contraintes* de plage d'opération des

---

1. L'utilisation de la norme 1 pour nos problèmes d'allocation pour les CVS nous permet de nous affranchir de cet inconvénient.

2. Contraintes représentant les plages d'opération (position) des actionneurs-effecteurs, et, éventuellement, du taux de variation de leur utilisation (vitesse).

actionneurs-effecteurs, en suivant une approche « optimale », au sens de la minimisation de l'effort de commande, et de manière idéale, i.e. sous contrainte que le vecteur de sortie soit strictement obtenu, peu importe l'utilisation des actionneurs qui en découle. Généralement, on cherche la solution de commande qui minimise la norme 2 de l'écart vectoriel par rapport à une solution préférée  $u_p$ , écart pouvant être pondéré par une matrice de poids définie positive pour privilégier certains axes de commande. La pseudo-inverse de MOORE-PENROSE est un cas particulier de solution du problème

$$\begin{aligned} \min_u & \quad \|u\|_2, \\ \text{s. c.} & \quad B_{\text{eff}} u = a_{\text{des}}, \end{aligned} \tag{2.15}$$

dont on connaît l'expression exacte, qui est

$$u = \underbrace{B_{\text{eff}}^T (B_{\text{eff}} B_{\text{eff}}^T)^{-1}}_{\substack{\text{pseudo-inverse} \\ \text{de MOORE-PENROSE}}} a_{\text{des}}. \tag{2.16}$$

La force de cette approche réside dans la simplicité des calculs nécessaires par rapport aux méthodes d'optimisation numérique en ligne, pour lesquelles on ne connaît généralement pas l'expression analytique des solutions optimales. Des travaux ont été menés pour la modulation des CVS via ces approches [Ber16, CVR16]. Néanmoins, elles souffrent du fait de ne pas prendre initialement et naturellement en compte les contraintes de commande, et par conséquent ces solutions ne garantissent pas d'être réalisables. De plus, si la matrice  $B_{\text{eff}}$  n'est pas de rang plein, il faut recourir à des méthodes de régularisation [JF13] qui font perdre l'avantage de simplicité de la résolution.

### Pseudo-inverse redistribuée, inverses généralisées en cascade

Pour pallier l'inconvénient de l'absence totale de prise en compte des contraintes par les méthodes à inverses généralisées, il existe la méthode de redistribution de pseudo-inverse, ou *pseudo-inverse redistribuée*, proposition de traduction de l'anglais *Redistributed Pseudo-Inverse*. La première étape de cette approche consiste à trouver une première pseudo-inverse solution du problème d'allocation non constraint. Si certaines composantes du vecteur solution sont en dehors de leurs limites, elles sont écrêtées (saturées), puis elles sont bloquées à ces valeurs pour la suite de l'algorithme. Ensuite, on détermine une nouvelle pseudo-inverse pour recalculer les composantes non saturées en tenant compte de celles déjà bloquées, de sorte à répondre au mieux au vecteur des commandes virtuelles désirées. Dans [Hä03], il est précisé qu'initialement, cette technique a été proposée avec seulement une itération de redistribution, et qu'avec la technique des *inverses généralisées en cascade*, proposition de traduction de l'anglais *Cascaded Generalized Inverses*, la redistribution est répétée de manière itérative jusqu'à ce qu'une solution réalisable répondant exactement au problème soit trouvée, ou qu'il ne soit plus possible d'améliorer la solution courante [Bod02, JF13]. La technique de pseudo-inverse redistribuée est parfois décrite de manière similaire à la technique des inverses généralisées en cascade, la distinction n'étant pas nécessairement vitale.

Cette idée de redistribution a l'avantage de mieux tenir compte des contraintes, d'être simple et souvent efficace. Malheureusement, cette méthode ne garantit pas de fournir une solution réalisable s'il en existait vraiment une, ni de trouver la meilleure utilisation des actionneurs/effeteurs [Bod02].

### Allocation directe

Dans le problème d'allocation directe proposée par DURHAM [Dur93], on cherche à obtenir une solution  $u$  de commande réalisable qui privilégie l'obtention de la direction du vecteur  $a_{\text{des}}$  des forces ou moments désirés, l'argument étant que la direction est une caractéristique importante de la commande de l'aéronef, ou plus généralement de systèmes multivariables [Bod02].

Dans [JF13], la méthode d'allocation directe est décrite de la manière suivante. D'abord, on trouve une solution  $u_1$  au problème d'allocation non contraint par une inverse généralisée qui répond de manière exacte à la demande de forces ou de moments désirés. Si la solution est réalisable, le problème contraint est résolu. Mais si le vecteur de commande est situé en dehors de l'ensemble réalisable, on recherche alors une autre solution  $u$  de commande, cette fois-ci réalisable, qui conserve la direction du vecteur de forces et de moments produits par la solution  $u_1$  non contrainte et non réalisable, mais qui en maximise l'amplitude. C'est à dire que l'on cherche  $u$  réalisable tel que  $B_{\text{eff}}u$  soit colinéaire à  $B_{\text{eff}}u_1$  et tel que sa norme soit maximisée. Le vecteur initial (solution non contrainte) des forces ou moments générés est en fait projeté sur ce qui est appelé l'ensemble des forces ou moments atteignables, ou plus généralement l'ensemble des vecteurs de sortie désirés pour lesquels il existe au moins une solution de commande réalisable. Ainsi, l'avantage de ce type de formulation réside entre autres dans l'utilisation maximale du potentiel de commande et dans l'existence d'algorithmes de résolution rapides [Bod02].

En remarque, cette approche historique des méthodes d'allocation peut faire penser à la commande de couple prédictive optimale des machines électriques, en anglais dénommée *Optimal Predictive Torque Control* (OPTC) ou encore *Deadbeat Control* [MLSR<sup>+</sup>09], comme avec l'exemple vu en introduction de cette section. Avec l'OPTC, la solution idéale, non contrainte, ne nécessite pas de calculer une inverse généralisée, contrairement à l'allocation directe, car la matrice pour le système machine est carrée inversible. Par contre, si la solution idéale n'est pas réalisable, elle est bien projetée sur un ensemble de vecteurs de tension considéré réalisable. En revanche, la projection de la solution idéale n'est pas réalisée sur l'ensemble complet des tensions —ce fameux *hexagone* de tension—, mais seulement sur l'ensemble (sous-optimal) représenté par le disque de linéarité inscrit dans l'hexagone. Ce choix sous-optimal reste néanmoins intéressant si l'on veut assurer l'obtention de tensions sinusoïdales et par souci de simplicité. Cependant, concrètement, vis-à-vis de l'objectif d'optimisation formulé, la solution est moins bonne.

Les méthodes prédictives sont une classes de commande à champ d'applications très vaste, et, en outre, elles peuvent être appliquées à la résolution de problème d'allocation, comme nous allons le faire avec la commande des CVS. JOHANSEN et FOSSEN commentent qu'elles font montre d'une ambition plus poussée que les méthodes d'allocation classiques [JF13].

### Optimisation linéaire

Les méthodes d'optimisation numérique en ligne sont une approche réputée efficace pour la résolution des problèmes d'allocation avec prise en compte dynamique des contraintes [Bod02, JF13]. Cette fois-ci, le but de ces méthodes est réellement de répondre de manière optimale à un problème d'optimisation qui est la minimisation de l'erreur d'allocation, éventuellement accompagnée de la minimisation de critères secondaires en optimisation mixte, en fonction de la commande  $u$  appartenant à l'ensemble réalisable  $\mathbb{U}$ . Les limitations de commande et leurs taux de variations peuvent souvent être exprimées sous forme égalité ou inégalités linéaires. Elles sont donc compatibles avec la formulation de problèmes linéaires standards, ce qui ouvre l'accès à des techniques d'optimisation linéaire efficaces et rapides.

**Norme** Les norme 1 et norme  $\infty$ <sup>1</sup> sont souvent utilisées dans le but de formuler des problèmes d'optimisation linéaire (POL). En utilisant la norme 1, l'allocateur aura tendance à affecter les demandes à un petit nombre d'actionneurs/effecteurs, tandis qu'avec la norme  $\infty$ , l'effort de commande a tendance à être partagé entre tous les actionneurs [Bod02].

**Transformation en problème d'optimisation linéaire** Les problèmes d'optimisation en norme 1 ou en norme  $\infty$  peuvent être transformés assez simplement en POL par l'addition de variables de décision artificielles [Bod02, JF13].

**Résolution** Plusieurs algorithmes de résolution de problème d'allocation en optimisation linéaire ont été proposés. Ils reposent sur l'utilisation des techniques les plus connues d'optimisation linéaire, à savoir l'algorithme du simplexe, les méthodes à ensemble de contraintes actives<sup>2</sup>, en anglais *active set methods*, et les algorithmes de points intérieurs [Bod02, JF13]<sup>3</sup>. En particulier, les travaux de [Bod02] en 2002 ont montré qu'avec les progrès des circuits numériques embarqués, il était tout à fait possible d'utiliser l'algorithme du simplexe en tant que cœur de résolution de problèmes d'allocation à bord des systèmes pilotés, car les temps de calcul sont suffisamment courts et la précision numérique satisfaisante. Il faut toutefois garantir l'absence de tout problème lié au phénomène de dégénérescence des solutions en munissant l'algorithme de procédures d'anti-cyclage.

L'initialisation de l'algorithme du simplexe n'est pas un problème ici grâce à la présence des variables auxiliaires ajoutées pour la transformation du problème d'allocation initial en POL [Bod02]. Autrement, on peut aussi se servir de la solution de l'instant de commande précédent comme point de départ, ce qui, de plus, aboutit souvent à la réduction du nombre d'itérations nécessaires à l'algorithme du simplexe pour atteindre une solution optimale [JF13].

### Optimisation quadratique

Il est également possible d'exprimer les problèmes d'allocation en norme 2<sup>4</sup> pour formuler des problèmes d'optimisation linéaire quadratique. L'utilisation de la norme 2 dans le critère coût

---

1. La norme 1 d'un vecteur  $x$  quelconque s'écrit  $\|x\|_1 = \sum |x_i|$ . La norme  $\infty$  s'écrit  $\|x\|_\infty = \max |x_i|$ .

2. Dont l'algorithme du simplexe fait partie.

3. Les méthodes à ensemble actif et à points intérieurs existent aussi en optimisation quadratique.

4. La norme 2 d'un vecteur  $x$  quelconque s'écrit  $\|x\|_2 = \sqrt{\sum |x_i|^2}$ .

se traduit par une répartition des efforts de commande sur tous les actionneurs. Ces problèmes sont résolus généralement par des méthodes de type *active set* ou par des méthodes à points intérieurs. De nombreux algorithmes ont été proposés dans la littérature [Har02, Bod02, JF13]. Les méthodes de points intérieurs semblent mieux adaptées aux problèmes de grande taille. Les méthodes à ensemble actif peuvent être initialisées avec la solution de l'instant de commande précédent, ce qui réduit le nombre d'itérations nécessaires à la convergence. Néanmoins, ces deux approches souffrent du même problème que pour l'algorithme du simplexe : on ne peut pas garantir un temps de calcul « au pire-cas » intéressant pour des applications de commande temps-réel. Il faut envisager l'éventualité de devoir se contenter de solutions sous-optimales en fixant un nombre maximal d'itérations autorisées [Bod02, JF13].

### Allocation non linéaire

Pour clore notre bref aperçu non exhaustif des méthodes d'allocation, mentionnons qu'il existe des méthodes d'allocation développées pour prendre en compte la nature non linéaire des actionneurs-effecteurs, du critère de performance ou des contraintes.

**Optimisation non linéaire** Une possibilité est de recourir à des techniques d'optimisation non linéaire [JF13]. Par exemple, une idée est de procéder de manière itérative en *approximant* localement le problème d'optimisation non linéaire par un problème d'optimisation quadratique autour de la solution courante. Il est alors possible d'utiliser des techniques d'optimisation quadratiques pour résoudre ce problème local afin de trouver une nouvelle solution. Ce processus est répété jusqu'à l'obtention d'une solution satisfaisant les critères d'optimalité.

**Allocation par recherche dynamique d'optimum fondée sur la théorie de LYAPUNOV** Un autre exemple de méthode d'allocation non linéaire est l'allocation de type *loi dynamique*<sup>1</sup>. L'idée, rappelée dans [JF13], est de minimiser un critère tenant directement compte des contraintes de commande grâce à la participation de multiplicateurs de LAGRANGE. On peut ensuite construire une fonction de LYAPUNOV qui assure la stabilité par la commande par allocation. On en tire une loi de commande dynamique, qui garantit la convergence asymptotique vers le vecteur de sortie désiré si les contraintes sont correctement prises en compte. Ce type d'approche a un coût de calcul fortement réduit par rapport aux méthodes d'optimisation numérique, mais subit une dégradation de performance à cause du caractère asymptotique de la convergence. Néanmoins, des améliorations existent dans la littérature, mais nous ne détaillerons pas plus ces approches ici.

### Autres propriétés compatibles et/ou fournis par l'allocation

Les méthodes d'allocation peuvent être enrichies avec des techniques d'adaptation des paramètres pour apporter une certaine robustesse. Elles sont également d'excellentes candidates à la tolérance aux fautes sur les actionneurs. Par exemple, on peut mettre à jour la matrice d'effet  $B_{eff}$  suite à l'apparition d'un défaut sur un actionneur, ou modifier les bornes de la plage d'opération de l'actionneur pour indiquer un blocage à une position<sup>2</sup> [JF13].

---

1. Il ne s'agit pas du type d'allocation dynamique mentionnée dans le paragraphe **Objectifs secondaires** page 54.

2. Ce sera notre cas dans le chapitre consacré à la vérification par approche *hardware-in-the-loop*.

### 2.A.3 Conclusion quant au développement de méthodes d'allocation pour les CVS

L'intérêt pour les méthodes d'allocation, qui sont un véritable cadre de travail multi-disciplines et aux performances sur plusieurs plans, est stimulé par l'exploitation intrinsèque des degrés de liberté des systèmes sur-actionnés, dont la présence est souglinée par le caractère sous-déterminé des problèmes d'allocation formulés, et par l'ensemble des propriétés qu'elles fournissent. Parmi ces méthodes, celles reposant sur de l'optimisation numérique en ligne sont réputées plus efficaces et très intéressantes, et aucune raison technique ne semble aujourd'hui s'opposer à leur utilisation à bord des systèmes pilotés avec de l'allocation [Bod02]. Il semble également recommandé de mixer l'objectif principal d'allocation et les objectifs secondaires de préférence favorisant l'obtention d'une solution unique, car cela permet de n'avoir à résoudre qu'un seul problème d'optimisation, contrairement au cas où deux problèmes sont formulés pour chaque objectif et résolus séparément, de manière séquentielle [Bod02, JF13].

Que l'on prenne en compte l'onduleur dans le pilotage d'une machine ou pour une autre application, ou bien que l'on considère l'onduleur seul, celui-ci peut, selon sa topologie, posséder un grand nombre d'interrupteurs et présenter de nombreuses redondances de commande. Dans tous les cas, il est aussi sujet à des contraintes « rapprochées » qui ne sont pas vraiment de nature quadratique : par exemple, les limitations des rapports cycliques ou des temps d'activation de vecteurs sont plutôt des inégalités linéaires que des inégalités quadratiques.

Il est possible et assez direct de formules des POL. Cela permet d'accéder à des techniques de résolution connues, très étudiées et dont des versions travaillées pour la stabilité numérique et l'efficacité temps-réel sont disponibles. Nous aurons l'occasion de constater que, pour ces raisons, entre autres, la forme du problème d'allocation par optimisation mixte semble bien se marier avec la commande des CVS, pour laquelle on peut formuler des problèmes de commande plus ou moins rectangulaires et toujours contraints.

Aussi, une des problématiques propre à la commande numérique des CVS est le temps de calcul. Pour les domaines aéronautiques, la période de commande typique est de l'ordre de quelques centaines de hertz. Les travaux [Bod02] de BODSON ont montré qu'avec le matériel déjà disponible (dans les années 2000), les problèmes d'allocation utilisant de l'optimisation en ligne pouvaient être résolus en respectant ces limitations de temps. En revanche, il y a maintenant un nouveau *challenge* pour montrer que les méthodes d'allocation sont bien compatibles avec le domaine de la *conversion statique*, aux fréquences de commande beaucoup plus élevées, de l'ordre de quelques kilohertz. Ce sera l'objet du chapitre de vérification par approche hardware-in-the-loop, dans lequel nous proposons une première mise en œuvre d'une méthode d'allocation reposant sur l'algorithme du simplexe sur carte FPGA et pour la commande de l'onduleur quatre bras deux niveaux.

Nous illustrerons les propriétés apportées par l'allocation dans la prochaine section avec l'onduleur quatre bras deux niveaux. Nous faisons un bref rappel de la définition d'un problème d'optimisation linéaire et du principe de l'algorithme du simplexe en annexe A.

## 2.B | Illustration avec l'onduleur quatre bras deux niveaux

Pour mettre en lumière l'intérêt que présentent les méthodes d'allocation pour les convertisseurs statiques (CVS), nous proposons de nous intéresser à l'onduleur triphasé quatre bras deux niveaux, dont une illustration est disponible sur la fig. 2.2. Ce convertisseur se révèle être un premier exemple introductif très riche en conclusions pour le développement de méthodes d'allocation pour la conversion statique. L'onduleur quatre bras deux niveaux est une structure de conversion simple à comprendre, à modéliser, bien connue dans la littérature scientifique, mais sa représentation vectorielle est suffisamment plus complexe que celle pour l'onduleur trois bras deux niveaux pour mettre en lumière la pertinence de la nouvelle méthode.

L'ajout du quatrième bras permet d'obtenir des tensions en sortie de l'onduleur indépendantes l'une de l'autre. C'est pour cela qu'il est utilisé principalement pour des applications de filtrage actif, des applications destinées à des réseaux à quatre fils (trois phases et un neutre) pour la gestion de charges ou tensions déséquilibrées ou issus de l'interfaçage avec des énergies renouvelables, et bien d'autres [DLF08, YRWR13, RYL<sup>+</sup>13]. La présence du quatrième bras complique la synthèse de lois de commande suivant les approches communément utilisées. Par exemple, beaucoup de travaux ont été menés pour l'extension de la méthode Space Vector Modulation (SVM), initialement proposée pour l'onduleur trois bras deux niveaux, à la topologie quatre bras deux niveaux [ZPBL02, PPP<sup>+</sup>03, LDCF11]. Avec la méthode de modulation vectorielle, il faut localiser la zone de tension dans laquelle se trouve le vecteur de tension de référence, puis calculer les coordonnées de ce vecteur dans la base des vecteurs constituant cette zone. L'ajout du quatrième bras fait foisonner le nombre de vecteurs de tensions instantanés et « augmente la dimension de l'espace des tensions. Avec la structure classique trois bras deux niveaux, on trouve six secteurs de tension qui partitionnent le célèbre hexagone de tension dans le plan, alors que pour l'onduleur quatre bras deux niveaux, on identifie vingt-quatre tétraèdres de tension dessinant conjointement un polygone<sup>1</sup> dans l'espace en dimension 3.

Dans un premier temps, nous proposons de nous focaliser ici sur un objectif de commande en tension, de bas niveau. À chaque instant de commande, un vecteur  $V_{ref}$  de trois tensions de référence aux bornes de la charge sera disponible, et il faudra trouver une « bonne » solution d'utilisation de l'onduleur qui permet d'obtenir ce vecteur donné. Les solutions doivent donc être déterminées quelque soit le système de tension de référence et en respectant les limites de tensions existantes.

---

1. Pour plus de détails, le dessin en dimension 2 de ce polygone de dimension 3 se confond avec une projection en dimension 2 d'un tesseract, un hypercube de dimension 4, c'est-à-dire que le polygone est l'enveloppe dessinée par deux cubes droits se touchant par un seul de leur sommet et dont les sommets sont reliés deux à deux.

L'intention de ce chapitre est aussi d'effectuer un premier éclaircissement des grandes pistes de développement de méthodes d'allocation pour la conversion statique et de mettre en lumière les avantages, nouveautés, propriétés apportées ou inconvénients subis au cours de la synthèse selon le principe d'optimisation linéaire que nous proposons de suivre dans notre première étude.

## 2.B.1 Discussion sur le choix des éléments considérés comme « organes de pilotage » de l'onduleur

Notre approche de commande par allocation repose sur deux points :

- la mise en avant de la notion « d'actionneurs » au sein du CVS, et
- le fait que ces actionneurs soient en surnombre par rapport à la réussite de l'objectif ciblé.

Nous allons décrire explicitement les plages d'opération de ces actionneurs et développer des équations de commande exprimant les relations entre objectifs visés et utilisation des organes de commande. Nous formulerons de manière algébrique des problèmes qui seront *rectangulaires*, i.e. *sous-déterminés*, témoignant de la présence de plusieurs solutions de commande, et *contraints*, preuve de la (bonne) prise en compte des limitations existantes sur les actionneurs.

**Vecteurs de tension** La modélisation des convertisseurs statiques par vecteurs s'est révélée riche en avancées et très efficace pour la commande vectorielle des structures de conversion statique simples et d'éventuelles charges associées. Il est indéniable que la notion de vecteur de tension instantané constitue une stratégie de commande remarquablement pertinente et largement utilisée dans de nombreuses applications, qui a fait ses preuves pour le pilotage des machines électriques, en outre. Dans une première approche, nous proposons de considérer les *vecteurs de tension* comme actionneurs de l'onduleur triphasé. Bien que l'on ne pourra pas échapper à une explosion combinatoire de leur nombre pour les structures plus complexes, ils restent néanmoins un point de comparaison avec les méthodes vectorielles, traditionnellement

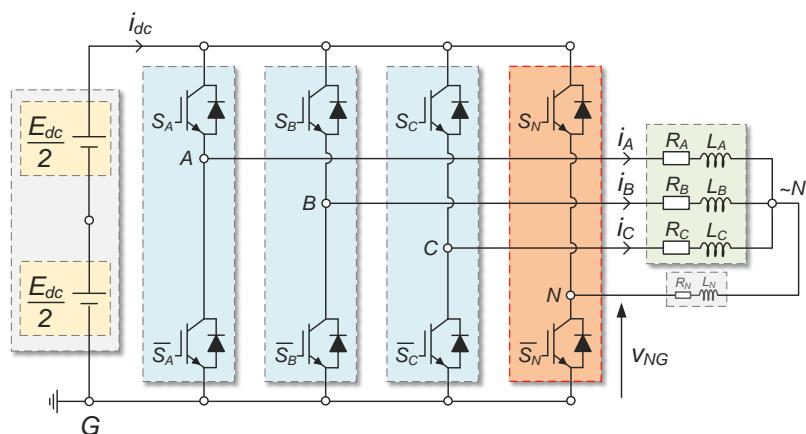


FIGURE 2.2 – Schéma de l'onduleur triphasé quatre bras deux niveaux.

utilisées, bien positionnées et largement diffusées. Nous analyserons la manière dont sont obtenues les solutions de commande en comparaison avec les méthodes de localisation de zones de tension du vecteur de référence (secteurs, tétraèdres) et concluront quant à l'intérêt de nos nouvelles méthodes de commande. Nous qualifions ce point de vue d'*approche « vecteur »* dans la suite.

**Cellules de commutation** Nous proposons également un autre point de vue, qui mène à des problèmes de commande de taille plus petite et à des solutions de commande différentes. Nous considérerons cette fois les *cellules de commutation* elles-mêmes comme ressources de commande de l'onduleur, avec des plages d'opération limitées. Ce point de vue est qualifié d'*approche « interrupteur »*<sup>1</sup> dans la suite. De manière intéressante, elle est à comparer cette fois aux méthodes de modulation intersective, à base de porteuses et de modulantes. Nos méthodes d'allocation nous ont permis de retrouver en tant que solutions de nos problèmes d'optimisation quelques résultats de modulation déjà identifiés dans la littérature [BBF17a], mais aussi de nouvelles solutions de modulation, aux propriétés originales [BBF16], que nous présentons et analysons dans la suite.

Les méthodes d'allocation se présentent ainsi comme une alternative aux méthodes classiques de modulation (approche vectorielle, approche fréquentielle, ...) avec une ambition plus large puisqu'à chaque instant, toutes les variables de commandes sont explicitement prises en compte par l'allocateur (l'algorithme d'allocation).

## 2.B.2 Approche « vecteur »

Dans cette partie, nous développons une méthode d'allocation reposant sur l'utilisation des vecteurs instantanés de l'onduleur quatre bras deux niveaux pour sa commande en tension. Finalement, l'objectif est d'obtenir des performances au moins similaires à celles obtenues par la modulation vectorielle, mais avec une stratégie de détermination des utilisations des vecteurs qui est sensiblement différente.

### Vecteur de tension de l'onduleur quatre bras deux niveaux

On peut mettre en équation le fonctionnement de l'onduleur triphasé quatre bras deux niveaux en décrivant l'ensemble des combinaisons d'états binaires de ses interrupteurs qu'il peut réaliser. Quatre paires d'interrupteurs complémentaires<sup>2</sup> à deux niveaux donnent seize configurations différentes de l'onduleur. Comme elles se traduisent par un système de tensions au niveau de la charge en sortie du convertisseur statique, on parle de vecteurs de tension instantanés, directement réalisables, basiques. Étant donné que l'on s'intéresse aux tensions aux bornes de la charge, on considère les états d'interrupteurs par rapport à celui du quatrième bras, qui permet de piloter le potentiel du point neutre de la charge. Ces états relatifs  $S_{KN}$ ,  $K \in \{A, B, C\}$ , peuvent donc prendre les valeurs  $-1, 0$  ou  $1$ . Tous ces vecteurs instantanés, notés  $V_i, \forall i \in \llbracket 0; 15 \rrbracket$ , sont énumérés dans la table 2.1.

---

1. Plus court que cellule de commutation.  
2. Les temps morts sont négligés.

TABLE 2.1 – Vecteurs de tension instantanés de l'onduleur quatre bras deux niveaux.

	$V_0$	$V_1$	$V_2$	$V_3$	$V_4$	$V_5$	$V_6$	$V_7$	$V_8$	$V_9$	$V_{10}$	$V_{11}$	$V_{12}$	$V_{13}$	$V_{14}$	$V_{15}$
$S_{AN}$	0	1	0	1	0	1	0	1	-1	0	-1	0	-1	0	-1	0
$S_{BN}$	0	0	1	1	0	0	1	1	-1	-1	0	0	-1	-1	0	0
$S_{CN}$	0	0	0	0	1	1	1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0

### Vecteurs actifs, vecteurs nuls

Parmi les vecteurs de l'onduleur quatre bras deux niveaux, on distingue 14 vecteurs dits « actifs », correspondant à des combinaisons d'états d'interrupteurs faisant apparaître un système de tensions non nulles aux bornes de la charge. On identifie aussi 2 combinaisons produisant des tensions nulles aux bornes de la charge, et on qualifie les vecteurs correspondants de « nuls » ou « zéros. » Ils sont en fait très similaires aux vecteurs nuls de l'onduleur à trois bras : ils sont du même nombre et correspondent aux mêmes états d'interrupteurs. Tous ces vecteurs sont représentés en dimension 3 sur les fig. 1.28 page 31 et fig. 2.5. Ils forment une zone de tension qui est dessinée par les deux cubes des octants positifs et négatifs et reliés entre eux, les espaces intermédiaires les séparant faisant partie de la zone de tension réalisable par modulation de largeur d'impulsion (MLI). On rencontre parfois l'appellation *tesseract* dans la littérature.

Comme pour le principe de la modulation vectorielle classique, et comme illustré sur la fig. 2.5, on cherche à obtenir le vecteur de référence par la sélection d'un nombre suffisant de vecteurs instantanés adjacents, 3 cette fois-ci. Au lieu des 6 secteurs (fig. 2.3) de tension en SVM à trois bras, on dénombre cette fois 24 séquences de vecteurs adjacents possibles, qui dessinent 24 tétraèdres (fig. 2.4) partitionnant l'espace de tension.

Les vecteurs sont déterminés selon le même procédé de localisation que pour la modulation vectorielle classique. Il existe plusieurs variétés de méthodes algorithmiques de localisation, que nous ne détaillerons pas ici. Une fois les vecteurs actifs obtenus et une fois leurs durées d'activation calculées, les vecteurs nuls sont sollicités pour compléter la séquence afin de mieux élaborer les motifs de commutation pour améliorer la qualité harmonique des courants. Un chronogramme illustratif est disponible sur la fig. 2.6.

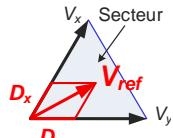


FIGURE 2.3  
Secteur de tension  
(2DSVM)

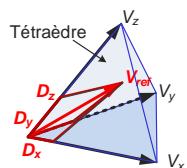


FIGURE 2.4  
Tétraèdre de tension  
(3DSVM)

#### 2.B.2.1 Formulation algébrique du problème de commande de la modulation vectorielle

Pour notre commande en tension de l'onduleur, définissons un vecteur de tension de référence  $V_{\text{ref}}$ , tel que

$$V_{\text{ref}} = \begin{pmatrix} V_{AN,\text{ref}} \\ V_{BN,\text{ref}} \\ V_{CN,\text{ref}} \end{pmatrix}, \quad (2.17)$$

où les  $V_{KN,\text{ref}}$ ,  $K \in \{A, B, C\}$ , sont des tensions simples de référence, les références des tensions aux bornes de la charge. Avec notre approche, chaque combinaison d'états des

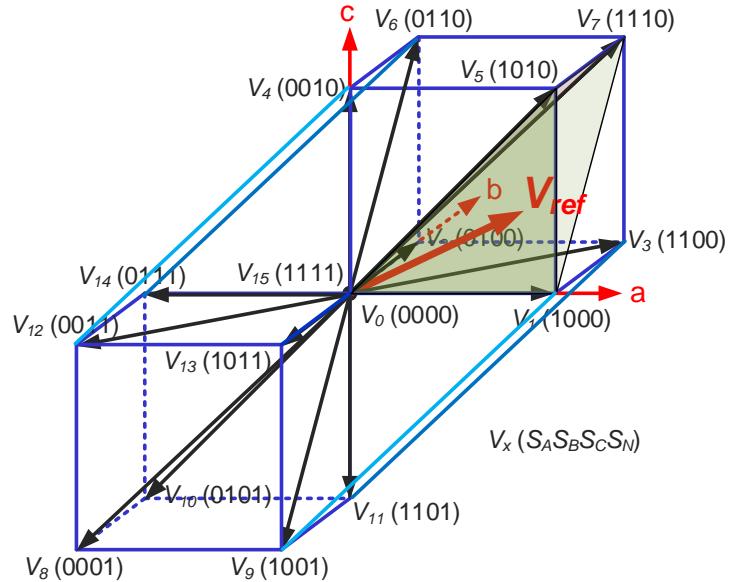


FIGURE 2.5 – Illustration de la stratégie de la modulation vectorielle 3D.

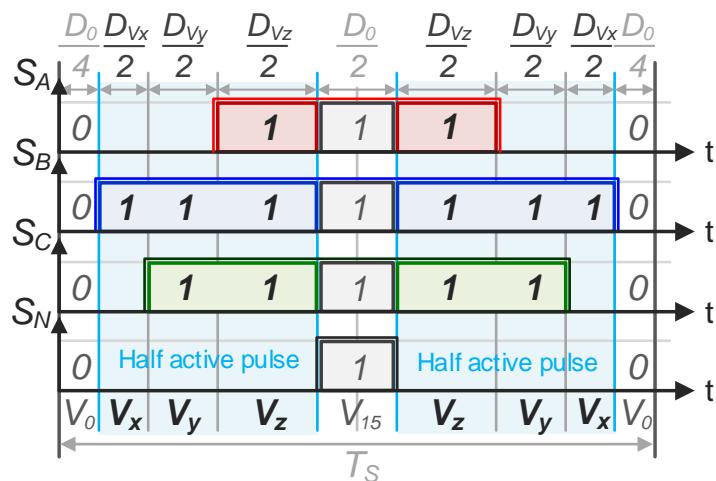


FIGURE 2.6 – Exemple de chronogramme des impulsions des interrupteurs correspondant à la méthode SVM pour l'onduleur quatre bras deux niveaux, avec centrage des demi-impulsions actives sur les demi-périodes de modulation.

cellules de commutation correspond à une direction vectorielle de tension, un vecteur de tension, réalisable instantanément par l'onduleur. Deux d'entre elles ont une « action nulle » sur les valeurs des tensions aux bornes de la charge. Pour formuler le problème de pilotage de l'onduleur, on peut alors regrouper dans une matrice  $M_V$  tous les vecteurs de tension actifs listés dans la table 2.1 en tant que ressources de commande disponibles et dont les durées d'utilisation  $D_{V_i}$ ,  $\forall i \in [1; 14]$  relativement à la période de commutation sont limitées. Nous obtenons donc la formulation

$$V_{\text{ref}} = \begin{pmatrix} V_{AN,\text{ref}} \\ V_{BN,\text{ref}} \\ V_{CN,\text{ref}} \end{pmatrix} = E_{\text{dc}} \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}}_{M_V} \begin{pmatrix} D_{V_1} \\ \vdots \\ D_{V_n} \end{pmatrix}, \quad (2.18)$$

$$0 \leq \sum_{i=1}^n D_{V_i} \leq 1.$$

### Analyse

Nous discutons ici du problème que nous venons de formuler en termes mathématiques en comparaison avec les méthodes de localisation des tensions de référence connues dans l'état de l'art comme des méthodes géométriques.

**Parallèle avec les méthodes de modulation vectorielle** Chacune des colonnes de la matrice matrice de commande du problème d'allocation par approche “vecteur” de l'onduleur quatre bras deux niveaux correspond à un vecteur actif de tension de l'onduleur. Proposons-nous de visualiser le problème que nous venons de formuler comme étant la recherche de « coordonnées » du vecteur de référence dans la famille génératrice <sup>1</sup> formée par l'ensemble des vecteurs actifs. La famille de vecteurs actifs n'étant pas libre (linéairement indépendante), il existe une infinité de solutions <sup>2</sup>. L'existence de contraintes sur les valeurs des coordonnées réduit l'ensemble des possibilités. La matrice matrice de commande étant de rang 3 <sup>3</sup>, un ensemble de 3 vecteurs indépendants sont nécessaires et suffisants pour fabriquer le vecteur de référence dans l'espace. Dans ce cas, les autres vecteurs ne sont pas utilisés dans la période de commutation.

Ensuite, les coordonnées doivent être toutes positives puisqu'il s'agit physiquement de temps d'utilisation. Alors, on doit trouver 3 vecteurs indépendants qui ensemble désignent une partie de l'espace contenant le vecteur de référence. Aussi, la somme des coordonnées doit être inférieure à 1, pour que la somme des temps d'utilisation relativement à la période de commutation soit plus petite que 1. Géométriquement, il faut donc trouver un ensemble de 3 vecteurs formant un tétraèdre qui contient le vecteur de référence.

1. Qui engendre l'espace des tensions de dimension 3.

2. Ainsi, l'utilisation du mot « coordonnées » n'est pas correcte dans notre cas, mais nous gardons ce mot ici pour l'idée de la localisation du vecteur de référence et du calcul de ses coordonnées dans une base de vecteurs actifs adjacents délimitant une zone de tension de type secteur ou tétraèdre.

3. On peut y retrouver la matrice identité d'ordre 3 en tant que sous-matrice carrée inversible avec ses première, deuxième et quatrième colonnes.

Enfin, s'il on cherche à minimiser la somme des coordonnées, cela revient à chercher un des tétraèdres « les plus proches » du vecteur de référence et le contenant.

**Méthodes d'allocation** Le problème de commande sous-déterminé, dans sa version non contrainte, possède une infinité de solutions. Les contraintes constituent une difficulté supplémentaire : finalement, il peut y avoir aucune solution, une unique solution ou une infinité de solutions. Il est difficile « d'inverser » ce type de problème analytiquement de manière à obtenir une expression exacte de l'ensemble des solutions. Les méthodes d'allocation sont une réponse à ce type de formulation. Il existe des travaux fondés sur le calcul de la pseudo-inverse de la matrice rectangulaire du problème et qui sont dédiés à la commande des CVS [Ber16, CVR16]. Cependant, comme nous l'avons mentionné dans la section 2.A, la prise en compte des contraintes est beaucoup moins aisée avec cette approche et les solutions peuvent être sous-optimales vis-à-vis de l'utilisation des « actionneurs ».

**Algorithme du simplexe** Nous pouvons mettre ici en avant la pertinence de l'utilisation de l'algorithme du simplexe. L'interprétation que nous avons faite de la formulation algébrique que nous proposons dévoile un parallèle logique entre notre approche « vecteur » et les méthodes de modulation vectorielle. L'algorithme du simplexe s'insère parfaitement dans cette approche. Celui-ci repose sur l'amélioration d'une solution courante, non optimale, constituée d'une liste exhaustive des variables de décision sélectionnées pour composer la solution courante et de leurs valeurs. Cette solution courante est dite basique, car elle correspond nécessairement à un sommet du polyèdre formé par l'ensemble des contraintes linéaires, et par conséquent à une base formée par les vecteurs colonnes associées aux variables de décision sélectionnées (voir annexe A page 211). Le nombre de variables dans la solution courante est égal aux nombres de lignes<sup>1</sup> de la matrice rectangulaire du problème. Dans notre formulation, comme la matrice matrice de commande est de rang plein, seules 3 variables appartiendront à la base de solutions. Les autres, hors base, seront nulles<sup>2</sup>. Cela veut dire qu'au maximum, seuls 3 vecteurs actifs seront sélectionnés, tout comme avec les méthodes de localisation vectorielle de l'onduleur quatre bras deux niveaux.

Cette propriété intrinsèque de l'algorithme du simplexe nous permet d'interpréter cette stratégie algébrique comme étant une sorte de méthode de modulation vectorielle qui trouve automatiquement la localisation du vecteur de référence, sans effort d'élaboration et d'énumération préalable de toutes les zones candidates possibles. L'algorithme du simplexe nous permettra de visiter une suite de tétraèdres, tous contenant le vecteur de référence, mais de formes non optimales, jusqu'à tomber sur un des tétraèdres « les plus resserrés » autour vecteur de référence, qui sera alors une solution optimale au problème.

**Séquence de vecteurs** Lors de la phase d'application de la solution d'utilisation des vecteurs trouvée, pour ne pas subir les mêmes problématiques d'énumération de toutes les séquences de vecteurs candidates comme avec les méthodes vectorielles classiques, nous nous reposons sur lien existant entre les méthodes vectorielles et les méthodes intersectives, mentionné dans

1. Supposées indépendantes.

2. Dans le cas classique, autrement elles peuvent être positionnées à leurs valeurs maximales selon la version de l'algorithme du simplexe utilisée. Ce ne sera pas le cas pour les temps d'utilisation grâce à la forme du coût utilisé puisque l'on cherchera à minimiser l'utilisation des vecteurs, donc à avoir des durées d'utilisation les plus proches de 0.

l'état de l'art [HL03]. Finalement, à partir des durées d'utilisation des vecteurs calculées par l'algorithme du simplexe, nous calculons les rapports cycliques des cellules équivalentes, puis nous utilisons le modulateur Regular-Sampled Symmetric Pulse-Width Modulation (RSPWM) pour réaliser la solution optimale, comme nous allons le voir dans les sous-sections suivantes.

### 2.B.2.2 Méthode d'allocation– approche « vecteur »

#### Problème d'optimisation

Notre objectif est de fournir une décision de commande bien déterminée, unique, à chaque période de commutation, et à partir du problème (2.18). Nous proposons de trouver une solution qui répond *au mieux* au vecteur de référence, au sens d'un critère à minimiser. De manière secondaire, s'il existe plusieurs solutions, il faut en élire une parmi les autres selon d'autres critères. Dans ce cas, nous définissons, pour chacune des variables de commande, une valeur de réglage de préférence vecteur des durées relatives préférées d'activation de vecteurs, qui respecte bien sûr les limitations indiquées.

**Objectif prioritaire** Nous définissons une erreur de commande en tension, désignée par  $e_c$ , telle que

$$e_c = E_{dc}M_V D_V - V_{ref}. \quad (2.19)$$

Cette erreur de commande est un vecteur de 3 erreurs de tension, une pour chaque phase de la charge. Alors, nous souhaitons trouver une solution de commande  $D_V$  qui minimise ces erreurs, et en particulier la norme de  $e_c$ .

**Objectif secondaire** Nous définissons une déviation par rapport à une solution préférée dénotée  $e_p$ , telle que

$$e_p = D_V - D_{V,pref}. \quad (2.20)$$

Cette déviation par rapport à la solution de préférence est un vecteur de 14 composantes, une pour chaque vecteur actif de l'onduleur. Ainsi, on souhaitera minimiser la norme de  $e_p$  en même temps que la norme de  $e_c$ .

**Optimisation mixte** Nous cherchons donc une solution minimisant une erreur de commande et se rapprochant le plus de notre solution de préférence. Nous combinons ces deux objectifs dans un critère coût ou fonction objectif unique à minimiser. L'objectif secondaire étant moins prioritaire que le premier, nous pondérons le terme associé par un petit coefficient réel petit coefficient réel de priorité. Alors, nous proposons le problème d'optimisation

$$\begin{aligned} \min_{D_V} J, \quad J &= J_{ctrl} + \epsilon_0 J_{pref} = \|e_c\| + \epsilon_0 \|e_p\|, \\ \text{s.c.} \quad 0 &\leq \sum_{i=1}^{14} D_{V_i} \leq 1, \end{aligned} \quad (2.21)$$

où  $\|\cdot\|$  désigne l'application d'une norme quelconque, où  $J_{ctrl}$  désigne le critère associé à l'erreur de commande  $e_c$ , où  $J_{pref}$  désigne le critère associé à la déviation par rapport à la solution de préférence  $e_p$  et où s. c. signifie « sous contraintes ».

### Transformation en problème d'optimisation linéaire (POL)

**Motivation** Pour le moment, nous avons exprimé le problème d'optimisation (2.21) avec une norme quelconque. Premièrement, on souhaite pouvoir récupérer des solutions de commande optimales en un temps de calcul suffisamment court pour pouvoir moduler à des fréquences élevées, de l'ordre de quelques kilohertz. Par exemple, une fréquence de 10 kHz impose un temps de résolution inférieur à 100 µs. Deuxièmement, on souhaite exploiter la nature du problème de commande formulé, avec la recherche d'un sous-ensemble de 3 vecteurs dont les temps d'utilisation répondent aux contraintes et permettent d'obtenir le vecteur de tension de référence en valeur moyenne sur la période de commutation.

Pour ces deux raisons, nous choisissons d'utiliser l'algorithme du simplexe en tant que technique de résolution. Le principe et les grandes étapes de l'algorithme du simplexe sont rappelés en annexe A page 211. Avec l'algorithme du simplexe, le nombre d'itérations est borné, mais cela ne suffit pas à garantir théoriquement un temps de calcul suffisamment court. Dans le chapitre 4 page 155, nous aurons l'occasion de traiter le problème du temps de calcul en mettant en œuvre une version matérielle de l'algorithme du simplexe, cœur de résolution de nos méthodes d'allocation, sur une carte FPGA. Pour l'instant, nous occultons le temps de calcul dépensé par l'algorithme du simplexe.

**Utilisation de la norme 1** Comme l'algorithme du simplexe ne traite que des POL, le problème que nous avons formulé en norme quelconque n'est pas celui qui sera proposé pour être résolu. Pour y remédier, nous allons transformer la forme du critère  $J$  pour obtenir une expression complètement linéaire et fonction de variables à valeurs uniquement positives<sup>1</sup> mais qui ne modifie pas la valeur du critère lui-même. Dans ce but, nous choisissons d'utiliser la norme 1 dans le critère de coût [Bod02, JF13], de sorte que

$$\begin{aligned} J = J_{\text{ctrl}} + \epsilon_0 J_{\text{pref}} &= \|e_c\|_1 + \epsilon_0 \|e_p\|_1 \\ &= \sum_{i=1}^3 |e_{c,i}| + \epsilon_0 \sum_{i=1}^{14} |e_{p,i}|, \end{aligned} \quad (2.22)$$

où  $|\cdot|$  désigne l'application de la fonction « valeur absolue », élément par élément.

**Variables artificielles** L'expression n'est pas encore linéaire, mais la présence de la valeur absolue facilite les choses, car la courbe représentative de la fonction valeur absolue peut être séparée en deux parties linéaires. On peut alors obtenir une expression linéaire du critère coût  $J$  en utilisant l'astuce suivante : pour une variable artificielle d'erreur ou d'écart quelconque dénotée  $e_x$ , on construit des variables auxiliaires  $e_x^+$  et  $e_x^-$ , à valeurs uniquement positives, telles que

$$\begin{aligned} e_x^+ - e_x^- &= e_x, \\ e_x^+, e_x^- &\geq 0. \end{aligned} \quad (2.23)$$

Comme  $e_x$  peut-être un vecteur, les égalités et inégalités dans les équations précédentes sont à considérer de manière vectorielle, élément par élément. On appellera  $e_x^+$  partie positive de

---

1. Hypothèse des formes standard des POL, même s'il est possible de prendre en compte, selon la version de l'algorithme de résolution, des bornes minimales et maximales aussi bien négatives que positives.

la variable  $e_x$  et  $e_x^-$  partie négative de la variable  $e_x$ . Ainsi, la valeur absolue peut s'écrire

$$e_x^+ + e_x^- = |e_x|. \quad (2.24)$$

On aboutit alors à la forme suivante, complètement linéaire :

$$J = J_{\text{ctrl}} + \epsilon_0 J_{\text{pref}} = \sum_{i=1}^3 e_{ci}^+ + e_{ci}^- + \epsilon_0 \sum_{i=1}^{14} e_{pi}^+ + e_{pi}^-. \quad (2.25)$$

**Contraintes** Dans cette expression, les  $e_{xi}^+$  et les  $e_{xi}^-$  sont devenues les variables de décision de notre problème d'optimisation. Il est nécessaire d'exprimer les contraintes associées pour compléter le problème d'optimisation linéaire. D'après les équations (2.19) et (2.20) définissant  $e_c$  et  $e_p$ , on peut écrire que

$$e_c^+ - e_c^- = E_{dc} M_V D_V - V_{\text{ref}}, \quad (2.26)$$

$$e_p^+ - e_p^- = D_V - D_{V,\text{pref}}. \quad (2.27)$$

Ces deux équations constituent des contraintes égalités définissant les erreurs de commande et de déviation par rapport à la solution préférée. Dans le cas présent, on peut vérifier qu'il est possible les réduire [Bod02] à la seule expression

$$e_c^+ - e_c^- + E_{dc} M_V (e_p^+ - e_p^-) = -E_{dc} M_V D_{V,\text{pref}}. \quad (2.28)$$

**Forme égalité** Pour n'écrire que des équations de contraintes sous forme égalité, il faut transformer la limitation inégalité de la somme des temps d'utilisation des vecteurs instantanés relativement à la période de commutation en égalité. Pour cela, on peut fabriquer une variable artificielle d'écart, notée  $e_s$ , nécessairement positive, de sorte que

$$\sum_{i=1}^{14} D_{Vi} + e_s = 1, \quad (2.29)$$

$$0 \leq e_s.$$

On peut alors rassembler toutes les contraintes formulées dans une seule équation matricielle de contrainte de forme égalité

$$Ax = b. \quad (2.30)$$

**Problème d'optimisation linéaire** Finalement, la forme complète du problème d'optimisation linéaire à résoudre à chaque période de commande est

$$\begin{aligned} \min_x J, \quad J &= \sum_{i=1}^3 e_{ci}^+ + e_{ci}^- + \epsilon_0 \sum_{i=1}^{14} e_{pi}^+ + e_{pi}^-, \\ \text{s.c.} \quad &-e_c^+ + e_c^- - E_{dc}M_V e_p^+ + E_{dc}M_V e_p^- = E_{dc}M_V D_{V,pref}, \\ &\sum_{i=1}^{14} D_{Vi} + e_s = 1, \\ &\forall i \in [1; 3], \quad 0 \leq e_{ci}^+, e_{ci}^-, \\ &\forall i \in [1; 14], \quad 0 \leq e_{pi}^+, e_{pi}^-, \\ &0 \leq e_s, \end{aligned} \quad (2.31)$$

que l'on écrira sous la forme égalité

$$\begin{aligned} \min_x J, \quad J &= c^T x, \\ \text{s.c.} \quad &Ax = b, \\ &0 \leq x, \end{aligned} \quad (2.32)$$

$$x^T = ( D_V \mid e_c^+ \quad e_c^- \mid e_p^+ \quad e_p^- \mid e_s ), \quad (2.33)$$

$$c^T = ( (0 \cdots 0) \mid (1 \cdots 1) \quad (1 \cdots 1) \mid (\epsilon_0 \cdots \epsilon_0) \quad (\epsilon_0 \cdots \epsilon_0) \mid 0 ), \quad (2.34)$$

$$A = \left( \begin{array}{c|c|c|c|c|c} & & -\mathbb{1}_3 & \mathbb{1}_3 & -E_{dc}M_V & E_{dc}M_V \\ \hline 1 \cdots 1 & & & & & 1 \end{array} \right), \quad (2.35)$$

$$b = \left( \begin{array}{c} E_{dc}M_V D_{V,pref} \\ 1 \end{array} \right). \quad (2.36)$$

### Initialisation

L'algorithme du simplexe a besoin d'une solution de base initiale connue pour lancer la première itération. Une première possibilité est d'exécuter une première fois l'algorithme du simplexe pour résoudre un problème auxiliaire d'une forme astucieuse particulière<sup>1</sup>, qui aboutira à l'obtention d'une solution de base initiale. Néanmoins, la présence d'autant de variables auxiliaires que de lignes dans le problème d'optimisation que nous avons formulé nous convient bien ici, et nous permet de fournir une solution initiale beaucoup plus facilement [Bod02, JF13].

En fait, parmi la contribution des variables auxiliaires dans la matrice de contrainte  $A$ , on peut trouver un sous-groupe de colonnes formant la matrice identité dont l'ordre est égal au nombre de lignes de la matrice. Alors, en rendant nulles toutes les autres variables de décision, ces variables auxiliaires sélectionnées auront pour valeurs celles contenues dans le vecteur  $b$ . Le problème de l'initialisation est donc résolu.

---

1. Une forme simple, mais que nous ne détaillerons pas ici.

Toutefois, le vecteur  $b$  ne doit contenir que des valeurs positives. S'il y en a des négatives, il faut préalablement changer la ligne correspondante en son opposé dans la matrice  $A$  et dans le vecteur  $b$ . Néanmoins, il s'avère qu'avec notre forme de matrice  $A$ , nous pourrons toujours retrouver un sous-groupe de variables artificielles permettant de former exactement la matrice identité en tant que sous-matrice carrée inversible de  $A$ , étant donné que pour toute ligne de  $b$  qui pourrait être négative, il existe toujours un couple de variables artificielles associées respectivement à un 1 et un -1 dans la matrice  $A$ .

### Applications des solutions de commande

Les variables de décision sont les  $D_{V_i}, \forall i \in [1; 14]$ , les temps d'utilisation des vecteurs actifs relativement à la période de commutation. Pour obtenir des signaux de commande des interrupteurs, on définit la matrice  $M_{V \rightarrow S}$  des combinaisons des 4 états binaires des cellules de commutation correspondant à chaque vecteur actif :

$$M_{V \rightarrow S} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}. \quad (2.37)$$

Les rapports cycliques vecteur des rapports cycliques des cellules de commutation de chaque bras peuvent être calculés selon l'équation

$$D_S = M_{V \rightarrow S} D_V. \quad (2.38)$$

Dans un souci de qualité harmonique, nous pouvons également solliciter les deux vecteurs nuls  $V_0$  et  $V_{15}$  de manière équitable en complément des vecteurs actifs dans la période de découpage, ce qui aura pour effet de centrer les demi-pulsations actives sur chaque moitié de période de découpage, tel que représenté sur la fig. 2.6 page 65. On pourra alors calculer le temps relatif restant pour les vecteurs nuls, dénoté  $D_0$

$$D_0 = 1 - \sum_{i=1}^{14} D_{V_i}, \quad (2.39)$$

$$0 \leq D_0 \leq 1,$$

et ajouter la moitié de cette valeur aux rapports cycliques solutions :

$$D_{S, \text{SVM-type}} = D_S + \frac{D_0}{2}. \quad (2.40)$$

### 2.B.2.3 Exploitation de la méthode d'allocation développée

#### Schéma de commande

Le schéma de commande complet est représenté sur la fig. 2.7. Il est aussi possible d'ajouter une boucle optionnelle de courant en amont de la méthode d'allocation. Les tensions de

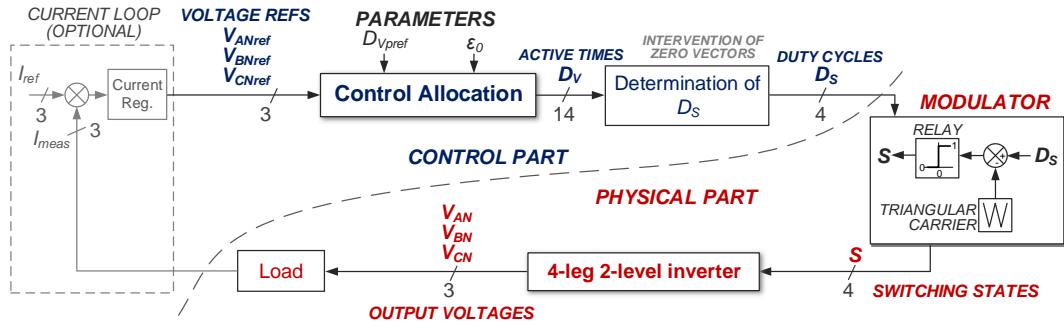


FIGURE 2.7 – Schéma de commande par allocation de l'onduleur quatre bras deux niveaux avec l'approche « vecteur ».

référence disponibles à chaque instant de commande sont envoyées à la méthode d'allocation, qui calcule les durées d'utilisation des vecteurs permettant de réaliser ces tensions désirées. Ensuite, les rapports cycliques correspondants pour chaque interrupteur sont déduits de la solution optimale, avec intervention ou non des vecteurs nuls, comme pour les méthodes de modulation vectorielle. Ils sont enfin appliqués par modulation RSPWM.

### Choix des valeurs du vecteur de préférence

Dans le problème d'allocation (2.31), le choix de  $D_{V,pref}$  traduit l'utilisation désirée des vecteurs actifs de l'onduleur quatre bras deux niveaux pour la réalisation d'un vecteur de tension de référence par MLI. Pour ce type de ressources de commande que sont les vecteurs actifs, il semble plus cohérent d'indiquer une utilisation préférée *nulle*, car on souhaite reproduire le vecteur de tension de référence en sollicitant le moins de vecteurs possibles, étant donné que le mieux est de sélectionner les trois vecteurs adjacents les plus proches (dans le cas de l'onduleur quatre bras deux niveaux), qui forment le *tétraèdre* auquel appartient le vecteur de référence. Une utilisation désirée non nulle reviendrait à indiquer à l'algorithme qu'il est meilleur d'utiliser tous les vecteurs, ce qui provoquerait *a fortiori* l'apparition de commutations supplémentaires non désirées et non nécessaires lors de l'application de la séquence de vecteurs dans le temps. Enfin, avec notre solution d'application des solutions optimales obtenues par l'algorithme de résolution, qui consiste en le calcul des rapports cycliques des cellules correspondants et leurs réalisations par RSPWM, ces commutations supplémentaires seraient finalement « effacées » à cause du centrage des impulsions inhérent à ce type de modulation. Ainsi, nous choisissons naturellement

$$D_{V,pref} = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (2.41)$$

### Performances identiques à la SVM

Nous avons présenté des résultats de simulation dans [BFBL15] pour des références sinusoïdales de tensions équilibrées, puis pour un système de tensions déséquilibrées. Dans le

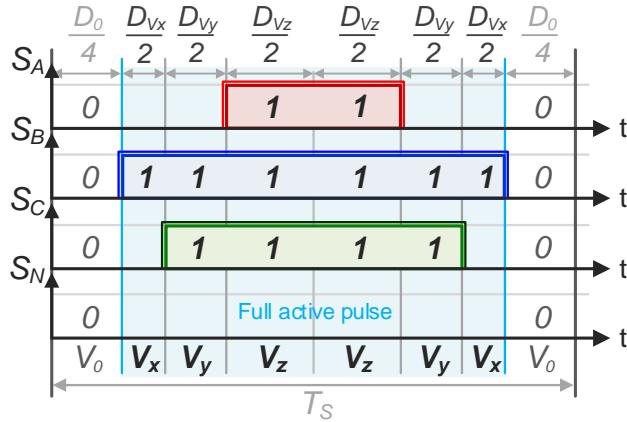


FIGURE 2.8 – Chronogramme des impulsions des interrupteurs correspondant à la méthode d'allocation pour l'onduleur quatre bras deux niveaux avec l'approche « vecteur », en utilisant seulement le vecteur nul  $V_0$ .

premier cas, nous avons obtenu des formes d'onde strictement identiques à celles obtenues par l'algorithme classique de la SVM, ce qui confirme l'obtention des impulsions actives attendues, auxquelles on ajoute des impulsions nulles via la participation des vecteurs nuls.

#### Performances identiques à la Discontinuous Pulse-Width Modulation minimum (DPWMmin)

Dans le cas où les vecteurs nuls ne sont pas sollicités<sup>1</sup>, on obtient des formes d'onde identiques à la DPWMmin. Cela correspond à centrer les impulsions actives sur la période de commutation [dSdSJ11], comme illustré sur la fig. 2.8. Sur cet exemple, c'est alors le bras  $N$  qui ne subit pas de commutations, et les rapports cycliques des interrupteurs sont directement égaux à la somme des participations de chaque vecteur vis-à-vis de leurs composantes d'états binaires :

$$D_{S,\text{DPWMmin-type}} = D_S. \quad (2.42)$$

#### 2.B.2.4 Conclusions sur l'approche « vecteur »

La forme du critère que nous avons utilisée permet de minimiser l'utilisation des vecteurs actifs au sein de la période de commutation. Néanmoins, il ne semble pas possible de garantir l'adjacence des vecteurs actifs utilisés dans la solution optimale, car l'adjacence des vecteurs est une caractéristique propre à une séquence de vecteurs : les vecteurs doivent se succéder un à un dans le temps par le changement d'état d'un seul interrupteur. Or, notre formulation reste algébrique, en valeur moyenne sur la période de commande et il semble difficile d'introduire facilement dans le critère coût des termes exprimant le souhait d'adjacence des vecteurs utilisés, étant donné qu'il faudrait pouvoir indiquer à l'algorithme d'élire de préférence une séquence de vecteurs dont la distance deux à deux en norme 1 est égale à 1.

1. En fait, cela correspond à utiliser uniquement le vecteur  $V_0$ , dont les états binaires sont tous nuls, ce qui ne modifie pas les valeurs totales des rapports cycliques des cellules.

Pour éviter d'avoir à utiliser des séquences pré-calculées et disponibles « en dur » (propre aux méthodes de modulation vectorielles), nous nous reposons sur l'équivalence des méthodes vectorielles avec les méthodes intersectives en recalculant les rapports cycliques des interrupteurs à partir des solutions optimales d'utilisation de vecteurs actifs. Puis, nous utilisons le modulateur RSPWM pour retrouver *a posteriori* les séquences de vecteurs candidates dans le temps, cf. chronogrammes. C'est une des limitations de l'approche vecteur, car même en considérant les vecteurs comme étant des ressources disponibles pour l'obtention du vecteur de référence, le problème d'optimisation linéaire proposé ne spécifie pas l'ordre des vecteurs dans le temps.

De plus, la première version que nous proposons ici ne tient pas compte directement de l'utilisation des vecteurs nuls dans l'allocation. En perspective, nous avons étudié une nouvelle forme de méthode d'allocation tenant compte de tous les vecteurs et qui mériterait d'être évaluée en comparaison directe avec la SVM. Ceci n'a pas été encore fait et reste une projection de travaux futurs.

Finalement, puisqu'on se ramène toujours à un calcul des rapports cycliques sur les interrupteurs, que les vecteurs de tension ne sont en fait qu'une description d'utilisation conjointe des interrupteurs, nous avons cherché à formuler un problème de commande plus simple, toujours en se reposant sur la force de la formulation algébrique, mais cette fois avec les cellules de commutation en tant qu'organes de commande. Cette formulation se révèle particulièrement intéressante et c'est l'objet de la prochaine sous-section.

### 2.B.3 Approche « interrupteur »

Désormais, nous détaillons le développement de méthodes d'allocation pour l'onduleur quatre bras deux niveaux en suivant l'approche que nous avons qualifiée d'« interrupteur ». Cette fois, nous considérons les cellules de commutation comme étant les ressources élémentaires de commande disponibles et sujettes à des contraintes d'opération. Sur la fig. 2.9, nous donnons une illustration l'idée de l'allocation : il s'agit de trouver comment utiliser les cellules de commutation pour obtenir les tensions désirées aux bornes de la charge tout en respectant les limites de rapports cycliques, fixées par l'utilisateur.

Ainsi, on se retrouve cette fois avec seulement 4 variables de commande, qui sont les rapports cycliques des cellules de commutation, ou autrement dit les durées de mise à 1 des états des cellules de chaque bras relativement à la période de découpage.

#### 2.B.3.1 Formulation algébrique du problème de commande

On suppose que l'objectif est d'obtenir un vecteur de tension de référence, dénoté  $V_{\text{ref}}$ , dont les composantes  $V_{KN,\text{ref}}$ ,  $K \in \{A, B, C\}$ , sont les tensions aux bornes de la charge triphasée :

$$V_{\text{ref}} = \begin{pmatrix} V_{AN,\text{ref}} \\ V_{BN,\text{ref}} \\ V_{CN,\text{ref}} \end{pmatrix}. \quad (2.43)$$

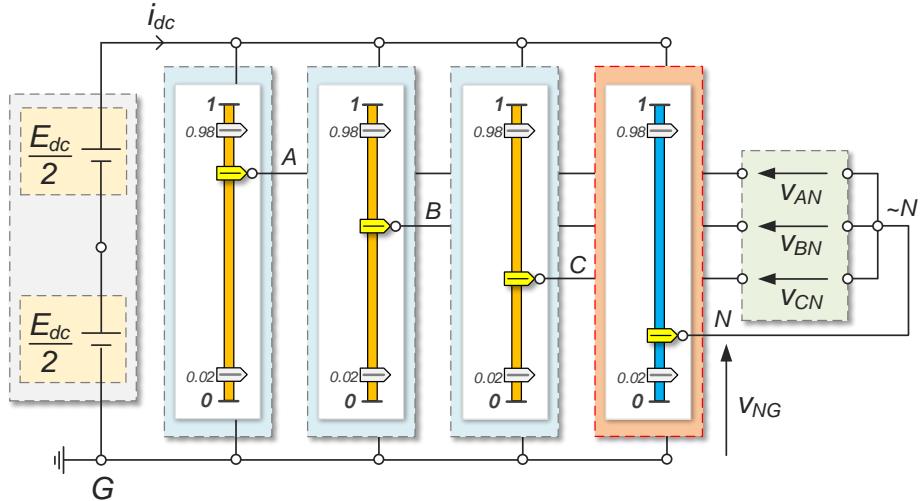


FIGURE 2.9 – Illustration de l'idée de l'approche d'allocation « interrupteur » (réglages de rapports cycliques arbitraires et non pertinents sur la figure).

Par souci de simplicité, nous aurons l'occasion de faire abstraction de la valeur de la tension du bus continu  $E_{dc}$  en définissant le vecteur de référence réduit, dont les composantes  $v_{KN,\text{ref}}$ ,  $K \in \{A, B, C\}$ , sont les tensions de phase mises à l'échelle de la tension du bus continu :

$$v_{\text{ref}} = \frac{V_{\text{ref}}}{E_{\text{dc}}} = \begin{pmatrix} v_{AN,\text{ref}} \\ v_{BN,\text{ref}} \\ v_{CN,\text{ref}} \end{pmatrix}. \quad (2.44)$$

On peut aussi interpréter les composantes de ce vecteur de référence réduit comme étant des rapports cycliques relatifs des cellules de commutation par rapport à celui de la cellule du bras  $N$ , de sorte que l'on écrira aussi et surtout

$$v_{\text{ref}} = \begin{pmatrix} D_{AN,\text{ref}} \\ D_{BN,\text{ref}} \\ D_{CN,\text{ref}} \end{pmatrix}, \quad (2.45)$$

où les  $D_{KN,\text{ref}}$ ,  $K \in \{A, B, C\}$ , correspondent aux différences entre les rapports cycliques des cellules des trois premiers bras et le rapport cyclique de la cellule du quatrième bras.

### Tensions en sortie des bras

Les tensions de sortie des bras sont définies relativement à la référence  $G$  des potentiels.<sup>1</sup> Ces tensions sont exprimées directement en fonction de l'état de la cellule de commutation

---

1. Nous choisissons ici de la positionner au niveau de la borne négative de la tension d'entrée continue pour faciliter le développement d'équations de commande. On la positionnera plutôt au milieu du bus continu en temps normal.

du bras correspondant par

$$V_{KG} = E_{dc}S_K. \quad (2.46)$$

### Tensions aux bornes de la charge

Considérant la connexion étoile de la charge, nous définissons des états relatifs des cellules de commutation par rapport à celui de la cellule du bras  $N$  et dénotés  $S_{KN}$ ,  $K \in \{A, B, C\}$ , tel que

$$S_{KN} = S_K - S_N. \quad (2.47)$$

Alors, les trois tensions simples aux bornes de la charge triphasée connectée en étoile, que l'on note  $V_{KN}$ ,  $K \in \{A, B, C\}$ , sont exprimées par l'équation

$$V_{KN} = E_{dc}S_{KN}. \quad (2.48)$$

### Modulation

Nos équations de commande sont développées en valeur moyenne sur une période de commutation. Nous supposons donc l'utilisation d'un modulateur pour générer des signaux de commande binaire à partir des valeurs de rapports cycliques.

Nous définissons la valeur moyenne

$$D_K = \langle S_K \rangle_{T_S} \quad (2.49)$$

de l'état de la cellule de commutation du bras  $K$  sur la période de commutation  $T_S$  comme étant le rapport cyclique du bras  $K$ . Nous obtenons les tensions simples de référence désirées à partir des valeurs de rapports cycliques  $D_K$  en nous reposant sur le modulateur régulier symétrique et synchrone, RSPWM. Son fonctionnement est représenté sur la fig. 1.13 en page 18. C'est une MLI intersectorielle à porteuse à dents de scie, avec échantillonnage-maintien des valeurs de rapports cycliques à chaque début de période de découpage, induisant des impulsions sur les interrupteurs centrées symétriquement par rapport à la moitié de la période de découpage.

Ainsi, les expressions des tensions obtenues en valeur moyenne aux bornes de la charge en fonction des rapports cycliques du bras  $K$  sont :

$$\langle V_{KN} \rangle_{T_S} = E_{dc}(D_K - D_N) = E_{dc}D_{KN}, \quad (2.50)$$

où  $D_{KN}$  désigne la différence de rapport cyclique entre le bras  $K$  et le bras  $N$ .

### Problème de commande

Suite aux équations précédentes, le problème de commande de l'onduleur quatre bras deux niveaux, à résoudre à chaque période de commande, peut être modélisé par la formulation

matricielle en valeur moyenne suivante :

$$v_{\text{ref}} = \begin{pmatrix} v_{AN,\text{ref}} \\ v_{BN,\text{ref}} \\ v_{CN,\text{ref}} \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}}_{M_S} \begin{pmatrix} D_A \\ D_B \\ D_C \\ D_N \end{pmatrix}, \quad (2.51)$$

$$D_{S,\min} \leq D_S \leq D_{S,\max},$$

où  $v_{\text{ref}}$  est le vecteur de référence réduit,  $D_S$  est le vecteur des rapports cycliques. Les inégalités sont considérées élément par élément. Cette formulation exprime que les tensions désirées sont tout simplement obtenues par différence entre les tensions des 3 premiers bras et celle du quatrième.

Nous disposons ici d'une alternative plus simple que celle présentée pour l'approche « vecteur ». On y utilise moins de variables de commande et les matrices sont de taille plus petite.<sup>1</sup> Pourtant, c'est bien le même objectif de commande qui est formulé, dans le sens où l'on souhaite obtenir en *valeur moyenne* les tensions désirées aux bornes de la charge. La différence majeure réside dans la manière dont l'algorithme de résolution va chercher à fournir des solutions de commande.

Notons que la forme des équations des contraintes sur les rapports cycliques, qui sont également très simples, sont déjà compatibles avec un problème d'optimisation linéaire. De plus, elles modélisent astucieusement toute la zone de tension réalisable par MLI par l'onduleur, par rapport à d'autres approches, comme avec les commandes prédictives à ensemble fini ou optimale, pour lesquelles les possibilités de commande sont réduites. Par exemple, dans le cas de l'onduleur à trois bras, la zone totale de tension réalisable par MLI, correspondant aussi à la zone délimitée par les contraintes formulées sur les rapports cycliques dans (2.51)<sup>2</sup>, est visualisée sur la fig. 2.10.

La matrice  $M_S$  est rectangulaire, de taille 3 lignes  $\times$  4 colonnes, mais elle l'est beaucoup moins que la matrice  $M_V$  précédemment définie pour l'approche « vecteur ». Néanmoins, le problème de commande est encore une fois *sous-déterminé*, et aussi contraint. À nouveau, il peut donc exister aucune, une ou plusieurs solutions répondant à (2.51).

Dans le but de trouver une solution de commande au problème, unique si possible, on peut essayer de

- déterminer analytiquement l'ensemble des solutions du problème (2.51), puis élire une solution parmi cet ensemble, s'il n'est pas réduit à un singleton ;
- développer une méthode d'allocation pour répondre automatiquement et de manière optimale au problème, au sens d'un critère à définir et à minimiser.

Dans un premier temps, contrairement au cas de la formulation (2.18) proposée pour l'approche « vecteur », on peut envisager d'étudier une résolution analytique, étant donné la « petite taille » de la matrice  $M_S$ . Dans un second temps, nous proposerons de répondre au

---

1. En ce qui concerne le nombre de lignes et de colonnes.  
2. En prenant  $D_{S,\min} = 0$  et  $D_{S,\max} = 1$ .

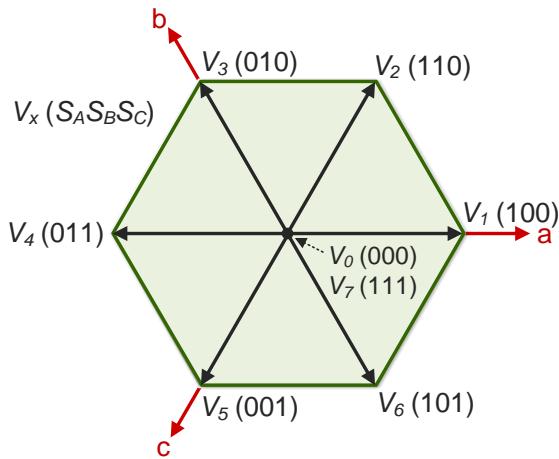


FIGURE 2.10 – Représentation géométrique de la zone de tension atteignable en suivant la stratégie d’allocation.

problème (2.18) en développant une méthode d’allocation dédiée à la commande en tension de l’onduleur, et nous montrerons que la méthode apporte des propriétés de modulation nouvelles et très intéressantes pour la conversion statique.

### 2.B.3.2 Étude analytique du problème

#### Problème non contraint

Le problème non contraint étant un système d’équations linéaires, toute solution y répondant peut s’écrire comme la somme d’une solution particulière et d’un élément appartenant au noyau de la matrice  $M_S$ . La matrice  $M_S$  est de rang 3<sup>1</sup> et l’espace vectoriel des variables de commande est de dimension 4. Alors, l’ensemble des solutions répondant au problème non contraint est une droite affine, et il existe une infinité de solutions.

On peut rapidement vérifier que

$$\begin{pmatrix} v_{\text{ref}} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.52)$$

est une solution particulière du problème, qui toutefois ne respecte pas les contraintes.<sup>2</sup> De plus, le noyau de  $M_S$  est décrit par

$$\ker M_S = \mathbb{R} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (2.53)$$

---

1. On y trouve la matrice identité d’ordre 3.  
 2. Dans un système triphasé de tensions non trivial, on trouvera toujours une tension négative, ce qui ne respecte pas les contraintes exprimées sur rapports cycliques.

Cela traduit le fait que l'utilisation de valeurs de rapports cycliques identiques pour tous les bras de l'onduleur se solde par l'obtention de tensions nulles aux bornes de la charge. D'ailleurs, on peut noter que les deux vecteurs nuls  $V_0$  et  $V_{15}$  appartiennent bien au noyau de  $M_S$  :

$$V_0, V_{15} \in \ker M_S. \quad (2.54)$$

On peut interpréter l'utilisation d'éléments vectoriels appartenant au noyau de  $M_S$  comme étant l'injection de séquences nulles de tension, notons en une  $V_{ZSV}$ , qui alors pourrait s'écrire

$$V_{ZSV}(t) = \lambda(t) \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (2.55)$$

avec  $\lambda(t)$  un coefficient réel dépendant du temps [Mon09a].

Finalement, on peut dire que toute solution  $D_S$  répondant au problème non contraint s'écrit

$$D_S = \begin{pmatrix} v_{\text{ref}} \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \lambda \in \mathbb{R}. \quad (2.56)$$

### Ensemble des solutions admissibles

Dans notre cas, remarquons que le coefficient  $\lambda$  dans l'éq. (2.56) est nécessairement égal au quatrième rapport cyclique  $D_N$ . Les solutions peuvent donc être tout simplement caractérisées par le paramètre  $D_N$  [BBF17a], de sorte que<sup>1</sup>

$$\begin{pmatrix} D_A \\ D_B \\ D_C \end{pmatrix} = v_{\text{ref}} + D_N \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (2.57)$$

En remarque, on peut noter que ceci est bien l'expression d'une droite affine dans l'espace de dimension 3, passant par la solution particulière (2.52), de vecteur directeur  $(1 \ 1 \ 1)^T$  et paramétrée par  $D_N$ .

Le paramètre doit être bien choisi pour que tous les rapports cycliques soient effectivement réalisables, *i.e.* tous compris entre 0 et 1.<sup>2</sup> On peut vérifier que (voir fig. 2.11) grâce à la définition des bornes

$$D_{N,\min} = 0 - \min v_{\text{ref}}, \quad D_{N,\max} = 1 - \max v_{\text{ref}}. \quad (2.58)$$

---

1. On peut aussi exprimer cette équation directement à partir de la forme particulière de  $M_S$  ou des équations (2.50) desquelles  $M_S$  est issue. Ici, on vient à l'expression (2.56) par une analyse algébrique qui constitue un point de vue différent sur la commande de l'onduleur.

2. Ou entre leurs bornes minimales et maximales, respectivement  $D_{S,\min}$  et  $D_{S,\max}$ , si elles sont différentes.

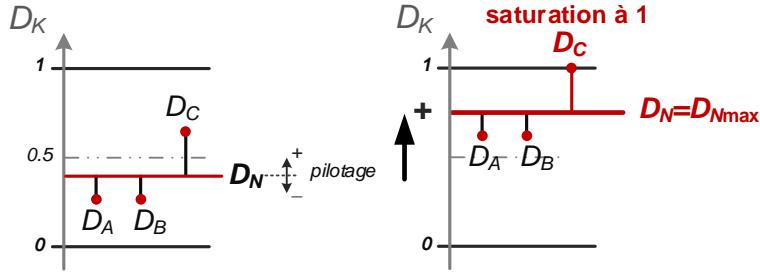


FIGURE 2.11 – Illustration de la borne haute du domaine admissible des solutions de rapports cycliques pour l'onduleur quatre bras deux niveaux.

si le paramètre  $D_N$  respecte la contrainte

$$D_{N,\min} \leq D_N \leq D_{N,\max}, \quad (2.59)$$

alors les autres rapports cycliques seront toujours réalisables. On retrouve ce type de formules dans d'autres analyses et références aux points de vues variés [KS04, DWNH08, CKS98, JLdS<sup>+</sup>01, LSB95, Mon09a, MH02].

L'ensemble des solutions est donc entièrement décrit par

$$\begin{pmatrix} D_A \\ D_B \\ D_C \end{pmatrix} = v_{\text{ref}} + D_N, \quad (2.60)$$

$$D_{N,\min} \leq D_N \leq D_{N,\max}.$$

### Version à 3 bras

Pour l'onduleur à 3 bras, on peut exprimer le problème de commande non contraint

$$V_{\text{ref}} = E_{\text{dc}} \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} D_S}_{\text{tensions des bras, } V_{KG}} - \underbrace{\frac{E_{\text{dc}}}{3} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} D_S}_{\text{connexion étoile, } V_{NG}}. \quad (2.61)$$

Les tensions des bras tensions de sortie des bras, sont indépendantes. On peut les dessiner dans l'espace de dimension 3, et, en choisissant comme référence des potentiels  $G$  à 0 V, on représente un cube dont les 3 arêtes adjacentes à l'origine sont la base abc des tensions des bras (voir fig. 2.12).

La connexion étoile témoigne de l'interaction entre les phases via le « mouvement » du potentiel du point neutre. En la prenant en compte, on aboutit à la forme triphasée bien

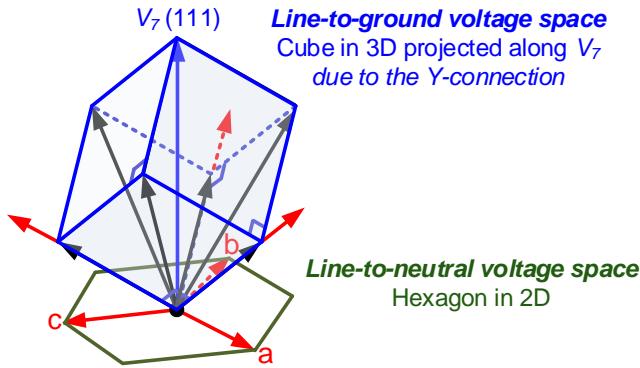


FIGURE 2.12 – Illustration de la projection des vecteurs de l'onduleur trois bras deux niveaux en dimension 3 sur l'hexagone de tension en dimension 2 due à la connexion en étoile.

connue

$$v_{\text{ref}} = \underbrace{\frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}}_M \text{ interactions des phases } D_S. \quad (2.62)$$

Dans cette équation, on sait que la matrice  $M$  n'est pas inversible. Si on s'intéresse au noyau de  $M$ , de la même manière que pour la version à 4 bras, on trouve

$$\ker M = \mathbb{R} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (2.63)$$

On peut donc en tirer le même type de conclusion. Cet ensemble correspond à la droite coïncidant avec la diagonale du cube passant par l'origine. Toute composante vectorielle de tension en sortie des bras colinéaire au vecteur  $(1 \ 1 \ 1)^T$  n'induira que des tensions nulles aux bornes de la charge connectée en étoile.

On peut appuyer ce résultat par le fait que la matrice  $M$  est en fait un *projecteur* en termes mathématiques : tout vecteur de tensions en sortie des bras, appartenant au cube abc sur la fig. 2.12 est projeté parallèlement à la diagonale du cube sur le plan orthogonal traversant l'origine. C'est pour cela qu'elle est également idempotente.<sup>1</sup>

La projection du cube des tensions des bras sur ce plan donne un hexagone, qui est l'hexagone bien connu des tensions triphasées réalisables aux bornes de la charge. On trouve des points de vue similaires dans d'autres analyses [RLDD99, Mon09a]. Cet espace image du projecteur  $M$ , ainsi que la droite qui en est la normale, forment des espaces propres (générés par des vecteurs propres de la matrice  $M$ ) et dits *supplémentaires* : on peut décomposer de manière

---

1. C'est-à-dire que  $M^2 = M$  : le projeté du projeté est égal au projeté lui-même.

unique tout vecteur de tension en une composante vectorielle triphasée de somme nulle appartenant à l'hexagone et une composante scalaire dite homopolaire [Mon09a].<sup>1</sup> C'est sur ce même principe de décomposition que sont fondées les transformations de CLARKE et CONCORDIA [Mon09a].

### Résolution en vue de la commande de l'onduleur

Dans le but de fournir l'expression d'une solution de rapports cycliques unique, bien déterminée, on peut choisir d'élire une solution parmi l'ensemble des solutions admissibles de manière arbitraire, ou au moins de trouver une expression simple d'une solution garantie de toujours appartenir à l'ensemble réalisable. On peut par exemple sélectionner le milieu du segment de l'ensemble des valeurs de  $D_N$  répondant à la référence de tension, i.e. choisir

$$D_N = \frac{D_{N,\max} + D_{N,\min}}{2}. \quad (2.64)$$

Ce choix de valeur pour  $D_N$  peut être aussi interprété de la manière suivante : on fait en sorte que la distance entre le plus grand des rapports cycliques et sa borne maximale soit égale à la distance entre le plus petit des rapports cycliques et sa borne minimale. Les formes d'onde résultant de ce choix correspondent en fait à celles issues de la méthode de modulation triphasée, à centrage d'impulsions actives par demi-périodes de découpage [Sei88], voir fig. 1.23 page 26 et fig. 2.6 page 65. Des démonstrations plus ou moins variées et complexes [JLdS<sup>+</sup>01, dSdSJ11, KS04, LDCF11] montrent que ce sont également les mêmes formes d'onde que celles obtenues par la méthode de modulation vectorielle (SVM).

Certaines lois de modulation sont proposées à partir des bornes minimales et maximales de faisabilité de  $D_N$ , notamment l'Opposite Median Voltage Pulse-Width Modulation (OMIPWM) [BFB16] et les méthodes dites à min-max [LKF<sup>+</sup>16], ce qui semble être un bon choix de simplification de la commande de l'onduleur trois ou quatre bras deux niveaux.<sup>2</sup> Néanmoins, il est possible qu'il soit plus difficile de gérer les contraintes supplémentaires de commande apportées par les topologies de conversion statique plus complexes seulement avec ce type de méthode de modulation. Ici, notre objectif est de démontrer la capacité de la méthode d'allocation que nous allons proposer à accomplir automatiquement les objectifs visés, sans étude analytique nécessaire au préalable<sup>3</sup>, et plus tard, nous démontrerons la générnicité de notre approche en nous attaquant au pilotage de convertisseurs statiques plus complexes à modéliser et à commander.

#### 2.B.3.3 Méthode d'allocation pour l'onduleur quatre bras deux niveaux

Il est possible de résoudre le problème de commande (2.51) (page 78), sous-déterminé et constraint, en développant une méthode d'allocation, comme nous l'avons fait avec l'approche vecteur. Pour trouver une solution de commande, si possible unique et bien choisie, nous

---

1. En fait un vecteur dont les 3 composantes sont identiques, car ce vecteur est colinéaire à  $(1\ 1\ 1)^T$ .

2. Les formules obtenues fonctionnement pour l'onduleur trois bras deux niveaux si la charge est équilibrée.

3. La topologie est suffisamment simple ici pour aboutir facilement à des équations analytiques de modulation claires, grâce à la forme de la matrice  $M_S$ ; ce n'est pas nécessairement le cas pour toute topologie.

allons à nouveau suivre une stratégie d'optimisation numérique en ligne. Nous formulons un POL à partir du problème de commande (2.51) qui traduit la réalisation de la commande en tension automatique et optimisée de l'onduleur.

Le problème formulé s'avère être particulièrement intéressant à étudier : nous proposerons une résolution analytique du problème d'optimisation dans le cas où les références de tension désirées sont réalisables. Par exemple, si les tensions de référence correspondent à un système de tensions sinusoïdales, alors nous étudierons le cas où l'amplitude du système est inférieure ou égale à la limite de linéarité bien connue de  $E_{dc}/\sqrt{3}$ .

### Problème d'optimisation

Nous proposons le problème d'optimisation de la forme suivante :

$$\begin{aligned} \min_{D_S} J, \quad J &= \|M_S D_S - v_{ref}\|_1 + \epsilon_0 \epsilon_D |D_S - D_{S,pref}|, \\ \text{s.c.} \quad 0 \leq D_S &\leq 1, \end{aligned} \quad (2.65)$$

où  $|\cdot|$  désigne l'application de la valeur absolue, à interpréter élément par élément, tout comme pour les inégalités, et où  $\|\cdot\|_1$  est la norme 1 canonique.

**Critère principal** Le critère principal de commande, dénoté  $J_{ctrl}$ , tel que

$$J_{ctrl}(D_S) = \|M_S D_S - v_{ref}\|_1, \quad (2.66)$$

est une mesure en norme 1 de l'erreur de commande en tension. Il est directement exprimé à partir de l'éq. (2.51).

**Critère secondaire** Etant donné qu'il peut exister plus d'une solution minimisant <sup>1</sup> le critère  $J_{ctrl}$ , le critère secondaire de préférence, dénoté  $J_{pref}$ , tel que

$$J_{pref}(D_S) = \epsilon_0 \epsilon_D |D_S - D_{S,pref}|, \quad (2.67)$$

est une mesure de la déviation des rapports cycliques de valeurs de préférence  $D_{K,pref}$ ,  $K \in \{A, B, C, N\}$ , fixées par l'utilisateur et regroupées dans un vecteur colonne

$$D_{S,pref} = \begin{pmatrix} D_{A,pref} \\ D_{B,pref} \\ D_{C,pref} \\ D_{N,pref} \end{pmatrix}. \quad (2.68)$$

Le vecteur ligne  $\epsilon_D$ ,

$$\epsilon_D = (\epsilon_{D,A} \ \epsilon_{D,B} \ \epsilon_{D,C} \ \epsilon_{D,N}), \quad (2.69)$$

---

1. Annulant, le cas échéant.

nous permet d'attribuer plus d'importance à l'un des interrupteurs en apportant des coefficients de pondération  $\epsilon_{D,K}$ ,  $K \in \{A, B, C, N\}$ , dans les termes du critère  $J_{\text{pref}}$  :

$$J_{\text{pref}}(D_S) = \sum_{K \in \{A, B, C, N\}} \epsilon_{D,K} |D_K - D_{K,\text{pref}}|. \quad (2.70)$$

Les paramètres  $\epsilon_{D,K}$  sont *a priori* des nombres réels, mais pour faciliter les explications et conclusions menées plus loin, nous allons nous placer dans le cas particulier de  *nombres entiers*.

**Priorité donnée au critère principal** Le coefficient  $\epsilon_0$  est déterminé de manière à rendre la minimisation du critère principal de commande prioritaire sur le critère secondaire. Son choix résulte d'un compromis entre le caractère négligeable du critère secondaire par rapport au critère principal et la précision numérique de l'algorithme de résolution.

### Résolution analytique lorsque la référence est atteignable

**Paramétrisation des solutions minimisant le critère prioritaire** S'il existe au moins une solution de rapports cycliques permettant d'obtenir les tensions de référence, nous pouvons caractériser analytiquement les solutions de notre problème d'optimisation, sans passer par une transformation en problème d'optimisation linéaire à résoudre en ligne par l'algorithme du simplexe.

Grâce à la forme particulière de la matrice  $M_S$ , il est possible de paramétriser l'ensemble des solutions répondant de manière idéale aux demandes de tension par le quatrième rapport cyclique,  $D_N$ , de sorte que

$$\forall K \in \{A, B, C\}, \quad D_K = D_{KN,\text{ref}} + D_N. \quad (2.71)$$

Cette équation est similaire à l'éq. (2.57). Si le paramètre  $D_N$  des solutions vérifie

$$D_{N,\text{min}} \leq D_N \leq D_{N,\text{max}}, \quad (2.72)$$

alors

$$\forall D_N \in [D_{N,\text{min}}, D_{N,\text{max}}], \quad J_{\text{ctrl}}(D_N) = 0. \quad (2.73)$$

Donc, tant que cet ensemble optimal pour le critère  $J_{\text{ctrl}}$  est non vide, c'est-à-dire tant que

$$D_{N,\text{min}} \leq D_{N,\text{max}}, \quad (2.74)$$

toute solution de notre problème d'optimisation permettra d'obtenir les tensions demandées, et donc la zone de linéarité de l'onduleur sera étendue de manière maximale.

Dans la suite, nous nous positionnons dans le cas où les trois équations précédentes sont vérifiées.

### Reformulation du critère secondaire

La forme du critère  $J_{\text{pref}}$  est également particulière, dans le sens où elle correspond à la somme de distances pondérées entre deux ensembles de points sur la droite des réels : les rapports cycliques  $D_K$  et leurs valeurs de préférence  $D_{K,\text{pref}}$ . Les premiers sont les variables à déterminer, les seconds sont fixés et connus. Grâce aux équations (2.71), on peut exprimer les 4 rapports cycliques en fonction de la seule variable  $D_N$  dans le critère  $J_{\text{pref}}$ . Cette variable  $D_N$  représente le degré de liberté existant. Pour cela, on définit d'abord une série de nombres réels, notée  $d$ , dont les éléments  $d_K$ ,  $K \in \{A, B, C, N\}$ , définis par

$$d_K = \begin{cases} D_{K,\text{pref}} - D_{KN,\text{ref}} & \text{si } K \in \{A, B, C\}, \\ D_{N,\text{pref}} & \text{si } K = N, \end{cases} \quad (2.75)$$

y apparaissent  $\epsilon_{D,K}$  fois.<sup>1</sup> Les  $d_K$  sont tous connus et fixés. La nouvelle forme du critère de préférence  $J_{\text{pref}}$  est alors

$$J_{\text{pref}}(D_N) = \sum_{K \in \{A, B, C, N\}} \epsilon_{D,K} |D_N - d_K|. \quad (2.76)$$

### Résolution du problème de minimisation du critère de préférence

Cette fois, il s'agit d'une somme de distances d'un même point réel à une série d'autres point réels, distances pondérées par les coefficients  $\epsilon_{D,K}$ . Ce problème est bien connu<sup>2</sup> dans la littérature scientifique [Sma90, HJP<sup>+</sup>01, HU14]. Nous en présentons une solution à l'aide de la série  $d$  définie précédemment.

Le problème de la minimisation non contrainte de la forme (2.76) du critère  $J_{\text{pref}}$  se réduit à la détermination de la *médiane* de la série  $d$  en fonction des paramètres  $\epsilon_D$  et  $D_{S,\text{pref}}$  de notre méthode. En notant  $\text{card}$  le cardinal (le nombre d'éléments) d'un ensemble, la médiane est définie ici par

$$\text{med } d = \{ d_{\text{med}} \in \mathbb{R} \mid \text{card} \{d_e \in d \mid d_e < d_{\text{med}}\} = \text{card} \{d_e \in d \mid d_e > d_{\text{med}}\} \}, \quad (2.77)$$

c'est-à-dire qu'il s'agit de l'ensemble des nombres réels qui séparent la série finie  $d$  en deux sous-séries de taille identique, respectivement d'éléments strictement inférieurs et strictement supérieurs.

La taille de la série  $d$  est donnée par la somme des coefficients  $\epsilon_D$ . On peut alors rencontrer deux cas de figures, illustrés sur la fig. 2.13 :

- la série  $d$  est de taille *impaire* : la valeur optimale de  $D_K$ , que nous notons  $D_{N,\text{opt}}$ , est unique et correspond au point milieu de la série  $d$  triée dans l'ordre croissant de ses éléments ;

---

1. D'où le choix de nombres entiers pour simplifier les explications. Ici, les  $\epsilon_{D,K}$  sont les nombres d'occurrence des éléments  $d_K$  dans la série  $d$ . Le raisonnement et les conclusions que nous en tirerons plus loin sont encore valides avec des nombres réels, mais la démonstration se révèle plus longue et il n'est plus possible de parler de nombre d'apparitions dans la série  $d$ , facile à imaginer, il faut revenir à l'idée de pondération.

2. Les solutions peuvent être interprétées comme étant des points de FERMAT.

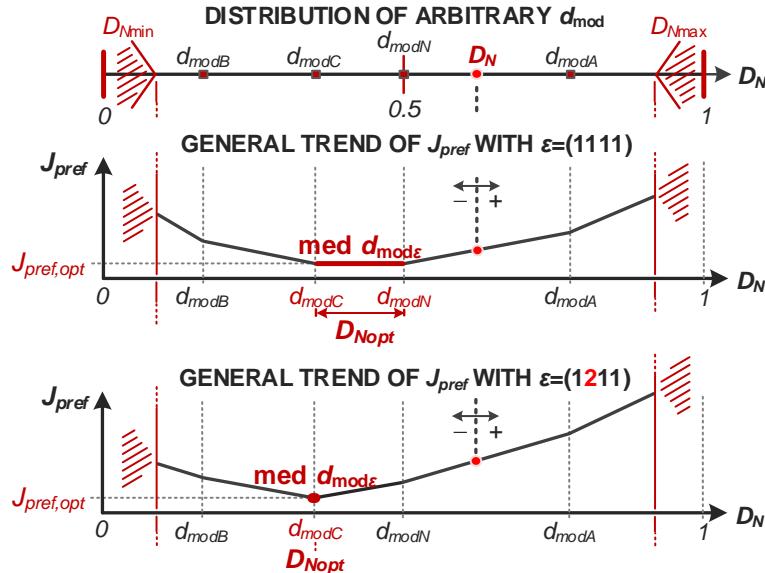


FIGURE 2.13 – Illustration de l'évolution du critère de coût secondaire  $J_{\text{pref}}$  en fonction du choix du vecteur de poids  $\epsilon_D$  et de la valeur de  $D_N$ .

- la série  $d$  est de taille *paire* :  $D_{N,\text{opt}}$  appartient cette fois à un ensemble, non réduit à un singleton, qui est le segment délimité par les deux points milieux de la série  $d$  triée dans l'ordre croissant de ses éléments.

La courbe de l'évolution du critère secondaire de préférence  $J_{\text{pref}}$  en fonction du rapport cyclique  $D_N$  est représentée selon la nature de la taille de la série  $d$ . Dans le cas pair, avec  $\epsilon_D = (1 \ 1 \ 1 \ 1)$ , la forme obtenue n'est pas arrangeante pour la commande puisqu'il n'y a toujours pas de solution optimale unique. L'ensemble des solutions correspond bien au segment délimité par les deux points milieux de la série  $d$ , qui sont dans ce cas  $d_C$  et  $d_N$ . En pratique, l'utilisateur peut ajuster légèrement les paramètres de la méthode pour s'assurer que la somme des  $\epsilon_{D,K}$  soit *impaire*, et donc pour rendre la solution optimale unique, comme c'est le cas dans la deuxième partie de la figure avec le choix illustratif et arbitraire de  $\epsilon_D = (1 \ 2 \ 1 \ 1)$ .

#### Prise en compte des contraintes

Enfin, l'ensemble des solutions optimales pour le problème non contraint, qui est donc la médiane<sup>1</sup> de la série  $d$ , doit être réduit à sa version saturée par l'intervalle délimité par les bornes  $D_{N,\text{min}}$  et  $D_{N,\text{max}}$  pour garantir la faisabilité des rapports cycliques solutions. En notant la médiane  $\text{med}$ , les solutions optimales vérifient

$$D_{N,\text{opt}} \in \text{med } d \quad \text{tel que} \quad D_{N,\text{min}} \leq D_{N,\text{opt}} \leq D_{N,\text{max}}. \quad (2.78)$$

1. Avec notre définition de la médiane, selon la nature de la taille de la série, la médiane peut ne pas être réduite à un seul élément. Il s'agit toutefois bien de trouver l'ensemble des éléments pouvant séparer la série en deux-sous séries de taille identique.

### Paramétrage de la méthode

Nous avons pu constater que le choix des paramètres de la méthode à un rôle à jouer sur le type de solutions obtenues. Les coefficients  $\epsilon_{D,K}$  et les valeurs de préférence  $D_{K,\text{pref}}$  définissent la série auxiliaire  $d$ , sur laquelle repose la résolution du problème d'optimisation que nous avons formulé. Nous proposons un ensemble de configurations qui nous semblent intéressantes à évaluer pour une première étude.

**Réglage des valeurs de préférence** La sélection des paramètres  $D_{K,\text{pref}}$  se fait en exprimant des préférences de rapports cycliques pour chaque interrupteur. Pour une utilisation équitable des deux interrupteurs d'une même cellule de commutation, on pourrait choisir la configuration

$$D_{S,\text{pref}} = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.5 \\ 0.5 \\ 0.5 \end{pmatrix}. \quad (2.79)$$

Autrement, on pourrait forcer les interrupteurs du haut à être à l'état haut le moins souvent possible, et inversement, les forcer à rester à l'état haut le plus longtemps possible au cours d'une période de commutation, ce qui se traduit par les configurations

$$D_{S,\text{pref}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad D_{S,\text{pref}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (2.80)$$

**Réglage des poids** A priori, le choix le plus évident serait de ne favoriser aucune cellule sur une autre, et de les faire fonctionner de manière équitable. On choisira alors

$$\epsilon_D = (1 \ 1 \ 1 \ 1). \quad (2.81)$$

Autrement, pour éviter de provoquer des dissymétries au niveau des 3 phases, il vaut mieux faire en sorte de choisir des valeurs de paramètres identiques pour les trois premiers bras. On pourrait donc contraindre davantage les bras des phases à garder des rapports cycliques proches de leurs valeurs de préférence et laisser le quatrième bras libre. Inversement, on pourrait ne contraindre que le quatrième bras et laisser les trois premiers sans contrainte. Nous proposons alors les configurations

$$\epsilon_D = (1 \ 1 \ 1 \ 0), \quad \epsilon_D = (0 \ 0 \ 0 \ 1). \quad (2.82)$$

#### 2.B.3.4 Évaluation de la méthode en simulation

Nous illustrons les résultats de commande fournis par le problème d'optimisation (2.65) que nous résolvons par l'approche analytique en nous reposant sur la détermination de la médiane de la série spéciale  $d$  que nous avons définie. Nous proposons de traiter quelques configurations particulières de notre méthode que nous avons trouvé intéressantes pour une

TABLE 2.2 – Configurations de la méthode d’allocation proposées.

n°	$D_{S,\text{pref}}^T$	$\epsilon_D$	Solutions optimales
1	(0.5 0.5 0.5 0.5)	(1 1 1 1)	non déterminée
2	(0.5 0.5 0.5 0.5)	(1 1 1 0)	OMIPWM
3	(0.5 0.5 0.5 0.5)	(0 0 0 1)	ASPWM
4	(1 1 1 1)	(1 1 1 1)	DPWMmax
5	(0 0 0 0)	(1 1 1 1)	DPWMmin

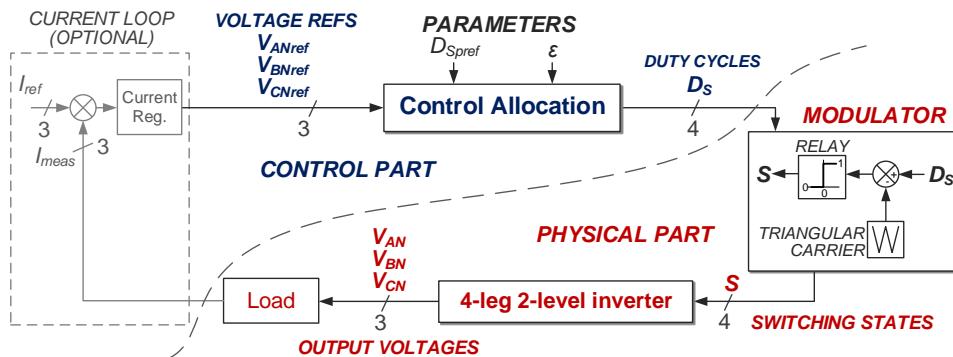


FIGURE 2.14 – Diagramme général de la méthode d’allocation proposée pour l’onduleur quatre bras deux niveaux.

première étude en simulation, parmi celles qui sont résumées dans la table 2.2. Le diagramme général de la méthode est disponible sur la fig. 2.14.

Nous présentons des résultats de simulation obtenus sous les plateformes MATLAB®–Simulink®. L’objectif est de réaliser un système de tensions sinusoïdales triphasées. Nous évaluons la méthode pour trois valeurs croissantes de l’amplitude de référence du système :  $0.3E_{dc}$ ,  $0.5E_{dc}$  et  $1/\sqrt{3}E_{dc}$ , qui est la valeur de la limite de linéarité de l’onduleur. Nous savons donc qu’il existe au moins une solution de rapports cycliques pour réaliser ces tensions<sup>1</sup>, ce qui nous permet d’utiliser les résultats que nous avons établis précédemment. Les courbes obtenues sont représentées pour une période complète de tension. Nous faisons abstraction de la fréquence en représentant les grandeurs en fonction de l’angle en radians, de 0 à  $2\pi$ .

Pour simplifier les tests, nous avons choisi des tensions équilibrées, mais la résolution par la détermination de la médiane fonctionne aussi avec des références non équilibrées. Nous notons  $v_{ref,med}$  la médiane, et nous définissons  $v_{ref,med}$  comme étant la tension de référence

1. Toute méthode qui permet d’atteindre la limite connue de  $1/\sqrt{3}E_{dc}$ , comme par exemple la MLI triphasée (ou son équivalent vectoriel la SVM), etc. L’important est juste de savoir qu’il existe au moins une solution de rapports cycliques qui peut annuler le critère principal  $J_{ctrl}$ . On peut alors se servir de l’eq. (2.71) et se focaliser sur la minimisation du second critère uniquement pour déterminer sur quel ensemble l’eq. (2.71) est à la fois vraie, réalisable et optimale.

réduite par rapport à  $E_{dc}$  et médiane du système des 3 tensions :

$$v_{ref,med} = \text{med } v_{ref} = \text{med} \begin{pmatrix} v_{AN,ref} \\ v_{BN,ref} \\ v_{CN,ref} \end{pmatrix} = \text{med} \begin{pmatrix} D_{AN,ref} \\ D_{BN,ref} \\ D_{CN,ref} \end{pmatrix}. \quad (2.83)$$

### Première configuration

Premièrement, sélectionnons la configuration n° 1 dans la table 2.2. Nous considérons le choix le plus trivial, pour lequel on utilise les cellules de commutation de manière équitable entre les bras, et où les interrupteurs haut et bas de chaque cellule sont aussi équitablement sollicités.

**Détermination de la médiane** Comme tous les  $\epsilon_{D,K}$  sont identiques, les éléments  $d_K$ ,  $K \in \{A, B, C, N\}$ , apparaissent tous le même nombre de fois dans la série  $d$ . On peut donc simplifier la série ne les faisant apparaître qu'une seule fois :

$$d = \{0.5 - v_{AN,ref}, 0.5 - v_{BN,ref}, 0.5 - v_{CN,ref}, 0.5\}. \quad (2.84)$$

La taille de la série est paire : les solutions optimales  $D_{N,opt}$  appartiennent au segment délimité par les deux points milieu de  $d$ . Nous faisons l'hypothèse —réaliste— qu'au moins une des 3 tensions est négative et qu'au moins une autre est positive.<sup>1</sup> Nous pouvons en déduire que 0.5 est un des deux points milieux de la série. Le deuxième point milieu est identifié par la médiane  $v_{ref,med}$ , de sorte que, finalement,

$$\text{med } d = [0.5 - v_{ref,med}, 0.5]. \quad (2.85)$$

Notons que si  $v_{ref,med}$  est négatif, alors le segment  $[0.5 - v_{ref,med}, 0.5]$  doit plutôt être écrit  $[0.5, 0.5 - v_{ref,med}]$  pour être rigoureux. Néanmoins, pour éviter d'alourdir la démonstration, nous allons supposer que cette correction sera toujours faite.

**Solutions optimales** Finalement, les solutions optimales du quatrième rapport cyclique  $D_{N,opt}$ , paramètre des autres rapports cycliques, appartiennent à l'ensemble  $\text{med } d$  saturé par les bornes de validité de  $D_N$ ,  $D_{N,min}$  et  $D_{N,max}$ .

**Visualisation** Le domaine optimal de  $D_N$  est illustré sur les fig. 2.15A pour les trois valeurs d'amplitude de référence. Les limites  $D_{N,min}$  et  $D_{N,max}$  sont également représentées par les courbes extrémales en forme de sinus redressé. Plus l'amplitude de référence augmente, plus l'ensemble défini par la médiane est rogné par les bornes de  $D_N$ . Ceci va traduire une évolution de la forme même des solutions de modulation que nous allons obtenir en fonction de l'amplitude de référence.

Les deux courbes extrémales se rencontrent tout juste aux angles multiples de  $\pi/3$  quand la valeur limite de  $1/\sqrt{3}E_{dc}$  est atteinte, ce qui signifie qu'à ces valeurs d'angles particulières,  $D_{N,min} = D_{N,max}$ . Pour une amplitude supérieure, il existera des instants de commande pour lesquels les tensions demandées ne pourront pas être réalisées.

---

1. Qu'elles soient triphasées équilibrées ou non équilibrées.

Sur les fig. 2.15A, l'ensemble optimal<sup>1</sup> est représenté par les deux lignes pleines, en rouge pour la borne supérieure et en bleu pour la borne inférieure. La partie hachée indique l'évolution de l'intérieur de l'ensemble au cours du temps. Plus l'amplitude croît, et plus le segment des solutions optimales est large et les courbes extrémiales des bornes  $D_{N,\min}$  et  $D_{N,\max}$  se rétractent vers le centre. Le segment des solutions finit rapidement par rencontrer les bornes et être écrêté autour des angles multiples impairs de  $\pi/6$ . On représente en courbes en tirets la version non saturée du domaine optimal. Elles sont plus clairement annotées (1) et (2), respectivement pour la borne supérieure et la borne inférieure de l'ensemble non saturé. La version saturée est toujours représentée par la partie hachée.

Les fig. 2.15B illustrent le domaine optimal correspondant pour l'exemple du rapport cyclique du bras A. Le fondamental, quand il est visible, est représenté en ligne à tirets gris. Sur les fig. 2.15B, on peut remarquer que les moments durant lesquels les bornes min et max de l'ensemble des  $D_{N,\text{opt}}$  rencontrent les bornes  $D_{N,\min}$  et  $D_{N,\max}$  correspondent bien aux moments où un des trois premiers bras est continuellement bloqué ou continuellement conducteur, ce qui traduit un comportement de type modulation discontinue.

On peut soulever une caractéristique particulière des formes d'onde solutions qui est propre à ce type de commande. Quand  $D_{N,\text{opt}}$  n'est pas saturé, les solutions de  $D_{A,\text{opt}}$  suivent une certaine forme spéciale qui reste la même jusqu'au moment où la saturation intervient avec l'augmentation de l'amplitude de référence. Alors, puisque les saturations sont prises en compte par la méthode d'allocation, le domaine optimal de  $D_A$  change automatiquement de forme pour pouvoir continuer à réaliser les tensions demandées.

Ce *morphisme actif* des solutions de modulation semble être une propriété caractéristique de ce type d'approche. En général, la forme d'onde fournie par une méthode de modulation ne dépend pas de l'amplitude du système de tension de référence, mais plutôt de l'instant dans la période de découpage ou dans la période fondamentale, notamment avec les méthodes de modulation discontinue où l'on peut trouver des schémas de commutation très particuliers, aux formes d'onde très « cassées ». Mais ici, c'est bien avec l'évolution de l'amplitude de référence que le changement se produit pour adapter la forme d'onde de  $D_{A,\text{opt}}$  à la fenêtre admissible du rapport cyclique, entre 0 et 1.

### 2.B.3.5 Deuxième configuration—OMIPWM

Le problème ne possédant pas de solution *unique* avec la configuration précédente, nous proposons de l'adapter légèrement pour favoriser l'apparition d'une solution unique. On sélectionne maintenant la configuration n° 2 dans la table 2.2.

#### Détermination de la médiane

Cette fois-ci, l'élément  $d_N$  n'apparaît pas dans la série  $d$ , et les autres apparaissent le même nombre de fois. On peut écrire alors la série sous la forme réduite

$$d = \{0.5 - v_{AN,\text{ref}}, \ 0.5 - v_{BN,\text{ref}}, \ 0.5 - v_{CN,\text{ref}}\}. \quad (2.86)$$

---

1. Vu qu'il n'est pas réduit à une solution unique.

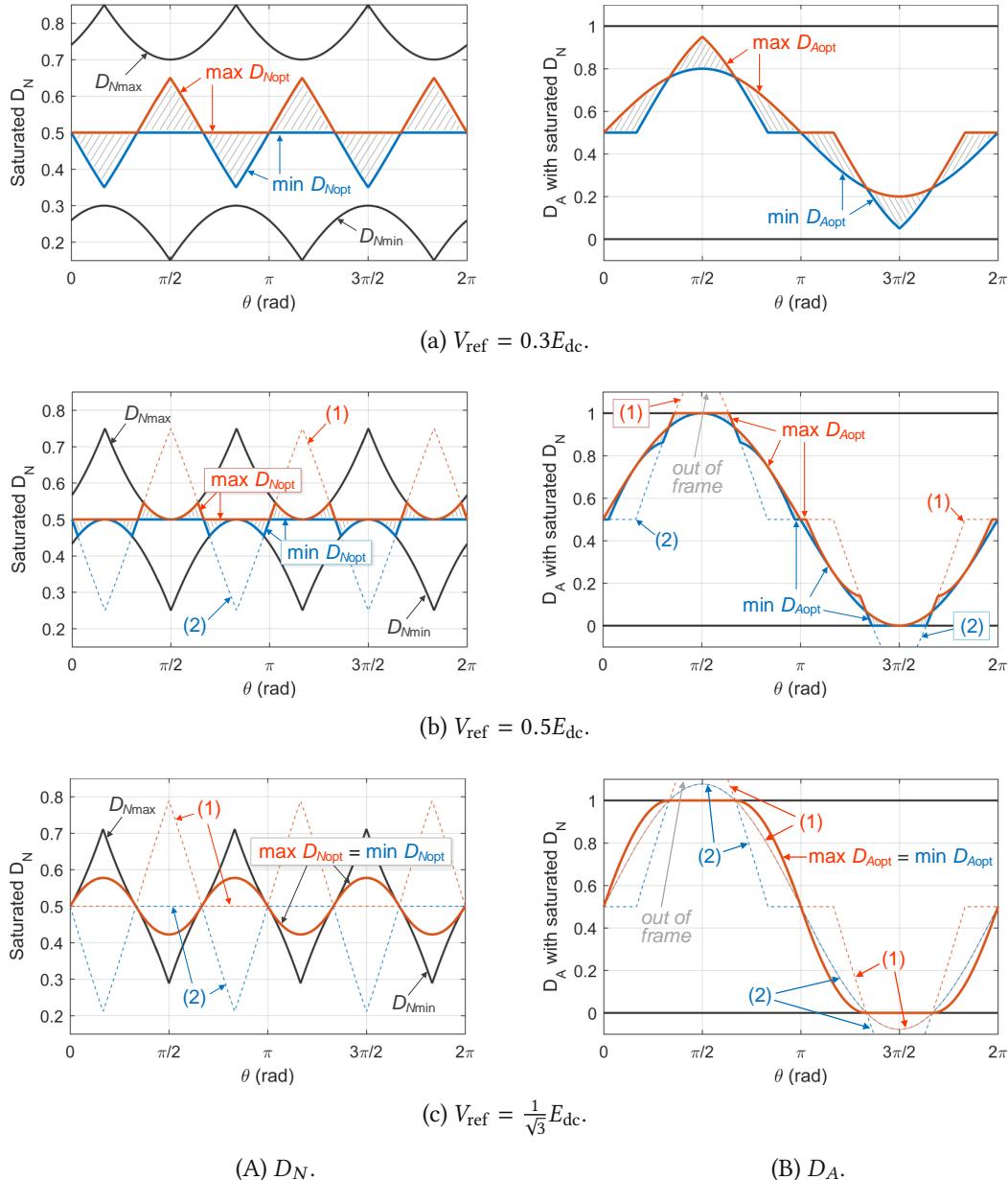


FIGURE 2.15 – Solutions optimales des rapports cycliques pour la première configuration proposée pour la méthode de commande.

Alors, la médiane est obtenue beaucoup plus facilement et s'écrit

$$\text{med } d = 0.5 - v_{\text{ref,med}}. \quad (2.87)$$

**Solutions optimales** La solution optimale  $D_{N,\text{opt}}$  est unique et est égale à la valeur  $0.5 - v_{\text{ref,med}}$  saturée par les bornes de faisabilité  $D_{N,\text{min}}$  et  $D_{N,\text{max}}$ .

Remarquons que cette solution est déjà visible sur les figures précédentes. Elle correspond aux parties du domaine optimal de la configuration précédente qui sont le plus éloignées de la valeur centrale 0.5. Autrement dit, dans l'intervalle  $[0, \pi/3]$ , elle correspond à la borne inférieure du domaine, puis dans l'intervalle  $[\pi/3, 2\pi/3]$ , c'est au tour de la borne supérieure du domaine, et ainsi de suite, et on obtient une forme d'onde quasi-triangulaire.

Nous pouvons approfondir l'analyse de la solution optimale. Grâce à la résolution analytique du problème d'optimisation, il est possible d'extraire de la solution optimisée une méthode de modulation intersective qui en est équivalente. On peut interpréter la solution optimale comme étant une méthode d'injection d'une séquence nulle de tension qui serait égale à l'opposée de la tension médiane des tensions de référence et encadrée par les bornes de validité  $D_{N,\text{min}}$  et  $D_{N,\text{max}}$  [BFB16]. Nous avons proposé cette méthode dans [BFB16] pour ses propriétés originales. Dans sa version anglaise, nous l'avons intitulée Opposite Median Voltage Pulse-Width Modulation (OMIPWM). En français, on peut l'appeler modulation de largeur d'impulsion à injection de l'opposé de la médiane des tensions de référence (MLI-IOM).

Pour la MLI triphasée, la séquence nulle de tension peut s'écrire comme étant l'injection de la valeur du point milieu du segment de faisabilité  $[D_{N,\text{min}}, D_{N,\text{max}}]$  [dSdSJ11], c'est-à-dire la moitié de la médiane des tensions de référence si la somme des tensions est nulle. Ce signal ne rencontre jamais les bornes tant que l'amplitude de référence reste inférieure ou égale à la limite de linéarité connue (voir eq. (2.64) page 83). Au contraire de la MLI triphasée, le signal de séquence nulle de l'OMIPWM vient rencontrer rapidement les butées de rapports cycliques avec l'augmentation de l'amplitude de référence. À nouveau, et même plus clairement dans ce cas-ci, la signal de  $D_A$  va bénéficier d'une adaptation active de sa forme d'onde pour rester dans la plage de validité. À faible amplitude de référence, l'OMIPWM se comporte comme une méthode de modulation continue. Le caractère discontinu de la méthode apparaît à partir d'une certaine valeur d'amplitude de référence, avec des périodes de discontinuité de plus en plus larges.

L'OMIPWM est donc une nouvelle méthode de modulation intersective, spécifiquement issue de la résolution analytique d'un problème d'allocation par optimisation mixte, et dont on donne des formules simples à mettre en œuvre numériquement. Cette méthode va automatiquement passer d'une modulation continue à une modulation discontinue en fonction de l'amplitude de référence, et pourrait trouver des applications cibles qui nécessitent ce type de propriétés. On pourrait peut-être penser à de la commande de machines électriques pour lesquelles, à basse vitesse, on souhaiterait alimenter le moteur à l'aide d'une méthode de modulation continue, et à haute vitesse profiter d'une modulation discontinue pour réduire les pertes par commutation.

On peut trouver un schéma de commande résumant la méthode OMIPWM sur la fig. 2.16.

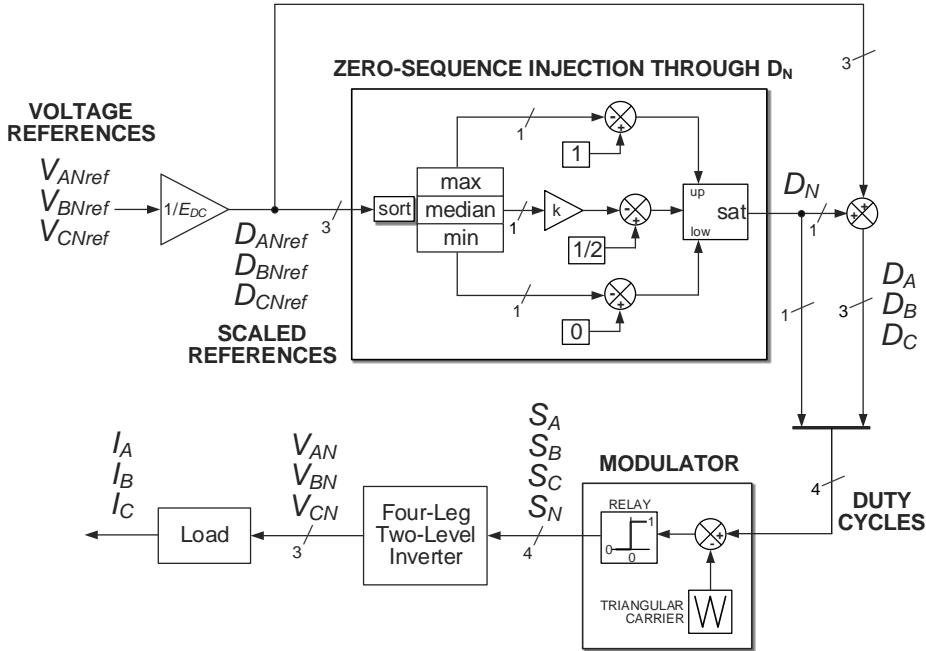


FIGURE 2.16 – Schéma de commande de la méthode de modulation OMIPWM issue de l'approche par allocation.

### 2.B.3.6 Troisième configuration–ASPWM

Précédemment, nous avions indiqué à l'algorithme de contraindre les rapports cycliques des 3 premiers bras et nous avions libéré la contrainte sur le quatrième. Nous pouvons tester la configuration inverse, pour laquelle c'est le quatrième bras qui subit la pénalisation dans le critère  $J_{pref}$ , et pour laquelle les 3 premiers bras sont libres. On sélectionne donc la configuration n° 3 dans la table 2.2.

**Détermination de la médiane** Cette fois, seul le coefficient  $\epsilon_{D,N}$  est non nul. Alors, on trouve très rapidement que

$$\text{med } d = 0.5. \quad (2.88)$$

**Solutions optimales** La solution optimale  $D_{N,\text{opt}}$  est donc unique et correspond à la valeur 0.5 saturée par les bornes  $D_{N,\text{min}}$  et  $D_{N,\text{max}}$ .

Les formes d'onde de  $D_N$  obtenues avec cette configuration sont disponibles sur les fig. 2.17A.

Remarquons que dans la plupart des cas, cette solution se comporte comme la Sinusoidal Pulse-Width Modulation (SPWM). Toutefois, la SPWM n'étend pas la zone de linéarité du convertisseur : celle-ci est limitée à  $E_{dc}/2$  avec cette méthode de modulation. Au contraire, avec notre approche, ce n'est pas le cas. Comme on peut l'observer sur la dernière figure, les bornes de validité  $D_{N,\text{min}}$  et  $D_{N,\text{max}}$  devenant trop contraignantes, la solution optimale 0.5 bénéficie à nouveau d'une adaptation de sa forme d'onde, et en particulier, avec cette configuration, la forme d'onde est modifiée de manière minimale : on s'éloigne le moins possible de 0.5. On

peut interpréter ce résultat ainsi : tant que nous n'avons pas besoin de modifier la valeur du potentiel neutre, autant le laisser à sa valeur classique ; si l'on ne peut plus réaliser les tensions demandées sans utiliser le degré de liberté représenté par le réglage du potentiel neutre, alors on l'utilise de manière à n'apporter que ce qu'il manque.

Grâce à cette adaptation, la méthode, comme les autres solutions issues de l'approche par allocation par optimisation, permet bien d'étendre de manière maximisée la plage de linéarité de l'onduleur. Il semble que cette solution de modulation n'ait pas été encore identifiée dans la littérature. Nous avons intitulée la méthode de modulation intersective équivalente Adaptive Sinus Pulse-Width Modulation (ASPWM), en français modulation de largeur d'impulsion sinusoïdale adaptative (MLI-SA).

### 2.B.3.7 Quatrième et cinquième configurations—DPWMmin, DPWMmax

Il est également possible de régler les valeurs de préférence  $D_{S,\text{pref}}$  dans le but de favoriser l'interrupteur du haut ou du bas d'une cellule de commutation. La configuration n° 4 indique des valeurs de préférences égales à 1.

Comme la somme des  $\epsilon_{D,K}$  est paire, l'ensemble des solutions n'est pas réduit à un unique élément. La médiane s'écrit

$$\text{med } d = [1 - v_{\text{ref,med}}], \quad (2.89)$$

et l'ensemble optimal doit être saturé par les bornes de faisabilité.

On peut vérifier qu'en fait, dans tous les cas, après application des limitations  $D_{N,\text{min}}$  et  $D_{N,\text{max}}$ , l'ensemble optimal se réduit à la valeur de la borne maximale  $D_{N,\text{max}}$ . Les solutions obtenues correspondent alors à la Discontinuous Pulse-Width Modulation maximum (DPWMmax). De manière similaire, on tombe sur les mêmes conclusions avec la configuration n° 5, qui est équivalente à la DPWMmin. À partir de notre formulation de commande par optimisation, nous retrouvons donc également des résultats de modulation déjà identifiés dans la littérature, en addition aux nouvelles solutions que nous avons analysées plus tôt.

### 2.B.3.8 Comparaison des lois de modulation obtenues

Dans [BBF17a, BFB16], nous proposons une comparaison des performances des méthodes solutions du problème d'optimisation selon des critères classiques en génie électrique, principalement le taux de distorsion harmonique, ou *total harmonic distortion* (THD) en anglais, des courants et les pertes par commutation. Sur la fig. 2.18, nous représentons une estimation de l'énergie perdue par commutation sur toute la période de simulation et en fonction de l'amplitude de référence. Les pertes par commutation sont estimées à partir d'une modélisation paramétrique simple, identifiée à partir de datasheets classiques. Nous proposons de visualiser plutôt les tendances d'évolution des courbes. Le THD des courants représenté sur la fig. 2.19 est évalué grâce à la fonction thd de la Signal Processing Toolbox de MATLAB®.

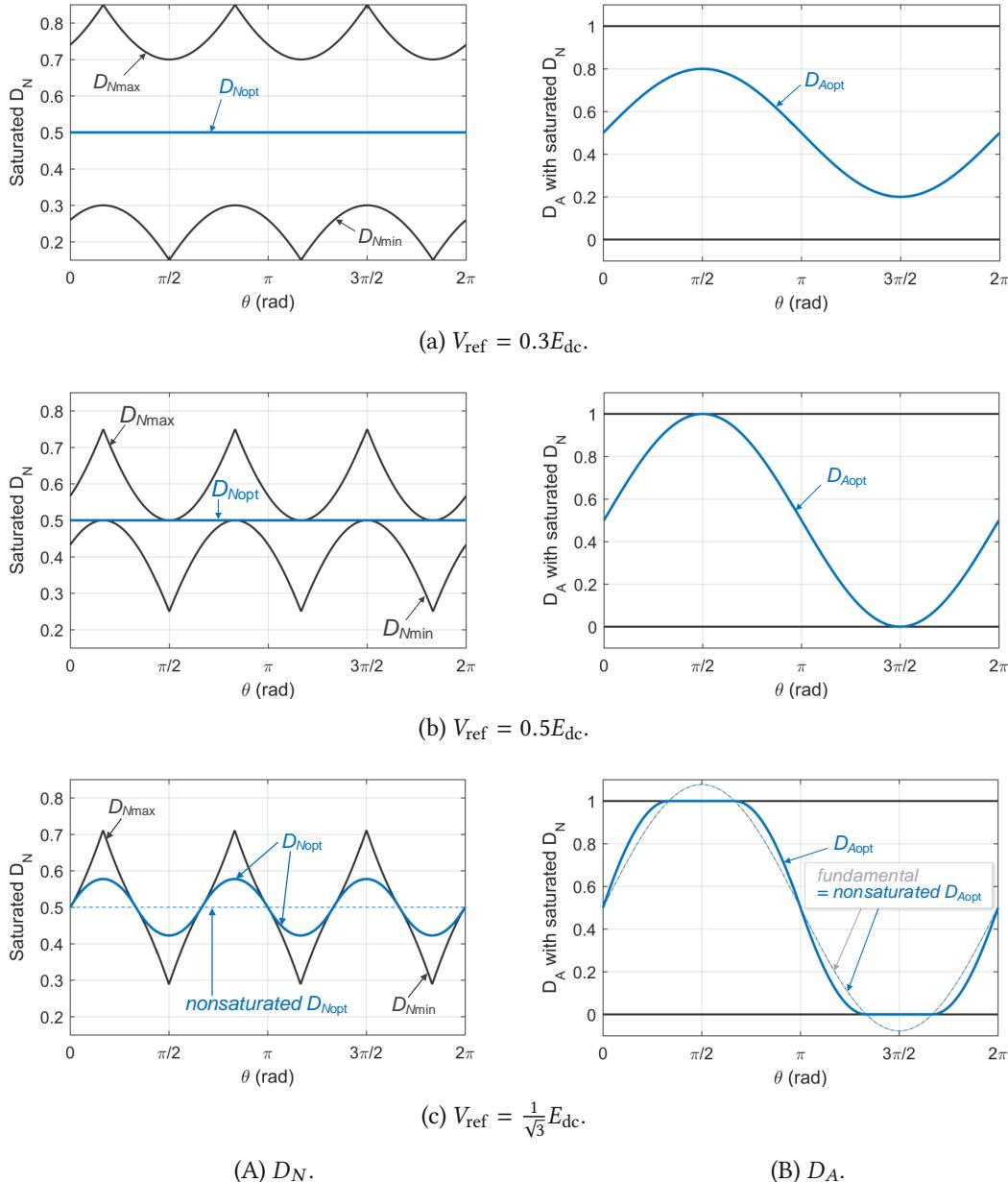


FIGURE 2.17 – Solutions optimales des rapports cycliques pour la troisième configuration proposée-ASPWM-pour la méthode de commande.

Globalement, sur les deux figures, les méthodes SVM, DPWMmin et DPWMmax<sup>1</sup> délimitent des zones caractéristiques d'un comportement de modulation continue (pour la SVM) et discontinue (pour les Discontinuous Pulse-Width Modulation (DPWM)). Entre les deux, les comportements des méthodes OMIPWM et Adaptive Sinus Pulse-Width Modulation (ASPWM) sont très particuliers : à amplitude de référence peu élevée, elles se comportent comme des méthodes continues, et à amplitude élevée, elles finissent par adopter un comportement de méthodes discontinues.

Nous invitons le lecteur intéressé à consulter les articles [BBF17a] et [BFB16] pour plus d'informations.

#### 2.B.3.9 Au-delà de la limite de linéarité

Si les références de tension ne sont pas du tout réalisables, alors notre approche de résolution par la médiane n'est plus correcte. On revient alors à l'utilisation de l'algorithme du simplexe en temps réel pour trouver une solution optimale de commande qui minimise au mieux l'erreur de tension, en tout cas sa norme 1.

---

1. Voir la très bonne référence [dSdSJ11].

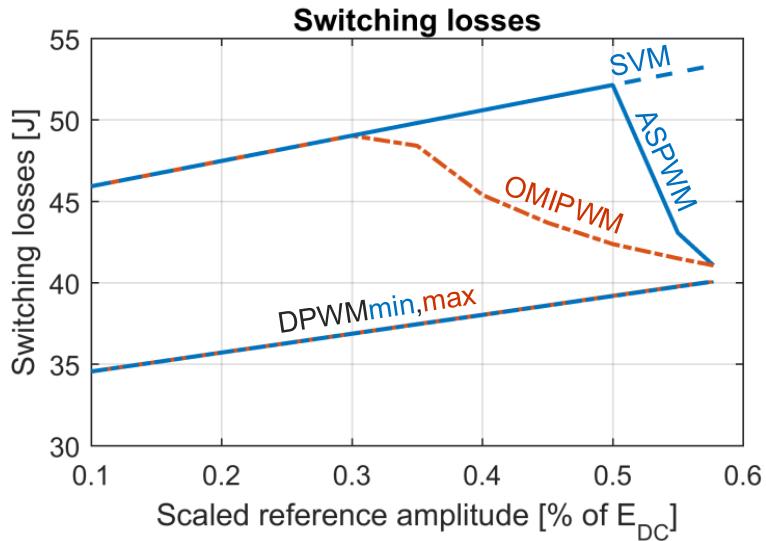


FIGURE 2.18 – Évaluation théorique des pertes par commutation sur une période fondamentale pour chaque méthode étudiée.

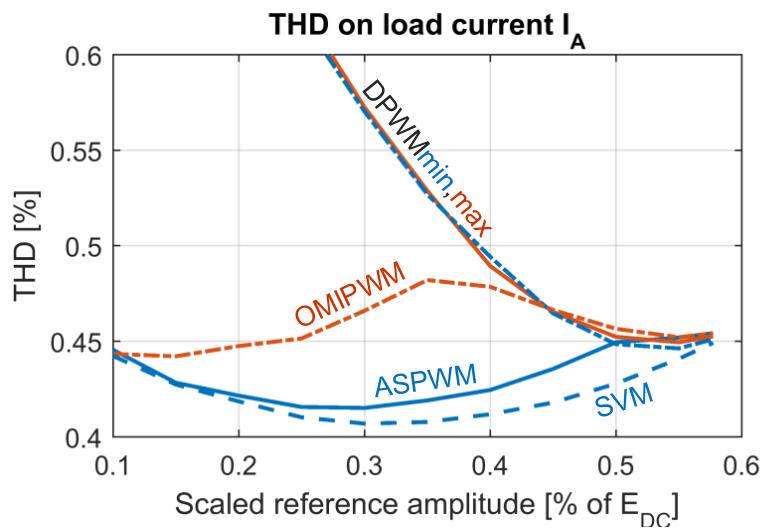


FIGURE 2.19 – Évaluation théorique du taux de distorsion harmonique des courants pour chaque méthode étudiée.

## 2.C | Conclusion quant aux approches d'allocation proposées pour les convertisseurs statiques (CVS)

Les méthodes d'allocation que nous avons développées ne reposent pas sur la connaissance explicite de la représentation géométrique du convertisseur statique. Toutes les possibilités de pilotage du convertisseur sont plutôt directement et intrinsèquement incluses dans des formulations algébriques que nous proposons pour la commande de l'onduleur. Les méthodes d'allocation semblent donc être une solution de commande des CVS très intéressante et aux nombreuses propriétés.

Nous avons proposé deux approches de modélisation des variables de commande à utiliser pour nos formulations : l'approche « vecteur » et l'approche « interrupteur ». L'approche « vecteur » nous permet de prendre en compte les configurations instantanées d'état d'interrupteurs dans lesquelles l'onduleur peut se trouver, mais la formulation algébrique ne tient pas compte de leur ordre dans la période de modulation, et nous revenons au calcul des rapports cycliques des interrupteurs correspondants et à l'utilisation d'un modulateur échantillonné symétrique à porteuse triangulaire pour appliquer nos solutions. De plus, nous ne pouvons pas spécifier facilement dans le critère coût la propriété recherchée de l'adjacence des vecteurs actifs sélectionnés, même si, finalement, elle est obtenue *a posteriori* grâce au modulateur Regular-Sampled Symmetric Pulse-Width Modulation (RSPWM) et à l'équivalence obtenue entre méthodes intersectives et méthodes vectorielles.

D'un autre côté, l'approche « interrupteur » aboutit à une formulation plus simple à comprendre et à résoudre. Nous proposons même une résolution analytique du problème d'allocation que nous avons formulé sans passer par de l'optimisation numérique en ligne, ce qui nous a permis de trouver des expressions exactes des solutions optimales sous la forme de méthodes de modulation intersectives équivalentes, sous la condition que l'amplitude du système de tensions de référence ne dépasse pas la valeur maximale de la limite de linéarité de l'onduleur qui est  $1/\sqrt{3}$ . L'algorithme étant paramétrable, nous avons proposé quelques configurations d'intérêt, que nous avons testées en simulation avec la résolution analytique que nous proposons. Nous parvenons à retrouver des solutions de modulation déjà connues en tant que réponses optimales à notre problème d'allocation, comme la Discontinuous Pulse-Width Modulation minimum (DPWMmin) et la Discontinuous Pulse-Width Modulation maximum (DPWMmax), et nous trouvons également de nouvelles solutions aux comportements originaux, comme l'Opposite Median Voltage Pulse-Width Modulation (OMIPWM) et l'Adaptive Sinus Pulse-Width Modulation (ASPWM), traduisant l'adaptation dynamique, en « temps réel », aux contraintes de commande et l'exploitation automatique du degré de liberté disponible pour répondre aux objectifs ciblés.

Ces travaux ont notamment fait l'objet d'un article de revue dans *IEEE Transactions on Control Systems Technology* [BBF17a] et d'un article de conférence dans *IEEE SPEEDAM 2016*

[BFB16]. Concernant l'approche vecteur, nous avons communiqué nos premiers résultats dans *IEEE MED 2015* [BFBL15].

Dans le chapitre suivant, dédié au développement de méthodes d'allocation pour les convertisseurs statiques plus complexes, nous aurons l'occasion de tenir compte de nouvelles problématiques de commande supplémentaires, qui devront être gérées par l'allocation. Nous mettrons en lumière les propriétés apportées par cette nouvelle approche sur les exemples de l'onduleur multicellulaire à condensateurs flottants et de l'onduleur modulaire multi-niveaux, deux topologies célèbres de conversion statique multi-niveaux (et polyphasées, au sens où elles sont triphasées).

# 3

## Méthodes d'allocation pour les convertisseurs multicellulaires

L'étude introductory avec l'onduleur quatre bras deux niveaux nous a permis d'identifier deux approches différentes pour développer des méthodes d'allocation à optimisation numérique en ligne pour les CVS. Désormais, et à partir des résultats précédents, nous abordons le développement de telles méthodes d'allocation pour les convertisseurs statiques multicellulaires triphasés et multi-niveaux. Le caractère multi-niveaux est obtenu grâce à l'association de cellules de commutation au sein d'une même structure de conversion statique, ce qui permet d'atteindre des valeurs de tension supérieures.

Dans cette thèse, nous avons étudié le développement de méthodes d'allocation pour deux topologies célèbres de conversion statique multi-niveaux. Dans une première section, c'est l'onduleur multicellulaire à condensateurs flottants (OMCF) en association série qui fait l'objet de notre étude. Nous proposons une première méthode d'allocation en tenant compte cette fois-ci de la *problématique de l'équilibrage des tensions condensateurs*, problématique nouvelle par rapport à l'onduleur quatre bras deux niveaux.

Dans une seconde section, nous abordons la commande de l'onduleur modulaire multiniveaux (OMM), ou Modular Multilevel Converter (MMC) dans sa dénomination la plus répandue, structure récente et très prometteuse, qui fait couler beaucoup d'encre ces dernières années dans la littérature scientifique. Nous développons une méthode d'allocation suivant un schéma de commande en cascade pour le *pilotage des courants internes et externes* du MMC et pour l'équilibrage actif des tensions des condensateurs de ses modules de puissance.

Nous illustrons nos méthodes par des résultats obtenus en simulation sur les plateformes MATLAB® et Simulink®.

### 3.A | Méthodes d'allocation pour l'onduleur à condensateurs flottants

L'onduleur multicellulaire à condensateurs flottants (OMCF), proposé par MEYNARD et FOCH en 1992 [MF92], est un convertisseur statique multicellulaire, à plusieurs cellules de commutation par phase. Il repose sur l'association de plusieurs cellules de commutation au sein d'un même bras, ce qui permet de partager les efforts de conversion statique entre la source et la charge et ainsi rend possible l'apparition de niveaux de tension classiquement non admissibles par les interrupteurs de puissance pris individuellement. On utilise alors des interrupteurs moyenne

tension, de type IGBT, accompagnés de diodes connectées en anti-parallèle pour obtenir le caractère bidirectionnel en courant. À la différence des structures à deux niveaux, il est alors non seulement possible d'atteindre de hautes valeurs de tension en sortie de bras, mais aussi de nouveaux niveaux de tension intermédiaires apparaissent. Un bon exemple d'application de l'OMCF est le filtrage actif d'harmoniques dus à l'alimentation de charges non linéaires ou déséquilibrées pour dépolluer le réseau [DLF08, HN17].

Pour piloter ce convertisseur statique, nous proposons une méthode d'allocation qui détermine l'utilisation des cellules, en valeur moyenne sur une période de modulation, pour réaliser un système de tensions de référence donné. Pour garantir une opération saine de conversion statique, il est nécessaire que les interrupteurs ne bloquent pas une tension supérieure à celle qu'ils peuvent admettre. Il est donc important de réguler les tensions des condensateurs flottants, responsables des niveaux de tension intermédiaires. Nous allons voir comment introduire cette problématique dans le problème d'allocation.

La méthode développée ici a été publiée dans un article de conférence [BBF17b] et elle y est résumée.

### 3.A.1 Onduleur multicellulaire à condensateurs flottants

L'OMCF en association série est représenté sur la fig. 3.1. Il alimente une charge triphasée équilibrée, de résistance  $R$  et d'inductance  $L$ . En entrée du convertisseur, on trouve une source de tension continue notée  $E_{dc}$ . Pour simplifier le développement des équations de commande, nous placerons à nouveau la référence  $G$  des potentiels au niveau de la borne inférieure de la source de tension continue.

Chaque bras de l'OMCF est constitué d'une association en série de cellules de commutation et de condensateurs disposés en alternance. Compte tenu de la nature de leur intervention au sein de la structure de conversion, ces condensateurs sont dits *flottants*. Ils jouent le rôle de sources de tension quasi-statiques. Grâce aux cellules de commutation, ces sources de tension sont ou bien *déconnectées* du bras, ou bien *sollicitées* pour fabriquer des niveaux de tensions supplémentaires en sortie du bras. Les valeurs de référence des tensions des condensateurs sont des valeurs croissantes de fractions de la tension continue, de sorte que, quand les tensions des condensateurs sont parfaitement régulées à leur valeur de référence, l'activation d'une cellule ajoute une contribution de tension (ou niveau) au bras égale à la différence de tension entre le condensateur en amont et le condensateur en aval. Plus de détails sont donnés plus loin dans la section.

Un *bras* d'OMCF à  $n_{cells}$  cellules de commutation peut fournir  $n_{cells} + 1$  niveaux de tensions. En fonctionnement onduleur complet, avec la participation du potentiel neutre, on trouve finalement  $2 \times n_{cells} - 1$  niveaux de tensions possibles.

### 3.A.2 Approche « vecteur » et approche « interrupteur » pour l'onduleur multicellulaire

Notre première analyse du développement de méthodes d'allocation pour les convertisseurs statiques (CVS) nous a permis de dégager deux points de vue différents concernant la nature

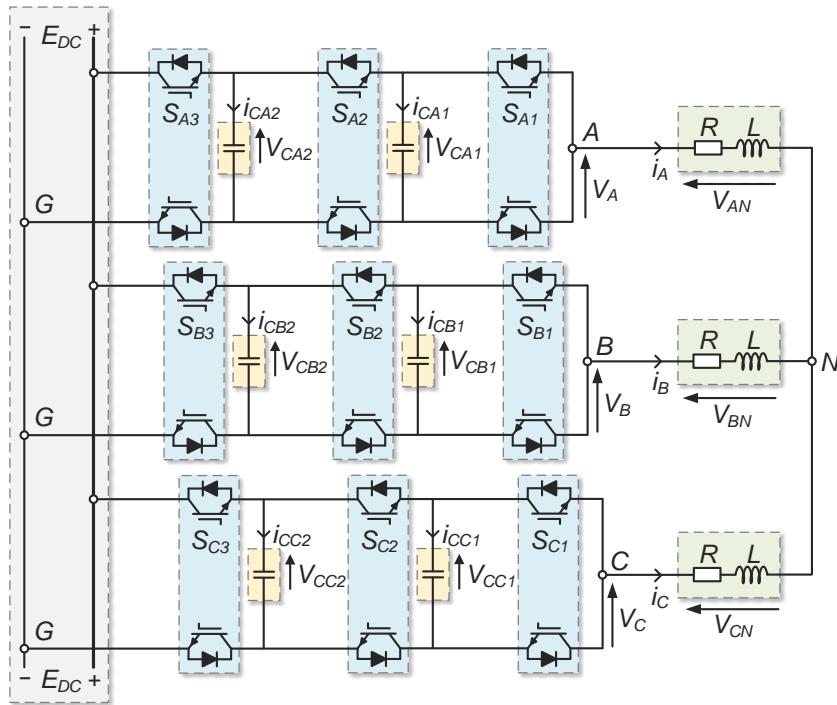


FIGURE 3.1 – Onduleur multicellulaire à condensateurs flottants, trois bras, quatre niveaux.

des variables de commande sur lesquelles se reposent :

- l'approche de commande qualifiée « vecteur » : à l'image des méthodes de modulation vectorielle, on considère que l'onduleur peut réaliser instantanément un vecteur de tension parmi un ensemble de combinaisons possibles des états de ses interrupteurs ; on cherche à déterminer quels vecteurs instantanés utiliser et à calculer leurs temps d'application pour obtenir le vecteur de tension désiré en valeur moyenne sur la période de commutation ;<sup>1</sup>
- l'approche de commande qualifiée « interrupteur » : à l'image des méthodes de modulation intersectorielle, dont la formulation est plus simple que celle de l'approche « vecteur », on cherche à calculer<sup>2</sup> directement les temps d'utilisation des cellules de commutation pour obtenir les 3 tensions désirées.

Chacune de ces deux approches se révèle intéressante à étudier et les solutions de modulation qui en résultent ont des caractéristiques différentes. Nous discutons de l'intérêt de l'une ou l'autre approche pour la commande de l'OMCF dans les sous-sections suivantes.

### 3.A.2.1 Vecteurs de l'onduleur multicellulaire

En suivant l'approche « vecteur », qui avait permis de retrouver des formes d'onde de tensions identiques à celles obtenues par Space Vector Modulation (SVM) ou par Discontinuous Pulse-

1. Néanmoins ceci est fait automatiquement avec les méthodes d'allocation.

2. Encore une fois, automatiquement, et en valeur moyenne sur la période de commutation.

Width Modulation minimum (DPWMmin), il faut s'intéresser aux vecteurs de tensions instantanés de l'OMCF. On peut distinguer plusieurs types de vecteurs.

### Vecteurs instantanés combinaisons des états des cellules

D'abord, de la même manière que pour l'onduleur quatre bras deux niveaux, on peut définir les vecteurs de tension de l'onduleur multicellulaire en listant toutes les configurations possibles des cellules de commutation du convertisseur. Le nombre total  $n_{\text{vec, omcf}}$  de ces vecteurs dépend du nombre de cellules  $n_{\text{cells}}$  et du nombre de bras  $n_{\text{legs}}$ , et s'écrit

$$n_{\text{vec, omcf}} = 2^{n_{\text{cells}} \times n_{\text{legs}}}. \quad (3.1)$$

L'ensemble des configurations possibles s'écrit

$$\{0, 1\}^{n_{\text{cells}} \times n_{\text{legs}}}. \quad (3.2)$$

Pour  $n_{\text{cells}} = 3$  et  $n_{\text{legs}} = 4$ , on obtient un nombre de vecteurs  $n_{\text{vec, omcf}} = 4096$ . C'est déjà un nombre colossal de combinaisons que l'on peut lister. Le nombre de vecteurs de ce type subit très rapidement une explosion combinatoire. Si l'on formulait un problème de commande de manière algébrique en vue d'une commande par allocation par optimisation numérique en ligne, les matrices du problème seraient du même ordre de grandeur, ce qui pourrait compromettre la résolution suffisamment rapide pour des fréquences de modulation intéressantes ou la précision numérique de l'algorithme, suite aux nombreuses opérations effectuées au cours de la résolution. On pourrait encore supposer que notre mise en œuvre pratique de l'algorithme de résolution exploite au maximum le parallélisme des opérations de l'algorithme du simplexe, mais toutefois, cela ne resterait encore envisageable que pour des nombres de niveaux peu élevés. Se reposer sur l'ensemble des combinaisons possibles des états binaires des interrupteurs ne semble pas être la solution la plus simple à appliquer.

### Vecteurs triphasés de tensions aux bornes de la charge

Ensuite, on pourrait s'intéresser à un autre type de vecteur, qui serait celui qu'on observe directement aux bornes d'une charge triphasée connectée en étoile. Plus le nombre de niveaux est grand, plus il existe de redondances de combinaisons d'états d'interrupteurs qui donnent les mêmes vecteurs de tensions aux bornes de la charge.

Si l'on utilisait ce type de vecteur, les matrices à formuler seraient déjà de taille plus petite.<sup>1</sup> Néanmoins, on ne pourrait pas complètement déterminer l'ensemble des configurations que doit prendre l'onduleur pour réaliser le vecteur de référence, car pour chaque vecteur instantané de tensions aux bornes de la charge triphasée, il pourrait exister plus d'une solution concrète de combinaison d'état d'interrupteurs correspondants. En cherchant à éviter le problème de l'explosion combinatoire, on fait face à des problématiques supplémentaires. Ce type de vecteur ne semble donc pas être le meilleur choix possible.

---

1. Vis-à-vis du nombre de lignes et de colonnes.

### Vecteurs d'utilisation de cellules par bras

Enfin, on peut définir un dernier type de vecteur considérant les bras individuellement. Chaque bras possédant  $n_{\text{cells}}$  cellules, le nombre  $n_{\text{vec/bras,omcf}}$  de vecteurs par bras, au sens du nombre de configurations possibles des cellules au sein d'un même bras, n'est que de

$$n_{\text{vec/bras,omcf}} = 2^{n_{\text{cells}}}. \quad (3.3)$$

#### 3.A.2.2 Problématiques avec l'approche « vecteur »

Nous avons essayé d'utiliser ce type de vecteurs pour construire une méthode de commande par allocation pour l'OMCF. Cependant, il reste toujours deux problématiques :

- supposons que l'on arrive à déterminer l'ensemble des vecteurs à utiliser au cours d'une période de modulation ainsi que leurs temps d'application (et, finalement, ceci peu importe le type de vecteurs), on ne sait pourtant toujours pas dans quel ordre, avec quelle *séquence* appliquer ces vecteurs *dans le temps*; c'est bien le problème que nous souhaitons éviter avec la méthodologie de commande par allocation et qui est propre aux méthodes de modulation vectorielles<sup>1</sup>, qui déterminent au préalable chaque séquence de vecteurs candidates de manière plus ou moins arbitraire<sup>2</sup>;
- en utilisant les vecteurs des états des cellules par bras, on doit faire l'hypothèse que les phases sont indépendantes, ce qui n'est pas le cas.

La première problématique est assez contraignante. Concernant le deuxième point, on perd de la redondance de commande au profit d'une simplification des problèmes de commande et de la gestion individuelle des bras de l'onduleur. On peut ensuite gérer l'interaction entre les phases en amont de la commande bras par bras pour donner à chaque bras sa propre référence de tension, pré-calculée à partir des références de tensions aux bornes de la charge triphasée.

#### 3.A.2.3 Avec l'approche « interrupteur »

L'approche « interrupteur » mène à la formulation d'un problème d'allocation dans lequel les solutions traduisent l'utilisation groupée et moyennée des cellules de commutation sur une période de commutation. Les interrupteurs participent ensemble à la réalisation de la fonction mathématique du système : l'obtention des tensions désirées aux bornes de la charge<sup>3</sup>. Avec cette approche, l'ensemble des configurations instantanées par lesquelles va passer l'onduleur au cours d'une période de commutation est obtenu *a posteriori* par le modulateur utilisé pour générer les impulsions sur les interrupteurs à partir des valeurs de rapports cycliques calculés.

Aussi, l'objectif d'équilibrage des tensions des condensateurs est lié aux différences des états des cellules de commutation directement adjacentes à un même condensateur ; nous y reviendrons plus loin. Avec l'approche « interrupteur », nous pouvons prendre en compte facilement

---

1. Ici, *multi-niveaux*.

2. Toutefois, en vue de l'amélioration de la qualité harmonique des courants et en vue de minimiser le nombre de commutations d'un vecteur à l'autre.

3. En valeur moyenne sur la période de commutation.

cet objectif dans le problème d’allocation grâce aux différences de rapports cycliques de celles adjacentes. L’algorithme du simplexe est alors capable de calculer les bonnes valeurs de rapports cycliques pour répondre simultanément aux deux principaux objectifs de commande ciblés :

- (1) la réalisation des tensions de référence ;
- (2) l’équilibrage des tensions des condensateurs.

#### 3.A.2.4 Analyses et interprétations

S’il on souhaite poursuivre jusqu’au bout l’approche « vecteur », il faut donc indiquer à l’algorithme comment appliquer dans le temps les vecteurs sélectionnés par optimisation. Dans nos tests, pour nous avons choisi de transformer les solutions de durées d’utilisation des vecteurs fournies par l’algorithme en solutions de rapports cycliques des interrupteurs à partir des combinaisons d’états binaires correspondantes, puis nous avons obtenu les impulsions sur les interrupteurs par Phase Shift Pulse-Width Modulation (PSPWM). Cette méthode s’avère être une des plus simples à mettre en œuvre et efficace.

Un avantage majeur de l’approche « interrupteur » est la réduction de la taille des problèmes d’allocation construits par rapport à l’approche « vecteur ». Les contraintes sur les rapports cycliques sont des indications de bornes minimales et maximales et peuvent donc être prises en compte directement par les algorithmes de résolution de problèmes d’optimisation linéaire (POL), tandis que la contrainte sur les temps d’utilisation des vecteurs concerne plusieurs variables de décision —la somme est bornée— et doit inévitablement être ajoutée en tant que ligne supplémentaire dans la matrice des contraintes  $A$ .

Cependant, avec l’approche « vecteur », on donne des détails supplémentaires quant à l’ensemble des combinaisons que doit prendre l’onduleur pour atteindre l’objectif de tension, sans toutefois avoir de précision sur l’ordre dans lequel placer les vecteurs : il faut par exemple déterminer la séquence de ces vecteurs qui minimise le nombre de commutations et qui optimise la qualité harmonique. Finalement, on pourra dire que l’approche « vecteur » résolue par allocation donne l’ensemble des vecteurs à utiliser pour recomposer le vecteur de référence dans l’espace, sans préciser leur ordre d’application dans la période de commutation, tandis que les méthodes de modulation vectorielles déterminent la séquence des vecteurs instantanés<sup>1</sup> à suivre pour réaliser le vecteur de référence dans le temps.

Pourtant, si l’on recalcule les rapports cycliques des interrupteurs équivalents issus de ces deux méthodes, on tombe sur les mêmes valeurs : ceci est expliqué par le lien existant entre les méthodes de modulation vectorielles utilisant les vecteurs nuls de manière équitable —SVM— et l’utilisation de la modulation échantillonnée symétrique à porteuse triangulaire pour l’application de rapports cycliques [Hol96, BL97, JLD<sup>+</sup>01]. Si le choix du bon modulateur permet de nous ramener dans tous les cas à des calculs de rapports cycliques pour la commande de l’onduleur, nous choisirons de suivre l’approche « interrupteur », qui a l’avantage d’aboutir

---

1. Parmi une liste de séquences pré-conçues pour chaque topologie de manière à minimiser le nombre de commutation, i.e. les *secteurs*, *tétraèdres* et autres zones de tension candidates dessinées par une base de vecteurs adjacents.

à des matrices de taille plus petite, et qui possède les avantages des méthodes d'allocation, i.e. de tenir compte des contraintes de commande intrinsèquement et de gérer automatiquement des objectifs de commande relativement complexes. Dans tous les cas, on peut dire qu'avec les méthodes d'allocation, on évite d'avoir à identifier explicitement la zone de tension dans laquelle se trouve le vecteur de référence, contrairement aux méthodes vectorielles.

Notons que, concernant l'onduleur classique, c'est seulement avec les méthodes de modulation intersectorie<sup>1</sup> reposant sur l'utilisation du modulateur régulièrement échantillonné à porteuse à dents de scie que l'on trouve des expressions directes des rapports cycliques fonctions des tensions de référence dont la réalisation pratique est équivalente au principe de la SVM [Sei88, JLdS<sup>+</sup>01, dSdSJ11].

### 3.A.3 Stratégie de commande choisie

Les deux approches « interrupteur » et « vecteur » testées pour l'onduleur quatre bras deux niveaux sont intéressantes à analyser, et peuvent servir de point de départ pour la commande de l'OMCF. Cependant, le nombre de vecteurs subit une *explosion combinatoire* au fur et à mesure que le nombre de cellules de commutation par bras augmente. L'approche « interrupteur » semble être plus prometteuse et c'est celle que nous choisissons pour la suite.

Désormais, nous proposons une stratégie de commande par allocation pour l'OMCF. La méthode d'allocation est évaluée en simulation spécifiquement pour l'OMCF à trois bras et trois cellules de commutation par bras.

En particulier, nous proposons de suivre une structure de commande en cascade, où les efforts de commande de l'onduleur sont divisés en plusieurs blocs. On dissocie deux parties principales :

- un premier bloc qui calcule, par allocation ou d'une autre manière, des références de potentiels à obtenir en sortie directe des bras, *i.e.* les tensions en sortie des bras par rapport à la référence des potentiels  $G$  et notées  $V_{KG,\text{ref}}$ ,  $K \in \{A, B, C\}$ , qui permettent d'obtenir les trois tensions de référence aux bornes de la charge triphasée  $V_{KN,\text{ref}}$ ,  $K \in \{A, B, C\}$ ;
- un deuxième bloc qui calcule, *bras par bras*, des rapports cycliques des cellules de commutation réalisant à la fois les potentiels de référence fournis par le premier bloc pour obtenir les tensions désirées aux bornes de la charge et l'équilibrage actif des tensions des condensateurs pour assurer le bon fonctionnement du convertisseur statique.

Ceci permet de

- (1) résoudre des problèmes d'allocation de taille plus petite<sup>2</sup>;
- (2) résoudre ces problèmes d'allocation en parallèle, car chacun d'entre eux ne concerne qu'un seul bras pris individuellement; cela permettrait de réduire le temps de calcul total et il s'agit d'un cas d'étude intéressant;

---

1. Qui sont indirectement des méthodes de calculs de rapports cycliques des interrupteurs.

2. En ce qui concerne le nombre de lignes et de colonnes.

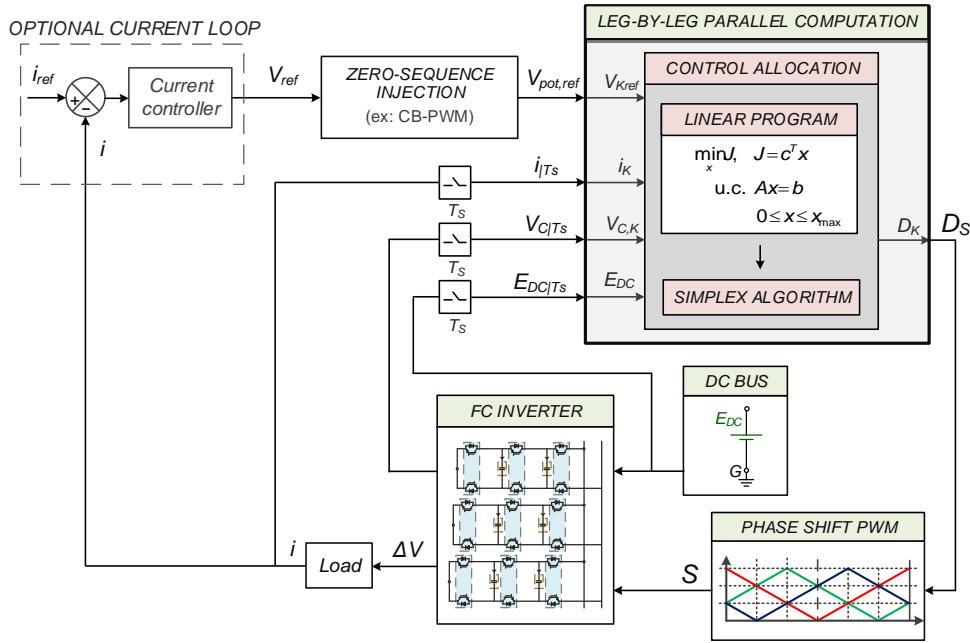


FIGURE 3.2 – Schéma de commande en cascade proposé.

- (3) laisser la possibilité à l'utilisateur de choisir le régulateur de niveau supérieur (e.g. de courant), ce qui démontre la capacité de la méthode à se positionner au sein d'une chaîne de commande à plusieurs étages ou boucles ;
- (4) se concentrer ici sur la fonctionnalité d'équilibrage actif réalisée par la méthode d'allocation et sur l'analyse des performances obtenues.

Le schéma général de la commande en cascade se trouve sur la fig. 3.2. Précisons que la prise en compte de tous les bras et de leurs interactions peut tout à fait faire l'objet du développement d'une nouvelle méthode d'allocation. La commande bras par bras reste tout de même un cas d'étude intéressant, plus simple et qui permet de bien comprendre et analyser le fonctionnement de la méthode. Notons aussi que la méthode (bras par bras ou tous bras compris) s'étend également à la version quatre bras de l'OMCF.

### Références de tensions aux bornes de la charge

On suppose que l'on souhaite réaliser un système de tensions sinusoïdales triphasées, d'amplitude  $a_{\text{ref}}$ , représenté par un vecteur de tension de référence tournant, noté  $V_{\text{ref}}$ , qui s'écrit

$$V_{\text{ref}} = \begin{pmatrix} V_{AN,\text{ref}} \\ V_{BN,\text{ref}} \\ V_{CN,\text{ref}} \end{pmatrix} = a_{\text{ref}} \begin{pmatrix} \sin \omega t \\ \sin \omega t - \frac{2\pi}{3} \\ \sin \omega t + \frac{2\pi}{3} \end{pmatrix}. \quad (3.4)$$

Nous considérons également la possibilité que les valeurs de  $V_{\text{ref}}$  puissent être fournies par

une boucle optionnelle de commande en courant : l'utilisateur peut choisir la méthode qu'il préfère, par exemple un correcteur classique proportionnel-intégral.

La zone de linéarité de l'onduleur est décrite par l'intervalle<sup>1</sup> de l'amplitude de référence du système de tensions (ou du « module » du vecteur  $V_{\text{ref}}$ )

$$0 \leq a_{\text{ref}} \leq \frac{E_{\text{dc}}}{\sqrt{3}}. \quad (3.5)$$

### Détermination de références de potentiels en sortie des bras

On appelle  $V_{\text{pot,ref}}$  le vecteur des potentiels de référence à obtenir en valeur moyenne sur une période de commutation en sortie de chaque bras :

$$V_{\text{pot,ref}} = \begin{pmatrix} V_{AG,\text{ref}} \\ V_{BG,\text{ref}} \\ V_{CG,\text{ref}} \end{pmatrix}. \quad (3.6)$$

En restant dans l'intervalle défini par l'eq. (3.5), l'utilisateur peut choisir la méthode qui l'intéresse pour déterminer  $V_{\text{pot,ref}}$  à partir de  $V_{\text{ref}}$ . Dans notre cas, nous allons utiliser une méthode d'injection de séquence nulle de tension pour déterminer l'utilisation du potentiel neutre de la charge triphasée  $V_{NG}$  et fixer les 3 tensions de référence des bras  $V_{KG,\text{ref}}$ ,  $K \in \{A, B, C\}$ . Par exemple, il est possible d'utiliser les formules obtenues pour l'Opposite Median Voltage Pulse-Width Modulation (OMIPWM), qui fonctionnent également pour un onduleur à 3 bras si la charge est équilibrée [BFB16].<sup>2</sup>

**Commande discrète linéarisée** Pour pallier la non-linéarité des équations de commande, les grandeurs de tensions et courants sont échantillonnées et bloquées au début de chaque période de commande, et on cherche à ramener au mieux les grandeurs à piloter à leur valeur de référence au prochain instant de commande.

### Commande en valeur moyenne sur une période de découpage

Avec l'approche « interrupteur », les grandeurs de commande sont les valeurs moyennes des états des cellules de commutation sur la période de commutation  $T_S$ , appelées ici rapports cycliques.

---

1. Représenté par le disque sur la fig. 1.25 page fig. 1.25.

2. Nous aurions pu utiliser une méthode d'allocation pour déterminer l'utilisation du degré de liberté lié au potentiel neutre, ou développer une méthode d'allocation qui tient directement compte de l'interaction entre les bras, mais, ici, nous nous intéressons à la mise en évidence de la capacité des méthodes d'allocation à répondre simultanément à un objectif de réalisation de tension en sortie d'un bras ainsi qu'à un objectif d'équilibrage actif des tensions des condensateurs, ce qui soutient également et plus clairement l'utilisation des méthodes d'allocation en monophasé.

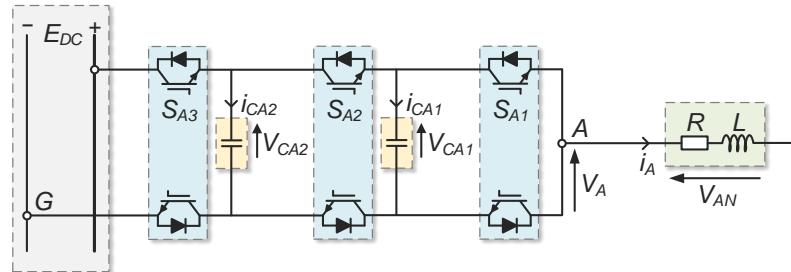


FIGURE 3.3 – Illustration du bras A d'un OMCF avec 3 cellules de commutation.

### Applications des solutions

Les signaux de commande des interrupteurs sont obtenus à partir des rapports cycliques calculés en utilisant la modulation de largeur d'impulsion à porteuses entrelacées (MLI-PEL).

#### 3.A.4 Modélisation et formulation du problème d'allocation

Grâce à la connaissance des tensions de référence des bras, on peut commander chaque bras de l'onduleur *individuellement*. Comme les problèmes de commande seront similaires d'un bras à l'autre, nous détaillons le problème de commande concernant le *bras A* de l'onduleur, représenté sur la fig. 3.3.

La référence des potentiels \$G\$ est positionnée au niveau de la borne inférieure de la source de tension continue dans le but de simplifier le développement et l'expression des équations de commande. Les tensions négatives sont obtenues aux bornes de la charge grâce à la participation des autres bras de l'onduleur.

Toute la démarche théorique peut être menée avec un nombre de cellules de commutation par bras \$n\_{cells}\$ quelconque. Elle sera aussi illustrée avec l'exemple de trois cellules de commutation par bras \$n\_{cells} = 3\$.

Dans les prochaines sous-sections, nous développons les équations constitutives du problème de commande.

##### 3.A.4.1 Obtention des tensions de référence en sortie de l'onduleur

###### Tensions de cellule

Un bras d'OMCF est constitué de plusieurs cellules de commutation et d'éléments jouant le rôle de sources de tensions quasi-statiques intermédiaires, ici les condensateurs flottants. En analysant le fonctionnement du bras, on remarque que la sollicitation d'une cellule de commutation correspond à l'apparition d'un certain niveau de tension en sortie du bras. Il est alors utile de définir ce que l'on pourrait appeler la *tension d'une cellule de commutation*, i.e. la tension apportée par l'activation d'une cellule au sein d'un bras, car cette grandeur est d'un intérêt pertinent pour la commande de l'onduleur.

Soit une cellule de commutation d'indice  $j$  du bras  $A$ . Lors de la mise à 1 de l'état de la cellule, la tension apportée, notée  $V_{\text{cell},A,j}$ , correspond à la différence des tensions des condensateurs flottants (ou autres sources de tension) qui lui sont directement adjacents :

$$\forall j \in \llbracket 1; n_{\text{cells}} \rrbracket, V_{\text{cell},A,j} = (V_{C,A,j} - V_{C,A,j-1}) S_{A,j}. \quad (3.7)$$

Les fig. 3.4 à 3.6 illustrent la définition de tension de cellule, la tension apportée par la commande d'une cellule. Pour pallier la non-linéarité des équations de commande, les tensions des condensateurs du bras  $A$ , notées  $V_{C,A,j}, \forall j \in \llbracket 1; n_{\text{caps}} \rrbracket$ , sont échantillonées et bloquées au début de chaque période de commande.

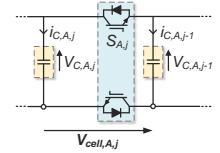


FIGURE 3.4  
Cellule isolée.

### Références des tensions des condensateurs

Pour que l'OMCF opère dans de bonnes conditions, notamment pour que le caractère multi-niveaux ne soit pas altéré et que les tensions que subissent les interrupteurs de puissance ne soient jamais supérieures à leurs valeurs admissibles, les tensions des condensateurs ont chacune leur valeur de référence, qui s'écrit

$$\forall j \in \llbracket 1; n_{\text{caps}} \rrbracket, V_{C,A,j,\text{ref}} = \frac{jE_{\text{dc}}}{n_{\text{cells}}}. \quad (3.8)$$

Ainsi, idéalement, si les tensions de tous les condensateurs flottants sont équilibrées, les tensions des cellules sont aussi équilibrées, et

$$\forall j \in \llbracket 1; n_{\text{cells}} \rrbracket, V_{\text{cell},A,j} = \frac{E_{\text{dc}}}{n_{\text{cells}}}. \quad (3.9)$$

FIGURE 3.5



État haut.

FIGURE 3.6



État bas.

### Niveaux de tension

La mise à l'état 1 d'un groupe de cellules permet d'obtenir différents paliers de tension quasi-statiques en sortie du bras, appelés *niveaux de tension*. Pour un bras à  $n_{\text{cells}}$  cellules de commutation, il existe  $n_{\text{cells}} + 1$  niveaux de tension, allant de 0 quand toutes les cellules sont à l'état 0 à  $E_{\text{dc}}$  quand toutes les cellules sont à l'état 1, ceci par pas de  $\frac{E_{\text{dc}}}{n_{\text{cells}}}$ . Les différents niveaux existants sont illustrés avec certaines combinaisons particulières sur la fig. 3.7.

Il est possible d'attribuer un indice de niveau, le numéro de niveau, égal au nombre de cellules de commutation mises à l'état 1 au sein d'un bras, noté  $n_{\text{cells, on}}$ . Il est aussi compréhensible qu'à chaque niveau de tension peuvent correspondre plusieurs combinaisons d'état des cellules. Le nombre de possibilités par niveau est égal au nombre de combinaisons de  $n_{\text{cells, on}}$  cellules de commutation activées parmi  $n_{\text{cells}}$  cellules de commutation disponibles, c'est-à-dire au coefficient binomial

$$\binom{n_{\text{cells}}}{n_{\text{cells, on}}}.$$

Ainsi, il n'y a qu'une combinaison d'état de cellules pour obtenir les niveaux minimum (palier 0) et maximum (palier  $E_{\text{dc}}$ ). En revanche, le nombre de combinaison est maximal pour les niveaux les plus centraux.

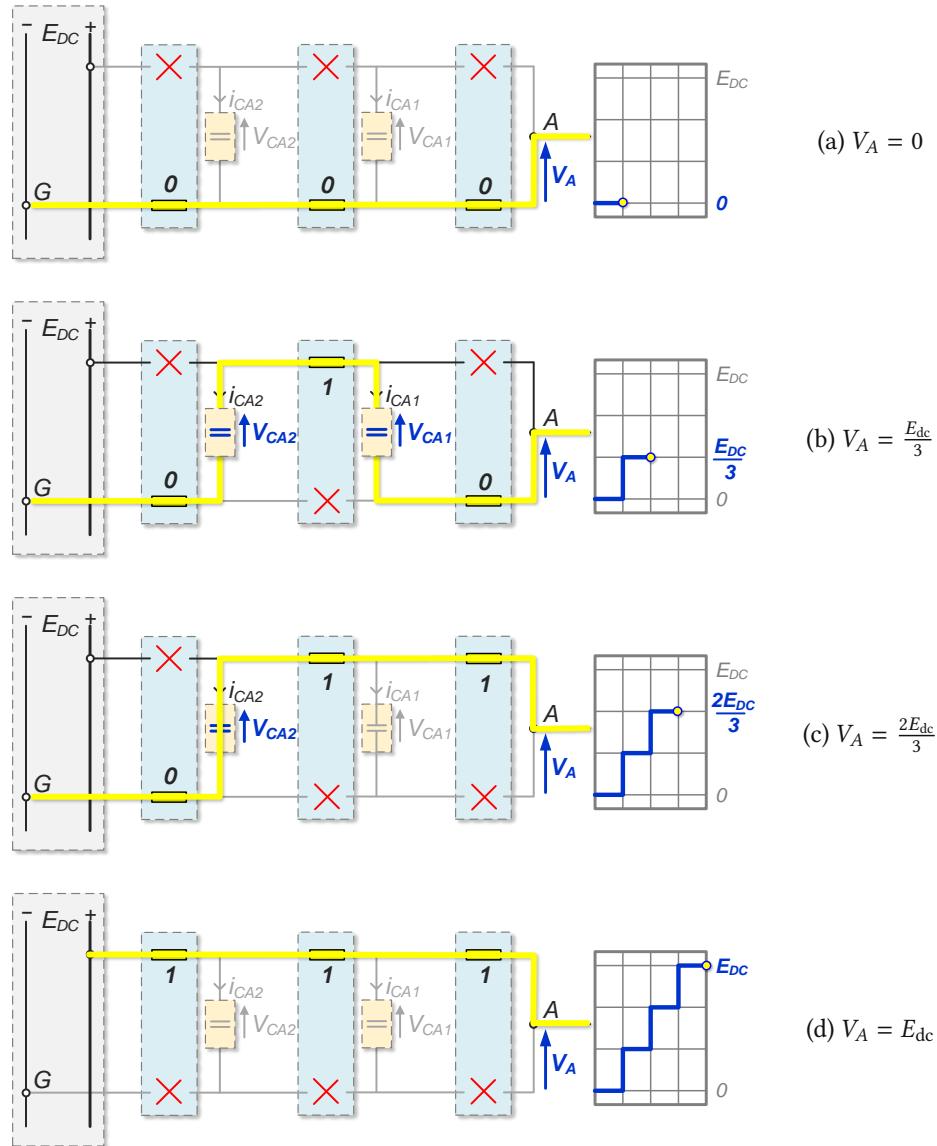


FIGURE 3.7 – Exemples de combinaisons d'états des cellules d'un bras de convertisseur à condensateurs flottants à 3 cellules et des différents niveaux de tension disponibles.

### Tension de sortie du bras

Le potentiel  $V_{AG}$  en sortie du bras  $A$ , qu'on abrégera en  $V_A$ , est fonction des tensions et des états binaires des cellules. Il s'écrit

$$V_A = \sum_{j=1}^{n_{\text{cells}}} V_{\text{cell},A,j} S_{A,j}. \quad (3.10)$$

Si l'on raisonne en valeur moyenne sur une période de commutation, alors les états binaires des cellules de commutation sont associés à des rapports cycliques de sorte que

$$\forall j \in \llbracket 1; n_{\text{cells}} \rrbracket, D_{A,j} = \langle S_{A,j} \rangle_{T_S}. \quad (3.11)$$

Ainsi, la tension en sortie du bras en valeur moyenne sur la période de commutation s'écrit maintenant

$$V_A = \sum_{j=1}^{n_{\text{cells}}} V_{\text{cell},A,j} D_{A,j}. \quad (3.12)$$

Par simplicité, nous omettons la notation de valeur moyenne pour les tensions. Les variables de commande sont donc les rapports cycliques  $D_{A,j}, \forall j \in \llbracket 1; n_{\text{cells}} \rrbracket$ , du vecteur  $D_A$ . La matrice de commande est le vecteur ligne  $V_{\text{cell},A}^T$ , et l'équation de commande est :

$$V_{\text{cell},A}^T \times D_A = V_{A,\text{ref}}. \quad (3.13)$$

La matrice  $V_{\text{cell},A}^T$  est bien rectangulaire <sup>1</sup>, prouve qu'il existe des degrés de liberté, et par conséquent, contraintes temporairement omises, une infinité de solutions de commande.

#### 3.A.4.2 Équilibrage des tensions des condensateurs flottants

##### Problématique

Au contraire des topologies de conversion statique classiques à deux niveaux, il est plus complexe d'assurer le bon fonctionnement des topologies multiniveaux comme le convertisseur multicellulaire à condensateurs flottants (CMCF). Une des problématiques de commande qui apparaît concerne l'équilibrage des tensions des condensateurs flottants qui agissent en tant que sources de tensions quasi-statiques au sein de la structure de conversion statique.

Quand deux cellules de commutation adjacentes sont dans des états différents, le condensateur flottant intermédiaire est « inséré » dans le bras : la tension à ses bornes intervient dans l'expression de la tension en sortie du bras. Le condensateur flottant est alors traversé par un courant, donc il se charge ou se décharge en fonction de son orientation physique vis-à-vis du sens du courant. Si les deux cellules de commutation ont le même état, le condensateur flottant est déconnecté du bras et sa tension reste constante. Ainsi, au cours du fonctionnement du CMCF, les tensions des condensateurs fluctuent. Il est alors essentiel de s'assurer qu'elles restent proches de leur valeur de référence pour garantir la disponibilité des niveaux de

---

1. C'est un vecteur ligne de  $n_{\text{cells}}$  composantes.

tensions, la stabilité de l'opération du convertisseur statique et la commutation sûre des interrupteurs, car ceux-ci ne doivent pas bloquer une tension supérieure à celle qu'ils peuvent admettre, sous peine de subir des dommages éventuellement irréversibles, voire de mettre en danger le convertisseur statique et ce qui se trouve à proximité.

### Évolution des tensions des condensateurs

Vu que nous suivons une approche de commande discrète sur une période de commutation  $T_S$ , nous allons chercher à piloter l'évolution de tension d'un condensateur à partir d'une prédiction d'EULER—ordre 1 de sa valeur au prochain instant de commande. La fig. 3.8 illustre l'idée de l'approche.

D'abord, l'évolution de la tension du condensateur  $j$  du bras  $A$  au cours d'une période de commutation, notée  $\Delta V_{C,A,j}$ , est fonction du courant traversant le condensateur  $i_{C,A,j}$  et s'écrit

$$\Delta V_{C,A,j} = V_{C,A,j}[k+1] - V_{C,A,j}[k] = \frac{1}{C_{A,j}} \int_0^{T_S} i_{C,A,j}(t) dt, \quad (3.14)$$

où  $[k+1]$  désigne l'instant de commande  $(k+1)T_S$ , où  $[k]$  désigne l'instant de commande  $kT_S$  et où  $C_{A,j}$  est la capacité du condensateur  $j$  du bras  $A$ .

On peut vérifier que le courant du condensateur  $j$  du bras  $A$  s'écrit toujours

$$i_{C,A,j} = i_A (S_{A,j+1} - S_{A,j}). \quad (3.15)$$

Nous supposons maintenant que le courant de la phase  $A$  évolue suffisamment lentement pendant la période de commutation pour le considérer constant vis-à-vis de la commande. Ce blocage-échantillonnage va nous permettre de pallier la non-linéarité des équations de commande. On peut donc exprimer l'évolution de tension  $\Delta V_{C,A,j}$  en valeur moyenne par

$$\Delta V_{C,A,j} = \frac{i_A}{C_{A,j}} (D_{A,j+1} - D_{A,j}) T_S. \quad (3.16)$$

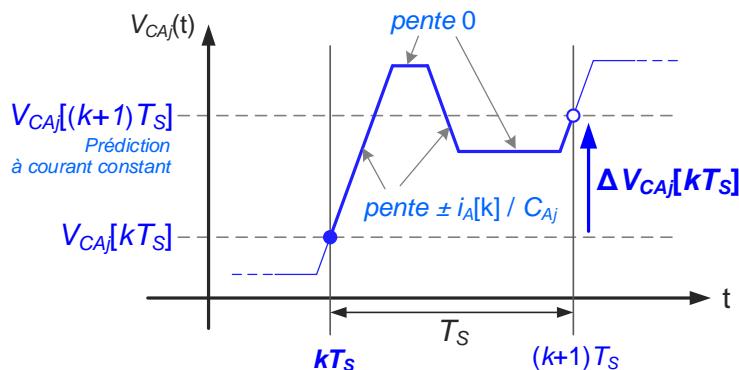


FIGURE 3.8 – Illustration de la prédiction de l'évolution de la charge d'un condensateur à partir de la mesure du courant de phase.

### Équation d'équilibrage actif

On note  $n_{\text{caps}}$  le nombre de condensateurs flottants par bras. Il est toujours égal à

$$n_{\text{caps}} = n_{\text{cells}} - 1. \quad (3.17)$$

On peut exprimer l'équation du vecteur des évolutions des tensions des condensateurs du bras  $A$  de manière matricielle en construisant la matrice de charge des condensateurs du bras  $A$ , notée  $\Delta_{C,A}$ , telle que

$$\Delta_{C,A} = i_A T_S \begin{pmatrix} -\frac{1}{C_{A,1}} & \frac{1}{C_{A,1}} & & \\ & -\frac{1}{C_{A,2}} & \frac{1}{C_{A,2}} & \\ & & \ddots & \ddots \\ & & & -\frac{1}{C_{A,n_{\text{caps}}}} & \frac{1}{C_{A,n_{\text{caps}}}} \end{pmatrix}. \quad (3.18)$$

La matrice  $\Delta_{C,A}$  est de taille  $n_{\text{caps}}$  lignes  $\times n_{\text{cells}}$  colonnes. Avec 3 cellules de commutation par bras, 2 condensateurs flottants sont nécessaires. Si l'on suppose de plus que tous les condensateurs ont la même valeur de capacité  $C_A$ , la matrice  $\Delta_{C,A}$  se réduit dans notre cas à

$$\Delta_{C,A} = \frac{i_A T_S}{C_A} \begin{pmatrix} -1 & 1 & \\ & -1 & 1 \end{pmatrix}. \quad (3.19)$$

Le vecteur des évolutions des tensions des condensateurs à chaque période de découpage est alors déterminé par le vecteur de commande  $D_A$  :

$$\Delta V_{C,A} = \Delta_{C,A} D_A. \quad (3.20)$$

Nous souhaitons que ces prédictions évolutions des tensions des condensateurs soient idéalement égales aux évolutions désirées, notées  $\Delta V_{C,A,\text{ref}}$ , pour que les tensions atteignent leur valeur de référence au bout d'une période de commande  $T_S$ . On définit  $\Delta V_{C,A,\text{ref}}$  par

$$\Delta V_{C,A,\text{ref}} = V_{C,A,\text{ref}} - V_{C,A}. \quad (3.21)$$

Alors l'équation d'équilibrage actif des condensateurs est exprimée en fonction des rapports cycliques par

$$\Delta_{C,A} D_A = \Delta V_{C,A,\text{ref}}. \quad (3.22)$$

La matrice  $\Delta_{C,A}$  est la matrice de commande et est bien de forme rectangulaire. Il existe un degré de liberté pour l'équilibrage actif des tensions des condensateurs, et donc, idéalement, une infinité de solutions si l'on omet temporairement les contraintes associées aux rapports cycliques et l'autre équation de commande en tension.

### 3.A.4.3 Contraintes de commande

Les valeurs des rapports cycliques sont naturellement limitées entre 0 et 1 :

$$0 \leq D_A \leq 1. \quad (3.23)$$

On peut également indiquer des bornes minimales  $D_{A,\min}$  et maximales  $D_{A,\max}$  pour protéger les interrupteurs d'impulsions fugaces :

$$D_{A,\min} \leq D_A \leq D_{A,\max}. \quad (3.24)$$

### 3.A.4.4 Problème de commande complet

#### Forme générale

Nous arrivons finalement à formuler un problème de commande réalisant les deux objectifs visés et qui s'écrit

$$\begin{aligned} B_{\text{eff}} D_A &= a_{\text{des}}, \\ D_{A,\min} &\leq D_A \leq D_{A,\max}, \end{aligned} \quad (3.25)$$

avec les définitions

$$B_{\text{eff}} = \begin{pmatrix} V_{\text{cell},A}^T \\ \Delta_{C,A} \end{pmatrix}, \quad a_{\text{des}} = \begin{pmatrix} V_{A,\text{ref}} \\ \Delta V_{C,A,\text{ref}} \end{pmatrix}. \quad (3.26)$$

Pour un nombre quelconque de cellules par bras, l'expression détaillée de  $B_{\text{eff}}$  est

$$B_{\text{eff}} = \begin{pmatrix} V_{\text{cell},A,1} & \cdots & V_{\text{cell},A,n_{\text{cells}}} \\ -\frac{i_A T_S}{C_{A,1}} & \frac{i_A T_S}{C_{A,1}} & \\ \ddots & \ddots & \\ & -\frac{i_A T_S}{C_{A,n_{\text{caps}}}} & \frac{i_A T_S}{C_{A,n_{\text{caps}}}} \end{pmatrix}. \quad (3.27)$$

### Forme avec 3 cellules par bras

Avec l'exemple de  $n_{\text{cells}} = 3$ ,  $B_{\text{eff}}$  et  $a_{\text{des}}$  sont plus clairement exprimés par

$$B_{\text{eff}} = \begin{pmatrix} V_{C,A,1} & V_{C,A,2} - V_{C,A,1} & E_{\text{dc}} - V_{C,A,2} \\ -\frac{i_A T_S}{C_A} & \frac{i_A T_S}{C_A} & -\frac{i_A T_S}{C_A} \\ -\frac{i_A T_S}{C_A} & \frac{i_A T_S}{C_A} & -\frac{i_A T_S}{C_A} \end{pmatrix}, \quad a_{\text{des}} = \begin{pmatrix} V_{A,\text{ref}} \\ V_{C,A,1} - V_{C,A,1,\text{ref}} \\ V_{C,A,2} - V_{C,A,2,\text{ref}} \end{pmatrix}. \quad (3.28)$$

### Analyse

On peut remarquer que la matrice de commande  $B_{\text{eff}}$  est cette fois-ci *carrée*... En fait, puisque nous avons inclus l'objectif d'équilibrage actif des tensions des condensateurs dans le problème de commande, celui-ci n'est naturellement plus sous-déterminé : tous les degrés de liberté offerts par la présence des 3 cellules dans le bras sont utilisés pour

- (1) obtenir la tension demandée en sortie du bras, ce qui requiert l'utilisation d'*un degré de liberté* de la commande du bras, utilisation représentée par une première ligne de contrainte dans les eq. (3.25);
- (2) équilibrer les tensions des condensateurs, ce qui mobilise *2 degrés de liberté supplémentaires* pour 2 condensateurs.

Finalement, on retrouve 3 contraintes exprimées pour 3 rapports cycliques. Le problème de commande est donc bien *complètement déterminé*. En omettant les contraintes, il existe une unique solution au problème si le déterminant de la matrice est non nul, ce qui est le cas si

- le courant de phase  $i_A$  n'est pas nul : on ne peut pas charger ou décharger un condensateur pour régler sa tension sans qu'un courant non nul ne le traverse ;
- la tension continue  $E_{\text{dc}}$  n'est pas nulle : on peut remarquer que, structurellement, dans la forme de l'exemple avec 3 cellules, si  $E_{\text{dc}}$  est nulle, les colonnes de la matrice ne sont plus indépendantes ; par exemple, on peut sommer les deux premières colonnes pour obtenir l'opposée de la troisième ; aussi, si l'on applique « à la lettre » les définitions des références des tensions des condensateurs, si  $E_{\text{dc}}$  est nulle, alors la première ligne de la matrice de commande devient complètement nulle.

Certaines approches de commande non linéaire sont intéressantes à appliquer ici. Dans [Tac98], une commande découpante linéarisante a été développée pour la commande d'un hacheur multicellulaire. En linéarisant le modèle d'état moyen autour du point de fonctionnement considéré, un retour d'état linéaire est proposé pour fabriquer des variables artificielles découplées qui seront ensuite utilisées par des correcteurs linéaires type proportionnel-intégral (PI) pour boucler la commande du convertisseur. Pour le cas de l'OMCF, le fait que cette solution dépende d'une linéarisation autour du point de fonctionnement est gênant. Dans [Gat97], il est proposé plutôt une stratégie de linéarisation exacte entrée-sortie par retour d'état non linéaire.

Néanmoins, il ne faut pas oublier que, même si le problème n'est plus sous-déterminé, et donc même si le problème est carré inversible<sup>1</sup>, il reste toujours *constraint*! Les solutions de commande doivent respecter les contraintes d'opération, peu importe le moyen employé pour les calculer. L'utilisation d'approches non linéaires semble être une bonne idée quand elles sont capables de prendre en compte naturellement les contraintes existantes sur les variables de commandes. Toutefois, l'association de stratégies de découplage avec de la correction linéaire type PI ne permet pas nécessairement de respecter rigoureusement et de manière intrinsèque les contraintes. D'une part, le découplage par retour d'état, qui trouve en quelque sorte une inversion dynamique au problème de commande, ne garantit pas nécessairement que l'inversion est réalisée dans la zone de commande admissible, au sens où les valeurs des rapports cycliques équivalentes peuvent ne pas être comprises entre 0 et 1. D'autre part, les valeurs de commande calculées par les correcteurs PI peuvent elles aussi ne pas être admissibles, en conjonction avec le découplage, et, le cas échéant, les rapports cycliques doivent être écrêtés *a posteriori*. Ces inconvénients peuvent dégrader les performances dynamiques, surtout face à de fortes perturbations du bus continu [Mon09b, BBF17b]. Les correcteurs PI devront éventuellement être accompagnés de stratégies d'anti-saturation et/ou d'anti-windup pour améliorer les performances, ce qui complexifie la stratégie de commande et peut également faire perdre le caractère linéaire des correcteurs PI ainsi « augmentés ».

Notre approche de commande par allocation permet plutôt de réaliser l'inversion du problème de manière dynamique tout en tenant compte de manière intrinsèque des contraintes d'opération. En utilisant l'algorithme du simplexe, on est certain de « voyager » de solutions basiques réalisables en solutions basiques réalisables<sup>2</sup> jusqu'à une solution optimale nécessairement réalisable, d'où l'efficacité de l'équilibrage actif offert par cette approche, mise en lumière par nos résultats de simulation présentés plus loin.

### Problématique du passage du courant par zéro

Un des problématiques récurrentes rencontrées par les méthodes d'équilibrage actif concerne le passage par zéro du courant de phase d'un bras : dans ce cas précis, nous n'avons plus d'action sur les tensions des condensateurs. En fonctionnement onduleur, le problème est réel car le courant passe deux fois par zéro au cours d'une période fondamentale. Au fur et à mesure que le courant se rapproche de 0, les valeurs de rapports cycliques calculées s'éloignent de plus en plus de leur valeur idéale, qui correspond à une utilisation identique et « entrelacée » des cellules de commutation d'un même bras au cours d'une période de commutation. Ainsi, non seulement nous ne parviendrons pas à équilibrer les tensions des condensateurs, mais en plus la qualité harmonique des courants pâtira du mauvais choix des valeurs de rapports cycliques, ce qui pourrait aussi compromettre les hypothèses de courant constant lors d'une période de commande à cause des ondulations de courant plus importantes si le motif de commutation est moins régulier.

Pour pallier ce problème, qui apparaît dans notre cas puisque nous travaillons en fonctionnement onduleur, une solution est de se contenter de désactiver l'équilibrage actif des tensions

---

1. En supposant que le courant de phase et la tension continue ne sont pas nuls.

2. De sommets en sommets appartenant au polyèdre des contraintes.

des condensateurs lorsque la valeur du courant est contenue dans une certaine plage autour de zéro, délimitée par un seuil. Pour un courant de phase alternatif, l'équilibrage actif est alors réalisé la plupart du temps au cours de la période fondamentale, et désactivé quand il n'est pas possible d'agir efficacement sur les tensions des condensateurs.

Aussi, pour éviter de trop s'éloigner du motif de commutation idéal à impulsions entrelacées, il est possible d'ajouter une sécurité supplémentaire en limitant les valeurs des rapports cycliques aux deux niveaux équivalents de tension les plus proches du potentiel de référence, comme nous l'avons fait. Par exemple, si, à un instant de commande donné, la référence<sup>1</sup> vaut  $0.8E_{dc}$ , les rapports cycliques sont limités entre  $\frac{2}{3}$  et 1.

Dans tous les cas, l'équilibrage actif est nécessaire pour assurer le bon fonctionnement du convertisseur, et on ne peut pas échapper à la problématique du courant nul.

### 3.A.4.5 Problème d'optimisation linéaire

Pour que la commande de l'onduleur réponde aux objectifs de réalisation des références de tensions en sortie des bras et d'équilibrage actif des tensions des condensateurs flottants tout en tenant compte des contraintes d'opération, nous adoptons une démarche similaire à celle suivie pour la commande par allocation de l'onduleur quatre bras deux niveaux : nous allons transformer le problème de commande de l'onduleur en problème d'optimisation à résoudre en ligne. Nous allons formuler des erreurs de commande traduisant le fonctionnement que nous désirons imposer à l'onduleur et dont il faudra minimiser la norme. Le choix de la norme 1 nous permettra de transformer ce problème d'optimisation en un POL.

#### Critère pour la réalisation du potentiel de référence

On définit l'erreur de commande, notée  $e_c$ , de la manière suivante :

$$e_c = V_A - V_{A,\text{ref}} \quad (3.29)$$

On souhaite que les composantes de ce vecteur erreur soient les plus nulles possibles. Pour cela, nous définissons un critère principal de commande, noté  $J_{\text{ctrl}}$ , tel que

$$J_{\text{ctrl}} = \|e_c\|_1 = \|V_A - V_{A,\text{ref}}\|_1 = |V_A - V_{A,\text{ref}}|. \quad (3.30)$$

#### Critère pour l'équilibrage des tensions condensateurs

On définit une erreur d'équilibrage, notée  $e_b$  (*b* pour *balance* en anglais), de la manière suivante :

$$e_b = \Delta V_{C,A} - \Delta V_{C,A,\text{ref}}. \quad (3.31)$$

---

1. Qui peut être comprise entre 0 et  $E_{dc}$  avec notre choix de la référence des potentiels  $G$  positionnée au niveau de la borne inférieure de la source de tension continue en entrée.

On souhaite que les composantes de ce vecteur erreur soient les plus nulles possibles. Pour cela, nous définissons un critère secondaire d'équilibrage, noté  $J_{\text{bal}}$ , tel que

$$J_{\text{bal}} = \|e_b\|_1 = \|\Delta V_{C,A} - \Delta V_{C,A,\text{ref}}\|_1 = \sum_{k=1}^{n_{\text{caps}}} |\Delta V_{C,A,k,\text{ref}} - \Delta V_{C,A,k,\text{ref}}|. \quad (3.32)$$

### Critère total

Les deux critères définis précédemment sont rassemblés dans un unique critère total, noté  $J$ , qui s'écrit

$$J = J_{\text{ctrl}} + \epsilon_0 J_{\text{bal}} = \|V_A - V_{A,\text{ref}}\|_1 + \epsilon_0 \|\Delta V_{C,A} - \Delta V_{C,A,\text{ref}}\|_1, \quad (3.33)$$

où  $\epsilon_0$  est un petit coefficient réel qui indique la priorité du premier critère  $J_{\text{ctrl}}$  par rapport au second  $J_{\text{bal}}$ .

En résumé, l'objectif principal est la réalisation du potentiel de référence en sortie du bras, mais il peut exister plusieurs solutions admissibles pouvant y répondre.<sup>1</sup> L'équation d'équilibrage peut être interprétée ainsi : parmi toutes les solutions de rapports cycliques minimisant<sup>2</sup> l'erreur de commande, nous en cherchons une qui, de *préférence*, permet de ramener toutes les tensions des condensateurs à leur valeur de référence. Nous avons donc défini une valeur préférée des prédictions des évolutions des tensions des condensateurs, qui sont des fonctions linéarisées des rapports cycliques.

### Vecteur de variables de décision et contraintes associées

**Valeur absolue et positivité des variables** Pour formuler un POL à partir d'un problème d'optimisation avec participation de la norme 1, on peut rencontrer les deux problèmes suivants :

- la présence de la valeur absolue dans le critère à minimiser, qui empêche ce dernier d'être une fonction linéaire des variables de décision ;
- l'éventuelle possibilité que certaines variables de décision puissent prendre des valeurs négatives.

Or, dans un POL, le critère doit être une combinaison linéaire des variables de décision, et ces dernières doivent nécessairement être à valeurs positives.

Ici, la positivité des variables de décision ne pose pas de problème, car les rapports cycliques sont nécessairement positifs. Pour pallier le problème de la valeur absolue, et également dans le cas où certaines variables de décision ne seraient pas nécessairement à valeurs uniquement positives, une technique consiste à fabriquer, pour une variable quelconque  $e_x$ , des variables

---

1. Nous possédons 3 rapports cycliques et l'objectif de commande ne fait que fixer leur somme pondérée par les tensions des cellules, équation qui est une combinaison linéaire des rapports cycliques : les solutions (idéales) appartiennent donc à un plan.

2. Annulant si c'est le cas.

artificielles  $e_x^+$  et  $e_x^-$ , correspondant respectivement à la partie positive et à la partie négative de la variable  $e_x$ , de sorte que

$$e_x^+ - e_x^- = e_x, \quad (3.34)$$

$$0 \leq e_x^+, e_x^-. \quad (3.35)$$

De cette manière, les variables artificielles ajoutées sont nécessairement positives, et la valeur absolue  $|e_x|$  peut s'écrire comme une combinaison linéaire des deux variables  $e_x^+$  et  $e_x^-$  :

$$e_x^+ + e_x^- = |e_x|. \quad (3.36)$$

**Variables artificielles pour l'erreur de commande** La construction des variables artificielles pour l'erreur de commande  $e_c$  donne

$$\begin{aligned} e_c &= e_c^+ - e_c^- \\ &= V_A - V_{A,\text{ref}} \\ &= V_{\text{cell}_A}^T \times D_A - V_{A,\text{ref}}. \end{aligned} \quad (3.37)$$

Avec ces nouvelles variables, l'équation de commande devient :

$$V_{\text{cell}_A}^T \times D_A - e_c^+ + e_c^- = V_{A,\text{ref}}. \quad (3.38)$$

**Variables artificielles pour l'erreur d'équilibrage** La construction des variables artificielles pour l'erreur d'équilibrage  $e_b$  donne

$$\begin{aligned} e_b &= e_b^+ - e_b^- \\ &= \Delta V_{C,A} - \Delta V_{C,A,\text{ref}} \\ &= \Delta_{C,A} \times D_A - \Delta V_{C,A,\text{ref}}. \end{aligned} \quad (3.39)$$

Avec ces nouvelles variables, l'équation d'équilibrage devient

$$\Delta_{C,A} \times D_A - e_b^+ + e_b^- = \Delta V_{C,A,\text{ref}}. \quad (3.40)$$

Finalement, le critère total  $J$  s'écrit

$$J = J_{\text{ctrl}} + \epsilon_0 J_{\text{bal}} = e_c^+ + e_c^- + \epsilon_0 e_b^+ + \epsilon_0 e_b^-, \quad (3.41)$$

qui est désormais une combinaison linéaire des variables de décision, dont font parties les variables artificielles ajoutées.

**Vecteur des variables de décision** On note  $x$  le vecteur des variables de décision dont on aura besoin de pour le problème d'optimisation :

$$x = \begin{pmatrix} D_A \\ e_c^+ \\ e_c^- \\ e_b^+ \\ e_b^- \end{pmatrix}. \quad (3.42)$$

**Contraintes associées aux variables de décision** Les variables de décision sont toutes positives et sont limitées par la borne  $x_{\max}$  :

$$x_{\max} = \begin{pmatrix} 1 \\ V_{A,\text{ref}} \\ V_{A,\text{ref}} \\ E_{dc} - V_{C,A,\text{ref}} \\ V_{C,A,\text{ref}} \end{pmatrix}. \quad (3.43)$$

### Problème d'optimisation linéaire complet

Le polyèdre des contraintes est défini par l'ensemble d'équations

$$Ax = b, \quad (3.44)$$

$$0 \leq x \leq x_{\max}, \quad (3.45)$$

avec

$$x^T = ( D_A \mid e_c^+ \ e_c^- \mid e_b^+ \ e_b^- ), \quad (3.46)$$

$$A = \left( \begin{array}{c|cc|cc} V_{cellA}^T & -1 & 1 & & \\ \hline \Delta_{C,A} & & & -\mathbb{1}_{n_{\text{caps}}} & \mathbb{1}_{n_{\text{caps}}} \\ & & & & \\ & & & & \end{array} \right), \quad (3.47)$$

$$b = \begin{pmatrix} V_{A,\text{ref}} \\ \Delta V_{C,A,\text{ref}} \end{pmatrix}. \quad (3.48)$$

On définit le vecteur coût de la manière suivante :

$$c^T = ( 0 \cdots 0 \mid 1 \ 1 \mid \epsilon_0 \cdots \epsilon_0 \ \epsilon_0 \cdots \epsilon_0 ). \quad (3.49)$$

Le problème d'optimisation linéaire est finalement

$$\begin{aligned} \min_x J, \quad & J = c^T x, \\ \text{s.c.} \quad & Ax = b, \\ & 0 \leq x \leq x_{\max}. \end{aligned} \tag{3.50}$$

### Prise en compte du temps de calcul

L'algorithme du simplexe est une technique de résolution. Cependant, le temps de calcul n'est pas nul, et les solutions de commande ne sont pas disponibles au début de la période de commande, mais seront plutôt appliquées au début de la prochaine période. Pour prendre en compte ce délai d'une période de commande, une idée souvent appliquée [CRSF12] est de réaliser une prédition des états et des références à 2 pas plutôt qu'à 1 seul pas. Nous n'avons pas pris cette précaution pour l'instant.

### Application des solutions

Les solutions de rapports cycliques sont réalisées simplement par PSPWM, ce qui permet d'obtenir des motifs de commutation les plus réguliers possibles, et permet de démultiplier la fréquence de commutation apparente en sortie de l'onduleur.

#### 3.A.5 Exploitation de la méthode – résultats de simulation

Dans cette sous-section, nous illustrons l'efficacité de la méthode à accomplir deux objectifs

- l'obtention des tensions de référence aux bornes de la charge triphasée<sup>1</sup> ;
- l'équilibrage actif des tensions des condensateurs à leurs valeurs de référence, déterminées par la valeur de la tension continue en entrée du convertisseur.

Nous faisons subir à la méthode des conditions difficiles de variations de la tension d'entrée. L'objectif crucial est d'éviter aux interrupteurs de puissance de bloquer des tensions au-delà de leurs valeurs admissibles pour garantir la bonne opération du convertisseur sur le long terme.

Dans ce but, nous préparons deux tests de variations de la tension continue :

- dans le premier test, nous imposons une forte chute de tension à la source continue ;
- dans le second test, ce sont des variations sinusoïdales de tension que nous faisons subir à la source continue.

L'équilibrage actif réalisé par optimisation numérique grâce à notre méthode d'allocation est évalué comparativement à l'équilibrage naturel offert par la technique de PSPWM. Comme l'équilibrage actif que nous proposons s'est montré efficace sur un large panel de situation, nous présentons un cas de figure dans lequel la charge filtre bien les harmoniques de courant et les perturbations de tensions sont violentes. En conséquence l'équilibrage naturel apporté

---

1. ... à partir de références de potentiels pré-calculés en amont par la méthode du choix de l'utilisateur.

TABLE 3.1 – Paramètres de simulation.

Symbol	Signification	Valeur
$T_S$	période de commande	250 µs
$f$	fréquence fondamentale	50 Hz
$R, L$	résistance et inductance de la charge	10 Ω, 1.3 mH
$C$	capacité des condensateurs	100 µF
$n_{\text{cells}}$	nombre de cellules par bras	3
$T_{\text{step}}$	pas de simulation	$T_S/1000 = 0.25 \mu\text{s}$

TABLE 3.2 – Taux de distorsion harmonique (pourcentage).

	Variations échelons arrondis		Variations sinus	
	PSPWM	Allocation	PSPWM	Allocation
Tension	30.44	30.60	57.95	57.57
Courant	2.69	2.86	5.08	5.18

par la PSPWM est mis en échec [MFA97, MFT<sup>+</sup>02], tandis que l'équilibrage actif, réalisé lui par la méthode d'allocation, reste toujours aussi efficace.

Les principaux paramètres de simulation sont regroupés dans la table 3.1.

### 3.A.5.1 Premier test – chute de tension

Les résultats de simulation sont présentés sur la fig. 3.9. À gauche, on trouve le comportement de la PSPWM, à droite, celui de la méthode d'allocation.

Les deux fig. 3.9a représentent l'évolution des tensions des cellules, à gauche pour la PSPWM, à droite pour la méthode d'allocation. À  $t = 0$  ms, la tension continue a pour valeur initiale 1500 V. À  $t = 50$  ms, nous lui faisons subir une chute de tension d'amplitude 500 V étalée sur 40 ms. Enfin, à  $t = 200$  ms nous imposons une montée de tension de la même valeur pour restaurer la tension initiale. Cela représente donc une chute de 33%, puis une envolée de 50%, de même durée de 40 ms. Les tensions de référence des condensateurs vont donc varier très rapidement, et il faut que la méthode permettent aux tensions des condensateurs de les suivre pour éviter de faire bloquer des tensions trop fortes aux interrupteurs au risque de les endommager, voire d'endommager complètement le convertisseur.

En supposant que la tension nominale d'un interrupteur est 500 V et que la tension maximale admissible vaut 550 V, nous représentons ces deux limites par des courbes en tirets sur les fig. 3.9b. Il apparaît évident que la méthode PSPWM ne suffit pas à garantir l'opération de commutation des interrupteurs sûre, puisque, par exemple, la tension vue par la cellule A3

dépasse clairement la tension maximale admissible pour un long moment. Au contraire, la méthode d'allocation réagit très rapidement aux fortes variations de la tension continue, ce qui permet de garder des tensions de cellules admissibles tout au long de la durée de la perturbation.

Les fig. 3.9c représentent les courants de charge. À  $t = 400$  ms, nous ajoutons un échelon de consigne aux tensions de référence, qui est correctement suivi par les deux méthodes. Grâce au bon filtrage des harmoniques par la nature fortement inductive de la charge, il n'y a pas de différences notables entre les courbes des courants des deux méthodes. Toutefois, nous indiquons dans la table 3.2 des évaluations de taux de distorsion harmonique des courants et tensions de charge en fin de simulation juste après la remontée de tension continue. Avec la méthode d'allocation, la qualité harmonique des courants est très légèrement dégradée comparée à la PSPWM. La fonctionnalité d'équilibrage actif réalisée par allocation par optimisation rend la commande du convertisseur très réactive et les rapports cycliques sont fortement sollicités et déplacés de leur valeur idéale qui correspond à des rapports cycliques identiques, équitablement répartis entre les cellules du bras. Surtout, c'est la désactivation régulière, brusque mais nécessaire des équations d'équilibrage qui mène à l'apparition de défauts harmoniques supplémentaires. On pourra cependant noter que, d'une part, la différence de taux de distorsion harmonique entre les deux méthodes est vraiment faible, et d'autre part, le comportement de la PSPWM n'est évidemment pas tolérable pour un fonctionnement réel, et l'équilibrage actif apporté par la méthode d'allocation est essentiel.

### 3.A.5.2 Deuxième test – variations sinusoïdales de tension

Cette fois-ci, les perturbations provoquées sur la tension continue en entrée du convertisseur sont de type sinusoïdales. On retrouve l'évolution des tensions des cellules au cours du temps sur les fig. 3.10a. La tension est initialement constante à une valeur de 1250 V. À  $t = 100$  ms, nous imposons une première perturbation sinusoïdale d'amplitude 250 V et de fréquence  $f/5 = 10$  Hz. Elle termine à  $t = 400$  ms. Ensuite, nous provoquons à  $t = 450$  ms une deuxième variation de fréquence plus élevée,  $f/3 = 17$  Hz, et de même amplitude, et qui s'achève à  $t = 630$  ms.

Sur les fig. 3.10b, on peut remarquer encore une fois l'efficacité de la méthode d'allocation à prendre très rapidement en compte de fortes variations sur la tension continue. L'équilibrage naturel de la PSPWM ne parvient pas à suivre ces perturbations rapides, et par exemple, la tension de la cellule A3 est encore clairement au-dessus de la valeur maximale admissible, et ceci de manière répétée, alors que les tensions des condensateurs suivent très bien leur référence avec la méthode d'allocation, ce qui garantit un fonctionnement plus sain et tolérable.

Les courants de charge sont représentés sur les fig. 3.10c. Encore une fois, il est difficile de percevoir des différences entre les formes d'onde des courants issus des deux méthodes. On peut remarquer sur la table 3.2 que la qualité harmonique des courants est à nouveau légèrement moins bonne avec la nouvelle méthode. Par contre, notons que le taux de distorsion harmonique des tensions est plus élevé avec la PSPWM. Ceci révèle la présence d'harmoniques dans les tensions de charge plus proches des basses fréquences avec la méthode d'allocation que pour la PSPWM : elles sont moins bien filtrées et plus présentes dans les formes d'onde des

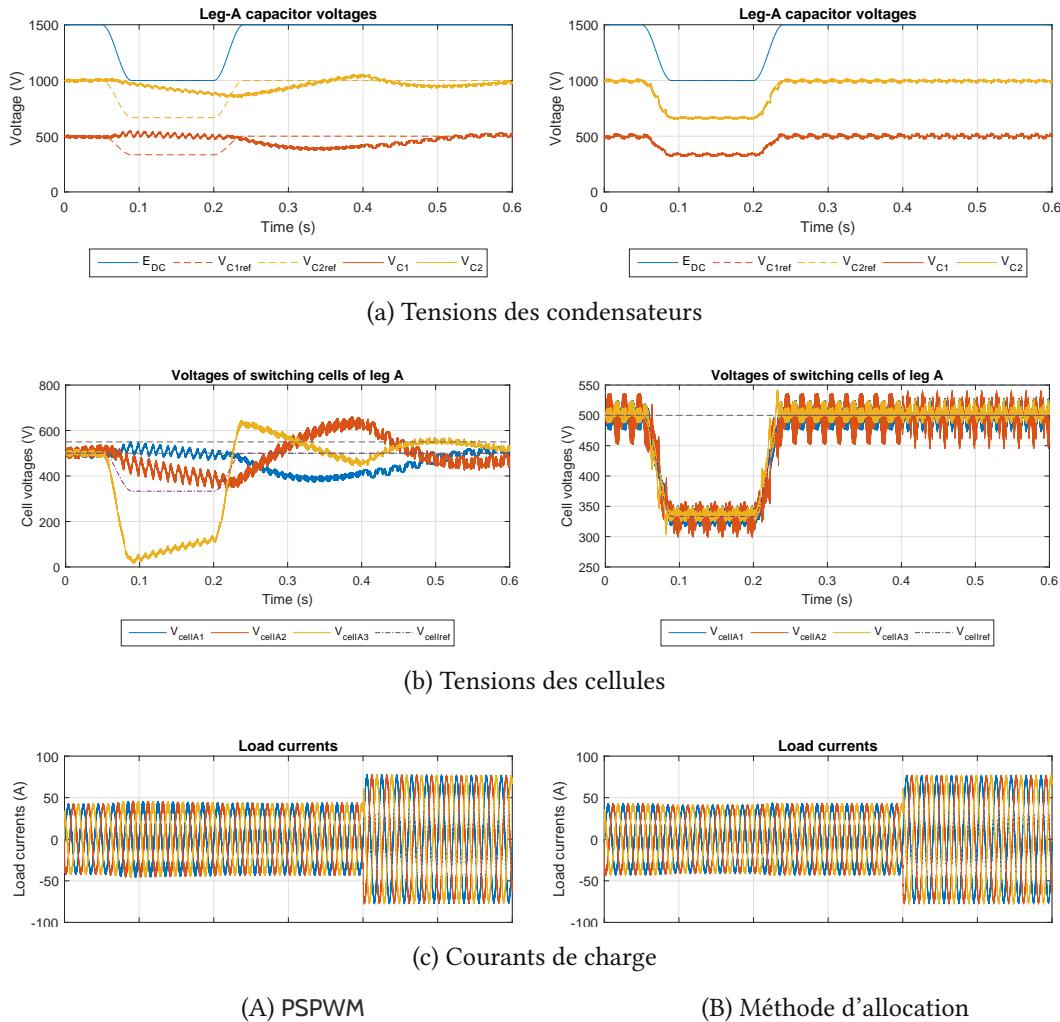


FIGURE 3.9 – Comparaison des méthodes PSPWM et allocation pour le premier test.

courants. Ceci est lié à la désactivation répétée des équations d'équilibrage, inévitablement quelques fois par période fondamentale. Précisons toutefois, qu'à nouveau, les différences sont faibles, et la réaction de la PSPWM aux variations subites par la tension continue est inadmissible pour la sécurité des interrupteurs quoiqu'il arrive.

### 3.A.6 Conclusions

Nous proposons une première méthode d'allocation qui réalise une fonctionnalité d'équilibrage actif, qui s'est révélé très efficace pour gérer de fortes variations de la tension du bus continu.

Dans notre problème d'allocation par optimisation linéaire, grâce à la prise en compte des contraintes inégalités sur les rapports cycliques, dessinant exactement et astucieusement l'espace de tension réalisable par l'onduleur par modulation de largeur d'impulsion (MLI), les dynamiques obtenues sont rapides et la régulation efficace. Ceci permet d'exploiter plus finement les capacités des CVS, comme avec les méthodes de commande directe, tout en bénéficiant d'une fréquence de commutation fixe.

Ce ne serait a priori pas le cas de méthodes comme les commandes à retour d'état linéarisant, qui ne tiennent pas compte des contraintes [Mon09b].

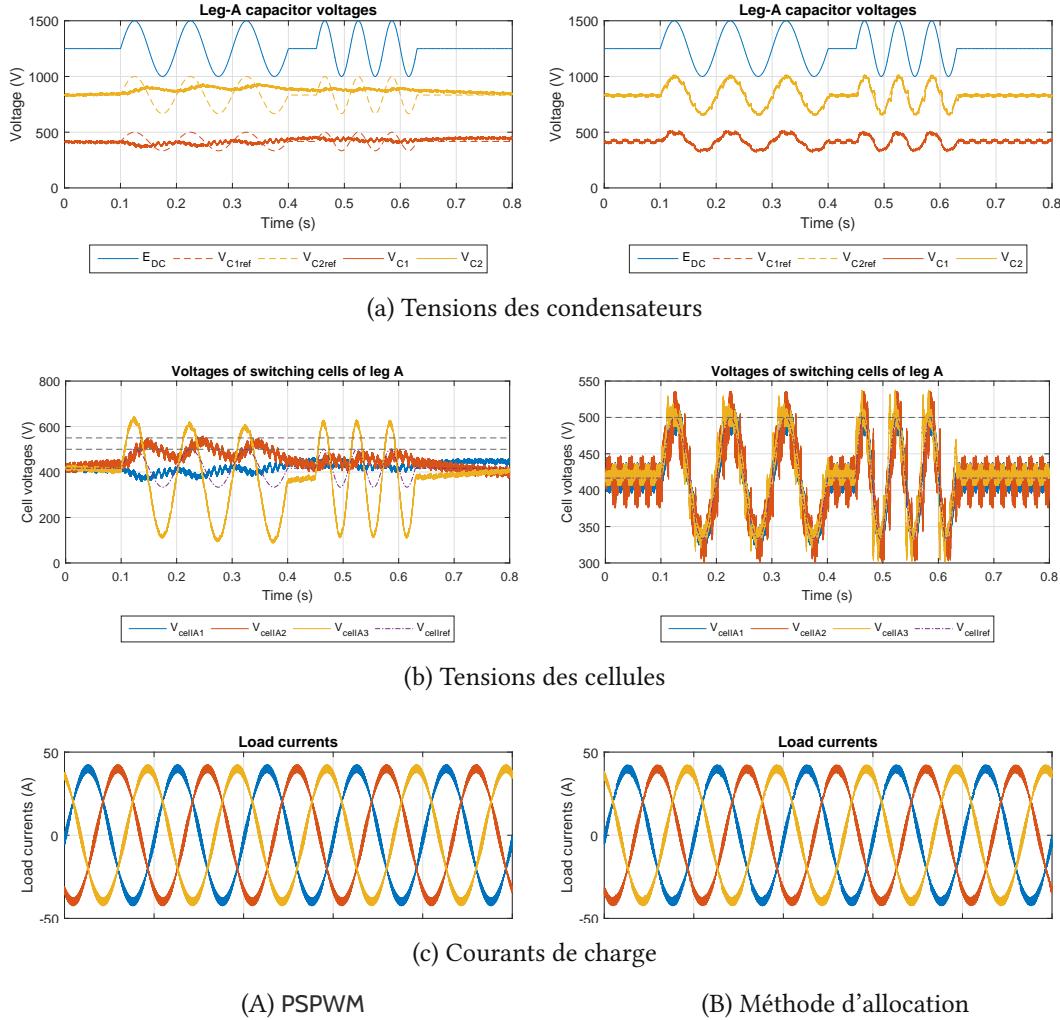


FIGURE 3.10 – Comparaison des méthodes PSPWM et allocation pour le second test.

### 3.B | Méthodes d'allocation pour l'onduleur modulaire multiniveaux

Dans cette section, nous nous intéressons à la commande du convertisseur modulaire multiniveaux (CMM). Son appellation anglaise Modular Multilevel Converter (MMC) étant largement répandue, par la suite, c'est comme cela que nous le désignerons, ainsi que sa version onduleur par abus de langage.

Les problématiques de commande associées au MMC sont complexes : gestion du transit de la puissance active entre la source et le récepteur, réglage des énergies contenues dans les bras et les demi-bras, réduction/élimination de la tension de mode commun, etc. À cause du grand nombre de variables de commande existantes, des contraintes à respecter, des dynamiques mises en jeu et des objectifs de commande à satisfaire, la commande du MMC est sensiblement complexe à concevoir et s'avère être un domaine de recherche en plein essor. Les méthodes de commande du MMC que l'on trouve dans la littérature reposent principalement sur l'utilisation d'étages de régulation en cascade pour les différents objectifs de pilotage, principalement réalisés par des correcteurs linéaires aux représentations diverses [AAS<sup>+</sup>11, HMA11, DQB<sup>+</sup>15, ZBS<sup>+</sup>17], parfois non-linéaires [MGL10] et récemment par des méthodes prédictives [DWYZ16], entre autres.

Nous proposons ici de tester l'approche par allocation pour la commande du MMC. La méthode développée se positionne principalement au niveau de la commande des courants du convertisseur, et repose sur la formulation d'un problème d'optimisation pour utiliser au mieux les degrés de liberté disponibles représentés par le calcul et le réglage des 6 tensions des demi-bras supérieurs et inférieurs, tout en tenant compte de la tension maximale délivrable par la participation des modules de puissance dans les bras. Pour cette première excursion, la méthode que nous proposons calcule automatiquement les tensions des demi-bras requises en valeur moyenne sur une période de commutation donnée dans le but de satisfaire au mieux aux références de courant d'entrée, courants de sortie et courants circulants dans l'onduleur. Dans un deuxième temps, un second étage d'allocation détermine, demi-bras par demi-bras, l'utilisation des rapports cycliques de chaque module pour assurer l'équilibrage actif des condensateurs ainsi que la réalisation des tensions de commande calculées par le premier étage. Les rapports cycliques sont réalisés par modulation de largeur d'impulsion à porteuses entrelacées (MLI-PEL), ou en anglais Phase Shift Pulse-Width Modulation (PSPWM). Pour la résolution du problème, nous nous reposons à nouveau sur l'algorithme du simplexe. Nous évaluons la méthode en simulation en fin de section. Les travaux que nous présentons en détail dans cette section ont fait l'objet d'un article de conférence dans lequel ils sont résumés [BFB17].

Dans la suite, étant donné la complexité du MMC et sa récente apparition, nous irons à l'essentiel pour le développement de la stratégie de commande proposée. On peut trouver de nombreux détails intéressants concernant le MMC, sa modélisation et sa commande dans les références [AAS<sup>+</sup>11, HAN<sup>+</sup>13, BD15, PBR<sup>+</sup>15, Saa15, DQB<sup>+</sup>15, ZSF<sup>+</sup>16, ZBS<sup>+</sup>17].

### 3.B.1 Onduleur modulaire multiniveaux

Le MMC fait fièrement partie des dernières avancées technologiques en matière de topologies de conversion statique. Il est représenté sur la fig. 3.11. Proposé par LESCINAR et MARQUART en 2003 [LM03], le MMC est une déclinaison de convertisseur statique Cascaded H-Bridge (CHB) dont l'originalité réside dans le fait que les multiples sources de tension quasi-statiques sont cette fois-ci réalisées par des condensateurs flottants. Le MMC est apprécié pour sa structure modulaire, de conception très flexible, qui rend le convertisseur à la fois plus facile à produire à grande échelle, qui rend la topologie très évolutive, facilement extensible à un nombre de niveaux de tension quelconque et grand, qui permet donc d'obtenir une qualité harmonique excellente tout en renforçant la disponibilité et la fiabilité du convertisseur [PBR<sup>+</sup>15].

L'application phare du MMC concerne les fameuses liaisons High Voltage Direct Current (HVDC) qui constituaient le rêve de Thomas EDISON et qui devient aujourd'hui une réalité mondiale [PBG<sup>+</sup>14]. Le Trans Bay Cable en Californie est la première liaison commerciale en HVDC utilisant la technologie MMC, opérationnelle depuis 2010, transitant une puissance de 400 MW entre Pittsburg et San Francisco par câbles sous-marins [PBR<sup>+</sup>15]. Citons l'évènement récent de la mise en service de la liaison HVDC INELFE, Interconnexion Électrique France-Espagne, reliant les stations de Baixas (France) et Santa Llogaia (Espagne) à travers les Pyrénées, sur une distance de 65 km et transitant  $2 \times 1$  GW de manière bidirectionnelle en  $\pm 320$  kV.

### 3.B.2 Modélisation de l'onduleur modulaire multiniveaux

Cette partie est dédiée à la modélisation du MMC. Nous allons tout d'abord présenter brièvement les éléments qui constituent ce convertisseur statique, puis nous allons établir les équations dynamiques nécessaires en vue de sa commande par allocation.

#### 3.B.2.1 Éléments constitutifs

##### Modules de puissance

Les modules de puissance sollicités au sein du MMC sont des éléments de conversion statique indépendants. Par exemple, le module le plus simple et le plus utilisé est le hacheur à demi-pont, en anglais *half-bridge chopper*, constitué d'une cellule de commutation et d'un condensateur flottant. Il est représenté sur la fig. 3.12. On en trouve d'autres types [NLDD15, PBR<sup>+</sup>15], et beaucoup de structures de conversion statique fournissant une tension continue y sont candidates. C'est avec le hacheur demi-pont simple que nous allons poursuivre notre discussion. Chaque module de puissance possède un condensateur qui joue le rôle de source de tension quasi-statique. Le condensateur peut être inséré ou déconnecté du demi-bras selon l'état binaire de l'interrupteur du haut de la cellule de commutation associée. La somme des tensions des condensateurs est généralement égale à la tension  $E_{dc}$  du bus continu. Alors, pour une opération symétrique des condensateurs, chaque tension de condensateur doit être régulée à  $\frac{E_{dc}}{n_{mods}}$ .

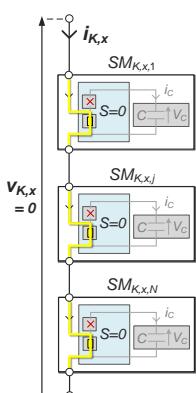


FIGURE 3.13  
Demi-bras indexé  $Kx$  à  $n$  modules déconnectés.

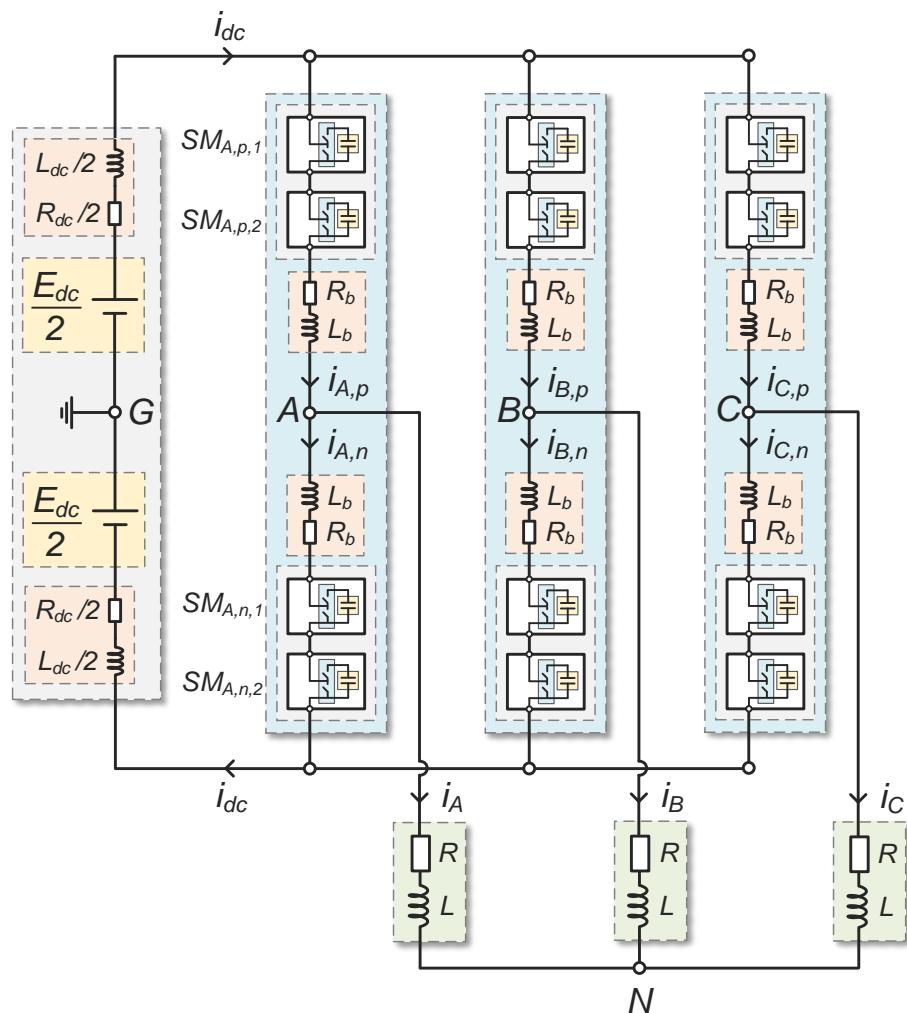


FIGURE 3.11 – Illustration de l'onduleur modulaire multiniveaux triphasé avec deux sous-modules par demi-bras.

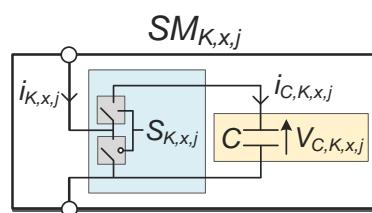


FIGURE 3.12 – Illustration du  $j$ -ième module de puissance de type hacheur demi-pont du demi-bras  $x$  du bras  $K$ .

### Association des modules en demi-bras

Chaque bras est partitionné en deux branches indépendantes que l'on appellera *demi-bras*<sup>1</sup>. Le demi-bras supérieur connecté à la borne haute du bus continu est qualifié de *positif*, et symétriquement, le demi-bras inférieur est qualifié de *négatif*. Chaque demi-bras contient un certain nombre de modules de puissance ; généralement le même nombre de modules est utilisé sur tous les demi-bras.

### Tensions des demi-bras

Les tensions qui apparaissent aux bornes de chaque demi-bras sont fonctions des états des cellules de commutation de chaque module de puissance. L'opération de commutation est supposée idéale et nous négligeons les temps morts. Si une cellule de commutation est à l'état 1, le module est connecté au demi-bras et apporte sa contribution à la tension totale. À l'état 0, le module est déconnecté et n'apporte pas de tension. Alors, pour chaque demi-bras (indexé  $x$ ), positif (indexé  $p$ ) ou négatif (indexé  $n$ ), les tensions correspondantes, qualifiées elles aussi de *positive* ou *négative*, respectivement, s'écrivent

$$v_{K,p} = \sum_{j=1}^{n_{\text{mods}}} S_{K,p,j} V_{C,K,p,j}, \quad (3.51)$$

$$v_{K,n} = \sum_{j=1}^{n_{\text{mods}}} S_{K,n,j} V_{C,K,n,j}.$$

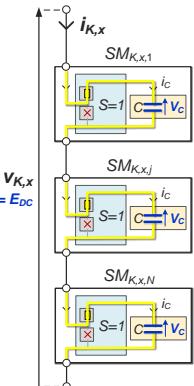


FIGURE 3.14  
Demi-bras indexé  $Kx$  à  $n$  modules insérés.

### Association des demi-bras en bras

La connexion des bras du MMC à la charge triphasée est différente de celle pour l'onduleur classique. La borne inférieure du demi-bras positif et la borne supérieure du demi-bras négatif d'un même bras sont toutes les deux connectées à la borne de la phase de la charge correspondante (voir fig. 3.15). Comme les tensions des demi-bras sont indépendantes, les différences de tension entre les deux demi-bras ne peuvent pas être appliquées directement au niveau du point de connexion, au risque de provoquer de trop fugaces pics de courants des demi-bras. Des circuits d'atténuation<sup>2</sup> d'impédance résistive-inductrice  $R_b$  et  $L_b$  permettent de gérer les à-coups de tensions dus aux différences de tension entre les demi-bras positifs et les demi-bras négatifs. On peut aussi tenir compte des pertes au sein des demi-bras à travers ces paramètres. L'impédance de ces circuits est très faible comparée à l'impédance de la charge.

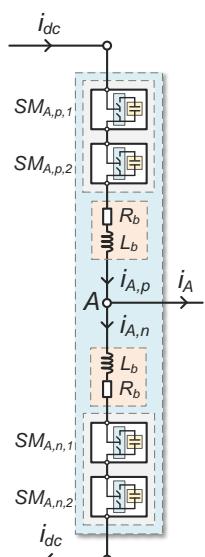


FIGURE 3.15  
Bras A d'un MMC.

### Bus de tension continu et charge triphasée

Le bus continu fournit une tension  $E_{dc}$  en entrée du convertisseur. Cette tension est supposée être constante ici. Nous avons pris en compte une impédance du bus formée par une résistance  $R_{dc}$  et une inductance  $L_{dc}$ .

1. Dans la littérature internationale, la dénomination commune est *arm*, signifiant déjà « bras » en français, alors que le mot anglais *leg* désignant un bras de convertisseur en français se traduit littéralement par « jambe »... D'où l'utilisation de l'expression « demi-bras » ici.

2. Souvent dénommés *arm buffers* ou *reactors* dans la littérature scientifique internationale.

Le convertisseur alimente une charge triphasée modélisée par les résistances  $R$  et inductances  $L$ . La charge est supposée équilibrée pour pouvoir utiliser une version simplifiée du modèle du convertisseur. En théorie, il est également possible d'utiliser une charge déséquilibrée, toutefois au prix d'un modèle plus lourd à développer.

La référence des potentiels  $G$  est ici positionnée au niveau du point milieu du bus continu.

### 3.B.2.2 Modélisation en vue de la commande

Les travaux de recherches concernant la nouvelle topologie MMC sont abondants dans la littérature scientifique des dernières années. Beaucoup d'équipes ont travaillé sur la modélisation de ces dispositifs. Comme les modèles sont en général assez conséquents compte tenu de l'envergure technique du convertisseur, nous allons ici décrire brièvement un modèle de travail intéressant pour développer des méthodes d'allocation en nous reposant sur les travaux présents dans la littérature.

Dans un MMC à triphasé à 3 bras, les modules de puissance apporteront leur contribution aux 6 tensions de demi-bras différentes. Finalement, ce sont ces 6 tensions qui piloteront les courants internes et externes au convertisseur, et c'est donc à partir de ces tensions que nous allons construire notre méthode d'allocation. Ce type d'approche est courant dans la littérature, on parle de modèle à source de tension continûment contrôlable, car on approxime la contribution des modules d'un demi-bras par une source de tension variable, elle-même matérialisée par un condensateur équivalent de capacité variable selon le nombre de modules insérés. Le caractère *continu*<sup>1</sup> est issu de deux types d'hypothèses :

- (1) la présence d'un très grand nombre de modules tels que l'on puisse approximer la tension équivalente du demi-bras par sa quantification en niveau de tension correspondant ;
- (2) l'utilisation de loi de modulation ou autre stratégie similaire capable de réaliser une tension de valeur intermédiaire entre deux niveaux réalisables.

Au premier type d'hypothèse, on associe régulièrement des méthodes de sélection de modules à insérer dans le demi-bras pour réaliser le niveau de tension demandé [AAN09, SAI<sup>+</sup>10, BD15, ZSF<sup>+</sup>16]. Au second type d'hypothèse, on associe plutôt des lois de modulation type PSPWM, Selective Harmonic Elimination (SHE) ou Nearest Level Control (NLC) entre autres [BD15, ZBS<sup>+</sup>17].

Dans un premier temps, nous allons préparer un problème d'optimisation pour réaliser un étage de régulation des courants du MMC. Les tensions des demi-bras seront calculées automatiquement dans ce but. Ensuite, un second étage d'allocation sera responsable de l'équilibrage des tensions des condensateurs des modules, et les rapports cycliques ainsi déterminés seront appliqués par PSPWM. C'est un premier choix de développement auquel nous nous conformons par la suite, mais d'autres sont aussi compatibles.

---

1. À l'opposé de fini ou à valeurs discrètes.

## Courants

**Courants des demi-bras** Les courants des demi-bras sont dénotés sous forme vectorielle  $i_p$  ou  $i_n$ , selon que le demi-bras est qualifié de positif ou négatif, respectivement. De manière intéressante, on peut les décomposer en trois types de courants différents [PR11, PFR12, QS12, DQB<sup>+</sup>15], mis en lumière sur la fig. 3.16, de sorte que

$$i_p = \begin{pmatrix} i_{A,p} \\ i_{B,p} \\ i_{C,p} \end{pmatrix} = \frac{i_{dc}}{3} + \frac{i_o}{2} + \frac{i_c}{2}, \quad i_n = \begin{pmatrix} i_{A,n} \\ i_{B,n} \\ i_{C,n} \end{pmatrix} = \frac{i_{dc}}{3} - \frac{i_o}{2} + \frac{i_c}{2}, \quad (3.52)$$

où  $i_{dc}$  désigne le courant d'entrée, tel que

$$i_{dc} = i_{A,p} + i_{B,p} + i_{C,p} = i_{A,n} + i_{B,n} + i_{C,n}, \quad (3.53)$$

où  $i_o$  désigne le courants de sortie,

$$i_o = \begin{pmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{pmatrix}, \quad (3.54)$$

et où  $i_c$  dénote le courants circulants,

$$i_c = \begin{pmatrix} i_{A,c} \\ i_{B,c} \\ i_{C,c} \end{pmatrix}. \quad (3.55)$$

**Courant d'entrée** Dans la commande du MMC, le courant d'entrée est responsable de la transmission de puissance active à la charge ainsi que de la compensation des pertes dans l'onduleur.

**Courants de sortie** Les courants de sortie courants de sortie sont en fait exprimés par différence des courants des demi-bras positifs et courants des demi-bras négatifs.

**Courants circulants** Les courants circulants sont en fait des courants présents uniquement au sein même du convertisseur et le traversant de bras en bras : ils n'ont aucun effet ni sur la source, ni sur la sortie du convertisseur. Il est généralement conseillé de les minimiser pour éviter les pertes associées dans le convertisseur, mais des travaux ont mis en évidence leur intérêt pour la commande des énergies contenues dans les modules de chaque bras [PCK<sup>+</sup>15, BD15] et pour une extension de la zone d'opération [IAH<sup>+</sup>11] et il est possible de les exploiter avec pertinence selon des schémas de commande plus ou moins sophistiqués. Nous nous contenterons ici de constater l'effet de la prise en compte de ce type de courant pour leur minimisation dans notre premier problème d'allocation pour le MMC.

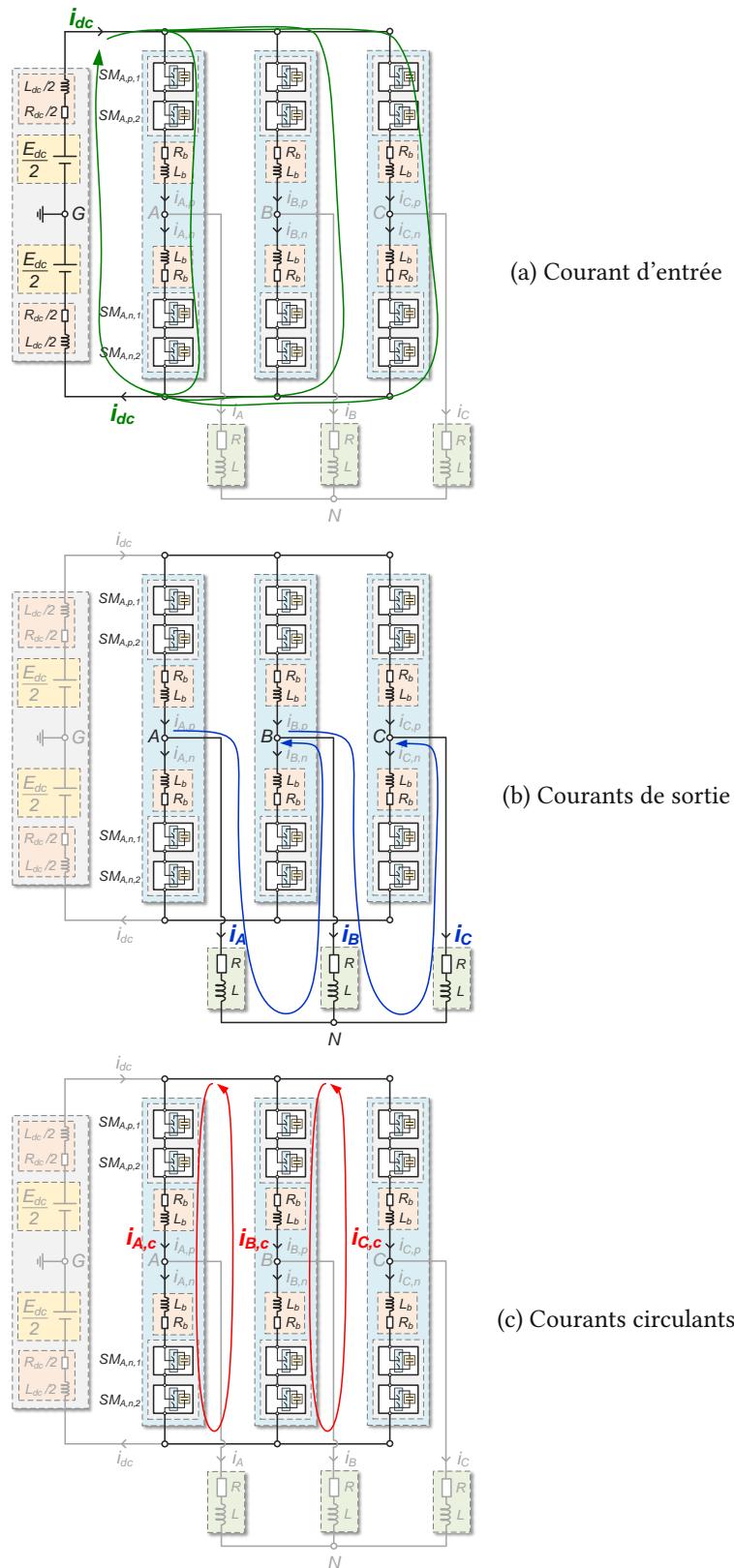


FIGURE 3.16 – Illustration des courants internes et externes de l'onduleur MMC.

### Dynamiques des courants

Il est possible d'obtenir des modèles simples d'évolution des courants évoluant dans le MMC à partir des équations précédentes. Pour cela, on définit les paramètres suivants :

$$\begin{aligned} R_o &= R + \frac{R_b}{2}, & L_o &= L + \frac{L_b}{2}, \\ R_s &= R_{dc} + \frac{2R_b}{3}, & L_s &= L_{dc} + \frac{2L_b}{3}, \\ R_c &= R_b, & L_c &= L_b. \end{aligned} \quad (3.56)$$

On modélise alors l'évolution des courants en sortie du convertisseur selon les équations

$$\begin{aligned} L_o \frac{d}{dt} i_o &= -R_o i_o + v_{o,mmc}, \\ L_c \frac{d}{dt} i_c &= -R_c i_c + v_{c,mmc}, \\ L_s \frac{d}{dt} i_{dc} &= -R_s i_{dc} + v_{s,mmc}. \end{aligned} \quad (3.57)$$

**Paramètres du modèle**  $R_o$  et  $L_o$  correspondent aux résistance et inductance du modèle d'évolution des courants de sortie.  $R_s$  et  $L_s$  décrivent l'évolution du courant d'entrée. Quant à  $R_c$  et  $L_c$ , ils traduisent la dynamique des courants circulants dans l'onduleur.  $R_b$  correspond à la résistance des buffers, et  $L_b$  à l'inductance.

**Tensions de commande** Dans les équations (3.57), les grandeurs  $v_{o,mmc}$ ,  $v_{c,mmc}$  et  $v_{s,mmc}$  sont les tensions de commande des modèles décrits. Ce sont des parties spécifiques des tensions des demi-bras positifs et négatifs  $v_p$  et  $v_n$ .

Décomposons  $v_p$  et  $v_n$  sous une forme différentielle-commune, de sorte que

$$\begin{aligned} v_p &= v_{p,\Sigma} + v_{p,\Delta}, \\ v_n &= v_{n,\Sigma} + v_{n,\Delta}. \end{aligned} \quad (3.58)$$

Définissons la matrice d'extraction des composantes différentielles, dénotée  $H_\Delta$ , et la matrice d'extraction de la composante commune, dénotée  $H_\Sigma$ , telles que

$$H_\Delta = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad H_\Sigma = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}. \quad (3.59)$$

On explicite  $v_{p,\Sigma}$ ,  $v_{n,\Sigma}$ ,  $v_{p,\Delta}$  et  $v_{n,\Delta}$  grâce à ces matrices, tel que

$$\begin{aligned} v_{p,\Sigma} &= H_\Sigma v_p, & v_{p,\Delta} &= H_\Delta v_p, \\ v_{n,\Sigma} &= H_\Sigma v_n, & v_{n,\Delta} &= H_\Delta v_n, \end{aligned} \quad (3.60)$$

et  $v_{p,\Sigma}$ ,  $v_{n,\Sigma}$ ,  $v_{p,\Delta}$  et  $v_{n,\Delta}$  vérifient<sup>1</sup>

$$\begin{aligned} H_\Delta(v_{p,\Sigma} \cdot 3H_\Sigma^T) &= 0, & H_\Sigma v_{p,\Delta} &= 0, \\ H_\Delta(v_{n,\Sigma} \cdot 3H_\Sigma^T) &= 0, & H_\Sigma v_{n,\Delta} &= 0. \end{aligned} \quad (3.61)$$

Les grandeurs  $v_{p,\Sigma}$  et  $v_{n,\Sigma}$  sont des scalaires dont la valeur est égale à la moyenne des tensions  $v_p$  et  $v_n$ , respectivement, et  $v_{p,\Delta}$  et  $v_{n,\Delta}$  sont les vecteurs des tensions  $v_p$  et  $v_n$  auquel on a soustrait les composantes communes  $v_{p,\Sigma}$  et  $v_{n,\Sigma}$ , respectivement.

Alors, on a

$$\begin{aligned} v_{o,mmc} &= -\frac{1}{2}H_\Delta(v_p - v_n) = \frac{v_{n,\Delta} - v_{p,\Delta}}{2}, \\ v_{c,mmc} &= -\frac{1}{2}H_\Delta(v_p + v_n) = -\frac{v_{p,\Delta} + v_{n,\Delta}}{2}, \\ v_{s,mmc} &= E_{dc} - H_\Sigma(v_p + v_n) = E_{dc} - (v_{p,\Sigma} + v_{n,\Sigma}). \end{aligned} \quad (3.62)$$

### Dynamiques des tensions des condensateurs des modules

Les tensions des condensateurs évoluent selon que le condensateur est traversé par un courant ou non. Si le module de puissance associé est connecté au demi-bras, le courant traversant le condensateur est celui traversant le demi-bras. Autrement, il est nul. Alors, les tensions des condensateurs évoluent selon les équations

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}V_{C,K,p,j} &= \frac{1}{C}S_{K,p,j}i_{K,p}, \\ \frac{d}{dt}V_{C,K,n,j} &= \frac{1}{C}S_{K,n,j}i_{K,n}. \end{aligned} \quad (3.63)$$

### Énergies contenues dans les bras

Les condensateurs sont des éléments de stockage de l'énergie électrique au sein du convertisseur. On met à profit l'énergie contenue dans le condensateur du module, on récupère de l'énergie ou on réserve cette énergie selon que le module est connecté au demi-bras et que le courant du demi-bras est positif, négatif, ou bien que le module n'est pas connecté au demi-bras.

Les états des condensateurs traduisent la disponibilité en énergie au sein du convertisseur pour pouvoir fournir les courants désirés en sortie. Ces énergies s'écrivent

---

1. En termes d'algèbre linéaire,  $H_\Sigma^T$  est une base du noyau de  $H_\Delta$ , et  $H_\Delta$  est un projecteur orthogonal sur le plan dont une normale est la droite de vecteur directeur  $H_\Sigma^T$ . Ces deux espaces sont supplémentaires : on peut décomposer tout vecteur en deux composantes uniques, une appartenant au plan orthogonal (composante différentielle), une appartenant à la droite normale au plan (composante commune).

$$\begin{aligned} E_{K,p} &= \frac{1}{2} C \sum_{j=1}^{n_{\text{mods}}} V_{C,K,p,j}, \\ E_{K,n} &= \frac{1}{2} C \sum_{j=1}^{n_{\text{mods}}} V_{C,K,n,j}. \end{aligned} \quad (3.64)$$

Elles doivent être régulées pour que le MMC dispose toujours de suffisamment d'énergie pour son opération de conversion statique [AAN09].

### 3.B.3 Méthode d'allocation pour le MMC

#### 3.B.3.1 Stratégie proposée

##### Exploitation des degrés de liberté

Nous avons vu que les courants du MMC sont pilotés par différents types de composantes des 6 tensions des demi-bras. Ces 6 tensions sont donc des variables de commande ou degrés de liberté à utiliser. Aussi, ces 6 tensions sont réglables par l'utilisation moyenne des modules.

D'abord, supposons que l'on omet les limitations existantes sur les tensions des demi-bras. On cherche à régler 5 courants indépendants, et aussi  $n_{\text{mods}}$  tensions des condensateurs à une valeur de référence. Le pilotage des 5 courants se traduit par la définition de 5 contraintes, contribuant en fait à la détermination des tensions des demi-bras, elles-même déterminées par l'utilisation des modules. Pour le MMC, l'équilibrage des tensions des condensateurs fait intervenir  $n_{\text{mods}}$  équations sur les utilisations des modules. Il y a donc au moins  $n_{\text{mods}}$  équations pour  $n_{\text{mods}}$  inconnues : le problème est cette fois-ci *sur-déterminé* ! Peu importe les contraintes, de manière générale, il n'existe a priori aucune solution répondant directement et simultanément à tous les objectifs de commande. Cela signifie qu'il y a toujours des compromis à faire entre l'équilibrage des énergies des bras pour la bonne opération du MMC, l'obtention des courants de sortie pour l'application (prioritaire), la réduction des courants circulants pour les pertes et les perturbations, et la réduction de l'oscillation des tensions des condensateurs pour le dimensionnement par exemple.

En pratique, le problème de l'équilibrage des tensions des condensateurs est souvent traité séparément du problème de régulation des courants. L'équilibrage actif est alors positionné à un étage de bas niveau [ZSF<sup>16</sup>], et la régulation des courants et énergies à un étage de plus haut niveau. Plus encore, la chaîne complète de commande est souvent synthétisée suivant un schéma de cascade des différents étages de haut niveau possibles, jusqu'aux fonctionnalités de plus haut niveau comme le réglage du transit de puissance active et réactive [QS12, PBR<sup>15</sup>, ZBS<sup>17</sup>].

En suivant une approche de correction linéaire (PI), on veille à séparer les constantes de temps de chaque étage pour assurer une bonne stabilité de l'ensemble.

La méthodologie de commande que nous utilisons pour le MMC est similaire à celle proposée jusqu'ici. L'ambition principale est de réaliser une commande optimisée du convertisseur par le calcul de variables de commande linéaires en prenant explicitement en compte les

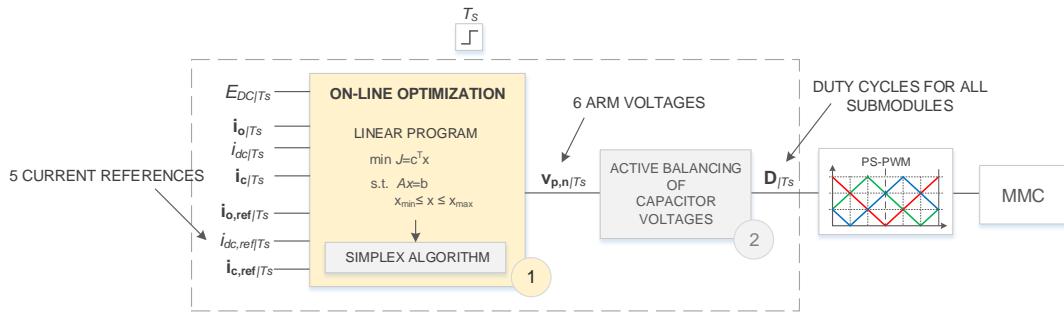


FIGURE 3.17 – Diagramme de la méthode d'allocation proposée pour l'onduleur modulaire multiniveaux.

contraintes qu'elles subissent, également linéaires. C'est exactement le cas des tensions des demi-bras ici. Nous allons proposer de tester l'approche par allocation sur un convertisseur statique aussi complexe que le MMC en développant une nouvelle méthode d'allocation grâce à la formulation d'un problème d'optimisation linéaire (POL) à résoudre en temps réel en utilisant l'algorithme du simplexe.

#### Séparation des problèmes de commande principal et des problèmes d'équilibrage des tensions condensateurs

Le problème principal n'est pas fonction du nombre de modules de puissance par demi-bras étant donné que les variables de commande que nous avons sélectionnées sont les valeurs moyennes des tensions des demi-bras positifs et négatifs sur la période de commutation  $T_S$ , qui sont celles qui pilotent les courants du MMC. En plus du problème de commande principal, et en suivant la même méthodologie, nous définissons un second problème d'optimisation, résolu demi-bras par demi-bras pour permettre une résolution en parallèle, pour réaliser une fonction d'équilibrage actif des tensions des condensateurs des modules de puissance d'un même demi-bras. Cette seconde étape est très similaire au problème d'allocation formulé pour l'onduleur à condensateurs flottants dans la section précédente. Les solutions de rapports cycliques sont ensuite réalisées par PSPWM.

La référence du courant d'entrée est calculée spécifiquement pour piloter l'énergie moyenne contenue dans le convertisseur afin d'assurer son bon fonctionnement. Pour se concentrer spécifiquement sur les performances de l'allocation pour la régulation des courants à partir de leurs référence, cette référence de courant d'entrée est déterminée en suivant le principe de la commande prédictive optimale, ou deadbeat control dans sa version discrète, avec approximation Euler ordre 1, en supposant parfaitement connus tous les paramètres et les amplitudes des courants et de la tension d'entrée constantes.

Un schéma décrivant le cœur principal de la stratégie est disponible sur la fig. 3.17. Nous illustrons notre approche par des résultats de simulation confortant la validité de notre nouvelle méthode.

### 3.B.3.2 Objectifs de commande

#### Objectifs principaux

Les principaux objectifs de commande du MMC sont naturellement l'obtention des courants de sortie mais aussi l'équilibrage des tensions des condensateurs de chaque module.

#### Courants circulants

En plus des objectifs de commande principaux, le MMC est particulier en ce qu'il est traversé par des courants internes, non nécessaires à l'obtention des courants de sortie, et générant des pertes au sein du convertisseur. Cette problématique supplémentaire peut être gérée par la stratégie de commande. Nous chercherons ici dans un premier temps à minimiser ces courants, ce qui permettrait d'éviter les pertes associées et les perturbations induites pour la commande des courants de sortie.

#### Énergies contenues dans les bras et demi-bras

Les énergies contenues dans les bras du convertisseur sont un gage de la capacité des modules des demi-bras de l'onduleur à fournir les niveaux de tension requis et la puissance active en sortie. Il existe beaucoup d'études consacrées à l'évolution et au contrôle des énergies des bras [AAS<sup>+</sup>11, HAN<sup>+</sup>13, BBE<sup>+</sup>13, BD15]. On notera  $E_m$  l'énergie moyenne des énergies des bras du convertisseur.

Supposons que les courants de sortie désirés sont obtenus et sont de la forme

$$i_{o,\text{ref}}(t) = I_o \sin 2\pi ft, \quad (3.65)$$

où  $I_o$  dénote l'amplitude du système des courants de sortie et  $f$  la fréquence fondamentale. La puissance délivrée au demi-bras en moyenne sur la période fondamentale  $T = \frac{1}{f}$  peut être déduite des équations des courants et s'écrit

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{d}{dt} E_{K,x} \right\rangle_T &= \langle E_{K,p} \rangle_T = \langle v_{K,x} i_{K,x} \rangle_T \\ &= -\frac{R_s}{6} i_{dc}^2 + \frac{E_{dc}}{6} i_{dc} - \frac{R_o}{4} I_o^2. \end{aligned} \quad (3.66)$$

Le premier terme correspond aux pertes induites par la participation du courant d'entrée dans le demi-bras. Le second terme représente la contribution de la puissance en entrée du convertisseur à celle du demi-bras. Le dernier terme représente la consommation de puissance active par la charge.

L'énergie moyenne dans le convertisseur s'écrit

$$E_m = \frac{1}{6} \sum_{\substack{K \in \{A, B, C\}, \\ x \in \{p, n\}}} E_{K,x} = \frac{1}{6} \sum_{\substack{K \in \{A, B, C\}, \\ x \in \{p, n\}}} \sum_{j=1}^{n_{\text{mods}}} \left[ \frac{1}{2} C V_{C,K,x,j}^2 \right]. \quad (3.67)$$

On détermine la référence du courant d'entrée généralement dans le but de conserver l'énergie moyenne dans le convertisseur à une valeur de référence  $E_{m,ref}$ , de sorte que

$$E_{K,x} = E_{m,ref} = n_{mods} \times \frac{C}{2} V_{C,ref}^2, \quad (3.68)$$

où  $V_{C,ref}$  vaut

$$V_{C,ref} = \frac{E_{dc}}{n_{mods}}. \quad (3.69)$$

Idéalement, dans le but de réguler les énergies moyennes par bras à leur valeur de référence  $E_{m,ref}$ , on peut suivre une approche de commande discrète de type deadbeat optimal sur une période fixée  $T_B$ , en calculant à partir de l'équation (3.64) et à grandeurs constantes durant  $T_B$  la valeur de référence idéale du courant d'entrée  $i_{dc}$ , qui est

$$i_{dc,ref} = \frac{\frac{E_{dc}}{2} - \left[ \left( \frac{E_{dc}}{2} \right)^2 - 6R_s \left( \frac{R_o}{4} I_o^2 + \frac{E_{m,ref} - E_m}{T_B} \right) \right]}{R_s}. \quad (3.70)$$

Cette valeur de référence est maintenue pendant  $T_B$ , la période d'équilibrage des énergies des bras. La période  $T_B$  doit être naturellement suffisamment grande pour tenir compte au mieux de l'hypothèse de valeur moyenne de l'équation (3.66) et plus grande que  $T_S$ , celle de la boucle de régulation des courants (réalisée par allocation ici).

### 3.B.3.3 Formulation du problème d'optimisation linéaire principal

L'objectif principal est de pouvoir maîtriser les courants de sortie, d'entrée et circulants de sorte à les asservir à leurs valeurs de référence. Les variables de commande sont les valeurs moyennes des 6 tensions des demi-bras positifs et négatifs sur la période de commande  $T_S$ . Pour simplifier les notations et le développement des équations de commande, l'indication de la valeur moyenne sera omise par la suite.

#### Modèle d'état des courants

Grâce aux équations modélisant l'évolution des courants du MMC, en vue de la commande principale, on peut proposer un modèle d'état du MMC sous la forme

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} i_o \\ i_c \\ i_{dc} \end{pmatrix} = A_s \begin{pmatrix} i_o \\ i_c \\ i_{dc} \end{pmatrix} + B_s \begin{pmatrix} v_p \\ v_n \end{pmatrix} + H_s, \quad (3.71)$$

avec

$$A_s = \begin{pmatrix} -\frac{R_o}{L_o} \mathbb{1}_3 & & \\ & -\frac{R_c}{L_c} \mathbb{1}_3 & \\ & & -\frac{R_s}{L_s} \end{pmatrix}, \quad B_s = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2L_o} H_\Delta & \frac{1}{2L_o} H_\Delta \\ -\frac{1}{2L_c} H_\Delta & -\frac{1}{2L_c} H_\Delta \\ -\frac{1}{L_s} H_\Sigma & -\frac{1}{L_s} H_\Sigma \end{pmatrix}, \quad H_s = \begin{pmatrix} \\ \\ \frac{E_{dc}}{L_s} \end{pmatrix}, \quad (3.72)$$

et où  $\mathbb{1}_3$  désigne la matrice identité d'ordre 3.

Les courants de sortie sont des courants triphasés. On peut déduire des équations (3.52) que les courants circulants sont également des systèmes triphasés de courants. On peut alors utiliser comme matrice de sortie la matrice  $C_s$  telle que

$$C_s = \begin{pmatrix} C_{s,o} & & \\ & C_{s,c} & \\ & & C_{s,dc} \end{pmatrix}, \quad (3.73)$$

avec

$$C_{s,o} = \begin{pmatrix} 1 & & \\ & 1 & \end{pmatrix}, \quad C_{s,c} = \begin{pmatrix} 1 & & \\ & 1 & \end{pmatrix}, \quad C_{s,dc} = 1. \quad (3.74)$$

Les grandeurs que nous allons piloter sont donc données par

$$C_s \begin{pmatrix} i_o \\ i_c \\ i_{dc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i_A \\ i_B \\ i_{A,c} \\ i_{B,c} \\ i_{dc} \end{pmatrix}. \quad (3.75)$$

### Discrétisation du modèle d'état des courants

Nous procédons à une discrétisation du modèle d'état des courants en vue de la commande du convertisseur à chaque période  $T_S$  par modulation. Pour cela, on effectue une prédiction des prochains états à l'ordre 1, c'est-à-dire

$$\begin{pmatrix} i_o \\ i_c \\ i_{dc} \end{pmatrix}[k+1] = (1 + T_S A_s) \begin{pmatrix} i_o \\ i_c \\ i_{dc} \end{pmatrix}[k] + T_S B_s \begin{pmatrix} v_p \\ v_n \end{pmatrix}[k] + T_S H_s, \quad (3.76)$$

où  $x[k]$  indique la valeur de la grandeur  $x$  à l'instant  $kT_S$  et où  $x[k+1]$  indique la valeur de la grandeur  $x$  à l'instant  $(k+1)T_S$ .

ZAMA propose une analyse très intéressante dans [ZBS<sup>+17</sup>] à propos des conséquences du choix de l'utilisation d'une prédiction de type EULER ordre 1 dans le cas du MMC. Elle est souvent utilisé en commande prédictive optimale, ou deadbeat control en version discrète. Il montre qu'il existe un intervalle de valeurs de période de discrétisation au-delà duquel cette prédiction à l'ordre 1 n'est plus suffisante dans l'objectif de réguler les courants du

MMC pour de la haute performance dynamique. Il propose en contrepartie une expression analytique d'exponentielle matricielle d'une discréétisation exacte du modèle linéaire proposé pour les courants (similaire à celui présenté ici) afin de ne plus subir les effets d'une période de discréétisation trop grande. La discréétisation exacte est appuyée par l'utilisation d'un grand nombre de modules de puissance, ce qui soutient l'hypothèse de continuité des tensions des demi-bras. Cette analyse est renforcée par des résultats de simulation et des résultats expérimentaux.

Notons que dans notre cas, on se contentera de la prédiction à l'ordre 1, ayant sélectionné une période de commande de 0.5 ms, qui semble ne pas trop pénaliser notre approximation selon [ZBS<sup>+</sup>17].

En perspective, il serait intéressant de combiner les deux propositions pour obtenir une loi de commande tenant compte dynamiquement des contraintes existantes sur les variables utilisées (ce qui n'est pas le cas de la loi de commande deadbeat optimal utilisée dans [ZBS<sup>+</sup>17], toutefois élégante et efficace) et bénéficiant de l'exactitude des prédictions.

#### Tension de mode commun -ou potentiel neutre-

Jusqu'ici, la spécification des 5 courants utilise 5 degrés de liberté offerts par les 6 tensions des demi-bras, ou plutôt par les composantes communes et différentielles des sommes et différences des tensions des demi-bras positifs et négatifs (voir eq. (3.62) page 137). Le dernier degré de liberté encore disponible correspond à la composante commune de la différence (absente dans (3.62)) qui détermine en fait la valeur du potentiel neutre de la charge, dénoté  $V_{NG}$  :

$$V_{NG} = -\frac{1}{2}H_\Sigma(v_p - v_n). \quad (3.77)$$

Une valeur de préférence à indiquer serait 0 V. En fait, cette composante des tensions des demi-bras est responsable du réglage de la différence d'énergie entre le demi-bras supérieur et le demi-bras inférieur d'un même bras [BBE<sup>+</sup>13], et la valeur de 0 V indique aussi le souhait d'égaliser les énergies des deux demi-bras d'un même bras.

#### Contraintes de commande

Les tensions des demi-bras doivent toutes être positives. Elles sont limitées par la somme des tensions des condensateurs de chaque module de puissance pour chaque bras respectivement. Pour un demi-bras x, les contraintes de commande s'écrivent

$$0 \leq v_x \leq v_{x,\max} = \begin{pmatrix} v_{A,x,\max} \\ v_{B,x,\max} \\ v_{C,x,\max} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{j=1}^{n_{\text{mods}}} V_{C,A,x,j} \\ \sum_{j=1}^{n_{\text{mods}}} V_{C,B,x,j} \\ \sum_{j=1}^{n_{\text{mods}}} V_{C,C,x,j} \end{pmatrix}. \quad (3.78)$$

En considérant la somme des tensions des condensateurs quasi-constante grâce à la régulation, on peut utiliser les contraintes simplifiées suivantes :

$$0 \leq v_x \leq v_{x,\max} = \begin{pmatrix} v_{A,x,\max} \\ v_{B,x,\max} \\ v_{C,x,\max} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_{dc} \\ E_{dc} \\ E_{dc} \end{pmatrix}. \quad (3.79)$$

### Erreurs de commande

Nous formulons des erreurs de commande à minimiser pour la réalisation des objectifs ciblés. Définissons  $e_o$  l'erreur de commande des courants de sortie, telle que

$$e_o = C_{s,o} i_o[k+1] - C_{s,o} i_{o,ref}[k+1]. \quad (3.80)$$

Nous indiquons l'utilisation de la référence de courant de l'instant de commande  $(k+1)T_S$  plutôt que de l'instant de commande  $kT_S$ . Ceci permet d'assurer un suivi plus efficace et plus cohérent de la référence de courant, ce qui semble également un bon choix au vu des dynamiques très complexes existantes au sein du MMC, notamment la présence des courants circulants perturbateurs. La référence à l'instant de commande  $(k+1)T_S$  peut être obtenue par exemple par extrapolation. Il est également possible de la supposer connue, par exemple si les courants de référence à suivre sont purement sinusoïdaux. C'est ce que nous avons choisi dans nos premiers tests.

L'objectif de minimisation des courants circulants est pris en compte en définissant  $e_c$ , l'erreur de commande des courants circulants, telle que

$$e_c = C_{s,c} i_c[k+1] - C_{s,c} i_{c,ref}[k] = C_{s,c} i_c[k+1]. \quad (3.81)$$

L'équilibrage des énergies dans les bras est effectué grâce à la régulation du courant d'entrée. Cet objectif est représenté par la variable  $e_{dc}$ , l'erreur de commande du courant d'entrée, telle que

$$e_{dc} = C_{s,dc} i_{dc}[k+1] - C_{s,dc} i_{dc,ref}[k]. \quad (3.82)$$

Enfin, nous attribuons une valeur de préférence à la tension du point neutre  $V_{NG}$  en définissant la déviation du potentiel neutre par rapport à sa valeur de préférence, notée  $e_{vn}$ , par

$$e_{vn} = V_{NG}[k+1] - V_{NG,ref}[k] = V_{NG}[k+1]. \quad (3.83)$$

### Problème d'optimisation

Nous fabriquons un critère  $J$  d'optimisation mixte à partir des erreurs définies précédemment :

$$\begin{aligned} \min_x J, \quad J &= \epsilon_o \|e_o\|_1 + \epsilon_c \|e_c\|_1 + \epsilon_{dc} \|e_{dc}\|_1 + \epsilon_{vn} \|e_{vn}\|_1, \\ \text{s.c.} \quad 0 &\leq v_x \leq v_{x,\max}, \end{aligned} \quad (3.84)$$

où s. c. signifie « sous contraintes », où les  $\epsilon$  sont des coefficients de pondération pour faire abstraction des dimensions (unités) de chaque terme dans le critère coût ou fonction objectif

ainsi que (et surtout) pour définir des priorités entre les objectifs de commande, et où la notation  $\|\cdot\|_1$  désigne l'application de la norme 1.

Comme nous l'avons fait avec les topologies de conversion précédentes, nous choisissons d'utiliser la norme 1 dans le critère coût  $J$  pour pouvoir définir un POL et utiliser l'algorithme du simplexe comme cœur de résolution de notre méthode d'allocation.

### Variables auxiliaires

Pour transformer le problème de commande (3.84) en POL, on fabrique les variables auxiliaires parties *positives*  $e_x^+$  et *négatives*  $e_x^-$  de pour chaque erreur de commande  $e_x$ , telles que

$$\begin{aligned} e_x^+ - e_x^- &= e_x, \\ e_x^+, e_x^- &\geq 0; \end{aligned} \tag{3.85}$$

$$|e_x| = e_x^+ + e_x^- . \tag{3.86}$$

### Problème d'optimisation linéaire

Alors, nous formulons le POL

$$\begin{aligned} \min_x J, \quad J &= c^T x \\ \text{s.c.} \quad Ax &= b, \\ 0 \leq x &\leq x_{\max}, \end{aligned} \tag{3.87}$$

avec les définitions<sup>1</sup>

$$x = \left( \begin{array}{cc|cccc|cccc} v_p & v_n & e_o^+ & e_c^+ & e_{dc}^+ & e_{vn}^+ & e_o^- & e_c^- & e_{dc}^- & e_{vn}^- \end{array} \right)^T, \quad (3.88)$$

$$x_{\max} = \left( \begin{array}{cc|cccc|cccc} v_{p,\max} & v_{n,\max} & e_{o,\max} & e_{c,\max} & e_{dc,\max} & e_{vn,\max} & e_{o,\max} & e_{c,\max} & e_{dc,\max} & e_{vn,\max} \end{array} \right)^T, \quad (3.89)$$

$$c = \left( \begin{array}{cc|cccc} (0 \cdots 0) & (0 \cdots 0) & \epsilon_o(1 1) & \epsilon_c(1 1) & \epsilon_{dc} & \epsilon_{vn} \end{array} \right)^T, \quad (3.90)$$

$$A = \left( \begin{array}{ccc|ccc|ccc|ccc} & & -\mathbb{1}_2 & & & \mathbb{1}_2 & & & & & & & \\ C_s B_s T_S & & & -\mathbb{1}_2 & & & & \mathbb{1}_2 & & & & & \\ & & & & & & & & & & & & \\ & & & & -1 & & & & & & 1 & & \\ \hline -\frac{H_\Sigma T_S}{2} & \frac{H_\Sigma T_S}{2} & & & -1 & & & & & & & 1 & \\ \end{array} \right), \quad (3.91)$$

$$b = \left( \begin{array}{c|c} C_s (i_{o,\text{ref}}[k+1] i_{c,\text{ref}} i_{dc,\text{ref}}[k])^T - C_s (1 + T_S A_s) (i_o \ i_c \ i_{dc})^T[k] - C_s T_S H_s & V_{NG,\text{ref}} \end{array} \right)^T. \quad (3.92)$$

Dans ces définitions,  $A$  est une matrice de taille 6 lignes  $\times$  18 colonnes,  $b$  est un vecteur colonne de taille  $6 \times 1$ , et  $c$ ,  $x$ , et  $x_{\max}$  sont des vecteurs colonnes de taille  $18 \times 1$ .

Dans l'expression  $Ax = b$ , les deux premières lignes définissent l'erreur de commande des courants de sortie, les deux suivantes l'erreur de commande des courants circulants, la suivante l'erreur de commande du courant d'entrée, et enfin la dernière, la déviation du potentiel neutre. Les vecteurs des bornes maximales des variables de décision sont directement pris en charge par le solveur de l'algorithme du simplexe que nous allons utiliser.

### 3.B.3.4 Pour l'équilibrage des tensions des condensateurs des modules

En fait, le problème d'allocation formulé pour l'équilibrage actif est très similaire au problème d'allocation proposé pour la commande en tension bras par bras de l'onduleur à condensateurs flottants de la section précédente. Toutefois, nous avons essayé ici de ne pas désactiver les équations d'équilibrage au passage par zéro du courant mais plutôt seulement d'indiquer des différences de rapports cycliques maximales à ne pas dépasser pour conserver des motifs de commutation assez réguliers avec la PSPWM (rapports cycliques quasi-identiques) [Lie06].

Comme les deux problèmes sont très similaires à cette différence près, nous n'en parlons pas plus ici.

---

1. Dans un souci de gain de place, nous avons exprimé les vecteurs colonnes  $x$ ,  $x_{\max}$ ,  $c$  et  $b$  sous forme de transposée d'un vecteur ligne. Pour être strictement rigoureux, il faudrait indiquer que tous les vecteurs composantes de ces vecteurs lignes, par exemple  $v_p$  et  $v_n$  dans l'expression de  $x$ , sont également à transposer. Nous évitons ici cet excès de rigueur pour éviter d'alourdir les équations.

TABLE 3.3 – Paramètres de simulation.

Symbol	Signification	Valeur
$T_S$	période de commande	0.5 ms
$T_B$	période d'équilibrage	5 ms
$f$	fréquence fondamentale	50 Hz
$R, L$	résistance et inductance de la charge	10 Ω, 1.3 mH
$R_b, L_b$	résistance et inductance des buffers	10 mΩ, 100 μH
$R_{dc}, L_{dc}$	rés. et ind. de la ligne d'entrée	100 mΩ, 2 mH
$E_{dc}$	tension continue	1000 V
$C$	capacité des condensateurs	5 mF
$n_{mods}$	nombre de modules	3
$T_{step}$	pas de simulation	$T_S/1000 = 0.5 \mu s$

### 3.B.3.5 Évaluation de la stratégie en simulation

Dans cette sous-section, nous proposons une évaluation de notre stratégie de commande en simulation sur MATLAB®–Simulink®. Les paramètres de simulation sont résumés dans la table 3.3.

Nous effectuons un test de commande en courant du MMC grâce à notre méthode d'allocation. La référence de courant est purement sinusoïdale, de fréquence  $f = 50$  Hz. À l'instant initial, la référence de l'amplitude des courants de sortie est égale à 25 A. Après 400 ms, nous modifions la référence à 38 A, ce qui fait un gain de 66 %. Comme on cherche à minimiser les courants circulants, leur amplitude de référence vaut 0 A. La tension du bus continu est supposée constante durant toute la durée de la simulation et égale à 1000 V.

Dans les figures qui suivent, les courbes en tirets représentent les valeurs de référence des grandeurs visualisées.

Les courants et tensions de la charge sont disponibles en fig. 3.18. Les courants de sortie obtenus correspondent aux courants de sortie désirés. D'ailleurs, le nombre de niveaux disponibles permet d'atteindre une qualité harmonique excellente à la fois sur les tensions et les courants. L'algorithme de commande est très réactif et l'échelon d'amplitude de référence des courants est rapidement suivi.

On retrouve les tensions des demi-bras sur la fig. 3.19. Ces tensions sont à l'origine de l'évolution de tous les états dans le convertisseur. Comme on l'a vu plus haut, les tensions qui pilotent les courants de sortie, les courants circulants et le courant d'entrée sont exprimés à partir des tensions des demi-bras.

Les tensions qui apparaissent aux bornes de la charge en sortie du convertisseur sont liées aux différences de tensions entre les demi-bras positifs et négatifs. Le courant d'entrée  $i_{dc}$  est piloté par la tension de commande associé  $v_{s,mmc}$ , propre au MMC. Quand celle-ci augmente, le courant d'entrée augmente, et inversement. Lorsque l'échelon d'amplitude de

référence des courants se produit à  $t = 400$  ms, le courant d'entrée doit augmenter pour fournir suffisamment de puissance active à la charge qui en requiert plus qu'avant (voir fig. 3.22). Alors la tensions de commande du courant d'entrée  $v_{s,mmc}$  doit augmenter. Selon l'expression qui la décrit (voir (3.62) p. 137), cela veut dire que la moyenne de la somme des tensions des demi-bras positifs et négatifs (composante commune de la somme) doit diminuer, ce qui se traduit par un décalage vers le bas des formes d'onde des tensions des demi-bras.

A cause de la valeur de référence de 38 A, l'amplitude crête à crête des tensions des demi-bras doit augmenter. Or, nous atteignons la limite de tension basse des tensions des demi-bras (voir fig. 3.19 après 400 ms). Grâce au problème d'optimisation que nous avons formulé, les limites des tensions des demi-bras sont prises en compte intrinsèquement, et les formes d'onde des tensions des demi-bras s'adaptent automatiquement pour trouver une solution de commande pour obtenir les tensions nécessaires au pilotage des courants de sortie mais aussi pour asservir le courant d'entrée tout en gardant les tensions des demi-bras positives.<sup>1</sup>

Les courants circulants sont visualisés sur la fig. 3.21. En pratique, il est difficile d'éviter de manière parfaite l'apparition de courants circulants à cause par exemple de l'utilisation d'un modèle moyen pour réaliser les tensions de sortie par modulation de largeur d'impulsion (MLI) sur une période de modulation donnée ou à cause des ondulations de tensions à la fréquence fondamentale que subissent les condensateurs des modules. Ces ondulations sont principalement dues à la composante des courants de sortie dans les courants des demi-bras positifs et négatifs. Néanmoins, dans l'objectif choisi ici de minimiser les courants circulants, l'algorithme fait au mieux pour maintenir les courants circulants au plus proche de la valeur de 0 A à travers la minimisation de la norme 1 de l'erreur de commande des courants circulants dans le critère coût  $J$ . On peut voir qu'ils sont naturellement chargés en harmoniques à cause de la commutation des cellules due à la modulation, mais que malgré cela, les courants de sortie ne sont pas affectés. Il est également probable que la valeur de l'inductance de filtrage  $L_b$  ne soit pas suffisante pour une atténuation raisonnable des harmoniques indésirables, et le nombre de modules choisi assez faible par simplicité, alors qu'en pratique, il est beaucoup plus élevé pour ce type de convertisseur statique, ce qui joue également sur l'amplitude des harmoniques indésirables.

Sur la fig. 3.23, on retrouve les tension d'un condensateur. Grâce au second POL formulé spécifiquement pour l'équilibrage actif des tensions des condensateurs, ces tensions sont régulées au mieux autour de leur valeur de référence, qui vaut ici  $\frac{E_{dc}}{3} = 333$  V.

### 3.B.4 Conclusion concernant l'allocation pour le MMC

Notre méthode de commande pilote les tensions des demi-bras du MMC qui s'adaptent automatiquement pour répondre aux objectifs de régulation des courants tout en respectant les limitations de tension existantes. La synthèse de la loi de commande n'est bien sûr pas optimisée au vu de la complexité du MMC. Les problématiques sont nombreuses : régulation des énergies des bras pour permettre une bonne opération de conversion, l'obtention des courants de sortie et la compensation des pertes dans l'onduleur, le bon réglage des courants circulants,

---

1. Elles le sont par définition (voir eq. (3.78)), si l'on utilise que des modules de type hacheur à demi-pont.

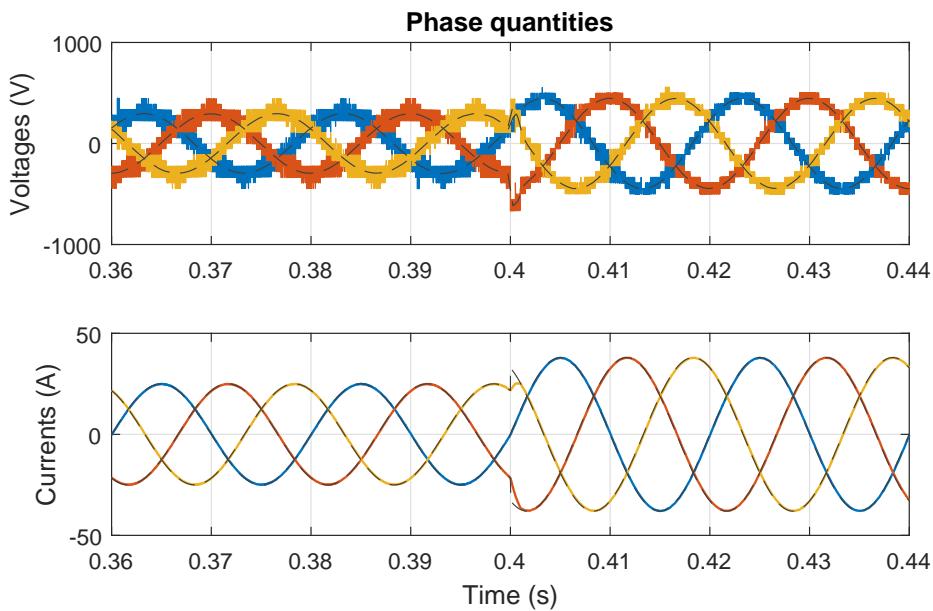


FIGURE 3.18 – Tensions et courants de la charge.

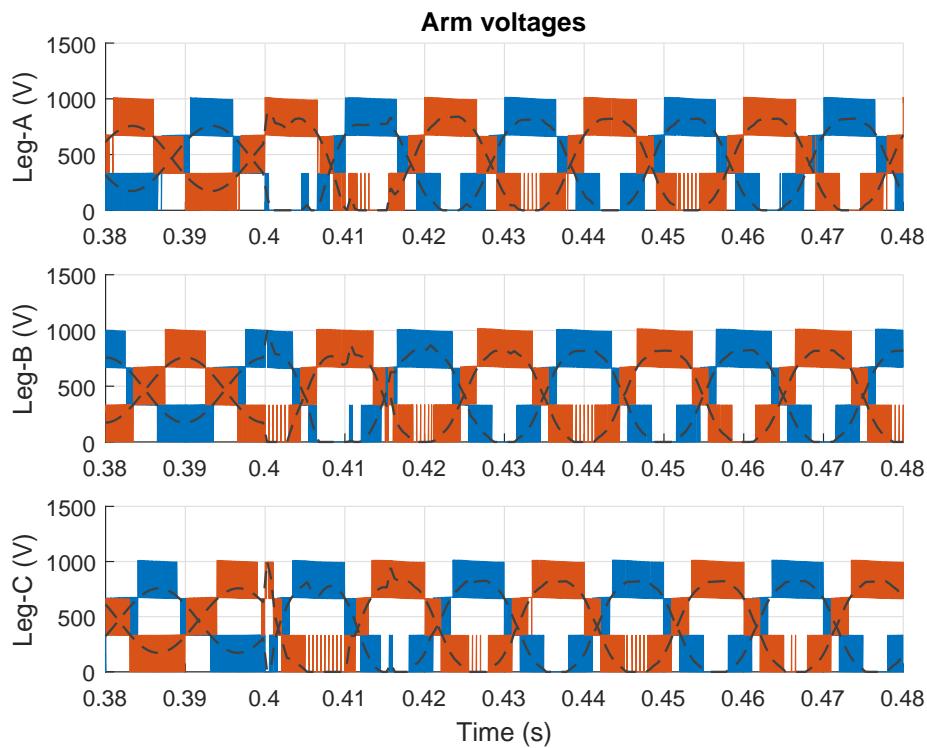


FIGURE 3.19 – Tensions des demi-bras positifs et négatifs.

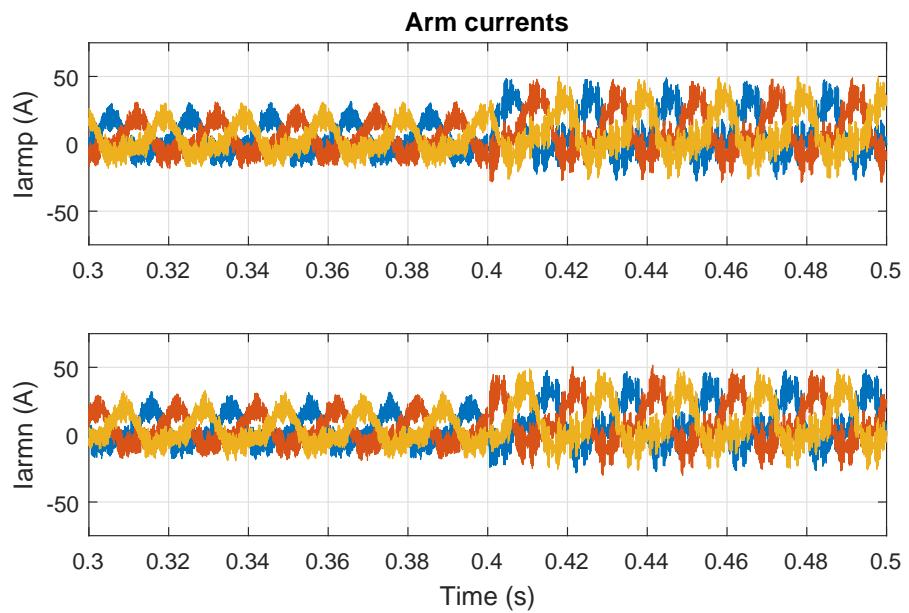


FIGURE 3.20 – Courants des demi-bras positifs et négatifs.

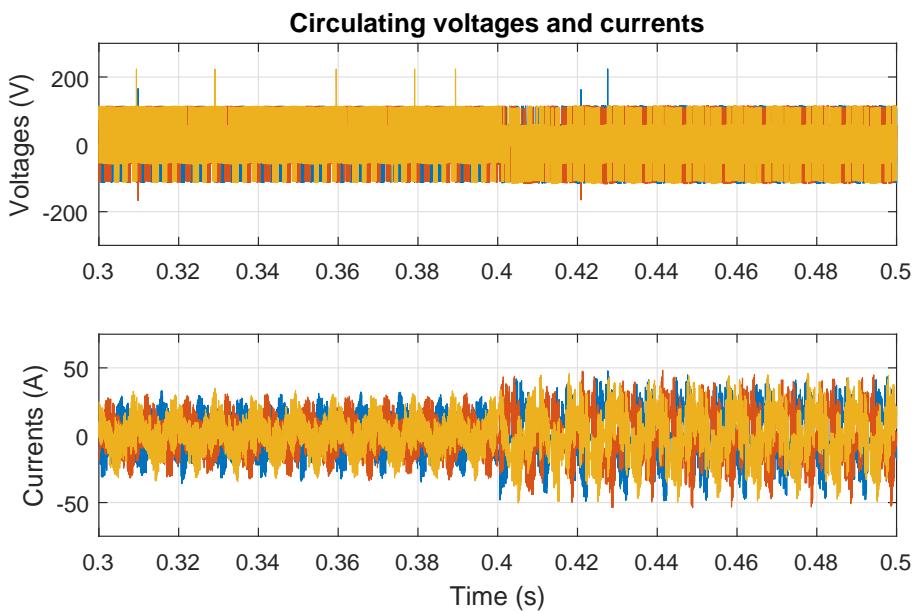


FIGURE 3.21 – Courants circulants et leurs tensions de commande.

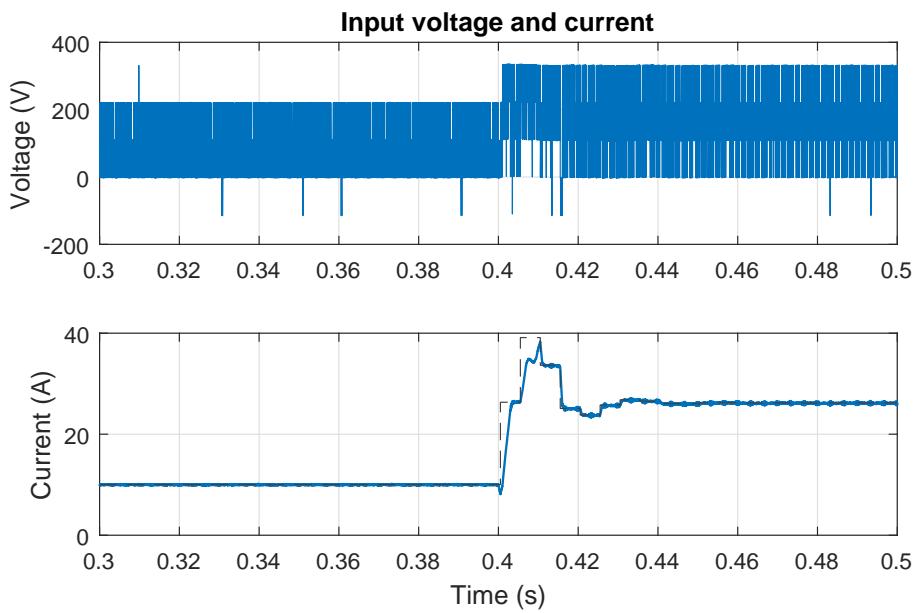


FIGURE 3.22 – Courant d'entrée et sa tension de commande.

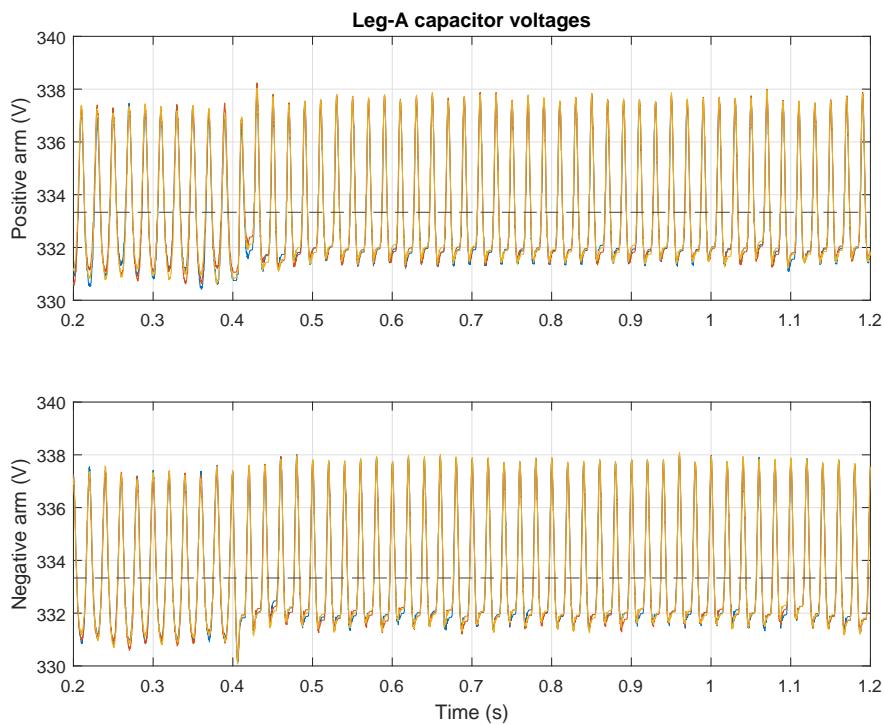


FIGURE 3.23 – Tensions des condensateurs des modules du bras A.

de la tension de mode commun, l’équilibrage actif des condensateurs... De nombreux travaux d’amélioration de l’opération de conversion statique du MMC existent et en perspective, il faudrait étudier ce convertisseur plus en profondeur pour proposer des méthodes d’allocation sachant exploiter au mieux les degrés de liberté offerts, et ceci de manière automatique et dynamique.

Comme pour l’onduleur multicellulaire à condensateurs flottants (OMCF), les résultats de performance en valeur moyenne devraient être *a priori* meilleurs théoriquement que ceux obtenus par deadbeat control ou régulateurs PI, car la prise en compte intrinsèque des contraintes par la méthode d’allocation devrait lui conférer une marge d’opération maximale. Néanmoins des analyses plus poussées sont nécessaires pour faire la distinction. Dans tous les cas, beaucoup d’optimisation et d’études restent à faire sur ce convertisseur statique très complexe et au potentiel d’exploitation très riche comme le montre l’avalanche de publications à son sujet depuis son invention.

Soulignons que certaines approches prédictives vectorielles présentent des résultats intéressants d’annulation forcée du mode commun de tension, ce qui offre des formes d’onde de meilleures qualités et réduit le temps de calcul nécessaire [DWYZ16], malgré la réduction des possibilités de commande.

Avec notre approche ici, les motifs harmoniques réguliers sont privilégiés et on bénéficie du partage des efforts de commutation sur tous les modules grâce à la modulation PSPWM.

### 3.C | Conclusion du chapitre

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés à la commande de convertisseurs statiques plus complexes que les topologies à 2 niveaux. Nous avons proposé le développement de méthodes d'allocation pour l'onduleur multicellulaire à condensateurs flottants et pour l'onduleur modulaire multi-niveaux tout en mettant en lumière l'apport de cette nouvelle stratégie pour les convertisseurs statiques, les propriétés offertes, le positionnement par rapport aux principes d'autres méthodes, et éventuellement les limitations actuelles.

Ces deux exemples de topologies bien connus dans la littérature s'avèrent être très intéressants pour l'étude de l'approche de commande par allocation pour les convertisseurs statiques (CVS). L'approche vecteur semble devenir difficile à gérer quand le nombre d'interrupteurs augmente : nous subissons les mêmes problèmes que pour les méthodes utilisant les vecteurs par énumération (FCS-MPC [RKE<sup>+</sup>13]) ou par localisation dans l'espace (Space Vector Modulation (SVM)). La difficulté supplémentaire et non traitée par l'allocation approche vecteur est de déterminer l'ordre dans lequel les vecteurs solutions de l'algorithme doivent se succéder dans le temps, avec un souci de qualité harmonique et de minimisation du nombre de commutation. Cette limitation est élégamment contournée avec l'approche interrupteur, qui semble, sous ce constat plus attractive pour développer des méthodes d'allocation pour les CVS à grand nombre d'interrupteurs (avec des problèmes d'optimisation linéaire (POL)).

Le Modular Multilevel Converter (MMC) est un convertisseur statique riche en degrés de liberté, aux dynamiques complexes, et on trouve un intérêt à piloter ses courants pour obtenir des dynamiques très rapides, permettant de proposer, en plus des objectifs principaux de commande, des services auxiliaires [ZBS<sup>+</sup>17] comme l'absorption de perturbations réseaux grâce aux condensateurs des modules. Pour traiter le caractère sur-dimensionné du problème de commande complet, notre méthode d'allocation est bâtie en deux étapes et assure la détermination des tensions des demi-bras de manière efficace sur un sous problème sous-déterminé. Les contraintes sont bien prises en compte automatiquement.

L'équilibrage actif en deuxième étape ne pose pas de problème et semble performant. Cependant l'utilisation de la modulation devient limitée quand le nombre de modules est trop grand : les pertes par commutation sont à éviter, et la modulation n'est plus vraiment nécessaire car la valeur intermédiaire de tension demandée peut être réalisée par quantification en nombre de niveaux à solliciter. À ce moment-là, on peut se servir de la première étape d'allocation seulement : la réalisation des tensions des demi-bras peut être confiée à un autre étage de régulation.



# 4

## Mise en œuvre temps réel de la méthode proposée et validation

Nous avons étudié jusqu’ici l’aspect théorique des méthodes que nous proposons, et nous avons mis en lumière les propriétés et les intérêts apportés par ce type d’approche pour les convertisseurs statiques à travers des exemples illustratifs pour plusieurs topologies de conversion. Les problèmes de commande ont pour certains été résolus analytiquement, pour d’autres numériquement en simulation. L’optimisation numérique en ligne a montré des performances statiques et dynamiques intéressantes. Mais une telle approche reste indéniablement plus coûteuse en tant de calcul que d’autres méthodes plus classiques.

Dans le présent chapitre, nous nous intéressons désormais à la mise en pratique de nos algorithmes pour la commande concrète et temps réel des convertisseurs statiques. L’objectif principal est de valider la possibilité d’utilisation de l’algorithme du simplexe en tant que cœur de résolution de nos problèmes d’allocation pour les CVS. Notre mise en œuvre est effectuée sur carte Field Programmable Gate Array (FPGA) pour bénéficier d’une grande flexibilité de conception, d’anticiper une exploitation maximale du parallélisme présent dans l’algorithme du simplexe (même s’il y en a moins que dans d’autres algorithmes comme ceux des commandes prédictives à ensemble fini) et pour les résultats prometteurs de l’utilisation de composants FPGA pour des applications de commande de convertisseurs statiques ou d’autres applications associées [MIN11].

Les objectifs sont multiples et épineux :

- la réalisation matérielle d’un solveur de problèmes d’optimisation linéaire type algorithme du simplexe, car il n’existe que très peu de communications à propos d’une telle réalisation ; nous en avons trouvé quatre : [BBCL06, MK11, GHS13, Var14], en général par des spécialistes et les détails sont absents ou trop peu suffisants ;
- la réalisation de la sur-couche de préparation du problème d’allocation à partir des références, des paramètres et autres mesures ;
- l’obtention d’un temps de calcul final sous la barre des  $100\ \mu\text{s}$  pour valider l’utilisation pour la conversion statique à des fréquences de modulation intéressantes ;

et tout cela en temps de conception limité.

Ensuite, pour faciliter les nombreux tests intéressants à mener pour évaluer à la fois la réalisation matérielle de l’algorithme et ses performances et propriétés pour la commande des CVS, nous réalisons une interface de communication MATLAB® avec le circuit de résolution. Grâce à cela, nous pouvons utiliser le circuit pour tout un panel de tests, sans que l’utilisateur

n'ait d'effort technique particulier à fournir. Notre circuit de résolution est ensuite testé pour plusieurs configurations et plusieurs amplitude de tension de référence.

## 4.A | Mise en œuvre de la méthode de commande sur carte FPGA

Dans cette section, nous détaillons notre solution de mise en œuvre matérielle de notre méthode de commande par allocation sur carte Field Programmable Gate Array (FPGA). D'abord, nous évoquons les choix stratégiques que nous avons dû faire face aux problématiques que nous avons rencontrées ou face aux questions auxquelles nous avons du répondre pour la conception du circuit. Ensuite, nous présentons la structure générale du circuit de résolution ainsi que de la fonctionnalité de chaque bloc. Ceci donne une idée globale du fonctionnement et de l'opération du circuit. Les lecteurs intéressés pourront trouver ensuite des détails plus techniques concernant la réalisation de chaque bloc, mais ces détails n'étant pas essentiels pour la suite, le lecteur non habitué pourra consulter directement les résultats obtenus suites aux essais de vérification Hardware-In-the-Loop (HIL).

### 4.A.1 Contexte de travail

On retrouve de plus en plus les FPGA en tant que contrôleurs pour des applications à haute performance, où le temps de calcul devient critique, ou alors où un temps de calcul court permet de grandement améliorer la qualité globale de la commande. Les FPGA disposent d'une grande réserve de portes logiques dont on peut programmer les liaisons afin de concevoir des fonctions plus ou moins personnalisées et avancées. Ils deviennent très présents dans le domaine de la conversion statique et des applications associées [MIN11] : notamment pour émuler ou simuler en temps réel l'opération de convertisseurs statiques plus ou moins complexes, pour piloter des machines à haute vitesse, voire même, et c'est certainement une des promesses les plus attrayantes, pour obtenir des contrôleurs discrets ayant des performances quasi-similaires à une commande en analogique [MIN11].

Notons que la mise en œuvre d'algorithmes de commande sur FPGA prend tout son charme quand on peut exploiter à bon escient le parallélisme et le pipelining présent dans l'algorithme. Aussi, une des forces de ce type de mise en œuvre réside dans le fait de pouvoir concevoir de manière matérielle, au niveau de l'association de fonctions logiques élémentaires, les composants réalisant très exactement les fonctions nécessaires tout en optimisant les performances ou le coût/la surface de silicium utilisée.

Nous réalisons notre circuit de résolution sur une carte Terasic TR4, disposant d'un composant FPGA Stratix IV du constructeur Altera. La gamme Stratix est dédiée à la haute performance et disposant d'un grand nombre de portes logiques. Ceci nous permettra de ne pas être limité dans un premier temps en termes de ressources logiques disponibles, et nous permettra plus tard de tester toute une gamme de mises en œuvre, allant de la réalisation de taille minimale

(espace de silicium consommé) de moindre coût à une réalisation complètement déployée à parallélisme maximum pour des performances optimales.

Nous développons la solution en langage VHSIC Hardware Description Language (VHDL) sous QuartusPrime® d'Altera.

#### **4.A.2 Stratégie de la mise en œuvre matérielle de la méthode de commande par allocation fondée sur l'utilisation de l'algorithme du simplexe**

Nous proposons ici une sélection des choix importants que nous avons faits pour traiter certaines problématiques rencontrées lors de la conception du circuit de résolution. La stratégie générale est ensuite présentée dans son ensemble.

##### **4.A.2.1 Choix stratégiques**

Les travaux de mise en œuvre matérielle de notre méthode de commande ont nécessité de nombreuses réflexions et multiples choix stratégiques pour aboutir en temps limité à un prototype fonctionnel, démonstrateur des propriétés annoncées par l'analyse théorique et qui satisfait les objectifs ciblés. Nous en avons sélectionné quelques uns pour les discuter.

###### **Amélioration de tableau, tableau sous forme réduite**

Une idée naturelle pour la réalisation d'une version matérielle de l'algorithme du simplexe est de profiter de l'aspect itératif de l'algorithme : à chaque itération, l'objectif de l'algorithme est d'améliorer la fonction coût d'un tableau du simplexe. Un tableau du simplexe est une représentation de l'état courant du problème d'optimisation linéaire (POL) à résoudre sous forme de tableau, dans lequel on retrouvera les coûts actuels des variables de décision, les indices des variables actuellement utilisées en tant que solutions basiques (sommet), la matrice de contrainte actuelle et la valeur des variables de base. Au cours d'une itération, le tableau est traité de bloc par bloc, et à la fin de l'opération de pivotage, le coût est normalement meilleur qu'auparavant. L'idée du tableau est aussi retrouvée dans d'autres travaux [BBCL06, GHS13, Var14].

Aussi, dans l'algorithme du simplexe, l'ensemble des colonnes de la matrice des contraintes et correspondant aux variables dans la base des solutions courantes forment naturellement la matrice identité. Nous avons exploité cette particularité pour ne réaliser qu'une version réduite du tableau du simplexe, dans lequel cette matrice identité est prise en compte implicitement par le matériel. Ainsi, on gagne lors du transfert du tableau d'un bloc à l'autre un nombre de cycles d'horloge égal au carré du nombre de variables de base.

0	1	$m$	$m+1$
	Reduced costs $c_R$		Current cost
1 Indices of current basic solutions $i_B$	Updated constraint matrix of non-basic variables $A_H$		Updated constraint vector $b$
$n$			

FIGURE 4.1 – Illustration d'un tableau du simplexe sous forme réduite, sans les colonnes des variables de base dans la matrice des contraintes.

### Première version de prototypage rapide

**Objectifs ciblés** Notre première version matérielle de la méthode d'allocation pour l'onduleur quatre bras deux niveaux a été réalisée en temps limitée, avec un apprentissage sur le tas des techniques de conception matérielle bas niveau. Les objectifs ciblés étaient principalement d'obtenir une idée du temps de calcul nécessaire à l'algorithme pour fournir des solutions de commande, d'évaluer la qualité des solutions calculées par un circuit matériel et surtout de valider la possibilité de réaliser un tel algorithme de commande pour les convertisseurs. L'optimisation du temps de calcul n'était dans un premier temps pas notre priorité absolue. Nous avons gardé à l'esprit de converger rapidement vers une solution fonctionnelle, stable, et assez efficace en pratique. Finalement, c'est le cas puisque nous avons atteint les performances de temps souhaitées qui étaient de fournir les solutions en moins de 100 µs.

**Structure modulaire et en pipeline** Nous sommes partis de l'idée des travaux de BAYLISS et al., spécialistes de la conception matérielle algorithmique, mentionnée dans l'article de conférence [BBCL06] en 2006, et des recommandations de conception par modularité dans [MIN11]. Nous avons profité de l'existence d'étapes successives au sein d'une itération de l'algorithme du simplexe pour en concevoir une version pipelinée. Comme au moins l'équipe de BAYLISS et al. présentent une version fondée sur cette idée, avec des résultats valides et présentant de bonnes performances, cela nous a donné une garantie de faisabilité technique. On trouve cependant dans [GHS13] une mention d'un circuit de résolution sans pipeline, pour le traitement d'un seul tableau, même si les opérations restent séquentielles, ce qui mériterait d'être étudié en perspective.

En temps normal, le pipelining introduit un délai de calcul supplémentaire, mais une fois ce délai passé, le débit sortant s'en retrouve quasiment multiplié par la taille de la pipeline. Ce n'est pas vraiment le fonctionnement souhaité ici. En prévision d'une future réalisation de notre méthode de commande bras par bras pour l'onduleur à condensateurs flottants, le principe est plutôt d'exploiter les blocs de calcul laissés libres lors du traitement d'un unique tableau par le circuit de résolution. BAYLISS et al. utilisent ce principe de leur côté pour résoudre plusieurs POL issus de la relaxation d'un problème d'optimisation mixte en nombre entiers.

**Parallélisme non maximal** Dans notre version, beaucoup d'opérations (divisions, comparaisons) sont également pipelinées au lieu d'être parallélisées. Ceci permet de n'avoir à instancier et à gérer qu'un nombre plus réduit de composants, ce qui rend la phase de conception plus simple pour le développeur non expert<sup>1</sup> et plus rapide. Soulignons que si la mise en œuvre ainsi réalisée aboutit aux performances souhaitées, alors nous pourrons valider avec beaucoup de garantie la capacité de l'algorithme à piloter des convertisseurs statiques (CVS), puisque d'autres réalisations beaucoup plus optimisées pourront être déclinées de la première conception bien étudiée. Ainsi, un développement futur avec exploitation maximale du parallélisme inhérent aux étapes de l'algorithme du simplexe est envisagé pour l'amélioration des performances du solveur lors du traitement d'un seul tableau, sans pipeline.

D'autre part, nous avons pris en compte le parallélisme des opérations lorsqu'il était possible de le faire sans trop rallonger le temps de conception.

**Calcul en virgule flottante à 32 bits** Dans [BBCLO6], la version matérielle de l'algorithme du simplexe présentée est réalisée en représentation à virgule fixe 18 bits. L'utilisation de la virgule fixe nécessite moins de cycles d'horloge par opération élémentaire qu'en virgule flottante. Cependant, deux points sont soulevés : la stabilité numérique de l'algorithme réalisé et l'originalité du test en virgule flottante. La représentation en virgule fixe a l'avantage d'offrir une précision de calcul constante, de consommer moins de temps de calcul et moins de ressources. Par contre, rappelons que la théorie des polyèdres sur laquelle repose les POL et l'algorithme du simplexe est valide pour des nombres en précision infinie. La précision de la virgule fixe doit être déterminée en amont de la phase de mise en œuvre matérielle pour assurer un minimum de stabilité numérique, tâche qui peut ne pas être simple à effectuer. De plus, aucune réalisation de l'algorithme du simplexe sur carte FPGA ne semble avoir été proposée en virgule flottante. Pour ces raisons, nous utilisons une représentation en virgule flottantes à 32 bits pour tester une première mise en œuvre de l'algorithme du simplexe sur carte FPGA en virgule flottante et avec une précision très intéressante. Ceci nous permettra également d'évaluer le temps de calcul requis dans ce cas-là.

### Anti-cyclage

Nous utilisons la règle d'anti-cyclage de BLAND [Bla77], car elle est une des plus simples à réaliser et est efficace en pratique. La règle de l'ordre lexicographique promet de meilleures performances en termes d'amélioration du critère coût, mais est beaucoup plus lourde algorithmiquement, consomme un grand nombre d'opérations et nécessite un plus grand effort de synthèse.

### Temps fini, boucles non prévues

Au cas où le circuit de résolution subirait le phénomène de cyclage malgré l'utilisation de la règle d'anti-cyclage de BLAND, valable pour une précision théorique infinie, nous avons mis en place deux *watchdogs*, ou chiens de garde, circuits de sécurité, qui surveillent le nombre de cycles d'horloge passés et le nombre d'itérations effectuées, respectivement. Si le temps

---

1. Apprentissage « sur le tas. »

de calcul est trop long ou si le nombre d’itérations devient trop grand (supérieurs à un seuil donné), alors les watchdogs sont activés et le circuit principal est réinitialisé. Ceci permet de forcer un mode de fonctionnement temps réel malgré une sous-optimalité des solutions de commande [MIN11].

### Récupération des solutions

Pour récupérer les solutions de commande optimales, il faut consulter dans le tableau du simplexe les emplacements correspondant aux variables de commande qui sont les rapports cycliques de chaque bras. Les solutions sont récupérées lors de l’extraction du tableau optimal du circuit de résolution, case par case, par la lecture des indices des variables de base de la solution optimale. Pour récupérer aux plus vite les solutions de commande, nous avons fabriqué le tableau de manière à faire correspondre les variables de commande avec les indices de base les plus petits, le circuit matériel étant conçu pour toujours trier les lignes et colonnes du tableau dans l’ordre croissant des indices.

### Gestion des bornes minimales et maximales

La gestion directe des bornes minimales et maximales éventuellement existantes pour les variables de décision est généralement possible dans beaucoup de solveurs codés en langage de haut niveau, sur PC. Il est également possible d’ajouter cette gestion lors de la conception du circuit matériel de résolution, mais cela ajoute une difficulté supplémentaire de synthèse. Considérant les contraintes de temps de conception limité, nous avons pris en compte ces bornes directement dans la matrice des contraintes, en rajoutant des lignes et des variables artificielles d’écart. En tant que perspective, nous pourrions prendre en compte ces bornes directement par le circuit de résolution, ce qui pourrait réduire plus ou moins sensiblement le temps de résolution, étant donné que la taille du tableau s’en trouverait réduite.

#### 4.A.2.2 Structure générale du circuit de résolution

La structure générale du circuit est illustrée sur la fig. 4.2.

L’interface MATLAB® que nous allons développer communiquera les tensions de référence et la configuration de la méthode d’allocation par JTAG en utilisant les procédures d’écriture de quartus\_stp sur le maître JTAG de l’interface de communication au sein de la carte. Cette interface mettra à jour les données en entrée du circuit de résolution et assignera le signal d’exécution de l’algorithme, envoyé à un contrôleur général. Ce dernier est un contrôleur de type machine à états du circuit principal, et il envoie les ordres d’exécutions individuels aux blocs élémentaires du circuit de résolution en fonction des étapes de la résolution.

En premier, c’est le bloc de préparation du problème d’optimisation à résoudre qui est exécuté. Le problème est mis sous la forme de tableau du simplexe, c’est-à-dire que les données de coûts (réduits), les indices des variables choisies dans la base actuelle de solution, les données de la matrice de contrainte et du vecteur de contrainte sont disposés dans un tableau de forme bien définie, illustrée sur la fig. 4.3 page 164. Chacun des blocs opérera sur une ou plusieurs

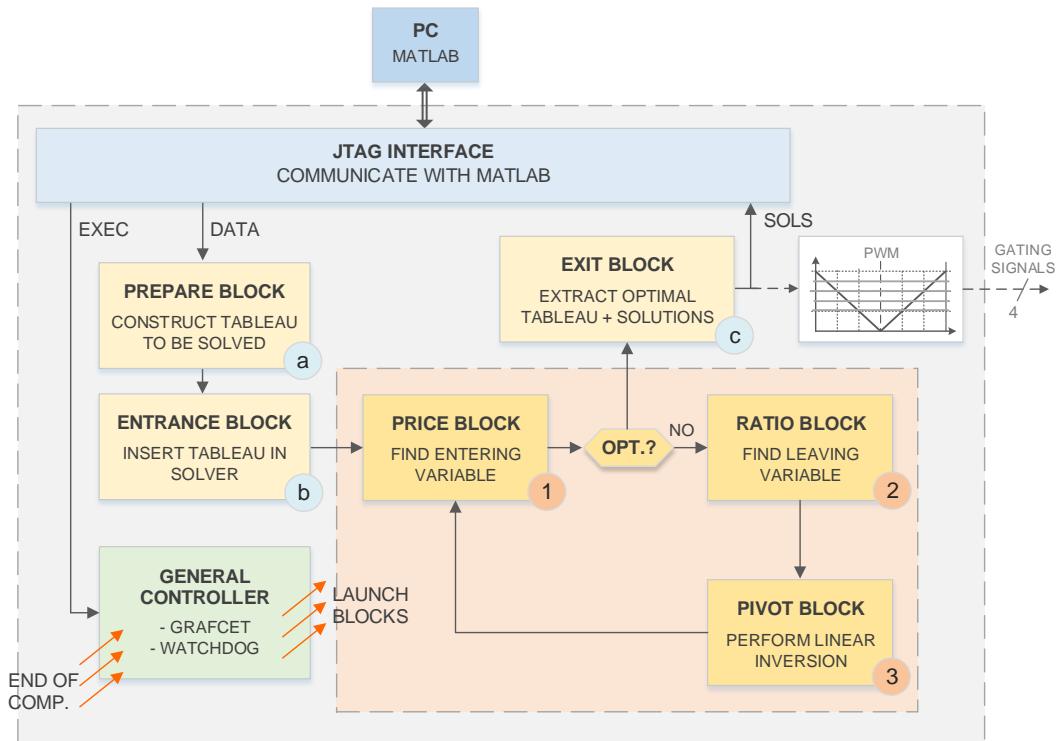


FIGURE 4.2 – Synoptique général du solveur pour le problème d’allocation.

parties du tableau pour mettre à jour le problème d’optimisation en fonction des nouvelles valeurs de références, de mesures et de paramètres en vue d’améliorer le coût total.

Une fois le tableau préparé, il est transféré en entrée du circuit itératif. À chaque itération, le bloc 1 va regarder s’il est possible d’améliorer le coût en changeant de sommet. Parmi toutes les arrêtes partant du sommet courant, il vérifie s’il en existe une qui va dans le sens de l’amélioration du critère coût (le coût réduit associé est négatif). Si on se déplace selon une arrête, cela correspond à l’entrée d’une variable hors-base dans la base des solutions. S’il n’en existe pas, alors le tableau actuel est optimal, et le contrôleur général ordonne l’extraction du tableau et la récupération des solutions optimales.

S’il existe un sommet meilleur, le bloc 2 va déterminer sur quelle distance il faut se déplacer suivant la nouvelle arrête pour rencontrer le prochain sommet. Si cette distance est infinie, alors le problème est en fait non borné, mais ce n’est pas notre cas, car la fonction coût est bornée par la valeur zéro, puisqu’elle correspond à une somme de termes en norme 1. Alors, si cette distance est finie, le déplacement suivant la nouvelle arrête et selon la distance ainsi calculée correspondra à la sortie d’une des variables de base de la base de solution courante.

Le bloc 3 va ainsi mettre à jour la matrice et le vecteur de contrainte et les coûts (réduits) en réalisant une opération de pivot de GAUSS, qui témoignera du changement de base de solution, donc du changement de sommet.

### 4.A.3 Blocs du circuit

Dans les sous-sections suivantes, nous donnons des détails plus techniques de la mise en œuvre matérielle des fonctionnalités de chacun des blocs et éléments constituant notre circuit de commande par allocation. Ces détails ne sont pas nécessairement essentiels pour la compréhension du fonctionnement général du circuit et pour les discussions que nous allons mener dans la section dédiée aux tests réels. Le lecteur non habitué peut donc survoler les prochaines sous-sections sans y consacrer une grande attention.

#### 4.A.3.1 Contrôleur général

Le contrôleur général est un circuit que nous avons conçu pour gérer les différentes étapes et itérations de l'algorithme du simplexe. Il est responsable de l'envoi des commandes d'exécution de chaque bloc de l'algorithme. Il reçoit les signaux de fin de calcul de chaque bloc, et détermine quel bloc doit être exécuté après.

##### Gestion de l'entrée et de la sortie d'un POL dans ou depuis le circuit de résolution

C'est pour l'instant le contrôleur général qui reçoit le signal de disponibilité des données en entrée de l'algorithme du simplexe. C'est donc lui qui ordonnera la préparation du problème d'optimisation et son introduction dans le circuit principal de résolution.

Si, au cours d'une itération, le tableau est déclaré optimal au contrôleur général, celui-ci assigne à 1 le signal d'exécution du bloc de sortie du circuit et d'extraction des solutions optimales.

##### Gestion de l'enchaînement des différentes étapes

Chaque étape (ou bloc) dans l'algorithme du simplexe sauf le bloc de sortie et le bloc de préparation est en connexion avec au moins un bloc en amont et un bloc en aval. Pour ordonner l'exécution d'un bloc, nous vérifions :

- qu'il est libre ;
- que les données dont il dépend sont disponibles en entrée : cela peut provenir des données en entrée de l'algorithme pour le bloc de préparation ou des données préparées par un autre bloc quand ce dernier a terminé son exécution.

##### Comptage des itérations

Pour assurer une commande en *temps réel* reposant sur l'algorithme du simplexe, et aussi pour anticiper d'éventuelles complications dues par exemple à des phénomènes de bouclages provoqués à cause de la précision numérique, ou même pour éviter que le traitement d'un tableau ne consomme trop d'itérations, qui de plus ne sont pas nécessairement utiles au sens de l'amélioration sensible du coût, nous avons mis en place un watchdog sur le nombre d'itérations.

Si le nombre d’itérations dépasse un certain seuil, nous prenons des mesures en conséquence. Par exemple, nous pouvons arrêter l’optimisation du tableau et réinitialiser tout le circuit en considérant qu’il s’est produit une anomalie quelque part, qui peut être également due à un cas défectueux de fonctionnement dû à un souci de conception non détecté lors la phase de vérification. Il est possible aussi de relancer juste après l’algorithme depuis le début. Nous pouvons également ordonner l’extraction du tableau courant du circuit de résolution et la récupération des solutions optimales en cours, en considérant qu’elles sont tout de même suffisamment améliorées pour pouvoir être appliquées en tant que solution de commande. Nous pouvons aussi appliquer les anciennes solutions de commande, calculées à la période précédente, et toujours disponibles sur les ports de sortie.

### Comptage du temps de calcul

De la même manière que pour le nombre d’itérations, nous concevons un circuit watchdog pour le temps de calcul, ou plus concrètement pour le nombre de cycles d’horloge passés depuis le début de l’exécution de l’algorithme. Si le watchdog se déclenche, nous pouvons appliquer le même type d’actions que celles mentionnées ci-avant.

#### 4.A.3.2 Bloc a – Préparation du problème d’optimisation

Le bloc de préparation du problème d’optimisation s’occupe de construire le tableau de données représentant le POL et qui sera traité par les blocs du circuit de résolution principal.

### Représentation par tableau

Le problème d’optimisation dans sa forme égalité peut être visualisé comme sur la fig. 4.3. À la lecture de cette illustration, on peut se représenter le fait que le produit matriciel  $Ax$  est égal au vecteur  $b$  : on multiplie chaque ligne de  $A$  par la ligne de  $x^1$  termes à termes, et la somme de ce résultat est égale au coefficient de la même ligne dans le vecteur  $b$ . Aussi, le vecteur  $c$  des coûts est placé au-dessus du vecteur  $x$  pour visualiser le coût total comme étant la somme des éléments de  $x$  pondérées par les éléments de  $c$ . Ensuite, sur cette représentation, les lignes et colonnes de  $A$  sont numérotées. Le numéro de chaque colonne peut être également interprété comme étant l’indice de la variable de décision, composante du vecteur  $x$ .

Toutes ces constatations mènent à la représentation du POL sous forme d’un tableau de données traduisant l’état actuel du POL. Cette forme de représentation permet d’enregistrer le POL dans un bloc mémoire Random Access Memory (RAM), tout en repérant les éléments constitutifs du tableau ( $A$ ,  $b$ , etc.) par leurs adresses dans la RAM.

---

1. Le vecteur  $x$  est bien un vecteur colonne, mais représenté sous forme ligne (indiquée par la transposée) dans la figure. Même remarque pour le vecteur  $c$ .

FIGURE 4.3 – Vision *par bloc* du problème d'optimisation linéaire à résoudre.

## Forme réduite du tableau

Certaines informations étant redondantes ou obsolètes, nous choisissons de réduire la forme du tableau pour également réduire l'espace mémoire qu'il occupe et le temps de transfert des données qui en résulte. La forme générale du tableau réduit est illustrée sur la fig. 4.1. Cette réduction vient des deux constats qui suivent.

**Coûts réduits et indices de base** Un coût réduit est un coefficient traduisant l'effet de la modification de la valeur d'une variable de décision sur le coût total. Ainsi, les variables de base, c'est-à-dire déjà dans la base de solutions, ne peuvent pas améliorer davantage le coût total : leurs coûts réduits sont nuls. Aussi, une variable hors-base sera candidate à l'insertion dans la base si son coût réduit est négatif : cela veut dire que l'augmentation de la variable aura pour effet de diminuer le coût total. Comme les coûts réduits des variables de base sont toujours nuls, ces informations sont donc obsolètes et il n'est pas nécessaire de les prendre en compte dans le tableau réduit, sous réserve que l'on sache quelles sont les variables actuellement dans la base. C'est pourquoi nous sauvegardons les indices des variables de base dans un vecteur  $i_B$ . De plus, si l'on connaît les indices des variables de base ainsi que le nombre total de variables de décision, alors on est en mesure de déterminer les indices des variables hors-base, qui n'ont donc pas besoin d'être enregistrés.

**Colonnes des variables de base** Si la matrice  $A$  est mise à jour à chaque itération, et si le tableau est bien ordonné dans le sens croissant des indices, alors les colonnes de  $A$  associées aux variables de base forment la matrice identité, car toutes les autres variables, hors base, sont exprimées à partir des variables de base (coordonnées dans la base). Ainsi, en supposant que le tableau est toujours trié, il n'est pas nécessaire d'enregistrer les colonnes des variables de base, ce qui permet également de gagner de l'espace mémoire et *a fortiori* de réduire le nombre de cycles d'horloge nécessaires à chaque transfert du tableau d'un bloc au suivant.

### Objectifs du bloc de préparation du tableau initial

Concrètement, le bloc de préparation du tableau initial doit tenir compte des nouvelles valeurs de référence, des éventuelles mesures et des paramètres pour déterminer les nouveaux éléments  $A$ ,  $b$  et  $c$  du POL à résoudre et les regrouper dans un tableau prêt à être traité par le circuit principal de résolution. Ainsi, idéalement, à chaque démarrage de l'algorithme de résolution, les objectifs du bloc de préparation sont les suivants :

- mettre à jour les composantes du vecteur de contrainte  $b$  en fonction des nouveaux paramètres, bornes, etc. ;
- s'assurer que toutes les composantes de  $b$  sont positives ; si ce n'est pas le cas, il faut transformer la ligne correspondante en son opposée dans l'équation  $Ax = b$  ;
- trouver les indices des variables de la solution basique initiale (sommet initial) ;
- mettre à jour, pour chaque variable hors-base, les valeurs des coûts réduits, traduisant la possibilité d'amélioration du critère coût ;
- réordonner les lignes et colonnes du tableau dans le but que la liste des indices des variables de base soit triée dans le sens croissant et de sorte que les colonnes qui leur sont associées dans la matrice  $A$  forment la matrice identité ; de cette manière, on pourra omettre cette dernière du tableau.

Le tableau étant enregistré dans une mémoire RAM, il semble difficile de réaliser la dernière étape de manière efficace au sein du bloc de préparation. C'est pourquoi le tri des lignes et colonnes du tableau dans le sens croissant des indices de base sera effectué lors du transfert du tableau vers le bloc d'entrée du circuit : il suffira de permuter l'ordre de lecture de la mémoire et de réaliser quelques opérations spécifiques à ce moment-là.

### Tableau de référence à mettre à jour

Concrètement, une grande majorité des cases du tableau initial ne seront pas sujettes à des modifications au moment de la préparation. C'est pourquoi nous enregistrons au préalable une sorte de tableau initial de référence dans une RAM. Ensuite, à chaque préparation d'un nouveau tableau, les valeurs de toutes les cases susceptibles d'être modifiées sont mises à jour, écrasées directement au niveau de cette RAM. Les lignes et colonnes du tableau ne sont pas nécessairement encore ordonnés à ce stade-là.

### Positivité des variables de base

Un POL sous forme standard égalité est fondé sur l'hypothèse que ses variables de décision sont positives. Alors, les composantes du vecteur  $b$  doivent toutes être positives également, car étant donné que nous mettons à jour  $b$  à chaque itération lors de l'opération de pivotage, ses composantes correspondent à tout instant aux valeurs des variables de base sélectionnées.<sup>1</sup> Si certaines de ces composantes ne sont pas positives, alors il suffit de transformer toute la

---

1. Dans notre version, nous ne prenons pas en compte de bornes inférieures et supérieures des variables de décision sans les avoir auparavant incluses dans l'équation de contrainte  $Ax = b$  en tant que lignes supplémentaires. Ainsi, les seules contraintes sur les variables de décision prises en compte implicitement par l'algorithme sont les inégalités  $0 \leq x$ .

ligne correspondante dans la matrice  $A$  et dans le vecteur  $b$  en son opposée, l'équation  $Ax = b$  restant ainsi valide.

### Solution initiale et mise à jour des indices de base

Pour que l'algorithme puisse démarrer la résolution, il faut fournir une solution basique initiale. Grâce à la forme particulière de notre POL, il est simple de trouver une solution candidate. On peut constater ceci sur la fig. 4.3. Imaginons que tous les éléments de  $b$  sont déjà positifs.<sup>1</sup> Remarquons alors que les colonnes n°s 8 à 10 et n°s 15 à 22, qui correspondent à certaines variables auxiliaires, forment exactement la matrice identité. Supposons alors que toutes les autres variables sont nulles. Les valeurs de ces variables auxiliaires correspondent aux composantes de  $b$  et sont toutes positives : nous avons donc trouvé une solution basique initiale !

En extension de cette idée, il faut chercher les variables de base initiale parmi les variables auxiliaires, car leurs colonnes comportent ou bien des 1, ou bien des  $-1^2$ , et peu importe s'il y a eu transformation de certaines lignes en leur opposée ou non, on trouvera toujours un ensemble complet de variables auxiliaires dont les colonnes formeront la matrice identité.

La première étape du bloc de préparation est de trouver quelles sont les variables auxiliaires qui formeront la solution basique initiale, puis de mettre à jour le vecteur  $i_B$  des indices des variables de base dans la RAM du tableau de référence en fonction des variables choisies. Nous utilisons quelques astuces pour raccourcir cette phase dont nous ne parlerons pas ici, car il n'est pas évident de les décrire en peu de mots et ce n'est pas vital pour les prochaines discussions.

### Mise à jour des coûts réduits

De la même manière, une fois les variables de base initiales connues, il faut mettre à jour les coûts réduits des variables hors base au niveau des adresses correspondantes dans la RAM du tableau de référence. Nous utilisons également quelques astuces techniques pour simplifier cette étape que nous ne détaillons pas ici.

### Tri du tableau

Une fois les éléments du tableau de référence mis à jour, il reste à ordonner ses lignes et colonnes dans le sens croissant des indices des variables de décision. Cette étape est effectuée lors de la copie du tableau vers le bloc d'entrée en permutant l'ordre de lecture de la RAM de manière pertinente et en réalisant quelques opérations supplémentaires qui ne seront pas détaillées ici, car, à nouveau, il est difficile de le faire brièvement et ce n'est pas essentiel pour la suite de la discussion. La copie et le transfert sont réalisés par un pilote matériel que nous avons préparé à cet effet et qui charge le tableau préparé depuis la RAM dans un First

---

1. Ce ne sera pas déjà le cas en pratique, étant donné que, en supposant  $D_{S,\min}$  nul la plupart du temps, il y aura toujours au moins une composante négative dans  $v_{\text{ref}}$ .

2. en fonction des transformations des lignes suite à l'obtention de la positivité de toutes les composantes de  $b$

In First Out (FIFO). Une fois le tableau transféré, il est enfin prêt à être traité par le circuit de résolution principal.

#### 4.A.3.3 Bloc b – Entrée du problème d'optimisation dans le circuit de résolution

Nous avons réalisé notre circuit de résolution de manière modulaire, en blocs successifs réalisant les opérations de chaque étape de l'algorithme du simplexe. Ce pipelining donne la possibilité d'utiliser les blocs inoccupés lors du traitement d'un seul tableau pour pouvoir résoudre plusieurs problèmes d'optimisation simultanément. En contrepartie, le nombre de cycles d'horloge nécessaires est augmenté (à cause de la pileline et des éléments supplémentaires de connexion entre les différents blocs, et éventuellement à cause des temps d'attente si le bloc suivant est occupé), mais en moyenne, le débit en sortie d'algorithme est démultiplié. Une approche similaire a été proposée dans les travaux de BAYLISS et al [BBCL06] pour la résolution rapide de problèmes d'optimisation linéaire en nombres entiers. Lors des relaxations linéaires de ces problèmes, plusieurs POL doivent être résolus pour une même itération générale.

Le FIFO dans lequel le tableau initial est chargé est un FIFO d'interface entre la partie de préparation et la partie de résolution. Si le bloc d'amélioration du coût est prêt à recevoir un nouveau tableau, le FIFO d'interface décharge le tableau prêt et le fait entrer dans le circuit de résolution.

#### 4.A.3.4 Bloc 1 – Amélioration du coût

Le tableau initial étant disponible au niveau du FIFO d'interface, il est transféré vers le bloc d'amélioration du coût. L'objectif de ce bloc est de déterminer si le tableau peut être amélioré, sinon d'assigner le signal d'optimalité du tableau pour que celui-ci puisse être extrait du circuit de résolution pour en récupérer les solutions optimales. Au contraire, si le tableau peut être amélioré, le bloc choisit la variable qui entrera dans la base parmi celles candidates. Comme expliqué précédemment, nous avons choisi d'utiliser la règle d'anti-cyclage de BLAND, qui est avantageuse dans notre cas pour la mise en œuvre matérielle de la méthode par rapport à d'autres règles.

##### Extraction de la ligne contenant les coûts réduits

Pendant le transfert du tableau vers le FIFO de sauvegarde du tableau en sortie du bloc, la ligne contenant les coûts réduits, image de l'amélioration ou de la détérioration possible du coût global par l'entrée des variables hors-base dans la base courante, est extraite dans un FIFO de stockage, puis déchargée dans un circuit de détection du premier élément négatif (règle de BLAND). On pourrait penser à déterminer directement le signe des coûts réduits lors de leur transfert depuis le FIFO d'entrée. Ceci est possible grâce au format des nombres en représentation à virgule flottante à 32 bits, le signe peut être évalué en un seul cycle d'horloge car il est représenté dans le MSB. Nous avons préféré ici utiliser un comparateur en représentation à virgule flottante à 32 bits pour pouvoir imposer une valeur de précision minimale pour éviter tout problème de dégénérescence numérique. Le FIFO de stockage de

la ligne des coûts réduits devient indispensable dans ce cas, car le comparateur nécessite 3 cycles d'horloge.

#### Choix de la variable entrante selon la règle de BLAND

Une fois le FIFO de stockage des coûts réduits chargé, le pilote de transfert envoie l'ordre d'exécution du circuit de détection du premier nombre négatif. Alors le FIFO est déchargé d'un élément tous les 3 cycles d'horloge pour être comparé avec la valeur de précision minimale. Elle a été choisie égale à  $10^{-5}$  (en négatif), valeur dont la pertinence a été vérifiée en simulation sous MATLAB®. Dès que le comparateur indique que l'élément courant est bien négatif, la position de cet élément est sauvegardée : la variable entrante est détectée, et le bloc d'amélioration indique la fin de son opération une fois le transfert du tableau courant dans le FIFO de sauvegarde terminé. Nous attirons l'attention du lecteur sur l'efficacité de la règle de BLAND pour la facilitation de la réalisation matérielle de l'algorithme et pour le nombre de cycles d'horloge consommés pour la détermination de la variable sortante.

#### Test d'optimalité

Si le circuit de détection du premier coût réduit négatif ne trouve aucun coût réduit négatif, alors le problème ne peut pas être amélioré davantage : le test d'optimalité est rempli. Le bloc indique l'optimalité du problème en assignant le signal associé à 1. Le signal est réceptionné par le contrôleur général, qui enverra au bloc de sortie l'ordre de sortie du tableau du circuit de résolution et d'extraction des solutions optimales résultantes.

#### 4.A.3.5 Bloc 2 – Direction d'amélioration du coût

Grâce au bloc précédent, on sait que le tableau peut être amélioré grâce à l'entrée dans la base d'une des variables hors-base. Aussi, la variable entrante a déjà été choisie. Il faut ensuite déterminer quelle valeur la variable entrante doit prendre pour entrer dans la base et prendre la place d'une des variables de base. Chacun des choix possibles de la variable candidate pour sortir de la base correspond en fait au choix d'une direction candidate pour l'amélioration du coût total. Mentionnons que quatre précautions sont à prendre avant d'effectuer les opérations menant au choix de la variable sortante :

- lors de l'augmentation de la valeur de la variable entrante, initialement à 0, les valeurs des variables de base vont augmenter ou diminuer selon le signe et la valeur du ratio associé ; il faut alors éviter de faire passer une variable de base en négatif (elles doivent être toutes positives) ou au-delà de leurs bornes maximales (mais ce n'est pas notre cas ici, comme discuté dans la partie sur les choix stratégiques) ;
- plusieurs variables de base peuvent être simultanément candidates à la sortie de la base ; dans ce cas, on suit encore une fois la règle de BLAND : la variable sortante est choisie comme étant la première à avoir une valeur positive de ratio la plus petite possible ;
- il se peut qu'aucun des ratios ne soit positif ; dans ce cas, la variable choisie pour entrer dans la base ne peut pas être augmentée sans nuire à l'hypothèse que les variables de décision doivent être toutes positives : le problème est dit non faisable, il n'existe aucune solution ;

- il se peut qu'aucune des variables de base ne puissent sortir de la base ; dans ce cas, le problème est dit non borné : le coût peut être indéfiniment amélioré et il n'existe pas de solutions finies.

Nous avons pris en compte ces quatre points dans notre réalisation matérielle de la méthode, et les sous-circuits matériels associés sont détaillés dans la suite.

### **Extraction de la colonne entrante contenant les éléments pivots candidats**

Pendant le transfert du tableau vers le FIFO de sauvegarde du tableau en sortie du bloc, la colonne entrante contenant les pivots candidats est extraite pour pouvoir ensuite calculer les ratios d'amélioration du coût et choisir la variable sortante. Ces données-là sont utilisées deux fois : une fois pour détecter les éléments pivots positifs, et une autre fois pour calculer les ratios d'amélioration. Ainsi, ces données ne doivent pas être perdues à la première lecture, on les enregistre donc dans une RAM pendant le transfert du tableau vers son FIFO.

### **Extraction de la colonne $b$ contenant les valeurs des variables de base actuelles**

Identiquement, la colonne  $b$  est nécessaire pour calculer les ratios d'amélioration. Elle est donc aussi extraite pendant le transfert du tableau. Vu que ces éléments ne sont utilisés qu'une seule fois lors de l'opération de division, on pourrait se dire qu'il suffit de se contenter d'un FIFO pour les stocker. Cependant, les données envoyées à la division pour le calcul des ratios d'améliorations sont uniquement celles des lignes aux pivots (colonne entrante) positifs. Il est donc nécessaire de pouvoir choisir l'élément de la colonne  $b$  selon sa ligne. C'est pour cela que nous stockons les éléments de la colonne  $b$  dans une RAM.

### **Détection et enregistrement des pivots candidats positifs**

Parmi les directions d'évolution du coût possibles, certaines vont détériorer le coût, car la valeur du ratio sera négative : l'augmentation de la valeur de la variable entrante correspondra à une augmentation de la valeur de la variable sortante au lieu d'une diminution pour aller jusqu'à l'annulation complète indiquant la sortie de la base. Ces variables-là doivent être ignorées lors de la phase du choix de la variable sortante. Comme le vecteur  $b$  des valeurs des variables de base est positif par hypothèse, il suffit de détecter les lignes de la colonne entrante aux éléments pivots positifs afin de n'exécuter le calcul des ratios uniquement pour ceux qui seront garantis être positifs. C'est l'objet de notre sous-circuit de détection des pivots positifs.

Une fois la colonne entrante extraite dans sa RAM, ces éléments sont envoyés un à un à un comparateur en représentation à virgule flottante à 32 bits pour sélectionner les pivots uniquement positifs. Chaque comparaison nécessite 3 cycles d'horloge. Pour chaque ligne de la colonne entrante, une fois les 3 cycles passés, si le pivot est détecté positif, il est tout de suite enregistré dans une RAM de pivots positifs. Pour faciliter l'opération de division, l'élément de la ligne correspondante dans le vecteur  $b$  est aussi enregistré dans une autre RAM des éléments de la colonne  $b$  aux pivots associés positifs. Enfin, on sauvegarde aussi le numéro

de la ligne dans une dernière RAM, ceci indiquant les positions des variables candidates à la sortie de la base.<sup>1</sup>

### Test de faisabilité

Lors de la phase de détection des pivots positifs, si le comparateur n'a jamais déclaré le moindre pivot positif, alors le test de faisabilité échoue : le problème n'est pas faisable, aucune solution n'existe. Un signal de non faisabilité est alors assigné à 1, le problème est signalé non faisable en sortie du circuit et le circuit complet réinitialisé en attente de l'insertion du prochain tableau.

### Choix de la variable sortante selon la règle de BLAND (à revoir)

Une fois toutes les lignes visitées pour la détection des pivots positifs, l'enregistrement des éléments nécessaires effectué et le test de faisabilité réussi, la phase du choix de la variable sortante peut démarrer. Nous avons conçu cette partie du circuit pour réaliser les deux fonctions suivantes :

- la division des éléments provenant de la colonne  $b$  par ceux provenant de la colonne entrante, élément par élément;
- la recherche du plus petit ratio ainsi calculé pour déterminer la variable sortante.

Pour chaque pivot positif trouvé, nous envoyons la valeur du pivot ainsi que la valeur de l'élément de la même ligne dans la colonne  $b$  à un diviseur en représentation à virgule flottante à 32 bits que nous avons instancié pour le calcul des ratios d'amélioration. Le diviseur nécessite 33 cycles d'horloge par division. Au bout de ces 33 cycles, le premier ratio est prêt.

Ensuite, le ratio doit être envoyé au comparateur en représentation à virgule flottante à 32 bits pour tester s'il est inférieur au plus petit ratio trouvé jusqu'ici. La valeur du plus petit ratio est initialisée à  $+\infty$ . Notons que le choix d'utiliser un test de stricte infériorité plutôt que de simple infériorité constitue une mise en œuvre simple, élégante et efficace de la règle de BLAND pour le choix de la variable sortante, pour laquelle il ne faut conserver que le premier ratio le plus petit si la valeur minimale est atteinte au niveau de plus d'une ligne.

Comme la valeur du plus petit ratio doit être mise à jour à chaque fin de comparaison, il n'est pas possible de profiter ici de la pipeline du comparateur : on doit attendre le résultat de la comparaison précédente pour effectuer la suivante. Pour éviter de devoir sauvegarder temporairement les résultats arrivant cycle par cycle de la sortie diviseur pour attendre à chaque reprise les 3 cycles nécessaires au comparateur afin que la valeur du plus petit ratio soit mise à jour, nous avons choisi de maintenir les données envoyées à l'entrée du diviseur pendant 3 cycles pour chaque division. De cette manière, aucun stockage intermédiaire n'est

---

1. Notons que pour ces trois derniers points, l'utilisation de FIFO serait plus correcte que celle de RAM. Les RAM nécessitent la gestion des adresses des éléments stockés, les FIFO non. Comme les éléments stockés sont ensuite lus et utilisés dans le même ordre que celui dans lequel ils ont été enregistrés, les adresses ne sont définitivement pas nécessaires. L'utilisation de RAM ne constitue pas ici le meilleur choix de conception comme cela peut arriver en cas de développement rapide d'un code complexe, mais toutefois n'altérant pas le bon fonctionnement de l'algorithme.

nécessaire, il y a le nombre de cycle nécessaire pour la mise à jour du plus petit ratio et le comparateur peut être utilisé en continu.

Une fois tous les ratios calculés et le plus petit ratio trouvé, le numéro de la ligne correspondante est récupéré et envoyé en sortie du bloc de calcul des ratios pour être utilisé par le bloc de pivotage.

### Test de bornitude

A la fin de la phase de recherche du plus petit ratio, si la valeur de celui-ci n'est pas finie, alors le test de bornitude du problème échoue : le problème n'est pas borné, il n'existe pas de solutions optimales finies. Dans ce cas, un signal de non bornitude est assigné à 1, le problème est déclaré non borné en sortie du circuit de résolution, et le circuit est réinitialisé.

#### 4.A.3.6 Bloc 3 – Déplacement vers la nouvelle solution améliorant le coût

Si le tableau actuel n'est ni optimal, ni non faisable, ni non borné, alors toutes les informations sont disponibles pour déterminer un nouveau tableau avec un meilleur coût. Le bloc de pivotage est responsable du calcul de tous les éléments du nouveau tableau : la nouvelle base, les nouveaux coûts réduits, les nouvelles valeurs des variables de base, et les nouvelles équations de contraintes.

Concrètement, on passe d'une solution de base faisable à une autre, meilleure, en réalisant une opération de pivotage de GAUSS. Avant le pivotage, la variable entrante (hors-base) s'écrit comme une combinaison linéaire des variables de la base actuelle. L'opération de pivotage consiste à exprimer les nouvelles coordonnées de la variable sortante (de la base) ainsi que de toutes les variables hors-base en fonction des variables de la nouvelle base.

### Données disponibles en entrée du bloc pivot

Le bloc des ratios fournit au niveau des ports d'entrée du bloc pivot les données suivantes :

- la position (colonne) de la variable entrante dans le tableau ;
- la position (ligne) de la variable sortante dans le tableau ;
- la valeur de l'élément pivot ;
- le tableau lui-même, chargé dans un FIFO.

### Transfert du tableau vers le bloc de pivotage

Le tableau actuel est transféré du bloc des ratios vers le bloc de pivotage. Dans ce bloc-ci, l'opération de pivotage nécessite de pouvoir accéder à chacun des éléments du tableau individuellement et indépendamment l'un de l'autre. Nous choisissons donc de stocker le tableau dans une RAM à l'entrée du bloc plutôt qu'un FIFO.

### Extraction de la colonne entrante et de la ligne sortante

L'opération de pivotage appliquée à une ligne donnée du tableau consiste à multiplier la ligne pivot (ligne sortante divisée par le pivot) par le coefficient de la colonne entrante et de la ligne courante, puis à soustraire ce résultat à la ligne courante pour obtenir un zéro. Pour cela, on doit pouvoir

- (1) accéder aux éléments de la colonne entrante un à un et de manière désordonnée, et
- (2) enregistrer le résultat de la division de la ligne sortante par son pivot afin de pouvoir récupérer et utiliser ces valeurs lors du pivotage de chaque ligne, une à une, de manière cyclique.

Dans l'objectif de réduire au mieux le temps d'exécution de l'algorithme, nous avons préparé deux RAM pour stocker les éléments de la colonne entrante—à l'exclusion de l'élément pivot qui ne sera pas utile, le résultat de la division étant déjà connu<sup>1</sup>—et ceux de la ligne pivot, respectivement, dans le but de pouvoir accéder parallèlement et manière indépendante à ces données et à celles de chaque ligne du tableau. Ces éléments sont extraits du tableau pendant son transfert dans la RAM à l'entrée du bloc.

### Division de la ligne sortante par le pivot

Pour le calcul de la ligne pivot, nous avons instancié un diviseur en nombre flottants à 32 bits depuis les librairies proposées par Altera. Nous avons paramétré le diviseur avec une pipeline maximisée de 33 cycles d'horloge, toujours dans le but de maximiser la fréquence maximale de l'horloge globale. Lors du transfert du tableau, quand la ligne sortante est présente, ses éléments sont enregistrés dans la RAM d'entrée et sont également envoyés au diviseur avec l'élément pivot au dénominateur. Si l'élément courant correspond au pivot lui-même, celui-ci est remplacé par un « 1 », qui correspond à l'élément de la colonne de la variable sortante. Après l'opération de pivotage, on y retrouvera le vecteur de la variable qui a quitté la base.

### Détermination des nouveaux indices de base et des nouveaux indices hors-base et leurs positions dans leurs ensembles respectifs

Lors de l'opération de pivotage, la variable entrante (qui est hors base) et la variable sortante (de la base) permutent leur rôle. Il faut alors déterminer la nouvelle base du tableau amélioré. Par exemple, de manière arbitraire, imaginons que la base actuelle est représentée par les indices [1 2 5 7 9], et que les indices hors-base sont [3 4 6 8]. Si la variable entrante est la variable 6 et que la variable sortante est la variable 2, alors la nouvelle base sera représentée par [1 6 5 7 9] et les indices hors-base seront [3 4 2 8].

L'ordre des indices n'est pas crucial en temps normal, pour un algorithme de résolution classique qui s'exécute dans un langage de haut niveau quelconque. Par contre, pour une conception matérielle en langage de niveau plus bas, les choses se compliquent et nous avons conclu qu'il fallait que les lignes et colonnes du tableau soit ordonnées pour pouvoir omettre la matrice identité formée naturellement par les variables de base comme nous en avons discuté dans la section 4.A.3.2 page 166. Cette hypothèse de tri croissant permet de faciliter

---

1. C'est un « 1 ! »

également la conception de quasiment tous les autres blocs du circuit. Nous avons rendu ceci possible grâce au circuit de détermination des nouvelles positions de la variable entrante dans la nouvelle base et de la variable sortante dans le nouvel ensemble hors-base, respectivement. Ainsi, lors de l'opération de pivotage, le circuit matériel réordonnera le tableau en suivant les indications de nouvelles positions.

### Opération de pivotage

Enfin, lorsque tous les éléments nécessaires à l'opération de pivotage sont prêts, stockés dans leurs RAM respectives, le pivotage peut démarrer. Comme nous avons besoin des données du tableau enregistrées dans la RAM d'entrée, nous avons instancié une nouvelle RAM en sortie du bloc pour héberger le nouveau tableau.

Lors de l'opération de pivot de GAUSS, qui consiste à soustraire chaque ligne du tableau par la ligne pivot multipliée par le coefficient à l'intersection de la ligne en cours de traitement avec la colonne du pivot, les résultats sont écrits dans la RAM de sortie du bloc dans un ordre particulier dépendant des nouvelles positions des indices des variable entrante et variable sortante, de sorte que le tableau final soit complètement ordonné.

#### 4.A.3.7 Bloc c – Extraction des solutions optimales

Le tableau est enfin optimal et prêt à être extrait du circuit de résolution principal. Le bloc de sortie est responsable de cette opération. En même temps, il calcule également les valeurs des solutions optimales contenues dans le tableau.

##### Transfert du tableau optimal

Dans la première version de notre mise en œuvre, nous avons souhaité conserver le tableau optimal dans son intégralité pour conférer à nos travaux un caractère didactique, pédagogique, et également pour pouvoir vérifier si tous les éléments ont bien les valeurs attendues. Lors de la sortie du tableau du circuit de résolution, les valeurs des variables de commande sont en fait extraites pendant le transfert du tableau vers une RAM de sauvegarde du tableau optimal. Notons donc qu'il n'est pas nécessaire de conserver le tableau complet si le circuit matériel est entièrement dévoué à la commande du convertisseur.

##### Détection des variables de commande

Les variables de commande sont les 4 rapports cycliques des cellules de commutation de chaque bras  $A$  à  $N$  de l'onduleur. Ce sont elles qui nous intéressent pour la commande de l'onduleur. Il faut donc retrouver leurs valeurs optimales à partir tableau réduit en sortie du circuit de résolution.

Au moment de la sortie du circuit de résolution, les valeurs de toutes les variables de décision sont entièrement décrites par les valeurs optimales des variables contenues dans la base, c'est-à-dire

- par l'ensemble des indices de base contenus dans la colonne 0 du tableau réduit, et

- par la valeur des variables de base correspondantes contenues dans le vecteur  $b$  en dernière colonne du tableau réduit.

Grâce aux choix effectués lors de la formulation du tableau réduit, on sait que

- les rapports cycliques sont associés aux 4 premières variables de décision, et les indices de ces variables sont tous compris entre 1 et 4, et
- étant donné que l'ensemble des indices de base est toujours ordonné, ces indices-là, s'ils sont contenus dans la base, apparaîtront toujours au début du tableau, dans les 4 premières lignes au maximum.

Cette approche permet de récupérer les variables de commande le plus rapidement possible.

Ainsi, pour détecter la présence de variables de décision associées aux variables de commande, on regarde les premiers éléments de la colonne 0 du tableau : tant qu'ils sont compris entre 1 et 4, ils correspondent aux variable de commande, et il faut récupérer leurs valeurs dans la dernière colonne du tableau. On enregistre ces valeurs dans une RAM indexée par l'indice de la variable de base et initialisée à 0 à chaque utilisation du bloc d'extraction des solutions optimales. Précisons que s'il arrive qu'une des variables de décision associées aux variables de commande ne soit pas présente dans la solution de base optimale, c'est que la valeur associée est nulle (hors-base), ce qui correspond à la valeur par défaut dans la RAM.

#### Récupération des valeurs de rapports cycliques

Les valeurs des variables de décision dont les indices sont plus petits que 4 ont été récupérées. Ces variables de décision correspondent en réalité aux écarts entre les valeurs des variables de commande et leurs bornes minimales. Pour récupérer les valeurs des variables qui nous intéressent réellement, à savoir les rapports cycliques, il faut les calculer en ajoutant les valeurs des bornes minimales aux valeurs extraites du tableau précédemment. Nous avons donc instancié un additionneur en représentation à virgule flottante à 32 bits en charge de cette opération. Chaque addition coûte 14 cycles. On démarre le processus une fois les valeurs de toutes les variables de décision d'indice plus petit que 4 récupérées. Après 14 cycles, le premier résultat est disponible : les valeurs optimales des rapports cycliques sont enfin calculées et sont envoyées en sortie du bloc pour être récupérées au niveau de l'interface de communication avec le PC.

#### 4.A.4 Validation en simulation via ModelSim®

Mentionnons rapidement que nous avons validé notre réalisation matérielle en simulation Register Transfer Level et en Gate Transfer Level sous ModelSim®. Le rapport de compilation de QuartusPrime® indique une fréquence maximale  $f_{\max}$  d'environ 118 MHz. Nous choisissons par la suite d'utiliser une horloge principale de 100 MHz pour nos premiers tests. Notons que pour une première version conçue en temps limité, la fréquence max n'est certainement pas optimale et peut être améliorée en retravaillant certaines parties de notre conception.

#### 4.A.5 Utilisation des ressources logiques

Selon le rapport de compilation de QuartusPrime®, notre première version consomme 4888 cellules logiques, ce qui représente environ 2.8% de l'espace disponible sur la carte. En ce qui concerne l'espace mémoire, le circuit utilise 836 254 bits, ou autrement 837 kbits ou 105 ko, ce qui représente 5.7% d'utilisation. Cette faible sollicitation des ressources semble cohérente étant donné que notre première version n'utilise pas toutes les possibilités de parallélisme inhérentes à l'algorithme du simplexe.

Notons que l'utilisation du suivi et de l'observation de signaux logiques grâce au logiciel SignalTap® requiert beaucoup plus de ressources matérielles : on passe à 17% d'utilisation de cellules logiques et 64% d'utilisation de mémoire. Néanmoins, SignalTap® n'est utilisé que pour des raisons de vérification ou pour visualiser le comportement temporel de l'algorithme et en fonctionnement normal, on revient aux valeurs précédentes.

#### 4.A.6 Conclusion

Nous avons préparé notre circuit de résolution et il semble fonctionnel en simulation. Notre réalisation n'est pas optimisée, le parallélisme n'est pas exploité au maximum pour simplifier la phase de conception et réduire le temps nécessaire pour aboutir à une première version fonctionnelle. Cette version est tout de même une originalité car très peu de travaux de ce type ont été communiqués dans la littérature et a priori, aucun n'utilise une représentation en virgule flottante à 32 bits. Malgré le besoin d'utiliser des composants spécialisés qui consomme plus de cycles d'horloge, cela confère une précision améliorée à l'algorithme et réduit la probabilité de tomber sur des problèmes d'instabilité numérique.

Pour faciliter les nombreux tests que nous aurons à faire par la suite, nous préparons également une solution de communication entre MATLAB® et la carte FPGA par JTAG, ce qui permet de modifier à volonté et très simplement tous les paramètres de l'algorithme et indiquer n'importe quelle valeur de référence de tension sans avoir à modifier le circuit. La section suivante donne des détails sur la vérification HIL du circuit que nous avons conçu.

## 4.B | Vérification et validation matérielle par l'approche Hardware-In-the-Loop (HIL)

Nous avons complètement conçu le circuit de résolution sous QuartusPrime® et nous avons vérifié son bon fonctionnement en simulation grâce à ModelSim®. La prochaine étape est la vérification du fonctionnement réel de l'implémentation matérielle de notre méthode de commande.

Idéalement, on pourrait souhaiter vérifier l'obtention des bonnes tensions en sortie d'un véritable onduleur triphasé piloté par notre circuit de commande. Cependant, nous pouvons vérifier le bon fonctionnement de notre circuit en se passant d'un onduleur pour les raisons suivantes :

- nous avons déjà déterminé les solutions optimales de notre algorithme de manière analytique dans la section 2.B.3.4 page 88, il suffit de les comparer aux solutions fournies par le circuit de résolution pour vérifier son bon fonctionnement;
- il peut être dangereux d'effectuer le premier test de bon fonctionnement d'un nouvel algorithme de commande au design matériel complexe comme le nôtre sur un banc de puissance, car il n'est pas impossible de tomber sur des cas de fonctionnement indésirables et non prévus lors de la phase de conception, malgré les vérifications par la simulation;
- il est de plus en plus aisément de vérifier la bonne intégration d'un circuit numérique de commande au procédé à commander

Ce qui nous intéresse, c'est d'évaluer la validité des solutions optimales de commande calculées par le circuit numérique que nous avons conçu. Les solutions de notre méthode sont calculables analytiquement dans le cas où la référence de tension peut être satisfaite ou calculables numériquement en utilisant un solveur de problème d'optimisation linéaire, comme la fonction `linprog` de MATLAB®. Alors, pour démontrer la validité de notre implémentation matérielle, il suffit de comparer les solutions obtenues par le circuit de résolution avec celles obtenues théoriquement ou grâce à MATLAB®. Si notre conception du circuit matériel de calcul des commandes du convertisseur fonctionne correctement et fournit tout le temps les solutions de commande attendues, ceci avec un temps de calcul suffisamment court, on peut alors valider en toute justice les performances obtenues en simulation à la fois pour une commande de type tension comme celle formulée pour l'onduleur quatre bras deux niveaux, mais aussi pour une commande de type courant comme celles abordées avec les convertisseurs multicellulaires, plus complexes, pour lesquelles il faut équilibrer les tensions des condensateurs.

## 4.B.1 Stratégie de vérification choisie

### 4.B.1.1 Hardware-in-the-loop

Notre approche de vérification est fondée sur la méthode dite HIL [KPS10], littéralement « matériel dans la boucle ». Cette méthode repose sur les deux points suivants :

- les modèles des procédés à piloter sont de nos jours bien connus et suffisamment précis ;
- les progrès de l'informatique ont fourni la puissance de calcul nécessaire pour simuler/émuler/résoudre des équations différentielles avec une précision suffisante et un temps de calcul attractif.

L'idée est alors de se passer du système physique dans la phase de vérification de l'efficacité de l'algorithme de commande ainsi que de son implémentation matérielle. On remplace alors le système physique par un simulateur (ou émulateur) numérique qui calculera les réponses du système aux stimuli des signaux d'entrées et de commande fournis par la carte de commande, tout cela grâce à la connaissance des équations dynamiques décrivant l'évolution des états du système. On procède ainsi pour chaque instant de commande :

1. Envoi des références et des états du système à la carte FPGA.
2. Exécution de l'algorithme de commande sur la carte.
3. Réception des solutions de commande optimales.
4. Simulation du fonctionnement du système pour une période de commande en utilisant les résultats de l'algorithme.
5. Retour en 1 avec les résultats de simulation.

Grâce à cette approche de vérification, il est possible de gagner un temps considérable pour arriver à un premier prototype fonctionnel et ainsi réduire les coûts et les efforts de développement d'une solution de commande [KPS10]. Aussi, le fait d'éviter de piloter directement le système physique constitue une sécurité importante en cas de mode de fonctionnement défaillant, non détecté dans les phases précédentes de la conception de la loi de commande. C'est pour toutes ces raisons que nous avons opté pour l'approche HIL.

Cependant, nous devons rappeler ici que notre première implémentation matérielle concerne la méthode de commande en tension proposée pour l'onduleur quatre bras deux niveaux, et que par nature, ce système ainsi piloté ne possède pas d'état dynamique nécessaire à la commande. Dans ce cas, seulement trois étapes sont à énumérer à chaque instant de commande :

1. Envoi des références de tension à la carte FPGA.
2. Exécution de l'algorithme de commande sur la carte.
3. Réception des solutions de commande optimales.

Sur ce premier cas d'implémentation, il n'est finalement pas nécessaire de simuler le fonctionnement de l'onduleur (bien que nous l'avons fait pour des questions de visualisations des résultats), il suffit juste de vérifier que les rapports cycliques obtenus sont bien ceux prévus en théorie et permettent de satisfaire le vecteur de tension de référence. Notre première implémentation ne constitue pas donc tout à fait une application du principe général de l'HIL, mais elle sera déjà suffisante pour valider notre approche. Nous n'avons pas eu le temps

nécessaire pour achever l'implémentation matérielle de l'algorithme de commande proposée pour l'onduleur multicellulaire à condensateurs flottants (OMCF), mais ceci devrait être fait très prochainement, et correspondra complètement au principe HIL.

#### 4.B.1.2 Interface d'accès au circuit de résolution depuis le PC de commande

##### Objectifs

Le circuit de résolution accepte au niveau de ses ports d'entrée les références de tensions, mesures et le signal d'exécution de l'algorithme, et renvoie au niveau de ses ports de sortie les solutions de rapports cycliques avec le signal de fin de calcul au bout d'un certain temps. Ainsi, pour vérifier le bon fonctionnement du circuit, nous devons alimenter les ports d'entrée avec des valeurs adaptées et venir consulter les données sur les ports de sortie. Or, ces ports se trouvent à l'intérieur de la puce Field Programmable Gate Array (FPGA), et sont connectés en pratique aux éléments adéquats comme des convertisseurs analogique-numérique pour les mesures de tensions/courant, ou des Random Access Memory (RAM) pour des références de tension.

Pour considérablement simplifier la phase de vérification, il est intéressant de pouvoir accéder à ces ports directement depuis le PC de développement. Ceci permet de réduire considérablement le temps et les efforts à dépenser pour la phase de test, tout en offrant une grande flexibilité de manipulation du circuit matériel, en facilitant grandement le débogage en cas de défaut d'implémentation et en rendant la partie commande pédagogiquement plus attractive, permettant de disposer d'un démonstrateur permettant de tester plusieurs configurations et plusieurs valeurs de référence très simplement tout en visualisant le comportement de l'algorithme. Dans ce but, nous avons conçu une interface matérielle d'accès au circuit de résolution qui pourra par la suite nous permettre de communiquer avec la carte directement depuis le PC. Grâce à cette approche, nous pourrons ainsi envoyer et recevoir les données nécessaires directement depuis l'environnement MATLAB®, et nous pourrons bénéficier de ses fonctionnalités d'analyse, de calcul matriciel et de tracé de courbes pour la visualisation et l'interprétation des résultats. Pour cela, nous allons exploiter certaines fonctionnalités de la norme JTAG.

Les détails qui vont suivre ne sont pas essentiels à la compréhension de l'idée générale de notre phase de vérification et pour les analyses des résultats. Le lecteur non habitué peut survoler les prochains passages sans s'attarder sur ces précisions techniques.

##### Idées-clés de la solution matérielle

La stratégie suivie est la suivante. Nous allons connecter les ports d'entrée et de sortie de notre circuit de résolution à des Parallel Input/Output (PIO) configurés en entrée ou en sortie selon les cas. Ces PIO seront disponibles en tant qu'esclaves Avalon Memory-Mapped sur un bus Altera au sein d'un système Qsys®. Grâce à cette interface, chacun des esclaves sera repéré à une adresse donnée sur le bus, et un maître Avalon Memory-Mapped pourra exécuter des requêtes de lecture ou d'écriture sur les PIO en spécifiant l'adresse concernée. Le maître sera connecté à l'interface JTAG en sortie de la carte par protocole Avalon Streaming et les données seront transformées en paquets de communication adaptés, grâce à l'utilisation de

composants spécialisés fournis par Altera. Puis l'interface JTAG pourra envoyer les données vers le PC de développement et vice-versa.

Mentionnons que notre implémentation de cette interface est grandement simplifiée grâce aux travaux du Dr David W. HAWKINS<sup>1</sup> du laboratoire Owens Valley Radio Observatory du California Institute of Technology<sup>2</sup>, et grâce à l'utilisation de certains composants fournis par Altera qui nous font gagner un certain temps de développement non négligeable. Notons néanmoins qu'il a fallu analyser en profondeur le code tcl des procédures fournies par HAWKINS, qui sont une encapsulation de niveau plus haut des primitives de quartus\_stp bas niveau pour communiquer avec le maître JTAG sur le bus Avalon, car il y manquait une analyse des trames reçues de l'interface JTAG pour filtrer les caractères d'échappement propres aux transactions de ce type.

### Avalon interface specification

**Bus de composants** Avalon<sup>3</sup> est une technologie de bus développée par Altera<sup>4</sup>. Le bus Avalon permet à plusieurs composants matériels de communiquer entre eux sur un principe maître-esclave, comme par exemple les processeurs softcore Nios® II d'Altera avec des PIO ou des RAM. Un des atouts de ce standard est la possibilité d'avoir plusieurs maîtres présents sur le bus. Le réseau matériel d'interconnexion, autrefois nommé Avalon Switch Fabric et désormais dénommé Avalon System Interconnect Fabric suite à la mise à jour du standard et de l'abandon de SOPC Builder® au profit du nouveau Qsys®, est implanté de manière à optimiser l'utilisation de ressources logiques et les performances de communication entre composants [noa17, Haw12].

**Interfaces de communication Avalon** Avalon désigne aussi un standard ouvert de famille d'interfaces (ou protocoles de communication) entre composants, selon le type ou le mode de transmission de données nécessaires [noa17]. Parmi ces interfaces, deux nous intéressent en particulier :

- Avalon Streaming Interface – une interface unidirectionnelle de streaming de données entre des sources et des destinataires par abonnement (point-à-point);
- Avalon Memory Mapped Interface – une interface reposant sur un principe de lecture-écriture par adressage, adaptée aux connexions entre maîtres et esclaves. Les maîtres contrôlent les esclaves en envoyant des requêtes à des adresses définies dans la Memory Map, la carte d'adressage du système.

---

1. ... qui témoigne d'une expérience forte dans l'électronique numérique et la programmation FPGA, mise en lumière par ses nombreuses analyses de plusieurs protocoles de communication disponibles sur sa [page personnelle de son laboratoire](#) et son aide et sa présence très appréciées au sein des (peu nombreux) forums spécialisés sur le sujet.

2. <https://www.ovro.caltech.edu/>

3. Pour la petite histoire, le nom *Avalon*, étymologiquement lié à la désignation de *pomme*, *pommier* ou *pommeraie*, désigne dans la légende du *Roi Arthur* l'île mythologique sur laquelle aurait été forgée la célèbre épée *Excalibur* ([cf. article Wikipedia](#)). Parmi les anciens produits d'Altera, on trouve une carte de développement pour processeurs Nios® dans leur première version sur cœur ARM9. Le nom de cette carte est... *Excalibur*!

4. ... dorénavant Intel® depuis l'acquisition de la société en 2015.

A l'origine, SOPC Builder® a été écrit pour interconnecter des composants suivant les protocoles Avalon Memory-Mapped et Avalon Streaming. Son réseau d'interconnexion Avalon Switch Fabric est automatiquement fabriqué pour gérer les communications entre de multiples maîtres Avalon Memory-Mapped et leurs multiples esclaves avec une conception automatique des circuits d'arbitrage entre maîtres, multiplexeurs, etc. [noa17]. SOPC Builder® étant peu évolutif (en particulier son code source), il a été remplacé par Qsys® qui a été codé de manière plus modulaire et algorithmique. Qsys® offre une abstraction des protocoles utilisés entre maîtres et esclaves en encapsulant tout type de communication entre composants d'une même interface dans des paquets de transactions circulant sur un réseau embarqué dans la puce développé par Altera [noa17]. Sur un même réseau d'interconnexion Avalon System Interconnect Fabric, on peut retrouver plusieurs composants utilisant plusieurs types d'interfaces Altera. On peut même retrouver un système conçu sous Qsys® en tant que composant dans un autre système conçu sous Qsys®, ce que ne permettait pas SOPC Builder®.

### Maître JTAG sur bus Avalon

Le type d'interface qui nous intéresse concernant l'accès aux données du circuit de résolution à l'intérieur de la puce est l'interface Avalon Memory-Mapped. C'est aussi ce type d'interface qui est utilisé lors de l'implémentation d'un processeur Nios® II sur l'outil Qsys® pour dialoguer avec ses composants esclaves. Le système d'accès aux données par adressage semble être le plus simple et le plus adapté à notre cas.

Sur le bus Avalon, nous allons placer un maître Avalon Memory-Mapped qui viendra consulter les données du circuit disponibles sur des PIO, esclaves Avalon Memory-Mapped sur le bus. Le maître Avalon Memory-Mapped doit pouvoir ensuite communiquer avec le PC à travers l'interface Test Port Access qui transmettra les données par paquets de communication (trames) en liaison série via le câble USB-Blaster vers le port USB du PC. Pour convertir les données provenant de demandes de lecture ou d'écriture sur les PIO en paquets envoyés ou reçus de l'interface Test Port Access et vice-versa, on utilise des composants de conversion spécialisés et le type d'interface sera Avalon Streaming. Pour simplifier l'instanciation de ce type de communication sur le bus Avalon, Altera fourni le JTAG to Avalon Memory-Mapped Master Bridge Core, un composant propriétaire qui fait apparaître l'interface JTAG en tant que maître Avalon Memory-Mapped sur le bus.

### Joint Test Action Group

**Norme IEEE** JTAG est un acronyme ayant pour signification « Joint Test Action Group ». Il correspond à la norme **IEEE 1149.1** intitulée « Standard Test Access Port and Boundary-Scan Architecture » inaugurée en 1990. JTAG est en réalité le nom du groupe de travail qui est à l'origine de cette norme. Par abus de langage, c'est le nom JTAG qui est largement utilisé pour désigner l'interface « Test Access Port » produit de cette norme, désormais ajoutée par les constructeurs dans la plupart des circuits imprimés pour faciliter grandement les phases de test du bon état des composants et circuits après manufacture.

**Boundary Scan** La fonctionnalité clé et la raison d'être première du standard JTAG est le Boundary Scan, en français « scrutation des frontières ». Cette technique a été conçue en prévision de l'évolution des méthodes de conception des circuits imprimés et de la densité croissante des composants sur les cartes [Ben07]. Les soudures deviennent de moins en moins accessibles physiquement. Notamment, la technique Ball Grid Array, en français « matrice de billes », permet de réduire la taille du composant sur le circuit imprimé mais condamne totalement l'accès physique aux soudures : les broches droites de connexion habituellement situées en bordure de la puce sont complètement remplacées par une matrice de billes de métal localisée sous la puce et qui vient être déposée sur le circuit imprimé lors de la soudure. Les anciennes techniques de tests de présence de défauts (type court-circuits, circuits ouverts, etc.) à lits de clous, déjà très coûteux en ressources matérielles et en temps, ne sont plus du tout réalisables [Ben07].

La technique du Boundary Scan, au contraire, propose d'accéder directement à l'état des broches en implémentant un réseau périphérique de cellules JTAG en bordure de la puce, d'où l'idée de « scrutation aux frontières ». Ce réseau est un bus série synchrone de type shift register qui permet de faire circuler des données d'une cellule logique JTAG à une autre jusqu'à l'interface Test Port Access de sortie de la puce, à l'image des périphériques que l'on trouve autour des métropoles et qui ne modifient la structure des voies de circulation internes à la ville.

Désormais, la plupart des constructeurs dotent leurs cartes du standard JTAG, avec interface Test Port Access, un contrôleur Test Port Access et d'une Boundary Scan Architecture, architecture de scrutation aux frontières. Les développeurs ont rapidement mis à profit le Boundary Scan pour programmer leur carte via la connexion JTAG, une fonctionnalité très largement pratiquée aujourd'hui. Le JTAG est également utilisé lors de la conception de processeurs softcore Nios® d'Altera pour fournir une interface de débogage sans avoir à modifier l'implémentation matérielle de la fonction développée par l'utilisateur. L'outil SignalTap® de QuartusPrime® utilise également l'interface JTAG pour analyser l'évolution des états des signaux logiques au sein de la puce.

### Pont JTAG vers interface Avalon Memory-Mapped

L'interface de communication JTAG à la périphérie de la carte est représentée par un composant maître au sens du protocole Avalon Memory-Mapped sur le bus Avalon du système Qsys® que nous allons développer. Le composant JTAG to Avalon Master Bridge Core fourni par Altera, illustré sur la fig. 4.4, est utilisé pour relier ces deux entités. Ainsi, toute trame de communication envoyée du PC et reçue au niveau de l'interface JTAG est traitée par ce pont, les paquets sont transformés en données disponibles au niveau du maître JTAG.

Typiquement, dans la trame de communication, nous allons envoyer au plus deux informations : une adresse mémoire et une donnée généralement 32 bits. Ces informations sont utilisées par le maître JTAG pour consulter une donnée ou écrire la donnée fournie au niveau de l'adresse spécifiée sur le bus Altera, qui correspond à un des PIO instanciés pour représenter les ports d'entrée ou de sortie du circuit de résolution, et donc en fait les données et paramètres de l'algorithme de résolution.

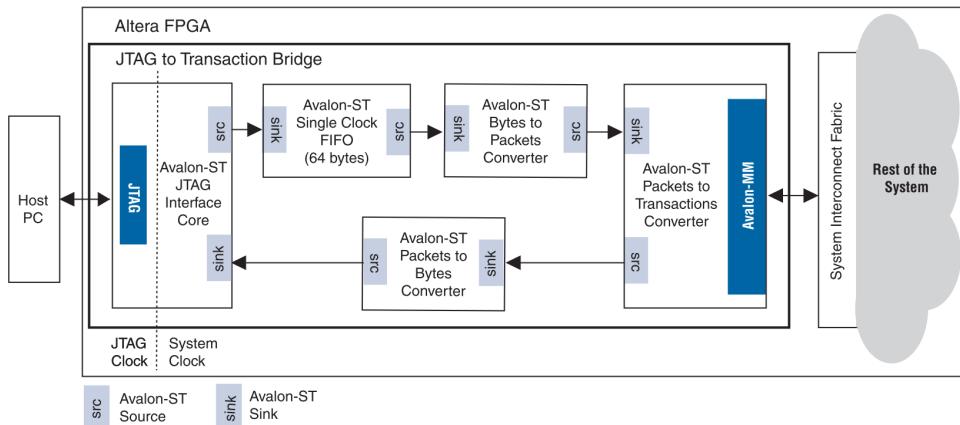


FIGURE 4.4 – JTAG to Avalon Master Bridge Core (documentation Altera).

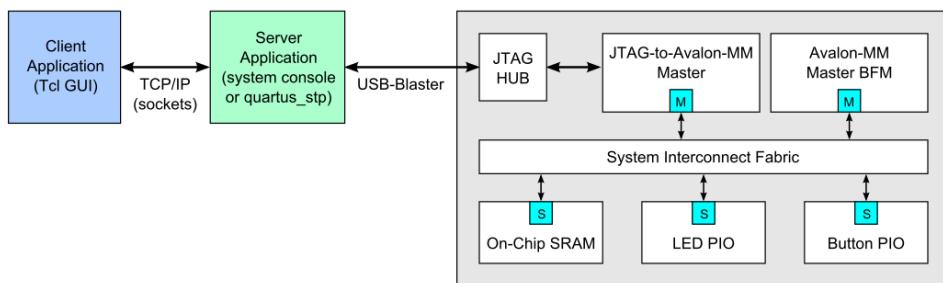


FIGURE 4.5 – Schéma de l’architecture générale de l’interface JTAG–Avalon (documentation provenant de Hawkins disponible [ici](#)<sup>1</sup>).

#### Connexion des ports d’entrée/sortie du circuit de résolution à des PIO instanciés sur système Qsys®

Nous fabriquons un système Qsys® sur lequel on trouvera le maître Avalon Memory-Mapped, en pont avec l’interface JTAG, connecté à des PIO esclaves du même protocole sur un réseau Avalon System Interconnect Fabric. Nous alimentons chacun des ports d’entrée du circuit matériel de résolution que nous avons implémenté par des PIO (majoritairement 32 bits pour suivre le format single) et configurés mode « sortie ». Puis chacun des ports de sortie du circuit de résolution alimentent à leur tour des PIO configurés cette fois en mode « entrée » sur le système Qsys®.

#### Liste des composants nécessaires sur le bus Avalon

Pour pouvoir tester le circuit de résolution et mettre en place l’interface matérielle de communication avec le PC de développement, le système Qsys® que nous fabriquons est constitué des composants listés dans la table 4.1.

1. Lien explicite : [https://www.ovro.caltech.edu/~dwh/correlator/pdf/altera\\_jtag\\_to\\_avalon\\_mmTutorial.pdf](https://www.ovro.caltech.edu/~dwh/correlator/pdf/altera_jtag_to_avalon_mmTutorial.pdf)

TABLE 4.1 – Liste des éléments présents sur le système Qsys® d'interface avec le PC.

Rôle	Composant	Qté	Caractéristiques		Utilisation
<b>Maître</b>	Pont JTAG	1			Ajout de l'interface Test Port Access sur le bus Avalon
Esclave	Horloge	1	100 MHz		synchronisation générale
Esclave	PIO	1	8 bits	<b>sortie</b>	interrupteurs pousoirs (tests et émulation de fautes sur interrupteurs)
Esclave	PIO	3	32 bits	<b>sortie</b>	tensions de références
Esclave	PIO	4	32 bits	<b>sortie</b>	bornes max des rapports cycliques
Esclave	PIO	4	32 bits	<b>sortie</b>	bornes min des rapports cycliques
Esclave	PIO	4	32 bits	<b>sortie</b>	poids $\epsilon_K$ des rapports cycliques
Esclave	PIO	1	32 bits	<b>sortie</b>	poids petit coefficient réel de priorité
Esclave	PIO	1	8 bits	<b>sortie</b>	signal d'exécution
Esclave	PIO	4	32 bits	<b>entrée</b>	rapports cycliques solutions
Esclave	PIO	1	8 bits	<b>entrée</b>	numéro d'erreur
Esclave	PIO	1	8 bits	<b>entrée</b>	nombre d'itérations
Esclave	PIO	1	8 bits	<b>entrée</b>	nombre de cycles d'horloge
Esclave	PIO	1	8 bits	<b>entrée</b>	signal de fin de calcul
Esclave	PIO	1	8 bits	<b>entrée</b>	diodes électroluminescentes (tests et affichage du numéro d'erreur)
Esclave	RAM	1	4 ko		tests d'écriture et lecture (optionnelle)

#### Accès en lecture et écriture sur les PIO depuis le PC via la console tcl quartus\_stp

Au niveau du PC de commande, ce sont les primitives tcl de l'exécutable quartus\_stp qui permettent de communiquer avec le composant JTAG to Avalon Master Bridge (fig. 4.5). Celles-ci étant de bas niveau, nous nous reposons sur les travaux de HAWKINS qui a bâti des procédures tcl d'un peu plus haut niveau pour gérer la présence de plusieurs maîtres JTAG sur la carte, ou pour proposer à plusieurs clients de pouvoir communiquer avec la carte.

Les travaux de HAWKINS se résument en trois points-clés :

- analyse du fonctionnement matériel bas niveau de la norme JTAG ;
- encapsulation des primitives de lecture/écriture bas niveau de quartus\_stp dans un package de commandes tcl de plus haut niveau pour alléger le processus d'accès aux données disponibles au niveau des esclaves présents sur le bus Avalon ;
- mise en place d'un serveur JTAG sur TCP/IP qui peut recevoir des commandes de lecture ou d'écriture depuis plusieurs clients via des canaux de communication TCP/IP.

Nous avons dû déboguer la partie de réception des trames depuis l'interface JTAG car les caractères d'échappement n'étaient pas filtrés, ce qui a nécessité une analyse en profondeur du code tcl du paquet de commandes proposées.

Finalement, les commandes dont nous aurons besoin sont, entre autres, de 2 types :

- jtag\_write `address` `data` : écriture de la donnée `data` sur l'adresse `address` sur le bus Altera du système Qsys® ;
- jtag\_read `address` : lecture de la donnée présente à l'adresse `address` ;

#### 4.B.1.3 Communication entre le PC et la carte par liaison client/serveur JTAG sur TCP/IP

Hawkins propose aussi le code tcl d'un simple serveur TCP/IP exécutant les procédures tcl de communication avec la carte sur requête provenant de clients sur TCP/IP.

Nous avons donc fabriqué le client sur MATLAB® en instanciant des sockets de communication TCP/IP avec le serveur JTAG présent en local sur la même machine.

Nous avons donc à disposition tout un système numérique nous permettant d'accéder aux ports d'entrée et de sortie du circuit de résolution directement depuis MATLAB®.

#### 4.B.1.4 Interface de communication sur MATLAB®

Nous avons conçu une interface graphique sur MATLAB® encapsulant toutes les difficultés techniques de communication avec la carte FPGA. L'ouverture du serveur JTAG et la connexion d'un client au serveur pour l'envoi de requêtes se fait en deux clics. L'utilisateur peut indiquer les tensions de référence et les paramètres de l'algorithme, et l'interface graphique s'occupe d'envoyer toutes les bonnes requêtes pour envoyer ces données au circuit de résolution. Les solutions optimales sont reçues de manière similaire.

Il est proposé également de pouvoir automatiser les tests en indiquant des paramètres de benchmark, qui sont une plage d'amplitude de référence, une durée de test et le nombre



FIGURE 4.6 – Capture d'écran de l'interface développée pour la communication avec le circuit de résolution sur la carte FPGA.

d'échantillons à envoyer par test, etc. Ainsi, mis à part les temps de communication qui ne permettent pas un véritable fonctionnement temps réel (mais ce n'est pas le but de cette interface pour l'instant), nous avons un tableau de bord qui pilote l'algorithme de résolution presque instantanément. Nous avons même pu modifier en cours de route certains paramètres et même émuler une faute sur un interrupteur, et visualiser directement les changements de comportement de l'algorithme.

Une capture d'écran de l'interface est disponible sur la fig. 4.6.

#### 4.B.2 Essais de vérification matérielle HIL

La carte de commande est enfin prête, ainsi que l'interface d'envoi des ordres d'exécutions et des références et de réception des solutions de commande sur MATLAB®. Sur la fig. 4.7, on trouve une photographie de l'ensemble PC de commande – carte FPGA en communication JTAG grâce à l'interface que nous avons développée.

Dans cette partie dédiée aux essais de vérification, nos objectifs sont désormais de

- (1) valider notre conception du circuit matériel de résolution et vérifier l'obtention des solutions optimales attendues ;
- (2) valider les propriétés des solutions optimales prédites par la théorie, à savoir

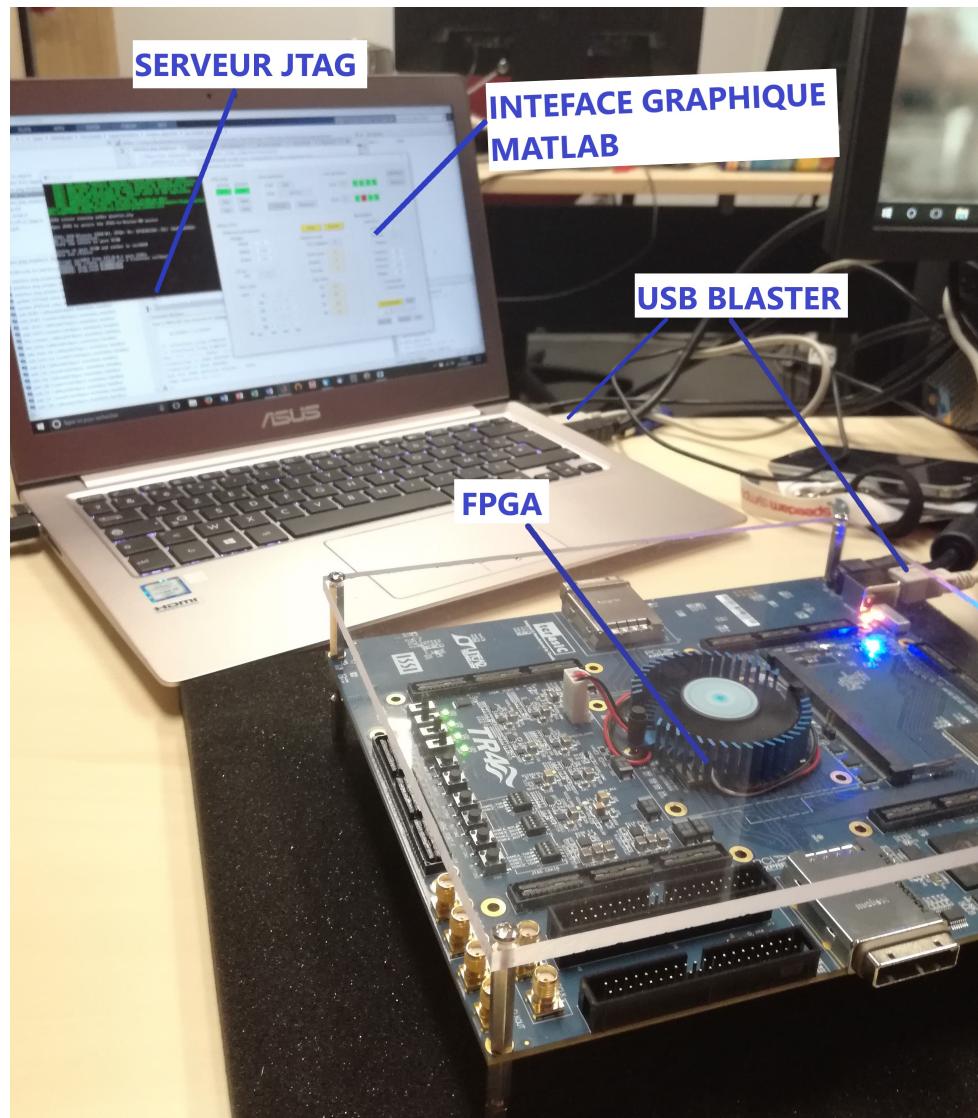


FIGURE 4.7 – Photographie de l'ensemble PC de commande – carte FPGA en communication par serveur JTAG via le câble USB-Blaster.

- la maximisation de l'extension de la zone de linéarité du convertisseur,
  - l'obtention de solutions de commande même en cas de saturation de tension,
  - le caractère configurable de la méthode, en testant les différentes configurations proposées dans la section dédiée à l'illustration de notre approche pour les convertisseurs,
  - et enfin, la possibilité de reconfiguration de l'algorithme de commande en cas de faute sur un des interrupteurs ;
- (3) valider la capacité de l'algorithme ainsi mis en œuvre à fonctionner en temps réel, c'est-à-dire la possibilité de fournir des solutions de commande optimisées avant la fin de la période de commande, de l'ordre de quelques centaines de microsecondes pour des fréquences de modulation correspondantes de quelques kilohertz ;
- (4) conforter et préparer la prochaine étape de vérification matérielle, à savoir la conception d'un circuit de commande dédié au convertisseur multicellulaire à condensateurs flottants, mais qui ne constitue qu'une des perspectives de nos travaux et ne sera pas abordé dans ce mémoire.

Pour répondre à ces objectifs, d'abord, nous allons effectuer un essai basique de commande pour tester la communication avec la carte. Ensuite, nous testerons individuellement chaque configuration, nous analyserons et validerez les résultats obtenus. Puis, nous testerons le respect des contraintes de commande par le circuit matériel de résolution en cas d'envoi de références de tension non réalisables. Finalement, nous émulerons un défaut de circuit ouvert sur un des interrupteurs pour analyser la réaction de l'algorithme et conclure quant à la possibilité de rendre le convertisseur ainsi commandé de manière à être reconfigurable et tolérant aux pannes, dans la mesure du possible bien entendu. Chacun des points cités sera discuté et analysé plus en profondeur dans chacune des sous-parties suivantes correspondantes.

Le synoptique de la vérification est disponible sur la fig. 4.8.

#### 4.B.2.1 Essai simple

Pour confirmer la bonne communication avec le maître JTAG sur le bus Avalon via le serveur sur TCP/IP tournant sous quartus\_stp, nous établissons le protocole suivant :

- (1) génération d'un vecteur de tension triphasé quelconque ;
- (2) paramétrage de l'algorithme de commande selon la configuration Opposite Median Voltage Pulse-Width Modulation (OMIPWM) ;
- (3) conversion des références et des paramètres de l'algorithme depuis le format double vers le format single ;
- (4) conversion des valeurs single en hexadécimal pour écriture sur les PIO ;
- (5) mise en ligne du serveur JTAG tournant sous quartus\_stp ;
- (6) ouverture d'un canal de communication bi-directionnel entre l'interface MATLAB® et le serveur JTAG ;
- (7) pour chaque référence ou paramètre, envoi de la commande d'écriture `jtag_write 0xaddr 0xdata` au serveur JTAG ;

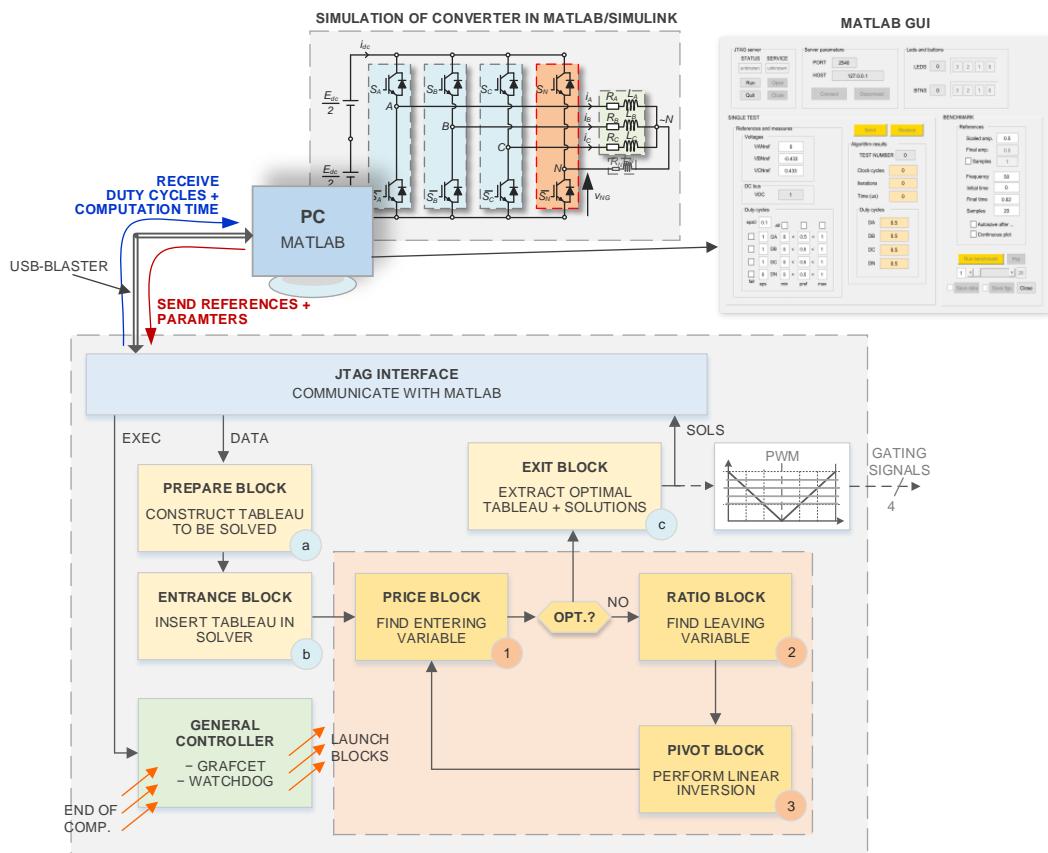


FIGURE 4.8 – Synoptique de la vérification HIL du circuit de résolution grâce à l'interface graphique de commande MATLAB®.

- (8) pour le front montant du signal d'exécution, envoi de la commande d'écriture `jtag_write 0xaddr 0x1` au serveur JTAG suivie de la commande `jtag_write 0xaddr 0x0`;
- (9) pour la réception des solutions de commande optimales, envoi de la commande de lecture `jtag_read 0xaddr` au serveur JTAG et attente de réception des données sur le buffer d'entrée de la socket de communication;

Nous testons ceci avec des valeurs de tensions triphasées arbitraires, et nous vérifions l'obtention de rapports cycliques justes. La communication est fonctionnelle. Sur la fig. 4.9, une capture d'écran sous SignalTap® donne une idée de ce qu'il se passe au niveau du circuit de résolution.

#### 4.B.2.2 Essai de vérification pour la configuration OMIPWM

Nous menons cette fois un essai sur toute une période fondamentale. Nous paramétrons l'algorithme selon la configuration OMIPWM vu dans la section 2.B.3.4 page 88. Nous allons envoyer à la carte des requêtes pour chaque ensemble de 3 tensions de référence à chaque instant de calcul. Pour des raisons de visibilité sur les figures, nous demandons seulement 80 points par période. Nous répétons donc la procédure mentionnée plus tôt pour chaque instant de commande.

Les résultats sont disponibles sur les fig. 4.10. Sur ces figures, la présence de carrés indiquent la position des valeurs de référence ou des valeurs théorique à obtenir. Si ces carrés sont remplis par un point, c'est que le circuit de résolution a fournit les valeurs attendues et que les références sont satisfaites.<sup>1</sup> Si les carrés ne sont pas remplis, c'est que l'algorithme n'est pas parvenu à fournir des solutions de commande réalisant les tensions requises.

On voit que les résultats sont exactement ceux attendus et que le circuit de résolution est parfaitement fonctionnel. Les deux courbes en violet claire représentent les bornes  $D_{N,\min}$  et  $D_{N,\max}$  des valeurs admissibles de  $D_N$  pour être sûr obtenir les tensions souhaitées. On voit que ces bornes sont parfaitement prises en compte et que les tensions sont correctement obtenues même en cas de saturation sur ces bornes : les formes d'onde des autres rapports cycliques se mettent à jour pour satisfaire les objectifs de tensions.

#### 4.B.2.3 Essai de vérification pour la configuration Adaptive Sinus Pulse-Width Modulation (ASPWM)

Nous réalisons le même type d'essai pour la configuration ASPWM. Les résultats sont disponibles sur les fig. 4.11. On obtient les mêmes résultats que ceux attendus en théorie et analysés dans la section 2.B.3.4 page 88, avec les mêmes conclusions.

---

1. S'il arrive que les carrés sont absents, c'est parce que les valeurs théoriques ne sont pas encore calculées automatiquement (code MATLAB® à compléter).

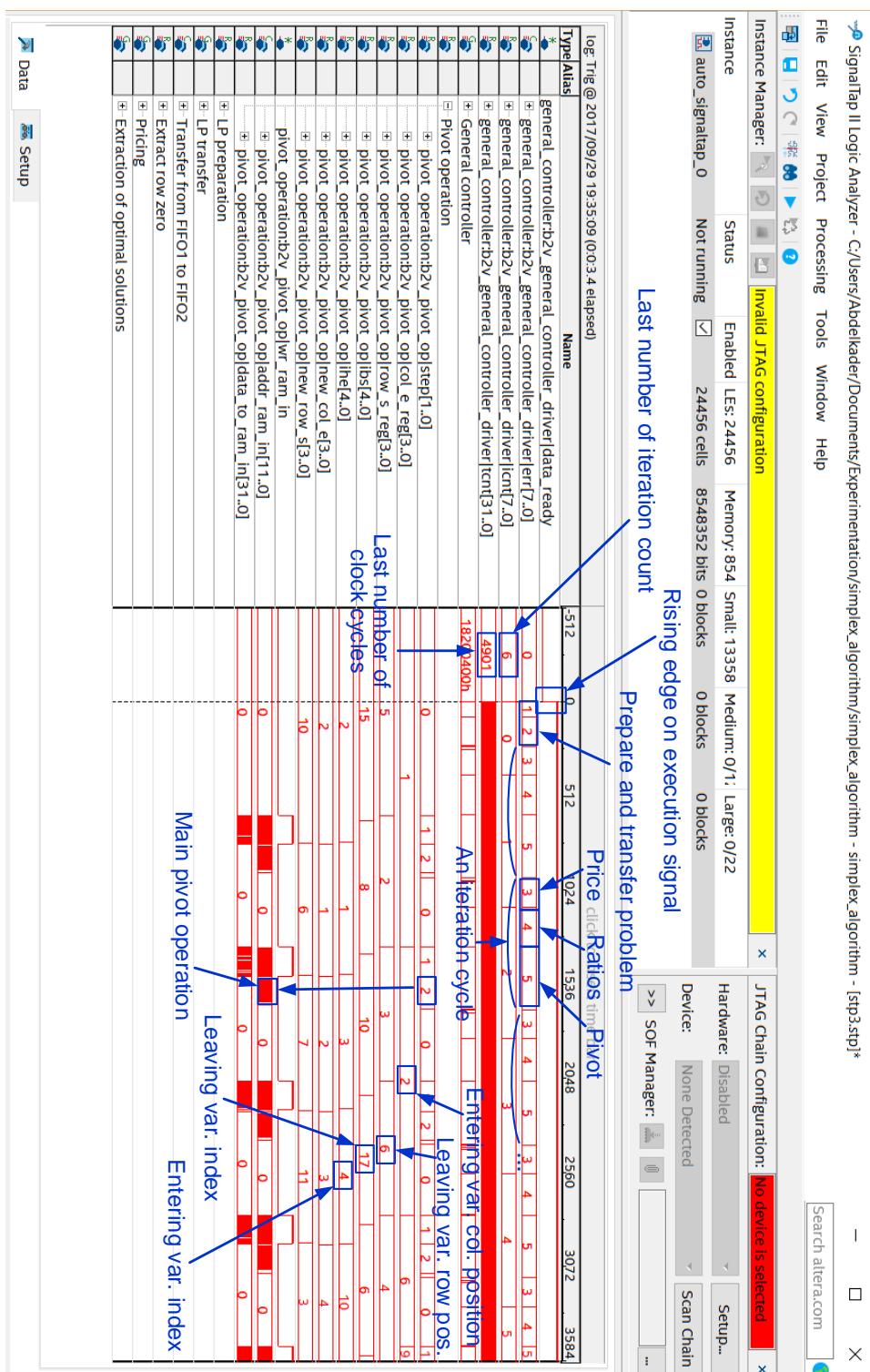


FIGURE 4.9 – Capture d'écran dans SignalTAP Analyzer.

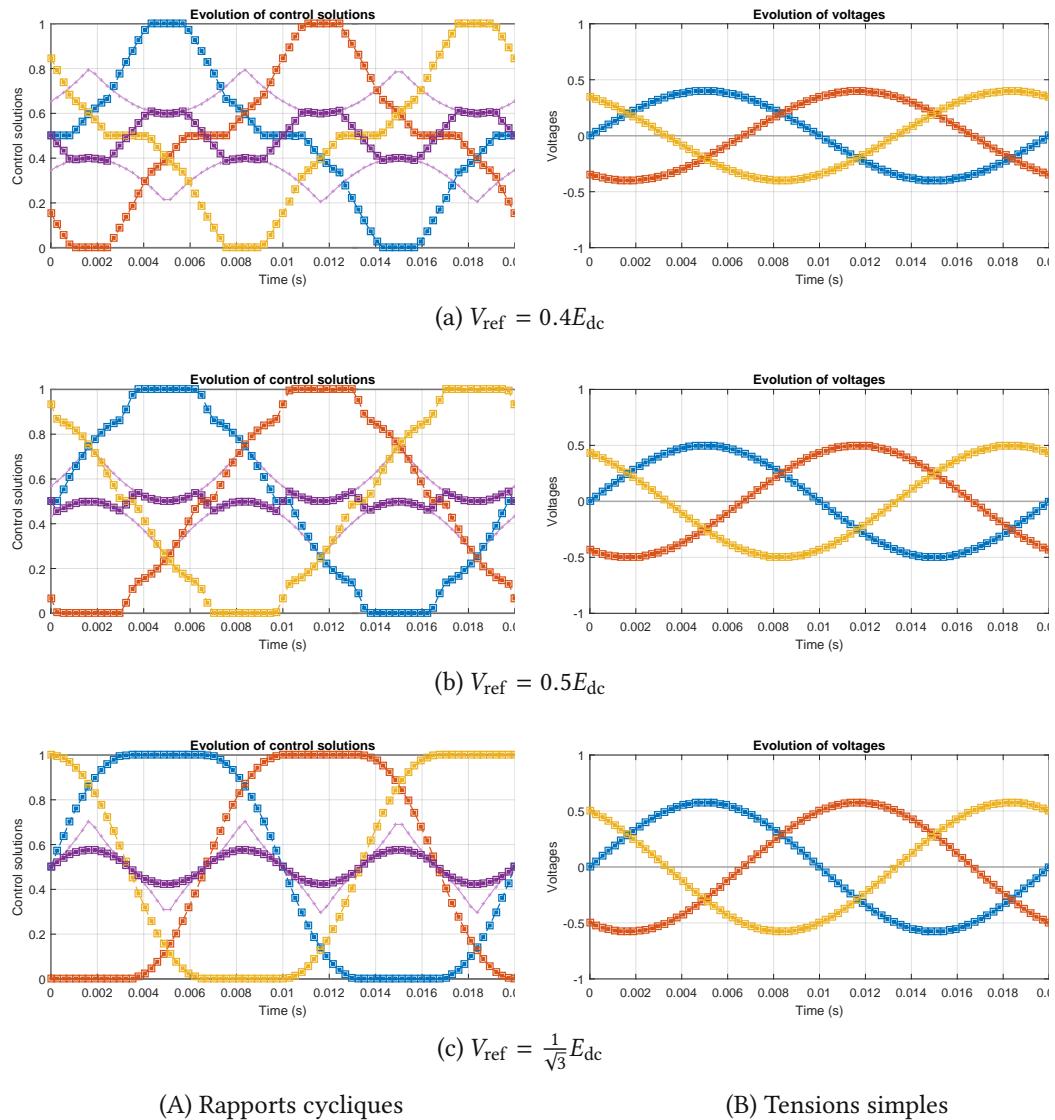


FIGURE 4.10 – Solutions optimales obtenues fournies par le circuit de résolution pour la configuration OMIPWM.

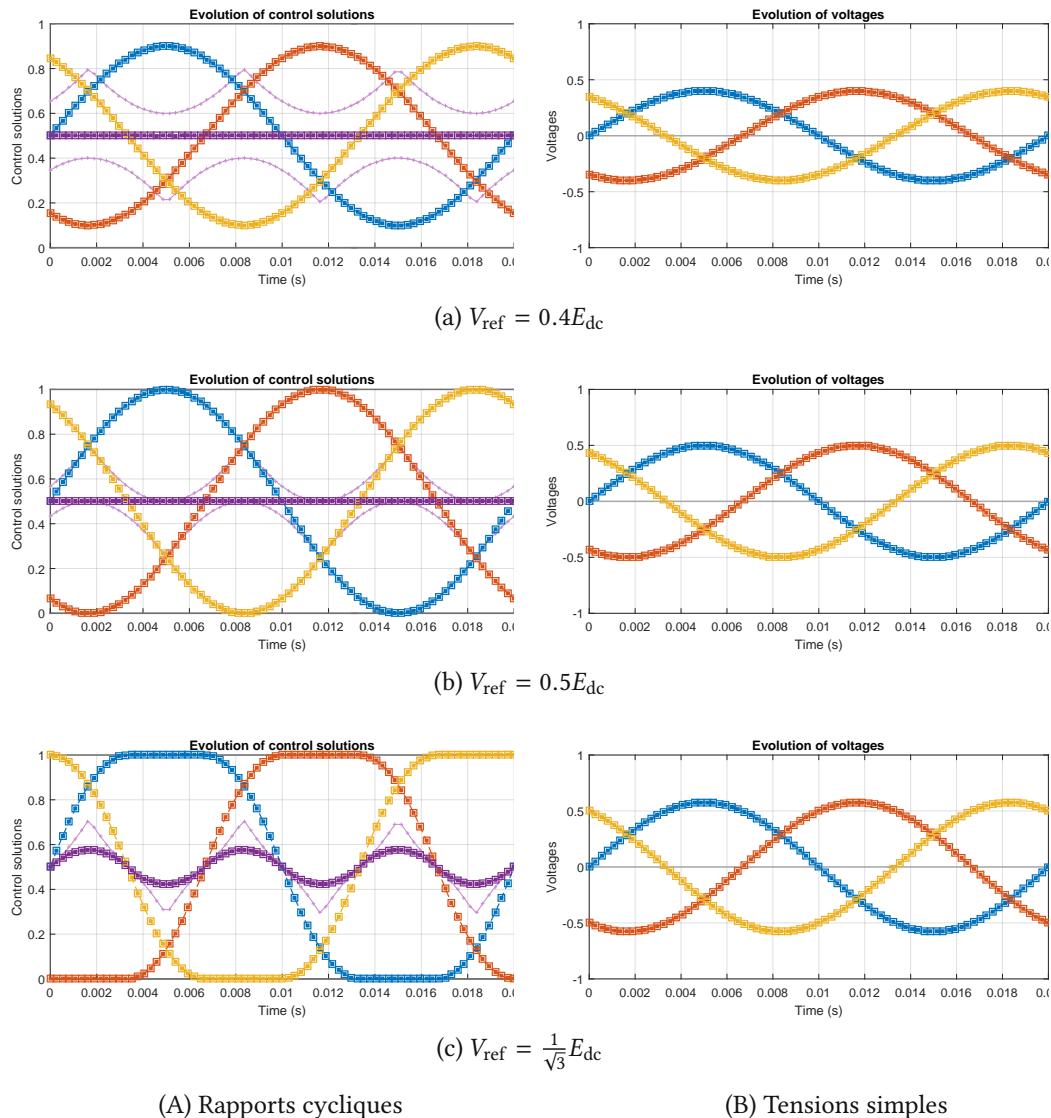


FIGURE 4.11 – Solutions optimales obtenues fournies par le circuit de résolution pour la configuration ASPWM.

#### 4.B.2.4 Essai de vérification HIL pour la configuration Discontinuous Pulse-Width Modulation minimum (DPWMmin)

Idem pour la configuration DPWMmin, les résultats sont disponibles sur la fig. 4.12.

#### 4.B.2.5 Temps de calcul

Pour tous les tests que nous avons effectués, le temps de calcul est toujours compris entre environ 40 µs et 60 µs. Le nombre d'itérations lui est toujours compris entre une à deux fois le nombre de variables de commande, donc entre 4 et 8 itérations.

Lors d'essais en saturation, le temps de calcul peut parfois être plus court, car l'algorithme arrive plus rapidement à déterminer qu'il ne peut plus améliorer la solution à cause des contraintes.

Dans tous les cas, cette première mise en œuvre semble pouvoir fonctionner en temps réel. Bien sûr, les temps de communication sont à ne pas prendre en compte ici, car la communication JTAG n'est utilisée que pour des raisons de tests, vérifications, et pour pouvoir faire de l'ensemble un démonstrateur fonctionnel. En pratique, les références de tension sont fournies directement au niveau des ports de la carte (par convertisseur analogique numérique ou non), sans passer par toute la chaîne JTAG, et les solutions sont appliquées par modulation de largeur d'impulsion (MLI) tout de suite après la période de commande.

#### 4.B.2.6 Comportement en saturation de tension

Sur les fig. 4.13, nous donnons des résultats de test en saturation de tension, avec l'exemple de la ASPWM. On sait donc que les tensions ne sont pas réalisables instantanément. C'est pourquoi l'on observe des carrés vides sur les figures. La loi de modulation ASPWM n'est pas celle qui semble le mieux se comporter en saturation, car le fondamental obtenu semble décroître en fonction de l'amplitude de référence au-delà de la limite de linéarité. D'ailleurs, il est possible que les méthodes que nous avons proposé ne soit pas les meilleures solutions pour faire de la surmodulation. Le problème formulé sur une période de commutation ne tient pas compte de toute la période fondamentale, et si l'objectif réel est d'obtenir un système de tensions triphasés avec une amplitude de référence donnée, il existe de meilleures solutions que celles obtenues ici, car les méthodes sont spécifiquement conçues pour satisfaire les tensions de référence instantanées. On pourrait pourtant trouver des solutions d'optimisation des formes d'onde sur une période fondamentale avec les approches par allocation et c'est une des perspectives de recherche que nous ciblons. Les figures sont montrées à la fois à titre d'exemple illustratif et pour également montrer que l'algorithme arrive malgré tout à fournir une solution de commande.

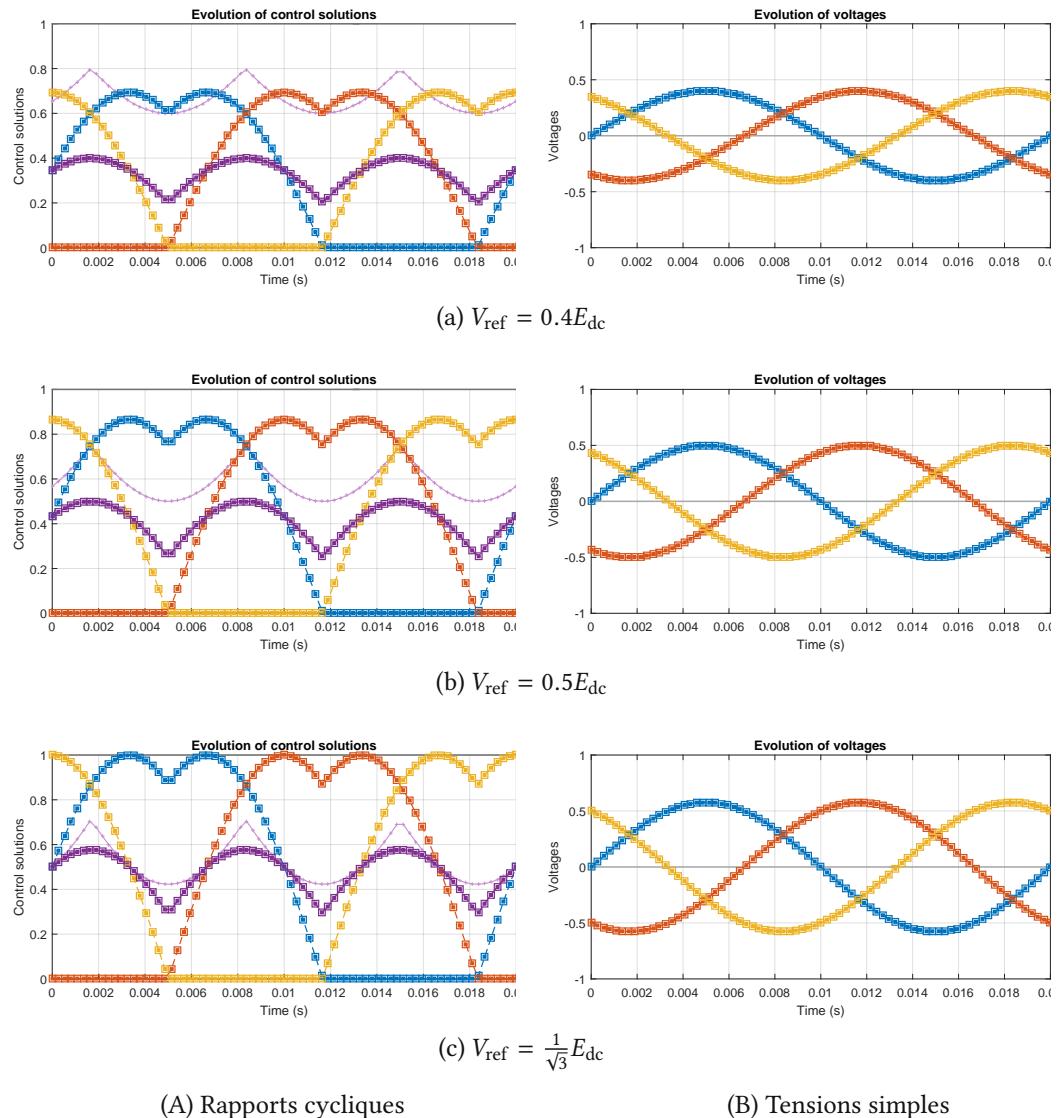


FIGURE 4.12 – Solutions optimales obtenues fournies par le circuit de résolution pour la configuration DPWMmin.

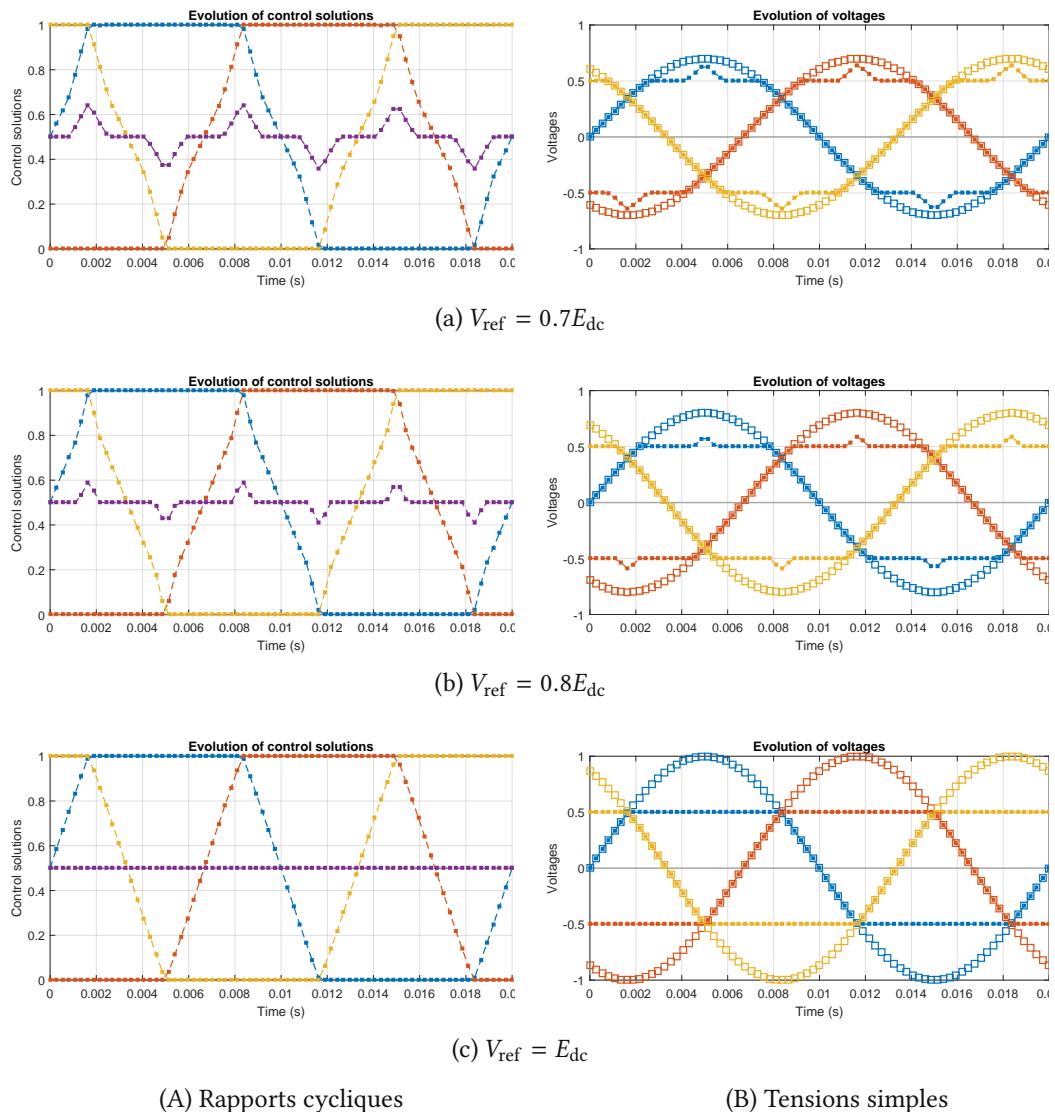


FIGURE 4.13 – Solutions optimales obtenues fournies par le circuit de résolution pour la configuration ASPWM.

#### 4.B.2.7 Essai de vérification HIL de tolérance aux fautes

Pour démontrer la capacité de la méthode d’allocation à tenir compte très facilement de l’état du convertisseur, nous effectuons un test pour lequel l’interrupteur du bras B est considéré bloqué à l’état 0 (circuit ouvert) tout au long de la simulation. Avec notre méthode, il suffit de mettre à jour l’algorithme en déclarant une nouvelle valeur de borne maximale pour le rapport cyclique du bras B, égale à 0. Les résultats sont visibles sur la fig. 4.14. L’algorithme fournit une solution qui minimise l’erreur de commande. Comme l’onduleur à quatre bras et deux niveaux n’est pas suffisamment redondant pour assurer la réalisation des tensions avec un interrupteur défaillant sur toute la période fondamentale, les tensions ne peuvent pas être tout le temps satisfaites. Par contre, on voit que le reste du temps, l’algorithme prend très bien en compte l’état bloqué de l’interrupteur du bras B et adapte au mieux les solutions de rapports cycliques pour obtenir quand même les tensions souhaitées en instantané.

Il serait bon de pouvoir tester expérimentalement cette capacité naturelle à pouvoir tenir compte de défaut sur les interrupteurs sur un convertisseur multicellulaire où il existe suffisamment de redondances, comme pour l’onduleur à condensateurs flottants. Dans ce cas, même si une cellule de commutation est bloquée dans un des deux états possibles, des solutions de commande répondant aux tensions demandées peuvent exister pour toute la période fondamentale.

Jusqu’ici, on suppose que l’on détient l’information de l’état d’un interrupteur. On peut penser à utiliser des méthodes de détection des défauts qui viendraient informer l’algorithme de commande par allocation.

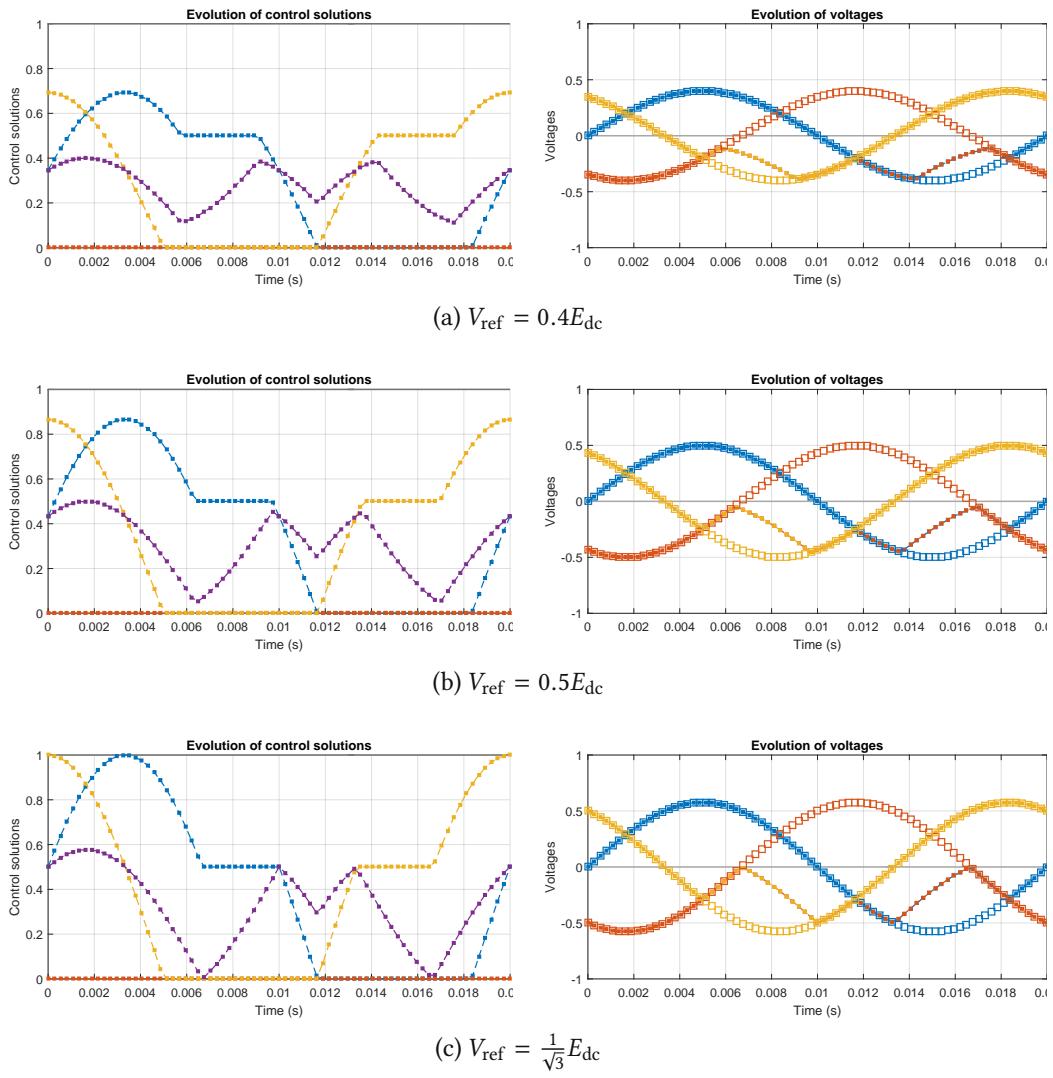


FIGURE 4.14 – Solutions optimales obtenues fournies par le circuit de résolution pour la fonction  $\text{QMIPWM}$ .

## 4.C | Conclusion du chapitre

Dans ce chapitre, nous proposons une mise en œuvre de la méthode d’allocation que nous avions proposé pour l’onduleur quatre bras deux niveaux. L’objectif était d’évaluer le temps de calcul nécessaire et de valider la compatibilité de cette solution de commande pour la conversion statique à des fréquences de modulations suffisantes. Notre première version n’est pas orientée pour la performance en temps de calcul, mais est plutôt un compromis entre temps limité de conception et temps de calcul raisonnablement sous la barre des 100 µs, et c’est bien ce que nous obtenons.

Chaque étape de l’algorithme du simplexe est réalisée en tant que bloc de calcul individuel, et un contrôleur général pilote l’exécution séquentielle de chacun des blocs. Cette modularité [MIN11] a permis de simplifier la phase de conception et la pipeline qui en résulte offre la possibilité de faire tourner plusieurs problèmes d’optimisation linéaire en parallèle, comme ce pourrait être le cas avec notre méthode d’allocation pour l’onduleur à condensateurs flottants. Néanmoins, ceci induit un nombre de cycles d’horloge supplémentaire assez conséquent, puisqu’il faut transférer le tableau actuel du simplexe d’un bloc à l’autre avant traitement. Ainsi, il est clair qu’il reste encore beaucoup de possibilités de réduire le temps de calcul et d’optimiser les performances temps réel, mais malgré cela, notre objectif de temps est déjà grandement satisfait.

L’interface de communication MATLAB® que nous avons développée encapsule tous les aspects techniques d’utilisation du circuit de résolution. Les valeurs de référence et les paramètres de l’algorithme spécifiés par l’utilisateur sont pris en charge par l’interface qui envoie des requêtes d’écriture par serveur JTAG sur les ports d’entrée du circuit de résolution. De manière similaire, des requêtes de lecture permettent de récupérer les solutions optimales calculées. Cette interface devient un véritable démonstrateur par la possibilité de benchmark par envoi automatisé de valeurs de référence d’un système de tension triphasé dont on peut faire varier l’amplitude et récupération et visualisation des solutions optimales et des tensions résultantes. Grâce à cette interface, il est possible de bénéficier des compétences d’analyse et de visualisation de MATLAB®.

Plusieurs tests ont été effectués, pour chacune des configurations que nous avons proposé en section 2.B.3.4 page 88. Les résultats obtenus suite aux essais de vérification Hardware-In-the-Loop (HIL) sont exactement les mêmes que ceux obtenus par la théorie et viennent confirmer la validité du circuit de résolution. Des tests en saturation ont été réalisés, et même si l’algorithme ne fournit pas nécessairement les meilleures solutions en sur-modulation (normal car il est conçu pour répondre aux tensions de référence en instantané, au niveau de la période de modulation), une solution optimisée est quand même trouvée.

Nous avons également pu faire un test de tolérance aux fautes au niveau de la commande. Nous avons supposé que l’interrupteur d’un bras était en défaut de circuit ouvert (par exemple), et

nous admettons que nous pouvons détecter instantanément ce défaut. Alors, l'algorithme n'a pas besoin d'être modifié, il suffit de mettre à jour les bornes de rapport cyclique, ici en passant la borne maximale à 0, pour tenir compte de cet évènement et fournir des solutions qui s'adaptent pour réaliser au mieux les tensions de référence. L'onduleur quatre bras deux niveaux n'est cependant pas le meilleur exemple pour tester cette fonctionnalité de tolérance aux fautes, et en perspective, nous pourrions mettre en œuvre une version matérielle d'une méthode d'allocation pour l'onduleur à condensateurs flottants par exemple.



# Conclusions

Dans cette thèse, nous avons étudié le développement de nouvelles méthodes d'allocation spécifiquement dédiées aux convertisseurs statiques (CVS). Nous avons d'abord évoqué les grandes classes de commande existantes pour les CVS en les différenciant par leur comportement, leur principe, leurs avantages et inconvénients, puis nous avons donné un aperçu rapide sur le principe des méthodes d'allocation et sur les différentes solutions proposées dans la littérature.

## Optimisation numérique en ligne

Les méthodes d'allocation reposant sur de l'*optimisation numérique en ligne* sont aujourd'hui recommandées pour leurs performances. Même si elles sont plus gourmandes en effort de calcul, des travaux appuient solidement leur fonctionnement temps-réel sur les calculateurs embarqués, qui d'années en années sont plus rapides et moins chers. Néanmoins, les fréquences de commande propres au domaine de l'aéronautique pour lequel ces validations existent sont bien inférieures à celles utilisées en conversion statique. Un challenge a été de proposer une *mise en œuvre numérique* de nos lois de commande pour valider la compatibilité avec la commande des CVS. Dans une première version de conception rapide, nous arrivons déjà à des temps sous la barre cible qui était 100 µs pour aboutir à des fréquences de commutation de l'ordre de quelques kilohertz, autorisant un *fonctionnement temps réel*, toutefois en tenant compte, par la boucle de régulation de niveau supérieur ou en réalisant une prédiction de la référence, d'un retard d'une période de modulation.

## Approche algébrique globale et générique

C'est la voie algébrique que nous suivons pour formuler des problèmes de commande plus génériques, avec une approche plus globale, rassemblant les objectifs de commande desservis par un même groupe de variables conjointement contraintes (par exemple, somme des utilisations bornées). Nous visualisons le convertisseur statique comme disposant de ressources de commande disponibles et nous tenons compte de leurs effets sur les grandeurs de sortie dans une même matrice de commande.

Ainsi, nous formulons des problèmes de commande de manière algébrique qui sont généralement sous-déterminés, témoignant la présence de nombreuses redondances et degrés de liberté à cause des interrupteurs en sur-nombre, et contraints, car les limites d'utilisation des cellules de commutation sont prises en compte. Pour trouver une solution à ces problèmes, nous développons des méthodes d'allocation pour les CVS en fabriquant des problèmes d'optimisation à résoudre dynamiquement, en temps réel. Nous nous sommes portés sur le choix de l'utilisation de la norme 1 pour transformer ces problèmes en problèmes d'optimisation linéaire. Ceci apporte de nombreux intérêts, comme l'accès à l'algorithme du

## Conclusions

simplexe qui est une technique bien connue et dont il existe des versions travaillées pour le fonctionnement temps réel, ou comme la possibilité de pouvoir initialiser l'algorithme quasiment sans efforts. Nous nous reposons donc sur un modèle du convertisseur en valeur moyenne pour la fabrication de problèmes d'optimisation linéaire.

### Forces

La *généricité* de l'approche par allocation est appuyée par le traitement de plusieurs topologies, de plusieurs types d'objectifs de commande (tensions de sortie, courants de sortie, tension condensateur, etc.). D'ailleurs, les résultats obtenus pour l'onduleur quatre bras deux niveaux sont rétro-compatibles avec sa version classique à trois bras deux niveaux en cas de charge équilibrée. Le caractère *automatique* est mis en lumière par la prise en compte *dynamique* des contraintes et degrés de liberté pour répondre au mieux aux objectifs spécifiés, au contraire de beaucoup de méthodes qui sous-exploitent les possibilités ou figent leur utilisation en amont de l'opération (c'est aussi le cas des méthodes pseudo-inverses). Les solutions que nous avons obtenues avec l'approche interrupteur appliquée à l'onduleur quatre bras deux niveaux sont un excellent exemple car elles voient leurs formes d'onde s'adapter élégamment en fonction des limitations de rapports cycliques pour obtenir les tensions désirées aux bornes de la charge. Le caractère *optimisé* de la solution permet d'obtenir des réponses de courants et de tensions de condensateurs rapides, même en cas de saturation.

Nous avons également mis en évidence la capacité de l'approche par allocation à être affectée à plusieurs étages de commande. D'une part, nous avons proposé des méthodes d'allocation pour la détermination de rapports cycliques à partir de références de tension données comme avec l'onduleur quatre bras deux niveaux. Nous avons même pu fournir pour certaines solutions de modulation des versions équivalentes de méthodes de modulation intersective qui peuvent donc être mises en œuvre sans résolution numérique si c'est le choix de l'utilisateur. D'autre part, nous avons développé une méthode d'allocation pour déterminer des références de tensions des demi-bras du Modular Multilevel Converter (MMC) pour obtenir les courants de référence, donc pour réaliser une régulation de plus haut niveau.

Également, nous avons pu combiner la problématique d'équilibrage actif avec l'obtention des tensions de référence comme dans le cas de l'onduleur à condensateurs flottants. Ceci a permis de répondre aux deux objectifs simultanément en déterminant les valeurs optimales des variables responsables (les mêmes pour les deux objectifs) qui sont les rapports cycliques des cellules tout en tenant compte des limites indiquées par l'utilisateur.

Nous avons aussi pu proposer une stratégie d'allocation bras par bras, pour favoriser une résolution des problèmes d'optimisation linéaire en *parallèle*, donc avec un gain de temps éventuellement important en pratique. Il est aussi tout à fait possible de concevoir une méthode d'allocation pour l'onduleur à condensateurs flottants ayant les mêmes objectifs de commande mais formulée en tenant compte de tous les bras et de leurs interactions. Ce travail de perspective pourrait mettre en évidence une utilisation automatique du potentiel neutre pour renforcer l'équilibrage des condensateurs, et mériterait d'être étudier par la suite. Également, ces méthodes peuvent être déclinées en version commande courant, pour ressembler à la méthode que nous avons proposé pour l'onduleur MMC. Ceci constitue à nouveau une perspective de travaux à mener.

Pour le MMC, la méthode d'allocation que nous avons proposé a montré son intérêt pour la gestion fine et pourtant globale (en valeur moyenne toutefois) des tensions des demi-bras pour régler tous les courants du convertisseur dans le même étage de commande, dans un problème d'allocation unique. Ce serait une des forces de cette approche, au contraire des méthodes qui régulent séparément chaque type de courant par des correcteurs linéaires sans prendre en compte le fait que cela agit sur les mêmes variables de commande qui sont sujettes à des limitations.

Nous avons également eu l'occasion de remarquer que toutes les contraintes concernant les variables de commande que nous avons utilisées pour piloter l'onduleur (rapports cycliques, temps d'utilisation des vecteurs actifs, tensions des demi-bras) sont parfaitement définies par des *inégalités linéaires*. Ceci appuie l'intérêt de formuler des problèmes d'optimisation avec des contraintes de ce type, car si l'espace de commandes réalisables est clairement dessiné et pris en compte par la méthode de régulation, alors on est réellement en position d'exploiter toute la richesse de commande disponible. L'algorithme du simplexe est typiquement une technique qui se sert pertinemment des contraintes linéaires pour chercher la solution optimale.

### Concernant le nombre d'interrupteurs

Si le convertisseur statique possède un très grand nombre d'interrupteurs et de niveaux devant la tension continue, alors il n'y a plus vraiment besoin de modulation : la tension de référence peut être approximée par son niveau le plus proche car la quantification est suffisante. On cherche même à éviter d'utiliser une modulation de largeur d'impulsion (MLI) pour limiter les pertes, l'apport en qualité harmonique étant cette fois négligeable. L'utilisation du modèle moyen devient vraiment valide et la manipulation de la valeur moyenne des tensions prend tout son sens. A ce moment-là, on pourrait restreindre l'allocation à un éventuel étage de courant, pour son apport de haute performance, et son élégante prise en compte des limitations de tension, pour sa capacité à exploiter dynamiquement les possibilités de commande existantes à l'instant t, en adaptant les formes d'onde aux circonstances d'opération. On peut confier l'équilibrage actif aux méthodes déjà existantes du type Balance Control Algorithm à tri par exemple [ZSF<sup>+</sup>16].

Autrement, pour un nombre moyen ou plus petit d'interrupteurs, alors l'utilisation de la MLI permet de garantir une fréquence de commutation fixe contribuant à une bonne qualité harmonique et des pertes maîtrisées. L'équilibrage actif par allocation est possible et intéressant en renfort de l'équilibrage naturel comme ce fut le cas pour l'onduleur multicellulaire à condensateurs flottants (OMCF).

Finalement, nous avions présenté deux points de vue concernant les variables de commande à considérer comme ressources disponibles sujettes à des contraintes : les temps d'activation des vecteurs et les rapports cycliques des interrupteurs. Dans nos travaux, il semble que l'approche interrupteur soit plus intéressante pour le développement de méthodes d'allocation pour les CVS. Bien que l'approche vecteur constitue un cas d'étude très intéressant, en pensant notamment à l'interprétation de la résolution du problème de commande en parallèle avec les méthodes de modulation vectorielle, deux limitations sont identifiées :

- on souffre encore d'une explosion combinatoire du nombre de vecteurs possibles en fonction du nombre d'interrupteurs, ce qui aboutit à des matrices de commande de très

## Conclusions

- grande taille, bien qu'aucune considération géométrique n'est nécessaire à la résolution du problème par l'algorithme du simplexe ;
- la méthode ainsi conçue ne détermine pas encore l'ordre des vecteurs solutions dans le temps, où il subsiste bien entendu des indéterminations qui sont généralement résolues en forçant l'adjacence de la séquence (une seule commutation par changement de vecteur) et des motifs symétriques et les plus réguliers possibles.

L'approche interrupteur s'affranchit de ces problématiques en se reposant sur l'utilisation de la modulation échantillonnée symétrique, à porteuses triangulaires entrelacées dans le cas multi-niveaux. Les méthodes d'allocation que nous avons développées étant formulées en valeur moyenne, nous n'avons pas à ce stade de réglage fin au niveau des commutations, qui n'est pas l'ambition visée ici, et cette problématique est confiée à l'étage de réalisation des rapports cycliques par MLI.

## Mise en œuvre numérique

Mentionnons également que l'utilisation de la *prédiction* des états dans nos méthodes d'allocation destinées aux convertisseurs statiques multi-niveaux est une option très intéressante pour les CVS où les dynamiques sont très rapides et où les temps de calcul des lois de pilotage peuvent ne pas être négligeables devant la période de commande. Les méthodes de commande prédictive que nous avons vu n'explicitent pas en général les redondances disponibles au niveau de la commande. On procède plutôt par énumération de toutes les possibilités, éventuellement redondantes pour le réglage des grandeurs à piloter, et en sélectionnant la meilleure au sens d'un critère à minimiser (Finite Control Set Predictive Torque Control (FCS-PTC)), ou par la détermination idéalisée de la meilleure solution en fixant à l'avance les degrés de liberté (OPTC par transformation dq par exemple, puis par l'utilisation d'une loi de modulation figée à l'avance).

Enfin, rappelons que les travaux de mise en œuvre de la méthode d'allocation sur carte FPGA a constitué un véritable défi. Deux étapes ont été réalisées :

- la réalisation matérielle de l'algorithme du simplexe sur carte FPGA : il y a très peu de communications à ce sujet, faites par des spécialistes de la thématique (CONSTANTINIDES et al.) ; l'algorithme du simplexe est une méthode itérative dans laquelle un grand nombre d'opérations doivent être exécutées lors d'étapes successives, dont une opération de pivot de Gauss, et est donc délicat à réaliser en langage matériel pour le développeur non habitué et en temps contraint ; nous avons proposé une version en nombre flottants 32 bits qui a priori est une nouveauté (les autres propositions étant en virgule fixe à 18 bits), ceci permettant d'obtenir une haute précision réduisant les risques d'instabilité numérique, tout en offrant l'occasion de tester le temps de calcul total nécessaire, qui est finalement suffisant pour des fréquences de modulation intéressantes.
- la réalisation de la sur-couche de préparation du problème d'optimisation à résoudre, à partir des références et mesures, qui n'est pas difficile dans un langage de haut niveau comme le C mais devient épineux dans un langage matériel comme le VHSIC Hardware Description Language (VHDL).

En complément, une interface pédagogique de test et de vérification de la mise en œuvre a été développée pour la communication avec la carte Field Programmable Gate Array (FPGA), ce qui permet d'envoyer n'importe quel paramétrage de l'algorithme et valeurs de mesures et de références et de recevoir les solutions optimales calculées ainsi que le nombre d'itérations et le nombre de cycles d'horloge dépensés. Grâce à cette interface qui encapsule toute la difficulté technique de communication, on peut tester l'apparition d'un défaut sur un interrupteur en direct, ou modifier la valeur de référence instantanément, et visualiser simultanément les formes d'onde correspondantes aux bornes de la charge.

### **Limitations**

En limitations de l'approche par allocation, nous pouvons mentionner entre autres

- la dépendance aux paramètres des modèles utilisés comme pour beaucoup de méthodes : on peut envisager d'utiliser en complément des techniques d'adaptation des paramètres pour améliorer la robustesse de la commande ;
- la nécessité des mesures des états et la sensibilité numérique : on peut penser à utiliser des structures d'observations ou des filtres sur les mesures ;
- le temps de calcul qui n'est pas borné : seul le nombre d'itérations maximum est théoriquement borné, mais en pratique, on peut rencontrer des problèmes d'instabilité numérique, surtout pour les problèmes de trop grande taille, qui peuvent causer des cyclages imprévus ; on peut ajouter des circuits watchdogs pour limiter le nombre d'itérations et le nombre de cycles d'horloge afin de garantir une limite de temps de calcul, comme nous l'avons fait ; cela reste une solution sous-optimale mais nécessaire ;
- l'absence de prise en compte de limitation en norme 2, comme pour la limitation de la norme de courants : l'allocation peut alors être restreinte aux étages de commande en courant et en tension seulement, et laisser les étages de niveau supérieur donner les références de courant déjà saturées ou réalisables.
- un temps de calcul qui peut être trop élevé pour un grand nombre d'interrupteurs : on peut suivre des stratégies de résolution en parallèle comme nous l'avons fait pour l'onduleur à condensateurs flottants, en confiant la gestion du degré de liberté perdu par le traitement des bras de manière individuelle à l'étage de commande de niveau supérieur (détermination des potentiels de référence dans notre cas, et il peut être réalisé par allocation comme nous l'avons vu avec l'onduleur quatre bras deux niveaux).

Ceci ne constitue certainement pas une liste exhaustive des limitations existantes, mais pour celles identifiées, des solutions plus ou moins efficaces sont proposées pour résoudre ou contourner les problèmes.

### **Perspectives**

Parmi les perspectives de travaux futurs envisageables, nous pouvons citer les idées suivantes.

On pourrait solliciter des techniques de diagnostic de l'état des interrupteurs pour pouvoir adapter les paramètres des méthodes d'allocation afin de sous-utiliser un interrupteur s'il commence à devenir défaillant et de reporter l'effort sur d'autres interrupteurs. On peut aussi

## *Conclusions*

solliciter des techniques de détection et de localisation de fautes combinées à l'utilisation d'un convertisseur statique à tolérance de pannes [RBM02] pour limiter, au niveau de la commande, l'action d'un interrupteur à l'état dans lequel il a été bloqué grâce aux dispositifs de tolérance de panne [RBM02, KCF04, LPM<sup>+</sup>10] (défaut de court-circuit ou défaut de circuit ouvert par exemple).

Les travaux sur le MMC indiquent des utilisations intéressantes des valeurs moyennes des tensions des demi-bras pour le pilotage des courants du convertisseur, c'est-à-dire pour l'étage de régulation des courants. Nous avons mis en place un sous-étage d'allocation pour l'équilibrage actif des condensateurs et la réalisation des tensions des demi-bras de référence calculées en amont par l'étage des courants. L'équilibrage actif se comporte bien et les tensions des condensateurs sont proches de leur valeur de référence. Toutefois, les problématiques de réglage du courant circulant, de régulation de l'énergie moyenne ou de l'aspect modulation n'ont pas nécessairement été traitées avec les meilleurs choix dans nos premiers tests. En perspective, on pourrait approfondir le travail sur ces points-là. Plus encore, les courants circulants sont réellement un degré de liberté disponible pour la régulation des énergies entre les bras, pour la réduction de l'ondulation de tension au niveau des condensateurs, ou pour la réduction des pertes. Il faudrait axer les analyses sur la manière dont la méthode d'allocation exploite ou peut exploiter ces courants pour apporter des propriétés intéressantes au convertisseur statique.

Comme nous l'avons déjà mentionné, nous pourrions développer une méthode d'allocation pour l'onduleur à condensateurs flottants en prenant en compte cette fois tous les bras ensemble dans la même formulation, et nous pourrions étudier l'utilisation résultante du potentiel neutre pour l'équilibrage actif des condensateurs et pour l'obtention des tensions de sortie. Cette méthode peut même être déclinée en une version à quatre bras ou en une version de commande en courant en ajoutant les paramètres de la charge dans le problème d'allocation. Il pourrait être donc intéressant d'étudier le comportement de la méthode d'allocation dans ces cas.

Avec l'approche interrupteur, nous n'avons pas de réglage fin au niveau de la commutation, et les problématiques de réduction ou annulation de tension de mode commun ou de courants circulants entre autres ne semblent pas gérables directement au sein de l'allocation en valeur moyenne. Il existe cependant des techniques de modulation spéciales postionnant les impulsions d'une manière telle que les tensions de mode commun ou de courants circulants peuvent être idéalement annulés [COF<sup>+</sup>10, HSCH13, RAK<sup>+</sup>17, VMI<sup>+</sup>17].

L'utilisation de la norme 1 pour obtenir des problèmes d'optimisation linéaire était un premier choix qui a aboutit à des études et résultats riches en conclusion. Il est également possible d'obtenir des problèmes d'optimisation linéaire en utilisant la norme  $\infty$  et une possibilité de perspective de travaux serait la déclinaison des méthodes que nous avons proposé en norme  $\infty$  pour observer les conséquences et évaluer les mérites ou les démerites d'une telle approche. Nous avons récemment relever l'existence de premiers travaux pour les convertisseurs statiques multi-phases utilisant la norme  $\infty$  [KGP16] mais a priori sans parler d'allocation.

Plus encore, nous pourrions réfléchir à l'utilisation d'autres algorithmes de résolution : par exemple, la méthode des points intérieurs, qui s'applique aussi bien sur des problèmes

d'optimisation linéaire que sur des problèmes d'optimisation quadratique, est réputée être une meilleure candidate à la résolution de problèmes de grande taille, pour lesquels le nombre de sommets candidats à visiter devient très important.

Nous avons utilisé une modélisation en valeur moyenne combinée à de la prédiction à l'ordre 1 des états futurs pour obtenir des équations linéaires de commande. Il est possible de développer également des méthodes d'allocation non linéaire et d'évaluer leurs apports pour la commande des CVS. L'allocation non linéaire serait peut-être une candidate à la prise en compte de contraintes à la fois linéaire pour les rapports cycliques, tensions réalisées par l'onduleur, et quadratique pour les normes maximales de courants souhaitées, etc.

Des comparaisons poussées avec les commandes deadbeat ou les commandes à retour d'état linéarisant seraient très intéressantes pour mettre en lumière l'effet de la prise en compte directe des contraintes pour trouver les solutions de commande. On pourrait alors identifier les cas d'utilisation, d'application ou cela pourrait avoir beaucoup d'importance, notamment les cas où l'on doit piloter le convertisseur avec des dynamiques très rapides et non prévisibles qui vont solliciter tout l'espace de solutions réalisables. On pourrait également mener des analyses comparatives avec les méthodes de commande prédictive plus avancées.

Nous pourrions également réaliser une meilleure prédiction des états futurs en utilisant une discréétisation exacte comme dans [ZBS<sup>+17</sup>] et évaluer l'intérêt et/ou la nécessité de ces précautions dans certains cas d'application.

Cette liste de perspectives est bien entendu non exhaustive, et la conversion statique n'a pas fini de motiver les recherches à travers le monde entier.



# **Annexes**



# A

## Principe de l'algorithme du simplexe

L'algorithme du simplexe est une technique de résolution de programme linéaire dans le jargon anglais. On parle plutôt de problème d'optimisation linéaire (POL) dans la littérature francophone, pour faire la distinction, autrefois non nécessaire, avec la notion de programme informatique. L'algorithme du simplexe a été proposé par DANTZIG en 1947 [Dan51, Dan87].

Nous rappelons ici très brièvement le principe de l'algorithme du simplexe pour le lecteur non habitué. Pour plus de détails, on pourra consulter la référence [Min07].

### A.A | Problème d'optimisation linéaire sous contraintes

Un problème d'optimisation linéaire (POL) est un problème d'optimisation dans lequel le critère coût ou fonction objectif est une combinaison linéaire des variables de décision et dans lequel ces variables de décision sont sujettes à des contraintes linéaires, de forme égalité ou inégalité. Deux formes classiques et équivalentes de problème d'optimisation linéaire existent.

#### A.A.1 Formulations existantes

On trouve deux types de formulation d'un POL.

Un POL s'écrit sous sa forme la plus simple, dite forme canonique, ou forme inégalité

$$\begin{array}{ll} \min_x J, & J = c^T x \\ \text{s.c.} & Ax \leq b \end{array} \quad (\text{A.1})$$

avec  $J$  le critère coût à minimiser,  $x$  le vecteur colonne des variables de décision,  $c$  le vecteur colonne des coûts associés à chaque variable de décision,  $A$  la matrice de contrainte et  $b$  le vecteur colonne de contrainte. L'ensemble des contraintes est alors interprété comme étant l'intersection d'un nombre fini de demi-espaces.

Il existe aussi la forme standard, ou forme égalité,

$$\begin{aligned} \min_x J, \quad & J = c^T x \\ \text{s.c.} \quad & Ax = b \\ & 0 \leq x \end{aligned} \tag{A.2}$$

plus couramment utilisée pour l'étude des POL.

On peut remarquer que les deux formes sont très similaires, à part que l'inégalité de la première forme est changée en une égalité dans la seconde forme. En fait, ces deux formes sont *équivalentes*, et l'on peut s'en convaincre si l'on introduit des variables supplémentaires de décision parties positives  $x^+$  et négatives  $x^-$  de  $x$  de sorte que

$$\begin{aligned} x &= x^+ - x^- \\ 0 &\leq x^+, x^- \end{aligned} \tag{A.3}$$

et des variables auxiliaires d'écart  $e_s$  telles que l'on puisse écrire

$$\begin{aligned} Ax \leq b \Leftrightarrow & A(x^+ - x^-) + e_s = b \\ & 0 \leq x^+, x^-, e_s \end{aligned} \tag{A.4}$$

Également, dans l'autre sens, on peut réécrire les contraintes égalités en contraintes inégalités puisque

$$\begin{aligned} Ax = b \Leftrightarrow & Ax \leq b \\ 0 \leq x & \quad -Ax \leq -b \\ & \quad -x \leq 0 \end{aligned} \tag{A.5}$$

### A.A.2 Espace réalisable et nature des solutions

Les contraintes d'un POL sous forme inégalité représentent un polyèdre dans l'espace des solutions. Chaque ligne définit un demi-espace, et l'intersection de tous les demi-espaces forment le polyèdre. Si celui-ci est borné, on l'appelle un polytope.

On peut montrer que le polyèdre et le polytope sont des espaces convexes (intersection d'espaces convexes). On peut appréhender la notion de convexité ainsi : si l'on prend deux points distincts appartenant au polyèdre, le segment délimité par ces deux points est aussi inclus dans le polyèdre.

Étant donné la nature linéaire de la fonction à minimiser, son gradient indique la direction à suivre pour trouver une solution optimale. Ainsi, on conçoit que s'il existe une solution optimale finie au POL, alors cette solution se situe nécessairement à la frontière du polyèdre : dans la plupart des cas, c'est un des sommets du polyèdre. Dans des cas particuliers, la solution optimale peut ne pas être unique, et l'ensemble des solutions optimales peut être une arête, une face, etc. du polyèdre. Par extension, tous les sommets du polyèdre sont donc candidats à

être des solutions optimales du POL. C'est sur cette idée que repose le principe de l'algorithme du simplexe.

## A.B | Principe de l'algorithme du simplexe

Un exemple illustratif est disponible sur la fig. A.1 correspondant à la méthode de résolution graphique bien connue de l'algorithme du simplexe. L'algorithme du simplexe est une méthode itérative qui cherche une solution optimale au problème d'optimisation linéaire (POL) parmi l'ensemble des sommets du polyèdre des contraintes formés par l'équation matricielle  $Ax = b$ . Comme les sommets sont tous des solutions réalisables car appartenant au polyèdre, on les appelle solutions basiques ou de base. Les sommets sont caractérisés par un ensemble de variables de décision dites de base ou basiques, qui peuvent déterminer les variables de décision restantes, dites hors-base. Ces dernières sont alors nulles, ou, le cas échéant, égales à leurs bornes minimales ou à leurs bornes maximales. Ainsi, à chaque sommet correspond une base de solutions, qu'on peut représenté par l'ensemble des indices des variables basiques.

L'algorithme part d'un sommet initial déjà connu. À chaque itération, l'algorithme tente d'améliorer la solution courante en se déplaçant vers un autre sommet améliorant le critère coût<sup>1</sup>. On regarde les améliorations possibles en fonction des déplacements vers les sommets accessibles depuis le sommet courant. Si c'est possible, on se déplace vers un nouveau sommet de meilleur coût. En termes mathématiques, ce déplacement est effectué par opération de pivot de GAUSS. On répète ensuite ce processus jusqu'à ne plus pouvoir améliorer le critère coût. Alors l'algorithme se termine et retourne le dernier sommet visité comme étant une solution optimale du POL.

Plus de détails mathématiques sont donnés directement dans le texte quand cela est nécessaire. Les explications des sections concernées ont été préparées dans le but d'éviter de devoir se reposer sur des expressions mathématiques propres à l'algorithme du simplexe et qui ne seraient que trop rarement utiles dans le document. Autrement, le lecteur intéressé est invité à consulter des références spécialisées comme [Min07] ou même [Dan51, Dan87].

---

1. Dans le sens de le réduire si l'objectif est sa minimisation.

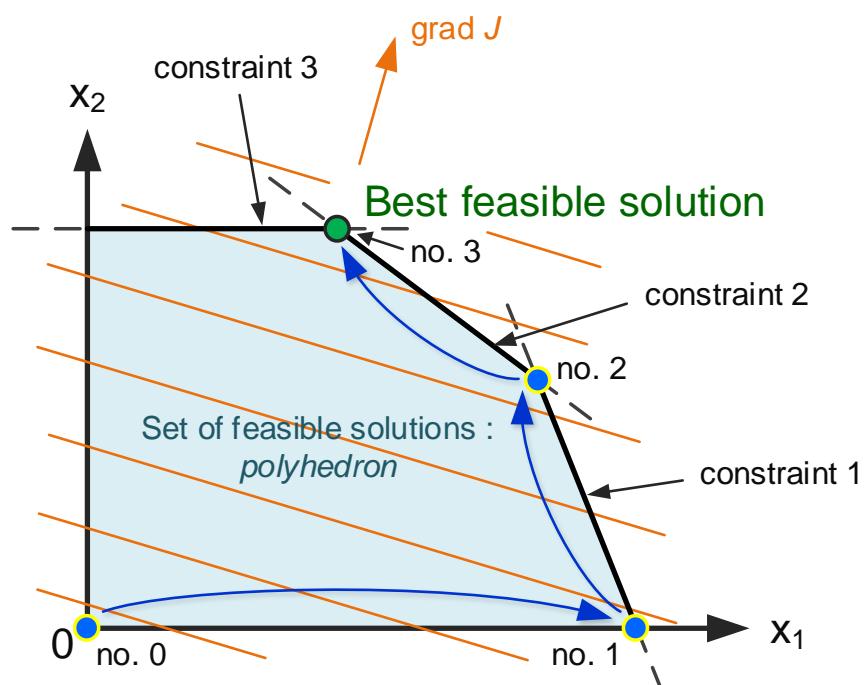


FIGURE A.1 – Illustration du principe de l'algorithme du simplexe selon la méthode de résolution graphique et dans le cas de maximisation de la fonction objectif, avec choix non optimal de la direction d'amélioration.

# Bibliographie

- [AAN09] A. Antonopoulos, L. Angquist, and H. P. Nee. On dynamics and voltage control of the Modular Multilevel Converter. In *13th European Conference on Power Electronics and Applications, 2009. EPE '09*, pages 1–10, September 2009.
- [AAS<sup>+</sup>11] L. Angquist, A. Antonopoulos, D. Siemaszko, K. Ilves, M. Vasiladiotis, and H. P. Nee. Open-Loop Control of Modular Multilevel Converters Using Estimation of Stored Energy. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 47(6) :2516–2524, November 2011.
- [ARBM08] L. Asiminoaei, P. Rodriguez, F. Blaabjerg, and M. Malinowski. Reduction of Switching Losses in Active Power Filters With a New Generalized Discontinuous-PWM Strategy. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 55(1) :467–471, January 2008.
- [BB07] Olivier Bethoux and Jean-Pierre Barbot. Commande permettant le contrôle du convertisseur multicellulaire série à nombre non premier de cellules. 2007.
- [BBCL06] S. Bayliss, C. Bouganis, G. A. Constantinides, and W. Luk. An FPGA implementation of the simplex algorithm. In *2006 IEEE International Conference on Field Programmable Technology*, pages 49–56, December 2006.
- [BBE<sup>+</sup>13] G. Bergna, E. Berne, P. Egrot, P. Lefranc, A. Arzande, J. C. Vannier, and M. Molinas. An Energy-Based Controller for HVDC Modular Multilevel Converter in Decoupled Double Synchronous Reference Frame for Voltage Oscillation Reduction. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 60(6) :2360–2371, June 2013.
- [BBF17a] A. Bouarfa, M. Bodson, and M. Fadel. An Optimization Formulation of Converter Control and Its General Solution for the Four-Leg Two-Level Inverter. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, PP(99) :1–8, 2017. 00000.
- [BBF17b] Abdelkader Bouarfa, Marc Bodson, and Maurice Fadel. A fast active-balancing method for the 3-phase multilevel flying capacitor inverter derived from control allocation theory. pages 2149–2154, Toulouse, France, July 2017.
- [BCN94] M. Bodson, J. Chiasson, and R. Novotnak. High-performance induction motor control via input-output linearization. *IEEE Control Systems*, 14(4) :25–33, August 1994.
- [BD15] Gilbert Bergna Diaz. *Modular Multilevel Converter Control for HVDC Operation : Optimal Shaping of the Circulating Current Signal for Internal Energy Regulation*. Thèse de doctorat, Supélec, Gif-sur-Yvette, Essonne, France, 2015.

## Bibliographie

- [Ben07] R. G. Bennets. IEEE 1149.1 JTAG and Boundary-Scan Tutorial. Documentation, ASSET InterTech, 2007.
- [Ber16] Karima Berkoune. Modélisation générique pour les stratégies de modulation des onduleurs multiniveaux : application aux onduleurs à capacités flottantes. In *Symposium de Génie Electrique*, Grenoble, France, June 2016.
- [Bet05] Olivier Bethoux. *Commande et détection de défaillance d'un convertisseur multicellulaire série*. Thèse doctorat, École doctorale Sciences et ingénierie, Cergy-Pontoise, Val d'Oise, France, 2005.
- [BF01] R. Bensaid and M. Fadel. Sliding Mode Observer for Multicell Converters. *IFAC Proceedings Volumes*, 34(6) :1319–1324, July 2001. 00014.
- [BF15] Abdelkader Bouarfa and Maurice Fadel. Optimal Predictive Torque Control of Two PMSM supplied in Parallel on a Single Inverter. *IFAC-PapersOnLine*, 48(30) :84–89, 2015.
- [BFB16] A. Bouarfa, M. Fadel, and M. Bodson. A new PWM method for a 3-phase 4-leg inverter based on the injection of the opposite median reference voltage. In *2016 International Symposium on Power Electronics, Electrical Drives, Automation and Motion (SPEEDAM)*, pages 791–796, Anacapri, Capri Island, Italy, June 2016.
- [BFB17] Abdelkader Bouarfa, Maurice Fadel, and Marc Bodson. A numerical optimization method using the simplex algorithm for control of modular multilevel converters. Toulouse, France, July 2017.
- [BFBL15] A. Bouarfa, M. Fadel, M. Bodson, and Jun Lin. A new control allocation method for power converters and its application to the four-leg two-level inverter. In *2015 23th Mediterranean Conference on Control and Automation (MED)*, pages 1020–1026, Torremolinos, Spain, June 2015.
- [BH82] A. Busse and J. Holtz. Multiloop control of a unity power factor fast switching AC to DC converter. In *1982 IEEE Power Electronics Specialists conference*, pages 171–179, June 1982.
- [BI75] G. Buja and G. Indri. Improvement of pulse width modulation techniques. *Archiv für Elektrotechnik*, 57(5) :281–289, September 1975. 00093.
- [BK04] G. S. Buja and M. P. Kazmierkowski. Direct torque control of PWM inverter-fed AC motors - a survey. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 51(4) :744–757, August 2004.
- [BL97] S.R. Bowes and Yen-Shin Lai. The relationship between space-vector modulation and regular-sampled PWM. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 44(5) :670–679, October 1997.
- [Bla77] Robert G. Bland. New Finite Pivoting Rules for the Simplex Method. *Mathematics of Operations Research*, 2(2) :103–107, 1977.

- [BM85] S.R. Bowes and A. Midoun. Suboptimal switching strategies for microprocessor-controlled PWM inverter drives. *Electric Power Applications, IEE Proceedings B*, 132(3) :133–148, May 1985.
- [BMB13] Seddik Bacha, Iulian Munteanu, and Antoneta Iuliana Bratcu. *Power Electronic Converters Modeling and Control - with Case Studies*. Advanced Textbooks in Control and Signal Processing. Springer, September 2013.
- [Bod02] Marc Bodson. Evaluation of Optimization Methods for Control Allocation. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 25(4) :703–711, 2002. 00456.
- [Bow75] S.R. Bowes. New sinusoidal pulsewidth-modulated invertor. *Proceedings of the Institution of Electrical Engineers*, 122(11) :1279–1285, November 1975.
- [Cap02] Stefan Laurentiu Capitaneanu. *Optimisation de la fonction MLI d'un onduleur de tension deux-niveaux*. Thèse de doctorat, Institut national polytechnique, Toulouse, France, 2002.
- [Car96] Philippe Carrere. *Étude et réalisation des convertisseurs multicellulaires série à IGBT équilibrage des condensateurs flottants*. PhD thesis, INP Toulouse, Toulouse, 1996. OCLC : 489971322.
- [CKK<sup>+</sup>08] P. Cortes, M.P. Kazmierkowski, R.M. Kennel, D.E. Quevedo, and J. Rodriguez. Predictive Control in Power Electronics and Drives. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 55(12) :4312–4324, December 2008.
- [CKR<sup>+</sup>09] P. Cortes, S. Kouro, B. La Rocca, R. Vargas, J. Rodriguez, J. I. Leon, S. Vazquez, and L. G. Franquelo. Guidelines for weighting factors design in Model Predictive Control of power converters and drives. In *2009 IEEE International Conference on Industrial Technology*, pages 1–7, February 2009.
- [CKS98] Dae-Woong Chung, Joohn-Sheok Kim, and Seung-Ki Sul. Unified voltage modulation technique for real-time three-phase power conversion. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 34(2) :374–380, March 1998.
- [COF<sup>+</sup>10] M. C. Cavalcanti, K. C. de Oliveira, A. M. de Farias, F. A. S. Neves, G. M. S. Azevedo, and F. C. Camboim. Modulation Techniques to Eliminate Leakage Currents in Transformerless Three-Phase Photovoltaic Systems. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 57(4) :1360–1368, April 2010.
- [CRSF12] P. Cortes, J. Rodriguez, C. Silva, and A. Flores. Delay Compensation in Model Predictive Current Control of a Three-Phase Inverter. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 59(2) :1323–1325, February 2012.
- [CVR16] S. Cailhol, P. E. Vidal, and F. Rotella. A generic method of pulse width modulation applied to 3-level T-type NPC inverter. In *2016 IEEE International Power Electronics and Motion Control Conference (PEMC)*, pages 20–25, September 2016.
- [Dan51] G. B. Dantzig. Maximization of a Linear Function of Variables Subject to Linear Inequalities, in *Activity Analysis of Production and Allocation*. Wiley, 1951.

## Bibliographie

- [Dan87] G. B. Dantzig. Origins of the Simplex Method. Technical Report SOL-87-5, Stanford Univ., CA (USA). Systems Optimization Lab., May 1987.
- [Dep77] M. Depenbrock. Pulse width control of a 3-phase inverter with nonsinusoidal phase voltages. In *IEEE-ISPC Conf. Rec*, pages 399–403, 1977.
- [DH15] Yi Deng and R.G. Harley. Space-Vector Versus Nearest-Level Pulse Width Modulation for Multilevel Converters. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 30(6) :2962–2974, June 2015.
- [DLF08] F. Defay, A. M. Llor, and M. Fadel. A Predictive Control With Flying Capacitor Balancing of a Multicell Active Power Filter. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 55(9) :3212–3220, September 2008.
- [DQB<sup>+</sup>15] S. Debnath, Jiangchao Qin, B. Bahrani, M. Saeedifard, and P. Barbosa. Operation, Control, and Applications of the Modular Multilevel Converter : A Review. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 30(1) :37–53, January 2015.
- [dSdSJ11] E.R.C. da Silva, E.C. dos Santos, and C.B. Jacobina. Pulsewidth Modulation Strategies. *IEEE Industrial Electronics Magazine*, 5(2) :37–45, June 2011. 00088.
- [Dur93] Wayne C. Durham. Constrained control allocation. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 16(4) :712–725, 1993.
- [DWNH08] Ning-Yi Dai, Man-Chung Wong, Fan Ng, and Ying-Duo Han. A FPGA-Based Generalized Pulse Width Modulator for Three-Leg Center-Split and Four-Leg Voltage Source Inverters. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 23(3) :1472–1484, May 2008.
- [DWYZ16] A. Dekka, B. Wu, V. Yaramsu, and N. R. Zargari. Dual-stage model predictive control of modular multilevel converter. In *2016 IEEE International Conference on Industrial Technology (ICIT)*, pages 1073–1078, Taipei, Taiwan, March 2016.
- [ERAM16] H. Evain, M. Rognant, D. Alazard, and J. Mignot. Nonlinear dynamic inversion for redundant systems using the EKF formalism. In *2016 American Control Conference (ACC)*, pages 348–353, July 2016.
- [FJP09] Thor I. Fossen, Tor Arne Johansen, and Tristan Perez. A survey of control allocation methods for underwater vehicles. In *Underwater Vehicles*, pages 109–128. INTECH Open Access Publisher, Vienna, Austria, 2009.
- [FLP11] Henri Foch, Philippe Ladoux, and Hubert Piquet. Association de cellules de commutation - Éléments de synthèse des convertisseurs statiques. *Techniques de l'ingénieur Convertisseurs électriques et applications*, base documentaire : TIB253DUO.(ref. article : d3168), 2011.
- [FMM<sup>+</sup>06] Henri Foch, Michel Metz, Thierry Meynard, Hubert Piquet, and Frédéric Richardau. Des dipôles à la cellule de commutation. *Techniques de l'ingénieur Convertisseurs électriques et applications*, base documentaire : TIB253DUO.(ref. article : d3075), 2006.

- [FRL<sup>+</sup>08] L. G. Franquelo, J. Rodriguez, J. I. Leon, S. Kouro, R. Portillo, and M. A. M. Prats. The age of multilevel converters arrives. *IEEE Industrial Electronics Magazine*, 2(2) :28–39, June 2008.
- [Gat97] Guillaume Gateau. *Contribution à la commande des convertisseurs statiques multicellulaires série : commande non-linéaire et commande floue*. PhD thesis, INP Toulouse, Toulouse, 1997. OCLC : 493597607.
- [GBB09] M. Ghanes, F. Bejarano, and J. P. Barbot. On sliding mode and adaptive observers design for multicell converter. In *2009 American Control Conference*, pages 2134–2139, June 2009.
- [GFBAH<sup>+</sup>14] L. A. Grégoire, H. Fortin-Blanchette, K. Al-Haddad, W. Li, and J. Bélanger. Real-time simulation of modular multilevel converter on FPGA with sub-microsecond time-step. In *IECON 2014 - 40th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*, pages 3797–3802, October 2014. 00003.
- [GFM<sup>+</sup>02] G. Gateau, M. Fadel, P. Maussion, R. Bensaid, and T.A. Meynard. Multicell converters : active control and observation of flying-capacitor voltages. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 49(5) :998–1008, October 2002.
- [GHS13] Florian Gensheimer, Michael Helmling, and Stefan Scholl. Towards Hardware Implementation of the Simplex Algorithm for LP Decoding. In *Proceedings of the 2nd Young Researcher Symposium by Center for Mathematical and Computational Modelling (CM)<sup>2</sup>*, Kaiserslautern, November 2013.
- [GPC<sup>+</sup>16] A. M. Y. M. Ghias, J. Pou, G. J. Capella, P. Acuna, and V. G. Agelidis. On Improving Phase-Shifted PWM for Flying Capacitor Multilevel Converters. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 31(8) :5384–5388, August 2016.
- [GTARBB16] M. Ghanes, M. Trabelsi, H. Abu-Rub, and L. Ben-Brahim. Robust Adaptive Observer-Based Model Predictive Control for Multilevel Flying Capacitors Inverter. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 63(12) :7876–7886, December 2016.
- [Hä03] Ola Härkegård. *Backstepping and control allocation with applications to flight control*. PhD thesis, Linköping University, Linköping, Sweden, 2003.
- [HAN<sup>+</sup>13] L. Harnefors, A. Antonopoulos, S. Norrga, L. Angquist, and H. P. Nee. Dynamic Analysis of Modular Multilevel Converters. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 60(7) :2526–2537, July 2013.
- [Har02] O. Harkegard. Efficient active set algorithms for solving constrained least squares problems in aircraft control allocation. In *Proceedings of the 41st IEEE Conference on Decision and Control*, 2002, volume 2, pages 1295–1300 vol.2, December 2002.
- [Haw12] D. W. Hawkins. Altera JTAG-to-Avalon-MM Tutorial. Technical report, California Institute of Technology, California, USA, March 2012.

## Bibliographie

- [HG84] John A. Houldsworth and Duncan A. Grant. The Use of Harmonic Distortion to Increase the Output Voltage of a Three-Phase PWM Inverter. *IEEE Transactions on Industry Applications*, IA-20(5) :1224–1228, September 1984. 00369.
- [HJP<sup>+</sup>01] James A. Hanley, Lawrence Joseph, Robert W. Platt, Moo K. Chung, and Patrick Belisle. Visualizing the Median as the Minimum-Deviation Location. *The American Statistician*, 55(2) :150–152, May 2001.
- [HKL98] A.M. Hava, R.J. Kerkman, and T.A. Lipo. A high-performance generalized discontinuous PWM algorithm. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 34(5) :1059–1071, September 1998.
- [HL03] D. Grahame Holmes and Thomas A. Lipo. *Pulse Width Modulation for Power Converters : Principles and Practice*. Wiley-Blackwell, Hoboken, NJ, October 2003.
- [HLL87] J. Holtz, Peter Lammert, and W. Lotzkat. High-Speed Drive System with Ultrasonic MOSFET PWM Inverter and Single-Chip Microprocessor Control. *IEEE Transactions on Industry Applications*, IA-23(6) :1010–1015, November 1987. 00125.
- [HMA11] M. Hagiwara, R. Maeda, and H. Akagi. Control and Analysis of the Modular Multilevel Cascade Converter Based on Double-Star Chopper-Cells (MMCC-DSCC). *IEEE Transactions on Power Electronics*, 26(6) :1649–1658, June 2011.
- [HN17] Antoine Hanna Nohra. *Commande de filtres actifs parallèles sur un réseau fortement perturbé*. PhD thesis, Toulouse, INPT, January 2017.
- [Hol92] D.G. Holmes. The general relationship between regular-sampled pulse-width-modulation and space vector modulation for hard switched converters. In , *Conference Record of the 1992 IEEE Industry Applications Society Annual Meeting, 1992*, pages 1002–1009 vol.1, October 1992.
- [Hol94] J. Holtz. Pulsewidth modulation for electronic power conversion. *Proceedings of the IEEE*, 82(8) :1194–1214, August 1994.
- [Hol96] D. G. Holmes. The significance of zero space vector placement for carrier-based PWM schemes. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 32(5) :1122–1129, 1996. 00293.
- [HQ13] J. Holtz and Xin Qi. Optimal Control of Medium-Voltage Drives #x2014;An Overview. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 60(12) :5472–5481, December 2013.
- [HSCH13] C. C. Hou, C. C. Shih, P. T. Cheng, and A. M. Hava. Common-Mode Voltage Reduction Pulsewidth Modulation Techniques for Three-Phase Grid-Connected Converters. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 28(4) :1971–1979, April 2013.
- [HU14] Jean-Baptiste Hiriart-Urruty. La géométrie du triangle et l'optimisation convexe font bon ménage. *Quadrature*, 94 :1–12, 2014.

- [IAH<sup>+</sup>11] Kalle Ilves, Antonios Antonopoulos, Lennart Harnefors, Staffan Norrga, Lennart Angquist, and Hans-Peter Nee. Capacitor voltage ripple shaping in modular multilevel converters allowing for operating region extension. pages 4403–4408. IEEE, November 2011.
- [JF13] Tor A. Johansen and Thor I. Fossen. Control allocation—A survey. *Automatica*, 49(5) :1087–1103, May 2013. 00277.
- [JLdS97] C.B. Jacobina, A.M.N. Lima, and E.R.C. da Silva. PWM space vector based in digital scalar modulation. In *, 28th Annual IEEE Power Electronics Specialists Conference, 1997. PESC '97 Record*, volume 1, pages 606–611, June 1997.
- [JLdS<sup>+</sup>01] C. B. Jacobina, A. M. N. Lima, E.R.C. da Silva, R. N. C. Alves, and Paulo Fernando Seixas. Digital scalar pulse-width modulation : a simple approach to introduce nonsinusoidal modulating waveforms. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 16(3) :351–359, May 2001.
- [KB07] W. Kang and J-P Barbot. Discussions on observability and invertibility. *IFAC Proceedings Volumes*, 40(12) :426–431, January 2007.
- [KCF04] Xiaomin Kou, K. A. Corzine, and Y. L. Familiant. A unique fault-tolerant design for flying capacitor multilevel inverter. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 19(4) :979–987, July 2004.
- [KCV<sup>+</sup>09] S. Kouro, P. Cortes, R. Vargas, U. Ammann, and J. Rodriguez. Model Predictive Control—A Simple and Powerful Method to Control Power Converters. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 56(6) :1826–1838, June 2009.
- [KEZ91] J.W. Kolar, H. Ertl, and Franz C. Zach. Minimizing the current harmonics RMS value of three-phase PWM converter systems by optimal and suboptimal transition between continuous and discontinuous modulation. In *22nd Annual IEEE Power Electronics Specialists Conference, 1991. PESC '91 Record*, pages 372–381, June 1991. 00056.
- [KFR<sup>+</sup>11] M. P. Kazmierkowski, L. G. Franquelo, J. Rodriguez, M. A. Perez, and J. I. Leon. High-Performance Motor Drives. *IEEE Industrial Electronics Magazine*, 5(3) :6–26, September 2011.
- [KGP16] T. Komrska, T. Glasberger, and Z. Peroutka. Universal PWM Modulator for Multiphase Drives With a Minimum Infinity-Norm Approach. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 63(10) :5979–5987, October 2016.
- [KM98] M. P. Kazmierkowski and L. Malesani. Current control techniques for three-phase voltage-source PWM converters : a survey. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 45(5) :691–703, October 1998.
- [KPR<sup>+</sup>15] S. Kouro, M. A. Perez, J. Rodriguez, A. M. Llor, and H. A. Young. Model Predictive Control : MPC's Role in the Evolution of Power Electronics. *IEEE Industrial Electronics Magazine*, 9(4) :8–21, December 2015. 00042.

## Bibliographie

- [KPS10] S. Karimi, P. Poure, and S. Saadate. An HIL-Based Reconfigurable Platform for Design, Implementation, and Verification of Electrical System Digital Controllers. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 57(4) :1226–1236, April 2010.
- [KS04] Jang-Hwan Kim and Seung-Ki Sul. A carrier-based PWM method for three-phase four-leg voltage source converters. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 19(1) :66–75, January 2004.
- [LDCF11] Xiangsheng Li, Zhiqian Deng, Zhida Chen, and Qingzhao Fei. Analysis and Simplification of Three-Dimensional Space Vector PWM for Three-Phase Four-Leg Inverters. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 58(2) :450–464, February 2011.
- [Lie06] Anne-Marie Lienhardt. *Étude de la commande et de l'observation d'une nouvelle structure de conversion d'énergie de type SMC (Convertisseur Multicellulaire Superposé)*. PhD thesis, Toulouse, INPT, January 2006.
- [LKF<sup>+</sup>16] J. I. Leon, S. Kouro, L. G. Franquelo, J. Rodriguez, and B. Wu. The Essential Role and the Continuous Evolution of Modulation Techniques for Voltage-Source Inverters in the Past, Present, and Future Power Electronics. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 63(5) :2688–2701, May 2016.
- [LM03] A. Lesnicar and R. Marquardt. An innovative modular multilevel converter topology suitable for a wide power range. In *Power Tech Conference Proceedings, 2003 IEEE Bologna*, volume 3, June 2003.
- [LPM<sup>+</sup>10] P. Lezana, J. Pou, T. A. Meynard, J. Rodriguez, S. Ceballos, and F. Richardieu. Survey on Fault Operation on Multilevel Inverters. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 57(7) :2207–2218, July 2010.
- [LSB95] Francis Labrique, Guy Séguier, and Robert Baussière. *Les convertisseurs de l'électronique de puissance*. Technique et documentation Lavoisier, Paris, 2e édition revue et augmentée edition, 1995.
- [LSML<sup>+</sup>07] X. Lin-Shi, F. Morel, A. M. Llor, B. Allard, and J. M. Retif. Implementation of Hybrid Control for Motor Drives. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 54(4) :1946–1952, August 2007.
- [LYX<sup>+</sup>15] B. Li, R. Yang, D. Xu, G. Wang, W. Wang, and D. Xu. Analysis of the Phase-Shifted Carrier Modulation for Modular Multilevel Converters. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 30(1) :297–310, January 2015.
- [MC76] R. Middlebrook and Slobodan Cuk. A general unified approach to modelling switching-converter power stages. pages 18–34. IEEE, June 1976.
- [MDGG05] Max Marty, Daniel Dixneuf, and Delphine Gilabert Garcia. *Principes d'électrotechnique : Cours et exercices corrigés*. Dunod, Paris, August 2005. 00011.
- [MELD17] S. Mojlish, N. Erdogan, D. Levine, and A. Davoudi. Review of Hardware Platforms for Real-Time Simulation of Electric Machines. *IEEE Transactions on Transportation Electrification*, 3(1) :130–146, March 2017.

- [MF92] T.A. Meynard and H. Foch. Multi-Level Choppers for High Voltage Applications. *EPE Journal*, 2(1) :45–50, January 1992.
- [MFA97] T.A. Meynard, M. Fadel, and N. Aouda. Modeling of multilevel converters. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 44(3) :356–364, June 1997.
- [MFT<sup>+</sup>02] T. A. Meynard, H. Foch, P. Thomas, J. Courault, R. Jakob, and M. Nahrstaedt. Multicell converters : basic concepts and industry applications. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 49(5) :955–964, October 2002.
- [MGL10] P. Münch, D. Görges, M. Izák, and S. Liu. Integrated current control, energy control and energy balancing of Modular Multilevel Converters. In *IECON 2010 - 36th Annual Conference on IEEE Industrial Electronics Society*, pages 150–155, November 2010.
- [MH02] B.P. McGrath and D.G. Holmes. Multicarrier PWM strategies for multilevel inverters. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 49(4) :858–867, August 2002.
- [Min07] Michel Minoux. *Programmation mathématique : Théorie et algorithmes*. Tec & Doc Lavoisier, Paris, 2e édition edition, December 2007.
- [MIN11] E. Monmasson, L. Idkhajine, and M. W. Naouar. FPGA-based Controllers. *IEEE Industrial Electronics Magazine*, 5(1) :14–26, March 2011.
- [MJK04] M. Malinowski, M. Jasinski, and M. P. Kazmierkowski. Simple direct power control of three-phase PWM rectifier using space-vector modulation (DPC-SVM). *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 51(2) :447–454, April 2004.
- [MK11] Sparsh Mittal and Praveen Kumar. Design exploration and implementation of simplex algorithm over reconfigurable computing platforms. pages 204–209, India, 2011.
- [MKT03] M. Malinowski, M. P. Kazmierkowski, and A. M. Trzynadlowski. A comparative study of control techniques for PWM rectifiers in AC adjustable speed drives. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 18(6) :1390–1396, November 2003.
- [MLSR<sup>+</sup>09] F. Morel, X. Lin-Shi, J. M. Retif, B. Allard, and C. Buttay. A Comparative Study of Predictive Current Control Schemes for a Permanent-Magnet Synchronous Machine Drive. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 56(7) :2715–2728, July 2009.
- [MMGH07] B.P. McGrath, T. Meynard, G. Gateau, and D.G. Holmes. Optimal Modulation of Flying Capacitor and Stacked Multicell Converters Using a State Machine Decoder. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 22(2) :508–516, March 2007.
- [Mon09a] Eric Monmasson. *Commande rapprochée de convertisseur statique 1, modulation de largeur d'impulsion*. Hermès Science : Lavoisier, Paris, 2009. OCLC : 649654764.
- [Mon09b] Eric Monmasson. *Commande rapprochée de convertisseur statique 2, contrôle en courant*. Hermès Science : Lavoisier, Paris, 2009. OCLC : 649654766.

## Bibliographie

- [NLDD15] A. Nami, J. Liang, F. Dijkhuizen, and G. D. Demetriades. Modular Multilevel Converters for HVDC Applications : Review on Converter Cells and Functionalities. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 30(1) :18–36, January 2015.
- [noa17] Avalon Interface Specifications. Documentation MNL-AVABUSREF, Intel, May 2017.
- [OAN90] S. Ogasawara, H. Akagi, and A. Nabae. A novel PWM scheme of voltage source inverters based on space vector theory. *Archiv für Elektrotechnik*, 74(1) :33–41, January 1990.
- [OB13] Tarek Ould Bachir. *Opérateurs et engins de calcul en virgule flottante et leur application à la simulation en temps réel sur FPGA*. phd, École Polytechnique de Montréal, August 2013.
- [PBG<sup>+</sup>14] Marc Petit, Seddik Bacha, Xavier Guillaud, Hervé Morel, Dominique Planson, and Bertrand RAISON. Les réseaux HVDC multi-terminaux : des défis multiples en génie électrique. In *Symposium de Génie Électrique 2014*, Cachan, France, July 2014.
- [PBR<sup>+</sup>15] M. A. Perez, S. Bernet, J. Rodriguez, S. Kouro, and R. Lizana. Circuit Topologies, Modeling, Control Schemes, and Applications of Modular Multilevel Converters. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 30(1) :4–17, January 2015.
- [PCK<sup>+</sup>15] J. Pou, S. Ceballos, G. Konstantinou, V. G. Agelidis, R. Picas, and J. Zaragoza. Circulating Current Injection Methods Based on Instantaneous Information for the Modular Multilevel Converter. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 62(2) :777–788, February 2015.
- [PFP<sup>+</sup>03] M.M. Prats, L.G. Franquelo, R. Portillo, J.I. Leon, E. Galvan, and J.M. Carrasco. A 3-D space vector modulation generalized algorithm for multilevel converters. *IEEE Power Electronics Letters*, 1(4) :110–114, December 2003.
- [PFR12] M. A. Pérez, R. Lizana F, and J. Rodríguez. Decoupled current control of modular multilevel converter for HVDC applications. In *2012 IEEE International Symposium on Industrial Electronics*, pages 1979–1984, May 2012.
- [PPP<sup>+</sup>03] M. A. Perales, M. M. Prats, R. Portillo, J. L. Mora, J. I. Leon, and L. G. Franquelo. Three-dimensional space vector modulation in abc coordinates for four-leg voltage source converters. *IEEE Power Electronics Letters*, 1(4) :104–109, December 2003.
- [PR11] M. A. Pérez and J. Rodríguez. Generalized modeling and simulation of a modular multilevel converter. In *2011 IEEE International Symposium on Industrial Electronics*, pages 1863–1868, June 2011.
- [QAG14] Daniel E. Quevedo, Ricardo P. Aguilera, and Tobias Geyer. Predictive Control in Power Electronics and Drives : Basic Concepts, Theory, and Methods. In Teresa Orłowska-Kowalska, Frede Blaabjerg, and José Rodríguez, editors, *Advanced and Intelligent Control in Power Electronics and Drives*, number 531 in Studies in

- Computational Intelligence, pages 181–226. Springer International Publishing, 2014. DOI : 10.1007/978-3-319-03401-0\_5.
- [QS12] J. Qin and M. Saeedifard. Predictive Control of a Modular Multilevel Converter for a Back-to-Back HVDC System. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 27(3) :1538–1547, July 2012.
- [RAK<sup>+</sup>17] C. A. Rojas, M. Aguirre, S. Kouro, T. Geyer, and E. Gutierrez. Leakage Current Mitigation in Photovoltaic String Inverter Using Predictive Control With Fixed Average Switching Frequency. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, PP(99) :1–1, 2017.
- [RBM02] F. Richardieu, P. Baudesson, and T.A. Meynard. Failures-tolerance and remedial strategies of a PWM multicell inverter. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 17(6) :905–912, November 2002.
- [RKE<sup>+</sup>13] J. Rodriguez, M. P. Kazmierkowski, J. R. Espinoza, P. Zanchetta, H. Abu-Rub, H. A. Young, and C. A. Rojas. State of the Art of Finite Control Set Model Predictive Control in Power Electronics. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 9(2) :1003–1016, May 2013.
- [RLDD99] M.J. Ryan, R.D. Lorenz, and R.W. De Doncker. Modeling of multileg sine-wave inverters : a geometric approach. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 46(6) :1183–1191, December 1999.
- [RPS<sup>+</sup>07] J. Rodriguez, J. Pontt, C. A. Silva, P. Correa, P. Lezana, P. Cortes, and U. Ammann. Predictive Current Control of a Voltage Source Inverter. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 54(1) :495–503, February 2007.
- [RYL<sup>+</sup>13] M. Rivera, V. Yaramasu, A. Llor, J. Rodriguez, B. Wu, and M. Fadel. Digital Predictive Current Control of a Three-Phase Four-Leg Inverter. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 60(11) :4903–4912, November 2013.
- [Saa15] Hani Aziz Saad. *Modélisation et simulation d'une liaison HVDC de type VSC-MMC*. phd, École Polytechnique de Montréal, March 2015.
- [SAI<sup>+</sup>10] D. Siemaszko, A. Antonopoulos, K. Ilves, M. Vasiladiotis, L. Ängquist, and H. P. Nee. Evaluation of control and modulation methods for modular multilevel converters. In *Power Electronics Conference (IPEC), 2010 International*, pages 746–753, June 2010.
- [Sei88] Paulo Fernando Seixas. *Commande numérique d'une machine synchrone autopilotée : méthode algébrique de modulation de largeur d'impulsion : algorithmes de contrôle et de régulation des courants*. PhD thesis, Toulouse, INPT, January 1988.
- [Sep17] Léopold Sepulchre. *Pour l'optimisation de la commande des machines synchrones à aimants permanents en régime de haute vitesse pour véhicule électrique*. phd, INP Toulouse, March 2017.
- [Sma90] Christopher G. Small. A Survey of Multidimensional Medians. *International Statistical Review / Revue Internationale de Statistique*, 58(3) :263–277, 1990.

## Bibliographie

- [SS64] A. Schonung and H. Stemmler. Static frequency changers with subharmonic control in conjunction with reversible variable speed ac drives. *Brown Boveri Rev*, 51(8/9) :555–577, 1964.
- [SS14] Eduard Hernando Solano Saenz. *Étude des convertisseurs multicellulaires série - parallèle et de leurs stratégies de commande, approches linéaire et prédictive*. Thèse, INP Toulouse, Toulouse, November 2014.
- [Tac98] Olivier Tachon. *Commande découplante linéaire des convertisseurs multicellulaires série : modélisation, synthèse et expérimentation*. Thèse de doctorat, Institut national polytechnique, Toulouse, France, 1998.
- [TLT08] S. C. Tan, Y. M. Lai, and C. K. Tse. General Design Issues of Sliding-Mode Controllers in DC-DC Converters. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 55(3) :1160–1174, March 2008.
- [TOI88] K. Taniguchi, Y. Ogino, and H. Irie. PWM technique for power MOSFET inverter. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 3(3) :328–334, July 1988.
- [Var14] Savvas Varsamopoulos. *Implementation of FPGA Accelerator for a Simplex Algorithm Solver*. Master thesis, Aristotle University of Thessaloniki, Thessaloniki, Greece, 2014.
- [VdBSS88] H.W. Van der Broeck, H.-C. Skudelny, and G.V. Stanke. Analysis and realization of a pulselwidth modulator based on voltage space vectors. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 24(1) :142–150, January 1988.
- [VLF<sup>+</sup>14] S. Vazquez, J.I. Leon, L.G. Franquelo, J. Rodriguez, H.A. Young, A. Marquez, and P. Zanchetta. Model Predictive Control : A Review of Its Applications in Power Electronics. *IEEE Industrial Electronics Magazine*, 8(1) :16–31, March 2014.
- [VMI<sup>+</sup>17] A. Videt, M. Messaoudi, N. Idir, H. Boulharts, and H. Vang. PWM Strategy for the Cancellation of Common-Mode Voltage Generated by Three-Phase Back-to-Back Inverters. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 32(4) :2675–2686, April 2017.
- [YRWR13] V. Yaramasu, M. Rivera, Bin Wu, and J. Rodriguez. Model Predictive Current Control of Two-Level Four-Leg Inverters—Part I : Concept, Algorithm, and Simulation Analysis. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 28(7) :3459–3468, July 2013.
- [ZBS<sup>+</sup>17] Ahmed Zama, Abdelkrim Benchaib, Bacha Seddik, David Frey, and Sébastien Silvant. High Dynamics Control for MMC Based on Exact Discrete-Time Model with Experimental Validation. *IEEE Transactions on Power Delivery*, PP :1–1, May 2017.
- [ZPBL02] R. Zhang, V. H. Prasad, D. Boroyevich, and F. C. Lee. Three-dimensional space vector modulation for four-leg voltage-source converters. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 17(3) :314–326, May 2002.

## *Bibliographie*

- [ZSF<sup>+</sup>16] Ahmed Zama, Ait Mansour Said, David Frey, Abdelkrim Benchaib, Bacha Seddik, and B Luscan. A comparative assessment of different balancing control algorithms for modular multilevel converter (MMC). pages 1–10, September 2016.



# Liste des acronymes

A|C|D|F|G|H|I|L|M|N|O|P|R|S|T|V

## A

**ASPWM** Adaptive Sinus Pulse-Width Modulation [89](#), [95](#), [97](#), [99](#), [189](#), [192](#), [194](#), [195](#), voir modulation de largeur d'impulsion sinusoïdale adaptative

## C

**CCHT** courant continu haute tension . voir *glossaire* : courant continu haute tension

**CHB** Cascaded H-Bridge ..... [1](#), [130](#)

**CMCF** convertisseur multicellulaire à condensateurs flottants ... [113](#), voir *glossaire* : convertisseur multicellulaire à condensateurs flottants

**CMM** convertisseur modulaire multiniveaux ..... [129](#), voir *glossaire* : convertisseur modulaire multiniveaux

**CPO-ECC** commande prédictive optimale à ensemble de commande continu ..... voir *glossaire* : commande prédictive optimale à ensemble de commande continu

**CPO-ECF** commande prédictive optimale à ensemble de commande fini . voir *glossaire* : commande prédictive optimale à ensemble de commande fini

**CVS** convertisseurs statiques [3](#), [4](#), [31–33](#), [38](#), [41](#), [44](#), [45](#), [47](#), [48](#), [50](#), [55–57](#), [60–62](#), [67](#), [99](#), [101](#), [102](#), [127](#), [153](#), [155](#), [159](#), [201](#), [203](#), [204](#), [207](#), voir *glossaire* : convertisseurs statiques

## D

**DPWM** Discontinuous Pulse-Width Modulation .. [20](#), [97](#), voir modulation de largeur d'impulsion discontinue

**DPWM<sub>max</sub>** Discontinuous Pulse-Width Modulation maximum .... [21](#), [89](#), [95](#), [97](#), [99](#), voir modulation de largeur d'impulsion discontinue maximale

**DPWM<sub>min</sub>** Discontinuous Pulse-Width Modulation minimum .. [21](#), [74](#), [89](#), [95](#), [97](#), [99](#), [103](#), [189](#), [193](#), voir modulation de largeur d'impulsion discontinue minimale

## F

**FCC** Flying Capacitor Converter ..... [1](#)

**FCS-PTC** Finite Control Set Predictive Torque Control . [39](#), [204](#), en français commande prédictive optimale à ensemble de commande fini

## Liste des acronymes

<b>FIFO</b>	First In First Out ..... 166–169, 171, <i>voir glossaire</i> : file
<b>FPGA</b>	Field Programmable Gate Array ... ii, iii, 4, 15, 34, 155, 156, 159, 175, 178, 179, 184–186, 205, <i>voir glossaire</i> : réseau de portes programmables sur place
<b>G</b>	
<b>GDPWM</b>	General Discontinuous Pulse-Width Modulation 20, <i>en français</i> modulation de largeur d’impulsion discontinue généralisée
<b>H</b>	
<b>HIL</b>	Hardware-In-the-Loop . ii, 156, 175–179, 181, 183, 185, 187–189, 191, 193–195, 197, 198, <i>voir glossaire</i> : Hardware-In-the-Loop
<b>HVDC</b>	High Voltage Direct Current . i, iii, 1, 130, <i>voir</i> courant continu haute tension
<b>I</b>	
<b>INELFE</b>	Interconnexion Électrique France–Espagne ..... 1, 130, <i>voir glossaire</i> : Interconnexion Électrique France–Espagne
<b>L</b>	
<b>LED</b>	Light Emitting Diode ..... <i>en français</i> DEL
<b>LSPWM</b>	Level Shift Pulse-Width Modulation ..... 29, <i>voir</i> modulation de largeur d’impulsion à porteuses superposées
<b>M</b>	
<b>MLI</b>	modulation de largeur d’impulsion .... 12–15, 18–22, 26, 27, 35, 37–40, 42, 50, 64, 73, 77, 78, 93, 127, 148, 194, 203, 204, <i>voir glossaire</i> : modulation de largeur d’impulsion
<b>MLI-D</b>	modulation de largeur d’impulsion discontinue <i>voir glossaire</i> : modulation de largeur d’impulsion discontinue
<b>MLI-DG</b>	modulation de largeur d’impulsion discontinue généralisée .... <i>voir glossaire</i> : modulation de largeur d’impulsion discontinue généralisée
<b>MLI-Dmax</b>	modulation de largeur d’impulsion discontinue maximale .... <i>voir glossaire</i> : modulation de largeur d’impulsion discontinue maximale
<b>MLI-Dmin</b>	modulation de largeur d’impulsion discontinue minimale .... <i>voir glossaire</i> : modulation de largeur d’impulsion discontinue minimale
<b>MLI-IOM</b>	modulation de largeur d’impulsion à injection de l’opposé de la médiane des tensions de référence 93, <i>voir glossaire</i> : modulation de largeur d’impulsion à injection de l’opposé de la médiane
<b>MLI-PEL</b>	modulation de largeur d’impulsion à porteuses entrelacées . 28, 110, 129, <i>voir glossaire</i> : modulation de largeur d’impulsion à porteuses entrelacées

<b>MLI-PS</b>	modulation de largeur d'impulsion à porteuses superposées 28, <i>voir glossaire</i> : modulation de largeur d'impulsion à porteuses superposées
<b>MLI-S</b>	modulation de largeur d'impulsion sinusoïdale 14, 15, 18–20, 45, <i>voir glossaire</i> : modulation de largeur d'impulsion sinusoïdale
<b>MLI-SA</b>	modulation de largeur d'impulsion sinusoïdale adaptative . 95, <i>voir glossaire</i> : modulation de largeur d'impulsion sinusoïdale adaptative
<b>MMC</b>	Modular Multilevel Converter ..... 1, 2, 101, 129, 130, 132–134, 136, 138–142, 144, 147, 148, 152, 153, 202, 203, 206, <i>en français</i> convertisseur modulaire multiniveaux
<b>MMI</b>	Modular Multilevel Inverter ..... <i>voir</i> convertisseur modulaire multiniveaux
<b>N</b>	
<b>NLC</b>	Nearest Level Control ..... 133
<b>NPC</b>	Neutral-Point-Clamped Converter ..... 1
<b>O</b>	
<b>OMCF</b>	onduleur multicellulaire à condensateurs flottants .... 101–105, 107, 108, 110, 111, 117, 152, 178, 203, <i>voir glossaire</i> : onduleur multicellulaire à condensateurs flottants
<b>OMIPWM</b>	Opposite Median Voltage Pulse-Width Modulation 83, 89, 93, 97, 99, 109, 187, 189, 191, 197, <i>voir</i> modulation de largeur d'impulsion à injection de l'opposé de la médiane
<b>OMM</b>	onduleur modulaire multiniveaux ..... 101, <i>voir</i> convertisseur modulaire multiniveaux
<b>OPTC</b>	Optimal Predictive Torque Control..... 39, <i>en français</i> commande prédictive optimale à ensemble de commande continu
<b>P</b>	
<b>PDPWM</b>	Phase Disposition Pulse-Width Modulation 28–30, <i>voir</i> modulation de largeur d'impulsion à porteuses superposées
<b>PIO</b>	Parallel Input/Output .... 178–183, 187, <i>voir glossaire</i> : périphérique parallèle entrée/sortie
<b>POL</b>	problème d'optimisation linéaire 58, 60, 69, 83, 106, 119, 120, 139, 145, 148, 153, 157–159, 162–167, 211–213, <i>voir glossaire</i> : problème d'optimisation linéaire
<b>PSPWM</b>	Phase Shift Pulse-Width Modulation 28–30, 34, 106, 123–129, 133, 139, 146, 152, <i>voir</i> modulation de largeur d'impulsion à porteuses entrelacées
<b>PTC</b>	Predictive Torque Control .. 39, <i>en français</i> commande prédictive optimale à ensemble de commande fini

*Liste des acronymes*

<b>PWM</b>	Pulse-Width Modulation . . . . . 12, <i>voir</i> modulation de largeur d'impulsion
<b>R</b>	
<b>RAM</b>	Random Access Memory . 163, 165, 166, 169–174, 178, 179, 183, <i>voir glossaire</i> : mémoire à accès non séquentiel
<b>RSPWM</b>	Regular-Sampled Symmetric Pulse-Width Modulation 18, 28, 68, 73, 75, 77, 99
<b>S</b>	
<b>SHE</b>	Selective Harmonic Elimination . . . . . 133
<b>SPWM</b>	Sinusoidal Pulse-Width Modulation 14, 17, 19, 94, <i>voir</i> modulation de largeur d'impulsion sinusoïdale
<b>SVM</b>	Space Vector Modulation 25–28, 30, 31, 37, 50, 61, 64, 65, 72–75, 83, 89, 97, 103, 106, 107, 153, <i>voir glossaire</i> : Space Vector Modulation
<b>T</b>	
<b>TDH</b>	taux de distorsion harmonique <i>voir glossaire</i> : taux de distorsion harmonique
<b>THD</b>	Total Harmonic Distortion . . . . . <i>voir</i>
<b>V</b>	
<b>VHDL</b>	VHSIC Hardware Description Language . . . . . 157, 204, <i>voir glossaire</i> : VHSIC Hardware Description Language

# Glossaire

A | C | D | F | H | I | M | O | P | R | S | T | V | Z

## A

### Algorithme du simplexe

Méthode itérative de résolution d'un problème d'optimisation linéaire avec contraintes égalités et/ou inégalités 58, 60, 69, 71, 85, 97, 104, 106, 118, 123, 129, 139, 145, 146, 159, 162, 174, 198, 203, 204, 211, 213

### Approche « interrupteur »

Approche pour la formulation de problèmes de commande dont les variables de commande sont les temps d'utilisation des cellules de commutation du convertisseur relativement à la période de découpage ..... 105–107

### Approche « vecteur »

Approche pour la formulation de problèmes de commande dont les variables de commande sont les temps d'utilisation des vecteurs du convertisseur relativement à la période de découpage ..... 66, 106

## C

### Cellule de commutation

Association de deux interrupteurs de puissance commandés dont les états sont complémentaires ..... 8, 10, 13, 17, 22, 27, 75, 88, 101–107, 110, 111, 113, 115, 124, 132, 148

### Condensateur flottant

Dans une structure de conversion statique multicellulaire, condensateur qui joue le rôle de source de tension quasi-statique, la tension duquel la sollicitation permet d'obtenir des niveaux supplémentaires. 110, 111, 113, 115

### Convertisseur modulaire multiniveaux

Topologie de conversion multiniveaux reposant sur la contribution en tension de multiples sous-modules de puissance au sein d'un même bras. Les modules sont ou bien insérés dans le demi-bras et participent à la tension obtenue sur le bras, ou bien déconnectés du demi-bras et ne contribuent plus à la production de tension. ..... 129

### Convertisseur multicellulaire à condensateurs flottants

Topologie de conversion multiniveaux à plusieurs cellules de commutation par bras. Les différents niveaux de tension sont obtenus grâce à l'association de plusieurs cellules de commutation et de condensateurs ..... 113

### **Convertisseur statique**

Type de dispositif électronique piloté pour la conversion statique (par opposition à la conversion utilisant des systèmes non statiques, comme des machines électriques couplées) d'énergie électrique entre une source et un récepteur [3](#), [31](#), [33](#), [44](#), [47](#), [61](#), [99](#), [102](#), [153](#), [159](#), [201](#)

### **Courant continu haute tension**

Type de réseau ou liaison, en particulier à courant continu et à haut tension, en forte progression depuis le début des années 2010 suite au succès de l'utilisation de la technologie MMC pour la conversion statique forte puissance entre réseaux de différentes caractéristiques. Un avantage certain est la quasi-absence de perte de puissance réactive, au contraire des réseaux en courant alternatif. *voir* convertisseur modulaire multiniveaux

## D

### **Demi-bras d'un convertisseur modulaire multiniveaux**

Partie inférieure ou supérieure d'un bras du convertisseur modulaire multiniveaux [130](#), [132](#), [137](#), [139](#), [140](#), [143](#), *voir* convertisseur modulaire multiniveaux

## F

### **File (FIFO)**

Mémoire dont le fonctionnement repose sur le principe du « premier arrivé, premier sorti » ..... [166](#)

### **Forme canonique**

Forme d'un problème d'optimisation linéaire dans laquelle les contraintes sont sous forme inégalité, de sorte que le problème s'écritre

$$\begin{aligned} \min_x J, \quad & J = c^T x \\ \text{s.c.} \quad & Ax \leq b \end{aligned}$$

[211](#)

### **Forme standard**

Forme d'un problème d'optimisation linéaire dans laquelle les contraintes sont sous forme égalité, de sorte que le problème s'écritre

$$\begin{aligned} \min_x J, \quad & J = c^T x \\ \text{s.c.} \quad & Ax = b \\ & 0 \leq x \end{aligned}$$

[70](#), [71](#), [165](#), [212](#)

## H

**Hardware-In-the-Loop**

Technique de vérification de conception de circuits de commande temps réel par simulation qui tient compte de la complexité du système à commander grâce à l'utilisation de modèles mathématiques dynamiques ..... **ii, 156, 176, 198**

**I****Interconnexion Électrique France-Espagne**

Projet Interconnexion Électrique France-Espagne. Liaison HVDC à technologie MMC bidirectionnelle commerciale entre la France et l'Espagne, inaugurée en 2015, de  $2 \times 1000$  MW en  $\pm 320$  kV sur environ 65 km. Voir <https://www.inelfe.eu/fr> ..... **130**

**M****Mémoire à accès non séquentiel (RAM)**

Ensemble de registres, dont le registre de données peut être configuré en entrée et/ou en sortie, et qui est souvent utilisé en tant qu'interface avec un processeur pour l'envoi ou l'acquisition de données sur un bus informatique ..... **163, 178**

**Méthode d'allocation**

Méthode de résolution d'un problème d'allocation, qui présente des degrés de liberté et dont il faut trouver une solution de commande ..... **61, 102, 124, 125, 139, 145, 147**

**Modulation de largeur d'impulsion**

Méthode pour obtenir une valeur de tension en moyenne sur une période de découpage grâce à des impulsions de largeur réglable ..... **12, 35, 50, 64, 127, 148, 194, 203**

**Modulation de largeur d'impulsion à injection de l'opposé de la médiane**

Solution de modulation issue des méthodes d'allocation pour l'onduleur quatre bras deux niveaux qui utilise l'opposé de la médiane des tensions de référence comme signal de séquence nulle de tension ..... **93**

**Modulation de largeur d'impulsion à porteuses entrelacées**

Type de modulation multi-niveaux à plusieurs porteuses qui sont déphasées de manière régulière par rapport à la période de découpage ..... **28, 110, 129**

**Modulation de largeur d'impulsion à porteuses superposées**

Type de modulation multi-niveaux à plusieurs porteuses qui sont réparties par niveaux de tension dans une même période de découpage ..... **28**

**Modulation de largeur d'impulsion sinusoïdale**

Méthode pour obtenir une valeur de tension en moyenne sur une période de découpage grâce à des impulsions de largeur réglable ..... **14, 45**

**Modulation de largeur d'impulsion sinusoïdale adaptative**

Solution de modulation issue des méthodes d'allocation pour l'onduleur quatre bras deux niveaux qui éloigne le moins possible la valeur du potentiel neutre de la moitié de la tension du bus continu ..... **95**

## Module de puissance

Élément modulaire de conversion statique fournissant une tension continue, en contribution avec d'autres modules dans un bras de convertisseur modulaire multiniveaux . [101](#), [130](#), [132](#), [133](#), [137–140](#), [143](#), [148](#), [151](#)

## O

### Objectif de commande

Objectif à satisfaire grâce à la stratégie de commande du dispositif envisagée. Parmi les objectifs rencontrés, on trouve :

- l'obtention du système de tensions triphasées de référence ;
- l'équilibrage des grandeurs associées aux éléments de stockage de l'énergie électriques dans les topologies multiniveaux ;
- l'amélioration voire l'optimisation de la qualité harmonique des grandeurs de sortie, tensions et courants ;
- la minimisation des pertes dues aux commutations et à la conduction des interrupteurs de puissance.

[106](#)

### Onduleur multicellulaire à condensateurs flottants

Topologie de convertisseur multiniveaux à plusieurs cellules de commutation par bras. Les différents niveaux de tension sont obtenus grâce à l'association de plusieurs cellules de commutation et de condensateurs ..... [101](#), [104](#), [152](#), [178](#), [203](#), voir convertisseur multicellulaire à condensateurs flottants

### Onduleur quatre bras deux niveaux

Topologie d'onduleur à laquelle un quatrième bras a été ajouté, ce qui permet d'alimenter des systèmes à trois phases et un fil de neutre, de fournir des tensions indépendantes, etc [31](#), [61–64](#), [67](#), [75](#), [77](#), [104](#), [107](#), [176](#), [177](#)

### Onduleur trois bras deux niveaux

Topologie d'onduleur traditionnelle ..... [23](#), [61](#)

## P

### Périphérique parallèle entrée/sortie (PIO)

Ensemble de registres, dont le registre de données peut être configuré en entrée et/ou en sortie, et qui est souvent utilisé en tant qu'interface avec un processeur pour l'envoi ou l'acquisition de données sur un bus informatique..... [178](#)

### Problème d'allocation

Problème d'optimisation défini à partir d'un problème de commande non inversible et contraint par des équations égalités et inégalités ..... [105](#), [106](#)

### Problème d'optimisation linéaire

Problème d'optimisation dont la fonction objectif à minimiser (ou, symétriquement, à maximiser) est une combinaison linéaire des variables de décision, et pour lequel les

contraintes exprimées sur les variables de décision sont des égalités ou inégalités linéaires  
[69](#), [139](#), [157](#), [211](#), [213](#)

## R

### Rapport cyclique

Défini ici comme la valeur comprise entre 0 et 1 qui détermine le temps de fermeture de l'interrupteur correspondant relativement à la période de découpage choisie *voir* période de découpage

### Règle d'anti-cyclage

Règle pour le choix des variables entrantes et sortantes lors d'une itération de l'algorithme du simplexe dont le but est d'éviter de tomber dans un cycle de solutions de base sans jamais pouvoir en sortir ..... [58](#), [167](#), [168](#), [170](#)

### Règle de BLAND

Règle d'anti-cyclage pour laquelle la variable entrante, lorsque c'est possible, est choisie comme étant la première variable hors-base à avoir un coût réduit négatif, dans l'ordre croissant des indices hors-base ..... [167](#), [168](#), [170](#), *voir* règle d'anti-cyclage

### Réseau de portes programmables sur place (FPGA)

Catégorie de composants logiques programmables à technologie RAM [ii](#), [iii](#), [4](#), [15](#), [34](#), [155](#), [156](#), [178](#), [205](#)

## S

### Secteur de tension

Dans la représentation géométrique de l'onduleur traditionnel à trois bras et deux niveaux, zone de tension formée par deux vecteurs de base adjacents, c'est-à-dire différenciés par l'état d'un seul interrupteur ..... [61](#)

### Space Vector Modulation

Méthode de modulation vectorielle qui s'appuie sur la représentation géométrique du convertisseur pour calculer les solutions de rapports cycliques à imposer aux interrupteurs pour obtenir le vecteur de tension de référence indiqué ..... [25](#), [37](#), [50](#), [61](#), [103](#), [153](#)

## T

### Tétraèdre de tension

Dans la représentation géométrique de l'onduleur à quatre bras et deux niveaux, zone de tension formée par trois vecteurs de base adjacents, c'est-à-dire différenciés deux à deux par l'état d'un seul interrupteur ..... [61](#)

## V

### VHSIC Hardware Description Language (VHDL)

Langage de description matériel pour la conception de circuits électroniques numériques  
[157](#), [204](#)

**Z**

**Zone de linéarité de l'onduleur triphasé**

Plage de valeurs de l'amplitude d'un système de tensions triphasées de référence pour laquelle le convertisseur peut fournir un système de tensions triphasées aux caractéristiques identiques d'amplitude et de fréquence .....

**109**



Méthodes de commande par allocation de convertisseurs statiques  
polyphasés, multi-niveaux  
—De la modélisation à la mise en œuvre temps-réel—

## Résumé court

Nous nous intéressons à la commande des convertisseurs statiques à grand nombre d'interrupteurs. Nous formulons des problèmes de pilotage sous-déterminés et contraints compatibles avec les problèmes dits d'allocation de commande rencontrés en aéronautique, en marine ou en robotique. Pour la résolution temps réel, nous concevons de nouvelles méthodes d'allocation pour les convertisseurs statiques reposant sur de l'optimisation numérique en ligne utilisant l'algorithme du simplexe. Les rapports cycliques sont automatiquement optimisés pour satisfaire aux références de tension tout en respectant les saturations et en exploitant les redondances disponibles. Nous mettons en lumière les nombreuses propriétés de nos solutions de modulation à travers plusieurs exemples illustratifs pour plusieurs topologies. Nous mettons en œuvre nos méthodes d'allocation sur une carte FPGA pour démontrer la compatibilité avec des fréquences de modulation élevées et nous vérifions nos résultats en suivant une approche hardware-in-the-loop.

**Mots-clés** *Convertisseurs statiques, allocation de commandes, modulation de largeur d'impulsion, algorithme du simplexe, onduleurs triphasés, onduleurs multi-niveaux.*

Control allocation methods for polyphase, multilevel static converters  
—From modelling to real-time implementation—

## Short abstract

We are interested in control of high-switch-count power converters. We propose formulations of under-determined and constrained control problems. Interestingly, a relevant connection can be highlighted to the so-called control allocation problem encountered in flight control, robotics or marine applications. In order to solve them in real time, we design new control allocation methods for power converters consisting in on-line numerical optimization based on the simplex algorithm. Duty cycles are automatically optimized to satisfy voltage references while respecting saturations and exploiting available redundancies. We highlight the numerous properties of our modulation solutions through several illustrative examples addressing many topologies. We propose a FPGA implementation of our methods in order to validate, by following a hardware-in-the-loop approach, the correct operation of our control circuit for high switching frequencies, as well as the obtaining of the expected solutions.

**Keywords** *Power converters, control allocation, pulse-width modulation, simplex algorithm, triphase inverters, multilevel inverters.*