Table des matières

Table des matières **xi**

Liste des figures **xv**

1 Traitement de l'imagerie vapeur d'eau géostationnaire **11**
1.1 La détection par multi-seuillages dans RDT 11
1.1.1 Algorithme de multi-seuillage 12
1.1.2 Suivi temporel 13
1.1.3 Application à l'image vapeur d'eau 17
1.2 Sélection et classification de structures 21
1.2.1 Caractéristiques 21
1.2.2 Performance d'une sélection 22
1.3 Filtres de sélection satellitaires 23
1.3.1 Durée de vie 24
1.3.2 Évolution en température 24
1.3.3 Gradient périphérique moyen de température 25
1.3.4 Ellipticité 25
1.3.5 Nébulosité de l'environnement proche 26
1.4 Filtres de sélection basés sur l'information modèle 29
1.4.1 Squelette du courant-jet obtenu par morphologie mathématique 30
1.4.2 Filtre basé sur la distance au squelette du courant-jet 34

2 Assimilation des structures cohérentes **39**
2.1 Assimilation de données et structures cohérentes 39
2.1.1 Assimilation de données variationnelle 39
2.1.2 Assimilation de structures cohérentes 42
2.2 La tropopause, une surface aux erreurs de position ? 50
2.2.1 Une distribution d'erreur d'ébauche influencée par des erreurs de position 51
2.2.2 Application à des profils en tourbillon potentiel 52
2.3 L'opérateur d'observation "Tourbillon Potentiel' 58
2.3.1 Formulation 59
2.3.2 Comparaison des deux opérateurs 59
2.3.3 Diagnostics dans l'espace des observations 60

3 Relation entre vapeur d'eau et tourbillon potentiel **67**
3.1 Lien PV-WV : un résumé des études précédentes 68
3.2 Étude statistique de la relation PV-WV 69
3.2.1 Mise en œuvre 69

Rapport-gratuit.com
Le numero 1 mondial du mémoires

3.2.2 Corrélations linéaires avec le PV sur des niveaux isobares 70
3.2.3 Corrélation multilinéaire 70
3.2.4 Analyse en composantes principales 73
3.2.5 Étude du résidu 74
3.2.6 Estimation du tourbillon potentiel 77
3.3 Un modèle conceptuel de la relation PV-WV 79
3.3.1 Modèle QG. de tropopause 80
3.3.2 Modèle de Wirth 80
3.3.3 Le modèle de Wirth pour les radiances vapeur d'eau 81
3.3.4 Résolution numérique 82
3.3.5 Ordres de grandeur 86
3.3.6 Anomalies de tourbillon potentiel isolées du réservoir stratosphérique . 87
3.3.7 Analyse de données pour la vitesse verticale 89
3.3.8 Analyse de données pour le tourbillon potentiel 91

4 Pseudo-observations et erreurs de position **97**
4.1 Étude unidimensionnelle dans un cadre idéalisé 98
4.1.1 Cadre analytique 98
4.1.2 Cadre des études numériques 100
4.1.3 Pseudo-observations de déplacement pour une anomalie gaussienne . . 101
4.2 Expérimentation dans un système 4D-Var 113
4.2.1 Algorithme d'appariement 113
4.2.2 Mesure de l'erreur de position 114
4.2.3 Mise en œuvre 120
4.2.4 Expériences de déplacement à un niveau 122
4.2.5 Expérience d'assimilation à plusieurs niveaux 127
4.3 Évaluation sur plusieurs cas de cyclogenèses 136
4.3.1 Cas d'étude et configuration adoptée 136
4.3.2 Anomalies en tourbillon potentiel analysés 137
4.3.3 Impact des pseudo-observations 140

5 Initialisation des cyclones tropicaux **145**
5.1 Le schéma d'initialisation des cyclones tropicaux 145
5.1.1 Nécessité et apports d'une procédure d'initialisation spécifique 145
5.1.2 Description du schéma d'initialisation du UK MetOffice 147
5.1.3 Différences introduites depuis Heming (1994) 147
5.2 Schéma d'écrémage et expériences d'assimilation 149
5.2.1 Le nouveau schéma d'écrémage des observations 149
5.2.2 Expériences d'assimilation 149
5.2.3 Cyclones tropicaux des périodes considérées 150
5.3 Scores objectifs 151
5.3.1 Analyse et prévision de trajectoires 151
5.3.2 Analyse et prévision de changements d'intensité 153

6 PV, assimilation et cyclogenèse : un cas d'étude **157**
6.1 Éléments descriptifs de la tempête des Landes 158
6.1.1 Description synoptique 158
6.1.2 Dynamique de structures cohérentes remarquables 158

6.1.3 Prévisions des différents réseaux 162
6.2 Application à la tempête des Landes 162
6.2.1 Méthodologie pour la génération des observations 162
6.2.2 Une première prévision 167
6.2.3 Réglage de l'écart-type d'erreur d'observation 170
6.2.4 Prévision avec un écart-type d'erreur d'observation réglé 172
6.3 Tourbillon potentiel et ozone 174
6.3.1 Données ozone 174
6.3.2 Régressions entre données ozone et tourbillon potentiel 174
6.3.3 Comportement du résidu sur un échantillon indépendant 175
6.3.4 Erreur d'observation des données régressées 177
6.3.5 Une première expérience d'assimilation 177

A Article Michel et Bouttier, QJRMS 2006 **193**

B Schémas numériques d'intégration temporelle **215**

C Légende des ANASYG **217**

D Article complémentaire **219**

Bibliographie **255**

Notations **265**

Acronymes **267**

Liste des figures

1.1 Relations de connexité pour des pixels d'une image 12
1.2 Seuillage hiérarchique sur une image infrarouge 14
1.3 La méthode de segmentation «sommet des tours» 15
1.4 Liens uniques entre cellules à des instants successifs 16
1.5 Liens multiples entre cellules à des instants successifs 16
1.6 Gestion des trajectoires de la méthode de suivi temporel 18
1.7 Influence des couches d'humidité sur le canal vapeur d'eau 19
1.8 Représentation conceptuelle tridimensionnelle d'une intrusion sèche . . . 20
1.9 Suivi des cellules avec RDT, pour le 26 Octobre 2004 à 10 TU. 22
1.10 Illustration d'une partition dans l'espace des caractéristiques 23
1.11 Distributions des durées de vie dans l'échantillon d'apprentissage. 24
1.12 Distributions des réchauffements dans l'échantillon d'apprentissage . . . 25
1.13 Distributions des gradients périphériques de température 26
1.14 Exemple d'une fausse alarme détectée dans un trou nuageux 26
1.15 Calcul de la distribution du minimum de température dans un voisinage 27
1.16 Distributions des quantiles nuageux dans l'échantillon d'apprentissage . 28
1.17 Taux de fausses-alarmes et probabilités de bonnes détections 29
1.18 Opérations morphologiques sur des images binaires 30
1.19 Exemples de squelettes de Lantuéjoul 31
1.20 Seuillage de la force du vent à 300 hPa 31
1.21 Notion d'homotopie et théorème de Jordan dans $\mathbb{R}^2$ 33
1.22 Paradoxe de Jordan en maille carrée 33
1.23 Différents squelettes de la force du vent (03 Octobre 2006 à 00 TU). . . 35
1.24 Calcul de la projection sur le squelette du courant-jet. 36
1.25 Distributions des distances et angles au jet dans l'échantillon. 36
1.26 Illustration du suivi des cellules avec et sans filtrage 38

2.1 Complexité des algorithmes d'assimilation de données 40
2.2 Caractère non-gaussien de la distribution des erreurs. 45
2.3 Distribution d'erreur en PV pour une hauteur de tropopause aléatoire. . 51
2.4 Exemple de différences de profils pour le calcul de B et D 54
2.5 Ecarts-types d'erreurs d'ébauche dans les espaces amplitude et position. 54
2.6 Matrices de corrélation B et D. 55
2.7 Expérience d'assimilation à une observation 56
2.8 Distribution des erreurs d'ébauche dans les espaces de B et D 57
2.9 Performances des assimilations en position et en amplitude 58
2.10 Comparaison des opérateurs tourbillon potentiel 60
2.11 Ecart-type d'erreur d'ébauche en tourbillon potentiel 62

2.12 Approximation analytique du profil d'écart-type d'erreur d'ébauche en PV 63
2.13 Diagnostics de longueurs de corrélation dans l'espace tourbillon potentiel 64

3.1 Opérateurs d'observation et de traitement d'image 69
3.2 Corrélations entre tourbillon potentiel et température de brillance . . . 71
3.3 Profil vertical du coefficient de corrélation 72
3.4 Coefficients de la régression multilinéaire 72
3.5 Profil des moyennes et écarts-types en tourbillon potentiel 73
3.6 Analyse en composantes principales 75
3.7 Restitution de la température de brillance par ACP 76
3.8 Résidus de l'analyse en composantes principales 77
3.9 Régressions entre le résidu et d'autres caractéristiques satellitaires . . . 78
3.10 Restitution du champ de tourbillon potentiel par moindres carrés 79
3.11 Schéma illustrant le mouvement QG d'une anomalie de tropopause . . . 81
3.12 Evolution dynamique de la tropopause 84
3.13 Forçage vertical de la surface isostérique après 18 heures 85
3.14 Température de brillance WV simulée 85
3.15 Température de brillance WV simulée 86
3.16 Contribution d'une anomalie de PV au mouvement vertical 89
3.17 Corrélations entre la vitesse verticale et la variation de température . . 91
3.18 Profil du coefficient de corrélation 92
3.19 Tourbillon potentiel et image vapeur d'eau au 20 Mai 2006, 00 TU . . . 93
3.20 Deux cellules dans l'espace tourbillon potentiel au 29 Avril 2007, 00 TU 93

4.1 Un couple de pseudo-observations pour déplacer une structure 99
4.2 Incrément d'analyse pour des fonctions de structures gaussiennes 99
4.3 Quelques analyses 1D obtenues avec deux observations 102
4.4 Analyses 1D pour divers rapports entre écarts-types d'erreur 103
4.5 Phénomène de Runge dans l'interpolation polynomiale 104
4.6 Polynômes d'interpolation de Chebyshev 104
4.7 Erreurs des réalisations aléatoires d'analyses avec 1 pseudo-observation . 107
4.8 Erreurs des réalisations aléatoires d'analyses avec 2 pseudo-observations 109
4.9 Configurations de pseudo-observations de référence et optimales 110
4.10 Dépendance des erreurs des analyses aux paramètres de l'assimilation . 112
4.11 erreur de position 115
4.12 Traitement d'images modèle et satellite, 20 Mai 2006 00 TU 116
4.13 Traitement d'images modèle et satellite, 07 Novembre 2006 12 TU . . . 117
4.14 Traitement d'images modèle et satellite, 20 Avril 2007 00 TU 118
4.15 Filtrage spatial $\mathcal{F}$ appliqué à l'erreur de position. 119
4.16 Différence des centres de gravité des cellules appariées 120
4.17 Opérateurs pour la définition et l'assimilation des pseudo-observations . 121
4.18 Assimilation à T107, T149 et T149∘T107, cellule 1 123
4.19 Assimilation à T107, T149 et T149∘T107, cellule 2 124
4.20 Assimilation de pseudo-observations pour comparaison σ_o 126
4.21 Assimilation de pseudo-observations en profil. 128
4.22 Coupes des expériences d'assimilation à 250 hPa 129
4.23 Configurations des pseudo-observations et déplacement d'un front 131
4.24 Configurations $\mathcal{C}_m^{(1,2)}$ des pseudo-observations 132

4.25 Coupes des expériences d'assimilation à 250 hPa 134
4.26 Traitement d'images ébauche et analyse, 20 Mai 2006 00 TU 135
4.27 Erreur quadratique à 48 heures, 22 Mai 2006 00 TU 136
4.28 Diagnostic des erreurs des analyses 139
4.29 Scores des analyses issues de l'assimilation des pseudo-observations . . . 140
4.30 Relation entre score moyen et erreur d'amplitude 141

5.1 Le schéma d'initialisation des cyclones tropicaux au UK MetOffice . . . 148
5.2 Pseudo-observations de cyclones tropicaux (20071012-20071016) 150
5.3 Scores pour les erreurs de prévision 152
5.4 Différence de scores entre expérience et référence 154
5.5 Tourbillon relatif moyen aux centres des cyclones 154

6.1 ANASYG pour la tempête des Landes 159
6.2 Structures cohérentes remarquables des analyses opérationnelles 160
6.3 Suivi des systèmes convectifs de mésoéchelle au 02/10/2006 12 TU . . . 161
6.4 Prévisions des réseaux opérationnels pour le 03 Octobre 2006, 06 TU . . 163
6.5 Suivi des cellules avec Antidote pour le cas des Landes. 164
6.6 Évolutions temporelles de la température et de la tropopause 165
6.7 Températures comparées des intrusions modèle et satellite 166
6.8 Coupes des incréments en tourbillon potentiel 168
6.9 Comparaison des observations et des prévisions 169
6.10 Comparaison des images satellites prévues 170
6.11 Réglage de l'écart-type d'erreur d'observation 171
6.12 Nombre de degrés de liberté du signal 173
6.13 Orbites du satellite Aura 175
6.14 Régressions entre données ozone et tourbillon potentiel 176
6.15 Résidus des innovations en tourbillon potentiel 177
6.16 Incréments de tourbillon potentiel à 200 hPa 179
6.17 Assimilation de pseudo-observations dérivées des données ozone de MLS 180

Rapport-Gratuit.com

Introduction générale

Le temps météorologique des moyennes latitudes est en grande partie déterminé par l'occurrence des dépressions d'échelle synoptique. Ces perturbations croissent au sein de l'atmosphère en tirant leur énergie du cisaillement vertical du vent, caractéristique des moyennes latitudes et relié au gradient horizontal de température. Les dépressions donnent sur l'Europe des précipitations et des vents parfois violents, dont les conséquences socio-économiques peuvent se révéler considérables. Leur rôle est également primordial dans le système climatique terrestre, puisqu'elles effectuent le transfert thermique d'énergie solaire de l'équateur vers les pôles. Elles constituent une source importante d'eau douce par le biais des précipitations et alimentent ainsi le cycle hydrologique.

La communauté scientifique s'est donc penché, dès les fondements de la météorologie moderne, sur l'étude de leur naissance, de leur évolution et de leur prévisibilité. La compréhension de la physique des dépressions et leur prévision précise à l'aide de modèles numériques ont constitué deux objectifs majeurs pour les centres météorologiques ces trente dernières années. Aujourd'hui encore, certains évènements nous amènent à constater que la prévision des tempêtes demeure imparfaite y compris à des échéances courtes (de l'ordre de vingt-quatre heures). Ce fut le cas, durant ce travail de thèse, de la tempête des Landes du 03 Octobre 2006, et auparavant des célèbres tempêtes de Noël 1999 qui figurent parmi les évènements météorologiques marquants du XX$^{\text{ième}}$ siècle en Europe de l'Ouest.

Nos modèles numériques globaux sont dotés, après plus de 25 ans d'efforts de recherche et de développement, d'une résolution spatiale environ cent fois inférieure aux échelles caractéristiques des dépressions[1] et de paramétrisations physiques réalistes. Des algorithmes d'assimilation avancés comme le 4D-Var permettent de tirer profit d'un flux d'observations conséquent (environ 10^6 observations par heure), permettant de contrôler l'état des modèles vers la réalité. Ce n'est pas encore suffisant pour assurer une prévision fiable de certaines tempêtes.

On distingue généralement deux sources composant les erreurs de prévisions :

l'erreur modèle : malgré les progrès effectués, les modèles numériques ne représentent qu' imparfaitement l'évolution de l'atmosphère. En particulier ils ne peuvent résoudre l'ensemble des processus physiques aux échelles spatiales inférieures à leur maille de discrétisation.

l'erreur sur les conditions initiales : l'analyse sur laquelle est basée la prévision est éloignée de la réalité car nous ne disposons que d'observations limitées en nombre et en précision.

[1] Le modèle français ARPEGE utilisé ici a une résolution spatiale de l'ordre de 20 km sur l'Europe et les dépressions ont typiquement une longueur caractéristique variant entre 1000 et 4000 km.

Pour prendre une métaphore maritime, nous cherchons à atteindre un point tout en nous trompant de cap (l'erreur modèle) et en partant du mauvais endroit (l'erreur initiale). Ces erreurs ont généralement tendance à s'amplifier au cours de la prévision à cause du caractère non-linéaire et chaotique des équations gouvernant l'évolution de l'atmosphère. Certaines prévisions se révèlent ainsi particulièrement sensibles à des perturbations de leurs conditions initiales. Les dépressions synoptiques peuvent croître dans des zones océaniques relativement dépourvues d'observations conventionnelles, d'où la difficulté d'une prévision numérique fiable.

Notre connaissance de la formation des dépressions météorologiques, ou cyclogenèse, a considérablement évolué au cours de ces dernières années. Le premier modèle qui permet de décrire la cyclogenèse repose sur la linéarisation des équations de l'évolution de l'atmosphère autour d'un état de base idéalisé, stationnaire et parallèle. Charney (1947) et Eady (1949) ont montré l'occurrence de solutions de ces équations linéarisées, appelées modes normaux. Les ondes mises en évidence ont des longueurs spatiales caractéristiques (4000 km) et un taux de croissance exponentiel (doublement d'amplitude en une journée environ) qui sont en accord avec les observations. Le cisaillement vertical du vent est la source d'énergie, dite barocline, de ces perturbations. Ce modèle conceptuel a dominé la vision de la cyclogenèse pendant des dizaines d'années.

Aujourd'hui, il est certain que l'instabilité barocline est la source d'énergie principale des cyclogenèses (c'est notamment démontré par les travaux de F. Ayrault au CNRM). Cependant, de nombreuses critiques ont été formulées à l'encontre de la théorie des modes normaux. Elle demeure en effet peu explicative sur des cas réalistes de tempêtes : pourquoi une croissance explosive d'une tempête à tel endroit, à ce moment précis ? La théorie décrit en effet l'émergence des dépressions comme une compétition de croissance entre des perturbations infinitésimales. On devrait s'attendre à ce que les zones géographiques de forte instabilité barocline soient les plus propices aux cyclogenèses. La réalité semble plus complexe, la croissance des perturbations ayant lieu par phases temporelles successives. Par ailleurs la théorie des modes normaux découple les dimensions spatiales et temporelles. Au contraire, les perturbations réelles ont une structure spatiale qui évolue dans le temps. Ainsi la théorie des modes normaux ne permet pas de rendre compte d'un certain nombre de réalités du phénomène de cyclogenèse. Une première critique est menée par Farrell (1982; 1984). Il démontre que les modes normaux sont insuffisants, dans le sens où ils ne forment pas une base sur laquelle on pourrait décomposer toute perturbation aléatoire. Il exhibe d'autres perturbations, les modes singuliers de l'opérateur de prévision tangent-linéaire, qui affichent des taux de croissance supérieurs pour une échelle de temps donnée, qui eux ont une structure spatiale variable dans le temps. Cette structure dépend fortement de la norme choisie, mais il semble que leur taux de croissance soient généralement bien supérieurs à celui des cyclogenèses réelles (Descamps et al. 2007).

Des théories alternatives utilisent le champ de tourbillon potentiel et ses propriétés pour décrire les cyclogenèses comme résultant d'interactions entre des perturbations d'amplitude finie. Le tourbillon potentiel (PV) défini par Ertel (1942) est conservatif pour les équations primitives en l'absence de frottement et de chauffage diabatique. Or, les dépressions sont caractérisées par de forts noyaux de tourbillon dans les basses couches, mais également en altitude... D'où proviennent–ils ? L'intérêt grandissant

porté au tourbillon potentiel provient également de sa *propriété d'inversibilité* que l'on doit à Kleinschmidt (1950a;b) et dont l'intérêt météorologique est expliqué par Hoskins et al. (1985). La connaissance du tourbillon potentiel, ainsi qu'une condition d'équilibre et une condition aux limites assure la connaissance des autres variables (vent et température) décrivant la dynamique sèche de l'atmosphère. Des outils numériques d'inversion du tourbillon potentiel permettent des expérimentations numériques sur les conditions initiales des dépressions (Davis 1992, Arbogast 1998). Elles ont l'avantage considérable de s'appliquer dans un cadre réaliste. Ces expériences mettent en avant le rôle des structures cohérentes Lagrangiennes de l'atmosphère comme *précurseurs* des dépressions. Ces structures sont des anomalies de tourbillon potentiel, et la cyclogenèse résulterait d'une interaction fondamentalement non-linéaire entre des anomalies de tourbillon potentiel (ou avec une anomalie de température de surface) *via* le mouvement vertical et l'étirement des tubes de tourbillon. On passe ainsi d'une vision de l'atmosphère assez peu prévisible, où des perturbations infinitésimales croissent exponentiellement, à une vision plus ordonnée, où la dynamique peut être en partie réduite à l'interaction de structures cohérentes qu'il est donc crucial de détecter, et probablement d'initialiser. Le sujet de thèse est en grande partie bâti autour de cette vision.

Même si la cyclogenèse est mieux comprise actuellement, la question de la caractérisation des erreurs d'analyse et de prévision demeure délicate. En effet, on démontre que certaines dépressions sont sensibles au champ de tourbillon potentiel d'altitude et de basses couches. Cependant, une grande sensibilité ne signifie pas forcément une erreur importante. Il faudrait en effet que les erreurs d'analyse se projettent sur les structures en tourbillon potentiel précédemment évoquées. Dans ce cas, il serait alors intéressant de tenter de réduire ces erreurs en tirant parti des observations disponibles. En effet, nous n'avons pas la possibilité d'observer directement le tourbillon potentiel dans ces régions d'intérêt. Les systèmes d'assimilation-prévision actuels manquent parfois de précision, y–compris à courte échéance, y–compris sur ces évènements extrêmes de grande importance sociale. Est-ce du à une mauvaise initialisation des structures en tourbillon potentiel ? Peut–on mieux faire ? Il existe une indication importante abondant en ce sens. Les prévisionnistes se sont rendus compte que les erreurs d'analyse sont parfois apparentes dans les images des canaux vapeur d'eau des satellites géostationnaires (Santurette et Georgiev 2005). Ces dernières fournissent des éléments sur la circulation atmosphérique d'altitude. Utilisées conjointement avec des inversions judicieuses de tourbillon potentiel, elles se révèlent une source d'information complémentaire intéressante, permettant de corriger des erreurs importantes. Le problème est que cette correction demeure subjective, liée à l'interprétation de la cyclogenèse et de l'image vapeur d'eau. Plus fondamentalement, aucun procédé ne permet de tirer pleinement partie, dans l'assimilation de données, de cette source d'information qu'est l'image et sa dynamique. Les images du canal vapeur d'eau de MSG ont une résolution spatiale de 5 km et temporelle de 15 minutes, et sont utilisées dans les modèles globaux les plus avancés uniquement dans les zones claires (dépourvues de nuages), à fréquence horaire et tous les 200 km environ, sans référence directe au lien avec le tourbillon potentiel ou la cyclogenèse. Un des objectifs de cette thèse est de tenter d'extraire de l'information dynamique de l'image vapeur d'eau, en utilisant des outils de traitement d'image, puis de pseudo-observations de tourbillon potentiel.

L'interprétation de l'imagerie vapeur d'eau et de la relation entre les intrusions sèches et certains aspects de la cyclogenèse en altitude ont été documentés depuis une dizaine d'années (Browning 1997, Georgiev 1999, Georgiev et Martín 2001, Fourrié et al. 2003, Santurette et Georgiev 2005). Depuis, le tourbillon potentiel et son principe d'inversion permettent de contrôler le comportement des modèles (Mansfield 1996, Røsting et al. 1996, Santurette et Georgiev 2005) et même de les initialiser non-linéairement (Davis et Emanuel 1991, Davis 1992, Fehlmann et Davies 1997, Chaigne et Arbogast 2000). On doit à Demirtas et Thorpe (1999) la première étude de cas sur l'initialisation de tourbillon potentiel à partir de différences constatées visuellement entre le tourbillon potentiel et les images vapeur d'eau. Ensuite, Swarbrick (2001), Røsting et al. (2003), Verkley et al. (2005) produisent d'autres étude de cas aux résultats parfois mitigés. Récemment, Guérin et al. (2006) démontrent que l'initialisation non-linéaire peut être remplacée par l'assimilation de pseudo-observations de tourbillon potentiel. Enfin les dernières avancées sont dues à Røsting et Kristjǎnsson (2006) qui tentent de contraindre plus objectivement les modifications en tourbillon potentiel à l'aide de vecteurs singuliers puis à Manders et al. (2007) qui étudient la sensibilité, sur un cas d'étude, de la prévision à la forme et à l'amplitude des modifications apportées en tourbillon potentiel. On voit donc qu'aucune étude n'a permis de dégager une méthodologie claire pour déduire quantitativement les modifications en PV à partir de l'imagerie vapeur d'eau, et que l'initialisation en PV n'a jamais été évaluée objectivement sur un grand nombre de cas[2]. Toutes les études publiées sont basées sur des analyses subjectives faites par des prévisionnistes. La présentation du travail de thèse lors de conférences nous a d'ailleurs amené à constater que beaucoup de centres météorologiques ont développé, puis abandonné, des projets visant à lier quantitativement PV et images vapeur d'eau, comme par exemple Pankiewicz et al. (1999). Dans ce sens la relation PV-WV n'a pas encore pu être exploitée quantitativement et de manière automatique en prévision numérique. Dans le cadre de ce travail de thèse, nous avons adapté et développé des outils de traitement d'image permettant un suivi Lagrangien des intrusions sèches (Michel et Bouttier 2006). Nous avons ensuite étudié, et appliqué dans un cadre réaliste, des méthodologies d'initialisation des structures en tourbillon potentiel. L'idée sous-jacente est que les méthodes traditionnelles d'assimilation ne suffisent pas, et qu'il est temps de s'intéresser à des algorithmes alternatifs d'initialisation qui soient spécifiquement dédiés aux structures.

La qualité des prévisions météorologiques peut être facilement estimée *a posteriori* en comparant les prévisions réalisées aux observations. On montre notamment que les analyses et prévisions des modèles ont considérablement gagné en précision ces dernières années (Simmons et Hollingsworth 2002) grâce aux données satellites. Ces dernières compensent désormais quasiment intégralement la différence de densité des observations conventionnelles entre hémisphère Nord et hémisphère Sud. Cependant cette amélioration mesurée est statistique, et globale. Il est difficile d'améliorer l'analyse d'un phénomène précis comme la cyclogenèse, pour les raisons évoquées ci-dessus (principalement une forte croissance des erreurs et un défaut dans la densité des observations).

[2]La méthode CTPini mise en place à Météo-France ne peut pas être considérée comme objective à notre avis car les prévisionnistes sont influencés par une information extérieure aux champs de PV et aux images vapeur d'eau : les prévisions issues des autres modèles (CEPMMT en particulier, comme cela apparaît clairement dans les comptes-rendus).

L'assimilation de données, telle qu'elle est conçue actuellement, demeure assez peu adaptative aux phénomènes atmosphériques. Le programme international de recherche THORPEX[3] vise notamment à définir des stratégies d'observation et d'assimilation permettant de mieux prévoir les évènements extrêmes (Rabier et al. 2008). Des méthodes adjointes, ou ensemblistes, permettent de définir des zones de sensibilité de la prévision aux conditions initiales, ou même de sensibilité aux observations (Bergot 2001, par exemple). Cela requiert de déployer des réseaux d'observations ciblées pour permettre, au cas par cas, de réduire l'erreur d'analyse associée à une tempête particulière (programme DTS). Les données satellites, grâce à leur bonne couverture spatio-temporelle, pourraient être assimilées à plus haute densité dans les zones sensibles (Dando et al. 2007). Une autre approche (Hello 2002) consiste à modifier localement les fonctions de structure de manière à apporter des corrections dans une direction sensible qui dépend de la tempête que l'on cherche à prévoir. Ces approches sont souvent linéaires ; elles définissent la sensibilité comme le gradient d'une fonction de coût par rapport à l'état initial ou par rapport aux observations (grâce à la composition avec l'adjoint de l'opérateur d'assimilation). La météorologie moderne donne de plus en plus d'importance aux structures cohérentes de l'atmosphère : tourbillons isolés (cyclogenèse), cellules convectives (orages), amas convectifs (cyclones tropicaux)... Il est possible que l'assimilation de données puisse être utilement complétée par une assimilation spécifique de ces structures, quand l'écoulement est fortement instable, ou régi par l'interaction entre ces mêmes structures, et que les observations disponibles se sont révélés insuffisantes. Dans ce cadre, l'imagerie satellite joue un rôle clef grâce à la possibilité qu'elle offre de détecter et de suivre temporellement les structures, et de diagnostiquer leur intensité. Cette thèse utilise une approche où les modifications apportées à l'état initial sont basées sur le traitement de l'imagerie et visent à initialiser les structures cohérentes. C'est une étude de faisabilité, novatrice, qui s'intègre dans le projet national ANR ADDISA[4] de recherche sur l'utilisation conjointe de l'assimilation et d'outils de traitement d'image.

On pourra donc considérer que ce travail s'inscrit dans la continuité d'une recherche sur la cyclogenèse, mais également qu'il constitue un effort original pour incorporer davantage d'information dans l'assimilation de données, et plus spécifiquement d'initialiser les structures cohérentes à partir d'algorithmes de traitement d'image. Une première partie du travail aborde le thème de la détection et du suivi des intrusions sèches qui sont les signatures des anomalies dynamiques de tropopause visibles dans les canaux d'absorption de la vapeur d'eau. Nous avons pour cela adapté un logiciel de suivi des systèmes convectifs, RDT, à notre étude. On s'intéresse ensuite à la spécification de pseudo-observations pour l'analyse de structures cohérentes. L'idée est de tenter d'initialiser les structures du modèle à partir de leur caractérisation, grâce au traitement d'image, dans un espace de faible dimension. On étudie notamment l'approche pragmatique qui utilise des pseudo-observations pouvant être assimilées directement. Enfin, une autre partie fait l'objet d'expériences d'assimilation complémentaires dans un cadre réaliste. Menée lors d'une visite scientifique au UK MetOffice, elle présente l'étude des pseudo-observations de vent pour les cyclones tropicaux.

[3] *The Observing System Research and Predictability Experiment*, `http ://www.wmo.int/pages/prog/arep/wwrp/new/thorpex_new.html`

[4] Assimilation de Données Distribuées et d'Images SAtellites, `http ://addisa.gforge.inria.fr/`

Voici maintenant la proposition initiale du sujet de thèse, rédigée par F. Bouttier, mettant davantage l'accent sur la méthodologie et sur l'aspect conceptuel de l'information contenue dans les images.

Sujet de thèse

Résumé

Le travail de thèse consiste à étudier et tester l'apport spécifique des données disponibles sous forme d'image (satellitaire et radar) dans l'initialisation des modèles de prévision météorologique. Concrètement l'objectif est l'extraction automatisée de caractéristiques d'objets météorologiques à partir de séquences d'images, et leur utilisation dans un système d'assimilation variationnelle (4D-Var Arpège et 3D-Var Aladin) pour améliorer les prévisions. Les phénomènes visés sont ceux pour lesquels existe un grand hiatus entre les perspectives en matière d'assimilation conventionnelle (mesures physiques pixel par pixel) et leur caractérisation conceptuelle par les experts prévisionnistes. L'idée fondamentale sera ici l'analyse d'anomalies dynamiques de tourbillon potentiel d'altitude responsables de cyclogenèses synoptiques, par l'examen de séquences d'images satellitaires géostationnaires Météosat dans les canaux vapeur d'eau.

Position du problème

Les techniques d'observation et d'assimilation de données ont énormément progressé au cours des dernières années, notamment en termes d'utilisation des radiances satellitaires pour lesquelles une approche physique d'inversion du signal observé s'est imposée : plutôt que de convertir la mesure de radiance en des pseudo-observations de quantités météorologiques à imposer dans le modèle, il est plus efficace et plus précis d'utiliser directement la quantité mesurée dans le modèle, par le biais d'un opérateur d'observation (transfert radiatif) capable de simuler les quantités observées à partir des champs du modèle. La liaison entre observation et structures météorologiques spatialisées est assurée par l'algorithme d'analyse variationnelle (3D-Var ou 4D-Var) qui fournit automatiquement des structures d'interpolation multivariées des champs à partir de modèles de covariances d'erreur de prévision (en combinaison avec la dynamique du modèle dans le cas du 4D-Var).

Tout indique qu'il en sera de même pour l'utilisation des réflectivités radar à mésoéchelle, qui est actuellement en cours de mise en oeuvre. Les idées développées dans cette thèse pourront s'appliquer dans d'autres contextes météorologiques (cyclones tropicaux...), ou d'autres systèmes d'assimilation géophysique (chimie, océan...). Par commodité technique, et afin de produire des résultats rapidement, on s'intéressera ici en priorité à l'initialisation des cyclogenèses extratropicales avec les radiances Météosat qui fournissent une excellente couverture spatio-temporelle. Dans un second temps, si le calendrier de la thèse le permet, on s'intéressera à l'initialisation des systèmes convectifs en exploitant les données radar.

L'utilisation des données pixel par pixel est mathématiquement facile à formuler mais présente des contraintes qui réduisent la quantité d'information qui peut être assimilée. Il est nécessaire de sous-échantillonner spatialement et temporellement les

données pour se ramener à la résolution effective de l'analyse (100km et 6h dans les modèles globaux actuels), de rejeter tous les pixels pour lesquelles des problèmes de modélisation physique se posent (biais, présence de nuages, présence d'un signal en provenance de la surface), et les hypothèses de linéarisation des erreurs en 3D/4D-Var interdisent l'assimilation de structures présentant des variations brutales (fronts, bords de nuages) ou des seuils (saturation du signal ou de champs physiques associés, par ex. l'humidité). Par conséquent, on constate que malgré le grand volume de radiances actuellement assimilées, et le bon impact météorologique qui en est retiré (notamment pour l'initialisation précise des caractéristiques des masses d'air à grande échelle), de nombreuses structures météorologiques essentielles sont observées mais non assimilées. Par exemple, la phase précise des perturbations synoptiques sur l'Atlantique Nord est étroitement liée à l'apparition d'anomalies de tropopause visibles plusieurs dizaines d'heures auparavant sur les images de radiances, mais les modèles les respectent mal, notamment en terme de timing des changements de temps locaux. Quelquefois, des petites cyclogenèses rapides sont entièrement ratées par les modèles alors que leurs précurseurs d'altitude étaient clairement mal initialisés. A plus petite échelle, des structures convectives intenses de quelques dizaines de km de taille (lignes de grain, bandes précipitantes, amas orageux) sont généralement clairement visibles et extrapolables 'à l'oeil' sur les images des radars et satellites, mais elles ne seront probablement pas totalement bien positionnées dans les futures analyses à mésoéchelle si ces dernières se contentent d'une approche conventionnelle d'assimilation variationnelle des radiances et réflectivités, pour les mêmes raison qu'à plus grande échelle.

Les enjeux opérationnels sont considérables puisque dans l'organisation actuelle, aucun système ne permet d'assurer une cohérence entre les produits de prévision immédiate (fondés sur l'extrapolation géométrique de l'évolution d'objets sur l'imagerie, limitée à 2h d'échéance de prévision environ) et les produits de prévision numérique (fondés sur l'adaptation physique et dynamique d'un contexte atmosphérique de grande échelle, qui ne permet de prévoir que des tendances à l'échelle d'une région, à des échéances d'au minimum 6h). Côté recherche, l'amélioration visée de la prévision de phénomènes précis est importante pour la modélisation à échelle très fine et locale (par exemple pour les campagnes de mesures à mésoéchelle telles que MAP ou AMMA), la comparaison des modèles aux observations, et plus généralement pour (1) le développement de l'utilisation des données d'imagerie et (2) la description des phénomènes atmosphériques sous forme d'objets que l'on saurait identifier, assimiler et modéliser.

Enfin, le thème consiste à valoriser l'expertise humaine dans un système de prévision numérique automatisé. Si les tests sont probants, cela permettra de promouvoir une approche cognitive de l'assimilation de certains types de phénomènes, ce qui donnera un nouveau rôle aux prévisionnistes et scientifiques théoriciens de la dynamique atmosphérique : celui de formaliser leurs connaissances en algorithmes de traitement orienté objet des données mesurées.

Le phénomène de cyclogenèse d'altitude est particulièrement pertinent puisque (1) il repose sur un socle conceptuel solide grâce à la théorie du tourbillon potentiel, (2) un rapport expérimental clair a été établi entre interprétation humaine de l'imagerie et succès de la prévision des tempêtes (système TSR - trajectoire synoptique de référence

- de modification interactive des prévisions à Météo-France), (3) l'aspect cognitif d'interprétation humaine a été documenté (publications existantes), (4) la relation entre modèle et observation est modélisable grâce aux codes récents de simulation du transfert radiatif, capables de gérer les radiomètres des satellites géostationnaires, et (5) une ébauche de méthodologie d'assimilation a déjà été proposée, consistant à assimiler des pseudo-observations de tourbillon potentiel d'altitude. L'essentiel du travail de thèse consistera à faire la synthèse de ces informations, à en faire un projet de système de traitement temps réel automatisé, et à étudier l'impact météorologique sur des cas réels dans un système d'assimilation et de prévision.

Insertion dans la communauté

Le sujet proposé est tout à fait original, il existe des publications éparses sur le sujet mais aucun effort d'envergure comparable à celui proposé ici n'a encore été entrepris. La raison principale est le manque de compétences appropriées en analyse d'images et la difficulté à utiliser des outils d'assimilation sophistiqués pour ce genre d'étude amont.

Le laboratoire (CNRM/GMAP) proposant le sujet est le siège du développement de systèmes d'assimilation en pointe, adaptés au sujet proposé : 4D-Var Arpège global et assimilation régionale 3D-Var Aladin/Arome. Ces systèmes possèdent un environnement d'utilisation et de simulation physique des radiances satellitaires (code RTTOV) et des réflectivités radar. L'environnement informatique d'acquisition et de traitement en temps réel d'images géostationnaires et radar existe déjà. Le CNRM/GMAP abrite en outre une équipe (GMAP/RECYF, dirigée par Alain Joly) dédiée à l'étude des tempêtes et cyclogenèse, elle apportera une expertise scientifique de très haut niveau sur cet aspect du travail de thèse. Un support scientifique et technique abondant sur les systèmes d'assimilation et de prévision est disponible. Une grande partie du travail technique nécessaire au projet de thèse a déjà été effectué lors du stage sur ce thème de Yann Michel au premier semestre 2004.

Des équipes voisines apporteront un complément de compétences : experts des équipes de prévision opérationnelle nationale de Météo-France (DP/Prévi, P. Santurette et P. Arbogast), équipes de prévision immédiate (de recherche au CNRM/GMAP/MICADO, V. Ducrocq, et opérationnelle à DP/Prévi/PI, S. Sénési). Le stagiaire enrichira sa démarche intellectuelle par des contacts suivis avec les équipes analogues dans la communauté météorologique internationale (Royaume Uni en particulier) et dans la communauté recherche française (en particulier les laboratoires impliqués dans le groupe ASSIMAGE : INRIA, Université Joseph FOurier de Grenoble, etc).

Les applications du travail intéresseront la communauté recherche : aide à l'étude de la prévisibilité synoptique et au ciblage des observations (équipe RECYF, A.Joly), apport à la modélisation de campagnes de mesures (des cas MAP, THORPEX et AMMA seront étudiés), et plus généralement la recherche sur les algorithmes d'assimilation, l'utilisation des données satellitaires et radar, et le déploiement optimal des réseaux d'observation. Si le travail est couronné de succès il est vraisemblable qu'il soit précurseur d'un nouveau champ de recherche en météorologie, l'assimilation d'objets at-

mosphériques, sur lequel Météo-France est en train d'augmenter son potentiel de R&D (recrutement d'un Ingénieur des Ponts et Chaussées Docteur en 2005).

Méthodologie et plan de travail

La première partie du travail a déjà été effectuée avec succès lors du stage de DEA de Yann Michel au premier semestre 2004, par la conception et le test (avec succès) d'une technique d'identification automatique des anomalies de tourbillon potentiel d'altitude sur les séquences d'imagerie vapeur d'eau Météosat. Les points essentiels qui ont été traités sont : (1) la fabrication d'images satellitaires prévues en sortie de modèle, (2) la mise au point de règles de sélection objectives pour écarter les scènes dans lesquelles, soit la simulation d'images est imprécise, soit le contexte météorologique ne permet pas de croire en une relation fiable entre radiance vapeur d'eau et tourbillon d'altitude : présence d'un jet, cohérence spatio-temporelle des images avec référence au vent du modèle, etc. (3) détection des incohérences entre modèle et imagerie : anomalie non vue par le modèle, ou mal placée, ou présente dans le modèle sans contrepartie réelle.

Le test a été mené par application du diagnostic d'erreurs d'anomalies d'altitudes à un échantillon représentatif de situations météorologiques, incluant des tempêtes historiques, et la vérification du lien entre la présence d'anomalies initiales et le développement de cyclogenèses, dans les prévisions du modèle Arpège comme dans la réalité. Cela a validé les critères de sélection des anomalies de radiance effectivement interprétables en terme de tourbillon potentiel d'altitude. On a produit des séquences vidéo permettant de comparer les anomalies modélisées avec les anomalies observées sur les images géostationnaires, ainsi que les cyclogenèses associées.

La première phase de la thèse consistera à travailler de manière plus quantitative, et adaptée à une assimilation automatique, en cherchant à convertir ces 'objets' d'anomalies en pseudo-observations de tourbillon potentiel d'altitude. Il faut prendre en compte l'amplitude de l'anomalie (par comparaison au signal radiatif) et sa forme la plus probable : conforme à l'imagerie sur l'horizontale, associée à notre connaissance statistique sur la verticale. Il faudra réfléchir à la possibilité de faire produire le détail de ces observations par le modèle lui-même, par exemple par la recherche d'anomalies géographiquement proches dans le modèle, ou dans un échantillon de prévisions d'ensemble. Il faudra aussi envisager l'utilisation de critères empiriques sur l'évaluation de l'intensité de l'anomalie (comme l'intensification du contraste au bord de l'anomalie sur une séquence d'images).

Dans un second temps, on s'attachera à tester l'assimilation de ces pseudo-observations dans le système 4D-Var Arpège. Cela nécessite l'utilisation d'un opérateur d'observation spécifique, et l'insertion des pseudo-observations dans les bases de données d'observation existantes ; les outils techniques, et une première étude de faisabilité, ont déjà été effectués (Guérin et al.), et l'on bénéficiera de l'aide d'un des acteurs de ce travail (Gérald Desroziers). Le test commencera par l'étude des corrections apportées aux champs météorologiques lorsqu'une seule observation est présentée à l'assimilation 4D-Var, pour vérifier que l'amplitude et la structure de l'observation sont bien prises en compte : l'analyse doit être plus proche de la réalité que l'ébauche, aussi bien en termes d'imagerie que d'observations in situ (utilisation

de dropsondes sur des campagnes comme FASTEX ou THORPEX). Le 4D-Var, par sa prise en compte de la dynamique, va créer des structures dépressionnaires très élaborées à partir des pseudo-observations, et il faudra bien les documenter, voire les critiquer. Ensuite, on pourra effectuer des expériences d'assimilation (à plusieurs cycles de 4D-Var) et évaluer l'impact de ces observations sur la qualité (subjective et objective) des prévisions.

En fonction du temps restant, on essayera de transposer ces techniques à d'autres modèles (assimilation à mésoéchelle Arome), phénomènes (cyclones tropicaux), et à d'autres instruments que Météosat (géostationnaires japonais et américains, imagerie défilante MODIS sur le Pôle Nord). La transposition à l'imagerie radar (initialisation des orages notamment) est plus complexe et sera entreprise comme un complément de l'étude approfondie des données géostationnaires ; cette partie du programme de travail sera définie en fonction des progrès réalisés dans ce domaine (actuellement très actif) le moment venu, et continuera à privilégier une approche orientée objet pour convertir, via des modèles conceptuels, des observations complexes en données assimilables.

Alternativement, en fonction des goûts du candidat et une fois que les première et seconde phase ci-dessus auront été convenablement approfondies, il est possible d'orienter la thèse plus spécialement vers des aspects théoriques liés aux phénomènes de cyclogenèses, à l'utilisation du tourbillon potentiel, et/ou à l'utilisation de pseudo-observations liés à des objets météorologiques en assimilation de données.

Valorisation du stagiaire

Le sujet proposé est original et utilise des outils de pointe. Il est particulièrement important pour la modélisation des phénomènes météorologiques extrêmes, sujet d'actualité. La thèse pourra donc donner lieu à plusieurs publications, notamment en collaboration avec les travaux sur l'étude de la prévisibilité synoptiques, les modélisations sur MAP et THORPEX, et dans le cadre de coopérations internationales pour la prévision à courte échéance des phénomènes dangereux. La composante satellitaire intéressera beaucoup la communauté correspondante et pourra influencer la définition de futurs programmes industriels (successeur de Météosat Seconde Génération). Le sujet est prioritaire pour la modélisation opérationnelle à Météo-France, ainsi que pour la valorisation des données satellitaires et radar. Il intéressera probablement les organismes CEPMMT, Eumetsat et ESA. Il constitue une bonne base pour traiter de problèmes similaires dans d'autres communautés (assimilations de structures en océanographie, biologie marine, chimie atmosphérique et pollution).

1

Traitement de l'imagerie vapeur d'eau géostationnaire

L'image vapeur d'eau est riche en structures diverses associées à la dynamique de l'atmosphère de la moyenne et de la haute troposphère (Santurette et Georgiev 2005). Les satellites géostationnaires modernes comme MSG[1] fournissent des images globales à une fréquence de 15 minutes et à une résolution spatiale de l'ordre de 3 km (au nadir). Les structures d'intrusions sèches peuvent y être détectées comme des zones plus chaudes que leur environnement qui sont associées à des cyclogenèses.

Le logiciel "Rapid Developing Thunderstorms" (RDT) est un outil permettant la détection, le suivi et la caractérisation de systèmes nuageux à partir de l'analyse de séquences d'images dans les canaux infrarouges des satellites géostationnaires. Il a été originellement développé pour la caractérisation des éléments du cycle de vie des systèmes convectifs à mésoéchelle (Morel 2001, chapitre 6). RDT effectue à la fois des opérations de seuillage, visant à définir des objets dans une image dotés d'un certain nombre de caractéristiques, et des opérations d'appariements visant à regrouper ces cellules le long de trajectoires temporelles.

Ce chapitre décrit l'adaptation de l'opérateur RDT à la détection et au suivi des intrusions sèches de l'imagerie vapeur d'eau. Il étend la description et les résultats présentés dans l'article Michel et Bouttier (2006), dont la version originale fait l'objet de l'annexe A.

1.1 La détection par multi-seuillages dans RDT

L'algorithmique originelle de RDT, fondée sur un seuillage en température de l'image (logiciel ISIS) s'est considérablement enrichie à la fois dans la méthodologie (multi-seuillage, gestion d'objets complexes comportant des caractéristiques issues de bases de données d'observations...) et dans les applications (suivi des systèmes convectifs dans divers canaux infrarouge, suivi de cellules précipitantes dans l'imagerie radar). On pourra trouver des descriptions plus approfondies des possibilités et du fonctionnement de RDT dans Morel (2001) et Tzanos (2001).

[1] *Meteosat Second Generation*. Une liste des acronymes est fournie en index.

1.1.1 Algorithme de multi-seuillage

Seuillage élémentaire et définition de la cellule

Le seuillage consiste à définir, dans une image, l'ensemble des pixels où la valeur physique de la température de brillance n'excède pas une certaine valeur. Cet ensemble de pixels seuillé fait ensuite l'objet d'une analyse en connexité. Deux pixels sont connexes s'ils sont voisins sur l'image (figure 1.1). Les relations de connexités sont des relations d'équivalence. Les cellules sont définies naturellement comme les classes d'équivalence de la relation de connexité pour un ensemble de pixels seuillés.

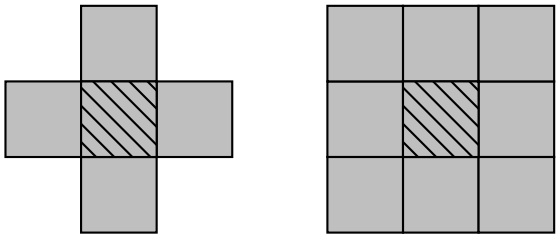


Fig. 1.1: Relations de $\mathcal{R}_4$ (à gauche) et $\mathcal{R}_8$ connexité pour des pixels : les pixels en gris sont les pixels $\mathcal{R}_4$ (respectivement $\mathcal{R}_8$ à droite) connexes au pixel central hachuré.

Il est utile d'ajouter à la description ensembliste des cellules un certain nombre d'attributs permettant une description synthétique et morphologique : points de contour, centre de gravité, centre de gravité pondéré, ellipse approchante... RDT calcule pour chaque cellule, notée[2] $\mathcal{C}$, les attributs "élémentaires" suivants :

- nombre de pixels composant $\mathcal{C}$,
- liste des surfaces à différents seuils de température,
- quantile à 95% de la distribution du gradient périphérique (le long du contour) de température,
- quantile à 90% de la distribution en température des pixels de $\mathcal{C}$,
- surface de $\mathcal{C}$,
- surface de l'ellipse approchant $\mathcal{C}$,
- position du centre de gravité, en pixels et en coordonnées,
- position du centre de gravité pondéré par la température, en pixels et en coordonnées,
- axes et angle de l'ellipse approchante,
- gradient périphérique moyen de température,
- température minimale (maximale pour la vapeur d'eau),
- coordonnées du point atteignant cette température minimale,
- température de seuillage,
- liste des points périphériques,
- coordonnées du rectangle en pixels encadrant $\mathcal{C}$.

Multi-seuillage adaptatif

Une extension de la méthode de seuillage consiste à réaliser itérativement des seuillages pour des valeurs décroissantes du seuil $\int_0$. Toute cellule seuillée à $\int_0$ est incluse dans une cellule seuillée à $\int_1 \leq \int_0$, ce qui introduit une hiérarchie entre ces cellules. Cette

[2] une liste des principales notations est disponible en annexe.

hiérarchie peut être représentée schématiquement (et informatiquement) sous la forme d'un arbre (figure 1.2). Cette formulation vise à permettre de faire un choix différent pour la température de seuillage de chaque cellule. Ce choix de température de seuil est soumis à un certain nombre de critères, notamment sur la surface et sur la profondeur en température des cellules. Il revient à définir un niveau de hauteur pour chaque feuille de l'arbre hiérarchique. RDT dispose de trois méthodes de choix de ce seuil, dites des "incluses", de la "base des tours", et du "sommet des tours". Cette dernière est la plus adaptée à notre problème.

Méthode sommet des tours

L'image est seuillée itérativement à des températures T_i variant, tous les Δ_T, de la valeur maximale T_{chaud} à la valeur minimale T_{froid}. A chaque seuillage, les cellules connexes en pixels sont caractérisées par un certain nombre de paramètres élémentaires. Un lien est établi avec les cellules incluantes seuillées précédemment.

La profondeur de chaque cellule, à tout moment de l'itération du multi-seuillage, est défini comme l'écart entre la température de seuillage et la température minimale sur la surface de la cellule, soit $T_i - T_{min}$. Une cellule n'est retenue que si elle correspond à un minimum relatif suffisamment marqué : sa profondeur doit être supérieure à un seuil fixé ΔT_{Tour}. La figure 1.3 illustre le fonctionnement de la méthode :

- Cas simple d'un minimum isolé de température (figure 1.3, *à gauche*) : la cellule à suivre est détectée à chaque seuillage successif T_i. Dans notre cas :

$$\begin{aligned}(T_{chaud} - 2\Delta_T) - T_{min} &\geq \Delta T_{Tour} \\ (T_{chaud} - 3\Delta_T) - T_{min} &< \Delta T_{Tour}\end{aligned} \tag{1.1}$$

  et donc la cellule est finalement seuillée à $T_{seuil} = T_{chaud} - 2\Delta_T$ qui est la température de seuillage T_i la plus chaude vérifiant les conditions :

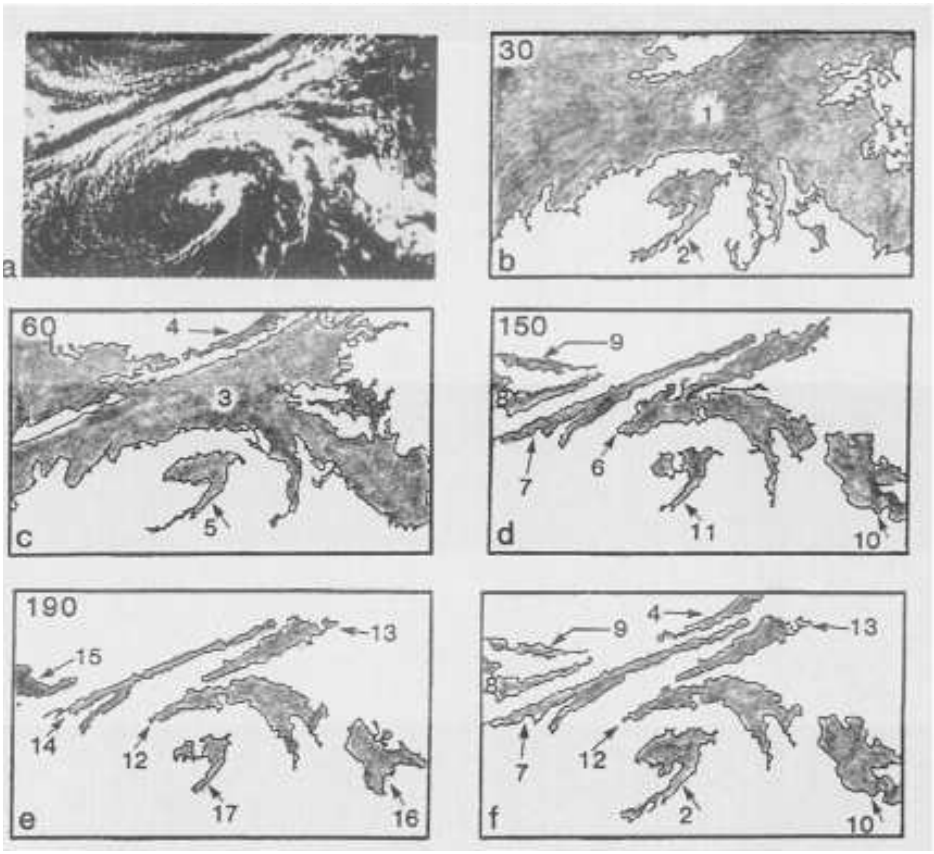
$$\begin{aligned}T_i - T_{min} &\geq \Delta T_{Tour} \\ T_{froid} \leq T_i &\leq T_{chaud}\end{aligned} \tag{1.2}$$

- Cas de deux minima relatifs $T_{min}(g)$ et $T_{min}(d)$: le minimum relatif de droite est retenu et seuillé à $T_{seuil} = T_{chaud} - 4\Delta_T$. Le minimum situé à gauche sur la figure est détecté indépendamment à partir du seuil $T_{chaud} - 2\Delta_T$ et comme $(T_{chaud} - 2\Delta_T) - T_{min}(g) < \Delta T_{Tour}$, il n'est pas retenu.

Cette règle de sélection permet de déterminer les cellules à suivre. Pour l'ensemble des cellules non à suivre (qui ne vérifient pas les critères de sélection), on marque les cellules incluantes comme définitives (ce sont les feuilles de l'arbre du multi-seuillage hiérarchique). Enfin après les seuillages successifs, on n'a retenu que l'ensemble des cellules vérifiant les critères de sélection, lesquelles sont définies au seuil de température approprié. RDT passe ensuite à la phase d'appariement temporel.

1.1.2 Suivi temporel

Le but du suivi est d'établir un lien entre les cellules d'une image à la date t aux cellules d'une image à une date successive $t + \Delta_t$ lorsqu'elles correspondent à un même système. La définition de ces liens est basée sur le recouvrement géographique des cellules, avec évaluation de leur vitesse de déplacement. L'algorithme ayant été défini



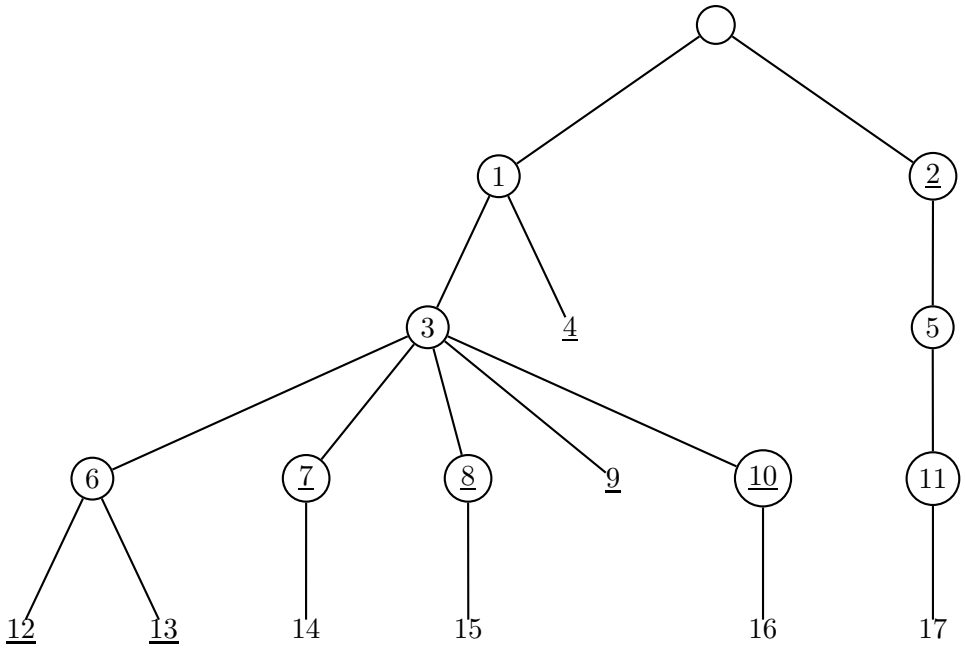


Fig. 1.2: Un exemple de seuillage hiérarchique sur une image infrarouge du satellite GOES, d'après Peak et al. (1994). (a) Image IR (b)-(e) Image seuillée à différents seuils de température (f) Image des cellules retenues pour représenter les systèmes nuageux détectés (g) arbre hiérarchique correspondant.

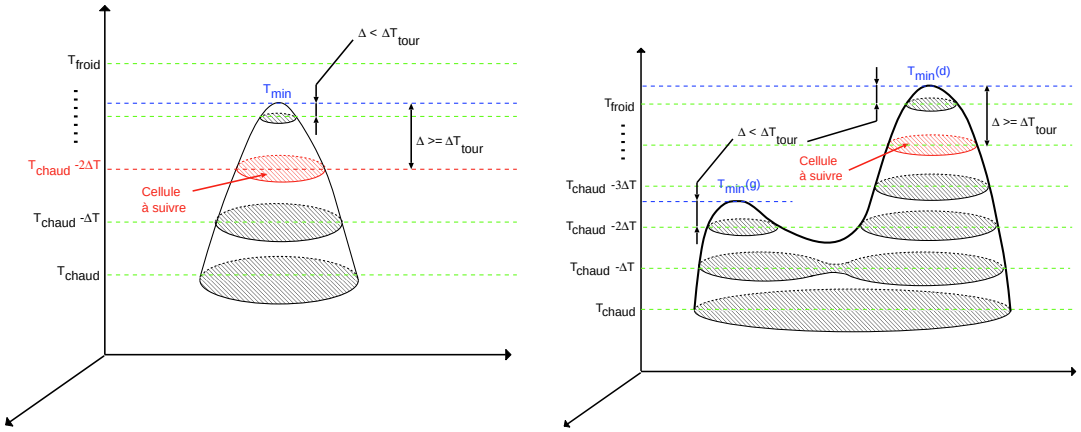


Fig. 1.3: La méthode «sommet des tours» représentée ici pour l'image IR, d'après Morel (2001) et Tzanos (2001)

pour des systèmes convectifs mobiles et supportant des fusions et fissions relativement fréquentes, il est également efficace pour le cadre, moins exigeant, des intrusions sèches que nous cherchons à détecter.

Recouvrement géographique

Soient $\mathcal{C}$ une cellule détectée à l'instant t et $\mathcal{C}'$ une cellule détectée à l'instant $t + \Delta_t$. On appelle $\overrightarrow{V(\mathcal{C})}$ l'estimation de la vitesse de déplacement apparente de $\mathcal{C}$ à t. Le taux de recouvrement utilisé dans le suivi est le taux de recouvrement géographique à $t + \Delta_t$ entre $\mathcal{C}'$ et $\widetilde{\mathcal{C}}$, la translatée de $\mathcal{C}$ par le vecteur $\Delta_t \cdot \overrightarrow{V(\mathcal{C})}$:

$$\tau_{\mathcal{C},\mathcal{C}'} = \frac{S(\mathcal{C} \cap \widetilde{\mathcal{C}})}{min\big(S(\mathcal{C}), S(\widetilde{\mathcal{C}})\big)}$$

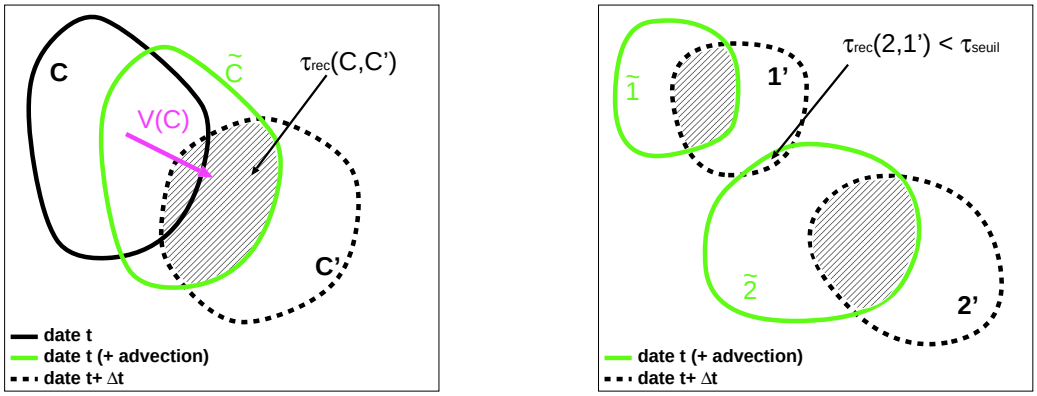
où S désigne la surface.

Règles de paternité et filiation

Dans le cas où l'on observe un unique recouvrement entre $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}'$ (cas de la figure 1.4, panneau a), un lien de parenté est créé quelle que soit la valeur du taux de recouvrement $\tau_{\mathcal{C},\mathcal{C}'}$. Quand des cellules sont proches les unes des autres, plusieurs recouvrements peuvent se produire pour une même cellule, comme illustré sur le panneau b de la figure 1.4. On ne retient alors que les liens pour lesquels le taux de recouvrement est supérieur à un certain seuil τ_{seuil}. Morel et Sénési (2002a) ont validé le seuil $\tau_{seuil} = 0.15$ comme optimal en termes de fausses alarmes et de non-détections pour le suivi de systèmes nuageux de mésoéchelle.

Fusions et fissions

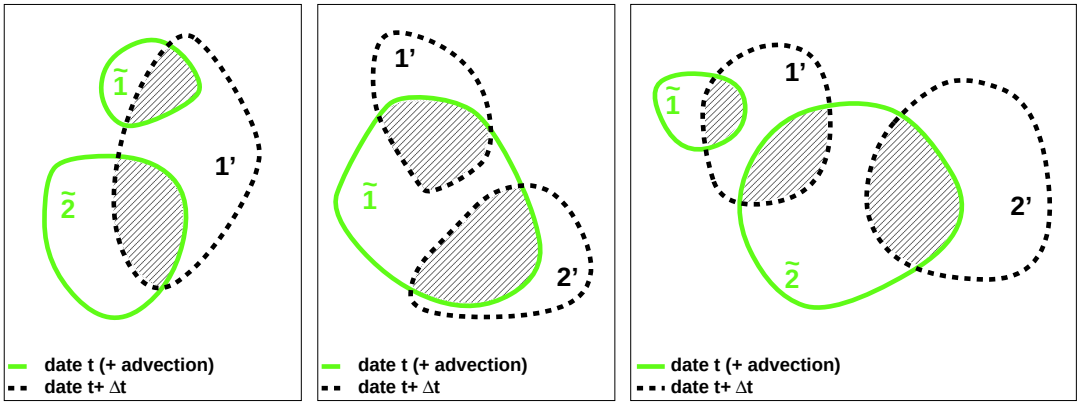
Dans le cas de liens multiples entre des cellules (figure 1.5), on choisit d'établir un lien primaire (ou de parenté) et de classer les autres liens en liens secondaires (ou de fusion et fission). La règle de sélection du "père" (du lien primaire) est de choisir la cellule de surface maximale. Ce choix, naturel pour les systèmes nuageux, n'est pas complètement



(a) Un cas simple de recouvrement (b) Un cas de recouvrement rejeté

Fig. 1.4: Cas de liens uniques entre cellules à la date t et cellules à la date $t + \Delta_t$; d'après Morel (2001).

adapté au suivi des intrusions, pour lesquelles la surface n'est pas un critère pertinent d'importance.



(a) Une fusion (b) Une fission (c) Un cas complexe

Fig. 1.5: Cas de liens multiples entre cellules à la date t et cellules à la date $t + \Delta_t$; d'après Morel (2001).

Évaluation de la vitesse apparent

La prise en compte de la vitesse apparente des cellules s'est révélée indispensable dans le calcul des recouvrements géographiques, notamment pour le suivi des systèmes animés par une vitesse les amenant à des déplacements comparables à leur taille ($\Delta_t \cdot V(\mathcal{C}) \simeq \sqrt{S(\mathcal{C})}$). Plusieurs méthodes sont disponibles pour évaluer cette vitesse :

Évaluation de la vitesse par déplacement : pour toutes les cellules qui admettent au moins un lien vers une cellule de l'image précédente, il est possible d'évaluer la vitesse de déplacement comme une moyenne pondérée des vitesses apparentes des

cellules entre ces deux dates. La vitesse apparente fait intervenir le déplacement mesuré entre les centres de gravité des cellules à t et à $t + \Delta_t$, pondéré par leurs surfaces (Morel 2001, Tzanos 2001).

Méthode de corrélation croisée : une sous–image de petite dimension est extraite et comparée à des sous–images à l'instant suivant qui sont déplacées. La sous-image pour laquelle on obtient un coefficient de corrélation maximal permet de définir le déplacement apparent et d'évaluer la vitesse correspondante.

Vitesse de la cellule la plus proche : dans le cas où les deux méthodes précédentes ont échoué (c'est-à-dire pour le cas d'une cellule naissante, où aucune sous-image déplacée ne permet d'obtenir un coefficient de corrélation jugé significatif), RDT estime la vitesse par une combinaison linéaire des vitesses des cellules environnantes.

Trajectoires

RDT utilise le lien primaire pour classer les cellules en trajectoires temporelles. L'occurrence de liens secondaires entre cellules permet de gérer les situations de fusion et de fission. La figure 1.6 répertorie l'ensemble des états dans lesquels peut se trouver une cellule et qui caractérisent son comportement temporel : cas sans lien antérieur (début de trajectoire), cas d'un lien unique (trajectoire normale), cas sans lien postérieur (fin de trajectoire), cas de fusion, de fission, ou complexe (fusions et fissions multiples). De nombreux attributs évolués prenant en compte l'évolution temporelle sont alors calculés pour compléter la description des cellules, notamment :

- indicateur de coupure spatiale (bord du domaine, pixels manquants...),
- indicateur de coupure temporelle (images manquantes, fin de suivi...),
- état de la cellule (vie, mort, fusion, fission...),
- vitesse de la cellule et sa méthode d'estimation,
- attributs liés à la foudre,
- dates de naissance, de décès
- listes descriptives des fusions et fissions,
- taux instantané de réchauffement,
- taux maximal de réchauffement le long de la trajectoire,
- attributs liés à la discrimination pour les nuages convectifs.

1.1.3 Application à l'image vapeur d'eau

Les canaux d'absorption de la vapeur d'eau

Les satellites géostationnaires sont équipés d'imageurs permettant de mesurer la température de brillance à une longueur d'onde du domaine infrarouge qui est partiellement absorbée, et ré-émise, par la vapeur d'eau. On appelle communément "canaux vapeur d'eau" les longueurs d'onde de 5 à 8 μm. La température de brillance y dépend à la fois des profils d'humidité et de température de l'atmosphère. De manière générale, ce sont les couches d'humidité les plus élevées qui ont le plus d'influence sur la température de brillance finale, comme décrit par Weldon et Holmes (1991). Cependant des conditions de disposition de l'humidité en strates (comme représenté sur la figure 1.7) rendent l'interprétation de l'image délicate. Généralement, le maximum de sensibilité est vers 400 hPa et diminue quand la colonne d'air est plus sèche. Les nuages sont visibles

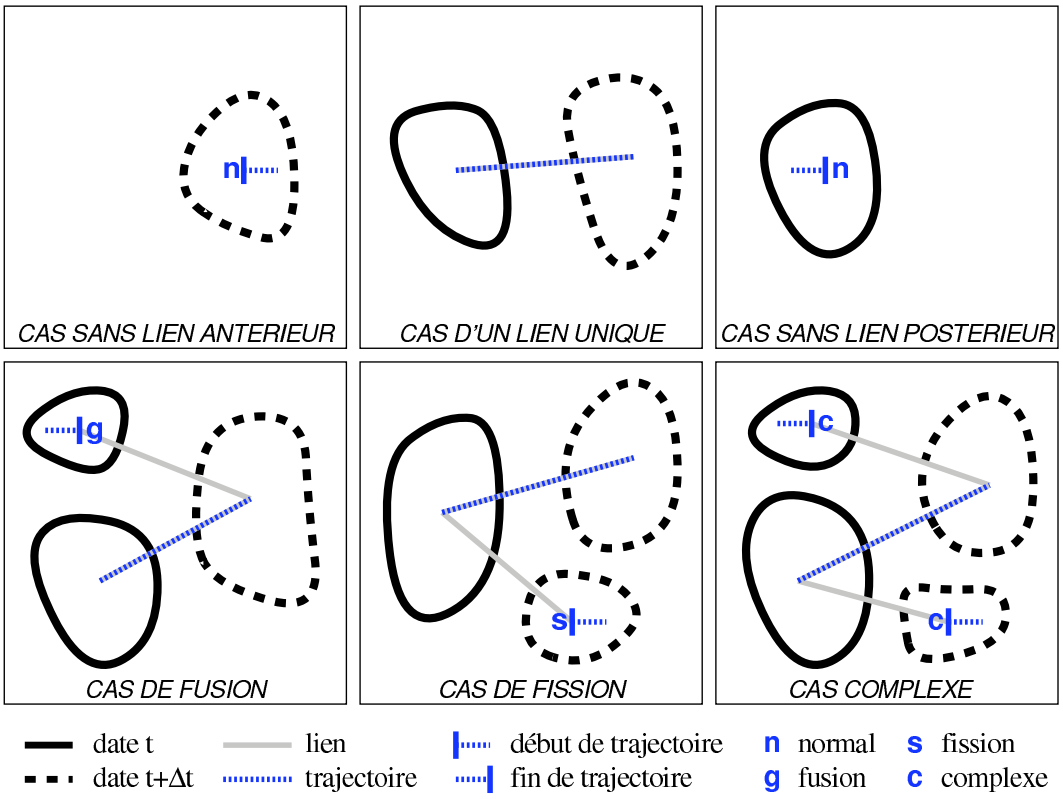


Fig. 1.6: Cas de figure dans la gestion des trajectoires de la méthode de suivi temporel de RDT, d'après Tzanos (2001).

sous la forme de zones froides, mais de manière moins nette que dans les canaux dits "infrarouges" (fenêtre de 10 à 12 μm). Les satellites METEOSAT[3] et GOES[4] ont un canal vapeur d'eau centré en 6.7 μm tandis que MSG dispose de deux canaux vapeur d'eau centrés en 6.2 et 7.3 μm.

Les zones les plus sombres sont généralement dépourvues de nuages (excepté des cirrus d'altitude). Certaines de ces régions sont associées à des intrusions sèches (Browning 1997). La figure 1.8 illustre une interprétation conceptuelle purement thermique largement répandue : l'intrusion sèche serait associée aux caractéristiques stratosphériques de la masse d'air descendant de la tropopause au cours du processus de cyclogenèse. Cet air sec, chaud (en terme de température potentielle) et chargé en tourbillon potentiel apparaît comme une zone de température de brillance relativement élevée dans l'image.

Inversion de l'algorithme

L'algorithme utilisé dans RDT pour la détection des systèmes nuageux convectifs est basé sur le constat qu'il existe une différence de température de brillance importante entre nuage et surface (de l'ordre de 20K, soit la moitié de la dynamique de l'image). L'application à la vapeur d'eau nécessite dans un premier temps de passer d'une détec-

[3]Première série de sept satellites géostationnaires européens.
[4]Série de treize satellites géostationnaires américains.

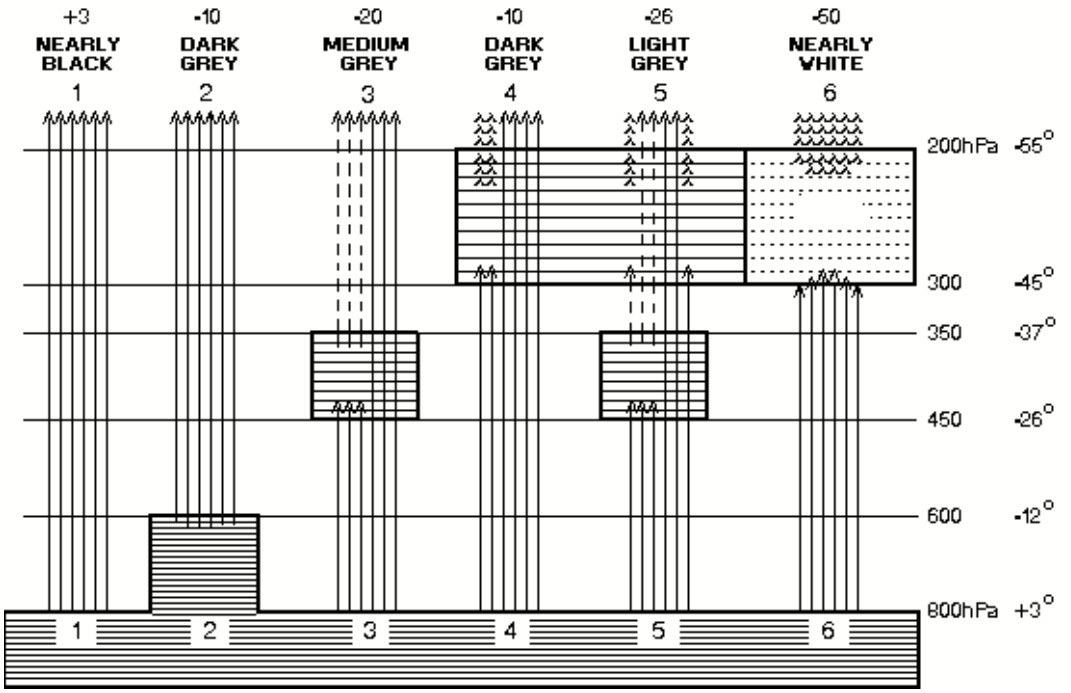


Fig. 1.7: Influence des couches d'humidité sur le canal vapeur d'eau 6.7 μm, d'après Weldon et Holmes (1991).

tion des minima à la détection des maxima de température. Ceci est réalisé simplement en multipliant les températures par -1. Il est également nécessaire de supprimer les règles de seuillage à T_{chaud} qui permettent, en mode infrarouge, une détection plus précoce des systèmes convectifs. On effectue un simple changement dans l'énoncé de la règle de sélection des cellules (Tzanos 2001) qui devient :

Règle de sélection d'une cellule : une cellule est sélectionnée si elle présente une extension verticale $T_{\text{seuil}} - T_{\max}$ supérieure ou égale à ΔT_{Tour}.

Tandis que la règle de choix de température de seuillage demeure inchangée :

Règle de choix de la température de seuillage : le seuil de température utilisé pour détecter un système est le seuil de température le plus chaud pour lequel l'écart avec la température maximale $T_{\max}$ est supérieur ou égal à ΔT_{Tour}, en demeurant toutefois compris entre T_{froid} et T_{chaud}.

Réglage des paramètres du multi-seuillage et du suivi

Les paramètres de la détection par la méthode du sommet des tours repose sur trois paramètres : l'intervalle global du seuillage itératif, défini par les deux températures de brillance T_{froid} et T_{chaud}, et la hauteur des tours ΔT_{Tour}. Afin de régler ces paramètres, la détection a été appliquée à un échantillon de 20 dépressions comprenant des évènements historiquement importants sélectionnés d'après la base de donnés BDEM de Météo-France, ou issus des cas d'étude de Santurette et Georgiev (2005). Il sont répertoriés dans le tableau 1 de Michel et Bouttier (2006).

Des premières expériences ont montré qu'il était possible de suivre les intrusions sèches à l'aide de RDT à condition d'opter pour une résolution maximale pour le multi-seuillage : l'incrément du seuillage itératif est égal à la résolution de discrétisation de l'image (soit 0.5 K pour MSG/SEVIRI[5] et 0.3 K pour Meteosat/MVIRI[6]). Par ailleurs, il est nécessaire de fixer une hauteur minimale ΔT_{Tour} plutôt réduite, de l'ordre de 2 à 3 K. On peut alors suivre les intrusions sèches pour une durée variant, suivant les cas, de quelques heures à plusieurs jours. Il est remarquable que les cellules associées aux tempêtes de 1999 soient limitantes pour la détermination des paramètres, dans le sens où la première cellule (au 25 décembre 1999) est la plus froide de l'échantillon et la deuxième (au 27 décembre 1999) la plus petite en surface. Le tableau 1.1 donne les valeurs utilisées afin de maximiser la détection des intrusions sèches associées à l'échantillon des 20 dépressions pour les différents canaux vapeur d'eau.

La méthode de suivi repose elle–aussi sur quelques paramètres clefs, dont une description précise est faite par Morel (2001). Le plus important concerne une estimation de la vitesse de déplacement maximale V_{max} des objets considérés qui sert à définir la taille de l'imagette utilisée dans l'estimation des vitesses par corrélations croisées. Là encore, l'intensité exceptionnelle du courant-jet d'altitude en décembre 1999 conduit à

[5] *Spinning Enhanced Visible and Infrared Imager*
[6] *Meteosat Visible and InfraRed Imageur*

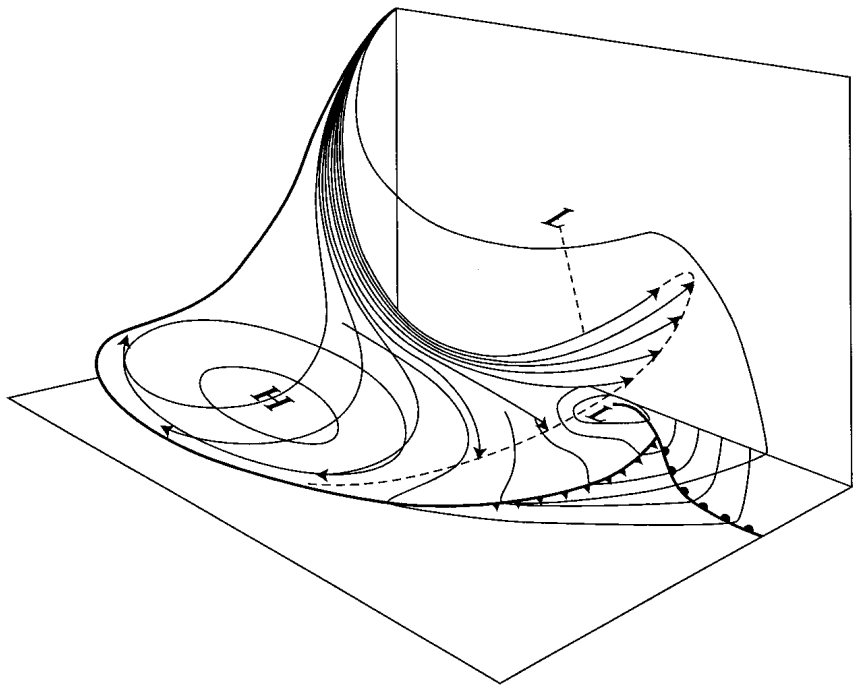


Fig. 1.8: Représentation tridimensionnelle d'une intrusion sèche ; figure issue de Browning (1997). Les flèches indiquent les trajectoires sur des surface isentropes des parcelles d'air originaires de la tropopause. Elles arrivent à proximité du sol dans la partie gauche du schéma mais pas dans la partie droite où elles se superposent aux fronts de surface (Browning 1997).

Paramètre	Description	6.7 μm	6.2 μm	7.3 μm
$T_{\min}$	Température minimale du seuillage itératif	-38 °C	-42 °C	-18 °C
$T_{\max}$	Température maximale du seuillage itératif	-8 °C	-12 °C	28 °C
ΔT_d	Profondeur minimale des Tours	2.2 K	2.5 K	2.5 K
$S_{\min}$	Surface minimale des cellules	2000 km^2	3000 km^2	3000 km^2

Tab. 1.1: Paramètre de détection par seuillage pour les différents canaux vapeur d'eau

un déplacement très rapide des cellules détectées dans l'imagerie, correspondant à une valeur de 200 km h^{-1} pour $V_{\max}$.

La figure 1.9 illustre la détection, le suivi et la tracé graphique associé au traitement RDT de l'image vapeur d'eau MSG 6.2 μm. On y voit que les intrusions sèches dynamiques sont bien détectées et suivies correctement (notamment celles à proximité de la France et de l'Italie) et que des anomalies latentes sont également repérées. Par contre, de nombreuses cellules indésirables sont présentes (notamment une partie des cellules de petite taille apparaissant au large de l'Espagne). Nous abordons maintenant la description des méthodes de sélection supplémentaires développées pour pallier le trop grand nombre de fausses-alarmes.

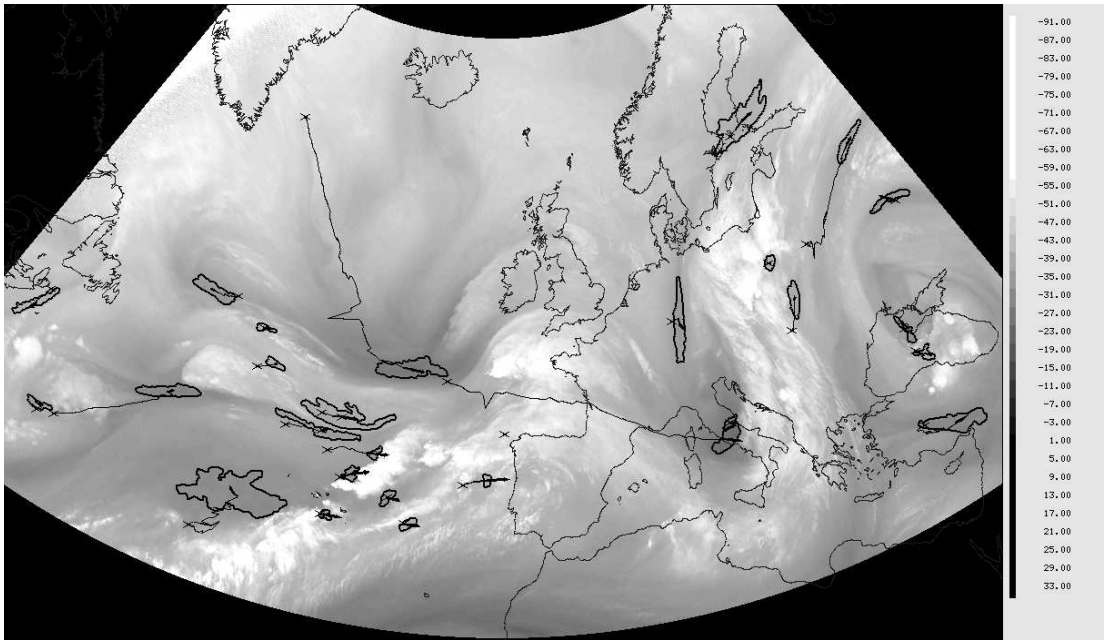


Fig. 1.9: Suivi des cellules de maxima locaux en température de brillance avec RDT, pour le 26 Octobre 2004 à 10 TU et les images géostationnaires du canal 6.2 μm de MSG. Les trajectoires des centres de gravité des cellules sont en traits noirs fins et débutent par une croix ; les contours des cellules en traits noirs épais ; la flèche indique la vitesse de déplacement estimée.

1.2 Sélection et classification de structures

1.2.1 Caractéristiques

Les algorithmes de classification reposent sur une description des structures par un vecteur de caractéristiques de dimensions réduites, noté $\boldsymbol{w} \in \mathbb{R}^q$. Ces caractéristiques peuvent être classées en niveaux croissants de complexité algorithmique (Pankiewicz 1995) :

- spectrales, typiquement la température de brillance dans différents canaux ;
- texturales, décrivant l'organisation spatiale de pixels voisins ;
- spatiales, associées à la segmentation de l'image en cellules ;
- contextuelles, associées aux relations entre des structures.

On cherche à répartir les structures dans des classes c_i en partitionnant l'espace des vecteurs de caractéristiques. On effectue un *apprentissage supervisé* quand, sur un échantillon d'apprentissage, on associe les réalisations des éléments des classes et leurs caractéristiques. A l'inverse, on peut aussi demander à l'algorithme de définir lui-même des classes. Il s'agit alors d'une partition effectuée automatique dans l'espace des caractéristiques, ou apprentissage non-supervisé (voir par exemple le cas du suivi et de la définition des classes de dépressions atlantiques par Ayrault (1998)). Nous voulons dans notre cas effectuer une sélection supervisée des intrusions sèches.

1.2.2 Performance d'une sélection

Un cadre statistique approprié existe quand on peut évaluer, sur l'échantillon d'apprentissage, les probabilités des caractéristiques sur les différentes classes c_i (notamment lorsqu'elles sont gaussiennes, c.f. figure 1.10). Une structure associée à la réalisation du vecteur de caractéristiques $\boldsymbol{w}_0$ est attribuée à la classe j présentant la plus forte probabilité suivant la loi de Bayes :

$$\mathbb{P}(c_j|\boldsymbol{w}_0) = \frac{\mathbb{P}(\boldsymbol{w}_0|c_j) \cdot \mathbb{P}(c_j)}{\mathbb{P}(\boldsymbol{w}_0)} \tag{1.3}$$

Pour certaines applications, il peut être très dommageable de mal classer certaines cellules. Plutôt que de choisir une frontière optimale en termes de probabilité, on peut estimer que l'on préfère avoir moins de bonnes détections mais un taux de mauvais classements réduit. Cela revient à déplacer la frontière dans la figure 1.10. Enfin dans le cas où les distributions des caractéristiques ne sont pas gaussiennes, on peut décider de la frontière en évaluant les bonnes détections et mauvais choix (ou fausses alarmes).

Plus précisément, lors d'une sélection (c'est-à-dire d'une partition en deux classes), la frontière de décision à l'intersection des contours d'équiprobabilité peut s'écrire sous forme paramétrique $\mathcal{F}(\boldsymbol{w}) = 0$ où $\mathcal{F}(\boldsymbol{w}) < 0$ classe la structure associée à $\boldsymbol{w}$ dans la classe c_1 et inversement pour c_2. On définit les probabilités de bonne détection et de fausses alarmes par

$$\text{POD} = \mathbb{P}\big(\mathcal{F}(\boldsymbol{w}) < 0 | \boldsymbol{w} \in c_1\big) \tag{1.4}$$

$$\text{FAR} = \mathbb{P}\big(\boldsymbol{w} \in c_2 | \mathcal{F}(\boldsymbol{w}) < 0\big) \tag{1.5}$$

Ces probabilités, estimées sur un échantillon indépendant de celui de l'apprentissage et ramenées en pourcentages, sont les taux de bonnes détection et de fausses alarmes largement utilisés dans la validation des sélections (Morel 2001). On choisit alors la frontière

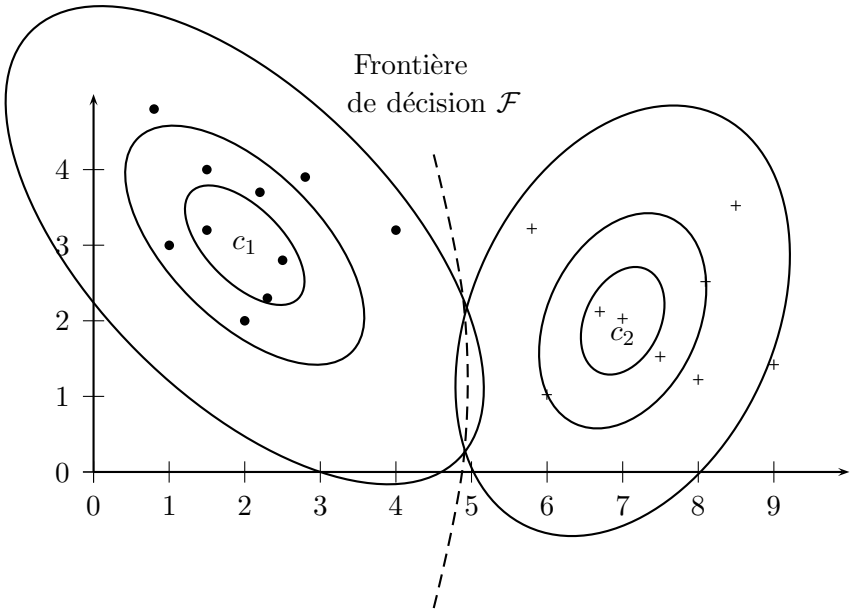


Fig. 1.10: Illustration d'une partition dans un espace des caractéristiques à deux dimensions. Les traits pleins montrent les contours d'équiprobabilité associés à deux classes ($\cdot$ et $+$) qui permettent de définir une partition de l'espace des caractéristiques.

de décision $\mathcal{F}$ de manière à avoir un compromis intéressant en POD et FAR. Cela peut se formaliser en définissant une fonction d'utilité $\mathcal{U}\big(\mathrm{POD}(\mathcal{F}),\ \mathrm{FAR}(\mathcal{F})\big)$ pour un utilisateur que l'on cherche à maximiser par rapport aux paramètres régissant la frontière de décision $\mathcal{F}$. En général, on évalue FAR et POD pour un échantillon discret des paramètres de la décision, ce qui permet à chaque utilisateur (prévisionniste, assimilateur de données...) d'effectuer son propre choix de paramètres.

Cette partie est consacrée à la recherche des caractéristiques intéressantes pour sélectionner les intrusions sèches parmi l'ensemble des cellules détectées. On justifie le choix des caractéristiques retenues en évaluant leur distribution pour la population totale et pour l'échantillon d'apprentissage.

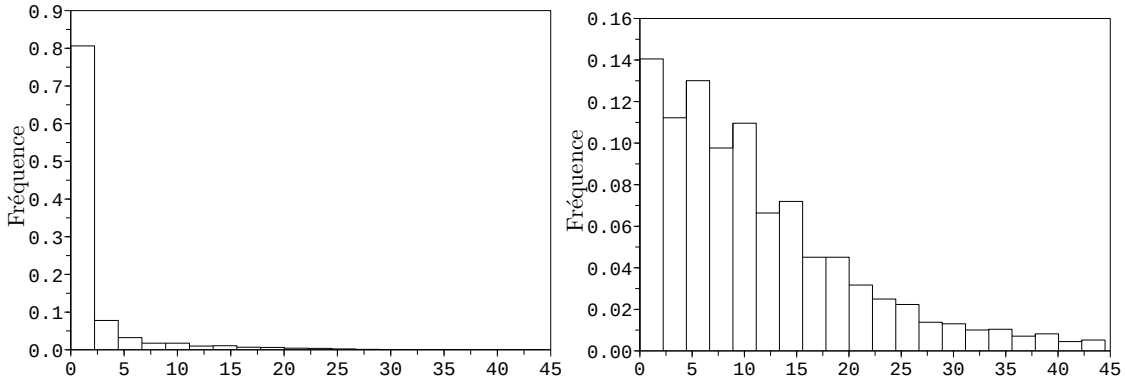
1.3 Filtres de sélection satellitaires

Michel et Bouttier (2006) appliquent ce principe à des images satellites issues des canaux vapeur d'eau 6.3 μm MVIRI de METEOSAT 7 et 6.7 μm de GOES 12, tout en mentionnant l'application aux canaux vapeur d'eau 6.2 μm et 7.3 μm SEVIRI de MSG. Nous présentons ici l'application de ces principes directement à de nouveaux échantillons pour l'imagerie du canal 6.2 μm. De manière générale, la méthode de sélection des filtres diffère légèrement des approches traditionnelles visant à établir une caractérisation climatologique des structures (Morel 2001, Morel et Sénési 2002a;b). En effet, dans ces cas–là, on dispose des trajectoires entières pour faire une décision. Une approche visant, comme application, l'assimilation de données en temps réel, doit au contraire établir sa décision le plus tôt possible, et si possible dans une durée inférieure à la fenêtre temporelle d'assimilation. Par ailleurs il est difficile de définir une vérité terrain objective (comme les impacts de foudre pour les systèmes convectifs) permettant de calculer les taux de fausses alarmes (équation 1.5). La disponibilité de produits

ozone issu du canal 9.7 μm de MSG pourrait permettre de définir un critère pour évaluer ce taux ; en attendant nous effectuons des décisions basées sur un examen visuel des champs dynamiques de l'atmosphère pour définir les intrusions sèches ayant un rôle dynamique, ce qui limite la taille de l'échantillon de vérification.

1.3.1 Durée de vie

La durée minimale des trajectoires détectées dans l'échantillon d'apprentissage (Michel et Bouttier 2006, Table 1) est de douze heures, confirmant la persistance de ces structures (elle-même reliée aux propriétés de conservation du tourbillon potentiel). De nombreuses cellules indésirables ne durent par contre que quelques heures. Un filtre sur la durée est très efficace, mais l'approche, retenue ici, d'une application potentielle à l'assimilation de données implique de choisir un seuil aussi bas que possible (certainement inférieur à six heures qui est la durée de la fenêtre temporelle). La figure 1.11 présente les distributions des durées de vie dans l'échantillon d'apprentissage. On y voit que les intrusions sèches sont persistantes, d'une durée médiane de vingt heures, tandis que beaucoup de cellules détectées par RDT ont une durée inférieure à trois heures (environ 70%). Une durée de trois heures semble un bon compromis. Elle permet d'éliminer 70% des cellules détectées, tout en conservant 97% des intrusions sèches. Ce filtre n'est néanmoins pas suffisant car de nombreuses cellules indésirables sont encore présentes.



(a) Toutes cellules **(b)** Échantillon d'intrusions sèches

Fig. 1.11: Distributions des durées de vie dans l'échantillon d'apprentissage.

Dans la suite, nous ne considérerons que les cellules ayant une durée de vie supérieure à trois heures, afin de mieux montrer l'impact réel des filtres supplémentaires.

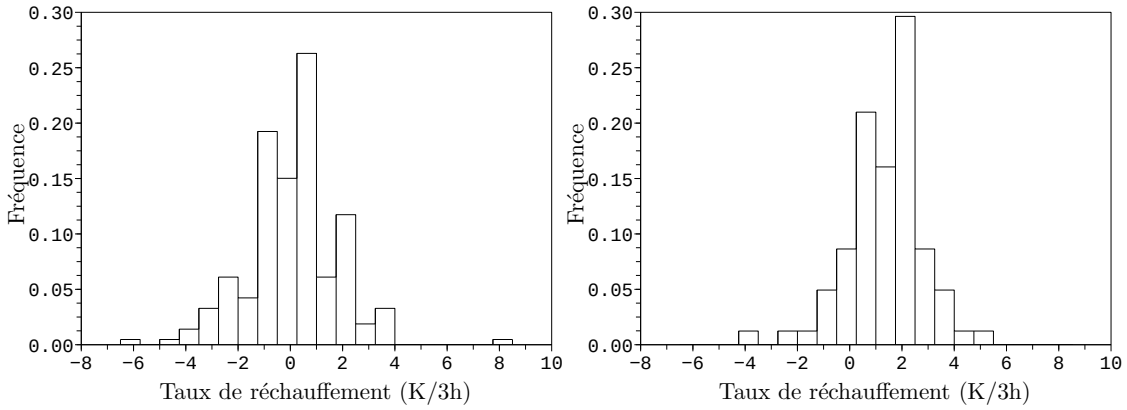
1.3.2 Évolution en température

Une caractéristique des intrusions sèches dynamiques est de se réchauffer. Le taux de réchauffement sur quelques heures fait partie des critères d'estimation de l'intensité de la cyclogenèse par les prévisionnistes. La figure 1.12 présente les distributions des taux de réchauffement maximum le long des trajectoires dans l'échantillon d'apprentissage supervisé. Le taux de réchauffement maximal médian pour l'ensemble des cellules est

de 0 K/3h contre +2 K/3h pour les intrusions sèches. Par rapport à (Michel et Bouttier 2006, figure 3, équations 1 et 2), nous avons choisi finalement un filtre plus permissif car nous sommes également intéressés par les anomalies de tropopause en phase de baisse d'intensité. Le critère retenu se met sous la forme

$$T_t - T_0 > \tau \left(1 - \frac{1}{\pi}\text{atan}\left(\frac{T_t - T_{\text{ref}}}{\Delta T_{\text{ref}}}\right)\right) \tag{1.6}$$

où $\tau = 0.5$ K/3h est le seuil de réchauffement, $T_{\text{ref}} = -37$ °C une température de référence, $\Delta T_{\text{ref}} = 1$ K et $T_t - T_0$ la différence en température à l'instant t et à l'instant initial.



(a) Toutes cellules de durée supérieure à trois heures **(b)** Échantillon d'intrusions sèches

Fig. 1.12: Distributions des réchauffements maximums le long des trajectoires dans l'échantillon d'apprentissage supervisé.

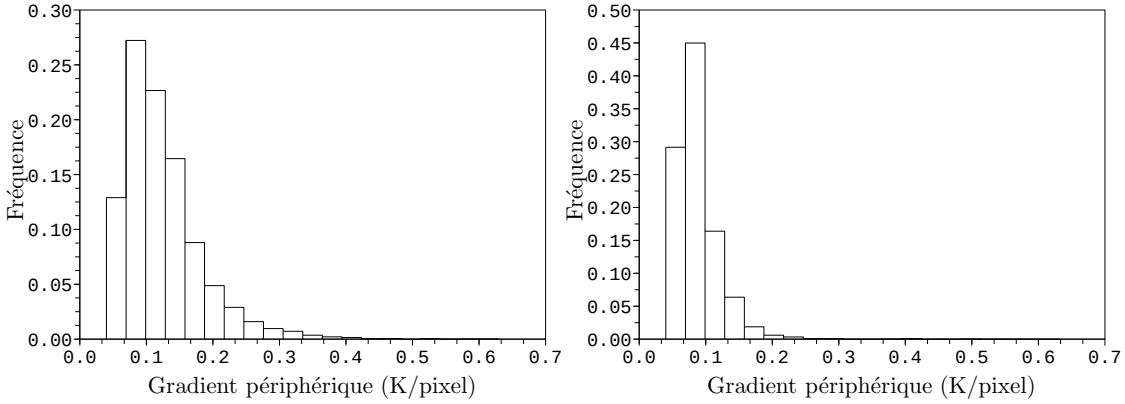
1.3.3 Gradient périphérique moyen de température

Un filtre supplémentaire porte sur le test de la valeur du gradient périphérique moyen de température le long du contour. Physiquement, la valeur du gradient périphérique mesure le contraste local de température le long du contour de chaque cellule. La figure 1.13 présente les distributions des gradients périphériques de température des cellules dans l'échantillon d'apprentissage. Elles diffèrent sensiblement entre cellules totales et intrusions sèches, ces dernières étant systématiquement associées à des seuils inférieurs à $\nabla_{\text{TH}} = 0.15$. Un tel filtre permet de conserver l'essentiel des intrusions sèches (environ 97%) tout en éliminant 15% des cellules de plus de trois heures détectées par RDT.

1.3.4 Ellipticité

Nous ajoutons, par rapport à Michel et Bouttier (2006), un nouveau test morphologique qui s'assure que les cellules adoptent une forme pas trop éloignée de celle d'une ellipse. Ce test s'est avéré nécessaire après nos premières expériences d'assimilation. Des cellules de forme relativement elliptique fournissent une mesure plus fiable de l'erreur de déplacement[7]. Ce test compare la surface S des cellules à celle de leurs ellipses

[7] c.f. chapitre 4



(a) Toutes cellules de durée supérieure à trois heures **(b)** Échantillon d'intrusions sèches

Fig. 1.13: Distributions des gradients périphériques de température des cellules dans l'échantillon d'apprentissage supervisé.

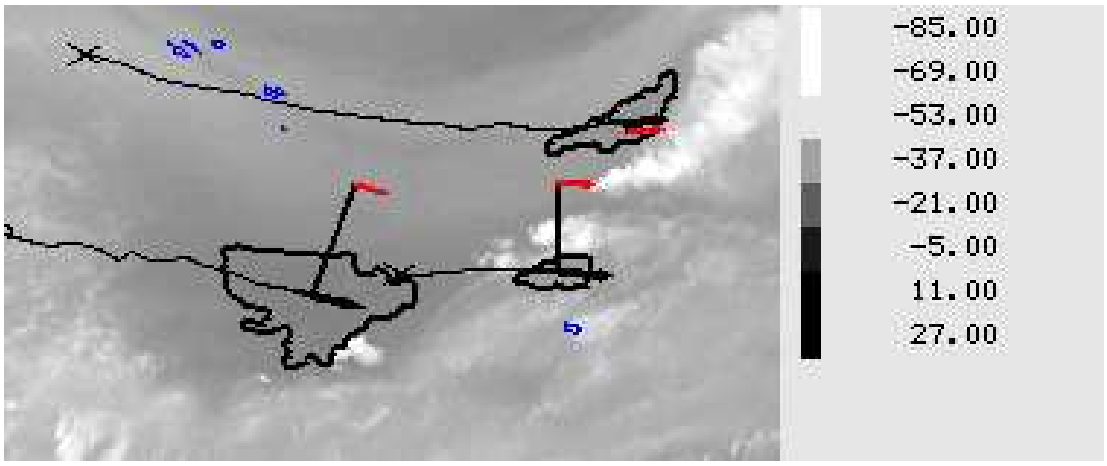


Fig. 1.14: Cellules détectées et suivies par RDT sur l'imagerie géostationnaire MSG 6.2 μm le 27/10/2004 à 05 TU. La cellule du milieu est une fausse alarme dans un trou nuageux, tandis que les deux autres présentent de l'air sec (et sombre) en amont.

approchantes πab :

$$\frac{S}{\pi ab} \geq r_{\mathrm{TH}} = 0.05 \tag{1.7}$$

0.05% des intrusions sèches sont ainsi éliminées car elles présentent une forme trop complexe pour être bien utilisées dans la procédure de génération des pseudo-observations.

1.3.5 Nébulosité de l'environnement proche

Quelques cellules indésirables sont des cellules "piégées" dans un environnement nuageux. Dans ce cas là, le critère de hauteur de tour est toujours satisfait car le nuage est froid, et il arrive que l'on détecte et suive des trous dans les nuages à la place de véritables intrusions sèches. Un tel cas est montré sur la figure 1.14.

On se propose d'utiliser un filtre basé sur la nébulosité de l'environnement géographique immédiat des cellules. La figure 1.15 illustre cette caractérisation : on

calcule la distribution des températures minimales dans un voisinage du contour de chaque cellule. L'idée est que les intrusions sèches présentent de l'air sec en amont, tandis que certaines fausses alarmes sont entièrement incluses dans un environnement nuageux, ce qui est apparent dans le quantile de la distribution de température. Cette caractéristique est assez proche du gradient périphérique de température utilisé précédemment, mais elle est plus robuste et plus précise, car des nuages distants d'une centaine de kilomètres sont bien pris en compte (cette distance provenant du diamètre de la boule de voisinage). Enfin le test de sélection est implémenté comme un test sur le quantile de la distribution de cette température environnante, de manière à s'assurer qu'une proportion limitée du contour de chaque cellule retenue soit nuageuse.

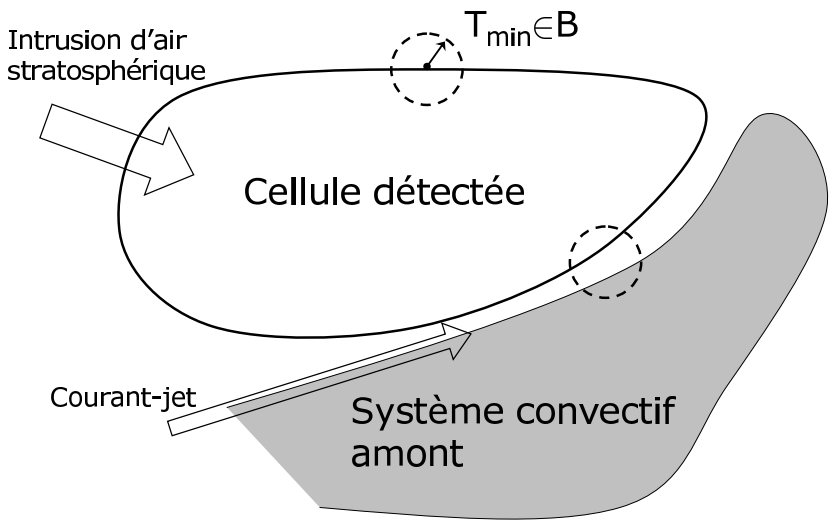
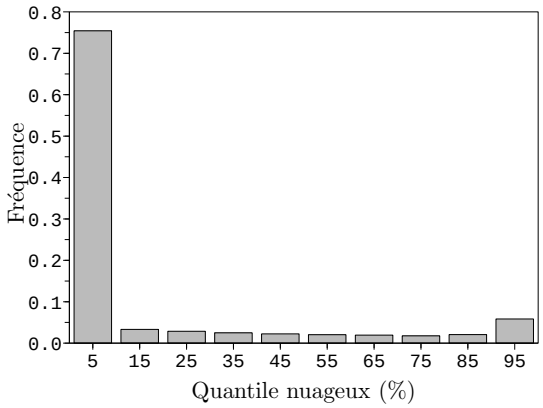


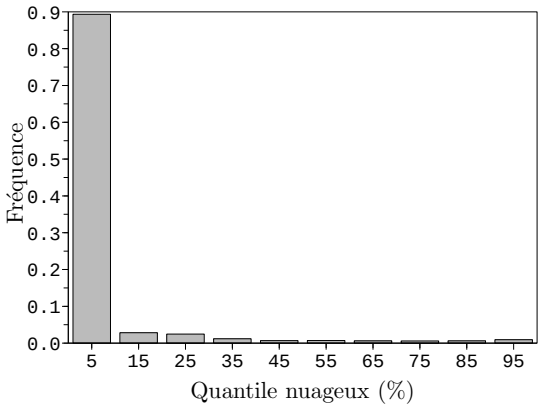
Fig. 1.15: Calcul de la distribution du minimum de température dans un voisinage du contour d'une cellule afin de déterminer le quantile de nuages environnant, et de sélectionner les intrusions sèches. B désigne la boule utilisée pour le calcul de le température minimale $T_{\min}$ dans un voisinage du contour.

Un point du contour est jugé nuageux si $T_{\min}$ est inférieure à une température nuageuse de référence T_{cld}. Le filtre porte sur le quantile nuageux, ou quantité de points nuageux le long du contour. La figure 1.16 présente les distributions des quantiles nuageux. Par exemple, le panneau b montre que 90% des intrusions sèches ont un quantile nuageux inférieur à 10%, tandis que seulement 75% de l'ensemble des cellules sont dans ce cas (panneau a). Il est donc possible d'utiliser ce critère pour éliminer des fausses-alarmes supplémentaires. Par contre, comme le montre la figure 1.16, il est possible de choisir différents couples pour la température nuageuse T_{cld} et la valeur seuil du quantile qui donnent des résultats similaires en termes de probabilité de détection. Par exemple, un seuil de quantile de 10% pour $T_{\text{cld}} = -54$ °C est équivalent à un seuil de quantile de 30% pour $T_{\text{cld}} = -50$ °C. Il nous faut donc calculer le taux de fausses-alarmes pour définir le meilleur filtre de sélection parmi l'ensemble des valeurs possibles pour T_{cld} et de la valeur seuil du quantile.

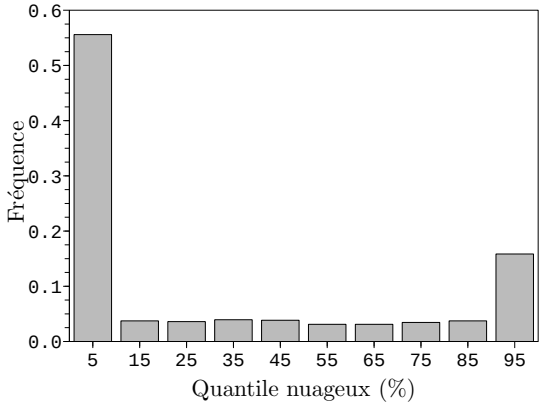
La figure 1.17 présente l'estimation des taux de fausses-alarmes et de bonnes détections sur trois périodes indépendantes (14 au 18 Janvier 2007, 28 au 31 Mai 2007, 9



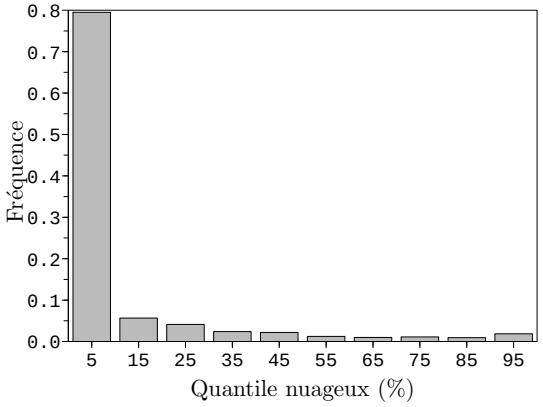
(a) Toutes cellules de durée supérieure à trois heures, $T_{\mathrm{cld}} = -54$ ˚C



(b) Intrusions sèches, $T_{\mathrm{cld}} = -54$ ˚C



(c) Toutes cellules de durée supérieure à trois heures, $T_{\mathrm{cld}} = -50$ ˚C



(d) Intrusions sèches, $T_{\mathrm{cld}} = -50$ ˚C

Fig. 1.16: Distributions des quantiles nuageux dans l'échantillon d'apprentissage supervisé pour deux définitions de la température nuageuse.

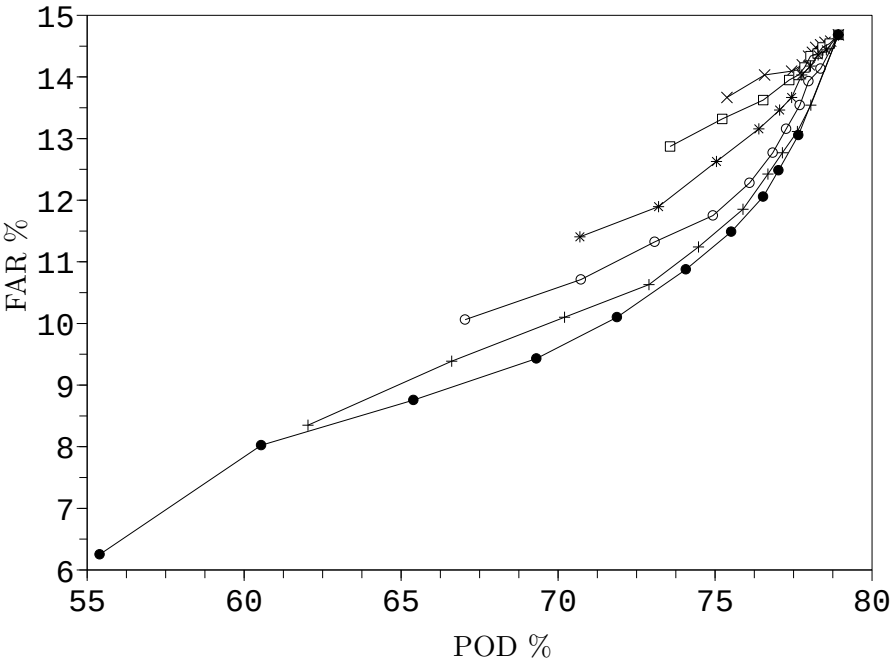


Fig. 1.17: Taux de fausses-alarmes (FAR) et probabilités de bonnes détections (POD) en fonction des paramètres du filtre de nébulosité. Par ordre de FAR croissants (disques, croix, cercles...) les courbes correspondent aux températures nuageuses de -58 °C à -48 °C par pas de 2 °C. Par ordre de POD croissants le long de chaque courbe les valeurs seuil pour le quantile, de 0% à 100% par pas de 10%.

au 15 Avril 2007). On applique l'ensemble des filtres (durée de vie, réchauffement, les filtres modèle présentés dans la prochaine section, les filtres de gradient périphérique et d'ellipticité) puis les filtres de nébulosité, pour différentes valeurs de T_{cld} et de la valeur seuil du quantile. Pour un FAR donné, les meilleurs résultats en POD sont obtenus pour les valeurs les plus chaudes de T_{cld}. On choisit donc un cas intermédiaire avec $T_{\text{cld}} = -50$ °C et un seuil de 90% pour le quantile.

1.4 Filtres de sélection basés sur l'information modèle

Il est apparu qu'un recours à l'information dynamique de l'environnement était nécessaire pour améliorer la détection des intrusions sèches. Les prévisionnistes utilisent quotidiennement le positionnement des anomalies dynamiques de tropopause par rapport au courant-jet (Santurette et Joly 2002). En particulier, les cyclogenèses explosives se déroulent plus fréquemment dans une configuration géométrique d'entrée gauche et de sortie droite de courant-jet. Cela peut s'expliquer à partir de la forme $\boldsymbol{Q}$-vectorielle de l'équation oméga (Hoskins et al. 1978). Nous avons cherché à exploiter cette relation géométrique plutôt que de nous baser sur des indices "isotropes" comme l'indice de Eady de l'instabilité barocline $\sigma_E \propto \frac{f}{N}\frac{dV}{dz}$ (Hoskins et Valdes 1990). Pour cela, nous représentons le courant-jet d'altitude comme la ligne de crête de la force du vent, obtenue par des algorithmes de squelettes de morphologie mathématique.

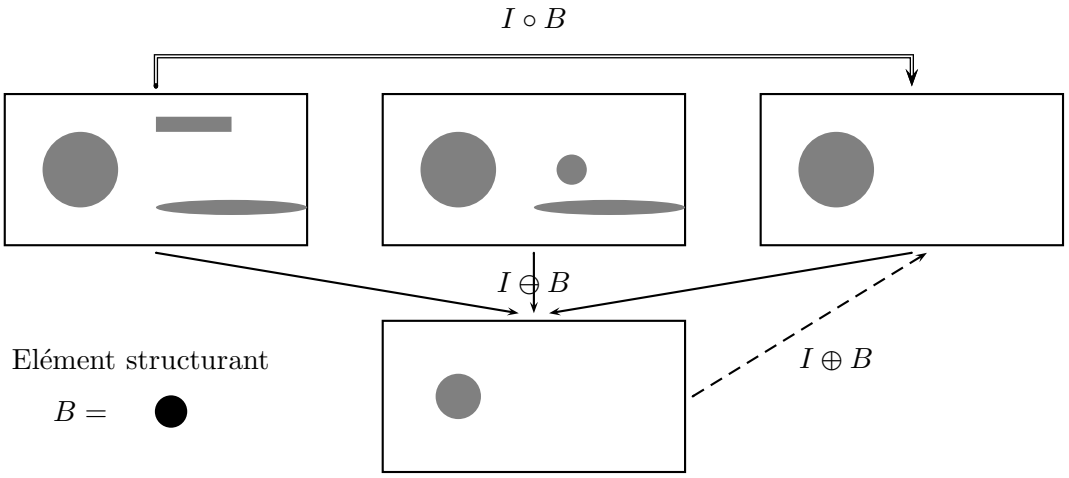


Fig. 1.18: Opérations morphologiques sur des images binaires

1.4.1 Squelette du courant-jet obtenu par morphologie mathématique

La morphologie mathématique est une théorie et un ensemble d'algorithmes permettant un traitement non-linéaire de l'image qui s'appuie sur la théorie des ensembles (par opposition au traitement du signal qui représente une image comme une application discrète). Elle permet d'extraire de l'information sur la taille, la forme, l'orientation ou la connexité d'ensembles de pixels (Serra et Soille 1994).

Opérations morphologiques élémentaires

Les opérations élémentaires de la morphologie sont l'érosion et la dilatation par un élément structurant B. Ce sont les applications définies respectivement par :

$$\begin{aligned} \forall \boldsymbol{x} \in \Omega, \big(I \ominus B\big)(\boldsymbol{x}) &= \mathrm{Inf}\{I(\boldsymbol{y}) | \boldsymbol{y} \in B_{\boldsymbol{x}}\} \\ \forall \boldsymbol{x} \in \Omega, \big(I \oplus B\big)(\boldsymbol{x}) &= \mathrm{Sup}\{I(\boldsymbol{y}) | \boldsymbol{y} \in B_{\boldsymbol{x}}\} \end{aligned}$$

où Ω est le domaine de l'image I formée de $[\![1, N]\!] \times [\![1, M]\!]$ pixels. Ces applications sont surjectives mais pas injectives ; on peut néanmoins définir un inverse à droite comme le plus petit ensemble parmi les antécédents, au sens de l'inclusion. Ce sont les opérations ouverture et fermeture, qui sont les composées de ces opérations d'érosion et de dilatation :

$$\begin{aligned} \big(I \circ B\big)(\boldsymbol{x}) &= \big(I \ominus B\big) \oplus B \\ \big(I \bullet B\big)(\boldsymbol{x}) &= \big(I \oplus B\big) \ominus B \end{aligned}$$

L'ouverture supprime dans une image les pics d'étendue spatiale inférieure à B, tandis que la fermeture supprime les creux (ou vallées).

Opérations morphologiques de calcul de squelette

Les transformées en squelette visent à décrire un ensemble de points d'une image sous une forme réduite qui soit de topologie semblable (c'est-à-dire ayant le même nombre de composantes connexes) et mince (Serra et Soille 1994). Cette description semble bien

adaptée car nous cherchons à décrire le vent d'altitude sous une forme qui permette d'extraire les rapides de courant-jet, et de comparer leur position avec celle des cellules détectées par RDT. Idéalement, une transformée en squelette devrait posséder les propriétés suivantes :

- un caractère mince et filiforme ;
- un caractère homotope, qui conserve la topologie de l'image initiale ;
- la continuité par rapport à des modifications de l'image initiale ;
- une invariance dans les transformations de rotation ou de translation.

La toute première définition de squelette est due à Lantuejoul (1978), et fait intervenir la notion de boule maximale. Une boule est maximale dans un ensemble X si elle est incluse dans X et si aucune autre boule de X ne la contient. Le squelette de Lantuéjoul est alors le lieu des centres des boules maximales. La figure 1.19 illustre cette transformée sur des images binaires. Ce squelette ne préserve pas l'homotopie sur des images discrètes et n'est pas robuste par rapport à des modifications de l'image initiale.

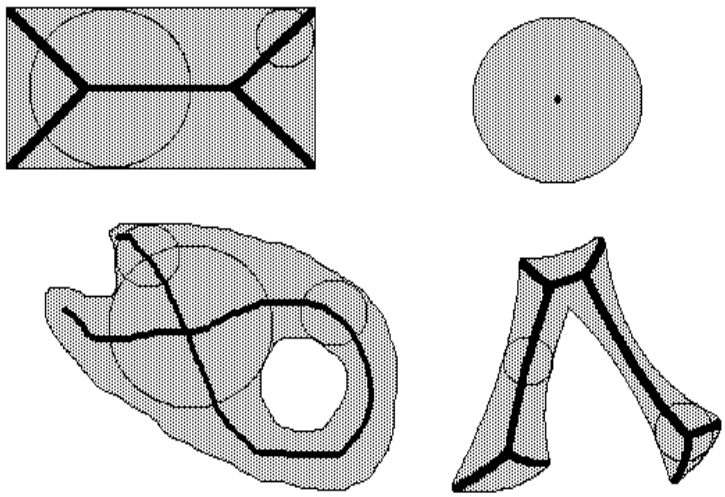


Fig. 1.19: Exemples de squelettes de Lantuéjoul ; figure tirée de Beucher (1990). L'ensemble X est en niveaux de gris, son squelette par boules maximales en traits gras.

Une autre transformée en squelette, celle-ci homotopique mais pas mince, consiste à appliquer des amincissements : à chaque itération, une nouvelle valeur de chaque pixel g d'une image est déduite de la valeur originale f et des valeurs maximales et minimales dans deux voisinages géographiques $\mathcal{V}_0, \mathcal{V}_1$ par :

$$\begin{aligned} f_0 &= max(f)|\mathcal{V}_0 \\ f_1 &= min(f)|\mathcal{V}_1 \\ g &= f_0 \text{ si } f_0 < f \leq f_1 \\ &= f \text{ sinon} \end{aligned}$$

Il existe des résultats précis sur les voisinages permettant de préserver la topologie de l'image initiale (Serra et Soille 1994). L'annexe B de Michel et Bouttier (2006) donne les voisinages utilisés avec la relation de 8-connexité permettant de construire un squelette

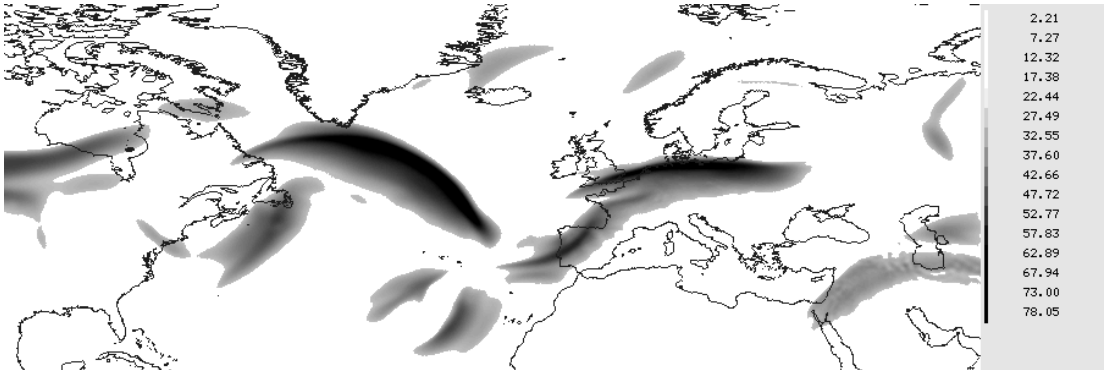


Fig. 1.20: Force du vent à 300 hPa seuillée à la valeur 30 ms^{-1}. Les champs de vents sont issus de l'ébauche à six heures du modèle ARPEGE valide pour le 03 Octobre 2006 à 00 TU.

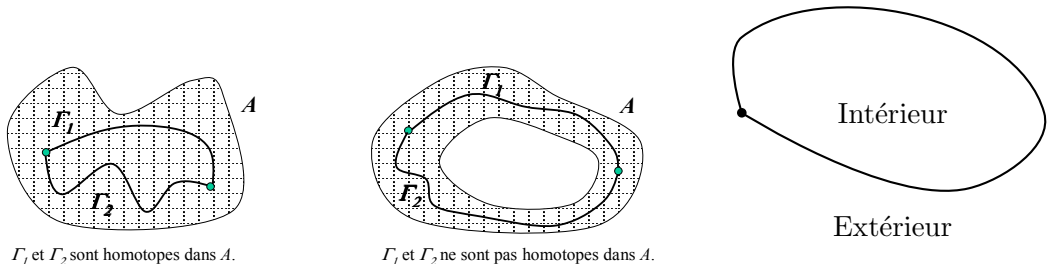
homotope par amincissements. La figure 1.20 donne un exemple de force du vent seuillée à 30 ms^{-1} pour le 03 Octobre 2006 à 00 TU. On cherche une représentation plus compacte des structures connexes qui y sont présentes, tout en extrayant les lignes de crêtes du vent. La figure 1.23(a) montre le squelette par amincissements obtenus, qui présente de nombreuses ramifications indésirables (Beucher 1990, Serra et Soille 1994). Pour aller plus loin, il faut mieux définir la notion de préservation des composantes connexes, ou homotopie, dans une maille discrète pour la connexité. Le théorème de Jordan, dans le cas discret, prend en effet une formulation différente.

Dans le cas continu, la notion d'homotopie est bien connue : soit A une partie de $\mathbb{R}^2$. Un arc G est défini comme une fonction continue de $[0,1]$ dans $\mathbb{R}^2$. Deux arcs G_1, G_2 de mêmes extrémités sont homotopes dans A s'il existe une fonction θ bicontinue de $[0,1] \times [0,1] \longrightarrow A$ telle que

$$\begin{aligned}
\forall t \in [0,1] \qquad & \theta(t,0) = G_1(t) \\
\forall t \in [0,1] \qquad & \theta(t,1) = G_2(t) \\
\forall u \in [0,1] \quad & \theta(0,u) = G_1(0) = G_2(0) \\
\forall u \in [0,1] \quad & \theta(1,u) = G_1(1) = G_2(1)
\end{aligned}$$

La figure 1.21 illustre cette notion d'homotopie. La fonction θ permet de passer continûment d'un arc à l'autre quand ceux-ci sont homotopes. L'homotopie est une relation d'équivalence. Pour A ouvert de $\mathbb{R}^2$, l'ensemble des classes d'homotopie muni de la loi de concaténation des arcs est un groupe, et deux ouverts sont homotopes si leurs groupes respectifs sont isomorphes. On définit la notion de préservation de la topologie pour un opérateur F (dans notre cas l'opérateur de transformée en squelette) comme le fait que A et $F(A)$ soient des ensembles homotopes pour tout ouvert A de $\mathbb{R}^2$.

Le théorème de Jordan concerne les arcs simples fermés (fonctions G injectives telles que $G(0) = G(1)$). De tels arcs séparent le plan en deux parties, l'intérieur et l'extérieur. Il existe donc une relation d'entourage, l'arc étant compris entre cet intérieur et extérieur, comme l'illustre la figure 1.21(b). Cette notion, relativement intuitive, s'exprime très différemment en maille discrète. Considérons la figure 1.22 où nous utilisons le couple (m,n) tel que m (respectivement n) désigne la connexité (4 ou 8) de l'objet en noir (resp. de son complémentaire en blanc). L'image est représentée



(a) Homotopie **(b)** Théorème de Jordan

Fig. 1.21: Notion d'homotopie et théorème de Jordan dans $\mathbb{R}^2$.

sur la figure 1.22(a). Sur la figure 1.22(b), les points noirs ne sont pas 4-connexes mais ils séparent l'ensemble des points blancs en deux composantes. Sur la figure 1.22(c), les points noirs sont 8-connexes mais ils séparent pas l'ensemble des points blancs en deux composantes. C'est en contradiction apparente avec la relation d'entourage et le théorème de Jordan. La solution, illustrée sur les figures 1.22(d) et 1.22(e), consiste à utiliser des connexités différentes pour l'objet et pour son complémentaire (soit $(m, n) = (8, 4)$ ou $(m, n) = (4, 8)$. A et B sont donc m-homotopes si et seulement s'il existe une bijection entre l'ensemble des composantes m-connexes de A et celles de B, et également s'il existe une bijection entre l'ensemble des composantes n-connexes du complémentaire de A et de celles du complémentaire de B.

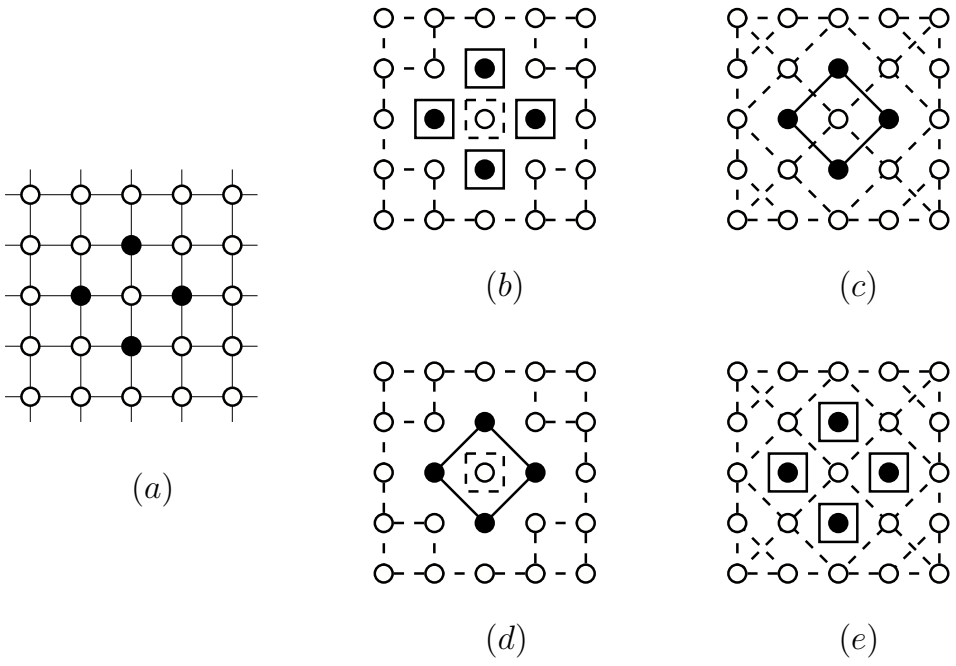


Fig. 1.22: Paradoxe de Jordan en maille carrée. Les traits continus (respectivement tiretés) reliant les points noirs (resp. blancs) sont les relations de connexité. Les traits continus (resp. tiretés) délimitent les composantes noires (resp. blanches). (a) correspond à l'image, (b) à $(m, n) = (4, 4)$; (c) à $(m, n) = (8, 8)$; (d) à $(m, n) = (8, 4)$ et (e) à $(m, n) = (4, 8)$. D'après Lohou (2004).

Pour traduire cette vision ensembliste en algorithmes de squelettisation, il faut pouvoir considérer les propriétés topologiques de chaque pixel. Un point (ou pixel) m-simple est tel que son retrait conserve la topologie de l'objet, et du complémentaire pour la n-connexité. Il existe de nombreuses caractérisations géométriques du caractère simple d'un point (Manzanera et al. 2002, Lohou 2004), qui permettent donc d'écrire des algorithmes séquentiels opérant par retrait successif de points simples. Nous avons développé l'un d'entre eux ; le résultat, montré sur la figure 1.23b, est à la fois mince, homotope et robuste. Par contre, il ne préserve pas les lignes de maximum de vent comme la transformée en squelette de la figure 1.23a. La branche du courant-jet située sur l'Atlantique est située trop au Sud ; celles qui sont au niveau de la France ne sont pas très bien localisées non plus. C'est lié au fait que cet algorithme a une approche ensembliste de l'image (en noir et blanc) tandis que l'amincissement tient compte des valeurs des champs dans l'image. Nous avons donc choisi une approche intermédiaire, consistant à filtrer les ramifications indésirables du squelette de la figure 1.23a. Ce filtrage induit une perte de la connexité, avec l'apparition de trous, que nous comblons partiellement par une opération de dilatation par des boules de rayon 100 km, comme illustré par la figure 1.23c. Enfin, nous retrouvons un résultat mince en appliquant l'algorithme itératif de transformée en squelette homotope à cette dilatée. Le résultat (figure 1.23d) est généralement bien plus satisfaisant que les deux algorithmes pris indépendamment car il permet de bien distinguer les différentes crêtes du courant-jet, même s'il ne respecte pas la topologie de l'ensemble initial.

1.4.2 Filtre basé sur la distance au squelette du courant-jet

Pour chaque cellule, nous calculons une nouvelle caractéristique qui est la distance sur la sphère au projeté du centre de gravité sur le squelette du courant-jet. Celui-ci est calculé d'après le vent à 300 hPa issu d'une prévision numérique à courte échéance. Comme montré sur la figure 1.24, le projeté s'entend comme le point du squelette réalisant la distance minimale, et l'on définit également l'angle au courant-jet comme l'angle entre la direction de projection et le vecteur vent au niveau du projeté.

Comme le montrent (Michel et Bouttier 2006, figure 6), les intrusions sèches se situent préférentiellement à faible distance (de l'ordre de 500 km) et sur le côté anticyclonique du courant-jet ($\theta_{\text{jet}} = \pi/2$). C'est également apparent dans les distributions calculées sur le nouvel échantillon d'apprentissage (figure 1.25). On s'aperçoit que filtrer les cellules en prenant en compte la distance au jet est un moyen efficace d'éliminer des cellules indésirables ou de faible importance dynamique. Le critère de test retenu dans l'espace bidimensionnel $(d_{\text{jet}}, \theta_{\text{jet}})$ est celui décrit par (Michel et Bouttier 2006, équations 3 et 4).

(a) Squelette homotopique par amincissements en 8-connexité

(b) Squelette homotopique séquentiel

(c) Dilatée du squelette homotopique amincissements privé de ses ramifications

(d) Squelette séquentiel de la dilatée

Fig. 1.23: Différents squelettes de la force du vent (03 Octobre 2006 à 00 TU).

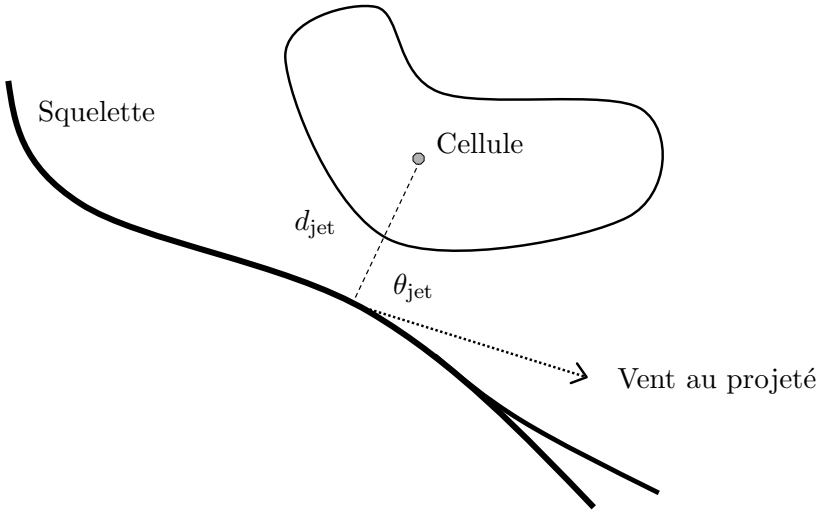
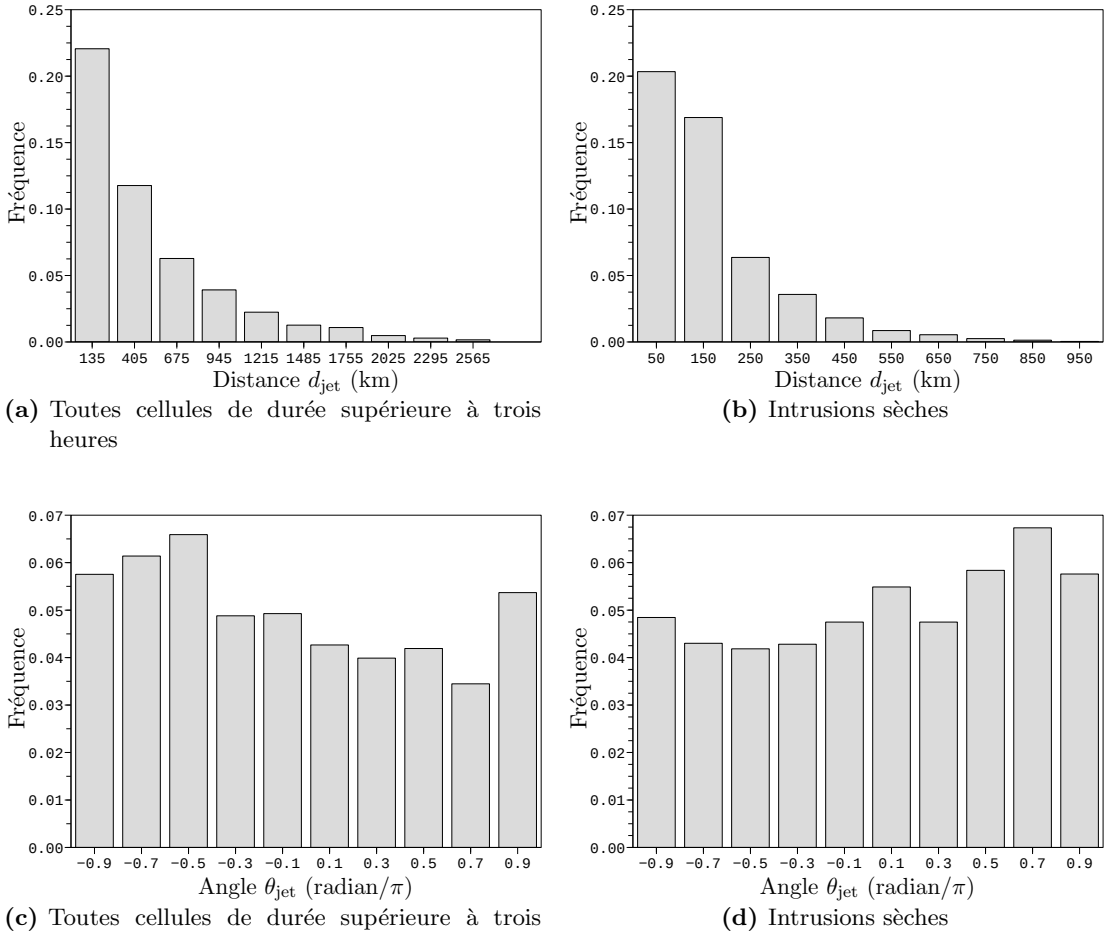


Fig. 1.24: Calcul de la projection sur le squelette du courant-jet.



(a) Toutes cellules de durée supérieure à trois heures

(b) Intrusions sèches

(c) Toutes cellules de durée supérieure à trois heures

(d) Intrusions sèches

Fig. 1.25: Distributions des distances au jet (en haut) et des angles au jet (en bas) dans l'échantillon d'apprentissage supervisé.

Conclusion

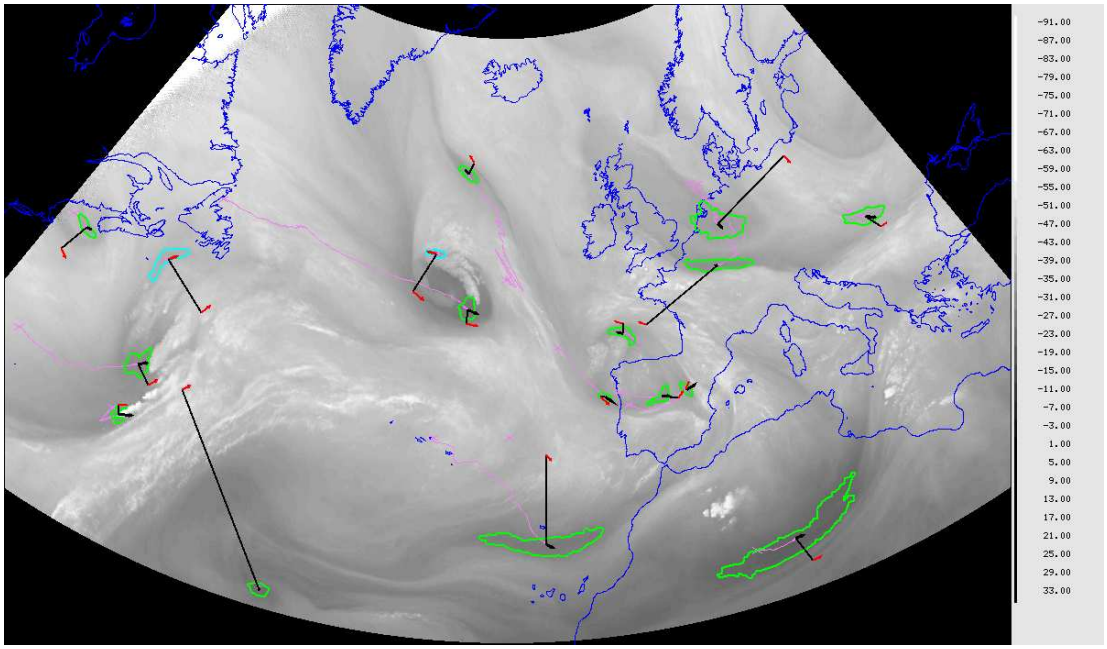
L'opérateur de traitement d'image RDT a été adapté pour la détection et le suivi des intrusions sèches visibles dans les canaux vapeur d'eau des satellites géostationnaires. RDT effectue une analyse en connexité d'ensembles de pixels vérifiant des conditions de seuillage. Cela permet d'identifier des cellules correspondant à des extremums relatifs de la température de brillance d'une image. Ces cellules sont ensuite regroupées en trajectoires temporelles grâce à un algorithme d'appariement et décrites par un petit nombre d'attributs qui synthétisent leur comportement géographique, morphologique et radiatif. Ces seules informations sont disponibles pour des filtrages ultérieurs ou la génération des pseudo-observations.

Les intrusions sèches apparaissent sous la forme de maximums locaux de température de brillance, ce qui rend leur traitement possible avec RDT, à condition d'adapter les différents seuils de détection. Les paramètres liés à la détection et au suivi des cellules concernées ont été estimés sur un échantillon d'apprentissage. De nombreux filtres complémentaires ont été nécessaires afin de réduire les fausses alarmes. Certains sont basés sur des prévisions à court terme issus d'un modèle numérique et permettent d'inclure de l'information sur la dynamique météorologique environnante (en particulier la proximité d'un courant-jet d'altitude).

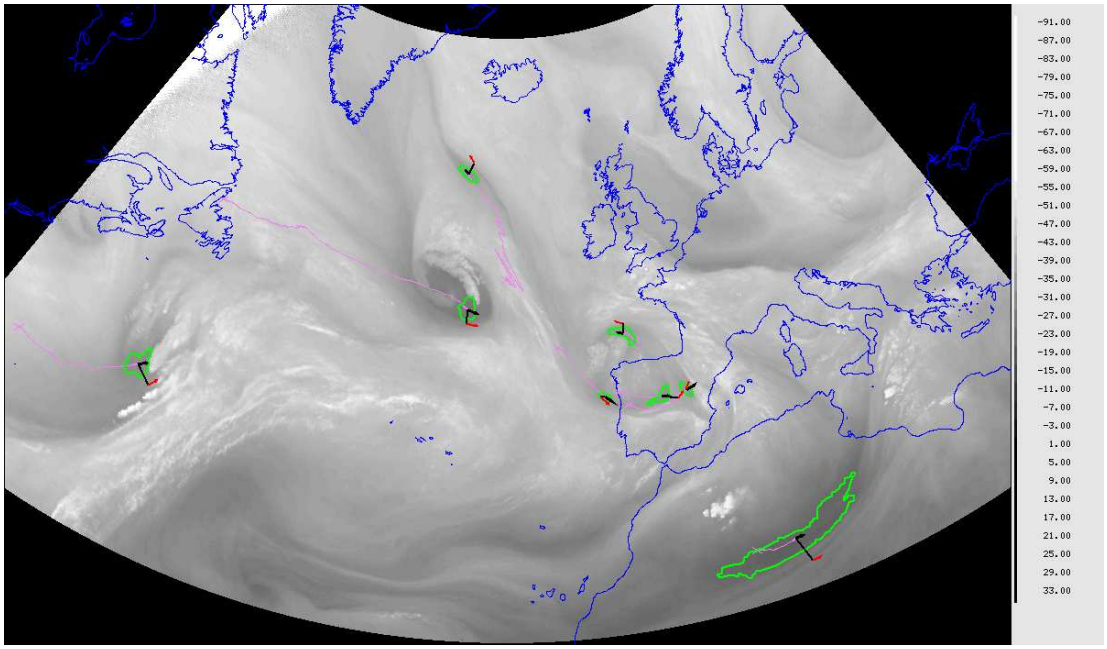
Au final, une étude de la performance du traitement d'image dans un cadre similaire à l'opérationnel (utilisant des images par périodes de six heures, par opposition à une approche climatologique) montre que le taux de fausses-alarmes s'élève à 0.13, pour un taux de détection de l'ordre de 0.75. Les fausses-alarmes qui demeurent sont pour la plupart des zones chaudes persistantes situées au sud de l'image vapeur d'eau et qui ne présentent pas de lien dynamique apparent. Elles nécessiteraient d'autres critères contextuels pour être filtrées (la proximité du courant-jet ne suffisant pas). Les cellules représentant les intrusions sèches sont caractérisées par leur contour géographique ainsi qu'un certain nombre d'attributs images supplémentaires.

Ce logiciel, dénommé dans la suite Antidote[8], a fait l'objet d'une publication dont la version originale est en annexe A. La figure 1.26 illustre les outils de visualisation développés pour l'occasion. On peut tracer sur l'image les contours des cellules, leur trajectoire, leur vitesse de déplacement estimée et la caractérisation du courant-jet. Une extension qui pourrait se révéler intéressante serait de détecter et de suivre les amas nuageux visiblement associés à de la convection présente en amont des cellules, dans le secteur chaud de la perturbation. Cela aiderait certainement à mieux caractériser l'intensité de la cyclogenèse, ce qui présenterait un intérêt certain pour les prévisionnistes.

[8] pour *ANalyse et Traitement d'Images pour la Détection des Objets à la TropopausE*



(a) Avant filtrage



(b) Après filtrage

Fig. 1.26: Suivi des cellules de maxima locaux en température de brillance avec RDT-Antidote, pour le 1er Mai 2007 à 00 TU (canal 6.2 μm de SEVIRI/MSG). Les trajectoires des centres de gravité sont en traits violets et débutent par une croix ; les contours des cellules en traits verts ; la flèche noire indique la vitesse de déplacement estimée. Le trait noir indique la projection sur le squelette du courant-jet à 300 hPa (la flèche rouge désignant le vent au niveau de ce projeté).

2

Assimilation des structures cohérentes

Afin d'incorporer les observations dans les modèles, la communauté météorologique utilise le cadre statistique du filtre de Kalman. Les corrections apportées à l'état du modèle dépendent quasi linéairement des écarts entre les observations et leurs quantités équivalentes dans le modèle. A cause des dimensions du vecteur d'état du modèle (typiquement 10^7) et des observations (typiquement 10^6), on utilise généralement des méthodes variationnelles. Elles présentent l'avantage numérique de remplacer l'inversion de matrices de grandes dimensions par des algorithmes de minimisation d'une fonction de coût.

Ce chapitre commence par décrire le lien entre structures cohérentes et assimilation de données, afin d'expliquer pourquoi les structures cohérentes ne sont pas directement prises en compte dans le cadre actuel. L'assimilation des structures est un thème nouveau dans la recherche météorologique, et ce chapitre présente différentes pistes pour l'aborder. Ensuite, on se penche sur la méthodologie retenue qui consiste à assimiler des pseudo-observations en tourbillon potentiel. On illustre le développement de l'opérateur d'observation par des diagnostics sur les écarts-types d'erreur et sur les longueurs de corrélation.

2.1 Assimilation de données et structures cohérentes

2.1.1 Assimilation de données variationnelle

L'assimilation de données est un problème d'optimisation : on recherche un état du modèle, ou analyse, qui satisfasse des contraintes et qui rende minimale une fonction de coût. Cette dernière mesure la distance aux observations et à une information *a priori* - typiquement une climatologie ou une ébauche issue d'une précédente prévision à courte échéance. Il existe un cadre statistique approprié à la résolution du problème quand on recherche l'analyse comme combinaison linéaire de l'ébauche et des observations. Cette combinaison fait intervenir les covariances des erreurs modèle, des erreurs d'ébauche et des erreurs d'observations. Dans ce cas là, la fonction de coût peut être reliée à l'estimateur du maximum de vraisemblance. L'analyse est vue comme le maximum de probabilité de l'état du modèle, compte-tenu des observations, de l'ébauche, et de leurs statistiques d'erreur respectives. La solution linéaire de ce problème est décrite par les équations du filtre de Kalman. Ce dernier peut être étendu aux problèmes linéarisables, mais demeure trop coûteux numériquement. En général, les algorithmes opérationnels

(figure 2.1) en sont des versions approchées. L'approximation consiste essentiellement à utiliser des matrices simplifiées pour représenter les covariances d'erreurs.

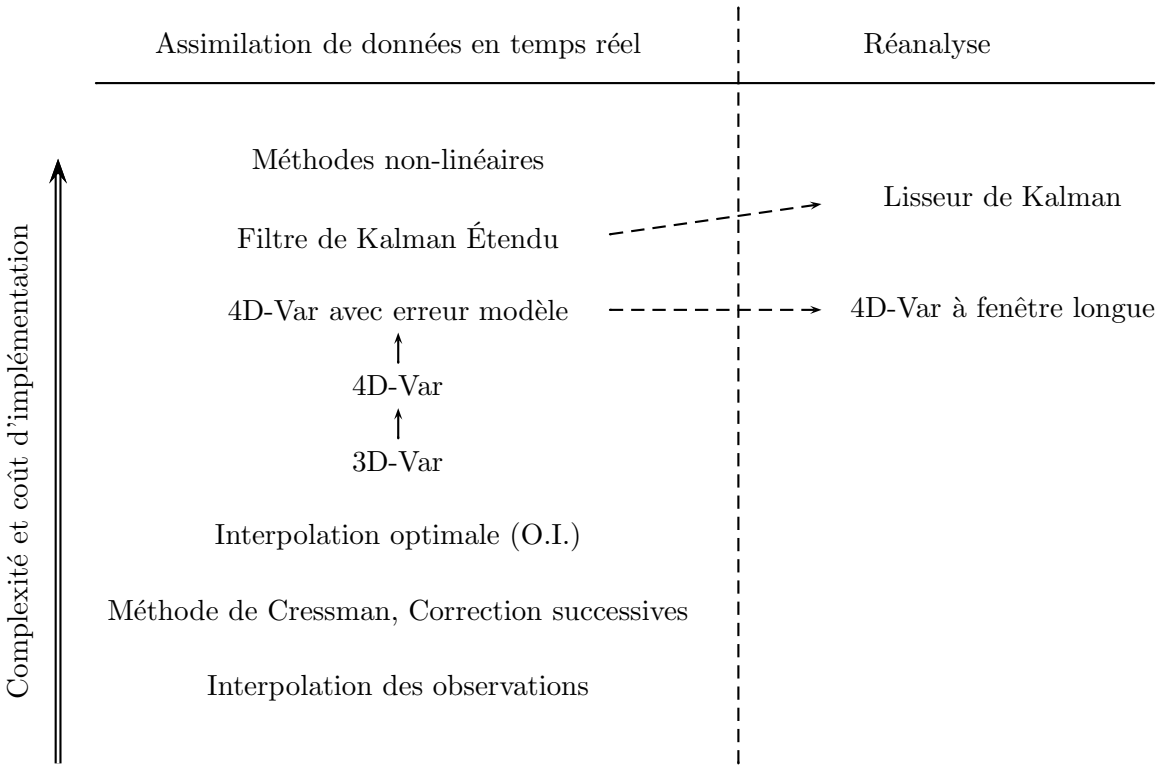


Fig. 2.1: Algorithmes d'assimilation de données utilisés en prévision numérique, classés suivant leur degré de complexité (adapté de Bouttier et Courtier (1999)). Le sujet de thèse utilise des outils non-linéaires (dont le traitement d'image) conjointement à un algorithme d'assimilation 4D-Var (actuellement sans modélisation de l'erreur modèle).

Estimation des moindres carrés (BLUE)

On note n la dimension du vecteur d'état du modèle, p la dimension du vecteur d'observations et

- $\boldsymbol{x}_t$, de dimension n, le vecteur d'état de l'atmosphère réelle (projeté dans l'espace du modèle) ;
- $\boldsymbol{x}_b$, de dimension n, le vecteur d'état ébauche ;
- $\boldsymbol{x}_a$, de dimension n, le vecteur d'état analyse ;
- $\boldsymbol{y}$, de dimension p, le vecteur des observations ;
- $\mathcal{H}$ l'opérateur non-linéaire d'observation ;
- $\boldsymbol{d} = \boldsymbol{y} - \mathcal{H}(\boldsymbol{x}_b)$ l'innovation ;
- H, de dimension $p \times n$, l'opérateur tangent-linéaire d'observation (donnant la variation dans l'espace des observations en fonction d'une variation du vecteur d'état) ;
- $B = \mathrm{E}\left(\boldsymbol{\epsilon_b}\boldsymbol{\epsilon_b}^{\mathrm{T}}\right)$ la matrice de covariance des erreurs d'ébauche $\boldsymbol{\epsilon_b} = \boldsymbol{x}_b - \boldsymbol{x}_t$ (de dimension $n \times n$) ;
- $R = \mathrm{E}\left(\boldsymbol{\epsilon_o}\boldsymbol{\epsilon_o}^{\mathrm{T}}\right)$ la matrice de covariance des erreurs d'observation $\boldsymbol{\epsilon_o} = \boldsymbol{y} - \mathcal{H}(\boldsymbol{x}_t)$ (de dimension $p \times p$) ;

- $A = \mathrm{E}\left(\boldsymbol{\epsilon_a}\boldsymbol{\epsilon_a}^{\mathrm{T}}\right)$ la matrice de covariance des erreurs d'analyse $\boldsymbol{\epsilon_a} = \boldsymbol{x}_a - \boldsymbol{x}_t$ (de dimension $n \times n$) ;

Sous les hypothèses suivantes

- Les erreurs ne sont pas biaisées $\mathrm{E}\left(\boldsymbol{\epsilon_b}\right) = \mathbf{0}$, $\mathrm{E}\left(\boldsymbol{\epsilon_o}\right) = \mathbf{0}$.
- Les erreurs ne sont pas triviales : B et R sont définies positives.
- Les erreurs d'ébauche et d'observations sont décorrélées $\mathrm{E}\left(\boldsymbol{\epsilon_b}\boldsymbol{\epsilon_o}^{\mathrm{T}}\right) = 0$.

Alors l'état d'analyse optimal au sens des moindres carrés minimisant la variance d'erreur d'analyse $\mathrm{Tr}(A)$) s'écrit (Bouttier et Courtier 1999) :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{x}_a &= \boldsymbol{x}_b + K\big(\boldsymbol{y} - H\boldsymbol{x}_b\big) && (2.1)\\ K &= BH^{\mathrm{T}}\big(HBH^{\mathrm{T}} + R\big)^{-1} && (2.2) \end{aligned}$$

L'analyse $\boldsymbol{x}_a$ est donc solution du problème de minimisation suivant :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{x}_a &= \text{Arg min } J && (2.3)\\ J(\boldsymbol{x}) &= \big(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_b\big)^{\mathrm{T}} B^{-1}\big(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_b\big) + \big(\boldsymbol{y} - H\boldsymbol{x}\big)^{\mathrm{T}} R^{-1}\big(\boldsymbol{y} - H\boldsymbol{x}\big) && (2.4) \end{aligned}$$

où J est la fonction de coût. Dans le cas où les distributions statistiques de $\boldsymbol{\epsilon_b}$ et $\boldsymbol{\epsilon_o}$ sont gaussiennes, $\boldsymbol{x}_a$ est aussi l'estimateur du maximum de vraisemblance de $\boldsymbol{x}_t$.

Pour beaucoup de problèmes concrets, les observations ne sont pas reliées au vecteur d'état par une relation linéaire H. C'est notamment dans le domaine du transfert radiatif, où les images sont obtenues par un opérateur d'observation $\mathcal{H}$ présentant de fortes non-linéarités (présence de nuages...). Le problème est donc linéarisé autour de l'état $\boldsymbol{x}$ *via* :

$$\boldsymbol{y} - \mathcal{H}(\boldsymbol{x}) \simeq \boldsymbol{y} - \mathcal{H}(\boldsymbol{x}_b) - H(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_b) \qquad (2.5)$$

Fondamentalement, ces algorithmes tronquent la distribution des erreurs d'ébauche et d'observations à leur deux premiers moments. En pratique, on constate que l'assimilation de certaines données, notamment nuageuses, est difficile, car la distribution des innovations n'est pas gaussienne.

Algorithmes variationnels opérationnels

L'idée variationnelle est qu'il est plus économique, pour les problèmes de grande dimension, de calculer la solution par un algorithme de minimisation itératif de (2.4) que de résoudre le système linéaire (2.1-2.2). Dans le filtre de Kalman, la matrice B est cyclée et calculée par l'algorithme. Dans le cas variationnel, il faut la spécifier. On utilise généralement une matrice statique, décomposée en opérateurs, qui permettent de rendre compte des propriétés de balance entre les variables et de filtrage spatial (Courtier et al. 1998, Derber et Bouttier 1999). Dans sa version dite 3D-Var, l'assimilation variationnelle sélectionne les observations sur une fenêtre temporelle sans prendre en compte le temps. Le 4D-Var généralise la solution à des observations distribuées temporellement :

$$\begin{aligned} J(\boldsymbol{x}) = &\quad J_b(\boldsymbol{x}) + J_o(\boldsymbol{x}) \\ = &\quad \underbrace{(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_b)^{\mathrm{T}} B^{-1}(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_b)}_{\text{écart à l'ébauche}} + \underbrace{\sum_{i=0}^{n} (\boldsymbol{y_i} - \mathcal{H}_i(\boldsymbol{x_i}))^{\mathrm{T}} {R_i}^{-1} (\boldsymbol{y_i} - \mathcal{H}_i(\boldsymbol{x_i}))}_{\text{écart aux observations}} \end{aligned}$$

$$1/2 \cdot \nabla J(\boldsymbol{x}) = B^{-1}(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_b) - \sum_{i=0}^{n} \underbrace{\boldsymbol{M}_1^{\mathrm{T}} \cdots \boldsymbol{M}_i^{\mathrm{T}}}_{\text{intégration adjointe}} \boldsymbol{H}_i^{\mathrm{T}} \underbrace{{R_i}^{-1}(\boldsymbol{y}_i - \mathcal{H}_i(\boldsymbol{x}))}_{\boldsymbol{d}_i \text{ vecteur des innovations normalisées}}$$

La minimisation nécessite le calcul de ∇J, **gradient** de J par rapport à la variable de contrôle $\boldsymbol{x}$ qui est l'état initial. C'est l'utilisation de l'adjoint du modèle tangent-linéaire qui permet de différencier J par rapport à l'état initial (Dimet et Talagrand 1986, Lewis et Derber 1985). Le modèle adjoint est transposé depuis la version linéarisée du modèle de prévision, sans recours à la dérivation analytique des équations adjointes (Talagrand et Courtier 1987). La formulation incrémentale où la variable de contrôle est l'écart à l'ébauche $\boldsymbol{\delta x} = \boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_b$ (Courtier et al. 1994) permet de calculer ce gradient à plus basse résolution que la prévision et d'utiliser un modèle simplifié pour la physique :

$$1/2 \cdot \nabla J(\boldsymbol{\delta x}) \quad = B^{-1}(\boldsymbol{\delta x}) \quad - \sum_{i=0}^{n} \boldsymbol{M}_1^{\mathrm{T}} \cdots \boldsymbol{M}_i^{\mathrm{T}} \boldsymbol{H_i}^{\mathrm{T}} {R_i}^{-1}(\boldsymbol{y}_i - \mathcal{H}_i(\boldsymbol{x}_b) - H\boldsymbol{\delta x})$$

La fonction de coût J est alors convexe, ce qui permet de calculer aisément son minimum. L'algorithme complet consiste à calculer la trajectoire de linéarisation puis les innovations. Ces dernières sont transposées dans l'espace modèle à l'aide du forçage adjoint $\boldsymbol{H}_i^{\mathrm{T}}$, avant d'être un terme de forçage dans l'intégration du modèle adjoint. On obtient finalement le gradient de la fonction de coût par rapport à l'écart à l'état initial. Le 3D-Var peut être vu comme un cas particulier du 4D-Var où $\boldsymbol{M}_i = \boldsymbol{I}$. Des boucles externes permettent de re-linéariser (c.f. équation 2.5) les opérateurs d'observation autour de l'état minimisé $\boldsymbol{x}_b + \boldsymbol{\delta x_a}$, puis d'appliquer une nouvelle fois l'algorithme de minimisation. Les propriétés théoriques du 4D-Var (fonction de structures dépendantes de l'écoulement, équivalence sous certaines conditions avec le filtre de Kalman, estimée de la matrice A) et ses limitations (coût calculatoire, prise en compte de l'erreur modèle, hypothèse tangent-linéaire, cyclage des covariances d'erreurs, hypothèse de gaussiannité des erreurs) sont en partie résumées dans les chapitres 11 à 14 de Bouttier et Courtier (1999) et dans Rabier (2005). Le 4D-Var a connu un très large succès de nombreux centres de prévision opérationnelle (Rabier et al. 2000, Desroziers et al. 2003, Rawlins et Payne 2007). Conjointement à une analyse à haute densité des observations satellites, il a permis une grande amélioration de la qualité des prévisions, notamment sur l'hémisphère Sud (Simmons et Hollingsworth 2002).

2.1.2 Assimilation de structures cohérentes

Structures cohérentes

La notion de *structure cohérente* est née avec l'étude des fluides bidimensionnels turbulents. Mcwilliams (1984) détaille l'évolution libre de fluides bidimensionnels, géostrophiques et turbulents. Il montre que le flux a tendance à se concentrer en tourbillons isolés (*i.e.* la vorticité est confinée dans une petite fraction du domaine spatial) qui présentent une permanence temporelle importante (devant les échelles caractéristiques d'interaction de la turbulence). Ces tourbillons cohérents, lorsqu'ils apparaissent, deviennent majoritairement de forme axisymétrique et sont advectés par le flux de large échelle. Ils changent les caractéristiques statistiques du flux, la distribution en vorticité ne suivant plus une loi gaussienne. Dans un tel fluide, l'énergie a tendance à se concentrer dans les grandes échelles spatiales tandis que l'enstrophie est dissipée par viscosité aux petites échelles. Les tourbillons mis en évidence arrêtent cette cascade turbulente (Mcwilliams 1984).

La dynamique du flux peut être entièrement pilotée par l'interaction entre ces tourbillons, qui croissent par fusions successives. Ce phénomène réduit fortement le nombre

de degrés de liberté du système. Des méthodes numériques basées sur la distinction entre les structures cohérentes et le résidu, dit incohérent, du champ de vorticité ont été développées par Farge et al. (1999). Elles reposent sur une décomposition en ondelettes du champ de vorticité, et permettent de modéliser des écoulements turbulents à coût numérique réduit.

Ces propriétés spécifiques à la turbulence bidimensionnelle s'appliquent-elles aux vortex de tourbillon potentiel ? Une première réponse est fournie par Charney (1971), qui montre que l'équation de conservation de la quasi-vorticité potentielle quasi-géostrophique est isomorphe à l'équation de la vorticité dans les fluides bidimensionnels. On en déduit que les fluides turbulents soumis à la contrainte d'échelle géostrophique possèderaient les mêmes propriétés de formation et de persistance de structures cohérentes. Tung et Welch (2001) présentent deux critiques principales au rainsonnement de Charney (1971). Tout d'abord, sa démonstration repose sur le fait que le sol soit une surface isentropique, ce qui n'est pas le cas, notamment dans les phases de cyclogenèses (souvent marquées par la présence d'anomalies de température potentielle en surface). Le deuxième point relevé par Tung et Welch (2001) concerne l'hypothèse d'isotropie de la turbulence géostrophique dans l'espace d'isomorphie étiré $(x, y, \frac{N}{f_0}z)$. Elle implique des longueurs caractéristiques pour les tourbillons qui soient inférieures à 700 km, ce qui ne correspond pas aux échelles où le spectre d'énergie observé présente la pente en κ^{-3} caractéristique de la turbulence bidimensionnelle (Tung et Welch 2001).

Ces considérations limitent probablement l'intérêt de la notion de structure cohérente en turbulence bidimensionnelle pour les vortex de tourbillon potentiel. En particulier, il est assez clair que ceux-ci peuvent présenter une structure très anisotrope, ou filamentaire, sur l'horizontale. Le mécanisme d'évolution des vortex (par fusions successives de noyaux de tourbillon) ne semble pas s'appliquer, et on observe généralement que le principal mécanisme d'évolution de ces noyaux est d'origine tri-dimensionnelle, par étirement du tourbillon et interaction non-linéaire avec les anomalies de surface. La question du pilotage de la dynamique par les structures cohérentes en tourbillon potentiel est ouverte. Arbogast (1998), Beare et al. (2003) en particulier ont montré comment des structures localisées en tourbillon potentiel pouvaient avoir une forte influence sur la cyclogenèse.

Problématique de l'assimilation de données et des structures cohérentes

L'assimilation de données compare les observations $\boldsymbol{y}$ et le modèle $\mathcal{H}(\boldsymbol{x}_b)$ au même emplacement géographique. Quand l'ébauche est affectée d'une erreur de positionnement d'une structure météorologique, l'analyse peut incorporer une correction inappropriée, ou *distordue* (Ravela et al. 2007). Cela arrive à la fois au cas par cas, et éventuellement de manière systématique si les erreurs d'ébauche ne sont pas de distribution gaussienne.

Par ailleurs, certaines observations sont naturellement disponibles sous la forme d'observations de la position d'une structure. C'est notamment le cas pour les cyclones tropicaux. Nous n'avons pas de restriction dans le formalisme de l'assimilation variationnelle qui nous empêche d'utiliser des opérateurs d'observation de la position d'une structure cohérente autre que le problème de la non-linéarité et de la non-gaussianité des erreurs. Une première piste pouvant être explorée consiste donc à spécifier un opérateur d'observation de position non-linéaire. Le problème est que l'assimilation variationnelle requiert le gradient de $\mathcal{H}$ par rapport à l'état du modèle, qui peut ne pas exister (en

particulier la définition du centre d'un cyclone tropical est une fonction non-dérivable par rapport à l'image, qui fait intervenir des algorithmes de traitement d'image comportant de nombreux seuils (Olander et Velden 2007)). Chen et Snyder (2007) ont souligné que dans un filtre de Kalman d'ensemble (EnKF), les matrices de covariances BH^{T} et HBH^{T} de l'équation d'analyse sont évaluées sur un ensemble d'états, et peuvent donc être calculées en utilisant l'opérateur d'observation $\mathcal{H}$ complet, même s'il n'est pas différentiable :

$$BH^{\mathrm{T}} \simeq \mathrm{Cov}\big(\boldsymbol{x}_b, \mathcal{H}(\boldsymbol{x}_b)\big) \tag{2.6}$$

$$HBH^{\mathrm{T}} \simeq \mathrm{Cov}\big(\boldsymbol{x}_b, \mathcal{H}(\boldsymbol{x}_b)\big) \tag{2.7}$$

Ils étudient ensuite des observations de tourbillon destinées à déplacer un vortex dans un modèle barotrope. L'opérateur d'observation mesure la position de maximum de tourbillon. Bien qu'évitant la différentiation explicite des opérateurs d'observations, l'EnKF dépend toujours de l'hypothèse de linéarisation. Chen et Snyder (2007) montrent que le succès de la méthode dépend des erreurs de position du vortex dans l'ébauche : quand cette dernière est trop éloignée de la réalité, les incréments linéaires en amplitude de l'EnKF sont fortement distordus (asymétrie prononcée, création de vortex fantômes. . .).

La difficulté d'incorporer des observations de position n'est pas le seul motif d'intérêt pour le développement de procédures d'assimilation complémentaires. Une des hypothèses principales de l'ensemble des systèmes d'assimilation opérationnels concerne le caractère gaussien de la distribution des erreurs d'ébauche et d'observation. La loi normale permet en effet de bien représenter les erreurs quand celles-ci sont aléatoires et dues à la superposition de nombreuses causes relativement indépendantes (en vertu du théorème de la limite centrale). Cependant cette loi n'est plus adaptée quand parmi ces causes d'erreur, l'une est dominante statistiquement. Par exemple, l'erreur liée au nuage domine généralement le comportement statistique de l'innovation des radiances, qui présente un caractère non-gaussien marqué. Les structures cohérentes réduisent elles-aussi la dimension de l'espace des erreurs, et peuvent donc imposer leur loi de distribution d'erreur. Si le positionnement de la structure suit une erreur de déplacement de distribution gaussienne, alors il est fréquent que l'erreur totale ne soit plus de distribution gaussienne.

Un exemple, inspiré de Lawson et Hansen (2005) et Ravela et al. (2007), est représenté sur la figure 2.2. Sur le panneau (a), on représente la vérité (trait noir gras), et des translations aléatoires qui obéissent à un tirage statistique gaussien (courbes grises). Le panneau (b) trace les différences entre les courbes translatées et la vérité, c'est-à-dire les erreurs d'ébauche. La moyenne de l'erreur d'ébauche est représentée en pointillés. On voit très clairement que les erreurs d'ébauche adoptent une distribution non gaussienne, et même biaisée. Les panneaux (c) et (d) illustrent les histogrammes obtenus au centre ($s = 0$) et sur un bord de la structure ($s = 3$). Au centre, l'ébauche sous-estime toujours le maximum de la fonction. Même si l'on pouvait estimer un tel biais, l'histogramme est vraiment de structure non-gaussienne, avec une occurrence marquée des fortes erreurs dans la distribution. Au bord ($s = 3$), on voit qu'il existe une probabilité importante d'avoir de fortes erreurs, qui ne peut pas être représentée par une loi gaussienne. Le panneau (e) représente la matrice B des covariances d'erreurs d'ébauche. Il s'agit de la

troncature, à l'ordre deux, de la distribution réelle des erreurs décrite par les panneaux (b), (c) et (d). Statistiquement, on voit que les erreurs sont spatialement anti-corrélées à partir d'une certaine distance, de manière à "déplacer" la structure présente dans l'ébauche. Le problème est que cette correction est symétrique, alors que les distribution réelles sont très asymétriques. Le panneau (f) présente une analyse typiquement distordue, qui ne respecte pas la forme spatiale des ébauches, à cause de la troncature aux deux premiers moments de la distribution réelle des erreurs.

Formulations alternatives du modèle d'erreur

Une littérature croissante s'intéresse à des algorithmes d'assimilation alternatifs qui permettent d'initialiser les structures cohérentes dans l'espace des positions (Lawson et Hansen 2005, Ravela et al. 2007, Beezley et Mandel 2008). Ils partagent tous l'idée que l'analyse doit s'exprimer comme une translation - ou plus généralement une déformation - de l'ébauche. Dans ce cadre, les observations de position présentent l'avantage d'être directement assimilables. Lawson et Hansen (2005) étudient un modèle d'erreur où la réalité $\boldsymbol{x}_t$ est la combinaison d'un déplacement de l'ébauche $\boldsymbol{x}_b$ et d'une erreur en amplitude $\boldsymbol{\epsilon}_A$:

$$\boldsymbol{x}_b = \boldsymbol{x}_t\big(\boldsymbol{s} + \boldsymbol{\epsilon}_D\big) + \boldsymbol{\epsilon}_A \tag{2.8}$$

où $\boldsymbol{s}$ désigne la coordonnée spatiale. L'erreur de position $\boldsymbol{\epsilon}_D$ peut être un champ vectoriel, ou plus simplement un scalaire. Il est alors judicieux de rechercher l'analyse comme déformation de l'ébauche, à laquelle on rajoute éventuellement un terme d'amplitude classique :

$$\boldsymbol{x}_a = \boldsymbol{x}_b\big(\boldsymbol{s} + \boldsymbol{\delta s}_a\big) + \boldsymbol{\delta x}_A \tag{2.9}$$

Ravela et al. (2007) formulent le problème précédent dans le cadre probabiliste bayésien. L'idée est qu'il faut estimer l'état du modèle étendu par le vecteur de déplacement $\boldsymbol{\delta s}$. La probabilité cet l'état $(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\delta s})$ s'écrit :

$$\mathbb{P}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\delta s}|\boldsymbol{y}) \propto \mathbb{P}(\boldsymbol{y}|\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\delta s})\mathbb{P}(\boldsymbol{x}|\boldsymbol{\delta s})P(\boldsymbol{\delta s}) \tag{2.10}$$

- le premier terme $\mathbb{P}(\boldsymbol{y}|\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\delta s})$, est équivalent à une mesure de l'écart entre les observations et l'état déplacé. Traditionnellement (c'est-à-dire avec $\boldsymbol{\delta s} = \boldsymbol{0}$) et sous l'hypothèse gaussienne,

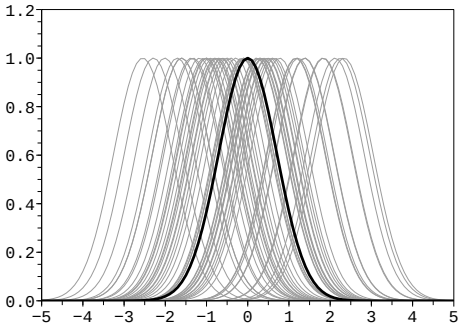
  $$\mathbb{P}(\boldsymbol{y}|\boldsymbol{x}) \propto e^{-\frac{1}{2}(\boldsymbol{y}-H\boldsymbol{x})^{\mathrm{T}} R^{-1}(\boldsymbol{y}-H\boldsymbol{x})} \tag{2.11}$$

  Ici, il faut comparer les observations au champ $\boldsymbol{x}$ déplacé, c'est-à-dire remplacer $\boldsymbol{x}$ par $\boldsymbol{x}(\boldsymbol{s} + \boldsymbol{\delta s})$ dans l'équation précédente.
- le second terme est l'écart de l'état déplacé à l'ébauche, soit sous l'hypothèse gaussienne

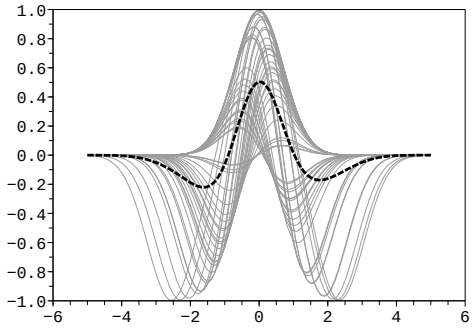
  $$\mathbb{P}(\boldsymbol{x}|\boldsymbol{\delta s}) \propto e^{-\frac{1}{2}\left(\boldsymbol{x}(\boldsymbol{s}+\boldsymbol{\delta s})-\boldsymbol{x}_b\right)^{\mathrm{T}} B^{-1}_{\boldsymbol{\delta s}} \left(\boldsymbol{x}(\boldsymbol{s}+\boldsymbol{\delta s})-\boldsymbol{x}_b\right)} \tag{2.12}$$

  où de manière générale la matrice de covariance des erreurs B dépend du déplacement.
- le troisième terme $P(\boldsymbol{\delta s})$ exprime une contrainte de régularité sur le déplacement, qui est équivalente à une hypothèse sur la distribution des erreurs de $\boldsymbol{\delta s}$. On peut notamment faire le choix gaussien

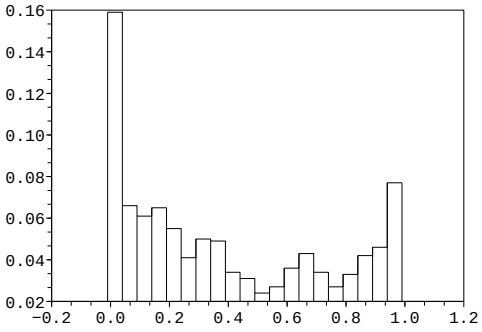
  $$\mathbb{P}(\boldsymbol{\delta s}) \propto e^{-\frac{1}{2}\boldsymbol{\delta s}^{\mathrm{T}} D \boldsymbol{\delta s}} \tag{2.13}$$



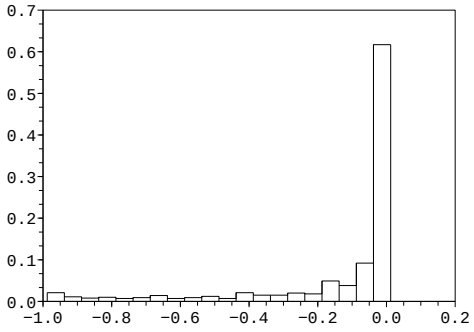
(a) Déplacement aléatoire



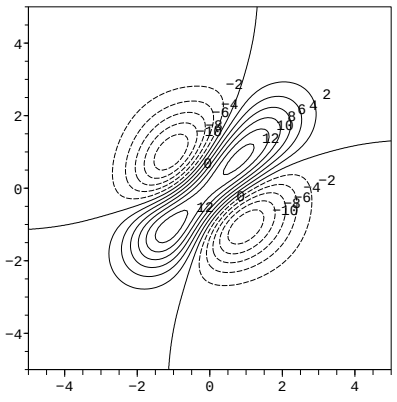
(b) Erreur des fonctions déplacées



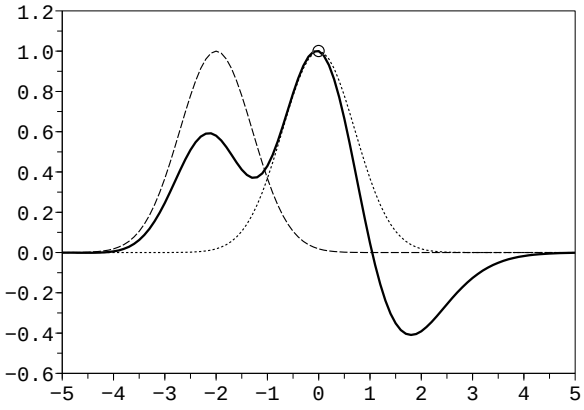
(c) Histogramme des erreurs en $s = 0$



(d) Histogramme des erreurs en $s = 3$



(e) Matrice B



(f) Une analyse

Fig. 2.2: Illustration du caractère non-gaussien de la distribution des erreurs quand l'ébauche est issue de déplacements aléatoires de la vérité. Inspiré de Lawson et Hansen (2005) et Ravela et al. (2007). On utilise 1000 tirages aléatoires pour construire les histogrammes (voir texte). Panneau (e) : matrice de covariance des erreurs d'ébauche, intervalle de contour 2, contours positifs, négatifs et nul en traits respectivement pleins, gras et tiretés. Panneau (f) : analyse BLUE (traits pleins gras) d'une observation parfaite (cercle). L'ébauche est un membre déplacé (traits tiretés) de la vérité (traits pointillés).

où D est la matrice de covariance des erreurs de déplacement.
Dans la formulation de Ravela et al. (2007), il n'y a pas besoin de détecter et de suivre des structures. Le problème est cependant complexe à résoudre, car la fonction de coût n'est pas quadratique en $(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\delta s})$. Le déplacement est estimé à partir des observations et de la contrainte de régularité, qu'il faudrait prendre gaussienne dans le cas le plus simple. D a *a priori* la même dimension que B, et il faut en rechercher une formulation aux dimensions réduites. Enfin le formalisme précédent ne prend pas en compte d'éventuelles observations $\boldsymbol{y}_s$ de positions d'une structure. Ravela et al. (2007) proposent de fixer le déplacement suivant ces observations aux points où elles sont faites. Une solution, conceptuellement plus simple et prenant en compte l'erreur associée à la mesure de ces observations, consiste à les introduire dans la formulation par :

$$\mathbb{P}(\boldsymbol{y}|\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\delta s}) = \mathbb{P}(\boldsymbol{y}_o|\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\delta s})\mathbb{P}(\boldsymbol{y}_s|\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\delta s}) \tag{2.14}$$

Ceci suppose que les observations classiques $\boldsymbol{y}_o$ et de position $\boldsymbol{y}_s$ soient indépendantes. On peut alors utiliser la forme suivante, qui présente l'avantage de contraindre directement le déplacement :

$$\mathbb{P}(\boldsymbol{y}_s|\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\delta s}) \propto e^{-\frac{1}{2}(\boldsymbol{y}_s - \boldsymbol{\delta s})^{\mathrm{T}} R_d^{-1} (\boldsymbol{y}_s - \boldsymbol{\delta s})} \tag{2.15}$$

Les équations définissant l'analyse sont obtenues en dérivant la fonction de coût total par rapport à $\boldsymbol{x}$ et à $\boldsymbol{\delta s}$. Une idée clef consiste à les résoudre chacune en prenant fixé l'état (respectivement le déplacement) pour évaluer le déplacement (respectivement l'état). Le déplacement analysé $\boldsymbol{\delta s}_a$ est déduit d'une balance entre des contraintes de régularité et des innovations entre des observations de position et le modèle. La procédure d'assimilation par alignement décrite et appliquée par Lawson et Hansen (2005) correspond au cas simplifié où on suppose que l'erreur de position ϵ_D suit une loi gaussienne à une dimension. De manière générale, il existe une relation forte entre la régularité imposée à l'erreur et sa distribution de probabilité, que l'on peut étudier à l'aide de la notion d'inverse fonctionnelle (Herlin et al. 2008, Oliver 1998). L'applicabilité de cette formulation bayésienne alternative à des problèmes concrets de l'assimilation atmosphérique demeure à démontrer.

Condition de linéarité de l'erreur

Si l'erreur de déplacement est petite, on peut linéariser le modèle d'erreur de position (2.8) par

$$\boldsymbol{x}_b = \boldsymbol{x}_t\big(\boldsymbol{s} + \boldsymbol{\epsilon}_D\big) + \boldsymbol{\epsilon}_A = \boldsymbol{x}_t + \frac{d\boldsymbol{x}_t}{d\boldsymbol{s}} \cdot \boldsymbol{\epsilon}_D + \boldsymbol{\epsilon}_A + O\big(\|\boldsymbol{\epsilon}_D\|^2\big) \tag{2.16}$$

Dans ce cas là, la distribution des erreurs d'ébauche demeure gaussienne et de matrice de covariance :

$$B = E(\boldsymbol{\epsilon}_b \boldsymbol{\epsilon}_b^{\mathrm{T}}) \tag{2.17}$$

$$= E(\boldsymbol{\epsilon}_A \boldsymbol{\epsilon}_A^{\mathrm{T}}) + E(\boldsymbol{\epsilon}_A \boldsymbol{\epsilon}_D^{\mathrm{T}}) \frac{d\boldsymbol{x}_t}{d\boldsymbol{s}}^{\mathrm{T}} + \frac{d\boldsymbol{x}_t}{d\boldsymbol{s}} E(\boldsymbol{\epsilon}_D \boldsymbol{\epsilon}_A^{\mathrm{T}}) + \frac{d\boldsymbol{x}_t}{d\boldsymbol{s}} E(\boldsymbol{\epsilon}_D \boldsymbol{\epsilon}_D^{\mathrm{T}}) \frac{d\boldsymbol{x}_t}{d\boldsymbol{s}}^{\mathrm{T}} \tag{2.18}$$

Des expressions simplifiées similaires ont été dérivées par Chen et Snyder (2007) et Ravela et al. (2007). On a un risque d'obtenir une analyse distordue quand la condition de linéarisation n'est pas vérifiée. Cette condition s'écrit :

$$\frac{\|\frac{1}{2}\boldsymbol{\epsilon}_D^{\mathrm{T}} \cdot \frac{d^2\boldsymbol{x}_t}{d\boldsymbol{s}^2} \cdot \boldsymbol{\epsilon}_D\|}{\|\frac{d\boldsymbol{x}_t}{d\boldsymbol{s}} \cdot \boldsymbol{\epsilon}_D\|} \ll 1 \tag{2.19}$$

Prenons, pour simplifier l'interprétation, les variables scalaires et adimensionnées par :

$$s = L\widetilde{s} \tag{2.20}$$
$$x_b = X\widetilde{x} \tag{2.21}$$

Ce qui permet de réécrire la condition sous la forme :

$$\frac{\epsilon_D}{L} \ll 2\frac{d\widetilde{x}/d\widetilde{s}}{d^2\widetilde{x}/d\widetilde{s}^2} \tag{2.22}$$

L'erreur de déplacement doit être très inférieure à une échelle de longueur caractéristique définie par les variations spatiales du champ analysé (Lawson et Hansen 2005).

Perspectives pour l'assimilation de structures

L'assimilation de structures[1], dans une littérature scientifique émergente, peut être regroupée en trois solutions assez différentes :

Pseudo-observations : l'utilisation de pseudo-observations de quantités dynamiques assimilables par les modèles opérationnels au niveau de la structure telle qu'elle est dans l'ébauche, de manière à la déplacer ou à l'amplifier. La précision de l'opérateur qui génère les pseudo-observations à partir du traitement d'image doit être caractérisée car elle intervient dans l'écart-type d'erreur d'observation. Il est possible que des observations visant à déplacer la structure reposent sur l'ébauche et soient donc biaisées ; enfin les pseudo-observations peuvent exhiber des erreurs corrélées spatialement ou temporellement.

Filtre de Kalman d'ensemble : Chen et Snyder (2007) proposent l'utilisation d'un filtre de Kalman d'ensemble qui, bien que reposant sur les mêmes hypothèses de gaussianité, ne requiert pas l'expression explicite de l'opérateur d'observation linéarisé H. En effet, les matrices de covariances BH^{T} et HBH^{T} sont évaluées sur un ensemble d'états, et peuvent donc être calculées en utilisant l'opérateur non-linéaire complet. La puissance de cette approche est qu'il suffit de calculer dans l'ensemble les covariances entre les caractéristiques des structures (position, intensité,...) et les différents champs pour procéder à l'étape d'analyse. L'inconvénient est que l'hypothèse de linéarisation peut induire des incréments d'analyse distordus, comme discuté par Chen et Snyder (2007), ou illustré sur la figure 2.2. Le filtre repose toujours en effet sur l'hypothèse de linéarisation et de gaussianité des erreurs, et négliger ces hypothèses rend l'analyse intrinsèquement sous-optimale.

Changement d'espace et de modèle d'erreur : On peut réaliser l'analyse dans un autre espace, ce qui est équivalent à considérer un modèle d'erreur différent. L'analyse est obtenue comme une interpolation de l'ébauche translatée par un champ de déplacement (Hoffman et al. 1995, Ravela et al. 2007), voire même par une transformation plus complexe (Beezley et Mandel 2008). Ce champ de déplacement est lui-même la solution d'un problème d'analyse, qui tient compte d'observations de position et de contraintes de régularité. Ces dernières sont équivalentes à des hypothèses sur la distribution des erreurs. Des approches similaires, mais où la transformation n'est pas soumise à des contraintes de régularité, existent par

[1] C'est-à-dire les méthodes d'assimilation de données permettant d'analyser des caractéristiques de structures météorologiques, comme leur position géographique.

exemple en océanographie : Falkovich et al. (2005) et Yablonsky et Ginis (2008) utilisent des interpolations pour augmenter le caractère frontal de courants présents dans la climatologie de leur modèle océanographique.

Parmi ces trois approches, seule la première a émergé d'un point de vue opérationnel en météorologie pour les cyclones tropicaux (Heming 1994). Elle est dite indirecte, car elle utilise des observations transformées et non pas directement les observations de position. Son utilité est remise en question régulièrement, car la communauté scientifique considère que les caractéristiques de la distribution des erreurs des pseudo-observations ne sont pas bien déterminées et que leur assimilation est par conséquent sous-optimale. La dernière a fait l'objet d'une application au problème très non-linéaire de la propagation de feu (Beezley et Mandel 2008) et à celui de la propagation de solitons (Lawson et Hansen 2005). Enfin Brewster (2003a;b) propose de corriger les erreurs de déplacement par une méthode de relaxation qui impose, dans les équations de la prévision, un rappel vers un pseudo-vent cohérent avec le déplacement. L'assimilation des structures n'est pas directe, elle passe par un pseudo-vent d'advection pour les déplacer. Il est également possible d'améliorer les fonctions de structures pour les rendre plus à même de représenter les fronts et les gradients importants. Desroziers (1997) propose notamment un changement de variable semi-géostrophique.

Lawson et Hansen (2005) notent que dans le cas où les structures présentent des erreurs de déplacement, un schéma d'assimilation dans l'espace des positions peut être efficace. Il faut cependant remarquer qu'un modèle d'erreur de position (équation 2.9 avec $\boldsymbol{\delta x}_A = 0$) est moins général qu'un modèle en amplitude pour deux raisons : tout d'abord, il ne fait que déplacer l'ébauche, donc le nombre de degrés de libertés est beaucoup plus réduit ; ensuite les erreurs sont naturellement en amplitude et gaussiennes quand elles sont la superposition d'un grand nombre de causes. De nombreux modèles physiques font que les erreurs de position et d'amplitude sont couplées : les solitons de Lawson et Hansen (2005) se propagent avec une vitesse proportionnelle à leur amplitude. Les ondes sont souvent dispersives. Les erreurs ne sont alors ni de distribution gaussienne en amplitude, ni de distribution gaussienne en position, et ne sont pas séparables.

Assimilation avec une transformation de l'espace d'observation

Ce paragraphe aborde le sujet de l'assimilation directe des radiances d'une image en les exprimant dans un autre espace, par exemple à l'aide de la transformée en ondelettes. L'idée a été émise au sein du projet ADDISA, et nous nous proposons de montrer qu'elle ne résout pas le problème lié au structures : il faut en effet, pour assimiler directement ces dernières, modifier la description statistique des erreurs du vecteur d'état. Tout d'abord, on peut remarquer que les radiances géostationnaires ne sont actuellement assimilées qu'en ciel clair, ce qui nécessite la définition, dans l'espace point de grille, d'un masque où l'on écarte les données nuageuses. La compatibilité de tels masques avec les espaces multi-échelles discrétisés utilisé dans la représentation en ondelettes n'est pas évidente. Plus précisément, il faudrait recouvrir l'espace où les données sont nuageuses avec des pavés d'une certaine échelle spatiale, qui limiterait la plus grande échelle pour les structures.

Nous appelons $G : \mathbb{R}^N \to \mathbb{R}^N$ l'application linéaire de transformée en ondelettes, d'inverse G^{-1}. L'idée revient à utiliser l'opérateur d'observation GH au lieu de l'opérateur d'observation H. L'erreur d'observation dans l'espace des ondelettes s'écrit donc

$\boldsymbol{\epsilon}_o^G = G(\boldsymbol{y} - H\boldsymbol{x}_b) = G\boldsymbol{\epsilon}_o$. On voit donc que si cette erreur suit une loi gaussienne *i.e.* $\boldsymbol{\epsilon}_o^G \sim \mathcal{N}(0, Z)$, alors $\boldsymbol{\epsilon}_o = G^{-1}\boldsymbol{\epsilon}_o^G \sim \mathcal{N}\big(0, G^{-1}Z(G^{-1})^{\mathrm{T}}\big)$ également. La transformation est identique pour $\boldsymbol{x}_b$. L'équation d'analyse classique s'écrit donc

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{x}_a &= \boldsymbol{x}_b + BH^{\mathrm{T}}G\mathrm{T}(GHBH^{\mathrm{T}}G^{\mathrm{T}} + GRG^{\mathrm{T}})^{-1}\left(G(\boldsymbol{y} - H\boldsymbol{x}_b)\right) && (2.23)\\
&= \boldsymbol{x}_b + BH^{\mathrm{T}}G\mathrm{T}(G\mathrm{T})^{-1}(HBH^{\mathrm{T}} + R^{\mathrm{T}})^{-1}G^{-1}\left(G(\boldsymbol{y} - H\boldsymbol{x}_b)\right) && (2.24)\\
&= \boldsymbol{x}_b + BH^{\mathrm{T}}(HBH^{\mathrm{T}} + R^{\mathrm{T}})^{-1}\left(\boldsymbol{y} - H\boldsymbol{x}_b\right) && (2.25)
\end{aligned}$$

Autrement dit, les deux approches sont parfaitement identiques. Éventuellement, une différence pourrait provenir du fait que la matrice R n'est pas bien spécifiée dans les systèmes d'assimilation actuels (elle est diagonale par blocs tandis que certaines erreurs d'observations laissent apparaître des corrélations (Bormann et al. 2003)). Il faudrait alors mieux spécifier la matrice $Z = GRG^{\mathrm{T}}$. Cependant, la difficulté à spécifier R est uniquement due à notre méconnaissance sur les erreurs d'observations, et non à la présence de structures. La démonstration précédente repose uniquement sur le fait que G est inversible. Alternativement, on peut rechercher à exploiter les propriétés de filtrage spatial des ondelettes, en rajoutant un projecteur de seuillage S. L'équation d'analyse s'obtient en remplaçant G par SG, mais bien entendu S n'est pas inversible. On pourrait donc imaginer que la projection $SG\boldsymbol{\epsilon}_o$ suive une loi gaussienne, mais pas $\boldsymbol{\epsilon}_o$. Il faudrait dans ce cas là justifier le fait que la non-gaussiannité soit limitée à une certaine gamme d'échelles spatiales, puis prouver que ne pas assimiler ces échelles est plus profitable que de les assimiler sous hypothèse gaussienne.

Assimilation des caractéristiques d'Antidote

Notons $\mathcal{H}^{\mathrm{RTTOV}}$ l'opérateur d'observation dans le canal vapeur d'eau, et $\mathcal{T}$ l'opérateur de traitement d'image Antidote. $\mathcal{T}$ transforme une séquence d'images $\mathcal{H}^{\mathrm{RTTOV}}\big(\mathcal{M}(\boldsymbol{x})\big)$, en un vecteur de caractéristiques $\mathbb{R}^q$, où q est la (petite) dimension des paramètres du traitement d'image (position du centre de gravité, et les autres attributs décrits dans la première partie de cette thèse). Les observations sont issues de l'application du traitement d'image aux observations géostationnaires, soit $\mathcal{T}(\boldsymbol{y})$. On peut définir une fonction de coût quadratique mesurant l'adéquation de ces vecteurs de $\mathbb{R}^p$ à l'aide d'une matrice de covariance S (de dimension réduite $q \times q$) :

$$J_s(\boldsymbol{x}) = \Big(\mathcal{T}(\boldsymbol{y}) - \mathcal{T}\Big(\mathcal{H}^{\mathrm{RTTOV}}\big(\mathcal{M}(\boldsymbol{x})\big)\Big)\Big)^{\mathrm{T}} S^{-1} \Big(\mathcal{T}(\boldsymbol{y}) - \mathcal{T}\Big(\mathcal{H}^{\mathrm{RTTOV}}\big(\mathcal{M}(\boldsymbol{x})\big)\Big)\Big) \quad (2.26)$$

Il n' y pas de difficulté particulière à spécifier une matrice S si on la choisit stationnaire : il suffit d'utiliser des statistiques, dans l'espace des caractéristiques, des différences entre membres d'un ensemble d'assimilation, ce qui est possible car q est petit. Le problème vient du fait que l'opérateur $\mathcal{T}$ contient de nombreuses opérations de seuillage, ce qui empêche sa linéarisation explicite et donc son utilisation directe dans des algorithmes variationnels.

2.2 La tropopause, une surface matérielle soumise à des erreurs de position ?

Jusqu'ici, les structures cohérentes ont été définies comme des maxima de champs, par analogie avec les tourbillons de vorticité de la turbulence bidimensionnelle. La

météorologie utilise également souvent la notion de "front" ou de "surface matérielle", parfois soumis à des erreurs de position. En particulier, la distribution de tourbillon potentiel dans l'atmosphère est relativement uniforme dans les premiers kilomètres, puis augmente exponentiellement avec la hauteur dans la stratosphère. La position de la surface d'égal tourbillon potentiel 1.5 PVU, ou tropopause dynamique, est un champ très utile en météorologie synoptique (Hoskins et al. 1985). Juckes (1994) décrit la dynamique de la tropopause en faisant l'hypothèse qu'elle est une surface matérielle évoluant par des déplacements verticaux quasi-géostrophiques. On peut dans ce cas-là, au regard des articles précédents, s'interroger sur la pertinence d'observer le tourbillon potentiel dans un modèle d'amplitude, plutôt que la position de la tropopause dans un modèle alternatif. On illustre en même temps le concept d'assimilation dans l'espace des positions. Aucun des deux schémas d'assimilation n'étant optimal, il faut étudier de manière précise la distribution de ces erreurs pour choisir une stratégie d'assimilation adaptée.

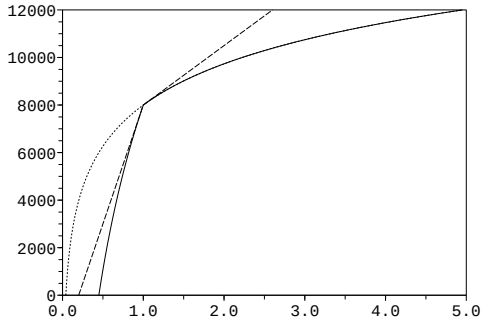
2.2.1 Une distribution d'erreur d'ébauche influencée par des erreurs de position

Comme rapporté par Lawson et Hansen (2005), les méthodes linéaires ou quasi-linéaires peuvent produire des états d'analyse dégradés dès lors que la distribution de $\boldsymbol{\epsilon_b}$ n'est plus gaussienne. Cela arrive notamment si l'ébauche est affectée d'erreurs de positionnement de structures lagrangiennes cohérentes ou de fronts, qui induisent une distribution non-gaussienne pour $\boldsymbol{\epsilon_b}$. Cela est fondamentalement du au fait que la structure cohérente peut dominer les erreurs d'ébauche ou d'observation et imposer sa loi de distribution, rendant celle-ci non gaussienne. Nous illustrons ceci dans le cas simple du positionnement de la tropopause dynamique, en considérant une ébauche ayant un profil idéalisé mais réaliste en tourbillon potentiel (figure 2.3a) et présentant une incertitude en *position*. L'hypothèse sous-jacente à cette formulation (simpliste) est que l'erreur d'ébauche en tourbillon potentiel est dominée par l'erreur de positionnement de la tropopause. Ce paragraphe illustre l'impact sur les erreurs en tourbillon potentiel d'une erreur de positionnement de la tropopause, de manière similaire au cas du maximum présenté sur la figure 2.2.

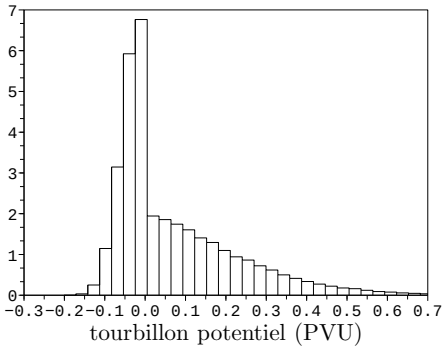
Pour cela, nous utilisons un profil simple en PV inspiré de Juckes (1994) : la tropopause est représentée comme une frontière matérielle séparant la stratosphère et la troposphère de fréquences de Brünt-Vaisala respective N_s et $N_t = N_t/2$. A l'ordre 0 en nombre de Rossby, comme démontré par Guérin et al. (2006), le tourbillon potentiel est dominé par le terme de stabilité statique de l'état de base, soit

$$\begin{aligned} \mathrm{PV} &\simeq (f+\xi)\frac{\partial\theta}{\partial z} \\ \frac{\partial \mathrm{PV}}{\partial z} &\simeq \mathrm{PV}\frac{N_{s,t}^2}{g} \end{aligned}$$

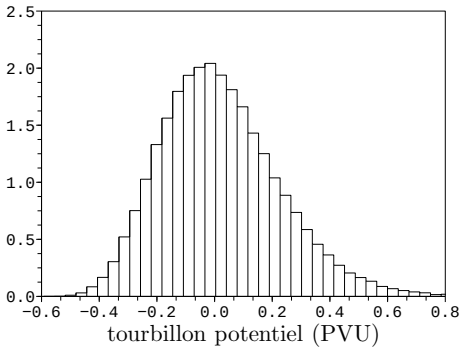
On obtient donc un profil de PV exponentiel avec la hauteur, dont la dérivée connaît une discontinuité au niveau de la tropopause et qui est représenté sur la figure 2.3a. Deux autres profils sont également utilisés pour séparer les effets de discontinuité de la dérivée au niveau de la tropopause et d'augmentation exponentielle du tourbillon potentiel avec l'altitude. (Wirth et al. 1997, annexe A) montrent que l'on peut très



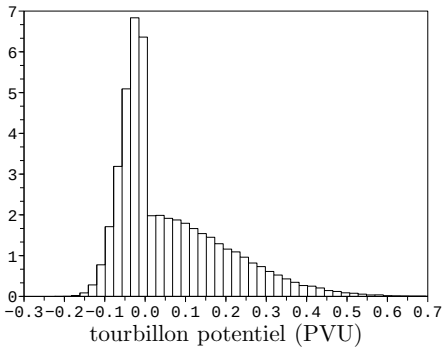
(a) Profils idéalisés de PV avec l'altitude z



(b) Distribution de PV à l'altitude $Z_{\text{tropo}} = 8000$m pour un profil de PV exponentiel par morceaux (en noir sur la sous-figure a)



(c) Distribution de PV à avec l'altitude $Z_{\text{tropo}} =$ 8000m pour un profil de PV exponentiel (en rouge sur la sous-figure a)



(d) Distribution de PV à l'altitude $Z_{\text{tropo}} = 8000$m pour un profil de PV linéaire par morceaux (en bleu sur la sous-figure a)

Fig. 2.3: Distribution d'erreur en PV pour une hauteur de tropopause suivant une loi gaussienne d'écart-type 500 m et associée au déplacement vertical de PV suivant des profils idéalisés.

grossièrement paramétriser la relation entre variation de température de brillance vapeur d'eau et variation de hauteur de la tropopause par la relation linéaire $\Delta T_{\mathrm{BB}} \simeq \gamma_1 \delta_z$ avec $\gamma_1 = -4$ K km^{-1}. Une distribution gaussienne pour l'erreur de température de radiance, mettons $\Delta T_{\mathrm{BB}} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_o = 2\mathrm{K})$, se traduit par une distribution gaussienne pour l'erreur sur la hauteur de la tropopause, $\delta_z \sim \mathcal{N}(0, \sigma_o = 500$ m). Pour retrouver également une distribution gaussienne pour l'erreur de PV, il faudrait que celui-ci augmente linéairement avec l'altitude. Cependant, même en linéarisant la variation de PV avec z, nous ne retrouvons pas une distribution gaussienne du fait de la rupture de pente à la tropopause. Prenons le tourbillon potentiel linéaire par morceaux :

$$\begin{aligned}
\mathrm{PV} &\simeq \mathrm{PV_o}\left[1 + \frac{N_t^2}{g}\big(z - Z_{\mathrm{tropo}}\big)\right] \text{ pour } z \leq Z_{\mathrm{tropo}} \\
\mathrm{PV} &\simeq \mathrm{PV_o}\left[1 + \frac{N_s^2}{g}\big(z - Z_{\mathrm{tropo}}\big)\right] = \mathrm{PV_o}\left[1 + 2\frac{N_t^2}{g}\big(z - Z_{\mathrm{tropo}}\big)\right] \text{ pour } z \geq Z_{\mathrm{tropo}}
\end{aligned}$$

En supposant que l'erreur de hauteur de la tropopause est gaussienne $\delta_z = z - Z_{\mathrm{tropo}} \sim \mathcal{N}(0, \Delta Z = 500m)$, la fonction de distribution de l'erreur en PV est "gaussienne par morceaux", ces deux gaussiennes ayant un rapport entre leurs d'écarts-types égal à N_t^2/N_s^2. La figure 2.3 présente les distributions au niveau de la tropopause de l'erreur en tourbillon potentiel, pour différents profils (panneau a) qui sont associés à une erreur de déplacement verticale. Le choix d'un profil exponentiel pour la distribution de PV induit une sur-occurrence des erreurs négatives (panneau c). On aurait un problème similaire pour des variables qui présentent des contraintes physiques, comme l'humidité relative (comprise entre 0 et 1), et cela peut être traité par un changement de variable adéquat. Par contre, la rupture de pente entre troposphère et stratosphère induit une asymétrie marquée pour la distribution des erreurs, ce qui est cohérent avec l'équation (2.22).

2.2.2 Application à des profils en tourbillon potentiel

Le tourbillon potentiel d'Ertel est conservatif en l'absence de frottements et de diabatisme. On s'attend donc à ce que les erreurs en PV soient issues de plusieurs causes, dont des erreurs d'advection (Snyder et al. 2003), des erreurs dues à la convection (qui génère du tourbillon potentiel par diabatisme), des erreurs dues à la position de la tropopause... L'assimilation conventionnelle suppose que toutes ces erreurs aboutissent par accumulation à une erreur gaussienne, qui peut être traitée *via* des statistiques d'erreur adéquates. L'assimilation en position suppose que l'erreur liée au placement de la tropopause est primordiale.

Cette section aborde le problème de l'utilisation, au sein de l'assimilation variationnelle, d'observations de tourbillon potentiel, et de sa comparaison avec une stratégie d'assimilation de la position de la tropopause à l'aide d'un problème d'analyse formulé dans l'espace des positions. Un cadre réaliste est utilisé pour comparer les deux approches.

Un cadre unidimensionnel simplifié

Pour cela, il nous faudrait comparer les erreurs concernant la position de la tropopause et les valeurs de tourbillon potentiel au niveau des intrusions sèches. Le calcul de la

matrice de covariance des erreurs d'ébauche peut reposer sur la comparaison de prévisions à différentes échéances selon la méthode dite "NMC" (Parrish et Derber 1992), mais qui a notamment le défaut d'ignorer les zones de forte densité en observations (Bouttier 1993). Une autre méthode, donnant potentiellement des statistiques d'erreurs plus cohérentes avec le système d'assimilation, utilise des ensembles d'assimilations d'observations perturbées (Belo-Pereira et Berre 2006).

Dans notre cas - et étant donné le caractère rudimentaire de la comparaison, il est plus pratique d'utiliser une méthode qui s'apparente à celle du NMC. Pour étudier la relation entre tourbillon potentiel et images vapeur d'eau, nous avons extrait, le long des trajectoires de cellules détectées par Antidote, des profils de tourbillon potentiel. La méthodologie est décrite dans la section 3.2. On fait ensuite une hypothèse d'ergodicité, en supposant que les erreurs en profil de tourbillon potentiel ont une distribution statistique équivalente aux différences de deux profils à des dates voisines de six heures. Les erreurs d'ébauche sont donc formées par des différences entre des profils issus d'une même trajectoire d'intrusion sèche.

On considère une analyse dans l'espace des positions qui effectue une déformation de l'ébauche :

$$\boldsymbol{x}_a = \boldsymbol{x}_b\big(\boldsymbol{s} + \boldsymbol{\delta s}_a\big) \tag{2.27}$$

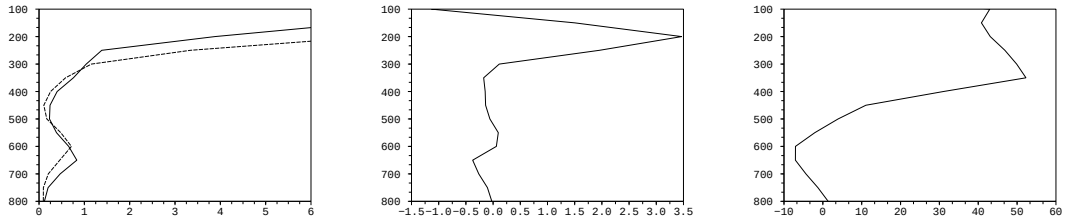
On choisit de conserver un déplacement $\boldsymbol{\delta s}$ vectoriel, de dimension égale au nombre de niveaux verticaux, et de distribution gaussienne. Le déplacement analysé obéit aux équations BLUE :

$$\boldsymbol{\delta s}_a = DH_d^{\mathrm{T}}(H_d D H_d^{\mathrm{T}} + R_d)^{-1}(\boldsymbol{y}_d - H_d \boldsymbol{x}_b) \tag{2.28}$$

où le problème est naturellement posé dans l'espace des positions : D est la matrice de covariances des erreurs de déplacement de l'ébauche, R_d est la matrice de covariances des erreurs d'observation de position, y_d est une observation de position (d'une surface à iso-tourbillon potentiel), H_d observe la tropopause dans un état du modèle. Cette formulation nécessite d'interpoler l'ébauche aux niveaux verticaux analysés. On calcule la position d'une surface à iso-tourbillon potentiel en recherchant le niveau le plus bas qui dépasse la valeur requise en tourbillon potentiel, puis en effectuant une interpolation linéaire. La figure 2.4 illustre ce genre de calcul : sur le panneau (a) sont présentés deux profils en tourbillon potentiel distants de six heures. Sur le panneau (b), on représente la différence en amplitude : les deux profils diffèrent essentiellement par leur valeur autour de 200 hPa. Sur le panneau (c), on représente la différence en position : les deux profils peuvent être superposé par un déplacement vertical de 50 hPa environ (vers 200 hPa), et sont relativement similaires au dessous de 500 hPa.

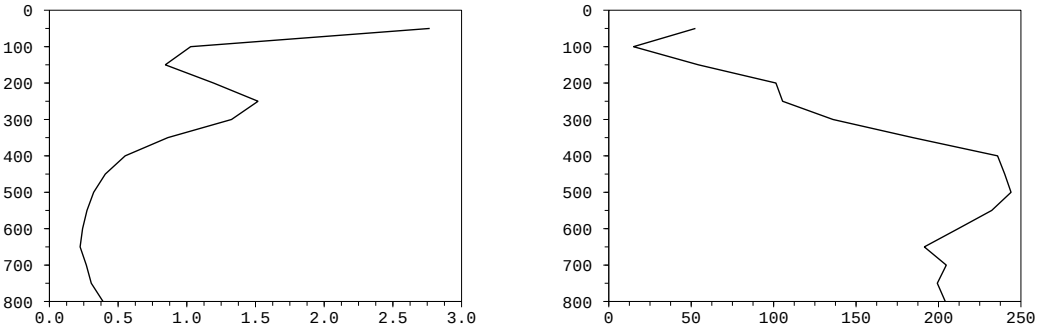
Statistiques d'erreur d'ébauche

Une fois formées les erreurs d'ébauche en amplitude $\boldsymbol{\epsilon}_b$ et en position $\boldsymbol{\epsilon}_d$, les matrices de covariances B et D sont simplement obtenues par $B = \overline{(\boldsymbol{\epsilon}_b - \overline{\boldsymbol{\epsilon}_b})(\boldsymbol{\epsilon}_b - \overline{\boldsymbol{\epsilon}_b})^{\mathrm{T}}}$ et $D = \overline{(\boldsymbol{\epsilon}_d - \overline{\boldsymbol{\epsilon}_d})(\boldsymbol{\epsilon}_d - \overline{\boldsymbol{\epsilon}_d})^{\mathrm{T}}}$. La figure 2.5 présente les résultats pour la partie diagonalisée de ces deux matrices, c'est-à-dire les écarts-types d'erreur d'ébauche pour chaque niveau vertical. Dans l'espace des amplitudes, on voit que la dispersion des erreurs σ_b augmente avec la hauteur. Par contre, de manière assez surprenante, l'écart-type d'erreur σ_d dans l'espace des déplacements est au contraire beaucoup plus fort dans la troposphère (de l'ordre de 200 à 250 hPa).



(a) Profils de PV distant de six heures **(b)** Différence en amplitude (PVU) **(c)** Différence en position (hPa)

Fig. 2.4: Exemple de différences de profils à partir desquels sont calculées les matrices de covariances d'erreur d'ébauche.



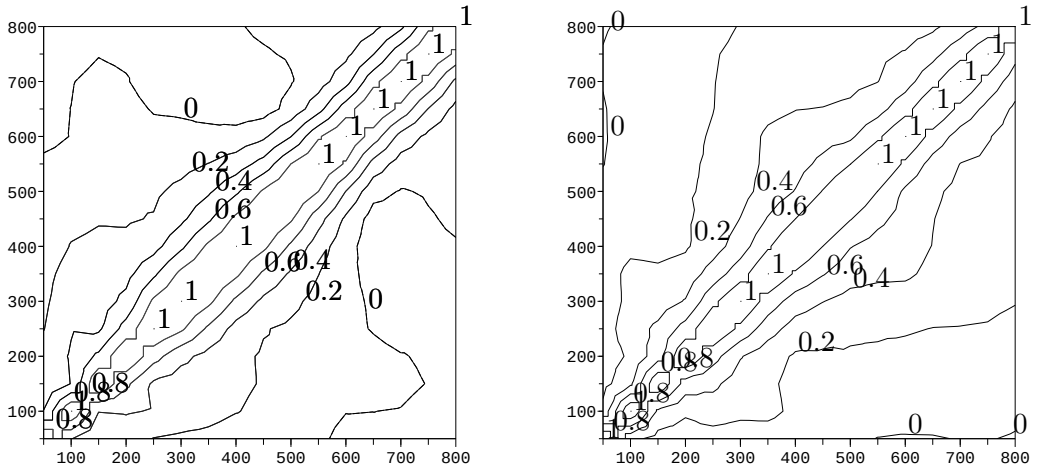
(a) σ_b en amplitude (PVU) **(b)** σ_d en déplacement (hPa)

Fig. 2.5: Ecarts-types d'erreurs d'ébauche dans les espaces amplitude et position.

On normalise ensuite les matrices B et R par leurs termes diagonaux (correspondant aux écarts-types d'erreur d'ébauche représentés sur la figure 2.5) pour obtenir les matrices des corrélations d'erreurs qui donnent l'allure des corrections spatiales qu'auront les incréments. Elles sont représentées sur la figure 2.6. Pour les erreurs d'amplitude, on voit que les fonctions de structure sont globalement assez resserrées dans la basse troposphère (avec une longueur de corrélation de l'ordre de 100 hPa en dessous de 600 hPa). Au-dessus, la corrélation est plus étendue spatialement, jusqu'au niveau 250 hPa. Il existe une anti-corrélation statistique entre les les niveaux de haute troposphère (100 à 500 hPa) et les niveaux de basse troposphère (600 à 800 hPa). Dans l'espace des déplacements, le comportement est inverse, dans le sens où des corrélations étendues existent aux bas niveaux, tandis qu'elles sont plus resserrées en altitude.

Exemple d'assimilation d'une observation

Les premières propriétés d'une assimilation dans l'espace des déplacements, ainsi que l'effet de la structure des matrices B et D précédemment calculées, peuvent être déduites d'expériences à une observation supposée parfaite ($R = 0$, $R_d = 0$). On choisit pour ébauche le profil moyen de tourbillon potentiel, et on assimile des observations en altitude ou dans la troposphère. La figure 2.7 montre les résultats typiquement obtenus, qui peuvent être directement interprétés d'après la structure des matrices de



(a) Matrice de corrélation associée à B **(b)** Matrice de corrélation associée à D

Fig. 2.6: Matrices de corrélation des erreurs d'ébauche dans les espaces amplitude et position. Intervalle de contour 0.2.

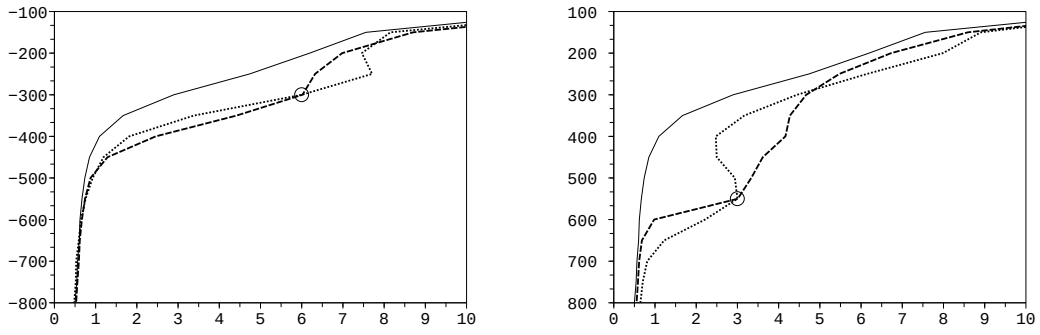
covariances. Pour une assimilation classique dans l'espace des amplitudes, la structure spatiale de l'incrément est plus étendue à 300 hPa qu'à 550 hPa. L'analyse est la somme de l'ébauche et d'un incrément généralement maximum au niveau de l'observation. Elle présente donc, contrairement à l'ébauche, une inversion en tourbillon potentiel au dessus de l'observation. L'assimilation dans l'espace des positions est très différente : le déplacement analysé, du fait de la matrice de covariance D, présente une certaine étendue spatiale. L'analyse est donc un déplacement local mais régulier de l'ébauche. En particulier, sur ce cas précis, l'analyse conserve la monotonie en tourbillon potentiel observée dans l'ébauche, mais pas la pente verticale de tourbillon potentiel. Une assimilation dans les basses couches (figure 2.7b) montre que le modèle de position déplace la tropopause vers le bas, alors que l'analyse en amplitude crée une anomalie de tourbillon potentiel.

Caractère non-gaussien des erreurs d'ébauche

Les assimilations dans l'espace des amplitudes et des déplacements font toutes les deux l'hypothèse que les distributions des erreurs d'ébauche sont gaussiennes. La figure 2.7 présente ces distributions aux niveaux 300 et 550 hPa (correspondant aux expériences d'assimilation à une observation). Très clairement, elles présentent un caractère non-gaussien assez marqué quelque soit le niveau vertical considéré.

Cette déviation de la loi normale peut être caractérisée par le coefficient de dissymétrie[2] γ_3. C'est un moment standardisé qui mesure l'asymétrie de la densité de probabilité d'une variable aléatoire, et est calculé à partir du moment d'ordre 3 de la distribution. Une deuxième caractérisation de l'anormalité de la loi est mesurée par le kurtosis β_2, qui estime la disposition des masses de probabilité autour de leur centre à

[2]on utilise souvent le terme anglais de *skewness*.



(a) Observation 6 PVU à 300 hPa **(b)** Observation 3 PVU à 550 hPa

Fig. 2.7: Expérience d'assimilation à une observation. L'ébauche est en traits pleins, l'observation est désignée par un cercle. En traits tiretés (respectivement pointillés) l'analyse avec assimilation en position (resp. amplitude).

partir du moment d'ordre 4 :

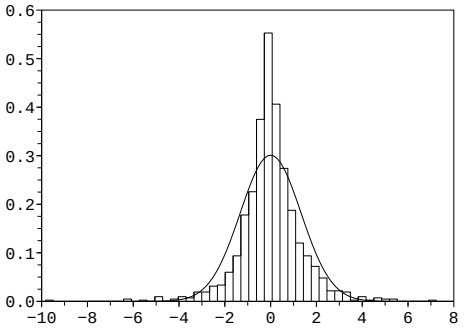
$$\gamma_3 = \frac{\overline{(\epsilon - \overline{\epsilon})^3}^{3/2}}{\overline{(\epsilon - \overline{\epsilon})^2}} \qquad \beta_2 = \frac{\overline{(\epsilon - \overline{\epsilon})^4}^{2}}{\overline{(\epsilon - \overline{\epsilon})^2}} \tag{2.29}$$

γ_3 est nul pour une loi normale, tandis que β_2 vaut 3.

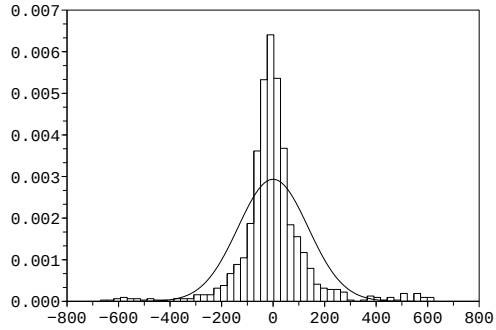
Les distributions des erreurs de la figure 2.8 sont relativement symétriques (valeurs de γ_3 proches de 0), mais elles présentent un aspect piqué relativement marqué ($\beta_2 > 3$) notamment pour l'erreur en amplitude. L'hypothèse de gaussianité se traduit par une surestimation des écarts-types d'erreur d'ébauche pour prendre en compte les occurrences de fortes erreurs. Le panneau d montre que la distribution des erreurs de déplacement présente fréquemment de fortes erreurs (associées à des déplacements mesurés de l'ordre de 300 hPa). C'est lié à la structure même du modèle de déplacement. Quand un profil est relativement uniforme (par exemple dans la troposphère), et que l'autre a une anomalie de tourbillon potentiel localisée spatialement, le vecteur de déplacement tente d'ajuster le tourbillon potentiel de cette anomalie en abaissant la tropopause. Le modèle en position n'est donc pas bien adapté à la représentation des erreurs dans les plus basses couches. Les statistiques de covariances d'erreurs reproduites dans la matrice D montrent que dans la troposphère, on a à la fois de forts écarts-types d'erreur de position ($\sigma_d \sim 200$ hPa) et des longueurs de corrélation étendues. Nous sommes donc dans un cas visiblement intermédiaire, où les erreurs entre les différents profils suivent une statistique qui ne semble pas dominée par les erreurs en position. Les erreurs dans l'espace des amplitudes sont cependant significativement non-gaussiennes également, avec une sur-représentation de fortes erreurs, qui pourraient être causées par une erreur en position de la tropopause.

Comparaison des assimilations

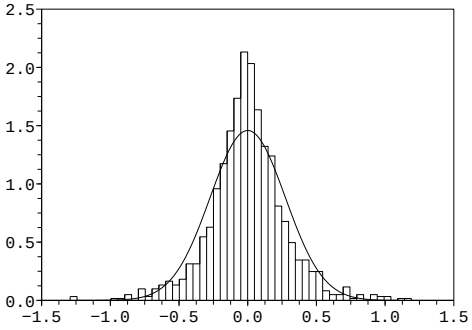
Dans un cadre plus réaliste, les performances des deux assimilations dépendraient des observations introduites, de leur précision et de l'interaction avec la dynamique. Pour



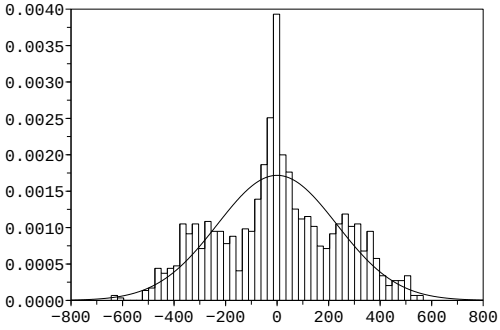
(a) Distribution de $\boldsymbol{\epsilon}_b - \overline{\boldsymbol{\epsilon}_b}$ à 300 hPa ; $\gamma_3 = -0.29$, $\beta_2 = 9.8$



(b) Distribution de $\boldsymbol{\epsilon}_d - \overline{\boldsymbol{\epsilon}_d}$ à 300 hPa ; $\gamma_3 = 0.38$, $\beta_2 = 10.08$



(c) Distribution de $\boldsymbol{\epsilon}_b - \overline{\boldsymbol{\epsilon}_b}$ à 550 hPa ; $\gamma_3 = 0.34$, $\beta_2 = 5.5$



(d) Distribution de $\boldsymbol{\epsilon}_d - \overline{\boldsymbol{\epsilon}_d}$ à 550 hPa ; $\gamma_3 = 0.02$, $\beta_2 = 2.47$

Fig. 2.8: Distribution des erreurs d'ébauche dans l'espace des amplitudes ($\boldsymbol{\epsilon}_b - \overline{\boldsymbol{\epsilon}_b}$) et des positions ($\boldsymbol{\epsilon}_d - \overline{\boldsymbol{\epsilon}_d}$). Histogrammes normalisés et, en traits pleins, les gaussiennes approchant la distribution (distributions gaussiennes de moyenne nulle et de variances $\overline{(\boldsymbol{\epsilon}_b - \overline{\boldsymbol{\epsilon}_b})^2}$ et $\overline{(\boldsymbol{\epsilon}_d - \overline{\boldsymbol{\epsilon}_d})^2}$). Deux niveaux verticaux sont illustrés, 300hPa (panneau du haut) et 550 hPa (panneau du bas).

pallier les défauts précédemment constatés pour la modélisation dans l'espace des positions, il pourrait être judicieux d'utiliser une matrice D dont on limite les corrélations spatiales par un produit de Schur, voire d'adopter une matrice qui serait calculée dans une position relative à celle de la tropopause. Bien que notre modélisation soit rudimentaire, on peut l'utiliser pour comparer les deux modèles d'assimilation. Pour cela, nous utilisons un échantillon de profils indépendants et toujours distincts deux à deux de six heures le long de trajectoires de cellules détectées par Antidote. Le premier profil est considéré comme une ébauche, et le deuxième comme la vérité, d'où l'on tire une observation parfaite qui est assimilée dans le premier profil. On calcule ensuite l'erreur résiduelle de l'analyse. Ce score est représenté sur la figure 2.9 pour les deux systèmes d'assimilation en amplitude et en position, et pour différentes valeurs retenues pour définir l'observation.

L'erreur de l'analyse en amplitude est en moyenne plus basse que celle de l'erreur en déplacement. Cela est en réalité assez cohérent avec le fait que de nombreuses anomalies de tourbillon potentiel sont visibles dans les profils de tourbillon potentiel. La modélisation de la tropopause comme une surface matérielle uniquement soumise à des erreurs de déplacement est visiblement défaillante. Enfin, l'écart-type du score est également beaucoup plus réduit pour les analyses en position que pour les analyses en déplacement. Ces dernières peuvent en effet être plus fréquemment erronées, notamment quand les deux profils ont une allure différente avec la hauteur.

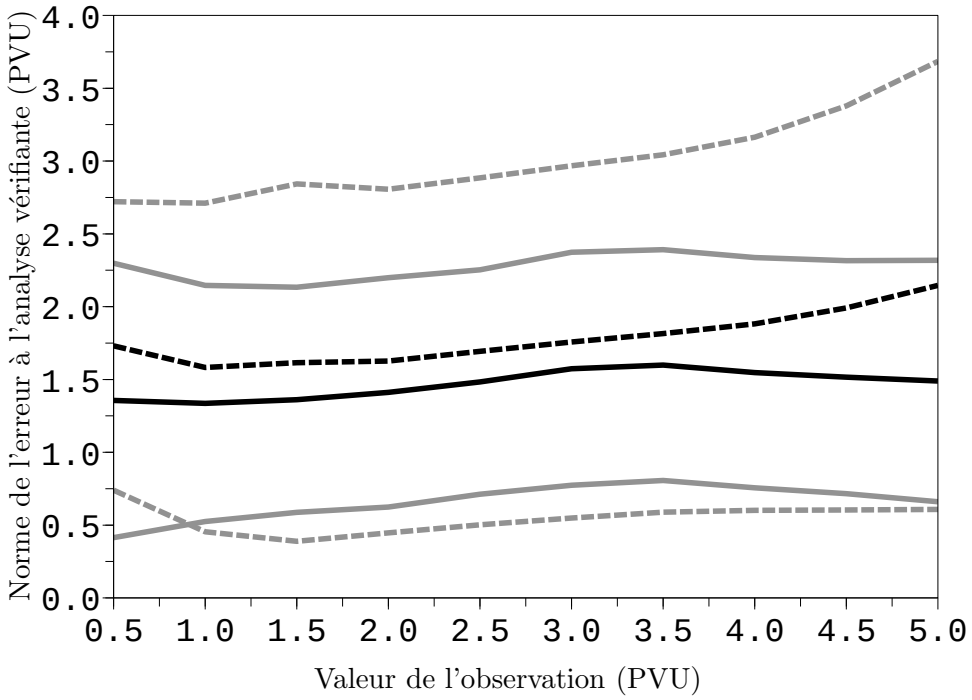


Fig. 2.9: Comparaison des performances des assimilations en position (traits tiretés) et en amplitude (traits pleins) pour l'assimilation d'une observation. En noir, la valeur moyenne de la norme de l'erreur à l'analyse vérifiante ; en gris cette valeur moyenne à laquelle on ajoute et on retire la valeur de l'écart-type de cette norme.

2.3 L'opérateur d'observation "Tourbillon Potentiel'

Nous abordons maintenant l'approche pragmatique qui est d'utiliser des pseudo-observations. Le tourbillon potentiel d'Ertel est naturellement la variable dynamique privilégiée pour étudier la tropopause et la cyclogenèse. C'est une variable diagnostique s'exprimant en fonction du tourbillon absolu et du gradient de température potentielle. Cette section s'intéresse à l'opérateur d'observation non-linéaire et à ses propriétés.

2.3.1 Formulation

L'expression du tourbillon potentiel d'Ertel est

$$\mathcal{Q}_{\mathrm{PV}} = \frac{1}{\rho}\boldsymbol{\xi}_a \cdot \boldsymbol{\nabla\theta} \tag{2.30}$$

où ρ est la masse volumique de l'air, $\boldsymbol{\xi}_a$ le vecteur de tourbillon absolu et $\boldsymbol{\nabla\theta}$ le gradient tridimensionnel de température potentielle. Le tourbillon potentiel s'exprime commodément en PVU (1 PVU=10^{-6} K$m^2kg^{-1}s^{-1}$). En utilisant l'hypothèse hydrostatique (2.31) et en notant ξ_a la composante verticale de $\boldsymbol{\xi}_a$,

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g \tag{2.31}$$

$$\mathcal{Q}_{\mathrm{PV}} = \frac{1}{\rho}\left(-\frac{\partial V}{\partial z}\frac{\partial \theta}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial p}\frac{\partial \theta}{\partial y} + \xi_a\frac{\partial \theta}{\partial z}\right) \tag{2.32}$$

$$= -g\left(-\frac{\partial V}{\partial p}\frac{\partial \theta}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial p}\frac{\partial \theta}{\partial y} + \xi_a\frac{\partial \theta}{\partial p}\right) \tag{2.33}$$

A l'heure actuelle au sein du système ARPEGE, les observations ne dépendent que des deux composantes du vent, de l'humidité, de la température, éventuellement des hydrométéores et des fractions nuageuses. Ces observations sont le plus souvent sous la forme de profils verticaux ou de valeurs scalaires. Le système d'assimilation ARPEGE extrait donc les profils de ces quantités aux points d'observations, avant d'appeler l'opérateur d'observation (qui peut consister simplement en une interpolation verticale). Le tourbillon potentiel d'Ertel nécessiterait d'interpoler d'autres champs (typiquement les dérivées horizontales du vent et de la température, c.f. équation 2.33). Pour ces raisons techniques, l'expression précédente n'est donc pas facilement transposable dans le système d'assimilation ARPEGE. Guérin et al. (2006) ont introduit une approximation à l'ordre trois en nombre de Rossby :

$$C(p) = g\frac{fp}{R}\left(\frac{p_0}{p}\right)^{R/C_p}$$

$$\mathcal{H}_{\mathrm{PV}} = -g\xi_a\frac{\partial\theta}{\partial p} - C\left[\left(\frac{\partial U}{\partial p}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)^2\right] = \mathcal{Q}_{\mathrm{PV}} + O\left(R_o^3\right)$$

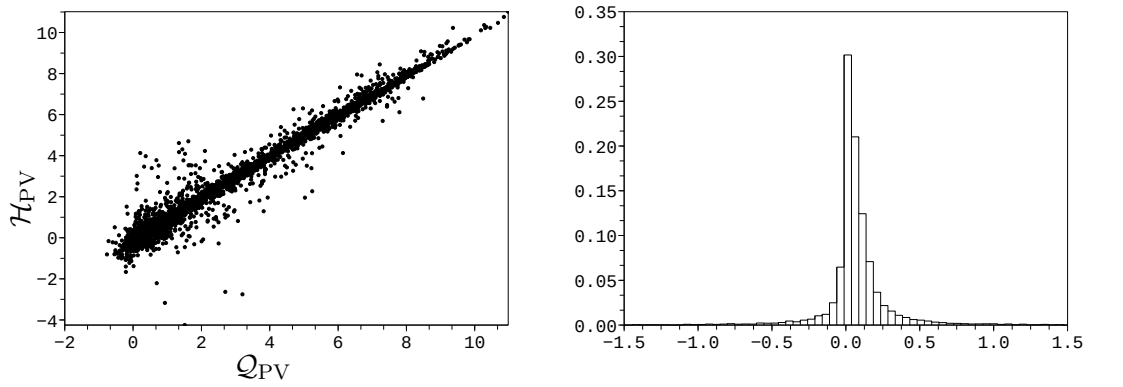
Cet opérateur d'observation est disponible avec ses versions tangent-linéaire et adjointe pour l'assimilation au sein du 4D-Var ARPEGE.

2.3.2 Comparaison des deux opérateurs

Le tourbillon potentiel d'Ertel est par contre disponible dans l'opérateur de traitement des champs ARPEGE (FullPos) qui a lui accès à l'ensemble des champs dérivés. Il est

cependant également complexe de définir la formulation approchée de Guérin et al. (2006) au sein de cet opérateur de post-traitement. La question de la différence entre le tourbillon potentiel d'Ertel et des formes simplifiées basées sur des approximations quasi-géostrophiques s'est posée pour le problème de l'inversion du tourbillon potentiel. Il est en effet également plus simple de procéder à une inversion du tourbillon potentiel quasi-géostrophique. Arbogast (1998) notamment montre, sur des anomalies de taille supérieure à 500 km, que la maîtrise du tourbillon potentiel quasi-géostrophique permet un contrôle du tourbillon potentiel d'Ertel.

Cependant, nous aurons besoin d'analyser les champs de tourbillon potentiel dans le voisinage des cellules détectées par le traitement d'image. Pour les raisons techniques évoquées, ce seront des champs de tourbillon potentiel d'Ertel. Les observations seront par contre dans l'espace du tourbillon potentiel simplifié. Si nous utilisons un opérateur à la place de l'autre, cela induit une erreur de représentativité. Nous avons évalué cette erreur en faisant passer un contrôle de qualité au système d'assimilation ARPEGE où les observations sont issues du tourbillon potentiel d'Ertel. La figure 2.10 montre que l'accord entre les deux opérateurs est meilleur pour de fortes valeurs de tourbillon potentiel (ce qui est cohérent généralement avec un nombre de Rossby plus élevé). Il existe un biais de 0.06 PVU, et l'écart-type de la dispersion est de 0.3 PVU à 300 hPa.



(a) Comparaison des valeurs (PVU) **(b)** Histogramme de la différence $\mathcal{Q}_{\mathrm{PV}} - \mathcal{H}_{\mathrm{PV}}$ (PVU)

Fig. 2.10: Comparaison de l'opérateur tourbillon potentiel $\mathcal{Q}_{\mathrm{PV}}$ et de l'opérateur tourbillon potentiel approximé $\mathcal{H}_{\mathrm{PV}}$, valeurs d'observations fictives à 300 hPa. L'unité est le PVU.

2.3.3 Diagnostics dans l'espace des observations

Dans les systèmes d'assimilation opérationnels, la matrice B est de trop grande dimension pour être évaluée statistiquement, même avec une hypothèse d'ergodicité. En pratique, on utilise donc une matrice B filtrée et décrite par la composée d'opérateurs linéaires. On introduit des balances entre les différentes variables (Derber et Bouttier 1999). Il est pratique et informatif de pouvoir diagnostiquer les principaux éléments de B au cas par cas, notamment les variances d'erreurs modèle (Andersson et al. 2000) et projetées dans l'espace des observations, c'est-à-dire les éléments diagonaux de HBH^{T} qui fixent le poids donné aux observations (équation 2.2). Ces éléments (encore notés

σ_b) sont aussi utilisés dans le contrôle de qualité, qui compare l'innovation aux variances d'erreurs afin de rejeter les observations les plus improbables dans l'assimilation. Le test d'acceptation des données s'écrit :

$$(y - \mathcal{H}(\boldsymbol{x}_b))^2 < n\left(\sigma_b^2 + \sigma_o^2\right) \tag{2.34}$$

Nous avons introduit la version tangent-linéaire de l'opérateur d'observation en tourbillon potentiel dans la procédure d'estimation statistique des éléments B.

Variance d'erreur d'ébauche en tourbillon potentiel

Andersson et al. (2000) utilisent une estimation de B par tirage aléatoire de N_{BGVECS} vecteurs (méthode de Monte-Carlo) :

$$B \simeq \widetilde{B} = \frac{1}{N_{\mathrm{BGVECS}}} \sum_{k=1}^{N_{\mathrm{BGVECS}}} (B^{\frac{1}{2}}\xi^k)(B^{\frac{1}{2}}\xi^k)^T \text{ où } \xi^k \sim \mathcal{N}(0,1) \tag{2.35}$$

C'est une méthode pratique pour calculer les éléments diagonaux de B (*i.e.* les écarts-types d'erreur σ_b) dans l'espace physique, B étant définie dans l'espace spectral. Cette estimation peut être étendue à une transformation linéaire L quelconque :

$$LBL^T \simeq \widetilde{LBL^{\mathrm{T}}} = \frac{1}{N_{\mathrm{BGVECS}}} \sum_{k=1}^{N_{\mathrm{BGVECS}}} (LB^{\frac{1}{2}}\xi^k)(LB^{\frac{1}{2}}\xi^k)^T \text{ où } \xi^k \sim \mathcal{N}(0,1) \tag{2.36}$$

En particulier, les choix $L = H$ (variance d'erreur dans l'espace des observations) et $L = M$ (variance d'erreur évoluée par le modèle tangent-linéaire) sont intéressants. La précision de l'estimation des variances est de l'ordre de $\frac{1}{2N_{\mathrm{BGVECS}}}$ (Fisher et Courtier 1995).

La figure 2.11 illustre les valeurs de σ_b^{PV} à 300 hPa. L'écart-type d'erreur d'ébauche est plus élevé aux latitudes moyennes que dans la zone tropicale. Le lien avec la situation météorologique est assez clair, avec des maxima de σ_b^{PV} autour des forts gradients de tropopause. Au contraire, la confiance accordée à l'ébauche est plus forte (donc σ_b^{PV} plus faible) aux centres des zones anticycloniques pour le courant-jet. Cela a été remarqué dans une étude avec un modèle QG par Snyder et al. (2003) et est cohérent avec le fait que les erreurs en PV sont, à cette altitude, probablement principalement de nature advective du fait des propriétés de conservation du PV.

Paramétrisation pour le contrôle de qualité

Compte-tenu des caractéristiques spatiales observées précédemment, il apparaît opportun de décrire la variation avec l'altitude de σ_b^{PV} de manière séparée pour les moyennes latitudes (supérieures à 20 degrés en valeur absolue) et la zone tropicale (latitudes inférieures à 20 degrés en valeur absolue). Pour cela, les σ_b^{PV} sont moyennés spatialement et temporellement (quatre cas à un mois d'intervalle). Le résultat est donné sur la figure 2.12. On y voit que l'écart-type d'erreur en PV est quasiment constant dans la troposphère (atteignant des valeurs de l'ordre de 0.8 PVU aux moyennes latitudes) puis qu'il

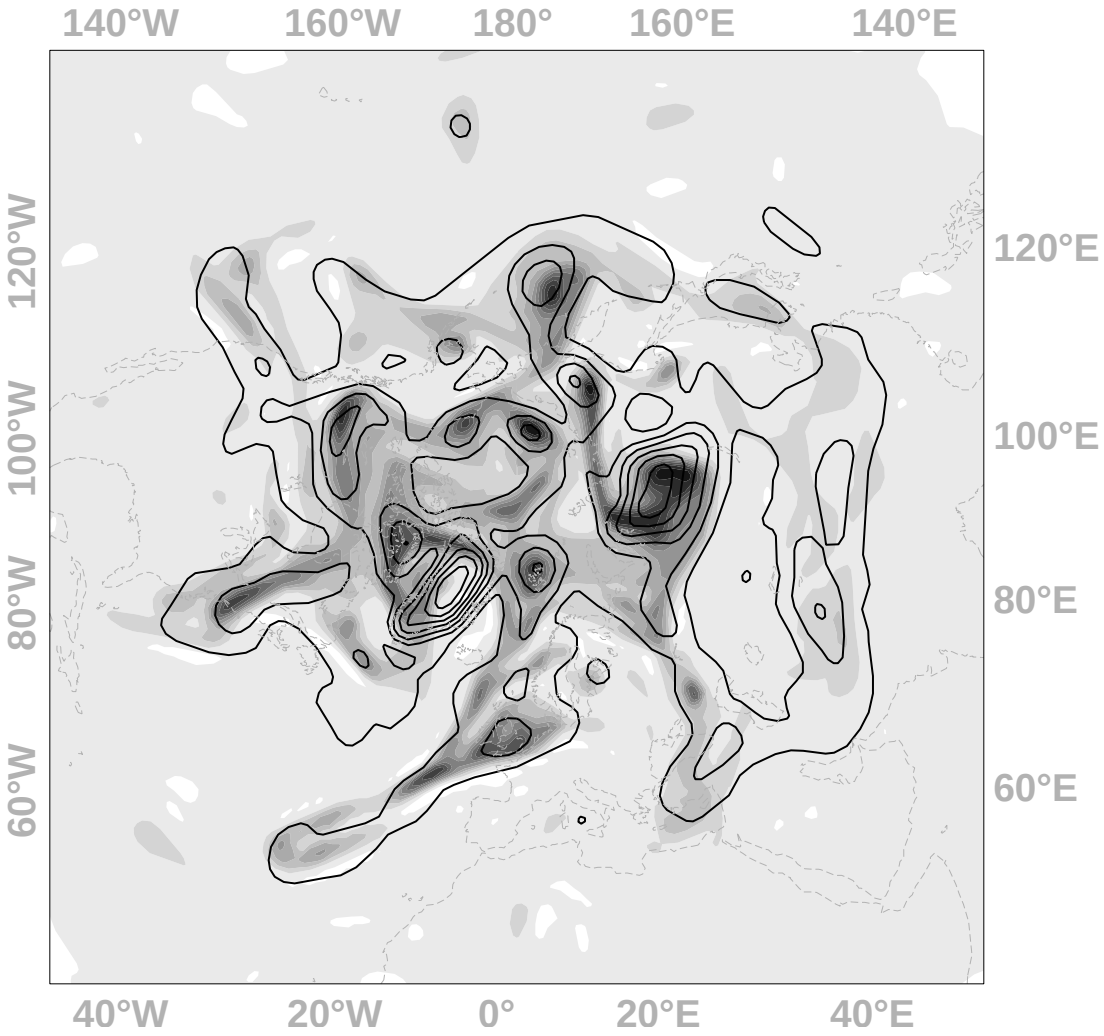


Fig. 2.11: Champs en PV au 2 Novembre 2006 00 TU à 300 hPa, intervalle de contour 1 PVU (niveaux de gris). écart-type d'erreur d'ébauche estimé d'après NBGVECS=625 (soit une précision relative de $\simeq \frac{1}{50}$) ; intervalle de contour 1 PVU (traits pleins noirs).

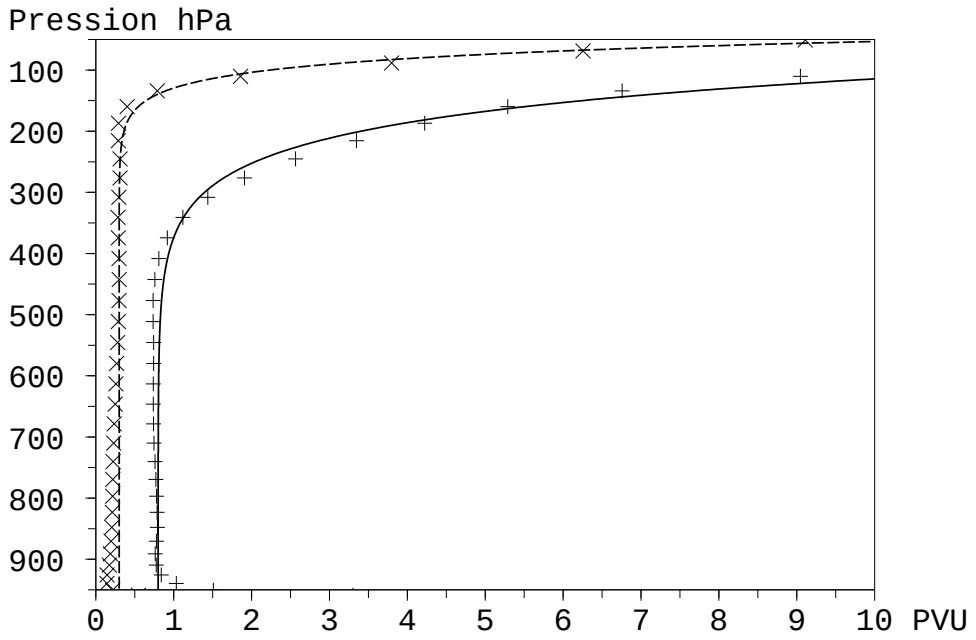


Fig. 2.12: Profils d' écarts-types d'erreur d'ébauche en PV obtenus par la méthode de Andersson et al. (2000) et approximé par une fonction analytique (trait plein et signes plus pour les latitudes supérieures à 20 degrés en valeur absolue, trait tireté et croix pour les latitudes inférieures à 20 degrés en valeur absolue).

augmente exponentiellement ensuite. Une paramétrisation simple $\widetilde{\sigma_b}$ de σ_b^{PV}, tracée sur la figure 2.12, peut en être déduite :

$$\widetilde{\sigma_b}^{PV} = 0.8 + 49.7 \cdot e^{-0.0147537 \cdot p} \quad \text{(moyennes latitudes)} \tag{2.37}$$

$$\widetilde{\sigma_b}^{PV} = 0.3 + 61.0 \cdot e^{-0.0345290 \cdot p} \quad \text{(zone tropicale)} \tag{2.38}$$

Dans ces deux dernières expressions la pression p est en hPa et l'unité de σ_b^{PV} est le PVU. Cette relation demeure valable pour des pressions comprises entre 950 et 50 hPa. Les coefficients de corrélations ont été obtenus par régression linéaire entre $\ln(\sigma_b^{PV})$ et la pression p.

Longueurs de corrélation d'erreur d'ébauche dans l'espace des observations

A ce stade on ne dispose pas d'information sur les covariances entre différents points et donc sur la structure spatiale des incréments. Belo-Pereira et Berre (2006) proposent une approche efficace pour diagnostiquer des longueurs de portée dans B en accumulant des statistiques sur les variances des gradients des erreurs. On se propose une extension à trois dimensions et à l'espace des observations de leur formulation, que l'on rappelle brièvement : en notant $\boldsymbol{\epsilon}$ une perturbation (et donc $B =< \boldsymbol{\epsilon}, \boldsymbol{\epsilon} >$), la covariance de $\boldsymbol{\epsilon}$ est fonction de la fonction d'auto-corrélation ρ et de sa variance $\sigma(\boldsymbol{\epsilon})^2$:

$$\mathrm{Var}(\boldsymbol{\epsilon}) =< \boldsymbol{\epsilon}^2 >= \sigma(\boldsymbol{\epsilon})^2 \rho \tag{2.39}$$

En dérivant deux fois spatialement en $x = 0$:

$$\sigma^2(\frac{\partial \boldsymbol{\epsilon}}{\partial x}) = \Big(\frac{\partial \sigma(\boldsymbol{\epsilon})}{\partial x}\Big)^2 \rho\Big|_{x=0} - \sigma^2(\boldsymbol{\epsilon}) \frac{d^2\rho}{dx^2}\Big|_{x=0} \tag{2.40}$$

On définit ensuite la longueur de corrélation L comme étant proportionnelle au rayon de courbure de ρ à l'origine et en supposant les corrélations lisses :

$$L^2 = -\frac{\rho(x)}{d^2\rho/dx^2}\Big|_{x=0} \tag{2.41}$$

$$\frac{\partial\rho}{\partial x}\Big|_{x=0} = 0 \tag{2.42}$$

On obtient :

$$L^2 = \frac{\sigma^2(\boldsymbol{\epsilon})}{\sigma^2(\frac{d\boldsymbol{\epsilon}}{dx}) - \left(\frac{\sigma(\boldsymbol{\epsilon})}{dx}\right)^2} \tag{2.43}$$

Enfin on peut étudier l'anisotropie de ρ en calculant vecteurs et valeurs propres de la matrice

$$N = \left(\frac{1}{\mathcal{N}_{i,j}}\right)_{i,j} \text{ où } \mathcal{N}_{i,j} == \frac{\sigma^2(\boldsymbol{\epsilon})}{<\frac{d\boldsymbol{\epsilon}}{di},\frac{d\boldsymbol{\epsilon}}{dj}> - <\frac{\sigma(\boldsymbol{\epsilon})}{di},\frac{\sigma(\boldsymbol{\epsilon})}{dj}>} \text{ et } i,j \in \{x,y\} \tag{2.44}$$

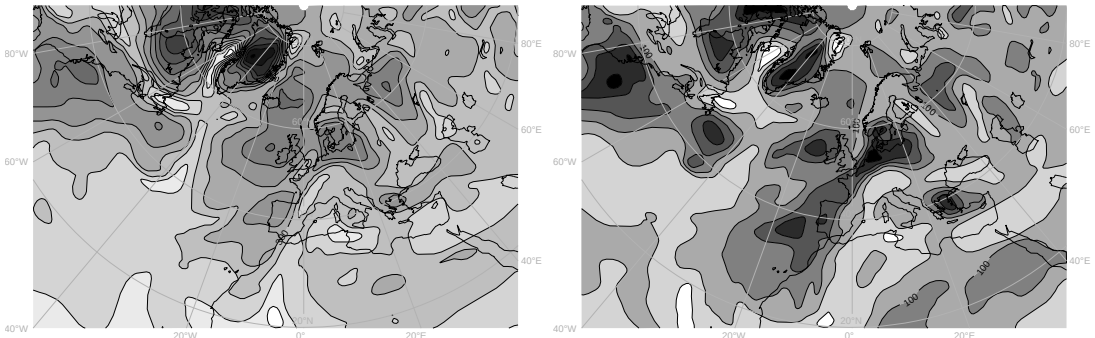
On a intérêt à calculer les éléments de la matrice plutôt que les seules longueurs de corrélation afin de garder toute l'information possible sur ρ et notamment les directions d'élongation (les vecteurs propres).

L'extension provient du fait que l'on calcule aussi les moments par rapport à la verticale z (donc les 6 éléments indépendants de la matrice symétrique N) et que l'on accumule les grandeurs pour $HM\boldsymbol{\epsilon}$ (perturbations évoluées par le modèle tangent-linéaire puis projetées dans l'espace des observations) :

$$\mathcal{N}_{i,j} == \frac{\sigma^2(H\boldsymbol{\epsilon})}{<\frac{dHM\boldsymbol{\epsilon}}{di},\frac{dHM\boldsymbol{\epsilon}}{dj}> - <\frac{\sigma(HM\boldsymbol{\epsilon})}{di},\frac{\sigma(HM\boldsymbol{\epsilon})}{dj}>} \text{ et } i,j \in \{x,y,z\} \tag{2.45}$$

Il est nécessaire de préciser que ce diagnostic est purement local, et que par conséquent les lobes négatifs des corrélations sont ignorés. Le diagnostic ne peut pas décrire les propriétés exactes d'une longueur qui serait définie par un seuil pour ρ, ou comme une intégrale spatiale de ρ (c.f. Bouttier (1993)). Pour certaines allures spatiales de ρ, l'hypothèse 2.42 limite probablement l'intérêt du diagnostic. L'interprétation physique du diagnostic demeure délicate quand on s'intéresse à des fonctions de structure compliquées, notamment celles du 4D-Var dès quelques heures d'intégration, ou pour certaines variables. Elle est cependant tout à fait pertinente pour des corrélations d'allure gaussienne.

La figure 2.13 illustre, pour la situation du 01 décembre 2006, l'estimation dans l'espace tourbillon potentiel du diagnostic des longueurs de corrélation horizontales et verticales. On obtient une grande variation spatiale des longueurs, au contraire d'autres variables comme le tourbillon relatif (non-montré). Les longueurs de corrélation verticales et horizontales pour le tourbillon potentiel sont significativement plus courtes du côté cyclonique du jet par rapport au côté anticyclonique (l'état de base est donné sur la figure 2.11). Cet effet intervient directement sur la matrice HBH^{T} du 3D-Var. En effet, même si les covariances pour les variables d'état sont modélisées comme homogènes et isotropes (Derber et Bouttier 1999), l'assimilation fait intervenir l'opérateur PV linéarisé autour de la trajectoire H_{PV} qui s'écrit dans notre cas (on note $\mathcal{H}_{\mathrm{PV}}$ l'opérateur



(a) Longueur de corrélation horizontale (contours tous les 20 km)

(b) Longueur de corrélation verticale (contours tous les 30 hPa)

Fig. 2.13: Diagnostics de longueurs de corrélation dans l'espace tourbillon potentiel pour l'analyse ARPEGE au 01 décembre 2006 00TU. Estimation par tirage statistique d'éléments de perturbations de covariance B ($N_{\mathrm{BGVECS}} = 625$ correspondant à une précision relative de $\simeq \frac{1}{50}$). Niveau 21 du modèle (environ 300 hPa)

non-linéaire introduit dans ARPEGE et on décompose les grandeurs météorologiques en état de base et perturbation) :

$$C(p) = g\frac{fp}{R}\left(\frac{p_0}{p}\right)^{R/C_p} \tag{2.46}$$

$$\mathcal{H}_{\mathrm{PV}} = -g\xi_a\frac{\partial\theta}{\partial p} - C\left[\left(\frac{\partial U}{\partial p}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)^2\right] \tag{2.47}$$

$$H_{\mathrm{PV}} = -g\left(\overline{\xi_a}\frac{\partial\theta'}{\partial p} + \xi'_a\frac{\partial\overline{\theta}}{\partial p}\right) - \left(1 - \frac{R}{C_p}\right)\frac{\overline{C}}{\overline{p}}p'\left[\left(\frac{\partial\overline{U}}{\partial p}\right)^2 + \left(\frac{\partial\overline{V}}{\partial p}\right)^2\right] \tag{2.48}$$

$$-2\overline{C}\left[\frac{\partial\overline{U}}{\partial p}\frac{\partial U'}{\partial p} + \frac{\partial\overline{V}}{\partial p}\frac{\partial V'}{\partial p}\right] \tag{2.49}$$

Le terme dominant (en nombre de Rossby) dans l'expression précédente est $\xi'_a\frac{\partial\overline{\theta}}{\partial p}$ soit la perturbation de tourbillon par le gradient statique de l'état de base. Il est donc vraisemblable que ce gradient statique de l'état de base, très différent de part et d'autre de la tropopause, impose sa structure aux corrélations spatiales. Cet effet est lié à la non-linéarité de l'opérateur PV. Par ailleurs les longueurs de corrélations verticales et horizontales présentent des variations géographiques voisines. En effet, la longueur de corrélation de l'erreur d'ébauche est au premier ordre dans la zone extra-tropicale balancée comme les échelles caractéristiques d'un fluide quasi-géostrophique (Ingleby 2001) :

$$\Delta L = \frac{N}{f_0}\Delta z \tag{2.50}$$

où N est la fréquence de Brünt-Vaisala et f_0 le paramètre de Coriolis.

Conclusion

Nous avons détaillé le formalisme de l'assimilation variationnelle employée dans de nombreux centres météorologiques, afin d'aborder le thème de l'assimilation des structures cohérentes. Nous avons dégagé trois approches permettant l'assimilation

des structures, et notamment des observations de position, et abordé la description de leurs propriétés respectives. La première approche consiste à utiliser des pseudo-observations au sein d'un système d'assimilation traditionnel. La seconde repose sur le fait que le filtre de Kalman d'ensemble calcule les covariances par évaluation directe sur un ensemble, ce qui permet d'utiliser des opérateurs d'observation très complexes. La troisième approche reconsidère le problème de l'analyse dans un espace différent, par exemple des positions. L'analyse est obtenue comme une translation de l'ébauche, ou plus généralement une "déformation" soumise à des contraintes de régularité. Ces contraintes de régularité sont équivalentes à des hypothèses sur les distributions des erreurs. Un cas particulier est de les supposer gaussiennes pour pouvoir appliquer les mêmes algorithmes que dans les schémas d'assimilation classiques.

Nous utilisons ensuite un cadre très simplifié où des profils de tourbillon potentiel sont extraits le long de trajectoires d'intrusions sèches. Cela nous permet d'illustrer et de comparer les principes et limitations des deux formulations, en amplitude et en déplacement, du problème de l'assimilation. Nous montrons que notre cas ne semble pas dominé statistiquement par les erreurs de positions de la tropopause, et qu'il est donc pertinent d'utiliser des pseudo-observations de tourbillon potentiel.

Enfin nous avons repris et étudié les propriétés d'un opérateur d'observation de tourbillon potentiel, utilisable dans le cadre du 4D-Var du modèle ARPEGE. La version linéarisée de cet opérateur est introduite dans la procédure d'estimation des écarts-types d'erreurs d'ébauche dans l'espace des observations (Andersson et al. 2000). Nous proposons une paramétrisation très simple de la variation verticale de cet écart-type d'erreur qui peut servir au contrôle de qualité d'observations en tourbillon potentiel. Nous étendons également le diagnostic de longueur de corrélation de Belo-Pereira et Berre (2006) à notre opérateur d'observation, à la dimension verticale et temporelle. Bien que ce diagnostic soit très local, et qu'il repose sur une hypothèse forte sur la forme des fonctions de structure, il permet d'illustrer quelques propriétés des longueurs de corrélation, en particulier la dépendance à l'écoulement (suite à l'intégration temporelle ou à la non-linéarité de l'opérateur d'observation), ou la balance entre échelles horizontales et verticales.

3

Relation entre image vapeur d'eau et tourbillon potentiel

Ce chapitre s'attaque à la construction d'un modèle permettant de relier les caractéristiques des objets détectés dans l'imagerie à celles de la structure présente dans les champs météorologiques, de manière à générer des pseudo-observations.

Le problème se pose de manière similaire pour les cyclones tropicaux. Les pseudo-observations de cyclones tropicaux reposent sur l'utilisation de modèles physiques (caractéristiques obtenues par un modèle physique simplifié, par exemple statique, et axisymétrique) ou statistiques (caractéristiques obtenues par statistiques sur des mesures au sein des cyclones). De nombreuses études concernent la détermination de relations statistiques permettant de lier entre eux des paramètres définissant un profil de vent dans un cyclone tropical (Willoughby et Rahn 2004, Willoughby et al. 2006, Holland 2008). La méthode de Dvorak objective, développée conjointement avec des prévisionnistes, permet d'estimer l'intensité d'un cyclone tropical à partir de l'imagerie infrarouge géostationnaire (Olander et Velden 2007). Concrètement, l'imagerie est utilisée pour évaluer un certain nombre de paramètres (position, intensité, rayon de vent maximum et vitesse pour les cyclones tropicaux), qui eux-mêmes sont utilisés par un modèle simplifié de cyclone tropical pour générer des observations (c.f. la section 5.1.2 ou Heming (1994)). Cette modélisation particulière aux cyclones tropicaux sera abordée dans le chapitre 5.

Un autre point important est que cette relation, qu'elle soit basée sur un modèle statistique ou sur un modèle physique simplifié, induit une erreur qu'il faut estimer pour pouvoir la prendre en compte dans l'assimilation de données. L'erreur totale commise dépend à la fois de l'erreur effectuée dans l'analyse de l'imagerie, et de l'erreur contenue dans ces modèles simplifiés. Pour les cyclones tropicaux, ce point n'a été que très peu étudié mais il nous semble essentiel. Nous devons donc aborder dans un premier temps la description des anomalies de tropopause à partir d'un petit nombre de paramètres, et étudier le lien entre l'évolution de l'intensité de ces structures et les caractéristiques décelables dans l'image vapeur d'eau. Le premier point est complexe, et a fait l'objet d'une thèse au CNRM sur la description objective des anomalies en tourbillon potentiel à l'aide de décomposition en ondelettes (Plu 2008). Ces outils n'étant pas entièrement disponibles au moment de ce travail, nous avons choisi de décrire le plus simplement possible les structures en tourbillon potentiel, par des profils ou des recherches de maxima locaux. Le deuxième point a été discuté qualitativement par les prévisionnistes, qui constatent que des intrusions sèches vigoureuses sont associés

à des cyclogenèses intenses, sans fournir de relation quantitative toutefois. Ce chapitre cherche à éclaircir la relation entre tourbillon potentiel et image vapeur d'eau, point sur lequel reposent de nombreuses publications, et qui est indispensable à la génération des pseudo-observations.

3.1 Lien PV-WV : un résumé des études précédentes

L'importance du tourbillon potentiel dans la cyclogenèse (Hoskins et al. 1985), la mise en œuvre de méthodes d'inversion du tourbillon potentiel (Arbogast 1998) et le lien entre vapeur d'eau et tourbillon potentiel (Santurette et Georgiev 2005) ont conduit à initialiser les modèles à partir de différences entre champs en PV et images satellites dans le canal vapeur d'eau (Demirtas et Thorpe 1999).

Pankiewicz et al. (1999) étudient la relation PV-WV à l'aide d'un réseau de neurones. Constatant comme Appenzeller et Davies (1992), Mansfield (1996), Røsting et al. (1996), Demirtas et Thorpe (1999), Georgiev (1999) que la relation est complexe, ils établissent un certain nombre de facteurs climatologiques intervenant : latitude, longitude, jour de l'année, valeur de l'imagerie dans les canaux vapeur d'eau et infrarouge. Une régression linéaire donne une corrélation de l'ordre de 0.5 entre le PV sur l'isopotentielle 315K et ces différents champs. Malgré un entraînement portant sur 17500 cas, la restitution du PV sur la surface 315K par le réseau de neurone demeure erronée, notamment pour les faibles valeurs de PV.

Un cas d'étude mené par Georgiev (1999) cherche à corréler les valeurs de PV à différents niveaux isobares avec les radiances vapeur d'eau dans des zones géographiquement limitées (correspondant à deux anomalies de tropopause) avec un seuil de sélection pour le tourbillon potentiel. La corrélation est de l'ordre de 0.5 à 0.7, maximale à 500 hPa, et les coefficients de régression exhibent une dépendance avec la latitude.

Swarbrick (2001) effectue plusieurs cas d'étude aux résultats jugés mitigés. Il note qu'un renforcement de l'anomalie de PV entraîne très souvent une augmentation de l'intensité du cyclone et une baisse de la pression (une augmentation de 2 à 3 PVU induirait une baisse de 5 hPa en ordre de grandeur), mais que la relation PV-WV demeure trop imprécise pour en tirer des règles qualitatives[1].

En regardant les réanalyses menées par les prévisionnistes ou les nombreux cas d'étude publiés, il nous apparaît empiriquement que deux sources distinctes d'information sont tirées de l'image vapeur d'eau. Tout d'abord, les propriétés de traceur de la dynamique d'altitude de grande échelle peuvent être utilisées pour replacer un courant-jet et notamment une ondulation (Santurette et Georgiev 2005, cas d'étude pages 154 à 158). Une autre source d'information consiste à observer un maximum localisé, de petite échelle spatiale, de température de brillance, et à l'associer à un développement dépressionnaire (Santurette et Georgiev 2005, cas d'étude pages 165 à 170). C'est ce dernier genre de structures que permet de détecter Antidote. La plupart des cas d'étude mêlent des changements dans l'intensité de la structure en PV et des déformations du courant-jet, rendant difficile une interprétation fiable des résultats. Nous choisissons

[1] « The result of this work suggests that a methodology based on a qualitative, subjective analysis of PV-water vapour image comparisons are unlikely to improve operational forecasting of cyclonic systems» (Swarbrick 2001)

d'étudier, dans un premier temps, la relation entre ces intrusions sèches localisées et la cyclogenèse.

3.2 Étude statistique de la relation PV-WV

Ces études quantitatives comparent toutes les températures de brillance satellite et des champs en tourbillon potentiel issus de modèles affectés d'erreurs. La performance des modèles de transfert radiatif actuels nous permet de nous affranchir de cette faiblesse : nous comparons le tourbillon potentiel avec les températures de brillance issues des mêmes champs d'ébauche d'ARPEGE *via* le modèle de transfert radiatif RTTOV. La littérature souligne que la relation PV-WV n'est valable que dans les zones des intrusions sèches, ce qui n'est pas pris en compte par Pankiewicz et al. (1999). Nous restreignons la comparaison aux cellules détectées par Antidote, donc dans des zones actives d'intrusions sèches.

3.2.1 Mise en œuvre

Pour cela nous effectuons des cycles de prévisions pour obtenir des ébauches du modèle ARPEGE à fréquence horaire, puis nous appelons le modèle de transfert radiatif RTTOV. Les ébauches sont utilisées pour produire des champs de tourbillon potentiel à haute résolution ainsi que des champs de vent à 300 hPa (utilisés pour la détection des anomalies comme décrit dans la première partie). Nous appliquons ensuite le traitement d'image Antidote aux images simulées, puis effectuons l'extraction des caractéristiques des cellules et le calcul des profils de PV moyennés sous les surfaces de ces cellules pour des niveaux isobares de 100 à 800 hPa (l'enchaînement des opérations est représenté sur la figure 3.1). L'échantillon des caractéristiques du traitement d'images et des profils en tourbillon potentiel est formé de 65 trajectoires d'intrusions sèches, soit 1825 cellules.

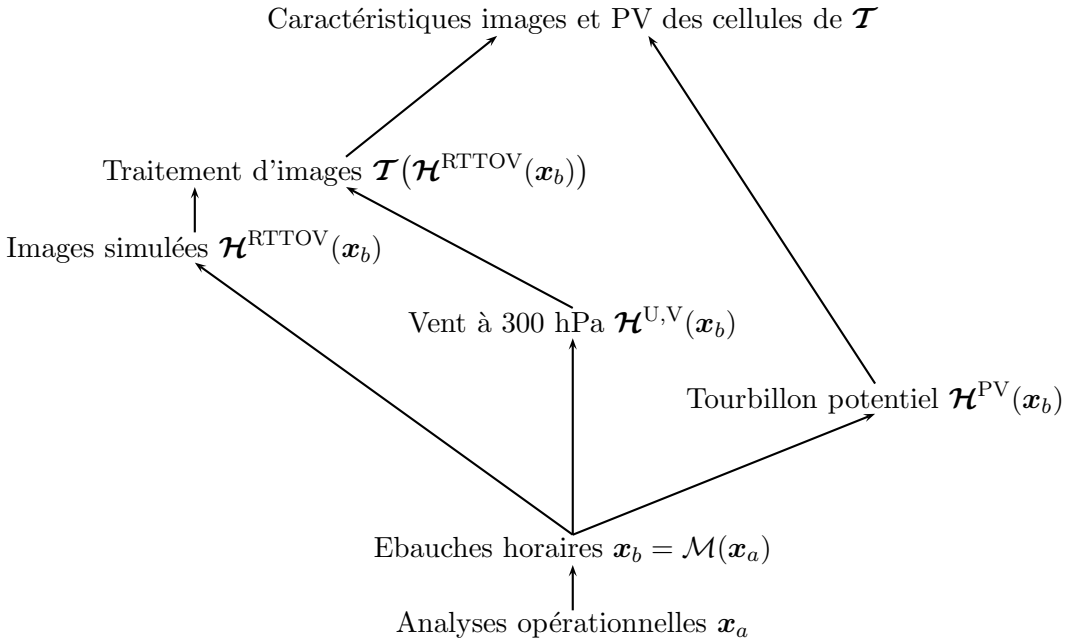


Fig. 3.1: Application des différents opérateurs d'observation et de traitement d'image pour l'étude de la relation PV-WV.

Deux approches sont possibles : estimer le tourbillon potentiel à partir des caractéristiques des cellules, caractériser les erreurs dans l'espace tourbillon potentiel et assimiler le tourbillon potentiel ou bien l'approche inverse, qui est de construire un opérateur d'observation basé sur les champs de tourbillon potentiel qui observe les caractéristiques des cellules. Nous effectuons tout d'abord une analyse linéaire de données.

3.2.2 Corrélations linéaires avec le PV sur des niveaux isobares

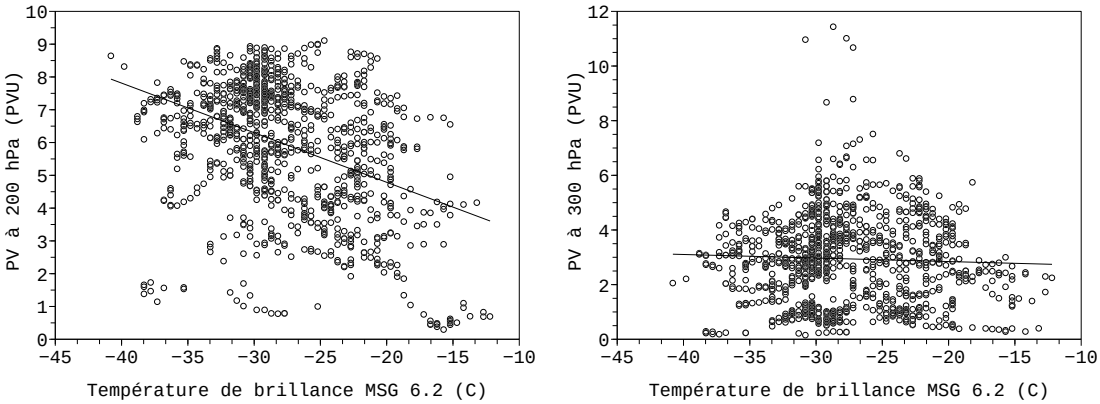
Michel et Bouttier (2006) montraient qu'un accord qualitatif existait pour certaines trajectoires avec le PV moyenné à 400 hPa (c.f. la figure 11 de l'article). La figure 3.2 présente les réalisations du tourbillon potentiel moyenné sur la surface des cellules à divers niveaux isobares et de la température de brillance maximale de ces mêmes cellules détectées par Antidote (1825 cas sélectionnées aléatoirement sur diverses périodes des années 2004 à 2006). La corrélation (figure 3.3) est positive pour des altitudes comprises entre 550 et 700 hPa et maximale (coefficient de corrélation 0.10) à 400 hPa et 650 hPa - ce qui est sensiblement différent de ce que suggérait Georgiev (1999) sur un cas d'étude. On constate qu'en particulier de faibles valeurs de PV peuvent coïncider avec des valeurs chaudes dans l'imagerie. De manière plutôt surprenante, on observe également que le tourbillon potentiel aux pressions inférieures à 400 hPa est *anti-corrélé* avec la température de brillance, avec un coefficient de corrélation atteignant -0.55 (figures 3.2a et 3.3).

3.2.3 Corrélation multilinéaire

La corrélation entre la température de brillance et les champs de tourbillon potentiel à divers niveaux peut être utilisée pour effectuer une régression multilinéaire de la forme :

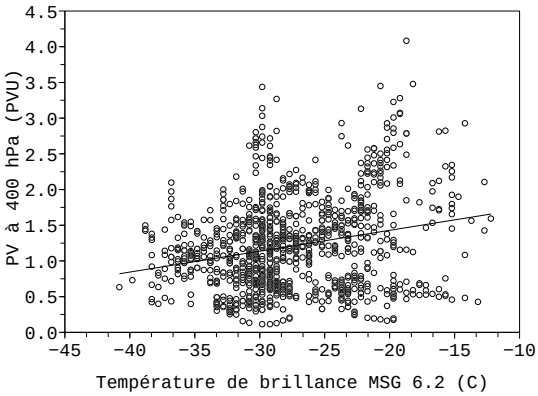
$$T_{\mathrm{BB}}^{\mathrm{rest}} = (a_{100\ \mathrm{hPa}}, \dots a_{800\ \mathrm{hPa}}) \cdot \begin{pmatrix} PV_{100\ \mathrm{hPa}} \\ \cdots \\ PV_{800\ \mathrm{hPa}} \end{pmatrix} = \boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{PV} \tag{3.1}$$

Cette équation pourrait être utilisée directement comme un opérateur d'observation linéaire dans l'assimilation de données. Les valeurs de $\boldsymbol{A}$ sont obtenues par estimation des moindres carrés. La figure 3.4 montre les coefficients de la régression linéaire aux différents niveaux isobares $\boldsymbol{A} = (a_{100\ \mathrm{hPa}}, \dots a_{800\ \mathrm{hPa}})$. Deux remarques principales peuvent être faites : tout d'abord les coefficients de la régression présentent des oscillations dans les basses couches en dessous de 550 hPa (figure 3.4). La faible corrélation entre le tourbillon potentiel et la température de brillance à ces niveaux (figures 3.2e,f) induit du bruit dans les coefficients de la régression. En utilisant ce modèle, l'adjoint de l'opérateur d'observation - donc sa transposée $\begin{pmatrix} a_{100\ \mathrm{hPa}} \\ \vdots \\ a_{800\ \mathrm{hPa}} \end{pmatrix}$ - présenterait une structure oscillatoire non physique pour les incréments en PV, ce qui est problématique. Le deuxième point concerne la dispersion entre température de brillance mesurée et restituée, qui demeure importante. En effet l'écart type du résidu $T_{\mathrm{BB}} - \boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{PV}$ constitue une borne inférieure de l'erreur de représentativité de l'opérateur d'estimation linéaire $\boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{PV}$. L'écart-type de T_{BB} sur les échantillons 1 et 2 est respectivement de 4.78 K et 5.13 K quand l'écart-type du résidu de la régression est de 3.72 K et 5.07 K. Une part

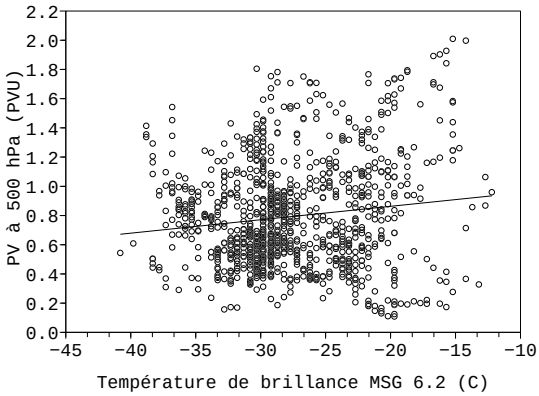


(a) 200 hPa

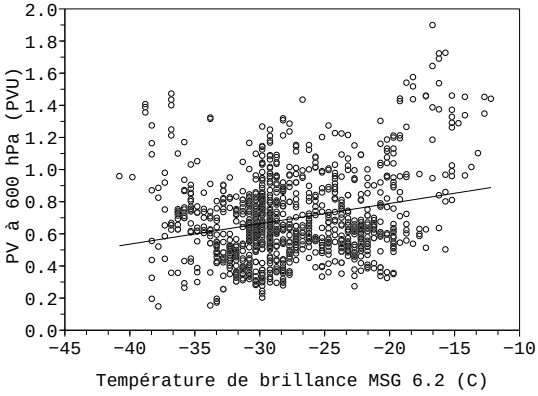
(b) 300 hPa



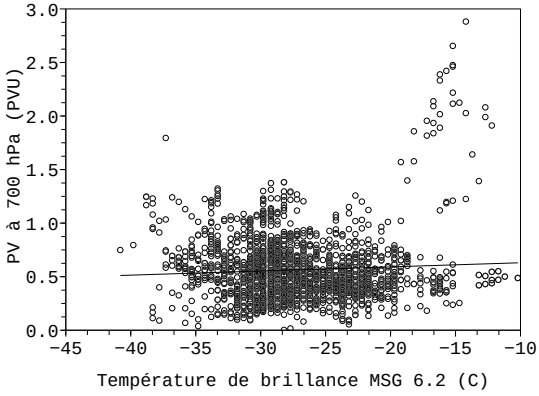
(c) 400 hPa



(d) 500 hPa



(e) 600 hPa



(f) 700 hPa

Fig. 3.2: Corrélations entre le tourbillon potentiel moyenné sur la surface des cellules à un niveau isobare et la température de brillance maximale de ces mêmes cellules détectées par Antidote (1825 cas).

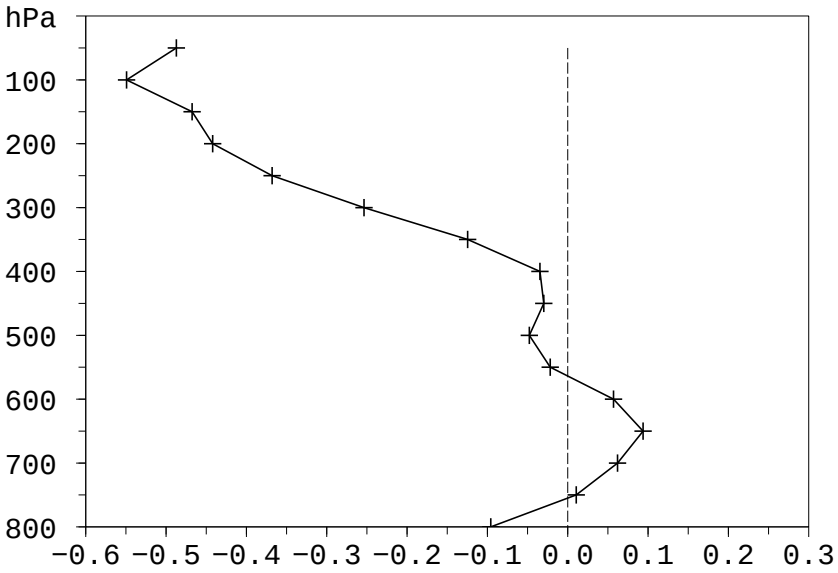


Fig. 3.3: Coefficient de corrélation pour les régressions linéaires entre le tourbillon potentiel moyenné sur la surface des cellules à un niveau isobare et la température de brillance maximale de ces mêmes cellules détectées par Antidote (1825 cas).

très réduite de la dispersion des températures est expliquée par les variations de profils en tourbillon potentiel.

3.2.4 Analyse en composantes principales

Les valeurs en tourbillon potentiel aux différents niveaux isobares sont bien entendues corrélées entre elles. On voit que la régression linéaire entre la température de brillance et le PV à des niveaux isobares n'est pas satisfaisante pour les deux raisons suivantes :

- l'opérateur de combinaison linéaire des champs de PV présente des oscillations dans les basses couches,
- le résidu entre la combinaison linéaire des champs de PV et la température de brillance demeure trop important.

Pour étudier le premier point, on peut utiliser une analyse en composantes principales, qui permet de réduire l'information pour obtenir une estimation plus robuste en prenant en compte les corrélations entre les valeurs de tourbillon potentiel à différents niveaux. Précisément, nous considérons l'échantillon de $K = 1825$ réalisations du tourbillon potentiel à $N = 16$ niveaux isobares

$$M = \begin{pmatrix} PV_{1,1} & \dots & PV_{\mathrm{N},1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ PV_{1,K} & \dots & PV_{\mathrm{N,K}} \end{pmatrix} \tag{3.2}$$

On retranche les valeurs moyennes du tourbillon potentiel à chaque niveau $\overline{PV_j}, j \in [\![1, N]\!]$ pour obtenir la matrice des réalisations centrées

$$\widetilde{M} = \begin{pmatrix} PV_{1,1} - \overline{PV_1} & \dots & PV_{\mathrm{N},1} - \overline{PV_N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ PV_{1,K} - \overline{PV_1} & \dots & PV_{\mathrm{N,K}} - \overline{PV_N} \end{pmatrix} \tag{3.3}$$

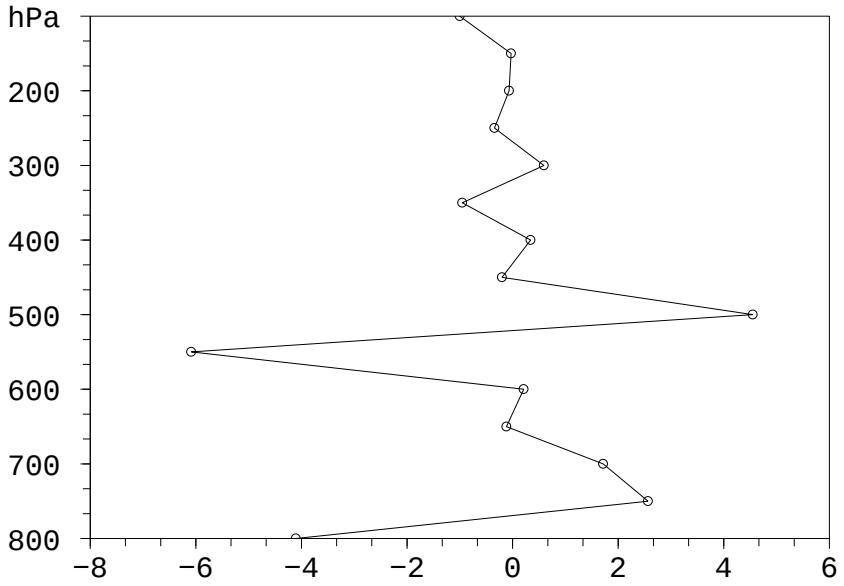


Fig. 3.4: Coefficients de la régression multilinéaire (notés a dans l'équation 3.1)

Ces valeurs moyennes sont tracées sur la figure 3.5. On diagonalise ensuite la matrice symétrique réelle de variance-covariance (de dimensions $N \times N$)

$$C = \frac{1}{K}\widetilde{M}^{\mathrm{T}}\widetilde{M} \tag{3.4}$$

pour obtenir les vecteurs propres correspondant à la dispersion des données centrées. Si un modèle conceptuel simple peut s'appliquer aux champs de tourbillon potentiel, on peut penser que les structures associées apparaîtront dans les vecteurs propres de l'ACP. Les trois premiers vecteurs propres (figure 3.6b) expliquent quasiment toute la variance (figure 3.6a) mais il faut souligner que le tourbillon potentiel a un écart-type qui augmente fortement avec l'altitude (comme le montre la figure 3.5). Ces vecteurs correspondent à des augmentations de tourbillon potentiel vers la tropopause vers 300 hPa avec une diminution au-dessus de la tropopause. Plus la valeur propre est petite, plus la structure verticale du vecteur propre apparaît complexe.

Pour étudier le potentiel de l'analyse en composantes principales (ACP), nous divisons l'échantillon des réalisations en deux, puis effectuons l'ACP sur le premier échantillon. Nous utilisons cette ACP pour décomposer sur les N_c premiers vecteurs propres ces réalisations de profil de tourbillon potentiel, puis effectuons une régression linéaire entre la température de brillance et cette décomposition. La figure 3.7 présente les températures de brillance mesurées et restituées linéairement, soit par la régression multilinéaire complète, soit par l'ACP en ne retenant que six premières composantes. La différence, sur l'échantillon indépendant, n'est visible que pour quelques points, où le comportement oscillatoire des coefficients de a pose problème. L'ACP ne permet pas d'obtenir une dispersion beaucoup plus réduite.

La figure 3.8 montre les caractéristiques statistiques de l'erreur de restitution pour différentes troncatures N_c de l'ACP du premier échantillon. Pour l'échantillon indépen-

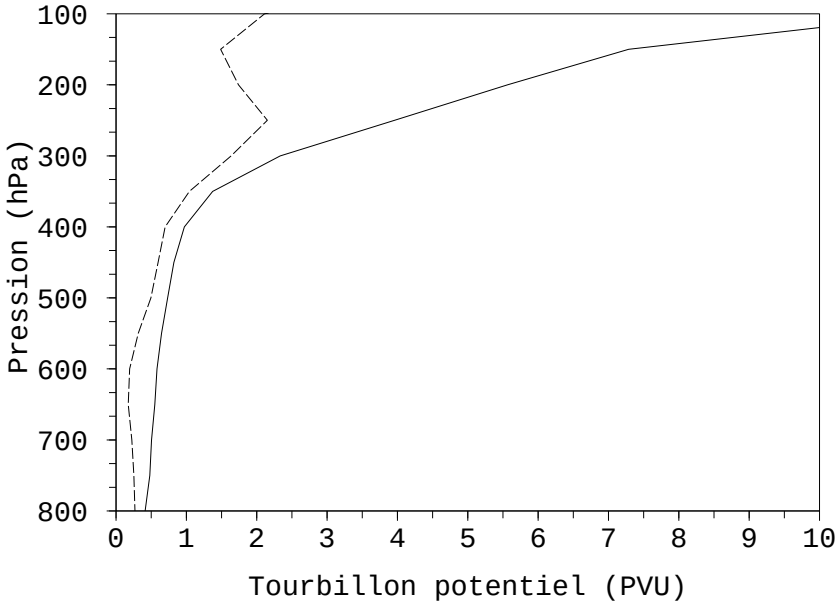
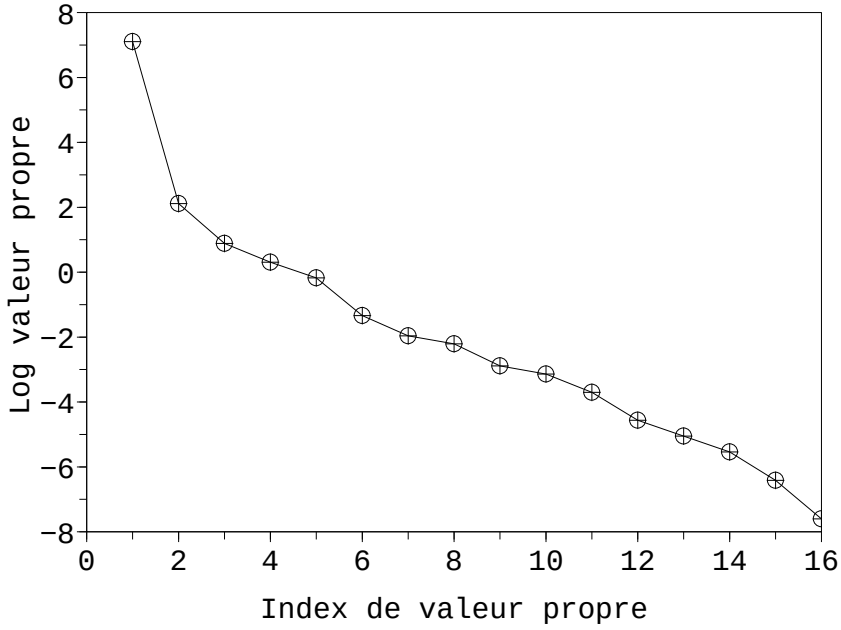


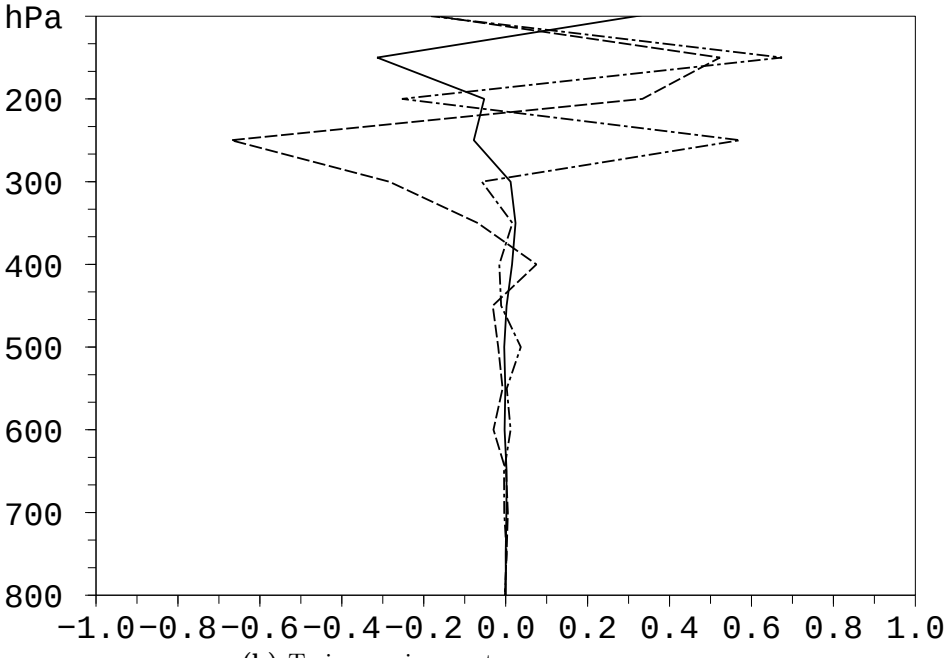
Fig. 3.5: Profil des valeurs moyennes de tourbillon potentiel $\overline{PV_j}$ (traits pleins) et des écarts-types en tourbillon potentiel (traits tiretés).

dant, on voit que l'erreur quadratique commence par diminuer quand on augmente N_c, ce qui est la preuve qu'il existe un signal entre profils de PV et température de brillance (mais qu'il est ténu). L'erreur augmente quand on retient plus que 7 vecteurs propres pour la projection. Cela montre qu'effectivement les derniers vecteurs, de structure verticale complexe, sont liés au bruit d'échantillonnage. Un biais apparaît également entre températures de brillance calculées et restituées linéairement. En retenant les $N_c = 7$ premiers vecteurs propres de l'ACP, le biais vaut -0.7 K et l'écart-type 4.7 K (ce qui est mieux que la régression linéaire qui donne 5.07 K). La restitution demeure assez limitée comme le montre la figure 3.7b. Davantage qu'un éventuel manque de données (induit par le temps de calcul des opérateurs c.f. figure 3.1), il est probable que nous butions sur une possible dépendance de la température de brillance à d'autres facteurs que le tourbillon potentiel, ou à la non-linéarité des phénomènes en jeu.

3.2.5 Étude du résidu

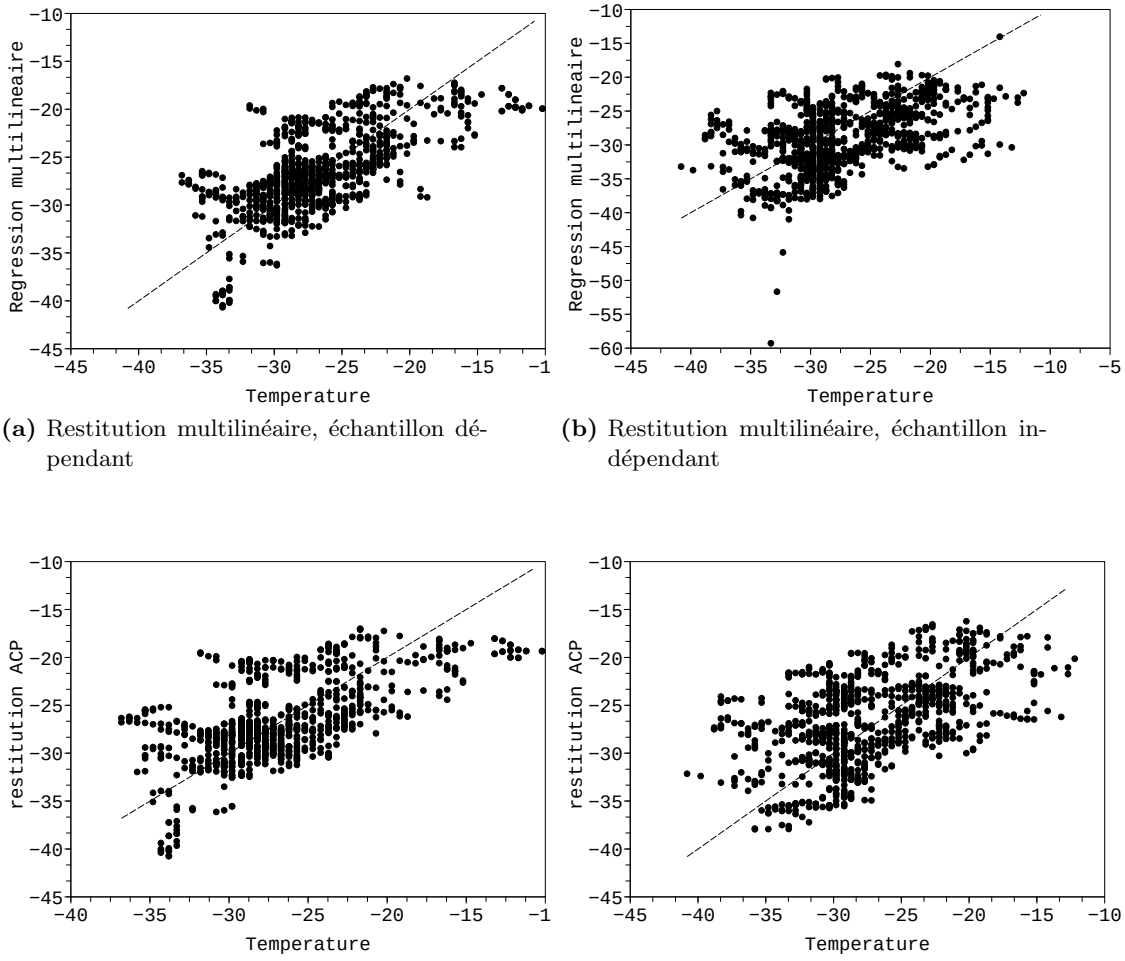
On peut donc s'interroger sur l'analyse physique du problème. Parmi les études précédentes de restitution du tourbillon potentiel, Pankiewicz et al. (1999) proposent notamment d'introduire des facteurs supplémentaires. Ils incluent dans leur réseau de neurones artificiels des facteurs climatologiques dont le jour de l'année, la latitude et la longitude (auxquels sont ajoutés les valeurs des images WV et IR, ainsi que la dispersion spatiale locale de ces valeurs). La figure 3.9 montre la distribution du résidu entre la température de brillance et la température restituée par combinaison linéaire des 7 vecteurs propres précédent issus de l'ACP en fonction de divers caractéristiques satellitaires : latitude, longitude, vitesse de déplacement, âge, dimension caractéristique (obtenue comme la racine carrée de la surface), gradient périphérique de température pour l'échantillon indépendant. Contrairement à Pankiewicz et al. (1999) et Georgiev





(b) Trois premiers vecteurs propres

Fig. 3.6: Analyse en composantes principales des réalisations de profils de tourbillon potentiel. Pour les vecteurs propres : traits pleins pour le premier, traits tiretés pour le deuxième et traits pointillés pour le troisième.



(a) Restitution multilinéaire, échantillon dépendant

(b) Restitution multilinéaire, échantillon indépendant

(c) Restitution ACP6, échantillon dépendant

(d) Restitution ACP6, échantillon indépendant

Fig. 3.7: Température de brillance mesurée et restituée linéairement par l'opérateur $\boldsymbol{A}$ (panneaux du haut) et par l'opérateur d'ACP tronqué aux six premières composantes (panneaux du bas). Échantillons dépendants et indépendants.

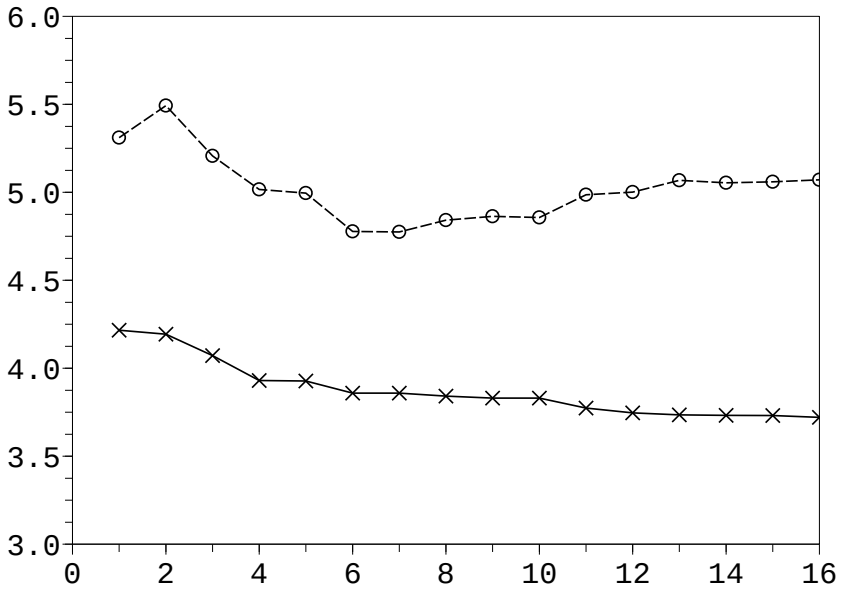


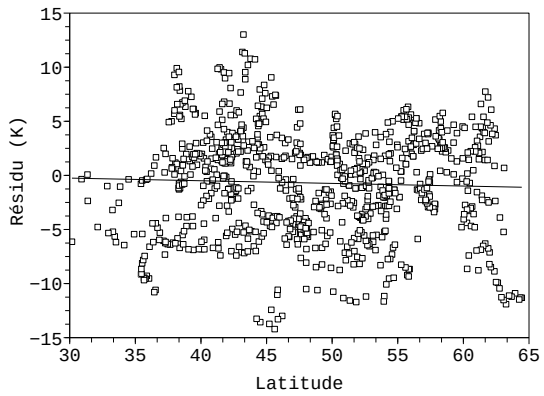
Fig. 3.8: Écarts-types des résidus entre température de brillance et combinaison linéaire des vecteurs propres pour l'échantillon ayant servi à l'ACP (traits pleins) et l'échantillon indépendant (traits tiretés) en fonction du nombre N_c de vecteurs retenus pour la décomposition.

(1999), nous ne trouvons qu'une dépendance limitée à la latitude ou la longitude (ou alors plus précisément la régression linéaire avec l'ensemble du profil de PV permet d'éliminer cette dépendance - le profil moyen de PV variant avec la latitude). La corrélation avec la vitesse des cellules ou leur âge paraît de même quasi nulle. Par contre, une corrélation existe avec la taille et avec le gradient périphérique de température. Le gradient de température est d'autant plus important que la cellule présente un environnement convectif en amont, donc celui-ci est un indicateur dynamique de l'activité de la cyclogenèse. La taille de la cellule est également un indicateur dynamique car il est généralement observé que cette dimension caractéristique diminue quand la cyclogenèse devient plus intense (l'amplitude du maximum de température de brillance augmente et sa surface de détection diminue). En même temps, la taille des cellules intervient dans le calcul des profils de tourbillon potentiel, d'où une possible origine artificielle de cette corrélation.

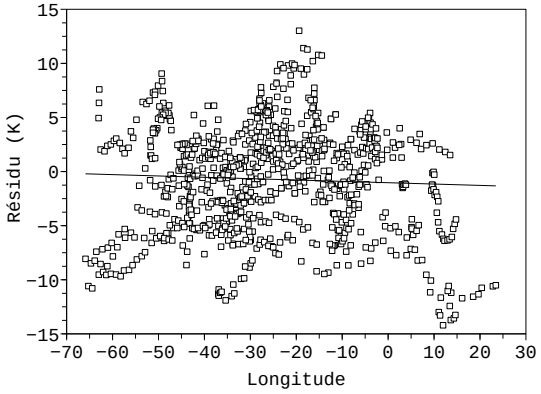
3.2.6 Estimation du tourbillon potentiel

Une autre approche consiste à inverser le tourbillon potentiel en fonction des données de température de brillance et d'autres caractéristiques satellitaires (par exemple la dimension caractéristique $\sqrt{S}$ et le gradient périphérique de température $\mathcal{G}_p$), en recherchant l'estimation $\boldsymbol{Q}$ par moindres carrés associée au problème :

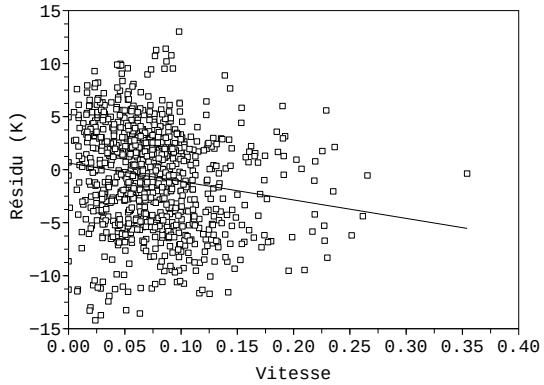
$$PV = \boldsymbol{Q} \cdot \begin{pmatrix} T_{\mathrm{BB}}^{(1)} & \cdots & T_{\mathrm{BB}}^{(K)} \\ \sqrt{S}^{(1)} & \cdots & \sqrt{S}^{(K)} \\ \mathcal{G}_p^{(1)} & \cdots & \mathcal{G}_p^{(K)} \end{pmatrix} \tag{3.5}$$



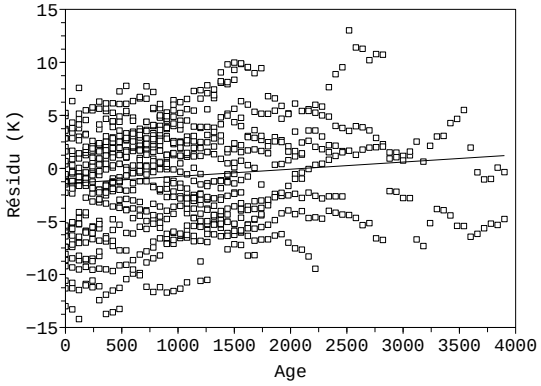
(a) $r = -0.0388730$



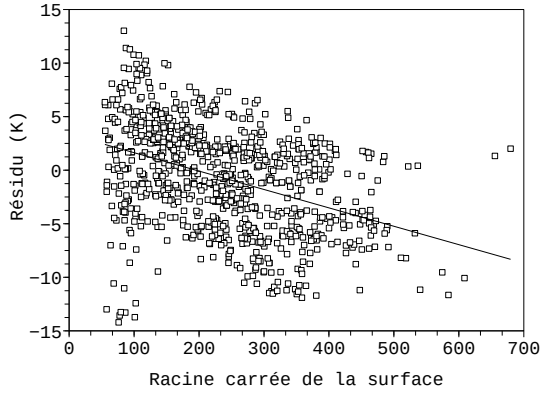
(b) $r = -0.0482059$



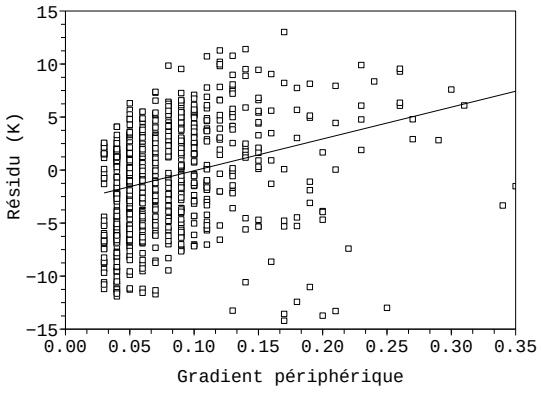
(c) $r = -0.1611503$



(d) $r = 0.1178232$



(e) $r = -0.3989777$



(f) $r = 0.2803239$

Fig. 3.9: Régressions linéaires entre le résidu en température et différentes caractéristiques satellitaires des cellules.

où PV est la matrice des K réalisations de profils de tourbillon potentiel. Aucune contrainte dynamique n'est appliquée à $\boldsymbol{Q}$ (même si le tourbillon potentiel a fréquemment des valeurs positives). L'avantage par rapport à la régression multilinéaire est que l'on peut exploiter les caractéristiques satellitaires supplémentaires dans l'estimation du tourbillon potentiel. De même que précédemment, on applique l'estimation à un premier échantillon, puis on évalue sa qualité sur un échantillon statistiquement indépendant. Le résultat, montré sur la figure 3.10, montre qu'on ne gagne sur la variabilité naturelle des profils de PV que de manière très modérée et au-dessus de 250 hPa, là où existe une anti-corrélation entre PV et température de brillance qui semble avoir un (petit) pouvoir prédictif.

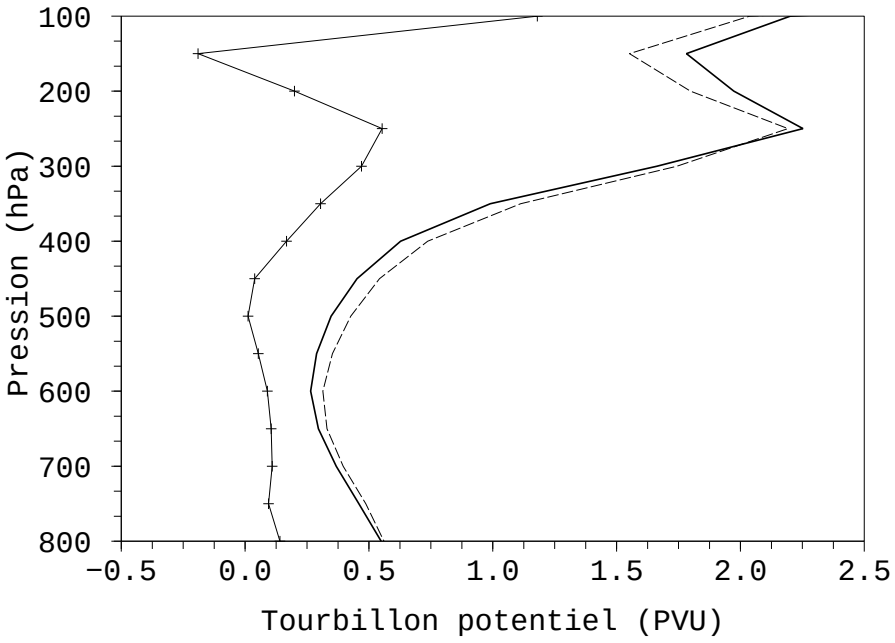


Fig. 3.10: Restitution du champ de tourbillon potentiel sur un échantillon indépendant. Traits solides et croix : biais ; traits tiretés : écart-type à comparer avec l'écart-type des valeurs elles-mêmes, en traits pleins gras.

3.3 Un modèle conceptuel de la relation PV-WV

La cadre linéaire statistique précédent ne permet pas de rendre compte de manière satisfaisante de la relation PV-WV, alors qu'elle est utilisée par les prévisionnistes. Parmi les explications possibles figurent la non-linéarité et/ou l'intervention d'autres facteurs inconnus qui détermineraient la température de brillance (par exemple un réchauffement de la colonne d'air). Nous avons effectué une recherche bibliographique supplémentaire concernant la dynamique du tourbillon potentiel. Nous nous sommes alors rendu compte qu'une série d'articles publiés par M. Juckes et V. Wirth apportait un éclairage original du problème[2]. Après un bref résumé, nous étudions ses implica-

[2]Il nous apparaît comme remarquable que ces articles n'aient eu que très peu d'écho dans la communauté scientifique, malgré le fait qu'ils fournissent des éléments intéressants pour la dynamique du tourbillon potentiel et pour l'interprétation des motifs dans l'image vapeur d'eau.

tions pour la relation PV-WV.

Juckes (1994) introduit un modèle statique quasi-géostrophique (QG) de la dynamique à la tropopause qui lie une perturbation de température potentielle au déplacement vertical de la tropopause. En rajoutant une équation de conservation de cette température potentielle, Wirth et al. (1997) expliquent qualitativement le lien entre la tropopause et les intrusions sèches que l'on détecte dans l'imagerie vapeur d'eau. Leur modèle est très simplifié (cadre quasi-géostrophique, influence de la surface négligée...) mais il illustre les potentiels et limites du lien entre PV et WV, ainsi que le mécanisme d'interaction par la vitesse verticale.

3.3.1 Modèle QG. de tropopause

Le modèle considère la tropopause comme une surface matérielle séparant deux volumes de quasi-vorticité potentielle QG constante. En négligeant les effets des couches inférieures, Juckes (1994) relie la perturbation de position de la tropopause δ_z à l'anomalie de température potentielle θ'_{TP} à la tropopause dans le cadre de la théorie QG sur un plan$-f$ sous l'approximation de Boussinesq par :

$$\delta_z(\boldsymbol{x}) = \frac{g}{N_s N_t \theta_{oo}} \theta'_{\mathrm{TP}}(\boldsymbol{x}) \tag{3.6}$$

où N_s, N_t sont les fréquences de Brunt-Väisälä de la stratosphère et de la troposphère et θ_{oo} une valeur de référence pour la température potentielle. Les deux restrictions les plus évidentes sont (Wirth et al. 1997)

- l'hypothèse QG qui induit qu'on ne s'intéresse qu'aux larges échelles $\delta_z \ll Lf/N$ et notamment que l'on exclut les situations de tropopause foliée,
- la non-interaction avec les anomalies de surface en température.

Juckes (1994) montre que (3.6) est consistante avec des données réelles issues de modèles atmosphériques de circulation. Il dérive également la fonction de courant, et donc la variation de hauteur de la tropopause, dans le cas où une anomalie de température potentielle est présente en surface. Contrairement à l'équation 3.6, la décomposition en nombre d'onde intervient explicitement, c'est-à-dire que la relation entre hauteur et température potentielle à la tropopause dépend de l'échelle de longueur. L'influence de l'anomalie de surface augmente fortement avec cette échelle de longueur.

3.3.2 Modèle de Wirth

Wirth et al. (1997) adopte de plus une équation de conservation suivant le vent géostrophique pour la température potentielle de la tropopause :

$$\frac{D_g}{Dt}\theta'_{\mathrm{TP}}(\boldsymbol{x}) \equiv \frac{\partial \theta'_{\mathrm{TP}}}{\partial t} + u_g \frac{\partial \theta'_{\mathrm{TP}}}{\partial x} + v_g \frac{\partial \theta'_{\mathrm{TP}}}{\partial y} = 0 \tag{3.7}$$

Le vent géostrophique est lui même relié à la fonction de courant géostrophique ψ

$$(u_g, v_g) = \left(-\frac{\partial \psi}{\partial y}, \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) \tag{3.8}$$

qui est reliée à θ'_{TP} dans l'espace de Fourier (Juckes 1994, Wirth et al. 1997). Le système d'équations correspondant est fermé et permet le calcul sous les approximations précédemment citées de l'évolution temporelle de (u_g, v_g), θ'_{TP}, ψ consécutive au déplacement

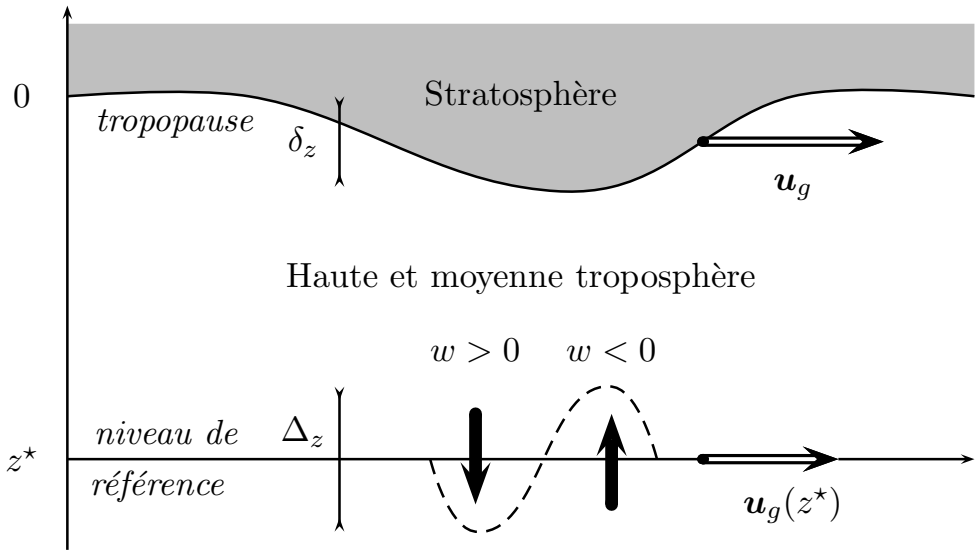


Fig. 3.11: Schéma illustrant le mouvement quasi-géostrophique $\boldsymbol{u}_g$ d'une anomalie de tropopause d'amplitude δ_z. Les flèches épaisses représentent le mouvement vertical induit w au niveau de référence $z^\star$ en dessous de la tropopause. Le niveau de référence $z^\star$ est pris comme représentatif de la surface isostérique (*e.g.* d'iso-densité en vapeur d'eau) dont la température détermine la température de brillance dans le canal vapeur d'eau. Les variations radiances sont linéairement liées au mouvement vertical Δ_z d'une particule initialement localisée en $z^\star$. D'après Wirth et al. (1997).

initial de tropopause $\delta_z(\boldsymbol{x}, t_0)$. Wirth et al. (1997) décrit les structures cohérentes en δ_z que ce modèle produit après quelques dizaines d'heures. Enfin, le vent géostrophique crée un vent vertical agéostrophique w relié à la perturbation de température potentielle θ' par

$$\theta' = \frac{f\theta_{\rm oo}}{g}\frac{\partial\psi}{\partial z} \tag{3.9}$$

$$\frac{D_g}{Dt}\theta' + w\frac{\partial\theta_o}{\partial z} = 0 \tag{3.10}$$

où $\frac{\partial\theta_o}{\partial z} = N^2\theta_{\rm oo}/g$. La configuration du modèle est illustrée sur la figure 3.11.

3.3.3 Le modèle de Wirth pour les radiances vapeur d'eau

La température de brillance $T_{\rm BB}$ vapeur d'eau est, dans une atmosphère sans nuages, approximativement égale à la température de l'atmosphère au pic de la fonction de poids du canal. Ramond et al. (1981) montrent que ce pic est bien approximé par une surface isostérique d'égale densité en vapeur d'eau $\rho_w = 75^{-6}$ kg m^{-3} en cas d'absence de nuages hauts (des cirrus parfois présents dans les secteurs chauds des perturbations peuvent fausser cette relation). L'altitude de cette surface, notée $z^\star$, est appelée niveau de référence, et ses variations suivent approximativement celles de la tropopause dynamique dans certaines zones géographiques. Ce niveau est décalé vers le bas de 500 m à 2 km (Wirth et al. 1997, figure 3). Cette surface est également matériellement conservée, et donc ses variations sont imposées par le mouvement vertical w induit par le vent géostrophique $\boldsymbol{u}_g$ (équation 3.10).

Précisément, Wirth et al. (1997) paramétrisent l'anomalie de température de brillance ΔT_{BB} à l'instant t par :

$$\Delta T_{\mathrm{BB}} = \Delta T_{\mathrm{BB}}(t=0) + \Delta T_{\mathrm{BB}}^{\mathrm{disp}}(\Delta_z) + \Delta T_{\mathrm{BB}}^{\mathrm{cloud}}(\Delta_z) \tag{3.11}$$

où $\Delta T_{\mathrm{BB}}(t=0)$ est l'anomalie à l'instant initial grossièrement paramétrisée en fonction de l'anomalie initiale de déplacement de la tropopause par (Wirth et al. 1997, Annexe A) :

$$\Delta T_{\mathrm{BB}}(t=0) \approx \gamma_1 \delta_z(t=0) \tag{3.12}$$

$\Delta T_{\mathrm{BB}}^{\mathrm{disp}}(\Delta_z)$ représente l'évolution de la surface isostérique. L'effet du mouvement vertical w sur le déplacement vertical de la surface au niveau de référence Δ_z est pris en compte via (Wirth et al. 1997, Annexe B) :

$$\Delta T_{\mathrm{BB}}^{\mathrm{disp}} \approx \gamma_2 \Delta_z \tag{3.13}$$

Le déplacement vertical Δ_z évolue dynamiquement sous l'action de la source w :

$$\frac{\partial \Delta z}{\partial t} + \boldsymbol{u_g}(z^\star) \cdot \nabla \Delta z = w \tag{3.14}$$

Cela nous permet d'écrire l'équation d'évolution du terme $\Delta T_{\mathrm{BB}}^{\mathrm{disp}}$:

$$\frac{\partial \Delta T_{\mathrm{BB}}^{\mathrm{disp}}}{\partial t} + \boldsymbol{u_g}(z^\star) \cdot \nabla \Delta T_{\mathrm{BB}}^{\mathrm{disp}} = \frac{w}{\gamma_2} \tag{3.15}$$

Enfin l'occurrence de nuages par le terme $\Delta T_{\mathrm{BB}}^{\mathrm{cloud}}$ est illustrée par un saut de température quand Δ_z dépasse un certain seuil. Wirth et al. (1997) notent alors les points suivants qui nous semblent essentiels :

- l'image vapeur d'eau simulée est grandement affectée par le mouvement vertical induit w, et développe des structures filamentaires ou en forme de spirales ;
- une autre cause de discordance entre les images vapeur d'eau et l'anomalie de tropopause est que les deux sont respectivement advectées par $\boldsymbol{u_g}(z=0)$ et $\boldsymbol{u_g}(z^\star)$. Or le vent géostrophique est fortement cisaillé à la tropopause (décroissance exponentielle de ψ avec z), donc les anomalies sont décalées horizontalement entre images et modèle.

3.3.4 Résolution numérique

Aspects algorithmiques

De manière analogue à Wirth et al. (1997), le système d'équations précédent est résolu numériquement par une technique pseudo-spectrale, où les dérivées spatiales sont calculées par multiplication dans l'espace spectral et les termes physiques dans l'espace de discrétisation en points de grille. Les conversions entre les deux espaces "point de grille" et "spectral" sont réalisées par des transformées de Fourier rapides. Afin d'assurer la stabilité numérique du schéma, on ajoute un terme de diffusion hyperspectrale d'ordre 6. Les termes non-linéaires (ici d'advection) peuvent contenir des recouvrements de spectre (*aliasing*) ; on leur applique donc à chaque pas de temps un filtrage (troncature dans l'espace spectral). L'intégration temporelle est assurée par un schéma de type prédicteur correcteur. La phase de prédiction fait intervenir le schéma explicite

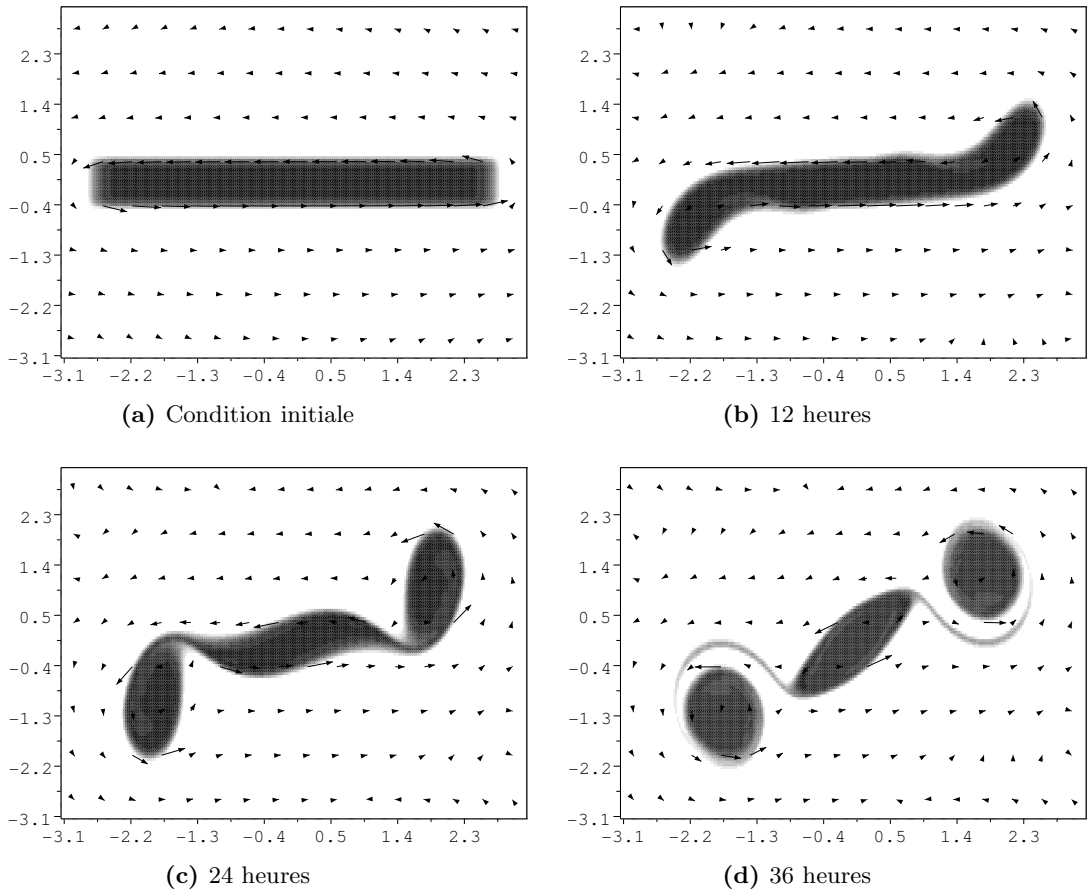
d'Adams-Bashforth à l'ordre 2, tandis que la phase de correction utilise cette estimation au sein d'un schéma implicite d'Adams-Moulton d'ordre 3 (dont on trouvera une description en annexe B). Les résultats présentés ici suivent la discrétisation adoptée par Wirth et al. (1997), soit une résolution spatiale de 256×128 points.

Evolution libre d'un filament stratosphérique

Une première intégration numérique vise à retrouver les résultats de Wirth et al. (1997). L'état initial est un filament stratosphérique qui pénètre de 2.8 km dans la troposphère et d'allure spatiale similaire à celle de l'article. L'intégration temporelle libre de ce filament, représentée sur la figure 3.12, montre l'apparition de structures cohérentes compactes, qui semblent similaires en nature aux tourbillons apparaissant dans la dynamique turbulente bidimensionnelle des fluides géostrophiques (Mcwilliams 1984).

L'évolution de l'image vapeur d'eau diffère de celle de la tropopause en plusieurs points : le fait que le niveau de référence soit en dessous de la tropopause implique que l'advection horizontale est différente, mais aussi que la vitesse verticale déforme la surface isostérique (comparaison des équations 3.15 et 3.7). La vitesse verticale diagnostiquée (figure 3.13, panneau de gauche) est forte en "entrée gauche" et en "sortie droite" de l'anomalie de tropopause. Au cours de l'intégration temporelle, le forçage de la surface isostérique (et donc la zone de réchauffement ou de refroidissement de l'image) n'est pas colocalisé géographiquement avec l'anomalie ; il intervient dans les zones de convergence et de divergence du vent (c.f. panneau de droite de la figure 3.13).

L'anomalie de tropopause obéit à une équation de traceur actif : il existe une relation diagnostique entre le champ de traceur et le vent qui l'advecte. Au contraire, l'image vapeur d'eau dans une dynamique adiabatique est passive, et advectée tridimensionnellement par le vent au niveau de référence. La figure 3.14 illustre les différences entre l'anomalie de tropopause et l'intrusion sèche au cours du temps. La condition initiale en température de brillance est prise comme directement proportionnelle à l'anomalie de tropopause ; le coefficient de proportionnalité étant déterminé par un argument thermique (Wirth et al. 1997, Annexe A). L'image voit se développer au cours du temps des structures filamentaires. De plus, la vitesse verticale influe grandement sur la formation des zones sombres. Après 36 heures d'intégration temporelle (panneau (d) de la figure 3.14), les zones de différences emtre image et anmomalies les plus marquées sont les deux tourbillons extérieurs. Des filaments existent dans l'image vapeur d'eau ; ils sont la mémoire temporelle des mouvements verticaux qui ont accompagné la formation de ces vortex. Une autre zone de différence concerne le tourbillon central. Il semble avoir tourné moins vite pour l'intrusion sèche de l'image que pour l'anomalie. En effet, tandis que la tropopause est advectée par le vent $\boldsymbol{u_g}(z = 0)$, l'image est advectée par $\boldsymbol{u_g}(z = z^\star)$. A ce stade, les différences constatées entre l'altitude de la tropopause et l'image vapeur d'eau sont donc issues du mouvement vertical, de la différence d'advection, et de l'effet de l'intégration temporelle. Ce modèle explique la difficulté inhérente à l'estimation du tourbillon potentiel à partir de l'image vapeur d'eau.



(a) Condition initiale **(b)** 12 heures

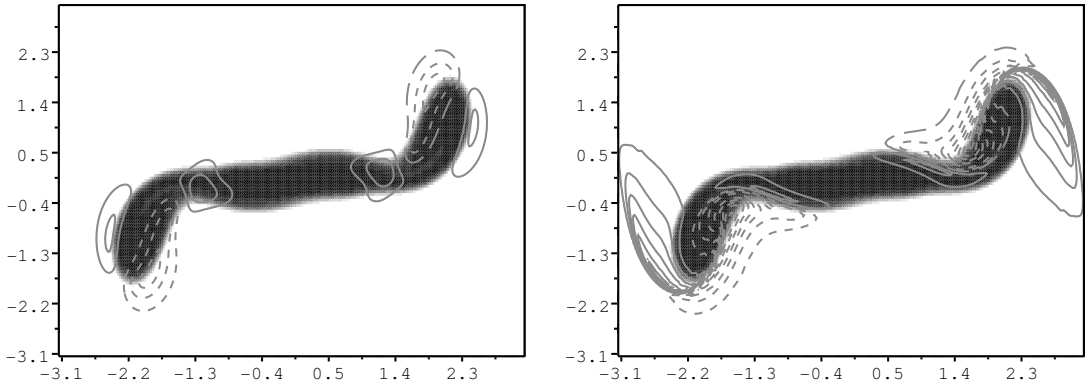
(c) 24 heures **(d)** 36 heures

Fig. 3.12: Evolution dynamique de la tropopause, de 0 à 36 heures. Les nuances de gris indiquent la position de la tropopause $\delta(\boldsymbol{x}, t)$ et les flèches le vent géostrophique $\boldsymbol{u_g}$ à ce même niveau.

Evolution d'une anomalie stratosphérique dans un courant-jet

La condition initiale de Wirth ne correspond pas vraiment au paradigme de la cyclogénèse, mais plutôt à l'évolution libre de structures cohérentes. Nous avons effectué une autre intégration temporelle où la condition initiale était formée de la superposition entre une anomalie et un courant-jet d'altitude. L'anomalie de forme elliptique, est d'amplitude 2 km, tandis que le courant-jet est réalisé à partir d'un gradient spatial méridien d'amplitude 5 km.

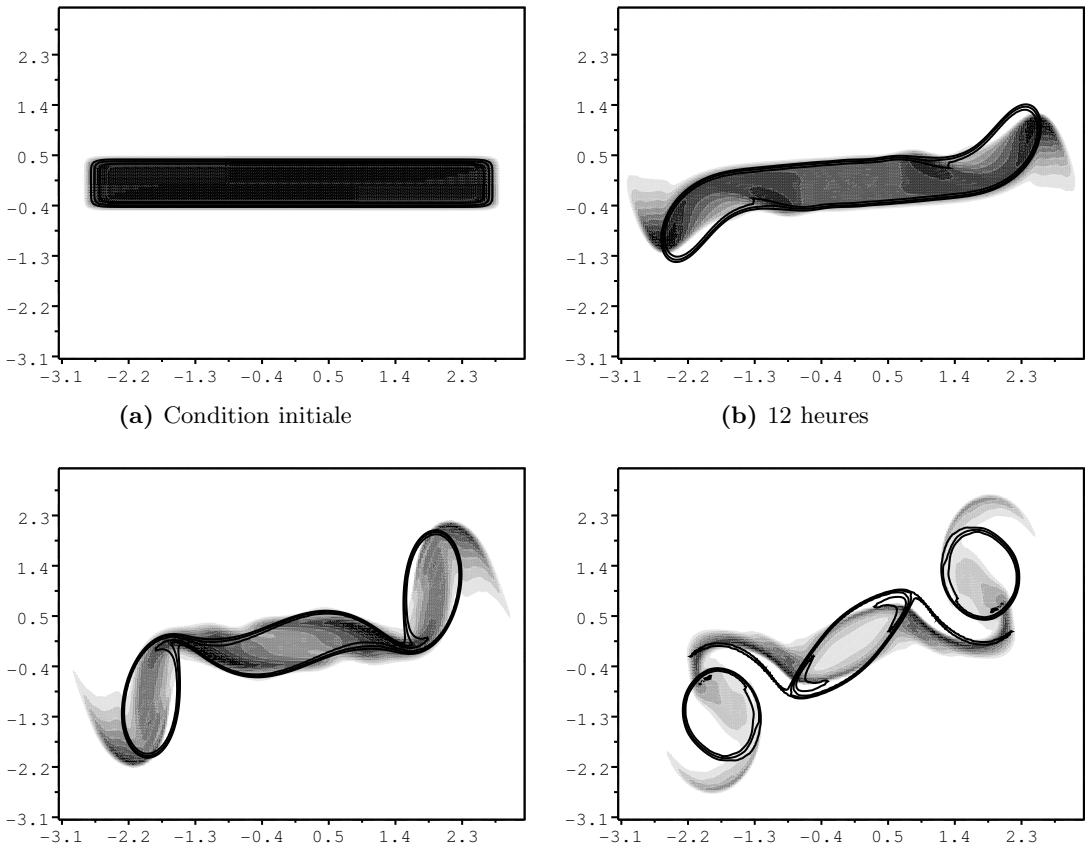
L'évolution temporelle associée est représentée sur la figure 3.15. On y observe la même tendance au décalage spatial entre anomalie et intrusion, ainsi que des différences morphologiques notables. Les gradients de large échelle spatiale semblent en meilleur accord que les anomalies de plus petite échelle. Cette évolution parait en bon accord visuel avec les cas d'étude qui ont été menés avec le modèle ARPEGE, où l'on constate bien ces décalages spatiaux, ou ces différences de formes. Il n'y a donc pas besoin d'invoquer des effets diabatiques pour expliquer les discordances entre image et tropopause ; la dynamique permet de rendre compte des configurations rencontrées et montre, si besoin était, la limite de la relation PV-WV. Plus précisément, on montre que dans



(a) Vitesse verticale au niveau de référence

(b) Déplacement vertical du niveau de référence

Fig. 3.13: Forçage vertical de la surface isostérique après 18 heures. Les nuances de gris indiquent la position de la tropopause $\delta(\boldsymbol{x}, t)$. Panneau de gauche : vitesse verticale w induite au niveau $z^\star$; intervalle 0.01 m/s ; valeurs ascendantes (resp. subsidentes) en traits pointillés (resp. pleins). Panneau de droite : déplacement de la surface isostérique Δ_z ; intervalle 100 m ; valeurs négatives (resp. positives) en traits pointillés (resp. pleins).



(a) Condition initiale

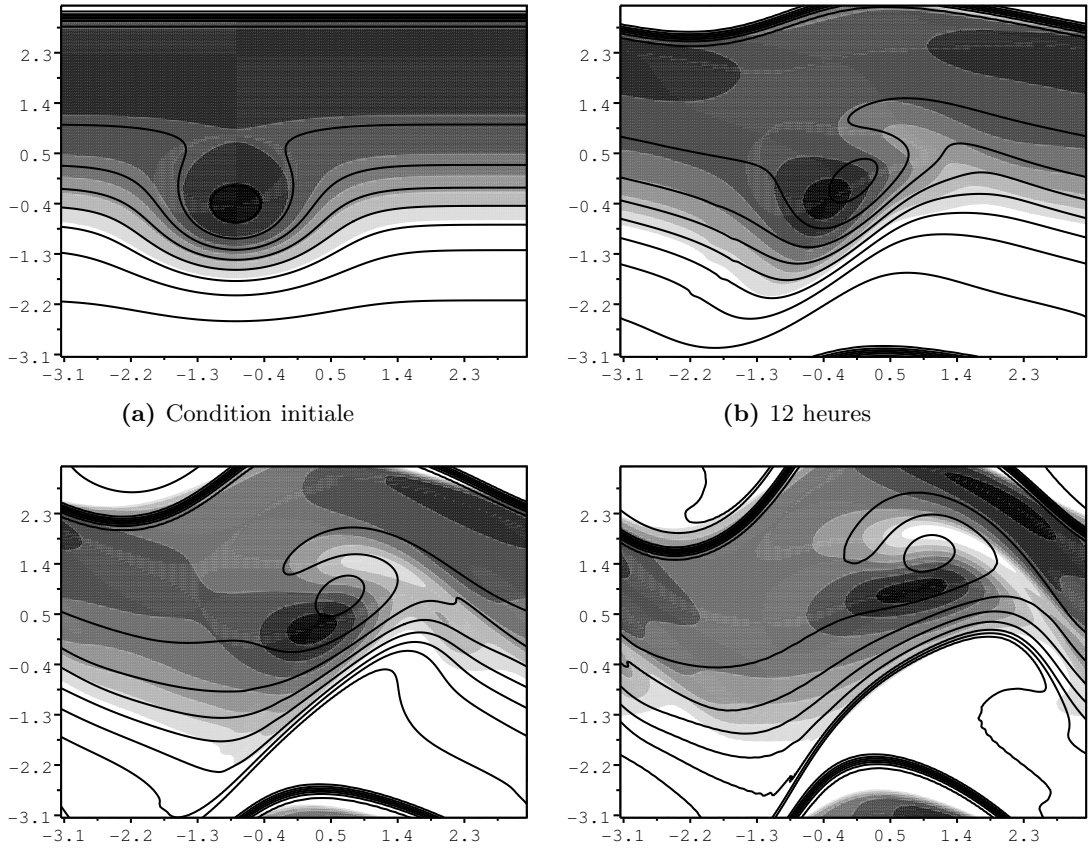
(b) 12 heures

(c) 24 heures

(d) 36 heures

Fig. 3.14: Température de brillance simulée T_{BB} dans le canal vapeur d'eau (niveaux de gris). Les contours en traits pleins délimitent l'anomalie de tropopause δ_z.

un modèle simple, l'influence de la vitesse verticale sur l'image vapeur d'eau est très importante et que l'intégration temporelle conduit à produire des structures sombres dans l'image qui sont liées à la dynamique passée. Par conséquent, il semble nécessaire dans la méthodologie PV-WV, de mieux justifier les modifications introduites en se référant systématiquement aux séquences d'images synthétiques (à cause de l'occurrence de déphasages spatiaux entre image et tropopause) et en documentant le rôle des autres sources de mouvement vertical (anomalies de surface). Il serait possible d'améliorer le réalisme de ce modèle en introduisant l'interaction avec une anomalie de surface *via* la condition à la limite inférieure en température.



(a) Condition initiale **(b)** 12 heures

(c) 24 heures **(d)** 36 heures

Fig. 3.15: Température de brillance simulée T_{BB} dans le canal vapeur d'eau (niveaux de gris). Les contours en traits pleins délimitent l'anomalie de tropopause δ_z.

3.3.5 Ordres de grandeur

On peut retenir les ordres de grandeur de Juckes (1994) soit $f = 1 \cdot 10^{-4}$ s^{-1}, $g = 10$ m s^{-2}, $\theta_{\mathrm{oo}} = 300$ K, $N_t = 10^{-2}$ s^{-2}, $N_s = 2N_t$. La paramétrisation de Wirth et al. (1997) de l'équation 3.12 donne alors

$$\gamma_1 = \frac{1}{3}\theta'_{\mathrm{tp}}/\delta_z + T_z \simeq -4 \text{ K km}^{-1} \tag{3.16}$$

On utilise comme dans Juckes (1994) la relation hydrostatique et comme dans Wirth et al. (1997) un profil exponentiel en densité :

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -\rho g = -g\rho_{\text{oo}} e^{-z/H_\rho} \tag{3.17}$$

L'intégration donne :

$$P(z) - P(H_\rho) = g\rho_{\text{oo}} H_\rho \left(e^{-z/H_\rho} - e \right) \tag{3.18}$$

On introduit la pression de référence P_r

$$P_r = \frac{g\rho_{\text{oo}} H_\rho}{e} \simeq 433 \text{ hPa} \tag{3.19}$$

et on inverse :

$$\frac{z}{H_\rho} = 1 - \ln\left(1 + \frac{P(z) - P(H_\rho)}{P_r}\right) \tag{3.20}$$

d'où la relation entre des perturbations δP et δz

$$\delta P = -\frac{P_r}{H_\rho}\left(1 + \frac{P(z) - P(H_\rho)}{P_r}\right)\delta z \tag{3.21}$$

Pour $z \simeq H_p = 8000$ m on obtient

$$\delta P \simeq \Gamma_1 \cdot \Delta T_{\text{BB}} \text{ où } \Gamma_1 = 13 \text{ hPa K}^{-1} \tag{3.22}$$

On peut regarder ce qui ce passe au niveau de la surface isostérique entre des perturbations ΔP et Δz. On prend alors $P(H_\rho) \simeq 350$ hPa et $P(z^\star) \simeq 500 - 800$ hPa ce qui donne

$$\Delta P \simeq \Gamma_2 \cdot \Delta T_{\text{BB}}^{\text{disp}} \text{ où } \Gamma_2 = 8.5 \text{ à } 13 \text{ hPa K}^{-1} \tag{3.23}$$

Ces ordres de grandeurs constituent une référence à laquelle peuvent être comparés les évolutions des températures et des hauteurs de la tropopause au niveau des cellules du traitement d'image, comme l'illustrera le chapitre 6.

3.3.6 Anomalies de tourbillon potentiel isolées du réservoir stratosphérique

En pratique, on rencontre souvent des situations où le profil de PV connaît des inversions sur la verticale, ou foliations de tropopause. Les prévisionnistes notent bien que l'interprétation du mouvement de la tropopause à partir de l'imagerie vapeur d'eau (Santurette et Georgiev 2005, pages 23 à 32) est tributaire d'une hypothèse qu'ils qualifient de "topographique" qui correspond aux conditions suivantes :

- De l'humidité est présente dans la basse troposphère jusqu'à une altitude décrite comme le niveau seuil ;
- au-dessus de ce niveau seuil, l'air est relativement sec, et en cas de présence d'humidité, elle n'est pas arrangée en couches ;
- la température de l'air décroît sans inversion significative dans la troposphère ;
- il n'y a pas de nuages.

L'étude du mouvement vertical induit par une anomalie de tourbillon potentiel est fournie dans (Arbogast 1998, chapitre 6), d'après Sutcliffe (1947) et Hoskins et al. (1978). A partir de l'équation de Hoskins et al. (1978) pour la vitesse verticale sous forme compressible, dite "équation ω"

$$\nabla_H^2\omega + \frac{f_0}{N^2}\frac{\partial}{\partial z}\Big(\frac{1}{\rho}\frac{\partial(\rho\omega)}{\partial z}\Big) = 2\nabla\cdot\boldsymbol{Q}$$

on peut mettre en forme le vecteur-$\boldsymbol{Q}$ comme un produit scalaire d'un opérateur lié au champ de vent et du gradient horizontal de température potentielle :

$$\boldsymbol{Q} = \begin{pmatrix} \partial u_g/\partial x & \partial v_g/\partial x \\ \partial u_g/\partial y & \partial v_g/\partial y \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \partial\theta/\partial x \\ \partial\theta/\partial y \end{pmatrix}$$

Sous l'hypothèse QG et en l'absence de divergence, le tenseur cinématique

$$\mathcal{Q} = \begin{pmatrix} \partial u_g/\partial x & \partial v_g/\partial x \\ \partial u_g/\partial y & \partial v_g/\partial y \end{pmatrix}$$

peut se décomposer en contribution du champ de déformation et du champ purement tourbillonaire (Arbogast 1998, chapitre 6) :

$$\mathcal{Q} = -\frac{1}{2}\begin{pmatrix} \alpha_2 & \alpha_1 \\ \alpha_1 & -\alpha_2 \end{pmatrix} + \frac{\xi}{2}\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \mathcal{Q}_D + \mathcal{Q}_R$$

Le vecteur$-\boldsymbol{Q}$ est donc la somme d'une contribution liant le champ de déformation au champ de température et d'une action du champ de tourbillon sur le champ de température (ou terme de Sutcliffe).

Nous considérons maintenant une situation de foliation. Elle peut être décomposée comme une situation de monotonie du PV, à laquelle on rajoute une anomalie de PV. Par le principe d'inversion du PV, cette anomalie de PV est associée à :

- une anomalie de température caractérisée par son gradient horizontal $\nabla\theta'$
- une anomalie de vent caractérisée par son tenseur cinématique $\mathcal{Q}'$

L'état de base est lui caractérisé par sa baroclinie $\overline{\nabla\theta}$ et son tenseur cinématique $\overline{\mathcal{Q}}$. Le vecteur$-\boldsymbol{Q}$ est donc décomposé en :

$$\boldsymbol{Q} = \overline{\mathcal{Q}}\cdot\overline{\nabla\theta} + \overline{\mathcal{Q}}\cdot\nabla\theta' + \mathcal{Q}'\cdot\overline{\nabla\theta} + \mathcal{Q}'\cdot\nabla\theta'$$

Le premier terme de forçage de la vitesse verticale $\overline{\mathcal{Q}}\cdot\overline{\nabla\theta}$ est lié à l'action de l'environnement, donc dans notre cas principalement du mouvement de la tropopause dont la dynamique a été précédemment décrite. Les termes supplémentaires, d'anomalie, sont étudiés par (Arbogast 1998, section 6.3) en négligeant les termes $\overline{\mathcal{Q}_R}\cdot$ (vent de l'état de base décrit par son champ de déformation) et $\mathcal{Q}_D'\cdot$ (anomalie purement rotationnelle) :

- $\overline{\mathcal{Q}}_D\cdot\nabla\theta'$ est un terme qui modifie la frontogenèse. Le mouvement vertical induit *dépend de la forme de l'anomalie de PV*. Cette constatation, illustrée sur la figure 3.16, induit qu'une détermination quantitative du lien PV - WV *via* le mouvement vertical nécessite une caractérisation plus fine que ce que nous avons développé en outils de traitement du champs de tourbillon potentiel : il nous faudrait l'orientation de l'anomalie par rapport au champ de déformation ambiant. On peut se contenter de l'approximer par des dimensions caractéristiques issues des cellules détectées par le traitement d'image en supposant que leur forme et orientation est similaire à celle de l'anomalie de PV, mais il reste une grande inconnue qui est le rapport de ce terme à celui de l'environnement.

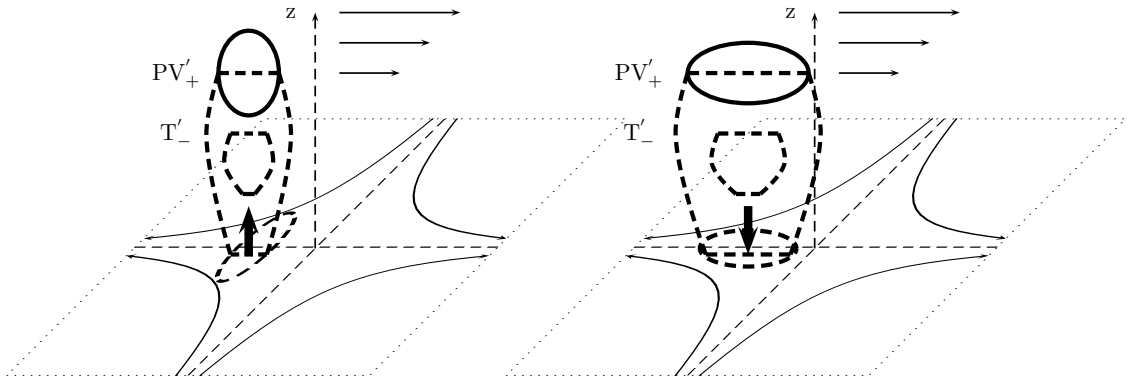


Fig. 3.16: Contribution d'une anomalie de PV au mouvement vertical en dessous. D'après Arbogast (1998)

- Comme décrit par Arbogast (1998) les autres termes (d'advection de l'anomalie de tourbillon par le vent thermique de l'environnement et d'advection de l'anomalie de température par l'anomalie de vent) sont généralement d'un ordre de grandeur inférieur.

L'influence d'une anomalie de tourbillon potentiel sur le mouvement vertical dépend de sa géométrie. Une étude quantitative est nécessaire pour estimer précisément la part du mouvement vertical lié au terme de déformation (Arbogast 1998, page 98, et figures 38 et 39). Dans un cadre quasi-géostrophique, la linéarité du problème permet d'appliquer la notion de superposition. On peut donc interpréter une situation de foliation de tropopause comme la somme d'une situation monotone et d'une anomalie de tourbillon potentiel. Le mouvement vertical induit et donc la température de brillance au niveau isostérique pourraient être singulièrement impactée dans les situations de foliation - ou d'occurrence d'anomalies isolées - par rapport au modèle de Wirth, suivant la configuration du vent d'altitude.

3.3.7 Analyse de données pour la vitesse verticale

Le modèle conceptuel précédent (Juckes 1994, Wirth et al. 1997; 2005) décrit la dynamique d'une anomalie de tourbillon potentiel quand peuvent être négligés les effets de la surface et les effets agéostrophiques. Il fournit également un modèle simple d'évolution de la température de brillance sous l'influence du mouvement vertical induit. Il permet également d'appréhender les résultats de l'étude statistique : la relation PV-WV ne dépend pas que du profil en PV mais aussi des anomalies de surface *via* le mouvement vertical. L'approche qui consiste à extraire des profils de tourbillon potentiel au niveau des cellules ne permet donc probablement pas de rendre compte de la structure tridimensionnelle du problème (notamment de la localisation géographique relative du mouvement vertical induit et de la position de la tropopause). Enfin les effets d'anomalies de tourbillon potentiel isolées sur le mouvement vertical sont complexes (puisqu'ils dépendent de leur forme), ce qui rend les situations de foliation potentiellement délicates. Nous disposons de mesures de température de brillance dans des zones géographiques restreintes (les cellules détectées par Antidote), probablement influen-

cées directement par le mouvement vertical w, ce qui ne nous permet pas de revenir facilement[3] à l'anomalie de tropopause $\delta(\boldsymbol{x}, t)$. Deux approches sont envisageables :

- une paramétrisation grossière de la résolution de l'équation en supposant qu'au premier ordre, les variations de $\delta(\boldsymbol{x}, t)$ et de T_{BB} sont linéairement reliées (Wirth et al. 1997, annexe A), tout en gardant à l'esprit que T_{BB} et $\delta(\boldsymbol{x}, t)$ ne sont pas colocalisés géographiquement.
- l'utilisation des variations temporelles $\partial T_{\mathrm{BB}}/\partial t$ pour assimiler des pseudo-observations de mouvement vertical w.

Dans tous les cas, le coefficient de proportionnalité γ_2 entre mouvement vertical et déplacement de la surface isostérique ne tient pas compte des effets de la surface. Un autre problème associé à la première approche est que ce modèle, bien que non-linéaire, dépend de la définition d'un état de base non-perturbé auquel on ajoute une perturbation de la tropopause. Nous étudions maintenant la deuxième approche. Selon le modèle de Wirth et al. (1997) la température de brillance dans les zones d'intrusions sèches (donc hors des nuages) obéit à l'équation d'évolution :

$$\frac{\partial \Delta T_{\mathrm{BB}}}{\partial t} + \boldsymbol{u_g}(z^\star) \cdot \nabla \Delta T_{\mathrm{BB}} = \frac{w}{\gamma_2} \tag{3.24}$$

Le traitement d'image RDT/Antidote effectue un suivi Lagrangien de ces zones, donc la différence de température de brillance entre deux cellules d'une même trajectoire est approximativement le terme de gauche de 3.24. Nous pourrions donc disposer d'observations de la vitesse verticale au niveau de la surface isostérique (à condition de connaître γ_2 donc de pouvoir négliger les effets de la surface).

Afin d'évaluer le modèle, nous effectuons la même analyse statistique que pour les champs de tourbillon potentiel : on calcule des profils de vitesse verticale au niveau des cellules détectées que l'on compare avec la variation Lagrangienne de température de brillance $\frac{DT_{\mathrm{BB}}}{Dt}$. La vitesse devrait être évaluée au seul niveau de la surface isostérique $z^\star$ mais celle-ci n'est pas disponible, aussi nous commençons par la calculer sur des niveaux isobares (figure 3.17). Les coefficients de corrélation sont positifs pour toutes les altitudes et montrent une corrélation, là encore limitée, pour des pressions entre 400 et 800 hPa ce qui correspond bien aux valeurs balayées par $z^\star$. Une régression à 600 hPa donne

$$w \text{ (Pa/s)} \simeq 0.08 \frac{\partial T_{\mathrm{BB}}}{\partial t} \text{ (K/h)} \tag{3.25}$$

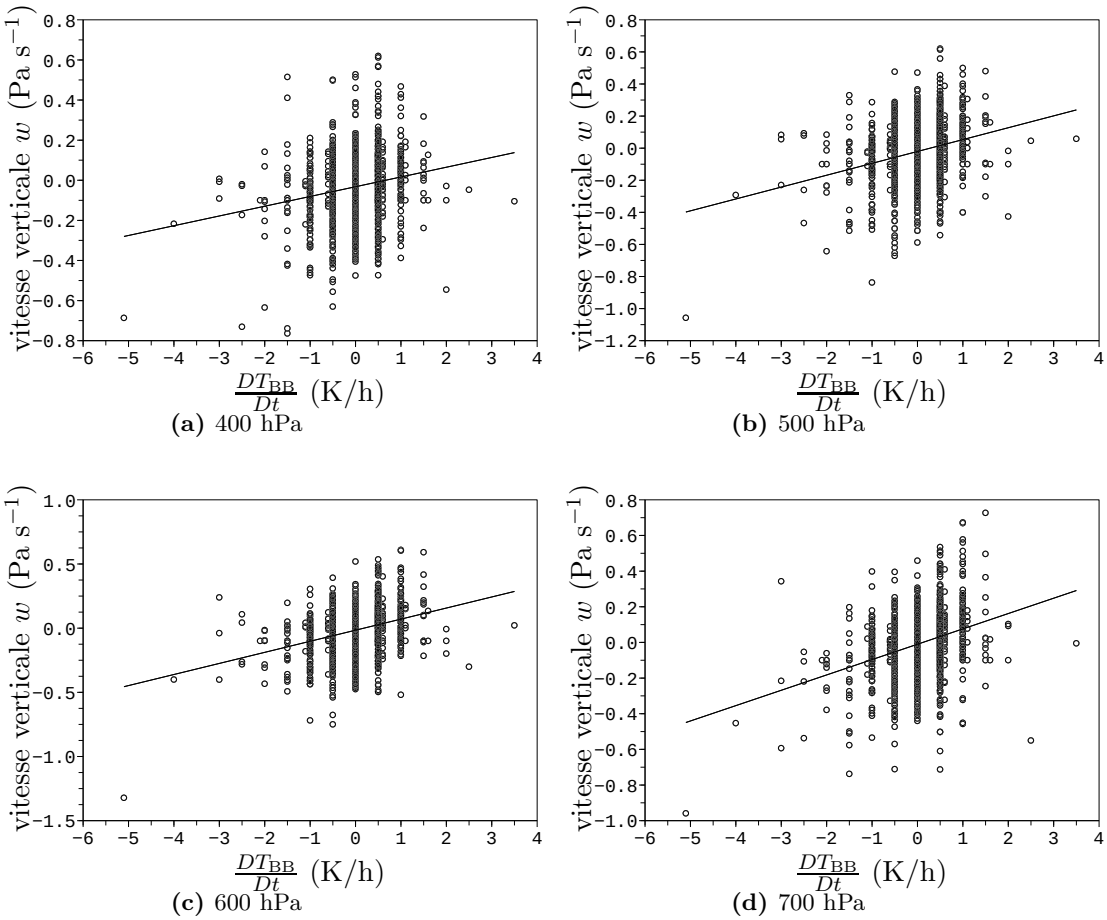
ce qui correspond à $\Gamma_2 \simeq 2.5$ hPa/K, valeur quatre fois inférieure environ à celle prédite par des valeurs climatologiques du modèle de Wirth et al. (1997). T_{BB} étant discrétisé à la résolution de 0.5 K, cela donne une borne ~ 0.04 Pa/s à la précision de l'estimation de w. Le fait que la corrélation soit limitée peut s'expliquer par différentes raisons :

- la vitesse verticale w est calculée sur des niveaux isobares et non à de la surface isostérique $z^\star$,
- il s'agit de la vitesse verticale totale et non de la vitesse verticale induite par l'anomalie de tropopause,
- $\frac{\partial T_{\mathrm{BB}}}{\partial t}$ est discrétisé du fait de la précision de 0.5 K sur T_{BB},

[3]Plus exactement, nous voulons dire que la résolution de ce modèle simplifié et le développement de modèles tangents-linéaires et adjoints qui pourraient être utilisés pour estimer $\delta(\boldsymbol{x}, t)$ à partir de T_{BB} est une tâche importante.

- les moyennes sont effectuées sur les surfaces des cellules qui peuvent varier du à l'algorithme de multi-seuillage employé par RDT
- le modèle conceptuel, qualitatif, a peu de pouvoir prédictif.

En appliquant l'ACP analogue à ci-dessus, on montre que 5% de la dispersion en $\frac{\partial T_{\mathrm{BB}}}{\partial t}$ est due à la vitesse verticale sur des niveaux isobares.



(a) 400 hPa **(b)** 500 hPa **(c)** 600 hPa **(d)** 700 hPa

Fig. 3.17: Corrélations entre la vitesse verticale moyennée sur la surface des cellules à un niveau isobare et la variation Lagrangienne de la température de brillance maximale de ces mêmes cellules détectées par Antidote (1570 cas).

3.3.8 Analyse de données pour le tourbillon potentiel

L'analyse de données précédemment effectuée ne permet pas d'envisager une estimation statistiquement intéressante du profil de tourbillon potentiel à partir des données de températures de brillance au niveau des cellules. Le modèle physique conceptuel de Wirth et al. (1997) donne des pistes quant à la non-linéarité du problème : tout d'abord la tropopause est décrite comme une surface matérielle évoluant sous l'influence du mouvement vertical induit, lequel n'est pas exactement co-localisé avec le minimum de hauteur de la tropopause. Ensuite, le modèle lie les variations de hauteur de tropopause et de température de brillance plutôt que leurs valeurs absolues. Enfin, l'influence sur le mouvement vertical des anomalies isolées de tourbillon potentiel dépend de leur

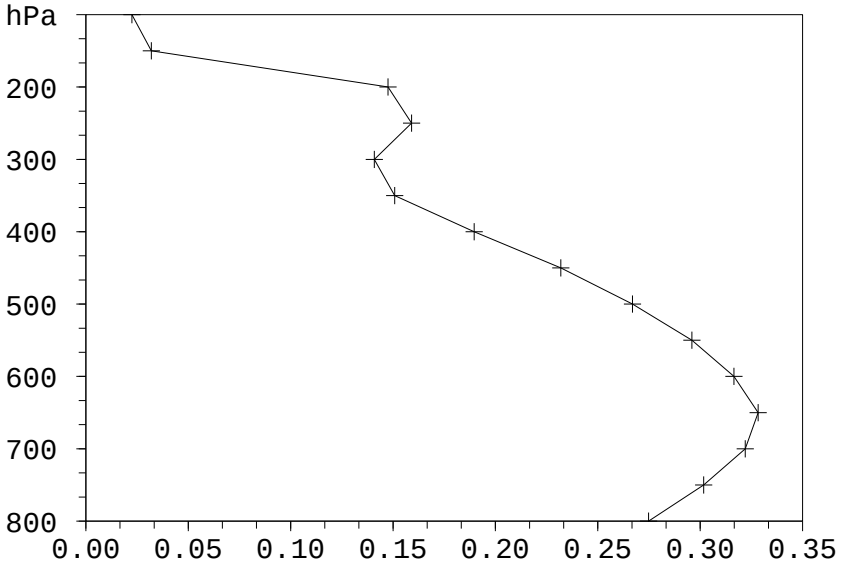


Fig. 3.18: Coefficient de corrélation pour les régressions linéaires entre la vitesse verticale moyennée sur la surface des cellules à un niveau isobare et la variation Lagrangienne de température de brillance maximale de ces mêmes cellules détectées par Antidote (1570 cas).

orientation géographique. Nous tentons d'étudier l'influence de ces trois points dans le cadre de l'analyse linéaire précédemment effectuée.

Recherche de la tropopause dans un voisinage géographique

L'intrusion sèche, dans le modèle de Wirth, est la conséquence des mouvements verticaux antérieurs induits par la tropopause dynamique. La figure 3.19 compare le tourbillon potentiel et l'image vapeur d'eau synthétique correspondante pour un cas donné (le 20 Mai 2006, 00 TU). La cellule détectée par Antidote se situe au Sud de l'anomalie de tourbillon potentielle telle qu'elle est visible au niveau 350 hPa. Cette configuration géométrique est semblable à celle de la figure 3.12, où le déplacement de la surface isostérique a lieu en bordure des anomalies (sous-figures (a) et (b) du panneau de droite). L'association de la cellule et de l'anomalie nécessite un opérateur. Nous utilisons une simple recherche dans un voisinage spatial. L'anomalie est définie comme un maximum local de tourbillon potentiel suffisamment prononcé (dont l'amplitude dépasse d'un facteur empirique fixé à 20% le tourbillon potentiel environnant). La distance est la distance euclidienne sur la sphère. Cet opérateur, noté $\mathcal{G}$, est calculé pour tous les niveaux isobares en tourbillon potentiel.

Il arrive que deux cellules se voient attribuées le même maximum relatif en tourbillon potentiel, comme l'illustre la figure 3.20. Ce type de lien est problématique, car l'algorithme pourrait être tenté de générer deux fois des pseudo-observations au même emplacement, éventuellement contradictoire (si les deux cellules ont un comportement radiatif ou spatial différent). Dans ce cas là, on assure l'unicité du lien en ne retenant que la cellule la plus proche.

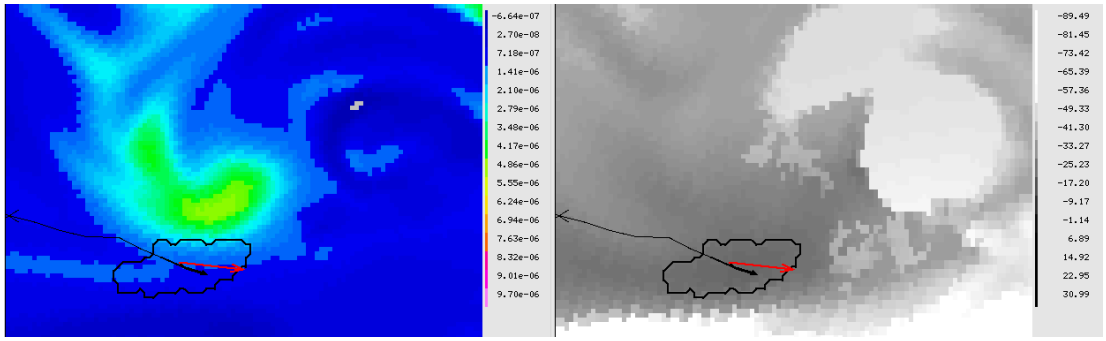


Fig. 3.19: Tourbillon potentiel à 350 hPa (panneau de gauche), image vapeur d'eau correspondante (panneau de droite) et traitement Antidote. Situation au 20 Mai 2006, 00 TU.

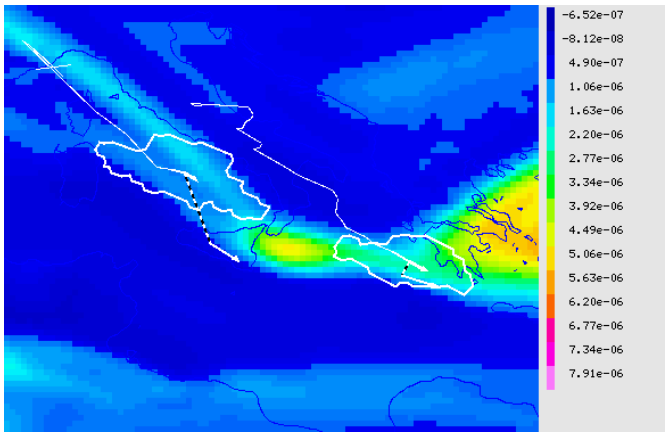


Fig. 3.20: Tourbillon potentiel à 300 hPa (ébauche opérationnelle ARPEGE) et cellules du traitement Antidote appliqué sur les images modèle (en blanc). Situation au 29 Avril 2007 à 00 TU.

Anomalies isolées de tourbillon potentiel

Nous avons également développé un schéma simple de détection des anomalies isolées de tourbillon potentiel. Pour cela, on calcule comme précédemment le profil en tourbillon potentiel, ainsi que le profil en tourbillon potentiel aux points géographiques issu de l'opérateur d'association précédemment développé. Une anomalie apparaît comme un maximum local de tourbillon potentiel sur la verticale, qui est détecté en analysant l'annulation de la dérivée du profil suivant la verticale.

Trois cas peuvent être alors définis :

- il n'y a pas d'anomalie apparente, c'est-à-dire que le tourbillon potentiel est monotone suivant la verticale ;
- il existe une anomalie de tourbillon potentiel dont l'amplitude est inférieure à la valeur de la tropopause dynamique (1.5 PVU)
- il existe une anomalie de tourbillon potentiel d'amplitude supérieure à la valeur de la tropopause dynamique (1.5 PVU). Certains cas présentent en effet des inversions marquées de tourbillon potentiel, connues comme des foliations de tropopause.

Un algorithme d'homogénéisation temporelle permet ensuite d'assurer une cohérence temporelle entre les états afin de pallier des détections erronées.

Nouvelles analyses par moindres carrés

La méthodologie demeure identique à ce qui a été fait précédemment : on recherche la solution linéaire $\boldsymbol{A}$ au problème d'estimation par moindres carrés :

$$\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{X} \tag{3.26}$$

Puis on compare sur un échantillon indépendant la dispersion du résidu entre données réelles $\widetilde{\boldsymbol{Y}}$ et données régressées $\boldsymbol{A} \cdot \widetilde{\boldsymbol{X}}$ obtenues par l'estimateur linéaire $\boldsymbol{A}$. Dans ce cas là, $\boldsymbol{Y}$ désigne les réalisations de la température de brillance ou de la variation Lagrangienne (le long de la trajectoire des cellules) de la température de brillance, tandis que $\boldsymbol{X}$ désigne le profil de tourbillon potentiel moyenné sur la surface de la cellule, ou dans un voisinage géographique comme décrit dans la section 3.3.8, ou encore la pression de la tropopause (c'est-à-dire de la surface 1.5 PVU) correspondant à ces profils, ou sa variation Lagrangienne.

L'apport de l'estimation par moindre carrés est quantifiée par le rapport de l'écart-type du résidu $\widetilde{\boldsymbol{Y}} - \boldsymbol{A} \cdot \widetilde{\boldsymbol{X}}$ à l'écart-type des données $\widetilde{\boldsymbol{Y}}$; rapport que nous nommerons gain. Le problème précédent (section 3.2) concerne le lien entre la température de brillance et le tourbillon potentiel à la localisation géographique de la cellule et est associé à un gain de +9% (positif, donc permettant une légère réduction de la variance en température de brillance). Voici les résultats obtenus pour les autres problèmes :

- lien entre la température de brillance et le tourbillon potentiel dans un voisinage géographique de la cellule : le gain est de 0.5% ;
- lien entre la température de brillance et le tourbillon potentiel à la localisation géographique de la cellule en excluant les situations de foliation de tropopause : le gain est de 6% ;
- lien entre la température de brillance et le tourbillon potentiel dans un voisinage géographique de la cellule en excluant les situations de foliation de tropopause : le gain est de 13% ;
- lien entre variations Lagrangiennes de la température de brillance et variations Lagrangiennes du tourbillon potentiel à la localisation géographique de la cellule : le gain est de +1.05% ;
- lien entre variations Lagrangiennes de la température de brillance et variation Lagrangienne de hauteur de tropopause à la localisation géographique de la cellule : le gain est de -0.95% ;
- lien entre variations Lagrangiennes de la température de brillance et variation Lagrangienne de hauteur de tropopause dans un voisinage géographique de la cellule : le gain est de -0.85% ;

En conclusion, les régressions linéaires ne sont pas réellement améliorées par nos tentatives de prise en compte de certaines remarques sur la relation entre température de brillance et tourbillon potentiel issues de la modélisation de Wirth et al. (1997). Une piste de recherche intéressante serait de disposer du modèle simplifié de Wirth, tout en relâchant l'hypothèse d'uniformité par morceaux du quasi-tourbillon potentiel QG. Cela permettrait d'étudier expérimentalement l'effet des anomalies de tourbillon potentiel, ou celui de la variation verticale du tourbillon potentiel (qui est exponentiel

par morceaux dans le modèle de Wirth, quand il existe vraisemblablement une gamme beaucoup plus large de situations).

Conclusion

Nous avons étudié la relation entre les caractéristiques des cellules décrivant les intrusions sèches et les champs dynamiques de tourbillon potentiel du modèle. Cette étude est nécessaire à la construction d'un opérateur image défini sur l'espace des caractéristiques et permettant d'estimer les champs dynamiques qui pourraient ensuite être assimilés. Une caractérisation des erreurs de cet opérateur est également un point clef, puisqu'il définit en grande partie les écarts-types d'erreurs associés aux pseudo-observations.

Le premier opérateur considéré est une analyse statistique linéaire entre les profils de tourbillon potentiel moyennés sur les surfaces des cellules et les caractéristiques décrites dans Antidote. L'analyse en composante principale ne permet pas de dégager des vecteurs propres ayant un sens physique (augmentation du tourbillon potentiel à certains niveaux par exemple). La principale source d'information est l'anti-corrélation du tourbillon potentiel aux niveaux inférieurs de la stratosphère (vers 200 hPa) avec la température de brillance des cellules. Testé sur un échantillon statistiquement indépendant, cet opérateur permet de réduire la dispersion des températures de brillance que de 9%, ce qui ne permet pas d'envisager son utilisation en assimilation de données. Plusieurs explications sont possibles : présence de non-linéarités, ou non prise en compte de variables dynamiques importantes jouant un rôle dans la valeur des caractéristiques des cellules.

A notre connaissance, un seul modèle conceptuel a été développé pour expliquer la dynamique jointe des intrusions sèches et des anomalies de tropopause (Juckes 1994, Wirth et al. 1997). Il repose sur un cadre fortement idéalisé, faisant notamment appel à la théorie quasi-géostrophique, mais décrit qualitativement de nombreux aspects de l'image vapeur d'eau. Ce modèle suggère opportun de considérer la température de brillance comme une surface isostère évoluant sous l'influence du mouvement vertical induit car la dynamique de la tropopause. Des considérations physiques permettent de penser que cette relation est linéaire au premier ordre, mais que le coefficient de corrélation pourrait changer suivant la présence d'anomalies de surface. Nous avons montré que ce modèle présentait de la pertinence dans un cadre réaliste en exhibant une corrélation positive entre la vitesse verticale moyennée au niveau des cellules à proximité de la hauteur de la surface isostère (vers 600 à 700 hPa) et la variation Lagrangienne de température de brillance le long des trajectoires détectées et suivies par Antidote. Nous constations également que les cellules coïncidaient géographiquement avec des dipôles de vitesse verticale orientés dans le sens de déplacement de la cellule, ce qui suggère bien l'équation d'évolution prescrite par Wirth et al. (1997). Ce résultat permet de dégager une nouvelle approche pour l'interprétation fine de l'imagerie vapeur d'eau et l'approche par pseudo-observations en assimilant de la vitesse verticale. Il faudrait cependant démontrer que l'on est capable d'estimer de manière fiable et robuste la vitesse verticale à partir de la dérivée Lagrangienne temporelle de la température de brillance. Par ailleurs la discrétisation de cette température par intervalles de 0.5 K

sur l'imageur SEVIRI implique une limite forte sur la précision de l'évaluation de sa variation temporelle, donc sur l'écart-type d'erreur de potentielles pseudo-observations de vitesse verticale.

Ce modèle conceptuel, conjointement à des analyses complémentaires, nous permet d'établir également les points essentiels, relevés en partie dans Wirth et al. (1997), sur la limitation du lien vapeur d'eau - tourbillon potentiel :

- il n'y a pas de colocalisation stricte entre anomalies de tourbillon potentiel et vitesse verticale induite, donc cellules dans l'image vapeur d'eau ;
- il existe un lien entre les variations de température et de les variations de hauteur de tropopause qui est linéaire au premier ordre, mais un modèle non-linéaire complet est nécessaire pour rendre compte de la relation PV-WV ;
- les structures en tourbillon potentiel et dans l'imagerie vapeur d'eau sont différentes en termes de formes et de longueurs caractéristiques ;
- les anomalies de tourbillon potentiel isolées du réservoir stratosphérique ont un impact sur le mouvement vertical qui dépend de leur forme relative au champ de déformation ambiant. La relation PV-WV dépend donc de ce champ.

Le premier point a été abordé en définissant un opérateur liant chaque cellule d'Antidote au maximum de tourbillon potentiel le plus proche à chaque niveau. L'analyse statistique linéaire a été reconduite en remplaçant les profils de tourbillon potentiel par des profils utilisant cet opérateur de lien, et/ou avec l'estimée de la hauteur de la tropopause, et la température de brillance par sa variation Lagrangienne. Aucune amélioration statistique n'a pu être décelée. Une autre possibilité est d'étudier le fait que la relation entre tourbillon potentiel et vapeur d'eau dépende de l'occurrence d'anomalies de surface qui amplifient le mouvement vertical. Un test simple a été implémenté sur les profils de tourbillon potentiel de manière à détecter des anomalies de tourbillon potentiel dans la troposphère. L'analyse statistique linéaire a été reconduite sur les seuls profils ne présentant pas d'anomalies. Aucune amélioration statistique semblant significative n'a pu être décelée. Le quatrième point nécessite une caractérisation de l'environnement beaucoup plus poussée.

Le chapitre 6 fournit quelques exemples d'illustration de liens entre tourbillon potentiel et cellules de l'image vapeur d'eau. Dans une perspective de continuation de ce travail, il nous apparaîtrait à la fois plus prometteur et plus simple de considérer la relation à la vitesse verticale plutôt qu'au tourbillon potentiel. Une solution alternative élégante consiste à ne pas expliciter la relation PV-WV par un modèle (conceptuel ou statistique), mais à laisser déterminer l'incrément en tourbillon potentiel par un ensemble d'assimilation, où les corrélations sont calculées comme dans un filtre de Kalman d'ensemble[4].

[4] voir le chapitre 2 et la page finale concernant les perspectives

4

Utilisation des pseudo-observations pour corriger des erreurs de position

Le chapitre précédent montre la difficulté à établir un opérateur direct d'observation des caractéristiques radiatives des cellules reposant sur le tourbillon potentiel, et visant à corriger l'amplitude des anomalies. Ce chapitre s'intéresse à à la correction de la position des structures. Le chapitre 2 explique que le problème est mieux posé dans l'espace des positions, et qu'une analyse en amplitude peut être distordue. L'information fournie par les images est d'une richesse potentielle très importante et vraisemblablement sous-exploitée dans les systèmes d'assimilation actuels. En particulier, l'image permet de détecter les erreurs de phase spatio-temporelles (dans notre cas, des cyclogenèses se déplaçant trop rapidement ou étant mal positionnées). Les erreurs de positionnement de la tropopause sont une source d'information utilisée dans les méthodes d'initialisation par inversion du tourbillon potentiel (Santurette et Georgiev 2005). Il est souhaitable de tirer parti de cette information dans la génération de pseudo-observations, même si le problème s'exprime beaucoup plus naturellement avec une assimilation dans l'espace des positions. Ce chapitre décrit précisément les limites inhérentes à l'assimilation de pseudo-observations visant à déplacer une structure.

On développe tout d'abord un algorithme d'appariement automatique, qui relie les trajectoires des cellules des images satellites et des images modèles. Cet appariement nous fournit une mesure de l'erreur de position des intrusions sèches. Comme le modèle de Wirth et al. (1997) est invariant par translation, on peut supposer que cette erreur de position s'applique également, dans un certain voisinage, aux champs de tourbillon potentiel. Cette hypothèse - forte - revient à lier directement les erreurs de position (bidimensionnelles) des intrusions sèches et celles (tridimensionnelles) des anomalies de tropopause ayant contribué à les créer. Dans un premier temps, on s'intéresse à la problématique du déplacement d'une structure à l'aide de pseudo-observations dans un système d'assimilation. Un cadre unidimensionnel académique est proposé et utilisé pour fixer un ordre de grandeur des paramètres en jeu : position des observations, écart-type d'erreur d'ébauche... Dans un deuxième temps, on applique cette méthodologie à des expériences numériques réalistes effectuées à l'aide du système d'assimilation-prévision 4D-Var d'ARPEGE.

4.1 Étude unidimensionnelle dans un cadre idéalisé

Nous abordons tout d'abord le problème dans un cadre numérique unidimensionnel, visant à décrire l'assimilation d'observations destinées à déplacer le maximum d'un champ.

4.1.1 Cadre analytique

Une structure cohérente se caractérise souvent par un extremum relatif d'un champ (dans notre cas, un maximum de tourbillon potentiel). Chercher à déplacer latéralement ce maximum nécessite un incrément de forme dipolaire (figure 4.1). Les équations d'analyse (2.1,2.2) montrent que la correction apportée aux champs météorologiques lors de l'analyse d'observations est une combinaison linéaire des lignes de la matrice B, ou *fonctions de structure*. La figure 4.1 montre la géométrie liée à l'assimilation de deux observations. Une méthode "naïve" de production des pseudo-observations consiste à échantillonner la structure (*i.e.* le maximum) dans l'ébauche, puis à déplacer ces observations. En notant $\epsilon_D = 2\delta_s$ l'erreur de position, on "observe"[1] le maximum de l'anomalie de l'ébauche $\boldsymbol{x}_b(-\delta_s)$ (cercle gris sur la figure 4.1) à la position $+\delta_s$ (cercle blanc sur la figure 4.1). On "efface" l'ancienne structure en observant $\boldsymbol{x}_b(-3\delta_s)$ à la position $-\delta_s$ (*idem*). Cette configuration d'observations sera appelée configuration de référence.

Définition 4.1 *Dans le repère relatif à l'anomalie et au déplacement mesuré, la configuration de référence à N_{obs} observations correspond à échantillonner l'ébauche aux positions $\boldsymbol{s}_{obs}$ telles que*

$$\boldsymbol{s}_{obs} = \left\{-\tfrac{N_{obs}}{2}\delta_s, \ldots, -\delta_s, \delta_s, \ldots, \tfrac{N_{obs}}{2}\delta_s\right\} \quad \textit{pour } N_{obs} \textit{ pair} \tag{4.1}$$

$$\boldsymbol{s}_{obs} = \left\{-\tfrac{N_{obs}-1}{2}\delta_s \ldots, -\delta_s, \delta_s, 2\delta_s, \ldots, \tfrac{N_{obs}+1}{2}\delta_s\right\} \quad \textit{pour } N_{obs} \textit{ impair} \tag{4.2}$$

Ces pseudo-observations sont ensuite assimilées aux positions déplacées $\boldsymbol{s}_{obs} + 2\delta_s$.

Dans le cas de deux observations, un cadre analytique simple permet l'étude de l'influence de divers paramètres sur l'analyse. Une première hypothèse simplificatrice (mais non essentielle à cette description) consiste à considérer que l'anomalie de l'ébauche est *symétrique spatialement*, et que par conséquent l'innovation l'est aussi :

$$\boldsymbol{y} - \mathcal{H}(\boldsymbol{x}_b) = \begin{bmatrix} d \\ -d \end{bmatrix} \tag{4.3}$$

On modélise simplement les confiances accordées à l'ébauche et aux observations par les matrices de covariances :

$$R = \sigma_o^2 \cdot I \text{ et } B = UDU^T \text{ où } U \text{ orthogonale et } D = \sigma_b^2 \cdot I \tag{4.4}$$

Cette formulation de R (matrice diagonale) est utilisée en opérationnel. La formulation de B indique que le σ_b est uniforme spatialement, ce qui est une assez bonne approximation du cas des variables de contrôle de la minimisation en opérationnel

[1] ici, "observer" prend le sens d'échantillonner l'ébauche en un point, et de spécifier la valeur échantillonnée comme pseudo-observation en un autre point.

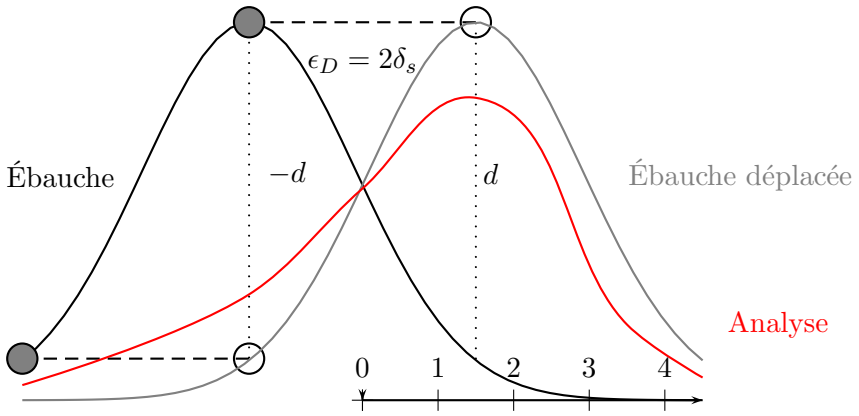


Fig. 4.1: Un couple de pseudo-observations (cercles blancs) pour modifier l'emplacement d'une structure (d'un maximum local) de PV. L'analyse est d'autant plus lisse que σ_o augmente.

(Derber et Bouttier 1999). On note ρ la corrélation d'erreur d'ébauche entre les points $-\delta_s$ et δ_s ainsi que k, l les indices des colonnes de B correspondant à ces mêmes points. Alors :

$$HBH^T = \begin{bmatrix} \sigma_o^2 + \sigma_b^2 & -\sigma_b^2\rho \\ -\sigma_b^2\rho & \sigma_o^2 + \sigma_b^2 \end{bmatrix} \tag{4.5}$$

L'analyse s'écrit :

$$\boldsymbol{x}_a = \boldsymbol{x}_b + \frac{d\sigma_b}{\sigma_o^2 + \sigma_b^2(1-\rho)} (B_k - B_l) \tag{4.6}$$

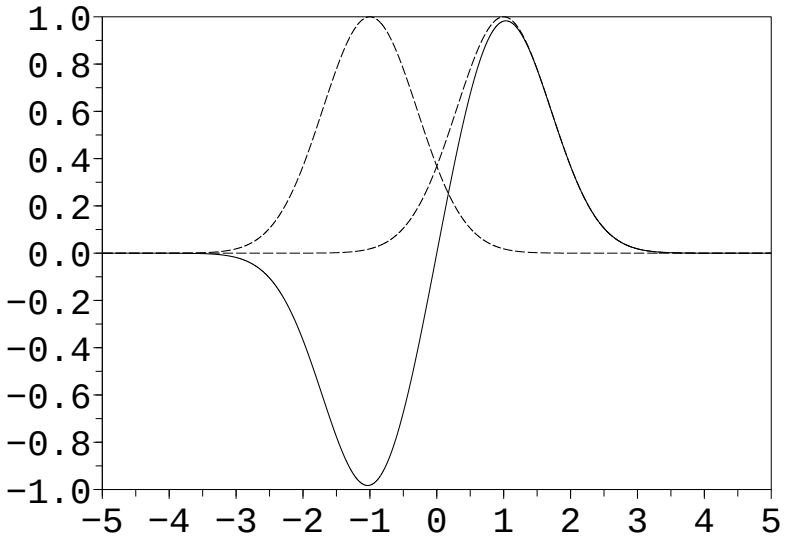


Fig. 4.2: Incrément d'analyse pour des fonctions de structures gaussiennes homogènes et une innovation symétrique. Les observations sont en $s = \pm 1$.

L'incrément d'analyse est proportionnel à la différence des fonctions de structure aux points $\pm\delta_s$. Les fonctions de structures sont donc un élément essentiel de l'assimilation. Dans les systèmes d'assimilation opérationnels, la matrice B est souvent définie

dans l'espace spectral, et les covariances correspondantes sont isotropes homogènes (Derber et Bouttier 1999). Un modèle largement utilisé dans ce genre d'étude unidimensionnelle consiste à définir des fonctions de covariances gaussiennes et homogènes (Desroziers et Ivanov 2001, Desroziers et al. 2005), définies par le seul paramètre de la longueur de corrélation. Pour des variables différentes, ou dans le cadre du 4D-Var, les longueurs de corrélation sont par contre non homogènes, et les structures spatiales anisotropes. Une telle modélisation de la matrice B nous permet d'écrire l'analyse sous la forme (on note L_b la longueur de corrélation et s la coordonnée spatiale) :

$$\boldsymbol{x}_a - \boldsymbol{x}_b = \frac{d}{\left(\frac{\sigma_o}{\sigma_b}\right)^2 + 1 - e^{-(2\delta_s/L_b)^2}} \left(e^{-\left(\frac{s+\delta_s}{L_b}\right)^2} - e^{-\left(\frac{s-\delta_s}{L_b}\right)^2} \right) \tag{4.7}$$

La configuration est illustrée sur la figure 4.2. L'incrément a une structure symétrique et dipolaire. Son maximum d'amplitude est atteint au delà de $s = \delta_s$ (resp. en deçà de $s = -\delta_s$), ce qui signifie que la distance entre les extrema relatifs de l'incrément est supérieure à l'erreur de position $2\delta_s$. En effet en prenant (4.7) en $s = \delta_s$:

$$\frac{\partial}{\partial s}\left(\boldsymbol{x}_a - \boldsymbol{x}_b\right) \mid_{s=\delta_s} \propto \frac{\delta_s}{L} e^{-\left(\frac{2\delta_s}{L}\right)^2} > 0 \tag{4.8}$$

L'amplitude de l'incrément est proportionnelle à l'innovation. Elle croît quand l'écart-type d'erreur d'ébauche σ_o diminue, jusqu'à ce que l'analyse passe par les observations. Pour caractériser davantage l'analyse obtenue (et notamment l'amplitude du maximum du champ), il faut spécifier d, donc la forme de l'ébauche.

4.1.2 Cadre des études numériques

Nous effectuons des séries d'expériences d'assimilation de pseudo-observations dans un cadre unidimensionnel simplifié afin de caractériser les paramètres qui déterminent les analyses. Le but est d'élaborer une stratégie satisfaisante pour le nombre et l'emplacement géographique des pseudo-observations ainsi que pour la confiance qu'on leur accorde. Ce sont en effet les paramètres que nous pouvons imposer dans le système d'assimilation opérationnel. Plusieurs différences importantes existent avec ce cadre, ainsi nous ne modélisons pas :

- l'interaction spatiale d'observations associés à des cellules différentes, car nous ne considérerons qu'une seule anomalie dans l'ébauche ;
- la prise en compte de l'aspect temporel au sein du 4D-Var ;
- la non-linéarité de l'opérateur d'observation.

Bien que des approches diagnostiques existent et aient été développées (c.f. chapitre 2), nous n'avons, dans le cadre quasi-opérationnel, qu'une information restreinte sur l'écart-type d'erreur d'ébauche et surtout sur les fonctions de structure. Il est donc important que les caractéristiques retenues pour le nombre d'observations nécessaire, leur écart-type d'erreur, leur disposition, soient relativement robustes par rapport à ces connaissances limitées. Enfin la méthodologie employée s'appuie sur les champs de l'ébauche, comme de nombreuses approches basées sur les pseudo-observations. Si ces ébauches sont biaisées, les pseudo-observations introduites présenteront le même biais et renforceront ce biais dans l'analyse au détriment des autres observations, phénomène indésirable dans l'assimilation de données.

Dans le cadre numérique unidimensionnel idéalisé, on considère que les observations sont parfaites, et effectuées aux positions $\boldsymbol{s}_{\text{obs}}$, c'est-à-dire

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{x}_t(\boldsymbol{s}_{\text{obs}}) \tag{4.9}$$

Les matrices de covariances des erreurs sont spécifiées par

$$R = \sigma_o^2 \cdot I \tag{4.10}$$

$$B = \sigma_b^2 \cdot \left(e^{-\left(\frac{s_{i,j}}{L_b}\right)^2} \right)_{i,j} \tag{4.11}$$

où $s_{i,j}$ est la distance spatiale entre les points i, j et L_b est la longueur de corrélation des erreurs d'ébauche.

La pseudo-vérité $\boldsymbol{x}_t(s)$ est dérivée de l'ébauche $\boldsymbol{x}_b(s)$ par un déplacement latéral d'amplitude $2\delta_s$. Tous les champs sont unidimensionnels et définis sur un intervalle $[-W, W]$ où W est grand devant les dimensions du problème. On étudie numériquement l'analyse issue de la résolution directe des équations du BLUE (2.1-2.2) pour diverses configurations d'observations parfaites visant à déplacer l'ébauche. Les pseudo-observations consistant à observer l'ébauche $\mathcal{H}\big(\boldsymbol{x}_b(\boldsymbol{s}_{\text{obs}} - 2\delta_s)\big)$ à la position déplacée $\boldsymbol{s}_{\text{obs}}$ seront appelées "pseudo-observations de déplacement".

4.1.3 Pseudo-observations de déplacement pour une anomalie gaussienne

On considère maintenant une ébauche $\boldsymbol{x}_b$ de forme gaussienne, de longueur caractéristique L_a, représentant un maximum local d'un champ que l'on cherche à déplacer latéralement d'une quantité $2\delta_s$:

$$\boldsymbol{x}_b(s) = e^{-\left(\frac{s+\delta_s}{L_a}\right)^2} \tag{4.12}$$

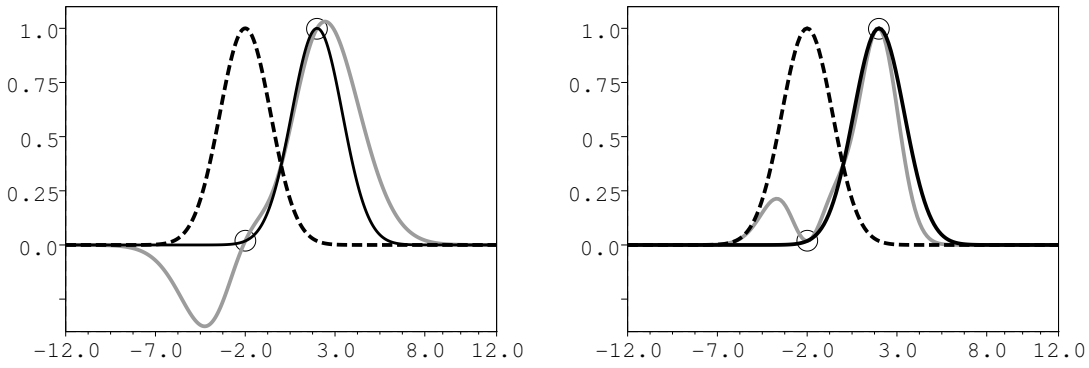
$$\boldsymbol{x}_t(s) = e^{-\left(\frac{s-\delta_s}{L_a}\right)^2} \tag{4.13}$$

Premières expériences

La figure 4.3 illustre l'analyse obtenue avec deux pseudo-observations de déplacement et $\sigma_o = 0$. Dans ce cas, l'analyse passe exactement par les observations puisque $H(\boldsymbol{x}_a - \boldsymbol{x}_b) = \boldsymbol{y} - H(\boldsymbol{x}_b)$. Quand les longueurs de corrélation d'erreur d'ébauche et de l'anomalie sont égales, l'analyse est parfaite. Lorsque $L_b < L_a$, la correction apportée par l'analyse est incomplète car l'incrément ne recouvre pas spatialement l'anomalie toute entière (figure 4.3b). Quand $L_b > L_a$, on observe une structure indésirable dans l'analyse, en particulier l'anomalie peut voir son amplitude augmenter (figure 4.3a) et un minimum peut apparaître en aval. Le cas $L_b > L_a$ est donc plus préoccupant car l'amplitude du maximum de l'anomalie est changé même quand les pseudo-observations sont parfaites et sous l'hypothèse $\sigma_o = 0$.

Quand on précise des écarts-types d'erreur plus réalistes[2], l'analyse évolue entre les observations et l'ébauche et voit ainsi l'amplitude du maximum fortement baisser,

[2] dans les systèmes d'assimilation opérationnels, σ_o et σ_b sont du même ordre



(a) Deux observations pour $L_b > L_a$ **(b)** Deux observations pour $L_b < L_a$

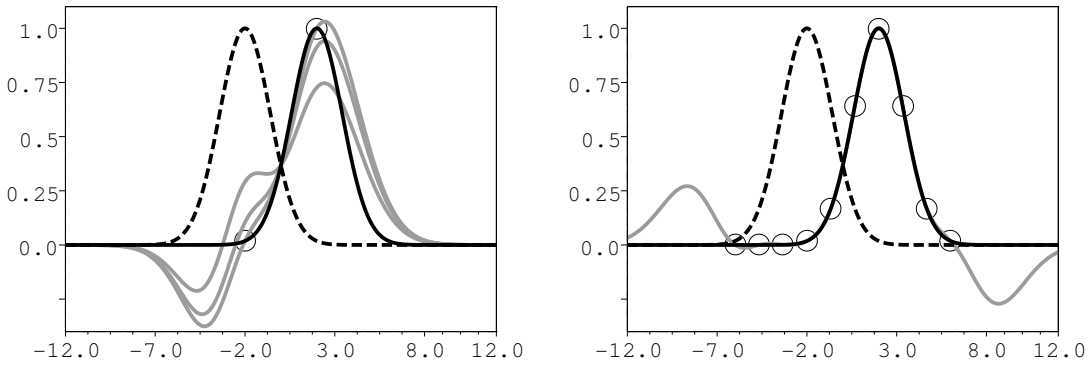
Fig. 4.3: Analyses unidimensionnelles obtenues avec deux pseudo-observations de déplacement de l'ébauche x_b (traits plein à gauche). La pseudo-vérité, ou ébauche déplacée, est en traits plein à droite et sert à générer des observations parfaites (cercles). Les analyses sont en traits tiretés.

comme le montre la figure 4.4a. Ce point est crucial : un déplacement d'une anomalie induit une diminution de son amplitude liée à l'assimilation, qui construit une analyse intermédiaire entre ébauche et observations. Si la prévision d'un phénomène météorologique est dépendante, et c'est souvent le cas, à l'intensité de la structure présente, alors la tentative de déplacement de cette structure peut ne pas avoir l'effet escompté. Plus précisément, on voit que le choix $\sigma_o/\sigma_b = 0$ surestime l'amplitude de la structure, tandis que le choix $\sigma_o/\sigma_b \geq 0.2$ la sous-estime. Il existe donc un choix σ_o/σ_b permettant de garder l'amplitude de la structure inchangée. Dans l'équation 4.6, l'amplitude de l'incrément est proportionnelle à l'innovation, et inversement proportionnelle à σ_o. Si l'amplitude de l'analyse est insuffisante, il est possible de corriger cet effet soit en augmentant l'innovation, soit en diminuant σ_o. Dans la suite, nous nous restreignons au cas d'observations non biaisées (c'est-à-dire où l'on ne change pas la valeur des observations). Plutôt que de "jouer" sur l'innovation, nous chercherons à déterminer des σ_o qui donnent de bons résultats (au sens de certaines mesures d'erreur).

Grand nombre d'observations

On peut être également tenté de spatialiser l'échantillonnage de la structure en rajoutant un grand nombre d'observations. La figure 4.4b illustre l'assimilation de 10 observations parfaites. L'analyse passe par les observations et suit donc la pseudo-réalité sur la fenêtre d'échantillonnage. On voit par contre apparaître des artefacts notables dans les incréments en amont et en aval de la structure, qui font penser aux oscillations de Runge dans le problème de l'interpolation polynomiale.

Rappelons brièvement ce phénomène bien connu en théorie de l'approximation numérique : soit f une fonction donnée definie sur $\mathbb{R}$ à valeurs dans $\mathbb{R}$ et $(x_0, x_1, \ldots, x_n)$ $n+1$ réels donnés distincts (ce sont les points d'interpolation). Interpoler la fonction f par un polynome de degré n en ces points consiste à trouver un polynôme p de degré n



(a) Deux observations et $\sigma_o/\sigma_b \in \{0, 0.2, 0.4\}$

(b) Dix observations et $\sigma_o = 0$

Fig. 4.4: Analyses obtenues pour divers rapports entre écarts-types d'erreur d'observations et d'erreur d'ébauche. Cas où $L_b > L_a$. Légende identique à celle de la figure 4.3.

tel que $p(x_i) = f(x_i)$ pour $i \in 0, 1, \ldots, n$. L'unique solution du problème s'écrit

$$p(x) = \sum_{i=0}^{n} \alpha_i L_i(x) \tag{4.14}$$

$$L_i(x) = \frac{\prod_{k=0, k\neq i}^{n}(x - x_k)}{\prod_{k=0, k\neq i}^{n}(x_i - x_k)} \tag{4.15}$$

où L_i est le polynôme de Lagrange associé aux points $x_0, x_1, \ldots, x_n$. L'erreur commise en remplaçant f par son polynôme d'interpolation P peut être évaluée grâce au théorème suivant (déduit du thérorème de Rolle) :

Théorème 4.1 *Soit f une fonction réelle de classe $\mathcal{C}^{n+1}$ sur un intervalle $[a, b]$ et P son polynôme interpolateur aux points $a \leq x_0, x_1, \ldots, x_n \leq b$.*

Alors $\forall x \in [a, b] \quad \exists\, \xi \in [a, b] \quad f(x) - P(x) = \frac{\prod_{k=0}^{n}(x - x_k)}{(n+1)!} f^{(n+1)}(\xi)$.

Le point ξ étant inconnu, une majoration sur $[a, b]$ s'obtient par :

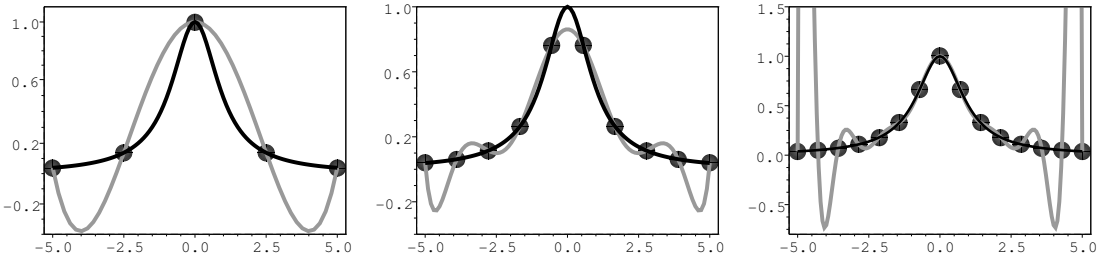
$$\forall x \in [a, b] \quad |f(x) - P(x)| \leq \frac{\prod_{k=0}^{n}(x - x_k)}{(n+1)!} \mathrm{Sup}_{x\in[a,b]} |f^{(n+1)}| \tag{4.16}$$

La majoration dépend du choix des points d'interpolation et de la valeur supérieure des dérivées successives de f. Un exemple célèbre particulièrement frappant est le choix d'une fraction rationnelle, la fonction de Runge :

$$f : \quad [-5, 5] \quad \to \mathbb{R} \tag{4.17}$$

$$f : \qquad x \qquad \to \frac{1}{1 + x^2} \tag{4.18}$$

Les polynômes interpolateurs de différents ordres sont tracés sur la figure 4.5. Si l'erreur diminue légèrement quand on passe de 5 à dix points d'interpolation (c.f. deux panneaux de gauche), elle augmente ensuite brutalement (panneau de droite). On peut même démontrer dans ce cas précis que $\mathrm{Sup}_{[a,b]}|f - P| \xrightarrow{n\to+\infty} +\infty$.



(a) Polynôme d'ordre 5 **(b)** Polynôme d'ordre 10 **(c)** Polynôme d'ordre 15

Fig. 4.5: Phénomène de Runge dans l'interpolation d'une fonction f (traits noirs) en des points équirépartis (ronds noirs) par son polynôme (traits gris).

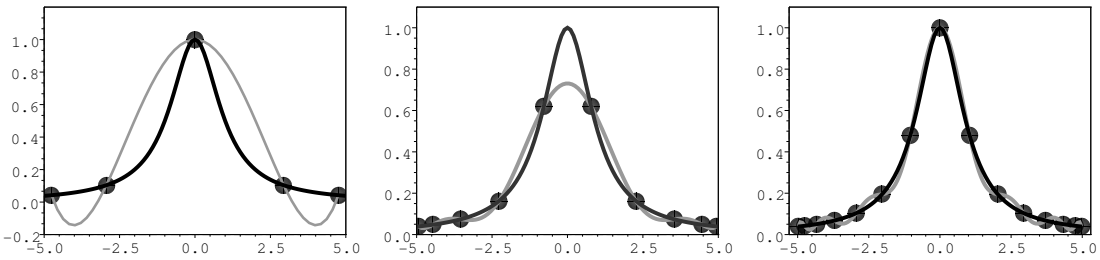
Une amélioration importante consiste à tenter d'optimiser la position des points d'interpolation, pour minimiser le terme $|\prod_{k=0}^{n}(x - x_k)|$ dans l'expression de l'erreur. On peut démontrer que le choix optimal des points d'interpolation est donné par

$$x_k = \frac{a+b}{2} + \frac{b-a}{2}\cos\left(\frac{2k+1}{2(n+1)}\pi\right) \tag{4.19}$$

et que l'on obtient alors la meilleure majoration globale

$$\|f - P\|_\infty \leq \frac{(b-a)^{n+1}}{(n+1)!2^{2n+1}}\|f^{n+1}\|_\infty \tag{4.20}$$

où la norme $\|\cdot\|_\infty = \mathrm{Sup}_{[a,b]}$. Les polynômes interpolateurs correspondants sont appelés polynômes de Chebyshev et sont représentés sur la figure 4.6 pour le cas de Runge précédemment évoqué. L'erreur, cette fois ci, tend bien vers 0 quand le nombre de points d'interpolation augmente.



(a) Polynôme d'ordre 5 **(b)** Polynôme d'ordre 10 **(c)** Polynôme d'ordre 15

Fig. 4.6: Polynômes d'interpolation de Chebyshev pour la fonction de Runge. Légende identique à celle de la figure 4.5

L'analogie est assez forte, car de même que dans le cadre polynomial, la solution issue de l'analyse est unique et interpole f aux points d'observation. Les fonctions de structure étant supposées régulières, le théorème 4.1 subsiste. Cependant, notre problème se pose *en dehors* de l'intervalle d'échantillonnage $[a, b]$. Il n'est pas envisageable de contraindre l'analyse sur un intervalle beaucoup plus grand sans pénaliser l'impact du à d'autres observations.

Nous retenons donc de cette analogie deux idées, à la base de l'étude numérique unidimensionnelle idéalisée qui va suivre :

1. un très grand nombre d'observations n'est pas gage d'un meilleur comportement de l'analyse pour le problème qui nous intéresse ;
2. il est possible d'obtenir de meilleurs résultats en optimisant la position des points d'interpolation (d'observations).

Revenons au cas où l'écart-type d'erreur d'observation n'est pas nul. Quand plusieurs observations sont introduites dans des emplacements proches par rapport à la longueur de corrélation L_b, leurs poids se cumulent dans l'analyse. L'ajout d'observations est donc propice à diminuer l'effet régularisant du terme d'écart à l'ébauche. En cherchant à conserver l'ordre de grandeur du terme d'écart aux observations, $J_o = \frac{1}{2} d^T R^{-1} d$ on voit qu'il faut renormaliser les écarts-types d'observation par $\sigma_o \Leftrightarrow \sigma_o \sqrt{N_{\text{obs}}}$, où N_{obs} est le nombre d'observations. Cela permet de comparer les analyses obtenues pour une fonction de coût totale similaire, et de limiter en partie l'apparition des artefacts dans l'analyse.

Ces premières expériences montrent que l'analyse avec des observations parfaites exhibe différents comportements :

- Quand la longueur caractéristique du modèle d'erreur d'ébauche est inférieure à celle de l'anomalie, l'analyse est correctement déplacée, et la valeur de l'amplitude de la structure est bien conservée si $\frac{\sigma_o}{\sigma_b}$ est "petit". La correction est cependant incomplète et il pourra être nécessaire de rajouter des pseudo-observations.
- Quand la longueur caractéristique du modèle d'erreur d'ébauche est supérieure à celle de l'anomalie, on a au contraire une sur–correction. L'analyse peut être trop déplacée, et l'on n'obtient pas la bonne valeur pour l'amplitude de la structure (figure 4.4a), sauf pour un rapport $\frac{\sigma_o}{\sigma_b}$ optimisé.

Ordres de grandeur

Fixons les ordres de grandeurs attendus dans l'assimilation des pseudo-observations. L'erreur de position moyenne est de l'ordre de 200 km. La longueur caractéristique des anomalies dynamiques de tropopause est de l'ordre de 1000 km (Arbogast 1998), mais elle varie suivant la hauteur, le tourbillon potentiel présentant davantage de structures filamentaires de fine échelle en moyenne troposphère (du à la diminution de la stabilité statique). La longueur typique de l'anomalie à 400 hPa varie entre 200 et 800 km dans sa dimension transversale et entre 400 et plus de 1000 km dans sa dimension longue. Des expériences d'assimilation à une observation permettent de calculer, pour quelques situations, les fonctions de structure du 4D-Var pour le tourbillon potentiel. Leurs longueurs caractéristiques ont aussi tendance à augmenter avec l'altitude, et elles semblent généralement supérieures à celle de l'anomalie en moyenne troposphère.

Caractérisation de configurations optimales de pseudo-observations

Dans la partie précédente, les pseudo-observations de déplacement sont spécifiées au maximum de l'amplitude de la structure. Le faible coût numérique de ce modèle unidimensionnel permet de caractériser les paramètres permettant d'obtenir des analyses "optimales". En particulier, on peut rechercher la configuration des positions des observations donnant une analyse de d'erreur minimale. Plusieurs mesures d'erreurs sont

considérées : la norme L_2 de l'erreur d'analyse relativement à la norme de L_2 de l'erreur d'ébauche s'écrit

$$\mathcal{E}_2 = \frac{\sqrt{\int (\boldsymbol{x}_a - \boldsymbol{x}_t)^2 ds}}{\sqrt{\int (\boldsymbol{x}_b - \boldsymbol{x}_t)^2 ds}} \tag{4.21}$$

La norme L_∞ mesure le maximum de la valeur absolue de la différence à la pseudo-réalité :

$$\mathcal{E}_\infty = \frac{\mathrm{Sup}\big(|\boldsymbol{x}_a - \boldsymbol{x}_t|\big)}{\mathrm{Sup}\big(|\boldsymbol{x}_b - \boldsymbol{x}_t|\big)} \tag{4.22}$$

Enfin une troisième mesure de l'erreur (qui n'est pas une norme) va mesurer le déplacement effectif du maximum du champ :

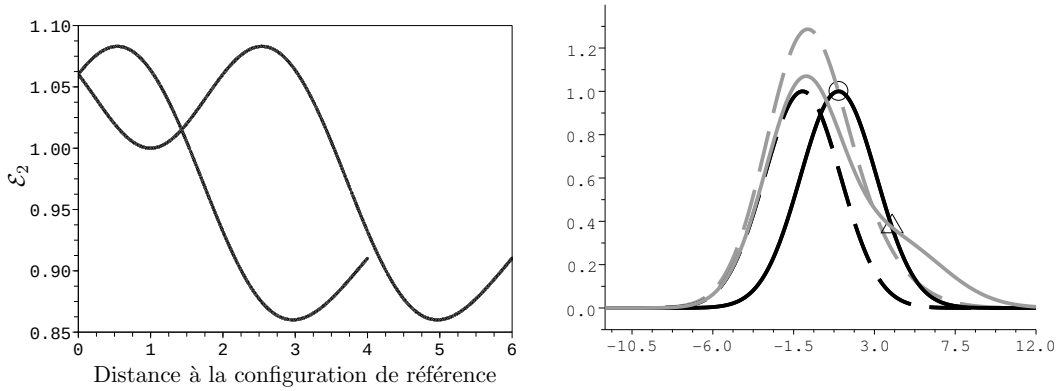
$$\mathcal{E}_{\mathrm{dep}} = \frac{|\mathrm{Argmax}\big(\boldsymbol{x}_a\big) - \mathrm{Argmax}\big(\boldsymbol{x}_t\big)|}{|\mathrm{Argmax}\big(\boldsymbol{x}_b\big) - \mathrm{Argmax}\big(\boldsymbol{x}_t\big)|} \tag{4.23}$$

Nous prenons des ordres de grandeurs compatibles avec le problème de l'assimilation des pseudo-observations de tourbillon potentiel, soit $\delta_s = 1$, $L_b = 4\delta_s$, $L_a = 0.75 L_b$. Les positions des pseudo-observations sont tirées aléatoirement suivant une loi de distribution uniforme sur un segment $[-3\delta_s - max(L_a, L_b), -\delta_s + max(L_a, L_b)]$. Le choix d'utiliser des tirages aléatoires, plutôt que des méthodes de recherche de minimum plus sophistiquées, est essentiellement pratique, et permet de calculer directement le minimum global. On effectue donc $N_{\mathrm{rand}} = 10000$ de ces tirages aléatoires et on calcule les trois mesures d'erreurs pour chaque analyse. Les configurations d'observations qui réalisent des analyses d'erreur minimale seront qualifiées de configurations optimales.

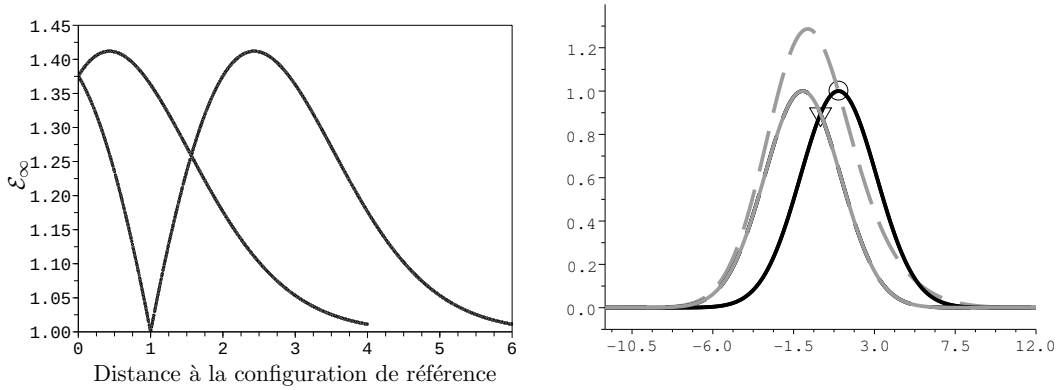
Application avec une pseudo-observation

Pour illustrer le principe du calcul des configurations optimales des pseudo-observations de déplacement, nous appliquons le cadre précédent à l'analyse d'une seule et unique pseudo-observation. Les panneaux de gauche sur la figure 4.7 présentent les erreurs obtenues pour ces tirages aléatoires. Les panneaux de droite présentent les analyses de référence et les analyses optimales pour la mesure considérée. La figure 4.7 présente les résultats obtenus en fixant le rapport des écarts-types d'erreur à $\frac{\sigma_o}{\sigma_b} = 0.1$. La configuration de référence consiste à échantillonner le maximum de la pseudo-vérité (c.f. définition 4.1). Elle conduit à une analyse partiellement déplacée, et d'amplitude trop importante.

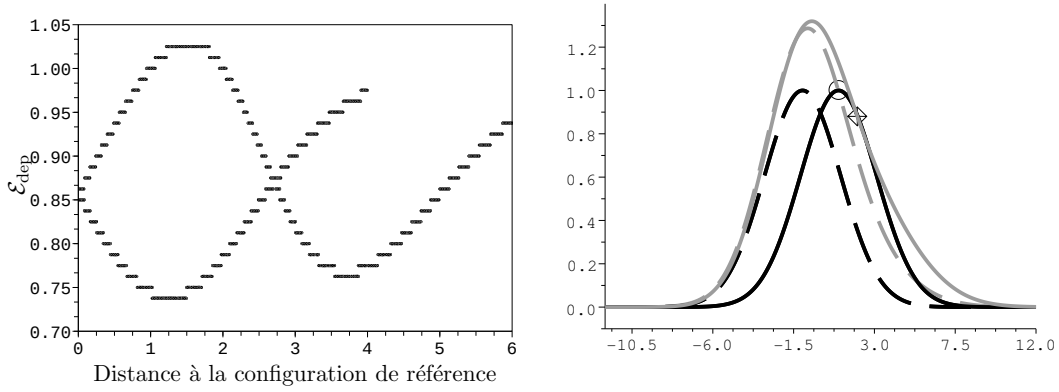
Il est apparent que, quelle que soit la position de la pseudo-observation, l'erreur pour la métrique $\mathcal{E}_\infty$ est supérieure à 1 (figure 4.7b), et donc que la meilleure analyse reste l'ébauche (figure 4.7c). Pour les autres métriques, il existe une meilleure configuration que l'ébauche, mais on voit que l'erreur demeure très importante à la fois pour la métrique $\mathcal{E}_2$ et pour la mesure du déplacement $\mathcal{E}_{\mathrm{dep}}$ (respectivement figures 4.7c et 4.7e). Ceci provient naturellement du fait que l'on cherche à déplacer une structure, ce qui nécessite un incrément dipolaire, alors que nous tentons de le faire ici avec des fonctions de structure monopolaires.



(a) Mesure d'erreur $\mathcal{E}_2$



(b) Mesure d'erreur $\mathcal{E}_\infty$



(c) Mesure d'erreur $\mathcal{E}_{\text{dep}}$

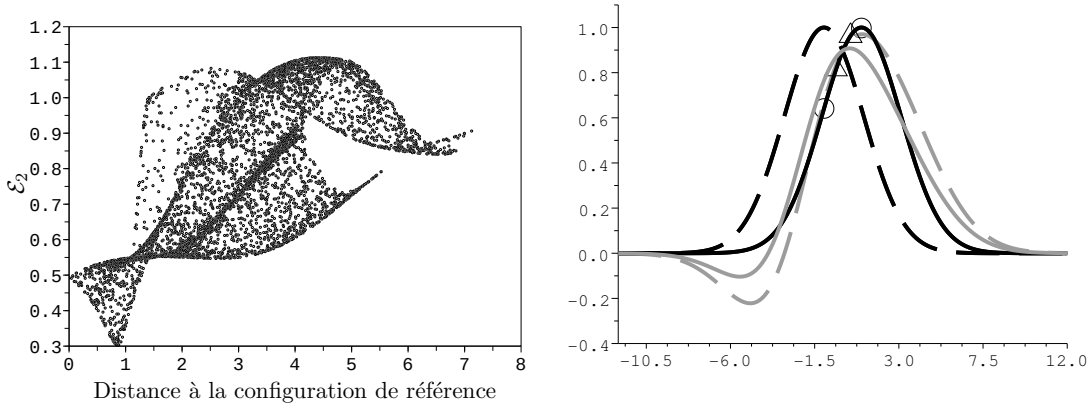
Fig. 4.7: Erreurs des réalisations aléatoires d'analyses avec une pseudo-observation de déplacement. Panneaux de gauche : erreurs des réalisations aléatoires d'analyses issue d'une pseudo-observation de déplacement. Panneaux de droite : configuration de l'observation de référence (cercles) ; configuration de l'observation réalisant le minimum (signe autre que les cercles) ; ébauche (traits pleins noirs à gauche) ; pseudo-vérité (traits gras à droite) ; analyse de référence (traits pleins gris) ; analyse optimale (traits tiretés gris). Cas où $\sigma_o/\sigma_b = 0.1$, $L_b/L_a = 4/3$, $L_a/\delta_s = 3$.

Application avec deux pseudo-observations

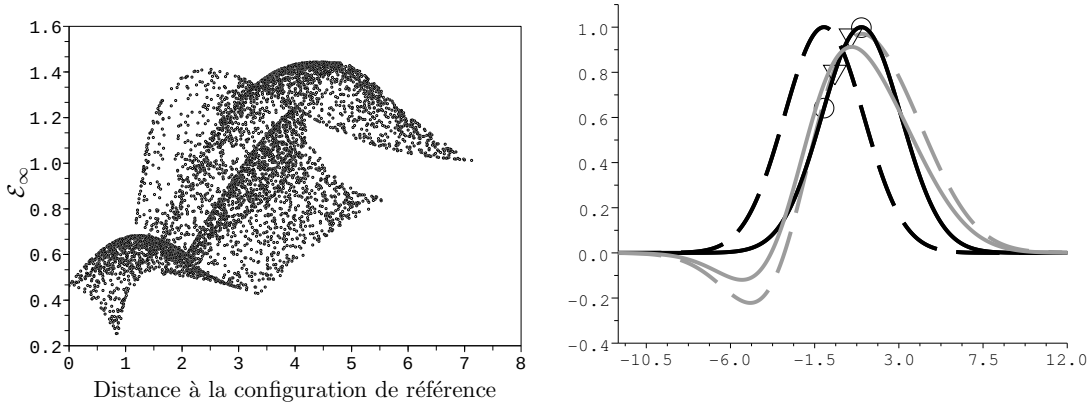
Il est donc plus intéressant de regarder le cas avec deux observations présenté sur la figure 4.8. On voit que les tirages aléatoires permettent de bien échantillonner l'ensemble des cas possibles (panneaux de gauche) et que l'on a rajouté un degré de liberté par rapport au cas avec une observation (on observe un nuage de points plutôt que des courbes). La configuration de référence (cercles sur les panneaux de droite de la figure 4.8) n'est pas optimale pour les métriques $\mathcal{E}_2$ et $\mathcal{E}_\infty$ (figures 4.8a et b). Elle est quasi–optimale pour $\mathcal{E}_{\text{dep}}$, c'est-à-dire qu'elle permet de déplacer la structure (tout en conservant son maximum), au détriment toutefois d'un creusement en amont (figure 4.8c). Les configurations optimales pour les métriques $\mathcal{E}_2$ et $\mathcal{E}_\infty$ sont assez semblables mais elles espacent moins les observations (figures 4.8a et b).

La figure 4.9 présente des configurations optimales d'observations pour les cas légèrement différents où on augmente un peu le rapport σ_o/σ_b à 0.3 (panneaux du haut) et où on change la valeur de la longueur de l'anomalie à $L_a/\delta_s = 5$ (panneaux du bas). On y voit que les configurations optimales changent par rapport à celles décrites sur la figure 4.8. Alors qu'elles espaçaient moins les observations, on voit qu'ici les meilleures configurations correspondent à davantage les espacer ; c'est-à-dire à échantillonner le milieu de la pente de l'anomalie et l'aval du maximum de l'anomalie. On voit donc que la configuration des observations optimales peut varier suivant la métrique choisie pour l'optimalité, mais aussi de manière sensible à des paramètres de l'assimilation (rapport des écarts-types d'erreur σ_o/σ_b) ou du problème (rapport de la longueur de l'anomalie à l'erreur de position L_a/δ_s).

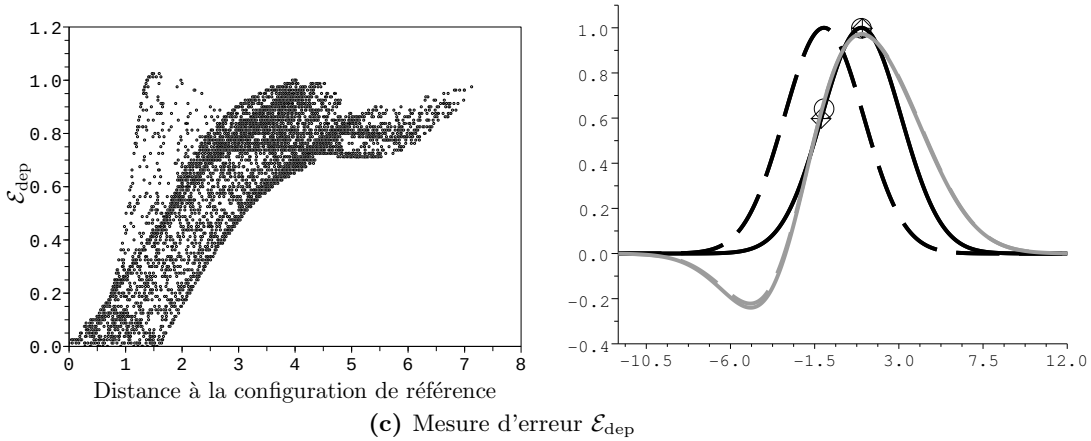
La configuration de référence, si elle n'est pas optimale, semble toutefois donner des résultats robustes et raisonnables pour les trois mesures d'erreur considérées. Elle présente l'avantage de ne dépendre que de la position du maximum de l'anomalie et du déplacement δ_s, et pas des autres paramètres de l'assimilation. En effet nous ne maîtrisons pas complètement, au sein du 4D-Var, le rapport précis σ_o/σ_b : nous connaissons la valeur moyenne de σ_b en fonction de l'altitude (figure 2.11 et approximation analytique 2.37). Une détermination plus précise devrait faire intervenir la procédure de diagnostic de la matrice B avant chaque assimilation. Les contraintes techniques font que l'on peut décrire la structure verticale moyenne de σ_o, mais pas fixer un σ_o différent pour chaque observation. Nous n'avons pas jugé nécessaire, dans un premier temps, de développer une caractérisation complète de la forme de l'anomalie à déplacer (paramètre L_a). Nous avons étendu enfin la méthode de Belo-Pereira et Berre (2006) pour diagnostiquer une approximation de la longueur du modèle d'erreur d'ébauche (section 2.3.3), mais ce diagnostic ne reste pertinent que pour les fonctions gaussiennes, et n'est pas adapté au cas du 4D-Var. Le déplacement δ_s est lui par contre connu et de l'ordre de 150 à 300 km. Le choix de la configuration de référence est donc intéressant surtout s'il se révèle robuste pour diverses valeurs de $\frac{\sigma_o}{\sigma_b}$, L_b/L_a et L_a/δ_s. Dans ce cas là, on pourrait se contenter de cette configuration, sans avoir besoin de recueillir au sein du système d'assimilation des informations supplémentaires sur $\frac{\sigma_o}{\sigma_b}$, L_b/L_a et L_a/δ_s.



(a) Mesure d'erreur $\mathcal{E}_2$

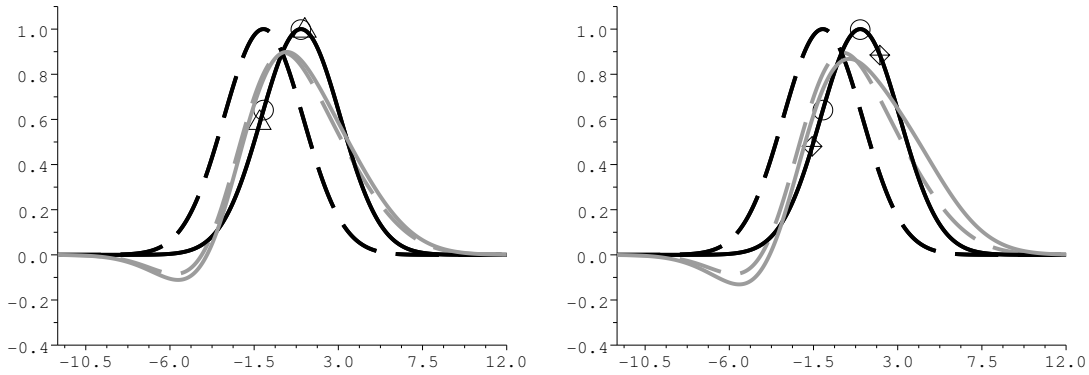


(b) Mesure d'erreur $\mathcal{E}_\infty$



(c) Mesure d'erreur $\mathcal{E}_{\text{dep}}$

Fig. 4.8: Erreurs des réalisations aléatoires d'analyses avec deux pseudo-observations de déplacement. Légende identique à celle de la figure 4.7, avec deux observations. Cas où $\sigma_o/\sigma_b = 0.1$, $L_b/L_a = 4/3$, $L_a/\delta_s = 3$.



(a) Mesure d'erreur $\mathcal{E}_2$

(b) Mesure d'erreur $\mathcal{E}_{\text{dep}}$

(c) Mesure d'erreur $\mathcal{E}_2$

(d) Mesure d'erreur $\mathcal{E}_{\text{dep}}$

Fig. 4.9: Configurations de pseudo-observations de référence et optimales. En haut, cas où $\sigma_o/\sigma_b = 0.3$, $L_b/L_a = 4/3$, $L_a/\delta_s = 3$. En bas, cas où $\sigma_o/\sigma_b = 0.2$, $L_b/L_a = 4/3$, $L_a/\delta_s = 5$. Légende identique à celle de la figure 4.7.

Quasi-optimalité de la configuration de référence

On peut étudier le problème en utilisant la même méthode d'estimation statistique : pour chaque jeu de valeurs $\frac{\sigma_o}{\sigma_b}$, $\frac{L_b}{L_a}$ et L_a/δ_s, nous effectuons un tirage aléatoire des positions des pseudo-observations de déplacement, effectuons les analyses correspondantes, puis calculons leurs différentes métriques. Cela nous permet de définir les erreurs commises par la configuration d'observations optimale pour chaque métrique, et de les comparer à celles commises par la configuration de référence. Dans le cas où il y a une grande différence, cela serait le signe que des configurations d'observations alternatives existent pour certaines valeurs des paramètres. Sinon, c'est que la configuration de référence est un bon choix, "quasi-optimal".

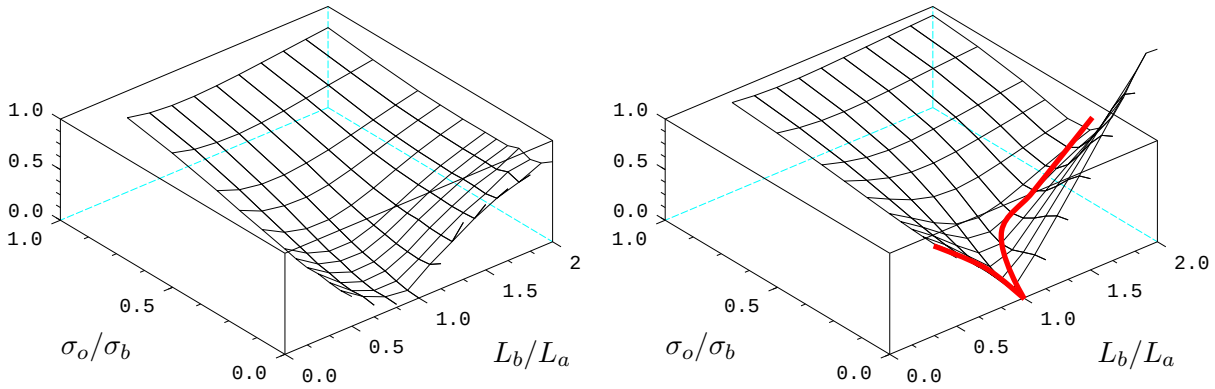
Le problème est entièrement défini par les dimensions indépendantes que sont $\frac{\sigma_o}{\sigma_b}$, $\frac{L_b}{L_a}$, L_a/δ_s et la configuration des pseudo-observations. Une caractérisation complète dans toutes ces dimensions s'avèrerait néanmoins trop coûteuse. On commence par étudier le cadre où le rapport entre la longueur de l'anomalie par rapport au déplacement est fixe. On s'intéresse alors à la caractérisation des analyses optimales et de référence dans le plan $(\frac{\sigma_o}{\sigma_b}, \frac{L_b}{L_a})$. On se place dans le cadre, réaliste pour le tourbillon potentiel, où l'anomalie (de l'ordre de 600 km) est de longueur trois fois supérieure à l'erreur de position (de l'ordre de 200 km), ce qui semble être approximativement le cas au niveau de la tropopause dynamique.

La figure 4.10 présente, pour chaque mesure d'erreur, le tracé de l'erreur de l'analyse associée à la configuration de référence en fonction des rapports σ_o/σ_b et L_b/L_a. On trace également, pour comparaison, l'erreur de l'analyse optimale. La figure 4.10 montre que des rapports σ_o/σ_b supérieurs à environ 0.5 sont incompatibles avec le déplacement de la structure, quelle que soit la position des deux pseudo-observations ou le rapport L_b/L_a. Les surfaces décrivant les erreurs des analyses de références sont minimales le long d'un chemin décrivant un écart-type d'erreur optimale $\widehat{\sigma_o}(L_b/L_a)$ (représenté par des courbes rouges sur la figure 4.10). Bien que dépendant de la métrique choisie, il adopte des caractéristiques générales :

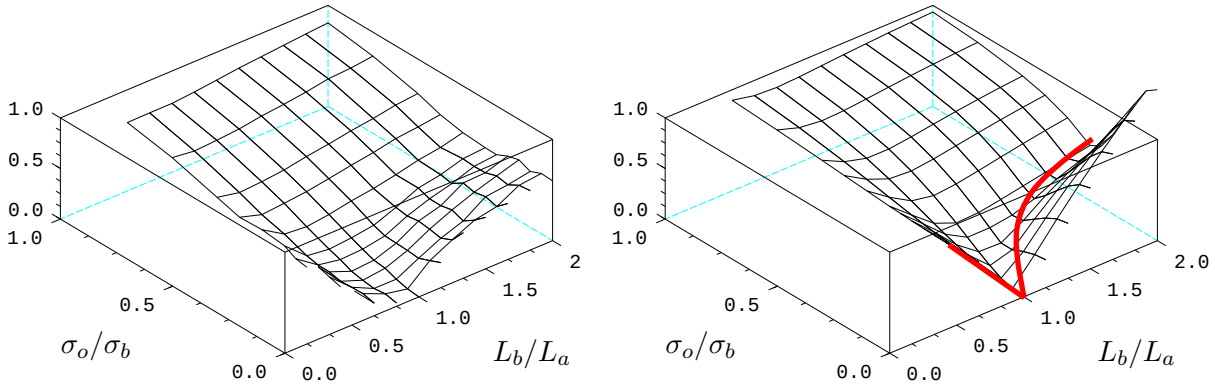
- $\widehat{\sigma_o} = 0$ pour $L_b \geq L_a$,
- $\widehat{\sigma_o}/\sigma_b$ varie de 0 à 0.2 quand L_b/L_a varie de 1 à 2.

La configuration de référence est satisfaisante sauf dans le domaine où $\sigma_o/\sigma_b < 0.2$, $L_b > 1.5L_a$. Dans le cas où les longueurs de corrélation d'erreur d'ébauche sont significativement supérieures à celles de l'anomalie, choisir un petit rapport $\sigma_o/\sigma_b < 0.2$ donne de grandes erreurs d'analyse alors qu'il existe des configurations réalisant un bien meilleur optimum (figure 4.10c). Une solution consisterait à augmenter le rapport σ_o/σ_b à une valeur d'environ 0.3 qui présente une erreur plus maîtrisée, mais supérieure quand $L_a \sim L_b$. En particulier, l'anomalie n'est dans ce cas là que partiellement déplacée (figure 4.9c). Le choix $\sigma_o/\sigma_b \sim 0.1 - 0.2$ semble offrir un bon compromis, robuste à l'incertitude sur les caractéristiques des longueurs en jeu dans le problème.

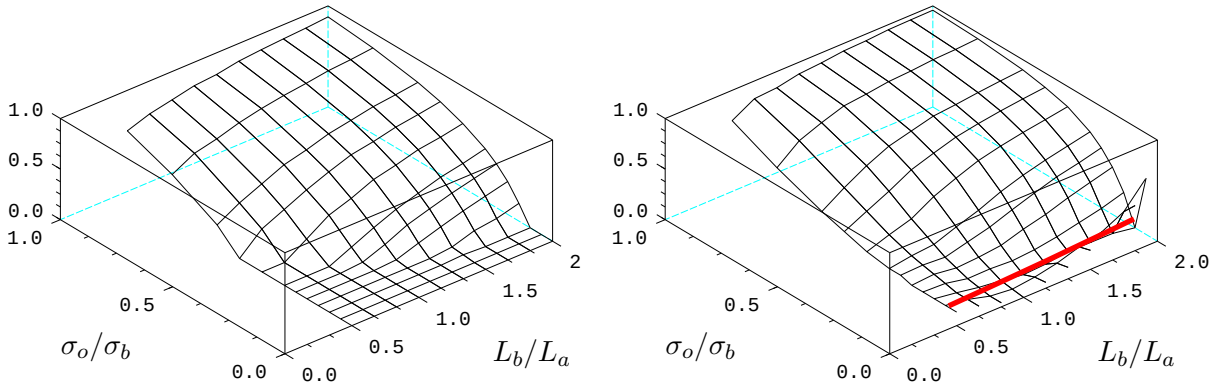
Il est également possible de fixer $\sigma_o/\sigma_b = 0.1$ et d'étudier le comportement des surfaces d'erreur des configurations de référence et optimales dans le plan $(L_a/\delta_s, L_a/L_b)$ (non montré). De même qu'auparavant, on constate un problème évident quand les caractéristiques spatiales de l'incrément deviennent supérieures à celles de l'anomalie $(L_b > L_a)$. La configuration de référence est alors peu adaptée, et il existe des confi-



(a) Mesure d'erreur $\mathcal{E}_2$



(b) Mesure d'erreur $\mathcal{E}_\infty$



(c) Mesure d'erreur $\mathcal{E}_{\text{dep}}$

Fig. 4.10: Surface représentant les erreurs des analyses avec les pseudo-observations de déplacement de référence (à droite) et celles qui sont minimales (à gauche). La graduation pour le rapport σ_o/σ_b est $[0, 0.05, 0.1, 0.15, 0.2, 0.25, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.8, 1]$. En rouge le rapport σ_o/σ_b réalisant l'erreur minimale pour les analyses de référence.

gurations optimales qui font mieux. Quand $L_a \sim L_b$, la configuration de référence est quasi-optimale et ceci quelle que soit le rapport à la longueur de déplacement δ_s. L'amplitude du déplacement à accomplir (par rapport à la longueur de l'anomalie) a peu d"influence sur l'optimalité de la configuration de référence, à l'exception du cas où $L_b > L_a$.

Résumé

[3] Nous avons développé un cadre unidimensionnel académique pour étudier l'assimilation de pseudo-observations de déplacement. Sous la contrainte que les pseudo-observations ne sont pas biaisées, et en spécifiant une forme gaussienne pour l'ébauche, alors le problème est entièrement déterminé par le nombre d'observations, le rapport σ_o/σ_b, le rapport L_a/δ_s et le rapport L_b/L_a. Nous avons étudié divers aspects du problème pour trois mesures de l'erreur d'analyse, pour quelques configurations des paramètres ; ainsi qu'en fixant le nombre d'observations à 2, le rapport L_a/δ_s à 3 puis le rapport σ_o/σ_b à 0.1. Notre étude fait apparaître les points suivants :

- quand les longueurs caractéristiques de l'anomalie et du modèle d'erreur d'ébauche sont comparables, l'assimilation d'une paire d'observation permet de déplacer la structure quelle que soit l'erreur de position sous la condition que le rapport $\frac{\sigma_a}{\sigma_b}$ soit inférieur à 0.5. Dans le cas contraire, l'analyse présente une structure dégradée qui diminue l'amplitude de l'anomalie ;
- quand la longueur caractéristique de l'ébauche est inférieure à celle de l'anomalie, la correction est incomplète mais l'amplitude de l'anomalie est conservée. Une alternative efficace devrait être de rajouter des observations ;
- enfin quand la longueur caractéristique de l'anomalie est inférieure à celle de l'ébauche, l'analyse peut être fortement distordue. L'amplitude de l'anomalie n'est pas conservée et l'erreur augmente pour les petits déplacements ;
- une stratégie raisonnable consiste à utiliser deux observations, à fixer un rapport $\sigma_o/\sigma_b \sim 0.1$ et à échantillonner suivant la configuration de référence le maximum de l'anomalie et sa valeur en amont déplacée de deux fois l'erreur de position, comme illustré sur la figure 4.1. Cette stratégie est bonne si $L_b \sim L_a$, ce qui semble être approximativement le cas sur nos premières expériences à une observation ;
- le problème ne dépend que peu de la valeur du déplacement δ_s, si les fonctions de structure sont adaptées ($L_b \sim L_a$).

4.2 Expérimentation dans un système 4D-Var

Le passage du cadre unidimensionnel au cadre réaliste nécessite la détermination de l'erreur de position. Cette erreur peut être évaluée par comparaison des traitements d'images modèle et satellite.

4.2.1 Algorithme d'appariement

Tout comme l'algorithme RDT permet d'apparier les cellules en trajectoires (c.f. chapitre 1), nous établissons un lien entre cellules issues des images satellites et cellules

[3] Les résumés et conclusions visant à être auto–cohérentes, on pourra trouver un résumé des principales notations en annexe.

issues de l'application du modèle de transfert radiatif aux ébauches ARPEGE. Cet appariement fournit une mesure de l'erreur dans l'espace des structures : les positions et autres caractéristiques des cellules images et modèles peuvent être directement comparées.

Dans un premier temps nous nous sommes limités à l'établissement de liens uniques. Le concept est d'apparier des cellules qui soient proches dans l'espace géographique, ou plus généralement dans l'espace des caractéristiques. On se donne pour cela la définition d'une distance d_{app} dans l'espace des structures. Deux cellules modèle $\widetilde{\mathcal{C}_m}$ et satellite $\widetilde{\mathcal{C}_s}$ sont appariées quand chacune est la plus proche de l'autre pour cette distance parmi les groupes de cellules de l'image correspondante. On requiert de plus que cette distance soit inférieure à un seuil :

$$\forall\, \mathcal{C}_m \in \mathcal{G}_m \qquad d_{\text{app}}(\mathcal{C}_m, \widetilde{\mathcal{C}_s}) \qquad \leq d_{\text{app}}(\widetilde{\mathcal{C}_m}, \widetilde{\mathcal{C}_s}) \tag{4.24}$$

$$\forall\, \mathcal{C}_s \in \mathcal{G}_s \qquad d_{\text{app}}(\mathcal{C}_s, \widetilde{\mathcal{C}_m}) \qquad \leq d_{\text{app}}(\widetilde{\mathcal{C}_m}, \widetilde{\mathcal{C}_s}) \tag{4.25}$$

$$d_{\text{app}}(\widetilde{\mathcal{C}_m}, \widetilde{\mathcal{C}_s}) \leq d_{\text{seuil}} \tag{4.26}$$

Trois distances ont été testées :

- la distance euclidienne sur la sphère mesure la distance entre les centres de gravité pondérés des cellules ;
- la distance de Mahalanobis qui fait intervenir la distance euclidienne pondérée par la matrice de covariance de l'ellipse approchante des cellules
- la distance de type Mahalanobis où la matrice de covariance de normalisation est projetée dans la direction de l'erreur.

RDT fournit en effet pour chaque cellule une ellipse approchante définie par ses grand et petit axes a, b et son angle d'inclinaison θ. Si la distance euclidienne entre deux vecteurs $\overrightarrow{x}, \overrightarrow{y}$ s'écrit $d = (\overrightarrow{x} - \overrightarrow{y})^{\mathrm{T}}(\overrightarrow{x} - \overrightarrow{y})$, la distance de Mahalanobis s'écrit $d = (\overrightarrow{x} - \overrightarrow{y})^{\mathrm{T}}\Sigma^{-1}(\overrightarrow{x} - \overrightarrow{y})$. En statistiques, Σ est la matrice de covariance des vecteurs $(\overrightarrow{x}, \overrightarrow{y})$. On la définit ici *via* l'ellipse approchante :

$$\begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \tag{4.27}$$

La distance d_{app} est alors la moyenne géométrique des distances de Mahalanobis de chaque cellule. Cette distance permet de prendre en compte la géométrie des cellules dans l'appariement. Cependant, dans certains cas, les ellipses approchantes sont assez éloignées des cellules, notamment quand celles-ci ont une forme complexe. Pour améliorer ce point, nous ne considérons que la projection de Σ dans la direction de l'erreur. Plutôt que l'ellipse, nous calculons explicitement les dimensions transversales des cellules d'après les points de contour, comme illustré sur la figure 4.11. Cet algorithme d'appariement pourrait probablement être amélioré en utilisant d'autres caractéristiques dans la définition de la distance, ou en faisant référence aux images pour calculer des corrélations géographiques croisées entre cellules (comme c'est le cas au sein de RDT pour l'appariement temporel).

4.2.2 Mesure de l'erreur de position

L'algorithme d'appariement établit un lien entre des parties de trajectoires de cellules détectées sur les images modèles et satellites. Nous cherchons à déterminer quelles caractéristiques des cellules permettent d'estimer l'erreur de position apparente dans

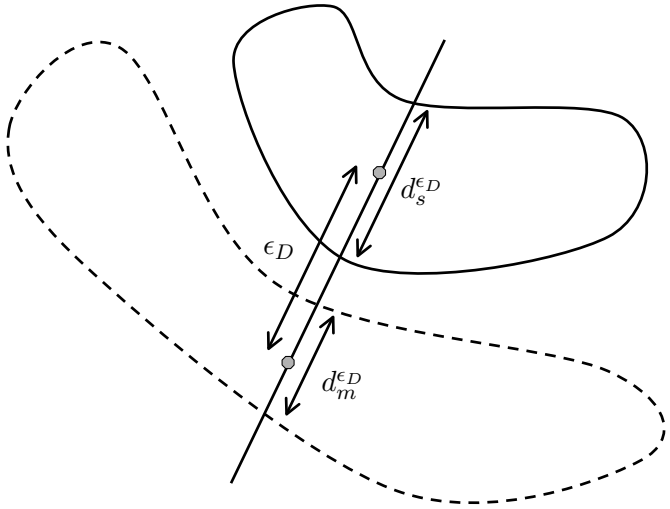


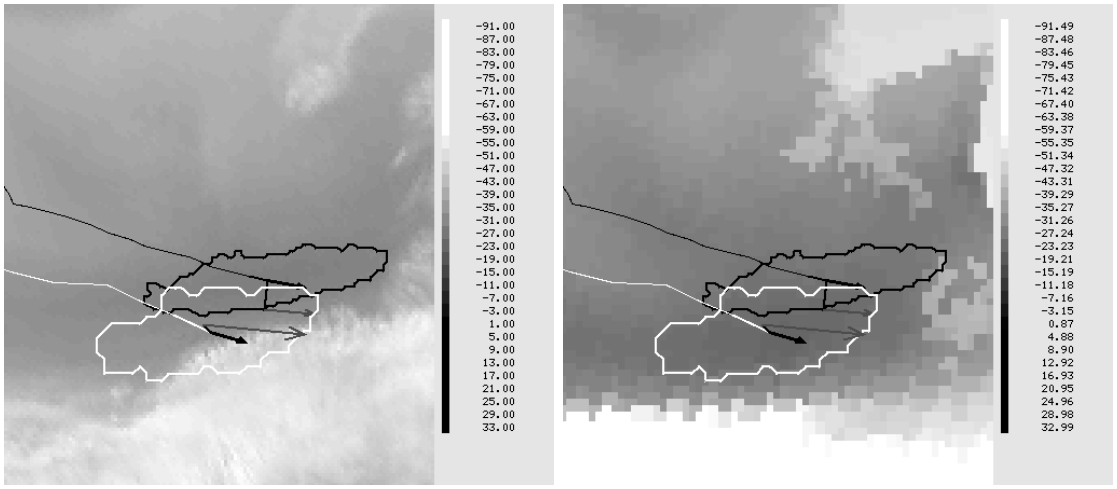
Fig. 4.11: erreur de position ϵ_D entre cellules modèle et satellite : utilisation des distances caractéristiques $d_m^{\epsilon_D}$ et $d_s^{\epsilon_D}$ dans la direction ϵ_D.

les images vapeur d'eau. On peut songer à l'utilisation des centres de gravité, ou de la localisation du point de température maximale, ou aux points de contours qui devraient fournir une estimée raisonnable.

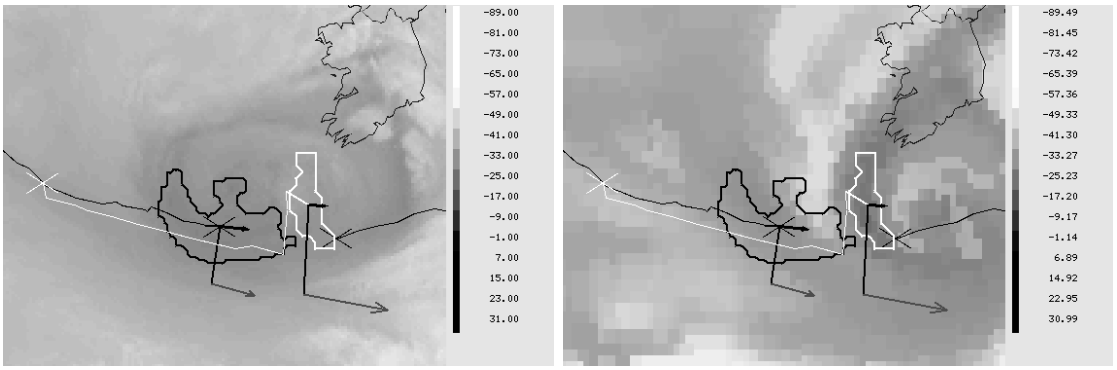
Utilisation des centres de gravité

Les figures 4.12, 4.13 et 4.14 montrent différents cas rencontrés. Les cellules appariées sont généralement de caractéristiques morphologiques semblables, et dans ces cas là la différence vectorielle entre les centres de gravité semble bien représentative de l'erreur de position. Par exemple les cellules de la figure 4.12a sont décalées vers le Sud-Est, la cellule modèle étant en avance sur la cellule satellite. Les masses nuageuses environnantes présentent une erreur de position comparable, de l'ordre de 300 km, qui semble donc pouvoir être diagnostiquée à partir des différences de position des cellules. La différence de position des centres de gravité semble également une bonne mesure de l'erreur apparente dans la comparaison des imageries vapeur d'eau sur la figure 4.13b. La figure 4.12b illustre un cas où les cellules sont de morphologies différentes mais où l'erreur de position semble ici bien représentée par la différence vectorielle entre les centres de gravité. C'est aussi le cas des figures 4.13a. La figure 4.14c montre par contre un cas où la différence de position des cellules ne semble pas représentative de l'erreur locale de déplacement de la tropopause, ici plutôt bien située dans l'ébauche. Enfin les cas 4.14(a) et (b) ne semblent pas présenter d'erreur de position significative.

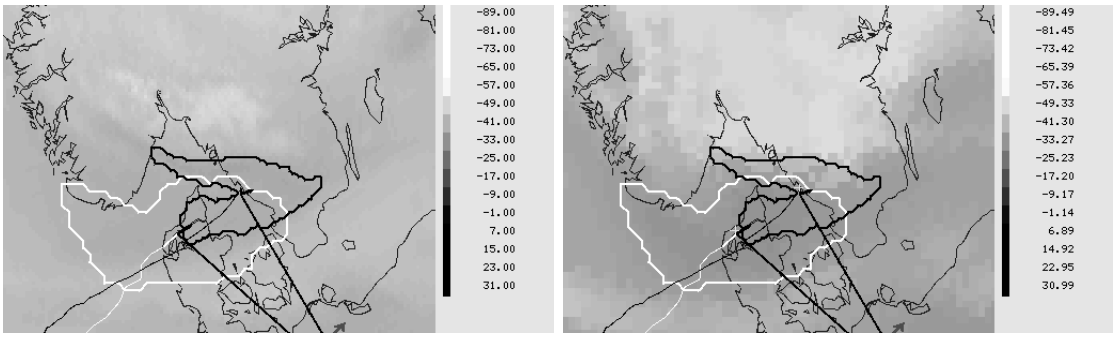
Il est donc apparent que dans certains cas, la différence en position des cellules doit pouvoir s'interpréter comme une erreur dans la localisation de la tropopause. Cependant les variations de taille des cellules induisent également un déplacement apparent erroné, qui doit être filtré. L'utilisation du centre de température minimale ou de points de contour pour diagnostiquer l'erreur de position locale ne semble pas plus adaptée.



(a) Cellules 1

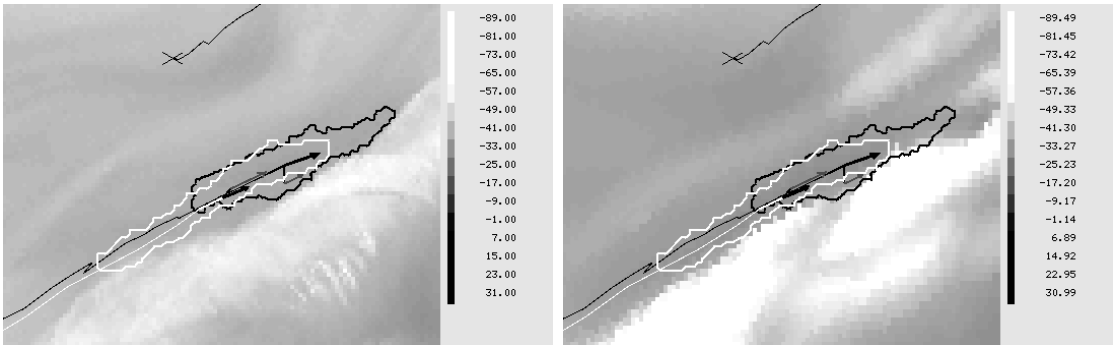


(b) Cellules 2

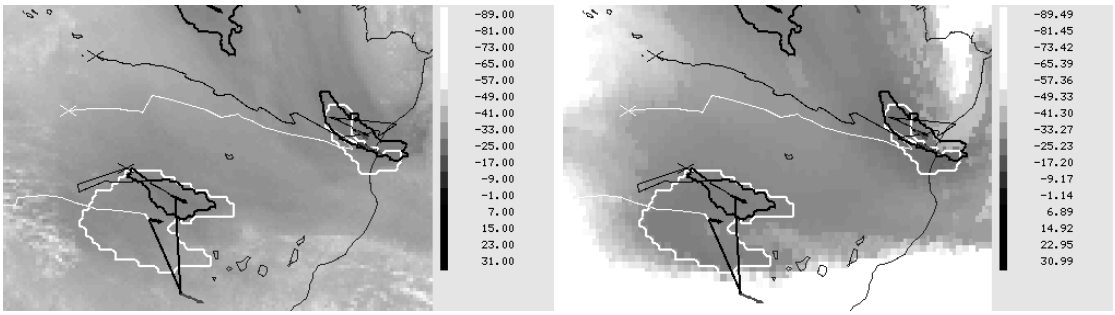


(c) Cellules 3

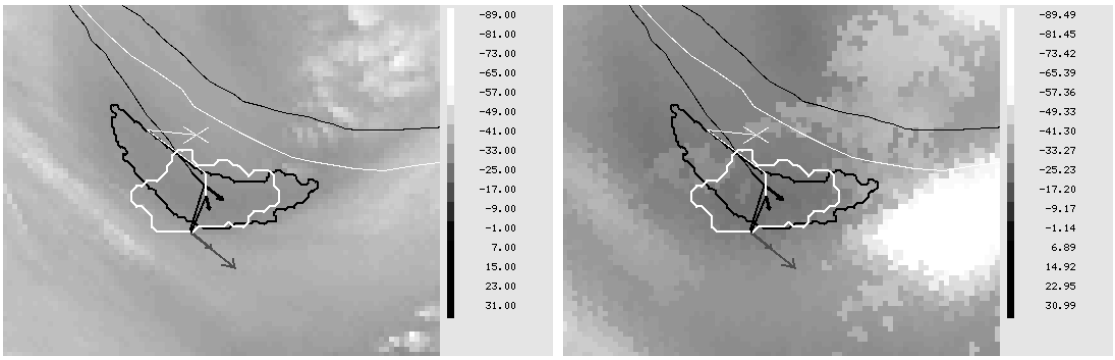
Fig. 4.12: Images vapeur d'eau MSG au 20 Mai 2006 00 TU (satellites à droite, issues de RTTOV à gauche) superposées au traitement d'images Antidote (contours et trajectoires des cellules satellite en noir, modèle en blanc).



(a) Cellules 1

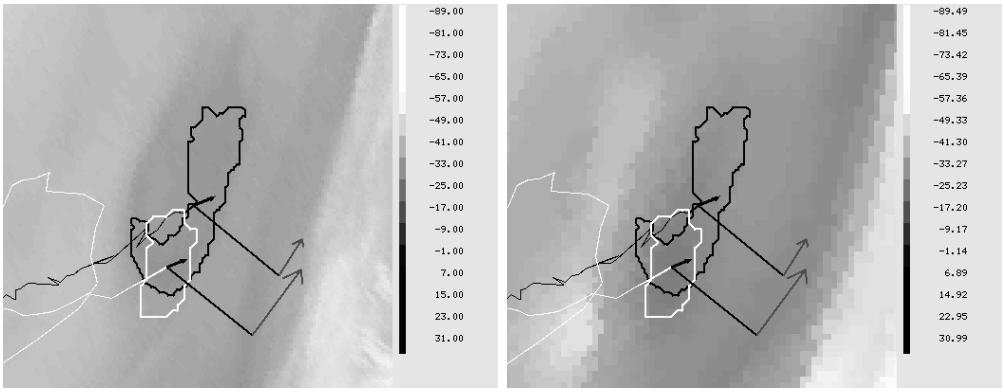


(b) Cellules 2

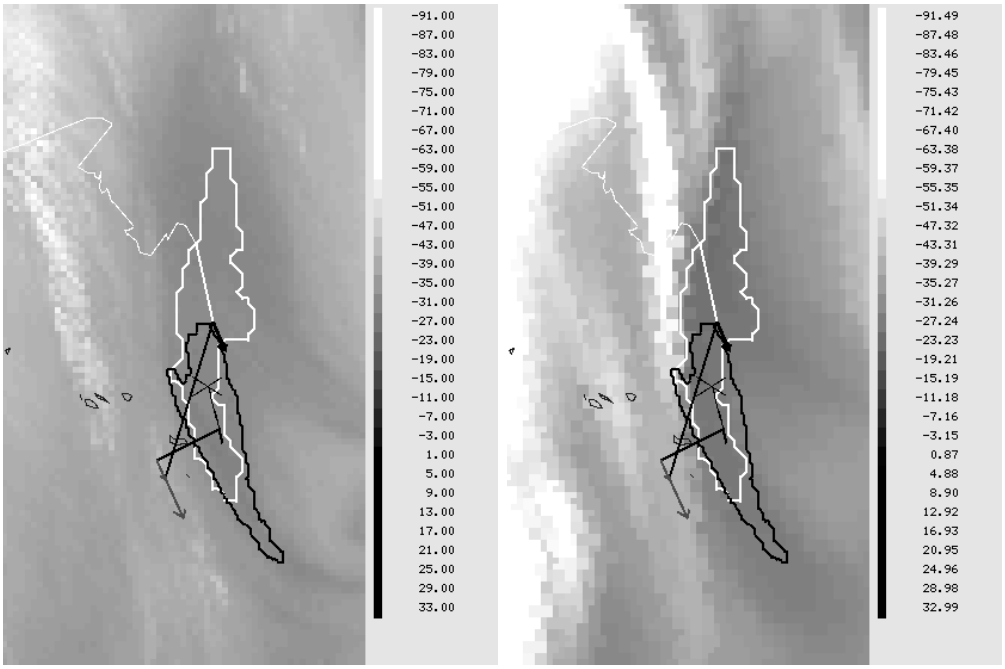


(c) Cellules 3

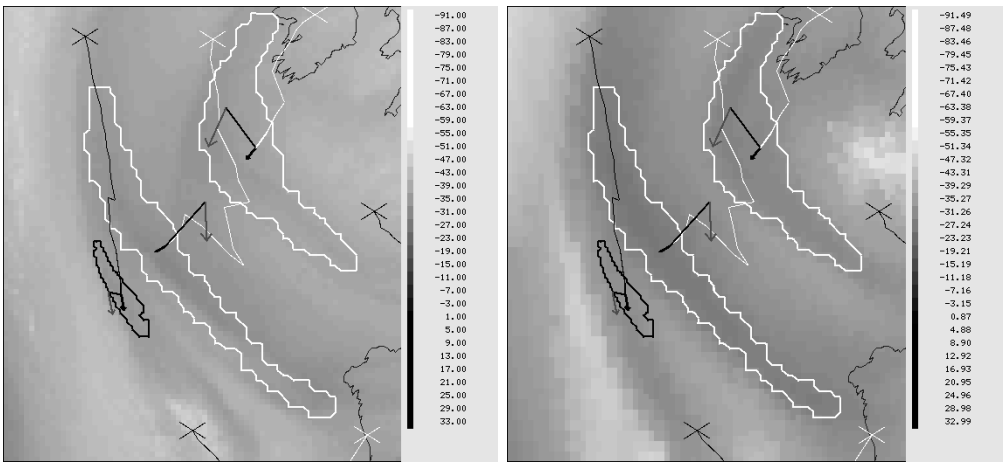
Fig. 4.13: Images vapeur d'eau MSG au 07 Novembre 2006 12 TU (satellites à droite, issues de RTTOV à gauche) superposées au traitement d'images Antidote (contours et trajectoires des cellules satellite en noir, modèle en blanc).



(a) Cellules 1



(b) Cellules 2



(c) Cellules 3

Fig. 4.14: Images vapeur d'eau MSG au 20 Avril 2007 00 TU (satellites à droite, issues de RTTOV à gauche) superposées au traitement d'images Antidote (contours et trajectoires des cellules satellite en noir, modèle en blanc).

Filtrage spatial de la mesure d'erreur de position

La mesure des observations de déplacement est donc affectée d'une erreur qui devrait être prise en compte dans l'assimilation de données. Cela est possible directement dans le cadre d'une assimilation dans l'espace des déplacements (c.f. chapitre 2). En utilisant des pseudo-observations en amplitude, il est au contraire nécessaire de rechercher un moyen de filtrer préalablement ces erreurs de mesure afin de ne pas déplacer à tort les structures de tourbillon potentiel.

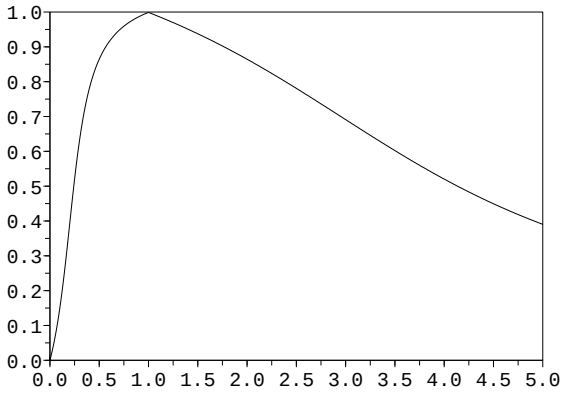


Fig. 4.15: Filtrage spatial $\mathcal{F}$ appliqué à l'erreur de position.

La première solution consiste à estimer que l'erreur sur ϵ_D provient de différences en morphologie des cellules, et à en déduire un filtrage spatial. Ce fait semble apparent sur de nombreuses cellules où une partie du contour se situe le long d'une ligne de fort gradient d'intensité d'image, mais que ce n'est pas le cas pour le reste du contour. Une seule caractérisation par la surface ne permettrait pas de distinguer les différents cas des figures 4.12(b) et (c). Empiriquement, il semble que la mesure de ϵ_D soit peu fiable quand les dimensions caractéristiques des cellules sont assez différentes dans la direction de ϵ_D. On introduit donc les distances caractéristiques dans la direction ϵ_D des cellules modèle et satellite (notées $d_m^{\epsilon_D}$ et $d_s^{\epsilon_D}$, voir la figure 4.11), puis le filtrage, empirique, qui dépend du rapport entre ces distances :

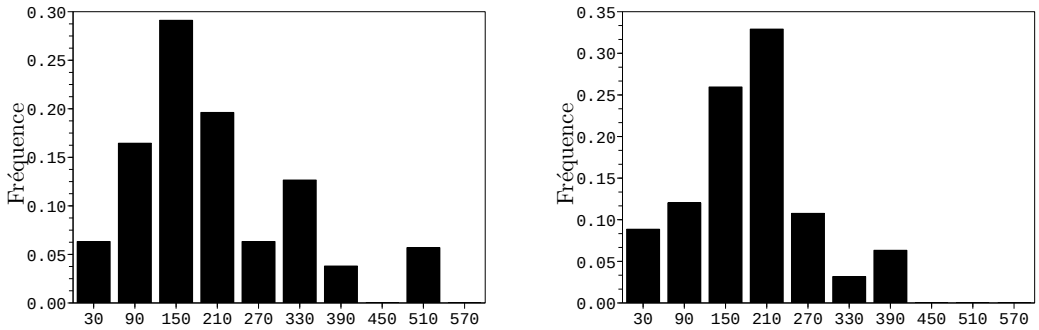
$$\widetilde{\epsilon_D} = \mathcal{F}\left(\frac{d_m^{\epsilon_D}}{d_s^{\epsilon_D}}\right) \cdot \epsilon_D \tag{4.28}$$

La fonction empirique utilisée pour le filtrage spatial $\mathcal{F}$ est représentée sur la figure 4.15. Elle vaut 1 pour $t = 1$ (cas où aucun filtrage n'est appliqué), tend vers 0 quand les distances sont très différentes ($t \longrightarrow 0, \infty$), vérifie $\mathcal{F}(t) = \mathcal{F}(1/t)$ et atténue d'un facteur 0.2 l'erreur quand les distances diffèrent d'un facteur $t = 2$ (c.f. figure 4.15). L'allure de cette fonction a été calculée sur une dizaine de cas d'appariement, en estimant visuellement l'erreur effective de déplacement. Il est clair dans certains cas que ce filtrage ne permet pas de réduire complètement l'erreur de mesure, et que d'autres diagnostics seraient nécessaires.

Nous commençons par générer des observations uniquement au milieu de la fenêtre d'observation du 4D-Var, de manière à ne pas traiter l'interaction entre des observations à des instants différents. On utilise donc, comme mesure de l'erreur de position, la *moyenne temporelle* sur la fenêtre d'assimilation de cette mesure filtrée spatialement.

Distribution de l'erreur de position

Nous avons effectué une vingtaine d'expériences d'assimilation, que l'on utilise pour avoir un ordre de grandeur de la proportion de cellules qui peuvent être corrigées en tenant compte de la résolution du système d'assimilation. La figure 4.16 présente les distributions de l'erreur de position brute et de l'erreur de position filtrée. La médiane de la distribution est d'environ 185 km, ce qui montre qu'une proportion intéressante des erreurs de déplacement peuvent être traitées (45% avec la résolution T107 et 70% avec la résolution T149). L'échantillon n'est cependant pas représentatif dans le sens où nous avons choisi des cas de cyclogenèses où des erreurs potentiellement importantes existent (d'après la base de suivi des accords entre modèle pour les prévisions sur l'Europe).



(a) Sans filtrage **(b)** Avec filtrage

Fig. 4.16: erreur de position mesurée comme la différence des centres de gravité des cellules appariées.

4.2.3 Mise en œuvre

Nous avons vu que dans notre modèle unidimensionnel idéalisé d'assimilation, il était possible de déplacer une structure avec deux observations si les paramètres écarts-types d'erreur ou les longueurs de corrélation sont proches des valeurs attendues. Par ailleurs, nous avons documenté le comportement des analyses quand les différents paramètres varient dans le cadre où deux observations sont assimilées. Le cadre opérationnel est cependant très différent : les anomalies rencontrées y sont de tailles et de structures variables, tout comme probablement les fonctions de structure. Le cadre unidimensionnel nous permet de bien comprendre le comportement de l'analyse - en particulier le déplacement et le changement d'amplitude de l'anomalie de tourbillon potentiel - en fonction des paramètres de l'assimilation, et de faciliter l'interprétation des résultats expérimentaux, tout en fournissant une stratégie raisonnable pour le choix de σ_o et de la disposition des pseudo-observations de déplacement.

La méthodologie retenue s'appuie sur les outils précédents. A chaque niveau vertical, on utilise l'opérateur $\mathcal{G}$ défini dans la section 3.3.8 qui associe la cellule modèle dans l'espace image à l'anomalie de tourbillon potentiel la plus proche, si elle existe. $\mathcal{G}$ est un opérateur de translation local qui est utilisé pour déplacer les cellules du traitement d'image au niveau de l'anomalie de tourbillon potentiel d'Ertel. Ensuite,

l'erreur de position est mesurée et filtrée comme la distance entre les centres de gravité des cellules. L'ébauche est alors échantillonnée suivant la configuration retenue pour les pseudo-observations, et l'on assimile ensuite ces pseudo-observations au sein du système 4D-Var ARPEGE.

Cependant, on peut éviter l'introduction de l'erreur de représentativité due à la différence entre tourbillon potentiel d'Ertel et son approximation à l'ordre trois en nombre de Rossby (Guérin et al. 2006). Un premier passage dans le système d'assimilation permet de calculer les innovations lors de la procédure d'écrémage, et donc les valeurs de l'ébauche dans l'espace du tourbillon potentiel quasi-géostrophique. Ces observations sont ensuite déplacées conformément à l'analyse locale du tourbillon potentiel d'Ertel, puis retournées au système d'assimilation complet. C'est le tourbillon potentiel d'Ertel qui fixe les positions des anomalies, donc des observations, mais leur valeur est spécifiée en termes de tourbillon potentiel approximé. La méthodologie est relativement similaire à la méthode d'inversion développée par Davis et Emanuel (1991) et Arbogast (1998) qui cherchent à contrôler l'état initial en tourbillon potentiel d'Ertel *via* l'inversion du tourbillon potentiel quasi-géostrophique, à l'exception près que l'opérateur de Guérin et al. (2006) est une approximation d'ordre supérieur. L'ensemble des opérateurs définissant l'assimilation des pseudo-observations de déplacement est représenté sur la figure 4.17.

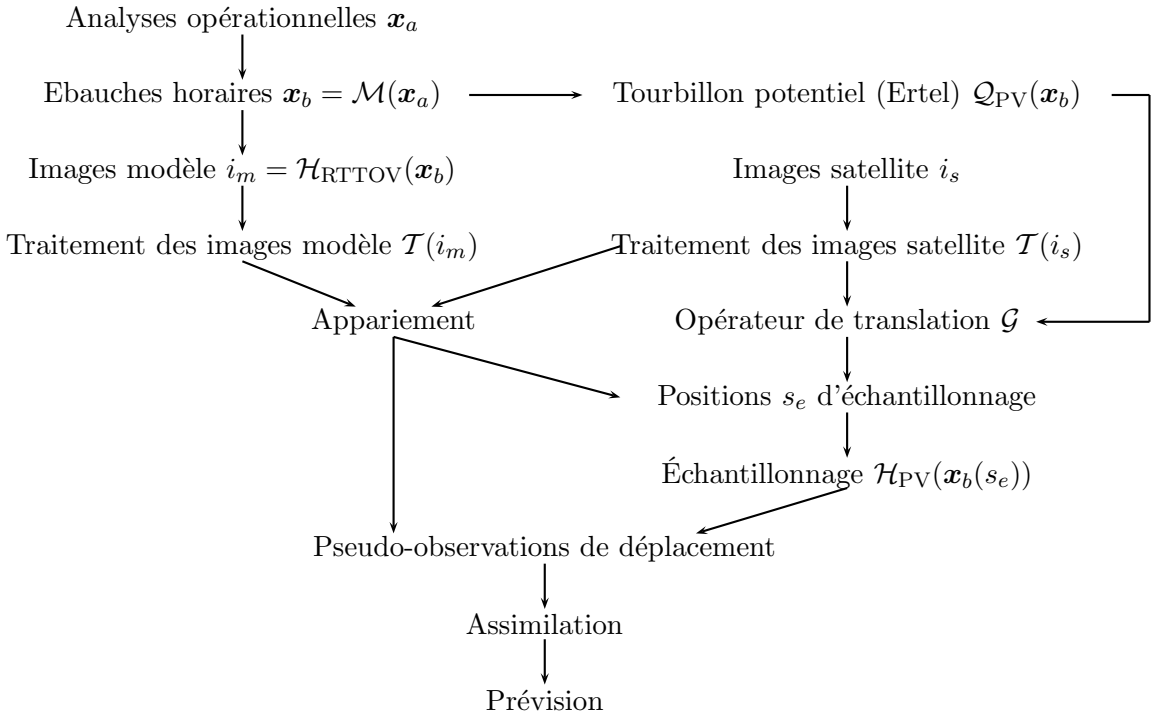


Fig. 4.17: Opérateurs pour la définition et l'assimilation des pseudo-observations de déplacement en tourbillon potentiel d'après les traitements d'images vapeur d'eau.

4.2.4 Expériences de déplacement à un niveau

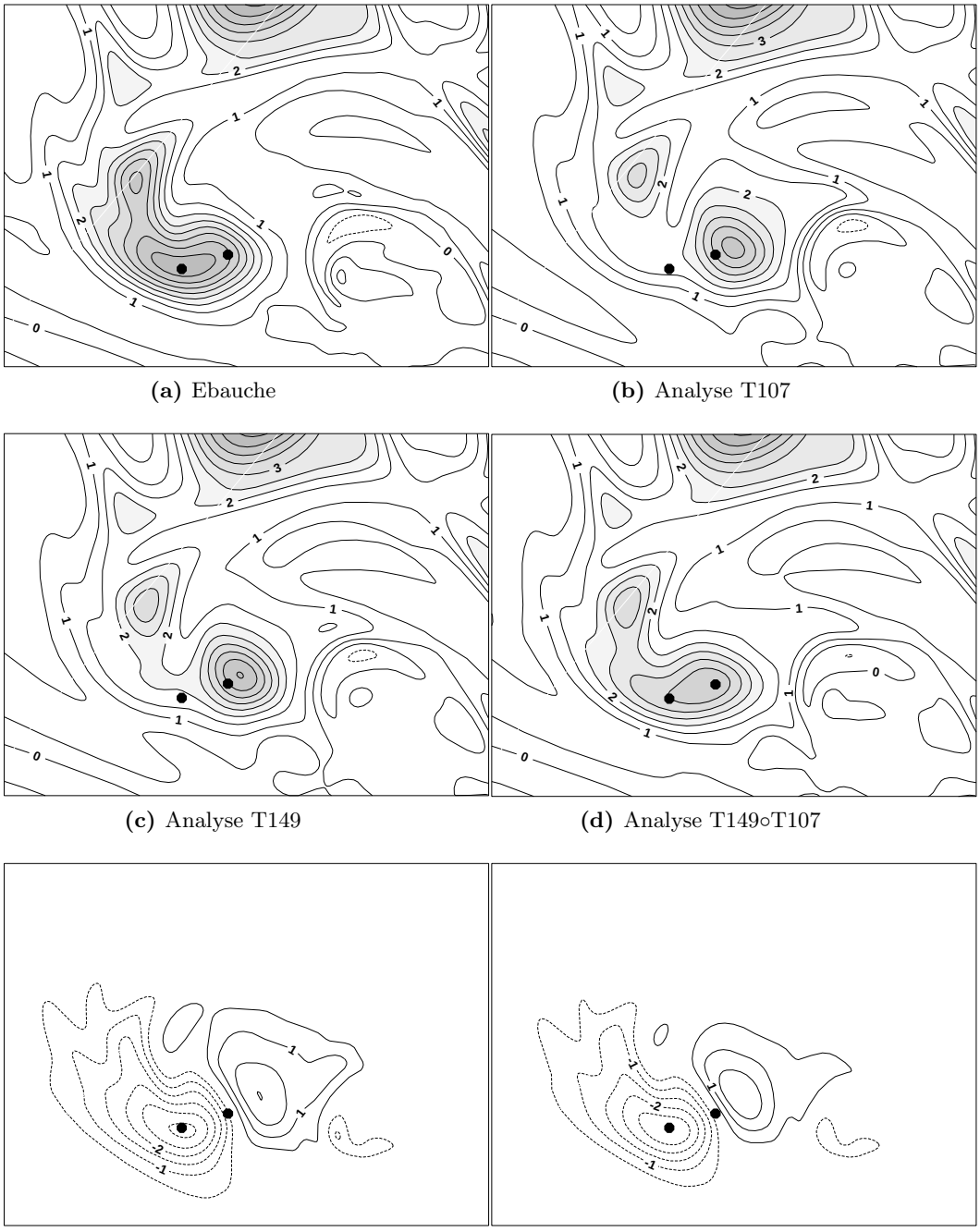
Troncature et boucles externes

De premières expériences d'assimilation ont adopté un schéma similaire à celui de Guérin et al. (2006), qui consistait à ne générer des pseudo-observations qu'à un niveau proche de la tropopause. On étudie le cas du 20/05/2006 associé aux cellules des panneaux (a) et (c) de la figure 4.12 (l'erreur de position est jugée insuffisante pour le panneau (b), car inférieure à la résolution de la deuxième boucle externe de l'assimilation), et l'on génère dans un premier temps des observations au niveau 350 hPa (qui est celui où la valeur moyenne du tourbillon potentiel sur les cellules dépasse la valeur 2.0 PVU). On fixe l'écart-type d'erreur d'observation σ_o à la valeur $0.1 \cdot \widetilde{\sigma_b}$, où $\widetilde{\sigma_b}$ est l'approximation analytique (2.37) rappelée ci-dessous :

$$\widetilde{\sigma_b}^{PV} = 0.8 + 49.7 \cdot e^{-0.0147537 \cdot p} \quad \text{(moyennes latitudes)} \tag{4.29}$$

On utilise une configuration quasi-opérationnelle d'ARPEGE. La résolution du modèle de prévision est de troncature T358c2.4, soit une résolution de l'ordre de 23 à 55 km sur le domaine Nord-Atlantique qui nous intéresse ici. La première expérience utilise, comme opérationnellement, deux boucles externes successives de minimisation aux résolutions T107 et T149 (respectivement 188 et 135 km environ). Elle sera notée "T149∘T107". Deux autres expériences sont effectuées avec une seule boucle externe, l'une à la résolution T107, l'autre à la résolution T149. la figure 4.18 (respectivement 4.19) présente les résultats de l'assimilation pour la cellule du panneau a (respectivement c) de la figure 4.12. Pour la première cellule (figure 4.18), l'incrément d'assimilation présente la structure spatiale dipolaire attendue. Les extrema d'amplitude de l'incrément sont approximativement dans l'axe formé par les deux observations (disques noirs). Ils sont davantage éloignés l'un de l'autre que la distance entre les pseudo-observations, ce qui est consistant avec l'étude analytique menée dans la première partie (c.f. équation 4.8). Pour la deuxième cellule (figure 4.19), l'incrément d'assimilation adopte une structure spatiale plus complexe, avec un deuxième maximum du champ. Dans les deux cas, la première observation est bien localisée sur le maximum d'amplitude du tourbillon potentiel dans l'ébauche, ce qui est le résultat direct de l'algorithme de recherche de maximum de tourbillon potentiel dans le voisinage géographique des cellules détectées dans le traitement d'images.

Pour les deux cellules, l'assimilation avec une seule boucle externe à la troncature T149 semble donner le meilleur résultat, si l'on choisit la conservation de l'amplitude du maximum en tourbillon potentiel comme critère de référence. En effet, ce maximum vaut respectivement 4.8, 4.2, 4.5, 3.9 PVU dans l'ébauche, l'analyse T107, l'analyse T149 et l'analyse T149∘T107 pour le cas de la cellule 1 (figure 4.18). C'est également le cas de la cellule 2, bien que les résultats semblent moins faciles à interpréter en raison de la forme différente des fonctions de structure (présence d'un deuxième maximum). Par ailleurs, on constate que les analyses T149∘T107 ont un comportement particulier, dans le sens où elles ne sont pas meilleures que les analyses T107 (pour l'amplitude de l'anomalie). La fonction de distance aux observations semble en effet croître. Après vérification, on a montré qu'il s'agissait d'une convergence insuffisante de l'algorithme de minimisation du 4D-Var ARPEGE. La deuxième boucle utilise opérationnellement 15 itérations, contre 40 pour la première boucle. L'augmentation du nombre d'itérations

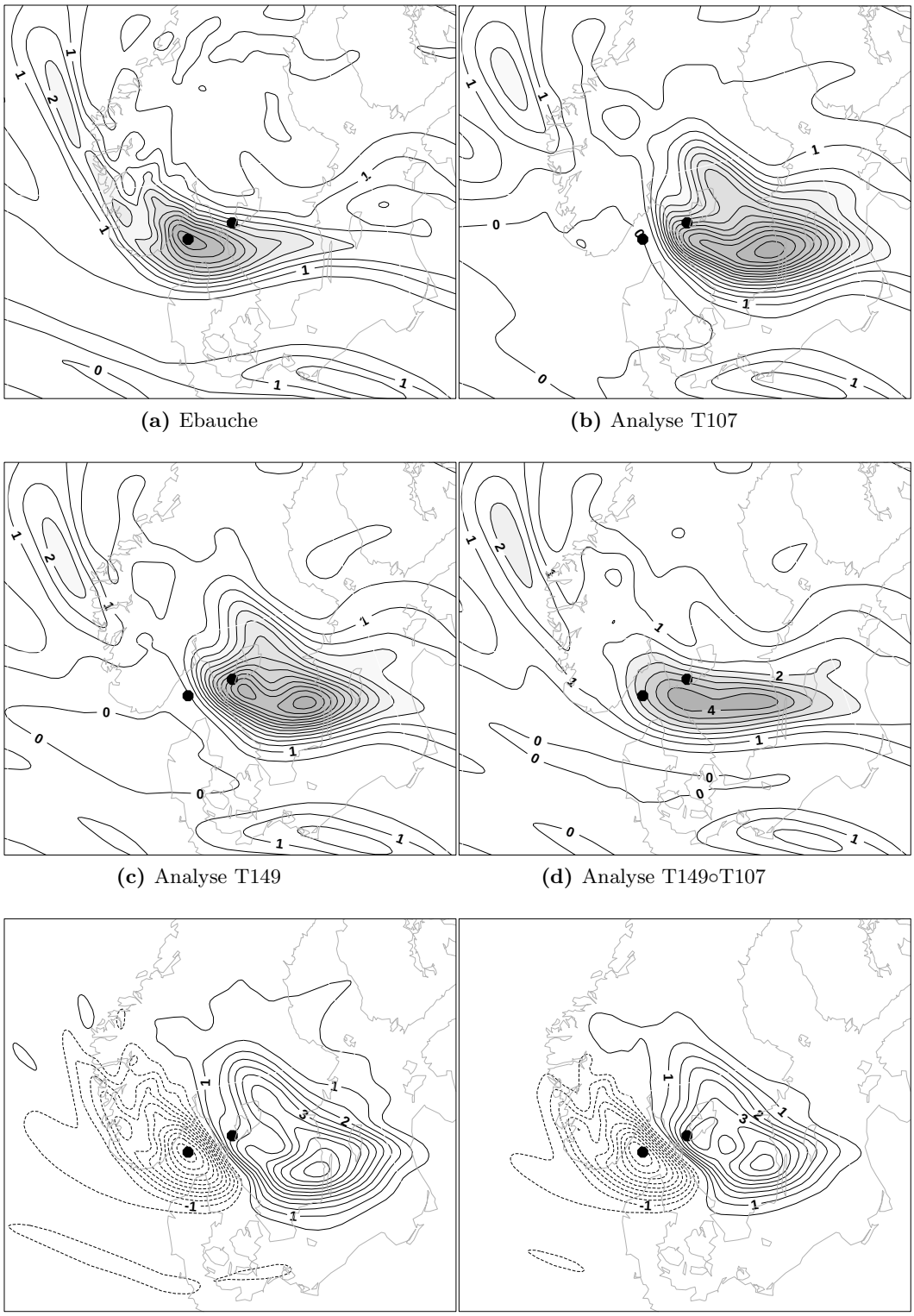


(a) Ebauche **(b)** Analyse T107

(c) Analyse T149 **(d)** Analyse T149∘T107

(e) Incrément T107 **(f)** Incrément T149

Fig. 4.18: Assimilation à T107, T149 et T149∘T107, cellule 1. Expérience d'assimilation ARPEGE de pseudo-observations de déplacement à la date du 20/05/2006 00 TU au niveau 350 hPa. Champs de tourbillon potentiel. Intervalle de contour 0.5 PVU, contour 0 PVU en traits gras. Niveaux de gris à partir de 2 PVU. Les disques représentent les pseudo-observations introduites pour les cellules détectées, appariées, et conduisant à la génération d'observations. $\sigma_o = 0.1 \cdot \cdot \widetilde{\sigma_b}$.



(a) Ebauche **(b)** Analyse T107

(c) Analyse T149 **(d)** Analyse T149∘T107

(e) Incrément T107 **(f)** Incrément T149

Fig. 4.19: Assimilation à T107, T149 et T149∘T107, cellule 2. Assimilation de pseudo-observations de déplacement pour comparaison des troncatures. Légende identique à celle de la figure 4.18.

de la deuxième boucle permet en effet de résoudre le problème, mais la solution d'une unique analyse à la résolution T149 semble demeurer la meilleure solution (notamment parce qu'elle est moins coûteuse en temps de calcul). Il est enfin très clair que l'anomalie change de forme en étant déplacée. Ses échelles spatiales peuvent varier : elle semble légèrement contractée dans le cas de la cellule 1 et au contraire dilatée dans le cas de la cellule 2. Dans la suite, on utilisera 60 itérations de minimisation, pour une seule boucle à la résolution T149.

Écart-type d'erreur d'observation

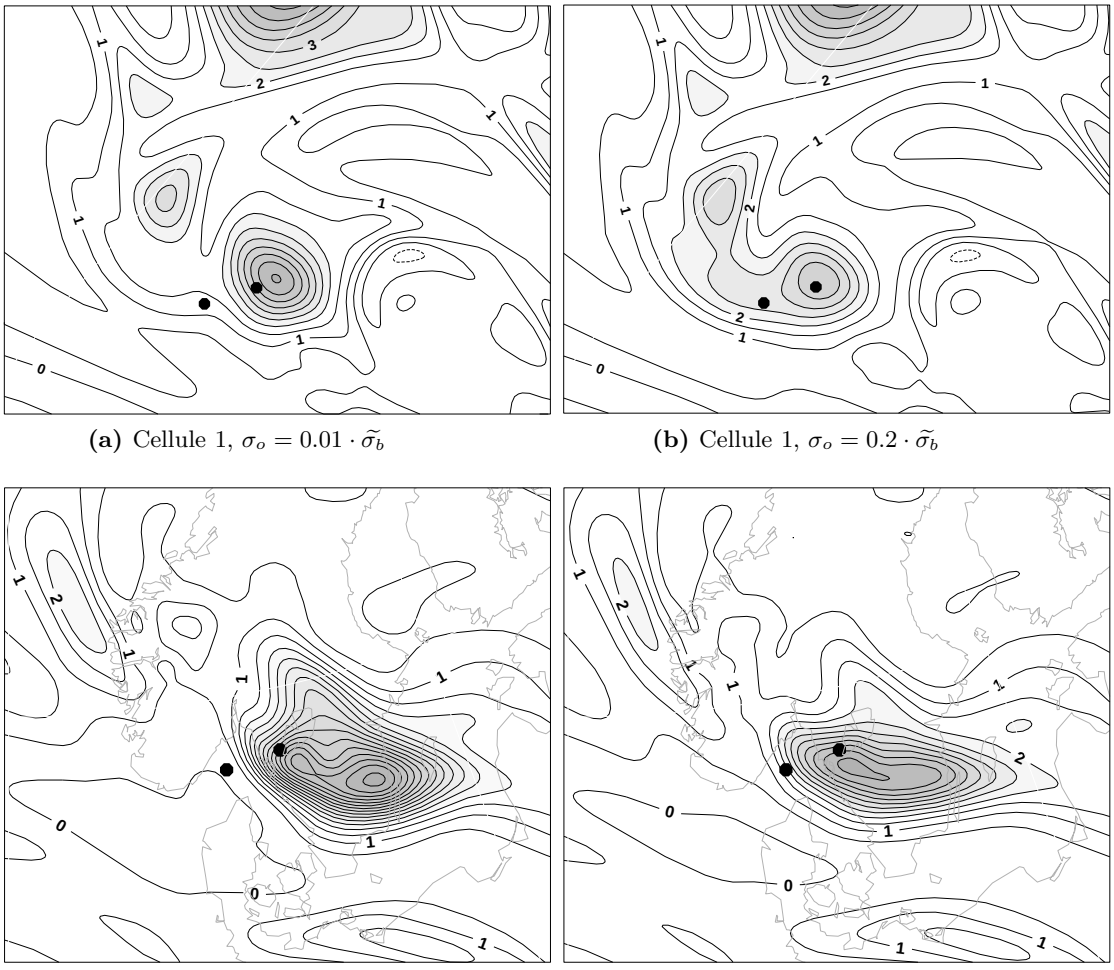
Le modèle unidimensionnel développé pour étudier le problème de l'assimilation de pseudo-observations de déplacement avait abouti notamment aux conclusions suivantes :

- si $L_b < L_a$, l'analyse est d'autant meilleure (pour toutes les métriques considérées) que σ_o est petit.
- si $L_b > L_a$, il existe un σ_o optimal, de l'ordre de $0.1\sigma_b$. Si σ_o est trop petit, l'analyse est trop déplacée, et l'amplitude du maximum surestimée. Si σ_o est trop grand, l'analyse n'est pas assez déplacée, et l'amplitude du maximum sous-estimée.

La variation de cet écart-type d'observation "optimal" correspond aux lieux géométriques des minima, tracés en rouge, des surfaces représentées sur le panneau de droite de la figure 4.10. La première expérience d'assimilation a été menée avec $\sigma_o = 0.1 \cdot \widetilde{\sigma_b}$. Deux autres expériences d'assimilation sont menées avec une boucle externe à la résolution T149, pour des valeurs supérieures et inférieures de σ_o. On peut vérifier que les incréments sont de structure rigoureusement identique ; fait du à la linéarité de l'algorithme d'assimilation 4D-Var (qui est perdue quand on rajoute une boucle externe).

Les analyses correspondantes sont présentées sur la figure 4.20, pour $\sigma_o = 0.01 \cdot \widetilde{\sigma_b}$ (panneau du haut) et $\sigma_o = 0.2 \cdot \widetilde{\sigma_b}$ (panneau du bas). Le cas $\sigma_o = 0.01 \cdot \widetilde{\sigma_b}$ correspond assez bien au modèle unidimensionnel dans le cas où les fonctions de structure sont d'échelle supérieure à l'anomalie $L_b > L_a$, et où σ_o est trop faible. On observe en effet que le maximum de PV est surestimé (5.0 PVU dans l'analyse contre 4.8 PVU dans l'ébauche pour la cellule 1, 8.1 PVU contre 5.5 PVU pour la cellule 2) et que l'anomalie est un peu trop déplacée. La valeur $\sigma_o = 0.2 \cdot \widetilde{\sigma_b}$ donne, dans le cas de la cellule 1, une anomalie parfaitement déplacée mais d'amplitude insuffisante (3.9 PVU dans l'analyse contre 4.8 PVU dans l'ébauche). Dans le cas de la cellule 2, l'anomalie analysée est au contraire renforcée (5.7 PVU contre 5.5 PVU).

Il subsiste donc une différence sensible entre les deux cellules : un σ_o efficace pour la cellule 1 semble être $\sigma_o = 0.1 \cdot \widetilde{\sigma_b}$, tandis que la valeur $\sigma_o = 0.2 \cdot \widetilde{\sigma_b}$ est plus adaptée au déplacement de la deuxième anomalie. Cela pourrait s'expliquer par un σ_b réel plus élevé pour cette deuxième anomalie. La procédure d'estimation des écarts-types d'erreurs d'ébauche, basée sur Andersson et al. (2000) et étendue au calcul du tourbillon potentiel dans la section 2.3.3, n'est pas disponible pour cette date précise pour des raisons techniques. Elle a cependant confirmé dans le cas général le résultat de Snyder et al. (2003) que σ_b est fortement corrélé avec la valeur du gradient spatial en tourbillon potentiel de l'ébauche. Or celle-ci est plus élevée pour la deuxième anomalie (environ 5.5 PVU / 150 km) que pour la deuxième (environ 4.8 PVU / 200 km), ce qui est compatible avec les expériences décrites.



(a) Cellule 1, $\sigma_o = 0.01 \cdot \widetilde{\sigma_b}$

(b) Cellule 1, $\sigma_o = 0.2 \cdot \widetilde{\sigma_b}$

(c) Cellule 2, $\sigma_o = 0.01 \cdot \widetilde{\sigma_b}$

(d) Cellule 2, $\sigma_o = 0.2 \cdot \widetilde{\sigma_b}$

Fig. 4.20: Assimilation de pseudo-observations de déplacement pour évaluation de σ_o. Légende identique à celle de la figure 4.18.

4.2.5 Expérience d'assimilation à plusieurs niveaux

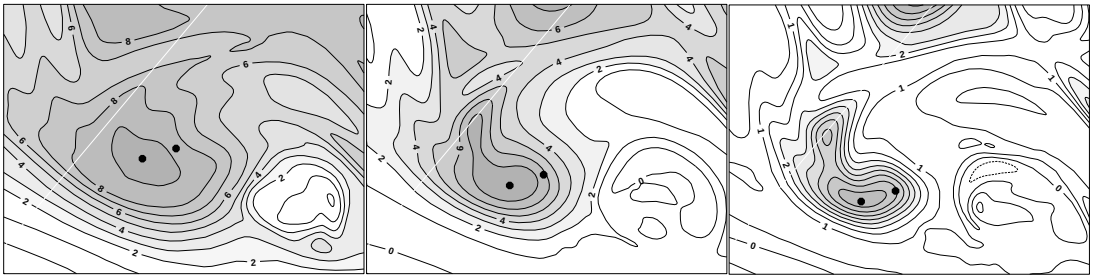
Le problème du déplacement de la tropopause

Les expériences précédentes ne déplaçaient les anomalies qu'au niveau isobare 350 hPa. Un examen des incréments d'assimilation sur la verticale montre que leur extension est limitée, et que les anomalies de tropopause ne sont pas déplacées réellement au-dessus du niveau 300 hPa. La définition d'une anomalie de tourbillon potentiel sur la verticale est définie par Plu (2008) et Arbogast (1998) comme l'ensemble des niveaux où un maximum local de tourbillon potentiel apparaît. Dans la plupart des cas, elles s'étendent, en haut, de la pression 250 hPa à, en bas, d'une pression variable entre 400 et 700 hPa. Cette définition, pour gagner en objectivité, nécessiterait probablement d'étendre l'approche de décomposition sur des ondelettes bidimensionnelles développée par Plu (2008) à la dimension verticale (voire temporelle).

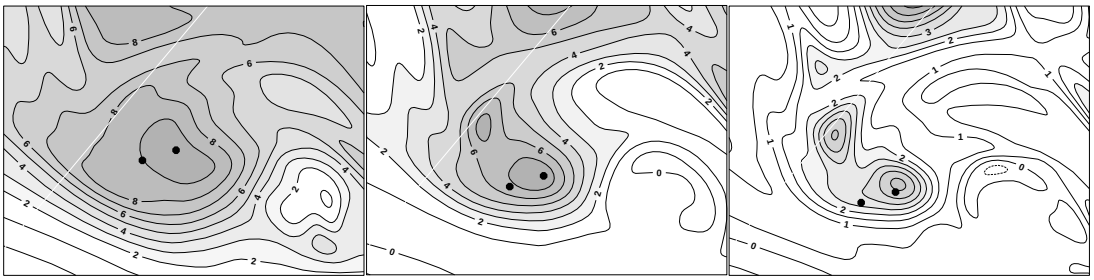
Dans une deuxième approche, nous avons donc choisi d'introduire des pseudo-observations à tous les niveaux intermédiaires entre la tropopause et l'altitude 250 hPa par paliers de 50 hPa. Le but est d'imposer le déplacement de la structure à tous les niveaux verticaux. Des pseudo-observations de tourbillon potentiel sont donc générées par déplacement de l'ébauche à l'ensemble des niveaux où un maximum local de tourbillon potentiel est détecté dans un voisinage géographique, suivant la méthodologie précédemment décrite. Le lien entre la position géographique de la cellule et le maximum local de tourbillon potentiel environnant est établi indépendamment à chaque niveau. On choisit $\sigma_o = 0.2 \cdot \widetilde{\sigma_b}$, bien que le nombre d'observations ait été multiplié par quatre (nombre de niveaux verticaux), car on pense que ces niveaux ne seront que faiblement corrélés.

La figure 4.21 présente les analyses obtenues dans ce cadre. Au niveau précédemment étudié (350 hPa), on constate que l'anomalie de PV analysée atteint 4.1 PVU et 6.1 PVU pour les cellules 1 et 2, tout en étant déplacées "raisonnablement". En terme d'amplitude de l'anomalie, cette analyse correspond effectivement à un cas intermédiaire entre les expériences de déplacement à un seul niveau pour $\sigma_o = 0.1 \cdot \widetilde{\sigma_b}$ et $\sigma_o = 0.2 \cdot \widetilde{\sigma_b}$. On vérifie par ailleurs que les niveaux où le déplacement de l'anomalie n'est pas forcé (450 hPa et 200 hPa) ne présentent pas d'incrément significatif. Par contre, un problème apparaît aux niveaux supérieurs, 250 hPa et dans une moindre mesure 300 hPa, plus flagrant dans le cas de la cellule 2 : les fonctions de structures sont d'échelle spatiale plus réduite que l'anomalie ($L_b < L_a$) au niveau du maximum de gradient de la tropopause, qui est mal déplacé. On observe même une alternance d'un minimum prononcé au niveau de la première observation suivi, dans la direction des deux observations, par un maximum local (figure 4.21j), avant de retrouver un nouveau minimum correspondant au "bord" de la tropopause.

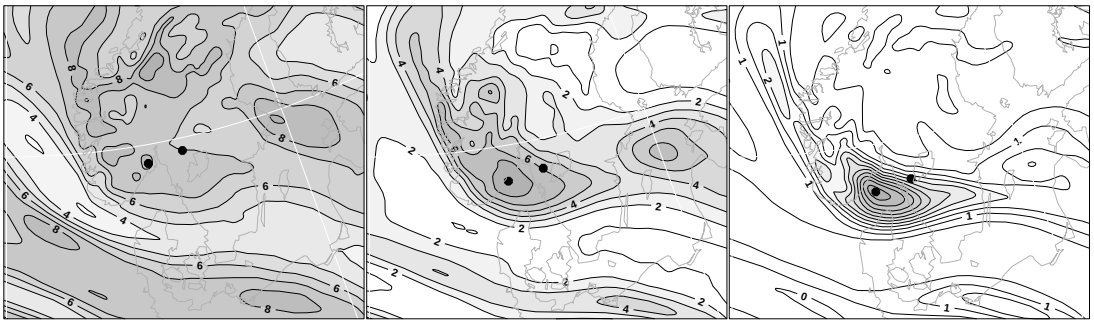
Pour isoler le problème de possibles effets dus aux corrélations verticales entre les observations, nous effectuons une nouvelle expérience d'assimilation visant à déplacer l'anomalie au seul niveau 250 hPa. La figure 4.22 présente les coupes horizontales effectuées dans le sens des observations, de manière à se rapprocher de la géométrie unidimensionnelle du modèle d'assimilation simplifié. On y observe la même configuration : pour la première observation (destinée à "effacer" le maximum), la correction



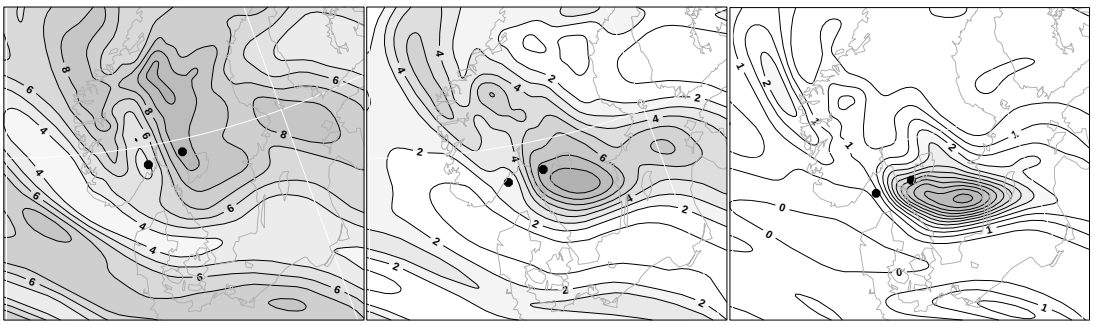
(a) Ebauche à 250 hPa, C_1 **(b)** Ebauche à 300 hPa, C_1 **(c)** Ebauche à 350 hPa, C_1



(d) Analyse à 250 hPa, C_1 **(e)** Analyse à 300 hPa, C_1 **(f)** Analyse à 350 hPa, C_1



(g) Ebauche à 250 hPa, C_2 **(h)** Ebauche à 300 hPa, C_2 **(i)** Ebauche à 350 hPa, C_2



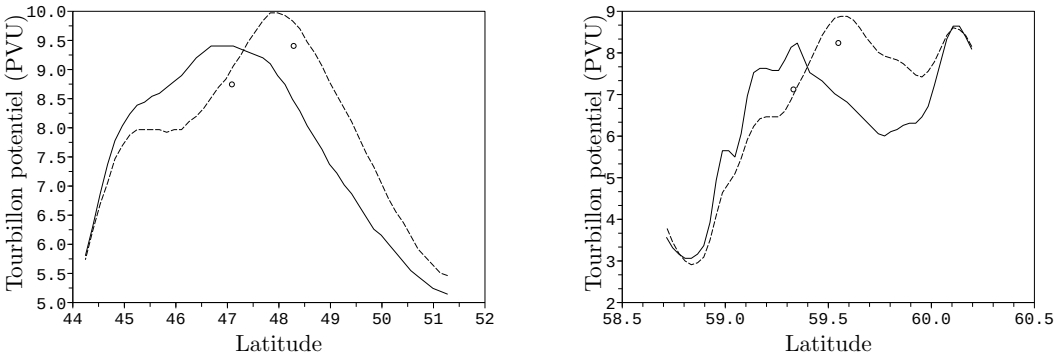
(j) Analyse à 250 hPa, C_2 **(k)** Analyse à 300 hPa, C_2 **(l)** Analyse à 350 hPa, C_2

Fig. 4.21: Expérience d'assimilation ARPEGE de pseudo-observations de déplacement à la date du 20/05/2006 00 TU en profil vertical (400 à 250 hPa).Intervalle de contour 0.5 PVU à 350 hPa, 1 PVU au-dessus. Contour 0 PVU en gras.

apportée au champ est limitée spatialement dès lors que le gradient associé à la tropopause apparaît ; pour la deuxième observation, l'incrément est plus large spatialement. Il nous semble voir là le fait que les fonctions de structure du 4D-Var sont dépendantes de l'écoulement, et que l'erreur au maximum du champ est relativement décorrélée de l'erreur associé au gradient du champ. Cet effet n'est pas représenté dans notre modèle simplifié aux longueurs de corrélation d'erreur d'ébauche uniformes. Il apparaît également que le maximum d'amplitude du tourbillon potentiel est légèrement surestimé dans l'analyse (10 PVU contre 9.4 PVU, cellule C_1 ; 8.9 PVU contre 8.6 PVU, cellule C_2 ; c.f. figure 4.22). L'effet conjugué de ces deux observations est surprenant : le déplacement de tropopause apparaît trop faible, les fonctions de structures trop courtes et pourtant le maximum d'amplitude du tourbillon potentiel est surestimé. C'est en contradiction avec l'étude du modèle unidimensionnel idéalisé :

- si $L_b < L_a$, l'analyse est d'autant meilleure (pour toutes les métriques considérées) que σ_o est petit.
- si $L_b > L_a$, il existe un σ_o optimal. Si σ_o est trop petit, l'analyse est trop déplacée, et l'amplitude du maximum surestimée. Si σ_o est trop grand, l'analyse n'est pas assez déplacée, et l'amplitude du maximum sous-estimée.

De nouveaux essais avec des modèles simples pour les longueurs de corrélation variables dans l'espace (et plus courtes au niveau des gradients de l'ébauche), ou avec une anomalie asymétrique permettant des différences entre les innovations, n'ont pas permis de reproduire ce constat, ce qui nous fait penser que cet effet est du à la forme non-gaussienne des fonctions de structure du 4D-Var ; fait qui est par ailleurs apparent pour la deuxième cellule (figure 4.19). Le modèle idéalisé peut cependant être utilisé pour comprendre comment déplacer le gradient de tourbillon potentiel associé à la tropopause.



(a) Cellule C_1 **(b)** Cellule C_2

Fig. 4.22: Coupes des expériences d'assimilation au niveau 250 hPa. L'ébauche est représentée en traits pleins, l'analyse en traits tiretés (tourbillon potentiel d'Ertel). Les cercles représentent les pseudo-observations introduites dans le système d'assimilation (tourbillon potentiel à l'ordre 3 en nombre de Rossby).

Étude unidimensionnelle de l'assimilation d'un front par pseudo-observations

Dans un premier temps, nous nous intéressons au cas de l'assimilation d'un front à l'aide de pseudo-observations de déplacement. Nous représentons le front en tourbillon potentiel par des ébauches et pseudo-réalités définies par

$$\boldsymbol{x}_b(s) = 1/2 - \tfrac{1}{\pi}\mathrm{atan}\left(-\tfrac{s+\delta_s}{L_a}\right) \tag{4.30}$$

$$\boldsymbol{x}_t(s) = 1/2 - \tfrac{1}{\pi}\mathrm{atan}\left(-\tfrac{s-\delta_s}{L_a}\right) \tag{4.31}$$

Le paramètre de longueur L_a définit la pente du front, valant $\frac{1}{\pi L_a}$ à son maximum. Nous adaptons la mesure d'erreur de position pour localiser la mi–hauteur du front :

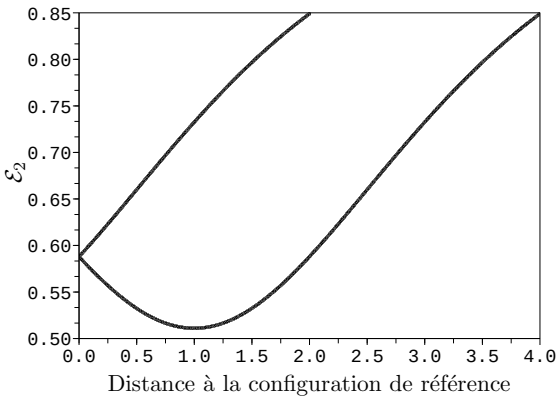
$$\mathcal{E}_{\mathrm{dep}} = \frac{|\mathrm{Argmin}\big(|\boldsymbol{x}_a - 1/2|\big) - \mathrm{Argmin}\big(|\boldsymbol{x}_t - 1/2|\big)|}{|\mathrm{Argmin}\big(|\boldsymbol{x}_b - 1/2|\big) - \mathrm{Argmin}\big(|\boldsymbol{x}_t - 1/2|\big)|} \tag{4.32}$$

La différence entre l'ébauche et la pseudo-réalité a une structure spatiale très différente du cas précédent (déplacement d'un maximum d'un champ), dans le sens où elle est ici *monopolaire*. Une seule observation suffit donc sous la condition que $L_b \sim L_a$. Dans le cas où $L_b < L_a$, on peut tenter d'augmenter le nombre d'observations pour mieux approximer l'incrément recherché. Nous changeons également la configuration de référence des observations : la recherche d'un maximum local est bien entendu vouée à l'échec. On choisit d'estimer le maximum de gradient, correspondant également à la mi–hauteur de la pseudo-réalité. Quand il y a plusieurs observations, on observe (comme précédemment) également la valeur de l'ébauche $2\delta_s$ en amont (deux observations), en aval (trois observations), etc.

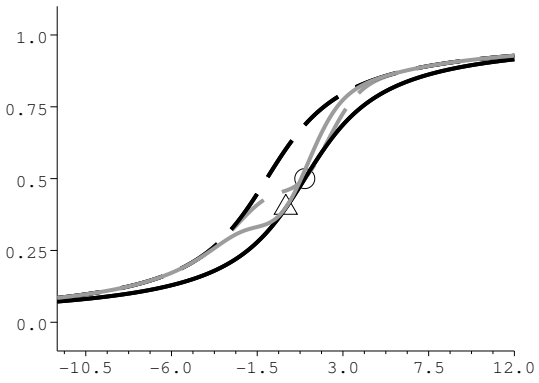
Les expériences avec le modèle d'assimilation 4D-Var ARPEGE indiquent que la longueur de corrélation de l'erreur d'ébauche est inférieure à celle de l'anomalie à 250 hPa ; on choisit donc comme ordre de grandeur $L_b = 2/3 \cdot L_a$. Les résultats obtenus avec le modèle unidimensionnel montrent que pour une ou deux observations, il existe une configuration optimale (figure 4.23). Cette configuration optimale est assez proche de la nouvelle configuration de référence dans le cas de l'assimilation de deux observations (figures 4.23b et d). Dans le cas ne présentant qu'une seule observation, on voit que l'échantillonnage à la position d'origine ($s = 0$) donne de meilleurs résultats que l'échantillonnage de la mi–hauteur du front. Cette configuration optimale revient en effet à échantillonner le maximum de la différence entre pseudo-réalité et ébauche. Enfin, vu que nous sommes dans le cas où $L_b < L_a$, l'erreur est clairement une fonction décroissante quand $\sigma_o \longrightarrow 0$.

Expériences d'assimilation à 250 hPa et déplacement de la tropopause

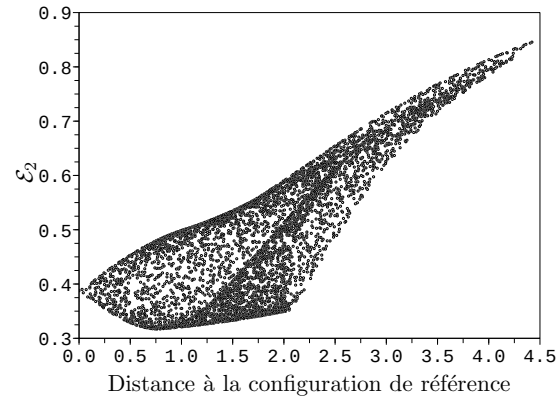
Le déplacement du gradient de champ associé à la présence de la tropopause nécessite une nouvelle configuration pour les pseudo-observations visant à échantillonner la hauteur à mi–pente. Pour cela, nous effectuons des coupes de longueur 1000 km de l'ébauche orientées dans la direction de l'erreur de position des cellules, puis localisons le minimum du champ. On utilise alors ce minimum et le maximum du champ (c'est-à-dire l'anomalie de tropopause) pour rechercher l'emplacement de la mi–hauteur, comme illustré



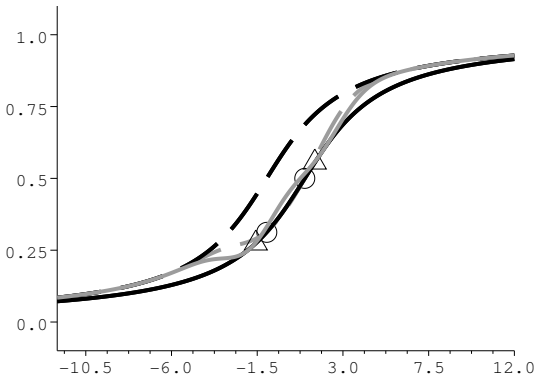
(a) Erreur des tirages aléatoires de la position de l'observation



(b) Configurations optimale et de référence, 1 observation



(c) Erreur des tirages aléatoires de la position des deux observations



(d) Configurations optimale et de référence, 2 observations

Fig. 4.23: Configurations optimales et de référence pour les pseudo-observations associées au problème de déplacement d'un front. Légende identique à celle de la figure 4.7. Cas où $L_b = 2/3 \cdot L_a$, $\sigma_o = 0.1\sigma_b$, $L_a/\delta_s = 3$.

sur la figure 4.24. Plusieurs configurations pour les pseudo-observations de déplacement sont alors étudiées :

- une configuration à deux observations, où l'on échantillonne la mi–hauteur et l'anomalie de tourbillon potentiel
- une configuration à trois observations, où l'on échantillonne la mi–hauteur, l'anomalie de tourbillon potentiel, et la valeur en $+\epsilon_D$

D'autres configurations à deux et trois observations correspondant à l'échantillonnage du pied de la courbe ont également été testées (de manière conforme au résultat du modèle unidimensionnel). Elles donnent des résultats similaires au cas de la mi–hauteur.

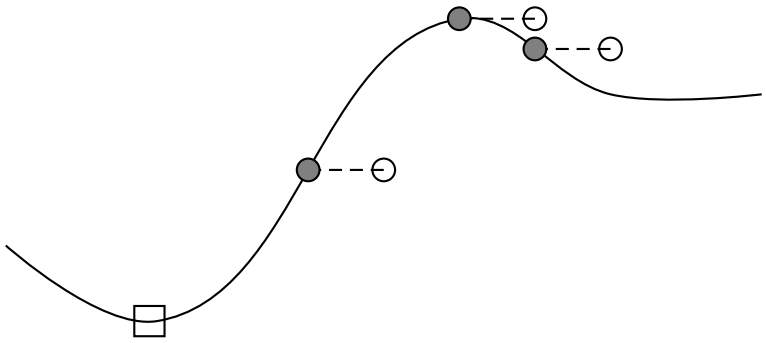


Fig. 4.24: Configurations $\mathcal{C}_m^{(1,2)}$ des pseudo-observations de déplacement à 250 hPa. L'ébauche est en traits pleins. On recherche le minimum du champ dans la coupe (carré), qui sert à définir le premier échantillonnage à mi–hauteur (cercle gris à gauche). Le deuxième échantillonnage de l'ébauche a lieu au niveau du maximum du champ comme précédemment (deuxième cercle gris). Un troisième échantillonnage optionnel ($\mathcal{C}_m^(2)$) est décalé de l'erreur de position ϵ_D par rapport à ce maximum (troisième cercle gris). Les pseudo-observations de déplacement sont représentées par des cercles blancs.

Les coupes des analyses selon les pseudo-observations sont présentées sur la figure 4.25 et peuvent être directement comparées aux résultats de la stratégie de référence de la figure 4.22. Le déplacement de la tropopause est bien mieux réalisé, sans que l'allure de l'anomalie de tourbillon potentiel en soit affectée. Les analyses obtenues avec deux ou trois observations ne sont que marginalement différentes. L'assimilation de trois pseudo-observations étend légèrement le déplacement de l'anomalie de tourbillon potentiel vers la gauche. Une manière quantitative de mesurer le déplacement qui a été analysé est d'utiliser les coupes des figures 4.22 et 4.25, afin de mesurer le déplacement qui translate l'analyse au plus près de l'ébauche. Pour cela, on mesure pour chaque déplacement δ la métrique euclidienne

$$\mathcal{J}(\delta) = \|\mathcal{T}(\boldsymbol{x}_a, \delta) - \boldsymbol{x}_b\| \tag{4.33}$$

où $\mathcal{T}$ est l'opérateur de translation d'amplitude δ. On recherche ensuite le déplacement δ_a qui minimise $\mathcal{J}$, que l'on compare au déplacement $2\delta_s$ imposé au système d'assimilation (qui est issu de la différence filtrée des centres de gravité des cellules de l'espace image). Le tableau 4.1 donne les valeurs obtenues pour nos expériences à 250 hPa. On voit que ces dernières permettent de déplacer les cellules d'une distance

d'environ 200 km qui est fortement comparable au déplacement imposé. Comme cela a été précédemment analysé, on remarque que la configuration de référence a tendance à ne pas assez déplacer C_1, mais à trop déplacer C_2. Les configurations à mi–hauteur déplacent mieux C_1, et semblent continuer à exagérer le déplacement de C_2. On note enfin la même tendance à légèrement surestimer le maximum de tourbillon potentiel.

	Déplacement imposé	$\mathcal{C}_R$	$\mathcal{C}_m^{(1)}$	$\mathcal{C}_m^{(2)}$
Nombre d'observations		2	2	3
Cellule C_1	172 km	152 km	162 km	196 km
Cellule C_2	154 km	167 km	196 km	196 km

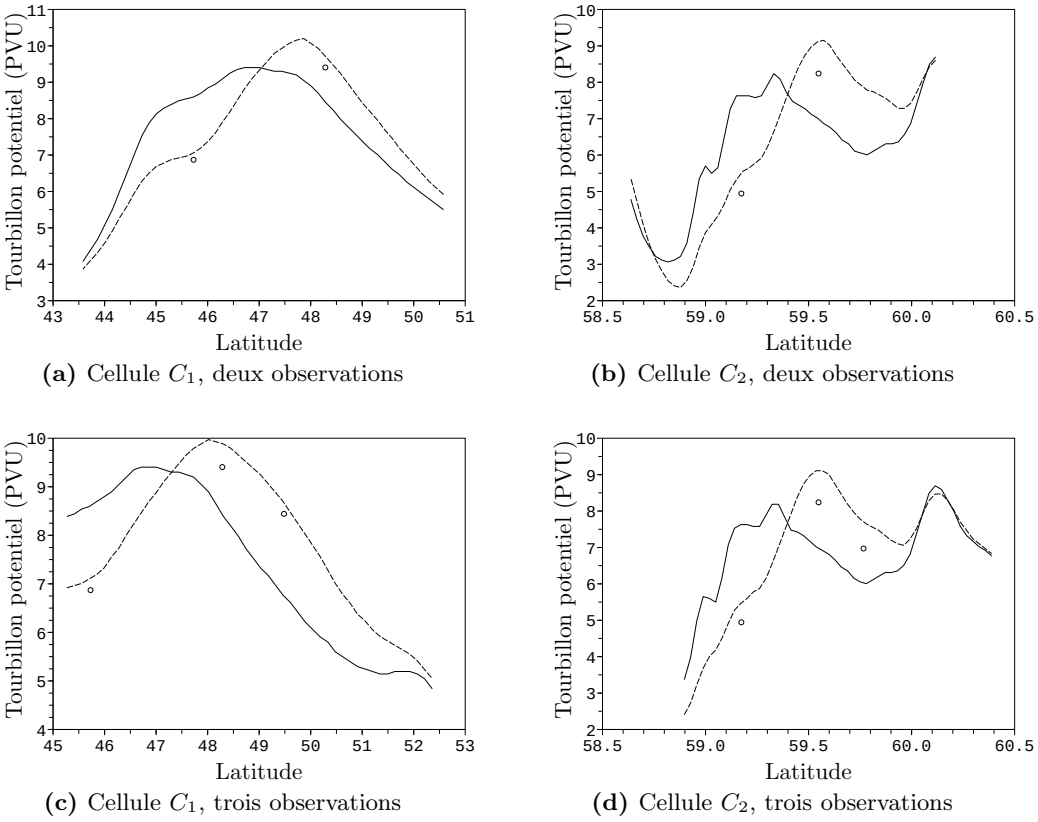
Tab. 4.1: Déplacements imposés et analysés pour les expériences d'assimilation de pseudo-observations de déplacement à 250 hPa.$\mathcal{C}_R$ désigne la configuration de référence, tandis que $\mathcal{C}_m$ désigne les configurations où l'on échantillonne la mi–hauteur du champ.

Au delà du déplacement effectif des anomalies de tourbillon potentiel, un problème se pose : faut–il considérer ces analyses comme plus réalistes ? Autrement dit, l'information de l'image vapeur d'eau peut-elle être extrapolée aux niveaux supérieurs, et notamment à la position de ce gradient ? Wirth et al. (1997) décrit l'intrusion sèche du canal vapeur d'eau comme une surface isostère d'altitude environ égale à 600 hPa. Cependant, si l'on regarde les images satellites du canal vapeur d'eau (figures 4.12, 4.13, 4.14), les cellules détectées sont souvent en bordure de zones nuageuses qui elles sont représentatives des altitudes supérieures. Ce deuxième argument, ajouté au fait que le modèle de Wirth est invariant par translation, nous conduit à tenter de déplacer l'anomalie de tropopause sur tous les niveaux verticaux, jusqu'à 250 hPa. C'est également la méthodologie de (Plu 2008, chapitre 4). Pour aller plus loin, il faudrait étudier, par exemple dans des ensembles d'assimilation, les changements de forme et d'inclinaison verticale des structures en tourbillon potentiel. Cela permettrait d'engager une caractérisation plus fine des erreurs affectant les structures. Des outils permettant d'extraire ces structures sont alors indispensables (Plu 2008).

Déplacement des cellules dans l'espace image

Il est important d'étudier le problème du déplacement des structures dans l'espace image. Les pseudo-observations de tourbillon potentiel permettent–elles de déplacer les intrusions sèches de l'imagerie vapeur d'eau ? L'assimilation de données traditionnelles assure que le modèle est plus proche des observations quand elles sont assimilées. La non-linéarité du traitement d'image, et le lien indirect, *via* la dynamique du modèle, entre tourbillon potentiel et image vapeur d'eau, permettent de douter que cette propriété reste vraie. Elle est importante dans une perspective éventuelle de cyclage des pseudo-observations de déplacement.

Nous avons donc appliqué la chaîne d'opérateur $\mathcal{T} \circ \mathcal{H}$ (c'est-à-dire appel au modèle de transfert radiatif RTTOV puis application du traitement d'image Antidote) aux analyses des pseudo-observations de déplacement. La figure 4.26 présente les résultats obtenus pour les deux cellules assimilées, et elle est à comparer directement à la figure 4.12. Dans les deux cas on observe le même comportement des analyses, qui présentent



(a) Cellule C_1, deux observations

(b) Cellule C_2, deux observations

(c) Cellule C_1, trois observations

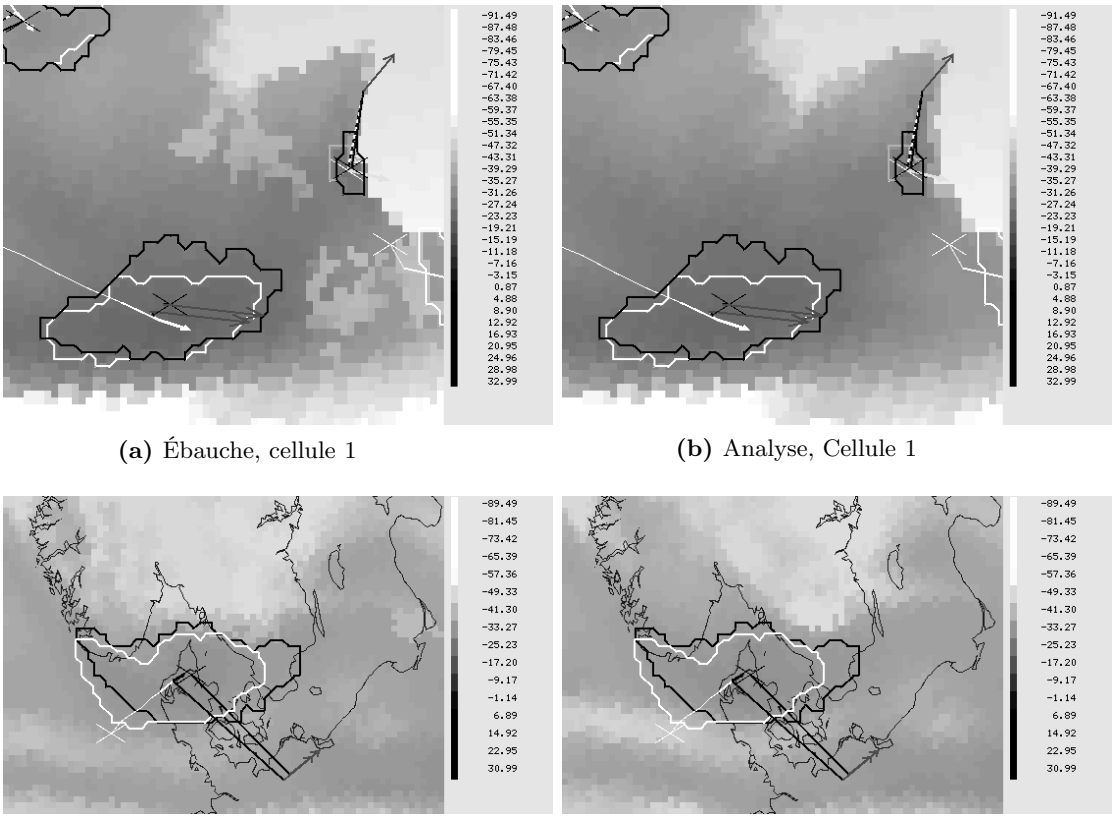
(d) Cellule C_2, trois observations

Fig. 4.25: Coupes des expériences d'assimilation au niveau 250 hPa. Légende identique à celle de la figure 4.22.

une intrusion sèche qui est légèrement décalée vers le Nord-Ouest, soit le sens de l'erreur de position, mais d'une distance inférieure. La zone nuageuse convective n'est pas déplacée pour le cas de la cellule 1 mais l'est légèrement pour le cas de la cellule 2 (au niveau de la Norvège), ce qui semble une erreur vis-à-vis de l'image satellite (figure 4.12). Les températures des cellules de l'analyse sont semblables à celles de l'ébauche (la cellule 1 est refroidie de 0.5 K tandis que la température de la cellule 2 n'est pas modifiée). C'est un point positif puisque nous ne cherchions qu'à déplacer les structures en tourbillon potentiel sans modifier leur intensité, donc leur impact sur l'image vapeur d'eau. L'effet constaté ici est probablement purement thermique, une anomalie de tourbillon potentiel étant associée à une anomalie chaude (respectivement froide) de température potentielle au dessus (respectivement en dessous). L'effet dynamique est au contraire associé à l'intégration temporelle du mouvement vertical induit (c.f. chapitre 3).

Impact des pseudo-observations

Les prévisions à diverses échéances issues de l'ébauche et de l'analyse sont comparées avec l'analyse vérifiante d'un autre modèle, celui du CEPMMT. On compare les champs de pression ramenée au niveau de la mer. L'erreur quadratique moyenne entre une



(a) Ébauche, cellule 1 **(b)** Analyse, Cellule 1

(c) Ébauche, cellule 2 **(d)** Analyse, Cellule 2

Fig. 4.26: Images vapeur d'eau MSG au 20 Mai 2006 00 TU superposées au traitement d'images Antidote (contours et trajectoires des cellules satellite en noir, modèle en blanc). Ebauches à gauche ; analyses issues de l'assimilation des pseudo-observations de déplacement en tourbillon potentiel à droite.

prévision $\boldsymbol{x}_c$ et une analyse indépendante $\boldsymbol{x}_a^{\text{ref}}$ s'écrit

$$\mathcal{E}(\boldsymbol{x}_c) = \sqrt{\iint_D (\boldsymbol{x}_c - \boldsymbol{x}_a^{\text{ref}})^2} \tag{4.34}$$

où D est le domaine d'intégration Nord-Atlantique [70S,20N]×[80W,60E] montré sur la figure 4.27. Le score associé est défini comme la différence relative des erreurs quadratiques moyennes de la prévision issue de l'analyse des pseudo-observations et de la prévision issue de l'ébauche.

La figure 4.27 montre les caractéristiques pour ce score à échéance 48 heures de notre expérience d'assimilation. L'erreur quadratique de l'ébauche est importante sur la France (environ 9 hPa d'écart entre ébauche et analyse) et concerne un système dépressionnaire. La cellule C_1 semble être le précurseur d'un autre système dépressionnaire en aval de celui-ci, ce qui signifie que l'impact géographique des pseudo-observations s'est déplacé moins rapidement que le flux environnant[4]. Le

[4] c'est une propriété connue des erreurs de prévision qui, dans leur partie linéaire, tendent à suivre la vitesse de groupe d'ondes les approchant, plutôt que la vitesse de phase du système.

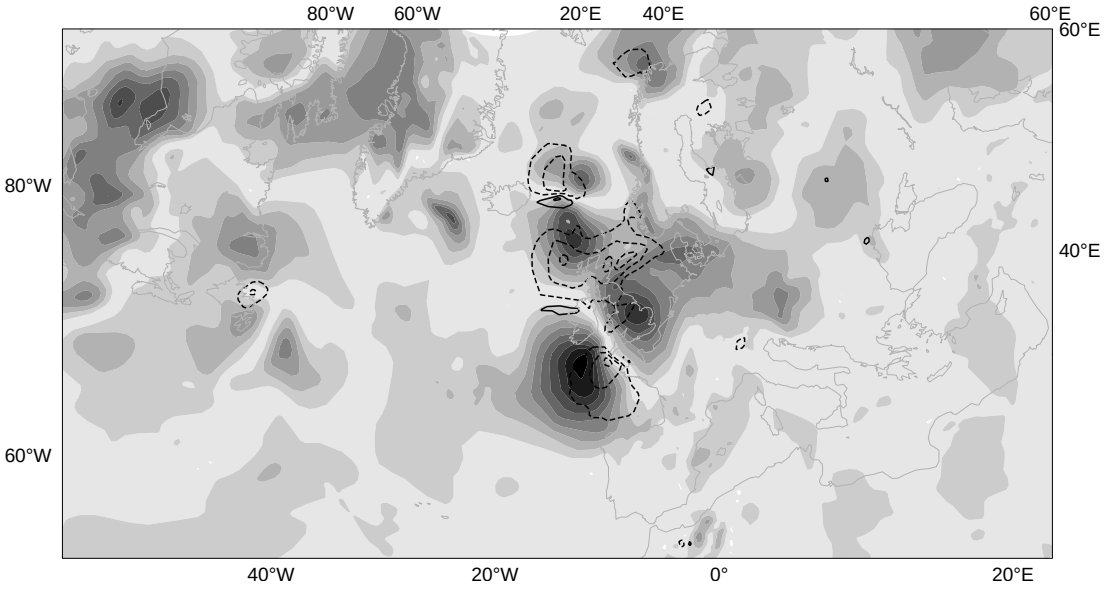


Fig. 4.27: Erreur quadratique de l'ébauche : niveaux de gris tous les 1 hPa, à partir de 1 hPa. Différences entre erreurs quadratiques de la prévision issue de l'analyse des pseudo-observations et de la prévision issue de l'ébauche : contour tous les 1 hPa, positive (dégradation) en traits tiretés, négative (amélioration) en traits pleins.

déplacement, dans l'espace tourbillon potentiel, de C_1 a des conséquences sur le champ de pression au niveau de la mer à 48 heures (environ 3 hPa) qui constituent une dégradation par rapport à l"analyse. Rapportée en termes de score, la dégradation est de -13.5%. A l'échéance 24 heures, le système dépressionnaire dont C_1 est précurseur est prévu à 982 hPa. Le déplacement de C_1 n'influe légèrement sur sa position et son intensité (984 hPa). L'analyse vérifiante analyse le système dépressionnaire à 986 hPa, et le score correspondant est de +3%.

Cette section montre que le déplacement des anomalies de tourbillon potentiel est possible, et effectif, avec certains paramètres du système d'assimilation. On observe alors un léger déplacement de l'intrusion sèche dans l'espace image, mais guère de la zone convective environnante. Enfin l'impact mesuré sur la prévision, quoique sensible, est à la fois très ciblé géographiquement et plutôt négatif.

4.3 Évaluation sur plusieurs cas de cyclogenèses

Cette section propose l'application de la méthode à un échantillon plus large de situations, afin de vérifier si les conclusions précédentes persistent.

4.3.1 Cas d'étude et configuration adoptée

Vingt cas d'intérêt ont été définis en se basant sur la main courante des prévisionnistes et en sélectionnant des cas de divergence entre modèles concernant une cyclogenèse. Parfois ces évènements ont conduit à des expériences d'inversion du tourbillon potentiel.

Sur ces vingt cas, 13 conduisent à la génération de pseudo-observations pour au moins une cellule. Les dates des analyses concernées sont :

2006052000, 2006052012, 2006100200, 2006102400, 2006110700, 2006110712, 2007011500, 2007033100, 2007041000, 2007041012, 2007042200, 2007042800, 2007042900.

On adopte la configuration asymétrique à trois pseudo-observations de déplacement, où la première échantillonne la valeur à mi–hauteur de l'anomalie de tourbillon potentiel. Les pseudo-observations sont générées à tous les niveaux verticaux entre la tropopause et 250 hPa, où un maximum local de tourbillon potentiel suffisamment proche de la cellule peut être détecté. L'écart-type d'erreur d'observation est fixé comme précédemment à $\sigma_o = 0.2 \cdot \widetilde{\sigma_b}$.

4.3.2 Anomalies en tourbillon potentiel analysés

Mesure des erreurs relatives d'amplitude et de déplacement

On mesure comme précédemment le déplacement effectif d'une anomalie en tourbillon potentiel en comparant les métriques des ébauches et analyses déplacées. Le déplacement δ_a qui minimise cette métrique est comparé à l'erreur de position imposée $\epsilon_D = 2\delta_s$ par l'erreur relative de déplacement :

$$E_d = \frac{\delta_a - \epsilon_D}{\epsilon_D} \tag{4.35}$$

Le déplacement effectif est ensuite utilisé pour comparer les amplitudes de la translation (τ) de l'analyse et de l'ébauche. Pour cela, on forme la différence entre ébauche et analyse translatée dans la direction des observations, $x_b - \tau(x_a, \delta_a)$, et l'on recherche l'argument maximum, dans un voisinage géographique (correspondant aux coupes présentées, de l'ordre de 500 km), de la norme de cette différence :

$$s_d = \text{Argmax} \, |x_b - \tau(x_a, \delta_a)| \tag{4.36}$$

On mesure ainsi l'erreur relative locale d'amplitude :

$$E_a = \frac{(x_b - \tau(x_a, \delta_a))_{s=s_d}}{\|x_b\|_{s=s_d}} \tag{4.37}$$

E_a est positive (resp. négative) si l'amplitude de l'anomalie en tourbillon potentiel est augmentée (resp. diminuée) dans l'analyse vis-à-vis de l'ébauche. Plutôt qu'une évaluation stricte en $s = s_d$, E_a est pondérée par une gaussienne centrée sur s_d afin d'améliorer la robustesse de la mesure. Pour le cas étudié précédemment et représenté sur la figure 4.25 (panneau du bas), E_a vaut par exemple 0.19 (cellule C_1) et 0.08 (cellule C_2).

Évaluation sur l'ensemble des cas

La figure 4.28 présente la distribution des erreurs des analyses dans les expériences d'assimilation séparées par niveau pression. En moyenne, la procédure d'assimilation des pseudo-observations de déplacement induit une réduction d'amplitude moyenne de

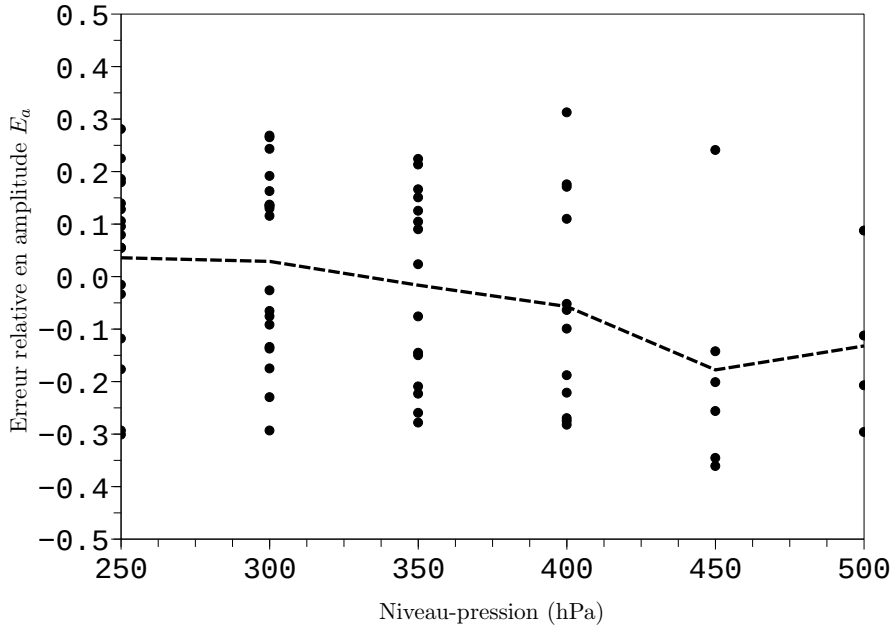
-1.8%. La dispersion est relativement élevée et vaut 18.9%. Typiquement, le déplacement d'une anomalie de tourbillon potentiel induit un changement de son d'amplitude de l'ordre de ± 20%. En moyenne, les anomalies de tourbillon potentiel d'Ertel sont effectivement déplacées mais d'une distance inférieure de 15.8% à la distance prescrite. L'écart-type de E_d vaut 47.6%. Typiquement, une anomalie de tourbillon potentiel subit donc un déplacement mesuré entre 90 et 250 km pour un déplacement spécifié de 200 km. Ces résultats caractérisent l'effet de l'assimilation des pseudo-observations de déplacement sur les anomalies de tourbillon potentiel dans nos expériences.

Les erreurs moyennes de déplacement et d'amplitude exhibent une dépendance selon le niveau vertical, comme le montre la figure 4.28. En particulier, le déplacement et l'amplitude des anomalies sont surestimés aux niveaux supérieurs (250 à 350 hPa), et sous-estimés en–dessous (400 à 600 hPa). Dans le cadre du modèle idéalisé, ce cas de configuration apparaît quand le rapport σ_o/σ_b n'est pas bien spécifié. Il pourrait être trop fort aux niveaux supérieurs et trop faible en–dessous. Dans notre cas, l'approximation $\widetilde{\sigma_b}$ est issue d'une moyenne spatiale qui n'est pas restreinte aux zones d'intrusions sèches. Celles-ci sont susceptibles d'avoir une tropopause plus basse, donc de présenter des gradients de tourbillon potentiel dans la troposphère qui pourraient donner un σ_b supérieur à sa moyenne spatiale $\widetilde{\sigma_b}$.

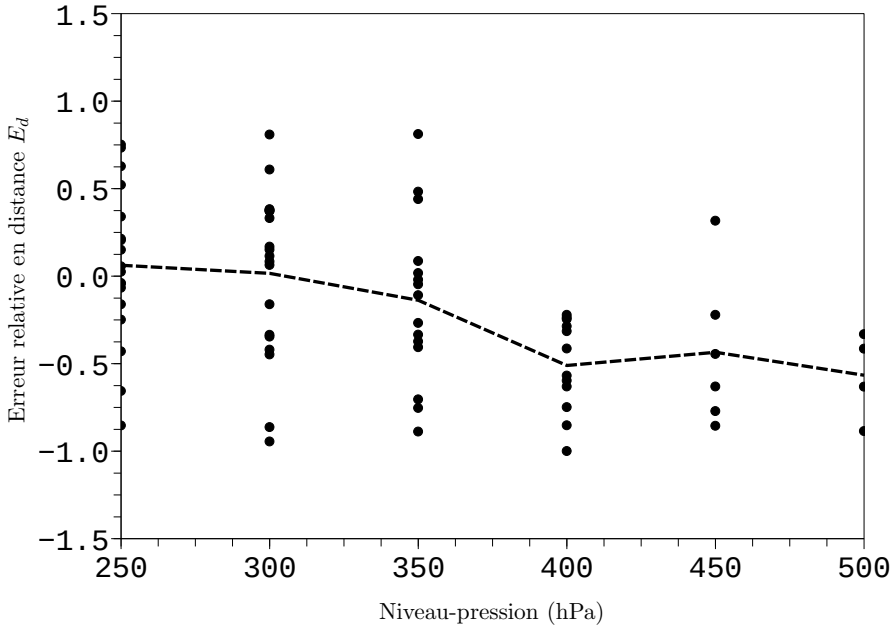
Il existe une autre explication tout aussi plausible, issue de la différence entre le tourbillon potentiel d'Ertel et la version de l'opérateur d'observation d'ARPEGE. En effet, cette différence est d'autant plus marquée que le nombre de Rossby $R_0 = \frac{U}{fL}$ est grand. Il est possible qu'en moyenne R_0 ait une valeur supérieure dans la troposphère que dans la basse stratosphère. Le tourbillon potentiel d'Ertel dépendrait plus des termes non-linéaires de cisaillement vertical, et l'assimilation des observations *via* sa version approchée serait insuffisante à déplacer efficacement les anomalies.

Enfin, il serait possible également que les corrélations verticales jouent un rôle et que l'algorithme d'assimilation ne soit pas en mesure de déplacer les anomalies à tous les niveaux à cause de ces corrélations. Des expériences d'assimilation supplémentaires à certains niveaux où le déplacement était jugé insuffisant ont permis d'écarter cette hypothèse.

Le modèle d'assimilation unidimensionnel idéalisé montre que lorsque les dimensions spatiales des anomalies et des fonctions de structures sont différentes, des erreurs de déplacement et d'amplitude sont inévitables dans le processus d'assimilation. L'incertitude sur la valeur de l'écart-type d'erreur d'ébauche local, dont on ne connaît que la valeur moyenne sur la verticale, ajoute à cette imprécision, comme l'illustre la différence des comportements entre les cellules C_1 et C_2 sur le cas du 20/05/2006. La différence entre tourbillon potentiel d'Ertel et l'opérateur d'observation du modèle ARPEGE joue certainement un rôle également. Finalement, la méthode développée impose une variation relative de 20% l'amplitude des anomalies en tourbillon potentiel en les déplaçant. Ce déplacement est lui-même relativement imprécis (de l'ordre de 50%), mais il est toujours dans le même sens que celui qui a été mesuré.



(a) Erreur relative d'amplitude



(b) Erreur relative de déplacement

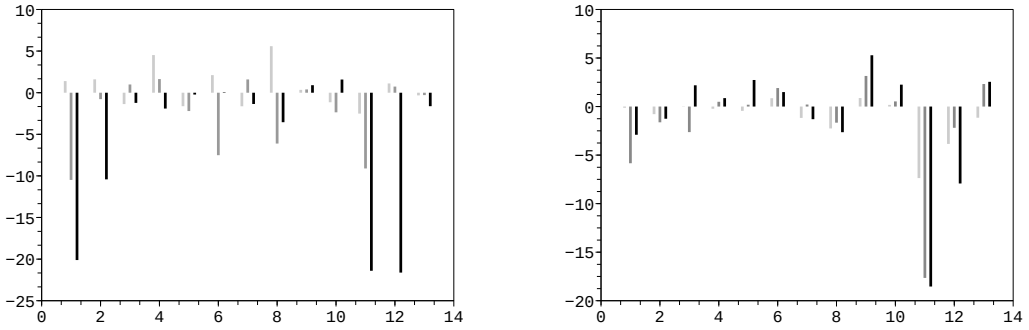
Fig. 4.28: Diagnostic des erreurs des analyses issues de l'assimilation des pseudo-observations. Panneau du haut : erreur relative d'amplitude en fonction du niveau pression (points) , et sa valeur moyenne (traits pointillés). Panneau du bas : erreur relative de déplacement par rapport au déplacement imposé en fonction du niveau pression (points) , et sa valeur moyenne (traits pointillés).

4.3.3 Impact des pseudo-observations

La figure 4.29(b) présente les différences, pour les treize expériences menées, entre les scores (4.34) des prévisions issues de l'ébauche et des prévisions issues de l'analyse des pseudo-observations de déplacement (une valeur positive - respectivement négative - indique une amélioration - respectivement une dégradation). On représente également un score analogue obtenu d'après les données de pression réduite au niveau de la mer issues des stations SYNOP sur l'Europe (panneau a). Il est défini comme l'écart quadratique moyen entre les observations et les prévisions dans l'espace des observations, normalisé par l'écart-type d'erreur d'ébauche en pression (on prend $\sigma_o \sim 1$ hPa), ce qui peut s'écrire, en notant $\boldsymbol{y}$ les N_{obs} observations de pression :

$$\mathcal{S}(\boldsymbol{x}_c) = \frac{1}{N_{\text{obs}}} \big[H\boldsymbol{x}_c - \boldsymbol{y}\big]^{\mathrm{T}} R^{-1} \big[H\boldsymbol{x}_c - \boldsymbol{y}\big] \tag{4.38}$$

On obtient en moyenne une dégradation de 2.5%, avec quelques expériences aux impacts assez négatifs (une expérience dégrade l'ébauche de l'ordre de 15%). Il est difficile d'attribuer avec certitude une cause à cet impact qui semble négatif, car nous avons vu que la procédure d'assimilation induisait un changement d'amplitude. Le nombre de cas et la dispersion des expériences ne permet pas de conclure sur une significativité des résultats. En adoptant un test de Student (c.f. chapitre 6), on peut estimer la probabilité de détérioration à 80%. Il est possible de mettre en correspondance les valeurs élevées de scores et les erreurs d'amplitude introduites par la procédure. La figure 4.30 montre qu'une relation entre score et erreur d'amplitude existe : le cas de forte dégradation, notamment, correspond bien à un cas où l'amplitude des anomalies a été affectée.



(a) Score relatif aux SYNOP (%) **(b)** Score relatif à l'analyse (%)

Fig. 4.29: Scores relatifs en pression réduite au niveau de la mer par rapport à l'analyse vérifiante du CEPMMT et aux données SYNOP. Du gris clair au noir : échéances 24, 48 et 72 heures.

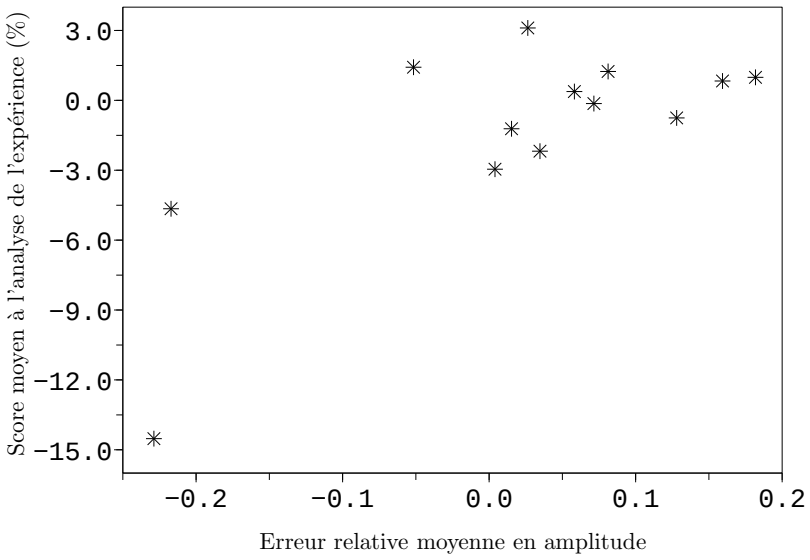


Fig. 4.30: Tracé du score à l'analyse (moyenné sur les trois échéances 24, 48 et 72 heures) pour chaque expérience en fonction de l'erreur d'amplitude (moyennée sur les différentes cellules et niveaux).

Conclusion

Nous avons étudié la possibilité de déplacer les anomalies de tourbillon potentiel à l'aide de pseudo-observations dans un système d'assimilation 4D-Var, afin de corriger les erreurs locales de position de la tropopause telles qu'elles sont parfois apparentes dans l'imagerie vapeur d'eau. Nous avons tout d'abord étudié le problème dans un cadre unidimensionnel idéalisé : on cherche, à l'aide de pseudo-observations, à déplacer une structure définie comme une fonction gaussienne. En caractérisant les analyses par leur erreur de position ou d'amplitude, il est possible de déterminer les configurations optimales pour les pseudo-observations de déplacement. Suivant les caractéristiques du système d'assimilation de données, cela permet d'établir une stratégie pour le placement des observations et pour la valeur de l'écart-type d'erreur d'observation.

Cette méthodologie est ensuite testée dans un cadre réaliste. Dans un premier temps, nous étudions sur quelques cas la possibilité des caractéristiques, définies par l'algorithme RDT/Antidote, de représenter l'erreur de position telle qu'elle peut être diagnostiquée dans la comparaison visuelle des images vapeur d'eau satellite et issues d'un modèle de transfert radiatif. La différence vectorielle des centres de gravité des cellules détectées et appariées fournit une estimation intéressante, mais visiblement entachée d'erreurs. Nous proposons un filtrage empirique de cette estimation de l'erreur de position qui utilise les dimensions des cellules, mais qui n'est probablement pas suffisant. Une piste d'amélioration serait de caractériser l'environnement (et notamment les nuages) pour mieux estimer cette erreur de position. Enfin, nous faisons le choix grandement simplificateur d'appliquer la même erreur de position à l'ensemble des niveaux verticaux. Cette amélioration gagnerait très certainement à être affinée et différenciée sur la verticale, ce qui requerrait des imageurs géostationnaires

permettant de sonder l'atmosphère à différentes altitudes. Une première étude pourrait rechercher à mieux déterminer l'erreur de position locale en utilisant les autres canaux de l'imageur SEVIRI du satellite MSG (canaux IR et WV 7.3 μm).

Les positions des pseudo-observations introduites sont définies par une analyse locale du tourbillon potentiel d'Ertel au voisinage des cellules. Deux passages dans le système d'assimilation nous permettent de définir des pseudo-observations de déplacement pour le tourbillon potentiel à l'ordre 3 en nombre de Rossby. Nous effectuons une première série d'expériences d'assimilation sur le cas du 20 Mai 2006. Les analyses obtenues sont interprétées à la lumière des résultats du système d'assimilation simplifié. Nous montrons la nécessité d'avoir un modèle d'assimilation à résolution plus fine que l'erreur de position mesurée. Nous montrons ensuite qu'il existe un choix optimal pour la valeur de σ_o qui déplace correctement l'anomalie tout en conservant son amplitude. Enfin, nous adaptons la géométrie des observations pour déplacer la tropopause aux niveaux supérieurs. Des expériences supplémentaires assimilant des observations distribuées temporellement, non montrées ici, peuvent présenter des analyses encore plus distordues, notamment quand l'algorithme d'assimilation peut résoudre les variations temporelles de la mesure l'erreur de position.

Nous montrons également que les pseudo-observations de tourbillon potentiel ne permettent pas de déplacer immédiatement l'intrusion sèche correspondante. Plusieurs heures sont ainsi nécessaires pour que l'image vapeur d'eau se mette en balance avec le champs de tourbillon potentiel. Cela s'interprète dans le modèle de Wirth et al. (1997) par le rôle privilégié que joue la vitesse verticale : les intrusions sèches sont dues à l'intégration temporelle au mouvement vertical induit par les anomalies de tourbillon potentiel. A court terme, cela montre qu'il n'est pas possible de cycler ces pseudo-observations, car les structures dans l'image vapeur d'eau ne sont pas bien contrôlées par les incréments en tourbillon potentiel. A plus long terme, cela implique qu'il y a un défaut inhérent dans une approche qui n'utilise que les structures de tourbillon potentiel, car on ne corrige pas les structures en mouvement vertical et en humidité correspondantes. Le problème est également rapporté par Arbogast (1998), qui note que la question des covariances d'erreur en humidité et en tourbillon potentiel est une question ouverte, qui pourrait être étudiée dans des ensembles d'assimilations, en disposant d'algorithmes d'extraction automatiques des structures comme ceux de Plu (2008).

Une deuxième série d'expériences utilise cette configuration de référence pour les pseudo-observations et l'écart-type d'erreur d'ébauche. Nous montrons que cette configuration permet de déplacer les structures en tourbillon potentiel, mais qu'elle affecte leur amplitude de plus ou moins 20%. Ce phénomène est du aux fonctions de structure du 4D-Var, à une connaissance limitée des écarts-types d'erreurs, à l'approximation faite entre le tourbillon potentiel d'Ertel et sa formulation simplifiée qui sert d'opérateur d'observation. On montre que les pseudo-observations ont un impact mitigé. Plusieurs explications peuvent être fournies :

- l'amplitude des anomalies est affectée par la procédure d'assimilation ;
- on ne déplace que l'anomalie d'altitude et pas l'anomalie de surface (qui n'est pas repérable dans les images géostationnaires), alors que leurs erreurs sont potentiellement corrélées et que c'est leur interaction qui est mise en avant dans certaines visions conceptuelles de la cyclogenèse ;

- l'hypothèse d'homogénéité de l'erreur de position est erronée ;
- l'image vapeur d'eau est un traceur du passé du mouvement vertical, et non pas une trace de l'erreur de position instantanée.

Parmi ces explications, la première nous parait vraisemblable car il existe une corrélation entre les scores importants et les fortes erreurs d'amplitude dans les analyses, et parce que l'on connaît la grande sensibilité de nombreuses cyclogenèses à la valeur du tourbillon potentiel d'altitude. Des modèles idéalisés, comme celui de Juckes (1994), Wirth et al. (1997) permettraient d'étudier le problème dans un cadre plus simple à mettre en œuvre, et de mieux cerner les limitations du lien entre tourbillon potentiel et vapeur d'eau.

Rapport-gratuit.com
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

5

Initialisation des cyclones tropicaux

Ce chapitre s'intéresse à l'initialisation d'autres structures cohérentes[1], les cyclones tropicaux. La physique complexe et non-linéaire de ces phénomènes ainsi que la faible densité des observations conventionnelles au-dessus des océans ont en effet rendu nécessaires et utiles des schémas d'initialisation spécifiques. Le travail décrit dans cette partie a été mené lors d'un séjour de trois mois au UK Met-Office, sous la direction de Richard Renshaw et Julian Heming. On étudie, dans des cycles d'assimilation-prévision, l'impact d'un doublement de l'échantillonnage temporel des pseudo-observations initialisant les cyclones tropicaux.

5.1 Le schéma d'initialisation des cyclones tropicaux

5.1.1 Nécessité et apports d'une procédure d'initialisation spécifique

Les cyclones se développent et atteignent leur phase d'intensité maximale au dessus des mers tropicales - qui constituent leur source d'énergie thermique, mais où la densité d'observations conventionnelles est faible. A proximité des côtes, des observations de vent radar doppler permettent d'estimer finement la structure des cyclones (Roux et al. 2004). A défaut, les images satellites géostationnaires dans le domaine infrarouge permettent de détecter et de suivre l'évolution de ces tempêtes. Les images des canaux micro-ondes permettent également de suivre les zones pluvieuses et la structure de l'oeil.

L'assimilation des données satellites et notamment des vents de surface issus des diffusiomètres ont permis ces dernières années une amélioration considérable de la qualité des prévisions en général (Simmons et Hollingsworth 2002) et des cyclones tropicaux en particulier (Heming, *communication personnelle*). Ces phénomènes présentent une large gamme d'échelles spatiales (échelles de la distribution de vent, des cellules convectives du mur,...) et temporelles (cycles de remplacement de l'oeil, oscillations de trajectoire,...). Leur évolution est régie par une physique régie par des échanges diabatiques et turbulents intenses qui dépend de l'interaction avec l'océan (laquelle est souvent négligée dans les modèles globaux). L'erreur de modélisation des cyclones demeure importante, et la prévision de ces phénomènes avec des modèles globaux à maille large (20 km au mieux en 2008 pour la prévision, et 100 km pour l'assimilation est encore délicate. On a à la fois de larges erreurs de modélisation

[1]Structure cohérente

et un système d'observations peu dense, d'où des prévisions de qualité jugée insuffisante.

Des schémas spécifiques ont été introduits comme des solutions pragmatiques au problème de l'initialisation des cyclones : pseudo-observations dans un schéma d'interpolation optimale (Heming 1994), dans des schémas 3D-Var (Zou et Xiao 2000) ou 4D-Var (Pu et Braun 2001, Wu et Chou 2006). Ces auteurs utilisent la pression de surface au niveau de la mer et/ou le vent comme variables privilégiées pour la spécification des pseudo-observations. D'autres algorithmes basés sur des filtrages et initialisations non-linéaires du vortex cyclonique ont également été étudiées dans le passé (Fiorino et Warner 1980, Kurihara et Ross 1993).

Le schéma d'initialisation inventé et utilisé au UK Met-Office est décrit par Heming (1994). Il utilise des pseudo-observations de vent régulièrement réparties sur des cercles concentriques au cyclone. Le schéma avait été conçu pour améliorer deux aspects cruciaux de l'analyse alors fortement défaillante des cyclones tropicaux : leur localisation géographique, et leur mouvement à court terme. En effet, la trajectoire d'un cyclone tropical pendant les premières vingt-quatre heures est fortement lié à l'asymétrie des vents par rapport à une moyenne axisymétrique (Shapiro 1983). L'impact du schéma d'initialisation du UK Met-Office a été étudié par Heming (1994), Chan et Kwok (1997), Heming et Radford (1998). Le schéma permit, en 1995, de réduire d'environ 30% l'erreur de prévision sur les trajectoires à toutes les échéances (24 à 72 heures). Chan et Kwok (1997) ont tenté de séparer, dans les divers composants de ce modèle conceptuel, les sources d'amélioration. Statistiquement, ils montrent que les erreurs de prévisions sont corrélées avec des erreurs dans le positionnement des cyclones dans l'analyse (notamment à l'échéance 24 heures) et avec une mesure de l'asymétrie des vents (aux échéances 24 à 72 heures). Ils concluent que les deux aspects principaux de ce schéma (asymétrie et positionnement) sont importants pour obtenir une amélioration des prévisions à courte échéance, tandis que l'intensité et le flux environnant jouent un rôle primordial après 48 heures. L'assimilation depuis les dix dernières années d'une quantité croissante de radiances satellites dans l'hémisphère sud a amélioré l'initialisation du modèle UM. L'introduction des pseudo-observations permet encore d'améliorer l'erreur de prévision sur les trajectoires d'environ 10% actuellement (Heming, *communication personnelle*) pour les échéances courtes (moins de 24 heures).

D'autres études, souvent avec des systèmes d'initialisation différents, sont plus réservées sur l'utilité de ce genre de procédure (Andersson et Hollingsworth 1988). Serrano et Undén (1994) montrent un impact négatif aux échéances supérieures à 48 heures, mais leur schéma d'initialisation n'inclut pas de composante asymétrique. Le CEPMMT, qui fait figure de référence en qualité d'assimilation de données et de scores objectifs, n'a pas de schéma spécifique d'initialisation. En 2007, les statistiques d'erreurs d'analyse et de prévision des cyclones tropicaux sont meilleures pour le UK Met-Office jusqu'à 24 heures, puis meilleures pour le CEPMMT aux échéances supérieures[2].

[2]voir `http ://www.metoffice.gov.uk/weather/tropicalcyclone/tcerrors/ecmwf.html`

5.1.2 Description du schéma d'initialisation du UK MetOffice

L'implémentation originelle

Les pseudo-observations de vent sont produites à la surface et aux niveaux isobares 850, 700 et 500 hPa sur des cercles de rayons 2°, 4°, et optionnellement 6° pour les cyclones dont le vent maximal (MSW) dépasse les trente nœuds et 8° (MSW>40 nœuds). Il y a 4, 6, 7 et 10 points sur chaque cercle, dont la disposition géométrique (empirique) est représentée sur la figure 5.1.

Le profil axisymétrique de vent est déterminé à partir des bulletins cycloniques émis par les centres régionaux d'alerte. Ils contiennent des estimations par les prévisionnistes de la position, du mouvement, et des rayons des vents de 35, 50, éventuellement 100 nœuds. Le schéma utilise ces données ainsi que les observations dans un voisinage géographique (radiosondages, données bateaux et vents issus du diffusiomètre QuickSCAT). Une régression linéaire sur le logarithme de la force du vent donne un profil de vent exponentiellement décroissant avec la distance au centre du cyclone (modèle de Holland (1980)). Les pseudo-observations de vent à la surface sont de plus défléchies d'un angle de convergence de 12°. Bien que cela ne soit pas expliqué par Heming (1994), il s'agit là d'une paramétrisation très simplifiée de la couche limite de surface (où le rapport entre la composante radiale et la composante tangentielle du vent est de l'ordre de $\tan(12^o) \approx 0.2$). Ce facteur se retrouve dans des études de cyclones tropicaux simplifiés (souvent en équilibre statique et axisymétriques) comme Smith (2003), Smith et Vogl (2008). Les pseudo-observations de vent sont réduites d'un facteur empirique avec la hauteur, soit 0.95 à 700 hPa et 0.85 à 500 hPa (Andersson et Hollingsworth 1988).

Le mouvement des six dernières heures est enfin ajouté au vent tangentiel axisymétrique. La formulation complète est résumée sur la figure 5.1 et décrite par Heming (1994), Chan et Kwok (1997). Elle constitue un modèle conceptuel d'un cyclone tropical. La dimension temporelle de ce modèle est réduite à l'asymétrie, liée directement au mouvement des six dernières heures. L'intensité du cyclone est estimée d'après ses caractéristiques dans les images infrarouges notamment par exemple par la méthode de Dvorak objective (Olander et Velden 2007).

5.1.3 Différences introduites depuis Heming (1994)

L'algorithme d'assimilation des données au UK MetOffice est passé de l'interpolation optimale à un schéma d'assimilation variationnelle 3D-Var (Lorenc et al. 2000) puis 4D-Var (Rawlins et Payne 2007). Des modifications considérables ont été apportées également à la physique et à l'augmentation de résolution du modèle, mais le schéma n'a que peu évolué, ce qui démontre sa robustesse. Les changements sont :

- Suite à des augmentations de résolution horizontale, il a été possible de rajouter des pseudo-observations plus proches du centre des cyclones. Quatre pseudo-observations supplémentaires sont générées à une distance de 1.25°. Leur positions sont tournées d'un angle de 45 degrés par rapport aux positions des observations du cercle à 2° (figure 5.1) dans le repère concentrique au cyclone.
- Quelques très mauvaises prévisions ont été réalisées sur quelques cas spécifiques, notamment car on utilise la composante tangentielle du vent des observations

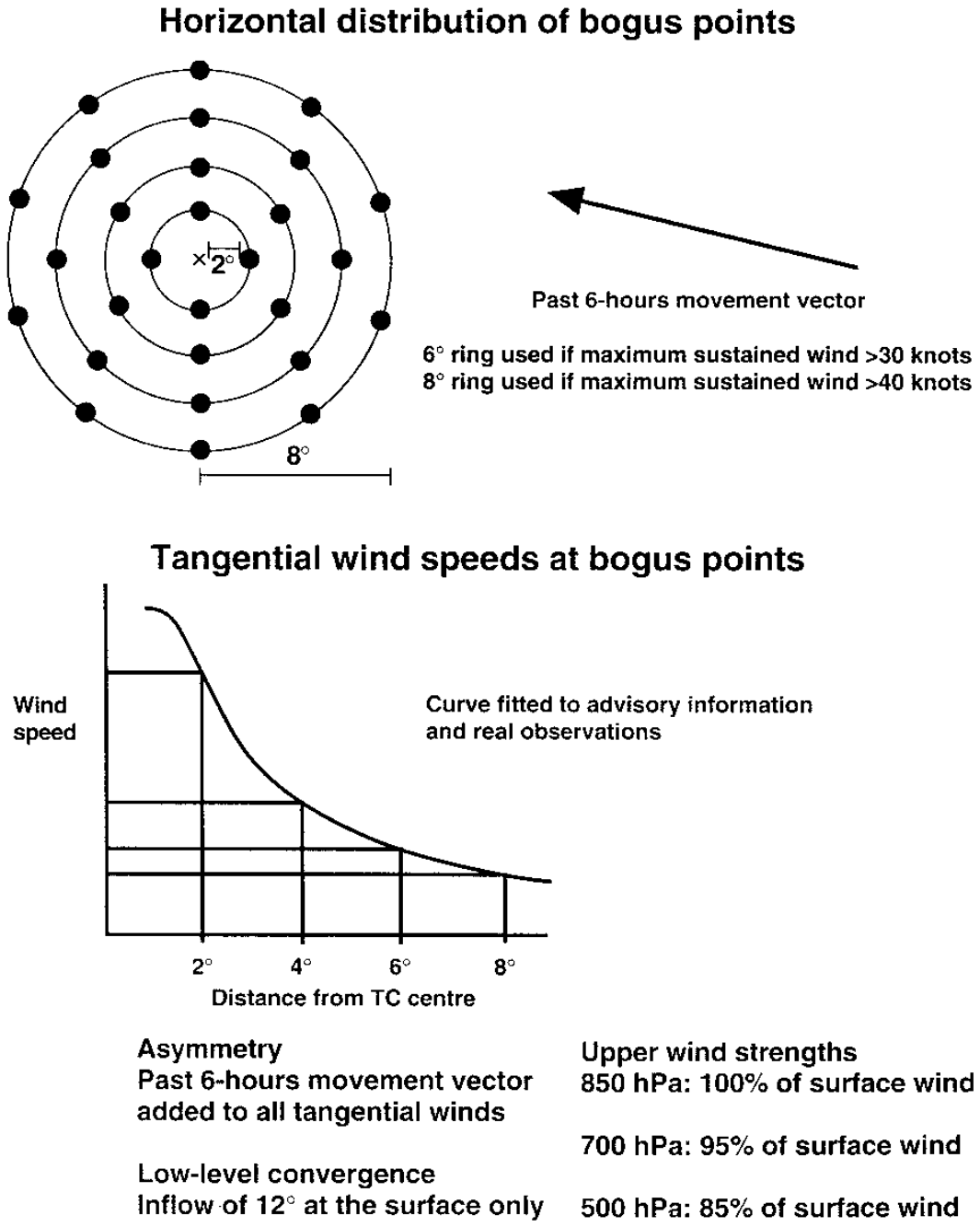


Fig. 5.1: Le schéma d'initialisation des cyclones tropicaux au UK MetOffice. Figure tirée de Chan et Kwok (1997).

environnantes. Il pouvait arriver que cette composante tangentielle soit très faible, d'où des pseudo-observations et un cyclone d'intensité très réduite. Le problème a été résolu en ajoutant des conditions sur l'angle d'incidence du vent de ces observations.
- La génération d'observations du cercle de rayon 4^o a été soumise à une condition sur le vent maximal.

5.2 Le nouveau schéma d'écrémage des observations et les expériences d'assimilation

5.2.1 Le nouveau schéma d'écrémage des observations

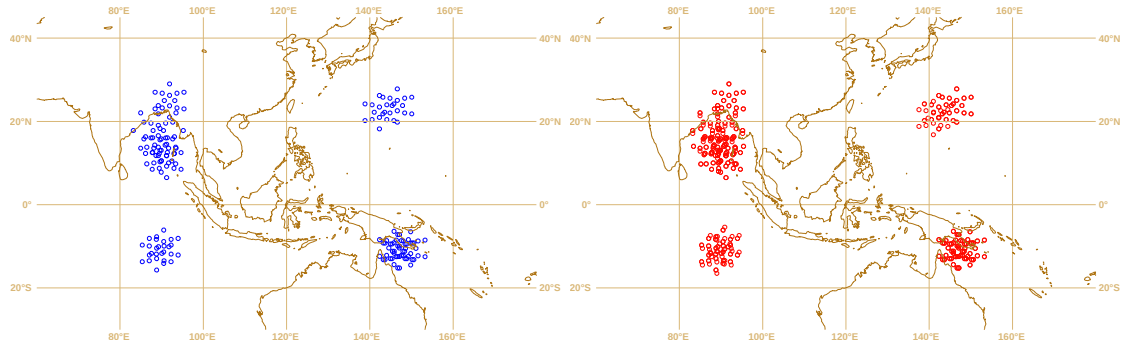
Alors que les bulletins sont souvent disponibles toutes les trois heures, un seul est utilisé dans la fenêtre temporelle de six heures du 4D-Var. On peut donc doubler la densité temporelle des pseudo-observations. Le premier effet attendu est d'augmenter d'un facteur deux le poids de ces pseudo-observations dans l'assimilation. Le deuxième effet est d'échantillonner deux fois la position et l'intensité du cyclone dans la fenêtre d'assimilation, ce qui peut améliorer sa représentation.

Plus précisément, les bulletins d'alerte des cyclones tropicaux étaient classés de manière à ne retenir que celui qui émane du centre météorologique spécialisé ayant la responsabilité de la zone géographique considérée. Ils étaient soumis à des contrôles de qualité visant à éliminer ceux qui se référaient à des cyclones trop proches spatialement, puis à sélectionner le plus récent. Les changements apportés concernent l'introduction de l'aspect temporel dans ces schémas de sélection, de manière à autoriser l'occurrence de plusieurs bulletins dans la fenêtre temporelle de six heures. Il est important de noter que les pseudo-observations du même cyclone au sein d'une fenêtre temporelle peuvent être désormais dérivées de bulletins issus de centres d'alertes différents. Cette nouvelle version sera dénommé TRIAL204, contre CNTL203 pour la version opérationnelle. Une version séparée de l'opérateur de génération des pseudo-observations de vent à partir des bases de données d'observations météorologiques a été appliquée sur une période de 4 mois de l'année 2007. On constate que dans 80% des cas environ, les centres régionaux émettent des bulletins à fréquence tri-horaire. On a donc une multiplication par un facteur 1.8 du nombre de pseudo-observations de cyclones entre TRIAL204 et CNTL203.

5.2.2 Expériences d'assimilation

Les expériences de cycles d'assimilation-prévision ont été menées avec une version quasi-opérationnelle du système utilisé au UK Met-Office. Le modèle de prévision (UM version 6.4) est à résolution linéaire de troncature N320 (soit environ 60 km). Le système d'assimilation est de type 4D-Var, à fenêtre temporelle six heures, où le modèle d'évolution des perturbations est à la troncature N108 (185 km).

La première expérience, CNTRL203, assimile les pseudo-observations de cyclones tropicaux comme le schéma opérationnel, tandis que la deuxième, TRIAL204, assimile les pseudo-observations de cyclones tropicaux toutes les trois heures quand c'est rendu possible par les bulletins des centres spécialisés. Toutes les deux ont été menées sur



(a) Pseudo-observations opérationnelles

(b) Pseudo-observations générées avec les bulletins tri-horaires

Fig. 5.2: Pseudo-observations de cyclones tropicaux sur la période 20071012-20071016 (dont le cyclone Sidr).

deux périodes de trois semaines environ, de manière à avoir un échantillonnage plus représentatif de la période cyclonique.

5.2.3 Cyclones tropicaux des périodes considérées

Le tableau 5.1 précise les noms et dates de quelques-uns des 53 cyclones tropicaux présents dans ces deux périodes. Quelques cas furent d'importance particulière pour les populations concernées.

Nom du cyclone	Date initiale	Date finale	Latitude moyenne	Longitude moyenne
GIL	20070829	20070902	20N	115W
FITOW	20070829	20070908	30N	150E
HENRIETTE	20070830	20070906	25N	105W
FELIX	20070831	20070905	13N	70W
DANAS	20070907	20070911	30N	150E
GABRIELLE	20070908	20070911	30N	150E
HUMBERTO	20070912	20070913	30N	95W
INGRID	20070912	20070917	15N	15W
NARI	20070912	20070916	30N	125E
TAPAH	20071111	20071113	20N	145E
HAGIBIS	20071118	20071128	15N	115E
BONGWE	20071118	20071124	10S	70E
LEE-ARIEL	20071114	20071118	10S	90E
GUBA	20071113	20071119	12S	145E
SIDR	20071112	20071116	10N	90E
MITAG	20071120	20071127	15N	125E

Tab. 5.1: Quelques-uns des cyclones tropicaux sur la période des cycles d'assimilation-prévision.

Le cyclone tropical Sidr notamment a traversé les districts côtiers du Bangladesh et de l'État indien du Bengale-Occidental le 15 novembre 2007, avec des vents soufflants à 250 km/h. Il a causé la mort de plus de 5 000 personnes. La tempête, accompagnée de vagues de six mètres de haut, a inondé les lacs d'eau douce situés près du niveau de

la mer. Le bilan est cependant beaucoup moins lourd que pour d'autres cyclones d'intensité comparable ayant touché l'Inde et le Bangladesh dans les années précédentes (notamment le cyclone de Bhola en 1970 dont les conséquences furent telles qu'elles amenèrent à la création de l'Etat du Bangladesh en 1971 et le cyclone Gorky en 1991, responsable du décès de 138 000 personnes), grâce à l'amélioration du système d'alerte et de protection mis en place avec l'aide de la communauté internationale. L'arrivée du cyclone sur le continent a été mal prévue par le modèle du UK Met-Office, présentant encore un décalage de 12 heures à 24 heures d'échéance. Le cyclone Guba, bien que seulement de catégorie 1 dans l'échelle de Saffir-Simpson, provoqua 170 morts en atteignant la Papouasie-Nouvelle-Guinée.

5.3 Scores objectifs

5.3.1 Analyse et prévision de trajectoires

Les cyclones tropicaux sont détectés et suivis sur les champs de vent analysés et prévus dans les deux expériences, et leurs positions sont comparées[3] aux meilleures trajectoires disponibles estimées *a posteriori* par les centres météorologiques spécialisés dans chacun de leurs bassins. Elles diffèrent des observations utilisées opérationnellement en temps réel, chaque centre spécialisé effectuant une réanalyse des positions et intensité estimées pour chaque cyclone tropical à la fin de la saison cyclonique une fois que toutes les images sont disponibles. Le nombre de cyclones utilisés pour la vérification à chaque échéance est donné dans le tableau 5.2.

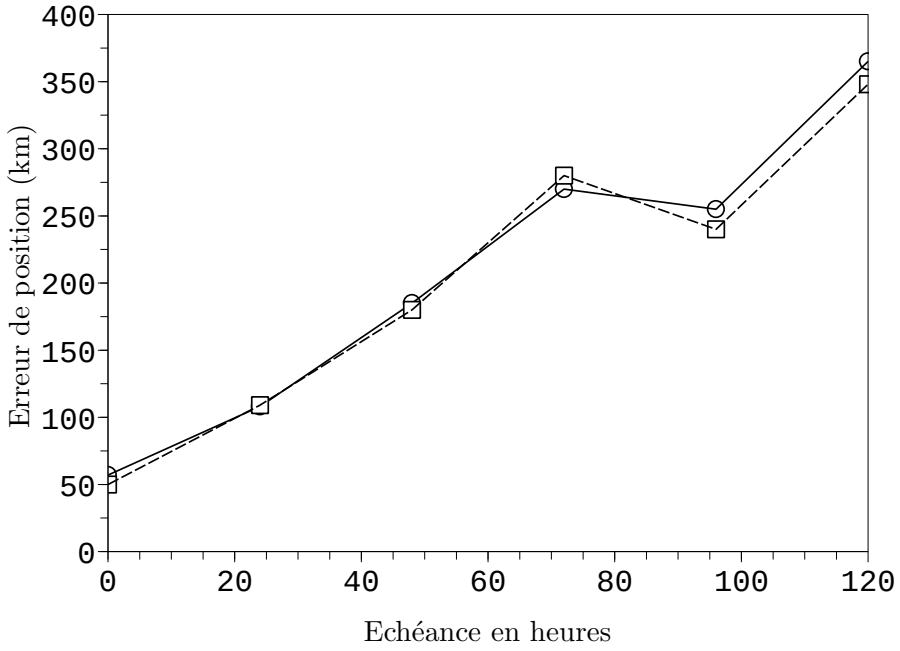
échéance (heures)	0	24	48	72	96	120
Nombre de cyclones	53	40	30	20	12	7
t-valeur du test de Student sur $\mathcal{H}_0$	2.27	-0.271	0.562	-0.912	0.737	0.674
p-valeur du test de Student sur $\mathcal{H}_0$	98%	39%	71%	19%	76%	74%

Tab. 5.2: Nombre de cyclones tropicaux utilisés dans le calcul des statistiques d'erreur.

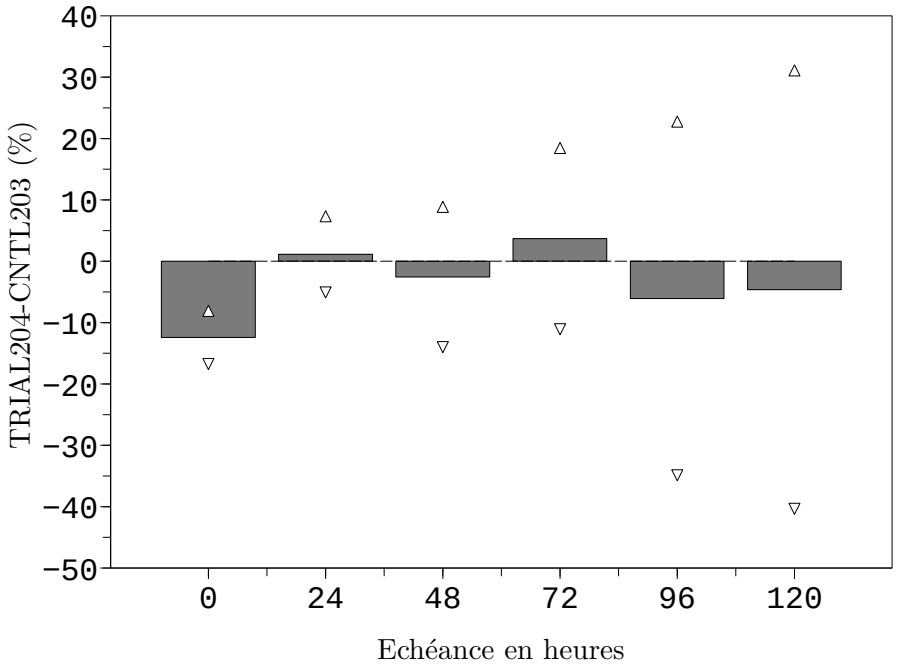
La figure 5.3(a) présente l'erreur moyenne de position aux différentes échéances pour les deux expériences. On y voit que l'ajout de pseudo-observations implique une diminution de l'erreur aux échéances 0, 48, 96 et 120 heures, mais une dégradation à 24 et 72 heures. Compte-tenu de l'échantillonnage, l'amélioration de 12% du positionnement des cyclones dans l'analyse (figure 5.3b) est la seule qui soit significative au niveau de confiance 95% (voir aussi le tableau 5.2). Pour étudier la significativité statistique de nos résultats, nous utilisons un test de Student dépendant, qui suppose que les différences de scores en trajectoires ont une distribution normale, et que les variances des erreurs des deux expériences soient semblables. On préfère le test de Student à un test d'intervalle gaussien classique car nous avons relativement peu de cyclones vérifiants pour certaines échéances. Le tableau 5.2 donne les p-valeurs du test de l'hypothèse $\mathcal{H}_0$ qui est que l'erreur de prévision de TRIAL204 est inférieure à l'erreur de prévision de CNTL203.

De manière générale, on voit donc que l'amélioration du positionnement n'induit pas une meilleure prévision en terme de trajectoires, les scores étant neutres (ou en

[3]La méthode de vérification des cyclones tropicaux est disponible sur `http ://www.metoffice.gov.uk/weather/tropicalcyclone/method/index.html`



(a) Erreur moyenne en prévision de position pour TRIAL204 (traits tiretés) et CNTL203 (traits pleins)



(b) Différence relative en erreur de prévision de position entre TRIAL204 et CNTL203

Fig. 5.3: Scores pour les erreurs de prévision des positions des cyclones tropicaux. Les triangles marquent l'intervalle de confiance à 95% sur la différence relative des erreurs (selon un test de Student dépendant).

tout cas non-significatifs) pour les échéances supérieures. Au total l'erreur moyenne de prévision sur les trajectoires des cyclones tropicaux, toutes échéances confondues, est réduite de 0.7% par l'ajout de pseudo-observations supplémentaires.

5.3.2 Analyse et prévision de changements d'intensité

Des méthodes basées sur la climatologie et la persistance (CLIPER) ont été longtemps utilisées par les prévisionnistes pour estimer les évolutions en intensité et en trajectoire des cyclones tropicaux. Les scores d'habileté relative valident les prévisions des cyclones tropicaux par rapport à ces méthodes (DeMaria 1987, Cheung et Chan 1999). Le score RSS d'une expérience CNTL par rapport à la climatologie et persistance CLIPER s'écrit

$$\mathrm{RSS}_{\mathrm{CNTL}} = \frac{E_{\mathrm{CLIPER}} - E_{\mathrm{CNTL}}}{E_{\mathrm{CLIPER}} + E_{\mathrm{CNTL}}} \times 100\% \tag{5.1}$$

où E est une mesure de l'erreur de prévision (par exemple la distance à l'observation de la meilleure trajectoire). La figure 5.4 montre les différences en RSS des expériences TRIAL204 et CNTL203 par rapport à des prévisions d'évolution de l'intensité (tendance, renforcement, affaiblissement). On voit que l'expérience TRIAL204 améliore légèrement tous les scores à l'échéance 24 heures, mais qu'elle a ensuite tendance à dégrader (respectivement améliorer) fortement la prévision d'intensification (respectivement d'affaiblissement) des cyclones tropicaux aux échéances supérieures.

La figure 5.5 présente le tourbillon relatif moyen au centre de chaque cyclone tropical dans les deux expériences. Il est supérieur pour l'expérience TRIAL204 d'environ 5% jusqu'à 48 heures d'échéance. Les pseudo-observations supplémentaires ont donc tendance à creuser les analyses et prévisions des cyclones. Cependant ce creusement ne persiste pas après 60 heures. Cela suggère que le modèle global de prévision n'est pas capable de retenir cette amélioration sur de longues prévisions à cause d'une erreur de modélisation trop importante (due principalement à la résolution horizontale insuffisante). Cela explique le comportement asymétrique des scores RSS, qui indiquent que l'expérience TRIAL204 est meilleure (respectivement plus mauvaise) que l'expérience CNTL203 pour la prévision de l'affaiblissement (respectivement de l'intensification) des cyclones tropicaux. En moyenne cependant, l'expérience TRIAL204 présente un RSS de prévision de tendance en intensité de 19 % contre 23 % pour CNTL203.

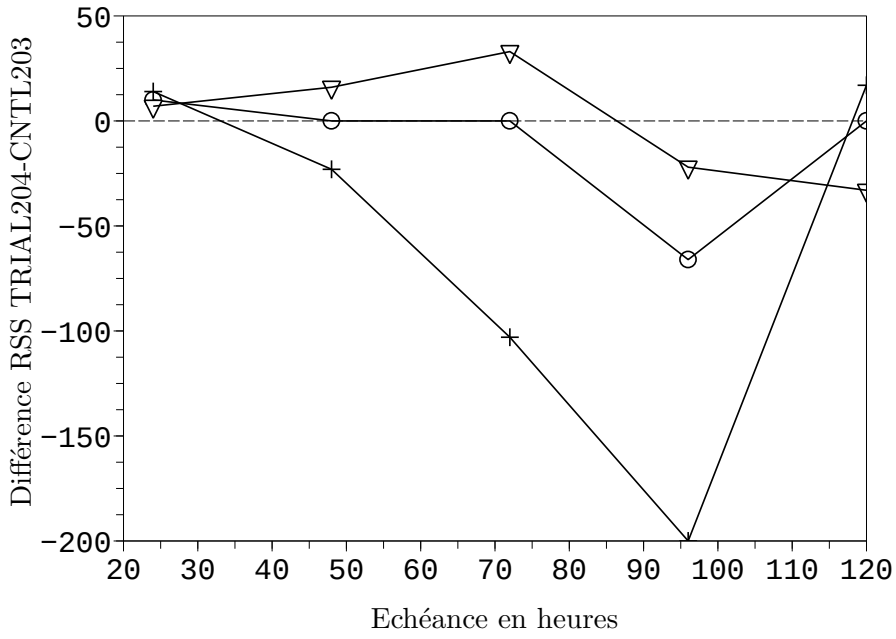


Fig. 5.4: Différence TRIAL204-CNTL203 pour les scores d'habileté relatifs (RSS) en intensification (signes +), en dissipation (triangles) et en tendance (cercles).

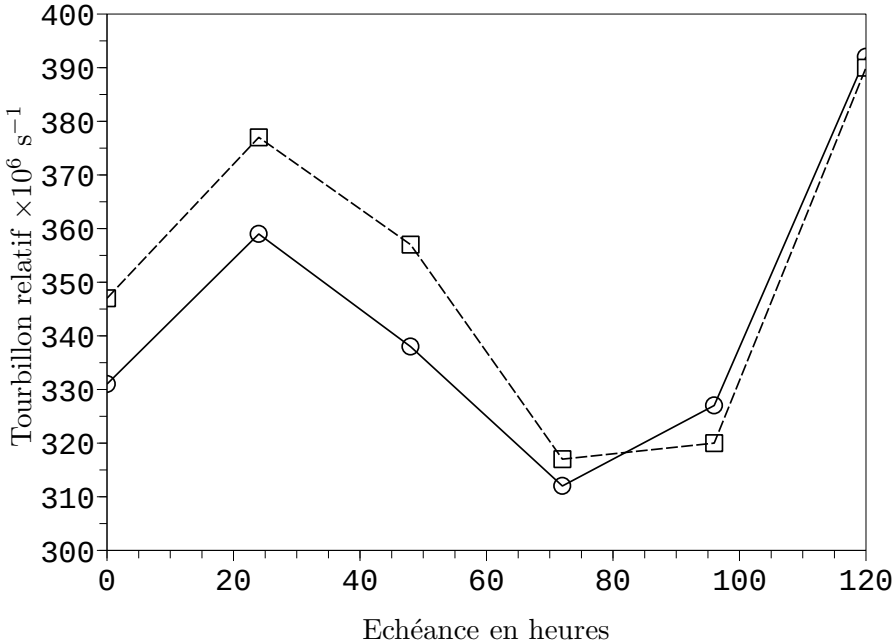


Fig. 5.5: Tourbillon relatif moyen aux centres des cyclones tropicaux dans les deux expériences. CNTL203 en traits pleins et cercles, TRIAL204 en traits tiretés et carrés.

Conclusion

Il est donc apparent que l'ajout de pseudo-observations permet d'améliorer légèrement les analyses à la fois en termes de position et de prévision d'intensité à moins de 24 heures. Cette amélioration est statistiquement fiable au niveau de confiance 98%. Cependant, le fait d'accorder globalement deux fois plus de poids à ces observations conduit à des cyclones plus intenses aux échéances supérieures. Cette augmentation d'intensité, mesurée par le tourbillon relatif au centre des cyclones, ne se maintient pas au cours des prévisions probablement à cause de la résolution horizontale insuffisante ; la capacité du modèle à prévoir la tendance en intensité des cyclones en est affectée. Le fait que la résolution horizontale soit principalement en cause est apparent dans les tests de pseudo-observations qui ont été conduits avec des modèles à aire limitée de physique et de résolution verticale comparable, voire semblable, à celle des modèles globaux (ALADIN-Réunion a une résolution de 10 km par rapport à ARPEGE pour Météo-France, UM-LAM a une résolution de 8 km ou 4 km par rapport au UM pour le MetOffice).

Une piste d'amélioration relativement immédiate serait de tester l'impact de ce nouveau schéma de pseudo-observations en augmentant les écarts-types d'erreur d'observation d'un facteur $\sqrt{2}$, de manière à conserver globalement l'équilibre entre l'ébauche et les pseudo-observations. Il serait en réalité souhaitable de disposer d'une méthode qui permette d'optimiser ces écarts-types d'erreur d'observation de manière à prendre en compte cette erreur modèle. Elle reste encore à définir à notre connaissance : les méthodes de spécification des σ_o reposent sur des critères d'optimalité du système d'assimilation (Desroziers et Ivanov 2001, Chapnik et al. 2004) qui peuvent être mises en défaut si l'erreur de modélisation a un fort impact sur les modèles adjoint et tangent-linaire dans la minimisation du 4D-Var. On peut également réfléchir à des pistes d'amélioration du schéma conceptuel du cyclone, par exemple une meilleure prise en compte de la couche limite de surface qui joue un rôle particulier dans les cyclones tropicaux. On peut aussi améliorer l'assimilation de données en prenant en compte simplement les corrélations spatiales et temporelles des erreurs des pseudo-observations.

Une autre piste d'amélioration concerne l'adéquation du schéma de pseudo-observations à nos connaissances sur la couche limite de surface dans les cyclones tropicaux (Smith 1968, Shapiro 1983, Smith 2003, Smith et Vogl 2008). Une caractéristique générale des couches limites est de réduire, par friction avec la surface, l'intensité du vent de forçage. Une autre caractéristique est de faire tourner les vents vers l'intérieur dy cyclone, effet paramétrisé par l'imposition d'un angle de 12 degrés dans le schéma de Heming (1994). Les vents mesurés servant à la régression exponentielle de ce schéma sont en grande majorité des vents de diffusiomètres. Ils sont projetés tangentiellement au centre du cyclone, et la norme de cette projection est utilisée dans la régression. C'est manifestement erroné, car ni l'effet de convergence du vent ni le facteur de réduction en sont pris en compte dans cette formulation, alors que les vents des diffusiomètres sont mesurés dans la couche limite de surface. Enfin il faudrait également mieux prendre en compte l'effet du vent environnant (de déplacement du cyclone) dans cette formulation. Le besoin d'une nouvelle formulation ne s'est pas fait sentir dans les modèles globaux à cause, on l'a vu, de leur capacité limitée à reproduire et à traiter des vents aussi forts et des gradients prononcés de pression sans affecter significativement leur habileté en

matière de prévision. Le traitement de la couche limite pourrait cependant constituer un élément de réflexion pour un schéma de pseudo-observations adapté à des modèles régionaux à haute résolution spatiale.

6

Tourbillon potentiel, assimilation et cyclogenèse : un cas d'étude

Cette thèse aborde le sujet de la définition de pseudo-observations associées à des phénomènes complexes dont les signatures sont visibles dans les images satellites. Pour certains de ces canaux - notamment ceux de la vapeur d'eau, l'opérateur d'observation est linéarisable, et on peut assimiler directement les radiances dans un système 4D-Var (Munro et al. 2004). Les études d'impact sont globalement neutres, avec une amélioration de la représentation du courant-jet tropical (Köpken et al. 2004). Par opposition, l'approche de modification du tourbillon potentiel d'altitude cible le phénomène de cyclogenèse. Il est donc intéressant de comparer les deux approches en termes d'impact attendu.

Les nombreuses expériences d'inversion du tourbillon potentiel (Demirtas et Thorpe 1999, Verkley et al. 2005, Manders et al. 2007, Røsting et al. 2003, Røsting et Kristjánsson 2006) montrent que les structures d'altitude en tourbillon potentiel ont un impact certain sur la cyclogenèse, mais elles ne permettent pas de comparer facilement cet impact à celui d'autres jeux d'observations. Elles ne permettent pas non plus de prendre en compte, dans une prévision déterministe, l'incertitude sur les incréments en tourbillon potentiel qui sont apportés. Une première approche consiste à utiliser un ensemble d'expériences d'inversions qui essaient de prendre en compte l'incertitude sur la forme et l'amplitude des corrections (Manders et al. 2007). Comme le note Plu (2008), il est essentiel de pouvoir contraindre l'ensemble dans des directions d'erreurs probables, et les images vapeur d'eau pourraient faire partie de cette contrainte.

Concrètement, ce chapitre illustre aussi comment les méthodes et concepts développés permettent d'effectuer des expériences d'initialisation en tourbillon potentiel (un peu) plus objectives qu'auparavant : le lien et l'incertitude entre les caractéristiques de l'image (réchauffement des cellules) et les champs de tropopause dynamique peuvent être quantifiés, tout comme l'impact des pseudo-observations introduites. Ces outils peuvent aider à contraindre l'amplitude et l'incertitude des modifications des conditions initiales en tourbillon potentiel.

6.1 Éléments descriptifs de la tempête des Landes

6.1.1 Description synoptique

Dans la nuit du 02 au 3 octobre 2006, une dépression alimentée par de l'air tropical se creuse sur le golfe de Gascogne. Elle aborde les côtes aquitaines vers 06 heures locales. Sur les côtes, les rafales les plus violentes se produisent entre 07 et 08 heures avec 151 km/h à Biscarrosse, 165 km/h à Lege-Cap-Ferret, 136 km/h à Cazaux, 134 km/h à CapBreton. La partie la plus active de la dépression traverse ensuite la Gironde puis la Dordogne avec des pointes de vent instantané en matinée à 136 km/h sur Saint-Sulpice-de-Pommiers (33) au sud de Bordeaux et 141 km/h à Coulouniex (24) près de Périgueux. La Charente puis le Limousin subissent également des vents forts dépassant en rafale 100 km/h. La dépression propulsée par un puissant courant-jet poursuit son chemin en direction du Nord-Est de la France où elle provoque dans l'après-midi des inondations importantes. Les lames d'eau associées au passage de la dépression sur l'Aquitaine et le Poitou-Charentes sont souvent comprises entre 30 et 40 mm. Le caractère relativement exceptionnel de cette tempête peut être évalué quantitativement en calculant la durée de retour sur les observations de vent, qui avoisine les dix ans.

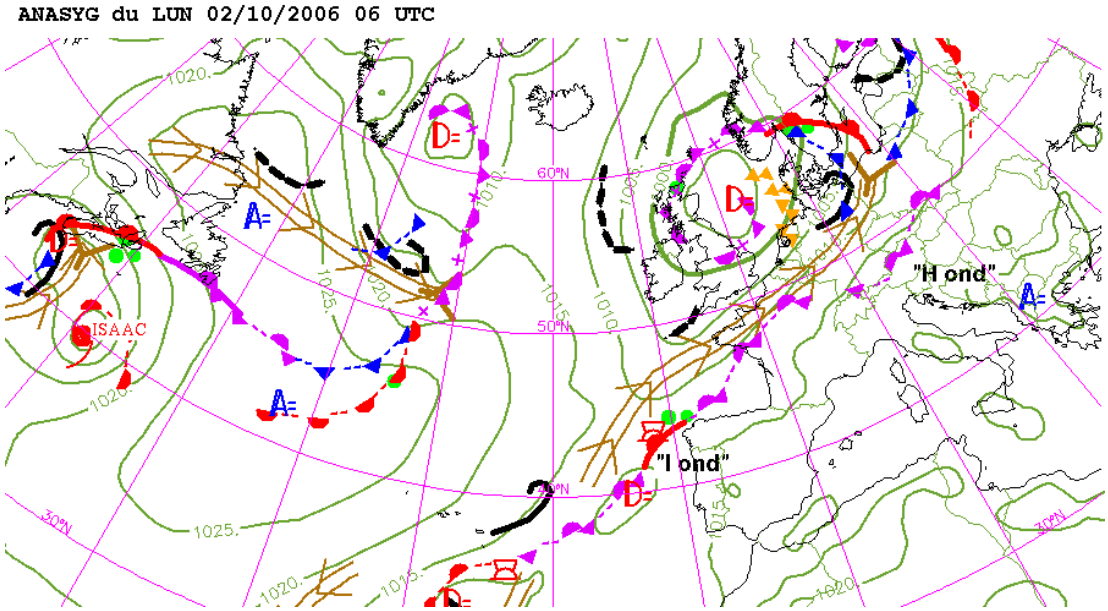
La description synoptique est présentée sur la figure 6.1. Vingt-quatre heures auparavant, une anomalie dynamique de tropopause se situe en entrée d'un courant-jet d'altitude. La frontogenèse dans les basses couches est alimentée par un air chaud, où apparaissent de nombreuses cellules convectives. La situation en altitude se caractérise par plusieurs anomalies de tropopause apparemment actives : la première, en (40N,0W) est à proximité spatiale de la dépression d'intérêt (notée "D l ond", figure 6.1a). La deuxième est située vers 30N dans un enroulement cyclonique qui se détache de la circulation principale, mais qui reste accompagné de cellules convectives. Au maximum d'intensité de la tempête (figure 6.1b), on constate que l'anomalie de tropopause est plus proche spatialement du noyau tourbillonnaire de basses couches. Le courant-jet est séparé en deux parties, plaçant l'anomalie de pression en sortie de courant-jet, sans que l'on puisse affirmer avec certitude que cette fracture puisse être attribuée à l'interaction avec l'anomalie d'altitude. Une autre caractéristique remarquable de cette dépression est son échelle spatiale, relativement réduite (1000 km).

6.1.2 Dynamique de structures cohérentes remarquables

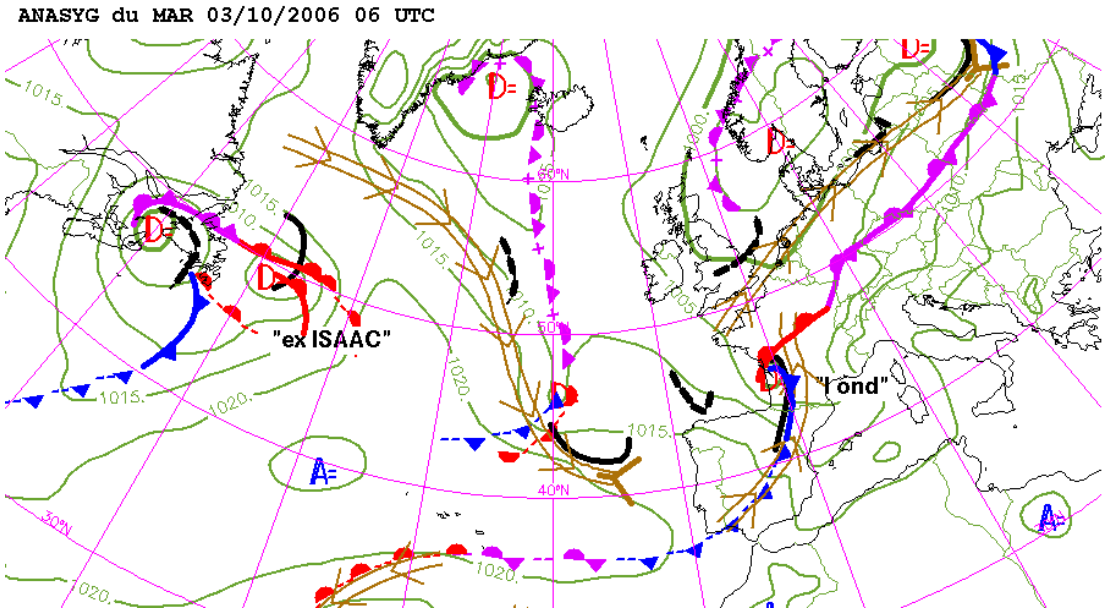
Structures de basses couches

Bien que les prévisions issues de différents réseaux puissent être assez différentes, elles conservent en général les mêmes structures cohérentes. La figure 6.2 présente les analyses ARPEGE opérationnelles à partir du 1er Octobre 2006 12 TU jusqu'au 03 Octobre 2006 à 00 TU.

On y décèle la présence d'un noyau de tourbillon relatif de basses couches, noté B_1, qui possède une bonne cohérence spatio-temporelle. Au 03 Octobre 2006, il est directement associé aux vents forts de la tempête dans le golfe de Gascogne. Son intensité dans les analyses successives est d'environ $2 \cdot 10^{-4}$ s^{-1} jusqu'au 02 Octobre 2006 12 TU où il double quasiment de valeur, avec un maximum à $3.5 \cdot 10^{-4}$ s^{-1}. Une caractéristique remarquable de ce noyau est d'être associé à de la convection orageuse (c.f. figure 6.1). Il est associé à un maximum d'environ 2 PVU (02 Octobre 2006 à 00 TU) localisé

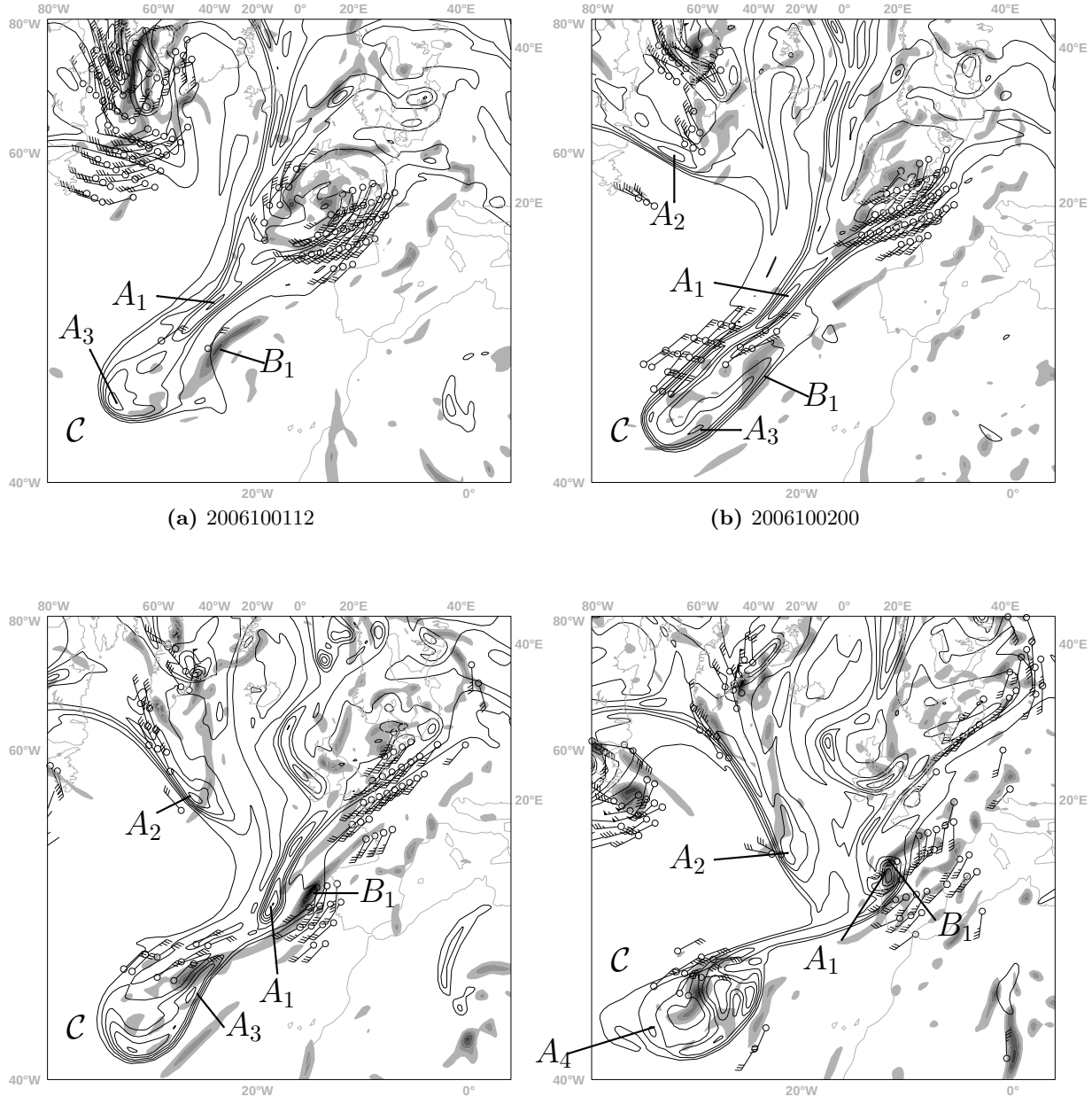


(a) ANASYG du 2 octobre 2006 à 06 TU



(b) ANASYG du 3 octobre 2006 à 06 TU

Fig. 6.1: Analyses synoptiques opérationnelles pour la tempête des landes au maximum de l'intensité observée (3 octobre 2006 à 06 TU, en bas) et 24 heures auparavant (2 octobre 2006 à 06 TU, en haut). La cyclogenèse d'intérêt est indiquée par le cartouche "l ond". La légende complète est donnée dans l'annexe C.



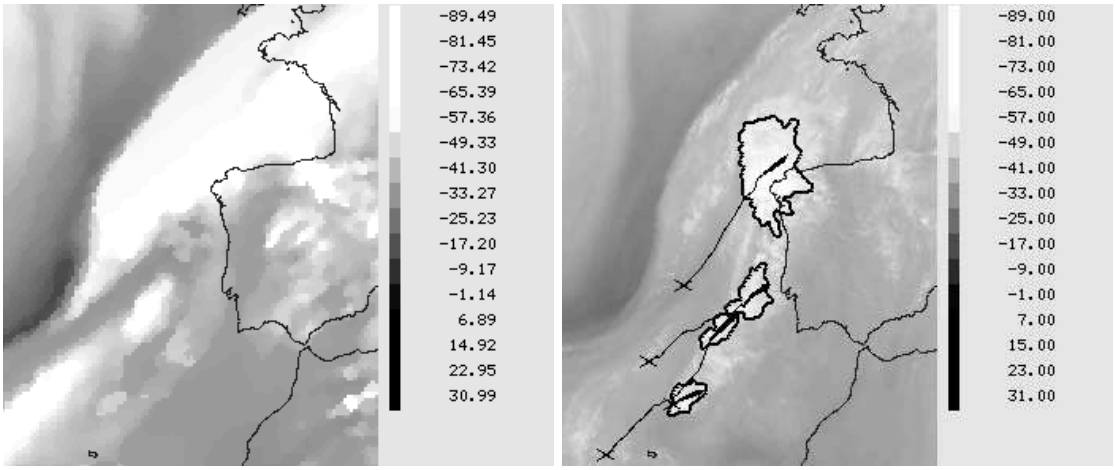
(a) 2006100112 **(b)** 2006100200

(c) 2006100212 **(d)** 2006100300

Fig. 6.2: Structures cohérentes remarquables sur les analyses opérationnelles ARPEGE de la tempête des Landes. Traits pleins noirs : hauteur de la tropopause dynamique (1.5 PVU), intervalle de contour 100 dam. Tourbillon relatif à 850 hPa en niveau de gris à partir de $5 \cdot 10^{-5}$ s^{-1}, tous les $5 \cdot 10^{-5}$ s^{-1}. Vent à 850 hPa pour les valeurs supérieures à 15 m/s. Anomalie de basses couches notée B_1 ; anomalies de tropopause marquées A_1, A_2, A_3, A_4. Système cyclonique en "cut-off" noté $\mathcal{C}$.

dans la moyenne troposphère. L'association de la convection, génératrice de tourbillon potentiel *via* le diabatisme, et d'un maximum localisé de tourbillon relatif, permet à ce noyau un mouvement et une croissance propre par interaction avec une anomalie de température de surface ; phénomène décrit par Moore et Montgomery (2004; 2005) comme un "vortex de Rossby diabatique" (DRV).

L'image 6.3 illustre le traitement par RDT de l'image satellite pour la détection et le suivi des systèmes convectifs de mésoéchelle. Le 02 Octobre 2006 à 12 TU, La cellule principale est située sur la Galice, légèrement à l'Ouest de la position analysée du noyau B_1 (figure 6.2c). Cette configuration est en accord avec le mécanisme d'évolution diabatique du DRV. On voit que l'image modèle est inexploitable pour le suivi des systèmes convectifs (figure 6.3, panneau de gauche) et que le modèle déclenche la convection dans une zone géographiquement large. Il n'est donc pas possible d'adopter le même schéma de pseudo-observations de déplacement pour le DRV tant que les couches de nébulosité ne sont pas mieux représentées pour ce type d'images.



(a) Image issue de l'ébauche ARPEGE **(b)** Image satellite et traitement RDT

Fig. 6.3: Image satellite modèle valide au 02/10/2006 12 TU issue d'une ébauche ARPEGE (prévision à six heure, panneau de gauche). Suivi des systèmes convectifs de mésoéchelle dans l'imagerie vapeur d'eau, à la même date (à droite).

Structures d'altitude

L'anomalie de tropopause associée directement à la tempête est repérée par le sigle A_1 sur la figure 6.2. Elle demeure spatialement proche de l'anomalie de tourbillon relatif de surface notée B_1 précédemment. Sur les analyses opérationnelles, la tropopause en A_1 est située à environ 400 hPa le 1er octobre à 12 TU jusqu'au 02 octobre, où elle semble subir une baisse d'altitude marquée jusqu'au 02 Octobre vers 18 TU (altitude 550 hPa). Cette cyclogenèse est associée à un changement de forme vers davantage de compacité. D'autres anomalies de tropopause existent dans un voisinage géographique proche. L'anomalie marquée A_2 est également associée à une baisse importante de la hauteur de la tropopause à partir du 02 octobre 00 TU. Enfin, une structure remarquable de plus grande échelle, notée $\mathcal{C}$ sur la figure 6.2, se détache du flux environnant pour former un système indépendant et isolé vers le 02 Octobre 12 TU. Plusieurs anomalies de tropopause circulent cycloniquement au sein de ce système, où l'on aperçoit également

un maximum de tourbillon relatif en surface associé à des vents modérés à forts (c.f. panneau d).

6.1.3 Prévisions des différents réseaux

La figure 6.4 montre quelques champs dynamiques clefs des prévisions de la tempête des Landes. L'analyse vérifiante du CEPMMT se caractérise par un fort noyau de tourbillon au niveau de la région des Landes et par des vents de basses couches dépassant les 30 m/s. L'analyse ARPEGE, non montrée ici, est relativement défaillante au niveau des vents forts et des zones de nébulosité par rapport à l'analyse du CEPMMT (Plu 2008). Les prévisions aux échéances supérieures à 30 heures (figures 6.4 a et b) représentent mal le creusement de la dépression :

- l'anomalie de tourbillon potentiel est située trop au Nord,
- le noyau de vorticité relative de basses couches est mal situé et de forme trop anisotrope,
- les vents forts de basses couches sont sous-estimés.

6.2 Application à la tempête des Landes

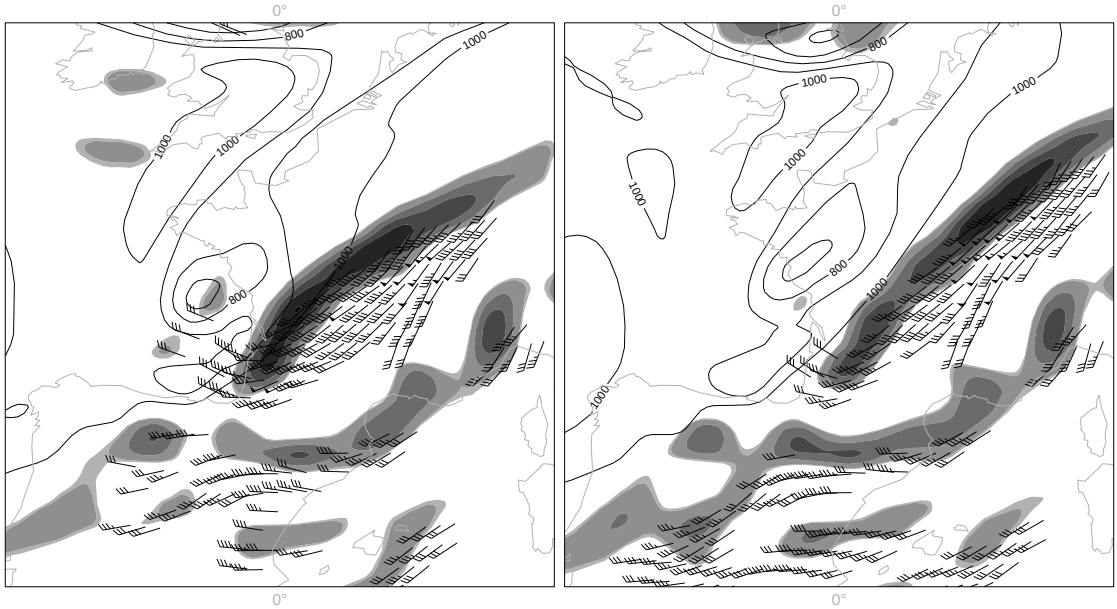
6.2.1 Méthodologie pour la génération des observations

Comportement radiatif des cellules modèle et satellite

L'application d'Antidote sur les images satellites vapeur d'eau sur la situation d'octobre 2006 est représentée sur la figure 6.5(a). La zone d'intrusion sèche I_1 associée à l'anomalie de tropopause A_1 y est bien visible, et détectée par l'algorithme environ 24 heures avant la tempête. D'autres cellules associées aux anomalies de tropopause A_2 ou présentes dans le système cyclonique $\mathcal{C}$ sont également détectées. Ces cellules sont détectées vers le 02 Octobre 2006 00 TU. Auparavant, l'anomalie de tropopause A_2 est associée à une intrusion sèche notée I_0 sur la figure 6.5(b). Cette intrusion sèche subit, lors de la formation du "cut-off" $\mathcal{C}$, une fission en deux cellules indépendantes, I_2 et une autre cellule appartenant à $\mathcal{C}$ (c.f. figure 6.5b).

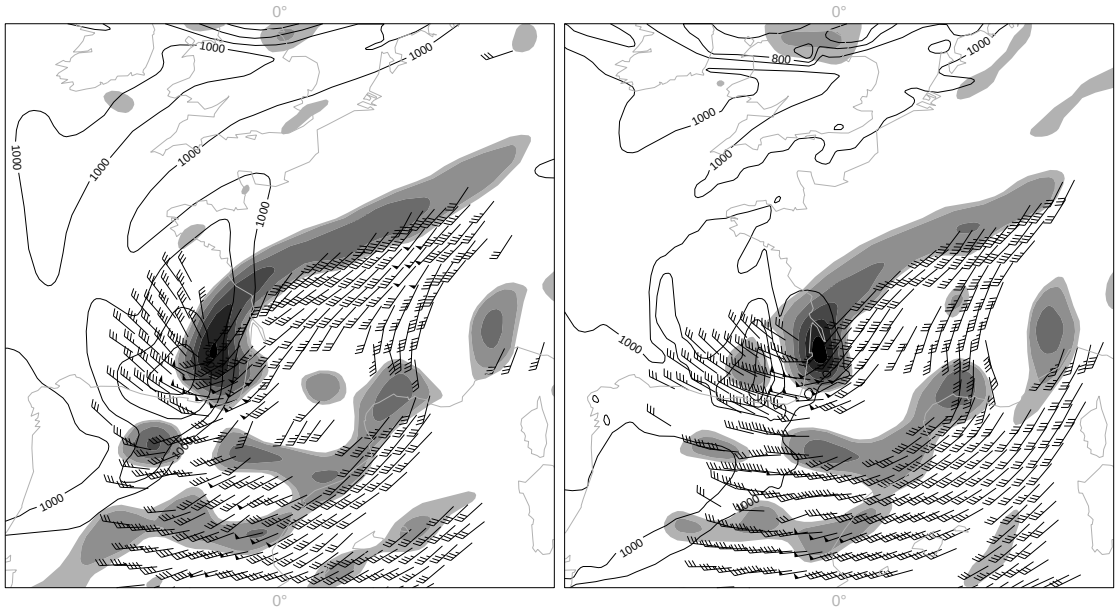
Comme nous l'avons vu dans le chapitre 3, il n'est pas possible d'utiliser une relation statistique linéaire simple entre tourbillon potentiel et température de brillance vapeur d'eau. Cependant, nous avons constaté, sur de nombreux cas, qu'une relation entre les variations de hauteur de tropopause et les variations linéaires de température pouvait être appliquée sur des parties de trajectoires de certaines cellules. Les figures 6.6(a) à (e) présentent les évolutions comparées de la température de brillance et de la hauteur de la tropopause le long des trajectoires des cellules modèle pour les intrusions sèches précédemment décrites. Les deux cellules qui nous intéressent, I_0 et I_1, présentent un lien linéaire relativement précis, avec une pente Γ $\sim$20 hPa/K en accord relatif avec l'approximation du modèle de Wirth (Γ_1 $\sim$13 hPa/K). Les intrusions sèches I_3 et I_4 de l'ébauche ne présentent que peu de lien, voire un lien anti-corrélé (figures 6.6d,e). L'invalidité de la relation PV-WV dans les systèmes cycloniques en "cut-off" est postulée par Demirtas et Thorpe (1999) et Santurette et Georgiev (2005).

Cette comparaison nous permet de sélectionner I_0 et I_1 comme cellules où la relation PV-WV s'applique avec bonne confiance. La figure 6.7 compare alors les températures



(a) 2006100118, prévision ARPEGE à 36 heures

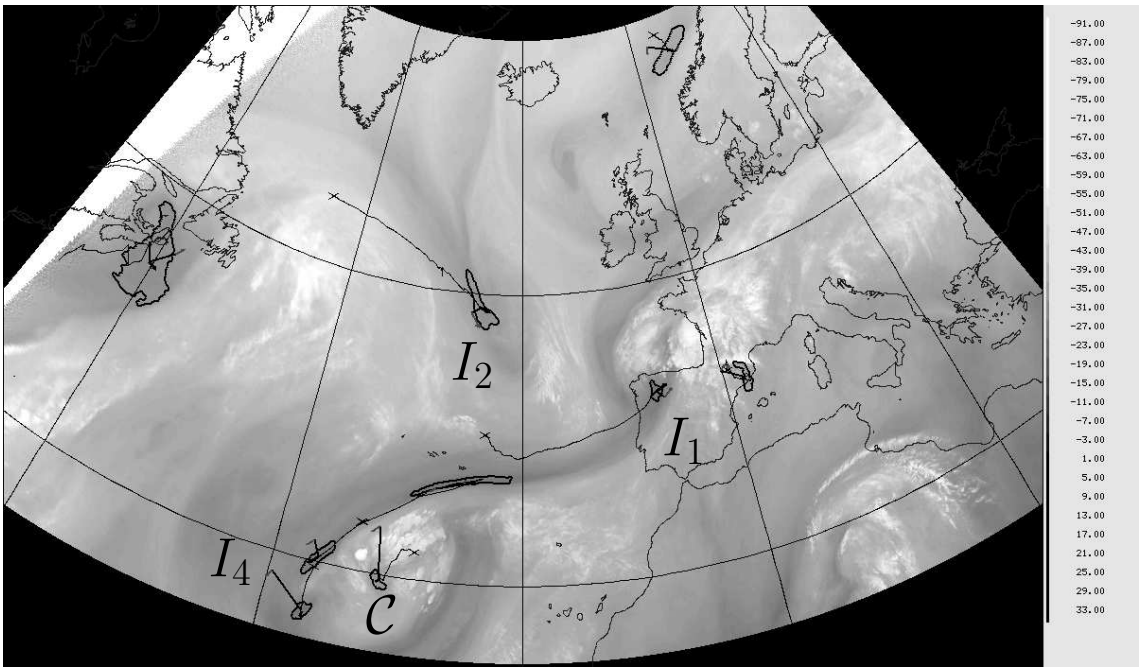
(b) 2006100200, prévision ARPEGE à 30 heures



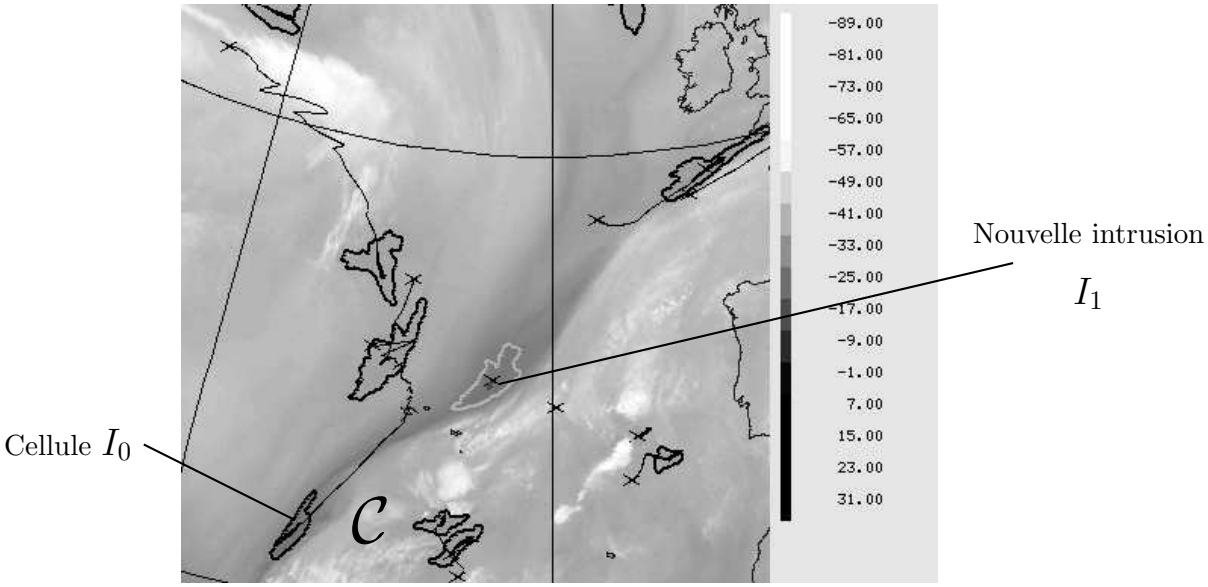
(c) 2006100206, prévision ARPEGE à 24 heures

(d) 2006100306, analyse CEPMMT

Fig. 6.4: Prévisions ARPEGE des réseaux opérationnels et analyse vérifiante CEPMMT pour le 03 Octobre 2006, 06 TU. Légende identique à celle de la figure 6.2. La tropopause est la surface 2 PVU.

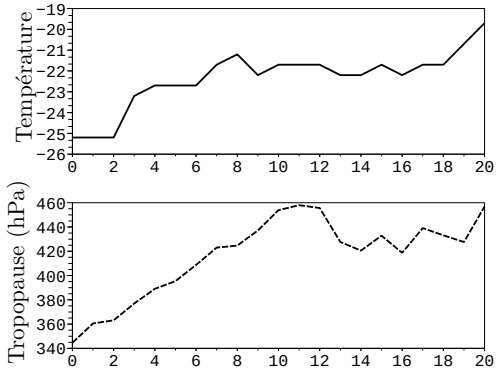


(a) Suivi filtré au 03 Octobre 2006 à 00 TU

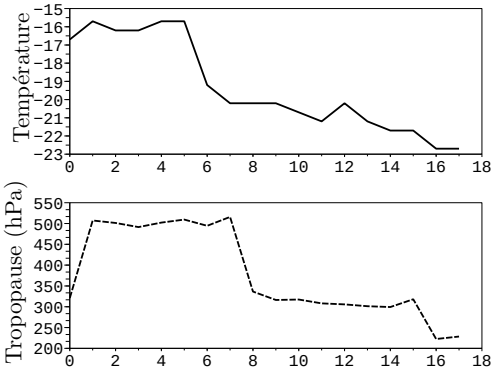


(b) Suivi non filtré au 02 Octobre 2006 à 01h45 TU - zoom en 32N, 25W

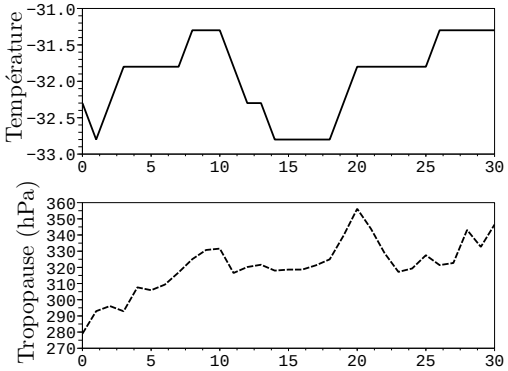
Fig. 6.5: Suivi des cellules par Antidote sur les images géostationnaires du canal 6.2 μm de MSG. Légende identique à celle de la figure 6.5. Intrusions sèches I_0, I_1, I_2 associées respectivement aux anomalies de tropopause A_2, A_1, A_2. L'intrusion I_0 (panneau b) subit une fission donnant l'intrusion I_1 et différentes cellules dans le système $\mathcal{C}$. Lignes d'iso-latitude et d'iso-longitude tous les 20 degrés.



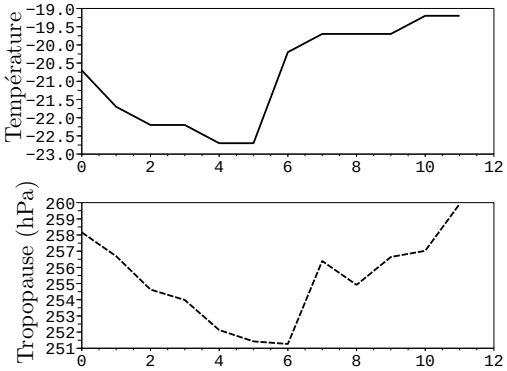
(a) Intrusion sèche I_0



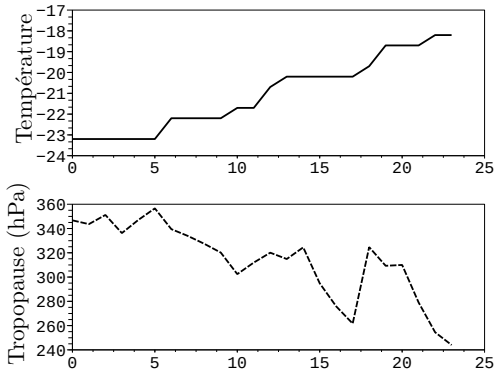
(b) Intrusion sèche I_1



(c) Intrusion sèche I_2



(d) Intrusion sèche I_3



(e) Intrusion sèche I_4

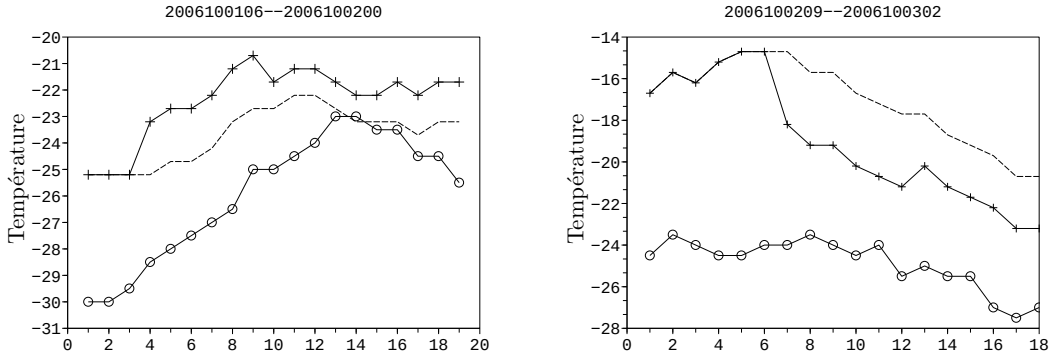
Intrusion	I_0	I_1	I_2	I_3	I_4
Γ (hPa/K)	20.9	33.5	11.4	1.20	
R_{corr}	0.88	0.80	0.37	0.61	-0.80

Γ est la pente de la droite de régression.
R_{corr} est le coefficient de corrélation linéaire.

(f) Régressions linéaires

Fig. 6.6: Évolutions temporelles comparées de la température de brillance et de la hauteur moyenne de la tropopause pour différentes trajectoires d'intrusions sèches détectées sur les images modèle.

des cellules modèle et satellite sur l'intervalle temporel d'appariement. Le biais de ce canal vapeur d'eau est approximativement égal à 1.7 K. L'intrusion sèche I_1, à partir du 02 Octobre à 09 TU (figure 6.7b), présente le même comportement en température - de décroissance mesurée - quoique la cellule satellite se réchauffe moins rapidement. Auparavant par contre, l'intrusion sèche I_0 a gagné 7 degrés dans l'image satellite, contre seulement 3.5 dans l'image modèle. La différence (3.5K) représente, dans le modèle de Wirth, une erreur de position verticale de la tropopause de l'ordre de 45 hPa.



(a) Intrusion sèche I_0 **(b)** Intrusion sèche I_1

Fig. 6.7: Températures de brillance comparées des intrusions modèle et satellite pour I_0 et I_1. Cercles : température de la cellule satellite ; croix : température de la cellule modèle ; pointillés : température modèle corrigée des sauts de température aux réseau d'assimilation.

Géométrie des observations

L'algorithme développé dans le chapitre 4 est utilisé pour apparier les cellules du traitement d'image. Leurs différences en comportement radiatif sert à évaluer l'erreur verticale de position de la tropopause *via* le modèle de Wirth simplifié :

$$\delta P = \Gamma_1 \big(T_{\mathrm{bb}}^{\mathrm{sat}} - T_{\mathrm{bb}}^{\mathrm{mod}} \big) \tag{6.1}$$

Plusieurs approches sont possibles : la première consiste à ne considérer que les différences de comportement radiatif des cellules sur la fenêtre temporelle, et d'assimiler les pseudo-observations en prenant en compte leur corrélation d'erreur temporelle (Jarvinen et al. 1999). On assimile alors la tendance plutôt que la valeur des observations de tourbillon potentiel. La deuxième consiste à s'autoriser à comparer les différences radiatives sur un intervalle temporel supérieur à la fenêtre du 4D-Var, et de choisir un état de référence où les températures modèle et satellite sont supposées égales. La première approche serait adaptée pour un système d'assimilation cyclé, tandis que la deuxième pourrait s'appliquer au cas par cas, lors de prévision incertaine de cyclogenèses intenses, à la manière du système CTPini. La seconde approche est donc plus appropriée à notre cas d'étude. On génère les pseudo-observations par déplacement vertical δP de l'ébauche à l'ensemble des niveaux où l'anomalie est détectée (dans notre cas de 500 hPa à 250 hPa), et à tous les instants temporels de la fenêtre du 4D-Var.

6.2.2 Une première prévision

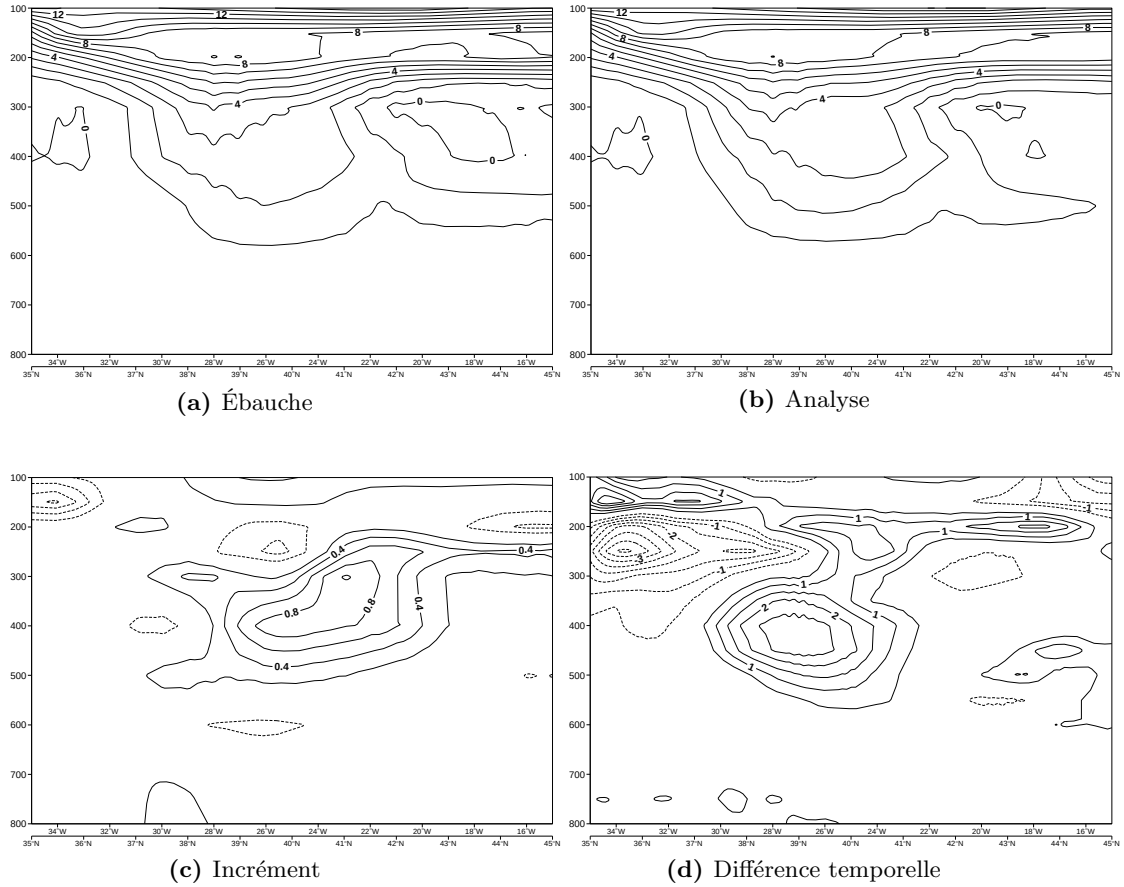
Incrément initial en tourbillon potentiel

Une première expérience assimile les pseudo-observations associées à la cellule I_0 uniquement, avec et sans les autres observations disponibles à ce réseau. Pour obtenir un impact maximum, on choisit dans un premier temps un écart-type d'erreur d'observation plutôt faible $\sigma_o = 0.1\widetilde{\sigma_b}$. L'incrément d'analyse en tourbillon potentiel, représenté sur la figure 6.8c, présente un maximum d'environ 1 PVU à 350 hPa conduisant à une baisse d'environ 50 hPa des surfaces 2 et 3 PVU (figures 6.8a et b). Un incrément négatif en tourbillon potentiel apparaît également en amont et en aval (vers 34 W et 16 W). Nous savons que la cyclogenèse est active dans les ébauches dès 06h TU le 1er Octobre (figure 6.7a). On peut par ailleurs estimer le déplacement apparent de l'anomalie A_2 à environ +2 degrés en latitude et -2 degrés en longitude entre le 1er Octobre à 06 TU et le 1er Octobre à 12 TU. La figure 6.8d présente la différence entre l'ébauche à 18 TU et l'ébauche translatée à 12 TU, de manière à étudier l'incrément en tourbillon potentiel dans un référentiel Lagrangien qui suit l'anomalie. On constate la même structure générale en tourbillon potentiel (incrément de structure tripolaire avec un maximum vers 400 hPa). L'incrément d'analyse est donc cohérent avec une cyclogenèse prolongée de quelques heures.

Prévision de la tempête

Les réseaux d'assimilation avant le 02 Octobre 2006 se traduisent par un mauvais positionnement de la dépression et par une sous-évaluation significative de l'intensité des vents de basses couches. La prévision issue de l'ébauche (soit du réseau opérationnel d'assimilation du 01 Octobre 12 TU) sera appelée EBC ; la prévision opérationnelle issue de l'ébauche et des observations (réseau de production du 01 Octobre 18 TU) sera appelée REF ; les prévisions issues de l'ébauche, des observations et des pseudo-observations de tourbillon potentiel seront appelées APV.

La figure 6.9 compare les prévisions de tourbillon relatif dans les basses couches aux observations de vent. La localisation précise de la tempête est bien meilleure dans l'expérience APV : le maximum de tourbillon relatif est bien situé sur la région landaise à 06 TU, et il est parfaitement calé avec les observations de vents de basses couches. Les analyses vérifiantes d'ARPEGE et du CEPMMT donnent toutes deux, à 06 TU, des vents à 850 hPa de l'ordre de 30 m/s compatibles avec les observations de vent à 10 m (environ 38 m/s). Le tableau 6.1 donne les vents maximums dans les prévisions avec et sans assimilation des pseudo-observations. La cyclogenèse de l'expérience APV est plus intense que celle de l'expérience REF, conduisant à une augmentation des vents de l'ordre de 2 m/s. Cette amélioration est aussi visible dans les images satellites prévues (figure 6.10) : la meilleure localisation de la tempête s'accompagne d'une prévision améliorée pour la nébulosité sur la Bretagne et la Normandie. La position de l'intrusion sèche sur l'Espagne demeure encore imprécise, et elle est probablement due à des erreurs de plus grande échelle.



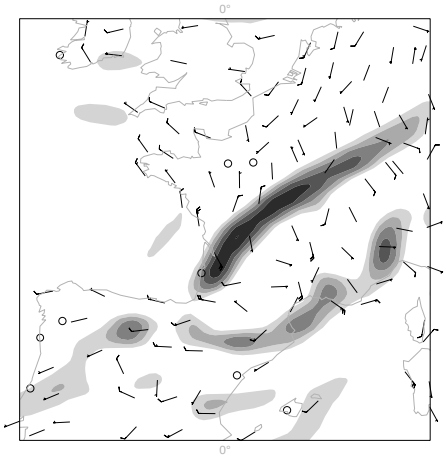
(a) Ébauche **(b)** Analyse

(c) Incrément **(d)** Différence temporelle

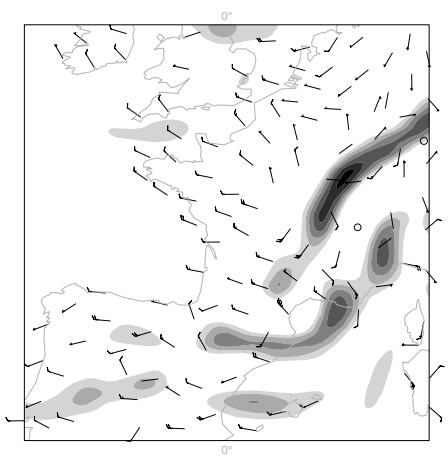
Fig. 6.8: Coupes en tourbillon potentiel de l'ébauche et de l'analyse (panneaux du haut, intervalle 1 PVU, contour 2 PVU en gras) au 01 Octobre 2006 à 18 TU. Panneau (c) : coupe de l'incrément d'assimilation (intervalle 0.2 PVU). Panneau (d) : coupe de la différence entre ébauche au 01 Octobre 2006 à 18 TU et l'ébauche translatée au 01 Octobre 2006 à 12 TU (intervalle 0.5 PVU).

Expérience	Analyse CEPMMT	EBC	REF	APV $\sigma_o = 0.1 \cdot \widetilde{\sigma_b}$	APV $\sigma_o = 0.6 \cdot \widetilde{\sigma_b}$
Force du vent à 06 TU (m/s)	30.0	23.7	24.5	26.3	25.4
Force du vent à 12 TU (m/s)	30.5	21.2	24.2	26.2	26.0

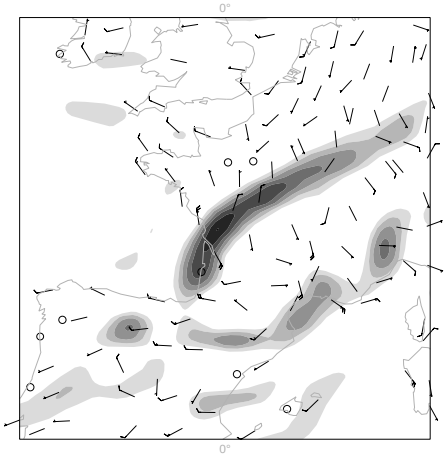
Tab. 6.1: Vents maximums à 850 hPa dans les expériences d'assimilation



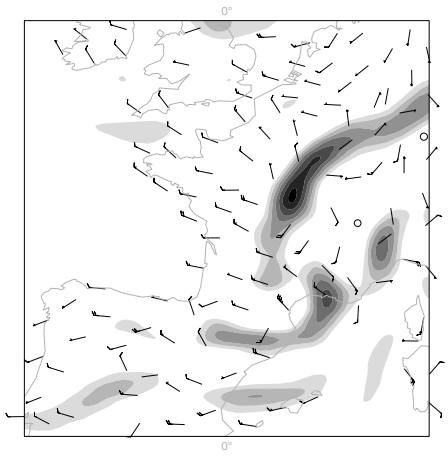
(a) Prévision REF pour le 03 octobre à 06 TU



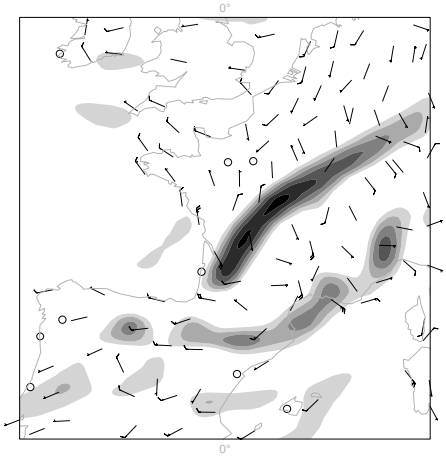
(b) Prévision REF pour le 03 octobre à 12 TU



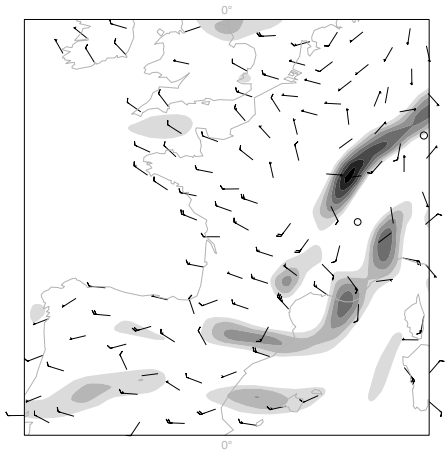
(c) Prévision APV avec $\sigma_o = 0.1 \cdot \widetilde{\sigma_b}$



(d) Prévision APV avec $\sigma_o = 0.1 \cdot \widetilde{\sigma_b}$

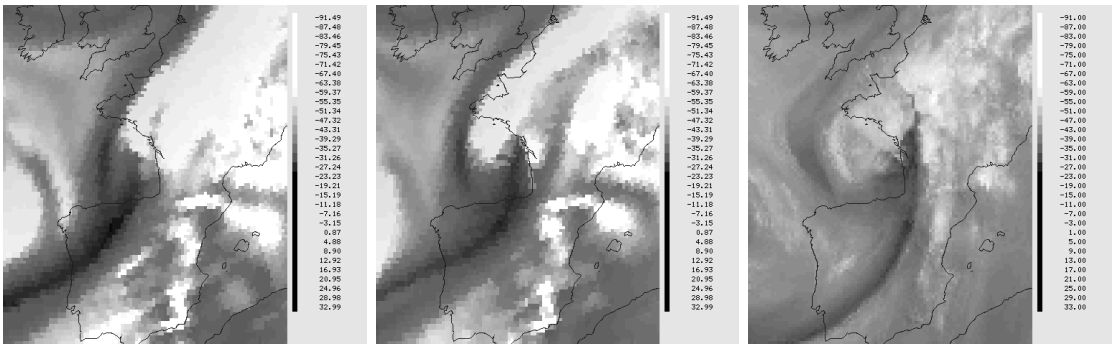


(e) Prévision APV avec $\sigma_o = 0.6 \cdot \widetilde{\sigma_b}$



(f) Prévision APV avec $\sigma_o = 0.6 \cdot \widetilde{\sigma_b}$

Fig. 6.9: Observations en vent à 10 mètres issues des stations sol (barbules) comparées au tourbillon relatif à 850 hPa (intervalle de gris $5 \cdot 10^{-5}$ s^{-1}). En haut : prévision opérationnelle ; au milieu et en bas prévision avec assimilation des pseudo-observations de PV pour différents σ_o.



(a) Prévision REF **(b)** Prévision APV $\sigma_o = 0.1 \cdot \widetilde{\sigma_b}$ **(c)** Image satellite

Fig. 6.10: Comparaison des images satellites prévues pour le 03 octobre à 06 TU et de l'image satellite ; canal vapeur d'eau 6.2 μm de SEVIRI/MSG.

6.2.3 Réglage de l'écart-type d'erreur d'observation

La méthode de Guérin et al. (2006) est utilisée pour déterminer un écart-type d'erreur d'observation plus réaliste. Elle fait l'hypothèse que la variance d'erreur des observations $(\sigma_o^{\mathrm{PV}})^2$, doit être proche de la variance des résidus associés aux pseudo-observations de tourbillon potentiel, et elles-mêmes dépendant de la spécification de σ_o^{PV} :

$$(\sigma_o^{\mathrm{PV}})^2 = \mathrm{Var}\Big(\boldsymbol{y} - H_{\mathrm{PV}}(\boldsymbol{x}_a^{(\sigma_o^{\mathrm{PV}})})\Big) \tag{6.2}$$

Pour cela, on effectue plusieurs analyses avec des écarts-types d'erreurs d'observations $\sigma_o = \alpha \cdot \widetilde{\sigma_b}$. Différents ($\alpha \in \{0.05, 0.1, 0.2, 0.5, 1.0, 2.0\}$). La figure 6.11 montre que l'intersection des deux membres de l'équation 6.2 a lieu pour $\sigma_o^{\mathrm{PV}} = 0.6 \cdot \widetilde{\sigma_b}$.

Chapnik et al. (2004; 2006) ont introduit une méthode basée sur la méthode de réglage des écarts-types d'erreur de Desroziers et Ivanov (2001). On introduit un coefficient multiplicatif $\boldsymbol{s}^o = (s_1^o, \ldots, s_p^o)$ pour la matrice de covariance des erreurs d'observation (et respectivement pour l'ébauche) :

$$\widetilde{R_k} = s_k^o \cdot R_k \tag{6.3}$$

où k désigne un groupe d'observations où les erreurs d'observations sont indépendantes (typiquement, des satellites ou instruments différents dont les erreurs sont décorrélées). L'idée est alors que dans un système d'assimilation linéaire optimal, la valeur de la fonction de coût doit être proche de la trace de la matrice $I_k - \Pi_k^o H K \Pi_k^{o\mathrm{T}}$, où k désigne la dimension du groupe d'observations indépendantes et Π_k^o est le projecteur sur ce groupe d'observations :

$$E\big(J(\boldsymbol{x}_a)\big) = \frac{1}{2}\mathrm{Tr}\big(\Pi_k^o H K \Pi_k^{o\mathrm{T}}\big) \tag{6.4}$$

La trace de la matrice est calculée par la méthode de Girard (1989) en utilisant des assimilations avec observations perturbées, lesquelles fournissent aussi une estimation de $E\big(J(\boldsymbol{x}_a)\big)$. Le calcul de s_k^o est obtenu par un algorithme de point fixe, et en général très bien approximé par la première itération (Chapnik et al. 2006) :

$$s_{1,k}^o \simeq \frac{2J(\boldsymbol{x}_a)}{\mathrm{Tr}\big(I_k - \Pi_k^o H K \Pi_k^{o\mathrm{T}}\big)} \tag{6.5}$$

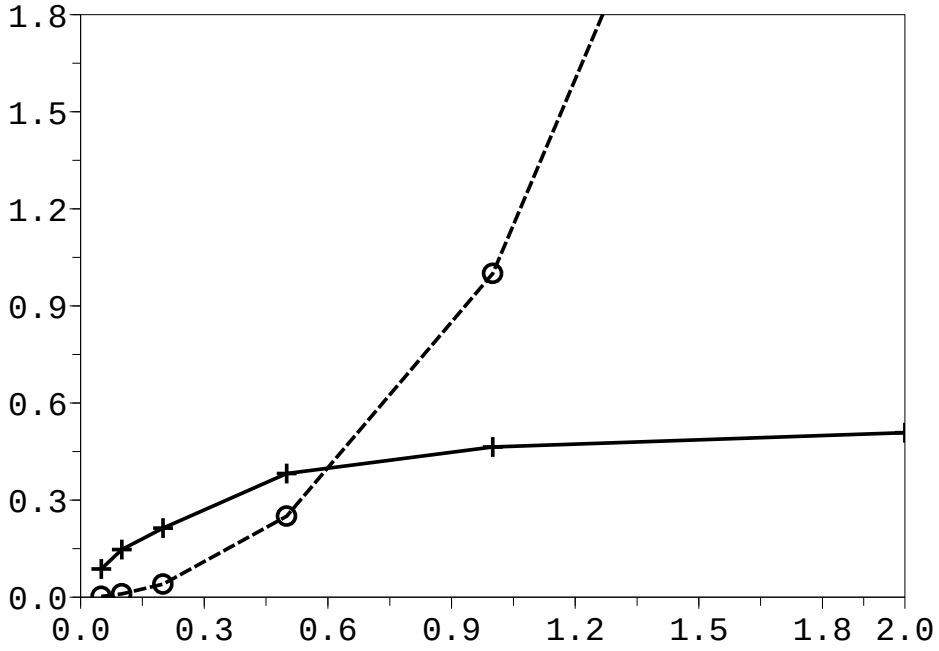


Fig. 6.11: Réglage de l'écart-type d'erreur d'observation $\sigma_o = \alpha \cdot \widetilde{\sigma_b}$. En pointillés et cercles, courbe : $\alpha \longrightarrow \mathrm{Var}(\boldsymbol{y} - H_{\mathrm{PV}}(\boldsymbol{x}_a^{(\alpha)}))/\widetilde{\sigma_b}^2$. En traits pleins et signes plus courbe : $\alpha \longrightarrow \alpha^2$.

Données			PSEUDO-PV	SYNOP	AIREP	SATOB	DRIBU	TEMP
Facteur multiplicatif en σ_o			0.77	0.81	0.65	0.44	0.61	0.85
PILOT	HIRS	AMSUA	AMSUB	SSMI	AIRS	SCATT		
0.73	0.56	0.54	0.64	0.44	0.96	0.73		

Tab. 6.2: Facteurs multiplicatifs $\sqrt{s^o_{1,k}}$ pour différents groupes d'observations, calculés à partir des analyses perturbées au 01 Octobre 2006 à 18 TU.

Le tableau (6.2) donne le facteur de réduction applicable à σ_o afin de se rapprocher du critère d'optimalité (6.4). Comme Chapnik et al. (2006), on constate que le facteur réduit en général l'écart-type d'erreur de 0 à 50%. Les pseudo-observations introduites ont un facteur tout à fait comparable à celui des autres données[1]

On voit que ces deux méthodes montrent que l'écart-type d'erreur d'observation peut être très raisonnablement fixé à $\sigma_o = 0.6 \cdot \widetilde{\sigma_b}$. Bien entendu, les pseudo-observations de tourbillon potentiel telles qu'elles sont générées actuellement par estimation du déplacement vertical reposent sur l'ébauche, et présentent donc des erreurs corrélées spatialement, temporellement et avec l'ébauche ; lesquelles ne sont pas prises en compte dans les procédures précédentes. Le calcul de l'écart-type d'erreur d'ébauche "optimal" ne fournit qu'un ordre de grandeur de la précision de telles observations.

6.2.4 Prévision avec un écart-type d'erreur d'observation réglé

Qualité de la prévision de la tempête

Les figure 6.9 et tableau 6.1 résument la prévision obtenue avec un écart-type d'erreur d'observation réglé. En termes d'intensité des vents, le gain sur la réalisme de la force des vents est légèrement diminué (il est proche de 1 m/s à 06 TU et de 2 m/s à 12 TU). Par contre, la position de la tempête n'est plus du tout rectifiée comme elle l'était dans l'expérience précédente.

Nombre de degrés de liberté du signal

Le nombre de degrés de libertés (DFS) de l'analyse est défini comme la dimension du noyau de la matrice de covariance des erreurs d'analyse A. Il peut être estimé pour chaque groupe d'observation k par la trace de la matrice :

$$\mathrm{DFS}_k = \mathrm{Tr}\left(\Pi_k^o H K \Pi_k^{o\mathrm{T}}\right) \tag{6.6}$$

Le calcul des DFS a été introduit par Chapnik et al. (2006) au sein d'ARPEGE à l'aide de la même procédure d'estimation par Monte-Carlo de la trace de grandes matrices. Notre expérience comporte $p_k = 42$ pseudo-observations de tourbillon potentiel pour un DFS total de 6.7, typiquement inférieur d'un facteur 10 au DFS d'un canal d'un instrument satellite. Le faible nombre d'observations est clairement en jeu. Par contre l'informativité de l'observation - définie comme le rapport du DFS par le nombre d'observation - est assez élevé, comme le montre la figure 6.12. Beaucoup d'instruments satellites sondent la température (notamment les quatre instruments AMSUA), et l'on observe des phénomènes de compensation quand on retire un instrument (augmentation du DFS des autres instruments par exemple). Les directions d'erreurs en température sont donc déjà bien observées. Au contraire, les données d'humidité et de vent ont des DFS relatifs plus élevés. Pour l'humidité, cela s'explique en partie par le fait que son analyse est découplée, au sein de la matrice B, des autres variables. Peu de données mesurent effectivement directement le vent, d'où des DFS assez forts pour ce type de mesures. Le DFS mesure le gradient de l'analyse dans l'espace des observations par

[1] Ce facteur est plus important pour les données AIRS probablement à cause de l'erreur modèle dans la stratosphère, et plus faible pour les données SATOB et une partie des données satellites pour compenser la non-prise en compte des corrélations d'erreurs d'observation.

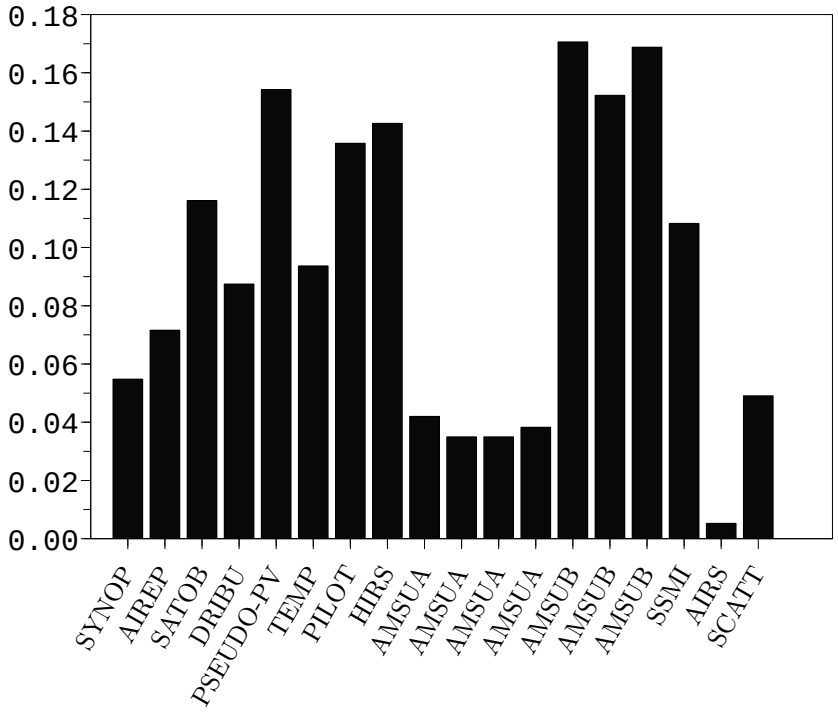


Fig. 6.12: Nombre de degrés de liberté du signal de l'analyse par groupe d'observations et ramené au nombre d'observations du groupe. Chaque groupe représente un instrument sur un satellite ou un groupe d'observations conventionnelles. Cas du 01er Octobre 2006, 18 TU.

rapport aux observations :

$$\mathrm{DFS} = \mathrm{Tr}\Big(\frac{\partial(H\boldsymbol{x}_a)}{\partial \boldsymbol{y}}\Big) \tag{6.7}$$

Le DFS est associé à la capacité du système variationnel à changer l'analyse dans l'espace des observations quand la valeur de l'observation change. Un DFS fort peut donc être associé à des longueurs de corrélation réduites, ou à une direction peu observée et donc très sensible à l'observation introduite. On voit que les observations de tourbillon potentiel (qui sont des observations balancées de tourbillon absolu et de gradient vertical de température) sont très informatives. Une explication est que le système est peu contraint *à la fois* en tourbillon et en température, ce qui lui permet de relativement bien ajuster les observations de tourbillon potentiel ; d'où une informativité forte. Le fait que le nombre d'observations de tourbillon potentiel soit réduit est une conséquence directe de la limitation géographique de la relation entre vapeur d'eau et tourbillon potentiel, mais aussi du traitement d'image (cellules de taille réduite) et de la méthodologie employée. Le DFS total est donc limité mais malgré cela, les expériences montrent une sensibilité importante de la prévision du tourbillon de basses couches aux pseudo-observations introduites.

6.3 Tourbillon potentiel et ozone

Il existe une autre méthodologie pour définir et assimiler des pseudo-observations de tourbillon potentiel au niveau de la tropopause qui consiste à utiliser des mesures de concentration en ozone. Une forte concentration en ozone est caractéristique de l'origine stratosphérique de la masse d'air, et est donc corrélée avec de fortes valeurs de tourbillon potentiel. Cette relation est plus directe que la relation entre image vapeur d'eau et tourbillon potentiel (qui repose sur le mouvement vertical), ce qui permet d'utiliser une approche plus classique pour la définition des pseudo-observations.

On se propose d'étudier une régression statistique simple reliant ozone et tourbillon potentiel, puis d'effectuer des expériences d'assimilation des pseudo-observations obtenues. Jang et al. (2003) utilisent une régression linéaire entre la colonne totale en concentration d'ozone TOMS[2] et l'intégrale verticale (entre 500 et 100 hPa) du tourbillon potentiel d'Ertel. Cette régression est ensuite appliquée pour définir des pseudo-observations qui sont assimilées sur un cas de tempête. Jang et al. (2003) concluent à un apport positif de ces données mais uniquement quand elles sont incorporées en conjugaison avec les données de radiosondage (qui permettent sur ce cas d'initialiser une structure de basses couches en température).

6.3.1 Données ozone

Les données ozone proviennent de l'instrument *Microwave Limb Sounder* (MLS) du satellite de recherche Aura (successeur de Earth Probe). Il s'agit d'un sondeur micro-ondes qui permet d'estime la concentration d'ozone dans la stratosphère (au dessus de 200 hPa). Elles sont exploitées dans une assimilation directe dans une version d'ARPEGE couplée avec un modèle de transport chimique par N. Semane au CNRM (Semane et al. 2007), qui nous a aimablement fourni les données MLS.

6.3.2 Régressions entre données ozone et tourbillon potentiel

On effectue une comparaison des ébauches ARPEGE et de données ozones sur une première période de cinq jours (20 Septembre 2006 au 25 Septembre 2006) en calculant les innovations avec l'opérateur de tourbillon potentiel d'ARPEGE. La figure 6.14 montre qu'il existe une corrélation importante entre les données ozone et les ébauches, et que celle-ci semble exploitable pour les plus bas niveaux. Aux niveaux supérieurs (figure 6.14a), les valeurs de tourbillon potentiel calculées se regroupent en amas. Cela provient certainement de la discrétisation très grossière des niveaux supérieurs du modèle dans la stratosphère, et du fait que l'opérateur d'observation utilise une régression linéaire en pression (alors le tourbillon potentiel augmente de manière quasi exponentielle). En ne retenant que les niveaux 215 et 147 hPa (figure 6.14b), deux modèles de régression semblent utilisables. Le modèle linéaire montre un coefficient de corrélation $r = 0.802$ et donne la relation

$$\mathrm{PV} = a \cdot O_3 + b \tag{6.8}$$

$$a = 8.8404536 \quad \text{et} \quad b = 2.4965725 \tag{6.9}$$

[2] *Total Ozone Mapping Spectrometer*, intrument de mesure d'ozone sur le satellite NASA Earth Probe.

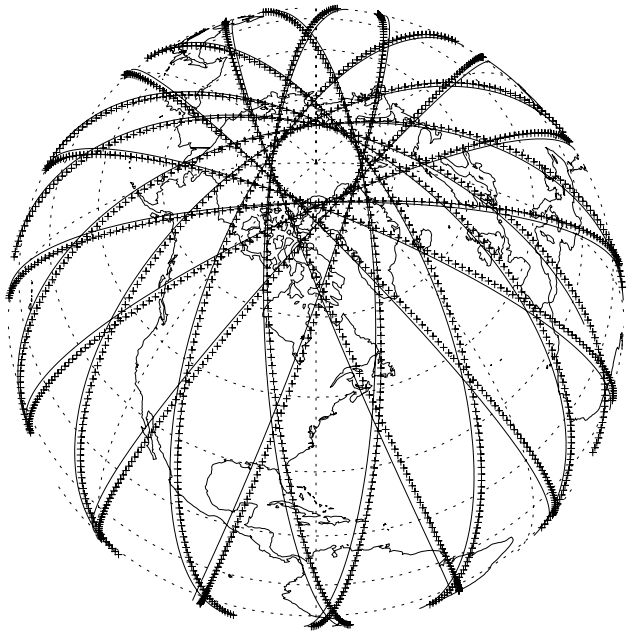


Fig. 6.13: Mesures MLS (croix) le long de l'orbite du satellite Aura (traits continus) pendant une période de 24 heures.

Le modèle logarithmique relie le tourbillon potentiel (PVU) au logarithme de la concentration en O_3 (ppmv) *via*

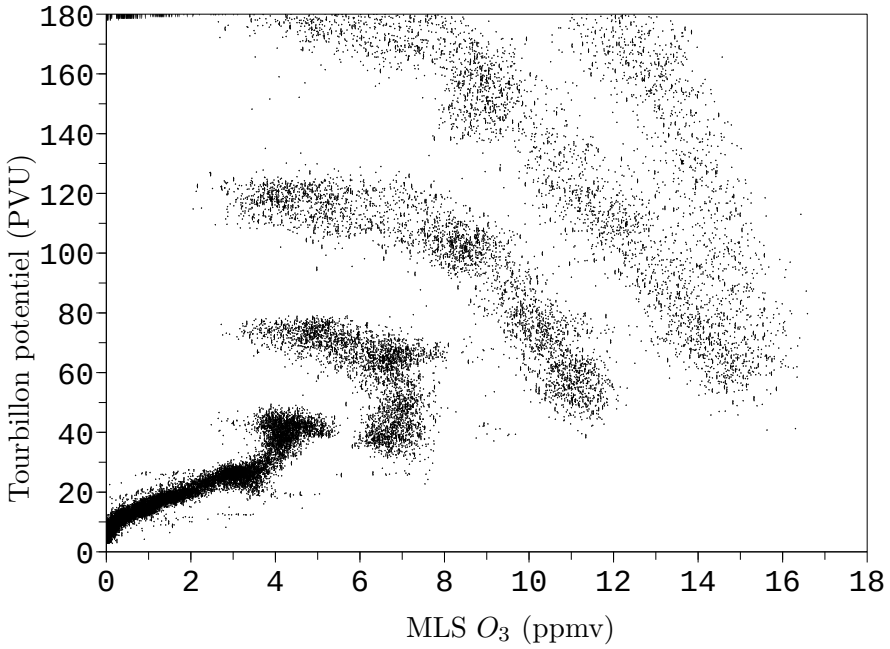
$$\mathrm{PV} = a \cdot \ln(O_3) + b \tag{6.10}$$

$$a = 4.4806859 \quad \text{et} \quad b = 10.679164 \tag{6.11}$$

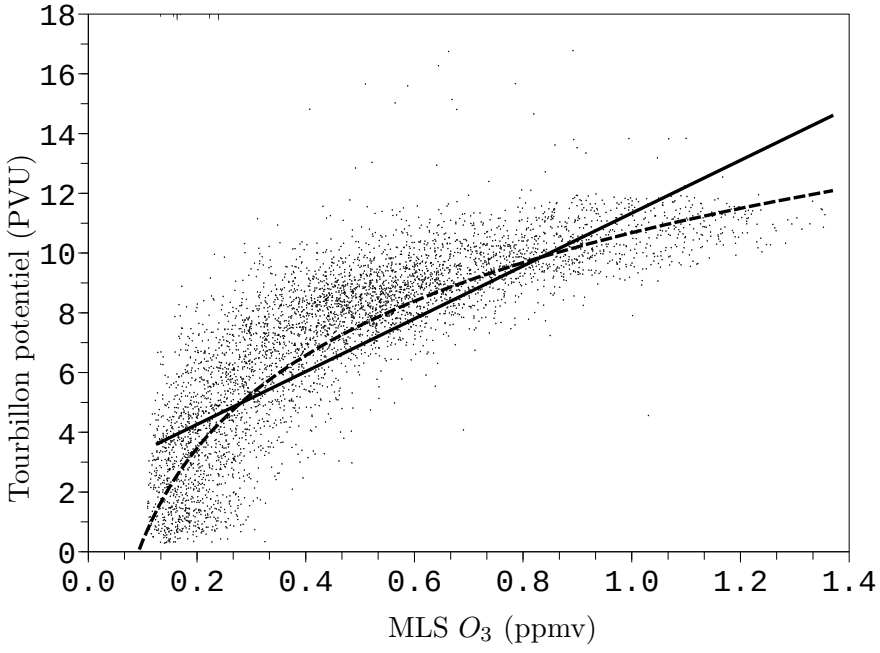
avec un coefficient de corrélation $r = 0.857$. Le modèle linéaire nous semble moins approprié que le modèle logarithmique car il semble surestimer le tourbillon potentiel aux faibles valeurs (PV < 4 PVU) et le sous-estimer aux fortes valeurs (PV > 10 PVU). On observe le même genre de comportement dans la corrélation linéaire proposée par Jang et al. (2003) (c.f. leur figure 3).

6.3.3 Comportement du résidu sur un échantillon indépendant

Une nouvelle période de cinq jours (26 Septembre 2006 au 30 Septembre 2006) est utilisée pour évaluer les caractéristiques statistiques des modèles de régression précédents. Des pseudo-observations de tourbillon potentiel sont comparées aux ébauches ARPEGE de manière à avoir un ordre de grandeur des statistiques d'erreur sur un échantillon indépendant. La figure 6.15 montre les distributions des innovations en tourbillon potentiel. Le modèle linéaire présente un biais de -0.0700 PVU et un écart-type de 1.833 PVU, tandis que le modèle logarithmique présente un biais de -0.0871 PVU et un écart-type de 1.615 PVU, et surtout une distribution d'allure gaussienne. Ce dernier est plus symétrique (coefficient de dissymétrie de -0.0145 contre - 0.1706). Le coefficient d'aplatissement est par contre moins bon (kurtosis de 4.99 contre 3.64), mais il est possible de relâcher l'écart-type d'erreur d'observation pour prendre en compte ce fait. Ceci confirme la plus grande pertinence du modèle logarithmique.

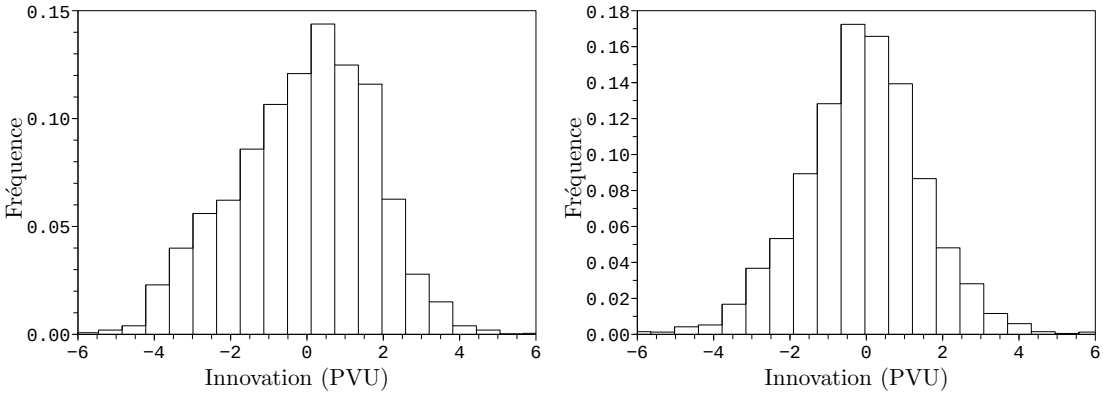


(a) Tous niveaux pressions 5 à 215 hPa



(b) Niveaux pression 215 hPa et 147 hPa

Fig. 6.14: Régressions entre données ozone et tourbillon potentiel. Panneau du haut : tous niveaux verticaux. Panneau du bas : niveaux pression 215 hPa et 147 hPa, régression linéaire (traits pleins), régression logarithmique (traits tiretés).



(a) Régression linéaire **(b)** Régression logarithmique

Fig. 6.15: Résidus des innovations en tourbillon potentiel.

6.3.4 Erreur d'observation des données régressées

L'erreur des pseudo-observations issues de la régression s'écrit

$$\epsilon_o^{\mathrm{PV}} = y_o^{\mathrm{PV}} - y_t^{\mathrm{PV}} = a \cdot \ln(y_o^{O_3}) - y_t^{\mathrm{PV}} \tag{6.12}$$

On introduit b_t qui est l'erreur commise dans la régression :

$$b_t = y_t^{\mathrm{PV}} - a \cdot \ln(y_t^{O_3}) \tag{6.13}$$

L'erreur d'observation est donc

$$\epsilon_o^{\mathrm{PV}} = a \cdot \ln\Big(\frac{y_o^{O_3}}{y_t^{O_3}}\Big) + b - b_t \tag{6.14}$$

$$= a\Big(\frac{e_o^{O_3}}{y_t^{O_3}}\Big) + b - b_t + O(\|\frac{e_o^{O_3}}{y_t^{O_3}}\|) \tag{6.15}$$

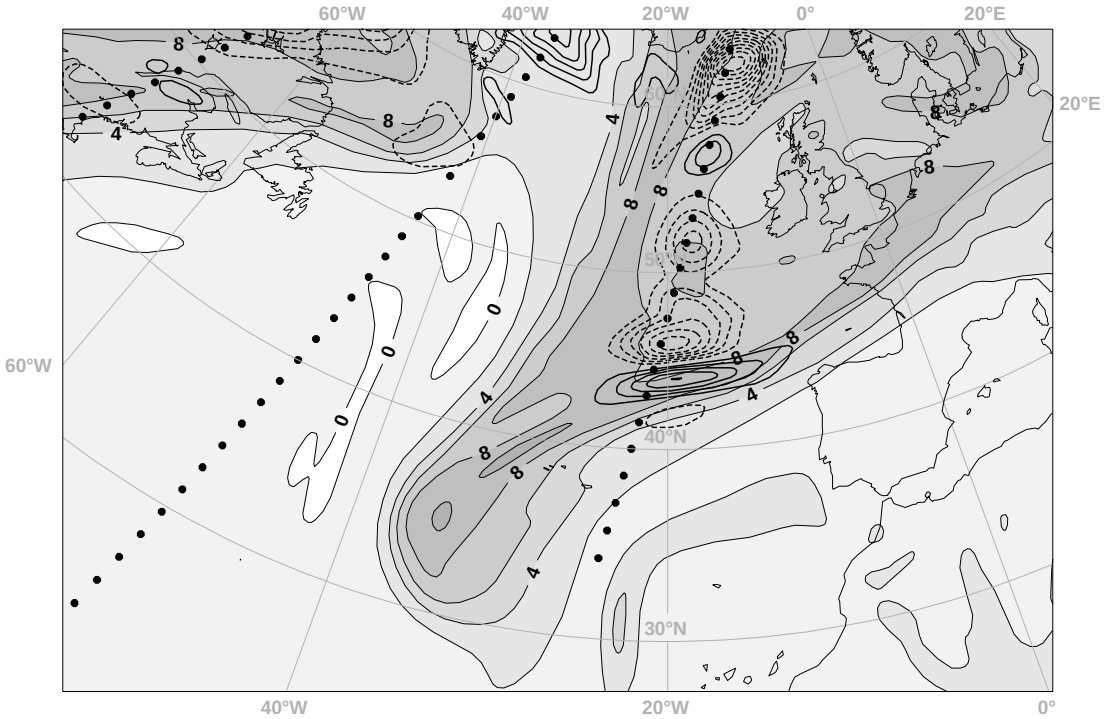
où la dernière équation suppose que l'erreur sur les données ozone est faible par rapport aux valeurs elles-mêmes, ce qui permet de linéariser l'expression. Le premier terme conduit, en prenant une erreur de 5% sur les données ozone, à un écart-type de 0.2 PVU en tourbillon potentiel bien inférieur à la dispersion constatée (environ 1.6 PVU).

6.3.5 Une première expérience d'assimilation

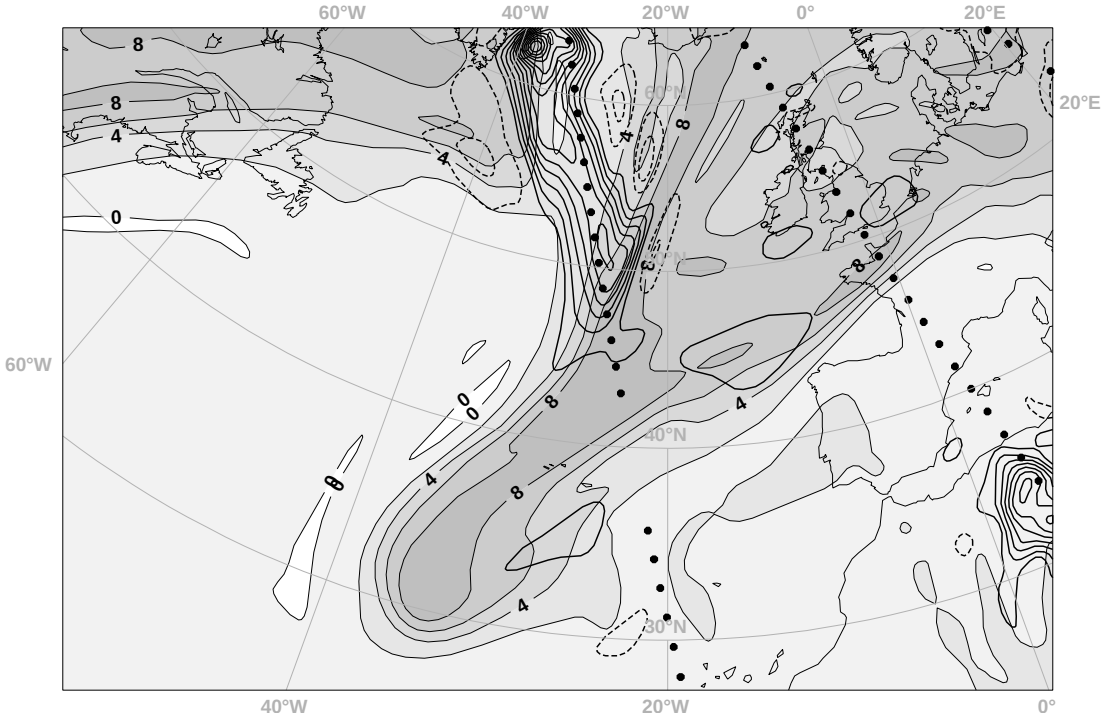
La méthodologie d'assimilation de pseudo-observations dérivées d'un modèle statistique repose sur de nombreuses étapes, dont la vérification, sur de nombreuses situations météorologiques, de la stabilité de la régression introduite, et le calcul d'une correction de biais appropriée (les deux sont liés par l'équation 6.15). L'écart-type d'erreur d'observation peut être déterminé comme précédemment par la méthode de Desroziers et Ivanov (2001), Chapnik et al. (2006). La régression peut induire des corrélations spatiales entre les erreurs et un défaut de convergence de l'algorithme. Il faudrait estimer l'erreur de représentativité. Enfin, des cas d'études et des expériences d'assimilation cyclées pourraient être alors menés.

Nous n'aborderons qu'une toute première étape qui consiste à évaluer, sur ce même cas de cyclogenèse, l'intérêt que peuvent avoir ce type de données. Contrairement aux pseudo-observations précédentes, nous dépendons de l'orbite du satellite défilant (figure 6.13) pour espérer échantillonner le tourbillon potentiel au voisinage de la zone d'intérêt. Pour le réseau du 1er Octobre 2006 à 18 TU utilisé précédemment, ce n'est pas le cas (non montré). Les deux réseaux précédents présentent par contre des observations dans le voisinage géographique du précurseur de la tempête des Landes, comme montré sur la figure 6.16. Nous assimilons comme précédemment les pseudo-observations avec une confiance élevée $\sigma_o = 0.1 \cdot \widetilde{\sigma_b}$ (soit de l'ordre de 0.5 PVU à 200 hPa et 0.7 PVU à 150 hPa), de manière à retenir dans un premier temps un impact maximum. Les incréments en tourbillon potentiel sont de l'ordre de 1 PVU (figure 6.16) (et au voisinage de l'anomalie de tropopause pour le réseau de 06h). Les prévisions issues de l'ébauche, des observations et des pseudo-observations de tourbillon potentiel dérivées de la relation statistique seront appelées AO3.

La figure 6.17 montre quelle influence a l'ajout des pseudo-observations sur la prévision de la tempête des Landes à 42 et 48 heures d'échéance. Les valeurs de vents de basses couches sont légèrement améliorées dans les deux cas (25.5 m/s pour AO3 contre 24.6 m/s pour REF et le réseau de 06 TU, 23.4 m/s pour AO3 contre 22.3 m/s pour REF et le réseau de 12 TU). Très peu de différences existent pour le réseau de 06 TU. Pour le réseau suivant, l'assimilation des pseudo-observations améliore le positionnement de la tempête, mais la zone de vents forts semble réduite.

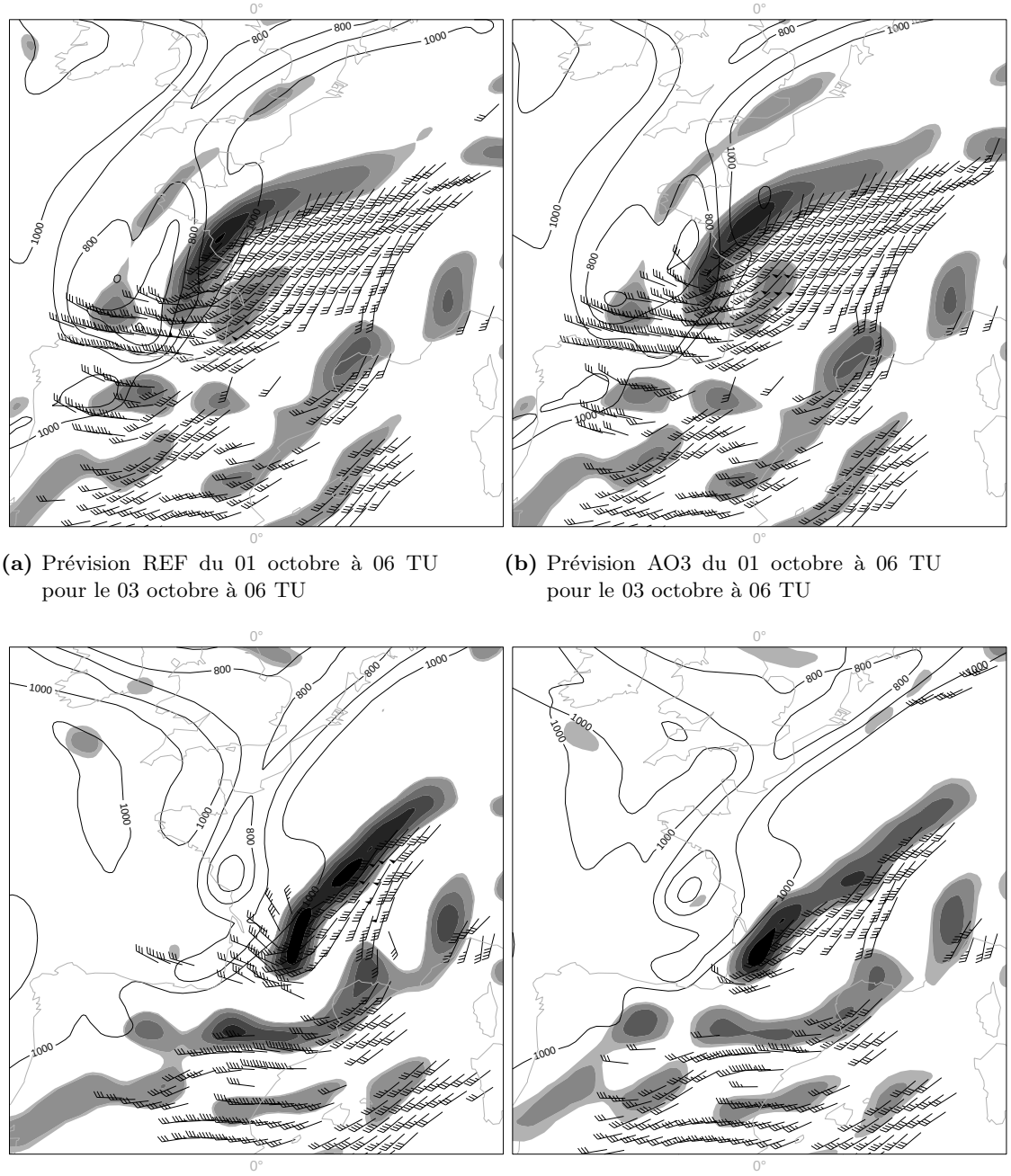


(a) Réseau d'assimilation du 01 Octobre 2006 à 06 TU



(b) Réseau d'assimilation du 01 Octobre 2006 à 12 TU

Fig. 6.16: Ebauches en tourbillon potentiel à 200 hPa (niveaux de gris, contour fin tous les 2 PVU). Pseudo-observations de tourbillon potentiel issues des données ozone de MLS (disques). Incréments en tourbillon potentiel (intervalle 0.3 PVU en gras, traits tiretés, resp. continus, pour les valeurs négatives, resp. positives).



(a) Prévision REF du 01 octobre à 06 TU pour le 03 octobre à 06 TU

(b) Prévision AO3 du 01 octobre à 06 TU pour le 03 octobre à 06 TU

(c) Prévision REF du 01 octobre à 12 TU pour le 03 octobre à 06 TU

(d) Prévision AO3 du 01 octobre à 12 TU pour le 03 octobre à 06 TU

Fig. 6.17: Assimilation de pseudo-observations dérivées des données ozone de MLS et prévision de la tempête des Landes. Légende identique à celle de la figure 6.4.

Conclusion

Depuis l'avènement conjoint des images satellites vapeur d'eau et de l'outil d'initialisation par inversion du tourbillon potentiel Demirtas et Thorpe (1999), de nombreux auteurs ont tenté de contraindre objectivement les modifications apportées aux conditions initiales, par exemple en utilisant des vecteurs singuliers (Røsting et Kristjǎnsson 2006). Les incertitudes concernant la forme ou l'amplitude des corrections initiales en tourbillon potentiel peuvent être évaluées par des méthodes ensemblistes (Manders et al. 2007, Plu 2008).

Le modèle développé par Wirth et al. (1997), ainsi que les comparaisons automatisées des cellules et des champs de tourbillon potentiel, permettent de contraindre l'amplitude des modifications en tourbillon potentiel par des valeurs réalistes, voire de donner un ordre de grandeur de leur incertitude. Ce chapitre étudie l'impact de pseudo-observations en tourbillon potentiel qui sont définies de manière quasiment entièrement objective (et automatique). Elles permettent d'améliorer sensiblement, à 36 heures d'échéance, deux aspects essentiels de la tempête des Landes : la présence de vents forts en basses couches et la localisation du noyau de tourbillon. Ce bénéfice est toutefois perdu quand on relâche l'écart-type d'erreur d'observation. On montre par ailleurs que les pseudo-observations en tourbillon potentiel présentent une informativité intéressante, telle qu'elle peut être mesurée par le nombre de degrés de libertés. La subjectivité est réduite à la définition d'un état de référence qui sert de base à la comparaison des comportements radiatifs des cellules, et à la sélection des cellules intéressantes où la relation PV-WV semble s'appliquer. Il serait également probablement intéressant d'effectuer des expériences d'intialisation de la structure convective et tourbillonnaire de basses couches, en conservant l'effort de développement de méthodes objectives, ce qui nécessite une meilleure représentation des nuages dans les images du modèle.

Une approche alternative visant à initialiser le tourbillon potentiel est abordée. Elle utilise la corrélation avec les concentrations en ozone, plutôt qu'avec les températures de brillance de l'imagerie vapeur d'eau. On sort du cadre de l'assimilation des structures cohérentes. Les données MLS sont utilisées pour effectuer une régression logarithmique entre tourbillon potentiel et concentration d'ozone, qui est ensuite utilisée pour définir des pseudo-observations. Une première expérience d'assimilation est effectuée sur le cas de la tempête des Landes. Les pseudo-observations ont un impact assez important, à 48 heures d'échéance, sur la prévision de la tempête. Les pseudo-observations manquent cependant de densité horizontale, et sont également probablement un peu hautes dans la troposphère, pour laisser imaginer une amélioration systématique de l'analyse du champ de tourbillon potentiel en altitude. Le problème gagnerait probablement à être étudié avec la disposition de nouvelles données des canaux sondeurs de l'ozone sur IASI et GOME-2, intruments du satellite METOP-A.

Conclusions

Face à l'incertitude entourant parfois la prévision des tempêtes des moyennes latitudes, les prévisionnistes ont développé une expertise qui leur permet d'intervenir directement dans la chaîne de prévision. Après une étude conjointe de l'évolution de la tempête et de ses signatures dans l'imagerie satellite, ils proposent des modifications de l'état initial qui peuvent être incorporées grâce à l'inversion du tourbillon potentiel. Les algorithmes d'assimilation modernes, comme le 4D-Var, permettent d'extraire de l'information dynamique (c'est-à-dire portant sur le champ des vitesses) à partir des images satellites. Cependant, cette capacité est limitée par la durée de la fenêtre d'assimilation, et par l'hypothèse de linéarité vis-à-vis de l'ébauche. Le sujet de thèse se proposait d'étudier la faisabilité d'une assimilation automatique des structures de tourbillon potentiel d'altitude à partir de l'imagerie vapeur d'eau, en s'inspirant des concepts développés par les prévisionnistes. La méthodologie proposée consistait à développer des algorithmes de traitement d'image pour détecter les intrusions sèches, à trouver un moyen de les convertir en pseudo-observations de tourbillon potentiel, puis à étudier leur assimilation au sein du 4D-Var ARPEGE.

Synthèse des résultats

Volet traitement d'images

Une première partie de la thèse visait à repérer les signatures, dans l'imagerie vapeur d'eau, des précurseurs d'altitude des tempêtes. On adapte dans ce but l'algorithme de traitement d'image RDT à la détection des intrusions sèches. De nombreuses procédures de sélection complémentaires s'avèrent nécessaires afin de ne retenir que les intrusions sèches visiblement associées à des cyclogenèses. Les images vapeur d'eau de différents satellites, ou issues de l'application de modèles de transfert radiatif, peuvent être similairement traitées. On évalue enfin les performances du suivi en termes de non-détection et de taux de fausses-alarmes. Ce volet "image" a fait l'objet d'une publication dans le journal QJRMS. Il a débouché sur une version de RDT qui, conjointement aux outils développés pour permettre une visualisation des différents objets, pourrait être une aide intéressante aux prévisionnistes.

Réflexion académique sur l'assimilation de structures

L'assimilation des structures cohérentes a pour but d'améliorer à la fois leur position et leur intensité dans l'analyse. Au cours du second chapitre, nous détaillons comment l'assimilation de la position d'une structure est possible. Trois approches ont été retenues : la première utilise l'assimilation de pseudo-observations. La deuxième emploie le filtre de Kalman d'ensemble, où les covariances sont calculées directement sur l'ensemble et peuvent donc faire intervenir *a priori* tous types d'opérateurs d'observations même fortement non-linéaires. L'hypothèse de linéarisation, bien que non explicite, est cependant toujours réalisée dans ce type de méthodes. Enfin une troisième approche,

que nous jugeons prometteuse, reconsidère entièrement le problème de l'assimilation. L'analyse est obtenue non pas comme l'ajout linéaire (ou quasi-linéaire) d'un incrément et de l'ébauche, mais comme une transformation de l'ébauche. Cela implique une redéfinition du modèle d'erreur, et le calcul des statistiques d'erreur dans l'espace des positions. Quand celles-ci sont de distributions raisonnablement gaussiennes, on peut appliquer la méthode classique de Kalman mais dans l'espace des positions. Les innovations sont calculées comme les différences de positions des structures observées et présente dans l'ébauche. L'hypothèse gaussienne permet de calculer une matrice de covariance des erreurs d'ébauche dan l'espace des positions. Le vecteur du déplacement analysé est obtenu par combinaison linéaire de ces innovations en position. L'analyse est la translation de l'ébauche par ce vecteur de déplacement. Une application simple est proposée aux profils de tourbillon potentiel. On montre que les deux systèmes d'assimilation classique et alternatif sont imparfaits, car les erreurs d'ébauche ne sont ni de distribution gaussienne dans l'espace des amplitudes, ni de distribution gaussienne dans l'espace des positions.

Il est donc *a priori* raisonnable, pour l'assimilation des anomalies de tourbillon potentiel, de se contenter dans un premier temps d'une approche classique, en développant un opérateur d'observation du tourbillon potentiel. On développe à l'occasion une extension de diagnostique des longueurs de corrélation dans l'espace des observations, dont on illustre les propriétés.

Un modèle pour la relation vapeur d'eau - tourbillon potentiel

Le cadre le plus simple qui pourrait être utilisé pour assimiler des valeurs de tourbillon potentiel à partir des températures de brillance vapeur d'eau est celui de la régression linéaire. L'écart-type d'erreur de pseudo-observations définies par une telle régression doit prendre en compte l'erreur de représentativité. Celle-ci peut être simplement évaluée en calculant l'écart-type d'erreur du résidu entre température de brillance et température de brillance régressée sur un échantillon indépendant. Ce genre de régression linéaire n'avait jamais été appliqué de la sorte au tourbillon potentiel et à la radiance vapeur d'eau : nous proposons deux améliorations significatives, qui sont l'utilisation d'images synthétiques, et la comparaison dans des zones géographiquement limitées par le suivi des intrusions sèches, sur un nombre de cas relativement important. La corrélation trouvée est cependant très limitée, et les coefficients de régression sont bruités dans les basses couches. Nous montrons comment améliorer cet opérateur de régression grâce à une analyse en composantes principales. Nous explorons ensuite un autre modèle, cette fois dynamique (par opposition à statistique), de la relation entre vapeur d'eau et tourbillon potentiel. L'effet de la tropopause sur l'image vapeur d'eau est double : un premier effet est purement thermique. Une augmentation de tourbillon potentiel à un niveau est associée à une anomalie chaude (respectivement froide) de température potentiel au dessus (respectivement en dessous). Cependant, l'influence de l'anomalie passe aussi par le mouvement vertical (Wirth et al. 1997). Les implications pour la relation entre vapeur d'eau et tourbillon potentiel sont alors discutées, en particulier :

- la différence dans les motifs et les formes des structures observées,
- les différences horizontales de positions entre intrusions et anomalies,
- la relation non-linéaire entre la variation de la hauteur de la tropopause et la variation de température de brillance,

- et enfin l'influence d'anomalies de tourbillon potentiel isolées du réservoir stratosphérique.

Utilisation de pseudo-observations pour déplacer une structure

On aborde ensuite la problématique de l'utilisation des pseudo-observations pour déplacer une structure. Un cadre unidimensionnel idéalisé est proposé et mis en œuvre pour fixer un ordre de grandeur des paramètres intervenant dans l'assimilation. En particulier, on élabore une stratégie pour la position des pseudo-observations et la spécification de l'écart-type d'erreur d'observation. Dans un deuxième temps, on applique cette méthodologie à des expériences numériques réalistes effectuées à l'aide du système d'assimilation-prévision 4D-Var d'ARPEGE. Pour cela, les cellules détectant les intrusions sèches sur les images modèle et satellite sont appariées temporellement. Un opérateur de recherche relie ces cellules aux anomalies de tropopause. On applique alors un modèle très simple basé sur une hypothèse d'uniformité de l'erreur de position uniforme suivant la verticale. Cette erreur est déterminée par la différence vectorielle des centres de gravité des cellules.

Treize cas de déplacement d'anomalies de tropopause sont alors étudiés. Des mesures du déplacement effectif et du changement d'amplitude des anomalies de tourbillon potentiel dans les analyses sont introduites afin de quantifier l'influence du processus d'assimilation. On montre que les anomalies de tourbillon potentiel voient leur amplitude changée d'un facteur de moyenne nulle mais d'écart-type atteignant 20%. L'incertitude sur le déplacement effectif des anomalies atteint 50% du déplacement imposé par le traitement d'image. Ces erreurs sont à la fois dues à l'incertitude sur les paramètres du système d'assimilation (notamment de l'écart-type d'erreur d'ébauche) et plus intrinsèquement sur l'utilisation d'une décomposition implicite des structures en tourbillon potentiel sur les fonctions de structure de l'assimilation.

La méthodologie retenue pour déplacer les anomalies de tourbillon potentiel s'appuie sur l'assimilation de pseudo-observations. Il existe une approche alternative qui utilise la décomposition des structures en tourbillon potentiel sur des ondelettes (Plu 2008). La structure d'intérêt est extraite, puis elle peut être déplacée, et réintroduite dans le modèle grâce à l'inversion du tourbillon potentiel. L'avantage est que l'erreur commise sur l'amplitude des structures est très inférieure à celle de la méthodologie qui utilise l'assimilation de pseudo-observations. L'inconvénient est que cette méthode ne peut s'appliquer qu'à des champs de variables du modèle, ou à des variables inversibles comme le tourbillon potentiel. Au contraire, les pseudo-observations peuvent concerner tout type de variable.

Ce chapitre montre que l'utilisation de pseudo-observations devrait être réservée aux structures dont la qualité de l'analyse privilégie la position plutôt que l'amplitude. Dans notre cas, il existe une corrélation entre les forts impacts sur les prévisions et des erreurs importantes induites sur l'amplitude de la structure. La qualité de la prévision est très sensible à la valeur du tourbillon potentiel d'altitude, et une méthodologie basée sur l'utilisation de pseudo-observations de déplacement semble inappropriée, car elle induit une erreur trop importante en amplitude.

Pseudo-observations pour les cyclones tropicaux

Le chapitre 5 s'intéresse à une autre classe de phénomènes, les cyclones tropicaux. La physique complexe et non-linéaire de ces phénomènes ainsi que la faible densité des observations conventionnelles au-dessus des océans ont en effet rendu nécessaires et utiles des schémas d'initialisation spécifiques. L'assimilation de pseudo-observations pour les cyclones tropicaux a en fait buté sur le même type que ceux décrits aux chapitres précédents. Tout d'abord, la relation entre l'intensité des cyclones tropicaux et leur signature dans l'imagerie infrarouge est également non-linéaire. Elle dépend par exemple de l'apparition de l'oeil du cyclone (Olander et Velden 2007). La détermination des caractéristiques des erreurs de ces méthodes (biais et écart-type) n'est toujours pas achevée après vingt ans de travail, et les débats sont vifs dans la communauté scientifique (Holland 2008). Enfin, la procédure d'assimilation elle-même a buté sur le problème du déplacement. Des premiers essais visant à assimiler des vents faibles au niveau de cyclones tropicaux à effacer ont eu des impacts négatifs à cause de la longueur trop importante des fonctions de structure de l'assimilation (Julian Heming, communication personnelle). Le schéma final repose sur des pseudo-observations de vent, déduites d'une vision conceptuelle des cyclones et d'observations de vent.

Le travail a été mené lors d'un séjour de trois mois au UK Met-Office. Il consistait à étudier, dans des cycles d'assimilation-prévision, l'impact d'un doublement de l'échantillonnage temporel des pseudo-observations. Là–encore, les résultats sont mitigés, à cause de l'erreur modèle très importante dans la représentation des cyclones tropicaux. Des pistes de réflexion pour l'amélioration de la procédure d'initialisation sont également données.

Un cas d'étude de cyclogenèse : application des outils précédents et perspectives

L'impact des modifications des conditions initiales en tourbillon potentiel est souvent important, ce qui est la preuve que la cyclogenèse est très sensible au tourbillon potentiel d'altitude. Cependant, la qualité des prévisions résultantes demeure aléatoire. Certains auteurs admettent que plusieurs essais sont nécessaires afin de réussir à améliorer certains aspects de la cyclogenèse (Manders et al. 2007), voire que la complexité de la relation entre tourbillon potentiel et vapeur d'eau empêche toute évaluation quantitative de l'intérêt de ce genre d'initialisation (Swarbrick 2001). Les régressions effectuées au chapitre 4 nous empêchent d'envisager une approche directe et complètement automatisée. La relation entre tourbillon potentiel et vapeur d'eau dépend en effet trop de la présence, ou non, d'anomalies de surface, et probablement de la configuration du courant-jet d'altitude.

Cependant, la comparaison des cellules modèle et satellite et le choix de l'emplacement des pseudo-observations de tourbillon potentiel peuvent être automatisées. Une procédure permettant de calculer une valeur réaliste de l'écart-type d'erreur d'observation est également étudiée. Enfin, le modèle de Wirth simplifié relie hauteur de la tropopause et variation de température de brillance. La subjectivité de la méthode est donc considérablement réduite, en fait à deux points : tout d'abord il faut éliminer les cellules où la relation entre tourbillon potentiel et température de brillance vapeur d'eau ne semble pas s'appliquer. On propose pour cela de comparer, le long des trajectoires modèle, la valeur de la hauteur de la tropopause et les caractéristiques radiatives.

Deuxièmement, il faut effectuer le choix pour chaque cellule d'un état de référence, à partir duquel sont calculées les différences de températures de brillance modèle et satellite. On en déduit la différence en altitude de la tropopause, et enfin les incréments en tourbillon potentiel. Cette méthodologie "semi-objective" est appliquée avec un certain succès à la prévision de la tempête des Landes. Une approche alternative, basée sur la relation entre concentration en ozone et tourbillon potentiel, est également abordée.

Réponses à la problématique initiale

Définition d'un modèle image

Un des objectifs au cœur du sujet de thèse était de convertir les cellules du traitement d'image en pseudo-observations de tourbillon potentiel d'altitude. Cette conversion, ou opérateur permettant de passer de l'espace des innovations en caractéristiques du traitement d'images à l'espace des erreurs sur les variables du modèle, est un "modèle image", suivant la terminologie définie dans le projet ADDISA. Initialement, deux points avaient été relevés :

- la nécessité d'établir une relation quantitative entre les caractéristiques des cellules et l'amplitude de l'anomalie en tourbillon potentiel,
- la cohérence entre les pseudo-observations de tourbillon potentiel et notre connaissance sur la statistique des erreurs en tourbillon potentiel sur la verticale.

La relation entre vapeur d'eau et tourbillon potentiel est dépendante de la situation, en particulier de l'occurrence d'anomalies de basses couches et de la configuration du courant-jet. Cela explique la difficulté à définir un opérateur d'observation permettant de passer de l'espace des caractéristiques images à celui du tourbillon potentiel ; en particulier une régression linéaire se révèle d'un intérêt limité. Une première méthodologie consiste à observer, au cas par cas, le comportement PV-WV de chaque cellule, et d'appliquer la relation obtenue à la différence des comportements radiatifs entre cellules modèle et satellite. Cette approche est retenue dans un cas d'étude présenté dans le chapitre 6. Elle présente l'inconvénient de dépendre de la capacité de l'ébauche à bien représenter la relation PV-WV locale. Pour aller plus loin de manière quantitative et automatique dans la définition d'une relation PV-WV, il faudrait, en gardant le même cadre méthodologique, être capable de caractériser le champ de déformation d'altitude et de paramétriser son influence sur la vitesse verticale, et également de détecter et de caractériser les anomalies de surface. Le dernier point nécessite à lui seul un effort de recherche et des développements conséquents. D'autres méthodologies, basées une méthode ensembliste ou sur l'assimilation de pseudo-observations de vitesse verticale, sont abordées dans la section suivante.

Comportement statistique sur la verticale des erreurs en tourbillon potentiel

Les corrections apportées à l'ébauche doivent s'appuyer sur nos connaissances sur le comportement statistique des erreurs d'ébauche selon la verticale. C'est fondamental car l'image est bidimensionnelle et le modèle tridimensionnel.

Notre connaissance du comportement statistique des erreurs en tourbillon potentiel a été étendue grâce à l'étude de la section 2.2. Nous avons calculé une matrice de covariance des erreurs d'ébauche en tourbillon potentiel qui soit spécifique au cas des

intrusions sèches. Une caractéristique intéressante de cette matrice est l'anticorrélation qui apparaît entre la basse et moyenne troposphère (600 à 800 hPa) et la haute troposphère (100 à 500 hPa). Cette anticorrélation statistique pourrait être liée à des erreurs de positionnement de la tropopause. Par ailleurs, une autre caractéristique surprenante concerne l'écart-type d'erreur d'ébauche en tourbillon potentiel. Il n'augmente fortement avec l'altitude dans la haute troposphère sauf à l'altitude 200 hPa, où il présente un minimum relatif. Cela nous paraît cohérent avec la présence d'anomalies de tourbillon potentiel isolées du réservoir stratosphérique, ou avec l'occurrence de situations de foliation de tropopause.

Nous avons également calculé la matrice de covariance des erreurs de position entre surfaces à iso-tourbillon potentiel. Lors de l'application au cas d'étude des Landes, nous générons des pseudo-observations par déplacement vertical de l'ébauche. Une première amélioration conceptuelle serait d'utiliser la matrice D pour calculer un vecteur de déplacement vertical, plutôt qu'un déplacement scalaire. Plus généralement, il serait intéressant de pouvoir comparer l'approche de la correction en amplitude (avec la matrice B) à l'approche de la correction en déplacement vertical (avec la matrice D). Cela pourrait être fait dans le cadre de CTPini, comme nous le décrivons ci-dessous dans les perspectives. Très clairement, les erreurs de position et d'amplitude sont mêlées. Pour qu'elles soient séparables, et donc qu'on puisse les traiter successivement, il faut qu'elles soient par exemple d'échelles spatiales assez différentes. Pour le problème de la tropopause, une première approche pourrait consister à définir une matrice D dépendante de l'écoulement qui serait représentée dans des coordonnées relatives à la position de la tropopause. On pourrait alors étudier l'intérêt d'un modèle mixte d'erreur qui représenterait l'erreur de déplacement de la tropopause et utiliserait un modèle d'erreur en amplitude pour les erreurs résiduelles, notamment dans la troposphère.

Utilisation de pseudo-observations et déplacement de structures

Enfin le sujet proposait également, en complément, d'orienter la réflexion sur l'utilisation de pseudo-observations liées à des objets météorologiques en assimilation de données. Dans la littérature scientifique, le principal reproche adressé aux pseudo-observations concerne la maîtrise imparfaite de l'erreur d'observation (biais, et éventuellement problème de corrélation aux erreurs d'ébauche). Le cadre unidimensionnel décrit au chapitre 4 procure une étude originale des limitations des pseudo-observations quand elles sont utilisées pour déplacer une structure. Cette critique appelle très clairement à approfondir la réflexion sur les deux méthodes alternatives pour l'assimilation de structures que constituent le filtre de Kalman d'ensemble et l'assimilation dans l'espace des positions (ou plus généralement l'espace des caractéristiques). Nos résultats suggèrent que la méthode de déplacement des anomalies de tourbillon potentiel par assimilation de pseudo-observations induit un changement d'amplitude. Ce changement d'amplitude semble corrélé avec les différences de scores, ce qui nous amène à penser que le déplacement des anomalies a moins d'impact sur la prévision que le changement typique d'amplitude des structures induit par la procédure. Cette conclusion est à la fois encore partielle[3] et restreinte au seul cas de l'initialisation du tourbillon potentiel dans un

[3] un plus grand nombre de cas nous semble nécessaire afin de tirer des conclusions robustes. Il faudrait aussi étendre les scores calculés à d'autres variables.

modèle global[4]. Il est possible qu'une procédure similaire soit au contraire bénéficiaire pour d'autres modèles, à d'autres échelles, et pour d'autres phénomènes. En particulier, l'initialisation des cellules convectives dans le modèle AROME à 2.5 km de résolution est visiblement un problème très différent, car l'erreur de déplacement est généralement supérieure à la taille des structures. Il faudra se consacrer en priorité aux problèmes physiques où les erreurs de phase sont évidentes, ce qui n'était malheureusement pas le cas pour les intrusions sèches de l'imagerie vapeur d'eau.

Performances des schémas pour la prévision des cyclogenèses

Pour les cyclones tropicaux, c'est le suivi automatique qui a permis de comparer les différentes initialisations entre elles. On utilise des mesures de la capacité du modèle à prévoir les trajectoires et les changements d'intensité des cyclones. Pour les dépressions des moyennes latitudes, ce genre de diagnostics n'a été que peu développé. Il serait pourtant très utile de pouvoir comparer les capacités réciproques des modèles ou des systèmes d'assimilation pour la prévision de la trajectoire et de l'intensité des tempêtes. Des méthodologies de détection et de suivi, basées sur les champs de pression réduite au niveau de la mer ou sur les champs de tourbillon relatif de basses couches, existent[5] et pourraient être appliquées au problème.

Perspectives

Utilisation d'un filtre de Kalman d'ensemble

Comment assimiler les caractéristiques des cellules de l'imagerie de manière à avoir un contrôle direct sur le tourbillon potentiel d'altitude ? Une approche alternative, décrite dans le chapitre 2, consiste à utiliser une méthode basée sur l'approche du filtre de Kalman d'ensemble. Nous en proposons une version hybride, et discutons de sa possible application.

Un ensemble à $N_e = 6$ éléments assimilant, au sein d'un algorithme 3D-Var, des observations perturbées est disponible au CNRM. Les variances d'erreurs issues des statistiques de l'ensemble sont d'ailleurs filtrées puis utilisées dans l'analyse déterministe 4D-Var d'ARPEGE, selon un concept d'hybridation. L'idée principale est que la relation PV-WV peut être déterminée par le calcul direct, sur les membres de l'ensemble, de la corrélation entre le tourbillon potentiel et les températures des cellules. On note $\boldsymbol{y}$ le vecteur d'observation des variations temporelles des températures de brillance des cellules le long des trajectoires :

$$\boldsymbol{y} = [\Delta T_{\mathrm{BB}}^{(1)}, \ldots, \Delta T_{\mathrm{BB}}^{(p)}]^{\mathrm{T}} \tag{6.16}$$

L'opérateur d'observation complet, noté $H_{\mathcal{T}}(\boldsymbol{x}_b)$, revient à appliquer un modèle de transfert radiatif puis à effectuer le traitement d'image et l'extraction des caractéristiques, ainsi que l'appariement. Il doit être appliqué à tous les membres de l'ensemble.

[4] et pour des erreurs de position du même ordre de grandeur que celles qui peuvent affecter les ébauches ARPEGE, soit typiquement 200 km.

[5] en particulier l'algorithme de Ayrault (1998) pourrait être étendu de sa version climatologique à une version destinée à l'examen des prévisions. Une version de RDT, basée sur la méthode des incluses (Morel 2001), pourrait également être utilisée.

Le filtre de Kalman calcule les covariances d'erreurs entre modèle et observations nécessaires à l'étape d'assimilation par (Chen et Snyder 2007) :

$$\overline{BH_{\mathcal{I}}^{\mathrm{T}}} = \frac{1}{N_e-1}\sum_{k=1}^{k=N_e}\left(\boldsymbol{x}_b^{(k)}-\overline{\boldsymbol{x}_b}\right)\left(H_{\mathcal{I}}(\boldsymbol{x}_b^{(k)})-\overline{H_{\mathcal{I}}(\boldsymbol{x}_b^{(k)})}\right)^{\mathrm{T}} \tag{6.17}$$

$$\overline{H_{\mathcal{I}}BH_{\mathcal{I}}^{\mathrm{T}}} = \frac{1}{N_e-1}\sum_{k=1}^{k=N_e}\left(H_{\mathcal{I}}(\boldsymbol{x}_b^{(k)})-\overline{H_{\mathcal{I}}(\boldsymbol{x}_b)}\right)\left(H_{\mathcal{I}}(\boldsymbol{x}_b^{(k)})-\overline{H_{\mathcal{I}}(\boldsymbol{x}_b^{(k)})}\right)^{\mathrm{T}} \tag{6.18}$$

On peut ensuite calculer l'incrément d'analyse par :

$$\boldsymbol{dx}_a = \overline{BH_{\mathcal{I}}^{\mathrm{T}}}(\overline{H_{\mathcal{I}}BH_{\mathcal{I}}^{\mathrm{T}}}+R)^{-1}\left(\boldsymbol{y}-H_{\mathcal{I}}(\boldsymbol{x}_b)\right) \tag{6.19}$$

Le schéma pourrait être appliqué tel quel en utilisant l'ensemble d'assimilation. Il faudrait effectuer les opérations algorithmiques suivantes :

- appel au modèle de transfert radiatif sur les ébauches de l'ensemble d'assimilation ;
- appel au traitement Antidote sur ces images ;
- calcul de la matrice de covariance $\overline{H_{\mathcal{I}}BH_{\mathcal{I}}^{\mathrm{T}}}$, de dimension $p\times p$;
- calcul de la matrice $\overline{BH_{\mathcal{I}}^{\mathrm{T}}}$ de dimension $p\times n$;
- calcul de l'incrément final $\boldsymbol{dx}_a$.

Au sein des opérations précédentes, le calcul de $\overline{BH_{\mathcal{I}}^{\mathrm{T}}}$ est le plus coûteux. On dispose de quelques cellules et d'une fenêtre de 6 heures, soit $p=O(10)$. Par contre, la dimension du modèle $n=O(10^7)$ est conséquente, et il faudrait calculer les produits croisés entre les variations de températures des cellules et tous les champs de chaque niveau de chaque membre de l'ensemble. Il est par ailleurs très probable que la petite dimension de l'ensemble induise des corrélations erronées avec d'autres champs ou sur de longues distances. Ce problème, lié à la faible taille de l'ensemble, peut être partiellement résolu par une projection des incréments (on effectue par exemple couramment une localisation spatiale par produit de Schur). Il est possible ici de se restreindre à des incréments dans l'espace tourbillon potentiel, et localisés géographiquement, c'est-à-dire de calculer la matrice réduite

$$\overline{PH_{\mathrm{PV}}BH_{\mathcal{I}}^{\mathrm{T}}} = \frac{1}{N_e-1}\sum_{k=1}^{k=N_e}\left(P\mathcal{H}_{\mathrm{PV}}(\boldsymbol{x}_b^{(k)})-\overline{P\mathcal{H}_{\mathrm{PV}}(\boldsymbol{x}_b)}\right)\left(H_{\mathcal{I}}(\boldsymbol{x}_b^{(k)})-\overline{H_{\mathcal{I}}(\boldsymbol{x}_b^{(k)})}\right)^{\mathrm{T}} \tag{6.20}$$

au lieu de la matrice complète (6.17), où P est un projecteur géographique, typiquement de longueur 2000 km, et $\mathcal{H}_{\mathrm{PV}}$ l'opérateur d'observation tourbillon potentiel. Cela nous permet de réduire la dimension n à environ $n_r = 46\times 2000/20 \simeq 5\cdot 10^3$ (46 niveaux verticaux, 20 km de résolution horizontale), ce qui est praticable. Par contre, il faut re–projeter l'incrément en tourbillon potentiel dans l'espace modèle. Deux solutions sont possibles, l'utilisation de la méthode d'inversion du tourbillon potentiel, ou l'échantillonnage de l'incrément à l'aide de pseudo-observations (selon une stratégie qui resterait à définir). Cette dernière option présente l'avantage d'entrer naturellement dans le cadre de l'assimilation (cyclage, impact,...) et d'être extensible aux données d'humidité, et l'inconvénient de spécifier une matrice R adéquate (en particulier pour les corrélations d'erreurs spatiales[6]).

[6] il s'agit probablement du point le plus faible de la méthodologie actuelle d'assimilation de pseudo-observation de tourbillon potentiel de Guérin et al. (2006).

L'utilisation d'une méthode de type filtre de Kalman d'ensemble pourrait donc se révéler assez prometteuse. Elle laisse à l'ensemble le soin de bien représenter, de manière statistique et au cas par cas, les corrélations entre les observations et les champs de tourbillon potentiel. Il est proposé dans ce paragraphe d'opter pour une méthode hybride, où l'ensemble serait utilisé pour calculer les incréments projetés dans l'espace tourbillon potentiel, puis inversés ou échantillonnés à l'aide de pseudo-observations.

Pseudo-observations dérivées de l'ozone

Une autre approche consiste à utiliser les données d'ozone et d'effectuer une régression afin d'en déduire des pseudo-observations en tourbillon potentiel. L'approche est évoquée dans le chapitre 6 de cette thèse, et s'affranchit de considérations autour d'une méthode d'assimilation propre aux structures. La première étape consiste à évaluer la pertinence d'une régression statistique entre données d'ozone et données de tourbillon potentiel, et plus précisément de faire le partage entre l'erreur de représentativité (due à la régression) et l'erreur de l'ébauche. Cela devrait déboucher sur une modélisation adéquate du biais et de l'écart-type d'erreur d'observation. On pourra ensuite envisager des expériences d'assimilations à plusieurs cycles, permettant d'étudier l'impact des observations sur le tourbillon potentiel d'altitude et sur la prévision des cyclogenèses.

Pseudo-observations de vitesse verticale

Le modèle de Wirth définit la vitesse verticale comme une variable privilégiée dans la relation entre la dynamique et l'image vapeur d'eau. Il serait possible d'appliquer une méthodologie similaire à celle qui a été retenue pour ce sujet de thèse, c'est-à-dire l'utilisation de pseudo-observations. Il faudrait tout d'abord s'appliquer à coder, au sein d'ARPEGE, un opérateur d'observation de la vitesse verticale au niveau de la surface isostérique. La difficulté technique est similaire à celle de l'opérateur de tourbillon potentiel simplifié ; on devrait probablement utiliser une vitesse verticale hydrostatique basée sur l'intégrale verticale des champs de divergence. Une deuxième étape est de calculer des pseudo-observations de vitesse verticale à partir des températures de brillance. On pourrait imaginer soit de tirer parti du suivi Lagrangien des cellules de RDT/Antidote, soit d'utiliser des méthodes de calcul de champs de déplacement entre des images successives[7]. Le résidu en température devrait constituer une approximation de la vitesse verticale suivant l'équation 3.15. Par rapport à l'approche développée dans cette thèse, on gagne sur le fait que la vitesse verticale et l'image sont probablement bien colocalisées spatialement. Cependant, le coefficient de proportionnalité entre vitesse verticale et variation Lagrangienne de la température de brillance dépend toujours de la présence d'anomalies de surface.

Application d'un modèle de déplacement dans CTPini

La méthode de modification des conditions initiales en tourbillon potentiel à Météo-France (CTPini) repose sur la spécification d'un incrément tridimensionnel en tourbillon potentiel. Les prévisionnistes ne spécifient qu'un champ bidimensionnel, l'altitude de la tropopause dynamique. Les valeurs tridimensionnelles du tourbillon potentiel sont reconstituées par l'application d'une matrice de corrélation verticale des erreurs en

[7] comme cela a été effectué par des équipes du projet ADDISA

tourbillon potentiel, puis utilisées *via* l'inversion du tourbillon potentiel. Il serait possible d'appliquer, de manière plus naturelle, une matrice de corrélation verticale des erreurs de position (notée D dans le chapitre 2), puis d'utiliser ensuite l'inversion de manière très similaire. Les fonctions de structure auraient probablement une allure assez différente, puisqu'elles seraient issues d'un déplacement régularisé de l'ébauche. On disposerait assez facilement d'un cadre réaliste pour comparer objectivement les deux formulations du modèle d'erreur en tourbillon potentiel au niveau de la tropopause.

Un cadre idéalisé

L'assimilation des structures à partir de l'analyse des radiances vapeur d'eau pourrait donc se faire selon les trois perspectives précédemment évoquées : filtre de Kalman d'ensemble, pseudo-observations de tourbillon potentiel dérivées de l'ozone, pseudo-observations en vitesse verticale dérivées du suivi Lagrangien des structures. Cependant, il existe une autre piste de réflexion qui concerne l'algorithme d'assimilation lui-même. Le 4D-Var est capable d'extraire de l'information dynamique (*i.e.* sur le champ de vent) à partir de l'information sur les champs de masse par le couplage induit par le modèle tangent-linéaire. L'assimilation de radiances vapeur d'eau devrait pouvoir fournir, au sein du 4D-Var, une information sur les champs de vent et de vitesse verticale. Il est donc intéressant de tenter de quantifier cet impact, et de démontrer qu'il est significatif (ou non).

Il est possible tout d'abord d'envisager une preuve dans un cadre réaliste. Pour cela, il faudrait tout d'abord découpler la température et l'humidité, au sein de la matrice B, des autres variables (vorticité, divergence, pression au sol), puis assimiler en 4D-Var des radiances géostationnaires vapeur d'eau. On pourrait alors utiliser la méthode de calcul de la réduction en variance d'erreur d'analyse (Brousseau et al. 2005, Desroziers et al. 2005) en vorticité et divergence pour évaluer la contribution de ces observations. Si elle est non nulle, c'est que le couplage par le modèle tangent-linéaire est bien capable de transférer l'information aux champs de vent. On pourrait également calculer l'impact en réduction de variance d'erreur en vitesse verticale, puisque cette dernière s'exprime aisément comme une combinaison linéaire des champs de divergence (tout du moins pour sa partie de grande échelle). L'ordre de grandeur de la réduction de variance d'erreur pourrait être comparé avec celui obtenu pour d'autres observations (de vent), ou avec celui qui prend en compte le couplage statistique au sein de la matrice B.

Enfin, une perspective plus amont pourrait être l'analyse complète d'un modèle idéalisé. On utiliserait un modèle analogue à celui de Wirth et al. (1997), dont il faudrait également développer des versions tangent-linéaire et ajointe. Il serait possible d'étudier le problème de la propagation de l'information entre la température de brillance de l'image vapeur d'eau, la vitesse verticale et les champs de tourbillon potentiel d'un point de vue académique. L'étude serait similaire, dans son principe, à celle de Daley (1995), qui a étudié le problème de la reconstitution du champ de vent à partir de l'assimilation d'un traceur. Notre problème est cependant assez différent puisqu'il vise à estimer la source (w dans l'équation 3.15). Il est à noter que de nombreux articles de recherche traitent du problème de l'estimation d'une source par assimilation variationnelle, et que des résultats généraux sont probablement déjà disponibles. L'approche pourrait conduire à évaluer la quantité d'information que l'on peut récupérer sur la vitesse verticale ou le tourbillon potentiel d'altitude par l'assimilation 4D-Var des radiances.

Enfin, ce cadre idéalisé pourrait également être mis à profit pour étudier le problème alternatif de l'assimilation dans l'espace des positions.

A

Version originale de l'article Michel et Bouttier, QJRMS 2006

Q. J. R. Meteorol. Soc. (2006), **132**, pp. 2257–2276 doi: 10.1256/qj.05.179

Automated tracking of dry intrusions on satellite water vapour imagery and model output

By Y. MICHEL* and F. BOUTTIER
Météo-France, Toulouse, France

(Received 28 August 2005; revised 30 May 2006)

SUMMARY

A satellite image-processing technique has been developed for the identification and tracking of upper-tropospheric features related to midlatitude synoptic-scale cyclogenesis. Persistent warm radiance features are detected on water vapour images using an adaptive thresholding technique, tracked using estimations of the motion of the features through displacement and cross-correlation of successive images, and then screened using both image-based and model-based criteria. The aim is the characterization of jet dynamical features and dry intrusions of stratospheric air into the upper troposphere. On a selected sample of events, the resulting trajectories prove to be very consistent with the subjective identification of cyclogenesis events on imagery. In accordance with potential vorticity theory, the detected warm features are correlated with positive anomalies of potential vorticity. This identification technique can be applied to model output, which suggests future applications in forecast verification and data assimilation of midlatitude cyclones.

KEYWORDS: Forecast verification Potential vorticity dynamics

1. INTRODUCTION

Midlatitude synoptic-scale cyclogenesis is a phenomenon with a large impact on regional weather with consequences for human activities, sometimes as destructive storm systems. Forecasting cyclogenesis remains one of the great challenges of today's numerical weather prediction (NWP), and despite steady improvements in NWP accuracy in recent years, cyclogenetic events are sometimes associated with poor forecast quality. Their mechanism has been fairly well explained at a theoretical level using potential vorticity (PV) dynamics (Hoskins *et al.* 1985; Davis and Emanuel 1991), and weaknesses in their analysis and forecast are often visible to a trained human forecaster upon inspection of satellite images (Weldon and Holmes 1991; Santurette and Georgiev 2005). Experience shows that water vapour (WV) channel imageries can serve operational forecasters as a valuable tool for monitoring upper-level dynamics. In particular, PV anomalies and areas of vertical motion that are involved in cyclogenesis are conspicuous as relatively warm features on the images, as shown by radiance temperature. This relationship holds only in the vicinity of a strong jet stream, which can be explained using PV dynamics (Georgiev 1999). Forecasters detect failures in model analysis by comparing the imagery information with NWP model output (Georgiev and Martín 2001). Upper-level precursors of storms are also noticeable in TOVS observations (Fourrié *et al.* 2003). This paper presents an algorithm that automates this identification process, by locating dry intrusions on water vapour satellite images with the help of a model reference.

The first goal of this work is to provide a diagnostic tool that works on real and model-generated satellite images, in order to highlight weaknesses in the analysis of cyclogenesis; applying the algorithm to a model forecast and a verifying satellite image should facilitate the verification of cyclone forecasts, e.g. in terms of displacement and amplitude errors as introduced by Hoffman *et al.* (1995).

* Corresponding author: Météo-France, 42 av Coriolis, 31057 Toulouse Cedex, France.
e-mail: yann.michel@meteo.fr
© Royal Meteorological Society, 2006.

A longer-term goal is the direct assimilation of midlatitude cyclones into real-time NWP systems. The current emphasis in the data assimilation community is on the direct use of observed data such as satellite radiances (e.g. Köpken *et al.* 2004). The underlying assumption is that algorithms such as 4D-Var (four-dimensional variational data assimilation, Rabier *et al.* 2000) will automatically convert observed data into statistically nearly optimal NWP analyses through flow-dependent corrections of the model state. 4D-Var can produce spectacular improvements in the quality of forecasts, in a statistical sense (Rabier *et al.* 2000) as well as in strong cyclogenetic events, provided observations are available at the right times and places (Thépaut *et al.* 1994). Unfortunately, the amount of information that 4D-Var (and other assimilation algorithms) can use is limited for mathematical and technical reasons (e.g. linearization hypotheses). The operational implementations of 4D-Var are incremental, i.e. they run at a relatively low resolution, and only a small fraction of the available satellite data is actually processed. No operational data assimilation system is yet able to process geostationary satellite images at full resolution, although they provide valuable information to the forecasters. Full-resolution image information can be introduced in an indirect way, using pseudo-observations derived from image processing and presented in a suitable form to a data assimilation algorithm.

Synthetic 'bogus' surface pressure observations are successfully used in analyses of the southern hemisphere and tropical atmospheres, e.g. for positioning tropical cyclones. Pseudo-observations of wind are derived from automated tracking of clear-air features and clouds on sequences of satellite images (Velden *et al.* 1997). This work investigates whether one can generate reliable pseudo-observations of dry intrusions associated with midlatitude cyclones from sequences of geostationary satellite images. The assimilation of such pseudo-observations into a NWP model will be the topic of a future study.

Section 2 of this paper presents the basic detection and tracking algorithm for warm features on water vapour satellite images. Section 3 describes the screening criteria that select features that are related to actual cyclonic events. Some criteria work on the image itself, while others rely on NWP model output. Section 4 depicts the behaviour of the complete algorithm on a independent sample, and section 5 applies it to the output of a radiative transfer model linked with a NWP forecast model. Section 6 discusses the possible application to data assimilation through PV pseudo-observations. Conclusions are given in section 7.

2. Detection and tracking of warm features on satellite images

(*a*) *Warm features on water vapour imagery*

Infrared radiation measured by meteorological satellites in the water vapour (WV) bands (around 6.3 μm) are known to be sensitive to both humidity and temperature profiles of the middle and upper troposphere. Therefore, they provide useful information to forecasters on the flow patterns at middle and upper levels. The vertical weighting functions and their interpretation are discussed in Weldon and Holmes (1991).

The relationship between significant WV imagery features and synoptic-scale dynamical structures has been studied by Weldon and Holmes (1991) and Santurette and Georgiev (2005). It is shown that the visualization of an animation of WV images helps to monitor the evolution of the upper-level dynamics and to control the behaviour of NWP through a PV–WV relationship. In particular, upper-level PV anomalies involved in cyclogenesis (Hoskins *et al.* 1985) are often visible as localized warm features on WV imagery that can be tracked for hours.

However, as pointed out by Demirtas and Thorpe (1999), this relationship is not reliable in a variety of situations, either because the radiances are affected by factors other than water vapour (such as clouds), or because variations in water vapour content are not related to upper-tropospheric dynamics. In particular,

- if there is a cut-off low, such that features are trapped for a long time, the relationship may be poorer because of mixing;
- in the polar regions in winter, because of the lack of contrast, no dark regions are visible on WV imagery;
- in subtropical regions the air may be warm enough to appear as dark regions in WV images without a relationship with PV dynamics.

These observations have been completed by Santurette and Georgiev (2005), who depict significant WV imagery features associated with warm radiances:

- *Latent dry bands or slots* are features appearing as medium grey shades (medium to high radiance temperatures) that are associated with no or only weak descending motion, no jet but with a latent tropopause anomaly.
- *Deformation dry bands* are associated with deformation zones of the upper flow without being connected with jets and PV anomalies.
- *Dynamic dry bands and slots* are associated with strong subsidence, jet streams and PV anomalies and are precursors of subsequent development of dry intrusions.
- *Dry intrusions* are associated with a jet stream and PV anomalies as well as significant synoptic-scale subsiding motions and cyclonic development.

Local PV modifications can be very useful to better predict cyclogenesis, as shown by Chaigne and Arbogast (2000) using data from the Fronts and Atlantic Storm-Track Experiment (FASTEX). We intend to develop an image-processing technique that first detects warm radiance features on WV imagery and then selects dynamic dry slots and intrusions that are related to cyclogenesis dynamics, in order to study the PV–WV relationship and to verify NWP forecasts.

(*b*) *Application of the ISIS thunderstorm detection system*

(i) *WV imagery.* The algorithm can be applied to all WV images (by adjusting radiance temperatures of search $T_{\min}$ and $T_{\max}$; see the appendix and section (ii) below). We have tested geostationary imagery from METEOSAT 7 (6.3 μm infrared imager), METEOSAT 8 (6.2 μm and 7.3 μm spinning enhanced infrared imager), GOES 8 and GOES 12 (6.7 μm imagers). All results presented below have been obtained through METEOSAT 7/GOES 8/GOES 12 composite WV images that cover an extended North Atlantic domain (roughly 30°N–65°N, 40°W–80°E) at half-hourly temporal resolution and at full spatial resolution (approximately 8 km at nadir). They have been derived from the two imagers with linear interpolation in the overlapping zone and provide accurate data with sufficient temporal resolution on an extended domain. Comments on differences between WV imageries and on their combined use to improve detection are also made in section 5.

(ii) *Application of an adaptive thresholding algorithm.* The algorithm used here has been derived from the ISIS* thunderstorm detection system that locates cold cloud tops on sequences of infrared satellite images (Morel and Sénési 2002). Here it is applied in reverse (i.e. warm features are detected instead of cold ones) and with

* Instrument de Suivi dans l'Imagerie Satellitaire.

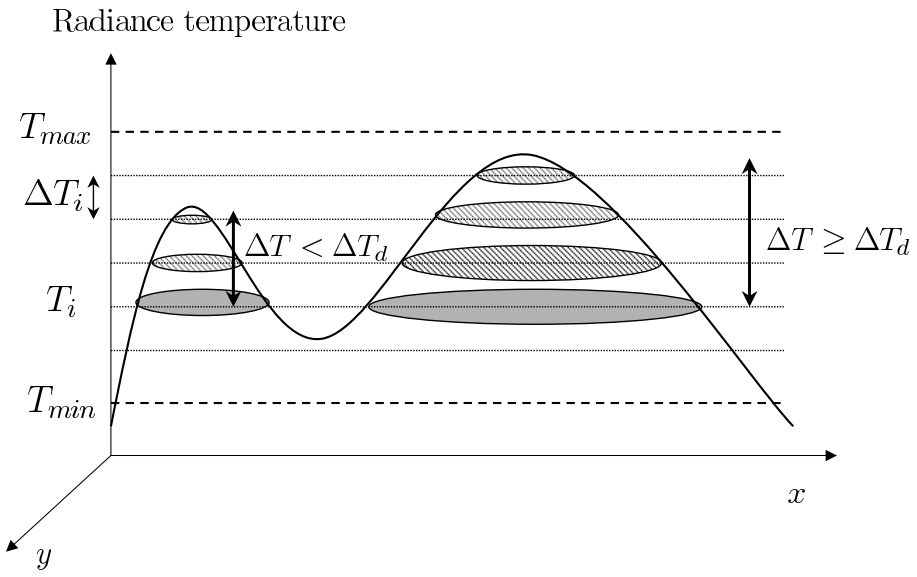


Figure 1. Schematic view of the adaptive thresholding technique for radiance temperatures T_i between $T_{\max}$ and $T_{\min}$ at resolution ΔT_i.

some modifications, the most important one being the use of an adaptive thresholding strategy inspired by Peak and Tag (1994). The detected features are described by some characteristics and will be called 'cells' hereafter. The main parameters of this algorithm are the thresholding intervals ($T_{\min}$, $T_{\max}$), the minimum range of temperature, ΔT_{d}, and surface area, $S_{\min}$, for cells. The thresholding increment has been set to the radiative resolution of the WV imagers $\Delta T_i = 0.3$ degC. The key points of this detection algorithm are explained in the appendix and shown in Fig. 1; for more details, refer to Morel and Sénési (2002).

The detection algorithm has been applied to a sample of twenty cyclonic events in the North Atlantic and Western Europe, including several historically violent storms (from the Météo-France database), as well as some unexceptional events covering different synoptic situations (from Santurette and Georgiev 2005). The events are listed in Table 1. In two cases, several dynamical anomalies are involved in the surface cyclogenesis.

The parameters of the multi-thresholding technique, listed in Table 2, have been tuned on this sample of cases in order to maximize warm-feature detections that are associated with the cyclones. First application of the warm-feature detection algorithm yields encouraging results, as anomalies are tracked for periods lasting between several hours and 3 days. Warm features are sometimes visible on the WV imagery only at a late stage of cyclonic development and as dry intrusions, whereas they can be tracked in other cases for days before the surface cyclogenesis. Table 1 summarizes the beginning and the ending of each trajectory associated with the main dry intrusions for each sample case.

The distributions of temperature and area of the cells from the sample (Fig. 2) show that the choice of main parameters (Table 2) is correct. However, additional work is needed to get rid of numerous non-dynamic warm features that are detected by the adaptive thresholding, as proposed in the next section.

TABLE 1. THE TEST SAMPLE OF ACTIVE CYCLONIC EVENTS

Start time and date	End time and date	Short description
1600 25 Dec. 1999	0430 26 Dec. 1999	First 1999 Christmas Storm *Lothar* [BDEM]
0700 27 Dec. 1999	1900 27 Dec. 1999	Second 1999 Christmas Storm *Martin* [BDEM]
0900 29 Oct. 2000	0130 30 Oct. 2000	Storm over Paris [BDEM]
1700 03 Nov. 2000	0530 05 Nov. 2000	Storm over Paris [BDEM]
1300 09 July 2001	2330 10 July 2001	Interaction between the jet and a PV anomaly [SG2005]
0530 08 Nov. 2001	2100 09 Nov. 2001	Flooding in Algiers, Algeria *P* [SG2005]
0700 09 Nov. 2001	0800 10 Nov. 2001	Flooding in Algiers, Algeria *F* [SG2005]
2300 15 Jan. 2002	1900 18 Jan. 2002	Cyclogenesis in breaking jet [SG2005]
0100 24 Jan. 2002	1700 24 Jan. 2002	Cold air convective rainfall [SG2005]
1500 25 Feb. 2002	2330 26 Feb. 2002	Atlantic cyclogenesis over the UK [SG2005]
1700 12 May 2002	0600 14 May 2002	Reactivation of cut-off low [SG2005]
0100 08 Sep. 2002	0900 09 Sep. 2002	Flooding of Gard river, SE France [BDEM]
0700 12 Oct. 2002	0800 14 Oct. 2002	Storm over Brittany, NW France [BDEM]
0330 24 Oct. 2002	0700 26 Oct. 2002	Storm over Ireland [BDEM]
1800 12 Nov. 2003	2100 13 Nov. 2003	Atlantic depression in zonal flux [SG2005]
0030 27 Dec. 2003	1200 28 Dec. 2003	Storm associated with a low at 975 hPa (wind gusts reaching 144 km h^{-1}) [BDEM]
2230 30 Dec. 2003	0300 01 Jan. 2004	Active Atlantic disturbance with snowfalls reaching 5 cm [BDEM]
2100 11 Jan. 2004	1700 12 Jan. 2004	Storm over N France [BDEM] (low 985 hPa, gusts reaching 130 km h^{-1})
0430 23 Jan. 2004	1800 25 Jan. 2004	Active snow disturbance associated with a low over N France; from Guérin *et al.* (2006)
1500 24 Jan. 2004	0500 27 Jan. 2004	*idem*

All times are UTC.
[BDEM]: in Météo-France dangerous events database.
[SG2005]: Santurette and Georgiev (2005).

TABLE 2. THE PARAMETERS OF THE ADAPTIVE THRESHOLDING ALGORITHM

T_{min}	Minimum temperature of threshold	−38 °C
T_{max}	Maximum temperature of threshold	−8 °C
ΔT_d	Minimum range of temperature for a cell	2.2 degC
S_{min}	Minimum area for a cell	2000 km^2

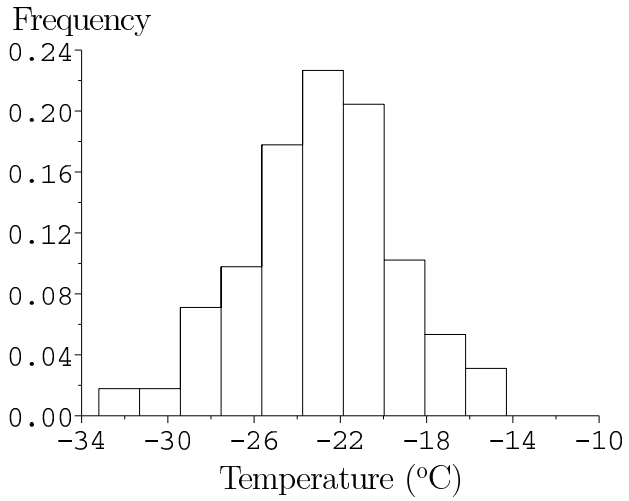


Figure 2. Distribution of minimum temperatures of the cells from the test sample (Table 1).

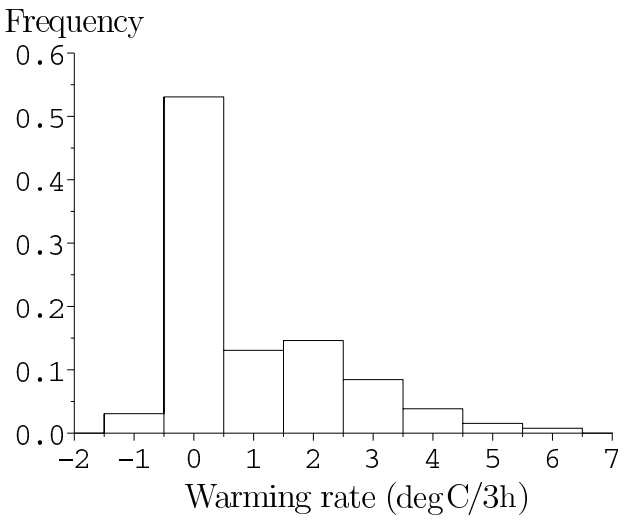


Figure 3. Distribution of three-hour warming rates of the cells from the sample (Table 1) that are between 4 and 8 hours old.

3. Screening of cyclonic features

(*a*) *Selection using image-based criteria*

Some standard image-based selection rules are applied by forecasters: time-persistence, warming rates and upstream convective development (Santurette and Georgiev 2005). We use the learning test sample from trajectories listed in Table 1 to specify additional filtering criteria that will select dynamically important cells.

(i) *Lifetime of trajectories.* Dynamically important warm features tend to persist for several hours. From the test sample, the minimum duration for a trajectory is 12 hours. However a procedure that would require a very long lifetime for selection of a trajectory would miss one of the objectives of this work, i.e. the early detection of cyclones for use as pseudo-observations in a real-time data assimilation system. Assuming a sequential assimilation with a six-hour period (which is the case at most global operational NWP centres), the requirement of a minimum lifetime of three hours yields an efficient reduction of spurious detections, while still allowing most cyclogenetic events to be assimilated just a few hours after they become visible on the images.

(ii) *Temperature evolution in trajectories.* During the lifetime of a cyclone, the corresponding features usually start by warming up quickly, then the radiance temperature stabilizes, then the features cool down. The duration of each phase is of the order of ten hours. Temperatures at time t, T_t, are computed as maximum radiance temperatures over the surfaces of the cells. The warming rates of the sample cells at the beginning of their trajectories (here taken as the first four hours when the warming rate is available)) are shown in Fig. 3. These cells mostly have an increasing or later a stationary temperature. Some further study shows that all cells have warming rates greater than 0.6 degC (3 hours)$^{-1}$ during their warming phase.

We require that a given trajectory is only selected if its temperature variation since its first detection, $T_t - T_0$ (more than three hours) meets the criterion

$$T_t - T_0 > \tau \left\{ 1 - \frac{1}{\pi} \arctan\left(\frac{T_t - T_{\text{ref}}}{\Delta T_{\text{ref}}} \right) \right\}, \quad (1)$$

$$\text{with } \tau = 1.5 \text{ degC}(3 \text{ h})^{-1}, T_{\text{ref}} = -34 \text{ °C and } \Delta T_{\text{ref}} = 1 \text{ degC}, \quad (2)$$

which states that the features should warm up quickly enough, the function being chosen empirically. The criterion is more stringent for colder features in order to limit the number of false alarms. When this criterion is met for the first time, the features from that trajectory are selected, starting from the current assimilation period, until the trajectory ends.

(iii) *Warm sector convective development.* Most cyclones are associated with a nearby cold area on the imagery, which depicts convective activity in the warm sector of a developing midlatitude cyclone. This cold area may be useful to detect and use for warm-feature screening, but it is not necessarily adjacent to the relevant warm area, which makes its characterization difficult. This criterion has not being used here because of its complexity.

(*b*) *Selection using numerical model output*

According to the conceptual model of midlatitude PV dynamics, cyclogenesis is expected to occur in the vicinity of a strong upper-level jet. This is confirmed by forecaster experience. Cyclones can exist far away from a jet, in which case they lack the source of kinetic energy required to feed intense cyclogenesis. Thus, the proximity to a jet is a useful indication that a cyclone can intensify later into a significant storm. Moreover the position with respect to the jet may also be an important indication, since sometimes rapidly deepening phases of Atlantic systems can happen suddenly at the same time as crossing the jet stream (as noticed by Baehr *et al.* 1999 on FASTEX cases). We intend to use an object-based characterization rather than standard baroclinicity diagnostics such as the Eady growth rate, which use an environment based on time filtering.

Few observations of wind are available in the upper troposphere (but this may change in the future with the deployment of space-borne Doppler wind lidars). We shall resort to using NWP numerical model products, which are available in real time. This information is likely to contain forecast errors, so we will consider only large-scale wind, which tends to be more predictable than small-scale features.

(i) *Distance to the jet.* The computation of a distance to the jet requires the definition of a line of maximum wind speed to characterize the jet core. This is done using an image-processing technique called skeleton transformation (see the appendix) on the set of pixels where the wind speed is greater than a predefined threshold (30 m s^{-1} at 300 hPa), as illustrated in Fig. A.1. The skeleton transformation highlights the lines that follow the fastest parts of the jets on an image, called the jet cores. The distance d_{jet} between a warm feature and the nearest jet core is found by searching for the closest pixel that belongs to a core (Fig. 4). Most of the 971 warm features, from our sample of 20 trajectories of interest (Table 1), are closer than 400 km to a jet core as shown in Fig. 5. They are always close to the jet when they are at their mature stage, but this is not always true in the early or late stages of their life cycle. This proximity in the indices space (Pankiewicz 1995) suggests good detection performance on the learning dataset with a criterion based on the distance to the jet.

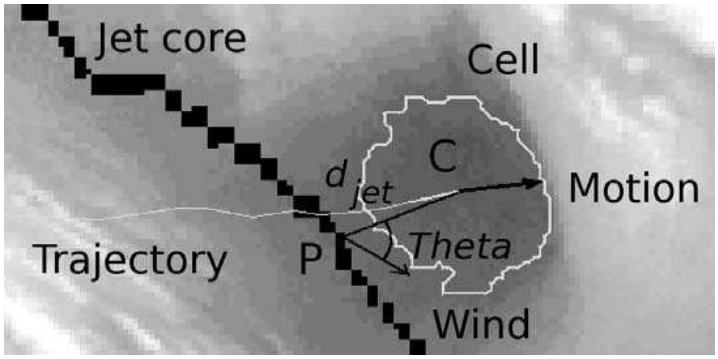


Figure 4. Sketch of the relative position of a cell (contoured in white) with respect to the jet (black pixels), extracted from results at 12 UTC on 16 December 2004. C is the centre of gravity of the cell and P the closest point on the jet core. The distance to the jet is $d_{\text{jet}} \equiv \|CP\|$, the angle θ is between CP and the wind at point P. Also shown is the wind vector at point P and the estimated motion of the cell at point C.

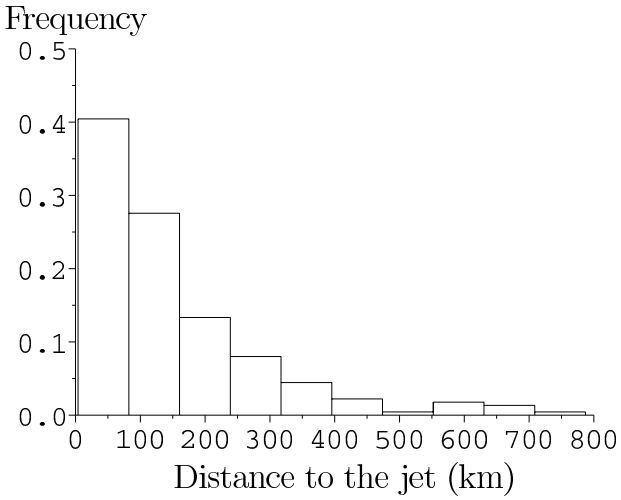


Figure 5. Distribution of distances to the jet core for the cells from the test sample (Table 1).

(ii) *Location on the cyclonic side of the jet.* The last selection criterion considered in this study is the position with respect to the nearest jet core. Experience shows that developing cyclones are mostly located on the cyclonic side of the associated jet, and that crossing the jet is associated with rapid-deepening phases (Baehr *et al.* 1999). The characteristics of the cells of the learning dataset are extracted and plotted on the histogram presented in Fig. 6.

We filter trajectories with the following joint criteria based on the jet distance d_{jet} and the angle with the jet θ:

$$d_{\text{jet}} > d_{\text{c}} \left\{ 1 + \frac{1}{\pi} \arctan\left(\frac{\theta - \theta_{\text{ref}}}{\Delta\theta_{\text{ref}}} \right) \right\}, \tag{3}$$

$$\text{with } d_{\text{c}} \simeq 400 \text{ km}, \theta_{\text{ref}} = -\frac{\pi}{2} \text{ and } \Delta\theta_{\text{ref}} = \frac{\pi}{3}. \tag{4}$$

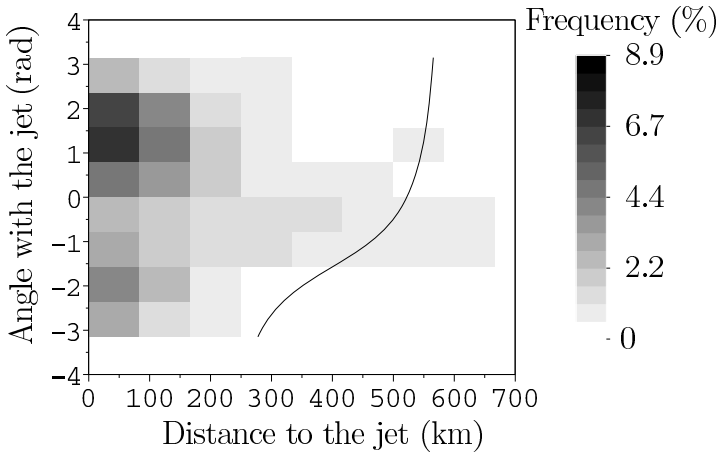


Figure 6. Distribution of the cells from the test sample (Table 1) in the plane formed by the distance to the jet (category width 80 km) and the angle with the jet (category width $2\pi/8$ rad). The solid curve shows the decision boundary for the jet proximity criterion associated with $d_{\text{jet}} = 400$ km.

This empirical function matches the distribution of the characteristics of the features (Fig. 6) from the learning dataset (Table 1) and is more stringent for the cells that are on the anticyclonic side of the jet. Figures 3 and 6 confirm that warming rate and position with respect to the jet are likely to be used for the selection of warm areas that are linked with upper-level dynamics. The performance of the algorithm is studied further in the next section.

4. VALIDATION OF THE ALGORITHM

The complete algorithm (detection and selection stages) has been applied to the images from the test sample shown in Table 1. The criterion on the *lifetime of trajectories* rejects 65% of the warm features (80% of the trajectories). The criterion on *temperature evolution* rejects 60% of the remaining warm features (85% of the trajectories). The joint criteria on the *relative position to the jet* rejects 35% of the remaining features (40% of the trajectories). In summary, the complete selection process retains only 6% of the detected warm features, which are grouped into 2% of the initial set of trajectories.

The test sample of Table 1 contains 20 dry intrusions associated with some cyclonic events that are considered to be significant by forecasters. The algorithm detects and selects all of them, plus some less spectacular events. From this learning dataset one can conclude that the algorithm behaves reasonably well, and that all the implemented selection procedures are indeed necessary.

To further validate the performance of the algorithm, we have applied it to an independent test sample of situations over year 2004 that are taken from the Météo-France dangerous events database (Table 3). To evaluate the real-time performance of the algorithm, we look at the cells detected by the thresholding algorithm (before any selection procedure) and generate a sample made of cells that are linked with upper-level dynamics (including dry intrusions associated with strong events from Table 3). The ground truth for building the verifying samples is a forecaster's decision. We compute false-alarm rate (*FAR*) and probability of good detection (*POD*) as

$$FAR = \frac{N_{\text{false}}}{N_{\text{hits}} + N_{\text{false}}} \quad \text{and} \quad POD = \frac{N_{\text{hits}}}{N_{\text{sample}}},$$

TABLE 3. THE INDEPENDENT VERIFYING SAMPLE OF CYCLONIC EVENTS

Start time and date	End time and date	Short description
2300 30 Jan. 2004	0900 31 Jan. 2004	Winter storm over N France behind a cold front
2330 25 Feb. 2004	0200 27 Feb. 2004	Snow disturbance over Brittany, NW France and reaching SW France later
0900 05 July 2004	0600 07 July 2004	Thunderstorm
0100 25 Oct. 2004	1000 27 Oct. 2004	Convective rainfall over SE France
1200 26 Oct. 2004	2330 27 Oct. 2004	Strong winds over NW France
0500 18 Nov. 2004	1900 18 Nov. 2004	Storm over N France
0800 15 Dec. 2004	0400 17 Dec. 2004	Leading disturbance event of the year over France
0330 22 Dec. 2004	1300 23 Dec. 2004	Disturbance giving snow and cold rainfalls over E France
0900 27 Dec. 2004	2330 28 Dec. 2004	Disturbance with snowfalls

All times are UTC.
All events are taken from the Météo-France dangerous events database (BDEM).

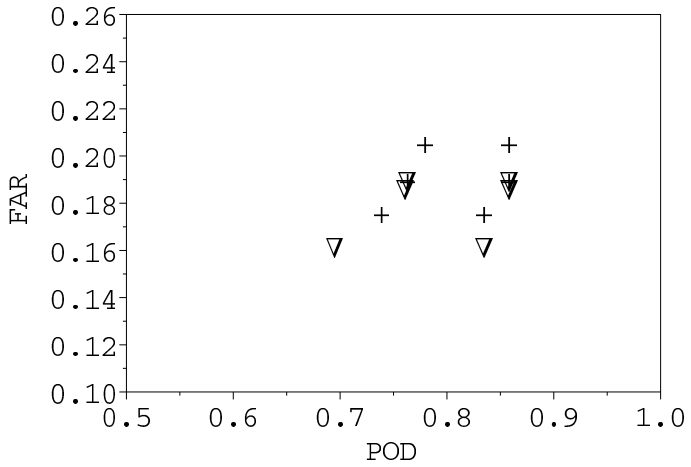


Figure 7. False-alarm rates (FAR) versus good detection rates (POD) for various combinations of the selection criteria for the verifying sample events in Table 3. Plus marks (+) denote $d_c \in \{200, 300, 400\}$ km with $\tau = 1.5$ degC, and triangle marks (∇) denote $\tau \in \{1.5, 2, 2.5\}$ degC and $d_c = 300$ km. The complete sample is shown in the left group of points and the subset of 'strong events' on the right.

where

- N_{hits} is the number of relevant cells that are detected after filtering (hits).
- N_{false} is the number of spurious cells that are detected after filtering (false alarms).
- N_{sample} is the size of the sample of relevant cells.

We use a cell count rather than a trajectory count to evaluate the detection in a six-hour assimilation cycle. We build two verifying samples for computing the *POD*, the first one made of 'strong events' listed in Table 3 and the second one completed with the other events that can be detected at the same dates. *FAR* and *POD* are shown in Fig. 7 for several values of the main parameters of the selection: the warming rate, τ, and the minimum distance to the jet, d_c. The POD is not as good for all events as for strong events, showing that these cyclogeneses (Table 3) have a stronger signature in the imagery than others. False-alarm rates remain quite high (15–20%), but some attempts to use other criteria (for example local warming rate) do not provide better results. Some improvement could however be expected from other sources of information (such as satellite-based estimations of cloud cover) by removing the spurious cells that are still present in cloudy areas.

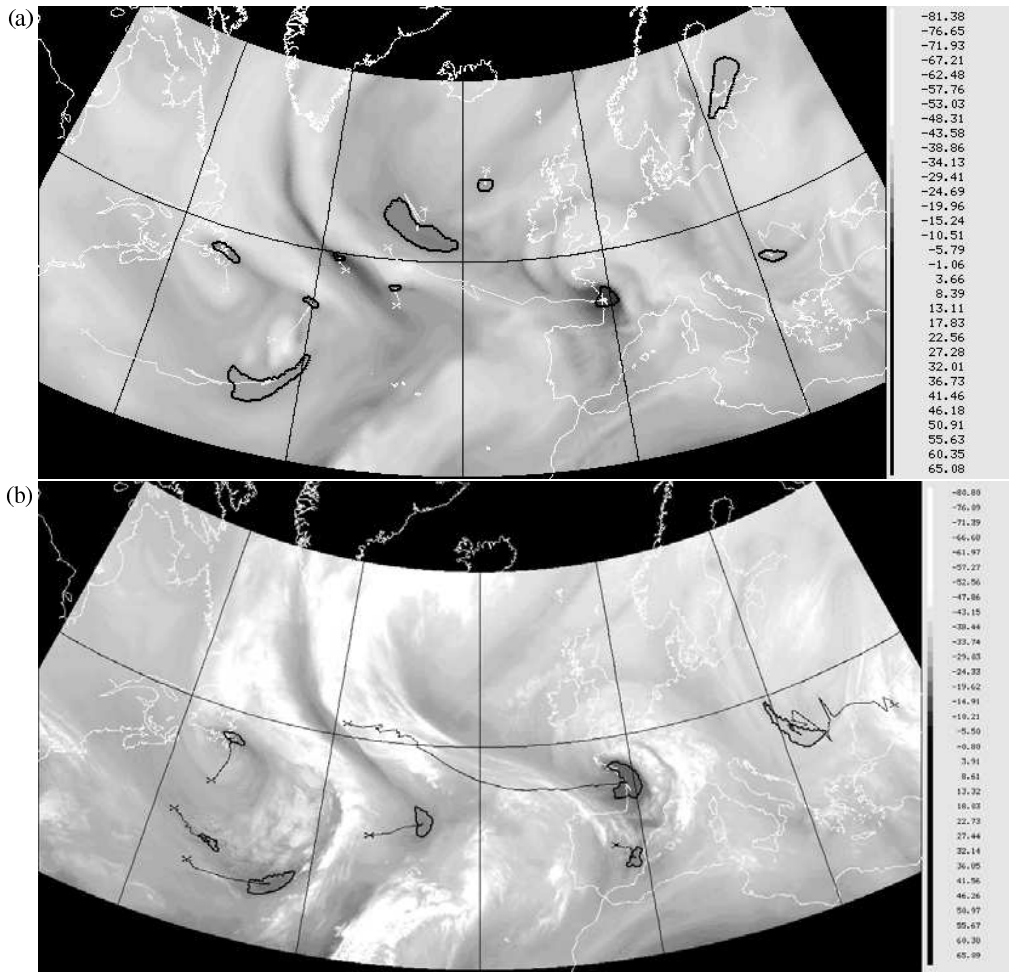


Figure 8. Comparison of results of the algorithm on water vapour images (6.3 μm channel) at 06 UTC on 26 January 2004, as provided by (a) the radiative transfer model and ARPEGE analysis fields, and by (b) METEOSAT 7/GOES 12 composite images. Bold black contours delineate cells and the thin black lines show trajectories (starting with a cross).

5. Application to model output monitoring and comparisons with the observations

(*a*) *Depiction of model errors with the use of synthetic imagery*

Satellite images are used daily to monitor NWP output in terms of displacement and intensity errors (Røsting *et al.* 1996). We consider doing this automatically by processing model output imagery. The procedure described above has been applied to synthetic satellite images produced by the operational global model of Météo-France, ARPEGE, post-processed on the same domain as satellite images at a resolution of 0.2°. Radiances are produced by the Radiative Transfer for TIROS Vertical sounder (RTTOV) simulation software for the relevant imager. The detection and screening procedures behave much as if satellite images were used, as illustrated in Fig. 8. The model produces fewer warm features that are unrelated to a jet since we use cloud-free radiances.

Monitoring model forecast skill in terms of the evolution of active cyclones would require the comparison between a real, observable cyclone and a simulated one. As a

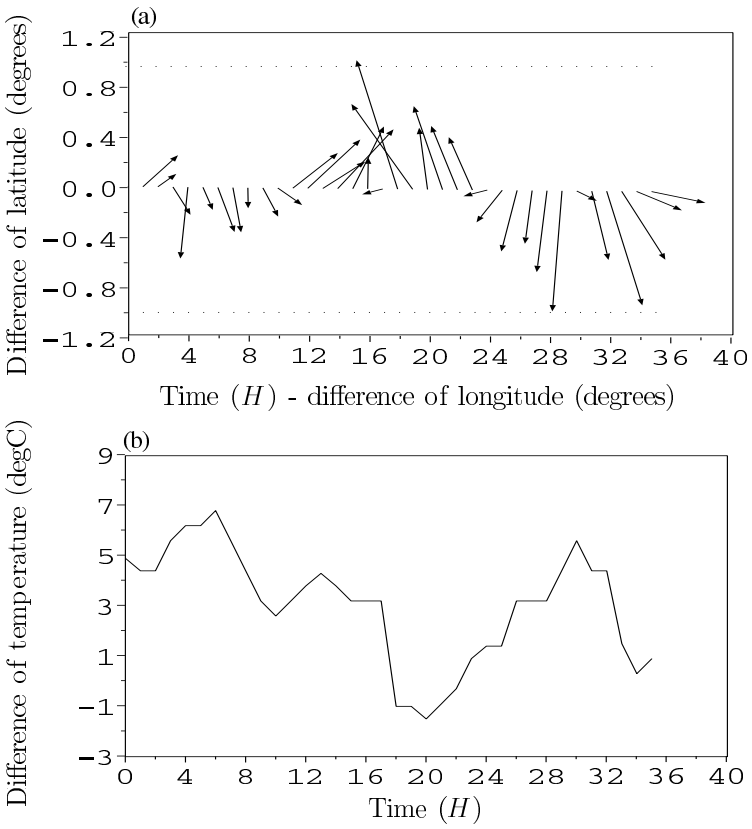


Figure 9. Measured difference between model and observations: (a) displacement, with arrows showing difference of positions, and (b) amplitude (difference in temperature) for the trajectory associated with the dry intrusion that is clearly visible in Fig. 8 over France. Model and satellite cells are linked and compared from 00 UTC on 25 January to 06 UTC 26 January 2004.

first step, it is necessary to associate an observed cyclonic feature with a predicted one when both clearly relate to the same meteorological phenomenon. It is suggested that this property can be measured using a geometrical association algorithm: each feature detected on the model output is *associated* with the closest satellite imagery feature if it is nearer than $d_{\text{assoc}} = 1000$ km. When one considers our sample of clearly cyclonic events (Table 1), 85% of the simulated ones are associated, versus 71% of the observed ones. In other words, most dry intrusions are automatically detected and associated in both model and satellite imagery. When one considers all events, the association procedure succeeds with $\simeq 50\%$ of the features.

The association procedure is illustrated in Fig. 9, which highlights differences between a modelled and an observed feature. In this particular case, the significant event is the dry intrusion visible in Fig. 8 over France, which is present in both model and satellite image over time. The temperature of the feature is quite different between the two imageries (standard deviation $\sigma_T = 2.2$ degC) and the location of the cells varies in both latitude (standard deviation $\sigma_{\text{lat}} = 0.7°$) and longitude (standard deviation $\sigma_{\text{lon}} = 2.8°$). It seems that an assimilation of the cell information could improve the model trajectory. However one should point out that the observation error has to be specified: the statistics of errors in temperature (e.g. precision of relevant imager and

precision of the association procedure) and in location (e.g. errors due to the resolution and to the thresholding precision) have to be evaluated.

(*b*) *Observations from different WV channels*

The surface of dry intrusions is much larger than the resolution of the METEOSAT 7 imager, so that the increased spatial resolution of Meteosat Second Generation (MSG) imagers may not bring additional information for the selection procedure. However the increased temporal resolution of 15 minutes improves the tracking of the warm features. The available domain is a little bit more restricted in the west than the one for composite images. The Spinning Enhanced Visible and Infrared Imager (SEVIRI) instrument has two different WV channels which are associated with absorption bands around 6.2μm and 7.3μm, and which peak at different altitudes (towards 400 hPa and 500 hPa, respectively). Therefore it can be expected that the use of the geometrical association procedure between both images would improve the performance of the algorithm by only selecting dry intrusions that have a signal at both altitudes.

The algorithm has been successfully applied to different WV channels by simply shifting radiance temperatures $T_{\min}$, $T_{\max}$ and T_{ref} by $-4\,^{\circ}$C for the MSG 6.2 μm channel and by $+20\,^{\circ}$C for the MSG 7.3 μm channel with respect to the METEOSAT 7 6.3 μm channel. Other parameters of the adaptive thresholding (Table 2) or selection rules (Eqs. (1)–(4)) remained unchanged. We illustrate this (Fig. 10) with the storm disturbance from 15 to 17 December 2004 and the verifying sample of events.

The main cells are detected and tracked in all three images, but the 7.3 μm MSG channel does not perform as well as the other channels: cells are detected a few hours later (because the channel peaks lower) and trajectories are not as smooth as for the others (Fig. 10(c)). It is more sensitive to surface and clouds, like infrared channels, and a clear gradient of temperature along latitude is visible, suggesting that the algorithm may not be as efficient as for the others. However, this WV channel could help in selecting dry intrusions and provide estimates of the errors in the position of the cells inherent to the thresholding technique. The MSG 6.2 μm channel provides detailed images with a reliable link to upper-level dynamics and yields the best results in terms of tracking and detection performance.

6. Relationship with the assimilation of PV pseudo-observations

The practical problem is to translate the detected feature information into observations that can be assimilated. The tracking technique described above identifies meteorological objects with several attributes such as location, time, radiance temperature, and trajectory history. It is suggested that model/observation radiance inconsistencies tend to be related to PV errors in dynamically active areas (Mansfield 1996). PV is an attractive parameter to assimilate in 4D-Var, because it is more directly related to linearized model dynamics than radiances. Modifying the upper-level PV fields of the initial state has proven to be an efficient way to correct forecasts of cyclogenesis, as shown by Huo *et al.* (1998) and Demirtas and Thorpe (1999) using PV inversion procedures. However it remains challenging even for a trained forecaster, as pointed out by Swarbrick (2001).

Various authors have attempted to establish a quantitative relationship between PV and WV radiance temperatures using different approaches. For example, Georgiev (1999) reports significant correlation with linear regression between WV data and PV at 500 hPa (where samples are however restricted to localized areas and limited by a threshold condition PV $>$ 1.2 PVU). Pankiewicz *et al.* (1999) investigate a regression using an artificial neural network between WV radiances and PV on the

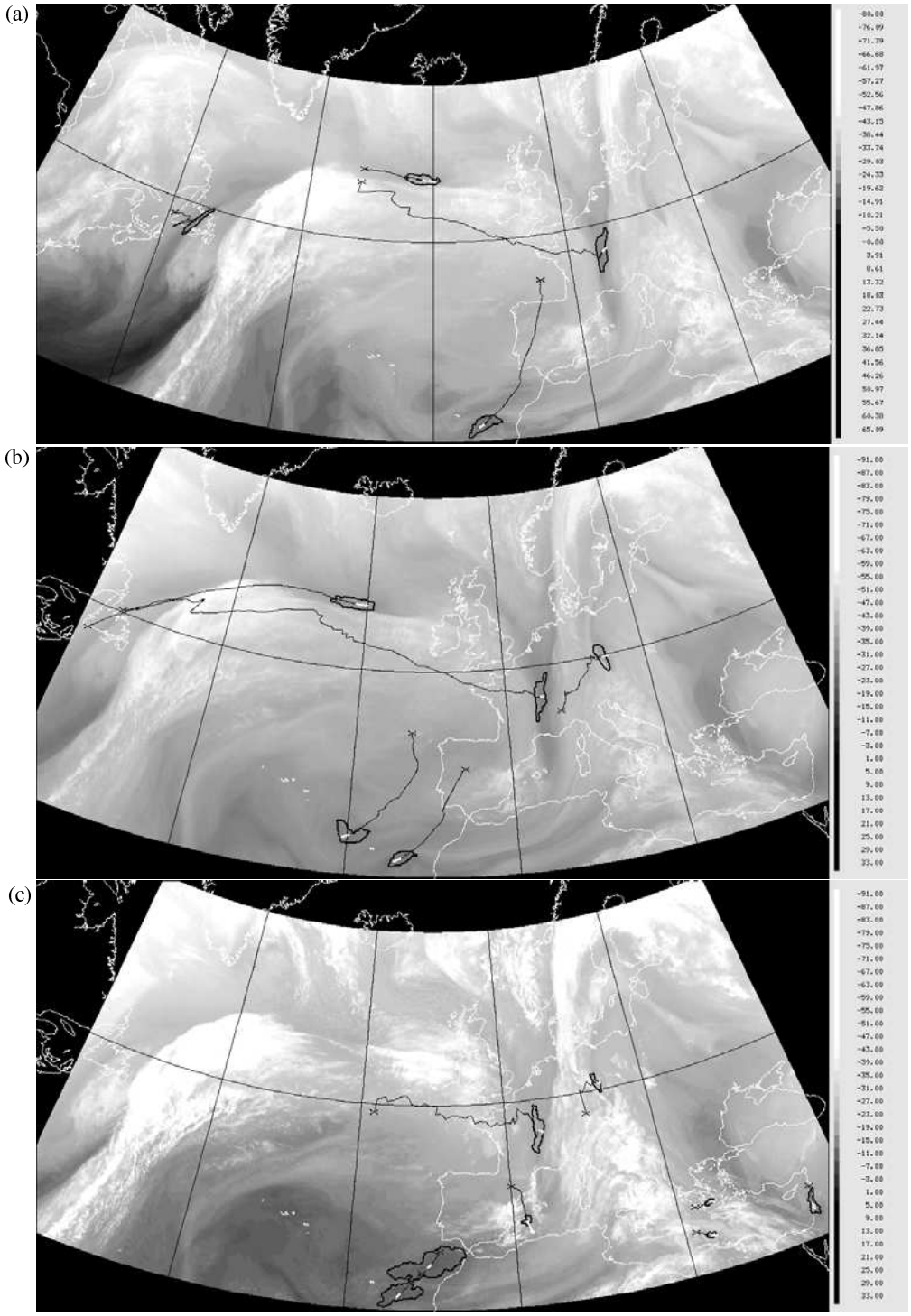


Figure 10. Comparison of results of the algorithm on water vapour images at 00 UTC on 17 December 2004, as provided by (a) METEOSAT 7/GOES 12 composite images, (b) MSG 6.2 μm images, and (c) MSG 7.3 μm images. Bold black contours delineate cells, thin black lines show trajectories (starting with a cross), and radiance temperatures (grey shading) are in Celsius.

315 K isentropic surface. Complicating factors in the PV–WV relationship are listed by several authors (Demirtas and Thorpe 1999; Georgiev 1999; Swarbrick 2001) and include WV dependence with vertical profiles of temperature. The present work uses a different trajectory-oriented approach. Figure 9 also indicates that the calibration of a PV–WV relationship is complicated by inconsistencies between model and observations in terms of positions and temperature values of the cells. On the other hand, Fig. 11 suggests that the temperatures and the averaged PV values of the cells (at 400 hPa) are clearly linked over time in most cases, warmings occurring for example at the same time as PV increases. The possibility of calibrating a quantitative PV–WV relationship by the use of the model imagery will be investigated in future work.

The 4D-Var assimilation of PV pseudo-observations has been shown to be feasible by Guérin *et al.* (2006), using man-made observations of the height of the 1.5 PVU field. They also demonstrate a practical technique for specifying observation-error statistics based on the Desroziers and Ivanov (2001) a posteriori methodology. It provides a framework for assimilating features at a given point, when an observed and a modelled feature are detected at the same place and time, with different radiance values. However some quality control and bias monitoring have to be performed on the water vapour radiances first (Munro *et al.* 2004), and one has to demonstrate further that the PV–WV is reliable enough in these areas to generate PV observations. Other issues will require attention: the time dimension of the feature detection and association algorithms, the behaviour of PV pseudo-observations in a complete 4D-Var system, and their interactions with the observations available at the same locations (e.g. AMSU-A, SEVIRI radiances or aircraft flight reports).

7. Conclusions

An algorithm has been developed that detects satellite imagery features likely to be associated with active upper-tropospheric cyclones. It works in several steps. Sets of radiance temperature pixels that are significantly warmer than their environment are detected on individual images using a multi-thresholding algorithm. These sets, called 'cells', are grouped into trajectories that span several consecutive images, based on overlapping and advection criteria. The spurious features are screened using several selection criteria. The lifetime criterion requires that trajectories of features last longer than a given threshold. The temperature criterion requires that each trajectory warms up at a minimum rate at its beginning, which is typical of dynamically active cyclones. The meteorological context criterion requires the use of a model output, and needs the trajectories to be close enough to an upper-level jet stream, and on its cyclonic side, for a significant time.

The detection and screening algorithm is tested on a sample of composite images from the METEOSAT 7 and GOES 8 satellites, over the North Atlantic and Europe. It is shown to detect all meteorologically significant cyclones, while detecting few spurious (i.e. not dynamically active) cyclones. The performance is similar when the algorithm is applied to simulated images from an operational global NWP model. A simple model/image object association technique is tested, which provides an easy visual comparison between forecast and observed upper-tropospheric cyclones. The output can be interpreted in the light of the theory of PV dynamics and its interpretation in terms of WV satellite imagery. The algorithm is also shown to work on other WV images from MSG.

This work demonstrates the feasibility of an automatic comparison between model and imagery, in terms of dynamically active upper-tropospheric cyclones. Given the

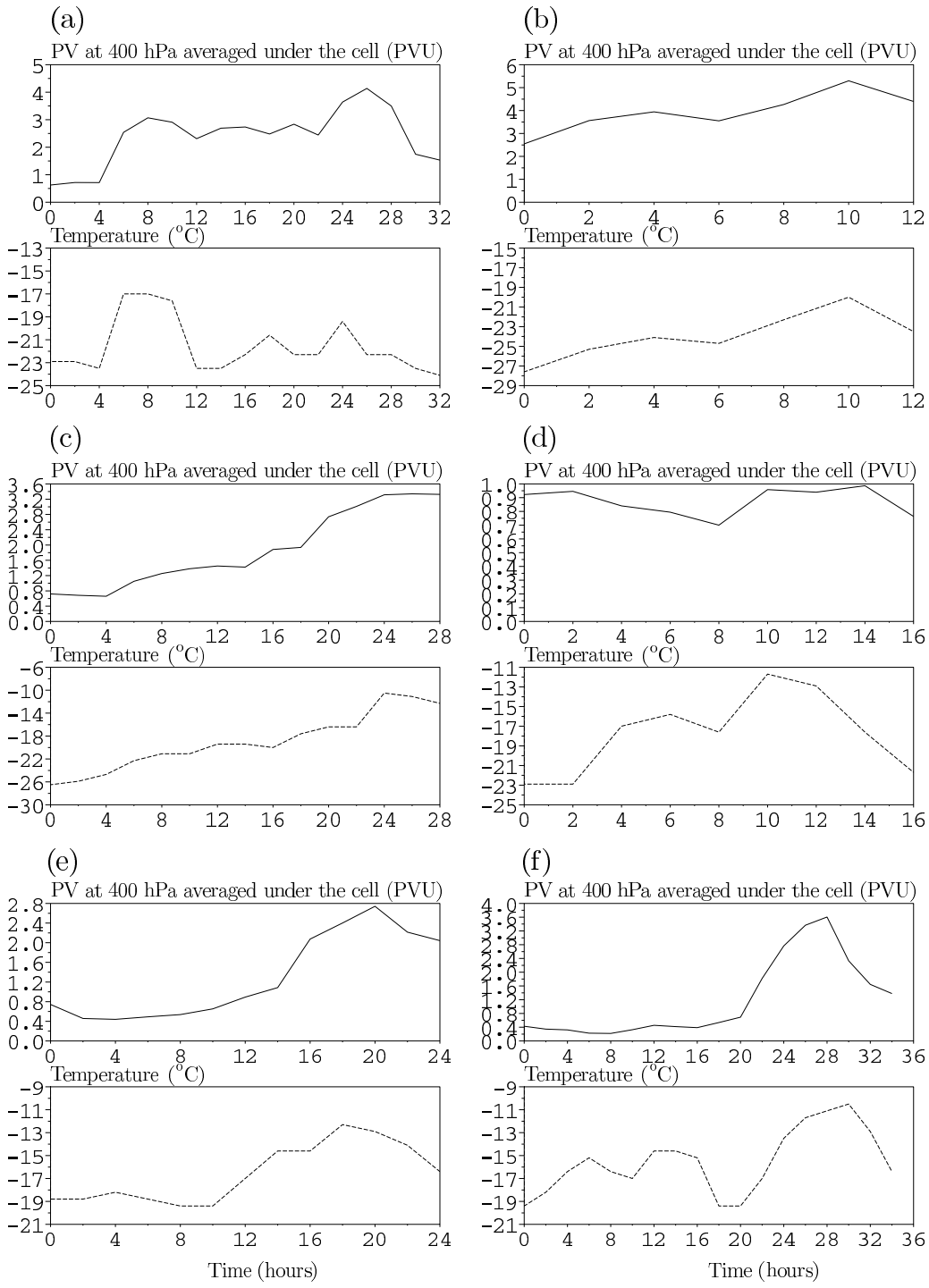


Figure 11. Evolution of the averaged PV values at 400 hPa (PVU, solid curves) and maximum temperatures (°C, dashed curves) for several trajectories of dynamically active features (from Table 1) that are detected and tracked in the model imagery (ARPEGE 4D-Var trajectories associated with radiative transfer RTTOV for the METEOSAT 7 6.3 μm channel). A qualitative agreement is visible between the evolution of temperature and PV values during the lifetime of the cells. Time is in hours since first detection at (a) 06 UTC 09 July 2001, (b) 07 UTC 09 Nov. 2001, (c) 12 UTC 16 Jan. 2002, (d) 02 UTC 09 Sep. 2002, (e) 15 UTC 12 Nov. 2003, and (f) 00 UTC 25 Jan. 2004.

importance of these phenomena for NWP in midlatitudes, it is argued that it could provide the basis for a data assimilation of related meteorological objects that will have to be compared with the direct assimilation of radiance observations. The next step will be to test this idea in a real-size global 4D-Var NWP system. It will require the study of several practical issues identified in this paper, in particular the specification of pseudo-observations of PV and the tuning of error statistics.

ACKNOWLEDGEMENTS

Thanks are due to S. Sénési and P. Santurette for useful suggestions, and also to C. Morel for help with adapting the ISIS nowcasting software.

APPENDIX

Image-processing techniques

(*a*) *Adaptive thresholding technique*

Dry intrusions seem to appear as relative maxima of the radiance temperature in WV imagery. Therefore the detection method is based on successive thresholdings between brightness temperatures $T_{\min}$ and $T_{\max}$, at the resolution ΔT_i. For a given image and threshold $T_i \in [T_{\min}, T_{\max}]$, 'cells' are defined as connected components of pixels warmer than the threshold T_i. A cell is then considered as a candidate warm feature if it meets the following two criteria (see Fig. 1):

- Its area S is greater than a threshold area $S_{\min}$.
- Its maximum temperature $T_{\text{cell}}^{\max}$ is at least ΔT_{d} warmer than the threshold T_i:

$$T_{\text{cell}}^{\max} - T_i \geqslant \Delta T_{\text{d}}. \tag{A.1}$$

This ensures that warm features are reasonably deep and large, and that multiple radiance maxima embedded in large-scale warm areas are detected as distinct features as much as possible. Warm features that have been kept by this selection rule are thresholded at maximum T_i verifying (A.1) and then tracked over time.

(*b*) *Motion estimation and tracking*

Tracking cells over time aims to associate features from successive images and allows a Lagrangian approach in computing warming rate, motion of the cells and trajectories.

(i) *Tracking.* Cells C at time t and cells C' at time $t + \Delta_t$ are associated by either primary or secondary links using the overlapping measure:

$$\tau(C, C') = \frac{S\big(\widetilde{C} \cap C'\big)}{\min\{S(C), S(C')\}},$$

where $\widetilde{C}$ is the translation of C at $t + \Delta t$ using the motion estimation of C, and S measures areas. The linking rule is then as follows:

- If the cells $\widetilde{C}$ and C' overlap only between themselves, a primary link is created.
- If one or several cells $\widetilde{C}$ overlap with many cells C' at time $t + \Delta_t$, a link is created only if $\tau(C, C') \geq \tau_{\min} = 0.15$. A primary link is created between biggest cells, and secondary links are created for others (Morel and Sénési 2002).

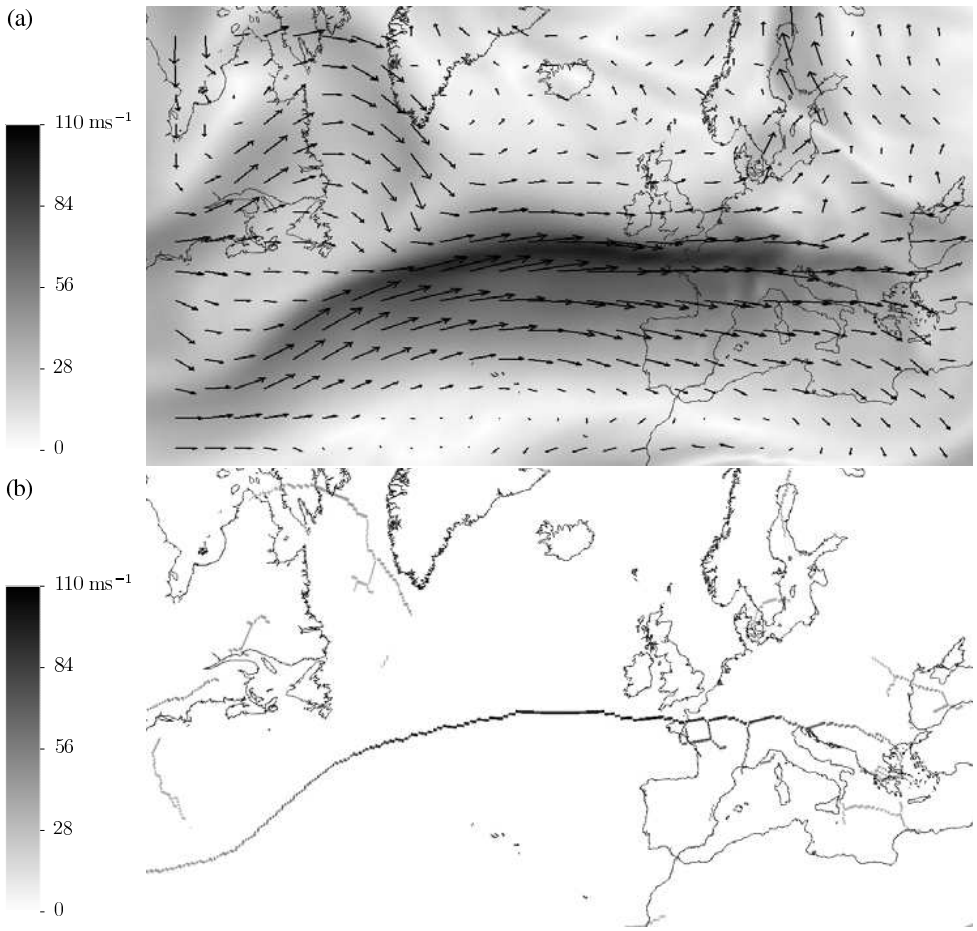


Figure A.1. (a) Wind field at 300 hPa from ARPEGE analysis for 18 UTC on 26 December 1999, and (b) its skeleton transformation.

Cells connected with primary links form *trajectories*, and secondary links highlight merges and splits of trajectories. The method is described in detail in Morel and Sénési (2002).

(ii) *Motion estimation.* The motion of the cells is estimated using either the displacement of the centres of gravity of the cells, or, when it is not possible (as for example at the beginning of a trajectory), using cross-correlation between the two images or, if this fails, the closest cell's speed.

(*c*) *Morphological operators for grey-tone skeleton*

Mathematical morphology provides several nonlinear tools for image processing and pattern recognition techniques. We briefly recall here some basics of thinning operators and skeleton transformation. The upper-level wind force $\mathcal{F} = \sqrt{u^2 + v^2}$ is thresholded at $\mathcal{F} \geqslant \mathcal{F}_{\min} = 30$ m s^{-1} and then reduced to its crests in order to highlight jet cores and different jet streaks before computation of the distance from cells to the jet. Therefore we use a thinning skeleton algorithm (Serra and Soille 1994). Usual properties that are often required for a skeleton transformation are that the result shall:

- have minimum thickness,
- keep global geometry,
- keep topology (same number of connected components...),
- have invariance with linear transformations (rotations, translations...),
- keep continuity with small modifications of the original field,

but algorithms generally do not fulfill all of them. A thinning skeleton algorithm consists of applying sequentially neighbourhoods $\mathcal{N}$ on an image. At each application, the new value of a pixel g is computed from the original value f and the 8-neighbourhood of points marked '1' (neighbourhood $\mathcal{V}_1$) and '0' (neighbourhood $\mathcal{V}_0$) following:

$$f_1 = \min(f)|\mathcal{V}_1 \tag{A.2}$$
$$f_0 = \max(f)|\mathcal{V}_0 \tag{A.3}$$
$$g = f_0 \text{ if } f_0 < f \leq f_1 \tag{A.4}$$
$$= f \text{ otherwise.} \tag{A.5}$$

Standard neighbourhoods for thinnings that preserve topology are, in 8-connectivity,

$$\mathcal{N} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ * & * & * \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ and } \begin{pmatrix} * & 0 & * \\ 1 & * & 0 \\ 1 & 1 & * \end{pmatrix}$$

and their $n\pi/2$ rotations, $n \in 1, 2, 3$ (Serra and Soille 1994).

We applied this algorithm to the wind force at 300 hPa with a threshold of $\mathcal{F}_{\min} = 30$ m s^{-1}. The skeleton transformation globally preserves the geometry and keeps distinct jet streaks, as illustrated in Fig. A.1.

REFERENCES

Baehr, C., Pouponneau, B., Ayrault, F. and Joly, A. 1999 Dynamical characterization of the FASTEX cyclogenesis cases. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, **125,** 3469–3494

Chaigne, E. and Arbogast, P. 2000 Multiple potential vorticity inversions in two FASTEX cyclones. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, **126,** 1711–1734

Davis, C. and Emanuel, K. 1991 Potential vorticity diagnostics of cyclogenesis. *Mon. Weather Rev.*, **119,** 1929–1953

Demirtas, M. and Thorpe, A. J. 1999 Sensitivity of short-range weather forecasts to local potential vorticity modifications. *Mon. Weather Rev.*, **127,** 922–939

Desroziers, G. and Ivanov, S. 2001 Diagnosis and adaptive tuning of observation-error parameters in a varational assimilation *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, **127,** 1433–1452

Fourrié, N., Claud, C. and Chédin, A. 2003 Depiction of upper-level precursors of the December 1999 storms from TOVS observations. *Weather and Forecasting*, **18,** 417–430

Georgiev, C. 1999 Quantitative relationship between METEOSAT water vapour data and positive vorticity anomalies: a case study over the Mediterranean. *Meteorol. Appl.*, **6,** 97–109

Georgiev, C. and Martín, F. 2001 Use of potential vorticity fields, METEOSAT water vapour imagery and pseudo water vapour images for evaluating numerical model behaviour. *Meteorol. Appl.*, **8,** 57–69

Guérin, R., Desroziers, G. and Arbogast, P. 2006 4D-Var analysis of potential vorticity pseudo-observations. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, **132**, 1283–1298

Hoffman, R. N., Louis, J.-F. and Grassotti, C. 1995 Distorsion representation of forecast errors. *Mon. Weather Rev.*, **123,** 2758–2770

Hoskins, B., McIntyre, M. and Robertson, A. 1985 On the use and significance of isentropic potential vorticity maps. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, **111,** 877–946

Huo, Z., Zhang, D.-L. and Gyakum, J. 1998 An application of potential vorticity inversion to improving the numerical prediction of the March 1993 superstorm. *Mon. Weather Rev.*, **126,** 424–436

Köpken, C., Kelly, G. and Thépaut, J.-N.	2004	Assimilation of METEOSAT radiance data within the 4D-Var system at ECMWF: Assimilation experiments and forecast impact. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, **130,** 2277–2292
Mansfield, D.	1996	The use of potential vorticity as an operational forecast tool. *Meteorol. Appl.*, **3,** 195–210
Morel, C. and Sénési, S.	2002	A climatology of mesoscale convective systems over Europe using satellite infrared imagery. I: Methodology. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, **128,** 1953–1971
Munro, R., Köpken, C, Kelly, G., Thépaut, J.-N. and Saunders, R.	2004	Assimilation of METEOSAT radiance data within the 4D-Var system at ECMWF: Data quality monitoring, bias correction and single-cycle experiments. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, **130,** 2293–2313
Pankiewicz, G.	1995	Pattern recognition techniques for the identification of cloud and cloud systems. *Meteorol. Appl.*, **2,** 257–271
Pankiewicz, G., Swarbrick, S. J. and Watkin, S. C.	1999	'Potential vorticity from METEOSAT water vapour imagery: a method to automatically adjust initial NWP fields'. NWP Tech. Report 281, Met Office, Exeter, UK
Peak, J. and Tag, P.	1994	Segmentation of satellite imagery using hierarchical thresholding and neural networks. *J. Appl. Meteorol.*, **33,** 605–616
Rabier, F., Järvinen, H., Klinker, E., Mahfouf, J.-F. and Simmons, A.	2000	The ECMWF operational implementation of four-dimensional variational assimilation. I: Experimental results with simplified physics. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, **126,** 1143–1170
Røsting, B., Sunde, J. and Midtbø, K. H.	1996	Monitoring of NWP models by use of satellite data. *Meteorol. Appl.*, **3,** 331–340
Santurette, P. and Georgiev, C.	2005	*Weather analysis and forecasting: applying satellite water vapor imagery and potential vorticity analysis.* Academic Press (Elsevier)
Serra, J. and Soille, P. (Eds.)	1994	*Mathematical morphology and its applications to signal processing.* In series 'Computational imaging and vision', Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, The Netherlands
Swarbrick, S.	2001	Applying the relationship between potential vorticity fields and water vapour imagery to adjust initial conditions in numerical weather prediction. *Meteorol. Appl.*, **8,** 221–228
Thépaut, J.-N., Courtier, P., Belaud, G. and Lemaître, G.	1994	Dynamical structure functions in 4D-Var: a case-study. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, **122,** 535–561
Velden, C., Hayden, C., Nieman, S., Menzel, P., Wanzong, S. and Goerss, J.	1997	Upper-tropospheric winds derived from geostationary satellite water vapor observations. *Bull. Am. Meteorol. Soc.*, **78,** 173–195
Weldon, R. and Holmes, S.	1991	'Water vapor imagery: interpretation and applications to weather analysis and forecasting'. NOAA Technical Report NESDIS 57. NOAA, US Dept. of Commerce, Washington DC, USA

B

Schémas numériques d'intégration temporelle

On recherche la solution de l'équation différentielle ordinaire :

$$\frac{d\boldsymbol{x}}{dt} = F(\boldsymbol{x}, t) \tag{B.1}$$

où la condition initiale s'écrit :

$$\boldsymbol{x}(t=0) = \boldsymbol{x}_0 \tag{B.2}$$

où l'expression du second membre $F(\boldsymbol{x}, t)$ et la valeur de la condition initiale $\boldsymbol{x}(t=0) = \boldsymbol{x}_0$ sont données. On s'intéresse ici aux schémas d'intégration temporelle à pas multiples, permettant de determiner la solution à l'instant t_{i+1} à partir de celles obtenues aux instants antérieurs $i,\ i-1,\ \cdots$. Pour alléger la notation, $\boldsymbol{x}_i$ représente, dans ce qui suit, $\boldsymbol{x}(t=t_i)$; de même, F_i signifie $F(\boldsymbol{x}(t=t_i), t_i)$.

Schémas d'Euler retardé

Principe : L'équation est évaluée à l'instant t_{i+1}. La dérivée temporelle est déduite de la dérivée du polynôme d'interpolation basé sur $\boldsymbol{x}_{i+1}, \boldsymbol{x}_i, \boldsymbol{x}_{i-1}, \cdots$.

$$F(\boldsymbol{x}, t) \simeq F(\boldsymbol{x}_{i+1}, t_{i+1}) \tag{B.3}$$

$$\text{ER2} : \frac{d\boldsymbol{x}}{dt} \simeq \frac{3}{2\delta_t}\boldsymbol{x}_{i+1} - \frac{2}{\delta_t}\boldsymbol{x}_i + \frac{1}{2\delta_t}\boldsymbol{x}_{i-1} \tag{B.4}$$

$$\text{ER3} : \frac{d\boldsymbol{x}}{dt} \simeq \frac{11}{6\delta_t}\boldsymbol{x}_{i+1} - \frac{3}{\delta_t}\boldsymbol{x}_i + \frac{3}{2\delta_t}\boldsymbol{x}_{i-1} - \frac{1}{3\delta_t}\boldsymbol{x}_{i-2} \tag{B.5}$$

Ces schémas sont implicites. En se limitant à l'ordre 1, on retrouve le schéma (à pas unique) d'Euler implicite.

Schémas d'Adams-Bashforth

Principe : Le développement de Taylor de $\boldsymbol{x}_{i+1}$ permet d'exprimer $\boldsymbol{x}_{i+1}$ en fonction de $\boldsymbol{x}_i$ et de ses dérivées successives. On utilise l'équation différentielle que l'on cherche à résoudre pour écrire une expression donnant $\boldsymbol{x}_{i+1}$ en fonction de $\boldsymbol{x}_i$, F_i et ses dérivées successives $F^{'}i,\ F^{"}i, \cdots$ Ces dernières sont évaluées à l'aide du polynôme d'interpolation

(et ses dérivées) basé sur les valeurs F_i, $F_{i-1}, \cdots$. On obtient ainsi les schémas suivants :

$$\frac{d\boldsymbol{x}}{dt} \simeq \frac{\boldsymbol{x}_{i+1} - \boldsymbol{x}_i}{\delta_t} \tag{B.6}$$

$$\text{AB2} : F(\boldsymbol{x}, t) \simeq \frac{1}{2}\left(3F_i - F_{i-1}\right) \tag{B.7}$$

$$\text{AB3} : F(\boldsymbol{x}, t) \simeq \frac{1}{12}\left(23F_i - 16F_{i-1} + 5F_{i-2}\right) \tag{B.8}$$

Ces schémas sont conditionnellement stable ; il est impératif d'utiliser un pas de temps suffisamment petit si on veut éviter d'obtenir une solution qui diverge.

Schémas d'Adams-Moulton

Principe : On procède de même que pour les schémas d'Adams-Bashforth, mais à partir du développement de Taylor "arrière" de $\boldsymbol{x}_i$. On aboutit aux expressions suivantes :

$$\frac{d\boldsymbol{x}}{dt} \simeq \frac{\boldsymbol{x}_{i+1} - \boldsymbol{x}_i}{\delta_t} \tag{B.9}$$

$$\text{AM2} : F(\boldsymbol{x}, t) \simeq \frac{1}{2}\left(F_{i+1} + F_i\right) \tag{B.10}$$

$$\text{AM3} : F(\boldsymbol{x}, t) \simeq \frac{1}{12}\left(5F_{i+1} + 8F_i - F_{i-1}\right) \tag{B.11}$$

Ces schémas sont implicites. Le schémas AM2 s'avère être à pas unique ; on retrouve d'ailleurs là l'expression du schéma de Crank-Nicholson.

Schémas Prédicteurs-Correcteurs

On peut combiner des schémas afin d'utiliser au mieux le(s) avantage(s) des uns et des autres. Un exemple classique est de combiner les schémas d'Adams-Bashforth et Adams-Moulton afin d'éviter la délicate résolution d'un système implicite de ces derniers. On emploie dans un premier temps un schéma (d'ordre N) d'Adams-Bashforth pour calculer une première approximation (phase prédicteur) de $\boldsymbol{x}_{i+1}$. C'est cette prédiction qui est ensuite injectée dans les calculs des termes du second membre (les F_k) d'un schéma d'Adams-Moulton. Le schéma Prédicteur-Correcteur AB2-AM3 s'écrit donc :

$$\text{Prédicteur AB2} : \frac{\widetilde{\boldsymbol{x}_{i+1}} - \boldsymbol{x}_i}{\delta_t} = \frac{1}{2}\left(3F_i - F_{i-1}\right) \tag{B.12}$$

$$\text{Correcteur AM3} : \frac{\boldsymbol{x}_{i+1} - \boldsymbol{x}_i}{\delta_t} = \frac{1}{12}\left(5F(\widetilde{\boldsymbol{x}_{i+1}}, t_{i+1}) + 8F_i - F_{i-1}\right) \tag{B.13}$$

C

Légende des ANASYG

D

Article complémentaire

Un deuxième article, en cours de révision à *Monthly Weather Review*, expose l'approche d'assimilation dans l'espace des déplacements (décrite dans le chapitre 2) et présente une première application au cas d'étude du chapitre 6.

Generated using version 3.0 of the official AMS LaTeX template

Assimilating the tropopause height from the observation of a dry intrusion

Yann MICHEL *

CNRM-GAME and CNRS, Météo-France, Toulouse, France

ABSTRACT

This paper investigates the problem of initializing the upper level potential vorticity by using observations of dry intrusions that can be seen in geostationary water vapor images. First, a satellite image processing technique is developed for the identification and tracking of dry intrusions on water vapor satellite images. This technique can be applied on images derived from model fields in the same manner. A linking algorithm automatically compares the trajectories of the model and satellite images. Differences of brightness temperatures are then converted to differences of tropopause height through a simple linear model, which is based on the correlation found in the background. As the scheme is likely to provide observations of the tropopause height, it is also suggested to use an alignment space representation of the errors. A simple one-dimensional study provides a depiction of the background covariances in alignment space, which are compared to the traditional approach of background covariances in amplitude space. An approximate form of the Ertel potential vorticity operator is used to incorporate the pseudo-observations inside a global 4D-var assimilation scheme. A case study of cyclogenesis is used to highlight the difference between assimilating potential vorticity values and assimilating the height of the tropopause.

* *Corresponding author address:* Yann MICHEL, CNRM, Météo-France 42 av. G. Coriolis, 31057 Toulouse Cedex 1

E-mail: yann.michel@meteo.fr

1

1. Introduction

Data assimilation combines imperfect model short-range forecasts with uncertain data, acknowledging their respective uncertainties. Modern data assimilation algorithm are able to cope with a high flux of observations and correct the background with time consistent and flow dependent increments. However, the current representation of errors is based on an additive representation (Lawson and Hansen 2005) and is fundamentally restricted by the truncation of the probability distributions of errors to their first two moments (this is the Gaussian assumption).

Global models sometimes fail to predict mid-latitude cyclogenesis, even if the suspected upper or lower level precursors are visible in the images from geostationary satellites. Different operational procedures, often based on potential vorticity inversion, have been developed to exploit the link between water vapor (WV) images and the initial state. Cyclogenesis has been shown to be sensitive to potential vorticity structures from different spatial scales (Beare et al. 2003). At the same time, potential vorticity (PV) can be inverted to mass and wind fields, provided a balance relation and a boundary condition (Davis 1992; Arbogast et al. 2008). The correction of the initial state has often been performed through:

- a comparison between satellite WV images and PV background fields,
- a definition of a correction in PV space,
- a initialization through PV inversion.

This methodology was first described and applied by Demirtas and Thorpe (1999) and further studied by Swarbrick (2001).

The comparison between satellite WV images and PV background fields is based on the PV-WV relationship. The common statement (Røsting et al. 1996; Mansfield 1996; Browning 1997; Demirtas and Thorpe 1999; Swarbrick 2001, among others) is a thermal interpretation. A stratospheric air mass is characterized by low humidity, warm potential temperature and high potential vorticity content. As a result, these first two characteristics make it appear dark in WV images, and the last ones as a local maximum in the PV fields. Therefore, the imprecise nature of the PV-WV relationship is mainly attributed to the occurrence of tropopause folds, air mixing, and sometimes upper level clouds such as cirrus (Swarbrick 2001). Demirtas and Thorpe (1999) suggested that one has to avoid situations where there is a cutoff low, and polar or tropical regions, where the WV radiance is more likely to be determined by temperature.At this point, an objective determination of the situations where the PV-WV relationship holds (or not) is still lacking, which is one of the main drawback of this methodology (Swarbrick 2001).

Wirth et al. (1997) have developed a conceptual model for this relationship, based on the quasigeotrophic dynamics of Juckes (1994). They show that the thermal aspect of the PV-WV relationship may be roughly parametrized as a link between the tropopause height perturbation δ_z and the brightness temperature perturbation ΔT_{BB} (Appendix A, equation A3):

$$\Delta T_{\mathrm{BB}} \simeq \gamma_1 \cdot \delta_z, \quad \gamma_1 = -4 \text{ K/km} \tag{1}$$

However their paper explains that considering only the thermal aspect of the PV-WV relationship is insufficient. The WV brightness temperature can be closely related to an isosteric surface (Ramond et al. 1981), which is seriously impacted by vertical motion. Therefore,

dry intrusions are likely to be the consequence of vertical motions that arise from the past. This would imply two consequences on the PV-WV methodology:

- it is crucial to consider a whole sequence of images to try to relate darkening in the image to PV increase through vertical motion;
- local displacements between PV fields and WV images should be interpreted with great care as they can be the consequences of differences between the motions of the isosteric surface and tropopause height.

As shown by Arbogast (1998), an isolated PV anomaly is associated with vertical motion whose sign depends on the larger scale wind environment. Therefore, WV the image darkening would depend on the larger scale wind structure. Demirtas and Thorpe (1999) and Santurette and Georgiev (2005) mention that the PV-WV methods does not apply to cut-off systems, because of air mixing, but we suggest that it could also be due to the dependence of vertical motion over the deformation of the larger scale wind field. A diagnostic approach which compares statistically tropopause height and brightness temperatures over the trajectory of the dry intrusion will be used in this study. Another caveat of the PV-WV methodology relates to the tropopause fold. The bidimensional WV image cannot represent the vertical tilt of PV anomalies, which are sometimes overlayed by clouds. The approach described here does not handle these important cases. In particular, in the view of Wirth et al. (1997), the darkening signal in WV images is linked with vertical motion. Therefore, cases involving both upper level and lower level anomalies, or tropopause folds, may have to be discarded in a first step despite of their significance.

Referring to the second point, Hello and Arbogast (2004) pointed out that WV and PV

fields may be sufficiently different such that the first comparison should be done in image space, using a radiative transfer model to generate synthetic images. Swarbrick (2001) also used synthetic images but found them of little practical usage. They point inadequacy of the radiative transfer code as a possible cause for their statement.

The problem of initializing the PV structures with the help of images can be split into these three updated points:

- to automatically compare the model and satellite images and to observe differences in image space;
- to convert this measure to observations of the characteristics of the PV structures (*e.g.* the tropopause localization on the horizontal and on the vertical);
- and to incorporate the modifications to a new analysis, taking into account the error made in both the observation and the background.

Sometimes, forecasters are however able to provide an estimate of the position of the tropopause (Santurette and Georgiev 2005; Guérin et al. 2006). Even in this case, there is still a lack of knowledge on the structure of the increments to provide a new initial state. Authors often rely on the imagery to specify the horizontal structure of the PV increments, sometimes with the help of data assimilation structure functions (Guérin et al. 2006). Verkley et al. (2005) use a so-called influence function, which is nearly Gaussian shaped, to incorporate PV modifications. All authors reported so far use the image to define the horizontal amplitude of the PV increments.

On the vertical, Verkley et al. (2005) used a nearly uniform, or barotropic, structure function. Manders et al. (2007) used the same formulation on the horizontal, but further

constrain the vertical increment to a set of levels centered around the tropopause. Swarbrick (2001) extend the modification to a set of levels around the isobaric level where the PV distribution matches the WV images (typically between 300 and 500 hPa). Røsting and Kristjånsson (2006) suggest the use of singular vectors to constrain the modifications on the vertical. There is clearly an emerging point of view that PV increments - at least on the vertical - should be defined using adequate structure functions.

Guérin et al. (2006) suggested that the PV inversion procedure could be replaced by the assimilation of pseudo-observations. He therefore relied on the 4D-Var structure functions by specifying pseudo-observations only at the dynamical tropopause (*e.g.* the 1.5 PVU[1] surface). The covariances of observation errors, known as the R matrix in data assimilation, would provide the appropriate framework to specify the uncertainty associated with PV modifications. Many methods provide indeed estimates of observation error variances (Desroziers and Ivanov 2001; Chapnik et al. 2004, 2006, among others). When using three-dimensional PV inversion, one may rely on ensemble methods to incorporate this uncertainty (Plu and Arbogast 2005; Manders et al. 2007).

The goal of this work is to provide additional improvement to the PV-WV methodology by trying to make it more objective. Wirth et al. (1997) suggested that the WV image is a tracer of the mid-troposphere. Therefore, it is likely that the PV-WV relationship requires a Lagrangian viewpoint, as suggested also in the case study by Georgiev (1999). The first section introduces the tracking algorithm of dry intrusions on water vapor images. Only the recent improvements over the version fully described in Michel and Bouttier (2006) will be reported. There is a lack of knowledge on the structure of PV increments, and especially the

[1]following Hoskins et al. (1985), a convenient unit for PV is 1 PVU=10^{-6}m^2 s^{-1} K kg^{-1}

vertical structure. We use the tracking algorithm to study the vertical structure of potential vorticity errors in dry intrusion regions. As WV images are likely to provide measurements of the height of the tropopause - or of its variation, rather than measurements of values of PV on levels, one also develops a representation of errors in position space, following the ideas of Lawson and Hansen (2005). The last section is a case study of cyclogenesis applying the preceding concepts, and mainly comparing the vertical structure of PV increments using an additive representation of errors that assimilates PV values, to the alignment model of errors that assimilates the height of the tropopause.

2. The tracking algorithm of dry intrusions

The tracking algorithm is very similar to the description done by Michel and Bouttier (2006). It is based on an adaptive thresholding technique from Morel and Sénési (2002), and additional information can be found in these references.

a. A short description

One uses WV images from the Spinning enhanced visible and infrared imager (SEVIRI) on board Meteosat Second Generation (MSG) satellite. The algorithm iteratively thresholds the brightness temperature of WV images from $T_{\min}$ to $T_{\max}$ at every $\Delta T = 0.5$K (*e.g.* the temperature resolution of SEVIRI in WV channels). Values for $T_{\min}$ and $T_{\max}$ are given for several imageries by Michel and Bouttier (2006). Each connected set of pixels, referred to as a cell, is selected only if it has a greater surface S than a threshold (3000 km^2) and if is

a relative maximum of brightness temperature:

$$T_{\text{Cell}} - T_i \geq \Delta T_d \tag{2}$$

where $T_i \in [T_{\min}, T_{\max}]$ is the iterative threshold temperature and T_{Cell} is the maximum temperature of the pixels covering the detected cell. The parameter $\Delta T_d = 2.5$K is close to the one of Michel and Bouttier (2006) and well suited for MSG images. Cells are required to be in a ΔT_d deep temperature tower. They are then grouped into trajectories using instantaneous estimations of their speeds. An overlapping criterion between cells at successive times links cells with primary or secondary links.

b. Improvements in the selection procedure

Michel and Bouttier (2006) showed that the tracking algorithm was likely to provide good probability of detection of the relevant dry intrusions, but that additional filters were necessary to screen spurious features. They rely on the following characteristics of the tracking algorithm:

- the life time,
- the temperature evolution in trajectories,
- the relative position to the jet-stream.

The latter criterion employed the wind at upper levels from background fields. This wind was then transformed using a mathematical morphology skeleton operator, which extracts the line of the jet-streaks. The filter uses the relative position of a cell with respect to this

jet-streak. External dynamical information indeed proved to be necessary to reduce the false alarm rate. If background fields happen to be inaccurate enough to misrepresentent the jet streak, the dry intrusions may be inappropriately filtered out. Unfortunately, this procedure is necessary, and we may reconsider a purely observation-based representation of the jet streak when high quality wind data will be available near the tropopause. This could happen with the development of active Doppler Wind Lidars, such as ADM Aeolus mission (Stoffelen et al. 2005). Two new selection criteria involve a morphological test and a test based on the distribution of temperature around the cell.

1) A morphological test

This test insures that cells are close enough to ellipticity. This is implemented as a test on the ratio between the surface S of the cell and the surface of the approaching ellipse (from axes a and b):

$$\frac{S}{\pi ab} \geq r_{\text{th}} = 0.05 \tag{3}$$

This filter proved necessary to eliminate some cells that have very particularly elongated shapes, and which are not suited to the data assimilation procedure described in the section 3. This filter has minor impact. It ensures that the detected cells have reasonable aspect ratios for the linking between model and satellite cells to work (see below), and typically screens out only 3% of the cells.

2) The distribution of temperature around the cell

This kind of filter was mentioned by Michel and Bouttier (2006) to be necessary, but not straightforward to implement as it typically requires information outside of the cell. The environment of the cell is checked to detect cells that are false alarms because they are "holes" in cloudy areas. For each point of the contour, we define a neighbouring "B" which is a disk around the contour point, and compute minimum temperature $T_{\min}$ within this disk as depicted in Figure 1. Defining $T_{\rm cld}$ as a reference cloudy temperature, the test is implemented on the quantile of distribution of minimum temperature $\mathcal{Q}T_{\min}$ to detect cells embedded in cloudy environments:

$$\mathcal{Q}T_{\min} < \mathcal{Q}_{\rm th} \tag{4}$$

Of course, there may be different choices for the threshold $\mathcal{Q}_{\rm th}$ and of the cloud temperature $T_{\rm cld}$ that may yield to similar results. One therefore needs to compute the probability of detection (POD) and the false alarm rate (FAR) for each sample value of $(T_{\rm cld}, \mathcal{Q}_{\rm th})$. This is done in the figure 2. The curves do not generally cross over, which means that for a given POD, the lowest FAR is obtained with the warmer value for the reference cloudy temperature. One suggests to retain $T_{\rm cld} = -50°$ C and $\mathcal{Q}_{\rm th} = 0.1$ as a good trade-off between FAR (reaching 0.77) and POD (near 0.13). This value of POD means that typically a dry intrusion will only be selected after a few hours of life. Strong cyclogenesis however is associated with more intense signal in the WV images, such that a POD computed only over strong cyclogenesis events would be higher as shown by Michel and Bouttier (2006). The FAR is lowered as well by the additional constraint that a dry intrusion is required to be detected in both satellite and model images (see below).

The figure 3 shows the visualization tools developed for the tracking of dry intrusions on satellite images, and the effect of the filtering procedure, for a particular case.

c. Comparing model and satellite image processing results

The methodology intends to make a direct comparison of the characteristics of the tracking algorithm applied to satellite and model images[2]. One shall have, in the data assimilation terminology, innovations of positions, or of brightness temperatures, of the detected cells. An automatic linking between model $(\mathcal{C}_m)$ and satellite cells $(\mathcal{C}_s)$ is needed. The one used here relies on a *distance* between two cells $d\big(\mathcal{C}_m, \mathcal{C}_s\big)$. One builds a first link for all the cells in a model image with their closest cells in the satellite image. Then one builds a second link for all the cells in a satellite image with their closest cells in the model image. The final link is created if and only if these last two links proved to be the same, which means that the satellite and model cells are the closest cells one to another. An additional time constraint is imposed, requiring the link to last for three hours at least. Two kinds of distances have been tested, the first one being a classic geometrical distance on the sphere. The second one, analogous to the Mahalanobis distance, uses the relative dimensions of the cells in the direction of displacement as a weights of the geometrical distance. This latter formulation proved to be more robust and provides reasonable linking between model and satellite image processing results. Objective evaluation of the performances of the linking has not however been performed at this stage of the study.

[2] which should be understood as images produced by the radiative model RTTOV 8 (Saunders et al. 1999) from background fields.

3. The vertical structure of potential vorticity errors in amplitude and position spaces

a. Alternative error models

1) Amplitude and alignment errors

In the classical framework of amplitude errors, the background $\boldsymbol{x}_b$ is taken as being an additive perturbation of the truth $\boldsymbol{x}_t$, *e.g.*

$$\boldsymbol{x}_b = \boldsymbol{x}_t + \boldsymbol{\epsilon}_b \tag{5}$$

This definition is very intuitive, and allows to seek for an analyzed state to be searched as an additive combination of the background and the innovation $\boldsymbol{d}$:

$$\boldsymbol{x}_a = \boldsymbol{x}_b + K\boldsymbol{d} \tag{6}$$

where the innovation is the difference between the observations and the background projected into observations space. However, one could imagine to search for an analyzed state that would be a spatial distortion of the background, *e.g.*

$$\boldsymbol{x}_a = \boldsymbol{x}_b(\boldsymbol{s} + K\boldsymbol{d}) \tag{7}$$

In this latter equation, $\boldsymbol{s}$ is the spatial grid, and $\boldsymbol{d}$ would represent innovations in alignment (or position) space. There is a need for a spatial interpolation in this representation. This is known as an alignment error model, following the terminology of Lawson and Hansen (2005). It is less general than the additive error model, as a bound on the background would imply a similarly bounded analysis. Classical data assimilation schemes rely on the

general additive error model 6, and the hypothesis of Gaussian distribution of errors (or more generally they truncate the distribution of errors to their first two moments). The background error $\boldsymbol{\epsilon}_b$ in equation (5) generally has a Gaussian distribution when the error is the sum of numerous independent random errors, referring to the Central Limit Theorem. However, when considering an alignment error model:

$$\boldsymbol{x}_b = \boldsymbol{x}_t(\boldsymbol{s} + \boldsymbol{\epsilon}_D) \tag{8}$$

this is likely that the additive error $\boldsymbol{x}_b - \boldsymbol{x}_t$ has a non-Gaussian distribution (Ravela et al. 2007). Data assimilation algorithms that rely on the Gaussian hypothesis may exhibit unacceptably distorted analysis states when the background exhibits large scale spatial errors, as shown by Lawson and Hansen (2005); Ravela et al. (2007); Chen and Snyder (2007); Beezley and Mandel (2008).

2) Linearity condition

Considering the mixed error model:

$$\boldsymbol{x}_b = \boldsymbol{x}_t(\boldsymbol{s} + \boldsymbol{\epsilon}_D) + \boldsymbol{\epsilon}_A \tag{9}$$

it is possible, following Lawson and Hansen (2005), to derive a linearity condition. The linearization of (9) yields

$$\boldsymbol{x}_b = \boldsymbol{x}_t + \frac{d\boldsymbol{x}_t}{d\boldsymbol{s}} \cdot \boldsymbol{\epsilon}_D + \boldsymbol{\epsilon}_A + O(\|\boldsymbol{\epsilon}_D\|) \tag{10}$$

such that if the alignment error $\boldsymbol{\epsilon}_D$ is Gaussian, the additive error $\boldsymbol{\epsilon}_b$ is Gaussian as well, and its covariance matrix is

$$\begin{aligned} B &= E(\boldsymbol{\epsilon}_b\boldsymbol{\epsilon}_b^{\mathrm{T}}) \\ &= E(\boldsymbol{\epsilon}_A\boldsymbol{\epsilon}_A^{\mathrm{T}}) + E(\boldsymbol{\epsilon}_A\boldsymbol{\epsilon}_D^{\mathrm{T}})\frac{d\boldsymbol{x}_t}{d\boldsymbol{s}}^{\mathrm{T}} + \frac{d\boldsymbol{x}_t}{d\boldsymbol{s}}E(\boldsymbol{\epsilon}_D\boldsymbol{\epsilon}_A^{\mathrm{T}}) \\ &+ \frac{d\boldsymbol{x}_t}{d\boldsymbol{s}}E(\boldsymbol{\epsilon}_D\boldsymbol{\epsilon}_D^{\mathrm{T}})\frac{d\boldsymbol{x}_t}{d\boldsymbol{s}}^{\mathrm{T}} \end{aligned}$$

The linearization is valid if the second term in the Taylor expansion in equation (10) can be neglected. Using the scaling $s = L\widetilde{s}$ and $x_t = X\widetilde{x}$ and scalar-valued fields, this writes:

$$\frac{\epsilon_D}{L} \ll 2\frac{\frac{d\widetilde{x}}{d\widetilde{s}}}{\frac{d^2\widetilde{x}}{d\widetilde{s}^2}} \tag{11}$$

this shows that the alignment error relative to the length scale of the field has to be small with respect to relative spatial variations of the field.

3) Assimilation in position space

When the distribution for $\boldsymbol{\epsilon}_D$ is thought to be Gaussian, it is possible to use the framework of the Kalman Filter in alignment space, *e.g.*:

$$\boldsymbol{x}_a = \boldsymbol{x}_b\big(\boldsymbol{s} + \boldsymbol{\delta s}_a\big) \tag{12}$$

$$\boldsymbol{\delta s}_a = DH_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}(H_{\mathrm{d}}DH_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}} + R_{\mathrm{d}})^{-1}(\boldsymbol{y}_{\mathrm{d}} - H_{\mathrm{d}}\boldsymbol{x}_b) \tag{13}$$

where $\boldsymbol{\delta s}_a$, called the analyzed vector displacement, is the solution of a least-square problem where the weights are defined by:

- D, the matrix of covariances of errors in position space;

- R_{d}, the matrix of covariances of observation errors, and errors are defined in position space;
- H_{d} is the (observation) operator that observes the position in the model state;
- $\boldsymbol{y}_{\mathrm{d}}$ is the vector of observations (of the positions of a structure).

b. A simple study of the vertical structure of PV errors

1) Methodology

This section is designed to improve our knowledge on PV errors in the regions of dry intrusions. Of course, outside of an idealized framework, one lacks samples of background error realizations. Two widespread techniques have been used in estimating background error covariance matrix, the so-called NMC method (Parrish and Derber 1992), and the use of ensemble of data assimilation and prevision cycles (Belo-Pereira and Berre 2006, for example). The first method uses differences between forecasts valid at the same time, but for different ranges, and is known to be deficient for example in data rich areas. The second method provides adequate samples of background errors, when the perturbations introduced in the ensemble have the proper statistics (Belo-Pereira and Berre 2006).

We shall rely anyway on an ergodic assumption as in the NMC method, mainly because it is very convenient. This approximation is believed to be relevant given the preliminary nature of this work. As the focus is on the vertical structure of PV errors within dry intrusions, one extracts PV profiles of the cells detected by the tracking algorithm on a sample of model images. One makes then the hypothesis that the real background errors in PV have a similar

error distribution to six hours differences of PV profiles along the trajectories of the tracking algorithm. The figure 4 shows a sample of $\boldsymbol{\epsilon}_b$ and $\boldsymbol{\epsilon}_D$ background errors. On the left, the two PV profiles are extracted along to the same trajectory of the tracking algorithm but are six hours apart. During this time, the tropopause has lowered, but the lower level anomaly is a little bit higher. This is interpreted in amplitude space as a strong increase of PV towards 200 hPa, and a dipolar structure aimed to move the lower level anomaly around 600 hPa. The error can be fully described in position space using an interpolating operator. Thus, the tropopause displacement is approximately 40 hPa in the upper levels. The alignment error is negative at 600 hPa, in agreement with the structure of the PV profiles. Note that this methodology uses the same degrees of freedom for background error in amplitude and position space.

2) The structure of error covariances

Background error covariances matrix are then simply sampled through

$$B = \overline{(\boldsymbol{\epsilon}_b - \overline{\boldsymbol{\epsilon}_b})(\boldsymbol{\epsilon}_b - \overline{\boldsymbol{\epsilon}_b})^{\mathrm{T}}} \quad (14)$$

$$D = \overline{(\boldsymbol{\epsilon}_d - \overline{\boldsymbol{\epsilon}_d})(\boldsymbol{\epsilon}_d - \overline{\boldsymbol{\epsilon}_d})^{\mathrm{T}}} \quad (15)$$

where the overline refers to the average over the 1825 samples of errors (which is about 10 times larger than the dimension of the matrices). The figure 5 shows the standard deviations of background errors in amplitude and alignment spaces. A striking feature of the two profiles of the standard deviations is that they exhibit opposite behaviour: in amplitude, σ_b increases with height (except a local minimum at 200 hPa, which may be due to the occurrence of tropopause folds within the samples, with weaker gradients of PV around this

altitude), whereas σ_d generally decreases with height. This may be thought quite surprising that such large displacements ($\sigma_d \sim 200$ hPa) are necessary in the troposphere. Looking at individual profiles associated with large displacement errors, it is apparent that the alignment error model is sometimes trying to convert amplitude errors to alignment error, this leading to excessive displacements. This could be understood as the reverse version of statements by Lawson and Hansen (2005) and Ravela et al. (2007) for the specific problem of the PV vertical structure: amplitude errors (and respectively alignment errors) following a Gaussian distribution induce a non-Gaussian distribution in alignment (respectively amplitude) space. This will be more discussed in the next paragraph after the description of correlation structures.

The figure 6 shows the structure of background error correlations in amplitude and alignment spaces. The structure functions for PV, as deduced from the sample, exhibit a rather classic small anti-correlation between the upper levels (100 to 500 hPa) and the lower levels (600 to 800 hPa), c.f panel (a). The correlation length scale looks smaller in the troposphere than in the stratosphere (but this may be a consequence of the choice of pressure as a vertical coordinate). In alignment space, one finds, again on the contrary, broader correlations in the lower troposphere. There is a localized maximum of correlation length scale towards the average position of the tropopause (350 hPa).

3) An example of assimilation

The lines of the B matrix provides direct meaningful interpretation, as the increment when assimilating an observation is proportional to it. This is more complicated for the D

matrix, as its lines describe the covariances in alignment space. Therefore, the increment when assimilating an observation (of position) has its shape determined by a regularized translation of the background (*e.g* equation 12-13). The consequence off the assimilation of an observation is shown in Figure 7. The observation is supposed to be perfect, *e.g.* $R = 0$ (in amplitude space) and $R_{\rm d} = 0$ (in alignment space), and consist of a PV value for the amplitude space (and the position of the observation is taken into account through the observation operator), and of a position value for the alignment space (where the PV value of the observation is taken into account through the observation operator). When the displacement is small (panel a), the two methods provide very comparable results. When assimilating in the amplitude space, the analysis is the sum of the background and of an increment, which can be considered an anomaly yielding to an inversion of PV towards 250 hPa. In alignment space, one can see that the monotonic behaviour of PV with height is conserved in the analysis, providing maybe a more physically appealing solution, as the general structure of the background is conserved. Going to larger displacements (panel b), it becomes clear that the two algorithms diverge. The amplitude error model builds a strong lower-level PV anomaly, whereas the alignment error model lowers the PV profile. This is thought to be an indication that the alignment error model should be used only with care in the troposphere. This is in fact very likely that the PV total error is the combination of the tropopause alignment error and of an amplitude error, and that neither of the two error models is fully able to well represent this total error. When the alignment and amplitude error are separable, *e.g.* $E(\boldsymbol{\epsilon}_D \boldsymbol{\epsilon}_A^{\rm T}) = 0$, equation (11) reads:

$$E(\boldsymbol{\epsilon}_b \boldsymbol{\epsilon}_b^{\rm T}) = E(\boldsymbol{\epsilon}_A \boldsymbol{\epsilon}_A^{\rm T}) + \frac{d\boldsymbol{x}_t}{d\boldsymbol{s}} E(\boldsymbol{\epsilon}_D \boldsymbol{\epsilon}_D^{\rm T}) \frac{d\boldsymbol{x}_t}{d\boldsymbol{s}}^{\rm T} \tag{16}$$

which states that the alignment error is likely to inflate the variances and extend the correlation, and this is reciprocal. As a result, one may interpret the above description as the amplitude error model (the alignment error model) being likely to be more consistent with the real distribution of errors in the troposphere (the stratosphere).

4) Gaussianity of the errors

We can give some more weight to the former statement by having a look at the total errors at different levels, shown in the figure 8, and superposed with their Gaussian approximation, in amplitude and alignment spaces. An obvious feature of these distributions is their relative departure from the Gaussian case. In particular, the distribution of $\epsilon_D - \overline{\epsilon_D}$ at 550 hPa shown on the panel (d) has a tripolar structure, with an over-occurrence of strong departures of positions, as already mentioned. This can of course be quantified through standard measurements of non-Gaussianity, such as kurtosis and skewness. This does not indicates however which error model is most suited for our purpose. What one can expect from this figure is that the alignment error model seems to fail to fairly depict the total error lower levels, and that the amplitude error may be inappropriate to fairly depict the total error in the upper levels, such that a mixed - also called "two steps" - error model might be useful. These conclusions are preliminary and could be improved by the use of background error samples derived from ensemble methods.

c. Conclusion

There is an apparent mismatch between the vertical structure of PV modifications made on one hand by Guérin et al. (2006) and on the other hand by Verkley et al. (2005); Røsting et al. (2003); Hello and Arbogast (2004); Røsting and Kristjánsson (2006). The former one use 4D-Var assimilation of the 1.5 PVU value at the estimated tropopause pressure levels. The latter ones use PV tri-dimensional inversion with a much deeper vertical structure. The main drawback of PV inversion is that the observation error is not taken into account, and that ensemble methods have to be defined to evaluate this uncertainty (Plu and Arbogast 2005; Manders et al. 2007). We suggest that these differences may be explained through the particular nature of the tropopause, which is nearly a materially conserved surface (Wirth et al. 1997). An alignment model may therefore be more suited for the assimilation of the tropopause height. A preliminary study using PV profiles extracted from dry intrusion shows that the vertical structure of both models is indeed quite different, and generally deeper for the alignment model than for the additive model.

4. Tropopause pseudo-observations and their error standard deviation

a. Automatic linking between PV structures and WV cells

As shown by Wirth et al. (1997), the WV image is below the tropopause (for example their figures 3 and 6), yet evolving under a different advection wind than the one at the

tropopause level. This induces a possible shift between WV and PV fields. This horizontal shift is sometimes combined with a vertical shift, when PV structures are tilted in the vertical, as it often happens in so-called tropopause folds. Therefore, it was felt that there was a need for an explicit operator linking PV structures and WV cells. This operator is taken as a simple horizontal match between a WV cell and the closest structure of PV, defined as being a local maximum by an amount of at least 10% with respect to the environmental value of PV (defined as the mean value of PV along the contour of the displaced WV cell). It is computed for each vertical level, without checking for time or vertical consistency. Even if this is very basic, this is taken as a first approach, using standard methods from image processing tools.

b. The potential vorticity operator within 4D-Var

The PV observation operator based on a simplified form of Ertel PV has been implemented with its tangent-linear and adjoint versions by Guérin et al. (2006) into the Météo-France global ARPEGE model. The expression for Ertel PV is:

$$\mathcal{Q}_{\mathrm{PV}} = \frac{1}{\rho}\zeta_a \cdot \nabla\theta \tag{17}$$

where ρ is density, ζ_a the vertical component of absolute vorticity vector and θ the potential temperature. One use the low Rossby number approximation with the hydrostatic assumption

$$\mathcal{H}_{\mathrm{PV}} = -g\zeta_a\frac{\partial\theta}{\partial p} - g\frac{fp}{R}\left(\frac{p_0}{p}\right)^{\frac{R}{C_p}}\left[\left(\frac{\partial U}{\partial p}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)^2\right] \tag{18}$$

The only difference with Guérin et al. (2006) being the use of the full Coriolis parameter f instead of f_0. One uses the operational configuration of ARPEGE at the moment of the case study, with resolution T358 C2.4 for the forecasts and T107 C1.0, T149 C1.0 for the resolution of the increments in the two loops of the minimization. The 'C' denotes the stretching factor of the ARPEGE grid (Yessad and Bénard 1995), which allows the grid resolution to reach T850 over France (but only T150 over New Zealand). The assimilation is done in the unstretched space. Vertical resolution is 46 levels.

c. The PV-WV relationship and PV observations

There have been several attempts to derive a statistical relationship between PV and WV. For example, Georgiev (1999) performed regressions between PV on isobaric levels and WV radiances for two trajectories of dry intrusions. The correlation is maximized near 500 hPa but only reaches 0.6. Juckes (1994) introduced an idealized framework for the dynamics of the tropopause. The tropopause is taken as a material surface between two volumes of homogeneous quasigeostrophic PV, with one value in the troposphere and one value in the stratosphere. The tropopause displacement δ_z from its unperturbed position is then linearly related by Juckes (1994) to the potential temperature anomaly at the tropopause $\theta'_{\rm TP}$ through:

$$\delta_z(\boldsymbol{x}) = \frac{g}{N_s N_t \theta_{oo}} \theta'_{\rm TP}(\boldsymbol{x}) \tag{19}$$

where N_t and N_s are the Brunt-Vaisala frequencies of the troposphere and stratosphere respectively, g is the gravitational acceleration and θ_{oo} a reference value of the potential temperature. This is derived in the case when the boundary influence can be neglected.

Wirth et al. (1997) further extended this conceptual model to WV images. With the broad assumption that anomalies in brightness temperatures represent tropopause temperature anomalies $\theta'_{\rm TP}$, one could linearly relate δ_z to the variation of brightness temperature $\Delta T_{\rm BB}$ as in equation (1). It may be more convenient to write it in its inverse form and in pressure coordinates:

$$\delta_P \simeq \Gamma_1 \cdot \Delta T_{\rm BB} \tag{20}$$

where $\Gamma_1 = 13$ hPa/K, as shown in the appendix A, using the same parameters as in Juckes (1994) and Wirth et al. (1997). However, Wirth et al. (1997) actually showed that the PV-WV relationship is much more complex, even under the quasigeostrophic assumption. It may be scale-dependent if there is a lower level PV anomaly (Juckes 1994).

By running the tracking algorithm on both satellite and model images, PV profiles can be extracted at the location of the cells that have been detected on model images. It is therefore possible to study linear regressions between background samples of brightness temperatures $\boldsymbol{T}_{\rm BB} = [T^{(1)}_{\rm cell}, \cdots, T^{(N)}_{\rm cell}]$ and tropopause pressure levels $\boldsymbol{P} = [P^{(1)}, \cdots, P^{(N)}]$:

$$P = \Gamma \cdot T_{\rm BB} + \Lambda \tag{21}$$

where climatological values of (Juckes 1994) yield to $\Gamma \simeq \Gamma_1 = 13$ hPa/K. As reported by Juckes (1994), the occurrence of large scale surface anomalies may increase γ_1 by a factor 1.5, thus showing that there is quite an uncertainty on $\Gamma \propto \frac{1}{\gamma_1}$. An extended dataset of PV data and model images has been used to study the statistical relationship between P and $T_{\rm BB}$, again with very poor results (not shown). However, the correlation was sometimes found to be very high for some specific cases, as will be shown in the next section. When the correlation is large, the regression coefficient Γ may be used together with the brightness

temperatures T_{sat} and T_{cell} to provide estimates of the pressure level of the tropopause. It is however important to note that the frequent lack of good correlation in the general case between PV and WV may prevent the described procedure to be applied to any operational setting.

d. Observation error standard deviations

1) Alignment model error

The residual of the regression from equation 21 can be written as:

$$\sigma_P = \text{stdev}\big(\boldsymbol{P} - \Gamma \cdot \boldsymbol{T}_{\text{BB}}\big) \tag{22}$$

We make then the approximate assumption that the error standard deviation made on the observation of the tropopause pressure level is:

$$\sigma_o^D \simeq \sigma_P \tag{23}$$

Clearly, this is only an approximation of the true error standard deviation in position space. Indeed, errors on the determination of Γ are not taken into account, *e.g.* one makes the hypothesis that the background is able to produce the good PV-WV relationship. Taking into account this uncertainty would require an ensemble of forecasts, which would be associated with different values for Γ and the corresponding uncertainty. In fact, this would be very close to the framework of the Ensemble Kalman Filter. One may define the analysed position for the tropopause with the Best Linear Unbiased Estimate equation, where the increment

in position (pressure) space is taken as:

$$\boldsymbol{dP}^a_{\text{tropo}} = DH^{\text{T}} \frac{1}{1 + (\frac{\sigma_o^D}{\sigma_d})^2} \boldsymbol{\Delta}^o_{\boldsymbol{P}} \tag{24}$$

where D is the previously described background error correlation in position space, σ_d is the background error in position space (c.f. figure 5), and H the observation operator that measures the background tropopause pressure level. However, we don't have yet the ability to produce the analysis through equation 12, which requires an interpolating operator and PV inversion. Moreover horizontal structures functions needed to spatially spread the increment are lacking in this 1D-study.

One decides to rely on the 4D-Var assimilation of PV observations. They sample the background, at each level where the PV anomaly is detected. In the position space formulation, the observations are the pressure levels rather than the PV values. To mimic this within traditional 4D-Var assimilation, we add the vector $\boldsymbol{dP}^a_{\text{tropo}}$ to the pressure levels of the sample observations. As the uncertainty on the determination is already taken into account by equation 24, one uses the 4D-Var assimilation as an inversion tool, with a high confidence to fit the observations:

$$\sigma_b = 0.1 \cdot \widehat{\sigma_b} \tag{25}$$

2) Additive model error

Namely, one has observations $\boldsymbol{y}$ of the 1.5 PVU value at the pressure level $\boldsymbol{P}_y$:

$$\boldsymbol{y} = 1.5 \tag{26}$$

$$\boldsymbol{P}_y = \boldsymbol{P}^b_{\text{tropo}} + \boldsymbol{\Delta}^o_{\boldsymbol{P}} \tag{27}$$

The 4D-Var assimilation directly incorporates them, with a probably different B matrix than the one described in figures 5 and 6. Here, the problem mainly consists of estimating the standard deviation of the errors of these observations. One has a measure of uncertainty in pressure space, which can be converted to PV space by making the rough assumption that the background has a typical PV profile:

$$\sigma_o^{\mathrm{PV}} \simeq \sigma_P \frac{\partial \mathcal{H}_{\mathrm{PV}}(x_b)}{\partial p}|_{p=P^b_{\mathrm{tropo}}} \tag{28}$$

The assimilation of PV observation is then directly performed with ARPEGE 4D-Var, as in Guérin et al. (2006). The expected differences lie in the way that the uncertainty is taken into account and in the shape of the vertical increment, which may be wider when assimilating the observations in position space.

5. A case study

a. Synoptic description

The Landes[3] storm reached France at 0600 UTC 3 October 2006, yielding measured winds above 40 m/s. The lower level vortex is advected by a powerful jet-stream, and reaches Germany a few hours later, around 1200 UTC. The operational analysis of the situation by the forecasters at Météo-france is depicted in Figure 9, following the graphical summary introduced by Santurette and Joly (2002). The cyclone has rather a short length scale, around 1000 km.

We describe now the temporal behavior of the most important coherent structures that

[3]The "Landes" is a region of France, located near the south-west coast on the Atlantic ocean.

may play a role in the deepening of the low and that are shown in Figure 10. The lower level vortex structure that will become the storm is in fact visible even a few days before (noted B_1 in Figure 10) and has a very good spatial and temporal coherence. The relative vorticity in the analysis is about $2 \cdot 10^{-4}$ s^{-1} until 1200 UTC 2 October when it suddenly deepens to $3.5 \cdot 10^{-4}$ s^{-1}. This vortex is associated with strong convective activity associated with warm tropical air (not shown). As shown by Moore and Montgomery (2004, 2005), this structure may evolve by itself, relying on the diabatic heating to move eastwards. The interaction with an anomaly of temperature at the surface could even be the cause of deepening, following the concept of a "diabatic Rossby vortex". In our case however, the presence of strong dry intrusion in the images suggest at the upper levels may play a key role as well.

The upper level PV vortex that seems to be directly involved in the storm is noted by the mark A_1 in Figure 10. Its is spatially very close to the lower level vortex B_1. Based on operational analysis, the pressure level of the tropopause at the A_1 location is around 400 hPa at 1200 UTC 1 October. A_1 deepens strongly between 0000 and 1800 UTC 2 October, to reach about 550 hPa. During this cyclogenesis, A_1 is stretched to a much more compact shape by the surrounding upper level wind. Other upper level PV vortices are depicted in the figure 10c. Among them, the anomaly A_2 is deepening as well starting from 0000 UTC 2 October.

Finally, one can see a larger scale cut-off system behind the storm of interest, and marked $\mathcal{C}$ in Figure. It splits from the ambient dynamics towards 1200 UTC 2 October. Several upper level PV vortices, among which A_3 and A_4, are trapped around $\mathcal{C}$ and circulate very quickly. A lower level vortex can also be noticed to appear within $\mathcal{C}$, and is associated with strong winds at 850 hPa.

b. Operational forecast

The forecast of the low by the operational version of ARPEGE prove to significantly vary from cycle to cycle. For forecast ranges beyond 24 hours, ARPEGE performed poorly in forecasting both the position and the intensity of the lower level winds. As shown in Figure 11, the 36h forecast predict an stretched, lower intensity vortex (panel a) than the more compact one that occurred (panel b). Winds at 850 hPa, which are taken as representative of 10 minutes winds gusts at the surface, reach 30 m/s for the ECMWF analysis, in quite good agreement with the observations (up to 40 m/s), but only 24.5 m/s for the 36h forecasts. Also, the upper-level PV anomaly has a different shape and location. Differences are very visible at 0900 UTC and at 1200 UTC as well, when the low is crossing over France.

c. Generation of pseudo-observations

We first run the tracking algorithm on both satellite and model images. Dry intrusions that seem to be directly linked with the storm are detected, and marked by labels I_0 and I_1 in Figure 12. Surprisingly, there is a split of cell I_0 around 0200 UTC 2 October (not shown), which yields to two different trajectories: the cell I_0 is caught by the cut-off $\mathcal{C}$ and quickly disappears, whereas the other cell (denoted I_1) seems linked with the storm (panel b of figure 12).

We use the same, fully automatic extraction of PV profiles at the positions of the cells from the model images for the study of the PV-WV relationship for the dry intrusions. Results are shown in Figure 13. The dry intrusion I_0 seems to show a precise relationship, thus allowing us to introduce observations by comparing model and satellite cells. This

is interesting, as I_0 is directly linked with PV anomaly A_1 associated with the cyclogenesis (figure 10). The parameters of the linear regressions are summarized in the table 1, following the methodology described in the section 4.

The figure 14 show the comparison of the brightness temperatures of the linked satellite and model trajectories for the two dry intrusion I_0 and I_1. For this latter dry intrusion, there is a very good agreement in the time evolution despite an offset of about 7 K, which is partly due to radiance bias (about 1.7 K for the 6.2μ m channel on MSG-1). For the dry intrusion I_0, there is a pronounced discrepancy between the model and satellite trajectory, roughly corresponding to a difference of 4 K in warming. Using the linear regression of equation (21) together with parameters of table 1, this yields a difference of about 80 hPa in the vertical position of the dynamical tropopause.

d. PV initial increment

A cross-section of the potential vorticity of the background at 1800 UTC 1 October 2006, is shown on the panel (b) of figure 15. A rough estimate gives $\frac{\partial \mathcal{H}_{\mathrm{PV}}(x_b)}{\partial p}|_{p=500\ \mathrm{hPa}} \simeq 1$ PVU/100 hPa. One therefore uses the value $\sigma_o^{\mathrm{PV}} = 0.155$ PVU for the assimilation in amplitude space. On the contrary, $\sigma_o^D = 15.5$ hPa is used in alignment space.

Both the amplitude and alignment assimilation procedures use the same operational configuration of ARPEGE and start with the same background, a six hour forecast valid at 1800 UTC 1 October 2006. Observations are generated and assimilated every hour of the 6 hours time window of ARPEGE 4D-Var.

The figure 16 illustrates the difference in the PV analysis increment between the assim-

ilation of the 1.5 PVU value with an additive model (panel a) and the assimilation of the estimated tropopause pressure level with an approximate alignment model (panel b). As pointed out in section 3, the vertical structure is broader for the alignment model, which also vertically displaces the upper-level PV fields (2 PVU and 3 PVU surfaces). Moreover, the amplitude of the increment is larger. This effect is likely to be more important when the background exhibits stronger vertical gradients of PV. The amplitude of the analysis increment in the additive model is likely to be bounded by the 1.5 PVU value (as the observation value is equal to 1.5 PVU and PV is mainly positive). In contrast, by vertically displacing PV surfaces, the additive model may yield larger increments.

The figure 15 shows the difference between the background at 1200 UTC 1 October 2006 and at 1800 UTC, using an horizontal displacement to roughly remove the effect of advection. There is a clear deepening of the tropopause (panel a with respect to b), such that the temporal difference exhibit a strong positive increment in PV space (panel b). The vertical extension of this increment is in better agreement with the alignment model (figure 16, panel b) than with the additive one (figure 16, panel a). To the degree that the analysis error is well approximated by a difference of deepening of the tropopause under the vertical velocity, the alignment model may be more consistent. These broader increments are also in better agreement with the large vertical extent of singular vectors (Røsting and Kristjănsson 2006).

e. Impact on forecast

The effect of assimilation in these single observation experiments is rather limited, but positive (not shown). The deepening of the tropopause does not correct for the position error of the low (as it can be seen in Figure 11), but yields to a better analysis for the wind. The maximum wind over the Landes regions at 36 hours range increases from the value 23.6 m s^{-1} (background) to respectively 24.9 m s^{-1} (alignment model) and 23.8 m s^{-1} (additive model).

Conclusion

Dry intrusions appear as small scale, darkening features in WV images that are often associated with cyclogenesis. Even if modern data assimilation are able to extract part of this information through direct radiance assimilation (Köpken et al. 2004), PV initialization methods have been developed in many operational centers since the pioneer work of Demirtas and Thorpe (1999). Several case studies have highlighted the potential of modifying the upper level potential vorticity according to the comparison with water vapor images. Other ones are more reserved on the usefulness of the methodology (Swarbrick 2001). The PV-WV relationship is very complex, such that it is difficult to make the PV modifications objectively. The main issues associated with the PV-WV problem are to make the modifications more objective and to properly take into account the covariance structure of observation and background errors.

Wirth et al. (1997) have introduced a qualitative model for the joint evolution of brightness temperatures in dry intrusions and tropopause height. What are the consequences for the PV-WV relationship and data assimilation? First, they confirm that great care is necessary when trying to detect analysis errors, as discrepancies between the image and the tropopause may be natural. Second, the tropopause height is not a natural variable, and assimilating it requires either a conversion to PV values or a position-space formulation of the problem. To understand the potential differences between these two approaches, a 1D-Var scheme in alignment space is formulated. It incorporates observations of the tropopause pressure levels, whereas traditional, amplitude based data assimilation, uses observations of PV values at this pressure level. We show that the alignment model may be more in agreement with some "empirical" vertical structure functions developed for PV inversion and use by some authors, in the sense that the vertical spread seems to be larger than for direct additive assimilation. Alignment and additive data assimilations differ on the way the uncertainty is taken into account, and on the vertical extent of the increment.

We compare both methods on a case study of the Landes storm. The dry intrusion that is linked with the cyclogenesis is indeed detected on both satellite and model imageries, and show a quantitative difference in their warming. The background shows a good correlation between the pressure level of the tropopause and the brightness temperature of the dry intrusion. This regression is used to provide observations that are assimilated with the preceding amplitude and alignment space assimilation procedures. The work described in this paper may bring two improvements to the PV-WV methodology:

- first, we show that the automated use of the tracking algorithm together with tropopause height estimates can yield to high correlations on some cases. This allows to objectively constrain the amplitude of the corrections done on the tropopause by forecasters.
- second, we provide a new way to study and define the structure functions associated with this kind of observations, and highlight that the two data assimilation models differ on the way of specifying error standard deviation.

However, the lack of reliability of the PV-WV relationship prevents from conducting a large number of assimilation cases. Two approaches might be followed. The first one is to try to further understand the PV-WV relationship from a deterministic point of view, in order to understand in which cases the PV-WV relationship is working. In particular, the work of Wirth et al. (1997) appears to give some clues by putting the vertical velocity in the center of the relationship.

Another alternative approach is to use the PV-WV relationship within a completely statistical manner. The Ensemble Kalman Filter directly sample the covariance matrices over an ensemble of forecast, which allows to incorporate any kind of observation operator (Chen and Snyder 2007, for instance). This could be applied to assimilate the brightness temperatures of the cells - or other characteristics. The size of the required ensemble is a big unknown. The sampling error could be reduced by adopting a hybrid approach where the increment are projected into PV space, and then inverted back - thus ensuring that the modifications lies in PV space. Future work may consider the use of this powerful data assimilation algorithm to exploit the potential of WV images that is related to PV structures.

Acknowledgments.

Financial support has been provided by the french national agency ANR with the project ADDISA.

APPENDIX

Inverse of the linear coefficient in pressure coordinates

Taking the same parameters as in Juckes (1994) gives a Coriolis parameter $f = 1{\cdot}10^{-4}\,\mathrm{s}^{-1}$, the gravity constant $g = 10\,\mathrm{m\,s}^{-2}$, a reference potential temperature $\theta_{oo} = 300\,\mathrm{K}$, and Brunt-Vaisala frequencies in the troposphere and the stratosphere $N_t = 10^{-2}\,\mathrm{s}^{-2}$, $N_s = 2N_t$. Using pressure as the vertical coordinate requires specification of the relative variations of z and P. As in Juckes (1994), we use the combination of the hydrostatic relationship and an exponential profile for the density ρ

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -\rho g = -g\rho_{oo}e^{-z/H_\rho} \tag{A1}$$

$$P(z) - P(H_\rho) = g\rho_{oo}H_\rho\left(e^{-z/H_\rho} - e\right) \tag{A2}$$

$$\frac{z}{H_\rho} = 1 - \ln\left(1 + \frac{P(z) - P(H_\rho)}{P_r}\right) \tag{A3}$$

where the reference pressure is taken as $P_r = \frac{g\rho_{oo}H_\rho}{e} \simeq 433$ hPa. The pressure-altitude relationship for pressure and altitude perturbations δP and δz follows:

$$\delta P = -\frac{P_r}{H_\rho}\left(1 + \frac{P(z) - P(H_\rho)}{P_r}\right)\delta z \tag{A4}$$

The simple first order model derived in the Annex A of Wirth et al. (1997) assumes that the isosteric surface is located near the tropopause. Here, the first order writes, assuming

$z \sim H_\rho$

$$\delta P \simeq \Gamma_1 \cdot \Delta T_{\rm BB} = -\frac{P_r}{\gamma_1 \cdot H_\rho} \Delta T_{\rm BB} \quad \text{(A5)}$$

$$\Gamma_1 = 13 \text{ hPa K}^{-1} \quad \text{(A6)}$$

REFERENCES

Arbogast, P., 1998: L'inversion du tourbillon potentiel: méthodologie, application l'étude des interactions non-linéaires dans la formation des dépressions météorologiques. Ph.D. thesis, Université Paul Sabatier, Toulouse.

Arbogast, P., K. Maynard, and F. Crepin, 2008: Ertel potential vorticity inversion using a digital filter initialization method. *Quart. Journal of the Royal Met. Society*, **134**, 1287–1296.

Beare, R., A. Thorpe, and A. White, 2003: The predictability of extratropical cyclones: Nonlinear sensitivity to localized potential-vorticity perturbations. *Quart. Journal of the Royal Met. Society*, **129**, 219–237.

Beezley, J. D. and J. Mandel, 2008: Morphing ensemble Kalman filters. *Tellus*, **60**, 131–140.

Belo-Pereira, M. and L. Berre, 2006: The use of an ensemble approach to study the backgound error covariances in a global NWP model. *Mon. Weather Rev.*, **134**, 2466–2489.

Browning, K., 1997: The dry intrusion perspective of extra-tropical cyclone development. *Meteorol. Appl*, **4**, 317–254.

Chapnik, B., G. Desroziers, F. Rabier, and O. Talagrand, 2004: Properties and first application of an error-statistics tuning method in variational assimilation. *Quart. Journal of the Royal Met. Society*, **130**, 2253–2275.

Chapnik, B., G. Desroziers, F. Rabier, and O. Talagrand, 2006: Diagnosis and tuning of observationnal error in a quasi-operationnal data assimilation setting. *Quart. Journal of the Royal Met. Society*, **132**, 543–565.

Chen, Y. and C. Snyder, 2007: Assimilating vortex position with an ensemble Kalman filter. *Mon. Weather Rev.*, **135**, 1828–1845.

Davis, C., 1992: Piecewise potential vorticity inversion. *Journal of the Atmos. Sciences*, **49**, 1397–1411.

Demirtas, M. and A. Thorpe, 1999: Sensitivity of short-range weather forecasts to local potential vorticity modifications. *Mon. Weather Rev.*, **127**, 922–939.

Desroziers, G. and S. Ivanov, 2001: Diagnosis and adaptive tuning of observation-error parameters in a variational assimilation. *Quart. Journal of the Royal Met. Society*, **127**, 1433–1452.

Georgiev, C., 1999: Quantitative relationship between METEOSAT water vapour data and positive vorticity anomalies: a case study over the mediterranean. *Meteorol. Appl.*, **6**, 97–109.

Guérin, R., G. Desroziers, and P. Arbogast, 2006: 4D-var analysis of pseudo potential-vorticity observations. *Quart. Journal of the Royal Met. Society*, **132**, 1283–1298.

Hello, G. and P. Arbogast, 2004: Two different methods to correct the initial conditions applied to the storm of 27 december 1999 over southern france. *Meteorological Applications*, **11**, 41–57.

Hoskins, B., M. McIntyre, and A. Roberson, 1985: On the use and significance of isentropic potential vorticity maps. *Quart. Journal of the Royal Met. Society*, **111**, 877–946.

Juckes, M., 1994: Quasigeostrophic dynamics of the tropopause. *Journal of the Atmos. Sciences*, **51**, 2756–2768.

Köpken, C., G. Kelly, and J.-N. Thépaut, 2004: Assimilation of METEOSAT radiance data within the 4D-Var system at ECMWF: Assimilation experiments and forecast impact. *Quart. Journal of the Royal Met. Society*, **130**, 2277–2292.

Lawson, W. and J. Hansen, 2005: Alignment error models and ensemble-based data assimilation. *Mon. Weather Rev.*, **133**, 1687–1709.

Manders, A., W. Verkley, J. Diepeveen, and A. Moene, 2007: Application of a potential vorticity modification method to a case of rapid cyclogenesis over the atlantic ocean. *Quart. Journal of the Royal Met. Society*, **133**, 1755–1770.

Mansfield, D., 1996: The use of potential vorticity as an operational forecast tool. *Meteorol. Appl.*, **3**, 195–210.

Michel, Y. and F. Bouttier, 2006: Automated tracking of dry intrusions on satellite water vapour imagery and model output. *Quart. Journal of the Royal Met. Society*, **132**, 2257–2276.

Moore, R. and M. Montgomery, 2004: Reexamining the dynamics of short-scale, diabatic rossby waves and their role in midlatitude moist cyclogenesis. *Journal of the Atmos. Sciences*, **61**, 754–768.

Moore, R. and M. Montgomery, 2005: Analysis of an idealized, three-dimensional diabatic rossby vortex: A coherent structure of the moist baroclinic atmosphere. *Journal of the Atmos. Sciences*, **62**, 2703–2725.

Morel, C. and S. Sénési, 2002: A climatology of mesoscale convective systems over Europe using satellite infrared imagery. part I: Methodology. *Quart. Journal of the Royal Met. Society*, **128**, 1953–1971.

Parrish, D. and J. Derber, 1992: The national meteorological center's spectral statistical interpolation analysis system. *Mon. Weather Rev.*, **120**, 1747–1763.

Plu, M. and P. Arbogast, 2005: A cyclogenesis evolving into two distinct scenarios and its implications for short-term ensemble forecasting. *Mon. Weather Rev.*, **133**, 2016–2029.

Ramond, D., H. Corbin, M. Desbois, G. Szejwach, and P. Waldteufel, 1981: The dynamics of polar jet-streams as depicted by the Meteosat WV channel radiance. *Mon. Weather Rev.*, **109**, 2164–2176.

Ravela, S., K. Emanuel, and D. McLaughlin, 2007: Data assimilation by field alignment. *Physica D*, **230**, 127–145.

Røsting, B. and J. Kristjǎnsson, 2006: Improving simulations of severe winter storms by initial modification of potential vorticity in sensitive regions. *Quart. Journal of the Royal Met. Society*, **132**, 2625–2652.

Røsting, B., J. Kristjǎnsson, and J. Sunde, 2003: The sensitivity of numerical simulations to initial modifications of potential vorticity - A case-study. *Quart. Journal of the Royal Met. Society*, **129**, 2697–2718.

Røsting, B., J. Sunde, and K. Midtbo, 1996: Monitoring of NWP models by use of satellite data. *Meteorol. Appl.*, **3**, 331–340.

Santurette, P. and C. Georgiev, 2005: *Weather analysis and forecasting: applying satellite water vapor imagery and potential vorticity analysis*. Academic Press.

Santurette, P. and A. Joly, 2002: ANASYG/PRESYG, Météo-France's new graphical summary of the synoptic situation. *Meteorological Applications*, **9**, 129–154.

Saunders, R., M. Matricardi, and P. Brunel, 1999: An improved fast radiative transfer model for assimilation of satellite radiance observations. *Quart. Journal of the Royal Met. Society*, **125**, 1407–1425.

Stoffelen, A., et al., 2005: The atmospheric dynamics mission for global wind field measurement. *Bulletin of the American Meteorological Society*, **86**, 73–87.

Swarbrick, S., 2001: Applying the relationship between potential vorticity fields and water vapour imagery to adjust initial conditions in numerical weather prediction. *Meteorol. Appl.*, **8**, 221–228.

Verkley, W., P. Vosbeek, and A. Moene, 2005: Manually adjusting a numerical weather analysis in terms of potential vorticity using three-dimensional variational data assimilation. *Quart. Journal of the Royal Met. Society*, **131**, 1713–1736.

Wirth, V., C. Appenzeller, and M. Juckes, 1997: Signatures of induced vertical air motion accompanying quasi-horizontal roll-up of stratospheric intrusions. *Mon. Weather Rev.*, **125**, 2504–2519.

Yessad, K. and P. Bénard, 1995: Introduction of a local mapping factor in the spectral part of the Météo-France global variable mesh numerical forecast model. *Quart. Journal of the Royal Met. Society*, **122**, 1701–1719.

List of Tables

1 Parameters of the linear regressions 44

Dry intrusion	I_0	I_1	I_2	I_3
Γ (hPa/K)	20.91	33.52	11.41	1.195
$R_{\rm corr}$	0.885	0.803	0.3672	0.609
σ_P (hPa)	15.50	63.84	15.48	2.153

TABLE 1. Parameters of the linear regressions

List of Figures

1 Computation of the distribution of the minimum temperature along a neighbouring of the contour of a cell. The neighbouring is a disk around each contour point. The closed solid contour delineates the cell as detected by the tracking algorithm. The closed dashed contour delineates the convective system overhead. Also mentioned the warm intrusion area (generally larger than the cell), and the position of the jet streak (arrows). The gray-filled circle shows the neighbouring "B" used to compute the minimum temperature $T_{\rm min}$. 49

2 FAR and POD (in percentages) for different tunings of the filter based on the distribution of temperature around the cell. By increasing FAR, the curves correspond to reference cloudy temperatures every 2 K (starting with dots and $T_{\rm cld} = -48°$ C and ending with crosses and $T_{\rm cld} = -58°$ C). Each curve is done by having different values for the threshold quantile (between 0 and 100 % every 10%, all starting at the same point for $\mathcal{Q}_{\rm th} = 0$, and in decreasing POD for increasing values of $\mathcal{Q}_{\rm th}$). 50

3 Tracking of dry intrusions on WV MSG images (6.2 μm SEVIRI channel). The contours of the cells are in green solid lines; the trajectories of the gravity center of the cells are in purple lines. The black arrow shows the estimated displacement speed. The black line indicates the projection on the jet-streak, as it is derived from wind background (see Michel and Bouttier (2006)). Above panel: raw results; below panel: with relevant filtering procedures. Case at 1200 UTC 1 May 2007 (the tracking algorithm has been cycling for more than a week). 51

4 Panel (a): two PV profiles whose difference is used to compute the background error covariances. Panel (b): the difference between these two profiles in amplitude space. Panel (c): the difference between these two profiles in position space. Vertical axis is the pressure in hPa. 52

5 Background error standard deviation in amplitude space and in alignment space. Vertical axis is the pressure in hPa. 53

6 Correlation matrix for the background error in amplitude space and in alignment space. Axis are the pressure in hPa. 54

7 Assimilation of a perfect observation (circle). The background, analyzed state in amplitude and analyzed state in alignments are respectively drawn in solid, dotted and dashed lines. Vertical axis is the pressure in hPa. 55

8 Distributions of background errors in amplitude and alignment spaces at the two levels 300 hPa and 550 hPa. The solid line shows the approximate Gaussian curve, the variance of which is deduced from the sample and used in the B or D matrices described above. 56

9 Operational synoptic analysis of the Landes storm, following the graphical summary of Santurette and Joly (2002). The storm is noted “l ond” on the graph. 57

10 Some coherent structures visible in the ARPEGE analysis fields up two 48 hours before the storm reaches France, every 12 hours. The tropopause (1.5 PVU surface) height is in solid black lines (contour every 1 km, below 10 km). Relative vorticity at 850 hPa is shaded for values above $5 \cdot 10^{-5}$ s^{-1}, with darkening each gray shades every $5 \cdot 10^{-5}$ s^{-1}. Wind at 850 hPa only for grid points where the speed of the wind exceeds 15 m/s (wind barbs). Also noted on the graph the tropopause anomalies A_1, A_2, A_3, A_4, the lower level cyclonic system B_1 that will become the storm, and the larger scale cut-off system $\mathcal{C}$ behind the storm. 58

11 ARPEGE forecast and ECMWF verifying analysis of the storm of Landes valid at 0600 UTC 3 October 2006. Tropopause (2 PVU surface) height (solid black line, every km). Relative vorticity at 850 hPa (gray shades, every $5 \cdot 10^{-5}$ s^{-1}, for values above $5 \cdot 10^{-5}$ s^{-1}). Wind at 850 hPa (for values above 15 m/s). 59

12 Tracking of dry intrusions in satellite images. Legend identical to the one of the figure 3, except that all lines are now drawn in black. Relevant dry intrusions are marked with the label I_0, I_1, I_2 and I_3. 60

13 Tropopause pressure levels and brightness temperatures along the trajectories of dry intrusions I_0, I_1, I_2 and I_3. Time evolution of brightness temperature (dashed line) and tropopause pressure level (solid line) for cells detected in the background (panels a, c, e and g). Linear regressions between these two data (panels b, f and h). 61

14 Comparison of the temperatures of the satellite cell (solid line) and of the model cell (dashed line). Horizontal axis is time in hours since linking. 62

15 Potential vorticity cross-sections. Panel (a): background at 1200 UTC 1 October 2006 horizontally advected such that the anomaly roughly matches the background at 1800 UTC 1 October 2006 (panel b). Contour 1 PVU, starting 1 PVU. Panel (c) differences between these two fields, contour 0.5 PVU, solid (respectively dashed) for positive (respectively negative) values. Vertical axis is pressure in hPa. 63

16 Potential vorticity cross-sections of the analysis increment. Contour 0.2 PVU, solid (respectively dashed) for positive (respectively negative) values. Valid at 1800 UTC 1 October 2006. Vertical axis is pressure in hPa. 64

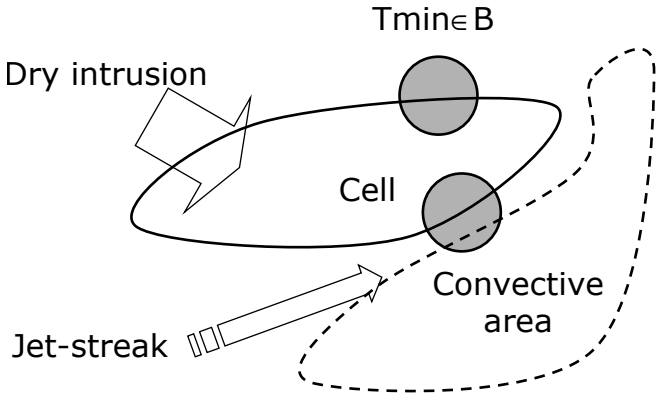


FIG. 1. Computation of the distribution of the minimum temperature along a neighbouring of the contour of a cell. The neighbouring is a disk around each contour point. The closed solid contour delineates the cell as detected by the tracking algorithm. The closed dashed contour delineates the convective system overhead. Also mentioned the warm intrusion area (generally larger than the cell), and the position of the jet streak (arrows). The gray-filled circle shows the neighbouring "B" used to compute the minimum temperature $T_{\min}$.

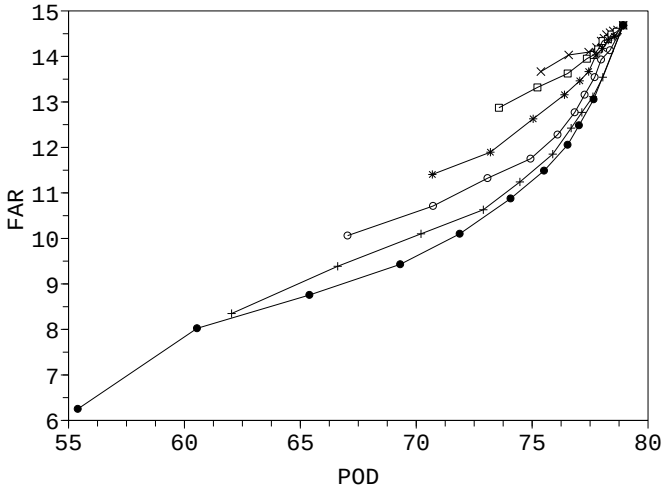


FIG. 2. FAR and POD (in percentages) for different tunings of the filter based on the distribution of temperature around the cell. By increasing FAR, the curves correspond to reference cloudy temperatures every 2 K (starting with dots and $T_{\rm cld} = -48°$ C and ending with crosses and $T_{\rm cld} = -58°$ C). Each curve is done by having different values for the threshold quantile (between 0 and 100 % every 10%, all starting at the same point for $\mathcal{Q}_{\rm th} = 0$, and in decreasing POD for increasing values of $\mathcal{Q}_{\rm th}$).

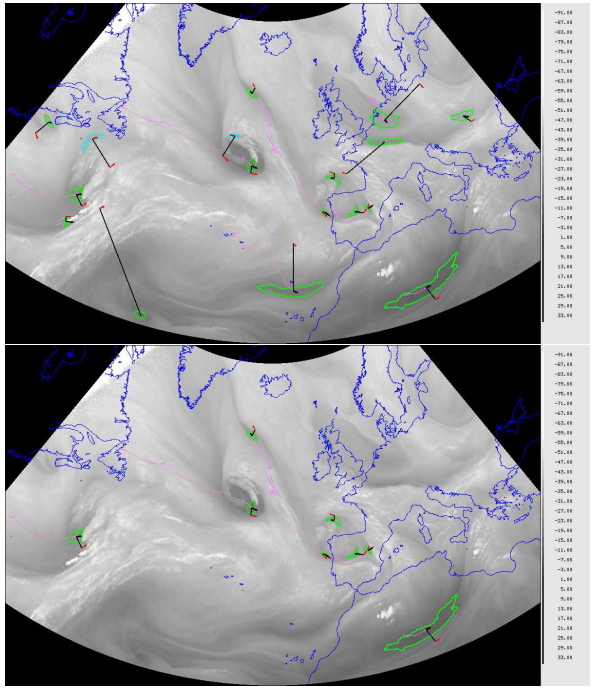


FIG. 3. Tracking of dry intrusions on WV MSG images (6.2 μm SEVIRI channel). The contours of the cells are in green solid lines; the trajectories of the gravity center of the cells are in purple lines. The black arrow shows the estimated displacement speed. The black line indicates the projection on the jet-streak, as it is derived from wind background (see Michel and Bouttier (2006)). Above panel: raw results; below panel: with relevant filtering procedures. Case at 1200 UTC 1 May 2007 (the tracking algorithm has been cycling for more than a week).

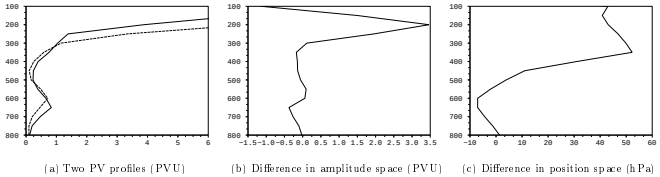


FIG. 4. Panel (a): two PV profiles whose difference is used to compute the background error covariances. Panel (b): the difference between these two profiles in amplitude space. Panel (c): the difference between these two profiles in position space. Vertical axis is the pressure in hPa.

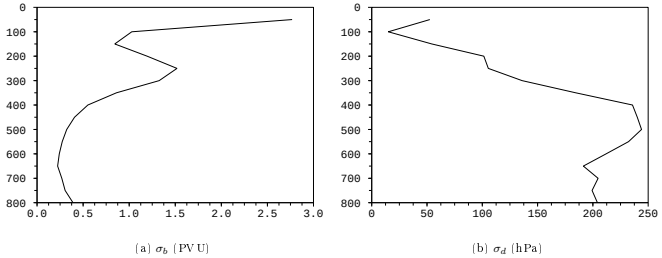
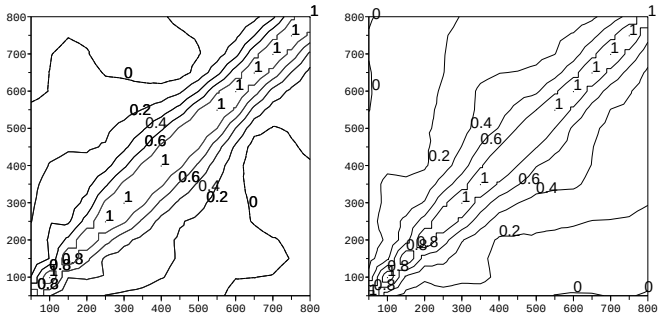
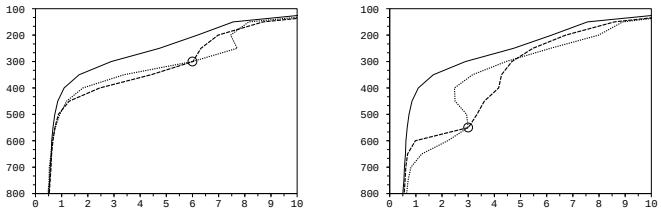


FIG. 5. Background error standard deviation in amplitude space and in alignment space. Vertical axis is the pressure in hPa.



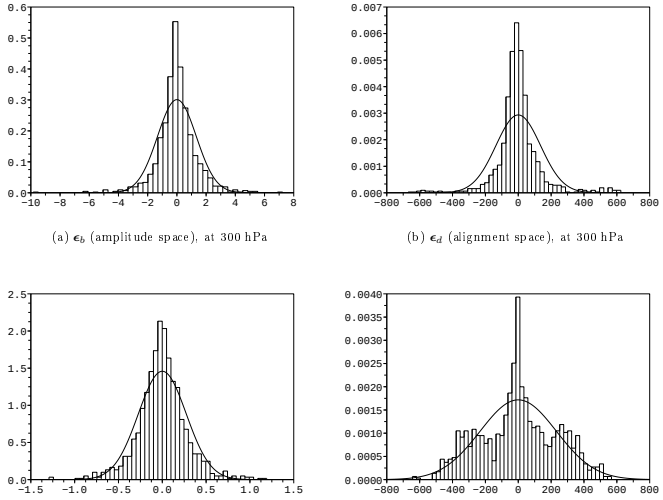
(a) Correlation matrix from B (b) Correlation matrix from D

FIG. 6. Correlation matrix for the background error in amplitude space and in alignment space. Axis are the pressure in hPa.



(a) 6 PVU at 300 hPa (b) 3 PVU at 550 hPa

FIG. 7. Assimilation of a perfect observation (circle). The background, analyzed state in amplitude and analyzed state in alignments are respectively drawn in solid, dotted and dashed lines. Vertical axis is the pressure in hPa.



(a) ϵ_b (amplitude space), at 300 hPa

(b) ϵ_d (alignment space), at 300 hPa

(c) ϵ_b (amplitude space), at 550 hPa

(d) ϵ_d (alignment space), at 550 hPa

FIG. 8. Distributions of background errors in amplitude and alignment spaces at the two levels 300 hPa and 550 hPa. The solid line shows the approximate Gaussian curve, the variance of which is deduced from the sample and used in the B or D matrices described above.

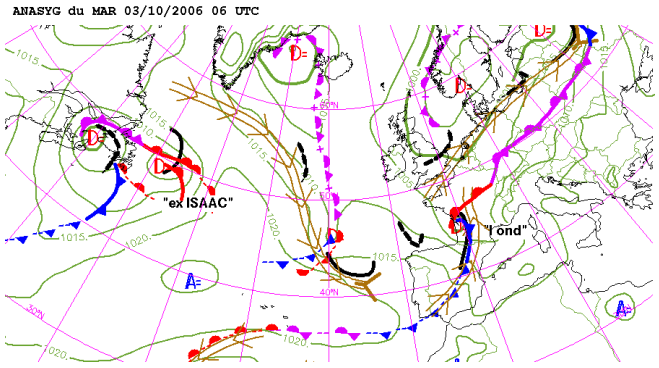
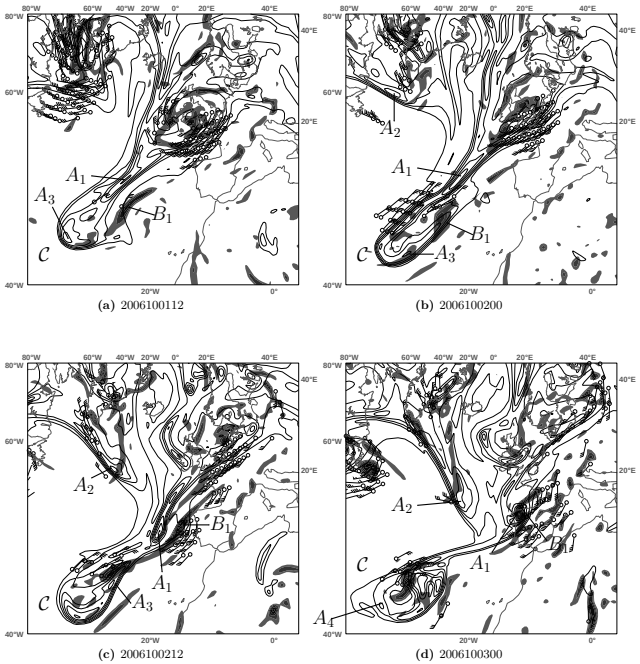


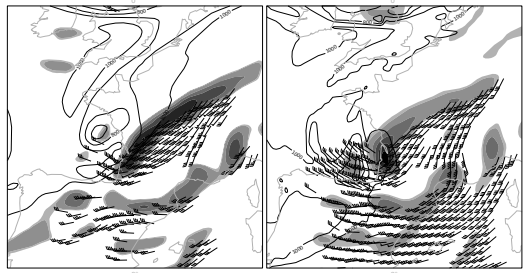
FIG. 9. Operational synoptic analysis of the Landes storm, following the graphical summary of Santurette and Joly (2002). The storm is noted "l ond" on the graph.



(a) 2006100112 (b) 2006100200

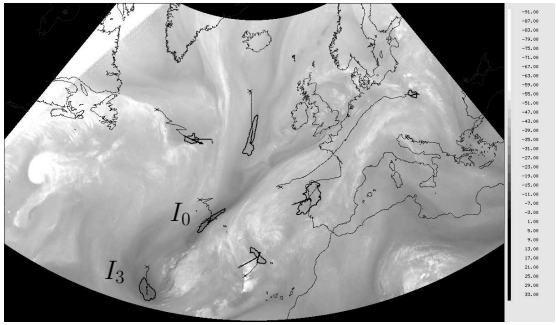
(c) 2006100212 (d) 2006100300

FIG. 10. Some coherent structures visible in the ARPEGE analysis fields up two 48 hours before the storm reaches France, every 12 hours. The tropopause (1.5 PVU surface) height is in solid black lines (contour every 1 km, below 10 km). Relative vorticity at 850 hPa is shaded for values above $5 \cdot 10^{-5}$ s^{-1}, with darkening each gray shades every $5 \cdot 10^{-5}$ s^{-1}. Wind at 850 hPa only for grid points where the speed of the wind exceeds 15 m/s (wind barbs). Also noted on the graph the tropopause anomalies A_1, A_2, A_3, A_4, the lower level cyclonic system B_1 that will become the storm, and the larger scale cut-off system $\mathcal{C}$ behind the storm.

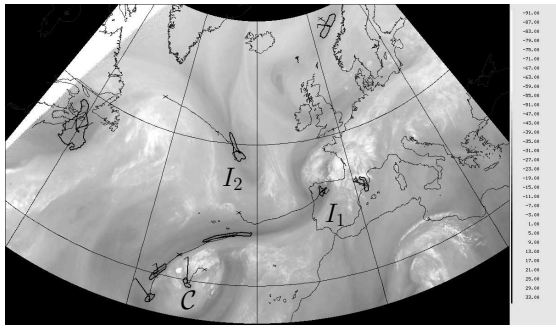


(a) 2006100118, ARPEGE forecast at 36 hours range (b) 2006100306, ECMWF analysis

FIG. 11. ARPEGE forecast and ECMWF verifying analysis of the storm of Landes valid at 0600 UTC 3 October 2006. Tropopause (2 PVU surface) height (solid black line, every km). Relative vorticity at 850 hPa (gray shades, every $5 \cdot 10^{-5}$ s^{-1}, for values above $5 \cdot 10^{-5}$ s^{-1}). Wind at 850 hPa (for values above 15 m/s).

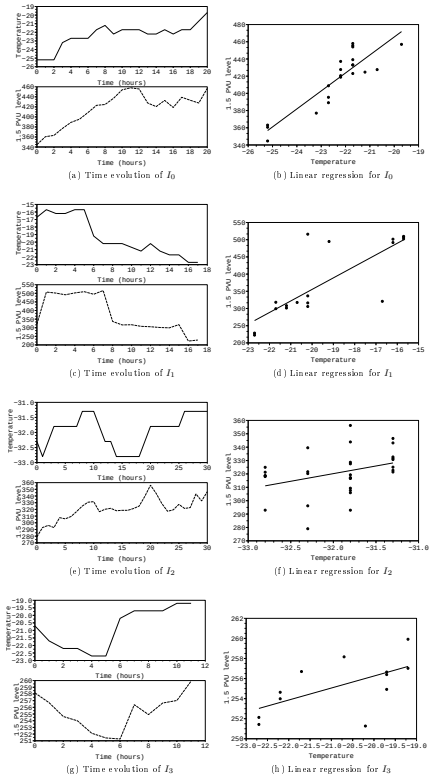


(a) Tracking on WV MSG satellite images, valid on 01st October 2006, 18 TU



(b) Tracking on WV MSG satellite images, valid on 03rd October 2006, 00 TU

FIG. 12. Tracking of dry intrusions in satellite images. Legend identical to the one of the figure 3, except that all lines are now drawn in black. Relevant dry intrusions are marked with the label I_0, I_1, I_2 and I_3.



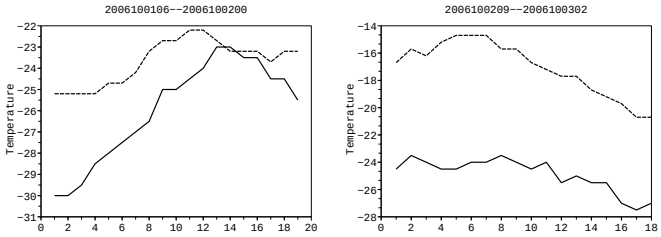
(a) Time evolution of I_0 (b) Linear regression for I_0

(c) Time evolution of I_1 (d) Linear regression for I_1

(e) Time evolution of I_2 (f) Linear regression for I_2

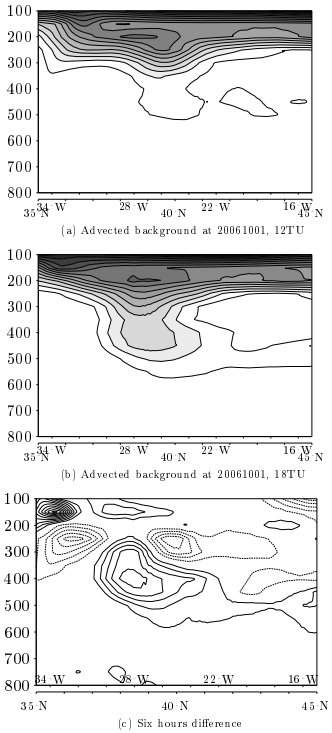
(g) Time evolution of I_3 (h) Linear regression for I_3

FIG. 13. Tropopause pressure levels and brightness temperatures along the trajectories of dry intrusions I_0, I_1, I_2 and I_3. Time evolution of brightness temperature (dashed line) and tropopause pressure level (solid line) for cells detected in the background (panels a, c, e and g). Linear regressions between these two data (panels b, f and h).



(a) Dry intrusion I_0 (b) Dry intrusion I_1

FIG. 14. Comparison of the temperatures of the satellite cell (solid line) and of the model cell (dashed line). Horizontal axis is time in hours since linking.

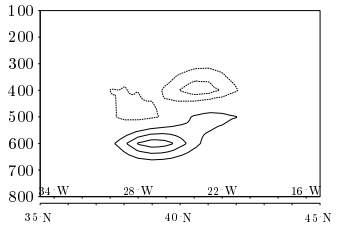


(a) Advected background at 20061001, 12TU

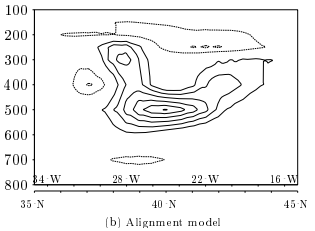
(b) Advected background at 20061001, 18TU

(c) Six hours difference

FIG. 15. Potential vorticity cross-sections. Panel (a): background at 1200 UTC 1 October 2006 horizontally advected such that the anomaly roughly matches the background at 1800 UTC 1 October 2006 (panel b). Contour 1 PVU, starting 1 PVU. Panel (c) differences between these two fields, contour 0.5 PVU, solid (respectively dashed) for positive (respectively negative) values. Vertical axis is pressure in hPa.



(a) Additive model



(b) Alignment model

FIG. 16. Potential vorticity cross-sections of the analysis increment. Contour 0.2 PVU, solid (respectively dashed) for positive (respectively negative) values. Valid at 1800 UTC 1 October 2006. Vertical axis is pressure in hPa.

Bibliographie

E. Andersson, M. Fisher, R. Munro, et A. Mcnally. Diagnosis of background errors for radiances and other observable quantities in a variational data assimilation scheme, and the explanation scheme, and the explanation of a case of poor convergence. *Quart. Journal of the Royal Met. Society*, 126 :1455–1472, 2000.

E. Andersson et A. Hollingsworth. Typhoon bogus observations in the ECMWF data assimilation system. Rapport Technique 148, ECMWF, September 1988.

C. Appenzeller et H.C. Davies. Structure of stratospheric intrusions into the troposphere. *Nature*, 358 :570–572, 1992.

P. Arbogast. *L'inversion du tourbillon potentiel : méthodologie, application à l'étude des interactions non-linéaires dans la formation des dépressions météorologiques*. Thèse de Doctorat, Université Paul Sabatier, Toulouse, 1998.

F. Ayrault. *Environnement, structure et évolution des dépressions météorologiques : réalité climatologique et modèles types*. Thèse de Doctorat, Université Paul Sabatier, Toulouse, 1998.

R.J. Beare, A.J. Thorpe, et A.A. White. The predictability of extratropical cyclones : Nonlinear sensitivity to localized potential-vorticity perturbations. *Quart. Journal of the Royal Met. Society*, 129 :219–237, 2003.

J D. Beezley et J. Mandel. Morphing ensemble Kalman filters. *Tellus*, 60 :131–140, 2008.

M. Belo-Pereira et L. Berre. The use of an ensemble approach to study the background error covariances in a global NWP model. *Mon. Weather Rev.*, 134 :2466–2489, 2006.

T. Bergot. Influence of the assimilation scheme on the efficiency of adaptive observations. *Quart. Journal of the Royal Met. Society*, 127 :635–660, 2001.

S. Beucher. *Segmentation d'image et morphologie mathématique*. Thèse de Doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, Paris, 1990.

N. Bormann, S. Saarinen, G. Kelly, et J.-N. Thépaut. The spatial structure of observation errors in atmospheric motion vectors from geostationary satellite data. *Mon. Weather Rev.*, 131 :706–718, 2003.

F. Bouttier. The dynamics of error covariances in a barotropic model. *Tellus*, 51A : 167–194, 1993.

F. Bouttier et P. Courtier. Data assimilation concepts and methods. Rapport technique, Centre Européen Pour les Prévisions Météorologiques à Moyen Terme, 1999.

K. Brewster. Phase-correcting data assimilation and application to storm-scale numerical weather prediction. Part I : Method description and simulation testing. *Mon. Weather Rev.*, 131 :480–492, 2003a.

K. Brewster. Phase-correcting data assimilation and application to storm-scale numerical weather prediction. Part II : Application to a severe storm outbreak. *Mon. Weather Rev.*, 131 :493–507, 2003b.

P. Brousseau, G. Desroziers, et N. Fourrié. Evaluation de l'impact des observations dans un système d'assimilation prévision. Rapport Technique 991, Météo-France, June 2005.

K. Browning. The dry intrusion perspective of extra-tropical cyclone development. *Meteorol. Appl*, 4 :317–254, 1997.

E. Chaigne et P. Arbogast. Multiple potential vorticity inversions in two FASTEX cyclones. *Quart. Journal of the Royal Met. Society*, 126 :1711–1734, 2000.

J. C. L. Chan et R. H. F. Kwok. A diagnostic study on the improvement in tropical cyclone motion prediction by the UK Meteorological Office Global Model. *Meteorological Applications*, 4 :1–9, 1997.

B. Chapnik, G. Desroziers, F. Rabier, et O. Talagrand. Properties and first application of an error-statistics tuning method in variational assimilation. *Quart. Journal of the Royal Met. Society*, 130 :2253–2275, 2004.

B. Chapnik, G. Desroziers, F. Rabier, et O. Talagrand. Diagnosis and tuning of observational error in a quasi-operational data assimilation setting. *Quart. Journal of the Royal Met. Society*, 132 :543–565, 2006.

J. G. Charney. The dynamics of long waves in a baroclinic westerly current. *Journal of Meteorology*, 4 :135–162, 1947.

J.G. Charney. Geostrophic turbulence. *J. Atmos. Sci*, 28 :1087–1095, 1971.

Y. Chen et C. Snyder. Assimilating vortex position with an ensemble Kalman filter. *Mon. Weather Rev.*, 135 :1828–1845, 2007.

K.K.W. Cheung et J.C.L. Chan. Ensemble forecasting of tropical cyclone motion using a barotropic model. Part I : Perturbations of the environment. *Mon. Weather Rev.*, 127 :1229–1243, 1999.

P. Courtier, E. Andersson, W. Heckley, J. Pailleux, D.Vasiljevic, M. Hamrud, A. Hollingsworth, F. Rabier, et M. Fisher. The ECMWF implementation of three-dimensional variational assimilation (3D-Var). I : Formulation. *Quart. Journal of the Royal Met. Society*, 124 :1783–1807, 1998.

P. Courtier, J.N. Thépaud, et A. Hollingsworth. A strategy of operational implementation of 4D-Var using an incremental approach. *Quart. Journal of the Royal Met. Society*, 120 :1367–1388, 1994.

R. Daley. Estimating the wind field from chemical constituent observations : Experiments with a one-dimensional extended Kalman filter. *Mon. Weather Rev.*, 123 : 181–198, 1995.

M. L. Dando, A. J. Thorpe, et J. R. Eyre. The impact of targeted satellite observations on numerical weather prediction. *Quart. Journal of the Royal Met. Society*, 133 : 1945–1957, 2007.

C.A. Davis. Piecewise potential vorticity inversion. *Journal of the Atmos. Sciences*, 49 :1397–1411, 1992.

C.A. Davis et K. Emanuel. Potential vorticity diagnostics of cyclogenesis. *Mon. Weather Rev.*, 119 :1929–1953, 1991.

M. DeMaria. Tropical cyclone track prediction with a barotropic spectral model. *Mon. Weather Rev.*, 115 :2346–2357, 1987.

M. Demirtas et A. Thorpe. Sensitivity of short-range weather forecasts to local potential vorticity modifications. *Mon. Weather Rev.*, 127 :922–939, 1999.

J. Derber et F. Bouttier. A reformulation of the background error covariance in the ECMWF global data assimilation system. *Tellus*, 52A :195–221, 1999.

L. Descamps, D. Ricard, A. Joly, et P. Arbogast. Is a real cyclogenesis case explained by generalized linear baroclinic instability ? *Journal of the Atmos. Sciences*, 64 : 4287–4308, 2007.

G. Desroziers. A coordinate change for data assimilation in spherical geometry of frontal structure. *Mon. Weather Rev.*, 125 :3030–3038, 1997.

G. Desroziers, P. Brousseau, et B. Chapnik. Use of randomization to diagnose the impact of observations on analyses and forecasts. *Quart. Journal of the Royal Met. Society*, 131 :2821–2837, 2005.

G. Desroziers et S. Ivanov. Diagnosis and adaptive tuning of observation-error parameters in a variational assimilation. *Quart. Journal of the Royal Met. Society*, 127 : 1433–1452, 2001.

G. Desroziers, B. Pouponneau, J-N. Thépaut, M. Janisková, et F. Veersé. Four-dimensional variational analysis of fastex situations using special observations. *Quart. Journal of the Royal Met. Society*, 125 :3339–3358, 2003.

F.-X. Le Dimet et O. Talagrand. Variational algorithms for analysis and assimilation of meteorological observations : Theoretical aspects. *Tellus*, 38A :97–110, 1986.

E. Eady. Long waves and cyclone waves. *Tellus*, 1 :33–52, 1949.

H. Ertel. Ein neuer hydrodynamischer wirbelsatz. *Meteorologishe Zeitschrift*, 59 :271–281, 1942.

A. Falkovich, I. Ginis, et S. Lord. Ocean data assimilation and initialization procedure for the coupled GFDL/URI hurricane prediction system. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, 22 :1918–1932, 2005.

M. Farge, K. Schneider, et N. Kevlahan. Non-gaussianity and coherent vortex simulation for two-dimensional turbulence using an adaptive orthogonal wavelet basis. *Phys. Fluids*, 11 :2187–2201, 1999.

B. F. Farrell. The initial growth of disturbances in a baroclinic flow. *J. Atmos. Sci.*, 39 :1663–1686, 1982.

B. F. Farrell. Modal and non-modal baroclinic waves. *J. Atmos. Sci.*, 419 :668–673, 1984.

R. Fehlmann et H. Davies. Misforecasts of synoptic systems : diagnosis via PV retrodiction. *Mon. Weather Rev.*, 125 :2247–2264, 1997.

M. Fiorino et T. T. Warner. Incorporating surface-winds and rainfall rates into the initialization of a mesoscale hurricane model. *Mon. Weather Rev.*, 109 :1914–1929, 1980.

M. Fisher et P. Courtier. Estimating the covariance matrices of analysis and forecast error in variational data assimilation. Rapport technique, ECMWF Technical Memorandum 200, Reading, UK, 1995.

N. Fourrié, C. Claud, et A. Chédin. Depiction of upper-level precursors of the December 1999 storms from TOVS observations. *Wea. Forecast.*, 125 :417–430, 2003.

C. Georgiev. Quantitative relationship between METEOSAT water vapour data and positive vorticity anomalies : a case study over the mediterranean. *Meteorol. Appl.*, 6 :97–109, 1999.

C. Georgiev et F. Martín. Use of potential vorticity fields, METEOSAT water vapour imagery and pseudo water vapour images for evaluating numerical model behaviour. *Meteorol. Appl.*, 8 :57–69, 2001.

A. Girard. A fast monte-carlo cross-validation procedure for large least squares problems with noisy data. *Numerische Mathematik*, 56 :1–23, 1989.

R. Guérin, G. Desroziers, et P. Arbogast. 4D-var analysis of pseudo potential-vorticity observations. *Quart. Journal of the Royal Met. Society*, 132 :1283–1298, 2006.

G. Hello. *Prise en compte de la dynamique associée aux dépressions des latitudes moyennes dans la détermination des conditions initiales des modèles météorologiques.* Thèse de Doctorat, Université Paul Sabatier, Toulouse, 2002.

J. Heming. A new scheme for the initialisation of tropical cyclones in the uk meteorological office global model. *Meteorological Applications*, 2 :171–184, 1994.

J. Heming et A.M. Radford. The performance of the United Kingdom Meteorological Office global model in predicting the tracks of Atlantic tropical cyclones in 1995. *Mon. Weather Rev.*, 126 :1323–1331, 1998.

I. Herlin, E. Huot, J.P. Berroir, D. Béréziat, et T. Isambert. Modèles images pour le mouvement en météorologie. Rapport Technique D1.1, ADDISA, 2008.

R.N. Hoffman, J-F. Louis, et C. Grassotti. Distorsion representation of forecast errors. *Mon. Weather Rev.*, 123 :2758–2770, 1995.

G.J. Holland. An analytic model of wind and pressure profiles in hurricanes. *Mon. Weather Rev.*, 112 :1212–1218, 1980.

G.J. Holland. A revised hurricane pressure-wind model. *Mon. Weather Rev.*, 136 : 3432–3445, 2008.

B. Hoskins, M. McIntyre, et A. Roberson. On the use and significance of isentropic potential vorticity maps. *Quart. Journal of the Royal Met. Society*, 111 :877–946, 1985.

B.J. Hoskins, I. Draghici, et H.C. Davies. A new look at the omega equation. *Quart. Journal of the Royal Met. Society*, 104 :31–38, 1978.

B.J. Hoskins et P.J. Valdes. On the existence of storm-tracks. *Journal of the Atmos. Sciences*, 47 :1854–1864, 1990.

N.B. Ingleby. The statistical structure of forecast errors and its representation in the Met Office global 3-dimensional variational data assimilation scheme. *Quart. Journal of the Royal Met. Society*, 127 :209–231, 2001.

K.I. Jang, X. Zou, M.S.F.V. De Pondeca, M. Shapiro, C. Davis, et A. Krueger. Incorporating TOMS ozone measurements into the prediction of the washington, d.c., winter storm during 24-25 january 2000. *J. Appl. Meteor.*, 42 :797–812, 2003.

H. Jarvinen, E. Andersson, et F. Bouttier. Variational assimilation of time sequence of surface observations with serially correlated errors. *Tellus*, 51A :469–488, 1999.

M. Juckes. Quasigeostrophic dynamics of the tropopause. *Journal of the Atmos. Sciences*, 51 :2756–2768, 1994.

E. Kleinschmidt. Über Aufbau und Enstehung von Zyklonen. Teil I. *Met Rundschau*, 3 :1–6, 1950a.

E. Kleinschmidt. Über Aufbau und Enstehung von Zyklonen. Teil II. *Met Rundschau*, 3 :54–61, 1950b.

C. Köpken, G. Kelly, et J.-N. Thépaut. Assimilation of METEOSAT radiance data within the 4D-Var system at ECMWF : Assimilation experiments and forecast impact. *Quart. Journal of the Royal Met. Society*, 130 :2277–2292, 2004.

Y. Kurihara et R. J. Ross. An initialization scheme of hurricane models by vortex specification. *Mon. Weather Rev.*, 121 :2030–2045, 1993.

C. Lantuejoul. *La squelettisation et son application aux mesures topologiques de mosaïques polycristallines*. Thèse de Doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, Paris, 1978.

W.G. Lawson et J.A. Hansen. Alignment error models and ensemble-based data assimilation. *Mon. Weather Rev.*, 133 :1687–1709, 2005.

JM Lewis et JC Derber. The use of adjoint equations to solve a variational adjustment problem with advective constraints. *Tellus*, 37A :309–322, 1985.

C. Lohou. *Contribution à l'analyse topologique des images : étude d'algorithmes de squelettisation pour images 2D et 3D, selon une approche topologie digitale ou topologie discrète*. Thèse de Doctorat, Université de Marne la Vallée, Noisy-Le-Grand, 2004.

A. C. Lorenc, S. P. Ballard, R. S. Bell, N. B. Ingleby, P. L. F. Andrews, D. M. Barker, J. R. Bray, A. M. Clayton, T. Li D. Dalby, T. J. Payne, et F. W. Saunders. The Met Office global 3-dimensional variational data assimilation scheme. *Quart. Journal of the Royal Met. Society*, 126 :2991–3012, 2000.

A.M.M. Manders, W.T.M. Verkley, J.J. Diepeveen, et A.R. Moene. Application of a potential vorticity modification method to a case of rapid cyclogenesis over the atlantic ocean. *Quart. Journal of the Royal Met. Society*, 133 :1755–1770, 2007.

D. Mansfield. The use of potential vorticity as an operational forecast tool. *Meteorol. Appl.*, 3 :195–210, 1996.

A. Manzanera, T.M. Bernard, F. Prêteux, et B. Longuet. nD skeletons : a unified mathematical framework. *Electronic Imaging*, 11 :25–37, 2002.

J.C. Mcwilliams. The emergence of isolated coherent vortices in turbulent flow. *Journal of Fluid Mechanics Digital Archive*, 146 :21–43, 1984.

Y. Michel et F. Bouttier. Automated tracking of dry intrusions on satellite water vapour imagery and model output. *Quart. Journal of the Royal Met. Society*, 132 :2257–2276, 2006.

R.W. Moore et M.T. Montgomery. Reexamining the dynamics of short-scale, diabatic rossby waves and their role in midlatitude moist cyclogenesis. *Journal of the Atmos. Sciences*, 61 :754–768, 2004.

R.W. Moore et M.T. Montgomery. Analysis of an idealized, three-dimensional diabatic rossby vortex : A coherent structure of the moist baroclinic atmosphere. *Journal of the Atmos. Sciences*, 62 :2703–2725, 2005.

C. Morel. *Caractérisation objective des systèmes convectifs Européens à partir de leur suivi dans l'imagerie satellitaire.* Thèse de Doctorat, Université Paul Sabatier, Toulouse, 2001.

C. Morel et S. Sénési. A climatology of mesoscale convective systems over Europe using satellite infrared imagery. part I : Methodology. *Quart. Journal of the Royal Met. Society*, 128 :1953–1971, 2002a.

C. Morel et S. Sénési. A climatology of mesoscale convective systems over Europe using satellite infrared imagery. part II : Characteristics of european mesoscale convective systems. *Quart. Journal of the Royal Met. Society*, 128 :1973–1995, 2002b.

R. Munro, C. Köpken, G. Kelly, J.-N. Thépaut, et R. Saunders. Assimilation of METEOSAT radiance data within the 4D-Var system at ECMWF : Data quality monitoring, bias correction and single-cycle experiments. *Quart. Journal of the Royal Met. Society*, 130 :2293–2313, 2004.

T.L. Olander et C.S. Velden. The Advanced Dvorak Technique : continued development of an objective scheme to estimate tropical cyclone intensity using geostationary infrared satellite imagery. *Weather and Forecasting*, pages 287–298, 2007.

D.S. Oliver. Calculation of the inverse of the covariance. *Mathematical geology*, 30 : 911–933, 1998.

G. Pankiewicz. Pattern recognition techniques for the identification of cloud and cloud systems. *Meteorol. Appl.*, 2 :257–271, 1995.

G. Pankiewicz, S.J. Swarbrick, et S.C. Watkin. Automatic estimation of potential vorticity from METEOSAT water vapour imagery to adjust initial fields in NWP. Dans EUMETSAT, éditeur, *Met. Satellite Data User's Conference*, Copenhagen, Genmark, September 1999.

D. Parrish et J. Derber. The national meteorological center's spectral statistical interpolation analysis system. *Mon. Weather Rev.*, 120 :1747–1763, 1992.

J. Peak, , et P. Tag. Segmentation of satellite imagery using hierarchical thresholding and neural networks. *J. Appl. Meteorol.*, 33 :605–616, 1994.

M. Plu. *Représentation numérique et mathématique des structures météorologiques cohérentes d'échelle synoptique*. Thèse de Doctorat, Université Paul Sabatier, Toulouse, 2008.

Z.X. Pu et S.A. Braun. Evaluation of bogus vortex techniques with four-dimensional variational data assimilation. *Mon. Weather Rev.*, 129 :2023–2039, 2001.

F. Rabier. Overview of data assimilation developments in numerical weather prediction centres. *Quart. Journal of the Royal Met. Society*, 131 :3215–3233, 2005.

F. Rabier, P. Gauthier, C. Cardinali, R. Langland, M. Tsyrulnikov, A. Lorenc, P. Steinle, R. Gelaro, et K. Koizumi. An update on thorpex-related research in data assimilation and observing strategies. *Nonlinear Processes in Geophysics*, 15(1) :81–94, 2008.

F. Rabier, H. Järvinen, E. Klinker, J.-F. Mahfouf, et A. Simmons. The ECMWF operational implementation of four-dimensional variational assimilation. part I : experimental results with simplified physics. *Quart. Journal of the Royal Met. Society*, 126 :1143–1170, 2000.

D. Ramond, H. Corbin, M. Desbois, G. Szejwach, et P. Waldteufel. The dynamics of polar jet-streams as depicted by the Meteosat WV channel radiance. *Mon. Weather Rev.*, 109 :2164–2176, 1981.

S. Ravela, K. Emanuel, et D. McLaughlin. Data assimilation by field alignment. *Physica D*, 230 :127–145, 2007.

F. Rawlins et S. P. Ballardand K. J. Bovisand A. M. Claytonand D. Liand G. W. Inverarityand A. C. Lorencand T. J. Payne. The Met Office global four-dimensional variational data assimilation scheme. *Quart. Journal of the Royal Met. Society*, 133 : 347–362, 2007.

B. Røsting, J.E. Kristjǎnsson, et J. Sunde. The sensitivity of numerical simulations to initial modifications of potential vorticity - A case-study. *Quart. Journal of the Royal Met. Society*, 129 :2697–2718, 2003.

B. Røsting et J.E. Kristjǎnsson. Improving simulations of severe winter storms by initial modification of potential vorticity in sensitive regions. *Quart. Journal of the Royal Met. Society*, 132 :2625–2652, 2006.

B. Røsting, J. Sunde, et K.H. Midtbo. Monitoring of NWP models by use of satellite data. *Meteorol. Appl.*, 3 :331–340, 1996.

F. Roux, F. Chane-Ming, A. Lasserre-Bigorry, et O. Nuissier. Structure and evolution of intense tropical cyclone Dina on 22 january 2002 : GB-EVTD analysis of single Doppler radar observations. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, 21 : 1501–1518, 2004.

P. Santurette et C. Georgiev. *Weather analysis and forecasting : applying satellite water vapor imagery and potential vorticity analysis.* Academic Press, 2005.

P. Santurette et A. Joly. ANASYG/PRESYG, Météo-France's new graphical summary of the synoptic situation. *Meteorological Applications*, 9 :129–154, 2002.

N. Semane, V.H. Peuch, L. El Amraoui, H. Bencherif, S. Massart, D. Cariolle, J.L. Attie, et R. Abida. An observed and analysed stratospheric ozone intrusion over the high canadian arctic UTLS region during the summer of 2003. *Quart. Journal of the Royal Met. Society*, 133 :171–178, 2007.

J. Serra et P. Soille. *Mathematical Morphology and its Applications to Signal Processing.* Computational Imaging and Vision. Kluwer, Dordrecht, 1994.

E. Serrano et P. Undén. Evaluation of a tropical cyclone bogussing method in data assimilation and forecasting. *Mon. Weather Rev.*, 122 :1523–1547, 1994.

L. J. Shapiro. The asymmetric boundary layer flow under a translating hurricane. *Journal of the Atmos. Sciences*, 40 :1984–1998., 1983.

A. Simmons et Hollingsworth. Some aspects of the improvement in skill of numerical weather prediction. *Quart. Journal of the Royal Met. Society*, 128 :647–677, 2002.

R. K. Smith. The surface boundary layer of a hurricane. *Tellus*, 3 :1473–484, 1968.

R. K. Smith. A simple model of the hurricane boundary layer. *Quart. Journal of the Royal Met. Society*, 129 :1007–1027, 2003.

R. K. Smith et S. Vogl. A simple model of the hurricane boundary layer revisited. *Quart. Journal of the Royal Met. Society*, 134 :337–351, 2008.

C. Snyder, T.M. Hamill, et S. Trier. Linear evolution of forecast error covariances in a quasigeostrophic model. *Mon. Weather Rev.*, 131 :189–205, 2003.

R.C. Sutcliffe. A contribution to the problem of development. *Quart. Journal of the Royal Met. Society*, 73 :370–383, 1947.

S. Swarbrick. Applying the relationship between potential vorticity fields and water vapour imagery to adjust initial conditions in numerical weather prediction. *Meteorol. Appl.*, 8 :221–228, 2001.

O. Talagrand et P. Courtier. Variational assimilation of meteorological observations with the adjoint vorticity equation. I : Theory. *Quart. Journal of the Royal Met. Society*, 113, 1987.

K.K. Tung et W.T. Welch. Remarks on Charney's note on geostrophic turbulence. *Journal of the Atmos. Sciences*, 58 :2009–2012, 2001.

D. Tzanos. Comparaison de deux algorithmes de détection des systèmes convectifs dans l'imagerie infrarouge et amélioration de leur suivi. Master's thesis, Ecole Nationale de la Météorologie, 2001.

W.T. Verkley, P.W.C. Vosbeek, et A.R. Moene. Manually adjusting a numerical weather analysis in terms of potential vorticity using three-dimensional variational data assimilation. *Quart. Journal of the Royal Met. Society*, 131 :1713–1736, 2005.

R. Weldon et S. Holmes. Water vapour imagery : interpretation and applications to weather analysis and forecasting. Rapport technique, NOAA Technical Report, NOAA, US Dept. of Commerce, Washington D.C., 1991.

H. E. Willoughby, R. W. Darling, et M. E. Rahn. Parametric representation of the primary hurricane vortex. Part II : A new family of sectionally continuous profiles. *Mon. Weather Rev.*, 134 :1102–1120, 2006.

H. E. Willoughby et M. E. Rahn. Parametric representation of the primary hurricane vortex. Part I : Observations and evaluation of the Holland (1980) model. *Mon. Weather Rev.*, 132 :3033–3048, 2004.

V. Wirth, C. Appenzeller, et M. Juckes. Signatures of induced vertical air motion accompanying quasi-horizontal roll-up of stratospheric intrusions. *Mon. Weather Rev.*, 125 :2504–2519, 1997.

V. Wirth, H. Borth, J.-F. López, W.-G. Panhans, M. Riemer, et T. Szabo. Dynamics in the extratropical tropopause region : A case of transition between dynamically active and passive tracer advection ? *Quart. Journal of the Royal Met. Society*, 131 : 247–257, 2005.

Chun-Chieh Wu et Ku-Hsuan Chou. Tropical cyclone initialization and prediction based on four-dimensional variational data assimilation. *Journal of the Atmos. Sciences*, 63 :2383–2395, 2006.

R.M. Yablonsky et I. Ginis. Improving the ocean initialization of coupled hurricane - ocean models using feature-based data assimilation. *Mon. Weather Rev.*, 136 : 2592–2607, 2008.

X. Zou et Q. Xiao. Studies on the initialization and simulation of a mature hurricane using a variational bogus data assimilation scheme. *Journal of the Atmos. Sciences*, 57 :836–860, 2000.

Notations

$\mathcal{R}_4, \mathcal{R}_8$	relations de 4- et 8-connexité
$\mathcal{V}$	voisinage d'un pixel
$\int$	seuil en température de brillance
$\mathcal{C}$	cellule du traitement d'image RDT/Antidote
T_{chaud}	seuil maximal pour le seuillage itératif
T_{froid}	seuil minimal pour le seuillage itératif
ΔT_{Tour}	hauteur des tours minimale dans le seuillage itératif
Δ_T	pas de température dans le seuillage itératif
$S_{\min}$	surface minimale des cellules
$\boldsymbol{w}$	vecteur de caractéristiques
$\mathbb{P}$	mesure de probabilité
$\mathcal{F}$	frontière de décision du traitement d'image
I	image
$\mathcal{T}$	opérateur de traitement d'image
$\boldsymbol{x}_t$	vecteur d'état de l'atmosphère réelle (projeté dans l'espace du modèle)
$\boldsymbol{x}_b$	vecteur d'état de l'ébauche
$\boldsymbol{x}_a$	vecteur d'état de l'analyse
$\boldsymbol{y},\ \boldsymbol{y}_o$	vecteur des observations
$\mathcal{H}$	opérateur non-linéaire d'observation
H	opérateur tangent-linéaire d'observation
$\mathcal{M}$	opérateur non-linéaire d'intégration temporelle
M	opérateur tangent-linéaire d'intégration temporelle
$\boldsymbol{\epsilon}_b$	erreur de l'ébauche
$\boldsymbol{\epsilon}_a$	erreur de l'analyse
$\boldsymbol{\epsilon}_o$	erreur des observations
$\boldsymbol{\epsilon}_d,\ \epsilon_D$	erreur d'ébauche en déplacement
B	matrice de covariance des erreurs d'ébauche
D	matrice de covariance des erreurs d'ébauche en déplacement
R	matrice de covariance des erreurs d'observation
A	matrice de covariance des erreurs d'analyse
K	matrice de gain de l'analyse
σ_o	écart-type d'erreur d'observation
σ_b	écart-type d'erreur d'ébauche
$\widetilde{\sigma_b}$	approximation analytique de écart-type d'erreur d'ébauche en tourbillon potentiel
$\boldsymbol{s}$	coordonnée spatiale
$\mathbb{R}^d$	ensemble des vecteurs réels à d dimensions
$\mathbb{E}$	espérance mathématique

$\mathcal{N}(\mu, \sigma)$	loi normale de moyenne μ d'écart-type σ
γ_3	coefficient de dissymétrie d'une loi de distribution aléatoire
β_2	coefficient d'aplatissement d'une loi de distribution aléatoire
$\mathcal{T}$	Opérateur de traitement d'images
f	paramètre de Coriolis
ξ	vorticité
ρ	masse volumique
θ	température potentielle
ψ	fonction de courant géostrophique
$u_g,\ v_g$	vent géostrophique
$z^\star$	altitude de la surface isostérique correspondant à la vapeur d'eau
P	pression
w	vitesse verticale
N_s, N_t	fréquence de Brünt-Vaisala de la stratosphère et de la troposphère
PV	tourbillon potentiel
g	constante de gravitation
γ_1	premier coefficient linéaire dans le modèle de Wirth
γ_2	second coefficient linéaire dans le modèle de Wirth
Γ_1	inverse du premier coefficient linéaire dans le modèle de Wirth en coordonnée pression
Γ_2	inverse du second coefficient linéaire dans le modèle de Wirth en coordonnée pression
$\boldsymbol{\mathcal{Q}}_{\mathrm{PV}}$	tourbillon potentiel d'Ertel
$\boldsymbol{\mathcal{H}}_{\mathrm{PV}}$	opérateur d'observation ARPEGE du tourbillon potentiel
R_o	Nombre de Rossby
$\overline{v}$	moyenne sur un ensemble de réalisations
L_a	longueur caractéristique de l'anomalie
L_b	longueur caractéristique de l'erreur d'ébauche
$E_a,\ E_d$	mesure d'erreur en amplitude, en déplacement
O_3	concentration en ozone

Acronymes

Antidote	*ANalyse, Traitement d'Image et Dynamique des Objets à la TropopausE* Version spéciale de l'algorithme RDT inversée en température et complétée par des filtres adéquats pour la sélection des intrusions sèches dans l'imagerie vapeur d'eau.
ARPEGE	*Action de Recherche Petite Echelle Grande Echelle* Modèle d'assimilation-prévision français, développé par Météo-France en collaboration avec le CEPMMT (modèle IFS, *Integrated Forecasting System*).
CTPini	*Conditions en Tourbillon Potentiel INItial* Méthode de modification interactive de la hauteur de la tropopause dans l'ébauche couplée à une inversion en tourbillon potentiel.
GOES	*Geostationary Operational Environmental Satellite* Série de treize satellites géostationnaires américains.
METEOSAT	Première série de sept satellites géostationnaires européens.
MLS	*Microwave Limb Sounder*
MSG	*Meteosat Second Generation* Série de quatre satellites géostationnaires européens. sur les images géostationnaires infrarouges.
MVIRI	*Meteosat Visible and InfraRed Imageur* Radiomètre imageur de METEOSAT, doté de trois canaux visible et infrarouges.
RDT	*Rapid Developping Thunderstorm* Algorithme de multi-seuillage et de suivi des systèmes convectifs
SEVIRI	*Spinning Enhanced Visible and Infrared Imager* Radiomètre imageur de MSG, doté de 12 canaux visibles et infrarouges.
UM	*Unified Model* Modèle d'assimilation-prévision anglais développé par le UK-MetOffice.

Index

– A –

Amplitude, 2, 4, 9, 44, 46, 49, 54, 55, 58, 66, 77, 92, 93, 97, 100–113, 120–143, 157, 181

Anomalie, 3, 6, 7, 9, 21, 25, 29, 55, 56, 67–69, 80, 82, 88–98, 101, 102, 105, 108, 111, 113, 120, 122, 125–133, 137–142, 158, 161, 162, 166, 178

Assimilation, 1, 3–10, 23–25, 39, 41, 43, 44, 46–50, 52, 53, 55, 56, 58–60, 65, 70, 95, 96, 98–141, 145–147, 149, 155, 166, 167, 170, 174, 177, 178, 181

– C –

Cellule, 5, 11–13, 15, 17, 21, 22, 24–26, 31, 34, 37, 53, 58, 60, 69, 70, 77, 87, 89–92, 94–97, 113–115, 119, 120, 122, 125, 127, 133, 135, 137, 138, 141, 145, 157, 158, 161, 162, 166, 167, 173, 181

Configuration, 29, 81, 92, 98, 100, 105–113, 127–133, 141, 161

Covariance, 6, 39, 40, 42–44, 48, 53–56, 63, 65, 74, 98, 100, 101, 142

Cyclogenèse, 2, 4–10, 37, 58, 67, 77, 97, 136–140, 157, 167, 178

– D –

Déplacement, 13, 21, 25, 37, 44, 46–48, 52, 53, 55, 56, 58, 66, 77, 80–82, 90, 92, 95, 97–142, 155, 161, 166, 167, 172

Distribution, 22–24, 27, 34, 41, 52, 55, 56, 65, 77, 106, 120, 137, 145, 151, 175

– E –

Ecart-type, 39, 48, 52, 54, 56, 58, 60, 61, 66, 70, 74, 94, 96, 97, 100, 111, 122, 125, 137, 138, 140–142, 155, 167, 170, 172, 175, 177, 181

Ensemble, 9, 13, 17, 23, 25, 27, 29–32, 34, 37, 43, 44, 48, 50, 59, 65, 77, 96, 108, 121, 127, 133, 141, 142, 157, 166

– F –

Filtre, 23–37, 39, 41–43, 48, 65, 96, 119

– I –

Image, 3–10, 13, 18, 21, 23, 30, 32, 34, 37, 41, 50, 53, 67–97, 113–115, 119, 120, 122, 132, 133, 136, 141, 145, 147, 151, 157, 161, 162, 166, 167, 173, 181

Impact, 7, 8, 10, 24, 51, 96, 134–136, 140, 142, 145, 146, 155, 157, 167, 178, 181

Intrusion sèche, 3, 4, 11, 15, 18, 20, 21, 23–27, 29, 34, 37, 53, 66–69, 80, 90, 95, 133, 134, 136, 142, 162, 166, 167

– O –

Ozone, 174–181

– P –

Pseudo-observation, 3–6, 8–10, 26, 37, 39, 48, 58, 65–68, 92, 95–113, 122–142, 145–157, 161, 167, 172, 174, 175, 177, 178, 181

– R –

Régression, 61, 79, 89–96, 147, 155, 174, 175, 177, 181

Radiance, 6–9, 44, 49, 68, 81, 146, 157

– S –

Score, 58, 135, 136, 140, 143, 146, 151, 153

Structure cohérente, 39, 42–50, 65, 81, 98, 158, 181

– T –

Tourbillon potentiel, 2–4, 6–10, 19, 24, 39, 50–66, 68–97, 105, 120–122, 127, 129, 130, 132–134, 136–138, 141–143, 157, 161, 162, 166, 167, 170, 172–175, 177, 178, 181
Tropopause, 7, 18, 25, 29, 50–58, 61, 65–68, 74, 80–92, 95–97, 105, 111, 115, 122, 127, 129–133, 137, 138, 141, 142, 157, 158, 161, 162, 166, 178

– V –

Vapeur d'eau, 3, 4, 6, 9, 11, 18, 19, 21, 23, 37, 50, 52, 53, 67, 68, 81, 92, 95, 96, 115, 133, 134, 141–143, 157, 162, 166, 173, 181
Vitesse verticale, 80, 88, 90, 91, 95, 96

Titre Assimilation de données d'images télédétectées en météorologie

Résumé L'évolution libre des fluides géostrophiques turbulents bidimensionnels fait apparaître des tourbillons présentant une grande cohérence spatio-temporelle. Les écoulements atmosphériques tridimensionnels présentent également ce genre de structures cohérentes, notamment dans les champs de tourbillon potentiel. Certains aspects de la cyclogenèse semblent gouvernés, ou très sensibles, à la position et à l'intensité de ces anomalies. Les images des satellites géostationnaires permettent par ailleurs de visualiser les signatures de ces phénomènes, appelées intrusions sèches. Une première partie du travail adapte des outils de traitement d'image à la détection et au suivi des intrusions sèches sur les images vapeur d'eau. On utilise une approche basée sur des multi-seuillages et le suivi automatisé de structures (logiciel RDT). Le développement de caractéristiques supplémentaires s'avère nécessaire afin de sélectionner les intrusions associées à des évènements dynamiques importants. L'une d'entre elles utilise l'information sur le courant-jet à partir de vents d'altitude de l'ébauche. Un deuxième volet s'applique à dégager une méthodologie de correction des structures en tourbillon potentiel à partir de ces informations. L'assimilation de données conventionnelle ne permet pas d'initialiser spécifiquement les structures. Nous décrivons les méthodes alternatives et étudions les possibilités, et limitations, d'une méthodologie basée sur l'assimilation de pseudo-observations. Cela débouche en particulier sur une version renouvelée de la relation entre vapeur d'eau et tourbillon potentiel. Les outils développés sont appliqués à la prévision de la tempête des Landes (2006). L'utilisation de données de concentration d'ozone est finalement évoquée comme une méthode alternative d'initialisation du tourbillon potentiel à la tropopause.

Mots-clés assimilation de données, traitement d'image, structure cohérente, pseudo-observation, cyclogenèse, tourbillon potentiel, vapeur d'eau, intrusion sèche

Title Assimilation of image-derived bogussing observations in meteorology

Abstract Isolated vortices have been shown to emerge in two-dimensional and geostrophic turbulent flows. Coherent structures are apparent in three-dimensional atmospheric flows as well, and may share the property to determine the non-linear evolution and the predictability of the flow. Potential vorticity anomalies have indeed been shown to be of primary importance for cyclogenesis of mid-latitude storms. Their signature can be detected in satellite water vapour images and are known as dry intrusions. The first part of this work proceeds the tracking of dry intrusions on images. We use image processing tools based on thresholding algorithm, and develop additional filters to select relevant cells. One of this filters uses dynamical information on the jet from the background upper-level wind. We highlight the fact that conventional data assimilation does not handle coherent structures, and describe alternative procedures. We focus then on the assimilation of bogussed potential vorticity observations. This leads to a new vision of the relationship between water vapour and potential vorticity. The case study of the storms that has affected the Landes region in 2006 is then presented. We finally pinpoint ozone data as an alternative way to improve the initialization of upper-level potential vorticity.

Keywords data assimilation, image processing, coherent structure, bogussing, cyclogenesis, potential vorticity, water vapour, dry intrusion